



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL



SILVIO QUIRINO DA SILVA

**ANÁLISE NUMÉRICA EM LAJE DE CONCRETO ARMADO
EM UMA DIREÇÃO - INFLUÊNCIA DA TAXA DE
ARMADURA LONGITUDINAL NA RESISTÊNCIA À FORÇA
CORTANTE**

Uberlândia, 2022.

SILVIO QUIRINO DA SILVA

**ANÁLISE NUMÉRICA EM LAJE DE CONCRETO ARMADO
EM UMA DIREÇÃO - INFLUÊNCIA DA TAXA DE
ARMADURA LONGITUDINAL NA RESISTÊNCIA À FORÇA
CORTANTE**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Estruturas e Construção Civil

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Gustavo Delalibera

Uberlândia, 2022.

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

S586
2022

Silva, Silvio Quirino da, 1993-
Análise numérica em laje de concreto armado em uma
direção - influência da taxa de armadura longitudinal na
resistência à força cortante [recurso eletrônico] /
Silvio Quirino da Silva. - 2022.

Orientador: Rodrigo Gustavo Delalibera.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de
Uberlândia, Pós-graduação em Engenharia Civil.
Modo de acesso: Internet.
Disponível em: <http://doi.org/10.14393/ufu.di.2022.480>
Inclui bibliografia.
Inclui ilustrações.

1. Engenharia civil. I. Delalibera, Rodrigo Gustavo,
1976-, (Orient.). II. Universidade Federal de
Uberlândia. Pós-graduação em Engenharia Civil. III.
Título.

CDU: 624

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:
Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
 Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
 Av. João Naves de Ávila, 2121, Bloco 1Y - Bairro Santa Monica, Uberlândia-MG, CEP 38400-902
 Telefone: 34 3239-4137 - www.feciv.ufu.br/ppgrec - posgradcivil@ufu.br



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Civil				
Defesa de:	Dissertação de Mestrado Acadêmico, 281, PPGEC				
Data:	22 de agosto de 2022	Hora de início:	09:00 h	Hora de encerramento:	11:15 h
Matrícula do Discente:	12012ECV014				
Nome do Discente:	Silvio Quirino da Silva				
Título do Trabalho:	Análise numérica em laje de concreto armado em uma direção - influência da taxa de armadura longitudinal na resistência à força cortante				
Área de concentração:	Construção Civil, Estruturas e Geotecnia				
Linha de pesquisa:	Estruturas e Geotecnia				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Estacas metálicas: Análise da ligação das estacas com o bloco				

Reuniu-se, em sessão pública na sala virtual a ser acessada pelo endereço videochamada: <https://meet.google.com/yzc-rdvt-hdg>, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, assim composta pelos Professores Doutores: Antônio Carlos dos Santos - UFU, Fernando Menezes de Almeida Filho – UFSCAR e Rodrigo Gustavo Delalibera – UFU orientador do candidato.

Iniciando os trabalhos o presidente da mesa, Rodrigo Gustavo Delalibera, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu ao discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Rodrigo Gustavo Delalibera, Professor(a) do Magistério Superior**, em 08/09/2022, às 11:07, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Fernando Menezes de Almeida Filho, Usuário Externo**, em 08/09/2022, às 11:39, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Antônio Carlos dos Santos, Professor(a) do Magistério Superior**, em 08/09/2022, às 15:01, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **3891396** e o código CRC **00488B6F**.

Dedico este trabalho a minha querida mãe Ana Lúcia.

Minha família.

Meus Amigos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pela minha vida, e por me ajudar a ultrapassar todos os obstáculos encontrados ao longo do curso, principalmente pela minha saúde.

À minha mãe Ana Lúcia e meus irmãos, que me incentivaram nos momentos difíceis, motivando e encorajando.

Ao professor Dr. Rodrigo Gustavo Delalibera, por ter sido meu orientador, ter desempenhado tal função com dedicação e amizade e pela ajuda e paciência com a qual guiaram o meu aprendizado.

Aos amigos, que sempre estiveram ao meu lado, pela amizade incondicional e pelo apoio demonstrado ao longo de todo o período de tempo em que me dediquei a este trabalho.

A todos os colaboradores da Universidade Federal de Uberlândia, em especial meus professores que contribuíram na minha formação.

A todos aqueles que contribuíram, de alguma forma, com o desenvolvimento deste trabalho de pesquisa, enriquecendo o meu processo de aprendizado.

RESUMO

A literatura aborda alguns fatores que influenciam a resistência à força cortante, como a resistência à compressão do concreto, a taxa de armadura longitudinal, a altura da seção do elemento e entre outros. Focando em lajes maciças de concreto armado em uma direção e sem armadura transversal submetida à força cortante, este trabalho teve como propósito realizar uma análise numérica do comportamento desse elemento, verificando a influência que a taxa de armadura longitudinal exerce sobre o ganho de resistência à força cortante. Diante disso, foi necessário a utilização de dados experimentais para aferição do modelo numérico, ou seja, para obter um modelo representativo ao experimental. Considerando esses aspectos, foram realizadas simulações com variação dos fatores já exposto que afetam a resistência à força cortante. Desta forma, foram obtidas as curvas de força x deslocamento, as tensões de cisalhamento e o panorama de fissuração das lajes. Além dessa análise numérica realizada por meio do programa ANSYS® Workbench, foi aplicado uma análise estatística de Planejamento Experimental Fatorial com Análise de Variância por meio do programa Minitab®, verificando qual o fator afetou de forma mais significativa a tensão de cisalhamento, variável de resposta extraída da simulação numérica e considerando um nível de significância de 5%. Os resultados demonstraram que a taxa de aço da armadura longitudinal influenciou na obtenção da força última e no deslocamento, contudo, o fator que mais impactou na tensão de cisalhamento, foi a altura da laje. Além disso, quando há interação da altura com a resistência à compressão do concreto, obtém melhor rendimento na capacidade resistente desse elemento, no entanto, é importante lembrar que a taxa de armadura longitudinal teve sua contribuição na transferência das tensões de cisalhamento, sendo um fator que também afeta a resistência à força cortante, mas de forma não predominante. Já, o panorama de fissuração, inicia-se na região da aplicação do deslocamento com direções diagonais, conseqüentemente apresentando-se a seção da laje que está no Estádio I, II e III, no momento da sua ruptura. Por fim, foi possível determinar que a altura da seção transversal da laje foi o fator relevante, em relação aos demais, sendo esse parâmetro responsável pela maior influência ou contribuição no ganho de resistência nos mecanismos complementares. Já as amaduras na borda superior da laje, foi um fator menos relevante, que demonstrou não ser útil na capacidade resistente nesse elemento.

Palavras-chave: Simulação Numérica. Laje Maciça. Força Cortante. Taxa de Armadura.

ABSTRACT

The literature addresses some factors that influence the shear strength, such as the compressive strength of concrete, the longitudinal reinforcement rate, the height of the element section and others. Focusing on solid slabs of reinforced concrete in one direction and without transverse reinforcement subjected to shear force, this work aims to perform a numerical analysis of the behavior of this element, verifying the influence that the rate of longitudinal reinforcement exerts on the gain of resistance to shear force. Therefore, it was necessary to use experimental data to assess the numerical model, that is, to obtain a model representative of the experimental one. Considering these aspects, simulations were performed with variation of the factors already exposed that affect the resistance to shear force. In this way, the force x displacement curves, the shear stresses and the cracking panorama of the slabs were obtained. In addition to this numerical analysis performed using the ANSYS® Workbench program, a statistical analysis of Factorial Experimental Design with Analysis of Variance was applied using the Minitab® program, verifying which factor most significantly affected the shear stress, the response variable extracted from the numerical simulation and considering a significance level of 5%. The results showed that the steel rate of the longitudinal reinforcement influenced the obtaining of the ultimate force and displacement, however, the factor that most impacted the shear stress was the height of the slab. In addition, when the height interacts with the compressive strength of the concrete, it obtains a better yield in the resistant capacity of this element, however, it is important to remember that the longitudinal reinforcement rate had its contribution in the transfer of shear stresses, being a factor which also affects shear strength, but not predominantly. The cracking panorama, on the other hand, begins in the region of application of the displacement with diagonal directions, consequently presenting the section of the slab that is in Stages I, II and III, at the moment of its rupture. Finally, it was possible to determine that the height of the cross section of the slab was the relevant factor, in relation to the others, being this parameter responsible for the greatest influence or contribution in the gain of resistance in the complementary mechanisms. On the other hand, the ripening at the upper edge of the slab was a less relevant factor, which proved not to be useful in the resistance capacity of this element.

Keywords: Numerical Simulation. Massive Slab. Shear Force. Rate of Reinforcement.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Laje Maciça de Concreto Armado - (a) Laje sem Carregamento; (b) Laje com Carregamento.....	36
Figura 2: Mecanismos Usuais de Resistência à Força Cortante.....	38
Figura 3: Falha de cisalhamento: (a) viga delgada ($ad \geq 2,5$); (b) viga intermediária ($1 \leq ad < 2,5$)	40
Figura 4: Intertravamento do agregado	41
Figura 5: Efeito de Pino no elemento fissurado.	42
Figura 6: Hipótese de Viga sobre uma Base Elástica.....	43
Figura 7: Trajetórias das tensões principais	46
Figura 8: Configuração do ensaio experimental: (a) geometria; (b) configuração teórica.....	52
Figura 9: Configuração do ensaio experimental: prático.....	52
Figura 10: Corte transversal da laje.....	54
Figura 11: Modelos experimentais: (a) detalhe da armadura com taxa de 0,35 %; (b) detalhe armadura com taxa de 1,00%	55
Figura 12: Modelo numérico adotado	56
Figura 13: Comprimento de ancoragem necessário	59
Figura 14: Geometria e definições.....	66
Figura 15: Detalhe da seção transversal	69
Figura 16: diagrama tensão-deformação bilinear de tração.....	73
Figura 17: diagrama tensão-deformação	75
Figura 18: Geometria do Solid 65	76
Figura 19: Geometria do SOLID185	76
Figura 20: Geometria LINK180	77
Figura 21: Tensão x Deformação	79
Figura 22: Configuração do modelo numérico.....	81
Figura 23: Legenda considerada na nomenclatura dos modelos numéricos	82
Figura 24: Elementos finitos definidos para cada material: (a) vista lateral esquerda; (b) vista superior; (c) vista inferior.	82
Figura 25: vínculos aplicados nos apoios na laje: (a) em relação ao eixo Y; (b) em relação ao eixo Z.....	84
Figura 26: borracha aplicada entre a laje e os apoios	84

Figura 27: Comportamento da laje com e sem a borracha.	85
Figura 28: Vista da laje: (a) lateral de maior dimensão; (b) lateral de menor dimensão; (c)...	85
Figura 29: Pressão aplicada sobre a chapa de aço	87
Figura 30: Deslocamento aplicada sobre a chapa de aço	87
Figura 31: Comparativo da aplicação de deslocamento e força	88
Figura 32: Armadura longitudinal	89
Figura 33: Curva Força x Deslocamento	89
Figura 34: Curva Força x Deslocamento	90
Figura 35: Curva Força x Deslocamento	90
Figura 36: Curva Força x Deslocamento	91
Figura 37: Curva Força x Deslocamento	91
Figura 38: Curva Força x Deslocamento	92
Figura 39: Curva Força x Deslocamento	92
Figura 40: Curva Força x Deslocamento	93
Figura 41: Curva Força x Deslocamento	93
Figura 42: tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	95
Figura 43: Máxima tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado no elemento: (a) lateral direita; (b) lateral esquerda.....	95
Figura 44: Fissuras no elemento: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.	96
Figura 45: tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	96
Figura 46: Máxima tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado no elemento: (a) lateral direita; (b) lateral esquerda.....	97
Figura 47: Fissuras no elemento: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.	98
Figura 48: tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	98
Figura 49: Máxima tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado no elemento: (a) lateral direita; (b) lateral esquerda.....	99
Figura 50: Fissuras no elemento: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.	99

Figura 51: Tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	100
Figura 52: Máxima tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado no elemento: (a) lateral direita; (b) lateral esquerda.....	100
Figura 53: Fissuras no elemento: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.	101
Figura 54: Tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	101
Figura 55: Máxima tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado no elemento: (a) lateral direita; (b) lateral esquerda.....	102
Figura 56: Fissuras no elemento: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.	103
Figura 57: Tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	103
Figura 58: Máxima tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado no elemento: (a) lateral direita; (b) lateral esquerda.....	104
Figura 59: Fissuras no elemento: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.	104
Figura 60: Tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	105
Figura 61: Máxima tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado no elemento: (a) lateral direita; (b) lateral esquerda.....	105
Figura 62: Fissuras no elemento: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.	106
Figura 63: Tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	106
Figura 64: Máxima tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado no elemento: (a) lateral direita; (b) lateral esquerda.....	107
Figura 65: Fissuras no elemento: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.	108
Figura 66: Tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	108
Figura 67: Máxima tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado no elemento: (a) lateral direita; (b) lateral esquerda.....	109

Figura 68: Fissuras no elemento: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.	109
Figura 69: Legenda da simulação numérica com a variação dos parâmetros.	111
Figura 70: configurações da disposição das armaduras longitudinais.....	112
Figura 71: Armaduras longitudinais: (a) inferiores; (b) superior e inferior	112
Figura 72: Vista superior da laje e da placa de aço com aplicação do deslocamento	113
Figura 73: Força x Deslocamento com altura de 10 cm, f_{ck} de 25 MPa e variação da taxa de armadura.	114
Figura 74: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F25TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	114
Figura 75: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F25TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	115
Figura 76: Panorama de fissuração do modelo AH10F25TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras	116
Figura 77: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F25T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	116
Figura 78: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F25T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	117
Figura 79: Panorama de fissuração do modelo AH10F25T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras	117
Figura 80: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F25T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	118
Figura 81: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F25T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	118
Figura 82: Panorama de fissuração do modelo AH10F25T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras	119
Figura 83: Força x Deslocamento com altura de 10 cm, f_{ck} de 35 MPa e variação da taxa de armadura	119
Figura 84: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F35TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	120
Figura 85: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F35TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	120
Figura 86: Panorama de fissuração do modelo AH10F25T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras	121

Figura 87: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F35T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	121
Figura 88: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F35T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	122
Figura 89: Panorama de fissuração do modelo AH10F35T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	122
Figura 90: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F35T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	123
Figura 91: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F35T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	123
Figura 92: Panorama de fissuração do modelo AH10F35T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	124
Figura 93: Força x Deslocamento com altura de 10 cm, f_{ck} de 45 MPa e variação da taxa de armadura.....	124
Figura 94: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F45TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	125
Figura 95: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F45TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	125
Figura 96: Panorama de fissuração do modelo AH10F45TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	126
Figura 97: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F45T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	126
Figura 98: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F45T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	127
Figura 99: Panorama de fissuração do modelo AH10F45T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	127
Figura 100: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F45T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	128
Figura 101: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F45T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	128
Figura 102: Panorama de fissuração do modelo AH10F45T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	129
Figura 103: Força x Deslocamento com altura de 15 cm, f_{ck} de 25 MPa e variação da taxa de armadura.....	129

Figura 104: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F25TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	130
Figura 105: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F25TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	130
Figura 106: Panorama de fissuração do modelo AH15F25TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	131
Figura 107: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F25T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	131
Figura 108: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F25T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	132
Figura 109: Panorama de fissuração do modelo AH15F25T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	132
Figura 110: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F25T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	133
Figura 111: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F25T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	133
Figura 112: Panorama de fissuração do modelo AH15F25T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	134
Figura 113: Força x Deslocamento com altura de 15 cm, f_{ck} de 35 MPa e variação da taxa de armadura.....	134
Figura 114: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F35TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	135
Figura 115: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F35TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	135
Figura 116: Panorama de fissuração do modelo AH15F35TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	136
Figura 117: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F35T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	136
Figura 118: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F35T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	137
Figura 119: Panorama de fissuração do modelo AH15F35T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	137
Figura 120: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F35T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	138

Figura 121: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F35T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	138
Figura 122: Panorama de fissuração do modelo AH15F35T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	139
Figura 123: Força x Deslocamento com altura de 15 cm, f_{ck} de 45 MPa e variação da taxa de armadura.....	139
Figura 124: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F45TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	140
Figura 125: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F45TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	140
Figura 126: Panorama de fissuração do modelo AH15F45TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	141
Figura 127: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F45T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	141
Figura 128: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F45T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	142
Figura 129: Panorama de fissuração do modelo AH15F45T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	142
Figura 130: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F45T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	143
Figura 131: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F45T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	143
Figura 132: Panorama de fissuração do modelo AH15F45T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	144
Figura 133: Força x Deslocamento com altura de 20 cm, f_{ck} de 25 MPa e variação da taxa de armadura.....	144
Figura 134: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F25TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	145
Figura 135: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F25TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	145
Figura 136: Panorama de fissuração do modelo AH20F25TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	146
Figura 137: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F25T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	146

Figura 138: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F25TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	147
Figura 139: Panorama de fissuração do modelo AH20F25T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	147
Figura 140: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F25T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	148
Figura 141: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F25T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	148
Figura 142: Panorama de fissuração do modelo AH20F25T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	149
Figura 143: Força x Deslocamento com altura de 20 cm, f_{ck} de 35 MPa e variação da taxa de armadura.....	149
Figura 144: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F35TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	150
Figura 145: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F35TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	150
Figura 146: Panorama de fissuração do modelo AH20F35TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	151
Figura 147: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F35T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	151
Figura 148: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F35T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	152
Figura 149: Panorama de fissuração do modelo AH20F35T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	152
Figura 150: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F35T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	153
Figura 151: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F35T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	153
Figura 152: Panorama de fissuração do modelo AH20F35T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	154
Figura 153: Força x Deslocamento com altura de 20 cm, f_{ck} de 45 MPa e variação da taxa de armadura.....	154
Figura 154: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F45TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	155

Figura 155: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F45TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	155
Figura 156: Panorama de fissuração do modelo AH20F45TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	156
Figura 157: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F45T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	156
Figura 158: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F45T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	157
Figura 159: Panorama de fissuração do modelo AH20F45T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	157
Figura 160: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F45T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	158
Figura 161: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F45T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	158
Figura 162: Panorama de fissuração do modelo AH20F45T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	159
Figura 163: Força x Deslocamento com altura de 10 cm, f_{ck} de 25 MPa e variação da taxa de armadura.....	160
Figura 164: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F25TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	161
Figura 165: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F25TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	161
Figura 166: Panorama de fissuração do modelo BH10F25TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	162
Figura 167: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F25T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	162
Figura 168: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F25T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	163
Figura 169: Panorama de fissuração do modelo BH10F25T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	163
Figura 170: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F25T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	164
Figura 171: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F25T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	164

Figura 172: Panorama de fissuração do modelo BH10F25T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras	165
Figura 173: Força x Deslocamento com altura de 10 cm, f_{ck} de 35 MPa e variação da taxa de armadura	165
Figura 174: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F35TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	166
Figura 175: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F35TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	166
Figura 176: Panorama de fissuração do modelo BH10F35TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras	167
Figura 177: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F35T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	167
Figura 178: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F35T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	168
Figura 179: Panorama de fissuração do modelo BH10F35T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras	168
Figura 180: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F35T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	169
Figura 181: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F35T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	169
Figura 182: Panorama de fissuração do modelo BH10F35T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras	170
Figura 183: Força x Deslocamento com altura de 10 cm, f_{ck} de 45 MPa e variação da taxa de armadura	170
Figura 184: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F45TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	171
Figura 185: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F45TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	171
Figura 186: Panorama de fissuração do modelo BH10F45TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras	172
Figura 187: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F45T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	172
Figura 188: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F45T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	173

Figura 189: Panorama de fissuração do modelo BH10F45T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras	173
Figura 190: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F45T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	174
Figura 191: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F45T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	174
Figura 192: Panorama de fissuração do modelo BH10F45T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras	175
Figura 193: Força x Deslocamento com altura de 15 cm, f_{ck} de 25 MPa e variação da taxa de armadura	175
Figura 194: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F25TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	176
Figura 195: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F25TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	176
Figura 196: Panorama de fissuração do modelo BH15F25TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras	177
Figura 197: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F25T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	177
Figura 198: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F25T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	178
Figura 199: Panorama de fissuração do modelo BH15F25T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras	178
Figura 200: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F25T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	179
Figura 201: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F25T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	179
Figura 202: Panorama de fissuração do modelo BH15F25T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras	180
Figura 203: Força x Deslocamento com altura de 15 cm, f_{ck} de 35 MPa e variação da taxa de armadura	180
Figura 204: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F35TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	181
Figura 205: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F35TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	181

Figura 206: Panorama de fissuração do modelo BH15F35TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras	182
Figura 207: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F35T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	182
Figura 208: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F35T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	183
Figura 209: Panorama de fissuração do modelo BH15F35T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras	183
Figura 210: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F35T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	184
Figura 211: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F35T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	184
Figura 212: Panorama de fissuração do modelo BH15F35T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras	185
Figura 213: Força x Deslocamento com altura de 15 cm, f_{ck} de 45 MPa e variação da taxa de armadura	185
Figura 214: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F45TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	186
Figura 215: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F45TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	186
Figura 216: Panorama de fissuração do modelo BH15F45TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras	187
Figura 217: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F45T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	187
Figura 218: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F45T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	188
Figura 219: Panorama de fissuração do modelo BH15F45T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras	188
Figura 220: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F45T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	189
Figura 221: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F45T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	189
Figura 222: Panorama de fissuração do modelo BH15F45T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras	190

Figura 223: Força x Deslocamento com altura de 20 cm, f_{ck} de 25 MPa e variação da taxa de armadura.....	190
Figura 224: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F25TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	191
Figura 225: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F25TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	191
Figura 226: Panorama de fissuração do modelo BH20F25TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	192
Figura 227: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F25T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	192
Figura 228: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F25T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	193
Figura 229: Panorama de fissuração do modelo BH20F25T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	193
Figura 230: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F25T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	194
Figura 231: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F25T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	194
Figura 232: Panorama de fissuração do modelo BH20F25T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	195
Figura 233: Força x Deslocamento com altura de 20 cm, f_{ck} de 35 MPa e variação da taxa de armadura.....	195
Figura 234: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F35TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	196
Figura 235: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F35TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	196
Figura 236: Panorama de fissuração do modelo BH20F35TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	197
Figura 237: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F35T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	197
Figura 238: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F35T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	198
Figura 239: Panorama de fissuração do modelo BH20F35T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	198

Figura 240: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F35T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	199
Figura 241: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F35T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	199
Figura 242: Panorama de fissuração do modelo BH20F35T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	200
Figura 243: Força x Deslocamento com altura de 20 cm, f_{ck} de 45 MPa e variação da taxa de armadura.....	200
Figura 244: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F45TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	201
Figura 245: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F45TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	201
Figura 246: Panorama de fissuração do modelo BH20F45TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	202
Figura 247: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F45T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	202
Figura 248: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F45T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	203
Figura 249: Panorama de fissuração do modelo BH20F45T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	203
Figura 250: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F45T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	204
Figura 251: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F45T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.....	204
Figura 252: Panorama de fissuração do modelo BH20F45T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.....	205
Figura 253: Força x Deslocamento do grupo A e B com altura de 10 cm, f_{ck} de 25 MPa e variação da taxa de armadura.....	206
Figura 254: Força x Deslocamento do grupo A e B com altura de 10 cm, f_{ck} de 35 MPa e variação da taxa de armadura.....	207
Figura 255: Força x Deslocamento do grupo A e B com altura de 10 cm, f_{ck} de 45 MPa e variação da taxa de armadura.....	207
Figura 256: Força x Deslocamento do grupo A e B com altura de 15 cm, f_{ck} de 25 MPa e variação da taxa de armadura.....	208

Figura 257: Força x Deslocamento do grupo A e B com altura de 15 cm, fck de 35 MPa e variação da taxa de armadura	208
Figura 258: Força x Deslocamento do grupo A e B com altura de 15 cm, fck de 45 MPa e variação da taxa de armadura	209
Figura 259: Força x Deslocamento do grupo A e B com altura de 20 cm, fck de 25 MPa e variação da taxa de armadura	209
Figura 260: Força x Deslocamento do grupo A e B com altura de 20 cm, fck de 35 MPa e variação da taxa de armadura	210
Figura 261: Força x Deslocamento do grupo A e B com altura de 20 cm, fck de 45 MPa e variação da taxa de armadura	210
Figura 262: Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados para a tensão de cisalhamento máxima do grupo A.....	218
Figura 263: Efeitos principais para a tensão de cisalhamento máxima do grupo A.....	218
Figura 264: Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados com interações para a tensão de cisalhamento máxima do grupo A.....	219
Figura 265: Efeito da Interação dos fatores para a tensão de cisalhamento máxima do grupo A	220
Figura 266: Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados para a tensão de cisalhamento mínima do grupo A.....	220
Figura 267: Efeitos principais para a tensão de cisalhamento mínima do grupo A	221
Figura 268: Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados com interações para a tensão de cisalhamento mínima do grupo A.....	222
Figura 269: Efeito da interação dos fatores para a tensão de cisalhamento mínima do grupo A	223
Figura 270: Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados com interação para a tensão de cisalhamento mínima do grupo A.....	223
Figura 271: Efeito da interação dos fatores para a tensão de cisalhamento mínima do grupo A	224
Figura 272: Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados para a tensão de cisalhamento máxima do grupo B.....	225
Figura 273: Efeitos principais para a tensão de cisalhamento máxima do grupo B.....	226
Figura 274: Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados com interação para a tensão de cisalhamento máxima do grupo B	226

Figura 275: Efeito da interação dos fatores para a tensão de cisalhamento máxima do grupo B	227
Figura 276: Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados para a tensão de cisalhamento mínima do grupo B	228
Figura 277: Efeitos principais para a tensão de cisalhamento mínima do grupo B.....	229
Figura 278: Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados com interação para a tensão de cisalhamento mínima do grupo B.....	229
Figura 279: Efeito da interação dos fatores para a tensão de cisalhamento mínima do grupo B	230
Figura 280: Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados para tensão de cisalhamento mínima do grupo B	231
Figura 281: Efeito da interação dos fatores para a tensão de cisalhamento máxima do grupo B	232

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Grupo das amostras testadas.....	50
Tabela 2: Resultados obtidos no ensaio do concreto.....	51
Tabela 3: Resultados obtidos no ensaio tração nas armaduras.....	51
Tabela 4: Resultados da força última e deslocamentos.....	53
Tabela 5: Resultados experimental.....	54
Tabela 6: Resumo das características dos modelos e resultados dos testes.....	55
Tabela 7: Valores dos módulos de E_c , E_{c1} ; deformação ϵ_{c1} , ϵ_c , l_i <i>me</i> número de plasticidade k	74
Tabela 8: Parâmetro do modelo concreto.....	78
Tabela 9: Constantes do modelo concrete.....	79
Tabela 10: Dados do modelo Bilinear Isotropic Hardening de von Mises.....	80
Tabela 11: Configuração dos grupos da análise numérica.....	81
Tabela 12: Força deslocamento máximo experimental e numérico.....	94
Tabela 13: Parâmetros da simulação numérica do grupo A.....	110
Tabela 14: Parâmetros da simulação numérica do grupo B.....	111
Tabela 15: Equações para Análise de Variância com três fatores.....	213
Tabela 16: Dados do grupo A.....	216
Tabela 17: Dados do grupo B.....	217
Tabela 18: Análise de variância para a tensão de cisalhamento máxima do grupo A.....	218
Tabela 19: Análise de variância com interação para a tensão de cisalhamento máxima do grupo A.....	219
Tabela 20: Análise de variância para a tensão de cisalhamento mínima do grupo A.....	221
Tabela 21: Análise de variância com interação para a tensão de cisalhamento mínima do grupo A.....	222
Tabela 22: Análise de variância com interação para tensão de cisalhamento mínima do grupo A.....	224
Tabela 23: Análise de variância para a tensão de cisalhamento máxima do grupo B.....	225
Tabela 24: Análise de variância com interação para a tensão de cisalhamento máxima do grupo B.....	227
Tabela 25: Análise de variância para a tensão de cisalhamento mínima do grupo B.....	228

Tabela 26: Análise de variância com interação para a tensão de cisalhamento mínima do grupo B.....	230
Tabela 27: Análise de variância com interação para a tensão de cisalhamento mínima do grupo B.....	231

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Distância da borda até o fim da fissura. (vão de cisalhamento)
$A_c; A_g$	Área da seção transversal de concreto
A_{cri}	Taxa de armadura passiva ou ativa aderente em relação à área da região de envolvimento
A_s	Área de aço da armadura longitudinal
A_{sI}	Área de aço da armadura de tração
A_v	Área mínima de armadura de cisalhamento
$A_{v,min}$	Área de armadura de cisalhamento
b	Distância do apoio esquerdo
b_w	Largura da alma do elemento
C	Força resistente da parte comprimida de concreto
c	Altura da biela comprimida; cobertura da armadura
c_I	Coefficiente adimensional relativo ao módulo de fundação
d	Altura útil; distância da fibra mais comprimida
db	Diâmetro da barra da armadura
$d_v; z$	Altura útil
E	Módulo de elasticidade
E_c	Módulo de elasticidade do concreto
E_{cs}	Módulo de elasticidade secante do concreto
E_s	Módulo de elasticidade do aço
EI	Rigidez
F	Força
f_{bd}	Resistência de cálculo da aderência
f_c	Resistência à compressão do concreto
f_{ck}	Resistência característica à compressão do concreto
f_{ct}	Resistência à tração do concreto
f_{ctd}	Resistência de cálculo do concreto à tração
$f_{ct,inf}$	Resistência à tração inferior do concreto
$f_{ct,m}$	Resistência média à tração do concreto
$f_{ct,sp}$	Resistência à tração indireta do concreto
$f_{ct,sup}$	Resistência à tração superior do concreto

$f_{ctk,inf}$	Resistência característica do concreto à tração no quantil inferior
f_{cu}	Resistência cúbica do concreto
F_d	Força resistida pelo efeito de pino da armadura transversal à interface
f_r	Módulo de ruptura do concreto
f_s	Tensão na armadura
f_y	Resistencia ao escoamento do aço
f_{yk}	Máxima tensão de tração das armaduras
G_f	Módulo de elasticidade cortante equivalente
G_f	Módulo elástico de corte
h	Dimensão da altura
$I_b; I_s$	Momento de inércia da barra
I_c	Momento de inércia da seção de concreto
I_g	Momento de inércia bruta do concreto
I_{II}	Momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II
K	Coefficiente relativo à contribuição do efeito de pino
K_c	Módulo de fundação para o cobrimento de concreto
K_d	Rigidez da base do concreto
K_v	Coefficiente
K_t	Fator de correção de efeito de tamanho
L	Comprimento
M	Momento fletor
$M_a; M_u$	Momento máximo
M_d	Momento fletor causado pelo efeito de pino
M_e	Momento elástico máximo
M_p	Momento plástico
$M_r; M_{rc}$	Momento de fissuração
M_u	Momento atuante na seção devido à aplicação de forças externas
N	Força normal
P	Carga
S	Momento estático
S_z	Parâmetro de espaçamento
S_{ze}	Valor equivalente do parâmetro de espaçamento
TC	Fator de fissura por tração

v_{min}	Valor mínimo da tensão de cisalhamento
V	Força cortante
V_{ag}	Força resistente do engrenamento dos agregados
V_{arc}	Força resistente de arco
V_c	Força cortante do concreto
V_d	Força cortante do efeito de pino
V_{pino}	Força resistente do efeito de pino
$V_r; V_n$	Resistência total à força cortante
V_R	Força cortante resistente
V_{Res}	Força resistente a tração residual
$V_{Rd}; V_{Ed}$	Força cortante resistente de cálculo
$V_{Rd,c}$	Força resistente ao cisalhamento do concreto
$V_{r,máx}$	Resistência máxima à força cortante
$V_{Rd,máx}$	Resistência máxima à força cortante de cálculo
V_s	Força resistente fornecida pela armadura transversal
$V_{sd}; V_{Rd,s}$	Força cortante solicitante de cálculo da armadura transversal
w_k	Abertura de fissura
x	Altura da linha neutra
y	Distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada
z	Altura útil
α	Ângulo; coeficiente; parâmetro estatístico
β	Ângulo; coeficiente; parâmetro estatístico
γ_c	Coefficiente de segurança do concreto
Δ	Deslocamento de pino
δ	Deslocamento
Δd	Deslocamento de pino sofrido pela armadura
\mathcal{E}	Deformação específica
\mathcal{E}_c	Deformação específica do concreto
\mathcal{E}_s	Deformação específica do aço da armadura passiva
η_l	Parâmetro que considera a rugosidade da barra de aço; coeficiente de deformação superficial da armadura
θ	Ângulo de orientação da barra em relação ao eixo x
λ	Rigidez relativa da fundação definida pelo cobrimento do concreto

λ_c	Fator de modificação das propriedades mecânicas do concreto
ν	Coefficiente de Poisson
ρ_l	Taxa de armadura
ρ_{min}	Taxa de armadura mínima de armadura longitudinal
σ	Tensão normal
σ_{cp}	Tensão de compressão do concreto
$\sigma_{máx}$	Máxima tensão de normal
σ_{Rd}	Tensão normal resistente de cálculo
σ_{Sd}	Tensão normal solicitante de cálculo
σ_{si}	Tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada
σ_y	Tensão de escoamento do aço
τ	Tensão de cisalhamento
$\tau_{máx}$	Máxima tensão de cisalhamento
τ_{Rd}	Tensão de cisalhamento resistente de cálculo
τ_{Sd}	Tensão de cisalhamento de cálculo
Φ	Diâmetro da barra
Φ_i	Diâmetro da barra que protege a região envolvente do concreto
Φ_s	Diâmetro da barra equivalente

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	<i>American Concrete Institute</i> (Instituto Americano de Concreto)
ANOVA	Análise de Variância
CEB-FIP	<i>Comité européen du béton-Fédération Internationale de la Précontrainte</i> (Federação Internacional de Concreto Estrutural)
DOE	<i>Design de Experimentos</i> (Planejamento de Experimentos)
EUROCODE 2	Norma europeia.
MEF	Método dos Elementos Finitos
NBR	Norma brasileira
TFCC	Teoria da fissura Crítica de Cisalhamento

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	32
1.1	OBJETIVOS.....	33
1.1.1	<i>Objetivo Geral.....</i>	33
1.1.2	<i>Objetivos específicos.....</i>	33
1.2	JUSTIFICATIVA.....	33
1.3	METODOLOGIA	34
1.4	ESTRUTURA DO TRABALHO.....	35
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	36
2.1	LAJE MACIÇA EM CONCRETO ARMADO	36
2.2	TRANSFERÊNCIA DA TENSÃO DE CISALHAMENTO EM ELEMENTOS DE CONCRETO SEM ARMADURA TRANSVERSAL.....	37
2.2.1	<i>Zona de compressão do concreto.....</i>	39
2.2.2	<i>Intertravamento do agregado.....</i>	40
2.2.3	<i>Efeito de Pino.....</i>	41
2.2.4	<i>Fatores que influenciam a resistência à força cortante nos elementos em concreto armado sem armadura transversal.....</i>	45
2.3	PESQUISAS REALIZADAS EM LAJES SUBMETIDA À FORÇA CORTANTE 50	
2.3.1	<i>Oliveira Filho (2019).</i>	50
2.3.2	<i>Afefy e El-Tony (2019)</i>	53
2.3.3	<i>Torabian et al. (2019).</i>	54
2.3.4	<i>Oliveira (2021).</i>	56
2.4	RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS.....	57
2.4.1	<i>Norma brasileira – ABNT NBR 6118 (2014)</i>	57
2.4.2	<i>American Concrete Institute (ACI 138-19)</i>	59
2.4.3	<i>Norma europeia – EUROCODE 2 (2004)</i>	62
2.4.4	<i>Norma Internacional – CEB-FIP Model Code (2010).</i>	65
2.4.5	<i>Norma Canadense CSA A23.3-04</i>	67
3	MODELAGEM COMPUTACIONAL.....	70
3.1	CONCEITOS	70
3.1.1	<i>Ansys e método dos elementos finitos</i>	70

3.1.2	<i>Análise Linear e Não Linear</i>	70
3.1.3	<i>Critério de falha de Willam e Warnke (1975)</i>	71
3.1.4	<i>Material - Concreto</i>	72
3.1.5	<i>Material - Aço</i>	75
3.2	ELEMENTOS FINITOS CONSIDERADOS NA ANÁLISE NUMÉRICA.....	75
3.2.1	<i>Solid 65</i>	75
3.2.2	<i>Solid 185</i>	76
3.2.3	<i>Link 180</i>	77
3.3	MODELOS DOS MATERIAIS APLICADOS NA ANÁLISE NUMÉRICA	77
3.3.1	<i>Modelo – Concrete e Multilinear Isotropic Hardening</i>	77
3.3.2	<i>Modelo – Armadura</i>	80
3.4	MODELAGEM NUMÉRICA.....	80
3.4.1	<i>Configuração do modelo numérico</i>	80
3.4.2	<i>Organização da simulação numérica</i>	81
3.4.3	<i>Configurações gerais definidas na simulação</i>	82
3.5	VERIFICAÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS	89
3.6	ANÁLISE DA VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS PROPOSTO.....	110
3.6.1	<i>Configuração da disposição da armadura longitudinal considerada na simulação numérica</i> 112	
3.6.2	<i>Aplicação do deslocamento</i>	113
3.6.3	<i>Resultados das simulações</i>	113
4	ANÁLISE ESTATÍSTICA	212
4.1	APLICAÇÃO DO PLANEJAMENTO EXPERIMENTAL (DOE) FATORIAL COM ANÁLISE DE VARIÂNCIA (ANOVA).	216
5	CONCLUSÕES	233
5.1	CONSIDERAÇÕES INICIAS	233
5.2	PRINCIPAIS CONCLUSÕES	234
6	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	235
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	236
	APÊNDICE ÚNICO – CÓDIGO EM APDL UTILIZADO NA SIMULAÇÃO	240

1 INTRODUÇÃO

Laje pode ser definida como elemento plano horizontal com função estrutural, sendo responsável em transmitir os esforços para as vigas, ou diretamente nos pilares, dependendo do seu tipo ou da concepção estrutural. Geralmente, lajes maciças em concreto armado são encontradas em construções de grande e médio porte, visto que, apesar de existirem pontos negativos em relação ao consumo, elas são as melhores em distribuições dos esforços, em resistência mecânica e em deslocamentos, contudo, as lajes nervuradas também são consideradas uma alternativa eficiente para esse tipo de situação.

Pesquisas sobre vigas sem armadura transversal têm sido amplamente discutidas, tendo como principal objetivo analisar o comportamento desse elemento estrutural sujeito à ação da força cortante, destacando os mecanismos complementares e identificando a sua real influência na capacidade resistente. Já, lajes maciças de concreto armado sem armadura transversal têm sido pouco estudadas, alguns pesquisadores relatam a dificuldade de compreender de forma individualizada cada mecanismo, principalmente nesse elemento. Desta forma, os estudos realizados nos elementos sem força de protensão e sem armadura transversal mencionam a existência de vários mecanismos envolventes na resistência à força cortante, que são: zona de compressão do concreto não fissurado, engrenamento dos agregados, efeito de pino e dentre outros, sendo que há uma certa desconsideração do efeito de pino, por motivo da complexidade que o envolve, pois os resultados de trabalhos desenvolvidos, demonstram bastante divergências, trazendo uma insignificância a esse parâmetro. Diante desse contexto, subentende-se que ainda não há um modelo matemático satisfatório que prescrevam esses componentes de forma individualizada, verificando até que momento podem influenciar na resistência à força cortante.

Conforme estudos desenvolvidos por diversos autores, tais como, Afefy e El-Tony (2019), Oliveira Filho (2019), Oliveira (2021), foi observado a existência de alguns fatores, que influenciam na resistência à força cortante, em elementos de concreto sem armadura transversal, como altura da seção, a taxa de armadura longitudinal e a resistência à compressão do concreto.

Portanto, ainda há uma necessidade de compreender melhor a influência dos mecanismos complementares, bem como os fatores que interferem na resistência ao cisalhamento nos elementos de lajes maciças de concreto armado em uma ou duas direções, sem armadura transversal. Assim o presente estudo abordou uma análise numérica e estatística, para verificação do efeito da taxa de armadura longitudinal na capacidade resistente nesses elementos estruturais.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 *Objetivo Geral*

O presente estudo teve como objetivo, por meio da análise numérica e estatística, verificar a influência da taxa de armadura longitudinal no comportamento de laje em concreto armado em uma direção submetida à força cortante.

1.1.2 *Objetivos específicos*

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Realizar simulações por meio do programa ANSYS® Workbench e desenvolver um modelo numérico representativo com os dados experimentais disponíveis em pesquisas desenvolvidas;
- Avaliar a influência da taxa de armadura longitudinal na resistência à força cortante em lajes de concreto armado em uma direção, por meio da simulação numérica e análise estatística.
- Verificar quais os fatores (altura, f_{ck} , taxa de aço da armadura longitudinal superior e inferior) têm efeitos estatisticamente mais significativos na tensão de cisalhamento atuante nas lajes, por meio da análise estatística.

1.2 JUSTIFICATIVA

Conforme já foi mencionado, a resistência à força cortante tem sido amplamente estudada em vigas de concreto armado, avaliando-se os mecanismos complementares no comportamento desses elementos, além dos fatores que influenciam sua resistência. Contudo, essas análises tem pouco contemplado as lajes em concreto armado, principalmente na verificação da influência da taxa de armadura longitudinal, conseqüentemente, observa-se que não há uma definição que esse parâmetro exerce maior influência na resistência à força cortante em lajes de concreto armado em uma direção ou duas direções.

Diante de muitas lacunas e limitações existentes sobre os efeitos da taxa de armadura longitudinal em lajes de concreto armado sem armadura transversal no ganho de resistência à força cortante, obteve-se a necessidade de realizar simulações numéricas e análise estatística do comportamento desses elementos de concreto armado em uma direção. Diante disso, foi possível analisar criticamente os resultados obtidos e aprimorar o conhecimento sobre o comportamento mecânico desses elementos sujeitos à força cortante, verificando a contribuição

da taxa de armadura longitudinal na capacidade resistente, além da determinação do fator responsável pela maior parcela de contribuição do aumento da respectiva resistência.

1.3 METODOLOGIA

A metodologia de trabalho estabelecida neste estudo foi composta por cinco etapas, demonstradas a seguir:

— Primeira etapa: Revisão bibliográfica

Nessa fase inicial, consistiu em pesquisar trabalhos desenvolvidos sobre a resistência à força cortante nos elementos de concreto armado sem armadura transversal, principalmente os estudos que apresentaram ensaios experimentais, tendo como propósito de fundamentar o presente estudo, extraindo dados referentes a conceitos e resultados para dar subsídio a elaboração da simulação numérica.

— Segunda etapa: Simulação numérica

Nessa fase, está relacionada com o desenvolvimento das simulações numéricas de lajes retangulares armada somente em uma direção de ensaio experimental já executadas, com o auxílio do programa computacional ANSYS® Workbench, em que foi definido um modelo numérico representativo.

— Terceira etapa: Aplicação da simulação numérica por meio do modelo representativo

Nessa fase, foi realizada a simulação numérica com a variação dos fatores (altura, resistência à compressão do concreto e a taxa de armadura longitudinal superior e inferior), por meio do modelo representativo já definido. A análise foi composta por 54 lajes retangulares em concreto armado somente em uma direção por meio do programa ANSYS® Workbench, sendo esse processo dividido em dois grupos: grupo A, que possui somente armadura longitudinal inferior; e grupo B, que contém armadura longitudinal superior e inferior. Todos os modelos das lajes têm a mesma geometria com dimensões em planta de 70x140 cm, tendo suas alturas variáveis de 10, 15 e 20 cm, além do cobrimento da armadura adotado de 2,5 cm. Desta forma foram analisados os valores obtidos das curvas força x deslocamento e as tensões de cisalhamento.

— Quarta etapa: Análise Estatística

Para a quarta etapa foi elaborada uma análise estatística por meio do Planejamento de Experimentos (DOE) Fatorial com Análise de Variância (ANOVA), sendo possível assim verificar quais dos fatores demonstrou maior influência significativa na variável de resposta, ou seja, apresentou efeitos estatisticamente significativo na tensão de cisalhamento (variável de resposta), considerando um nível de significância de 5%.

— Quinta etapa: Conclusões e considerações finais

Nesta fase foram elaboradas as conclusões e as considerações finais com avaliação de todos os resultados obtidos com esse estudo.

— Sexta etapa: Por fim, são apresentadas as sugestões de trabalhos futuros.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho é constituído por quatro capítulos, organizados da seguinte maneira:

- Capítulo 1 - *INTRODUÇÃO*: Apresenta-se o tema, a justificativa, os objetivos e a metodologia empregados na pesquisa.
- Capítulo 2 - *REVISÃO BIBLIOGRÁFICA*: É apresentada uma sinopse dos principais trabalhos desenvolvidos relacionado sobre assunto e recomendações normativas.
- Capítulo 3 - *MODELAGEM COMPUTACIONAL*: Apresenta toda a prescrição teórica e procedimentos da realização da modelagem numérica pelo método dos elementos finitos, por meio do programa computacional ANSYS® Workbench
- Capítulo 4 - *ANÁLISE ESTATÍSTICA*: Traz toda a descrição da elaboração da análise de variância (ANOVA) de analisar um planejamento de experimento (DOE) fatorial e os resultados e conclusões obtidas por meio do programa *Minitab*®.
- Capítulo 5 - *CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS*: São apresentadas as conclusões obtidas do trabalho realizado.
- Capítulo 6 - sugestões de estudos futuros.

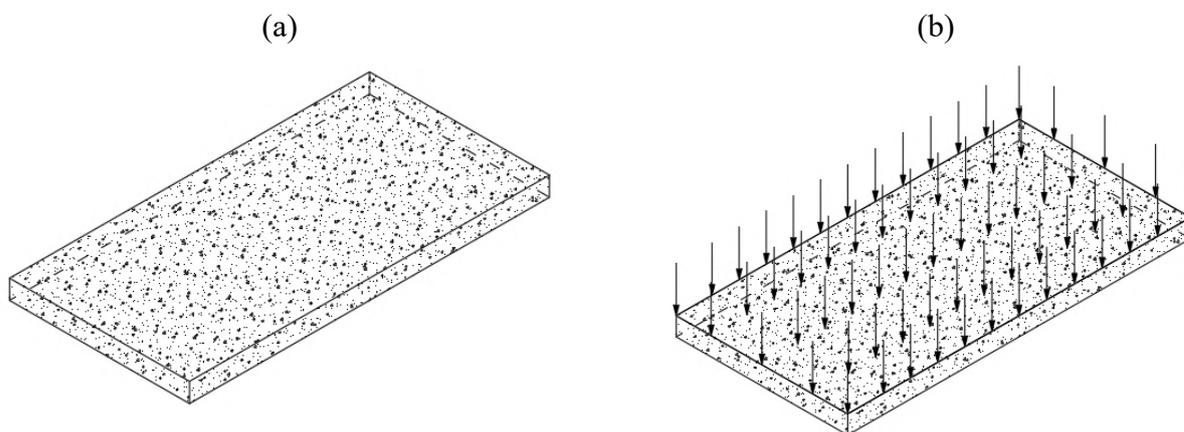
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, apresenta-se a revisão bibliográfica sobre os conceitos e definições relacionados a elementos estruturais sem armadura transversal (vigas e lajes) e transferência da tensão de cisalhamento. Além disso, traz as principais recomendações das normas técnicas, estudos desenvolvidos e entre outros assuntos para melhor compreensão do trabalho realizado.

2.1 LAJE MACIÇA EM CONCRETO ARMADO

Laje maciça em concreto armado pode ser definida como um elemento estrutural que é composta por concreto e armaduras longitudinais, ainda em caso eventual armadura de cisalhamento. Para o seu dimensionamento, alguns critérios devem ser levados em consideração, como os tipos de vínculos, a direção, o vão teórico e vão livre. Além disso, existe a laje maciça de concreto protendido, laje alveolares e nervuradas, que não será objeto de estudo deste trabalho. As lajes são classificadas como elementos planos bidimensionais, que possuem comprimento e largura de mesma ordem de grandeza, sendo que sua altura ou espessura, neste caso a terceira dimensão é bem menor, logo as lajes são consideradas elementos de superfície ou placas. Essas características podem ser observadas na figura 1.

Figura 1: Laje Maciça de Concreto Armado - (a) Laje sem Carregamento; (b) Laje com Carregamento



Fonte: Autor (2022).

A NBR 6118:2014, no item 13.2.4.1, faz algumas considerações sobre as lajes maciças, estabelecendo limites mínimos de espessura, demonstrada a seguir:

- a. 7 cm para laje de cobertura, exceto as de balaço;
- b. 8 cm para lajes de piso, exceto as balaço;
- c. 10 cm para lajes em balaço;
- d. 10 cm para lajes que suportem veículos de peso total menor ou igual a 30 kN;
- e. 12 cm para lajes que suportam veículos de peso total maior que 30 kN.

2.2 TRANSFERÊNCIA DA TENSÃO DE CISALHAMENTO EM ELEMENTOS DE CONCRETO SEM ARMADURA TRANVERSAL

O elemento em concreto armado sem armadura transversal tem em sua ruptura um princípio fundamental de segurança, em certas ocasiões de um colapso, que sua integridade estrutural não esteja sujeita a resistência a tração do concreto, desta maneira, haja a anulação desse risco não avisado, ressaltando que a segurança desse elemento estrutural no estado limite último depende de vários mecanismos resistentes.

Para Nogueira *et al* (2011), os códigos de projeto de concreto armado na análise do cisalhamento relacionam à força resistente total como a somatória das contribuições do concreto e dos estribos. Contudo, as barras da armadura longitudinais e os agregados influenciam na resistência à força cortante por meio do efeito de pino e do engrenamento dos agregados que são apresentados pelos códigos de maneira implícita, considerando esse dois mecanismo na própria parcela contribuinte do concreto.

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), a capacidade resistente de cálculo à força cortante, envolve duas parcelas, uma relativa à armadura transversal e outra aos mecanismos complementares. A perspectiva resistência pode ser determinada pela equação 1.

$$V_n = V_c + V_s \quad (1)$$

Em que:

V_n : Força cortante resistente;

V_c : Força resistente da contribuição do mecanismo complementar;

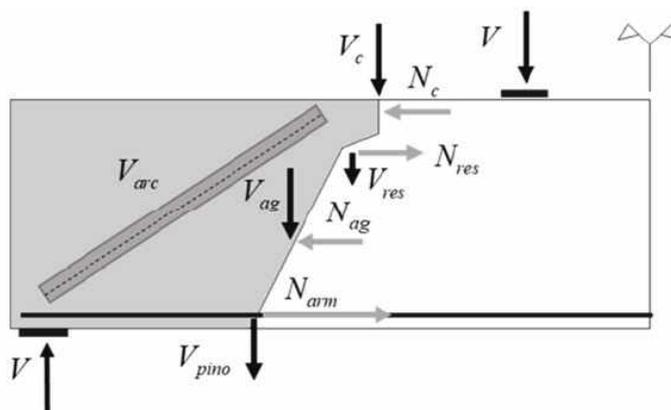
V_s : Força resistente da contribuição da armadura transversal.

Portanto, a capacidade resistente dos elementos estruturais sujeitos à força cortante é basicamente determinada pela somatória de duas parcelas: uma referente ao conjunto de mecanismo resistente que são a zona de compressão do concreto, intertravamento do agregado e efeito de pino. Já a outra está relacionada a resistência da armadura transversal, como foi mencionado anteriormente. Contudo, essas peças estruturais como no caso de lajes, podem resistirem aos esforços cisalhantes de pequenas intensidades sem as armaduras transversais, mas deverá ser feito uma análise desses esforços conforme a NBR 6118 (ABNT, 2014) prescreve.

Embora tenha muitos estudos sobre a transferência de cisalhamento em elemento de concreto armado sem armadura transversal, existe um certo grau de dificuldade relacionado aos

mecanismos resistentes, pois em sua análise há vários fatores que os influenciam, tomando-se um atividade complexa, conseqüentemente ainda não há um modelo satisfatório que possa ser aceito no âmbito científico, ou seja, há dificuldade em fazer uma análise bem apurada de cada parâmetro individualmente para definir qual exatamente a parcela contribuinte de cada componente (SOUSA e DEBS, 2019). Do mesmo modo Cavagnis *et al* (2018), relataram que a dificuldade de uma análise mais apurada dos mecanismos de transferência de cisalhamento é relativa à falta de medições detalhadas do desenvolvimento das fissuras e do processo associado a ruptura do elemento. Seguindo o mesmo pensamento, Sagasetta e Vollum (2011) mencionaram que o processo de transferência de cisalhamento é complexo, por existirem vários mecanismos complementares, em que as tensões normais e de cisalhamento ficam envolvidas nessa mecânica de transferência. Já El-Ariss (2007) esclareceu que o comportamento de uma viga em concreto armado devida à flexão é considerado fácil de prever, diferente quanto ao comportamento devido à força cortante, por envolvem vários mecanismos de transferência de cisalhamento no concreto armado, assim torna-se uma tarefa complexa. Esses mecanismos complementares resistentes ao cisalhamento são fornecidos pela transferência da força cortante na zona de compressão do concreto, no intertravamento do agregado nas faces fissuradas e no efeito de pino, gerado pelas barras das armaduras longitudinais. Por fim, Feng *et al.* (2017) relataram que os elementos estruturais como as lajes maciças em concreto armado estão sujeitos a várias solicitações de esforços mecânicos, assim observa-se diversos parâmetros resistentes que estão englobados na mecânica de transferência da força cortante, conforme é demonstrado na figura 2.

Figura 2: Mecanismos Usuais de Resistência à Força Cortante



Fonte: Sousa e Debs (2019).

Sendo:

V_c : Força cortante no banzo comprimido;

V_{Res} : Força resistente a tração residual;

V_{ag} : Força resistente do engrenamento dos agregados ou atrito das superfícies fissuradas;
 V_{pino} : Força resistente do efeito de pino na armadura longitudinal;
 V_{arc} : Efeito de arco na transferência da força cortante para o apoio;
N: Força normal provocada por cada componente.

Diante das dificuldades relatadas por diversos autores, há estudos que negligenciam o efeito de pino e o intertravamento do agregado na capacidade resistente ao cisalhamento. Portanto, os modelos e as equações existentes não consideram esses componentes, ou apresentam de forma implícita. Contudo, na visão de Wight e Macgregor (2012), o elemento de concreto após o surgimento das fissuras inclinadas os dois mecanismos complementares, ou seja, o efeito de pino e o intertravamento dos agregados, são responsáveis por 40 e 60 % da resistência total da força cortante. Da mesma forma, Xia *et al.* (2015) relataram que a força cortante no elemento de viga sem armadura transversal com resistência normal é resistida pela contribuição de três mecanismos (zona de compressão do concreto, intertravamento do agregado e efeito de pino), sendo essa contribuição estimada para cada componente de 20 e 40%; 25 e 50%; 15 e 25% respectivamente.

2.2.1 Zona de compressão do concreto

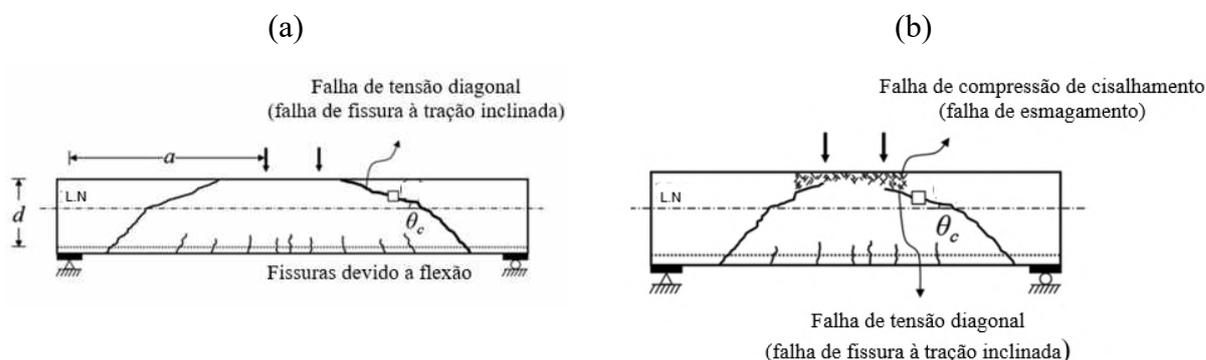
A ruptura por cisalhamento de uma peça em concreto armado sem armadura transversal é regida por vários fatores, entre eles a resistência à compressão e à tração do concreto.

Segundo Sacramento *et al.* (2012), no ano de 1930, Graf foi um dos primeiros a realizar análise da influência da resistência à compressão do concreto na resistência à punção, concluindo que não há relação linear entre a resistência à punção da laje e a resistência à compressão do concreto. Já na visão de Wight e Macgregor (2012), a resistência à força cortante nesses elementos estruturais envolve outros parâmetros resistentes, sendo um deles a tensão de tração residual existente nas fissuras inclinadas. De acordo com Siqueira (2021), esse mecanismo está relacionado a vários fatores, tais como: a resistência à tração do concreto, a altura do elemento e o tipo de agregado. Portanto, o parâmetro mais considerável do conjunto de mecanismo complementar segundo Choi *et al.* (2016) é zona de compressão do concreto não fissurado, em que a relação da distância entre a carga aplicada e o apoio ou vão de cisalhamento, tipos de carregamentos, propriedades dos materiais, a resistência do concreto à compressão e à tração, a taxa de aço da armadura longitudinal e dentro outros, influenciam na capacidade resistente do elemento por meio desse mecanismo.

De acordo Choi *et al.* (2016), os estudos realizados, indicam que a diminuição da relação do vão de cisalhamento/profundidade ou altura útil (a/d), é observado um ganho de resistência à força cortante, estimando um certo limite nessa relação de 2,42, conforme cita o autor em seu trabalho. Além disso, como já esperado e mencionado, a resistência do concreto à compressão é um fator que contribui no ganho da capacidade resistente do elemento à força cortante, desde que seu valor seja igual ou menor a 70 MPa, pois ultrapassar tal referência haverá uma decadência na resistência conforme vai aumentado o valor do f_{ck} .

Conforme é demonstrada na figura 3, o elemento de viga de seção retangular, é observado as fissuras devidas à flexão e/ou à tração na zona tracionada do concreto, tendo a relação do vão de cisalhamento igual ou maior a 2,5 ($a/d \geq 2,5$). Quando a viga é submetida a carregamentos de forma gradativas, as fissuras tendem a propagar toda seção transversal de tal forma que o mecanismo da zona de compressão não contribuirá na resistência ao cisalhamento, causando a ruptura da peça.

Figura 3: Falha de cisalhamento: (a) viga delgada ($a/d \geq 2,5$); (b) viga intermediária ($1 \leq a/d < 2,5$)



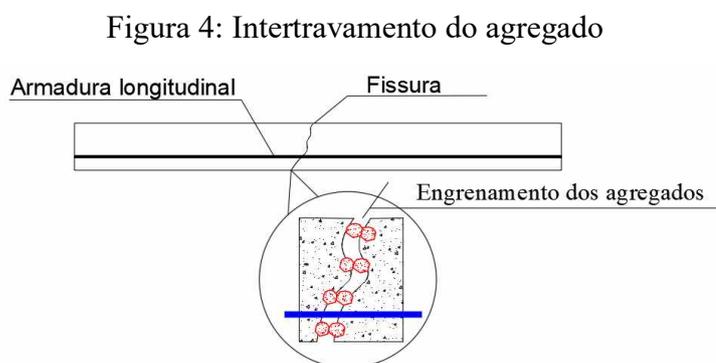
Fonte: Adaptado de CHOI *et al.* (2016).

2.2.2 Intertravamento do agregado

Segundo Feng *et al.* (2017), o engrenamento dos agregados é um dos mecanismos resistentes à força cortante, que é influenciado por dois fatores, que são: o tipo do agregado e a resistência à tração do concreto. Conforme os autores, em um elemento de concreto com alta resistência, composta de agregados leves, provocam o surgimento de fissuras de menor rugosidade na superfície, ou seja, a diminuição do atrito das ambas as faces fissuradas da peça. Seguindo a mesma ideia Ince *et al.* (2007), mencionam que o mecanismo de intertravamento do agregado depende de algumas propriedades do concreto simples, como a resistência à tração, o tamanho máximo do agregado e sua geometria. Contudo, quando a fissura tende a aumentar

no elemento de concreto, a ação desses fatores diminui até perder a sua eficácia. Do mesmo modo, Savaris e Pinto (2017) indicam que o diâmetro máximo do agregado graúdo é um fator que influencia na resistência desse mecanismo, pois conforme o estudo aplicado em vigas sem armadura transversal com mesmo diâmetro e volume de agregado graúdo, os resultados demonstraram que há uma redução da resistência no mecanismo de engrenamento dos agregados no concreto autoadensável em relação ao concreto convencional, por motivo da alta concentração de materiais finos na dosagem.

A figura 4, é demonstrado o elemento de concreto armado com o início da formação de fissuras devido à força cortante com apenas armaduras longitudinais, sendo observado à ação do engrenamento dos agregados nas ambas as faces fissuradas.



Fonte: Autor (2021).

Portanto, o intertravamento dos agregados é um parâmetro que contribui na capacidade resistente dos elementos sem armadura transversal. Esse mecanismo depende da espessura da fissura, do diâmetro do agregado e da resistência à compressão e à tração do concreto. Vale ressaltar que a resistência à força cortante não se reduz a zero imediatamente após a formação de fissuras de cisalhamento em decorrência desse parâmetro (SIQUEIRA, 2021).

2.2.3 Efeito de Pino

Conforme vários anos de estudos científicos realizados, o efeito de pino teve seu reconhecimento na década de 30, como um mecanismo significativo na transferência de tensões de cisalhamento, contudo com o passar do tempo até na década de 50 com vários experimentos realizados, não foi possível constituir um modelo matemático satisfatório para modelagem do efeito de pino, demonstrando a complexidade do estudo desse fenômeno (NOGUEIRA, 2010).

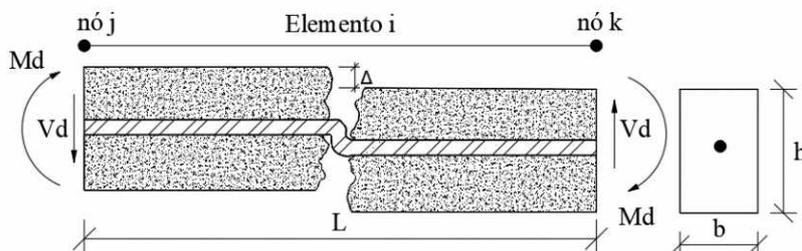
O nome pino, se dá pelo fato do formato semelhante de uma ligação de duas peças, ou seja, como a rigidez do aço é superior à do concreto, isso faz com que as barras da armadura

longitudinal tenham um comportamento similar como pino de ligação na peça de concreto fissurada. Desta forma o efeito de pino pode ser interpretado como uma força de reação originada da tentativa de corte e flexão local nas barras da armadura longitudinal, isso se dar por meio das tensões de cisalhamento, quando há o escorregamento das faces fissuradas da peça de concreto, provocando um deslocamento na barra de aço da armadura de flexão na direção vertical, ocorrendo assim uma força cortante de reação (NOGUEIRA, 2010).

Conforme Liberati *et al.* (2016), o efeito de pino no elemento em concreto armado fissurado sem armadura de cisalhamento, refere-se a um mecanismo complementar de resistência. Este mecanismo de transferência de cisalhamento contribui para o aumento de resistência mecânica à força cortante, quando as fissuras crescem e tendem a cortar as armaduras de flexão, assim é possível verificar que a ação do efeito de pino pode aumentar de forma significativa a resistência ao cisalhamento.

Conforme a figura 5, é demonstrado a ação do efeito de pino na peça fissurada de concreto armado sem armadura transversal.

Figura 5: Efeito de Pino no elemento fissurado.



Fonte: Adaptado de Liberati *et al.* (2016).

O momento fletor causado pelo efeito de pino pode ser determinado pela equação 2:

$$M_d = V_d \cdot L \quad (2)$$

Sendo:

M_d : Momento fletor causado pelo efeito de pino;

V_d : Força cortante do efeito de pino;

L : Comprimento do elemento finito;

Δ : Deslocamento de pino.

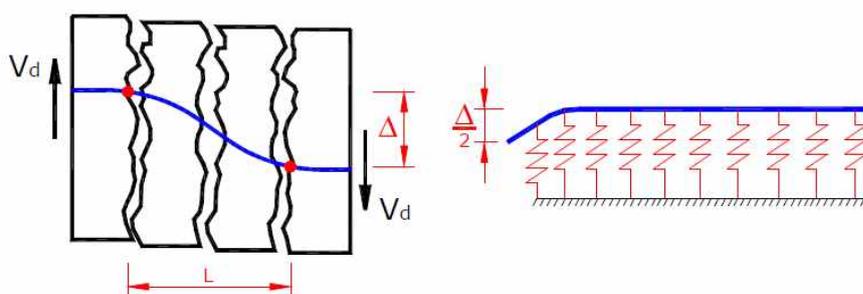
Segundo Xia *et al.* (2015), a influência do efeito de pino geralmente é ignorada nos projetos de viga de concreto armado, pois armadura transversal já cumpre o requisito da resistência à força cortante, de tal forma que é dispensado a análise da ação de pino. Contudo, em seu trabalho desenvolvido mostra que os elementos de vigas em concreto de alto desempenho sem armadura transversal tem uma contribuição considerável desse mecanismo. Entretanto, Fusco (2008) esclareceu que a parcela contribuinte da resistência do efeito de pino está sujeita a qualidade do concreto envolvido na região das barras de aço longitudinais. Portanto, a camada de cobrimento da armadura de flexão é um fator relevante, por estar nessa região envolvente das barras de aço. Assim se faz necessário o dimensionamento correto da camada de cobrimento e cautela na qualidade do concreto, garantindo a eficiência do efeito de pino e a durabilidade do elemento estrutural.

No entanto, vários pesquisadores que estudaram o efeito de pino tiveram algumas divergências em suas conclusões e/ou interpretações, mencionando que quanto maior o cobrimento do concreto e a largura da viga, mais influência significativa terá o efeito de pino. Outras conclusões mostram que a variação do cobrimento do concreto não contribui com a força mobilizada pelo efeito de pino. Portanto, o cobrimento do concreto gera conclusões diferentes no âmbito científico, mas esse parâmetro não deixa de ser um fator relevante no mecanismo de pino, conforme outras pesquisas realizadas (NOGUEIRA, 2010).

2.2.3.1 Hipótese de viga sobre base elástica (Winkler Spring)

Segundo Resende *et al.* (2020), uma das principais abordagens teóricas usadas para averiguação do efeito de pino tem sido um estudo baseado em uma viga sobre uma fundação elástica. As barras que compõem a armadura longitudinal e o concreto abaixo delas representam uma viga apoiada elasticamente pelo concreto, conforme a figura 6.

Figura 6: Hipótese de Viga sobre uma Base Elástica



Fonte: Nogueira (2010).

Desta forma o efeito de pino pode ser obtido pela equação 3:

$$V_d = K_d \cdot \Delta \quad (3)$$

Sendo;

K_d : Rigidez na base do concreto;

Δ : deslocamento do pino na barra.

Conforme He e Kwan (2001), o comprimento L na figura 5, representa o quanto a barra está sujeita ao deslocamento do efeito de pino, sendo determinada pela relação $L = \pi/\lambda$, em que o parâmetro λ é referente a rigidez da fundação representada pela base do concreto nas barras. Esse parâmetro pode ser calculado pela equação 4:

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{K_c \cdot \emptyset_s}{4E_s \cdot I_s}} \quad (4)$$

Sendo;

K_c : Módulo de fundação para cobertura de concreto;

\emptyset_s : Diâmetro equivalente da barra referente a área total de cada camada;

E_s : Módulo de elasticidade do aço;

I_s : Momento de inércia da barra, determinada pela equação $I_s = \frac{\pi d_s^4}{64}$

Já o módulo de fundação do concreto é determinado pela equação 5.

$$K_c = \frac{127 \cdot C_1 \cdot \sqrt{f_c}}{\sqrt[3]{d_s^2}} \quad (5)$$

Sendo que o f_c é relativo da resistência à compressão do concreto em $\frac{N}{mm^2}$ e C_1 é um coeficiente que varia de 0,6 à 1.

Assim o deslocamento relativo do efeito de pino pode ser determinado pela equação 6:

$$\Delta = DL \left[\varepsilon_1 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha + \gamma_{xy} \cdot \cos^2 \alpha \right] \quad (6)$$

A determinação da rigidez, conforme cada camada de área da base, é expressa pela equação 7:

$$K_d = \frac{4A_s \cdot E_s \cdot I_s \cdot \lambda^3}{\pi d_s^2} \quad (7)$$

O ângulo alfa (α) deve ser obtido de acordo com a direção das tensões principais, definida no plano horizontal. Já γ_{xy} é a distorção em cada ponto de integração e ε_1 é o estado de deformação, sendo representado por um alongamento em um ponto.

2.2.4 *Fatores que influenciam a resistência à força cortante nos elementos em concreto armado sem armadura transversal.*

De acordo com Fusco (2008) as pesquisas realizadas, demonstraram que a capacidade resistente à força cortante nas estruturas de concreto armado sem armadura transversal depende de vários fatores. A seguir serão apresentados apenas dois fatores, contudo vale ressaltar que anteriormente foram mencionados outros fatores de forma geral que afetam os mecanismos complementares.

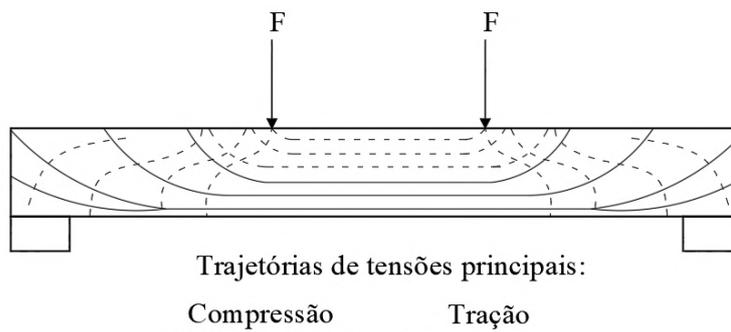
2.2.4.1 Fissuração no elemento de concreto armado

A fissuração pode ser definida como um rompimento, ou ruptura de uma peça estrutural de concreto, gerado por esforços de tração. Desta maneira, as forças cortantes são resistidas pelo concreto não fissurado, que é um mecanismo resistente ao cisalhamento (FUSCO, 2008).

Segundo Oliveira Filho (2019), a tensão de cisalhamento provoca o surgimento de fissuras, que na maioria dos casos são traçados irregulares, assim essas tensões surgem por meio dos agregados que recebem os esforços e o efeito de pino que ocorre nas barras de aço das armaduras de flexão, ou seja, nas armaduras longitudinais no plano das fissuras, onde tem a tendência de cortá-las ou flexioná-las. Conseqüentemente a zona de compressão do concreto deixa de ser influente na capacidade resistente do elemento, tendo em vista que o concreto da peça já está fissurado.

Na figura 7, é demonstrado as trajetórias das tensões principais no elemento de concreto armado.

Figura 7: Trajetórias das tensões principais



Fonte: Adaptado de Climaco (2008).

O concreto tracionado é considerado como totalmente fissurado, quando não contribui mais na resistência global da estrutura, por meio do limite de tração (f_{ctk}). A NBR 6118 (ABNT, 2014), descreve que nos estados limites de serviço, as estruturas trabalham parcialmente no estágio I e no estágio II, assim momento de fissuração pode ser determinado pela equação 8, sendo esse parâmetro responsável pela separação entre esses dois limites.

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{\gamma_t} \quad (8)$$

Em que:

α : Fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta, sendo aplicado 1,2 para seções tipo “T” ou tipo duplo “T”; 1,3 em “I” ou “T” invertido e 1,5 para seções retangulares;

f_{ct} : Resistência a tração direta do concreto, sendo que para a determinação do momento de fissuração no estado limite de deformação deve ser usado o f_{ctm} para o estado limite de deformação excessiva;

I_c : é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

γ_t : é a distância do centro de gravidade à fibra mais tracionada da peça.

Portanto, o momento de inércia é aplicado para descrever a transição do estágio I, quando a peça é tida como não fissurada, neste caso usa-se a inercia da seção bruta do elemento para o estágio II, sendo a seção do elemento fissurada.

Além disso, a NBR 6118 (ABNT, 2014), recomenda que a verificação aproximada da flecha imediata em vigas de concreto armado seja considerada a rigidez equivalente do elemento, sendo determinada pela equação 9.

$$(EI)_{eq,t0} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \quad \text{sendo que: } (EI)_{eq,t0} \leq E_{cs} I_c \quad (9)$$

I_c : O momento de inércia da seção bruta de concreto;

I_{II} : Momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II, calculado com $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}}$;

E_{cs} : Módulo de elasticidade secante do concreto;

M_r : Momento de fissuração;

M_a : Momento aplicado, momento máximo no vão para vigas biapoiadas.

A abertura das fissuras no elemento de concreto é outro fator relevante segundo as pesquisas realizadas, que pode ser determinada conforme a NBR 6118 (ABNT, 2014) pela equação 10 e 11, sendo o valor característico da abertura da fissuração a menor entre os resultados obtidos.

$$W_k = \frac{\phi_i}{12,5\eta_1} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \frac{3\sigma_{si}}{f_{ctm}} \quad (10)$$

$$W_k = \frac{\phi_i}{12,5\eta_1} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) \quad (11)$$

sendo:

σ_{si} ; ϕ_i ; ρ_i : São definidos conforme cada área da região de envolvimento do diâmetro da barra;

σ_{si} : tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada, calculada no estágio II;

ρ_{ri} : Taxa de armadura passiva ou ativa aderente em relação à área da região de envolvimento;

A_{cri} : Área da região de envolvimento protegida pela barra;

ϕ_i : Diâmetro da barra que protege a região de envolvimento;

η_1 : Coeficiente de deformação superficial da armadura.

De forma semelhante o código ACI 318-19 (2019), descreve que o momento de fissuração denotado como (M_{cr}), pode ser definido como o momento que provoca a fissuração no concreto, conseqüentemente a sua ruptura, sendo determinado por meio da equação 12.

$$M_{cr} = \frac{f_r \cdot I_g}{y_t} \quad (12)$$

Em que:

M_{cr} : Momento de fissuração;

I_g : Momento de inércia da seção bruta do concreto, $I_g = \frac{b \cdot h^3}{12}$;

y_t : distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada, sendo seção retangular,

$$y_t = \frac{h}{2};$$

f_r : Módulo de ruptura do concreto, sendo determinada por: $f_r = 7,5\lambda \cdot \sqrt{f'_c}$

λ : Fator de modificação das propriedades mecânicas do concreto que leva consideração ao seu peso, sendo o valor igual a 1,0 para concreto de peso normal.

Para determinação dos deslocamentos, o código ACI 318-19 (2019) recomenda aplicação das equações 13 a 15.

$$M_a \leq \frac{2}{3} M_{cr} \quad I_e = I_g \quad (13)$$

$$M_a > \frac{2}{3} M_{cr} \quad (14)$$

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \left(\frac{\frac{2}{3} M_{cr}}{M_a} \right)^2 \cdot \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right)} \quad (15)$$

Segundo Fusco (2008, P.175), “a resistência ao cisalhamento de peças fissuradas por flexão pode ser justificada por meio de dois modelos”. Os modelos se diferenciam de acordo com a contribuição da superfície do concreto fissurado. Um modelo possibilita a máxima contribuição e o outro a mínima contribuição. No modelo de máxima contribuição na região fissurada da peça de concreto, a transferência dos esforços cortantes é realizada por um conjunto de mecanismo resistente.

2.2.4.2 Taxa de aço da armadura longitudinal

Segundo Sacramento *et al.* (2012), a taxa da armadura de flexão tracionada influencia na resistência à punção nos elementos em concreto armado sem armadura transversal, principalmente em lajes, devido ao aumento da zona comprimida do concreto, conseqüentemente a diminuição da fissuração. Nesse sentido, Sousa (2019) mencionou que a armadura longitudinal tem duas funções na resistência ao cisalhamento: a primeira é a influência de controlar as aberturas das fissuras de flexão, assim há uma transferência dos esforços diagonais por meio do engrenamento dos agregados, a segunda é do efeito de pino, havendo a transferência dos esforços diagonais por meio das fissuras. Desta forma, a taxa de armadura longitudinal é um fator significativo na resistência à força cortante pelas razões da influência do efeito de pino, da relação que há na dimensão do banzo comprimido da seção e da posição da linha neutra.

De acordo com Samora (2015), outra influência é a rigidez das barras de aço, responsável pela contribuição da transferência da força cortante, que afeta a resistência mobilizada pelo efeito de pino, tal situação foi observado pelo autor em seu estudo desenvolvido, com aplicação de uma taxa de armadura longitudinal fixa de 1,32% (a menor taxa adotada no seu estudo) e a resistência característica à compressão do concreto em 21,6 e 40,5 MPa. Além disso, foi notado também que o aumento da resistência característica do concreto, mantendo uma taxa de aço em dois valores adotados, nesse caso de 1,32% e 1,55%, o mecanismo resistente do engrenamento do agregado teve uma melhora na contribuição do aumento da resistência à força cisalhante.

Portanto, Samora *et al.* (2017) chegaram à conclusão que a taxa de armadura longitudinal mantida constante com a variação da resistência característica do concreto à compressão, há um ganho de resistência dos mecanismos complementares ao cisalhamento. Contudo, o aumento do diâmetro das barras da armadura longitudinal não mostrou positivamente um ganho na transferência da força cortante pelo efeito de pino. Além disso, Oliveira Filho (2019), concluiu que o aumento da altura da peça, as armaduras longitudinais deixam de contribuir na capacidade resistente à força cortante nesses elementos.

Por fim, Kim *et al.* (2018), argumentaram em seu trabalho desenvolvido que a força resistente na zona de compressão demonstrou uma eficiência em torno de 47% a 57%, assim também a força resistente do efeito pino da armadura longitudinal foi estimada em torno de 25 a 30%, já o intertravamento do agregado apresentou uma taxa de 18 a 30%.

2.3 PESQUISAS REALIZADAS EM LAJES SUBMETIDA À FORÇA CORTANTE

2.3.1 Oliveira Filho (2019).

O estudo realizado por Oliveira Filho (2019), teve como objetivo em analisar o comportamento de lajes em concreto armado em uma direção sem armadura de cisalhamento sob a ação da força cortante. Contudo, seu principal foco foi avaliar o efeito de pino nesses elementos. O trabalho desenvolvido pelo autor, consistiu em simulações numéricas, ensaio experimental e uma análise estatística.

Focando no programa experimental, as amostras realizadas no ensaio foram lajes retangulares armadas em única direção com dimensões em planta de 70 x 140 centímetros, sendo as alturas, taxas de aço variáveis e o f_{ck} constante, conforme a tabela 1.

Tabela 1: Grupo das amostras testadas

Lajes	Alturas (cm)	$A_{s,min}$ (cm ²)	f_{cj} (Mpa)	j (dias)	$A_{s,calc}$ (cm ²)	nº barras (Ø 5,0)	$A_{s,efet}$ (cm ²)	Detalhamento
L1	8,00	1,20	17,93	48,00	0,00	-	-	Transporte
L2	8,00	1,20	17,93	48,00	1,20	6	1,178	6 Ø 5,0 c/13
L3	8,00	1,20	17,93	48,00	2,40	12	2,356	12 Ø 5,0 c/6,5
L4	11,00	1,65	17,93	48,00	0,00	-	-	Transporte
L5	11,00	1,65	17,93	48,00	1,65	9	1,767	9 Ø 5,0 c/8
L6	11,00	1,65	17,93	48,00	3,30	17	3,338	17 Ø 5,0 c/4
L7	14,00	2,10	17,93	48,00	0,00	-	-	Transporte
L8	14,00	2,10	17,93	48,00	2,10	11	2,160	11 Ø 5,0 c/6,5
L9	14,00	2,10	17,93	48,00	4,20	22	4,320	22 Ø 5,0 c/3

Fonte: Oliveira Filho (2019).

Durante o processo de desenvolvimento do programa experimental, realizaram-se vários ensaios para a determinação das propriedades mecânicas do concreto, desta forma executou-se o teste de compressão axial, compressão diametral e módulo de elasticidade, conforme demonstrado na tabela 2.

Tabela 2: Resultados obtidos no ensaio do concreto

Ensaio	f_c (MPa)	f_{c,m} (MPa)
Compressão axial	17,79	17,93
	17,93	
	18,07	
compressão diametral	2,29	2,22
	1,91	
	2,46	
Ensaio	E (GPa)	E_{c,m} (GPa)
Módulo de elasticidade	16,00	14,65
	11,10*	
	13,30	

*valor desconsiderado pelo autor.

Fonte: Oliveira Filho (2019).

De acordo com Oliveira Filho (2019), um dos valores do módulo de elasticidade foi desconsiderado para determinação do módulo médio, por apresentar o resultado relativamente baixo, conforme destacado na tabela 2 demonstrada anteriormente.

Além disso, foi realizado o teste de tração axial das barras de aço CA – 60 com diâmetro de 5,0 mm, obtendo os seguintes valores do módulo de elasticidade longitudinal e tensão de escoamento do aço (f_{yk}), de acordo com a tabela 3.

Tabela 3: Resultados obtidos no ensaio tração nas armaduras

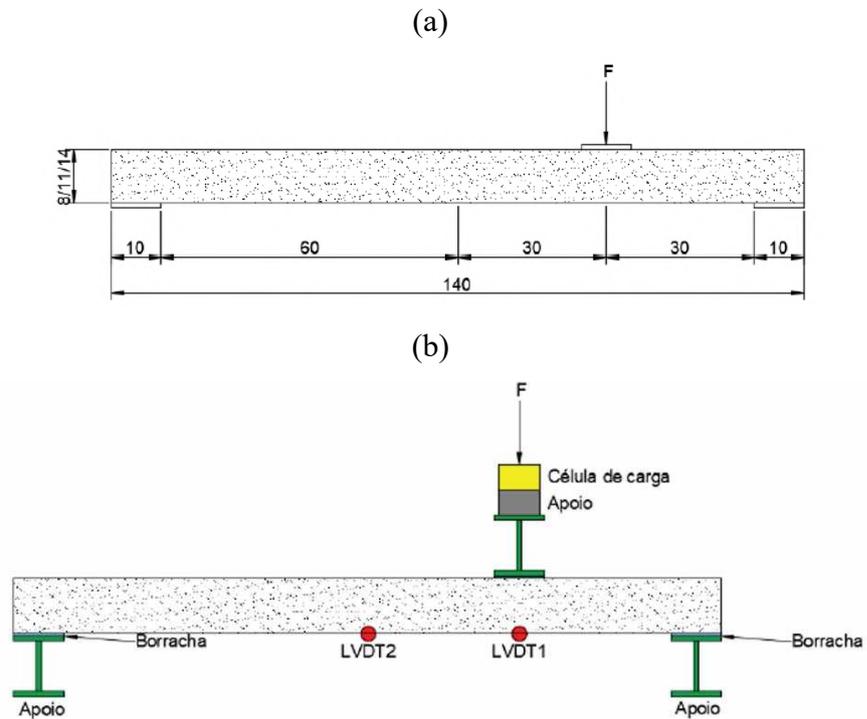
Corpo de prova	E (GPa)	σ (MPa)	σ máx. (MPa)	σ últ. (MPa)
1	199,322	772,373	789,459	511,063
2	211,894	759,706	777,280	512,663
3	200,495	744,349	752,632	495,888
4	214,837	795,517	798,083	545,058
5	221,871	811,026	815,723	550,600
6	203,409	777,481	782,573	524,431
Valores Médios	208,638	776,742	785,958	523,284

Fonte: adaptada de Oliveira Filho (2019).

Nota-se que os valores médios do módulo de elasticidade e a tensão de escoamento do aço foram respectivamente de 208,638 GPa e 776,742 MPa.

A configuração para realização do programa experimental da laje, bem como a sua geometria e dimensões, é apresentada na figura 8 e figura 9, sendo os apoios constituídos de perfis I, com mesa de 10 centímetros de largura.

Figura 8: Configuração do ensaio experimental: (a) geometria; (b) configuração teórica



Fonte: Adaptada de Oliveira Filho (2019).

Figura 9: Configuração do ensaio experimental: prático



Fonte: Oliveira Filho (2019).

Após a realização dos testes foram obtidos os resultados das forças últimas e os deslocamentos das lajes, conforme a tabela 4, mas vale ressaltar que foram alcançados outros dados de resultados do ensaio.

Tabela 4: Resultados da força última e deslocamentos

Laje	h (cm)	$V_{rk}(kN)$	δ (cm)
L1	8,00	6,950	0,056
L2	8,00	23,310	1,207
L3	8,00	43,810	1,629
L4	11,00	12,730	0,062
L5	11,00	44,530	1,187
L6	11,00	79,160	0,806
L7	14,00	26,810	0,147
L8	14,00	74,270	0,584
L9	14,00	158,310	0,735

Fonte: Adaptado de Oliveira Filho (2019).

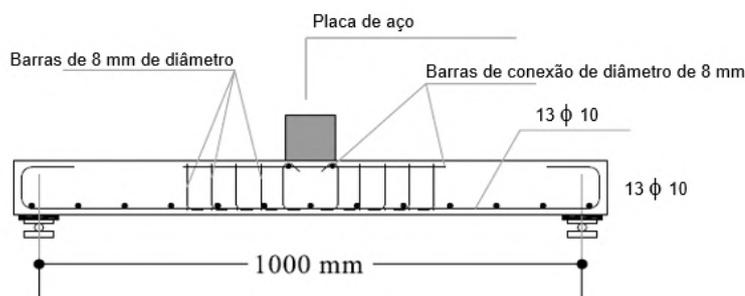
Oliveira Filho (2019), concluiu em seu estudo que o mecanismo do efeito de pino apresentou cerca de 26% da contribuição total da resistência à força cortante, sendo o engrenamento dos agregados de 23 % e o banzo comprimido de 51%. Por fim, foi observado que a taxa de armadura longitudinal influencia nas aberturas das fissuras, pois quando há um aumento dessas armaduras, as fissuras tendem a crescer ou expandir em toda a extensão do elemento. Além disso, foi notado pelo autor que o deslocamento vertical e deflexão no elemento são parâmetros úteis para determinação do efeito de pino, sendo possível encontrar uma taxa de referência que deve ser considerada para esse mecanismo resistente.

2.3.2 Afefy e El-Tony (2019)

Para Afefy e El-Tony (2019), o mecanismo de transferência de cisalhamento em laje sem armadura transversal depende da zona de compressão do concreto, do intertravamento do agregado e do efeito de pino. O estudo desenvolvido pelos autores foi um programa experimental, constituído por nove lajes maciças em concreto armado nas duas direções. As geometrias das amostras foram quadradas com dimensões de 110 cm, altura de 12 cm e vão de centro a centro de 100 cm, sendo dividida em quatro grupos, um composto por laje sem armadura de cisalhamento, representada pelo grupo I e as restantes foram utilizadas estribos de uma perna de 8 mm de diâmetro. Além disso, as lajes foram providas de uma taxa de 0,94 % da armadura longitudinal com barras de diâmetros de 10 mm e com concreto de resistência cúbica (f_{cu}) de 30 MPa aos 28 dias. As lajes foram consideradas simplesmente apoiadas em todas as bordas, sendo utilizado uma placa de aço quadrada de 15 cm para aplicação da força no centro da laje, além do uso de material Polímero Reforçado com Fibra de Vidro (PRFV).

Conforme a figura 10, é demonstrado o corte da geometria da configuração do modelo das lajes ensaiadas experimentalmente.

Figura 10: Corte transversal da laje



Fonte: Adaptado de Afefy e El-Tony (2019).

Conforme o programa experimental de Afefy e El-Tony (2019), foram obtidos vários dados de resposta, contudo a tabela 5 mostra de maneira sucinta o resultado de alguns parâmetros, tais como a resistência cúbica (f_{cu}), a força aplicada no momento em que surgiram as primeiras fissuras, que pode ser considerado como “carga de fissuração (P_{cr})”, a força de ruptura (P_u) da peça ou carga final atribuída no seu rompimento e o máximo deslocamento (δ) vertical no centro da laje.

Tabela 5: Resultados experimental

Grupo	Laje	f_{cu} (MPa)	P_{cr} (kN)	P_u (kN)	δ (mm)
1	SI-1	29,20	57,90	190,20	6,80
2	SII-1	30,10	55,40	192,20	6,50
2	SII-2	30,10	55,20	187,80	6,20
3	SIII-1	31,30	64,10	272,70	14,90
3	SIII-2	31,30	69,20	321,70	18,30
3	SIII-3	31,30	61,40	254,90	11,80
3	SIII-4	31,30	66,70	317,20	17,70
4	SIV-1	32,70	93,30	255,50	7,30
4	SIV-2	32,70	95,00	264,50	8,10

Fonte: Adaptado de Afefy e El-Tony (2019).

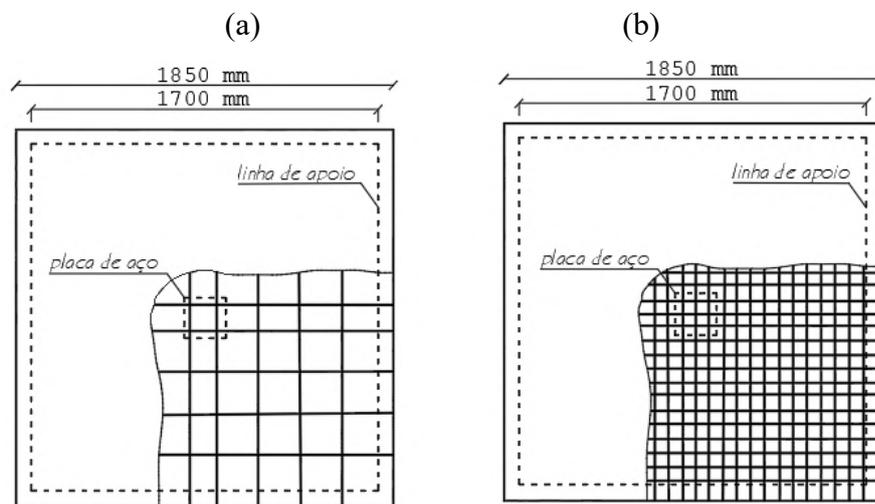
2.3.3 Torabian et al. (2019).

O trabalho desenvolvido por Torabian et al. (2019), consistiu em analisar o comportamento de lajes maciças de concreto armado submetida a carga concentrada, sendo a força aplicada sobre uma placa de aço quadrada com dimensão de 20 x 20 cm, localizada no

centro da laje. Além disso, foi realizada verificações da Teoria da Fissura por Cisalhamento Crítico (CSCT) nesses elementos estruturais.

O programa experimental foi composto por quatro lajes quadradas com suas dimensões de 185 cm de comprimento e 10 cm de altura. Os tipos de apoios utilizados nesses elementos na execução do ensaio foram considerados como simplesmente apoiados, com vão efetivo de 170 cm. Na figura 11, demonstra a geometria do modelo ensaiado, assim também o detalhamento da armadura, sendo utilizado duas taxas de aço para armadura de flexão de 0,38 % e 1,00 %.

Figura 11: Modelos experimentais: (a) detalhe da armadura com taxa de 0,35 %; (b) detalhe armadura com taxa de 1,00%



Fonte: Adaptado de Torabian *et al.* (2019).

Vale ressaltar que em dois modelos foi utilizado armadura transversal, que pode ser observado na tabela 6, além da resistência à compressão do concreto (f_c), taxa de aço da armadura longitudinal, carga de ruptura e rotação.

Tabela 6: Resumo das características dos modelos e resultados dos testes

Laje Modelos	f_c (MPa)	Taxa de aço da armadura de flexão (%)	Armadura de cisalhamento	Carga de falha (kN)	Rotação final (rad)
US-0.38	43,00	0,38	Não reforçada	101,60	0,075
US-0.38-STUD	41,70	0,38	Reforçada	117,10	0,189
US-1.00	41,90	1,00	Não reforçada	186,30	0,035
US-1.00-STUD	42,20	1,00	Reforçada	224,00	0,100

Fonte: Adaptado de Torabian *et al.* (2019).

Torabian *et al.* (2019) concluíram que a taxa de armadura longitudinal influenciou significativamente no comportamento das lajes após ser fissuradas. Quando o elemento é fissurado, ou seja, após a fissuração a rigidez tende a diminuir com taxas de aço menores, como foi observado na laje com a taxa de aço de 0,38% em relação a outra amostra com taxa de 1,00%.

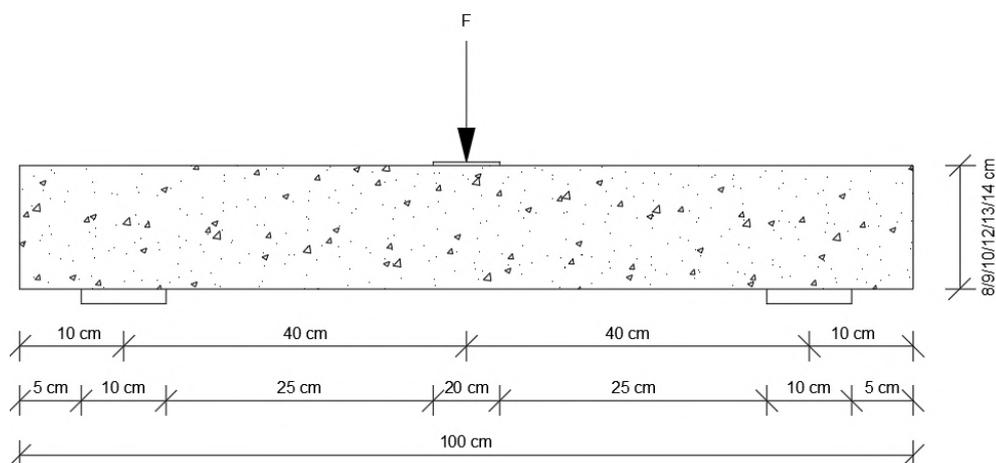
Contudo, com introdução da armadura de cisalhamento, as lajes apresentaram um comportamento mais dúctil, sendo que a variação da taxa de armadura de flexão não tem relação com esse desempenho, conforme foi verificado durante o ensaio.

2.3.4 Oliveira (2021).

O trabalho desenvolvido por Oliveira (2021), consistiu em fazer verificações por meio da simulação numérica do comportamento de lajes em concreto armado em duas direções sem armadura transversal sujeita à força cortante, com objetivo de compreender a influência de três parâmetros adotados conforme a literatura, como a altura da laje, a resistência característica à compressão do concreto e a taxa de aço da armadura longitudinal.

No procedimento para realização da análise numérica foram considerados dois grupos de laje quadrada, com dimensões em planta de 100 x 100cm em todas as amostras, sendo as alturas variáveis de 8, 9 e 10 cm para o primeiro e 12, 13 e 14 cm para o segundo grupo. As taxas de armadura longitudinal adotadas em todos os modelos foram de 0,25 %, 0,50 % e 0,75 %, com a resistência à compressão do concreto variável de 25, 35 e 45 MPa. Na execução da simulação numérica foi admitido a aplicação da força sobre uma placa de aço quadrada de 20 x 20 cm, localizada no centro da laje, conforme a figura 12.

Figura 12: Modelo numérico adotado



Fonte: adaptado de Oliveira (2021).

Foi observado por Oliveira (2021) que a taxa de armadura longitudinal influencia no comportamento das lajes, pois com o aumento da taxa de aço maiores forças últimas são obtidas, conseqüentemente o elemento tem um ganho de rigidez, provocando menores deslocamentos. Por fim, a autora conclui que há uma relação da ductilidade com a altura e a taxa da armadura longitudinal, pois as lajes com alturas igual ou menor a 10 cm, com baixa taxa de aço apresentaram um comportamento dúctil, já para os elementos com alturas maiores e taxa de aço elevada, demonstrou de forma contrária, um comportamento frágil. Além disso, conforme a aplicação da análise estatística no estudo, a taxa de armadura longitudinal foi o parâmetro mais relevante.

2.4 RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS

2.4.1 Norma brasileira – ABNT NBR 6118 (2014)

Segundo a NBR 6118:2014, pode-se aplicar dois métodos para dimensionamento dos elementos que possuem armaduras transversais. A aplicação do método da treliça clássica leva em consideração o modelo de cálculo I, tendo o ângulo de 45°, que é fixo. Já o modelo de cálculo II, deve ser aplicado para o método das treliças generalizadas, com os ângulos variáveis.

Durante o processo de dimensionamento da peça de concreto armado sujeita à força cortante, deve ser verificado o estado limite último, em que deverá atender a seguinte situação.

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} \quad (16)$$

$$V_{sd} \leq V_{Rd3} \quad (17)$$

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (18)$$

Em que:

V_{sd} : Força cortante solicitada de cálculo na seção;

V_{Rd2} : Força cortante resistente referente a ruína das diagonais comprimidas de concreto;

$V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$: Força cortante resistente de cálculo referente a ruína por tração diagonal;

V_{sw} : Parcela resistida pela armadura transversal;

V_c : Parcela da força cortante absorvidas por mecanismo complementares ao da treliça.

A NBR 6118 (ABNT, 2014) enfatiza que as lajes maciças submetidas à força de tração surgidas dos esforços cortantes podem prescindir de armadura transversal. Contudo, deverá atender o seguinte critério:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1} \quad (19)$$

Sendo a força cortante resistente de cálculo determinada pelas equações 20 a 28, demonstradas a seguir:

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k(1,2 + 40 \cdot \rho_1) + 0,15\sigma_{cp}] b_w \cdot d \quad (20)$$

$$V_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctd} \quad (21)$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{y_c} \quad (22)$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} \quad (23)$$

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad f_{ck} \text{ em MPa para concreto até C50} \quad (24)$$

$$f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln(1 + 0,11 \cdot f_{ck}) \quad f_{ck} \text{ em MPa para concreto de C55 à C90} \quad (25)$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} \leq |0,02| \quad \text{Não deve ser superior a } |0,02| \quad (26)$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{sd}}{A_c} \quad (27)$$

Diante disso, nota-se que o coeficiente “k” e “p” está relacionado à altura do elemento e a taxa de armadura longitudinal respectivamente. A norma atribui valores para o coeficiente k da seguinte maneira: quando a taxa de 50% da armadura inferior não chega até o apoio será igual a 1 (um), conseqüentemente, não terá efeito nenhum o mecanismo de pino na equação, visto que é um valor neutro. Já para outras circunstâncias seguirá a equação 28:

$$K = |1,6 - d| \quad d \text{ em metros e não inferior a } |1| \quad (28)$$

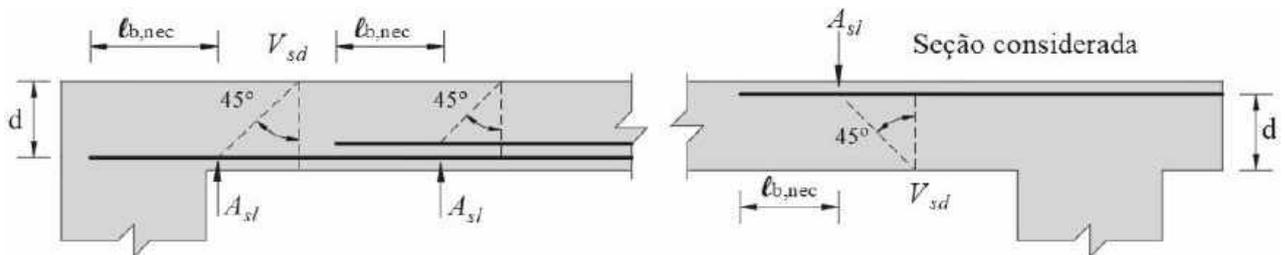
σ_{Rd} : Tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento;

A_{s1} : Área da armadura de tração que se estende até não menos que $d + l_{b,nec}$ além da seção considerada com $l_{b,nec}$ definido no item 9.4.2.5 da norma e na figura 11;

b_w : Largura mínima da seção ao longo da altura útil d .

V_{sd} : Força longitudinal na seção devido á protensão ou carregamento
(a compressão é considerada com sinal positivo (+))

Figura 13: Comprimento de ancoragem necessário



Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014).

2.4.2 American Concrete Institute (ACI 138-19)

Conforme é mencionado por Nogueira *et al.* (2011), as parcelas resistidas do intertravamento e do efeito de pino está incluída na força resistida pelo concreto, de acordo com a equação 29 apresentada pelo código ACI 318 -19.

$$V_n = V_c + V_s \quad (29)$$

Em que:

V_n : Resistência nominal ao cisalhamento;

V_c : Resistência nominal ao cisalhamento fornecida pelo concreto;

V_s : Resistência nominal ao cisalhamento fornecido pela armadura transversal.

Para código ACI 318-19, o concreto de alta resistência composto de agregado graúdo em lajes unidirecionais, estão bem vulneráveis a rupturas por cisalhamento, especialmente quando estão sujeitas a carregamentos concentrados. A resistência relativa à armadura de cisalhamento pode ser determinada pela equação 30, apresentada a seguir.

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_{yt} \cdot d}{S} \quad (30)$$

Em que:

S: Espaçamento de centro a centro;

f_{yt} : Tensão de escoamento específico da armadura transversal;

d: Distância da fibra mais comprimida ao centro da armadura, sendo que não poderá ser menor que $0,8h$.

Com a nova atualização da Norma Americana ACI 318-19, foi apresentada a redução das equações que determinam a resistência à força cortante nos elementos em concreto armado, resumindo em três equações demonstradas em seguida, sendo que para a determinação da resistência à força cortante dependerá dos critérios estabelecidos em relação a armadura transversal considerada.

Para vigas e lajes unidirecionais a armadura mínima é definido conforme a equação 31.

$$A_{v,min} \geq 0,062 \sqrt{f'_c} \cdot \frac{b_w \cdot S}{f_{yt}} \quad \text{ou} \quad A_{v,min} \geq 0,35 \cdot \frac{b_w \cdot S}{f_{yt}} \quad (31)$$

Quando a valor mínimo da armadura transversal for considerada para determinação da resistência à força cortante, deverá ser aplicada a seguinte expressão, conforme os critérios estabelecidos.

$$I. \quad A_v \geq A_{v,min}$$

$$V_c = b_w \cdot d \left(2\lambda \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right) \quad (32)$$

$$V_c = b_w \cdot d \left(8\lambda \cdot \rho_w^{\frac{1}{3}} \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right) \quad (33)$$

$$II. \quad A_v < A_{v,min}$$

A norma prescreve que a determinação da resistência à força cortante nominal relativa do concreto (V_c) sem protensão, em que há apenas a força cortante e flexão, sem armadura

transversal ou quando for considerada menor que a mínima, será calculada pela seguinte expressão:

$$V_c = b_w \cdot d \left(8\lambda_s \cdot \lambda \cdot \rho_w^{\frac{1}{3}} \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right) \quad (34)$$

Sendo que:

N_u : Positivo para compressão e negativo para tração;

V_c : resistência à força cortante nominal relativa do concreto, não deve ser menor que zero;

$N_u/6A_g$: Não pode ser considerado maior que $0,05f'_c$;

λ : Fator relativo ao tipo de concreto considerado, normal ou leve;

λ_s : Fator relacionado com à altura do elemento.

Para o cálculo da resistência ao cisalhamento, conforme as equações descritas é possível observar que a norma leva em consideração a influência da altura e da taxa de armadura longitudinal, além da tensão normal, sendo que ao considerar o efeito da altura (λ_s) do elemento a resistência à força cortante poderá diminuir com o seu aumento.

Além disso, ACI318-19, recomenda que o resultado da força resistente relativo do concreto (V_c) expressa pela equação anterior, não deve ser tomado maior que a máxima determina pela equação 35:

$$V_{c,máx} = 5\lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \quad (35)$$

Para determinação do fator (λ_s) relativo à altura do elemento, quando é levado em consideração, a ACI 318-19 sugere a equação 36:

$$\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1 + \frac{d}{10}}} \leq 1 \quad (36)$$

Em que:

b_w : Largura considerada da faixa de laje e/ou menor largura da seção considerada;

ρ : Taxa de armadura longitudinal;

V_u : Força de cortante atuante na seção;

M_u : Momento atuante na seção;

A_v : Área de armadura transversal dentro do espaçamento s ;

$A_{v,min}$: Área mínima de armadura transversal dentro do espaçamento s ;

A_g : Área bruta da seção de concreto. Para uma seção vazada A_g é a área do concreto apenas e não incluir a área vazada.

f_c : Resistência específica à compressão do concreto;

$\sqrt{f_c}$: Raiz quadrada da resistência específica à compressão do concreto;

Conforme Oliveira Filho (2019), o código americano não menciona o coeficiente “k”, como é apresentado em outras normas relativo à contribuição do efeito de pino. Contudo, o coeficiente λ_s traz uma referência a fricção na região de tensões de cisalhamento, que envolve a união do efeito pino e engrenamento dos agregados.

2.4.3 Norma europeia – EUROCODE 2 (2004)

Conforme é mencionado por Samora *et al.* (2017), os métodos de cálculo do código EUROCODE 2 (2004) relativo ou referente à força cortante é baseado no modelo de treliça com ângulo das bielas variável da seguinte forma: $45^\circ \leq \theta \leq 68,20^\circ$.

O código EUROCODE 2 (2004), recomenda que a força resistente ao cisalhamento nos elementos de concreto armado sem armadura transversal na região fissurada por flexão, sejam calculados pela expressão em seguida, sendo a resistência à compressão do concreto (f_{ck}) em MPa.

$$V_{Rd,c} = b_w \cdot d \left[C_{Rd,C} \cdot k(100\rho_1 \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right] \quad (37)$$

Sendo que deve ser observado o seguinte critério, em que o $V_{Rd,c}$ mínimo é determinado pela equação 38:

$$V_{Rd,c, \min} = b_w \cdot d (V_{\min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \quad (38)$$

$$k_1 = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2 \quad \text{sendo } d \text{ em mm} \quad (39)$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \quad (40)$$

Em que:

A_{s1} : Área da armadura de tração, que $\geq (l_{bd} + d)$, além da seção considerada na figura 6.3 apresentada na EUROCODE 2 (2004);

N_{Ed} : Força axial na seção transversal devido ao carregamento ou protensão em (N). Sendo que para compressão $N_{Ed} > 0$. A influência da deformação imposta na N_{Ed} pode ser na ignorada;

A_c : Área da seção transversal do concreto (mm^2);

$V_{Rd,c}$: Resistência ao cisalhamento sem armadura de cisalhamento em (N).

A resistência à força cortante no elemento em concreto armado com armadura transversal é determinada de acordo com a equação 41.

$$V_{Rd,s} = V_{Rd,s} + V_{ccd} + V_{td} \quad (41)$$

Em que:

V_{ccd} : é a componente de cisalhamento relativa da força na área de compressão em relação as forças de compressão inclinada.;

V_{td} : é a componente de cisalhamento relativa da força na armadura de tração, no caso de forças de tração inclinadas;

$V_{Rd,s}$: é a componente do valor de cálculo da força de cisalhamento que pode ser resistida pela armadura de cisalhamento.

Conforme a norma EUROCODE 2 (2004), a somatória das componentes contribuintes da resistência à força cortante de cálculo, não deverá ser maior que o valor calculado da força cortante resistente de cálculo máxima permitida, expressa pela equação 42, sendo limitado pelo esmagamento do concreto que faz parte da estrutura e dos projetos para resistir à força de compressão.

$$V_{Rd,m\acute{a}x} = \alpha_c \cdot b_w \cdot z \cdot v \cdot f_{cd} / (\cot\theta + \tan\theta) \quad (42)$$

Em que:

α_c : o ângulo entre armadura de cisalhamento e linha considerada da tensão principal, ou seja, cada um dos dois membros principais de uma treliça;

θ : o ângulo entre as escoras de compressão de concreto e linha considerada da tensão principal, ou seja, cada um dos dois membros principais de uma treliça;

b_w : largura mínima;

f_{cd} : valor de cálculo da força de compressão do concreto na direção do eixo longitudinal da barra;

z : o braço de alavanca interno. Na análise de cisalhamento, o valor aproximado $z = 0,9d$ pode normalmente ser usado;

v : fator de redução de resistência para concreto fissurado em cisalhamento.

O valor recomendável para $C_{Rd,c}$ é $\frac{0,18}{\gamma_c}$. Para determinar o V_{min} , o código sugere a equação 43.

$$V_{min} = 0,035K_1^2 \sqrt{f_{ck}} \quad \text{para } K_1 \text{ será igual a } 0,15 \quad (43)$$

Sendo que para os elementos de concreto armado sem armadura transversal em regiões não fissurada por flexão, a tensão de tração à flexão deverá ser menor que $\frac{f_{ctk}0,05}{\gamma_c}$.

Além disso, conforme é prescrito pelo código normativo, a força cortante resistente de cálculo para elementos de concreto sem armadura transversal é determinada pelas seguintes expressões:

$$V_{Rd,c} = \frac{I \cdot b_w}{S} \sqrt{(f_{ctd})^2 + \alpha_1 \cdot \sigma_{cp} \cdot f_{ctd}} \quad (44)$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} \quad \text{em MPa} \quad \text{e} \quad N_{Ed} > 0 \text{ em compressão} \quad (45)$$

Em que:

f_{ctd} : Resistência característica do concreto à tração;

σ_{cp} : Tensão de compressão do concreto, referente a carga axial.

A_c : Área da seção transversal;

b_w : Largura e altura útil da seção transversal em mm;

I : Momento de inércia da seção transversal;

S: Momento estático da área acima do eixo do centro de gravidade da seção.

Contudo deverá ser observado o seguinte critério para determinação do α :

$$\alpha_1 = \frac{l_x}{l_{pt2}} \leq 1 \text{ para barras protendidas} \quad (46)$$

$$\alpha_1 = \frac{l_x}{l_{pt2}} = 1 \text{ para outros tipos de pré esforços} \quad (47)$$

Sendo que:

l_x : é a distância da seção considerada a partir do ponto inicial do comprimento de transição

l_{pt2} :é o valor limite superior do comprimento de transmissão do elemento dado pela seguinte

relação: $l_{pt2} = 1,2l_{pt}$ e $l_{pt} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \frac{\sigma_{pmo}}{f_{bpt}}$

l_{pt} : comprimento de transmissão;

$\alpha_1 = 1$ para desprendimento ou liberação gradual;

$\alpha_2 = 1$ para desprendimento ou liberação repentina;

$\alpha_2 = 1$ para seção circular;

$\alpha_2 = 1$ para fios de 3 e 7;

ϕ : Diâmetro nominal;

σ_{pmo} : Tensão logo após a liberação.

2.4.4 Norma Internacional – CEB-FIP Model Code (2010)

De acordo com norma CEB-FIP Model Code (2010), a força cortante resistente de cálculo em elementos de concreto armado pode ser determinada pelas seguintes equações:

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \quad (48)$$

$$V_{Rd} \geq V_{Ed} \quad (49)$$

$$V_{Rd} \leq V_{Rd,m\acute{a}x} \quad (50)$$

Em que:

V_R : Força cortante resistente;

$V_{Rd,c}$: Força cortante resistente de cálculo, referente ao concreto;

$V_{Rd,s}$: Força cortante resistente de cálculo, referente a armadura transversal;

V_{Ed} : Força cortante resistente de cálculo;

$V_{Rd,máx}$: Força cortante resistente máxima de cálculo.

Para determinar a máxima força cortante resistente de cálculo ($V_{Rd,máx}$), a norma recomenda que seja aplicada a equação 51, além de observar a figura 14, conforme apresentada a seguir:

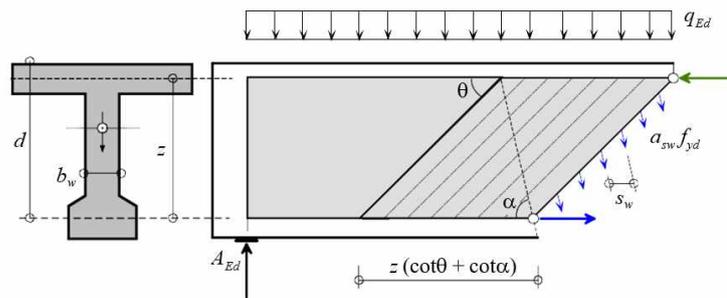
$$V_{Rd,máx} = k_c \frac{f_{ck}}{y_c} b_w \cdot z \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^2\theta} \quad (51)$$

Em que:

θ : Ângulo de inclinação das tensões de compressão;

α : Ângulo de inclinação dos estribos em relação ao eixo.

Figura 14: Geometria e definições



Fonte: CEB-FIP Model Code (2010)

Já a resistência à força cortante ($V_{Rd,c}$) referente ao concreto nos elementos sem armadura transversal pode ser determinada conforme a equação 52, sendo que a resistência à compressão do concreto em MPa e o valor da $\sqrt{f_{ck}} \leq 8$ MPa.

$$V_{Rd,c} = k_v \frac{\sqrt{f_{ck}}}{y_c} z \cdot b_w \quad (52)$$

Em que:

$V_{Rd,c}$: Força resistente ao cisalhamento do concreto em N;

z : Altura útil em mm;

b_w : Espessura do elemento em mm;

γ_c : Fator de segurança igual a 1,5;

γ_c : Coeficiente de segurança do concreto.

Para membros sem carga axial significativa, onde o $f_{ck} \leq 64$ MPa, $f_{yk} \leq 500$ MPa e com tamanho do agregado de pelo menos 10 mm, o valor de k_v , pode ser obtido pelas seguintes equações:

$$k_v = \frac{200}{1000 + 1,3z} \leq 0,15 \quad \text{quando} \quad \rho_w = 0 \quad (53)$$

$$k_v = 0,15 \quad \text{quando} \quad \rho_w \geq 0,08 \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yk}}} \quad (54)$$

Em que:

ρ_w : Taxa de armadura de cisalhamento;

f_{yk} : Tensão característica do aço.

Quando o elemento de concreto contempla armadura de cisalhamento, a norma apresenta a equação 55 para determinar a taxa dessa armadura, conforme é demonstrada a seguir:

$$\rho_w \geq 0,008 \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \quad (55)$$

2.4.5 Norma Canadense CSA A23.3-04

Segundo a norma Canadense CSA A23.3-14, a resistência à força cortante (V_r) no elemento pode ser determinada pela somatória da resistência fornecida do concreto e da armadura transversal, sendo que o resultado deverá atender a resistência máxima à força cortante ($V_{r,máx}$), conforme as equações apresentadas em seguida, levando em consideração o modelo de bielas e tirantes com ângulos de compressão igual a 35° ($\theta = 35^\circ$).

$$V_r = V_c + V_s \quad (56)$$

$$V_r \leq V_{r,m\acute{a}x} \quad (57)$$

$$V_{r,m\acute{a}x} = 0,25\phi_c \cdot f_c \cdot b_w \cdot d_v \quad (58)$$

Para determinar a resist\^encia ao cisalhamento fornecida pelo concreto (V_c) a norma recomenda aplicar a equa\~ao 59, levando em considera\~ao o f_c em MPa e o valor da $\sqrt{f_c} \leq 8$ MPa.

$$V_c = \phi_c \cdot \lambda \cdot \beta \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot d_v \quad (59)$$

Em que:

ϕ_c : fator de resist\^encia do concreto, por padr\~ao, \^e considerado 0,65 ($\phi_c = 0,65$);

β : fator respons\~avel pela resist\^encia \^a for\~ca cortante do concreto fissurado, seu valor \^e normalmente entre 0,05 e 0,4;

λ : fator de redu\~cao de resist\^encia que levar em conta a baixa densidade do concreto. Para concreto de densidade normal, seu valor \^e 1 ($\lambda = 1,00$); concreto de densidade semi-baixa em que todo o agregado fino \^e areia natural ($\lambda = 0,85$); concreto de densidade semi-baixa em que nenhum dos agregados finos \^e areia natural ($\lambda = 0,75$);

b_w : largura da se\~cao transversal que resiste \^a for\~ca cortante perpendicular \^a dire\~cao da for\~ca cortante;

d_v : altura \^util de cisalhamento em mm, considerada como o maior valor entre 0,9d ou 0,72h;

d: dist\~ancia da fibra de mais comprimida ao centroide da armadura de tra\~cao;

h: altura total da se\~cao transversal na dire\~cao da for\~ca cortante.

Para determina\~ao do coeficiente β no elemento sem armadura transversal no caso em que for\~ca axial \^e de compress\~ao, a norma prescreve alguns itens apresentado em seguida que devem ser analisados por meio do m\^etodo simplificado, desde que a tens\~ao de escoamento da armadura longitudinal seja limitada a 400 MPa e a resist\^encia do concreto 60 MPa.

- a) Para seção que não tenha armadura transversal e o tamanho máximo nominal do agregado seja igual ou maior que 20 mm ($\beta \geq 20$ mm):

$$\beta = \frac{230}{1000 + d_v} \quad (60)$$

- b) Para seção sem armadura transversal e agregado de tamanho máximo menor que 20 mm ($\beta < 20$ mm), o β pode ser determinado conforme a equação 61.

$$\beta = \frac{230}{1000 + S_{ze}} \quad (61)$$

$$S_{ze} = \frac{35S_z}{15 + a_g} \quad \text{sendo que: } S_z \geq 0,85S_z \quad (62)$$

Vale destacar o seguinte critério, além dos demonstrados para a determinação do valor de β que são: $0,9d \leq d_v \leq 0,72h$; $b_{w,lajes} \leq 350\text{mm}$ e $b_{w,vigas} \leq 250\text{mm}$

Em que:

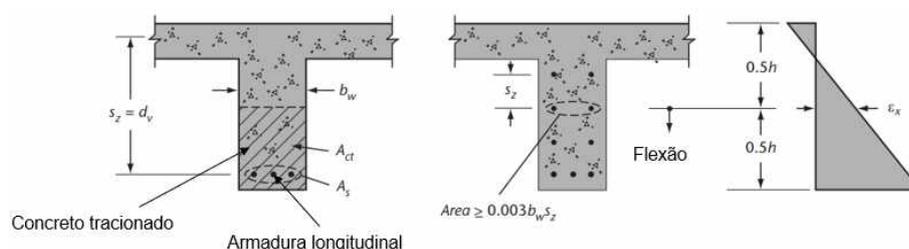
a_g : Tamanho nominal máximo especificado do agregado graúdo;

S_z : parâmetro de espaçamento;

S_{ze} : valor equivalente de S_z que permite à influência do tamanho do agregado.

O parâmetro de espaçamento de fissuras (S_z), deve ser tomado como d_v ou a distância máxima entre camada de armadura longitudinal distribuída, o que for menor, sendo que cada camada deve ter uma área pelo menos igual a $0,003b_w S_z$. A figura 15 ilustra detalhes da seção transversal para melhor compreensão da determinação do parâmetro S_z .

Figura 15: Detalhe da seção transversal



Fonte: Adaptado de CSA A23.3-04.

3 MODELAGEM COMPUTACIONAL

Para o desenvolvimento da modelagem numérica foi utilizado o programa computacional ANSYS® Workbench e os dados experimentais fornecidos do estudo de Oliveira Filho (2019), desta maneira foi realizada a modelagem das nove lajes do ensaio experimental do autor para criar um modelo representativo. Após esse processo, desenvolveu-se várias simulações numéricas com a variação dos parâmetros (altura, f_{ck} , taxa de aço da armadura longitudinal superior e inferior), que segundo os autores Afefy e El-Tony (2019) e Torabian *et al.* (2019), influenciam a resistência à força cortante, tendo como resultados a curva de força x deslocamento, tensão de cisalhamento e o panorama de fissuração das lajes.

3.1 CONCEITOS

3.1.1 *Ansys e método dos elementos finitos*

O Ansys pode ser definido como um programa computacional baseado no método dos elementos finitos, com a finalidade de realizar análises de engenharia estrutural e de transferência de calor. Os recursos na solução por meio do Ansys envolvem as seguintes análises: estática elástica e plástica, tensão térmica, grandes deflexões, análise dinâmica e modal e vários outros recursos. As análises podem ser feitas em uma, duas ou três direções, além disso possui pacotes gráficos completo com extensas capacidades de pré e pós processamento. (KOHNKE, 1982).

O método dos elementos finitos compreende na discretização do meio contínuo em um número finito de elementos. A sua formulação apresenta estruturas com geometrias, condições de contorno e de carregamento complexo. A solução de um problema por métodos aproximados segue a princípio um modelo contínuo que envolvem infinitos graus de liberdade, equações diferenciais e uma solução exata pelo cálculo diferencial. Além disso, abrange um modelo discreto que o número finito de graus de liberdade, equações diferenciais são transformadas em equações algébricas, trazendo uma solução aproximada por métodos numéricos como método dos elementos finitos.

3.1.2 *Análise Linear e Não Linear*

A análise do comportamento estrutural pode ser baseada em dois tipos: análise linear e não linear, sendo que a análise não linear é subdividida em três tipos: a não linearidade geométrica, não linearidade material e não linearidade de contato. A não-linearidade

geométrica, consiste no efeito de grandes deslocamentos, conseqüentemente os esforços solicitantes terão seus vetores com ângulos variáveis, levando em consideração no transcurso do tempo de carregamento, sendo assim, o processo da não-linearidade geométrica está envolvido as variações de esforços e deslocamentos, provocada pela variação geometria do elemento no transcurso ou sob ação do carregamento. A não-linearidade física, consiste no material que não apresente uma relação plena linearmente entre as tensões e deformações, ou seja, não demonstra um comportamento inteiramente linear, conforme a lei de hooke. A não linearidade de contato, considera que as condições de contorno são dependentes dos deslocamentos. Quando é considerado o comportamento complexo do concreto em uma análise não-linear, a situação é caracterizada por um limite elástico, que se admite o concreto fissurado sob efeito de tração, provocando o amolecimento do concreto (“strain softening”) e seu esmagamento em compressão.

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), os efeitos da não linearidade física e geométrica nos elementos estruturais devem ser considerados na análise estrutural de estruturas de nós móveis, além dos efeitos globais e locais de 2º ordem no dimensionamento dessas peças. Conforme a norma, nas estruturas reticuladas em edificações com no mínimo quatro andares, a não linearidade física pode ser considerada e realizada de forma aproximada.

3.1.3 Critério de falha de Willam e Warnke (1975)

Conforme o modelo de Willam e Warnke (1975 apud Friedrich, 2016), o critério de falha do concreto no estado multiaxial de tensões pode ser regido de acordo com a equação 63.

$$\frac{F}{f_c} - S \geq 0 \quad (63)$$

Sendo:

F: uma função do estado de tensões principais ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$);

S: superfície de falha, expressa em termos das tensões principais (parâmetros de entrada considerado no material do Solid 65, (f_t, f_c, f_{cb}, f_1 e f);

f_c : resistência à compressão do concreto;

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$: tensões principais nas principais direções.

Quando ocorrer o esmagamento ou a fissura no concreto, entende-se que o material não satisfaz a equação 63 já demonstrada, sendo que a fissura irá ocorrer em qualquer plano da tensão principal que atuar sob tração, já o esmagamento do concreto ocorrerá caso as tensões principais

forem de compressão. Desta forma, a falha no material conforme Willam e Warnke (1975 *apud* Friedrich, 2016), pode ser especificada no mínimo por dois parâmetros: a resistência à compressão e à tração do concreto. Outros parâmetros do modelo são apresentados nas equações de 64 a 66, demonstradas a seguir:

$$f_{cb} = 1,2f_c \quad (64)$$

$$f_1 = 1,45f_c \quad (65)$$

$$f_2 = 1,725f_c \quad (66)$$

Contudo, o resultado das expressões descritas, são válidas para o estado de tensão na seguinte condição estabelecida:

$$|\sigma_h| \leq \sqrt{3} \cdot f_c \quad (67)$$

$$\sigma_h = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \quad (68)$$

Em que:

σ_h : Estado de tensão hidrostática;

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$: Tensões principais nas principais direções.

3.1.4 *Material - Concreto*

O concreto é um material composto por uma mistura adequada de água, cimento e agregados (grãos e finos). As principais propriedades do concreto são a consistência, a trabalhabilidade e a homogeneidade. Contudo, mesmo depois endurecido, é um material que é constituído por gases, líquidos, gel e sólidos, caracterizando como heterogêneo.

A principal característica do concreto está relacionada com sua resistência à compressão que envolve algumas propriedades mecânicas relevantes, como o módulo de elasticidade ou deformação longitudinal. Outra característica desse material é a resistência à tração, contudo não oferece de forma satisfatória tal atributo, sendo mal nesse quesito, desta maneira é verificado que a resistência à tração está relacionada com a capacidade resistente do elemento, sujeita à força cortante e a fissuração (CARVALHO e FIGUEIREDO, 2014).

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), na seção 8.2.5 menciona que a resistência à tração indireta ($f_{ct,sp}$) e a resistência à tração na flexão ($f_{ct,f}$) devem ser obtidas em ensaios realizados segundo a NBR 7222 e NBR 12142, respectivamente. A resistência à tração direta (f_{ct}), pode ser considerada igual a $0,9f_{ct,sp}$ ou $0,7f_{ct,f}$. Contudo, na ausência de ensaio para a determinação dos valores citados ($f_{ct,f}$ e $f_{ct,f}$), pode ser determinada a resistência média característica à tração com as seguintes expressões, sendo as unidades em MPa.

$$f_{ctk,inf} = 0,7f_{ct,m} \quad (69)$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3f_{ct,m} \quad (70)$$

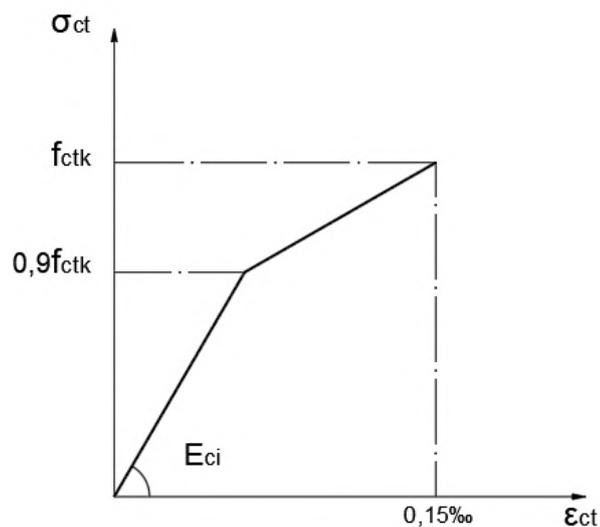
Sendo que:

$$f_{ct,m} = 0,3f_{ck}^{2/3} \quad \text{Para concretos de classe até C50} \quad (71)$$

$$f_{ct,m} = 2,12 \ln(1 + 0,11f_{ck}) \quad \text{Para concretos de classe C55 até C90} \quad (72)$$

Ainda conforme a NBR 6118 (ABNT, 2014), para o concreto não fissurado, submetido a tensões de tração, segundo o item 8.2.10.2, pode ser adotado o diagrama tensão-deformação bilinear de tração, conforma a figura 16.

Figura 16: diagrama tensão-deformação bilinear de tração



Fonte: adaptado da NBR 6118 (ABNT, 2014).

Por fim, quando é associado o concreto simples com a armadura passiva, tem-se o concreto armado, de tal maneira que os dois materiais resistam solidariamente aos esforços solicitantes, sendo esse processo garantido pela aderência (PINHEIRO, 1986).

Conforme o método exposto pela norma CEB-FIP Model Code (2010), a curva de tensão x deformação pode ser determinada pela equação 73.

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = - \left(\frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k-2) \cdot \eta} \right) \quad \text{para} \quad |\epsilon_c| < |\epsilon_{c,lim}| \quad (73)$$

sendo que:

$$\eta = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_1} \quad (74)$$

$$k = \frac{E_{ci}}{E_{c1}} \quad (75)$$

Em que:

$\epsilon_{c,lim}$ (‰): deformação de compressão;

ϵ_{c1} : deformação na máxima tensão de compressão;

k: número de plasticidade;

E_{ci} : módulo de elasticidade do concreto;

E_{c1} : módulo secante da origem do pico de tensão de compressão;

σ_c : tensão de compressão do concreto.

Sendo que para a utilização da equação 73, são necessários extrair alguns dados da tabela 7, conforme o tipo de concreto.

Tabela 7: Valores dos módulos de E_{ci} , E_{c1} ; deformação ϵ_{c1} , $\epsilon_{c,lim}$ e número de plasticidade k

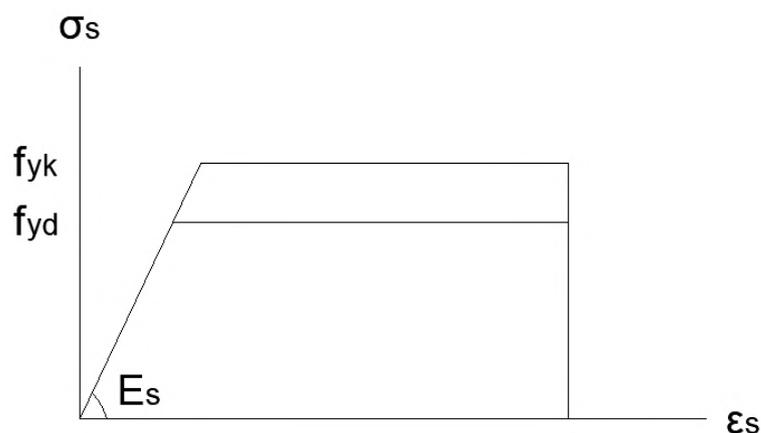
Concreto	C12	C20	C30	C40	C50	C60	C70
E_{ci} (GPa)	27,10	30,30	33,60	36,30	38,60	40,70	42,60
E_{c1} (GPa)	11,10	13,30	16,50	20,00	23,20	26,20	28,90
ϵ_{c1} (‰)	-1,80	-2,10	-2,30	-2,40	-2,50	-2,60	-2,70
$\epsilon_{c,lim}$ (‰)	-3,50	-3,50	-3,50	-3,50	-3,40	-3,30	-3,20
K	2,44	2,28	2,04	1,82	1,66	1,55	1,47

Fonte: Adaptado de CEB-FIP Model Code (2010).

3.1.5 Material - Aço

A resistência característica do escoamento do aço à tração (f_{yk}), segundo Carvalho e Figueiredo (2014), é a máxima tensão que a barra pode resistir, após esse limite o aço começa a ter deformações permanentes, sendo caracterizado por limite de resistência (f_{stk}) em que a barra rompe. A NBR 6118 (ABNT, 2014) demonstra, conforme a figura 17, o diagrama tensão x deformação para aços de armaduras passivas.

Figura 17: diagrama tensão-deformação



Fonte: adaptado da NBR 6118 (ABNT, 2014).

As armaduras são posicionadas nos elementos estruturais, tendo como objetivo de absorver os esforços a que se destina, principalmente nas regiões tracionadas. As principais propriedades mecânicas do aço como material são: a resistência mecânica, ductibilidade e alongamento, sendo os requisitos básicos das barras de aço usado nos elementos estruturais de concreto os seguintes: A ductilidade, homogeneidade, soldabilidade, resistência satisfatória à corrosão e a relação do limite de resistência e escoamento (PINHEIRO, 1986).

3.2 ELEMENTOS FINITOS CONSIDERADOS NA ANÁLISE NUMÉRICA

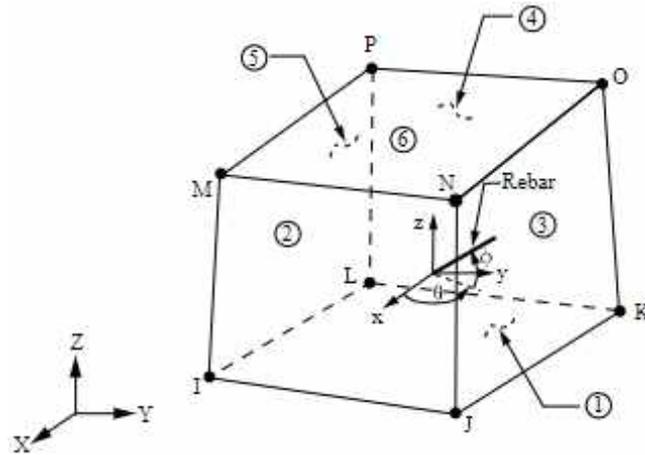
3.2.1 Solid 65

O Solid 65, como ilustra a figura 18, é um elemento definido por oito nós, com três graus de liberdade em cada nó – translação nodal em x, y e z. A aplicação desse elemento traz resultado de deformação plástica, fissuração nas três direções e esmagamento (ANSYS, 2021).

Portanto, esse elemento foi utilizado para simular o comportamento do concreto das lajes, que demonstram a fissuração por tração e esmagamento por compressão, além permitir a

inserção de armaduras com as orientações representadas pelos ângulos (θ) e (ϕ) formado pelo eixo X e pelo plano XY respectivamente, conforme ilustra a figura 18 da geometria do elemento Solid 65.

Figura 18: Geometria do Solid 65

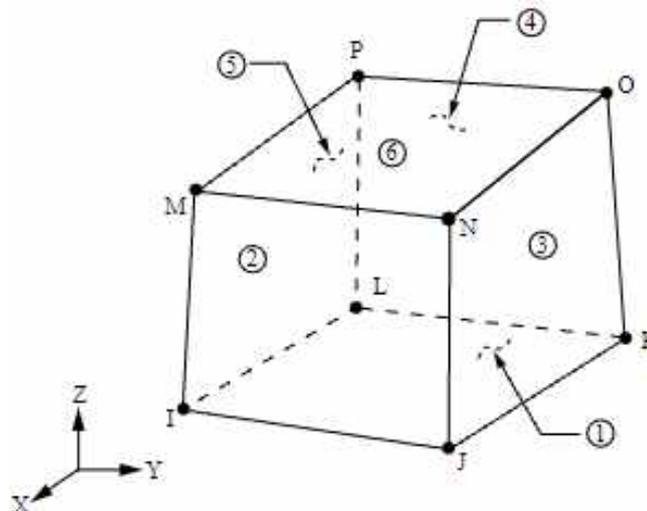


Fonte: Ansys (2021).

3.2.2 Solid 185

Este elemento ilustrado na figura 19, foi utilizado para simular os apoios, as borrachas e a placa de aço de aplicação do deslocamento. O SOLID 185, é definido por oito nós com três graus de liberdade, tendo as translações nas direções X, Y e Z. A sua aplicação, permite a consideração, hiperelasticidade, rigidez de tensão, grande deflexão, grande deformação, além da plasticidade (ANSYS, 2021).

Figura 19: Geometria do SOLID185

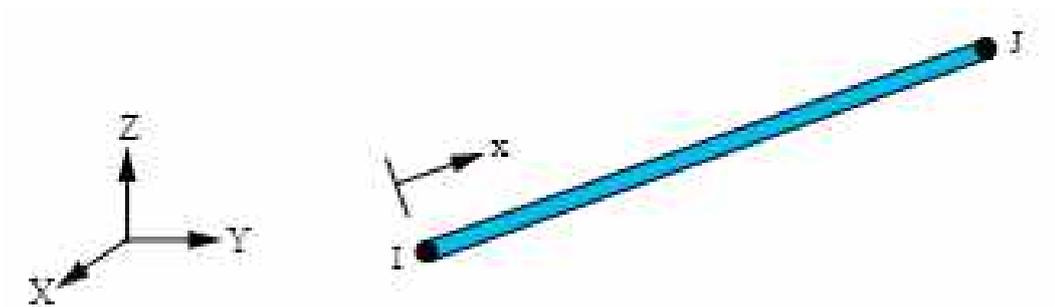


Fonte: Ansys (2021).

3.2.3 Link 180

Esse elemento 3D longitudinal foi aplicado para simular a armadura de flexão das lajes, que é definido por dois nós e com três graus de liberdade em cada nó, sendo as translações nas direções nodais X, Y e Z, conforme ilustra a figura 20. O elemento é útil na capacidade de suporte de compressão e tração uniaxial, além da elasticidade, plasticidade de endurecimento isotrópico, endurecimento não linear de Chaboche e flu (ANSYS, 2021).

Figura 20: Geometria LINK180



Fonte: Ansys (2021).

3.3 MODELOS DOS MATERIAIS APLICADOS NA ANÁLISE NUMÉRICA

3.3.1 Modelo – Concrete e Multilinear Isotropic Hardening

— Concrete

Na modelagem foi aplicado o método de plasticidade “concrete” disponível na biblioteca de recurso do Ansys, conforme o modelo de Willam Warnke (1975) para representar o comportamento do concreto.

Desta forma, alguns dados são necessários para realização de uma análise numérica com a aplicação do elemento Solid 65, como os coeficientes de transferência de cisalhamento, as tensões de tração e compressão e entre outros parâmetros, conforme a tabela 8, que mostra os principais dados do modelo do “concrete”. Para os coeficientes de fissuração são empregados valores que variam de 0 a 1, sendo que o valor 0 (zero) representa a perda completa da transferência de cisalhamento, ou seja, a superfície do elemento perde a rugosidade. Para o valor 1 (um), representa que não há perda de transferência de cisalhamento, ou seja, a superfície do elemento não é lisa (ANSYS, 2021).

Tabela 8: Parâmetro do modelo concreto

Parâmetro	Constante	Descrição dos Parâmetros
β_1	1	Coeficiente de transferência de cisalhamento para fissura aberta
β_2	2	Coeficiente de transferência de cisalhamento para fissura fechada
f_t	3	Resistência última de tração uniaxial
f_c	4	Resistência última de compressão uniaxial
$1,2f_c$	5	Resistência última de compressão biaxial
$\sqrt{3}f_c$	6	Estado de tensão no ambiente hidrostática
$1,45f_c$	7	Resistência última de compressão para um estado de compressão biaxial sobreposto sobre o estado de tensão hidrostática
$1,725f_c$	8	Resistência última de compressão para um estado de compressão uniaxial sobreposto sobre o estado de tensão hidrostática
0,6	9	Coeficiente multiplicador de rigidez para condição de tração

Fonte: Autor (2022).

Nas simulações das lajes foram variados os coeficientes de transferência de cisalhamento até conseguir um comportamento semelhante da análise experimental desenvolvido por Oliveira Filho (2019), contudo, a maioria dessas simulações numéricas os coeficientes tiveram valores de 0,3 na condição de fissura aberta e 1,0 para fissura fechada. Além disso, no espaço de inserir a resistência última de compressão uniaxial foi colocado o valor -1, conforme a tabela 9, para o programa não levar em consideração a resistência à compressão do concreto nesse modelo e sim no modelo multilinear elástico.

Segundo o manual do Ansys (2021), quando é observado na simulação numérica problemas na convergência da solução no modelo, é recomendado que defina “KEYOPT (3)” igual a 2 e o incremento de carga seja o menor possível. Além disso, pode ser adotado o relaxamento de tensão relacionado ao “KEYOPT (7)” igual a 1, isso apenas irá auxiliar no processo da convergência quando a fissuração no elemento é iminente. Sendo assim, é necessário adicionar um coeficiente de multiplicador de rigidez que tem um padrão de 0,6. Quando o elemento é fissurado ou há um esmagamento uma pequena quantidade de rigidez é inserida para ter uma melhor estabilidade numérica, sendo que para o elemento fissurado o padrão é 1,0E-6.

Conforme descrito na tabela 9, são apresentados os dados que foram considerados nas simulações numéricas das lajes.

Tabela 9: Constantes do modelo concrete

Descrição dos Parâmetros	Valor
Coefficiente de transferência de cisalhamento para fissura aberta	0,3
Coefficiente de transferência de cisalhamento para fissura fechada	0,9
Resistência última de tração uniaxial	Experimental
Resistência última de compressão uniaxial	-1
Resistência última de compressão biaxial	0
Estado de tensão no ambiente hidrostática	0
Resistência última de compressão para um estado de compressão biaxial sobreposto sobre o estado de tensão hidrostática	0
Resistência última de compressão para um estado de compressão uniaxial sobreposto sobre o estado de tensão hidrostática	0
Coefficiente multiplicador de rigidez para condição de tração	0,6 ou 1,0E-6

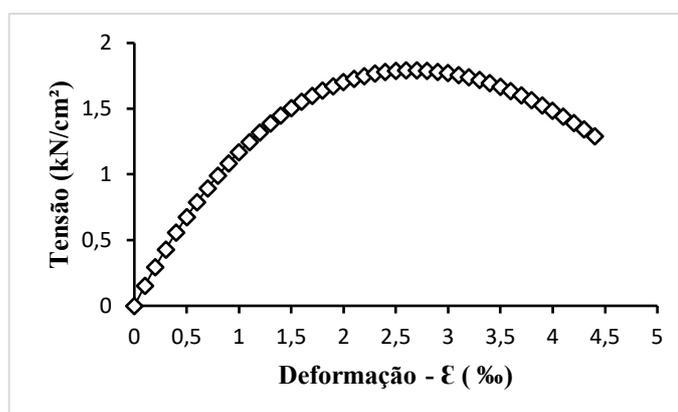
Fonte: Autor (2022).

— *Multilinear Isotropic Hardening*

Na modelagem foi definido o comportamento multilinear elástico do concreto, utilizado as considerações do Código CEB-FIP Model Code (2010), que podem ser observadas na seção 3.1.4. No estudo experimental desenvolvido por Oliveira Filho (2019), não apresentou o valor da deformação na máxima tensão de compressão dos corpos de prova e sim de cada lajes testadas, desta forma foi adotado na modelagem numérica o valor de 2,66‰ da última laje ensaiada (L9). Para construção do gráfico de tensão e deformação demonstrado na figura 21, foi considerado a resistência característica à compressão do concreto igual a 17,93 MPa, conforme o ensaio experimental e o coeficiente K (número de plasticidade) igual a 2,3214 por meio da interpolação.

A figura 21, apresenta o gráfico de tensão x deformação conforme a norma CEB-FIP Model code (2010) que foi utilizado no modelo *Multilinear Isotropic Hardening*.

Figura 21: Tensão x Deformação



Fonte: Autor (2022).

No apêndice único contém o algoritmo utilizado na simulação do modelo – *Concrete e Multilinear Isotropic Hardening*, além de outras etapas de processamento e pós processamento.

3.3.2 Modelo – Armadura

A teoria da máxima energia de distorção (critério de falha *Von Mises*), presume que a falha ocorre quando, em qualquer ponto do material, a energia de distorção, por unidade de volume, for maior que o valor limite. Desta forma o modelo *Bilinear Isotropic Hardening de Von Mises* foi aplicado na armadura longitudinal na análise numérica, sendo necessário a entrada no programa os dados de tensão de escoamento do aço (f_y) e seu módulo de elasticidade tangente (E_t), conforme a tabela 10.

Tabela 10: Dados do modelo Bilinear Isotropic Hardening de von Mises

Parâmetro	Constante	Descrição dos parâmetros
f_y	1	Tensão de escoamento experimental do aço
E_y	2	Módulo de elasticidade tangente experimental do aço

Fonte: Autor (2022).

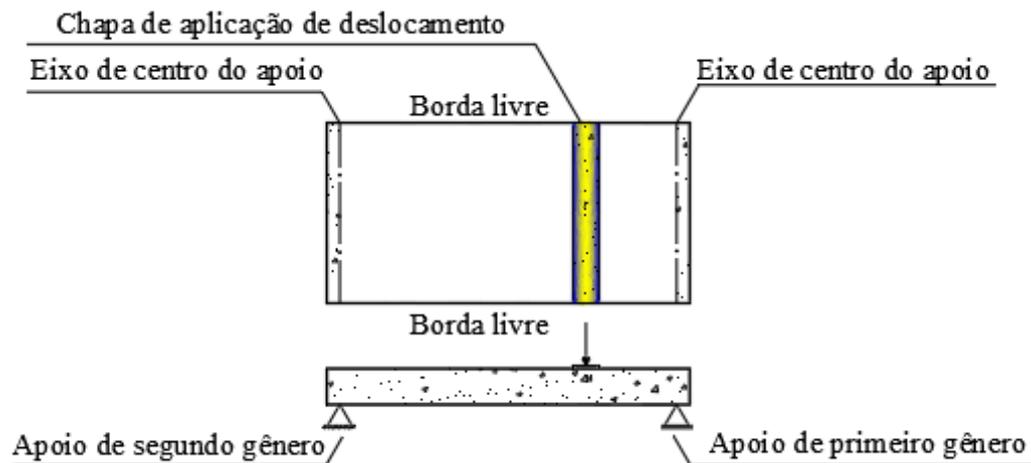
3.4 MODELAGEM NUMÉRICA

3.4.1 Configuração do modelo numérico

Para a realização da modelagem numérica, foi adotado uma configuração única do ensaio experimental desenvolvido por Oliveira Filho (2019), considerando a mesma disposição dos apoios, as borrachas inseridas entre os apoios e a laje, a geometria e os dados alcançados demonstrado anteriormente na seção 2.3.1 e na figura 8 e figura 9.

O programa numérico tem o esquema de caracterização, demonstrada na figura 22, considerando a laje como biapoiadas, ou seja, do lado esquerda tem um apoio de segundo gênero que resistam ao movimento de translação dos eixos e permita a rotação. Já do lado direito próximo à chapa de aplicação do deslocamento foi adotado como apoio de primeiro gênero, sendo as bordas livres nas laterais de maior dimensão da laje. Além disso, o cobrimento da armadura adotado foi de 2,5 cm e a chapa de aço com geometria retangular de 70 x 10 cm para aplicação do deslocamento. Embora já tenha mencionado, mas vale destacar que foi colocado borrachas entre os apoios e a laje, com as dimensões de 100 x 700 x 5 mm, semelhante ao ensaio experimental.

Figura 22: Configuração do modelo numérico



Fonte: Autor (2022).

Para simulação da “laje 01 do ensaio experimental”, foi aplicado o descolamento no meio do vão em uma linha, pois segundo Oliveira Filho (2019), no local de aplicação da força durante a realização do ensaio não foi observado nenhum deslocamento, ou seja, igual a 0, já no meio foi obtido um deslocamento de 0,56 mm.

Na simulação numérica a aplicação de força gera problema de convergência na solução, além de não obter valores próximos ao experimental, em razão disso, foi adotado aplicação de deslocamento para uma melhor convergência na solução e nos resultados.

3.4.2 Organização da simulação numérica

O programa numérico foi composto por 3 (três) grupos que variam as alturas das lajes e as taxas de aço da armadura longitudinal conforme a tabela 11.

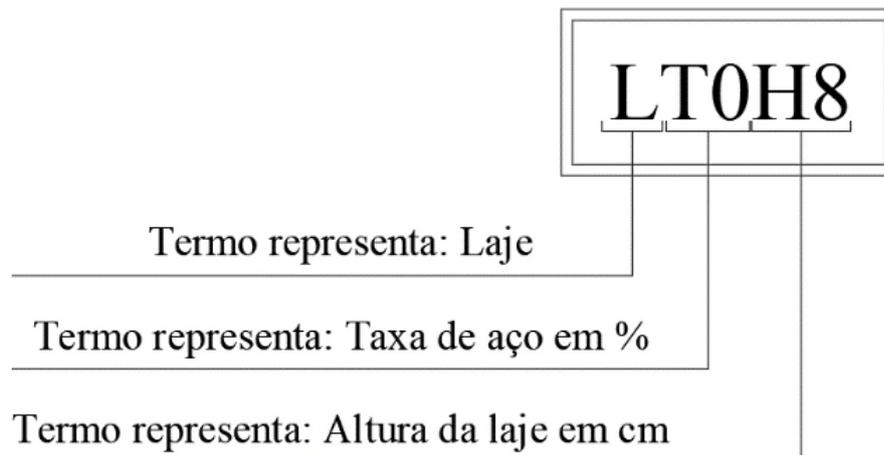
Tabela 11: Configuração dos grupos da análise numérica

Grupo	ID	Laje	Altura (cm)	f_{cj} (MPa)	Taxa de aço (%)
I	LT0H8	L1	8,00	17,93	0,00
	LT0H11	L2	11,00	17,93	0,00
	LT0H14	L3	14,00	17,93	0,00
II	LT0.15H8	L4	8,00	17,93	0,15
	LT0.15H11	L5	11,00	17,93	0,15
	LT0.15H14	L6	14,00	17,93	0,15
III	LT0.30H8	L7	8,00	17,93	0,30
	LT0.30H11	L8	11,00	17,93	0,30
	LT0.30H14	L9	14,00	17,93	0,30

Fonte: Autor (2022).

Para melhor compreensão dos resultados gerados da simulação numérica, segundo a configuração dos grupos adotado, conforme a tabela 11, foi realizado um esquema organizacional (legenda) do processo demonstrado na figura 23.

Figura 23: Legenda considerada na nomenclatura dos modelos numéricos



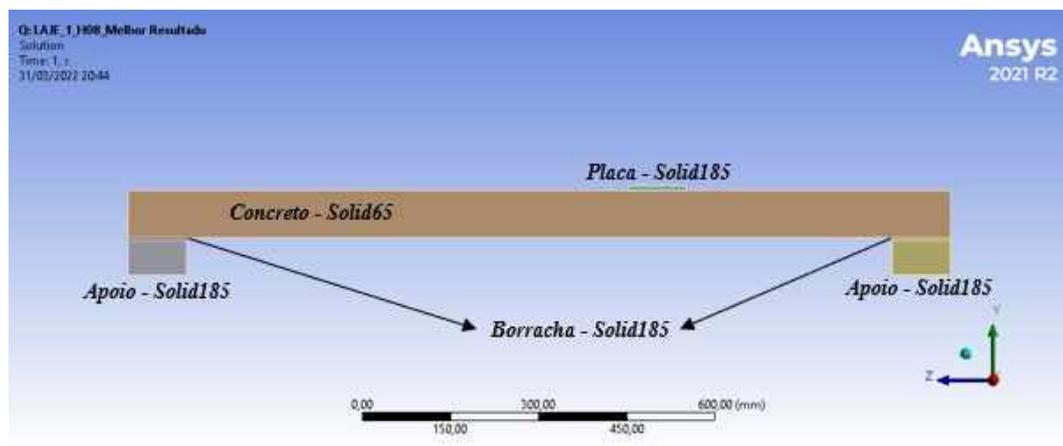
Fonte: Autor (2022).

3.4.3 Configurações gerais definidas na simulação

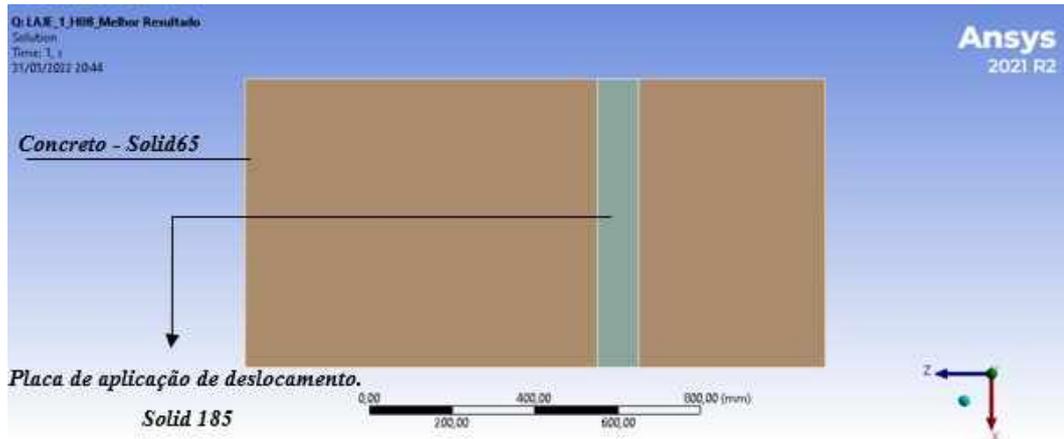
Para uma melhor compreensão da realização da modelagem numérica é demonstrado na figura 24, os elementos finitos considerados na simulação das lajes, conforme o material constituinte do ensaio experimental.

Figura 24: Elementos finitos definidos para cada material: (a) vista lateral esquerda; (b) vista superior; (c) vista inferior.

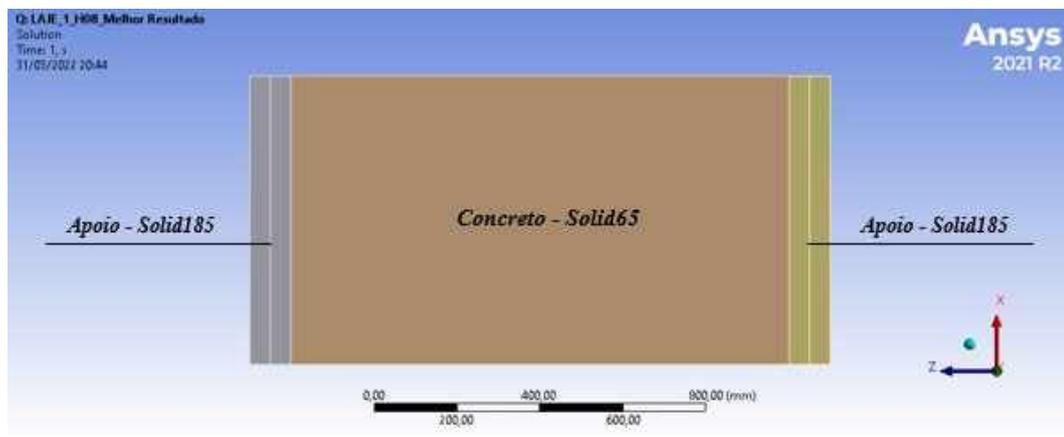
(a)



(b)



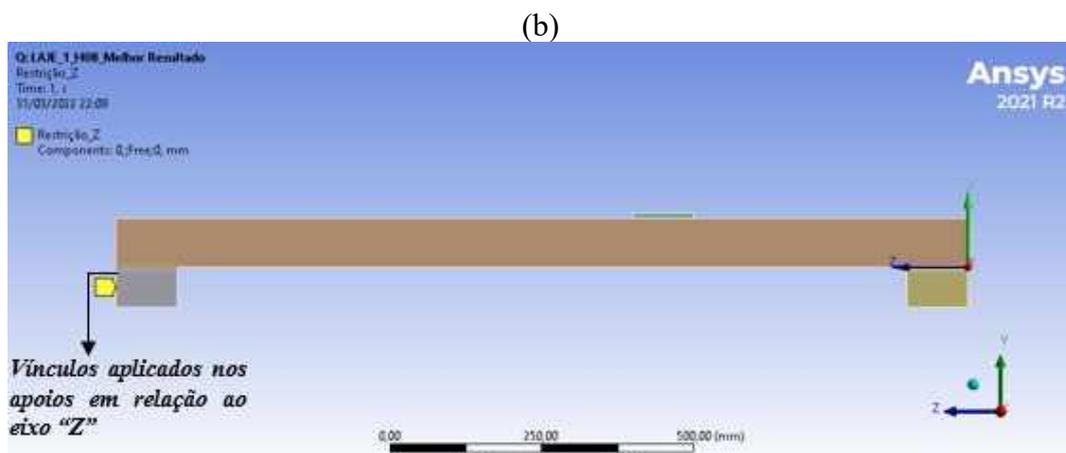
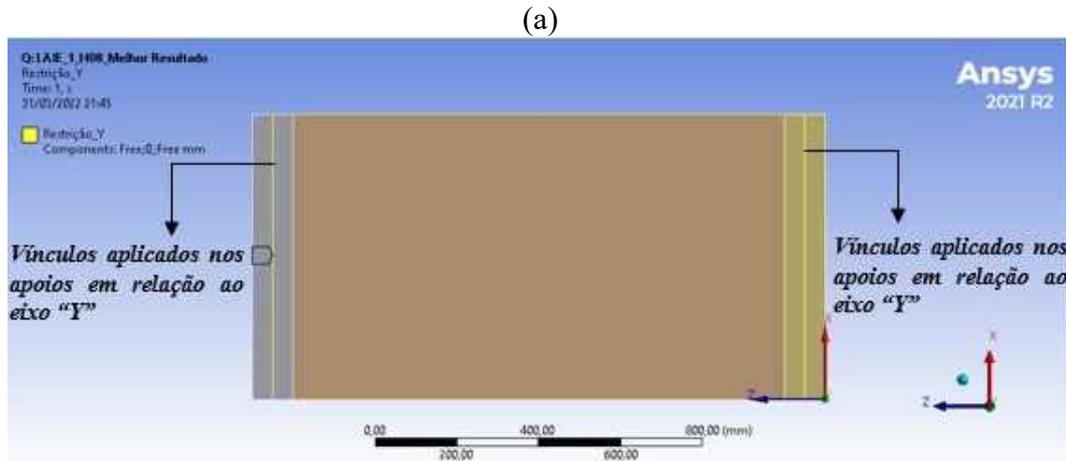
(c)



Fonte: Autor (2022).

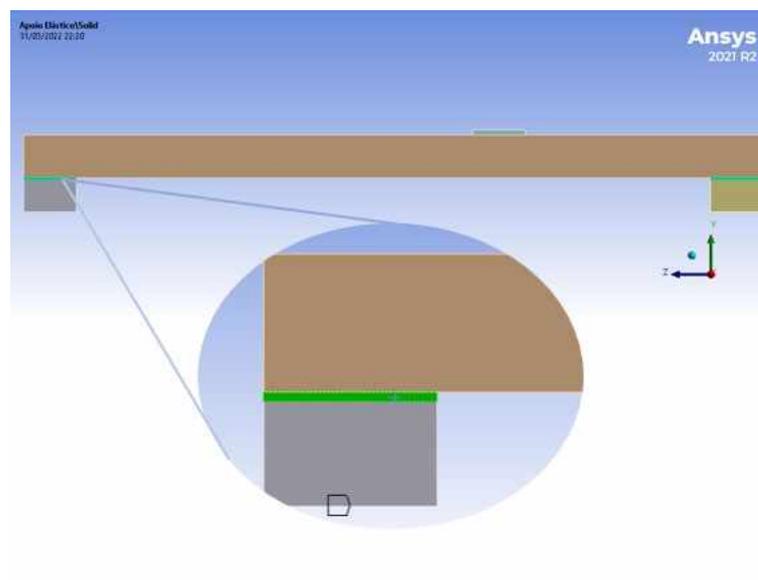
Conforme a figura 25, demonstra os vínculos dos modelos das lajes aplicados em uma linha dos apoios e as bordas livres nas laterais de maior dimensão do elemento. A propriedade do material dos apoios adotado, ou seja, o módulo de elasticidade foi de 20.000 kN/cm², com uma tensão de escoamento de 50 kN/cm². Além disso, o módulo de elasticidade considerado na borracha, localizada entre a laje e os apoios, conforme a apresentada na figura 26, foi de 25 MPa, exceto nas lajes com taxa 0 % de armadura longitudinal e com número de barras inferior a nove que variaram de 2,5 a 5 MPa, pois é observado durante as simulações realizadas que a variação do módulo de elasticidade exerce influência nos resultados, visto que a borracha permite que haja um deslizamento da laje entre os apoios.

Figura 25: vínculos aplicados nos apoios na laje: (a) em relação ao eixo Y; (b) em relação ao eixo Z.



Fonte: Autor (2022).

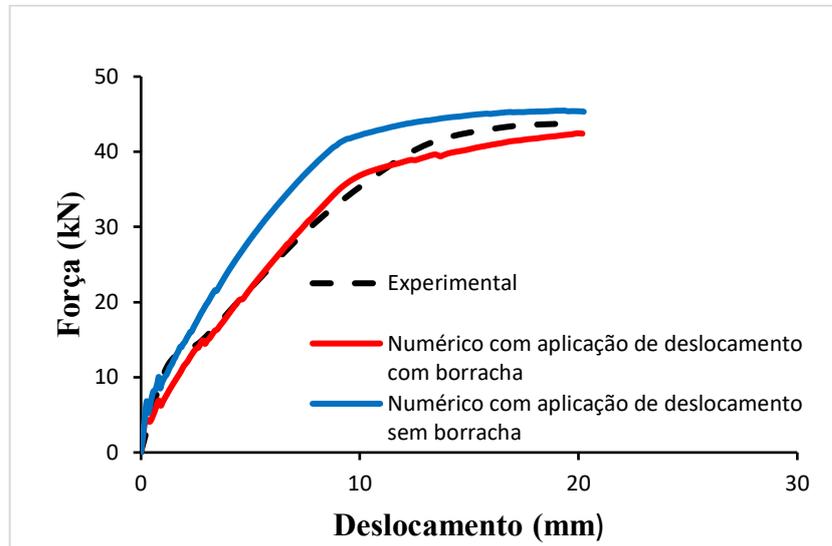
Figura 26: borracha aplicada entre a laje e os apoios



Fonte: Autor (2022).

Conforme a figura 27, é demonstrado o gráfico do comportamento da simulação com e sem a borracha entre a laje e os apoios.

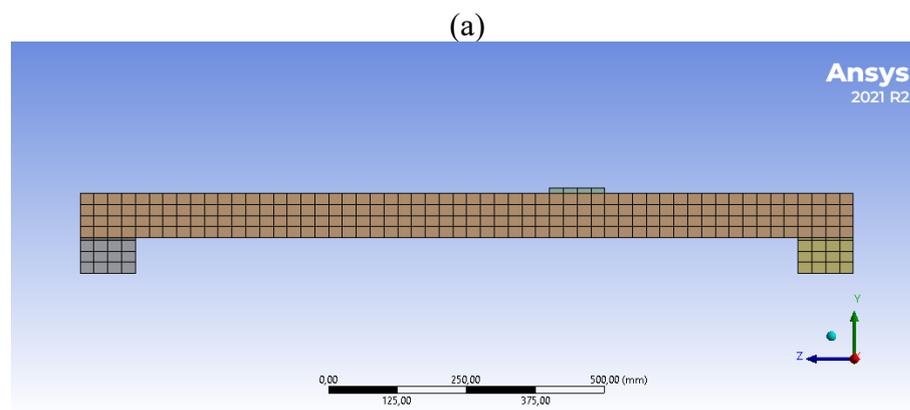
Figura 27: Comportamento da laje com e sem a borracha.

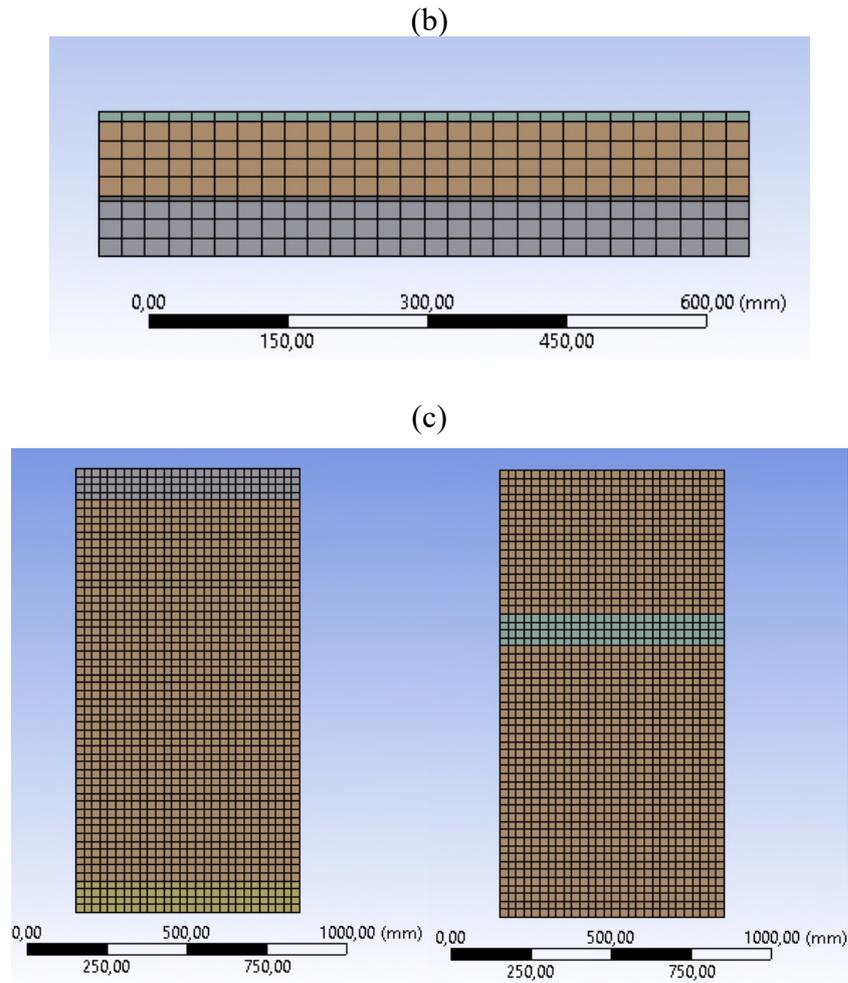


Fonte: Autor (2022).

A discretização dos elementos é um dos passos mais relevante para o modelo. O tamanho do elemento finito terá mais precisão dos resultados quando a sua dimensão for a menor possível adotada, além disso, uma caracterização mais uniforme da malha provocará uma convergência mais adequada, contudo deverá ser realizado um estudo desse aspecto em geral. Diante disso, em todos os modelos foi adotado uma malha quadrada com dimensões de 25 mm em todos os elementos que abrangem a simulação numérica (laje, apoios, placa de aço e borrachas), conforme é demonstrado na figura 28.

Figura 28: Vista da laje: (a) lateral de maior dimensão; (b) lateral de menor dimensão; (c) inferior e superior





Fonte: Autor (2022).

Existem basicamente duas formas que podem ser utilizados para resolver o modelo numérico, com aplicação de força ou deslocamento que são apresentados a seguir:

Para aplicação da força pode ser admitido uma pressão distribuída na área da chapa de aço conforme a figura 29, sendo determinada pela equação 76, utilizando a carga máxima que foi empregada nas lajes do ensaio experimental, levando em consideração a ferramenta disponibilizada pelo programa computacional.

$$\sigma_{\text{chapa}} = \frac{F_{\text{máx}}}{A_{\text{chapa}}} \quad (76)$$

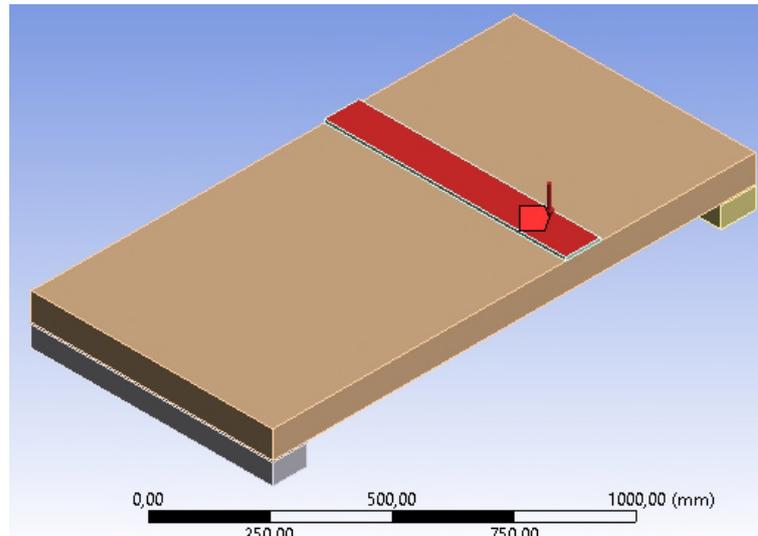
Em que:

σ_{chapa} : Pressão aplicada sobre a chapa de aço no modelo;

$F_{\text{máx}}$: Força máxima no ensaio experimental;

A_{chapa} : Área considerada da chapa de aço para aplicação da força.

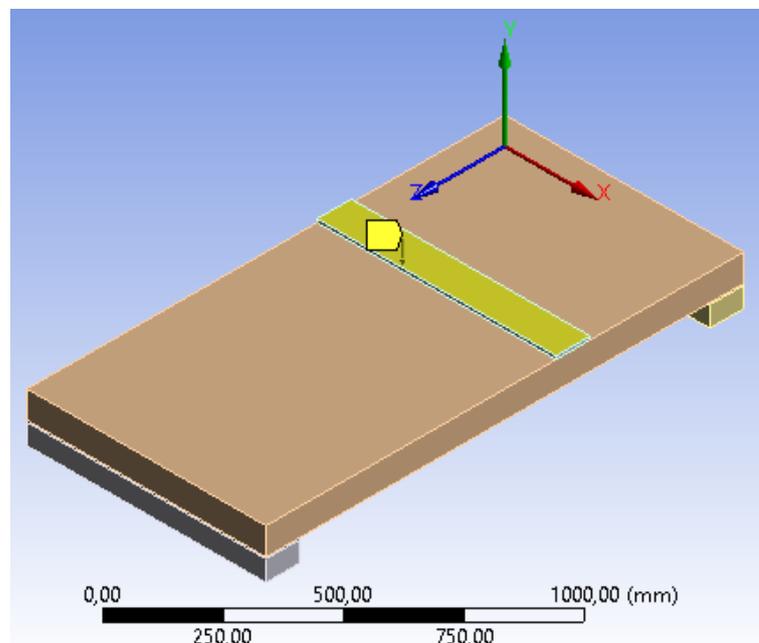
Figura 29: Pressão aplicada sobre a chapa de aço



Fonte: Autor (2022).

A aplicação de deslocamento é outra forma que pode ser utilizado na área da chapa de aço conforme a figura 30, nesse caso é utilizado na análise numérica o máximo deslocamento obtido de cada laje, segundo os dados experimentais.

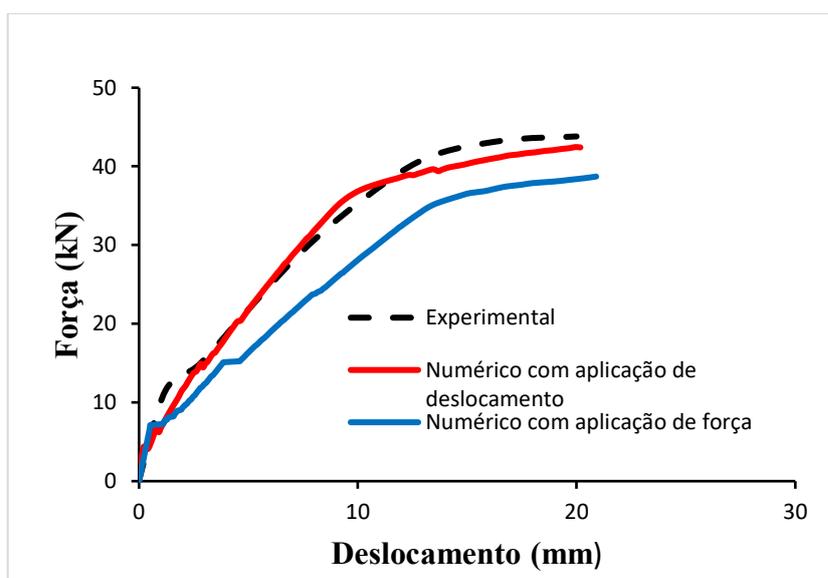
Figura 30: Deslocamento aplicada sobre a chapa de aço



Fonte: Autor (2022).

De acordo com a figura 31 é possível verificar o gráfico do comportamento das duas situações apresentadas:

Figura 31: Comparativo da aplicação de deslocamento e força



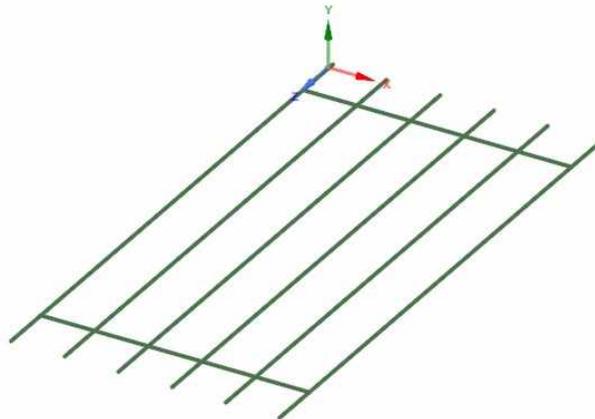
Fonte: Autor (2022).

Para melhor convergência da solução e resultado na simulação numérica foi aplicação deslocamento sobre a área da placa de aço em todas as lajes, exceto a primeira laje (LT0H8), pois o local de aplicação foi no meio do elemento sobre uma linha, conforme já foi mencionado na seção 3.4.1.

Na configuração no processamento da análise, os passos de carga empregados nos modelos foram variáveis, até conseguir uma melhor convergência em cada simulação, pois segundo o manual do Ansys (2021), o elemento Solid 65 pode apresentar problemas com a convergência, desta forma é recomendado que o incremento de carga seja o menor possível, além de usar o comando “KEYOT” igual a 2. Contudo, na maioria dos modelos o número de passos de carga, com máximo e mínimo foram de 150, 250 e 100 respectivamente, além do número máxima de iteração considerada ser igual a 50 e a tolerância adotada de 5%.

Em relação à armadura de flexão das lajes estudadas, foi admitido apenas o limite de escoamento do aço empregando o *modelo Bilinear Isotropic Hardening de Von Mises*. Na figura 32, é possível visualizar a armadura longitudinal adotada no modelo numérico, criada pelo comando “Prepare” do Ansys Workbenche no Space Claim, atribuindo uma seção transversal circular cheia para as barras de 5 mm de diâmetro.

Figura 32: Armadura longitudinal



Fonte: Autor (2022).

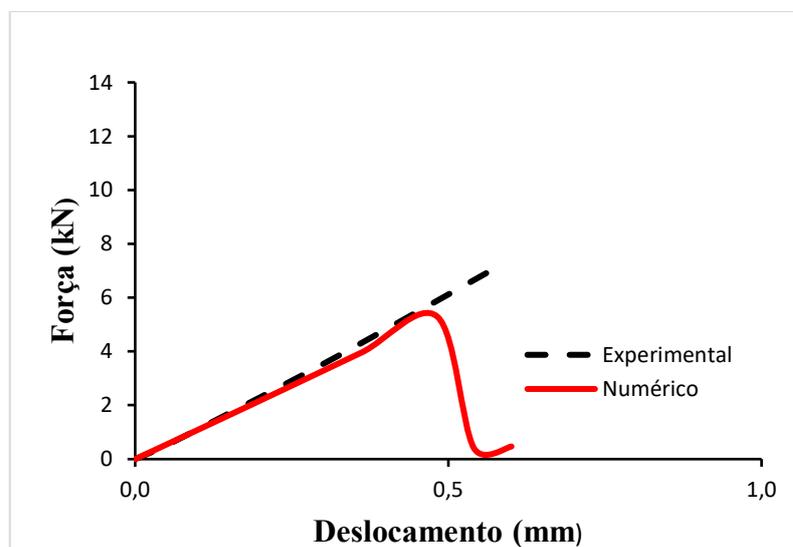
3.5 VERIFICAÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS

De acordo com o ensaio experimental e as considerações das normas nacionais e internacionais, bem como a metodologia empregada no presente estudo no processamento dos dados de entrada no programa Ansys Workbench, foi realizada a modelagem numérica, obtendo os dados relacionados a curva força x deslocamento logo abaixo no ponto de aplicação, exceto a laje LT0H8 que foi no meio do vão.

A seguir é demonstrado a curva força x deslocamento de cada laje, conforme a legenda apresentada anteriormente na figura 23 e tabela 11.

— Laje L1, Modelo LT0H8

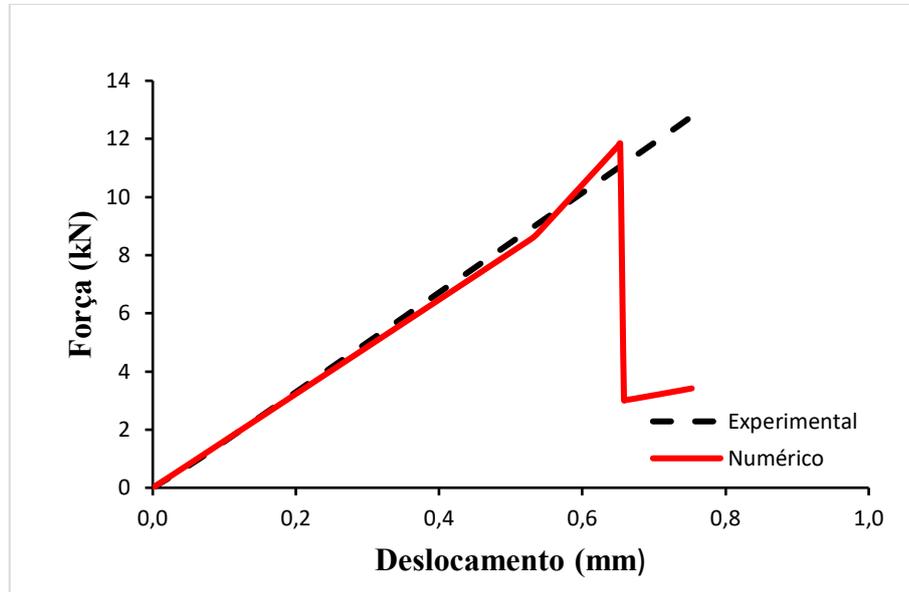
Figura 33: Curva Força x Deslocamento



Fonte: Autor (2022).

— Laje L2, Modelo LT0H11

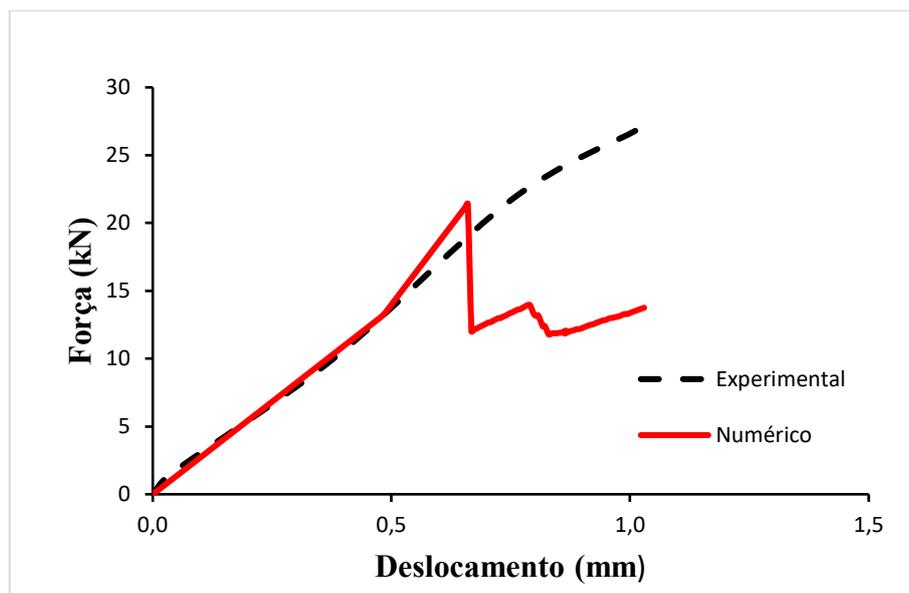
Figura 34: Curva Força x Deslocamento



Fonte: Autor (2022).

— Laje L3, Modelo LT0H14

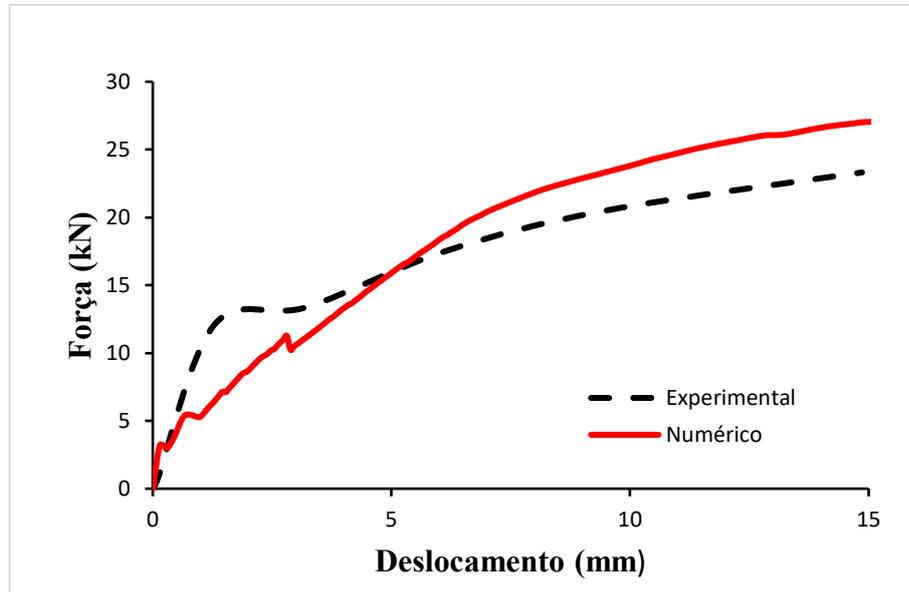
Figura 35: Curva Força x Deslocamento



Fonte: Autor (2022).

— Laje L4, Modelo LT0.15H8

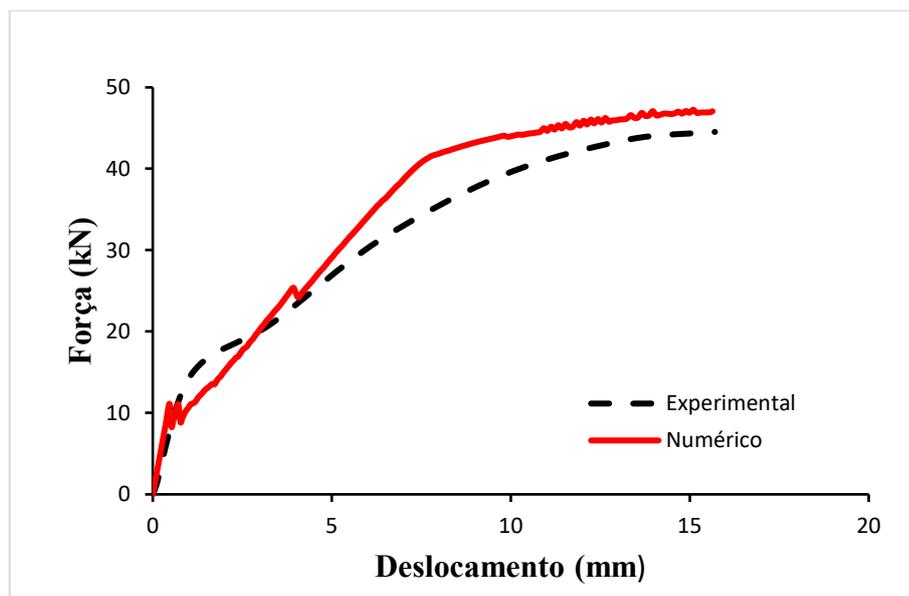
Figura 36: Curva Força x Deslocamento



Fonte: Autor (2022).

— Laje L5, Modelo LT0.15H11

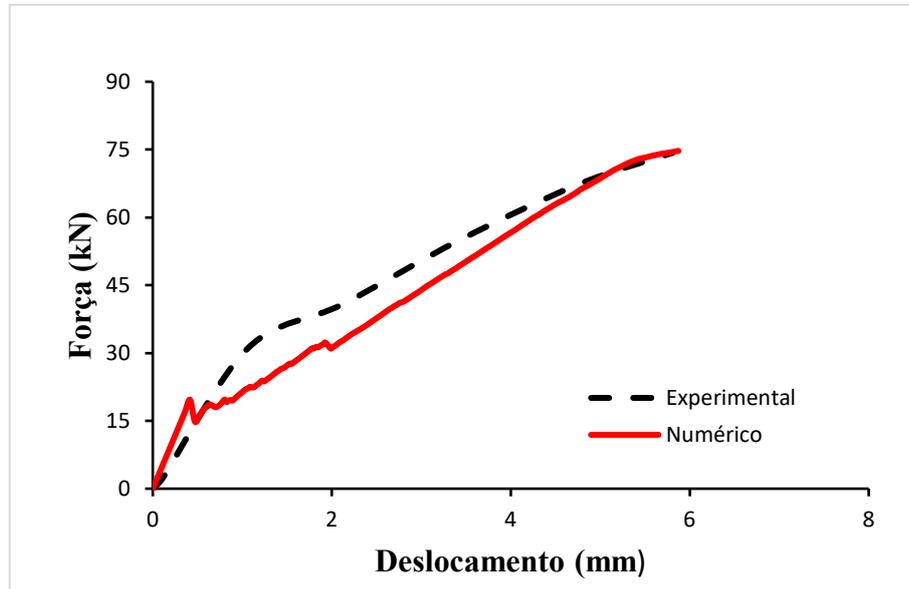
Figura 37: Curva Força x Deslocamento



Fonte: Autor (2022).

— Laje L6, Modelo LT0.15H14

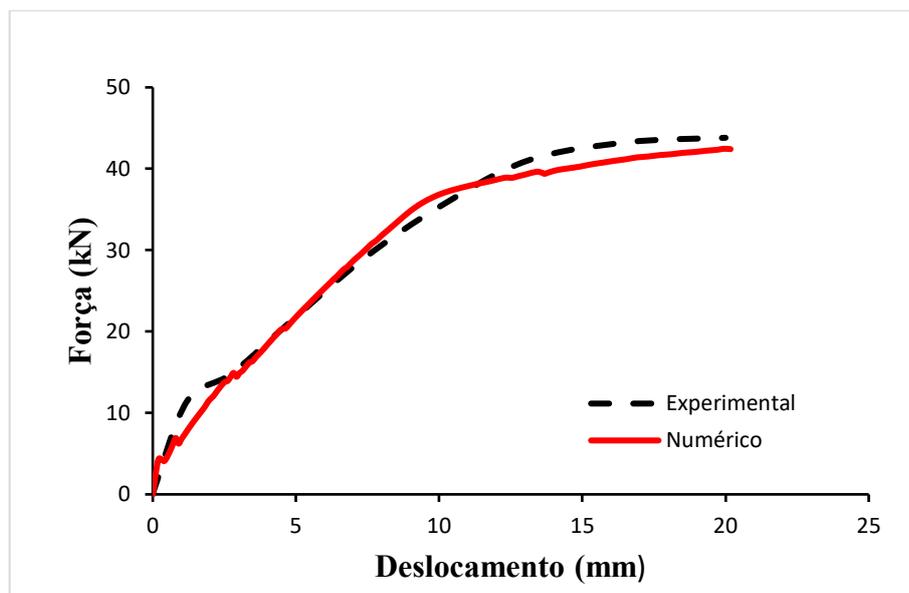
Figura 38: Curva Força x Deslocamento



Fonte: Autor (2022).

— Laje L7, Modelo LT0.30H08

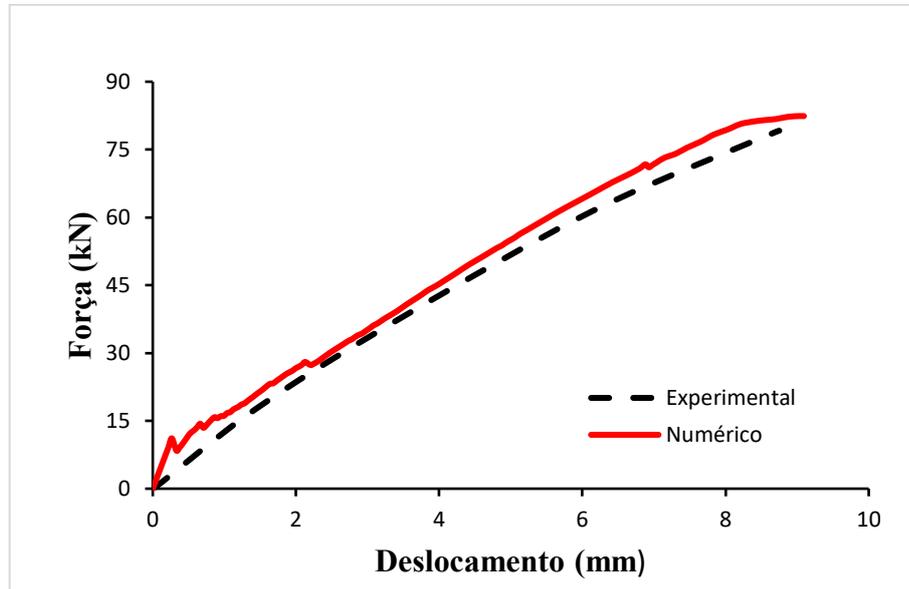
Figura 39: Curva Força x Deslocamento



Fonte: Autor (2022).

— Laje L8, Modelo LT0.30H11

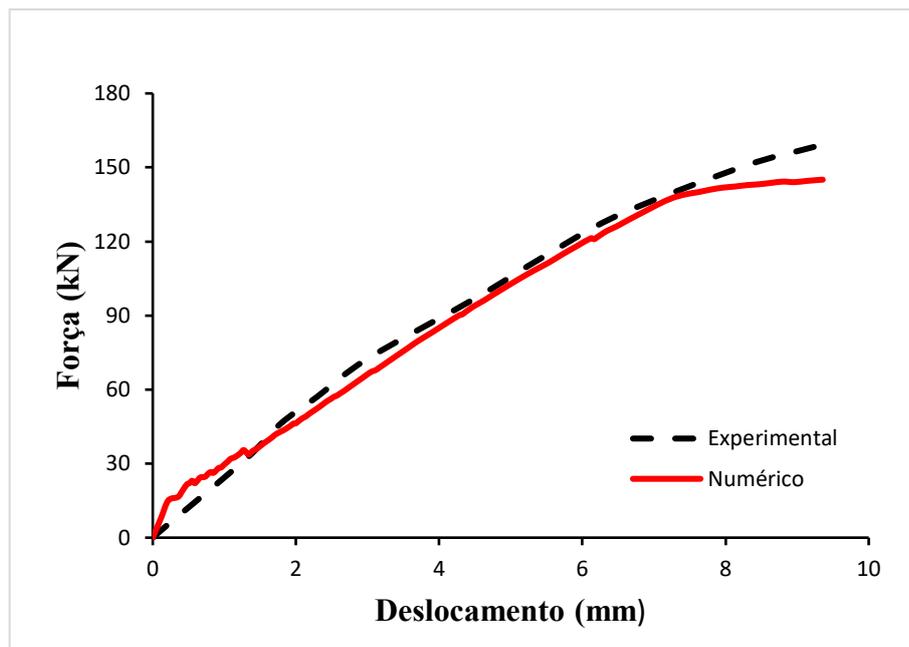
Figura 40: Curva Força x Deslocamento



Fonte: Autor, (2022).

— Laje L9, Modelo LT0.30H14

Figura 41: Curva Força x Deslocamento



Fonte: Autor (2022).

De acordo com as figuras 33 a 41, observa-se que os modelos numéricos apresentaram as curvas força x deslocamento um comportamento representativo com os modelos experimentais, exceto as lajes que não contêm armaduras, pois rompem mais cedo, tendo menores deslocamentos e forças máximas alcançadas. Contudo os valores não ultrapassam os 35% e 24% de diferença que pode ser vista na tabela 12. Vale ressaltar, que nesses modelos numéricos com tais diferenças não têm armadura longitudinal e não foi considerada armadura de configuração ou construtiva.

De acordo com a tabela 12, é apresentado uma comparação da força e deslocamento máximo do ensaio experimental e da simulação numérica respectivamente.

Tabela 12: Força deslocamento máximo experimental e numérico

Modelo	Força máxima (kN)		Diferença (%)	Deslocamento máximo (mm)		Diferença (%)
	Experimental	Numérico		Experimental	Numérico	
LT0H8	6,90	5,30	23,19	0,56	0,48	14,29
LT0H11	12,73	11,84	6,99	0,75	0,65	12,93
LT0H14	26,81	21,41	20,13	1,01	0,66	34,55
LT0.15H8	23,31	26,80	-14,97	14,86	15,03	-1,14
LT0.15H11	44,53	47,07	-5,70	15,71	15,64	0,48
LT0.15H14	74,27	74,70	-0,57	5,81	5,87	-1,03
LT0.30H8	43,81	42,41	3,19	20,00	20,17	-0,85
LT0.30H11	79,16	82,39	-4,08	8,75	9,09	-3,89
LT0.30H14	158,31	145,04	8,38	9,23	9,35	-1,30

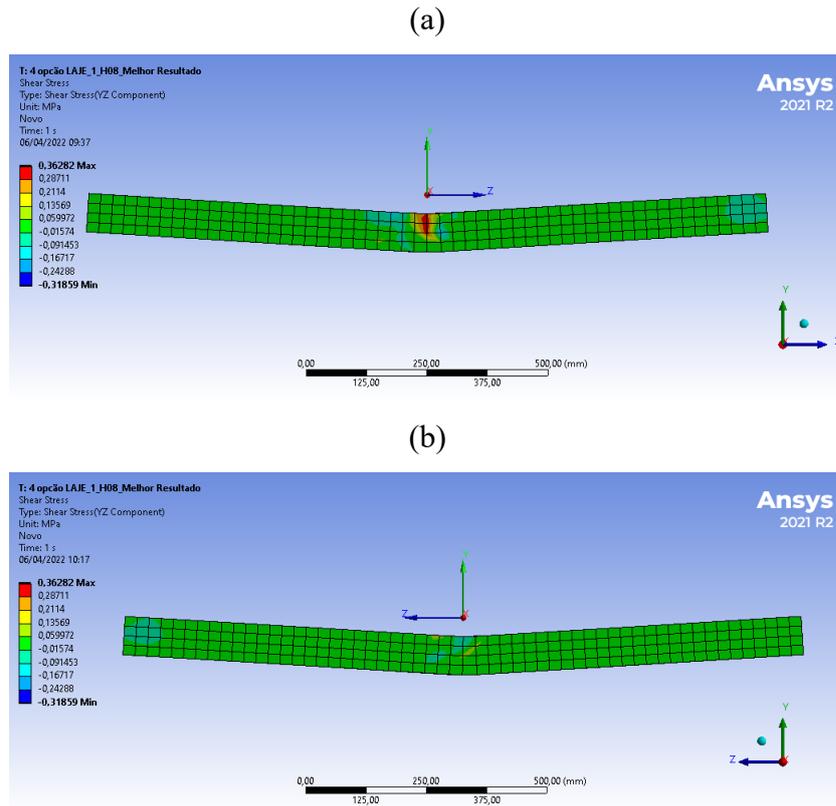
Fonte: Autor, (2022).

Conforme a tabela 12 apresentada, observa-se que as diferenças obtidas entre o modelo experimental e numérico são inferiores a 15%, com exceção dos modelos que a taxa de armadura longitudinal é igual a 0%. Nesse caso não há influência das barras de aço nas lajes, conseqüentemente não existe contribuição do efeito de pino na resistência à força cortante. Portanto, considerando essa faixa de diferença, os modelos numéricos desenvolvidos apresentam um comportamento representativo ao modelo experimental.

A seguir são apresentados os resultados das tensões de cisalhamento conforme cada modelo numérico desenvolvido, mostrando o seu comportamento, como a formação de bielas ao longo do elemento. Além disso, é exibido o panorama de fissuração, sendo observado a partir de uma análise geral, que a fissuração tem seu início na região de aplicação do deslocamento, estendendo-se em alguns casos por quase toda extensão da laje em direção aos apoios. Nota-se também que as lajes com taxa de armadura igual a 0%, não apresentaram as primeiras fissuras.

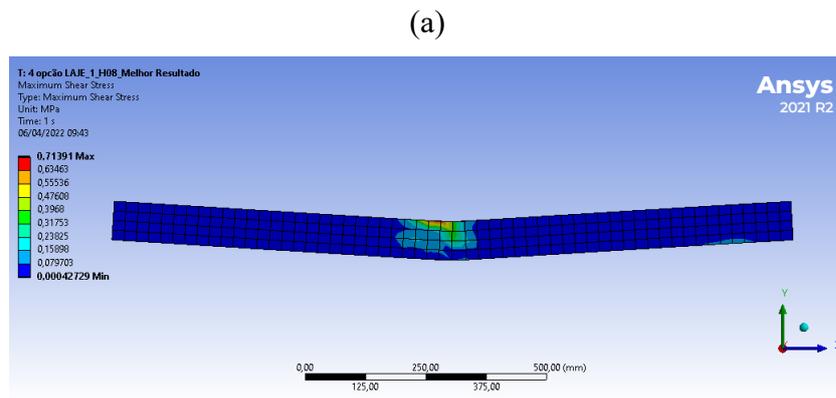
— Laje L1, Modelo LT0H8

Figura 42: tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.

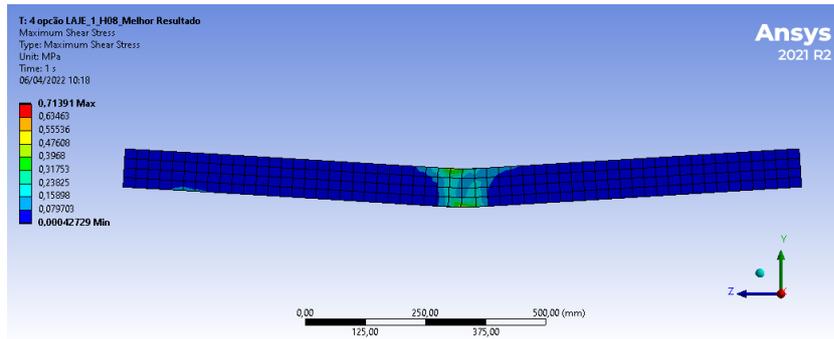


Fonte: Autor (2022).

Figura 43: Máxima tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado no elemento: (a) lateral direita; (b) lateral esquerda.



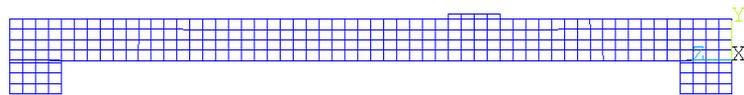
(b)



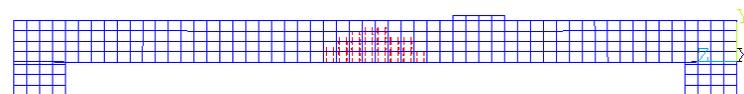
Fonte: Autor (2022).

Figura 44: Fissuras no elemento: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.

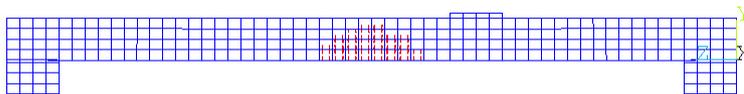
(a)



(b)



(c)

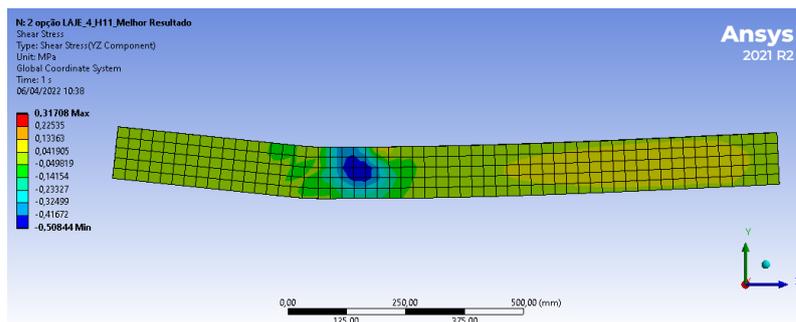


Fonte: Autor (2022).

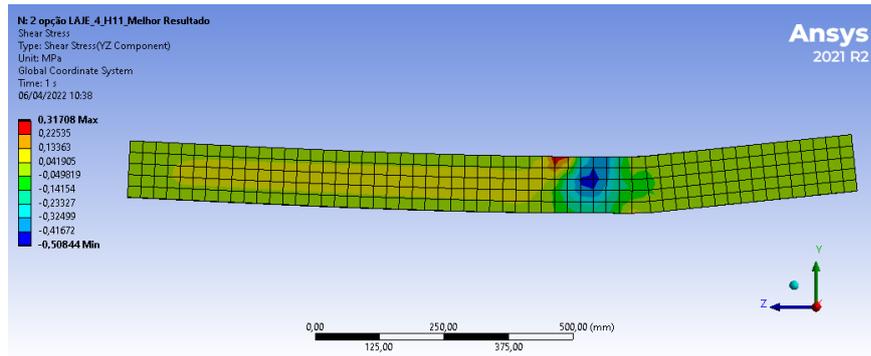
— Laje L2, Modelo LT0H11

Figura 45: tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



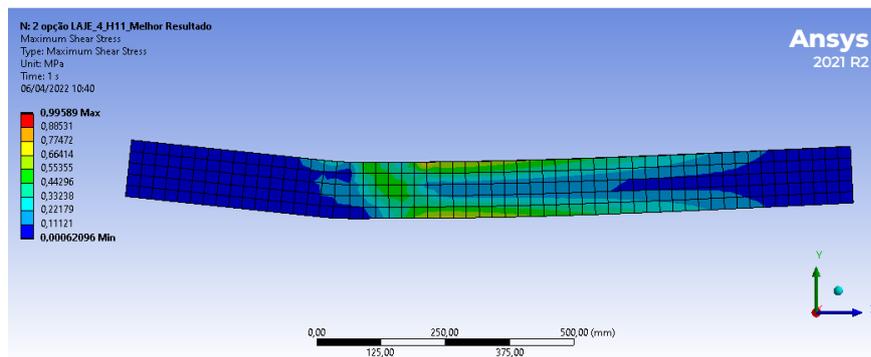
(b)



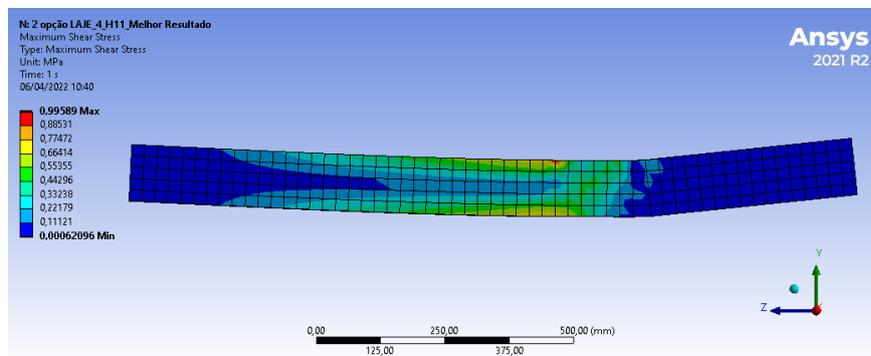
Fonte: Autor (2022).

Figura 46: Máxima tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado no elemento:
 (a) lateral direita; (b) lateral esquerda.

(a)

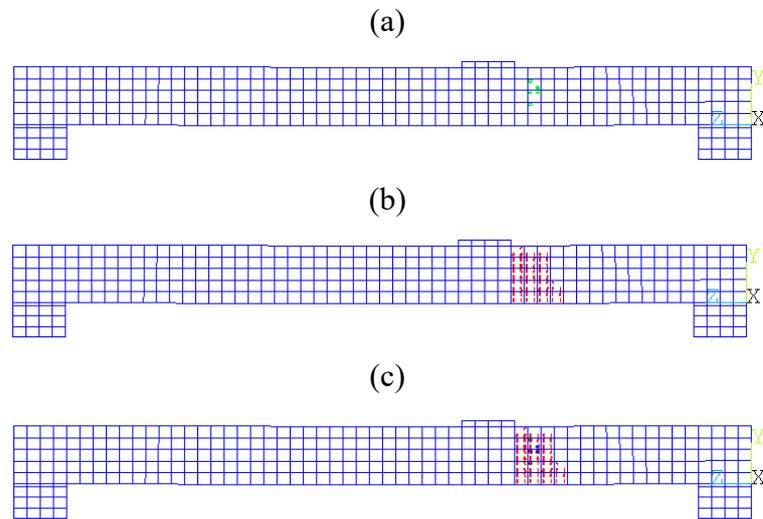


(b)



Fonte: Autor (2022).

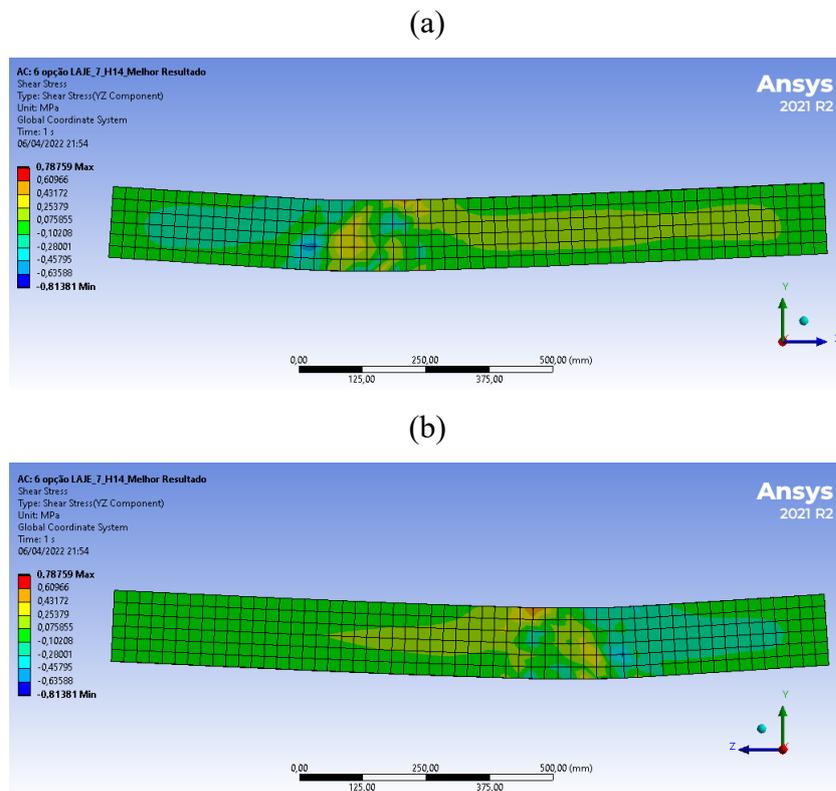
Figura 47: Fissuras no elemento: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.



Fonte: Autor (2022).

— Laje L3, Modelo LT0H14

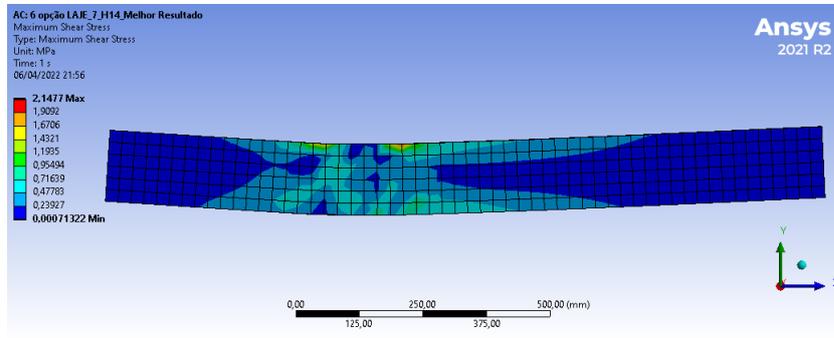
Figura 48: tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda



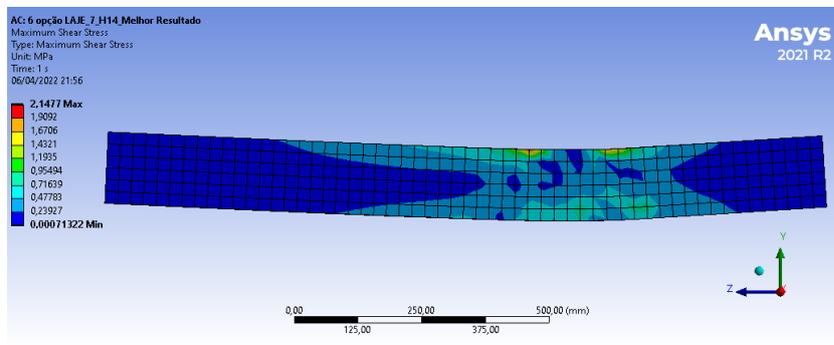
Fonte: Autor (2022).

Figura 49: Máxima tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado no elemento:
(a) lateral direita; (b) lateral esquerda.

(a)



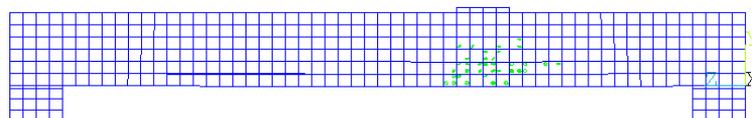
(b)



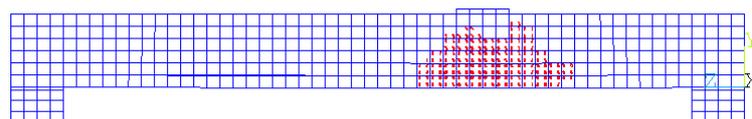
Fonte: Autor (2022).

Figura 50: Fissuras no elemento: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.

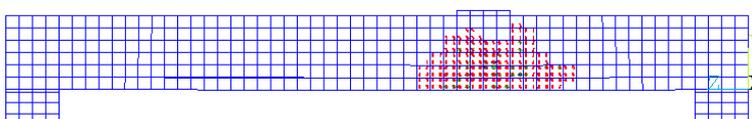
(a)



(b)



(c)

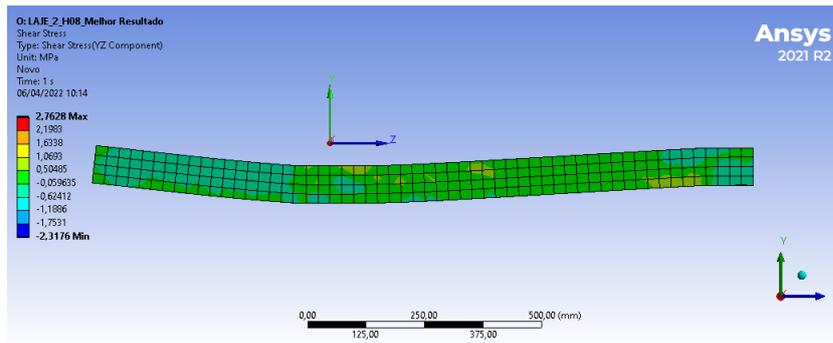


Fonte: Autor (2022).

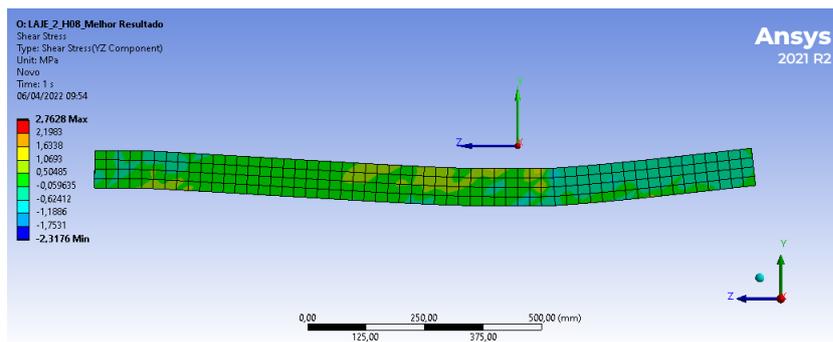
— Laje L4, Modelo LT0.15H8

Figura 51: Tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



(b)

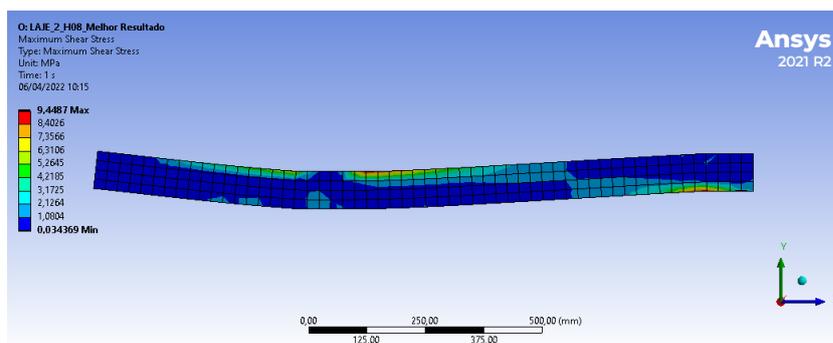


Fonte: Autor (2022).

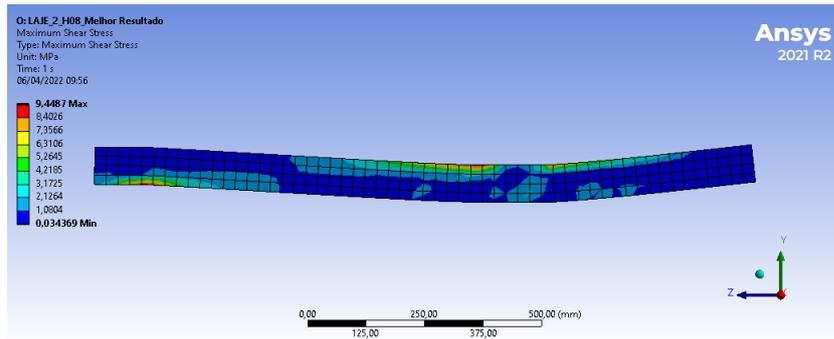
Figura 52: Máxima tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado no elemento:

(a) lateral direita; (b) lateral esquerda.

(a)



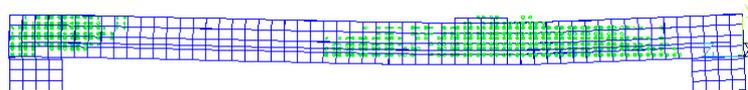
(b)



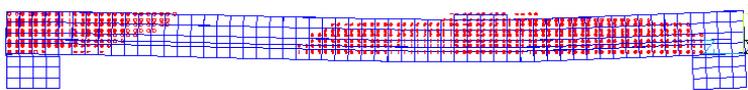
Fonte: Autor (2022).

Figura 53: Fissuras no elemento: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.

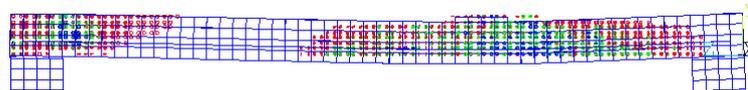
(a)



(b)



(c)

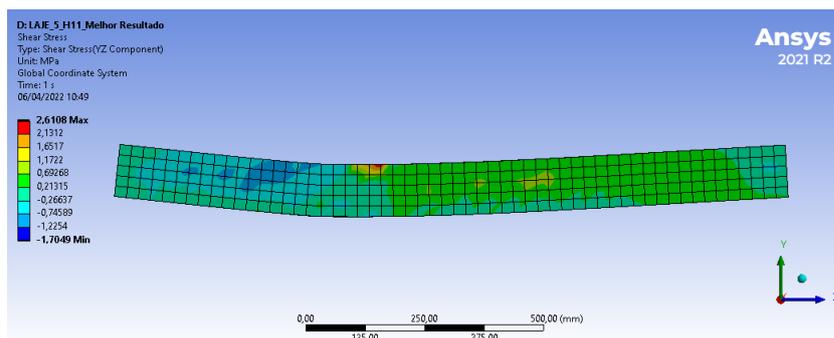


Fonte: Autor (2022).

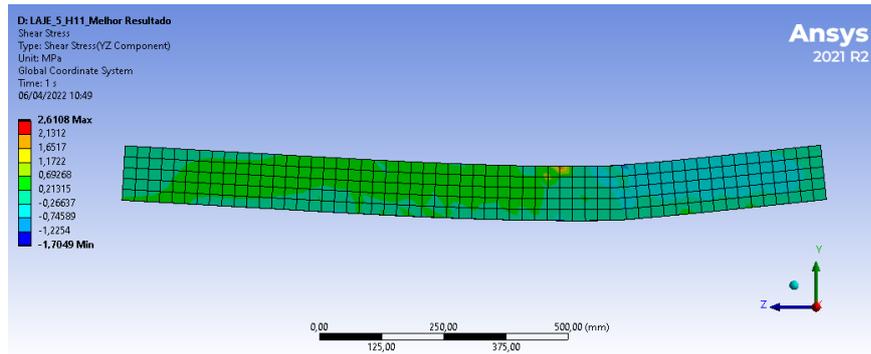
— Laje L5, Modelo LT0.15H11

Figura 54: Tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.

(a)



(b)

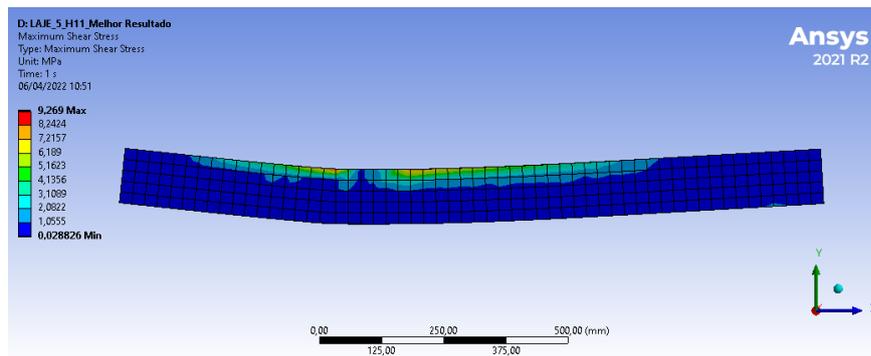


Fonte: Autor (2022).

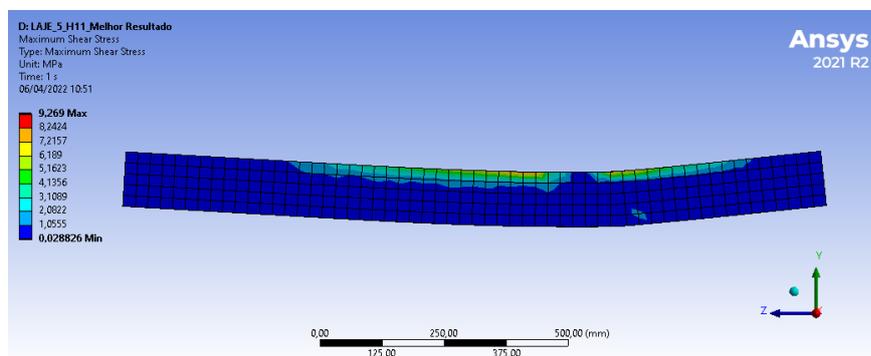
Figura 55: Máxima tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado no elemento:

(a) lateral direita; (b) lateral esquerda.

(a)

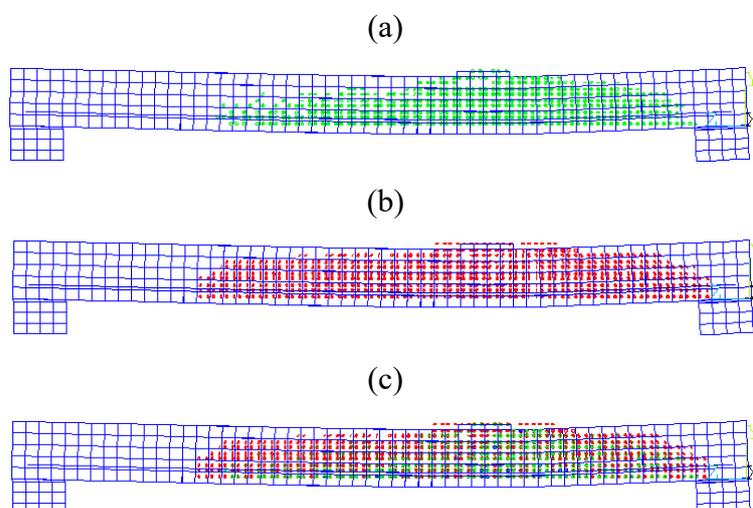


(b)



Fonte: Autor (2022).

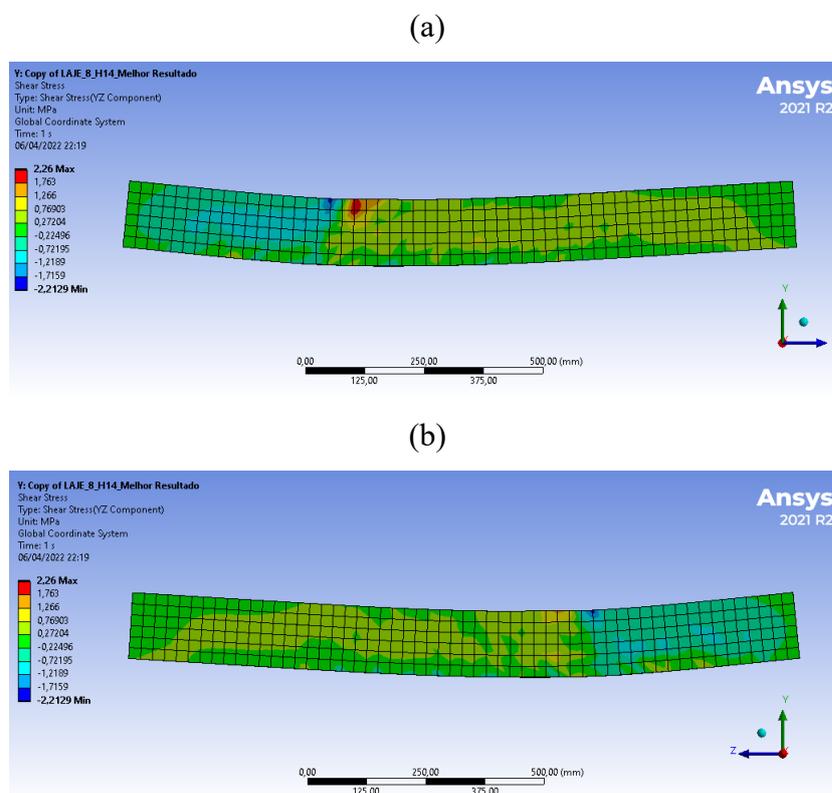
Figura 56: Fissuras no elemento: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.



Fonte: Autor (2022).

— Laje L6, Modelo LT0.15H14

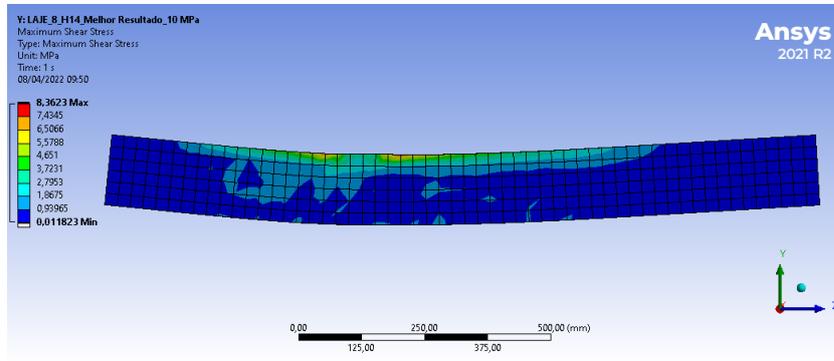
Figura 57: Tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.



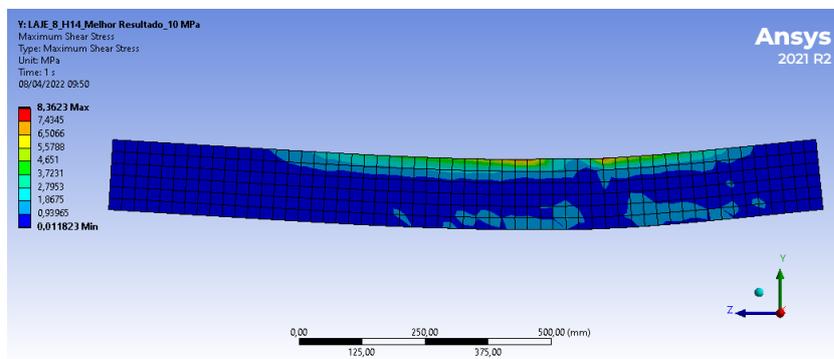
Fonte: Autor (2022).

Figura 58: Máxima tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado no elemento:
(a) lateral direita; (b) lateral esquerda.

(a)



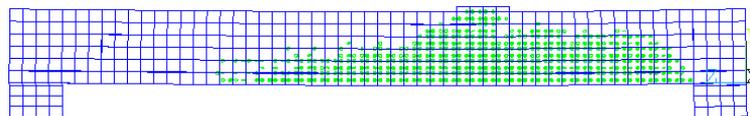
(b)



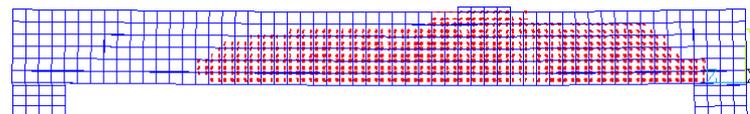
Fonte: Autor (2022).

Figura 59: Fissuras no elemento: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.

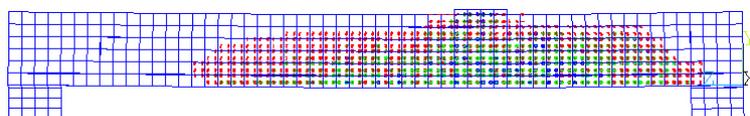
(a)



(b)



(c)

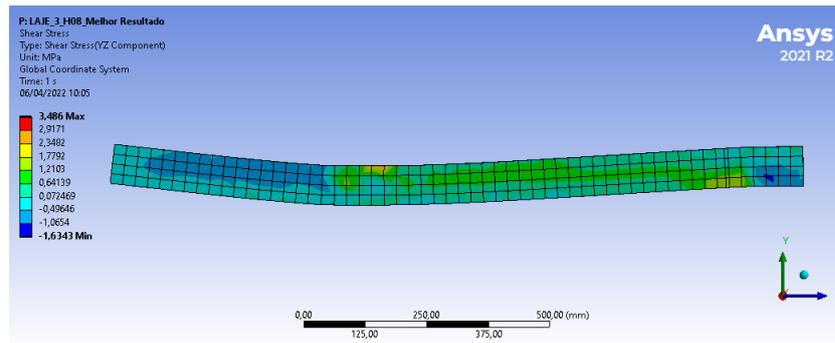


Fonte: Autor (2022).

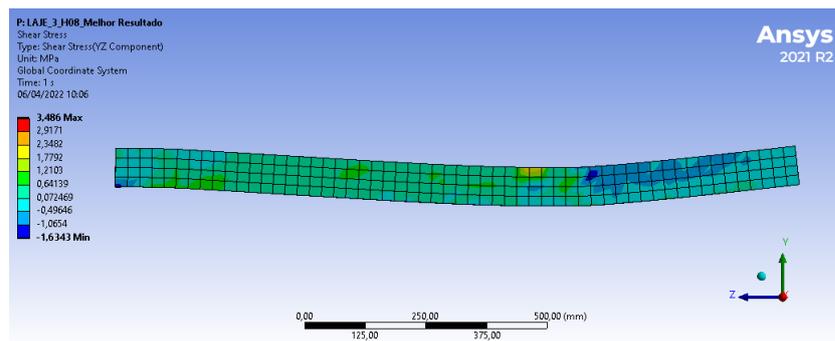
— Laje L7, Modelo LT0.30H8

Figura 60: Tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.

(a)



(b)

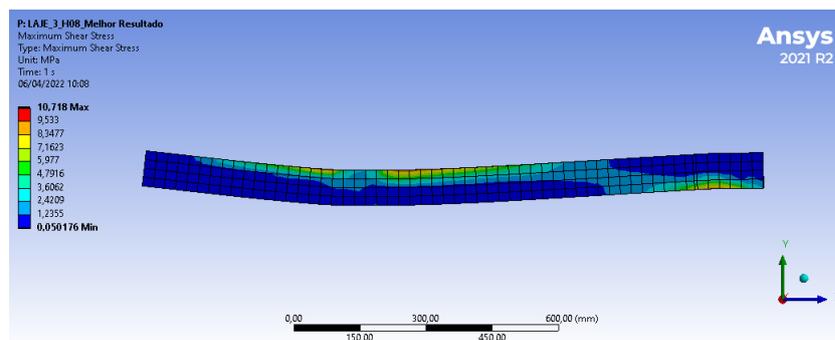


Fonte: Autor (2022).

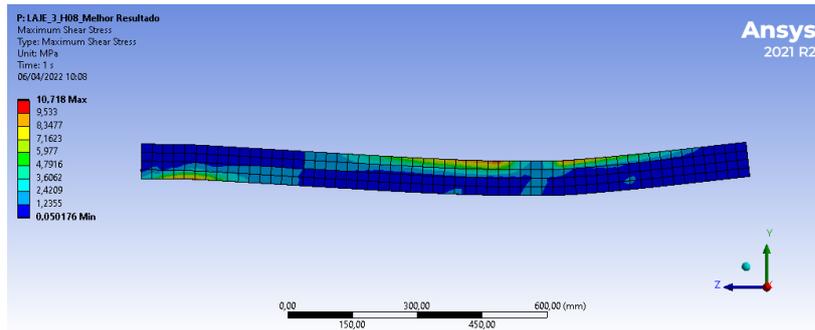
Figura 61: Máxima tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado no elemento:

(a) lateral direita; (b) lateral esquerda.

(a)



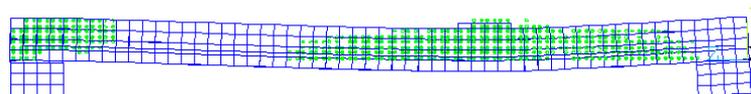
(b)



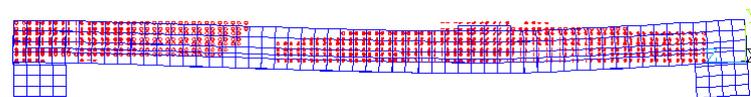
Fonte: Autor (2022).

Figura 62: Fissuras no elemento: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.

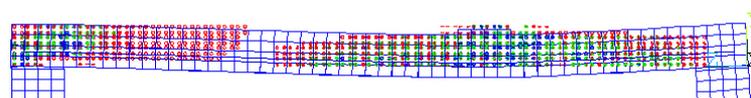
(a)



(b)



(c)

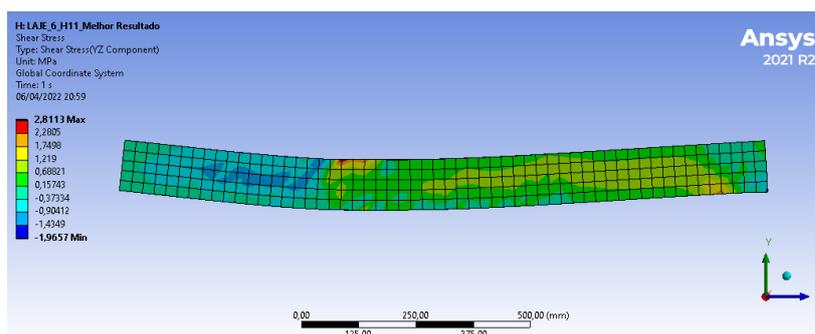


Fonte: Autor (2022).

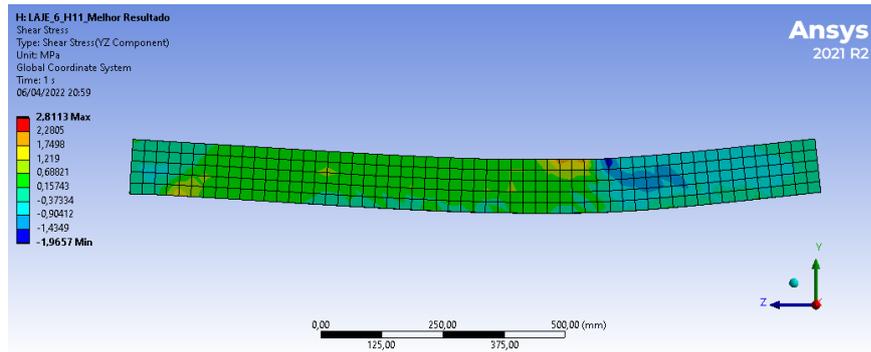
— Laje L8, Modelo LT0.30H11

Figura 63: Tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.

(a)



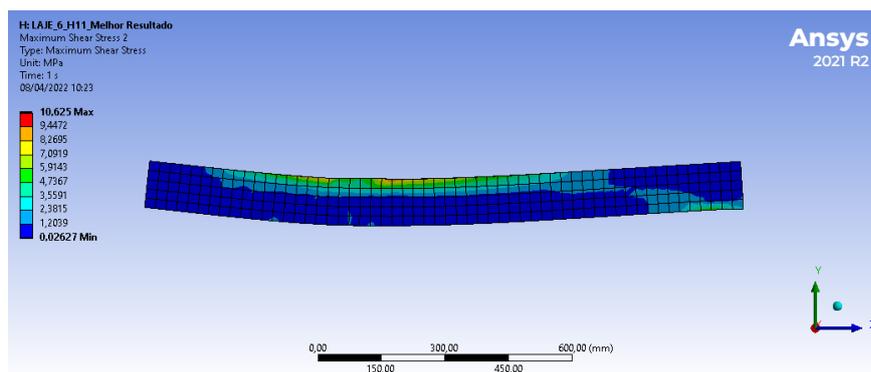
(b)



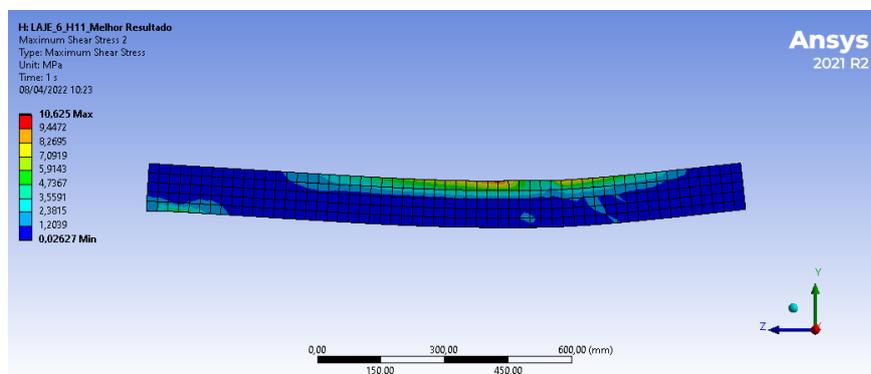
Fonte: Autor (2022).

Figura 64: Máxima tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado no elemento:
 (a) lateral direita; (b) lateral esquerda.

(a)

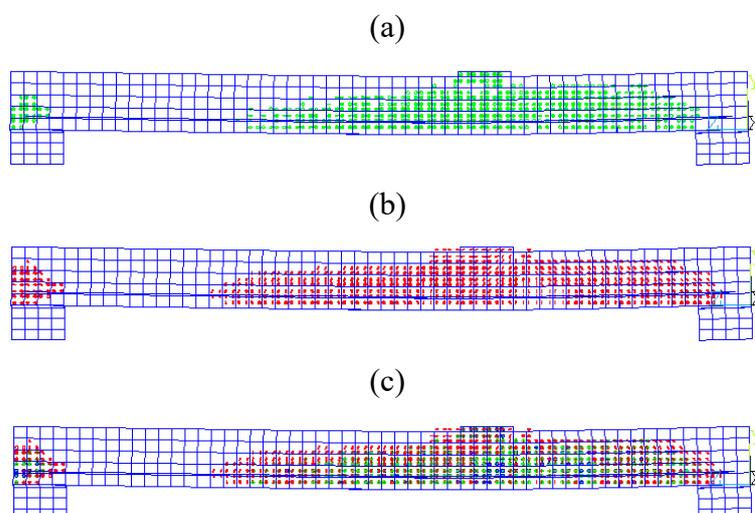


(b)



Fonte: Autor (2022).

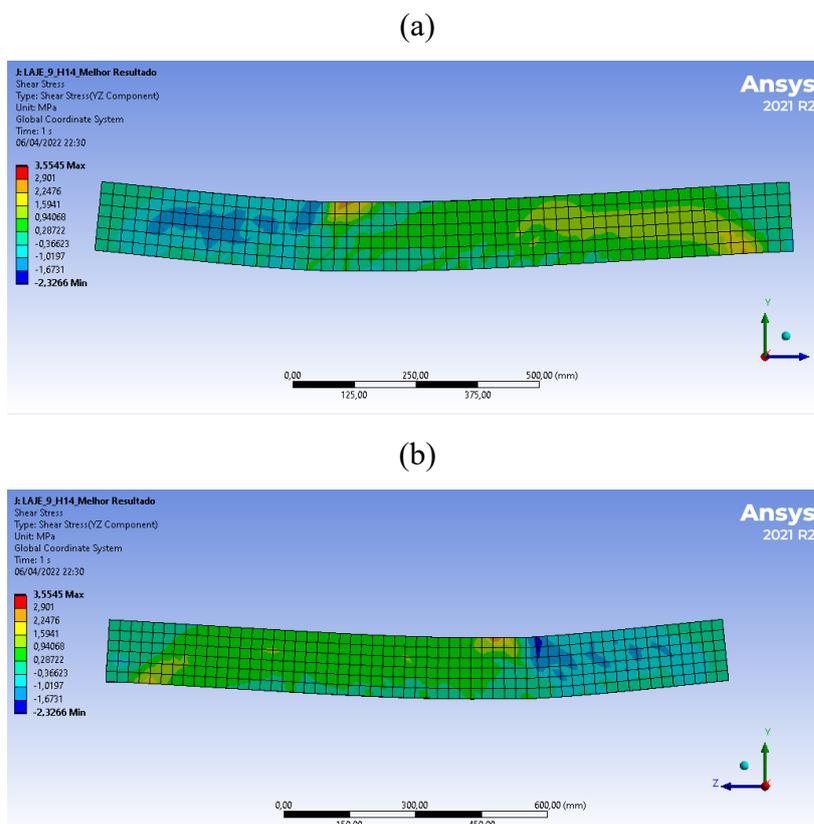
Figura 65: Fissuras no elemento: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.



Fonte: Autor (2022).

— Laje L9, Modelo LT0.30H14

Figura 66: Tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda.

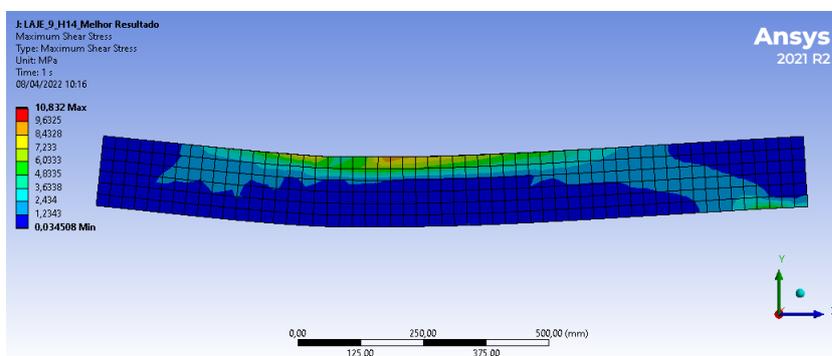


Fonte: Autor (2022).

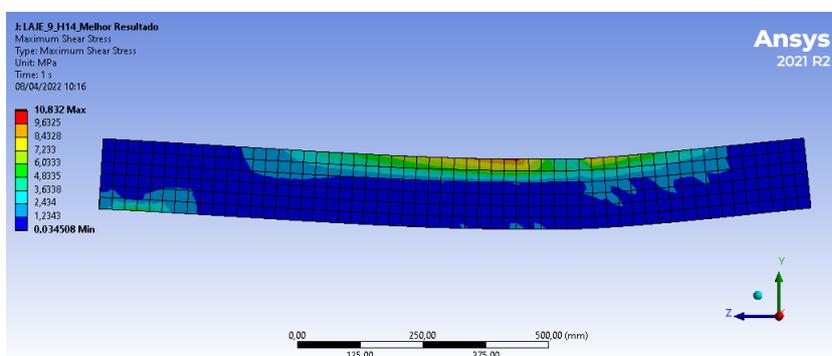
Figura 67: Máxima tensão de cisalhamento para deslocamento máximo aplicado no elemento:

(a) lateral direita; (b) lateral esquerda.

(a)



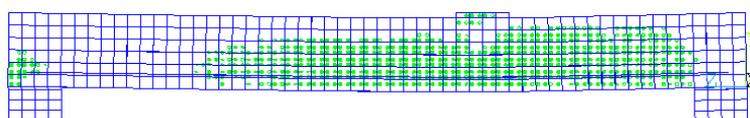
(b)



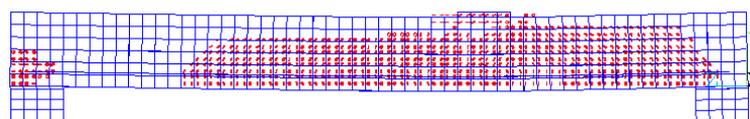
Fonte: Autor (2022).

Figura 68: Fissuras no elemento: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras.

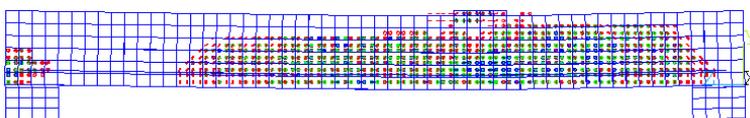
(a)



(b)



(c)



Fonte: Autor (2022).

3.6 ANÁLISE DA VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS PROPOSTO

Conforme a simulação realizada e a validação dos modelos concluídos que demonstraram uma boa representação do comportamento das lajes ensaiadas experimentalmente, é apresentado a seguir as análises numéricas com a variação dos parâmetros proposto, tais como a taxa de aço da armadura longitudinal com o diâmetro das barras de 6,3 mm, a disposição das armaduras na laje (armadura superior e inferior), a resistência à compressão do concreto e altura do elemento em centímetro. Todos os modelos simulados têm a mesma geometria, dimensões e características das lajes experimentais e numéricas validadas.

A simulação numérica com a variação dos parâmetros foi composta por 2 (dois) grupos, sendo grupo A com armadura inferior e grupo B com armadura superior e inferior, conforme a tabela 13 e tabela 14 sendo adotado barras de diâmetro de 6.3 mm em todos os modelos.

Tabela 13: Parâmetros da simulação numérica do grupo A

Modelos	Altura (cm)	f_{ck} (MPa)	Taxa de armadura inferior
AH10F25TM	10	25	Mínima
AH10F25T2M	10	25	2 x mínima
AH10F25T3M	10	25	3 x mínima
AH10F35TM	10	35	Mínima
AH10F35T2M	10	35	2 x mínima
AH10F35T3M	10	35	3 x mínima
AH10F45TM	10	45	Mínima
AH10F45T2M	10	45	2 x mínima
AH10F45T3M	10	45	3 x mínima
AH15F25TM	15	25	Mínima
AH15F25T2M	15	25	2 x mínima
AH15F25T3M	15	25	3 x mínima
AH15F35TM	15	35	Mínima
AH15F35T2M	15	35	2 x mínima
AH15F35T3M	15	35	3 x mínima
AH15F45TM	15	45	Mínima
AH15F45T2M	15	45	2 x mínima
AH15F45T3M	15	45	3 x mínima
AH20F25TM	20	25	Mínima
AH20F25T2M	20	25	2 x mínima
AH20F25T3M	20	25	3 x mínima
AH20F35TM	20	35	Mínima
AH20F35T2M	20	35	2 x mínima
AH20F35T3M	20	35	3 x mínima
AH20F45TM	20	45	Mínima
AH20F45T2M	20	45	2 x mínima
AH20F45T3M	20	45	3 x mínima

Fonte: Autor (2022).

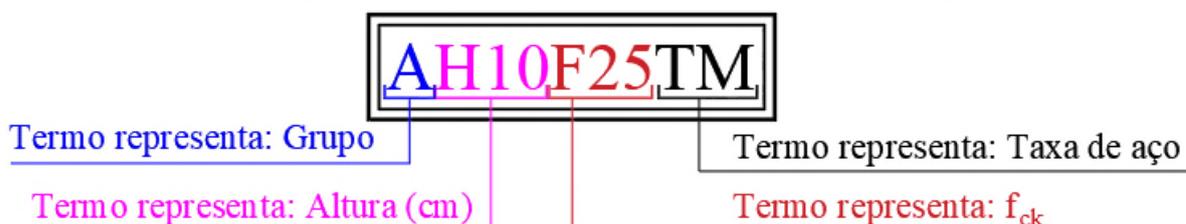
Tabela 14: Parâmetros da simulação numérica do grupo B

Modelos	Altura (cm)	f_{ck} (MPa)	Taxa de armadura	
			inferior	superior
BH10F25TM	10	25	Mínima	Mínima
BH10F25T2M	10	25	2 x mínima	Mínima
BH10F25T3M	10	25	3 x mínima	Mínima
BH10F35TM	10	35	Mínima	Mínima
BH10F35T2M	10	35	2 x mínima	Mínima
BH10F35T3M	10	35	3 x mínima	Mínima
BH10F45TM	10	45	Mínima	Mínima
BH10F45T2M	10	45	2 x mínima	Mínima
BH10F45T3M	10	45	3 x mínima	Mínima
BH15F25TM	15	25	Mínima	Mínima
BH15F25T2M	15	25	2 x mínima	Mínima
BH15F25T3M	15	25	3 x mínima	Mínima
BH15F35TM	15	35	Mínima	Mínima
BH15F35T2M	15	35	2 x mínima	Mínima
BH15F35T3M	15	35	3 x mínima	Mínima
BH15F45TM	15	45	Mínima	Mínima
BH15F45T2M	15	45	2 x mínima	Mínima
BH15F45T3M	15	45	3 x mínima	Mínima
BH20F25TM	20	25	Mínima	Mínima
BH20F25T2M	20	25	2 x mínima	Mínima
BH20F25T3M	20	25	3 x mínima	Mínima
BH20F35TM	20	35	Mínima	Mínima
BH20F35T2M	20	35	2 x mínima	Mínima
BH20F35T3M	20	35	3 x mínima	Mínima
BH20F45TM	20	45	Mínima	Mínima
BH20F45T2M	20	45	2 x mínima	Mínima
BH20F45T3M	20	45	3 x mínima	Mínima

Fonte: Autor (2022).

Com a finalidade de compreender a identificação de cada modelo e os resultados obtidos da simulação numérica com a variação dos parâmetros, é apresentado na figura 69 uma legenda do esquema organizacional adotado, levando em consideração a tabela 13 e tabela 14.

Figura 69: Legenda da simulação numérica com a variação dos parâmetros.



Fonte: Autor (2022).

A: Representa o grupo que o modelo está inserido, que varia em A e B;

H10: A letra e o número representam a altura da laje em centímetro, que variam em: 10 (H10), 15 (H15) e 20 (H20);

F25: A letra e o número representam o f_{ck} em MPa adotado no modelo, que variam em: 25 (F25), 35 (F35) e 45 (F45);

TM: As letras representam a taxa de aço da armadura longitudinal, que variam em: armadura mínima (TM), 2 x armadura mínima (T2M) e 3 x armadura mínima (T3M).

3.6.1 Configuração da disposição da armadura longitudinal considerada na simulação numérica

Na figura 70 e figura 71, apresentam as configurações da disposição das armaduras longitudinais considerada nos modelos, sendo os diâmetros das barras de 6,3 mm com o módulo de elasticidade de 210 GPa e a resistência da tensão de escoamento de 500 MPa.

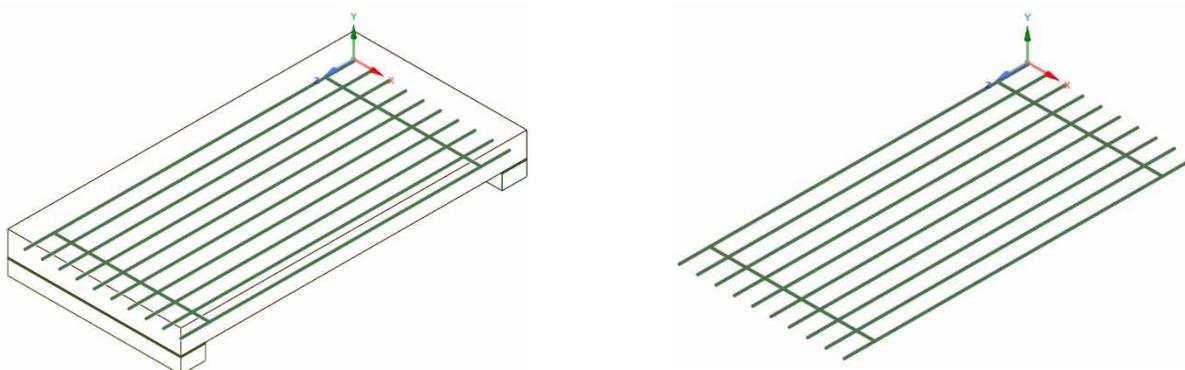
Figura 70: configurações da disposição das armaduras longitudinais

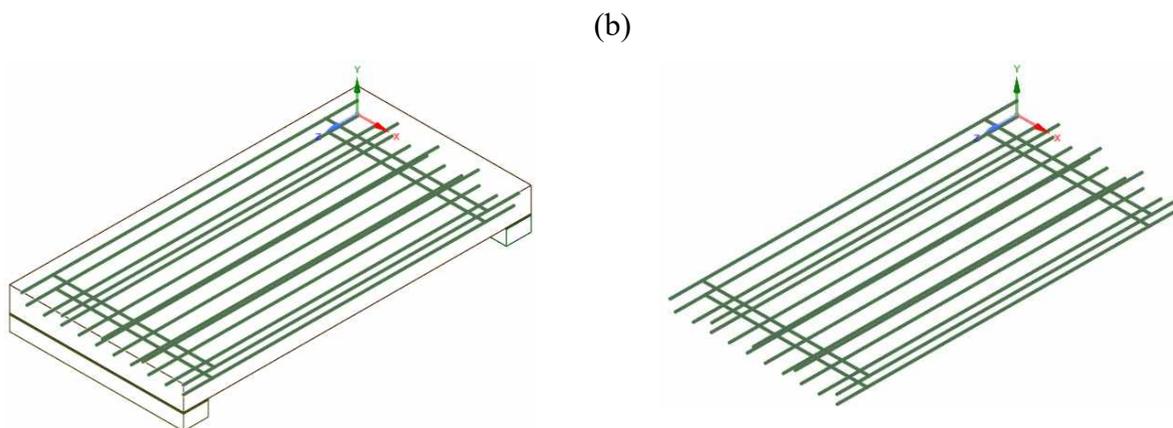


Fonte: Autor (2022).

Figura 71: Armaduras longitudinais: (a) inferiores; (b) superior e inferior

(a)



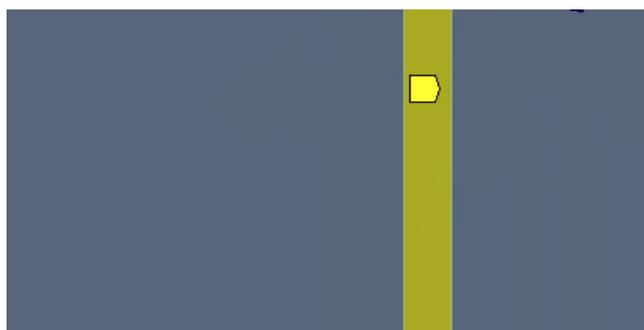


Fonte: Autor (2022).

3.6.2 Aplicação do deslocamento

Seguindo o mesmo processo adotado nas simulações anteriormente apresentadas no modelo representativo, foi aplicado deslocamento em vez de força na presente análise com variação dos parâmetros conforme a figura 72. Desta forma foi admitido uma aplicação de 16 mm a 12 mm de deslocamento, pois em alguns casos a simulação não converge, apesar de melhorar o incremento de carga, com valores menores. Vale ressaltar que a placa de aço em que foi aplicado o deslocamento possui as mesmas características e propriedades das simulações do modelo representativo ou calibrado.

Figura 72: Vista superior da laje e da placa de aço com aplicação do deslocamento



Fonte: Autor (2022).

3.6.3 Resultados das simulações

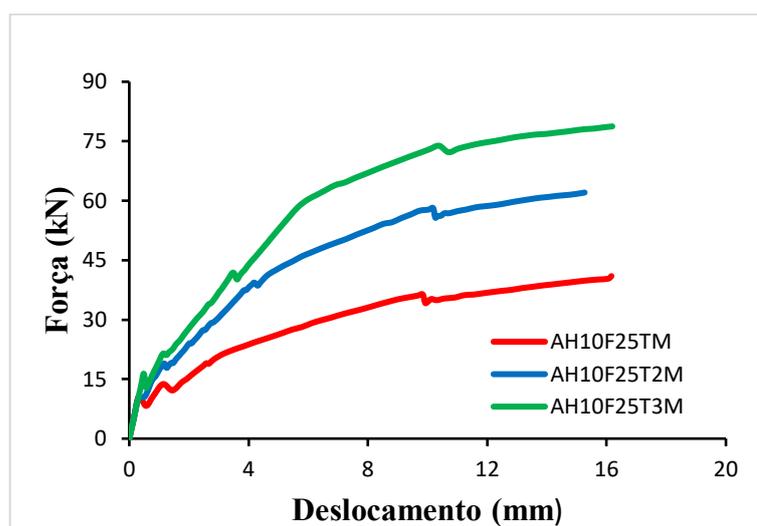
Levando em consideração os parâmetros analisados como a altura, a resistência à compressão do concreto, a taxa de aço e a disposição da armadura longitudinal (superior e inferior), são apresentados os resultados dos gráficos das curvas da força x deslocamento, as figuras que demonstram as tensões de cisalhamento e o panorama de fissuração das lajes.

3.6.3.1 Grupo A

No grupo A estão inclusos todos os modelos que possuem somente armadura longitudinal na parte inferior da laje, além disso, os gráficos das curvas da força x deslocamento será composta por três modelos, que variam somente a taxa de armadura, sendo constante a altura e a resistência à compressão do concreto. Já para as tensões de cisalhamento e o panorama de fissuração dos elementos são demonstrados individualmente. Os modelos podem ser identificados pela nomenclatura, título e/ou legenda da figura.

— Modelo: AH10F25TM; AH10F25T2M; AH10F25T3M

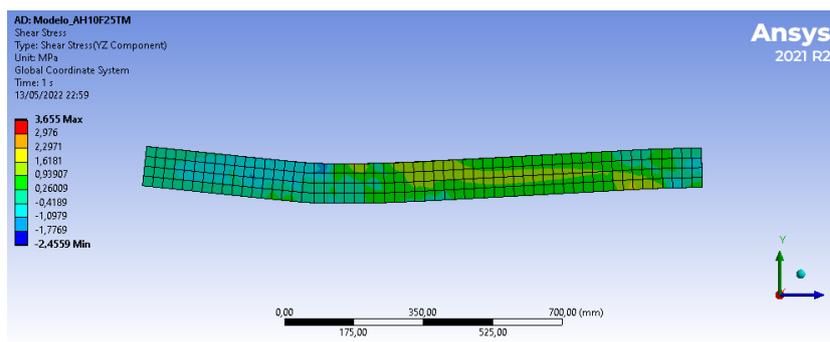
Figura 73: Força x Deslocamento com altura de 10 cm, f_{ck} de 25 MPa e variação da taxa de armadura.



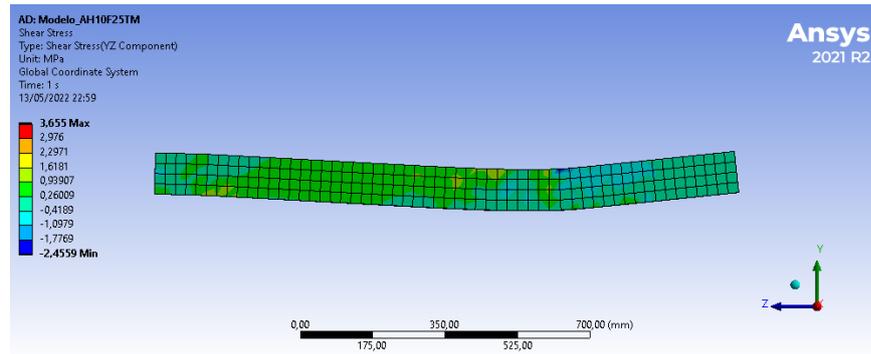
Fonte: Autor (2022).

Figura 74: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F25TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



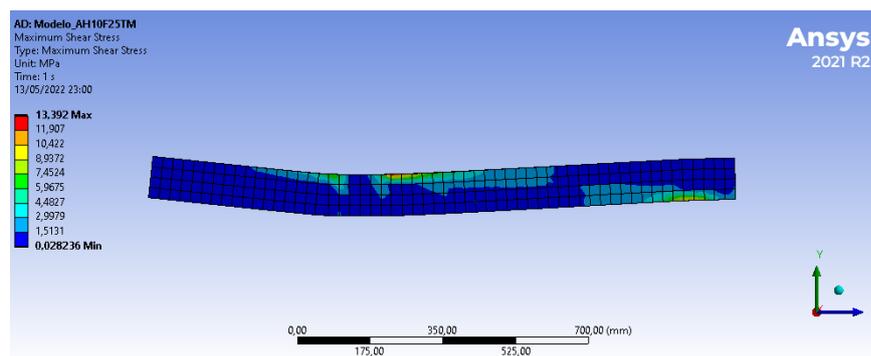
(b)



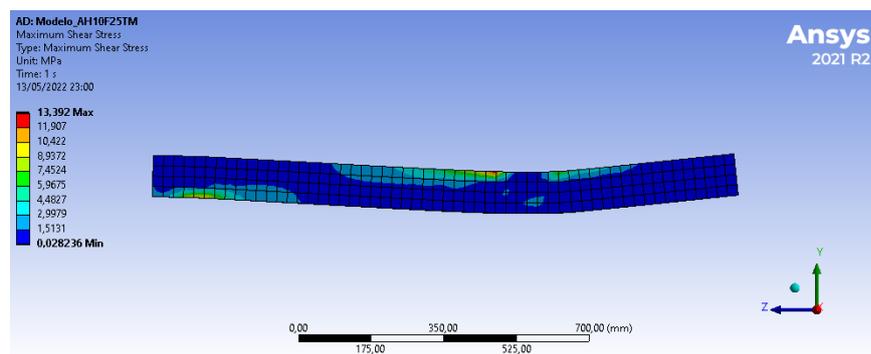
Fonte: Autor (2022).

Figura 75: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F25TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

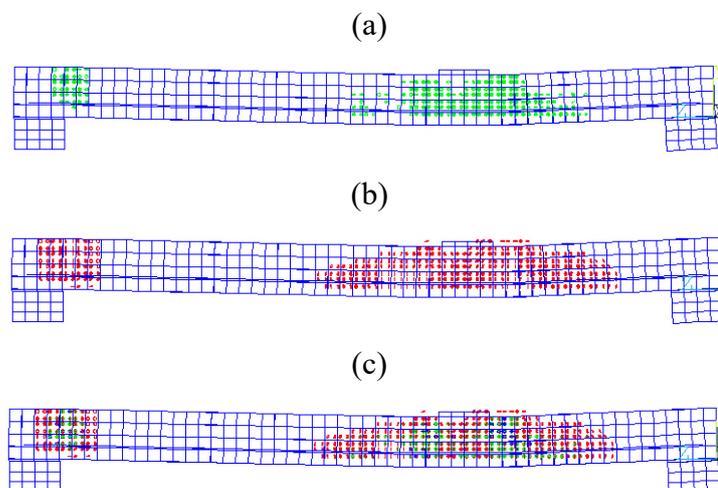


(b)



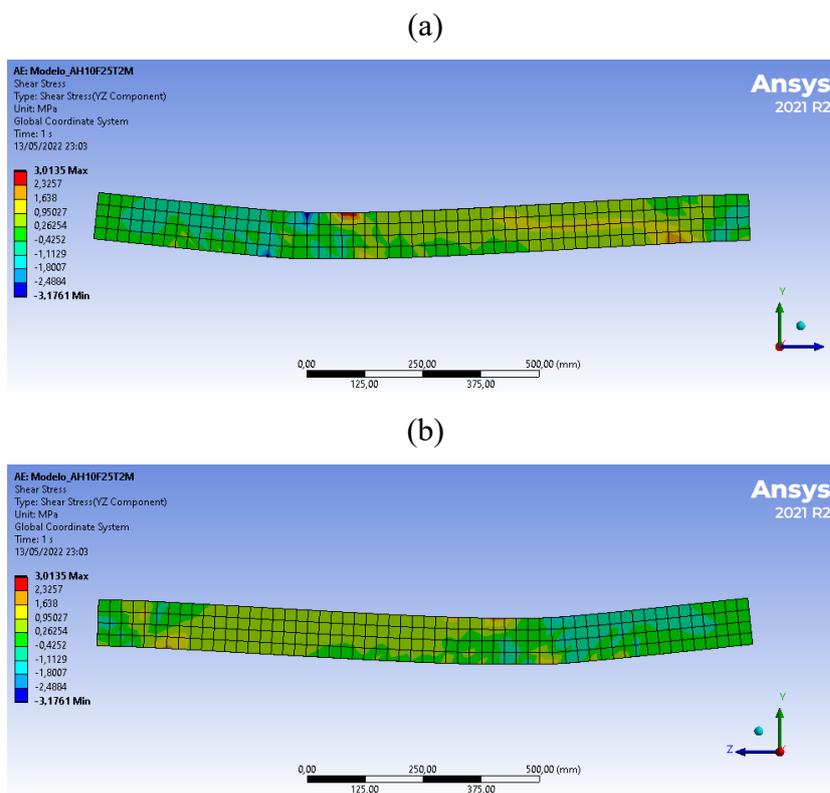
Fonte: Autor (2022).

Figura 76: Panorama de fissuração do modelo AH10F25TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



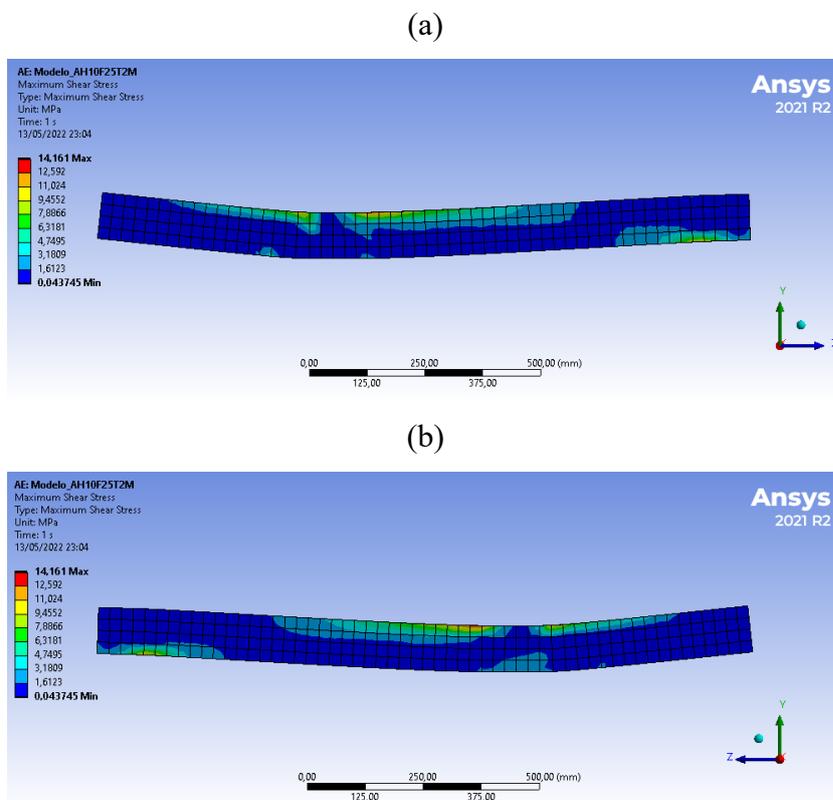
Fonte: Autor (2022).

Figura 77: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F25T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda



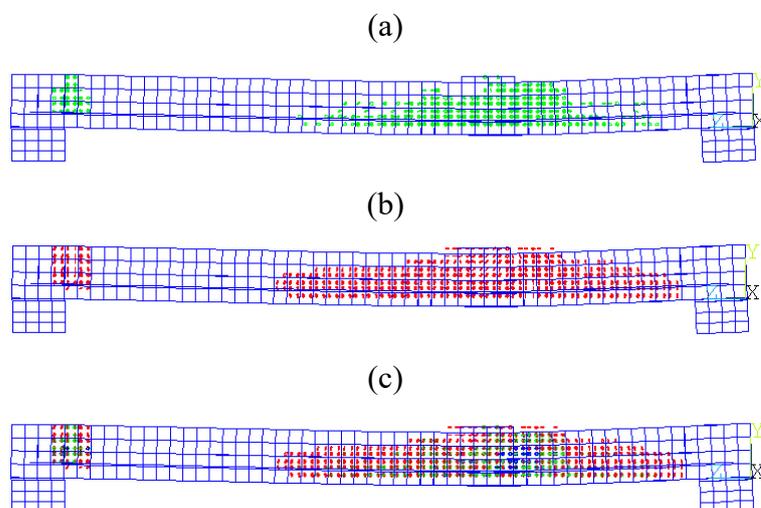
Fonte: Autor (2022).

Figura 78: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F25T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda



Fonte: Autor (2022).

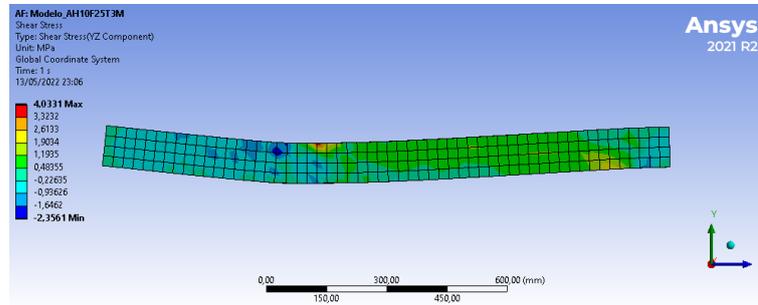
Figura 79: Panorama de fissuração do modelo AH10F25T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



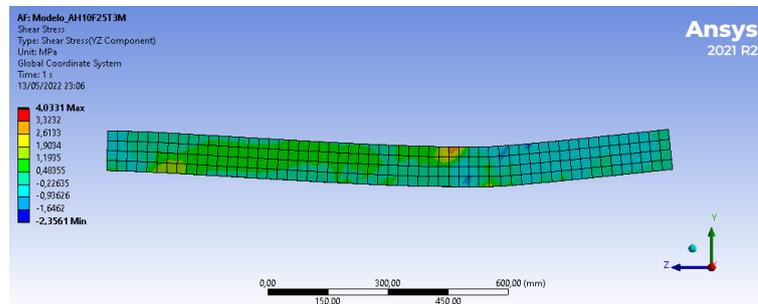
Fonte: Autor (2022).

Figura 80: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F25T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



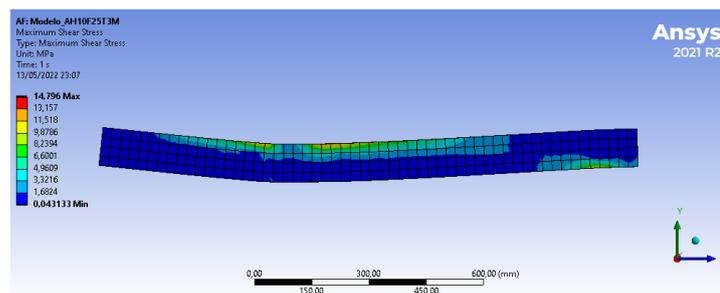
(b)



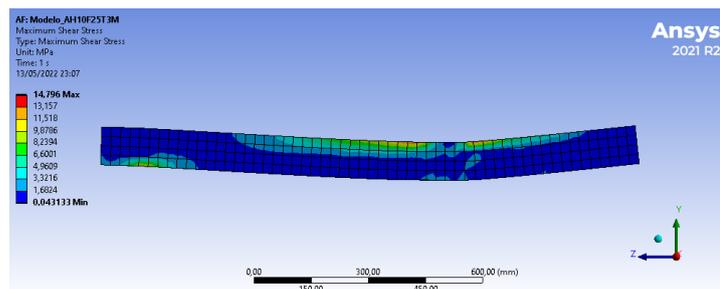
Fonte: Autor (2022).

Figura 81: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F25T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

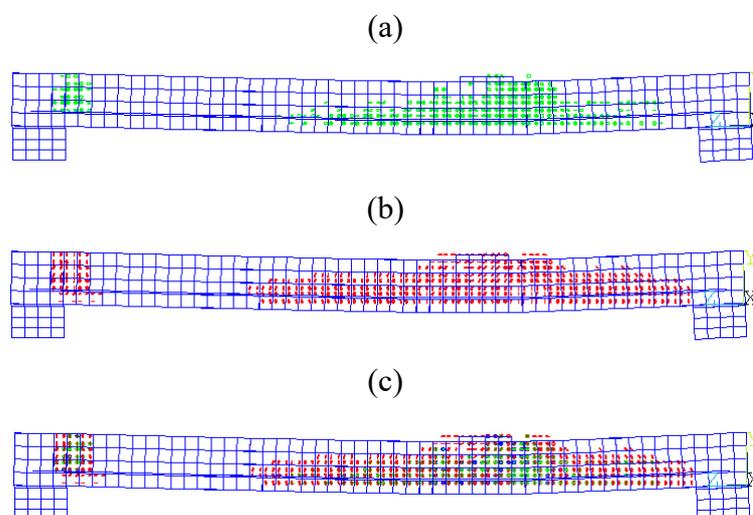


(b)



Fonte: Autor (2022).

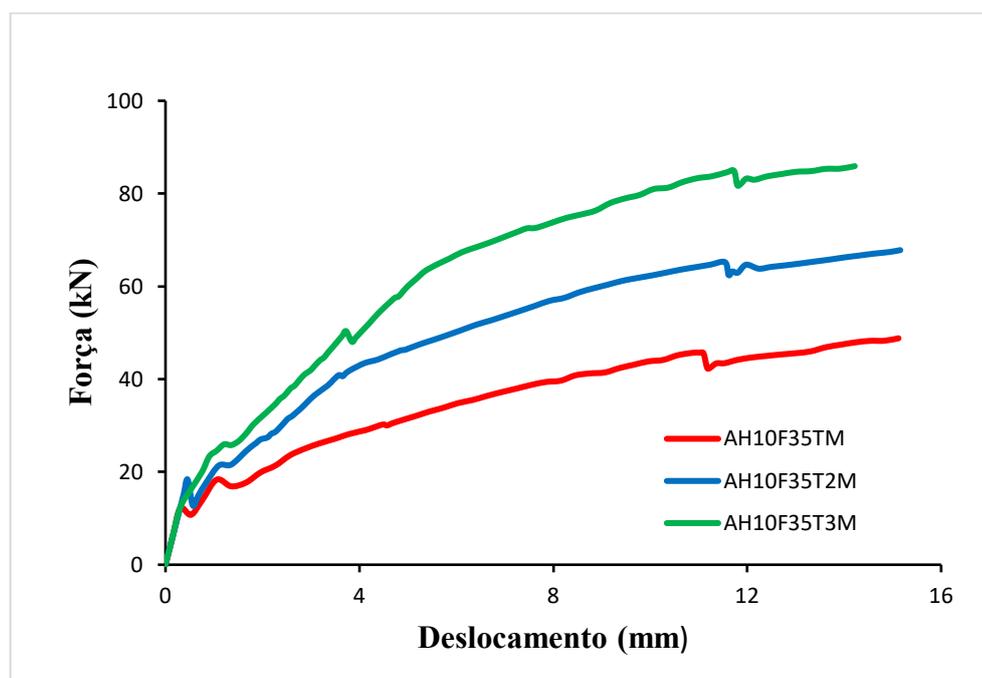
Figura 82: Panorama de fissuração do modelo AH10F25T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

— Modelo: AH10F35TM; AH10F35T2M; AH10F35T3M

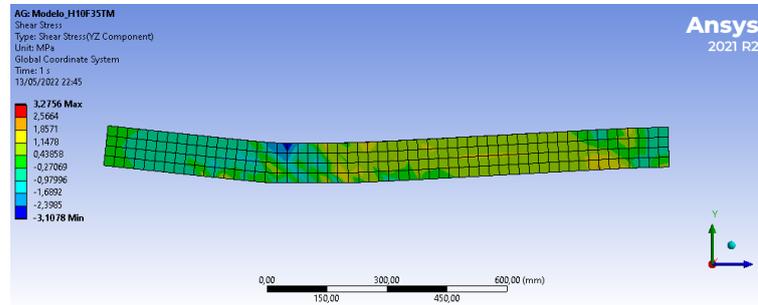
Figura 83: Força x Deslocamento com altura de 10 cm, f_{ck} de 35 MPa e variação da taxa de armadura



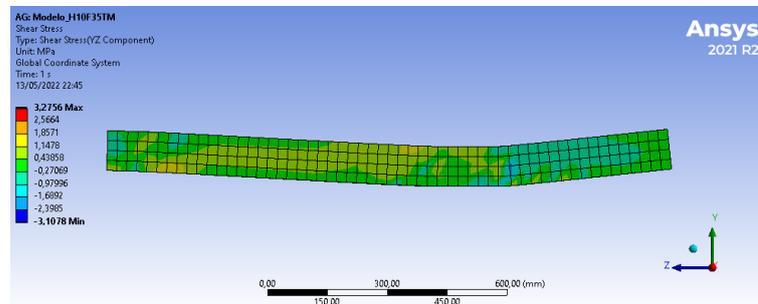
Fonte: Autor (2022).

Figura 84: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F35TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



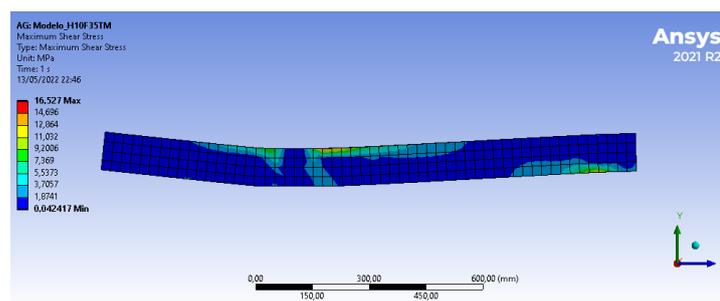
(b)



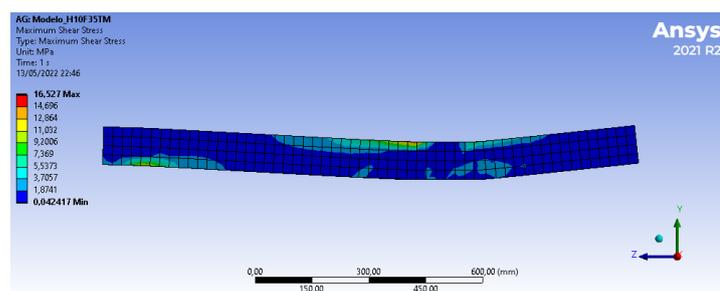
Fonte: Autor (2022).

Figura 85: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F35TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

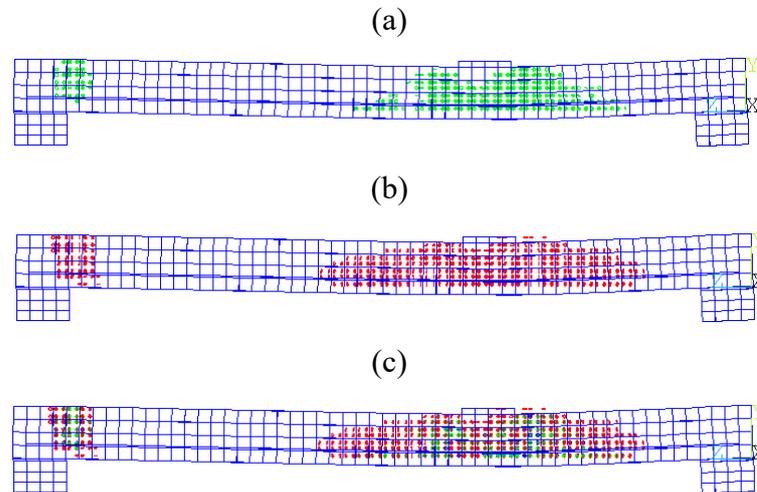


(b)



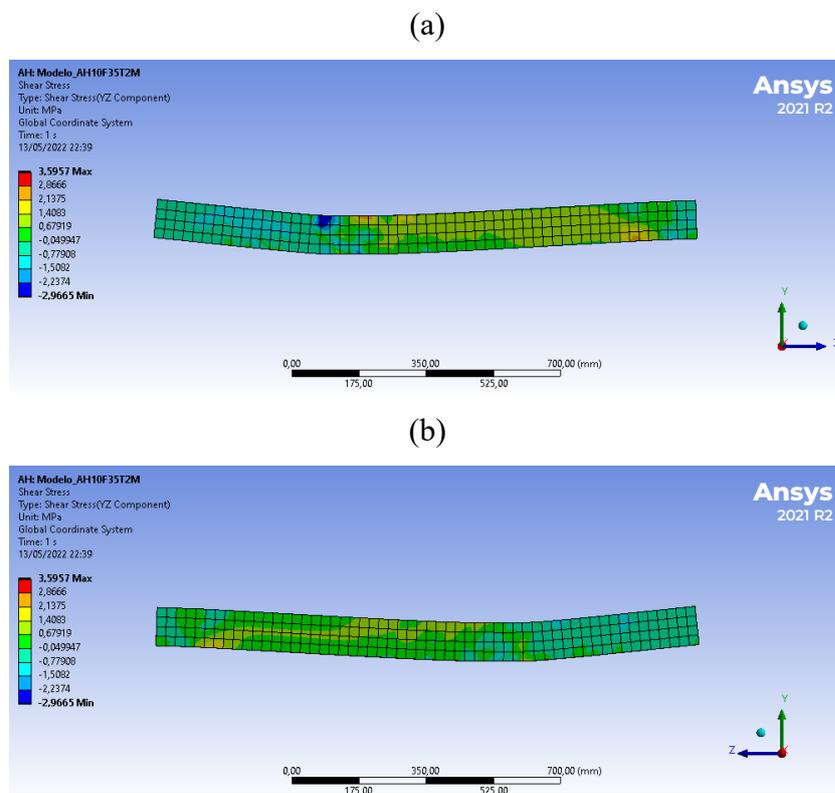
Fonte: Autor (2022).

Figura 86: Panorama de fissuração do modelo AH10F25T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



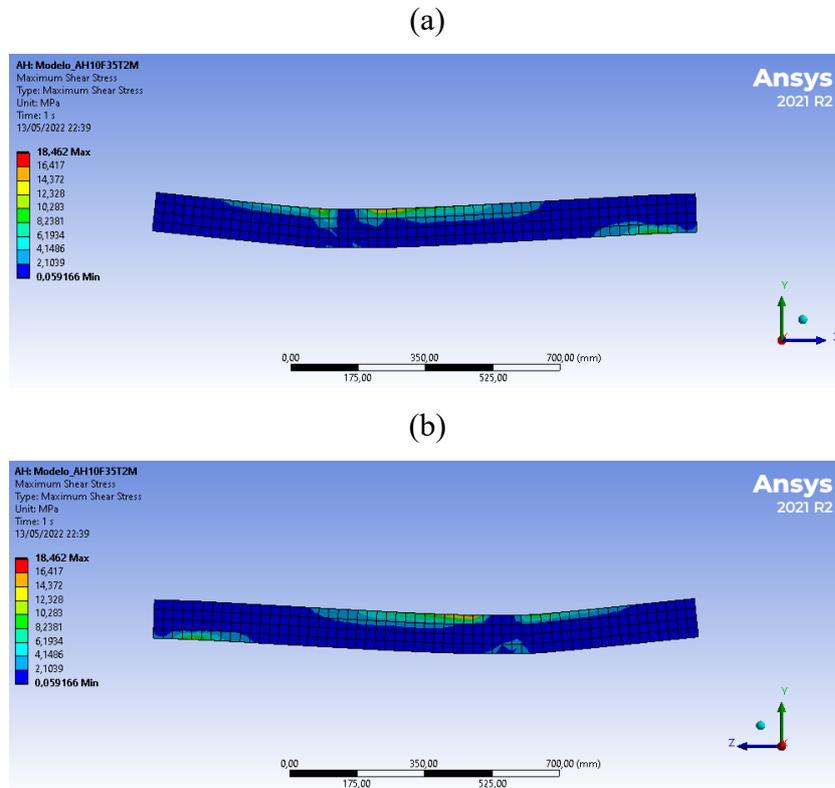
Fonte: Autor (2022).

Figura 87: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F35T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda



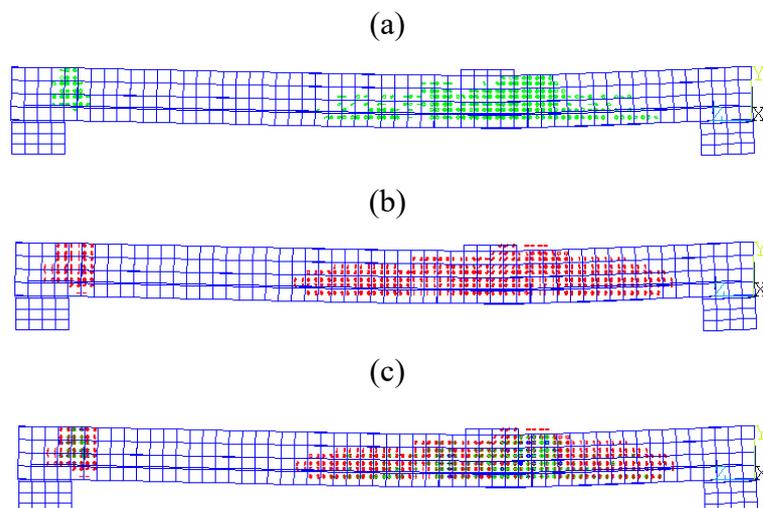
Fonte: Autor (2022).

Figura 88: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F35T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda



Fonte: Autor (2022).

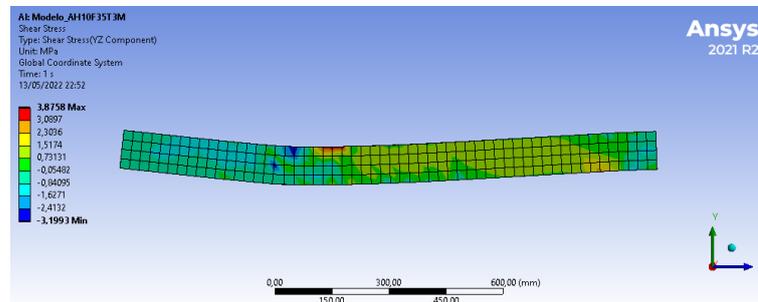
Figura 89: Panorama de fissuração do modelo AH10F35T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



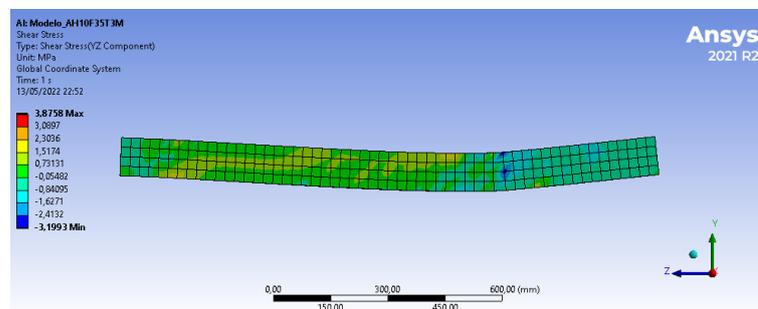
Fonte: Autor (2022).

Figura 90: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F35T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



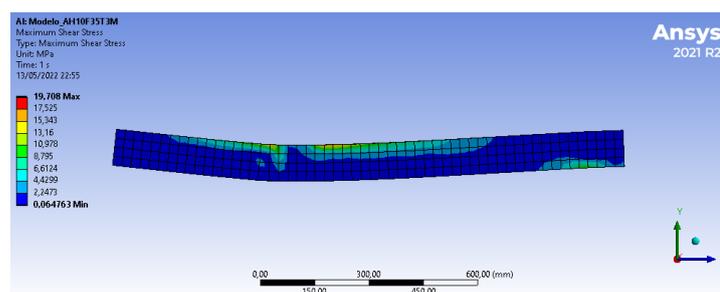
(b)



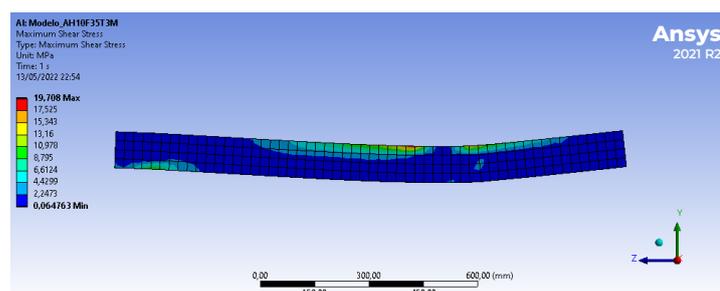
Fonte: Autor (2022).

Figura 91: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F35T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

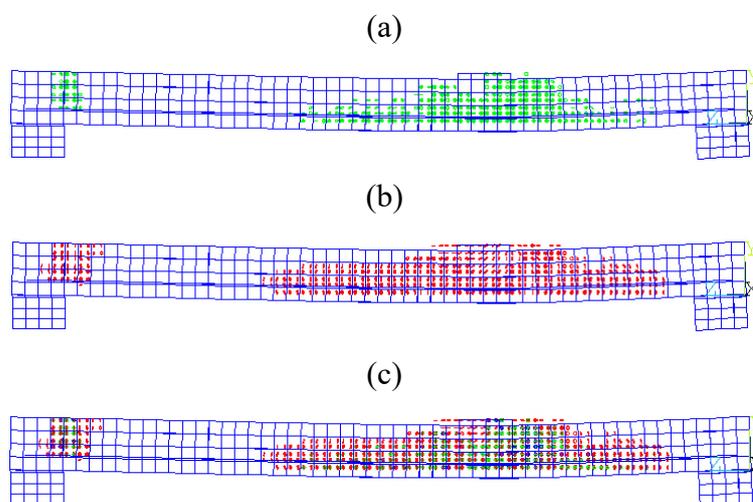


(b)



Fonte: Autor (2022).

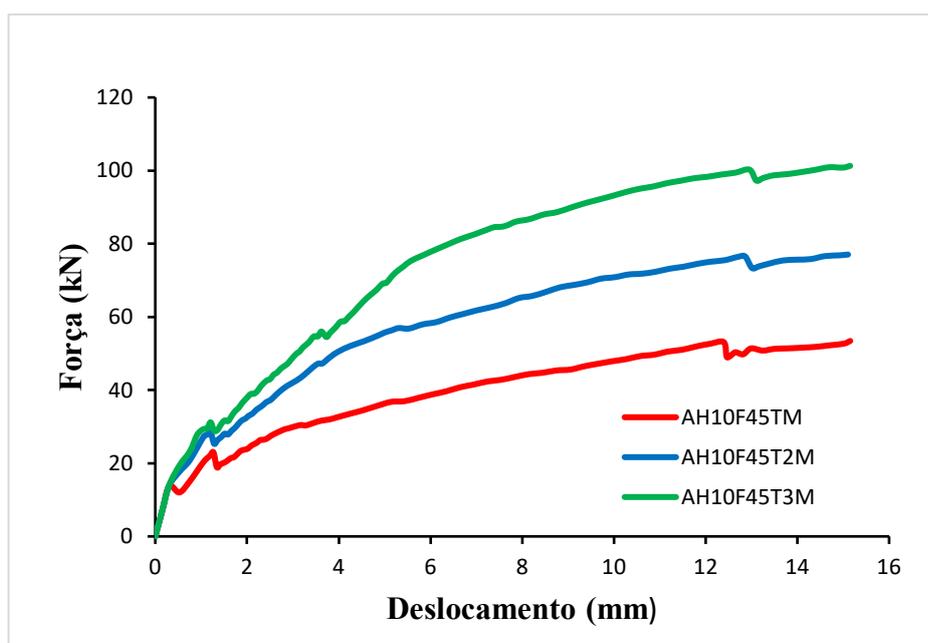
Figura 92: Panorama de fissuração do modelo AH10F35T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

— Modelo: AH10F45TM; AH10F45T2M; AH10F45T3M

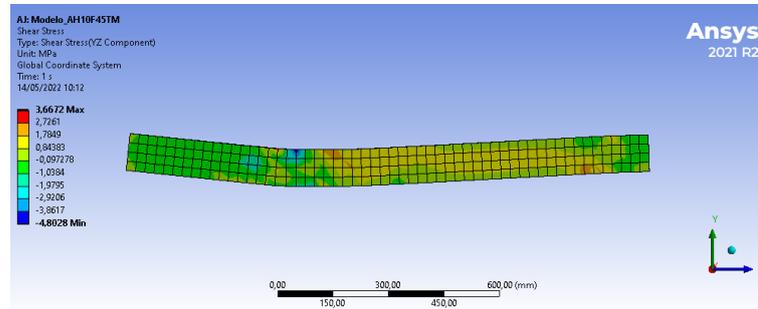
Figura 93: Força x Deslocamento com altura de 10 cm, f_{ck} de 45 MPa e variação da taxa de armadura



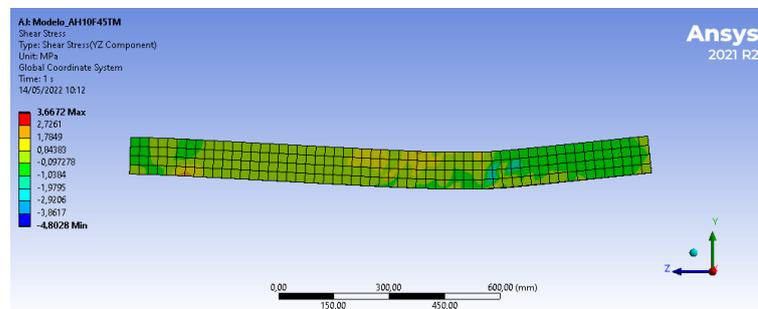
Fonte: Autor (2022).

Figura 94: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F45TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



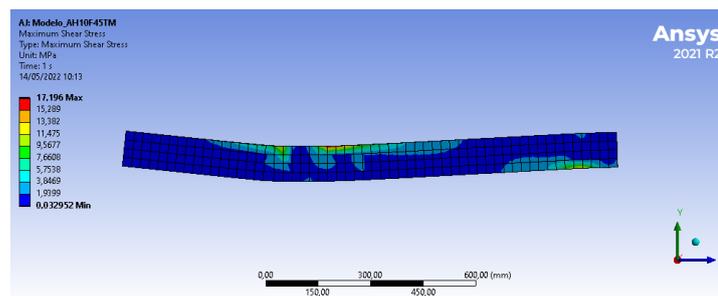
(b)



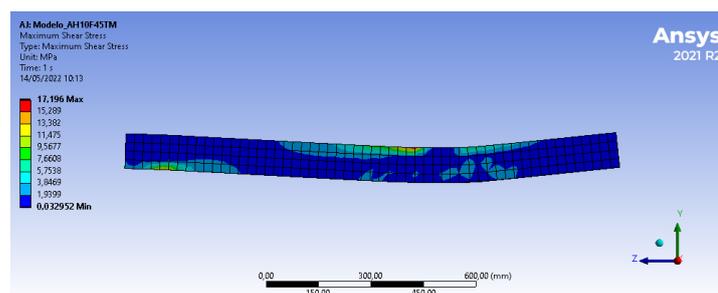
Fonte: Autor (2022).

Figura 95: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F45TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

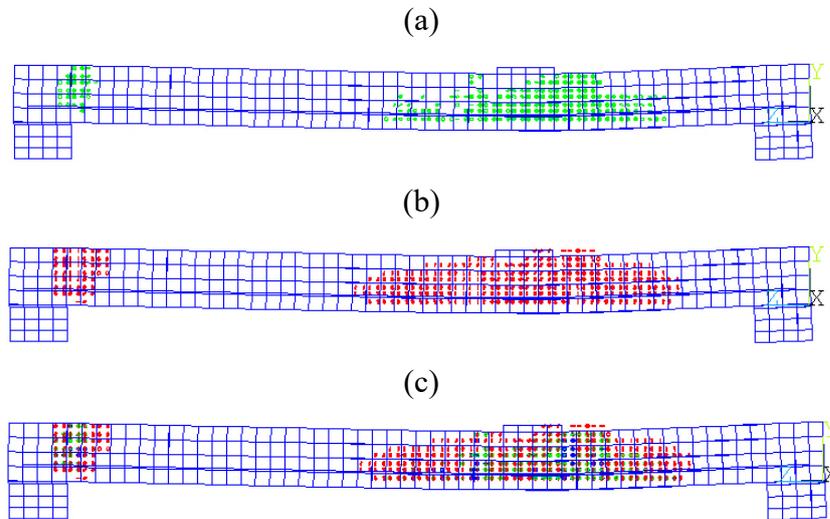


(b)



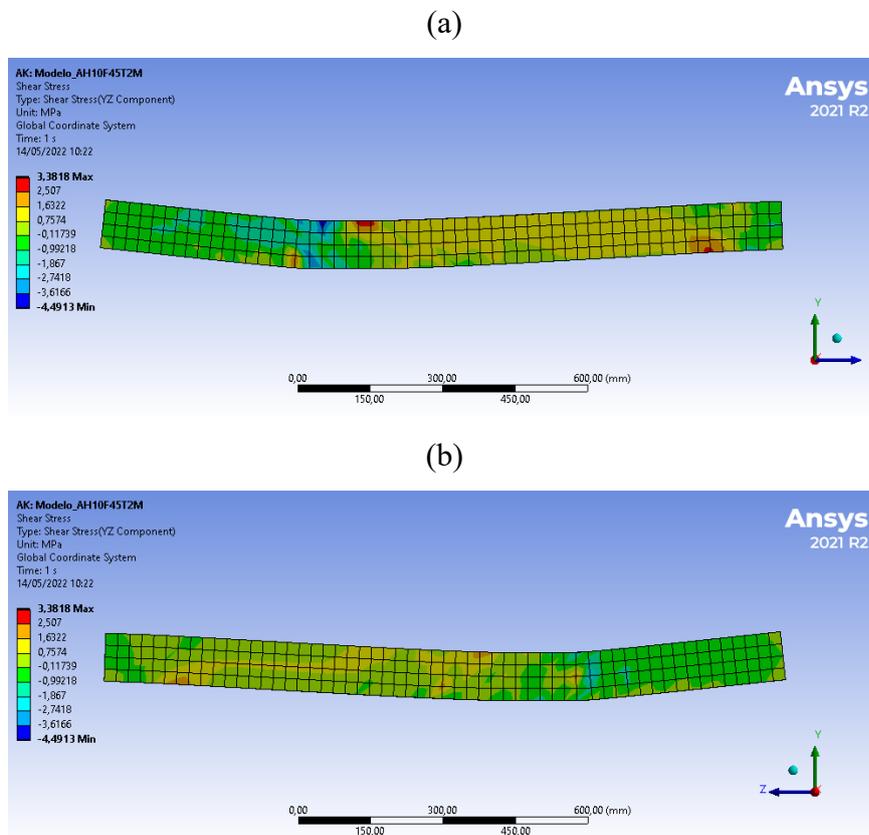
Fonte: Autor (2022).

Figura 96: Panorama de fissuração do modelo AH10F45TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

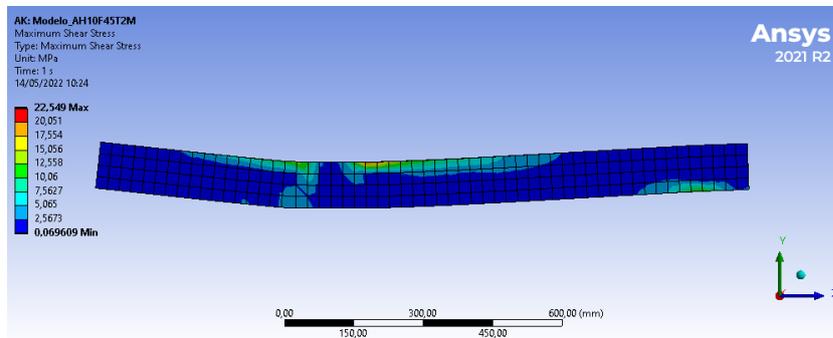
Figura 97: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F45T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda



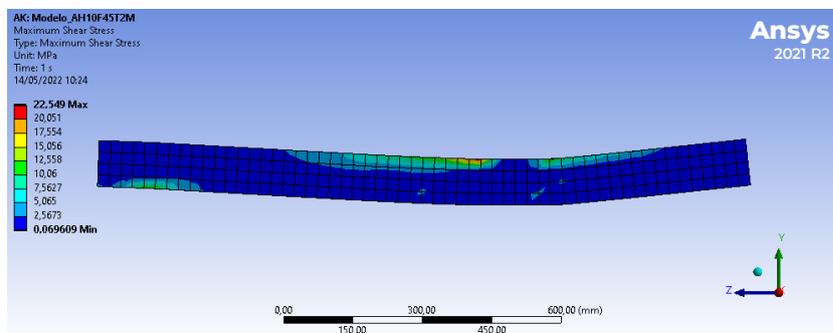
Fonte: Autor (2022).

Figura 98: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F45T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



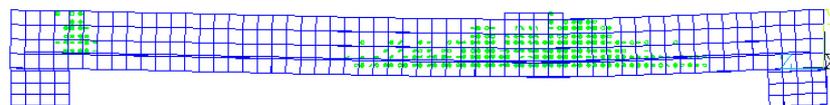
(b)



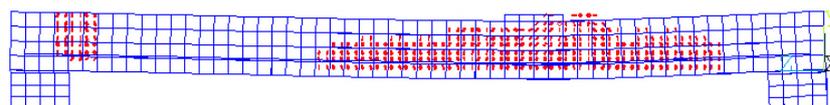
Fonte: Autor (2022).

Figura 99: Panorama de fissuração do modelo AH10F45T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras

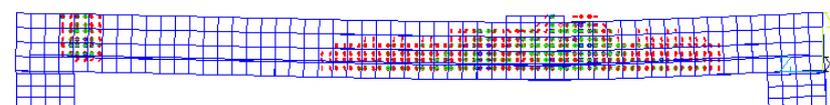
(a)



(b)



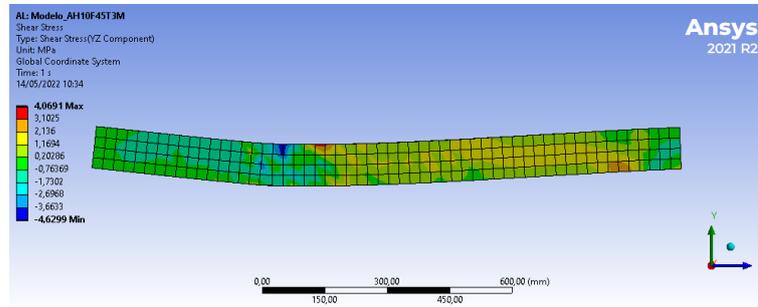
(c)



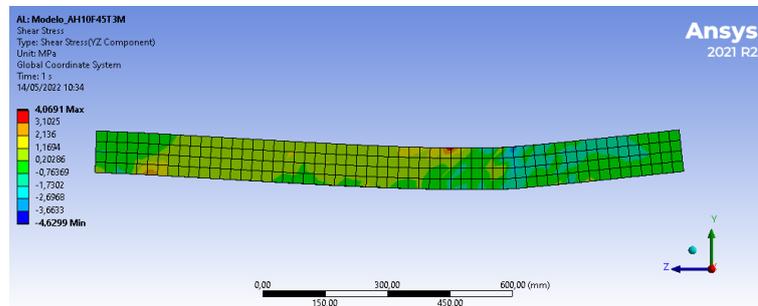
Fonte: Autor (2022).

Figura 100: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F45T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



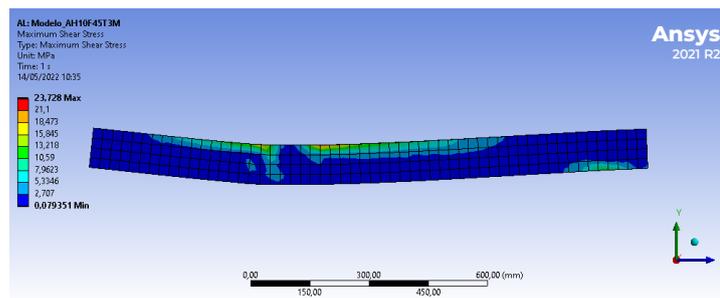
(b)



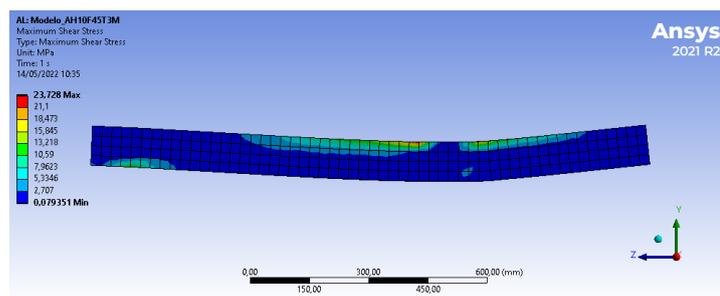
Fonte: Autor (2022).

Figura 101: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH10F45T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

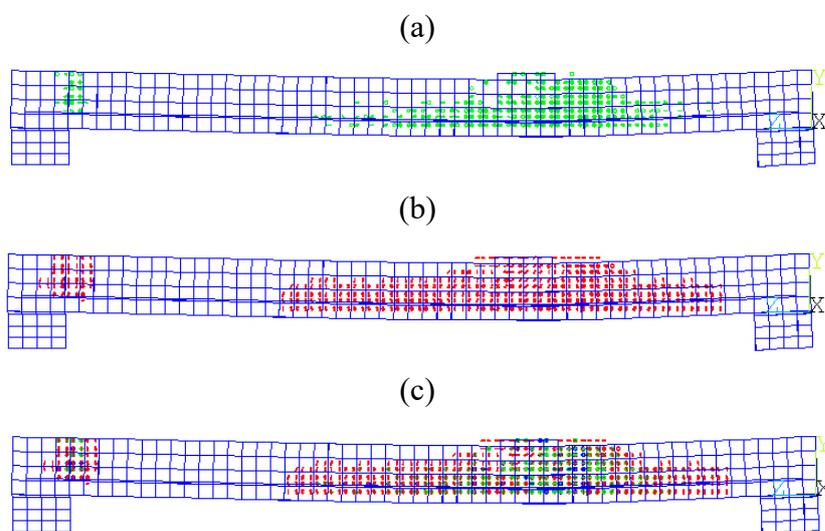


(b)



Fonte: Autor (2022).

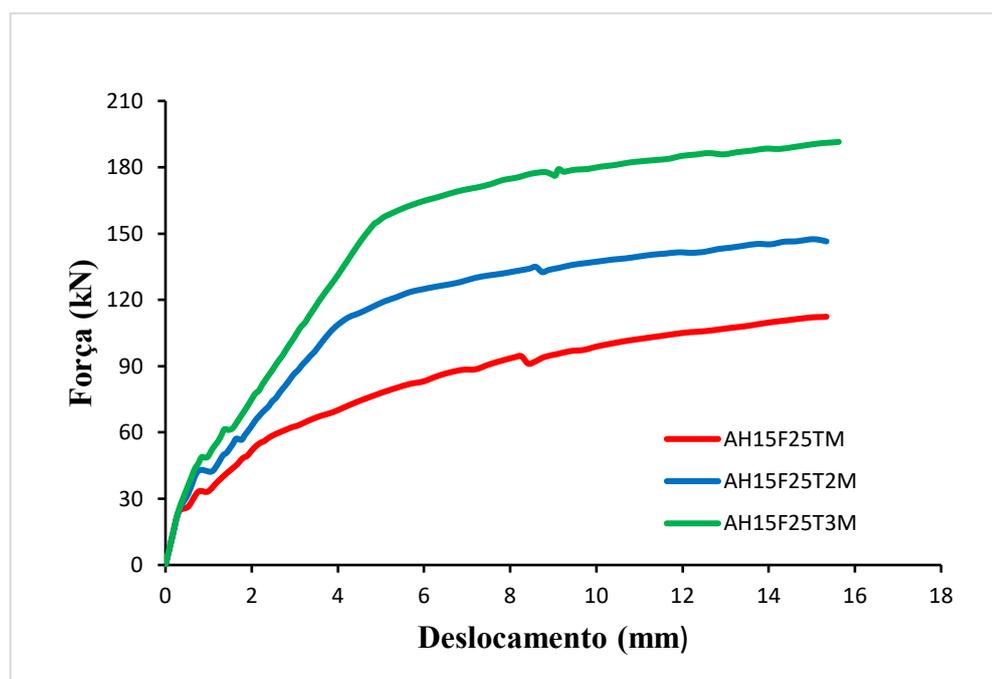
Figura 102: Panorama de fissuração do modelo AH10F45T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

— Modelo: AH15F25TM; AH15F25T2M; AH15F25T3M

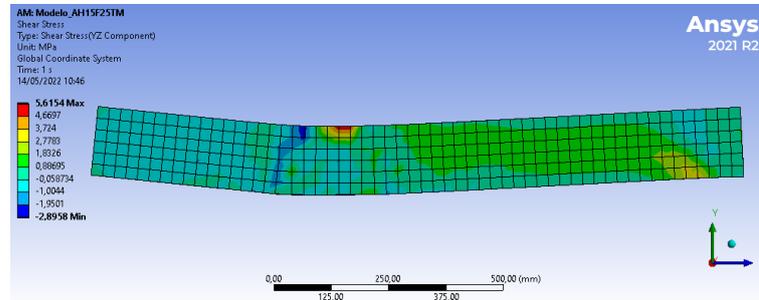
Figura 103: Força x Deslocamento com altura de 15 cm, f_{ck} de 25 MPa e variação da taxa de armadura



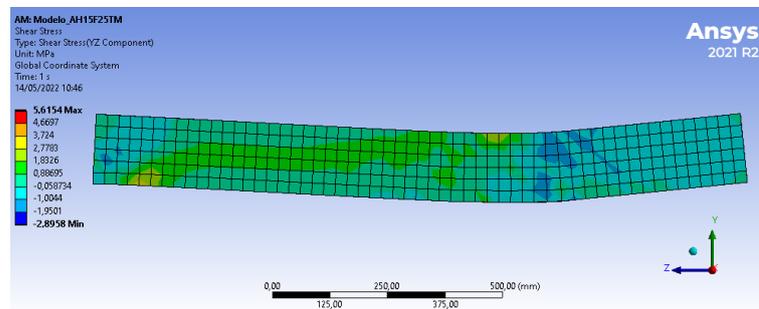
Fonte: Autor (2022).

Figura 104: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F25TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



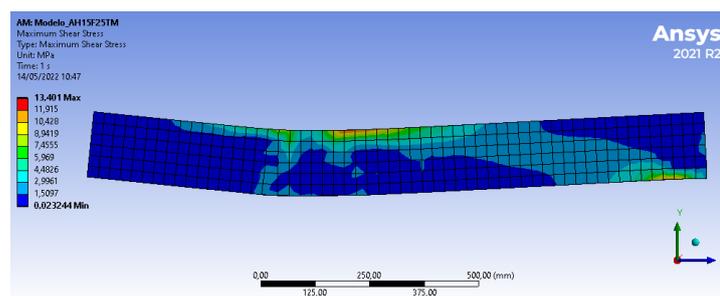
(b)



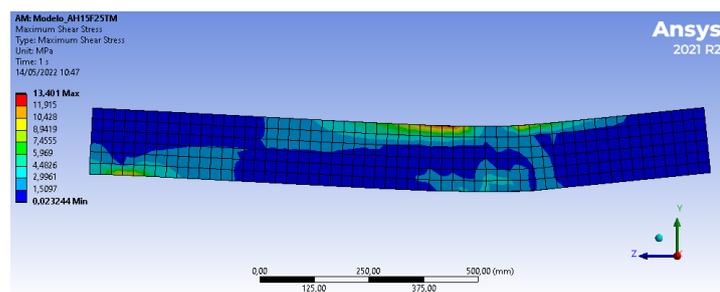
Fonte: Autor (2022).

Figura 105: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F25TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

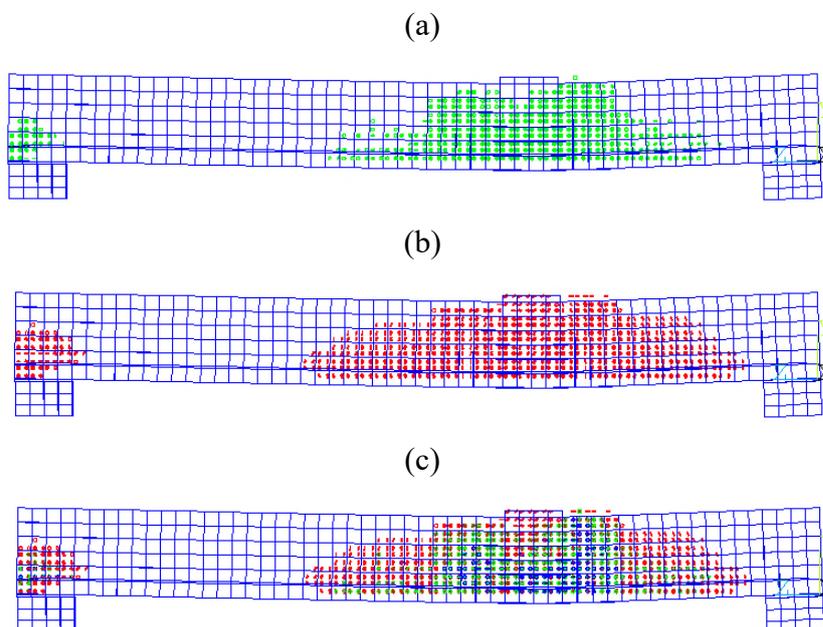


(b)



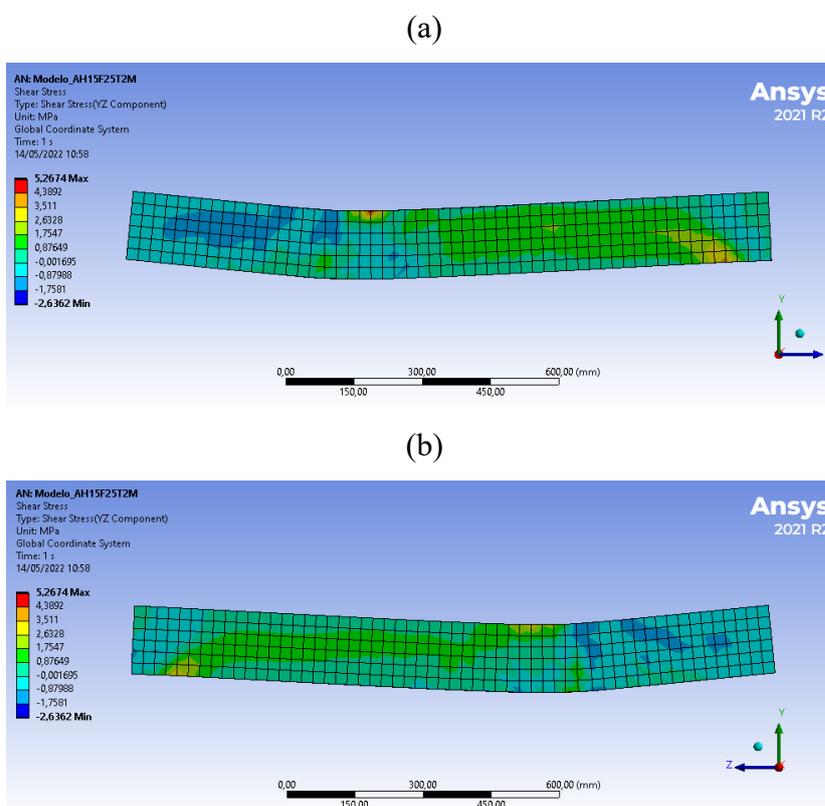
Fonte: Autor (2022).

Figura 106: Panorama de fissuração do modelo AH15F25TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

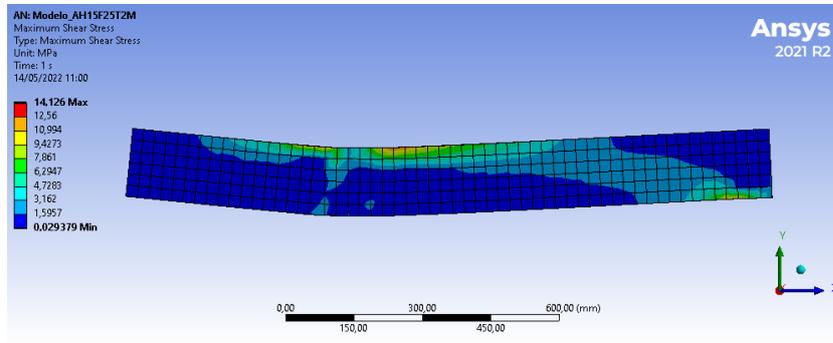
Figura 107: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F25T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda



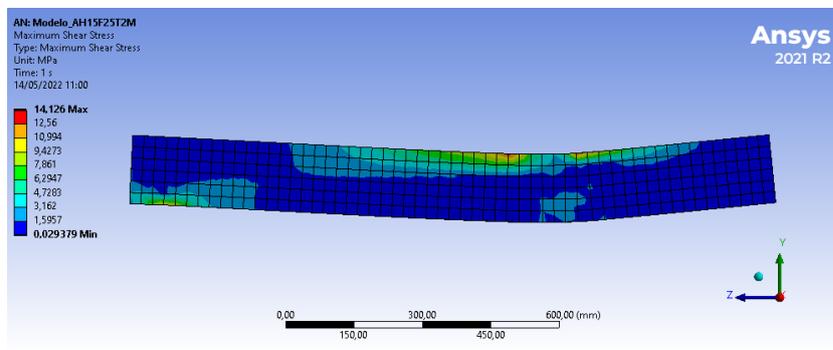
Fonte: Autor (2022).

Figura 108: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F25T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



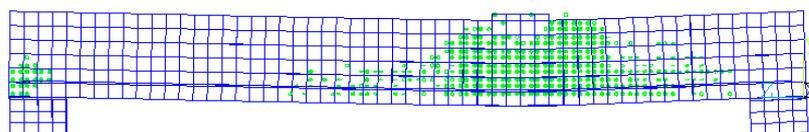
(b)



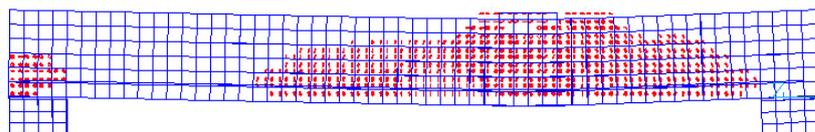
Fonte: Autor (2022).

Figura 109: Panorama de fissuração do modelo AH15F25T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras

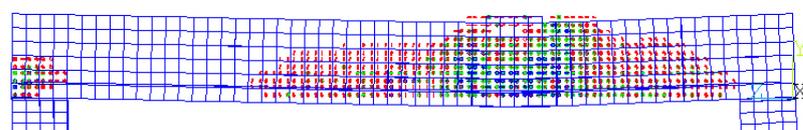
(a)



(b)



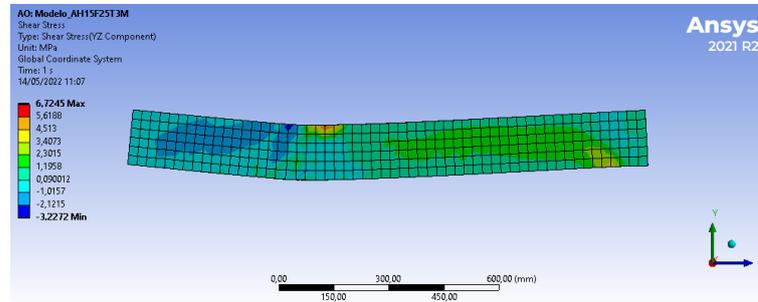
(c)



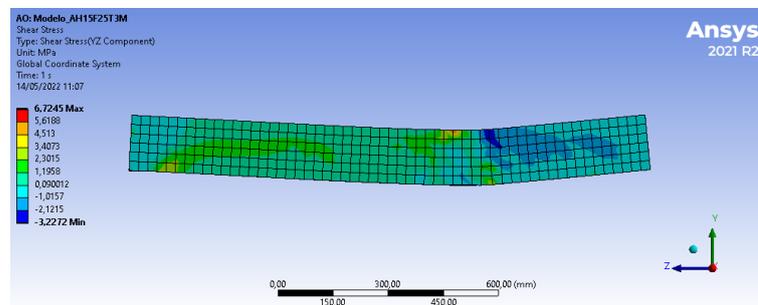
Fonte: Autor (2022).

Figura 110: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F25T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



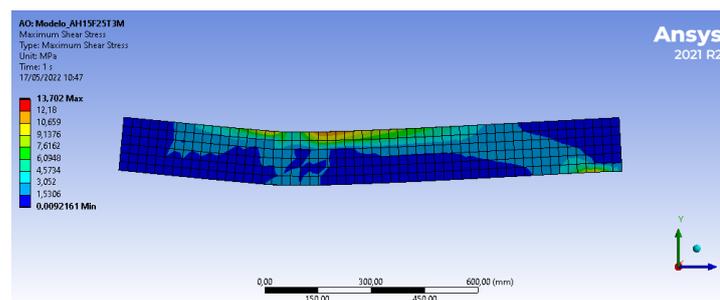
(b)



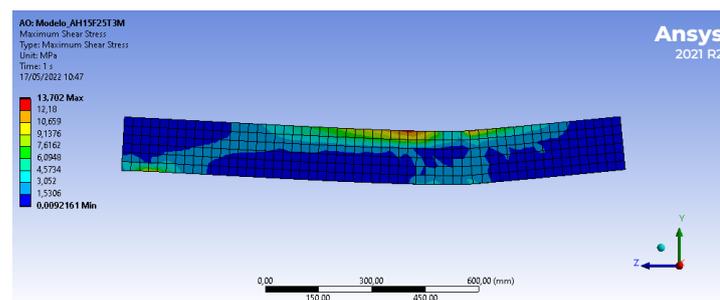
Fonte: Autor (2022).

Figura 111: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F25T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

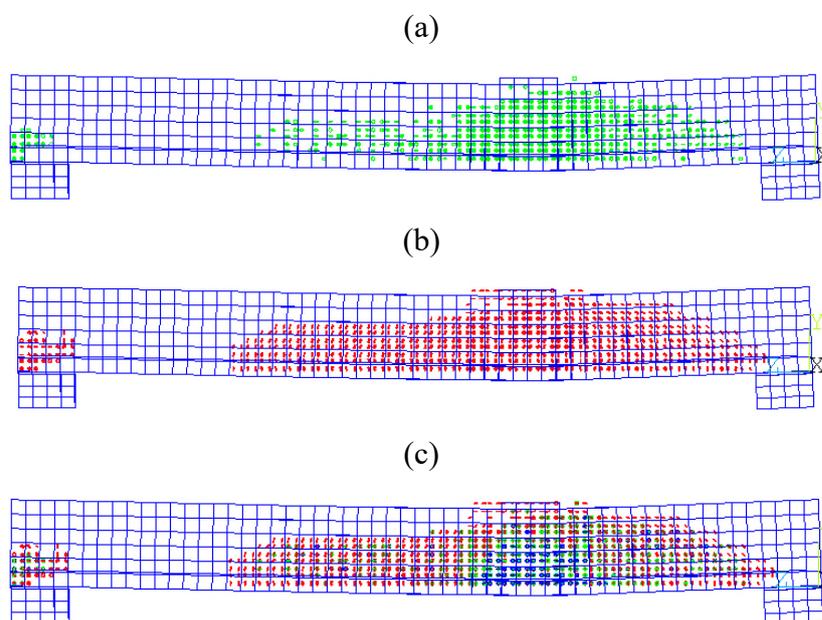


(b)



Fonte: Autor (2022).

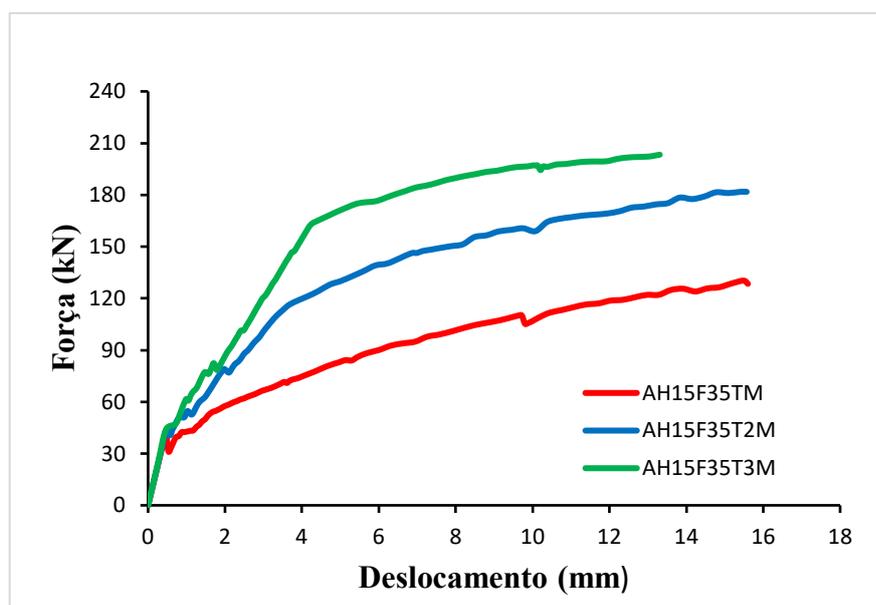
Figura 112: Panorama de fissuração do modelo AH15F25T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

— Modelo: AH15F35TM; AH15F35T2M; AH15F35T3M

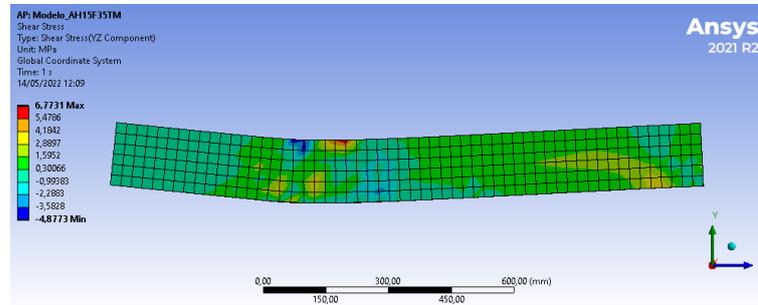
Figura 113: Força x Deslocamento com altura de 15 cm, f_{ck} de 35 MPa e variação da taxa de armadura



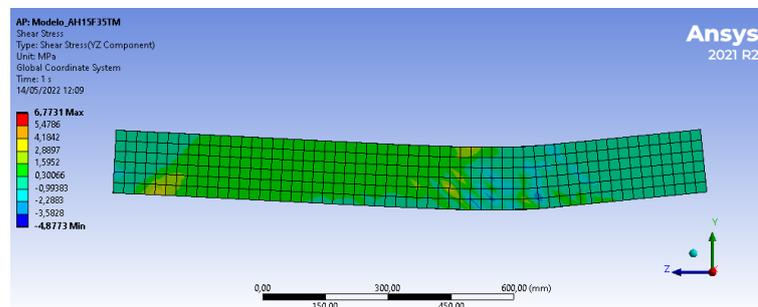
Fonte: Autor (2022).

Figura 114: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F35TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



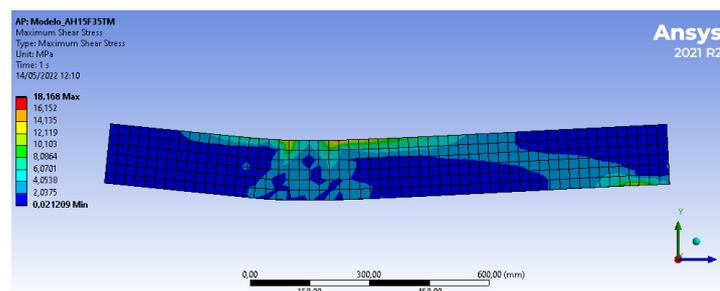
(b)



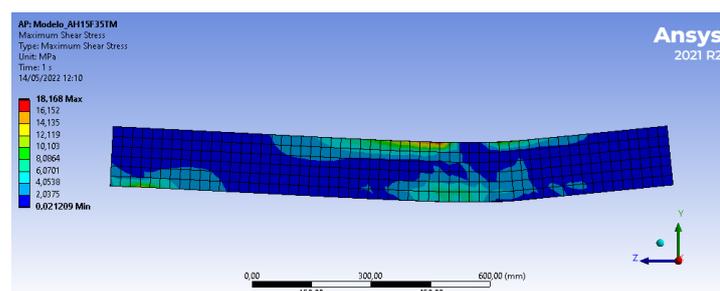
Fonte: Autor (2022).

Figura 115: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F35TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

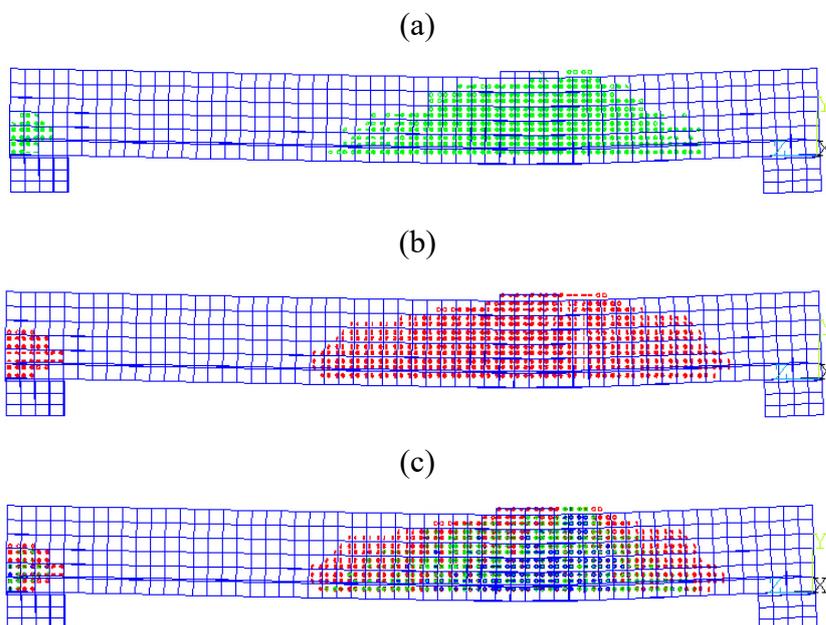


(b)



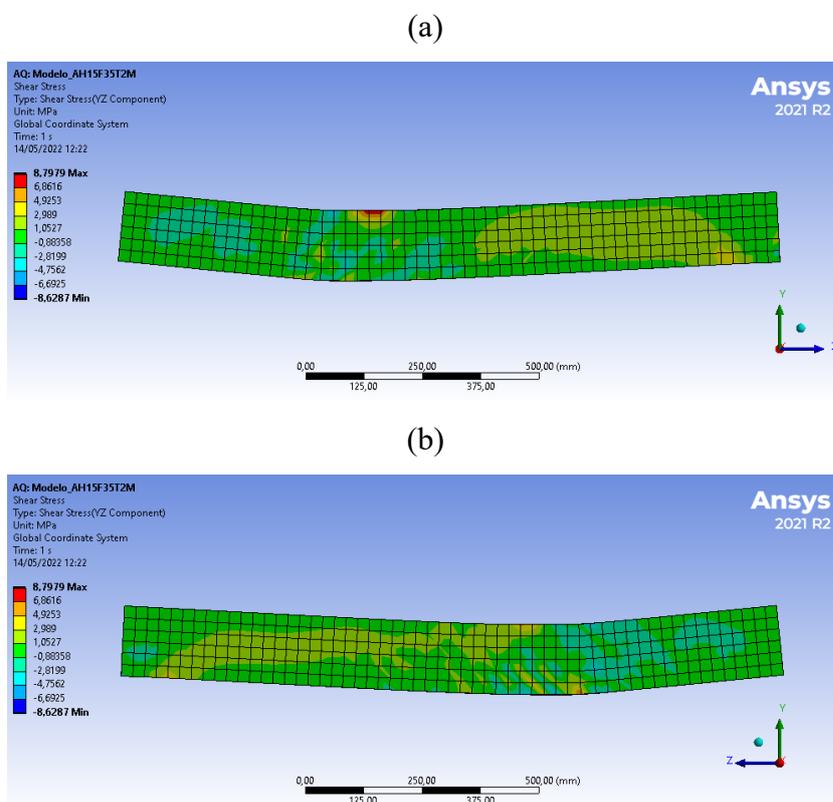
Fonte: Autor (2022).

Figura 116: Panorama de fissuração do modelo AH15F35TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

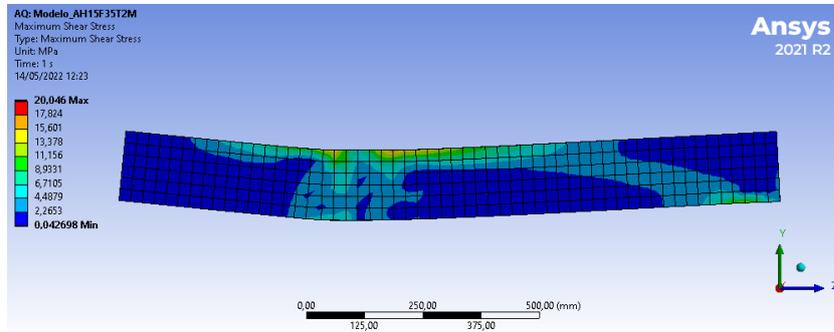
Figura 117: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F35T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda



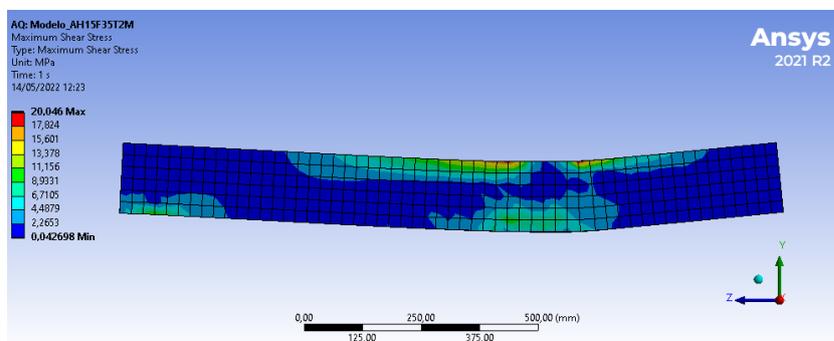
Fonte: Autor (2022).

Figura 118: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F35T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



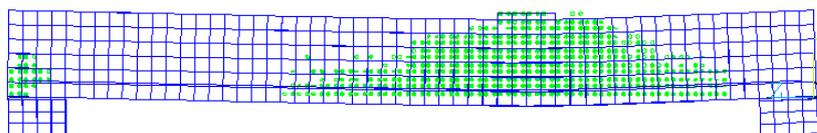
(b)



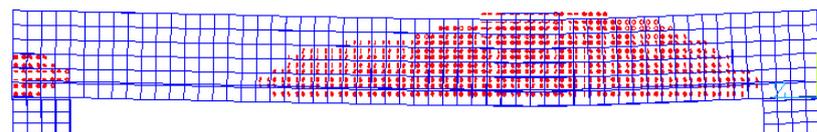
Fonte: Autor (2022).

Figura 119: Panorama de fissuração do modelo AH15F35T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras

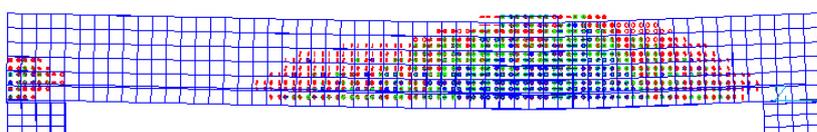
(a)



(b)



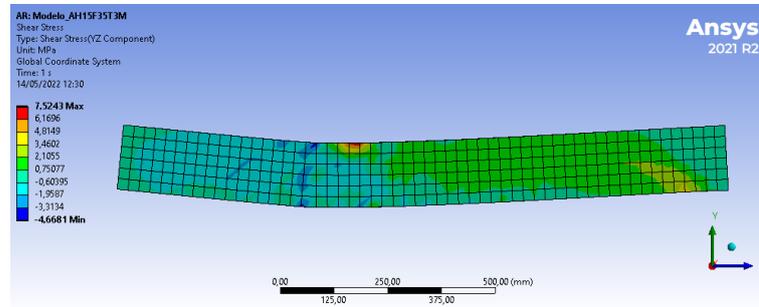
(c)



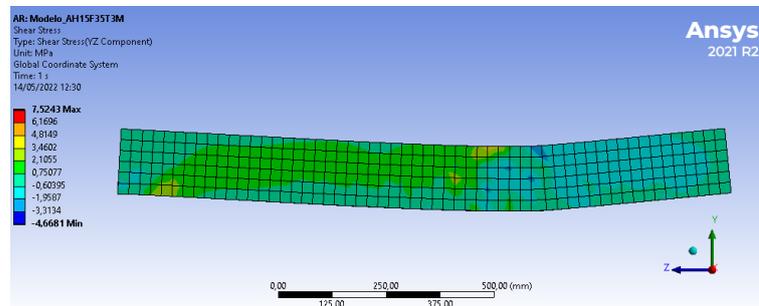
Fonte: Autor (2022).

Figura 120: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F35T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



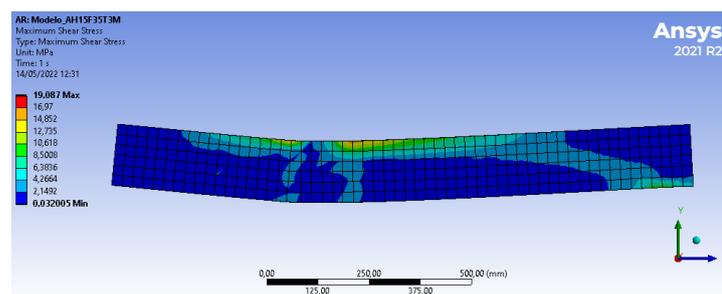
(b)



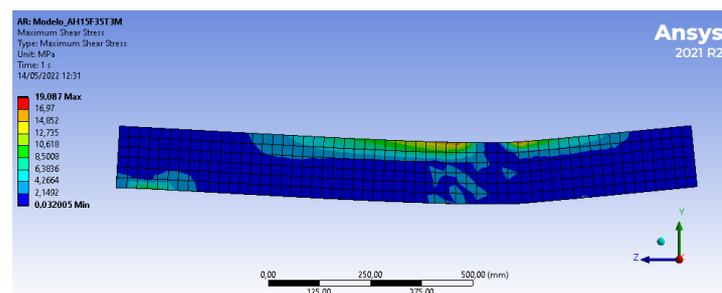
Fonte: Autor (2022).

Figura 121: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F35T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

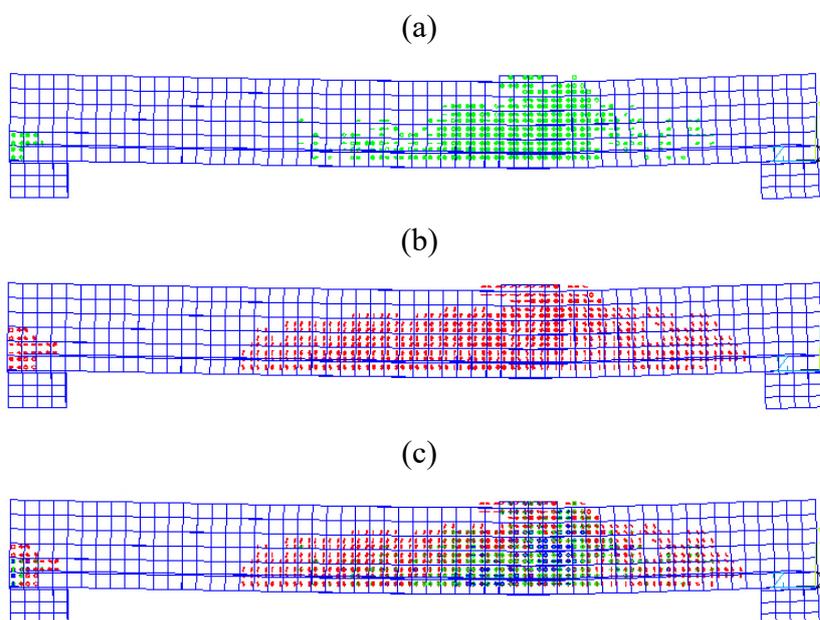


(b)



Fonte: Autor (2022).

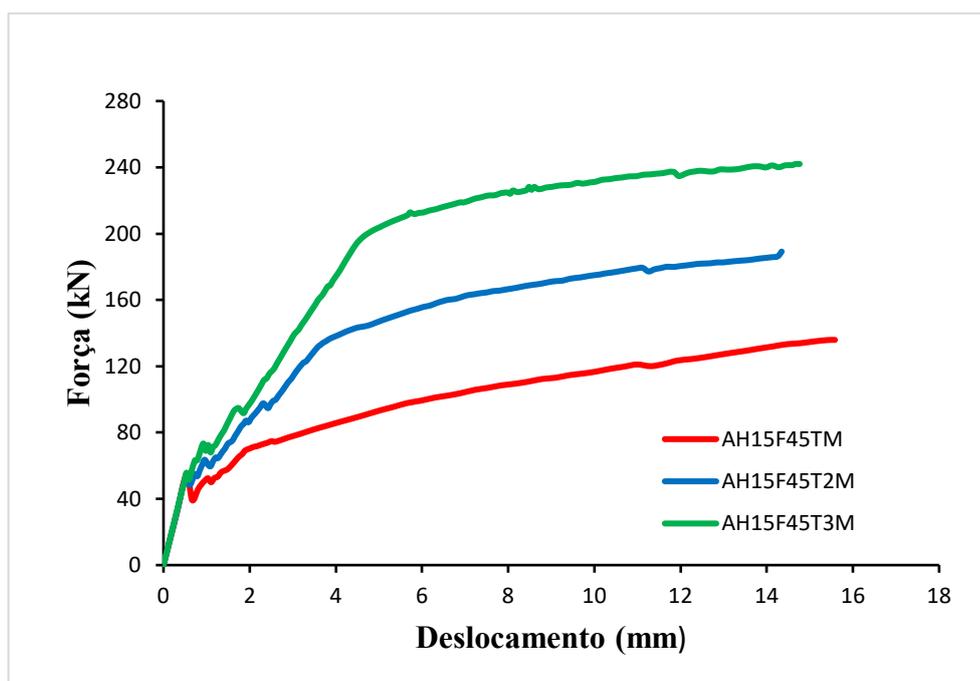
Figura 122: Panorama de fissuração do modelo AH15F35T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

— Modelo: AH15F45TM; AH15F45T2M; AH15F45T3M

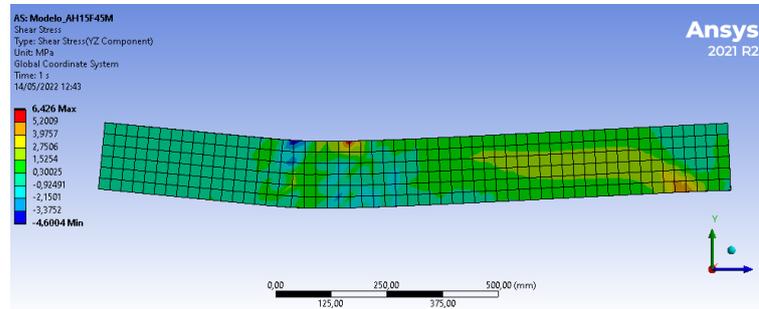
Figura 123: Força x Deslocamento com altura de 15 cm, f_{ck} de 45 MPa e variação da taxa de armadura



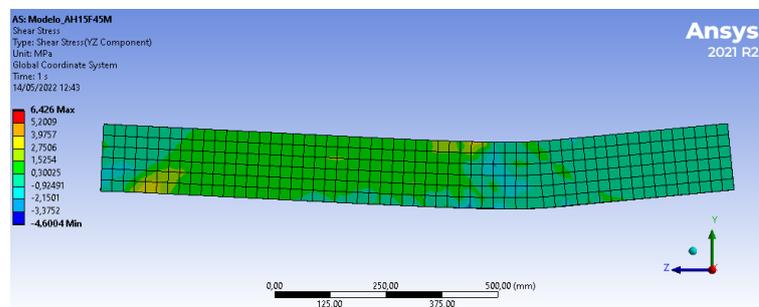
Fonte: Autor (2022).

Figura 124: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F45TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



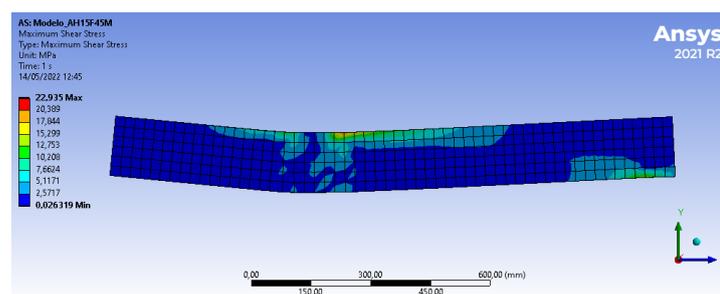
(b)



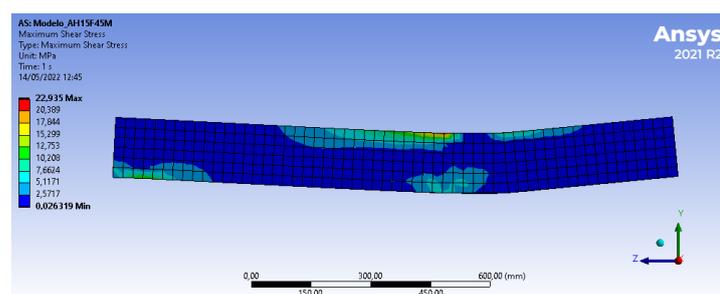
Fonte: Autor (2022).

Figura 125: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F45TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

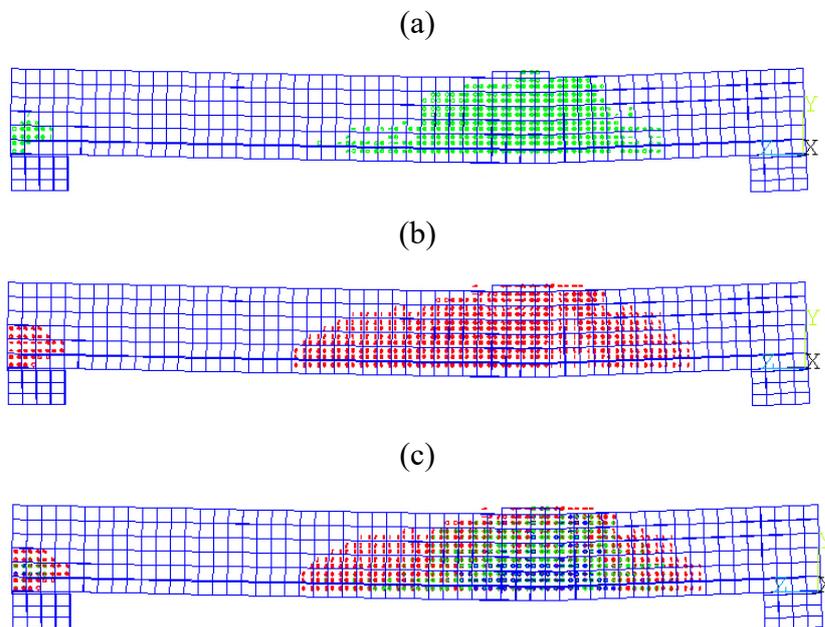


(b)



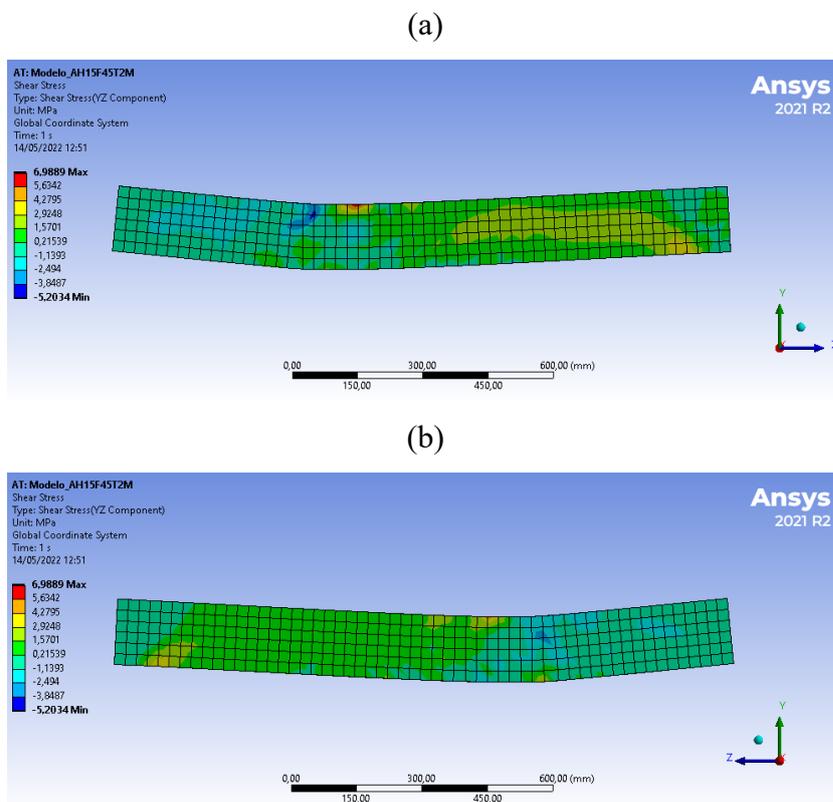
Fonte: Autor (2022).

Figura 126: Panorama de fissuração do modelo AH15F45TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

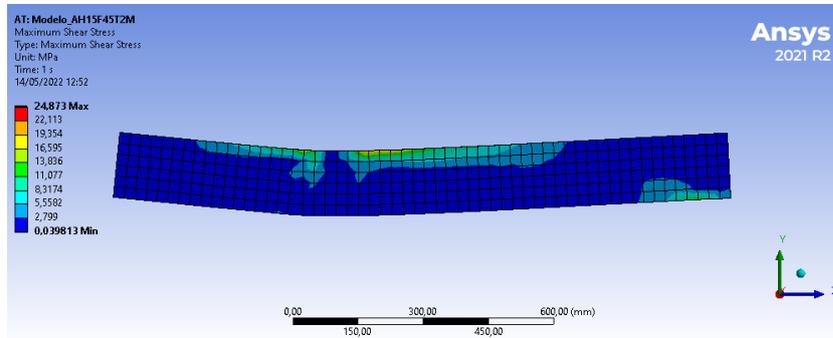
Figura 127: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F45T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda



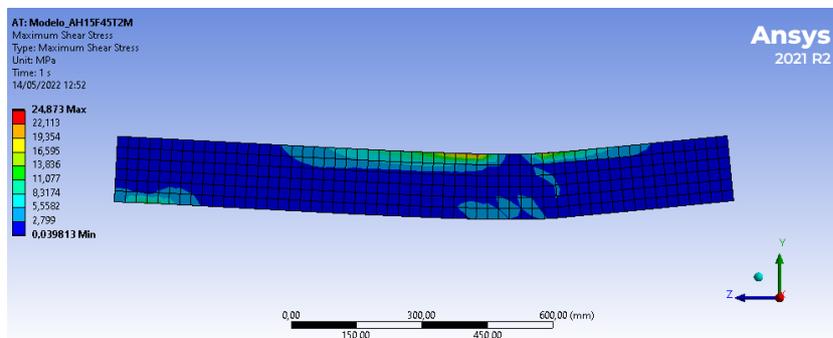
Fonte: Autor (2022).

Figura 128: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F45T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



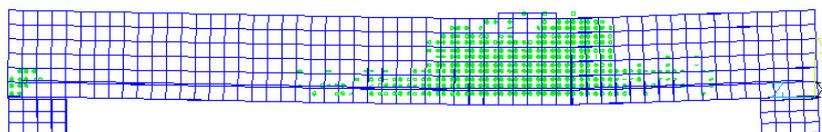
(b)



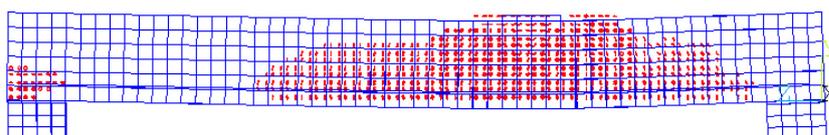
Fonte: Autor (2022).

Figura 129: Panorama de fissuração do modelo AH15F45T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras

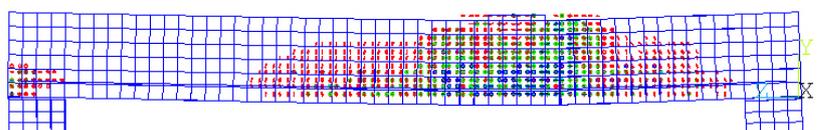
(a)



(b)



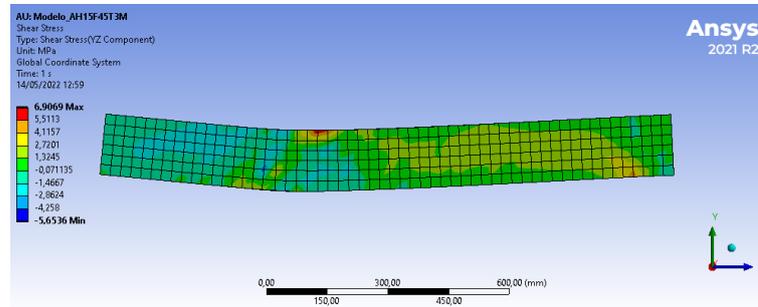
(c)



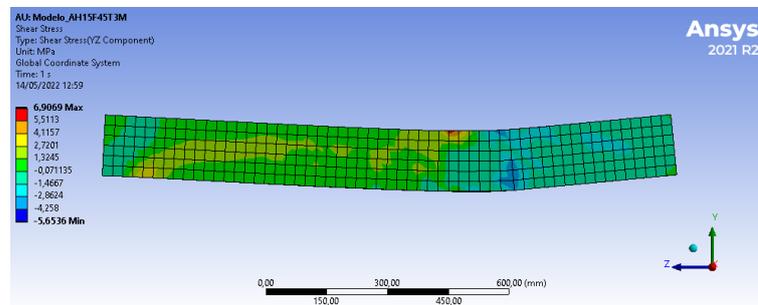
Fonte: Autor (2022).

Figura 130: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F45T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



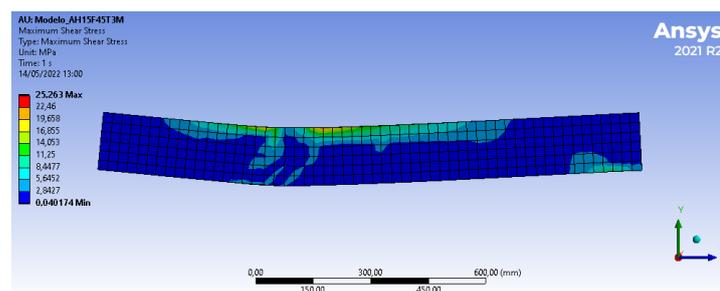
(b)



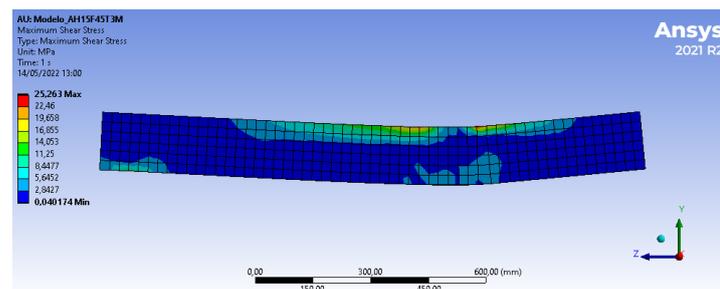
Fonte: Autor (2022).

Figura 131: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH15F45T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

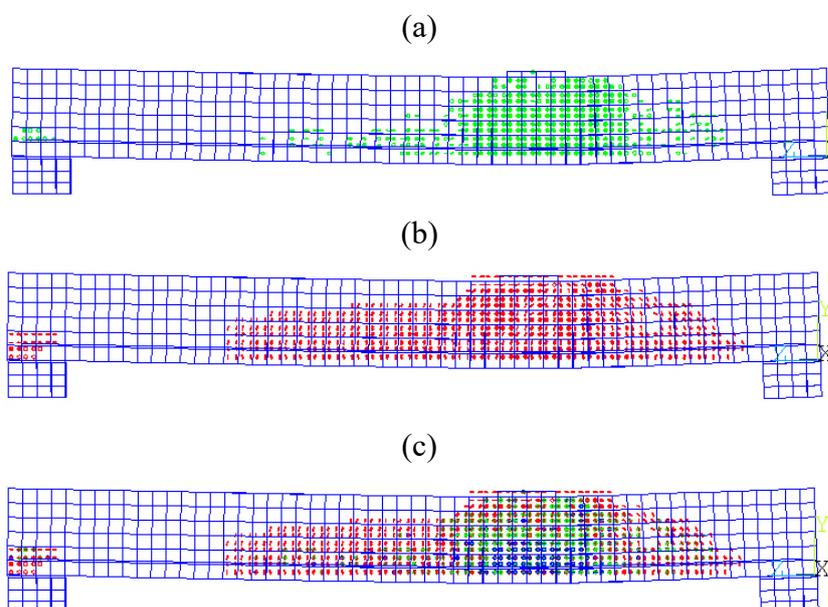


(b)



Fonte: Autor (2022).

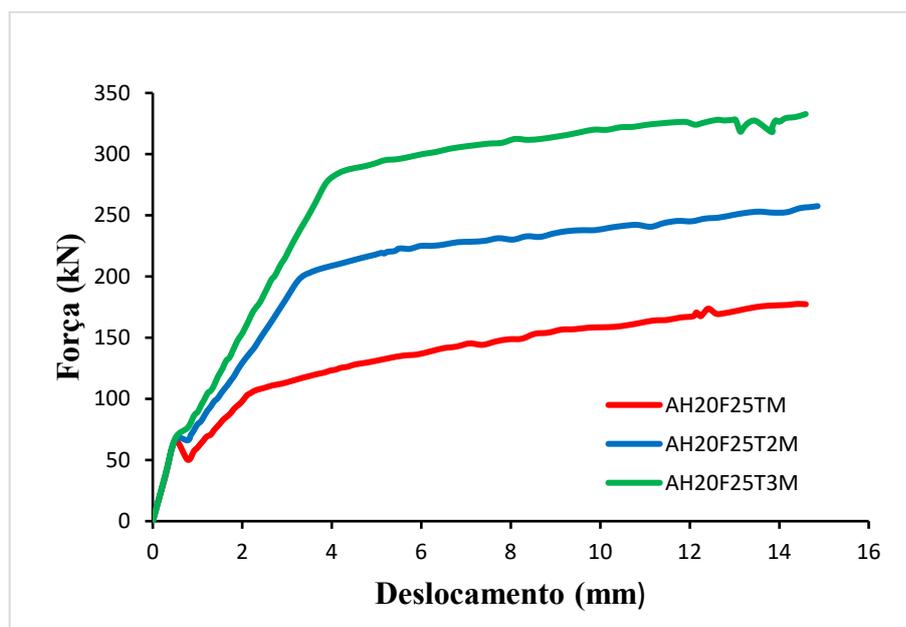
Figura 132: Panorama de fissuração do modelo AH15F45T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

— Modelo: AH20F25TM; AH20F25T2M; AH20F25T3M

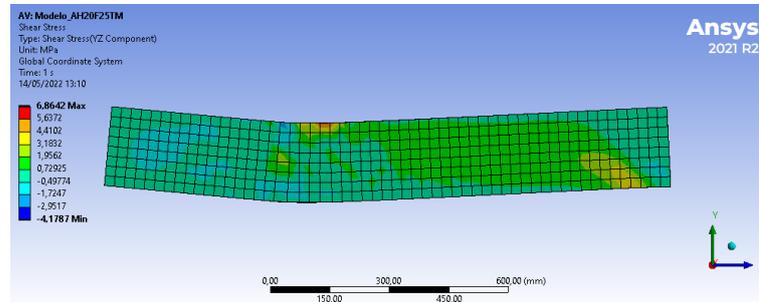
Figura 133: Força x Deslocamento com altura de 20 cm, f_{ck} de 25 MPa e variação da taxa de armadura



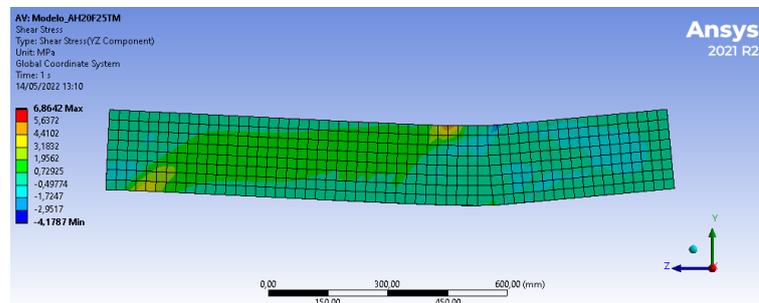
Fonte: Autor (2022).

Figura 134: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F25TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



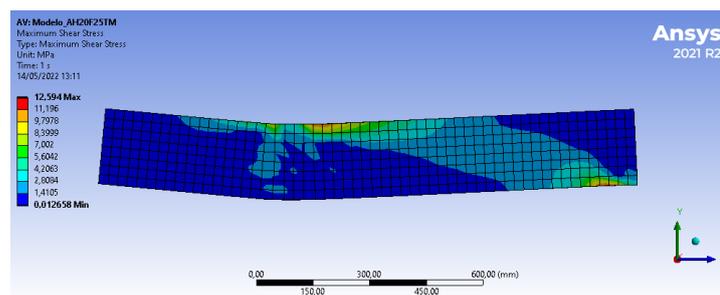
(b)



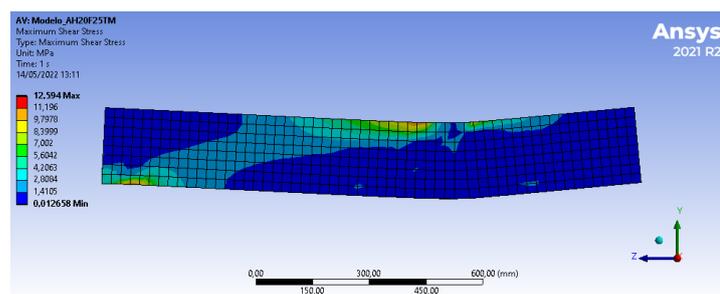
Fonte: Autor (2022).

Figura 135: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F25TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

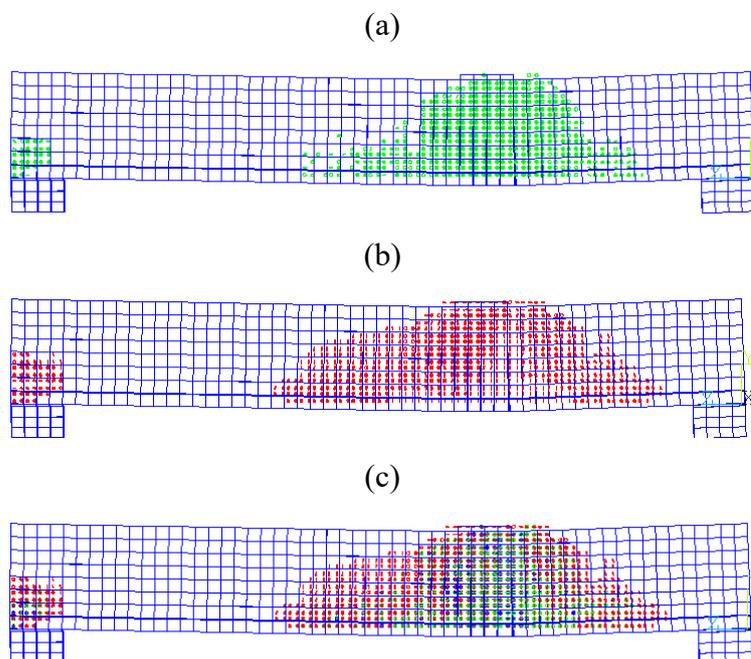


(b)



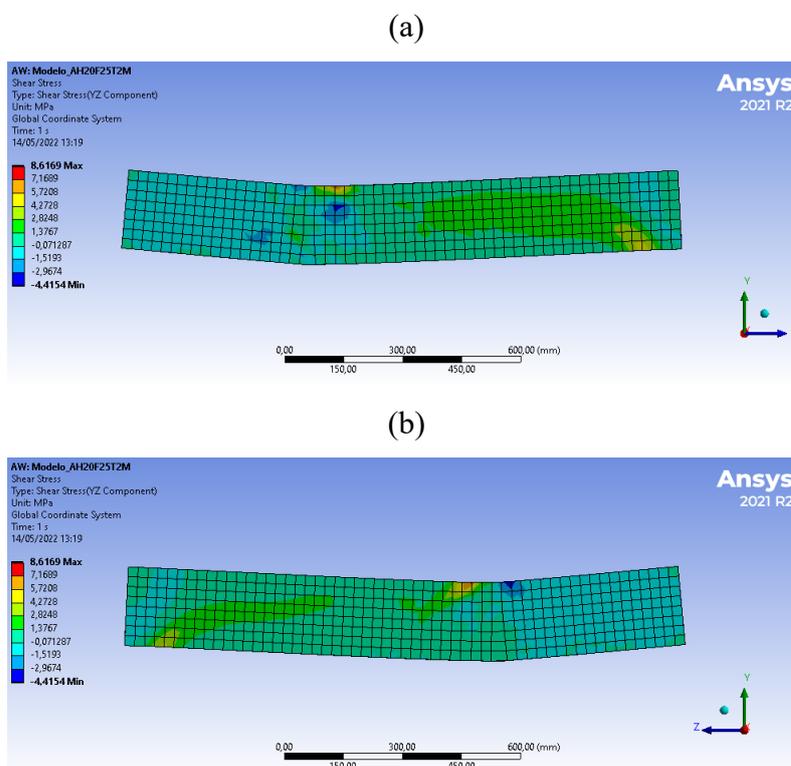
Fonte: Autor (2022).

Figura 136: Panorama de fissuração do modelo AH20F25TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

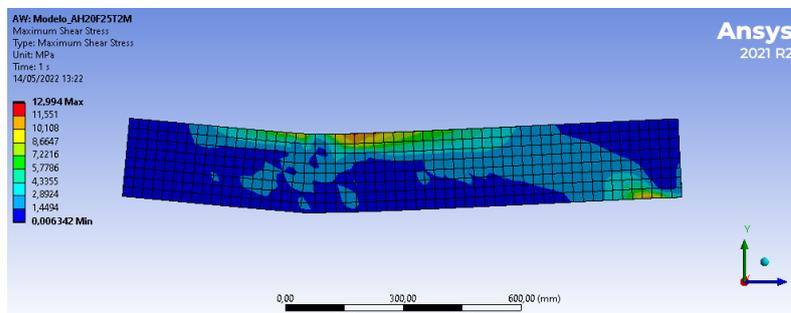
Figura 137: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F25T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda



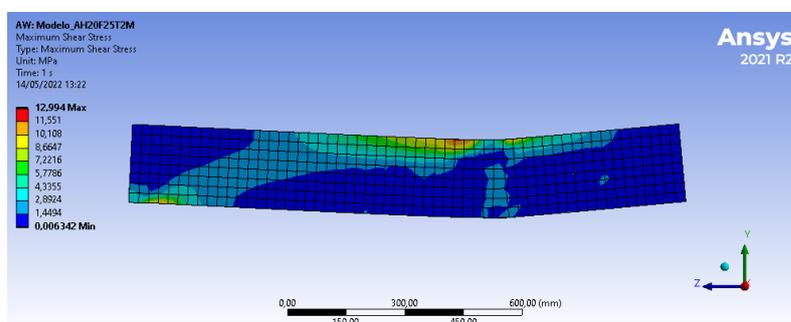
Fonte: Autor (2022).

Figura 138: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F25TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



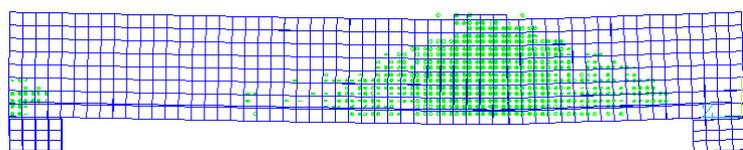
(b)



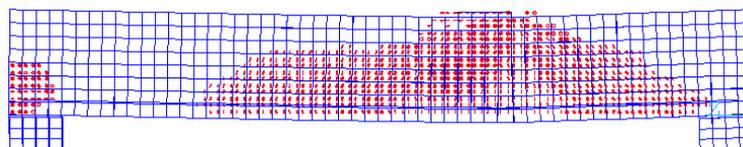
Fonte: Autor (2022).

Figura 139: Panorama de fissuração do modelo AH20F25T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras

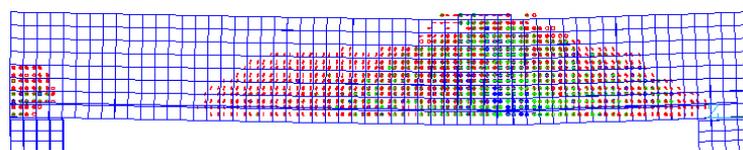
(a)



(b)



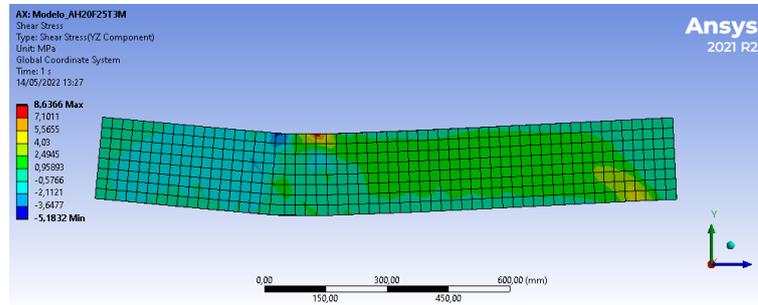
(c)



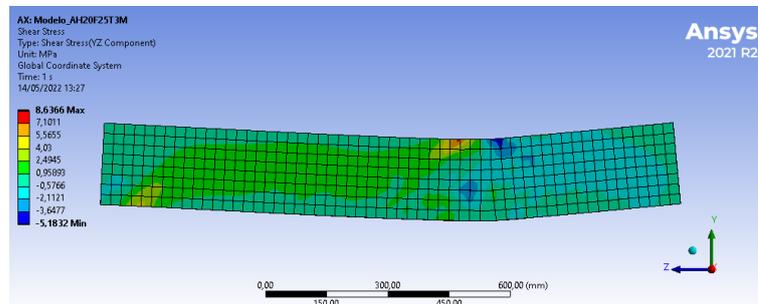
Fonte: Autor (2022).

Figura 140: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F25T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



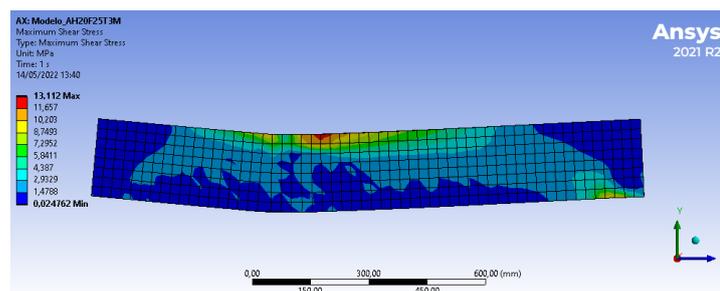
(b)



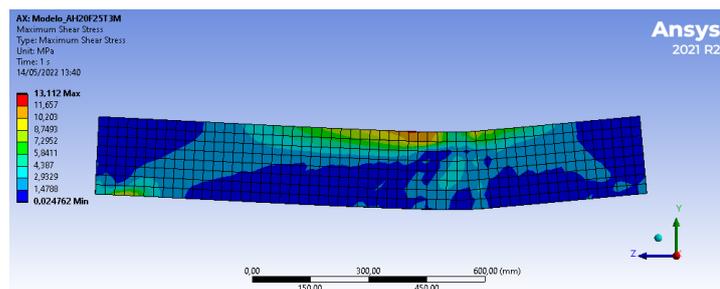
Fonte: Autor (2022).

Figura 141: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F25T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

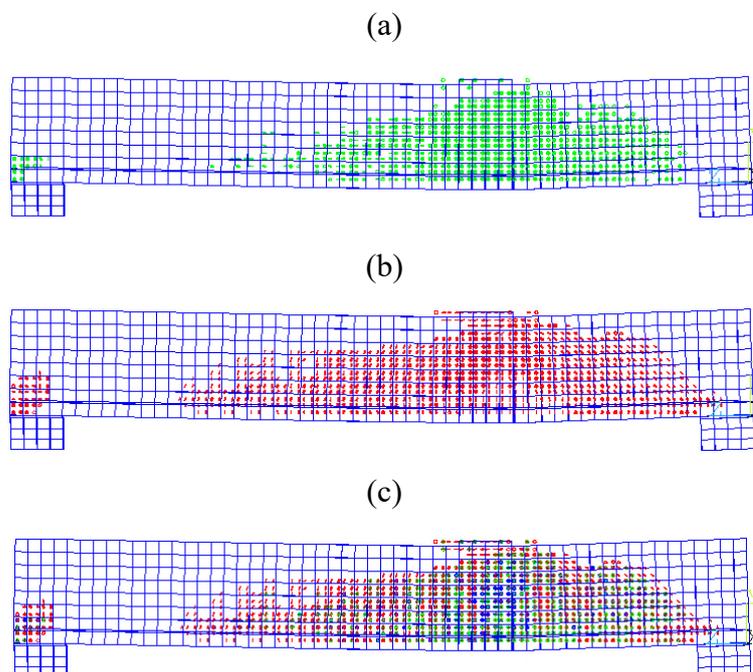


(b)



Fonte: Autor (2022).

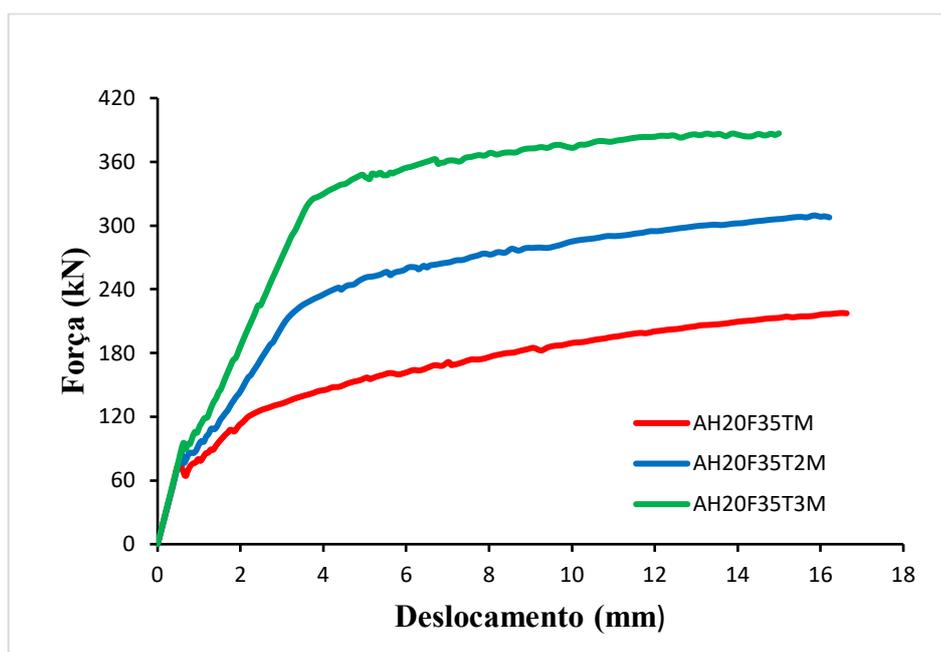
Figura 142: Panorama de fissuração do modelo AH20F25T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

— Modelo: AH20F35TM; AH20F35T2M; AH20F35T3M

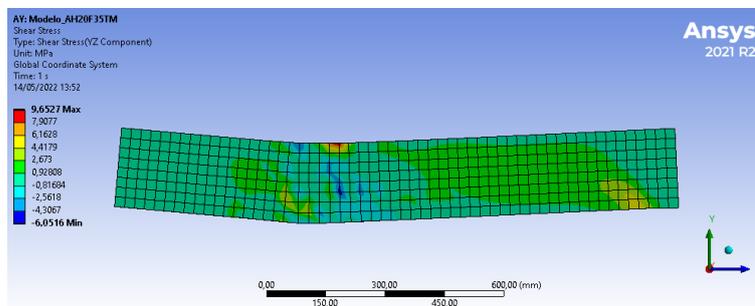
Figura 143: Força x Deslocamento com altura de 20 cm, f_{ck} de 35 MPa e variação da taxa de armadura



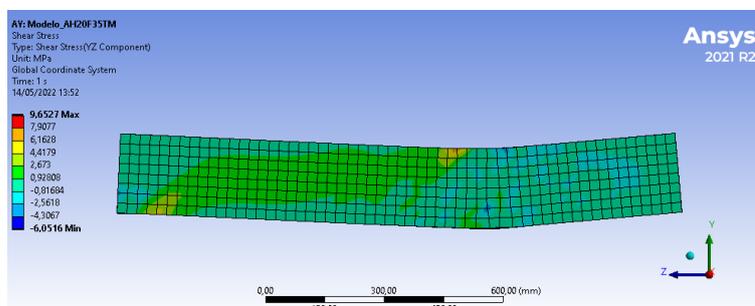
Fonte: Autor (2022).

Figura 144: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F35TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



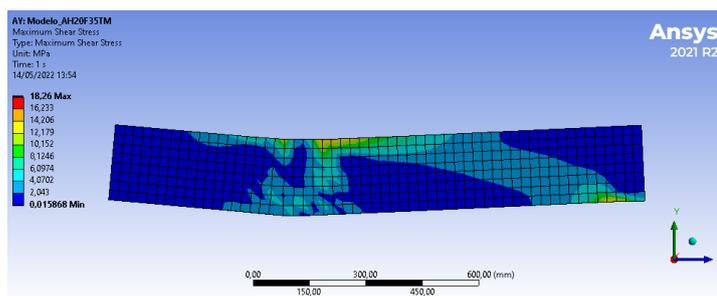
(b)



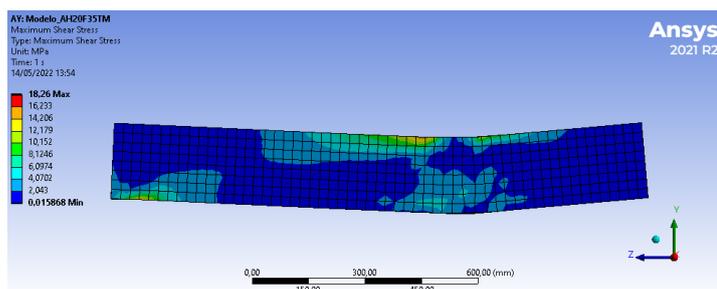
Fonte: Autor (2022).

Figura 145: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F35TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

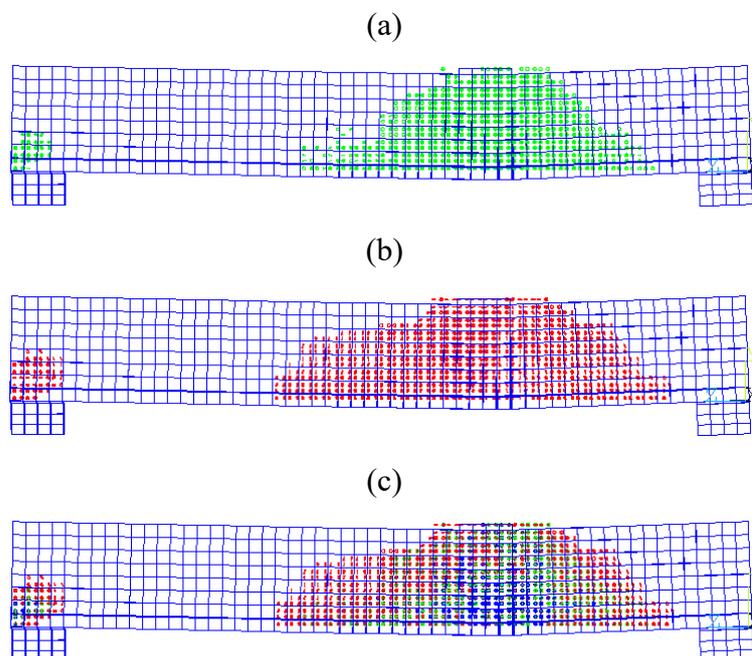


(b)



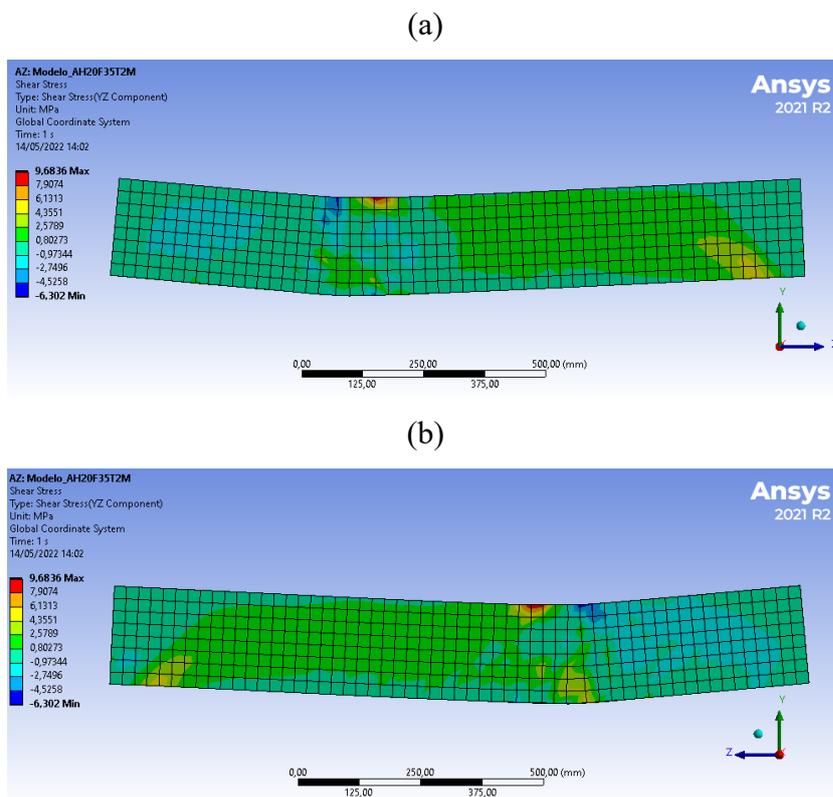
Fonte: Autor (2022).

Figura 146: Panorama de fissuração do modelo AH20F35TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

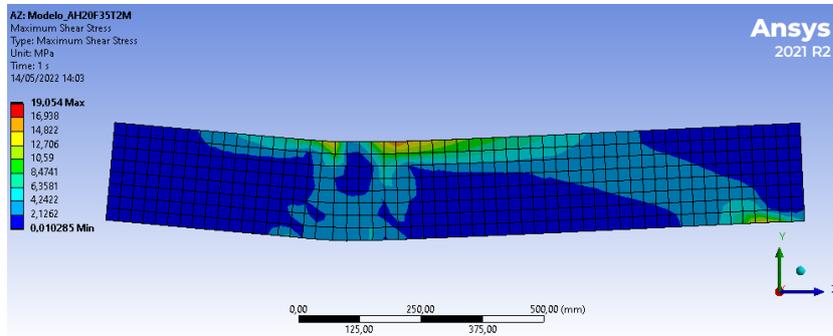
Figura 147: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F35T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda



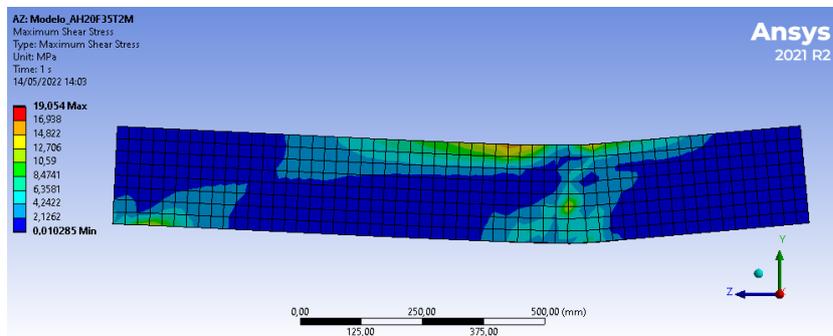
Fonte: Autor (2022).

Figura 148: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F35T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



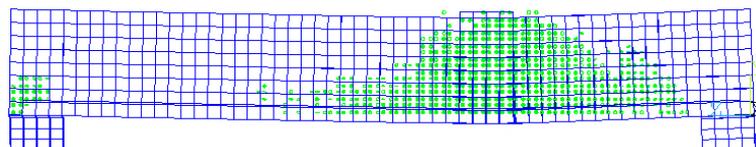
(b)



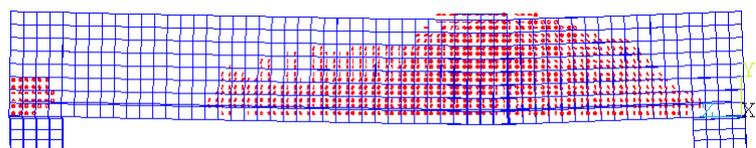
Fonte: Autor (2022).

Figura 149: Panorama de fissuração do modelo AH20F35T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras

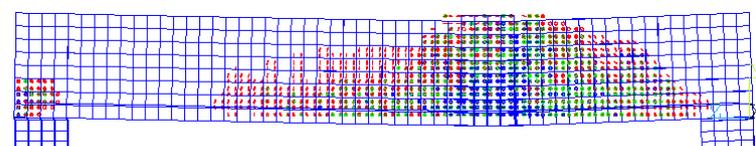
(a)



(b)



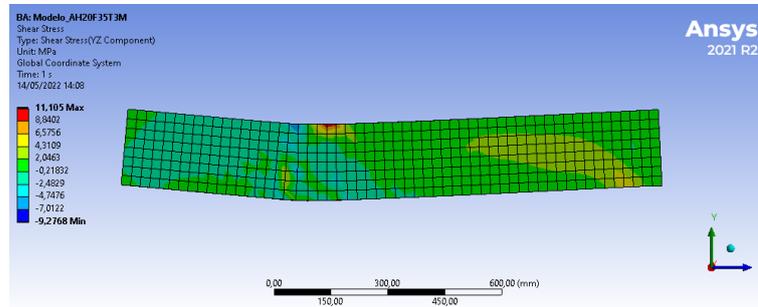
(c)



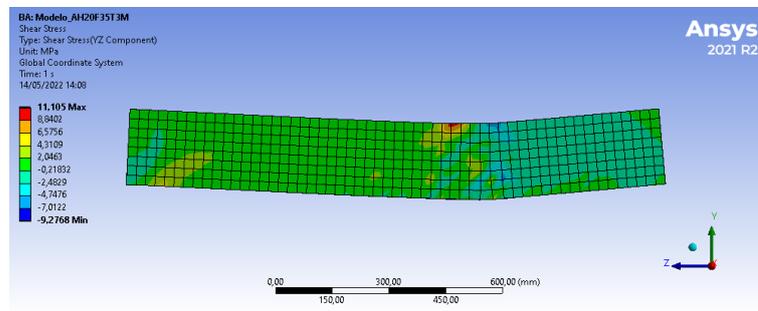
Fonte: Autor (2022).

Figura 150: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F35T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



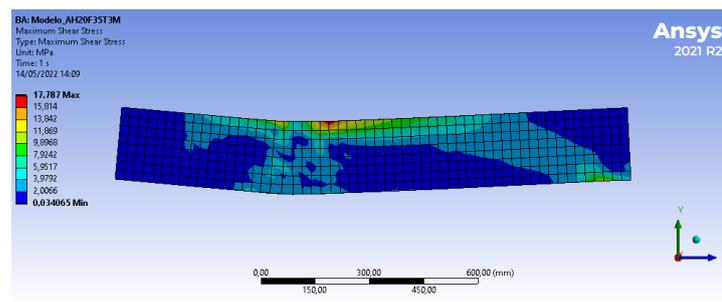
(b)



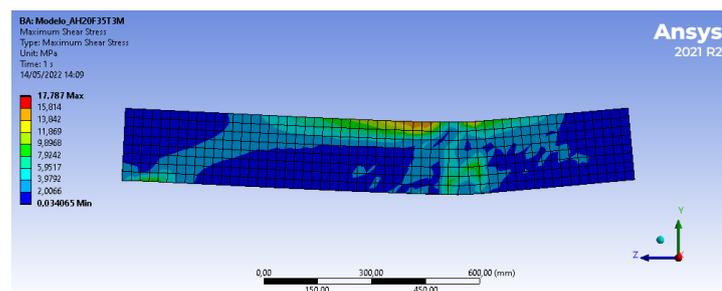
Fonte: Autor (2022).

Figura 151: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F35T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

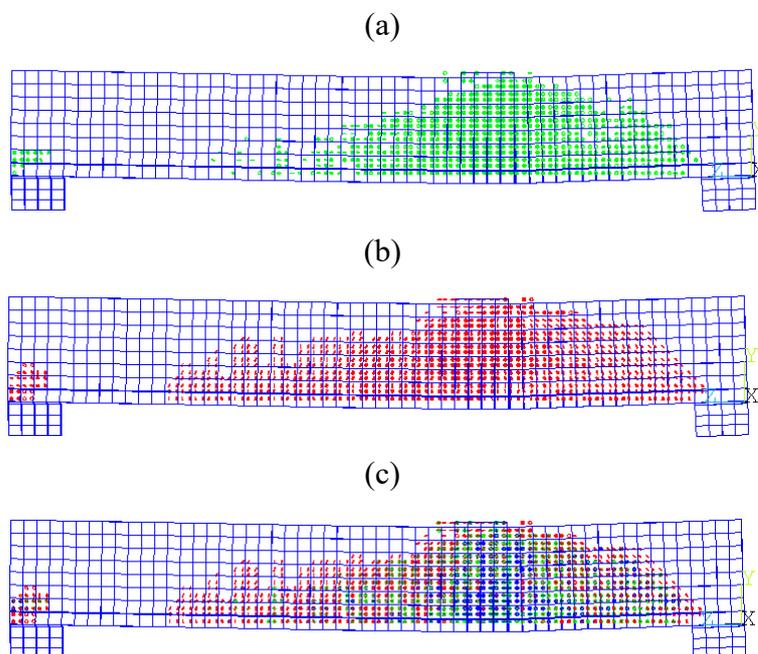


(b)



Fonte: Autor (2022).

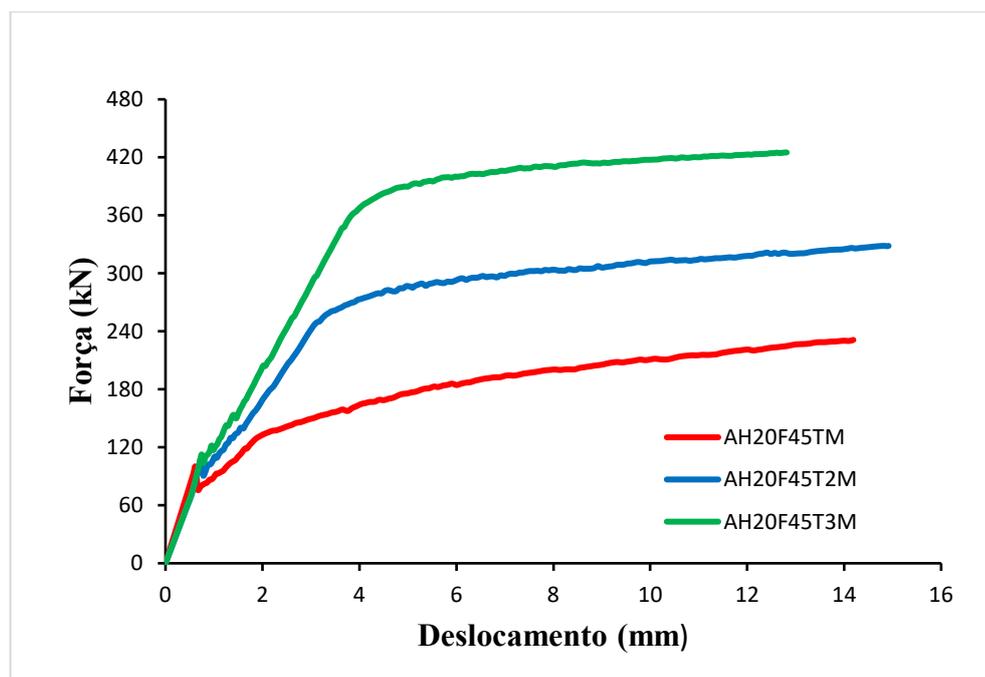
Figura 152: Panorama de fissuração do modelo AH20F35T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

— Modelo: AH20F45TM; AH20F45T2M; AH20F45T3M

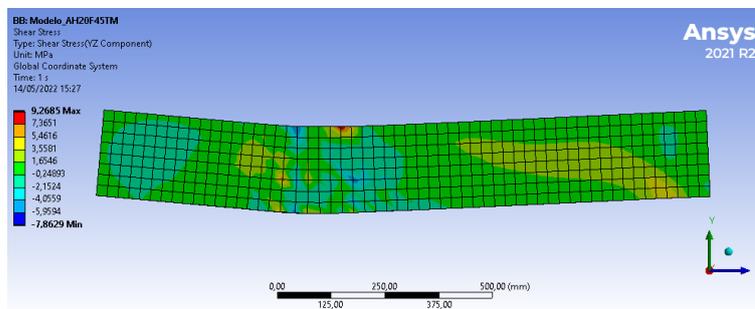
Figura 153: Força x Deslocamento com altura de 20 cm, f_{ck} de 45 MPa e variação da taxa de armadura



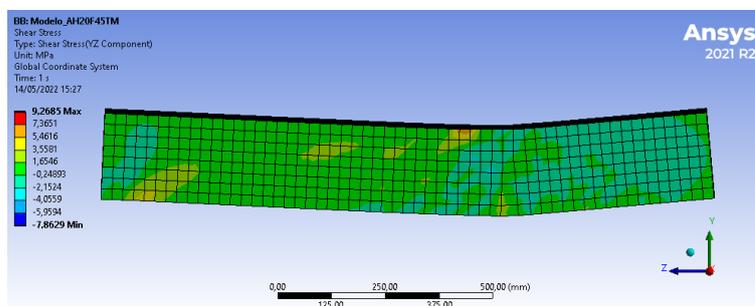
Fonte: Autor (2022).

Figura 154: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F45TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



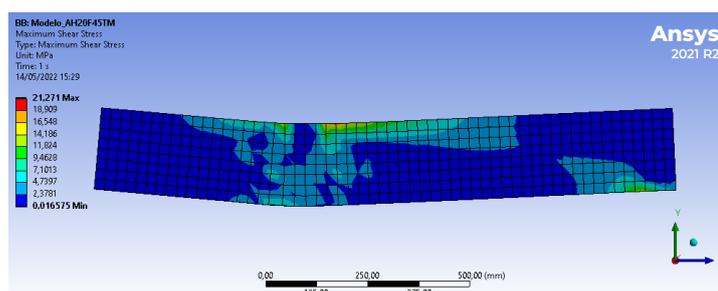
(b)



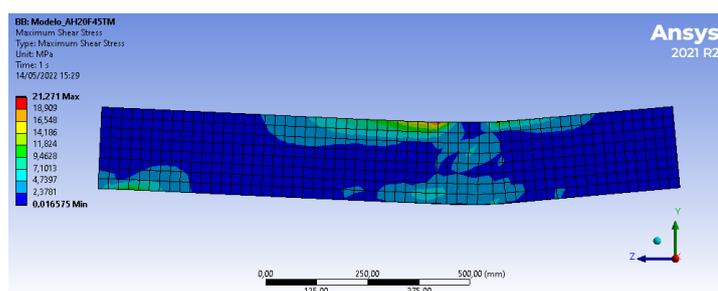
Fonte: Autor (2022).

Figura 155: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F45TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

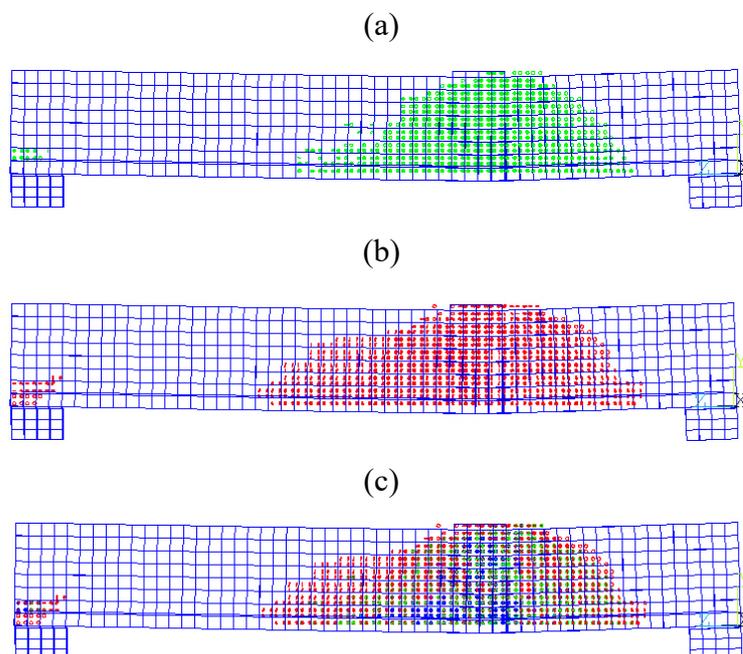


(b)



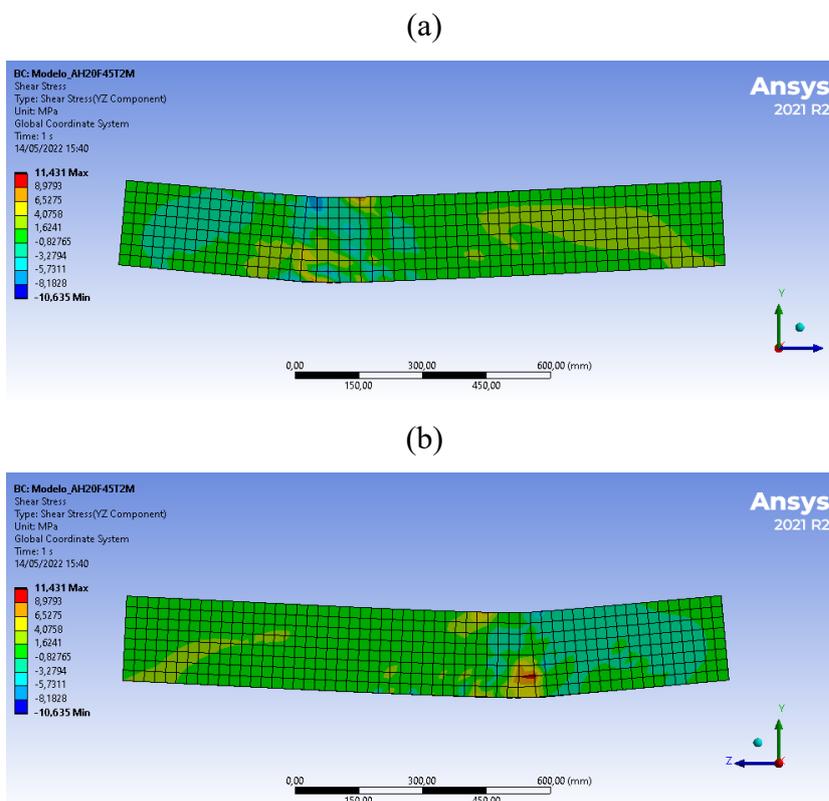
Fonte: Autor (2022).

Figura 156: Panorama de fissuração do modelo AH20F45TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

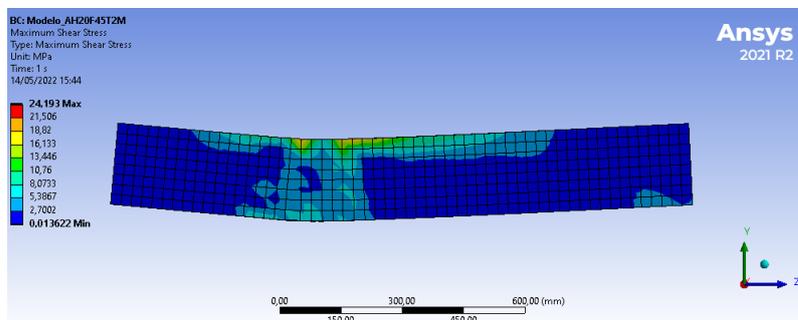
Figura 157: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F45T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda



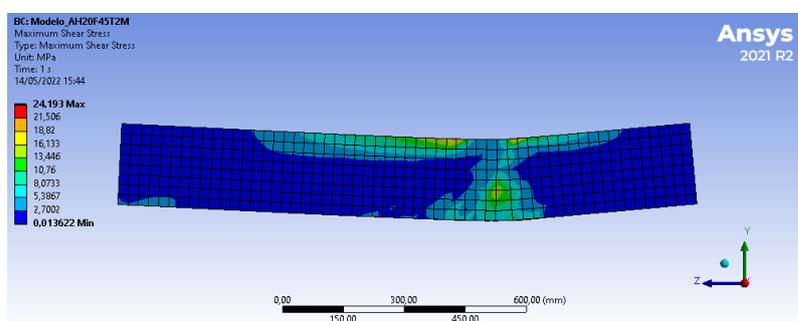
Fonte: Autor (2022).

Figura 158: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F45T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



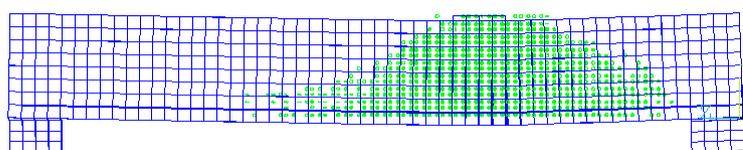
(b)



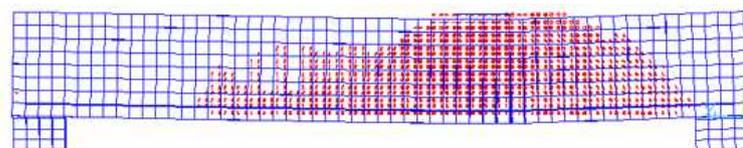
Fonte: Autor (2022).

Figura 159: Panorama de fissuração do modelo AH20F45T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras

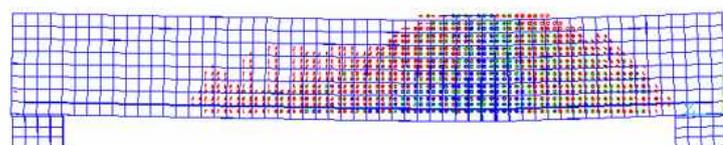
(a)



(b)



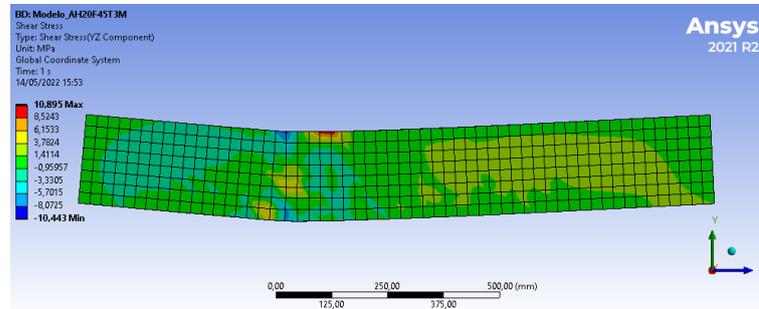
(c)



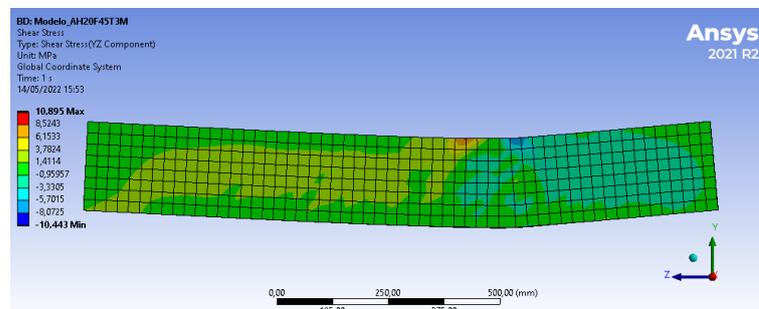
Fonte: Autor (2022).

Figura 160: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F45T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



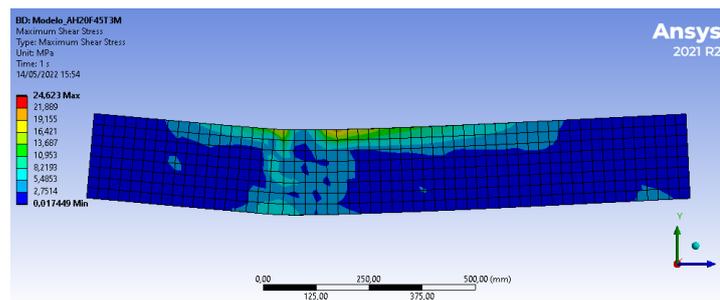
(b)



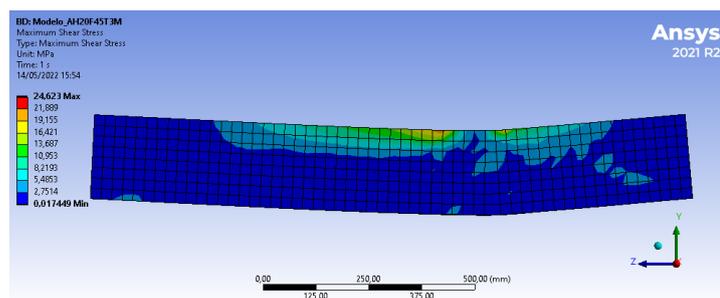
Fonte: Autor (2022).

Figura 161: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo AH20F45T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

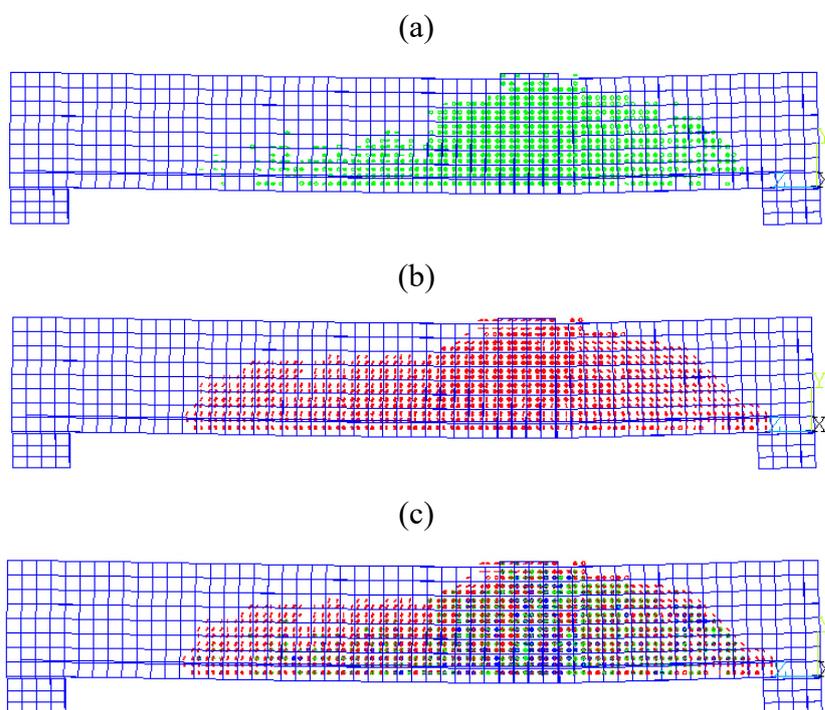


(b)



Fonte: Autor (2022).

Figura 162: Panorama de fissuração do modelo AH20F45T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

Considerando os resultados obtidos com a simulação numérica do grupo A, foi verificado que quanto maior a taxa de armadura longitudinal maiores valores de forças máximas são alcançados, conseqüentemente há um aumento de rigidez do elemento provocando menores deslocamentos, sendo observados em alguns casos que foi necessário aplicar menor deslocamento para solução convergir, como foi relatado anteriormente não foi aplicado força. Estas observações podem ser analisadas nas figuras dos gráficos das curvas força x deslocamento, apresentadas anteriormente.

De acordo com as figuras que demonstram as tensões de cisalhamento, foi observado que o comportamento do fluxo dessas tensões que se inicia na região de aplicação do deslocamento, indo em direção aos apoios, sendo possível visualizar também a formação das bielas de compressão. Além disso, foi notado que os valores das tensões de cisalhamento têm aumentado conforme as alturas das lajes, ou seja, quando há uma comparação entre os modelos que somente variam as alturas e os outros fatores permanecem constates, fica evidente a influência da altura na capacidade resistente do elemento.

Conforme as figuras que demonstram a formação das fissuras nos modelos simulados, observa-se que a propagação das fissuras tem início na região da aplicação do deslocamento, que tendem a se entender em direção aos apoios. Além disso, nota-se a formação das fissuras diagonais no elemento.

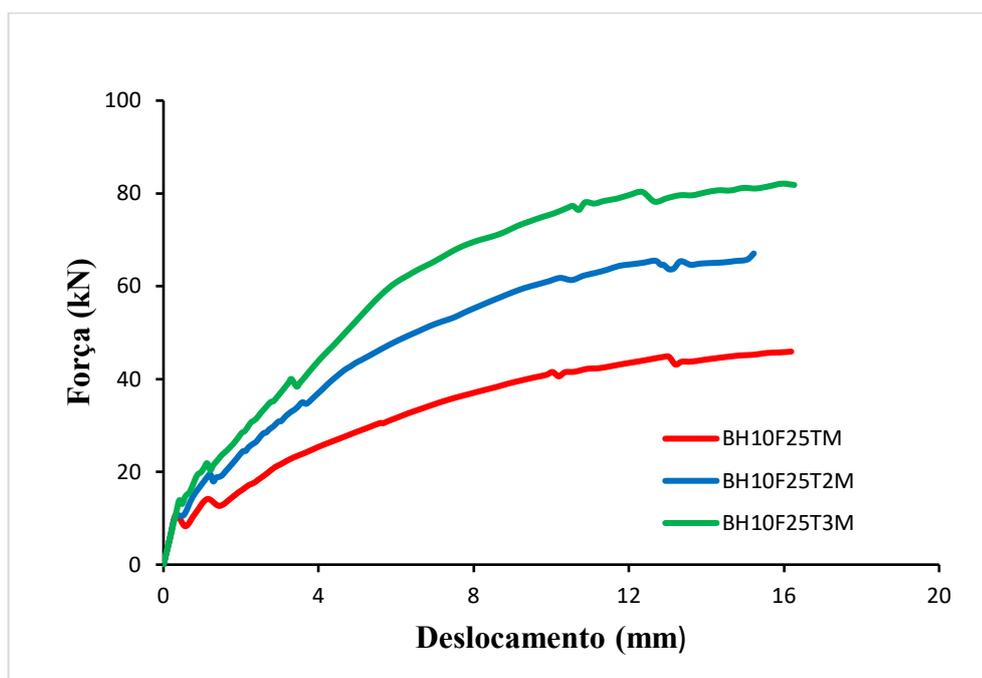
No capítulo 4 será visto uma análise estatística que envolvem os parâmetros propostos, realizando outras considerações sobre a influência desses parâmetros no comportamento das lajes.

3.6.3.2 Grupo B

Os modelos do grupo B se diferenciam do grupo A pela disposição das armaduras, ou seja, nesse grupo possui armadura longitudinal na parte superior e inferior da laje. Seguindo a mesma forma de apresentação dos resultados que foi demonstrado no grupo A, é exposto a seguir as figuras dos gráficos das curvas força x deslocamento, as tensões de cisalhamento e o panorama de fissuração do grupo B, sendo possível identificar os modelos e os dados pela nomenclatura, título e/ou legenda da figura.

— Modelo: *BH10F25TM*; *BH10F25T2M*; *BH10F25T3M*

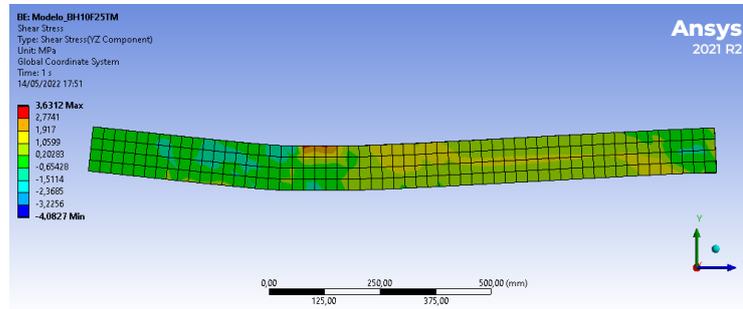
Figura 163: Força x Deslocamento com altura de 10 cm, f_{ck} de 25 MPa e variação da taxa de armadura



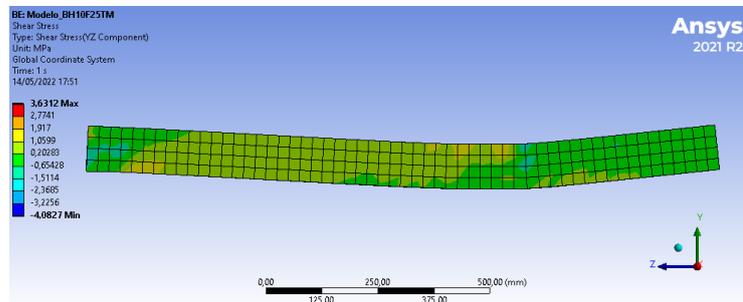
Fonte: Autor (2022).

Figura 164: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F25TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



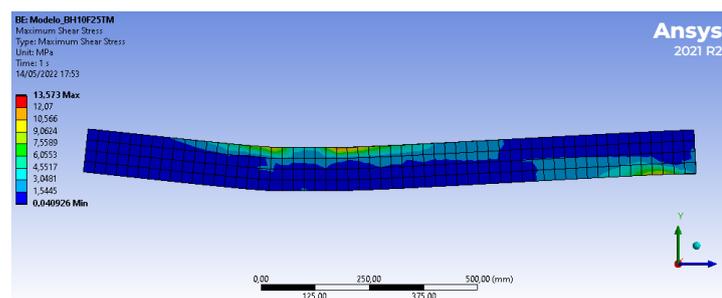
(b)



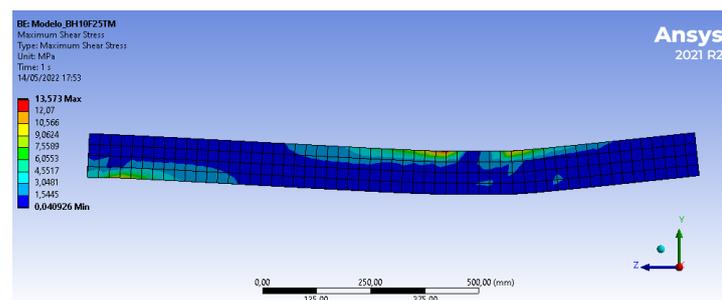
Fonte: Autor (2022).

Figura 165: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F25TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

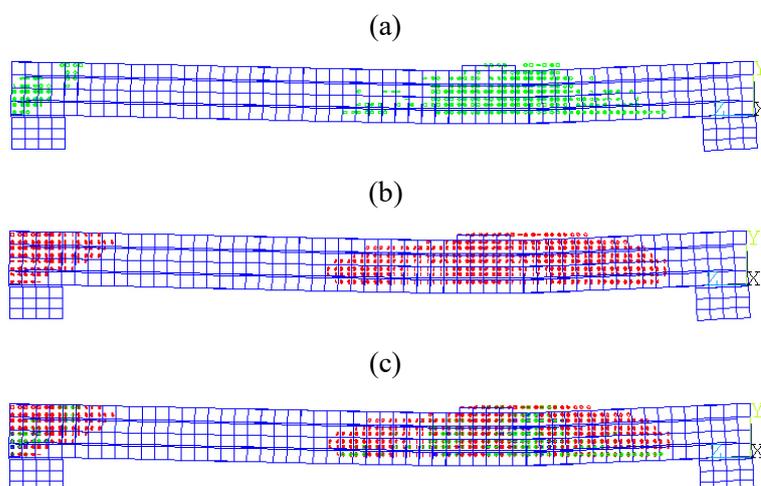


(b)



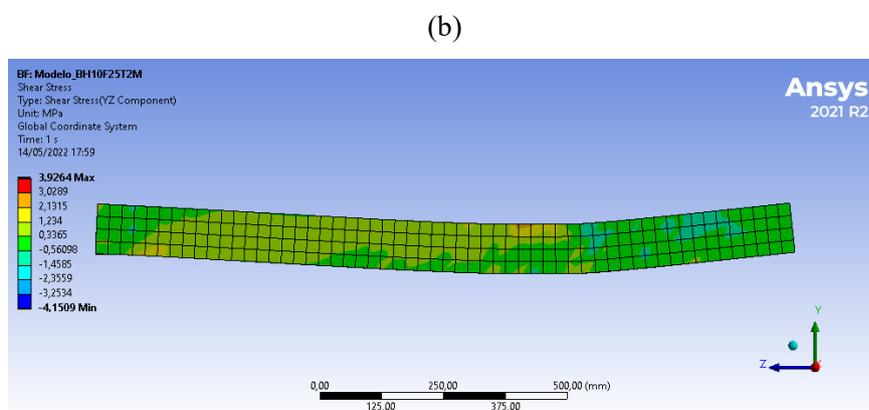
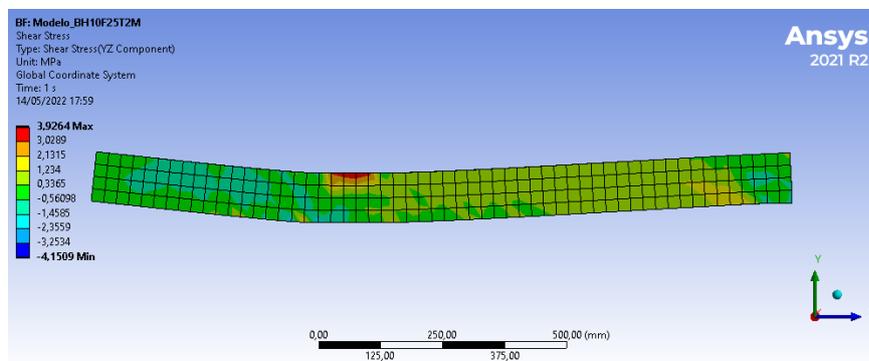
Fonte: Autor (2022).

Figura 166: Panorama de fissuração do modelo BH10F25TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

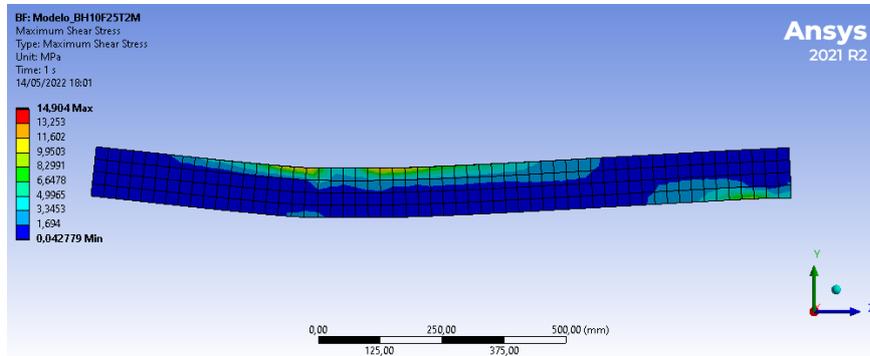
Figura 167: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F25T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda



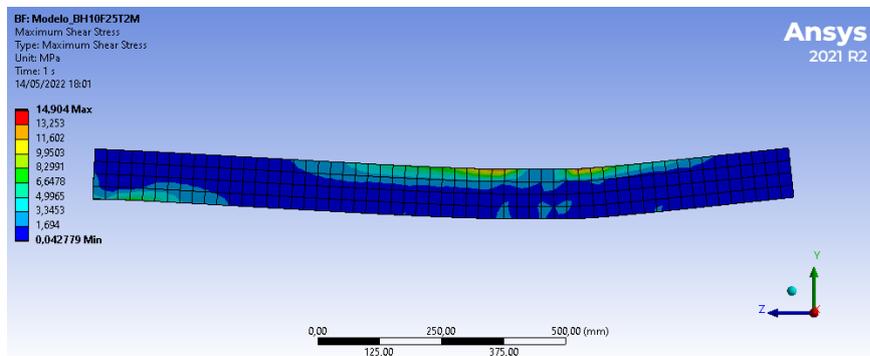
Fonte: Autor (2022).

Figura 168: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F25T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



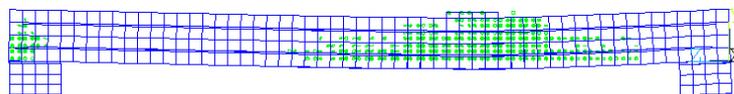
(b)



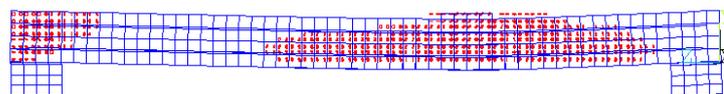
Fonte: Autor (2022).

Figura 169: Panorama de fissuração do modelo BH10F25T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras

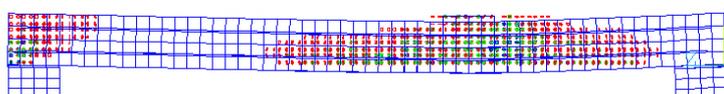
(a)



(b)



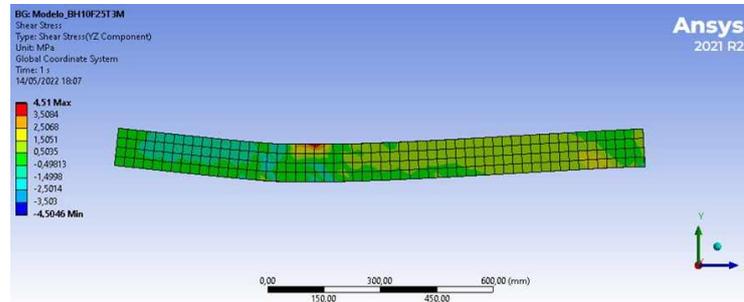
(c)



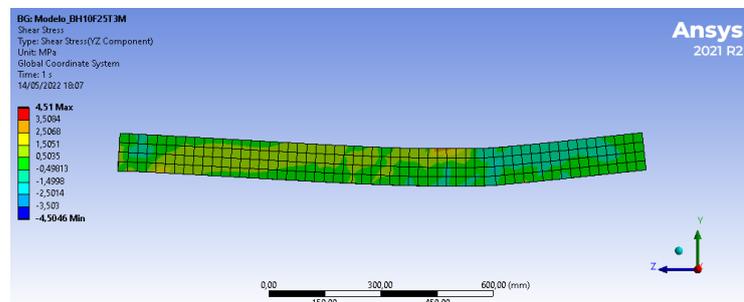
Fonte: Autor (2022).

Figura 170: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F25T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



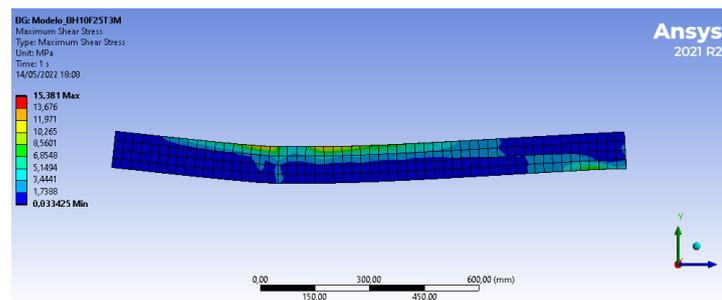
(b)



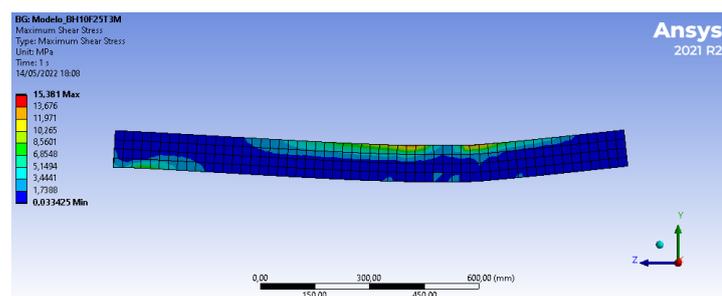
Fonte: Autor (2022).

Figura 171: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F25T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

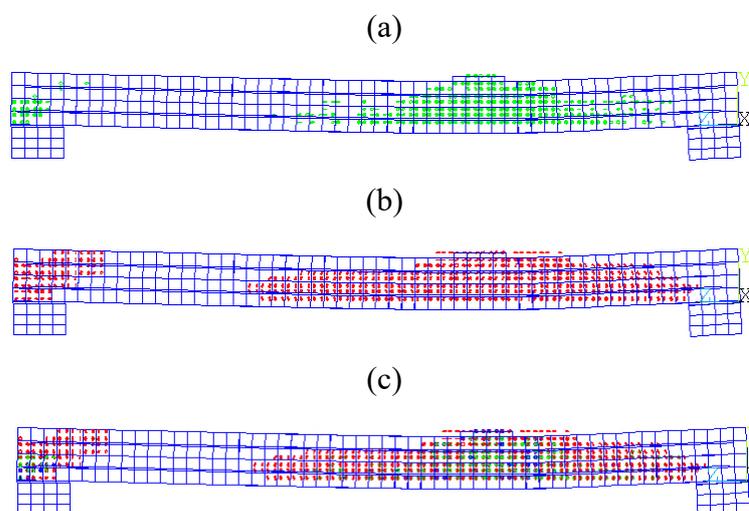


(b)



Fonte: Autor (2022).

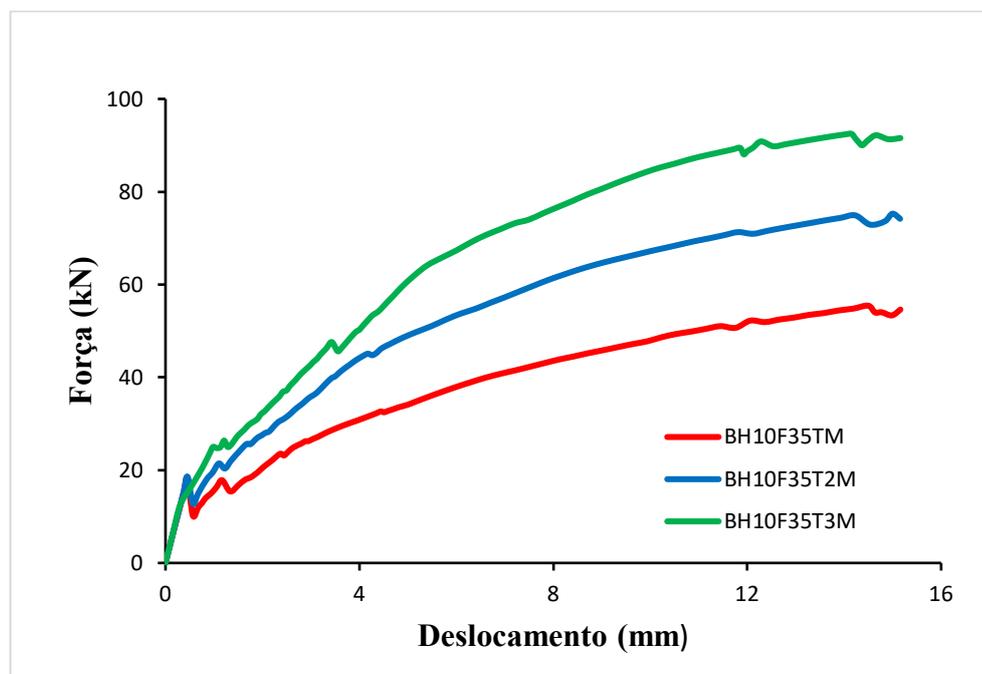
Figura 172: Panorama de fissuração do modelo BH10F25T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

— Modelo: *BH10F35TM*; *BH10F35T2M*; *BH10F35T3M*

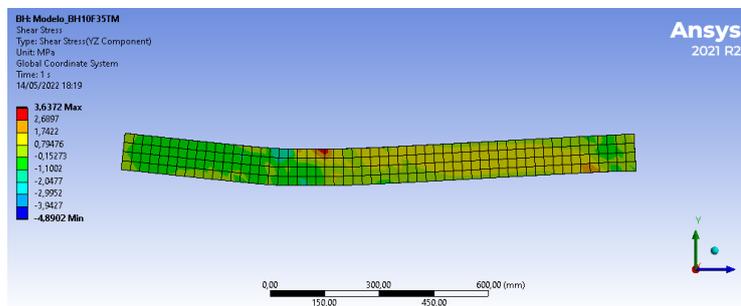
Figura 173: Força x Deslocamento com altura de 10 cm, f_{ck} de 35 MPa e variação da taxa de armadura



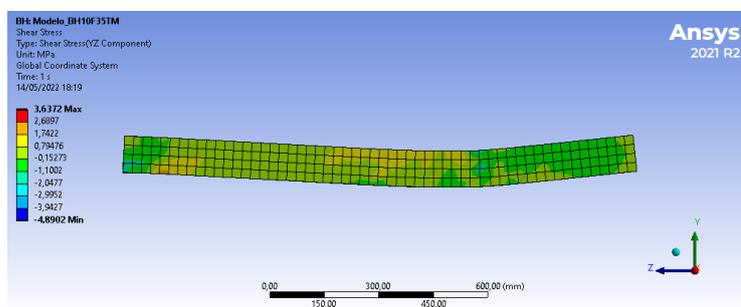
Fonte: Autor (2022).

Figura 174: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F35TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



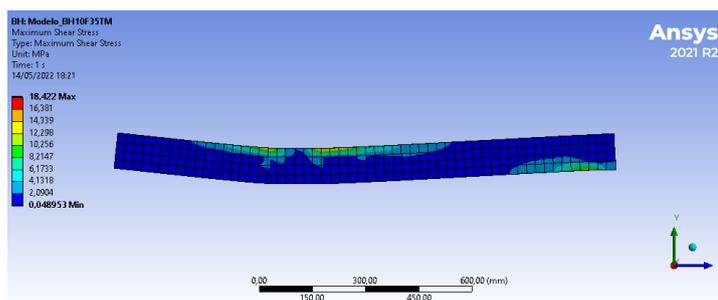
(b)



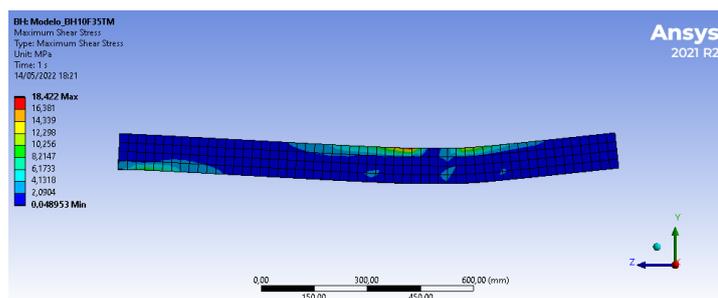
Fonte: Autor (2022).

Figura 175: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F35TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

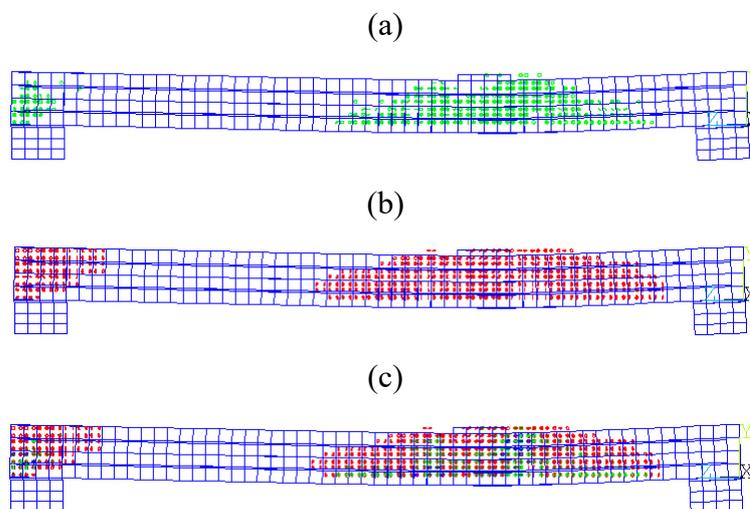


(b)



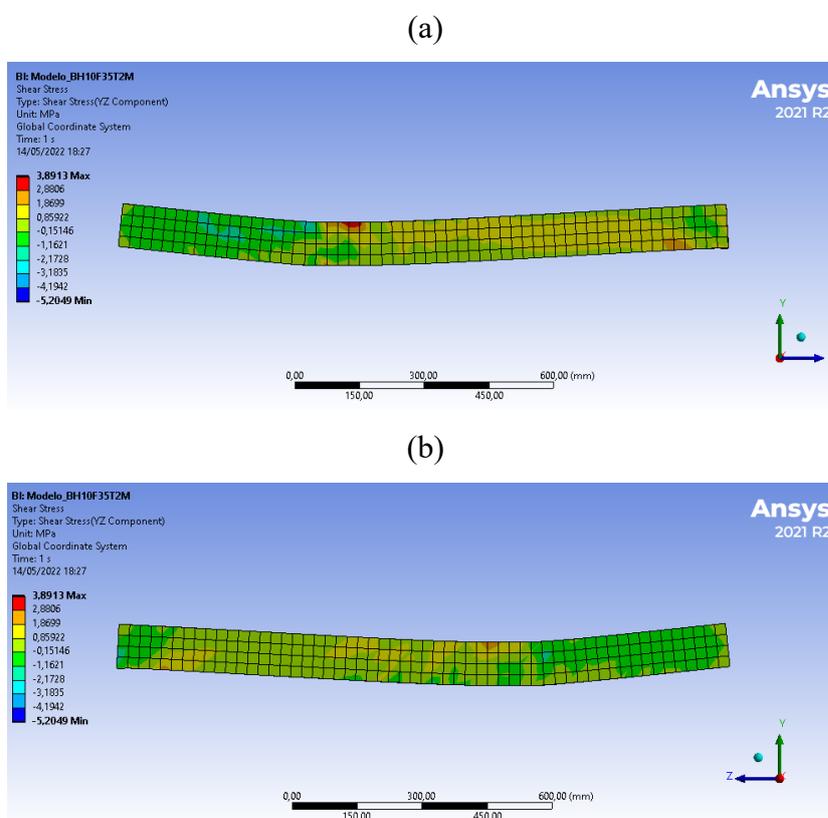
Fonte: Autor (2022).

Figura 176: Panorama de fissuração do modelo BH10F35TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



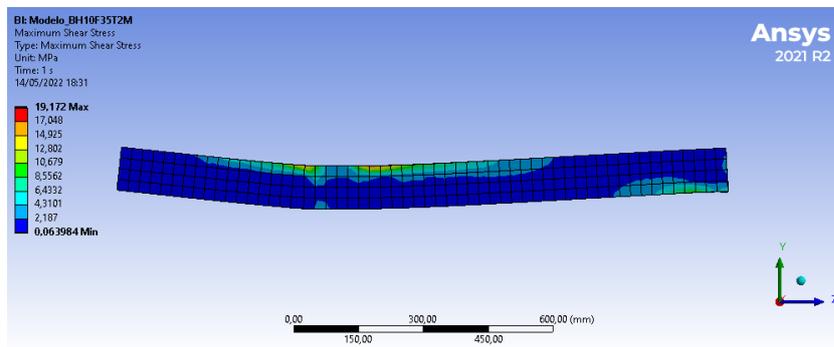
Fonte: Autor (2022).

Figura 177: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F35T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

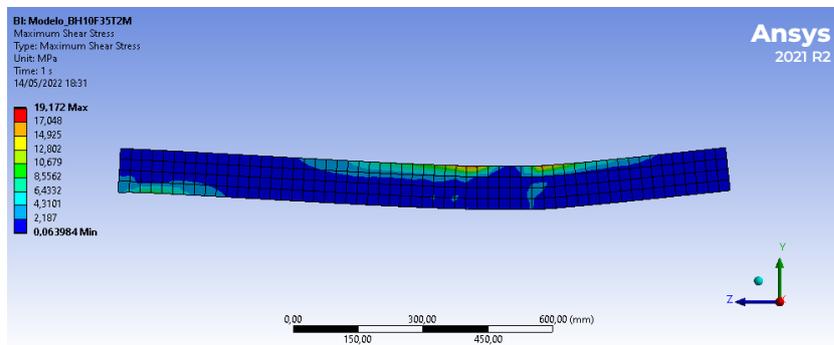


Fonte: Autor (2022).

Figura 178: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F35T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda



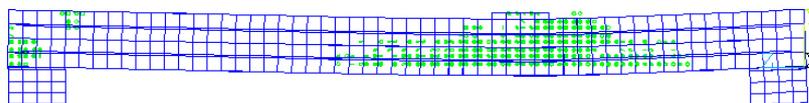
(b)



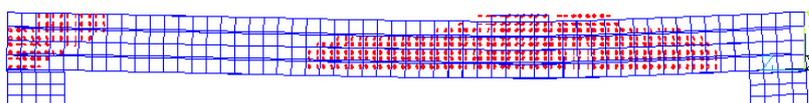
Fonte: Autor (2022).

Figura 179: Panorama de fissuração do modelo BH10F35T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras

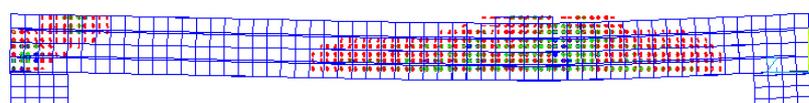
(a)



(b)



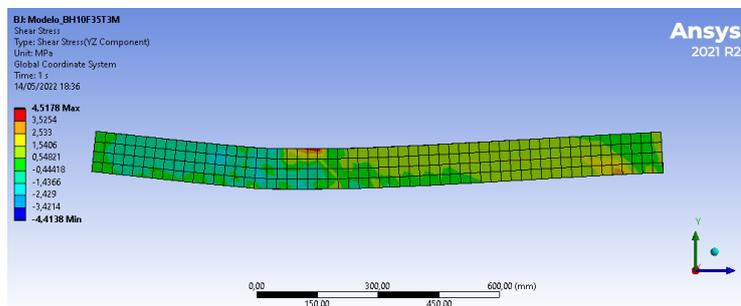
(c)



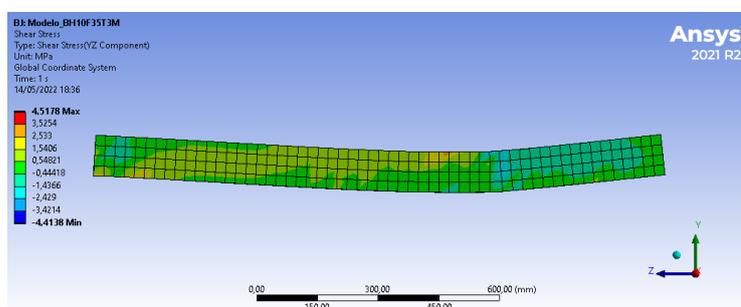
Fonte: Autor (2022).

Figura 180: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F35T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



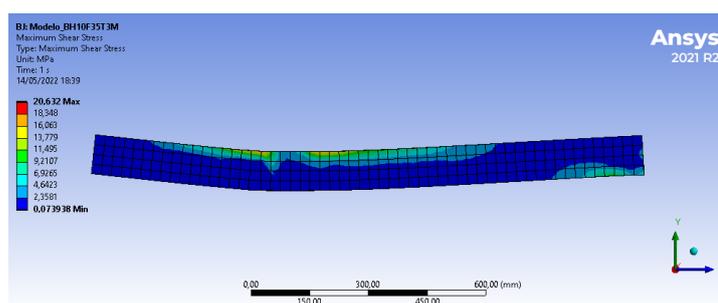
(b)



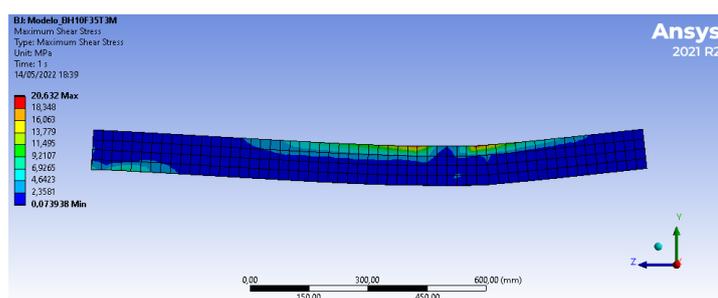
Fonte: Autor (2022).

Figura 181: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F35T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

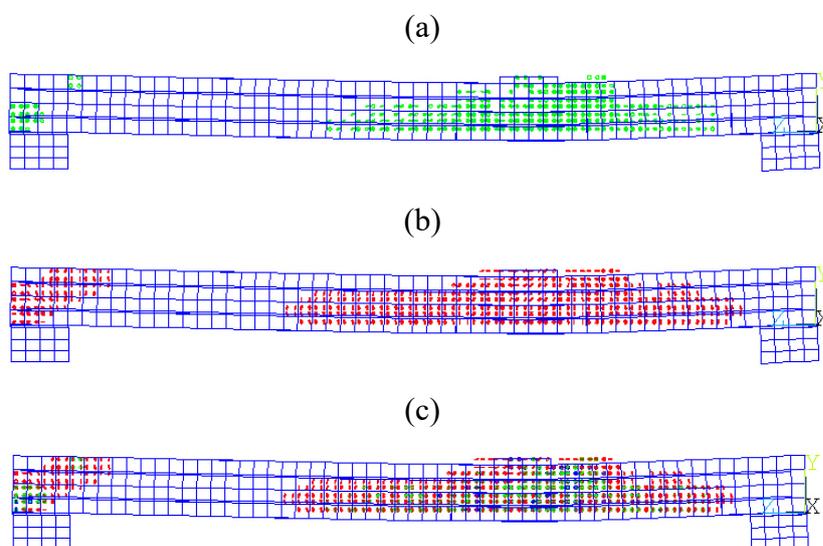


(b)



Fonte: Autor (2022).

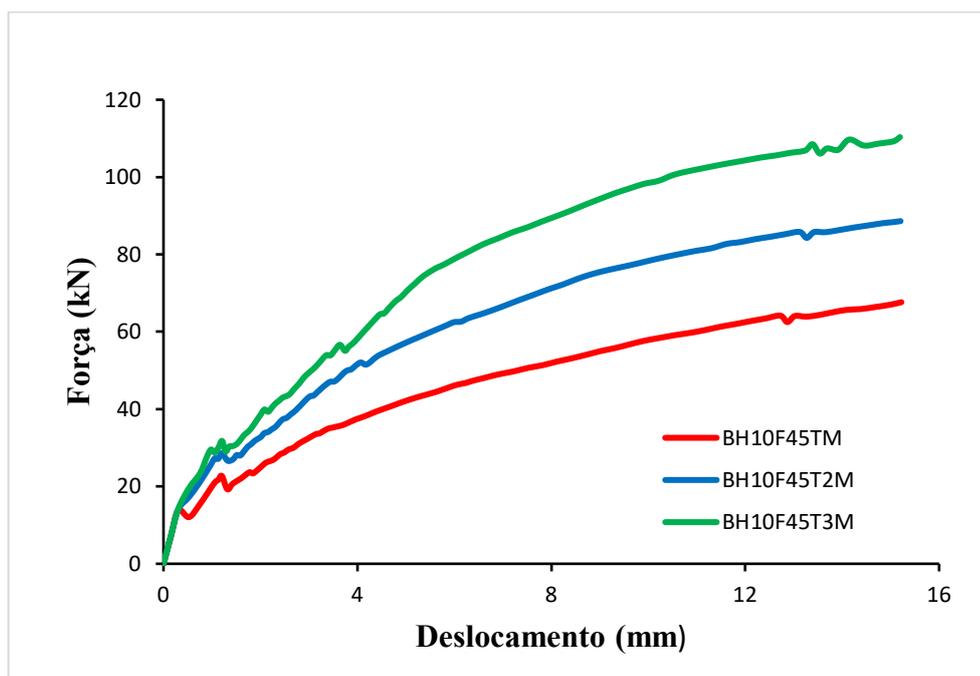
Figura 182: Panorama de fissuração do modelo BH10F35T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

— Modelo: *BH10F45TM*; *BH10F45T2M*; *BH10F45T3M*

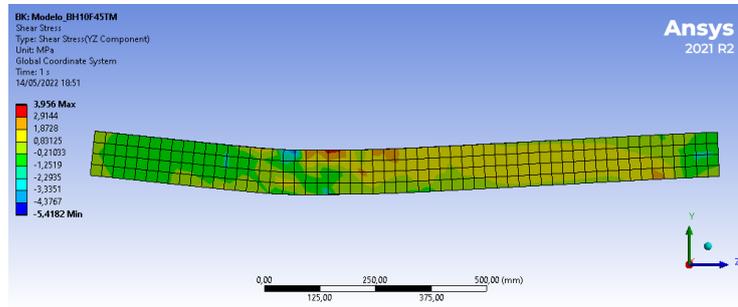
Figura 183: Força x Deslocamento com altura de 10 cm, f_{ck} de 45 MPa e variação da taxa de armadura



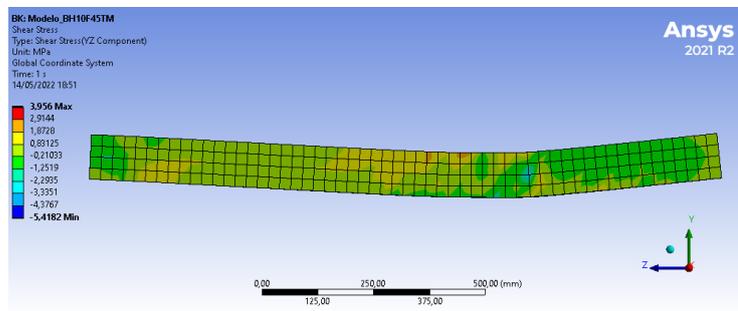
Fonte: Autor (2022).

Figura 184: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F45TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



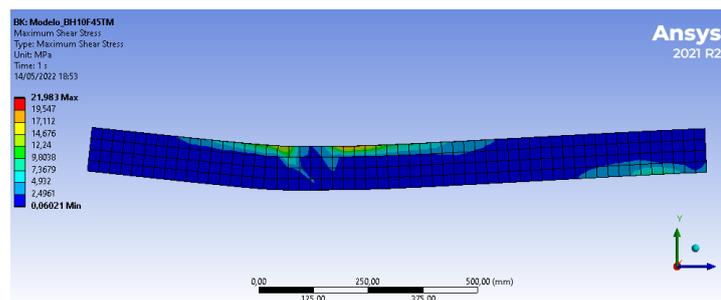
(b)



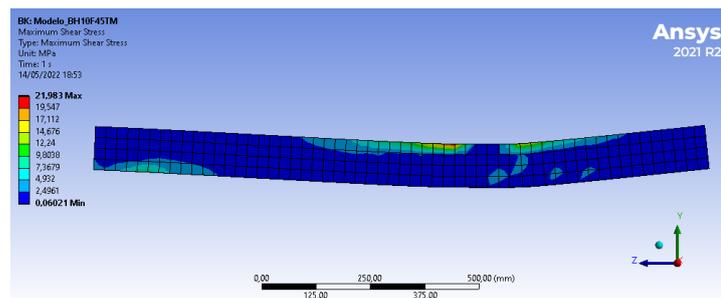
Fonte: Autor (2022).

Figura 185: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F45TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

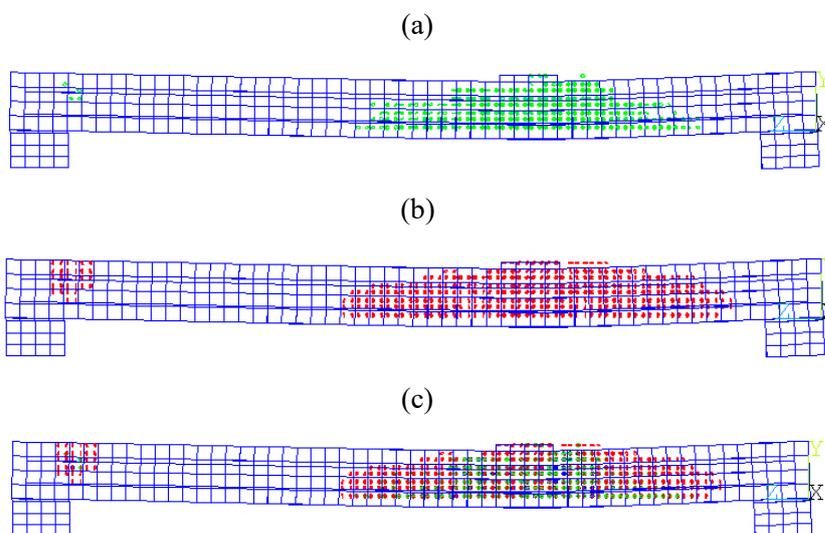


(b)



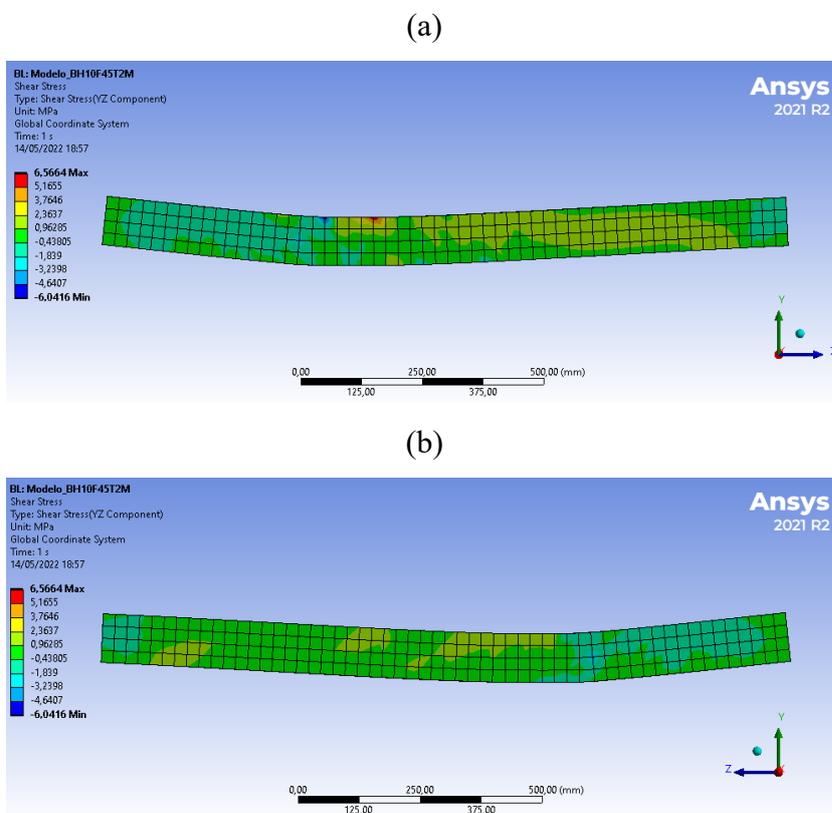
Fonte: Autor (2022).

Figura 186: Panorama de fissuração do modelo BH10F45TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



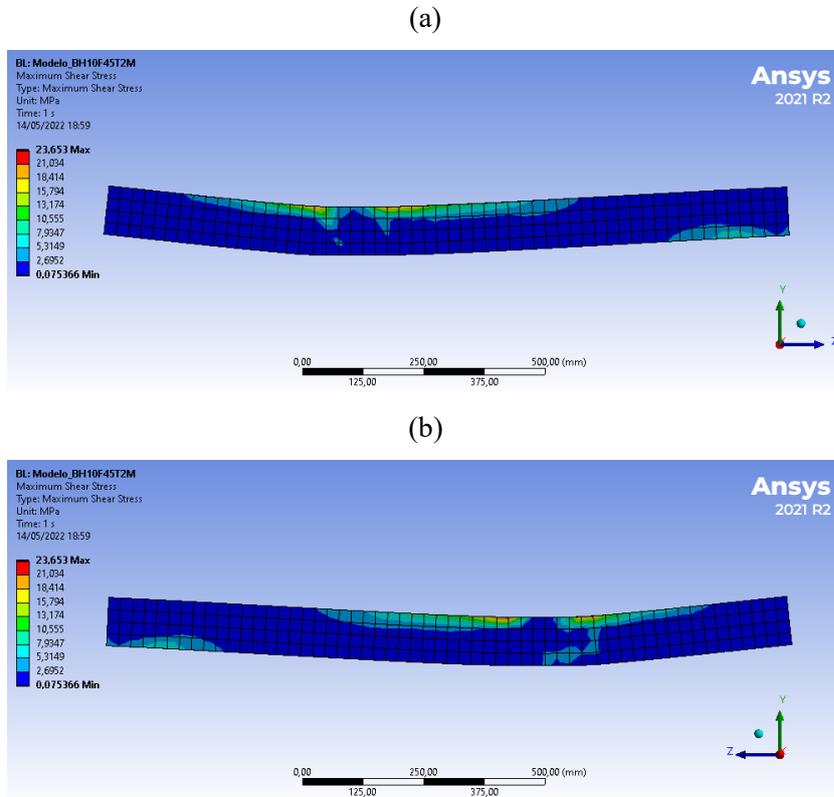
Fonte: Autor (2022).

Figura 187: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F45T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda



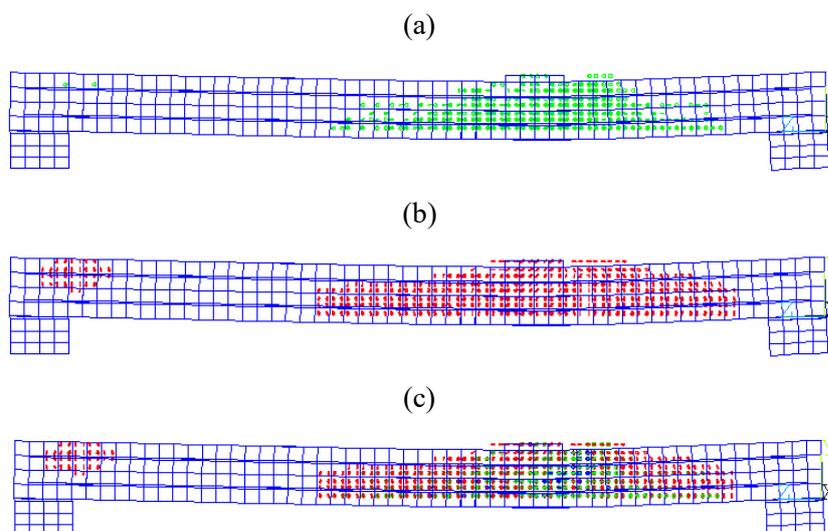
Fonte: Autor (2022).

Figura 188: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F45T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda



Fonte: Autor (2022).

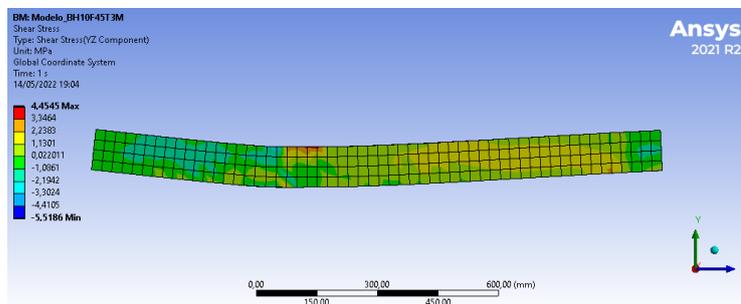
Figura 189: Panorama de fissuração do modelo BH10F45T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



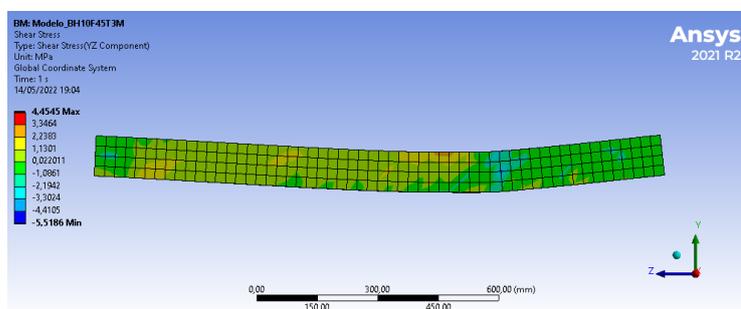
Fonte: Autor (2022).

Figura 190: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F45T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



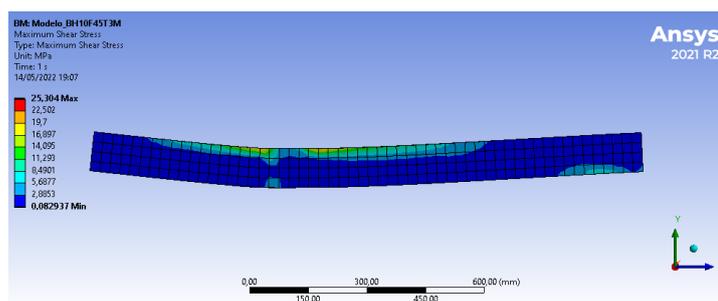
(b)



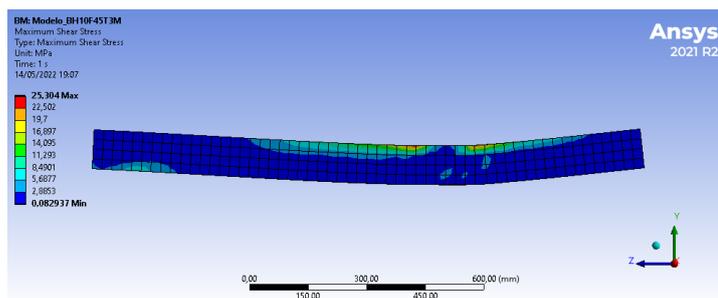
Fonte: Autor (2022).

Figura 191: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH10F45T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

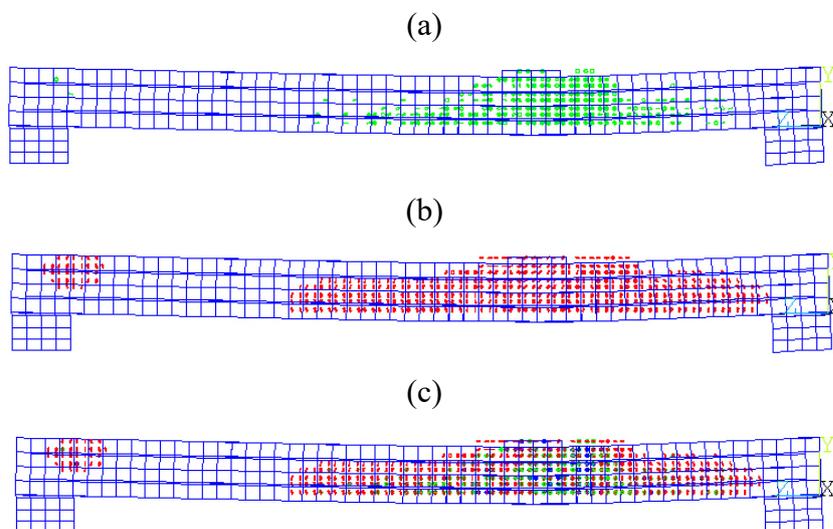


(b)



Fonte: Autor (2022).

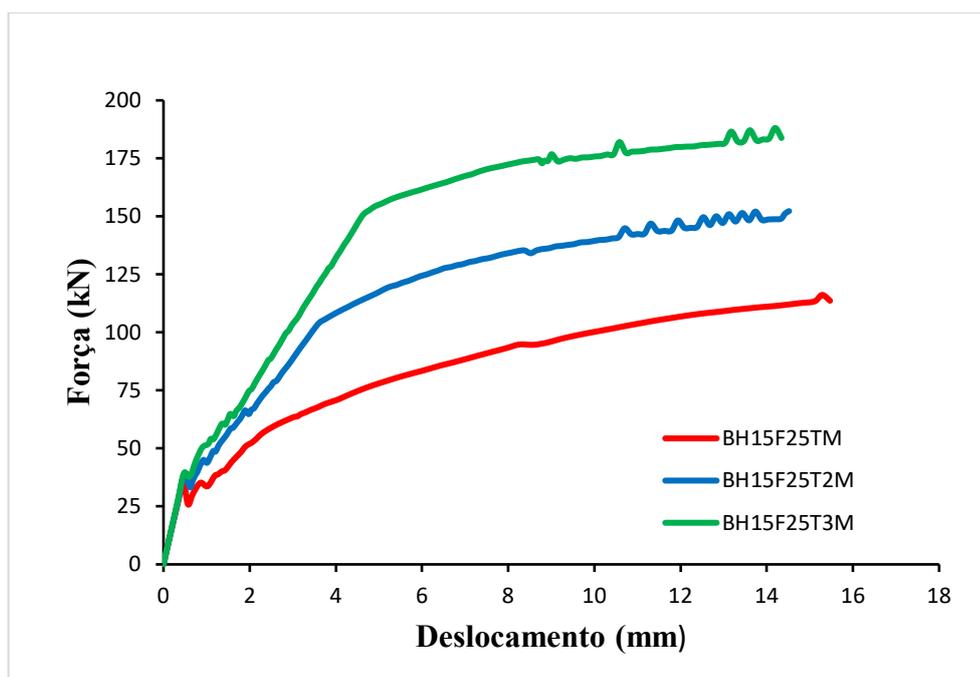
Figura 192: Panorama de fissuração do modelo BH10F45T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

— Modelo: BH15F25TM; BH15F25T2M; BH15F25T3M

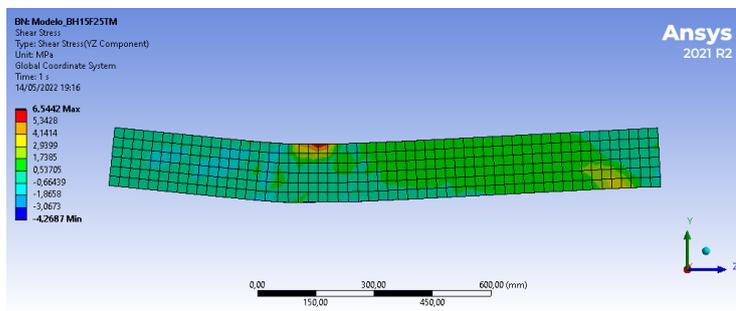
Figura 193: Força x Deslocamento com altura de 15 cm, f_{ck} de 25 MPa e variação da taxa de armadura



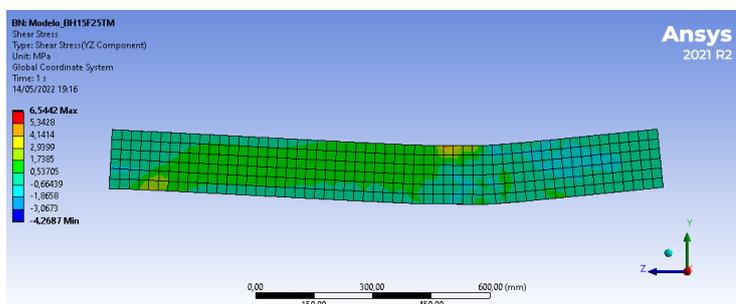
Fonte: Autor (2022).

Figura 194: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F25TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



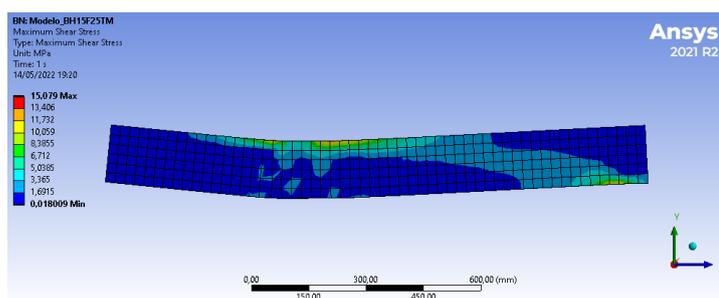
(b)



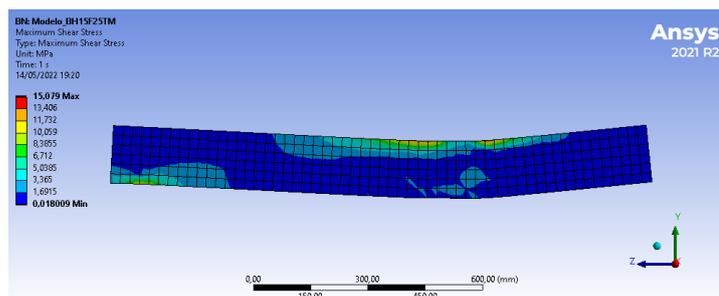
Fonte: Autor (2022).

Figura 195: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F25TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

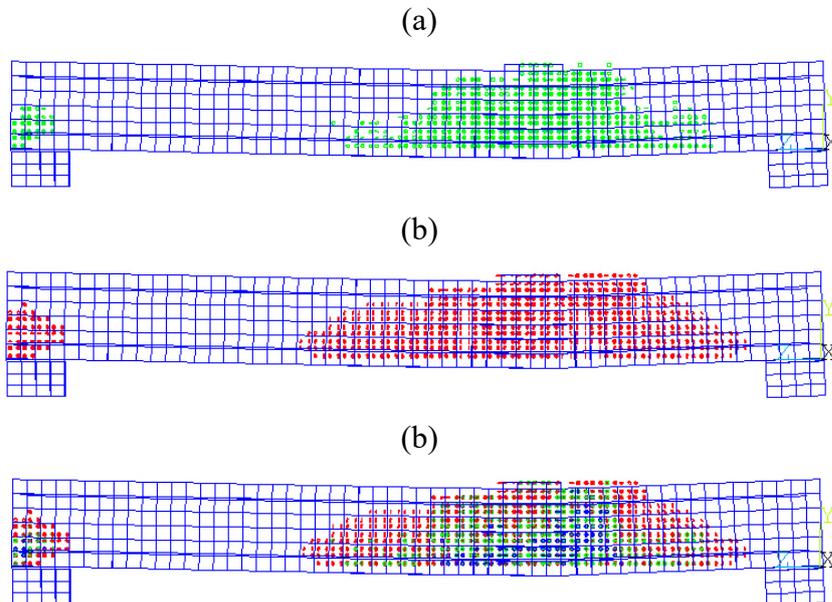


(b)



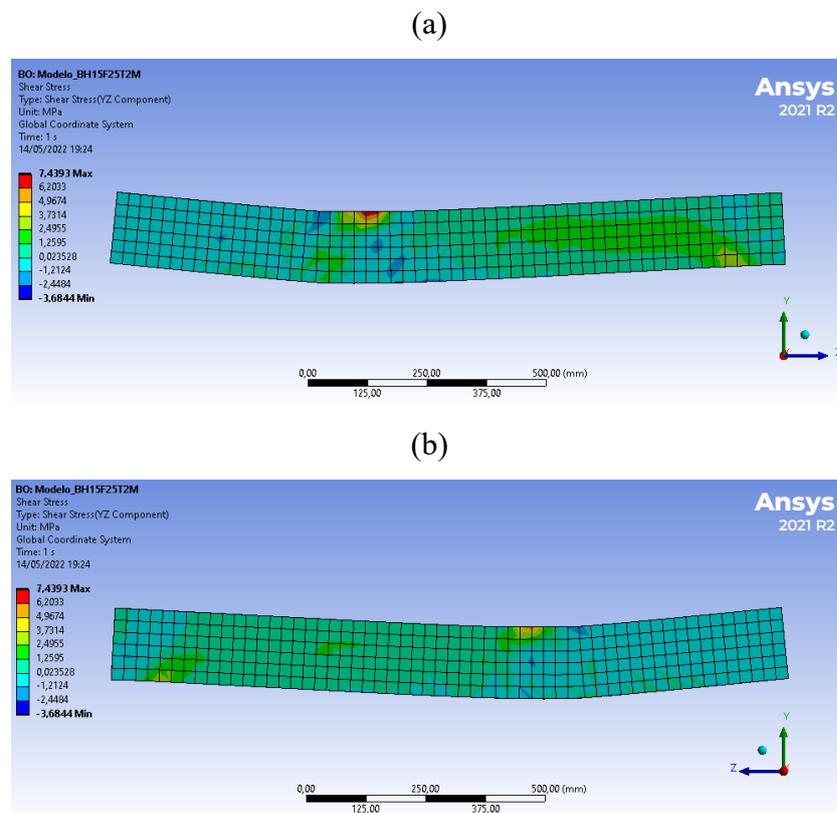
Fonte: Autor (2022).

Figura 196: Panorama de fissuração do modelo BH15F25TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

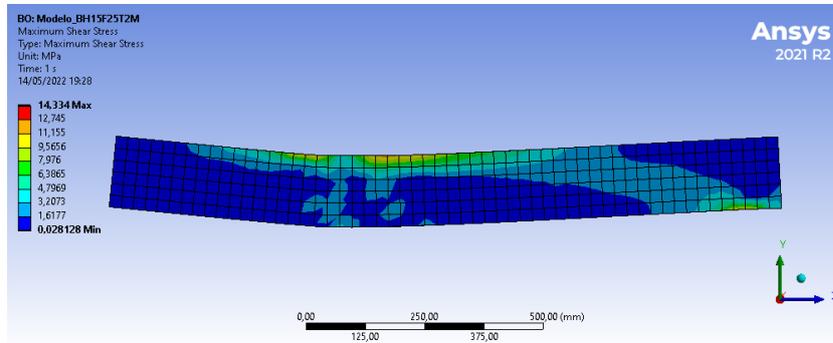
Figura 197: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F25T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda



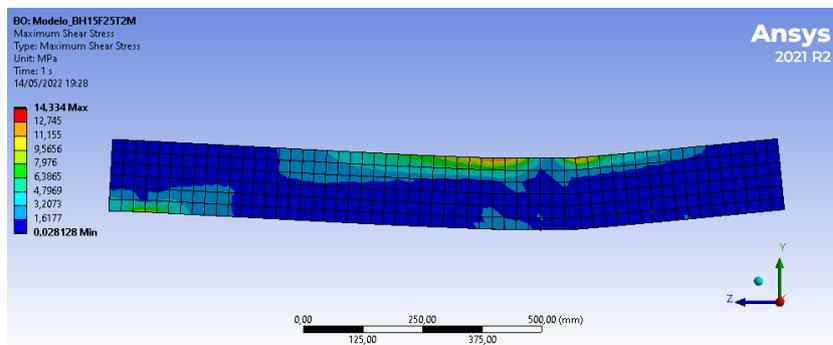
Fonte: Autor (2022).

Figura 198: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F25T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



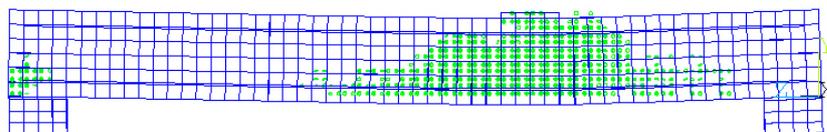
(b)



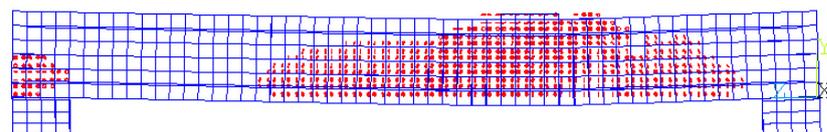
Fonte: Autor (2022).

Figura 199: Panorama de fissuração do modelo BH15F25T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras

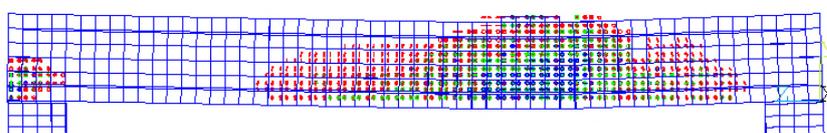
(a)



(b)



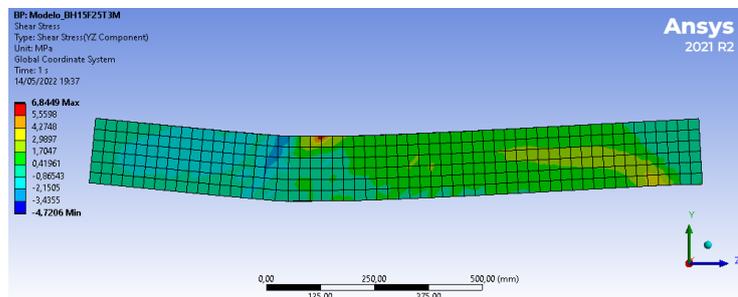
(c)



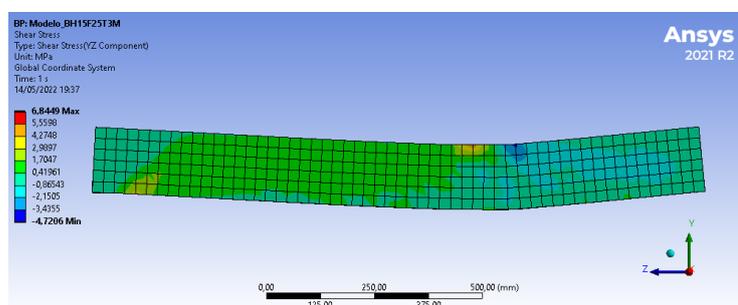
Fonte: Autor (2022).

Figura 200: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F25T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



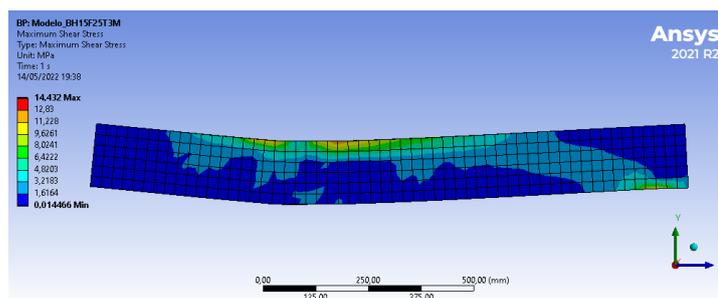
(b)



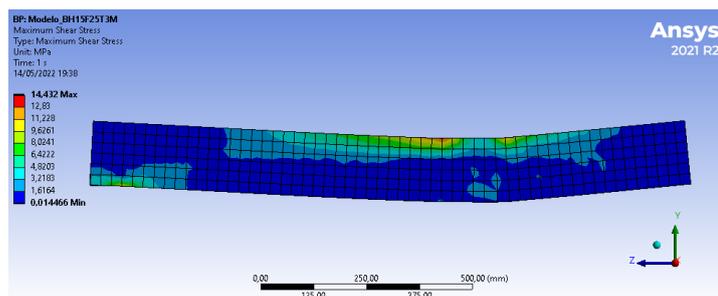
Fonte: Autor (2022).

Figura 201: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F25T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

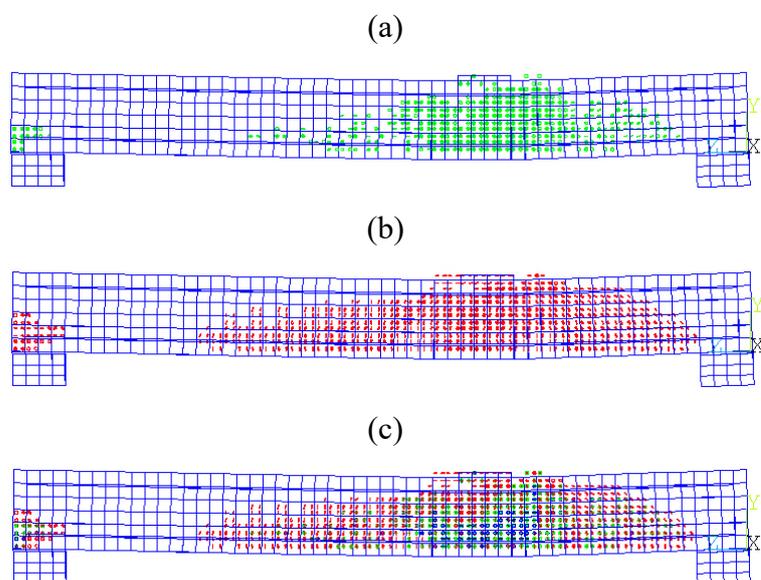


(b)



Fonte: Autor (2022).

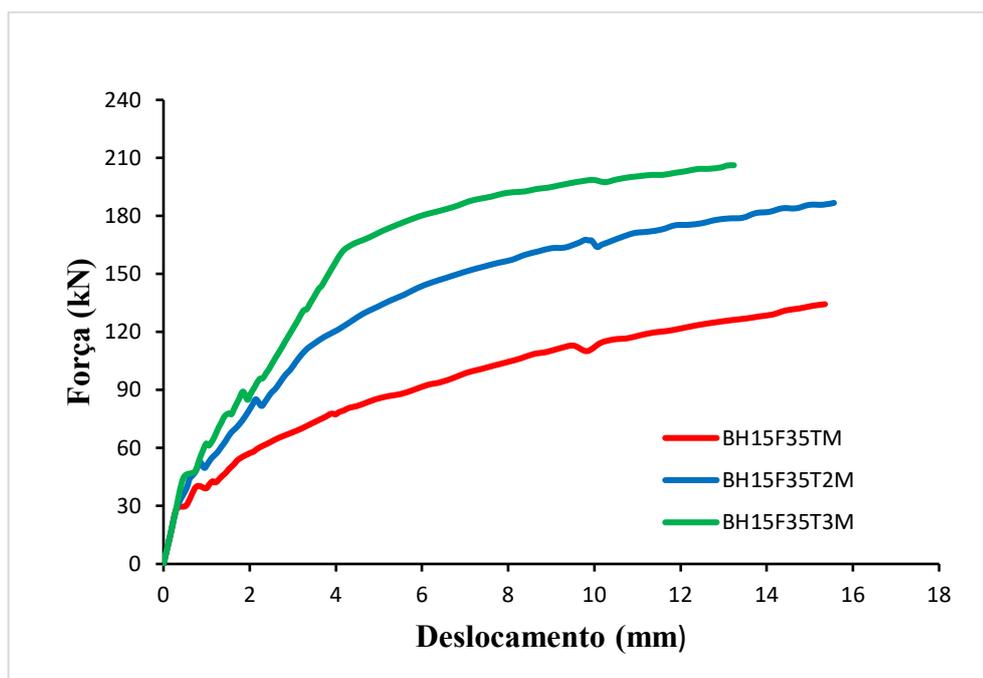
Figura 202: Panorama de fissuração do modelo BH15F25T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

— Modelo: BH15F35TM; BH15F35T2M; BH15F35T3M

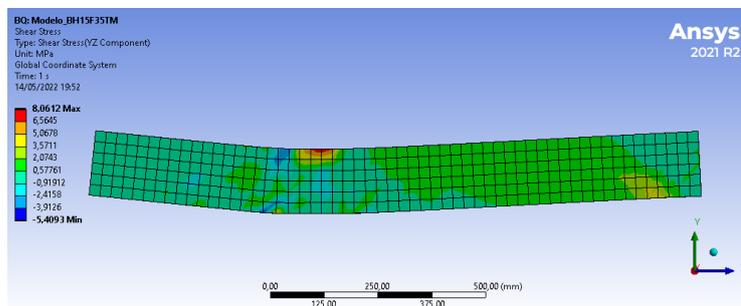
Figura 203: Força x Deslocamento com altura de 15 cm, f_{ck} de 35 MPa e variação da taxa de armadura



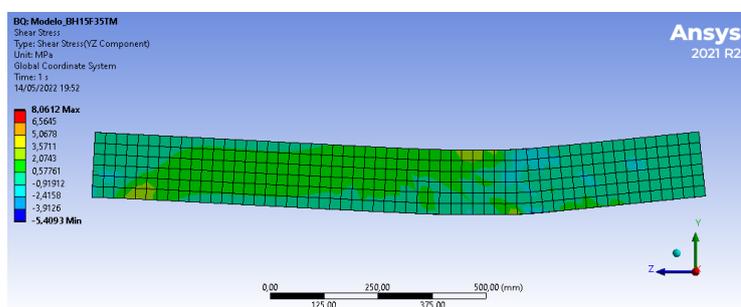
Fonte: Autor (2022).

Figura 204: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F35TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



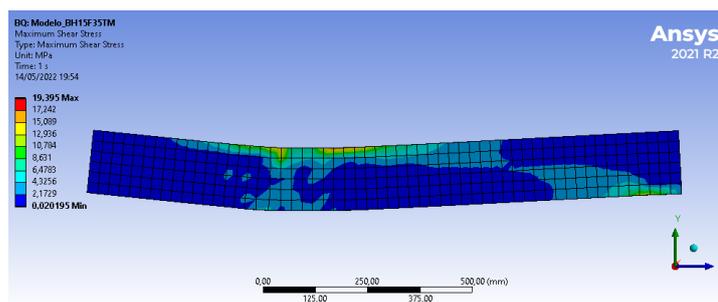
(b)



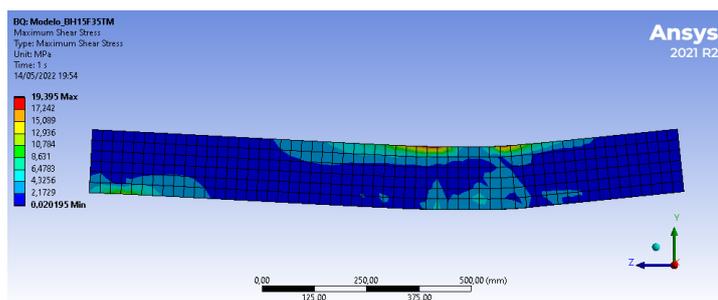
Fonte: Autor (2022).

Figura 205: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F35TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

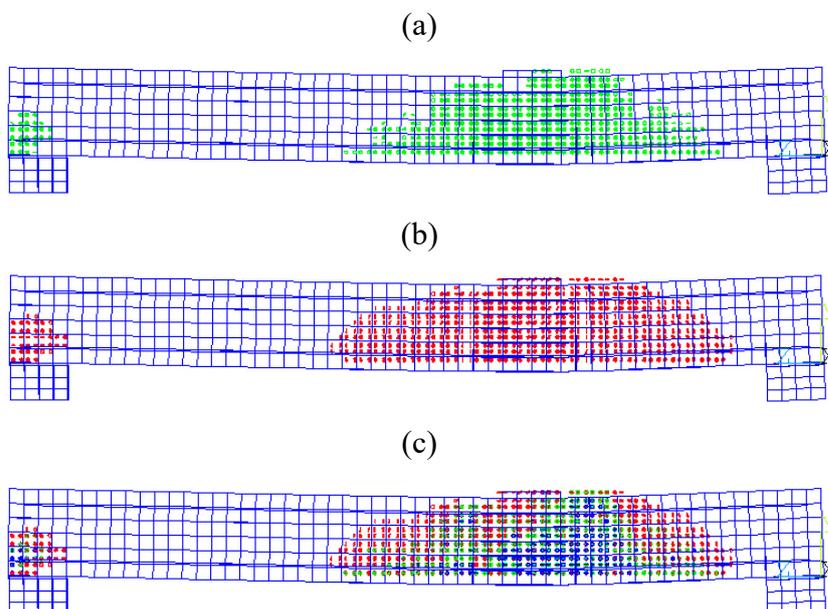


(b)



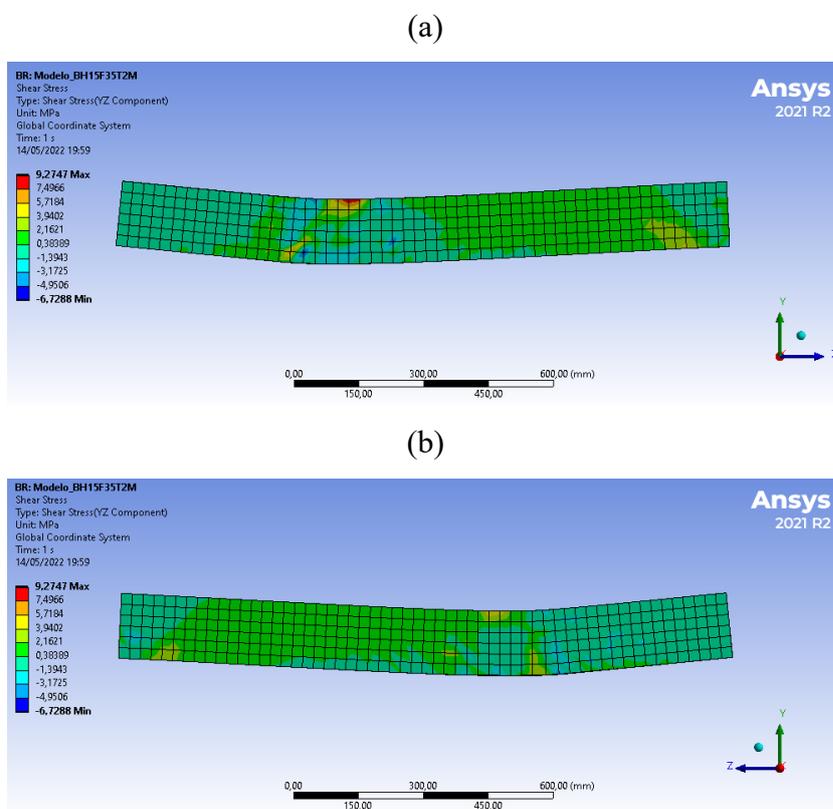
Fonte: Autor (2022).

Figura 206: Panorama de fissuração do modelo BH15F35TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

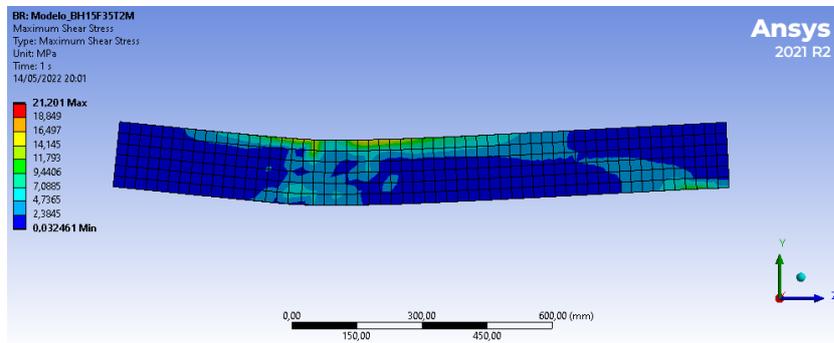
Figura 207: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F35T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda



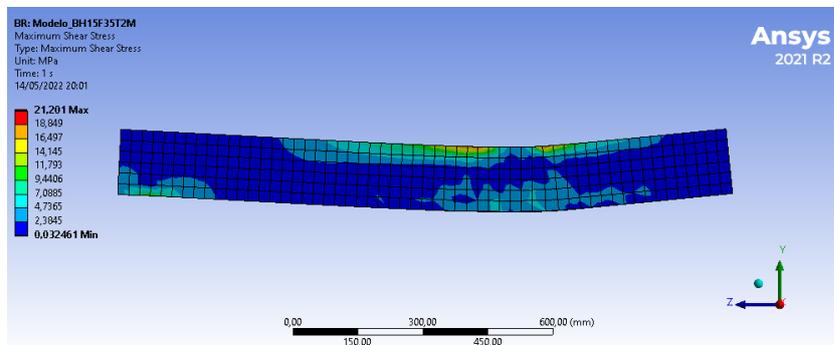
Fonte: Autor (2022).

Figura 208: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F35T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



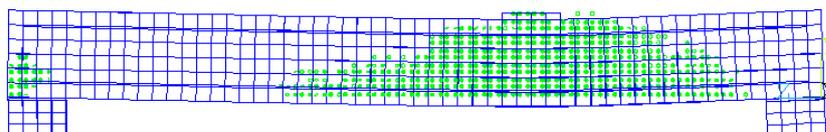
(b)



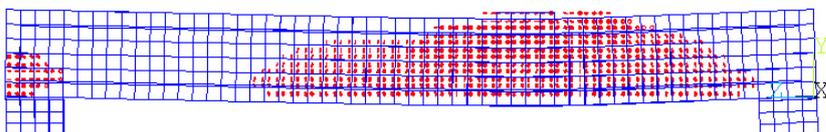
Fonte: Autor (2022).

Figura 209: Panorama de fissuração do modelo BH15F35T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras

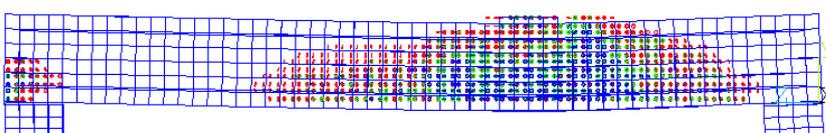
(a)



(b)



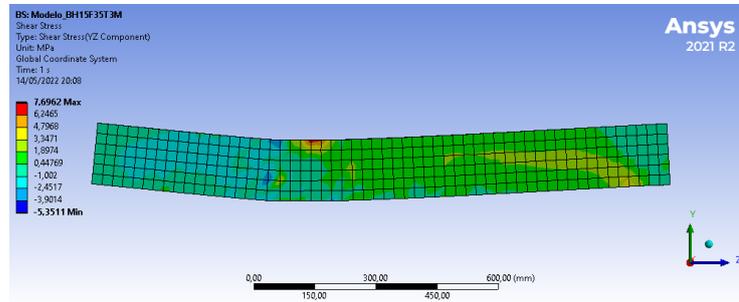
(c)



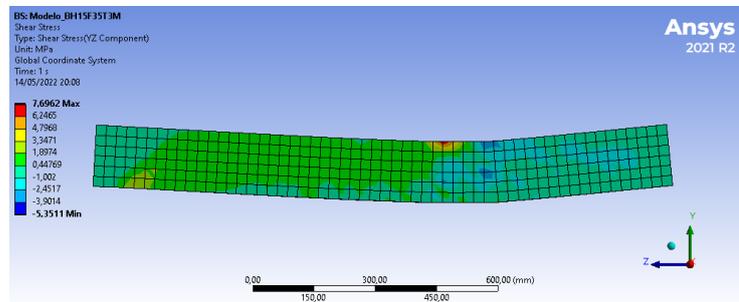
Fonte: Autor (2022).

Figura 210: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F35T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



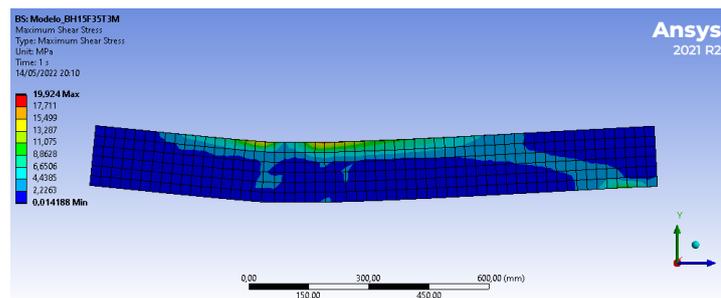
(b)



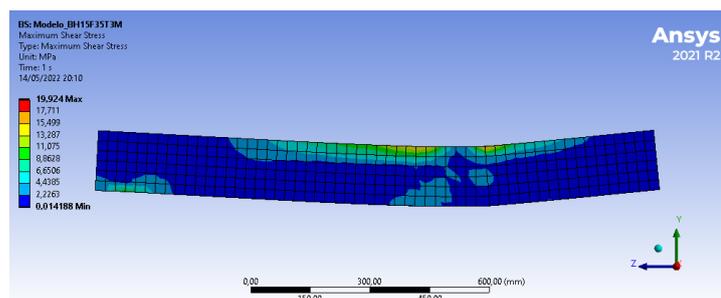
Fonte: Autor (2022).

Figura 211: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F35T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

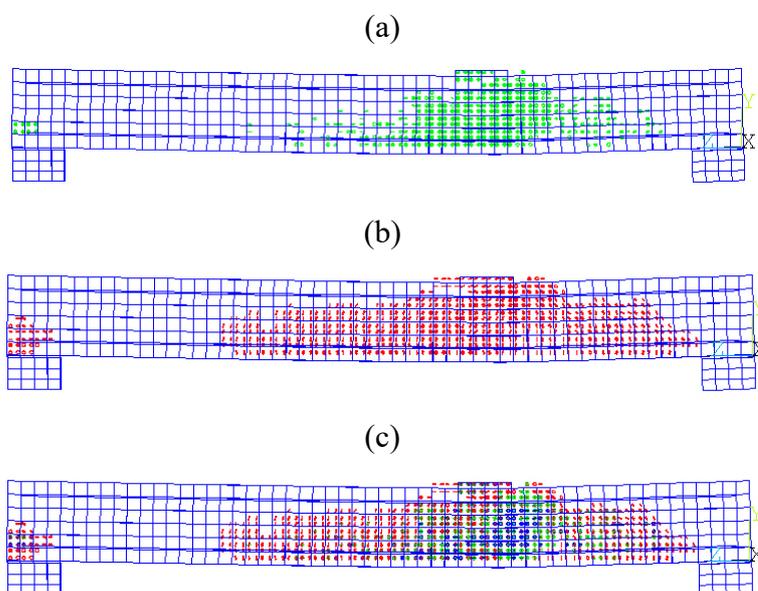


(b)



Fonte: Autor (2022).

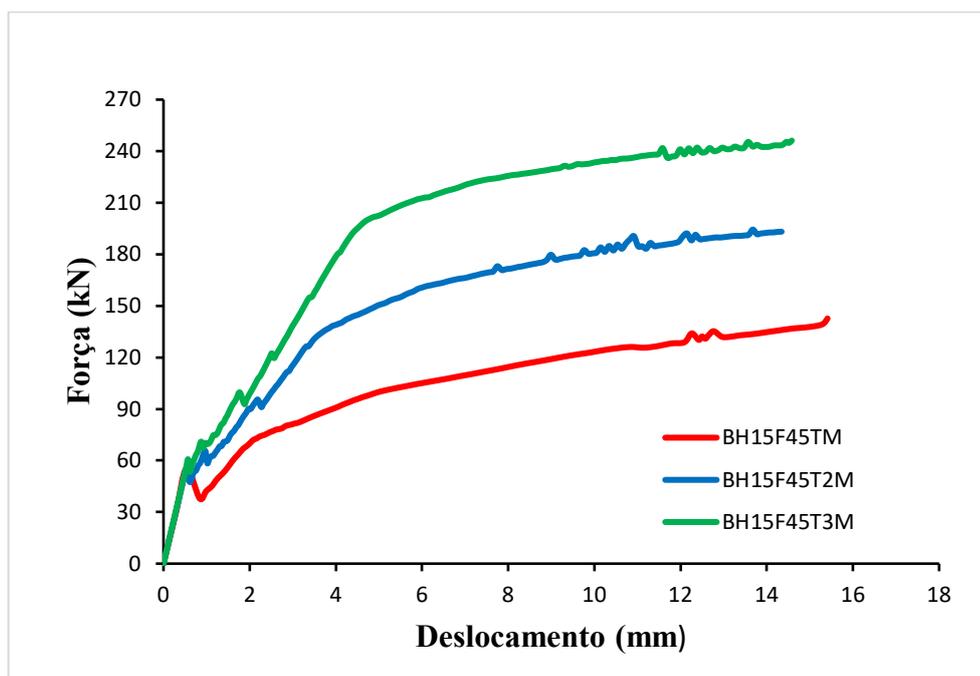
Figura 212: Panorama de fissuração do modelo BH15F35T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

— Modelo: BH15F45TM; BH15F45T2M; BH15F45T3M

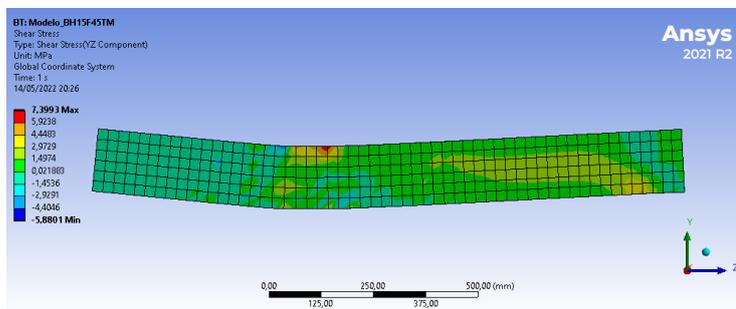
Figura 213: Força x Deslocamento com altura de 15 cm, f_{ck} de 45 MPa e variação da taxa de armadura



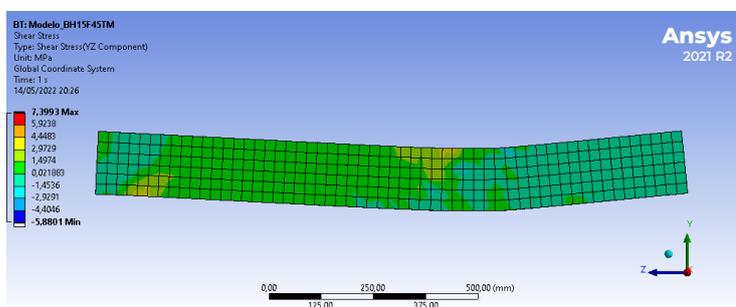
Fonte: Autor (2022).

Figura 214: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F45TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



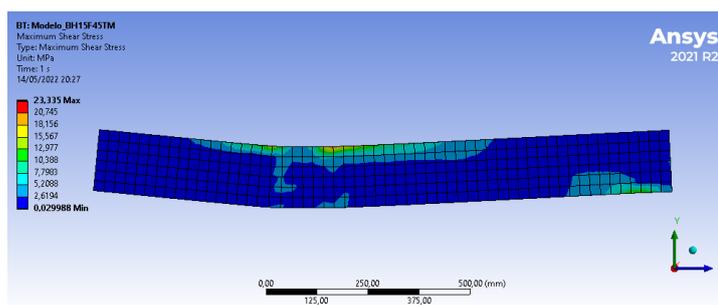
(b)



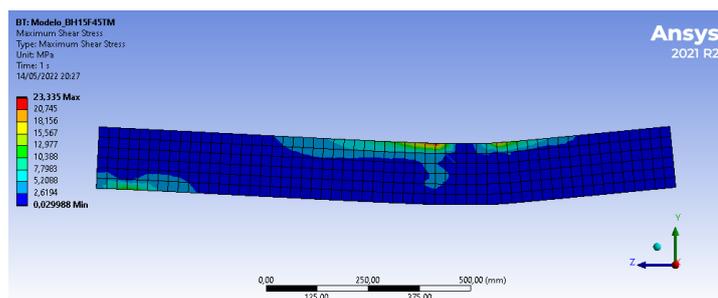
Fonte: Autor (2022).

Figura 215: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F45TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

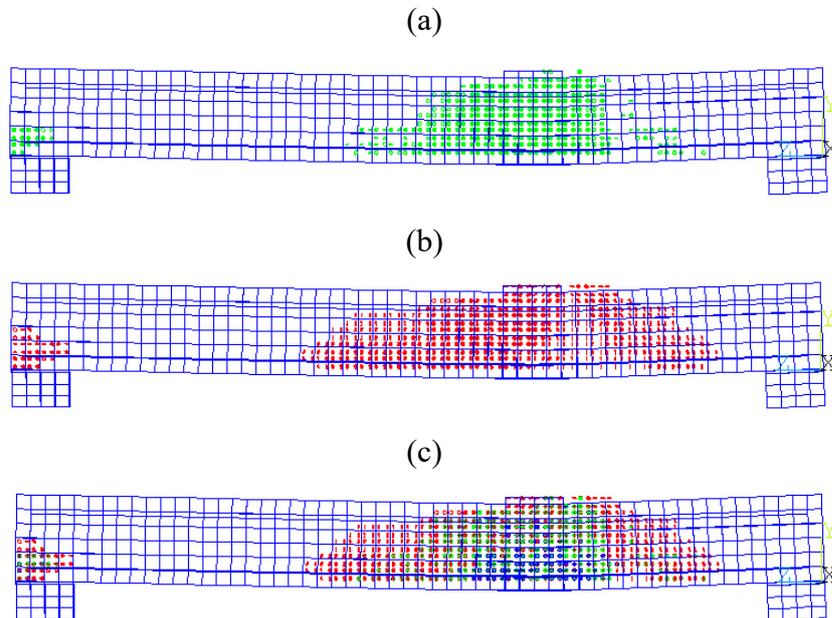


(b)



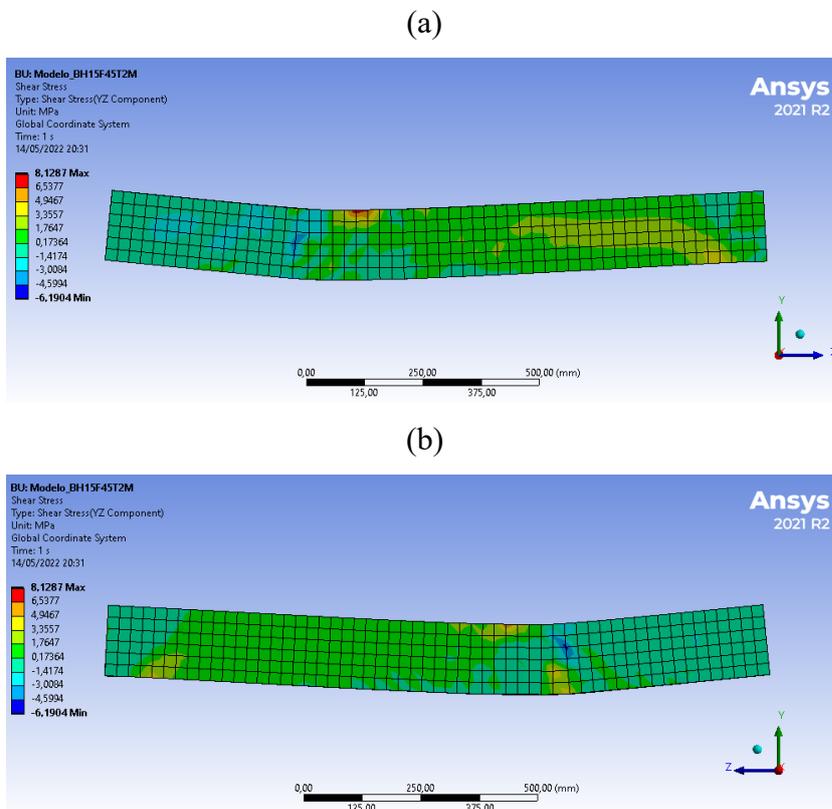
Fonte: Autor (2022).

Figura 216: Panorama de fissuração do modelo BH15F45TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

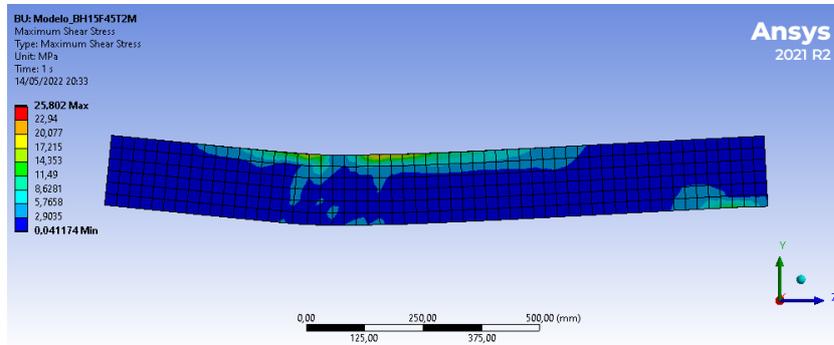
Figura 217: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F45T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda



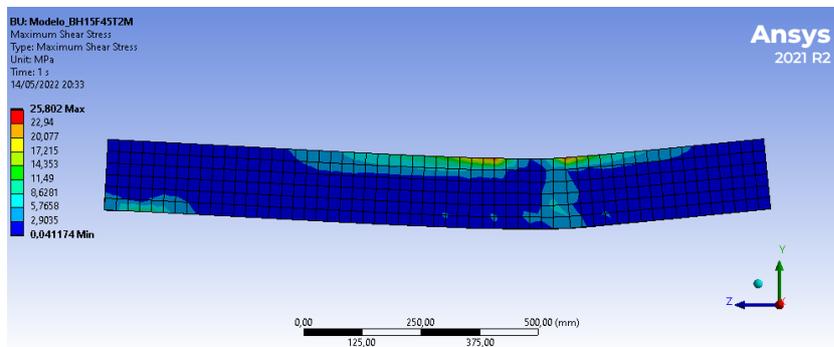
Fonte: Autor (2022).

Figura 218: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F45T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



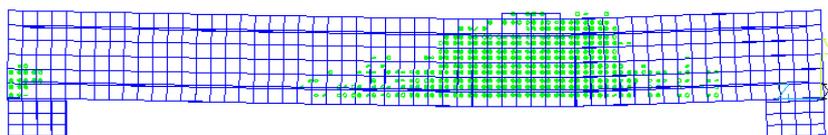
(b)



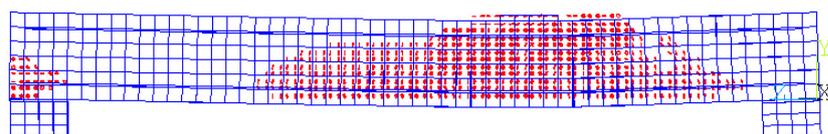
Fonte: Autor (2022).

Figura 219: Panorama de fissuração do modelo BH15F45T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras

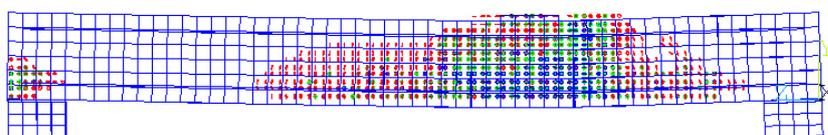
(a)



(b)



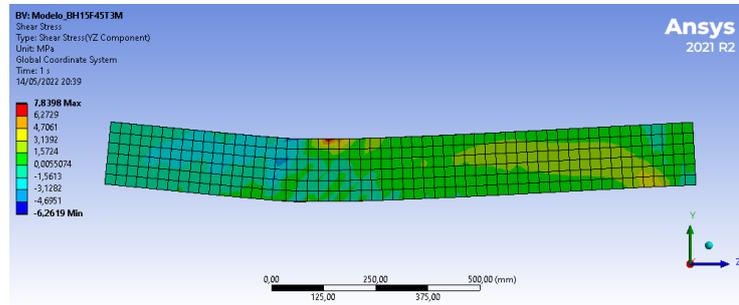
(c)



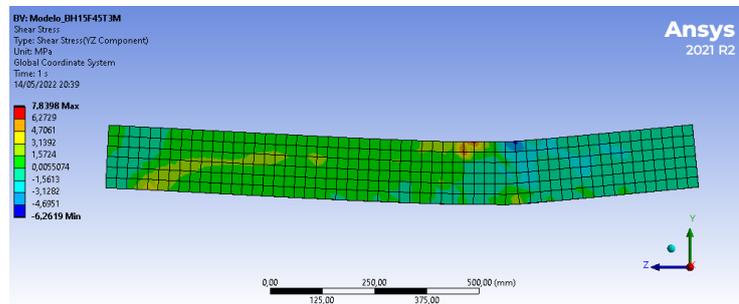
Fonte: Autor (2022).

Figura 220: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F45T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



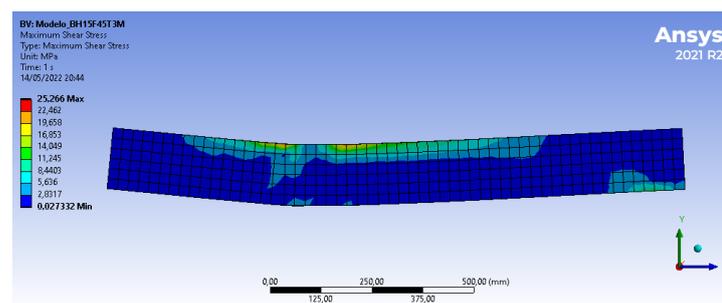
(b)



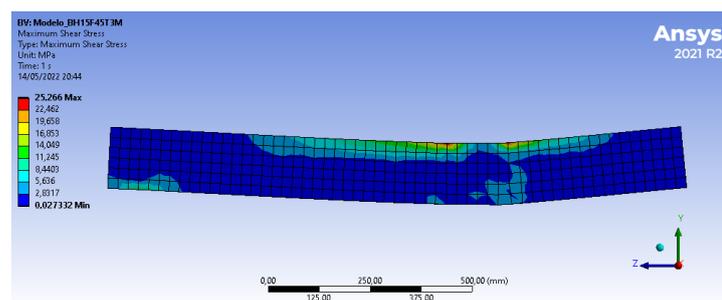
Fonte: Autor (2022).

Figura 221: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH15F45T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

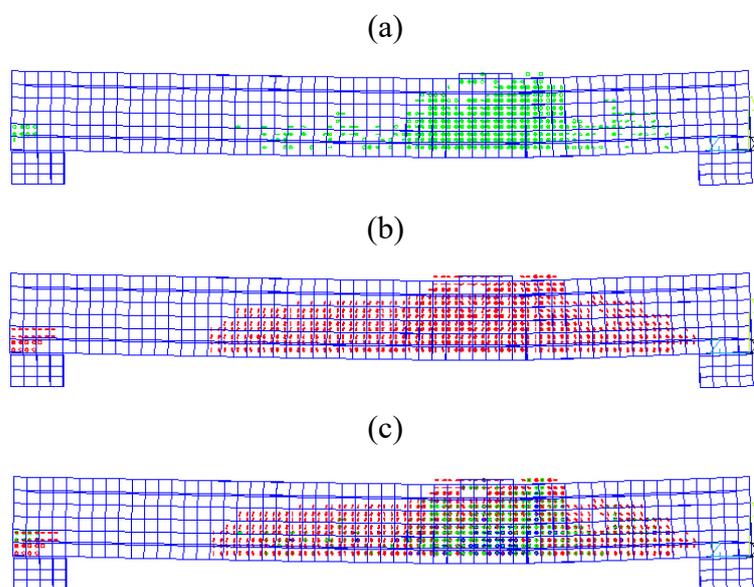


(b)



Fonte: Autor (2022).

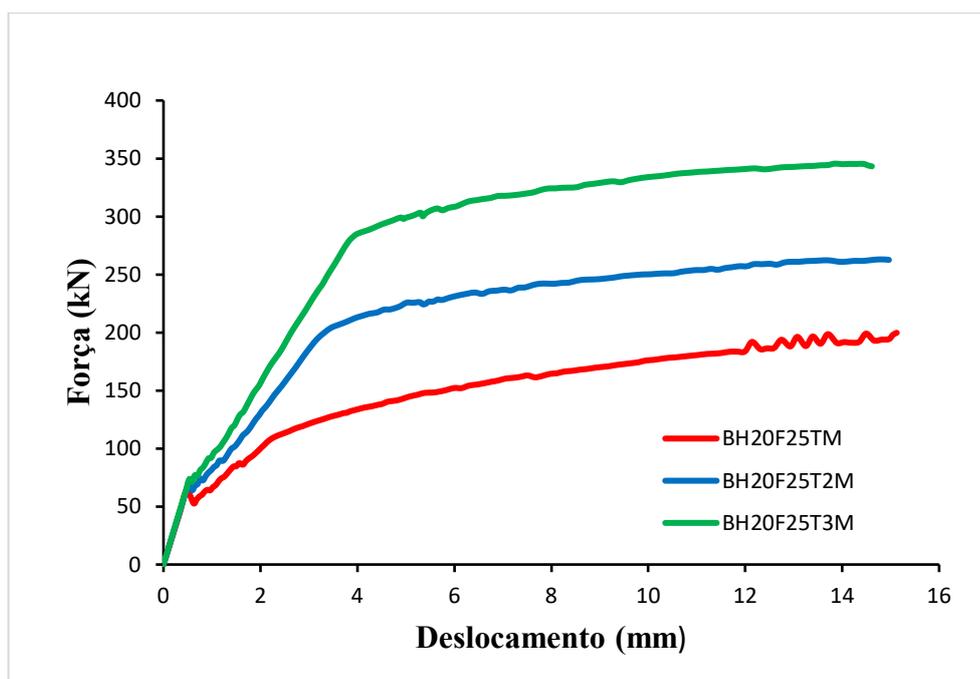
Figura 222: Panorama de fissuração do modelo BH15F45T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

— Modelo: BH20F25TM; BH20F25T2M; BH20F25T3M

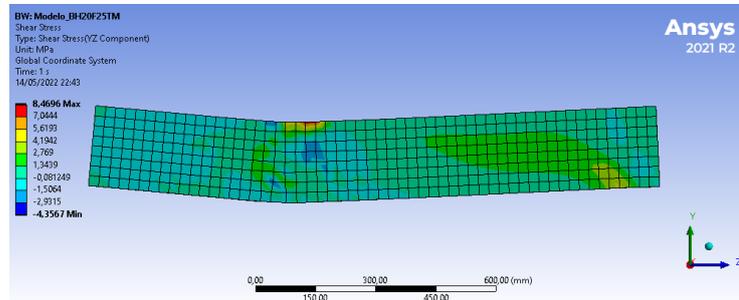
Figura 223: Força x Deslocamento com altura de 20 cm, f_{ck} de 25 MPa e variação da taxa de armadura



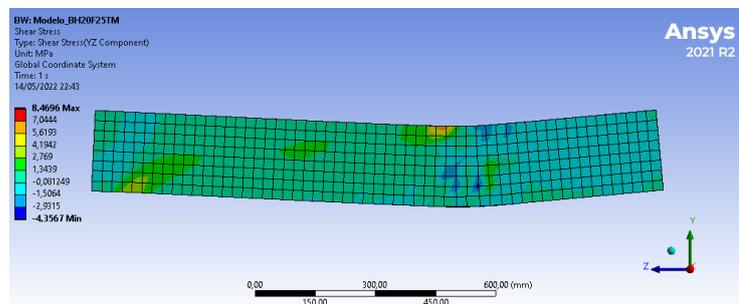
Fonte: Autor (2022).

Figura 224: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F25TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



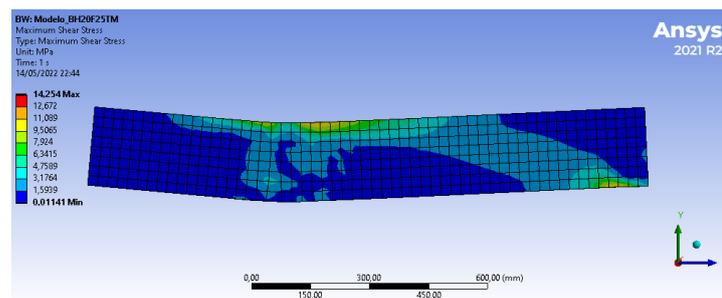
(b)



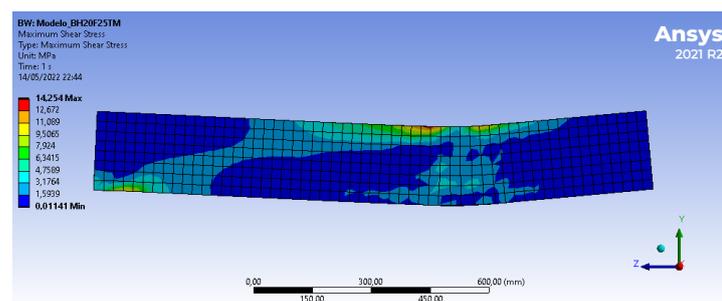
Fonte: Autor (2022).

Figura 225: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F25TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

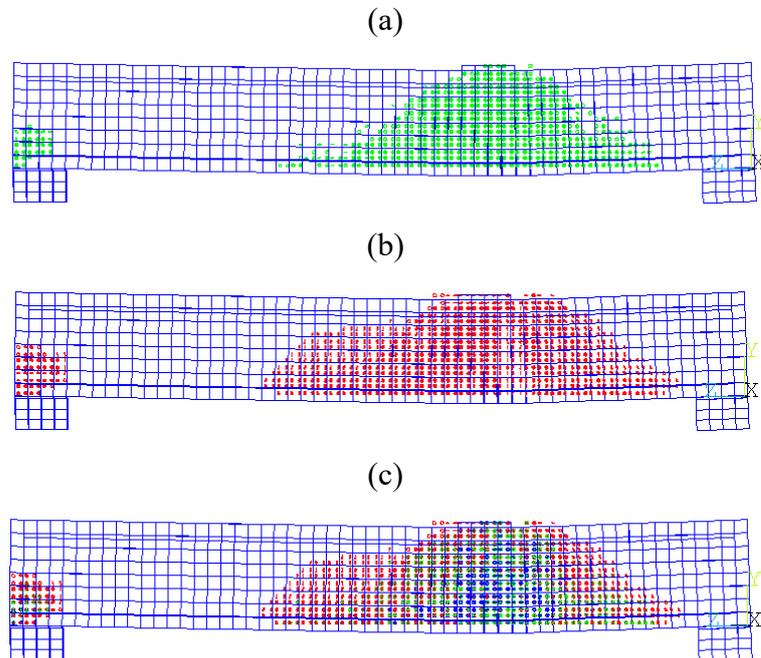


(b)



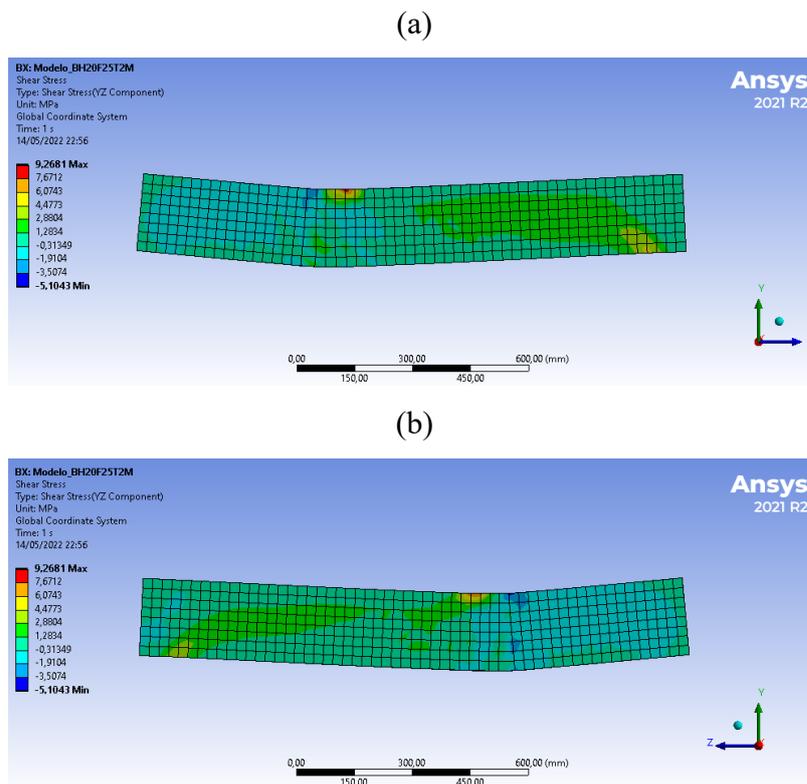
Fonte: Autor (2022).

Figura 226: Panorama de fissuração do modelo BH20F25TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

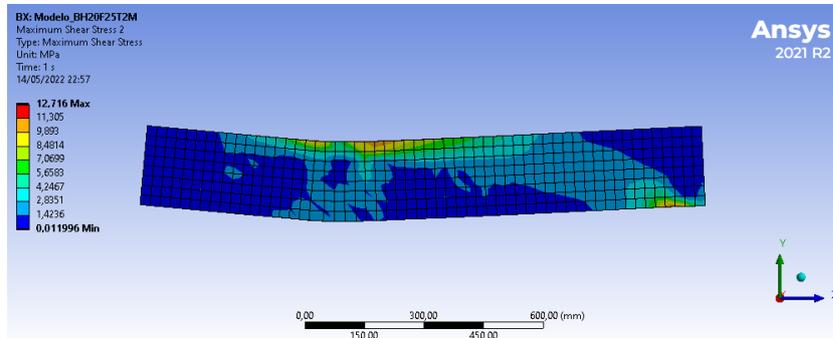
Figura 227: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F25T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda



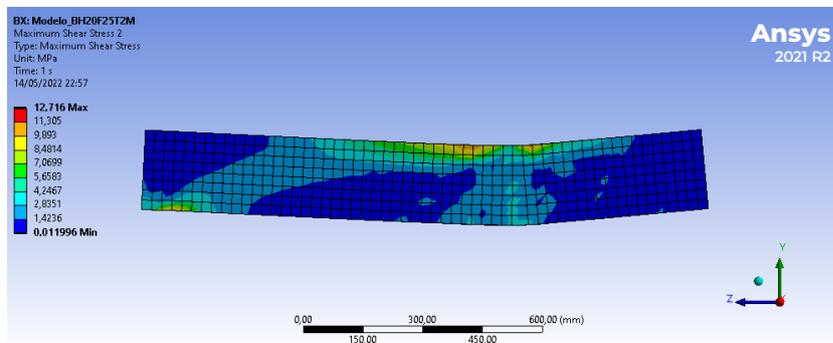
Fonte: Autor (2022).

Figura 228: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F25T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



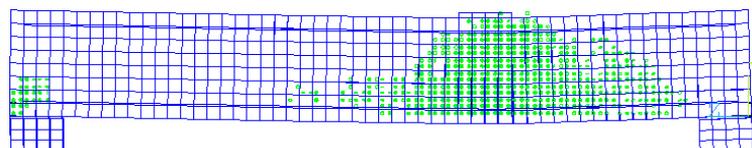
(b)



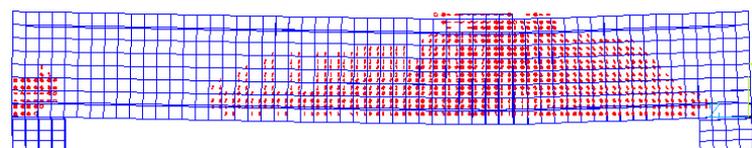
Fonte: Autor (2022).

Figura 229: Panorama de fissuração do modelo BH20F25T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras

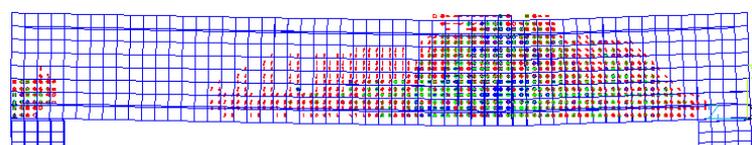
(a)



(b)



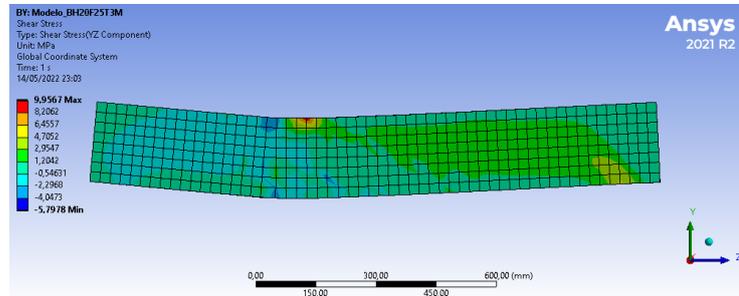
(c)



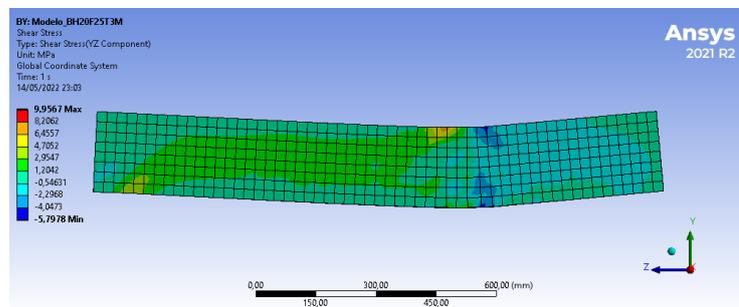
Fonte: Autor (2022).

Figura 230: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F25T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



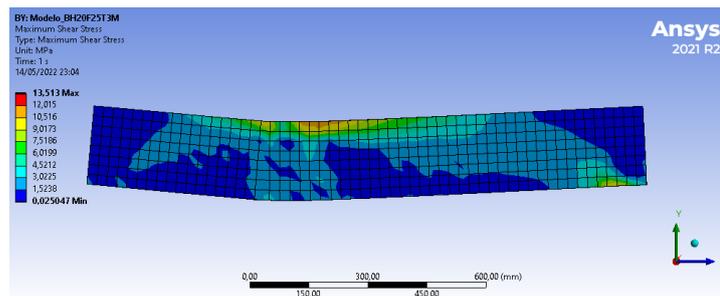
(b)



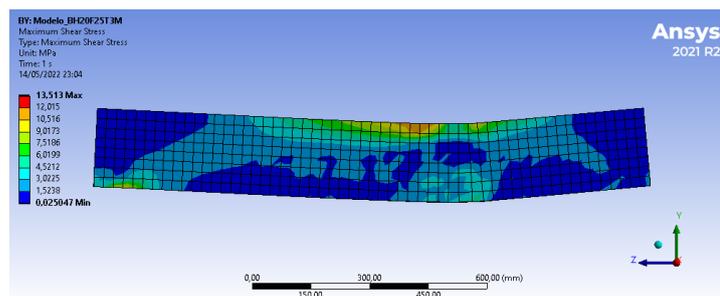
Fonte: Autor (2022).

Figura 231: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F25T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

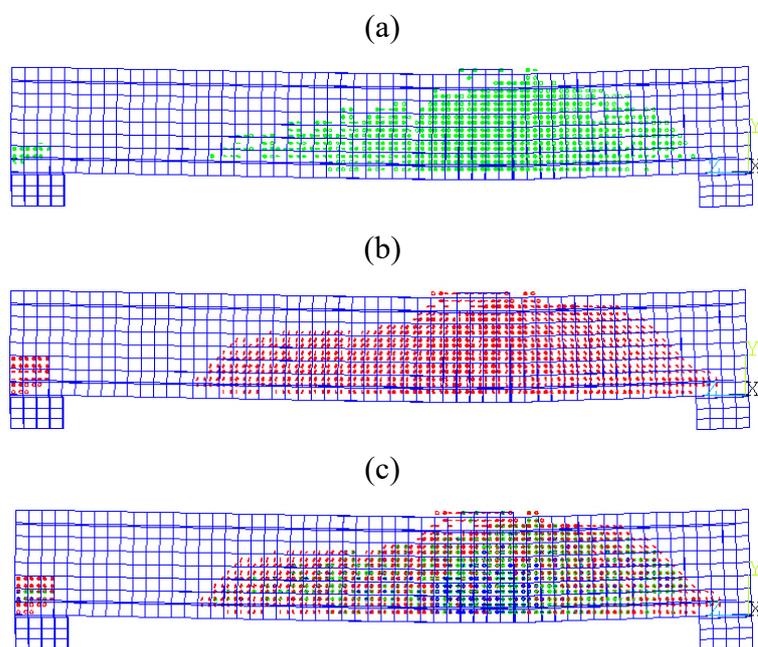


(b)



Fonte: Autor (2022).

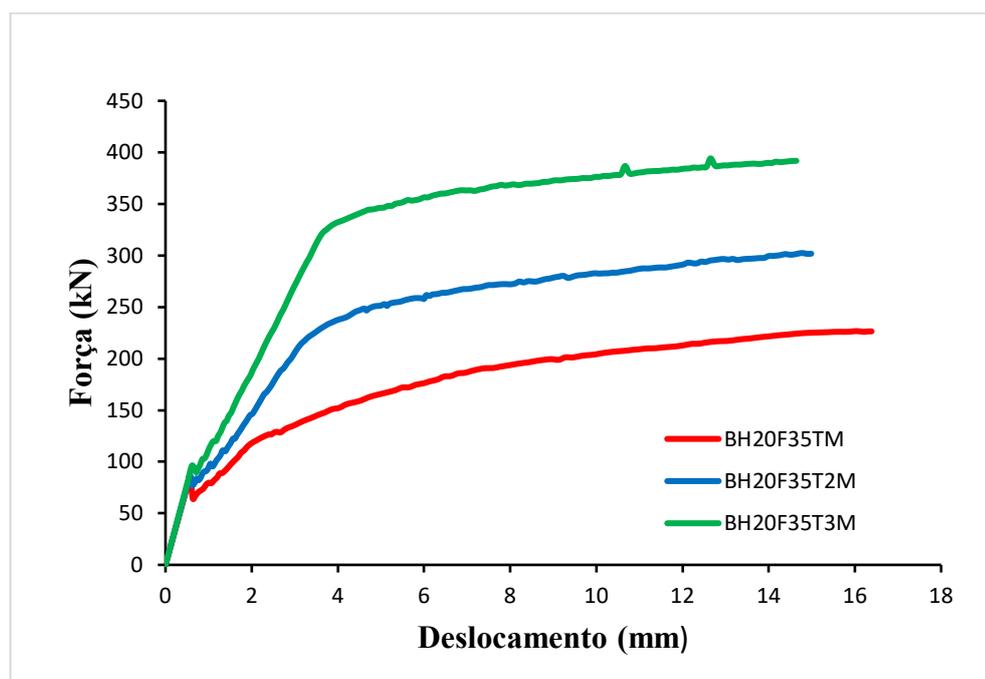
Figura 232: Panorama de fissuração do modelo BH20F25T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

— Modelo: BH20F35TM; BH20F35T2M; BH20F35T3M

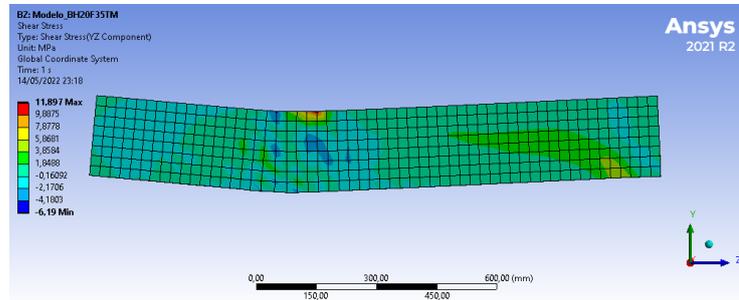
Figura 233: Força x Deslocamento com altura de 20 cm, f_{ck} de 35 MPa e variação da taxa de armadura



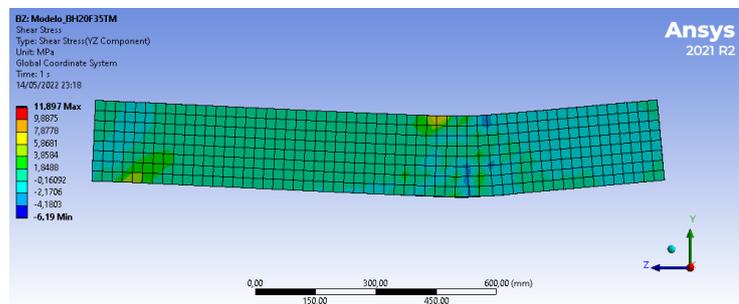
Fonte: Autor (2022).

Figura 234: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F35TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



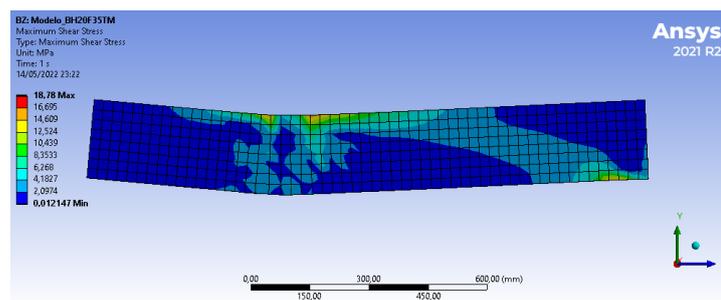
(b)



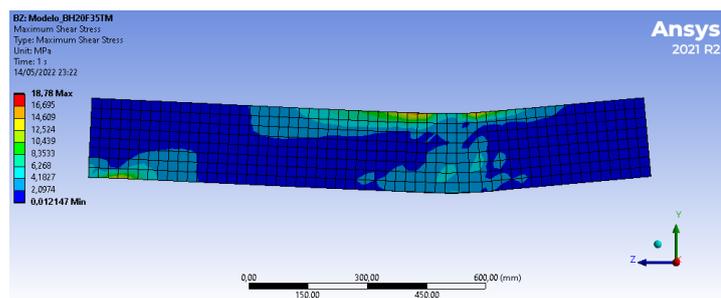
Fonte: Autor (2022).

Figura 235: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F35TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

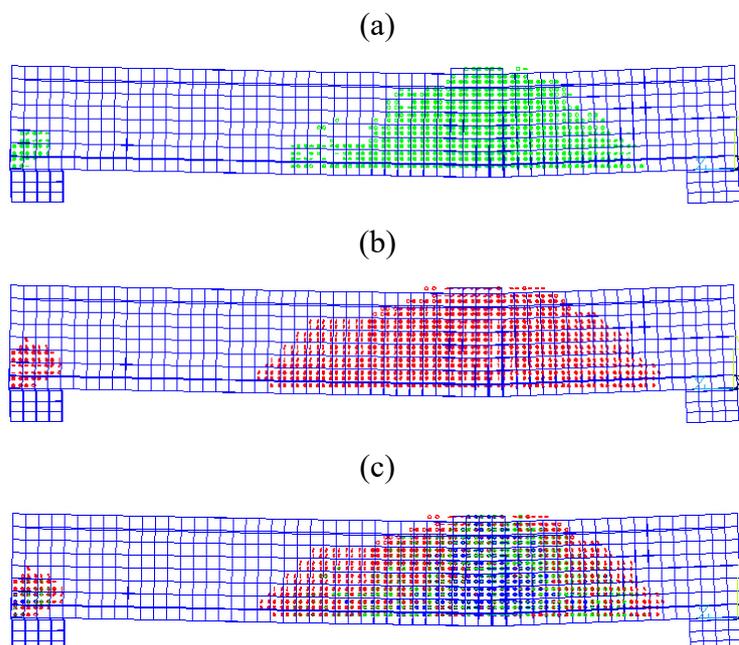


(b)



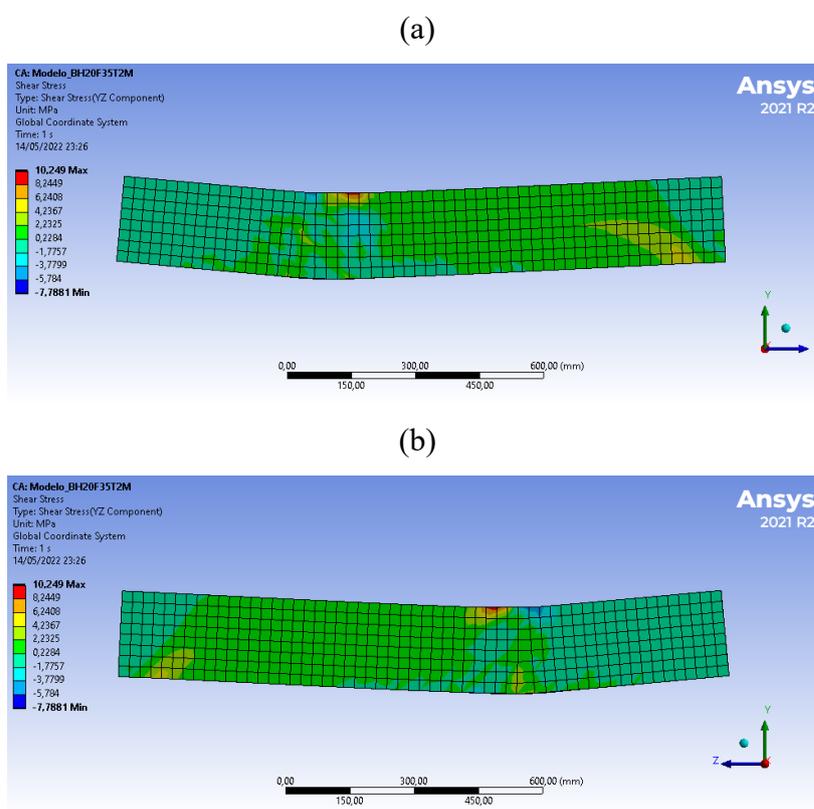
Fonte: Autor (2022).

Figura 236: Panorama de fissuração do modelo BH20F35TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

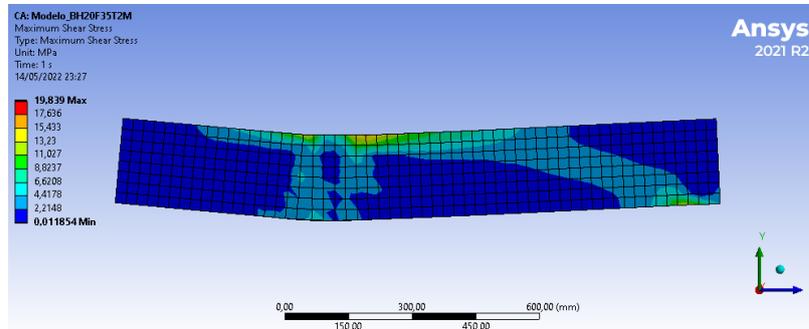
Figura 237: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F35T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda



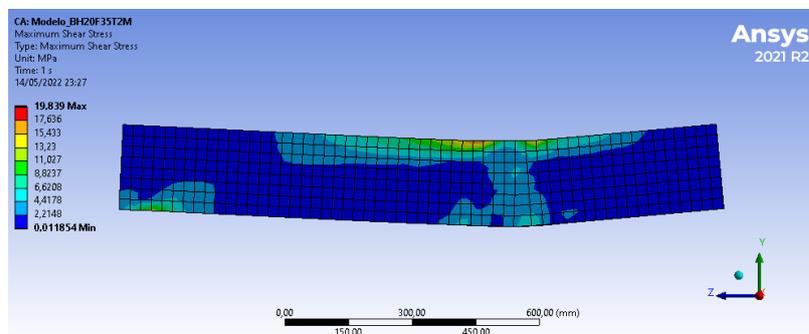
Fonte: Autor (2022).

Figura 238: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F35T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



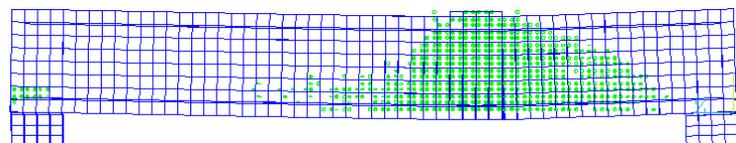
(b)



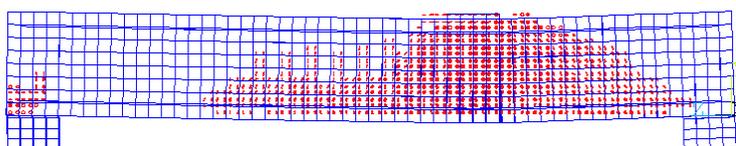
Fonte: Autor (2022).

Figura 239: Panorama de fissuração do modelo BH20F35T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras

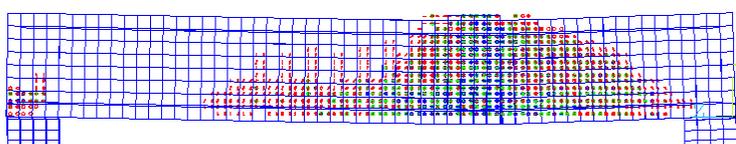
(a)



(b)



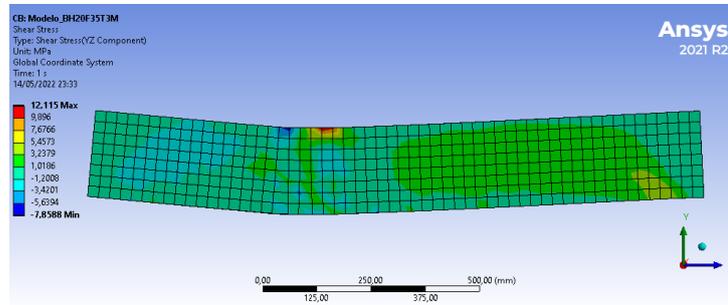
(c)



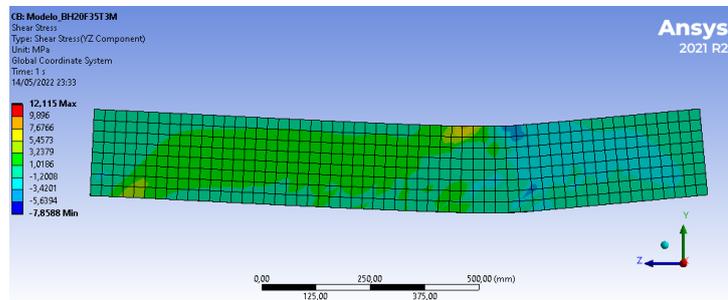
Fonte: Autor (2022).

Figura 240: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F35T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



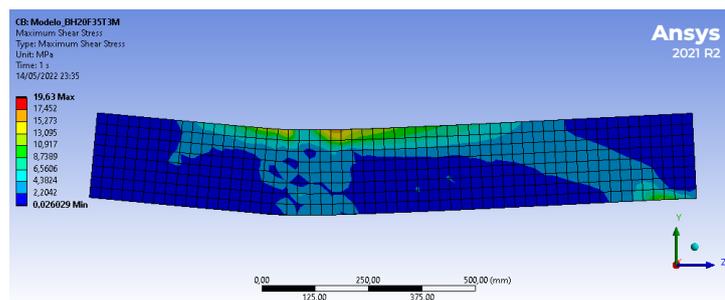
(b)



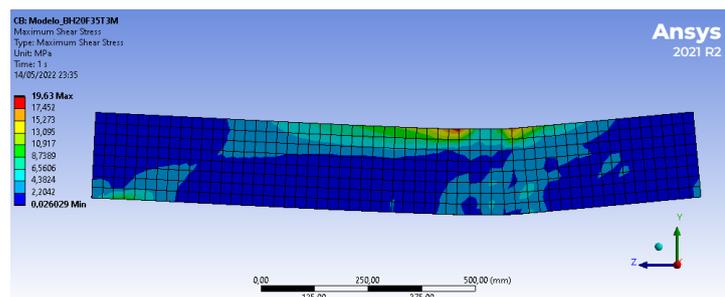
Fonte: Autor (2022).

Figura 241: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F35T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

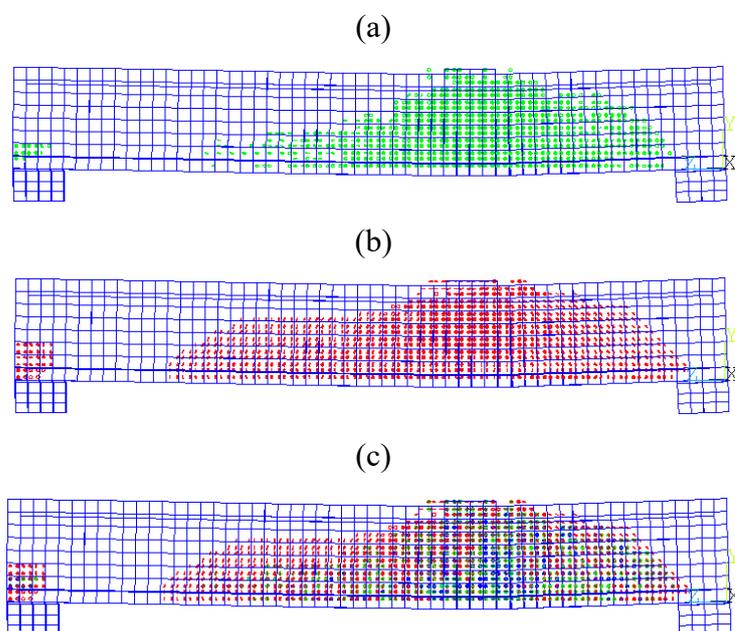


(b)



Fonte: Autor (2022).

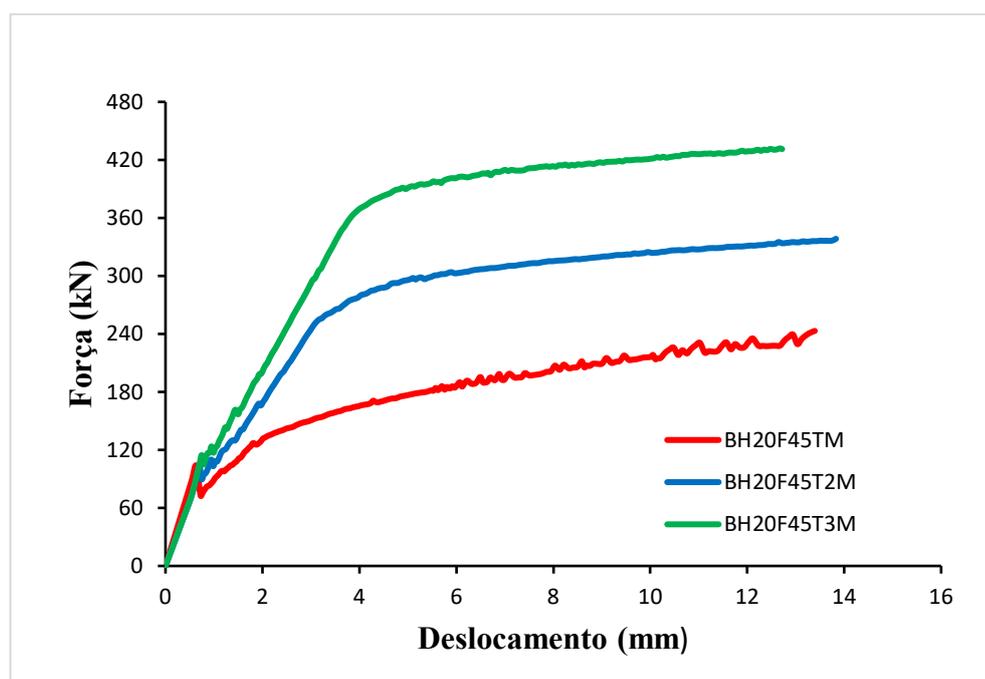
Figura 242: Panorama de fissuração do modelo BH20F35T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

— Modelo: BH20F45TM; BH20F45T2M; BH20F45T3M

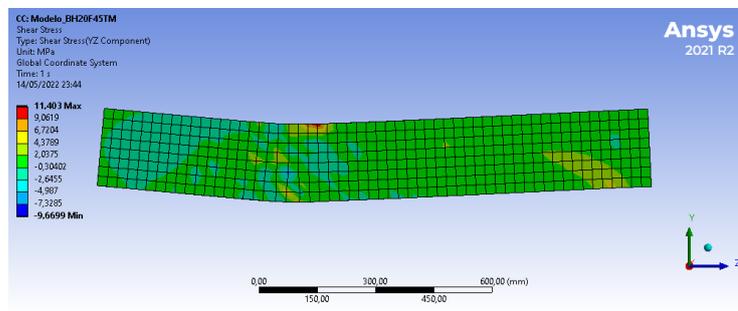
Figura 243: Força x Deslocamento com altura de 20 cm, f_{ck} de 45 MPa e variação da taxa de armadura



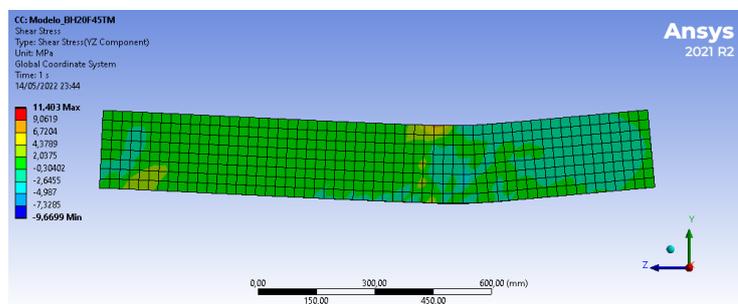
Fonte: Autor (2022).

Figura 244: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F45TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



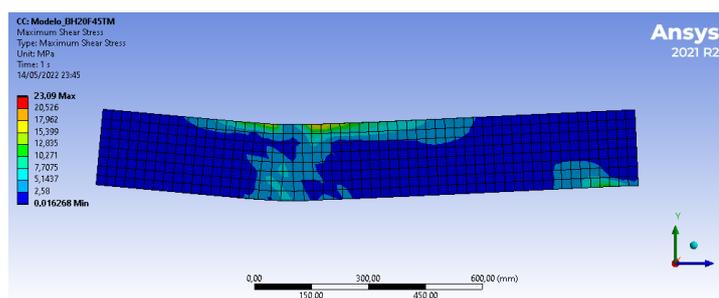
(b)



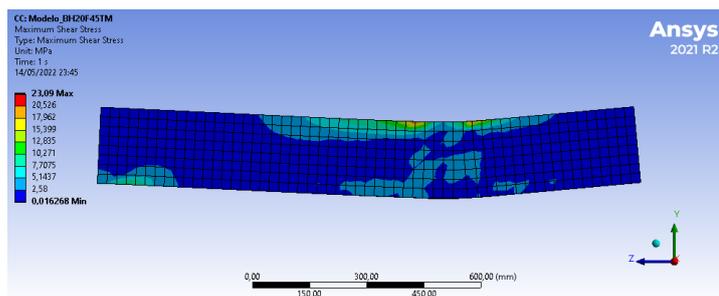
Fonte: Autor (2022).

Figura 245: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F45TM: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

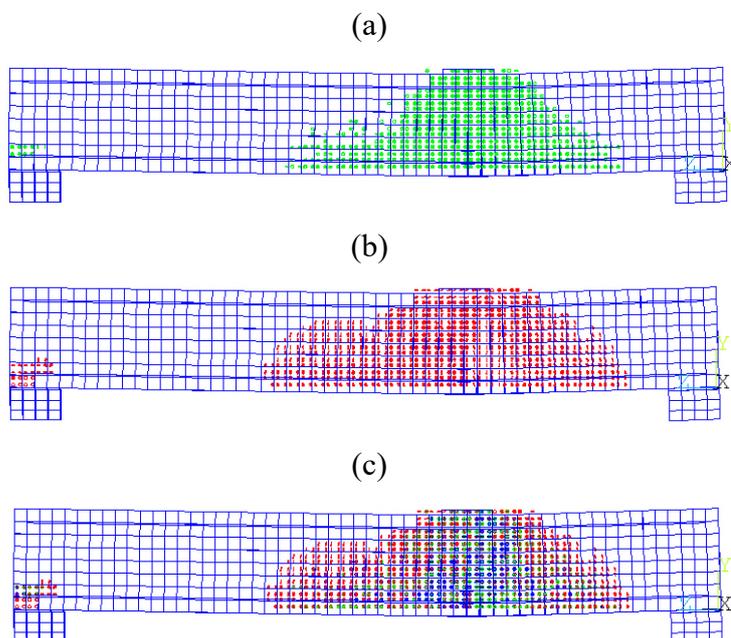


(b)



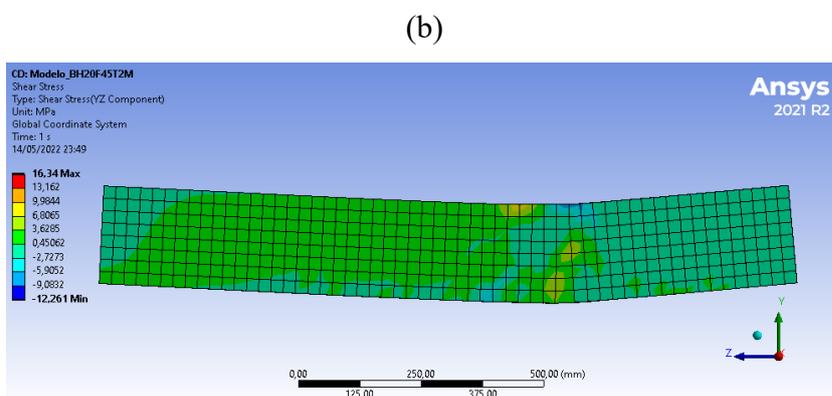
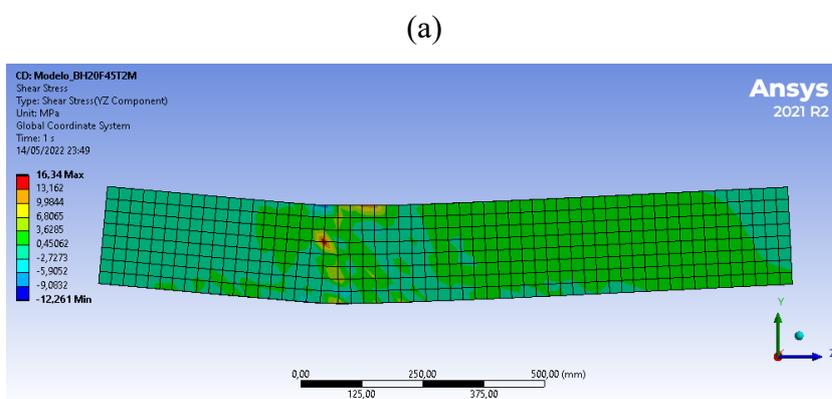
Fonte: Autor (2022).

Figura 246: Panorama de fissuração do modelo BH20F45TM: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

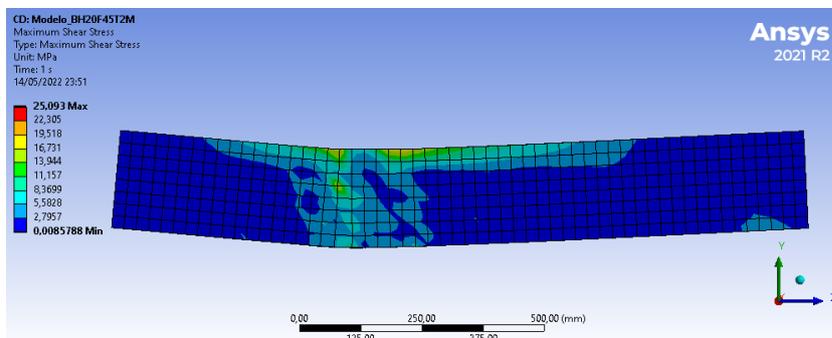
Figura 247: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F45T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda



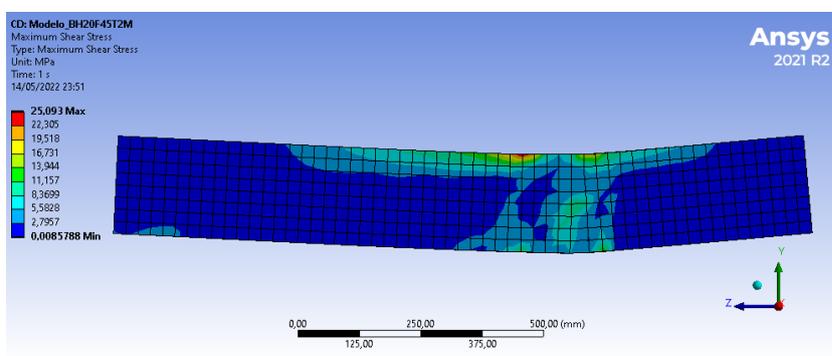
Fonte: Autor (2022).

Figura 248: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F45T2M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



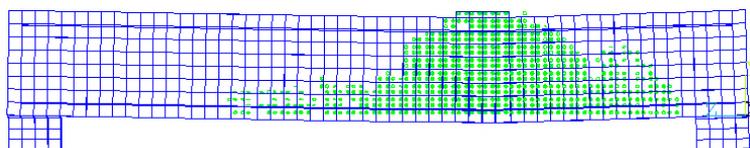
(b)



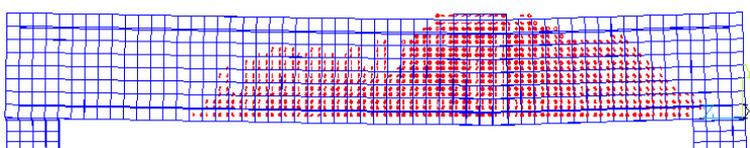
Fonte: Autor (2022).

Figura 249: Panorama de fissuração do modelo BH20F45T2M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras

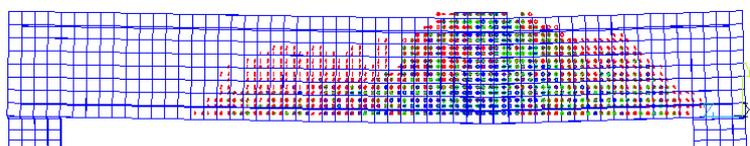
(a)



(b)



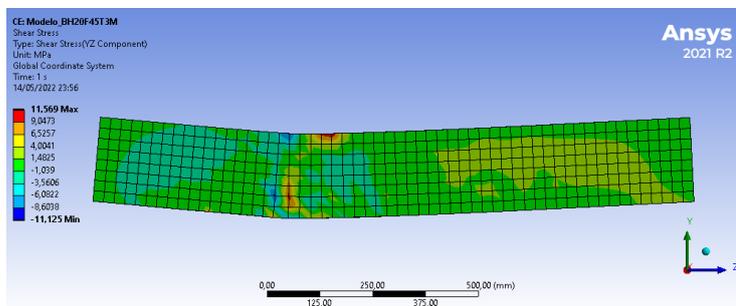
(c)



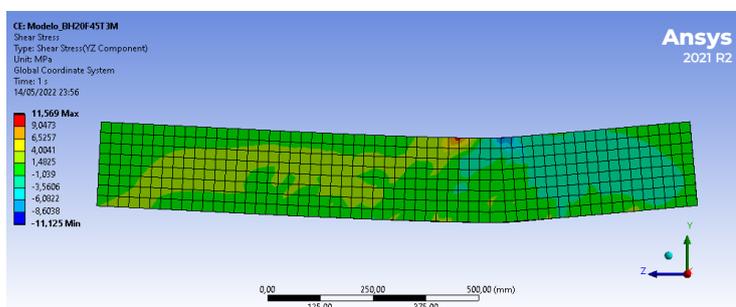
Fonte: Autor (2022).

Figura 250: Tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F45T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)



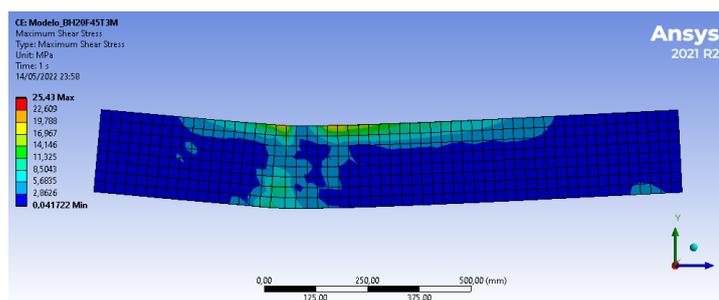
(b)



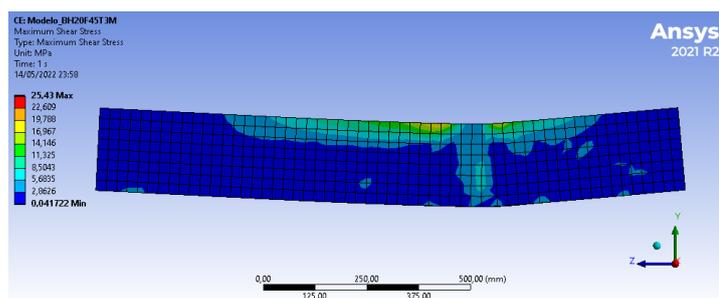
Fonte: Autor (2022).

Figura 251: Máxima tensão de cisalhamento em MPa do modelo BH20F45T3M: (a) plano YZ lateral direita; (b) plano YZ lateral esquerda

(a)

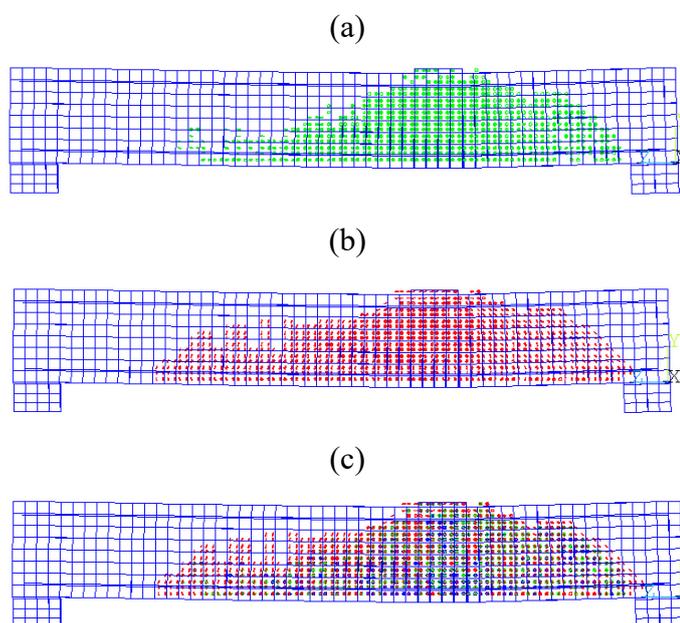


(b)



Fonte: Autor (2022).

Figura 252: Panorama de fissuração do modelo BH20F45T3M: (a) Primeira fissura; (b) segunda fissura; (c) todas as fissuras



Fonte: Autor (2022).

Considerando as figuras que demonstram as curvas de Força x Deslocamento apresentadas anteriormente, foi verificado o aumento dos valores de força máximas obtidas, consequentemente tendo um ganho de rigidez, seguindo o mesmo padrão dos resultados do grupo A. Vale ressaltar também que em alguns casos foi aplicado um deslocamento menor na placa de aço sobre a laje para convergir a solução da simulação numérica, este caso foi também visto no grupo A. Desta forma, para obter um valor maior de força última esteja relacionada com o aumento da taxa de armadura longitudinal e não com a disposição delas, sendo que as maiores deformações nas barras em todos os casos ocorrem nas armaduras inferiores.

Conforme as figuras que demonstram o comportamento das lajes submetidas a força cortante, apresentam os fluxos das tensões de cisalhamento e a máxima tensão de cisalhamento, sendo possível visualizar a formação das bielas de compressão, que se inicia no local da aplicação do deslocamento, estendendo-se em direção aos apoios.

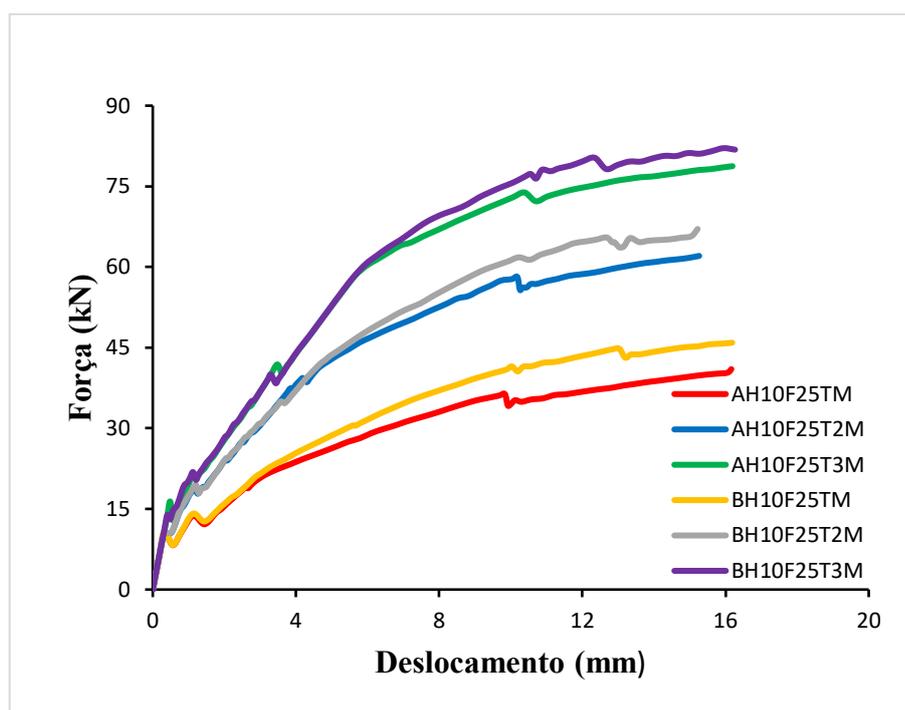
Considerando as figuras que apresentam o panorama de fissuração, percebe-se que na região da aplicação do deslocamento ocorrem as maiores intensidades das forças cortantes, demonstrando as fissuras inclinadas diagonalmente em direção aos apoios, esse comportamento também é visto nos modelos do grupo A. Para compreender melhor a influência dos parâmetros proposto no comportamento das lajes sujeita à força cortante, será apresentado no capítulo 4 uma análise estatística, assim como no grupo A.

3.6.3.3 Análise comparativa entre os modelos do grupo A e B

Tendo em vista os resultados obtidos do grupo A e B por meio da simulação numérica, foi realizado uma análise comparativa entre os modelos desses grupos para verificação dos efeitos da inserção da armadura longitudinal na borda superior da laje.

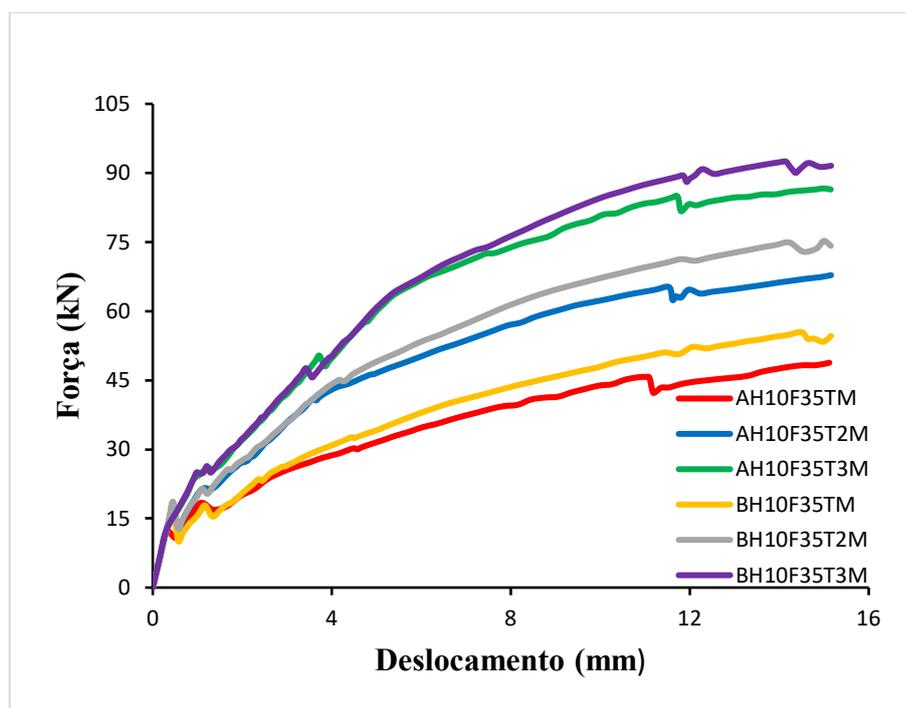
Diante disso, a análise desenvolvida deu-se por meio das figuras das curvas força x deslocamento, constituídas por seis modelos, sendo a altura do elemento e a resistência característica à compressão do concreto constantes. Já a taxa de aço da armadura longitudinal foi variável. Vale destacar, que o grupo B se diferencia do A, por ter armadura na borda superior da laje, ou seja, no grupo A as lajes são constituídas de armadura superior, já no grupo B contém armadura superior e inferior, conforme a figura 71, demonstrada anteriormente. A seguir são apresentadas as figuras das curvas força x deslocamento.

Figura 253: Força x Deslocamento do grupo A e B com altura de 10 cm, f_{ck} de 25 MPa e variação da taxa de armadura



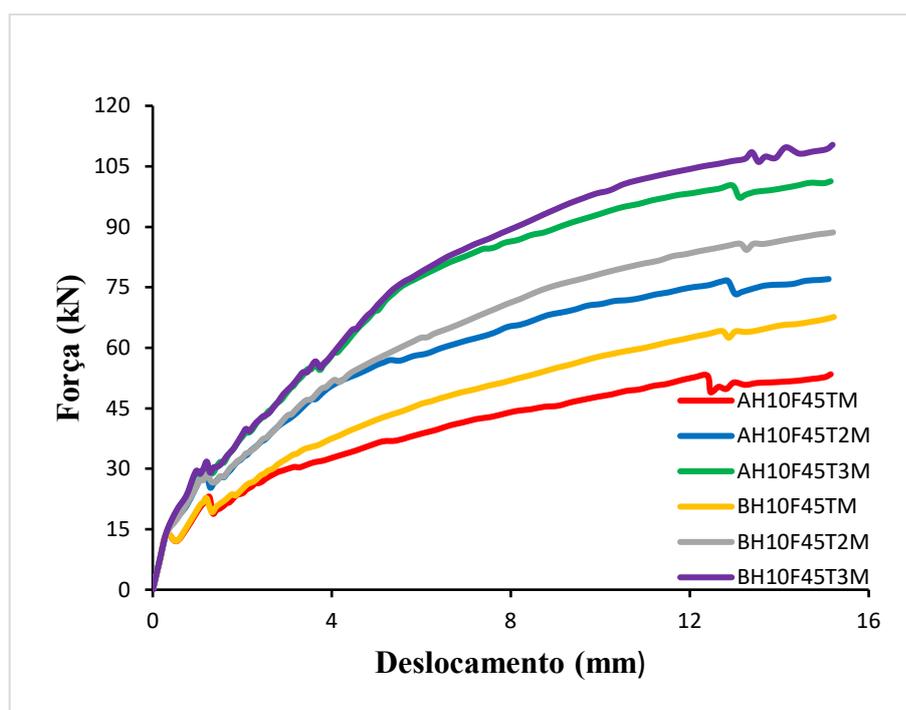
Fonte: Autor (2022).

Figura 254: Força x Deslocamento do grupo A e B com altura de 10 cm, f_{ck} de 35 MPa e variação da taxa de armadura



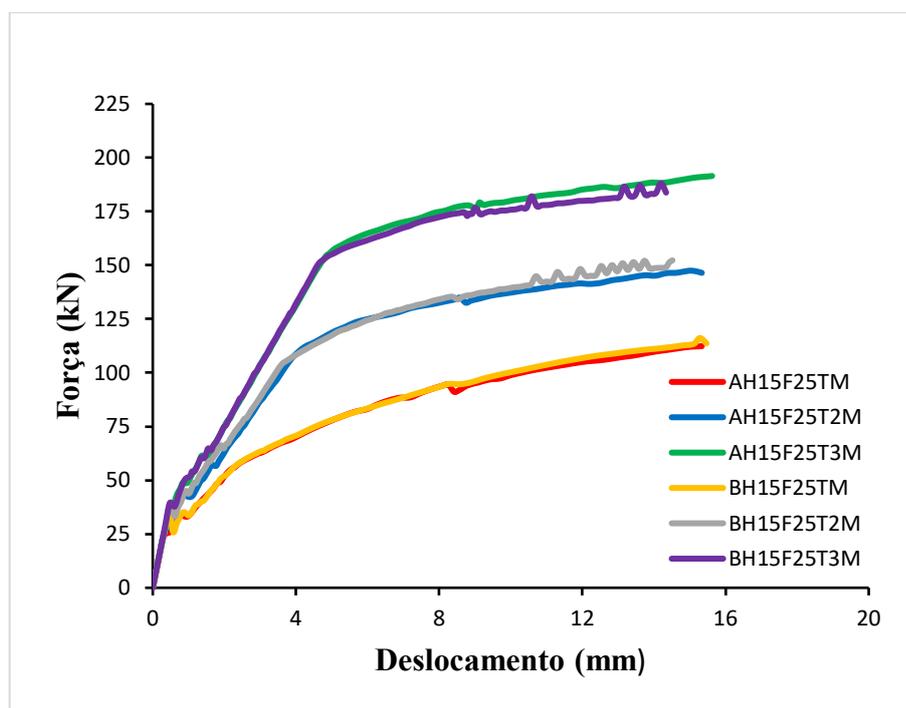
Fonte: Autor (2022).

Figura 255: Força x Deslocamento do grupo A e B com altura de 10 cm, f_{ck} de 45 MPa e variação da taxa de armadura



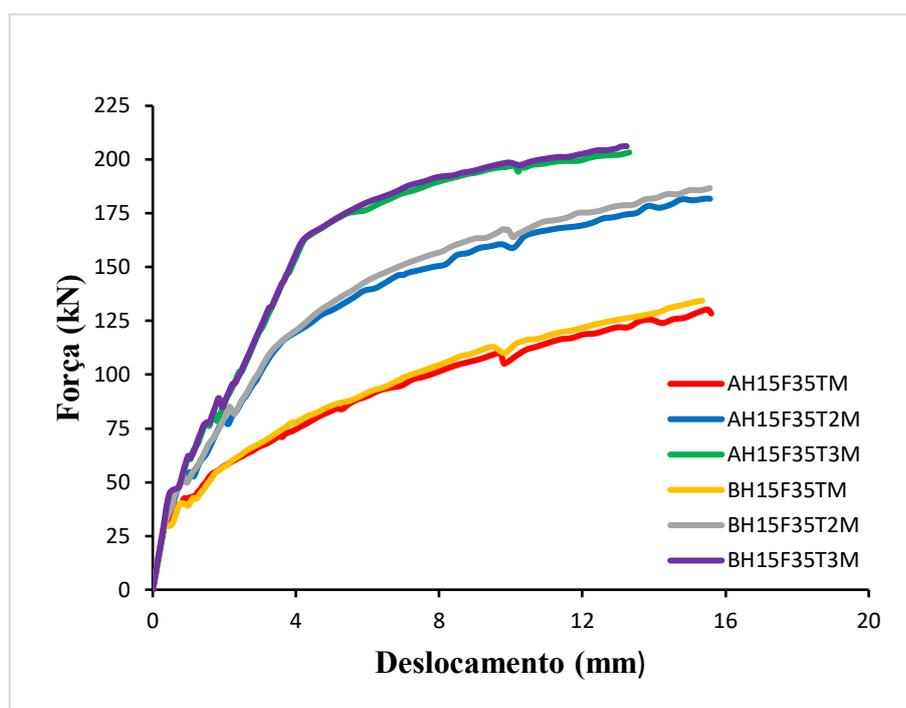
Fonte: Autor (2022).

Figura 256: Força x Deslocamento do grupo A e B com altura de 15 cm, f_{ck} de 25 MPa e variação da taxa de armadura



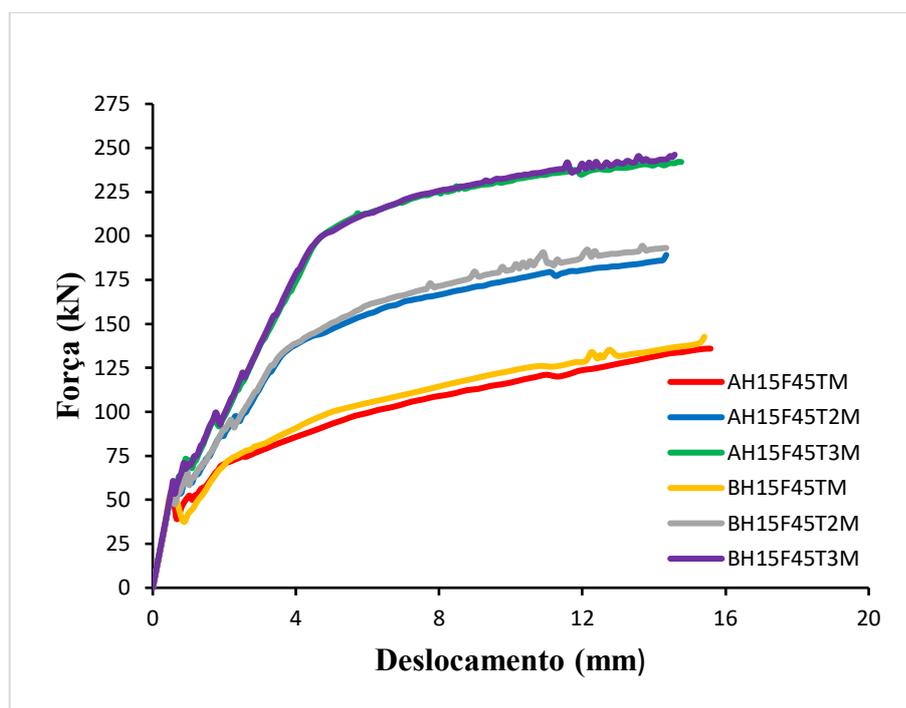
Fonte: Autor (2022).

Figura 257: Força x Deslocamento do grupo A e B com altura de 15 cm, f_{ck} de 35 MPa e variação da taxa de armadura



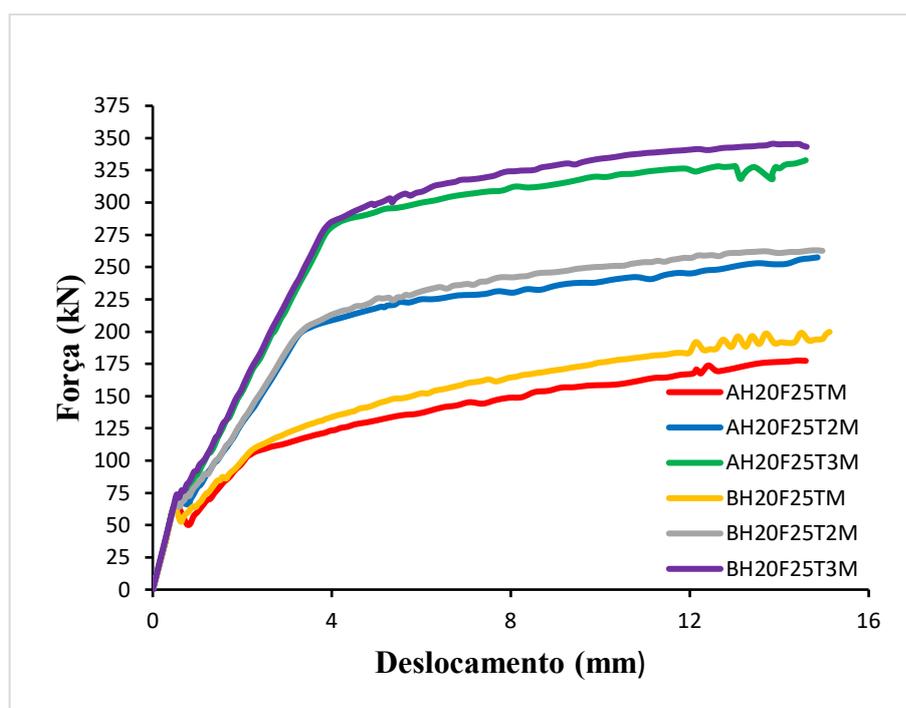
Fonte: Autor (2022).

Figura 258: Força x Deslocamento do grupo A e B com altura de 15 cm, f_{ck} de 45 MPa e variação da taxa de armadura



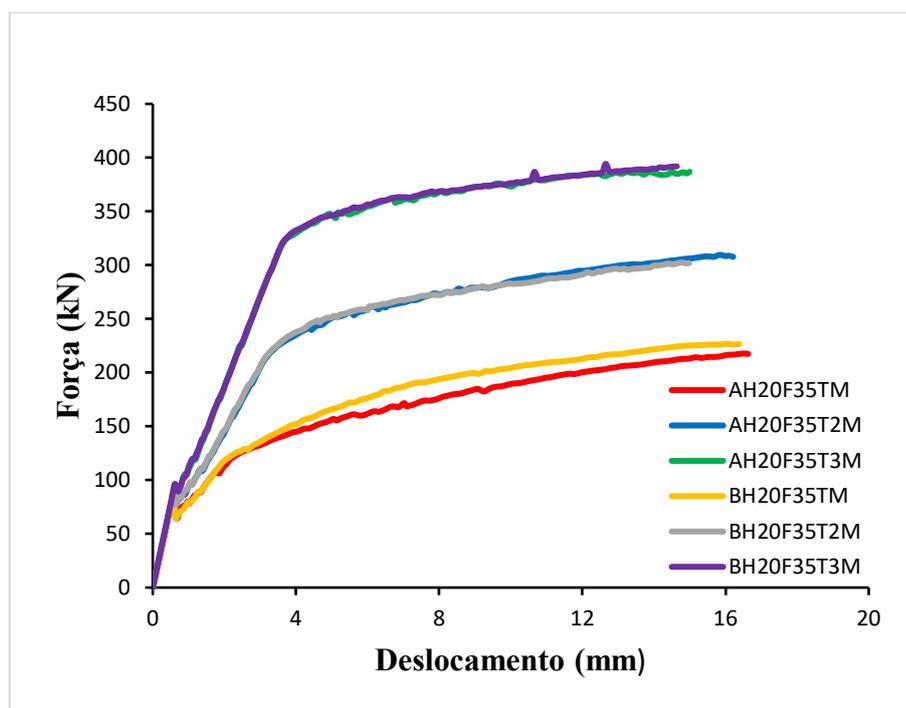
Fonte: Autor (2022).

Figura 259: Força x Deslocamento do grupo A e B com altura de 20 cm, f_{ck} de 25 MPa e variação da taxa de armadura



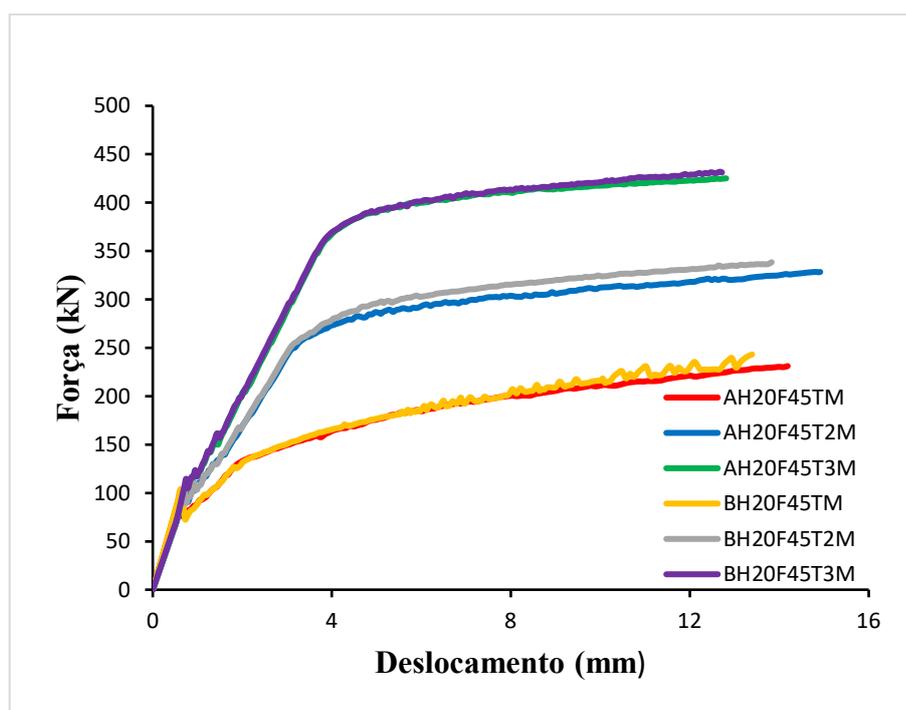
Fonte: Autor (2022).

Figura 260: Força x Deslocamento do grupo A e B com altura de 20 cm, f_{ck} de 35 MPa e variação da taxa de armadura



Fonte: Autor (2022).

Figura 261: Força x Deslocamento do grupo A e B com altura de 20 cm, f_{ck} de 45 MPa e variação da taxa de armadura



Fonte: Autor (2022).

Ao analisar as curvas de força x deslocamento dos modelos numéricos, por meio das figuras 253 a 261, foi possível verificar que a armadura inserida na borda superior da laje não tem influência significativa no ganho de resistência nesse elemento, quando há um aumento da sua altura.

Contudo, a laje com altura de 10 cm, demonstrou que a introdução da armadura superior proporcionou um pequeno ganho de resistência. Desta forma, há necessidade de realizar mais modelos com menores dimensões da seção transversal para definir qual seria o limite da altura que a armadura longitudinal superior tem influência na capacidade resistente à força cortante.

Além disso, algumas lajes apresentaram um comportamento frágil com a inserção da armadura na borda superior, mas esse processo está relacionado com o aumento da taxa de armadura, conforme já foi relatado nas análises anteriormente.

4 ANÁLISE ESTATÍSTICA

No processo de análise estatística foi aplicado um Planejamento de Experimentos (DOE), uma forma de planejar os experimentos para compreender a influência dos fatores na variável de resposta (parâmetro resultante de um ou mais fatores). O tipo de planejamento utilizado nesse primeiro procedimento foi Experimentos Fatoriais, que permitir observar a influência que vários fatores podem ter sobre a variável de resposta para auxiliar na tomada de decisões.

Na construção do modelo relacionado ao rendimento (desempenho) da tensão de cisalhamento, aplicada na análise com uma única variável de resposta (y), ou seja, dependente y (tensão de cisalhamento) que dependem das variáveis K (altura, f_{ck} , taxa de armadura superior e inferior), é uma característica baseada pelo modelo matemática chamado de “modelo de regressão”, sendo neste caso um modelo de regressão ajustado a um conjunto de dados amostrais (Montgomery, 2012).

Na análise foi adotado um modelo de regressão linear múltipla ajustado para vários fatores (neste estudo foram 3 e 4 variáveis independentes), que de forma geral pode ser determinado pela relação da variável de resposta y com a variáveis k denominadas de regressoras, apresentada na equação 77, uma função linear dos coeficientes de regressão.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \epsilon \quad (77)$$

Em que:

y : Variável de resposta (tensão de cisalhamento nesse estudo);

x_1, x_2, x_k : Variáveis independentes (altura, f_{ck} , taxa de armadura superior e inferior);

$\beta_1, \beta_2, \beta_k$: Coeficientes de regressão;

ϵ : Erro experimental (correspondem aos erros aleatórios).

Segundo Montgomery (2012), os coeficientes de regressão representam a mudança causada na variável de resposta por unidade de mudança em x_j , quando todas as variáveis independentes restantes são mantidas constantes, ou seja, o coeficiente de regressão (β_1) calcula a mudança na variável de resposta (y) por unidade de mudança na variável independente (x_1) e as outras variáveis independentes (x_2 e $x_3 \dots x_k$) são mantidas constantes e β_2 calcula o efeito esperado em y em x_2 , quando x_1 e x_3 é mantido constante. Os coeficientes de regressão são estimados por meio do método dos quadrados mínimos, calculados como a diferença entre os

valores observados. Desta forma, esse método sugere determinar os valores dos parâmetros de progressão ($\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$), por meio da equação apresentada a seguir, na qual a soma dos quadrados dos resíduos (SQE) é mínima.

$$SQE = \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_{i1} - \dots - \beta_k x_{ik})^2 \quad (78)$$

A análise de variância tem uma finalidade de avaliar a existência de diferença significativa entre as médias e se os fatores tem influência em alguma dependente, ou seja, segundo Martins (2008), trata-se de um método estatístico desenvolvido por Fisher, que por meio de teste de igualdade de médias, verifica se os fatores produzem mudanças sistemáticas em alguma variável de interesse.

Desta forma, a aplicação dessa análise tem como interesse de verificar quais variáveis (altura, f_{ck} , taxa de armadura superior e inferior) causam mudanças na tensão de cisalhamento nos modelos que foram simulados. Isto significa, que por meio da análise de variância é possível identificar os fatores (parâmetros propostos, ou a variável já citada) ou sua combinação, que têm efeitos significativos (apreciáveis ou influenciam), ou não influenciam na resistência à força cortante.

As equações para procedimentos de cálculo da análise da variância para três fatores segundo Montgomery (2012), são demonstradas na tabela 15.

Tabela 15: Equações para Análise de Variância com três fatores

Fator	SQ	Graus de Liberdade	Média dos Quadrados	F_0
A	SS_A	$a - 1$	$MS_A = SS_A / (a - 1)$	$F_0 = MS_A / MS_E$
B	SS_B	$b - 1$	$MS_B = SS_B / (b - 1)$	$F_0 = MS_B / MS_E$
C	SS_C	$c - 1$	$MS_C = SS_C / (c - 1)$	$F_0 = MS_C / MS_E$
AB	SS_{AB}	$(a - 1)(b - 1)$	$MS_{AB} = SS_{AB} / [(a - 1)(b - 1)]$	$F_0 = MS_{AB} / MS_E$
AC	SS_{AC}	$(a - 1)(c - 1)$	$MS_{AC} = SS_{AC} / [(a - 1)(c - 1)]$	$F_0 = MS_{AC} / MS_E$
BC	SS_{BC}	$(b - 1)(c - 1)$	$MS_{BC} = SS_{BC} / [(b - 1)(c - 1)]$	$F_0 = MS_{BC} / MS_E$
ABC	SS_{ABC}	$(a - 1)(b - 1)(c - 1)$	$MS_{ABC} = SS_{ABC} / [(a - 1)(b - 1)(c - 1)]$	$F_0 = MS_{ABC} / MS_E$
Erro	SS_E	$abc(n - 1)$	$MS_E = SS_E / [abc(n - 1)]$	
Total	SS_r	$abcn - 1$		

SQ – Soma dos Quadrados

Fonte: Montgomery (2012).

Contudo, para realizar a análise de variância manualmente são apresentadas outras formulações necessárias para determinação dos dados da tabela 15. Desta forma, a solução da soma total dos quadrados e dos quadrados de cada fatores principais, é fundamental a aplicação das equações 79 a 82 respectivamente.

$$SS_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c y_{ijk}^2 - \frac{y^2}{abc} \quad (79)$$

$$SS_A = \frac{1}{bc} \sum_{i=1}^a y_{i...}^2 - \frac{y^2}{abc} \quad (80)$$

$$SS_B = \frac{1}{ac} \sum_{j=1}^b y_{.j}^2 - \frac{y^2}{abc} \quad (81)$$

$$SS_C = \frac{1}{ab} \sum_{k=1}^c y_{k...}^2 - \frac{y^2}{abc} \quad (82)$$

Além disso, no processo de análise é verificado as interações dos fatores, que são determinadas pelas somas dos quadrados por meio das equações 83 a 86:

$$SS_{AB} = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b y_{ij}^2 - \frac{y^2}{abc} - SS_A - SS_B \quad (83)$$

$$SS_{AC} = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^c y_{ik}^2 - \frac{y^2}{abc} - SS_A - SS_C \quad (84)$$

$$SS_{BC} = \frac{1}{a} \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c y_{jk}^2 - \frac{y^2}{abc} - SS_B - SS_C \quad (85)$$

$$SS_{ABC} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c y_{ijk}^2 - \frac{y^2}{abc} - SS_A - SS_B - SS_C - SS_{AB} - SS_{AC} - SS_{BC} \quad (86)$$

Por fim, a soma dos quadrados do erro pode ser determinada subtraindo a soma dos quadrados para cada fator principal e interação da soma dos quadrados, demonstrada na equação 87:

$$SS_E = SS_T - \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c y_{ijk}^2 - \frac{y^2 \dots}{abc} \quad (87)$$

Para realização da conclusão da análise é necessário verificar a relação entre a média dos quadrados dos fatores ou das interações entre eles pela média dos quadrados dos erros, esse processo resulta em um valor chamado F_0 como demonstrado na tabela 15. Além disso, os números de graus de liberdade dos fatores, podem ser interpretados como o número de variação do fator menos um, ou o produto dos fatores em suas interações, que pode ser observado na tabela 15. Para verificação se os fatores tem alguma influência, é fundamental observar o valor do $F_{crítico}$ extraído por meio de tabela que pode ser encontrada na literatura de Montgomery (2012), em que o valor F_0 está relacionado com $F_{crítico}$ da seguinte maneira:

$$I. \quad F_0 > F_{crítico}$$

Conclui-se que o fator ou sua combinação entre eles, tem influência significativa;

$$II. \quad F_{crítico} > F_0$$

Conclui-se que o fator ou sua combinação entre eles, não tem influência significativa;

Outra forma de verificação é pelo valor-P, sendo definido como a probabilidade que mede a evidência contra a hipótese nula, ou seja, segundo Montgomery (2012), o uso do valor-P é uma forma de verificar os resultados de um teste de hipótese, declarando que a hipótese nula foi ou não rejeitada em um valor ou nível de significância adotado. Nesse estudo foi aplicado um nível de significância de 0,05.

Para melhor interpretação se os fatores tem alguma influência necessário observar a seguinte hipótese:

$$I. \quad \text{Valor-P} \leq \alpha \text{ (nível de significância)}$$

Se o valor-P for menor ou igual ao nível de significância, conclui-se que o fator ou sua combinação entre eles, tem efeitos significativos na variável de resposta.

II. Valor- $P > \alpha$ (nível de significância)

Se o valor-P for maior que nível de significância, conclui-se que o fator ou sua combinação entre eles, não tem efeitos significativos na variável de resposta.

4.1 APLICAÇÃO DO PLANEJAMENTO EXPERIMENTAL (DOE) FATORIAL COM ANÁLISE DE VARIÂNCIA (ANOVA).

O processo de análise por meio do programa Minitab[®] foram utilizados os dados obtidos na simulação numérica, conforme a tabela 16 e tabela 17, referente ao grupo A e grupo B respectivamente, que apresentam as informações dos fatores de interesse para verificação se tem influência em alguma variável dependente, que são os resultados das tensões de cisalhamento máximas e mínimas de cada modelo.

Tabela 16: Dados do grupo A

Modelos	Altura (cm)	f _{ck} (MPa)	Taxa de armadura inferior	Tensão de cisalhamento (MPa)	
				Máxima	Mínima
L1025M	10	25	Mínima	3,6550	-2,4559
L1025M2	10	25	2 x mínima	3,0135	-3,1761
L1025M3	10	25	3 x mínima	4,0331	-2,3561
L1035M	10	35	Mínima	3,2756	-3,1078
L1035M2	10	35	2 x mínima	3,5957	-2,9665
L1035M3	10	35	3 x mínima	3,8758	-3,1993
L1045M	10	45	Mínima	3,6672	-4,8028
L1045M2	10	45	2 x mínima	3,3818	-4,4913
L1045M3	10	45	3 x mínima	4,0691	-4,6299
L1525M	15	25	Mínima	5,6154	-2,8958
L1525M2	15	25	2 x mínima	5,2674	-2,6362
L1525M3	15	25	3 x mínima	6,7245	-3,2272
L1535M	15	35	Mínima	6,7731	-4,8773
L1555M2	15	35	2 x mínima	8,7979	-8,6287
L1555M3	15	35	3 x mínima	7,5243	-4,6681
L1545M	15	45	Mínima	6,4260	-4,6004
L1545M2	15	45	2 x mínima	6,9889	-5,2034
L1545M3	15	45	3 x mínima	6,9069	-5,6536
L2025M	20	25	Mínima	6,8642	-4,1487
L2025M2	20	25	2 x mínima	8,6169	-4,4154
L2025M3	20	25	3 x mínima	8,6366	-5,1832
L2035M	20	35	Mínima	9,6527	-6,0516
L2035M2	20	35	2 x mínima	9,6836	-6,3020
L2035M3	20	35	3 x mínima	11,1050	-9,2768
L2045M	20	45	Mínima	9,2685	-7,8629
L2045M2	20	45	2 x mínima	11,4310	-10,6350
L2045M3	20	45	3 x mínima	10,8950	-10,4430

Fonte: Autor (2022).

Tabela 17: Dados do grupo B

Modelos	Altura (cm)	f_{ck} (MPa)	Taxa de armadura		Tensão de cisalhamento (MPa)	
			Inferior	Superior	Máxima	Mínima
L1025M	10	25	Mínima	Mínima	3,6312	-4,0827
L1025M2	10	25	2 x mínima	Mínima	3,9264	-4,1509
L1025M3	10	25	3 x mínima	Mínima	4,5100	-4,5046
L1035M	10	35	Mínima	Mínima	3,6372	-4,8902
L1055M2	10	35	2 x mínima	Mínima	3,8913	-5,2046
L1055M3	10	35	3 x mínima	Mínima	4,5178	-4,4138
L1045M	10	45	Mínima	Mínima	3,9560	-5,4182
L1045M2	10	45	2 x mínima	Mínima	6,5664	-6,0416
L1045M3	10	45	3 x mínima	Mínima	4,4545	-5,5186
L1525M	15	25	Mínima	Mínima	6,5442	-4,2687
L1525M2	15	25	2 x mínima	Mínima	7,4393	-3,6844
L1525M3	15	25	3 x mínima	Mínima	6,8449	-4,7206
L1535M	15	35	Mínima	Mínima	8,0612	-5,4093
L1555M2	15	35	2 x mínima	Mínima	9,2747	-6,7288
L1555M3	15	35	3 x mínima	Mínima	7,6962	-5,3511
L1545M	15	45	Mínima	Mínima	7,3993	-5,8801
L1545M2	15	45	2 x mínima	Mínima	8,1287	-6,1904
L1545M3	15	45	3 x mínima	Mínima	7,8398	-6,2619
L2025M	20	25	Mínima	Mínima	8,4696	-4,3567
L2025M2	20	25	2 x mínima	Mínima	9,2681	-5,1043
L2025M3	20	25	3 x mínima	Mínima	9,9567	-5,7978
L2035M	20	35	Mínima	Mínima	11,8970	-6,1900
L2035M2	20	35	2 x mínima	Mínima	10,2490	-7,7810
L2035M3	20	35	3 x mínima	Mínima	12,1150	-7,8588
L2045M	20	45	Mínima	Mínima	11,4030	-9,6699
L2045M2	20	45	2 x mínima	Mínima	16,3400	-12,2610
L2045M3	20	45	3 x mínima	Mínima	11,5690	-11,1250

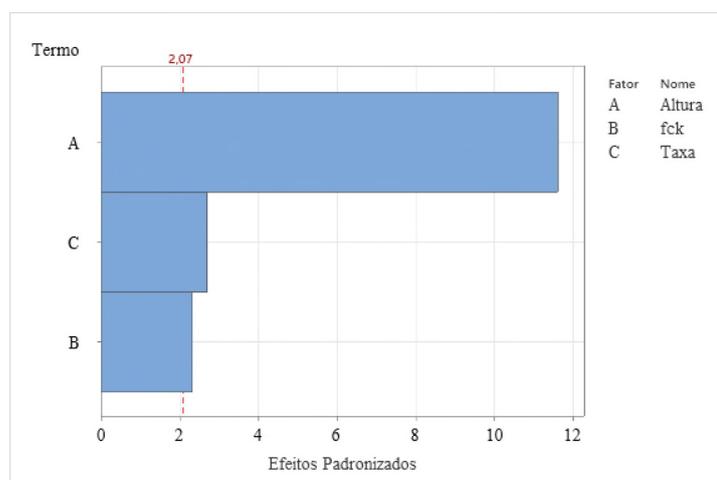
Fonte: Autor (2022).

Considerando primeiramente os dados apresentados na tabela 16 do grupo A e logo depois a tabela 17 do grupo B, com um nível de confiança de 95%, ou seja, o nível de significância (α) de 5%, foram obtidos os seguintes resultados da análise estatística demonstrados nas tabelas e figuras a seguir:

- GRUPO A

- Análise somente com os fatores principais para a tensão de cisalhamento máxima:

Figura 262: Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados para a tensão de cisalhamento máxima do grupo A



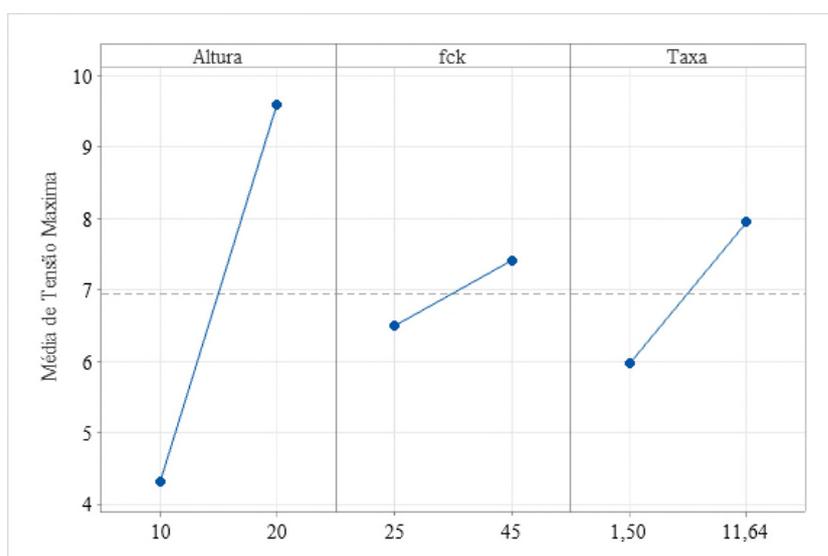
Fonte: Autor (2022).

Tabela 18: Análise de variância para a tensão de cisalhamento máxima do grupo A

Fonte	GL	SQ	QM	Valor F	Valor-P
Modelo	3	170,628	56,8759	85,29	0,000
Linear	3	170,628	56,8759	85,29	0,000
Altura	1	89,667	89,6674	134,47	0,000
f_{ck}	1	3,595	3,5949	5,39	0,029
Taxa	1	4,846	4,8465	7,27	0,013
Erro	23	15,337	0,6668		
Total	26	185,965			

Fonte: Autor (2022).

Figura 263: Efeitos principais para a tensão de cisalhamento máxima do grupo A

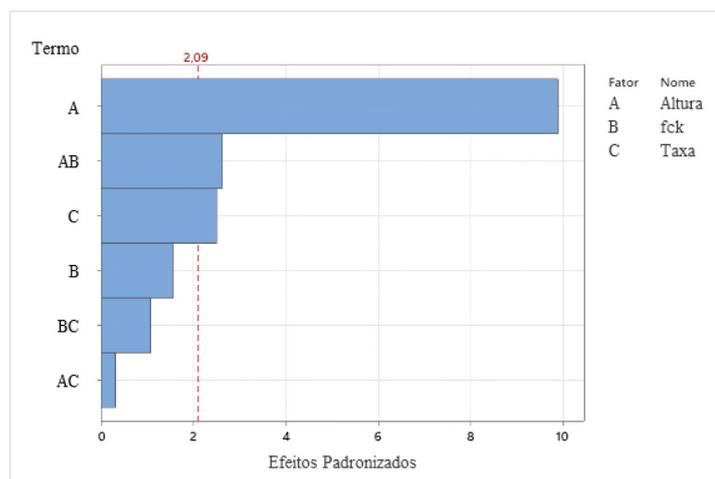


Fonte: Autor (2022).

A figura 262 do gráfico de Pareto, indica quais os fatores que afetam e não afetam a resposta, inclusive a ordem de quem mais afeta e o que menos afeta. Observa-se que todos os fatores (altura, f_{ck} e taxa de armadura longitudinal) afetam a tensão de cisalhamento máxima, isto também é demonstrado na tabela 18 da análise de variância. Já a figura 263 apresenta o gráfico dos efeitos principais para verificar como esses fatores afetam a resposta. Nota-se que conforme aumenta a altura da laje, há um ganho no valor médio de tensão de cisalhamento, da mesma forma ocorre com f_{ck} e a taxa de armadura, contudo de menor valor.

— Análise dos fatores principais com interações para a tensão de cisalhamento máxima:

Figura 264: Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados com interações para a tensão de cisalhamento máxima do grupo A



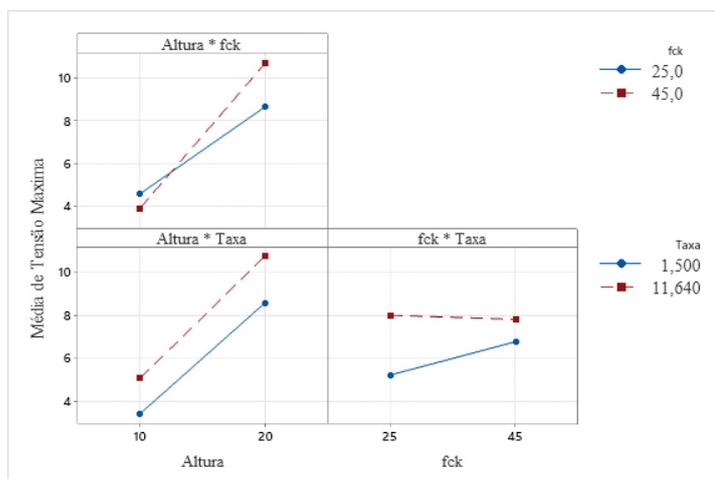
Fonte: Autor (2022).

Tabela 19: Análise de variância com interação para a tensão de cisalhamento máxima do grupo A

Fonte	GL	SQ	QM	Valor F	Valor-P
Modelo	6	174,908	29,1513	52,73	0,000
Linear	3	139,563	46,5211	84,15	0,000
Altura	1	53,833	53,8325	97,37	0,000
f_{ck}	1	1,332	1,3325	2,41	0,136
Taxa	1	3,442	3,4418	6,23	0,021
Interações de 2 fatores	3	4,28	1,4267	2,58	0,082
Altura x f_{ck}	1	3,814	3,8137	6,90	0,016
Altura x Taxa	1	0,056	0,0564	0,10	0,753
f_{ck} x Taxa	1	0,638	0,6378	1,15	0,296
Erro	20	11,057	0,5529		
Total	26	185,965			

Fonte: Autor (2022).

Figura 265: Efeito da Interação dos fatores para a tensão de cisalhamento máxima do grupo A

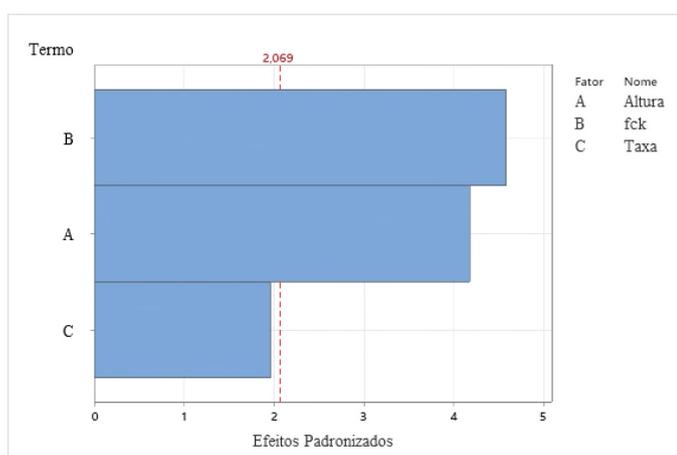


Fonte: Autor (2022).

Os resultados apresentados da análise por meio das figuras e tabelas, verifica-se que quando há uma interação, o fator B (f_{ck}) passa a não ter efeitos significativos na resposta, contudo na sua combinação com a altura (fator A), torna-se a ser influente na tensão de cisalhamento. Portanto, foi a única interação que demonstrou afetar a resposta, conforme é apresentado na tabela 19 de análise de variância. Já a figura 265 que exibem os gráficos dos efeitos da interação, expõem como os fatores afetam a tensão de cisalhamento máxima, deixando explícito que a interação da altura com o f_{ck} , conforme vai aumentando a altura do elemento, tem melhor desempenho na média de tensão.

— Análise somente com os fatores principais para a tensão de cisalhamento mínima:

Figura 266: Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados para a tensão de cisalhamento mínima do grupo A



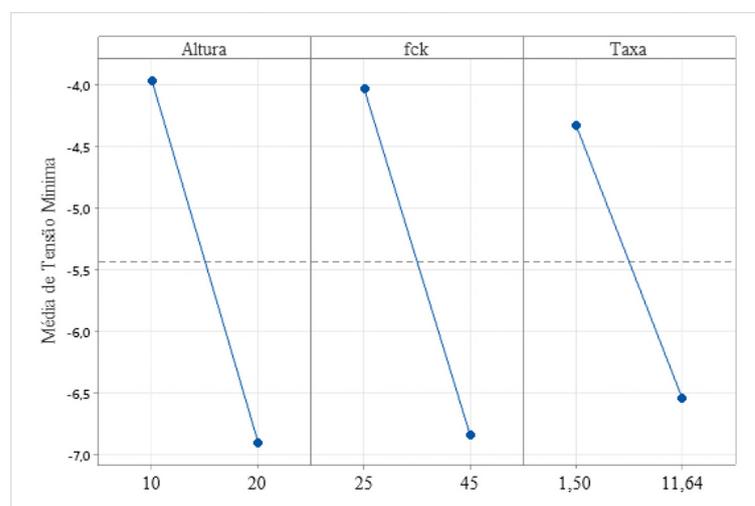
Fonte: Autor (2022).

Tabela 20: Análise de variância para a tensão de cisalhamento mínima do grupo A

Fonte	GL	SQ	QM	Valor F	Valor-P
Modelo	3	110,104	36,701	23,06	0,000
Linear	3	110,104	36,701	23,06	0,000
Altura	1	27,665	27,665	17,38	0,000
f_{ck}	1	33,301	33,301	20,92	0,000
Taxa	1	6,095	6,095	3,83	0,063
Erro	23	36,614	1,592		
Total	26	146,718			

Fonte: Autor (2022).

Figura 267: Efeitos principais para a tensão de cisalhamento mínima do grupo A



Fonte: Autor (2022).

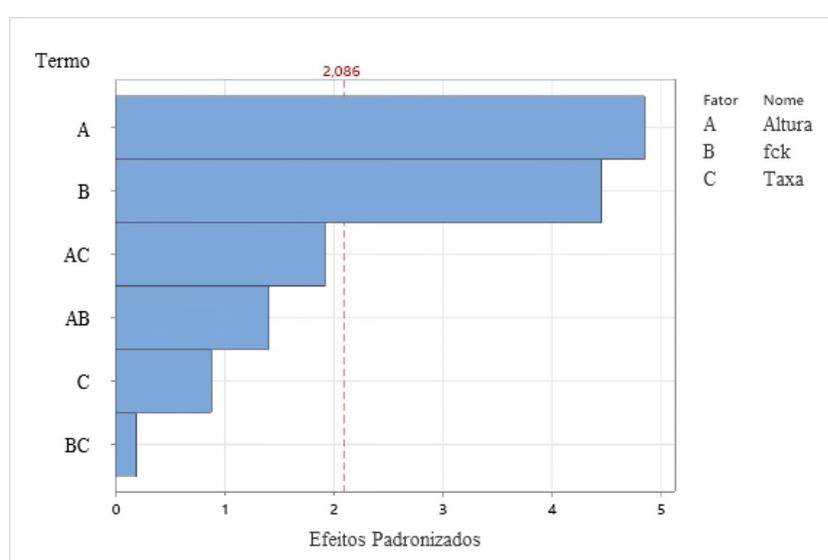
Na figura 266 que exibe o gráfico de Pareto, demonstra o comportamento dos fatores que influenciam a variável de resposta, considerando o nível de significância de 5%. Desta forma, observa-se que f_{ck} e a altura são os fatores que apresentaram efeitos significativos na tensão de cisalhamento mínima, ou seja, afetam de forma significativa na variável de resposta. Além disso, a tabela 20 da análise de variância segue o mesmo raciocínio do gráfico de Pareto, sendo o fator que menos afetou na tensão de cisalhamento mínima foi a taxa de armadura longitudinal. Nota-se também, por meio da figura 267, o desempenho dos efeitos principais, em que a altura e o f_{ck} tem a melhor linha com inclinações maiores que a taxa de armadura longitudinal.

Diante das respostas obtidas, verifica-se que somente duas variáveis afetam a resposta de tensão, assim é necessário realizar as combinações entre elas, verificando se suas interações influenciam de forma significativa, ou afetam somente de maneira individual.

— Análise dos fatores principais com interações para a tensão mínima:

Apesar de ter ciência que a taxa de aço da armadura longitudinal não influenciou significativamente na tensão cisalhamento mínima e nesse caso deveria executar o processo de análise somente com os fatores A e B que será mostrado posteriormente, foi realizada a análise com todos os fatores principais e as interações, apresentadas a seguir:

Figura 268: Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados com interações para a tensão de cisalhamento mínima do grupo A



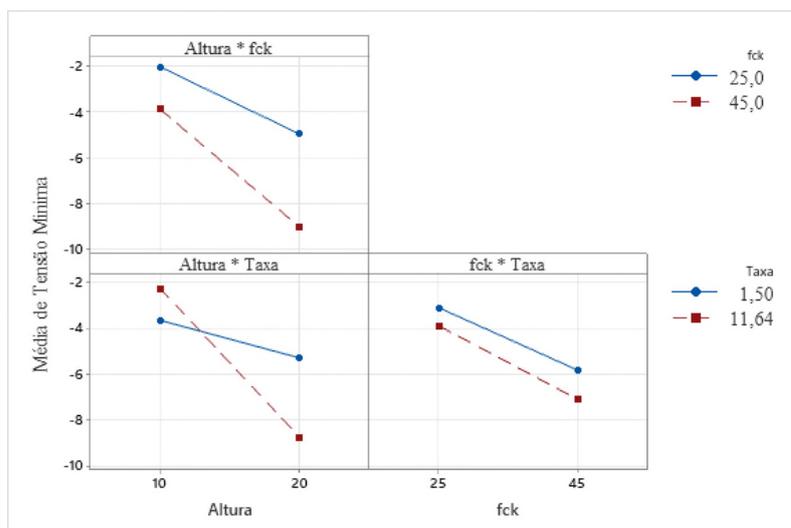
Fonte: Autor (2022).

Tabela 21: Análise de variância com interação para a tensão de cisalhamento mínima do grupo A

Fonte	GL	SQ	QM	Valor F	Valor-P
Modelo	6	121,148	20,1914	15,79	0,000
Linear	3	106,489	35,4963	27,76	0,000
Altura	1	29,931	29,9311	23,41	0,000
f_{ck}	1	25,247	25,2474	19,75	0,000
Taxa	1	0,991	0,9907	0,77	0,389
Interações de 2 fatores	3	11,044	3,6812	2,88	0,062
Altura x f_{ck}	1	2,528	2,5283	1,98	0,175
Altura x Taxa	1	4,689	4,6895	3,67	0,070
f_{ck} x Taxa	1	0,047	0,0473	0,04	0,849
Erro	20	25,57	1,2785		
Total	26	146,718			

Fonte: Autor (2022).

Figura 269: Efeito da interação dos fatores para a tensão de cisalhamento mínima do grupo A

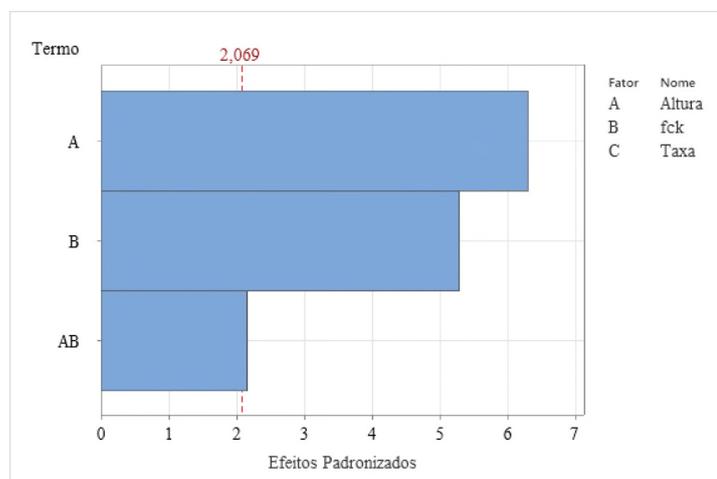


Fonte: Autor (2022).

Conforme os resultados das interações dos fatores, nota-se que realmente as combinações não afetam significativamente a tensão de cisalhamento de forma preliminarmente, pois como já foi relatado a maneira mais coerente é realizar a análise com os dois fatores A e B (f_{ck} e altura) que influenciam na resposta, desta forma são apresentados os resultados dessa análise a seguir:

- Análise somente com os fatores principais com interações de dois fatores (A e B) para a tensão mínima:

Figura 270: Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados com interação para a tensão de cisalhamento mínima do grupo A



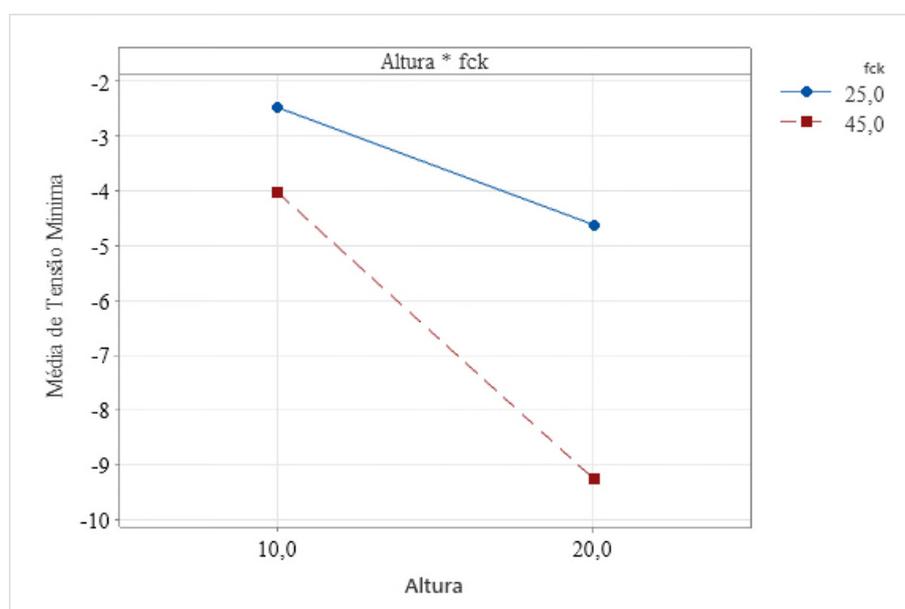
Fonte: Autor (2022).

Tabela 22: Análise de variância com interação para tensão de cisalhamento mínima do grupo A

Fonte	GL	SQ	QM	Valor F	Valor-P
Modelo	3	111,152	37,051	23,96	0,000
Linear	2	104,009	52,005	33,63	0,000
Altura	1	60,988	60,988	39,44	0,000
f_{ck}	1	43,021	43,021	27,82	0,000
Interações de 2 fatores	1	7,142	7,142	4,62	0,042
Altura x f_{ck}	1	7,142	7,142	4,62	0,042
Erro	23	35,567	1,546		
Total	26	146,718			

Fonte: Autor (2022).

Figura 271: Efeito da interação dos fatores para a tensão de cisalhamento mínima do grupo A



Fonte: Autor (2022).

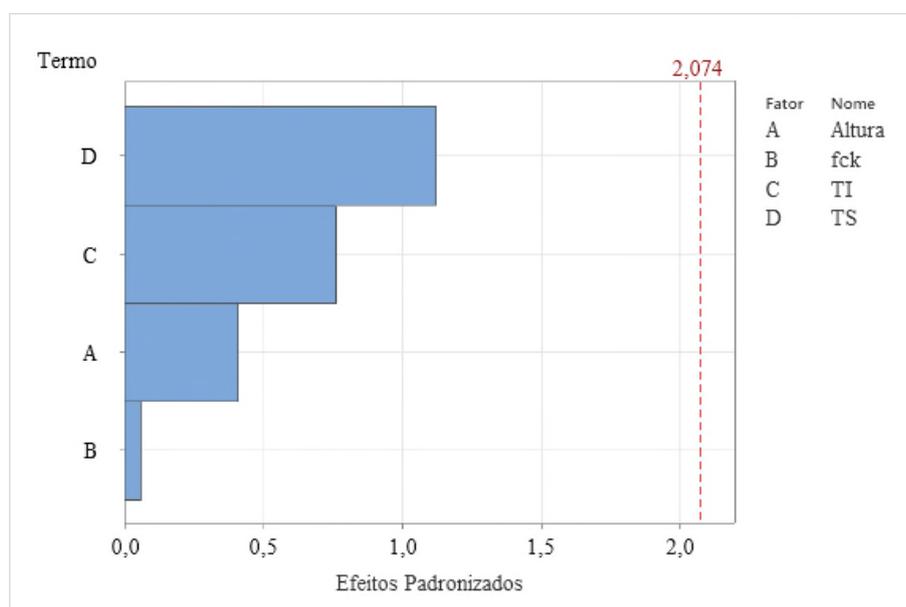
Conforme já era esperado, a altura da laje foi o fator que mais influenciou a tensão de cisalhamento mínima, além da sua interação com a resistência à compressão do concreto. Já a taxa de armadura longitudinal foi o parâmetro que não teve estatisticamente um impacto significativo na tensão de cisalhamento. Fica evidente também que o f_{ck} de 45 MPa, apresentou uma maior média de tensão de cisalhamento em relação ao f_{ck} de 25 MPa.

▪ GRUPO B

Considerando a tabela 17 dos dados do grupo B com um nível de significância (α) de 5%, são apresentados a seguir os resultados do processo estatístico desse grupo, que se diferencia do grupo A por haver quatro fatores, nesse caso a taxa de armadura superior é a variável que foi incluída nesta análise.

— Análise somente com os fatores principais para a tensão de cisalhamento máxima:

Figura 272: Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados para a tensão de cisalhamento máxima do grupo B



Fonte: Autor (2022).

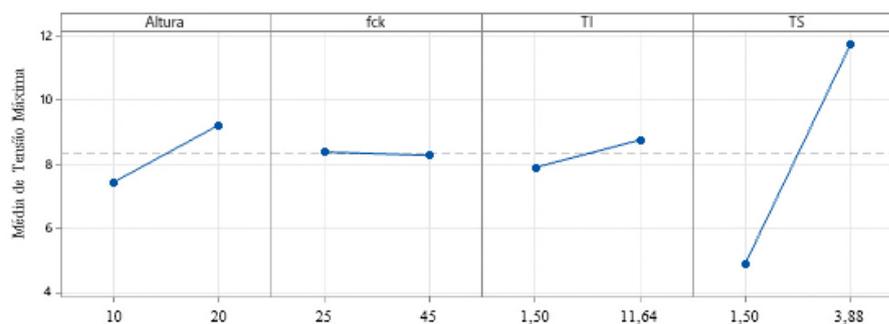
Tabela 23: Análise de variância para a tensão de cisalhamento máxima do grupo B

Fonte	GL	SQ	QM	Valor F	Valor-P
Modelo	4	234,032	58,5079	37,94	0,000
Linear	4	234,032	58,5079	37,94	0,000
Altura	1	0,258	0,2577	0,17	0,687
f _{ck}	1	0,005	0,0052	0,00	0,954
TI	1	0,892	0,8921	0,58	0,455
TS	1	1,934	1,9343	1,25	0,275
Erro	22	33,927	1,5422		
Total	26	267,959			

TI – Taxa de armadura inferior; TS – Taxa de armadura superior

Fonte: Autor (2022).

Figura 273: Efeitos principais para a tensão de cisalhamento máxima do grupo B



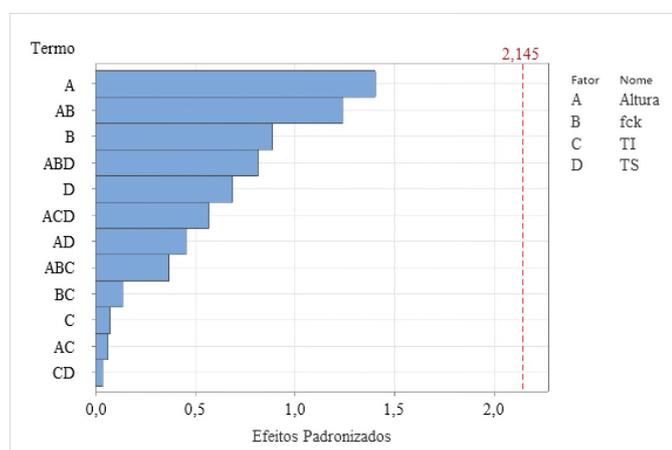
Fonte: Autor (2022).

Conforme a figura 272 do gráfico de Pareto dos efeitos, percebe-se que a inclusão da taxa de armadura longitudinal superior fez com que nenhum fator tenha efeitos significativos na variável de resposta. Essa observação também pode ser constatada pela tabela 23 da análise de variância, que todos os valores-P foram maiores que o nível significância adotado, contudo a taxa de aço da armadura superior mostrou um comportamento melhor entre os fatores que pode ser visto na figura 273, pois é possível identificar que ela teve a maior participação na média de tensão máxima, enquanto os outros fatores demonstram as menores médias.

— Análise dos fatores principais com interações para tensão de cisalhamento máxima:

Embora os resultados da primeira análise com os fatores principais sem suas combinações ter demonstrado que não causam efeitos significativos, foi realizado para fins de demonstração a análise com as interações dos fatores, sendo os resultados apresentados a seguir:

Figura 274: Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados com interação para a tensão de cisalhamento máxima do grupo B



Fonte: Autor (2022).

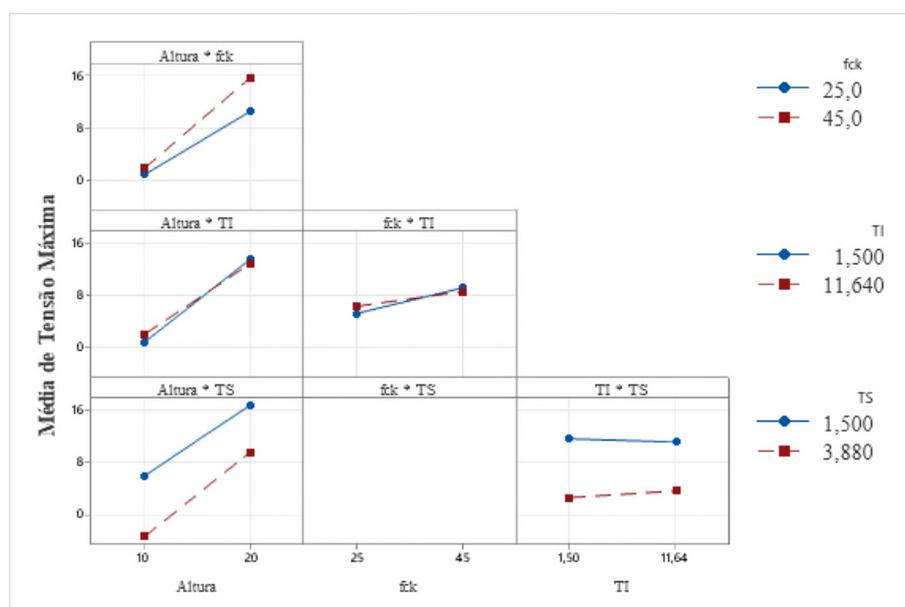
Tabela 24: Análise de variância com interação para a tensão de cisalhamento máxima do grupo B

Fonte	GL	SQ	QM	Valor F	Valor-P
Modelo	12	241,878	20,1565	10,82	0,000
Linear	4	57,255	14,3138	7,68	0,002
Altura	1	3,663	3,6635	1,97	0,183
f_{ck}	1	1,469	1,4686	0,79	0,390
TI	1	0,010	0,0101	0,01	0,942
TS	1	0,879	0,8794	0,47	0,503
Interações de 2 fatores	5	5,148	1,0296	0,55	0,734
Altura x f_{ck}	1	2,851	2,8509	1,53	0,236
Altura x TI	1	0,007	0,0074	0,00	0,951
Altura x TS	1	0,384	0,3841	0,21	0,657
f_{ck} x TI	1	0,035	0,0346	0,02	0,894
TI x TS	1	0,002	0,0024	0,00	0,972
Interações de 3 fatores	3	2,269	0,7562	0,41	0,751
Altura x f_{ck} x TI	1	0,253	0,2525	0,14	0,718
Altura x f_{ck} x TS	1	1,234	1,2342	0,66	0,429
Altura x TI x TS	1	0,606	0,606	0,33	0,577
Erro	14	26,081	1,8629		
Total	26	267,959			

TI – Taxa de armadura inferior; TS – Taxa de armadura superior

Fonte: Autor (2022).

Figura 275: Efeito da interação dos fatores para a tensão de cisalhamento máxima do grupo B



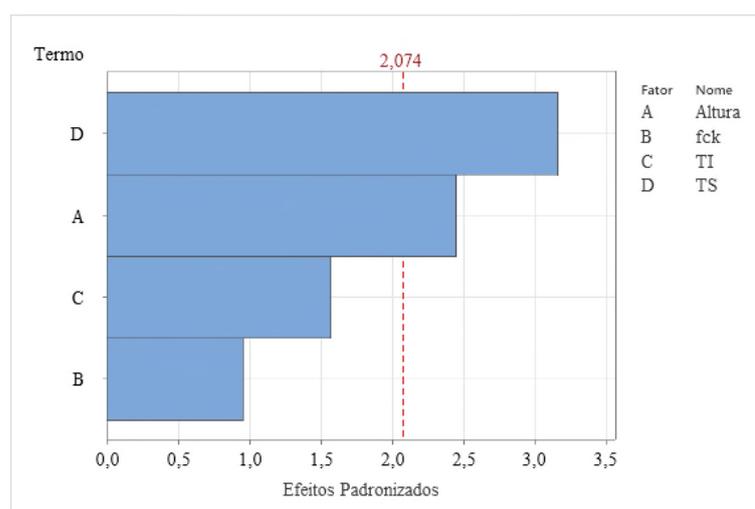
Fonte: Autor (2022).

Conforme já era esperado, nota-se por meio da figura 274 que as interações dos fatores não demonstraram efeitos estatisticamente significativos na variável de resposta, contudo a

interação da altura com a resistência à compressão do concreto apresentou o melhor comportamento em relação aos outros fatores, essa observação pode ser verificada também na tabela 24 da análise de variância que o menor valor-P foi obtido para altura e a interação dela com o f_{ck} . Além disso, é visto na figura 275, que os efeitos das interações dos fatores na média da tensão de cisalhamento máxima não apresentaram estatisticamente uma diferença significativa, mas mostrou que o melhor desempenho foi na interação da altura e f_{ck} , destacando-se o f_{ck} de 45 MPa, tendo a maior média de tensão de cisalhamento máxima, em relação ao f_{ck} de 25 MPa.

— Análise somente com os fatores principais para tensão de cisalhamento mínima:

Figura 276: Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados para a tensão de cisalhamento mínima do grupo B



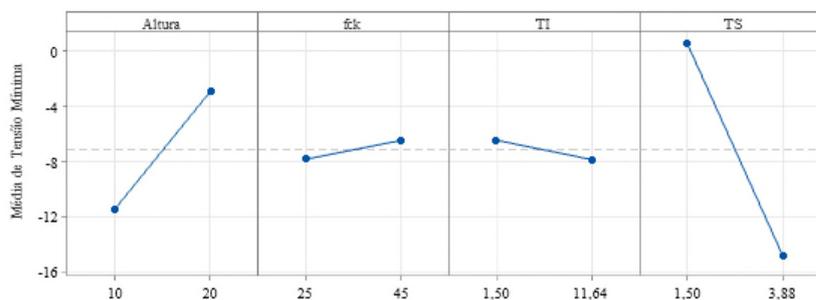
Fonte: Autor (2022).

Tabela 25: Análise de variância para a tensão de cisalhamento mínima do grupo B

Fonte	GL	SQ	QM	Valor F	Valor-P
Modelo	4	93,104	23,276	23,59	0,000
Linear	4	93,104	23,276	23,59	0,000
Altura	1	5,887	5,8866	5,97	0,023
f_{ck}	1	0,898	0,8981	0,91	0,350
TI	1	2,419	2,4195	2,45	0,132
TS	1	9,805	9,8053	9,94	0,005
Erro	22	21,709	0,9868		
Total	26	114,813			

Fonte: Autor (2022).

Figura 277: Efeitos principais para a tensão de cisalhamento mínima do grupo B



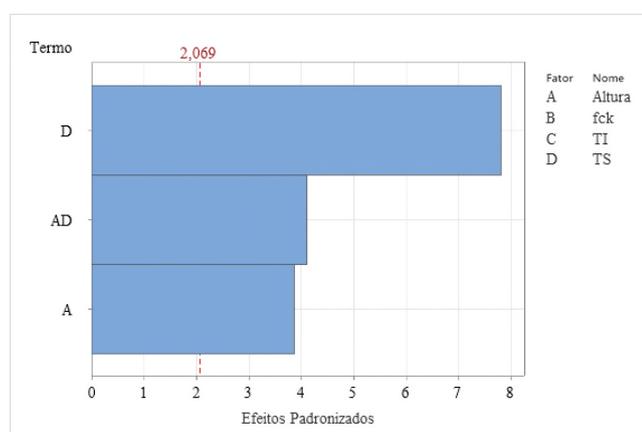
Fonte: Autor (2022).

Quando a variável de resposta é a tensão mínima, nota-se que o comportamento da análise foi diferente da tensão máxima apresentado anteriormente, desta vez é possível identificar os fatores mais importantes que afetam a resposta que são a taxa de armadura longitudinal superior e a altura da laje, conforme é ilustrado na figura 276 e na tabela 25.

Analisando o comportamento graficamente dos efeitos principais para tensão mínima, conforme figura 277, nota-se que a altura e a taxa de armadura superior demonstraram melhores desempenho tendo as maiores médias de tensão mínima, enquanto o f_{ck} e a taxa de aço da armadura inferior atingiram as menores médias, demonstrando assim que esses fatores não têm efeitos significativos na variável de resposta. Portanto, após ter identificado os principais fatores mais importantes, ou seja, ter realizado o processo de filtragem de experimentos, é demonstra a seguir a análise das interações dos fatores que mais influenciaram na variável de resposta.

— Análise somente com os fatores principais com interações de dois fatores para tensão de cisalhamento mínima:

Figura 278: Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados com interação para a tensão de cisalhamento mínima do grupo B



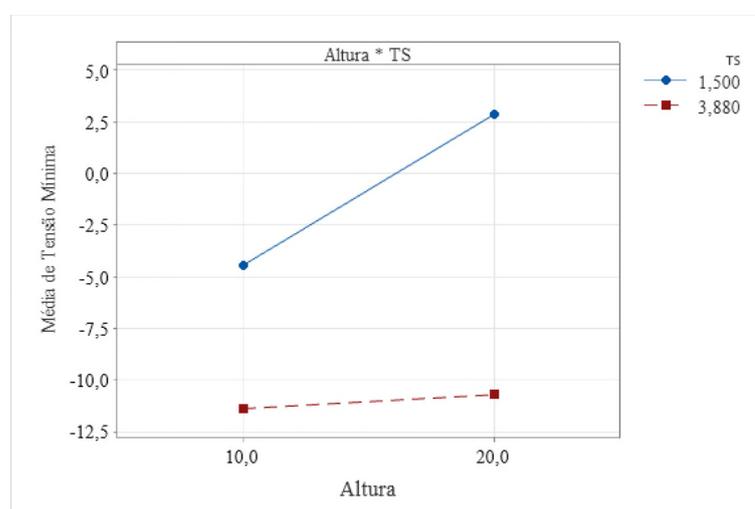
Fonte: Autor (2022).

Tabela 26: Análise de variância com interação para a tensão de cisalhamento mínima do grupo B

Fonte	GL	SQ	QM	Valor F	Valor-P
Modelo	3	100,371	33,4569	53,28	0,000
Linear	2	89,71	44,8551	71,43	0,000
Altura	1	9,338	9,3382	14,87	0,001
TS	1	38,16	38,1599	60,77	0,000
Interações de 2 fatores	1	10,584	10,5844	16,86	0,000
Altura x TS	1	10,584	10,5844	16,86	0,000
Erro	23	14,443	0,6279		
Total	26	114,813			

Fonte: Autor (2022).

Figura 279: Efeito da interação dos fatores para a tensão de cisalhamento mínima do grupo B



Fonte: Autor (2022).

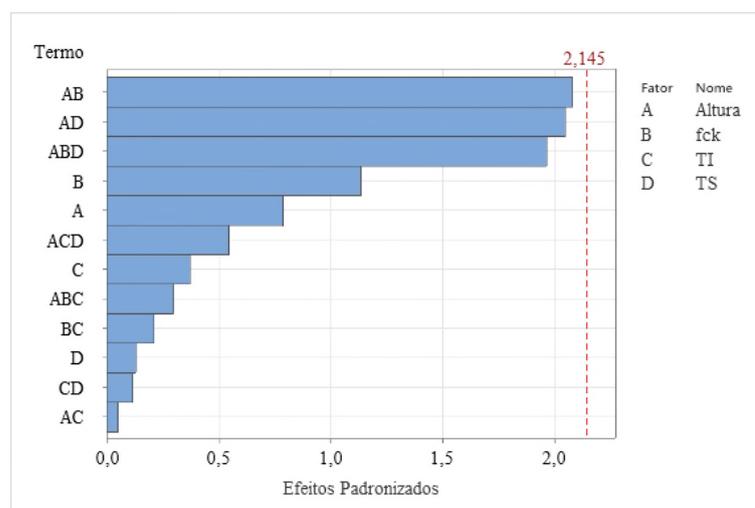
De acordo com os resultados alcançados da análise envolvendo as interações dos fatores, percebe-se que a taxa de aço da armadura longitudinal superior e sua combinação com a altura tem efeitos significativos na tensão de cisalhamento mínima, conforme ilustra a figura 278 do gráfico de Pareto, que identifica inclusive a ordem de quem mais afeta e o que menos afeta na variável de resposta, podendo ser verificado também esta observação na tabela 26 da análise de variância. Desta forma, é evidente que os principais fatores (altura e Taxa de armadura superior - TS) e suas interações (altura x TS) influenciam significativamente na tensão de cisalhamento mínima.

Segundo a figura 279, o melhor desempenho dos efeitos na variável de resposta foi atribuído a interação da menor taxa de armadura com a altura do elemento, tendo a média de tensão de cisalhamento mais satisfatória conforme o aumento da altura da laje.

Embora a primeira análise ter demonstrado que a única interação mais relevante foi altura com a taxa de armadura longitudinal superior, a seguir é apresentado a análise com todos os fatores e suas interações, para fins demonstrativos.

— Análise dos fatores principais com interações para tensão de cisalhamento mínima:

Figura 280: Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados para tensão de cisalhamento mínima do grupo B



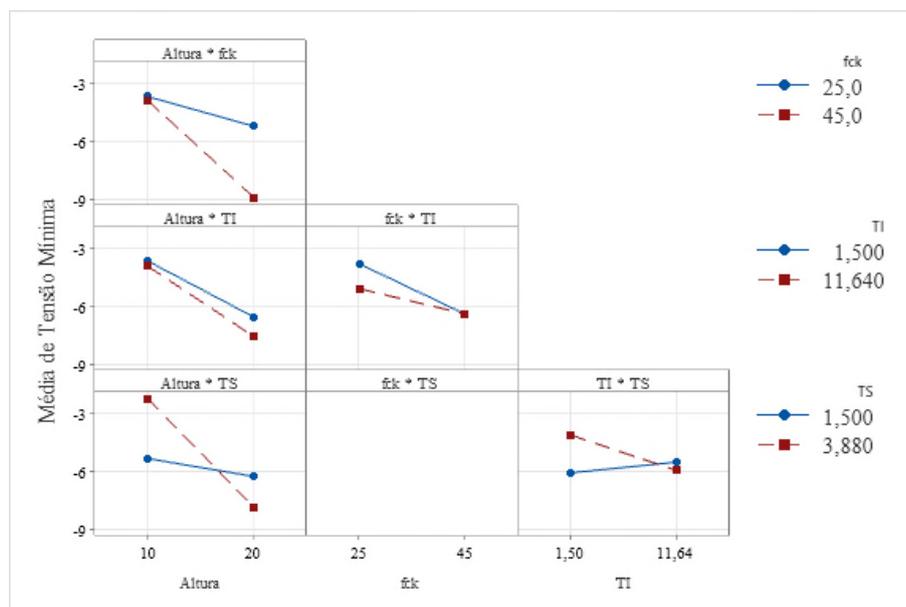
Fonte: Autor (2022).

Tabela 27: Análise de variância com interação para a tensão de cisalhamento mínima do grupo B

Fonte	GL	SQ	QM	Valor F	Valor-P
Modelo	12	108,507	9,04224	20,07	0,000
Linear	4	12,283	3,07079	6,82	0,003
Altura	1	0,279	0,27857	0,62	0,445
f_{ck}	1	0,580	0,57981	1,29	0,276
TI	1	0,062	0,06208	0,14	0,716
TS	1	0,008	0,00759	0,02	0,899
Interações de 2 fatores	5	11,781	2,35629	5,23	0,006
Altura x f_{ck}	1	1,944	1,94422	4,32	0,057
Altura x TI	1	0,001	0,00113	0,00	0,961
Altura x TS	1	1,883	1,88281	4,18	0,060
f_{ck} x TI	1	0,020	0,02016	0,04	0,836
TI x TS	1	0,006	0,00611	0,01	0,909
Interações de 3 fatores	3	2,226	0,74191	1,65	0,224
Altura x f_{ck} x TI	1	0,040	0,04011	0,09	0,770
Altura x f_{ck} x TS	1	1,733	1,73323	3,85	0,070
Altura x TI x TS	1	0,134	0,13383	0,30	0,594

Fonte: Autor (2022).

Figura 281: Efeito da interação dos fatores para a tensão de cisalhamento máxima do grupo B



Fonte: Autor (2022).

Conforme já era esperado, quando é realizado o processo de análise com todos os fatores principais e suas interações, sem filtrar os fatores mais relevantes, não é possível observar nenhum efeito significativo, contudo é possível verificar o desempenho de cada fator e suas combinações na variável de resposta. Neste caso, se destaca-se duas interações que são a altura com f_{ck} e altura com taxa de armadura longitudinal superior, conforme demonstrado na figura 281, além da tabela 27 da análise de variância.

5 CONCLUSÕES

5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAS

O aumento gradual da taxa de armadura longitudinal nas lajes, influenciou na obtenção de forças últimas maiores, tendo melhor desempenho na resistência aos esforços mecânicos. Contudo, é verificado que esse aumento da taxa de aço gera menos deslocamentos, proporcionando que os elementos tenham um comportamento mais frágil. Já para as menores taxa de aço e alturas ocasiona um comportamento mais dúctil. Portanto, a taxa de armadura proporciona um controle no desenvolvimento das fissuras, uma melhor distribuição dos esforços e aumento da rigidez no elemento, contribuindo com a estabilidade da estrutura.

Tendo em vista os dados das tensões de cisalhamento, máxima e mínima, alcançados na simulação numérica, foi possível verificar entre os modelos com taxa de aço variável, sendo o f_{ck} e altura constantes, que não há diferenciação grande ou significativa nos resultados, ou seja, nessas tensões, a taxa de aço da armadura longitudinal proporcionava valores relativamente pequenos, no entanto quando é alterado a altura do elemento para simulação de novos modelos (taxa de aço, f_{ck} permanece constante e altura variável) e compara-se os resultados, a altura mostra uma influência predominante nas tensões de cisalhamento, sendo comprovada com análise estatística.

Levando-se em consideração aos aspectos demonstrados nas figuras do panorama de fissuração, a cada passo de carga (deslocamento) aplicado na simulação das lajes, foi possível observar que o crescimento das fissuras e as trajetórias das tensões inclinadas devido à influência da força cortante, sendo está seção fissurada considerada no Estádio II e as seções que não atingiram ainda a fissuração estão no Estádio I, que segundo a NBR 6118:2014 é limitado pelo momento de fissuração. Quando a laje passa a está no estágio III, o elemento começa a atingir a sua ruptura.

A análise estatística mostrou que o fator que influenciou, de forma mais significativa, ao nível de significância de 0,05 a tensão de cisalhamento foi altura da laje para o grupo A, proporcionando um melhor comportamento na resistência a força cortante. Além disso, quando há uma interação da altura e com a resistência à compressão do concreto, há uma melhor contribuição na capacidade resistente das lajes. Contudo, no grupo B os fatores não apresentaram grande relevância na tensão de cisalhamento máxima no estudo, tendo em vista que nenhum fator demonstrou estatisticamente que afeta a variável de resposta, mas para tensão de cisalhamento mínima a análise apresentou que a taxa de armadura superior foi o fator que afetou, com maior relevância, essa tensão, possivelmente esteja diretamente relacionada no

controle da fissuração que se desenvolve no elemento diminuindo a zona comprimida, causando a ruptura por esmagamento do concreto. É importante ressaltar que a taxa de armadura também teve sua contribuição na capacidade resistente da laje, contudo, não foi o fator que mais afetou de forma predominante na variável de resposta (tensão de cisalhamento).

5.2 PRINCIPAIS CONCLUSÕES

Em virtude dos fatos argumentados e apresentados, além da observação dos aspectos analisados pela simulação numérica e estatística aplicada nas lajes em concreto armado somente em uma direção sem armadura transversal, foi obtido à seguinte conclusão.

O modelo numérico desenvolvido demonstrou o comportamento semelhante da laje ensaiada experimentalmente, por meio das curvas força x deslocamento. Desta forma, os resultados das simulações numéricas mostraram que o aumento da altura do elemento, proporciona um ganho de resistência dos mecanismos complementares, evidenciando assim maior mobilização pela zona de compressão do concreto não fissurado.

O aumento gradual da taxa de armadura longitudinal, mantida constante a resistência característica à compressão do concreto e altura da seção, favorece o aumento da capacidade resistente da laje e da transferência das tensões de cisalhamento, que está relacionado pela maior rigidez das barras de aço e no controle das fissuras que possibilita maior contribuição da zona de compressão do concreto não fissurado e do efeito de pino.

A armadura da borda superior da laje, não causou praticamente nenhum efeito na capacidade resistente desse elemento, não sendo necessário essa armadura no seu dimensionamento. Contudo, é preciso realizar mais análises com alturas de menores dimensões para definir se exatamente esse fator não é relevante.

Por meio da análise estatística, a taxa de armadura não exerceu a maior influência na laje de concreto armado em uma única direção. Desta forma, o fator relevante foi a altura desse elemento, evidenciando que dependendo da dimensão da seção da peça estrutural, a taxa de armadura longitudinal não terá efeitos (contribuições) significativos nas tensões de cisalhamento.

Ressalta-se que estes valores são inerentes a esta análise, sendo necessário análises experimentais complementares.

6 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Levando em consideração o progresso e aprimoramento do trabalho na linha de pesquisa abordada, sugere-se a aplicação dos estudos apresentados a seguir:

- Variação da taxa de armadura longitudinal com maiores valores, levando em conta as recomendações das normas técnicas, avaliando-se qual taxa máxima pode ser considerada no ganho de resistência nas lajes;
- Avaliação da taxa de armadura longitudinal no comportamento de lajes de concreto armado em duas direções;
- Influência da taxa de armadura com variação do diâmetro das barras da armadura longitudinal no comportamento de lajes de concreto armado em uma e duas direções;
- Avaliação dos fatores (relação do vão de cisalhamento (a/d), geometria do elemento, variação da taxa de armadura na borda superior, mantendo constante a inferior) que influenciam na capacidade resistente à força cortante de lajes de concreto armado em uma e duas direções.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE - **ACI Committee 318**, Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-2019) and Commentary, Farmington Hills, MI, 2019.

AFEFY, HAMDY M.; EL-TONY, EL-TONY M. Retrofitting of Interior Slab-to-Column Connections for Punching Shear Using Different Techniques. **Journal of Performance of Constructed Facilities**, v. 33, n. 1, p. 04018088, 2019.
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CF.1943-5509.0001246](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CF.1943-5509.0001246)

ANSYS WORKBENCH. Versão 21. Ansys Inc.,2021.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT. **NBR 6118:2014**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro: 2014, 256 p.

CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION. **CSA A23.3-04**: Design of concrete structures, Mississauga, Canada, 2004.

CARVALHO, R. C., FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado: Segundo a NBR 6118:2014**. 4º ed. São Carlos: EDUFSCAR, 415p., 2014.

CAVAGNIS, F., RUIZ, M. F., MUTTONI, A. An analysis of the shear-transfer actions in reinforced concrete members without transverse reinforcement based on refined experimental measurements. **Structural Concrete**. V. 19, p. 49– 64, 2018.
<https://doi.org/10.1002/suco.201700145>

CONCRETE FRAME DESIGN MANUAL. **CSA A23.3-14**: Computers & Structures, Inc. United States of America. P. 89, 2016.

CEB-FIP – International Federation For Structural Concrete. **Model Code 2010**: First complete draft. Suíça: P. 311, 2010.

CEB-FIP, CEBFIP. **Model Code 1990 for Concrete Structures**, Comit e Euro-International du Beton and Federation Internationale de la Precontrainte. 1993.

CHOI, KYOUNG-KYU; KIM, JONG-CHAN; PARK, HONG-GUN. Shear Strength Model of Concrete Beams Based on Compression Zone Failure Mechanism. **ACI Structural Journal**, n. 113-S94, v. 113, n. 5, 2016, 26 f.
<https://doi.org/10.14359/51689032>

CLIMACO, J. C. T. S., **Estruturas de concreto armado: fundamentos de projetos, dimensionamento e verificação**. 2º ed. Revisada. Brasília: editora Universidade de Brasília: Finatec. P. 410, 2008.

EL-ARISS, B. Behavior of beams with dowel action. **Engineering Structures**. V. 29, p. 899-903, 2007.
<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2006.07.008>.

EUROCODE 2 – Comité Européen de Normalisation. **Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings**. 2004, 227 p.

FENG LIN; JIAYAO HUA; AND YU DONG. Shear Transfer Mechanism of Concrete Strengthened with External CFRP Strips. **Journal of Composites for Construction**. 2017. [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)CC.1943-5614.0000751](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000751)

FRIEDRICH, L. F. **Modelagem computacional do aumento da tenacidade do concreto reforçado por fibras utilizado o ANSYS**. Dissertação (mestrado), Universidade Federal do Pampa. 09.05.2016. P 165.

FUSCO, P. B. **Estruturas de concreto: Solicitações tangenciais**. São Paulo: Editora Pini, Ltda, 324p., 2008.

HE, X.G.; KWAN A.K.H., Modeling dowel action of reinforcement bars for finite element analysis of concrete structures, **Computers & Structures**. V. 79, p. 595 604, 2001. [https://doi.org/10.1016/S0045-7949\(00\)00158-9](https://doi.org/10.1016/S0045-7949(00)00158-9)

INCE, R.; YALCIN, E.; ARSLAN, A. Size-dependent response of dowel action in R.C. members. **Engineering Structures**. V. 29, p. 955-961, 2007. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2006.07.006>

KIM H-G, JEONG C-Y, KIM M-J, LEE Y-J, PARK J-H, KIM K-H. Prediction of shear strength of reinforced concrete beams without shear reinforcement considering bond action of longitudinal reinforcements. **Advances in Structural Engineering**. V. 21, p. 30-45, 2018. <https://doi.org/10.1177/1369433217706778>

KOHNKE P.C. **ANSYS. Em: Brebbia CA (eds) Finite Element Systems**. Springer, Berlim, Heidelberg, 1982. https://doi.org/10.1007/978-3-662-07229-5_2

LIBERATI, E. A. P., NOGUEIRA, C. G., LEONEL, E. D., CHATEAUNEUF, A. **Chapter 5 - Failure analysis of reinforced concrete structures subjected to chloride penetration and reinforcements corrosion**. Handbook of Materials Failure Analysis with Case Studies from the Chemicals, Concrete and Power Industries, p. 93–121, 2016. <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-100116-5.00005-3>

MARTINS, G. A. **Estatística geral e aplicada**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

MINITAB Inc. Statistical Software Data Analysis Software. Version 19, 2019.

MONTGOMERY, D. C.. **Design and Analysis of Experiments**, Fourth Edition. Arizona State University, John Wiley & Sons, 2012.

NOGUEIRA, C. G., CODA, H. B., VENTURINI, W. S. Mecanismos de resistência ao cisalhamento em estruturas de concreto armado: uma abordagem via método dos elementos finitos unidimensionais. **Revista IBRACON de estruturas e materiais**, V. 4, n. 1, p. 100 – 122, 2011. <https://doi.org/10.1590/S1983-41952011000100006>

NOGUEIRA, C. G. **Desenvolvimento de modelos mecânicos, de confiabilidade e de otimização para aplicação em estruturas de concreto armado**. Tese de Doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

OLIVEIRA, J. S. **Análise numérica dos parâmetros que influência à força cortante em lajes maciças de concreto armadas em duas direções**. 168 p., dissertação (Mestrado), Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, 2021.

OLIVEIRA FILHO, M. A. **Análise numérica e experimental do efeito de pino em lajes maciças de concreto armado**, 185 p., dissertação (Mestrado), Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, 2019.

PINHEIRO, L. M. **Concreto Armado Propriedades dos Materiais**. Universidade De São Paulo Escola de Engenharia de São Carlos Departamento de Estruturas. São Carlos, p. 85, 1986.

RESENDE, T.L. D.; CARDOSO, D.C. T.; SHEHATA, L. C D. Influence of steel fibers on the dowel action of RC beams without stirrups. **Engineering Structures**, V. 221, 2020.
<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111044>

SACRAMENTO, P. V. P. et al. Punção em lajes lisas de concreto armado sem armadura de cisalhamento. **Revista IBRACON de estruturas e materiais**, v. 5, n. 5, p. 659-691, 2012.
<https://doi.org/10.1590/S1983-41952012000500005>

SAGASETA, J.; VOLLUM, R. L. Influence of aggregate fracture on shear transfer through cracks in reinforced concrete. **Magazine of Concrete Research**, V. 63, p. 119–137, 2011.
<https://doi.org/10.1680/mac9.00191>

SAMORA, M. S. **Avaliação dos mecanismos resistente ao cisalhamento em concreto armado sem armadura transversal**. 140 P. dissertação (Mestrado), Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, 2015.

SAMORA, M. S.; SANTOS, A. C.; TRAUTWEIN, L. M.; MARQUES, M. G. Análise experimental da contribuição do concreto na resistência ao cisalhamento em vigas sem armadura transversal. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, V. 10, n. 1, p. 160 – 191, 2017.
<http://dx.doi.org/10.1590/S1983-41952017000100008>

SAVARIS, G.; PINTO, R. C. A. Influence of coarse aggregate on shear resistance of self-consolidating concrete beams. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**. V. 10, n. 01, p. 30-40. 2017.
<https://doi.org/10.1590/S1983-41952017000100003>

SIQUEIRA, J. P. A. **Análise Experimental da Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Armadura de Cisalhamento Tipo Estribo Aberto**. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 195p. 2021.

SOUSA, A. M. D.; DEBS, M. K. EL. Shear strength analysis of slabs without transverse reinforcement under concentrated loads according to ABNT NBR 6118:2014. **Revista IBRACON de Estrutura e Materiais**. V. 12, n. 3, p. 658-693, 2019.
<https://doi.org/10.1590/s1983-41952019000300012>

SOUSA, A. M. D. **Contribuição à análise da resistência à força cortante em lajes de concreto estrutural sem armadura transversal**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil (Estruturas)) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2019.

TORABIAN, ALA et al. Behavior of thin lightly reinforced flat slabs under concentric loading. **Engineering Structures**, v. 196, p. 109327, 2019.
<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109327>

WIGHT, James K.; MACGREGOR, James G. **Reinforced concrete: mechanics and design**. New Jersey, ed. 6, 2012.

XIA, JUN.; XIAO, Y.; MACKIE, K. R.; AL-RAMAHEE, M.; MIRMIRAN, A. Dowel action and shear strength contribution of high strength rebar embedded in ultra-high performance fiber reinforced concrete. **Engineering Structures**. V 83, p. 223-232, 2015.
<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.11.004>.

APÊNDICE ÚNICO – Código em APDL utilizado na simulação

— *COMANDOS PARA O ELEMENTO SOLID65:*

- Inserido no item “Static Structural” por meio do recurso “commands” no Ansys Workbench.

```
/PREP7
```

```
solid65_matid = 9996
```

```
!
```

```
!*****
```

```
!PROPRIIDADE DO CONCRETO
```

```
!*****
```

```
MPTEMP,,,,,,,,
```

```
MPTEMP,1,0
```

```
MPDATA,EX,solid65_matid ,,23712.55 !Módulo de elasticidade do concreto
```

```
MPDATA,PRXY,solid65_matid ,,0.2 !Poisson
```

```
!*****
```

```
!CURVA DE TENSÃO X DEFORMAÇÃO DO CONCRETO
```

```
!*****
```

```
!
```

```
TB,MELAS,solid65_matid,1,27
```

```
TBTEMP,0
```

```
!
```

```
TBPT,,0.0001,1.52
```

```
TBPT,,0.0002,2.96
```

```
TBPT,,0.0003,4.31
```

```
TBPT,,0.0004,5.58
```

```
TBPT,,0.0005,6.78
```

```
TBPT,,0.0006,7.90
```

```
TBPT,,0.0007,8.95
```

```
TBPT,,0.0008,9.94
```

```
TBPT,,0.0009,10.85
```

TBPT,,0.0010,11.70
 TBPT,,0.0011,12.49
 TBPT,,0.0012,13.21
 TBPT,,0.0013,13.88
 TBPT,,0.0014,14.49
 TBPT,,0.0015,15.04
 TBPT,,0.0016,15.54
 TBPT,,0.0017,15.99
 TBPT,,0.0018,16.39
 TBPT,,0.0019,16.74
 TBPT,,0.0020,17.04
 TBPT,,0.0021,17.30
 TBPT,,0.0022,17.51
 TBPT,,0.0023,17.67
 TBPT,,0.0024,17.80
 TBPT,,0.0025,17.88
 TBPT,,0.0026,17.92
 TBPT,,0.0027,17.93

!

!*****

!PROPRIEDADE DE FISSURAÇÃO DO CONCRETO DA LAJE

!*****

!

TB,CONC,solid65_matid,1,9,
 TBTEMP,0
 TBDATA,,0.3,0.9, 2 ,-1,0,0
 TBDATA,,0,0,1.0e-6,,

!

!*****

!DEFINIÇÃO DO TIPO DE ELEMENTO FINITO DA LAJE

!*****

!

ET,solid65_matid,SOLID65
 KEYOPT,solid65_matid,7,1

```

KEYOPT,solid65_matid,3,2
!
!*****
!CONFIGURAÇÃO DE MODIFICAÇÃO
!*****
!
CMSEL,S,Laje_Resultados,ELEM
EMODIF,ALL,TYPE,solid65_matid,
EMODIF,ALL,MAT,solid65_matid,
EMODIF,ALL,REAL,solid65_matid,
!
ALLSEL,ALL
!
/SOLU

```

— *COMANDO CEINTF*:

- Inserido no item “Static Structural” por meio do recurso “commands” no Ansys Workbench.

```

/PREP7
!
CMSEL,S,Armadura_Longitudinal,ELEM
NSLE,S
CMSEL,S,Laje_Resultados,ELEM
!
CEINTF,0.001
ALLSEL,ALL
/SOLU
OUTRES,ALL,ALL

```

— *SOLUÇÃO*:

- Inserido no item “Static Structural” por meio do recurso “commands” no Ansys Workbench.

```

/PREP7

```

```

ANTYPE, Static                !Análise Estática
NROPT, MODI                   !Modelo de Newton Raphson Modificado
TIME,1
AUTOTS, ON
NSUBST, 150, 250, 100        !Número de passos de carga, com máximo e mínimo de passos
NEQIT, 50                    !Máxima iteração
RATE,1
OUTRES,ERASE
OUTRES,ALL,ALL
CNVTOL,U, ,0.05, 2
/SOLU

```

— *VISUALIZAÇÃO DAS FISSURAS NO ELEMENTO:*

- Inserido no item “Solution” por meio do recurso “commands” no Ansys Workbench.

```

!*****
!
!AJUSTE DO FUNDO DA IMAGEM DO ELEMENTO
!*****
/RGB,INDEX,100,100,100, 0
/RGB,INDEX, 80, 80, 80,13
/RGB,INDEX, 60, 60, 60,14
/RGB,INDEX, 0, 0, 0,15
/REPLOT

!*****
!
!IMAGEM DO ELEMENTO FISSURADO
!*****
!
!*****
!PRIMEIRA FISSURA
!*****
/SHOW,png
/ANG,1,

```

```

/VIEW,1,1
/DEVICE,VECTOR,ON
SET,Last
PLCRACK,0,1          !0,0 para todas as fissuras, 0,1 primeira fissura, 0,2 segunda fissura.
!
!*****
!
!SEGUNDA FISSURA
!*****
/SHOW,png
/ANG,1,
/VIEW,1,1
/DEVICE,VECTOR,ON
SET,Last
PLCRACK,0,2
!
!*****
!
!TODAS AS FISSURAS
!*****
/SHOW,png
/ANG,1,
/VIEW,1,1
/DEVICE,VECTOR,ON
SET,Last
PLCRACK,0,0

```

— *COMANDOS PARA OS APOIOS E ARMADURA LONGITUDINAIS*

- Inserido na geometria das barras e apoios por meio do recurso “commands” no Ansys Workbench.

APOIOS

```

ET,MATID,SOLID185          !Tipo de Elemento
!*
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0

```

MPDATA,EX,MATID,,200000 !Módulo de Elasticidade

MPDATA,PRXY,MATID,,0.3 !Poisson

ARMADURA LONGITUDINAL

!*****

!TIPO DE ELEMENTO

!*****

ET,MATID,LINK180

!*****

!PROPRIIDADE DO AÇO

!*****

MPTEMP,,,,,,,,

MPTEMP,1,0

MPDATA,EX,MATID,,208638 !Módulo de Elasticidade do aço

MPDATA,PRXY,MATID,,0.3 !Poisson

TB,BISO,MATID,1,2,

TBTEMP,0

TBDATA,,776.742,0,,,

!

SECTYPE,MATID,LINK, ,Barra

SECDATA,19.635,

SECCONTROL,0,0