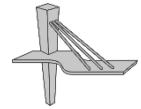




**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL**



**GABRIEL HENRIQUE ARRUDA TAVARES DE LIMA**

**ANÁLISE DINÂMICA DE VIGAS LONGAS DE CONCRETO  
PROTENDIDO PRÉ-MOLDADAS DURANTE OPERAÇÕES  
DE IÇAMENTO**

Uberlândia, 2022

**GABRIEL HENRIQUE ARRUDA TAVARES DE LIMA**

**ANÁLISE DINÂMICA DE VIGAS LONGAS DE CONCRETO  
PROTENDIDO PRÉ-MOLDADAS DURANTE OPERAÇÕES  
DE IÇAMENTO**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Estruturas.

Orientadora: Dra. Maria Cristina V. de Lima

Co-orientador: Dr. Pablo Augusto Krahl

Uberlândia, 2022

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFUcom  
dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

L732 2022	<p>Lima, Gabriel Henrique Arruda Tavares de, 1997- ANÁLISE DINÂMICA DE VIGAS LONGAS DE CONCRETO PROTENDIDO PRÉ-MOLDADAS DURANTE OPERAÇÕES DE IÇAMENTO [recurso eletrônico] / Gabriel Henrique Arruda Tavares de Lima. - 2022.</p> <p>Orientadora: Maria Cristina Vidigal de Lima. Coorientador: Pablo Augusto Krahl. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Pós-graduação em Engenharia Civil. Modo de acesso: Internet. Disponível em: <a href="http://doi.org/10.14393/ufu.di.2022.552">http://doi.org/10.14393/ufu.di.2022.552</a> Inclui bibliografia. Inclui ilustrações.</p> <p>1. Engenharia civil. I. Lima, Maria Cristina Vidigal de ,1970-, (Orient.). II. Krahl, Pablo Augusto ,1988-, (Coorient.). III. Universidade Federal de Uberlândia. Pós-graduação em Engenharia Civil. IV. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDU: 624</p>
--------------	---

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:  
Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091  
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/30



### ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Civil				
Defesa de:	Dissertação de Mestrado Acadêmico, 286, PPGE				
Data:	19 de setembro de 2022	Hora de início:	14:00 h	Hora de encerramento:	16:40 h
Matrícula do Discente:	12012ECV003				
Nome do Discente:	Gabriel Henrique Arruda Tavares de Lima				
Título do Trabalho:	Análise dinâmica de vigas longas de concreto protendido pré-moldadas durante operações de içamento				
Área de concentração:	Estruturas				
Linha de pesquisa:	Estruturas e Construção Civil				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Estudo analítico e numérico do comportamento de vigas pré-moldadas de concreto durante as fases transitórias considerando o efeito das imperfeições geométricas				

Reuniu-se, em sessão pública pela plataforma provida pela Universidade Federal de Uberlândia, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, assim composta pelos Professores Doutores: Lauren Karoline de Sousa Gonçalves - UFU, Tiago Morkis Siqueira - UFsc e Maria Cristina Vidigal de Lima -UFU orientadora do candidato.

Iniciando os trabalhos a presidente da mesa, Maria Cristina Vidigal de Lima, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu ao discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

#### Aprovado

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Maria Cristina Vidigal de Lima, Professor(a) do Magistério Superior**, em 19/09/2022, às 16:40, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Lauren Karoline de Sousa Gonçalves, Professor(a) do Magistério Superior**, em 19/09/2022, às 16:44, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Tiago Morkis Siqueira, Usuário Externo**, em 20/09/2022, às 09:35, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://www.sei.ufu.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **3881799** e o código CRC **13CEC2DE**.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente à Deus, pela oportunidade de desfrutar novos conhecimentos, e pela força e equilíbrio para enfrentar os desafios que a vida nos apresenta.

À minha família, em especial à minha mãe, meu irmão e minha namorada, que me apoiaram incondicionalmente em todos os momentos, principalmente nos momentos de dúvida e dificuldade.

A meus orientadores, por todo conhecimento e sabedoria compartilhados, pela contribuição e paciência que tiveram ao longo desta jornada.

A meus amigos que tanto me ajudaram e serviram como fôlego para seguir em frente nos momentos difíceis.

## RESUMO

A tendência da utilização de seções transversais esbeltas devido à utilização de materiais de alto desempenho, tornam as vigas mais propensas ao fenômeno de instabilidade lateral durante as fases transitórias, especialmente no içamento. As vigas de concreto pré-moldado são levantadas durante a construção por guindastes. Vários movimentos devem ser realizados para montar a estrutura. No entanto, não há recomendação para velocidades de operação específicas para vigas longas, mas vários colapsos foram relatados nessa etapa de construção. Na literatura técnica até então este problema só foi abordado por meio de análise estática. Portanto, a presente pesquisa tem como objetivo investigar o comportamento dinâmico de vigas protendidas longas, identificando velocidades operacionais críticas de acordo com a movimentação dos guindastes. A excentricidade dos cabos de protensão e desvios de posicionamento das alças de içamento foram consideradas na análise, por acentuarem os riscos de instabilidade. Na pesquisa, foram realizadas análise modal e análise dinâmica transiente considerando a não linearidade geométrica, para uma viga de concreto pré-moldado protendido com 40 m de vão. A análise foi realizada com um modelo 3D de elementos finitos, e o sistema com múltiplos graus de liberdade foi testado em movimentos ascendente, descendente e lateral. O movimento mais crítico observado foi o movimento lateral, pois mobiliza mais a rigidez lateral das vigas esbeltas excitando as frequências de oscilação próximas à frequência natural da viga. A segurança contra a fissuração e subsequente falha durante os movimentos verticais e laterais foi verificada para velocidades de operação do guindaste de 36 cm/s e 17 cm/s, respectivamente. Para o caso mais crítico analisado, evidenciou-se na análise dinâmica um aumento de 12 vezes nas tensões de tração comparada à situação de equilíbrio estático da viga, 80% nas tensões de compressão e uma amplificação de 5 vezes na rotação da viga.

**Keywords:** comportamento dinâmico, estrutura pré-moldada, fases transitórias, fator de impacto, estabilidade lateral.

## ABSTRACT

The tendency to use slender cross-sections due to the use of high-performance materials makes beams more prone to the phenomenon of lateral instability during transient phases, especially during lifting. Precast concrete beams are lifted during construction by cranes. Several movements must be performed to assemble the structure. However, there is no recommendation for specific operating speeds for long beams, but several collapses have been reported at this stage of construction. In the technical literature so far this problem has only been addressed through static analysis. Therefore, the present research aims to investigate the dynamic behavior of long prestressed beams, identifying critical operating speeds according to crane movements. The eccentricity of the prestressing cables and positioning deviations of the lifting loops were considered in the analysis, as they accentuate the risks of instability. In the research, modal analysis and transient dynamic analysis were performed considering the geometric non-linearity, for a prestressed concrete beam with a span of 40 m. The analysis was performed with a 3D finite element model, and the system with multiple degrees of freedom was tested in upward, downward and lateral movement. The most critical movement observed was the lateral movement, as it mobilizes more the lateral stiffness of the slender beams, exciting oscillation frequencies close to the natural frequency of the beam. Safety against cracking and subsequent failure during vertical and lateral movements was verified for crane operating speeds of 36 cm/s and 17 cm/s, respectively. For the most critical case analyzed, the dynamic analysis showed 12 times increase in tensile stresses compared to the static equilibrium situation of the beam, 80% in compressive stresses and a 5 times amplification in beam rotation.

Keywords: dynamical behavior, precast structures, transitory phases, impact factor, lateral stability.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Situação de içamento de uma viga-----	14
Figura 2 - Viga após o içamento do guindaste -----	14
Figura 3 - Movimentação da viga pelo guindaste-----	15
Figura 4 - Viga durante içamento em Uberlândia-MG -----	18
Figura 5 - Viga em processo de içamento em Oslot, Espanha-----	19
Figura 6 - Diagrama da função $g(\alpha)$ relacionado à $\alpha_{cr}$ -----	24
Figura 7 - Equilíbrio da viga durante a suspensão -----	28
Figura 8 - Parâmetros geométricos da viga curva-----	33
Figura 9 - Desvios transversal admissíveis das alças-----	34
Figura 10 - Esquema da viga e descrição dos parâmetros-----	36
Figura 11 - Viga durante o processo de içamento -----	42
Figura 12 - Tipos de carregamentos no domínio do tempo -----	47
Figura 13 - Amortecimento de Rayleigh -----	50
Figura 14 - Módulos de análise dinâmica presentes no Ansys Workbench-----	53
Figura 15 - Exemplo 1: (a) viga analisada, (b) resposta analítica e (c) resposta numérica -----	54
Figura 16 - Exemplo 2: (a) viga analisada e (b) comparação entre a resposta analítica e numérica -----	55
Figura 17 - Etapas para desenvolvimento do modelo numérico-----	56
Figura 18 - Definição dos materiais -----	57
Figura 19 - Caracterização do modelo numérico no Ansys -----	58
Figura 20 - Configuração de análise no Ansys -----	58
Figura 21 - Esquema da rotação da seção transversal-----	60
Figura 22 - Valor <i>RMS</i> -----	63
Figura 23 - Seção transversal da viga (em cm)-----	64
Figura 24 - Distribuição dos cabos de protensão (em cm) -----	65
Figura 25 – Posicionamento dos cabos de protensão-----	65
Figura 26 - Posicionamento das alças de içamento -----	66
Figura 27 - Excentricidades analisadas -----	67
Figura 28 - Movimentações analisadas -----	68
Figura 29 - Elementos finitos utilizados: (a) SOLID186 e (b) REINF264 -----	69
Figura 30 - Discretização da malha (a) e cabos de protensão (b) -----	69



Figura 31 - Vinculações presentes na Etapa 1 -----	71
Figura 32 - Vinculações presentes na Etapa 2 -----	72
Figura 33 - Deslocamentos, velocidades e acelerações impostos no modelo -----	72
Figura 34 - Modos de vibração -----	73
Figura 35 - Deslocamento inicial devido a protensão -----	74
Figura 36 - (a) Histórico do tempo para a tensão superior, (b) espectro de frequência para a tensão superior, (c) Histórico do tempo para a rotação e (d) espectro de frequência para a rotação, na movimentação vertical -----	76
Figura 37 - (a) Histórico do tempo para a tensão superior, (b) espectro de frequência para a tensão superior, (c) Histórico do tempo para a rotação e (d) espectro de frequência para a rotação, na movimentação lateral -----	77
Figura 38 - Deformada da viga para movimentação lateral -----	78
Figura 39 - Tensão x alças de içamento -----	79
Figura 40 - Histórico do tempo e espectro de frequências para a rotação da viga -----	80
Figura 41 - Tensão x excentricidade dos cabos de protensão -----	82
Figura 42 - Histórico do tempo e espectro de frequências para a rotação da viga -----	83
Figura 43 - Efeito das excentricidades para a movimentação vertical e lateral -----	84
Figura 44 - $RMS, \sigma_{sup}$ para o efeito das excentricidades combinados -----	85
Figura 45 - Histórico do tempo em (a) tensão superior, (c) rotação e espectro de frequências em (b) tensão superior e (d) rotação, para movimentação vertical e lateral -----	86

# SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 01 - INTRODUÇÃO .....</b>	<b>13</b>
<b>1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....</b>	<b>13</b>
<b>1.2 OBJETIVOS.....</b>	<b>17</b>
<b>1.3 JUSTIFICATIVA.....</b>	<b>17</b>
<b>1.4 ESTRUTURAÇÃO DO TRABALHO .....</b>	<b>20</b>
<b>CAPÍTULO 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>22</b>
<b>2.1 APRESENTAÇÃO DA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>22</b>
<b>2.2 ESTUDOS ANTERIORES SOBRE INSTABILIDADE LATERAL DE VIGAS         PRÉ-MOLDADAS.....</b>	<b>22</b>
<b>CAPÍTULO 3 - FUNDAMENTOS DA DINÂMICA DAS ESTRUTURAS .....</b>	<b>41</b>
<b>3.1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>41</b>
<b>3.2 EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO DINÂMICO.....</b>	<b>43</b>
<b>3.3 ANÁLISE MODAL .....</b>	<b>44</b>
3.3.1 Vibração livre.....	45
<b>3.4 RESPOSTA TRANSIENTE.....</b>	<b>46</b>
3.4.1 Vibração forçada .....	47
<b>3.5 AMORTECIMENTO .....</b>	<b>48</b>
3.5.1 Amortecimento de Rayleigh .....	50
<b>CAPÍTULO 4 - MODELAGEM NUMÉRICA NO SOFTWARE ANSYS WORKBENCH.....</b>	<b>52</b>
<b>4.1 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS .....</b>	<b>52</b>
4.1.2 Exemplo 1: viga com força concentrada.....	54
4.1.3 Exemplo 2: viga com carregamento variável.....	55
<b>CAPÍTULO 5 - ESTUDO DE CASO .....</b>	<b>60</b>
<b>5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....</b>	<b>60</b>

<b>5.2 DESCRIÇÃO DA VIGA .....</b>	<b>63</b>
<b>5.3 PARÂMETROS ANALISADOS .....</b>	<b>66</b>
<b>5.4 MALHA E ELEMENTOS FINITOS.....</b>	<b>68</b>
<b>5.5 ETAPAS DE ANÁLISE E VINCULAÇÕES.....</b>	<b>70</b>
<b>CAPÍTULO 6 - RESULTADOS E ANÁLISES .....</b>	<b>73</b>
<b>6.1 ANÁLISE MODAL .....</b>	<b>73</b>
<b>6.2 EFEITOS DA MOVIMENTAÇÃO .....</b>	<b>74</b>
6.2.1 Movimentação vertical .....	75
6.2.2 Movimentação lateral .....	76
<b>6.3 IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS .....</b>	<b>78</b>
6.3.1 Excentricidade das alças de içamento.....	78
6.3.2 Excentricidade dos cabos de protensão .....	81
6.3.3 Desvio de posicionamento das alças x excentricidade dos cabos de protensão.....	84
<b>6.4 IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS COMBINADAS .....</b>	<b>85</b>
<b>CAPÍTULO 7 - CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>88</b>
<b>7.1 CONCLUSÕES.....</b>	<b>88</b>
<b>7.2 ANÁLISES FUTURAS.....</b>	<b>89</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>90</b>
<b>APÊNDICE A - EXCENTRICIDADE DAS ALÇAS DE IÇAMENTO .....</b>	<b>94</b>
<b>APÊNDICE A.1 – RESULTADOS PARA MOVIMENTAÇÃO VERTICAL.....</b>	<b>94</b>
<b>APÊNDICE A.2 – RESULTADOS PARA MOVIMENTAÇÃO LATERAL .....</b>	<b>95</b>
<b>APÊNDICE A.3 – ESPECTRO DE FREQUÊNCIA PARA ROTAÇÃO .....</b>	<b>96</b>
<b>APÊNDICE B - EXCENTRICIDADE DOS CABOS DE PROTENSÃO.....</b>	<b>97</b>
<b>APÊNDICE B.1 – RESULTADOS PARA MOVIMENTAÇÃO VERTICAL.....</b>	<b>97</b>

<b>APÊNDICE B.2 – RESULTADOS PARA MOVIMENTAÇÃO LATERAL .....</b>	<b>98</b>
<b>APÊNDICE B.3 – ESPECTRO DE FREQUÊNCIA PARA ROTAÇÃO .....</b>	<b>99</b>
<b>APÊNDICE C - COMBINAÇÃO DAS IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS .....</b>	<b>100</b>
<b>APÊNDICE C.1 – RESULTADOS PARA MOVIMENTAÇÃO VERTICAL.....</b>	<b>100</b>
<b>APÊNDICE C.2 – RESULTADOS PARA MOVIMENTAÇÃO VERTICAL.....</b>	<b>100</b>
<b>APÊNDICE C.3 – ESPECTROS DE FREQUÊNCIA PARA TENSÃO E ROTAÇÃO .....</b>	<b>101</b>

# CAPÍTULO 01

## INTRODUÇÃO

### 1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

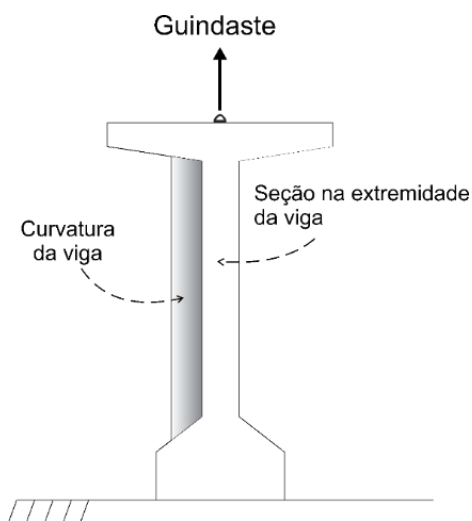
O uso de elementos de concreto pré-moldado é uma prática consolidada no atual cenário da construção civil e com grande lastro de expansão, sobretudo com a necessidade de melhorias no desenvolvimento da industrialização na construção. A busca por maior produtividade, estruturas mais otimizadas com relação ao custo e ao desempenho, são fatores que contribuem na busca por alternativas de construção com viés industrial, como o caso do pré-moldado.

A utilização de estruturas de concreto pré-moldado possibilita o alcance de grandes vãos com estruturas mais esbeltas, sobretudo com os grandes avanços tecnológicos dos materiais, que permitiram uma redução da razão peso/resistência, que é uma desvantagem do concreto. Contudo, a tendência da utilização de seções transversais esbeltas visando aliviar o peso próprio do elemento pré-moldado, tornam as vigas propensas ao fenômeno de instabilidade lateral durante as fases transitórias, especialmente no içamento.

Além disso, durante as fases de moldagem e desforma os elementos apresentam imperfeições geométricas inerentes ao processo construtivo, tais como excentricidades laterais, posicionamento das alças com desvios em relação a posição de projeto, excentricidade dos cabos de protensão, além de interferências importantes decorrentes da retirada da fôrma e início do içamento. A presença dessas imperfeições impacta na estabilidade lateral da viga.

Durante a fase de içamento, quando o guindaste inicia o movimento para levantar a viga (Figura 1), devido a essas imperfeições e a liberdade de rotação do elemento em torno de seu eixo longitudinal, a seção transversal sofre uma rotação de corpo rígido de forma que o peso próprio passa a solicitar a viga no seu eixo de menor inércia também, aumentando os deslocamentos laterais e desencadeando um processo que só será finalizado quando a viga encontrar sua estabilidade (posição de equilíbrio), ou caso não consiga estabilizar, chegar ao colapso.

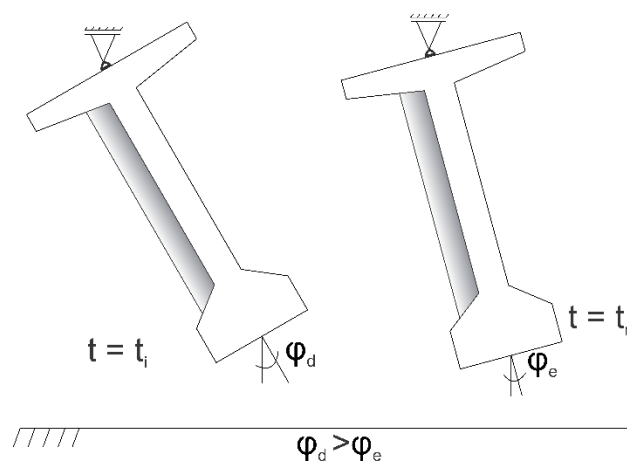
Figura 1 - Situação de içamento de uma viga



Fonte: Autor (2022)

Após o içamento através do guindaste, antes de encontrar a posição de equilíbrio (estático), a viga passa por um processo dinâmico, durante um intervalo de tempo, passando pelo tempo  $t_i$ , em que ela tem a maior rotação  $\varphi_d$  (d: dinâmico), até o movimento sessar, tempo  $t_n$ . Neste contexto, a viga encontra a posição de equilíbrio estático com rotação  $\varphi_e$  (Figura 2).

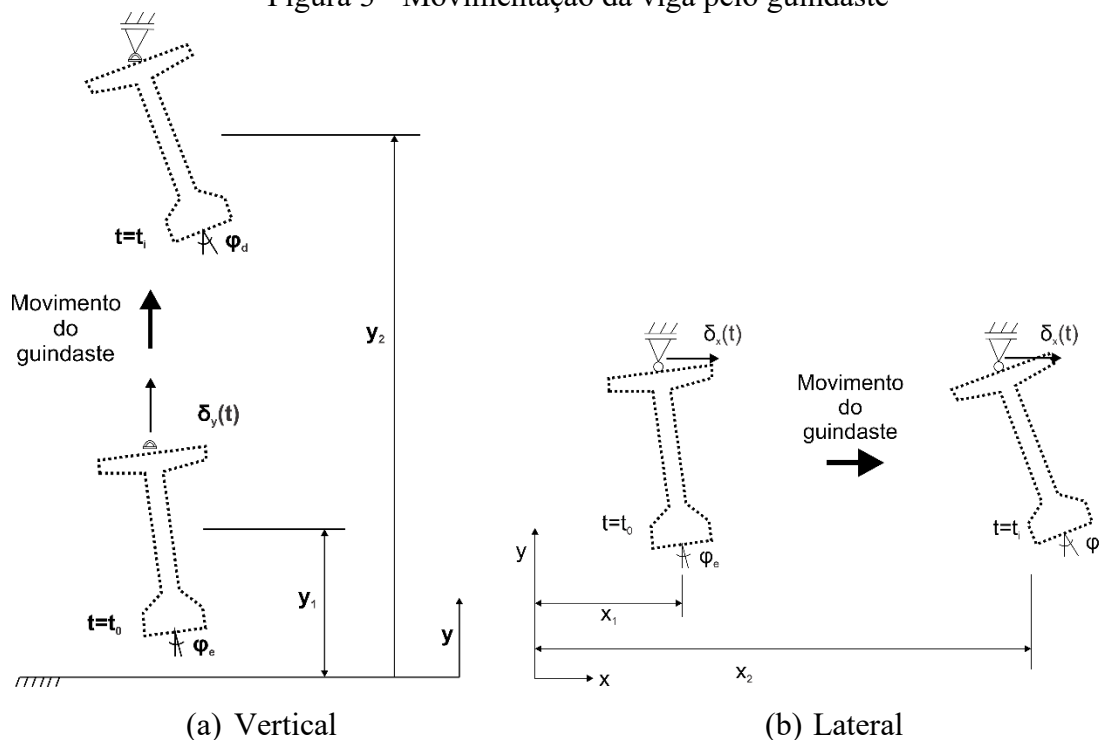
Figura 2 - Viga após o içamento do guindaste



Fonte: Autor (2022)

Dessa forma, a movimentação das vigas pelo guindaste, tanto vertical (Figura 3a) quanto horizontalmente (Figura 3b), possui uma velocidade que provoca o efeito dinâmico, gerando deslocamentos e rotações mais elevados (Figura 3).

Figura 3 - Movimentação da viga pelo guindaste



Fonte: Autor (2022)

O problema da instabilidade lateral foi abordado por vários autores, tais como Mast (1989), Stratford e Burgoyne (1999), Lima (2002), Plaut e Moen (2011), Cojocar (2012), Krahl (2014), Germán (2015), Zhang (2017), Lima (2018), Daura Neto (2020), dentre outros. Contudo, que não existem trabalhos que abordem a influência dos efeitos dinâmicos em vigas longas pré-moldadas em situação de içamento, mostrando a relevância do presente trabalho.

A movimentação realizada pelo guindaste provoca os efeitos dinâmicos sofridos pela viga durante a fase transitória de içamento. Ressalta-se que não foram realizados estudos sobre o efeito provocado pela movimentação de vigas por guindaste, que podem gerar recomendações para operação de montagem por içamento. Neste contexto, destaca-se a importância de estabelecer critérios de operação para guindastes, visando garantir a segurança durante a fase de içamento de vigas pré-fabricadas.

El Debs (2017) destaca que nas situações transitórias é preciso levar em conta o efeito dinâmico advindo da movimentação dos elementos. Esse efeito é usualmente considerado por meio de um coeficiente que afeta o peso do elemento e que pode ser maior ou menor que 1. Na falta de

análise com base na dinâmica das estruturas, usualmente se emprega um coeficiente para considerar o efeito dinâmico das ações, de acordo com a Equação 1:

$$g_{eq} = \emptyset g_{est} \quad (1)$$

Onde:  $g_{eq}$  é a força equivalente, considerada estática,  $\emptyset$  é o coeficiente de ação dinâmica e  $g_{est}$  é a força estática.

A norma técnica brasileira ABNT NBR 9062:2017 recomenda que, quando o aumento da força  $g$  é desfavorável, o coeficiente deve ser igual a 1,3 e, quando o alívio da força  $g$  é desfavorável, igual a 0,8. Entretanto, são indicadas ainda, segundo a ABNT NBR 9062:2017 as seguintes particularidades em relação ao coeficiente de ação dinâmica:

- sob circunstâncias desfavoráveis (formato ou detalhes do elemento que dificultem sua extração da fôrma, ou superfície de contato com a fôrma maior que 50 m<sup>2</sup>) deve ser usado um coeficiente de 1,4;
- para elementos e peso superior a 300 kN, permite-se utilizar um valor inferior a 1,3, de acordo com a experiência local, em função da forma do elemento e do equipamento de levantamento.

Vale ressaltar que o PCI Bridge Design Manual (2014) fornece valores para o coeficiente de forma mais detalhada, considerando o tipo de produto e de acabamento, a fase de desmoldagem, de manuseio e montagem, bem como o transporte, variando o coeficiente entre 1,2 e 1,5.

Logo, observa-se que existem diversas variáveis que podem influenciar na estabilidade lateral de vigas em suspensão, como o tipo de seção transversal, quantidade de pontos para içamento e os tipos de equipamentos utilizados para a sua realização, comprimento dos balanços e dos vãos, inclinação do cabo de içamento, presença de armadura ativa, dentre outros, inclusive os aspectos dinâmicos provocados pela movimentação dos guindastes.

Dessa forma, o presente trabalho busca estudar o comportamento dinâmico de vigas protendidas de concreto pré-moldado durante o içamento, por meio de uma análise dinâmica, considerando os efeitos das imperfeições geométricas e da movimentação realizada pelo guindaste. Busca-se também por meio do modelo numérico avaliar o coeficiente de amplificação dinâmica, utilizado



para levar em conta o efeito dinâmico advindo da movimentação dos elementos, e estabelecer critérios operacionais para guindastes, visando garantir a segurança durante a fase de içamento de vigas pré-fabricadas.

## **1.2 OBJETIVOS**

O objetivo geral deste trabalho é avaliar o comportamento dinâmico de vigas pré-moldadas protendidas, por meio de análise dinâmica, considerando a presença de parâmetros que influenciam na fase transitória de içamento e comparar os resultados obtidos com resultados após a viga atingir o equilíbrio estático.

Nestes termos, os objetivos específicos podem ser agrupados como:

- Entender os conceitos e fundamentos da análise dinâmica das estruturas para aplicação aos problemas de içamento de vigas longas e esbeltas;
- Conhecer e avaliar as ferramentas numéricas do programa computacionais ANSYS que viabilizam o desenvolvimento da modelagem de forma apropriada das vinculações;
- Analisar a influência do desvio de posicionamento das alças de içamento e excentricidade dos cabos de protensão;
- Analisar os efeitos dinâmicos que a movimentação dos guindastes pode provocar, por exemplo, no içamento vertical da viga, a fim de estabelecer critérios de segurança atrelados a velocidade de operação do guindaste.

## **1.3 JUSTIFICATIVA**

A utilização de vigas pré-moldadas de concreto tem crescido substancialmente nos últimos anos, por meio de estruturas cada vez mais esbeltas e vãos cada vez maiores, o que aumenta consideravelmente os riscos de instabilidade lateral. Sendo assim, acidentes e colapsos de elementos estruturais têm acontecido nas etapas transitórias.

A ocorrência de falhas devido à instabilidade lateral resulta em impactos prejudiciais em vários aspectos, tais como: risco à vida dos trabalhadores, perdas financeiras pelo atraso de cronograma, prejuízos materiais e danos aos equipamentos de construção. Por serem vigas de

longos vãos, as imperfeições geométricas, os desvios de montagem, os travamentos inadequados, dentre outros fatores passam a ter fundamental influência na sua estabilidade.

Com base nesse cenário, garantir a segurança estrutural de elementos pré-moldados surge como um importante viés a ser abordado. Para isso, compreender os diversos fatores que influenciam a estabilidade estrutural permite avanços em melhores critérios normativos, visando municiar os projetistas e fabricantes com informações mais precisas e seguras, a fim de mitigar os riscos de ocorrência da instabilidade, garantindo assim a segurança das atividades, sobretudo durante as fases transitórias.

Portanto, faz-se importante estudar as razões das falhas por instabilidade lateral, e as variáveis que influenciam neste problema. Como uma constatação da atualidade do problema em estudo, serão apresentados, na sequência dois casos em que ocorreram problemas durante o içamento. O primeiro deles, ocorreu em 2016, em uma fábrica na cidade de Uberlândia, com a ruptura de uma viga pré-moldada de concreto com aproximadamente 30 m de vão e o outro próximo à cidade de Oslot na Espanha com aproximadamente 45 m de vão.

A Figura 4 mostra uma viga de 28,57 m que sofreu colapso em Uberlândia-MG, em 2016. Durante o içamento, a viga rapidamente apresentou deslocamento lateral acentuado, situação que piorou bruscamente ao longo da suspensão. Esta viga de concreto protendido tinha altura de 1,25 m, além de duas alças de cada lado, posicionadas a 1,20 m e a 2,40 m da extremidade da viga (LIMA, 2018).

Figura 4 - Viga durante içamento em Uberlândia-MG



Fonte: Legran (2016) apud Lima (2018)

Já a Figura 5 apresenta uma viga de concreto protendido com 2 m de altura, vão de 45,6 m e com alças posicionadas a 2 m da extremidade e desvios na ordem de 12 mm, em Olost, na Espanha.

A viga era destinada a compor uma ponte e antes de ser içada já apresentava grandes deslocamentos laterais (90 mm), porém aceitáveis segundo os códigos normativos, de acordo com Zhang (2017). Ao ser içada as deformações foram acentuadas levando à pausa do içamento e a reavaliação da estabilidade da peça. Ressalta-se a presença de parapeito em um dos lados da mesa superior, caracterizando uma assimetria da seção transversal.

Figura 5 - Viga em processo de içamento em Olost, Espanha



Fonte: Germán (2015)

Após a viga ser posicionada em seu lugar de destino, apresentava deslocamentos elevados (300 mm) e irreversíveis, além de apresentar algumas fissuras no topo da mesa superior.

Devido as características das falhas, percebe-se a necessidade de se considerar o efeito dinâmico no problema de içamento. Nesse sentido, em ambos os casos apresentados, foram notados os desvios e inclinações laterais após o início do içamento, movimento realizado com determinada velocidade pelos equipamentos de movimentação. Anderson (1971) relata ter presenciado durante o içamento de uma viga esbelta protendida, os desvios e rotações que a viga sofreu no instante que foi retirada da pista de protensão, efeito similar encontrado nos casos mostrados.

Nesse aspecto, durante a elevação da viga, a presença da velocidade advinda da movimentação do elemento gera deslocamentos elevados na viga, oriunda da natureza dinâmica do içamento, que somados com fatores ligados à sua geometria (imperfeições construtivas), tornam uma combinação crítica para a estabilidade. Desta forma, faz-se necessário e importante uma abordagem dos aspectos dinâmicos associados à elevação das vigas, sobretudo pela natureza dinâmica do problema, ou seja, a presença da velocidade é inerente ao processo de içamento.

Neste contexto, buscou-se estudar neste trabalho a influência de parâmetros que impactam durante a fase transitória de içamento, através de uma análise dinâmica. Ressalta-se que a abordagem dinâmica ainda não foi empregada na análise do içamento de vigas pré-moldadas, o que confere relevância e originalidade do trabalho, sobretudo na importância da consideração da amplificação devido os efeitos dinâmicos, que apresentam deslocamentos superiores aos encontrados nas análises estáticas.

A negligência dos efeitos dinâmicos na fase de projeto pode representar um cenário crítico na realidade do elemento em campo, onde a amplificação das tensões supere os limites de resistência da viga, ocasionando o colapso da peça. Além disso, destaca-se também que não foram realizados estudos sobre os efeitos da movimentação provocada pelo guindaste em vigas longas pré-moldadas. Neste contexto, evidencia-se a importância de estabelecer critérios de operação para guindastes, visando garantir a segurança durante a fase de içamento de vigas pré-fabricadas.

## **1.4 ESTRUTURAÇÃO DO TRABALHO**

No *Capítulo 2* é apresentada a revisão bibliográfica, onde são descritos, sucintamente, os principais trabalhos desenvolvidos sobre o tema em estudo, no intuito de compreender a evolução das pesquisas no que se diz respeito a instabilidade lateral. Sendo assim, os fundamentos serão tratados de forma cronológica, no intuito de demonstrar a evolução do tema.

No *Capítulo 3* apresenta-se uma breve introdução à dinâmica das estruturas, abordando os conceitos principais que se relacionam com o problema analisado no presente trabalho.

No Capítulo 4 são apresentados dois exemplos numéricos realizados com a finalidade de compreender o ambiente de análise dinâmica do software ANSYS Workbench 21.1. Já no *Capítulo 5* é apresentado uma modelagem numérica, referente a um estudo de caso realizado para uma viga pré-moldada, em concreto protendido, buscando-se analisar o comportamento dinâmico de vigas durante a movimentação realizada por guindaste. Para isso apresenta-se a abordagem dinâmica do problema de içamento de vigas pré-moldadas, através de uma análise dinâmica transiente.

No *Capítulo 6* apresentam-se os resultados e as análises do estudo realizado, evidenciando o impacto da consideração dos efeitos dinâmicos na viga, devido a movimentação realizada por guindaste.

No *Capítulo 7* apresenta-se as conclusões obtidas por meio dessa pesquisa e as recomendações para trabalhos futuros.

## CAPÍTULO 2

### REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 2.1 APRESENTAÇÃO DA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo apresenta uma breve descrição de trabalhos anteriores realizados com o enfoque no estudo do problema da instabilidade lateral de vigas pré-moldadas durante a fase de içamento. O estudo da instabilidade lateral de vigas pré-moldadas apresenta-se na literatura de forma restrita, com poucos trabalhos desenvolvidos neste assunto, bem como insuficientes especificações de projeto em normas técnicas.

Dessa forma, ao longo do tempo os trabalhos publicados a respeito de instabilidade lateral de vigas pré-moldadas em situações transitórias, promoveram um avanço na compreensão acerca dos principais parâmetros envolvidos no processo de içamento. Foram desenvolvidos modelos numéricos e analíticos que apresentam melhorias na determinação de fatores de segurança, levando em conta o avanço a respeito do desempenho dos materiais, que propiciaram condições mais críticas para a instabilidade (peças mais esbeltas e com grandes comprimentos de vão), buscando evoluir os critérios normativos acerca do tema.

Portanto, este capítulo traz de maneira breve o avanço na literatura a respeito do estudo sobre a instabilidade lateral de vigas pré-moldadas em situações transitórias, particularmente no processo de içamento.

#### 2.2 ESTUDOS ANTERIORES SOBRE INSTABILIDADE LATERAL DE VIGAS PRÉ-MOLDADAS

Lebelle (1959) foi um dos primeiros autores a estudar as fases transitórias de uma viga de concreto pré-moldado, e a considerar a flexibilidade das ligações à torção. O autor apresenta um procedimento para obtenção da carga crítica de instabilidade ( $w_{cr}$ ) de vigas vinculadas a apoios deformáveis à torção, em que as condições de contorno são responsáveis por inserir a

deformabilidade ao problema. Com isso serão permitidos, de acordo com o coeficiente de mola  $K\theta$ , deslocamentos laterais e rotação nos apoios.

A Equação (2) apresenta a carga crítica de instabilidade lateral, e a Equação (3) apresenta a fórmula da constante  $k$ , utilizada na determinação da carga crítica por Lebel (1959). Já as Equações (4) e (5) apresentam os coeficientes  $\beta$  e  $\delta$ , que levam em conta a rigidez lateral das mesas e a posição do ponto de aplicação do carregamento em relação ao centro de giro da seção, respectivamente.

$$w_{cr} = k \frac{16}{L^3} \sqrt{\alpha_{cr}} \sqrt{E_c I_c G_c J_t} \quad (2)$$

$$k = \sqrt{1 + 2,47\beta + 0,52 \delta^2} - 0,72\delta \quad (3)$$

$$\beta = \frac{E_c I_{y,mesas}}{G_c J_t} \frac{2z}{L^2} \quad (4)$$

$$\delta = \frac{2h}{L} \sqrt{\frac{E I_y}{G_c J_t}} \quad (5)$$

Onde:  $L$  é o comprimento da viga;

$\alpha_{cr}$  é o coeficiente que estima o efeito da deformabilidade nos apoios;

$E_c$  é o módulo de elasticidade longitudinal do concreto;

$I_c$  é o momento de inércia calculado em relação ao eixo de menor inércia;

$G_c$  é o módulo de elasticidade transversal do concreto;

$J_c$  é o momento de inércia à torção;

$I_{y,mesas}$  é a média ponderada das inércias das mesas da viga;

$z$  é a distância entre os centroides das mesas;

$h$  é a distância entre o ponto de aplicação de carga e o eixo de giro para vigas suspensas, ou seja, entre o ponto de fixação dos cabos e o CG.

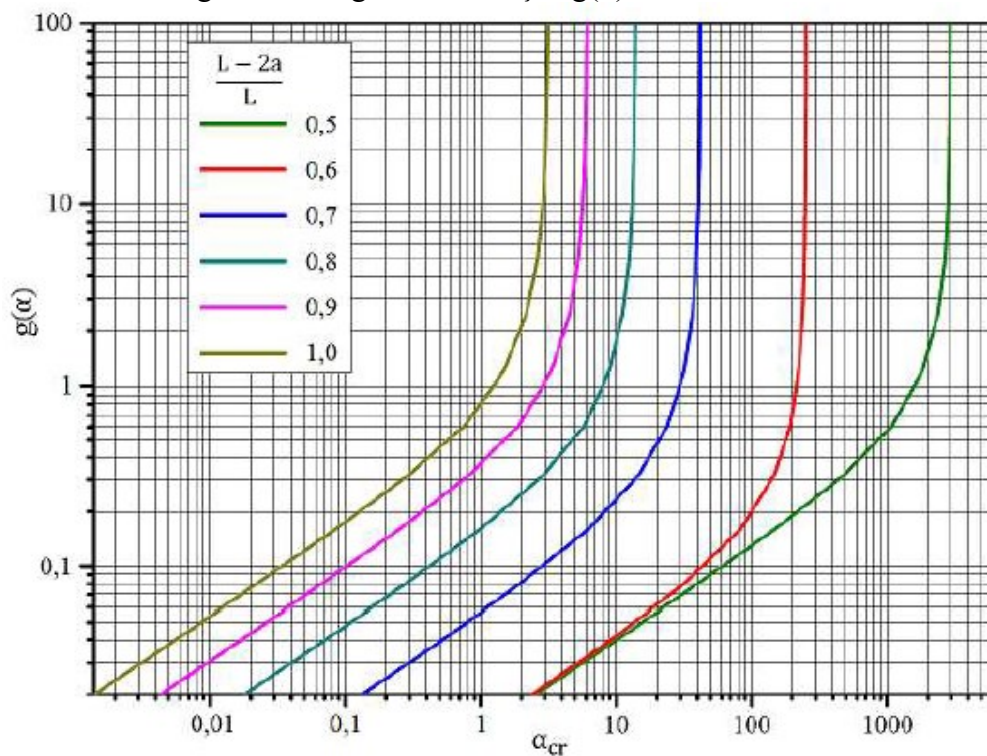
A partir das condições de contorno, considerando apoios deformáveis, Lebel (1959) apresenta uma função que, para dado valor de  $K\theta$ , permite estimar  $\alpha_{cr}$  e, conseqüentemente, a carga crítica, Equação (6).

$$\frac{K_{\theta}}{2GI_t} = f(\alpha) = \frac{\frac{8}{15}\alpha - \frac{356}{10395}\alpha^2}{1 - \frac{11}{30}\alpha + \frac{6617}{415800}\alpha^2} \quad (6)$$

Para o içamento,  $\alpha_{CR}$  depende da posição dos cabos, da altura (h) e das rigidezes à flexão lateral e à torção. Pode-se obter o  $\alpha_{CR}$  com o gráfico da Figura 6, que relaciona essa variável com a função  $g(\alpha)$ , expressa pela Equação (7). Assim, calcula-se  $g(\alpha)$  e obtém-se  $\alpha_{CR}$  para uma dada relação  $L - 2a/L$ , sendo a o comprimento do balanço.

$$g(\alpha) = \frac{4h}{L} \sqrt{\frac{EI_y}{G_c J_t}} \quad (7)$$

Figura 6 - Diagrama da função  $g(\alpha)$  relacionado à  $\alpha_{cr}$



Fonte: Lebelle (1959)

Nota-se pela Figura 6 que, para um mesmo valor da função  $g(\alpha)$ , o valor de  $\alpha_{CR}$  aumenta à medida que o comprimento dos balanços aumenta, ocasionando também um aumento da carga crítica de instabilidade lateral, conforme Equação (2). Além disso, é possível também que, em



geral, quanto maior o valor da função  $g(\alpha)$ , maiores valores de  $\alpha_{cr}$  (e consequentemente de  $w_{cr}$ ) serão encontrados.

Na situação de içamento, a formulação de Lebel (1959) sugere a verificação da carga crítica de instabilidade lateral de vigas pré-moldadas, considerando os parâmetros das rigidezes em regime elástico. O autor destaca ainda que, quando a carga devido ao peso próprio é inferior a  $\frac{1}{4}$  de  $w_{cr}$ , a viga não terá problemas de instabilidade.

Os autores Swann e Godden (1966) analisaram a flambagem lateral de vigas esbeltas de concreto suspensas por cabos. O fenômeno da instabilidade é mais propenso a acontecer na fase de içamento, em detrimento à situação em que as vigas estão em sua posição final de projeto, de acordo com os autores. Um cenário crítico pode ocorrer devido à instabilidade por giro total como corpo rígido e flexão lateral, sem torção ao longo da viga.

Swann e Godden (1966) trataram do problema da instabilidade lateral considerando diferentes carregamentos e condições de apoio de vigas de concreto içadas por cabos, onde primeiro foi apresentado um procedimento numérico para determinação da carga elástica de flambagem de vigas esbeltas e, posteriormente foram apresentados os resultados de duas séries de testes em vigas suspensas por cabos.

Anderson (1971) após presenciar a instabilidade de uma viga durante o processo de içamento, desenvolve uma verificação simplificada para situações transitórias, visando evitar o fenômeno da instabilidade. Assim, o autor define um fator de segurança contra a flambagem lateral de uma viga em suspensão, conforme dado pela Equação (8).

$$FS = \frac{y_t}{\Delta_y} \quad (8)$$

Sendo que:  $y_t$  é a distância do topo da viga ao centro de gravidade da viga;

$\Delta_y$  é o deslocamento lateral no meio do vão quando todo o peso próprio da viga é aplicado na direção do eixo de menor inércia.

Após a publicação de Anderson (1971), Swann (1971) propôs uma alteração na equação para determinar o fator de segurança contra a flambagem lateral de vigas em içamento. O autor

realizou uma mudança no denominador da equação de Anderson, após perceber que o denominador seria a mudança do centro de gravidade da viga após se deslocar lateralmente, ao invés do deslocamento da seção transversal da viga no meio do vão. Dessa forma, o deslocamento lateral do centro de gravidade de uma viga apoiada em suas extremidades ( $\bar{z}_0$ ) é dado pela Equação (9), e o fator de segurança corrigido proposto por Swann (1971) é dado pela Equação (10):

$$\bar{z}_0 = \frac{1}{120} \times \frac{wL^4}{E_c I_y} = 0,64 \Delta_y \quad (9)$$

$$FS = \frac{y_t}{\bar{z}_0} = \frac{y_t}{0,64\Delta_y} \quad (10)$$

Swann (1971) ressaltou a importância das imperfeições iniciais geométricas no cálculo da estabilidade, como o deslocamento lateral inicial e a excentricidade lateral das alças de içamento em relação ao centro de gravidade da seção transversal. Além disso, também alterou o valor de  $y_t$ , sendo tomado como a distância vertical entre o eixo de giro que passa através dos dois pontos de içamento e o centro de gravidade de toda a viga, ao invés da distância do topo da viga ao seu centro de gravidade, após observar que em alguns casos envolvendo protensão geram resultados substancialmente diferentes.

Dessa forma, Swann (1971) apresenta uma formulação destacando a importância da consideração das imperfeições geométricas na estabilidade estrutural de uma viga durante o içamento. A equação proposta pelo autor permite o cálculo do momento fletor em relação ao eixo de menor inércia ( $M_y$ ) em função do ângulo de inclinação devido às imperfeições geométricas, conforme a Equação (11):

$$M_y = M_x \times \theta_0 \times \left( \frac{1}{1 - \frac{1}{FS}} \right) \quad (11)$$

Sendo que:  $\theta_0$  é o ângulo de inclinação devido a imperfeições;

$M_x$  é o momento fletor em relação ao eixo de maior inércia, devido ao peso próprio.

Com base na equação (11), o autor retrata que um fator de segurança (FS) elevado não é garantia contra a ocorrência da instabilidade lateral, tendo em vista que o momento fletor ( $M_y$ ) pode ser alto, a depender do valor de  $\theta_0$ , mesmo que o valor de FS seja elevado também.

Imper e Laszlo (1987) avaliaram o comportamento de vigas de pontes em fase transitória (transporte e içamento) e constataram a influência do posicionamento dos cabos sobre a estabilidade do elemento, mostrando que a carga crítica de instabilidade é maior quando são utilizados balanços.

Os autores sugeriram então um procedimento analítico e empírico para determinação da segurança durante as fases transitórias, baseado em tensões e deslocamentos, e verificaram a existência de uma relação entre a flecha no meio do vão e a razão entre o comprimento do balanço ( $a$ ) e o comprimento da viga ( $L$ ), na situação de suspensão.

Para a obtenção da relação  $a/L$ , primeiramente é necessária a adoção de um fator de segurança. Através de suas experiências de campo e fabricação de peças pré-moldadas, Imper e Laszlo (1987) recomendaram os seguintes fatores de segurança:  $FS > 1,5$  para manuseio em fábrica, e  $FS > 1,75$  para manuseio das peças em campo.

As vigas pré-moldadas vêm sendo bastante utilizadas para estruturas de pontes, que ao longo do tempo, tornam-se cada vez mais esbeltas e atingem maiores vãos, aumentando a sua susceptibilidade à ocorrência de instabilidade durante o manuseio, tanto na fase de içamento quanto na situação de apoiado sobre almofadas de apoio. No cenário mais atual, a limitação quanto ao comprimento destes elementos se deve principalmente pelos equipamentos de transporte, ao invés de alguma restrição estrutural de projeto para o vão.

Mast (1989) baseando-se nas formulações de Anderson (1971) avalia o problema através do equilíbrio da viga deformada à flexão lateral e considerando o comportamento elástico do material. O estudo desenvolvido por Mast (1989) avalia a estabilidade lateral de vigas protendidas de seção duplo T, quando suspensas por cabos de elevação, através da definição de um fator de segurança. Este fator depende da altura do eixo de giro, da excentricidade lateral inicial, da rigidez lateral e da máxima inclinação permissível para a viga.

Dessa forma, o autor apresenta uma formulação para determinar o fator de segurança (FS), em que deve ser adotado o menor valor encontrado pelas Equações (12) e (13). Os parâmetros presentes na formulação de Mast (1989) podem ser observados através da Figura 7.

$$FS = \frac{y_r}{z_0} \left( 1 - \frac{\Phi_i}{\Phi_{max}} \right) \quad (12)$$

$$FS = \frac{\Phi_i}{\Phi_{max}} \left( 1 - \frac{z_0}{y_r} \right) \quad (13)$$

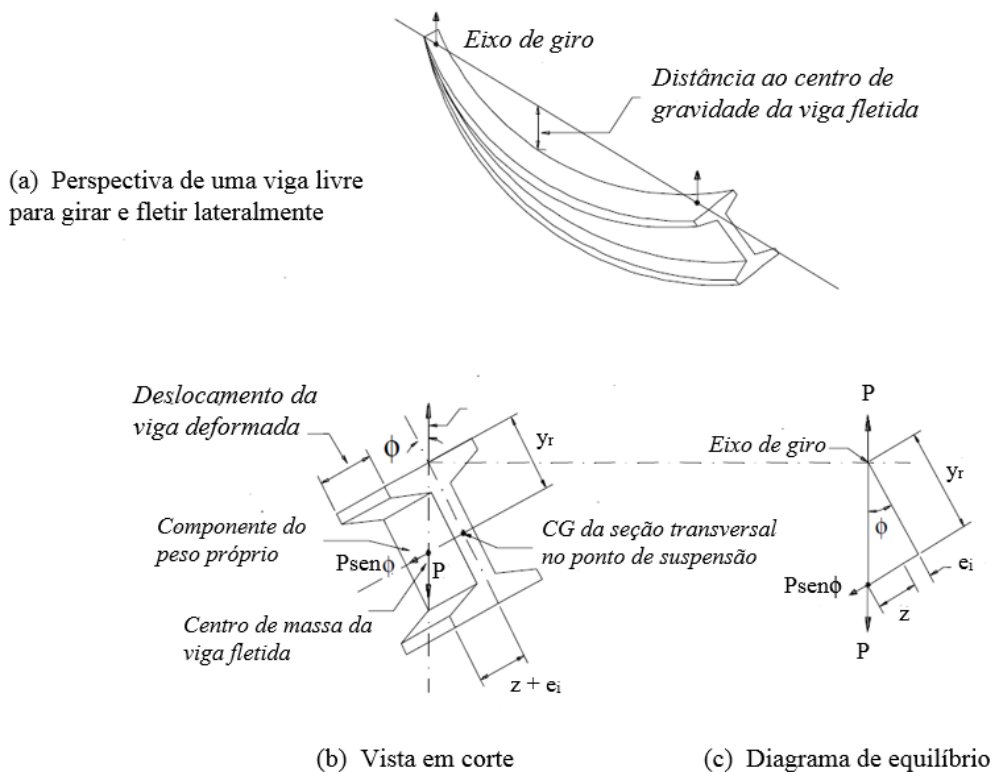
Onde:  $y_r$  é a distância do CG da seção transversal referente à suspensão até a face superior da viga;

$z_0$  é um valor fictício de deslocamento referente ao deslocamento lateral do CG para todo o peso próprio aplicado lateralmente;

$\Phi_i$  é rotação inicial devido às imperfeições construtivas;

$\Phi_{max}$  é a rotação máxima relativa à fissuração.

Figura 7 - Equilíbrio da viga durante a suspensão



Os estudos desenvolvidos em Mast (1989) limitavam-se aos problemas de instabilidade antes da viga começar a fissurar, e o máximo ângulo de giro era limitado pela máxima tensão de tração das fibras superiores da seção no meio do vão.

Assim, Mast (1993) amplia seus estudos para casos mais gerais de vigas, cujo suporte seja provido de restrições elásticas ao giro. Mast (1993) afirma que as vigas normalmente utilizadas em pontes suportam grandes ângulos de rotação sem romper, devido à sua alta resistência à flexão lateral. No entanto, a rotação admissível dos apoios pode ser inferior à capacidade da viga, sendo o parâmetro limitante.

Para a fase de suspensão, os fatores de segurança alcançaram maior amplitude, e o estudo realizado anteriormente por Mast (1993) foi reformulado pela avaliação da fissuração e do colapso da viga, com comprovação experimental por ensaios em escala real, para nove vigas longas de seção I.

Mast (1993) verificou que a rigidez à flexão lateral é reduzida na viga fissurada, e percebeu também, que a variação da rigidez em função do ângulo de inclinação foi similar entre os casos analisados, configurando um padrão. Além disso, o autor notou que todas as vigas tiveram um ângulo de inclinação para atingir a resistência de pelo menos 23°, o que levou Mast (1993) a definir o ângulo de inclinação equivalente à ruptura como 0,4 rad (ou 23°).

Dessa forma, as Equações (14) e (15) fornecem o fator de segurança contra a fissuração e contra a ruptura, respectivamente, sendo  $e_i$  a excentricidade lateral inicial admitida.

$$FS_{fiss} = \frac{1}{z_0/y_r + \Phi_i/\Phi_{max}} \quad (14)$$

$$FS_{rupt} = \frac{y_r \Phi_{max}^{rupt}}{z_0^{rupt} \Phi_{max}^{rupt} + e_i} \quad (15)$$

Devido a abordagem clara e simples, os artigos de Mast (1989 e 1993) se tornaram referência na verificação da estabilidade lateral de vigas pré-moldadas protendidas. Assim, é importante

ressaltar que as recomendações do autor ainda constam atualmente no código americano PCI Bridge Design Manual (2014).

Mast (1994) apresenta os resultados de um ensaio de uma viga de concreto protendido de 45,4 m de comprimento, e seção transversal I de aproximadamente 1,87 m de altura. Foram medidas tensões e deformações em intervalos de tempo previamente determinados, implementando-se diferentes incrementos no ângulo de inclinação.

Com isso, os testes de Mast (1994) demonstraram que a viga apresentou carga referente à fissuração consideravelmente superior à carga teórica prevista sem apresentar nenhum sinal visível de danificação após a retirada da carga lateral. Além disso, o ângulo de inclinação lateral observado até a ruptura foi também superior ao valor previsto em projeto, observando fissuração na mesa superior em torno de  $16^\circ$  e ruptura para rotação de  $32^\circ$ .

Lima (1995) aborda o estudo da instabilidade lateral das vigas pré-moldadas durante o regime de serviço e a fase transitória. A fase de serviço inclui os casos de apoio indeformáveis e deformáveis à torção. Lima (1995) discute uma formulação analítica para o cálculo da carga crítica de instabilidade de vigas pré-moldadas, durante o regime de serviço e durante a fase transitória.

O estudo de Lima (1995) possibilita, como uma primeira aproximação, o cálculo da carga crítica de instabilidade lateral resultante do limite de instabilidade elástica, pois as análises foram baseadas nas hipóteses de regime elástico-linear. Dessa forma, conhecida a carga crítica, pode-se escrever expressões aproximadas para a rigidez reduzida. Porém, estas não correspondem às reais condições de forma satisfatória e mais realista, uma vez que o problema da instabilidade lateral deve ser tratado levando-se em conta as deformações da viga e o comportamento não linear dos materiais.

Stratford e Burgoyne (2000) analisaram algumas vigas de comprimento  $L$  suspensas por cabos retos ou inclinados, com balanços. Os cabos são presos a barras rígidas fixas na viga acima do eixo do CG. O carregamento se resume ao peso-próprio, atuando na linha do centroide, e a uma carga  $p$  distribuída lateralmente ao longo do comprimento da viga, representando o carregamento do vento e efeitos dinâmicos.

Algumas hipóteses foram assumidas por Stratford e Burgoyne (2000), como:

- A viga não apresenta flexão em torno do eixo de maior inércia e nem torção. Entretanto, é livre para fletir em torno do eixo de menor inércia bem como apresentar giro de corpo-rígido;
- Barras rígidas são fixas nas vigas. As partes superiores destas barras são presas nos cabos de suspensão que estão inclinados com relação à horizontal. Os cabos apenas suportam forças de tração;
- A viga apresenta imperfeições iniciais que variam segundo a metade de uma onda de senoide ao longo do comprimento da viga, porém desfasadas de tal forma que o deslocamento é nulo nos pontos onde as barras rígidas estão fixas;
- A viga é submetida a um carregamento lateral aplicado a uma dada distância abaixo do ponto de fixação das barras rígidas, sendo este carregamento paralelo à direção do eixo de maior inércia da viga enquanto esta gira;
- Considera-se o carregamento devido ao peso-próprio ao longo do CG;
- Os deslocamentos relativos ao eixo de menor inércia são assumidos pequenos em comparação com o eixo da viga;
- A viga permanece no regime elástico-linear em toda a análise, sendo invariáveis as propriedades das seções.

Os autores consideraram a rigidez do elemento estrutural constante, devido ao fato de que se a instabilidade é eminente antes da fissuração, ela certamente irá ocorrer após a fissuração, o que seria catastrófico. Enfim, entende-se que os problemas de instabilidade lateral de vigas podem ser críticos quando as ligações ainda são provisórias, uma vez que a montagem ainda não foi concluída. Estas ligações são geralmente insuficientes para impedir giros e deslocamentos, e uma vez que a deformabilidade das ligações é considerada, esta contribui para a perda de estabilidade.

Em sua tese de doutorado, Lima (2002) apresenta um estudo do comportamento não linear físico de vigas pré-moldadas de concreto armado e protendido sob ação simultânea de torção, flexão bilateral e força axial. O trabalho foi desenvolvido por meio de modelagem numérica e ensaio de vigas de concreto sob tombamento lateral gradual.

Os ensaios experimentais de Lima (2002) com o objetivo de calibração e validação do programa computacional proposto. Com isso, através do experimento pode-se observar que a torção é de fato muito pequena e que a flexão lateral é predominante em virtude da baixa rigidez lateral das vigas esbeltas. Além disso, Lima (2002) ressalta a importância do estudo do posicionamento longitudinal dos pontos de içamento, pois os balanços formados podem apresentar efeito estabilizante aumentando o fator de segurança durante a fase de içamento.

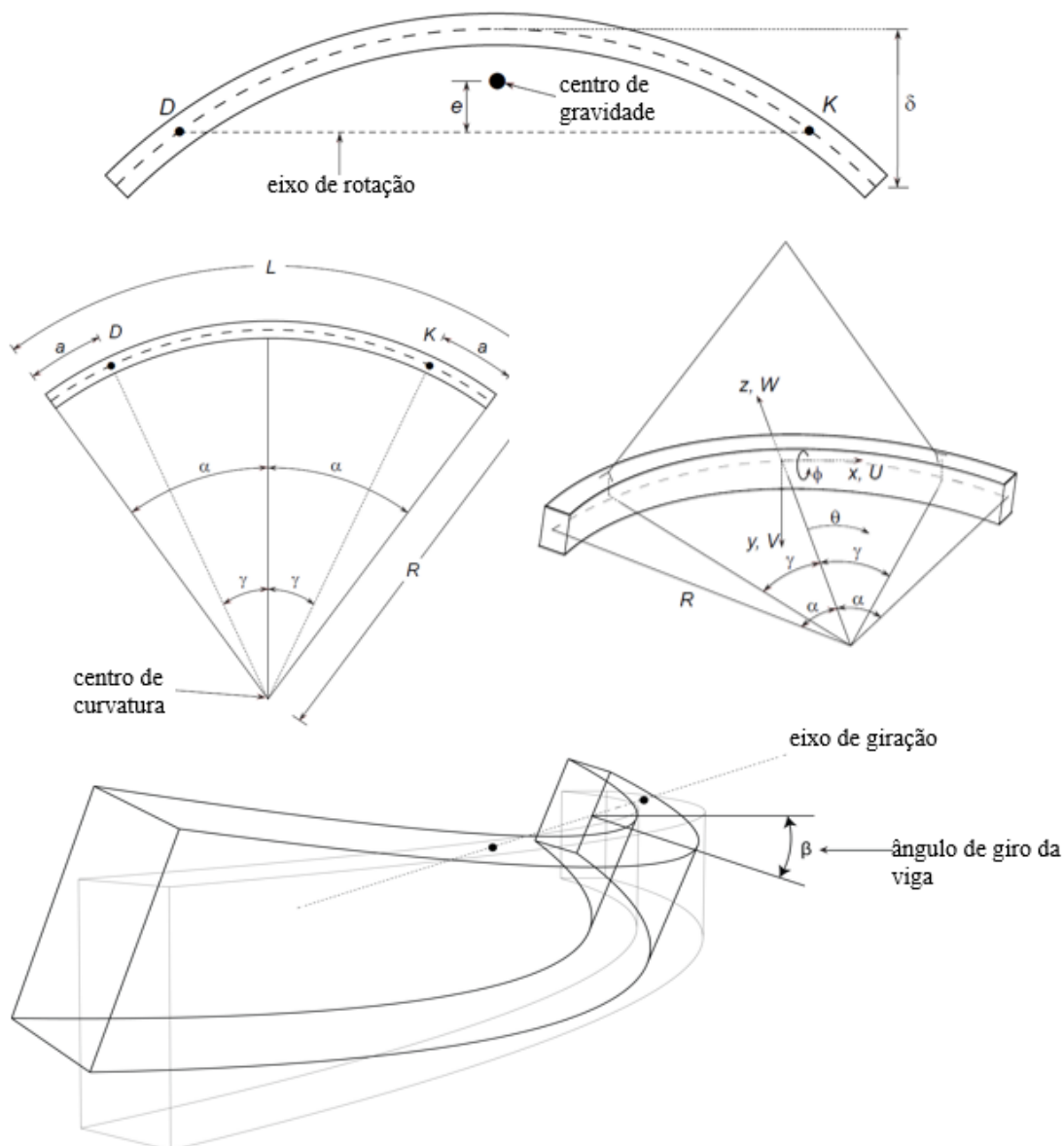
Plaut e Moen (2011, 2013) apresentaram teorias e aplicações referentes à situação de içamento de vigas duplamente simétricas por dois cabos. Segundo os autores, uma viga curva, durante içamento, tende a girar em torno de um eixo superior à mesma, resultando em momentos fletores em torno dos eixos de maior e menor inércia, e torção da seção transversal, e dentre os parâmetros que influenciam no comportamento da viga são a rigidez no eixo de menor inércia, a inclinação dos cabos de içamento e o comprimento dos balanços.

Dessa forma, o objetivo dos autores era obter soluções analíticas para forças internas, ângulos de giro, deslocamentos e momentos na viga considerando-se a mesma curva, e com dimensões da seção transversal pequenas quando comparadas com o raio de curvatura.

A formulação analítica proposta por Plaut e Moen (2011, 2013) leva em consideração vigas curvas de pequena curvatura suspensas por dois cabos simétricos em relação ao meio do vão, cujo centro de gravidade coincide com o centro de cisalhamento, além de material homogêneo e estudo em regime elástico-linear. Considera-se ainda que as deformações são pequenas, que os cabos se encontram alinhados, ou seja, sem excentricidade, e que não há esforços de protensão aplicados. A configuração da viga curva e as variáveis adotadas são apresentadas na Figura 8.



Figura 8 - Parâmetros geométricos da viga curva

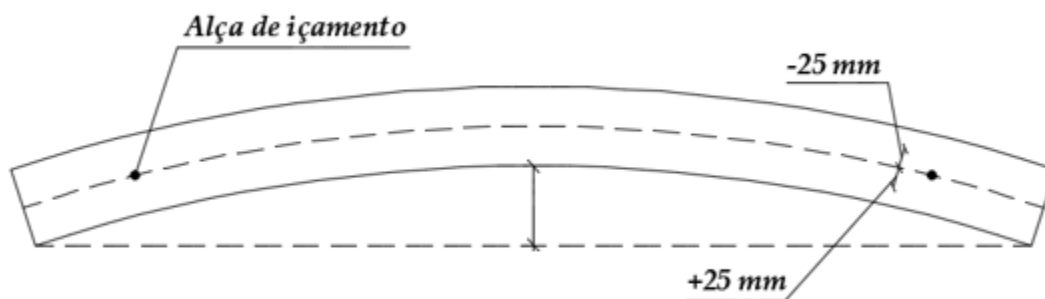


Fonte: Adaptado de Plaut e Moen (2011, 2013)

Em suma, Plaut e Moen (2011, 2013) forneceram um método geral para estudar o comportamento de uma viga curva sendo içada por dois cabos. Os autores verificaram que as maiores tensões e deformações em uma viga curva podem ocorrer durante o içamento e que a posição dos pontos para a suspensão é fundamental na determinação do ângulo de rotação e deformações da viga. Além disso, Plaut e Moen (2011, 2013) observaram também, que para balanços de 20% do comprimento da viga, a rotação total é muito pequena. No entanto, maiores valores para o comprimento do balanço podem resultar em excessivas tensões longitudinais de tração no topo da viga e fissuração.

Cojocarú (2012) apresenta uma compilação de aferições de medidas de deslocamento lateral em 128 vigas padronizadas normalmente utilizadas na construção de pontes e viadutos, e da excentricidade dos pontos de içamento em 10 vigas. Os desvios de posicionamento das alças de içamento também foram medidos em campo por Cojocarú (2012), por influenciarem a estabilidade das vigas durante o içamento, e as limitações para a tolerância destes dispositivos segundo o PCI (2014) é de 2,54 cm (Figura 9).

Figura 9 - Desvios transversal admissíveis das alças



Fonte: PCI (2011)

Segundo o autor, para a maioria das vigas, o deslocamento lateral medido no meio do vão coincidiu com o máximo valor verificado para toda a viga. Já quanto à excentricidade das alças de içamento, de acordo com Cojocarú (2012), nenhuma das medidas excedeu o valor limite de 2,54 cm, estabelecido pelo PCI (2014).

Krahl (2014) apresenta procedimentos para verificação da estabilidade lateral de vigas de concreto em situações transitórias como içamento, transporte e pré-serviço com e sem contraventamento nos apoios, por meio de cálculo de carga crítica e momento crítico de instabilidade, além de fator de segurança. Com base nesta metodologia, são realizadas análises paramétricas a fim de propor limites de segurança. Os parâmetros variados foram  $f_{ck}$ , imperfeições geométricas, vão, largura da mesa comprimida e espessura da alma fazendo uma comparação entre vigas I e retangular.

Krakl (2014) percebeu que os limites de segurança para as seções de vigas I e vigas retangulares são distintos entre si. As análises mostraram que os limites de esbeltez geométrica recomendados, como  $\ell h/bf^2$ , geram elementos, de seção transversal I, muito esbeltos. Este parâmetro apresentou uma variação significativa na tentativa de determinar limites nas análises paramétricas.

Dessa forma, Krahl (2014) afirma que a verificação da segurança por esbeltezes geométricas nem sempre é recomendável, pois não são levados em conta fatores de extrema importância nas análises paramétricas, como  $f_{ck}$  e imperfeições geométricas, e que pode ser conservador adotar como limite a menor esbeltez obtida nas análises. Além disso, o autor assegura que o limite clássico de segurança, que recomenda uma carga crítica maior que quatro vezes a carga de peso próprio é muito conservadora, indicando que para vigas de seção I esta razão igual a 2,5 atende a segurança destes elementos.

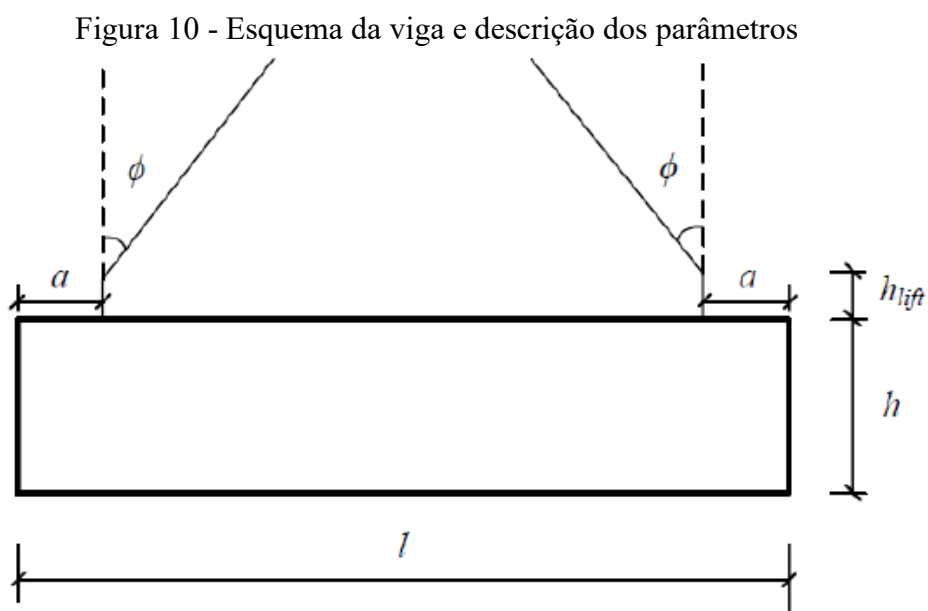
Krahl, Lima e El Debs (2015) realizaram análises paramétricas em vigas de concreto, utilizando o programa computacional LTBeam, com o objetivo dos autores era apresentar limites de segurança para a verificação da estabilidade lateral de vigas pré-moldadas em fases transitórias. Sendo assim, os resultados das análises paramétricas foram comparados com recomendações de normas nacionais e internacionais, e as formulações utilizadas para o cálculo da carga crítica de instabilidade foram confrontadas.

Os autores definiram os seguintes parâmetros iniciais resistência característica do concreto à compressão ( $f_{ck}$ ) de 30 MPa, imperfeição geométrica de 1/300 do vão (quando considerada), balanços de 2,5 m, cabos de içamento verticais, e critério de segurança tomado pela relação entre a carga crítica e o peso próprio da viga, adotado como 4. As relações geométricas foram tabeladas, com utilização de espessura de mesas e almas das vigas I fixadas em 15 cm.

No que diz respeito à fase de içamento, Krahl, Lima e El Debs (2015) concluíram que a formulação de Stratford et al. (1999) foi a que apresentou resultados de carga crítica mais próximos aos obtidos pelo programa computacional LTBeam. Os resultados mostram ainda que os limites de segurança para vigas de seção I e vigas de seção retangular são diferentes, fato este que não é contemplado por nenhuma norma. Tomando como referência a equação de esbeltez utilizada pelo FIB Model Code (2012), o limite determinado para vigas retangulares seria 85 e para vigas de seção I seria 53, o que poderia ser tomado igual a 50, como recomendado

pela norma. Dentre os casos analisados de vigas I, apenas a recomendação do fib Model Code (2012) atende o limite de esbeltez para fases transitórias.

A pesquisa realizada por Zhang (2017) analisa os parâmetros que influenciam no problema da instabilidade lateral de vigas pré-moldadas protendidas durante a situação de içamento, e, baseando-se no modelo analítico apresentado por Mast (1989 e 1993) apresenta um estudo paramétrico com o intuito de estudar as condições de ruptura em função de cada parâmetro, como: geometria da viga, inclinação dos cabos ( $\phi$ ), resistência do material ( $f_{ck}$ ), barras rígidas fixadas à viga para vinculação dos cabos de içamento ( $h_{lift}$ ), excentricidade lateral inicial, entre outros, conforme a Figura (10).



Fonte: Zhang (2017)

Com isso, o objetivo da autora era propor uma expressão analítica para avaliar o potencial de fissuração de vigas durante a suspensão, que resultasse em importante informação de projeto. Dessa maneira, Zhang (2017) propôs uma formulação simplificada para o cálculo do fator de segurança (FS) e do máximo giro de corpo rígido ( $\theta_{cr}$ ) permitido para que não ocorram tensões de tração superiores ao limite  $f_{ctm}$ , e conseqüente fissuração.

As equações (16) e (17) apresentam, respectivamente, o máximo giro de corpo rígido contra a fissuração ( $\theta_{cr}$ ) e o fator de segurança contra a instabilidade lateral (FS)

apresentados por Zhang (2017), sendo que foram admitidas as simplificações para pequenos ângulos ( $\sin \theta = \theta$  e  $\cos \theta = 1$ ).

$$\theta_{cr} = \left[ f_{ctm} + \frac{P_o + R_c \cos \alpha}{A} - \frac{P_o e (h - y_{cg})}{I_y} + \frac{(M_{pp,y} + M_{c,y})(h - y_{cg})}{I_y} - \frac{M_{c,x} b_s}{2I_x} \right] \times \frac{16I_x}{b_s q l_a^2} \quad (16)$$

$$FS = \frac{M_r}{M_a} = \frac{y_r \theta_{cr}}{z_0 \theta_{cr} + e_i} \quad (17)$$

Sendo que:  $f_{ctm}$  é a resistência do concreto à tração;  $A$  é a área transversal;  $P_o$  é a força de protensão aplicada;  $R_c$  é a reação do cabo;  $\alpha$  é a inclinação entre o cabo e o eixo horizontal longitudinal da viga;  $e$  é a distância do cabo de protensão ao centro de gravidade da seção;  $h$  é a altura da seção transversal;  $y_{cg}$  é a distância da borda da mesa inferior até o centro de gravidade da seção;  $I_y$  é o momento de inércia da seção em relação ao eixo  $y$ ;  $M_{pp,y}$  é a componente do momento que atua no eixo de maior inércia;  $M_{c,y}$  é o momento fletor causado pela reação do cabo em relação ao eixo  $y$ ;  $M_{c,x}$  é o momento fletor causado pela reação do cabo em relação ao eixo  $x$ ;  $b_s$  é a largura da mesa superior;  $I_x$  é o momento de inércia da seção em relação ao eixo  $x$ ;  $l_a$  é a distância entre os pontos de içamento;  $M_r$  é o momento resistente;  $M_a$  é o momento atuante;  $y_r$  é a distância da borda superior ao centro de gravidade da seção;  $z_0$  é o deslocamento lateral fictício da viga com o peso próprio inteiramente aplicado na direção do eixo de menor inércia;  $e_i$  é a excentricidade lateral inicial devido às imperfeições na fabricação do elemento.

Lima (2018) realizou análises paramétricas e um estudo de caso para uma situação de colapso de uma viga em içamento, ocorrida em uma fábrica da cidade de Uberlândia-MG. O autor apresenta por meio de análise numérica e teórica, o estudo do problema de instabilidade lateral no içamento. Para isso, Lima (2018) consideradas nas análises paramétricas os seguintes fatores: comprimento dos balanços ( $a/L$ ), desvios de posicionamento das alças ( $t$ ), excentricidade lateral inicial ( $e_i$ ), inclinação dos cabos de içamento ( $\alpha$ ), e comprimento do dispositivo para enrijecimento da ligação entre a viga e os cabos de apoio ( $h_{lift}$ ).

Além disso, em sua análise teórica, Lima (2018) apresentou proposta de alteração do equacionamento de Zhang (2017), incluindo a consideração das seguintes variáveis: cabos inclinados ( $\alpha$ ), desvio da alça ( $t$ ) em relação ao centro da mesa superior e a existência de elemento capaz de suspender o eixo de rotação, tratado como barra rígida ( $h_{lift}$ ). Além disso,

Lima (2018) não considerou a simplificação realizada em ângulos pequenos nas funções seno e cosseno.

Dessa forma, o autor propôs a inclusão de uma parcela de giro que levasse em consideração o efeito estabilizante ou não das variáveis negligenciadas pela formulação original. Essa parcela pode ser observada através da Equação (18).

$$\theta_{RB} = \arctan\left(\frac{e_i+t}{y_r+h_{lift}}\right) \quad (18)$$

Portanto, o cálculo do giro de corpo rígido proposto ( $\theta_p$ ) por Lima (2018) é dado pela Equação (18) e o fator de segurança ( $FS_p$ ), é dado pela Equação (20), em contraposição à Equação (17) vista em Zhang (2017).

$$\theta_p = \theta_{fiss} + \theta_{RB} \quad (19)$$

$$FS_p = \frac{M_r}{M_a} = \frac{(y_r+h_{lift})\tan\theta_p}{z_0\sin\theta_p+e_i} \quad (20)$$

Lima (2018) realizou uma análise numérica, por meio do programa ANSYS 18.1, em que os resultados mostram a necessidade da correta definição das variáveis de estudo em projeto, tendo em vista a ineficiência dos critérios normativos estabelecidos para garantir a segurança, sobretudo para situações transitórias. Com isso, o autor mostra a necessidade de se conhecer as imperfeições iniciais das vigas pré-moldadas, como medir a excentricidade lateral inicial e os desvios das alças antes de realizar o içamento. O conhecimento desses desvios de execução torna-se ainda mais necessário para manter a estabilidade do elemento quando a suspensão for realizada sem balanços ou com pequenos balanços.

Daura Neto (2020) realizou uma análise numérica utilizando o programa computacional ANSYS, visando compreender o comportamento de vigas pré-moldadas com seção transversal assimétrica na fase transitória de içamento por cabos, com relação à estabilidade lateral, considerando-se a influência das variáveis que são referentes aos processos de fabricação e içamento. Foram realizadas análises paramétricas para verificar o efeito da variação de parâmetros na estabilidade lateral de vigas, como: comprimento da viga, posicionamento e

ângulo dos cabos, altura das alças de içamento, resistência característica do concreto à compressão, excentricidade lateral inicial, desvios das alças, características geométricas da seção transversal da viga e força de protensão.

O autor destaca a influência da assimetria na seção transversal cuja presença aumenta consideravelmente o ângulo de rotação de equilíbrio da seção transversal. Daura Neto (2020) destaca, que com a retirada dos componentes que causam a assimetria resultou em reduções do ângulo de rotação de equilíbrio entre 30% e 50% e, para a viga de 45,57 m de vão, um dos modelos realizados pelo autor, resultou ainda em reduções na tensão máxima de tração da ordem de 20%.

Krahl (2018) realiza uma análise a respeito da evolução de dano e relação tensão-deformação, visando de maneira experimental e numérica, caracterizar o comportamento constitutivo do concreto de ultra-alto desempenho reforçado com fibras (UHPFRC).

As equações propostas pelo autor foram utilizadas em um modelo numérico de dano acoplado à plasticidade, prevendo com precisão a evolução do dano e as envoltórias cíclicas durante todas as fases dos testes de tração, compressão e flexão. Além disso, Krahl (2018) utiliza o método de Rayleigh-Ritz, que é um dos métodos utilizados na modelagem de um problema dinâmico. O autor utiliza o método mencionado para elaborar a proposta analítica para o problema utilizado.

A partir dos resultados obtidos, Krahl (2018) destaca que as vigas em içamento falharam por instabilidade sob uma carga 3,7 vezes menor, com a presença do UHPFRC e, o teor de fibras influenciou significativamente a tenacidade e a degradação nos ciclos de carregamento.

Os conceitos referentes à dinâmica das estruturas são utilizados no cenário da engenharia civil, principalmente para problemas relacionados a análise modal, ou seja, busca-se entender o comportamento dinâmico em estudo, com o intuito de determinar os seus parâmetros modais, como: frequências naturais, modos de vibração e fatores de amortecimento modal.

A análise dinâmica via simulação numérica permite avaliar a sensibilidade das estruturas de grande porte às diferentes condições de apoio e imperfeições, que são difíceis de investigar experimentalmente. São encontrados vários trabalhos que utilizam a simulação numérica

dinâmica para avaliar o comportamento de estruturas como: Adhikari e Bhattacharya (2012), Banerjee et al (2019), Del Campo e Pozos-Estradas (2022), Yang, Powrie e Priest (2009), Zhang, Tian e Xia (2016), dentre outros.

Dessa maneira, ressalta-se que não existem trabalhos que abordam a situação de içamento de vigas, através de uma análise dinâmica, o que confere originalidade e relevância ao presente trabalho.

Neste contexto, a movimentação da viga pelo guindaste provoca vibrações que podem atingir frequências de excitação próximas às frequências naturais da estrutura, ocasionando uma amplificação nas tensões e deslocamentos. A negligência dos efeitos dinâmicos na fase de projeto pode representar um cenário crítico na realidade do elemento em campo, onde a amplificação das tensões supere os limites de resistência da viga, ocasionando o colapso da peça.



## CAPÍTULO 3

# FUNDAMENTOS DA DINÂMICA DAS ESTRUTURAS

### 3.1 INTRODUÇÃO

Um problema estrutural dinâmico difere da abordagem estática em dois importantes aspectos. A primeira diferença a ser percebida, trata-se da natureza de variação no tempo do problema dinâmico. Os carregamentos dinâmicos dão origem a deslocamentos, forças internas, reações e tensões que são dependentes do tempo.

A segunda diferença refere-se ao fato de que uma estrutura sujeita a um carregamento estático, os esforços internos e flechas assumidas dependem somente do carregamento imposto, devendo respeitar o equilíbrio estático e equações de compatibilidade de deslocamentos. Por outro lado, se o carregamento é aplicado dinamicamente, os deslocamentos resultantes da estrutura não dependem somente do carregamento, mas também das forças inerciais que se opõem às acelerações que as produzem (PAULTRE, 2010).

Durante a fase de içamento, a análise estática do comportamento estrutural de uma viga requer uso de vinculações específicas para satisfazer as equações de equilíbrio, sem alterar os movimentos livres, conforme utilizado por Lima (2018), a fim de resolver a hipostaticidade do problema. Diante deste cenário, o tratamento estrutural considerando os fundamentos da dinâmica das estruturas faz-se necessário para a abordagem do içamento, permitindo que a situação final de repouso seja obtida.

A viga no início da suspensão em um guindaste, com a presença de excentricidade lateral, descreve movimento oscilatório, semelhante ao movimento pendular (Figura 11), até encontrar um ângulo de equilíbrio (situação de repouso), alcançado após a dissipação de energia do sistema.

Figura 11 - Viga durante o processo de içamento



Fonte: Anderson (1971)

A resposta estrutural a qualquer carregamento dinâmico, ou seja, variável no tempo, é expressa basicamente em termos dos deslocamentos da estrutura. Segundo Brasil (2015), as características básicas da análise dinâmica de uma estrutura são:

- Cargas, reações, esforços internos, tensões, deslocamentos e deformações variam com o tempo, com velocidades não desprezíveis;
- Além das cargas aplicadas, reações e esforços internos (que se equilibram em uma situação estática) participam também do equilíbrio as forças de inércia (relacionadas com a massa da estrutura) e forças que dissipam energia (amortecimento);
- as análises não levam, via de regra, a um resultado único (estático), mas a um histórico de resposta.

A determinação da resposta dinâmica de uma estrutura, esta pode ser no *domínio do tempo* ou no *domínio da frequência*. Em resolução numérica, uma análise no *domínio do tempo* fornece solução instante a instante, e a variável temporal é mantida no decorrer de toda a análise, e é possível verificar o comportamento da estrutura ao longo do tempo. A resposta no *domínio da frequência* mostrará uma ou mais frequências discretas em torno das quais a energia do sistema está concentrada.

Para análise discreta no *domínio da frequência*, as soluções referentes ao conjunto dos instantes de discretização da ação externa só são obtidas ao final da análise. Nesta, passa-se ao domínio da frequência com a transformada de Fourier (direta) e retorna-se ao domínio do tempo com a transformada de Fourier inversa. Isto é, faz-se a transformação das equações diferenciais de

movimento em equações algébricas na variável frequência, cujas soluções são transformadas de volta ao domínio do tempo (SORIANO, 2014).

De acordo com Soriano (2014), a essência dessa análise é a decomposição da ação externa em componentes harmônicos, a obtenção das respostas a esses componentes em termos de frequência e a transposição, com superposição, dessas respostas ao domínio do tempo.

Na sequência, são abordadas as equações de equilíbrio no problema dinâmico, bem como alguns tipos de análises dinâmicas, como a análise modal e a análise transiente. Destaca-se ainda uma explanação sobre o amortecimento, sendo este um parâmetro importante na consideração da análise dinâmica, e de grande complexidade devido a variedade de sua natureza.

### **3.2 EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO DINÂMICO**

A caracterização do comportamento dinâmico de uma estrutura baseia-se na definição das matrizes de rigidez, de massa e de amortecimento. A matriz de rigidez de um elemento estrutural é composta por coeficientes que representam a força na direção  $i$  devido a um deslocamento unitário na direção  $j$ , enquanto todos os outros deslocamentos impostos são nulos. Na matriz de massa, cada coeficiente representa a força de inércia desenvolvida na direção  $i$  devida a uma aceleração unitária na direção  $j$ .

A matriz de amortecimento pode ser definida de modo análogo à matriz de massa. Porém, em muitos casos pode não ser necessário obter de forma explícita a matriz de amortecimento, podendo ser definida por proporcionalidade às matrizes de massa e de rigidez através de parâmetros independentes, convenientemente definidos. Neste caso, é designada por matriz de amortecimento de Rayleigh.

A matriz de amortecimento clássica não é determinada de maneira convencional, como a partir das dimensões da estrutura, dos elementos ou do coeficiente de amortecimento do material. Segundo Chopra (2012), a matriz é determinada a partir dos coeficientes modais de amortecimento, considerando todos os mecanismos de dissipação de energia existentes.

Chopra (2012) traz que a equação do movimento para o sistema com múltiplos graus de liberdade, pode ser formulada através do equilíbrio das forças associadas a cada grau de liberdade. São quatro as forças envolvidas: força externa  $P(t)$ , força inercial  $f_I(t)$ , amortecimento  $f_D(t)$  e força interna elástica  $f_S(t)$ . Representando em forma matricial, o equilíbrio de forças é de acordo com a Equação 21:

$$f_I + f_D + f_S = P(t) \quad (21)$$

Considerando que:

$$f_S = K \cdot x \quad (22)$$

$$f_D = C \cdot \dot{x} \quad (23)$$

$$f_I = M \cdot \ddot{x} \quad (24)$$

Têm-se:

$$M \ddot{x}(t) + C \dot{x}(t) + K x(t) = f(t) \quad (25)$$

$M$  = matriz de massa, de ordem  $N \times N$ ;

$C$  = matriz de amortecimento, de ordem  $N \times N$ ;

$K$  = matriz de rigidez, de ordem  $N \times N$ ;

$\ddot{x}$  = vetor das acelerações nas coordenadas generalizadas, de ordem  $N \times 1$ ;

$\dot{x}$  = vetor das velocidades nas coordenadas generalizadas, de ordem  $N \times 1$ ;

$x$  = vetor dos deslocamentos nas coordenadas generalizadas, de ordem  $N \times 1$ ;

$f$  = vetor das forças externas, de ordem  $N \times 1$ .

### 3.3 ANÁLISE MODAL

Nóbrega (2004) afirma que a análise modal é o processo constituído de técnicas teóricas e experimentais que permitem a construção de um modelo matemático representativo do comportamento dinâmico em estudo, com o intuito de determinar os seus parâmetros modais (frequências naturais, modos de vibração e fatores de amortecimento modal). Na simulação numérica, a análise modal constitui um problema de autovalor (frequências naturais) e autovetor (modos de vibração).

As análises estruturais dinâmicas podem ser desenvolvidas levando-se em conta o problema modal, onde são calculadas as frequências naturais e os modos harmônicos. Segundo Debella (2019), as frequências naturais indicam a taxa de oscilação livre da estrutura depois de cessada a força que provocou o seu movimento. Os modos de vibração são a forma como a estrutura vibra, relacionada a cada uma de suas frequências naturais. Desta forma, para cada frequência natural existe um modo de vibração específico.

### 3.3.1 Vibração livre

No fenômeno da vibração livre são obtidas as variáveis modais da estrutura (frequências naturais e modos de vibração). Na vibração livre um sistema oscila periodicamente em torno de sua posição estática, invertendo o sentido do movimento a cada vez que alcança um máximo deslocamento, também chamado de amplitude (CHOPRA, 2012).

Segundo Chopra (2012), ao considerar o problema como uma vibração livre não amortecida, as parcelas referentes ao amortecimento e ao carregamento externo são removidas da equação (25), resultando em:

$$M \ddot{x}(t) + K x(t) = 0, \quad (26)$$

Em que a solução analítica pode ser expressa, de forma genérica, por:

$$x(t) = \mu \cdot \text{sen}(\omega t), \quad (27)$$

onde  $\mu$  é um vetor de ordem  $N$ ,  $t$  é a variação no tempo, e  $\omega$  é a frequência natural de vibração correspondente ao modo  $N$ .

Substituindo (27) em (26), tem-se um problema de autovalores generalizados, no qual  $\mu$  e  $\omega$  podem ser determinados:

$$K\mu = \omega^2 M\mu, \quad (28)$$

onde  $\omega$  (autovalores) são as frequências naturais de vibração e  $\mu$  (autovetores) os correspondentes modos de vibração. K e M são as matrizes de rigidez e de massa, respectivamente, que são conhecidos.

As frequências naturais e os modos de vibração de uma estrutura permitem identificar quais tipos de excitação dinâmica que podem ser perigosos à estrutura. Desta forma, o estudo do comportamento dinâmico das estruturas começa pela análise modal (DEBELLA, 2019).

### 3.4 RESPOSTA TRANSIENTE

Análise dinâmica transiente é uma ramificação da dinâmica estrutural, onde se obtém as respostas no domínio do tempo de uma estrutura sob a ação de cargas externas. Este tipo de análise é usada para determinar como se dá a variação no tempo dos deslocamentos, velocidades, acelerações, tensões, deformações e energia absorvida, como resposta a qualquer combinação de cargas aplicadas.

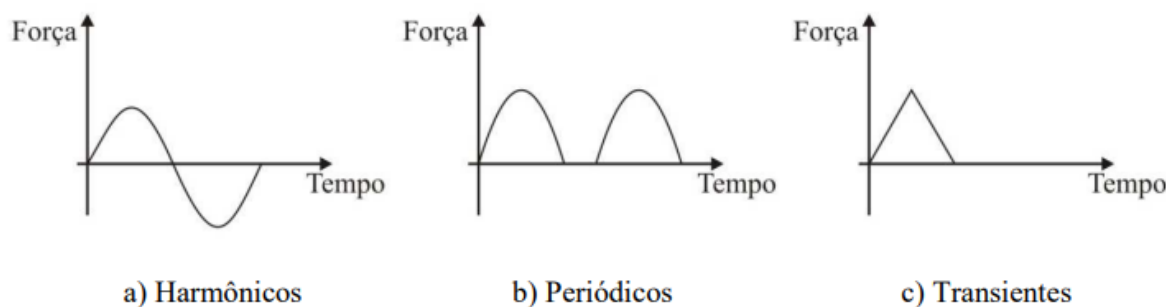
As ações dinâmicas são aquelas que apresentam variação no tempo, seja em sua magnitude, direção ou posição. Terremotos, ventos fortes, ondas do mar e cargas de impacto são exemplos de ações dinâmicas. Essas introduzem na estrutura acelerações, velocidade e deslocamentos, gerando, como consequência, forças de inércia e amortecimento (BATELO, 2014).

De acordo com Rao (1995), as ações dinâmicas podem ser classificadas em: determinísticas, se o valor ou magnitude da ação agindo sobre a estrutura é completamente conhecido ao longo do tempo; não determinística, randômica, ou estocástica, quando não se pode prever o valor da ação em qualquer instante de tempo futuro.

Segundo Batelo (2014), conforme a forma de variação no tempo, as ações dinâmicas são classificadas como harmônicas, periódicas, transientes ou impulsivas. O carregamento é dito harmônico quando sua variação no tempo pode ser representada por uma função seno ou cosseno, sendo característicos de turbinas, geradores e bombas centrífugas de máquinas rotativas que apresentam massa desequilibrada. O carregamento periódico é aquele que apresenta repetições em um intervalo regular de tempo, chamado período. Uma carga que representa as forças geradas por uma máquina rotativa em operação também é periódica. Já o

carregamento transiente é o que apresenta variação arbitrária ao longo do tempo, sem periodicidade. O carregamento impulsivo é caracterizado como sendo transiente com uma duração muito curta. Na Figura 12 tem-se uma representação dos tipos de carregamentos dinâmicos no domínio do tempo.

Figura 12 - Tipos de carregamentos no domínio do tempo



Fonte: BATELO (2014)

### 3.4.1 Vibração forçada

Quando forças externas agem sobre um sistema com vários graus de liberdade, o sistema sofre vibração forçada. Ao passo que a vibração livre é obtida através da solução homogênea da equação diferencial do modelo matemático da estrutura, equação (26), o estudo da vibração forçada corresponde à solução da equação não homogênea. Assim, a equação do movimento dinâmico não amortecido sujeito à uma força externa, é definida conforme a Equação 29 (CHOPRA, 2012).

$$M \ddot{x}(t) + K x(t) = f(t) \quad (29)$$

Onde a solução analítica, como exposto anteriormente, é composta pela solução homogênea (vibração livre) e pela solução particular. A solução homogênea foi dada pela equação (27), e a solução particular depende do carregamento externo aplicado.

Para um sistema com  $n$  graus de liberdade, as equações de movimento governantes são um conjunto de  $n$  equações, cuja solução se torna mais complexa à medida que o número de graus de liberdade aumenta, e/ou quando as forças atuantes são não periódicas. Independente da complexidade das funções de força externa, o sistema pode ser resolvido pelas técnicas de

superposição modal ou integração direta, que desacopla as equações de movimento, de modo a se obter um conjunto de  $n$  equações diferenciais de segunda ordem (CHOPRA, 2012).

### 3.5 AMORTECIMENTO

O amortecimento é um fenômeno físico observado em sistemas mecânicos que experimentam a dissipação de energia mecânica sob a forma de calor, ruído, atrito viscoso, por histerese ou atrito seco. A existência de pelo menos uma força não conservativa no sistema mecânico, realizando trabalho, implica em perda de energia mecânica, com o consequente decaimento de vibração livre ou atenuação dos picos de deslocamento em vibração forçada. Essa dissipação é útil quando a vibração é indesejável, e é mais relevante quando a estrutura oscila próxima à ressonância (SORIANO, 2014).

O conjunto dos mecanismos dessa dissipação é genericamente chamado de amortecimento, suas causas são complexas e associadas às características da estrutura, ao meio circundante e aos elementos não estruturais agregados à mesma. Assim, a dissipação de energia é o resultado de diversas causas, depende da estrutura, do meio circundante e das amplitudes das oscilações. Além disso, pode não ser uniforme em toda a estrutura, ter interação com o apoio e depender da velocidade do vento e da forma da estrutura.

De acordo com Soriano (2014), para estabelecimento de uma lei para o referido fenômeno, a forma mais consistente seria através da quantificação da energia dissipada entre dois instantes. Contudo, como isso se limitaria a um tipo específico de oscilação e de uma causa, é prático e usual idealizar esse fenômeno através de força que se opõe ao movimento. É a chamada força de amortecimento, concebida em forma conveniente de ser utilizada em função de um parâmetro simples de ser medido.

As idealizações de dissipação de energia mais utilizadas em análise dinâmica das estruturas são: o amortecimento viscoso (linear), o amortecimento de Coulomb e o amortecimento estrutural, todos descritos brevemente a seguir (SORIANO, 2014):

- **Amortecimento Viscoso:** O amortecimento viscoso em estrutura tem expressão semelhante à do fenômeno de oposição ao movimento lento de corpos imersos em fluido (Equação 30),



quando então essa oposição é considerada como proporcional à velocidade relativa entre corpo e fluido.

$$f_a(t) = c \cdot \dot{u}(t) \quad (30)$$

onde  $c$  é o coeficiente de amortecimento viscoso de unidade N·s/m.

- **Amortecimento de Coulomb:** O amortecimento de Coulomb é o de atrito entre duas superfícies secas ou de lubrificação insuficientes, que se deslocam entre si. Ocorre em interfaces entre elementos estruturais e de componentes não estruturais, assim como em aparelhos de apoio. A correspondente força é paralela a essas superfícies e expressa conforme a Equação 31:

$$f_a(t) = (\text{sinal da velocidade}) \mu \cdot N \quad (31)$$

onde  $\mu$  é o coeficiente de atrito cinemático (adimensional) e  $N$ , a força normal às referidas superfícies.

**Amortecimento Histerético ou Estrutural:** O amortecimento estrutural, também denominado histerético ou sólido, é a idealização da dissipação de energia em materiais durante comportamento elástico, em interação molecular de plastificação microscópica que provoca curvas tensão-deformação de carregamento e de descarregamento não coincidentes. Assim, não inclui a plastificação macroscópica de material que deve ser considerada em análise de estrutura com a concepção de comportamento não linear. A correspondente força é idealizada como proporcional à força elástica e em fase com a velocidade, que se escreve sob a forma complexa, conforme a Equação 32:

$$f_a(t) = i\eta k u(t) \quad (32)$$

onde  $\eta$  é o coeficiente de amortecimento estrutural (adimensional).

### 3.5.1 Amortecimento de Rayleigh

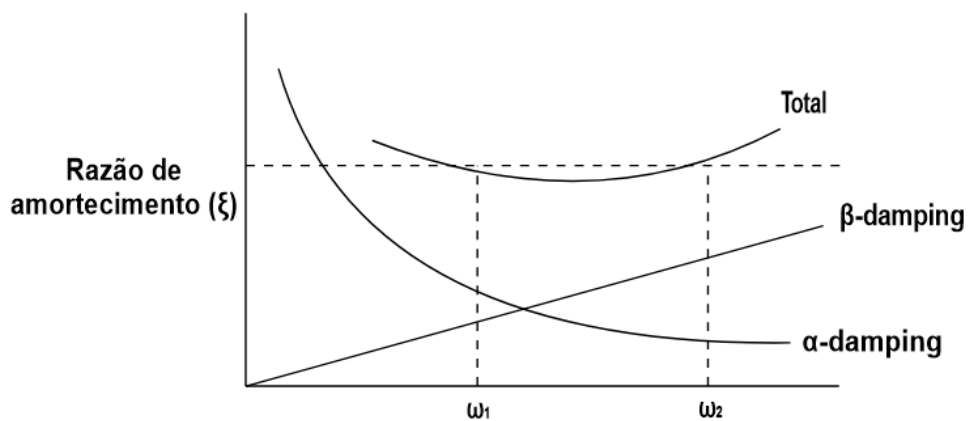
O amortecimento proporcional ou amortecimento de Rayleigh é um tipo comum de amortecimento usado para modelar sistemas na prática e de uma forma empírica. A ideia é assumir que o amortecimento é proporcional ao parâmetro de rigidez equivalente e massa do sistema. Dessa forma, a matriz de amortecimento ( $C$ ) é calculada usando as constantes de proporcionalidade para multiplicar a matriz de massa ( $M$ ) e a matriz de rigidez ( $K$ ), conforme a Equação (33).

$$C = \alpha M + \beta K, \quad (33)$$

sendo  $\alpha$  e  $\beta$  duas constantes que multiplicam as matrizes de massa e rigidez, respectivamente.

Os valores de  $\alpha$  e  $\beta$  geralmente não são conhecidos diretamente, mas são calculados a partir de razões modais de amortecimento,  $\xi$ . Para especificar  $\alpha$  e  $\beta$  para uma dada razão de amortecimento  $\xi$ , é comumente assumido que a soma dos termos  $\alpha$  e  $\beta$  é quase constante em uma faixa de frequências, conforme a Figura 13.

Figura 13 - Amortecimento de Rayleigh



Fonte: ANSYS (2021)

Portanto, segundo Soriano (2014) dado  $\xi$  e uma faixa de frequência  $\omega_1$  a  $\omega_2$ , duas equações simultâneas podem ser resolvidas para  $\alpha$  e  $\beta$  (Equações 34 e 35):

$$\alpha = 2\xi \frac{\omega_1 \cdot \omega_2}{\omega_1 + \omega_2} \quad (34)$$

$$\beta = \frac{2\xi}{\omega_1 + \omega_2} \quad (35)$$

Segundo Soriano (2014) a grande vantagem do amortecimento de Rayleigh é fornecer matriz de amortecimento global com as mesmas características de esparsidade que a matriz de rigidez. Contudo, com esse amortecimento, não se tem controle quanto às razões de amortecimento dos diversos modos naturais de vibração. Isso porque esse procedimento parte da especificação das razões de amortecimento de dois modos naturais de vibração, obtendo-se amortecimentos mais reduzidos para os modos intermediários a esses dois, e amortecimentos com valores crescentes para os modos de ordem superior.

Por essa razão, e como os primeiros modos naturais de vibração são os de participação preponderante em resposta dinâmica, é indicado estabelecer amortecimento para o primeiro modo e para um dos modos de frequência mais alta que ainda tenha participação relevante na resposta (SORIANO, 2014).

Silva (2009) ressalta que este mecanismo de amortecimento é usado apenas para ajustar melhor respostas experimentais e teóricas (simuladas) e não significa que o mecanismo real de amortecimento tem, de fato, esta característica física. Este tipo de amortecimento é muito empregado em softwares de elementos finitos comerciais para modelar amortecimento em estruturas complexas.

## CAPÍTULO 4

# MODELAGEM NUMÉRICA NO SOFTWARE ANSYS WORKBENCH

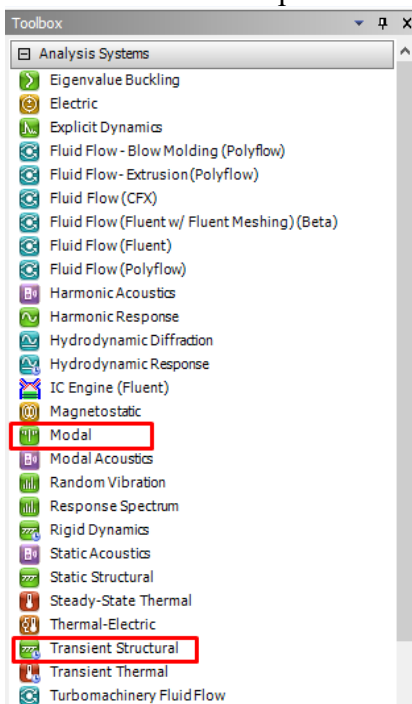
### 4.1 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

O programa computacional ANSYS faz uso do método dos elementos finitos (MEF) para a solução de problemas lineares e não lineares, assim como estáticos e dinâmicos. Por meio da discretização da estrutura é atribuída a cada elemento uma matriz de rigidez que proporcionaliza a relação entre deslocamento e força. No modelo de análise dinâmico, além da matriz de rigidez global da estrutura, faz-se presente também a parcela das matrizes de massa e de amortecimento.

O software ANSYS Workbench 2021 possui alguns módulos para realização de análises dinâmicas como o Modal, Rigid Dynamics, Transient Structural, entre outros que englobam a área de fluidos, acústica, térmica, dentre outros. Nas simulações realizadas neste trabalho, foram utilizados os módulos: *modal* e *transient structural*. Os módulos contidos no software são apresentados na Figura 14.

O módulo *modal* determina as características de vibração (frequências naturais e formas de modo correspondentes) de uma estrutura via análise modal. As frequências naturais e as formas modais são parâmetros importantes no projeto de uma estrutura para condições de carregamento dinâmico. Já o módulo *transient structural* pode ser usado para obter a resposta dinâmica de uma estrutura sob a ação de qualquer carga geral dependente do tempo via integração direta no tempo. É uma análise dinâmica mais versátil e pode ser usada para determinar os deslocamentos, deformações, tensões e forças variáveis no tempo em uma estrutura (ANSYS, 2021).

Figura 14 - Módulos de análise dinâmica presentes no Ansys Workbench



Fonte: Autor (2022)

A solução do modelo numérico transiente é realizada através de um esquema de integração de tempo. Os fatores mais importantes na escolha de um esquema de integração de tempo são: precisão, estabilidade e dissipação. Em algoritmos de integração de tempo condicionalmente estáveis, a estabilidade é afetada por um tamanho escolhido do passo de tempo ( $\Delta t$ ); enquanto que em algoritmos de integração de tempo incondicionalmente estáveis, um tamanho de passo de tempo pode ser escolhido independentemente de considerações de estabilidade (ANSYS, 2021).

O passo de tempo das análises ( $\Delta t$ ) pode ser estimado como uma fração do período do modo de vibração mais elevado que tenha contribuição relevante na resposta dinâmica,  $T_p$ . Para isso, costuma-se estimar o passo de tempo ( $\Delta t$ ) conforme Equação 36 (SORIANO, 2014):

$$\Delta t = T_p / 10 \quad (36)$$

Logo, visando entender os componentes presentes no software Ansys Workbench 2021 para realização da análise dinâmica, foram desenvolvidos dois modelos numéricos com a finalidade de reproduzir dois exemplos realizados analiticamente por Soriano (2014) em que o autor aplica

o método de integração direta de Newmark. Neste sentido, buscou-se comparar os resultados obtidos pelo modelo numérico com os valores encontrados de maneira analítica pelo autor.

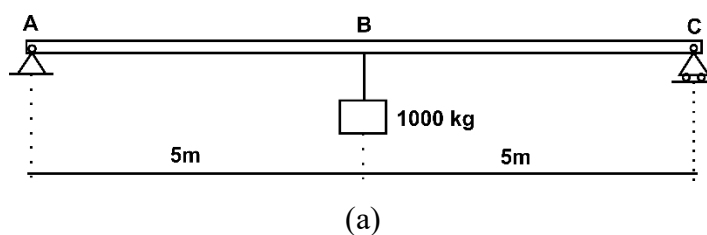
Para ambos os exemplos, as informações apresentadas no presente trabalho foram fornecidas pelo autor. Ressalta-se que a viga na modelagem numérica foi representada por um elemento de barra, em que a seção transversal foi calculada a partir do  $EI$  e da massa linear ( $m'$ ). O elemento finito utilizado foi o BEAM 188. Em cada exemplo, foram extraídos manualmente os pontos do gráfico com a solução analítica obtida por Soriano (2014). Tais aspectos podem justificar as diferenças encontradas entre o modelo analítico e numérico.

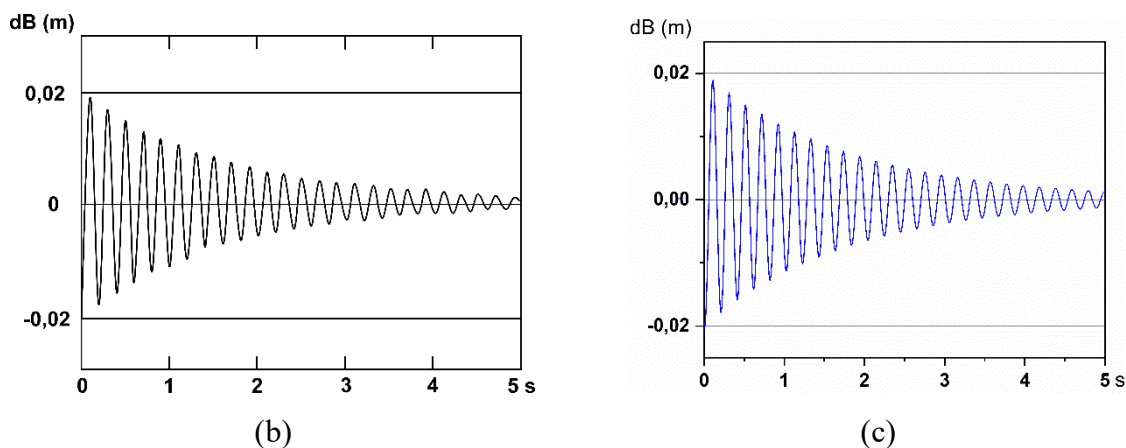
Portanto, os exemplos são apresentados de maneira breve, mostrando a proximidade obtida entre a solução analítica do autor, com a resposta numérica encontrada. Enfatiza-se que o objetivo neste capítulo é compreender os módulos de análise dinâmica no software ANSYS Workbench 21.1, bem como entender os parâmetros modais utilizados em uma análise dinâmica.

#### 4.1.2 Exemplo 1: viga com força concentrada

O exemplo 1 traz uma viga biapoiada com 10 m de comprimento e um cabo que sustenta uma massa de 1000 kg no meio do vão. A Figura 15a mostra a representação da viga utilizada no problema. A Figura 15b mostra o deslocamento nodal ( $dB$ ) no meio do vão após uma ruptura brusca do cabo de sustentação, obtida pela resposta analítica. A Figura 15c traz os resultados provenientes da modelagem numérica. Para isso, são fornecidos os seguintes parâmetros do modelo: massa por unidade de comprimento ( $m'$ ) = 100 kg/m;  $EI = 10^7$  N·m<sup>2</sup>; razão de amortecimento ( $\xi$ ) = 0,02 e espaçamento  $\Delta t = 0,001$  s.

Figura 15 - Exemplo 1: (a) viga analisada, (b) resposta analítica e (c) resposta numérica



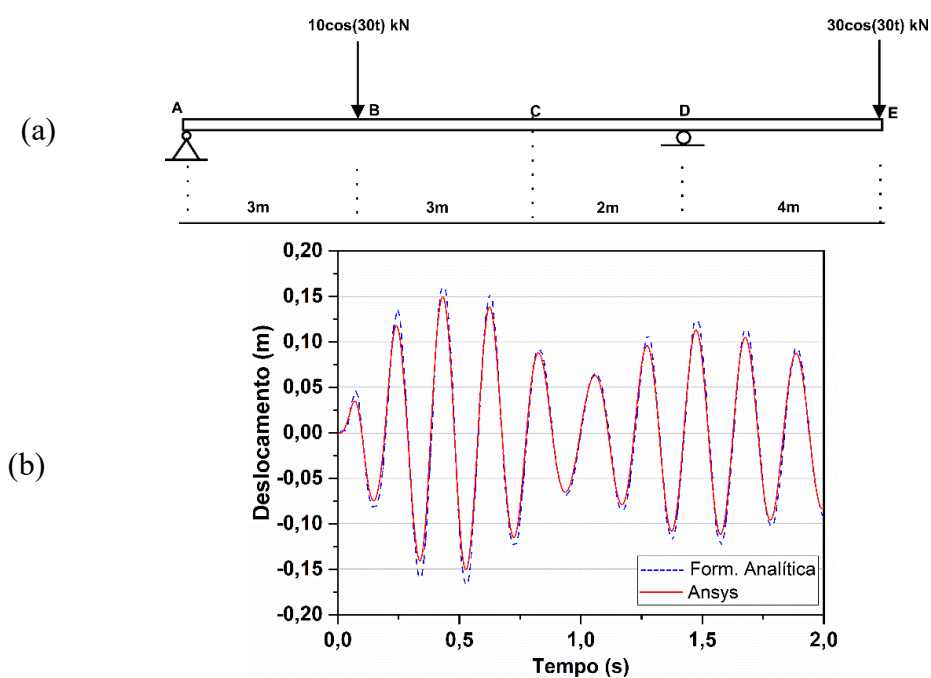


Fonte: Autor (2022)

#### 4.1.3 Exemplo 2: viga com carregamento variável

O exemplo 2 consiste em uma viga com 12 m de vão e sujeita a duas forças concentradas (Figura 16a). Assim, foi determinado o deslocamento vertical na seção transversal no meio do vão, em que foi comparado os resultados numérico e analítico (Figura 16b). Dessa maneira, são estabelecidos os seguintes parâmetros:  $m' = 103 \text{ kg/m}$ ;  $EI = 2,2344 \times 10^7 \text{ N}\cdot\text{m}^2$ ;  $\xi = 0,03$  e  $\Delta t = 0,005 \text{ s}$ .

Figura 16 - Exemplo 2: (a) viga analisada e (b) comparação entre a resposta analítica e numérica

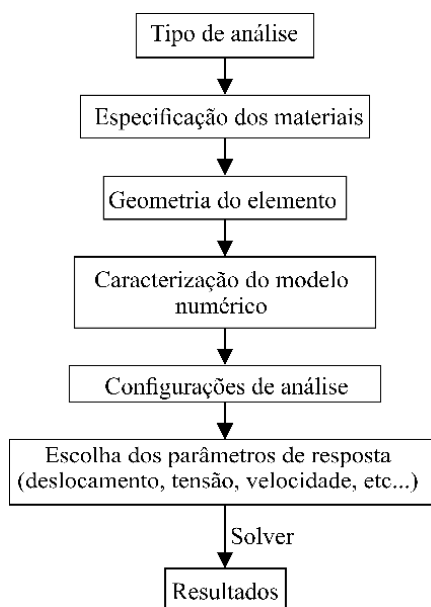


Fonte: Autor (2022)

Logo, os exemplos apresentados cumprem com a finalidade de familiarizar com o módulo de análise dinâmica transiente (transiente structural). A partir dos exemplos reproduzidos, foi possível compreender sobre os parâmetros presentes na dinâmica das estruturas, e como considera-los na simulação numérica. Além disto, a definição das condições de contorno, aplicação de carregamento, caracterização do modelo e as configurações de análise foram aspectos importantes observados nos exemplos.

Desta maneira, as etapas para desenvolver o modelo numérico no software Ansys Workbench, foram sintetizadas, e são mostradas na Figura 17.

Figura 17 - Etapas para desenvolvimento do modelo numérico



Fonte: Autor (2022)

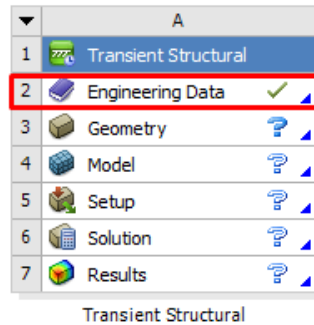
Logo, para melhor compreender as etapas envolvidas no desenvolvimento do modelo dinâmico, os seus principais aspectos são descritos a seguir:

1. **Tipo de Análise:** no ambiente inicial do Ansys workbench (Figura 14), escolha qual o tipo de análise será realizado no modelo, como: estática, transiente, modal, acústica, térmica, etc.
2. **Definição dos materiais:** para iniciar a modelagem numérica é necessário determinar os materiais que estão presentes no elemento a ser estudado. Nesta etapa, são



especificados os parâmetros de cada material (módulo de elasticidade, densidade, coeficiente de Poisson, etc.). A especificação dos materiais é realizada na aba *Engineering Data*, como mostra a Figura 18.

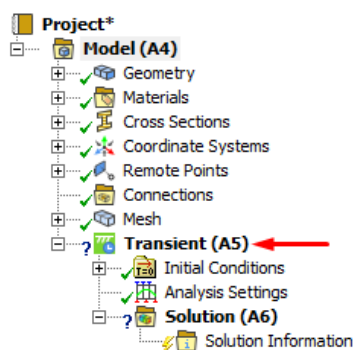
Figura 18 - Definição dos materiais



Fonte: Autor (2022)

3. **Definição da geometria:** neste momento é realizado o desenho do modelo que será estudado (ou importado de local externo). A criação da geometria é realizada na aba *Geometry* (Figura 18).
4. **Caracterização do modelo:** após a criação da geometria, é necessário a caracterização do modelo numérico. Esta etapa é realizada em *Model* → *Transient* (Figura 19), e são executados os seguintes procedimentos:
  - a) Para cada geometria criada é definido o seu respectivo material.
  - b) Realiza-se a geração da malha.
  - c) São definidas as vinculações presentes no modelo.
  - d) São definidos os carregamentos que atuam no modelo.

Figura 19 - Caracterização do modelo numérico no Ansys



Fonte: Autor (2022)

5. **Configurações de análise:** nesta etapa são realizados ajustes individuais para o software realizar a solução do modelo dinâmico. Assim, as opções de configuração são diferentes para cada análise, e são realizados em *Model* → *Transient* → *Analysis settings* (Figura 19). Para a análise transiente (análise utilizada nos exemplos deste capítulo e no modelo numérico posterior), são definidos parâmetros como o intervalo de tempo ( $\Delta t$ ), taxa de amortecimento (caso a análise seja amortecida), a consideração (ou não) da não-linearidade geométrica (*large deflection*), método de solução (Newmark, Newton-Raphson, etc.).

É possível também, definir etapas (steps) de análise para o modelo numérico, de modo que cada etapa seja configurada individualmente. Dessa maneira é possível realizar uma análise estática no módulo transiente, desde que nesta etapa de análise, o item *time integration* esteja desabilitado (*off*). A Figura 20 mostra as opções gerais para configuração de análise, para um modelo transiente.

Figura 20 - Configuração de análise no Ansys

Details of "Analysis Settings"	
Step Controls	
Number Of Steps	3,
Current Step Number	2,
Step End Time	3, s
Auto Time Stepping	On
Define By	Time
Carry Over Time Step	Off
Initial Time Step	0,1 s
Minimum Time Step	0,1 s
Maximum Time Step	0,1 s
Time Integration	On
Solver Controls	
Restart Controls	
Nonlinear Controls	
Advanced	
Output Controls	
Damping Controls	
Analysis Data Management	

Fonte: Autor (2022)

6. ***Escolha dos parâmetros de resposta:*** nesta etapa são escolhidos os parâmetros que se deseja obter os resultados, por exemplo, deslocamentos e tensões. Estes parâmetros são escolhidos na aba *Solution* (Figura 19). Após esta definição, é realizada a solução do modelo numérico, e são obtidos os resultados.

## CAPÍTULO 5

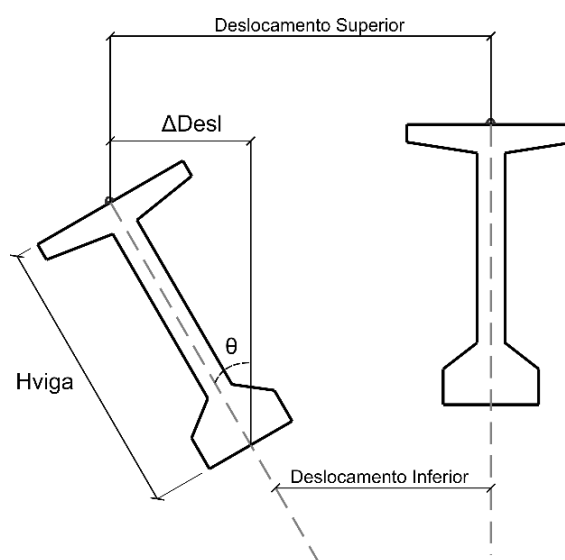
### ESTUDO DE CASO

#### 5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Stucchi (2006) realizou o dimensionamento de uma viga pré-moldada, em concreto protendido, destinada para a superestrutura de pontes. Neste capítulo foi desenvolvida uma modelagem numérica, através do software ANSYS Workbench, versão 21.1, buscando avaliar o comportamento estrutural da viga durante a fase de içamento. Para isso, foram realizadas análises dinâmicas modal e transiente. As análises dinâmicas desenvolvidas foram comparadas com as respostas obtidas após o equilíbrio estático, e os parâmetros comparados foram a rotação de equilíbrio da viga ( $\theta_{eq}$ ) e as tensões normais na seção transversal no meio do vão.

O giro de corpo rígido da viga é determinado a partir dos deslocamentos laterais (superiores e inferiores) da seção transversal. Dessa forma, é possível calcular geometricamente o giro da seção conforme o esquema apresentado na Figura 21 e expressão apresentada na Equação (37).

Figura 21 - Esquema da rotação da seção transversal



Fonte: Autor (2022)

$$\theta_{eq} = \arcsen\left(\frac{\Delta Desl}{H_{viga}}\right) \quad (37)$$

Onde:  $\theta_{eq}$  é a rotação de equilíbrio,  $\Delta Desl$  é a diferença entre o deslocamento lateral entre a mesa superior e inferior e  $H_{viga}$  é a altura da seção transversal.

A modelagem numérica é realizada em regime elástico, e foi considerada a não linearidade geométrica (NLG). Os modelos numéricos são resolvidos por meio de integração direta, sendo que o software ANSYS utiliza como padrão o método de integração de Newmark. O método de Newmark apresenta parâmetros de integração ( $\alpha$  e  $\beta$ ) que influenciam na estabilidade numérica. Nesse sentido, o método de Newmark pode ser considerado incondicionalmente estável para o caso linear, desde que os parâmetros de integração satisfaçam as condições apresentadas nas Equações 38 e 39. Para solucionar a NLG, o programa utiliza o procedimento iterativo de Newton-Raphson.

$$\alpha \geq \frac{1}{2} \quad (38)$$

$$\beta \geq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} + \alpha\right)^2 \quad (39)$$

O passo de tempo adotado foi de 0,1 s, e foi calculado como uma fração do menor período do modo natural de vibração do modelo (modo de vibração mais elevado) que possui relevância na resposta, através da Equação 36. No presente estudo, são realizadas análise modal para determinação dos modos de vibração da viga e uma análise transiente não-amortecida.

O amortecimento é um fenômeno físico que possui grande complexidade na consideração e determinação. Nos modelos numéricos realizados, o amortecimento é considerado somente para encontrar o equilíbrio estático da viga (ou seja, fazer a viga atingir a posição de repouso,  $v = 0$ ). Desta forma, é aplicado o amortecimento proporcional (Rayleigh), em que são atribuídos coeficientes que incidem nas matrizes de massa ( $\alpha$ ) e rigidez ( $\beta$ ) do sistema.

Os coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  são determinados conforme as Equações 34 e 35, a partir das frequências naturais obtidas na análise modal e utilizando um fator de amortecimento ( $\xi$ ) de 0,017 para estruturas de concreto protendido (BACHMANN, 1995). A aplicação do amortecimento foi realizada por meio de comando APDL (Ansys Parametric Design Language) por meio da função MP (Material Property).

As frequências naturais impactam diretamente dos valores de  $\alpha$  e  $\beta$ , portanto são adotadas frequências que tenham participação relevante na resposta. A consideração do amortecimento influencia diretamente na amplitude da resposta ao longo do tempo, deste modo, devido a sua complexidade de consideração, foram realizadas análises transientes não-amortecidas, representando um cenário mais crítico. Logo, os resultados das análises transientes não-amortecidas são comparados com os valores obtidos após a viga alcançar o equilíbrio estático.

A resposta dinâmica pode ser apresentada no através do histórico temporal e/ou por meio do espectro de frequência. Para analisar os resultados no domínio da frequência é realizada uma transformada rápida de Fourier (FFT) a partir do histórico temporal da estrutura. Assim, são apresentados os espectros de frequências para as tensões e rotações da viga, obtidas no histórico temporal.

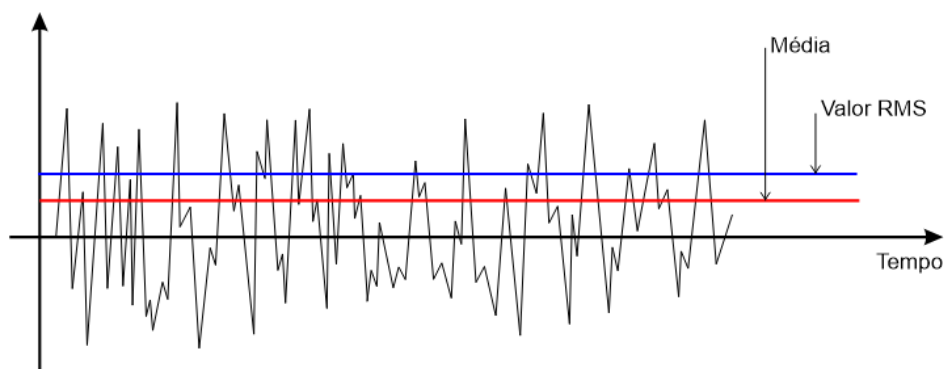
A análise dinâmica transiente leva a um histórico de resposta no tempo, ao invés de um resultado estático. As respostas ao longo do tempo apresentam picos máximos e mínimos que dificultam a comparação dos resultados. Nesse sentido, para realização das análises a partir da resposta da estrutura no tempo, foi calculado o valor RMS (root means square), como mostra a Figura 22.

Alguns trabalhos associam o valor RMS com o dano estrutural. Dai (1997) realiza análises dos danos e falhas de materiais frágeis, através de emissão acústica, e nota que o valor RMS está associado à energia liberada por danos no material, possibilitando o uso do RMS para prever o início da falha. Saravanan et al. (2015) apresenta resultados de experimentos com sinais de ondas e uma técnica de processamento de sinais associado ao RMS, para rápida visualização de danos em diferentes conjuntos de corpos de prova. Os autores relatam que a abordagem sugerida permite a identificação rápida e precisa da localização dos danos.

Deste modo, são calculados o valor RMS das tensões na mesa superior (RMS,  $\sigma_{sup}$ ) e inferior da viga (RMS,  $\sigma_{inf}$ ). Este valor é determinado através da raiz quadrada da média dos quadrados de todos os valores obtidos ao longo do tempo da análise, conforme a Equação 40.

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} \quad (40)$$

Figura 22 - Valor RMS



Fonte: Autor (2022)

Dessa forma, é feita a comparação entre o RMS da tensão nas fibras tracionadas e comprimidas para as movimentações em estudo neste trabalho e os limites de compressão ( $f'_c$ ) e de tração ( $f_{ct}$ ) do concreto para todos os resultados obtidos. O limite de tração do concreto ( $f_{ct}$ ), é estabelecido conforme a Equação (41), de acordo com a norma técnica brasileira ABNT NBR 6118:2014.

$$f_{ct} = 0,3 \cdot \alpha \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad (41)$$

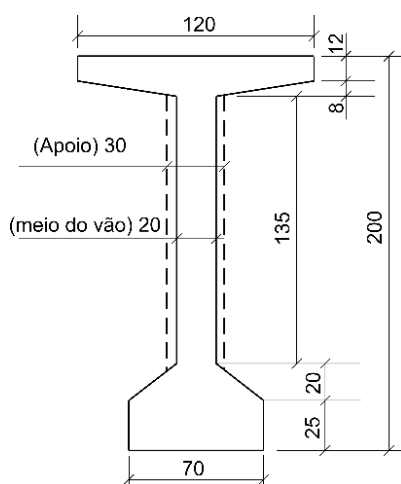
sendo:  $\alpha = 1,2$  para seção em duplo T e  $f_{ck}$  = resistência característica à compressão do concreto.

Seguirant (2020) mostra que o caso crítico de tensões temporárias, é geralmente na transferência da protensão e o subsequente levantamento do elemento da forma. Nesta fase, a força de protensão é maior e a resistência do concreto é menor do que em qualquer outro ponto da vida útil do componente. Nesta idade precoce, o concreto também é mais suscetível a danos por alta tensão de compressão. Logo, o autor estabelece o limite de resistência à compressão ( $f'_c$ ) em  $0,65 f_{ck}$ , para vigas protendidas.

## 5.2 DESCRIÇÃO DA VIGA

O modelo numérico desenvolvido representa o içamento de uma viga em concreto pré-moldado, com presença de armadura de protensão e vão livre de 40 m. A geometria da seção transversal é mostrada na Figura 23.

Figura 23 - Seção transversal da viga (em cm)



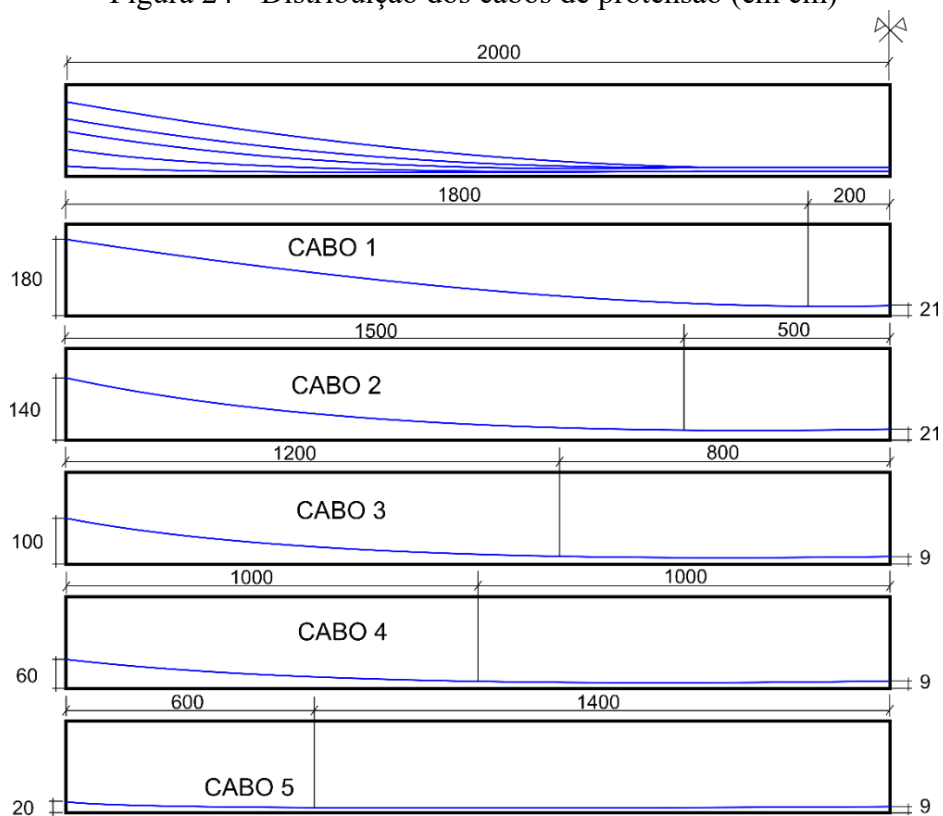
Fonte: Autor (2022)

Nos modelos numéricos foram considerados para o concreto: módulo de elasticidade de 28,16 GPa, coeficiente de Poisson igual a 0,2, resistência característica à compressão de 35 MPa e densidade de 25 kN/m<sup>3</sup>. Como a fissuração deve ser impedida nesta etapa construtiva, conforme Mast (1989), a resistência à tração é considerada como critério limite. Por essa razão, o concreto é simulado em regime linear.

A viga possui 5 cordoalhas de 10 fios (5 cabos de 10Ø1.25 cm cada), com módulo de elasticidade de 200 GPa e densidade de 78,50 kN/m<sup>3</sup>. Os cabos de protensão presentes na viga tem distribuição longitudinal parabólica, simétrica em relação ao eixo longitudinal z (Figura 24).



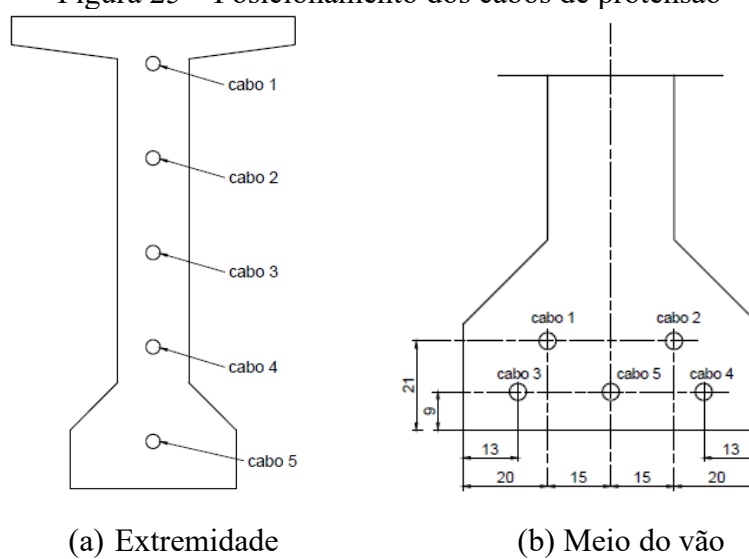
Figura 24 - Distribuição dos cabos de protensão (em cm)



Fonte: Autor (2022)

O posicionamento dos cabos nas seções da extremidade e no meio do vão estão indicados na Figura 25. A Tabela 1 mostra a tensão de protensão aplicada em cada cabo.

Figura 25 – Posicionamento dos cabos de protensão



Fonte: Autor (2022)

Tabela 1 - Tensão aplicada nos cabos de protensão

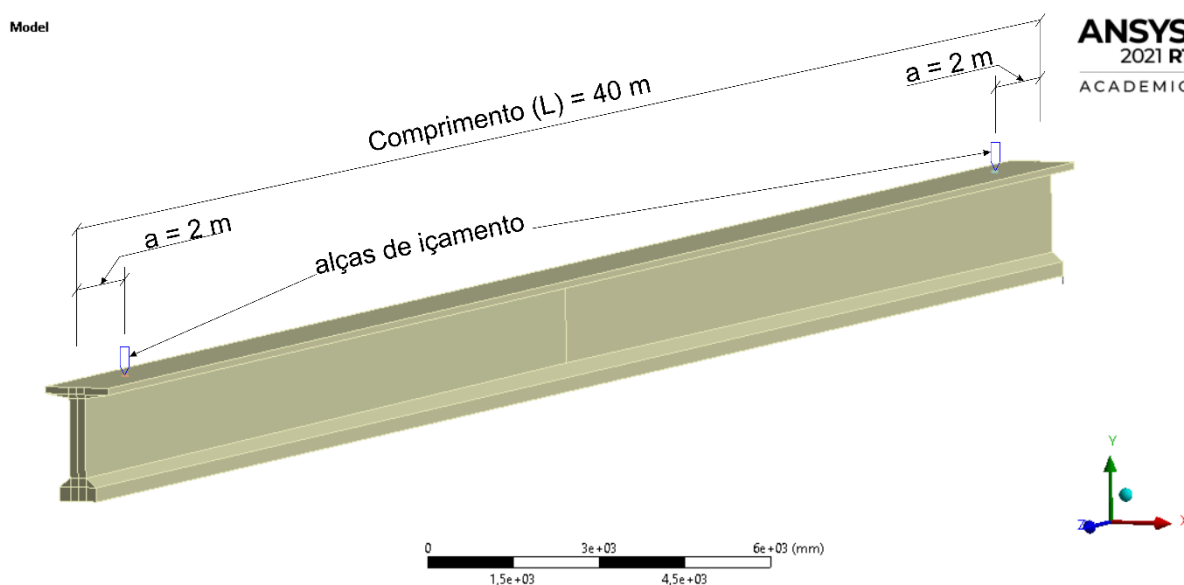
Cabos de protensão	Tensão aplicada (MPa)
Cabo 1	12725,83
Cabo 2	12772,70
Cabo 3	12790,21
Cabo 4	12918,07
Cabo 5	13065,52

Fonte: Stucchi (2006)

### 5.3 PARÂMETROS ANALISADOS

Nas simulações realizadas são considerados parâmetros relacionados à fase de montagem da viga, como o desvio de posicionamento da alça de içamento e excentricidade do cabo de protensão, e parâmetros vinculados à fase de movimentação. Neste sentido, são avaliados os deslocamentos verticais (movimentos ascendente e descendente) e lateral, realizados por guindastes. As alças de içamento estão posicionadas formando balanços ( $a$ ) de 2 m com a extremidade da viga, representando uma relação balanço/vão ( $a/L$ ) de 5%, como mostrado na Figura 26.

Figura 26 - Posicionamento das alças de içamento

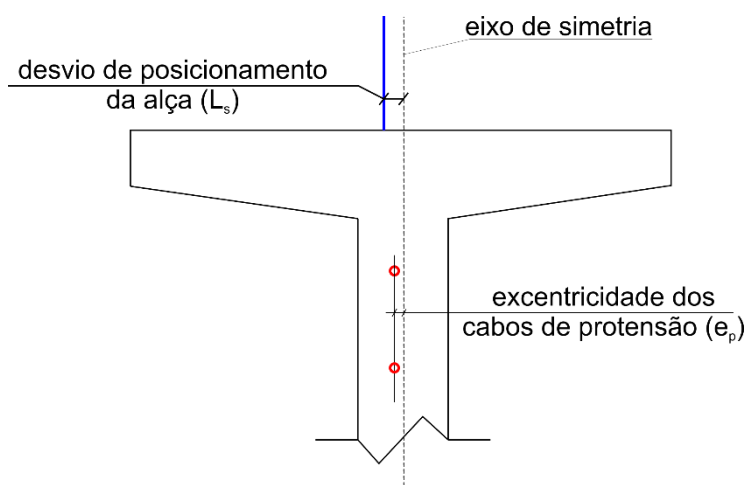


Fonte: Autor (2022)

Neste aspecto, Cojocarú (2012) avaliou 128 vigas, realizando medidas dos desvios de posicionamento das alças de içamento em vigas estocadas em fábrica e o valor médio encontrado foi de 1 cm, com desvio padrão de 1,7 cm. Por outro lado, o PCI – Tolerance Manual (2000) estabelece como tolerância para esta excentricidade o valor de 2,5 cm. Neste contexto, foram investigadas excentricidades de posicionamento da alça ( $L_s$ ) de 1.25 cm, 2.5 cm e 5 cm.

Medições de excentricidade dos cabos de protensão em vigas pré-moldadas foram realizadas em 20 fábricas, reportados por Elliot (2013). O valor médio encontrado foi de 1 cm, com desvio padrão de 0,5 cm. Desta forma, adotou-se nas análises excentricidades do cabo de protensão ( $e_p$ ) de 1 cm, 1,5 cm e 2 cm. Todos os cabos de protensão foram deslocados no mesmo sentido e com o mesmo valor para a consideração dos efeitos da excentricidade. A Figura 27 mostra as imperfeições provenientes de desvios de construção consideradas na modelagem numérica.

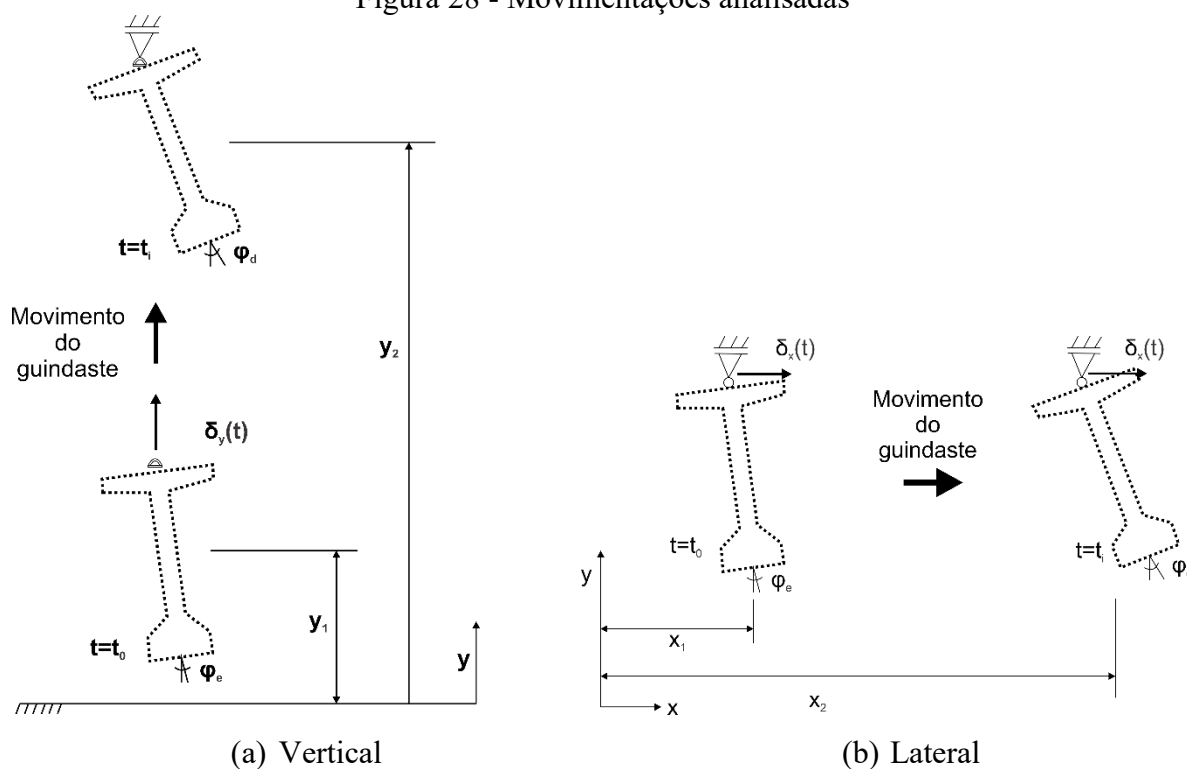
Figura 27 - Excentricidades analisadas



Fonte: Autor (2022)

Além dos parâmetros relacionados à fase de montagem, também foram investigadas as velocidades de movimentação da viga ( $v$ ). São analisadas as movimentações verticais (Figura 28a) e lateral (Figura 28b) com diferentes velocidades para avaliar o efeito da operação do guindaste. No caso da movimentação vertical são analisados os movimentos ascendentes e descendentes.

Figura 28 - Movimentações analisadas



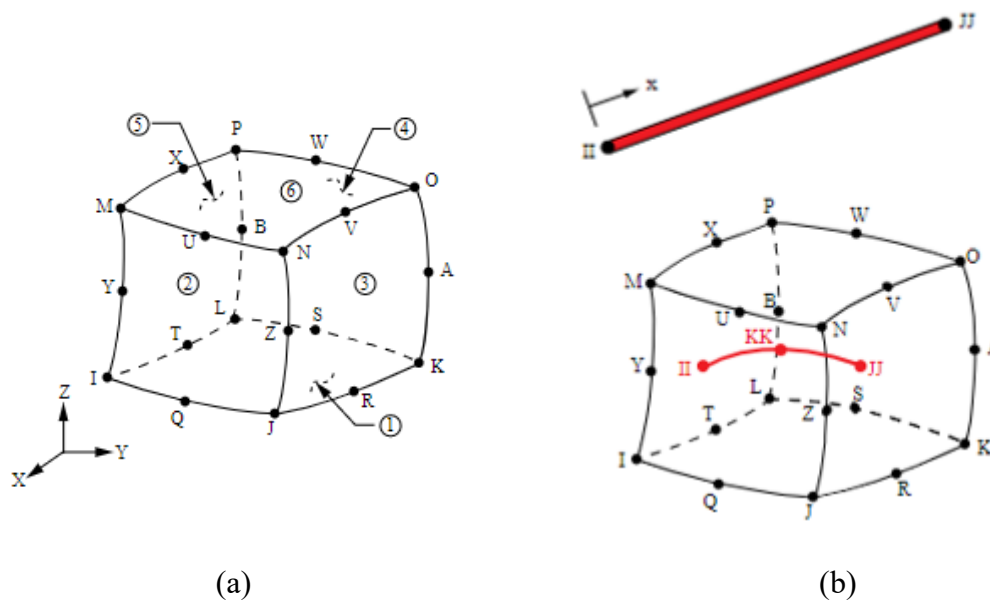
Fonte: Autor (2022)

As velocidades analisadas são de 20 cm/s, 30 cm/s, 40 cm/s e 100 cm/s. Ressalta-se a ausência de referências normativas que estabeleçam uma limitação em relação a velocidade de operação dos guindastes. As informações encontradas nos catálogos de fabricantes indicam uma velocidade máxima de operação de 200 cm/s para elevação do guincho do guindaste na situação livre (guindaste sem carga).

## 5.4 MALHA E ELEMENTOS FINITOS

A discretização da malha em elementos finitos é desenvolvida com os elementos SOLID186 para a viga (concreto) e REINF264 para os cabos de protensão. O elemento SOLID186 (Figura 29a) é um elemento sólido 3D, definido por vinte nós com três graus de liberdade por nó: translações nas direções nodais  $x$ ,  $y$  e  $z$ . O elemento REINF264 (Figura 29b) utilizado é um elemento de barra com aproximação quadrática. Por se tratar de um elemento de reforço, o REINF264 realiza o acoplamento entre o aço e o concreto, de modo que nenhum movimento relativo entre o elemento de reforço (REINF264) e o elemento base (SOLID186) é permitido (ANSYS, 2021).

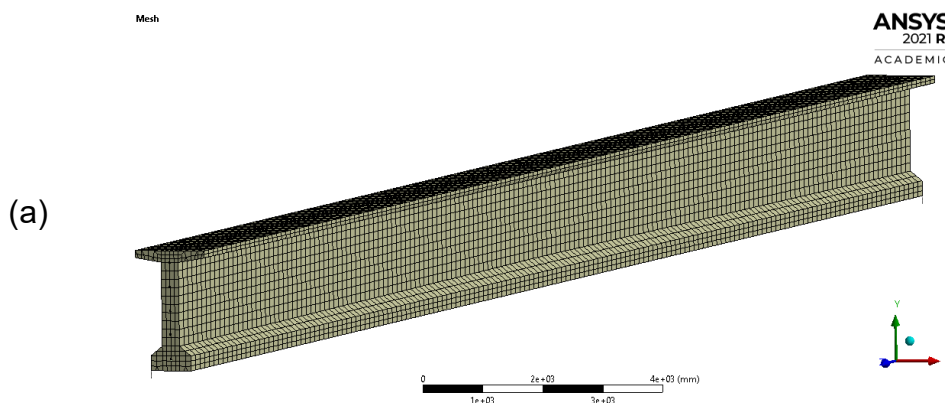
Figura 29 - Elementos finitos utilizados: (a) SOLID186 e (b) REINF264

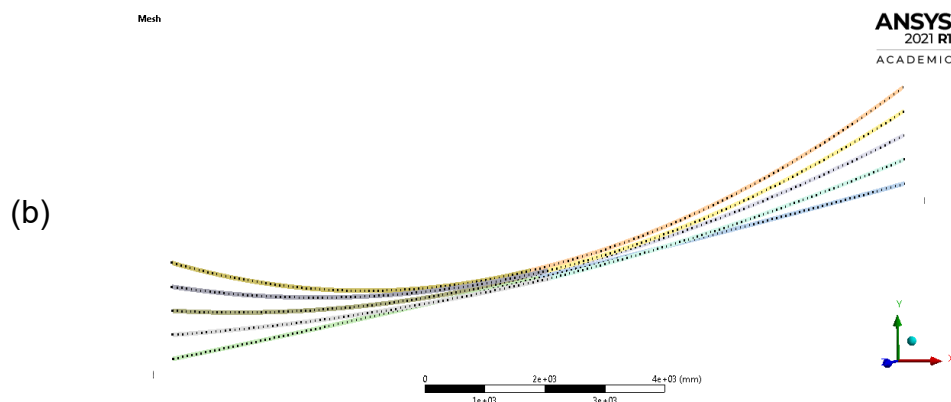


Fonte: ANSYS (2021)

A Figura 30 traz a discretização da viga (Figura 30a) e dos cabos de protensão (Figura 30b). Após o estudo de refinamento da malha, a discretização adotada nas análises é de 80 divisões para o comprimento do vão, 10 divisões para a altura da alma e 2 divisões na altura da mesa superior.

Figura 30 - Discretização da malha (a) e cabos de protensão (b)





Fonte: Autor (2022)

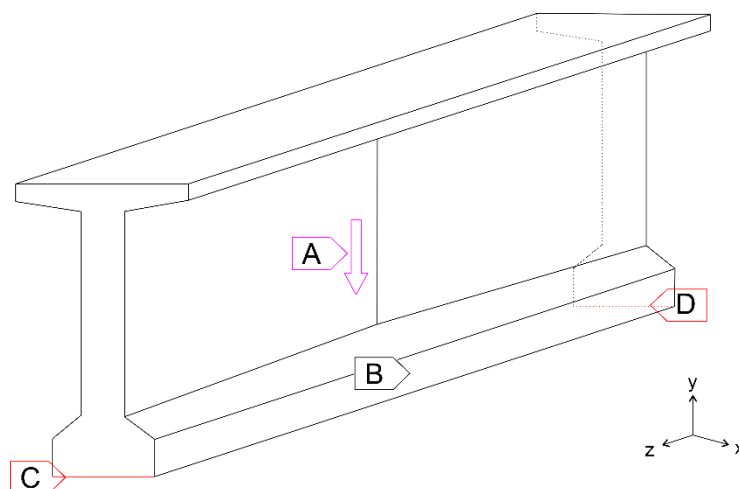
Para a aplicação das tensões de protensão foi utilizado o comando *inistate*, representando um estado de tensão inicial na viga, e foi aplicado para cada um dos cinco cabos presentes no modelo. A aplicação da protensão deforma a viga provocando excentricidades laterais que representam imperfeições iniciais. Para as excentricidades dos cabos de protensão analisadas (1 cm, 1,5 cm e 2cm), as excentricidades laterais iniciais são, respectivamente,  $L/2650$ ,  $L/1750$  e  $L/1330$ . Após avaliar 128 vigas estocadas em fábricas, Cojocarú (2012) relata valores médios para a excentricidade lateral inicial na ordem de  $L/1500$  e desvio padrão na ordem de  $L/2500$ .

## 5.5 ETAPAS DE ANÁLISE E VINCULAÇÕES

A simulação numérica é realizada em três etapas com mudança de condições de contorno. A **Etapa 1** representa a viga apoiada no pátio, representando uma condição biapoiada. Nesta etapa é realizada uma análise estática, e as condições de contorno utilizadas são A, B, C e D, representados na Figura 31, e correspondem:

- **A:** Aplicação da aceleração da gravidade;
- **B:** Ponto de restrição nodal, no meio do vão, impedindo deslocamento na direção z (direção longitudinal);
- **C e D:** Restrição de deslocamento nas direções x e y.

Figura 31 - Vinculações presentes na Etapa 1



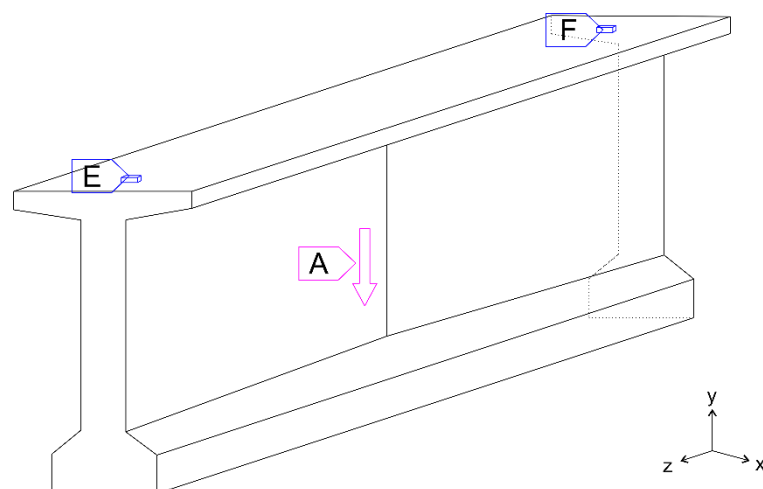
Fonte: Autor (2022)

A aplicação da protensão faz com que toda a seção transversal da viga fique comprimida, mesmo quando combinada com o peso próprio. Stucchi (2006) dimensionou a viga analisada para o Estado Limite Último (ELU) e encontrou (cálculo analítico) os resultados de  $-3,77$  MPa e  $-13,55$  MPa para as fibras superiores e inferiores, respectivamente. O modelo numérico desenvolvido, através de uma análise estática realizada nesta etapa, obteve os valores de tensão de  $-4,15$  MPa e  $-13,06$  MPa nas fibras superiores e inferiores, respectivamente, mostrando boa aproximação entre os métodos.

Após constatada a proximidade entre os modelos (numérico e analítico), foram realizadas as duas etapas seguintes. Nestas etapas foram realizadas análises dinâmicas transientes. A **Etapa 2** representa a viga içada, sustentada por cabos de içamentos. Os cabos de içamentos são representados por apoios móveis na alça de içamento (ligação entre o cabo e a viga). Portanto, nesta etapa as vinculações presentes são mostradas na Figura 32. Os vínculos presentes na Etapa 1 (B, C e D) foram suprimidos, permanecendo:

- **A:** Aplicação da aceleração da gravidade;
- **E e F:** Posição das alças de içamento.

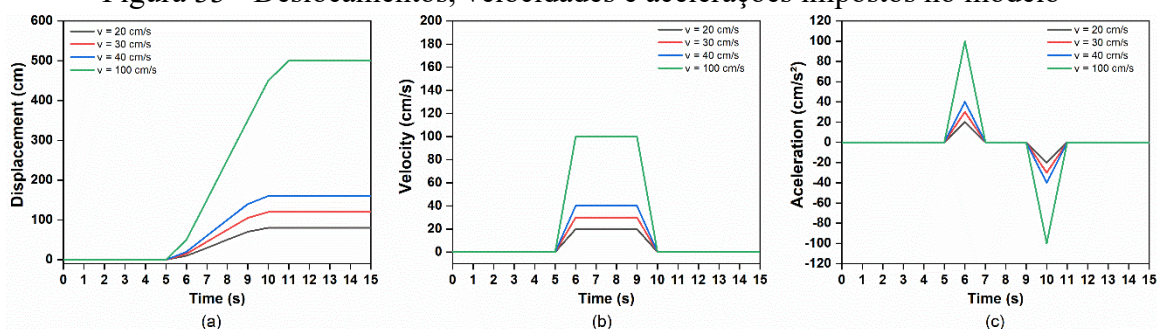
Figura 32 - Vinculações presentes na Etapa 2



Fonte: Autor (2022)

A **Etapa 3** representada a viga suspensa em movimento na grua, com a aplicação de velocidades de içamento vertical e lateral. As vinculações nesta etapa permanecem iguais à Etapa 2 (Figura 32). Contudo, nos pontos E e F são atribuídos deslocamentos para impor a velocidade de movimentação do guindaste. No caso do movimento vertical, foram restritos os deslocamentos nas direções x e z, e o movimento foi realizado na direção y. Para o movimento lateral foram restritos os movimentos das direções y e z, e o movimento realizado na direção x. A Figura 33 apresenta o movimento de deslocamento imposto (Figura 33a), a velocidade (Figura 33b) e aceleração (Figura 33c) presentes no modelo.

Figura 33 - Deslocamentos, velocidades e acelerações impostos no modelo



Fonte: Autor (2022)



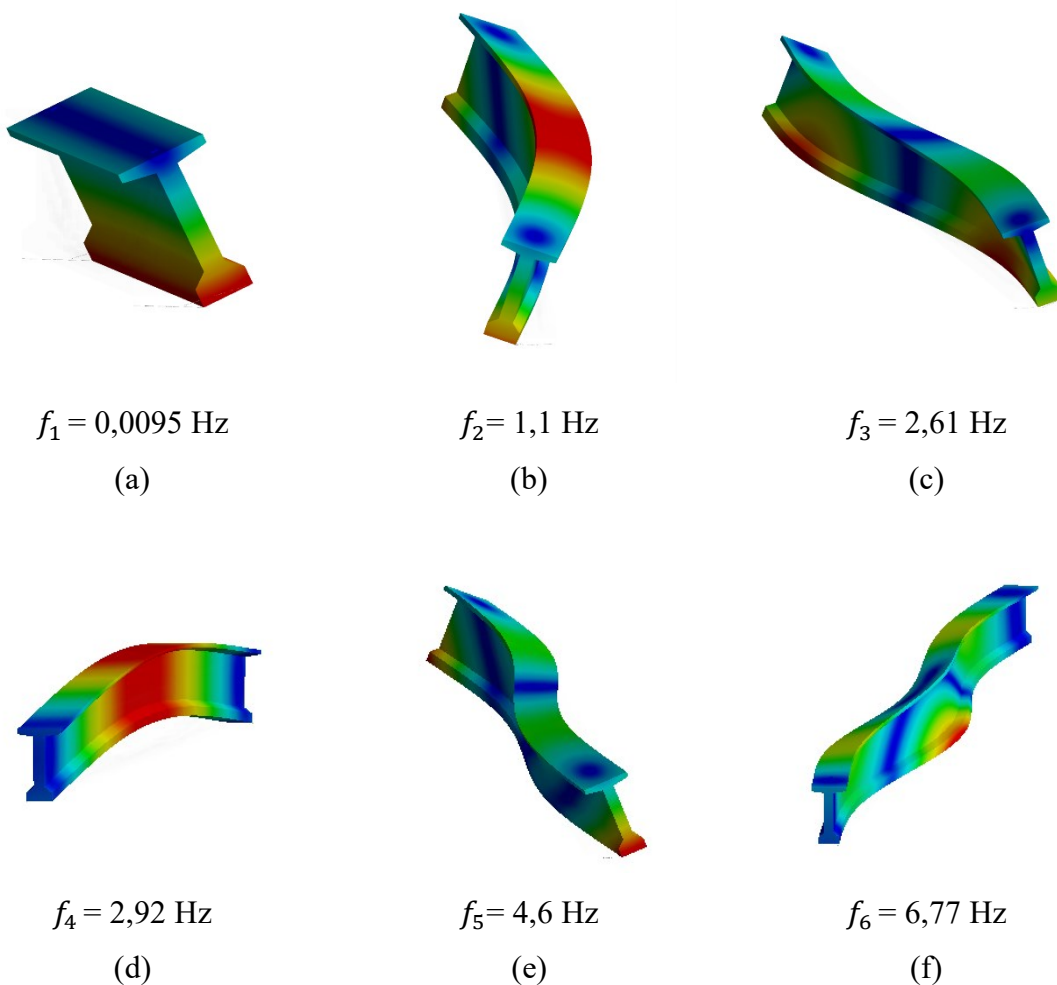
## CAPÍTULO 6

### RESULTADOS E ANÁLISES

#### 6.1 ANÁLISE MODAL

A Figura 34 apresenta os resultados da análise modal, representando os seis primeiros modos de vibração da viga. Devido aos cabos não restringirem a rotação do elemento, e a baixa rigidez lateral da viga, a primeira frequência natural resulta baixa ( $f_1$ ) sendo o modo de vibração preponderante a rotação de corpo rígido em eixo torno do eixo de fixação dos cabos (Figura 34a).

Figura 34 - Modos de vibração



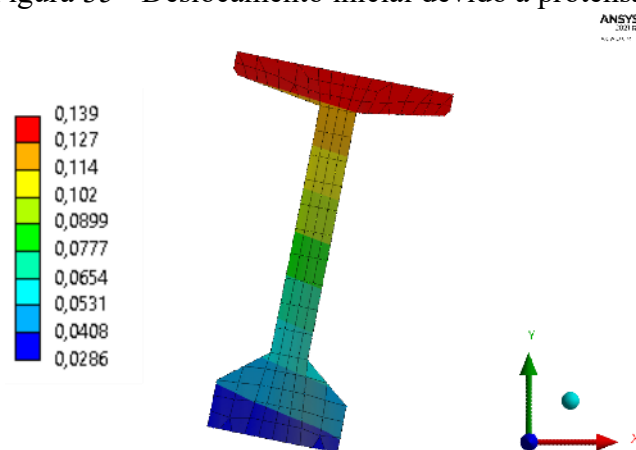
Fonte: Autor (2022)

Por este motivo, devido à baixa frequência natural da viga ( $f_1$ ), é possível que vibrações de baixas frequências mobilizem a primeira frequência de ressonância da viga, ocasionando expressivo aumento nos deslocamentos e tensões, conforme também mencionado por Adhikari e Bhattacharya (2012) e Banerjee et al (2019) ao analisarem a influência da rigidez do solo para estrutura de torres eólicas offshore. Deste modo, a viga fica suscetível a ações externas com baixas frequências de vibração.

## 6.2 EFEITOS DA MOVIMENTAÇÃO

Nesta seção, os efeitos da movimentação foram analisados sem a presença das imperfeições geométricas ( $L_S = 0$  e  $e_p = 0$ ). Para avaliar os efeitos da movimentação vertical foram testados os movimentos ascendentes e descendentes. Foram realizadas análises distintas para os movimentos ascendentes e descendentes. Devido a curvatura dos cabos de protensão, a viga apresenta deslocamento da seção transversal no meio do vão (Figura 35), quando a viga se encontra no pátio (Etapa 1 da análise). Percebe-se a tendência de rotação que a viga sofre, e, portanto, a movimentação lateral foi realizada na direção positiva do eixo x, representando a situação mais desfavorável para a viga.

Figura 35 - Deslocamento inicial devido a protensão



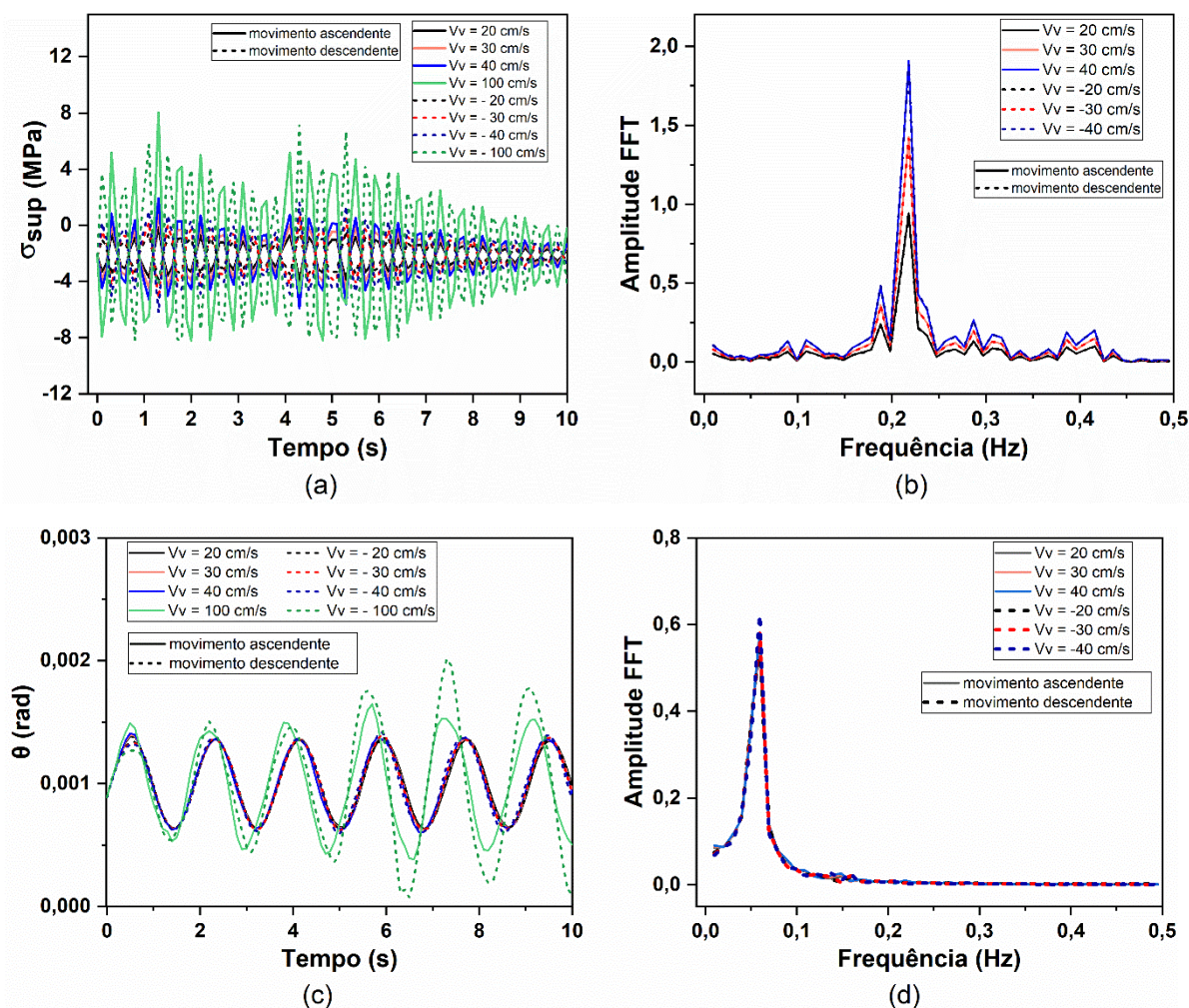
Fonte: Autor (2022)

### 6.2.1 Movimentação vertical

As Figuras 36(a)-36(d) mostram as tensões nas fibras superiores e a rotação da viga, através do histórico de tempo e no espectro de frequências. Nas Figuras 36 (a)-36(d) as linhas contínua e tracejada representam a movimentação ascendente e descendente, respectivamente. Observa-se que a movimentação vertical ocasiona uma excitação de baixa frequência na viga, ficando nos intervalos de 0,15 – 0,25 Hz, analisando o espectro de frequências referente as tensões superiores (Figura 32b) e na faixa de 0,05 – 0,1 Hz para a rotação da viga (Figura 36d).

Para ambos os espectros, as principais concentrações de frequências de vibração estão acima da primeira frequência natural da viga (0,0095 Hz). Destaca-se também, que em ambos os espectros mostrados, a velocidade de movimentação intensifica a amplitude de oscilação, neste sentido, foram suprimidos os espectros para  $v = 100$  cm/s, devido a distorção do gráfico em decorrência da alta amplitude apresentada.

Figura 36 - (a) Histórico do tempo para a tensão superior, (b) espectro de frequência para a tensão superior, (c) Histórico do tempo para a rotação e (d) espectro de frequência para a rotação, na movimentação vertical



Fonte: Autor (2022)

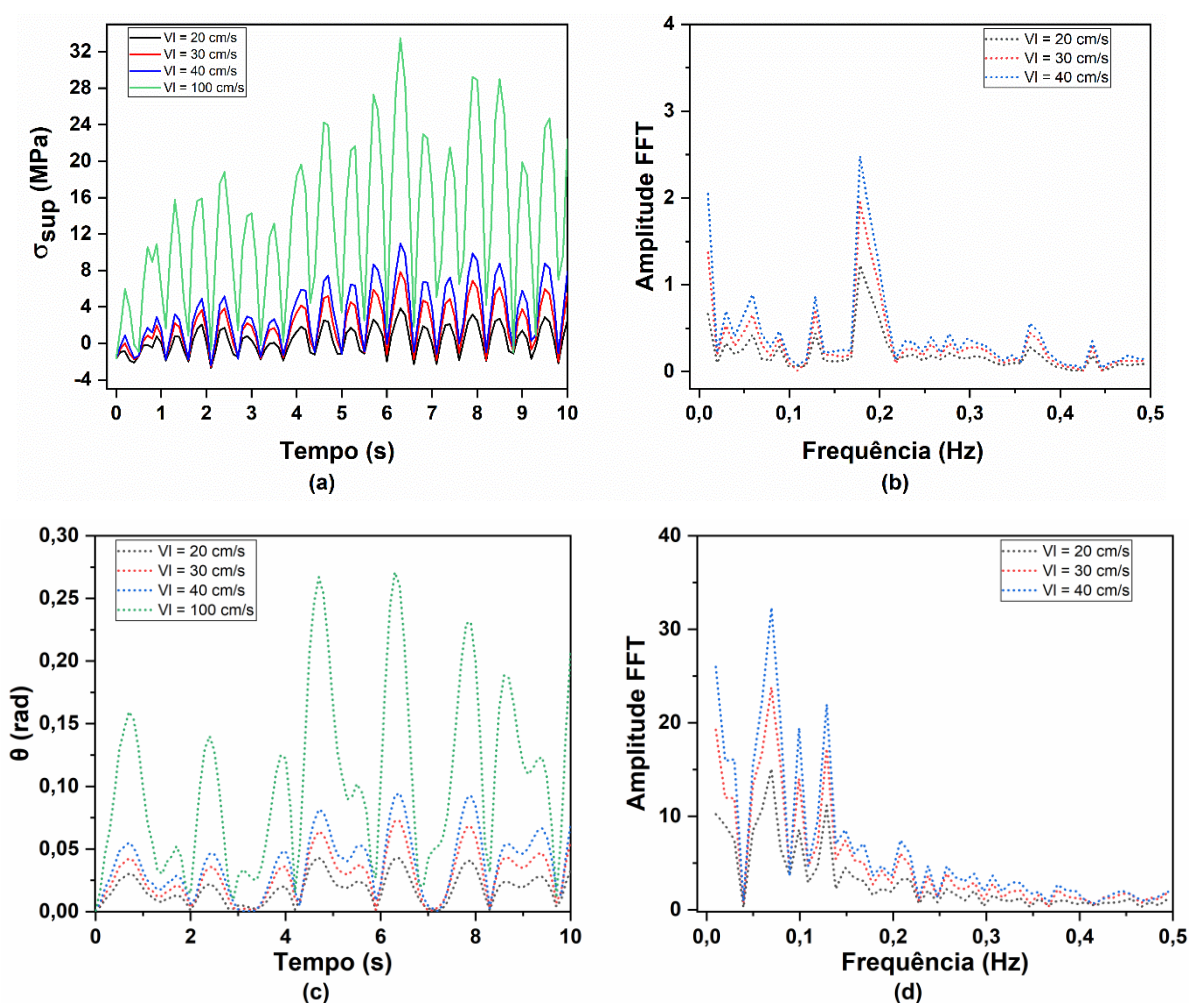
Na comparação entre os resultados percebe-se que no movimento descendente as tensões são 2% superiores com relação ao movimento ascendente, enquanto para os deslocamentos esse aumento atinge até 14%, principalmente quando submetido a maiores velocidades. Portanto, conclui-se que a movimentação descendente é mais crítica. Dessa maneira, os resultados posteriores referentes à movimentação vertical correspondem ao movimento descendente.

## 6.2.2 Movimentação lateral

As Figuras 37(a)-37(d) mostram as tensões nas fibras superiores e a rotação da viga, através do histórico de tempo e no espectro de frequências. Destaca-se assim como na movimentação

vertical, que o deslocamento lateral da viga também ocasiona excitações de baixa frequência (Figuras 37b e 37d). Entretanto, dois picos se destacam como as principais frequência de excitação, e em particular destaca-se o primeiro pico (0,0099 Hz), muito próxima à primeira frequência natural da viga (0,0095), fato observado tanto para as tensões superiores quanto para a rotação sofrida pela viga.

Figura 37 - (a) Histórico do tempo para a tensão superior, (b) espectro de frequência para a tensão superior, (c) Histórico do tempo para a rotação e (d) espectro de frequência para a rotação, na movimentação lateral

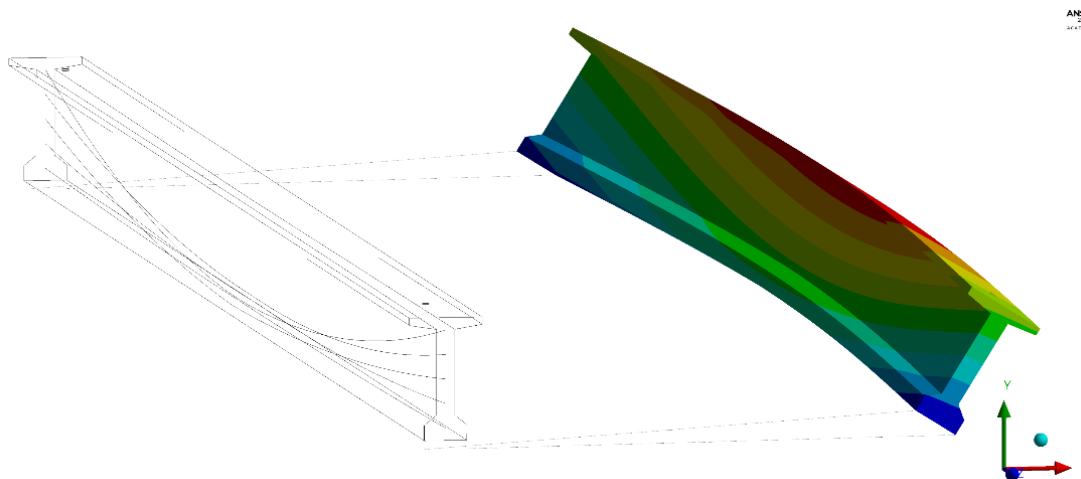


Fonte: Autor (2022)

O movimento lateral provoca rotações 30 vezes maiores ( $v = 20$  cm/s), e em 130 vezes ( $v = 100$  cm/s) em relação ao movimento vertical. Para as tensões superiores, esse aumento atinge 1,4 e 16 vezes, para velocidades de 20 cm/s e 100 cm/s, respectivamente. Estas ampliações ocorrem pela proximidade entre a frequência de excitação observada no primeiro pico

(provocada pelo deslocamento lateral da viga) com a primeira frequência natural da viga, caracterizando um cenário crítico. A Figura 38 mostra a deformada da viga no instante de maior rotação da viga.

Figura 38 - Deformada da viga para movimentação lateral



Fonte: Autor (2022)

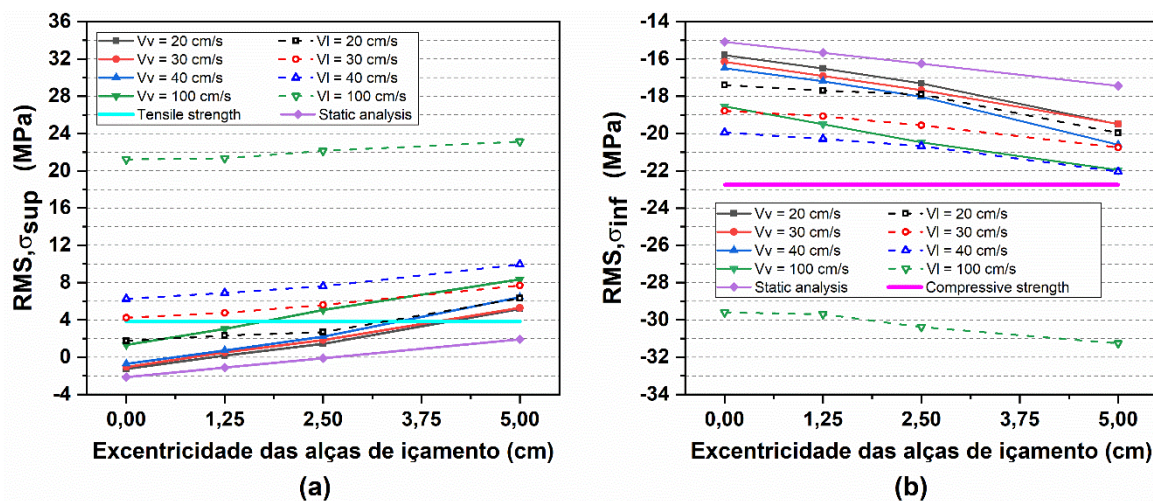
## 6.3 IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS

### 6.3.1 Excentricidade das alças de içamento

Nesta seção são combinados os efeitos da excentricidade das alças com os movimentos da viga. Os resultados obtidos para o RMS,  $\sigma_{sup}$ , RMS,  $\sigma_{inf}$  e rotação são apresentados no apêndice A. As Figuras 39a e 39b mostram as tensões nas fibras superior e inferior da viga, respectivamente, considerando as movimentações vertical e lateral. As tensões da viga no equilíbrio estático, em todas as excentricidades analisadas, ficam abaixo dos limites de resistência à tração (3,84 MPa) e do limite de compressão (-22,75 MPa) do concreto.



Figura 39 - Tensão x alças de içamento



Fonte: Autor (2022)

Na **movimentação vertical**, para a situação com  $L_S = 5$  cm e  $v = 100$  cm/s (cenário mais crítico), ocorre uma amplificação de 4 vezes no  $RMS, \sigma_{sup}$  em comparação com o resultado após o equilíbrio estático. Para a recomendação do PCI ( $L_S = 2,5$  cm), após alcançar o equilíbrio, percebe-se uma tensão de compressão na mesa superior de  $-0,10$  MPa, enquanto no modelo dinâmico, o  $RMS, \sigma_{sup}$  é  $1,43$  MPa ( $v = 20$  cm/s).

Na mesa inferior, a combinação da movimentação vertical da viga com os desvios de posicionamento das alças ocasiona aumento no  $RMS, \sigma_{inf}$  de 26% no caso mais crítico ( $L_S = 5$  cm e  $v = 100$  cm/s), e para o valor indicado pelo PCI, considerando a menor velocidade analisada ( $v = 20$  cm/s), a amplificação dinâmica foi de 6,5% no  $RMS, \sigma_{inf}$ , quando comparado com a situação de equilíbrio estático

Na **movimentação lateral**, para  $L_S = 5$  cm e  $v = 100$  cm/s, a análise dinâmica amplifica em 12 vezes o  $RMS, \sigma_{sup}$  e em 87% o  $RMS, \sigma_{inf}$ , em comparação com posição estática da viga. Para o caso de  $L_S = 2,5$  cm e  $v = 20$  cm/s, a situação estática apresenta compressão de  $-0,10$  MPa nas fibras superiores, enquanto que no modelo dinâmico o  $RMS, \sigma_{sup}$  é  $2,69$  MPa. Nesta mesma situação, o  $RMS, \sigma_{inf}$  é amplificado em 10%.

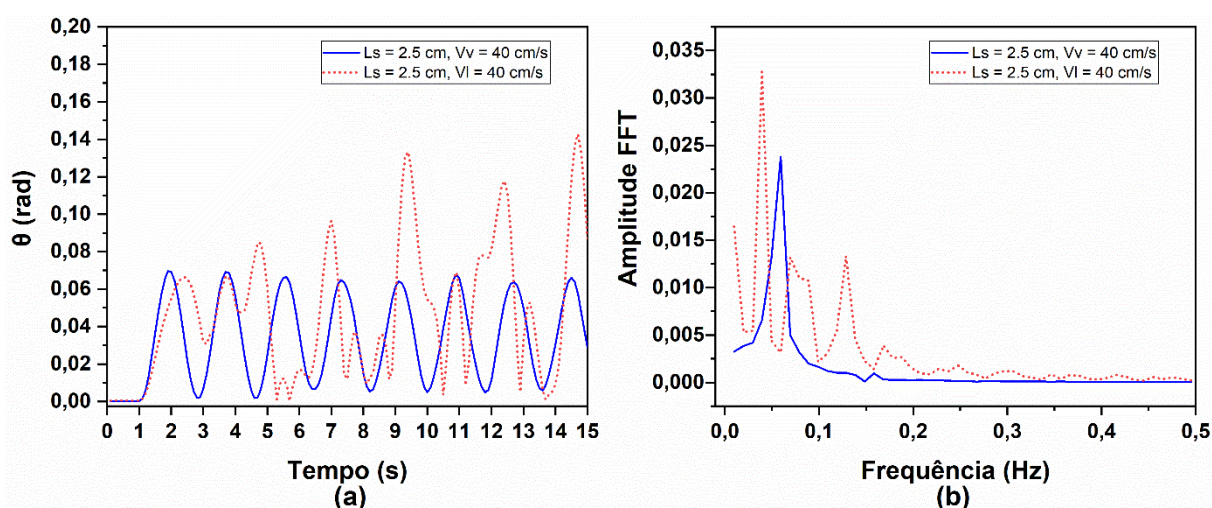
O aumento nas tensões pode ser explicado pelo aumento da rotação de corpo rígido. Segundo Mast (1989) a leve inclinação lateral inicial da viga faz com que uma componente do peso próprio seja aplicada sobre o eixo de menor inércia. Esta componente por sua vez causa um

deslocamento lateral da viga, o que altera novamente o seu centro de gravidade. Esta alteração gera acréscimo no ângulo de rotação ( $\theta$ ), o que leva a uma maior componente do peso próprio atuando como carga lateral, e maiores deslocamentos laterais, configurando um ciclo de eventos dependentes entre si, até alcançar a posição de equilíbrio ou atingir o colapso.

Destaca-se ainda, que em todas as excentricidades avaliadas, para velocidade de 100 cm/s, tanto os limites de tração quanto de compressão do concreto são superados. Neste sentido, para a recomendação de excentricidade do PCI, a maior velocidade de operação admitida é de 40 cm/s e 20 cm/s, para deslocamentos vertical e lateral, respectivamente.

Com relação à rotação sofrida pela viga, a Figura 40 mostra o histórico do tempo (Figura 40a) e o espectro de frequência (Figura 40b), para excentricidade de 2,5 cm e velocidade de 40 cm/s, para a movimentação vertical e lateral. Para as demais excentricidades e velocidades analisadas, o comportamento observado foi o mesmo, impactando somente na amplitude da resposta. A movimentação ocasiona vibrações de baixa frequência, sendo observados os primeiros picos para frequências de 0,06 Hz e 0,0099 Hz, para a movimentação vertical e lateral, respectivamente.

Figura 40 - Histórico do tempo e espectro de frequências para a rotação da viga



Fonte: Autor (2022)

Nesse sentido, na **movimentação vertical**, para  $L_S = 2,5$  cm, a rotação foi amplificada em aproximadamente 1,9 e 2,8 vezes, para  $v = 20$  cm/s e 100 cm/s, respectivamente em relação à posição de equilíbrio da viga. A maior rotação sofrida pela viga é de 0,172 rad (para  $L_S = 5$  cm



e  $v = 100$  cm/s), enquanto na posição de equilíbrio é de 0,07 rad, indicando uma amplificação dinâmica de 2,45 vezes.

Para a **movimentação lateral**, a rotação da viga para  $L_S = 2,5$  cm, foi amplificada em aproximadamente 2 e 9 vezes, para  $v = 20$  cm/s e 100 cm/s, respectivamente em relação à situação de equilíbrio. A maior rotação sofrida pela viga é de 0,348 rad (para  $L_S = 5$  cm e  $v = 100$  cm/s), enquanto na posição estática é de 0,07 rad, indicando uma amplificação dinâmica de aproximadamente 5 vezes.

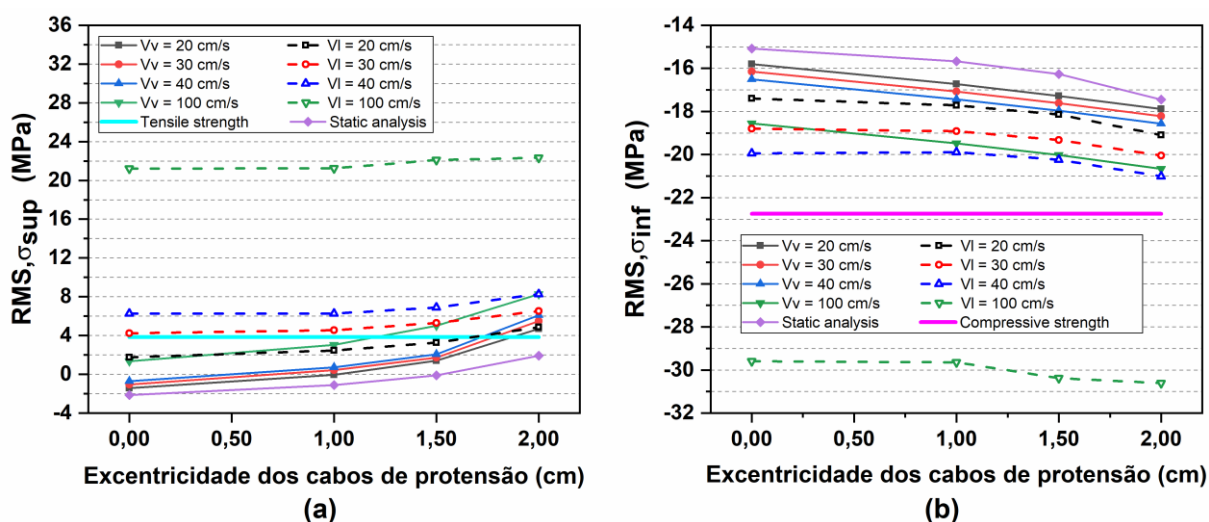
A viga analisada possui uma frequência natural muito baixa, devido a pouca rigidez durante o içamento, ficando exposta a ações que provoquem vibrações de baixa frequência, conforme também observado por Adhikari e Bhattacharya (2012) e Banerjee et al (2019) no problema de torres eólicas offshore, em que relacionam a diminuição de rigidez do solo com a diminuição da frequência natural da estrutura.

Neste sentido, ao observar os espectros de frequência para as movimentações vertical e lateral (Figura 40b), nota-se a ocorrência de excitações de baixa frequência em ambas as movimentações. Contudo, para a movimentação lateral, percebe-se nitidamente que o primeiro pico de excitação (0,0099 Hz) ocorre próximo à primeira frequência natural da viga (0,0095 Hz), ocasionando um aumento expressivo na rotação de corpo rígido do elemento. Assim, o efeito dinâmico sofrido pela viga evidenciado por Mast (1989) é amplificado durante a movimentação do elemento, em decorrência das vibrações sofridas pela viga.

### 6.3.2 Excentricidade dos cabos de protensão

Os resultados obtidos para o RMS,  $\sigma_{sup}$ , RMS,  $\sigma_{inf}$  e rotação são apresentados no apêndice B. A Figura 41 mostra o comportamento das tensões nas fibras superiores (Figura 41a) e nas fibras inferiores (Figura 41b) na seção transversal da viga na seção do meio do vão. O aumento da excentricidade de protensão gera maiores deslocamentos laterais iniciais na viga, intensificando sua tendência de giro, que é amplificado pelo efeito dinâmico da movimentação da viga. Destaca-se que para todas as excentricidades e velocidades analisadas, os resultados da análise dinâmica são mais críticos em relação à situação estática.

Figura 41 - Tensão x excentricidade dos cabos de protensão



Fonte: Autor (2022)

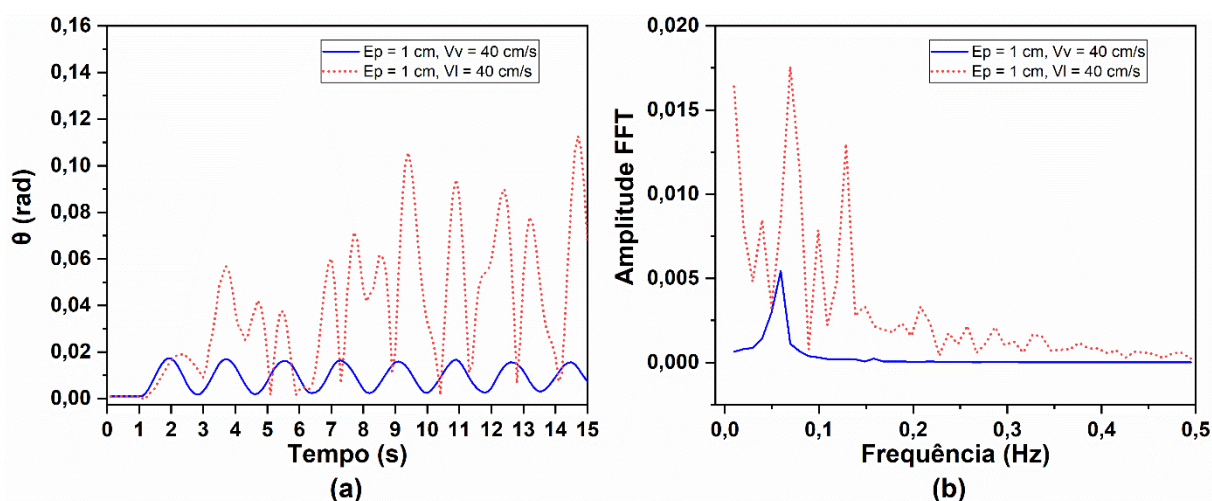
Na **movimentação vertical**, para o cenário mais desfavorável ( $e_p = 2$  cm e  $v = 100$  cm/s, o efeito dinâmico amplifica em 4,1 vezes o  $RMS, \sigma_{sup}$  e em 22% o  $RMS, \sigma_{inf}$ , em relação ao modelo estático. Para a tolerância de excentricidade ( $e_p = 1$  cm), a situação de equilíbrio estático apresenta tensão na mesa superior de  $-0,532$  MPa, enquanto que no modelo dinâmico o  $RMS, \sigma_{sup}$  é  $0,802$  MPa (amplificação de 2,5 vezes), para  $v = 20$  cm/s. Nota-se que para excentricidade de protensão mencionada por Elliot (2013), o  $RMS, \sigma_{sup}$  é menor que o limite de resistência a tração do concreto para todas as velocidades analisadas. Para excentricidade de  $2$  cm, o  $RMS, \sigma_{sup}$  supera a resistência à tração para qualquer velocidade de operação.

Para a **movimentação lateral**, no caso de maior excentricidade analisado ( $e_p = 2$  cm) o  $RMS, \sigma_{sup}$  supera o limite de tração do concreto em todas as velocidades analisadas, atingindo uma amplificação em relação à posição de equilíbrio estático de aproximadamente 18 vezes para  $v = 100$  cm/s. Destaca-se também, que em todas as excentricidades analisadas a velocidade de  $100$  cm/s supera os limites de tração e compressão do concreto.

No caso de  $e_p = 1$  cm, para a menor velocidade analisada ( $v = 20$  cm/s), o efeito dinâmico amplifica em 5,6 vezes o  $RMS, \sigma_{sup}$  ( $2,46$  MPa) e em 11% o  $RMS, \sigma_{inf}$  em comparação com o valor estático. Para  $v = 100$  cm/s, o modelo dinâmico amplificou em 40 vezes o  $RMS, \sigma_{sup}$  e em aproximadamente 85% o  $RMS, \sigma_{inf}$ , em relação à situação de equilíbrio.

Com relação à rotação sofrida pela viga, a Figura 42 mostra o histórico do tempo (Figura 42a) e o espectro de frequência (Figura 42b), para excentricidade de 1 cm e velocidade de 40 cm/s, para a movimentação vertical e lateral. Para as demais excentricidades e velocidades analisadas, o comportamento observado foi o mesmo, impactando somente na amplitude da resposta. A movimentação ocasiona vibrações de baixa frequência, sendo observados os primeiros picos para frequências de 0,07 Hz e 0,0099 Hz, para a movimentação vertical e lateral, respectivamente.

Figura 42 - Histórico do tempo e espectro de frequências para a rotação da viga



Fonte: Autor (2022)

Na **movimentação vertical**, a rotação da viga, para  $e_p = 1$  cm, foi amplificada em aproximadamente 1,75 e 2,68 vezes, para  $v = 20$  cm/s e 100 cm/s, respectivamente em relação à posição final de equilíbrio. Com o aumento da excentricidade,  $e_p = 2$  cm, a rotação é amplificada em 1,83 e 2,7 vezes, para  $v = 20$  cm/s e 100 cm/s, respectivamente.

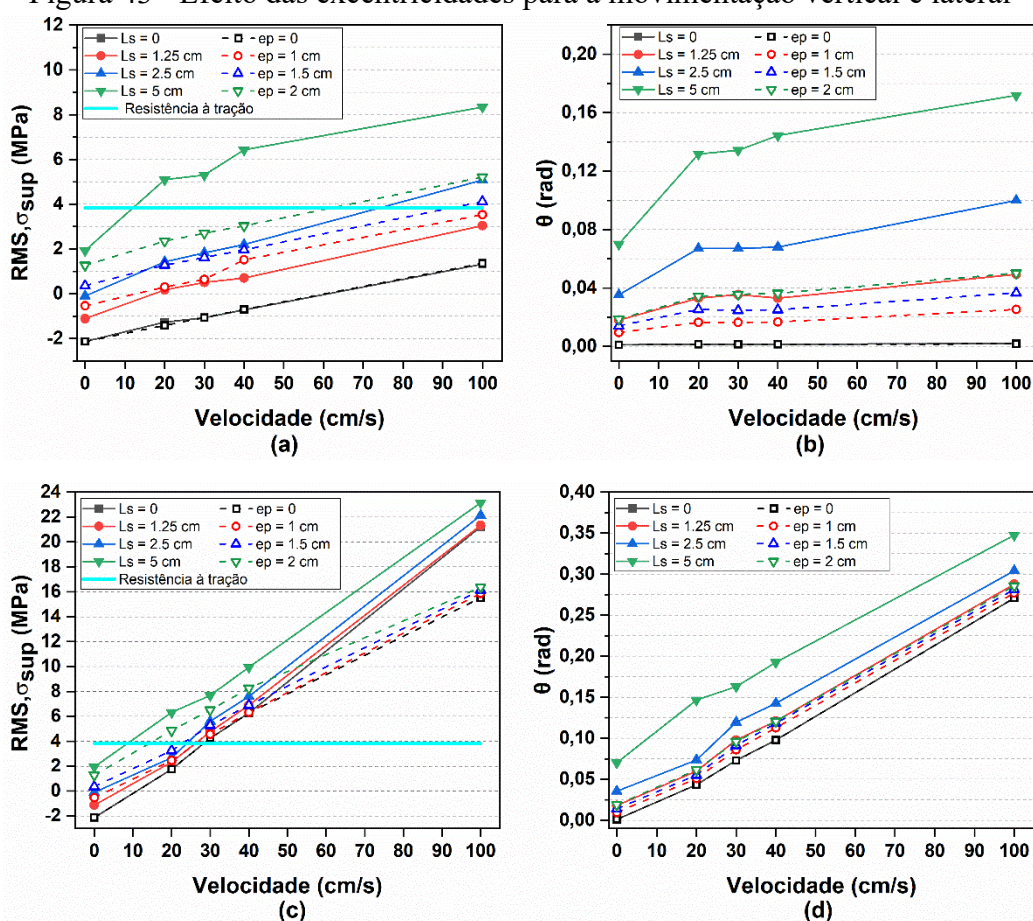
Com relação à **movimentação lateral**, a rotação da viga, para  $e_p = 1$  cm, foi amplificada em aproximadamente 5,4 e 30 vezes, para  $v = 20$  cm/s e 100 cm/s, respectivamente após o equilíbrio estático da viga. Deste modo, para a tolerância de excentricidade de protensão ( $e_p = 1$  cm), as velocidades limites de operação respeitando os limites de tração e compressão do concreto, são de 100 cm/s e 20 cm/s, para as movimentações vertical e lateral, respectivamente.

As movimentações vertical e lateral amplificam as tensões e os deslocamentos da viga, assim como observado para a situação de desvio de posicionamento da alça. Observa-se que os espectros de frequências entre ambas as situações apresentam similaridade. É observado que a movimentação provocada pelo guindaste causa vibrações de baixa frequência, sendo que na movimentação lateral a frequência de excitação é próxima à primeira frequência natural da viga.

### 6.3.3 Desvio de posicionamento das alças x excentricidade dos cabos de protensão

As Figuras 43(a)-43(d) mostram o comparativo entre as excentricidades analisadas. São comparadas as tensões nas fibras superiores e a rotação da viga, na movimentação vertical (Figuras 43a e 43b), e na movimentação lateral (Figuras 43c e 43d). Observa-se que a excentricidade de posicionamento das alças é mais crítica, e para velocidades mais elevadas ( $v = 100$  cm/s), a tensão e o deslocamento são 2 e 4 vezes maiores, respectivamente, na movimentação vertical. Na movimentação lateral a diferença entre a tensão e o deslocamento são 1,15 e 1,5 vezes superiores, respectivamente.

Figura 43 - Efeito das excentricidades para a movimentação vertical e lateral



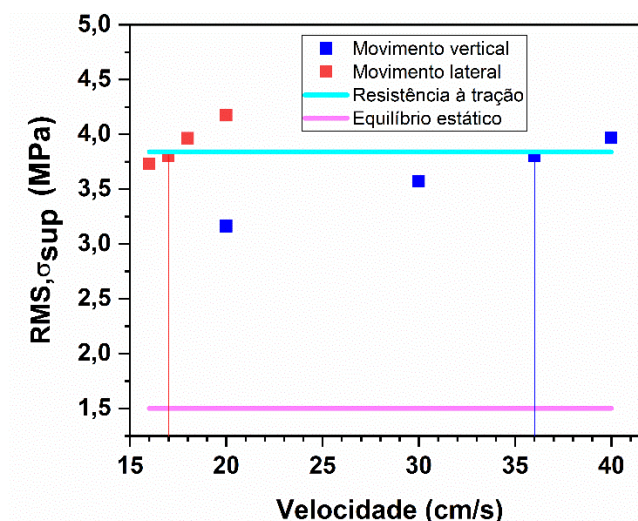
Fonte: Autor (2022)

## 6.4 IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS COMBINADAS

Até o momento foram analisados os efeitos da velocidade de movimentação com a influência isolada de cada imperfeição geométrica. Assim, considerando as duas imperfeições geométricas de modo simultâneo, adotando os valores de tolerância para o desvio de posicionamento da alça ( $L_S = 2,5$  cm) e da excentricidade de protensão ( $e_P = 1$  cm), foram estabelecidas as velocidades máximas operacionais para a movimentação vertical e lateral. Os resultados obtidos para o RMS,  $\sigma_{sup}$ , RMS,  $\sigma_{inf}$  e rotação são apresentados no apêndice C.

Comparando o RMS,  $\sigma_{sup}$  com a resistência à tração do concreto foram estabelecidas as velocidades máximas de operação, definidas como 36 cm/s para a movimentação vertical (RMS,  $\sigma_{sup} = 3,57$  MPa) e 17 cm/s para movimentação lateral (RMS,  $\sigma_{sup} = 3,8$  MPa), conforme mostrado na Figura 44.

Figura 44 - RMS,  $\sigma_{sup}$  para o efeito das excentricidades combinados



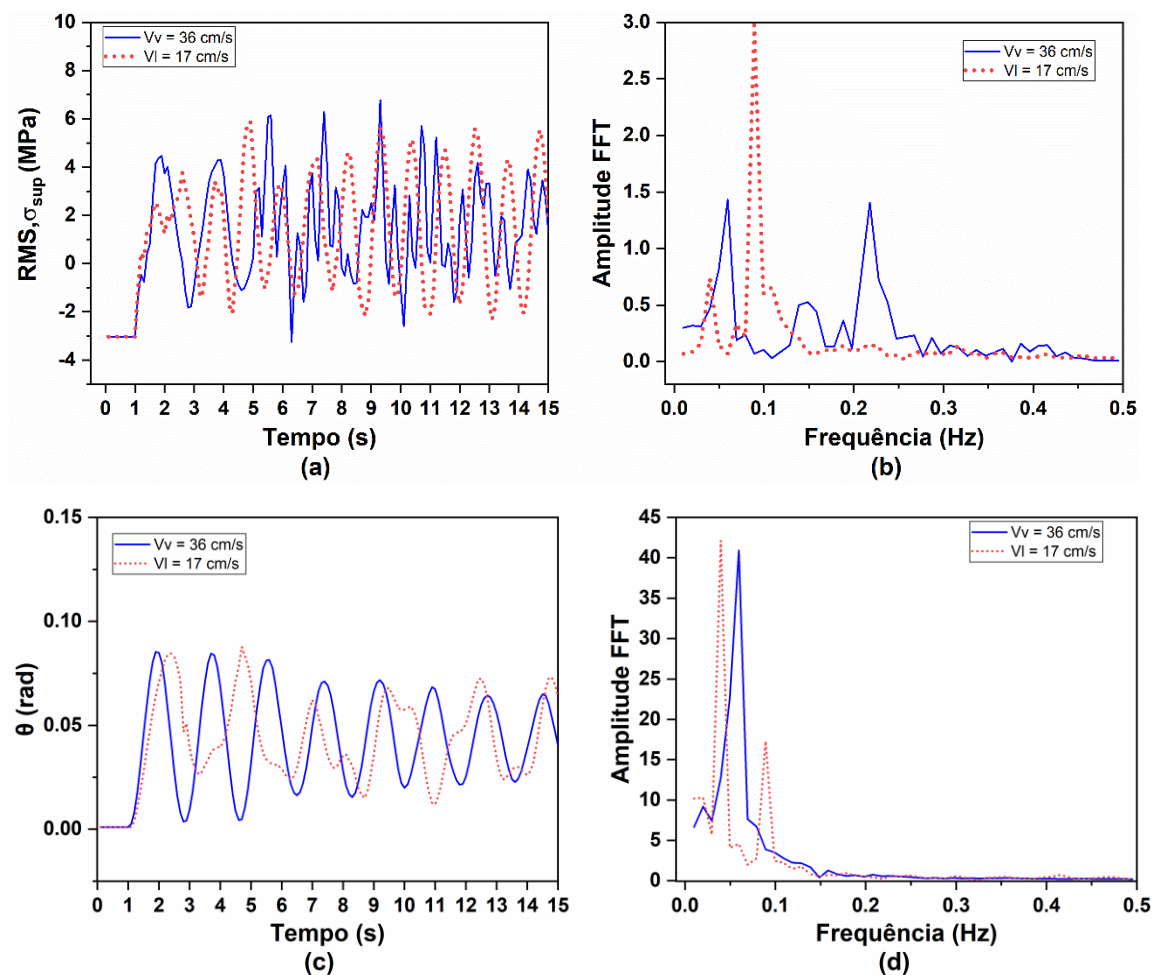
Fonte: Autor (2022)

As Figuras 45(a)-45(d) mostram as tensões na mesa superior e a rotação da viga, através do histórico de tempo e no espectro de frequências. Os primeiros picos observados no espectro referente às tensões superiores (Figura 45b) são para frequências de 0,03 Hz e 0,06 Hz, para a movimentação lateral e vertical, respectivamente. Com relação a rotação da viga, a energia



concentrada no primeiro pico é para frequência de 0,04 Hz e 0,06 Hz, para as movimentações lateral e vertical, respectivamente.

Figura 45 - Histórico do tempo em (a) tensão superior, (c) rotação e espectro de frequências em (b) tensão superior e (d) rotação, para movimentação vertical e lateral



Fonte: Autor (2022)

Os resultados da análise estática apresentam 1,5 MPa e -17,2 MPa, para as tensões nas fibras superiores e inferiores, respectivamente. Desta maneira, considerando a combinação das imperfeições geométricas, a movimentação da viga pelo guindaste causa excitações de baixa frequência na viga, porém superiores à primeira frequência natural. As vibrações causadas pela movimentação da viga amplificam as tensões e os deslocamentos do elemento.

Desta forma, na **movimentação vertical** ( $v = 36 \text{ cm/s}$ ) ocorre uma amplificação dinâmica de 2,5 vezes para o  $\text{RMS}, \sigma_{\text{sup}}$  e de 10% para o  $\text{RMS}, \sigma_{\text{inf}}$ , em comparação com as tensões na

situação de equilíbrio estático. Para a **movimentação lateral** ( $v = 17\text{cm/s}$ ), o efeito dinâmico amplifica o RMS,  $\sigma_{\text{sup}}$  em 2,6 vezes, e em 9 % o RMS,  $\sigma_{\text{inf}}$ .

Com relação à rotação ( $\theta$ ), a viga ao atingir o equilíbrio estático apresenta uma rotação de 0,044 rad, enquanto na análise dinâmica os resultados são amplificados em 84% para movimentação vertical ( $\theta = 0,081$  rad) e em 91% na movimentação lateral da viga ( $\theta = 0,084$  rad).

# CAPÍTULO 7

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

### 7.1 CONCLUSÕES

Este trabalho apresenta o estudo de caso de uma viga protendida de concreto pré-moldado, sendo analisados os efeitos dinâmicos provenientes da movimentação da viga, juntamente com parâmetros associados à fase de execução, como a excentricidade dos cabos de protensão e desvio de posicionamento das alças de içamento.

Foi observado em todos os casos analisados, que tanto de tração como de compressão, as tensões resultantes da análise dinâmica são sempre mais críticas em relação ao problema estático. Além disto, o desvio de posicionamento das alças é mais desfavorável que a excentricidade de protensão.

Observou-se também, que a ausência de restrições (vinculações) e a baixa rigidez da viga durante o içamento ocasiona uma baixa frequência natural da estrutura, deixando a viga suscetível a ações externas de baixa frequência de vibração. Neste sentido, nota-se que as movimentações realizadas provocam baixas frequências de excitação, e que a movimentação lateral pode gerar frequências próximas à primeira frequência natural da viga. Ademais, de maneira quantitativa, observa-se:

- Na **movimentação vertical** considerando o contexto mais crítico analisado ( $L_S = 5$  cm e  $v = 100$  cm/s) o efeito dinâmico amplifica em aproximadamente 4 vezes as tensões de tração, em 26% as tensões de compressão e aumenta em 2,45 vezes a rotação de corpo rígido da viga, após a viga alcançar o equilíbrio estático.
- Na **movimentação lateral** para o cenário mais crítico ( $L_S = 5$  cm e  $v = 100$  cm/s) a análise dinâmica amplifica em 12 vezes as tensões de tração, em 79% as tensões de compressão e o giro da viga é aproximadamente 5 vezes superior em relação à situação de equilíbrio estático da viga.



A movimentação vertical, com base no espectro de frequências, apresenta um pico de excitação na faixa de 0,06 – 0,07 Hz, superior à primeira frequência natural da viga. Em contrapartida, no deslocamento lateral, o primeiro pico de excitação é na faixa de 0,0099 Hz, muito próxima à frequência natural, o que ocasiona uma amplificação nos deslocamentos e nas tensões da viga.

Logo, conforme observado a movimentação lateral é mais crítica que a vertical para todas as velocidades e excentricidades analisadas, sendo que para a recomendação do PCI ( $L_S = 2,5$  cm) e  $v = 100$  cm/s, ocorre uma amplificação de 4,35 vezes na tensão de tração, 50% na tensão de compressão e 3 vezes na rotação sofrida pela viga, em comparação com a movimentação vertical.

O efeito dinâmico no caso combinado das imperfeições, aumenta em 2,6 vezes as tensões de tração, em 9% as tensões de compressão e em 91% a rotação da viga. Assim sendo, foi verificada que a velocidade máxima de operação do guindaste é de 36 cm/s para o deslocamento vertical e 17 cm/s para deslocamento lateral, considerando a combinação das excentricidades de posicionamento das alças e dos cabos de protensão ( $L_S = 2,5$  cm e  $e_P = 1$  cm).

## 7.2 ANÁLISES FUTURAS

A consideração dos efeitos dinâmicos no estudo da estabilidade de vigas durante a fase de içamento permite um cenário amplo para maiores investigações, inclusive ser expandido para as demais fases transitórias em que as vigas pré-moldadas são submetidas.

No cenário de içamento de vigas, além dos casos analisados, sugere-se o estudo de movimentação da viga variando os equipamentos auxiliares de içamento, como por exemplo haste rígida (tarugo metálico) e o estudo dinâmico considerando a presença das demais imperfeições geométricas associadas.

Com relação à movimentação de vigas pré-moldadas, pode-se analisar o comportamento dinâmico para situações de giro realizado por guindaste, abordagem não realizada neste trabalho. Pode-se ainda, considerar a presença de demais carregamentos presentes durante o processo de içamento, como o vento por exemplo.

## REFERÊNCIAS

ADHIKARI, S.; BHATTACHARYA, S. Dynamic analysis of wind turbine towers on flexible foundations. **Shock and vibration**, v. 19, n. 1, p. 37-56, 2012.  
<https://doi.org/10.1155/2012/408493>.

ANDERSON, A. R. (1971). Lateral stability of long prestressed concrete beams. **PCI Journal**, 16(3), 7-9. Discussion by R. A. Swann, *PCI Journal*, 16(6), 85-86. Closure, *PCI Journal*, 16(6), 86-87.

ANSYS. v. 21.1. **ANSYS, Inc.**

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT. **NBR 6118** – projetos de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT. **NBR 9062** - projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro, 2017.

BACHMANN, Hugo et al. **Vibration problems in structures: practical guidelines**. Springer Science & Business Media, 1995.

BANERJEE, A. et al. Dynamic analysis of an offshore wind turbine under random wind and wave excitation with soil-structure interaction and blade tower coupling. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, p. 17, 2019.  
<https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2019.05.038>.

BATELO, E. A. P. **Análise dinâmica avançada de estruturas de aço sob cargas extremas**. 2014. 70f. Dissertação – Universidade Federal de Ouro Preto, 2014.

BRASIL, R. M. **Introdução à dinâmica das estruturas: para a engenharia civil**. Editora Blucher, 2015.

CHOPRA, A. **Dynamics of structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering**. English. Editora Person, 2012.

COJOCARU, R. **Lifting analysis of precast prestressed concrete beams**. 2012. 94 f. Dissertação – Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, 2012.  
<https://doi.org/10.15554/pci.rr.misc-002>.

DAI, S. T. Damage and failure analysis of brittle materials. **Journal of Materials in Civil Engineering**, v. 9, n. 4, 1997.  
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0899-1561\(1997\)9:4\(200\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0899-1561(1997)9:4(200)).

DAURA NETO, I. A. **Análise numérica da estabilidade lateral de vigas pré-moldadas de concreto com seção transversal assimétrica em içamento**, 150 pp. MSc Dissertation, College of Civil Engineering, Federal University of Uberlândia, 2020.

DEBELLA, L. C. **Transient dynamic analysis of bars and trusses by the adaptive generalized finite element method**. 2019. 186p. Dissertação – Universidade Federal do Paraná, 2019.

DEL CAMPO, J. O. M.; POZOS-ESTRADA, A. A simplified method for structural and fatigue analyses of wind turbine support structures. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 224, p. 104983, 2022.  
<https://doi.org/10.1016/j.jweia.2022.104983>.

EL DEBS, M. K. **Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações**. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2000.

EL DEBS, M. K. **Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações**. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2017.

ELLIOTT, K. S. **Multi-storey precast concrete framed structures**. Wiley, 2013.  
estabilidade lateral de vigas pré-moldadas em fases transitórias. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 8, n.6, p. 763-786, dec., 2015.

GERMÁN, V. H. **Lateral stability analysis of long precast prestressed concrete beams**. 2015. 195 f. Dissertação (Màster Enginyeria d'Estructures i Construcció) – Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Camins, Canals i Ports, Barcelona, Espanha, 2015.

HILL, C. D.; DICK, J. S.; TADROS, M. K. (2009). **PCI Advisory on I-Girder Stability during Handling and Construction**. Safety and Serviceability, *Aspire Magazine*, Winter 2009.

IMPER, R. R.; LAZLO, G. **Handling and shipping of long span bridge beams**. *PCI Journal*, v. 32, n. 6, p. 86-101, nov.-dec., 1987.  
<https://doi.org/10.15554/pcij.11011987.86.101>.

KRAHL, P. A. **Instabilidade lateral de vigas pré-moldadas em situações transitórias**. 2014. 208 f. Dissertação –Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014.

KRAHL, P. A. **Lateral stability of ultra-high performance fiber-reinforced concrete beams with emphasis in transitory phases**. 2018. 200 f. Tese –Universidade de São Paulo, São Carlos, 2018.

KRAHL, P. A.; LIMA, M. C. V.; EL DEBS, M. K. Recomendações para verificação da estabilidade lateral de vigas pré-moldadas em fases transitórias. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 8, n.6, p. 763-786, dec., 2015.  
<https://doi.org/10.1590/S1983-41952015000600003>.

LEBELLE, P. (1959). Stabilité élastique des poutres em béton précontraint a l'égard de déversement lateral. **Ann. Batiment et des Travaux Publics**, 141, 780-830.

LIMA, D. F. P. **Avaliação da segurança durante o içamento de vigas pré-moldadas**. 2018. 88 p. Dissertação –Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2020.

LIMA, M. C. V. **Contribuição ao estudo da instabilidade lateral de vigas pré-moldadas**. 2002. 179 f. Tese – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

LIMA, M. C. V. **Instabilidade lateral das vigas pré-moldadas em regime de serviço e durante a fase transitória**. 1995. 181 f. Dissertação –Universidade de São Paulo, São Carlos, 1995.

MARCOS, L. K. ; CARRAZEDO, R. ; ARAUJO, D. L. . **Sensibilidade a vibrações de pavimentos com lajes alveolares**. In: 3º Encontro Nacional de Pesquisa-Projeto-Produção em Concreto Pré-Moldado, 2013, São Carlos.

MAST, R. F. Lateral stability of long prestressed concrete beams – Part 1. **PCI Journal**, v. 34, n. 1, jan.-feb., 1989.  
<https://doi.org/10.15554/pcij.01011989.34.53>.

MAST, R. F. Lateral stability of long prestressed concrete beams – Part 2. **PCI Journal**, v. 38, n. 1, jan.-feb., 1993.

MAST, R. F. Lateral bending test to destruction of a 149 ft prestressed concrete I-beam. **PCI Journal**, v. 39, p.54-62, jul.-aug., 1994.  
<https://doi.org/10.15554/pcij.07011994.54.62>.

NÓBREGA, P.G.B. **Análise dinâmica de estruturas de concreto: estudo experimental e numérico das condições de contorno de estruturas pré-moldadas**. 2004. 285 p. Tese – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2004.

PAULTRE, P. **Dynamics of structures**. English. Editora Wiley, 2010.

PCI Bridge Manual, 3rd ed., Prestressed Concrete Institute, Chicago, IL. 2014.

PCI Committee on Tolerances. **PCI Tolerance Manual for Precast and Prestressed Concrete Construction**. 1st ed. Chicago, IL: PCI, 2000.

PLAUT, R. H.; MOEN, C. D. Analysis of Elastic, Doubly Symmetric, Horizontally Curved Beams during Lifting. **Journal of Structural Engineering**, v. 139, n. 1, p. 39-46, jan., 2013.  
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0000612](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000612).

RAO, S. S. **Mechanical Vibrations**. Editora Addison-Wesley Publishing Company. Estados Unidos, 1995.

SEGUIRANT, S. et al. Lateral stability and concrete strength requirements for precast, prestressed concrete components. **PCI Journal**, v. 65, n. 2, 2020.  
<https://doi.org/10.15554/pcij65.2-02>.

SILVA, S. **Vibrações Mecânicas – Notas de aula**. 151p. Universidade Estadual do Oeste do Paraná, 2009.

SORIANO, H. L. **Introdução à dinâmica das estruturas**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2014.

STRATFORD, T. J.; BURGOYNE, C. J. Lateral stability of long precast concrete beams. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers – Structures and Bridges**, v. 124, p. 169-180, may, 1999.  
<https://doi.org/10.1680/istbu.1999.31383>.

STUCCHI, F. R. Pontes e grandes estruturas. São Paulo: Universidade de São Paulo-Escola Politécnica (2006).

SWANN, R. A.; GODDEN, W. G. The lateral buckling of concrete beams lifted by cables. **The Structural Engineer**, v. 44, p.21-33, 1966.

YANG, L. A.; POWRIE, W.; PRIEST, J. A. Dynamic stress analysis of a ballasted railway track bed during train passage. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 135, n. 5, p. 680-689, 2009.  
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0000032](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0000032).

ZHANG, F. **Lateral stability of long precast prestressed concrete girders during transient load situations**. 2017. 69 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Barcelonatech, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, 2017.

ZHANG, N.; TIAN, Y.; XIA, H. A train-bridge dynamic interaction analysis method and experimental validation. **Engineering**, v. 2, n. 4, p. 528-536, 2016.  
<https://doi.org/10.1016/J.ENG.2016.04.012>.

## APÊNDICE A

### EXCENTRICIDADE DAS ALÇAS DE IÇAMENTO

#### APÊNDICE A.1 – RESULTADOS PARA MOVIMENTAÇÃO VERTICAL

Tensão fibra superior – RMS, $\sigma_{sup}$ (MPa)								
Velocidade (cm/s)	Mov. Ascendente				Mov. Descendente			
	Excentricidade (cm)				Excentricidade (cm)			
	0	1.25	2.5	5	0	1.25	2.5	5
Estática	-2.134	-1.117	-0.101	1.931	-2.134	-1.117	-0.101	1.931
20	-1.416	-0.040	1.396	4.679	-1.268	0.180	1.430	5.174
30	-1.059	0.430	1.727	5.505	-1.068	0.506	1.829	5.280
40	-0.702	0.726	2.064	6.099	-0.717	0.705	2.195	6.432
100	1.360	3.023	5.000	8.279	1.319	3.045	5.075	8.341

Tensão fibra inferior – RMS, $\sigma_{inf}$ (MPa)								
Velocidade (cm/s)	Mov. Ascendente				Mov. Descendente			
	Excentricidade (cm)				Excentricidade (cm)			
	0	1.25	2.5	5	0	1.25	2.5	5
Estática	-15.083	-15.672	-16.261	-17.442	-15.083	-15.672	-16.261	-17.442
20	-15.805	-16.534	-17.303	-19.284	-15.801	-16.514	-17.311	-19.499
30	-16.163	-16.873	-17.642	-19.620	-16.154	-16.914	-17.673	-19.493
40	-16.521	-17.231	-17.984	-20.377	-16.507	-17.204	-18.032	-20.610
100	-18.590	-19.523	-20.492	-21.939	-18.549	-19.498	-20.478	-21.957

Rotação (°)								
Velocidade (cm/s)	Mov. Ascendente				Mov. Descendente			
	Excentricidade (cm)				Excentricidade (cm)			
	0	1.25	2.5	5	0	1.25	2.5	5
Estática	0.057	1.034	2.021	4.012	0.057	1.034	2.021	4.012
20	0.079	1.965	3.956	7.478	0.079	1.889	3.841	7.549
30	0.080	1.989	3.995	8.074	0.080	2.025	3.844	7.695
40	0.081	2.006	4.044	8.240	0.081	1.891	3.891	8.271
100	0.094	2.475	5.093	9.221	0.115	2.823	5.724	9.854

## APÊNDICE A.2 – RESULTADOS PARA MOVIMENTAÇÃO LATERAL

Tensão fibra superior – RMS, $\sigma_{sup}$ (MPa)				
Velocidade (cm/s)	Excentricidade (cm)			
	0	1.25	2.5	5
Estática	-2.134	-1.117	-0.101	1.931
20	1.746	2.321	2.687	6.314
30	4.235	4.758	5.605	7.683
40	6.272	6.901	7.596	9.941
100	21.218	21.320	22.120	23.137

Tensão fibra inferior – RMS, $\sigma_{inf}$ (MPa)				
Velocidade (cm/s)	Excentricidade			
	0	12.5	25	50
Estática	-15.083	-15.672	-16.261	-17.442
20	-17.398	-17.706	-17.905	-19.977
30	-18.793	-19.080	-19.555	-20.752
40	-19.942	-20.290	-20.679	-22.054
100	-29.595	-29.702	-30.389	-31.249

Rotação (°)				
Velocidade (cm/s)	Excentricidade			
	0	12.5	25	50
Estática	0.057	1.034	2.021	4.012
20	2.475	3.436	4.212	8.399
30	4.172	5.598	6.846	9.333
40	5.604	6.930	8.172	11.026
100	15.519	16.496	17.422	19.920

## APÊNDICE A.3 – ESPECTRO DE FREQUÊNCIA PARA ROTAÇÃO

Rotação - $L_s = 2.5 \text{ cm}$ e $v = 40 \text{ cm/s}$		
Frequência (Hz)	FFT Amplitude (Mov. Vertical)	FFT Amplitude (Mov. Lateral)
0.0099	0.0033	0.0164
0.0198	0.0039	0.0053
0.0297	0.0042	0.0054
0.0396	0.0066	0.0328
0.0495	0.0132	0.0044
0.0594	0.0238	0.0031
0.0693	0.0050	0.0132
0.0792	0.0032	0.0110
0.0891	0.0020	0.0107
0.0990	0.0016	0.0022
0.1089	0.0012	0.0030
0.1188	0.0010	0.0055
0.1287	0.0010	0.0133
0.1386	0.0008	0.0045
0.1485	0.0001	0.0023
0.1584	0.0009	0.0014
0.1683	0.0003	0.0039
0.1782	0.0003	0.0026
0.1881	0.0003	0.0026
0.1980	0.0002	0.0016
0.2079	0.0003	0.0010
0.2178	0.0002	0.0009
0.2277	0.0002	0.0015
0.2376	0.0002	0.0012
0.2475	0.0001	0.0018
0.2574	0.0002	0.0011
0.2673	0.0001	0.0008
0.2772	0.0001	0.0005
0.2871	0.0001	0.0010
0.2970	0.0001	0.0012
0.3069	0.0001	0.0012
0.3168	0.0001	0.0006
0.3267	0.0001	0.0005
0.3366	0.0001	0.0003
0.3465	0.0001	0.0008
0.3564	0.0001	0.0004
0.3663	0.0001	0.0008
0.3762	0.0001	0.0007
0.3861	0.0001	0.0004
0.3960	0.0001	0.0003
0.4059	0.0001	0.0005
0.4158	0.0001	0.0008
0.4257	0.0001	0.0006
0.4356	0.0001	0.0002
0.4455	0.0001	0.0002
0.4555	0.0001	0.0006
0.4654	0.0001	0.0003
0.4753	0.0001	0.0005
0.4852	0.0001	0.0004
0.4951	0.0001	0.0002



## APÊNDICE B

### EXCENTRICIDADE DOS CABOS DE PROTENSÃO

#### APÊNDICE B.1 – RESULTADOS PARA MOVIMENTAÇÃO VERTICAL

Tensão fibra superior – RMS, $\sigma_{sup}$ (MPa)								
Velocidade (cm/s)	Mov. Ascendente				Mov. Descendente			
	Excentricidade (cm)				Excentricidade (cm)			
	0	1	1.5	2	0	1	1.5	2
Estática	-2.134	-0.532	0.368	1.268	-2.134	-0.532	0.368	1.268
20	-1.416	0.298	1.283	2.353	-1.268	0.802	1.270	2.380
30	-1.059	0.637	1.619	2.700	-1.068	1.255	1.586	2.685
40	-0.702	1.515	1.963	3.037	-0.717	1.579	1.931	3.018
100	1.360	3.532	4.120	5.217	1.319	3.569	4.076	5.221

Tensão fibra inferior – RMS, $\sigma_{inf}$ (MPa)								
Velocidade (cm/s)	Mov. Ascendente				Mov. Descendente			
	Excentricidade (cm)				Excentricidade (cm)			
	0	1	1.5	2	0	1	1.5	2
Estática	-15.083	-15.981	-16.494	-17.005	-15.083	-15.981	-16.494	-17.005
20	-15.805	-16.751	-17.295	-17.886	-15.801	-16.730	-17.278	-17.884
30	-16.163	-17.103	-17.644	-18.240	-16.154	-17.079	-17.618	-18.220
40	-16.521	-17.459	-17.995	-18.594	-16.507	-17.430	-17.967	-18.570
100	-18.590	-19.532	-20.088	-20.709	-18.549	-19.479	-20.019	-20.665

Rotação (°)								
Velocidade (cm/s)	Mov. Ascendente				Mov. Descendente			
	Excentricidade (cm)				Excentricidade (cm)			
	0	1	1.5	2	0	1	1.5	2
Estática	0.057	0.540	0.806	1.072	0.057	0.540	0.806	1.072
20	0.079	0.973	1.474	1.952	0.079	0.937	1.445	1.962
30	0.080	0.978	1.511	2.024	0.080	0.940	1.415	2.033
40	0.081	0.986	1.525	2.042	0.081	0.958	1.438	2.080
100	0.094	1.179	1.915	2.499	0.094	1.449	2.097	2.873

## APÊNDICE B.2 – RESULTADOS PARA MOVIMENTAÇÃO LATERAL

Tensão fibra superior – RMS, $\sigma_{sup}$ (MPa)				
Velocidade (cm/s)	Excentricidade (cm)			
	0	1	1.5	2
Estática	-2.134	-0.532	0.368	1.268
20	1.746	2.461	3.252	4.855
30	4.235	4.561	5.286	6.514
40	6.272	6.272	6.892	8.254
100	21.218	21.234	22.094	22.345

Tensão fibra inferior – RMS, $\sigma_{inf}$ (MPa)				
Velocidade (cm/s)	Excentricidade (cm)			
	0	1	1.5	2
Estática	-15.083	-15.981	-16.494	-17.005
20	-17.398	-17.713	-18.149	-19.092
30	-18.793	-18.918	-19.322	-20.041
40	-19.942	-19.897	-20.239	-21.008
100	-29.595	-29.641	-30.385	-30.609

Rotação (°)				
Velocidade (cm/s)	Excentricidade (cm)			
	0	1	1.5	2
Estática	0.057	0.540	0.806	1.072
20	2.475	2.920	3.155	3.514
30	4.172	4.925	5.221	5.494
40	5.604	6.459	6.782	6.901
100	15.519	15.873	16.138	16.359

### APÊNDICE B.3 – ESPECTRO DE FREQUÊNCIA PARA ROTAÇÃO

Rotação - $E_p = 1 \text{ cm}$ e $v = 40 \text{ cm/s}$		
Frequência (Hz)	FFT Amplitude (Mov. Vertical)	FFT Amplitude (Mov. Lateral)
0.0099	0.0006	0.0164
0.0198	0.0008	0.0080
0.0297	0.0009	0.0048
0.0396	0.0014	0.0085
0.0495	0.0030	0.0032
0.0594	0.0054	0.0085
0.0693	0.0011	0.0176
0.0792	0.0007	0.0116
0.0891	0.0004	0.0008
0.0990	0.0003	0.0079
0.1089	0.0002	0.0022
0.1188	0.0002	0.0048
0.1287	0.0002	0.0130
0.1386	0.0002	0.0028
0.1485	0.0001	0.0034
0.1584	0.0002	0.0022
0.1683	0.0001	0.0019
0.1782	0.0001	0.0018
0.1881	0.0001	0.0023
0.1980	0.0000	0.0016
0.2079	0.0000	0.0033
0.2178	0.0000	0.0023
0.2277	0.0000	0.0004
0.2376	0.0000	0.0018
0.2475	0.0000	0.0011
0.2574	0.0000	0.0022
0.2673	0.0000	0.0006
0.2772	0.0000	0.0012
0.2871	0.0000	0.0021
0.2970	0.0000	0.0010
0.3069	0.0000	0.0013
0.3168	0.0000	0.0006
0.3267	0.0000	0.0016
0.3366	0.0000	0.0016
0.3465	0.0000	0.0007
0.3564	0.0000	0.0007
0.3663	0.0000	0.0008
0.3762	0.0000	0.0012
0.3861	0.0000	0.0008
0.3960	0.0000	0.0008
0.4059	0.0000	0.0006
0.4158	0.0000	0.0007
0.4257	0.0000	0.0003
0.4356	0.0000	0.0006
0.4455	0.0000	0.0006
0.4555	0.0000	0.0005
0.4654	0.0000	0.0003
0.4753	0.0000	0.0005
0.4852	0.0000	0.0006
0.4951	0.0000	0.0002

# APÊNDICE C

## COMBINAÇÃO DAS IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS

### APÊNDICE C.1 – RESULTADOS PARA MOVIMENTAÇÃO VERTICAL

<b>Mov. Vertical - efeito combinado</b>		
<b>Velocidade (cm/s)</b>	<b>RMS, <math>\sigma_{sup}</math> (MPa)</b>	<b>RMS, <math>\sigma_{inf}</math> (MPa)</b>
Estática	1.500	-17.200
20	3.163	-18.279
30	3.573	-18.671
36	3.822	-18.864
40	3.966	-18.994

### APÊNDICE C.2 – RESULTADOS PARA MOVIMENTAÇÃO VERTICAL

<b>Mov. Lateral - efeito combinado</b>		
<b>Velocidade (cm/s)</b>	<b>RMS, <math>\sigma_{sup}</math> (MPa)</b>	<b>RMS, <math>\sigma_{inf}</math> (MPa)</b>
Estática	1.500	-17.200
16	3.730	-18.440
17	3.842	-18.505
18	3.964	-18.571
20	4.173	-18.689

## APÊNDICE C.3 – ESPECTROS DE FREQUÊNCIA PARA TENSÃO E ROTAÇÃO

Espectro de frequência - Tensão na mesa superior		
Frequência (Hz)	FFT Amplitude (Mov. Vertical)	FFT Amplitude (Mov. Lateral)
0.0099	0.2990	0.0684
0.0198	0.3166	0.0856
0.0297	0.3122	0.1564
0.0396	0.4685	0.7322
0.0495	0.8156	0.1486
0.0594	1.4299	0.0713
0.0693	0.1896	0.3278
0.0792	0.2354	0.2181
0.0891	0.0697	2.9750
0.0990	0.1039	0.6025
0.1089	0.0300	0.6558
0.1188	0.0883	0.3808
0.1287	0.1463	0.2644
0.1386	0.4995	0.2101
0.1485	0.5268	0.0766
0.1584	0.4436	0.0739
0.1683	0.1340	0.1016
0.1782	0.1349	0.0987
0.1881	0.3637	0.1402
0.1980	0.1163	0.0894
0.2079	0.7447	0.1111
0.2178	1.4036	0.1556
0.2277	0.7186	0.1195
0.2376	0.5294	0.0539
0.2475	0.2023	0.0549
0.2574	0.2191	0.0185
0.2673	0.2307	0.0968
0.2772	0.0436	0.0637
0.2871	0.2086	0.0791
0.2970	0.0732	0.0647
0.3069	0.1439	0.0742
0.3168	0.1229	0.1417
0.3267	0.0507	0.0615
0.3366	0.1039	0.0801
0.3465	0.0541	0.0280
0.3564	0.0795	0.0684
0.3663	0.1149	0.0778
0.3762	0.0002	0.0374
0.3861	0.1589	0.0392
0.3960	0.0885	0.0365
0.4059	0.1402	0.0460
0.4158	0.1449	0.0683
0.4257	0.0462	0.0326
0.4356	0.0812	0.0352
0.4455	0.0353	0.0316
0.4555	0.0289	0.0617
0.4654	0.0142	0.0254
0.4753	0.0067	0.0403
0.4852	0.0075	0.0238
0.4951	0.0058	0.0494

Espectro de frequência - Rotação		
Frequência (Hz)	FFT Amplitude (Mov. Vertical)	FFT Amplitude (Mov. Lateral)
0.0099	6.6561	10.1618
0.0198	9.1864	10.3060
0.0297	7.4056	5.7013
0.0396	12.7380	42.1291
0.0495	22.6605	4.0653
0.0594	40.9011	4.5815
0.0693	7.6430	1.9857
0.0792	6.7147	2.7826
0.0891	3.8855	17.3076
0.0990	3.5178	2.4745
0.1089	2.8159	2.2427
0.1188	2.2375	1.4676
0.1287	2.1800	1.7722
0.1386	1.6911	0.8285
0.1485	0.4237	0.5781
0.1584	1.2897	0.7118
0.1683	0.8200	0.7069
0.1782	0.6130	0.9351
0.1881	0.6805	0.6487
0.1980	0.5095	0.5126
0.2079	0.7563	0.4481
0.2178	0.5556	0.2554
0.2277	0.5987	0.5032
0.2376	0.5302	0.5256
0.2475	0.4796	0.6629
0.2574	0.3986	0.5223
0.2673	0.3338	0.2445
0.2772	0.3569	0.3978
0.2871	0.3019	0.2472
0.2970	0.3437	0.5450
0.3069	0.2970	0.4628
0.3168	0.3219	0.1603
0.3267	0.3000	0.1493
0.3366	0.3304	0.3715
0.3465	0.3107	0.4504
0.3564	0.3395	0.4809
0.3663	0.3105	0.2777
0.3762	0.3012	0.2988
0.3861	0.2723	0.2513
0.3960	0.2667	0.4091
0.4059	0.2687	0.5071
0.4158	0.2440	0.7136
0.4257	0.2435	0.4045
0.4356	0.2563	0.2328
0.4455	0.2498	0.2595
0.4555	0.2354	0.3548
0.4654	0.2439	0.4872
0.4753	0.2273	0.4361
0.4852	0.2334	0.2662
0.4951	0.2130	0.1760