

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DANIEL LUIZ RIBEIRO

**CONTROLE DE FEIXE EM ANTENAS INTELIGENTES
UTILIZANDO GEOMETRIA FRACTAL**

UBERLÂNDIA

2022

DANIEL LUIZ RIBEIRO

**CONTROLE DE FEIXE EM ANTENAS INTELIGENTES
UTILIZANDO GEOMETRIA FRACTAL**

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Doutor em Ciências. Área de concentração: Processamento Digital de Sinais.

Orientador:

GILBERTO ARANTES CARRIJO, PhD

UBERLÂNDIA

2022

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

R484 2022	<p>Ribeiro, Daniel Luiz, 1979- Controle de Feixe em Antenas Inteligentes Utilizando Geometria Fractal [recurso eletrônico] / Daniel Luiz Ribeiro. - 2022.</p> <p>Orientador: Gilberto Arantes Carrijo. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Pós-graduação em Engenharia Elétrica. Modo de acesso: Internet. Disponível em: http://doi.org/10.14393/ufu.te.2022.580 Inclui bibliografia.</p> <p>1. Engenharia elétrica. I. Carrijo, Gilberto Arantes, 1948-, (Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia. Pós-graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.</p> <p>CDU: 621.3</p>
--------------	---

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:
Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074

DANIEL LUIZ RIBEIRO

**CONTROLE DE FEIXE EM ANTENAS INTELIGENTES
UTILIZANDO GEOMETRIA FRACTAL**

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Doutor em Ciências.
Área de concentração: Processamento Digital de Sinais.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Gilberto Arantes Carrijo, PhD
FEELT/ Universidade Federal de Uberlândia – MG

Prof. Lorenzo Santos Vasconcelos, Dr.
FEELT/ Universidade Federal de Uberlândia – MG

Prof. Alexandre Coutinho Mateus, Dr.
FEELT/ Universidade Federal de Uberlândia – MG

Prof. Benedito Alencar de Arruda, Dr.
UFMT/Universidade Federal de Mato Grosso

Prof. Haroldo Benedito Tadeu Zattar, Dr.
UFMT/Universidade Federal de Mato Grosso



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Av. João Naves de Ávila, 2121, Bloco 3N - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-MG, CEP 38400-902
Telefone: (34) 3239-4707 - www.posgrad.feelt.ufu.br - copel@ufu.br



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Elétrica				
Defesa de:	Tese de Doutorado, 306, PPGEELT				
Data:	Sete de outubro de dois mil e vinte e dois	Hora de início:	08:30	Hora de encerramento:	12:00
Matrícula do Discente:	11723EEL001				
Nome do Discente:	Daniel Luiz Ribeiro				
Título do Trabalho:	Controle de Feixe em Antenas Inteligentes Utilizando Geometria Fractal				
Área de concentração:	Processamento da Informação				
Linha de pesquisa:	Processamento Digital de Sinais				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Coordenador do projeto: Edgar Silva Júnior e Gilberto Arantes Carrijo Título do projeto: : MODELOS DE PROPAGAÇÃO MICROCELULARES EM ÁREAS URBANAS E MÓVEIS PARA FREQUÊNCIAS DE UHF E MICROONDAS Agência financiadora: Fundação de Pesquisa do Estado da Bahia. Número do processo na agência financiadora: Vigência do projeto: 2016 até atual				

Reuniu-se por meio de videoconferência, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, assim composta: Professores Doutores: Alexandre Coutinho Mateus - FEELT/UFU; Lorenço Santos Vasconcelos - FEELT/UFU; Benedito Alencar de Arruda - UFMT; Haroldo Benedito Tadeu Zattar - UFMT; Gilberto Arantes Carrijo - FEELT/UFU, orientador(a) do(a) candidato(a).

Iniciando os trabalhos o(a) presidente da mesa, Dr(a). Gilberto Arantes Carrijo, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato(a), agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(as) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado(a).

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Lorenzo Santos Vasconcelos, Professor(a) do Magistério Superior**, em 07/10/2022, às 11:14, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **HAROLDO B. T. ZATTAR, Usuário Externo**, em 07/10/2022, às 11:15, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Alexandre Coutinho Mateus, Professor(a) do Magistério Superior**, em 07/10/2022, às 11:15, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Gilberto Arantes Carrijo, Professor(a) do Magistério Superior**, em 07/10/2022, às 11:33, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Benedito Alencar de Arruda, Usuário Externo**, em 07/10/2022, às 12:09, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **3970720** e o código CRC **71DE653B**.

AGRADECIMENTOS

A Deus, a causa primeira de todas as coisas, por me conceder a graça de estudar engenharia elétrica e poder terminar mais esta etapa de minha caminhada.

A Jesus Cristo, o mestre dos mestres, o maior doutor que habitou a Terra, sem nunca ter sequer pisado em uma universidade.

Aos meus pais, Ronaldo e Dora, que sempre me incentivaram e me ajudaram para que eu pudesse estudar e chegar até aqui.

À minha família que se sacrificou tanto para que eu conseguisse concluir a minha pós-graduação: minha esposa Daniela, que tem se desdobrado em múltiplas tarefas e permitido minhas ausências, além do suporte emocional e afetivo; meus filhos Ezequiel e Emanuel, que tanto demandaram minha presença paterna.

Ao restante da minha família: irmãos, cunhados, sobrinhos, tios, primos e todo o restante, pela torcida e incentivo constantes.

Aos amigos que, mesmo distantes, me ajudam e incentivam.

Ao orientador Gilberto Arantes Carrijo, que se tornou a lenda viva do curso de Engenharia Elétrica da UFU, e a quem eu tive a honra de ter como orientador no mestrado e no doutorado.

Aos demais membros da banca, os professores Lorenzo Vasconcelos, Alexandre Mateus, Benedito Arruda e Haroldo Zattar, por aceitarem compor a banca e fazer parte deste processo.

Ao professor Adélio José de Moraes, que se despiu da indumentária carnal e hoje habita o mundo dos espíritos, por ter me ajudado tanto e inspirado as mais nobres atitudes.

A todos os demais professores da FEELT, que tanto enriquecem o curso e dos quais guardarei sempre boas recordações, inclusive dos que já se aposentaram.

A todos os funcionários da Faculdade de Engenharia Elétrica, ativos ou que já se aposentaram, sem os quais não seria possível a existência e manutenção de nossos estudos.

RESUMO

Antenas inteligentes são conjuntos ou arranjos de antenas, ligadas a um processador de sinal, capazes de ajustar ou adaptar seu próprio padrão de feixe de modo a enfatizar sinais ou direções de interesse e minimizar sinais/ interferências ou direções que não sejam de interesse. Antenas fractais são estruturas irradiadoras geradas recursivamente e iterativamente a partir da aplicação repetida de um fator de conjunto gerador, possuindo a característica básica de ser auto semelhante, isto é, sua estrutura numa escala maior é semelhante à estruturas da mesma antena em escala reduzida.. Baseadas na teoria dos fractais desenvolvida por Mandelbrot, encontra aplicação em quase todos os ramos da ciência.

O presente trabalho procura unir essas duas inovadoras tecnologias, as antenas inteligentes e as antenas fractais, as quais, combinadas, podem ser uma excelente alternativa em projetos que requerem maior largura de banda, formação de feixe adaptativo, miniaturização e aumento da capacidade de estações base.

Um amplo estudo bibliográfico foi realizado para dar maior suporte ao tema em questão. Além disso, foi utilizada a ferramenta computacional *HFSS* da *Ansoft®*, um software que simula estruturas em alta frequência, para simular a antena fractal inteligente proposta. Várias simulações são realizadas e os resultados cuidadosamente avaliados.

Ao final, chegou-se a um arranjo composto por antenas fractais inteligentes, capaz de realizar uma boa varredura do espaço e, ao mesmo tempo, operar em multibanda, requisito indispensável aos modernos sistemas 5G.

Espera-se que a antena fractal inteligente proposta possa contribuir com o design de sistemas de comunicação que requerem maior eficiência espectral, atendendo à crescente demanda por conexões mais rápidas, seguras e econômicas.

Palavras-chave: Antenas Fractais, Antena Fractal Inteligente, Antenas Inteligentes, DOA, Formação Adaptativa de Feixe, Operação em Multibanda, SDMA

ABSTRACT

Smart antennas are sets or arrays of antennas, linked to a signal processor, capable of adjusting or adapting their own beam pattern in order to emphasize signals or directions of interest and minimize signals/interferences or directions that are not of interest. Fractal antennas are radiating structures generated recursively and iteratively from the repeated application of a generator set factor, having the basic characteristic of being self-similar, that is, its structure on a larger scale is similar to the structures of the same antenna on a reduced scale. Based on the theory of fractals developed by Mandelbrot, they find application in almost all branches of science.

The present work seeks to unite these two innovative technologies, smart antennas and fractal antennas, which, combined, can be an excellent alternative in projects that require greater bandwidth, adaptive beamforming, miniaturization and increased base station capacity.

An extensive bibliographic study was carried out to give greater support to the topic in question. In addition, Ansoft®'s HFSS computational tool, a software that simulates high frequency structures, was used to simulate the proposed intelligent fractal antenna. Several simulations are performed and the results carefully evaluated.

In the end, an arrangement composed of intelligent fractal antennas was reached, capable of performing a good scan of space and, at the same time, operating in multiband, an indispensable requirement for modern 5G systems.

It is expected that the proposed smart fractal antenna can contribute to the design of communication systems that require greater spectral efficiency, meeting the growing demand for faster, safer and more economical connections.

Keywords: Fractal Antennas, Smart Fractal Antenna, Smart Antennas, DOA, Adaptive Beamforming, Multiband Operation, SDMA

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	13
LISTA DE TABELAS	19
LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS	20
1. INTRODUÇÃO	24
1.1 Motivação Inicial	24
1.2 Objeto de Estudo e Metodologia Utilizada	27
1.3 Estrutura da Tese	29
2. ANTENAS E SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO	31
2.1 Introdução	31
2.2 Linhas de Transmissão e Antenas.....	34
2.2.1 Coeficiente de Reflexão	37
2.2.2 Impedância Característica da Linha de Transmissão	43
2.2.3 Perda de Retorno	48
2.2.4 VSWR – Voltage Standing Wave Ratio	49
2.2.5 Antena como Continuação da Linha de Transmissão	50
2.3 Princípios Básicos de Antenas	54
2.3.1 Diagrama de Radiação de Campo Distante	57
2.3.2 Potencial Vetor Magnético	59
2.3.3 Potência Radiada	65
A) Dipolo Curto	65
B) Dipolo de Meio Comprimento de Onda	70
2.3.4 Intensidade de Radiação	72
2.3.5 Diretividade	73
2.3.6 Impedância de Entrada	74
2.3.7 Ganho	77
2.3.8 Frequência de Ressonância	77
2.3.9 Largura de Banda	79
2.3.10 Fator de Qualidade e Curva de Seletividade	80
2.3.11 Polarização da Onda Eletromagnética	81
3. CONJUNTO DE ANTENAS	83
3.1 Introdução	83
3.2 Interferências: Construtiva e Destrutiva.....	85
3.3 Distribuições: Linear, Plana, Circular	90

3.3.1 Distribuição Linear	90
3.3.2 Distribuição Plana	96
3.3.3 Distribuição Circular	100
3.4 Conjuntos Broadside e End-Fire	102
3.5 Vetor de Conjunto e Matriz de Pesos	103
4. ANTENAS FRACTAIS	105
4.1 Introdução	106
4.2 Perspectiva Histórica da Geometria Fractal	106
4.3 Dimensão Fractal	116
4.4 Geometria Fractal Aplicada à Área de Antenas	118
4.5 Fator de Conjunto de Antenas Fractais	121
4.5.1 Fator de Conjunto para Distribuição Linear	123
4.5.2 Fator de Conjunto para Distribuição Plana	127
4.5.3 Fator de Conjunto para Distribuição Circular	129
4.6 Matriz de Pesos com Função Janela Fractal	131
4.7 Técnica Iterativa de Fourier	132
4.8 Geometria Fractal em Projetos de Ant. Eletricamente Pequenas	134
4.9 Geometria Fractal em Projetos de Ant. Independentes da Frequência ...	137
4.10 Críticas ao Uso de Antenas Fractais	139
5. PROCESSOS ESTOCÁSTICOS E ESTIMATIVA	141
5.1 Introdução	141
5.2 Conceitos Fundamentais	142
5.3 Função Densidade de Probabilidade	143
5.3.1 Gaussiana	143
5.3.2 Rayleigh	144
5.3.3 Uniforme	144
5.3.4 Exponencial	145
5.3.5 Riccia	145
5.3.6 Laplace	146
5.4 Valor Esperado e Momentos	147
5.5 Correlação	148
5.6 Ergodicidade e Estacionaridade	151
5.7 Estimativa	151
5.8 Matriz de Correlação de Conjunto	155
5.9 Estimativa Espectral	157
5.9.1 Estimativa Espectral Temporal	158
A) Métodos Paramétricos	158

B) Métodos Não Paramétricos	159
6. ANTENAS INTELIGENTES	163
6.1 Introdução	163
6.2 SDMA	166
6.3 Cancelamento de Lóbulo Lateral Fixo	168
6.4 Técnicas para Detecção da Direção de Chegada e Formação	
Dinâmica de Feixe em Antenas	171
6.4.1 Determinação do Ângulo de Chegada	171
6.4.2 Estimativa Espectral Espacial	174
6.4.2.1 Métodos Não Paramétricos	179
A) Estimativa Bartlett	179
B) Estimativa de Capon	179
C) Método Multitaper	180
6.4.2.2 Métodos Paramétricos	180
A) Método dos Mínimos Quadrados Para Modelo	
Determinístico de Sinais	181
B) Método da Máxima Verossimilhança	181
C) Método de Ajuste de Subespaço	181
D) MUSIC	183
E) ESPRIT	183
6.4.3 Formação Dinâmica de Feixe	184
7. PROPOSTA DE CONTROLE DE FEIXE EM ANTENAS INTELIGENTES	
UTILIZANDO GEOMETRIA FRACTAL	187
7.1 Introdução	187
7.2 Otimização de Antenas Utilizando Geometria Fractal	188
7.2.1 Melhoramento da Perda de Retorno e da Operação em	
Multibanda	188
7.3 Experimentos com Antenas Fractais e suas Limitações	198
7.4 Particularidades do Software	200
7.5 Antena Fractal Inteligente Proposta	202
7.6 Simulação e Resultados	205
7.7 Análise dos Resultados	222
8. CONCLUSÃO	224
9. ANEXO	227
10. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	228

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Sistema de comunicação utilizando antena transmissora.	31
Figura 2.2 – Representação de uma linha de transmissão com ondas estacionárias e propagação de ondas eletromagnéticas a partir de sua abertura.....	34
Figura 2.3 – Seção do circuito equivalente de uma linha de transmissão	36
Figura 2.4 – Atenuação de um sinal ao longo de uma linha de transmissão com perdas	40
Figura 2.5 – Linha de transmissão tomada à esquerda da carga como referencial negativo	42
Figura 2.6 – Linha de transmissão terminada com uma antena dipolo.....	50
Figura 2.7 – Comportamento de uma linha de transmissão terminada em circuito aberto.....	53
Figura 2.8 – Linhas de campo de um dipolo elétrico em movimento, nos vários instantes de tempo	54
Figura 2.9 – Linhas de campo de um dipolo elétrico em movimento acelerado, nos vários instantes de tempo	55
Figura 2.10 – Propagação de uma fonte pontual em vários instantes de tempo.	56
Figura 2.11 – Diagrama de Radiação para o modelo DTV-3000 da Aquário®. Manual técnico encontrado em: www.aquario.com.br	58
Figura 2.12 – Diagrama de radiação no plano azimutal para a antena dipolo ...	58
Figura 2.13 – Antena dipolo localizada na origem do sistema de coordenadas cartesianas	66
Figura 2.14 – Distribuição de corrente de um dipolo $\lambda/2$	70
Figura 2.15 – Diretividade versus comprimento do dipolo	73
Figura 2.16 – Representação da impedância de entrada de uma antena	74
Figura 2.17 – Frequência de Ressonância	77
Figura 2.18 – Impedância de entrada em função da frequência, para um dipolo. A parte em vermelho corresponde à resistência (real) e a parte em azul indica a reatância (imaginária).....	78
Figura 2.19 – Perda de Retorno em função da frequência, para um dipolo.....	78

Figura 2.20 – Exemplo de VSWR em função da frequência	79
Figura 2.21 – Ganho versus frequência de um dipolo curto	79
Figura 2.22 – Fator de Qualidade em função do tamanho do dipolo curto	80
Figura 2.23 – Propagação da onda plana transversa eletromagnética linearmente polarizada	81
Figura 2.24 – Polarização circular da onda eletromagnética	
Fonte: Imagem de Helder de Figueiredo e Paula por Pixabay	82
Figura 3.1 – Conjunto de antenas composto por 12 elementos irradiantes. Imagem retirada e adaptada de:	
OpenClipart-Vectors por Pixabay.....	83
Figura 3.2 – Exemplos de distribuição em conjuntos	84
Figura 3.3 – Interferências construtiva e destrutiva em conjuntos de antenas	85
Figura 3.4 – Padrão de radiação de duas fontes distanciadas de $\lambda/2$. (a) Mesma fase. (b) Fases opostas.	86
Figura 3.5 – Padrão de radiação de duas fontes distanciadas de $\lambda/4$ e defasadas de 90°	87
Figura 3.6 – Duas fontes pontuais isotrópicas com a mesma intensidade de radiação	88
Figura 3.7 – Geometria de campo distante de um conjunto de n fontes Isotrópicas	91
Figura 3.8 – Conjunto com 10 elementos, $d = \lambda/4$, $\beta = 0^\circ$, $\beta = 45^\circ$ e $\beta = 90^\circ$	94
Figura 3.9 – Diretividade e Fator de conjunto para 10 elementos, $d = \lambda/4$	95
Figura 3.10 – Conjunto plano	97
Figura 3.11 – Fator de conjunto para 20 elementos planos (a) e diretividade relativa (b)	98
Figura 3.12 – Radiação em 3D para três elementos (a) e representação bidimensional (b)	100
Figura 3.13 – Conjunto Circular	100
Figura 3.14 – Diretividade e Fator de Conjunto para 10 elementos circulares, raio igual a λ	101
Figura 3.15 – Exemplos de conjuntos Broadside (à esquerda) e End-Fire (à direita)	102

Figura 3.16 – Conjunto de antenas com os respectivos pesos	104
Figura 4.1 – Ilustração da geometria hiperbólica. Fonte: Adaptada de Pixabay..	106
Figura 4.2 – Função de Weierstrass	108
Figura 4.3 – Pente de Cantor	108
Figura 4.4 – Disco Hiperbólico de Poincaré. Fonte: Pixabay	109
Figura 4.5 – Curva de Peano-Hilbert	110
Figura 4.6 – Curva de Koch	110
Figura 4.7 – Gaxeta (a) e Triângulo (b) de Sierpinski. Fonte: Pixabay	112
Figura 4.8 – Conjunto de Julia. Fonte: Pixabay	112
Figura 4.9 – Folha construída de forma iterativa	113
Figura 4.10 – Paisagem com raios, plantas, terreno e montanhas ao fundo. Fonte: Reimund Bertrams por Pixabay.	114
Figura 4.11 – Figura formada a partir da iteração recursiva gerada computacionalmente, em formato fractal. Fonte: alto2 por Pixabay.....	115
Figura 4.12 – Conjunto de Mandelbrot. Fonte: Charles Thonney por Pixabay	115
Figura 4.13 – Box-counting algorithm utilizado para determinar a dimensão fractal de uma folha.....	117
Figura 4.14 – Conjunto de Cantor ternário com 3 iterações	123
Figura 4.15 – Gráfico polar para $\delta=2$ e $P=1,2,3$, considerando-se ψ variável ...	125
Figura 4.16 – Gráfico polar para $\delta=2$ e $P=1,2,3$, considerando-se θ variável	126
Figura 4.17 – Diagramas de radiação para o conjunto ternário de Cantor, com três iterações	127
Figura 4.18 – Diagrama de radiação e fator de conjunto do tapete de Sierpinski para $d=\lambda/2$ e $P=3$	128
Figura 4.19 – Processo de geração de um conjunto fractal a partir de um subconjunto gerador circular	130
Figura 4.20 – Processo de geração de um fractal para o terceiro e quarto estágios	130
Figura 4.21 – Fluxograma do algoritmo utilizado na técnica iterativa de Fourier. [Li 2012]	133
Figura 4.22 – Antena confinada numa estrutura esférica	135
Figura 4.23 – Q x kr para várias antenas. [HANSEN 1981]	135
Figura 4.24 – Diferentes estágios de iteração da curva de Koch.	

[BALIARDA 2000b]	136
Figura 4.25 – Antenas espirais de fenda	138
Figura 5.1 – PDF gaussiana	143
Figura 5.2 – PDF de Rayleigh	144
Figura 5.3 – PDF Uniforme	145
Figura 5.4 – PDF Exponencial	145
Figura 5.5 – PDF de Riccia	146
Figura 5.6 – PDF de Laplace	146
Figura 5.7 – Propagação direta e multipercurso de um sinal	150
Figura 5.8 – Efeito de multipercurso de um sinal e ruído	153
Figura 5.9 – Esquema de sinal ruidoso adicionado ao sinal principal	153
Figura 5.10 – Conjunto bidimensional iluminado por uma onda plana incidente..	155
Figura 6.1 – Ambiente composto por um sinal de interesse e por sinais que não são de interesse	163
Figura 6.2 – Sistema de feixe comutado	164
Figura 6.3 – Sistema com formação de feixe adaptativo	165
Figura 6.4 – Conjunto de antenas SDMA	166
Figura 6.5 – Sistema de cancelamento de lóbulo secundário.	168
Figura 6.6 – SLC em radar. Fonte: (HONG, 2021)	170
Figura 6.7 – Conjunto com 2 elementos para determinação do ângulo de chegada	171
Figura 6.8 – Conjunto com i elementos realimentados para determinação do ângulo de chegada	173
Figura 6.9 – Conjunto formado por sensores, sobre o qual incidem dois sinais..	175
Figura 6.10 – Conjunto plano formado por $L \times K$ elementos	177
Figura 7.1 – Plaquetas de Minkowski com nenhuma iteração (A0), uma iteração (A1) e duas iterações (A2). Fonte: [OLIVEIRA 2010]	188
Figura 7.2 – Perda de Retorno para a antena proposta. [OLIVEIRA 2010]	189
Figura 7.3 – Antena patch proposta por GIANVITTORIO et. al. [GIANVITTORIO 2002]	190
Figura 7.4 – Perda de Retorno da antena proposta por GIANVITTORIO et. al. (GIANVITTORIO 2002)	190
Figura 7.5 – Antena proposta por KRISHNA et. al. e	

(b) Perda de Retorno. [KRISHNA 2009]	191
Figura 7.6 – Antena DRAF (a) e sua Perda de Retorno (b). [ORAZI 2014]	191
Figura 7.7 – Triângulo Sierpinski com vários ângulos de alargamento. [BALIARDA 2000a].	192
Figura 7.8 – Coeficiente de Reflexão para as várias antenas. [BALIARDA 2000a]	192
Figura 7.9 – Quadrado Fractal de Cantor Modificado. (b) Perda de Retorno. [MONDAL 2015]	193
Figura 7.10 – Estrutura inicial com vários estágios de iteração. [RIBEIRO 2016]	194
Figura 7.11 – (a) Antena proposta por ABDERRAHMANE et. al. (b) VSWR. [ABDERRAHMANE 2013]	195
Figura 7.12 – Antena concatenada (a) e Perda de Retorno (b). [HAMDOUNI 2015]	195
Figura 7.13 – Fractal hexagonal (a) e sua perda de retorno (b). [AZARI 2008] ..	196
Figura 7.14 – Estrutura híbrida (a) e perda de retorno (b). [ARIF 2019]	197
Figura 7.15 – Antena fractal Minkowski modificada (a) e perda de retorno (b). [RENGASAMY 2021]	197
Figura 7.16 – Antena monopolo fractal (a) e perda de retorno (b). [PATIL 2015]	199
Figura 7.17 – Antena fractal inteligente proposta	202
Figura 7.18 – Subconjunto gerador da antena fractal inteligente proposta	203
Figura 7.19 – Figura com uma iteração fractal	204
Figura 7.20 – Perda de Retorno para a faixa de 1 GHz a 10 GHz da antena Proposta	205
Figura 7.21 – Perda de Retorno para a faixa de 10 GHz a 20 GHz da antena proposta	205
Figura 7.22 – Perda de Retorno para a faixa de 20 GHz a 30 GHz da antena proposta	206
Figura 7.23 – Impedância de entrada para a faixa de 1 GHz a 10 GHz da antena proposta	207
Figura 7.24 – Impedância de entrada para a faixa de 10 GHz a 20 GHz da antena proposta	207

Figura 7.25 – Impedância de entrada para a faixa de 20 GHz a 30 GHz da antena proposta	208
Figura 7.26 – Diagrama de radiação varredura em ϕ e $\theta=45^\circ$, $\beta=0$	208
Figura 7.27 – Diagrama de radiação com varredura em θ , $\phi=0^\circ$, $\beta=0$	209
Figura 7.28 – Diagrama 3D com valores do ganho. $\beta=0$	209
Figura 7.29 – Diagrama de radiação varredura em ϕ e $\theta=45^\circ$, $\beta x=30^\circ$ e $\beta y=0^\circ$	210
Figura 7.30 – Diagrama 3D referente ao ganho, $\beta x=30^\circ$ e $\beta y=0^\circ$	210
Figura 7.31 – Diagrama de radiação varredura em ϕ e $\theta=45^\circ$, $\beta x=0^\circ$ e $\beta y=30^\circ$	211
Figura 7.32 – Diagrama 3D referente ao ganho, $\beta x=0^\circ$ e $\beta y=30^\circ$	211
Figura 7.33 – Diagrama de radiação varredura em ϕ e $\theta=45^\circ$, $\beta x=30^\circ$ e $\beta y=30^\circ$	212
Figura 7.34 – Diagrama 3D referente ao ganho, $\beta x=30^\circ$ e $\beta y=30^\circ$	212
Figura 7.35 – Diagrama de radiação varredura em ϕ e $\theta=45^\circ$, $\beta x=55^\circ$ e $\beta y=78^\circ$	213
Figura 7.36 – Diagrama 3D referente ao ganho, $\beta x=55^\circ$ e $\beta y=78^\circ$	213
Figura 7.37 – Diagrama de radiação varredura em ϕ e $\theta=45^\circ$, $\beta x=70^\circ$ e $\beta y=30^\circ$	214
Figura 7.38 – Diagrama 3D referente ao ganho, $\beta x=70^\circ$ e $\beta y=30^\circ$	214
Figura 7.39 – Diagrama de radiação varredura em ϕ e $\theta=45^\circ$, $\beta x=70^\circ$ e $\beta y=30^\circ$, frequência de 15 GHz	215
Figura 7.40 – Diagrama de radiação e diagrama 3D para $d=\lambda/2$, $\beta x=0^\circ$, $\beta y=0^\circ$	216
Figura 7.41 – Diagrama de radiação e diagrama 3D para $d=\lambda/2$, $\beta x=30^\circ$, $\beta y=0^\circ$	216
Figura 7.42 – Diagrama de radiação e diagrama 3D para $d=\lambda/2$, $\beta x=0^\circ$, $\beta y=30^\circ$	217
Figura 7.43 – Diagrama de radiação e diagrama 3D para $d=\lambda/2$, $\beta x=30^\circ$, $\beta y=30^\circ$	217
Figura 7.44 – Diagrama de radiação e diagrama 3D para $d=\lambda/2$, $\beta x=30^\circ$, $\beta y=30^\circ$	218
Figura 7.45 – Diagramas de radiação para $d=\lambda/3$ e $d=\lambda/2$, $\beta x=0^\circ$, $\beta y=0^\circ$	218
Figura 7.46 – Diagramas de radiação para $d=\lambda/3$ e $d=\lambda/2$, $\beta x=30^\circ$, $\beta y=0^\circ$	219
Figura 7.47 – Diagramas de radiação para $d=\lambda/3$ e $d=\lambda/2$, $\beta x=0^\circ$, $\beta y=30^\circ$	219
Figura 7.48 – Diagramas de radiação para $d=\lambda/3$ e $d=\lambda/2$, $\beta x=0^\circ$, $\beta y=30^\circ$	220
Figura 7.49 – Diagrama de radiação e diagrama 3D para $d=\lambda/10$, $\beta x=0^\circ$, $\beta y=0^\circ$	220
Figura 7.50 – Diagrama de radiação e diagrama 3D para $d=\lambda/10$, $\beta x=30^\circ$, $\beta y=0^\circ$	221
Figura 7.51 – Diagrama de radiação e diagrama 3D para $d=\lambda/10$, $\beta x=0^\circ$, $\beta y=70^\circ$	221

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Valores normalizados de AF para vários estágios de crescimento e fatores de expansão.	125
Tabela 7.1 – Valores da perda de retorno para várias frequências.....	206

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

FDMA	Múltiplo Acesso por Divisão de Frequência
TDMA	Múltiplo Acesso por Divisão no Tempo
FHSS	Espalhamento Espectral por Saltos em Frequência
CDMA	Múltiplo Acesso por Divisão de Código
SDMA	Múltiplo Acesso por Divisão Espacial
<i>mmWave</i>	Ondas milimétricas
LTE	<i>Long Term Evolution</i>
NSA	<i>Non-Standalone</i>
HFSS	<i>High Frequency Structure Simulator</i> (Software)
DOA	Direção de chegada
∇	Operador Nabla
\vec{E}	Vetor campo elétrico
\vec{H}	Vetor campo magnético
∂	Derivada parcial
ρ	Densidade volumétrica de carga
\vec{D}	Vetor densidade de fluxo elétrico
\vec{B}	Vetor densidade de campo magnético
\mathcal{P}_{mv}	Densidade de carga magnética
V	Diferença de potencial (ou tensão num ponto específico)
I	Corrente elétrica
ω	Velocidade angular
Γ	Coeficiente de reflexão
V_r	Tensão refletida
V_i	Tensão incidente
R	Resistência elétrica
L	Indutância
C	Capacitância
G	Condutância
Δ	Variação
j	Número imaginário puro, equivalente a $\sqrt{-1}$

Z	Impedância
X_L	Reatância indutiva
X_C	Reatância capacitiva
Y	Admitância
γ	Constante de propagação
α	Constante de atenuação
β	Constante de fase
φ_r	2β
$\Gamma(x)$	Coeficiente de reflexão num ponto qualquer da linha de transmissão
Γ_C	Coeficiente de reflexão na carga
Z_0	Impedância característica da linha de transmissão
Z_C	Impedância da carga
St	Perda de retorno
P_r	Potência refletida
P_i	Potência incidente
VSWR	<i>Voltage Standing Wave Ratio</i>
ROE	Relação de Onda Estacionária
tgh	Tangente hiperbólica
tg	Tangente
$cotg$	Cotangente
TEM	Onda transversa eletromagnética
μ_0	Permeabilidade magnética relativa
ϵ_0	Permissividade elétrica relativa
VHF	<i>Very High Frequency</i>
UHF	<i>Ultra High Frequency</i>
HDTV	<i>High-Definition Television</i>
Wb	Weber
\vec{A}	Potencial vetor magnético
V_e	Potencial escalar eletrostático
k	Número de onda
c	Velocidade da luz no vácuo
μ	Permeabilidade magnética
ϵ	Permissividade elétrica

\vec{J}	Vetor densidade de corrente de convecção
\sin	Seno de um ângulo
\cos	Cosseno de um ângulo
θ	Ângulo
\vec{a}_x	Vetor unitário na direção x
\vec{a}_y	Vetor unitário na direção y
\vec{a}_z	Vetor unitário na direção z
ℓ	Comprimento do dipolo
I_0	Corrente no centro do dipolo
r	Raio da esfera de radiação produzida por uma fonte isotrópica
\vec{a}_r	Vetor unitário na direção r (em coordenadas esféricas)
\vec{a}_θ	Vetor unitário na direção θ (em coordenadas esféricas)
\vec{a}_φ	Vetor unitário na direção φ (em coordenadas esféricas)
\vec{S}	Vetor de Poynting
Re	Parte real
η	Impedância intrínseca do meio
U	Intensidade de radiação
D	Diretividade
e_o	Eficiência de uma antena
G	Ganho
F_C	Frequência de ressonância
Q	Fator de qualidade
AF	Fator de Conjunto
d_x	Distância entre os elementos do conjunto na direção x
d_y	Distância entre os elementos do conjunto na direção y
ψ	$k d \cos \theta + \beta$
φ^i	Posição angular do i -ésimo elemento
$\vec{a}(\theta)$	Vetor de conjunto
\bar{w}	Matriz de pesos
\bar{w}^T	Matriz de pesos transposta
N	Dimensão de Hausdorff-Besicovich
AF_p	Fator de conjunto de um conjunto fractal
$GA(\Psi)$	Fator de conjunto associado ao subconjunto gerador

δ	Fator de escala
\bar{w}_F	Matriz de pesos fractal
$\overline{E_{inc}}$	Campo elétrico incidente sobre uma antena
$\overline{c_{ef}}$	Comprimento efetivo de uma antena
$p(x)$	Função densidade de probabilidade
$E[X]$	Esperança ou valor esperado de uma variável aleatória X
$E[X^n]$	n -ésimo momento de uma variável aleatória X
\bar{x}	Média de uma variável aleatória X
$E[X - \bar{x}]$	n -ésimo momento central de uma variável aleatória X
σ^2	Variância
$E[X^j Y^k]$	jk -ésimo momento conjunto das variáveis aleatórias X e Y
$E[(X - \bar{x})^j (Y - \bar{y})^k]$	jk -ésimo momento conjunto das variáveis aleatórias X e Y
ρ_{xy}	Coeficiente de correlação entre as variáveis aleatórias X e Y
$R_X(t_1, t_2)$	Autocorrelação de um sinal consigo mesmo, defasado no tempo
$R_x(\tau)$	Autocorrelação para um processo estacionário
$\hat{R}_x(\tau)$	Autocorrelação estimada para um processo estacionário
$S_x(f)$	Densidade espectral de potência
$\overline{\epsilon^2}$	Erro quadrático médio
$\sigma_{x_0 x_n}$	Covariância entre as variáveis aleatórias x_0 e x_n
\bar{R}_{xx}	Matriz de correlação de conjunto
$s(t)$	Sinal incidente sobre um conjunto de antenas
ξ_{k+1}	Autovetor referente ao menor autovalor da matriz de correlação
$\mathcal{Y}[t]$	Amostras da densidade espectral de potência
$\hat{r}[k]$	Correlograma
$\hat{p}_c(\omega)$	Densidade espectral de potência estimada
\hat{p}_{prg}	Periodograma
$h(\omega)$	Filtro
$y_L(t)$	Matriz de amostras espaciais
$COV(X, Y)$	Covariância entre as variáveis aleatórias X e Y
LMS	<i>Least Mean Square</i>
$J(w)$	Função de custo

1. INTRODUÇÃO

1.1 Motivação Inicial

Com o advento da era da informação, aumentou-se a busca por sistemas de comunicações cada vez mais eficientes, rápidos e versáteis. Operações bancárias, transações no mercado financeiro, telefonia móvel, redes sociais, vídeo conferências, buscas em tempo real e processamento de informações são apenas algumas das inúmeras demandas do mundo moderno atual.

Os sistemas de comunicação do futuro precisam ser projetados de tal maneira que os recursos no domínio do tempo e no domínio da frequência sejam maximizados ao extremo. O FDMA (*Frequency Division Multiple Access*, ou Múltiplo Acesso por Divisão de Frequência) e o TDMA (*Time Division Multiple Access*, ou Acesso Múltiplo por Divisão de Tempo) representaram para a época um grande avanço no sentido de uma utilização mais eficiente do canal, seja dividindo o espectro em faixas sistematicamente alocadas, seja dividindo um canal de frequência em intervalos de tempo definidos. Com o tempo, percebeu-se que as técnicas de espalhamento espectral poderiam superar os inconvenientes devido à interferência e interceptação de sinal, pois um espectro mais largo significa menor nível de potência de sinal, e também maior redundância espectral. O FHSS (*Frequency Hopping Spread Spectrum*, ou Espalhamento Espectral por Saltos em Frequência) e o DSSS (*Direct Sequence Spread Spectrum*, ou Espalhamento Espectral por Sequência Direta) foram as duas tecnologias dominantes. Nesse sistema, o acesso de múltiplos usuários se torna possível graças à alocação de diferentes códigos de espalhamento a usuários distintos, o que resulta num múltiplo acesso por divisão de código (CDMA, ou *Code Division Multiple-Access*).

O CDMA tem sido a tecnologia ideal para uma sociedade que demanda cada vez mais informação e transmissão de dados, devido à sua alta capacidade de aproveitamento do espectro. Mas ela também apresentou uma série de problemas e desafios. Um deles é o chamado “Near-far problem” (problema perto-longe), em que transmissões localizadas perto e longe da estação base poderão degradar a relação sinal/ruído (SNR), já que em CDMA os sinais são enviados com a mesma potência.

Entretanto, essas técnicas ainda são insuficientes para atender às novas demandas de comunicação que se consolidam no século XXI, em termos de eficiência de energia e densidade de conexão. Os novos cenários necessitam de um processamento espacial capaz de concentrar a radiação num ponto específico do espaço e que suportem o controle preciso do padrão de radiação da antena, concentrando energia em pontos de interesse e minimizando a energia em regiões que não são de interesse, além de suprimir ruídos e interferências eletromagnéticas indesejadas.

O SDMA (*Spatial Division Multiple Access*, Múltiplo Acesso por Divisão Espacial) provê o processamento digital do sinal, levando em conta a diversidade espacial dos elementos e a contínua mudança dos mesmos em termos de posição, requisição de sinal ou atenuação. Esses sistemas fornecem cobertura precisa em áreas determinadas, suprimem a interferência em determinadas regiões e modificam dinamicamente o acesso ao espaço, por meio do controle de feixe realizado por um poderoso processador digital de sinais. Desta maneira, o processamento espacial de sinal pode prover melhor aproveitamento tanto do espectro de frequências quanto do tempo de ocupação, pois direciona a transmissão para pontos específicos, reduzindo a interferência entre sinais alocados na mesma frequência, e permitindo o reuso das mesmas, principalmente em sistemas de telefonia celular. Assim, o sistema SDMA é capaz de atuar simultaneamente com os sistemas FDMA, TDMA e CDMA, permitindo velocidades de transmissão de dados nunca antes vista.

Nos últimos anos, tem ocorrido uma transição de todas as bandas de frequência para oferecer suporte aos serviços 5G, o qual permite uma melhor conectividade entre pessoas e coisas e oferece melhor latência nos serviços. Esse crescimento acelerado requer sistemas operando em várias bandas distintas, e nesse sentido, as antenas se tornam o elemento chave neste processo.

As antenas da nova geração devem ser capazes de suportar todas as bandas, da banda C à *mmWave* e, além disso, devem ser capazes de se adaptar aos vários ambientes de transição que aproveitam a estrutura do 4G LTE (*Long Term Evolution*) e que ainda dependem da rede NSA (*Non-Standalone*). As antenas também devem atender aos requisitos de formação de feixe adaptativo de acordo com as demandas do ambiente, concentrando o feixe em determinadas regiões e suprimindo-o em outras. Requerem, portanto, o sistema SDMA.

Velocidades mais altas de download e upload, conexões massivas, latência ultrabaixa e experiência melhorada são requisitos do sistema 5G que não podem ser atendidos com antenas que irradiam um feixe fixo, como nos sistemas anteriores 3G e 4G. O novo sistema necessita de feixes estreitos, com ajuste dinâmico e supressão de lóbulos laterais para que os equipamentos possuam cobertura máxima, sem lacunas ou experiências desagradáveis.

O controle de feixe dinâmico e inteligente é a solução encontrada pelos pesquisadores da área de antenas. Chamadas de Antenas Inteligentes (*Smart Antennas*), esse conjunto de antenas é capaz de recolher amostras do ambiente e, utilizando um processador digital de sinais, direcionar o feixe para regiões específicas do espaço, de acordo com a demanda da aplicação. O princípio que está por trás dessa técnica é a teoria de conjunto de antenas e formação de feixe, desenvolvido desde a Segunda Guerra Mundial, e aprimorado gradativamente, principalmente com o desenvolvimento dos computadores.

Mas as antenas inteligentes devem ser capazes de atuar também em multibanda, e não apenas promover o direcionamento espacial do feixe. De acordo com a literatura, as antenas capazes de realizar transmissões em multibanda ou, mais ainda, em banda larga, são as antenas independentes da frequência. Mas quando são dispostas em conjunto, as antenas independentes da frequência apresentam restrições como limitação do ângulo de varredura, exigência de pouca profundidade e diagrama de elemento não balanceado rotacionalmente.

Para contornar este problema, é necessário utilizar um conjunto de antenas inteligentes cujos elementos individuais sejam capazes de varrer dinamicamente o espectro e, simultaneamente, operar em multibanda. Os formatos convencionais parecem não ajudar muito neste propósito, sendo necessário buscar além da geometria padrão.

As antenas fractais se enquadram nestes propósitos. Sua estrutura auto similar permite que elas possuam várias frequências de ressonância, isto é, que operem em multibanda, além de poderem ser utilizadas em projetos de miniaturização de antenas. Mas a grande questão que se coloca no presente trabalho é saber se as antenas fractais poderiam ser utilizadas como elementos individuais num conjunto formador de feixe dirigido. O objetivo desta tese é utilizar a geometria fractal em projetos de antenas inteligentes formadores de feixe.

1.2 Objeto de Estudo e Metodologia Utilizada

O objetivo deste trabalho é unir as duas promissoras técnicas acima descritas, as antenas inteligentes e a geometria fractal, e verificar, através de simulações, como e em que medida é possível construir conjuntos formadores de feixe inteligentes que tenham como elemento individual uma estrutura fractal.

Para isto, buscou-se realizar um estudo dos trabalhos já consumados na literatura, e que servirão como guia para que se possa avançar na questão. As antenas fractais foram estudadas desde os anos 1980, com uma quantidade de artigos impressionante a respeito. E o estudo das antenas inteligentes data de muito antes, embora o ritmo de artigos a respeito tenha aumentado apenas quando os computadores começaram a se tornar mais velozes e acessíveis.

A teoria sobre antenas fractais vai além da análise do fenômeno eletromagnético, já familiar aos engenheiros da área de antenas. Envolve uma formulação matemática complexa, trabalhosa, cujo aprofundamento deveria ser realizado num estudo à parte, que tratasse somente da geometria fractal em si. Considerando que o objetivo do presente trabalho não é adentrar neste nível de investigação, serão apresentadas aqui somente as bases fundantes da geometria fractal para melhorar o entendimento do fenômeno e contribuir com sua aplicação à área de antenas e sua união com os fenômenos eletromagnéticos.

Uma revisão da teoria básica de antenas se faz necessária, visto que qualquer pesquisa a respeito tem como fundamento estes princípios elementares. Mas como a teoria básica é também complexa e ampla, optou-se por revisar apenas os aspectos que possam contribuir para um melhor entendimento do assunto em questão, qual seja, o controle inteligente de feixe a partir da geometria fractal.

Não apenas a teoria elementar de antenas é necessária, mas uma ampla e variada quantidade de assuntos estudados em engenharia, tais como processamento digital de sinais, processamento de sinal de conjunto, processos estocásticos, estimativa espectral e propagação. No entanto, tratar de cada um destes tópicos tornaria a tese demasiadamente longa e cansativa, razão pela qual se optou por inserir estes temas ao longo da discussão, na medida em que se impõem como importantes, reservando um lugar especial como capítulo apenas a princípios considerados como os mais importantes e indispensáveis, se é que seja

possível escolher qual seriam estes princípios. Então, o recorte feito aqui dos temas essenciais que devem ser abordados é baseado no julgamento e experiência do autor com o assunto em questão, e não em critérios fechados e inquestionáveis.

Dentre esses assuntos que mereceram destaque, além da teoria básica de antenas, estão: a teoria básica de conjuntos, visto que o controle inteligente de feixe supõe a existência de um conjunto e a familiaridade com o mesmo; processos estocásticos, tendo em vista o fato de que os algoritmos utilizados por antenas inteligentes se baseiam, em sua grande maioria, em conceitos retirados de processos estocásticos; teoria da estimativa, já que os algoritmos para encontrar a direção de chegada procuram justamente estimar essa direção, além de outros parâmetros do sinal; e obviamente, um capítulo dedicado às antenas fractais, e outro dedicado às antenas inteligentes, que são os dois grandes temas do presente trabalho.

A antena fractal inteligente proposta e apresentada é analisada pelo programa de simulação de estruturas de alta frequência, muito popular entre engenheiros e projetistas, denominado *HFSS* e desenvolvido pela empresa *Ansoft®*. Embora haja um erro entre resultados simulados e resultados medidos experimentalmente, a utilização de modelagem é essencial dentro da área de engenharia, não apenas por reduzir custos e fornecer uma visão geral sobre o fenômeno, mas avaliar as estratégias relativas a sua operacionalização e viabilidade econômica. O uso de software como o *HFSS* possibilita o uso de detalhes e minúcias jamais imaginados há poucas décadas, além do fato de que a simulação pode ser realizada várias vezes, ajustando-se em cada rodada pequenos parâmetros, até que se consiga uma resposta ótima desejada. A análise através de elementos finitos, uma das abordagens do *HFSS*, é mais fácil de aplicar do que métodos analíticos, proporcionando uma melhor compreensão das variáveis do sistema e permitindo que o projetista teste hipóteses sobre o problema.

Por fim, a antena fractal inteligente proposta é apresentada a partir de gráficos, uma outra grande vantagem do uso de softwares do tipo citado. Espera-se que com os resultados conseguidos seja possível avaliar a pertinência ou não da técnica aqui apresentada, bem como as perspectivas para possíveis trabalhos futuros, caso o presente trabalho atraia a atenção de futuros pesquisadores da área.

1.3 Estrutura da Tese

O capítulo 2 procura fornecer a visão geral sobre antenas e sua inserção num sistema de comunicação, tendo em vista sua conexão com a linha de transmissão e as características de radiação no espaço livre. Para isso, partiu-se da teoria básica do eletromagnetismo que, a partir das equações de Maxwell, deduz as equações telegráficas, a criação de ondas estacionárias e a propagação no espaço livre a partir de uma linha de transmissão curvada. Os conceitos básicos de antenas são tratados, e um destaque especial é dado às antenas dipolo, devido à sua maior simplicidade em relação a outras e por serem ainda muito populares. Algumas vezes, são feitas referências a fontes pontuais, embora estas não existam na prática. O intuito é apenas fornecer uma visão mais didática sobre o fenômeno em questão.

O capítulo 3 trata de conjunto de antenas, a partir de configurações simples até chegar a conjuntos mais complexos generalizados. O principal na teoria de conjuntos é a compreensão de como se encontra o fator de conjunto para diversas configurações geométricas, e de que maneira o feixe de um conjunto de antenas pode ser dirigido a partir do controle da fase de excitação de cada elemento, individualmente. Esta é a essência do projeto de antenas inteligentes.

O capítulo 4 é dedicado ao entendimento das antenas fractais, desde suas origens, buscando acompanhar seu desenvolvimento e descobertas iniciais, e por que seu estudo despertou grande entusiasmo entre pesquisadores. Para isso, é feita a análise matemática da geometria fractal em si, e posteriormente a integração com a teoria eletromagnética. Algumas técnicas de síntese de antenas fractais são analisadas, bem como as críticas que partiram de alguns pesquisadores em relação à real eficácia das antenas fractais.

No capítulo 5 é feita uma revisão sobre a área de probabilidade e processos estocásticos, destacando-se os principais conceitos como variável aleatória, função densidade de probabilidade e seus tipos, ergodicidade e estacionaridade. Ainda neste capítulo, são apresentadas as principais técnicas de estimativa espectral, com ênfase na estimativa temporal. O correto estudo e entendimento destas técnicas servirá de base para o entendimento da estimativa espectral espacial, o objetivo dos algoritmos implementados em antenas inteligentes.

O capítulo 6 aborda o conceito de antenas inteligentes, sua lógica de funcionamento, importância e desafios. São discutidos os algoritmos de determinação de direção de chegada (DOA), bem como de formação adaptativa de feixe, os quais, em conjunto, constituem o fundamento para o múltiplo acesso por divisão espacial (SDMA), a grande revolução das telecomunicações do futuro. Também são analisadas as técnicas de supressão de lóbulo lateral fixo, bem como a relação entre as estimativas espectrais temporais abordadas no capítulo 5 e as estimativas espectrais espaciais.

Por fim, no capítulo 7 é apresentada a antena fractal inteligente proposta, cujo entendimento será amparado pelas apresentações dos capítulos anteriores. Inicialmente os detalhes construtivos da antena são apresentados, e em seguida, os resultados de várias simulações são colocados para análise. Alguns parâmetros são propositalmente modificados para que se possa ter uma melhor visualização do fenômeno de varredura e controle inteligente como um todo. Buscou-se fornecer um ambiente de varredura amplo, visto que as antenas inteligentes devem operar, principalmente, mas não exclusivamente, em sistemas 5G, cujas bandas de frequência incluem desde mega-hertz até dezenas de giga-hertz. Então, os dados são cuidadosamente analisados e verificados para que boas conclusões possam ser buscadas.

O capítulo 8 encerra com uma breve conclusão de todo o processo. A partir das análises realizadas no capítulo anterior, bem como das teorias básicas discutidas desde os primeiros capítulos, chega-se ao conhecimento maduro do sistema proposto, das variáveis do problema, dos possíveis gargalos e das melhorias que podem ser realizadas.

O tema proposto é complexo e amplo. A bibliografia utilizada é apresentada no capítulo 9, tendo como referência os principais artigos e livros publicados nas revistas e editoras de destaque. A maior parte dela está em inglês, mas sempre que possível, optou-se por utilizar a versão traduzida em português, caso houvesse uma boa tradução (o que nem sempre ocorre), para facilitar o acesso daqueles que não possuem familiaridade com esta importante língua estrangeira.

2. ANTENAS E SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO

2.1 INTRODUÇÃO

Desde a primeira transmissão de ondas de rádio realizada por Hertz em 1887, a área de antenas tem recebido atenção especial dentro do âmbito da teoria das comunicações. Componente essencial entre a onda guiada na linha de transmissão e o espaço livre, a antena constitui um item cujo projeto se tornou indispensável para a implementação de sistemas de comunicações eficientes, robustos e confiáveis.

Um sistema básico de comunicação utilizando antena é mostrado na figura 2.1.



Figura 2.1 – Sistema de comunicação utilizando antena transmissora.

Esse sistema é constituído de subsistemas que processam o sinal de entrada de modo a se obter uma saída desejada. A entrada pode ser um sinal analógico do mundo físico como uma fala humana, uma imagem ou uma temperatura; ou pode ser um sinal digital como uma cadeia de bits, sendo que, neste caso, o sistema dispensará o transdutor de entrada. O sinal é transformado para que possa ser transmitido da maneira mais conveniente possível: será modulado, amplificado e/ou passará por filtros, por exemplo. Se for analógico, poderá ser também digitalizado.

Após essa etapa, o sinal estará pronto para ser transmitido por uma antena. Antes, ele é conduzido por uma linha de transmissão, que é a ponte entre o sistema elétrico e a antena. Espera-se que a linha de transmissão possa guiar a energia de radiofrequência confinando o sinal no próprio meio guiado, com a menor perda possível. Depois, finalmente, o sinal será transmitido através da estrutura da antena.

A antena transmissora irradia ondas eletromagnéticas no espaço livre que viajarão à velocidade da luz, conforme pode ser previsto pelas equações de Maxwell.

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.1a)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.1b)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (2.1c)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.1d)$$

De acordo com a equação 2.1a, a variação no tempo da densidade do campo magnético induz um campo elétrico perpendicular à sua variação. Similarmente, a variação no tempo da densidade de campo elétrico produz, de acordo com a equação 2.1b, um campo magnético perpendicular a esta variação. A equação 2.1c indica que uma linha de fluxo elétrico imaginária começa numa carga e termina em outra de sinal oposto (por convenção, da positiva para a negativa), ou seja, o fluxo elétrico total que passa por uma superfície fechada é igual a carga envolvida, o que significa a integração ao longo dessa superfície fechada; o resultado da integral obtida, dividido pela quantidade de volume da referida superfície, é matematicamente igual ao divergente, conforme indicado na equação 2.1c. O mesmo não ocorre com o campo magnético: as linhas de fluxo magnético não começam numa carga magnética e terminam em outra, mas formam círculos concêntricos, e isso explica por que o divergente da densidade de campo magnético é zero. Ou seja, essa equação indica que não existem monopólios magnéticos em estado natural. Entretanto, esse é um tema cuja conclusão está longe de ter fim. Paul Dirac havia previsto matematicamente a existência de uma partícula magnética fundamental, o monopolo magnético (DIRAC, 1931). Isso tem despertado a comunidade de físicos desde então, até que, recentemente, vários experimentos, incluindo aqueles com spins congelados, indicaram ser possível isolar, sob condições especiais, um monopolo magnético (JAUBERT et. al., 2015). Inclusive, existem variações nas equações de Maxwell que incorporam as previsões de Dirac (BALANIS, 2015). Por exemplo, a equação 2.1d é reescrita como:

$$\nabla \cdot \vec{B} = p_{mv} \quad (2.2)$$

em que p_{mv} é a densidade de carga magnética.

Para os propósitos deste trabalho, a consideração da não existência de monopolos magnéticos satisfaz a toda teoria de antenas, incluindo as que possuem

estruturas fractais e as de feixe dirigido, o assunto principal desta pesquisa. Por isso, tal consideração será mantida, embora não sejam ignorados os avanços realizados na área da Física Quântica e do Eletromagnetismo sobre o assunto, bem como seus impactos em toda a área de telecomunicações.

Voltando à figura 2.1, observamos que a onda eletromagnética irradiada é a saída desejada; é o objetivo final de todo o processo. Obviamente, este sistema será tão mais eficiente quanto maior for o seu desempenho. Em sistemas de controle básicos, as duas principais medidas de desempenho de sistema são a resposta transiente e o erro em regime estacionário. A resposta transiente diz respeito tanto à maneira como o sistema responde a uma entrada particular, quanto ao comportamento natural do mesmo. O erro em regime estacionário é aquele que se estabelece, após o período transiente, a partir da diferença entre a entrada e a saída, para uma entrada de teste, quando o tempo tende ao infinito.

As respostas transiente e estacionária de um sistema são encontradas após uma análise da representação matemática, que é a modelagem de um fenômeno feita geralmente via equações diferenciais. A resposta forçada é a solução particular, e a resposta natural é a solução homogênea da equação. Mas em antenas, não basta apenas modelar a estrutura irradiante, no caso, a própria antena, e depois deduzir o desempenho do sistema. É necessário encontrar também, principalmente, modelos que expliquem a propagação da onda eletromagnética no espaço devido aos campos elétricos e magnéticos formados, tanto os próximos da antena, quanto aqueles observados a grandes distâncias – estes últimos os mais importantes.

O objetivo deste capítulo é revisar os principais modelos matemáticos envolvendo a teoria de antenas. A partir da análise de linhas de transmissão e equações de Maxwell, desenvolver-se-á um equacionamento das estruturas irradiantes mais simples, como uma fonte pontual e um dipolo. As fontes pontuais são fictícias, isto é, só existem em teoria, e não podem ser encontradas na prática; entretanto, prestam um importante serviço para a compreensão e dedução dos principais parâmetros de antenas. As antenas dipolo, por outro lado, possuem existência prática, não apenas teórica, e de todos os tipos de antenas, é a forma mais elementar. Essas estruturas simples servirão de apoio para a análise das mais complexas, como por exemplo, a dedução do fator de conjunto de um conjunto de antenas.

2.2 LINHAS DE TRANSMISSÃO E ANTENAS

Uma visão intuitiva da antena pode ser adquirida considerando-a como uma continuação de uma linha de transmissão, conforme ilustra a figura 2.2.

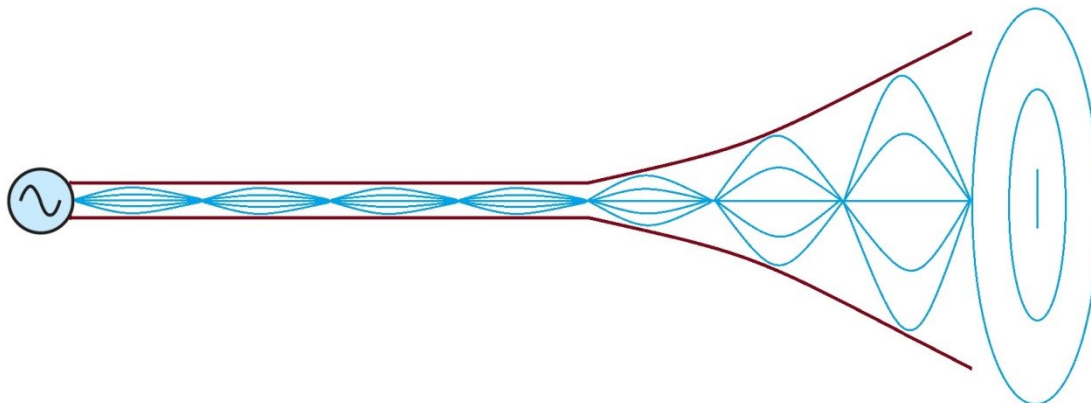


Figura 2.2 – Representação de uma linha de transmissão com ondas estacionárias e propagação de ondas eletromagnéticas a partir de sua abertura.

Uma fonte alternada é ligada a uma linha de transmissão, a qual é dilatada de forma gradual em sua extremidade, até que a distância entre os dois condutores paralelos se torne consideravelmente grande. Essa abertura se comporta como uma antena. Conforme pode ser observado, existem ondas estacionárias que começam na saída do gerador e se formam em toda a linha de transmissão, continuando até o final da abertura. Após atingir o limite extremo, à direita, surgem ondas eletromagnéticas propagando-se como se fossem uma continuação das ondas estacionárias, com a diferença de que agora as ondas percorrem o espaço livre.

Uma onda estacionária é uma figura de interferência cuja principal característica é realizar um movimento harmônico simples com amplitudes variando em função da posição no meio considerado. Ou seja, há pontos em que a tensão na linha de transmissão será zero, ou de amplitude nula (nós ou nodos); e há pontos em que a tensão será máxima, com amplitude de duas vezes o valor de pico da tensão na fonte (ventres). Entre esses dois extremos, existem valores que variam gradualmente, do zero ao máximo, conforme pode ser visto na figura 2.2.

A formação das ondas estacionárias ocorre na linha de transmissão devido à superposição da onda incidente, que se propaga da fonte até a carga, com a onda

refletida, que se propaga da carga de volta até a fonte. Este fenômeno ocorre sempre que a distância entre a fonte e a carga torna-se suficientemente grande, de modo a gerar atrasos na transmissão de energia entre um ponto e outro.

Na análise básica de circuitos elétricos, a distância entre os elementos entre si, ou entre estes e a fonte, é considerada desprezível. Por isso, parâmetros como resistência, impedância, admitância, etc. são tratados de forma pontual. Entretanto, quando essa distância entre elementos e fonte começa a aumentar a partir de um comprimento de onda, tais parâmetros se apresentam como distribuídos, e não mais concentrados. Então, a tensão V , por exemplo, passa a depender da distância x , isto é, $V = V(x)$. Além disso, a análise básica de circuitos considera que a tensão sobre um elemento resistivo num ponto do circuito está exatamente em fase com a fonte de tensão num ponto que esteja no outro lado oposto. Mas quando a distância entre o gerador e a carga resistiva for demasiado grande, haverá um atraso de tempo que não poderá mais ser ignorado. Isso leva à inclusão de uma fase no valor da tensão, o que implica: $V = V(x)e^{j\omega t}$. Como a tensão depende da distância x e do tempo t , é mais correto escrever $V = V(x, t)$. Para sinais que variam no tempo, um atraso do instante t para o instante t_0 significa, no domínio da frequência temporal, a adição de uma fase de $e^{j\omega t_0}$. Para sinais que variam com a distância, um deslocamento na distância de Δ_x significa a adição de uma fase de $e^{j\omega \Delta_x}$, na frequência espacial. Os sinais numa linha de transmissão variam no tempo e no espaço.

Como consequência, uma parte ou toda a energia fornecida pela fonte irá retornar, de modo que a tensão refletida de volta irá interagir com a tensão incidente (a que vai da fonte até a carga), somando-se em alguns pontos e anulando-se em outros. O resultado será a formação das ondas estacionárias.

Uma linha de transmissão pode ser analisada como uma associação em cascata de inúmeráveis seções de impedâncias em série e admitâncias em paralelo. Se isolarmos uma destas seções, aplicarmos a análise de circuitos convencional e depois fizermos a distância tender para zero, encontraremos a impedância característica da linha de transmissão por unidade de comprimento, bem como o comportamento da tensão e da corrente, tanto no sentido incidente quanto no sentido contrário (refletido). Desta maneira, serão obtidos importantes parâmetros utilizados na análise de antenas, os quais jamais poderão ser ignorados num projeto que vise robustez e eficiência. Para mais detalhes, consultar: [HAYT, 2010].

2.2.1 Coeficiente de Reflexão

O coeficiente de reflexão é a relação entre a tensão refletida pela carga e a tensão incidente da fonte [SARTORI, 1999].

$$\Gamma = \frac{V_{refletida}}{V_{incidente}} \quad (2.3)$$

As tensões incidente e refletida resultam da maneira como a impedância está distribuída ao longo da linha de transmissão.

Uma seção do circuito equivalente de uma linha de transmissão pode ser representada conforme a figura 2.3.

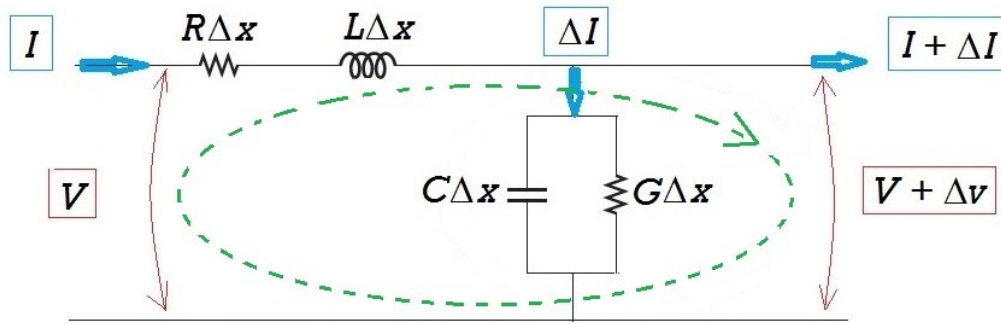


Figura 2.3 – Seção do circuito equivalente de uma linha de transmissão

Em que R é a resistência (Ω), L é a indutância (H), C é a capacitância (F), G é a condutância (S), V é a tensão (V) e I é a corrente (A). Como estamos lidando com resistência, capacitância, indutância e condutância por unidade de comprimento, multiplicamos cada um deles por um pequeno comprimento de valor Δ_x . A pequena variação de tensão nesse comprimento será Δ_V , e a de corrente, Δ_I .

Aplicando a Lei de Kirchhoff das tensões na malha pontilhada, obtemos:

$$V(x, t) = I(x, t)R\Delta_x + \frac{\partial I(x, t)}{\partial t}L\Delta_x + [V(x, t) + \Delta_{V(x, t)}] \quad (2.4)$$

Para facilidade de acompanhamento, a tensão e a corrente serão escritas simplesmente como V e I , ao invés de $V(x, t)$ e $I(x, t)$, respectivamente. Entretanto, deve-se ter em mente que tanto a tensão quanto a corrente são funções de duas

variáveis, a distância ao longo da linha de transmissão e o tempo. Dessa maneira, a equação 2.4 é reescrita de forma simplificada como:

$$V = IR\Delta_x + \frac{\partial I}{\partial t}L\Delta_x + (V + \Delta V) \quad (2.5)$$

Dividindo os dois lados da equação 2.5 por Δ_x e simplificando os termos, obtemos:

$$\frac{\Delta V}{\Delta_x} = -\left(IR + \frac{\partial I}{\partial t}L\right) \quad (2.6)$$

No limite em que Δ tende para zero, a relação acima se torna:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -\left(IR + \frac{\partial I}{\partial t}L\right) \quad (2.7)$$

Que é uma das famosas equações telegráficas.

Utilizando procedimento semelhante para a corrente, mas desta vez aplicando a lei de Kirchhoff das correntes, encontramos:

$$\frac{\partial I}{\partial x} = -\left(GV + C\frac{\partial V}{\partial t}\right) \quad (2.8)$$

A equação 2.8 é a segunda das equações telegráficas. A partir das equações 2.7 e 2.8 é possível deduzir o comportamento da tensão e da corrente em toda a linha, bem como a impedância característica da mesma.

Derivando a equação 2.7 em relação a x , resulta:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = -\left(\frac{\partial I}{\partial x}R + \frac{\partial^2 I}{\partial t \partial x}L\right) \quad (2.9)$$

Derivando a equação 2.8 em relação a t , resulta:

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x \partial t} = -\left(G\frac{\partial V}{\partial t} + C\frac{\partial^2 V}{\partial t^2}\right) \quad (2.10)$$

Substituindo as equações 2.8 e 2.10 em 2.9, e depois rearranjando os termos:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = LC\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + LG\frac{\partial V}{\partial t} + RC\frac{\partial V}{\partial t} + RGV \quad (2.11)$$

Convertendo para a forma fasorial:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = LC(j\omega)^2 V + LG(j\omega)V + RC(j\omega)V + RGV \quad (2.12)$$

Rearranjando os termos:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = (R + j\omega L)(G + j\omega C)V \quad (2.13)$$

De forma análoga se chega ao equacionamento em função da corrente. Derivando 2.7 em relação a t :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial t} = -\left(\frac{\partial I}{\partial t}R + \frac{\partial^2 I}{\partial t^2}L\right) \quad (2.14)$$

Derivando 2.8 em relação a x :

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = -\left(G \frac{\partial V}{\partial x} + C \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}\right) \quad (2.15)$$

Substituindo 2.7 e 2.14 na equação 2.15:

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} + LG \frac{\partial I}{\partial t} + RC \frac{\partial I}{\partial t} + RGI \quad (2.16)$$

As equações 2.11 e 2.16 formam as equações da onda para linhas de transmissão.

Convertendo 2.16 para a forma fasorial e rearranjando os termos:

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = (R + j\omega L)(G + j\omega C)I \quad (2.17)$$

Os termos entre parênteses, tanto em 2.13 quanto em 2.17, são bastante familiares na teoria de circuitos. Representam, respectivamente, a impedância (Z) e a admitância (Y). Assim, a equação 2.13 se torna:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = ZYV \quad (2.18)$$

E a equação 2.17 se torna:

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = ZYI \quad (2.19)$$

A equação 2.18 pode ser resolvida por vários métodos. Sua solução é da forma:

$$V(x) = V_i e^{-\gamma x} + V_r e^{\gamma x} \quad (2.20)$$

Similarmente, a solução da equação 2.19 é da forma:

$$I(x) = I_i e^{-\gamma x} + I_r e^{\gamma x} \quad (2.21)$$

Sendo γ uma raiz complexa, do tipo:

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (2.22)$$

Este termo, γ , que aparece tanto em 2.20 quanto em 2.21, possui um significado especial dentro da área de micro-ondas e eletromagnetismo. É chamado de constante de propagação, ou ainda, coeficiente de propagação ou constante de transmissão, dentre outros nomes.

O termo V_i na equação 2.20 é a tensão que incide da fonte para a carga, chamada de tensão incidente. Já o termo V_r na mesma equação 2.20 é a tensão refletida de volta, após a tensão incidente encontrar o final da linha de transmissão. Similarmente, o termo I_i na equação 2.21 é a corrente incidente, enquanto que o termo I_r é a corrente refletida. A tensão incidente é atenuada por um fator $e^{-\gamma x}$, e a tensão refletida, atenuada por um fator $e^{\gamma x}$, o que só é possível se essa tensão refletida tiver sentido contrário ao da incidente. O mesmo se aplica à corrente. Como a constante de propagação é complexa, conforme equação 2.22, então ela pode ser vista como possuindo uma parte real e uma parte imaginária. A parte real, α , é chamada de coeficiente ou constante de atenuação, e a parte imaginária, β , coeficiente ou constante de fase. A constante de atenuação será sempre um número positivo, caso contrário, violaria a Primeira Lei da Termodinâmica. Sua unidade é Neper por metro, ou às vezes dB por metro. A constante de fase, por sua vez,

desloca o sinal ao longo da distância, o que significa adicionar uma fase ao mesmo. Isso justifica o uso da expressão exponencial elevada a um número imaginário. Suas unidades são radiano por metro ou graus por metro.

A figura 2.4 representa a atenuação da tensão de um sinal propagado numa linha de transmissão com perdas.

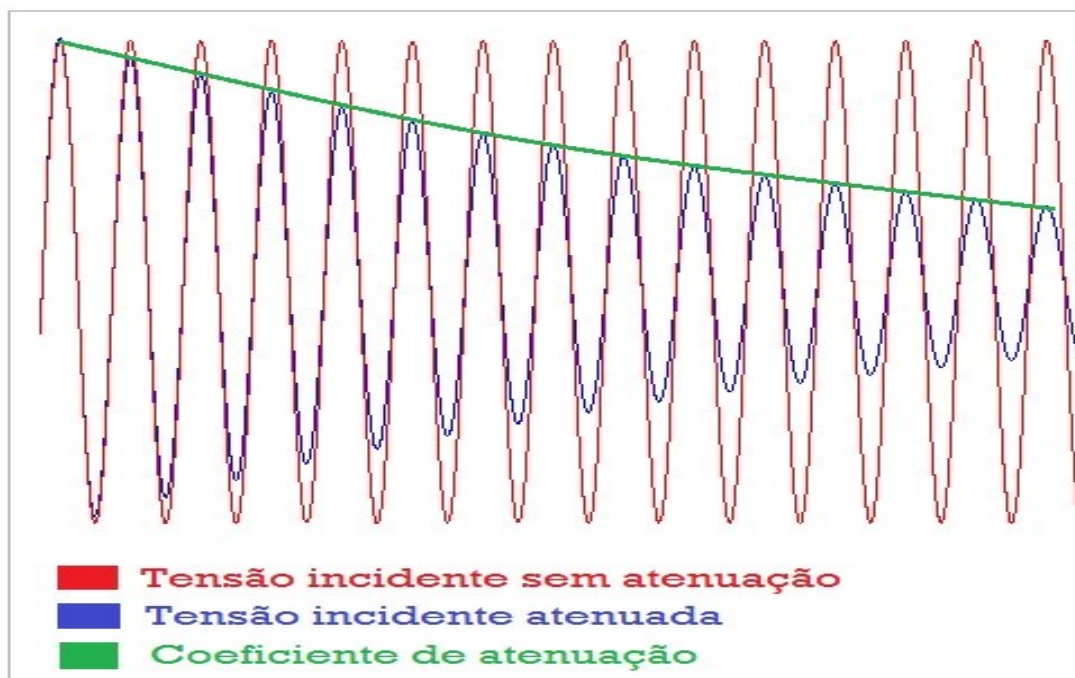


Figura 2.4 – Atenuação de um sinal ao longo de uma linha de transmissão com perdas

O sinal em vermelho representa a tensão incidente sem atenuação, isto é, como ela se comportaria ao longo da linha caso não fosse constantemente atenuada; o sinal em azul representa a mesma tensão, mas desta vez com a atenuação progressiva em função da distância; o sinal em verde representa uma exponencial de decaimento, que é justamente o coeficiente de atenuação. Observe que esta exponencial acompanha a envoltória do sinal atenuado, conforme pode ser constatado pela expressão matemática que indica o decaimento da onda incidente, na equação 2.20.

As equações 2.20 e 2.22 evidenciam que a constante de atenuação faz variar o valor da tensão incidente e da tensão refletida em cada ponto. A partir da equação 2.3, concluímos que o coeficiente de reflexão também é função da distância na linha de transmissão.

Substituindo os valores das tensões incidente e refletida encontrados em 2.20 na equação 2.3, obtemos o coeficiente de reflexão num ponto arbitrário:

$$\Gamma = \frac{V_r e^{\gamma x}}{V_i e^{-\gamma x}} = \frac{V_r e^{(\alpha + j\beta)x}}{V_i e^{-(\alpha + j\beta)x}} = \frac{V_r e^{\alpha x} e^{j\beta x}}{V_i e^{-\alpha x} e^{-j\beta x}} \quad (2.23)$$

Considerando que $V_r e^{\alpha x}$ e $V_i e^{-\alpha x}$ são os valores da onda refletida e incidente, respectivamente, em algum ponto da linha de transmissão, pode-se escrever:

$$\Gamma = \frac{V_r(x) e^{j\beta x}}{V_i(x) e^{-j\beta x}} = \Gamma(x) e^{2j\beta} \quad (2.24)$$

Em que $V_r(x) = V_r e^{\alpha x}$ e $V_i(x) = V_i e^{-\alpha x}$. Fazendo $2\beta = \varphi_\Gamma$, obtemos:

$$\Gamma = \Gamma(x) e^{j\varphi_\Gamma} \quad (2.25)$$

A equação 2.25 indica que o coeficiente de reflexão possui amplitude e fase, isto é, tem uma natureza complexa.

Esta constatação é muito importante para projetos de linhas de transmissão, especialmente aqueles cuja carga é uma antena. O valor do coeficiente de reflexão medido na entrada pode variar consideravelmente do valor real no final da linha de transmissão, justamente no ponto onde a antena será colocada. Essa defasagem pode gerar erros que inviabilizam o projeto como um todo.

A transmissão de potência da fonte para a carga será máxima se obedecer ao princípio da máxima transferência de potência. De acordo com este princípio, a máxima transferência de potência ocorrerá quando a impedância da carga for igual ao complexo conjugado da impedância de Thévenin entre os terminais da fonte (BOYLESTAD, 2004). Para o caso em consideração, a impedância de Thévenin entre os terminais da fonte é a impedância da linha de transmissão, o meio entre a antena e a fonte. Essa impedância é chamada de impedância característica, e representada por Z_0 . A carga é a antena. Caso a impedância da antena seja igual ao complexo conjugado da impedância característica da linha de transmissão, os elementos reativos indutivos serão anulados pelos capacitivos, tornando a impedância total do conjunto (linha de transmissão e antena) puramente resistiva, e transferindo, portanto, a máxima potência possível da linha para a antena. Caso não

haja casamento de impedância, haverá reflexão de parte da potência, ou de toda ela, da carga para a linha de volta, o que significa a existência de um coeficiente de reflexão, Γ , cujas características físicas são previstas na equação 2.25.

A intensidade com que a impedância da carga e da linha estão descasadas é indicada pelo grau do coeficiente de reflexão, que varia de -1 até 1 . Se Γ for igual a -1 , então as tensões incidente e refletida estão defasadas de 180° ; se Γ for igual a 1 , a tensão incidente e refletida estão em fase; e se Γ for igual a zero, implica que toda a potência transmitida incidente é absorvida pela carga.

A partir de 2.23, é conveniente considerar como referência o final da linha de transmissão, isto é, a posição onde se localiza a carga, de modo que o valor de x nesse ponto seja arbitrariamente tomado como o início (zero). Deste modo, temos:

$$\Gamma(x) = \Gamma_c \quad (2.26)$$

Os pontos à esquerda da carga são considerados como negativos em relação ao referencial adotado, conforme mostra a figura 2.5.

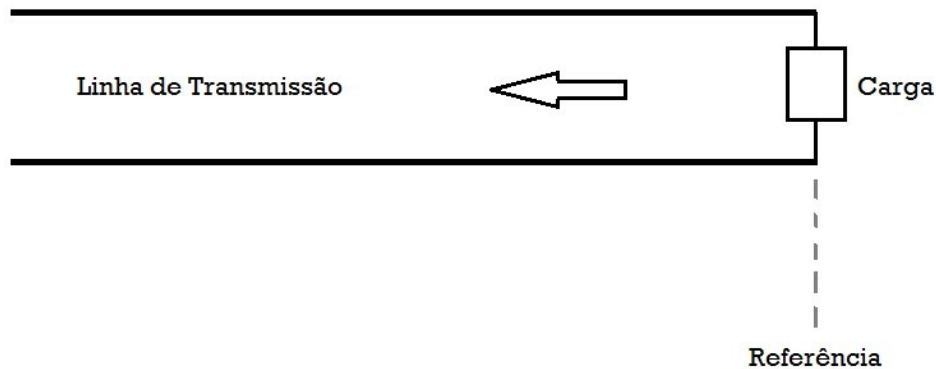


Figura 2.5 – Linha de transmissão tomada à esquerda da carga como referencial negativo

À medida que se caminha da carga em direção à linha de transmissão, a componente de fase passa a atuar no coeficiente de propagação. Como o referencial à esquerda da carga é negativo, a fase adicionada será negativa.

$$\Gamma = \Gamma(x)e^{-2\gamma x} \quad (2.27)$$

Esta notação é útil e serve de base para cálculos práticos em linhas de transmissão.

2.2.2 Impedância Característica da Linha de Transmissão

Como foi visto na seção anterior, os parâmetros resistivos e reativos de uma linha de transmissão não são concentrados, mas distribuídos continuamente ao longo da mesma. O efeito total das impedâncias e reatâncias pela linha de transmissão é chamado de impedância característica.

Considere a tensão incidente num ponto qualquer da linha de transmissão:

$$V = V_i e^{\gamma x} e^{-j\omega t} \quad (2.28)$$

O termo $e^{\gamma x}$ que acompanha a tensão incidente indica que ela possui um módulo e uma fase que variam com a sua posição na linha. O termo $e^{-j\omega t}$ mostra que essa tensão também varia em função do tempo, possuindo módulo e fase.

Derivando a equação 2.28 em relação a x :

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \gamma V_i e^{\gamma x} e^{-j\omega t} \quad (2.29)$$

Derivando novamente em relação a x :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \gamma^2 V_i e^{\gamma x} e^{-j\omega t} \quad (2.30)$$

Substituindo 2.28 em 2.30:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \gamma^2 V \quad (2.31)$$

Igualando a equação 2.18 com a equação 2.31:

$$\gamma^2 V = ZYV \quad (2.32)$$

O que implica:

$$\gamma = \pm \sqrt{ZY} \quad (2.33)$$

Resultado similar pode ser encontrado a partir da consideração da corrente num ponto qualquer da linha de transmissão.

Considere agora a equação 2.7. Convertendo-a para a forma fasorial:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -(R + j\omega L)I = -ZI \quad (2.34)$$

Procedendo da mesma maneira com a equação 2.8, isto é, convertendo-a para a forma fasorial:

$$\frac{\partial I}{\partial x} = -(G + j\omega C)V = -YV \quad (2.35)$$

Substituindo as equações 2.20 e 2.21 em 2.34, obtemos:

$$\frac{\partial}{\partial x} (V_i e^{-\gamma x} + V_r e^{\gamma x}) = -Z(I_i e^{-\gamma x} + I_r e^{\gamma x}) \quad (2.36)$$

Derivando o lado esquerdo de 2.36:

$$-\gamma V_i e^{-\gamma x} + \gamma V_r e^{\gamma x} = -Z(I_i e^{-\gamma x} + I_r e^{\gamma x}) \quad (2.37)$$

Igualando os coeficientes $e^{-\gamma x}$ ou, opcionalmente, $e^{\gamma x}$, obtemos:

$$-\gamma V_i = -Z I_i \Rightarrow \frac{V_i}{I_i} = \frac{Z}{\gamma} \Rightarrow \frac{V_i}{I_i} = \frac{Z}{\sqrt{ZY}} \quad (2.38)$$

O que resulta, finalmente, em:

$$\frac{V_i}{I_i} = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \quad (2.39)$$

A impedância característica é dada pela relação entre a tensão e a corrente num ponto arbitrário da linha de transmissão. Portanto, a equação 2.39 pode ser mais bem representada como:

$$Z_o = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \quad (2.40)$$

Levando em conta que $Z = R + j\omega L$ e $Y = G + j\omega C$, a equação 2.40 conduz a:

$$Z_o = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (2.41)$$

A equação 2.41 mostra que a impedância característica depende apenas dos parâmetros da linha, os quais se encontram distribuídos continuamente ao longo da mesma. Se a impedância característica for casada com a impedância da carga, não haverá coeficiente de reflexão. Caso não haja o casamento de impedâncias e, conseqüentemente, não ocorra a máxima transferência de potência da linha para a carga, o coeficiente de reflexão terá um valor específico.

Pode-se determinar a relação entre impedância característica, impedância da carga e coeficiente de reflexão da maneira a seguir.

Considere a equação 2.20. Derivando-a em relação a x , obtemos:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -\gamma V_i e^{-\gamma x} + \gamma V_r e^{\gamma x} \quad (2.42)$$

Agora considere a equação 2.34. Isolando a corrente I :

$$I = -\frac{\partial V}{\partial x} \cdot \frac{1}{Z} \quad (2.43)$$

Substituindo 2.42 em 2.43:

$$I = \frac{\gamma V_i e^{-\gamma x} - \gamma V_r e^{\gamma x}}{Z} \quad (2.44)$$

Para se encontrar a impedância na carga, estabelecemos que $x = 0$ e $t = 0$. Dessa maneira, $V = V_C$, $I = I_C$, e a equação 2.43 se torna:

$$I_C = \frac{\gamma V_i e^{-\gamma 0} - \gamma V_r e^{\gamma 0}}{Z} \Rightarrow Z I_C = \gamma V_i - \gamma V_r \Rightarrow Z I_C = \gamma (V_i - V_r) \quad (2.45)$$

E a equação 2.20 se torna:

$$V_C = V_i e^{-\gamma 0} + V_r e^{\gamma 0} \Rightarrow V_C = V_i + V_r \Rightarrow V_r = V_C - V_i \quad (2.46)$$

Substituindo 2.33 e 2.46 em 2.45:

$$ZI_C = \sqrt{ZY}[V_i - (V_C - V_i)] \Rightarrow \frac{Z}{\sqrt{ZY}}I_C = V_i - V_C - V_i \quad (2.47)$$

Desenvolvendo a expressão:

$$\sqrt{\frac{Z}{Y}}I_C = 2V_i - V_C \Rightarrow V_i = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{Z}{Y}}I_C + V_C\right) \quad (2.48)$$

De acordo com a equação 2.40, o termo $\sqrt{\frac{Z}{Y}}$ é a impedância característica.

Portanto:

$$V_i = \frac{1}{2}(V_C + Z_0I_C) \quad (2.49)$$

A partir de 2.46 isolamos V_i :

$$V_i = V_C - V_r \quad (2.50)$$

Da mesma forma como fizemos para encontrar V_C , substituímos 2.33 e 2.50 em 2.45, rearranjamos os termos e encontramos:

$$V_r = \frac{1}{2}(V_C - Z_0I_C) \quad (2.51)$$

Substituindo os valores de V_i e V_r em $V(x) = V_ie^{-\gamma x} + V_re^{\gamma x}$ (equação 2.20), obtemos:

$$V(x) = \frac{1}{2}[(V_C + Z_0I_C)e^{-\gamma x} + (V_C - Z_0I_C)e^{\gamma x}] \quad (2.52)$$

O termo à direita na equação 2.52 é a tensão refletida da carga para a linha, e o termo à esquerda é a tensão incidente na carga. A partir de 2.3:

$$\Gamma = \frac{V_{refletida}}{V_{incidente}} = \frac{1/2(V_C - Z_0I_C)e^{\gamma x}}{1/2(V_C + Z_0I_C)e^{-\gamma x}} = \frac{(V_C - Z_0I_C)}{(V_C + Z_0I_C)}e^{-2\gamma x} \quad (2.53)$$

Dividindo o numerador e o denominador por I_C :

$$\Gamma = \frac{Z_C - Z_0}{Z_C + Z_0} e^{-2\gamma x} \quad (2.54)$$

A equação 2.54 relaciona a impedância característica (Z_0), a impedância da carga (Z_C) e o coeficiente de reflexão (Γ), em algum ponto da linha de transmissão. Se a impedância da carga estiver casada com a impedância característica, o coeficiente de reflexão será zero, conforme mencionado. Se a linha terminar em curto circuito, o coeficiente de reflexão será -1 , pois neste caso $Z_C = 0$; então, a tensão incidente e a tensão refletida estarão defasadas de 180° . Se a linha terminar em circuito aberto, o coeficiente de reflexão será igual a 1 , pois $Z_C = \infty$; a tensão incidente estará em fase com a tensão refletida [MIANO, 2001].

Para encontrarmos o coeficiente de reflexão na carga (Γ_C), basta fazermos $x = 0$ na equação 2.54:

$$\Gamma_C = \frac{Z_C - Z_0}{Z_C + Z_0} \quad (2.54)$$

O módulo do coeficiente de reflexão não é constante em uma linha com perdas, o que torna o cálculo mais difícil. Devido à sua natureza complexa, o coeficiente de reflexão fará com que a tensão refletida tenha uma redução de amplitude e um deslocamento na frequência, em relação à tensão incidente.

Um projeto de transmissão com antenas deve visar a máxima redução do coeficiente de reflexão. Muitos métodos de casamento de impedância entre linha de transmissão e antena são empregados. Conforme será visto posteriormente, a variação da frequência do sinal também altera a impedância da antena.

Sempre que duas linhas com impedâncias diferentes forem ligadas, haverá reflexão na passagem de uma linha para outra. Caso contrário, as condições de contorno entre uma fronteira e outra não seriam satisfeitas. Este fenômeno se torna ainda mais problemático quando tensões senoidais são propagadas ao longo da linha de transmissão, fazendo surgir inúmeras reflexões com diferentes harmônicos.

2.2.3 Perda de Retorno

Como vimos, quando não há casamento de impedância entre a linha de transmissão e antena, ou entre duas linhas consecutivas, parte da potência é refletida de volta e, portanto, perdida no processo. A perda de retorno, ou *return loss*, em inglês, mede o quanto de potência foi refletida da carga para a linha. É semelhante ao coeficiente de reflexão, porém, ao invés de tensões refletida e incidente, a perda de retorno considera a potência refletida (P_r) e a potência incidente (P_i). Em termos matemáticos:

$$St = 10 \log \frac{P_r}{P_i} \text{ (dB)} \quad (2.55)$$

Em que St é a perda de retorno dada em decibéis. Na literatura, seus valores são sempre negativos, no caso de reflexão parcial, ou zero, no caso de reflexão total. Mas trata-se apenas de uma convenção. O que deve ficar claro é que a potência refletida jamais pode ser maior do que a potência incidente, para não violar a Primeira Lei da Termodinâmica.

É desejável que a perda de retorno tenha o mais baixo valor negativo possível. Se $St = 0$, a potência incidente é igual à potência refletida. Se $St = -20 \text{ dB}$, então a cada 10 watts de potência incidente, 0,1 watts são refletidos de volta, ou seja, 1%.

A perda de retorno é um dentre os vários Parâmetros de Dispersão, conhecidos em inglês como *Scattering parameters* ou, simplesmente, Parâmetros S. Diferentemente dos parâmetros de admitância (Y) ou dos parâmetros de impedância (Z), os quais utilizam redes elétricas lineares em curto ou abertas, os parâmetros S utilizam cargas para indicar a relação entre a fonte e o terminal. Além da perda de retorno, existem vários outros parâmetros S tais como o ganho de amplificação, a VSWR e o coeficiente de reflexão, por exemplo.

2.2.4 VSWR – Voltage Standing Wave Ratio

A VSWR é conhecida na língua portuguesa como ROE (Relação de Onda Estacionária). Aqui será mantida a sigla em inglês.

Conforme vimos no início desta seção, a onda estacionária na linha de transmissão varia entre os ventres (valores máximos) e os nodos (valores nulos). Entretanto, em sistemas reais, a reflexão está entre 0 e 100%, e por isso a tensão não apresenta valor zero em nenhum ponto. Ao invés, a onda será composta por uma componente viajante e outra componente estacionária. Os valores máximos e mínimos podem ser medidos através de medidores simples de onda estacionária; a relação entre os valores máximos e mínimos determina o coeficiente de reflexão, a perda de retorno e a VSWR.

A medição da VSWR é de vital importância em estações transmissoras de rádio, para que ocorra uma adequada transferência de potência entre o aparelho transmissor e a antena, e entre estes e a linha de transmissão. A presença de ondas estacionárias em grande amplitude pode danificar componentes eletrônicos no transmissor, além de representar um desperdício de energia.

A VSWR é usualmente expressa a partir de sua relação com o coeficiente de reflexão:

$$VSWR = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} \quad (dB) \quad (2.56)$$

Cuja unidade também é dada em decibéis.

Como exemplo, se a tensão incidente for de 9 volts e a refletida de 1,8 volts, então, de acordo com a equação 2.3:

$$\Gamma = \frac{1,8}{9} = 0,2 \text{ dB}$$

A potência refletida será de 4% (pois a potência é proporcional ao quadrado da tensão). Utilizando a equação 2.56, a VSWR neste caso será de:

$$VSWR = \frac{1+|0,2|}{1-|0,2|} = 1,5 \text{ dB}$$

Uma VSWR de até 2 é considerada aceitável para a maioria das aplicações em antenas, situação em que o sistema é considerado como tendo um bom casamento de impedância entre a linha de transmissão e a antena.

2.2.5 Antena como Continuação da Linha de Transmissão

Conforme vimos na figura 2.2, uma abertura da linha de transmissão faz surgir um campo variável que se propaga além do meio guiado. Este segmento modificado da linha de transmissão pode ser definido, então, como uma antena.

A abertura assim considerada, isto é, a antena, é analisada como um elemento à parte no conjunto transmissor. Apresenta impedância diferente da existente na linha de transmissão e possui forma de propagação dos campos elétricos e magnéticos que, embora se assemelhe matematicamente à maneira como tais propriedades se manifestam na linha de transmissão, é essencialmente diverso.

Considere a figura 2.6.

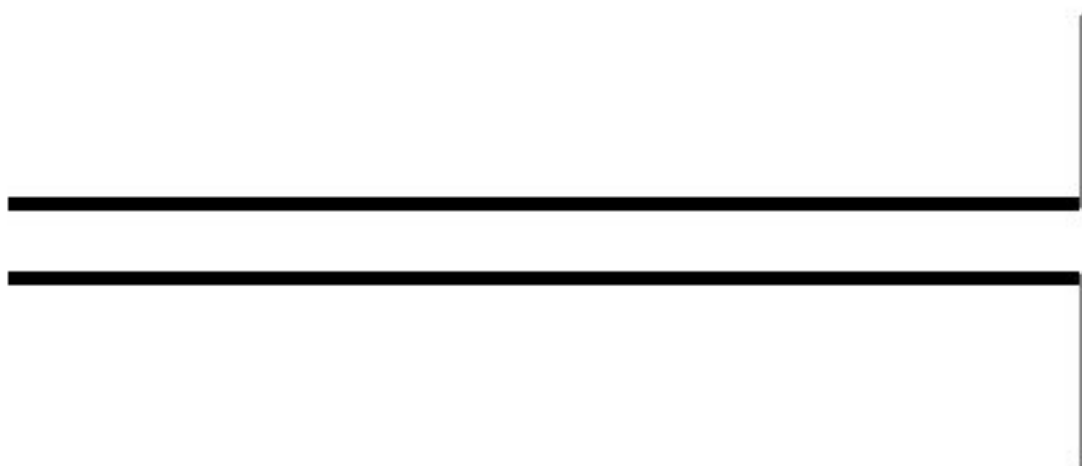


Figura 2.6 – Linha de transmissão terminada com uma antena dipolo

Ela representa uma linha de transmissão que foi dobrada em suas extremidades num ângulo exato de 90° . A parte dobrada é a conhecida antena dipolo. Desta maneira, o sistema pode ser analisado como tendo duas entidades separadas: a linha de transmissão e a antena.

De acordo com a análise das condições de contorno dentro da teoria do eletromagnetismo, o comportamento dos campos elétricos e magnéticos é alterado por limites, contornos ou fronteiras existentes no meio de propagação, interrompendo o fluxo e dando origem a campos que serão refletidos, refratados, difratados ou dispersos [Sadiku, 2004] [Gross, 2015] [Hayt & Buck, 2010]. O sistema

apresentado na figura 2.6 possui uma grande descontinuidade entre a linha de transmissão e a antena, o que resulta numa reflexão de parte da energia de volta à fonte. A outra parte será irradiada no espaço livre.

Existe uma frequência na qual a antena irá irradiar a maior quantidade de energia possível, e frequências nas quais haverá grande reflexão entre a linha de transmissão e a antena. No primeiro caso, dizemos que a antena é ressonante.

Se a frequência do sinal for tal que o tamanho do dipolo seja menor do que 0,25 vezes o tamanho do comprimento de onda desse sinal, então o dipolo apresentará uma reatância capacitiva. Isso pode ser demonstrado como segue.

Considere a equação 2.52, reproduzida novamente por conveniência.

$$V(x) = \frac{1}{2} [(V_C + Z_0 I_C) e^{-\gamma x} + (V_C - Z_0 I_C) e^{\gamma x}]$$

Um raciocínio análogo leva à corrente numa linha de transmissão, e cujo resultado final é mostrado na equação 2.57 abaixo.

$$I(x) = \frac{1}{2Z_0} [(V_C + Z_0 I_C) e^{-\gamma x} - (V_C - Z_0 I_C) e^{\gamma x}] \quad (2.57)$$

Para encontrarmos a impedância num ponto específico, dividimos a tensão naquele local pela corrente nesse mesmo lugar. Ou seja, dividimos a equação 2.52 pela equação 2.57.

$$Z(x) = \frac{V(x)}{I(x)} = \frac{\frac{1}{2} [(V_C + Z_0 I_C) e^{-\gamma x} + (V_C - Z_0 I_C) e^{\gamma x}]}{\frac{1}{2Z_0} [(V_C + Z_0 I_C) e^{-\gamma x} - (V_C - Z_0 I_C) e^{\gamma x}]} \quad (2.58)$$

Dividindo o numerador e o denominador por $1/I_C$

$$Z(x) = \frac{\frac{1}{2} \left[\left(\frac{V_C}{I_C} + Z_0 \frac{I_C}{I_C} \right) e^{-\gamma x} + \left(\frac{V_C}{I_C} - Z_0 \frac{I_C}{I_C} \right) e^{\gamma x} \right]}{\frac{1}{2Z_0} \left[\left(\frac{V_C}{I_C} + Z_0 \frac{I_C}{I_C} \right) e^{-\gamma x} - \left(\frac{V_C}{I_C} - Z_0 \frac{I_C}{I_C} \right) e^{\gamma x} \right]} \quad (2.59)$$

O que pode ser simplificado para

$$Z(x) = \frac{\frac{1}{2} [(Z_c + Z_0)e^{-\gamma x} + (Z_c - Z_0)e^{\gamma x}]}{\frac{1}{2Z_0} [(Z_c + Z_0)e^{-\gamma x} - (Z_c - Z_0)e^{\gamma x}]} \quad (2.60)$$

O que pode ser rearranjado como:

$$Z(x) = Z_0 \frac{Z_c e^{-\gamma x} + Z_0 e^{-\gamma x} + Z_c e^{\gamma x} - Z_0 e^{\gamma x}}{Z_c e^{-\gamma x} + Z_0 e^{-\gamma x} - Z_c e^{\gamma x} + Z_0 e^{\gamma x}} \quad (2.61)$$

Agrupando os termos Z_0 e Z_c :

$$Z(x) = Z_0 \frac{Z_c(e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}) - Z_0(e^{\gamma x} - e^{-\gamma x})}{Z_0(e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}) - Z_c(e^{\gamma x} - e^{-\gamma x})} \quad (2.62)$$

Dividindo o numerador e o denominador por $(e^{\gamma x} + e^{-\gamma x})$:

$$Z(x) = Z_0 \frac{Z_c - Z_0 \frac{(e^{\gamma x} - e^{-\gamma x})}{(e^{\gamma x} + e^{-\gamma x})}}{Z_0 - Z_c \frac{(e^{\gamma x} - e^{-\gamma x})}{(e^{\gamma x} + e^{-\gamma x})}} \quad (2.63)$$

Sabendo-se que os termos exponenciais entre parênteses equivalem à tangente hiperbólica de γx , a equação 2.63 é melhor apresentada como:

$$Z(x) = Z_0 \frac{Z_c - Z_0 \tanh \gamma x}{Z_0 - Z_c \tanh \gamma x} \quad (2.64)$$

Considerando-se como referência de deslocamento o ponto onde se situa a carga, de modo que a linha à esquerda tenha deslocamento negativo, resulta:

$$Z(x) = Z_0 \frac{Z_c + Z_0 \tanh \gamma x}{Z_0 + Z_c \tanh \gamma x} \quad (2.65)$$

Para linhas de transmissão de alta frequência, os efeitos reativos imperam sobre os resistivos. Ou seja, o coeficiente de atenuação se reduz a:

$$\gamma = j\omega\sqrt{LC} \quad (2.66)$$

Dessa maneira, a equação 2.65 se simplifica para:

$$Z(x) = Z_0 \frac{Z_C + jZ_0 \operatorname{tg} \beta x}{Z_0 + jZ_C \operatorname{tg} \beta x} \quad (2.67)$$

Isso indica que somente a constante de fase é levada em conta, sendo a constante de atenuação considerada próxima de zero.

Um dipolo pode ser aproximado por uma linha de transmissão terminada em circuito aberto. Neste caso, a impedância da carga (Z_C) será infinita. Então, a equação 2.67 se reduz a:

$$Z(x) = -jZ_0 \cotg \beta x \quad (2.68)$$

O comportamento do gráfico da equação 2.68 pode ser ilustrado na figura 2.7:

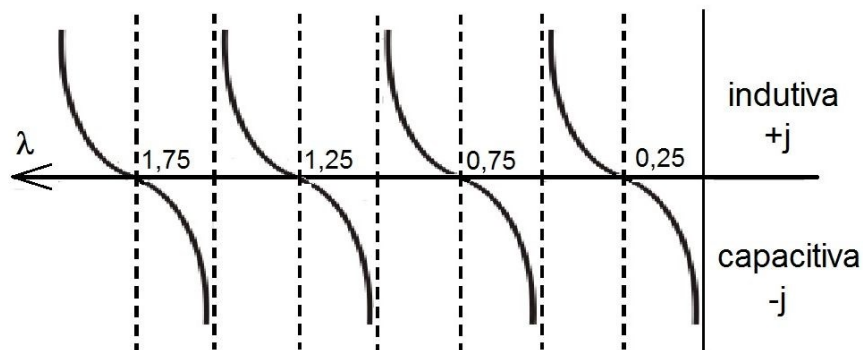


Figura 2.7 – Comportamento de uma linha de transmissão terminada em circuito aberto

Quanto menor o comprimento do dipolo em relação ao comprimento de onda, mais capacitiva será a reatância [BALANIS, 2009].

2.3 PRINCÍPIOS BÁSICOS DE ANTENAS

A antena é o dispositivo que irradia onda eletromagnética no espaço livre. A radiação somente ocorrerá se houver uma perturbação dos campos elétricos e magnéticos, tal como uma descontinuidade que provoque uma mudança brusca na direção da carga, ou uma aceleração/desaceleração da mesma, através de uma fonte alternada. Na prática, a segunda forma é utilizada e a primeira é evitada.

Considere um dipolo elétrico, conforme mostrado na figura 2.8 (a). Para efeito de simplificação, somente uma linha de campo elétrico é ilustrada.

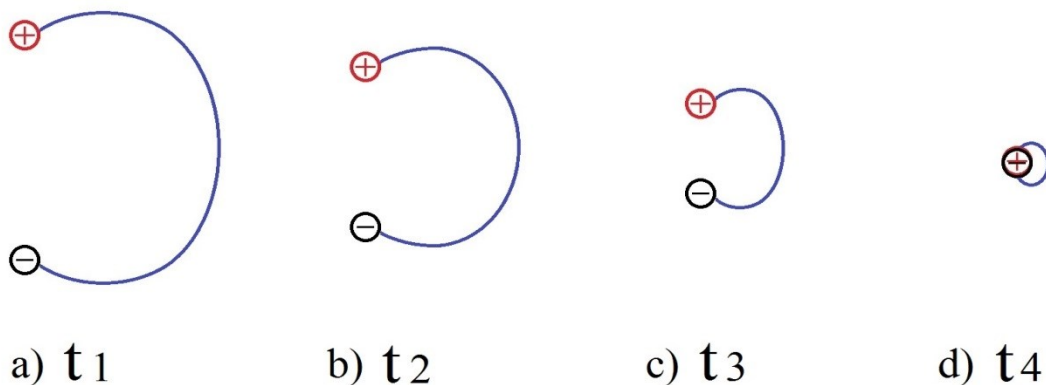


Figura 2.8 – Linhas de campo de um dipolo elétrico em movimento, nos vários instantes de tempo

O dipolo se move a uma velocidade constante, de tal maneira que a posição de cada polo é indicada nos vários instantes de tempo t_1 , t_2 , t_3 e t_4 em 2.8(a), (b), (c) e (d), respectivamente. As linhas de campo de movem junto com a carga, e o campo elétrico é constante.

Considere agora que o dipolo elétrico da figura 2.8 é acelerado para o centro, ao invés de se movimentar com velocidade contínua. Isso implica uma taxa de variação do campo elétrico que antes era contínuo, causando uma deformação no mesmo e inclinando-o para que possa dar continuidade ao campo elétrico no instante imediatamente anterior. A figura 2.9 (a), (b), (c) e (d) ilustra o fenômeno, para os instantes t_1 , t_2 , t_3 e t_4 , respectivamente.

A perturbação assim formada assume uma característica peculiar, que é a de ser capaz de continuar seu percurso ao longo da direção radial do campo elétrico,

mesmo que a carga deixe de ser acelerada, posteriormente. Pode ser constatado também que a perturbação do campo elétrico causada pela aceleração da carga gerou uma componente transversal, além da componente radial, isto é, uma componente contida num plano cuja normal é a direção de propagação. Daí o nome *onda transversa eletromagnética* (TEM).

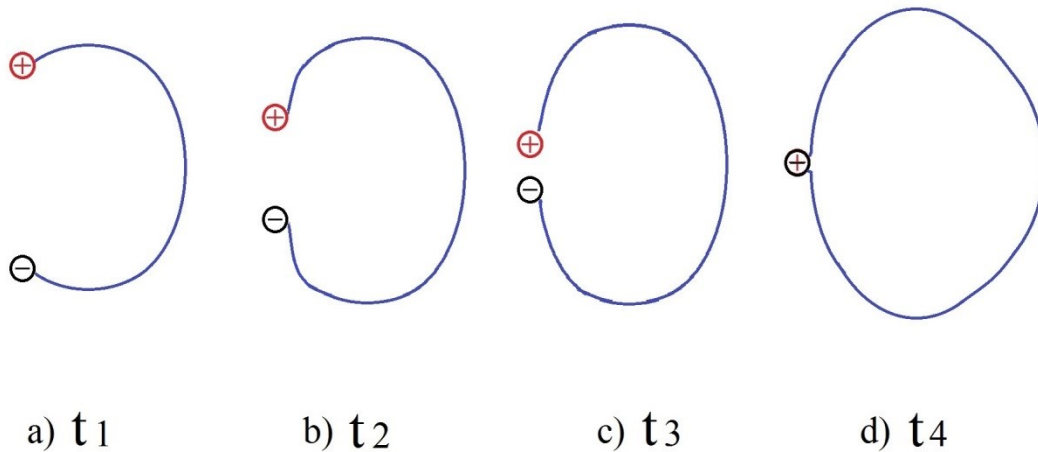


Figura 2.9 – Linhas de campo de um dipolo elétrico em movimento acelerado, nos vários instantes de tempo

Este comportamento pode ser constatado a partir da análise das equações de Maxwell, conforme foram reproduzidas em 2.1a, b, c e d. Segundo a equação 2.1a, um campo elétrico que possui uma taxa de variação no tempo, num ponto determinado, gera um campo magnético com rotacional neste ponto, o que significa uma variação espacial de \vec{H} . Adicionalmente, o campo magnético assim gerado também varia com o tempo, naquele ponto específico do espaço, gerando um campo elétrico com rotacional naquele ponto, conforme equação 2.1b. O processo se repete continuamente, deslocando o campo elétrico a uma determinada distância do distúrbio original, distância essa que dependerá da taxa de variação da velocidade da carga [HAYT 2010].

Como a variação espacial dos campos elétricos e magnéticos formados ocorrerá somente na direção normal ao plano transversal, as equações 2.1a e 2.1b podem ser expressas por meio das equações 2.69 e 2.70, respectivamente, tomando-se como referência o sistema de coordenadas cartesianas e levando-se em conta que o campo elétrico esteja polarizado na direção x, de modo que a onda

eletromagnética se propague na direção z . Pois os termos referentes ao rotacional tanto do campo elétrico como do campo magnético se reduzem a um único termo.

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} \quad (2.69)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} = -\epsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad (2.70)$$

As equações 2.69 e 2.70 se comparam às equações telegráficas para a linha de transmissão sem perdas, situação em que $R = 0$ e $G = 0$, nas equações 2.11 e 2.16. Isso comprova o que foi dito acima: a propagação das ondas eletromagnéticas é matematicamente igual à propagação nas linhas de transmissão, embora seja um fenômeno essencialmente diferente.

As ondas eletromagnéticas transportam energia e informação de um ponto a outro do espaço. Numa fonte pontual, a radiação se propaga em todas as direções, o que sugere, visualmente, a analogia com uma esfera crescente a partir da fonte geradora. A superfície é a frente de onda, conforme representado na figura 2.10.

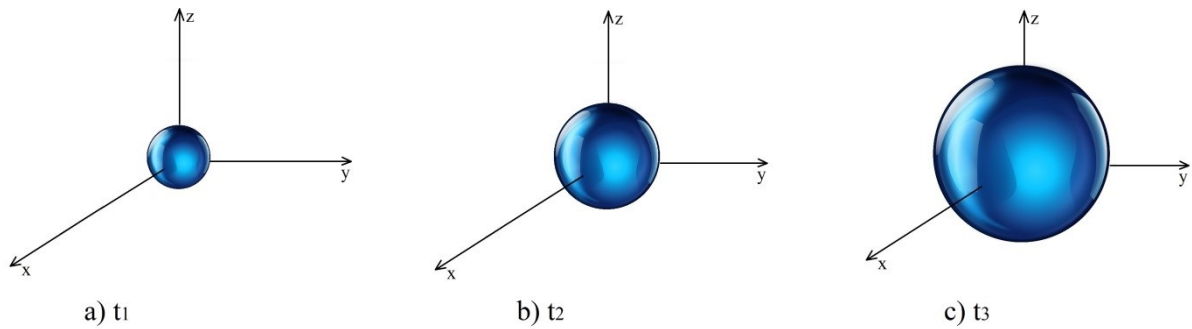


Figura 2,10 – Propagação de uma fonte pontual em vários instantes de tempo

Os vários instantes de tempo apresentados em 2.10(a), (b) e (c) mostram que a energia eletromagnética se afasta do centro na direção radial. Como a intensidade de radiação é idêntica em todas as direções, a fonte pontual é referida como *radiador isotrópico*. Esse tipo de antena não é realizável fisicamente, mas serve de parâmetro para encontrarmos e analisarmos os vários parâmetros das antenas reais, principalmente a intensidade de radiação e, conseqüentemente, a diretividade.

Uma área específica da esfera de radiação forma um ângulo sólido, ou esterradiano. O somatório da energia irradiada por todos os ângulos sólidos corresponde à energia total irradiada.

2.3.1 Diagrama de Radiação de Campo Distante

O raio da esfera de propagação da figura 2.10 possui um valor suficientemente grande comparado com o tamanho da fonte, pois esta é considerada como tendo comprimento infinitesimal. Na prática, utilizam-se antenas de variados formatos, com comprimentos que variam de frações do comprimento de onda do sinal até múltiplos desse comprimento de onda. Então, não teremos mais uma radiação no formato perfeitamente esférico, já que os campos elétricos e magnéticos se concentrarão em regiões específicas do espaço.

Nas proximidades da antena, os campos reativos predominam sobre os radiados de valor real [STUTZMAN 1981]. Numa fonte pontual fictícia, esses efeitos reativos podem ser ignorados. Então, dizemos que para essa fonte pontual o campo esférico é um campo distante. Seguindo este raciocínio, se quisermos encontrar o campo distante de uma antena, isto é, uma superfície onde o tamanho de seu raio seja infinitamente maior que o tamanho da antena, basta tomarmos uma distância suficientemente grande e realizarmos as devidas análises.

Considera-se como limite do campo distante um raio de aproximadamente $2D^2/\lambda$, embora este valor possa variar para antenas de múltiplos feixes ou outras também sensíveis a variações de fase ao longo de suas aberturas [BALANIS 2009]. Uma vez estabelecida esta região, os campos terão um comportamento semelhante ao de uma onda plana e amplitude que varia com o inverso do raio, ao invés de variarem com o inverso do quadrado do raio, para campos próximos reativos.

O diagrama de radiação é uma representação gráfica das propriedades de radiação da antena, em função de coordenadas espaciais. Dentre as principais propriedades destacam-se a intensidade de radiação, diretividade e polarização, além de várias outras. O diagrama de radiação é o mais importante parâmetro de análise de uma antena, e o mais utilizado nos manuais técnicos das antenas comerciais.

A figura 2.11 ilustra o diagrama de radiação da antena externa VHF/UHF/HDTV de 6dBi, modelo DTV-3000 da Aquário®. Conforme se pode observar, são representados os dois planos principais: o plano de azimute, ou azimutal, e o plano de elevação. O plano de azimute corresponde àquele formado pelos eixos x e y do sistema cartesiano de coordenadas, ou o plano $\theta = \pi/2$ no sistema de coordenadas

esféricas. O plano de elevação corresponde àquele formado pelos eixos x e z do sistema cartesiano, ou o plano $\phi = 0$ em coordenadas esféricas.

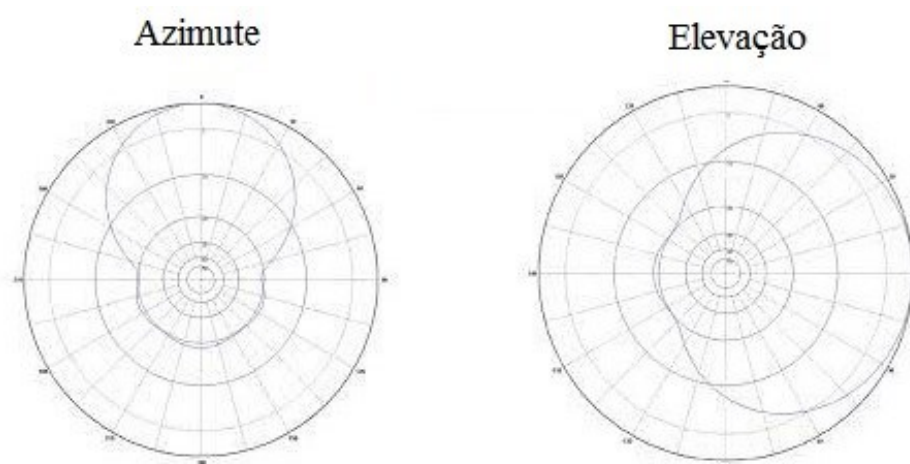


Figura 2.11 – Diagrama de Radiação para o modelo DTV-3000 da Aquário®.

Manual técnico encontrado em: www.aquario.com.br

O diagrama da antena apresentada como exemplo é direcional, tanto no plano azimutal quanto no plano de elevação. Isso significa que a energia irradiada se concentra exatamente na região mostrada no diagrama.

A variação do campo radiado em função dos ângulos θ e ϕ depende da geometria da antena. O tipo mais básico é a antena dipolo, mostrada anteriormente na figura 2.6. No plano azimutal, seu diagrama de radiação se assemelha ao que é mostrado na figura 2.12, obtido a partir do software de simulação HFSS da Ansoft®. O comprimento da antena é exatamente igual ao comprimento de onda.

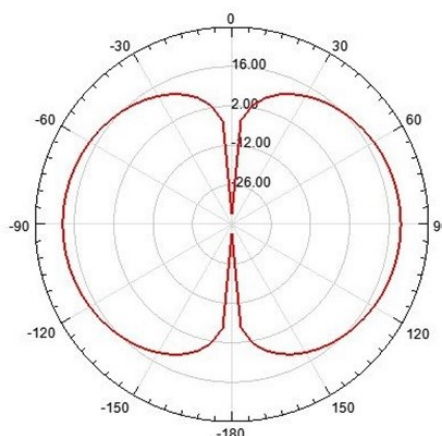


Figura 2.12 – Diagrama de radiação no plano azimutal para a antena dipolo

2.3.2 Potencial Vetor Magnético

Dado um vetor arbitrário \vec{A} , a identidade vetorial

$$\nabla \cdot \nabla \times \vec{A} = 0 \quad (2.71)$$

e a equação de Maxwell na forma pontual

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.72)$$

nos permitem escrever

$$\nabla \cdot \vec{B} = \nabla \cdot \nabla \times \vec{A} = 0 \quad (2.73)$$

sendo \vec{B} é a densidade de fluxo magnético (Wb/m²). Ou seja, o vetor densidade de fluxo magnético \vec{B} pode ser considerado como o rotacional de um outro vetor \vec{A} , que recebeu o nome de *potencial vetor magnético* e é uma função potencial auxiliar bastante útil na determinação de campos elétricos e magnéticos, principalmente de antenas. O vetor \vec{A} , satisfaz à condição de que \vec{B} deve ter divergência nula.

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (2.74)$$

A densidade de campo magnético é dada pela relação

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (2.75)$$

em que \vec{H} é o campo magnético (ampères por metro, A/m) e μ é a permeabilidade magnética (henry por metro, H/m). Igualando as equações (2.74) e (2.75):

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \nabla \times \vec{A} \quad (2.76)$$

Isolando \vec{H} :

$$\vec{H} = \frac{\nabla \times \vec{A}}{\mu} \quad (2.77)$$

Invocando a equação de Maxwell 2.1a, podemos substituir o valor de \vec{B} expresso na equação 2.75, obtendo:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \mu \vec{H}}{\partial t} \quad (2.78)$$

Colocando para fora da derivada parcial a permeabilidade magnética, que é uma constante, e escrevendo na forma fasorial, encontramos:

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} \quad (2.79)$$

Substituindo (2.77) em (2.79),

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{j\omega\mu\nabla \times \vec{A}}{\mu} = -j\omega\nabla \times \vec{A} \quad (2.80)$$

Organizando os termos

$$\nabla \times \vec{E} + j\omega\nabla \times \vec{A} = 0 \quad (2.81)$$

Utilizando as propriedades do rotacional para o operador gradiente:

$$\nabla \times [\vec{E} + j\omega\vec{A}] = 0 \quad (2.82)$$

Agora considere uma função escalar V_e que representa um potencial escalar eletrostático arbitrário. Usando a identidade vetorial

$$\nabla \times \nabla V_e = 0 \quad (2.83)$$

essa função pode ser reescrita como

$$\nabla \times (-\nabla V_e) = 0 \quad (2.84)$$

O sinal negativo não altera o valor da expressão.

Igualando (2.82) e (2.84):

$$\nabla \times [\vec{E} + j\omega\vec{A}] = \nabla \times (-\nabla V_e) \quad (2.85)$$

Eliminando a operação de produto vetorial nos dois lados da equação:

$$\vec{E} + j\omega\vec{A} = -\nabla V_e \quad (2.86)$$

Isolando \vec{E} :

$$\vec{E} = -\nabla V_e - j\omega\vec{A} \quad (2.87)$$

Tomando o rotacional de ambos os lados da equação (2.76)

$$\nabla \times (\mu\vec{H}) = \nabla \times (\nabla \times \vec{A}) \quad (2.88)$$

Aplicamos a identidade vetorial

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (2.89)$$

Depois igualamos (2.88) e (2.89), resultando em:

$$\nabla \times (\mu\vec{H}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (2.90)$$

Para um meio homogêneo, a equação 2.90 pode ser reescrita como

$$\mu\nabla \times \vec{H} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (2.91)$$

Dada a equação de Maxwell na forma fasorial

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega\epsilon\vec{E} \quad (2.92)$$

em que \vec{J} é o vetor densidade de corrente de convecção e ϵ a permissividade dada em farad por metro (F/m), podemos substituir esta equação em (2.91), obtendo

$$\mu[\vec{J} + j\omega\epsilon\vec{E}] = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (2.93)$$

Reorganizando os termos:

$$\mu\vec{J} + j\omega\mu\epsilon\vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (2.94)$$

Substituindo (2.87) em (2.94),

$$\mu\vec{J} + j\omega\mu\epsilon(-\nabla V_e - j\omega\vec{A}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (2.95)$$

ou

$$\mu \vec{J} - \nabla(j\omega\mu\epsilon V_e) - j^2\omega^2\mu\epsilon \vec{A} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (2.96)$$

que pode ser reescrito como

$$\nabla^2 \vec{A} + \omega^2\mu\epsilon \vec{A} = -\mu \vec{J} + \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) + \nabla(j\omega\mu\epsilon V_e) \quad (2.97)$$

O número de onda é dado por

$$k = \frac{\omega}{c} \quad (2.98)$$

Sua unidade é radianos por metro (rad/m); ω é a frequência angular (rad/s) da onda eletromagnética e c é a velocidade da luz (m/s)

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (2.99)$$

Substituindo (2.99) em (2.98):

$$k = \frac{\omega}{1/\sqrt{\mu\epsilon}} = \omega\sqrt{\mu\epsilon} \quad (2.100)$$

o que equivale a

$$k^2 = \omega^2\mu\epsilon \quad (2.101)$$

Substituindo (2.101) em (2.97) e rearranjando os termos,

$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = -\mu \vec{J} + \nabla(\nabla \cdot \vec{A} + j\omega\mu\epsilon V_e) \quad (2.102)$$

Considere a conhecida *condição de Lorentz*:

$$\nabla \cdot \vec{A} = -j\omega\mu\epsilon V_e \quad (2.103)$$

ou, de forma equivalente,

$$V_e = -\frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \nabla \cdot \vec{A} \quad (2.104)$$

Pode-se substituir a equação (2.104) na equação (2.102), resultando em:

$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = -\mu \vec{J} \quad (2.105)$$

O que corresponde a uma forma mais simplificada da equação (2.102). Essa equação (2.105) é chamada de *equação não-homogênea de Helmholtz*.

Considere que uma fonte esteja posicionada na origem do sistema de coordenadas cartesianas, e que exista uma densidade de corrente \vec{J} orientada na direção do eixo z, no sentido crescente. Assim, somente existirá a componente na direção \vec{a}_z tanto para \vec{J} quanto para \vec{A} . Então, a equação (2.105) é reescrita como

$$\nabla^2 A + k^2 A = -\mu J \quad (2.106)$$

com a ressalva de que, agora, trata-se de escalares A e J na direção \vec{a}_z , e não mais de vetores. Em pontos exteriores à fonte, a densidade de corrente é nula.

$$\nabla^2 A + k^2 A = 0 \quad (2.107)$$

Torna-se mais conveniente agora utilizar o sistema de coordenadas esféricas, ao invés do sistema cartesiano. Usando a conhecida transformação

$$\nabla^2 A = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial A}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 A}{\partial \varphi^2} \quad (2.108)$$

E sabendo que o escalar A não é função de θ e φ , essa equação (2.108) pode ser resumida para

$$\nabla^2 A = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial A}{\partial r} \right) \quad (2.109)$$

O escalar A na direção z é uma função do raio (r). Por isso, podemos substituir a equação (2.109) em (2.107):

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial A}{\partial r} \right) + k^2 A = 0 \quad (2.110)$$

Sendo A função apenas de r , pode-se substituir a derivada parcial pela derivada ordinária. Assim, a equação (2.110) pode ser rearranjada para

$$\frac{d^2 A}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dA}{dr} + k^2 A = 0 \quad (2.111)$$

Essa equação diferencial de segunda ordem possui duas soluções independentes:

$$A_1 = c_1 \frac{e^{-jkr}}{r} \quad (2.112)$$

$$A_2 = c_2 \frac{e^{+jkr}}{r} \quad (2.113)$$

em que c_1 e c_2 são duas constantes arbitrárias. Somente a solução da equação (2.112) nos interessa, pois representa a onda eletromagnética na direção radial.

A fonte está na origem. Para frequência nula (solução estática), $\omega = 0$ e $k = 0$, e a equação (2.112) se torna

$$A = \frac{c_1}{r} \quad (2.114)$$

Essa equação difere de (2.112) apenas pelo fator e^{-jkr} . A presença deste fator define uma *solução variante no tempo*.

Ainda para $k = 0$ e densidade de corrente J diferente de zero, a equação (2.106) se torna

$$\nabla^2 A = -\mu J \quad (2.115)$$

Esta é uma conhecida equação de Poisson. Sua solução é dada por

$$A = \frac{\mu}{4\pi} \iiint \frac{J}{r} dv \quad (2.116)$$

em que r é a distância entre um ponto qualquer da fonte e o ponto de observação.

Para se obter a solução variante no tempo ($k \neq 0$), basta multiplicar pelo fator e^{-jkr} .

$$A = \frac{\mu}{4\pi} \iiint J \frac{e^{-jkr}}{r} dv \quad (2.117)$$

A equação (2.117) se refere a densidades volumétricas de carga. Se estivermos interessados em densidades superficiais ou densidades lineares de carga, basta substituímos a integral tripla sobre um volume por uma integral dupla sobre uma densidade superficial ou uma integral simples sobre uma densidade linear de carga. Adicionalmente, substituímos a densidade volumétrica de corrente (J) pela densidade superficial de corrente ou pela densidade linear de corrente.

A equação (2.117) pode ser estendida para correntes nas outras direções do plano cartesiano (x,y). Isso nos permite escrever a equação na forma vetorial como

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \iiint \vec{J} \frac{e^{-jkr}}{r} dv \quad (2.118)$$

A equação (2.118) pode ser utilizada para encontrar os principais parâmetros de antenas básicas, conforme será vista nas seções seguintes. Representa o potencial vetor magnético \vec{A} , bastante conhecido da teoria do eletromagnetismo [BALANIS 2009] [HAYT 2010].

2.3.3 Potência Radiada

As ondas eletromagnéticas irradiam energia de acordo com a potência da fonte e a geometria da antena. A frente de onda possui uma densidade de potência dada em W/m^2 , cuja área, ao ser integrada ao longo de toda a superfície de radiação, será igual à potência total transmitida pela fonte.

A determinação da densidade de potência de qualquer tipo de antena é deduzida a partir do potencial vetor magnético. A seguir, são apresentadas as densidades de potência de dois tipos básicos: dipolo curto e dipolo de meio comprimento de onda.

A) Dipolo Curto

Denomina-se dipolo curto aquele cujo comprimento (ℓ) é muito menor que o comprimento de onda (λ) do sinal irradiado. Para se ter uma referência, a literatura considera como dipolo curto $\ell < \lambda/10$ [KRAUS 1988] [STUTZMAN 1981]. Alguns autores diferenciam dipolo curto de infinitesimal. Segundo Balanis, se o dipolo tiver um comprimento menor que $\lambda/50$, será um dipolo infinitesimal; caso o comprimento do dipolo esteja no intervalo $\lambda/50 < \ell < \lambda/10$, será um dipolo curto [BALANIS 2009].

A figura 2.13 ilustra uma antena dipolo, localizada na origem do sistema de coordenadas cartesiano, e sua distribuição de corrente. O comprimento é orientado ao longo do eixo z. A espessura da antena é desprezível.

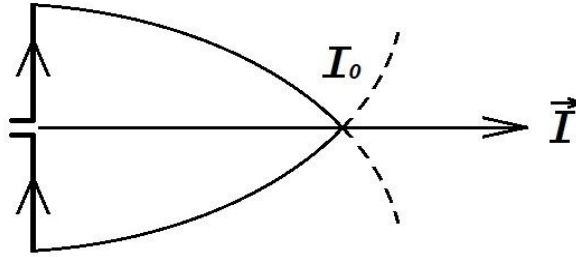


Figura 2.13 – Antena dipolo localizada na origem do sistema de coordenadas cartesianas

Conforme se observa, a distribuição de corrente possui um formato aproximadamente triangular. Matematicamente:

$$\vec{I} = \begin{cases} I_0 \left(1 - \frac{2}{\ell} z\right) \vec{a}_z, & 0 \leq z \leq \ell/2 \\ I_0 \left(1 + \frac{2}{\ell} z\right) \vec{a}_z, & -\ell/2 \leq z \leq 0 \end{cases} \quad (2.119)$$

em que ℓ é o comprimento total do dipolo e I_0 é a corrente no centro do dipolo.

Sabendo que \vec{I} é a densidade linear de corrente em ampères por metro (A/m), a equação (2.118) pode ser reescrita para uma distribuição linear de cargas como

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_C \vec{I} \frac{e^{-jkr}}{r} dl \quad (2.120)$$

Neste caso, a integral tripla foi substituída por uma integral simples cujo percurso de integração é C. Substituindo (2.119) em (2.120), obtemos

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \left[\int_{-\ell/2}^0 I_0 \left(1 + \frac{2}{\ell} z\right) \frac{e^{-jkr}}{r} dz \vec{a}_z + \int_0^{\ell/2} I_0 \left(1 - \frac{2}{\ell} z\right) \frac{e^{-jkr}}{r} dz \vec{a}_z \right] \quad (2.121)$$

Note que a variável de integração foi substituída por z. Integrando (2.121), resulta

$$\vec{A} = A \vec{a}_z = \frac{1}{2} \left[\frac{\mu I_0 \ell e^{-jkr}}{4\pi r} \right] \vec{a}_z \quad (2.122)$$

Esta fórmula é o potencial vetor magnético de um dipolo curto. Ela representa uma boa aproximação para a análise do campo distante.

O vetor campo magnético \vec{H} e o vetor campo elétrico \vec{E} devem ser encontrados a partir do potencial vetor magnético dado por (2.122). Devido a simetria do problema, é mais conveniente utilizar coordenadas esféricas e depois determinar as componentes r , θ , φ .

A equação (2.122) é expressa em coordenadas esféricas como

$$A_r = \frac{1}{2} \left[\frac{\mu I_0 \ell e^{-jkr}}{4\pi r} \right] \cos\theta \quad (2.123a)$$

$$A_\theta = -\frac{1}{2} \left[\frac{\mu I_0 \ell e^{-jkr}}{4\pi r} \right] \sin\theta \quad (2.123b)$$

$$A_\varphi = 0 \quad (2.123c)$$

Já a equação (2.77) é expressa em coordenadas esféricas como:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial}{\partial \theta} A_r \right] \vec{a}_\varphi \quad (2.124)$$

As coordenadas nas direções \vec{a}_r e \vec{a}_θ são nulas devido à simetria da situação. Restam apenas as contribuições na direção \vec{a}_φ , não havendo variações em φ .

Substituindo as equações (2.123a) e (2.123b) na equação (2.124), resulta

$$H_r = 0 \quad (2.125a)$$

$$H_\theta = 0 \quad (2.125b)$$

$$H_\varphi = \frac{1}{2} \left[j \frac{k I_0 \ell \sin\theta}{4\pi r} \right] \left[1 + \frac{1}{jkr} \right] e^{-jkr} \quad (2.125c)$$

As componentes de campo elétrico \vec{E} são encontradas utilizando-se a condição de Lorentz na equação (2.87)

$$\vec{E} = -j\omega\vec{A} - j\frac{1}{\omega\mu\epsilon}\nabla(\nabla\cdot\vec{A}) \quad (2.126)$$

Substituindo (2.123a), (2.123b) e (2.123c) em (2.126), e aplicando a operação de produto vetorial para coordenadas esféricas, resulta:

$$E_r = \frac{1}{2} \left[\eta \frac{I_0 \ell \cos \theta}{2\pi r^2} \right] \left[1 + \frac{1}{jkr} \right] e^{-jkr} \quad (2.127a)$$

$$E_\theta = \frac{1}{2} \left[j\eta \frac{kI_0 \ell \sin \theta}{4\pi r} \right] \left[1 + \frac{1}{jkr} - \frac{1}{(kr)^2} \right] e^{-jkr} \quad (2.127b)$$

$$E_\phi = 0 \quad (2.127c)$$

em que η é a impedância intrínseca do meio, e vale $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$. Considerando o campo distante, o fator kr se torna muito maior do que 1 e o raio suficientemente grande para que a componente radial possa ser desprezada. Com isso, a componente E_r tende para zero na equação (2.127a), restando apenas a equação (3.58b). Os últimos termos do último colchete se aproximam de zero, e o resultado se torna finalmente

$$E_\theta = \frac{1}{2} \left[j\eta \frac{kI_0 \ell e^{-jkr}}{4\pi r} \right] \sin \theta \quad (2.128)$$

Já que \vec{E} e \vec{H} são perpendiculares, as componentes E_θ e H_ϕ são igualmente perpendiculares entre si, e também transversais à direção de propagação, que é radial.

A importante consequência é que existe um fluxo médio temporal de potência associado aos campos. Esse fluxo é expresso pela equação do *vetor de Poynting*, o qual é simbolizado por \vec{S} .

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \quad (2.129)$$

Cuja unidade de medida é watts por metro quadrado (W/m^2). Utilizando a forma fasorial dos campos elétrico e magnético, temos

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \text{Re}(\vec{E} \times \vec{H}^*) \quad (2.130)$$

Somente a parte real nos interessa na análise de campo distante, pois está justamente relacionada à resistência de entrada. Por isso o símbolo Re na equação 2.130. O asterisco acima de \vec{H} indica a existência de um complexo conjugado. Resolvendo o produto vetorial para coordenadas esféricas:

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \text{Re}[(E_r \vec{a}_r + E_\theta \vec{a}_\theta) \times (H_\phi^* \vec{a}_\phi)] = \frac{1}{2} \text{Re}(E_\theta H_\phi^* \vec{a}_r - E_r H_\phi^* \vec{a}_\theta) \quad (2.131)$$

Como a componente E_r na direção radial é próxima de zero, pode-se simplificar para

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \text{Re}[(E_\theta \vec{a}_\theta) \times (H_\phi^* \vec{a}_\phi)] = \frac{1}{2} \text{Re}(E_\theta H_\phi^* \vec{a}_r) \quad (2.132)$$

A componente S_r é encontrada substituindo (2.128) e (2.125c) em (2.132), obtendo

$$S_r = \frac{1}{4} \left[\frac{\eta}{8} \left| \frac{I_0 \ell}{\lambda} \right|^2 \frac{\sin^2 \theta}{r^2} \right] \left[1 - j \frac{1}{(kr)^3} \right] \quad (2.133)$$

Apenas a parte real interessa, sendo kr muito maior do que 1, o que nos leva finalmente à seguinte expressão:

$$S_r = \frac{1}{4} \left[\frac{\eta}{8} \left| \frac{I_0 \ell}{\lambda} \right|^2 \frac{\sin^2 \theta}{r^2} \right] \quad (2.134)$$

Para análises de campo distante, a potência radiada pela antena possui apenas a componente radial no sistema de coordenadas esféricas, já que essa potência é predominantemente real.

Integrando toda a superfície sobre a componente normal, obtemos:

$$P = \oint_S \vec{S} \cdot d\vec{s} \quad (2.135)$$

Cuja unidade é watts (W). De acordo com a simetria do problema, essa componente aponta para a direção crescente do raio e a superfície de integração é uma esfera. O que resulta em:

$$P = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi S_r \vec{a}_r \cdot r^2 \sin \theta d\theta d\phi \vec{a}_r \quad (2.136)$$

Substituindo (2.134) em (2.136) e depois integrando, obtemos:

$$P = \frac{1}{4} \eta \left(\frac{\pi}{3} \right) \left| \frac{I_0 \ell}{\lambda} \right|^2 \quad (2.137)$$

Essa é a potência radiada pelo dipolo curto.

B) Dipolo de Meio Comprimento de Onda

A antena dipolo cujo comprimento é a metade do comprimento de onda do sinal ($\lambda/2$) ainda está entre as mais populares existentes. Sua montagem é simples e barata, possui uma estrutura ressonante e uma adequada resistência de entrada.

A figura 2.14 ilustra um dipolo de meio comprimento de onda situado na origem do sistema de coordenadas, direcionado ao longo do eixo z e cuja espessura é desprezível. A distribuição de corrente é aproximadamente senoidal.

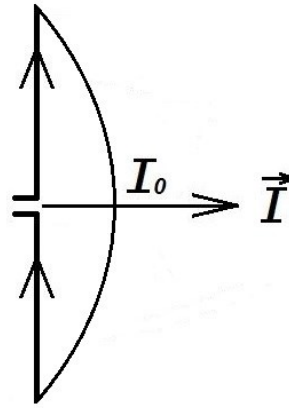


Figura 2.14 – Distribuição de corrente de um dipolo $\lambda/2$

Devido a essa semelhança, sua corrente linear possui uma amplitude que varia conforme uma onda senoidal pela metade, e a tensão induzida pela onda eletromagnética é máxima em suas extremidades, fazendo com que esta antena possua a máxima corrente induzida no seu centro (I_0), se comparada com outros dipolos.

A distribuição de corrente de um dipolo $\lambda/2$ é mostrada abaixo.

$$\vec{I} = \begin{cases} I_0 \sin \left[k \left(\frac{\lambda}{4} - z \right) \right] \vec{a}_z, & 0 \leq z \leq \ell/2 \\ I_0 \sin \left[k \left(\frac{\lambda}{4} + z \right) \right] \vec{a}_z, & -\ell/2 \leq z \leq 0 \end{cases} \quad (2.138)$$

Substituindo (2.138) na equação (2.120),

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \left[\int_{-\ell/2}^0 I_0 \sin \left[k \left(\frac{\lambda}{4} + z \right) \right] \frac{e^{-jkr}}{r} dz \vec{a}_z + \int_0^{\ell/2} I_0 \sin \left[k \left(\frac{\lambda}{4} - z \right) \right] \frac{e^{-jkr}}{r} dz \vec{a}_z \right] \quad (2.139)$$

Da mesma forma que fizemos para a antena dipolo curto, integramos a equação (2.139), convertendo para coordenadas esféricas, passamos a equação (2.77) para coordenadas esféricas, eliminamos as componentes \vec{a}_r e \vec{a}_θ , restando:

$$H_\varphi = j \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta} \right] \quad (2.140)$$

Similarmente, a partir da equação (2.126), convertendo para coordenadas esféricas, substituindo as coordenadas do potencial campo elétrico (em coordenadas esféricas) e eliminando as componentes r e φ , obtemos

$$E_\theta = j\eta \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta} \right] \quad (2.141)$$

A média temporal é obtida de (2.130). Resolvendo o produto vetorial e substituindo (2.140) e (2.141) em (2.130), resulta:

$$S_{méd} = \eta \frac{|I_0|^2}{8\pi^2 r^2} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta} \right]^2 \quad (2.142)$$

Integrando (2.142) sobre uma superfície fechada esférica de raio r , obtemos:

$$P = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi S_{méd} r^2 \sin\theta d\theta d\varphi \quad (2.143)$$

Substituindo (2.142) em (2.143) e integrando:

$$P = 2,435\eta \frac{|I_0|^2}{8\pi} \quad (2.144)$$

Essa é a potência radiada pelo dipolo de meio comprimento de onda. A potência reativa diminui à medida que r se torna muito maior do que λ , tendendo para zero à medida que kr tende ao infinito [BALANIS 2009].

2.3.4 Intensidade de Radiação

Se considerarmos a potência por unidade de ângulo sólido, chegaremos ao conceito de intensidade de radiação. Para uma fonte que irradia a mesma intensidade de potência em todas as direções, isto é, uma fonte isotrópica, a onda eletromagnética irradiada tem o formato de uma esfera. A área de uma esfera de raio r é $4\pi r^2$. Então, numa esfera fechada existem 4π esterradianos. Portanto:

$$U = \frac{P}{4\pi} \quad (2.145)$$

Se quisermos expressar a potência por unidade de área, e não por unidade de ângulo sólido, basta dividir a intensidade de radiação por r^2 .

A equação 2.145 não se aplica a fontes não isotrópicas. É necessário expressá-las por outro caminho que leve em conta o vetor de *Poynting*. A média temporal do vetor de *Poynting* expresso na equação 2.134 é conhecida como Densidade Média de Potência ($S_{\text{méd}}$) e sua unidade é watts por metro quadrado (W/m^2). A parte puramente real desta Densidade de Potência é chamada de Densidade de Radiação (S_{rad}).

Desta maneira, a intensidade de radiação pode ser expressa em termos de densidade de radiação como:

$$U = r^2 S_{\text{rad}} \quad (2.146)$$

Uma antena dipolo possui Intensidade de Radiação constante para um ângulo θ constante, considerando que a antena esteja localizada na direção do eixo z .

A intensidade de radiação de uma antena dipolo de meio comprimento de onda é ligeiramente maior do que a de uma antena dipolo curto, para ângulos de referência iguais a θ ou ϕ .

A concentração da intensidade de radiação num determinado ponto do espaço indica o quanto uma antena é capaz de direcionar o feixe para uma região de interesse. O direcionamento de feixe é uma característica indispensável para os modernos aparelhos de comunicação, mas nem sempre é corretamente alcançado por meio dos convencionais formatos de antenas. No próximo capítulo, será visto como conseguir um efetivo direcionamento de feixe através de um arranjo de antenas.

2.3.5 Diretividade

A diretividade, antigamente chamada de ganho diretivo, é a porção de potência que uma antena é capaz de irradiar numa determinada direção, em detrimento de outras direções.

A diretividade é dada pela razão entre a intensidade de radiação numa dada direção (U) e a intensidade de radiação de uma fonte isotrópica (U_0). Esta última é igual à intensidade de radiação média, cuja expressão matemática é equivalente à equação 2.145. Matematicamente, portanto, a diretividade é escrita como:

$$D = \frac{U}{U_0} \quad (2.147)$$

Por ser uma relação entre intensidades de radiação, a diretividade é uma grandeza adimensional. Quando a direção não é mencionada, subentende-se que a diretividade se refere à direção em que ocorre a máxima intensidade de radiação.

A figura 2.15 ilustra a variação da Diretividade para um dipolo.

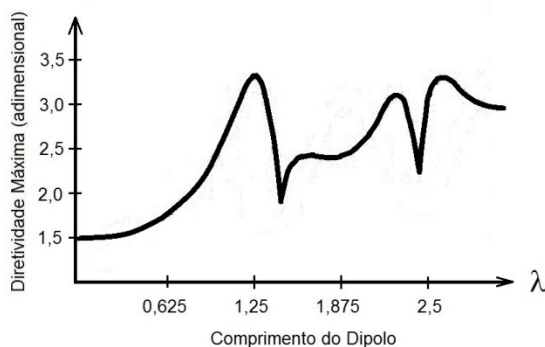


Figura 2.15 – Diretividade versus comprimento do dipolo

Conforme se vê, para um dipolo curto a diretividade tem valores próximos de 1,5. Já para um dipolo $\lambda/2$ a diretividade é ligeiramente maior, em torno de 1,643.

Deve ficar claro que a diretividade é totalmente dependente do formato da antena (e de seu consequente diagrama de radiação). Algumas antenas possuem diretividade maior, como as de abertura; outras possuem diretividade menor, como o dipolo ou a antena de quadro. A técnica de utilizar arranjo de antenas permite aumentar a diretividade como um todo, independentemente do formato dos elementos individuais.

2.3.6 Impedância de Entrada

Conforme foi visto na seção 2.2.5, uma antena dipolo pode ser vista como uma linha de transmissão dobrada. Embora tenhamos determinado a impedância da antena dipolo a partir da impedância característica de uma linha terminada em circuito aberto, é mais conveniente utilizar elementos da teoria de circuitos e considerar a antena como sendo constituída por elementos resistivos e reativos, qualquer que seja o formato da mesma.

Da teoria básica de circuitos, pode-se expressar a impedância de entrada de uma antena como:

$$Z_{in} = R_{in} + jX_{in} \quad (2.148)$$

Em que Z_{in} é a impedância de entrada da antena, R_{in} é a componente real ou resistiva, e X_{in} é a componente reativa. A figura 2.16 ilustra a impedância da antena.

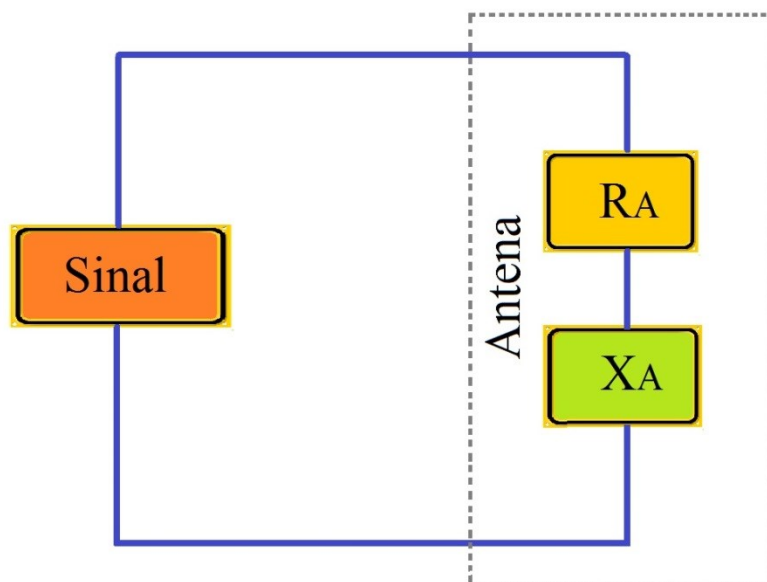


Figura 2.16 – Representação da impedância de entrada de uma antena

A parte resistiva é composta da resistência de radiação e da resistência de perdas da antena. Para encontrar a resistência de entrada de uma antena, iguala-se a potência nos seus terminais de entrada com a potência associada à resistência de radiação, admitindo-se que a antena praticamente não tem perdas.

$$\frac{|I_{in}|^2}{2} R_{in} = \frac{|I_{max}|^2}{2} R_{rad} \quad (2.149)$$

Sendo I_{in} a corrente de entrada, I_{max} o valor máximo de corrente, R_{in} a resistência de radiação nos terminais de entrada e R_{rad} a resistência de radiação para o máximo de corrente.

Para o caso específico de uma antena dipolo, sabe-se que a corrente de entrada é associada ao valor máximo de corrente por

$$I_{in} = I_{max} \sin\left(\frac{k\ell}{2}\right) \quad (2.150)$$

em que ℓ é o comprimento do dipolo e k é o número de onda. Substituindo (2.150) em (2.149) e rearranjando os termos, obtemos

$$R_{in} = \frac{R_{rad}}{\sin^2\left(\frac{k\ell}{2}\right)} \quad (2.151)$$

Esta é a equação utilizada para o cálculo da resistência de entrada de uma antena dipolo.

Pode ser observado que para dipolos curtos o valor da resistência de entrada é muito pequeno, para aqueles que possuem pequenos valores de ℓ , pois neste caso a resistência de radiação do numerador diminui a uma proporção maior do que a função seno ao quadrado no denominador. Também pode ser observado que quando o comprimento da antena dipolo é um múltiplo do comprimento de onda, isto é, quando

$$\ell = n\lambda, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

a resistência de entrada apresenta valores muito altos. Nessa condição dizemos que a antena é *ressonante*, o que significa que haverá uma frequência principal para a qual a antena irá radiar maior energia. Essa característica tem sido bastante utilizada no modo de transmissão, e rejeitada no modo de recepção, pois neste último caso deseja-se receber sinais numa ampla faixa de frequências.

Em projetos práticos deseja-se realizar o casamento de impedâncias entre a linha de transmissão e a antena, eliminando-se desta maneira a parte imaginária da impedância de entrada da antena.

2.3.7 Ganho

A diretividade não leva em conta a eficiência das antenas. Em sistemas reais, as perdas influem muito no rendimento total, sendo necessário, portanto, considerar os vários tipos de eficiência e, desta maneira, incorporá-lo à diretividade, para desta maneira chegarmos ao ganho da antena.

A eficiência total de uma antena (e_0) é a razão entre a potência irradiada e a potência fornecida pela antena, conforme equação 2.152.

$$e_0 = \frac{P_{irradiada}}{P_{fornecida}} \quad (2.152)$$

Dentre as principais perdas relacionadas à antena, destacam-se as perdas por condução, dielétrica e por descasamento de impedância. Obviamente, a eficiência total da antena será tanto maior quanto menores forem essas perdas.

O ganho (G) se relaciona à diretividade da seguinte maneira:

$$G = e_0 D \quad (2.153)$$

Que é uma grandeza adimensional. Entretanto, na maioria das aplicações é conveniente utilizar o ganho em decibéis. Neste caso, a equação 2.153 se torna:

$$G_{dB} = 10 \log G \quad (2.154)$$

Adicionalmente, o ganho de uma antena em uma determinada direção pode ser definido como a razão entre a intensidade de radiação numa dada direção e a intensidade de radiação resultante caso a potência aceita pela antena fosse radiada de forma isotrópica. Matematicamente:

$$G = 4\pi \frac{U}{P_{fonte\ isotrópica}} \quad (2.155)$$

Dentre todos os parâmetros de desempenho de uma antena, o ganho está entre os mais importantes. Antenas dipolo possuem ganho extremamente baixo, enquanto que antenas de abertura possuem ganhos elevados. Como foi dito na seção 2.3.5, arranjos (ou conjuntos) podem elevar a diretividade das antenas. Por conseguinte, podem aumentar também o ganho, e de fato são bastante utilizadas para este propósito, conforme será visto no próximo capítulo.

2.3.8 Frequência de Ressonância

A frequência de ressonância de um sistema de antena é aquela na qual o ganho é máximo. A figura 2.17 ilustra o conceito.

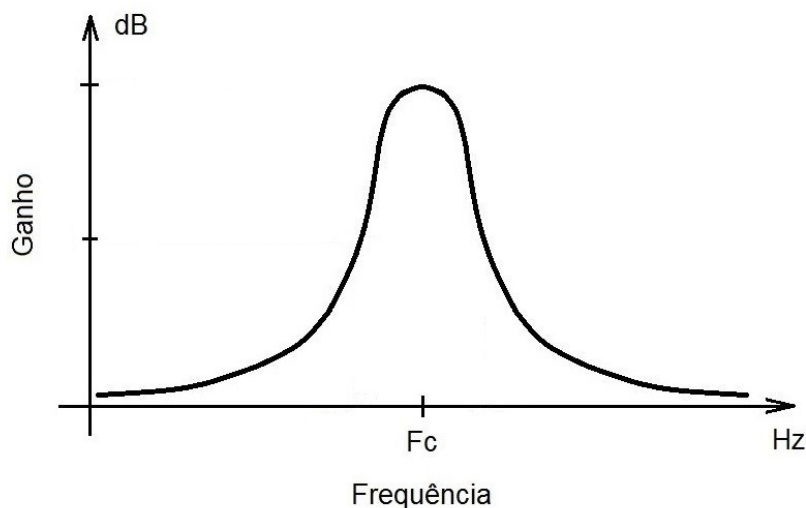


Figura 2.17 – Frequência de Ressonância

Em que F_c é a frequência central, ou frequência de ressonância.

O casamento de impedância num sistema de transmissão ocorre quando a impedância da antena é igual a complexo conjugado da impedância característica da linha de transmissão. Nessa situação, dizemos que ocorre a máxima transferência de potência do sinal no sistema, e o coeficiente de reflexão é nulo. Já para o caso de uma condição de ressonância, a parte indutiva é anulada pela parte capacitiva, resultando num cancelamento da parte reativa da impedância total da antena. Então, restará apenas a componente real. Neste caso, embora não haja um total casamento de impedâncias, as perdas serão reduzidas e o coeficiente de reflexão, atenuado.

Isso significa que existe uma frequência na qual as componentes indutivas e capacitivas se anularão. Nem todas as antenas conseguem atingir uma ressonância total, então, neste caso, é considerada ressonância a frequência na qual ocorrerá o máximo cancelamento dos componentes reativos e, conseqüentemente, o menor coeficiente de reflexão.

Como exemplo, considere o gráfico da impedância de uma antena dipolo em função da frequência, mostrado na figura 2.18. Ele foi gerado a partir da simulação do software HFSS da Ansoft®.

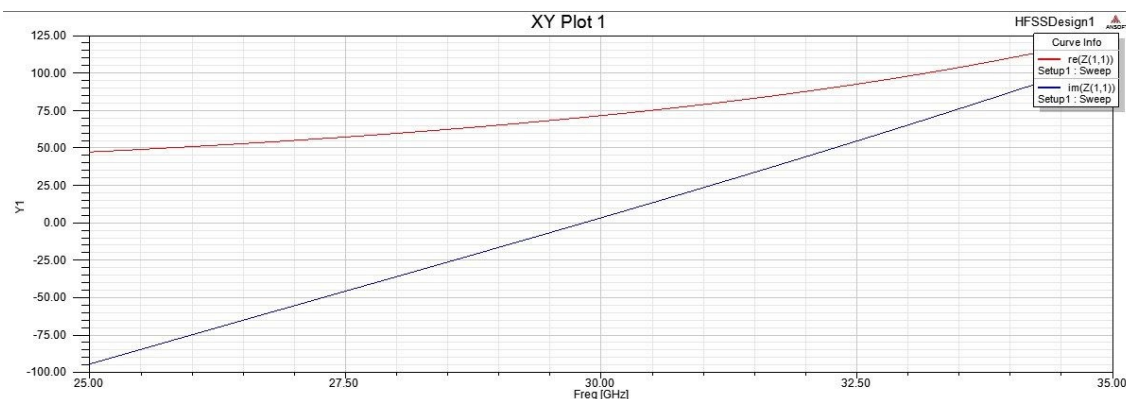


Figura 2.18 – Impedância de entrada em função da frequência, para um dipolo. A parte em vermelho corresponde à resistência (real) e a parte em azul indica a reatância (imaginária).

De acordo com a figura 2.18, a frequência na qual a parte imaginária cruza o zero é de aproximadamente 30 GHz. Neste ponto, a reatância é puramente resistiva, e igual a aproximadamente 73Ω .

Aproximadamente nesta frequência, a perda de retorno foi mínima, conforme pode ser visto no gráfico gerado pelo mesmo programa, na figura 2.19, considerando a mesma antena dipolo do exemplo.

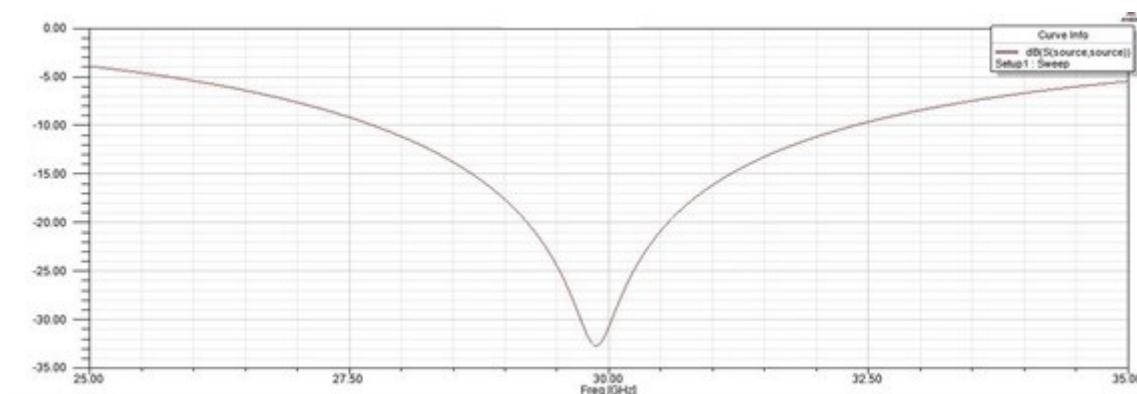


Figura 2.19 – Perda de Retorno em função da frequência, para um dipolo.

Algumas antenas possuem mais do que uma frequência de ressonância. Elas são tratadas como sendo de multibanda. Outras são capazes de operar eficientemente sob uma ampla faixa de frequências; estas são conhecidas na literatura como antenas independentes da frequência [BALANIS 2009]. Maiores detalhes sobre este tipo de antenas serão vistos no capítulo 5.

2.3.9 Largura de Banda

A largura de banda diz respeito ao intervalo de frequências dentro do qual a antena pode operar adequadamente sem degradar algum parâmetro considerado importante pelo projetista, tal como ganho ou a VSWR. Como exemplo, pode-se desejar uma largura de banda dentro da qual a antena opere com um ganho mínimo de 6 dB; ou pode-se determinar a largura de banda dentro da qual a VSWR se mantenha menor ou igual a 4dB. Por exemplo, considere a figura 2.20 abaixo.

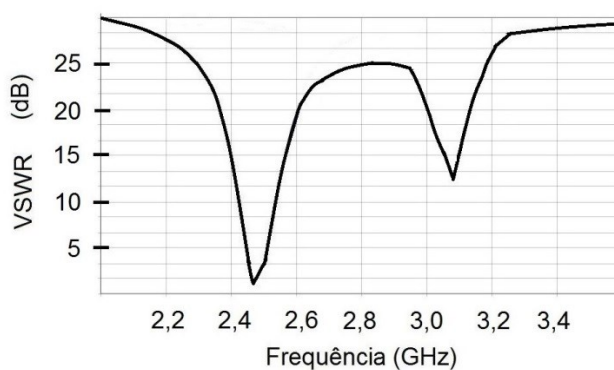


Figura 2.20 – Exemplo de VSWR em função da frequência

Se o intuito do projetista for manter a VSWR abaixo de 5 dB, então a largura de banda será de aproximadamente 800 MHz.

Considere como mais um exemplo a variação da largura de banda em função do ganho de outra antena, conforme mostrado na figura 2.21.

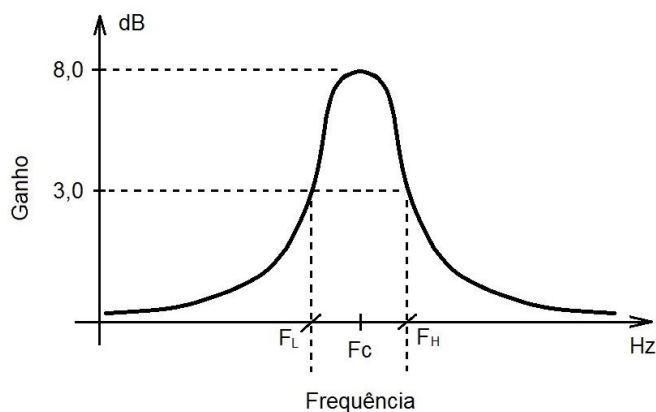


Figura 2.21 – Ganho versus frequência de um dipolo curto

Se considerarmos a faixa dentro da qual o ganho mínimo seja de 3 dB, a largura de banda mínima será F_L e a máxima será F_H .

2.3.10 Fator de Qualidade e Curva de Seletividade

A curva vista na figura 2.21 é denominada *Curva de Seletividade*, e mostra o quanto a antena deve ser seletiva em relação a determinadas faixas de frequência. A seletividade é inversamente proporcional à largura de banda.

O *Fator de Qualidade* (Q) de uma antena ressonante é uma medida da quantidade de energia armazenada pela parte reativa em relação à quantidade de energia dissipada pelo sistema. Matematicamente,

$$Q = \frac{P_{reativa}}{P_{média}} \quad (2.156)$$

Quanto menor o valor da potência média dissipada, mantendo-se a potência reativa constante, maior será o fator de qualidade (Q). Isso significa que a região de ressonância será mais concentrada e a seletividade será maior.

O fator de qualidade de antenas é mais comumente escrito de acordo com a seguinte expressão

$$Q = \frac{F_c}{F_H - F_L} \quad (2.157)$$

Antenas dipolo curto possuem grandes valores de Q, portanto são altamente seletivas. Já as antenas dipolo eletricamente maiores possuem menor Q. Isso é ilustrado na figura 2.22.

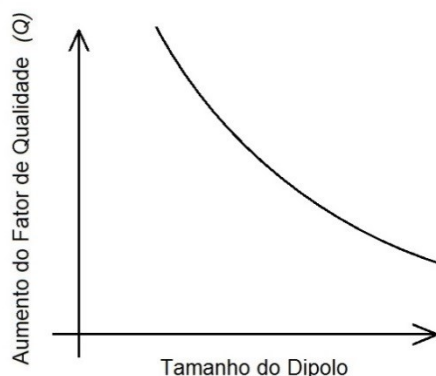


Figura 2.22 – Fator de Qualidade em função do tamanho do dipolo curto

Maiores detalhes sobre o limite de antenas e sua relação com o fator de qualidade serão tratados no capítulo 5.

2.3.11 Polarização da Onda Eletromagnética

A descrição completa de uma onda eletromagnética deve incluir não apenas a frequência, a magnitude e a fase, mas também a polarização, que é a orientação instantânea de seus campos vetoriais. A polarização ocorre somente em ondas transversais, sendo inexistente em ondas longitudinais. As ondas eletromagnéticas aqui consideradas são do tipo transversal – Transverso Eletro Magnética (TEM).

Embora os dois campos contribuam para a propagação da onda, a definição de polarização inclui somente a orientação do vetor campo elétrico em função do tempo, subentendendo-se que o campo magnético está estritamente associado. Nesse sentido, a polarização da onda radiada é a propriedade de uma onda eletromagnética que descreve a curva traçada, em sua direção e sentido, pelo vetor campo elétrico, em função do tempo, considerando-se um ponto fixo do espaço e observado ao longo da direção de propagação [BALANIS 2019].

Existem três tipos de polarização: linear, circular e elíptica. Na polarização linear, o vetor campo elétrico instantâneo oscila para cima e para baixo apenas, ao longo de uma reta vertical tomada como referência. A figura 2.23 ilustra esse tipo de polarização.

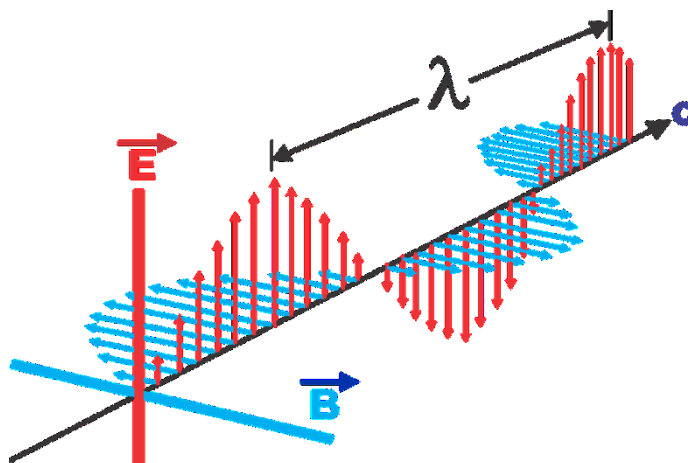


Figura 2.23 – Propagação da onda plana transverso eletro magnética linearmente polarizada.

Fonte: Imagem de Helder de Figueiredo e Paula por Pixabay.

Conforme pode ser observado, o vetor campo magnético acompanha o vetor elétrico, sempre perpendicularmente a esse, razão pela qual considera-se, na definição, somente o vetor campo elétrico.

A polarização circular ocorre quando o vetor campo elétrico é polarizado circularmente ao longo do eixo de propagação, e cuja trajetória forma uma espiral. A figura 2.24 ilustra esse tipo de polarização.

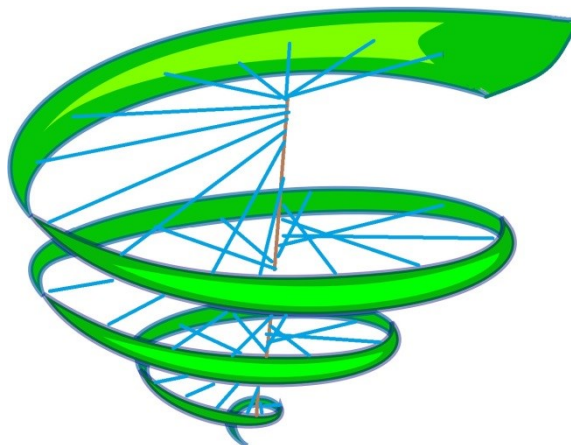


Figura 2.24 – Polarização circular da onda eletromagnética.

Neste caso, o vetor campo elétrico tem um comportamento girante. As ondas podem estar circularmente polarizadas à direita ou à esquerda. Uma antena helicoidal é capaz de propagar uma onda eletromagnética com polarização circular.

Por fim, a polarização elíptica é semelhante à polarização circular, em relação à sua orientação espacial, com a diferença de que, agora, o vetor campo elétrico descreve uma trajetória elíptica girante na direção ascendente à propagação. As ondas também podem ser polarizadas à direita ou à esquerda.

O tipo de polarização deve ser levado em conta na consideração da antena receptora utilizada. Na Inglaterra, por exemplo, as antenas transmissoras de sinal analógico eram polarizadas linearmente na vertical, o que significa uma oscilação do campo elétrico para cima e para baixo. Nos Estados Unidos, as antenas transmissoras de sinal analógico eram polarizadas linearmente na horizontal, o que significa uma oscilação do campo elétrico para a esquerda e para a direita. Portanto, para captar de forma mais eficiente possível o sinal transmitido, uma antena transmissora na Inglaterra deveria estar posicionada na vertical, enquanto que nos Estados Unidos deveria estar posicionada na horizontal.

As ondas eletromagnéticas emitidas por uma fonte de luz são polarizadas aleatoriamente. Isso significa que a direção de propagação do campo elétrico muda aleatoriamente com o tempo, embora se mantenha perpendicular à direção de propagação [HALLIDAY 1992].

3. CONJUNTO DE ANTENAS

3.1 INTRODUÇÃO

Um conjunto de antenas é um arranjo composto por pelo menos dois elementos irradiantes dispostos suficientemente próximos um do outro, de tal maneira que as interferências construtivas e destrutivas provenientes dos campos próximos reativos de cada antena produzam uma radiação de campo distante capaz de ser modificada de acordo com os requisitos do projetista.

A figura 3.1 ilustra um exemplo de conjunto de antenas geralmente utilizado em torres de transmissão para telefonia celular.

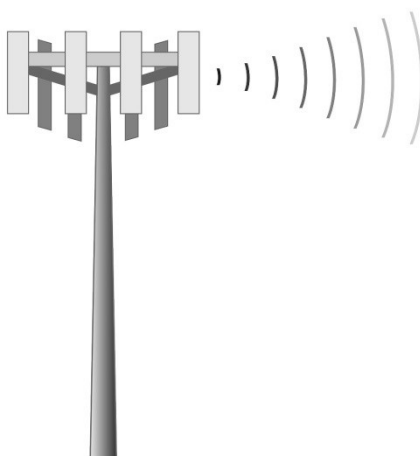


Figura 3.1 – Conjunto de antenas composto por 12 elementos irradiantes.

Imagem retirada e adaptada de: OpenClipart-Vectors por Pixabay.

O conjunto é formado por 12 elementos irradiantes omnidirecionais, cada um com uma fonte própria. O resultado final é um padrão de radiação direcionado para a direita, embora cada elemento irradiador transmita para todas as direções no plano azimutal.

O que permite a criação de padrões de campo distante variáveis é justamente a propriedade física citada acima: a interferência construtiva e destrutiva observada na interação de ondas, sejam elas mecânicas ou eletromagnéticas.

Conjuntos de antenas são extremamente versáteis e eficientes. Permitem não apenas modificar o feixe de acordo com a aplicação, mas também aumentar a diretividade e direcionar a radiação dinamicamente. Muitas das características

exibidas pelos conjuntos jamais seriam possíveis caso se utilizasse somente uma antena; em alguns casos, ela deveria ter um tamanho elétrico muito maior, por vezes inviável, ou ainda, deveria possuir um sistema mecânico que mudasse sua direção pelo espaço, um procedimento ineficiente e arcaico.

Um conjunto ou arranjo de antenas pode ser formado tendo como elementos individuais qualquer geometria de antenas: dipolo, quadro, abertura, etc. A escolha do tipo depende da aplicação a que se destina.

O conjunto de antenas formador de feixe dinâmico é capaz de direcionar o feixe em tempo real para a região de interesse e anular lóbulos laterais ou secundários em regiões que não são de interesse. Para isso, basta modificar o ângulo de fase entre cada elemento do conjunto, consecutivamente e uniformemente. Por tal motivo, esses conjuntos são referidos na literatura como conjuntos faseados (*Phased Arrays*) [VISSER 2005].

O conjunto pode ter vários tipos de distribuição: colinear, circular, plano, hexagonal, etc. O tipo de distribuição também afeta as características de radiação e seus correspondentes parâmetros, cabendo ao projetista escolher o tipo mais conveniente de acordo com as especificações de projeto. A figura 3.2 ilustra alguns tipos de distribuição utilizados em conjuntos.

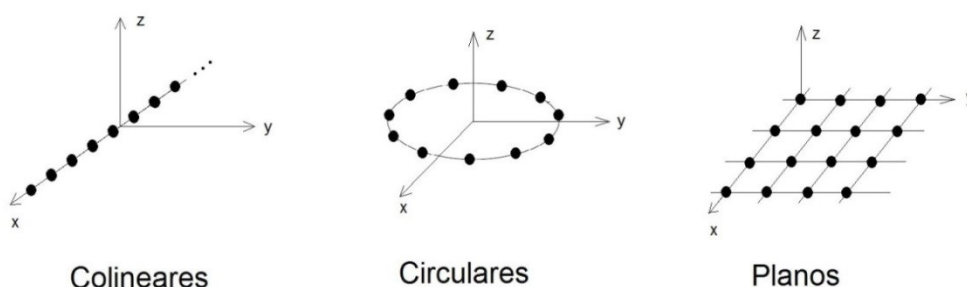


Figura 3.2 – Exemplos de distribuição em conjuntos

Além do tipo de elemento individual utilizado e da configuração geométrica, outros fatores determinam o padrão de radiação do conjunto tais como a separação relativa entre os elementos, a amplitude de excitação dos elementos individuais e a fase de excitação de cada elemento [BALANIS 2009].

Neste capítulo serão apresentadas algumas configurações básicas de conjuntos, bem como o cálculo dos principais parâmetros. Estas noções são fundamentais para se compreender o funcionamento das antenas inteligentes.

3.2 INTERFERÊNCIAS: CONSTRUTIVA E DESTRUTIVA

O princípio da superposição aplicado a ondas eletromagnéticas significa que a intensidade de campo elétrico (ou magnético) total num ponto em torno do conjunto da antena será igual à soma dos campos individuais oriundos de cada elemento, individualmente. Isto é, as ondas eletromagnéticas superpostas se somarão algebricamente, produzindo uma onda resultante [HALLIDAY 1992].

A combinação de ondas recebe o nome de interferência. Conforme dito na página anterior, o fenômeno da interferência é observado tanto em ondas mecânicas como em ondas eletromagnéticas. Em se tratando de conjunto de antenas, a interferência está por trás do princípio que rege a formação dos lóbulos no diagrama de radiação de campo distante.

A interferência *construtiva* ocorre quando os efeitos do campo elétrico de uma fonte se somam com os de outra fonte, reforçando-se. Na interferência *destrutiva* ocorre o oposto: há um cancelamento. Isso pode ser visto na figura 3.3.

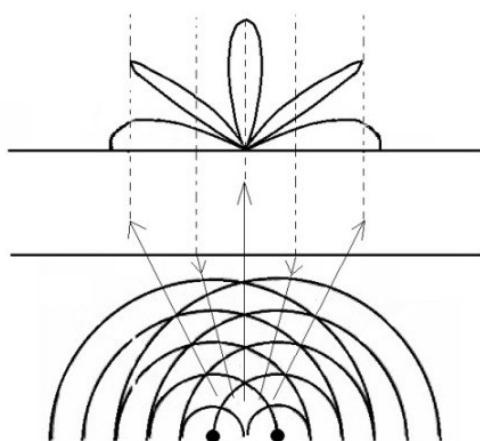


Figura 3.3 – Interferências construtiva e destrutiva em conjuntos de antenas

Considere que as duas fontes são omnidirecionais na direção azimutal, com mesma amplitude de excitação e mesma fase. As setas para cima indicam os pontos onde houve interferência construtiva e as setas para baixo indicam interferência destrutiva. O padrão de radiação 2D resultante é visto na parte de cima da figura.

O fenômeno da interferência somente é possível se as fontes forem *coerentes*, isto é, se a diferença de fase entre elas for constante. Fontes luminosas comuns, como lâmpadas, não são fontes coerentes, pois suas radiações sofrem alterações

aleatórias de cerca de uma vez a cada 10^{-8} segundos, e os efeitos destrutivos ou construtivos de interferência não conseguem ser captados pelo olho humano neste curto intervalo de tempo. Por outro lado, dois autofalantes emitindo som através de um único amplificador são fontes coerentes, e as ondas sonoras podem desta forma interferir uma na outra.

Para controlar o diagrama de radiação é necessário que as fontes radiem numa única frequência ao mesmo tempo. Para o caso de fontes luminosas, isto é conseguido utilizando-se fontes monocromáticas; para o caso de antenas, a condição é automaticamente satisfeita utilizando-se um conjunto radiante proveniente da mesma fonte de sinal, mas com defasagem de fase entre si.

Para verificar que o efeito de soma ou de subtração dos campos elétricos depende da fase relativa no ponto de encontro entre as duas ondas irradiadas, considere duas fontes pontuais posicionadas ao longo do eixo x , separadas por $\lambda/2$, com amplitudes iguais e com fases idênticas. O conjunto terá o padrão de radiação mostrado na figura 3.4 (a); essas mesmas duas fontes sob as mesmas condições anteriores, mas com fases opostas, isto é, com defasagem entre uma e outra de 180° , terão o padrão de radiação mostrado na figura 3.4 (b).

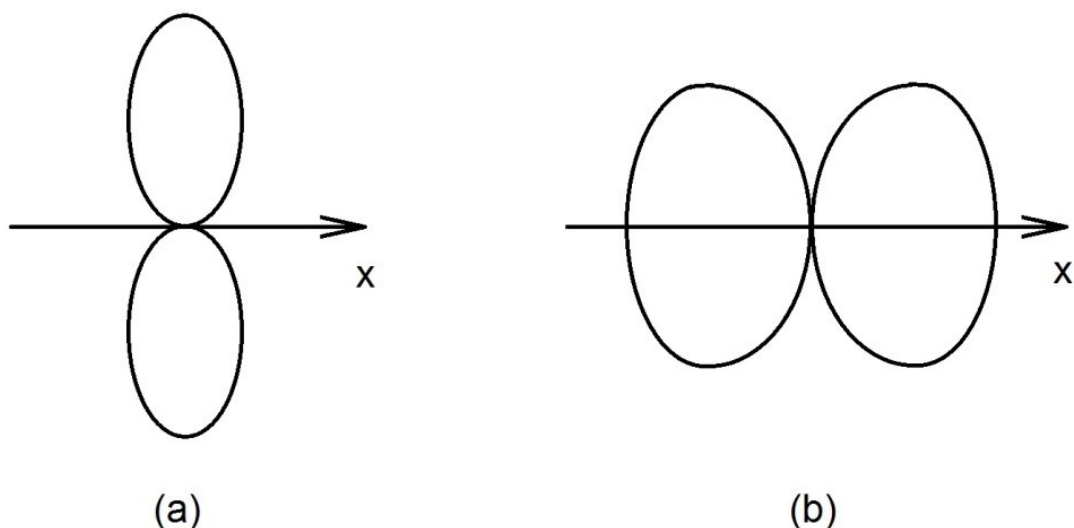


Figura 3.4 – Padrão de radiação de duas fontes distanciadas de $\lambda/2$. (a) Mesma fase. (b) Fases opostas.

O efeito da soma e subtração de campos depende também da distância entre as duas fontes de radiação. Se utilizarmos as mesmas duas fontes pontuais, mas desta vez posicionarmos cada uma de modo que a distância entre elas seja $\lambda/4$, e

se fizermos com que o atraso de fase seja de 90° , o padrão de radiação resultante será semelhante ao mostrado na figura 3.5.

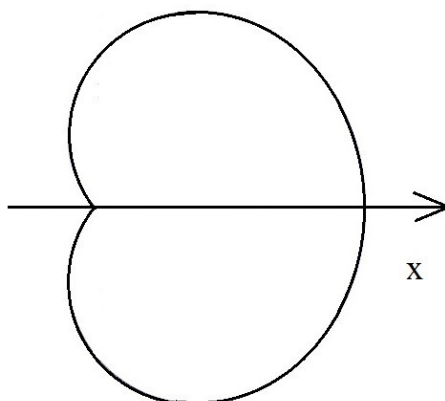


Figura 3.5 – Padrão de radiação de duas fontes distanciadadas de $\lambda/4$ e defasadas de 90°

Em suma, variando-se o espaçamento d entre cada elemento o padrão de radiação se altera; variando-se a fase β entre cada elemento, o padrão de radiação também se altera. Teoricamente, pode-se variar os dois ao mesmo tempo, mas na prática, é mais fácil variar apenas a fase entre cada fonte radiante por meio de um controle eletrônico ou através de um processamento digital de sinal.

Conforme análise de Stutzman e Thiele [STUTZMAN 1981], a forma dos padrões de radiação encontrados nas figuras 3.4 (a), 3.4 (b) e 3.5 podem ser deduzidas por inspeção e por análise algébrica do gráfico polar. No caso da figura 3.4 (a), as duas fontes irradiam em fase uma com a outra, por isso as ondas chegam ao mesmo tempo no mesmo ponto da mediatriz da reta x que une as duas fontes pontuais (figura 3.6). Para o caso da figura 3.4 (b), a fonte à esquerda tem uma diferença de fase de 180° em relação à da direita, portanto, as ondas que chegam na mediatriz da reta que une as duas fontes pontuais irão se cancelar mutuamente (interferência destrutiva); por outro lado, o percurso da onda defasada de 180° da fonte da esquerda terá que percorrer mais 180° (já que as fontes estão separadas de $\lambda/2$) para alcançar a fonte da direita, de modo que $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$, isto é, as ondas irão se somar na direção x (interferência construtiva). Por fim, para o caso da figura 3.5, a onda da fonte da esquerda chegará atrasada de 90° em relação à da direita ($\lambda/4$), mas a fonte da direita possui defasagem de fase que também é de 90° em relação à fonte da esquerda; deste modo, as ondas estarão em fase neste ponto e se somarão, o mesmo não ocorrendo no lado esquerdo da fonte à esquerda.

A análise algébrica também pode ser facilmente verificada. Considere que cada uma das duas fontes pontuais isotrópicas, mostrada na figura 3.6, irradie um campo elétrico de intensidade E_0 . De acordo com o princípio da superposição, o campo total irradiado pelos dois elementos será igual à soma dos campos dos elementos individuais.

$$E_{total} = E_1 + E_2 = E_0 e^{-j\beta\left(\frac{d}{2}\right)\cos\theta} + E_0 e^{j\beta\left(\frac{d}{2}\right)\cos\theta} = E_0 \left[2\cos\left(\beta\frac{d}{2}\cos\theta\right) \right] \quad (3.1)$$

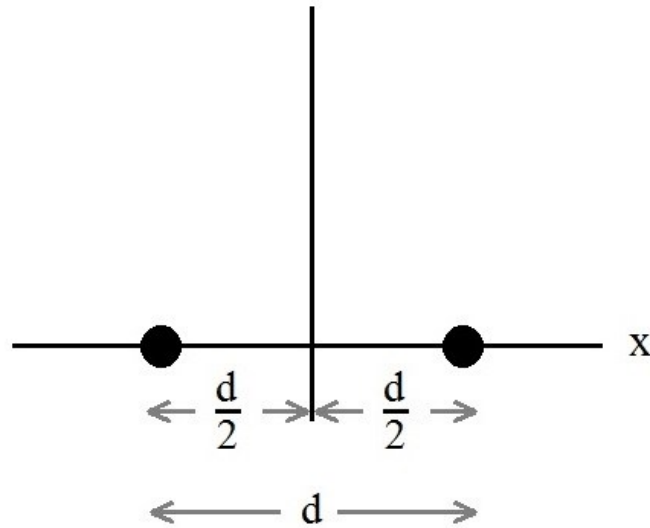


Figura 3.6 – Duas fontes pontuais isotrópicas com a mesma intensidade de radiação

A distância total entre as fontes é d , e a posição delas é simétrica em relação ao eixo vertical. O valor de β , a constante de fase, é $\beta = 2\pi/\lambda$.

Podemos normalizar a equação 3.1 para o valor E_0 , resultando em:

$$E_{total} = 2 \cos\left(\beta\frac{d}{2}\cos\theta\right) \quad (3.2)$$

Para o caso do exemplo da figura 3.4 (a), sabemos que $d = \lambda/2$ (distância de meio comprimento de onda). Então, a equação 3.2 pode ser reescrita como

$$E_{total} = 2 \cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right) \quad (3.3)$$

Que pode ser novamente normalizado para um valor máximo unitário:

$$E_{total} = \cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right) \quad (3.4)$$

O gráfico da equação 3.4 será exatamente aquele mostrado na figura 3.4 (a).

Para o caso do exemplo mostrado na figura 3.4 (b), a equação 3.1 será reescrita como:

$$E_{total} = -E_0 e^{-j\beta(\frac{d}{2})\cos\theta} + E_0 e^{j\beta(\frac{d}{2})\cos\theta} = E_0 \left[2j \operatorname{sen} \left(\beta \frac{d}{2} \cos\theta \right) \right] \quad (3.5)$$

Normalizando e substituindo $d = \lambda/2$, obtemos:

$$E_{total} = \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{2} \cos\theta \right) \quad (3.6)$$

Cujo gráfico é aquele mostrado justamente na figura 3.4 (b).

Por fim, para o exemplo mostrado na figura 3.5:

$$E_{total} = E_0 e^{-j\beta(\frac{d}{2})\cos\theta} + E_0 e^{-j(\frac{\pi}{2})} e^{j\beta(\frac{d}{2})\cos\theta} = E_0 \left[e^{-j(\frac{\pi}{4})} 2 \cos \left(\beta \frac{d}{2} \cos\theta - \frac{\pi}{4} \right) \right] \quad (3.7)$$

Substituindo o valor $d = \lambda/4$ e normalizando:

$$E_{total} = \cos \left[\frac{\pi}{4} (\cos\theta - 1) \right] \quad (3.8)$$

O gráfico da equação 3.8 é o mesmo mostrado na figura 3.5.

Todos os gráficos foram plotados em coordenadas polares, o que é mais conveniente devido à simetria da questão. Vários outros campos podem ser plotados nessas coordenadas, de modo que as características do diagrama de radiação possam ser previstas e o sistema corretamente projetado.

As fontes analisadas são pontuais. Embora facilitem a compreensão, elas são irrealizáveis na prática, conforme já vimos. Entretanto, é possível utilizar qualquer formato de antena na análise do campo elétrico resultante, visto que, em todos os casos, o campo elétrico de cada elemento foi desconsiderado da análise.

Na próxima seção será visto que o resultado da análise da soma dos campos elétricos das fontes independe da geometria dos elementos individuais. A expressão assim obtida é denominada *fator de conjunto*. Esse fator pode ser plotado num gráfico polar, resultando no diagrama do fator de conjunto. Então, o valor real do campo elétrico do conjunto é a multiplicação do diagrama ou expressão de campo elétrico do elemento isolado pelo diagrama ou expressão de campo elétrico do fator de conjunto [STUTZMAN 1981].

3.3 DISTRIBUIÇÕES: LINEAR, PLANA, CIRCULAR

Existem três configurações básicas para a formação de conjuntos de antenas: linear, plana e circular. Ela diz respeito à disposição dos elementos formadores. Nas configurações mistas, como a distribuição circular, os elementos são dispostos linearmente sobre um círculo, mas possuem características de conjunto tridimensionais.

Nas análises seguintes, cada elemento formador do conjunto será considerado um dipolo infinitesimal. Entretanto, o elemento individual poderia ser qualquer antena, inclusive uma fonte pontual. A partir do conjunto assim formado, chega-se ao *fator de conjunto* (*array factor, AF*) do sistema. Como vimos, e iremos confirmar adiante, o fator de conjunto não depende das características isoladas dos elementos radiantes, mas apenas da disposição geométrica, das intensidades relativas de suas excitações e do número desses elementos. Por esse motivo, uma vez encontrado o fator de conjunto do sistema, pode-se substituir cada elemento do conjunto por fontes pontuais isotrópicas. Na prática, uma fonte pontual isotrópica é irrealizável, de acordo com a equação não-homogênea de Helmholtz, dada por (2.105). Entretanto, ela é um modelo útil a partir do qual se pode expressar as características de conjuntos reais.

3.3.1 Distribuição Linear

Seja um dipolo infinitesimal orientado na direção do eixo z do plano cartesiano. Seu campo elétrico pode ser obtido a partir da equação (2.120) utilizando-se os mesmos procedimentos executados na seção 2.3.3. A distribuição de corrente de um dipolo infinitesimal é dada simplesmente por

$$\vec{I} = I_0 \vec{a}_z \quad (3.9)$$

sendo I_0 a corrente no centro do dipolo infinitesimal (A/m) e considerada constante.

Substituindo a equação (3.9) na equação (2.120) e integrando, obtemos

$$\vec{A} = A \vec{a}_z = \frac{\mu I_0 \ell e^{-jkr}}{4\pi r} \vec{a}_z \quad (3.10)$$

Passando para coordenadas esféricas, substituindo na equação (2.124), utilizando a condição de Lorentz e aplicando operação de produto vetorial, da mesma maneira como feito na seção 2.74, obtemos finalmente o campo elétrico do dipolo infinitesimal na única direção que interessa para a análise de campo distante.

$$E_{\theta} = j\eta \frac{kI_0\ell e^{-jkr}}{4\pi r} \sin\theta \quad (3.11)$$

sendo ℓ o comprimento total do dipolo curto, k o número de onda, r a distância do dipolo ao ponto considerado, θ o ângulo entre a reta que liga o centro de coordenadas ao ponto de referência e a reta na direção z .

Considere o conjunto de n dipolos infinitesimais idênticos, excitados com a mesma amplitude de corrente e com defasagem progressiva β entre cada elemento. A distância entre cada dipolo é d , e a orientação é vertical ao longo do eixo z , conforme pode ser visto na figura 3.7.

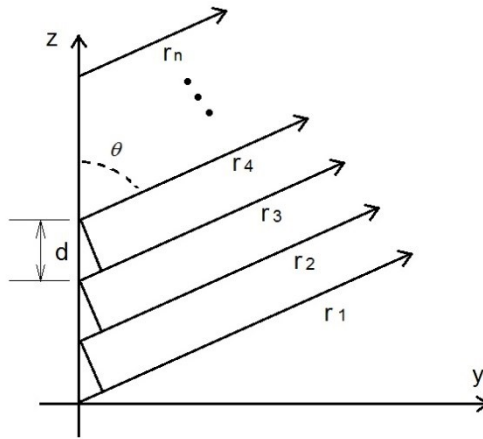


Figura 3.7 – Geometria de campo distante de um conjunto de n fontes isotrópicas

Para uma análise de campo distante, consideramos que os ângulos entre as retas r_1, r_2, r_3 , etc. e z são iguais a θ .

Ignorando-se os efeitos de acoplamento entre os elementos, o campo elétrico resultante é dado pela soma vetorial de cada um.

$$\vec{E}_R = j\eta \frac{kI_0\ell}{4\pi} \sin\theta \left[\frac{e^{-jkr_1}}{r_1} + \frac{e^{-jkr_2-\beta}}{r_2} + \frac{e^{-jkr_3-2\beta}}{r_3} + \dots + \frac{e^{-jkr_n-(n-1)\beta}}{r_n} \right] \vec{a}_{\theta} \quad (3.12)$$

Na análise de campo distante, a distância entre cada dipolo infinitesimal e o ponto considerado é praticamente a mesma, e será tomada como r . Além disso, percebe-se que, para o atraso de fase em cada elemento, temos:

$$\left. \begin{aligned} r_2 &= r_1 - d\cos\theta \\ r_3 &= r_2 - d\cos\theta \\ r_4 &= r_3 - d\cos\theta \\ &\dots \\ r_n &= r_{(n-1)} - d\cos\theta \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

De modo que podemos reescrever a equação 3.12 como se segue.

$$\vec{E}_R = j\eta \frac{kI_0\ell e^{-jkr_1}}{4\pi r_1} \sin\theta \left[1 + e^{+j(kd\cos\theta+\beta)} + e^{+j2(kd\cos\theta+\beta)} + \dots + e^{+j(n-1)(kd\cos\theta+\beta)} \right] \vec{a}_\theta \quad (3.14)$$

A equação 3.14 indica que o campo resultante total de um conjunto de dipolos infinitesimais distribuído linearmente ao longo do eixo z de coordenadas cartesianas é igual ao campo de um elemento isolado posicionado na origem do sistema multiplicado pelo termo que está entre colchetes nessa equação. Este termo entre colchetes é referido como *fator de conjunto* e simbolizado pela sigla AF .

Ficou claro que o fator de conjunto é independente da forma assumida pelos elementos individuais e sua respectiva característica de radiação. Se tivéssemos considerado um conjunto de antenas de quadro, ou parabólicas, ou qualquer outro, ao invés do conjunto de dipolos infinitesimais, o resultado para o fator de conjunto, o termo entre colchetes, seria o mesmo encontrado na equação (3.14). Isso significa que o campo resultante pode ser encontrado multiplicando-se o campo de um único elemento, não importando qual a sua característica de radiação, pelo fator de conjunto (AF).

Para expressarmos o fator de conjunto numa forma que o torne mais evidente, isolamos o termo entre colchetes na equação (3.14).

$$AF = 1 + e^{+j(kd\cos\theta+\beta)} + e^{+j2(kd\cos\theta+\beta)} + \dots + e^{+j(n-1)(kd\cos\theta+\beta)} \quad (3.15)$$

Por questões de conveniência, o termo $kd\cos\theta+\beta$ é substituído por ψ . Então,

$$AF = 1 + e^{j\psi} + e^{j2\psi} + \dots + e^{j(n-1)\psi} \quad (3.16)$$

Utilizando a notação de somatório:

$$AF = \sum_{m=0}^{n-1} e^{jm\psi} \quad (3.17)$$

Analisando a expressão em (3.17), observamos a soma de n fasores de amplitude unitária e fase progressiva ψ . Caso a amplitude dos fasores não seja unitária, pode-se escrever:

$$AF = A_0 \sum_{m=0}^{n-1} e^{jm\psi} \quad (3.18)$$

em que A_0 é a amplitude de corrente do fasor de cada elemento do conjunto, para o caso de esta amplitude não ser unitária. De acordo com a álgebra fasorial, a amplitude e a fase de AF podem ser controladas alterando-se o valor de ψ . Em termos práticos, isso significa controlar a fase relativa entre cada elemento do conjunto.

Relembrando a Álgebra Linear, qualquer vetor $v \in \mathcal{V}$ da forma

$$v = a_1 v_1 + a_2 v_2 + a_3 v_3 + \cdots + a_n v_n$$

é uma combinação linear dos vetores $v_1 + v_2 + v_3 + \cdots + v_n$, os quais pertencem ao espaço vetorial \mathcal{V} e sendo $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$ escalares [STEINBRUCH 1987].

O que significa que podemos controlar o ângulo de fase e a magnitude de cada elemento individualmente, e então o fator de conjunto seria uma combinação linear de cada escalar correspondente a cada fonte. Entretanto, na prática, é mais viável modificar apenas o ângulo de fase, e além disso, realizar uma modificação uniforme entre um elemento e outro.

A figura 3.8 ilustra um conjunto com 10 elementos, espaçados entre si de $\lambda/4$, com seus respectivos diagramas de radiação para diferentes valores de fase (β) entre os elementos (0° , 45° e 90°). Conforme pode ser observado, o feixe consegue varrer uma ampla faixa do plano a partir da mudança do ângulo de fase entre as fontes de cada elemento. Também é possível perceber a presença de lóbulos laterais, os quais se tornam indesejados quando seu valor ultrapassa certos limites.

O código em MATLAB do programa utilizado pode ser encontrado em anexo.

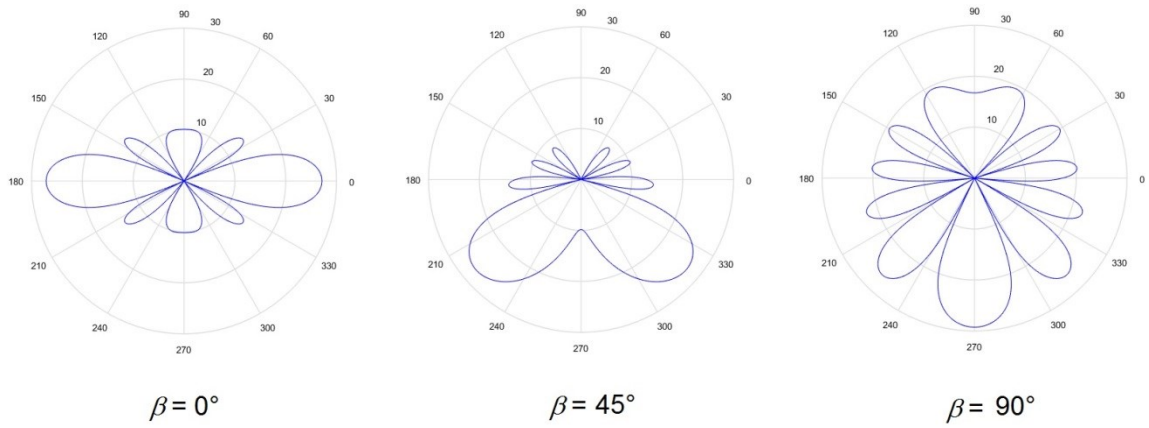


Figura 3.8 – Conjunto com 10 elementos, $d = \lambda/4$, $\beta = 0^\circ$, $\beta = 45^\circ$ e $\beta = 90^\circ$.

Para expressar o fator de conjunto em (3.18) em uma forma mais compacta e conveniente, multiplicamos primeiramente os dois lados dessa equação por $e^{jn\psi}$:

$$AF e^{jn\psi} = A_0 (e^{jn\psi} + e^{j2n\psi} + \dots + e^{jn\psi}) \quad (3.19)$$

Em seguida subtraímos esta equação (3.19) da equação (3.18), encontrando

$$AF(1 - e^{jn\psi}) = A_0(1 - e^{jn\psi}) \quad (3.20)$$

Isolando o fator de conjunto

$$AF = \frac{1 - e^{jn\psi}}{1 - e^{jn\psi}} A_0 \quad (3.21)$$

Que é também equivalente à seguinte expressão:

$$AF = \frac{e^{jn\psi} - 1}{e^{jn\psi} - 1} A_0 \quad (3.22)$$

Na sequência, desmembramos o numerador e o denominador como se segue.

$$AF = \frac{e^{jn\psi/2} (e^{jn\psi/2} - e^{-jn\psi/2})}{e^{jn\psi/2} (e^{jn\psi/2} - e^{-jn\psi/2})} A_0 \quad (3.23)$$

Utilizando a relação de Euler

$$\sin \theta = \frac{1}{2j} (e^{j\theta} - e^{-j\theta}) \quad (3.24)$$

A equação (3.23) se torna

$$AF = e^{j(n-1)\psi/2} \frac{\text{sen}(n\psi/2)}{\text{sen}(\psi/2)} A_0 \quad (3.25)$$

O fator $e^{j(n-1)\psi/2}$ representa o deslocamento de fase do centro de fase do conjunto em relação à origem. Se o conjunto estiver centrado em relação à origem, então este fator obviamente será nulo, e portanto a equação (3.25) será resumida para:

$$AF = \frac{\text{sen}(n\psi/2)}{\text{sen}(\psi/2)} A_0 \quad (3.26)$$

O valor máximo dessa expressão ocorrerá quando $\psi = 0$. Substituindo este valor de ψ em (3.18), resulta

$$AF = (1 + 1 + 1 + \dots + 1)A_0 = nA_0 \quad (3.27)$$

Para normalizar os resultados do fator de conjunto de tal maneira que seu máximo valor seja igual à unidade, dividimos a equação (3.26) pela equação (3.27), esta última representando o valor máximo de AF . O resultado é

$$AF_N = \frac{\text{sen}(n\psi/2)}{n \text{sen}(\psi/2)} \quad (3.28)$$

em que AF_N é o *fator de conjunto normalizado*.

A figura 3.9 ilustra o gráfico do diagrama de radiação para a diretividade e o fator de conjunto para um conjunto de 10 elementos, distanciados de $\lambda/4$.

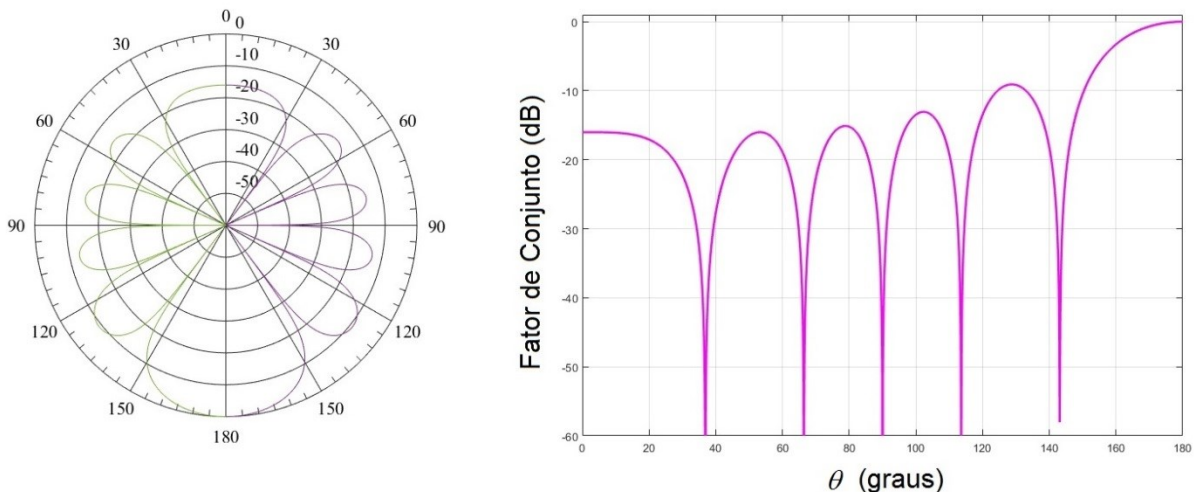


Figura 3.9 – Diretividade e Fator de conjunto para 10 elementos, $d = \lambda/4$.

Os valores máximos ocorrem quando $k d \cos \theta + \beta = m\pi$, com $m = 0, 1, 2, 3$, etc. Ou seja, os ângulos em que ocorrem os valores máximos são dados por:

$$\theta = \arccos \left[\frac{\lambda}{2\pi d} (-\beta \pm 2m\pi) \right], \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.29)$$

Os nulos ocorrem quando $\sin(n\psi/2) = 0$, o que significa

$$\theta = \arccos \left[\frac{\lambda}{2\pi d} (-\beta \pm 2m\pi/n) \right], \quad \begin{matrix} m = 0, 1, 2, 3, \dots \\ m \neq n, 2n, 3n, \dots \end{matrix} \quad (3.30)$$

Quando $m = n, 2n, 3n$, etc. a função expressa na equação (3.28) atinge seu máximo, por isso é necessário impor a condição $m \neq n, 2n, 3n$, etc. A largura de feixe entre nulos é encontrada uma vez que se determine os ângulos em que ocorrem o primeiro nulo, o segundo, etc.

A largura de feixe de meia potência ocorre quando $\sin(n\psi/2) \approx 1$, ou seja,

$$\theta = \arccos \left[\frac{\lambda}{2\pi d} (-\beta \pm (2m + 1/n)\pi) \right], \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.31)$$

A largura de feixe de 3 dB pode se encontrada como sendo

$$\theta = \arccos \left[\frac{\lambda}{2\pi d} (2,782/n) \right] \quad (3.32)$$

3.3.2 Distribuição Plana

Uma distribuição plana pode ser vista como um conjunto formado a partir de duas distribuições lineares de radiadores ao longo de direções ortogonais entre si, formando um plano. Conjuntos planos possuem uma grande abertura efetiva, versatilidade de varredura em qualquer direção e capacidade de formação de diagramas de radiação mais simétricos que possuam lóbulos laterais mais baixos. A maior parte das antenas fractais pode ser considerada como formada por conjuntos planos, assim como as antenas inteligentes que utilizam a varredura de feixe são projetadas de acordo com a distribuição plana.

Um conjunto plano é mostrado na figura 3.10.

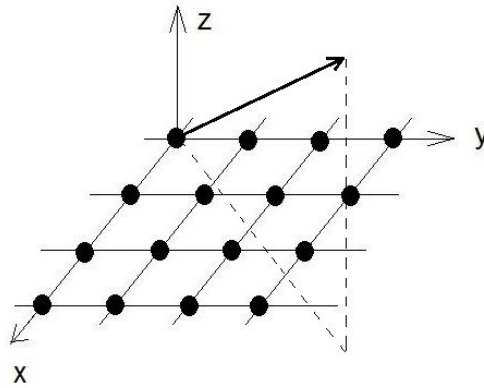


Figura 3.10 – Conjunto plano

O fator de conjunto pode ser encontrado a partir da consideração de que existem n radiadores ao longo da direção x e m radiadores ao longo da direção y . Então o fator de conjunto plano pode ser representado por:

$$AF = AF_x \cdot AF_y \quad (3.33)$$

em que AF_x indica o fator de conjunto da distribuição linear na direção x , e AF_y indica o fator de conjunto da distribuição linear na direção y . Substituindo e adaptando a equação (3.17) em (3.33) para as respectivas direções x e y , resulta:

$$AF = \sum_{x=0}^{n-1} e^{jx\psi_x} \cdot \sum_{y=0}^{m-1} e^{jy\psi_y} \quad (3.34)$$

Substituindo $\psi_x = kd_x \sin\theta \cos\varphi + \beta_x$ e $\psi_y = kd_y \sin\theta \sin\varphi + \beta_y$, sendo d_x a distância entre os radiadores na direção x e d_y a distância entre os radiadores na direção y , β_x a defasagem entre cada elemento na direção x , β_y a defasagem entre cada elemento na direção y , θ e φ ângulos das coordenadas esféricas, obtém-se:

$$AF = \sum_{x=0}^{n-1} e^{jx(kd_x \sin\theta \cos\varphi + \beta_x)} \cdot \sum_{y=0}^{m-1} e^{jy(kd_y \sin\theta \sin\varphi + \beta_y)} \quad (3.35)$$

Essa equação também pode ser expressa numa forma mais compacta, normalizada e conveniente, da mesma forma que foi feito no item anterior para a distribuição linear. O resultado é apresentado como:

$$AF_N = \frac{\sin(n\psi_x/2)}{n \sin(\psi_x/2)} \cdot \frac{\sin(m\psi_y/2)}{m \sin(\psi_y/2)} \quad (3.36)$$

A figura 3.11 ilustra o gráfico do fator de conjunto para um conjunto planar de 20x20 elementos (a), bem como o diagrama de radiação para a diretividade relativa desse conjunto (b). A distância entre os elementos é de meio comprimento de onda, tanto na direção x quanto na direção y.

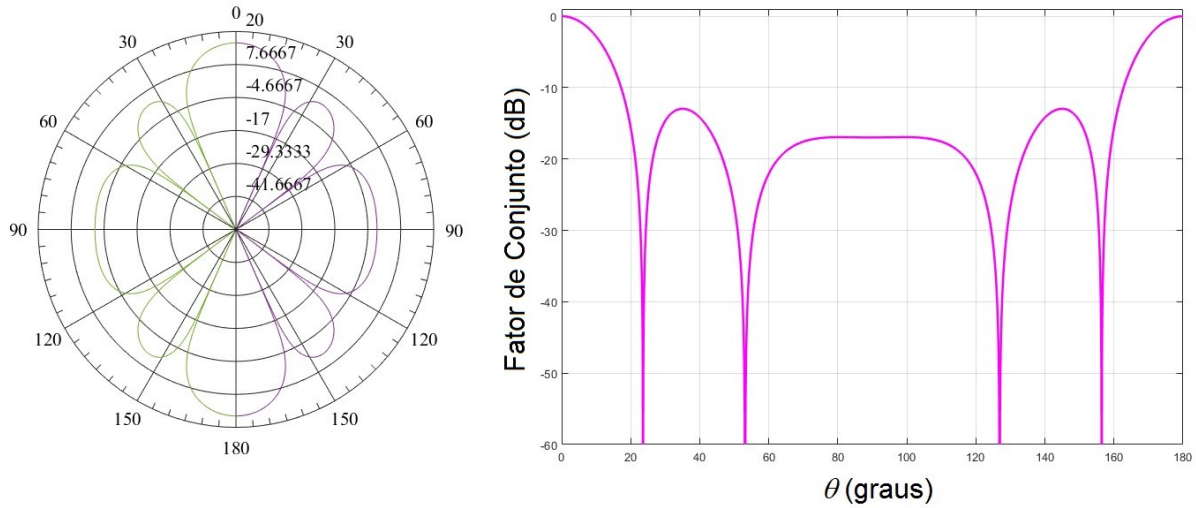


Figura 3.11 – Fator de conjunto para 20 elementos planos (a) e diretividade relativa (b)

Uma comparação da figura 3.11 com a figura 3.9 mostra que o feixe é mais direcional no conjunto plano do que no conjunto linear. A diretividade pode aumentar ainda mais se a distância entre os elementos nas direções x e y diminuir. Assim, diminuem-se as amplitudes dos lóbulos laterais. Para as distâncias d_x e d_y iguais a $0,5\lambda$, vários lóbulos secundários são formados em várias direções, formando novos pontos de máximo de radiação.

Os pontos de máximo ocorrem quando:

$$kd_x \sin\theta \cos\varphi + \beta_x = \pm 2N\pi, \quad N = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.37a)$$

$$kd_y \sin\theta \sin\varphi + \beta_y = \pm 2M\pi, \quad M = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.37b)$$

A largura de banda de meia potência de um conjunto planar é encontrada apenas aproximadamente, dada a complexidade do problema. Além disso, ela é avaliada apenas para conjuntos com grande quantidade de elementos.

Para o máximo de radiação na direção transversal a z (direção em que os elementos radiantes estão dispostos), temos:

$$\Theta_T = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \theta_0 \left[\left(\frac{\cos \varphi_0}{\theta_x} \right)^2 + \left(\frac{\sin \varphi_0}{\theta_y} \right)^2 \right]}} \quad (3.38)$$

em que Θ_T é a largura de banda de meia potência, θ_0 e φ_0 são os ângulos, em coordenadas cartesianas, onde ocorre o máximo de radiação na direção transversal, θ_x é o ângulo referente à largura de banda de meia potência do conjunto linear na direção x e θ_y é o ângulo referente à largura de banda de meia potência do conjunto linear na direção y.

Para o máximo de radiação na direção longitudinal:

$$\Theta_L = \sqrt{\frac{1}{\left[\left(\frac{\sin \varphi_0}{\theta_x} \right)^2 + \left(\frac{\cos \varphi_0}{\theta_y} \right)^2 \right]}} \quad (3.39)$$

sendo Θ_L a largura de banda na direção longitudinal.

No caso de um conjunto em que o número de elementos na direção x seja igual ao número de elementos na direção y, isto é, para um conjunto planar quadrado ($n=m$), o ângulo referente à largura de banda de meia potência do conjunto linear na direção x é igual ao ângulo na direção y. Chamando esse ângulo simplesmente de Θ , as expressões (4.30) e (4.31) se reduzem a

$$\Theta_T = \frac{\Theta}{\cos \theta_0} \quad (3.40)$$

$$\Theta_L = \Theta \quad (3.41)$$

A largura de banda dos lóbulos principais de um conjunto planar diminui à medida que se aumenta o número de elementos desse conjunto. Isso proporciona uma localização mais precisa no feixe de varredura da antena, sendo esta característica essencial para aplicações em radar [VISSER 2005].

A figura 3.12 ilustra as características de radiação de um conjunto plano retangular de 5x5 elementos, distanciados de meio comprimento de onda ($\lambda/2$). A da esquerda (a) é o diagrama tridimensional, enquanto que a da direita (b) é o padrão de radiação bidimensional.

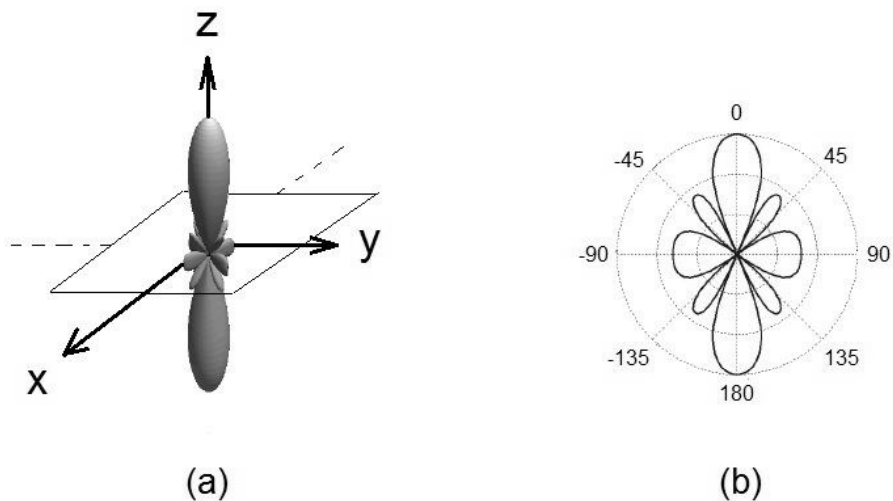


Figura 3.12 – Radiação em 3D para três elementos (a) e representação bidimensional (b)

3.3.3 Distribuição Circular

Os conjuntos circulares representam um caso especial, pois ao mesmo tempo em que se enquadram no tipo de distribuição linear, possuem uma capacidade de varredura de feixe e de diretividade similares às dos conjuntos planos. Atualmente há muitos projetos envolvendo conjuntos de antenas circulares, incluindo o uso de novas ferramentas computacionais para síntese de projetos, aplicações espaciais, radar, transmissões wireless e muitas outras.

Um conjunto circular é mostrado na figura 3.13.

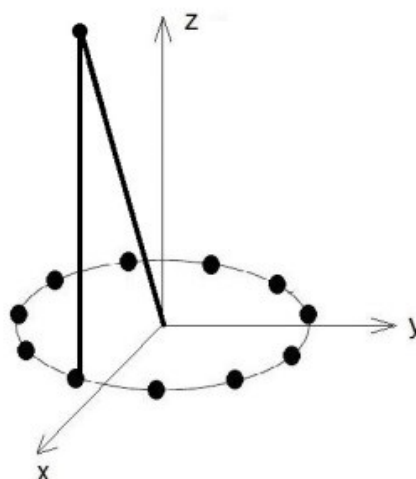


Figura 3.13 – Conjunto circular

O fator de conjunto (AF) é uma função periódica, e pode ser expresso em termos de série exponencial de Fourier por:

$$AF = \sum_{i=1}^n I_i e^{jkr(\cos(\varphi - \varphi^i) - \cos(\varphi_0 - \varphi^i)) + \beta_i} \quad (3.42)$$

em que φ^i é a posição angular do i -ésimo elemento em relação ao outro elemento e dada por $2\pi(i - 1)/n$, φ é o ângulo de incidência da onda plana, φ_0 é a direção de máxima radiação, r é o raio do círculo do conjunto, I_i é a corrente de excitação do i -ésimo elemento e β_i a sua fase.

A figura 3.14 ilustra a diretividade e o fator de conjunto em dB de um conjunto circular de 10 elementos, com raio igual a λ .

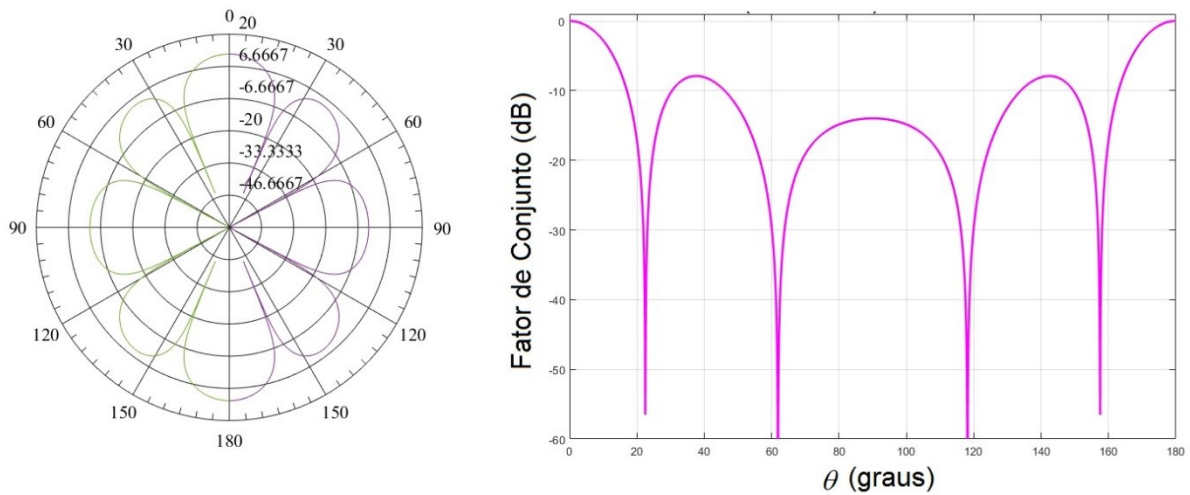


Figura 3.14 – Diretividade e Fator de Conjunto para 10 elementos circulares, raio igual a λ .

Vale observar que, à medida que o raio do conjunto circular diminui, mais o diagrama de radiação do conjunto circular se aproxima do diagrama de uma antena de quadro. Entretanto, a diminuição do raio do conjunto circular resulta na diminuição da distância entre os elementos do conjunto, ocasionando um acoplamento entre as várias fontes. Neste caso, o software de simulação utilizado deverá levar em conta esses efeitos, e os cálculos aqui realizados se tornam ineficazes para analisar o comportamento do conjunto resultante.

Para efeito de simplicidade, considerou-se que as fontes dos conjuntos aqui tratados estão longe o suficiente para que os efeitos de acoplamento mútuo possam ser desprezados.

3.4 CONJUNTOS BROADSIDE E END-FIRE

Os casos mais típicos de direcionamento de feixe são os conjuntos *Broadside* e *End-Fire*. O primeiro se refere à direção transversal enquanto que o segundo se refere à direção longitudinal. Exemplos do comportamento do diagrama de radiação desses conjuntos são mostrados na figura 3.15, para o caso de 7 elementos linearmente dispostos e espaçados de 0.5λ .

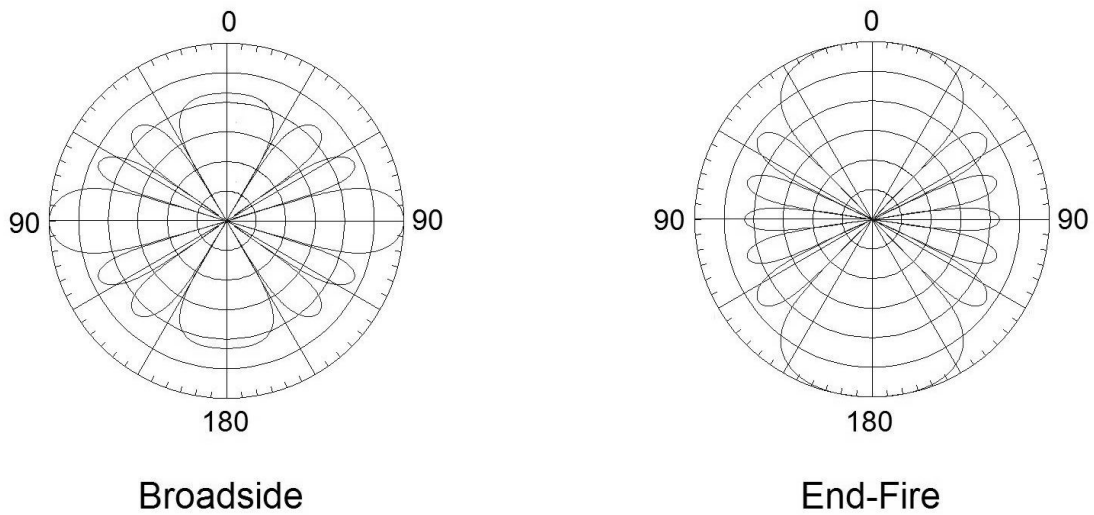


Figura 3.15 – Exemplos de conjuntos Broadside (à esquerda) e End-Fire (à direita)

Um conjunto *Broadside* é obtido fazendo-se o ângulo θ das coordenadas esféricas igual a 90° . Para o caso de conjuntos lineares, isso implica

$$kdcos\theta + \beta = \psi \Rightarrow kdcos90 + \beta = \psi \Rightarrow \beta = -\psi \quad (3.43)$$

Sabendo-se que o primeiro máximo ocorre quando $\psi = 0$, isso implica $\beta = 0$.

Um conjunto *End-Fire* é obtido fazendo-se o ângulo θ das coordenadas esféricas igual a 0° ou igual a 180° . Para conjuntos lineares, isso implica

$$kdcos0 + \beta = \psi \Rightarrow \beta = -kd \quad (\theta = 0^\circ) \quad (3.44)$$

$$kdcos180 + \beta = \psi \Rightarrow \beta = kd \quad (\theta = 180^\circ) \quad (3.45)$$

3.5 VETOR DE CONJUNTO E MATRIZ DE PESOS

As áreas de processamento de sinal de conjunto e a própria área de formação de feixe em antenas costumam apresentar o fator de conjunto em termos de matrizes, vetores e determinantes [GROSS 2015]. Isso facilita os cálculos, a visualização do problema e o desenvolvimento de algoritmos na área de processamento e controle de feixe.

A equação 3.17 vista na seção 3.3.1 pode ser reescrita como uma soma de elementos de um vetor. Assim:

$$AF = SOMA \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j(kdcos \theta + \beta)} \\ e^{2j(kdcos \theta + \beta)} \\ \vdots \\ e^{j(n-1)(kdcos \theta + \beta)} \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

O vetor assim considerado é chamado de *vetor de conjunto*, *vetor de direção de conjunto*, *vetor de propagação de conjunto*, *vetor de resposta do conjunto* ou *vetor múltiplo de conjunto*. O símbolo adotado neste trabalho será o mesmo proposto por Gross [GROSS 2015]: será expresso como $\bar{a}(\theta)$. Assim:

$$\bar{a}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j(kdcos \theta + \beta)} \\ e^{2j(kdcos \theta + \beta)} \\ \vdots \\ e^{j(n-1)(kdcos \theta + \beta)} \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

Conforme pode ser observado, o vetor $\bar{a}(\theta)$ é um vetor de Vandermonde, pois é constituído por potências de mesma base cujos expoentes variam de 0 a $n - 1$.

O vetor de conjunto às vezes é utilizado na sua forma transposta, isto é, $[]^T$. Desse modo, o vetor em 3.47 será representado por:

$$\bar{a}(\theta) = [1 \quad e^{j(kdcos \theta + \beta)} \quad e^{2j(kdcos \theta + \beta)} \quad \dots \quad e^{j(n-1)(kdcos \theta + \beta)}]^T \quad (3.48)$$

Os conjuntos de antenas também podem ser ponderados, a fim de melhorar o desempenho da transmissão ou recepção. Os pesos de cada elemento ajudam a minimizar os lóbulos laterais e criar nulos em regiões específicas.

Considere o conjunto de antenas apresentado na figura 3.16.

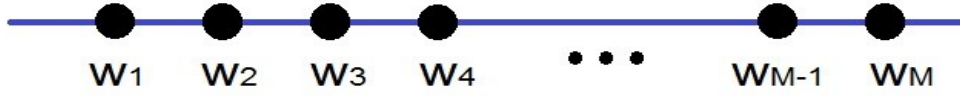


Figura 3.16 – Conjunto de antenas com os respectivos pesos

O fator de conjunto pode ser expresso como:

$$AF = \sum_{n=1}^M w_n \cos[(2n-1)u] \quad (3.49)$$

em que $u = \frac{\pi d}{\lambda} \sin\theta + \beta_n$. A excitação da amplitude é representada por w_n , e a excitação de fase por β_n .

Utilizando a notação de vetor de conjunto, o conjunto de pesos deve ser expressado como um outro vetor também, de modo que o fator de conjunto seja corretamente determinado. Assim, a equação 3.49 se torna:

$$AF = \bar{w}^T \cdot \bar{a}(\theta) \quad (3.50)$$

Em que \bar{w} é a matriz de pesos do conjunto. Em sua forma transposta utilizada na equação 3.50, a matriz de pesos é dada por:

$$\bar{w}^T = [w_1 \quad w_2 \quad w_3 \quad \dots \quad w_M] \quad (3.51)$$

Os pesos definem as funções de janela. As mais importantes são as binomiais, de Blackman, gaussiana e Kaiser-Bessel, dentre outras. Muitas delas são comuns à área de processamento digital de sinais. A função de janela binomial tem sido muito eficiente para eliminar lóbulos laterais em elementos com espaçamento de $\lambda/2$ entre si; entretanto, essa função amplia ligeiramente a largura de feixe principal. Já a função de Kaiser-Bessel fornece níveis baixos de lóbulo lateral e ao mesmo tempo mantém a largura de feixe quase inalterada.

Muitas outras funções de janela são utilizadas, como Blackman-Harris, Bohman, Hanning e Dolph-Chebyshev. No próximo capítulo, será visto uma função de janela especial que revolucionou a área de antenas: a função fractal.

4. ANTENAS FRACTAIS

4.1 INTRODUÇÃO

Antenas fractais são estruturas auto semelhantes baseadas na geometria fractal, uma área da matemática que se desenvolveu desde o século XIX e que teve o seu ápice com as formulações do matemático Mandelbrot. Desde que as primeiras tentativas de utilizar antenas em formato fractal se iniciaram nos anos 1980 por Nathan Cohen, o interesse pela área cresceu vertiginosamente até os dias atuais, alcançando resultados incríveis e estendendo-se para aplicação que vão além do mero formato da antena – como, por exemplo, em algoritmos utilizados por antenas.

Passadas várias décadas, muitos desafios ainda permanecem ao estudioso da área. Primeiramente, é necessário aprofundar no estudo da formulação matemática que envolve a geometria fractal, uma tarefa nada fácil, até mesmo para os matemáticos. Em segundo lugar, é preciso verificar até que ponto as antenas em formato fractal realmente podem ser úteis e inovadoras, e não trata-las como uma panaceia que resolveria todos os problemas relacionados à transmissão e recepção. Em terceiro lugar, existem os desafios relacionados à simulação e cálculos computacionais, pois, embora os computadores hoje sejam extremamente mais avançados do que há três ou quatro décadas atrás, ainda assim podem ser insuficientes para realizarem cálculos iterativos em determinadas estruturas radiantes fractais. Por fim, mesmo vencendo todos esses desafios, ainda resta a dificuldade para a construção prática das estruturas fractais, principalmente quando a antena for de tamanho muito reduzido e possuir detalhes microscópicos.

O objetivo deste capítulo é fornecer um amplo panorama dos desafios e perspectivas relacionados à utilização de antenas fractais, sem pretender esgotar o assunto. Serão vistos os fundamentos da geometria fractal, os aspectos históricos, matemáticos e computacionais. Em seguida, sua aplicação na área de antenas será revisitada desde as primeiras tentativas até os dias de hoje. Por fim, algumas das críticas ao uso de antenas fractais serão analisadas e discutidas.

A bibliografia utilizada será apresentada ao longo do texto, bem como as sugestões de leitura.

4.2 PERSPECTIVA HISTÓRICA DA GEOMETRIA FRACTAL

A geometria fractal só se consolidou definitivamente como um tipo plausível e aceitável quando os matemáticos e teóricos perceberam que era necessário pensar os fenômenos físicos como constituídos não apenas por formas básicas existentes na geometria tradicional e fundamentadas nos postulados da geometria euclidiana. Mas essa ruptura não ocorreu de repente, e sim foi resultado de um longo processo de amadurecimento que levou séculos para se consolidar. Além disso, formas fractais já existiam bem antes que o termo “fractal” fosse utilizado pela primeira vez.

No início do século XIX, o alemão Carl Friedrich Gauss, o russo Nikolai Lobachevsky e o húngaro János Bolyai, ambos matemáticos, apresentaram as bases da geometria não euclidiana. Gauss não publicou nada, apenas rascunhou, mas os rabiscos deixados permitem perceber os princípios de funções elípticas e outros assuntos que transcendem a geometria da época [TENT 2005]. Lobachevsky, por seu turno, publicou várias obras a respeito, entre elas, “Geometria Imaginária”, onde expunha claramente as bases de uma geometria não euclidiana e de uma geometria hiperbólica. Bolyai também publicou suas descobertas independentes, em 1832, mas como apêndice de um livro de matemática de seu pai, Farkas Bolyai, que era inclusive conhecido de Gauss. Quando Gauss teve conhecimento desses escritos, considerou Bolyai (filho) um gênio, embora tenha escrito a este que suas descobertas eram quase idênticas às que ele, Gauss, havia feito décadas antes. As ideias de Bolyai também foram antecipadas por Lobachevsky, anos antes, embora não tivessem mantido contado entre si [CARMO 1987]. A figura 4.1 ilustra a ideia.

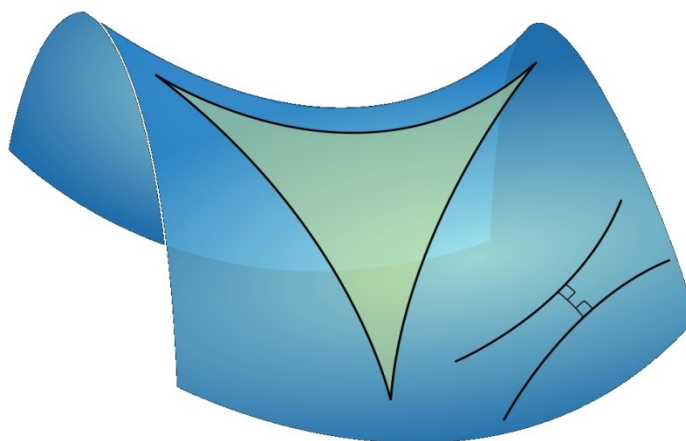


Figura 4.1 – Ilustração da geometria hiperbólica. Fonte: Adaptada de Pixabay.

A base da teoria não euclidiana é a revisão do quinto postulado de Euclides, que pode ser enunciado modernamente da seguinte forma resumida: por um ponto fora de uma reta só existe uma única reta paralela. Gauss, Lobachevsky e Bolyai apresentaram uma geometria que considerava não apenas ser possível existir mais do que uma reta paralela a outra dada, passando por um ponto, como também se deduzia ser possível existir infinitas retas.

Alguns anos mais tarde, Bernhard Riemann desenvolveu uma geometria de espaços curvos que corroborava a teoria da geometria não euclidiana. Numa palestra apresentada a ilustres matemáticos da época, incluindo o próprio Gauss, Riemann utilizou a linguagem proposta anteriormente por este para descrever a geometria de superfícies curvas bi dimensionais. Além disso, propôs que o espaço possuía não apenas três dimensões, mas quatro.

A geometria não euclidiana rompia com os fundamentos axiomáticos da geometria euclidiana existente até então, o que causou rejeição por parte de muitos matemáticos da época. O formalismo adotado por muitos matemáticos, entre eles Hilbert, partia do pressuposto de que determinados axiomas utilizados na matemática não eram passíveis de serem modificados a partir da produção de conceitos, devendo ser apenas verificados a partir de sua consistência e não contradição [SHAPIRO 2005] [HILBERT 1971].

Um pouco mais tarde, na segunda metade do século XIX, Weierstrass propôs uma função que era contínua na reta \mathbb{R} , mas não tinha nenhuma derivada em todo o domínio [MIRANDA 2012]. Essa função ficou conhecida como *função de Weierstrass* e pode ser definida como:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n \cos(b^n \pi x) \quad (4.1)$$

A variável a está no intervalo $]0,1[$ e b é um número inteiro positivo ímpar, de tal maneira que $ab > 1 + (3/2)\pi$. O gráfico da função de Weierstrass foi reproduzido na figura 4.2. Pode ser observado que não existe derivada em todo o domínio considerado. Além disso, a figura revela a existência uma característica de auto similaridade, isto é, repetição, à medida que se aumenta a escala.

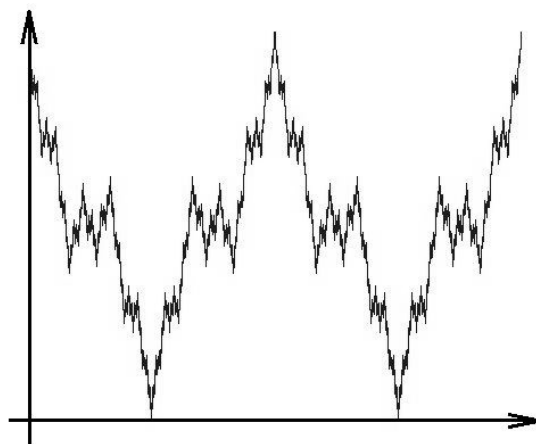


Figura 4.2 – Função de Weierstrass

Georg Cantor foi aluno de Weierstrass. Dentre suas inúmeras contribuições à matemática, formulou um tipo de conjunto que se caracteriza por ser constituído de um número infinito de pontos no intervalo $[0,1]$. Essa construção é feita dividindo-se um intervalo inicial $[0,1]$ em três partes e desprezando-se o termo médio, de modo a restar apenas dois intervalos disjuntos, e a seguir repetindo-se o mesmo processo para cada um dos novos intervalos restantes, sucessivamente em novas iterações (EVES, 2002). Este *conjunto de Cantor* também possui a característica da auto similaridade. A figura 4.3 ilustra um exemplo de um pente de Cantor.



Figura 4.3 – Pente de Cantor

A análise do conjunto de Cantor necessita de algumas considerações. Seja um conjunto C_k composto de 2^k intervalos fechados disjuntos. Cada intervalo possui um comprimento de $(1/3)^k$. Somando-se todos os comprimentos, chega-se ao comprimento total de C_k , que é $(2/3)^k$. Aplicando limite:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{3}\right)^k = 0 \quad (4.2)$$

Ou seja, o comprimento total é zero. Deste modo, o comprimento total não é uma maneira adequada de calcular o tamanho de C . Essa limitação sugere que a dimensão de C é estritamente menor do que 1.

Seja agora $[a, b]$ um dos intervalos fechados. Esse intervalo compõe uma das aproximações de C_k . Então, é possível dizer que as extremidades a e b pertencem a todos os conjuntos futuros C_m , $m \geq k$. Portanto, pertencem à intersecção C . Considerando todas as aproximações C_k e tomando todas as extremidades de todos os intervalos de todas essas aproximações, chegaremos a um conjunto infinito de pontos, todos eles pertencendo a C . Para mais detalhes, consultar: [EDGAR 2008].

O matemático francês Poincaré propôs outra importante visão alternativa à geometria euclidiana, no final do século XIX. Concebeu um disco hiperbólico [ANDERSON 1999], um disco do espaço bidimensional que possui geometria hiperbólica e é definido como:

$$\{x \in \mathbb{R}^2: |x| < 1\}$$

$$ds^2 = \frac{dx^2 + dy^2}{(1 - x^2 - y^2)^2} \quad (4.3)$$

em que ds^2 é a métrica hiperbólica, e x, y são coordenadas do plano cartesiano.

A figura 4.4 ilustra o disco hiperbólico.

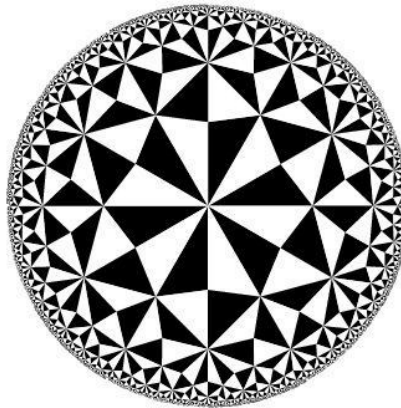


Figura 4.4 – Disco Hiperbólico de Poincaré. Fonte: Pixabay

Como pode ser visto, uma linha é representada como um arco no círculo. As extremidades do círculo são perpendiculares ao contorno do disco. Arcos que satisfazem à condição de ortogonalidade correspondem a linhas perpendiculares, e os que não satisfazem, são paralelos.

Também no final do século XIX, o matemático Giuseppe Peano realizou importantes contribuições no sentido de afastamento da geometria euclidiana. Definiu um tipo de curva como o “caminho de um ponto em movimento contínuo”, as quais podem ser geradas pela simples partição recursiva do espaço. Hilbert, descreveu uma curva similar, um tempo depois, como uma variação da curva de Peano [BOYER, 1996]. Por isso as curvas que possuem essa característica de preenchimento espacial são conhecidas como *curvas de Peano-Hilbert*. A figura 4.5 ilustra alguns exemplos.

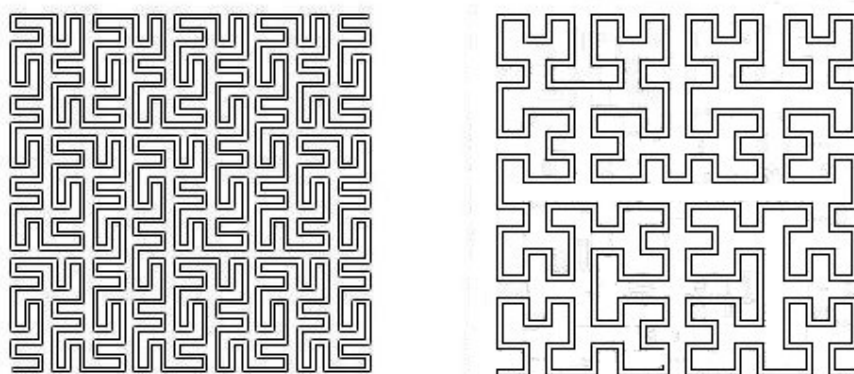


Figura 4.5 – Curva de Peano-Hilbert

Já no início do século XX, Helge von Koch criou uma curva a partir da ideia de iteração: divide-se um segmento de reta em três partes iguais, substitui-se a parte central por um triângulo equilátero, e repete-se o procedimento para os segmentos de reta restantes, sucessivamente [SILVA 2010]. O resultado será a curva de Koch mostrada na figura 4.6.

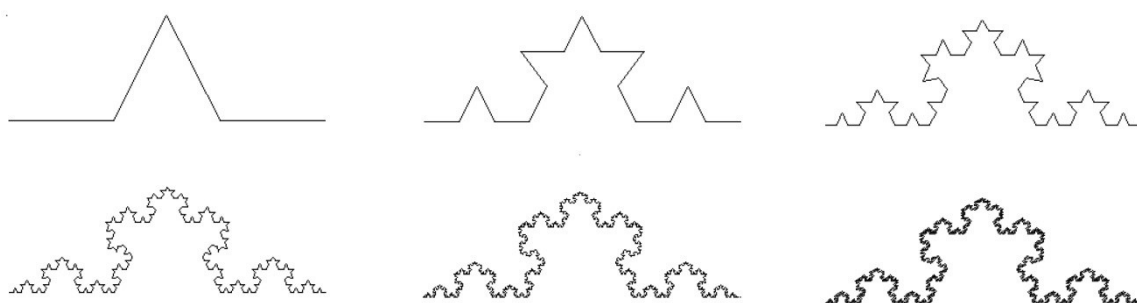


Figura 4.6 – Curva de Koch

Para uma visualização matemática da curva de Koch, considere um triângulo inicial, que corresponde à parte superior esquerda da figura 4.6. Para facilidade dos cálculos, cada lado possui comprimento unitário. Tri seccionando cada lado é possível criar novos triângulos equiláteros, idênticos ao anterior, com lados iguais à metade do triângulo original. É o que mostra a parte superior do meio, na figura 4.6. Prosseguindo com o mesmo processo, isto é, tri seccionando cada lado dos novos triângulos assim formados, e depois de novo, e assim sucessivamente, o processo se repetirá infinitamente.

A área do triângulo inicial é dada por:

$$A_{\Delta inicial} = \frac{1}{4}\sqrt{3} \quad (4.4)$$

Adicionando à área inicial as áreas dos novos triângulos formados por iterações, obtemos:

$$\frac{1}{4}\sqrt{3} + (3)\left(\frac{1}{3}\right)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} + 9\left(\frac{1}{9}\right)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} + (27)\left(\frac{1}{27}\right)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} + \dots \quad (4.5)$$

A equação 4.5 pode ser reescrita como:

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots \right) \quad (4.6)$$

O termo entre parênteses é uma série geométrica com razão igual a 1/3. Então, aplicando a soma aos termos entre parênteses, a expressão 4.6 se torna:

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{3}} \right) = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3}{2} \quad (4.7)$$

O que implica que a área da figura formada pelo processo de iteração, mostrada em 4.6, é 1.5 vezes a área do triângulo inicial. Entretanto, o comprimento é teoricamente infinito, conforme pode ser constatado na equação 4.5.

Na Polônia, Wacław Sierpinski construiu, anos depois, formas geométricas baseadas no mesmo princípio. Suas famosas figuras ficaram conhecidas como *tapete de Sierpinski* e *triângulo de Sierpinski*. O processo iterativo para a criação de um *tapete de Sierpinski* consiste na utilização de um quadrado dividido em 9 partes,

com a remoção da parte central. Para cada nova parte resultante (8 quadrados), procede-se da mesma forma, e assim por diante [SILVA 2010]. Para a formação do *triângulo de Sierpinski*, o processo é similar. A figura 2.6 ilustra essas duas figuras. A figura 4.7(a) mostra o tapete, e a figura 4.7(b) o triângulo.

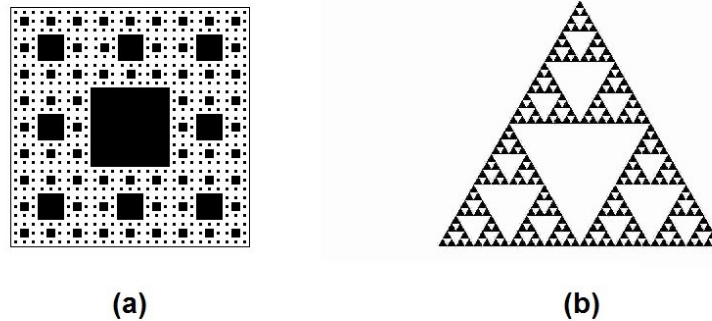


Figura 4.7 – Gaxeta (a) e Triângulo (b) de Sierpinski. Fonte: Pixabay

Em 1918, o matemático francês Gaston Julia publicou no *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées* um artigo denominado *Mémoire sur l'itération des fonctions rationnelles*, o que o tornou conhecido por seu conjunto formado recursivamente. A partir da expressão complexa desenvolvida pelo matemático Pierre Fatou, $z^2 + c$, em que $z = a + bj$ e c é uma constante, Julia construiu um conjunto que foi gerado recursivamente através da seguinte expressão:

$$z_{n+1} = z_n^2 + c \quad (4.8)$$

A expressão 4.8 permite a criação de uma figura geométrica a partir da contração ($|z| < 1$) ou dilatação ($|z| > 1$), realizadas através da multiplicação por $|z|$ e da duplicação do ângulo polar [MIRANDA 2012]. A figura 4.8 ilustra um conjunto de Julia formado quando $z = 0,8 + 0,6j$ e $z^5 + c$.

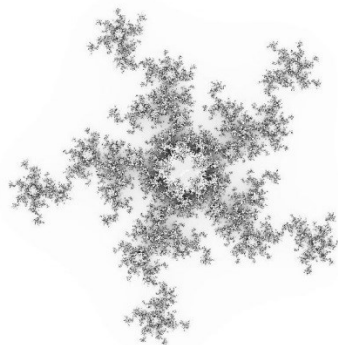


Figura 4.8 – Conjunto de Julia. Fonte: Pixabay

Todas essas formas foram chamadas de “patológicas”, desde o momento em que surgiram. Entretanto, as pesquisas neste sentido não pararam. Com o advento da computação, foi possível reproduzir figuras de maneira iterativa nunca antes imaginadas. Isso motivou a retomada da geometria não euclidiana e possibilitou o contexto para que surgisse uma nova teoria capaz de explicar essas figuras não convencionais, matematicamente. Desta maneira surgiu o trabalho do matemático Benoit Mandelbrot.

Mandelbrot retomou a obra dos principais matemáticos citados anteriormente nesta seção, e percebeu que todas as figuras apresentadas por Weierstrass, Cantor, Sierpinski e tantos outros, embora diferentes, possuíam a mesma característica comum: a auto semelhança gerada recursivamente a partir de uma regra matemática ou princípio geral. Mandelbrot observou também que havia uma espécie de fragmentação nesses formatos, isto é, a repetição do formato inicial em diferentes escalas [MANDELBROT 1983].

Devido ao seu acesso aos computadores da IBM, Mandelbrot conseguiu criar figuras complexas a partir de regras iterativas simples. Ele percebeu que essa característica de recursividade estava presente em toda a natureza nos mais variados formatos: raios, folhas de árvores, nervos ou montanhas. Por exemplo considere a figura 4.9.

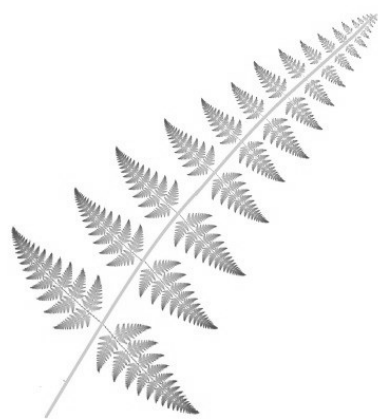


Figura 4.9 – Folha construída de forma iterativa

Ela foi formada simplesmente criando-se uma figura inicial simples, e depois formando cada parte a partir da repetição recursiva de dessa parte inicial. A nova figura assim formada, por sua vez, serve de base para que outra figura seja construída, a partir de sua repetição. O processo prossegue indefinidamente.

Dessa maneira, Mandelbrot tornou possível a simulação computacional de ambientes mais realísticos que envolvem complexidades que as formas euclidianas não são capazes de reproduzir. Raios, paisagens, matas, folhas, nuvens, montanhas e muitas outras, podem ser criados atualmente com a ajuda da computação gráfica e da geometria fractal. Por exemplo, observe a figura 4.10.



Figura 4.10 – Paisagem com raios, plantas, terreno e montanhas ao fundo. Fonte: Reimund Bertrams por Pixabay.

Mandelbrot deu o nome de *fractais* a essas formas. Embora elas tivessem sido analisadas há séculos, foi somente com ele que um estudo sistemático sobre essas figuras foi realizado e apresentado à academia. Assim como a matemática e as figuras não euclidianas foram recebidas com resistência pela academia, no passado, a geometria fractal proposta por Mandelbrot também foi motivo de deboche por parte de alguns matemáticos. Principalmente porque, utilizando-se a geometria fractal, é possível criar figuras absolutamente desconexas da realidade, como paisagens abstratas e temas aberrantes, conforme pode ser ilustrado, por exemplo, na figura 4.11 abaixo.



Figura 4.11 – Figura formada a partir da iteração recursiva gerada computacionalmente, em formato fractal. Fonte: alto2 por Pixabay.

A figura 4.12 apresenta a clássica figura gerada a partir do chamado “conjunto de Mandelbrot”, que tem por base os cálculos feitos por Fatou e Julia.

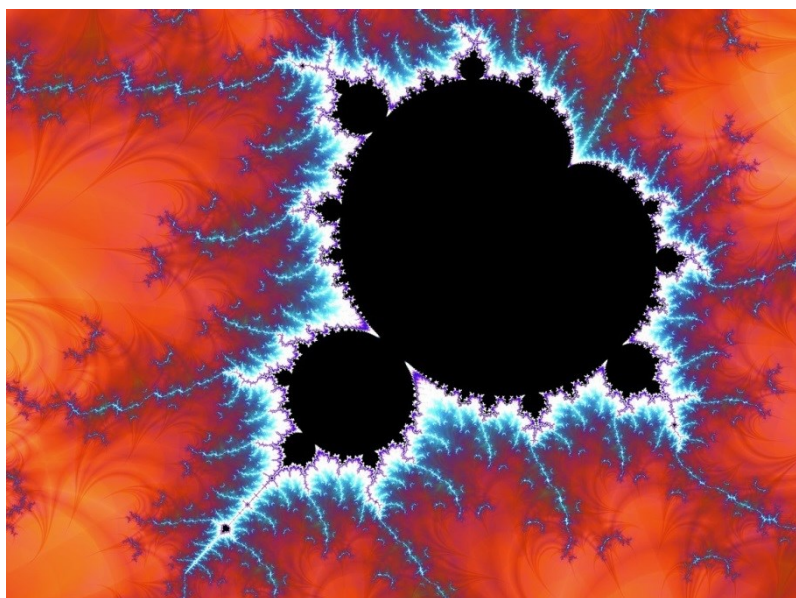


Figura 4.12 – Conjunto de Mandelbrot. Fonte: Charles Thonney por Pixabay

Existem importantes aspectos matemáticos e computacionais envolvidos na abordagem e construção dessas figuras. Um correto entendimento das técnicas aqui apresentadas fornecerá ao pesquisador importantes ferramentas para um pleno entendimento do desempenho das antenas fractais.

4.3 DIMENSÃO FRACTAL

A noção de dimensão é muito importante dentro da geometria fractal. Existem várias definições de dimensão. A ideia mais básica de dimensão diz respeito à quantidade de coordenadas mínimas necessárias para identificar um objeto ou ponto no espaço. Vetorialmente falando, a dimensão diz respeito ao número de vetores de base mínimos necessários para especificar um espaço [HUREWICZ 2015]. Um espaço vetorial euclidiano é um espaço vetorial real, de dimensão finita, para o qual está definido um produto interno [STEINBRUCH 1987]. A dimensão de Hausdorff é definida para todos os espaços métricos e, diferentemente das dimensões referidas acima, pode ter valores reais não inteiros. A dimensão de Hausdorff por vezes é referida como *dimensão crítica*. Abram Besicovich desenvolveu as ideias de Hausdorff, e por isso essa dimensão é referida como Hausdorff-Besicovich.

Mandelbrot utilizou o conceito de dimensão de Hausdorff-Besicovich para encontrar a dimensão dos fractais, pois este conceito é bastante adequado na investigação desses tipos de conjuntos irregulares. A dimensão de Hausdorff-Besicovich permite atribuir uma medida positiva a conjuntos que possuam comprimentos nulos ou infinitos para toda dimensão topológica inteira ($\mathbb{R}, \mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3$, etc.) [MANDELBROT 1983].

A dimensão de Hausdorff-Besicovich é obtida dividindo-se um hipercubo em n^d partes iguais, sendo d a dimensão do hipercubo. Essa divisão é obtida iterativamente. Considerando-se p iterações, o número de partes obtidas (N) será:

$$N = \left(\frac{L}{n}\right)^d \quad (4.9)$$

Sendo L o comprimento do lado e n o número de partes que dividirão a figura, isto é, o coeficiente de redução.

Utilizando a equação (4.9), pode-se determinar a dimensão de Hausdorff como:

$$d = \frac{\log N}{\log \frac{L}{n}} \quad (4.10)$$

A equação 4.10 pode ser utilizada para se encontrar a dimensão fractal. O triângulo de Sierpinski, por exemplo, tem dimensão fractal de 1,5849 para um coeficiente de redução igual a 0.5 e N igual a 3. Para mais detalhes: [SILVA 2010].

Por este motivo, Mandelbrot definiu um conjunto fractal como aquele em que a dimensão de Hausdorff-Besicovitch excede estritamente a dimensão topológica. Uma grande desvantagem do uso dessa dimensão é a dificuldade computacional envolvida em seu cálculo. Entretanto, ela é fundamental para uma compreensão da matemática existente nos fractais.

Existem métodos para determinação da dimensão fractal que utilizam uma abordagem baseada na análise da imagem digitalizada, como o “*box-counting algorithm*”, que é feito a partir do preenchimento da imagem bidimensional com quadrados dispostos sucessivamente um após o outro até se cobrir a superfície da figura [LONG 2013]. A partir deste método é possível obter a dimensão fractal de formas irregulares encontradas na natureza como a do sistema fluvial do rio Amazonas (1,85), dos relâmpagos no espaço tridimensional (1,51) ou da distribuição das galáxias no universo (1,2).

A figura 4.13 ilustra a ideia do *box-counting algorithm*.

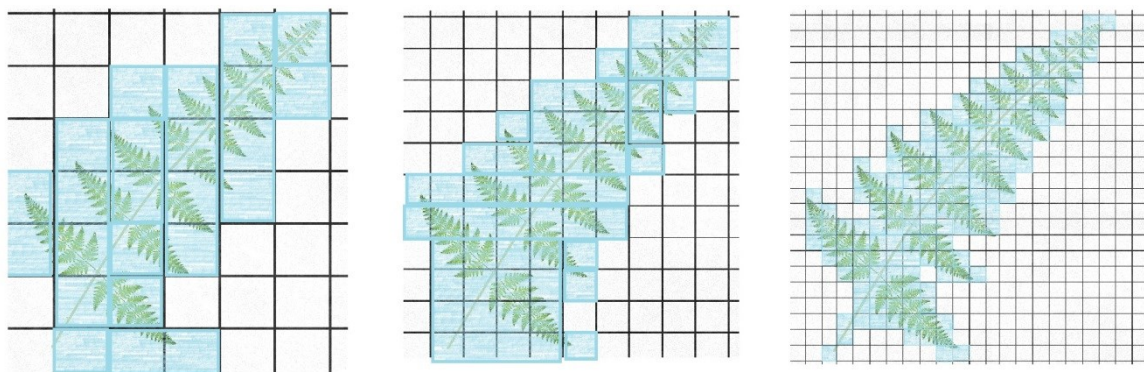


Figura 4.13 – Box-counting algorithm utilizado para determinar a dimensão fractal de uma folha

A base desse algoritmo é o *box-counting*, método que remonta ao início do século XX e é referido como entropia de Kolmogorov, dimensão de entropia, dimensão de capacidade, dimensão métrica, densidade logarítmica ou dimensão de informação. Esse método alcançou grande popularidade devido à sua relativa facilidade de cálculo matemático e de estimativa empírica.

4.4 GEOMETRIA FRACTAL APLICADA À ÁREA DE ANTENAS

“Em 1987, dei uma palestra em um encontro científico na Hungria. Meu tema era algo exótico (lentes de gravidade), mas o assunto mais exótico discutido foi a geometria fractal, apresentada por Benoit Mandelbrot. Naquela época, os fractais ainda eram considerados estranhos e apenas lentamente ganharam sua notoriedade agora bem estabelecida. Ninguém os considerava uma ferramenta prática de engenharia (na verdade, as antenas fractais podem ser o primeiro exemplo verdadeiro de ‘engenharia fractal’); mas, eles certamente eram bonitos de se olhar.

Um ano depois, voltei ao FM de 2 metros e queria um link contínuo do meu cluster de pacotes DX para o meu handie-talkie de 1 watt. K1EA ficava a 35 milhas de distância do meu apartamento no centro de Boston, então eu precisava de uma antena razoável (sem patinhos) que seria aumentada por minha elevação de 200 pés. Mais importante, a antena não poderia atrair a atenção do proprietário de meu apartamento, com sua grotesca obsessão com a ‘cláusula sem antena’ no meu contrato de aluguel.

Por que não um fractal?

Usando cola, papel de construção e papel alumínio, fiz uma antena de microfita fractal de aparência complexa, com um motivo de ‘pagode’. (...). A antena tinha cerca de quinze centímetros de lado. Faltando até mesmo um medidor de SWR, eu não tinha ideia se iria ressoar. No entanto, preso ao corrimão do meu pátio do 27º andar, ela entrou em silêncio total no K1EA. Talvez uma vertical de 1/4 de onda tivesse feito muito melhor; eu não tinha como saber. Certamente, eu não tinha motivação teórica para supor que iria ressoar. Não parecia muito revolucionário na época. (...)

Um dia de inverno, notei que o PC estava desconectado do pacote. A antena havia sido cortada diretamente do cabo coaxial fino, como se nunca tivesse estado ali. Enquanto eu estava no trabalho, ensinando matemática contínua aos meus alunos, o proprietário do meu apartamento havia cortado a construção matemática discreta. Tudo o que posso dizer é que ele deve ter uma visão excelente para ver a pequena mancha na varanda. No entanto, pelo menos ele estava convencido de que esse quadrado parecido com um guardanapo era uma antena.

Uma semana depois, por acaso, descobri o remanescente da pequena antena perto das quadras de tênis abaixo. Era um pedaço de detrito encharcado de neve com pedacinhos de papel alumínio ainda colados nele. Triste destino para uma nova ideia.

Como todas as novas ideias, esse falso começo levou algum tempo para dar frutos. Primeiro, eu tive que conseguir alguns imóveis, alguns atenuadores de precisão, um analisador de SWR, ELNEC e algum tempo livre. Eu também precisava de alguma garantia de que antenas de formas estranhas eram possíveis.”

Nathan Cohen
[Cohen 1995]
Livre Tradução

A nova geometria apresentada por Mandelbrot atraiu a atenção de físicos, biólogos, engenheiros e estudiosos diversos. Na área de telecomunicações e antenas, não foi diferente. Mas as informações disponíveis sobre as novas formas “estranhas” ou “aberrantes” eram quase inexistentes, por se tratar de um campo ainda inexplorado. Foi preciso muito trabalho e dedicação para construir um capital teórico sobre este fascinante tema que se colocava diante dos pesquisadores.

Desde o início do estudo da área de antenas, os principais parâmetros analisados eram a ressonância e a potência. Vários formatos foram testados e esses parâmetros explorados. Assim surgiram as antenas helicoidais, de quadro, de abertura e tantas outras. Entretanto, o leque de opções continha formatos que se enquadravam apenas dentro da geometria euclidiana. O motivo dessa escolha não era o desconhecimento de formas não euclidianas ou aleatórias, mas a busca por simplicidade. Segundo Nathan Cohen, o desejo por simplicidade dominou a construção de antenas mais do que requisitos eletromagnéticos [COHEN 1995].

Na época da 2ª Guerra Mundial muitos teóricos, como Schelkunoff, Kandoian e outros, realizaram pesquisas que caminharam no sentido oposto: estabelecer determinadas características eletromagnéticas de radiação consideradas como desejáveis, e somente depois encontrar o tipo de antena que moldasse tais características. Este procedimento é conhecido como síntese de antenas, tendo como principais exemplos o método de Woodward-Lawson e o método da transformada de Fourier [BALANIS 2009] [STUTZMAN 1981]. Desta maneira, surgiram antenas que quebravam um pouco a regularidade das formas euclidianas, como as antenas complementares (que serão analisadas no próximo capítulo) e as antenas log periódicas, consideradas como um tipo de fractal. Entretanto, a busca por formatos da geometria convencional euclidiana ainda era o que preponderava, e tal atitude limitava a descoberta no novos tipos.

Em 1983, Landstorfer e Sacher publicaram uma monografia, cujo conteúdo pode ser encontrado na obra *Optimization of Wire Antennas* [LANDSTORFER 1985], que questionava o uso da geometria euclidiana convencional na obtenção de importantes parâmetros, como a ressonância. Analisando quais formatos de dipolo satisfazem aos requisitos de alto ganho, concluíram que estes deveriam ser dobrados aleatoriamente e com crimpagens onduladas, numa estrutura resultante que diferia enormemente das já conhecidas figuras euclidianas. Ou seja, formas

geométricas euclidianas convencionais não produzem, necessariamente, os melhores resultados em sistemas de antenas.

Em 1986, Kim e Jaggard [KIM 1986] aplicaram os conceitos de geometria fractal ao problema de síntese de antenas, particularmente, na criação de conjuntos de antenas randômicos (ou aleatórios). O objetivo era encontrar um novo procedimento para criar estruturas auto semelhantes, chamadas de subarrays, ao longo de uma linha, de modo que atendesse a determinados padrões de radiação dentro da estrutura maior de um processo aleatório. O que chamou a atenção neste trabalho é a comparação feita pelos autores entre arranjos uniformes e arranjos aleatórios: os primeiros possuem lóbulos laterais relativamente baixos, mas são sensíveis a erros de localização e aos valores das correntes de excitação, enquanto que os segundos são robustos no que diz respeito a erros e falhas de localização de elementos, mas possuem lóbulos laterais relativamente altos. Ao propor um conjunto aleatório fractal, eles lograram criar uma estrutura híbrida, que possuía as vantagens dos dois arranjos, uniforme e aleatório. Mais ainda: conseguiram abrir caminho para que se pensassem determinados padrões, tidos como aleatórios, como sendo formados por uma lógica fractal. Por exemplo, a função de Weierstrass, analisada no capítulo 4 e ilustrada na figura 4.2, parece à primeira vista um amontoado de ruídos aleatoriamente gerados; entretanto, obedece a um padrão rigoroso e previsível de formação, com características de auto similaridade, conforme a equação 4.1. Segue, portanto, um padrão fractal.

Kim e Jaggard utilizaram um gerador ou iniciador para formar os blocos do conjunto de antenas fractais. Desta maneira, perceberam que uma antena fractal era composta por “geradores de geradores”, estabelecendo uma conexão entre padrões fractais e teoria de conjuntos, estes últimos chamados por Schelkunoff de “conjuntos de conjuntos”, no caso de arranjos lineares de amplitude cônica. O resultado final foi um melhor controle do lóbulo lateral através de um projeto de síntese de antenas com conjuntos fractais, estes chamados de “quase aleatórios”.

Lakhtakia et. al. também se debruçaram sobre o problema da síntese de antenas e sua relação com a geometria fractal, seguindo, porém um caminho diverso. Utilizando uma tela no formato de tapete de Sierpinski, observaram que o campo difratado por essa tela e detectado na região de campo distante exibia um padrão de auto semelhança. Ora, como a tela fractal de Sierpinski também possui

padrões de auto semelhança, fica claro que existe uma íntima relação entre o formato fractal da antena e o padrão de radiação fractal por ela formado. Desta maneira, os autores conseguiram dar um grande passo ao mostrar que estruturas fractais podem ser utilizadas em métodos de síntese de antenas, em especial, conjuntos, ampliando assim a possibilidade de obtenção de melhores resultados [LAKHTAKIA 1987a]. Além disso, analisaram em outro estudo um conjunto de dipolos hertzianos, relacionando a transformada espacial e temporal de Fourier com a função de arranjo de treliça do conjunto. Ao considerar um conjunto de dipolos localizados em uma gaxeta Pascal-Sierpinski, utilizaram matematicamente o iniciador e o gerador fractal, e a partir dessa demonstração constataram que a resposta de campo distante, harmônico no tempo, também é bifractal, enquanto sua resposta de campo distante, dependente do tempo, é unifractal. Os detalhes da demonstração matemática podem ser encontrados em: [LAKHTAKIA 1987b].

Quando Nathan Cohen construiu, pela primeira vez na história, uma antena fractal, o que o motivou não foram artigos acadêmicos sobre antenas fractais, mas as possibilidades conjecturadas por ele quando tomou contato, pela primeira vez, com a teoria dos fractais de Mandelbrot. Físico, rádio astrônomo e inovador, Cohen não apenas percebeu as incontáveis possibilidades trazidas por esta nova geometria, mas levou adiante o projeto e fundou a *Fractal Antenna Systems Inc.* Ao longo de anos de estudos, Cohen procurou mostrar que as antenas com múltiplas iterações fractais são capazes de ressoar e de radiar e, além disso, buscou identificar quais tipos de fractais reduziram o tamanho de uma antena, e em que proporção. Desta maneira, dois campos de pesquisa são abertos dentro da área de antenas fractais: em qual (ou quais) frequência (s) é capaz de ressoar, e em que medida pode contribuir para a miniaturização de antenas.

Na década de 1990, uma quantidade enorme de estudos sobre antenas fractais foi publicada [WERNER 2003]. A área da geometria fractal havia sido, finalmente, combinada com a teoria eletromagnética, lançando nova luz sobre importantes questões como: radiação, propagação, ganho e frequência de ressonância.

Neste contexto, Werner et. al. demonstraram matematicamente uma fórmula para o fator de conjunto de antenas fractais [WERNER 1999b]. O desenvolvimento é mostrado na seção seguinte, e sua importância é central para o projeto de antenas fractais.

4.5 FATOR DE CONJUNTO DE ANTENAS FRACTAIS

Os estudos realizados nos anos 1980 e 1990 levaram à existência de uma correlação entre padrões fractais e conjuntos de antenas lineares. Da mesma maneira que o campo distante de um conjunto uniforme linear pode ser visto como o produto do campo de um único elemento isolado posicionado na origem pelo fator de conjunto, também uma estrutura fractal pode ser vista como o produto entre a estrutura inicial e o conjunto gerador. A diferença marcante é que no conjunto fractal há uma alteração na escala, a cada nova multiplicação, enquanto que no conjunto de antenas há apenas o acréscimo de elementos. Por isso os fractais foram chamados de “geradores de geradores” assim como os conjuntos lineares foram chamados de “conjuntos de conjuntos”.

O desenvolvimento a seguir pode ser encontrado no artigo de Werner et. al. acima citado [WERNER 1999b].

O fator de conjunto (AF_P) de um conjunto fractal é expresso como:

$$AF_P = \prod_{p=1}^P GA(\delta^{p-1}\Psi) \quad (4.11)$$

em que $GA(\Psi)$ é o fator de conjunto associado ao subconjunto gerador e δ é um fator de escala que indica a taxa de expansão do conjunto a cada nova iteração, a cada aplicação recursiva do subconjunto gerador. O fator P é o estágio de crescimento, ou seja, quantas iterações serão aplicadas.

Para se encontrar o fator de conjunto de uma antena fractal, portanto, basta determinar o fator de conjunto do subconjunto gerador ($GA(\Psi)$) e a sua taxa de crescimento, ou fator de escala (δ). A equação 4.11 pode ser vista como o padrão de multiplicação para conjuntos fractais. Ele será aplicado aos vários tipos de antenas analisados a seguir.

O fator $GA(\Psi)$ na equação 4.11 depende do tipo de distribuição do conjunto: linear, plana ou circular. Por isso, serão apresentados os fatores de conjunto para esses três casos.

4.5.1 Fator de Conjunto para Distribuição Linear

De acordo com o que foi visto sobre conjunto de antenas no capítulo 3, o fator de conjunto de um conjunto linear de elementos isotrópicos igualmente espaçados é dado por:

$$AF(\psi) = \begin{cases} I_0 + 2 \sum_{n=1}^N I_n \cos[n\psi], & \text{para } 2N + 1 \text{ elementos} \\ 2 \sum_{n=1}^N I_n \cos[(n - 1/2)\psi], & \text{para } 2N \text{ elementos} \end{cases} \quad (4.12)$$

em que $\psi = kd(\cos \theta)$ e $k = 2\pi/\lambda$ (número de onda).

Num fractal, elementos apropriados são adicionados ou removidos. Considere o conjunto de Cantor visto na seção 4.2. Para facilidade de análise, os elementos adicionados possuem o valor 1, enquanto os removidos possuem o valor 0.

O conjunto de Cantor em questão é ternário, possuindo um subconjunto gerador formado por três elementos: 101. Em seguida, esse subconjunto gerador é aplicado repetidamente em cada elemento individual, gerando novos elementos, aos quais é aplicado novamente o subconjunto gerador. A figura 4.14 ilustra o processo.

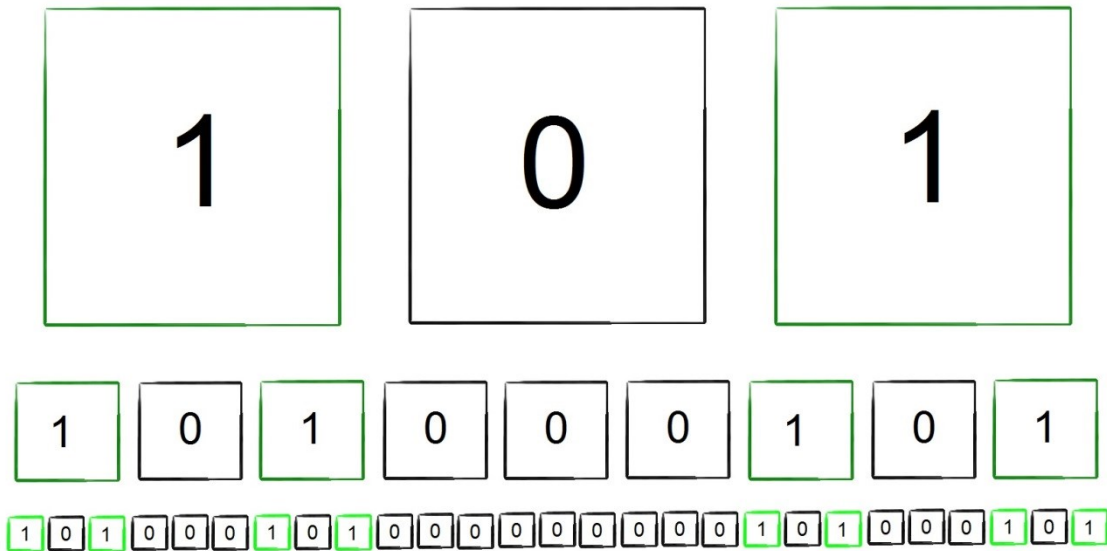


Figura 4.14 – Conjunto de Cantor ternário com 3 iterações

Cada nova aplicação recursiva representa uma escala de aumento, simbolizada pela letra p .

O fator de conjunto do subconjunto gerador ternário de cantor para o exemplo considerado pode ser encontrado a partir da equação 4.12. Como temos 3 elementos (ímpar), então $2N + 1 = 3$, o que implica $N = 1$. Além disso, $I_0 = 0$ e $I_1 = 1$. O resultado será:

$$GA(\psi) = 2\cos(\psi) \quad (4.13)$$

Substituindo a equação 4.13 na equação 4.11:

$$AF_P = \prod_{p=1}^P 2 \cos(\delta^{p-1}\psi) \quad (4.14)$$

A equação 4.14 é mais genérica e representa o subconjunto gerador básico para um conjunto de Cantor não necessariamente ternário. Escolhendo-se os valores da taxa de expansão (δ) e da quantidade de iterações (P) é possível modelar matematicamente o fator de conjunto desejado. O conjunto de Cantor ternário terá um fator de expansão 3; um conjunto quinário terá um fator de expansão de 5; etc.

Por exemplo, para um fator de expansão de 2 ($\delta = 2$) e um estágio de crescimento apenas ($P = 1$), o fator de conjunto é encontrado a partir da expressão 4.14:

$$AF_1 = \prod_{p=1}^1 2 \cos(2^{p-1}\psi) = 2 \cos(2^{1-1}\psi) = 2 \cos(\psi) \quad (4.15)$$

Para dois estágios de crescimento ($P = 2$) e mesmo fator de expansão:

$$AF_2 = \prod_{p=1}^2 2 \cos(2^{p-1}\psi) = [2 \cos(2^{1-1}\psi)][2 \cos(2^{2-1}\psi)] = 2 \cos(\psi) 2 \cos(2\psi) \quad (4.16)$$

Três estágios de crescimento ($P = 3$):

$$AF_3 = 2 \cos(\psi) 2 \cos(2\psi) 2 \cos(4\psi) \quad (4.16)$$

E assim sucessivamente. Os valores normalizados para vários estágios de crescimento e vários fatores de expansão são mostrados na tabela 4.1 abaixo.

Tabela 4.1 – Valores normalizados de AF para vários estágios de crescimento e fatores de expansão

	$P = 1$	$P = 2$	$P = 3$	$P = 4$
$\delta = 1$	$\cos(\psi)$	$\cos^2(\psi)$	$\cos^3(\psi)$	$\cos^4(\psi)$
$\delta = 2$	$\cos(\psi)$	$\cos(\psi) \cos(2\psi)$	$\cos(\psi) \cos(2\psi) \cos(4\psi)$	$\cos(\psi) \cos(2\psi) \cos(4\psi) \cos(8\psi)$
$\delta = 3$	$\cos(\psi)$	$\cos(\psi) \cos(3\psi)$	$\cos(\psi) \cos(3\psi) \cos(9\psi)$	$\cos(\psi) \cos(3\psi) \cos(9\psi) \cos(27\psi)$
$\delta = 4$	$\cos(\psi)$	$\cos(\psi) \cos(4\psi)$	$\cos(\psi) \cos(4\psi) \cos(16\psi)$	$\cos(\psi) \cos(4\psi) \cos(16\psi) \cos(64\psi)$

A figura 4.15 ilustra o gráfico do fator de conjunto, em coordenadas polares, para $\delta = 2$ e estágios de crescimento iguais a 1, 2 e 3.

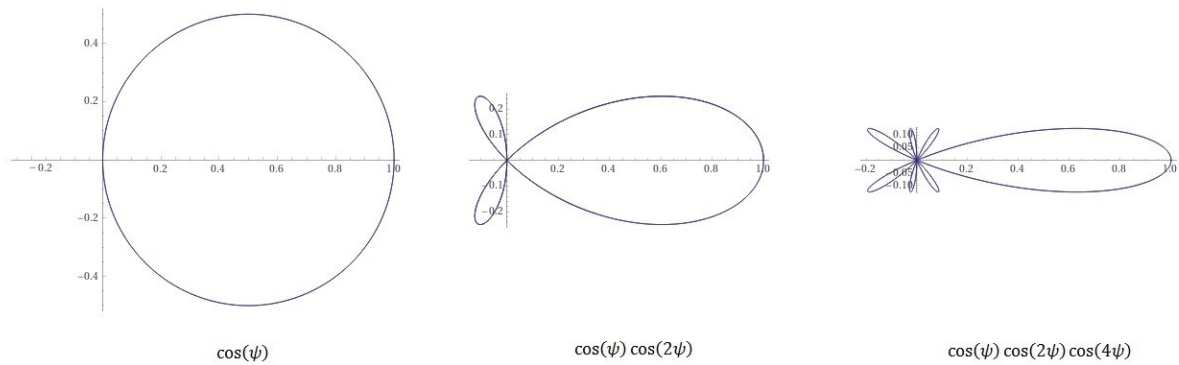


Figura 4.15 – Gráfico polar para $\delta = 2$ e $P = 1, 2, 3$, considerando-se ψ variável. Ferramenta online utilizada: <https://www.wolframalpha.com/widgets/view.jsp?id=9519cf87740c535a94904a8dc590f978>

Entretanto, observe que os gráficos da figura 4.15 estão simplificados, pois o termo ψ foi considerado como um ângulo, e então os gráficos foram plotados tomando-se ψ como um ângulo variável.

Para uma visualização completa, deve ser levado em conta que $\psi = kd \cos \theta$. Ou seja, é o ângulo θ que varia. Escrevendo novamente o fator de conjunto para o mesmo valor de δ (2) e os mesmos valores de P (1, 2 e 3), mas desta vez considerando o espaçamento entre os elementos como $d = \lambda/2$, e lembrando que o número de onda é $k = 2\pi/\lambda$:

$$\begin{cases} AF_1 = \cos(\pi \cos \theta) & (\text{para } P = 1) \\ AF_2 = \cos(\pi \cos \theta) \cos(2\pi \cos \theta) & (\text{para } P = 2) \\ AF_3 = \cos(\pi \cos \theta) \cos(2\pi \cos \theta) \cos(4\pi \cos \theta) & (\text{para } P = 3) \end{cases} \quad (4.17)$$

Os valores de AF encontrados nas equações 4.17 são plotados em coordenadas polares e mostrados na figura 4.16:

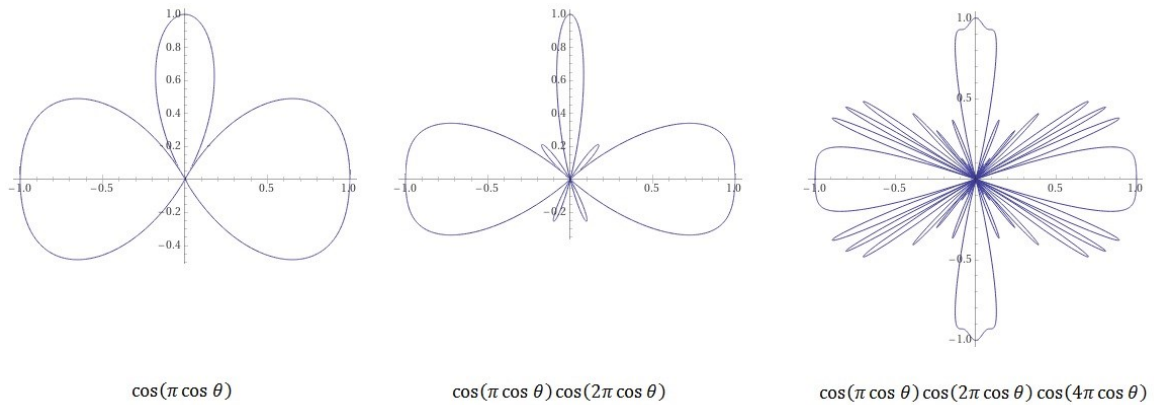


Figura 4.16 – Gráfico polar para $\delta=2$ e $P=1,2,3$, considerando-se θ variável. Ferramenta online utilizada: <https://www.wolframalpha.com/widgets/view.jsp?id=9519cf87740c535a94904a8dc590f978>

Os diagramas de radiação dos respectivos fatores de conjunto são:

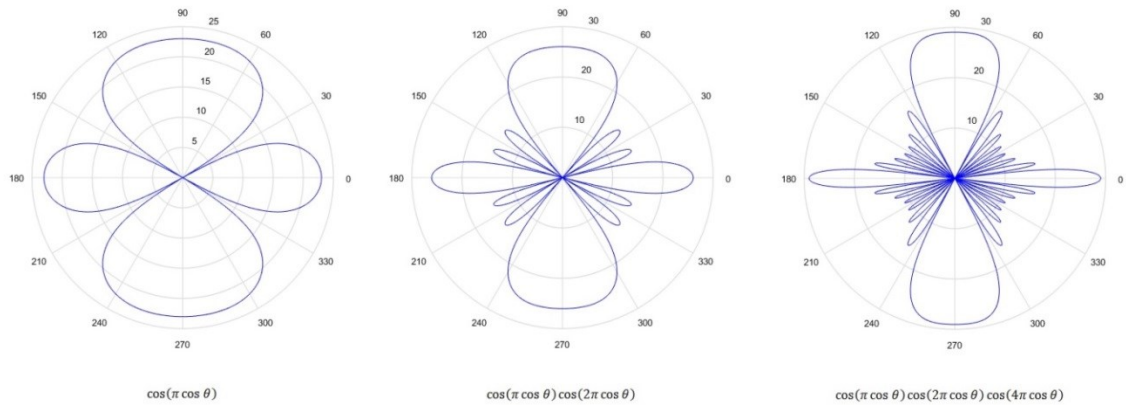


Figura 4.17 – Diagramas de radiação para o conjunto ternário de Cantor, com três iterações.

Para esses diagramas da figura 4.17, o código do programa MATLAB é o mesmo utilizado para plotar a figura 3.8, constante no anexo deste trabalho, com a diferença de que, agora, o fator de conjunto foi modificado, a distância entre os elementos foi $\lambda/2$ e o ângulo de fase entre eles foi 0. Isso comprova mais uma vez que os fractais podem ser analisados de acordo com a teoria de conjuntos.

De acordo com Werner et al. [WERNER 1999], o subconjunto gerador para o conjunto de Cantor da equação 4.13 encontrada acima é um caso especial de uma família mais geral de conjuntos de Cantor uniformes, e que pode ser expresso como:

$$GA(\psi) = \left(\frac{2}{\delta + 1} \right) \frac{\sin \left[\left(\frac{\delta + 1}{2} \right) \psi \right]}{\sin [\psi]} \quad (4.18)$$

Em que $\delta = 2n + 1$, com $n = 1,2,3, \dots$

4.5.2 Fator de Conjunto para Distribuição Plana

O fator de conjunto de um conjunto plano de elementos isotrópicos igualmente espaçados é dado por:

$$AF(\psi_x, \psi_y) = \begin{cases} I_{11} + 2 \sum_{m=2}^M \{I_{m1} \cos[m\psi_x] + I_{1m} \cos[m\psi_y]\} \\ \quad + 4 \sum_{n=2}^M \sum_{m=2}^M I_{mn} \cos[m\psi_x] \cos[n\psi_y], \\ \quad \text{para } (2M-1)^2 \text{ elementos} \\ 4 \sum_{n=1}^M \sum_{m=1}^M I_{mn} \cos[(m-1/2)\psi_x] \cos[(n-1/2)\psi_y], \\ \quad \text{para } (2M)^2 \text{ elementos} \end{cases} \quad (4.19)$$

em que

$$\begin{aligned} \psi_x &= kd_x (\sin\theta \cos\varphi) \\ \psi_y &= kd_y (\sin\theta \sin\varphi) \end{aligned} \quad (4.20)$$

θ, φ são ângulos das coordenadas esféricas.

A excitação de cada elemento do conjunto é dada por

$$I_{mn} = \begin{cases} 1, & \text{se o elemento } (m,n) \text{ estiver ativo} \\ 0, & \text{se o elemento } (m,n) \text{ não estiver ativo} \end{cases}$$

Será utilizado o mesmo conjunto ternário de Cantor, mas desta vez, na perspectiva bidimensional. Então, o subconjunto gerador será do tipo:

$$\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{array}$$

Essa lógica é a mesma utilizada para formar um tapete de Sierpinski, conforme a figura 4.7a. O fator de conjunto é encontrado utilizando-se o mesmo procedimento anterior para conjuntos lineares: O valor I_{mn} é feito 1 ou 0, o valor de M é 2 e o espaçamento entre os elementos é de $\lambda/2$. Então:

$$GA(u_x, u_y) = \frac{1}{4} [\cos(\pi u_x) + \cos(\pi u_y) + 2 \cos(\pi u_x) \cos(\pi u_y)] \quad (4.21)$$

Em que $u_x = \sin \theta \cos \phi$, $u_y = \sin \theta \sin \phi$

Substituindo a equação 4.21 na equação 4.11:

$$AF_P = \frac{1}{4^P} \prod_{p=1}^P [\cos(\delta^{p-1} \pi u_x) + \cos(\delta^{p-1} \pi u_y) + 2 \cos(\delta^{p-1} \pi u_x) \cos(\delta^{p-1} \pi u_y)] \quad (4.22)$$

A equação 4.22 é genérica e representa o subconjunto gerador básico para o fator de conjunto de um conjunto de Cantor bidimensional com qualquer quantidade de elementos na direção x e y, $x=y$. Escolhendo-se os valores da taxa de expansão (δ) e da quantidade de iterações (P) é possível modelar matematicamente o fator de conjunto desejado, da mesma maneira como foi feito pelos conjuntos lineares. Se quisermos modelar o do tapete de Sierpinski, fazemos $\delta = 3$ e escolhemos o número de iterações desejadas. Geralmente, para antenas, três iterações ($P = 3$) são suficientes.

A figura abaixo mostra o diagrama de radiação para o fator de conjunto do tapete de Sierpinski para três iterações e comprimento de onda $d = \lambda/2$.

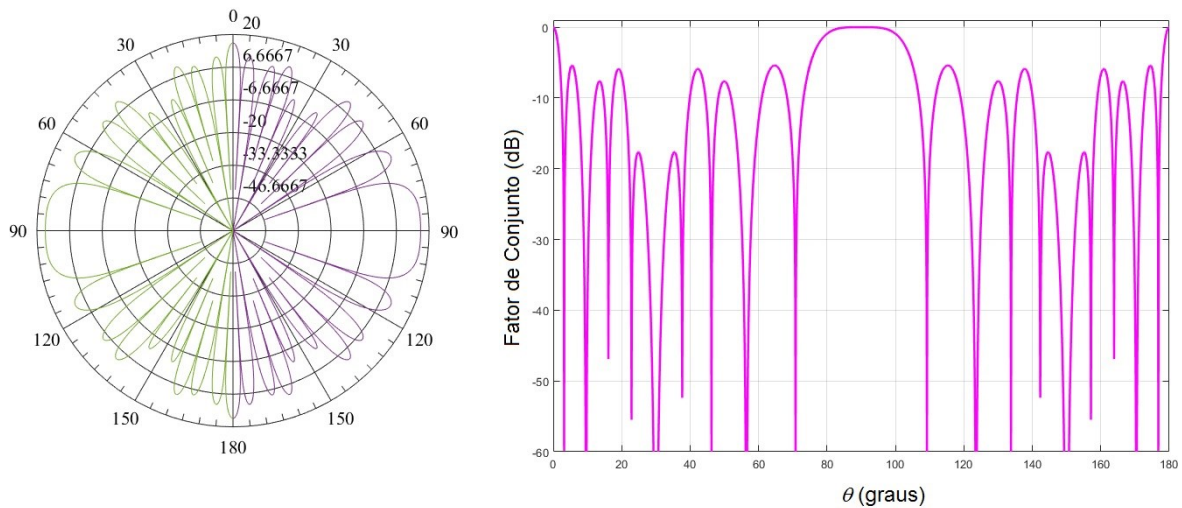


Figura 4.18 – Diagrama de radiação e fator de conjunto do tapete de Sierpinski para $d = \lambda/2$ e $P = 3$.

Os cálculos realizados a partir da equação 4.22 permitem afirmar novamente que os fractais são conjuntos de conjuntos, incluindo os conjuntos planares. Na verdade, este fato pode ser generalizado para qualquer conjunto fractal uniforme.

4.5.3 Fator de Conjunto para Distribuição Circular

Foi visto no capítulo anterior que o conjunto com distribuição circular apresenta características mistas entre os conjuntos lineares e planares, o que o torna bastante versátil e atrativo, principalmente em aplicações de radares e navegação. Os fatores de conjunto dos conjuntos fractais formados a partir de elementos distribuídos em forma circular também se apresentaram muito versáteis e servem de base para a determinação de inúmeros outros fatores de conjunto de geometrias fractais diversas.

Considere um conjunto circular concêntrico com m anéis, cada um com n elementos. O fator de conjunto é dado por:

$$AF = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N I_{mn} e^{j\psi_{mn}} \quad (4.23)$$

em que $\psi_{mn} = kr_m \sin \theta \cos(\phi - \phi_{mn}) + \alpha_{mn}$, M é o número total de anéis concêntricos, N_m é o número total de elementos nos m -ésimos anéis, r_m é o raio do m -ésimo anel, I_{mn} é a amplitude da corrente de excitação do n -ésimo elemento do m -ésimo anel localizado em $\phi = \phi_{mn}$ e α_{mn} é a fase da corrente de excitação do n -ésimo elemento no m -ésimo anel localizado em $\phi = \phi_{mn}$.

Utilizando um procedimento similar ao das subseções anteriores, o fator de conjunto para um estágio determinado de crescimento P é dado por:

$$AF_P = \prod_{p=1}^P \left\{ \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N I_{mn} e^{j\delta^{p-1}\psi_{mn}} \right\} \quad (4.24)$$

Este conjunto pode ser a base de um subconjunto gerador de um vasto conjunto de fractais em forma linear, quadrados, triangulares ou mesmo hexagonais.

Como um exemplo visual, considere a figura 4.19. Ela mostra um subconjunto gerador circular de quatro elementos, à esquerda (a). Expandindo este subconjunto por um fator de δ , substituindo cada elemento inicial pelo subconjunto gerador, chegamos à figura localizada à direita (b).

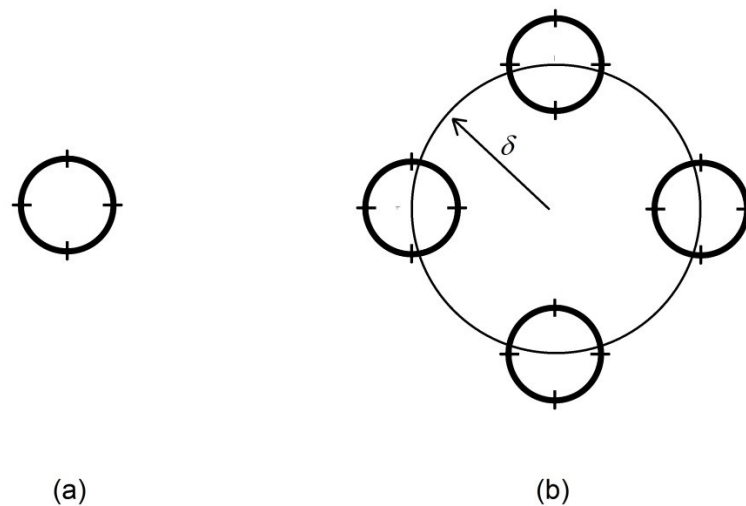


Figura 4.19 – Processo de geração de um conjunto fractal a partir de um subconjunto gerador circular.

O conjunto assim formado à direita (b) representa um conjunto fractal criado a partir de um estágio de crescimento ($P = 1$). Esse conjunto pode ser o subconjunto formador para um novo estágio ($P = 2$), procedendo-se da mesma maneira, isto é, expandindo-o por um fator δ . O processo pode ser repetido indefinidamente. A figura 4.20 ilustra os dois estágios de crescimento seguintes ($P = 3$ e $P = 4$).

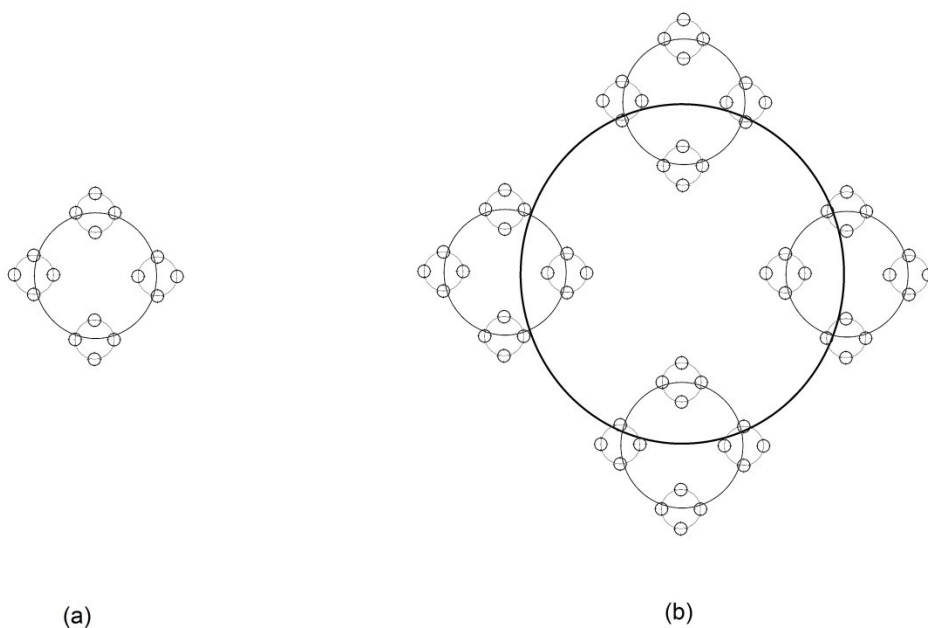


Figura 4.20 – Processo de geração de um fractal para o terceiro e quarto estágios.

Para mais detalhes sobre a criação de fractais a partir de conjuntos circulares, consulte a bibliografia anexada ao final [WERNER 1999].

4.6 MATRIZ DE PESOS COM FUNÇÃO JANELA FRACTAL

Na seção 3.5 foi visto que os pesos de uma matriz de pesos podem ser escolhidos de acordo com o critério desejado. Várias funções janelas fornecem pesos específicos para a formação de conjuntos, todas elas visando diminuir o nível dos lóbulos laterais e ao mesmo tempo não alterar sensivelmente a largura de feixe de radiação: binomial, gaussiana, Kaiser-Bessel, etc.

Neste capítulo, ficou claro que a escolha dos elementos que serão ligados ou desligados num conjunto fractal define o fator de conjunto resultante. Então, é possível associar uma matriz de pesos fractal a um conjunto fractal, da mesma maneira como foi feito para conjuntos de antenas, na referida seção 3.5.

Dado o vetor de conjunto indicado na equação 3.47, o fator de conjunto de uma antena fractal pode ser escrito de uma forma mais prática como:

$$AF_P = \bar{w}_F^T \cdot \bar{a}(\theta) \quad (4.25)$$

Em que \bar{w}_F é a matriz de pesos fractal, ou seja, a matriz de pesos cuja função janela obedece ao padrão fractal visto nas seções anteriores. O símbolo T próximo à matriz indica que ela é utilizada em sua forma transposta, da mesma maneira como é feito na teoria de conjuntos de antenas. A ordem da matriz de pesos depende da quantidade de estágios de crescimento, ou quantidade de iterações realizadas pelo subconjunto gerador. Depende também da quantidade de elementos presentes no subconjunto gerador inicial. Como o fator de escala está diretamente ligado à quantidade de elementos iniciais, podemos dizer que a ordem da matriz de pesos fractais é função de P e de δ . Lembrando que a matriz de pesos transposta é do tipo linha, ou seja, formada por uma única linha. Em linguagem formal matemática:

$$\text{Ordem matriz pesos fractal} = f(P, \delta) \quad (4.26)$$

Como exemplo, o conjunto de Cantor ternário analisado na seção anterior utilizou um subconjunto gerador com fator de crescimento $P = 3$ e fator de escala $\delta = 3$. Então, a quantidade de elementos da matriz de pesos fractal para determinação do fator de conjunto final será $3 \times 3 = 9$. Isto é, \bar{w}_F^T será do tipo 1×9 .

Evidentemente, para um conjunto fractal plano, a matriz de pesos fractal não será mais do tipo linha, mas quadrada. Para o tapete de Sierpinski, \bar{w}_F é 9×9 .

4.7 TÉCNICA ITERATIVA DE FOURIER

A técnica iterativa de Fourier para a síntese de conjuntos lineares foi proposta por Keizer [KEIZER 2008] e desenvolvida posteriormente por Wentao Li e outros pesquisadores para conjuntos planares fractais [Li 2012]. Ela consiste em aplicar uma transformada rápida de Fourier aos coeficientes de excitação.

O campo distante de um conjunto plano formado por $M \times N$ elementos a uma distância d_x na direção x e d_y na direção y pode ser descrito alternativamente como:

$$AF(u, v) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} A_{mn} e^{jk(md_x u + nd_y v)} \quad (4.27)$$

em que A_{mn} é a excitação complexa, $u = \sin \theta \cos \varphi$ e $v = \sin \theta \sin \varphi$.

A parte direita da equação 4.27 pode ser vista como uma série de Fourier dupla truncada que relaciona os coeficientes de excitação do elemento do conjunto com o seu fator de conjunto, através de uma transformada de Fourier inversa discreta. Então, a aplicação da Transformada de Fourier Rápida (FFT) ao fator de conjunto (AF) resultará no coeficiente de excitação.

Inversamente, o fator de conjunto pode ser encontrado através de uma FFT inversa aplicada no ponto $K \times K$, sendo K uma potência par de base 2 e utilizando-se preenchimento zero quando $K > \max(M, N)$. As posições localizadas em $K \times K$, as quais pertencem às amostras AF no espaço $u - v$, serão dadas por:

$$\begin{aligned} u_p &= \frac{p}{K} \frac{\lambda}{d_x}, & p &= -\frac{K}{2} \dots \frac{K}{2} - 1 \\ v_q &= \frac{q}{K} \frac{\lambda}{d_y}, & q &= -\frac{K}{2} \dots \frac{K}{2} - 1 \end{aligned} \quad (4.28)$$

A grande vantagem deste algoritmo é o baixo custo computacional e o fato de que o tempo de cálculo não está relacionado ao tamanho do array, mas sim ao nível dos requisitos. Isso torna a técnica iterativa de Fourier ideal para grandes conjuntos.

Os passos para a implementação da Técnica Iterativa de Fourier são descritos a seguir:

- 1 – Utilize como estrutura básica o tapete de Sierpinski e inicialize as excitações dos elementos individuais com valores aleatórios
- 2 – Aplique a IFFT no ponto 2D $K \times K$, com $K > \max(M, N)$, e preencha com zero a excitação para obter o número necessário de pontos. O resultado será AF.
- 3 – Adapte AF às restrições máximas prescritas e calcule $\{Am_n\}$ para o AF adaptado usando uma FFT direta 2D de ponto $K \times K$.
- 4 – Realize o truncamento de $\{Am_n\}$ das amostras $K \times K$ para amostras $M \times N$ fazendo com que todas as amostras fora do conjunto sejam zero.
- 5 – Defina a magnitude das excitações abaixo do valor predefinido para zero. O resultado será a matriz de fractal-refinada modificada. Depois, defina a outra magnitude das excitações que violam a restrição de faixa dinâmica para o valor mais baixo permitido.
- 6 – Repita os passos 2 a 5 até que os requisitos do lóbulo lateral sejam atendidos ou o número máximo de iterações seja atingido.

A figura 4.21 mostra o fluxograma do algoritmo.

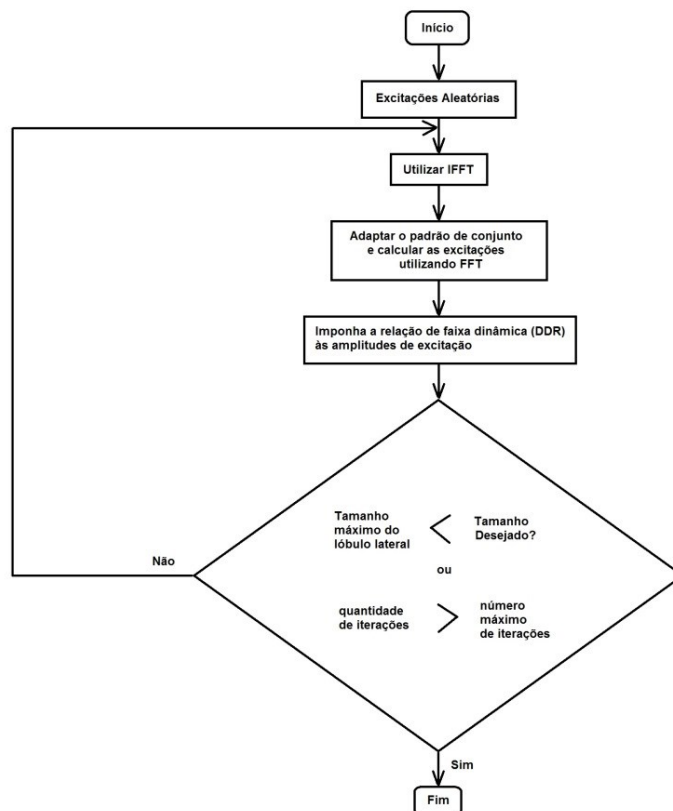


Figura 4.21 – Fluxograma do algoritmo utilizado na técnica iterativa de Fourier. [Li 2012]

4.8 GEOMETRIA FRACTAL EM PROJETOS DE ANTENAS ELETRICAMENTE PEQUENAS

A demanda por antenas cada vez menores cresceu muito nas últimas décadas. O advento de aparelhos de iPod, notebooks, tablets, smartphones e pequenas máquinas com grande capacidade computacional em tamanho reduzido necessitou da utilização de antenas capazes de atender aos requisitos mínimos de ganho e diretividade da aplicação e ao mesmo tempo possuírem dimensão diminuta.

Quando Nathan Cohen utilizou pela primeira vez uma antena em formato fractal, conseguiu obter um resultado semelhante ao que obteria se usasse uma estrutura irradiadora maior. Esses resultados motivaram os pesquisadores a explorar a miniaturização por meio da geometria fractal, mas a explicação para o fenômeno ocorreu somente depois [HANSEN 2006] [HOHLFELD 1999].

A miniaturização de uma antena diz respeito à concepção de uma estrutura eletricamente pequena. A estrutura assim concebida leva em conta não o comprimento físico real, mas o comprimento efetivo [BALANIS 2009].

A diferença entre os dois tipos de comprimento existe porque a distribuição de corrente não é uniforme ao longo da superfície condutora da antena. Por isso, o tipo de geometria pode indicar um comprimento efetivo maior, sem necessariamente apresentar um comprimento físico maior.

Rigorosamente falando, o comprimento efetivo está relacionado à quantidade de tensão induzida nos terminais de um circuito aberto iluminado por radiação eletromagnética, conforme indicado pela equação 4.29.

$$V = \overline{E_{inc}} \cdot \overline{c_{ef}} \quad (4.29)$$

em que V é a tensão induzida, E_{inc} é o campo elétrico incidente e $\overline{c_{ef}}$ o comprimento efetivo.

Para se entender por que as antenas fractais são adequadas em projetos de antenas eletricamente pequenas, considere uma antena de tamanho reduzido confinada numa esfera, mostrada na figura 4.22. O tamanho da esfera é feito cada vez menor, até que se consiga um máximo ganho G para um mínimo fator de qualidade Q .

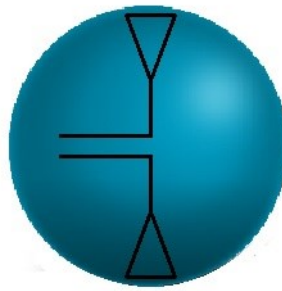


Figura 4.22 – Antena confinada numa estrutura esférica

Chu observou que a existência de vários modos de propagação deixa de ocorrer quando a esfera se torna muito pequena, enquanto que o fator de qualidade se torna muito grande [CHU 1948]. Isso significa a redução da largura de banda, o que nos leva ao conceito de limite de miniaturização de antenas.

Entretanto, Hansen mostrou que a geometria do elemento radiante dentro da esfera influi na largura de banda, e que a relação entre o fator de qualidade e o limite depende dessa geometria [HANSEN 1981]. Isso o levou a formular a seguinte equação para o limite fundamental de miniaturização de antenas:

$$Q = \frac{1 + 3k^2r^2}{k^3r^3(1 + k^2r^2)} \quad (4.30)$$

Sendo k o número de onda e r o raio da esfera. A equação 4.30 indica o menor valor realizável de Q para uma máxima dimensão de uma antena eletricamente pequena. Algumas antenas estão longe desse limite, como a antena dipolo, de acordo com a figura 4.23.

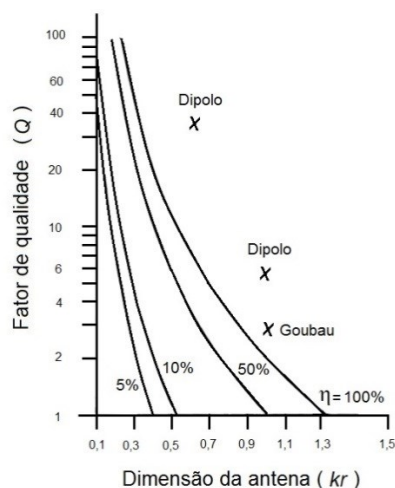


Figura 4.23 – $Q \times kr$ para várias antenas. [HANSEN 1981].

Isso indica que deve existir algum tipo de antena que se aproxime mais deste limite. Ora, deve ficar claro que quanto maior o comprimento efetivo da antena, mais eficientemente ela ocupará o espaço dentro da esfera imaginária da figura 4.22 e, portanto, mais próxima estará de alcançar este limite.

Nos anos 1990, McLean reexaminou o limite expresso na equação 4.30 com o intuito de obter uma mais alta precisão [MCLEAN 1996]. Traçando um caminho alternativo que considerava os campos gerados pelo modo TM_{01} , McLean chegou à seguinte expressão:

$$Q = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k^3 a^3} + \frac{2}{ka} \right) \quad (4.31)$$

A expressão 4.31 é mais exata que a expressão 4.30, de acordo Grimes et. al [GRIMES 2001]. Estes autores utilizaram métodos numéricos e experimentais e concluíram que o limite em 4.30 não é universalmente aplicável.

As antenas fractais são o tipo que mais se aproxima do limite fundamental de antenas eletricamente pequenas expresso na equação 4.31. Esse tipo de estrutura radiante utiliza mais eficientemente o volume correspondente à esfera que envolve a antena em seu conjunto [BALANIS 2009] [DALARY 2014].

Baliarda et. al. utilizou uma curva de Koch para demonstrar essa propriedade. A cada nova iteração, mais próxima a antenas ficava do limite expresso em 4.31 [BALIARDA 2000b]. Os diferentes estágios de interação são reproduzidos na figura 4.24 abaixo.

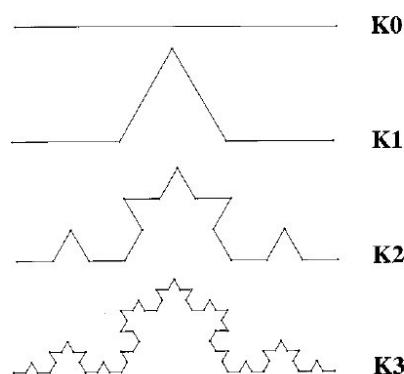


Figura 4.24 – Diferentes estágios de iteração da curva de Koch. [BALIARDA 2000b]

4.9 GEOMETRIA FRACTAL EM PROJETOS DE ANTENAS INDEPENDENTES DA FREQUÊNCIA

Encontrar a largura de banda máxima em antenas significa determinar o máximo intervalo de frequências dentro do qual um elemento radiador pode operar sem comprometer significativamente alguns parâmetros considerados importantes pelo projetista, tais como VSWR, ganho OU impedância de entrada. A determinação desse intervalo diz respeito, pois, ao limite máximo, e o desafio que se coloca é justamente encontrar determinadas formas de antenas cujas características atendam aos requisitos mencionados acima.

As primeiras tentativas significativas de elaboração de antenas que pudessem operar em banda larga foram realizadas após a 2ª Guerra Mundial, embora seu estudo tivesse começado antes. Em 1941 Schelkunoff desenvolveu um estudo para antenas com formas arbitrárias baseando-se na análise teórica de estruturas cônicas [SCHELKUNOFF 1941]. Kandoian construiu em 1945 uma antena do tipo bicônica polarizada verticalmente que possuía um disco em um dos cones. Em 1948, Mushiake formulou o princípio que ficou conhecido como “Auto-Complementaridade” (Self-Complementarity) segundo o qual uma antena que fosse construída de modo que a metade ocupada pelo elemento radiador fosse igual (complementar) à parte não ocupada pelo mesmo, apresentaria impedância constante, independentemente da frequência de operação [MUSHIAKE 1992]. Em 1949 Springer investigou uma antena helicoidal modificada [SPRINGER 1949], e no início da década de 1950, Turner propôs uma antena baseada na espiral de Arquimedes [TURNER 1955].

Em 1954, Rumsey propôs um critério segundo o qual uma antena independente da frequência seria aquela cuja caracterização fosse totalmente especificada por ângulos [RUMSEY 1957]. Entretanto, tais estruturas deveriam ter formas que se estenderiam ao infinito. Antenas práticas são limitadas e, portanto, são determinadas também por seu comprimento, e não apenas por ângulos. O desafio então era encontrar uma forma cuja especificação dependesse mais do ângulo do que do comprimento, de tal maneira que o truncamento no tamanho (limite físico) proporcionasse um truncamento na frequência (frequência de corte inferior) a partir daquele ponto.

Na prática, isso é conseguido se as correntes decaírem com a distância em relação aos terminais de entrada. Então, o ponto ideal para a realização do truncamento (corte) é onde a corrente estiver desprezível. Desta maneira, consegue-se uma boa aproximação para antenas independentes da frequência.

Os dois principais tipos de antenas que atenderam o requisito de serem determinadas predominantemente por ângulos foram as espirais equiângulo e as log-periódicas. A figura 4.25 ilustra esses dois tipos, respectivamente, em (a) e (b).

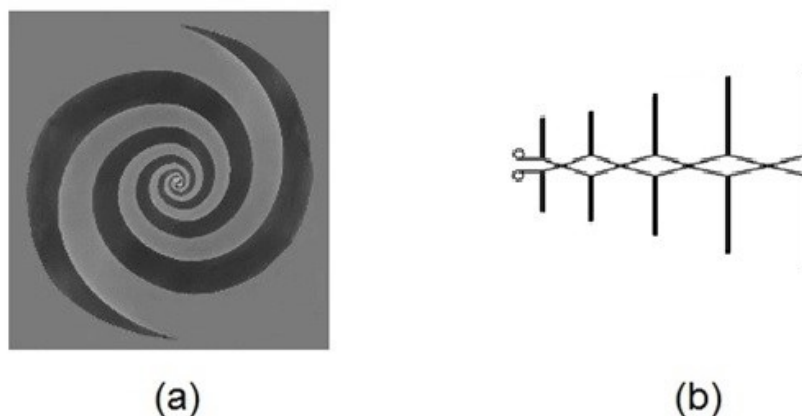


Figura 4.25 – (a) Antena espiral de fenda (b) Log-periódica

Embora a antena log-periódica não seja, rigorosamente falando, especificada por ângulo, ela pode ser considerada como praticamente independente da frequência, pois as correntes em seus condutores decaem abruptamente com a distância em cada dente posicionado periodicamente. Isso faz com que suas características de radiação e impedância de entrada se repitam com o logaritmo da frequência.

De acordo com a literatura produzida até aproximadamente o final do século XX, uma antena era considerada como independente da frequência se fosse determinada preponderantemente por ângulos e/ou se possuísse a característica de complementariedade [FELBER 2000]. Após o advento das antenas fractais, um novo critério passou a ser adicionado a esses dois anteriormente mencionados: a característica da auto semelhança, que é justamente o que define um fractal [DYSON 1962] [KAUR 2014] [SINGH 2009] [KIM 2013] [IQBAL 2014] [GSCHWENDTNER 2000] [GUSTAFSSON] [HOHLFELD 1999].

4.10 CRÍTICAS AO USO DE ANTENAS FRACTAIS

Nem toda a comunidade científica se entusiasmou com as inúmeras expectativas abertas pela utilização de antenas fractais. Alguns autores afirmaram que os fractais de fato possuem característica de multibanda e de miniaturização, mas não são melhores do que as outras geometrias já conhecidas [HANSEN 2006].

Por exemplo, Steven Best comparou o comportamento ressonante de um monopolo fractal de Koch com um monopolo de mesma altura, um monopolo com mesmo comprimento total de fio e um monopolo ressonante na mesma frequência, e chegou à conclusão de que o comportamento da frequência ressonante do monopolo fractal de Koch não era função apenas da geometria fractal sozinha, mas de todas as suas propriedades físicas tais como altura, comprimento total do fio, diâmetro do fio e, adicionalmente, da geometria também [BEST 2002b]. Em outro trabalho, afirmou que as antenas fractais do tipo Koch, Hilbert, Minkowski e Peano criava um forte acoplamento entre os segmentos paralelos, cujas correntes opostas culminavam por reduzir o comprimento efetivo dessas antenas. E embora reduzissem a frequência de ressonância, aumentavam a reatância, o que reduzia a largura de banda [BEST 2002a] [BEST 2003].

Uma maneira de reduzir o Q da antena e aumentar sua largura de banda é adicionar resistência ao condutor da mesma, utilizando carregamento distribuído. Entretanto, essa prática raramente é empregada, pois diminui a eficiência da antena. Uma maneira mais otimizada de carregamento distribuído é a utilização de indutância, que é conseguida simplesmente dobrando-se o fio reto da antena, preservando o seu comprimento elétrico, como um carregamento concentrado. Segundo alguns autores, existem formas mais eficientes de adicionar indutância à antena do que a geometria fractal, como monopólios do tipo gravata-borboleta grossos ou dipolos grossos carregados no topo. [STUTZMAN 1981]

Segundo Hansen, os orifícios encontrados em antenas fractais como o tapete de Sierpinski e outros produzem ressonâncias de alta frequência, mas tais antenas não podem ser chamadas de banda larga, e sim antena de banda estreita múltipla. Além disso, ressaltou que essas múltiplas ressonâncias podem ser obtidas criando-se ranhuras na estrutura, as quais não necessitam seguir, necessariamente, a lógica fractal. Como um argumento adicional, Hansen afirmou que as antenas fractais

violam o princípio de radiação de banda larga, pois são alimentadas na estrutura grande e as correntes precisam percorrer a grande estrutura auto similar, sucessivamente após cada iteração; diferentemente das antenas de banda larga como a espiral ou corneta TEM, que são alimentadas na estrutura pequena, primeiramente, de modo que as correntes são transmitidas para as estruturas seguintes sem muita alteração, caso a primeira estrutura não entre em ressonância.

Em relação à supressão dos lóbulos laterais através do uso de geometria fractal, também várias críticas surgiram. Ressaltou-se que conjuntos fractais de Cantor resultam em lóbulos laterais mais altos do que muitos conjuntos com espaçamento não uniforme, de formato não fractal [HANSEN 2006].

Apesar das inúmeras críticas, a controvérsia em torno da eficiência ou não das antenas fractais está longe de ser solucionada em definitivo. E isso por vários motivos. Primeiro, porque o desenvolvimento matemático da geometria fractal precisa ser mais aprimorado para que conclusões mais precisas sejam tiradas; a própria formulação matemática de fenômenos eletromagnéticos envolvendo antenas não é tarefa das mais fáceis. Em segundo lugar, existem possibilidades infinitas de se gerar um fractal, conforme foi visto nas seções anteriores: é possível controlar o fator de expansão, a quantidade de iterações, a lógica de formação e mesmo o local da alimentação da estrutura radiante. As experiências realizadas acima utilizaram um número muito restrito de geometrias, e sob condições muito específicas, o que impossibilita uma generalização para todas as antenas fractais possíveis. Em terceiro lugar, o que se observou nas últimas décadas é um crescente interesse pelo estudo das antenas fractais, a despeito das críticas realizadas pelos pesquisadores acima mencionados. Embora este fato por si só não constitua uma fundamentação indiscutível sobre a eficácia das antenas fractais, tal interesse crescente é pelo menos um indicativo de que os argumentos dos críticos não foram aceitos (ou talvez não foram levados em conta).

De qualquer maneira, somente o tempo irá dizer se a utilização de antenas fractais é realmente algo inovador e promissor, ou se não passou de um puro modismo que atraiu e ainda atrai pesquisadores de todas as partes do mundo. Um dos objetivos deste trabalho é preencher mais um tijolo nesse edifício conceitual em construção.

5. PROCESSOS ESTOCÁSTICOS E ESTIMATIVA

5.1 INTRODUÇÃO

Por definição, toda mensagem transmitida é aleatória. Quanto maior o nível de incerteza, maior a quantidade de informação transmitida. Por serem imprevisíveis, os sinais transmitidos por uma fonte transmissora a outra fonte receptora devem ser analisados segundo a teoria dos processos estocásticos. Isto é, devem ser levadas em conta medidas de tendência central e de dispersão, assim como os tipos de distribuição, a teoria elementar da amostragem, estimativa e correlação, dentre outras [PAPOULIS 1984].

Por outro lado, um sinal proveniente de uma fonte pode percorrer múltiplos caminhos de propagação, o que implica a existência de múltiplos ângulos de chegada e múltiplos atrasos de fase. Por isso é necessário utilizar técnicas estatísticas com o intuito de estimar a direção de chegada de uma fonte e desta maneira melhorar a relação sinal/ruído da recepção, bem como para promover um melhor aproveitamento do espectro.

O objetivo deste capítulo é expor e comentar a teoria básica envolvendo processos estocásticos e estimativa, discorrendo sobre os principais métodos e princípios relatados na literatura e desenvolvidos por pesquisadores ao longo de várias décadas. Esse referencial teórico servirá como base para o entendimento das antenas inteligentes, cujos principais algoritmos se baseiam, justamente, na teoria da estimativa e de processos estocásticos. O não entendimento dos assuntos referidos neste capítulo é a principal causa das dificuldades encontradas pelos pesquisadores da área de antenas inteligentes.

A bibliografia utilizada é apresentada ao longo do capítulo.

5.2 CONCEITOS FUNDAMENTAIS

Um experimento aleatório é aquele cujo resultado varia de maneira não determinística, de modo que nenhum modelo de análise previamente utilizado seja capaz de fornecer a saída exata do sistema. As previsões podem ser feitas levando-se em conta apenas a probabilidade de ocorrência, e não um modelo matemático cujo resultado seja um valor preciso [LEON-GARCIA 2008]. O conjunto de todas as probabilidades de ocorrência de um experimento aleatório é chamado de espaço amostral. Um subconjunto do espaço amostral é chamado de evento [LATHI 1998].

Uma variável aleatória é uma função que atribui um número real a cada resultado do espaço amostral. Ou seja, a variável aleatória mapeia pontos amostrais em números reais. Os números podem ser discretos ou contínuos, dependendo do tipo de fenômeno modelado.

Para que um sistema seja previsível, é necessário que o fenômeno possua algum tipo de regularidade em seu comportamento. As variáveis aleatórias apresentam uma regularidade somente quando são analisadas dentro de um conjunto amplo de experimentação, de modo que os dados possam ser agrupados e a frequência de ocorrência de um evento possa ser mapeada e calculada. Então, as medidas de tendência central como a média, mediana e moda, assim como as medidas de dispersão dos dados como variância, desvio padrão ou curtose, produzirão resultados que se repetirão aproximadamente com a mesma precisão e previsibilidade, embora a variável continue sendo aleatória e, portanto, imprevisível. Esse tipo de regularidade é chamada de regularidade estatística.

A função que caracteriza uma variável aleatória é chamada de função densidade de probabilidade (PDF). Na prática, ela é encontrada experimentalmente a partir de uma amostra retirada do espaço amostral, e então, após o tratamento dos dados, é feita uma inferência para aproximar o fenômeno analisado a alguma função densidade de probabilidade já conhecida [BUSSAB 2010].

Se uma variável aleatória depender de outra variável aleatória, dizemos que existe entre elas algum tipo de correlação. Neste caso, é possível estimar o valor de uma delas conhecendo-se a outra. Na área de antenas e, em especial, de antenas inteligentes, o estudo da correlação entre sinais é de fundamental importância, bem como a caracterização do sinal e do ruído a partir de alguma PDF conhecida.

5.3 FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE

Matematicamente, a probabilidade de x assumir um intervalo de valores entre dois limites x_1 e x_2 é dada por:

$$P(x_1 \leq x \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} p(x) dx \quad (5.1)$$

A integração de uma PDF no intervalo $(-\infty, +\infty)$ será sempre 1.

Na área das telecomunicações existem várias PDFs importantes que ajudam a descrever as características relacionadas ao ruído do receptor, o sinal de chegada de múltiplos caminhos ou distribuição de fase, por exemplo. Uma revisão rápida dessas PDF's será útil para o entendimento de antenas inteligentes (GROSS 2005).

5.3.1 Gaussiana

Também chamada de função densidade normal, é a mais comum em telecomunicações. Ela define não apenas o comportamento do ruído nos receptores, mas a característica de multipercurso que resultam em amplitudes aleatórias.

A PDF gaussiana é definida de acordo com a equação 5.2.

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}} \quad (5.2)$$

sendo σ^2 a variância, ou 2º momento central. A curva tem o formato de um sino, e é simétrica em relação ao eixo vertical paralelo a $p(x)$ e que passa por x_0 . (Fig. 5.1).

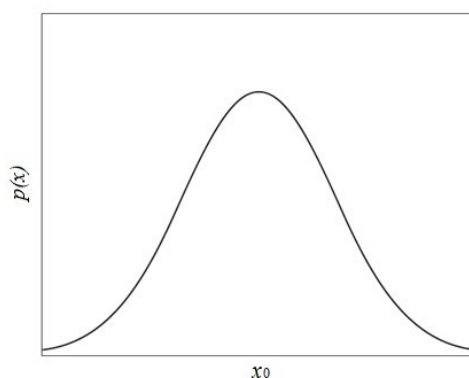


Figura 5.1 PDF gaussiana

5.3.2 Rayleigh

Dados dois processos aleatórios gaussianos independentes, com variáveis x e y , encontrando a PDF conjunta dessas duas variáveis, chegaremos à PDF de Rayleigh. Em termos práticos, esse tipo de distribuição ocorre quando se procura determinar o envelope de dois processos gaussianos independentes. Por exemplo, na saída de um filtro linear, cujas entradas sejam variáveis aleatórias com PDF gaussiana, cada uma.

A PDF de Rayleigh é definida como:

$$p(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (5.3)$$

O formato pode ser visualizado na figura 5.2.

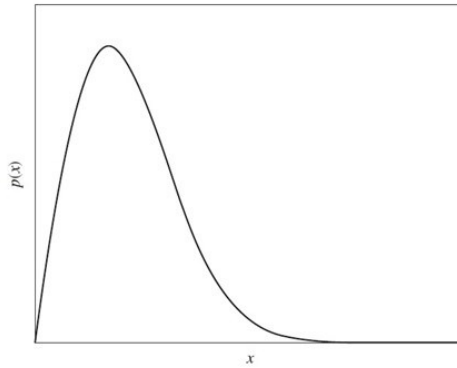


Figura 5.2 PDF de Rayleigh

5.3.3 Uniforme

Na propagação de sinais, a distribuição de fase aleatória tem a forma de uma distribuição uniforme. Além do atraso de fase ser uniformemente distribuído, também o ângulo de chegada de várias ondas propagadas assume essa característica.

A PDF uniforme é definida pela equação 5.4:

$$p(x) = \frac{1}{b-a} [u(x-a) - u(x-b)] \quad a \leq x \leq b \quad (5.4)$$

E o seu gráfico é mostrado na figura 5.3.

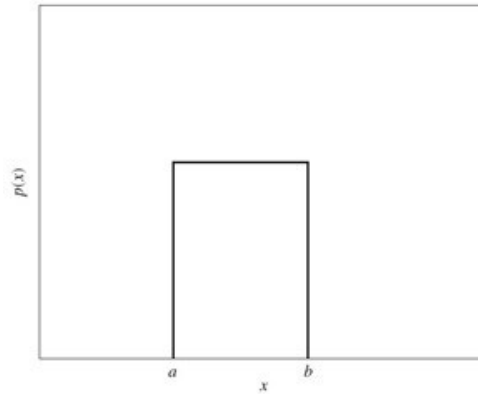


Figura 5.3 PDF uniforme

5.3.4 Exponencial

Os ângulos de chegada dos sinais recebidos por uma antena são descritos por meio da PDF exponencial. Ela é definida por

$$p(x) = \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{x}{\sigma}} \quad (5.5)$$

O gráfico da PDF exponencial é mostrado na figura 5.4.

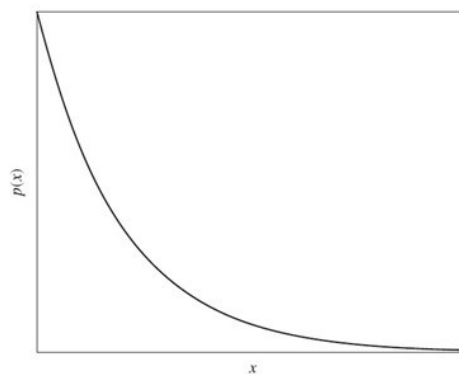


Figura 5.4 PDF exponencial

5.3.5 Riccia

Quando um sinal de visada direta é misturado a sinais de multipercurso, ocorre uma modificação na distribuição de Rayleigh. Neste caso, torna-se necessário utilizar uma distribuição mais adequada, como a PDF de Riccia.

A distribuição ricciana é definida pela equação 5.6:

$$p(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{(x^2 + A^2)}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{xA}{\sigma^2}\right) \quad x \geq 0, A \geq 0 \quad (5.6)$$

em que I_0 é a função de Bessel modificada de primeiro tipo e ordem zero.

O gráfico da PDF de Riccia é mostrado na figura 5.5.

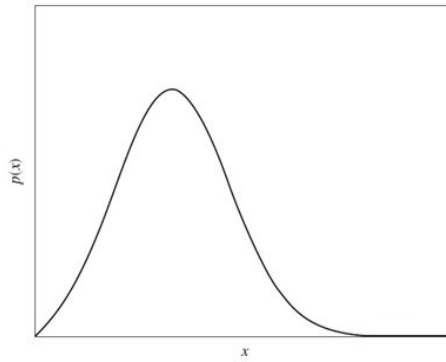


Figura 5.5 PDF de Riccia

5.3.6 Laplace

Os ângulos internos de chegada obedecem à distribuição de Laplace. Ela é simétrica em relação à origem, o que significa que o primeiro momento central é zero e o segundo é σ^2 .

A PDF de Laplace é definida por

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\sigma}} e^{-\left|\frac{\sqrt{2}x}{\sigma}\right|} \quad (5.7)$$

O gráfico é mostrado na figura 5.6.

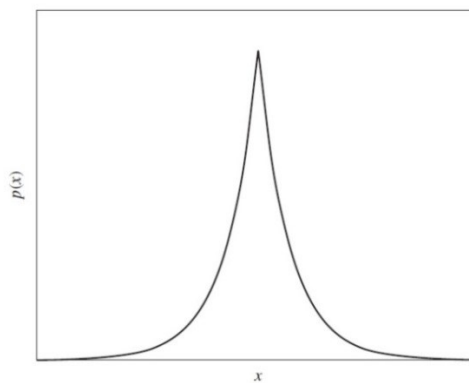


Figura 5.6 PDF de Laplace

5.4 VALOR ESPERADO E MOMENTOS

O valor esperado, ou esperança, de uma variável aleatória X com densidade contínua é definido por:

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)dx \quad (5.8)$$

O valor esperado de X é comumente chamado de primeiro momento da variável aleatória X . Para facilidade de notação, o valor esperado é indicado como m , \bar{x} ou μ , por exemplo.

O n -ésimo momento de uma variável aleatória X é definido como o valor esperado de x^n . Assim:

$$E[X^n] = \int_{-\infty}^{\infty} x^n p(x)dx \quad (5.9)$$

A equação 5.9 é mais genérica, e a partir dela é possível chegar a qualquer momento central: 1º, 2º, 3º, etc.

O n -ésimo momento central de uma variável aleatória X é dado por:

$$E[X - \bar{x}] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^n p(x)dx \quad (5.10)$$

A equação 5.10 indica o quanto os dados tendem a se dispersar em torno da média. Por isso é uma medida de dispersão [HASSLER 2016].

O segundo momento central é a própria variância, às vezes escrita como $VAR(X)$, σ_x^2 ou simplesmente σ^2 . Então, a variância pode ser expressa por:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 p(x)dx \quad (5.11)$$

A equação 5.11 pode ser desenvolvida como:

$$\sigma^2 = \overline{(x - \bar{x})^2} = \overline{x^2} - \overline{2x\bar{x}} + \bar{x}^2 = \overline{x^2} - 2\bar{x}^2 + \bar{x}^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 \quad (5.12)$$

5.5 CORRELAÇÃO

Quando uma variável aleatória X está relacionada a outra variável aleatória Y , dizemos que entre elas existe algum tipo de correlação. Por exemplo, existe uma correlação entre a intensidade de um sinal recebido propagado na atmosfera terrestre e a frequência deste sinal, devido ao desvanecimento; ou ainda, existe uma correlação entre a distância entre os repetidores regenerativos, num link de transmissão digital, e a taxa de erro de bits.

A correlação é mais bem caracterizada a partir do momento conjunto de duas variáveis aleatórias. Considere o jk -ésimo momento conjunto de duas variáveis aleatórias X e Y .

$$E[X^j Y^k] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x^j y^k p(x, y) dx dy \quad (5.13)$$

Em que $p(x, y)$ é a função densidade de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias X e Y .

Se $j = 1$ e $k = 1$, o momento $E[X, Y]$ é chamado de correlação da variável aleatória X com a variável aleatória Y . A correlação pode variar no intervalo de -1 (correlação negativa) a 1 (correlação positiva). Se a correlação for igual a zero, significa que as variáveis aleatórias X e Y são descorrelacionadas.

O jk -ésimo momento central das variáveis aleatórias X e Y é o momento central conjunto de X e Y .

$$E[(X - \bar{x})^j (Y - \bar{y})^k] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^j (y - \bar{y})^k p(x, y) dx dy \quad (5.14)$$

Se $j = 1$ e $k = 1$, o momento central conjunto $E[(X - \bar{x}), (Y - \bar{y})]$ é chamado de covariância da variável aleatória X com a variável aleatória Y .

Por vezes, é útil utilizar o coeficiente de correlação entre X e Y como:

$$\rho_{xy} = \frac{E[(X - \bar{x}), (Y - \bar{y})]}{E[X - \bar{x}]E[Y - \bar{y}]} \quad (5.15)$$

Quando o coeficiente de correlação é zero, isto é, quando as variáveis aleatórias X e Y estão descorrelacionadas, dizemos também que X e Y são ortogonais entre si. Num espaço vetorial de sinais, dois sinais são ortogonais entre si quando o produto interno entre eles, ou produto escalar, é igual a zero [LATHI 1998] [STEINBRUCH 1987].

$$\vec{x} \cdot \vec{y} = |\vec{x}| |\vec{y}| \cos \theta = 0 \quad (5.16)$$

Em que \vec{x} e \vec{y} são dois sinais quaisquer, e θ é ângulo entre eles. Como exemplo de sinais vetoriais ortogonais entre si temos os campos \vec{E} e \vec{H} expressos pelas equações 2.1, nas famosas equações de Maxwell. O rotacional presente nessas equações indica exatamente a existência de ortogonalidade entre os campos.

Os sinais x e y também variam no tempo, donde se torna mais conveniente expressá-los como função de t : $x(t)$ e $y(t)$. Em telecomunicações, a correlação entre dois sinais é indicada pela energia existente em cada um. Para estabelecermos uma correlação que não dependa da energia, é necessário normalizar em termos da energia de x e da energia de y . Desta maneira, a correlação entre dois sinais variantes no tempo é indicada por:

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{E_x E_y}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) y(t) dt \quad (5.17)$$

Além da correlação com outro sinal, é possível estabelecer a correlação de um sinal consigo mesmo. Sinais idênticos defasados no tempo terão uma correlação grande quando estiverem em sincronismo, o que é conseguido atrasando-se um deles em relação a outro.

Como exemplo, considere um sinal propagado pela antena transmissora e captado pelo conjunto de duas antenas receptoras, conforme ilustrado na figura 5.7. Além dos sinais que chegam através do caminho direto, existem sinais que percorrem múltiplos caminhos até alcançar a antena receptora, sendo refletidos por prédios, torres, montanhas e vários outros obstáculos possíveis [GROSS 2015]. Esses sinais provenientes do percurso indireto sofrerão um atraso temporal até alcançar a antena receptora.

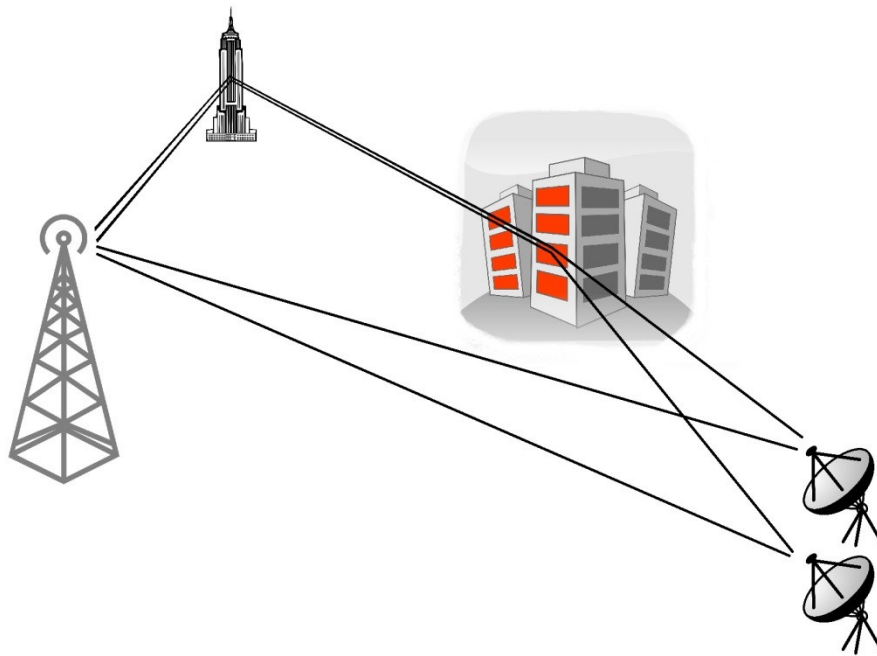


Figura 5.7 – Propagação direta e multipercurso de um sinal

Embora existam vários sinais multipercurso, considere apenas um tipo. Devido à interferência, haverá um desvanecimento do sinal captado pelo conjunto de antenas, pois os campos do sinal de percurso direto irão interagir com os campos do sinal multipercurso, deteriorando a relação sinal/ruído.

Uma maneira de melhorar a qualidade do sinal recebido é estabelecer a correlação entre os dois sinais (percurso direto e indireto). Isso é conseguido aplicando um defasador temporal em uma das antenas e depois realizando a correlação dos sinais. São feitas várias defasagens e calculadas várias correlações, para cada defasagem. O maior valor encontrado para a correlação indica o atraso de tempo que deve ser aplicado para se obter a melhor relação sinal/ruído. O processo pode se repetir iterativamente, de maneira dinâmica, para um monitoramento em tempo real.

A correlação de um sinal com ele mesmo defasado no tempo é denominada autocorrelação. Como os sinais são aleatórios, é mais conveniente definir a função autocorrelação em termos de variáveis aleatórias. Assim, a correlação de um sinal X com ele mesmo em instantes de tempo diferentes é dada pela equação 5.18.

$$R_X(t_1, t_2) = E[X(t_1)X(t_2)] \quad (5.18)$$

5.6 ERGODICIDADE E ESTACIONARIDADE

Para uma variável aleatória, podemos estimar a esperança utilizando um bloco de tempo T através de uma integral por esse período, e depois dividindo pelo mesmo tempo. No caso de um processo aleatório, é necessário considerar vários instantes de tempo. Como a variável aleatória está mudando com o tempo, espera-se que a estimativa também varie com o tempo.

Quando as estatísticas da VA não mudam com o tempo, o processo é dito *estacionário*. Se um aumento do bloco de tempo T forçar a estimativa da média de tempo a convergir para a média estatística, o processo é dito *ergódico*.

Para um processo estacionário, a equação 5.18 pode ser escrita como

$$R_x(\tau) = E[x(t)x(t + \tau)] \quad (5.19)$$

Na prática, a existência de um bloco ilimitado de dados é impossível. Então, devemos utilizar uma média de tempo, o que significa, utilizar um conjunto limitado de dados e, a partir destes, estimar a autocorrelação. Portanto, a autocorrelação estimada pode ser escrita como

$$\hat{R}_x(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t + \tau)dt \quad (5.20)$$

Para dados amostrados, a integral de convolução se transforma num somatório.

Forçando o valor de T , forçamos a estimativa de autocorrelação acima a convergir para a autocorrelação estatística, e então o processo se torna ergódico na autocorrelação. Por isso é chamada de autocorrelação ergódica. Então:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \hat{R}_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t + \tau)dt = R_x(\tau) \quad (5.21)$$

A transformada de Fourier da função autocorrelação é a densidade espectral de potência.

$$S_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau)e^{-j2\pi f\tau}d\tau \quad (5.22)$$

5.7 ESTIMATIVA

A estimativa é uma avaliação, cálculo ou juízo de grandezas, por meio da análise de valores prévios, a partir dos quais se realiza uma previsão sobre valores futuros. A estimativa é sempre uma possibilidade, e por isso é melhor analisada pela teoria das probabilidades.

Em estatística, é muito importante deduzir informações relativas a uma população a partir de amostras dela extraídas. Essas questões estão relacionadas à inferência estatística, que utiliza os princípios da teoria da amostragem. Por exemplo, estimar parâmetros (média, variância, etc.) da estatística amostral correspondente. Na teoria dos sinais, se torna frequentemente importante determinar um sinal a partir da informação de outro sinal ou outros sinais. Isso é possível através da correlação. Quando duas grandezas estão relacionadas, o conhecimento de uma fornece informação sobre a outra. Ou seja, é possível estimar o valor de um sinal a partir do valor de outro sinal correlacionado.

Existem maneiras de se representar um sinal a partir de um conjunto ortogonal de sinais, os quais formam uma base de construção. A forma mais conhecida, neste caso, é representar um sinal a partir de somas de séries de Fourier, ou outras séries.

Seja $s(t)$ uma função de valor real, continuamente variável no tempo t . Considere-se a existência de um ruído $v(t)$, que perturba a função original $s(t)$. Podemos gerar um sinal $z(t)$ a partir do sinal corrompido.

$$z(t) = g(s(t), v(t), t) \quad (5.23)$$

em que $g(\cdot)$ Representa a degradação que ocorre ao se gerar $z(t)$ a partir de $s(t)$. A presença de t no argumento de $g(\cdot)$ indica que esta função depende do tempo [KAMEN 1999].

Considere a figura 5. O sinal direto $s(t)$ é degradado pelos sinais multipercurso $v_1(t)$ e $v_2(t)$, e pelo sinal de interferência $v_3(t)$, os quais, somados, formam o ruído $v(t)$.

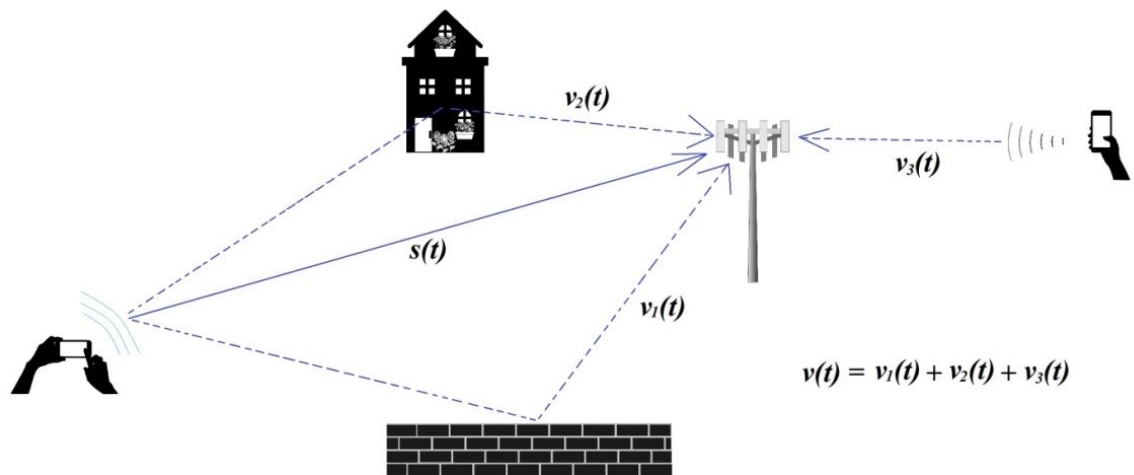


Figura 5.8 – Efeito de multipercurso de um sinal e ruído

Em muitas aplicações, como rastreamento de alvo e medidas de sinais bioelétricos, a medida $z(t) = g(s(t), v(t), t)$ pode ser expressa na forma sinal + ruído

$$z(t) = s(t) + v(t) \quad (5.24)$$

Neste caso, $z(t)$ será, simplesmente, a soma do sinal $s(t)$ com o ruído aditivo $v(t)$.

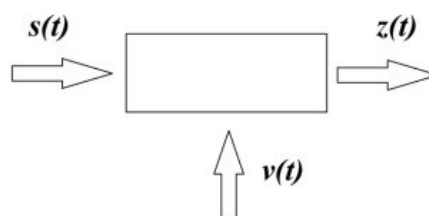


Figura 5.9 Esquema de sinal ruidoso adicionado ao sinal principal

Em outras aplicações, quando $z(t)$ for dado em termos de ruído multiplicativo, essa forma sinal + ruído não será válida.

A questão que se coloca para a estimativa, que é também um problema de filtragem, é reconstruir $s(t)$ a partir de $z(t)$.

O valor de $\hat{s}(t)$ estimado irá diferir, obviamente, do verdadeiro valor $s(t)$. Pode-se escolher vários critérios de qualidade para o processo de estimação. Dentre os

mais comuns, destaca-se o erro quadrático médio (ϵ). Neste caso, o valor estimado será otimizado quando o erro quadrático médio for mínimo.

$$\overline{\epsilon^2} = \overline{(s(t) - \hat{s}(t))^2} \quad (5.25)$$

Quando ϵ for mínimo, o valor estimado $\hat{s}(t)$ e o erro ϵ serão ortogonais.

Os sinais em telecomunicações são probabilísticos, o que significa que devem ser analisados como variáveis aleatórias. Se duas ou mais variáveis aleatórias estiverem relacionadas entre si, pode-se estimar o valor de uma a partir de uma combinação linear das outras.

Seja x_0 a variável aleatória a ser estimada, \hat{x}_0 o valor estimado, e as variáveis aleatórias x_1, x_2, \dots, x_n relacionadas a x_0 .

$$\hat{x}_0 = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n \quad (5.26)$$

Isso implica uma correlação entre todas essas variáveis. Onde há correlação, há uma covariância associada. Define-se a covariância entre a variável aleatória x_0 e a variável aleatória x_n como

$$\sigma_{x_0 x_n} = \overline{(x_0 - \bar{x}_0)(x_n - \bar{x}_n)} \quad (5.27)$$

em que \bar{x}_0 e \bar{x}_n são as médias, respectivamente, de x_0 e x_n .

Minimizando-se o erro quadrático médio (ϵ), encontramos as equações simultâneas em forma matricial.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \dots & R_{1n} \\ R_{21} & R_{22} & \dots & R_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{n1} & R_{n2} & \dots & R_{nn} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} R_{01} \\ R_{02} \\ \dots \\ R_{0n} \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

em que R_{11} é a correlação entre x_1 e ele mesmo, R_{12} é a correlação entre x_1 e x_2 , e assim sucessivamente.

5.8 MATRIZ DE CORRELAÇÃO DE CONJUNTO

Da mesma maneira como fizemos para a matriz de pesos e o vetor de direção, é conveniente utilizar uma matriz de correlação de um conjunto de antenas.

Considere um conjunto bidimensional $M \times M$. Uma onda plana incidente induz uma tensão aleatória em todos os elementos do conjunto, conforme a figura 5.10.

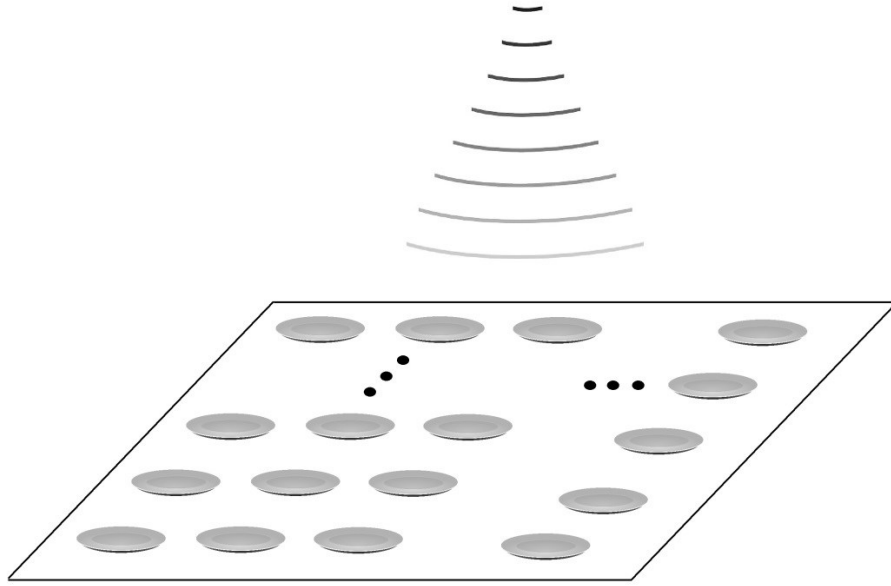


Figura 5.10 – Conjunto bidimensional iluminado por uma onda plana incidente

O sinal total recebido pode ser escrito como um vetor $x(t)$. Assim:

$$x(t) = \bar{a}(\theta) \cdot s(t) \quad (5.29)$$

Em que $s(t)$ é o sinal incidente e $\bar{a}(\theta)$ é o vetor de direção de conjunto $M \times M$ para um ângulo de chegada θ .

A matriz de correlação de conjunto se relaciona com o sinal $x(t)$ da seguinte maneira:

$$\bar{R}_{xx} = E[\bar{x} \cdot \bar{x}^H] \quad (5.30)$$

Em que o símbolo H indica a transposta hermitiana.

Aplicando a equação 5.29 na equação 5.30:

$$\bar{R}_{xx} = E[(\bar{a}s)(s * \bar{a}^H)] \quad (5.31)$$

O vetor de direção de conjunto pode ser colocado para fora da média. Então:

$$\bar{R}_{xx} = \bar{a}E[|s|^2]\bar{a}^H \quad (5.32)$$

Fazendo $E[|s|^2] = S$:

$$\bar{R}_{xx} = S\bar{a} \cdot \bar{a}^H \quad (5.33)$$

A equação 5.33 não leva em conta a autocorrelação, pois não há atraso no vetor \bar{x} . Ela calcula a média de todo o conjunto de ensemble. Para levar em conta sistemas realizáveis é necessário considerar um bloco limitado em tamanho no tempo [GROSS 2015]. Então, a matriz de correlação pode ser dada como:

$$\hat{R}_{xx} = \frac{1}{T} \int_0^T \bar{x}(t) \cdot \bar{x}(t)^H dt \quad (5.34)$$

Aplicando 5.33 em 5.34:

$$\hat{R}_{xx} = \frac{\bar{a} \cdot \bar{a}^H}{T} \int_0^T |s(t)|^2 dt \quad (5.35)$$

Aumentando o valor de T , forçamos a estimativa da matriz de correlação a convergir para a matriz de correlação estatística, conforme vimos anteriormente. Então o processo passa a ser considerado como ergódico nessa matriz de correlação. Isso permite que ela seja reescrita de forma semelhante à equação 5.21.

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \hat{R}_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \bar{x}(t) \cdot \bar{x}(t)^H dt = \bar{R}_{xx} \quad (5.36)$$

5.9 ESTIMATIVA ESPECTRAL

Boa parte dos problemas envolvendo processamento de sinal necessita realizar previamente uma estimativa espectral. Ela é capaz de fornecer informações sobre o número de sinais, seus parâmetros ou sua forma de onda, a partir de dados amostrados temporalmente ou espacialmente de um processo aleatório estacionário.

No processamento estatístico de sinais, um dos objetivos fundamentais é obter a distribuição de potência dos dados em função da frequência. Daí a ênfase dada anteriormente à função autocorrelação e à densidade espectral de potência, os dois pares de transformada de Fourier imprescindíveis no estudo em questão.

A estimativa espectral pode ser temporal ou espacial. A primeira é realizada a partir da análise de condições estatísticas temporais de acordo com uma sequência no tempo. A segunda é feita a partir da análise de amostras espaciais realizadas por sensores. Nos dois casos, se deseja obter informações sobre o conteúdo espectral do sinal, a quantidade de sinais, ruído, o tipo de dado e muitas outras. Muitos dos métodos utilizados na estimativa temporal são semelhantes aos da estimativa espacial; por exemplo, a determinação da densidade espectral de potência é semelhante nos dois casos.

Seja a função de autocovariância definida como a covariância de $X(t_1)$ e $X(t_2)$:

$$E[\{X(t_1) - \bar{x}(t_1)\}\{X(t_2) - \bar{x}(t_2)\}] \quad (5.37)$$

Como sabemos, num processo estacionário de sentido amplo a média do processo aleatório não depende do tempo e/ou do espaço. Sendo $t_2 - t_1 = \tau$, e utilizando o símbolo r para a autocovariância, segue que a equação 5.37 deve satisfazer à seguinte condição:

$$E[\{X(t_1) - \bar{x}(t_1)\}\{X(t_2) - \bar{x}(t_2)\}] = r(\tau) \quad (5.38)$$

O que significa que a autocovariância é função apenas da defasagem τ .

A seguir serão analisadas as principais técnicas de estimativa espectral temporal. Elas servirão de base para os algoritmos de direção de chegada (DOA) abordados no próximo capítulo, e que se baseiam na análise espectral espacial. Para maiores detalhes consultar [HAYKIN 2009] [JOHNSON 1993].

5.9.1 Estimativa Espectral Temporal

Os métodos de estimativa da PSD (densidade espectral de potência) são classificados em paramétricos e não paramétricos. O paramétrico é baseado em algum modelo matemático que serve como parâmetro, e então a PSD é expressa em termos desses parâmetros. O não paramétrico ocorre quando não há suposição específica sobre a sequência observada. A seguir serão considerados processos estacionários em sentido amplo para tempos discretos e espaços discretos, comparando as metodologias.

A) MÉTODOS PARAMÉTRICOS

O primeiro passo é estimar os parâmetros (ou modelos matemáticos) do processo, e depois calcular a PSD a partir desses parâmetros. As duas classes de modelos paramétricos principais são:

- processos que apresentam senóides com ruído
- processos com espectros racionais

Os processos que descrevem senóides com ruído são do tipo:

$$y[t] = \sum_{k=1}^K A_k e^{j\omega_k t} + \varepsilon[t] \quad (5.39)$$

em que A_k é a amplitude complexa da k -ésima senóide, ω_k é a frequência angular complexa da k -ésima senóide, K é o número de senóides e $\varepsilon[t]$ é o ruído aditivo com média zero e independente das senóides.

Os métodos utilizados para estimar a PSD do sinal consistem basicamente em estimar os parâmetros K , A_k e ω_k para $k=1, 2, \dots, K$ [STOICA 2004].

Pisarenko [PISARENKO 1973] propôs um método baseado num “pseudoespectro” dado por:

$$Pseudoespectro(\omega) = \frac{1}{|e^H(\omega)\xi_{K+1}|^2} \quad (5.40)$$

em que $e(\omega) = [1 \ e^{j\omega} \ e^{2j\omega} \ \dots \ e^{Kj\omega}]^T$ e ξ_{K+1} é o autovetor correspondente ao menor autovalor da matriz de correlação $(K + 1) \times (K + 1)$ dos dados.

Os processos com espectros racionais seguem o modelo da média móvel autoregressiva:

$$y[t] = - \sum_{k=1}^n a_k y[t - k] + \sum_{k=0}^m b_k u[t - k] \quad (5.41)$$

a_k são os parâmetros autoregressivos e b_k são os parâmetros de média móvel; m e n definem a ordem do processo e $u[t]$ é o ruído inerente, com média zero.

B) MÉTODOS NÃO PARAMÉTRICOS

Os principais métodos não paramétricos são o correlograma, o periodograma, o estimador de espectro de Blackman-Tukey, o método de Capon e o método multitaper.

Dado um processo aleatório estacionário de sentido amplo $y[t]$, não temos acesso a toda a estatística de ensemble, nem sabemos qual função amostral ocorrerá num determinado instante. Portanto, não temos acesso à densidade espectral de potência (PSD) do processo. Entretanto, é possível estimar a PSD a partir de amostras de $y[t]$; essas amostras são referidas como $y[t]$, e são chamadas de sequência de autocovariância do processo. Utilizamos o símbolo $r[k]$ para nos referir à autocovariância, a partir da equação 5.38, e o símbolo τ foi substituído por k por se tratar de valores discretos, sendo k o atraso de autocovariância. Então, a autocovariância estimada é escrita como $\hat{r}[k]$.

A partir de um conjunto finito de amostras de dados $y[t]$, com $t = 0, 1, \dots, T - 1$, obtemos a Transformada de Fourier de Tempo Discreto (DTFT), e então encontramos uma estimativa para a PSD. O termo T é o comprimento da sequência observada.

É importante deixar claro que os métodos apresentados constituem apenas uma aproximação para processos estacionários de sentido amplo. Dependendo da aplicação e do intervalo de tempo considerado, a eficiência pode variar bastante.

O *correlograma* é um método não paramétrico que contém duas formas padrões de calcular a estimativa de $r[k]$. A primeira utiliza fórmula

$$\hat{r}[k] = \frac{1}{T-k} \sum_{t=k}^{T-1} y[t]y^*[t-k], \quad k = 0, 1, \dots, T-1 \quad (5.42)$$

A segundo utiliza a fórmula

$$\hat{r}[k] = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} y[t]y^*[t-k] \quad k = 0, 1, \dots, T-1 \quad (5.43)$$

Em ambos os casos, após a obtenção de $\hat{r}[k]$, a PSD é encontrada como:

$$\hat{p}_c(\omega) = \sum_{k=-T+1}^{T-1} \hat{r}[k]e^{-j\omega k} \quad (5.44)$$

A estimativa na equação 5.44 é chamada de correlograma. A estimativa em 5.42 é considerada como não tendenciosa, enquanto a estimativa em 5.43 é vista como tendenciosa, embora seja mais utilizada do que a primeira [STOICA 2005].

O *periodograma* é um método que utiliza a estimativa em 5.43 e a partir dela obtém a seguinte equação:

$$\hat{p}_{prg}(\omega) = \frac{1}{T} \left| \sum_{t=0}^{T-1} y[t]e^{-j\omega t} \right|^2 \quad (5.45)$$

O periodograma é assintoticamente imparcial. Além disso, sua variância não tende para zero quanto $T \rightarrow \infty$, e isso quer dizer que o periodograma não é um estimador consistente.

O método do periodograma trata as estimativas de todas as autocovariâncias de forma igualitária, embora para estas haja uma maior precisão na estimativa quando possuem defasagens menores do que quando possuem defasagens maiores. Por isso, Blackman e Tukey propuseram uma função janela que associa um peso ao periodograma [BLACKMAN 1958].

A função janela é uma sequência real com as seguintes propriedades:

$$\begin{aligned}
 \text{Propriedade 1:} \quad & 0 \leq w[k] \leq w[0] = 1 \\
 \text{Propriedade 2:} \quad & w[-k] = w[k] \\
 \text{Propriedade 3:} \quad & w[k] = 0, \quad M < |k|, \quad M \leq T - 1
 \end{aligned} \tag{5.46}$$

Então, o novo espectro foi definido como:

$$\hat{p}_{bt} = \sum_{k=-T+1}^{T-1} w[k] \hat{r}[k] e^{-j\omega k} \tag{5.47}$$

Existem muitas outras opções de janela como a de Hanning, Hamming, Bartlett e Blackman. Adicionalmente, poderia ser utilizada uma janela fractal. Mas este é um assunto que foge do escopo deste trabalho.

O método Capon é baseado na estimativa da PSD a partir de um banco de filtros cujas larguras de banda sejam dependentes dos dados [CAPON 1969]. Utilizando a notação

$$h(\omega) = \frac{1}{T} e(\omega) \tag{5.48}$$

em que $e(\omega) = [1 \quad e^{j\omega} \quad e^{j2\omega} \quad \dots \quad e^{j(T-1)\omega}]^T$, o periodograma pode ser reescrito como:

$$\hat{p}_{prg}(\omega) = T |h^H(\omega) y|^2 \tag{5.49}$$

O objetivo deste método é estabelecer uma largura de banda estreita, e assumir que a PSD seja quase constante nesse intervalo. Para isto, Capon propõe um banco de filtros cujas larguras de banda sejam dependentes dos dados amostrados. Assim, se a resposta ao impulso do filtro centrado em ω_0 for $h(\omega_0)$, então a PSD ficará minimizada com a restrição $H(\omega_0)$, tornando-se:

$$\rho = \int_{-\pi}^{\pi} |H(\omega)|^2 p(\omega) d\omega \tag{5.50}$$

em que $H(\omega)$ é a DTFT de $h(\omega)$. Essa restrição resulta num filtro em torno de ω_0 sem distorção que minimize a potência total de saída. A solução para este filtro FIR (resposta ao impulso finita) é dada por:

$$h(\omega_0) = \frac{R^{-1}e(\omega_0)}{e^H(\omega_0)R^{-1}e(\omega_0)} \quad (5.51)$$

Finalmente, a estimativa da PSD é obtida da fórmula:

$$\hat{p}_{mv}(\omega) = \frac{T}{e^H(\omega)\hat{R}^{-1}e(\omega)} \quad (5.52)$$

em que \hat{R} é dada por:

$$\hat{R} = \begin{bmatrix} \hat{r}[0] & \hat{r}[1] & \dots & \hat{r}[T-1] \\ \hat{r}^*[1] & \hat{r}[0] & \dots & \hat{r}[T-2] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{r}^*[T-1] & \hat{r}^*[T-2] & \dots & \hat{r}[0] \end{bmatrix} \quad (5.53)$$

Por fim, o método multitaper, ou estimador multiwindow, é baseado também no uso de filtros, porém mais seletivos [THOMSON 1982]. A estimativa da PSD é dada por:

$$\hat{p}_{mw}(\omega) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \hat{p}_k(\omega) \quad (5.54)$$

em que

$$\hat{p}_k(\omega) = \frac{1}{\lambda_k} \left| \sum_{t=0}^{T-1} y[t]w_k[t]e^{-j\omega t} \right|^2 \quad (5.55)$$

sendo λ_k o k-ésimo maior autovalor da sequência de Slepian de C e w_k o autovetor correspondente a λ_k . A Matriz C possui T x T elementos definidos por

$$c_{mn} = \frac{\text{sen}(2\pi\eta(m-n))}{\pi(m-n)}, \quad m, n = 1, 2, \dots, T \quad (5.56)$$

sendo η a largura de banda do filtro.

6. ANTENAS INTELIGENTES

6.1 INTRODUÇÃO

Os princípios e métodos utilizados em antenas inteligentes (*smart antennas*) existem há mais de 50 anos, justamente por ser uma área interdisciplinar. Isto é, envolve tópicos que abrangem desde os conceitos básicos de eletromagnetismo, antenas e propagação, até processos estocásticos, processamento digital de sinais e estimativa espectral, dentre outros. Entretanto, foi somente com o desenvolvimento de algoritmos e hardwares computacionais que essa área passou a ganhar destaque, proporcionando um desempenho nunca antes alcançado na transmissão e recepção de sinais eletromagnéticos [RAPPAPORT 1998].

A ideia básica de uma antena inteligente é maximizar o sinal de interesse e minimizar o sinal que não é do interesse. Isso é conseguido mudando-se dinamicamente o diagrama de radiação de uma antena. Observe a figura 6.1. Ela mostra um ambiente real em que um sinal de interesse é misturado a sinais que não são de interesse.

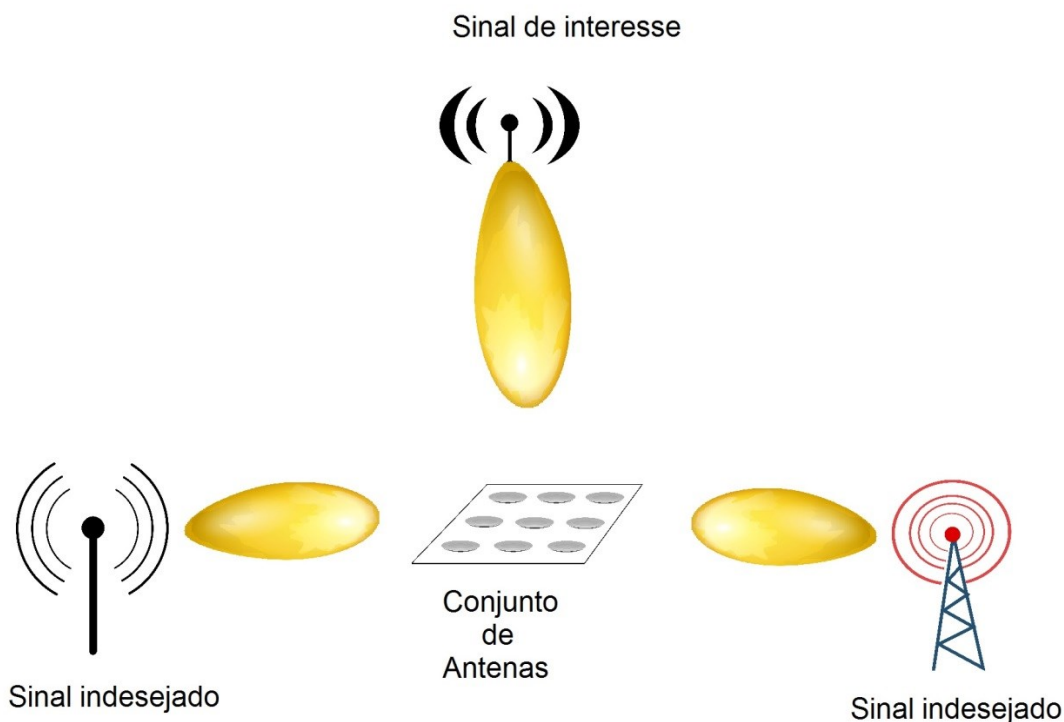


Figura 6.1 – Ambiente composto por um sinal de interesse e por sinais que não são de interesse.

Como as antenas possuem diagrama de radiação fixo, somente um conjunto de antenas é capaz de realizar tal feito, isto é, mudar o diagrama de radiação. Conforme foi visto no capítulo 3, a excitação e/ou a fase de cada elemento do conjunto pode alterar a direção e o aspecto do feixe, varrendo-o para qualquer direção de interesse, teoricamente. Antenas inteligentes mapeiam o espaço, através de amostras feitas em tempo real, e modificam o diagrama de radiação do conjunto para que o mesmo maximize a recepção na direção desejada [ROY 1998].

No passado, utilizava-se o sistema de feixe comutado, em que vários padrões de feixe eram fixados. Uma decisão era tomada em relação a qual feixe seria acessado, a partir de determinados requisitos que dependeriam das circunstâncias. Os valores de cada elemento do conjunto eram armazenados numa matriz de pesos, \bar{w} . Mudando-se a matriz, mudavam-se os pesos, e conseqüentemente, a direção do lóbulo principal (CHRYSSOMALLIS 2000).

Nesses sistemas, as fases de cada elemento eram deslocadas eletronicamente, através dos deslocadores de fase. Esse tipo de configuração, embora aumentasse a eficiência, ainda não conseguia atender ao requisito de seletividade, isto é, rejeitar sinais interferentes e direcionar o feixe para o sinal de interesse. No máximo, conseguia escolher o feixe que melhor se adaptasse ao usuário.

A figura 6.2 mostra um sistema de feixe comutado básico.

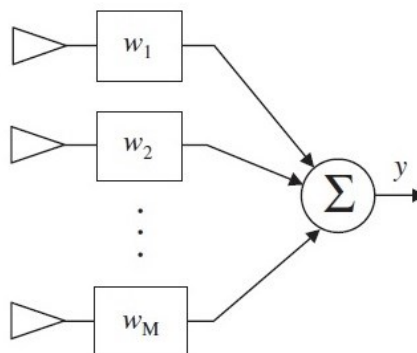


Figura 6.2 Sistema de feixe comutado

Observe que nesse sistema não há um *feedback*. Isto é, a matriz de pesos é fixa, escolhida a partir de vários conjuntos já prefixados.

A partir do momento em que as técnicas de processamento digital de sinais começaram a se disseminar, projetistas de antenas passaram a utilizá-las, reconhecendo sua versatilidade em ambientes de formação de feixe adaptativo. Nesses sistemas, um algoritmo é programado para atingir um requisito, e então o processo se repete recursivamente até atingir um erro mínimo [SAXENA 2014].

A figura 6.3 ilustra um sistema de formação de feixe adaptativo.

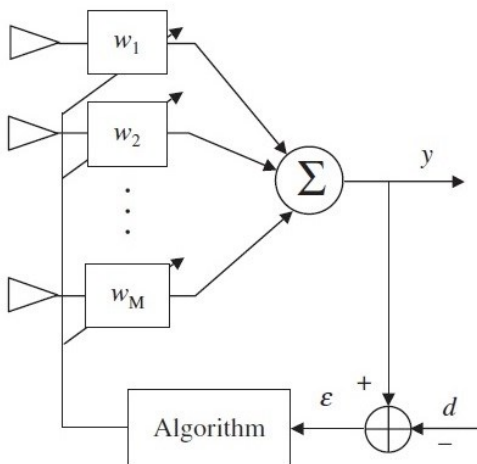


Figura 6.3 Sistema com formação de feixe adaptativo

Observe que nesse sistema os pesos são reajustados recursivamente, a partir de informações obtidas da saída. Ou seja, há um *feedback*. Os pesos são reajustados até que o erro (ϵ) seja mínimo.

Esses sistemas fornecem um maior grau de liberdade à antena, pois o diagrama de radiação pode ser adaptado, em tempo real, ao ambiente em que o sinal de RF está atuando.

Por ter o padrão de feixe moldado a partir de algoritmos que utilizam processamento digital de sinais, as antenas inteligentes também são chamadas de conjuntos formadores de feixe digital (*Digital Beamformed* - DBF). Isso implica a utilização de hardware computacional que controla o desempenho da antena a partir de algum requisito interno [BANERJEE 2018].

Antenas inteligentes prometem aprimorar sistemas de comunicação 5G, radares, wireless ou mesmo a transmissão de energia sem fio. Permitem a realização da mais arrojada forma de compartilhamento de recursos em telecomunicações: o Múltiplo Acesso por Divisão Espacial (Space Division Multiple Access - SDMA).

6.2 SDMA

Antenas que irradiam em direções indesejadas, ou em direções não utilizadas, representam um desperdício de recursos e um grande inconveniente. O ideal num processo de transmissão/recepção é que a mensagem seja direcionada exatamente para o receptor, e não possa atrapalhar e/ou ser captada por terceiros.

Tendo em vista esse propósito fundamental, projetistas têm trabalhado durante décadas no projeto de antenas que possam aproveitar melhor o espaço, sem que ele fique saturado de radiações eletromagnéticas. O resultado de todas as pesquisas levou à ideia de um compartilhamento do espaço por múltiplas fontes irradiadoras. Assim nasceu o SDMA (BALANIS, 2009).

A ideia por trás da tecnologia SDMA é localizar os usuários e dirigir um feixe dedicado para cada um deles. Desta maneira, um canal físico de comunicação poderá ser alocado a mais de um usuário, conforme é ilustrado na figura 6.4. Nela, estão representados três formadores de feixes independentes operando na transmissão base, cada um com uma cor. Cada formador de feixe possui o seu próprio algoritmo adaptativo de formação de feixe com seus próprios pesos. E cada formador de feixe controla um feixe específico para um determinado usuário. Esse algoritmo pode ser controlado via processos analógicos, mas é mais viável e eficiente utilizar-se processamento digital de sinais. Isso implica a conversão do sinal de analógico para digital.

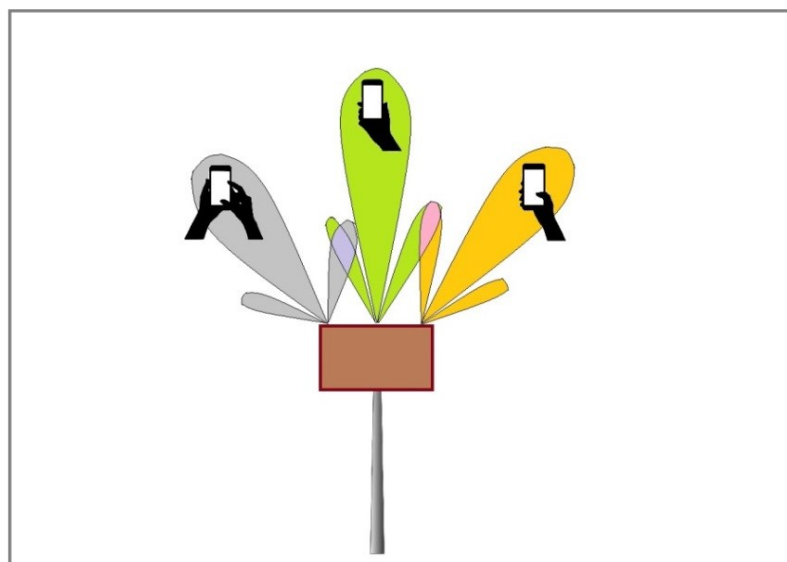


Figura 6.4 Conjunto de antenas SDMA

Cada formador de feixe procura, ao mesmo tempo, criar um máximo na direção do usuário desejado e um nulo (ou vários nulos) na direção dos usuários indesejados. Quando isso não é possível, procura-se atenuar o máximo na direção indesejada e reforçar o máximo na direção desejada.

A tecnologia SDMA melhora a eficiência do canal de maneira nunca antes vista com outras técnicas. Além de reduzir enormemente as interferências, aumenta o reuso de frequências, o que significa projetar sistemas de comunicações com maior capacidade de usuários, melhor transmissão e redução de custos, dentre outras vantagens [KOVALYOV 2004].

Antenas inteligentes tornam possível a utilização desses sistemas SDMA. Utilizando avançadas técnicas de processamento de sinal, são capazes de localizar e rastrear terminais móveis e sinais de transmissão, com direção adaptada aos usuários e longe de interferências. Isso porque as antenas inteligentes empregam algoritmos que utilizam matriz com pesos adaptáveis, de modo que, por um processo de realimentação, vai ajustando esses pesos até que aja a convergência segundo algum critério específico, por exemplo, o erro quadrático médio mínimo [STEYSKAL 1984].

Os principais algoritmos utilizados pela tecnologia SDMA se baseiam em técnicas de estimativa espectral espacial. No capítulo anterior, foram vistas algumas técnicas de estimativa espectral temporal, em que é realizada a amostragem no tempo de sinais, e então são realizadas estimativas a partir dessas informações. O múltiplo acesso por divisão no espaço realiza amostras espaciais realizadas pelos elementos do conjunto, e a partir desses dados realiza a estimativa espectral espacial.

O sistema SDMA permite que vários nós operem no mesmo intervalo de frequência ou no mesmo intervalo de tempo, utilizando-se da antena inteligente para separar os canais. Um sistema com M elementos é capaz de suportar M canais espaciais para cada canal convencional.

Os sistemas do futuro serão estruturados levando-se em conta os princípios SDMA. O crescimento vertiginoso da quantidade de usuários e o aumento crescente por links mais rápidos e confiáveis torna impossível conceber outro tipo de transmissão de ondas eletromagnéticas que não seja o compartilhamento do espaço, além dos já existentes compartilhamentos de frequência e tempo.

6.3 CANCELAMENTO DE LÓBULO LATERAL FIXO – SLC

Em 1965, Howells apresentou o conceito de um cancelador de lóbulo lateral fixo (SLC - *Side Lobe Cancellation*) [HOWELLS 1965]. O objetivo desta técnica é escolher os pesos do conjunto de modo que um nulo seja localizado na direção de interferência e o lóbulo principal máximo fique na direção de interesse.

O princípio do SLC é apresentado a seguir. Considere-se um conjunto com 3 elementos, conforme figura 6.5. Sobre ele incidem três sinais, na mesma frequência, sendo um deles desejado e dois deles interferentes.

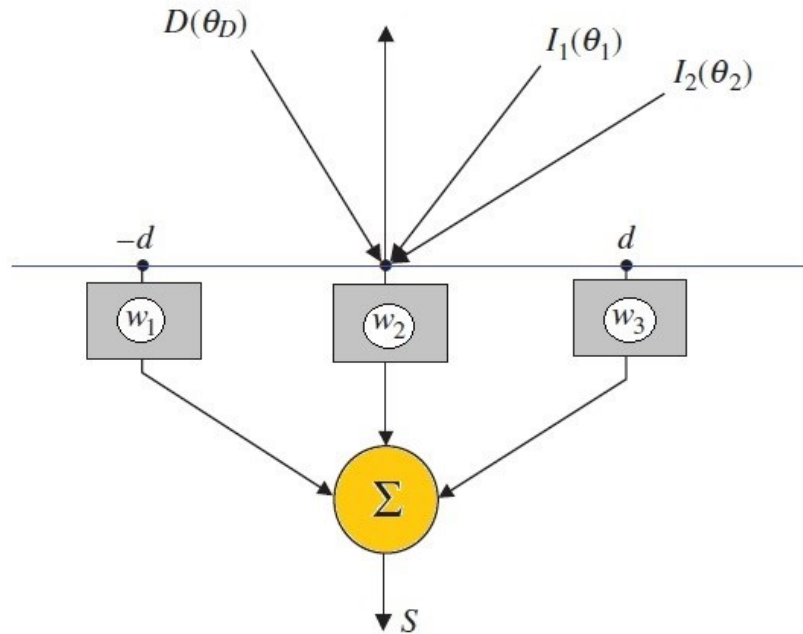


Figura 6.5 Sistema de cancelamento de lóbulo secundário

O vetor de conjunto é dado por

$$\bar{a}(\theta) = [e^{-jkdsen\theta} \quad 0 \quad e^{jkdsen\theta}]^T \quad (6.1)$$

Em que T é a transposição do vetor.

Os pesos do conjunto devem ser determinados, e são dados por

$$\bar{w}^T = [w_1 \quad w_2 \quad w_3] \quad (6.2)$$

A saída total do conjunto, a partir do somatório, é dada por

$$S = \bar{w}^T \cdot \bar{a} = w_1 e^{-jkdsen\theta} + w_2 + w_3 e^{jkdsen\theta} \quad (6.3)$$

A saída do conjunto referente ao sinal desejado é referida como S_D e a saída para os sinais interferentes é referida como por S_{I1} e S_{I2} . Se existem três pesos desconhecidos, necessitamos de três condições a serem satisfeitas, manifestadas através de três equações simultâneas.

$$\begin{aligned} S_D &= w_1 e^{-jkdsen\theta} + w_2 + w_3 e^{jkdsen\theta} = 1 \\ S_{I1} &= w_1 e^{-jkdsen\theta} + w_2 + w_3 e^{jkdsen\theta} = 0 \\ S_{I2} &= w_1 e^{-jkdsen\theta} + w_2 + w_3 e^{jkdsen\theta} = 0 \end{aligned} \quad (6.4)$$

O sinal desejado deve ser recebido sem modificação ou atenuação, portanto, está na condição $S_D = 1$. Os sinais indesejados devem ser totalmente rejeitados, então, estão na condição $S_{I1} = 0$ e $S_{I2} = 0$.

O sistema pode ser reescrito em forma matricial como

$$\begin{bmatrix} e^{-jkdsen\theta} & 1 & e^{jkdsen\theta} \\ e^{-jkdsen\theta} & 1 & e^{jkdsen\theta} \\ e^{-jkdsen\theta} & 1 & e^{jkdsen\theta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

Para este esquema, o número de nulos não pode exceder o número de elementos do conjunto.

Desde que foi proposto, em 1965, o SLC foi muito utilizado e aperfeiçoado. Uma dessas aplicações é encontrada na área de radares. Segundo Hong [HONG 2021], o sinal de interferência numa antena de radar geralmente atua de forma mais intensa através do lóbulo lateral, pois a largura do lóbulo lateral é mais larga, principalmente se comparada com a largura do lóbulo principal, que é estreita. Então, quando a intensidade do sinal interferente for suficientemente grande, a parte radiada que entra pelo lóbulo lateral pode ser maior do que a parcela que entra pelo lóbulo principal, sobrecarregando, desta maneira, o sinal do alvo.

Uma forma de minimizar o problema foi apresentada por Hong e a figura é mostrada no esquema abaixo.

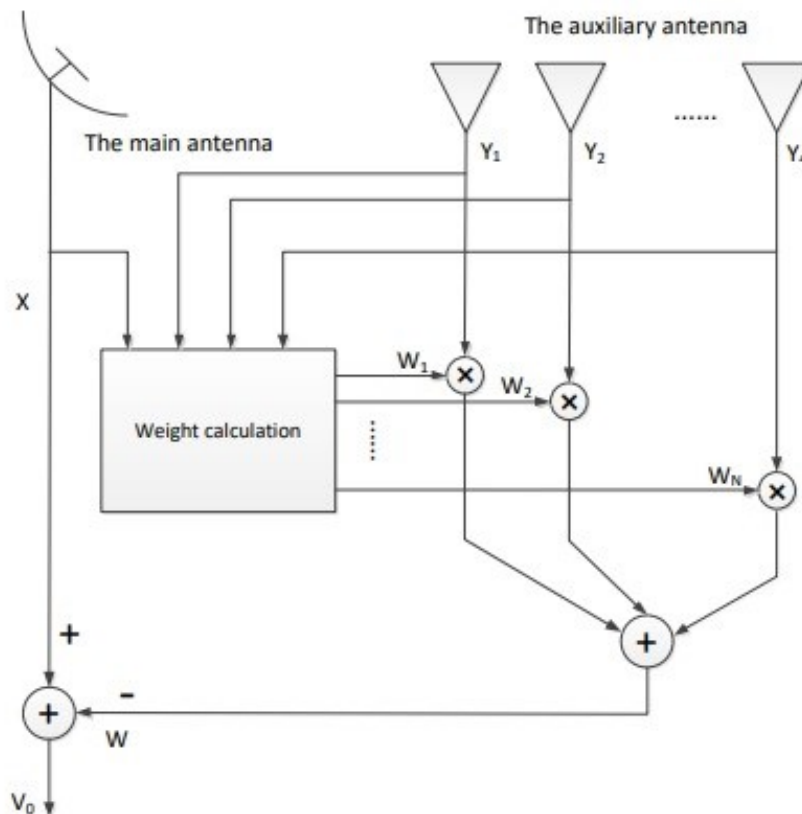


Figura 6.6 SLC em radar. Fonte: (HONG, 2021)

Uma antena auxiliar capta os sinais interferentes, tanto pelo lóbulos principal como pelo lóbulos lateral, e depois os envia para um processador adaptativo que, utilizando um algoritmo, calcula os pesos de modo a minimizar a potência total.

Outro aperfeiçoamento se deve a Komjani et. al. [KOMJANI 2006]. Os autores destacaram que se um sinal desejado tiver uma longa duração, comparado com o tempo de adaptação do SLC, os componentes do sinal podem ser cancelados. Para evitar que os sinais desejados sejam cancelados, propuseram um cancelamento de lóbulos lateral fixo modificado baseado num algoritmo que impõe uma restrição nula ao arranjo auxiliar na direção do sinal desejado, permitindo desta maneira que o uso do algoritmo adaptativo sem restrições.

As técnicas de cancelamento de lóbulos lateral fixo podem ser aplicadas conjuntamente com técnicas de detecção da direção de chegada. A importância dessas últimas é central em sistemas de antenas inteligentes.

6.4 TÉCNICAS PARA DETECÇÃO DA DIREÇÃO DE CHEGADA E FORMAÇÃO DINÂMICA DE FEIXE EM ANTENAS INTELIGENTES

Quando os sinais eletromagnéticos são captados pelos elementos de uma antena inteligente, um processador de sinais manipula esses dados e estima a direção de chegada de todos os sinais incidentes, ao mesmo tempo em que estima os pesos apropriados para orientar a máxima radiação da antena na direção de interesse e produzir nulos nas direções que não são de interesse.

A seguir são apresentados os princípios e técnicas para determinação do ângulo de chegada da onda plana uniforme e para a formação dinâmica de feixe em antenas inteligentes [GODARA 2004] [BALANIS, 2009] [GROSS 2015].

6.4.1 Determinação do Ângulo de Chegada

Antes de abordar as principais técnicas de determinação do ângulo de chegada, consideremos um exemplo simples para se ter uma ideia de como o ângulo de chegada da onda plana pode ser encontrado. [SHAN 1985].

Considere a figura 6.7.

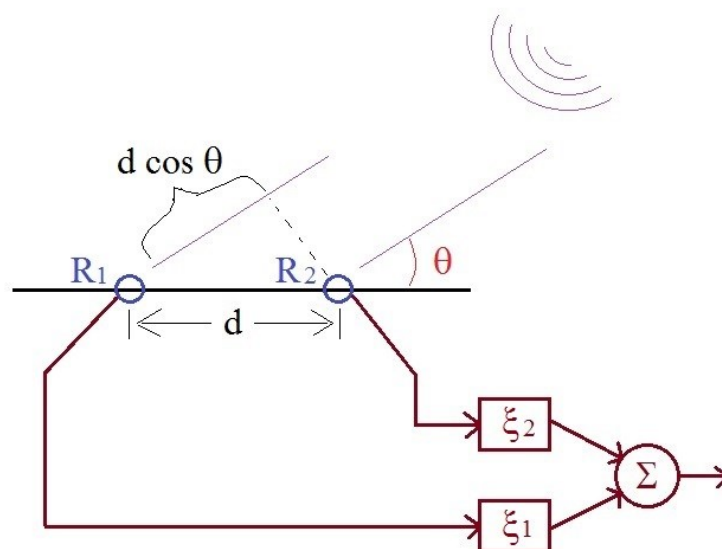


Figura 6.7 Conjunto com 2 elementos para determinação do ângulo de chegada

O conjunto é formado por dois elementos receptores, R_1 e R_2 , na horizontal, separados a uma distância d . O sinal incidente forma um ângulo θ com a linha horizontal que une os dois receptores. A existência desse ângulo faz com que o sinal que chega em R_1 sofra um atraso temporal, pois deve percorrer uma distância adicional de $d \cos \theta$. Se o ângulo θ fosse de 90° , então não haveria atraso nenhum. Intuitivamente, percebe-se que quanto menor for o ângulo, maior será o atraso em relação ao tempo.

O sinal que chega em R_1 é ligado a um peso ξ_1 , e o sinal que chega em R_2 ligado a outro peso ξ_2 . Esses pesos são capazes de controlar a fase de cada elemento receptor individual, antes de enviar o sinal para o somatório.

Sabemos que um atraso no tempo de um sinal significa um deslocamento na frequência. Isto é:

$$s(t - t_0) \Leftrightarrow S(\omega)e^{-j\omega t_0} \quad (6.6)$$

Um atraso no tempo do sinal $s(t)$ em t_0 segundos significa a adição de uma fase $e^{-j\omega t_0}$ a este sinal.

Se s_1 é o sinal que chega pelo receptor R_1 e s_2 é o sinal que chega em R_2 , t_0 é o atraso do sinal em R_1 , e considerando que a frequência do sinal incidente seja ω , o sinal total no somatório será de:

$$\Sigma = s_1 e^{-j\omega t} + s_2 \quad (6.7)$$

Para que a saída seja máxima, é necessário que os dois sinais estejam em fase. Para isso, atrasamos o sinal que vem por R_2 , através do peso ξ_2 . Se atrasarmos o sinal s_2 exatamente com a mesma fase de s_1 , teremos o valor máximo no somatório.

A priori, não sabemos o ângulo de incidência θ do sinal. Entretanto, se pudermos variar iterativamente o peso ξ_2 até que a saída do sistema seja máxima, poderemos determinar o ângulo de atraso necessário, e a partir dele, determinar o ângulo de atraso do sinal que vem por R_1 , já que eles devem ser idênticos (dos

sinais s_1 e s_2). Então, sabendo qual é o ângulo de incidência, determinamos a direção de chegada.

Uma maneira simples de realizar esse propósito é realimentar o sinal de saída com o peso e variar este segundo um critério de parada, que pode ser um erro estimado. O peso é variado iterativamente, e a cada nova iteração, o novo somatório é comparado ao anterior. Quando o erro entre o novo e o anterior forem mínimos, então a iteração se encerra e obtemos aproximadamente a direção de chegada do sinal.

Considere um conjunto contendo i elementos receptores, conforme figura 6.8.

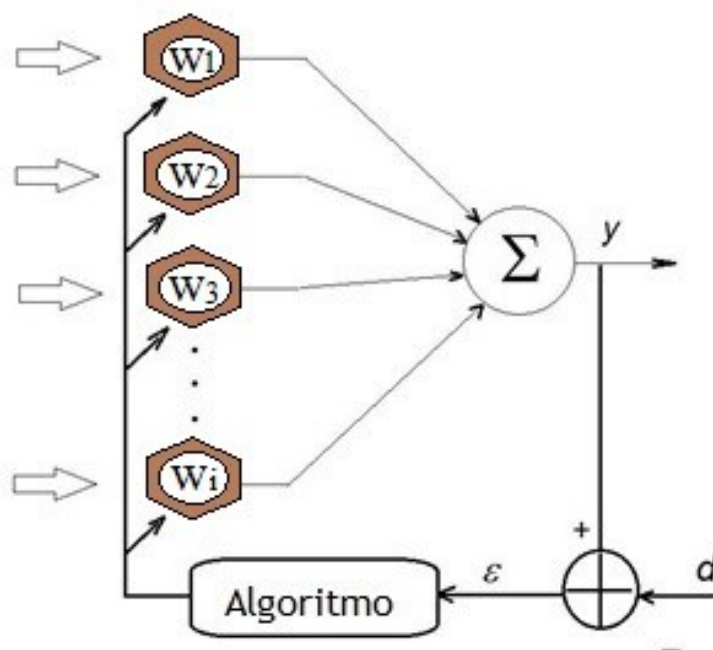


Figura 6.8 Conjunto com i elementos realimentados para determinação do ângulo de chegada

O sinal na saída do somatório, y , é realimentado e comparado com um sinal desejado, d . A partir daí é definido um erro quadrático médio, ε , e então, um algoritmo implementado por um processador digital de sinais incrementa os pesos w_1, w_2, \dots, w_i . Os novos pesos produzem uma nova saída, que é comparada novamente com o sinal desejado, e produz um novo erro quadrático médio, que incrementa novamente os pesos, e assim sucessivamente, até que o algoritmo venha a convergir, segundo algum critério de parada, por exemplo, o mínimo erro quadrático médio.

Podemos definir quatro diferentes métodos correspondentes às técnicas para determinação do ângulo de chegada (DOA – *Direction of Arrival*):

- Convencionais
- Baseados em Subespaço
- Máxima Verossimilhança
- Integrados

Os convencionais não exploram a estatística do sinal recebido. Cada sinal tem a sua direção de chegada determinada através dos picos do espectro de potência de saída, o qual é obtido varrendo-se o feixe em todas as direções. Os principais são o método de Fourier e o Capon. Os métodos de subespaço utilizam a estrutura de dados do sinal, e por isso produzem resultados melhores. Exemplos são o algoritmo MUSIC, que explora a matriz de covariância de entrada, e o ESPRIT, computacionalmente menos intenso e mais utilizado [ROY 1989]. O método da máxima probabilidade utiliza correlação e estatística de dados, mas são menos populares por serem computacionalmente mais intensas. Os métodos integrados utilizam método de restauração de propriedades com abordagem baseada em subespaço. Um exemplo é o algoritmo ISLP-CMA.

Essas técnicas citadas serão abordadas após realizarmos uma visão geral da estimativa de espectro espacial.

6.4.2 Estimativa Espectral Espacial

O objetivo da estimativa espectral espacial é determinar a distribuição da densidade espectral de potência (PSD) dos sinais em função do espaço, diferentemente da estimativa espectral temporal que procura a PSD do sinal ao longo da frequência. Para isso, são utilizados sensores e os dados são armazenados numa matriz. Para o caso em estudo, esses sensores são os elementos de um conjunto de antenas. Mas a técnica pode ser estendida para sensores acústicos, por exemplo, se o objeto de estudo for ondas sonoras.

Considere um conjunto formado por L elementos sensores separados a uma distância d um do outro, sobre o qual incide um sinal proveniente de uma onda plana, conforme a figura 6.9.

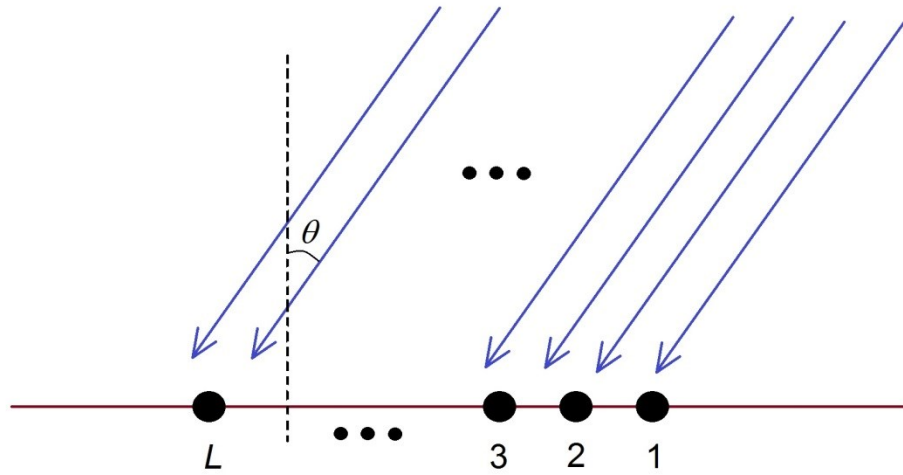


Figura 6.9 – Conjunto formado por sensores, sobre o qual incidem dois sinais.

O primeiro passo é realizar a amostragem espacial, através das medições realizadas pelos sensores, simultaneamente. As amostras serão armazenadas na matriz y_L , dada por [HAYKIN 2009]:

$$y_L[t] = s[t]e^{j\omega_c(t-\tau_L)} \quad (6.8)$$

em que $s[t]$ é um sinal complexo que modula a portadora e τ_L é o atraso do sinal recebido em relação a um instante de tempo de referência. A Frequência da portadora é ω_c .

Considera-se que as fontes são pontuais e estão afastadas o suficiente dos sensores para que a análise seja de campo distante. Para simplificar, o termo portador é removido da equação 6.8:

$$y_L[t] = s[t]e^{-j\omega_c\tau_L} \quad (6.9)$$

A partir de τ_L é possível encontrar direção de chegada (DOA) do sinal, pois este termo é o atraso do sinal recebido no L -ésimo sensor.

Como o conjunto possui L sensores, os sinais recebidos no instante t podem ser organizados como um vetor de amostras instantâneas definido por:

$$\bar{y}[t] = [y_1[t]y_2[t] \dots y_L[t]]^T \quad (6.10)$$

em que

$$\bar{y}[t] = \bar{a}(\tau)\bar{s}[t] \quad (6.11)$$

e

$$\bar{a}(\tau) = [e^{-j\omega_c\tau_1} \quad e^{-j\omega_c\tau_2} \quad \dots \quad e^{-j\omega_c\tau_L}]^T \quad (6.12)$$

O vetor $\bar{\tau}$ é dado por:

$$\bar{\tau} = [\tau_1 \quad \tau_2 \quad \dots \quad \tau_L]^T \quad (6.13)$$

O tempo de chegada do sinal no primeiro receptor é tomado como referência. Então, a equação 6.12 é reescrita como:

$$\bar{a}(\tau) = [1 \quad e^{-j\omega_c\tau_1} \quad \dots \quad e^{-j\omega_c\tau_{(L-1)}}]^T \quad (6.14)$$

Como pode ser visto na figura 6.9, o ângulo de chegada θ é aquele entre a direção de propagação e a linha normal à de localização do sensor. Por meio de manipulações trigonométricas simples, é possível deduzir que

$$\tau_L = \frac{d(L-1)}{c} \sin \theta \quad (6.15)$$

em que c é a velocidade de propagação da onda. A partir de 6.15, a equação 6.14 pode ser reescrita como:

$$\bar{a}(\theta) = \left[1 \quad e^{-j\omega_c\left(\frac{d \sin \theta}{c}\right)} \quad \dots \quad e^{-j(L-1)\omega_c\left(\frac{d \sin \theta}{c}\right)} \right]^T \quad (6.16)$$

Este vetor expresso na equação 6.16 é semelhante ao visto na seção 3.5, equação 3.48: o vetor de conjunto ou também chamado vetor de direção. Para que a

comparação fique mais clara, fazemos $\frac{\omega_c d \sin \theta}{c}$ igual a ω_s . Esse termo é entendido fisicamente como a frequência espacial. Então, a equação 6.16 se torna:

$$\bar{a}(\theta) = [1 \quad e^{-j\omega_s} \quad e^{-j2\omega_s} \quad \dots \quad e^{-j(L-1)\omega_s}]^T \quad (6.17)$$

Isso nos permite reescrever a equação 6.11:

$$\bar{y}[t] = \bar{a}(\theta)\bar{s}[\theta] + \bar{\varepsilon}[t] \quad (6.18)$$

O vetor de ruído aditivo $\bar{\varepsilon}[t]$ foi adicionado para incluir o ruído real e os erros devidos à imprecisão do modelo.

Podemos generalizar para um conjunto plano com $L \times K$ elementos, conforme ilustrado na figura 6.10.

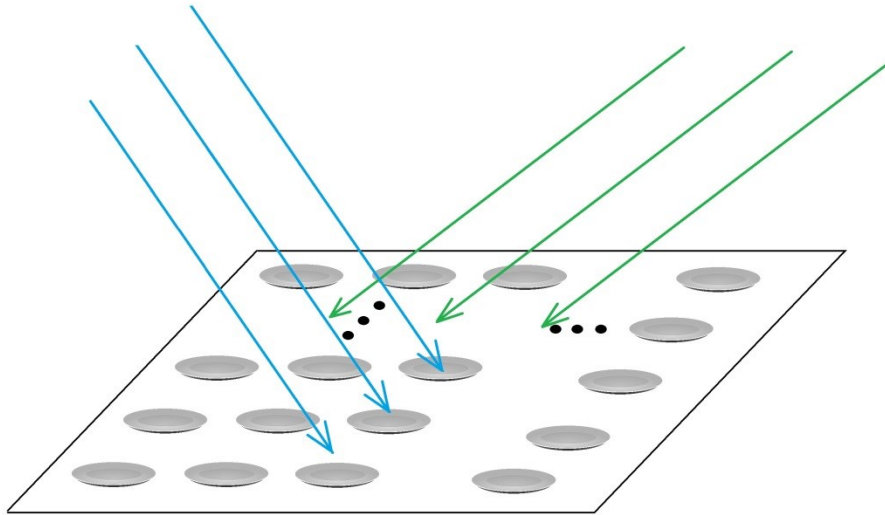


Figura 6.10 – Conjunto plano formado por $L \times K$ elementos

A equação 6.18 se torna:

$$\bar{y}[t] = \bar{A}(\theta)\bar{s}[\theta] + \bar{\varepsilon}[t] \quad (6.19)$$

Nessa equação, $\bar{y}[t]$ e $\bar{\varepsilon}[t]$ são vetores $L \times 1$, e $\bar{A}(\theta)$ é uma matriz $L \times K$ cujas colunas são o vetor de conjunto (ou vetor de direção), $\bar{a}(\theta)$, do conjunto acima

considerado, isto é, $\bar{A}(\theta) = [\bar{a}(\theta_1) \quad \bar{a}(\theta_2) \quad \dots \quad \bar{a}(\theta_K)]$. O vetor θ é o vetor de direção de chegada, com $\bar{\theta} = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \dots \quad \theta_K]^T$. O vetor de sinais é dado por $\bar{s}[t]$, de modo que $\bar{s}[t] = [s_1[t] \quad s_2[t] \quad \dots \quad s_K[t]]^T$, em que $s_1[t]$ é o sinal da primeira fonte, $s_2[t]$ é o sinal da segunda fonte, e assim sucessivamente.

Em relação ao ruído, assume-se que é do tipo branco com matriz de covariância dada por:

$$\bar{C}_\varepsilon = E[\varepsilon[t]\varepsilon^H[t]] \quad (6.20)$$

Para o sinal, considera-se que tenha média zero. Sua matriz de covariância é dada por:

$$\bar{C}_s = E[\bar{s}[t]\bar{s}^H[t]] \quad (6.21)$$

Em suma, como já foi dito, o objetivo geral da estimativa espectral espacial é obter a densidade espectral de potência em função do espaço, a partir da matriz de elementos sensores. O objetivo específico é estimar a direção de chegada dos sinais e possivelmente o número de sinais de impacto.

A estimativa espectral espacial também é dividida em métodos não paramétricos e paramétricos. Os principais métodos não paramétricos são:

- Estimativa Bartlett
- Estimativa de Capon.

Adicionalmente, pode-se incluir também o método multitaper, de forma semelhante como foi feito na estimativa espectral temporal.

Já os métodos paramétricos podem ser divididos em

- Método dos Mínimos Quadrados para Modelo Determinístico de Sinais
- Método Estocástico de Máxima Verossimilhança
- Método de ajuste de subespaço
- MUSIC
- ESPRIT

6.4.2.1 Métodos Não Paramétricos

A) Estimativa Bartlett

O método da formação de feixe clássico combina os sinais recebidos nos sensores através de pesos que permitem a passagem de um determinado sinal numa certa direção e suprimem os sinais de outras direções. O processo é repetido iterativamente, uma direção de cada vez, e então a potência é calculada.

A estimativa da PSD é dada por:

$$\hat{p}_b(\theta) = \frac{1}{L} \bar{a}^H(\theta) \bar{R}_{xx} \bar{a}(\theta) \quad (6.22)$$

A matriz de correlação de conjunto (\bar{R}_{xx}) foi vista na seção 5.8.

O método possui as mesmas limitações de resolução que o periodograma temporal [GROSS 2015] [BARLETT 1961].

B) Estimativa de Capon

Na estimativa de Bartlett a otimização é realizada para o caso de existir somente um sinal de impacto. Entretanto, nem sempre isso ocorre. Então, uma alternativa é utilizar as propriedades dos sinais de entrada e definir um banco de filtros dependentes dos dados, e que são otimizados para minimizar as respostas dos filtros fora da largura de banda de interesse [CAPON 1969].

A expressão para a PSD é dada por:

$$\hat{p}_{mv} = \frac{1}{\bar{a}^H(\theta) \bar{R}_{xx}^{-1} \bar{a}(\theta)} \quad (6.23)$$

A estimativa Capon tem resolução maior que a de Bartlett, mas se as fontes possuírem uma correlação alta, a resolução da estimativa Capon pode ser pior.

C) Método Multitaper

O método multitaper para estimativa espectral espacial é semelhante ao da estimativa espectral temporal descrito na seção 5.9.1, com a diferença que, agora, é necessário modificar os vetores de direção \bar{a}^H , através de funções de janela.

A PSD é dada por:

$$\hat{p}_{MW} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \hat{p}_k(\theta) \quad (6.24)$$

Em que os termos do somatório são definidos como

$$\hat{p}_k(\theta) = \frac{1}{T\lambda_k} \sum_{t=0}^{T-1} \frac{|\tilde{a}_k(\theta)^H \bar{y}[t]|^2}{L} \quad (6.25)$$

Sendo $\tilde{a}_k(\theta)$ formada pela multiplicação elemento a elemento de w_k com $\bar{a}(\theta)$. w_k é a k -ésima janela definida pelo autovetor correspondente ao k -ésimo maior autovalor λ_k da matriz $L \times L$ com elementos dados por (5.56) [HAYKIN 2009].

6.4.2.2 Métodos Paramétricos

Se a maior parte dos sinais que chegam aos elementos do conjunto de antenas possuir correlação, então são chamados de coerentes. Situações desse tipo ocorrem quando um sinal é uma réplica atrasada e escalonada de outro sinal. Por exemplo, em propagações multipercurso que sofrem reflexão em obstáculos. Neste caso, os métodos paramétricos são mais eficientes.

Conforme já vimos, os métodos paramétricos são baseados em modelos matemáticos que servem como parâmetro, assumindo-se que a densidade espectral de potência pode ser expressa de acordo com esses modelos. Então, da mesma maneira como foi feito na seção 5.9.1 para a estimativa espectral temporal, os parâmetros do processo são estimados e depois a densidade espectral de potência é calculada a partir desses parâmetros [HAYKIN 2009].

A) Método dos Mínimos Quadrados para Modelo Determinístico de Sinais

Considere sinais desconhecidos e determinísticos. O critério dos mínimos quadrados é obtido de:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \left\{ \sum_{t=0}^{T-1} |\bar{y}[t] - \bar{A}\bar{s}[t]|^2 \right\} \quad (6.26)$$

em que \arg é o argumento mínimo de θ . O vetor $\bar{s}[t]$ é linear, enquanto o vetor $\bar{\theta}$ é do tipo não linear.

Dado $\bar{\theta}$, a minimização em relação a $\bar{s}[t]$ resulta:

$$\bar{s}[t] = (\bar{A}^H \bar{A})^{-1} \bar{A}^H \bar{y}[t] \quad (6.27)$$

Substituindo 6.27 em 6.26:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \left\{ \sum_{t=0}^{T-1} \bar{y}^H[t] \bar{P}^{\perp} \bar{y}[t] \right\} \quad (6.28)$$

Sendo \bar{P}^{\perp} uma matriz de projeção definida por

$$\bar{P}^{\perp} = \bar{I} - \bar{A}(\bar{A}^H \bar{A})^{-1} \bar{A}^H = \bar{I} - \bar{P} \quad (6.29)$$

em que \bar{I} é a matriz identidade. A matriz de projeção \bar{P}^{\perp} projeta $\bar{y}[t]$ no subespaço de ruído, que é o subespaço ortogonal ao subespaço de sinal gerado pelas colunas de \bar{A} . A matriz \bar{P} também é uma matriz de projeção, definida como:

$$\bar{P} = \bar{A}(\bar{A}^H \bar{A})^{-1} \bar{A}^H \quad (6.30)$$

A matriz \bar{P} projeta $\bar{y}[t]$ no subespaço do sinal. A equação 6.28 se torna:

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \{ \text{tr}(\bar{P} \hat{R}_{xx}) \} \quad (6.31)$$

Sendo tr o traço da matriz, isto é, a soma de todos os elementos da diagonal principal.

Como a maximização da equação 6.31 é do tipo não linear, o valor de $\hat{\theta}$ é encontrado por meio de técnicas numéricas ou computacionais. Este método fornece uma boa estimativa da direção de chegada mesmo se a suposição inicial sobre o ruído branco não estiver correta [HAYKIN 2009].

B) Método da Máxima Verossimilhança

Se assumirmos que os vetores de ruído são independentes e identicamente distribuídos, então a equação 6.31 irá produzir uma solução de máxima verossimilhança. Ou ainda, se os sinais forem do tipo estocásticos, gaussianos com média zero e independentes do ruído, então os dados de $\bar{y}[t]$ também serão do tipo gaussianos com média zero, e a matriz de correlação será dada por:

$$\bar{R}_{xx} = \bar{A}\bar{R}_{ss}\bar{A}^H + \sigma_\varepsilon^2\bar{I} \quad (6.32)$$

em que \bar{R}_{ss} é a matriz de correlação do sinal $\bar{s}[t]$. A estimativa da direção de chegada é obtida de:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \{ \log |\bar{A}\hat{S}\bar{A}^H + \sigma_\varepsilon^2(\theta)\bar{I}| \} \quad (6.33)$$

C) Método de Ajuste de Subespaço

Dada a matriz de correlação \bar{R}_{xx} , ela pode ser escrita como:

$$\bar{R}_{xx} = \bar{E}_s\bar{\Lambda}_s\bar{E}_s^H + \bar{E}_\varepsilon\bar{\Lambda}_\varepsilon\bar{E}_\varepsilon^H \quad (6.34)$$

Em que: \bar{E}_s é uma matriz $L \times K$ cujas colunas são os autovetores correspondentes aos K maiores autovalores, $\bar{\Lambda}_s$ é uma matriz diagonal $K \times K$ cujos elementos diagonais são os K maiores autovalores, \bar{E}_ε é uma matriz $L \times (L - K)$ cujas colunas são os autovetores correspondentes aos menores $L - K$ autovalores e $\bar{\Lambda}_\varepsilon$ é uma matriz diagonal $(L - K) \times (L - K)$ cujos elementos diagonais são os $L - K$ menores autovalores.

A estimativa do ângulo de chegada é dada por [OTTERSTEN 1993]:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \text{tr} \left(P^\perp \hat{E}_s \left((\hat{E}_s - \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \bar{I}) \hat{E}_s^{-1} \right) \hat{E}_s^H \right) \quad (6.35)$$

D) MUSIC

Este algoritmo é uma sigla de *Multiple Signal Classification*. Também é um método baseado em subespaço e é muito popular por fornecer estimativas imparciais do número de sinais, ângulos de chegada e intensidades das formas de onda [GROSS 2015] [HAYKIN 2009].

Para a implementação do MUSIC, primeiramente encontramos a matriz de correlação de conjunto, assumindo que o ruído em cada canal não está correlacionado (ou seja, a matriz de correlação de ruído será do tipo diagonal). Depois, encontramos os autovalores e os autovetores da matriz de correlação estimada, construindo \hat{E}_ε . Por fim, calculamos o ângulo de chegada a partir dos locais de pico do pseudoespectro:

$$\hat{p}_{mu}(\theta) = \frac{1}{|\bar{a}(\theta)^H \hat{E}_\varepsilon \hat{E}_\varepsilon^H \bar{a}(\theta)|} \quad (6.36)$$

E) ESPRIT

O método ESPRIT (*Estimate of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques*) é também baseado em subespaço, baseando-se na decomposição espectral da matriz de correlação e a partir daí obtendo os subespaços de sinal e ruído. Com isso, o método explora a invariância rotacional no subespaço de sinal, o qual é criado por dois conjuntos com uma estrutura de invariância translacional.

A implementação do ESPRIT é feita encontrando-se também a matriz de correlação, encontrando-se os autovalores e autovetores, decompomos o autovalor da matriz \bar{E}_c formada pelos subespaços de sinal, dividimos \bar{E}_c em quatro submatrizes, estimamos o operador de rotação, calculamos os autovalores e por fim estimamos os ângulos de chegada.

Os detalhes do método ESPRIT fogem do objetivo deste trabalho, mas podem ser analisador em [ROY 1989] [LIBERTI 1999] [KRIM 1996].

6.4.3 Formação Dinâmica de Feixe

A formação de feixe em tempo real, ou formação adaptativa de feixe, não necessita da informação sobre o ângulo de chegada. Esta técnica baseia-se num sinal de referência, ou sinal de treinamento, para ajustar as magnitudes e as fases de cada peso, resultando no atraso temporal necessário que esteja em perfeita sincronia com os atrasos dos sinais recebidos.

A formação dinâmica de feixe em antenas transmissoras permite que a energia irradiada seja menor, pois provê uma maior diretividade e, conseqüentemente, maior ganho. Isso reduz consideravelmente a exposição dos usuários à radiação eletromagnética. Se os aparelhos celulares utilizarem também um conjunto de antenas inteligentes na recepção e transmissão, então a exposição se torna ainda menor. Além disso, a formação adaptativa de feixe é capaz de minimizar a interferência co-canal entre estações base setorizadas, na telefonia celular, o que torna as antenas inteligentes ideais em ambientes onde muitos usuários necessitem falar ao mesmo tempo.

Os algoritmos utilizados em antenas inteligentes são desenvolvidos a partir da teoria da estimação, que têm como base a área de processos estocásticos. Se duas variáveis aleatórias estão correlacionadas, a informação sobre uma fornece informação sobre a outra, isto é, pode-se estimar o valor de uma a partir do conhecimento de alguns parâmetros da outra, tais como esperança, variância, etc.

Como foi visto na seção 5.5, a covariância de duas variáveis aleatórias é definida pela equação

$$COV(X, Y) = E[(X - E[X])(Y - E[Y])] \quad (6.37)$$

Em que X , Y são variáveis aleatórias correlacionadas, e $E[.]$ é a esperança ou média da variável aleatória.

Também foi visto na seção 5.5 que o coeficiente de correlação é dado por

$$\rho_{X,Y} = \frac{COV(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (6.38)$$

Em que σ_X e σ_Y são o desvio padrão das variáveis aleatórias X e Y , respectivamente. Se $\rho_{X,Y}$ for igual a 1, significa máxima correlação entre X e Y ; se for igual a 0, significa que X e Y são descorrelacionadas, conforme vimos no capítulo 5.

Sejam t_1 e t_2 processos estocásticos. Vimos também que a função autocorrelação é definida pela equação

$$R_X(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xyp_{X(t_1), X(t_2)}(x, y) dx dy \quad (6.39)$$

Sendo $p_{X(t_1), X(t_2)}$ a função densidade de probabilidade do processo X nos instantes t_1 e t_2 .

O algoritmo LMS (Least Mean Square) usa uma sequência de treinamento para ajustar os pesos de uma matriz w (matriz de pesos ótimos). Em cada nova iteração, uma matriz de função de custo é aproximada do oposto de um vetor gradiente, o erro é calculado a partir da minimização dessa função de custo, e então a matriz de pesos ótimos é aproximada de uma solução desejada, sucessivamente.

O erro é dado pela equação

$$\varepsilon = d_k - \bar{w}^H x_i \quad (6.40)$$

Em que d_k é o sinal desejado, x_i é o i -ésimo sinal de entrada x e w_H é a transposição hermitiana da matriz de pesos.

A função de custo é expressa conforme a equação

$$J(w) = E[|d|^2] - 2\bar{w}^H r + \bar{w}^H \bar{R}_{xx} \bar{w} \quad (6.41)$$

Em que r é a correlação cruzada entre d e x e R_{xx} é a covariância de x .

O gradiente é encontrado através da derivada da função custo em relação aos pesos; o mínimo é encontrado igualando-se o resultado a zero. A matriz de pesos é então dada pela equação:

$$\bar{w} = \bar{R}_{xx}^{-1} r \quad (6.42)$$

Que é chamada de *solução de Wiener*.

De acordo com o método do gradiente descendente (steepest descent method), os pesos são atualizados iterativamente por meio da equação

$$\bar{w}(k+1) = \bar{w}(k) - \frac{1}{2}\mu\nabla_w[J(\bar{w})]_k \quad (6.43)$$

Sendo $k+1$ o instante imediatamente posterior ao instante k , e μ o tamanho do incremento, em cada passo.

Substituindo as aproximações de correlação instantâneas (instantaneous correlation approximations), o algoritmo LMS fornece a seguinte solução, expressa na equação

$$\bar{w}(k+1) = \bar{w}(k) + \mu e^*(k)\bar{x}(k) \quad (6.44)$$

A convergência é proporcional ao parâmetro μ . Se for muito pequeno, ocorrerá overdamping, e se for muito grande, ocorrerá overshoot. Na prática, μ é limitado entre os seguintes valores, expressos na equação

$$0 \leq \mu \leq \frac{1}{2\lambda_{\max}} \quad (6.45)$$

Em que λ_{\max} é o máximo autovalor de \bar{R}_{xx} .

Existe na literatura uma quantidade inumerável de estudos sobre antenas inteligentes e sistemas de varredura de feixe. O objetivo deste capítulo foi mostrar apenas os princípios e técnicas básicas sem, no entanto, entrar em maiores aprofundamentos, já que não é o escopo deste trabalho. Entretanto, para maiores elucidações a respeito, a bibliografia a seguir pode ser consultada: [GROSS 2015] [RAHAMAN 2013] [SARKAR 2003].

7. PROPOSTA DE CONTROLE DE FEIXE EM ANTENAS INTELIGENTES UTILIZANDO GEOMETRIA FRACTAL

7.1 INTRODUÇÃO

Após percorrermos o longo percurso pela teoria básica de antenas, teoria de conjuntos, antenas fractais e antenas inteligentes, chegamos finalmente, à proposta de trabalho, que visa utilizar essas duas inovadoras abordagens, conjuntamente: antenas fractais e antenas inteligentes.

O objetivo do trabalho é aproveitar o que há de melhor nessas duas abordagens, melhorando ainda mais as várias técnicas já utilizadas e promovendo um melhor aproveitamento do espectro eletromagnético, um recurso tão valioso nos dias de hoje.

Neste capítulo serão apresentados os avanços já realizados na área, e em que medida as lacunas existentes podem ser preenchidas. Depois, a antena fractal inteligente será apresentada como uma alternativa aos problemas levantados.

A antena fractal foi simulada utilizando-se o software HFSS da *Ansoft®*. Então, alguns comentários serão feitos em relação às particularidades deste software e suas implicações.

Como esta pesquisa é uma continuação dos trabalhos realizados no mestrado, muitos dos resultados encontrados previamente serão aproveitados, a fim de enriquecer ainda mais a proposta aqui apresentada.

Depois, os resultados da simulação da antenas proposta serão apresentados na maior quantidade de detalhes possíveis, a fim de serem melhor avaliados. O maior interesse reside, principalmente, nos parâmetros perda de retorno e ganho, embora outros sejam também mostrados.

Por fim, os resultados serão discutidos e a sua pertinência será colocada à prova. Serão feitas comparações com trabalhos realizados anteriormente por outros pesquisadores, que sejam relacionados, ou pelo menos semelhantes. Toda a fundamentação teórica pertinente será invocada, a fim de prover uma melhor idoneidade à proposta aqui apresentada.

7.2 OTIMIZAÇÃO DE ANTENAS UTILIZANDO GEOMETRIA FRACTAL

Conforme foi visto no capítulo 4, a surgimento de antenas fractais criou uma euforia por parte de muitos pesquisadores, cada um tentando explorar ao máximo quais parâmetros de antenas poderiam ser otimizados, se possível. Entretanto, dois requisitos dominaram o interesse nas pesquisas: a miniaturização de antenas e a operação em multibanda. Por isso, os principais trabalhos nesse sentido serão apresentados para análise.

Além disso, algumas tentativas de utilização de geometria fractal em antenas inteligentes foram realizadas, embora de maneira não tão intensa. Como o objetivo deste trabalho é aplicar a geometria fractal em antenas inteligentes, os principais resultados na literatura a respeito serão também mencionados.

Boa parte dos avanços em antenas fractais foi analisada no trabalho de mestrado realizado por mim. Por isso, muitos deles serão aqui reproduzidos. Para maiores detalhes, consultar [RIBEIRO 2016].

7.2.1 Melhoramento da Perda de Retorno e da Operação em Multibanda

Oliveira et al. propuseram e analisaram um modelo de antena fractal do tipo *patch* e compararam o resultado com plaquetas que utilizaram menor número de iterações fractais, designando-as pelas siglas A0, M1 e M2 [OLIVEIRA 2010]. As antenas com suas respectivas iterações e siglas podem ser vistas na figura 7.1.

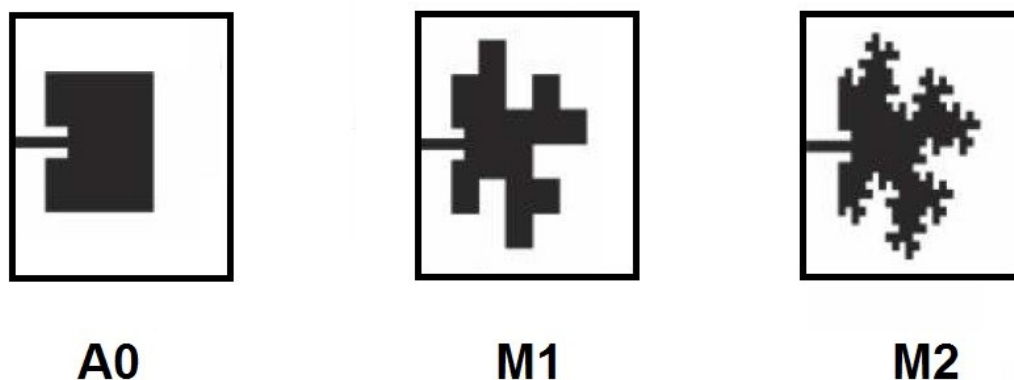


Figura 7.1 – Plaquetas de Minkowski com nenhuma iteração (A0), uma iteração (A1) e duas iterações (A2).
Fonte: [OLIVEIRA 2010]

Os autores mediram a perda de retorno para cada iteração, varrendo uma faixa de 1 a 3 GHz. O resultado é mostrado na figura 7.2.

A frequência de ressonância caiu de 2,45 GHz na antenna A0 para 1,62 GHz na antenna M1 e finalmente para 1,42 GHz na antenna M2, o que significa uma redução na frequência de ressonância quando se aumenta o número de iterações fractais. Mas a perda de retorno de -45 dB da antenna A0 foi para -33 dB na antenas M2, o que significa uma piora; além disso, a largura de banda de 60 MHz da antenna A0 caiu para 21 MHz na antenna M2.

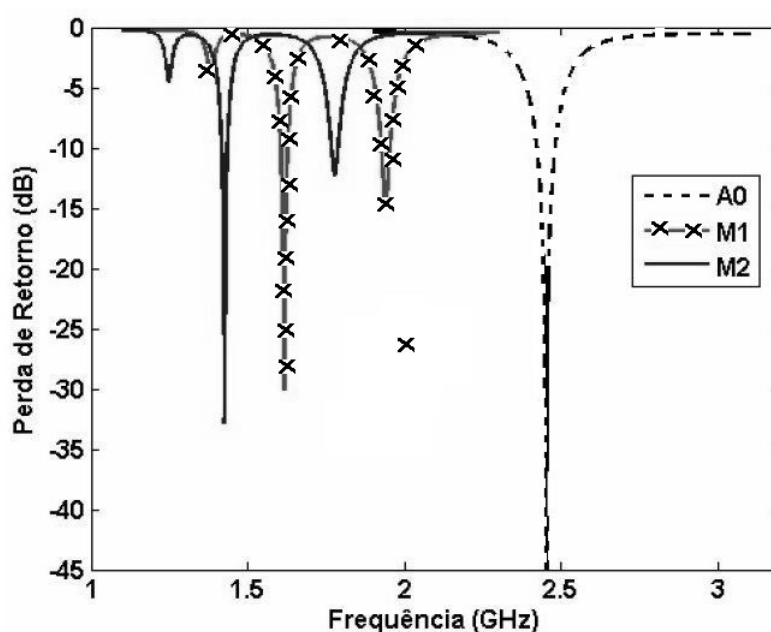


Figura 7.2 – Perda de Retorno para a antenna proposta. [OLIVEIRA 2010].

Esses resultados são interessantes para ponderarmos o custo/ benefício da diminuição da tamanho em função da largura de banda.

Outro estudo importante foi realizado por Gianvittorio et al. [GIANVITTORIO 2002]. Eles projetaram uma antenna *patch* segundo a mesma metodologia usada para criar uma curva de Koch: manter constantes as larguras das bordas retas irradiantes do *patch* retangular, mas aproximá-las de acordo com o padrão fractal. A figura 7.3(a) mostra a geometria da antenna e a figura 7.3 (b) mostra o retângulo original.

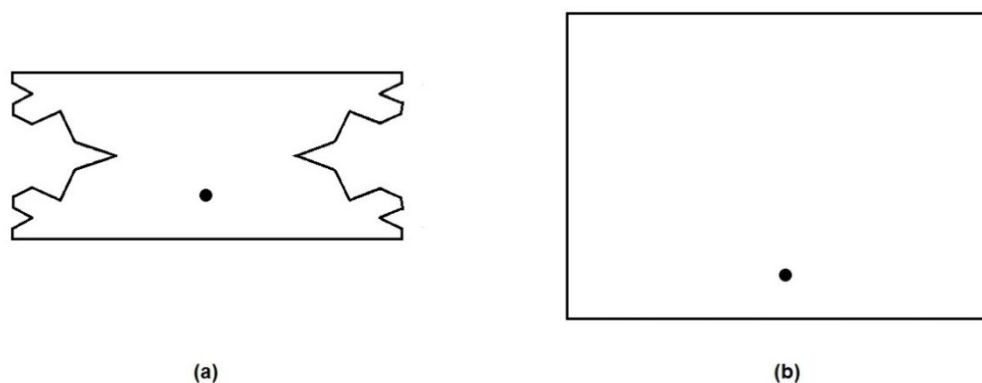


Figura 7.3 – Antena *patch* proposta por GIANVITTORIO et. al. [GIANVITTORIO 2002].

O ponto escuro em cada figura indica o local onde foi realizada a alimentação. Os dois possuem a mesma largura, mas o fractal possui menor comprimento.

O resultado é que as duas antenas possuem a mesma frequência de ressonância, mas a antena fractal é 38% mais curta. Por outro lado, a antena fractal apresentou menor largura de banda: 0,4% contra 1,8% para a antena retangular, o que era esperado. Isso pode ser visualizado na figura 7.4.

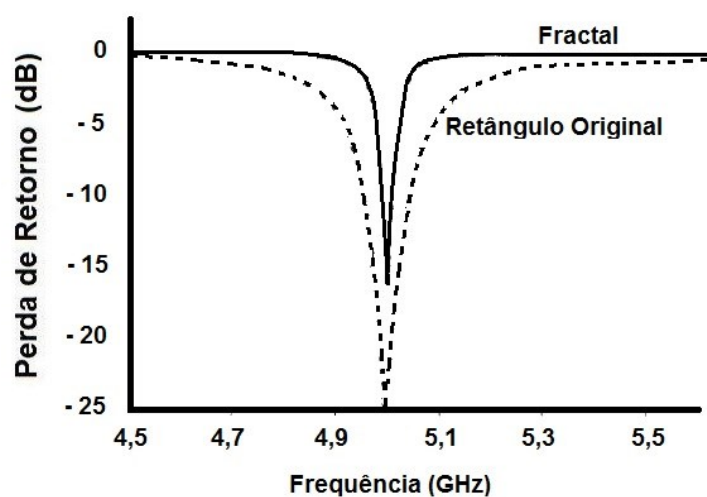


Figura 7.4 – Perda de Retorno da antena proposta por GIANVITTORIO et. al. (2002).

A curva pontilhada representa a perda de retorno da antena retangular sem iteração, enquanto a curva contínua indica a perda de retorno da antena fractal. Houve uma pequena degradação deste parâmetro para a antena fractal.

Krishna et al. apresentaram uma antena de microfita composta de triângulos de Koch com 3 iterações, e simularam a perda de retorno para cada uma das iterações, bem como para o triângulo equilátero. A antena fractal pode ser visualizada na figura 7.5(a), enquanto que o gráfico das várias perdas de retorno pode ser visto em 7.5(b). Nota-se que houve uma redução da frequência de ressonância à medida que se realizaram várias iterações, bem como um aumento da perda de retorno (*Return Loss*) para a 3ª iteração. Além disso, a antena fractal pode operar em outras frequências de ressonância, e não apenas em torno de 2,2 GHz [KRISHNA 2009].

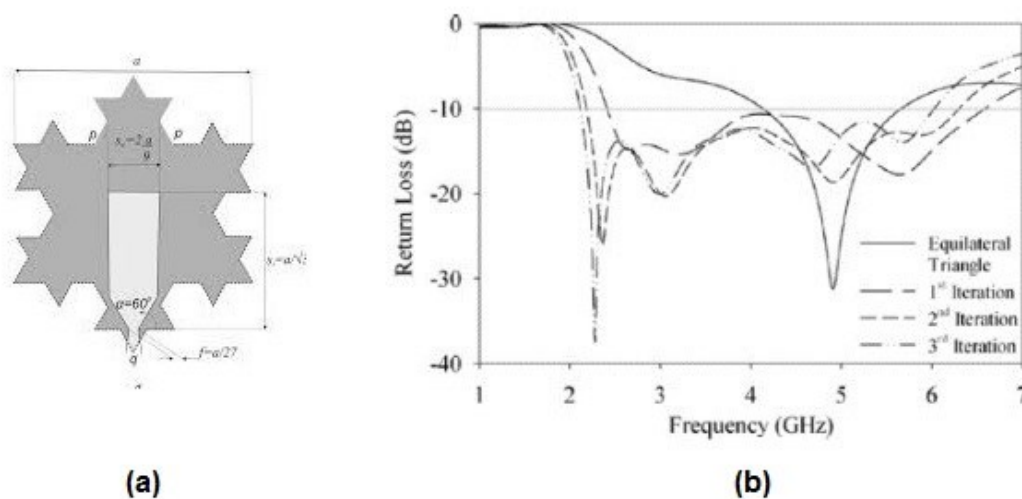


Figura 7.5 – (a) Antena proposta por KRISHNA et. al. e (b) Perda de Retorno. [KRISHNA 2009]

Orazi e Soleimani [ORAZI 2014] utilizaram a geometria fractal chamada DRAF (*dual-reverse arrow fractal*) em um *patch* triangular equilátero, conforme ilustrado na figura 7.6. A perda de retorno é referida como S_{11} .

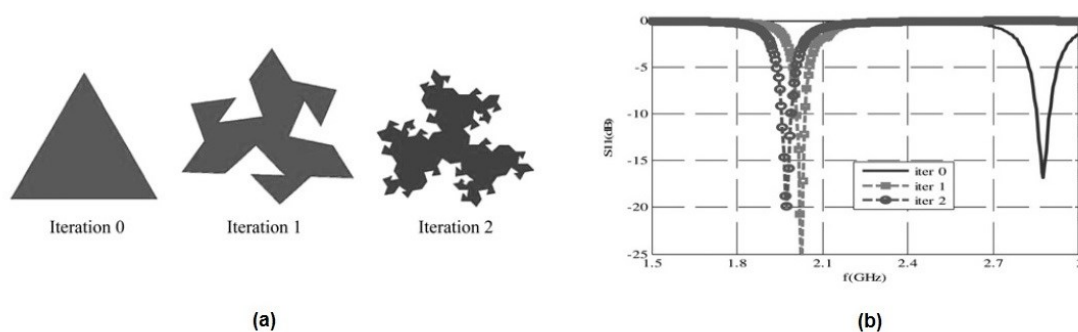


Figura 7.6 – Antena DRAF (a) e sua Perda de Retorno (b). [ORAZI 2014]

É possível notar novamente a diminuição da frequência de ressonância e o aumento da perda de retorno.

Baliarda et al. modificaram o ângulo de abertura de uma antena fractal Sierpinski, construindo três antenas, com 90° , 60° e 30° [BALIARDA 2000a]. A figura 7.7 ilustra os três tipos.

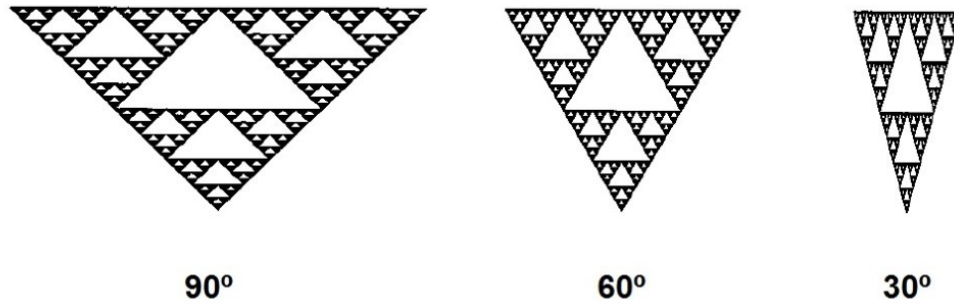


Figura 7.7 – Triângulo Sierpinski com vários ângulos de alargamento. [BALIARDA 2000a].

Embora este experimento não constitua uma modificação da estrutura a partir de novas iterações fractais, conforme feito por outros autores, Baliarda et al. comprovaram que as simples modificações no ângulo de alargamento eram suficientes para modificar a impedância de entrada e a perda de retorno. A figura 7.8 mostra os resultados do coeficiente de reflexão para as antenas nos vários ângulos.

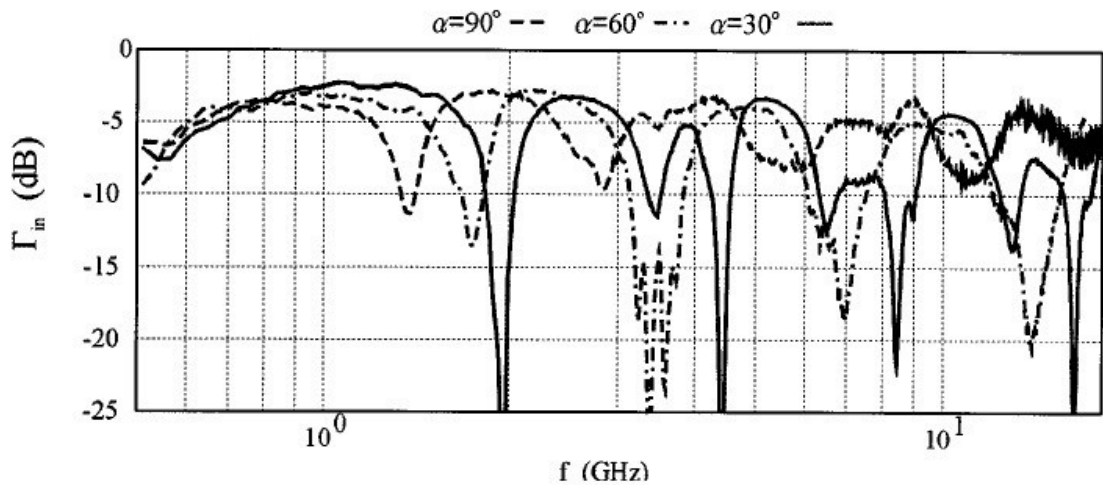


Figura 7.8 – Coeficiente de Reflexão para as várias antenas. [BALIARDA 2000a].

À medida que o ângulo de alargamento aumenta, as frequências de ressonância se tornam mais baixas. A partir do gráfico, pode-se observar também a natureza inerentemente log-periódica da estrutura fractal.

De acordo com os princípios básicos visto no capítulo 2, se o coeficiente de reflexão reduz, a perda de retorno também diminui.

Mondal et al. propuseram um conjunto de antena fractal de microfita em forma de um quadrado fractal de Cantor modificado, de acordo com a figura 7.9(a).

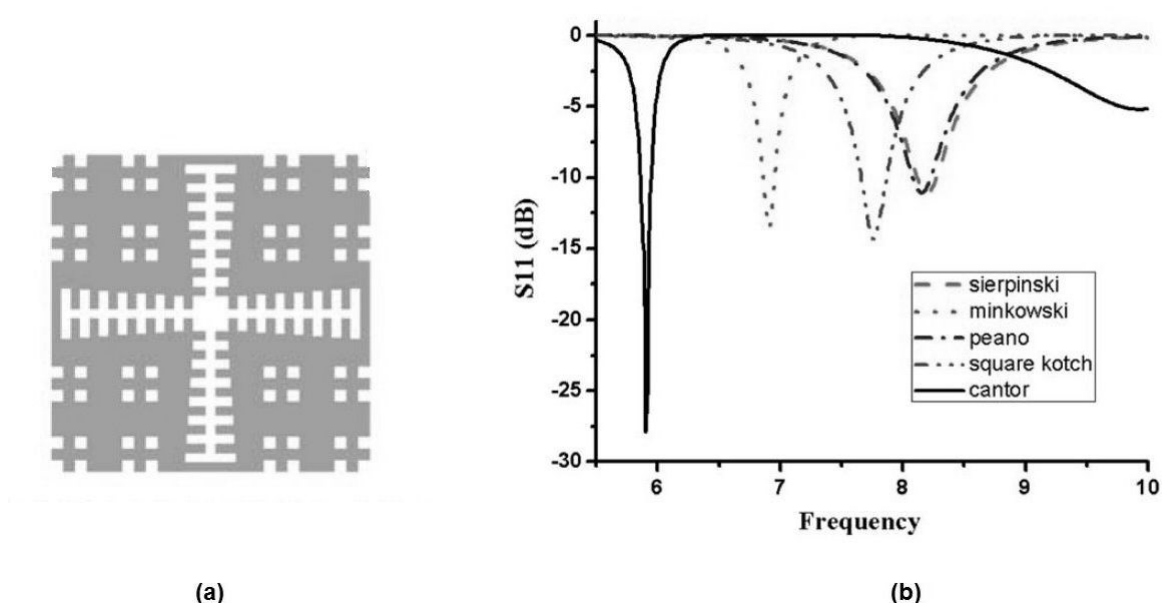


Figura 7.9 – (a) Quadrado Fractal de Cantor Modificado. (b) Perda de Retorno. [MONDAL 2015].

Esta configuração permitiu uma redução da superfície de 65%, além de uma ótima perda de retorno, conforme pode ser visto na figura 7.9(b). Essa figura mostra ainda a comparação da perda de retorno dessa antena com a de outros modelos tais como a gaxeta de Sierpinski, a curva de Minkowski, a de Peano e o quadro de Koch.

Além da diminuição da perda de retorno, foi possível abaixar a frequência de ressonância para 6 GHz, uma redução considerável. Foi utilizado um conjunto de quatro elementos semelhantes àquele mostrado na figura 7.9(a), e este conjunto foi acoplado à parte lateral de um veículo para melhorar a segurança em situações como ultrapassagem, pois a antena serve como uma espécie de radar. Essa geometria fractal resultou numa estrutura pequena, de baixo custo e de fácil

utilização. O ganho total, considerando as interferências do corpo do próprio veículo, chegou a 12 dB, o que é bastante satisfatório [MONDAL 2015].

Ribeiro et al. conseguiram significativas reduções na perda de retorno de uma antena fractal a partir de uma estrutura iniciadora semelhante à mostrada na figura 7.10, acima à esquerda, e cujo resultado final, após três iterações, pode ser visto na mesma figura, abaixo e à direita [RIBEIRO 2017].

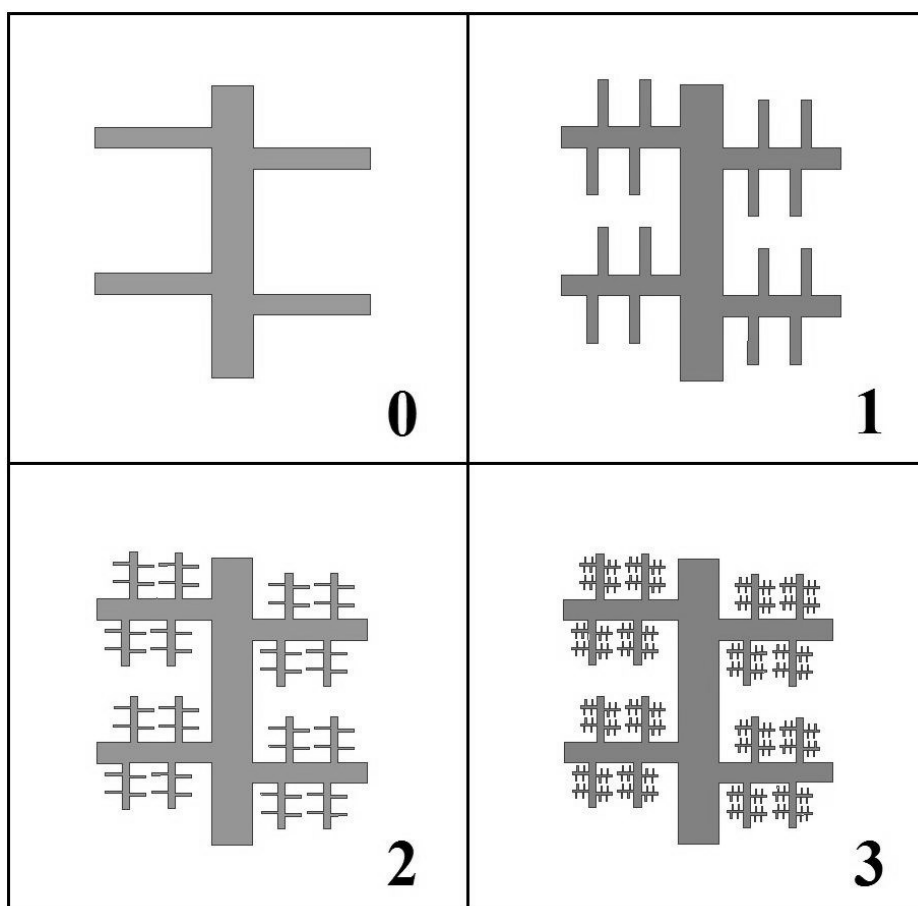


Figura 7.10 – Estrutura inicial com vários estágios de iteração. [RIBEIRO 2017]

A estrutura resultante se assemelha a uma árvore, o que é sugestivo, já que as plantas podem ser vistas como formadas por iterações fractais sucessivas, como pode ser constatado no formato das folhas ou da raiz.

O desempenho da antena melhorou bastante: surgiram várias bandas de utilização que não existiam na antena de iteração 0 e, além disso, a perda de retorno alcançou níveis baixos de aproximadamente -38 dB.

Abderrahmane e Brahimi simularam uma antena para aplicações via satélite que utiliza mais eficientemente a largura de banda. A antena é mostrada na figura 7.11(a), enquanto a VSWR é apresentada na figura 7.11(b) para a 1ª e a 2ª iteração.

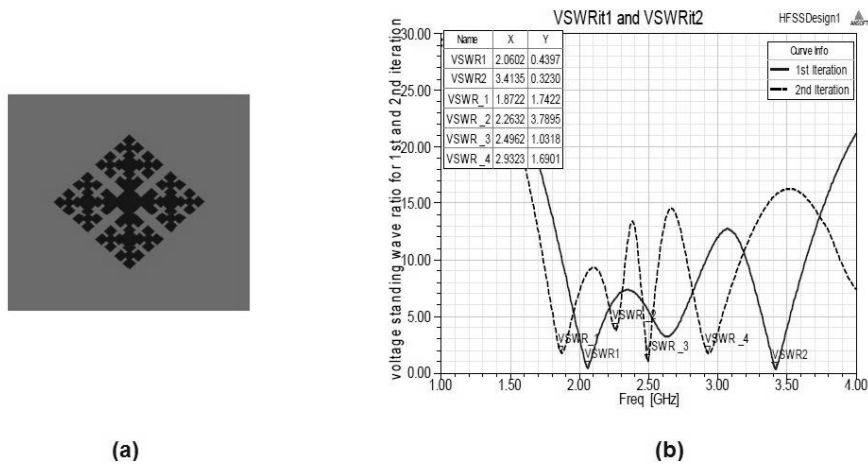


Figura 7.11 – (a) Antena proposta por ABDERRAHMANE et. al. (b) VSWR. [ABDERRAHMANE 2013]

O aumento de iterações fractais resultou em mais pontos de ressonância, o que significa operação em multibanda. Mas ocorreu também a diminuição do ganho à medida em que se aumentou o número de iterações [ABDERRAHMANE 2013].

Hamdouni et. al. inovaram utilizando uma concatenação entre formas circulares e retangulares, com iterações justapostas, conforme pode ser visto na figura 7.12(a).

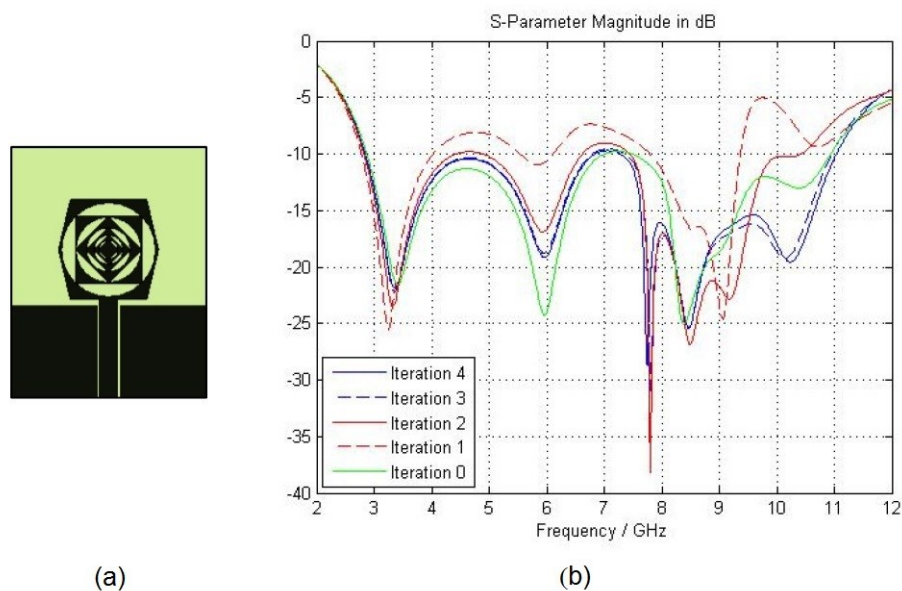


Figura 7.12 – (a) Antena concatenada. (b) Perda de Retorno. [HAMDOUNI 2015]

Azari também utilizou uma forma concatenada, mas desta vez justapondo hexágonos um dentro do outro, iterativamente. Desta maneira, conseguiu não apenas uma antena de banda larga, como era de se esperar (já que se trata de uma estrutura autocomplementar), mas também atingiu a característica da multibanda. A figura 7.13(a) mostra a forma da antena e a figura 7.13(b) a perda de retorno da mesma, referida como *Return Loss*, em função da frequência.

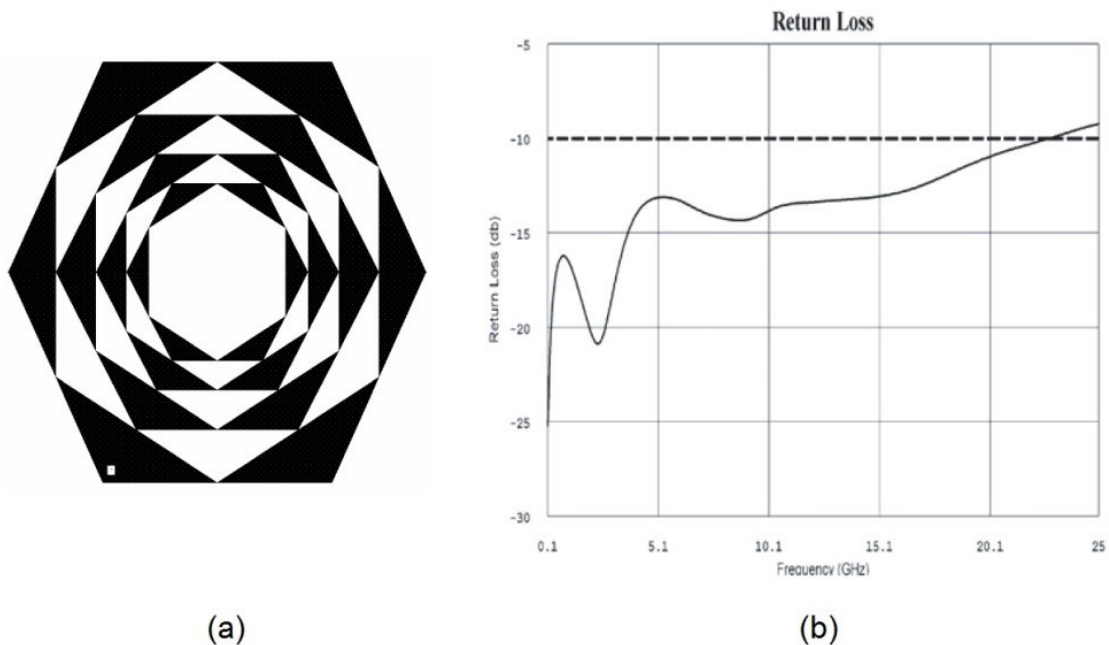


Figura 7.13 – Fractal hexagonal (a) e sua perda de retorno (b). [AZARI 2008]

Arif et. al. utilizaram uma estrutura híbrida resultante da combinação de geometria fractal de Koch, fendas sinuosas e estrutura de terra defeituosa, projetada sobre um substrato flexível à base de polímero de vinil de baixo custo. A figura 7.14 mostra a antena proposta, tanto o *patch* quanto o plano de terra (a), e também a perda de retorno (S_{11}) para várias iterações (b) [ARIF 2019].

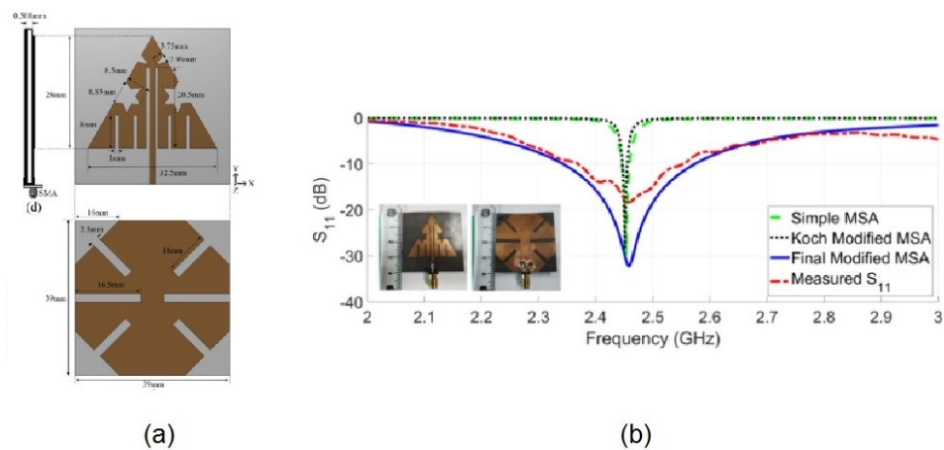


Figura 7.14 – Estrutura híbrida (a) e perda de retorno (b). [ARIF 2019]

Este modelo permite a construção de antenas menores e melhorou a sua largura de banda. Ela foi projetada para ser utilizada no corpo humano, para aplicações especiais.

Rengasamy et. al. propuseram uma antena fractal Minkowski modificada com uma estrutura de ressonador de anel dividido em formato circular, conforme pode ser visto na figura 7.15(a). A perda de retorno (S_{11}) é mostrada em 7.15(b).

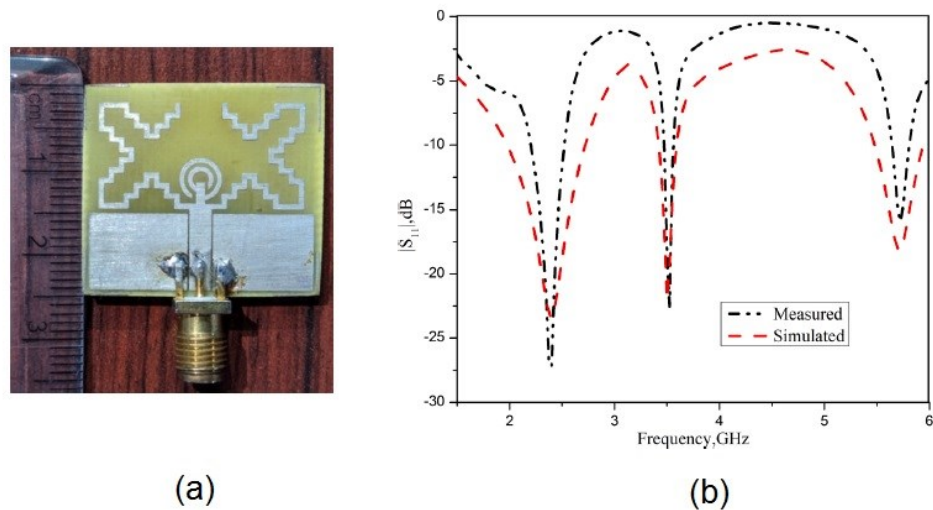


Figura 7.15 –Antena fractal Minkowski modificada (a) e perda de retorno (b). [RENGASAMY 2021]

A antena apresentou três bandas de ressonância [RENGASAMY 2021]. Os valores apresentados em 7.15(b) foram medidos e também simulados, conforme pode ser observado pela figura.

7.3 EXPERIMENTOS COM ANTENAS FRACTAIS E SUAS LIMITAÇÕES

A quantidade de pesquisas relacionadas à utilização de geometria fractal em antenas inteligentes é muito pequena. Por isso, o número de artigos na literatura é baixa. A seguir são apresentadas algumas poucas abordagens a respeito.

Kadhim desenvolveu um tipo de antena fractal do tipo Sierpinski para aprimorar o uso de antenas inteligentes [KADHIM 2018]. Ele conseguiu, de fato, incrementar as faixas de frequência de utilização, principalmente WLAN 2.4 GHz, 5.2 GHz e 5.5 GHz, além de WiMAX 2.5 GHz, 3.5 GHz e 5.5 GHz. Isso é bastante útil se pensarmos em termos da necessidade da antena operar em multibanda em sistemas 5G. Entretanto, a antena proposta não operou num ambiente de controle de feixe inteligente, pois as análises foram realizadas com somente um elemento.

Venkatrao et. al. detectaram a necessidade de se trabalhar conjuntamente com as bandas K e Ka nas aplicações 5G, e a deficiência das antenas de operarem em todas as faixas que englobam essas bandas [VENKATRAO 2020]. Dessa maneira, propuseram uma antena fractal Minkowski que funciona bem numa ampla faixa, de 18GHz a 40GHz. Além disso, a antena proposta por eles apresentou tamanho reduzido e perdas de retorno menores que -30dB para frequências específicas (37 GHz, 41 GHz). Mas novamente, a abordagem realizada considerou apenas um único elemento fractal, e não um conjunto deles operando simultaneamente, cada um com uma fonte de alimentação, que é o princípio básico de conjuntos de antenas.

Patil et. al. se basearam numa estrutura monopolo para modifica-la a partir de sucessivas iterações fractais [PATIL 2015]. Assim, obtiveram frequências de ressonância de aproximadamente 7 GHz e 13 GHz, com perdas de retorno de -31dB e -25dB , respectivamente. A figura 7.16 mostra o formato da antena (a) e a perda de retorno da mesma (b).

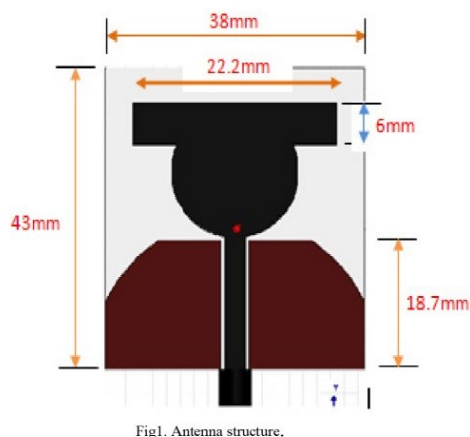
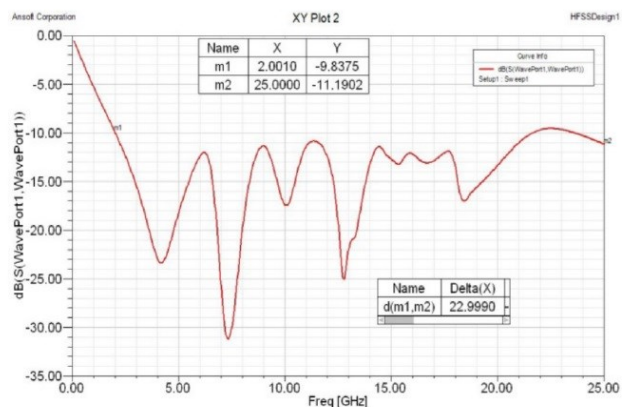


Fig1. Antenna structure.

(a)



(b)

Figura 7.16 – Antena monopolo fractal (a) e perda de retorno (b). [PATIL 2015]

Embora tenham proposto uma antena fractal inteligente, a análise recaiu sobre um elemento apenas, e não sobre o conjunto.

Outros autores fizeram uso de algoritmos comuns à área de antenas inteligentes para criar a estrutura fractal, a partir de requisitos como supressão de lóbulo lateral, largura de feixe, etc. Por exemplo, Khamy et. al. propuseram o desenvolvimento de um conjunto fractal estimando quais elementos seriam ativos e quais não seriam [KHAMY 2017]. Essa abordagem é interessante, e mostra como é possível utilizar uma função janela do tipo fractal, conforme foi dito na seção 3.5 e desenvolvido no capítulo 4. Entretanto, o conjunto assim formado não é nem inteligente, nem adaptativo. Uma vez definidos os critérios para a sua síntese, ele permanecerá operando da mesma maneira, sem modificar dinamicamente o seu diagrama de radiação.

Portanto, além da pequena quantidade de pesquisas na literatura sobre antenas fractais inteligentes, os trabalhos publicados se limitaram a analisar a estrutura isolada, tomada individualmente, ao invés de realizar a análise do conjunto como um todo. Isso constitui um grande obstáculo a ser vencido, pois a análise do conjunto como um todo não pode ser deduzida a partir da mera justaposição de elementos individuais, devido aos efeitos de franjamento de campo e interferência mútua entre elementos.

7.4 PARTICULARIDADES DO SOFTWARE

Desde o final dos anos 1980, milhares de engenheiros e projetistas utilizam o *High Frequency Structure Simulator (HFSS)* para analisar estruturas eletromagnéticas. Por meio desta ferramenta, é possível criar estruturas bi ou tri dimensionais de formas variadas, escolher o tipo de material, as condições de contorno e as excitações. O tipo de solução, a frequência de análise, os passos, o erro e a convergência, enfim, cada parâmetro de análise pode ser cuidadosamente planejado.

O software utiliza dois métodos principais para o cálculo: o método dos elementos finitos e o método dos momentos da equação integral.

Sistemas de equações diferenciais e ordinárias são adequados a formas geométricas simples. Quando as estruturas se tornam mais complexas, tais equações se tornam ineficientes. É aí que entra o método dos elementos finitos. Por meio deste método, a geometria é subdividida em pequenas partes, e desta maneira um problema complexo se transforma em problemas mais simples. Cada parte é chamada de elemento, e a divisão pode ser triangular, quadrangular, etc. Desta maneira, um número infinito de variáveis de um problema é substituído por um número finito de elementos.

No *HFSS*, o método dos elementos finitos subdivide a estrutura em várias subseções menores no formato de tetraedros. A coleção de tetraedros é chamada de malha, e os parâmetros dessas malhas podem ser também modificados pelo usuário do software. Então, dentro de cada tetraedro é encontrada uma solução para os campos elétricos e magnéticos, e depois estes campos são inter-relacionados para satisfazer as condições de fronteira das equações de Maxwell, de modo que se produza uma solução para toda a estrutura.

O estudo do método dos elementos finitos é de grande importância ao estudante de engenharia. Tornou-se essencial no projeto e modelagem de fenômenos físicos, nos quais geralmente ocorre uma matéria contínua envolvendo variáveis de campo. A Engenharia Elétrica não é exceção. O método dos elementos finitos reduz o problema de se encontrar as distribuições de campo numa grande estrutura e o transforma num simples problema de se encontrar um número finito de incógnitas, dividindo o domínio em elementos e expressando a variável de campo

desconhecida como funções de aproximação assumidas dentro de cada elemento [MADENCI 2015].

O método dos momentos da equação integral utiliza uma equação integral para resolver o problema de se encontrar a solução da densidade de corrente na superfície da estrutura irradiadora, e depois transforma a equação diferencial num sistema de equações algébricas através da utilização de funções de base ou se expansão [BALANIS 2009].

O software *HFSS* usa o método dos elementos finitos no modo *HFSS design*, e o método dos elementos finitos do modo *HFSS-IE design*, escolhidos previamente antes de se iniciar o projeto. Tanto um quanto outro método realiza uma quantidade muito grande de cálculos computacionais, o que exige a utilização de uma máquina com requisitos mínimos de memória RAM e processamento. Para o caso de estruturas mais complexas e com mais detalhes, como é o caso dos fractais, o custo computacional aumenta consideravelmente. Por exemplo, a antena fractal inteligente proposta demandou um tempo de 60 horas para ser analisada, numa máquina com processador de 4 núcleos, cache L3 e frequência de 2,80GHz, com uma memória RAM instalada de 16 Gb.

Outro ponto importante a ser destacado é que o projetista pode escolher dois critérios para a solução numérica da equação: convergência ou erro máximo aceitável. Para estruturas mais complexas, é necessário diminuir também o número de passos até a convergência e/ou o erro aceitável, para não correr o risco de não haver convergência, ou para que esta não se prolongue por um tempo excessivamente grande.

A escolha da frequência de varredura é fundamental para a análise de estruturas de antenas. No *HFSS*, é possível escolher a varredura por interpolação, a varredura rápida e a discreta. A primeira é aconselhável quando a faixa de frequências é grande com resposta suave. A rápida é mais apropriada para espectros de frequência com mudanças bruscas. E a discreta é indicada para os casos em que se necessita analisar apenas pontos específicos do espectro. É possível também criar várias varreduras simultâneas para melhorar a confiabilidade da análise. Entretanto, isso implicará em maior custo computacional.

A antena fractal inteligente proposta foi analisada com a varredura por interpolação.

7.5 ANTENA FRACTAL INTELIGENTE PROPOSTA

Visando preencher as lacunas apresentadas na seção anterior, foi concebido um modelo de antena inteligente cuja estrutura fosse baseada na geometria fractal. Após inúmeras tentativas realizadas com modelos diferentes, chegou-se ao conjunto apresentado na figura 7.17.

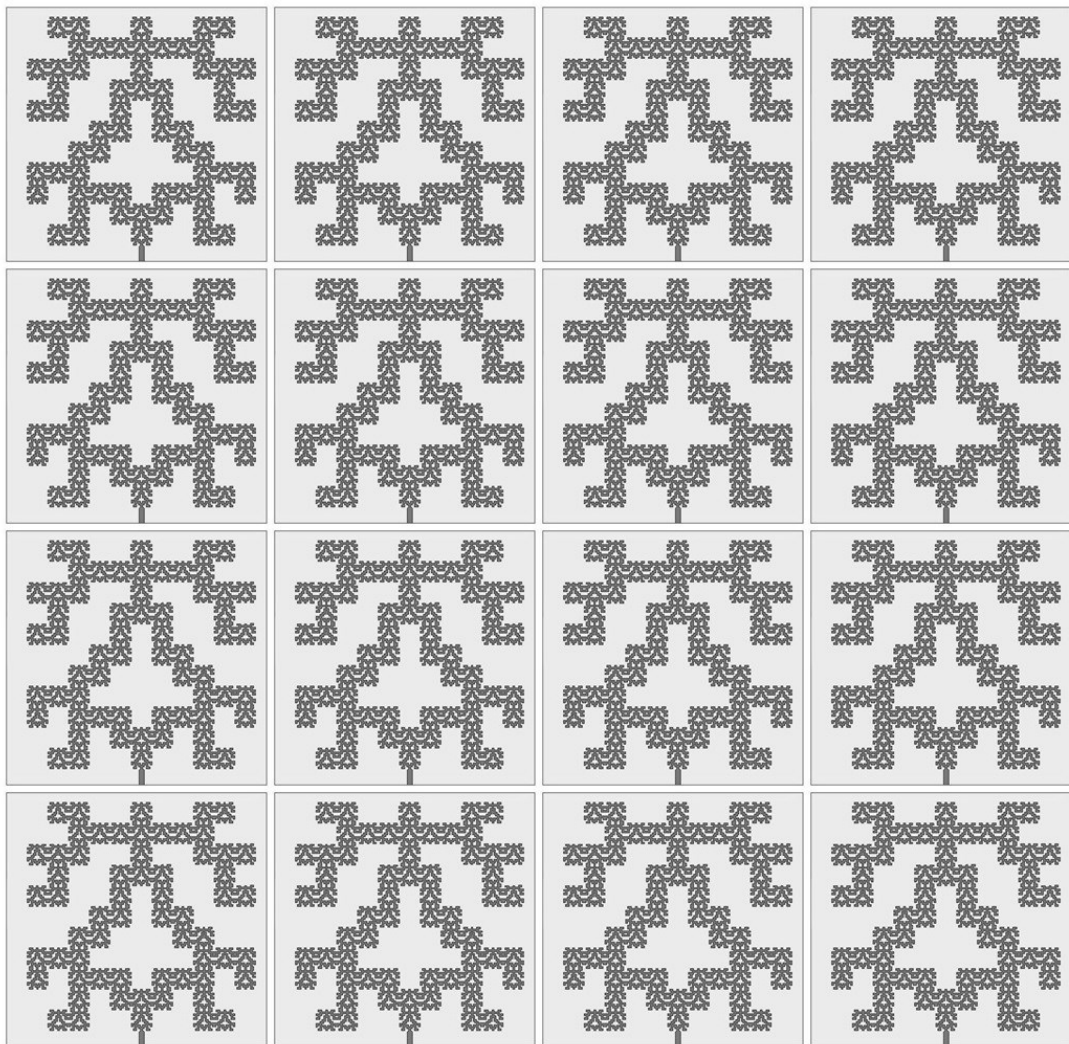


Figura 7.17 – Antena fractal inteligente proposta

O conjunto é constituído por 4 elementos na direção x e 4 na direção y, totalizando 16 elementos radiantes no total. Cada elemento é alimentado

individualmente, de modo que é possível controlar a excitação e a fase de cada um, e desta maneira comandar o feixe de acordo com o diagrama de radiação requerido.

Este conjunto foi concebido de acordo com os princípios de geração de antenas fractais vistos no capítulo 4, em especial na seção 4.5.2, que é a aplicação sucessiva de um subconjunto gerador em vários processos iterativos. Primeiramente, formou-se o subconjunto gerador, mostrado na figura 7.18.

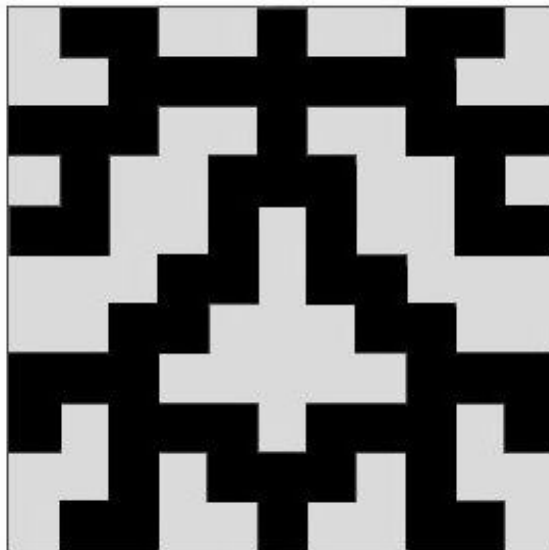


Figura 7.18 – Subconjunto gerador da antena fractal inteligente proposta

Este subconjunto gerador é composto por 11 elementos quadrados na direção x e 11 elementos quadrados na direção y, seguindo a mesma lógica de construção de um conjunto planar de cantor, em que alguns elementos são ligados e outros desligados. No caso da figura 7.18, os elementos em escuro são os ligados, e os elementos em claro, desligados.

Este subconjunto gerador servirá de base para uma nova iteração, em que cada elemento ativo, ao invés de ser preenchido com um quadrado escuro, será preenchido com o subconjunto gerador. Desta maneira, a nova figura irá manter a mesma forma do subconjunto gerador inicial, com a diferença de que, agora, será composta por porções em escala de si mesma. Ou seja, olhando para o todo, é possível reconhecer as partes, e vice versa, o que é a característica básica de um fractal, conforme mostra a figura 7.19:

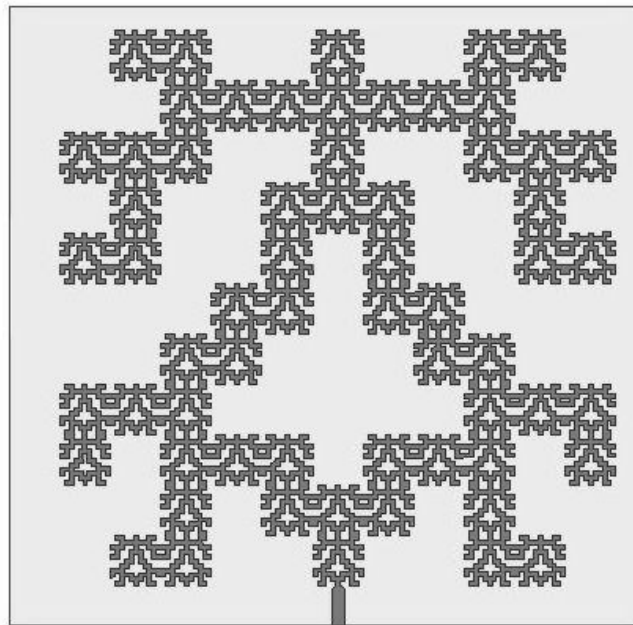


Figura 7.19 – Figura com uma iteração fractal

Esta estrutura auto similar é o elemento individual do conjunto 4 x 4 mostrado na figura 7.17. Ou seja, o conjunto concebido é composto por uma repetição da figura 7.19, quatro vezes na direção x e quatro na direção y.

O tamanho total de cada elemento da figura 7.19 é de 3,4cm em cada lado, e a distância entre cada elemento na figura 7.17 é de 2,0cm. Deste modo, o tamanho total da antena em 7.17 é de $3,4 \times 4 + 2,0 \times 3 = 19,6\text{cm}$ de cada lado.

A antena foi impressa utilizando um material considerado condutor elétrico perfeito. Este material está acima de um substrato com espessura de 1.27mm composto por material do tipo *Rogers RT/duroid 5880*, o qual apresenta permeabilidade relativa de 1,0 e permissividade relativa de 2,2.

Para efeitos de simplificação, considera-se que o conjunto está acima de um plano de terra infinito. Esta é uma boa aproximação para a maioria dos projetos.

Cada elemento é alimentado individualmente por meio de uma linha de alimentação colocada abaixo, ao centro, como pode ser visto na figura 7.19. A partir daí as corrente se distribuem para o restante da estrutura, decaindo à medida que avançamos pela estrutura.

A antena foi simulada com o software HFSS da *Ansoft®*. Alguns detalhes deste software devem ser verificados.

7.6 SIMULAÇÃO E RESULTADOS

O primeiro grande parâmetro a ser observado é a perda de retorno, definida na seção 2.2.3. Para facilidade de análise, as frequências de varredura foram divididas em três blocos: de 1GHz a 10 GHz, de 10 GHz a 20 GHz e de 20 GHz a 30 GHz. A figura 7.20 mostra a perda de retorno para a faixa de frequências de 1 GHz a 10 GHz.

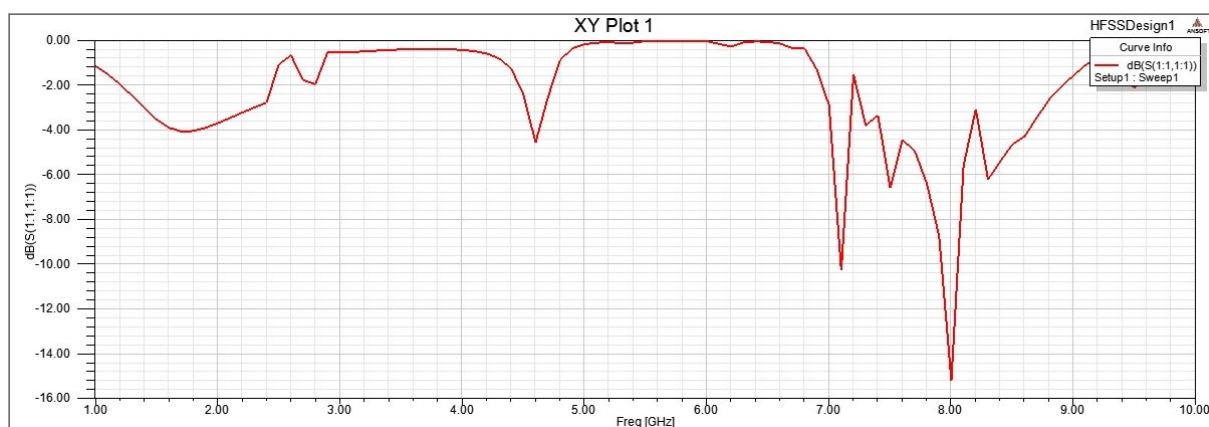


Figura 7.20 – Perda de Retorno para a faixa de 1 GHz a 10 GHz da antenna proposta.

A antenna apresentou picos em torno de 7,1 GHz e 8,0 GHz, com perda de retorno mínima de -15,2dB.

A figura 7.21 mostra a perda de retorno para a faixa de frequências de 10 GHz a 20 GHz.

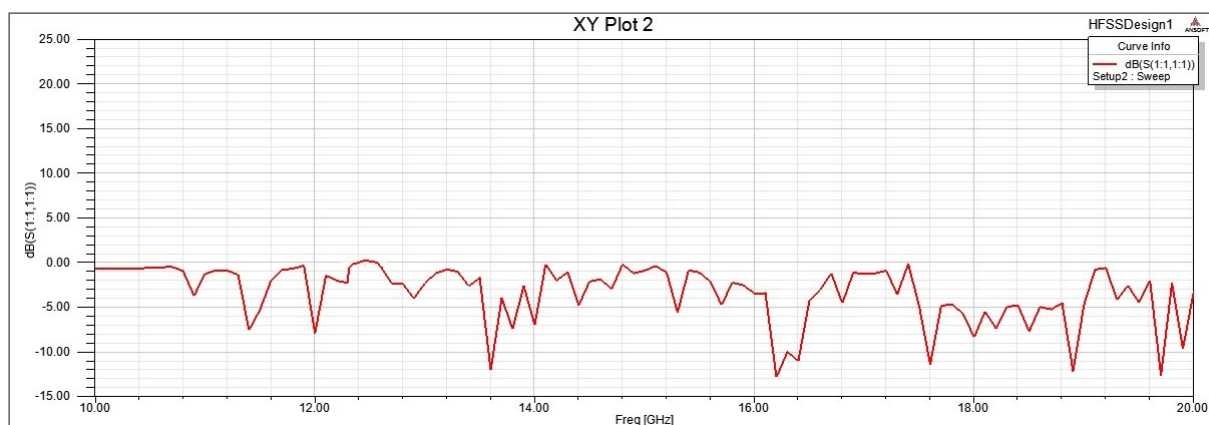


Figura 7.21 – Perda de Retorno para a faixa de 10 GHz a 20 GHz da antenna proposta.

Neste caso, podemos perceber a existência de vários picos negativos em múltiplas frequências: 13,6 GHz, 16,2 GHz, 17,6 GHz, 18,9 GHz e 19,7 GHz, as mais importantes.

Já a figura 7.22 apresenta a perda de retorno para a faixa de 20 GHz a 30 GHz.

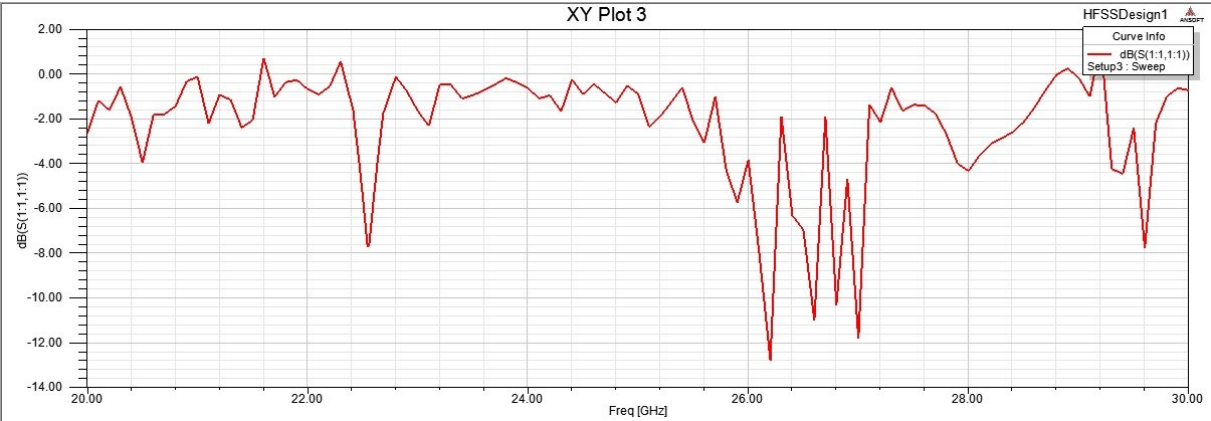


Figura 7.22 - Perda de Retorno para a faixa de 20 GHz a 30 GHz da antena proposta

Para esta faixa, existem picos em 22,5 GHz, 26,2 GHz, 26,6 GHz, 26,8 GHz, 27, 2 GHz e 29,6 GHz, os mais importantes. A menor perda de retorno foi de aproximadamente -13 dB.

Os resultados são colocados na tabela abaixo para melhor visualização.

Tabela 7.1 – Valores da perda de retorno para várias frequências.

Frequência (GHz)	7,1	8,0	13,6	16,2	17,6	18,9	19,7	22,5	26,2	26,6	26,8	27,2	29,6
Perda de Retorno (dB)	-11	-15,2	-12	-13	-11	-13	-13	-8	-13	-11	+10	-12	-8

Somente os valores mais significativos foram listados. Além disso, não é objetivo promover o casamento de impedâncias (que reduziria a perda de retorno) pois o intuito é verificar a característica de multibanda da antena fractal.

A seguir é apresentada a impedância de entrada da antena, em suas partes real e imaginária. Da mesma maneira como foi feito antes, as frequências de varredura foram divididas em três blocos. A parte real é mostrada em vermelho.

A figura 7.23 mostra a impedância de entrada para a faixa de 1 GHz a 10 GHz.

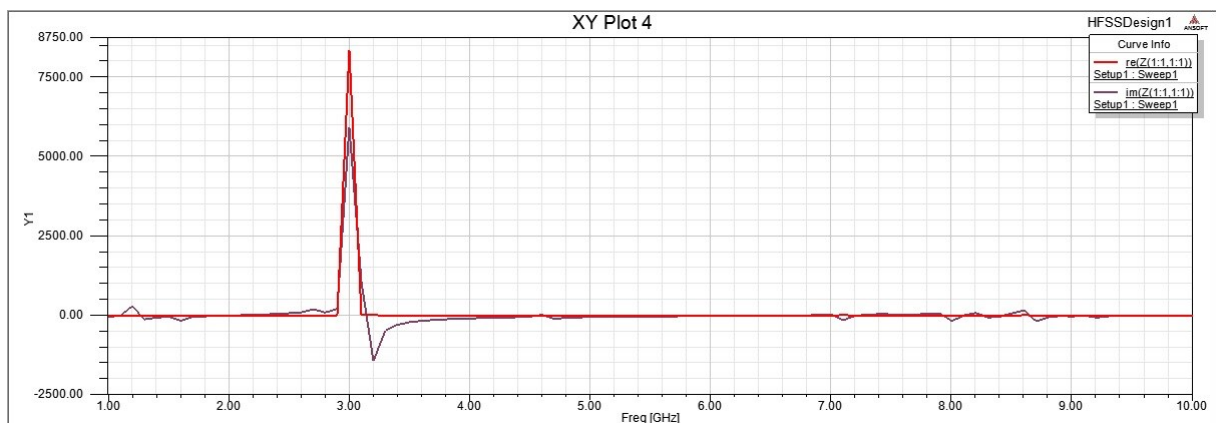


Figura 7.23 – Impedância de entrada para a faixa de 1 GHz a 10 GHz da antena proposta.

A figura 7.24 mostra a impedância de entrada para a faixa de 10 GHz e 20 GHz.

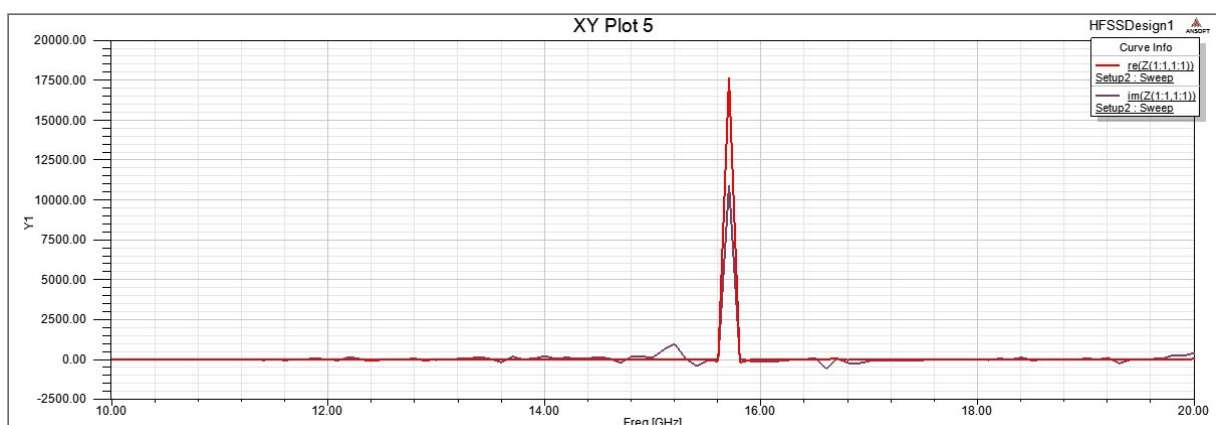


Figura 7.24 – Impedância de entrada para a faixa de 10 GHz a 20 GHz da antena proposta.

E a figura 7.25 mostra a impedância de entrada para a faixa de 20 GHz a 30 GHz.

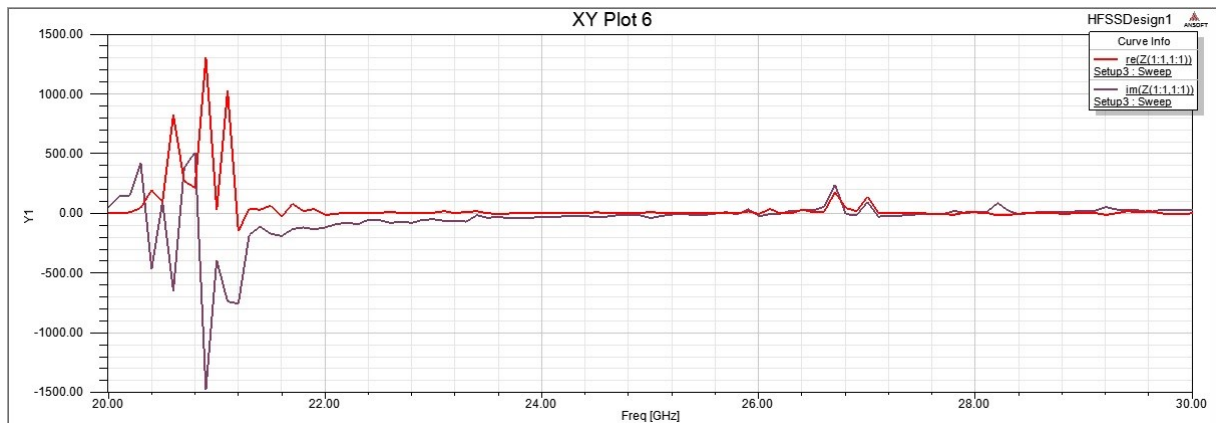


Figura 7.25 – Impedância de entrada para a faixa de 20 GHz a 30 GHz da antenna proposta.

Uma observação rápida indica que a estrutura possui uma impedância baixa, com exceção de alguns pontos.

A seguir são apresentados o diagrama de radiação e o diagrama 3D. Como a antenna é capaz de controlar o feixe a partir do ângulo de fase entre a excitação de cada elemento, serão mostrados os diagramas de radiação e 3D para vários pontos do espaço, supondo que a antenna está direcionando dinamicamente o feixe para diferentes regiões de interesse.

Começemos com uma defasagem $\beta = 0^\circ$ entre cada elemento. A figura 7.26 mostra o diagrama de radiação do ganho, frequência de 5 GHz, varredura em ϕ e $\theta = 45^\circ$

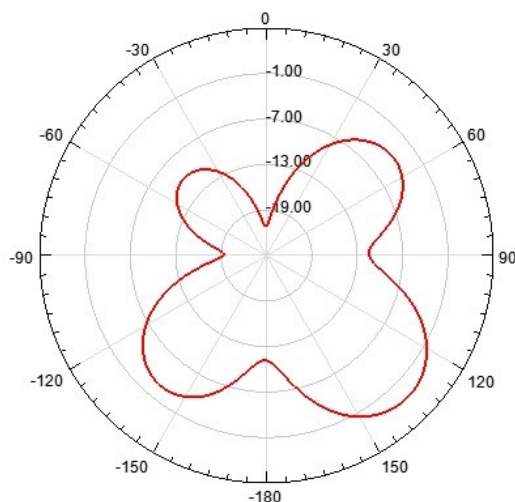


Figura 7.26 – Diagrama de radiação com varredura em ϕ e $\theta = 45^\circ$, $\beta = 0$.

A figura 7.27 mostra o diagrama de radiação para a mesma frequência, varredura em θ e $\phi = 0^\circ$.

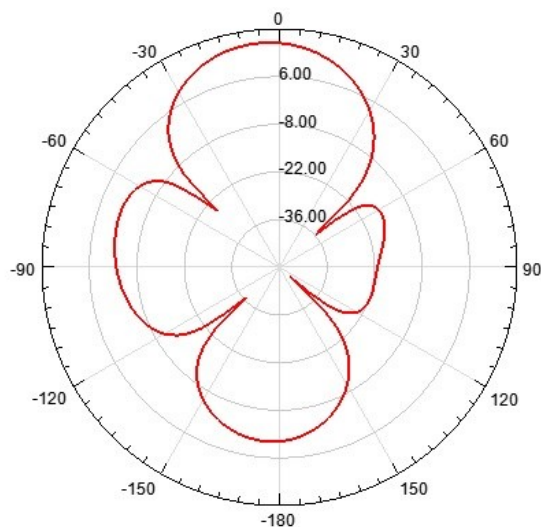


Figura 7.27 – Diagrama de radiação com varredura em θ , $\phi = 0^\circ$, $\beta = 0$.

O gráfico 3D é mostrado na figura 7.28.

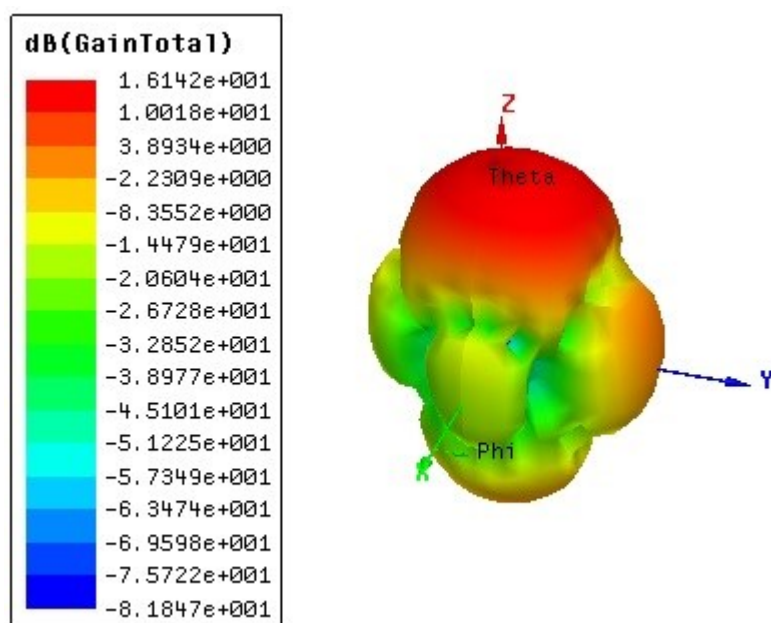


Figura 7.28 – Diagrama 3D com valores do ganho. $\beta = 0$.

Alterando a fase entre cada elemento na direção x para $\beta_x = 30^\circ$ e mantendo a fase entre cada elemento na direção y com $\beta_y = 0^\circ$, a direção do feixe irá se alterar. Para o diagrama de radiação:

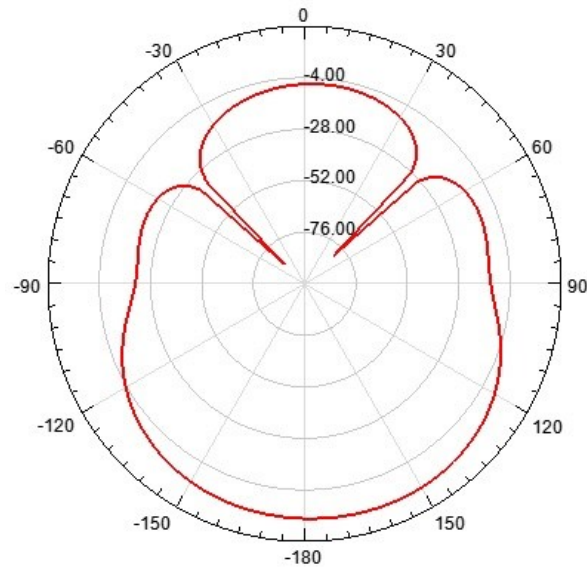


Figura 7.29 - Diagrama de radiação com varredura em ϕ e $\theta = 45^\circ$, $\beta_x = 30^\circ$ e $\beta_y = 0^\circ$.

Gráfico 3D, também chamado de diagrama 3D polar:

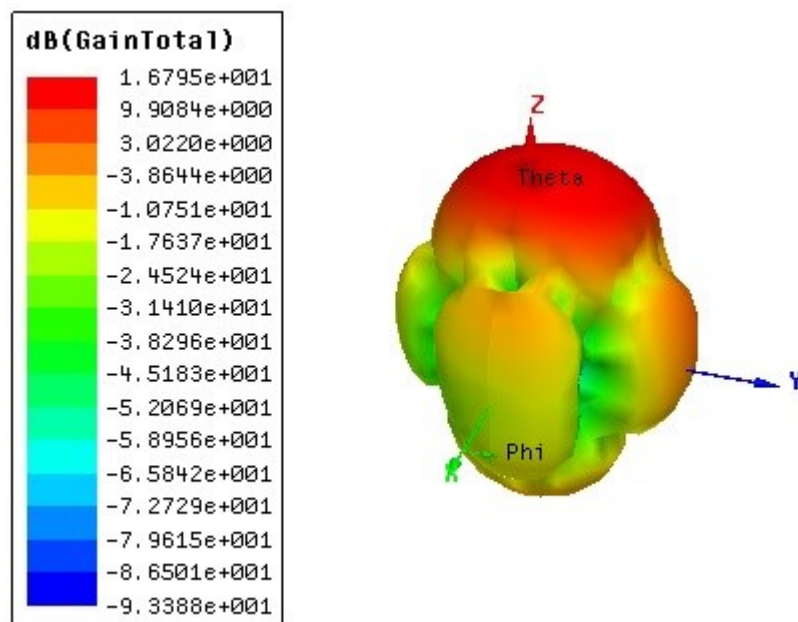


Figura 7.30 – Diagrama 3D referente ao ganho, $\beta_x = 30^\circ$ e $\beta_y = 0^\circ$.

Mantendo agora a mesma fase para os elementos na direção x ($\beta_x = 0^\circ$) mas adicionando uma fase entre os elementos na direção y ($\beta_y = 30^\circ$), temos:

Diagrama de radiação (figura 7.31):

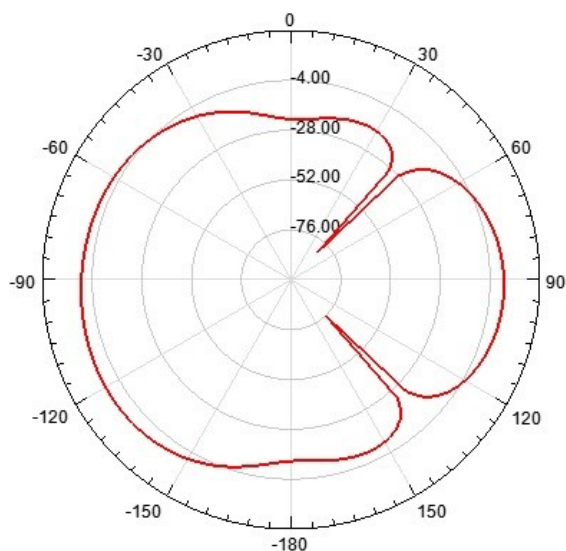


Figura 7.31 - Diagrama de radiação varredura em ϕ e $\theta = 45^\circ$, $\beta_x = 0^\circ$ e $\beta_y = 30^\circ$.

Diagrama 3D polar (figura 7.32):

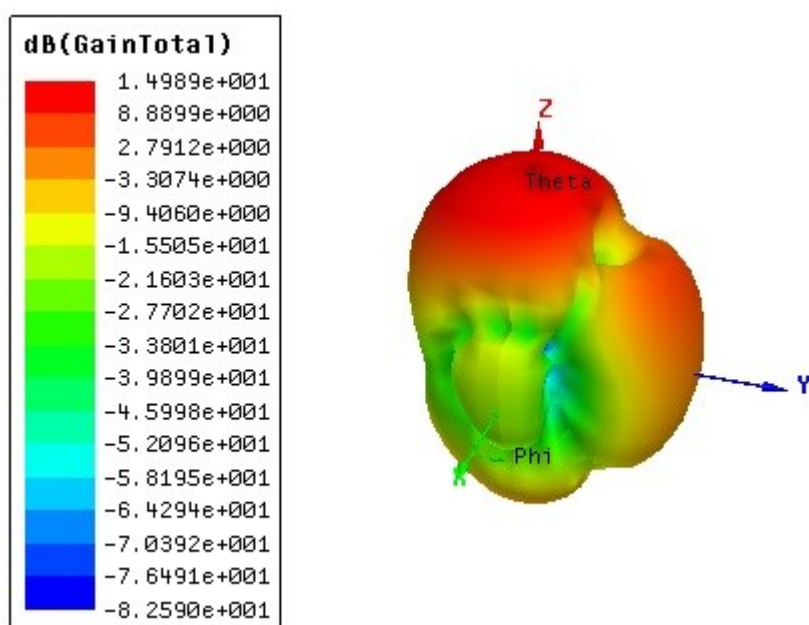


Figura 7.32 - Diagrama 3D referente ao ganho, $\beta_x = 0^\circ$ e $\beta_y = 30^\circ$.

Desta vez, alterando simultaneamente as defasagem entre os elementos na direção x ($\beta_x = 30^\circ$) e na direção y ($\beta_y = 30^\circ$), obtemos:

Diagrama de radiação:

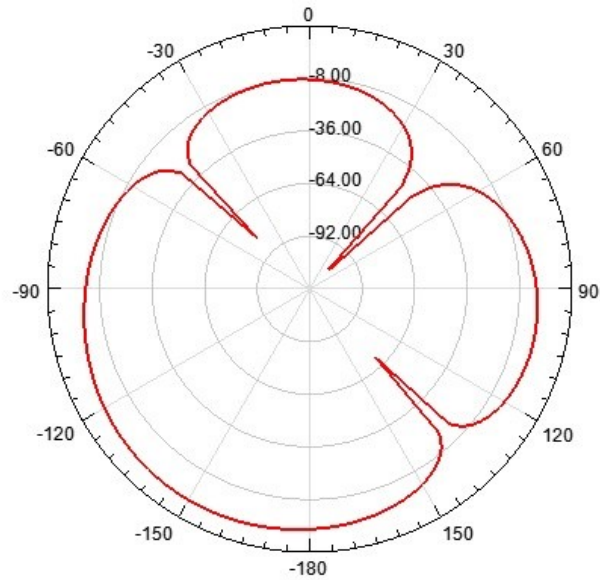


Figura 7.33 - Diagrama de radiação varredura em ϕ e $\theta = 45^\circ$, $\beta_x = 30^\circ$ e $\beta_y = 30^\circ$.

Diagrama 3D polar:

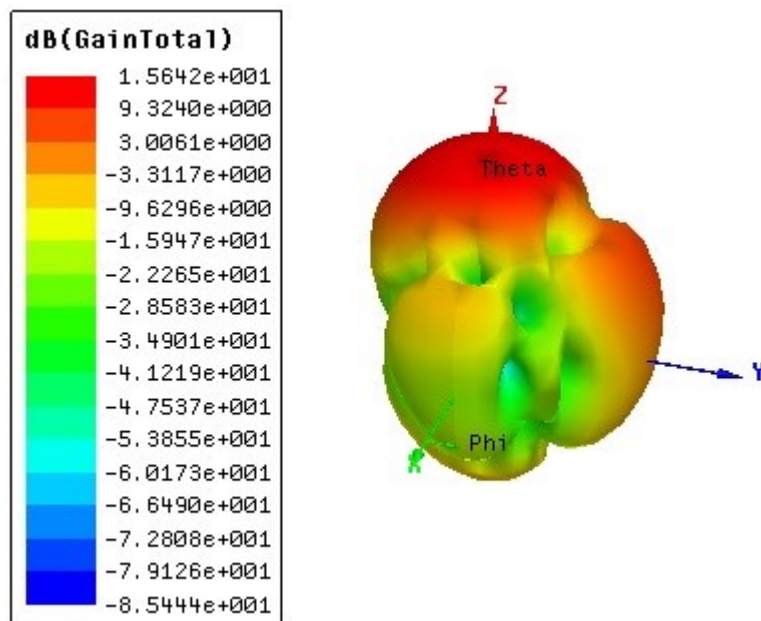


Figura 7.34 - Diagrama 3D referente ao ganho, $\beta_x = 30^\circ$ e $\beta_y = 30^\circ$.

Como pode ser notado, é possível ajustar os ângulos de fase nas direções x e y e, desta maneira, direcionar o feixe para a região de interesse. Como exemplo, seja a diferença de fase entre os elementos na direção x igual a 55° ($\beta_x = 55^\circ$) e a diferença de fase entre os elementos na direção y igual a 78° ($\beta_y = 78^\circ$). O diagrama de radiação se torna:

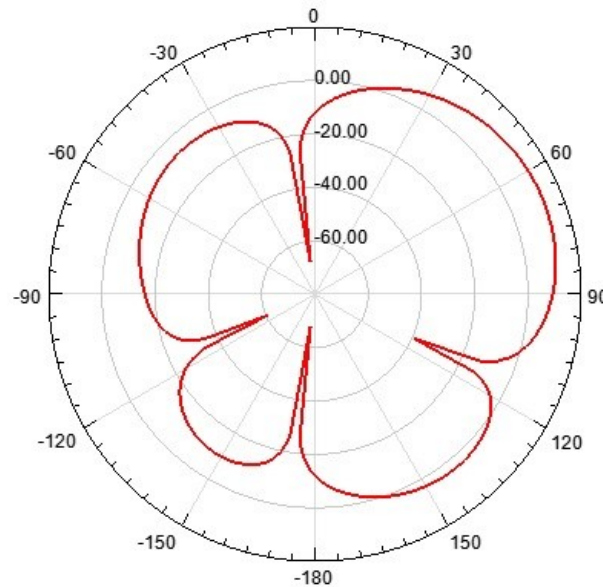


Figura 7.35 - Diagrama de radiação varredura em ϕ e $\theta = 45^\circ$, $\beta_x = 55^\circ$ e $\beta_y = 78^\circ$.

E o diagrama 3D polar é reproduzido na figura 7.36:

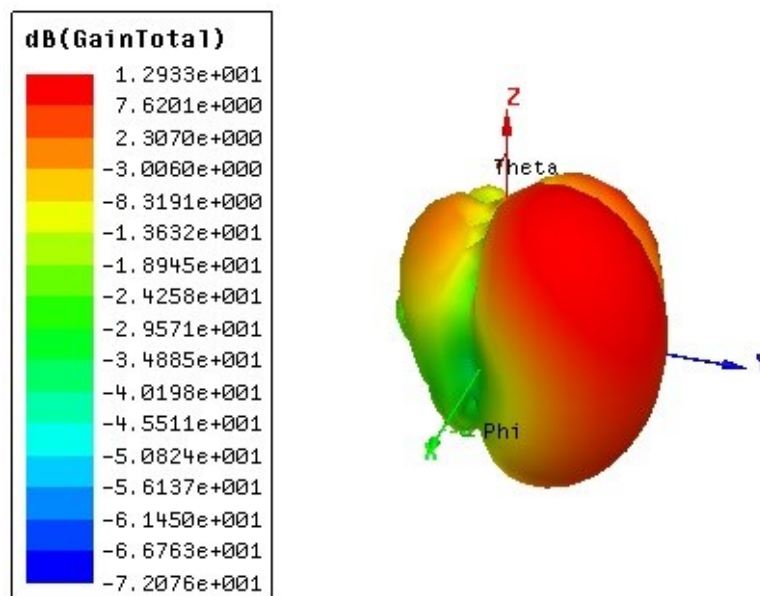


Figura 7.36 - Diagrama 3D referente ao ganho, $\beta_x = 55^\circ$ e $\beta_y = 78^\circ$.

Como um outro exemplo, para uma defasagem entre os elementos na direção x de $\beta_x = 70^\circ$ e entre os elementos na direção y de $\beta_y = 30^\circ$:

Diagrama de radiação:

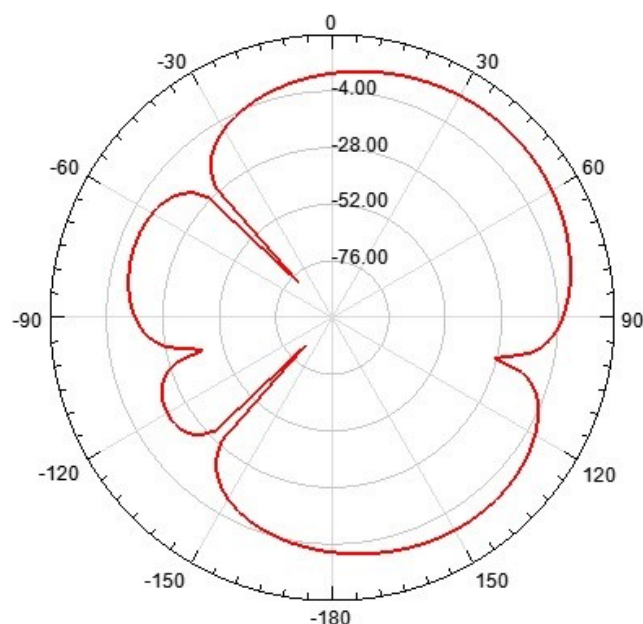


Figura 7.37 - Diagrama de radiação varredura em ϕ e $\theta = 45^\circ$, $\beta_x = 70^\circ$ e $\beta_y = 30^\circ$.

Diagrama 3D:

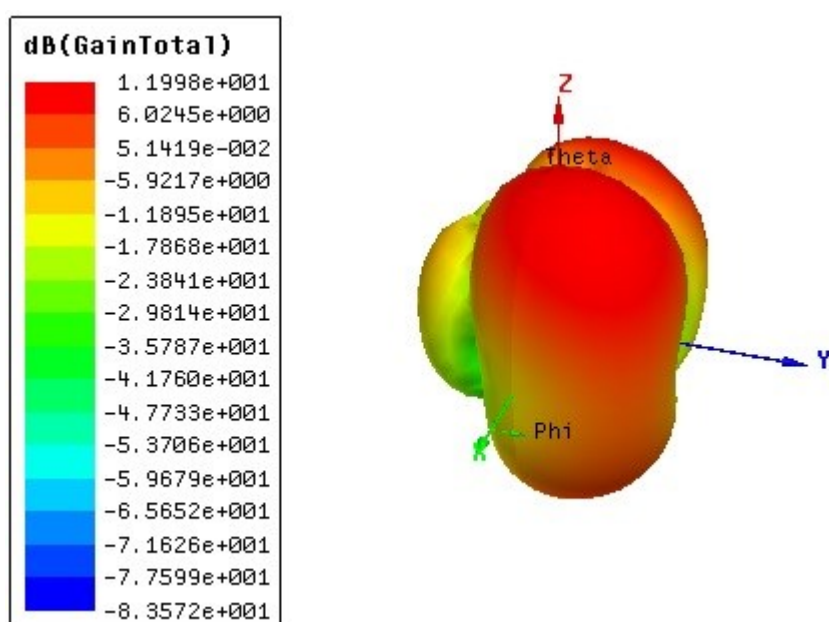


Figura 7.38 - Diagrama 3D referente ao ganho, $\beta_x = 70^\circ$ e $\beta_y = 30^\circ$.

É importante observar que a frequência de operação também altera o diagrama de radiação, conforme era de se esperar, pois a variação da frequência altera a distância entre os elementos em comprimento de onda. Quando a frequência era de 5 GHz, o comprimento de onda era de $\lambda = 3 \cdot 10^8 / 5 \cdot 10^9 = 6$ cm. Sendo o espaçamento entre cada elemento igual a 2cm, a distância em comprimento de onda será $\lambda/3$. De acordo com a fórmula desenvolvida na seção 3.4, $kd \cos \theta + \beta = 0$, sendo $k = 2\pi/\lambda$ e $d = \lambda/3$, o que resultará em:

$$\frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{3} \cos \theta = \frac{2\pi}{3} \cos \theta$$

Quando a frequência for de 15 GHz, então $\lambda = 3 \cdot 10^8 / 15 \cdot 10^9 = 20$ cm, o que resultará num espaçamento entre elementos de $d = \lambda/10$. Isso influi na formação de lóbulos laterais e varredura de feixe. Por exemplo, para defasagem entre os elementos na direção x de $\beta_x = 70^\circ$ e entre os elementos na direção y de $\beta_y = 30^\circ$, semelhante ao que foi mostrado na figura 7.37, mas desta vez operando em 15GHz, o diagrama de radiação é mostrado na figura 7.39 abaixo.

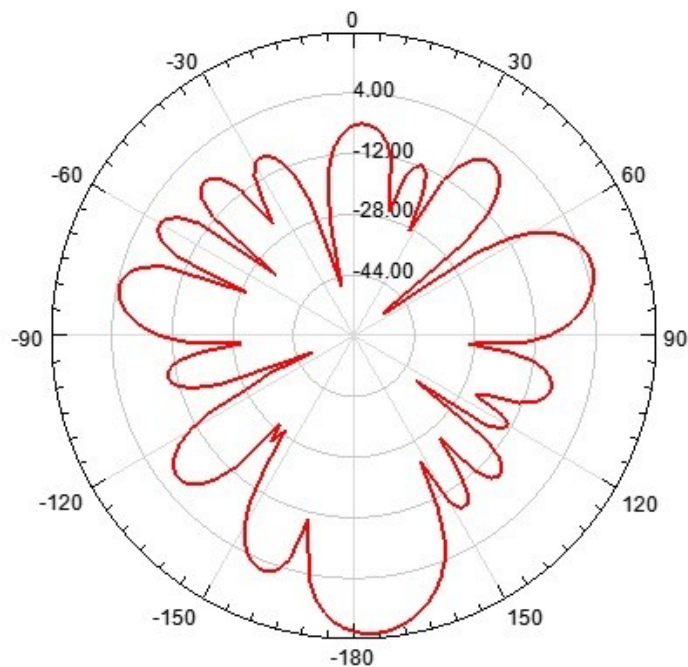


Figura 7.39 - Diagrama de radiação varredura em ϕ e $\theta = 45^\circ$, $\beta_x = 70^\circ$ e $\beta_y = 30^\circ$, frequência de 15 GHz.

Como se percebe, a quantidade de lóbulos laterais aumentou consideravelmente, se compararmos com a figura 7.37. Em suma, a frequência de operação determina a quantidade de lóbulos laterais.

Para fins de comparação, simularemos o mesmo conjunto, mas desta vez com espaçamento entre os elementos de 3 cm, ao invés de 2 cm. Isto porque, para uma frequência de 5GHz, o comprimento de onda é de 6cm, então, o espaçamento entre os elementos será de $\lambda/2$.

O diagrama de radiação e o diagrama 3D para $\beta_x = 0^\circ$ e $\beta_y = 0^\circ$ é mostrado na figura 7.40.

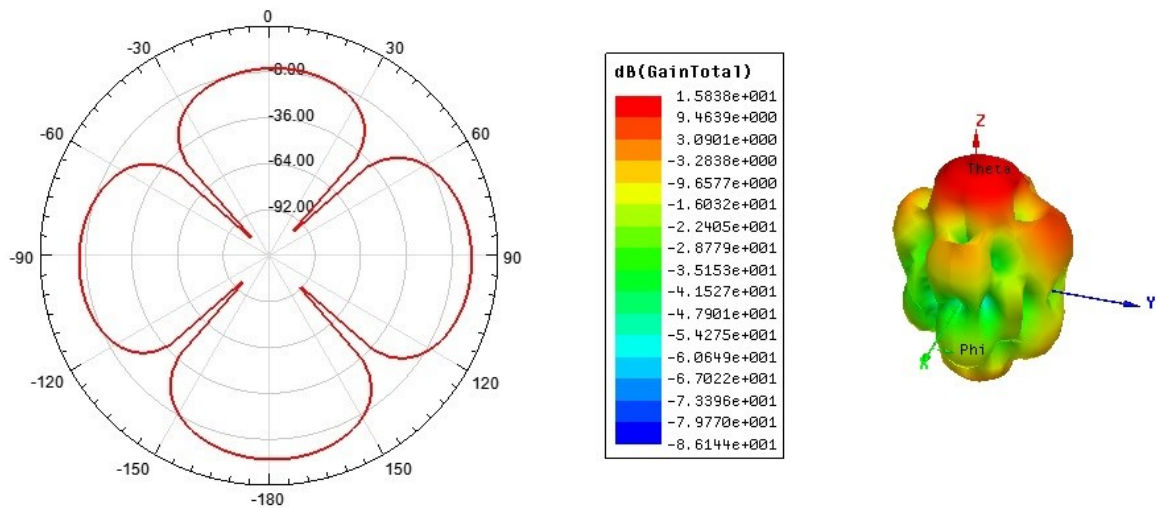


Figura 7.40 – Diagrama de radiação e diagrama 3D para $d = \lambda/2$, $\beta_x = 0^\circ$, $\beta_y = 0^\circ$.

Para $\beta_x = 30^\circ$ e $\beta_y = 0^\circ$:

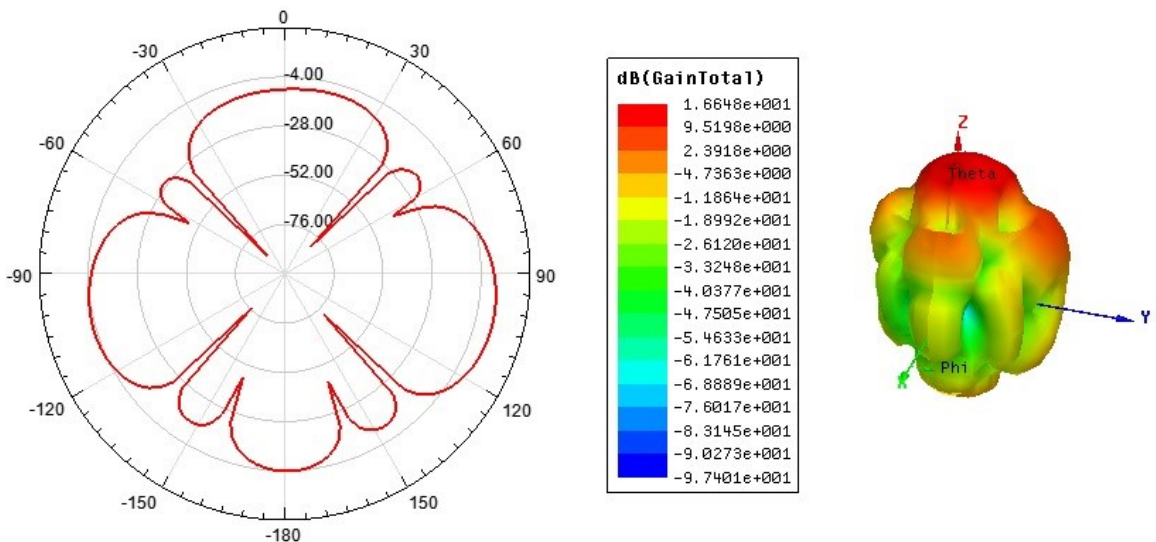


Figura 7.41 – Diagrama de radiação e diagrama 3D para $d = \lambda/2$, $\beta_x = 30^\circ$, $\beta_y = 0^\circ$.

Para $\beta_x = 0^\circ$ e $\beta_y = 30^\circ$:

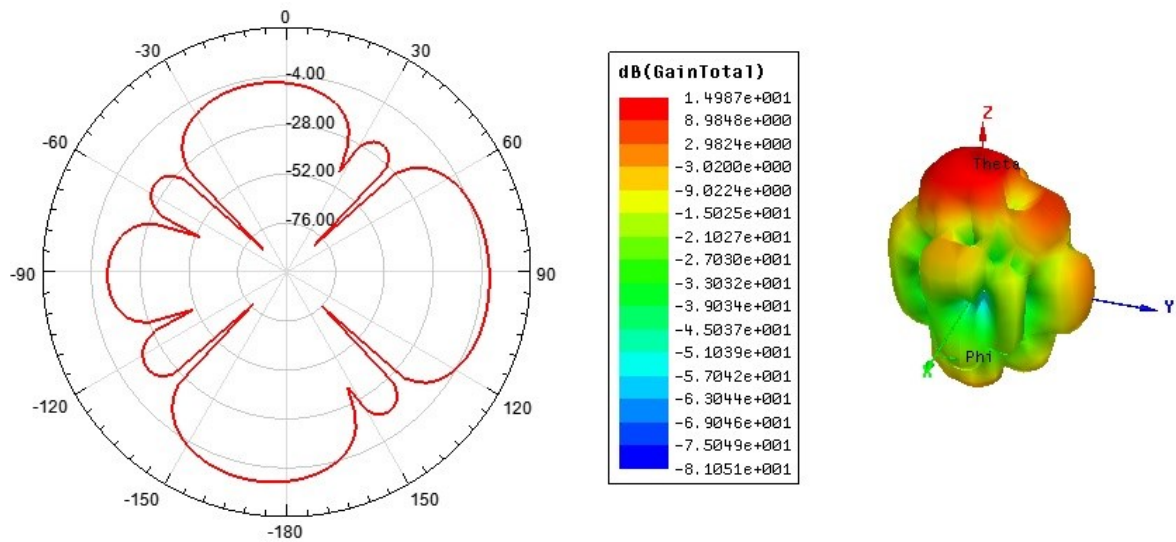


Figura 7.42 – Diagrama de radiação e diagrama 3D para $d = \lambda/2$, $\beta_x = 0^\circ$, $\beta_y = 30^\circ$.

Para $\beta_x = 30^\circ$ e $\beta_y = 30^\circ$:

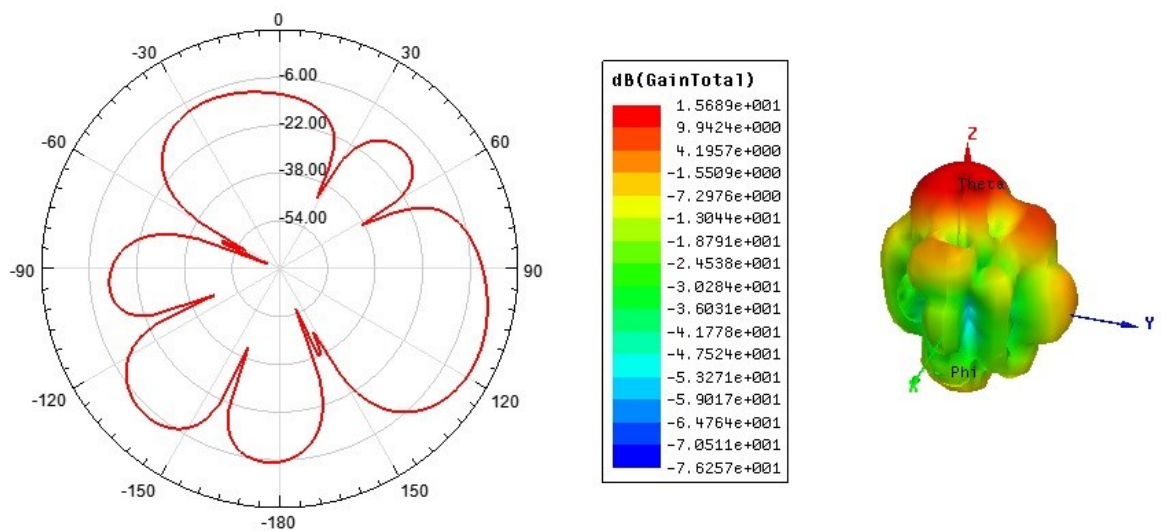


Figura 7.43 – Diagrama de radiação e diagrama 3D para $d = \lambda/2$, $\beta_x = 30^\circ$, $\beta_y = 30^\circ$.

Vamos utilizar o mesmo defasamento para os casos anteriores: $\beta_x = 55^\circ$ e $\beta_y = 78^\circ$.

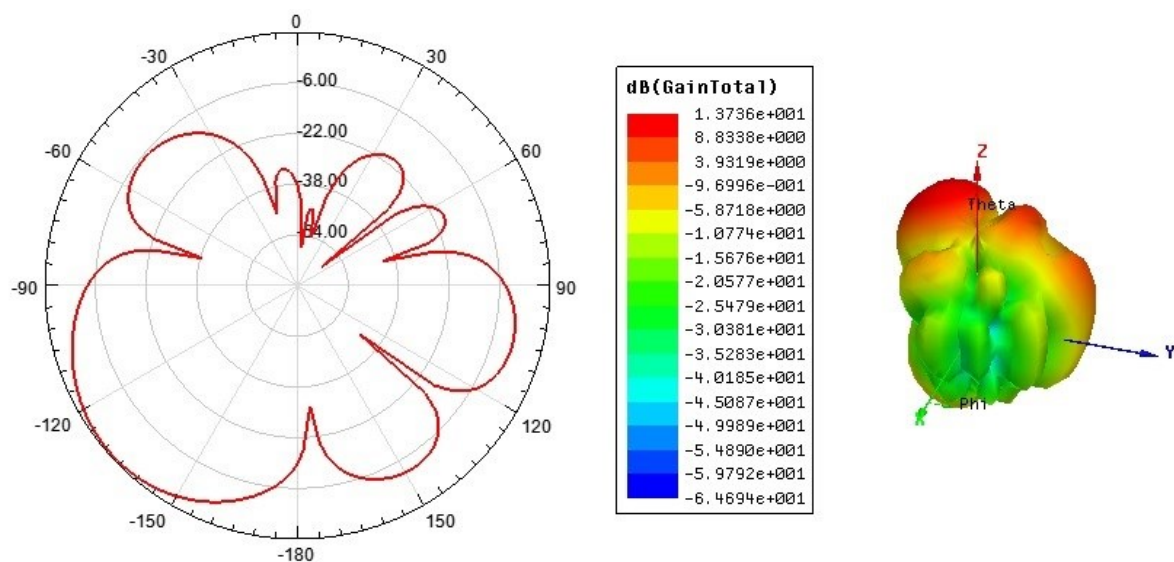


Figura 7.44 – Diagrama de radiação e diagrama 3D para $d = \lambda/2$, $\beta_x = 30^\circ$, $\beta_y = 30^\circ$.

Para facilidade de comparação, as próximas figuras compararam o diagrama de radiação para $d = \lambda/3$ e $d = \lambda/2$.

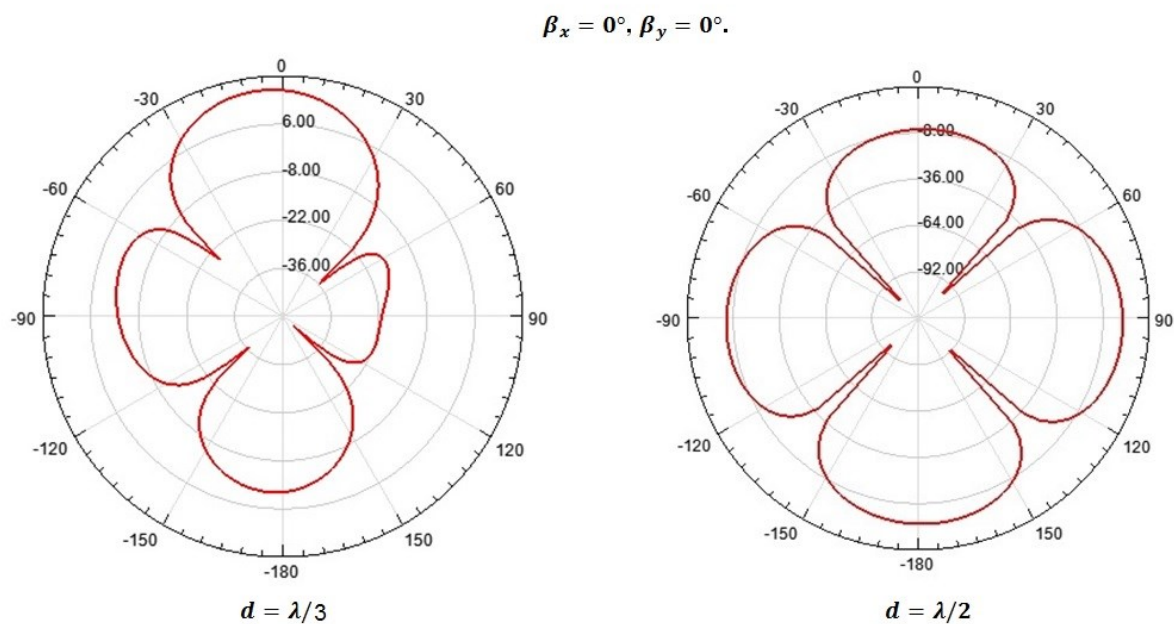
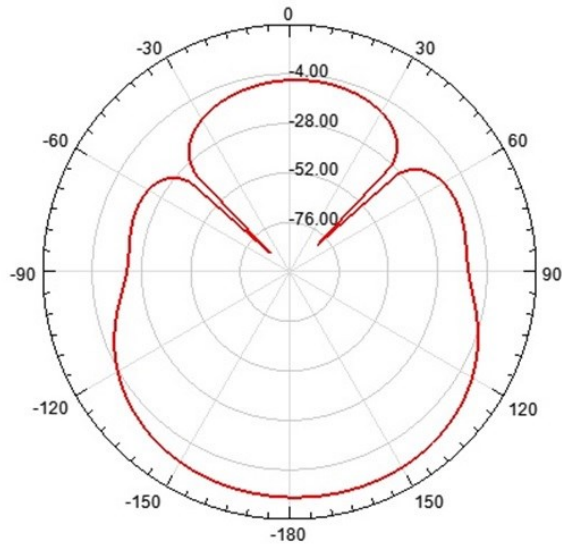
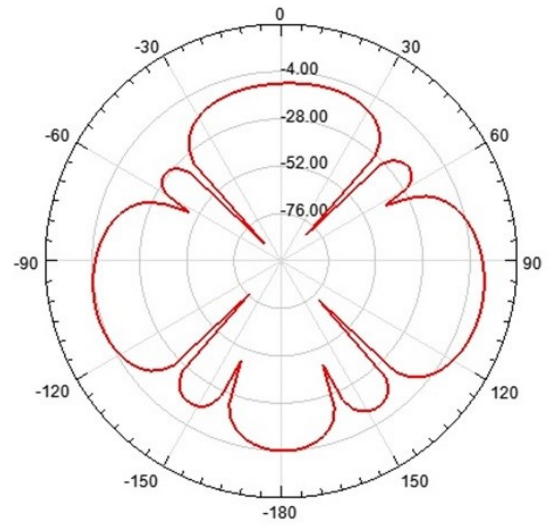


Figura 7.45 – Diagramas de radiação para $d = \lambda/3$ e $d = \lambda/2$, $\beta_x = 0^\circ$, $\beta_y = 0^\circ$

$$\beta_x = 30^\circ \text{ e } \beta_y = 0^\circ.$$



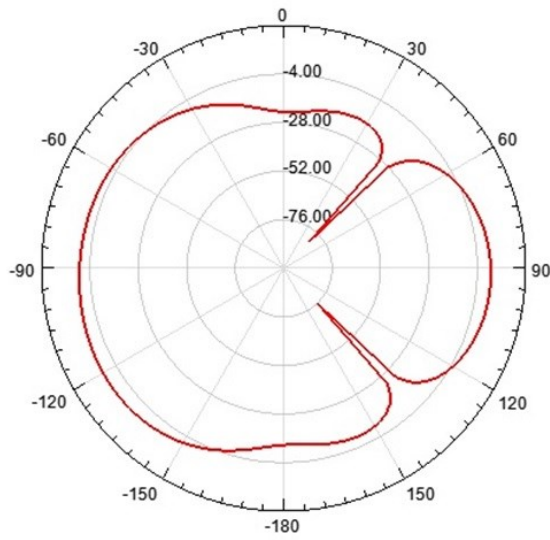
$$d = \lambda/3$$



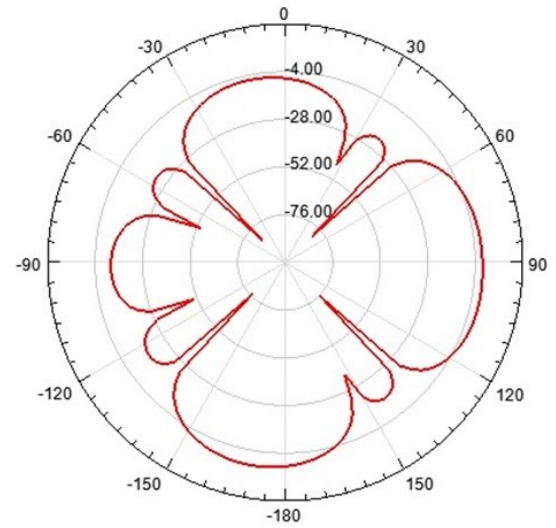
$$d = \lambda/2$$

Figura 7.46 – Diagramas de radiação para $d = \lambda/3$ e $d = \lambda/2$, $\beta_x = 30^\circ$, $\beta_y = 0^\circ$.

$$\beta_x = 0^\circ \text{ e } \beta_y = 30^\circ$$



$$d = \lambda/3$$



$$d = \lambda/2$$

Figura 7.47 – Diagramas de radiação para $d = \lambda/3$ e $d = \lambda/2$, $\beta_x = 0^\circ$, $\beta_y = 30^\circ$.

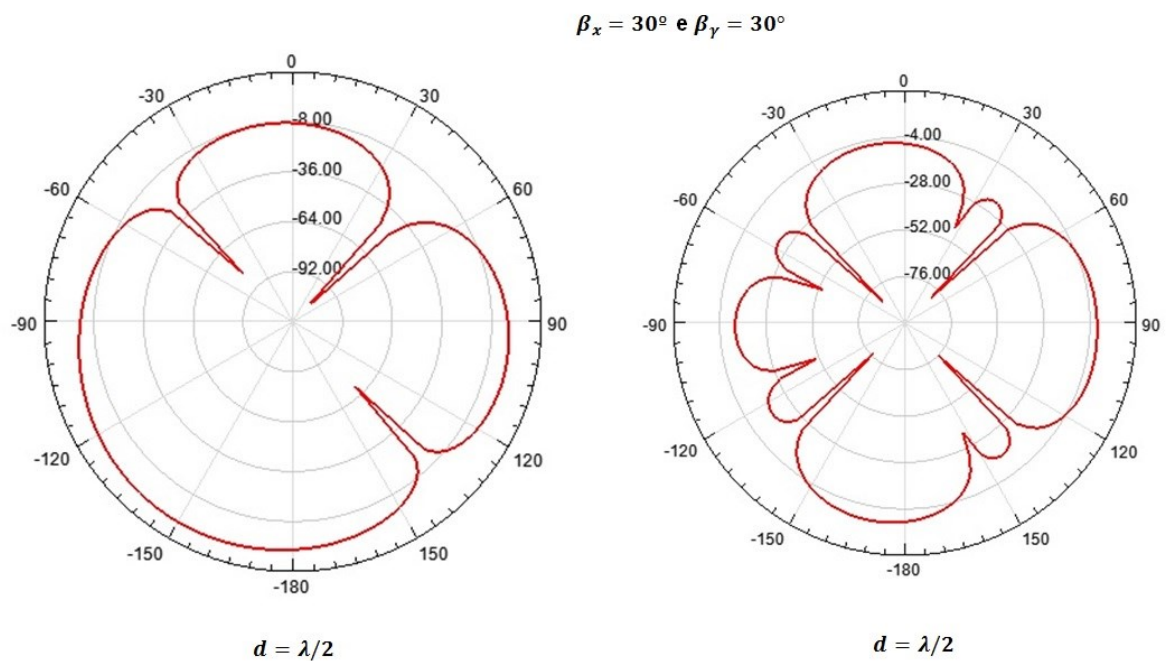


Figura 7.48 – Diagramas de radiação para $d = \lambda/3$ e $d = \lambda/2$, $\beta_x = 0^\circ$, $\beta_y = 30^\circ$.

Por fim, simulamos um conjunto cujo espaçamento entre os elementos é de $\lambda/10$, para vários ângulos de varredura de fase.

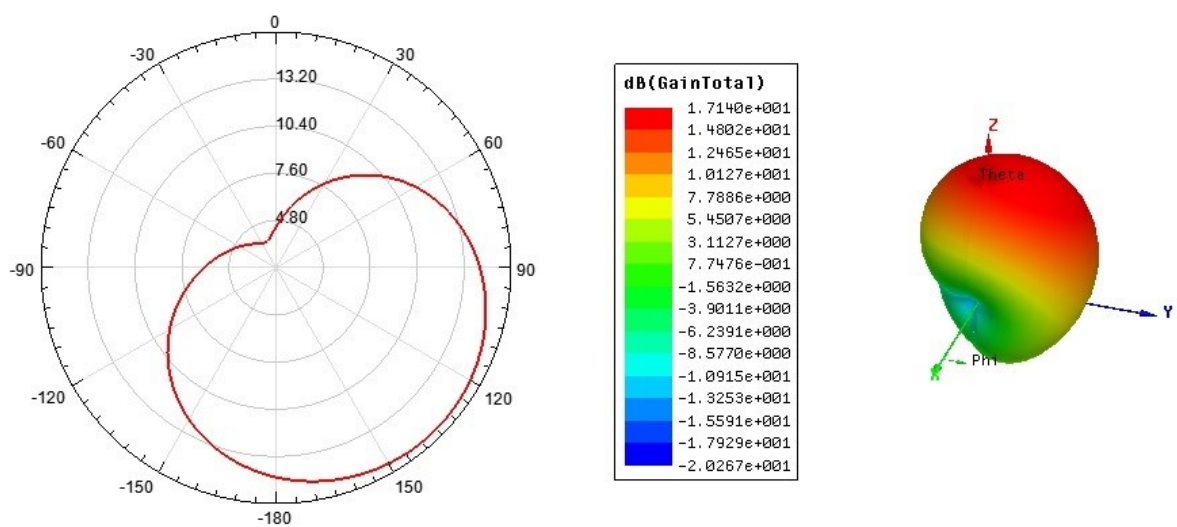


Figura 7.49 – Diagrama de radiação e diagrama 3D para $d = \lambda/10$, $\beta_x = 0^\circ$, $\beta_y = 0^\circ$.

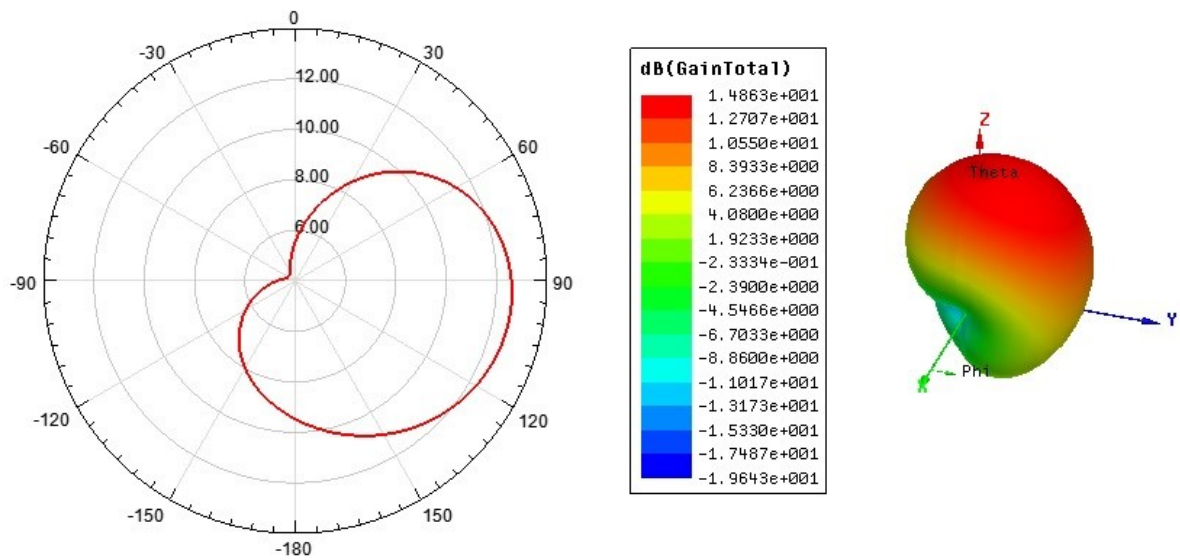


Figura 7.50 – Diagrama de radiação e diagrama 3D para $d = \lambda/10$, $\beta_x = 30^\circ$, $\beta_y = 0^\circ$.

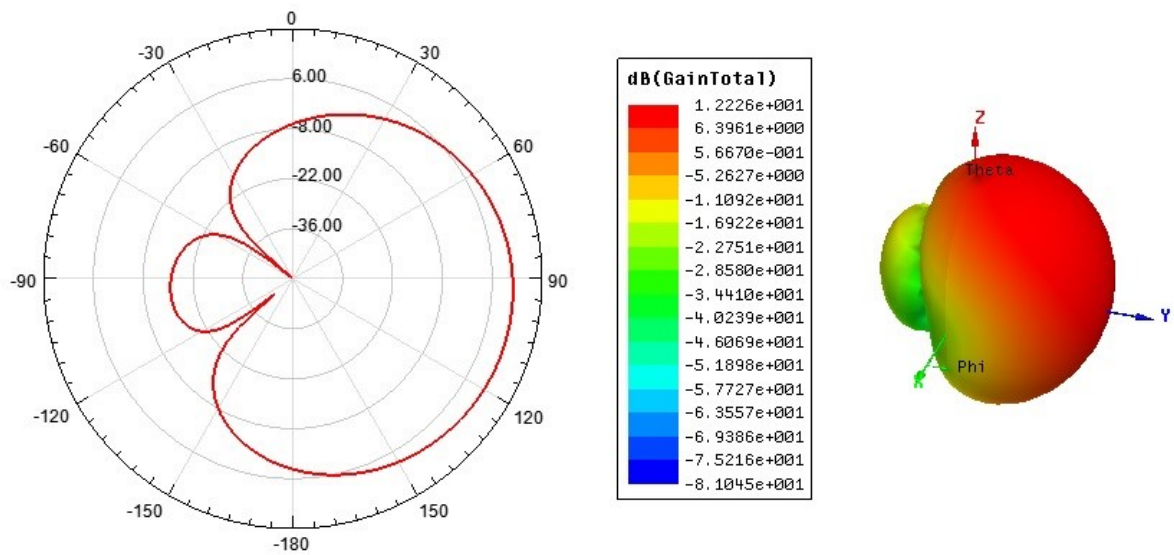


Figura 7.51 – Diagrama de radiação e diagrama 3D para $d = \lambda/10$, $\beta_x = 0^\circ$, $\beta_y = 70^\circ$.

E assim sucessivamente, para diferentes defasagens entre elementos na direção x e elementos na direção y. A variação de um ou outro, ou dos dois simultaneamente, promove a varredura em certas regiões do espaço tridimensional.

7.7 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Analizando as figuras 7.20, 7.21 e 7.22, bem como a tabela 7.1, percebemos que a antena proposta foi capaz de operar em multibanda, como era esperado para antenas fractais. Os resultados da perda de retorno não foram adequados, pois não houve a preocupação com o casamento de impedâncias entre a antena e a fonte, mas sim em verificar os pontos do gráfico onde ocorre ressonância. A faixa de frequência analisada na varredura foi bem ampla, de 1GHz a 30 GHz, e nessa faixa pode-se notar a existência de múltiplas frequências ótimas de operação, que vão da banda C com 7,1 GHz, banda X com 8 GHz, Ku com 13,6 GHz, 16,2 GHz, 17,6 GHz, banda K com 18,9 GHz, 19,7 GHz, 22,5 GHz e 26,2 GHz, banda Ka com 26,6 GHz, 26,8 GHz, 27,2 GHz e 29,6 GHz.

Em relação à impedância, observou-se que a maior parte dela permaneceu baixa, exceto em alguns valores de frequência de varredura, como em 3 GHz (figura 7.23), em que a parte real teve um pico máximo de $8k\Omega$ e a parte imaginária um pico de reatância indutiva de $7,5 k\Omega$. Para a frequência de 15,7 GHz (figura 7.24), a parte real da impedância ficou em torno de $17,5k\Omega$ e a reatância indutiva, em torno de $10k\Omega$. Por fim, a uma frequência de 21 GHz (figura 7.25), em que a parte real teve um máximo de aproximadamente $1,3k\Omega$ e a reatância, agora capacitiva, de $1,5k\Omega$ (ou $-1,5k\Omega$). Sabe-se que uma impedância de entrada muito baixa pode ser um grande inconveniente, mas mudanças no tipo de alimentação e no substrato utilizado podem aumentar a impedância, caso necessário.

Os diagramas de radiação mostrados nas figuras 7.27, 7.28 e seguintes mostram que o conjunto é capaz de direcionar o feixe para várias regiões, alterando-se o atraso de fase entre os elementos na direção x e na direção y. Com relação ao ganho, aqueles obtidos conforme diagramas 3D das figuras 7.28, 7.30, 7.32 e 7.34, obtiveram resultados muito satisfatórios, em torno de 16 dB, no entanto, os ganhos obtidos conforme diagramas 3D das figuras 7.36, 7.38, tiveram resultados menores, em torno de 12 dB.

Alterando o espaçamento entre os elementos de 2 cm para 3 cm a uma frequência de 5GHz, o comprimento de onda é de 6 cm, por isso o espaçamento entre os elementos foi de $\lambda/2$. O ganho neste caso, obtidos conforme diagramas 3D das figuras 7.40 a 7.44, tiveram resultados oscilando em torno de 16 dB.

Por fim, simulou-se um conjunto com espaçamento entre os elementos de $\lambda/10$, para vários ângulos de varredura de fase. O ganho neste caso, obtidos conforme diagramas 3D das figuras 7.49 a 7.51, tiveram valores satisfatórios, com destaque para o diagrama da figura 7.49 cujo valor ficou acima de 17 dB.

Um menor espaçamento entre os elementos do conjunto, em comprimentos de onda, influencia na formação de lóbulos laterais, entretanto, proporciona um melhor direcionamento de feixe, conforme figuras 7.45, 7.46, 7.47 e 7.48. No limite, quando a distância entre os elementos se torna bem menor, o direcionamento do feixe de torna maior, com o ganho se mantendo quase constante. Desta maneira, a varredura de feixe é mais eficiente, permitindo que o conjunto direcione o feixe na direção de interesse e suprima o feixe em regiões que não são de interesse.

Entretanto, o conjunto perde a capacidade de direcionamento à medida que a distância entre os elementos se torna menor. Ou seja, embora a diretividade seja maior, com consequente redução dos lóbulos laterais, a capacidade de orientação espacial do feixe se torna menor. Alguns pontos do espaço, inclusive, não são possíveis de serem atingidos, o que limita a utilização em algumas aplicações.

Isso significa que é necessário encontrar uma solução de equilíbrio entre a capacidade de orientação espacial e a eficiência na redução do lóbulo lateral. Este tipo de escolha deverá ser realizada pelo projetista de antenas, de acordo com o sistema planejado e a aplicação prevista.

8. CONCLUSÃO

Os grandes avanços na área de comunicações e de telecomunicações, desde o desenvolvimento da computação quântica até a telefonia 5G, têm demandado maneiras muito mais eficientes de aproveitamento do espectro. Clientes que necessitam transmitir uma quantidade gigantesca de dados, de maneira cada vez mais complexa, precisam ser atendidos por redes de telecomunicações robustas. Empresas fornecedoras precisam vencer a corrida tecnológica onde a habilidade de gerar mais informações fornece desafios quase insuperáveis. Antenas inteligentes se tornaram um componente crítico para aumentar o desempenho de uma gama de aplicativos sem fio. Sua abordagem arrojada, capaz de direcionar o feixe na direção de interesse e não irradiar nas direções indesejadas, torna-a indispensável nos dias atuais, permite maiores taxas de sinal/ interferência, níveis mais baixos de energia e maior reutilização de frequência numa mesma célula em sistemas de transmissão de telefonia móvel.

Além disso, a utilização de antenas inteligentes aprimora as técnicas de localização de direção, varrendo com mais precisão e encontrando mais eficientemente os ângulos de chegada. Capacidades do sistema aprimoradas, larguras de banda mais altas, atenuação de caminhos múltiplos, redução de mancha na imagem de radar e resolução de conjunto melhorada são apenas alguns dos muitos benefícios proporcionados pelas antenas inteligentes.

As antenas fractais, por seu turno, possuem um histórico de sucesso e avanços notórios, embora às vezes controversos. Elas se mostraram ideais em projetos de miniaturização de antenas, justamente porque ocupam melhor o espaço imaginário correspondente à esfera em torno da antena, e com isso conseguem ter um comprimento efetivo maior. O número de iterações fractais proporciona uma maior aproximação em relação ao limite de miniaturização de antenas, aumentando o fator de qualidade. As antenas fractais também são capazes de operar em multibanda, e por isso às vezes são referidas como antenas independentes da frequência, por analogia às antenas que possuem característica de determinação exclusiva por ângulos e auto semelhança.

A união da tecnologia de antenas inteligentes com elementos fractais é inovadora, e pode ser um importante passo para a otimização dos sistemas de

telefonía, internet, satélites e radares. Entretanto, como tudo o que é novo, essa técnica deve ser analisada com bastante rigor e ser testada numa quantidade maior de modelos fractais, e somente assim será possível chegar a resultados seguros e concretos sobre o seu real efeito em sistemas de telecomunicações. Ainda que os modelos apresentados neste trabalho possam ter apresentado um bom desempenho, seria demasiado imprudente generalizar os resultados para todas as antenas fractais inteligentes.

Uma antena fractal inteligente talvez seja capaz de aumentar, de maneira eficiente e econômica, a capacidade dos sistemas de comunicações móveis, concentrando a energia eletromagnética na direção de interesse e permitindo que as estações-base setorizadas possam operar com maior capacidade. E por ser uma antena fractal, é capaz de atuar em várias frequências de ressonância, ao mesmo tempo em que ocupa um espaço menor do que antenas com outros formatos. Se as antenas inteligentes permitem um reuso de frequência, uma antena fractal inteligente eventualmente é capaz de potencializar ainda mais esta capacidade, justamente devido a essa característica que as aproxima das chamadas antenas independentes da frequência. O ponto é: encontrar a geometria fractal perfeita, ou próxima do ideal almejado.

O número de elementos de um conjunto afeta a largura de feixe do diagrama de radiação: mais elementos proporcionam menor largura de feixe, o que dará mais precisão para se detectar os usuários de interesse e desprezar os sinais/ usuários que não sejam do interesse.

Os formadores dinâmicos de feixe tendem a ser mais caros devido à complexidade de hardware, embora os processadores digitais de sinais tendam a ficar cada vez mais baratos e mais rápidos. Entretanto, esse é um aspecto prático que deve ser levado em conta quando se for projetar um sistema SDMA.

Em se tratando das estruturas fractais, os maiores obstáculos encontrados atualmente no projeto e análise de antenas fractais são as limitações computacionais, a dificuldade de construção prática e a falta de um tratamento matemático mais adequado. As limitações computacionais dizem respeito principalmente à capacidade de processamento e às limitações de memória RAM, embora grandes progressos tenham sido realizados nas últimas décadas. A dificuldade de construção prática se refere às limitações tecnológicas no processo

de construção e implementação da estrutura real, ainda mais quando se tratar de antenas muito reduzidas; mas esses obstáculos estão sendo vencidos gradativamente, destacando-se o uso de nanotecnologia e de impressoras 3D. Por fim, a falta de tratamento matemático mais adequado é uma alusão à relativamente escassa literatura sobre o tema, à pouca preocupação com uma modelagem e sistematização que permitam analisar, de forma ágil e intuitiva, os principais parâmetros das antenas – perda de retorno, impedância de entrada, ganho, etc. – relacionados às estruturas fractais; na maioria dos casos, a única modelagem que se faz é através de métodos numéricos, com a ajuda dos computadores.

A antena fractal proposta e analisada no presente trabalho atingiu um ganho maior do que muitas antenas fractais apresentadas na literatura, como por exemplo, de Varnikha et. al. [VARNIKHA 2019] que, ao utilizarem uma estrutura decagonal fractal, apresentaram um ganho máximo de 3dB para a frequência de 5GHz. Ou maior do que o modelo de Venkatrao et. al. [VENKATRAO 2020] que atingiram um ganho máximo de 4,9 dB, e mesmo assim, apenas numa estreita largura de banda.

Antenas inteligentes aliadas a elementos fractais podem resolver outro problema que aflige a humanidade atualmente: a inundação do espaço com ondas eletromagnéticas. Embora não haja estudos conclusivos sobre o assunto, autoridades e cientistas têm demonstrado preocupação com a quantidade de exposição das pessoas à radiação eletromagnética, buscando políticas para minar esse efeito. Um feixe dinâmico de um sistema SDMA com elementos fractais seria capaz de direcionar o feixe mais eficientemente para o usuário de interesse, economizando muita energia por não precisar emitir radiação em direções indesejadas, o que limparia bastante o espaço da “contaminação eletromagnética”, e representaria um alívio para os que se preocupam com tal exposição.

O trabalho aqui desenvolvido prestou uma grande contribuição à comunidade científica e espera-se que possa ser aprimorado, visando um desempenho cada vez melhor. Os resultados aqui encontrados e os obtidos numa publicação paralela [RIBEIRO et, al. 2022] podem indicar caminhos seguros para futuras pesquisas.

9. ANEXO

Programa MATLAB utilizado

```
P = 360;
thetas = [[0:pi/P:pi-pi/P] [pi:-pi/P:0]];
N = 10; % Número de elementos
f = 1e9; % Frequência
lambda = 3e8/f; % Comprimento de onda
k = 2*pi/lambda; % Número de onda
d = lambda/2; % Espaço entre os elementos
beta = 0; % Atraso de fase
psi = k*d*cos(thetas) + beta;
AF = cos(psi).*cos(2*psi).*cos(4*psi); % Array factor
U = AF.^2;
step = thetas(2) - thetas(1);
U0 = 1/(4*pi)*(2*pi)*step*sum(AF(1:P).^2.*sin(thetas(1:P))); % Diretividade do AF
D = U/U0;
thetam = [pi/2-thetas(1:P) pi/2+thetas(P+1:end)];%
Offset = 20;
DdB = 10*log10(D) + Offset;
DdB(find(DdB < 0)) = 0; % Eliminando valores negativos
polar(thetam, DdB, 'b'); hold on; % Gráfico polar
```

10. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABDELHAK, F.; NAJIB, F.; ALI, G. A Sierpinski Slot Antenna as a TAG FRID Antenna. **International Journal of Communication Networks and Information Security (IJCNIS)**. Kohat, Pakistan, Vol. 2, No. 3, December, 2010, p.248-252. <https://doi.org/10.17762/ijcnis.v2i3.61>

ABDELLATIF, S.; KIRAH, K. Nanowire Photovoltaic Efficiency Enhancement Using Plasmonic Coupled Nano-Fractal Antennas. **Optics Letters**. Vol. 38, nº 18, pp. 3680-3683, 2013. <https://doi.org/10.1364/OL.38.003680>

ABDERRAHMANE, L. H.; BRAHIMI, A. A New Design of Dual Band Fractal Antenna for LEO Applications. **The Eighth International Conference on Systems and Networks Communications**. Venice, Italy, October 27 - November 1, 2013. [ISBN: 978-1-61208-305-6](https://doi.org/10.1109/ICSNCS.2013.6738542)

ABRAHAM, J.; JOHN, K. K. A.; MATHEW, T. Microstrip Antenna Based on Durer Pentagon Fractal Patch for Multiband Wireless Applications. **International Conference on Information Communication and Embedded Systems (ICICES)**, 2014. <https://doi.org/10.1109/ICICES.2014.7033976>

ALVES, M. J. L.; FARIAS, K. C. S.; REGIS, C. D. M.; ALENCAR, M. S. de; PEROTONI, M. B. Uma Nova Antena Fractal para Aplicação em Televisão Digital Móvel na Banda VHF. **XXVI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações**. RJ, 2008. <https://doi.org/10.14209/sbrt.2008.43114>

ANDERSON, J. W. **Hyperbolic Geometry**. New York: Springer-Verlang, 1999. <https://doi.org/10.1007/978-1-4471-3987-4>

ARIF, A.; ZUBAIR, M.; ALI, M.; KHAN, M. U.; MEHMOOD, M. Q. A Compact, Low-Profile Fractal Antenna for Wearable On-Body WBAN Applications. **IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters**, vol.18, no.5, pp.981-985, 2019. <https://doi.org/10.1109/LAWP.2019.2906829>

ASSIS, T. A de; MIRANDA, J. G. V.; MOTA, F. B.; ANDRADE, R. F. S.; CASTILHO, C. M. C. Geometria Fractal: Propriedades e Características de Fractais Ideais. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, vol. 30, nº2, 2008. <https://doi.org/10.1590/S0102-47442008000200005>

AZARI, A.; ROWHANI, J. Ultra Wideband Fractal Microstrip Antenna Design. **Progress in Electromagnetics Research C**, vol. 2, pp. 7-12, 2008. <https://doi.org/10.2528/PIERC08031005>

BALANIS, C. A. **Teoria de Antenas: Análise e Síntese**. Tradução e revisão técnica de J. R. Souza. Rio de Janeiro: LTC, 3ª ed., v. I e II, 2009.

BALANIS, C. A. **Advanced Engineering Electromagnetics**. Arizona State University: John Wiley & Sons, Inc., 2. ed., 2015.

BALIARDA, C. P.; BORAU, C. B.; RODERO, M. N.; ROBERT, J. R. An Iterative Model for Fractal Antennas: Application to the Sierpinski Gasket Antenna. **IEEE Trans. Antennas Propagat.**, Vol. 48, No 5, pp. 713-719, May 2000a. <https://doi.org/10.1109/8.855489>

BALIARDA, C. P.; ROMEU, J.; CARDAMA, A. The Koch Monopole: A Small Fractal Antenna. **IEEE Trans. Antennas Propagat.**, Vol. 48, No 11, pp. 1773-1781, Nov. 2000b.

BALIARDA, C. P. ROMEU, J.; POUS, R.; CARDAMA, A. On the Behavior of the Sierpinski Multiband Fractal Antenna. **IEEE Transactions on Antennas and Propagations**, vol. 46, nº 4, pp. 517-524, 1998. <https://doi.org/10.1109/8.664115>

BANCROFT, Randy. Fundamental Dimension Limits of Antennas: Ensuring Proper Antenna Dimensions in Mobile Devices Designs. Westminster, Colorado: **Centurion Wireless Technologies**, s/d.

BANERJEE, S. & DWIVEDI, V. V., Effect of signal to interference ratio on adaptive beamforming techniques, **Journal of King Saud University, Engineering Sciences**, Vol. 30, Issue 4, pp.313-319, October 2018.
<https://doi.org/10.1016/j.jksues.2016.08.002>

BARLETT, M. **An Introduction to Stochastic Processes with Special References to Methods and Applications**. New York: Cambridge University Press, 1961.

BENAZIR, M.; JOTHILAKSHMI, P. Circular Patch with Star Triangular Fractal Antenna for SWB Applications. **International Conference on Communication and Signal Processing**. India, p. 485-489, April 3-5, 2014.
<https://doi.org/10.1109/ICCSP.2014.6949889>

BEST, S. R. A Comparison of the Performance Properties of the Hibert Curve Fractal and Meander Line Monopole Antennas. **Microwave Optical Tech Lett**, vol.35, no.20, 2002a. <https://doi.org/10.1002/mop.10576>

BEST, S. R. On the Resonant Behavior of the Small Koch Fractal Monopole Antenna. **Microwave and Optical Technology Letters**, vol. 35, n° 4, pp. 311-315, 2002b. <https://doi.org/10.1002/mop.10593>

BEST, S. R. A Comparison of the Resonant Properties of Small Space-Filling Fractal Antennas. **IEEE Antennas Wireless Propagation Letters**, vol.2. 2003.
<https://doi.org/10.1109/1-AWP.2003.819680>

BLACKMAN, R. B.; TUKEI, J. W. **The Measurement of Power Spectra from the Point of View of Communications Engineering**. New York: Dover, 1958.
<https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1958.tb01530.x>

BOLOTOV, V. N.; KOLESNIKOV, S. E.; TKACH, Y. V.; TKACH, Y. Y.; KHUPCHENKO, P. V. Fractal Communication System. **Electromagnetic Phenomena**, Vol. 7, n° 1 (18), pp. 174-179, 2007.

BOYAT, A. K.; JOSHI, B. K. A Review Paper: Noise Models in Digital Image Processing. **Signal & Image Processing: An International Journal (SIPIJ)**, vol.6, nº2, 2015. <https://doi.org/10.5121/sipij.2015.6206>

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BOYLESTAD, Robert L. **Introdução à Análise de Circuitos**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 10ª ed., 2004.

BRIGGS, J. **Fractals: the Patterns of Chaos**. New York: Touchstone, Simon and Schuster Inc. 1992.

BUSSAB, W. de O.; MORETTIN, P. A. **Estatística Básica**. São Paulo: Saraiva, 6.ed., 2010.

CAPON, J. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis, **Proc. IEEE**, vol. 57, no. 8, pp. 1408–1418, 1969. <https://doi.org/10.1109/PROC.1969.7278>

CARMO, M. P. Geometrias Não-Euclidianas. **Matemática Universitária**, nº6. IMPA, Rio de Janeiro, p. 25-48, 1987.

CHATTERJEE, S.; MAJUMDER, A.; GHATAK, R.; PODDAR, D. R. Wide Impedance and Pattern Bandwidth Realization Using Fractal Slotted Array Antenna. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, vol. 62, nº8, pp. 4049-4056, 2014. <https://doi.org/10.1109/TAP.2014.2322887>

CHIARAVALLLOTI, André de Moraes. **Análise Fractal da Taxa de Câmbio da Moeda Chinesa, o Yuan, Contra o Dólar Americano**. 2006, 70f. Monografia (Departamento de Ciências Econômicas). Departamento de Ciências Econômicas, Centro Sócio-Econômico, Universidade Federal de Santa Catarina, SC, 2006.

CHOWDARY, P. S. R.; PRASAD, A. M.; RAO, P. M. Investigations on the Radiation Characteristics of Cantor Fractal Array. **International Journal of Advanced**

Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering. Vol. 2, Issue 9, pp. 4492-4498, September 2013a.

CHOWDARI, P. S. R.; PRASAD, A. M.; RAO, P. M. ANGUERA, J. Simualtion of Radiation Characteristics of Sierpinski Fractal Geometry for Multiband Applications. **International Journal of Information and Electronics Engineering**, vol. 3, nº 6, pp. 618-621, 2013b. <https://doi.org/10.7763/IJIEE.2013.V3.390>

CHRYSSOMALIS, M. Smart Antennas. **IEEE Antennas Propagation Magazine**, vol. 42, no. 3, pp. 129-136, 2000. <https://doi.org/10.1109/74.848965>

CHU, L. J. Physical Limitations of Omnidirectional Antennas. **J. Appl. Phys.**, Vol. 19, pp. 1163-1175, 1948. <https://doi.org/10.1063/1.1715038>

COHEN, N. Fractal Antennas, Part 1 – Introduction and the Fractal Quad. **Communications Quarterly**, vol.5, no.3, August 1995. https://doi.org/10.1007/978-1-4612-2472-3_1

COLLIN, R. E.; ROTHSCHILD, S. Evaluation of Antenna Q. **IEEE Transactions on AP**, vol. 44, pp. 23-27, 1964. <https://doi.org/10.1109/TAP.1964.1138151>

COLLIN, R. E.; ZUCKER, F. J. **Antenna Theory**, Part 1. New York: McGraw-Hill, 1969.

COSTA, K. Q. da; DMITRIEV, V. A. Cálculo do Fator Q de Combinações de Dipolos Elétricos e Magnéticos Infinitesimais com Diferentes Amplitudes, Fases e Orientações. **XXV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações**. Recife, PE, 2007. <https://doi.org/10.14209/sbrt.2007.31337>

DALIRI, A.; GALEHDAR, A.; ROWE, W. S. T.; JOHN, S.; WANG, C. H.; GHORBANI, K. Quality Factor Effect on the Wireless Range of Microstrip Patch Antenna Strain Sensors. **Sensors**, vol. 14; doi: 10.3390/s140100595, pp. 595-605, 2014. <https://doi.org/10.3390/s140100595>

DIRAC, Paul. Quantised Singularities in the Electromagnetic Field. **Proc. Roy. Soc. (London)** A 133, 60, 1931. <https://doi.org/10.1098/rspa.1931.0130>

DYSON, J. D. A Survey of the Very Wide Band and Frequency Independent Antennas – 1945 to the Present. **Journal of Research of the National Bureau of Standards – D. Radio Propagation**, vol. 66D, nº 1, pp.1-6, 1962. <https://doi.org/10.6028/jres.066D.004>

EDGAR, G. **Measure, Topology, and Fractal Geometry**. New York: Springer, 2.ed., 2008. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-74749-1>

EL-KHAMY, S. E.; ELTRASS, A. S.; EL-SAYED, H. F. Adaptive beamforming synthesis for thinned fractal antenna arrays, 2017 **XXXIInd General Assembly and Scientific Symposium of the International Union of Radio Science (URSI GASS)**, pp.1-4, 2017. <https://doi.org/10.23919/URSIGASS.2017.8105131>

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Unicamp, 2002.

FELBER, Philip. Fractal Antennas. **Illinois Institute of Technology**, December 12, 2000.

GHATAK, R.; KARMAKAR, A.; PODDAR, D. Evolutionary Optimization of Haferman Carpet Fractal Patterned Antenna Array. **International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering**. Vol. 25, No. 8, pp.719-729, 2015. <https://doi.org/10.1002/mmce.20911>

GIANVITTORIO, John P.; RAHMAT-SAMII, Yahya. Fractal Antennas: A Novel Antenna Miniaturization Technique, and Applications. **IEEE Antennas Propagation Magazine**, Vol. 44, nº 1, p. 20-36, February 2002. <https://doi.org/10.1109/74.997888>

GODARA, L., **Smart Antennas**, CRC Press, Boca Raton, FL, 2004.

GRIMES, D. M.; GRIMES, C. A. Minimum Q of Electrically Small Antennas: A Critical Review. **Microwave and Optical Technology Letters**, 28, John Wiley & Sons, pp. 172-177, 2001. [https://doi.org/10.1002/1098-2760\(20010205\)28:3<172::AID-MOP7>3.0.CO;2-C](https://doi.org/10.1002/1098-2760(20010205)28:3<172::AID-MOP7>3.0.CO;2-C)

GROSS, F. **Smart Antennas for Wireless Communications**. New York: McGraw-Hill Companies, 2.ed., 2015.

GSCHWENDTNER, E.; WIESBECK, W. Frequency-Independent Antenna Concepts for the Use in Vehicles. **10th International Crimean Conference “Microwave & Telecommunication Technology**. Sevastopol, Ukraine, ISBN: 966-572-048-1, pp. 39-42, 2000.

GUSTAFSSON, Mats. Broadband Array Antennas Using a Self-complementary Antenna Array and Dielectric Slabs. **Department of Electrosience, Electromagnetic Theory, Lund Institute of Technology**. Sweden. LUTEDX, TEAT-7129, pp.1-8. 2004.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; KRANE, K. S. **Physics**. 4th ed. New York: John Wiley & Sons, Inc. Vol.4, 1992.

HAYT Jr., W. H. & BUCK, J. A. **Eletromagnetismo**. Tradução de Amilton Soares Júnior. Porto Alegre: AMGH, 7.ed., 2010.

HAMDOUNI, A. EI; ZBITOU, J.; TAJMOUATI, A.; ABDELLAOUI, L. EI; ERRKIK, A.; TRIBAK, A; LATRACH, M. A Novel Design of a CPW-Fed Printed Fractal Antenna for UWB Applications. **Third International Workshop on RFID And Adaptive Wireless Sensor Networks (RAWSN)**. Agadir, Morocco, 13-15, May, 2015.

HANSEN, R. C. **Electrically Small, Superdirective, and Superconducting Antennas**. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2006. <https://doi.org/10.1002/0470041048>

HANSEN, R. C. Fundamental Limitations in Antennas. **Proc. IEEE**, Vol. 69, n° 2, February 1981. <https://doi.org/10.1109/PROC.1981.11950>

HARRINGTON, R. F. Effect of Antenna Size on Gain, Bandwidth, and Efficiency. **J. Res. Nat. Bur. Stand.-D, Radio Propagat.**, Vol. 64D, pp. 1-12, Jan-Feb, 1960. <https://doi.org/10.6028/jres.064D.003>

HASSLER, U. Stochastic Processes and Calculus – An Elementary Introduction with Applications. **Switzerland: Springer International Publishing**, 2016.

HAYKIN, S.; LIU, K. J. R. **Handbook on Array Processing and Sensor Networks**. New Jersey: John Wiley & Sons, 2009. <https://doi.org/10.1002/9780470487068>

HILBERT, D. **Foundations of Geometry**. Translated by Leo Unger. La Salle: Illinois. Open Court, 2 ed. 1971.

HOHLFELD, Robert G.; COHEN, Nathan. Self-Similarity and the Geometric Requirements for Frequency Independence in Antenna. In: **Fractals**, vol. 7, n° 1. *Singapura: World Scientific Publishing Company*, p.79-84, 1999. <https://doi.org/10.1142/S0218348X99000098>

HONG, Tian. Design of an Adaptive Sidelobe Cancellation Algorithm for Radar. **J. Phys.: Conf. Ser.** 1754 012217. 2021. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1754/1/012217>

HOWELLS, P. W. Intermediate Frequency Sidelobe Canceller. **U. S. Patent 3202990**, Aug. 24, 1965.

HUREWICZ, W.; WALLMAN, H. **Dimension Theory (PMS – 4)**. New Jersey: Princeton University Press. Princeton Mathematical Series, 63. Reprint edition, 2015.

IQBAL, M. N.; RAHMAN, H.-Ur; JILANI, S. F. An Ultrawideband Monopole Fractal Antenna with Coplanar Waveguide Feed. **International Journal of Antennas and**

Propagation. Hindawi Publishing Corporation. Vol. 2014, March 2014.
<https://doi.org/10.1155/2014/510913>

IVANOV, P. C.; AMARAL, L. A. N.; GOLDBERGER, A.; HAVLIN, S.; ROSENBLUM, M. B.; STRUZI, Z.; STANLEY, H. E. Multifractality in Human Heartbeat Dynamics. **Nature**, n°399, 1999. <https://doi.org/10.1038/20924>

JAUBERT, L. D. C.; MOESSNER, R. Multiferroicity in spin ice: Towards magnetic crystallography of $\text{Tb}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$ in a field. **Physical Review B**, 91, 2015. DOI: 10.1103/PhysRevB.91.214422. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.91.214422>

JOHNSON, D. H.; DUDGEON, D. **Array Signal Processing, Concepts and Techniques**. New Jersey: Prentice Hall, 1993.

KADHIM, M. A. Increase the Efficiency of Smart Antennas by Using Fractals. **International Conference on Electrical and Electronics Engineering**, pp. 203-206, 2018. <https://doi.org/10.1109/ICEEE2.2018.8391330>

KAMEN, E. W.; SU, J. K. **Introduction to Optimal Estimation**. London: Springer-Verlag, 1999. <https://doi.org/10.1007/978-1-4471-0417-9>

KANDOIAN, A. G., Three New Antenna Types and Their Applications, **Proc. IRE**, 35, pp. 70w- 75w, Feb. 1946.

KAUR, A.; SINGH, G. A Review Paper on Fractal Antenna Engineering. **International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering**. Tamilnadu, India, Vol. 3, Issue 6, p. 9983-9989, 2014.

KAUR, P.; DE, A.; AGGARWAL, S. K. Design of a Novel Reconfigurable Fractal Antenna for Multi-Band Application. **International Journal of Advanced Science and Technology**. Vol. 62, p. 103-112, 2014. <https://doi.org/10.14257/ijast.2014.62.08>

KAUR, S.; RAJNI; MARWAHA, A. Fractal Antennas: A Novel Miniaturization Technique for Next Generation Networks. **International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT)**. Vol. 9, n° 15, 2014.

<https://doi.org/10.14445/22315381/IJETT-V9P341>

KAVITHA, S.; CHAITANYA, S. P. K. Design of Linear and Planar Fractal Arrays. **Int. Journal of Engineering Research and Applications**. ISSN: 2248-9622, Vol. 3, Issue 5, pp.1162-1168, 2013.

KEIZER, W. P. M. N. Linear array thinning using iterative FFT techniques. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, vol.56, no.8, pp.2757-2760, 2008.

<https://doi.org/10.1109/TAP.2008.927580>

KHAMY, S. E. E; ELTRASS, A. S.; SAYED, H. F. E. Design of Thinned Fractal Antenna Arrays for Adaptive Beam Forming and Sidelobe Reduction. *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, vol.12, no3, pp.435-441, 2017.

<https://doi.org/10.1049/iet-map.2017.0464>

KIM, Dong-Jun; CHOI, Jun-Ho; KIM, Young-Sik. CPW-Fed Ultrawideband Flower-Shaped Circular Fractal Antenna. **Microwave and Optical Technology Letters**. Vol. 55, n° 8, August 2013. <https://doi.org/10.1002/mop.27678>

KIM, Y.; JAGGARD, D. L. The Fractal Random Array, **Proc. IEEE**, Vol. 74, No. 9, pp 1278-1280, 1986. <https://doi.org/10.1109/PROC.1986.13617>

KOMJANI, N.; MOHAMMADKHANI, R. Modification in Sidelobe Canceller System in Planar Arrays. **IJE Transactions A**, vol. 19, no. 1, pp. 13-20, 2006.

KOVALYOV, I. P. **SDMA for Multipath Wireless Channels**. Heidelberg: Springer-Verlag Berlin, 2004. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-18863-3>

KRAUS, J. D. **Antennas**. 2. ed. New York: McGraw-Hill, 1988.

KRIM, H.; VIBERG, M. Two decades of array signal processing, **IEEE Signal Processes Magazine**, vol. 4, pp. 67–94, 1996. <https://doi.org/10.1109/79.526899>

KRISHNA, D. D.; GOPIKRISHNA, M.; AANANDAN, C. K. Compact Wideband Koch Fractal Printed Slot Antenna. **IET Microwave Antennas Propagation**, vol. 3, Iss. 5, pp. 782-789, 2009. <https://doi.org/10.1049/iet-map.2008.0210>

LAKHTAKIA, A.; HOLTER, N.; VARADAN, V. K.; VARADAN, V. V. Self-Similarity in Diffraction by a Self-Similar Fractal Screen. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, vol.35, no.236, 1987a. <https://doi.org/10.1109/TAP.1987.1144058>

LAKHTAKIA, A.; VARADAN, V. K.; VARADAN, V. V. Time-Harmonic and Time-Dependent Radiation by Bifractal Dipole Arrays. **Int. J. Electronics**, vol.63, no.6, p. 819-824, 1987b. <https://doi.org/10.1080/00207218708939187>

LANDSTORFER, I. F.; SACHER, R. **Optimization of Wire Antennas**. New York: John Wiley, 1985.

LATHI, B. P. **Modern Digital and Analog Communication Systems**. New York, Oxford University Press, 3rd ed., 1998.

LEON-GARCIA, A. **Probability, Statistics, and Random Processes for Electrical Engineering**. New Jersey: Prentice Hall, 3.ed., 2008.

LIBERTI, J.; RAPPAPORT, T. **Smart Antennas for Wireless Communications**. New York: Prentice Hall, 1999.

LI, W.; HEI, Y.; YANG, J.; SHI, X. Fractal-Based Thinned Planar-Array Design Utilizing Iterative FFT Technique. **International Journal of Antennas and Propagation**. *Hindawi Publishing Corporation*. Vol.12, 2012. <https://doi.org/10.1155/2012/329648>

LONG, M.; PENG, F. A Box-Counting Method with Adaptable Box Height for Measuring the Fractal Feature of Images. **Radioengineering**, vol. 22, n°1, pp. 208-213, 2013.

LORENZ, E. N. Predictability. **American Association for the Advanced of Science**, 139th, 1972.

MADENCI, E.; GUVEN, I. The. **Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS®**. 2ed. New York: Springer, 2015.
<https://doi.org/10.1007/978-1-4899-7550-8>

MANDELBROT, Benoit B. **The Fractal Geometry of Nature**. 3^a ed. New York: W. H. Freeman, 1983. <https://doi.org/10.1119/1.13295>

MCLEAN, J. S. A Re-examination of the Fundamental Limits on the Radiation Q of Electrically Small Antennas. **IEEE Trans. Antennas Propagat.**, Vol. 44, No. 5, pp. 672-676, May 1996. <https://doi.org/10.1109/8.496253>

MIRANDA, A. J. Fractais: Conjuntos de Julia e Conjuntos de Mandelbrot. **Sigmae**, vol.1, n°1, p. 110-117, 2012.

MIANO, G.; MAFFUCCI, A. **Transmission Lines and Lumped Circuits**. Orlando: Academic Press, 2001. <https://doi.org/10.1016/B978-012189710-9/50009-7>

MISHRA, R. K.; GHATAK, R.; PODDAR, D. R. Design Formula for Sierpinski Gasket Pre-Fractal Planar-Monopole Antennas. **IEEE Antennas and Propagation Magazine**, Vol. 50, n° 3, pp.104-107, June 2008.
<https://doi.org/10.1109/MAP.2008.4563575>

MONDAL, T.; ROY, T.; GHATAK, R.; CHAUDHURI, S. B. Novel Adaptive Blind Spot Detector Using Square Modified Cantor Fractal Microstrip Antenna Array. **Microwave and Optical Technology Letters**. Vol. 57, n°5, pp. 1067-1072, 2015.
<https://doi.org/10.1002/mop.29021>

MONTI, G.; CATARINUCCI, L.; TARRICONE, L. Compact Microstrip Antenna for RFID Applications. **Progress in Electromagnetics Research Letters**, vol. 8, pp.191-199, 2009. <https://doi.org/10.2528/PIERL09042803>

MUSHIAKE, Y. Self-Complementary Antennas. **IEEE Ant. Prop. Mag.** Vol. 34, pp. 23-29, 1992. <https://doi.org/10.1109/74.180638>

OLIVEIRA, E. E.; MARTINS, R. A.; D'ASSUNÇÃO, A. G.; OLIVEIRA, J. B. L. Antenas de Microfita Utilizando a Curva de Fractal de Minkowski. **V CONNEPI - Congresso Norte-Nordeste de Pesquisa e Inovação**. Maceió, Alagoas. Nov. 2010.

ORAZI, H.; SOLEIMANI, H. Miniaturization of the Triangular Patch Antenna by the Novel Dual-Reverse-Arrow Fractal. **IET Microwaves, Antennas & Propagation**, p. 1-7, 2014. <https://doi.org/10.1049/iet-map.2014.0462>

OTTERSTEN, B.; VIBERG, M.; STOICA, P.; NEHORAI, A. Exact and large sample ML techniques for parameter estimation from sensor array data. **Radar Array Processing**, Springer-Verlag, pp. 99–151, 1993. https://doi.org/10.1007/978-3-642-77347-1_4

PAPOULIS, A. **Probability, Random Variables and Stochastic Processes**. 2.ed., New York: McGraw-Hill, 1984.

PATIL, S.; ROHOKALE, V. Multiband Smart Fractal Antenna Design for Converged 5G Wireless Networks. **International Conference on Pervasive Computing**, pp.1-5, 2015. <https://doi.org/10.1109/PERVASIVE.2015.7087020>

PISARENKO, V. F. The retrieval of harmonics from a covariance function, **Geophysics**. J. R. Astron. Society., vol.33, pp. 347–366, 1973. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1973.tb03424.x>

PETKO, J. S.; WERNER, D. H. The Autopolyploidy Enhanced Evolution of Large- N Fractal-Random Arrays. **IEEE International Radar Conference**, pp. 922-926, 2005a.

PETKO, J. S.; WERNER, D. H. The Evolution of Optimal Linear Polyfractal Arrays Using Genetic Algorithms. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, vol. 53, nº 11, pp. 3604-3615, 2005b. <https://doi.org/10.1109/TAP.2005.858582>

RAHAMAN, D. M. M.; HOSSAIN, M. M.; RANA, M. M. Least Mean Square (LMS) for Smart Antenna. **Universal Journal of Communications and Network**, vol.1, no.1, pp. 16-21, 2013. <https://doi.org/10.13189/ujcn.2013.010103>

RAPPAPORT, T. S. **Smart antennas: Adaptive arrays, algorithms & wireless position locations**, Selected Readings, IEEE, NJ, 1998.

REHA, A.; AMRI, A. EL; BENHMAMMOUCH, O.; SAID, A. O. Fractal Antennas: A Novel Miniaturization Technique for Wireless Networks. **Transactions on Networks and Communications**. United Kingdom: Society for Science and Education. Vol. 2, Issue 5, ISSN: 2054-7420, pp.165-193, 2014. <https://doi.org/10.14738/tnc.25.566>

REIS, A. N.; MOMBACH, J. C. M.; WALTER, M. Simulação de Crescimento Tumoral: Investigação da Hipótese de Adesão Celular Diminuída e sua Implicação na Invasividade Maligna. **Scientia (Unisinos)**, vol. 10, São Leopoldo, p. 135-146, 1999.

RENGASAMY, D.; DHANASEKARAN, D.; CHAKRABORTY, C.; PONNAN, S. Modified Minkowski Fractal Multiband Antenna with Circular-Shaped Split-Ring Resonator for Wireless Applications. **Measurement**, vol.182, pp.1-9, 2021. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2021.109766>

RIBEIRO, D. L. **Utilização de antena fractal de microfita em projetos de estruturas eletricamente pequenas e independentes da frequência**. 2016 (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Elétrica. Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Minas Gerais, 2016.

Disponível em: https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/17937?locale=pt_BR

RIBEIRO, D. L.; CARRIJO, G. A. Projeto de uma Nova Antena Fractal de Microfita Operando em Multibanda. **XV Conferência de Estudos em Engenharia Elétrica (CEEL)**, vol.15, 2017.

RIBEIRO, D. L., CARRIJO, G. A. Smart Fractal Antennas in Transition Projects to 5G. *IEEE Latin America Transactions*, vol.20, no.12, pp.2463–2470, 2022. <https://doi.org/10.1109/TLA.2022.9905615>

ROY, R. H. An Overview of smart antenna technology: The next wave in wireless communications, **IEEE Aerospace Conference**, vol.3, p.339-345, 1998.

ROY, R., and KAILATH, T. ESPRIT—Estimation of Signal Parameters Via Rotational Invariance Techniques, *IEEE Transactions on ASSP*, Vol. 37, No. 7, pp. 984–995, July 1989. <https://doi.org/10.1109/29.32276>

RUMSEY, V. H. Frequency Independent Antennas. **IRE National Convention Record**. pt. 1, pp. 114-118, 1957.

SADIKU, Matthew N. O. **Elementos de Eletromagnetismo**. Trad. De Liane Ludwig Loder e Jorge Amoretti Lisboa. Porto Alegre: Bookman, 3.ed., 2004.

SARKAR, T.; WICKS, M.; SALAZAR-PALMA, M.; BONNEAU, R. **Smart Antennas**. New Jersey: John Wiley & Sons, 2003. <https://doi.org/10.1002/0471722839>

SARTORI, J. C. **Linhas de Transmissão e Carta de Smith: Projeto Assistido por Computador**. São Carlos: EESC/USP. 1999.

SAWANT, K. K.; KUMAR Sc ‘E’, Raj; GAIKWAD, Arun N. A Novel CPW-Fed Circular Square-Corner Fractal Antenna with Varying Notch-Band for UWB Applications. **International Conference on Communication, Information & Computing**

Technology (ICCICT), Mumbai, India, Oct. 19-20, 2012.

<https://doi.org/10.1109/ICCICT.2012.6398126>

SAXENA, P. & KOTHARI, A. G., Performance analysis of adaptive beamforming algorithms for smart antennas, **IERI Procedia** **10**, pp.131-137, 2014. doi: 10.1016/j.ieri.2014.09.101. <https://doi.org/10.1016/j.ieri.2014.09.101>

SCHELKUNOFF, S. A. **Advanced Antenna Theory**. Princeton: Van Nostrand Company, Inc, NJ, 1952.

SCHELKUNOFF, S. A. A Mathematical Theory of Linear Arrays. **Bell Systems Tech. J.**, vol.22, pp.80-107, 1943. <https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1943.tb01306.x>

SCHELKUNOFF, S. A. Some Equivalence Theorems of Electromagnetics and Their Application to Radiation Problems. **Bell System Technical Journal**, 15, pp. 92-112, 1936. <https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1936.tb00720.x>

SCHELKUNOFF, S. A. Ultra Short Wave Radio System. **U.S. Patent 2, 235, 506** (March 18, 1941).

SILVA, M. M.; SOUZA, W. A. Dimensão Fractal. **Revista Eletrônica de Matemática**, nº2. ISSN 2177-5095, 2010.

SHAN, T-J., WAX, M. & KAILATH, T. Spatial Smoothing for Direction-of-Arrival Estimation of Coherent Signals, **IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing**, Vol. ASSP-33, No. 4, pp. 806–811, Aug. 1985. <https://doi.org/10.1109/TASSP.1985.1164649>

SHAPIRO, S. **The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic**. New York: Oxford University Press, 2005. <https://doi.org/10.1093/0195148770.001.0001>

SINGH, K.; GREWAL, V.; SAXENA, R. Fractal Antennas: A Novel Miniaturization Technique for Wireless Communications. **International Journal of Recent Trends in Engineering**, Vol 2, nº 5, pp.172-176, November 2009.

SPRINGER, P. S. End-Loaded and Expanding Helices as Broadband Circularly Polarized Radiators. **Proceedings National Electronics Conference**, vol. 5, 1949.

STEINBRUCH, A; WINTERLE, P. **Álgebra Linear**. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2.ed., 1987.

STEYSKAL, H., Digital Beamforming Antennas - An Introduction, **Microwave Journal**, pp. 107–124, January 1987.

STOICA, P.; MOSES, R. **Spectral Analysis of Signals**. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2005.

STOICA, P.; SELÉN, Y. Model order selection, **IEEE Signal Processing. Magazine**, vol.21, no.4,pp. 36–47, 2004. <https://doi.org/10.1109/MSP.2004.1311138>

STUTZMAN, Warren L.; THIELE, Gary A. **Antenna Theory and Design**. New York: John Wiley & Sons, 1981.

TENT, M. B. W. **The Prince of Mathematics – Carl Friedrich Gauss**. Wellesley: A K Peters/ CRC Press. 2006.

THOMSON, D. J. Spectrum estimation and harmonic analysis, **Proc. IEEE**, vol. 72, no. 9, pp. 1055–1096, 1982. <https://doi.org/10.1109/PROC.1982.12433>

TIZYI, H.; RIOUCH, F.; TRIBAK, A.; NAJID, A.; MEDIIVILLA, A. CPW and Microstrip Line-Fed Compact Fractal Antenna for UWB-RFID Applications. **Progress In Electromagnetics Research C**, Vol. 65, 201-209, 2016. <https://doi.org/10.2528/PIERC16041110>

TRINH-VAN, S.; KIM, H. B.; KWON, G.; HWANG, K. C. Circularly Polarized Spidron Fractal Slot Antenna Arrays for Broadband Satellite Communications in KU-Band. **Progress in Electromagnetics Research**, Vol. 137, 203-218, 2013. <https://doi.org/10.2528/PIER13010401>

TURNER, E. M., Spiral slot antenna. **Wright Air Development Center**, Dayton, Ohio, Tech. Note WCLR- 55- 8, June 1955.

VARNIKHA, N.; JOTHILAKSHMI, P. Design of Decagonal Wideband Fractal Antenna. **IEEE 6th International Conference on Smart Structures and Systems**. pp. 1-4, 2019. <https://doi.org/10.1109/ICSSS.2019.8882855>

VENKATRAO, K.; PRIYA, S. H.; RAGHAVENDRA, R.; KIRAN, M. N. S.; SUMANTH, D. Multi Band Minkowski Fractal Antenna for 5G Applications. **International Journal of Recent Technology and Engineering**, vol.8, no.6, pp.3525-3530, 2020. <https://doi.org/10.35940/ijrte.F8605.038620>

VISSER, H. J. **Array and Phased Array Antenna Basics**. West Sussex: John Wiley & Sons Ltd, 2005. <https://doi.org/10.1002/0470871199>

WANG, J. J. H. Theory of Frequency-Independent Antennas as Traveling-Wave Antennas and Their Asymptotic Solution by Method of Stationary Phase. **Proceedings of ISAP**. ISBN: 89-86522-78-0, Seoul, Korea, pp. 379-382., 2005.

WERNER, D. H.; ANUSHKO, K. C.; WERNER, P. L. The Generation of Sum and Difference Patterns Using Fractal Subarrays. **Microwave and Optical Technology Letters**, vol. 22, n°1, pp. 54-57, 1999a. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1098-2760\(19990705\)22:1<54::AID-MOP14>3.0.CO;2-B](https://doi.org/10.1002/(SICI)1098-2760(19990705)22:1<54::AID-MOP14>3.0.CO;2-B)

WERNER, D. H.; GANGULY, S. An Overview of Fractal Antenna Engineering Research. **IEEE Antennas and Propagation Magazine**. Vol. 45, n° 1, p.38-57, Feb. 2003. <https://doi.org/10.1109/MAP.2003.1189650>

WERNER, D. H.; HAUPT, R.L.; WERNER, P. L. Fractal Antenna Engineering: The Theory and Design of Fractal Antenna Arrays. **IEEE Antennas and Propagation Magazine**. Vol. 41, n° 5, p. 37-59, October 1999b. <https://doi.org/10.1109/74.801513>

WERNER, D.; HAUPT, R. L. Fractal Constructions of Linear and Planar Arrays. **Antennas and Propagation Society International Symposium**, vol. 3, pp. 1968-1971, July 1997.

WHEELER, H. A. Fundamental Limitations of Small Antennas. **Proc. IRE**, p. 1479-1488, December 1947. <https://doi.org/10.1109/JRPROC.1947.226199>

YANG, X.; CHIOCHETTI, J.; PAPADOPOULOS, D.; SUSMAN, L. Fractal Antenna Elements and Arrays. **Applied Microwave & Wireless**. Vol. 5, no. 11, pp. 34-46, 1999.

YAZGAN, A.; KAYA, H.; CAVDAR, I. H. Optically Reconfigurable Sierpinski Fractal Antennas for RoF Based Communication Systems. **Telecommunication Systems**. DOI 10.1007/s11235-014-9905-4, pp. 453-461, 2015. <https://doi.org/10.1007/s11235-014-9905-4>

YOGAMATHI, R.; BANU, S.; VISHWAPRIYA, A. Design of Fractal Antenna for Multiband Applications. **Fourth International Conference on Computing, Communications and Networking Technologies (ICCCNT)**. Tiruchengode, India, IEEE – 31661, July 4-6, 2013. <https://doi.org/10.1109/ICCCNT.2013.6726787>

ZHU, J.; HOORFAR, A.; ENGHETA, N. Peano Antennas. **IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters**, vol. 3, pp. 71-74, 2004. <https://doi.org/10.1109/LAWP.2004.827899>