

IVAN OLIVEIRA TARIFA

**MODELAGEM DINÂMICA E CONTROLE DE
AERONAVES MULTIRROTORAS COM CONFIGURAÇÃO
TILT ROTOR PARA TRANSPORTE DE LÍQUIDOS**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
2022

IVAN OLIVEIRA TARIFA

**MODELAGEM DINÂMICA E CONTROLE DE AERONAVES
MULTIRROTORAS COM CONFIGURAÇÃO TILT ROTOR PARA
TRANSPORTE DE LÍQUIDOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Finzi Neto

Uberlândia - MG

2022

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

T186
2022

Tarifa, Ivan Oliveira, 1993-
Modelagem Dinâmica e Controle de Aeronaves
Multirrotoras com Configuração Tilt Rotor para
transporte de Líquidos [recurso eletrônico] / Ivan
Oliveira Tarifa. - 2022.

Orientador: Roberto Mendes Finzi Neto.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de
Uberlândia, Pós-graduação em Engenharia Mecânica.
Modo de acesso: Internet.
Disponível em: <http://doi.org/10.14393/ufu.di.2022.432>
Inclui bibliografia.
Inclui ilustrações.

1. Engenharia mecânica. I. Finzi Neto, Roberto Mendes
,1974-, (Orient.). II. Universidade Federal de
Uberlândia. Pós-graduação em Engenharia Mecânica. III.
Título.

CDU: 621

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:
Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
Av. João Naves de Ávila, nº 2121, Bloco 1M, Sala 212 - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-MG, CEP 38400-902
Telefone: (34) 3239-4282 - www.posmecanicaufu.com.br - secposmec@mecanica.ufu.br



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Mecânica				
Defesa de:	Dissertação de Mestrado Acadêmico, nº 616, PPGEM				
Data:	31/08/2022	Hora de início:	14:05	Hora de encerramento:	16:30
Matrícula do Discente:	12012EMC013				
Nome do Discente:	Ivan Oliveira Tarifa				
Título do Trabalho:	Modelagem Dinâmica e Controle de Aeronaves Multirrotores com Configuração Tilt-Rotor para Transporte de Líquidos				
Área de concentração:	Mecânica dos Sólidos e Vibrações				
Linha de pesquisa:	Dinâmica de Sistemas Mecânicos				
Projeto de Pesquisa de vinculação:					

Reuniu-se por meio de videoconferência a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, assim composta: Professores Doutores: Francisco José de Souza - FEMEC/UFU; Neusa Maria Franco de Oliveira - ITA; e Roberto Mendes Finzi Neto - FEMEC/UFU, orientador do candidato.

Iniciando os trabalhos o presidente da mesa, Dr. Roberto Mendes Finzi Neto, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado.

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Roberto Mendes Finzi Neto, Professor(a) do Magistério Superior**, em 31/08/2022, às 16:32, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Neusa Maria Franco de Oliveira, Usuário Externo**, em 31/08/2022, às 16:33, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Francisco José de Souza, Professor(a) do Magistério Superior**, em 31/08/2022, às 16:33, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **3877890** e o código CRC **F94D20E6**.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Roberto Mendes Finzi Neto pela orientação e apoio durante todo o processo e confiança no meu trabalho;

A minha esposa Maristela Medina Faria pelo suporte durante todo tempo, principalmente nas férias e épocas festivas que meu foco precisou ser concentrado nesta dissertação;

A minha família que sempre esteve ao meu lado;

A todos os integrantes do LAA-UFU durante minha passagem principalmente o Felipe Machini que teve grandes contribuições para este trabalho;

A Mateus Amarante que além de ter sido colega no LAA-UFU me ajudou a iniciar a carreira profissional na área da robótica;

Tarifa, I. O., **Modelagem Dinâmica e Controle de Aeronaves Multirrotores com Configuração Tilt Rotor para transporte de líquidos**. 2022. 97 f. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Uberlândia.

RESUMO

O uso de aeronaves para aplicação de pesticidas está se tornando cada vez mais comum nos dias atuais, principalmente os multirrotores, em razão de sua precisão e versatilidade. A aplicação de defensível agrícola pode ser representada por uma massa líquida que compõe grande parte do peso da aeronave, ocasionando uma variação do centro de massa durante o voo, assim como o efeito de *sloshing*. Estruturas podem ser inseridas no recipiente para mitigar esses efeitos, no entanto, um controle robusto permite tanto a economia de espaço quanto a diminuição de custo. Assim, um dos objetivos deste trabalho foi o desenvolvimento de um modelo unificado de simulação de transporte de líquido em conjunto com a dinâmica de uma aeronave multirrotor através de códigos abertos de fácil uso, para possibilitar o desenvolvimento e testes de diferentes leis de controle. Além disso, utilizou-se tilts na aeronave multirrotor para investigar o seu efeito no transporte de carga líquida, juntamente com a influência do *sloshing* na dinâmica de voo da aeronave pela interação fluido estrutura. Este trabalho possui dois experimentos de simulação, sendo um, a comparação com resultados experimentais para uma caixa com fluido submetida a acelerações externas e o outro a comparação de controle da aeronave com e sem a caixa de fluido. No primeiro, foi observado que apesar de algumas simplificações feitas no modelo, os valores de pressão na parede se assemelham aos existentes experimentais. Para o segundo, foi realizado um experimento com entrada step, e nele foi possível observar a influência do *sloshing*, na dinâmica de vôo da aeronave.

Palavras Chave: Multirotor, FLIP, Fluid-Dinâmica, LQR, Tilt

Tarifa, I. O., **Dynamic modelling and control using Multirotors UAV with Tilt Rotors for liquid cargo transport** 2022. 97 f. Master Thesis, Universidade Federal de Uberlândia.

ABSTRACT

The use of aircraft for pesticide application is becoming increasingly common nowadays, especially with multirotors, due to their precision and versatility. The application of defensibles can be represented by a liquid mass that makes up a large part of the aircraft weight, making the center of mass change during flight, as well as creating the *sloshing* effect. Structures can be inserted into the container to mitigate these effects. However, robust controls can save space and money. Thus, one of the objectives of this work was the development of a unified model of simulation of liquid transport together with the dynamics of a multirotor aircraft through easy-to-use open codes, to enable the development and testing of different control laws. In addition, tilts were used in the multirotor aircraft to investigate their effect on liquid cargo transport, along with the influence of *sloshing* on the aircraft's flight dynamics by fluid-structure interaction. This work has two simulation experiments: one being a comparison with experimental results for a box with fluid subjected to external accelerations and the other a comparison of aircraft control with and without the fluid box. In the first one, it was observed that despite some simplifications made in the model, the pressure values on the wall had similar behaviour to the existing experimental ones. For the second, an experiment with step input was carried out, and it was possible to observe the influence of *sloshing* on the aircraft's flight dynamics as well as the tilts.

Palavras Chave: Multirotor, FLIP, Fluid-dynamics, LQR, Tilt

Lista de Figuras

2.1	Classificação geral de aeronaves	7
2.2	Configuração dos multirrotores quanto a quantidade de rotores	8
2.3	Esquema de multi rotor com tilt	12
2.4	Representação de diferentes modelos para sloshing	13
2.5	Esquema de uma célula para volumes finitos	19
3.1	Modelo de aeronave apresentado por Machini (2018)	25
3.2	Ângulos de tilt e dos braços apresentado por Machini (2018)	25
3.3	Diagrama da modelagem dinâmica simplificada utilizando MATLAB	29
3.4	Hardware da aeronave (à esquerda), modela <i>AirSim</i> [®] (à direita), desenho da aeronave abaixo	30
3.5	Ilustração dos componentes da aeronave com a física do sistema	31
3.6	Visão geral da física	32
3.7	<i>PhysicsBody</i> para a aeronave com tilt	33
3.8	Esquema da simulação presente no <i>AirSim</i> [®]	34
4.1	Marcação das células	40
4.2	Diagrama de blocos da simulação	46
4.3	Algoritmo transporte de informação entre partícula e célula	47
4.4	Algoritmo de solução da pressão	47
5.1	Estrutura controlador LQR	51
5.2	Modelo genérico do controle de trajetória com LQR (adaptado de Lavretsky and Wise (2013) e Machini (2018))	53

6.1	Caixa com as partículas de fluido a ser analisado nesse trabalho	57
6.2	Caixa em movimento	57
6.3	Grid dos voxels para a caixa com partículas	59
6.4	Esquema do <i>PhysicsBody</i> com caixa de fluido	60
7.1	Esquema para simulação de rotação	63
7.2	Variação de posição com o tempo em z	65
7.3	Variação dos esforços de controle para o degrau em z	66
7.4	Variação dos ângulos para o degrau em z	66
7.5	Variação dos esforços na caixa para o degrau em z	67
7.6	Variação dos momentos na caixa para o degrau em z	67
7.7	Variação de posição com o tempo em x	68
7.8	Variação dos ângulos para o degrau em x	69
7.9	Variação dos esforços na caixa para o degrau em x	69
7.10	Variação dos momentos na caixa para o degrau em x	70
7.11	Variação dos esforços de controle para o degrau em x	71
7.12	Variação de posição com o tempo em y	71
7.13	Variação dos esforços na caixa para o degrau em y	72
7.14	Variação dos ângulos para o degrau em y	72
7.15	Variação do tilt com o tempo em y	73
7.16	Variação dos momentos na caixa para o degrau em y	74
7.17	Variação dos esforços de controle para o degrau em y	74
7.18	Variação de posição com o tempo para o degrau em XZ	76
7.19	Variação da posição no plano XY	76
7.20	Variação dos ângulos para o degrau em XZ	77
7.21	Variação dos esforços de controle	77
7.22	Variação dos esforços na caixa para o degrau XZ	78
7.23	Variação dos momentos na caixa para o degrau em XZ	78

Lista de Tabelas

2.1	Comparação pelo principio de voo (1=RUIM, 3=BOM)	7
2.2	Configuração de MAVS	9
2.3	Variáveis relacionadas as forças presentes na aeronave	11
2.4	Comparação de diferentes modelos de simulação para sloshing	15
3.1	Lista de parâmetros para o quad-rotor com configuração de tilt variável	26
3.2	Parâmetros do multirrotor	30
3.3	Equações para os componentes presentes no <i>AirSim</i> [®]	32
3.4	Equações para o modelo físico presente no <i>AirSim</i> [®]	33
3.5	Equações para o <i>PhysicsBody</i>	34
5.1	Tabela de parâmetros de trajetória adapta de de Machini (2018)	52
6.1	Equações para o <i>PhysicsBody</i> da caixa com fluido	61
7.1	Parâmetros para a simulação de rotação	63
7.2	Comparação resultados presentes em referências e nesse trabalho	64
7.3	Valores de parâmetros utilizados em Li et al. (2021) e neste trabalho	75

Lista de símbolos

Ω	- Velocidade de rotação do rotor
J	- Matriz de inércia
m	- Massa da aeronave
g	- Gravidade
ϕ	- Rotação da aeronave em X
θ	- Rotação da aeronave em Y
ψ	- Rotação da aeronave em Z
β	- Ângulo de tilt
u	- Velocidade linear em X
v	- Velocidade linear em Y
w	- Velocidade linear em Z
ρ_i	- Densidade do fluído célula i
u_i	- Velocidade do fluído na célula i
u_{max}	- Velocidade máxima das partículas
α	- Rotação perpendicular ao braço da aeronave
β	- Rotação paralela ao braço da aeronave
γ	- Ângulo entre os braços da aeronave com relação ao eixo X no referencial da aeronave
α_i	- Rotação perpendicular ao braço da aeronave no rotor i
β_i	- Rotação paralela ao braço da aeronave no rotor i
γ_i	- Ângulo entre os braços da aeronave com relação ao eixo X para o rotor i
k	- Coeficiente de empuxo do rotor
Ω	- Velocidade do rotor i
n	- Número de rotores
l	- Tamanho do braço
z_{CG}	- Posição do centro de gravidade no eixo z no referencial da aeronave
k_d	- Coeficiente de arrasto da aeronave
b	- Coeficiente de arrasto da hélice
k	- Coeficiente de empuxo do rotor/hélice
J_{xx}	- Momento de inércia principal em relação ao eixo x
J_{yy}	- Momento de inércia principal em relação ao eixo y
J_{zz}	- Momento de inércia principal em relação ao eixo z
u_{pwm}	- Comando de velocidade dos ESCs para os rotores
B_{CG}	- Centro de gravidade da aeronave
t_0	- Tempo inicial

- K - Matrix de ganho do controlador
- K_x - Matrix de ganho proporcional para o controlador
- K_1 - Matrix de ganho integral na trajetória para o controlador
- Θ - Velocidade angular do sistema
- X - Estado da aeronave
- U - Variáveis de entrada
- ω - Velocidade angular do sistema
- r - Posição do sistema

SUMÁRIO

1	Introdução	1
2	Revisão Bibliográfica	6
2.1	Definição e Configurações de MAVs	6
2.2	Tipo de atuadores em multirrotores	8
2.3	Modelagem dinâmica	10
2.3.1	Modelagem de uma aeronave multi-rotor com tilt	10
2.3.2	Modelagem do deslocamento do fluido	12
2.4	Modelagem do sloshing	14
2.5	Dinâmica dos fluídos	15
2.5.1	Método Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)	16
2.5.2	Método utilizando elementos finitos	17
2.5.3	Método de volumes finitos	18
2.5.4	Método <i>Particle-In-Cell</i> (PIC)	19
2.5.5	Resumo	22
2.6	Técnicas de controle	22
3	Modelo da aeronave	24
3.1	Modelo simplificado	24
3.1.1	Forças aplicadas na aeronave	25
3.1.2	Equação dinâmica do sistema	28
3.2	Modelo Airsim	29
4	Simulação da dinâmica do fluido	35

	1
4.1 Simulação PIC/FLIP	35
4.2 Solução numérica fluido dinâmica	38
4.3 Algoritmos e paralelização	46
5 Técnica de controle	48
5.1 Regulador quadrático linear (LQR)	48
6 Modelo da interação Fluido-Aeronave	56
6.1 Esforços na interação fluido-estrutura	56
6.2 Dinâmica aeronave-fluido	60
7 Resultados	62
7.1 Simulação da caixa com líquido	62
7.2 Controle de uma aeronave com fluido	64
7.2.1 Degrau em Z	65
7.2.2 Degrau X	68
7.2.3 Degrau em Y	70
7.2.4 Degrau em XZ	75
8 Conclusão	80

CAPÍTULO I

Introdução

Os VANT's (veículos aéreos não tripulados) foram utilizados, inicialmente, para fins militares, e com o passar do tempo se popularizaram e passaram a ser utilizados em diversas funções como reconhecimento de terrenos, espionagens, sendo utilizados até mesmo para enviar mensagens.

Diversos avanços tecnológicos permitiram a popularização do uso de VANT's em aplicações civis de baixo custo. Como desdobramento desta popularização no Brasil, houve uma regulamentação editada pela ANAC (ANAC, 2017) que determina os requisitos gerais para aeronaves não tripuladas entre outros assuntos, como a limitação de peso, carga e altitude máxima. Esta normatização ocorreu através do Regulamento Brasileiro de Aviação Civil Especial nº 94/2017 (RBAC-E nº 94/2017), tendo sido aprovada pela Resolução N^o 419, de 2 de maio de 2017 que é complementar às normas de operação de drones do Departamento de Controle do Espaço Aéreo (DECEA), bem como da Agência Nacional de Telecomunicações (ANATEL).

Esta regulamentação prevê, como regra, a impossibilidade de voo completamente autônomo da aeronave, sendo que, todo voo deve ter um piloto responsável. Entretanto, para atividades rurais e militares existem exceções, possibilitando a autonomia, assim em vista da possibilidade de completa autonomia da aeronave, a sua estabilidade é de extrema importância, já que impedirá a perda de controle da aeronave, bem como evitará o dano a pessoas e bens móveis e imóveis.

A disseminação de VANT's de menor porte, os chamados MAV's (Micro Aerial Vehicles), está crescendo ao longo dos últimos anos. Porém, a baixa autonomia deste tipo de aeronave

é um problema para sua utilização, assim algumas linhas de pesquisas mais recentes propõem métodos de recarga automática (JUNAID e colab., 2016) e métodos de propulsão híbrida.

Insta ressaltar que para aplicações civis aeronaves mais compactas, versáteis e com menor custo são de grande interesse e importância. Dessa forma, nota-se um aumento da demanda de MAV's no mercado mundial, bem como brasileiro. Dessa forma, surge a necessidade de aeronaves mais eficientes e com melhor relação de empuxo/consumo, sendo a sua estabilidade e autonomia um dos grandes focos na área de controle.

O Brasil, por se tratar de um país com uma agroindústria muito forte, apresenta grande necessidade de tecnologias para esta área, principalmente no uso de pesticidas (PIMENTEL, 2009). Neste sentido, o uso de VANT's na agricultura vem se popularizando em funções que vão desde a coleta de dados (i.e. georeferenciamento), quanto execução de tarefas de precisão, bem como no caso da aplicação localizada de pesticidas, (XUE e colab., 2016).

No entanto, na literatura científica poucos estudos são encontrados a respeito dos VANT's multirrotores autônomos para aplicação de pesticidas. A dificuldade, conforme ressaltado por FAIÇAL et al, (2017) é a necessidade da adaptação do controle para o sistema dinâmico completo.

O aumento da necessidade de produção costuma refletir no crescimento do consumo de pesticidas. Pimentel (2009) estima que, à época, o mundo utilizava 3 milhões de toneladas anuais de pesticidas e, ainda sim, 40% (quarenta por cento) de todas as plantações eram destruídas por pragas agrícolas.

Pesquisas recentes avançam para viabilizar e otimizar os projetos destas aeronaves para aplicações em operações civis que exigem maiores requisitos de autonomia e alcance, melhor manobrabilidade, menor custo operacional, melhor relação entre energia despendida por massa de carga útil transportada, dentre outras. Além disso, distintas técnicas de controles e estabilização estão sendo investigadas para avaliar a sua robustez frente às perturbações externas, ruídos nos sensores e possíveis incertezas no modelo (MALACHIAS MARQUES e colab., 2017).

Em relação à aplicação dos pesticidas, um dos principais problemas é a falta de precisão. Existem duas formas principais de aplicação de pesticidas, quais sejam, a terrestre e a aérea. A primeira é mais precisa, porém mais lenta e necessita de espaço para passagem dos veículos. Já a segunda, normalmente exige um piloto e é feita de maiores altitudes, o que diminui a precisão.

Por exemplo, com o uso de uma aeronave de asa fixa pilotada, o pesticida é espalhado por grandes áreas não afetadas localmente pela praga que se quer combater. Além disso, há riscos de poluição do meio ambiente e contato com humanos, o que é extremamente prejudicial.

Assim, o uso dos VANT's autônomos são extremamente interessantes, pois eliminam a presença do piloto, permitem uma menor altitude de voo e, no caso das aeronaves multi-rotor, ainda existe uma maior manobrabilidade que impacta diretamente na precisão da aplicação dos pesticidas.

Vale ressaltar que, com a utilização dos VANT's há a otimização na aplicação de pesticidas, tendo em vista que esta modalidade possibilita a utilização da quantidade efetivamente adequada para o controle das pragas nas lavouras. Tal situação favorece não apenas a preservação ambiental, evitando a contaminação do solo, do ar e até mesmo de pessoas, como também traz benefícios econômicos aos produtores rurais que evitam o desperdício dos pesticidas, o que implica em um menor custo para produção.

Ocorre que, a aplicação de pesticidas com VANT's apresenta um inconveniente, qual seja, aproximadamente 40% (quarenta por cento) do peso dessas aeronaves é o inseticida, que consiste em um fluido incompressível dentro de um reservatório.

A qualidade (precisão e volume) do processo de aplicação dos pesticidas está intrinsecamente relacionada à eficiência do controlador da aeronave. Este controlador também necessita se adaptar a diferentes condições de voo onde, no caso do pesticida, a variabilidade está relacionada ao comportamento dinâmico do líquido, chamado de "sloshing".

Modelagem numéricas e uma análise comparativa e detalhada de controle para transporte de carga ainda são escassos na literatura, principalmente, incluindo o efeito de sloshing. A literatura apresenta diferentes tipos de controle para "tilt rotors", como os lineares proposto por Rajappa et al, (2015); Badr et al, (2016); Oosedo et al, (2015) e não lineares (D'AMATO et al, 2016; KENDOUL et al, 2005; RAJAPPA et al, 2015), mas o uso em transporte de carga, principalmente líquida, é escasso e resultados experimentais são difíceis de encontrar, se não inexistentes.

Dessa forma, um dos objetivos desta pesquisa é o equacionamento da dinâmica da aeronave e simulação fluido-dinâmica do recipiente com líquido, que terá a viscosidade desconsiderada dado toda a metodologia de modelagem escolhida, para a implementação de uma

simulação capaz de unir estes dois modelos, tendo em mente a necessidade de um menor tempo de solução para no futuro possibilidade do uso de *hardware-in-the-loop*.

O segundo objetivo é o estudo da influência do tilt em um recipiente com líquido no controle da aeronave, junto a influência da carga. A aeronave que será utilizada neste trabalho terá como base o modelo idealizado no LAA-UFU(Laboratório de Aeronaves Autônomas da Universidade Federal de Uberlândia) onde tem um eixo sem a presença de rotores com tilt e outro com, utilizando um controlador também já trabalhado no LAA-UFU por Machini (2018) o *LQR*(Linear Quadratic Regulator), para tal uma simplificação será feita de que o fator de empuxo das hélices será bem maior que o arrasto sofrido por elas, de maneira a facilitar o controle e focar os resultados nos efeitos da carga líquido e na influência do tilt.

Destaca-se que, o trabalho terá como foco uma abordagem diferente dos trabalhos encontrados na literatura, de maneira a unir a simulação do líquido a da aeronave se baseando em códigos abertos e dentro de um mesmo ambiente, dando importância também à sua implementação em unidade de computação em paralelo(GPU's), para maior velocidade de processamento. Vale ressaltar que durante o desenvolvimento deste trabalho no final de 2021, Li et al. (2021) publicou um artigo, com objetivos semelhantes, antes não existente, na literatura, porém com metodologia diferente e sem análise da influência do tilt, mas que será utilizado para comparação no capítulo 7.

O trabalho apresentado será dividido nos seguintes capítulos

- **Introdução:** Este capítulo onde discutimos a relevância do estudo.
- **Revisão bibliográfica:** Revisão da literatura sobre os temas abordados nesse trabalho.
- **Modelo da aeronave:** Modelo dinâmico da aeronave desconsiderando o fluido em um primeiro momento, focando na presença dos tilts.
- **Simulação do fluido:** Apresentará um detalhamento do algoritmo utilizado para a simulação do recipiente contendo fluido.
- **Técnica de Controle:** Discussão sobre a técnica de controle utilizada na aeronave com Tilt

- **Modelo Fluido-Aeronave:** Apresentará o equacionamento utilizado para unir as equações fluído-dinâmicas com a dinâmica da aeronave.
- **Análise dos resultados:** Apresentará duas partes
 - Comparação dos resultados da simulação do fluído desenvolvida neste trabalho com os da literatura
 - Análise do controlador utilizados na presença de diferentes entradas
- **Conclusão:** Conclusão dos resultados do trabalho e possibilidade de trabalhos futuros.

CAPÍTULO II

Revisão Bibliográfica

2.1 Definição e Configurações de MAVs

Como já afirmado anteriormente os o uso dos VANTS tem se popularizado, eles apresentam diferentes categorias, dentre elas os MAV's que consistem em aeronaves de menor porte, bastante usado por civis.

Dentro da classe dos MAVs, ainda existem diversas configurações possíveis de aeronaves que, dependendo do tipo de missão a ser executada, tem suas vantagens e desvantagens.

De forma geral, as aeronaves multi-rotoras em geral podem ser divididas em dois grandes grupos: as mais pesadas e as mais leves que o ar. A Figura 2.1 apresenta uma classificação geral das aeronaves proposta por Bouabdallah (2007) que leva em consideração o princípio de voo e o tipo de propulsão. A Tabela 2.1 compara aeronaves com diferentes princípios de voo do ponto de vista de miniaturização. As características foram apontadas por Bouabdallah (2007) e, a partir da tabela, conclui-se que as aeronaves com característica VTOL (Vertical Take-off and Landing), a qual inclui helicópteros e dirigíveis, tem maiores vantagens comparado aos outros tipos de configurações quando analisadas globalmente (i.e.: considerando todos os critérios). Estas vantagens se resumem na sua capacidade em executar voos verticais, pairados e em baixas velocidades. A Tabela 2.1 ainda apresenta as configurações mais comuns de MAVs, tanto nas aplicações industriais quanto nas linhas de pesquisas, além de apresentar as vantagens e desvantagens de cada uma.

Dentro das configurações de VTOL, Bouabdallah (2007) ainda sugere que as aeronaves multirrotores e as coaxiais são aquelas que apresentam mais vantagens principalmente quanto aos requisitos de controle, manobrabilidade e capacidade de carga, justificando o seu uso em ambientes com limite de espaço. Porém, os multirrotores ainda levam vantagem na questão de simplicidade mecânica.

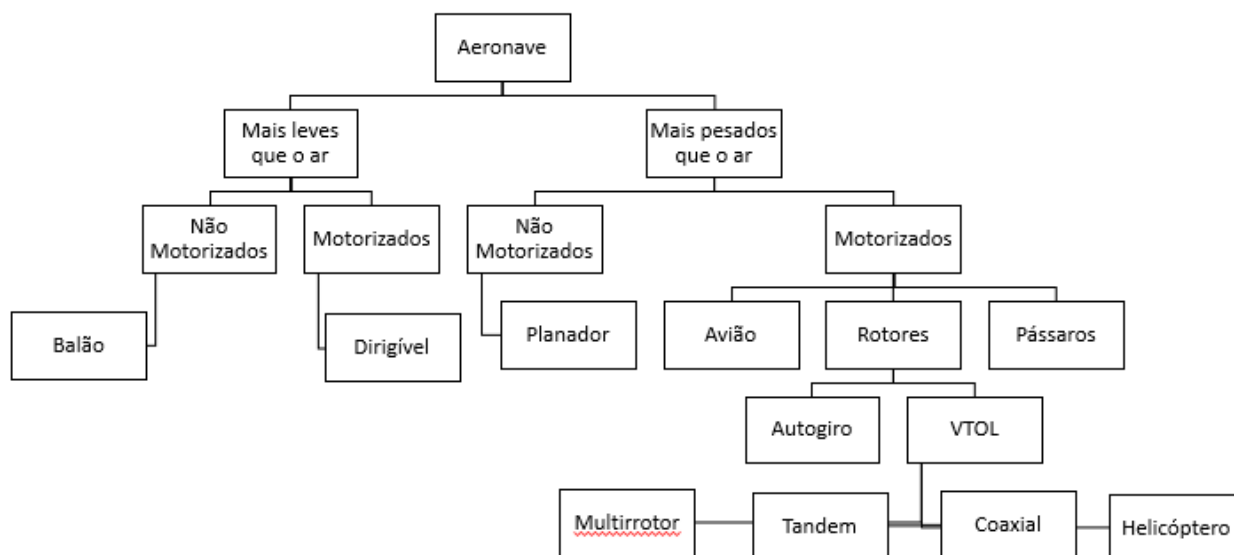


Figura 2.1: Classificação geral de aeronaves

	Avião	Helicóptero	Pássaro	Autogiro	Dirigível
Custo energético	2	1	2	2	3
Custo de controle	2	1	1	2	3
Carga paga / volume	3	2	2	2	1
Manobrabilidade	2	3	3	2	1
Voo pairado	1	3	2	1	3
Voo em baixas velocidades	1	3	2	2	3
Vulnerabilidade	2	2	3	2	2
VTOL	1	3	2	1	3
Autonomia	2	1	2	1	3
Miniaturização	2	3	3	2	1
Uso em ambientes fechados	1	3	2	1	2
Total	19	25	24	18	25

Tabela 2.1: Comparação pelo princípio de voo (1=RUIM, 3=BOM)

A principal diferença entre os multi-rotores e os helicópteros é que os primeiros utilizam hélices com ângulo de passo fixo e controlam sua posição e atitude a partir da variação da velocidade de rotação dos motores, enquanto os segundos os fazem mediante variação do ângulo do passo de hélice Suiçmez (2014).

Os multi-rotor, por sua vez, podem ser classificados quanto à quantidade de rotores presentes em sua estrutura sendo que as configurações mais comuns são: os bicópteros (2 rotores), tricópteros (3 rotores), quadcópteros (4 rotores) e hexacópteros (6 rotores), apresentados na Figura 2.2. O acréscimo de rotores proporciona maior tração e maior empuxo fazendo com que a aeronave tenha maior capacidade de carga.

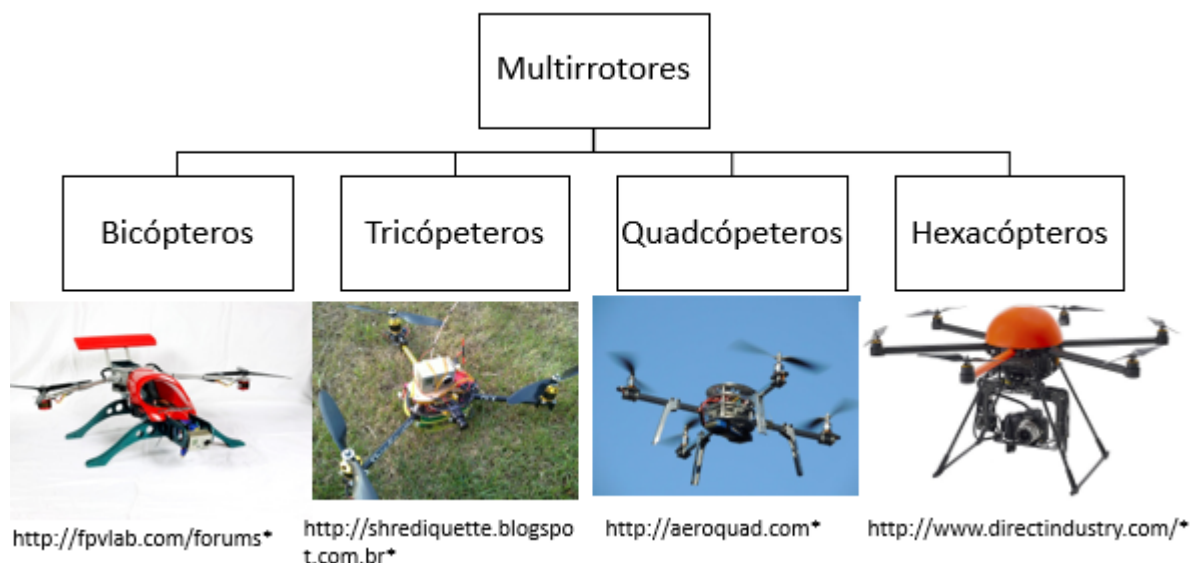


Figura 2.2: Configuração dos multirrotores quanto a quantidade de rotores

2.2 Tipo de atuadores em multirrotores

A forma mais simples de atuação dos multirrotores é através do controle da velocidade de rotação de cada rotor, mantendo sempre os rotores fixos em relação à estrutura da aeronave (Bouabdallah, 2007). Desta forma, o controle de atitude e posição da aeronave é feito a partir do desbalanceamento de forças gerada pelo rotor. Porém, este tipo de configuração não permite que seja feito o controle de posição e atitude simultaneamente, problema conhecido como subatuação e, além disso a aeronave apenas é capaz de executar voo pairado quando está na posição horizontal com respeito ao referencial inercial (Badr et al., 2016).

Existem várias estratégias que podem ser adotadas para otimizar o controle de aeronaves multi-rotoras, no entanto para o controle da orientação do empuxo, existem apenas duas. Uma delas é utilizar um atuador acoplado às hélices de forma que elas tivessem ângulo variável, similar aos helicópteros convencionais. Em seu trabalho, Cutler et al. (2011) observou que, com

Configuração	Vantagens	Desvantagens	Imagem
Asa fixa (Trimble UX5)	Mecânica simples, maior alcance e autonomia	Não executa voos pairados	
Helicóptero (Scout B1-100)	Controlabilidade, manobrabilidade	Mecânica complexa, rotor grande, necessidade de um rotor de cauda	
Rotores coaxiais (Modlab)	Geometria compacta	Aerodinâmica complexa	
Tandem (Dragonfly DP-6)	Controlabilidade, aerodinâmica simples	Tamanho	
Multirrotor (OS4)	Manobrabilidade, mecânica simples, maior capacidade de carga	Tamanho, alto consumo energético	
Dirigível (VAIRDO Brainbox)	Baixo consumo energético, grande autonomia e alcance	Tamanho, baixa manobrabilidade	
Pássaro (Techject Dragonfly)	Boa manobrabilidade, geometria compacta	Mecânica complexa, controle complexo, alto consumo energético	
VTOL híbrido (Universidade de Calgary)	Voo pairado, maior alcance e autonomia	Mecânica complexa	

Tabela 2.2: Configuração de MAVS

esta configuração, a aeronave tem maior agilidade em suas manobras pelo fato do sistema ter uma resposta mais rápida se comparado aos multi-rotores convencionais. Além disso, é possível executar voos invertidos e resolve o problema de saturação dos motores quando são solicitados em manobras agressivas, porém ela apresenta uma mecânica mais complexa para sua construção.

A outra estratégia é o uso de tilt rotor que consiste na movimentação do rotor em relação ao braço da aeronave, permitindo o voo pairado em diferentes orientações. Explorando essa estratégia, Rajappa et al. (2015) propõe uma estrutura para um hexacóptero que explora

de forma eficiente os sinais de entrada dos motores de forma que fiquem livres para rotacionar em torno de seis eixos paralelos, dispensando o uso de atuadores extras, e os ângulos de tilt são otimizados para cada tipo de trajetória e os rotores podem ser ajustados antes do voo.

Ryll et al. (2012) desenvolveram uma aeronave em que os rotores são capazes de rotacionar em torno de um eixo que os conecta ao sistema de coordenadas não inercial. A movimentação dos rotores é feita a partir de atuadores fixos à extremidade dos braços junto aos mesmos.

O projeto de Hintz et al. (2014) consiste em uma aeronave com 8 (oito) rotores, com estrutura similar a um quadcoptero, em que 4 (quatro) deles estão conectados por um braço de forma que os braços da aeronave podem movimentar-se em relação à seu corpo a partir de um único atuador. Este tipo de configuração permite voos pairados com a aeronave a 90 (noventa) graus em relação ao referencial inercial.

Badr et al. (2016) propõem uma configuração de tilt em que os rotores tem liberdade de rotacionar em torno de um eixo perpendicular ao braço de fixação dos rotores. Esta configuração requer 1 atuador extra para cada rotor da aeronave.

Nos trabalhos com a configuração de tilt rotor observou-se que, houve uma redução no consumo energético da aeronave, é possível controlar posição e atitude de forma independente, a aeronave apresenta melhor manobrabilidade e é capaz de rejeitar perturbações externas, tornando-se uma configuração interessante para avaliar o impacto de uma carga líquida na aeronave.

2.3 Modelagem dinâmica

Esta seção está dividida em duas partes: a primeira descreve a modelagem dinâmica do DRONE desconsiderando o movimento do fluido e a segunda descreve o modelo de deslocamento do fluido.

2.3.1 Modelagem de uma aeronave multi-rotor com tilt

Uma aeronave multi-rotora é um sistema subatuado, dinamicamente instável, com seis graus de liberdade, sendo três translações e três rotações, que necessita de controle para que possa executar um voo estável (Fogelberg, 2013). As equações do movimento podem ser

derivadas a partir da Segunda Lei de Newton (Fogelberg, 2013; Suiçmez, 2014; Valavanis, 2007) em que é feito o somatório de todas as forças e momentos aplicados na aeronave em relação a um referencial inercial fixo na terra. A fim de simplificar a análise dos esforços que atuam no corpo, as equações podem ser escritas em relação a um referencial não inercial fixo ao corpo que se relaciona com o referencial inercial a partir das matrizes de rotação e os ângulos de Euler (Cook, 2013).

No projeto desenvolvido por Machini (2018) no LAA-UFU foi realizada a modelagem de uma aeronave multi-rotor genérica com N rotores e a presença de tilt, como mostrado na Figura 2.3.

Com base nos trabalhos de Huang et al. (2009) pode ser obtidos os esforços presentes na aeronave nas coordenadas locais (z_B, y_B, x_B) , que são apresentados na Tabela 2.3.

O conjunto de equações obtido é não linear e as forças atuantes podem ser divididas conforme ilustrado na Tabela 2.3 onde: C_h é uma constante de arrasto da hélice proporcional à velocidade de rotação (α, β) , J é o momento de inercia da hélice, m é a massa da aeronave, I o momento de inercia da aeronave, ϕ , θ e ψ são os ângulos de Euler que representam arfagem, rolagem e guinada, respectivamente, $[\alpha, \beta]$ são os ângulos de tilt como mostrado na Figura 2.3 e u , v e w a velocidade da aeronave em relação ao referencial não inercial fixo à aeronave.

Fonte	Variáveis
Rotação da hélice, flexão da pá	C_h, Ω^2
Mudança na velocidade de rotação da hélice	$J, \dot{\Omega}$
Posição do centro de massa	m, g
Efeito Giroscópio na mudança na orientação do corpo rígido	I, θ, ψ
Efeito Giroscópio na mudança na orientação do plano de rotação da hélice	$J, \Omega_r, \theta, \psi$
Efeito giroscópio devido ao tilt	J, ω, β
Em todo o movimento da aeronave devido ao arrasto	$C, \phi, \theta, \psi, u, v, w$

Tabela 2.3: Variáveis relacionadas as forças presentes na aeronave

Assim, com as matrizes de transformação entre os eixos locais do motor, centro de massa do UAV, e inerciais, os deslocamentos globais podem ser obtidos.

Com esse equacionamento é possível realizar a simulação da resposta dinâmica da aeronave com um modelo simplificado para otimização do controle. A descrição desse conjunto de equações será apresentada no capítulo 3.

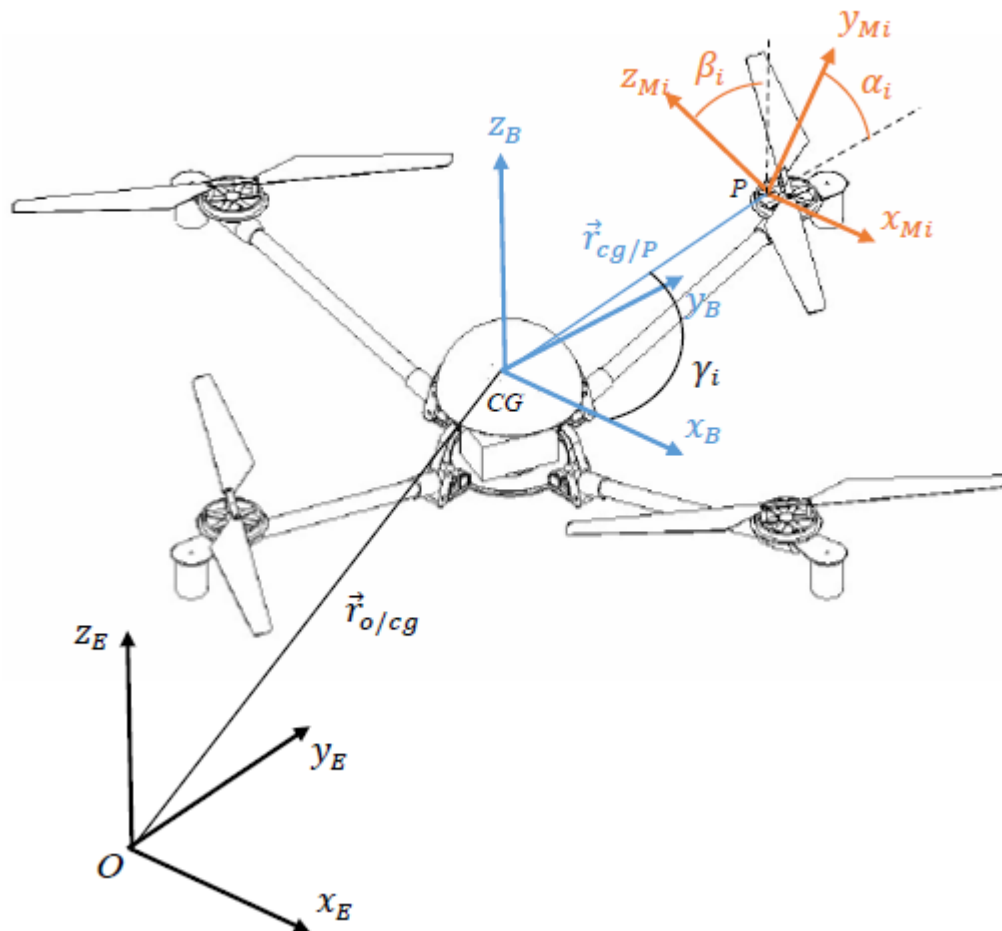


Figura 2.3: Esquema de multi rotor com tilt

2.3.2 Modelagem do deslocamento do fluido

Sloshing

"Sloshing" é um termo usado em inglês para designar qualquer movimento líquido com superfície livre dentro de um recipiente. É causado por qualquer perturbação em recipientes parcialmente completos. Dependendo da perturbação, a superfície livre pode realizar diferentes tipos de movimento: planar, rotacional; simétrico, assimétrico; periódico, caótico; dentre outros. A gravidade exerce significativa influência neste movimento, sendo muitas vezes uma das principais forças externas direcionando o fluido.

O movimento de um líquido dentro de um recipiente tem infinitas frequências de ressonância, porém as normalmente excitadas são as mais baixas devido ao movimento do veículo. Soluções analíticas para obtenção dessas frequências são limitadas à tanques de formatos mais regulares como cilíndrico, retangulares ou esféricos. Em Raouf A. Ibrahim (2005), formulações

com os valores dessas frequências são demonstrados, e é possível ver o quão complexas elas podem ficar mesmo para simples geometrias.

Porém o desenvolvimento de soluções analíticas para "sloshing" de grandes amplitudes não estão bem desenvolvidos, como explicitado por Raouf A. Ibrahim (2005), devido a presença de não linearidades, estas cargas podem ser muito importantes para dimensionar os esforços aplicados no recipiente, assim diferentes maneiras de representa-los devem ser estudadas.

Um dos modelos mais utilizados e simples na literatura para representar diferentes tipos de fenômenos presentes no *sloshing*, é o pendular, que consiste em um ou mais pêndulos (depende do número de frequências que deseja representar) oscilando dentro de um recipiente e descrevendo diferentes parcelas do fenômeno como mostrado na Figura 2.4.

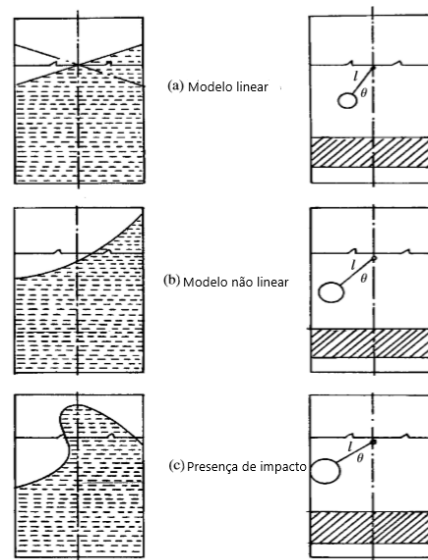


Figura 2.4: Representação de diferentes modelos para sloshing

Na Figura 2.4 apresentada por Raouf A. Ibrahim (2005), pode-se observar diferentes incorporações de não linearidades para o modelo de pêndulo:

- (a) Pequenas perturbações, aonde a superfície permanece planar com a movimentação, este regime é equivalente a um pêndulo com pequenas perturbações.
- (b) Grandes amplitudes na oscilação, onde a superfícies se deforma com o movimento, este regime é equivalente a um pêndulo com grandes perturbações.
- (c) Forte não linearidade com mudanças associadas a bruscas mudanças de velocidade devido a pressões de impacto com o recipiente.

Mesmo que os modelos de *sloshing* possam ser desenvolvidos utilizando modelos simplificados a solução direta das equações de Navier-Stokes, apresentam mais acurácia e incorporam uma maior não linearidade, como o de uma aeronave carregando uma carga líquida. Porém como na literatura, as simulações unificadas, veículo/carga líquida, utilizam em sua maioria modelos simplificados, estes métodos serão analisados na próxima seção.

2.4 Modelagem do sloshing

Vários tipos de modelos para o deslocamento do fluido estão disponíveis na literatura. O uso de CFD (“Computer Fluid Dynamics”) pode ser aplicável para a simulação de *sloshing* como apresentado por Liu et al. (2016) e Nicolsen et al. (2017), em que o primeiro realiza comparação entre modelos de turbulência para representar com acurácia a movimentação do fluido e o segundo utiliza elementos finitos com coordenadas nodais absolutos para tentar representar o comportamento global do deslocamento e os esforços presentes na parede do recipiente.

Porém, devido a complexidade dos cálculos nas metodologias mencionadas acima, modelos simplificados foram desenvolvidos para representar o problema de *sloshing* sendo o mais simples a combinação de massas, molas e amortecedores que ajustados os coeficientes, o comportamento do deslocamento do centro de massa do veículo e as reações dos esforços representam a realidade, como pode ser visto em Luo et al. (2016).

Outra simplificação existente é apresentada por Godderidge et al. (2012), onde a dinâmica do sistema é representada por um pêndulo com amortecimento, que oscila em torno do centro do container e suas propriedades podem ser retiradas através dos parâmetros do problema (i.e. porcentagem de fluido, viscosidade, dimensões do recipiente, etc.).

Um modelo mecânico equivalente mais recente para o problema em questão é apresentado em Deng and Yue (2016) chamado de “moving pulsation ball model”(MPBM), onde uma cavidade esférica contém em seu interior uma capsula esférica que gira livremente sempre apresentando um ponto de contato e com seu raio variando ao longo do tempo.

Na Tabela 2.4 é apresentada uma pontuação dos modelos em relação aos aspectos de precisão (menor erro em relação a experimentos), tempo de cálculo (menor necessidade de cálculo para simulação do mesmo intervalo de tempo) e simplicidade do modelo (facilidade de

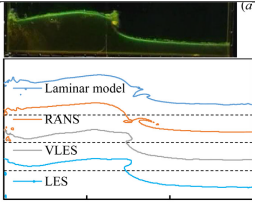
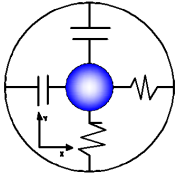
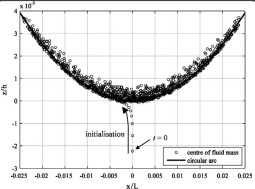
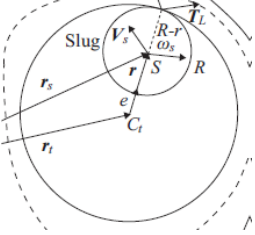
Método	Precisão	Tempo de cálculo	Simplicidade do Modelo	Imagem Ilustrativa
CFD	5	1	1	
Mass-Mola	1	5	4	
Pêndulo	2	5	5	
MPBM	3	5	4	

Tabela 2.4: Comparação de diferentes modelos de simulação para sloshing

implementação).

Assim, como se faz necessário o uso de uma simulação mais precisa para resolver o problema de deslocamento de fluido, métodos que utilizam de CFD se fazem necessários, o foco deste trabalho é integrar as suas soluções na dinâmica da aeronave para a simulação de maneira a melhor reproduzir a realidade.

2.5 Dinâmica dos fluidos

Atualmente com o avanço das unidades de processamento gráfico (GPUs) a possibilidade de paralelizar cálculos, mesmo aumentando o número de operações, vêm atraindo pesquisadores, pois o tempo de simulação pode cair consideravelmente já que ele permite uma maior escalabilidade.

Vários métodos estão presentes na literatura onde cada um possui características específicas, como os métodos de partículas (SPH, PIC, FLIP, entre outros) que através de uma

análise lagrangiana ou mista apresentam diferentes maneiras de resolver problemas hidrodinâmicos.

Nas subseções a seguir os principais tipos de modelos utilizados para simulações fluido dinâmicas serão apresentados, alguns trabalhos presentes na literatura utilizando esses modelos serão apresentados, além de seu equacionamento básico tanto para difusão e advecção, principais fenômenos presentes no transporte de informação para fluídos.

2.5.1 Método Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)

Segundo Katopodes and Katopodes (2019) este método foi apresentado pela primeira vez em 1977, ele não apresenta malha e as partículas carregam todas as informações do fluído.

O SPH demorou para ser refinado devido a tecnologias da época quando foi apresentado, porém apresenta grande facilidade de implementação. Em 2012, Yusuke (2012) implementou o SPH com menos de dez linhas de código e mostrou que com as tecnologias atuais ele pode ser amplamente usado para realizar simulações visuais de fluídos.

A variação das propriedades do fluído é aproximada pela resolução das equações de Navier-Stokes junta a uma interpolação entre as partículas.

Segundo Katopodes and Katopodes (2019) o SPH se baseia na utilização de função de base, onde através dela os estados (f) são aproximadas em um certo ponto do espaço. Tendo um certo ponto em uma posição x , as partículas em posição x' e , função de base W e h o tamanho da região de influência em relação ao ponto x :

$$f(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) d\mathbf{x}' \quad (2.1)$$

Assim teremos a conservação de massa para a partícula i como:

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = \sum_{j=1}^N m_j \mathbf{v}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij} \quad (2.2)$$

E a conservação de momento, para um fluído inviscito:

$$\frac{Du_i}{Dt} = g_i - \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} \right) \nabla_i W_{ij} \quad (2.3)$$

Observando as equações 2.2 e 2.3 pode se notar que dependendo da quantidade de

partículas na região, teremos uma mudança nos estados, o que implica em problemas em regiões de contorno como apresentado por Katopodes and Katopodes (2019).

2.5.2 Método utilizando elementos finitos

Uma técnica também presente na literatura são os elementos finitos, muito utilizada na mecânica dos sólidos, e faz uso do princípio variacional para reformular as equações parciais de fluido-dinâmica. Ao invés de resolver as equações diretamente, se procura uma solução para o funcional associado ao problema.

Baseado nas funções de aproximação linear:

$$\hat{C}(x) = N_i C_i + N_{i+1} C_{i+1} \quad (2.4)$$

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} \frac{x_{i+1} - x}{L_e} & \frac{x - x_i}{L_e} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Difusão,

$$D \frac{d^2 C}{dx^2} + Q(x) = 0 \quad (2.6)$$

$$\delta J = - \int_0^L \left[D \frac{d^2 C}{dx^2} + Q(x) \right] \delta C dx + \left[\left(D \frac{dC}{dx} - q_L \right) \delta C \right]_0^L = 0 \quad (2.7)$$

Em termos matriciais:

$$K_{ij} C_j = f_i \quad (2.8)$$

$$\frac{D}{L_e^2} \begin{pmatrix} 2 & -1 & & & \\ -1 & 2 & -1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_2 \\ C_3 \\ \vdots \\ C_{N_p} \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} Q_1 + 4Q_2 + Q_3 \\ Q_2 + 4Q_3 + Q_4 \\ \vdots \\ Q_{N_p-1} + 2Q_{N_p} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{D}{L_e^2} C_1 \\ 0 \\ \vdots \\ -\frac{q_L}{L_e} \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

E para advecção teremos:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad (2.10)$$

$$\sum_{n=1}^{n_e} \left\{ \left(\frac{L_e}{2} \int_{-1}^1 N_i N_j d\xi \right) \dot{C}_i + \bar{u} \left(\int_{-1}^1 N_i \frac{dN_j}{d\xi} d\xi \right) C_i \right\} = 0 \quad (2.11)$$

$$\int_{-1}^1 N_i \frac{dN_j}{d\xi} d\xi = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$\frac{1}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 & & & \\ 1 & 4 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{C}_2 \\ \dot{C}_3 \\ \vdots \\ \dot{C}_{N_p-1} \end{bmatrix} + \frac{\bar{u}}{2L_e} \begin{bmatrix} 0 & 1 & & & \\ -1 & 0 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_2 \\ C_3 \\ \vdots \\ C_{N_p-1} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Nicolson et al. (2017) utiliza este método para resolver o problema de *sloshing* em caminhões tanque.

2.5.3 Método de volumes finitos

Como explicitado por Katopodes and Katopodes (2019), nesta metodologia ao invés de procurar por uma aproximação à equação diferencial, o método de volumes finitos se preocupa a construir um esquema numérico baseado diretamente em uma conservação de energia escalar.

A construção se baseia na seguinte ideia:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} C d\Omega + \int_S \mathbf{q} \cdot d\mathbf{S} + \int_{\Omega} Q(x, t) d\Omega = 0 \quad (2.14)$$

$$-D \left(\frac{C_{i+1} - C_i}{\Delta x} \right) + D \left(\frac{C_i - C_{i-1}}{\Delta x} \right) + \bar{Q}_i \Delta x = 0 \quad (2.15)$$

$$\frac{D}{\Delta x^2} (C_{i-1} - 2C_i + C_{i+1}) = -\bar{Q}_i \quad (2.16)$$

Observando a ideia apresentada no método de elementos finitos, onde é assumida a conservação de informação no elemento, sem nenhuma garantia, o método de volumes finitos

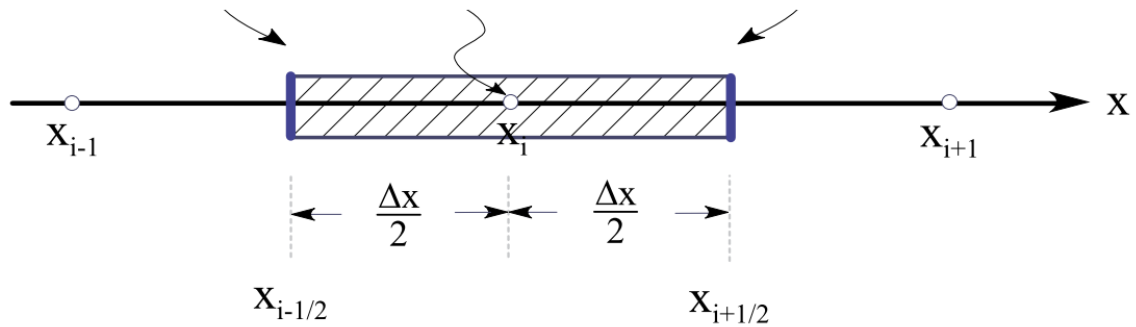


Figura 2.5: Esquema de uma célula para volumes finitos

garante esse balanço localmente, permitindo uma conservação global natural à solução.

O método variacional em elementos finitos como mostrado na equação 2.9 não garante um balanço de energia entre elementos, o que ele afirma é a conservação de energia na solução como um todo. Logo, embora muito usado para discretização de meios sólidos contínuos, ele pode trazer problemas para fluídos, pois a natureza do problema permite maiores discontinuidades na construção da equação.

Este método é amplamente usado na literatura para resolver diferentes casos de escoamento e está fortemente presente em pacotes fechados como o Ansys, ele apresenta alta precisão, estabilidade e convergência, porém tem alto tempo de processamento.

2.5.4 Método Particle-In-Cell(PIC)

Como dito em Katopodes and Katopodes (2019) com advento da computação gráfica, surgiu uma ideia de acompanhar as partículas, ao longo de seu movimento porém manter uma estrutura de malhagem para identificar a localização do fluído. Esta técnica ficou conhecida como "Particle-In-Cell"(PIC), nela as existe uma malhagem que contém informações do fluído, como velocidades, massa e energia, que são representadas também em partículas, levando a um conceito lagrangiano, onde elas transportaram a informação de advecção e as quantidades são atualizadas na célula, como será mostrado na próxima seção.

Duas etapas estão presentes nesse método, a primeira que faz uso da malha, onde as equações diferenciais são discretizadas e os estados do fluído são atualizados com exceção da advecção, e no final de cada iteração as partículas são deslocadas para realizar o transporte de

massa.

Assim como ressaltado por Katopodes and Katopodes (2019) essa metodologia retira a concepção clássica de partícula, onde utilizando uma perspectiva lagrangina, as suas iterações realizam todo o transporte de informação, neste caso elas podem ser consideradas somente marcadores, levando a métodos conhecidos como (MAC) *Marker-and-Cell*.

Um problema que é importante ressaltar para o método MAC é a determinação de onde os valores das propriedades são considerados para a resolução numérica nas células, pois como será discutido no capítulo 4, ele pode trazer problemas para escoamentos de altos valores de frequência dependendo da escolha do passo.

O PIC pode ser representado basicamente pelas soluções das equações de Navier-Stokes na malha que são resolvidas na malha através de uma concepção Lagrangiana, e para a advecção e possível de obter:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{V}_A \cdot \nabla C = \nabla \cdot (D \nabla C) \quad (2.17)$$

E na etapa puramente Lagrangina, onde se utiliza da movimentação das partículas para transporte de informação:

$$\mathbf{x}_{new} = \mathbf{x}_{old} + \mathbf{V}_P \Delta t \quad (2.18)$$

Como ressaltado por Katopodes and Katopodes (2019), este método é incondicionalmente estável, porém já foi observado que o tamanho do passo de tempo deve ser conhecido cuidadosamente para impedir que as partículas se desloquem múltiplas células e cause alta difusão numérica, uma proposição feita por Katopodes and Katopodes (2019) é:

$$\Delta x = \frac{u_{max}}{8} \Delta t \quad (2.19)$$

Considerando estes valores se o escoamento tiver gradientes menores, mesmo uma baixa concentração de partículas permite a obtenção de resultados próximos da realidade.

Importante ressaltar que segundo Brackbill et al. (1988), a interpolação de propriedades para a malha e depois no final do passo de volta para as partículas é difusiva, e o uso de funções de

interpolação para determinação desses valores de alta ordem, aumenta esta difusividade. Porém se for utilizada a solução de interpolação de ordem zero onde somente as partículas específicas da malha tenham relevância, a energia é transportada sem continuidade e pode trazer ruído.

Até o momento, só se foi discutido a utilização do método PIC para resolução do escoamento utilizando MAC. Porém como dito por Brackbill et al. (1988) este método apresenta altos níveis de ruído, além de apresentar alta viscosidade numérica, principalmente ligado ao método de interpolação das velocidades das partículas. Porém outros métodos estão presentes, como o FLIP (*Fluid-Implicit Particle*), que será apresentado por ter várias implementações e estudos na literatura (Bridson, 2018).

O FLIP possui um equacionamento muito próximo do proposto no PIC, porém em sua solução difere no método de interpolação e na integração da posição, que utiliza além das velocidades nos nós, também a velocidade calculada das partículas como pode ser visto na equação.

$$\mathbf{x}_{new} = \mathbf{x}_{old} + (\mathbf{V}_P^{old} + \mathbf{V}_C^{old} - \mathbf{V}_C^{new})\Delta t \quad (2.20)$$

Um resumo do método de solução através do FLIP é apresentado por Katopodes and Katopodes (2019):

1. As densidades no novo passo de tempo são determinadas, utilizando como base os valores do passo anterior.
2. O valor da velocidade é interpolado com base no posicionamento das partículas.
3. Os valores de pressão são determinados.
4. As velocidades são calculados usando os valores atuais de pressão.
5. A velocidade dos marcadores é atualizada considerando as velocidades do passo de tempo atual e do anterior da malha.
6. Os marcadores são deslocados para as suas novas posições considerando uma interpolação das velocidades nos nós.
7. Os valores de densidade e viscosidade são calculados baseados nas partículas dentro de cada célula.

8. As novas densidades são calculadas e a convergência é atingida quando esses valores ficam estáveis.
9. Caso a convergência não tenha sido atingida a pressão é recalculada e se retorna ao passo 3.
10. Retorno ao primeiro item para execução do próximo passo

2.5.5 *Resumo*

Assim, apesar de existir métodos com mais acurácia como o de volumes finitos e com maior facilidade de implementação como o *SPH*, devido a sua escalonabilidade e uma implementação inicial feita pela *Nvidia*®, dentro de uma plataforma(*Unreal*®) que possui também uma modelagem genérica de multi-rotor, o método de FLIP foi escolhido para realizar a simulação da dinâmica dos fluídos.

2.6 **Técnicas de controle**

Diferentes técnicas de controle são apresentadas na literatura tanto para UAVs quanto para aeronaves ou veículos que apresentem o problema de sloshing. Do ponto de vista de controle, as aeronaves multirrotoras são sistemas dinamicamente instáveis e por isso há a necessidade de inserir controladores em malha fechada para que o voo seja possível. Diversas estratégias de controle foram propostas e comparadas tanto para garantir a estabilidade da aeronave (reguladores) quanto para operações de voo autônomo (rastreadores).

Em geral, as estratégias de controle podem ser classificadas em lineares e não lineares. Uma vez que as equações do movimento dos multirrotor são não lineares, é necessário que as equações sejam linearizadas em torno de um ponto de operação (trimagem) para que as técnicas de controle sejam aplicadas. Dentre as técnicas de controle lineares as mais conhecidas são PID (Proportional Integral Derivative) que se trata de um controlador SISO (Single Input Single Output) e LQ (Linear Quadratic) que se trata de um controlador multiestado. Em Bouabdallah (2007), essas duas técnicas de controle são comparadas quando aplicadas na estabilização de uma bancada de teste com 3 graus de liberdade (arfagem, rolagem e guinada). Estes controladores são

também empregados para rastreamento de trajetória em Raffo et al. (2008), onde são comparados resultados experimentais e simulados.

Para a execução de voos autônomos, os controladores lineares apresentam algumas limitações pois a simplificação e linearização do modelo dinâmico acarreta na omissão de alguns fenômenos não lineares que podem afetar significativamente o comportamento dinâmico da aeronave Kendoul et al. (2005). Além disso, existem problemas de incerteza de parâmetros, saturação dos atuadores, ruídos e perturbações externas que atuam na planta. Logo, faz-se necessário adotar estratégias de controladores mais robustos como as não lineares.

Considerando o problema de sloshing como um pêndulo invertido discutido na seção anterior, Faust et al. (2017) apresenta um controle adaptativo com aprendizado reforçado que limita a oscilação da carga, podendo ser aplicado no caso de sloshing.

Em Sangheon Lee Dipak Kumar Giri (2017) um controle linear PID é apresentado para controlar o efeito da variação do centro de massa, levantando a possibilidade de utilização de um controle LQR para estabilização do sistema, porém os autores levantam a necessidade de criação de um controle adaptativo para diminuir o efeito de "sloshing" sem desestabilizar o sistema.

Este trabalho terá como foco o uso do LQR para controle da aeronave, dado o seu uso já ter sido desenvolvido e validado por Machini (2018) para aeronaves com tilts, porém, no seu equacionamento o fluido não será considerado e o efeito dessa adição será analisado no capítulo 7.

É válido ressaltar que a literatura carece de resultados experimentais e simulados para o transporte de carga líquida em UAV principalmente considerando o sloshing Sangheon Lee Dipak Kumar Giri (2017), o que torna ainda mais relevante o objeto de estudo deste trabalho.

CAPÍTULO III

Modelo da aeronave

Neste capítulo será apresentado como a aeronave foi modelada. Primeiramente foi feita a simulação utilizando o modelo apresentado por Machini (2018), que possui um equacionamento explícito das forças aplicadas na aeronave, e permite uma melhor compreensão da sua resposta além de uma maior facilidade para otimização do controle.

Em seguida, um modelo mais complexo, com a presença de sensores, atuadores e uma metodologia mais genérica. Ele será implementado através da uso do *AirSim*[®], que será descrito nas seções a seguir.

3.1 Modelo simplificado

O modelo simplificado consiste na solução das equações dinâmicas da aeronave utilizando métodos de integração numérica, como o *Range-Kutta*, presentes no *Matlab*[®] e apresentado por Machini (2018).

Na figura 3.1, o modelo de aeronave apresentado possui motores com direção variável através do uso de *tilt's*, tanto paralelos quanto perpendiculares ao braço da aeronave resultando em esforços de diferentes direções.

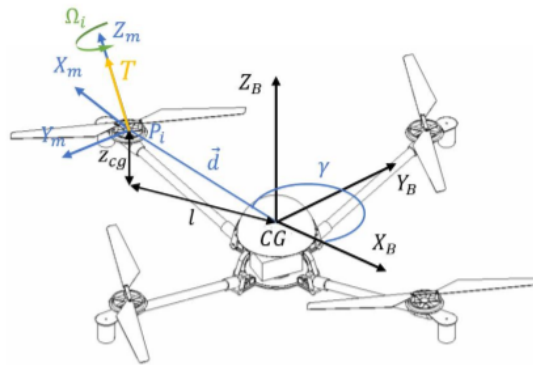


Figura 3.1: Modelo de aeronave apresentado por Machini (2018)

3.1.1 Forças aplicadas na aeronave

Segundo Machini (2018) os principais esforços presentes em uma aeronave são: Empuxo, Arrasto, Gravidade e efeito giroscópico, que serão descritos nas próximas seções.

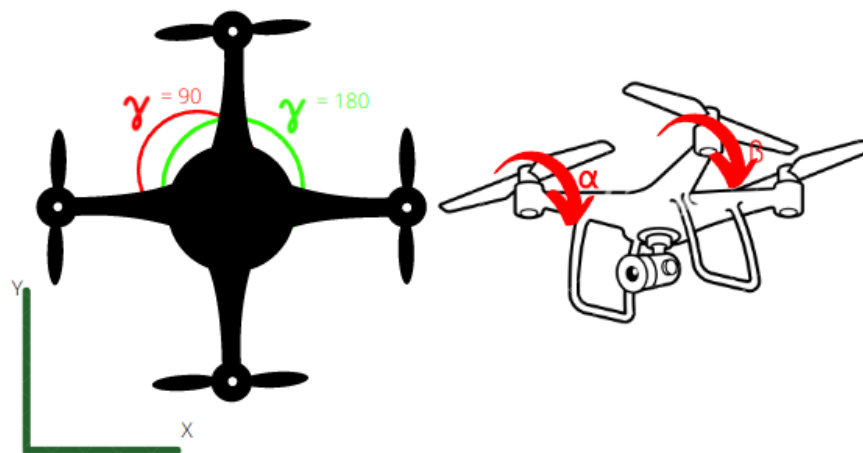


Figura 3.2: Ângulos de tilt e dos braços apresentado por Machini (2018)

A figura 3.2 mostra os ângulos de tilt presentes no equacionamento a seguir, onde:

1. α : Representa a rotação perpendicular ao braço da aeronave
2. β : Representa a rotação paralela ao braço da aeronave
3. γ : Representa o ângulo do braço da aeronave

A tabela 3.1 apresenta o significado das variáveis utilizadas nesta seção.

Variável	Definição
k	Coefficiente de empuxo do rotor
Ω_i	Velocidade do rotor i
$n = 4$	Número de rotores
l	Tamanho do braço
z_{CG}	Posição do centro de gravidade
k_d	Coefficiente de arrasto da aeronave
b	Coefficiente de torque para do rotor
g	Gravidade
θ, ϕ, ψ	Orientação da aeronave em x,y,z respectivamente
J_{xx}, J_{yy}, J_{zz}	Momento de inércia da aeronave

Tabela 3.1: Lista de parâmetros para o quad-rotor com configuração de tilt variável

Empuxo

O empuxo é a força gerada devido a rotação da hélice, que é proporcional a velocidade Ω^2 , como mostrado nas equações abaixo:

$$F_{Empuxo} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n (\sin(\gamma_i) \sin(\beta_i) + \cos(\gamma_i) \sin(\alpha_i) \cos(\beta_i)) k \Omega_i^2 \\ \sum_{i=1}^n (-\cos(\gamma_i) \sin(\beta_i) + \sin(\gamma_i) \sin(\alpha_i) \cos(\beta_i)) k \Omega_i^2 \\ \sum_{i=1}^n \cos(\alpha_i) \cos(\beta_i) k \Omega_i^2 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

E o torque,

$$\tau_{Empuxo} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n (l A_i^1 - z_{c\sigma} A_i^1) k \Omega_i^2 \\ \sum_{i=1}^n (-l B_i^1 + z_{c\sigma} B_i^1) k \Omega_i^2 \\ \sum_{i=1}^n (l c(\gamma_i) A_i^2 - l s(\gamma_i) B_i^2) k \Omega_i^2 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

onde,

$$\begin{aligned}
 A_i^1 &= \sin \gamma_i \cos \alpha_i \cos \beta_i \\
 B_i^1 &= \cos \gamma_i \cos \alpha_i \cos \beta_i \\
 A_i^2 &= \sin \gamma_i \sin \alpha_i \cos \beta_i - \cos \gamma_i \sin \beta_i \\
 B_i^2 &= \cos \gamma_i \sin \alpha_i \cos \beta_i + \sin \gamma_i \sin \beta_i
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Arrasto

O arrasto é a resistência do ar devido a deslocamento da aeronave, ele não é muito significativo em baixas velocidades, porém pode trazer grandes diferenças na presença de perturbações causadas pelo deslocamento de ar.

$$F_D^{BCS} = -k_d \vec{v} = \begin{bmatrix} -k_{dx}u \\ -k_{dy}v \\ -k_{dz}w \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

E os torques,

$$\vec{t}_F = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n -\text{sign}(\Omega_i) (\sin(\gamma_i) \sin(\beta_i) + \cos(\gamma_i) \sin(\alpha_i) \cos(\beta_i)) b\Omega_i^2 \\ \sum_{i=1}^n -\text{sign}(\Omega_i) (-\cos(\gamma_i) \sin(\beta_i) + \sin(\gamma_i) \sin(\alpha_i) \cos(\beta_i)) b\Omega_i^2 \\ \sum_{i=1}^n -\text{sign}(\Omega_i) \cos(\alpha_i) \cos(\beta_i) b\Omega_i^2 \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

Gravidade

É a força de campo presente em todo corpo na superfície terrestre, e a maior parte da energia gasta nos rotores são para resistir a este esforço.

$$F_{grav}^{BCS} = \left(R_B^I \right)^T \cdot F_{grav}^{ICS} = \begin{bmatrix} mg \sin \theta \\ -mg \sin \phi \cos \theta \\ -mg \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \tag{3.6}$$

Efeito giroscópico

Este efeito está presente devido à presença do grau de liberdade de rotação nos rotores

$$\tau_{gyro} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n T_1 J_{mi} \Omega_i \\ \sum_{i=1}^n T_2 J_{mi} \Omega_i \\ \sum_{i=1}^n T_3 - (\dot{\alpha}_i + Q) (s(\gamma_i) s(\beta_i) + c(\gamma_i) s(\alpha_i) c(\beta_i)) J_{mi} \Omega_i \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Tal que,

$$\begin{aligned} T_1 &= \left((\dot{\alpha}_i + Q) c(\alpha_i) c(\beta_i) - (R - s(\alpha_i)) (-c(\gamma_i) s(\beta_i) + s(\gamma_i) s(\alpha_i) c(\beta_i)) \right) \\ T_2 &= \left(- \left(c(\alpha_i) \dot{\beta}_i + P \right) c(\alpha_i) c(\beta_i) + (-s(\alpha_i) + R) (s(\gamma_i) s(\beta_i) + c(\gamma_i) s(\alpha_i) c(\beta_i)) \right) \\ T_3 &= \left(c(\alpha_i) \dot{\beta}_i + P \right) (-c(\gamma_i) s(\beta_i) + s(\gamma_i) s(\alpha_i) c(\beta_i)) \end{aligned} \quad (3.8)$$

3.1.2 Equação dinâmica do sistema

Com os esforços presentes na aeronave, as equações do sistema podem ser obtidas e resolvidas utilizando solvers já presentes no MATLAB, a equação dinâmica para os esforços lineares presentes na aeronave são:

$$m \begin{bmatrix} \dot{u} - Rv + Qw \\ \dot{v} - Pw + Ru \\ \dot{w} - Qu + Pv \end{bmatrix} = \vec{T}_{BCS} + \vec{F}_D^{BCS} + \vec{F}_{grav}^{BCS} \quad (3.9)$$

Para os angulares:

$$\begin{bmatrix} J_{xx} \dot{P} + QR (J_{zz} - J_{yy}) \\ J_{yy} \dot{Q} + PR (J_{xx} - J_{zz}) \\ J_{zz} \dot{R} + PQ (J_{yy} - J_{xx}) \end{bmatrix} = \vec{\tau}_T + \vec{\tau}_G + \vec{\tau}_F \quad (3.10)$$

Considerando a transformação entre as coordenadas do corpo e as fixas como:

$$\dot{\omega} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi \\ \cos \theta \sin \psi & \cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \dot{\Theta} \quad (3.11)$$

A modelagem simplificada utilizando o trabalho de Machini (2018) pode ser representada no diagrama 3.3.

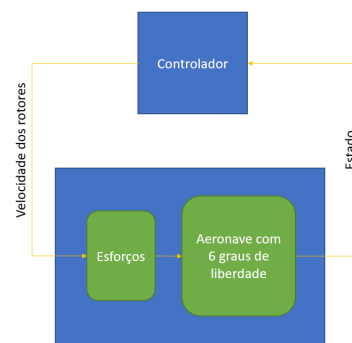


Figura 3.3: Diagrama da modelagem dinâmica simplificada utilizando MATLAB

O modelo simplificado não apresenta a influência dos sensores, e foi construído especificadamente para a utilização de Drones com tilt, sua importância vem na possibilidade de utilizá-lo para uma comparação intrínseca com o modelo mais genérico e complexo implementado no *AirSim*[®] e parametrização do controle.

3.2 Modelo Airsim

Este modelo desenvolvido pela *Microsoft*[®] permite o uso de diferentes tipos de sensores para modelar a dinâmica da aeronave. Uma das ideias desse *framework* é de permitir a utilização de controladores comerciais como o PX4 para realizar *Hardware-In-The-Loop* de forma mais próxima à realidade, em concordância os objetivos desse trabalho.

Para o nosso estudo, a aeronave presente no laboratório foi inserida no *AirSim*[®] como mostrado na figura 3.4.

É importante ressaltar que na figura 3.4 o hardware montado não contém tilt pois ainda não foi incorporado fisicamente a aeronave experimental, mas já está presente na simulação no *AirSim*[®].

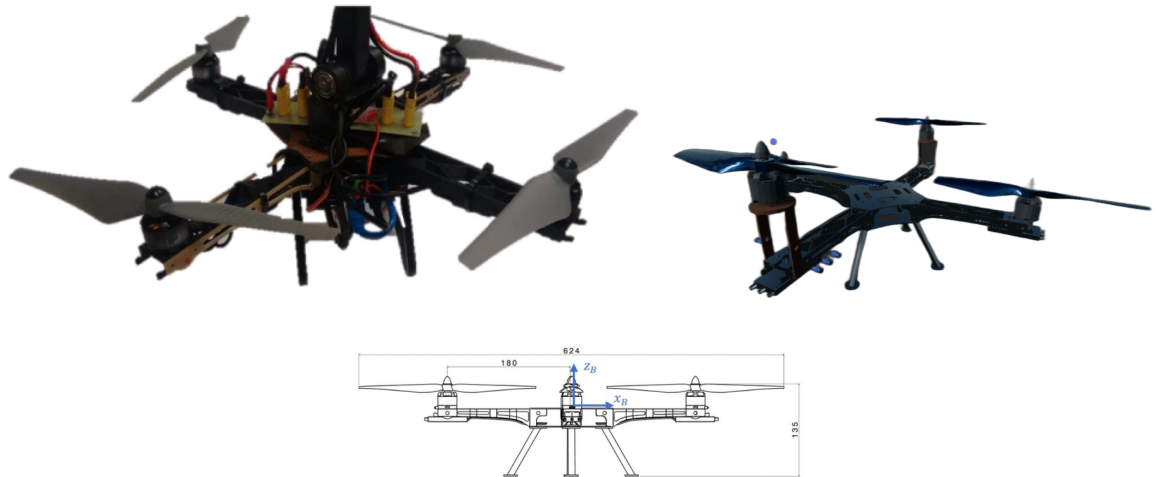


Figura 3.4: Hardware da aeronave (à esquerda), modela *AirSim*[®](à direita), desenho da aeronave abaixo

Parâmetro	Valor
Número de rotores	4
Massa	0.9
Inércia em x	0.008
Inércia em y	0.008
Inércia em z	0.013
Coefficiente de arrasto	4.8e-3
Tamanho do braço	0.180
Altura do tilt	0.10

Tabela 3.2: Parâmetros do multirroto

Os componentes da simulação foram idealizados no *AirSim*[®] considerando a estrutura do *hardware* de uma aeronave multirroto (placas, ESCs, rotores, etc) e a nomenclatura utilizada aqui terá o mesmo padrão do código fonte, de maneira a garantir a possibilidade do leitor consultar se necessário.

Na aeronave, os seguintes componentes estão presentes:

- *FlightEstimator*: Utiliza os valores dos estados da aeronave para representar as saídas dos sensores
- *Controller*: Implementação da lei de controle que utiliza os valores de estados e retorna os comandos de controle.
- *Mixer*: Elemento de regulação para a saída do controlador, representando as limitações físicas dos atuadores

E para o os cálculos dos esforços e estados, tem-se os seguintes elementos:

- *PhysicsEngine*: Utilização da segunda lei de newton para cálculo das aceleração e integração das equações diferenciais.
- *PhysicsBodyVertex*: Interface para aplicação dos esforços na aeronave(rotores e fluído), que será transportada para o centro do corpo.
- *Multirrotoir/Physicsbody*: Implementação das forças aplicada no multi-rotor de maneira através dos *PhysicsBodyVertex*.

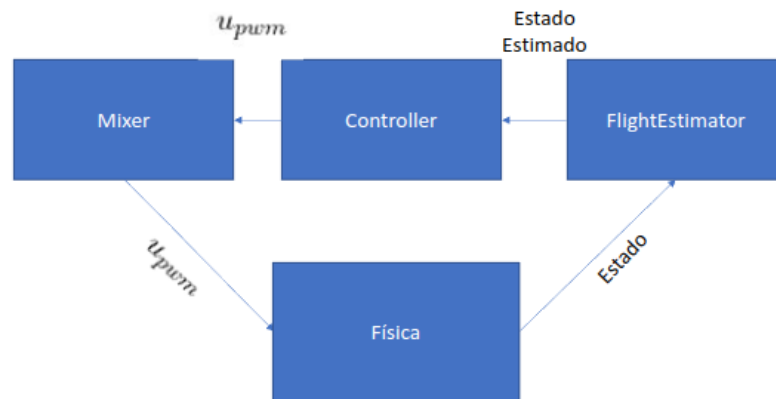


Figura 3.5: Ilustração dos componentes da aeronave com a física do sistema

Os componentes são representados na figura 3.5 onde é possível de observar que a estrutura do *AirSim*[®] permite a simulação de sensores(IMUs, barômetros) etc, para estimação do estado. Além disso, tem-se uma melhor representação física do funcionamento tanto da lei de controle, quanto do sinal enviado aos atuadores, que no caso em estudo consiste em ESCs que recebem um sinal PWM para ser enviado aos rotores. Uma abstração do equacionamento presentes nos componentes é apresentado na tabela 3.3.

Pela tabela 3.3 é possível observar algumas generalizações possíveis no *AirSim*[®]. Primeiramente, temos uma saturação do sinal realizada pelo *Mixer*, que representa a velocidade máxima permitida pelo motor, atrelado também a um torque máximo. Em segundo lugar temos um estimador de estado, que permite a simulação de sensores, como já citado anteriormente, e por último temos a lei de controle utilizada, que neste trabalho será o *LQR* discutido nas seções

Nome	Símbolo	Equação
Mixer	\hat{u}_{pwm}	$\hat{u}_{pwm} = \begin{cases} 1 & \text{Se } u_{pwm} > 1 \\ u_{pwm} & \text{Se } u_{pwm} < 1 \ \& \ u_{pwm} > 0 \\ 0 & \text{Se } u_{pwm} < 0 \end{cases}$
<i>FlightEstimator</i>	\hat{S}	$\hat{S} = F(S)$
<i>Control</i>	u_{pwm}	$u_{pwm} = F(e, S, \omega)$

Tabela 3.3: Equações para os componentes presentes no *AirSim*[®]

futuras. Todos esse elementos representam a simulação do hardware utilizado no *AirSim*[®]. No caso deste trabalho vale ressaltar que:

$$\begin{aligned} \hat{S} &= S \\ u_{pwm} &= LQR(e, S, \omega) \end{aligned} \quad (3.12)$$

Como não está presente a simulação de sensores, o estado é obtido diretamente da física. Além disso, o controlador é o LQR.

O modelo de física utilizado no *AirSim*[®] é representado na figura 3.6, o equacionamento pode ser visto na tabela 3.4:

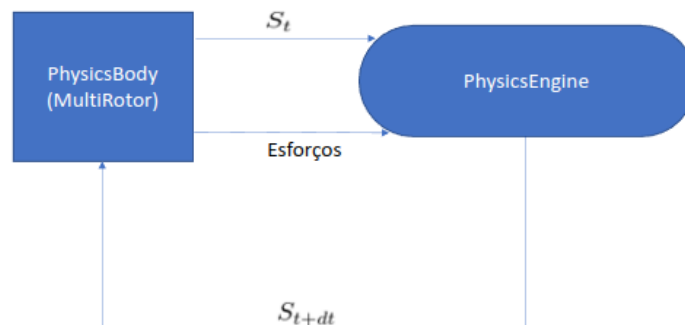


Figura 3.6: Visão geral da física

A física presente no *AirSim*[®] mostrada na figura 3.6 apresenta uma formulação Newto-

niana onde os esforços são calculados em cada nó e transportados para o centro de gravidade(B_{CG}) da aeronave. Um resumo do equacionamento e mostrado na tabela 3.4.

Nome	Símbolo	Equação
PhysicsEngine	$S^{t+\Delta t}$	$S^{t+\Delta t} = \frac{\dot{S}^t + \dot{S}^{t+\Delta t}}{2} \Delta t$

Tabela 3.4: Equações para o modelo físico presente no *AirSim*®

Na tabela 3.4 é possível observar que a solução da EDO consiste em um sistema numérico explícito de segunda ordem.

Em sequência tem-se a figura 3.7 que mostra o modelo da aeronave presente no *AirSim*® que será utilizado neste trabalho.

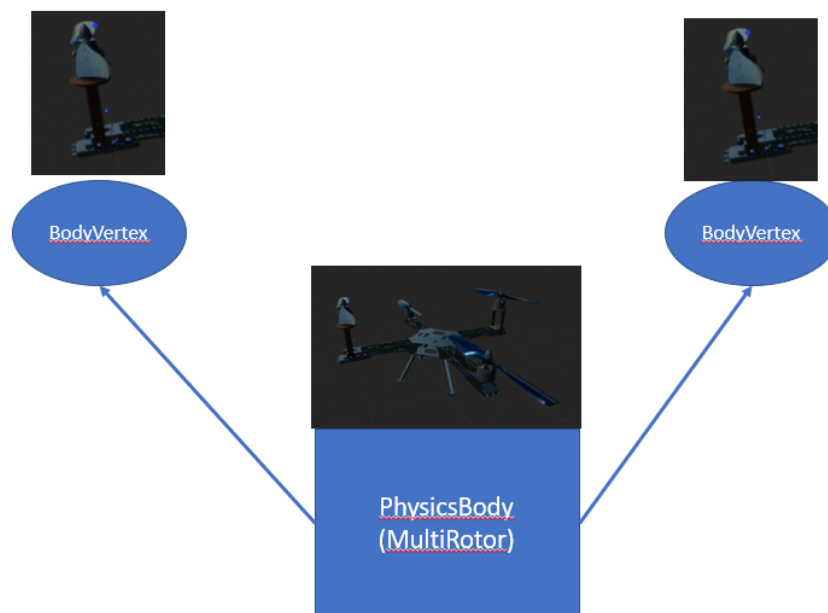
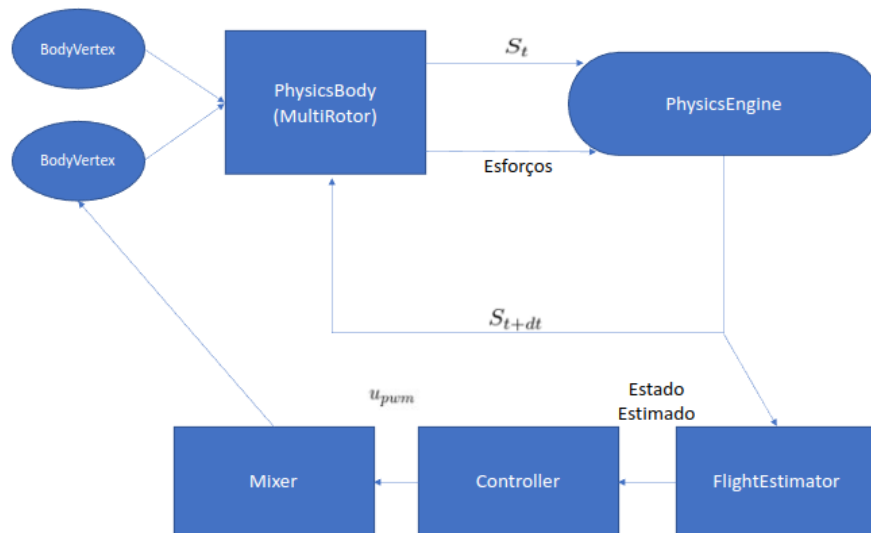


Figura 3.7: *PhysicsBody* para a aeronave com tilt

Para a aeronave utilizada neste trabalho, será aplicado o equacionamento apresentado na tabela 3.5, onde é possível observar que as equações desenvolvidas no *Matlab*® e as apresentadas no *AirSim*® devem convergir para a mesma solução, dado as simplificações necessárias ligadas a cada um, pois o *AirSim*® nada mais é do que uma generalização de modelo para corpo rígido, semelhante ao apresentado por Malachias Marques et al. (2017) com o *Simulink*.

Para facilitar a compreensão do leitor, a figura 3.8 apresenta uma visualização genérica do modelo utilizado no *AirSim*®.

Nome	Símbolo	Equação
<i>BodyVertex</i>	$F_{rotor},$ τ_{rotor}	$F_{rotor} = k(u_{pwm}\omega_{max})^2 N_{tilt}$ $\tau_{rotor} = b(u_{pwm}\omega_{max})^2 N_{tilt} sign(\omega)$
<i>PhysicsBody</i>	$F_{BCS},$ τ_{BCS}	$F_{BCS} = \sum_{n=1}^4 F_{rotor}^i$ $\tau_{BCS} = \sum_{n=1}^4 \tau_{rotor}^i$

Tabela 3.5: Equações para o *PhysicsBody*Figura 3.8: Esquema da simulação presente no *AirSim*®

Ambos os modelos apresentados serão utilizados, em que para o *tuning* do controle foi escolhido o modelo do *Matlab*® devido a sua simplicidade de implementação e rapidez de execução, porém para uma análise mais detalhada do comportamento da aeronave sujeita a diferentes entradas será utilizado o *AirSim*®, onde foi feita a inclusão da simulação do fluido.

CAPÍTULO IV

Simulação da dinâmica do fluido

Fluido-Dinâmica pode utilizar diferentes métodos de discretização: elementos finitos, volumes finitos, diferenças finitas, ou uma combinação entre eles, a seguir será apresentado o método utilizado para a simulação numérica do *sloshing*, que será integrada a dinâmica da aeronave para que a perturbação adicionada devido a sua presença possa ser avaliada.

Diferentes métodos de solução presentes na literatura de fluido-dinâmica apresentam maior acurácia do que o apresentado a seguir, porém possuem um tempo computacional elevado. Um dos principais objetivos do método apresentado é integrar a dinâmica do fluido ao sistema de maneira mais próxima ao real, mas com um menor tempo computacional.

4.1 Simulação PIC/FLIP

Brackbill et al. (1988) apresenta o método FLIP (Fluid Implicite Particle) para simulação fluido dinâmica, usando a sistemática Lagrangiana aplicada as partículas, com objetivo de eliminar o transporte convectivo, a maior fonte de difusão computacional em cálculos de escoamento. Esta técnica permite uma maior velocidade computacional devido a paralelização, utilizando uma malha que contém às informações para o cálculo de pressão, sem perder precisão.

O método PIC (Particle-in-cell) é um predecessor do FLIP, que apresentava problemas com viscosidade numérica e condução de calor. O PIC clássico utiliza partículas para transporte de massa, e o transporte de momento se faz através de malha, que com a passagem de informação

entre a malha e as partículas durante o cálculo, aparece uma difusão numérica.

No PIC clássico as equações de Navier-Stokes são resolvidas na malha por diferenças finitas, onde elas são apresentadas da seguinte maneira, considerando o fluido incompressível:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla U = 0 \quad (4.1)$$

$$\rho \frac{dU}{dt} + \nabla p - \nabla(2\mu) \nabla U + \nabla T = 0 \quad (4.2)$$

$$\rho \frac{dI}{dt} + p \nabla U + \lambda(\nabla U)^2 + \mu T \cdot T = 0 \quad (4.3)$$

Onde,

$$T_{ij} = \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.4)$$

As partículas são modeladas considerando que estão passando pelo Grid, a informação do Grid é atualizada de acordo com o movimento das partículas, onde existem um peso em relação as massas das partículas, tendo assim:

$$\rho_c = \sum_p \frac{m_p S_n(x_p - x_c)}{V_c} \quad (4.5)$$

Onde o subíndice p indica a partícula, e o subíndice c indica a célula, e existe a função de interpolação S_n , que apresenta o valor entre 0 e 1 baseado na distância da célula $x_p - x_c$. Ela basicamente consiste em uma média ponderada considerando a localização das partículas, dando mais peso as que estão próximas, de tal maneira que:

$$\sum_c S(x_c - x_p) = 1 \quad (4.6)$$

A grande diferença entre o método PIC clássico e o "full particle" é que as novas informações presentes nas partículas não são substituídas, mas sim atualizadas, considerando a velocidade anterior da partícula, uma adição também considerada no *FLIP*.

$$\Delta q_{i,j,k} = q_{i,j,k}^{new} - q_{i,j,k} \quad (4.7)$$

$$q^{update} = \alpha q^{new} + (1 - \alpha)(q^{ant} + \Delta q_{i,j,k}) \quad (4.8)$$

Em que q é a informação considerada.

No método clássico cada partícula apresenta uma quantidade de energia que será transportada:

$$e_p = m_p \sum_c \frac{E_c^i}{M_c^i} S(x_p^i - x_c) \quad (4.9)$$

$$E_c^f = \sum_p e_p S(x_p^f - x_c) = \sum_c \frac{E_c^i}{M_c^i} \sum_p m_p S(x_p^f - x_c) S(x_p^i - x_c) \quad (4.10)$$

Nishiguchi and Yabe (1982) mostra que mesmo que as partículas não se movimentem, a energia não é mantida a mesma, pois a aplicação da função de interpolação no transporte de informação entre as partículas e a malha, é novamente reaplicada para fazer o caminho reverso, difundindo assim a informação inicial, e quanto maior o grau, maior é essa difusão.

Já no método "Full Particle" se estabelece uma relação entre a difusão de energia, momento e a difusão de massa. Ele utiliza valores anteriores das informações para calcular o valor atual. Porém este método permite a penetração das partículas dentro do material, já que não é mais o Grid que controla o local da informação. Uma maneira de resolver este problema é apresentado no FLIP, onde se usa a interpolação da velocidade do Grid para atualizar a informação da partícula.

$$M_v = \sum_p m_p S_1(x_p - x_v) \quad (4.11)$$

$$U_v = \sum_p m_p u_p S_1(x_p - x_v) / M_v \quad (4.12)$$

Um outro ponto importante presente no cálculo do FLIP é a modificação da posição da malha utilizando coordenadas naturais (ϵ, η) , de tal maneira que a massa é conservada entre a passagem da malha para as partículas e o caminho inverso, porém, devido ao grande aumento

numérico deste passo, é utilizado um controle no divergente, como apresentado por Kim et al. (2007).

No desenvolvimento deste trabalho as equações 4.2 - 4.3 podem ser simplificadas pois a energia interna e a dissipação viscosa será desconsiderada além da densidade ser constante.

Assim teremos:

$$\rho \nabla U = 0 \quad (4.13)$$

$$\rho \frac{dU}{dt} + \nabla p = \sum f_{externas} \quad (4.14)$$

Como cada partícula tem sua própria velocidade, a interpenetração entre fluido e sólido ainda é possível.

4.2 Solução numérica fluido dinâmica

Tendo em mente os métodos de partículas e malhas abordados anteriormente (PIC/-FLIP), e as equações de Navier-Stokes, o problema será dividido em diferentes equações de primeiro grau:

$$\frac{Dq}{Dt} = 0 \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = g \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \nabla p = 0 \quad (4.17)$$

$$(4.18)$$

Todo sistema deve respeitar a equação de conservação de massa (no caso do problema ela representa a incompressibilidade):

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (4.19)$$

A solução apresenta diferentes etapas:

- P.1** iniciar as partículas com velocidades nulas e nas posição iniciais
- P.2** Iniciar as células com velocidade zero
- P.3** Marcação das células com relação a presença de fluidos.
- P.4** Determinar o número de células com fluido
- P.5** Transferir a informação das partículas para as células
- P.6** Normalizar as informações de células (Aplicar a função S) observado na equação 4.27
- P.7** Estender a velocidade das partículas nas regiões de superfície livre
- P.8** Calcular a quantidade de fluido em cada célula
- P.9** Aplicar as forças externas
- P.10** Calcular o divergente
- P.11** Determinar a pressão
- P.12** Determinar o valor da pressão no contorno
- P.13** Estender a velocidade das partículas nas regiões de superfície livre
- P.14** Atualizar as velocidades das partículas com a informação da célula
- P.15** Deslocar as partículas
- P.16** Retornar ao passo **P.3**

Primeiramente, todas as partículas são posicionadas na posição inicial determinada pela região de fluido, com velocidade nula. Após, elas são marcadas como descrito na figura 4.1.

Os três tipos de região são:

- Sólido (S): Regiões de contorno que representam a estrutura de contato com o fluido, nesta região o valor de pressão é "inválido".
- Vazias (E): Regiões vazias onde não estão presentes nenhuma partícula, nesta região a pressão é nula, pois consideramos a pressão relativa e não absoluta.

E	E	E	E	E	E	E	E
E	F	E	E	E	E	E	E
S	E	E	F	F	E	E	S
S	E	E	E	F	F	F	S
S	E	F	F	F	F	F	S
S	F	F	F	F	F	S	S
S	F	F	F	S	S	S	S
S	S	S	S	S	S	S	S

Figura 4.1: Marcação das células

- Preenchidas (F): Regiões com partículas que são consideradas com a presença de fluido, nesta região a pressão é desconhecida.

Somente as células com fluido ou adjacentes terão os valores de pressão e velocidade calculados, todas as outras terão valores nulos.

Diferentemente de outras variáveis, a velocidade é salva em uma malha deslocada, assim a velocidade precisa ser tratada para podermos passar a informação da célula para a partícula. Pela formulação é possível de se observar que se tivermos um Δt muito grande podemos ter partículas atravessando um número de malha muito grande e o termos divergência do resultado.

O próximo passo é transferir a informação das partículas para as células, onde a resolução da pressão será feita no processo semi-lagrangiano, para tal a função de interpolação 4.6 será:

$$c_1 = \frac{4}{9(\Delta x)^6} \quad (4.20)$$

$$c_2 = \frac{17}{9(\Delta x)^4} \quad (4.21)$$

$$c_3 = \frac{22}{9(\Delta x)^2} \quad (4.22)$$

$$W(d_2) = 1 - c_1 d_2^3 + c_2 d_2^2 - c_3 d_2 \quad (4.23)$$

$$S(d) = W(d) \quad (4.24)$$

Assim com as equações 4.12 e 4.24 os valores de velocidade nas posições dos grids são calculados. Porém, os valores dos pesos obtidos pela equação 4.24 ainda não foram normalizados, que é executado no próximo passo **P.6**, assim a equação 4.6 será respeitada:

$$u_i^{c*} = \sum_{p=p_i}^{p_f} u_i^p S(x^p - x^c) \quad (4.25)$$

$$v_i^{c*} = \sum_{p=p_i}^{p_f} v_i^p S(y^p - y^c) \quad (4.26)$$

$$w_i^{c*} = \sum_{p=p_i}^{p_f} w_i^p S(z^p - z^c) \quad (4.27)$$

Após todas as células estarem com os marcadores e velocidade corretas, as forças externas são aplicadas segundo a equação 4.17. Que considerando somente a gravidade e discretizando teremos:

$$u_i = u_i^{c*} + \Delta t g_x \quad (4.28)$$

$$v_i = v_i^{c*} + \Delta t g_y \quad (4.29)$$

$$w_i = w_i^{c*} + \Delta t g_z \quad (4.30)$$

Depois de obter o valor das velocidades o divergente precisa ser obtido para solução do sistema, então primeiramente a equação 4.18 deve ser discretizada:

$$u_{i+1/2,j,k}^{n+1} = u_{i+1/2,j,k} - \Delta t \frac{1}{\rho} \frac{p_{i+1,j,k} - p_{i,j,k}}{\Delta x} \quad (4.31)$$

$$v_{i,j+1/2,k}^{n+1} = v_{i,j+1/2,k} - \Delta t \frac{1}{\rho} \frac{p_{i,j+1,k} - p_{i,j,k}}{\Delta x} \quad (4.32)$$

$$w_{i,j,k+1/2}^{n+1} = w_{i,j,k+1/2} - \Delta t \frac{1}{\rho} \frac{p_{i,j,k+1} - p_{i,j,k}}{\Delta x} \quad (4.33)$$

Para as condições limites, teremos diferentes discretizações:

- Condição limite de Dirichlet:

$$p = 0 \quad (4.34)$$

- Região adjacente a sólido:

$$\iint_{\partial cell} \vec{u} \cdot \hat{n} \quad (4.35)$$

$$\vec{u}^{n+1} \cdot \hat{n} = \vec{u}_{\text{solid}} \cdot \hat{n} \quad (4.36)$$

$$u_{i+1/2,j,k}^{n+1} = u_{i+1/2,j,k}^{\text{solid}} \quad (4.37)$$

$$u_{i+1/2,j,k}^{n+1} = u_{i+1/2,j,k} - \Delta t \frac{1}{\rho} \frac{p_{i+1,j,k} - p_{i,j,k}^*}{\Delta x} \quad (4.38)$$

$$p_{i,j,k}^* = p_{i+1,j,k} - \frac{\rho \Delta x}{\Delta t} \left(u_{i+1/2,j,k} - u_{i+1/2,j,k}^{\text{solid}} \right) \quad (4.39)$$

Aplicando para as outras direções:

$$p_{i,j,k}^* = p_{i,j+1,k} - \frac{\rho \Delta x}{\Delta t} \left(v_{i,j+1/2,k} - v_{i,j+1/2,k}^{\text{solid}} \right) \quad (4.40)$$

$$p_{i,j,k}^* = p_{i,j,k+1} - \frac{\rho \Delta x}{\Delta t} \left(w_{i,j,k+1/2} - w_{i,j,k+1/2}^{\text{solid}} \right) \quad (4.41)$$

$$(4.42)$$

Interessante observar que a p^* é uma pressão inexistente, que é a representação da condição da limite de velocidade na região de contorno, traduzida na pressão, mesmo sabendo que a região sólida não possui pressão.

Para discretizar a equação de conservação de massa, deve-se primeiro analisar o operador 4.19, tendo:

$$\nabla \cdot \vec{u} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \quad (4.43)$$

$$\begin{aligned} (\nabla \cdot \vec{u})_{i,j,k} \approx & \frac{u_{i+1/2,j,k} - u_{i-1/2,j,k}}{\Delta x} + \frac{v_{i,j+1/2,k} - v_{i,j-1/2,k}}{\Delta x} \\ & + \frac{w_{i,j,k+1/2} - w_{i,j,k-1/2}}{\Delta x} \end{aligned} \quad (4.44)$$

Importante notar que na equação 4.44 os valores de velocidade não são considerados nos nós, eles são deslocados entre os valores nodais, assim evita-se problemas para escoamentos de alta frequência, pois o valor de velocidade no nó analisado sempre é considerado.

Logo, a discretização de 4.19 fica:

$$\frac{u_{i+1/2,j,k}^{n+1} - u_{i-1/2,j,k}^{n+1}}{\Delta x} + \frac{v_{i,j+1/2,k}^{n+1} - v_{i,j-1/2,k}^{n+1}}{\Delta x} + \frac{w_{i,j,k+1/2}^{n+1} - w_{i,j,k-1/2}^{n+1}}{\Delta x} = 0 \quad (4.45)$$

Substituindo 4.32-4.33 em 4.45:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta x} \left[\left(u_{i+1/2,j,k} - \Delta t \frac{1}{\rho} \frac{p_{i+1,j,k} - p_{i,j,k}}{\Delta x} \right) \right. & \quad (4.46) \\ & - \left(u_{i-1/2,j,k} - \Delta t \frac{1}{\rho} \frac{p_{i,j,k} - p_{i-1,j,k}}{\Delta x} \right) \\ & + \left(v_{i,j+1/2,k} - \Delta t \frac{1}{\rho} \frac{p_{i,j+1,k} - p_{i,j,k}}{\Delta x} \right) \\ & - \left(v_{i,j-1/2,k} - \Delta t \frac{1}{\rho} \frac{p_{i,j,k} - p_{i,j-1,k}}{\Delta x} \right) \\ & + \left(w_{i,j,k+1/2} - \Delta t \frac{1}{\rho} \frac{p_{i,j,k+1} - p_{i,j,k}}{\Delta x} \right) \\ & \left. - \left(w_{i,j,k-1/2} - \Delta t \frac{1}{\rho} \frac{p_{i,j,k} - p_{i,j,k-1}}{\Delta x} \right) \right] = 0 \end{aligned}$$

Isolando os termos da pressão:

$$\frac{\Delta t}{\rho} \left(\frac{6p_{i,j,k} - p_{i+1,j,k} - p_{i,j+1,k} - p_{i,j,k+1} - p_{i-1,j,k} - p_{i,j-1,k} - p_{i,j,k-1}}{\Delta x^2} \right) = - \left(\frac{u_{i+1/2,j,k} - u_{i-1/2,j,k}}{\Delta x} + \frac{v_{i,j+1/2,k} - v_{i,j-1/2,k}}{\Delta x} + \frac{w_{i,j,k+1/2} - w_{i,j,k-1/2}}{\Delta x} \right) \quad (4.47)$$

Para o contorno:

- Condição limite de superfície livre

$$\frac{\Delta t}{\rho} \left(\frac{4p_{i,j} - \left[p_{i,j} + \frac{\rho \Delta x}{\Delta t} (u_{i+1/2,j} - u_{\text{solid}}) \right] - 0 - p_{i-1,j} - p_{i,j-1}}{\Delta x^2} \right) = \quad (4.48)$$

$$- \left(\frac{u_{i+1/2,j} - u_{i-1/2,j}}{\Delta x} + \frac{v_{i,j+1/2} - v_{i,j-1/2}}{\Delta x} \right)$$

- Condição limite de velocidade

$$\frac{\Delta t}{\rho} \left(\frac{3p_{i,j} - p_{i-1,j} - p_{i,j-1}}{\Delta x^2} \right) = - \left(\frac{u_{i+1/2,j} - u_{i-1/2,j}}{\Delta x} + \frac{v_{i,j+1/2} - v_{i,j-1/2}}{\Delta x} \right) \quad (4.49)$$

$$+ \left(\frac{u_{i+1/2,j} - u_{\text{solid}}}{\Delta x} \right)$$

Assim o sistema matricial a ser resolvido se resume a:

$$Ap = b \quad (4.50)$$

Depois da resolução do sistema, obtêm-se a pressão em todos os nós, e o passo **P.13** deve ser feito a fim de evitar a influência da descontinuidade da região de contorno nas interpolações, mesmo feito em **P.7**.

$$\vec{x}_{\text{mid}} = \vec{x}_G - \frac{1}{2}\Delta t \vec{u}(\vec{x}_G) \quad (4.51)$$

$$\vec{x}_P = \vec{x}_G - \Delta t \vec{u}(\vec{x}_{\text{mid}}) \quad (4.52)$$

O algoritmo utilizado foi formulado para dar consistência entre as equações de movimento nas partículas e nas células, parte dessa consistência é obtida através da normalização feita no passo **P.1**, dada pela equação 4.6, independente do tempo $\frac{dS}{dt} = 0$.

A solução da velocidade da partícula é:

$$v_i^{n+1} = (1 - \alpha)v_j^n + \alpha v_{j+1}^n \quad (4.53)$$

Assim, considerando a velocidade $\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{u}(\vec{x})$, temos que a posição pode ser determinada através do método de integração de Runge-Kutta, que neste trabalho será de quarta ordem, colocando o erro de discretização na ordem de $O(\delta t^4)$:

$$k_1 = \vec{u}(\vec{x}_C) \quad (4.54)$$

$$k_2 = \vec{u}(\vec{x}_C + 0.5\Delta t k_1) \quad (4.55)$$

$$k_3 = \vec{u}(\vec{x}_C + 0.5\Delta t k_2) \quad (4.56)$$

$$k_4 = \vec{u}(\vec{x}_C + \Delta t k_3) \quad (4.57)$$

$$x_P = \vec{x}_C + \frac{\Delta t}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (4.58)$$

Segundo Badr et al. (2016), as seguintes condições devem ser respeitadas para garantir a estabilidade do sistema.

$$\Delta t \leq \frac{5\Delta x}{u_{\text{max}}} \quad (4.59)$$

$$u_{\text{max}} = \max(|u^n|) + \sqrt{5\Delta x g} \quad (4.60)$$

$$\Delta t = \alpha \frac{\Delta x}{c} \quad (4.61)$$

4.3 Algoritmos e paralelização

Para otimizar o tempo de cálculo toda a solução foi paralelizada, em que pequenos cálculos são feitos simultaneamente utilizando *shaders*.

Shaders, para nosso caso, consistem em scripts de cálculo que são resolvidos dentro de uma GPU (*Graphical Processing Unit*), onde normalmente se evita o uso de laços e condicionais, que podem diminuir a capacidade de processamento e levar a maiores gastos de tempo, além de poderem levar a comportamentos não determinísticos ou grandes flutuações no tempo de solução.

A figura 4.2 ilustra os passos aplicados entre **P.1** e **P.16**.

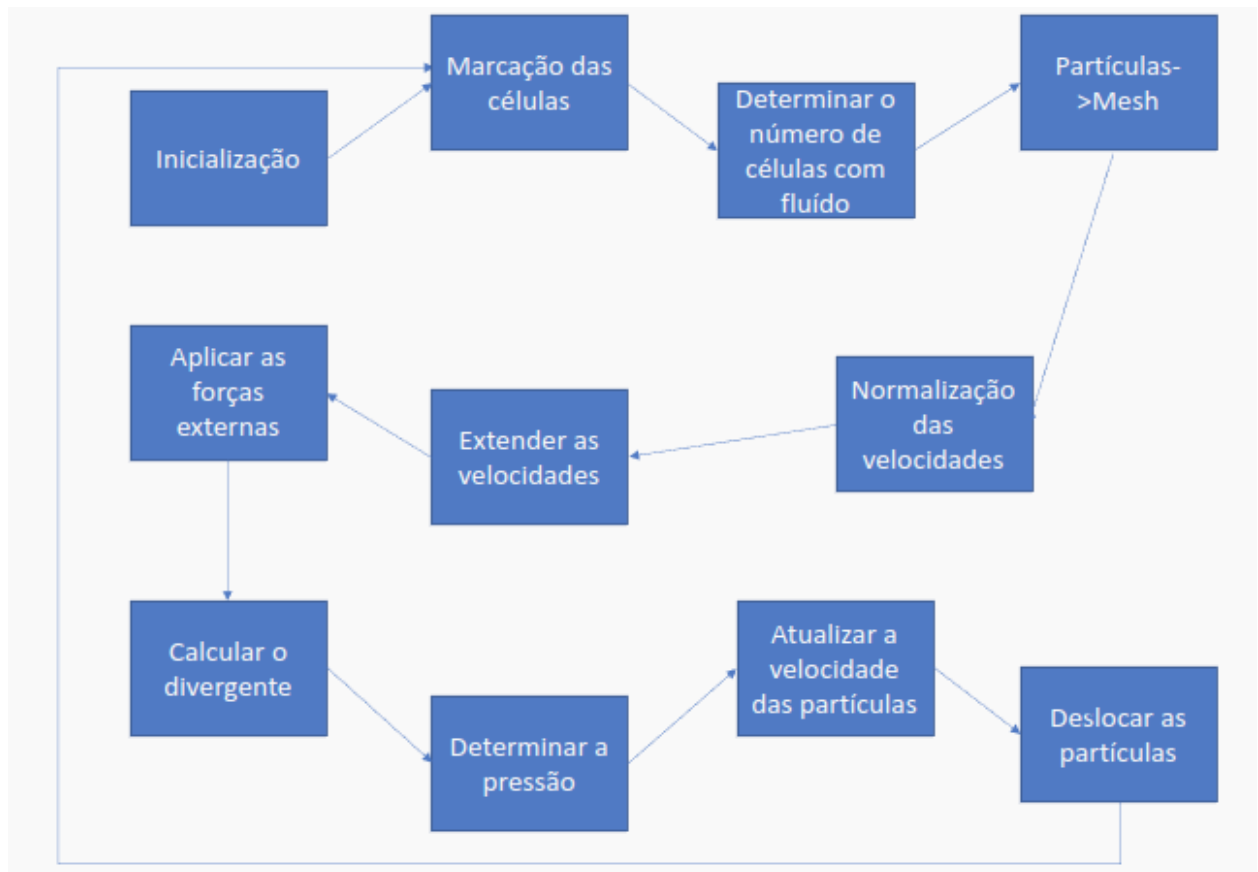


Figura 4.2: Diagrama de blocos da simulação

A estruturação se baseou em códigos fontes presentes na literatura Nvidia Corporation (2016) e Lucas Werkmeister (2017). A necessidade de modificações veio por razão do primeiro não apresentar acurácia suficiente, utilizando integradores de menor ordem e o segundo possui um tempo de solução muito alto.

Primeiramente, o tempo de cálculo foi feito de maneira a ser proporcional ao número de partículas ($O(p)$), que considera todas as células ao seu redor, como ilustrado na figura 4.3,

diferente do realizado em Lucas Werkmeister (2017):

```

1 for particula in todas_particulas:
2     for celula in zona_influencia_da_particula:
3         velocidade[celula] += velocidade[particula]
4         numero_particulas[celula]++;

```

Figura 4.3: Algoritmo transporte de informação entre partícula e célula

Outra adição feita no código 4.3 é a utilização de um contador de partículas para as células que tem a função de marcar o seu conteúdo (vazio, fluido ou sólido), sendo utilizado para determinar a região de contorno e também determinar em quais células o cálculo da pressão será realizado.

Para a solução da pressão o cálculo é feito através da montagem do sistema utilizando as equações 4.47-4.49, com o cálculo do divergente salvo em uma matriz de pesos. O cálculo da pressão é onde a paralelização apresenta sua maior perda, pois a solução do sistema é encontrada pelo Jacobiano, como mostrado na Figura 4.4, criando um laço necessário para garantia da acurácia do método diferentemente do realizado por Nvidia Corporation (2016).

```

1 erro=0
2 while erro < tolerancia:
3     for celulas in celulas_com_fluido:
4         pressao_novo[celula] = f(pressao_anterior[celula])/diagonal
5         erro = max((pressao_novo[celula]-pressao_anterior[celula])^2, erro)

```

Figura 4.4: Algoritmo de solução da pressão

Assim, as equações fluido-dinâmicas são resolvidas diretamente na *framework* de simulação da aeronave utilizando a *Unreal*® permitindo uma maior precisão na simulação do *sloshing* e integrando com o modelo da aeronave no *AirSim*®.

CAPÍTULO V

Técnica de controle

Neste trabalho foi escolhido como técnica de controle, o LQR(**Linear Quadratic Regulator**), por ter sido utilizado em trabalhos anteriores no laboratório(Machini (2018) e Malachias Marques et al. (2017)), além de ser amplamente usado em aeronaves como discutido em Huang et al. (2009) junto a uma sistema fortemente interdependente, como é o caso da aeronave com tilt.

O LQR trás uma solução ótima para um sistema linear dado alguns parâmetros de controle, e esse é tanto o lado positivo quanto problemático para o nosso caso. De um lado o nosso sistema é altamente não linear com a presença do fluído e efeitos de *sloshing* , mas ao trazer uma otimização para um sistema linearizado, que não incorpora alguns elementos como variação do centro de massa e efeito de *sloshing* , ele pode nos permitir observar com clareza os efeitos que uma carga líquida pode ocasionar no controle de uma aeronave.

5.1 Regulador quadrático linear (LQR)

Assim, como definido em Lavretsky and Wise (2013) para otimizar o controle de uma planta linear deve-se minimizar a seguinte integral:

$$J = \int_{t_0}^T L(\vec{x}(\tau), \vec{u}(\tau), \tau) d\tau + S(\vec{x}(T)) \quad (5.1)$$

Sendo $x(t)$ a trajetória do sistema e $u(t)$ os esforços de controle além de J ser escalar

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k\frac{\omega_0^{i^2}}{\gamma}m & -\frac{\omega_0^{i^2}}{\gamma}m \\ 2k\frac{\omega_0^i}{m} & 2k\frac{\omega_0^i}{m} & 2k\frac{\omega_0^i}{m} & 2k\frac{\omega_0^i}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 2lk\frac{\omega_0^i}{I_{xx}} & 0 & -2lk\frac{\omega_0^i}{I_{xx}} & 0 & 0 \\ -\frac{2lk\omega_0^i}{I_{yy}} & 0 & \frac{2lk\omega_0^i}{I_{yy}} & 0 & -\frac{b\omega_0^{i^2}}{I_{yy}} & \frac{b\omega_0^{i^2}}{I_{yy}} \\ \frac{-2b\omega_0^i}{I_{zz}} & \frac{-2b\omega_0^i}{I_{zz}} & \frac{-2b\omega_0^i}{I_{zz}} & \frac{-2b\omega_0^i}{I_{zz}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Como descrito em Lavretsky and Wise (2013), o problema consiste em resolver o seguinte problema de Ricatti:

$$\tilde{P}A + A^T\tilde{P} + Q_k - \tilde{P}BR_k^{-1}B^T\tilde{P} = 0 \quad (5.6)$$

Obtendo o seguinte valor para o esforço de controle ótimo:

$$\vec{u}_{opt} = -R_k^{-1}B^T\tilde{P}\vec{x} \quad (5.7)$$

$$\dot{\vec{x}} = (A - BK)\vec{x} \quad (5.8)$$

Sendo $K = R_k^{-1}B^T\tilde{P}$.

Onde o LQR funciona como um regulador para os estados de maneira a garantir estabilidade do sistema.

A figura 5.1 mostra um diagrama completo da malha fechada do LQR, nele é possível observar que todas as variáveis de estado são alimentadas para o controlador de forma a regular o sistema em torno de um ponto de equilíbrio.

Um outro elemento importante a ser considerado é o controle de trajetória, que precisa

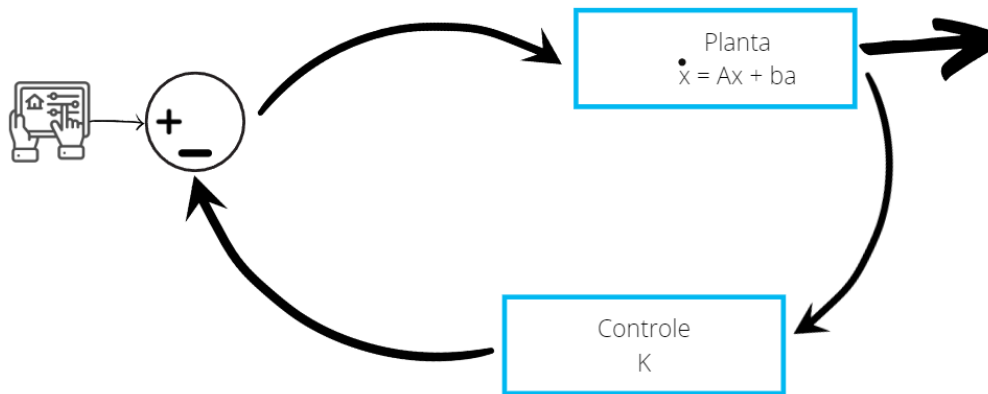


Figura 5.1: Estrutura controlador LQR

ser adicionado a formulação do LQR de maneira a garantir a convergência para o regime esperado. Assim, tendo o erro de trajetória definido como:

$$\vec{e} = \vec{y}_c - \vec{r} \quad (5.9)$$

Onde, \vec{y}_c são os estados que deseja-se guiar e \vec{r} a referência da trajetória desejada, como discutido em Machini (2018). O sistema precisa ser estendido de maneira a incorporar o sinal de erro para a trajetória que deseja seguir, com um integrador atuando sobre este novo valor de estado. Deve-se então primeiramente definir o novo estado a ser controlado, que é uma combinação linear do estados e entrada da planta, tal que:

$$\vec{y}_c = C_c \vec{x} + D_c \vec{u} \quad (5.10)$$

E para a referência, tem-se:

$$\vec{r}^{(p)} = \sum_{i=1}^p a_i p^{-i} \quad (5.11)$$

Onde os coeficientes dependem da trajetória, e estão definidos na tabela 5.1 para algumas trajetórias, como descrito em Machini (2018).

Sendo que o foco deste trabalho é a entrada constante, com $\dot{r} = 0$ e $p = 1$, $a_1 = 0$, como descrito na tabela 5.1. Logo, temos para a trajetória $\vec{y}_c \rightarrow \vec{r}$ quando $t \rightarrow \infty$, e teremos para o novo sistema um novo vetor de estado composto pelas derivadas p , denominado ξ e μ , tal

Trajetória desejada $r(t)$	Equação	Parâmetros
Constante (<i>Step</i>)	$\dot{r} = 0$	$p = 1, a_1 = 0$
Rampa	$\ddot{r} = 0$	$p = 2, a_1 = a_2 = 0$
Senoidal	$\ddot{r} = -\omega_0^2 r$	$p = 2, a_1 = -\omega_0^2, a_2 = 0$

Tabela 5.1: Tabela de parâmetros de trajetória adapta de de Machini (2018)

que:

$$\begin{aligned}\vec{\xi} &= \vec{x}^p - \sum_{i=1}^p a_i^{(p-i)} \vec{x}^{p-i} \\ \vec{\mu} &= \vec{u}^p - \sum_{i=1}^p a_i \vec{u}^{p-i}\end{aligned}\tag{5.12}$$

Assim, teremos o novo estado definido por:

$$\vec{z} = \begin{bmatrix} \vec{e} & \dot{\vec{e}} & \dots & \vec{e} & \vec{\xi} \end{bmatrix}^T\tag{5.13}$$

E a dinâmica do sistema:

$$\dot{\vec{z}} = \tilde{A}\vec{z} + \tilde{B}\vec{\mu}\tag{5.14}$$

Com \tilde{A} e \tilde{B} , genericamente, dado por:

$$\begin{aligned}\tilde{A} &= \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & & 0 & 0 \\ & & \ddots & & & \\ 0 & 0 & & 0 & I & 0 \\ a_p I & a_{p-1} I & \dots & a_2 I & a_1 I & C_c \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & A \end{bmatrix} \\ \tilde{B} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ D_c \\ B \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{5.15}$$

E a nova lei de controle dada por:

$$\bar{u}(t) = -K_c \bar{z}(t) \quad (5.16)$$

E para este trabalho,

$$K_c = \begin{bmatrix} K_1 & K_x \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

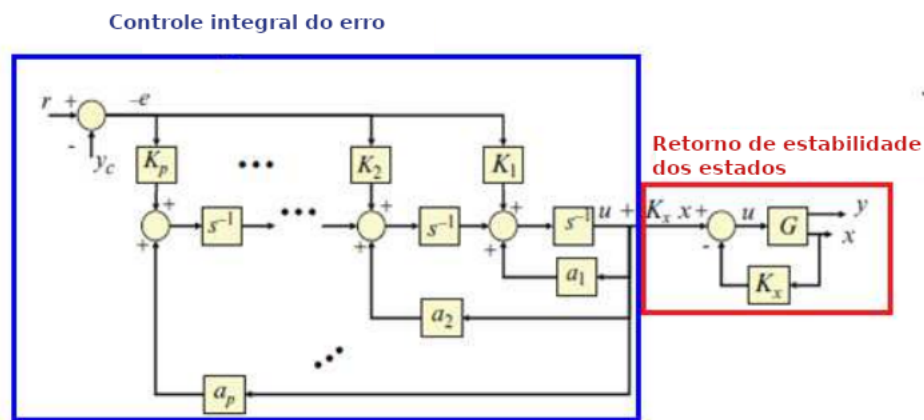


Figura 5.2: Modelo genérico do controle de trajetória com LQR (adaptado de Lavretsky and Wise (2013) e Machini (2018))

Na figura 5.2 é possível de observar a estrutura para o integrador do controle de trajetória e o regulador do estado da planta utilizando o LQR.

Finalmente, para o caso desse estudo, com uma planta sendo um quadróptero com a presença de dois tilts como descrito no capítulo 3, e linearizado na equação 5.18, sendo excitada com uma entrada degrau, tem-se o estado definido por:

$$A = \begin{bmatrix} -kd/m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -kd/m & 0 & 0 & 0 & 0 & -g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -kd/m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k\frac{\omega_0^i{}^2}{\gamma}m & -\frac{\omega_0^i{}^2}{\gamma}m \\ 2k\frac{\omega_0^i}{m} & 2k\frac{\omega_0^i}{m} & 2k\frac{\omega_0^i}{m} & 2k\frac{\omega_0^i}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 2lk\frac{\omega_0^i}{I_{xx}} & 0 & -2lk\frac{\omega_0^i}{I_{xx}} & 0 & 0 \\ -\frac{2lk\omega_0^i}{I_{yy}} & 0 & \frac{2lk\omega_0^i}{I_{yy}} & 0 & -\frac{b\omega_0^i{}^2}{I_{yy}} & \frac{b\omega_0^i{}^2}{I_{yy}} \\ \frac{-2b\omega_0^i}{I_{zz}} & \frac{-2b\omega_0^i}{I_{zz}} & \frac{-2b\omega_0^i}{I_{zz}} & \frac{-2b\omega_0^i}{I_{zz}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

Importante ressaltar que as matrizes obtidas neste capítulo são para a aeronave apresentada na figura 3.4, e que para o equacionamento da lei de controle o efeito de *sloshing* foi desconsiderado.

Outro fato importante é que ao adicionar perturbações ao sistema, como o caso de um centro de gravidade variável, a diferença entre o sistema real e o linear se tornará maior, podendo dificultar a convergência do controle.

Finalmente, com este equacionamento implementado no *Matlab*® por Machini (2018) os valores das matrizes K_1 e K_x foram obtidos, com as seguintes matrizes de parâmetros Q e R :

$$Q = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 10 \\ 5 \\ 5 \\ 10 \\ 0.5 \\ 0.5 \\ 5 \\ 550 \\ 550 \\ 10 \\ 50 \\ 50 \\ 1 \\ 50 \\ 50 \\ 1000 \end{pmatrix}, R = \begin{pmatrix} 0.005 \\ 0.002 \\ 0.005 \\ 0.002 \\ 500 \\ 500 \end{pmatrix}$$

CAPÍTULO VI

Modelo da interação Fluido-Aeronave

Neste capítulo será apresentado como o modelo de *sloshing* através da simulação fluido dinâmica mostrado no capítulo 4 foi inserido junto a dinâmica de voo apresentada no capítulo 3.

Primeiramente, será discutida a extração dos esforços da interação fluido-estrutura, e depois como eles foram adicionados na dinâmica da aeronave, mais especificadamente ao *AirSim*[®].

6.1 Esforços na interação fluido-estrutura

O cálculo dos esforços na interação fluido estrutura, consiste basicamente em duas partes:

- Estrutura-Fluido: Como as acelerações aplicadas no contorno(Estrutura) serão transmitidos ao Fluido.
- Fluido-Estrutura: Como os reações causadas pela dinâmica do fluido serão equacionados para calcular os esforços sofridos pela Estrutura.

Para as discussões futuras a estrutura considerada será uma caixa , como apresentado na figura 6.1, e quando a variável tiver no referencial inercial terá o subscript *inertial* e quando for local *BCS*.

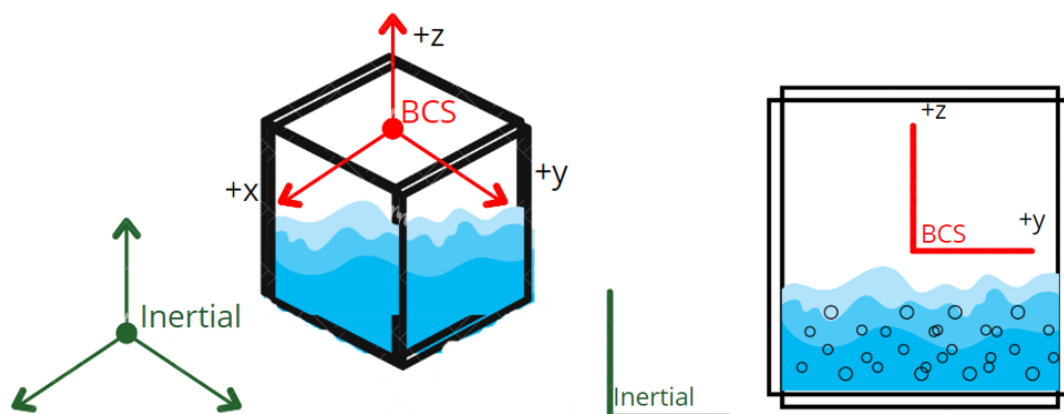


Figura 6.1: Caixa com as partículas de fluido a ser analisado nesse trabalho

Estrutura-Fluído

Primeiramente, assim como apresentado por Li et al. (2021), iremos desenvolver o equacionamento para aplicação dos esforços no fluido quando a caixa estiver submetida a acelerações externas como mostrado na figura 6.2.

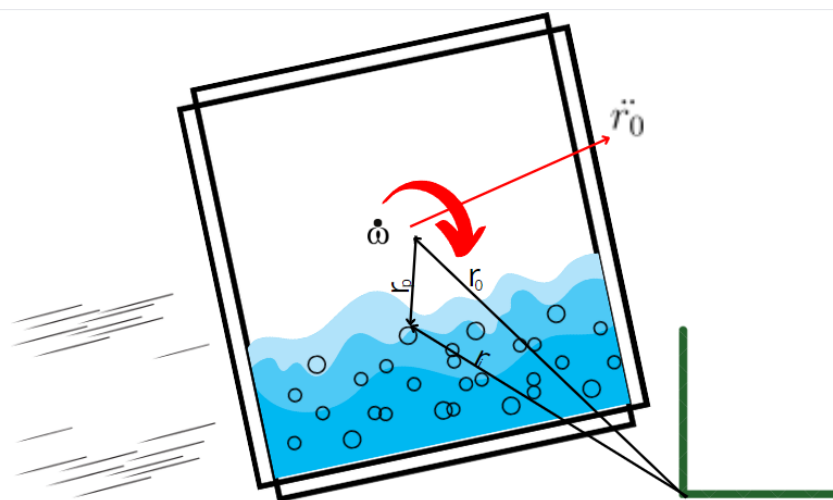


Figura 6.2: Caixa em movimento

Temos então uma caixa com aceleração angular $\dot{\omega}$, e aceleração linear \ddot{r}_0 considerando o referencial inercial, apresentando o seguinte estado:

$$S_{inercial} = \begin{pmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \\ \dot{z} \\ \dot{y} \\ \dot{x} \\ \psi \\ \theta \\ \phi \\ x \\ y \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega \\ \dot{r}_0 \\ \Theta \\ r_0 \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

Para as partículas, consideramos elas no referencial *BCS* posicionado no centro da caixa, com posição r_p , assim considerando as partículas no referencial local temos:

$$v_p = \frac{dr_o}{dt} + \omega \times r_p + \frac{\tilde{d}r_p}{dt} \quad (6.2)$$

$$a_p = \frac{\tilde{d}^2 r_p}{dt^2} + 2\omega \times \frac{\tilde{d}r_p}{dt} + \frac{d^2 r_o}{dt^2} + \dot{\omega} \times r_p + \omega \times (\omega \times r_p) \quad (6.3)$$

Observando a equação 4.14 e a divisão das EDO's feita em 4.17, a equação 6.3 pode ser reescrita como:

$$-\frac{\partial u}{\partial t} = 2\omega \times u + \frac{d^2 r_o}{dt^2} + \dot{\omega} \times \vec{x}_P + \omega \times (\omega \times \vec{x}_P) + g \quad (6.4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \sum f_{externas} \quad (6.5)$$

Sendo essas forças,

$\frac{d^2 r_o}{dt^2}$	Aceleração linear
$2\omega \times u$	Aceleração de Coriolis
$\dot{\omega} \times \vec{x}_P$	Aceleração tangencial
$\omega \times (\omega \times \vec{x}_P)$	Aceleração centrípeta

Em Li et al. (2021) descreve esta força externa como a inércia das partículas em relação ao movimento da caixa, que possui seu movimento definido no referencial inercial.

Assim, para consideração do movimento da estrutura ou da caixa no caso, teremos a adição de uma força externa na etapa **P.9** mencionada no capítulo anterior. Para cada iteração a posição e a velocidade no instante t serão utilizadas para o cálculo da $a_{inercial}$, que após será adicionada ao sistema como uma força externa.

Fluído-Estrutura

Tendo definido como passar as acelerações da estrutura para o equacionamento do fluído, tem-se agora que calcular os esforços realizados pelo fluído na estrutura, que trará o valor do *sloshing* para o modelo.

Primeiramente, as forças serão calculadas integrando o campo de pressão no contorno, que pode ter bastante flutuação mas é mais rápido numericamente para cálculo.

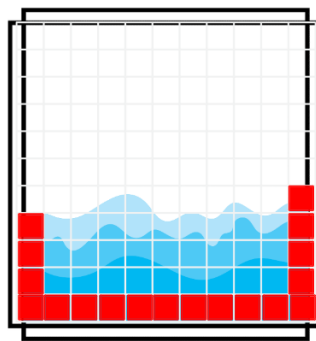


Figura 6.3: Grid dos voxels para a caixa com partículas

Como o método *FLIP* utilizado neste trabalho é semi-lagrangiano, o cálculo de pressão não necessita de ser aplicado nas partículas. Considerando a malha, a localização da região de interface é simplificada.

Para a caixa representada na figura 6.3 o valor dos esforços será dado por:

$$F_{BCS} = \sum_i^{parede} p_i dx^2 \quad (6.6)$$

$$M_{BCS} = \sum_i^{parede} p_i dx^2 \times X_C \quad (6.7)$$

Vale ressaltar que está sendo considerado um domínio com valores iguais para o tamanho da malha em diferentes direções ($dx = dy = dz$) e também que esses esforços estão sendo calculados no referencial não inercial, pois utiliza a mesma referência que as partículas, e serão transformados para serem inseridos no modelo da aeronave.

6.2 Dinâmica aeronave-fluído

Finalmente, com o modelo da aeronave apresentado na capítulo 3 e do fluído apresentado no capítulo 4 junto com o cálculo dos esforços fluído-estrutura, os modelos podem ser integrados.

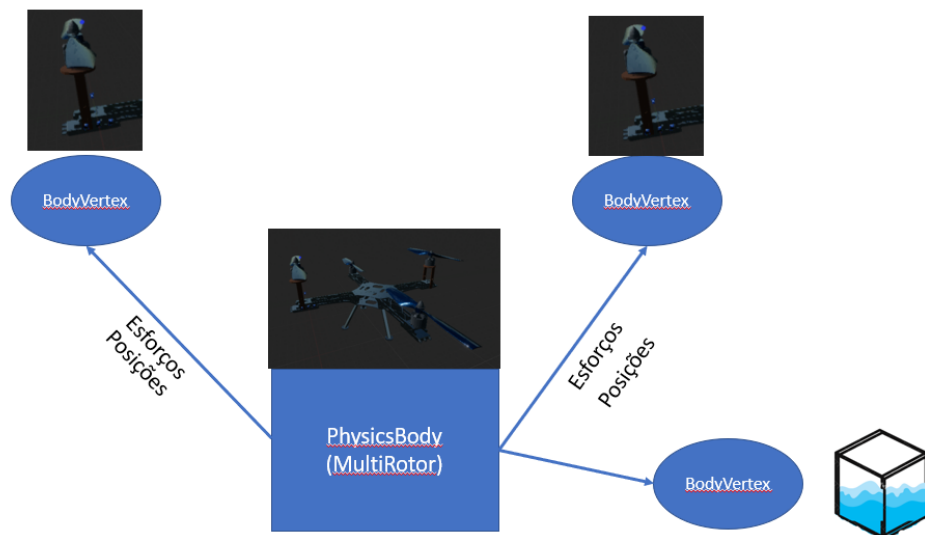


Figura 6.4: Esquema do *PhysicsBody* com caixa de fluído

O modelo completo do sistema será apenas utilizado na *Unreal*® dado a implementação em GPU do algoritmo FLIP, aqui será abordado somente a integração da caixa com fluído no *AirSim*®.

Como descrito na seção 3.2 o modelo do *AirSim*® é generalizado de tal maneira a

permitir a inserção do fluído com a simples adição de um *BodyVertex* que terá as forças descritas em 6.7 aplicadas sobre ele e será diretamente adicionado no centro de gravidade da aeronave.

Na figura 6.4 é apresentada uma ilustração da inserção da caixa com fluído na aeronave. Para o equacionamento dos esforços presentes no *BodyVertex* da caixa, podemos considerar que as equações presentes em 6.7 são funções da orientação e das acelerações atuais da aeronave, dado que:

$$F_{BCS} = f(p) = f(S_{aeronave}, S_{particulas})$$

$$M_{BCS} = g(p) = g(S_{aeronave}, S_{particulas})$$

Pois as funções exercidas pelo fluído são relacionadas a pressão que estão diretamente ligadas ao estado da caixa e das partículas.

Assim, teremos:

Nome	Símbolo	Equação
<i>BodyVertex</i>	F_{cx}, τ_{cx}	$F_{cx} = F_{BCS}$ $\tau_{cx} = M_{BCS}$

Tabela 6.1: Equações para o *PhysicsBody* da caixa com fluído

CAPÍTULO VII

Resultados

A análise de resultados consiste em duas partes:

- Comparação dos resultados da simulação do fluído com a literatura
- Análise do impacto do fluído em uma aeronave com fluído utilizando LQR como controlador

Primeiramente será discutido o método escolhido para simulação fluído-dinâmica.

7.1 Simulação da caixa com líquido

Para validar a simulação do fluído foi realizada uma comparação da distribuição de pressão utilizando o método apresentado neste trabalho com os resultados apresentados por Akyildiz and Ünal (2005).

Em Akyildiz and Ünal (2005) uma caixa de água foi rotacionada harmonicamente em torno do centro de gravidade, com a seguinte equação de movimento:

$$\begin{aligned}x(t) &= 8 \sin(2t) \\x'(t) &= -16 \cos(2t) \\x''(t) &= -32 \cos(2t)\end{aligned}\tag{7.1}$$

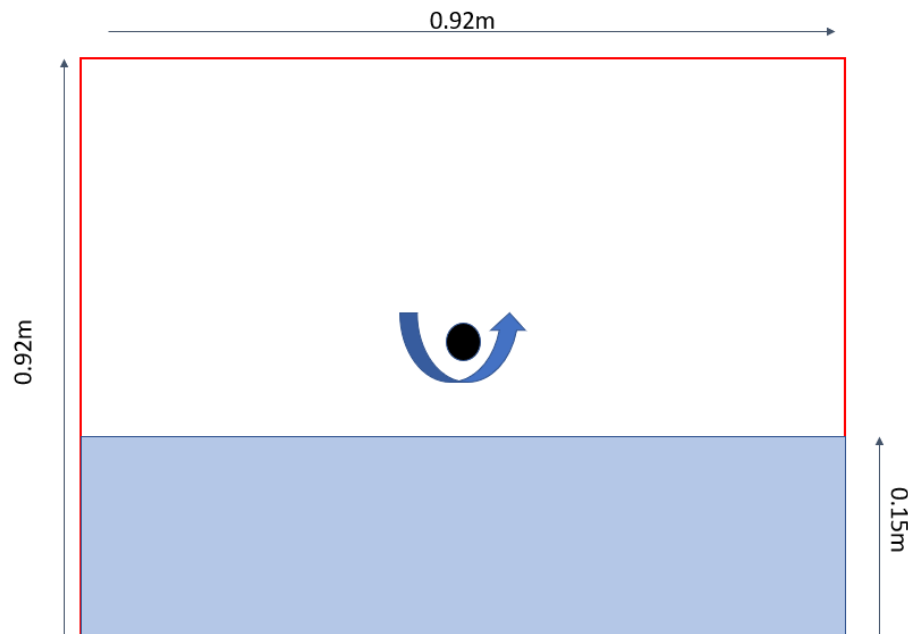


Figura 7.1: Esquema para simulação de rotação

A simulação foi realizada considerando o seguinte esquema da figura 7.1.

E os seguintes parâmetros foram utilizados:

Parâmetro	Unidade	Valor
Tamanho da malha	m	0.003
Número de partículas	-	18874368
Densidade do líquido	$\frac{kg}{m^3}$	1000
Passo de tempo	s	3e-3

Tabela 7.1: Parâmetros para a simulação de rotação

Os resultados são apresentados na tabela 7.2.

Através da tabela 7.2 é possível observar que os valores de pressão entre a simulação e o experimento não possuem grandes diferenças.

Porém a superfície livre apresenta diferenças, uma das principais razões a ser levantada é a desconsideração do transporte de velocidade já citado anteriormente. Assim, em trabalhos futuros é importante verificar os componentes que trazem essa variação pois pode criar flutuações de forças que não representam a realidade.

Porém, considerando o escopo deste trabalho um campo de pressão semelhante já pode trazer informações relevantes para estudo do controle e influência do *sloshing*.

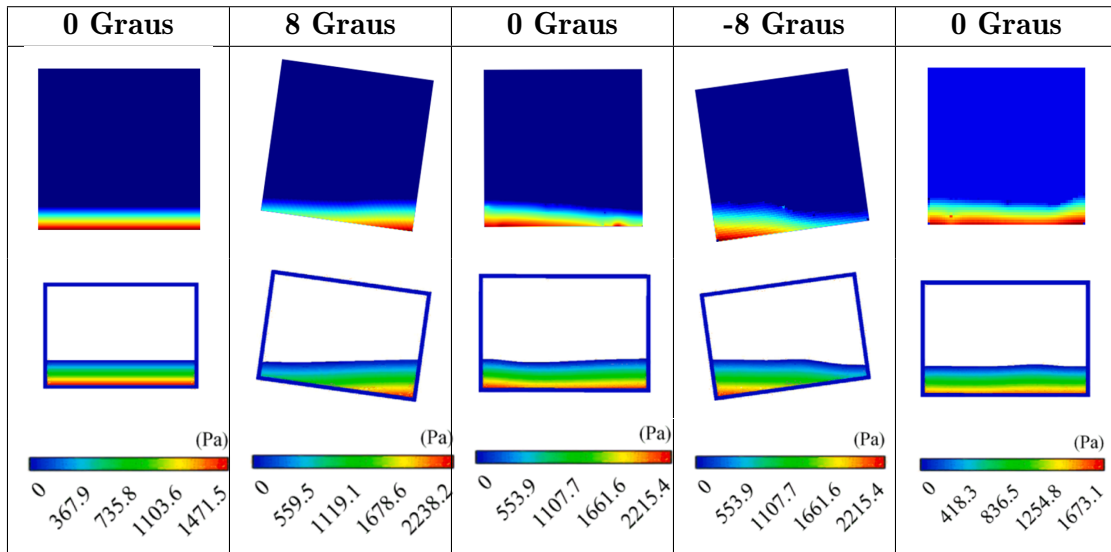


Tabela 7.2: Comparação resultados presentes em referências e nesse trabalho

7.2 Controle de uma aeronave com fluído

Nesta seção, serão descritos os resultados obtidos comparando o comportamento de uma aeronave com a presença da caixa com fluído e sem. Onde o sistema sem fluído é simulado como uma caixa sólida de mesmas dimensões e inércia que a caixa de fluído, inclusive utilizada para cálculo das constantes de controle.

Importante ressaltar que a massa adicional foi implementada similarmente ao fluído, no sentido que as forças inercias são adicionadas como forças externas no modelo da aeronave, como descrito no capítulo 6.

Nesta seção, serão realizados 4 ensaios:

- Um degrau em Z sendo ele uma entrada de 5 metros na direção em Z
- Um degrau na direção de atuação do tilt em Y
- Um degrau na direção sem tilt em X
- Uma trajetória composta por dois degraus em X e Z como descrito em Li et al. (2021) definido como degrau XZ, onde terá uma entrada de 5 metros em X e depois 5 metros em Z

7.2.1 Degrau em Z

Este ensaio é o mais simples e poder ser considerado um controle, já que o efeito de *sloshing* em um degrau de subida será bem pequeno, e o sistema não passa por regiões de não linearidade.

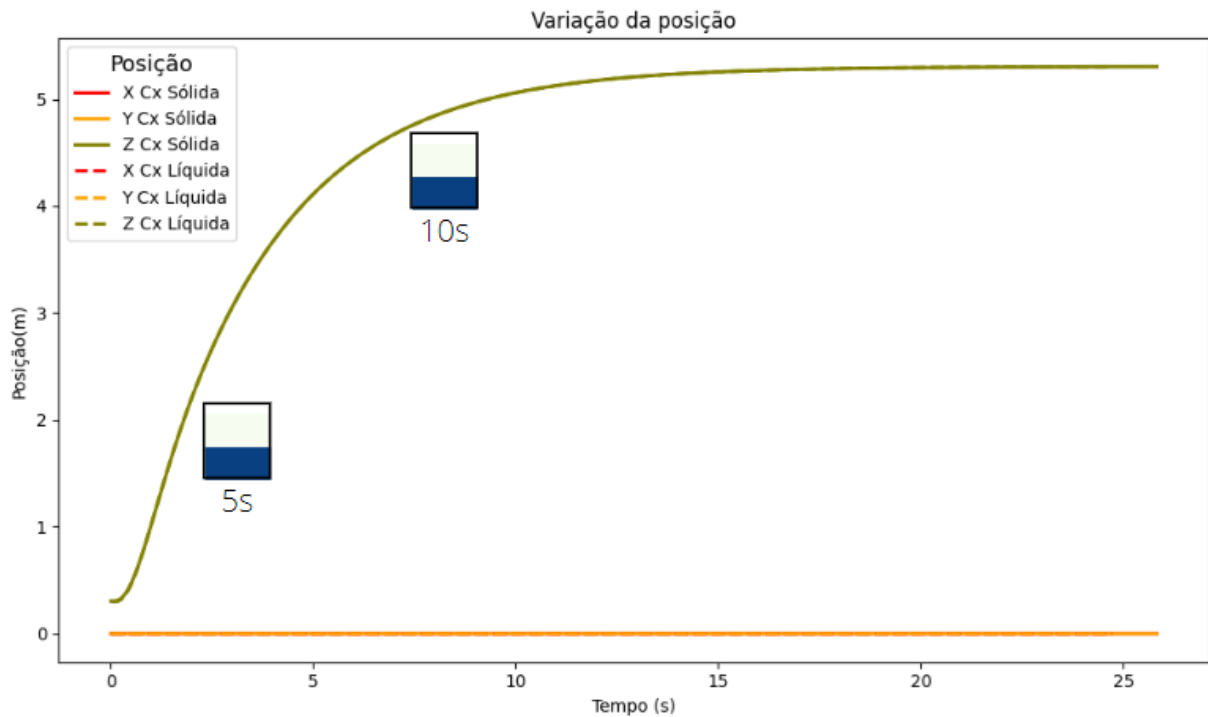


Figura 7.2: Variação de posição com o tempo em z

Podemos ver na figura 7.2 que a subida da aeronave não tem *overshooting* e não possui uma dinâmica muito rápida, a demora aproximadamente 7 segundos para atingir 95% do objetivo de 5 metros.

Outro ponto importante é que a diferença entre os esforços de controle para a caixa sólida e para a caixa líquida são praticamente inexistentes, mostrando coerência na simulação, dados que a caixa sólida e a líquida foram modeladas de maneira completamente diferente, uma foi feita a adição de uma massa rígida e a sua *força de inércia* foi calculada diretamente e adicionada à dinâmica da aeronave, na outra foi feita a simulação do fluido e as forças foram calculadas pela soma das pressões nas paredes. E independentemente, ambas apresentaram o mesmo resultado para uma trajetória que apresentaria em teoria baixo *sloshing*.

A Figura 7.4 mostra a baixa variação de orientação que a aeronave sofre no movimento, dado que também temos momentos quase nulos como mostrado na Figura 7.6. Uma outra

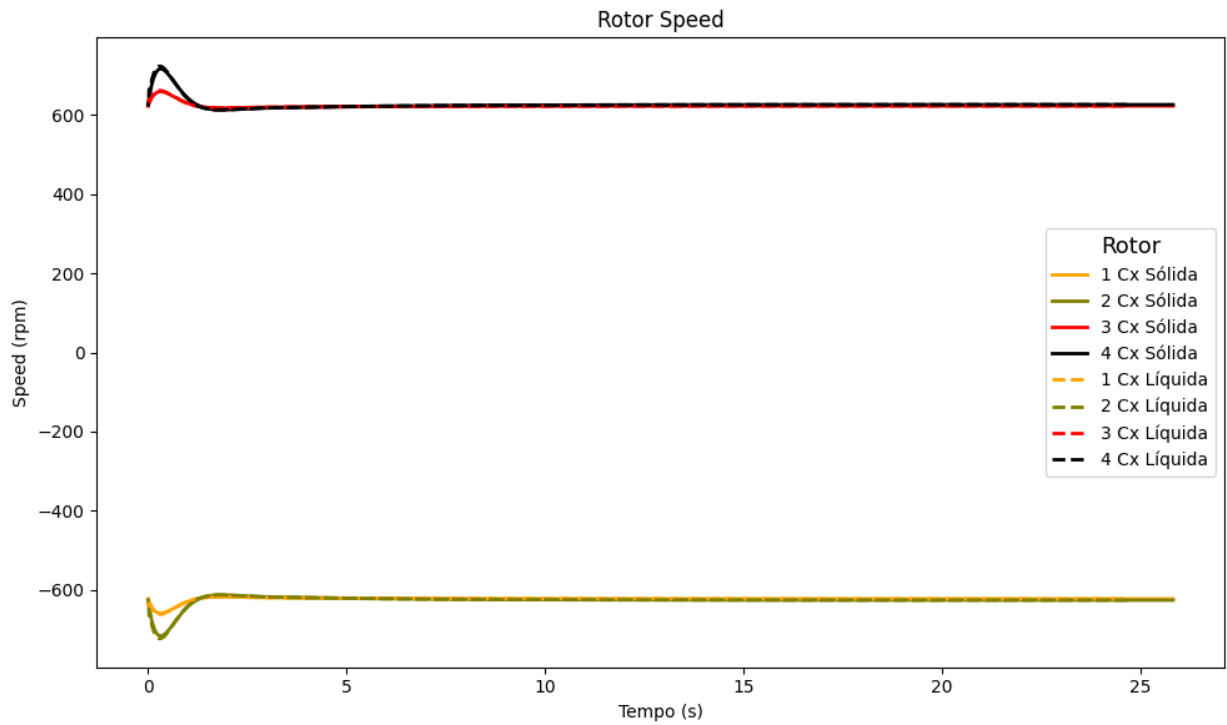


Figura 7.3: Variação dos esforços de controle para o degrau em z

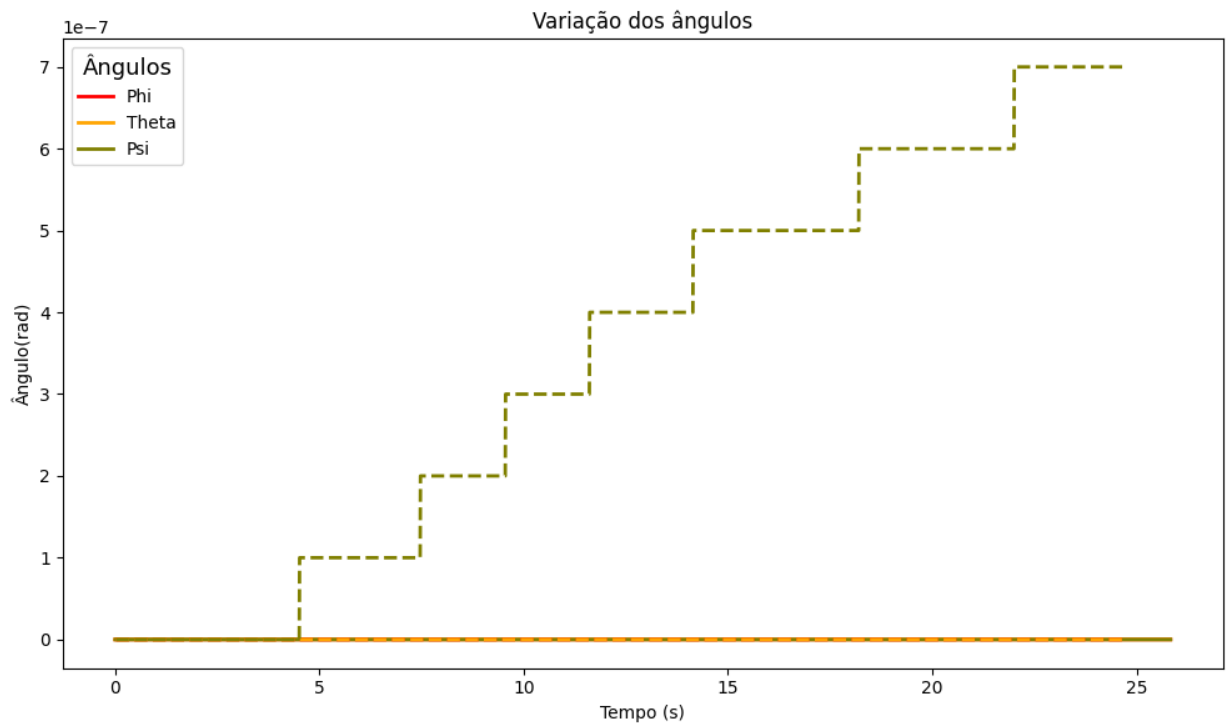


Figura 7.4: Variação dos ângulos para o degrau em z

observação de dinâmica mais lenta pode ser visto também no movimento de desaceleração da aeronave onde vemos as forças na caixa tendendo para o peso do fluido de uma maneira bem linear e contínua, sem um descolamento do fluido da estrutura da caixa.

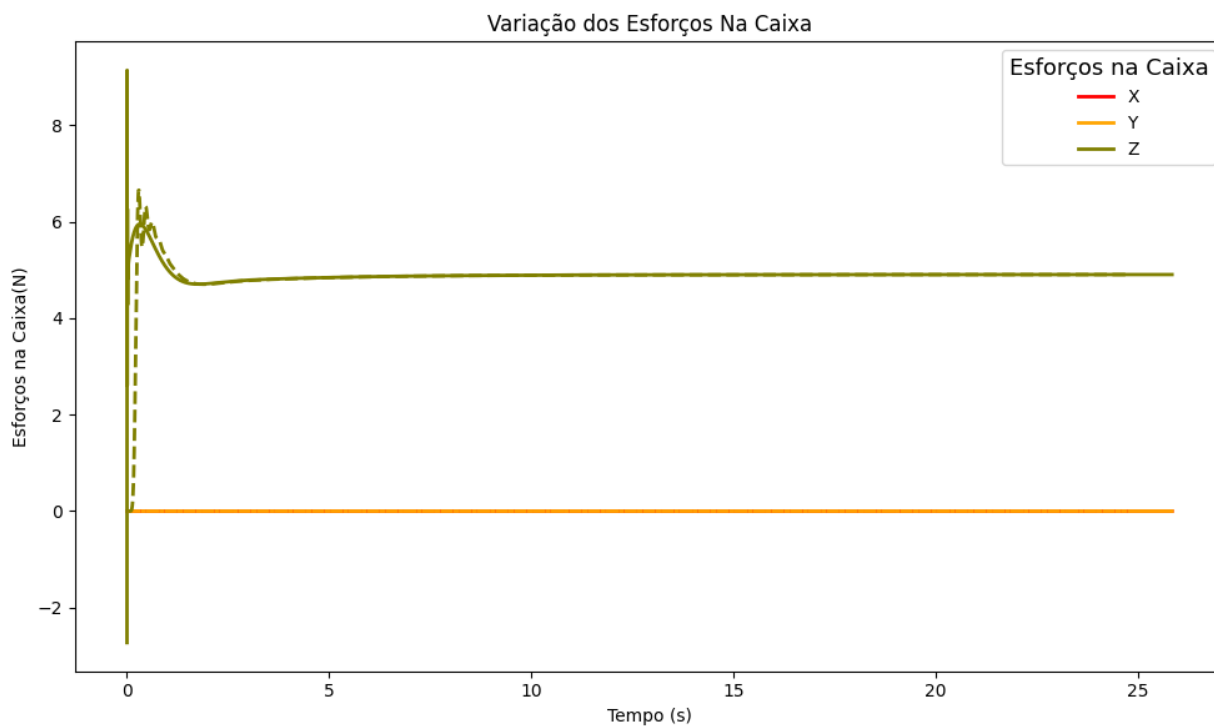


Figura 7.5: Variação dos esforços na caixa para o degrau em z

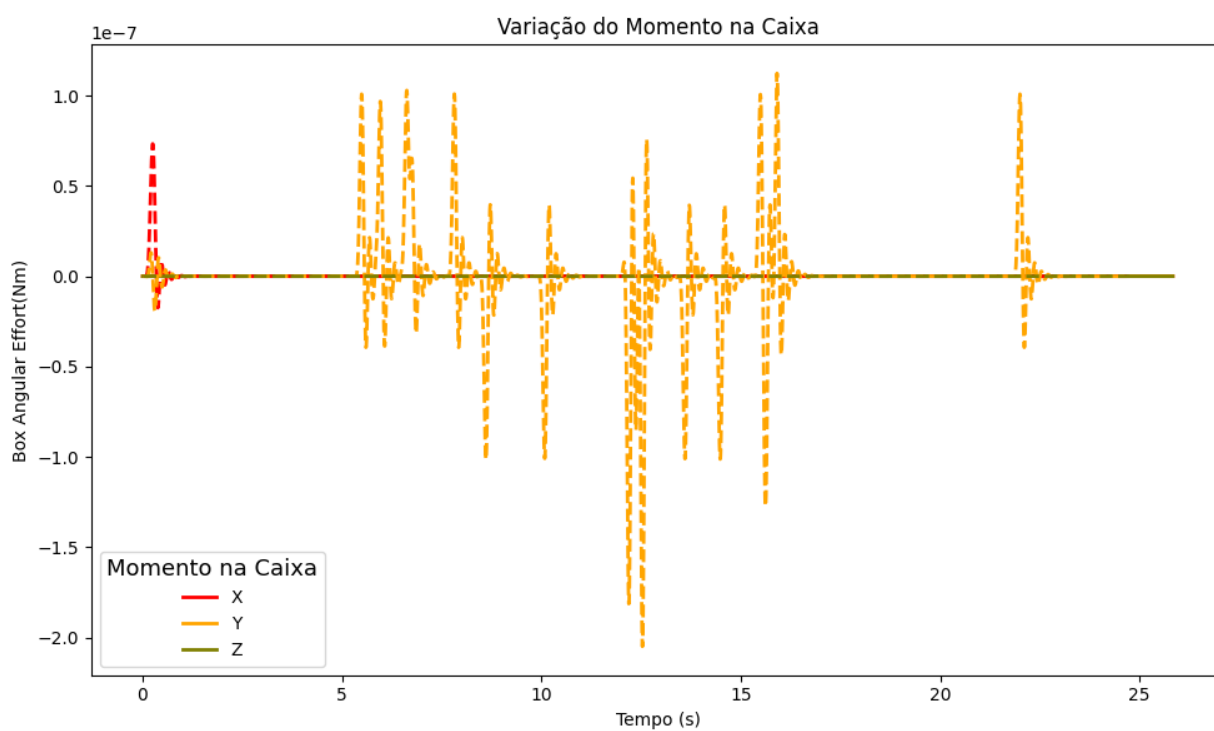


Figura 7.6: Variação dos momentos na caixa para o degrau em z

7.2.2 Degrau X

Esse ensaio é em teoria o que terá maior oscilações dado a maior necessidade de mudança de orientação da aeronave, pois é a direção de movimento onde o tilt não atua. Ele é um caso interessante para se comparar com movimento em Y dado que o tilt está presente.

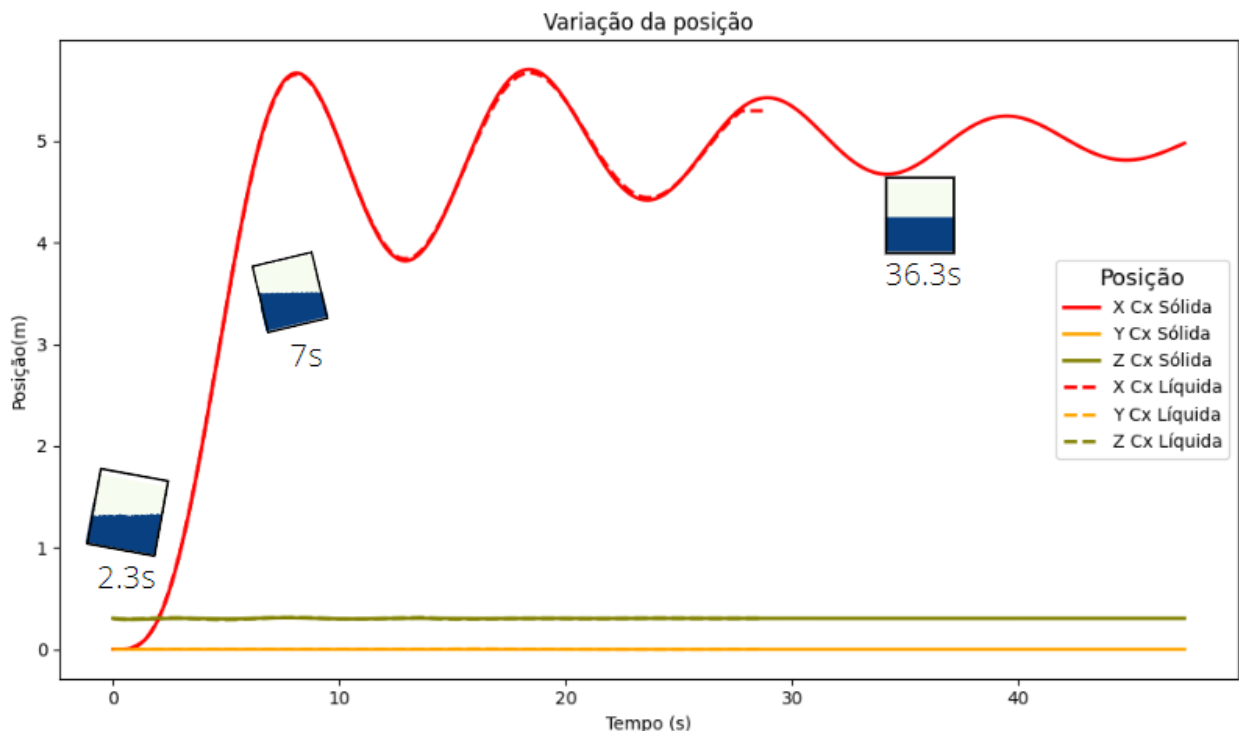


Figura 7.7: Variação de posição com o tempo em x

Na figura 7.7 é interessante observar alguns resultados, primeiramente, que apesar da rotação da caixa, o deslocamento da aeronave é bem próximo com e sem fluido, e considerando o posicionamento do fluido nos instantes 7s e 36.3s é possível se observar uma baixa formação de ondas, que também é um indicativo de baixo impacto de *sloshing*. Porém, um fato interessante de se notar, é que, a cada inversão de sentido presente na trajetória (7s, 12s, 18s...), o descolamento entre a trajetória da massa sólida e da líquido vai ficando mais evidente.

Os ângulos apresentam um comportamento relativamente próximo ao da posição, aonde a diferença se acentua a cada troca de direção porém não possui grandes valores absolutos, um ponto importante é que a caixa com fluido tende sempre a atingir menores ângulos de forma absoluta, independente do sentido.

Um ponto importante a ser observado é o ruído que aparece a partir da inversão de direção aos 12s na figura 7.9 e 7.10, que pode ser devido a falta de viscosidade no sistema ou um

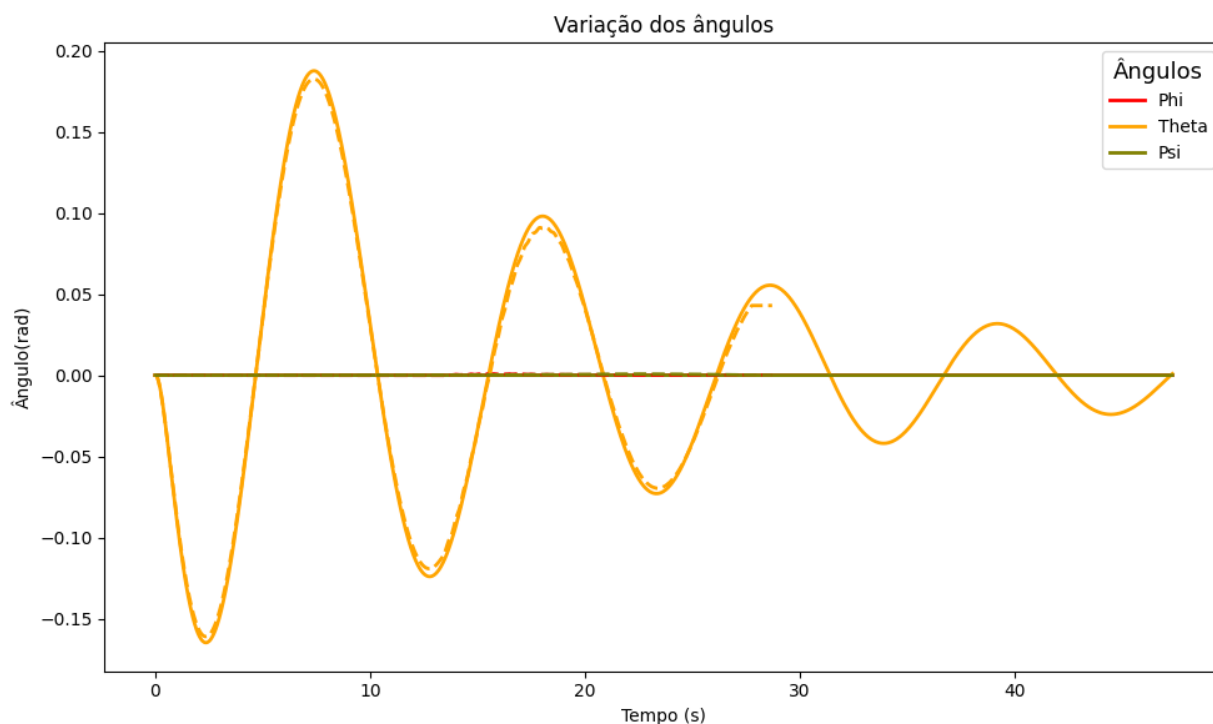


Figura 7.8: Variação dos ângulos para o degrau em x

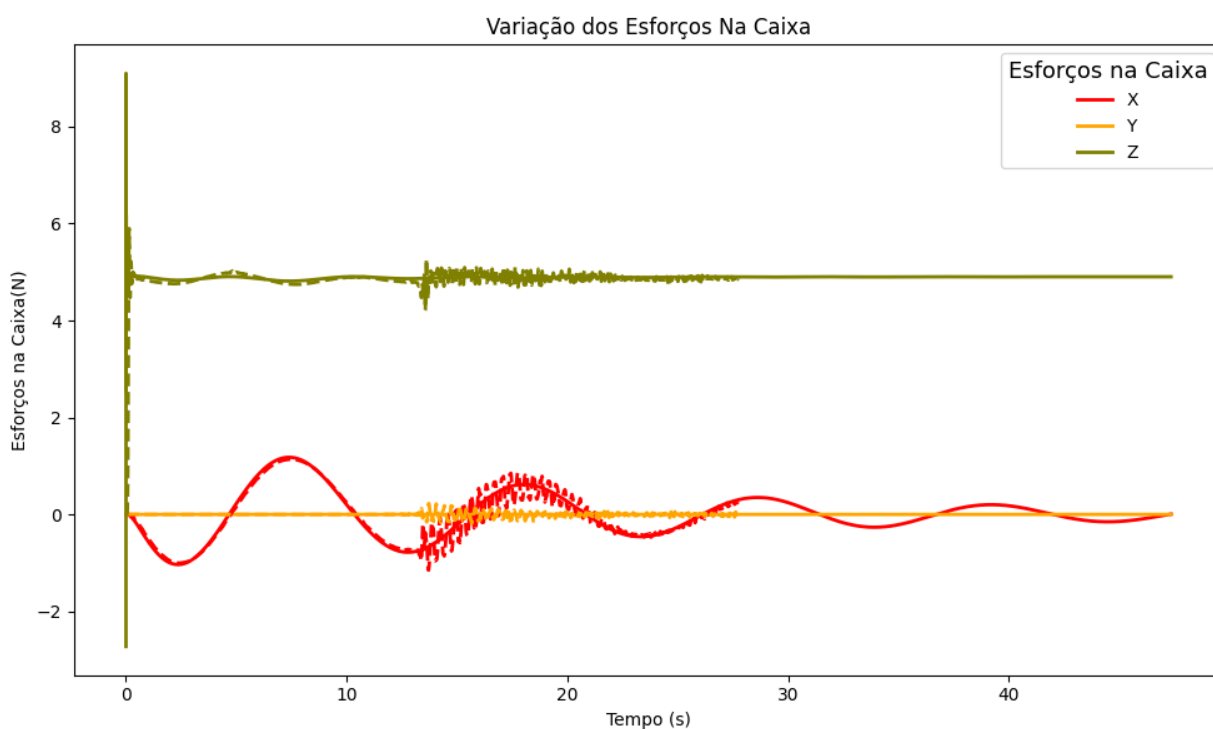


Figura 7.9: Variação dos esforços na caixa para o degrau em x

ruído numérico ligado ao próprio processo de simulação, que deve ser investigado em trabalhos futuros, porém não afeta a análise atual devido a sua amplitude em relação ao movimento em geral, tanto que pode ser observado que ele não se propaga na posição nem na orientação final

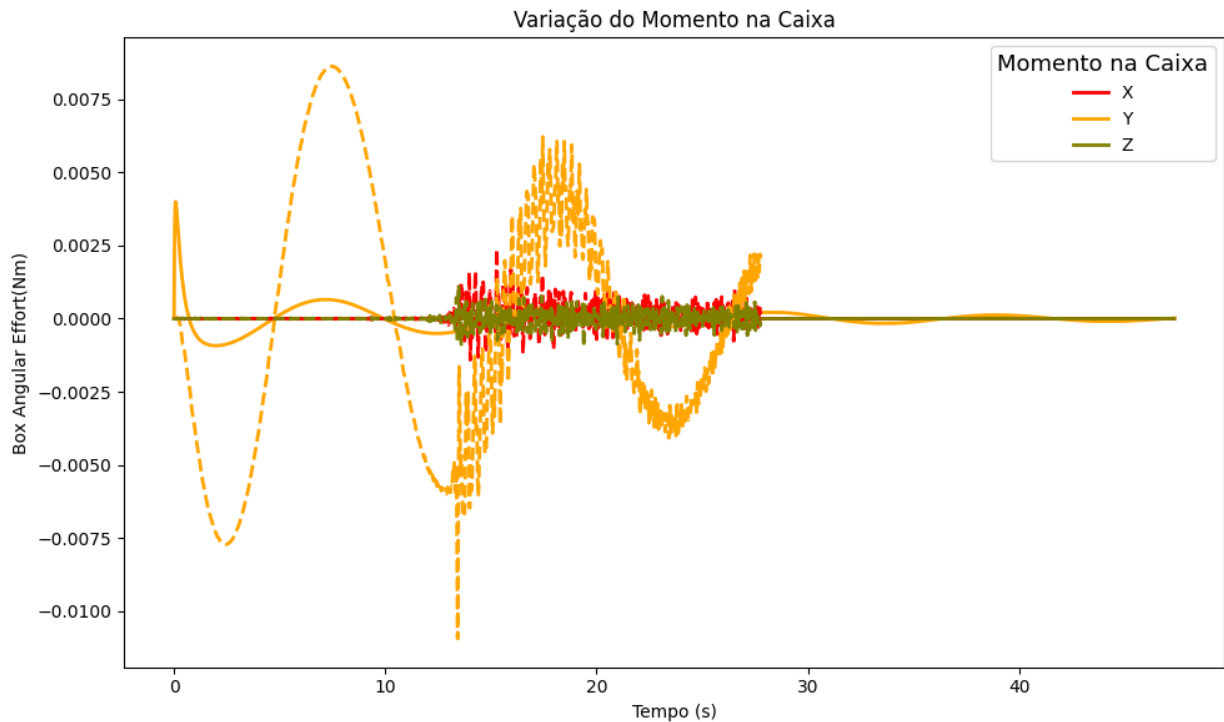


Figura 7.10: Variação dos momentos na caixa para o degrau em x

da aeronave.

Assim, a variação dos ângulos pode ser explicada pelo pequeno fenômeno de *sloshing* que pode ser visto na figura 7.9, onde existe uma pequena oscilação na força em z, em relação a curva da caixa sólida. Além do maior momento presente na caixa com líquido, que pode ser observado na Figura 7.10.

Os esforços de controle apresentam pouca diferença com ou sem a presença de fluido, como pode ser visto na figura 7.11

7.2.3 Degrá em Y

Esse ensaio apresenta um contraponto interessante com relação ao anterior, pois ao ter um atuador que age diretamente sob um estado monitorado, no caso de Y, ele tende a diminuir o esforço de controle nos rotores e principalmente diminuir a rotação necessária para a aeronave.

Um primeiro fato possível de ser observado comparando com X é que não existe *overshooting* nessa direção, e apresenta uma convergência mais lenta que Z, porém mais rápida que X. O efeito de *sloshing* assim como em X é de difícil percepção através da variação da superfície livre, pois como anteriormente a dinâmica do sistema não apresenta magnitude de

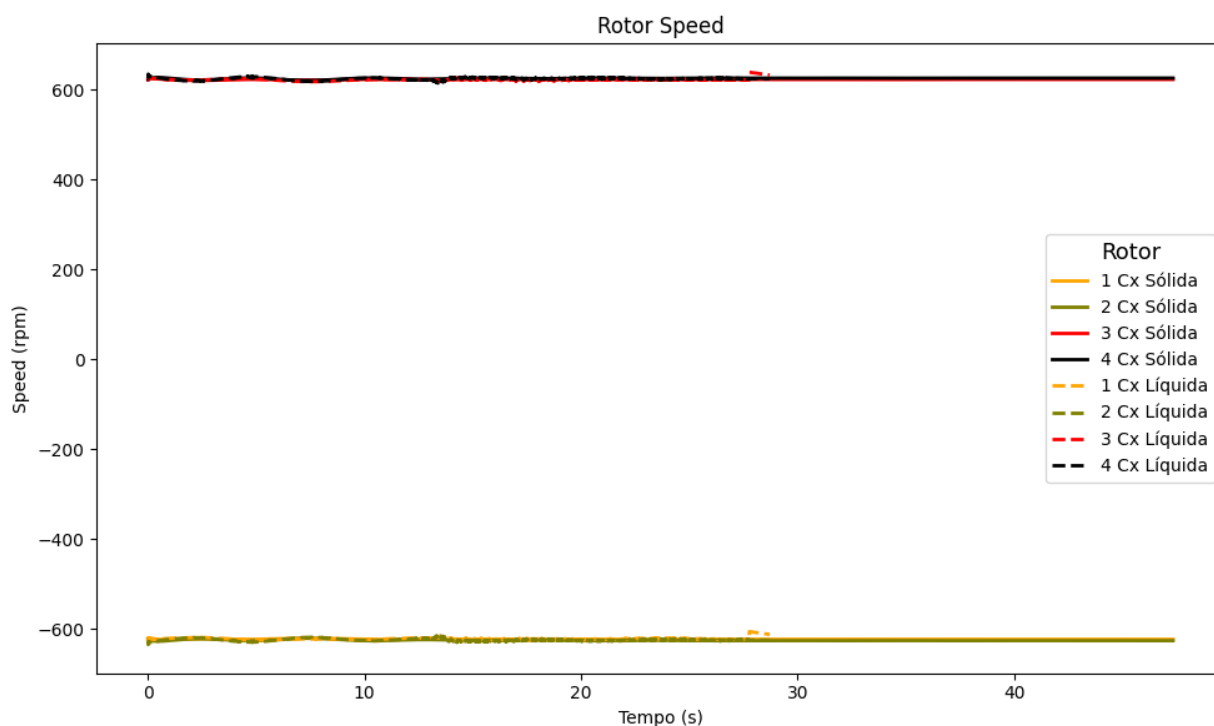


Figura 7.11: Variação dos esforços de controle para o degrau em x

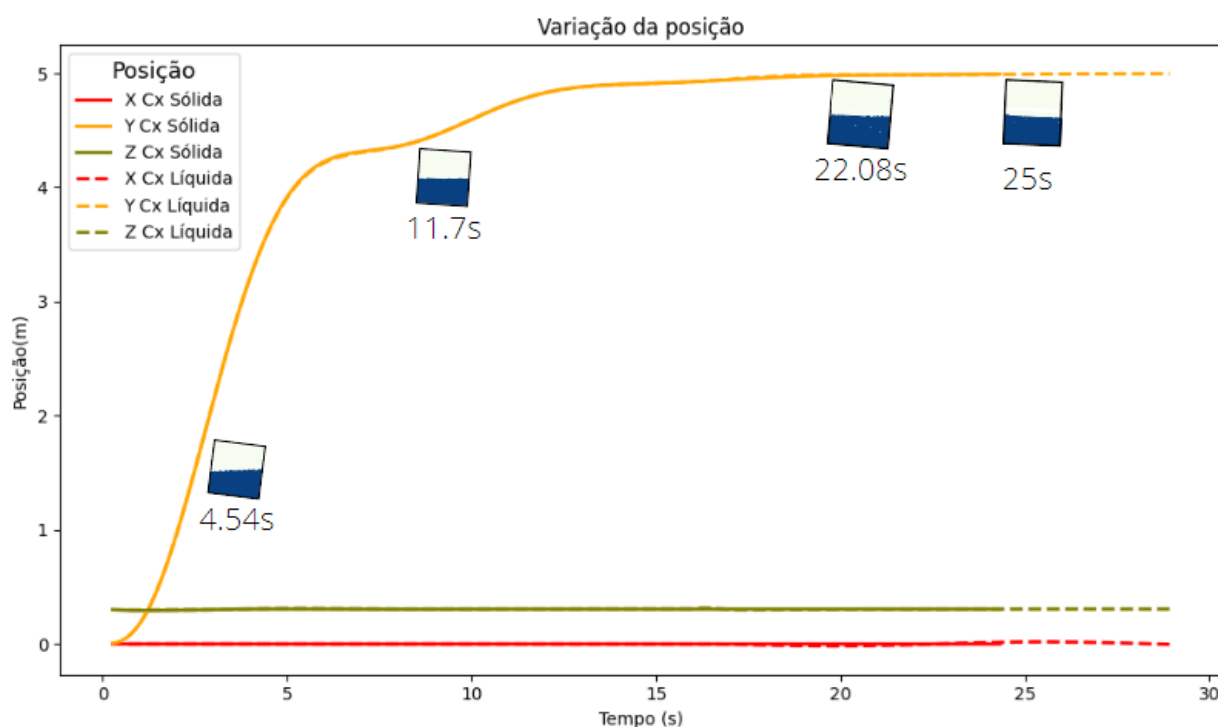


Figura 7.12: Variação de posição com o tempo em y

oscilações suficientemente grande para poder ser observado diretamente na superfície livre.

Em contraponto com o Figura 7.12 na figura 7.13 é pode ser observado o *sloshing*, mesmo que de pequena magnitude, com uma frequência menor que do movimento em X ,

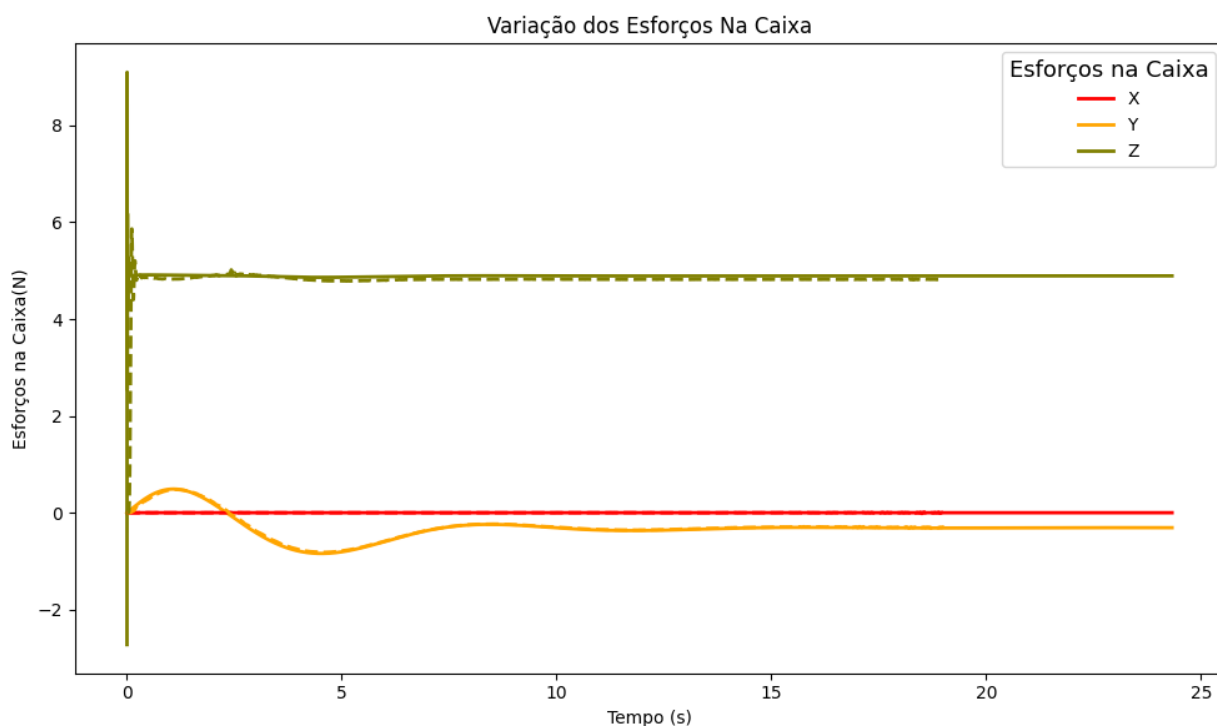


Figura 7.13: Variação dos esforços na caixa para o degrau em y

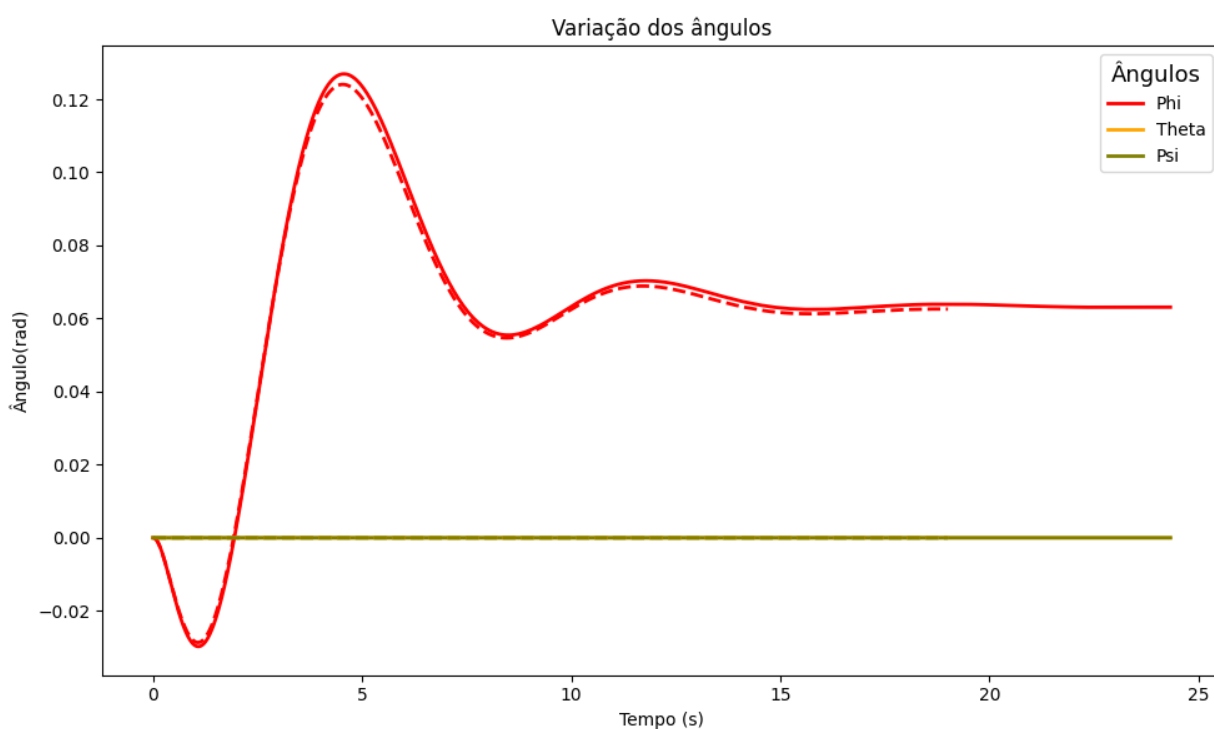


Figura 7.14: Variação dos ângulos para o degrau em y

demonstrando o claro efeito do tilt, e isso é diretamente reflexo na menor variação da orientação da aeronave em 7.14.

Na figura 7.15 é possível observar a oscilação do tilt com o tempo, que apresenta uma

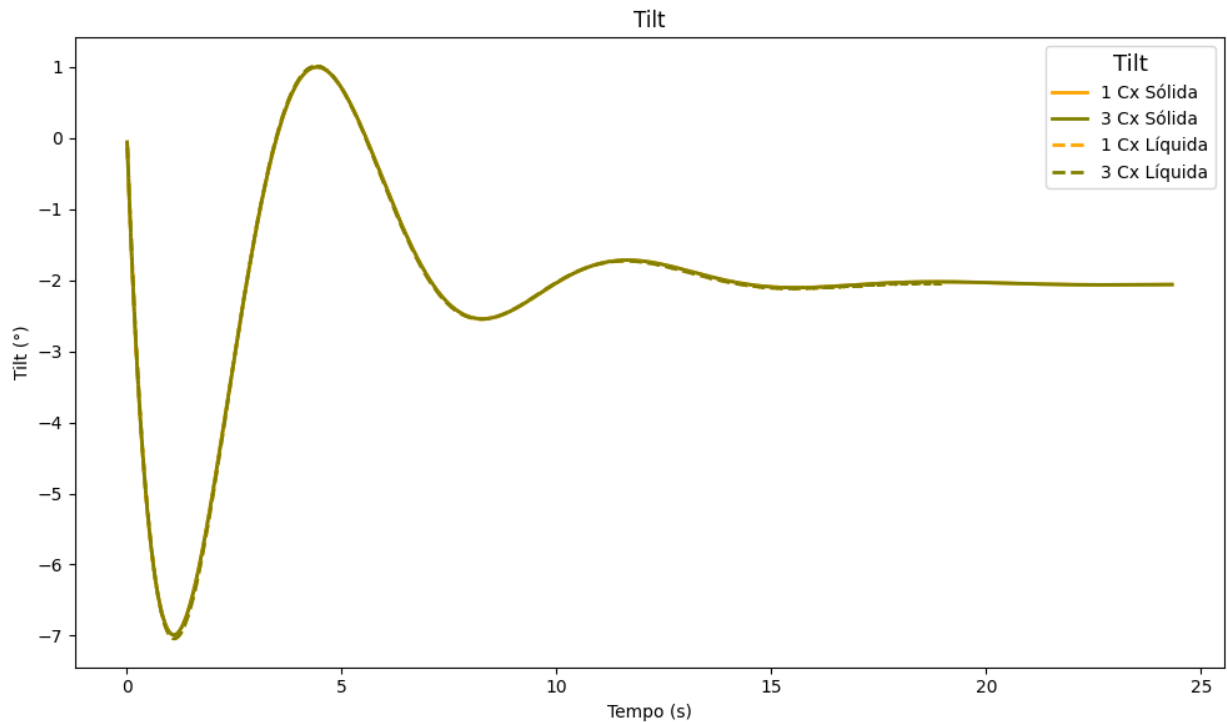


Figura 7.15: Variação do tilt com o tempo em y

fase de oscilação próxima a orientação em x , se compararmos com o ângulo ϕ da Figura 7.14, já que ele atua no erro em y de maneira direta assim como a mudança de orientação, onde é possível observar uma clara diferença nos ângulos atingidos se comparado ao movimento em x , tendo o sistema quase simétrico em relação a X e Y o impacto do tilt na dinâmica pode ser observado. Um ponto importante a ser ressaltado é que o ponto de equilíbrio alcançado pela aeronave não é com $\phi = 0$, mas sim em $\approx 0.06rad$ que entra em outro ponto de equilíbrio junto com o tilt.

Para o momento, vemos um comportamento parecido ao de X , porém em menor escala, inclusive o ruído presente no fim do experimento, que também não é refletido no comportamento da trajetória e a amplitude é bem maior que para a caixa sem fluido porém bem menor que para o movimento em X , onde se atinge valores até $10x$ maiores.

Os esforços de controle nos motores também são próximos entre a caixa com e sem líquido, se mantendo o comportamento de X .

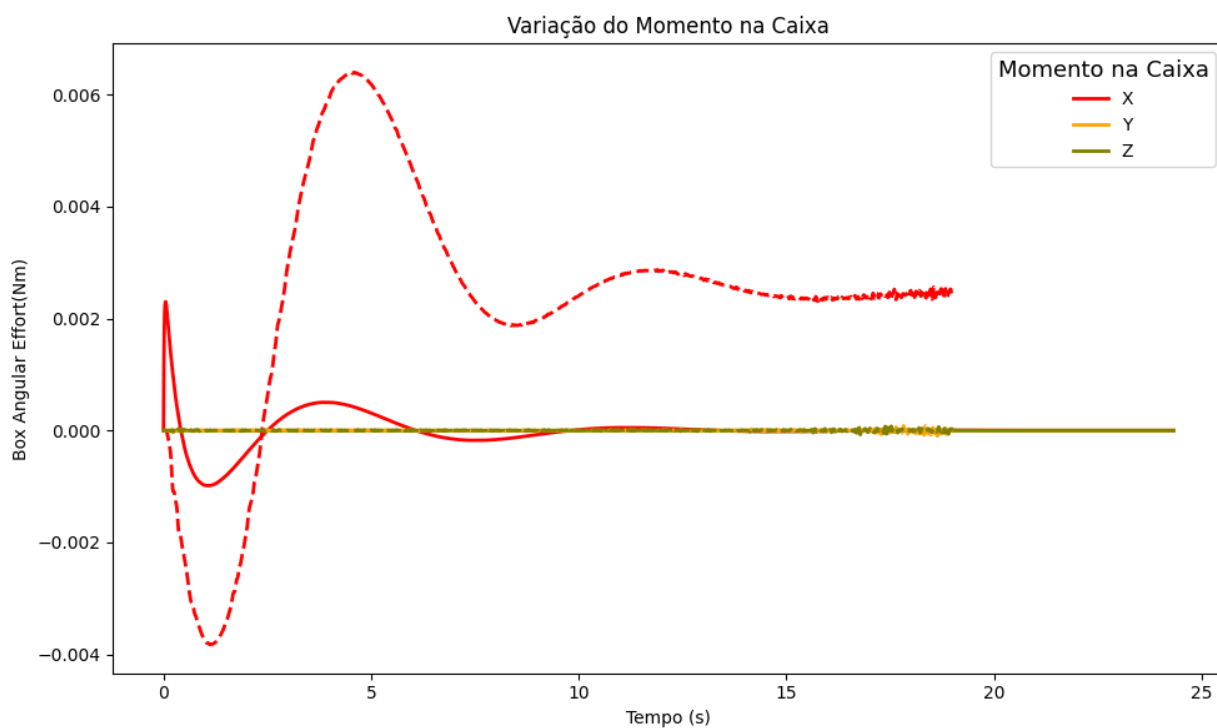


Figura 7.16: Variação dos momentos na caixa para o degrau em y

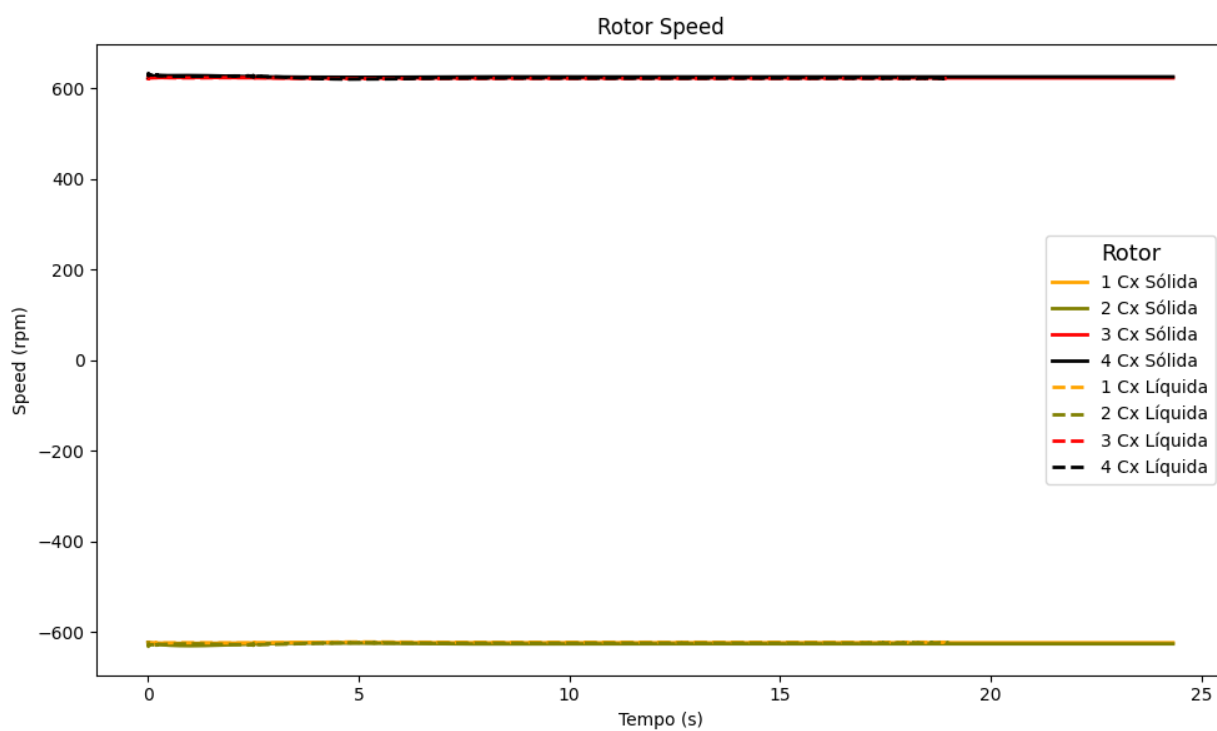


Figura 7.17: Variação dos esforços de controle para o degrau em y

7.2.4 Degrau em XZ

Esse ensaio como dito anteriormente é interessante para fazer uma comparação direta da resposta do sistema mostrada em Li et al. (2021) com a do apresentado nesse trabalho. Para melhor entender as diferenças é apresentado uma tabela com os parâmetros utilizados em cada simulação na tabela 7.3.

Variável	Valor em Li et al. (2021)	Valor neste trabalho
massa aeronave [kg]	0.5	0.9
k	$3.25e - 6$	$8.9013e - 6$
b	$1.25e - 7$	$1.1e - 9$
Número de partículas	4488	960000
Viscosidade do fluido [Pa/s]	0.001	0
Momento de inércia em Y [kgm^2]	$5.2e - 3$	$8e - 3$
Altura do tanque [m]	1	1
Comprimento do tanque [m]	1	1
Largura do tanque [m]	1	1
Altura do líquido do tanque [m]	0.5	0.5
Densidade do líquido [kg/m^3]	1000	1000

Tabela 7.3: Valores de parâmetros utilizados em Li et al. (2021) e neste trabalho

Ao observar a tabela 7.3, podemos observar alguns dados interessantes. A massa e momento de inércia da aeronave apresentada por Li et al. (2021) é menor, o que pode fazer o *sloshing* ter uma maior influência do que no sistema apresentado nesse trabalho e outro fato importante é que os parâmetros da caixa com o líquido são os mesmos.

Em primeiro lugar, vamos fazer uma análise direta para a variação da posição como feito nas outras direções, onde é possível observar que o resultado do movimento é praticamente uma combinação linear da variação em X com a variação em Z , porém existem uma maior divergência entre a caixa com líquido e sem, que pode ter acontecido devido aos maiores esforços necessários para realizar o movimento em Z .

Assim, comparando diretamente a trajetória da aeronave nos dois trabalhos, uma grande diferença que existe é o acompanhamento da trajetória, que apesar de ambos apresentarem *overshooting* a dinâmica do sistema apresentado em Li et al. (2021) é mais rápida. Porém, ambos apresentam um comportamento parecido para a presença de fluido, ele causa um leve descolamento em relação a trajetória da caixa sólida, e que como mostrado anteriormente aumenta conforme temos mais inversões de sentido no movimento, que está mais presente em Li et al.

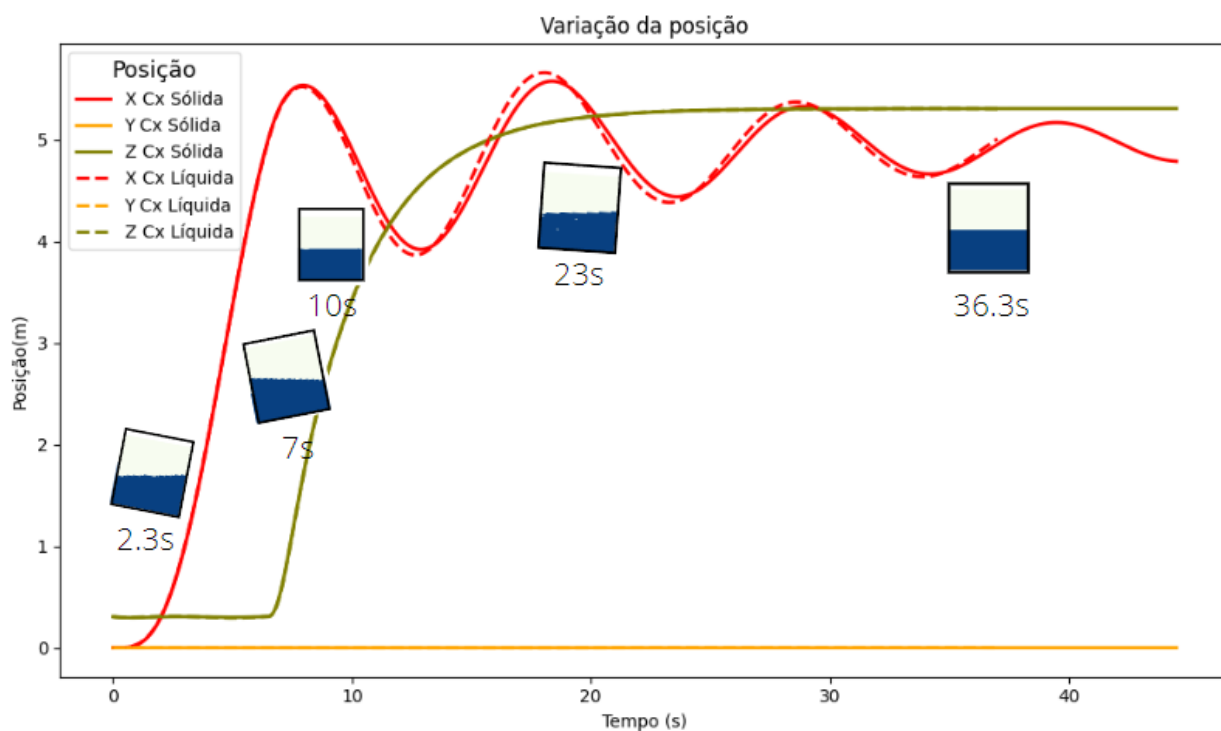
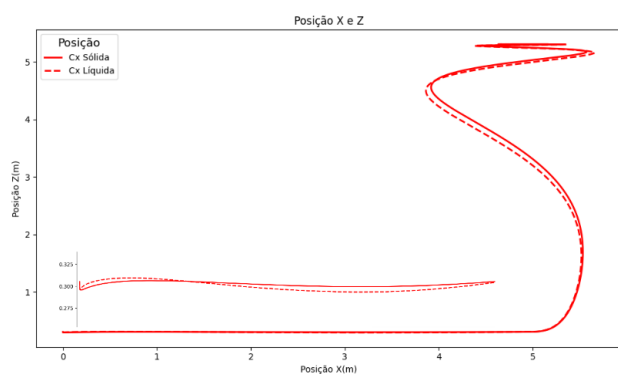
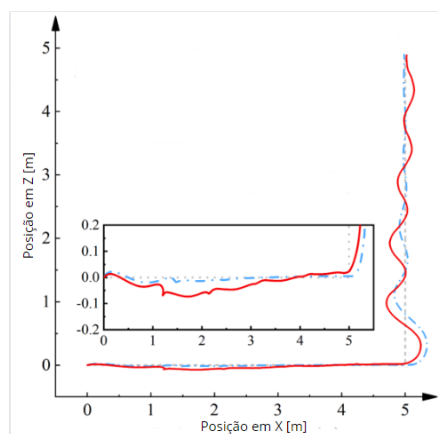


Figura 7.18: Variação de posição com o tempo para o degrau em XZ



Variação da posição no plano XZ neste trabalho



Variação da posição no plano XZ em Li et al. (2021).

Figura 7.19: Variação da posição no plano XY

(2021), o fazendo apresentar diferenças maiores.

Para os ângulos é possível se observar uma magnitude maior na diferença entre θ na caixa com em relação a sem fluido, como dito anteriormente, devido ao maior esforço no controlado a aceleração em z.

A diferença para os esforços nos motores não é muito grande, como já mostrado em resultados anteriores.

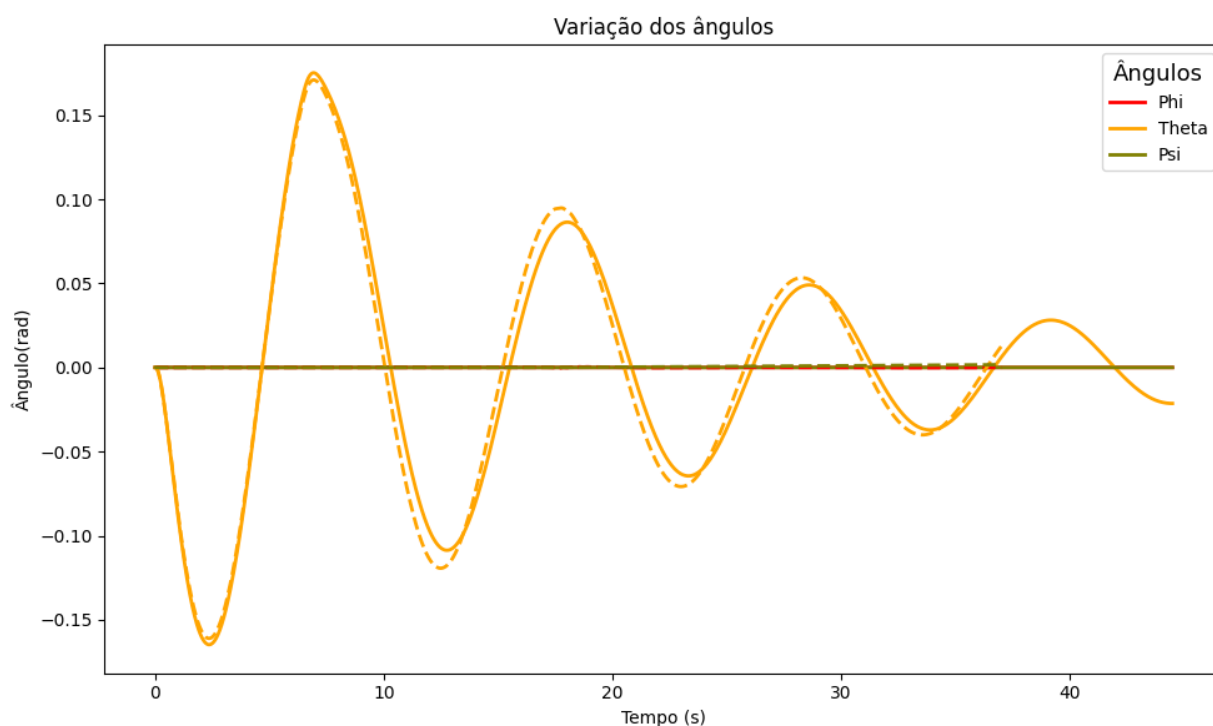


Figura 7.20: Variação dos ângulos para o degrau em XZ

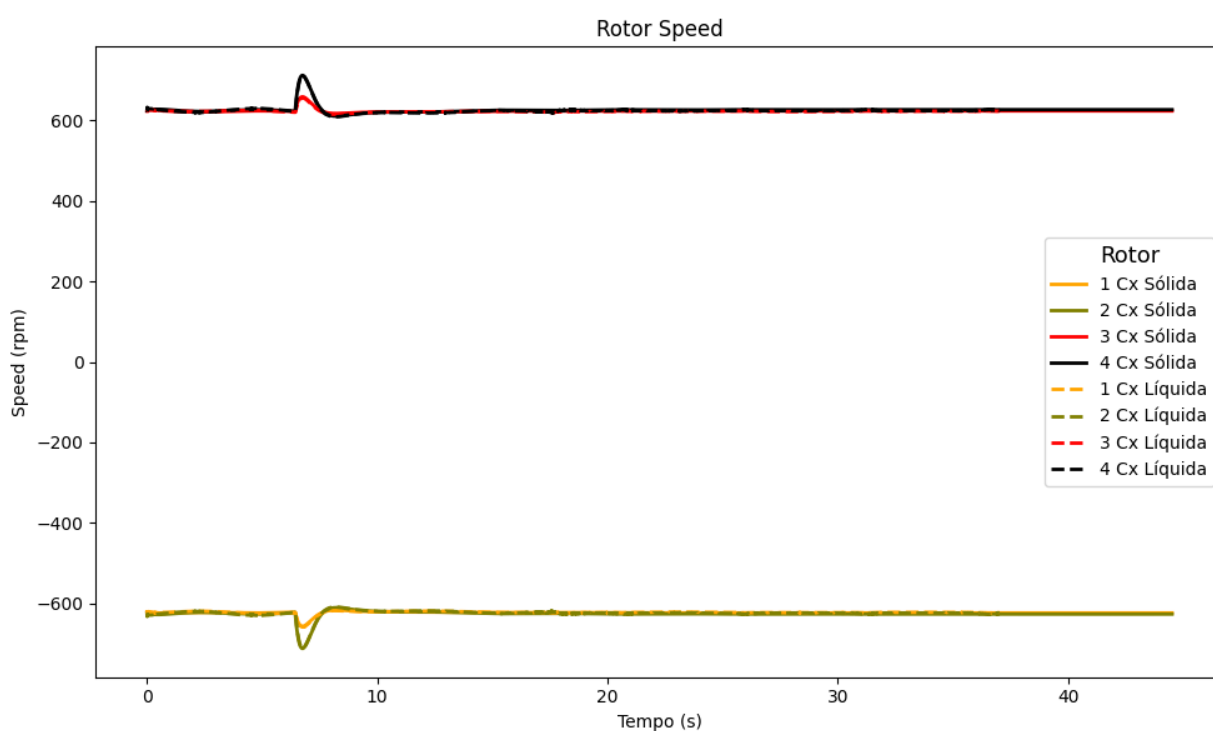


Figura 7.21: Variação dos esforços de controle

Nos esforços na caixa, é onde se observa com maior clareza os efeitos de *sloshing*, que se tem uma oscilação em ambas as direções, e é mais evidente em Z onde o movimento é praticamente constante para a caixa sólida e aparece uma oscilação em torno de z para a caixa

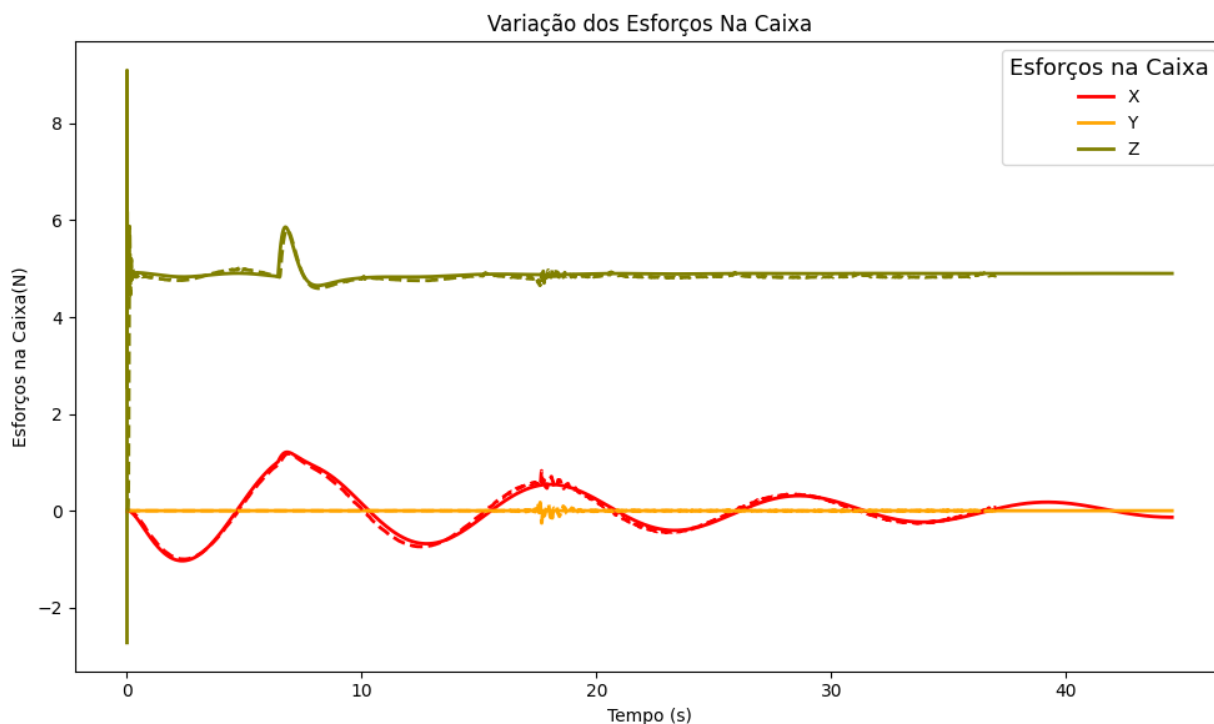


Figura 7.22: Variação dos esforços na caixa para o degrau XZ

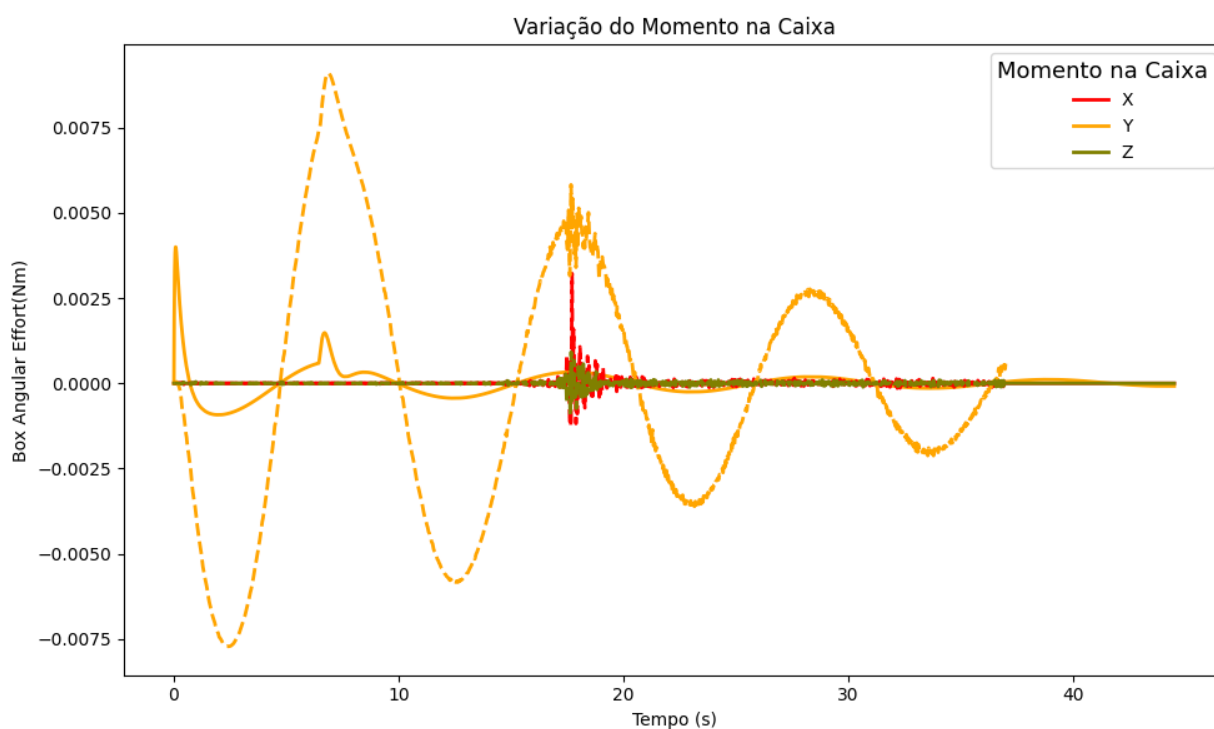


Figura 7.23: Variação dos momentos na caixa para o degrau em XZ

com líquido.

Para o momento, é onde tem-se a maior diferença em termos de módulo e também devido a ordem de magnitude do esforço ($e - 3$), onde se observa um ruído, que pode ser devido

ao método numérico de simulação fluído-dinâmica, assim como do modelo aeronave/fluído, que insere a inércia como uma força externa.

CAPÍTULO VIII

Conclusão

O uso de aeronaves multirrotorcom transporte de carga líquida está se tornando cada vez mais comum, principalmente no domínio da agricultura, assim ter uma plataforma que permita a simulação da sua dinâmica completa, de tal maneira a ter um controle mais robusto sem a necessidade de modificar a estrutura da aeronave, é de grande interesse, assim como o estudo de diferentes atuadores que possam diminuir o efeito de *sloshing* .

Por esta razão, um dos objetivo deste trabalho como discutido anteriormente, era propor uma estrutura para modelagem dinâmica de uma aeronave multirrotorcom tilt, juntamente uma simulação da dinâmica do fluído, dentro de um mesmo pacote para permitir a avaliação de estratégias de controle. Um fato importante a se observar é que a literatura não apresentava tal estudo no começo deste trabalho e no final de 2021 foi publicado o artigo Li et al. (2021), que apresenta o mesmo objetivo, porém usou uma estratégia diferente de solução, por tal razão foi introduzido uma análise comparativa na seção 7.2.

A metodologia de escolha para a simulação do sistema foi baseada na investigação de pacotes abertos existentes que permitissem tal dinâmica, para tal, foi escolhido o uso da plataforma *Unreal*[®], onde a *Nvidia*[®] desenvolveu um pacote de testes para simulação de fluído utilizando *FLIP* e a *Microsoft*[®] um modelo genérico para aeronave, ambas apresentavam resultados em alta frequência, tornando pertinente o uso nesse estudo. Resultados interessantes foram obtidos, como mostrados na tabela 7.2, porém com algumas diferenças de resultados experimentais presentes na literatura, que devem ocorrer principalmente devido a falta de viscosidade no

modelo, e deve ser analisada em trabalhos futuros.

Contudo, mesmo com as divergências apresentadas, a fluído-dinâmica utilizada incorpora mais não linearidades e se aproxima mais dos resultados experimentais que os modelos equivalentes apresentados em 2.4. Um exemplo dessas não linearidades é a presença de ondas observadas na tabela 7.2.

Um ponto importante deste trabalho, foi a investigação de uma solução das equações de dinâmica dos fluídos que permitissem o uso em *Hardware-In-The-Loop*, através de paralelizações no cálculo. Porém, para este caso, a solução escolhida com a implementação feita neste trabalho não conseguiu atingir o objetivo, dada a acurácia necessária, pois foi observado que a implementação feita por *Nvidia*® não tinha acurácia o suficiente no cálculo da pressão. Nesse sentido, foi necessário adicionar mais laços que influenciaram significativamente o tempo de solução geral. Trabalhos futuros podem investigar melhorias de performance para a implementação atual a fim de permitir o *Hardware-In-The-Loop*.

O segundo objetivo deste trabalho, foi a proposição da utilização de tilts na aeronave para diminuir o efeito de *sloshing* e facilitar o transporte de carga líquida.

Primeiramente, o uso de tilts já é uma tecnologia em estudo no laboratório onde este trabalho foi desenvolvido (Machini, 2018), porém não tinha um estudo de transporte de carga, muito menos líquida. A estratégia de controle se manteve a mesma, com o uso do *LQR*, que tem um valor bem interessante dado a sua base de otimização de um sistema linear e a adição de uma não linearidade ao sistema que é presente dado ao *sloshing* do fluído.

A configuração da aeronave escolhida para o estudo, permite a comparação com tilt em um eixo e sem em outro, como pode ser visto na seção 7.2. Outra questão relevante, foi a simplificação feita em que $b \ll k$, pois isso elimina a necessidade de um controle específico para regular o ψ , como já realizado por Machini (2018). Esta escolha foi feita para permitir um foco maior sobre o controle do *sloshing*, mas é de grande valia ser estudo em trabalhos futuros.

Assim, na seção 7.2, pode ser visto como o fluído se movimenta com relação a mudança de orientação da aeronave, mais visível na figura 7.18. Um resultado observado nesse estudo foi que o uso do *LQR* com as constantes escolhidas não apresentou uma oscilação relevante no estado da aeronave (com uma dinâmica mais lenta) de maneira a ter o fenômeno de *sloshing* sobrepondo as próprias forças inerciais da aeronave, mas é possível ver que ele está presente, como pode ser

visto na figura 7.19. Outro ponto que contribui para um efeito menor do *sloshing* é a distribuição de inércias, onde a massa da aeronave representa 65% e o fluído 35%. Trabalhos futuros podem analisar o comportamento de diferentes distribuições de inércia aeronave/fluído para avaliar tanto a configuração escolhida quanto a estratégia de controle.

Através da comparação das entradas em degrau em diferentes direções foi possível observar a diferença entre o eixo com e sem tilt, onde o primeiro teve menores rotações da aeronave, ocasionando menos *sloshing* e com um atuador direto para aquela direção, ocasionando uma resposta mais rápida. Onde o tilt não estava presente, teve tanto maiores valores na rotação realizada pela aeronave quanto um maior número de oscilações, intensificando o efeito de *sloshing* , apesar de pequeno dado a dinâmica do sistema.

Finalmente, com os resultados deste trabalho, é possível concluir que o uso da plataforma unificada que foi utilizada e implementada, possibilita um bom ponto de início para avaliar o comportamento de uma aeronave transportando líquido, assim como um ganho relevante do uso de tilts para o transporte dessa carga de maneira a diminuir as oscilações sofridas na carga junto ao *sloshing* .

Referências Bibliográficas

- Akyildiz, H. and Ünal, E. (2005). Experimental investigation of pressure distribution on a rectangular tank due to the liquid sloshing. *Ocean Engineering*, 32(11-12).
- Badr, S., Mehrez, O., and Kabeel, A. E. (2016). A novel modification for a quadrotor design. In *2016 International Conference on Unmanned Aircraft Systems, ICUAS 2016*, pages 702–710.
- Bouabdallah, S. (2007). Design and Control of Quadrotors With Application To Autonomous Flying. *École Polytechnique Fédérale De Lausanne, À La Faculté Des Sciences Et Techniques De L'Ingénieur*, 3727(3727):61.
- Brackbill, J. U., Kothe, D. B., and Ruppel, H. M. (1988). Flip: A low-dissipation, particle-in-cell method for fluid flow. *Computer Physics Communications*, 48(1):25–38.
- Bridson, R. (2018). *Fluid Simulation for Computer Graphics*.
- Cook, M. V. (2013). *Flight Dynamics Principles*.
- Cutler, M., Ure, N.-K., Michini, B., and How, J. (2011). Comparison of Fixed and Variable Pitch Actuators for Agile Quadrotors. In *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*.
- Deng, M.-G. and Yue, B.-Z. (2016). Attitude Dynamics and Control of Liquid Filled Spacecraft with Large Amplitude Fuel Slosh. *Journal of Mechanics*.
- Faust, A., Palunko, I., Cruz, P., Fierro, R., and Tapia, L. (2017). Automated aerial suspended cargo delivery through reinforcement learning. *Artificial Intelligence*, 247:381–398.
- Fogelberg, J. (2013). *Navigation and Autonomous Control of a Hexacopter in Indoor Environments*. PhD thesis.

- Godderidge, B., Turnock, S. R., and Tan, M. (2012). A rapid method for the simulation of sloshing using a mathematical model based on the pendulum equation. *Computers and Fluids*, 57:163–171.
- Hintz, C., Torno, C., and Carrillo, L. R. G. (2014). Design and dynamic modeling of a rotary wing aircraft with morphing capabilities. In *Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), 2014 International Conference on*, pages 492–498.
- Huang, H., Hoffmann, G. M., Waslander, S. L., and Tomlin, C. J. (2009). Aerodynamics and control of autonomous quadrotor helicopters in aggressive maneuvering. In *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 3277–3282.
- Katopodes, N. D. and Katopodes, N. D. (2019). Smoothed Particle Hydrodynamics. *Free-Surface Flow*, pages 830–866.
- Kendoul, F., Fantoni, I., and Lozano, R. (2005). Modeling and control of a small autonomous aircraft having two tilting rotors. In *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference, CDC-ECC '05*, volume 2005, pages 8144–8149.
- Kim, B., Liu, Y., Llamas, I., Jiao, X., and Rossignac, J. (2007). Simulation of bubbles in foam with the volume control method. *ACM Transactions on Graphics*, 26(3).
- Lavretsky, E. and Wise, K. A. (2013). *Robust Adaptive Control with Aerospace Applications*.
- Li, J., Cao, D., and Pan, K. (2021). Hydrodynamics with complex boundary motions by non-inertial SPH method and its application in attitude-liquid-control coupled dynamics of a liquid-filled quadrotor UAV. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 163.
- Liu, D., Tang, W., Wang, J., Xue, H., and Wang, K. (2016). Comparison of laminar model, RANS, LES and VLES for simulation of liquid sloshing. *Applied Ocean Research*, 59:638–649.
- Lucas Werkmeister (2017). GridFluidSim.
- Luo, H., Zhang, R., and Weng, D. (2016). Mitigation of liquid sloshing in storage tanks by using a hybrid control method. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 90:183–195.

- Machini, F. (2018). *Modeling, Simulation and control of a generic tilting rotor multi-copter*. PhD thesis, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.
- Malachias Marques, F., Lopes Silva, D., Finzi Neto, R. M., and Sanches, L. (2017). Optimum trajectory tracking control of a multi-rotor aerial vehicle. In *CILAMCE*.
- Nicolson, B., Wang, L., and Shabana, A. (2017). Nonlinear finite element analysis of liquid sloshing in complex vehicle motion scenarios. *Journal of Sound and Vibration*, 405:208–233.
- Nishiguchi, A. and Yabe, T. (1982). Finite-sized fluid particle in a nonuniform moving grid. *Journal of Computational Physics*, 47(2):297–302.
- Nvidia Corporation (2016). *Cataclysm Unreal*.
- Pimentel, D. (2009). Pesticides and pest control. In *Integrated Pest Management*, volume 1, pages 83–87.
- Raffo, G. V., Ortega, M. G., and Rubio, F. R. (2008). Backstepping/nonlinear H infinity control for path tracking of a quadrotor unmanned aerial vehicle. In *2008 American Control Conference*, pages 3356–3361.
- Rajappa, S., Ryll, M., Bulthoff, H. H., and Franchi, A. (2015). Modeling, control and design optimization for a fully-actuated hexarotor aerial vehicle with tilted propellers. In *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 2015-June, pages 4006–4013.
- Raouf A. Ibrahim (2005). *Liquid Sloshing Dynamics: Theory and Applications*. Cambridge University Press, 1(January 2006).
- Ryll, M., Bulthoff, H. H., and Giordano, P. R. (2012). Modeling and Control of a Quadrotor UAV with Tilting Propellers. In *2012 IEEE Conference on Robotics and Automation*, pages 4606–4613.
- Sangheon Lee Dipak Kumar Giri, H. S. (2017). Modeling and Control of Quadrotor UAV Subject to Variations in Center of Gravity and Mass. In *International Conference on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence*, pages 85–90, Jeju. IEEE.

Suiçmez, E. C. (2014). *Trajectory Tracking of a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle (UAV) Via Attitude and Position Control*. PhD thesis, Middle East Technical University.

Valavanis, K. P. (2007). *Advances in Unmanned Aerial Vehicles*, volume 33.

Yusuke, E. (2012). Most complex ASCII fluid - Honorable mention.