UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

BALANCEAMENTO DE MÁQUINAS ROTATIVAS COM EIXOS FLEXÍVEIS UTILIZANDO METAMODELOS *KRIGING*

Vinícius Nunes Carvalho

Uberlândia 2022

Vinícius Nunes Carvalho

BALANCEAMENTO DE MÁQUINAS ROTATIVAS COM EIXOS FLEXÍVEIS UTILIZANDO METAMODELOS *KRIGING*

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações Linha de pesquisa: Dinâmica de Máquinas Rotativas

Prof. Dr. Aldemir Aparecido Cavallini Junior, Orientador

Prof. Dr. Enio Pedrone Bandarra Filho Coordenador do PPG em Engenharia Mecânica

> Uberlândia 2022

Vinícius Nunes Carvalho

BALANCEAMENTO DE MÁQUINAS ROTATIVAS COM EIXOS FLEXÍVEIS UTILIZANDO METAMODELOS *KRIGING*

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações Linha de pesquisa: Dinâmica de Máquinas Rotativas

Uberlândia, 27 de julho de 2022.

Banca examinadora:

Prof. Dr. Aldemir Aparecido Cavalini Jr., Orientador (UFU)

Prof. Dr. Valder Steffen Jr. (UFU)

Prof. Dr. Fran Sergio Lobato (UFU)

Prof. Dr. Tobias Souza Morais (UFU)

Prof. Dr. Edson Hideki Koroishi (UTFPR)

Prof. Dr. Adriano Todorovic Fabro (UNB)

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

C331b 2022	Carvalho, Vinicius Nunes, 1992- Balanceamento de máquinas rotativas com eixos flexíveis utilizando metamodelos Kriging [recurso eletrônico] / Vinicius Nunes Carvalho 2022.
	Orientador: Aldemir Aparecido Cavallini Junior. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Modo de acesso: Internet. Disponível em: http://doi.org/10.14393/ufu.te.2022.5338 Inclui bibliografia. Inclui ilustrações.
	1. Engenharia Mecânica. I. Cavallini Junior, Aldemir Aparecido, 1983-, (Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.
	CDU: 621

Glória Aparecida Bibliotecária - CRB-6/2047



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica Av. João Naves de Ávila, nº 2121, Bloco 1M, Sala 212 - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-MG, CEP 38400-902 Telefone: (34) 3239-4282 - www.posgrad.mecanica.ufu.br - secposmec@mecanica.ufu.br



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Mecânica				
Defesa de:	Tese de Doutorado Acadêmico,	, nº 330, COPEM			
Data:	27/07/2022	Hora de início:	08:00	Hora de encerramento:	12:10
Matrícula do Discente:	11723EMC011				
Nome do Discente:	Vinícius Nunes Carvalho				
Título do Trabalho:	Balanceamento de Máquinas Rotativas com Eixos Flexíveis utilizando Metamodelos Kriging				
Área de concentração:	Mecânica dos Sólidos e Vibraçõ	žes –			
Linha de pesquisa:	Dinâmica de Sistemas Mecânicos				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	2				

Reuniu-se por meio de videoconferência a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, assim composta: Professores Doutores: Valder Steffen Júnior - FEMEC/UFU; Fran Sérgio Lobato - FEQUI/UFU; Edson Hideki Koroishi - UTFPR; Adriano Todorovic Fabro - UnB, e Aldemir Aparecido Cavalini Júnior - FEMEC/UFU, orientador do candidato.

Iniciando os trabalhos, o presidente da mesa, Dr. Aldemir Aparecido Cavalini Júnior, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado.

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.





Documento assinado eletronicamente por **Adriano Todorovic Fabro**, **Usuário Externo**, em 27/07/2022, às 13:56, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do <u>Decreto nº 8.539, de</u> <u>8 de outubro de 2015</u>.



Documento assinado eletronicamente por **Edson Hideki Koroishi, Usuário Externo**, em 27/07/2022, às 13:57, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do <u>Decreto nº 8.539, de 8</u> <u>de outubro de 2015</u>.



Documento assinado eletronicamente por **Fran Sergio Lobato**, **Professor(a) do Magistério Superior**, em 27/07/2022, às 15:34, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do <u>Decreto</u> <u>nº 8.539, de 8 de outubro de 2015</u>.



Documento assinado eletronicamente por **Aldemir Aparecido Cavalini Junior**, **Professor(a) do Magistério Superior**, em 27/07/2022, às 15:38, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do <u>Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015</u>.



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <u>https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?</u> <u>acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0</u>, informando o código verificador **3791352** e o código CRC **ADFDB8BB**.

Referência: Processo nº 23117.053809/2022-46

SEI nº 3791352

Agradecimentos

A minha esposa, Thais Sorna Silingovschi, pelo carinho, companheirismo, dedicação, incentivo e paciência. Obrigado meu amor, você é um dos motivos desta tese estar pronta.

A meus pais, Francisco de Oliveira Carvalho Neto e Elizifaine Nunes Lima, pela paciência e todos os ensinamentos passados ao longo de minha vida, que me proporcionaram chegar até aqui hoje. A meu irmão Francisco de Oliveira Carvalho Filho e sua família, pelo companheirismo.

A meu orientador, prof. Dr. Aldemir Aparecido Cavalini Junior, pela sua orientação, pelo convívio, e pelo exemplo de pessoa dedicada e comprometida com suas responsabilidades. Além da paciência e compreensão.

A todos os colegas e amigos que fazem ou fizeram parte do Laboratório de Mecânica de Estruturas Prof. José Eduardo Tannús Reis com os quais tive a oportunidade de conviver, antes e durante o período de realização deste trabalho, pela amizade e pelos momentos de descontração proporcionados. Em especial ao Leonardo Campanini Sicchieri, Marcus Filipe Sousa Reis, Felipe Carmo Carvalho, Marcelo Samora Júnior, sem vocês nada disso seria possível. Cada um, da sua maneira, contribuiu muito para o sucesso deste trabalho.

Aos professores da Faculdade de Engenharia Mecânica com quem tive o prazer de adquirir novos conhecimentos.

Ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia pela oportunidade concedida para realização do curso. Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), ao Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia – Estruturas Inteligentes em Engenharia (INCT – EIE), a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), e a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG), por todo o auxílio financeiro proporcionado, inclusive em equipamentos, que foram fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho.

"Ter o apoio de pessoas quando tudo vai bem é bastante trivial. Porém, é na hora da dificuldade que você vai descobrir quem realmente está do seu lado" (Flavio Augusto da Silva)

Resumo

Carvalho, V. N. BALANCEAMENTO DE MÁQUINAS ROTATIVAS COM EIXOS FLE-XÍVEIS UTILIZANDO METAMODELOS KRIGING. Tese de Doutorado - Universidade Federal de Uberlândia, Julho 2022.

Esta tese de doutorado propõe uma nova abordagem para as técnicas de balanceamento baseadas nos sinais de vibração. A metodologia proposta utiliza a técnica de metamodelagem conhecida como Kriging para executar o balanceamento de máquinas rotativas. Para a criação do metamodelo é necessário criar amostras de entrada e de saída, que são as condições de desbalanceamento com suas respectivas fases e a(s) massa(s) de correção, com sua(s) respectiva(s) posição(ões) angular(es), respectivamente. Esses dados são fornecidos por uma técnica de balanceamento tradicional já existente, que neste caso foi o Método dos Coeficientes de Influência. Os resultados obtidos com o metamodelo criado foram comparados com o balanceamento via método CI, para validação da técnica. Esta validação foi feita numérico e experimentalmente para um e dois planos de balanceamento. Desta forma, a técnica proposta apresentou-se eficiente para o balanceamento de máquinas rotativas, levando a uma redução satisfatória nas amplitudes de vibração do rotor considerado. Além desta nova abordagem para o balanceamento, houve também uma análise para determinar a melhor distribuição estatística para a criação de amostras de incertezas para o balanceamento de um rotor na metodologia proposta por Carvalho (2017).

Palavras-chave: Dinâmica de Rotação; Balanceamento de Máquinas Rotativas; Metamodelagem; Metamodelo *Kriging*.

Abstract

Carvalho, V. N. BALANCEAMENTO DE MÁQUINAS ROTATIVAS COM EIXOS FLE-XÍVEIS UTILIZANDO METAMODELOS KRIGING. PhD Thesis - Federal University of Uberlândia, July 2022.

The present work proposes a new approach to balancing rotating machines using techniques based on vibration signals. The proposed methodology uses Kriging surrogate models to perform the balancing of rotating machines. To create the surrogate, it is necessary to create input and output samples, which are the unbalance conditions with their associated phases and the correction mass(es), with their respective position(s) angle(s), respectively. These data are provided by an existing traditional balancing technique, which in this case was the Coefficient of Influence Method. The results obtained with the obtained surrogate model were compared with the balancing via the CI method, for validation purposes. This validation was performed numerically and experimentally for one and two balancing of rotating machines, leading to a satisfactory reduction in the vibration amplitudes of the considered rotor. In addition to this new approach, it is presented an analysis devoted to determine the best statistical distribution for creating samples of uncertainties for balancing a rotor in the methodology proposed by Carvalho (2017).

Keywords: Rotordynamics; Balancing of Rotating Machines; Metamodeling; Kriging Metamodel.

Publicações

- Carvalho, V. N.; Rende, B. R. F.; Silva, A. D. G.; Cavalini Jr, A. Ap; Steffen Jr, V. Robust Balancing Approach for Rotating Machines Based on Fuzzy Logic. JOURNAL OF VIBRATION AND ACOUSTICS-TRANSACTIONS OF THE ASME, v. 140, p. 051018, 2018.
- Carvalho, V. N.; Dourado, A. de P.; Rende, B. R. F.; Cavalini Jr, A. Ap; Steffen Jr. Experimental validation of a robust model-based balancing approach. JOURNAL OF VIBRATION AND CONTROL, v. 1, p. 107754631878355-12, 2018.
- Carvalho, V. N.; Sicchieri, L. C.; Reis, M. F. S.; Cavalini Jr., A. Ap.; Stefen Jr, V. Balancing of Rotating Machines Using a Kriging Meta-Model. In: 25th International Congress of Mechanical Engineering, 2019, Uberlândia. COBEM 2019, 2019.
- Carvalho, V. N., Dynamics of Mechanical Systems: A Perspective From The LMEst-UFU, Chapter 14 – Robust Model Based Balancing Approach, 2019.

Sumário

Lis	Lista de Figuras xv			
Lis	sta de	e Tabelas	xvii	
Li	sta de	e Símbolos	xvii	
1	Intro	odução	1	
	1.1	Contextualização do Estudo	1	
	1.2	Contribuições Prévias a Estudo desta Tese	3	
	1.3	Objetivo do Estudo	5	
	1.4	Organização do Trabalho	6	
2	Bala	anceamento de Máquinas Rotativas	7	
	2.1	Balanceamento Baseado nos Sinais de Vibração	8	
	2.2	Balanceamento Baseado no Modelo Matemático	12	
3	Fun	damentos de Dinâmica de Rotação	20	
	3.1	Equação do Movimento	20	
	3.2	Matrizes de EF Associadas a Energia Cinética	21	
	3.3	Matriz Associada à Energia de Deformação	26	
	3.4	Força de Desbalanceamento	27	
	3.5	Força de Sustentação dos Mancais	29	
4	Méte	odos de Balanceamento	30	
	4.1	Balanceamento Robusto	30	
	4.2	Método de Balanceamento Utilizando Metamodelo Kriging	35	
	4.3	Evolução Diferencial	41	

5	Resultados dos Balanceamentos		46	
	5.1	Ajuste	do Modelo Matemático do Rotor	46
	5.2	Balanc	eamento Robusto	52
	5.3	Balanc	eamento Utilizando Metamodelo Kriging	63
		5.3.1	Balanceamento em 1 plano	66
		5.3.2	Balanceamento em 2 planos	72
6	Con	clusõe	s e Perspectivas Futuras	84
Re	Referências 8		87	

Lista de Figuras

1.1	Máquina rotativa com eixo flexível	2
3.1	Representação do elemento de disco. Fonte: (CAVALINI JR. et al., 2013).	21
3.2	Graus de liberdade associados ao elemento do eixo. Fonte: (CAVALINI	
	JR. et al., 2013).	23
3.3	Massa de desbalanceamento. Fonte: (CAVALINI JR. et al., 2013)	28
3.4	Coeficientes de rigidez e amortecimento dos mancais. Fonte: (CAVA-	
	LINI JR. et al., 2013)	29
4.1	Fluxograma do método de balanceamento robusto. Fonte: (CARVA-	
	LHO, 2017)	31
4.2	Aplicação do MMC para a análise dos efeitos de um parâmetro	34
4.3	Trincas em sistemas de fixação de base de máquinas rotativas	35
4.4	Trincas em sistemas de fixação de base de máquinas rotativas	35
4.5	Fluxograma representativo do método de otimização Evolução Diferen-	
	cial. Fonte: (CAVALINI JR. et al., 2013).	43
4.6	Fundamentação matemática do algoritmo da Evolução Diferencial. Fonte:	
	(CAVALINI JR. et al., 2013)	44
5.1	a) Bancada experimental e b) modelo de elementos finitos do rotor	47
5.2	Diagrama de Bode experimental $()$ e obtidos a partir do modelo do	
	rotor () considerando a excitação em D_1 : a) impacto horizontal com	
	sensor S_{8X} e b) impacto horizontal com sensor S_{12X}	50
5.3	Diagrama de Bode experimental () e obtidos a partir do modelo do	
	rotor () considerando a excitação em D_1 : a) impacto horizontal com	
	sensor S_{8z} e b) impacto horizontal com sensor S_{12z} .	50

5.4	Diagrama de Bode experimental $()$ e obtidos a partir do modelo do	
	rotor () considerando a excitação em D_2 : a) impacto horizontal com	
	sensor S_{8X} e b) impacto horizontal com sensor S_{12X}	51
5.5	Diagrama de Bode experimental () e obtidos a partir do modelo do	
	rotor () considerando a excitação em D_2 : a) impacto horizontal com	
	sensor S_{8Z} e b) impacto horizontal com sensor S_{12Z} .	51
5.6	Aplicação do MMC para a análise dos efeitos de um parâmetro	52
5.7	Resultados obtidos pelo método no final do processo de otimização (
), desbalanceamento original; () resultado otimizado): a) S_{8X} ; b) S_{8Z} ;	
	c) S_{12X} ; d) S_{12Z}	54
5.8	Respostas de vibração do rotor desbalanceado () e balanceado ():	
	a) S_{8X} ; b) S_{8Z} ; c) S_{12X} ; d) S_{12Z} .	55
5.9	Resultados obtidos pelo método no final do processo de otimização ()	
	desbalanceamento original; () resultado otimizado): a) S_{8X} ; b) S_{8Z} ;	
	c) S_{12X} ; d) S_{12Z}	56
5.10	Respostas de vibração do rotor desbalanceado () e balanceado ():	
	a) S_{8X} ; b) S_{8Z} ; c) S_{12X} ; d) S_{12Z} .	57
5.11	Resultados obtidos pelo método no final do processo de otimização ()	
	desbalanceamento original; () resultado otimizado): a) S_{8X} ; b) S_{8Z} ;	
	c) S_{12X} ; d) S_{12Z}	59
5.12	Respostas de vibração do rotor desbalanceado () e balanceado ():	
	a) S_{8X} ; b) S_{8Z} ; c) S_{12X} ; d) S_{12Z} .	60
5.13	Resultados obtidos pelo método no final do processo de otimização ()	
	desbalanceamento original; () resultado otimizado): a) S_{8X} ; b) S_{8Z} ;	
	c) S_{12X} ; d) S_{12Z}	61
5.14	Resultados obtidos pelo método no final do processo de otimização ()	
	desbalanceamento original; () resultado otimizado): a) S_{8X} ; b) S_{8Z} ;	
	c) S_{12X} ; d) S_{12Z}	62
5.15	Fluxograma do balanceamento de máquinas rotativas utilizando CI	64
5.16	Fluxograma de criação do metamodelo para a técnica de balancea-	
	mento propostas.	65

5.17 Resposta no tempo das condições desbalanceada, balanceada pelo	
metamodelo e pelo método CI, para o teste 2	69
5.18 Resposta no tempo das condições desbalanceada, balanceada pelo	
metamodelo e pelo método CI, para o teste 3.	69
5.19 Amplitudes de vibração da bancada de teste desbalanceada, balance-	
ada via Metamodelo e balanceada via CI para: (a) Teste 1, (b) Teste 2,	
(c) Teste 3 e (d) Teste 4	71
5.20 Respostas no tempo da máquina rotativa para a condição desbalance-	
ada, balanceada pelo metamodelo e balanceada pelo CI para os sen-	
sores: a) S_{15X} , b) S_{15Z} , c) S_{23X} , e d) S_{23Z} .	74
5.21 Órbitas de vibração para os dois planos de medição da máquina rotativa.	74
5.22 Respostas no domínio da frequência da rotativa para a condição desba-	
lanceada, balanceada pelo metamodelo e balanceada pelo CI para os	
sensores: a) S_{15X} , b) S_{15Z} , c) S_{23X} , e d) S_{23Z} .	75
5.23 Máquina rotativa com eixo flexível e mancais hidrodinâmicos, utilizada	
nos testes experimentais para o balanceamento em dois planos	76
5.24 Respostas no domínio da frequência da rotativa para a condição original	
para os sensores: a) S_{1X} , b) S_{1Z} , c) S_{2X} , e d) S_{2Z} .	77
5.25 Respostas temporais para a) S_{1X} e c) S_{2X} e no espectro de frequência	
para b) S_{1X} e d) S_{2X} para o primeiro teste de verificação do metamodelo.	79
5.26 Respostas temporais para a) S_{1X} e c) S_{2X} e no espectro de frequência	
para b) S_{1X} e d) S_{2X} para o primeiro teste de verificação do metamodelo.	80
5.27 Respostas temporais para a) S_{1X} e c) S_{2X} e no espectro de frequência	
para b) S_{1X} e d) S_{2X} para o primeiro teste de verificação do metamodelo.	80
5.28 Respostas temporais para a) S_{1X} e c) S_{2X} e no espectro de frequência	
para b) S_{1X} e d) S_{2X} para o primeiro teste de verificação do metamodelo.	01
	81
5.29 Respostas temporais para a) S_{1X} e c) S_{2X} e no espectro de frequência	81
5.29 Respostas temporais para a) S_{1X} e c) S_{2X} e no espectro de frequência para b) S_{1X} e d) S_{2X} para o primeiro teste de verificação do metamodelo.	82
 5.29 Respostas temporais para a) S_{1X} e c) S_{2X} e no espectro de frequência para b) S_{1X} e d) S_{2X} para o primeiro teste de verificação do metamodelo. 5.30 Respostas temporais para a) S_{1X} e c) S_{2X} e no espectro de frequência 	82

Lista de Tabelas

4.1	Funções de correlação	38
4.2	Esquemas de mutação do método da Evolução Diferencial	42
5.1	Variáveis desconhecidas e espaço de projeto	48
5.2	Resultado para os 11 parâmetros otimizados	49
5.3	Amplitudes de vibração da máquina rotativa desbalanceada.	53
5.4	Espaço de projeto e resultados do balanceamento considerando incer-	
	tezas na rigidez do mancal para distribuição uniforme.	53
5.5	Comparação das respostas de vibração do rotor antes e após a realiza-	
	ção do balanceamento utilizando distribuição uniforme.	55
5.6	Espaço de projeto e resultados do balanceamento considerando incer-	
	tezas na rigidez do mancal para distribuição normal	56
5.7	Comparação das respostas de vibração do rotor antes e após a realiza-	
	ção do balanceamento utilizando distribuição normal.	58
5.8	Espaço de projeto e resultados do balanceamento considerando incer-	
	tezas no desbalanceamento adicional do disco D_1 para distribuição uni-	
	forme	58
5.9	Comparação das respostas de vibração do rotor antes e após a realiza-	
	ção do balanceamento utilizando distribuição uniforme.	60
5.10	Espaço de projeto e resultados do balanceamento considerando incer-	
	tezas no desbalanceamento adicional do disco D_1 para distribuição nor-	
	mal	62
5.11	Comparação das respostas de vibração do rotor antes e após a realiza-	
	ção do balanceamento utilizando distribuição normal.	63

5.12	Número de amostras e métricas de erro, para a massa de correção e	
	posição angular correspondente.	67
5.13	Métricas de erro do procedimento numérico para os modelos de corre-	
	lação	67
5.14	Métricas de erro do procedimento experimental para os modelos de cor-	
	relação.	68
5.15	Resultados do balanceamento via metamodelo e CI	69
5.16	Resultados dos testes de balanceamento	70
5.17	Percentual de redução de vibração do metamodelo e do Cl	70
5.18	Número de amostras e métricas do Erro Máximo, para a massa de cor-	
	reção e posição angular correspondente, para dois planos de balance-	
	amento	73
5.19	Número de amostras e métricas do Erro RMSE, para a massa de cor-	
	reção e posição angular correspondente, para dois planos de balance-	
	amento.	73
5.20	Condições desbalanceadas, balanceadas via método CI e via metamo-	
	delo para dois planos de balanceamento.	78
5.21	Condições desbalanceadas, balanceadas via método CI e via metamo-	
	delo para dois planos de balanceamento.	78
5.22	Resultados dos testes de validação do metamodelo.	83
5.23	Percentual de redução de vibração do metamodelo e do CI	83

Lista de Símbolos

ACRÔNIMOS

AKF	Augmented Kalman Filter
CI	Coeficientes de Influência
DE	Differential Evolution
DO	Desbalanceamento Original
FEMEC	Faculdade de Engenharia Mecânica
FRF	Função de Resposta em Frequência
LMest	Laboratório de Mecânica de estruturas
MD	Centro de Massa em D
MHL	Método do Hipercubo Latino
MMC	Método de Monte Carlo
RMSE	Root Mean Square Error
SHI	Structure Health Monitoring
UFU	Universidade Federal de Uberlândia

SÍMBOLOS GREGOS

θ	Vetor de Rotação
φ	Vetor de Rotação
u	Vetor de deslocamento
w	Vetor de deslocamento

SÍMBOLOS LATINOS

- D Matriz de Amortecimento
- D_D Matriz do Efeito Giroscópico
- D_g Matriz de Efeito Giroscópico
- D_{st} Matriz de enrijecimento do Sistema em Regime Transiente
- \mathbf{F}_{u} Força de Desbalanceamento

K	Força peso das Partes Girantes
K	Matriz de Rigidez
\mathbf{K}_{c}	Matriz de Rigidez Completa
\mathbf{M}	Matriz de Massa
\mathbf{M}_D	Matriz de Massa do Disco
\mathbf{N}_1	Vetores Polinomiais
\mathbf{N}_2	Vetores Polinomiais
q	Vetor de Deslocamento Nodais do Eixo
\mathbf{q}_D	Vetor de Coordenadas Generalizadas
S	Conjunto de Entradas da Amostra
Y	Conjunto de Entradas da Amostra
a	Efeito de Cisalhamento
$ERRO_{max}$	Erro Máximo Absoluto
G	Módulo de Cisalhamento
I_{Dx}	Momento de Inércia de Massa em Relação a X
I_{Dy}	Momento Polar de Inércia
I_{Dz}	Momento de Inércia de Massa em Relação a Z
$RMSE_{rel}$	Raiz Relativa do Erro Médio Quadrático
T_D	Energia Cinética do Disco
U	Energia de Deformação
DE_{OF}	Função Objetivo
P_{DE}	Geração Randômica da População
R_2	Coeficiente de Determinação
T_U	Energia Cinética da Massa

Capítulo 1

Introdução

1.1 Contextualização do Estudo

Cada vez mais, novas tecnologias vêm sendo desenvolvidas nos diversos setores da indústria, sendo que as máquinas rotativas são parte fundamental deste contexto. Assim sendo, os processos de manutenção e monitoramento desta classe de sistemas seguem padrões rígidos que visam, dentre outros fatores, reduzir os custos de substituição de peças e a parada repentina de linhas de produção. Dessa forma, é evidente que o monitoramento e o controle dos níveis de vibração e ruído vêm ganhando destaque na indústria a fim de garantir que as máquinas rotativas operem dentro de limites aceitáveis de segurança, atendendo a critérios de desempenho sempre mais exigentes.

Com o intuito de atenuar as amplitudes de vibração de máquinas rotativas, observase o desenvolvimento de diversos métodos de controle de vibração ao longo dos anos. Estes sistemas podem ser simples e de baixo custo de implementação e manutenção, como é o caso dos métodos de controle passivo e das técnicas convencionais de balanceamento (método dos coeficientes de influência (CI), balanceamento modal, quatro rodadas sem fase, dentre outros; (WOWK, 1995)), bem como mais complexos e sofisticados, como é o caso das técnicas de monitoramento de integridade estrutural (CAVALINI JR. et al., 2013). Na Fig. 1.1 é possível observar uma máquina rotativa com eixo flexível onde o eixo é sustentado por dois mancais de rolamento e acionado por um motor elétrico de corrente contínua. Este sistema, além de permitir a aplicação de diversos métodos de balanceamento, um mancal híbrido constituído de um rolamento associado a atuadores eletromagnéticos é utilizado para o controle ativo das vibrações laterais resultantes das forças de desbalanceamento.

Neste contexto, o presente trabalho propõe analisar a melhor forma de realizar o balanceamento de máquinas rotativas. Neste sentido, duas técnicas são propostas: método baseado no modelo matemático do rotor e método Kriging.



Figura 1.1: Máquina rotativa com eixo flexível.

Para o primeiro caso, é importante que o modelo matemático da bancada de teste seja suficientemente representativo, ou seja, os resultados numéricos devem ser validados com dados experimentais. Isto é feito através de funções de reposta em frequência numéricas e daquelas obtidas diretamente na máquina rotativa, experimentalmente. É importante ressaltar que há vários fatores que dificultam o balanceamento de máquinas rotativas, dentre eles, imperfeições de fabricação dos seus componentes, variação de parâmetros com a operação (desgaste), variações de condições de operação (variação de temperatura, por exemplo), dificuldade de realizar a intervenção na máquina rotativa, dificuldade de se ter modelos matemáticos representativos e outros. Com isso, novas metodologias vêm ganhando notoriedade nos últimos anos. Além de novos métodos de balanceamento, que trazem novas perspectivas para o tema.

Além do balanceamento baseado no modelo matemático, esta tese propõe o balanceamento utilizando metamodelagem através do método de Kriging. Esta metodologia utiliza as respostas de vibração do rotor, massa de correção e as posições angulares correspondentes, como amostras para o modelo substituto Kriging. É importante ressaltar que se faz necessário alguns procedimentos de balanceamento com o CI para obter amostras suficientes.

Para que o metamodelo desenvolvido seja eficiente é necessário que as amostras criadas tenham uma boa distribuição de vibração, ou seja, é necessário que a máquina rotativa tenha diferentes níveis de desbalanceamento para a criação das amostras. Desta forma, o metamodelo será capaz de representar diferentes condições de desbalanceamento diversificadas. Em posse das amostras, o modelo substituto é criado e ajustado, e, por consequência, para novos cenários de desbalanceamento é possível prever a massa de correção e posição angular correspondente.

Tal procedimento representa um ganho pois uma vez que o metamodelo está criado não será necessário inserir massas de teste no rotor para efetuar o balanceamento, ou seja, o tempo gasto para balancear a máquina é reduzido, porém mantendo a eficiência do método de balanceamento.

1.2 Contribuições Prévias a Estudo desta Tese

No âmbito do Laboratório de Mecânica de Estruturas "José Eduardo Tannús Reis" da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia (LMEst-FEMEC-UFU), diversos trabalhos de pesquisa em dinâmica de rotação vêm sendo desenvolvidos ao longo dos anos.

Simões et al. (2006) apresentou um trabalho acerca do controle ativo de vibrações em rotores flexíveis. Neste caso, transdutores piezelétricos do tipo pilha foram instalados nos mancais de um rotor horizontal. Saldarriaga (2007) trabalhou com uma técnica de controle passiva de vibrações aplicada em máquinas rotativas utilizando materiais viscoelásticos.

Morais (2010) avaliou o comportamento dinâmico de máquinas rotativas flexíveis com a presença de não-linearidades. Como pontos de destaque deste trabalho, devese citar a investigação de uma metodologia para a identificação de parâmetros variantes no tempo com a finalidade de caracterizar trincas em eixos de máquinas rotativas por meio de sinais temporais expandidos por séries de funções ortogonais, a utilização de atuadores eletromagnéticos para controlar o processo de abertura e fechamento de trincas e o balanceamento de máquinas rotativas na presença de não-linearidades através de uma técnica baseada no modelo matemático antes proposta por Saldarriaga et al. (2011).

Koroishi et al. (2013) avaliou o desempenho de técnicas de controle ativo de vibrações em uma máquina rotativa dotada de um mancal híbrido (mancal de rolamento com atuadores eletromagnéticos). Cavalini Jr. et al. (2013)) propôs técnicas de monitoramento da integridade estrutural (SHM – *Structural Health Monitoring*) com o objetivo de identificar trincas transversais nos eixos de máquinas rotativas, onde é importante destacar a aplicação da técnica da Impedância Eletromecânica para este fim. Oliveira et al. (2015) desenvolveu o modelo de uma bancada experimental de mancais magnéticos ativos. Assim, o modelo construído foi ajustado com dados experimentais. Borges et al. (2016) trabalhou com o projeto de um controlador modal para a mesma bancada experimental usada por Oliveira et al. (2015), com o objetivo de entender e aprimorar todas as etapas de desenvolvimento de controladores, analisando inclusive as suas incertezas mais relevantes.

Carvalho (2017) apresentou uma nova abordagem para o balanceamento de rotores baseado no modelo matemático. Esta nova abordagem tem como objetivo manter as amplitudes de vibração da máquina rotativa dentro uma faixa aceitável por mais tempo, reduzindo assim as paradas do equipamento para realizar um novo balanceamento.

Barbosa (2018) apresentou o desenvolvimento de modelos para mancais hidrodinâmicos cilíndricos radiais, segmentados radiais (*tilting-pad*) e segmentados axiais (*thrust*) dentro de uma abordagem termo-hidrodinâmico. Os efeitos térmicos devido ao atrito viscoso presentes no filme de óleo foram determinados por meio da solução simultânea das equações de Reynolds e da energia.

Sicchieri et al. (2019) contribui com o desenvolvimento de metamodelos para representar os modelos termo-hidrodinâmicos dos mancais utilizados em unidades geradoras. Desta forma, foram determinadas as forças de sustentação, temperatura máxima, pressão máxima e, nos mancais segmentados radiais e axiais, a espessura mínima do filme de óleo. A representação dos mancais hidrodinâmicos por meio de metamodelos é uma alternativa à linearização do modelo, onde os mancais são representados através de coeficientes equivalentes de rigidez e amortecimento. A utilização de metamodelos contribui para o desenvolvimento de técnicas para substituir de forma conveniente os modelos termo-hidrodinâmicos com o objetivo de reduzir o custo computacional de forma eficiente, mantendo as características não-lineares dos modelos originais dos mancais.

1.3 Objetivo do Estudo

O presente trabalho contribui, principalmente, com estudos para aprimorar a técnica de balanceamento baseado no modelo matemático desenvolvida por Carvalho (2017), estudando qual a melhor forma de criar as amostras de desbalanceamento para o modelo matemático.

Além de propor uma nova perspectiva para o balanceamento de máquina rotativas, o ponto de maior importância deste trabalho é realizar o balanceamento utilizando um metamodelo pra alcançar o balanceamento da máquina rotativa. Este não necessita do modelo matemático da máquina para o balanceamento e também não necessita de um número grande de amostras no metamodelo para chegar a resultados satisfatórios. Com isso ganhando muito em tempo para o balanceamento, um dos fatores mais importantes em um cenário muito competitivo da indústria. O modelo de *Kri-ging* para metamodelagem foi o utilizado para o procedimento, construindo assim uma abordagem não convencional para o balanceamento de máquinas rotativas.

Em um cenário onde novas tecnologias surgem a todo momento é importante investir em novas técnicas de balanceamento, acompanhando as evoluções que tem surgido em análises de incerteza, otimização, controle, entre outros métodos ligados a máquinas rotativas. Durante os últimos anos tem surgido algumas novas abordagens, e nesse sentido o presente trabalho apresenta a metamodelagem para o balanceamento.

Acredita-se que com isso há um ganho significativo para os trabalhos dentro de laboratórios de pesquisa assim como para a indústria, onde maquinas rotativas são usadas em grande número.

1.4 Organização do Trabalho

Além do presente capítulo, que é introdutório, este trabalho é dividido em outros cinco capítulos. Neste capítulo tratou-se da contextualização do tema balanceamento de máquinas e sua importância, assim como e estudos desenvolvidos no LMEst e os objetivos do presente estudo.

- Capítulo II: compreende uma revisão acerca das técnicas de balanceamento e também das técnicas que serão utilizadas neste trabalho.
- **Capítulo III:** apresenta a formulação matemática do modelo de elementos finitos de um sistema rotativo, incluindo os modelos dos mancais e discos.
- Capítulo IV: é dedicado ao detalhamento das técnicas desenvolvidas. Neste capítulo, são apresentadas as formulações de cada uma das técnicas.
- Capítulo V: tem-se os resultados numéricos dos balanceamentos com as técnicas explicadas no Cap. IV.
- Capítulo VI: dedicado às conclusões gerais do trabalho e as perspectivas para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Balanceamento de Máquinas Rotativas

Máquinas rotativas em operação possuem forças centrífugas com amplitudes proporcionais ao quadrado da velocidade de rotação. A distribuição irregular de massa ao longo do rotor é a maior fonte das forças centrífugas mencionadas, ou seja, forças de desbalanceamento. Deste modo, é preciso adicionar ou retirar massa, considerando sua posição angular, para atenuar as amplitudes de vibração medidas na velocidade de rotação da máquina. Para isso, existem diversos métodos de balanceamento largamente testados e validados na indústria. Contudo, ainda cabe aprimorar as técnicas a fim de melhorar os resultados obtidos e minimizar o tempo de parada de máquina. Este ponto representa um alto custo nas plantas industriais (LI; LIN; ALLAIRE, 2008).

Realizar o balanceamento de máquinas rotativas nada mais é do que atenuar os níveis de vibração da máquina, ou seja, reduzir os níveis de vibração medidos para limites aceitáveis. Diferentes normas técnicas determinam os limites de vibração considerando diferentes tipos de equipamentos ((STANDARD, 1996a); (STANDARD, 1996b); (ISO, 2003)). Para realizar o balanceamento existem diversas técnicas que serão tratadas brevemente ao longo deste capítulo.

O balanceamento de máquinas rotativas envolve técnicas que podem ser divididas em dois grandes grupos distintos, a saber, os métodos baseados somente nos sinais de vibração da máquina (balanceamento baseado nos sinais de vibração) e os métodos que utilizam o modelo matemático da máquina, além dos sinais de vibração (balanceamento baseado no modelo matemático). Neste capítulo será apresentada uma análise destes dois grandes grupos, considerando trabalhos publicados na literatura (e também trabalhos desenvolvidos no Laboratório de Mecânica de Estruturas – Prof. José Eduardo Tannús Reis, LMEst), bem como as vantagens e desvantagens de cada um dos principais métodos de balanceamento.

2.1 Balanceamento Baseado nos Sinais de Vibração

Dentro deste grupo de métodos de balanceamento existem várias técnicas largamente difundidas em livros, artigos científicos e manuais usados pela indústria. Estes métodos podem ser de simples aplicação, como é o caso do método das quatro rodadas sem fase e o método das sete rodadas sem fase (WOWK, 1995), até métodos mais elaborados como o balanceamento modal e o método dos coeficientes de influência (CI). Ainda existe a possibilidade de utilizar mais de um método para realizar o balanceamento, resultando nas técnicas combinadas de balanceamento.

Dentre os métodos de balanceamento citados, o mais empregado na indústria é o CI que foi desenvolvido na década de 1970. Uma das primeiras referências bibliográficas que trata deste método de balanceamento é o trabalho de Tessarzik (1970). O autor fez um estudo experimental de como estender a região onde o CI é eficiente. Neste caso, o rotor foi acionado a uma velocidade de operação superior às 3 primeiras velocidades críticas. Os procedimentos de balanceamento convencional e proposto foram avaliados para várias condições de desbalanceamento a fim de assegurar a funcionalidade do método.

Como mencionado, o CI é um dos métodos de balanceamento de rotores flexíveis mais utilizados na indústria. Neste método, fatores como irregularidades geométricas do rotor, amortecimento do sistema, parâmetros de fundação (como rigidez) e desalinhamento são levados em consideração automaticamente, por meio das medições realizadas no próprio rotor para o procedimento de balanceamento. O método dispensa o conhecimento das frequências naturais e dos modos próprios do rotor. Estas informações auxiliam, entretanto, na escolha dos melhores planos de balanceamento e planos de medida.

Uma vez definidos os planos de balanceamento, os planos de medição e as mas-

sas de teste, as informações necessárias para o CI envolvem a amplitude da resposta de vibração da máquina (deslocamento, velocidade ou aceleração) e sua fase em relação a uma referência fixa no rotor. Assume-se então que a resposta de vibração do rotor é uma função linear do desbalanceamento e esta é expressa na forma de uma matriz (conjunto de equações lineares). Neste caso, a variação da amplitude de vibração medida por cada sensor considerado é relacionada com a mudança da força de desbalanceamento introduzida pelas massas de teste. Uma manipulação matemática é realizada nas equações resultantes a fim de determinar o desbalanceamento original do rotor. O CI pode ser aplicado considerando diferentes velocidades de rotação.

Tessarzik, Badgley e Anderson (1972) apresentaram resultados experimentais satisfatórios do CI. O método se mostrou eficiente em 80% dos casos testados, com o balanceamento sendo executado em uma única velocidade de operação da máquina. Assim sendo, o CI se mostrou eficaz desde o início dos testes experimentais a que foi submetido (TAN; WANG, 1993).

O CI também pode ser utilizado para o balanceamento de rotores assimétricos, como é o caso de eixos de manivelas. Kang et al. (2000) propuseram uma modificação do método para o balanceamento deste tipo de sistema. Para verificar a eficiência da metodologia proposta, foram analisados vários casos e em todos houve uma melhora das condições de balanceamento.

Dyer et al. (2002) apresentam uma estratégia ótima de controle para a atenuação das amplitudes de vibração em vários planos de balanceamento. Segundo o autor, a estratégia é robusta a erros de modelagem, uma vez que a matriz dos coeficientes de influência utilizada na técnica é determinada com precisão. No CI, o controlador de vibração utiliza objetivamente três parâmetros, que são: a vibração residual, o esforço de controle e a taxa de mudança do controle, penalizando o esforço de controle com o objetivo de aumentar a margem de estabilidade do mesmo. Os resultados experimentais ilustram a melhoria na robustez do controlador proposto em comparação com o controle ótimo baseado no método dos mínimos quadrados ponderados.

Lee et al. (2005) desenvolveram um dispositivo ativo de balanceamento com uma estrutura simples baseado no CI. Os resultados mostraram uma diminuição da vibração de, aproximadamente, 57% em regiões de velocidades críticas e em mais de 80% em outras velocidades de operação. Isto mostra que o balanceamento foi efetivo, diminuindo a amplitude de vibração média em 70%. A estratégia de balanceamento ativo desenvolvida neste trabalho se mostrou eficaz e estável.

Li, Lin e Allaire (2008) utilizaram o CI para o balanceamento robusto de máquinas operando em altas velocidades. Em seu estudo, o método foi associado a um procedimento de otimização convexa. Segundo os autores, esta técnica de otimização vem sendo aplicada nos últimos anos na solução de problemas lineares e não lineares. Os autores utilizaram a expressão "robusto" pois o balanceamento é realizado considerando o pior caso dentre os cenários de incertezas avaliados. Li, Lin e Allaire (2008) concluem que o método desenvolvido é bastante flexível e eficiente.

Existem também estudos com a intenção de determinar as condições ótimas para a aplicação do CI, sendo que estas condições são tratadas algumas vezes como a busca das melhores posições para os sensores (planos de medição) e também os planos de balanceamento mais adequados para a aplicação das massas de correção (KANG et al., 2000)).

Rende et al. (1996) avaliaram os métodos de balanceamento denominados quatro rodadas sem fase e sete rodadas sem fase aplicados, respectivamente, para o balanceamento em um plano e em dois planos. Diferentemente do CI, estas técnicas não necessitam da medição de fase para a realização do balanceamento. Os resultados apresentados por Rende et al. (1996) mostram que as duas técnicas são de fácil aplicação e eficientes. É importante ressaltar que, na maioria das aplicações, é difícil medir corretamente a fase, seja pela dificuldade de instrumentação, seja pelo efeito do comportamento dinâmico do rotor (não-linearidades). Assim sendo, as técnicas das quatro rodadas sem fase e das sete rodadas sem fase mostram-se muito úteis.

O método das quatro rodadas sem fase utiliza apenas um plano de correção para o balanceamento e, consequentemente, um plano de medição. Com o rotor em operação, são medidas as amplitudes de vibração do rotor em quatro condições distintas: desbalanceamento original (DO), DO associado à uma massa de teste em 0°, DO associado à uma massa de teste em 120° e DO associado à uma massa de teste em 240°. Uma soma vetorial é realizada para determinar a massa de correção (proporcional à massa de teste utilizada) e sua posição angular. A posição angular da massa de correção é obtida a partir da referência 0° considerada.

O método das sete rodadas sem fase é uma extensão do método de quatro roda-

das sem fase para o balanceamento em dois planos. Esta técnica foi desenvolvida com base no método dos coeficientes de influência. Everett (1987) apresenta um estudo sobre o método, sendo que, uma tradução livre do título do seu trabalho permite ler " balanceamento em dois planos de rotores sem medição de fase". Assim como o método de quatro rodadas, a aplicação desta técnica é simples e não requer a medição da fase. Apesar de necessitar de rodadas adicionais de teste para a medição dos dados, o procedimento é mais simples e aplicável a uma ampla variedade de máquinas rotativas, o que o torna mais útil, em vários casos, que o próprio CI. O autor ainda reforça que esta técnica é de fácil utilização em balanceamentos em campo, pois não necessita de uma instrumentação sofisticada e atende a uma ampla gama de problemas de balanceamento.

Neste contexto, fica evidente que os métodos baseados nos sinais de vibração têm como principal vantagem o vasto conhecimento sobre a forma de aplicação e a facilidade de adaptação para os mais diversos cenários, considerando um ou mais planos de balanceamento, baixas e altas velocidades de operação, rotores rígidos e flexíveis, dentre outros. No que diz respeito aos pontos negativos dos métodos baseados nos sinais de vibração, o tempo necessário para efetuar o procedimento se mostra como uma de suas limitações (necessidade da utilização de massas de teste). No entanto, a principal restrição associada a esta classe de métodos é a relação linear que deve ser mantida entre a força de balanceamento e os níveis de vibração resultantes, algo que nem sempre é garantido devido a não linearidades encontradas na máquina.

Tendo em vista estes pontos negativos, é importante ressaltar que é possível superá-los utilizando um método de balanceamento baseado no modelo matemático do sistema. Este método possui um grande potencial pois, uma vez que a formulação matemática (modelo) da máquina que se deseja balancear encontra-se disponível, não se faz necessária a utilização das massas de teste. A quantidade de acionamentos e paradas da máquina é minimizada, gerando uma economia significativa de tempo, aspecto este bastante prioritário no contexto industrial.

Além da redução de tempo de parada das máquinas a serem balanceadas, este método não necessita de uma relação linear entre a força de balanceamento e os níveis de vibração resultantes, ganhando, portanto, versatilidade quando comparado com os métodos baseados nos sinais de vibração.

Este trabalho propõe o uso do método dos coeficientes de influência para o balanceamento e verifica experimentalmente que o balanceamento pode ser eficiente também em condições de mancais de filme de óleo altamente não lineares. Primeiramente, as características não lineares do filme de óleo são introduzidas por meio de um modelo analítico simples. Em seguida, diferentes comportamentos foram investigados experimentalmente por meio de um rotor de bancada de teste suportado por três mancais hidrodinâmicos, projetados para potencializar os efeitos não lineares do filme de óleo. Os efeitos não lineares são quantificados através de desvios em relação ao comportamento linear e desenvolvimento de harmônicos superiores na resposta do filme de óleo. Por fim, verificou-se experimentalmente que o balanceamento com o uso da aceleração do mancal para cálculo dos coeficientes de influência foi bem-sucedido, conforme o esperado (ALVES et al., 2019).

2.2 Balanceamento Baseado no Modelo Matemático

Na literatura existem vários trabalhos dedicados ao balanceamento de rotores através da utilização do modelo matemático do sistema. Goodman (1964) foi um dos primeiros trabalhos publicados utilizando métodos computacionais na área de dinâmica de rotação. Ele desenvolveu um procedimento de mínimos quadrados para o balanceamento de máquinas rotativas com multiplanos e com múltiplas velocidades de operação. O método dos mínimos quadrados simples (conjuntamente com o método dos mínimos quadrados ponderados) foi utilizado para minimizar a vibração residual dos pontos selecionados na base da máquina. Tendo em vista que este trabalho é bastante antigo, trouxe na sequência muitas possibilidades de estudo dos problemas de balanceamento em máquinas rotativas.

Hundal e Harker (1966) apresentaram um trabalho no qual as frequências naturais e os modos de vibração do rotor são utilizados como base para determinar as massas de correção requeridas. Estas são determinadas ao comparar o componente modal do desbalanceamento aos componentes modais correspondentes das massas de correção.

Conry, Goglia e Cusano (1982) desenvolveram um método para projetar uma distribuição de desbalanceamento considerada como ideal em um rotor que opera acima da primeira velocidade crítica. Segundo os autores, o método, que nada mais é que um problema de otimização, também pode ser utilizado para calcular as massas ideais para o balanceamento em planos específicos de um rotor com uma distribuição de balanceamento conhecida. A técnica proposta utiliza o método de otimização para minimizar a energia de deformação do sistema, sujeito as restrições das equações do movimento do rotor, em uma determinada velocidade de balanceamento. Os autores testaram esta metodologia em dois exemplos. Em ambos os resultados foram satisfatórios, porém não houve maior aprofundamento das discussões a respeito do método.

Steffen Jr. e Lacerda (1992) utilizaram informações modais para o balanceamento de rotores flexíveis. As informações modais foram usadas com o objetivo de reduzir o número de testes experimentais necessários para a realização do balanceamento. Os autores utilizaram um método de otimização para obter o balanceamento a partir da minimização da energia de deformação do sistema e, assim, comparar os resultados com os obtidos através do CI. Os resultados numéricos foram validados a partir de testes experimentais.

El-Shafei, El-Kabbany e Younan (2002) apresentaram o balanceamento de um rotor sem a utilização de massas de teste. Isto foi feito utilizando modos complexos e medições complexas dos níveis de vibração. O método apresentado é baseado no modelo matemático do rotor cuidadosamente ajustado. Segundo os autores, as vantagens obtidas são claras tanto na redução do tempo quanto no desempenho do método. Nos testes mostrados foi usada apenas uma medida de vibração, enquanto que nas outras técnicas seriam necessárias no mínimo três. Claramente, o número necessário de medidas aumenta conforme a quantidade de planos de balanceamento requerida. A técnica proposta se mostrou bastante eficiente para o balanceamento de rotores flexíveis. Os autores citam que ainda é preciso testar a técnica em outras aplicações, como nas máquinas suportadas por mancais hidrodinâmicos.

Saldarriaga e Steffen Jr. (2003) estudaram o balanceamento de rotores flexíveis utilizando técnicas de otimização. Este trabalho teve por objetivo apresentar uma técnica de balanceamento onde não é necessário utilizar massas de testes. O modelo de elementos finitos representativo do rotor foi utilizado juntamente com duas técnicas de otimização, os algoritmos genéticos e as redes neurais artificiais. O objetivo do processo de otimização foi encontrar um conjunto de massas e suas respectivas posições angulares que, quando aplicadas no modelo representativo, são capazes de reproduzir os sinais de vibração medidos diretamente no rotor analisado. Resultados satisfatórios foram obtidos com a técnica proposta.

Saldarriaga e Steffen Jr. (2003) afirmam que a técnica baseada nas redes neurais apresenta dificuldade quando muitas velocidades de operação do rotor são consideradas ao mesmo tempo (custo computacional elevado). Assim sendo, o balanceamento para várias velocidades de operação foi realizado com os algoritmos genéticos para a solução do problema inverso.

Mahfoudh et al. (2007) apresentaram uma nova técnica de balanceamento de máquinas rotativas que não utiliza massas de teste. O balanceamento é baseado no modelo de elementos finitos reduzido do rotor. O número de graus de liberdade do modelo matemático é igual ao de sensores utilizados para a medição dos sinais de vibração. O trabalho de Mahfoudh et al. (2007) apresentou resultados bastante satisfatórios, inclusive com validação experimental.

Saldarriaga et al. (2011) estudaram também o balanceamento de máquinas rotativas com eixo flexível sem a adição de massas de teste. O modelo de elementos finitos do rotor foi utilizado juntamente com um processo de otimização (algoritmos genéticos) para resolver o problema inverso associado. A estratégia se baseou, inicialmente, em identificar as características do sistema para, então, encontrar um conjunto de massas e posições angulares que, uma vez consideradas no modelo matemático, são capazes de reduzir as amplitudes de vibração. É importante ressaltar que Saldarriaga et al. (2011) propuseram uma metodologia experimental para o balanceamento de máquinas rotativas flexíveis. O balanceamento foi realizado para várias velocidades de rotação, provando deste modo que a metodologia é eficaz.

Morais (2010) estudou o balanceamento de rotores lineares e não-lineares baseado no modelo matemático do sistema. Neste caso, a não-linearidade do sistema se deve à presença de atuadores eletromagnéticos no rotor. Em seu trabalho, o balanceamento foi realizado para várias condições do operacionais. Neste sentido, para as várias situações avaliadas, Morais (2010) obteve ótimos resultados numéricos e experimentais para o balanceamento sem massa de teste considerando o rotor linear e não-linear. O sucesso das aplicações se deve ao ajuste cuidadoso do modelo matemático de elementos finitos formulado para representar dinamicamente a bancada de testes.

Cavalini Jr. et al. (2012) aplicaram a técnica de balanceamento baseada no modelo matemático apresentada por Saldarriaga et al. (2011) e estudada em outros trabalhos aqui comentados. Esta técnica é utilizada visando superar as limitações presentes no CI, especialmente exigência de linearidade entre a excitação e a resposta de vibração e a necessidade das massas de teste. Neste caso, o desbalanceamento foi identificado através do método da Evolução Diferencial. O trabalho apresenta os resultados de balanceamentos realizados em dois tipos de rotores, sendo um com mancais hidro-dinâmicos (avaliação numérica) e um exaustor encontrado em uma planta industrial, sendo este suportado por dois mancais de rolamento. Os resultados demonstram o potencial da técnica baseada no modelo matemático, superando desvantagens presentes no CI.

Conforme mencionado anteriormente, o método de balanceamento baseado no modelo se apresenta bem adaptado para aplicações industriais somente quando se dispõe de um modelo matemático representativo da máquina rotativa que se pretende balancear. Este é um aspecto que apresenta dificuldade quando as incertezas influem sobre o comportamento dinâmico do sistema.

De acordo com Li, Lin e Allaire (2008) o efeito de parâmetros incertos nas técnicas de balanceamento foi ignorado ao longo dos anos, exceto por alguns autores, que afirmam que as respostas de vibração podem variar com as condições de operação da máquina rotativa, a saber: com a velocidade, com a temperatura do filme de óleo nos mancais, dentre outros. Além disso, os erros de medição (por exemplo, distúrbios e ruídos), a variação do desbalanceamento (devido a efeitos térmicos), e restrições geométricas associadas à introdução de massas de correção, também são fontes de incerteza. Consequentemente, o sucesso das técnicas de balanceamento depende da precisão das medidas de vibração e das incertezas que afetam as respostas de vibração do rotor.

Neste contexto, uma abordagem robusta para o balanceamento, voltada para as máquinas rotativas que operam em alta velocidade foi proposta por Li, Lin e Allaire (2008). A metodologia foi formulada com base num problema de otimização convexa, combinando as vantagens encontradas no CI e a abordagem de balanceamento mo-
dal. Os coeficientes de influência, a vibração do rotor desbalanceado, e as massas de correção foram modeladas com a utilização de parâmetros randômicos, ou seja, variáveis incertas. As distribuições de probabilidade uniforme e normal foram consideradas nas simulações de Monte Carlo. Uma grande turbina foi utilizada para demostrar a eficiência da técnica robusta por eles proposta.

Silva, Cavalini e Steffen (2016) realizaram um novo estudo sobre o balanceamento de máquinas rotativas utilizando o modelo matemático. Neste trabalho, o método de balanceamento proposto por Saldarriaga e Steffen Jr. (2003)) foi aprimorado por Silva, Cavalini e Steffen (2016), incluindo agora o efeito de incertezas que afetam o modelo do rotor. Uma técnica de análise de incertezas baseada em lógica *fuzzy* foi utilizada. As rigidezes dos mancais da máquina rotativa (modelo de elementos finitos) foram consideradas como parâmetros incertos. A análise de incerteza foi realizada nas rigidezes dos mancais com o objetivo de simular situações onde ocorrem falhas de fixação da máquina rotativa. Os autores apresentaram apenas resultados numéricos neste estudo preliminar. Com os dados apresentados foi então concluído que os resultados determinados pela abordagem robusta (com análise *fuzzy*) foram melhores que as respostas obtidas pela abordagem determinística.

Carvalho et al. (2019) propuseram uma técnica intitulada de balanceamento robusto, onde foi considerada a análise dos efeitos de parâmetros incertos no processo de balanceamento, proposto inicialmente por Saldarriaga e Steffen Jr. (2003). O título de robusto se deve ao fato de acrescentar no processo de balanceamento variações que normalmente podem ocorrer com a máquina rotativa, como alteração na condição de fixação do rotor e o acúmulo de sujeira. Com isso, o balanceamento é realizado prevendo alguns problemas que podem acontecer durante a operação da máquina, levando a um balanceamento mais longevo.

Por fim, é importante ressaltar os pontos positivos que resultam do balanceamento baseado no modelo matemático. Um dos principais ganhos deste método é a capacidade de superar as limitações presentes nos métodos baseados nos sinais de vibração, especialmente a necessidade de uma relação linear entre a força de desbalanceamento e os níveis de vibração do rotor. Outra vantagem encontrada neste método é a redução do número de paradas da máquina, uma vez que não é necessário utilizar massas de teste para efetuar o balanceamento. É evidente que não existem apenas pontos positivos no método baseado no modelo do rotor. Como ponto negativo é possível destacar a necessidade de um modelo matemático representativo da máquina. Muitas vezes construir um modelo matemático representativo é uma tarefa bastante árdua. Também é possível citar o custo computacional, pois as massas de correção (e posições angulares correspondentes) para o balanceamento são obtidas através da solução de um problema inverso de engenharia. Como é preciso utilizar métodos o tempo computacional gasto, bem como a efetividade do método, depende da representatividade do modelo e do funcionamento e convergência do processo de otimização.

Este trabalho é voltado para o balanceamento de rotores flexíveis, onde haverá o estudo de técnicas baseadas no modelo matemático para a realização do balanceamento, mas também de técnicas baseadas nos sinais de vibração.

Primeiramente foi realizado um estudo a partir do trabalho proposto por Carvalho (2017) visando determinar a melhor distribuição (normal ou gaussiana) para gerar as amostras de desbalanceamento da máquina rotativa. Neste trabalho o autor estudou uma nova técnica de balanceamento, baseada no modelo matemático, onde houve a criação de vários cenários (criação de amostras) para simular a operação da máquina rotativa em questão. Entende-se que é importante realizar esse novo estudo, pois essas amostras que irão simular as condições das máquinas a serem balanceadas, então quanto melhor (mais adequada) for essa geração de amostras melhor serão os resultados do balanceamento.

E por fim, a grande contribuição desta tese é propor uma nova técnica de balanceamento de máquinas rotativas, que é uma técnica não convencional, fundamentada na metodologia de metamodelagem *Kriging*. Esta nova abordagem foi realizada utilizando um e dois planos de balanceamento.

Para compreender melhor a técnica é preciso entender primeiro no que consiste um metamodelo. O mesmo deve representar a relação entre a variável de entrada e saída do modelo original, ou conjunto de dados experimentais. Para isso, este é treinado utilizando amostras já simuladas pelo modelo original ou pelo sistema. Para verificar a efetividade do modelo substituto, uma etapa de validação é realizada através da comparação entre as respostas do metamodelo e as respostas do modelo original/sistema. Após as etapas de treinamento e validação, o metamodelo pode ser utilizado para representar o modelo original, dentro de um espaço amostral considerado nas etapas de treinamento e validação.

Os conceitos básicos do Kriging são descritos por Xiaobo (2017), Simpson et al. (2001), Wang et al. (2008) e Sinou, Nechak e Besset (2018). Nestes trabalhos, a formulação mais geral para esta aplicação é descrita por uma função polinomial, que promove a aproximação global do espaço amostral, e uma função de correlação espacial, considerando um processo de distribuição normal gaussiano, com média zero, variância e covariância não nula. Ao longo dos próximos capítulos serão apresentadas mais informações sobre esta metodologia.

Os autores Zheng e Wang (2021) utilizaram uma bomba turbo molecular para propor uma nova técnica de balanceamento, onde a mesma é levitada por mancais magnéticos. A técnica proposta não utiliza massa de teste, e as expressões vetoriais de desbalanceamento são resolvidas em coordenadas polares, utilizando o princípio de equivalência das forças magnéticas. Segundo os autores, os resultados experimentais validam a eficácia da metodologia.

O artigo de Yao et al. (2020) descreve um método para realizar o balanceamento de rotores flexíveis com múltiplas velocidades. A metodologia utilizada para realizar o balanceamento utiliza um método de otimização de objetivo duplo para superar as limitações que os métodos dos coeficientes de influência dos mínimos quadrados podem induzir ao gerar vibrações residuais excessivas em velocidades específicas do rotor quando o rotor é balanceado dinamicamente. A técnica aqui descrita envolve duas etapas consecutivas de otimização. Durante a primeira etapa é identificado um peso ótimo de correção da população de parâmetros usando um algoritmo genético (GA) aplicado a uma função objetivo feita a partir da soma dos quadrados das vibra-ções residuais. Esta primeira etapa de otimização é realizada várias vezes para obter um conjunto de pesos de correção otimizados. Um segundo processo de otimização é então realizado minimizando o valor máximo da vibração residual do rotor. Cada peso de correção pertencente ao primeiro conjunto de otimização é incorporado em uma equação que representa a vibração residual para obter o peso de correção ótimo final. Os autores validaram numericamente e experimentalmente a técnica proposta.

Zhao et al. (2021) estudaram uma nova técnica de balanceamento transiente para identificar os parâmetros de desbalanceamento do rotor. Através da transformação

básica de coordenadas e da análise multimodal das equações dinâmicas do sistema rotor, é proposto o método de cálculo das forças de excitação transitórias. As forças de excitação transitórias são calculadas pelas respostas transitórias e parâmetros modais em várias posições especiais do modelo do rotor. Em seguida, os "pontos característicos" são introduzidos no procedimento de identificação e os parâmetros de desbalanceamento são identificados selecionando os "pontos característicos" das forças de excitação calculadas. A precisão do método proposto é demonstrada por simulações numéricas e experimentos do sistema rotor. Efeitos de diferentes níveis de ruído aleatórios para os sinais de deslocamento, diferentes níveis de amortecimento e rigidez do mancal também são apresentados para verificar a adaptabilidade e eficiência do método proposto. Os resultados mostram que a técnica é robusta em relação aos fatores de influência mencionados no trabalho.

Os métodos não intrusivos de quantificação de incerteza e o método de balanceamento dinâmico transitório são propostos neste artigo, os quais são combinados pela primeira vez para analisar o balanceamento dinâmico transitório do sistema rotor com incerteza. As incertezas são descritas pelo modelo elipsóide multidimensional e quantificadas como as respostas transitórias incertas obtidas por Simulação de Monte Carlo e algoritmo de intervalo de Chebyshev, respectivamente. O método de balanceamento dinâmico transiente deve balancear o sistema rotor pelas respostas transitórias incertas e pelas características modais variáveis do sistema devido aos parâmetros incertos durante a aceleração. Os resultados mostram que os métodos de vibração de processo transiente acelerado. O balanceamento dinâmico transitório do sistema de rotor incerto facilitará o processo de balanceamento dinâmico no local e definitivamente melhorará a confiabilidade e a segurança do sistema de rotor durante a operação em alta velocidade (ZHAO et al., 2022).

Capítulo 3

Fundamentos de Dinâmica de Rotação

Este capítulo apresenta os conceitos básicos envolvidos na modelagem de máquinas rotativas através do método dos elementos finitos. Neste caso, são apresentadas de forma sucinta as formulações matemáticas para a modelagem do eixo, discos, mancais, além da determinação das forças de desbalanceamento.

3.1 Equação do Movimento

A equação do movimento de uma máquina rotativa deve ser capaz de incorporar vários subsistemas como, por exemplo, os ligados à geometria do sistema (eixo, acoplamento e discos), os ligados à rotação do sistema (deslocamento) e também o efeito giroscópico (inerente às máquinas rotativas). Para que um modelo matemático seja capaz de representar um sistema rotativo deve incorporar todos estes subsistemas. A Eq.(3.1) representa o comportamento dinâmico de um rotor flexível suportado por mancais de rolamento.

$$\left[\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \left[\mathbf{D} + \Omega \mathbf{D}_{g}\right]\dot{\mathbf{q}} + \left[\mathbf{K} + \dot{\Omega}\mathbf{K}_{st}\right]\mathbf{q} = \mathbf{W} + \mathbf{F}_{u}\right]$$
(3.1)

na qual, M é a matriz de massa, D é a matriz de amortecimento (amortecimento proporcional devidamente acrescido ao amortecimento associado aos mancais), D_g representa a matriz de efeito giroscópico, K é a matriz de rigidez, D_{st} é a matriz que

representa o enrijecimento do sistema quando em regime transiente, \mathbf{q} é o vetor de deslocamento, Ω é a velocidade de rotação, \mathbf{W} representa a força peso das partes girantes e \mathbf{F}_u é a força de desbalanceamento. É importante lembrar que o amortecimento proporcional é dado por $\mathbf{D}_p = \lambda \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}$, com λ e β constantes.

Nas próximas duas seções serão apresentadas as formulações matemáticas utilizadas para determinar as matrizes associadas à energia cinética (\mathbf{M} , $\mathbf{D}_g \in \mathbf{k}_{st}$) e à energia de deformação (\mathbf{K}), respectivamente.

3.2 Matrizes de EF Associadas a Energia Cinética

Neste caso, considera-se um elemento de disco de massa M_D (centro de massa em D) como rígido e caracterizado apenas por sua energia cinética (LALANNE; FER-RARIS, 1998). A Fig. (3.1) representa o sistema citado, onde $R_o(X, Y, Z)$ representa o referencial fixo e R(x, y, z) o móvel (em relação ao disco). Os dois referenciais se relacionam por meio dos ângulos θ , φ e ϕ .





A Eq.(3.2) representa a energia cinética do disco e é dada por:

$$T_D = \frac{1}{2} M_D \left(\dot{u}^2 + \dot{w}^2 \right) + \frac{1}{2} \left(I_{Dx} \omega_x^2 + I_{Dy} \omega_y^2 + I_{Dz} \omega_z^2 \right)$$
(3.2)

onde $u \in w$ são as coordenadas de D ao longo dos eixos $X \in Z$, respectivamente; I_{Dx} , I_{Dz} são os momentos de inércia de massa em relação aos eixos $X \in Z$, respectivamente e I_{Dy} é o momento polar de inércia. Já o vetor de velocidades angulares é dado por:

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\varphi} \cos\theta \sin\phi + \dot{\theta} \cos\phi \\ \dot{\phi} + \dot{\varphi} \sin\theta \\ \dot{\varphi} \cos\theta \cos\phi + \dot{\theta} \sin\phi \end{bmatrix}$$
(3.3)

Em termos de graus de liberdade, o elemento de disco possui apenas dois graus de liberdade de deslocamento ($u \in w$) e dois de rotação ($\theta \in \varphi$). Assim, o vetor de coordenadas generalizadas q_D é definido como:

$$\mathbf{q}_D = \begin{bmatrix} u & w & \theta & \varphi \end{bmatrix}^T$$
(3.4)

Aplicando as equações de Lagrange na Eq.(3.2) (em relação ao vetor de coordenadas generalizadas q_D), tem-se:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_D}{\partial \dot{\mathbf{q}}_D} \right) - \frac{\partial T_D}{\partial \mathbf{q}_D} = \mathbf{M}_D \begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{w} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} + \Omega \mathbf{D}_D \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix}$$
(3.5)

onde M_D e D_D são as matrizes de massa do disco e do efeito giroscópico, respectivamente, e são dadas por:

$$\mathbf{M}_{D} = \begin{bmatrix} M_{D} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{D} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{D} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{D} \end{bmatrix}$$
(3.6)

Já o eixo é modelado como uma viga de seção transversal circular. O elemento finito possui um comprimento *L* com dois nós (1 e 2). O elemento de eixo possui oito graus de liberdade, sendo quatro deslocamentos (u_1 , u_2 , w_1 e w_2) e quatro rotações (θ_1 , θ_2 , φ_1 e φ_1), conforme mostra a Fig. (3.2).



Figura 3.2: Graus de liberdade associados ao elemento do eixo. Fonte: (CAVALINI JR. et al., 2013).

O vetor de deslocamentos nodais do eixo é dado por:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} u_1 & w_1 & \theta_1 & \varphi_1 & u_2 & w_2 & \theta_2 & \varphi_2 \end{bmatrix}^T$$
(3.8)

que inclui os deslocamentos $q_u e q_w$, correspondendo aos movimentos nas direções *X* e *Z*, respectivamente.

$$\mathbf{q}_{u} = \begin{bmatrix} u_{1} & \varphi_{1} & u_{2} & \varphi_{2} \end{bmatrix}^{T}$$
(3.9)

$$\mathbf{q}_{w} = \begin{bmatrix} w_{1} & \theta_{1} & w_{2} & \theta_{2} \end{bmatrix}^{T}$$
(3.10)

A matriz elementar é construída a partir das seguintes relações:

$$u = \mathbf{N}_1 \, \mathbf{q}_u \tag{3.11}$$

$$w = \mathbf{N}_2 \, \mathbf{q}_w \tag{3.12}$$

onde $N_1 = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{bmatrix} e N_2 = \begin{bmatrix} c_5 & c_6 & c_7 & c_8 \end{bmatrix}$ são os vetores formados por coeficientes de equações polinomiais de terceira ordem (hipótese considerada), conhecidos como polinômios de Hermite (IMBERT, 1979). Tais polinômios descrevem os deslocamentos nodais nos planos *XY* e *ZY*, respectivamente, onde *c_i* (*i*=1, 2, ..., 8) são os coeficientes correspondentes.

A energia cinética do eixo para um elemento de comprimento L é escrita como:

$$T_{D} = \frac{\rho S}{2} \int_{0}^{L} \left[\dot{\mathbf{q}}_{u}^{T} {}_{1}^{T} \mathbf{N}_{1} \dot{\mathbf{q}}_{u} + \dot{\mathbf{q}}_{w}^{T} {}_{2}^{T} \mathbf{N}_{2} \dot{\mathbf{q}}_{w} \right] dy + \dots$$

$$\dots + \frac{\rho I_{Y}}{2} \int_{0}^{L} \left[\dot{\mathbf{q}}_{u}^{T} {}_{u}^{T} {}_{d}^{T} {}_{d}^{T} {}_{d}^{T} {}_{dy}^{T} \dot{\mathbf{q}}_{u} + \dot{\mathbf{q}}_{w}^{T} {}_{d}^{T} {}_{d}^{T} {}_{dy}^{T} \dot{\mathbf{q}}_{w} \right] dy + \dots$$

$$\dots - 2\rho I_{Y} \Omega \int_{0}^{L} \dot{\mathbf{q}}_{u}^{T} {}_{d}^{T} {}_{dy}^{T} {}_$$

onde é a massa por unidade de volume, S é a área da seção transversal do eixo e I_y é o momento de inércia de área da seção transversal do eixo em relação à coordenada Y. A primeira integral representa a energia do eixo em flexão, a segunda integral retrata o efeito secundário de inércia de rotação (Rayleigh) e a última integral representa o efeito giroscópio. Já o último termo é constante e não tem influência nas equações. Por fim pode-se chegar em:

$$T_{S} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_{u}^{T} \mathbf{M}_{1} \dot{\mathbf{q}}_{u} + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_{w}^{T} \mathbf{M}_{2} \dot{\mathbf{q}}_{w} + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_{u}^{T} \mathbf{M}_{3} \dot{\mathbf{q}}_{u} + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_{w}^{T} \mathbf{M}_{4} \dot{\mathbf{q}}_{w} + \Omega \dot{\mathbf{q}}_{u}^{T} \mathbf{M}_{5} \mathbf{q}_{w} + \rho I_{Y} L \Omega^{2}$$
(3.14)

onde M_1 e M_2 são as matrizes de massa, M_3 e M_4 são as matrizes que correspondem ao efeito secundário da inércia de rotação e M_5 tem a ver com o efeito giroscópico. Aplicando as equações de Lagrange na Eq. 3.2, chega-se à:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_S}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial T_S}{\partial \mathbf{q}} = \left(\mathbf{M}_S + \mathbf{M}_T \right) \ddot{\mathbf{q}} + \Omega \mathbf{D}_g \dot{\mathbf{q}} + \dot{\Omega} \mathbf{K}_{st} \mathbf{q}$$
(3.15)

As matrizes elementares formuladas a partir da energia cinética do eixo são apresentadas a seguir (LALANNE; FERRARIS, 1998).

$$\mathbf{M}_{S} = \frac{\rho SL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 \\ & 4L^{2} & 0 & 0 & 13L & -3L^{2} & 0 \\ & 4L^{2} & -13L & 0 & 0 & -3L^{2} \\ & 156 & 0 & 0 & 22L \\ & 156 & -22L & 0 \\ & 4L^{2} & 0 \\ SIM. & & 4L^{2} \end{bmatrix}$$
(3.16)
$$\mathbf{M}_{T} = \frac{\rho I_{Y}}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ & 4L^{2} & 0 & 0 & -3L & -L^{2} & 0 \\ & 4L^{2} & 3L & 0 & 0 & -L^{2} \\ & 36 & 0 & 0 & 3L \\ & & 36 & -3L & 0 \\ SIM. & & & 4L^{2} \end{bmatrix}$$
(3.17)
$$\mathbf{D}_{g} = \frac{\rho I_{Y}}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ & 0 & 0 & -3L & -L^{2} & 0 \\ & 0 & 0 & -3L & -L^{2} & 0 \\ & 0 & 0 & -3L & -L^{2} & 0 \\ & 0 & 0 & -3L & -L^{2} & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & -3L \\ & 0 & 0 & 0 & -3L \\ & 0 & 0 & 0 & -3L \\ & 0 & 0 & 0 & -3L \\ & 0 & 0 & 0 & -3L \\ & 0 & 0 & 0 & -3L \\ & 0 & 0 & 0 & -3L \\ & 0 & 0 & 0 & -3L \\ & 0 & 0 & 0 & -4L^{2} \\ -SIM. & & & 0 \end{bmatrix}$$

25

-

3.3 Matriz Associada à Energia de Deformação

A energia de deformação é definida como (LALANNE; FERRARIS, 1998):

$$U = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\delta u^T \frac{d^2 \mathbf{N}_1^T}{dy^2} \frac{d^2 \mathbf{N}_1}{dy^2} \delta u + \delta w^T \frac{d^2 \mathbf{N}_2^T}{dy^2} \frac{d^2 \mathbf{N}_2}{dy^2} \delta w \right] dy - \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\delta u^T \frac{d \mathbf{N}_1^T}{dy} \frac{d \mathbf{N}_1}{dy} \delta u + \delta w^T \frac{d \mathbf{N}_2^T}{dy} \frac{d \mathbf{N}_2}{dy} \delta w \right] dy$$
(3.20)

onde E é o módulo de elasticidade do material e é uma força aplicada na direção axial do eixo (direção Y, como mostra a Fig. 3.2. Integrando a Eq. 3.3, chega-se à:

$$U = \frac{1}{2}\delta u^{T}\mathsf{K}_{1}\delta u + \frac{1}{2}\delta w^{T}\mathsf{K}_{2}\delta w + \frac{1}{2}\delta u^{T}\mathsf{K}_{3}\delta u + \frac{1}{2}\delta w^{T}\mathsf{K}_{4}\delta w$$
(3.21)

onde K_1 e K_2 são as matrizes de rigidez clássicas e K_3 e K_4 são as matrizes que vêm da força axial. É necessário levar em conta o efeito de cisalhamento, que é caracterizador por:

$$a = \frac{12EI_Y}{GS_r L^2} \tag{3.22}$$

onde é a área reduzida da seção transversal e G é o módulo de cisalhamento (Eq. 3.3.

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{3.23}$$

onde ν é o coeficiente de Poisson O efeito de cisalhamento que leva a matriz K_S não é demonstrada neste trabalho. Contudo, a matriz de rigidez clássica K é obtida a partir das matrizes K_1 , K_2 e K_s . Então, aplicando as equações de Lagrange na Eq. 3.3 tem-se:

$$\frac{\partial U}{\partial \delta} = K\delta \tag{3.24}$$

Por fim, ordenando os graus de liberdade conforme o vetor q da Eq. 3.2, chega-se à matriz de rigidez completa do elemento.

$$\mathbf{K}_{C} = \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ & (4+\vartheta_{Y})L^{2} & 0 & 0 & -6L & (2-\vartheta_{Y})L^{2} & 0 \\ & (4+\vartheta_{Y})L^{2} & 6L & 0 & 0 & (2-\vartheta_{Y})L^{2} \\ & 12 & 0 & 0 & 6L \\ & 12 & -6L & 0 \\ & (4+\vartheta_{Y})L^{2} & 0 \\ & (4+\vartheta_{Y})L^{2} & 0 \end{bmatrix}$$
SIM.
$$(3.25)$$

$$\mathbf{K} = \frac{EI_Y}{L^3 \ (1+a)} \, \mathbf{K}_C \tag{3.26}$$

3.4 Força de Desbalanceamento

A força de desbalanceamento é definida com uma massa m_u , sendo muito menor que a massa do rotor, situada a uma distância d do centro geométrico do eixo e com coordenadas (u, w) em relação ao ponto O. Para os cálculos considera-se que a massa se mantém em um plano perpendicular ao eixo Y, como mostra a Fig.3.3.

A energia cinética T_U da massa m_u é dada por:

$$T_U = \frac{m_u}{2} \left[\dot{u}^2 + \dot{w}^2 + \Omega^2 d^2 + 2\,\Omega d\dot{u}\cos\left(\Omega t\right) - 2\,\Omega \dot{w}d\sin\left(\Omega t\right) \right]$$
(3.27)

onde o último termo é constante e não tem influência nas equações (desaparece ao aplicar a equação de Lagrange). Assim, a expressão da energia cinética é escrita



Figura 3.3: Massa de desbalanceamento. Fonte: (CAVALINI JR. et al., 2013).

como:

$$T_U \approx m_u \Omega d \left[\dot{u} \cos\left(\Omega t\right) - \dot{w} \sin\left(\Omega t\right) \right]$$
(3.28)

Aplicando as equações de Lagrange na Eq. 3.4, chega-se à:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_U}{\partial \dot{u}} \right) - \frac{\partial T_U}{\partial u} = -m_u d\dot{\Omega} \sin\left(\Omega t\right) - m_u d\Omega^2 \cos\left(\Omega t\right)$$
(3.29)

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_U}{\partial \dot{w}} \right) - \frac{\partial T_U}{\partial w} = -m_u d\dot{\Omega} \cos\left(\Omega t\right) + m_u d\Omega^2 \sin\left(\Omega t\right)$$
(3.30)

As forças de desbalanceamento F_u a serem aplicadas ao longo das direções X e Z em um nó do modelo matemático do eixo são, respectivamente, F_{uX} e F_{uZ} , como segue:

$$F_{uX} = -m_u d\dot{\Omega} \sin\left(\Omega t\right) - m_u d\Omega^2 \cos\left(\Omega t\right)$$
(3.31)

$$F_{uZ} = -m_u d\dot{\Omega} \cos\left(\Omega t\right) + m_u d\Omega^2 \sin\left(\Omega t\right)$$
(3.32)

3.5 Força de Sustentação dos Mancais

As forças de sustentação F_m exercidas pelos mancais quando solicitados em contrapartida aos deslocamentos e velocidades nodais das partes rotativas do sistema nas direções $X \in Z$, $F_{mX} \in F_{mZ}$, respectivamente, são dadas por:

$$\begin{bmatrix} F_{mX} \\ F_{mZ} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{zx} & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} d_{xx} & d_{xz} \\ d_{zx} & d_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \end{bmatrix}$$
(3.33)

onde a disposição dos coeficientes de rigidez (k_{xx} , k_{xz} , k_{zx} e k_{zz}) e amortecimento (d_{xx} , d_{xz} , d_{zx} e d_{zz}) entre o mancal B e o eixo S_h é apresentada na Fig. 3.4. Vale ressaltar que neste trabalho os mancais utilizados são de rolamento.



Figura 3.4: Coeficientes de rigidez e amortecimento dos mancais. Fonte: (CAVALINI JR. et al., 2013).

Capítulo 4

Métodos de Balanceamento

O presente capítulo é dedicado à apresentação das técnicas de balanceamento que foram utilizadas neste trabalho. Será apresentada uma nova versão da técnica de balanceamento robusto apresentada por Carvalho (2017) com uma breve explicação do que está sendo proposto de alteração. Ainda serão apresentadas as técnicas de balanceamento baseadas no metamodelos *Kriging*, que fazem uso do método CI. Como o primeiro método necessita de um método de otimização, pois é baseado no modelo matemático da máquina rotativa que se deseja balancear, foi incluída uma seção sobre o método de otimização conhecido como Evolução Diferencial (*Differential Evolution* DE).

4.1 Balanceamento Robusto

O método de balanceamento robusto proposto por Carvalho (2017) é apresentado neste tópico para que se possa explicar melhor, no capítulo de resultados, a análise feita visando trazer um melhor entendimento sobre a técnica. O balanceamento que foi proposto pelo autor é dito robusto pois são levadas em consideração as incertezas que podem afetar o comportamento dinâmico da máquina rotativa que será balanceada.

Segundo o autor, a necessidade de se propor uma nova abordagem para o balanceamento baseado no modelo matemático vem da indústria. Existem várias possibilidades de alteração do funcionamento normal de uma máquina rotativa, tais como o desgaste de componentes, variações na carga de operação, acúmulo de fuligem, perda de pequenas partes devido ao desgaste ou algum outro fenômeno. Estas variações são levadas em consideração na técnica proposta através da análise de incertezas, ou seja, tais variações são consideradas como sendo parâmetros incertos no problema de balanceamento associado. Espera-se que, após a realização do balanceamento robusto, as amplitudes de vibração permaneçam dentro de um limite aceitável por mais tempo, ou seja, que a máquina necessitará ser balanceada menos vezes durante o seu período de utilização, mesmo considerando as várias condições de operação diferentes.

A Fig. 4.1 apresenta um fluxograma que auxilia no entendimento do método de balanceamento robusto. Para iniciar o processo de balanceamento robusto é necessário um modelo matemático representativo do rotor. O procedimento de balanceamento é iniciado com a medição das respostas de vibração diretamente na máquina rotativa (condição desconhecida). O método de otimização é responsável por propor diferentes amplitudes de desbalanceamento e posições angulares para o modelo matemático do rotor. As respostas de vibração simuladas são obtidas considerando os parâmetros incertos do sistema. Desta forma, um conjunto de respostas de vibração associado ao número de sensores disponíveis no equipamento é determinado para cada amostra gerada pelo Método de Monte Carlo (MMC), combinado com o Método do Hipercubo Latino (MHL). Assim, cada conjunto de respostas de vibração determinado pelo modelo do rotor é comparado com os sinais experimentais através da função objetivo mostrada na Eq. 4.1. A média dos resultados encontrados é considerada como sendo a função objetivo no processo de otimização.



Figura 4.1: Fluxograma do método de balanceamento robusto. Fonte: (CARVALHO, 2017).

$$DE_{OF} = mean\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{\|Temp_{ref,i} - Temp_{\text{mod},i}\|}{Temp_{ref,i}}\right)$$
(4.1)

onde n é o número de sinais temporais utilizadas (04 neste caso, um para cada grau de liberdade de translação presente nos discos), $Temp_{ref,i}$ são os sinais temporais de referência (com o desbalanceamento original da máquina) e $Temp_{mod,i}$ são os sinais temporais resultantes do modelo matemático com os parâmetros determinados pelo otimizador (entradas e saídas nas mesmas posições das experimentais). No final deste processo é feita a média dos resultados (*mean*).

O processo de otimização tem como objetivo minimizar a diferença entre as respostas de vibração numéricas e experimentais (domínio do tempo). Este processo é repetido diversas vezes até que o valor da função objetivo (valor médio) convirja para um valor mínimo. Quando isto ocorre, o processo encontra forças de desbalanceamento capazes de reproduzir as respostas de vibração medidas diretamente no rotor. Para que o rotor seja balanceado é necessário adicionar 180° nas posições angulares associadas.

Este processo possui um custo computacional mais alto, pois a cada iteração do processo de otimização, todas as amostras geradas são analisadas. O número de amostras necessário para a análise de incertezas varia de caso para caso, sendo determinado avaliando a convergência dos limites superior e inferior do conjunto.

O ganho da aplicação da análise de incertezas no balanceamento está associado com sua capacidade de reproduzir no modelo matemático condições de operação que podem acontecer com a máquina na indústria. Desta forma, espera-se obter um balanceamento mais efetivo que possa diminuir o número de intervenções no equipamento ao longo do tempo.

A técnica robusta proposta por Carvalho (2017) considera diferentes condições de operação ou estruturais da máquina rotativa para efetuar o balanceamento. Neste caso, o MMC, combinado com o MHL, é aplicado para gerar as diferentes condições mencionadas.

Existem diversos critérios diferentes para gerar dados numericamente com o objetivo de replicar a aleatoriedade presente em um experimento, ou seja, reproduzir as condições no modelo matemático que estão presentes quando da execução de testes experimentais. Dentre essas técnicas, destaca-se o MMC. O MMC pertence a uma classe de métodos que podem ser vistos como técnicas de busca exaustiva. A ideia é prever o comportamento estatístico da resposta do modelo sem o conhecimento prévio sobre o comportamento estatístico das incertezas. No caso, estas incertezas são consideradas como campos aleatórios e um grande número de amostras é gerado para avaliação. As avaliações são feitas por meio do modelo determinístico do sistema mecânico que está sendo analisado. Com isso, as características estatísticas das respostas do modelo podem ser estimadas, assim como a variabilidade do modelo. No trabalho apresentado por Newman e Barkema (1999) é possível encontrar, de forma mais detalhada, explicações a respeito da abordagem do MMC.

Mckay, Beckman e Conover (2000) e Iman e Conover (1980) propuseram uma técnica conhecida como MHL, visando minimizar o número de avaliações necessárias quando o MMC é aplicado. O MHL permite criar amostras de uma determinada variável em um intervalo desejado. Segundo Viana et al. (2007), existem várias vantagens em usar o MHL. Como exemplos, pode-se mencionar a ortogonalidade dos pontos de amostragem e a não dependência dos pontos de amostragem em relação ao modelo construído.

A Fig. 4.2 exemplifica as características acerca da aplicação do MHL visando a análise dos efeitos de um parâmetro incerto nas respostas dinâmicas de um modelo matemático (DOURADO; CAVALINI JR.; STEFFEN JR., 2018). Note que, primeiramente, são definidos os parâmetros incertos que serão analisados. Em seguida, a geração das amostras é realizada com base no campo estocástico considerado e nos limites superior e inferior do intervalo de cada variável. Cada amostra é aplicada no modelo matemático para, desta forma, obter a resposta do problema. De posse das respostas é possível tratar e analisar os resultados através, por exemplo, de envelopes de trabalho.

Para avaliar a aleatoriedade dos parâmetros incertos de um modelo, também existem algumas técnicas que são largamente conhecidas e aplicadas, como é o caso do Método dos Elementos Finitos Estocásticos (GHANEM; SPANOS, 2003). Pela simplicidade de aplicação, o MHL foi utilizado neste trabalho.

O presente trabalho tem como objetivo trazer uma contribuição justamente neste ponto, ou seja, a influência do campo estocástico no comportamento que as amostras



Figura 4.2: Aplicação do MMC para a análise dos efeitos de um parâmetro.

irão produzir no modelo matemático. Em Carvalho (2017) foi utilizada a distribuição gaussiana para gerar as amostras, porém não houve análise se esse tipo de distribuição é a mais adequada para realizar o balanceamento de máquinas. Com isso, a distribuição uniforme foi utilizada no presente trabalho para fins de comparação na criação das amostras. Novos resultados foram obtidos, mantendo todos os demais fatores constantes (entende-se por constantes iguais nos dois testes, com distribuição normal e com distribuição uniforme).

Carvalho (2017) realizou testes variando a rigidez do mancal, para simular variações nos parâmetros de fixação da base da máquina rotativa, e variação nas forças de desbalanceamento aplicadas nos discos do rotor, simulando acumulo de fuligem devido ao ambiente de operação da máquina. Estes mesmos cenários de incertezas foram adotados neste trabalho.

A Fig. 4.3 apresenta uma imagem que exemplifica a variação da rigidez analisada no trabalho. Como pode-se observar, há uma solda onde houve propagação de uma trinca e há um parafuso que foi rompido devido, também, a uma propagação de trinca. A trinca e sua propagação é um fenômeno que pode acorrer, de maneira frequente, em máquinas rotativas devido a fadiga.

Na Fig. 4.4 fica claro que o ambiente de operação de uma máquina rotativa pode contribuir para o desbalanceamento da mesma. Isto ocorre devido ao acúmulo de massa (fuligem) nas partes girantes da máquina (rotor). Quando tal fenômeno ocorre é necessário intervir para que a máquina volte ao seu estado natural (balanceado) de operação, e que não apresente risco para a mesma e seus operadores.



Figura 4.3: Trincas em sistemas de fixação de base de máquinas rotativas.



Figura 4.4: Trincas em sistemas de fixação de base de máquinas rotativas.

4.2 Método de Balanceamento Utilizando Metamodelo *Kriging*

O primeiro passo quando se fala de metamodelo é entender que o objetivo deste tipo de técnica, é ajustar um modelo substituto a partir de um conjunto de amostras do modelo original. O metamodelo deve ser o mais representativo possível e possuir um baixo custo computacional, viabilizando a sua utilização em processos computacionalmente caros como, por exemplo, processos de otimização, análise de sensibilidade, entre outros. Há na literatura vários métodos para construir um metamodelo, mas um em específico vem se destacando, o metamodelo Kriging, pois é uma ferramenta flexível e com alto potencial de aplicações (ERICKSON; ANKENMAN; SANCHEZ, 2018).

Alguns métodos de balanceamento possuem como desvantagem o custo computacional, pois necessitam de modelos matemáticos complexos para representar a máquina rotativa e assim executar o balanceamento. Neste sentido, os metamodelos apresentam uma solução bastante interessante e eficiente. Os mesmos são modelos substitutos para códigos computacionalmente caros. Esses metamodelos são formados por um conjunto de equações simplificadas capazes de representar o código original de forma precisa e eficiente. A aplicação de metamodelos permite, por exemplo, a exploração do espaço de projeto, a otimização e a análise de confiabilidade.

Simpson et al. (2001) apresentam em seu trabalho o processo de metamodelagem dividido em três etapas, sendo que a primeira consiste na amostragem, que nada mais é do que selecionar um conjunto de dados, associados ao modelo original (ou conjunto de amostras experimentais), que são ditas como entradas e saídas, e que serão utilizados para a construção do metamodelo. Após esta etapa, vem a formulação, onde há a seleção da função (ou conjunto de funções) que será utilizada na representação dos dados originais (modelo ou conjunto de amostras experimentais). Por fim é feito o ajuste, das funções escolhidas, ao conjunto de dados amostrados.

Executando estas três etapas o metamodelo está criado, porém ainda é preciso validar o mesmo. Na maioria dos casos a validação é feita através da definição de amostras não consideradas na etapa de amostragem. Neste caso, os resultados obtidos a partir do modelo original e do metamodelo são comparados utilizando algumas métricas de precisão (WANG et al., 2008).

Com base nisto, este trabalho tem como objetivo criar um metamodelo *Kriging* que seja capaz de balancear uma máquina rotativa sem a utilização de massas de teste. Após a construção do metamodelo, não é preciso recorrer a uma técnica de balanceamento (CI no caso deste trabalho) para determinar as amostras necessárias para a metodologia. Apenas alimentando o metamodelo com as entradas, que nada mais é que a condição desbalanceada da máquina que se deseja balancear, haverá o resultado da(s) massa(s) de correção, juntamente com a(s) fase(s) associada(s) com a(s) mesma(s). A quantidade de entradas e saídas pode variar de máquina para máquina, ou seja, de metamodelo para metamodelo criado, uma vez que o metamodelo é único.

Toda a metodologia matemática é apresentada a seguir assim como a explicação

do surgimento da técnica.

O nome *Kriging* é dado em homenagem ao estatístico e engenheiro de minas Sul Africano Daniel G. Krige (1919 - 2013) que foi um dos precursores da geoestatística e desenvolveu um trabalho empírico de interpolação aplicado à mineração de ouro (SICCHIERI et al., 2019). Em seguida, esse método foi formalizado pelo matemático francês George Matheron (1930 - 2000) (MATHERON, 1963).

O metamodelo *Kriging* consiste em representar a resposta de um sistema como a combinação de um modelo polinomial e perturbações localizadas. A principal diferença entre o formalismo *Kriging* e outras abordagens se baseia na exploração de correlações espaciais entre os valores de função para ajustar o comportamento médio do modelo de regressão. As principais características e equacionamentos do *Kriging* são descritas a seguir, conforme apresentados por Xiaobo (2017), Simpson et al. (2001), Wang et al. (2008) e Sinou, Nechak e Besset (2018).

A Eq. 4.2 apresenta de forma matricial o conjunto amostral para a construção do metamodelo, que usualmente é normalizada (Eq. 4.3) para evitar o mal condicionamento das matrizes.

$$S = [s^{1}, ..., s^{N_{s}}]^{T}$$

$$s^{i} = [s_{1}^{i}, ..., s_{k}^{i}]$$

$$Y = [y^{1}, ..., y^{N_{s}}]^{T}$$
(4.2)

onde S é o conjunto de dados de entrada da amostra, Y são os dados de saída da amostra e N_s o número total de amostras e k é o número de variáveis de entrada. Lophaven, Nielsen e Søndergaard (2002) propuseram o procedimento de normalização apresentado na Eq. 4.3.

$$\widehat{\mathbf{S}}_{j} = \frac{\mathbf{S}_{j} - \mu[\mathbf{S}_{j}]}{\sqrt{\mathsf{V}[\mathbf{S}_{j}]}}; \ j = 1, \ \dots, k$$

$$\widehat{\mathbf{Y}} = \frac{\mathbf{Y} - \mu[\mathbf{Y}]}{\sqrt{\mathsf{V}[\mathbf{Y}]}}$$
(4.3)

onde μ [] simboliza o operador média e V[] é a variância. O símbolo $\hat{}$ representa que se trata de uma amostra normalizada. Como consequência da normalização, o conjunto amostral normalizado estará contido entre -1 e 1 com média zero e variância igual a um. A Eq. 4.4 apresenta a expressão geral para o método de Kriging.

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + Z(\mathbf{x}) \tag{4.4}$$

onde $\hat{y}(\mathbf{x})$ representa a função de interesse, para um vetor \mathbf{x} contendo as variáveis de entrada, $f(\mathbf{x})$ é uma função polinomial de \mathbf{x} e $Z(\mathbf{x})$ representa a realização de um processo Gaussiano de distribuição normal, com média zero, variância e covariância não-nula. O termo $f(\mathbf{x})$ é semelhante ao modelo polinomial de uma superfície de resposta, produzindo um modelo global para o espaço de projeto. Já $Z(\mathbf{x})$ gera desvios localizados na resposta através de interpolações realizadas nos pontos amostrados. A matriz de covariância de $Z(\mathbf{x})$ é apresentada na Eq. 4.5.

$$Cov \left[Z(\mathbf{x}), Z(\mathbf{w})\right] = \sigma^2 R(\theta, \mathbf{x}, \mathbf{w})$$
(4.5)

onde σ^2 representa a variância do processo e $R(\theta, \mathbf{x}, \mathbf{w})$ é a função de correlação espacial definida na Eq. 4.6.

$$R(\theta, \mathbf{x}, \mathbf{w}) = \prod_{j=1}^{k} R_j(\theta_j, x_j, w_j)$$
(4.6)

onde θ é o conjunto dos parâmetros de correlação desconhecidos usados para ajustar o modelo, x e w são dois vetores quaisquer pertencentes ao espaço de projeto amostral utilizado, o qual possuem comprimento k, que representa a quantidade de variáveis de entrada do modelo. A função de correlação é especificada pelo usuário. As principais funções de correlação são mostradas na Tab. 4.1, onde o parâmetro θ_j mais adequado é obtido por um processo de minimização conforme descrito na Eq. 4.5.

Tabela 4.1: Funções de correlação				
Modelos de Correlação	$R_{j}\left(heta_{j}, x_{j}, w_{j} ight)$			
Linear	$\max\left\{0,1-\theta_{j}\left x_{j}-w_{j}\right \right\}$			
Gaussiano	$\exp\left(-\theta_j x_j - w_j ^2\right)$			
Exponencial	$\exp\left(-\theta_j \left x_j - w_j\right \right)$			

A estimativa $\hat{y}(\mathbf{x})$ do metamodelo para valores não amostrados \mathbf{x} pode ser calcu-

lada conforme a Eq. 4.7. Para isso, é necessário um conjunto pré-determinado de amostras do modelo original.

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = g^{T}(\mathbf{x}) \ \hat{\beta} + \mathbf{r}^{T}(\mathbf{x}) \ \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{Y} - \mathbf{G} \ \hat{\beta})$$
(4.7)

onde $g(\mathbf{x})$ representa a função polinomial escolhida, podendo ser constante, linear ou quadrática (Eq. 4.8, Eq. 4.9 e Eq. 4.10, respectivamente). G é uma matriz $(N_s \times p)$, com p sendo o número de fatores do polinômio, contendo a função g aplicada nos dados de entrada amostrados (Eq. 4.12). R é a matriz de correlação $(N_s \times N_s)$ com entradas definidas por $R_{ij} = R(\theta, \mathbf{s}^i, \mathbf{s}^j)$, $\mathbf{r}(\mathbf{x})$ é o vetor de correlação de dimensão N_s entre um valor não experimentado \mathbf{x} e os pontos amostrados [$\mathbf{s}^1, ..., \mathbf{s}^{N_s}$] (Eq. 4.13) e $\hat{\beta}$ são os coeficientes de regressão estimados utilizando a Eq. 4.14.

• Constante, p = 1;

$$g_1(\mathbf{x}) = 1 \tag{4.8}$$

• Linear, p = k + 1;

$$g_1(\mathbf{x}) = 1, \ g_2(\mathbf{x}) = x_1, \ \dots, \ g_p(\mathbf{x}) = x_k$$
 (4.9)

• Quadrática, $p = \frac{1}{2}(k+1)(k+2);$

$$g_{1}(\mathbf{x}) = 1$$

$$g_{2}(\mathbf{x}) = x_{1}, \dots, g_{k+1}(\mathbf{x}) = x_{k}$$

$$g_{k+2}(\mathbf{x}) = x_{1}^{2}, \dots, g_{2k+1}(\mathbf{x}) = x_{1}x_{k}$$

$$g_{2k+2}(\mathbf{x}) = x_{2}^{2}, \dots, g_{3k}(\mathbf{x}) = x_{2}x_{k}$$

$$g_{p}(\mathbf{x}) = x_{k}^{2}$$
(4.10)

$$g(\mathbf{x}) = [g_1(\mathbf{x}), \dots, g_p(\mathbf{x})]^T$$
(4.11)

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g^{T}(\mathbf{s}^{1}) \\ \vdots \\ g^{T}(\mathbf{s}^{N_{s}}) \end{bmatrix}$$
(4.12)

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}) = \left[R\left(\mathbf{x}, \mathbf{s}^{1}\right), R\left(\mathbf{x}, \mathbf{s}^{2}\right), ..., R\left(\mathbf{x}, \mathbf{s}^{N_{s}}\right) \right]^{T}$$
(4.13)

$$\hat{\beta} = \left(\mathbf{G}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{G}\right)^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y}$$
(4.14)

A variância é estimada pela Eq. 4.15.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\left(\mathbf{Y} - \mathbf{G}\hat{\beta}\right)^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{G}\hat{\beta})}{N_s}$$
(4.15)

O melhor modelo *Kriging* é encontrado resolvendo um problema de otimização não linear irrestrito k-dimensional dado pela minimização da Eq. 4.16. O procedimento de otimização utilizado é o método de Hooke & Jeeves modificado, este é um método de busca direta, ele é conhecido por ser um método de busca de padrões. Mais informações sobre esse procedimento podem ser obtidas em Lophaven, Nielsen e Søndergaard (2002).

$$\min_{\theta} \left\{ \psi(\theta) \right\} \equiv \left| \mathbf{R} \right|^{1/N_s} \hat{\sigma}^2 \tag{4.16}$$

onde $|\mathbf{R}|$ é o determinante de \mathbf{R} .

A forma mais utilizada para se validar modelos substitutos é através de pontos adicionais (amostras não utilizadas na construção do metamodelo), de modo a utilizar métricas de precisão para comparar os resultados obtidos mediante o modelo original e metamodelo para esses pontos (WANG et al., 2008). Neste caso, diferentes métricas de precisão podem ser utilizados para avaliar o metamodelo, como, por exemplo, a raiz do erro médio quadrático (Root Mean Square Error - RMSE), a raiz relativa do erro médio quadrático (Relative Root Mean Square Error - RMSE), o erro máximo absoluto ($ERRO_{mx}$) e o coeficiente de determinação (R^2). A RMSE é uma métrica de precisão geral que mostra a ordem de grandeza do erro médio. Quanto mais próximo do zero for o valor da RMSE, mais próximas são as respostas do metamodelo em relação ao modelo original. A RMSE pode ser calculada através da Eq. 4.17.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_a} (y_i - \hat{y}_i)^2}{N_a}}$$
(4.17)

onde y_i é a saída do modelo original, \hat{y}_i é a saída prevista pelo metamodelo e N_a é o número de amostras adicionais.

A $RMSE_{rel}$ mostra a diferença global relativa entre a saída obtida pelo modelo original e pelo metamodelo. Quanto mais próximo de zero estiver o valor da $RMSE_{rel}$,

mais próximo o metamodelo está do modelo original, e é definida pela Eq. 4.18.

$$RMSE_{rel} = \frac{1}{N_a \bar{y}} \sqrt{\sum_{i=1}^{N_a} (y_i - \hat{y}_i)^2}$$
(4.18)

sendo \bar{y} o valor médio das saídas do modelo original. O $ERRO_{máx}$ é uma métrica para avaliar a precisão local do metamodelo. Este valor informa qual a máxima diferença entre o metamodelo e o modelo original. O $ERRO_{máx}$ é obtido através da Eq. 4.19.

$$ERRO_{máx} = \max |y_i - \hat{y}_i|, \ i = 1, \ \cdots, N_a$$
 (4.19)

O Coeficiente de determinação R^2 avalia a representatividade do metamodelo, sendo seu valor dado entre 0 e 1. Quanto mais próximo de 1, mais fidedigno é o metamodelo. A Eq. 4.20 apresenta o cálculo do mesmo.

$$R^{2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N_{a}} (y_{i} - \hat{y}_{i})^{2}}{\sum_{i=1}^{N_{a}} (y_{i} - \bar{y})^{2}}$$
(4.20)

4.3 Evolução Diferencial

O método de otimização adotado para a solução dos problemas inversos deste trabalho (ajuste do modelo do rotor e balanceamento) foi o da Evolução Diferencial. Este método tem a capacidade de trabalhar de forma satisfatória com problemas complexos de otimização devido a sua robustez, pois possui a habilidade de evitar soluções de mínimo local. Detalhes acerca da Evolução Diferencial podem ser observados em Viana e Steffen Jr. (2006), Lobato et al. (2008), Viana et al. (2008) e Cavalini Jr. et al. (2013).

A Evolução Diferencial é um algoritmo evolutivo de otimização proposto por Storn (1995). Este método utiliza procedimentos derivados dos processos biológicos, tais como a herança genética, mutação, seleção natural e cruzamento. No entanto, di-ferentemente do que historicamente fundamenta os algoritmos genéticos, a principal ideia por trás do método da Evolução Diferencial não é propriamente simular a teoria de Darwin sobre a sobrevivência e evolução das espécies (VIANA; STEFFEN

JR., 2006). Diferentemente, este método apresenta uma concepção puramente matemática, baseada em operações vetoriais, sendo por esse motivo considerada uma abordagem estrutural (COELHO, 2003).

As etapas que regem o algoritmo do método de otimização da Evolução Diferencial são (LOBATO et al., 2008):

- i. Passo 1: gera-se uma população inicial (aleatoriamente) com soluções factíveis para o problema em questão, garantindo que os valores atribuídos às variáveis estão dentro das fronteiras delimitadas pelo projetista (espaço de projeto);
- ii. Passo 2: seleciona-se um indivíduo, de forma aleatória, para ser substituído.
 Três (ou mais; Tab. 4.2) diferentes indivíduos são selecionados como genitores (pais), sendo que um destes é selecionado como genitor principal;
- iii. Passo 3: adiciona-se ao valor atual da variável (genitor principal) a diferença entre duas outras variáveis (ou soma da diferença entre outras variáveis; Tab. 4.2) ponderada por uma taxa de perturbação FDE. Este procedimento representa o operador de mutação na Evolução Diferencial;
- iv. Passo 4: aplica-se agora o procedimento que representa o operador de cruzamento na Evolução Diferencial, realizado segundo uma probabilidade de cruzamento CR;
- v. Passo 5: se o vetor resultante apresentar uma função de adaptação (*Fitness*) melhor que a do genitor principal, ele o substitui. Caso contrário, este vetor é mantido na população.

Тіро	Equação de Mutação	Alvo	População
best/1	$x_{trial} = x_{best} + F_{DE}(x_1 - x_1)$	X_{best}	mi > 3
rand/1	$x_{trial} = x_{rand} + \mathbf{F}_{DE}(x_1 - x_1)$	X_{rand}	mi > 3
rand-to-best/2	$x_{trial} = x_{mi} + F_{DE}(x_{best} - x_{mi} + x_1 - x_2)$	X_{best}	mi > 5
rand/2	$x_{trial} = x_{rand} + \mathbf{F}_{DE}(x_1 - x_2 + x_3 - x_4)$	X_{rand}	mi > 5

Tabela 4.2: Esquemas de mutação do método da Evolução Diferencial.

A Fig. 4.5 apresenta um fluxograma que ilustra de forma simplificada estas etapas (CAVALINI JR. et al., 2013).



Figura 4.5: Fluxograma representativo do método de otimização Evolução Diferencial. Fonte: (CAVALINI JR. et al., 2013).

No que se refere à formulação matemática do método, o passo 1 compreende a geração randômica da população inicial P_{DE} com mi indivíduos, conforme mostra a Eq. 4.21.

$$P_{DE} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{mi}]^T \tag{4.21}$$

onde $x_{mi} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$ é o vetor das *n* variáveis de projeto do indivíduo *mi*. Cada indivíduo X_{mi} da população inicial é determinado da seguinte forma:

$$x_{mi} = l^{l}(x_{mi}) + R_{noise}[l^{u}(x_{mi}) - l^{l}(x_{mi})]$$
(4.22)

sendo $l^{l}(x_{mi})$ e $l^{u}(x_{mi})$ os limites inferior e superior do espaço de projeto definido, respectivamente. R_{noise} é um vetor constituído de ruído branco (distribuição normal no intervalo [0, 1]).

A aplicação do operador de mutação (passos 2 e 3) pode ser realizada a partir de diferentes esquemas quanto à escolha do vetor x_{mi} que sofrerá a mutação. Isto pode ser feito randomicamente (vetor escolhido aleatoriamente entre os membros da

população atual; tipo "*rand*"; x_{rand}) ou com o vetor associado à melhor função de adaptação (Fitness; tipo "*best*"; x_{best}). A Tab. 4.2 mostra os esquemas de mutação que são comumente utilizados, sendo x_{trial} o vetor resultante do processo de mutação.

É importante ressaltar que nas aplicações desta tese foi utilizado o esquema tipo "*rand*/1". Neste esquema, três vetores são escolhidos aleatoriamente (x_{rand} , $x_1 e x_2$). A partir de dois deles ($x_1 e x_2$) é realizada uma operação de subtração. O resultado é multiplicado pela taxa de perturbação F_{DE} , gerando assim um novo vetor com módulo diferente da subtração original. Esse novo vetor é então somado ao vetor x_{rand} , fornecendo um outro vetor x_{trial} que indicará uma nova posição no espaço. Isto, em termos do algoritmo de Evolução Diferencial, tem a ver com a geração de um novo indivíduo (LOBATO et al., 2008). A Fig. 4.6 apresenta de forma gráfica o que foi descrito (problema bidimensional). Neste trabalho, F foi fixado em 0,8. De acordo com Viana et al. (2007), resultados satisfatórios são obtidos em processos de minimização com a taxa de perturbação variando entre 0,5 e 1,0 (quanto maior o tamanho da população inicial menor deve ser o valor de F_{DE} neste intervalo).





A aplicação do operador de cruzamento (passo 4) é realizada como mostra a Eq. 4.23. Algumas das variáveis de projeto do genitor principal (Tab. 4.2) são incorporadas ao vetor x_{trial} segundo uma probabilidade de cruzamento determinada CR. Este

parâmetro deve ser considerado como sendo menor que 1,0 (por exemplo, 0,3).

$$x_{trial} = \begin{cases} x_{trialM}, \text{ rand}[0,1] \operatorname{CR}_{DE} \\ x_{trial} \end{cases}$$
(4.23)

No entanto, Viana e Steffen Jr. (2006) afirma que, se a convergência não for alcançada, uma probabilidade CR_{DE} contida no intervalo de 0,8 até 1,0 pode ser utilizada. Nas aplicações deste trabalho, CR_{DE} foi fixado em 0,5.

Capítulo 5

Resultados dos Balanceamentos

O Cap. 5 é dedicado à apresentação dos resultados numéricos obtidos com os métodos de balanceamento propostos nesta tese, que são: análise e contribuição no trabalho desenvolvido por Carvalho (2017) e balanceamento utilizando o metamodelo *Kriging*. Além disso, é mostrado o ajuste do modelo matemático do rotor que, como mencionado, é uma etapa preliminar importante para a aplicação da metodologia de balanceamento baseado no modelo matemático.

5.1 Ajuste do Modelo Matemático do Rotor

O ajuste do modelo matemático é um procedimento comum na análise de sistemas mecânicos. Neste trabalho, o ajuste foi realizado utilizando como base as FRFs numéricas (obtidas através do modelo de elementos finitos) e experimentais para identificar os parâmetros desconhecidos do sistema.

A Fig. 5.1 apresenta a máquina rotativa utilizada neste trabalho, bem como o modelo de elementos finitos construído (Figs. 5.1a e 5.1b, respectivamente). O modelo é composto por 33 elementos de eixo (Teoria de vigas de Timoshenko). O eixo utilizado na máquina rotativa é flexível e de aço, possuindo 800 mm de comprimento, E= 205 GPa, ρ = 7850 Kg/m3 e = 0.29. O sistema é ainda composto por dois discos rígidos (D_1 e D_3) e uma polia (D_2), sendo que D_1 está localizado no nó #14 e tem massa de 2,6375 kg, D_2 está localizado no nó #19 e tem massa de 0,4784 kg; já D_3 está localizado no nó #26 e possui massa de 2,9495 kg. O conjunto eixo-discos é suportado por dois mancais (B_1 e B_2) com rolamentos autocompensadores. Os mancais B_1 e B_2 estão localizados nos nós #4 e #32, respectivamente. Os coeficientes de rigidez associados ao acoplamento entre o motor elétrico e o eixo (veja a Fig. 5.1) foram aplicados nos nós #1 e #2 do modelo de elementos finitos (massa de 0,149 kg). O rotor possui dois planos de medição (S_8 e S_{12}), localizados nos nós #8 e #12 do modelo. Cada plano de medição possui dois sensores posicionados ao longo das direções ortogonais X e Z (S_{8X} , S_{8Z} , S_{12X} e S_{12Z}).



(a)



Figura 5.1: a) Bancada experimental e b) modelo de elementos finitos do rotor.

O processo de balanceamento para esta técnica está intimamente ligado ao modelo matemático da máquina rotativa, pois as massas e fases utilizadas no balanceamento são indicadas com base no modelo do sistema. Com isso, a eficiência do método de balanceamento baseado no modelo matemático está associada à representatividade do modelo da máquina rotativa que se deseja balancear. O modelo precisa reproduzir resultados numéricos condizentes com os experimentais, claramente considerando as diferentes condições da máquina em análise. O ajuste do modelo de elementos finitos construído é comumente realizado para obter a representatividade requerida pelo método de balanceamento.

Com a máquina rotativa em repouso, foram obtidas FRFs aplicando impacto ao

longo das direções $X \in Z$ (horizontal e vertical, respectivamente) dos discos $D_1 \in D_3$ (martelo de impacto). Estas excitações foram aplicadas separadamente nos discos, usando um martelo instrumentado. As respostas de vibração foram medidas pelos dois sensores posicionados na mesma direção do impacto, chegando a um total de 8 FRFs (faixa de frequência de 0 a 200 Hz com passos de 0,25 Hz). A média resultante de 20 medições foi considerada para determinar as FRFs.

No processo de ajuste, foram considerados como parâmetros desconhecidos os coeficientes $\lambda \in \beta$ do amortecimento proporcional D_p (veja a Eq. 3.1 e a rigidez de rotação k_{ROT} devida ao acoplamento do motor elétrico com o eixo. Além destes parâmetros, os coeficientes de rigidez e amortecimento dos mancais ao longo das direções $X \in Z$ são desconhecidos (os coeficientes cruzados dos mancais são nulos). A Tab. 5.1 apresenta todos os 11 parâmetros desconhecidos que foram utilizados no ajuste juntamente com os intervalos de busca definidos no processo de otimização. Neste trabalho, o problema inverso associado foi resolvido através do método heurístico de otimização conhecido como Evolução Diferencial.

	Variávoia ¹	Espaço de Projeto ¹		
	variaveis	Limite Inferior	Limite Superior	
Mancal B_1	k_{xx}	$1x10^{4}$	$1x10^{6}$	
	k_{zz}	$1x10^{5}$	$1x10^{10}$	
	d_{xx}	0	$2x10^{2}$	
	d_{zz}	0	$3x10^{2}$	
Mancal B_2	k_{xx}	$1x10^{6}$	$1x10^{9}$	
	k_{zz}	$1x10^{5}$	$1x10^{8}$	
	d_{xx}	0	$3x10^{2}$	
	d_{zz}	0	$2x10^{2}$	
Amortecimento	λ	0	5	
Proporcional	β	0	$1x10^{-10}$	
Rigidez de Rotação	K_{ROT}	0	$1x10^{3}$	

Tabela 5.1: Variáveis desconhecidas e espaço de projeto.

A escolha do método da Evolução Diferencial se deve a sua habilidade em solucionar problemas inversos complexos, sendo capaz de evitar os mínimos locais e obter a solução de forma bastante rápida, como explicado no capítulo anterior. O procedimento de ajuste adotado neste trabalho segue a formulação apresentada por Cavalini Jr. et al. (2013).

¹*k [N/m], K_{ROT} [Nm/rad] e d [Ns/m].

As FRFs numéricas foram determinadas conforme Steffen Jr. e Lacerda (1992), onde é utilizada a solução das equações do movimento diretamente no domínio da frequência. A função objetivo deste problema de otimização é mostrada na Eq. 5.1.

$$Fo = \sum_{i=1}^{n} \frac{\|\operatorname{FRF}_{\exp,i} - \operatorname{FRF}_{\mathrm{mod},i}\|}{\|\operatorname{FRF}_{\exp,i}\|}$$
(5.1)

onde n é o número de FRFs utilizadas (neste caso são 8), $FRF_{exp,i}$ são as FRFs experimentais e $FRF_{mod,i}$ são as FRFs obtidas a partir do modelo matemático. A região de busca da função objetivo ficou confinada em torno dos picos de ressonância observados nas FRFs obtidas.

O processo de otimização utilizou 100 indivíduos na sua população inicial. Para agregar maior segurança sobre a solução encontrada ao final do processo de otimização (proximidade do mínimo global), o processo de minimização foi realizado 10 vezes e os valores utilizados para os parâmetros desconhecidos foram determinados considerando o resultado associado com o menor valor da função objetivo. O melhor resultado obtido é mostrado na Tab. 5.2.

	Variáveis	Resultados
	k_{xx}	$9,9x10^{5}$
Mancal B_1	k_{zz}	$2x10^{6}$
	d_{xx}	81
	d_{zz}	199
Mancal B ₂	k_{xx}	$2,4x10^{6}$
	k_{zz}	$9,9x10^{7}$
	d_{xx}	165
	d_{zz}	106
Amortecimento	λ	2, 6
Proporcional	eta	$2,1x10^{-10}$
Rigidez de Rotação	K_{ROT}	987

Tabela 5.2: Resultado para os 11 parâmetros otimizados.

As Figs. 5.2 a 5.5 compara as 8 FRFs experimentais com os resultados obtidos numericamente a partir do modelo ajustado do rotor. Os diagramas de fase também são apresentados nos casos analisados. Note que as curvas experimentais e numéricas são similares, demonstrando a boa representatividade do modelo de elementos finitos ajustado.



Figura 5.2: Diagrama de Bode experimental (--) e obtidos a partir do modelo do rotor (--) considerando a excitação em D_1 : a) impacto horizontal com sensor S_{8X} e b) impacto horizontal com sensor S_{12X} .



Figura 5.3: Diagrama de Bode experimental (--) e obtidos a partir do modelo do rotor (--) considerando a excitação em D_1 : a) impacto horizontal com sensor S_{8z} e b) impacto horizontal com sensor S_{12z} .



Figura 5.4: Diagrama de Bode experimental (--) e obtidos a partir do modelo do rotor (--) considerando a excitação em D_2 : a) impacto horizontal com sensor S_{8X} e b) impacto horizontal com sensor S_{12X} .



Figura 5.5: Diagrama de Bode experimental (--) e obtidos a partir do modelo do rotor (--) considerando a excitação em D_2 : a) impacto horizontal com sensor S_{8Z} e b) impacto horizontal com sensor S_{12Z} .

A Fig. 5.6 apresenta o Diagrama de Campbell do rotor obtido a partir do modelo de elementos finitos ajustado. Neste caso, é possível observar as quatro primeiras velocidades críticas da bancada de testes, sendo duas delas associadas a precessões diretas (*forward whirl*; 1815 RPM e 5850 RPM) e duas precessões inversas (*backward*
whirl; 1890 RPM e 6345 RPM).



Figura 5.6: Aplicação do MMC para a análise dos efeitos de um parâmetro.

Assim sendo, com a etapa de ajuste de modelo concluída os métodos de balanceamento determinístico e robusto podem ser aplicados.

5.2 Balanceamento Robusto

A seguir serão apresentados os resultados para o balanceamento utilizando dois tipos de distribuição de probabilidade para a criação das amostras, que são: distribuição normal e distribuição uniforme. Estas amostras foram criadas utilizando o MHL.

Os resultados apresentados nesta seção são as respostas de vibração da bancada apresentada na Fig. 5.1, sendo apresentados no domínio do tempo. Primeiramente foi realizada uma análise levando em consideração incertezas na rigidez do mancal. Isto significa que foram simulados fenômenos que causam variações nas características de fixação do mancal, como, por exemplo, o afrouxamento de parafusos e também trinca em cordão de solda (para fixações por solda).

Posteriormente, outra análise foi realizada levando em consideração as incertezas no desbalanceamento presente no disco D_1 (somado ao desbalanceamento original). Esta análise tem por objetivo avaliar um acumulo de fuligem no disco (ou sendo mais genérico, na máquina rotativa), ou algum outro fator, que altere o cenário de desbalanceamento do rotor. Este fenômeno é muito comum em exaustores que trabalham em ambiente com impurezas. Estas duas análises realizadas são pertinentes, pois

várias máquinas rotativas no contexto industrial podem sofrer variação da condição de operação e, consequentemente, levar a uma alteração nas respostas de vibração, causadas pelos fenômenos citados. Então, por isso, justifica-se o estudo do balance-amento em conjunto com a análise de incertezas. A Tab. 5.3 apresenta as amplitudes de vibração do rotor desbalanceado.

A Tab. 5.3 apresenta as amplitudes de vibração do rotor desbalanceado. Pode-se observar que os valores de vibração consideráveis.

Tabela 5.3: Amplitudes de vibração da máquina rotativa desbalanceada.

	S_{8X}	S_{8Z}	S_{12X}	S_{12Z}
Amplitude de vibração [μ m]	49,50	42,61	82,95	75,02

Primeiramente, são apresentados os resultados tanto para a distribuição uniforme quanto para a distribuição normal, considerando as incertezas na rigidez do mancal. Na Fig. 5.7 são apresentadas as respostas de vibração para o rotor desbalanceado e com as massas de correção em conjunto com as suas respectivas fases, porém sem a adição de 180° (identificação da condição de desbalanceamento existente no rotor). Neste caso, são apresentadas as respostas de vibração determinadas pelo processo de otimização realizado considerando a distribuição uniforme para a geração das amostras. Este procedimento foi feito com o objetivo de analisar se o processo de balanceamento (método de balanceamento baseado no modelo matemático) foi capaz de reproduzir a condição da máquina desbalanceada e posteriormente balancear a máquina rotativa.

A Tab. 5.4 apresenta os espaços de busca (espaço de projeto) para obter as respostas de vibração mostradas na Fig. 5.7, e os valores ótimos determinados pelo método de balanceamento utilizado, já com a adição de 180º na fase, que geram o resultado balanceado mostrado na Fig. 5.8.

Parâmetros	Espaço de Projeto	Valores Otimizados			
Desbalanceamento em D_1 [g.mm]	10 até 9000	1250			
Posição angular $D1$ [graus]	0 até 360	159			
Desbalanceamento em D_2 [g.mm]	10 até 9000	1813			
Posição angular D_2 [graus]	0 até 360	342			

Tabela 5.4: Espaço de projeto e resultados do balanceamento considerando incertezas na rigidez do mancal para distribuição uniforme.



Figura 5.7: Resultados obtidos pelo método no final do processo de otimização (—), desbalanceamento original; (...) resultado otimizado): a) S_{8X} ; b) S_{8Z} ; c) S_{12X} ; d) S_{12Z} .

Na Fig. 5.8 são apresentadas as respostas de vibração no domínio do tempo para o rotor desbalanceado e também para o rotor balanceado, obtidas adicionando 180° nas fases que geraram as curvas em vermelho da Fig. 5.7. Como pode ser observado, para os sensores presentes no primeiro plano de medição (sensores S_{8X} e S_{8Z} ; Fig. 5.8a e Fig. 5.8b), a amplitude de vibração foi reduzida de forma bastante significativa. Já para o segundo plano de medição (sensores S_{12X} e S_{12Z} ; Fig. 5.8c e Fig. 5.8d), a redução da vibração não foi tão significativa quando comparada ao primeiro plano de medição. Porém, houve uma redução da amplitude de vibração, conforme apresentado na Tab. 5.5.



Figura 5.8: Respostas de vibração do rotor desbalanceado (—) e balanceado (...): a) S_{8X} ; b) S_{8Z} ; c) S_{12X} ; d) S_{12Z} .

	S_{8X}	S_{8Z}	S_{12X}	S_{12Z}
Rotor Desbalanceado [um]	49,50	42,61	82,95	75,02
Rotor Balanceado [um]	0,875	0,887	41,32	33,50
Redução [%]	98,23	97,92	50,19	55,35

Tabela 5.5: Comparação das respostas de vibração do rotor antes e após a realização do balanceamento utilizando distribuição uniforme.

Já na Fig. 5.9 e Fig. 5.10 são apresentados os resultados similares aos das Fig. 5.7 e Fig. 5.8, mas considerando para a criação das amostras foi utilizada a distribuição normal. Na Fig. 5.9 pode-se observar que as respostas de vibração proposta pelo modelo e a do rotor desbalanceado são similares, sendo visivelmente mais similares do que as respostas de vibração apresentadas para as amostras criadas por meio de



uma distribuição uniforme (veja a Fig. 5.7).

Figura 5.9: Resultados obtidos pelo método no final do processo de otimização (—) desbalanceamento original; (...) resultado otimizado): a) S_{8X} ; b) S_{8Z} ; c) S_{12X} ; d) S_{12Z} .

Na Tab. 5.6 são apresentados os espaços de projeto para a otimização das massas e as fases de balanceamento do rotor e também os valores já otimizados, ou seja, os dados que foram inseridos para balancear a máquina rotativa.

Tabela	5.6:	Espaço	de	projeto	e res	ultados	s do	balance	eamento	considerar	Ido	incerte-
zas na	rigide	ez do ma	anca	al para (distrib	ouição i	norn	nal.				

Parâmetros	Espaço de Projeto	Valores Otimizados
Desbalanceamento em D_1 [g.mm]	10 até 9000	130
Posição angular $D1$ [graus]	0 até 360	282
Desbalanceamento em D_2 [g.mm]	10 até 9000	1101
Posição angular D_2 [graus]	0 até 360	92

Na Fig. 5.10 são apresentadas as respostas de vibração, obtidas com as amostras criadas a partir da distribuição normal, porém com adição de 180^o na fase conforme resultados apresentados na Tab. 5.6. Como pode-se observar, o balanceamento foi realizado com uma boa eficiência, sendo estes resultados melhores do que os resultados apresentados na Fig. 5.6 (amostras criadas por meio da distribuição uniforme).



Figura 5.10: Respostas de vibração do rotor desbalanceado (—) e balanceado (…): a) S_{8X} ; b) S_{8Z} ; c) S_{12X} ; d) S_{12Z} .

Na Tab. 5.7 é possível observar a diferença dos resultados dos picos de vibração para a incerteza presente na rigidez do mancal B_1 , ou seja, antes do balanceamento e após o balanceamento do rotor.

Comparando a Tab. 5.5 com a Tab. 5.7 é possível notar que a redução da amplitude de vibração utilizando a distribuição normal foi mais significativa do que quando a

	S_{8X}	S_{8Z}	S_{12X}	S_{12Z}
Rotor Desbalanceado [um]	49,50	42,61	82,95	75,02
Rotor Balanceado [um]	4,122	3,549	0,968	1,432
Redução [%]	91,67	91,67	98,83	98,09

Tabela 5.7: Comparação das respostas de vibração do rotor antes e após a realização do balanceamento utilizando distribuição normal.

distribuição uniforme foi utilizada. Tal fato indica que este tipo de distribuição é mais eficiente para a criação das amostras utilizadas para a análise de incertezas.

Já para a condição de análise de incertezas na massa e na fase do disco D_1 , que é um desbalanceamento adicional, também foram realizados os dois tipos de análise, ou seja, utilizando amostras geradas com distribuição uniforme e com distribuição normal.

Na Fig. 5.11 são apresentados os resultados da vibração da máquina rotativa no domínio do tempo comparando a resposta desbalanceada e a resposta dada pela otimização sem adição de 180° na fase dos desbalanceamentos determinados, ou seja, analisando se o modelo foi capaz de reproduzir a condição desbalanceada para a distribuição uniforme. Conforme pode-se notar, o modelo foi capaz de reproduzir a condição desbalanceada.

Já na Fig. 5.12 é apresentado o resultado, obtido com a adição de 180° na fase dada pelo modelo, ou seja, balanceando a máquina rotativa. A Tab. 5.8 mostra os espaços de projetos para cada uma das variáveis de balanceamento e os valores otimizados.

	÷ •	3
Parâmetros	Espaço de Projeto	Valores Otimizados
Desbalanceamento em D_1 [g.mm]	10 até 9000	250
Posição angular $D1$ [graus]	0 até 360	147
Desbalanceamento em D_2 [g.mm]	10 até 9000	839
Posição angular D_2 [graus]	0 até 360	67

Tabela 5.8: Espaço de projeto e resultados do balanceamento considerando incertezas no desbalanceamento adicional do disco D_1 para distribuição uniforme.



Figura 5.11: Resultados obtidos pelo método no final do processo de otimização (—) desbalanceamento original; (...) resultado otimizado): a) S_{8X} ; b) S_{8Z} ; c) S_{12X} ; d) S_{12Z} .



Figura 5.12: Respostas de vibração do rotor desbalanceado (—) e balanceado (...): a) S_{8X} ; b) S_{8Z} ; c) S_{12X} ; d) S_{12Z} .

Na Tab. 5.9 são apresentados amplitudes de vibração do rotor desbalanceado e balanceado para o balanceamento com distribuição uniforme, e também a redução obtida.

Tabela 5.9: Comparação das respostas de vibração do rotor antes e após a realização do balanceamento utilizando distribuição uniforme.

	S_{8X}	S_{8Z}	S_{12X}	S_{12Z}
Rotor Desbalanceado [um]	49,50	42,61	82,95	75,02
Rotor Balanceado [um]	0,267	0,228	4,110	3,285
Redução [%]	99,46	99,46	95,05	95,62

Na Fig. 5.13 são apresentadas as amplitudes de vibração da máquina rotativa no domínio do tempo para as amostras criadas utilizando a distribuição normal. No-

vamente, é possível observar que o modelo foi capaz de reproduzir a condição de desbalanceamento da máquina rotativa.



Figura 5.13: Resultados obtidos pelo método no final do processo de otimização (—) desbalanceamento original; (...) resultado otimizado): a) S_{8X} ; b) S_{8Z} ; c) S_{12X} ; d) S_{12Z} .

Na Fig. 5.14 é possível observar que a máquina rotativa foi balanceada, algo já esperado, uma vez que o modelo conseguiu reproduzir de forma adequada a condição desbalanceada do rotor.



Figura 5.14: Resultados obtidos pelo método no final do processo de otimização (—) desbalanceamento original; (...) resultado otimizado): a) S_{8X} ; b) S_{8Z} ; c) S_{12X} ; d) S_{12Z} .

Na Tab. 5.10 é possível observar os espaços de projeto e os valores otimizados para as duas massas (disco D_1 e D_2) e as suas respectivas fases.

Tabela 5.10: Espaço de projeto e resultados do balanceamento considerando incer	rte-
zas no desbalanceamento adicional do disco D_1 para distribuição normal.	

Parâmetros	Espaço de Projeto	Valores Otimizados
Desbalanceamento em D_1 [g.mm]	10 até 9000	516
Posição angular $D1$ [graus]	0 até 360	57
Desbalanceamento em D_2 [g.mm]	10 até 9000	536
Posição angular D_2 [graus]	0 até 360	144

A Tab. 5.11 apresenta a comparação do rotor desbalanceado e balanceado considerando as incertezas no desbalanceamento adicional do disco D_1 e a distribuição normal para a criação das amostras utilizadas. É possível observar um bom balanceamento, ou seja, uma redução bastante significativa das amplitudes de vibração.

Tabela 5.11: Comparação das respostas de vibração do rotor antes e após a realização do balanceamento utilizando distribuição normal.

	S_{8X}	S_{8Z}	S_{12X}	S_{12Z}
Rotor Desbalanceado [um]	49,50	42,61	82,95	75,02
Rotor Balanceado [um]	0,359	0,311	2,322	1,826
Redução [%]	99,27	99,27	97,20	97,57

Comparando a Tab. 5.9 e a Tab. 5.11 é possível notar que as duas distribuições utilizadas para gerar as amostras da análise de incertezas são eficientes, porém observa-se uma sensível diferença, indicando a distribuição normal como mais eficiente para esta análise.

Isso ocorre pelo fato de a distribuição normal ser mais apropriada quando se trata de eventos aleatórios (incertezas na rigidez do mancal) e quando o número de experimentos é grande, que é o caso das amostras criadas nesta análise. Para o caso do acumulo de fuligem no disco, por se tratar de uma circunferência, onde todos os pontos possuem a mesma probabilidade a distribuição uniforme também pode ser aplicada, justificando assim os bons resultados apresentados para a mesma.

5.3 Balanceamento Utilizando Metamodelo Kriging

Esta seção é dedicada a apresentar os resultados obtidos com a nova metodologia de balanceamento que está sendo proposta baseada no metamodelo *Kriging*.

Esta nova metodologia de balanceamento tem seus resultados comparados com um método largamente aplicado na indústria para o balanceamento de máquinas rotativas, que é o CI. Então, para determinar se a metodologia de balanceamento utilizando o metamodelo Kriging é realmente eficaz, há uma comparação com o CI. Esta comparação é feita pois o metamodelo foi treinado com amostras geradas a partir do CI. Neste caso, as respostas de vibração da máquina rotativa, em uma condição desbalanceada, são introduzidas no CI, que retorna as massas de correção, e as suas posições angulares correspondentes, para balancear a máquina, como é observado no fluxograma da Fig. 5.5. Esse fluxograma pode ser aplicado para processos de balanceamento em 1 ou 2 planos, que são os discos presentes no modelo matemático e na máquina rotativa experimental presente no LMEst – UFU (veja a Fig. 5.1).

Primeiramente serão apresentados os resultados para 01 plano de balanceamento, que foi por onde começou-se as investigações da técnica, para verificar se a mesma seria eficiente para o caso mais simples, que é apenas um plano de balanceamento, e depois expandir os estudos.



Figura 5.15: Fluxograma do balanceamento de máquinas rotativas utilizando CI.

A metodologia utilizando o metamodelo Kriging utiliza as respostas de vibração do rotor, massa de correção e as posições angulares correspondentes, como amostras para o modelo substituto *Kriging*. É importante ressaltar que se faz necessário alguns procedimentos de balanceamento com o CI para obter amostras suficientes.

Para que o metamodelo desenvolvido seja eficiente é necessário que as amostras criadas tenham uma boa distribuição de vibração, ou seja, é necessário que a máquina rotativa tenha diferentes níveis de desbalanceamento para a criação das amostras. Desta forma, o metamodelo será capaz de representar diferentes condições de desbalanceamento diversificadas. Em posse das amostras, o modelo substituto é criado e ajustado, e, por consequência, para novos cenários de desbalanceamento é possível prever a massa de correção e posição angular correspondente. A Fig. 5.16 apresenta o procedimento descrito em forma de fluxograma.

A grande vantagem desta nova técnica de balanceamento é que, uma vez criado



Figura 5.16: Fluxograma de criação do metamodelo para a técnica de balanceamento propostas.

o metamodelo, o balanceamento da máquina é realizado de forma muito rápida, onde não é necessário fazer acionamento e parada da máquina para incluir massas de testes e realizar o balanceamento, como é o caso do CI. Então, o tempo necessário para realizar o procedimento de balanceamento cai significativamente, e tempo em contextos industriais representa ganho por reduzir o tempo de parada de máquinas.

Nos testes numéricos, as condições de desbalanceamento aplicadas sobre o modelo de elementos finitos da máquina rotativa, a cada procedimento de balanceamento, foram criadas pelo MHL. No procedimento experimental (na bancada de testes) as condições de desbalanceamento foram criadas através do uso de massas concentradas aplicadas, sobre os planos de balanceamento (discos), em posições angulares específicas. Para ambos os processos, tanto numérico quanto experimental, as etapas de balanceamento são as mesmas descritas na Fig. 5.16.

Para a avaliação da eficiência do método proposto é necessário avaliar as métricas de erro apresentadas no Cap. 4, sendo que aqui foram adotadas apenas duas métricas, o valor RMSE e o Erro Máximo (a primeira é uma métrica global e a segunda métrica apresenta uma perspectiva local do erro).

A máquina rotativa utilizada nos testes numéricos é apresentada na Fig. 5.1, porém com uma configuração um pouco diferente. Neste caso, o eixo flexível de aço possui comprimento de 914mm e diâmetro de 17mm, a qual foi representada por um modelo de elementos finitos com 33 elementos de eixo, considerando a teoria de Timoshenko (LALANNE; FERRARIS, 1998). As propriedades do material adotadas são: módulo

de Young de 217 GPa, densidade de 7850 kg/m³, e coeficiente de Poisson de 0,29. A mesma possui dois discos, o primeiro (D_1) está em 345 mm a partir do início do eixo, o que corresponde ao nó #13 do modelo de elementos finitos, e o segundo disco (D_2) está em 657 mm, equivalente ao nó #25. Ambos os discos são feitos de aço, e apresentam 150 mm de diâmetro, 20 mm de espessura, densidade de 7850 kg/m³ e são modelados como discos rígidos (LALANNE; FERRARIS, 1998).

O sistema é suportado por dois mancais de rolamento autocompensadores (B_1 e B_2), localizados em 124 mm e 862 mm, nós #5 e #32, respectivamente. Os mancais são representados no modelo através de coeficientes locais de rigidez e amortecimento. A bancada de testes apresenta quatro sensores de proximidade, dois localizados em 380 mm, nó #15 (S_{15X} e S_{15Z}), e os demais estão em 614 mm, nó #23 (S_{23X} e S_{23Z}).

5.3.1 Balanceamento em 1 plano

O disco D2 foi utilizado para realizar o balanceamento em um plano. Um ponto importante é que a bancada experimental (Fig. 5.1) apresenta furos nos dois discos, que são utilizados para inserir massas de desbalanceamento e correção, sendo esses furos dispostos de 10 em 10 graus.

Para verificar a viabilidade desta metodologia e explorar maiores condições de metamodelagem, o procedimento numérico seguiu duas análises. Para estas, foram criadas 32 condições de desbalanceamento, e para cada uma delas, foi realizado um procedimento de balanceamento com o CI. Dentre estas amostras, apenas 12 foram utilizadas na construção do metamodelo, sendo as demais (20 amostras) consideradas amostras de verificação.

A primeira análise ocorreu para definir o número mínimo de amostras necessárias para criar o metamodelo com boa representatividade. Assim, um total de 4 modelos substitutos foram desenvolvidos, com um número decrescente de amostras usadas. Os resultados de cada metamodelo, com 20 amostras de verificação, foram comparados como mostra a Tab. 5.12, onde é apresentado o número de amostras utilizadas e as métricas de erro adotadas, o Erro Máximo e valor RMSE. Os metamodelos foram construídos com a função polinomial de primeira ordem e a correlação exponencial.

A partir destas métricas, é possível constatar que a qualidade do metamodelo não

foi afetada pela redução do número de amostras. Por este motivo, nesta abordagem, o número de amostras para a criação do metamodelo é três, uma vez que no campo industrial, quanto menor o número de amostras, menor a quantidade de procedimentos necessários, e maior sua viabilidade e aplicação.

Tabela 5.12: Número de amostras e métricas de erro, para a massa de correção e posição angular correspondente.

	Er	ro Máximo	RMSE		
Nº de amostras	Massa (g)	Posição Angular (°)	Massa (g)	Posição Angular (°)	
12	1,207x10 ⁻⁵	0,623	7,929x10 ⁻⁵	0,323	
9	1,939x10 ⁻⁵	0,895	8,162x10 ⁻⁵	0,478	
6	1,945x10 ⁻⁵	1,269	8,334x10 ⁻⁵	0,518	
3	2,054x10 ⁻⁵	1,446	8,641x10 ⁻⁵	0,639	

Na segunda análise verifica-se qual função de correlação apresenta o melhor desempenho. Desta forma, metamodelos foram construídos utilizando a função de correlação linear, gaussiana e exponencial. Através das amostras de verificação, os resultados obtidos foram comparados e estão dispostos na Tab. 5.13.

Tabela 5.13: Métricas de erro do procedimento numérico para os modelos de correlação.

	Er	RMSE		
Modelo de Correlação	Massa (g)	Posição Angular (°)	Massa (g)	Posição Angular (°)
Exponencial	2,054x10 ⁻⁵	1,446	8,641x10 ⁻⁶	0,639
Gaussiana	2,196x10 ⁻⁵	1,463	8,811x10 ⁻⁶	0,647
Linear	2,110x10 ⁻⁵	1,453	8,846x10 ⁻⁶	0,645

Os dados da Tab. 5.13 permitem observar que os comportamentos dos três modelos de correlação estudados são similares. No entanto, a correlação exponencial apresentou valores dos erros ligeiramente menores, com isso ela será adotada.

Neste caso, a primeira etapa do processo é balancear a máquina com o CI. Isso é necessário para determinar a relação entre força de desbalanceamento (massas e posições angulares) e as respostas de vibração do rotor. Com a aplicação do CI chegou-se a amplitude de vibração de 1.059 μ m no sensor S_{23Z} , que por sinal é o mesmo utilizado para obter os resultados numéricos.

As condições de desbalanceamento aplicadas sobre a bancada foram realizadas através de massas concentradas aplicadas em diferentes posições angulares, a partir

dos furos que existem no disco (plano de balanceamento), criando uma faixa de amplitudes de vibração, e fases correspondentes, que nada mais são do que condições desbalanceadas impostas na máquina. Para cada uma destas condições, um procedimento com o CI foi realizado para obter as entradas e saídas necessárias para a criação do metamodelo. Um total de 11 condições diferentes foram aplicadas sobre a bancada, que é o número de amostras colhidas no procedimento experimental. Pela verificação numérica, o número de amostras usadas na construção do metamodelo foi 3, e as 8 restantes foram utilizadas para verificação.

Em posse destes dados, o procedimento descrito na Fig. 5.16 foi realizado. A Tab. 5.14 apresenta os valores dos erros (RMSE e Erro Máximo) para o metamodelo criado com as amostras obtidas. Note que os resultados são similares, mas a correlação exponencial apresentou-se mais adequada, semelhante ao que se apresentou nos resultados numéricos. As métricas foram calculadas entre os resultados de massa e fase de correção do metamodelo, e os do método CI, utilizando as 8 amostras de verificação definidas anteriormente.

	E	RMSE		
Modelo de Correlação	Massa (g)	Posição Angular (°)	Massa (g)	Posição Angular (°)
Exponencial	0,522	4,269	0,391	2,561
Gaussiana	0,656	4,582	0,480	2,756
Linear	0,579	4,485	0,399	2,640

Tabela 5.14: Métricas de erro do procedimento experimental para os modelos de correlação.

Diferentes condições de desbalanceamento foram criadas na máquina rotativa, sendo que o procedimento de balanceamento foi realizado pelo CI. A Tab. 5.15 apresenta os resultados de massas de correção e posições angulares correspondentes para os dois métodos de balanceamento, para cada um dos 4 testes de verificação que foram criados.

A Fig. 5.17 apresenta a resposta no tempo e a órbita de vibração do teste 2 para a condição desbalanceada, para a condição balanceada pelo metamodelo e para a condição balanceada pelo CI (linhas azul, laranja e amarela, respectivamente). A Fig. 5.18 apresenta o resultado similar, porém para o teste 3. Os resultados para os testes 1 e 4 não são apresentados, porém são similares aos dos testes apresentados.

	Condição	Desbalanceada	Estimati	va Metamodelo	Res	Resultado Cl	
Testes	Amp.	Pos. Angular	Massa	Pos. Angular	Massa	Pos. Angular	
	(<i>um</i>)	(°)	(g)	$(^{o})$	(g)	$(^{o})$	
1	82,3358	104,53	6,1831	137,87	6,5485	139,31	
2	43,2233	-137,53	3,5783	-99,913	2,9240	-93,402	
3	119,637	-26,903	8,7598	9,9364	8,4623	7,0260	
4	33,4558	-119,09	2,6708	-78,599	2,2082	-79,975	

Tabela 5.15: Resultados do balanceamento via metamodelo e CI.



Figura 5.17: Resposta no tempo das condições desbalanceada, balanceada pelo metamodelo e pelo método CI, para o teste 2.



Figura 5.18: Resposta no tempo das condições desbalanceada, balanceada pelo metamodelo e pelo método CI, para o teste 3.

Os resultados do teste 4 são apresentados na Tab. 5.16, onde as amplitudes de vibração das condições balanceadas pelo metamodelo e pelo CI são apresentadas.

Tabela 5.16: Resultados dos testes de balanceamento.					
	Condição Desbalanceada	Metamodelo	CI		
Testes	Amplitude (um)	Amplitude (um)	Amplitude (um)		
1	82,3358	4,0211	4,3421		
2	43,2233	8,0304	10,070		
3	119,637	8,8235	9,3842		
4	33,4558	5,1341	1,0922		

A Fig. 5.19 apresenta os picos de vibração na frequência de rotação da máquina rotativa, ou seja, apresenta os resultados apresentados na Tab. 5.16 na forma gráfica, o que facilita a visualização da eficiência do método proposto.

	Metamodelo	CI
Testes	Redução (%)	Redução (%)
1	95,1	94,7
2	81,4	76,7
3	92,6	92,2
4	84,7	96,7
Redução Média (%)	88,5	90,1

Tabela 5.17: Percentual de redução de vibração do metamodelo e do CI.

Já a Tab. 5.17 apresenta o percentual de redução da amplitude de vibração para o balanceamento via metamodelo e para o balanceamento via CI. É possível verificar que o metamodelo obtido foi capaz de reduzir a amplitude de vibração com uma média de 88,5%, enquanto o CI reduziu em média 90,1%. O desempenho superior do CI era esperado, visto que a abordagem em estudo é baseada neste método, e por este ser referência em procedimentos de balanceamento.



Figura 5.19: Amplitudes de vibração da bancada de teste desbalanceada, balanceada via Metamodelo e balanceada via CI para: (a) Teste 1, (b) Teste 2, (c) Teste 3 e (d) Teste 4.

5.3.2 Balanceamento em 2 planos

A seguir serão apresentados os testes para dois planos de balanceamento. A metodologia de balanceamento é a mesma. Porém, existem mais de uma combinação de massa e posição angular que leva a mesma resposta de vibração da máquina, ou seja, pode haver mais de uma entrada no metamodelo que apresente a mesma saída.

Outro ponto que o metamodelo não consegue trabalhar bem é reconhecer que uma situação onde a posição angular é 359°, por exemplo, é bastante similar a uma situação da posição angular de 1º. Para a metamodelagem o ponto 359° é muito distante do ponto 1º, mas na prática, por se tratar de uma referência circular, os pontos são muito próximos.

Para superar essas limitações as informações da resposta de vibração da máquina rotativa foram escritas na formulação cartesiana, que nada mais é do que uma decomposição nos eixos *X* e *Y* das respostas de vibração, conforme Eq. 5.2.

$$X = A \times \cos(\theta)$$

$$Y = A \times \sin(\theta)$$
(5.2)

onde, X é a componente no eixo X do sinal, Y é a componente no eixo Y do sinal, é a amplitude do sinal e θ é a fase correspondente.

O modelo matemático do rotor utilizado para o balanceamento em 2 planos é o mesmo descrito para o balanceamento em um plano. A única diferença é que neste caso os discos D_1 e D_2 são utilizados como planos de balanceamento.

Seguindo o mesmo processo realizado para o balanceamento de um plano, o procedimento de criação do metamodelo começou com 36 amostras, sendo que 16 foram utilizadas para criar o metamodelo e as demais (20 amostras) foram utilizadas para a verificação. Em cada uma delas foi realizado um procedimento de balanceamento com o CI.

Verificou-se que o procedimento foi eficiente para balancear a máquina rotativa. Desta forma, iniciou-se a determinação do número mínimo de amostras para a criação do metamodelo. As Tabs. 5.18 e 5.19 apresentam o número de amostras utilizadas e as métricas de erro obtidas.

Observando os dados apresentados nas Tabs. 5.18 e 5.19, é possível notar que a

	Erro Maximo					
N^o	Massa 1	Posição Angular 1	Massa 2	Posição Angular 2		
de Amostras	<i>(g)</i>	$(^{o})$	<i>(g)</i>	$(^{o})$		
16	7,145x10 ⁻¹⁴	1,407x10 ⁻¹¹	7,448x10 ⁻¹⁴	6,170x10 ⁻¹²		
8	8,197x10 ⁻¹⁴	2,145x10 ⁻¹¹	7,936x10 ⁻¹⁴	1,024x10 ⁻¹¹		
5	5,052x10 ⁻¹⁴	1,107x10 ⁻¹¹	5,595x10 ⁻¹⁴	7,455x10 ⁻¹²		

Tabela 5.18: Número de amostras e métricas do Erro Máximo, para a massa de correção e posição angular correspondente, para dois planos de balanceamento.

Tabela 5.19: Número de amostras e métricas do Erro RMSE, para a massa de correção e posição angular correspondente, para dois planos de balanceamento.

	Erro RMSE					
N^o	Massa 1	Posição Angular 1	Massa 2	Posição Angular 2		
de Amostras	(g)	$(^{o})$	(g)	$(^{o})$		
16	1,709x10 ⁻¹⁴	2,994x10 ⁻¹¹	1,525x10 ⁻¹⁴	2,009x10 ⁻¹²		
8	2,445x10 ⁻¹⁴	4,190x10 ⁻¹¹	1,958x10 ⁻¹⁴	2,663x10 ⁻¹¹		
5	1,836x10 ⁻¹⁴	3,057x10 ⁻¹¹	1,878x10 ⁻¹⁴	3,405x10 ⁻¹²		

representatividade do metamodelo não foi afetada pela redução do número de amostras utilizado para sua criação. Com isso, conclui-se que o número mínimo de amostras de desbalanceamento para a criação do metamodelo é cinco.

A Fig. 5.20 apresenta as respostas de vibração da máquina rotativa para a condição desbalanceada, para a condição balanceada pelo metamodelo e para a condição balanceada pelo CI (linhas azul, laranja e amarela, respectivamente). Com esses resultados é possível observar que o balanceamento realizado pelo metamodelo e pelo CI são similares, evidenciando a eficácia do método para balancear máquinas rotativas. As órbitas correspondentes são apresentadas na Fig. 5.21. Já a Fig. 5.22 apresenta as respostas de vibração da máquina no domínio da frequência.



Figura 5.20: Respostas no tempo da máquina rotativa para a condição desbalanceada, balanceada pelo metamodelo e balanceada pelo CI para os sensores: a) S_{15X} , b) S_{15Z} , c) S_{23X} , e d) S_{23Z} .



Figura 5.21: Órbitas de vibração para os dois planos de medição da máquina rotativa.



Figura 5.22: Respostas no domínio da frequência da rotativa para a condição desbalanceada, balanceada pelo metamodelo e balanceada pelo CI para os sensores: a) S_{15X} , b) S_{15Z} , c) S_{23X} , e d) S_{23Z} .

Como observado com os resultados numéricos apresentados acima, o metamodelo apresentou-se eficiente para o balanceamento de máquinas rotativas. Com isso, a próxima etapa é a verificação do método no procedimento experimental a fim de comprovar a eficiência da metodologia proposta em testes reais.

A Fig. 5.23 apresenta a bancada de testes utilizada para o balanceamento experimental em dois planos. Ela é composta por um eixo flexível de aço com 840mm de comprimento e diâmetro de 19.05mm. Três discos rígidos, sendo $D_1 = 0,658$ Kg a 408mm do acoplamento que liga o eixo ao motor, $D_2 = 0,658$ Kg a 250mm de D_1 , e D_3 = 5,013Kg a posição intermediária a D_1 e D_2 . Dois mancais hidrodinâmicos cilíndricos (B_1 e B_2), sendo que cada um dos mancais possui dois sensores de proximidade, um



Figura 5.23: Máquina rotativa com eixo flexível e mancais hidrodinâmicos, utilizada nos testes experimentais para o balanceamento em dois planos.

na horizontal e outro na vertical (S_{1x} , S_{1z} , S_{2x} e S_{2z}).

Foram criadas 12 condições de desbalanceamento na máquina rotativa utilizada para realizar os testes experimentais. O procedimento realizado para criar estas condições é feito da seguinte forma: primeiramente foi realizado o balanceamento da máquina chegando a uma condição onde a mesma possuía níveis de vibração baixos, conforme apresentado na Fig. 5.24, onde é possível observar as respostas no domínio da frequência para o primeiro plano de medição (S_{1X} e S_{1Z}) e para o segundo plano de medição (S_{2X} e S_{2Z}).

Foi realizado o balanceamento do rotor para as 12 condições criadas através de massas concentradas aplicadas em diferentes posições angulares dos dois discos, a partir de furos que existem nos dois discos (dois planos de balanceamento), criando uma faixa de amplitudes de vibração e fases correspondentes. Para cada uma destas condições, um procedimento com o CI foi realizado, visando obter as entradas e saídas necessárias para a criação do metamodelo. Das 12 condições citadas anteriormente, 6 delas foram utilizadas para a criação do metamodelo e as demais foram utilizadas para a verificação do mesmo.

Diferente do metamodelo numérico, que foi criado com 5 condições de desbalanceamento, o metamodelo experimental precisou ser criado com 6, pois com 5 o mesmo não estava sendo capaz de balancear todos os cenários adicionais. Acredita-se que



Figura 5.24: Respostas no domínio da frequência da rotativa para a condição original para os sensores: a) S_{1X} , b) S_{1Z} , c) S_{2X} , e d) S_{2Z} .

isso pode ter ocorrido devido a bancada utilizada, que é uma bancada com mancais hidrodinâmicos, que apresentam não linearidades, dificultando assim o desempenho do metamodelo.

As Tabs. 5.20 e 5.21 apresentam os resultados das massas e fases de correção para o método CI e para o metamodelo (técnica proposta), para os dois planos de balanceamento, considerando todos os testes criados (amplitudes de vibração estão em micrometros, as fases e as posições angulares em graus e as massas em gramas). As Figs. 5.25 até 5.30 apresentam os resultados obtidos nas 06 condições de teste do metamodelo, sendo que serão apresentadas as respostas de vibração nos domínios do tempo e da frequência. Como a máquina rotativa apresenta dois planos de medição com dois sensores (proxímetros) em cada plano, aqui serão apresentados somente os resultados para o sensor de maior amplitude de vibração em cada plano.

Os resultados dos 06 testes de verificação são apresentados na Tab. 5.22, onde

	Nº1			N°2			N°3	
	Desbalance	eado		Desbalance	eado		Desbalance	eado
	Amplitude	17,604	ת	Amplitude	27,488	ת	Amplitude	23,883
D_1	Fase	-134,999	D_1	Fase	163,055	D_1	Fase	-135,744
	Amplitude	8,74756	ת	Amplitude	11,4788	ת	Amplitude	7,07888
D_2	Fase	-155,826	D_2	Fase	146,527	D_2	Fase	-121,305
C	oeficiente Inf	luência	С	oeficiente Inf	luência	С	oeficiente Inf	iluência
<u></u>	Massa	5,9602	ת	Massa	10,8353	ת	Massa	13,2237
D_1	Pos. Ang.	-25,4231	D_1	Pos. Ang.	-91,8912	D_1	Pos. Ang.	-40,7958
	Massa	6,0404	ת	Massa	3,3569	ת	Massa	8,6037
D_2	Pos. Ang.	-37,7941	D_2	Pos. Ang.	-90,5041	D_2	Pos. Ang.	102,6263
	Metamode	elo		Metamode	elo		Metamod	elo
	Massa	4,1080	ת	Massa	8,8428	ת	Massa	14,1641
D_1	Pos. Ang.	-17,5832	D_1	Pos. Ang.	-89,9064	D_1	Pos. Ang.	-32,8578
D	Massa	7,9319	ת	Massa	6,8967	D.	Massa	7,1534
D_2	Pos. Ang.	-47,2216	D_2	Pos. Ang.	-92,9847	D_2	Pos. Ang.	125,308

Tabela 5.20: Condições desbalanceadas, balanceadas via método CI e via metamodelo para dois planos de balanceamento.

Tabela 5.21: Condições desbalanceadas, balanceadas via método CI e via metamodelo para dois planos de balanceamento.

	Nº4			Nº5			Nº6	
	Desbalance	eado		Desbalance	eado		Desbalance	eado
ת	Amplitude	31,9580	ת	Amplitude	55,2649	ת	Amplitude	42,1535
D_1	Fase	111,810	D_1	Fase	-107,326	D_1	Fase	158,974
 ת	Amplitude	15,7159	מ	Amplitude	24,2611	ת	Amplitude	15,0015
D_2	Fase	-99,860	D_2	Fase	-104,404	D_2	Fase	136,442
C	oeficiente Inf	luência	С	oeficiente Inf	luência	С	oeficiente Inf	fluência
	Massa	17,2321	מ	Massa	27,2257	ת	Massa	22,2731
D_1	Pos.Ang.	-42,7466	D_1	Pos.Ang.	-4,5523	D_1	Pos.Ang.	-85,3806
	Massa	24,0120	ת	Massa	12,1401	מ	Massa	7,3023
D_2	Pos.Ang.	70,6323	D_2	Pos.Ang.	74,9559	D_2	Pos.Ang.	141,5781
	Metamode	elo		Metamode	elo		Metamod	elo
ת	Massa	17,3907	ת	Massa	30,3424	ת	Massa	17,7818
D_1	Pos.Ang.	-30,5575	D_1	Pos.Ang.	-24,5657	D_1	Pos.Ang.	-81,6779
	Massa	14,524	מ	Massa	19,8728	D	Massa	7,1132
D_2	Pos.Ang.	78,7892	D_2	Pos.Ang.	84,7534	D_2	Pos.Ang.	-155,726

é possível observar de forma mais clara o balanceamento feito pelo método CI e pelo metamodelo. Note que os dados apresentados na Tab. 5.22 são importantes, uma vez que atesta a eficiência da metodologia apresentada. Veja também que o metamodelo foi mais eficiente na maioria dos casos testados, que é uma situação que não era esperada. Porém, tal fato pode ter ocorrido devido a algumas características da



Figura 5.25: Respostas temporais para a) S_{1X} e c) S_{2X} e no espectro de frequência para b) S_{1X} e d) S_{2X} para o primeiro teste de verificação do metamodelo.



bancada de teste. Como dito anteriormente a bancada utilizada para realizar os testes experimentais apresentados possui dois mancais hidrodinâmicos e com isso há alguns fatores que podem dificultar o balanceamento, como não linearidades e posi-



Figura 5.26: Respostas temporais para a) S_{1X} e c) S_{2X} e no espectro de frequência para b) S_{1X} e d) S_{2X} para o primeiro teste de verificação do metamodelo.



Figura 5.27: Respostas temporais para a) S_{1X} e c) S_{2X} e no espectro de frequência para b) S_{1X} e d) S_{2X} para o primeiro teste de verificação do metamodelo.



Figura 5.28: Respostas temporais para a) S_{1X} e c) S_{2X} e no espectro de frequência para b) S_{1X} e d) S_{2X} para o primeiro teste de verificação do metamodelo.



ção de equilíbrio do eixo dentro do mancal. Outro ponto que é importante ressaltar é que os discos utilizados como planos de balanceamento nesta bancada apresentam furos (posições para inserir massas) a cada 20°, com isso, dependendo valor da



Figura 5.29: Respostas temporais para a) S_{1X} e c) S_{2X} e no espectro de frequência para b) S_{1X} e d) S_{2X} para o primeiro teste de verificação do metamodelo.



Figura 5.30: Respostas temporais para a) S_{1X} e c) S_{2X} e no espectro de frequência para b) S_{1X} e d) S_{2X} para o primeiro teste de verificação do metamodelo.

massa de correção e da posição angular da mesma, não é possível inserir a condição desejada, tendo que fazer aproximações nas mesmas e assim não alcançando a condição fornecida pelo método de balanceamento utilizado.

Tabela 5.22: Resultados dos testes de validação do metamodelo.						
	Condição Desbalanceada		Metan	nodelo	C	
Tostos	Amp. S_{1X}	Amp. S_{2X}	Amp. S_{1X}	Amp. S_{2X}	Amp. S_{1X}	Amp. S_{2X}
162162	<i>(um)</i>	<i>(um)</i>	<i>(um)</i>	(<i>um</i>)	<i>(um)</i>	(<i>um</i>)
1	24,84	12,42	1,819	1,766	2,738	1,058
2	37,07	15,87	4,609	0,6043	10,58	7,344
3	32,57	9,736	3,586	2,478	3,758	0,6609
4	43,42	21,5	5,494	2,687	10,45	5,114
5	75,37	33,23	13,58	3,883	9,352	3,474
6	56,39	20,12	5,461	1,89	3,11	2,293

Já a Tab. 5.23 apresenta o percentual de redução da amplitude de vibração para o balanceamento via metamodelo e para o balanceamento via método CI.

Metamodelo			(
Tostos	Redução S_{1X}	Redução S_{2X}	Redução S_{1X}	Redução S_{2X}
Testes	(%)	(%)	(%)	(%)
1	92,68	85,78	88,98	91,48
2	87,57	96,19	71,46	53,72
3	88,99	74,55	88,46	93,21
4	87,35	87,50	75,93	76,21
5	81,98	88,31	87,59	89,55
6	90,31	90,61	94,48	88,60
Redução média (%)	88,15	87,16	84,48	82,13

Tabela 5.23: Percentual de redução de vibração do metamodelo e do CI.

É possível observar que o metamodelo obtido para o balanceamento de máquinas rotativas é capaz de reduzir significativamente a amplitude de vibração nos dois planos de medição. O desempenho melhor do metamodelo em relação ao método CI não era esperado, porém aconteceu. Portanto, entende-se que a técnica proposta nesta tese apresenta-se como uma boa alternativa para o balanceamento de máquinas rotativas, uma vez que apresentou bons resultados e que não necessita de massas de testes depois de construído o metamodelo, ganhando assim em tempo de balanceamento.

Capítulo 6

Conclusões e Perspectivas Futuras

Esta tese de doutorado estudou o balanceamento de máquinas rotativas, onde duas técnicas foram abordadas, a primeira baseada no modelo matemático da máquina e a segunda foi utilizando o metamodelo *Kriging*.

Inicialmente foi apresentada uma revisão bibliográfica acerca dos principais trabalhos de balanceamento que utilizam métodos baseados no sinal de vibração e, também, sobre técnicas que utilizam o método que se baseia no modelo matemático do sistema para realizar o balanceamento. Os trabalhos científicos disponíveis na literatura abordaram o balanceamento em máquinas rotativas de tamanho e formas diferentes, mas com um único objetivo, o aprimoramento das técnicas de balanceamento para torna-las mais eficientes em diversos tipos de aplicações.

Para os métodos de balanceamento baseados nos sinais de vibração, abordado o método dos coeficientes de Influência, comumente empregado na indústria. Os métodos das quatro rodadas sem fase e das sete rodadas sem fase também foram apresentados. Todas essas técnicas são eficientes, porém possuem pontos positivos e limitações. Uma alternativa para superar as limitações dessas técnicas, é utilizar o método de balanceamento baseado no modelo matemático. Esta técnica não requer uma relação linear entre a força de balanceamento e as amplitudes de vibração resultantes, o que permite considerar diversas situações concretas, particularmente aquela em que o eixo rotativo é muito flexível.

Além disso, não necessita de massas de teste, minimizando assim o número de paradas da máquina para a medição dos sinais de vibração. Contudo, para a realização do balanceamento por meio desta técnica, um modelo matemático representativo do rotor é necessário, o que muitas vezes implica dificuldades pelo fato do modelo confiável da máquina não ser facilmente obtido, além de algumas vezes necessitar de métodos de otimização para solucionar um problema inverso, no qual o custo computacional normalmente é alto.

Posteriormente, foi apresentado o modelo do rotor utilizado para os testes realizados nesse trabalho, demonstrando a complexidade da construção de um modelo matemático confiável de máquinas rotativas. Foi utilizado o método dos elementos finitos para a elaboração do modelo, uma vez que este possui características que facilitam os cálculos que envolvem a operação de balanceamento. O modelo matemático do rotor foi ajustado através da técnica de otimização conhecida como Evolução Diferencial. Este procedimento foi realizado utilizando FRFs obtidas a partir de diferentes posições de excitação e medição com o rotor em repouso. Foi considerado que o efeito giroscópico do sistema não é grande o suficiente para comprometer a identificação dos parâmetros considerados desconhecidos.

Como mencionado, duas abordagens de balanceamento foram analisadas neste trabalho. A primeira técnica utiliza a análise de incertezas para prever um conjunto de condições de operação do rotor que são diferentes da condição original da máquina. Sendo que as condições de desbalanceamento da máquina a ser balanceada são geradas por amostras que simulam condições que podem vir a acontecer com maquinas rotativas (CARVALHO, 2017). Com isso a contribuição desta tese vem no sentido de entender qual é a melhor forma de criar essas amostras, ou seja, se é por meio da distribuição normal ou uniforme.

Já a segunda técnica utiliza o metamodelo *Kriging* para executar o balanceamento. Essa técnica necessita de entradas (condições desbalanceadas da máquina) e saídas (massa e posições angulardes de balanceamento) para sua criação. Para isso, foi utilizado o CI, que é uma das técnicas mais utilizadas para a realização do balanceamento de máquinas rotativas. Uma vez criado o metamodelo do balanceamento da máquina, basta inserir a condição desbalanceada que o mesmo fornece a(s) massa(s) e a(s) respectiva(s) fase(s) para efetuar o balanceamento, não necessitando de massas de teste e intervenções de parada de máquina para efetuar o balanceamento.

Os resultados numéricos obtidos nesta tese foram apresentados no Cap. 5. Neste caso, primeiramente, foram apresentados os resultados do estudo para determinar a

melhor distribuição para a criação dos cenários desbalanceados da máquina. Estes cenários foram criados a partir de amostras utilizando o MHL e as distribuições normal e uniforme. Como analisado, a distribuição normal apresentou-se melhor quando se trabalha com a criação de cenários de desbalanceamento da máquina rotativa, quando comparado com a distribuição uniforme. Isso ocorre pelo fato da distribuição normal ser mais apropriada quando se trata de eventos aleatórios e quando o número de experimentos são grandes, que é o caso das amostras criadas nesta análise.

Logo em sequência foram apresentados os resultados para o balanceamento utilizando a metamodelagem *Kriging*, que é a grande contribuição deste trabalho de doutorado. Inicialmente foi estudado o balanceamento em apenas um plano, que é mais simples e fácil de executar. Posteriormente, o balanceamento em dois planos foi apresentado.

Os resultados numéricos e experimentais apresentados para o balanceamento em um plano foram bons, demonstrando que a técnica poderia ser utilizada com eficiência para o balanceamento de máquinas rotativas.

Para o balanceamento em dois planos houveram algumas dificuldades que demandaram uma adaptação na criação do metamodelo, que nada mais é que transformar as entradas e saídas do metamodelo em coordenadas cartesianas e não em desbalanceamento e massa e fase de correção. Isso se deve ao fato de o metamodelo não conseguir interpretar bem os ângulos como sendo um círculo, ou seja, ele não tem capacidade de compreender que ângulos próximos a 360° são semelhantes a ângulos próximos de 0°, e também pelo fato de que no balanceamento em dois planos, mais de uma condição desbalanceada pode produzir a mesma força de desbalanceamento, causando dificuldade para o metamodelo. Uma vez feita a modificação para coordenadas cartesianas, o metamodelo foi criado e, como apresentado pelos resultados, foi possível utilizar o mesmo para balancear máquinas rotativas em dois planos, com resultados bastante satisfatórios.

Concluindo, pode-se destacar as seguintes contribuições desta tese de doutorado:

- Estudo e aperfeiçoamento da técnica de balanceamento proposto por Carvalho (2017), demonstrando a melhor distribuição a ser utilizada para criação de amostras para o balanceamento de máquinas rotativas;
- · Desenvolvimento de uma técnica não convencional para o balanceamento de

máquinas rotativas, utilizando metamodelo Kriging;

- Comprovação numérica e experimental da eficácia do metamodelo criado para a realização de balanceamentos em um e dois planos;
- A técnica de balanceamento utilizando o metamodelo Kriging trás uma nova perspectiva para o balanceamento pois a mesma é capaz de balancear a máquina com eficiência sem a utilização de massas de teste, reduzindo assim o tempo de parada de máquinas. Este ponto é importante para o contexto de laboratório, mas principalmente para o contexto industrial, podendo representar um ganho significativo de produção.

Contudo, ainda há tópicos que precisam ser estudados na continuidade deste trabalho como, por exemplo:

- a) Realizar o estudo para o balanceamento em mais de dois planos, utilizando o metamodelo *Kriging*;
- b) Realizar a análise das outras métricas de erro e funções de correlação do metamodelo;
- c) Realizar o balanceamento utilizando o metamodelo *Kriging* para máquinas com outras configurações, como por exemplo, com mancal hidrodinâmico e máquinas industriais.
Referências

ALVES, D. S.; MACHADO, T. H.; CAVALCA, K. L.; BACHSCHMID, N. Characteristics of oil film nonlinearity in bearings and its effects in rotor balancing. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier, v. 459, p. 114854, 2019.

BORGES, A. S. et al. Controle modal de rotores com mancais magnéticos: Projeto robusto. Universidade Federal de Uberlândia, 2016.

CARVALHO, V. N. Balanceamento robusto de máquinas rotativas com eixos flexíveis. Universidade Federal de Uberlândia, 2017.

CARVALHO, V. N.; DOURADO, A. D. P.; RENDE, B. R.; CAVALINI JR., A. A.; STEFFEN JR., V. Experimental validation of a robust model-based balancing approach. **Journal of Vibration and Control**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 25, n. 2, p. 423–434, 2019.

CAVALINI JR., A.; SANTOS, M. B. dos; STEFFEN JR., V.; MAHFOUD, J. Industrial application of a model based rotor balancing technique. In: **XVIII Symposium On Vibrations, Shocks And Noise, VCB2012**. [S.I.: s.n.], 2012. p. 1–12.

CAVALINI JR., A. A. et al. Detecção e identificação de trincas transversais incipientes em eixos horizontais flexíveis de máquinas rotativas. Universidade Federal de Uberlândia, 2013.

COELHO, L. d. S. Fundamentos, potencialidades e aplicações de algoritmos evolutivos. **Notas em Matemática Aplicada**, v. 2, 2003.

CONRY, T.; GOGLIA, P.; CUSANO, C. A minimum strain energy approach for obtaining optimal unbalance distribution in flexible rotors. 1982.

DOURADO, A.; CAVALINI JR., A.; STEFFEN JR., V. Uncertainty quantification techniques applied to rotating systems: A comparative study. **Journal of Vibration and Control**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 24, n. 14, p. 3010–3025, 2018.

DYER, S. W.; SHI, J.; NI, J.; SHIN, K.-K. Robust optimal influence-coefficient control of multiple-plane active rotor balancing systems. **J. Dyn. Sys., Meas., Control**, v. 124, n. 1, p. 41–46, 2002.

EL-SHAFEI, A.; EL-KABBANY, A.; YOUNAN, A. Rotor balancing without trial weights. In: **Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air**. [S.I.: s.n.], 2002. v. 36096, p. 1117–1124. ERICKSON, C. B.; ANKENMAN, B. E.; SANCHEZ, S. M. Comparison of gaussian process modeling software. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 266, n. 1, p. 179–192, 2018.

EVERETT, L. J. Two-plane balancing of a rotor system without phase response measurements. 1987.

GHANEM, R. G.; SPANOS, P. D. Stochastic finite elements: a spectral approach. [S.I.]: Courier Corporation, 2003.

GOODMAN, T. P. A least-squares method for computing balance corrections. 1964.

HUNDAL, M.; HARKER, R. Balancing of flexible rotors having arbitrary mass and stiffness distribution. 1966.

IMAN, R. L.; CONOVER, W. Small sample sensitivity analysis techniques for computer models.with an application to risk assessment. **Communications in Statistics - The-ory and Methods**, Taylor Francis, v. 9, n. 17, p. 1749–1842, 1980. Disponível em: https://doi.org/10.1080/03610928008827996>.

IMBERT, J.-F. Analyse des structures par éléments finis. [S.I.: s.n.], 1979.

ISO, D. Mechanical vibration—balance quality requirements for rotors in a constant (rigid) state—part 1: Specification and verification of balance tolerances. **ISO 1940-1: 2003**, 2003.

KANG, Y.; CHANG, Y.-P.; TSENG, M.-H.; TANG, P.-H.; CHANG, Y.-F. A modified approach based on influence coefficient method for balancing crank-shafts. **Journal of sound and vibration**, Elsevier, v. 234, n. 2, p. 277–296, 2000.

KOROISHI, E. H. et al. Controle de vibrações em máquinas rotativas utilizando atuadores eletromagnéticos. Universidade Federal de Uberlândia, 2013.

LALANNE, M.; FERRARIS, G. Rotordynamics prediction in engineering. [S.I.]: Wiley, 1998.

LEE, S.-H.; KIM, B.-S.; MOON, J.-D.; KIM, D.-H. A study on active balancing for rotating machinery using influence coefficient method. In: IEEE. **2005 International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation**. [S.I.], 2005. p. 659–664.

LI, G.; LIN, Z.; ALLAIRE, P. E. Robust optimal balancing of high-speed machinery using convex optimization. **Journal of vibration and acoustics**, American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, v. 130, n. 3, 2008.

LOBATO, F. S. et al. Otimização multi-objetivo para o projeto de sistemas de engenharia. Universidade Federal de Uberlândia, 2008.

LOPHAVEN, S. N.; NIELSEN, H. B.; SØNDERGAARD, J. Amatlab kriging toolbox. Technical University of Denmark, Kongens Lyngby, Technical Report No. IMM-TR-2002-12, Citeseer, 2002.

MAHFOUDH, J.; LEPINE, X. de; LEVECQUE, N.; HAGOPIAN, J. D. Numerical and experimental investigations for rotating machine balancing without test run. In: ABCM (EDITOR). **XII International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics (DI-NAME 2007)**. [S.I.], 2007. p. CD–Rom.

MATHERON, G. Principles of geostatistics. **Economic geology**, Society of Economic Geologists, v. 58, n. 8, p. 1246–1266, 1963.

MCKAY, M. D.; BECKMAN, R. J.; CONOVER, W. J. A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. **Technometrics**, Taylor Francis, v. 42, n. 1, p. 55–61, 2000. Disponível em: https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00401706.2000.10485979>.

MORAIS, T. Contribuiçao ao estudo de máquinas rotativas contendo nao linearidades. **Tese de Doutorado**, 2010.

NEWMAN, M. E. J.; BARKEMA, G. T. **Monte Carlo methods in statistical physics**. Oxford: Clarendon Press, 1999.

OLIVEIRA, M. V. F. d. et al. Caracterização numérica e experimental de uma bancada de rotor flexível suportada por mancais magnéticos ativos. Universidade Federal de Uberlândia, 2015.

RENDE, B. R. F.; OLIVEIRA, D. D. de; JR, F. L. da C.; JR, A. A. C.; JR, V. S. Técnicas de blanceamento de máquinas rotativas sem a medição de fase. **XXII Congresso de Estudantes de Engenharia Mecânica**, 1996.

SALDARRIAGA, M. V.; JR, V. S.; HAGOPIAN, J. D.; MAHFOUD, J. On the balancing of flexible rotating machines by using an inverse problem approach. **Journal of vibration and control**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 17, n. 7, p. 1021–1033, 2011.

SALDARRIAGA, M. V.; STEFFEN JR., V. Balancing of flexible rotors without trial weights by using optimization techniques. In: **Proc of COBEM**. [S.I.: s.n.], 2003.

SICCHIERI, L. C. et al. Metamodelagem kriging aplicada em modelos de mancais termo-hidrodinâmicos. Universidade Federal de Uberlândia, 2019.

SILVA, A. D. G.; CAVALINI, A. A.; STEFFEN, V. Model based robust balancing approach for rotating machines. In: **Model Validation and Uncertainty Quantification**, **Volume 3**. [S.I.]: Springer, 2016. p. 243–251.

SIMÕES, R. C. et al. Controle modal ótimo de um rotor flexível utilizando atuadores piezelétricos do tipo pilha. Universidade Federal de Uberlândia, 2006.

SIMPSON, T. W.; POPLINSKI, J.; KOCH, P. N.; ALLEN, J. K. Metamodels for computerbased engineering design: survey and recommendations. **Engineering with computers**, Springer, v. 17, n. 2, p. 129–150, 2001.

SINOU, J.-J.; NECHAK, L.; BESSET, S. Kriging metamodeling in rotordynamics: Application for predicting critical speeds and vibrations of a flexible rotor. **Complexity**, Hindawi, v. 2018, 2018.

STANDARD, I. Mechanical vibration-evaluation of machine vibration by measurements on non-rotating parts. **ISO/IS**, v. 10816, 1996.

STANDARD, I. Mechanical Vibration of Non-Reciprocating Machines– Measurements on Rotating Shafts and Evaluation Criteria, part 1. 1996.

STEFFEN JR., V.; LACERDA, H. Using optimization for balancing flexible rotors. In: **10th International Modal Analysis Conference**. [S.I.: s.n.], 1992. v. 2, p. 810–815.

STORN, R. Differrential evolution-a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces. **Technical report, International Computer Science Institute**, v. 11, 1995.

TAN, S.-G.; WANG, X.-X. A theoretical introduction to low speed balancing of flexible rotors: unification and development of the modal balancing and influence coefficient techniques. **Journal of sound and vibration**, Elsevier, v. 168, n. 3, p. 385–394, 1993.

TESSARZIK, J. Flexible rotor balancing by the exact point-speed influence coefficient method Final report. [S.I.], 1970.

TESSARZIK, J. M.; BADGLEY, R. H.; ANDERSON, W. J. Flexible rotor balancing by the exact point-speed influence coefficient method. 1972.

VIANA, F.; STEFFEN JR., V. Simple optimization toolbox—users guide. http://www. geocities. com/fchegury/>(downloaded at November 2006), 2006.

VIANA, F. A. C. et al. Surrogate modeling techniques and heuristic optimization methods applied to design and identification problems. Universidade Federal de Uberlândia, 2008.

VIANA, F. A. C.; VENTER, G.; BALABANOV, V.; STEFFEN JR., V. On how to implement an affordable optimal latin hypercube. In: **Proceedings of the 19th Congress of Mechanical Engineering (COBEM'07)**. [S.I.: s.n.], 2007.

WANG, H.; LI, E.; LI, G.; ZHONG, Z. Development of metamodeling based optimization system for high nonlinear engineering problems. **Advances in Engineering Software**, Elsevier, v. 39, n. 8, p. 629–645, 2008.

WOWK, V. **Machinery vibration: balancing**. [S.I.]: McGraw-Hill Professional Publishing, 1995.

XIAOBO, Z. Comparison of response surface method and kriging method for approximation modeling. In: IEEE. **2017 2nd International Conference on Power and Renewable Energy (ICPRE)**. [S.I.], 2017. p. 66–70.

YAO, J.; YANG, F.; SU, Y.; SCARPA, F.; GAO, J. Balancing optimization of a multiple speeds flexible rotor. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier, v. 480, p. 115405, 2020.

ZHAO, S.; REN, X.; DENG, W.; LU, K.; YANG, Y.; LI, L.; FU, C. A novel transient balancing technology of the rotor system based on multi modal analysis and feature points selection. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier, v. 510, p. 116321, 2021.

ZHAO, S.; REN, X.; ZHENG, Q.; LU, K.; FU, C.; YANG, Y. Transient dynamic balancing of the rotor system with uncertainty. **Mechanical Systems and Signal Processing**, Elsevier, v. 171, p. 108894, 2022.

ZHENG, S.; WANG, C. Rotor balancing for magnetically levitated tmps integrated with vibration self-sensing of magnetic bearings. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, IEEE, v. 26, n. 6, p. 3031–3039, 2021.