

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**DESENVOLVIMENTO DE MÉTODOS EXPERIMENTAIS PARA A  
DETERMINAÇÃO DA DIFUSIVIDADE TÉRMICA E CONDUTIVIDADE  
TÉRMICA DE MATERIAIS NÃO METÁLICOS USANDO SOMENTE UMA  
SUPERFÍCIE DE ACESSO**

Tese apresentada

à Universidade Federal de Uberlândia por:

**SANDRO METREVELLE MARCONDES DE LIMA E SILVA**

como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em  
Engenharia Mecânica

tendo como banca examinadora:

Prof. Dr. Gilmar Guimarães – (FEMEC-UFU) – Orientador  
Prof. Dr. Marcus Antonio Viana Duarte – (FEMEC-UFU)  
Prof. Doc. Ing. Milton Biage – (FEMEC-UFU)  
Prof. Doc. Ing. Valder Steffen Junior (FEMEC-UFU)  
Prof. Ph.D. Antônio José da Silva Neto – (IPRJ-UERJ)  
Prof. Doc. Ing. Paulo Cesar Philippi – (UFSC)

Uberlândia, 31 de Março de 2000.

**DOUTORADO SANDUÍCHE - CNPq  
BRASIL – FRANÇA**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES  
CENTRE DE THERMIQUE DE LYON (CETHIL)

**DESENVOLVIMENTO DE MÉTODOS EXPERIMENTAIS PARA A  
DETERMINAÇÃO DA DIFUSIVIDADE TÉRMICA E CONDUTIVIDADE  
TÉRMICA DE MATERIAIS NÃO METÁLICOS USANDO SOMENTE UMA  
SUPERFÍCIE DE ACESSO**

**SANDRO METREVELLE MARCONDES DE LIMA E SILVA**

**ORIENTADORES**

**FRANÇA - INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES - INSA**

**Prof. Doc. Ing. Martin Raynaud**

**BRASIL - UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA –FEMEC-UFU**

**Prof. Dr. Gilmar Guimarães**

Uberlândia, 31 de Março de 2000.



**ATA DE DEFESA DE TESE**  
**NÚMERO DE ORDEM: 011**  
**DATA: 31/03/2000**

Às quatorze horas do dia dez de março de dois mil, no anfiteatro do Bloco 1X do Campus Santa Mônica, reuniu-se a Banca Examinadora composta pelos professores desta Universidade Gilmar Guimarães, Marcus Antônio Vianna Duarte, Milton Biage e Valder Steffen Júnior desta Universidade, com o professor Antônio José da Silva Neto da UERJ, juntamente com o professor Paulo César Philippi da UFSC para, sob a presidência do Professor Gilmar Guimarães, desenvolver os trabalhos de avaliação da Tese intitulada “Desenvolvimento de Métodos Experimentais para a Determinação da Difusividade Térmica e Condutividade Térmica de Materiais não Metálicos Usando Somente uma Superfície de Acesso”, sob a orientação do Professor Gilmar Guimarães, apresentado pelo aluno **Sandro Metrevelle Marcondes de Lima e Silva**, matrícula número 5961957-8, em complementação aos requisitos determinados pelas Normas Gerais de Funcionamento do Curso de Pós Graduação em Engenharia Mecânica. Após a apresentação aos membros da Banca Examinadora, o candidato discorreu oralmente sobre seu trabalho diante da comunidade universitária, sendo argüido em seguida. Depois de examinado detalhadamente, a Banca Examinadora julgou e aprovou o trabalho de Tese, sendo atribuído a nota 95 (NOVENTA E CINCO), conferindo ao aluno o título de Doutor em Engenharia Mecânica, Área de Concentração Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos. As correções observadas pelos examinadores deverão ser realizadas no prazo máximo de 30 dias. Para constar, lavrou-se a presente ata que vai assinada pelo presidente e demais membros da banca.

Assinaturas:

Gilmar Guimarães, Prof. Dr.

Antônio José da Silva Neto, Prof. Dr.

Marcus Antonio Vianna Duarte, Prof. Dr.

Milton Biage, Prof. Dr.

Paulo César Philippi, Prof. Dr.

Valder Steffen Júnior, Prof. Dr.

Uberlândia, 31 de março de 2000.

Dedico este trabalho aos meus pais Dinar e Laíz, aos meus irmãos Cláudia, D'Stefano e Fabiana e à minha namorada Ana Lúcia.

## Agradecimentos

Ao grande amigo Prof. Gilmar Guimarães por sua excelente conduta na orientação desse trabalho e também pela confiança sempre depositada para que um sonho tornasse realidade.

Aos Profs. Martin Raynaud e Michel Laurent pela orientação e apoio técnico na França.

Aos meus amigos do curso de Pós-graduação, em especial a todos do LTCM, aos companheiros da FEMEC e demais colegas dos outros cursos dessa Universidade.

Aos Profs. Marcus Antonio Viana Duarte e Valder Steffen Junior pela ajuda no desenvolvimento desse trabalho.

Aos meus amigos do INSA na França.

Ao Curso de Pós-graduação em Engenharia Mecânica pela confiança.

Ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) pela oportunidade de realização do doutorado sanduíche através do processo 201189/97-6 (NV).

À Fapemig (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais) pelo suporte financeiro.

## Sumário

Lista de Figuras.....	iv
Lista de Tabelas.....	vii
Lista de Símbolos.....	viii
Resumo.....	xi
Abstract.....	xii
<b>CAP. 1 – Introdução .....</b>	<b>1</b>
<b>CAP. 2 – Revisão Bibliográfica .....</b>	<b>4</b>
<b>2.1 – Introdução .....</b>	<b>4</b>
<b>2.2 – Estimação Não Simultânea de Propriedades Térmicas .....</b>	<b>4</b>
<b>2.3 – Estimação Simultânea de Propriedades Térmicas Usando-se Medições em Duas Superfícies de Trabalho .....</b>	<b>8</b>
<b>2.4 – Estimação Simultânea de Propriedades Térmicas Usando-se Somente Uma Superfície de Acesso .....</b>	<b>9</b>
<b>CAP. 3 – Técnicas Seqüenciais de Otimização.....</b>	<b>12</b>
<b>3.1 – Introdução .....</b>	<b>12</b>
<b>3.2 – Desenvolvimento do Modelo Teórico.....</b>	<b>12</b>
<b>3.2.1 – Teorema de Convolução e Transformada Discreta de Fourier .....</b>	<b>14</b>
<b>3.3 – Função Objetivo de Mínimos Quadrados.....</b>	<b>16</b>
<b>3.4 – Técnicas Seqüenciais de Otimização sem Restrições.....</b>	<b>17</b>
<b>3.4.1 – Método de Fletcher e Reeves .....</b>	<b>17</b>
<b>3.4.2 – Métodos da Métrica Variável .....</b>	<b>18</b>
<b>3.5 – Análise de Sensibilidade da Função Objetivo em Relação a <math>\alpha</math> e <math>\lambda</math> .....</b>	<b>19</b>
<b>3.6 – Implementação da Técnica e Análise de Resultados.....</b>	<b>23</b>
<b>CAP. 4 – Técnica de Correlação no Domínio do Tempo .....</b>	<b>27</b>
<b>4.1 – Introdução .....</b>	<b>27</b>
<b>4.2 – Técnicas de Correlação.....</b>	<b>27</b>
<b>4.2.1 – Função Objetivo de Correlação .....</b>	<b>27</b>
<b>4.2.2 – Função Objetivo de Mínimos Quadrados .....</b>	<b>29</b>
<b>4.3 – Análise da Sensibilidade de <math>\eta</math> em Relação a <math>\alpha</math> e <math>\lambda</math> .....</b>	<b>30</b>
<b>4.4 – Implementação da Técnica e Análise de Resultados.....</b>	<b>32</b>

<b>CAP. 5 – Técnica de Correlação no Domínio da Frequência .....</b>	<b>34</b>
<b>5.1 – Introdução .....</b>	<b>34</b>
<b>5.2 – Função Objetivo de Fase.....</b>	<b>34</b>
<b>5.3 – Função Objetivo de Mínimos Quadrados.....</b>	<b>38</b>
<b>5.4 – Número de Pontos Ideal e Análise da Melhor Faixa de Frequência para a     Obtenção de <math>\alpha</math>.....</b>	<b>40</b>
<b>5.4.1 – Número de Pontos Ideal.....</b>	<b>40</b>
<b>5.4.2 – Análise da Melhor Faixa de Frequência para Obtenção de <math>\alpha</math>.....</b>	<b>41</b>
<b>5.4 – Análise de Resultados.....</b>	<b>45</b>
<b>CAP.6 – Montagem Experimental e Análise de Erros .....</b>	<b>49</b>
<b>6.1 – Introdução .....</b>	<b>49</b>
<b>6.2 – Aparato Experimental .....</b>	<b>49</b>
<b>6.3 – Análise de Erros .....</b>	<b>51</b>
<b>6.3.1 – Introdução .....</b>	<b>51</b>
<b>6.3.2 – Análise da Incerteza na Determinação de <math>\alpha</math> e <math>\lambda</math>.....</b>	<b>51</b>
<b>6.3.2.1 – Análise da Hipótese de Fluxo de Calor             Unidimensional .....</b>	<b>53</b>
<b>6.3.2.2 – Incertezas nos Sistemas de Aquisição, Transdutor e             Termopar.....</b>	<b>57</b>
<b>6.3.2.3 – Incertezas da Transformada Rápida de Fourier para o             Modelo Teórico de Temperatura e para o Cálculo das             Densidades Espectrais .....</b>	<b>59</b>
<b>CAP.7 – Obtenção de Valores de Referência para <math>\lambda</math> e <math>\alpha</math> - INSA - LYON .....</b>	<b>63</b>
<b>7.1 – Introdução .....</b>	<b>63</b>
<b>7.2 – Aparato Experimental (CETHIL) .....</b>	<b>64</b>
<b>7.2.1 – Bancada Experimental do Método da Placa Quente .....</b>	<b>64</b>
<b>7.2.2 – Bancada Experimental do Método Flash.....</b>	<b>67</b>
<b>7.3 – Análise de Resultados.....</b>	<b>70</b>
<b>7.3.1 – Método da Placa Quente Compensada.....</b>	<b>70</b>
<b>7.3.2 – Método Flash .....</b>	<b>71</b>
<b>CAP.8 – Conclusões .....</b>	<b>74</b>
<b>CAP.9 – Referências Bibliográficas.....</b>	<b>77</b>

## ANEXOS

1 – Calibração dos Transdutores de Fluxo de Calor.....	82
2 – Validação da Solução de Temperatura Aplicando o Teorema da Convolução e Transformada Rápida de Fourier .....	92
3 – Descrições dos Métodos da Placa Quente Compensada e Flash .....	96
4 – Determinação de $\alpha$ e $\lambda$ de Materiais Condutores .....	105

## Lista de Figuras

Figura 2.1 – Método flash	
a) Modelo esquemático .....	6
b) Sistema dinâmico.....	6
Figura 2.2 – Forma esquemática do método flash com perdas térmicas.....	7
Figura 2.3 – a) Modelo térmico.....	9
b) Sistema dinâmico.....	9
Figura 3.1 – Amostra sujeita a uma evolução de fluxo de calor.....	12
Figura 3.2 – Coeficientes de sensibilidade, $X_{\alpha 1}$ e $X_{\lambda 1}$ , em função do tempo .....	20
Figura 3.3 – Função objetivo de erro quadrático, $S_{mq}$ , em função de $\alpha$ e $\lambda$ .....	21
Figura 3.4 – Evolução de $S_{mq}$ em relação a $\lambda$ .....	22
Figura 3.5 – Evolução de $S_{mq}$ em relação a $\alpha$ .....	22
Figura 3.6 – Evolução típica de um sinal de fluxo de calor experimental, $\phi_1$ .....	23
Figura 3.7 – Evolução típica de um sinal de temperatura experimental, $\theta_{e1}$ .....	24
Figura 4.1 – Variável $\eta$ em função da difusividade térmica, $\alpha$ .....	31
Figura 4.2 – Variável $\eta$ em função da condutividade térmica, $\lambda$ .....	31
Figura 4.3 – Função objetivo $S_{mq}$ em função de $\lambda$ , $\alpha = 1,652 \times 10^{-7}$ .....	32
Figura 5.1 – Sistema dinâmico tipo entrada/saída .....	34
Figura 5.2 – Função objetivo de fase, $S_{\psi}$ , em função de $\alpha$ .....	37
Figura 5.3 – Função objetivo $S_{\psi}$ em função de $\lambda$ .....	38
Figura 5.4 – Função objetivo $S_{mq}$ em função de $\lambda$ .....	39
Figura 5.5 – Fase, $\psi_{con}$ em relação à frequência.....	40
Figura 5.6 – Densidade autoespectral de entrada, $S_{xy}(f)$ .....	42
Figura 5.7 – Densidade autoespectral de saída, $S_{yy}(f)$ .....	42
Figura 5.8 – Componente real da densidade espectral cruzada, $Re(S_{xy}(f))$ .....	43
Figura 5.9 – Componente imaginária da densidade espectral cruzada, $Im(S_{xy}(f))$ .....	43
Figura 5.10 – Desvio padrão de fase, $s.d.(\psi(f))$ .....	44
Figura 5.11 – Coeficiente de coerência, $\gamma_{xy}(f)$ .....	45
Figura 5.12 – Fluxo de calor experimental, $\phi_1$ , aplicado na superfície da amostra em $x = 0$ .	46
Figura 5.13 – Evolução típica de um sinal de temperatura experimental, $\theta_{e1}$ .....	46
Figura 6.1 – Representação esquemática do aparato experimental usado para a determinação de $\alpha$ e $\lambda$ do PVC.....	50

Figura 6.2 – Modelo do aparato experimental .....	54
Figura 6.3 – Comparação entre soluções numérica e via FFT para $\theta(x,y,t) = \theta(0,0,t)$ .....	55
Figura 6.4 – Resíduo entre temperatura numérica e via FFT em $\theta(x,y,t) = \theta(0,0,t)$ .....	56
Figura 6.5 – Perfil de temperatura ao longo da superfície de aquecimento para diversos valores de coeficiente de convecção para a amostra de Perspex para $t = 4096$ s.....	56
Figura 6.6 – Medição indireta de uma variável física (Taylor, 1988).....	57
Figura 6.7 – Sistema de aquisição usado.....	58
Figura 6.8 – Incerteza estatística na estimação da função objetivo de fase .....	61
Figura 7.1 – Esquema de montagem da bancada experimental para o método da placa quente .....	65
Figura 7.2 – Montagem dos termopares.....	66
Figura 7.3 – Bancada experimental para o método da placa quente .....	67
Figura 7.4 – Representação esquemática da bancada experimental do método flash .....	68
Figura 7.5 – Variação de $\lambda$ em função do tempo .....	71
Figura 7.6 – Variação de $\lambda$ em função do tempo depois de 20 horas de experimento.....	71
Figura 7.7 – Termograma experimental em $x = L$ para a amostra de PVC .....	72
Figura A1.1 – Esquema de montagem 1 dos transdutores de fluxo de calor .....	83
Figura A1.2 – Curva de calibração da primeira montagem .....	85
Figura A1.3 – Esquema de montagem 2 dos transdutores de fluxo de calor .....	85
Figura A1.4 – Curva de calibração da segunda montagem .....	87
Figura A1.5 – Esquema de montagem 2 com medição dos sinais de temperatura.....	88
Figura A1.6 – Curva de calibração do transdutor 1 .....	89
Figura A1.7 – Curva de calibração do transdutor 2 .....	89
Figura A1.8 – Curva de calibração do transdutor 3 .....	90
Figura A2.1 – Evolução do sinal de fluxo de calor parabólico na superfície em $x = 0$ .....	92
Figura A2.2 – Evolução do sinal de fluxo de calor constante na superfície em $x = 0$ .....	93
Figura A2.3 – Evolução de temperatura em $x = 0$ para um fluxo de calor parabólico .....	93
Figura A2.4 – Resíduo entre as temperaturas analítica e do método proposto em $x = 0$ .....	94
Figura A2.5 – Evolução de temperatura em $x = 0$ para um fluxo de calor constante .....	94
Figura A2.6 – Resíduo entre as temperaturas analítica e do método proposto em $x = 0$ .....	95
Figura A3.1 – Princípio de montagem do método da placa quente protegida.....	97
Figura A3.2 – Forma esquemática do método flash com perdas térmicas.....	98
Figura A4.1 – Resistência de contato térmico presente entre amostra e transdutor de fluxo de calor.....	105
Figura A4.2 – Bancada experimental a) Disposição adjacente entre sensores .....	106

b) Disposição oposta entre sensores.....	106
Figura A4.3 – Amostra sujeita a uma evolução de um fluxo de calor.....	107
Figura A4.4 – Coeficiente de sensibilidade, $X_{2\alpha}$ e $X_{2\lambda}$ , em função do tempo.....	108
Figura A4.5 – Representação esquemática do aparato experimental usado para a obtenção de $\alpha$ e $\lambda$ de materiais metálicos .....	109
Figura A4.6 – Sinal de fluxo de calor experimental para o aço AISI 304 modificado, $\phi_1$ .....	110
Figura A4.7 – Evolução típica de um sinal de temperatura experimental, $Y_2$ .....	110
Figura A4.8 – Diferença entre os valores experimentais e estimados de temperatura para os valores estimados de, $\lambda = 11,438 \text{ W/m.K}$ e $\alpha = 3,462 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ .....	113
Figura A4.9 – Termograma experimental em $x = L$ para a amostra de aço AISI304 modificado .....	114

## Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Caracterização de um experimento típico para a estimação de $\alpha$ e $\lambda$ para a amostra de Perspex.....	24
Tabela 3.2 – Função objetivo x número de iterações .....	25
Tabela 3.3 – Valores das variáveis de projeto $\alpha$ e $\lambda$ para os 40 experimentos .....	25
Tabela 3.4 – Resumo da estimação de $\alpha$ e $\lambda$ para o Perspex aplicando técnicas seqüenciais de otimização.....	26
Tabela 4.1 – Dados estatísticos para o valor médio estimado da difusividade térmica, $\alpha$ , valor inicial de $\alpha = 1,0 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ .....	32
Tabela 4.2 – Dados estatísticos para o valor médio estimado da condutividade térmica, $\lambda$ , valor inicial de $\lambda = 0,05 \text{ W/m.K}$ .....	33
Tabela 4.3 – Resumo da estimação de $\alpha$ e $\lambda$ para o Perspex aplicando a técnica de correlação.....	33
Tabela 5.1 – Dados estatísticos para o valor médio estimado da condutividade térmica, $\alpha$ , valor inicial de $\alpha = 1,0 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ .....	47
Tabela 5.2 – Dados estatísticos para o valor médio estimado da condutividade térmica, $\lambda$ , valor inicial de $\lambda = 0,01 \text{ W/m.K}$ .....	47
Tabela 5.3 – Resumo da estimação de $\alpha$ e $\lambda$ para a amostra de PVC .....	47
Tabela 5.4 – Valores médios estimados de $\alpha$ e $\lambda$ para a amostra de Perspex .....	47
Tabela 7.1 – Caracterização dos experimentos para a determinação de $\lambda$ .....	70
Tabela 7.2 – Resultados de $\alpha$ médio para a amostra de PVC, $L = 5 \text{ mm}$ .....	72
Tabela A4.1 – Caracterização de um experimento típico para a estimação de $\alpha$ e $\lambda$ .....	112
Tabela A4.2 – Resultados obtidos de $\alpha$ e $\lambda$ para um experimento típico .....	113
Tabela A4.3 – Função objetivo x número de iterações .....	113
Tabela A4.4 – Valores das variáveis de Projeto $\alpha$ e $\lambda$ .....	113
Tabela A4.5 – Resultados de $\alpha$ médio para a amostra de aço AISI 304 modificado $L = 9,7 \text{ mm}$ .....	115

## Lista de Símbolos

### Letras Latinas

$b$	Efusividade térmica	$\text{m}^2\text{K}\cdot\text{W}^{-1}\text{s}^{-1/2}$
$C_1, C_2$	Constante de calibração dos transdutores	$\mu\text{V}\text{m}^2/\text{W}$
$c_p$	Calor específico	$\text{J}/\text{Kg}\cdot\text{K}$
$Cor$	Coefficiente de correlação	
$C_{\theta\theta}$	Autocorrelação de temperatura teórica	$\text{K}^2$
$C_{\theta_e\theta}$	Correlação cruzada	$\text{K}^2$
$C_{\theta_e\theta_e}$	Autocorrelação de temperatura experimental	$\text{K}^2$
$f$	Frequência	$\text{Hz}$
$F_1$	Fluxo de calor do transdutor 1	$\text{W}/\text{m}^2$
$F_2$	Fluxo de calor do transdutor 2	$\text{W}/\text{m}^2$
$F_3$	Fluxo de calor do transdutor 3	$\text{W}/\text{m}^2$
$FFT$	Transformada rápida de Fourier	
$h$	Coefficiente de convecção	$\text{W}/\text{m}^2\text{K}$
$H(f)$	Função resposta em frequência	
$ H(f) $	Módulo de $H(f)$	
$i$	$\sqrt{-1}$	
$I$	Intensidade de corrente	
$I_{FFT}$	Incerteza da transformada rápida de Fourier	
$I_{Q_g}$	Incerteza da obtenção do calor gerado	
$I_{num}$	Incerteza na determinação numérica de $S_\psi$	
$I_{S_\psi}$	Incerteza na obtenção de $S_\psi$	
$I_{S_{mq}}$	Incerteza na obtenção de $S_{mq}$	
$I_{sisaquis}$	Incerteza do sistema de aquisição	
$I_{terp}$	Incerteza do sensor de temperatura	
$I_{trans}$	Incerteza do sensor de fluxo de calor	
$I_\alpha$	Incerteza na estimação da difusividade térmica	
$I_\lambda$	Incerteza na estimação da condutividade térmica	

$I_{\theta_e}$	Incerteza na determinação da temperatura experimental	
$I_{\theta}$	Incerteza na determinação da temperatura teórica	
$IFT$	Transformada inversa de FFT	
$Im(S_{xy}(f))$	Componente imaginária da densidade espectral cruzada	$K^2$
$\kappa, \kappa_2, \kappa_3$	Constantes de proporcionalidade do transdutor de fluxo de calor	$W/m^2mV$
$\kappa_1^0, \kappa_2^0, \kappa_3^0$	Constantes de resíduo do transdutor de fluxo de calor	$W/m^2$
$L$	Espessura da amostra	Mm
$n$	Variáveis inteiras	
$N_f$	Número de pontos medidos na frequência	
$N_t$	Número de pontos medidos no tempo	
$m$	Variáveis inteiras	
$Q$	Pulso de calor radiante	$W/m^2$
$R$	Raio da amostra cilíndrica	Mm
$Re(S_{xy}(f))$	Componente real da densidade espectral cruzada	$K^2$
$S_{mq}$	Função objetivo de mínimos quadrados	$K^2$
$S_{xx}(f)$	Densidade autoespectral de entrada	$K^2$
$S_{xy}(f)$	Densidade espectral cruzada	$K^2$
$S_{yy}(f)$	Densidade autoespectral de saída	$K^2$
$S_{\eta}$	Função objetivo de correlação	
$S_{\psi}$	Função objetivo de fase	$rad^2$
$s.d.(\psi(f))$	Desvio padrão do estimador de fase	
$t$	Tempo	s
$t_{1/2}$	Tempo correspondente à metade da temperatura máxima	
$T_0$	Temperatura inicial	$^{\circ}C$
$T_{mf}$	Temperatura média na placa fria	$^{\circ}C$
$T_{mq}$	Temperatura média na placa quente	$^{\circ}C$
$T_m$	Temperatura máxima na face isolada	$^{\circ}C$
$U$	Tensão	V
$U_f$	Diferença de potencial no Termopar	mv
$UF$	Diferença de potencial no transdutor de fluxo de calor	V
$V_{zm}$	Tensão na zona de medida	V
$x$	Coordenada em relação à espessura da amostra	mm
$X(t)$	Sinal de entrada no tempo	$^{\circ}C$

$X(f)$	Transformada de Fourier de $X(t)$	$^{\circ}\text{C}$
$X_{\alpha 1}$	Coefficiente de sensibilidade em relação a $\alpha$ na superfície frontal da amostra	$^{\circ}\text{C}\cdot\text{s}/\text{m}^2$
$X_{\lambda 1}$	Coefficiente de sensibilidade em relação a $\lambda$ na superfície frontal da amostra	$^{\circ}\text{C}^2\text{m}/\text{W}$
$y$	Coordenada em relação a largura da amostra	Mm
$Y(t)$	Sinal de saída no tempo	$^{\circ}\text{C}$
$Y(f)$	Transformada de Fourier de $Y(t)$	$^{\circ}\text{C}$

### Letras Gregas

$\alpha$	Difusividade térmica	$\text{M}^2/\text{s}$
$\beta_m$	Autovalor	$\text{Mm}^{-1}$
$\Delta t$	Intervalo de amostragem	S
$\Delta T_{max}$	Diferença de temperatura máxima	$^{\circ}\text{C}$
$\phi_1$	Fluxo de calor	$\text{W}/\text{m}^2$
$\gamma_{xy}$	Coefficiente de coerência	
$\lambda$	Condutividade térmica	$\text{W}/\text{mK}$
$\rho$	Densidade	$\text{kg}/\text{m}^3$
$\eta$	Variável de correlação	
$\theta$	Temperatura teórica	$^{\circ}\text{C}$
$\theta_e$	Temperatura experimental	$^{\circ}\text{C}$
$\psi(f)$	Ângulo de fase	Rad

Lima e Silva, S. M. M., 2000, "Desenvolvimento de Métodos Experimentais para a Determinação da Difusividade Térmica e Condutividade Térmica de Materiais não Metálicos Usando Somente uma Superfície de Acesso", Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

## Resumo

Nesse trabalho descrevem-se três métodos experimentais para a determinação simultânea da difusividade térmica e da condutividade térmica de materiais não metálicos. Nesses métodos tanto a imposição quanto a medição de fluxo de calor e temperatura são provenientes de somente uma face de acesso. O primeiro método desenvolvido, baseia-se no uso de técnicas seqüenciais de otimização sem restrições em uma função objetivo de mínimos quadrados. No outro método são usadas as técnicas de estimação de parâmetros juntamente com a seção Áurea na minimização de duas funções objetivos distintas. Uma função objetivo de correlação variando somente com a difusividade é usada para sua estimação, enquanto a função mínimos quadrados é usada para a obtenção da condutividade. Tanto a função de mínimos quadrados quanto a função de correlação são definidas a partir de temperaturas experimentais e calculadas por um modelo teórico. Uma característica comum desses dois métodos é a baixa sensibilidade das funções objetivos propostas em relação à difusividade. O terceiro método proposto minimiza esse problema e obtém as propriedades difusividade e condutividade com um grande nível de confiança. Nesse método, uma função de fase no domínio da frequência é usada para a determinação da difusividade e a mesma função de mínimos quadrados definida pelos métodos anteriores é usada para a determinação da condutividade. Uma comparação dos resultados para esse método é feita a partir do uso dos métodos flash e da placa quente compensada para uma amostra de Polychloroethylene (PVC), obtendo-se uma dispersão de 2,97 % e 0,63 %, respectivamente, para a difusividade e condutividade. Apresenta-se ainda nesse trabalho uma análise de incerteza na obtenção das propriedades térmicas, bem como o desenvolvimento das bancadas experimentais relativas às técnicas usadas para a comparação. Uma investigação do potencial de aplicação do método em materiais condutores é também apresentada.

---

*Palavras Chave: Estimação de parâmetros. Medição de propriedades térmicas. Condução de calor. Problemas inversos. Otimização.*

Lima e Silva, S. M. M., 2000, “ Experimental Techniques Development for Determining Thermal Diffusivity and Thermal Conductivity of Non-Metallic Materials Using Only one Active Surface”. Doctorate Thesis, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

## **Abstract**

This work describes three experimental techniques for determining simultaneously the properties, thermal diffusivity and thermal conductivity of non-metallic materials. All techniques use experimental data from one of the same sample surfaces. It means that the imposing heat flux and the temperature response are measured at the same surface of the sample. The first technique determines the properties by using sequential unconstrained optimization methods, which minimizes a least square error function. In the second, two different objective functions are used. In this case, the thermal diffusivity is estimated from a correlation function while the thermal conductivity is estimated from the square error function. Both correlation and error function are defined from experimental temperature and calculated temperature using a theoretical model. These first two techniques have presented low sensitivity in the thermal diffusivity estimation. To avoid this problem, a third method is proposed. This method works in the frequency domain for the estimation of thermal diffusivity. In this case, an objective function representing the eigenvalue phase angle is used to determine the thermal diffusivity while the square error function is used for the thermal conductivity estimation. A comparison with the flash method and the guarded hot plate method gives a deviation of 2,97 % and 0,63 % for thermal diffusivity and thermal conductivity, respectively, for a Polychloroethylene (PVC) sample. At the end of this work an uncertainty analysis and an investigation for conductive materials application are also presented.

---

*Keywords: Parameter estimation. Thermal properties measurements. Heat conduction. Inverse problem. Optimization.*

# Capítulo I

## Introdução

A determinação simultânea de propriedades como a difusividade térmica,  $\alpha$ , e condutividade térmica,  $\lambda$ , é extremamente importante quando se trata do uso de novos materiais, especialmente em materiais isolantes. A obtenção dessas propriedades é imprescindível em qualquer cálculo de isolamento térmico. Uma outra característica importante é a identificação de meios já construídos (determinação de propriedades térmicas *in situ*). Salienta-se que a obtenção simultânea de  $\alpha$  e  $\lambda$  em meios já construídos apresenta vários aspectos interessantes do ponto de vista do desenvolvimento de métodos experimentais. Observa-se, nesse caso, que o requisito básico deve ser a característica não destrutiva do método. Em outras palavras qualquer inserção de sensores de medição deve ser evitada. Uma outra característica importante da medição *in situ* reside no próprio acesso às superfícies do meio. Grande parte dos meios existentes tem normalmente uma superfície de trabalho. Ou seja, existe apenas uma superfície que se deve submeter à excitação térmica para o estabelecimento do problema térmico e ainda serem feitas as aquisições de dados experimentais. De fato, esse é um requisito fundamental e bastante restritivo, já que a maioria dos métodos existentes usam duas superfícies de trabalho. Normalmente, a superfície frontal é usada para o estabelecimento do problema térmico (imposição de calor) e a outra superfície para a medição de campos de temperatura. Adicionalmente, medições interiores ou na própria superfície de aquecimento são usadas. O desenvolvimento de métodos de laboratório que possam ser aplicados em campo (apenas uma superfície de acesso) representa uma grande necessidade e é o principal objetivo desse trabalho. Observa-se que os poucos métodos existentes capazes da obtenção simultânea de  $\alpha$  e  $\lambda$  a partir de somente uma superfície de trabalho são bem limitados. Geralmente só podem ser aplicados em condições especiais de geometria, materiais ou de tempo muito longos. Os métodos propostos aqui buscam, além da característica quanto ao potencial do uso *in situ*, a obtenção das propriedades com grande confiança (baixa incerteza), baixo custo experimental e aplicação em uma ampla faixa de materiais. Nota-se que embora esse trabalho se dedique à investigação de materiais não condutores, o método aqui desenvolvido não é restritivo. Três métodos são propostos para a obtenção simultânea de  $\alpha$  e  $\lambda$ . Todos os métodos entretanto, usam os mesmos dados experimentais, obtidos a partir da medição de fluxo de calor e temperatura na superfície frontal do meio investigado. A obtenção das histórias de fluxo de calor é uma das bases dos métodos

propostos e é realizada através do uso de transdutores de fluxo de calor, de alta sensibilidade e baixo tempo de resposta. Normalmente os métodos existentes que não usam transdutores de fluxo de calor, ou necessitam de regime permanente para a obtenção do fluxo de calor ou somente conseguem obter a difusividade térmica. O uso desses transdutores acoplados a um aquecedor resistivo permite além da flexibilidade de trabalho um baixo custo para a execução do aparato experimental. Pode-se observar, nesse caso, que métodos eficientes para a obtenção de  $\alpha$ , como o método flash, são extremamente caros. Assim, o desenvolvimento de métodos capazes de determinar simultaneamente  $\alpha$  e  $\lambda$  em campo ou em laboratório, usando somente uma superfície de acesso é a contribuição e objetivo principal desse trabalho. Cabe salientar que não existe nenhum método transiente normalizado para a obtenção simultânea de  $\alpha$  e  $\lambda$ , sendo o presente trabalho mais uma contribuição para o aperfeiçoamento desses métodos. Além disso, a implementação, o desenvolvimento e a validação desse método é importante não só do ponto de vista da medição de propriedades em si, como também procura suprir a carência dos métodos experimentais em laboratórios capazes da identificação de materiais em campo.

Inicia-se este trabalho com apresentação de uma revisão das técnicas de determinação das propriedades térmicas: condutividade térmica, difusividade térmica, capacidade de calor volumétrica e efusividade térmica (Capítulo II). A revisão baseia-se especialmente nos já conhecidos métodos transientes (flash e fio quente) e em técnicas transientes mais recentes de obtenção de propriedades como a estimação de parâmetros e o processamento de sinais. A seguir na primeira parte do Capítulo III apresenta-se uma técnica baseada no teorema de convolução e em Transformada Discreta de Fourier para resolução das integrais da solução de temperatura. A validação dessa técnica é apresentada no Anexo II. A seguir são mostradas três técnicas seqüenciais de otimização sem restrições, usadas para a obtenção de  $\alpha$  e  $\lambda$  a partir da minimização de uma função objetivo de mínimos quadrados.

O Capítulo IV apresenta um segundo método para a obtenção de  $\alpha$  e  $\lambda$ . Nessa técnica, duas funções objetivos, uma de correlação e outra de mínimos quadrados, são usadas para a obtenção de  $\alpha$  e  $\lambda$  respectivamente.

No Capítulo V desenvolve-se um método transiente para a determinação de  $\alpha$  no domínio da frequência e  $\lambda$  no domínio do tempo para dois polímeros diferentes. A obtenção de  $\alpha$  se dá através da minimização de uma função objetivo de fase. Já para  $\lambda$  uma função objetivo de mínimos quadrados é usada. Para a minimização das duas funções objetivos utiliza-se a técnica seqüencial de otimização BFGS.

Apresenta-se no Capítulo VI a bancada experimental. Uma análise dos erros envolvidos para o método proposto no Capítulo V também é apresentada. Adicionalmente, desenvolve-se

uma simulação numérica baseada em volumes finitos objetivando a simulação de perdas de fluxo de calor laterais na amostra e o conseqüente desvio de fluxo de calor unidimensional aplicado na superfície frontal.

No Capítulo VII métodos bem conhecidos como o método da placa quente compensada e o método flash são apresentados. Esses métodos são usados para a obtenção de valores de referência de  $\alpha$  e  $\lambda$  para a validação da metodologias apresentadas nesse trabalho. Salieta-se que no Anexo III são apresentados os fundamentos teóricos para esses dois métodos.

Conclui-se o trabalho no Capítulo VIII apresentando algumas propostas para trabalhos futuros, a partir dos métodos desenvolvidos.

No Anexo IV é feita uma adaptação na proposta experimental para a obtenção de  $\alpha$  e  $\lambda$  de materiais condutores, indicando a potencialidade do uso do método para materiais com alto valor de condutividade térmica.

## Capítulo II

### Revisão Bibliográfica

#### 2.1 – Introdução

Apresenta-se nesse capítulo alguns métodos para a estimação de propriedades como condutividade térmica, difusividade térmica, capacidade de calor volumétrica,  $\rho C_p$ , (produto da densidade pelo calor específico) e efusividade térmica  $b$  ( $\sqrt{\alpha/\lambda}$ ). Inicialmente, para a determinação dessas propriedades, torna-se necessária a modelagem de um processo, cuja função principal seja estabelecer e identificar um campo térmico na amostra ou meio investigado. As propriedades térmicas podem, então, ser obtidas através da comparação de dados experimentais com os dados teóricos do modelo. Observa-se que a definição do método usado se completa a partir da escolha da localização da fonte de calor, dos sensores de temperatura ou de fluxo de calor e do procedimento de cálculo dessas propriedades. Na primeira parte desse capítulo, faz-se uma breve revisão bibliográfica onde são apresentados métodos para a determinação não simultânea das propriedades térmicas,  $\alpha$  e  $\lambda$ . A seguir são mostrados métodos transientes para a determinação simultânea da condutividade e difusividade térmicas usando-se medições interiores ou nas duas superfícies de trabalho. Conclui-se o capítulo apresentando técnicas de estimação de propriedades térmicas usando-se somente uma superfície de acesso, ou seja excitação térmica e suas respostas experimentais atuando em apenas uma superfície do meio investigado.

#### 2.2 – Estimação Não Simultânea de Propriedades Térmicas

Para a determinação da condutividade térmica a maioria dos trabalhos existentes são em regime permanente. Um método em regime permanente bastante usado para a determinação de  $\lambda$  de materiais isolantes é o método da placa quente compensada (ISO 8302). Já para a obtenção de  $\lambda$  em regime transiente pode-se citar o método do fio quente. Esse método inicialmente apresentado por Blackwel (1954), tem sido usado com sucesso para determinar  $\lambda$  de vários materiais, sendo hoje uma técnica adotada mundialmente para valores até 25 W/m°C

(Silva Neto & Carvalho, 1999). O método do fio quente envolve, normalmente, a inserção de um elemento filiforme (sonda), geralmente de forma cilíndrica no centro axial do meio que se deseja medir. A sonda tem a função de dissipar calor (efeito Joule) e medir a temperatura no interior da amostra atuando como um termômetro de resistência. Adicionalmente, pode-se instalar termopares no corpo da sonda. Variações desse método têm sido usadas para medir as propriedades térmicas de sólidos e líquidos (Glatzmaier & Ramirez, 1985), (Fernandez & Banda, 1986) e (Fernandes, 1990). O método baseia-se na solução da equação da difusão de calor para uma fonte de calor em forma de linha infinita imersa num meio suposto infinito. A solução desse problema, dada por Carslaw & Jaeger (1959) tem a forma:

$$\Delta T = T - T_0 = (Q_1/4\pi\lambda) \ln(4\alpha t/r^2 C) \quad (2.1)$$

onde  $T = T(t)$  é a temperatura da sonda,  $T_0$  a temperatura inicial da sonda,  $Q_1$  o calor imposto por unidade de comprimento de elemento,  $r$  o raio do elemento e  $C$  é igual a  $\exp(y)$ , onde  $y = 0,57721$  é a constante de Euler. A Equação (2.1) é válida somente quando a expressão adimensional abaixo é satisfeita:

$$r^2/(4\alpha t) \ll 1 \quad (2.2)$$

Para a determinação de  $\alpha$  e  $\lambda$  Glatzmaier & Ramirez (1985) manipulam a Equação (2.1), obtendo os valores das propriedades a partir de dados experimentais. Para isso plota-se a história da temperatura em função  $\ln(t)$  usando-se uma curva de regressão linear obtida pelo método dos mínimos quadrados. Assim, se  $A$  é a inclinação e  $B$  a interseção da ordenada da reta, então as equações para  $\lambda$  e  $\alpha$  podem ser dadas por:

$$\lambda = Q_1/4\pi A \quad (2.3)$$

e

$$\alpha = Cr^2/4 \exp(B/A) \quad (2.4)$$

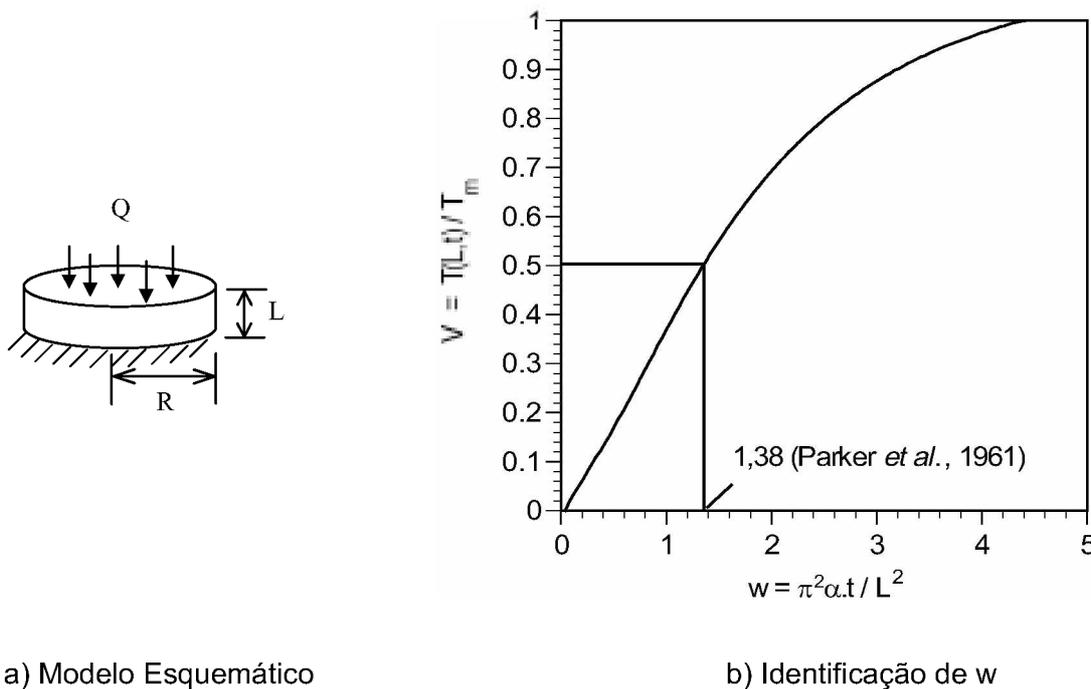
Para a obtenção de  $\lambda$  (Eq. 2.3) apenas a sonda térmica é necessária, enquanto o uso da Eq. (2.4) exige necessariamente um termopar adicional inserido no meio. Essa característica justifica o maior emprego do método da sonda apenas para a obtenção de  $\lambda$ .

Para a difusividade térmica somente métodos transientes permitem a sua determinação. O método flash desenvolvido por Parker *et al.* (1961) tem sido o método mais empregado para a determinação da difusividade térmica de materiais não transparentes. Nesse método um

pulso de calor radiante  $Q$  de alta intensidade e curta duração é aplicado sobre a superfície frontal de uma amostra de espessura  $L$  e raio  $R$ . A amostra deve ser opaca, cilíndrica, homogênea, isotrópica, com temperatura inicial  $T_0$  e isolada na superfície oposta (Figura 2.1a). A solução para a temperatura na face isolada  $T(L,t)$  pode ser dada por Carslaw & Jaeger (1959) como:

$$V = \frac{T(L,t)}{T_m} = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \exp(-n^2 w) \tag{2.5}$$

onde  $n = 1, 2, 3, \dots, \infty$ ,  $T_m$  representa o valor máximo da temperatura na face isolada,  $w$  é um parâmetro definido por  $w = \pi^2 \alpha t / L^2$  e  $t$  representa o tempo. Uma das grandes vantagens desse método é a possibilidade de obtenção da difusividade térmica sem o conhecimento do fluxo de calor  $Q$  imposto na superfície em  $x = 0$ .



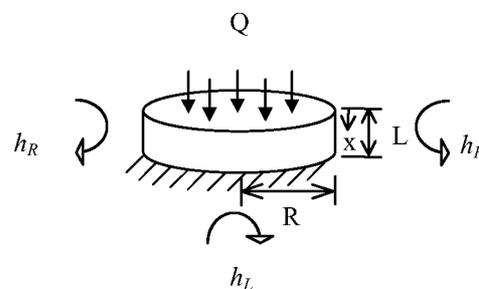
**Figura 2.1 – Método flash**

Observa-se na Figura (2.1b) que o parâmetro  $w = 1,38$  é obtido quando  $V = 0,5$ . Assim, a difusividade térmica pode ser determinada pela definição de  $w$ , ou seja,  $\alpha = wL^2 / \pi^2 t$  ou especificamente

$$\alpha = 1,38L^2 / \pi^2 t_{1/2} \tag{2.6}$$

onde  $t_{1/2}$  é o tempo obtido experimentalmente que corresponde à metade da temperatura máxima em  $x = L$  ( $V = 0,5$ ).

Na prática é difícil de se conseguir as condições experimentais ideais propostas por Parker *et al.* (1961). Ou seja, a excitação pode não ser pontual no tempo, não homogênea no espaço e a amostra estar sujeita a perdas térmicas (Figura 2.2). Encontram-se ainda vários trabalhos que consideram outros efeitos que podem interferir no cálculo da difusividade térmica como as perdas térmicas com o exterior, a forma e a duração do pulso radiante de calor, a distribuição não uniforme do pulso radiante de calor, a variação das propriedades termofísicas com a temperatura e a perturbação devido à medição de temperatura por contato na face oposta. Uma explicação mais detalhada dessas técnicas é apresentada no Anexo III.



**Figura 2.2** – Forma esquemática do Método Flash com perdas térmicas

Uma limitação do método flash é a necessidade de se conhecer o valor da energia absorvida na face frontal da amostra quando se deseja determinar a condutividade térmica. Nesse caso obtém-se o valor de  $\lambda$  através da definição da difusividade térmica,

$$\lambda = \alpha \rho c_p \quad (2.7)$$

onde a capacidade térmica,  $\rho c_p$ , do material é dada por

$$\rho c_p = Q / (L T_m) \quad (2.8)$$

Observa-se que a grande dificuldade do método flash reside na implementação do aparato experimental. O pulso radiante de calor de alta intensidade e curta duração, imposto na superfície torna onerosos os custos de equipamentos, como o gerador laser, capaz de atender a essas especificações.

Ressalta-se que as técnicas transientes apresentadas nessa seção (método flash e método do fio quente) são capazes da obtenção simultânea das propriedades térmicas  $\alpha$  e  $\lambda$ ,

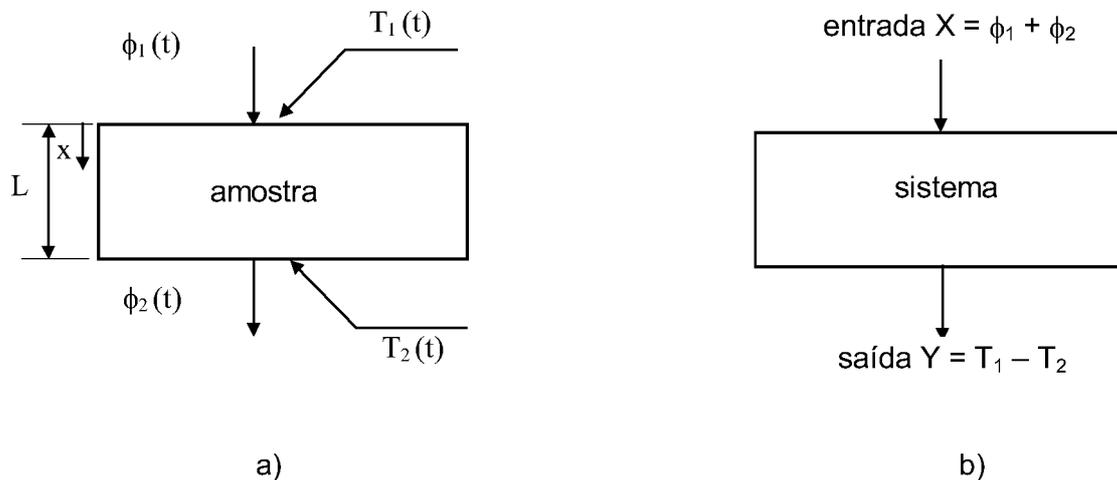
ainda que com maior dificuldade. Todavia, restrições como o alto custo do método flash ou as características destrutivas do meio investigado acarretadas com a inserção da sonda no método do fio quente indicam a necessidade do desenvolvimento de métodos alternativos.

### **2.3 – Estimação Simultânea de Propriedades Térmicas Usando Medições em Duas Superfícies de Trabalho**

A estimação de parâmetros, também conhecida como estimação não linear ou método dos mínimos quadrados não linear, foi desenvolvida inicialmente por estatísticos e tem sido usada com sucesso em problemas de transferência de calor. Encontram-se nesse caso, uma série de trabalhos voltados à determinação simultânea de propriedades térmicas como  $\alpha$  e  $\lambda$  a partir de medições discretas de temperatura no interior ou na superfície de um corpo, (Log, 1993), (Garnier *et al.*, 1994) (Huang & Yan, 1995), (Dowding *et al.*, 1995), (Guimarães *et al.*, 1995) e (Lima e Silva & Guimarães, 1996). Observa-se que Huang & Yan (1995) usam medições de temperatura no interior do meio investigado. Entretanto, para que haja medição de propriedades térmicas de forma não destrutiva, exige-se o uso de medições de temperatura ou de fluxo de calor apenas nas superfícies do meio investigado (inserção de termopares no meio investigado são considerados destrutivos). Dentro desse contexto alguns trabalhos são apresentados. Garnier *et al.* (1994) trabalham com a medição de sinais de temperatura provenientes das duas superfícies das amostras para a determinação de  $\lambda$  e  $\rho c_p$  aplicando-se a técnica de estimação de parâmetros. Nesse caso, o modelo teórico é definido a partir da imposição de um fluxo de calor uniforme em  $x = 0$  em uma amostra de epoxi mantendo a condição de temperatura isotérmica em  $x = L$ . Observa-se ainda que o aparato experimental usado por Garnier *et al.* (1994) é em forma de sanduíche. Dois tipos diferentes de sistemas de medição de temperatura são colocados entre o aquecedor e as amostras. Um sistema de medição consiste de dois discos de alumínio equipado com termopares e o outro de duas resistências finas consistindo nos termômetros. Dowding *et al.* (1995) também determinam simultaneamente as propriedades térmicas  $\lambda$  e  $\rho c_p$ , de uma amostra composta de carbono-carbono aplicando técnicas de estimação de parâmetros. Nesse caso, como Garnier *et al.* (1994) os autores também usam um experimento tipo sanduíche porém, com uma amostra de alta condutividade térmica. As temperaturas são medidas através de termopares e o fluxo de calor é calculado a partir de valores de tensão e corrente na resistência, assumindo-se fluxo de calor uniforme.

A partir de dados de temperatura e fluxo de calor variáveis, medidos simultaneamente, Guimarães *et al.* (1995) determinam simultaneamente a condutividade térmica e a difusividade térmica de um sólido não condutor (Figura 2.3a). O método baseia-se no princípio de um

sistema dinâmico tipo entrada / saída (Figura 2.3b). O problema da difusão de calor criado pelo modelo experimental, a partir da imposição de um fluxo de calor na superfície frontal da amostra, foi abordado pelo modelo teórico equivalente apresentado a seguir (Figura 2.3a).



**Figura 2.3** – a) Modelo térmico e b) sistema dinâmico

Nesse método uma combinação entre as técnicas de tratamento de sinais no domínio da frequência e a estimação de parâmetros mostra-se adequada para a medição simultânea de  $\alpha$  e  $\lambda$  de materiais não metálicos. A determinação de  $\alpha$  e  $\lambda$  de forma independente é a principal vantagem do uso de estimação de parâmetros no domínio da frequência.

A busca de um método que possa obter essas propriedades térmicas simultaneamente usando os sinais de temperatura e fluxo de calor provenientes de somente uma superfície é uma limitação quanto ao uso das técnicas apresentadas nessa seção. Embora sejam eficientes, as técnicas apresentadas até aqui não são capazes da obtenção das propriedades a partir do uso de apenas uma superfície de trabalho, requisito para a obtenção de propriedades térmicas *in situ* em meios de grandes espessuras. A próxima seção é dedicada a técnicas que possuem esse requisito.

## 2.4 – Estimação Simultânea de Propriedades Térmicas Usando Somente uma Superfície de Acesso

A aplicação direta da técnica de estimação de parâmetros a partir da medição de temperatura e a medição de fluxo de calor em apenas uma superfície permite a obtenção simultânea de  $\lambda$  e  $\alpha$  a partir de certas condições de tempo de medição como  $\tau = \frac{\alpha \cdot t}{L^2} > 0,2$

segundo Beck and Arnold (1977). Entretanto, observa-se que nessas condições o maior problema da técnica reside na busca de regiões onde o comportamento entre os chamados coeficientes de sensibilidade, definidos como a primeira derivada da temperatura calculada pelo modelo teórico em relação aos parâmetros a serem determinados, sejam linearmente independentes. De fato essa é a condição básica para que as propriedades  $\lambda$  e  $\alpha$  possam ser estimadas simultaneamente (Beck and Arnold, 1977). Para o caso de uma placa finita Taktak *et al.* (1993) consideram alguns aspectos na otimização de projetos para a obtenção da melhor região de estimação, para as propriedades  $\lambda$  e  $\rho C_p$ . Nesse trabalho três casos diferentes são analisados: primeiro um problema unidimensional de transferência de calor em uma amostra finita, curada, composta de carbono-epoxi, com fluxo de calor na direção perpendicular às fibras axiais. No segundo caso, o problema unidimensional estudado é uma amostra de grande espessura curada, composta de carbono-epoxi tendo o comportamento de um corpo semi-infinito. Finalmente, Taktak *et al.* (1993) consideram uma amostra finita composta durante o processo de curagem. Nesse caso o termo de geração de calor é acrescentado na análise. Observa-se que nos três experimentos, aspectos ótimos como a localização do sensor de temperatura, o tempo de duração do aquecimento e a duração do experimento são analisados. Taktak *et al.* (1993) concluem que o tempo de aquecimento adimensional para um número fixo de medidas e para experimentos unidimensionais com fluxo de calor imposto na superfície frontal e temperatura constante na superfície oposta da amostra é aproximadamente  $t^* = \alpha t / L^2 = 2,25$  com um tempo adimensional adicional depois do aquecimento de 0,73. A posição ótima dos sensores nesse caso é a superfície de aquecimento. Todavia, esse tempo adimensional indica que para materiais como Perspex (polímero) com grandes espessuras,  $L = 50$  mm e  $\alpha = 1,652 \times 10^{-7}$  m<sup>2</sup>/s, o tempo de aquecimento alcança a ordem de 9 h, tempo esse proibitivo em técnicas transientes. A redução do tempo de aquecimento para 100 s, implicaria em uma amostra de Perspex com uma espessura de 2,7 mm.

Moreno & Trevisan (1994) apresentam duas técnicas para a determinação das propriedades térmicas  $\alpha$  e  $\lambda$  no domínio do tempo usando somente uma superfície de acesso: uma técnica de convolução e uma técnica chamada de deconvolução. O modelo teórico estudado considera a condução de calor unidimensional em um material homogêneo e isotrópico de propriedades constantes e submetido às seguintes condições de contorno: temperatura na superfície  $x = L$  mantida constante e igual à inicial, perfis de temperatura e de fluxo de calor conhecidos em  $x = 0$ . Contudo, para a obtenção das duas propriedades de forma simultânea Moreno & Trevisan (1994) necessitam que o estado permanente seja atingido. Ou seja, nesse trabalho os autores obtêm  $\alpha$  em regime transiente e  $\lambda$  em permanente. Por sua vez Lima e Silva & Guimarães (1996) usam dois modelos teóricos (o de uma placa finita e isolada e

um modelo de uma placa semi-infinita) para os mesmos dados experimentais. Nesse caso, a técnica torna-se muito sensível a erros experimentais e somente em condições especiais de geometria e evolução temporal pode ser aplicada.

Dowding *et al.* (1996) descrevem um método para medir as propriedades térmicas em um modelo térmico bidimensional para uma amostra composta de carbono-carbono. Salienta-se que nesse trabalho a amostra é caracterizada por uma condutividade térmica ortotrópica e uma capacidade volumétrica isotrópica. As propriedades térmicas são obtidas usando-se técnicas de estimação de parâmetros. Entretanto, para experimentos bidimensionais a análise é mais sensível às condições experimentais que para um modelo térmico unidimensional. Por exemplo, a magnitude e duração do fluxo de calor deve produzir respostas adequadas para os sensores perto do aquecedor semelhantes aos sensores fora da região de aquecimento. Essa análise requer um tempo de aquecimento bem maior que aquele usado para o modelo unidimensional (Dowding *et al.*, 1995). Outra limitação é que as posições dos termopares devem ser conhecidas com exatidão, especialmente na região de aquecimento onde altas temperaturas existem. Apesar de não ser difícil o posicionamento dos termopares na amostra de carbono-carbono, é difícil de se alinhar o aquecedor de mica junto com os termopares, uma vez que os elementos de aquecimento não são visíveis. A utilização desse método em campo não é possível devido à dificuldade de se instrumentar o material.

A imposição de um método com características não destrutivas (medição somente nas superfícies) e com aplicação direta em meios já existentes *in situ* é pois, a grande motivação desse trabalho. Esses princípios representam a base do desenvolvimento dos métodos experimentais que serão descritos a seguir.

## Capítulo III

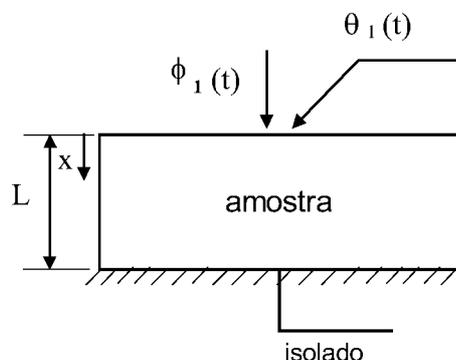
### Técnicas Seqüenciais de Otimização

#### 3.1 – Introdução

Apresenta-se nesse capítulo um método para obtenção simultânea de  $\alpha$  e  $\lambda$  no domínio do tempo. Somente uma face de acesso para as medições de temperatura e fluxo de calor do meio analisado é usada. A técnica baseia-se na minimização de uma função definida pelo quadrado da diferença entre os sinais de temperatura experimental e o previsto no modelo. Nesse caso, diferentes técnicas de otimização podem ser empregadas, tornando a obtenção dos valores ótimos de  $\alpha$  e  $\lambda$  dependentes da técnica usada. Apresenta-se três técnicas seqüenciais de otimização sem restrições usadas para a obtenção das propriedades térmicas, além de uma análise da função objetivo de mínimos quadrados em relação a  $\alpha$  e  $\lambda$ . Conclui-se o capítulo através da análise dos resultados da técnica para uma amostra de Polymethylmethacrylate (Perspex).

#### 3.2 – Desenvolvimento do Modelo Teórico

Apresenta-se na Figura (3.1) o esquema do problema térmico proposto. Ou seja, uma amostra homogênea de espessura  $L$  e temperatura inicial  $T_0$  é sujeita a um fluxo de calor transiente e unidimensional,  $\phi_1(t)$ , na superfície frontal a partir do tempo inicial  $t = 0$ , enquanto a superfície oposta é mantida isolada.



**Figura 3.1** - Amostra sujeita a uma evolução de fluxo de calor

Sob essas condições, o problema térmico pode ser dado pela equação da difusão de calor,

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (3.1)$$

sujeito às condições de contorno,

$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} = \phi_I(t) \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0 \quad (3.3)$$

e à condição inicial,

$$\theta(x,0) = 0 \quad (3.4)$$

onde  $\theta$  é definido como:

$$\theta(x,t) = T(x,t) - T_0 \quad (3.5)$$

A solução do problema dado pelas Eqs. (3.1)-(3.5) pode ser obtida através do uso das funções de Green (Lima e Silva, 1995). Nesse caso,  $\theta(0,t)$  pode ser escrito como sendo:

$$\theta_1(t) = \theta(0,t) = \frac{\alpha}{\lambda L} \int_0^t \phi_1(\tau) d\tau + \frac{2\alpha}{\lambda L} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\beta_m^2 \alpha t} \int_0^t e^{\beta_m^2 \alpha \tau} \phi_1(\tau) d\tau \quad (3.6)$$

onde  $\beta_m$  são os autovalores definidos por  $\beta_m = \frac{m\pi}{L}$ , com  $m = 1, 2, 3, \dots, \infty$ . Observa-se na

Eq. (3.6) que a evolução de  $\phi_1(t)$  deve ser conhecida para que as integrais envolvidas possam ser resolvidas analiticamente. Todavia, uma aproximação dos pontos discretos do fluxo de calor em uma função contínua de ajuste polinomial, em alguns casos, pode ser de difícil execução, uma vez que um grande número de intervalos seria necessário para a obtenção de ajustes perfeitos. Ressalta-se ainda que o ajuste da curva com vários tipos de funções

representa um consumo de tempo maior e aumenta a complexidade na integração numérica e analítica. Mesmo quando a integração direta é possível as dificuldades na convergência da série são comuns. Nesse trabalho as integrais são resolvidas numericamente usando-se o conceito do teorema de convolução e de transformada discreta de Fourier, conforme será apresentado na próxima seção. O uso desses teoremas permite uma maior flexibilidade na obtenção da solução da Eq. (3.6), uma vez que não existe qualquer dificuldade adicional caso a evolução do fluxo de calor seja alterada em sua forma. Esse procedimento apresenta uma boa exatidão quando comparado com a solução analítica (Veja Anexo II).

### 3.2.1 – Teorema de Convolução e Transformada Discreta de Fourier

A Eq. (3.6) pode ser escrita na forma:

$$\theta_1(t) = \frac{\alpha}{\lambda L} (I_1(t) + 2 \cdot I_2(t)) \quad (3.7)$$

onde,

$$I_1(t) = \int_0^t \phi_1(\tau) d\tau \quad (3.8)$$

e

$$I_2(t) = \int_0^t \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\beta_m^2 \alpha (t-\tau)} \phi_1(\tau) d\tau \quad (3.9)$$

Por sua vez a Eq. (3.9) também pode ser escrita por:

$$I_2(t) = \int_0^t g_2(t-\tau) h_2(\tau) d\tau \quad (3.10)$$

sendo,

$$g_2(t) = \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\beta_m^2 \alpha t} \quad (3.11)$$

e

$$h_2(t) = \phi_1(t) \quad (3.12)$$

Se  $g_2(t)$  e  $h_2(t)$  são duas funções de  $t$  definidas para  $t > 0$ , então a Eq (3.10) representa a integral da convolução dessas duas funções dada por  $g_2 * h_2$  (Abramowitz & Stegun, 1968). Assim reescrevendo a Eq. (3.10) tem-se:

$$I_2(t) = g_2 * h_2 = \int_0^t g_2(t - \tau) h_2(\tau) d\tau \quad (3.13)$$

Observa-se ainda que através da propriedade da convolução (Abramowitz & Stegun, 1968) pode-se escrever,

$$FT[g_2 * h_2] = g_2(f) h_2(f) \quad (3.14)$$

onde  $FT$  representa a transformada de Fourier da função  $g_2 * h_2$ . Define-se a transformada de Fourier de uma função  $\bar{f}(t)$  como

$$FT[\bar{f}(t)] = \bar{f}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i2\pi ft} \bar{f}(t) dt \quad (3.15)$$

Assim, comparando a Eq. (3.14) com a Eq. (3.13) conclui-se que,

$$I_2(t) = [g_2 * h_2] = IFT[g_2(f) h_2(f)] = IFT[I_2(f)] \quad (3.16)$$

onde  $IFT$  é a transformada inversa de Fourier definida por

$$IFT[\bar{f}(f)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i2\pi tf} \bar{f}(f) df \quad (3.17)$$

Observando as Eqs. (3.16) e (3.17) conclui-se que  $I_2(t)$  pode ser calculada sem o uso da integração direta dada na Eq. (3.9). Obtêm-se assim os resultados através da inversão do produto das transformadas de Fourier  $g_2(f)$  e  $h_2(f)$ , dado na Eq. (3.16). A aplicação da transformada de Fourier em  $g_2(t)$  e  $h_2(t)$  respectivamente pode ser dada por:

$$FT[g_2(t)] = FT\left[\sum_{m=1}^{\infty} e^{-\beta_m^2 \alpha t}\right] = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{i2\pi f + \beta_m^2 \alpha} = g_2(f) \quad (3.18)$$

e

$$FT[h_2(t)] = FT[\phi_1(t)] = \phi_1(f) = h_2(f) \quad (3.19)$$

Salienta-se que  $\phi_1(t)$  é obtido de medidas discretas. Nesse caso o caminho mais simples para se obter  $\phi_1(f)$  é através do cálculo numérico dos valores da transformada de Fourier usando o algoritmo de Cooley-Tukey (Discrete Fast Fourier Transform) (Bendat & Piersol, 1986).

Para o primeiro termo da Eq. (3.7),  $I_1(t)$ , usa-se o mesmo tratamento dado ao segundo termo. Ou seja, para a Eq. (3.8) tem-se

$$I_1(t) = \int_0^t g_1(t-\tau) h_1(\tau) d\tau \quad (3.20)$$

onde

$$g_1(t) = 1 \quad (3.21)$$

e

$$h_1(t) = \phi_1(t) \quad (3.22)$$

A integração de  $I_1(t)$  é feita usando a mesma relação dada pelas Eqs. (3.20)-(3.22) em um procedimento análogo ao descrito para a integração de  $I_2(t)$ . A validação para a solução proposta nessa seção é apresentada no Anexo II.

Como o objetivo desse trabalho é a obtenção de  $\alpha$  e  $\lambda$  simultaneamente, apresenta-se a seguir uma função objetivo definida a partir dos sinais de temperatura experimental e do modelo teórico obtido.

### 3.3 – Função Objetivo de Mínimos Quadrados

Um meio de se obter  $\alpha$  e  $\lambda$  simultaneamente pode ser pela minimização de uma função objetivo de mínimos quadrados. Normalmente, essa função é definida como sendo o erro quadrático entre as temperaturas medidas experimentalmente,  $\theta_e(t)$ , e aquelas obtidas através

do modelo teórico,  $\theta(t)$ . Várias técnicas de minimização podem, nesse caso, ser usadas. Por exemplo a técnica de estimação de parâmetros que se dá a partir de diferenciação da função objetivo com respeito às variáveis envolvidas. Os valores de  $\alpha$  e  $\lambda$  são estimados com a consequente obtenção dos pontos de mínimo. Nesse trabalho, entretanto, a obtenção dos melhores valores de  $\alpha$  e  $\lambda$  que minimizam a função erro quadrático se dá através do uso de técnicas seqüenciais de otimização.

A função erro quadrático a ser minimizada é, assim, definida por

$$S_{mq} = \sum_{j=1}^{Nt} [\theta_{e1}(j) - \theta_1(j)]^2 \quad (3.23)$$

onde  $j$  representa os tempos discretos de aquisição dos sinais de temperatura e o sub-índice 1 a superfície frontal ( $x = 0$ ).

### 3.4 – Técnicas Seqüenciais de Otimização sem Restrições

#### 3.4.1 – Método de Fletcher e Reeves

O método de Fletcher-Reeves também conhecido como o método das direções conjugadas é de fácil implementação e requer pouca memória computacional para o seu algoritmo. Esse método requer somente uma pequena modificação no método de descida máxima (Vanderplaats, 1984), acarretando uma melhora na taxa de convergência do processo de otimização, sua direção de busca é dada por:

$$S^q = -\nabla F(X^q) + \beta_q S^{q-1} \quad (3.24)$$

onde  $q$  é o número de iterações,  $S^q$  é o vetor direção de busca no espaço desejado e  $\nabla F(X^q)$  é o gradiente da função objetivo. Na primeira iteração a direção de busca dada pelo escalar  $\beta_q$  é tomada igual a zero. Nas iterações subsequentes é definido por:

$$\beta_q = \frac{|\nabla F(X^q)|^2}{|\nabla F(X^{q-1})|^2} \quad (3.25)$$

Dadas as condições iniciais, ou seja, o valor inicial das variáveis e conhecido  $S^q$ , faz-se a minimização do intervalo de busca adotando-se a técnica da seção Áurea juntamente com uma aproximação polinomial (Vanderplaats, 1984). Assim, as variáveis de projeto são atualizadas pela equação,

$$X^q = X^{q-1} + \alpha_q^* S^q \quad (3.26)$$

onde  $X$  é o vetor das variáveis de projeto e  $\alpha_q^*$  é um escalar que determina a alteração no vetor  $X$ .

### 3.4.2 – Métodos da Métrica Variável

Esses métodos procuram considerar informações das iterações anteriores, na determinação da direção de busca, sendo empregados com sucesso mesmo quando o número de variáveis de projeto é alto e não se dispõe de nenhuma estimativa inicial. Por tratarem-se de métodos de primeira ordem, dependem do conhecimento do gradiente da função objetivo. O conceito básico desses métodos é criar um vetor que se aproxima da matriz Hessiana à medida que a otimização avança. A matriz Hessiana é definida pela segunda derivada parcial da função objetivo com respeito as variáveis de projeto. Nesses métodos a direção de busca na iteração  $q$  é definida por:

$$S^q = -H \nabla F(X^q) \quad (3.27)$$

onde  $H$  se aproxima da matriz Hessiana durante o procedimento de otimização para funções quadráticas e  $\nabla F(X^q)$  é o gradiente da função objetivo. O termo  $\nabla F(X^q)$  pode ser calculado numericamente por diferenças finitas pelo programa computacional OTIM (Mendonça, 1991) ou pelo pacote de otimização DOT (Vanderplaats, 1995) caso não seja disponível analiticamente. Com  $S^q$  definido faz-se uma busca unidimensional pela Eq. (3.26). Na primeira iteração ( $q = 1$ ), após a busca unidimensional, adota-se  $H = I_n$  (matriz identidade de ordem igual ao número de variáveis de decisão do problema). No final da  $q$ -ésima iteração faz-se

$$H^{q+1} = H^q + D^q \quad (3.28)$$

onde  $D$  é a matriz simétrica de atualização definida por:

$$D^q = \frac{\sigma + \xi\tau}{\sigma^2} pp^T + \frac{\xi - 1}{\tau} H^q y (H^q y)^T - \frac{\xi}{\sigma} \left[ H^q y p^T + p (H^q y)^T \right] \quad (3.29)$$

onde os vetores de troca  $p$  e  $y$  são definidos como

$$p = X^q - X^{q-1} \quad (3.30)$$

$$y = \nabla F(X^q) - \nabla F(X^{q-1}) \quad (3.31)$$

e os escalares  $\sigma$  e  $\tau$  são definidos como

$$\sigma = p \cdot y \quad (3.32)$$

$$\tau = y^T H^q y \quad (3.33)$$

Observa-se que os valores de  $\xi$  definem os métodos DFP e BFGS, (Vanderplaats, 1984). Assim, quando  $\xi = 0$  tem-se o método de Davidon-Fletcher-Powell (DFP) e quando  $\xi = 1$  tem-se o método de Broydon-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS).

### 3.5 – Análise de Sensibilidade da Função Objetivo em Relação a $\alpha$ e $\lambda$

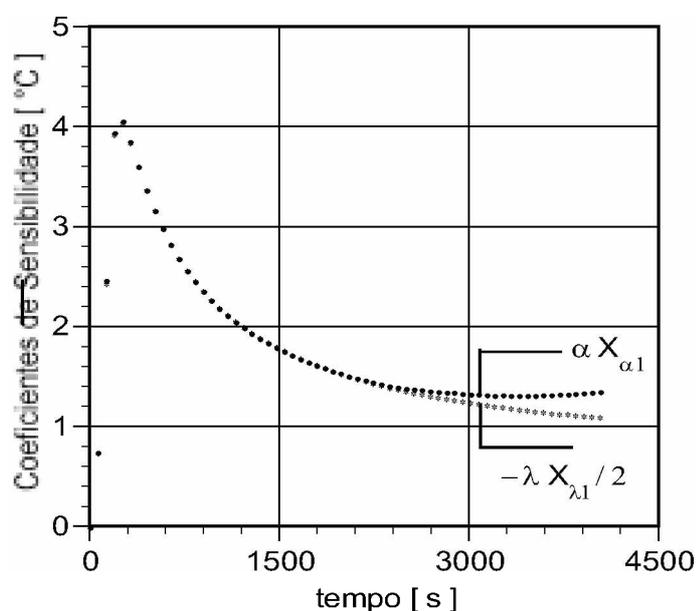
Observa-se que o objetivo do trabalho é a estimação simultânea das propriedades térmicas  $\alpha$  e  $\lambda$ . Nesse caso, torna-se necessário um estudo da sensibilidade de  $S_{mq}$  em relação a  $\alpha$  e  $\lambda$ . Ressalta-se que um caminho para se obter esses dois parâmetros é o uso da técnica de estimação de parâmetros através da minimização da Equação (3.23). Nesse caso, a equação de recorrência para esses dois parâmetros obtida através da linearização de Gauss e da minimização da função  $S_{mq}$  (Beck and Arnold, 1977) é função dos coeficientes de sensibilidade. Esses coeficientes, definidos pela primeira derivada da temperatura, em relação aos parâmetros são dados por:

$$X_{\lambda 1} = \frac{\partial \theta_1}{\partial \lambda} \quad (3.34)$$

e

$$X_{\alpha 1} = \frac{\partial \theta_1}{\partial \alpha} \quad (3.35)$$

Todavia, segundo o critério de identificabilidade descrito por Beck & Arnold (1977), os parâmetros  $\alpha$  e  $\lambda$  só podem ser estimados simultaneamente caso não haja um comportamento de dependência linear entre esses coeficientes. Uma rápida inspeção na Equação (3.6) não nos permite, todavia, assegurar um comportamento independente entre esses coeficientes. Nesse sentido, uma vez que a previsão do comportamento dos coeficientes são condições essenciais para o sucesso da estimação dos parâmetros, apresenta-se uma evolução desses coeficientes em função do tempo na Figura (3.2). Salienta-se que para melhor visualizar o comportamento desses coeficientes,  $X_{\lambda 1}$  foi multiplicado por  $(-1/2)$ . Pode-se observar através de uma análise atenciosa dessa figura que os coeficientes  $X_{\alpha 1}$  e  $X_{\lambda 1}$  apresentam um certo grau de dependência linear. Dessa forma, o uso da técnica de estimação de parâmetros só permitiria a obtenção de apenas um dos parâmetros.



**Figura 3.2** – Coeficientes de sensibilidade,  $X_{\alpha 1}$  e  $X_{\lambda 1}$ , em função do tempo

Um caminho diferente para a determinação simultânea de  $\alpha$  e  $\lambda$  de forma direta pode se dar através da minimização da função objetivo de mínimos quadrados,  $S_{mq}$ , aplicando-se as técnicas de otimização. Entretanto, para a aplicação de técnicas de otimização deve-se assumir que a função objetivo a ser minimizada é unimodal. Ou seja, essa função tem somente um mínimo na região de busca. Ressalta-se que se a função não é unimodal, mínimos locais podem existir. Nesse caso, para se assegurar que os valores de  $\alpha$  e  $\lambda$  estimados representam os mínimos verdadeiros, deve-se otimizar  $S_{mq}$  a partir de vários e diferentes valores iniciais dessas propriedades. Esse procedimento representa na realidade uma forma de se garantir

que, qualquer que seja a direção de busca inicial, os valores convergentes de  $\alpha$  e  $\lambda$  são os únicos que alcançam o menor desvio entre experimento e modelo.

Como a determinação de  $\alpha$  e  $\lambda$  se dá através da aplicação de técnicas seqüenciais de otimização, torna-se interessante uma análise do comportamento da função objetivo  $S_{mq}$  em relação as variáveis de projeto  $\alpha$  e  $\lambda$  (Figura 3.3). Através dessa análise pode-se verificar o comportamento de  $S_{mq}$ , bem como a viabilidade no uso das técnicas de otimização. O cálculo da função objetivo (Equação 3.23) para diversas combinações de valores de  $\alpha$  e  $\lambda$ , com  $n\alpha = 50$  (número de  $\alpha$ ) e  $n\lambda = 100$  (número de  $\lambda$ ) é realizado. Nesse caso tem-se as variáveis de projeto calculadas por:

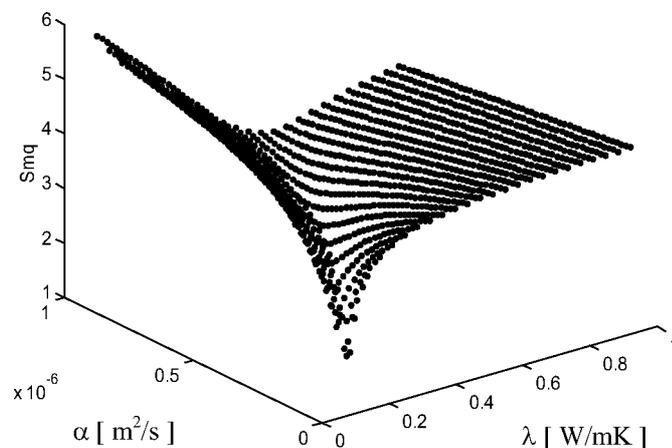
$$D_\lambda = (\lambda_s - \lambda_i)/(n_\lambda - 1) \quad (3.36)$$

$$D_\alpha = (\alpha_s - \alpha_i)/(n_\alpha - 1) \quad (3.37)$$

$$\lambda(j) = (j-1) \cdot D_\lambda + \lambda_i \quad (3.38)$$

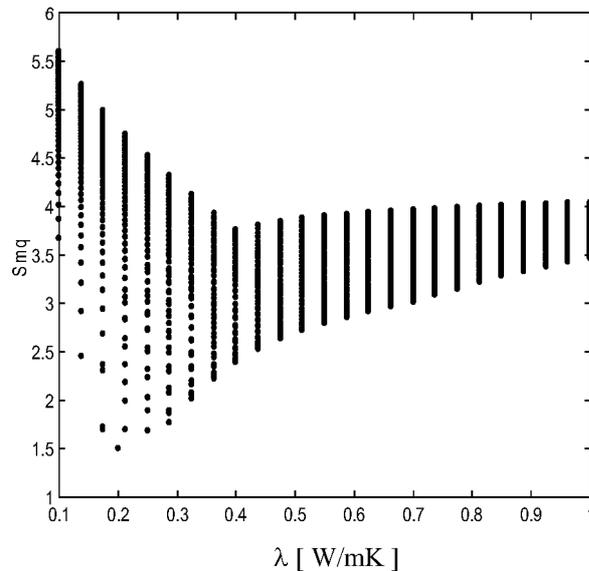
$$\alpha(i) = (i-1) \cdot D_\alpha + \alpha_i \quad (3.39)$$

onde  $i = 1,2,3,\dots,n\alpha$ ,  $j = 1,2,3,\dots, n\lambda$ ,  $\alpha_i = 1,0 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $\lambda_i = 1,0 \times 10^{-1} \text{ W/m.K}$ ,  $\alpha_s = 1,0 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  e  $\lambda_s = 1,0 \text{ W/m.K}$ . Verifica-se na Figura (3.3) que  $S_{mq}$  apresenta somente um mínimo na região de análise. Conclui-se assim a viabilidade da aplicação das técnicas seqüenciais de otimização nesse problema.

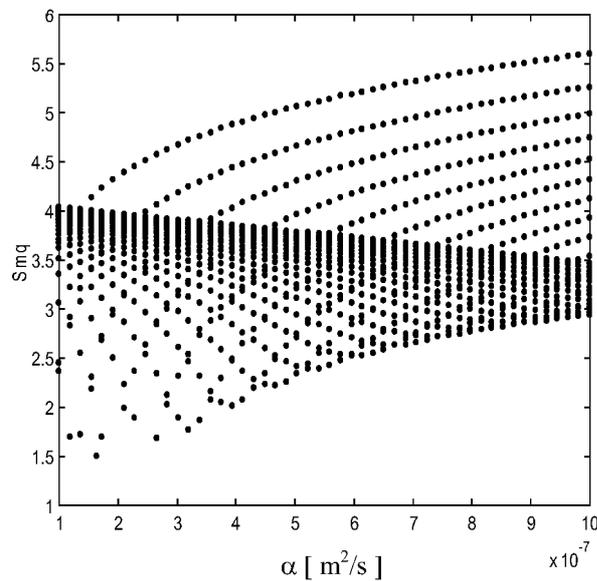


**Figura 3.3** – Função objetivo de erro quadrático,  $S_{mq}$ , em função de  $\alpha$  e  $\lambda$

Para melhor visualizar  $S_{mq}$ , apresenta-se nas Figuras (3.4) e (3.5) a sua variação com cada variável de projeto separadamente. Observa-se que os valores extremos de  $\alpha$  e  $\lambda$  foram escolhidos de forma a considerar uma ampla faixa de valores para materiais isolantes.



**Figura 3.4** – Evolução de  $S_{mq}$  em relação a  $\lambda$



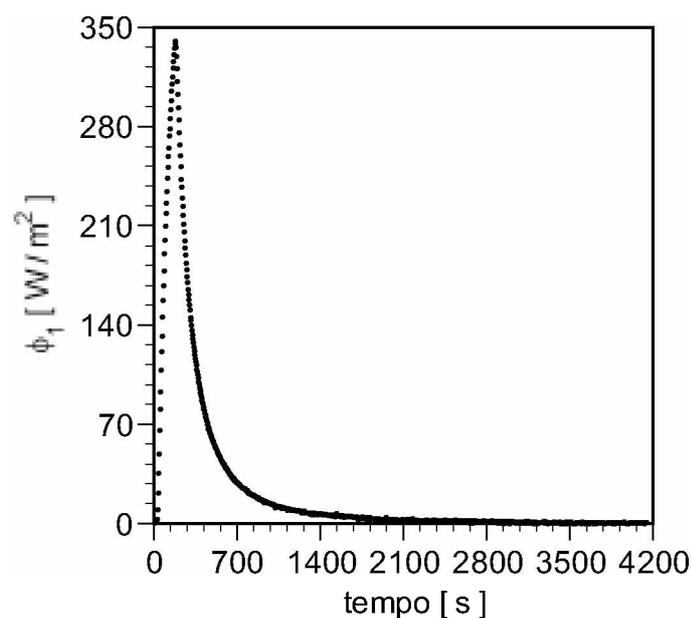
**Figura 3.5** – Evolução de  $S_{mq}$  em relação a  $\alpha$

Pode-se observar nessas figuras que os valores ótimos das variáveis de projeto não tendem a zero, o que indica a existência de uma solução não trivial. Entretanto, uma comparação entre as figuras nos permite antever maiores problemas na identificação da

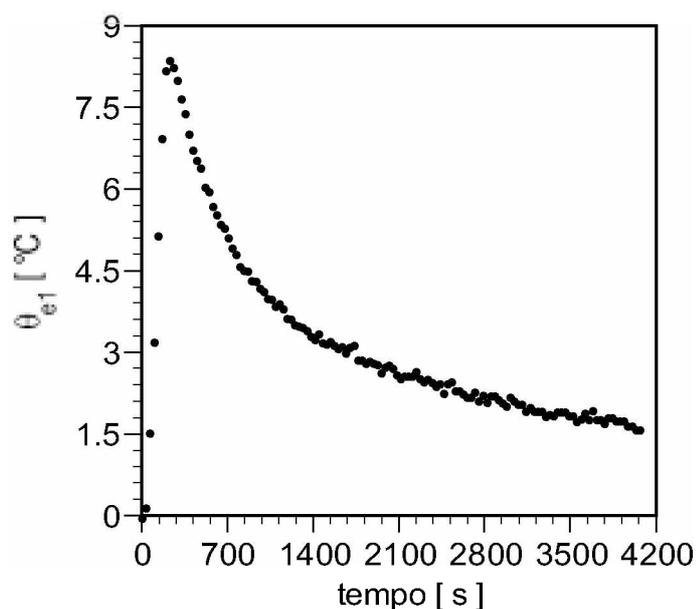
difusividade térmica. Observa-se na Figura (3.5) que as linhas de variação de  $\alpha$  que minimizam  $S_{mq}$  são mais planas que as linhas de variação de  $\lambda$ . Isso na realidade indica uma menor sensibilidade na função objetivo  $S_{mq}$  em relação a  $\alpha$  do que em relação a  $\lambda$ , o que acarreta em uma região de mínimo melhor definida para a condutividade.

### 3.6 – Implementação da Técnica e Análise de Resultados

Apresenta-se nessa seção uma análise dos resultados obtidos a partir da aplicação do método a uma amostra de Perspex de dimensões 305 x 305 x 50 mm. As propriedades térmicas  $\alpha$  e  $\lambda$  são obtidas a partir da realização de 40 experimentos nessa amostra. Foram adquiridos para cada experimento 4096 pontos com um intervalo de amostragem,  $\Delta t = 1$  s. As temperaturas mínima e máxima através da amostra situaram-se respectivamente entre 29,34 °C (302,50 K) e 37,84 °C (311 K) apresentando um desvio máximo de  $\Delta T_{max} = 8,5$  K. Apresenta-se nas Figuras (3.6) e (3.7) os perfis típicos dos sinais de fluxo de calor e de temperatura aplicados na superfície frontal da amostra. O tempo de duração do aquecimento,  $T_h$ , foi de aproximadamente 150 s com um pulso de calor gerado da ordem de 40 V (DC). Nota-se que o calor imposto na superfície da amostra deve ser suficiente para o estabelecimento de um campo térmico que permita a identificação das propriedades e ao mesmo tempo garanta a representatividade de uma temperatura média. Apresenta-se na Tabela (3.1) as principais características desse experimento.



**Figura 3.6** – Evolução típica de um sinal de fluxo de calor experimental,  $\phi_1$



**Figura 3.7** – Evolução típica de um sinal de temperatura experimental,  $\theta_{e1}$

**Tabela 3.1** - Caracterização de um experimento típico para a estimação de  $\alpha$  e  $\lambda$  para a amostra de Perspex

$T_h(s)$	$\Delta t(s)$	$\phi_{max}(W/m^2)$	$\Delta T_{max}(K)$	Nt
150,0	1,0	350,0	8,5	4096

Apresenta-se na Tabela (3.2) a evolução da função objetivo de mínimos quadrados (Eq. 3.23) de um experimento típico para as três técnicas seqüenciais de otimização. Para a técnica DFP usa-se o programa computacional OTIM (Mendonça, 1991), enquanto, os algoritmos BFGS e Fletcher-Reeves são aplicados através do pacote de otimização Design Optimization Tools (DOT) (Vanderplaats, 1995). Como a diferença de ordem de grandeza entre a condutividade térmica e a difusividade térmica é muito grande, faz-se um escalonamento entre esses parâmetros. Apresenta-se na Tabela (3.3) o valor médio estimado da difusividade térmica e da condutividade térmica para os 40 experimentos para cada técnica seqüencial de otimização. Essa tabela apresenta os valores de  $\alpha$  e  $\lambda$  obtidos com um intervalo de confiança de 99,87 %. Verifica-se que a diferença entre os resultados obtidos de  $\alpha$  e  $\lambda$  para cada método é inferior a 0,5 %. Ressalta-se que para os programas DOT e OTIM foram usados vários valores iniciais para as variáveis de projeto obtendo-se sempre o mesmo resultado ótimo. Observa-se que a única variação considerável encontra-se no número de avaliações da função objetivo nas buscas unidimensionais (Tabela 3.2). Nota-se, que o programa computacional

OTIM demanda um maior tempo computacional. Esse fato deve-se “exclusivamente” às características operacionais dos pacotes de otimização não podendo ser atribuído ao desempenho das técnicas em si.

**Tabela 3.2** – Função objetivo ( $^{\circ}\text{C}^2$ ) x número de iterações

Número de iterações	Métodos de Otimização		
	DFP	BFGS	Fletcher-Reeves
Inicial	12467,35	12467,35	12467,35
1	325,42	329,72	329,72
2	277,61	319,65	319,64
3	228,76	61,05	51,49
4	33,77	36,50	31,92
Final	20,15	19,92	19,98
Iterações	9	12	9
Funções	144	80	65

**Tabela 3.3** – Valores das variáveis de projeto  $\alpha$  e  $\lambda$  para os 40 experimentos

Variáveis de Projeto	Métodos de Otimização			NPL
	DFP	BFGS	Fletcher-Reeves	
$\alpha \times 10^7$ ( $\text{m}^2/\text{s}$ )	$1,6672 \pm 0,1891$	$1,6684 \pm 0,2129$	$1,6527 \pm 0,1848$	-
$\lambda \times 10^1$ ( $\text{W}/\text{mK}$ )	$1,9674 \pm 0,0983$	$1,9688 \pm 0,0972$	$1,9681 \pm 0,0962$	1,92

A Tabela (3.4) apresenta um resumo da estimativa de  $\alpha$  e  $\lambda$ , considerando os 40 experimentos realizados na amostra de Perspex. Essa tabela apresenta também para efeito de comparação valores de referência das propriedades térmicas do Perspex. Observa-se que o valor da condutividade térmica é obtido através da aplicação do método da placa quente compensada, sendo fornecido pelo National Physical Laboratory da Inglaterra (NPL) para a própria amostra em estudo (NPL, 1991). Já o valor de referência para a difusividade térmica é obtido através da literatura Miller & Kotlar (1993). A possibilidade da obtenção de  $\alpha$  da própria

amostra através do método flash é descartada devido às características transparentes desse material o que não recomenda o seu uso.

**Tabela 3.4** – Resumo da estimação de  $\alpha$  e  $\lambda$  para o Perspex aplicando técnicas seqüenciais de otimização

$\alpha$ (m <sup>2</sup> /s)	$\alpha$ (m <sup>2</sup> /s) (Miller & Kotlar, 1993)	Erro (%)	$\lambda$ ( W/mK)	$\lambda$ ( W/mK) (NPL, 1991)	Erro (%)
$1,65 \times 10^{-7} \pm 8,97 \%$	$1,14 \times 10^{-7}$	44,7	$0,197 \pm 4,66 \%$	$0,192 \pm 2.0 \%$	2,54

Verifica-se na Tabela (3.4) que o valor estimado da condutividade térmica,  $\lambda = 0,197$  W/mK, apresenta um desvio de 2,54 % se comparado com o valor de referência,  $\lambda = 0,192$  W/mK, fornecido pelo NPL. No entanto, o valor estimado da difusividade térmica,  $\alpha = 1,653 \times 10^{-7}$  m<sup>2</sup>/s, apresenta um alto desvio, 44 %, se comparado com o valor de referência,  $\alpha = 1,14 \times 10^{-7}$  m<sup>2</sup>/s, fornecido por Miller & Kotlar (1993). Propõe-se no próximo capítulo, um novo procedimento para uma melhor identificação da difusividade térmica. Como a maior fonte de incerteza na obtenção de  $\alpha$  se deve à sua baixa influência na variação de  $S_{mq}$ , uma nova função objetivo é definida. O novo procedimento, entretanto, mantém a característica do bom comportamento de  $S_{mq}$  em relação a  $\lambda$  (alta sensibilidade).

## Capítulo IV

### Técnica de Correlação no Domínio do Tempo

#### 4.1 – Introdução

De forma alternativa, propõe-se nesse capítulo a obtenção simultânea, porém independente de  $\alpha$  e  $\lambda$ . Nesse caso duas funções objetivos são definidas para o mesmo experimento. Uma função objetivo de correlação entre os sinais de temperaturas, experimental e teórico, é usada para a obtenção de  $\alpha$  e a mesma função objetivo de mínimos quadrados (Eq. 3.23) definida no capítulo anterior é usada para a determinação de  $\lambda$ . Apresenta-se também nesse capítulo uma análise da sensibilidade da variável de correlação  $\eta$  em relação a  $\alpha$  e  $\lambda$ . Conclui-se o capítulo apresentando os resultados da implementação da técnica para a amostra de Perspex.

#### 4.2 – Técnica de Correlação

##### 4.2.1 – Função Objetivo de Correlação

A partir de uma análise paramétrica da evolução da temperatura  $\theta_1(t)$ , Eq. (3.6), pode-se concluir que a difusividade térmica é o parâmetro responsável pelo decaimento da temperatura com o tempo. Essa observação, abre portanto a perspectiva da obtenção dos dois parâmetros simultaneamente: i)  $\alpha$  através da forma da curva de temperatura; ii)  $\lambda$  através da amplitude dessa temperatura. Desse modo, torna-se necessária a obtenção de uma função que seja sensível à forma de decaimento da temperatura para a conseqüente estimação de  $\alpha$ . Tal função pode ser definida pela correlação entre as evoluções experimental,  $\theta_{e1}(t)$ , e teórica,  $\theta_1(t)$ , da temperatura na superfície da amostra. Nesse caso, define-se a função objetivo de correlação pela seguinte expressão:

$$Cor = (C_{\theta_e\theta})^2 / (C_{\theta_e\theta_e} \times C_{\theta\theta}) \quad (4.1)$$

onde  $Cor$  é conhecido como coeficiente de correlação.  $C_{\theta_e\theta}$ ,  $C_{\theta\theta}$  e  $C_{\theta_e\theta_e}$ , representam respectivamente a correlação cruzada e as auto correlações definidas por:

$$C_{\theta_e\theta} = \sum_{j=1}^{Nt} \left( \theta_{e1}(j) - \bar{\theta}_{e1} \right) \times \left( \theta_1(j) - \bar{\theta}_1 \right) \quad (4.2)$$

$$C_{\theta_e\theta_e} = \sum_{j=1}^{Nt} \left( \theta_{e1}(j) - \bar{\theta}_{e1} \right) \times \left( \theta_{e1}(j) - \bar{\theta}_{e1} \right) \quad (4.3)$$

$$C_{\theta\theta} = \sum_{j=1}^{Nt} \left( \theta_1(j) - \bar{\theta}_1 \right) \times \left( \theta_1(j) - \bar{\theta}_1 \right) \quad (4.4)$$

onde  $\bar{\theta}_{e1} = \left( \sum_j^{Nt} \theta_{e1}(j) \right) / Nt$  e  $\bar{\theta}_1 = \left( \sum_j^{Nt} \theta_1(j) \right) / Nt$  são os valores médios das temperaturas experimental e teórica respectivamente.

Observa-se que quando as respostas  $\theta_{e1}(t)$  e  $\theta_1(t)$  forem perfeitamente correlacionadas tem-se  $Cor$  igual a 1 (um) e quando não há correlação, tem-se  $Cor$  igual a zero, (Bendat & Piersol, 1986). Consequentemente, a variável,  $\eta$ , pode ser definida como:

$$\eta = \log(2,1 - Cor) \quad (4.5)$$

onde  $\log$  significa a função logarítmica na base 10. O valor de 2,1 é usado apenas para evitar alguma indeterminação no cálculo do logaritmo (Duarte & Arruda, 1991).

Assim a função objetivo de correlação em função da variável,  $\eta$ , pode ser definida por:

$$S_\eta = (\eta_m - \eta)^2 \quad (4.6)$$

onde  $\eta_m$  é igual ao  $\log(1,1)$ , correspondendo aos sinais experimentais que são perfeitamente correlacionados.

De posse da função  $S_\eta$  o procedimento de minimização não linear é usado para o ajuste do parâmetro de  $\alpha$ . Assim, derivando  $S_\eta$  (Eq. 4.6) em relação a  $\alpha$ , igualando seu resultado a zero e aplicando a linearização de Gauss (Beck & Arnold, 1977) obtém-se a equação de recorrência para  $\alpha$ , ou seja,

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n + \frac{\sum_{i=1}^{N_t} X_{\alpha} [\log(1,1) - \eta]}{\sum_{i=1}^{N_t} X_{\alpha}^2} \quad (4.7)$$

onde  $X_{\alpha}$  é o coeficiente de sensibilidade definido pela derivada de  $\eta$  em relação à difusividade térmica,

$$X_{\alpha} = \frac{\partial \eta}{\partial \alpha} \quad (4.8)$$

Uma vez determinado o valor de  $\alpha_{n+1}$  pode-se definir uma direção de busca,  $\Delta\alpha$ , para que se obtenha uma melhor estimativa de  $\alpha$  no intervalo limitado por,

$$\Delta\alpha = \alpha_{n+1} - \alpha_n \quad (4.9)$$

Esse procedimento, de fato, representa a aplicação de uma técnica de otimização no processo de estimação de parâmetros. A sua função nesse sentido é a de impedir qualquer divergência no valor de  $\alpha$  para a iteração  $n + 1$ . Nesse caso, usa-se o algoritmo da seção Áurea (Vanderplaats, 1984) no procedimento unidimensional. Obtém-se assim, o valor ótimo de  $\alpha$  que minimiza a função objetivo  $S_{\eta} = (\eta_m - \eta)^2$  entre os valores limites de  $\alpha_n$  e  $\alpha_{n+1}$ . Dessa forma o valor ótimo de  $\alpha$  é assumido como o valor de  $\alpha$  na iteração atual  $n$  e a equação de recorrência (Eq. 4.7) é usada para o cálculo do novo  $\alpha$ . Encerra-se o processo quando o valor de  $\Delta\alpha$  for inferior a 0,0001. O método da seção Áurea para estimar o máximo, o mínimo ou zero de uma função de uma variável é uma técnica bastante conhecida. Para determinar o mínimo de uma função  $S_{\eta}$ , nesse método precisa-se somente conhecer os limites inferiores ( $\alpha_n$ ) e superiores ( $\alpha_{n+1}$ ). A função  $S_{\eta}$  é assumida unimodal e seu valor mínimo é encontrado nesse intervalo por um processo iterativo quando a tolerância desejada é alcançada. Informações adicionais sobre esse método podem ser encontradas com detalhes em Vanderplaats (1984). O valor de  $X_{\alpha}$  na Eq. (4.7) é obtido numericamente.

#### 4.2.2 – Função Objetivo de Mínimos Quadrados

Uma vez obtida a difusividade térmica, identifica-se na Eq. (3.6) que o único parâmetro remanescente é a condutividade térmica. Esse parâmetro pode ser estimado usando a minimização da função objetivo de mínimos quadrados (Eq. 3.23). Analogamente à

minimização de  $S_\eta$  minimiza-se a função objetivo de mínimos quadrados  $S_{mq}$  definida pela Eq. (3.23), obtendo-se a equação de recorrência (Lima e Silva, 1995),

$$\lambda_{m+1} = \lambda_m + \frac{\sum_{i=1}^{Nt} X_\lambda(i) [\theta_{e1}(i) - \theta_1(i)]}{\sum_{i=1}^{Nt} [X_\lambda(i)]^2} \quad (4.10)$$

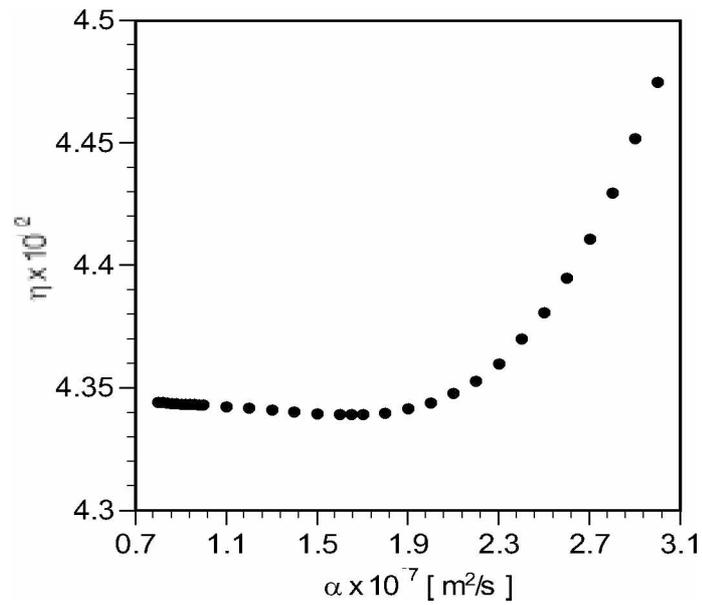
onde  $X_\lambda$  é o coeficiente de sensibilidade definido por:

$$X_\lambda = \frac{\partial \theta_1}{\partial \lambda} \quad (4.11)$$

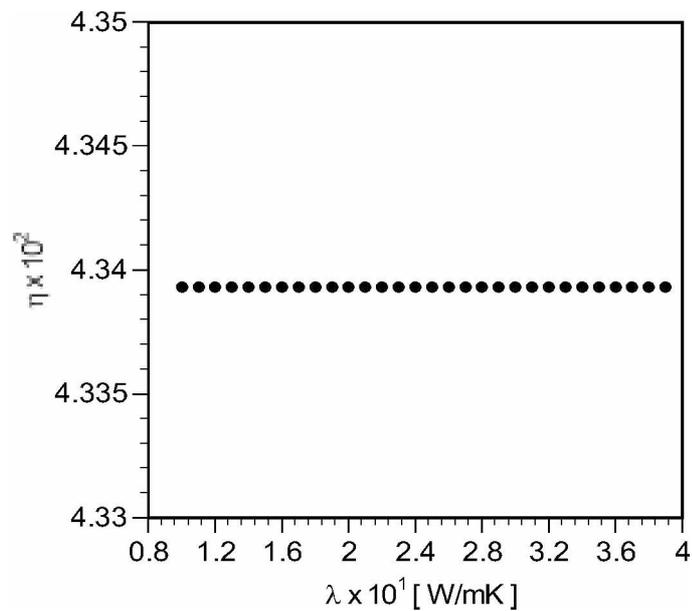
Para que a difusividade térmica possa ser determinada separadamente torna-se necessário um estudo da sensibilidade da função objetivo  $\eta$  em relação a  $\alpha$  e  $\lambda$ . Esse estudo é apresentado na próxima seção.

### 4.3 – Análise da Sensibilidade de $\eta$ em Relação a $\alpha$ e $\lambda$

Apresenta-se na Figura (4.1) a evolução da função  $\eta$  e *conseqüentemente da função objetivo*  $S_\eta$  em função de diferentes valores de  $\alpha$ . Observa-se dessa forma, a existência do valor ótimo da difusividade que minimiza a função  $\eta$ . Entretanto, verifica-se que há uma pequena variação entre os valores de  $\eta$ . Esse fato, demonstra a necessidade da utilização da técnica de otimização – Seção Áurea – uma vez que essa técnica é adequada para minimizar funções que têm forma gradual. Nesse sentido observa-se na Figura (4.1) que a maior dificuldade no uso da técnica de correlação é assegurar a existência de um valor mínimo da função  $\eta$  em relação à difusividade térmica. Para assegurar que a condutividade térmica não influencia na forma da curva a variável  $\eta$  é calculada para valores de condutividade situados na região de  $0,1 \text{ W/mK} < \lambda < 0,4 \text{ W/mK}$  (Figura 4.2). Ressalta-se que  $\eta$  foi calculado respectivamente para valores da difusividade térmica de  $1,0 \times 10^{-8}$  a  $1,0 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  e para a condutividade térmica de  $1,0 \times 10^{-2}$  a  $1,0 \text{ W/mK}$  apresentando a mesma tendência das Figuras (4.1) e (4.2).

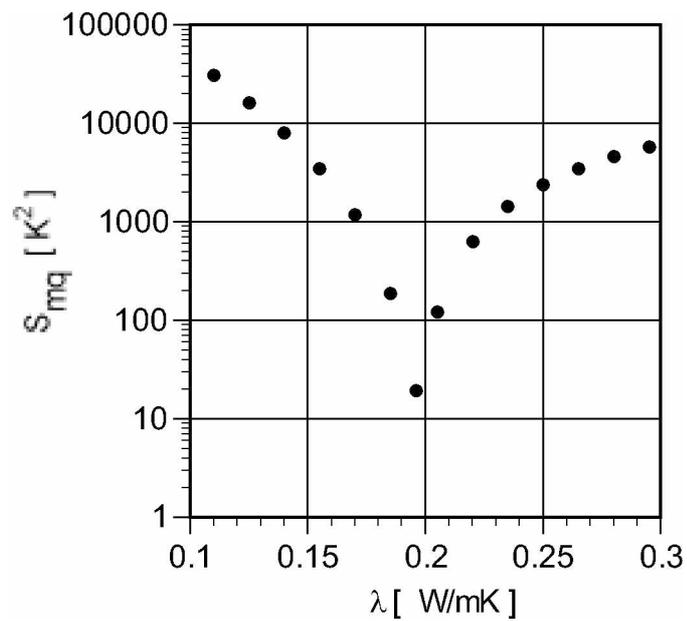


**Figura 4.1** – Variável  $\eta$  em função da difusividade térmica,  $\alpha$



**Figura 4.2** – Variável  $\eta$  em função da condutividade térmica,  $\lambda$

Verifica-se na Figura (4.2), que qualquer variação da condutividade térmica não altera a variável  $\eta$ . Isso confirma a escolha da estimação independente da difusividade térmica pelo coeficiente de correlação. Na Figura (4.3) apresenta-se a evolução da função objetivo  $S_{mq}$  em função de diferentes valores de  $\lambda$ . Nesse caso fica caracterizada a existência do valor ótimo de  $\lambda$  que minimiza a função objetivo  $S_{mq}$ .



**Figura 4.3** – Função objetivo  $S_{mq}$  em função de  $\lambda$ ,  $\alpha = 1,652 \times 10^{-7} \text{ m}^2 / \text{s}$

#### 4.4 – Implementação da Técnica e Análise de Resultados

De forma análoga ao Capítulo III apresenta-se nesse capítulo uma análise de resultados a partir da aplicação da técnica de correlação para os mesmos 40 experimentos de fluxo de calor e temperatura usados na Seção (3.6). Conforme apresentado, uma função objetivo de correlação é usada para a determinação de  $\alpha$  (Eq. 4.6) e outra, de mínimos quadrados, usada para a determinação de  $\lambda$  (Eq. 3.23). Nas Tabelas (4.1) e (4.2) são apresentados o valor médio estimado de  $\alpha$  e  $\lambda$ , respectivamente para os 40 experimentos. Os dados estatísticos de sua estimação, para um intervalo de confiança de 99,87 % também são apresentados. A Tabela (4.3) resume esses resultados.

**Tabela 4.1** – Dados estatísticos para o valor médio estimado da difusividade térmica,  $\alpha$ , valor inicial de  $\alpha = 1,0 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$

$\alpha$ (m <sup>2</sup> /s)	$S_{\eta}$ inicial	$S_{\eta}$ final	$\sigma$
$1,652 \times 10^{-7} \pm 6,2 \%$	$5,843 \times 10^{-6}$	$4,009 \times 10^{-6}$	$0.13 \times 10^{-7}$

**Tabela 4.2** – Dados estatísticos para o valor médio estimado da condutividade térmica,  $\lambda$ , valor inicial de  $\lambda = 0,05$  W/mK

$\alpha$ (m <sup>2</sup> /s)	$\lambda$ ( W/mK)	$S_{mq}$ inicial (K <sup>2</sup> )	$S_{mq}$ final (K <sup>2</sup> )	$\sigma$
$1,652 \times 10^{-7} \pm 6,2 \%$	$0,196 \pm 3,75 \%$	$0,522 \times 10^5$	$0,208 \times 10^2$	0,0079

**Tabela 4.3** – Resumo da estimação de  $\alpha$  e  $\lambda$  para o Perspex aplicando a técnica de correlação

$\alpha$ (m <sup>2</sup> /s)	$\alpha$ (m <sup>2</sup> /s) (Miller & Kotlar, 1993)	Erro (%)	$\lambda$ ( W/mK)	$\lambda$ ( W/mK) (NPL, 1991)	Erro (%)
$1,652 \times 10^{-7} \pm 6,2 \%$	$1,14 \times 10^{-7}$	44,9	$0,196 \pm 3,75 \%$	$0,192 \pm 2,0 \%$	2,1

Observa-se que os valores de  $\alpha$  e  $\lambda$  obtidos foram praticamente os mesmos apresentados a partir do uso das técnicas seqüenciais de otimização na função erro quadrático descrita no Capítulo III. O problema de baixa sensibilidade da função objetivo, nesse procedimento definida por  $S_{\eta}$ , em relação a  $\alpha$  ainda persiste e é, novamente, o responsável pela grande dispersão entre o valor estimado e o de referência (44 %). Pode-se observar, ainda na Figura (4.3), uma maior facilidade na identificação de  $\lambda$ , o que é evidenciado através da ótima definição do ponto de mínimo de  $S_{mq}$  (grande variação de  $S_{mq}$  em relação a  $\lambda$ ). Assim, a proposta de minimização da correlação no domínio do tempo para obtenção de  $\alpha$  não pode, ainda, ser considerada satisfatória. Entretanto, uma vez que existe clara dependência de  $\alpha$  no decaimento da temperatura, a idéia de identificação das propriedades separadamente deve ser melhor investigada. Como o decaimento no domínio do tempo tem relação restrita com a fase no domínio da freqüência, propõe-se a definição de uma nova correlação, agora na freqüência, para a identificação da difusividade térmica. Essa proposta é apresentada a seguir.

## Capítulo V

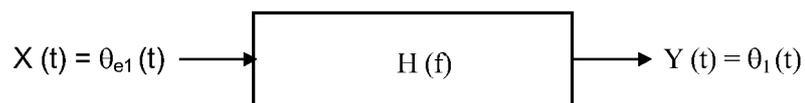
### Técnica de Correlação no Domínio da Freqüência

#### 5.1 – Introdução

Busca-se nesse capítulo o desenvolvimento de um método que contemple a variação da correlação com a difusividade térmica, porém com uma maior sensibilidade. A proposta nesse caso, baseia-se na definição da função objetivo de correlação no domínio da freqüência. Assim, o método é idealizado a partir do uso das duas funções objetivo em domínios diferentes, ou seja, correlação na freqüência e mínimos quadrados no tempo.

#### 5.2 – Função Objetivo de Fase

A proposta para a determinação de  $\alpha$  baseia-se no princípio de um sistema dinâmico tipo entrada e saída (Figura 5.1). Nesse sistema a entrada é dada pelo sinal experimental da temperatura e a saída é dada pelo sinal da temperatura estimada pelo modelo teórico, que por sua vez é função das propriedades  $\alpha$  e  $\lambda$ . Assim em condições ideais, o modelo teórico deve se ajustar perfeitamente aos dados provenientes das temperaturas medidas experimentalmente. Nesse caso, a função resposta em freqüência definida pela correlação cruzada entre os sinais de entrada e saída deve ter seu módulo tendendo à unidade e sua fase tendendo a zero. Assim, a difusividade térmica pode ser determinada através da minimização da fase, uma vez que o atraso entre os sinais experimentais e os estimados pelo modelo teórico é função exclusiva dessa propriedade. Esse procedimento é mostrado a seguir.



**Figura 5.1** – Sistema dinâmico tipo entrada/saída

Observa-se que a saída  $Y(t)$  para o sistema mostrado pela Figura (5.1), sujeito a uma entrada  $X(t)$  pode ser dada pela integral de convolução,

$$Y(t) = \int_0^{\infty} H(\tau) X(t - \tau) d\tau \quad (5.1)$$

onde  $H(\tau) = 0$  para  $\tau < 0$ , uma vez que o sistema é fisicamente definido (Bendat & Piersol, 1986). Portanto, do teorema da convolução, a função resposta,  $H$ , pode ser identificada (Bendat & Piersol, 1986) no domínio da frequência por:

$$H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)} \quad (5.2)$$

onde as funções transformadas  $X(f)$  e  $Y(f)$ , são definidas pela transformada de Fourier e dadas por:

$$X(f) = \int_0^{\infty} \theta_{e1}(t) e^{-i2\pi ft} dt \quad (5.3)$$

$$Y(f) = \int_0^{\infty} \theta_1(t) e^{-i2\pi ft} dt \quad (5.4)$$

As transformadas de Fourier de  $X(t)$  e  $Y(t)$  são determinadas numericamente através do algoritmo de Cooley-Tukey da transformada discreta rápida de Fourier (Discrete Fast Fourier Transform) (Brigham, 1988). Uma forma de se obter numericamente  $H(f)$  é multiplicando-se  $X(f)$  e  $Y(f)$  na Eq. (5.2) pelo conjugado complexo  $X^*(f)$ , ou seja,

$$H(f) = \frac{Y(f)X^*(f)}{X(f)X^*(f)} = \frac{S_{xy}(f)}{S_{xx}(f)} \quad (5.5)$$

onde  $S_{xy}$  representa a função densidade espectral cruzada de  $X(t)$  e  $Y(t)$  e  $S_{xx}$  a densidade autoespectral de  $X(t)$ . Ainda, a função de transferência em sua forma polar pode ser escrita por:

$$H(f) = |H(f)| e^{-j\psi(f)} \quad (5.6)$$

onde

$$|H(f)| = \sqrt{\frac{S_{yy}(f)}{S_{xx}(f)}} \quad (5.7)$$

e

$$\psi(f) = \arctang(\text{Im}(S_{xy}(f))/\text{Re}(S_{xy}(f))) \quad (5.8)$$

Observa-se na Eq. (5.6) que quando o ângulo de fase,  $\psi(f)$ , tende a 0 (zero),  $H(f)$  tende ao valor do  $|H(f)|$ . Nesse caso, verifica-se na Eq. (5.7) que a densidade autoespectral de saída,  $S_{yy}(f)$ , é aproximadamente igual à densidade autoespectral de entrada,  $S_{xx}(f)$ . Isso significa que o sinal de temperatura teórico,  $\theta_1(t)$ , se ajusta ao sinal de temperatura experimental  $\theta_{e1}(t)$ . Como dito anteriormente, a minimização dessa defasagem pode levar à obtenção da difusividade térmica. Entretanto, nesse caso como não há um modelo analítico que demonstre a dependência explícita e exclusiva da fase com a difusividade térmica, torna-se necessário uma análise paramétrica tanto de  $\alpha$  quanto de  $\lambda$  na função quadrática de fase definida por:

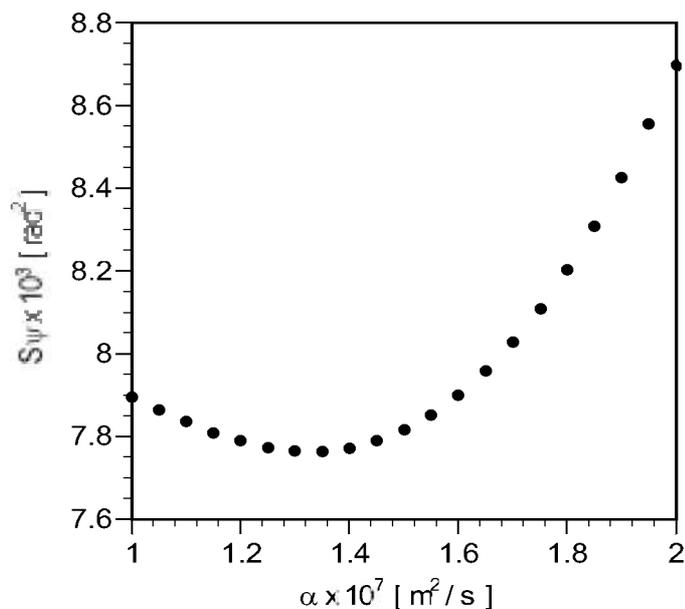
$$S_{\psi} = \sum_{k=1}^{Nf} \psi_k^2(f) \quad (5.9)$$

onde  $Nf$  é o número total de pontos no domínio da frequência. Entretanto, para que essa análise seja feita torna-se necessário o estudo de uma amostra onde sejam conhecidas as propriedades  $\alpha$  e  $\lambda$ . A opção nesse caso, recai no uso de uma amostra de Polychloroethylene (PVC), cujas propriedades  $\alpha$  e  $\lambda$  foram determinadas pelos métodos flash e da placa quente compensada, respectivamente. A obtenção dessas propriedades foi possível devido à cooperação entre o LTCM-BRASIL, INSA-FRANÇA e CNPq através do programa de doutorado sanduíche (Capítulo VII). Ressalta-se que esses métodos são usados como referência para a determinação de  $\alpha$  e  $\lambda$  de materiais sólidos no laboratório do CETHIL (Centre de Thermique de Lyon) na escola de engenheiros do INSA (Institut National des Sciences Appliquées) em Lyon na França. Conhecidos  $\alpha = 1,28 \times 10^{-7} \pm 3,1 \text{ m}^2/\text{s}$  e  $\lambda = 0,157 \pm 2,0 \text{ \% W/m.K}$ , duas alternativas podem ser usadas para calcular a função objetivo de fase  $S_{\psi}$ . Na primeira alternativa pode-se calcular  $S_{\psi}$  a partir da simulação da temperatura experimental,  $\theta_{e1}$ , calculada pela solução analítica (Eq. 3.6) adicionado-se erros aleatórios na ordem de  $\pm 0,25 \text{ K}$ . Para isso seria necessário usar um fluxo de calor conhecido, como por exemplo um fluxo de calor parabólico, para o cálculo da temperatura analítica. A segunda alternativa pode ser o uso de sinais experimentais de fluxo de calor e temperatura que serão apresentados na Seção (5.4). Para

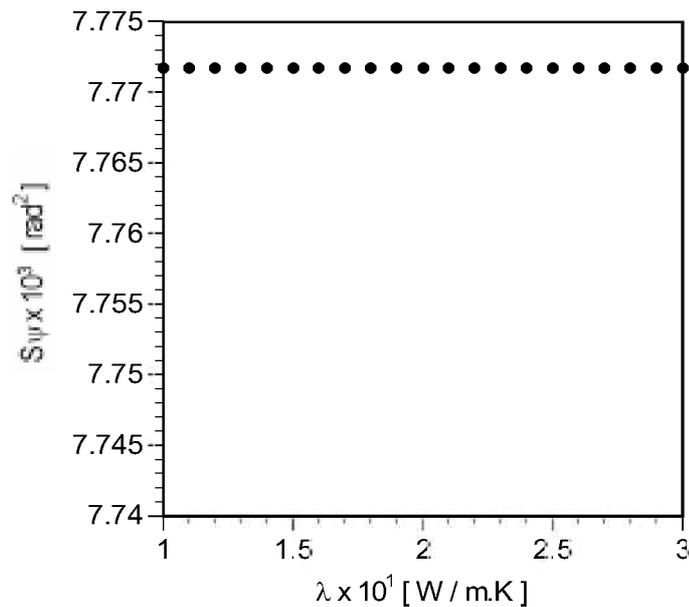
que a análise seja mais completa, optou-se pela segunda alternativa. Nesse sentido, apresenta-se na Figura (5.2) a evolução da função objetivo de fase em função de diferentes valores de  $\alpha$ , indicando a sensibilidade da variação de  $\alpha$  na função  $S_\psi$ . Observa-se dessa forma o valor ótimo da difusividade térmica que minimiza a função objetivo de fase. Para assegurar que somente  $\alpha$  influencia a função objetivo de fase, calcula-se  $S_\psi$  para valores da condutividade térmica de  $0,1 \text{ W/m.K} \leq \lambda \leq 0,3 \text{ W/m.K}$  (Figura 5.3). Saliencia-se que de forma análoga à Seção (4.3) calculou-se  $S_\psi$  para valores de  $\alpha$  ( $1,0 \times 10^{-8}$  a  $1,0 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ) e  $\lambda$  ( $1,0 \times 10^{-2}$  a  $1,0 \text{ W/mK}$ ), apresentando a mesma tendência das Figuras (5.2) e (5.3). Nesse ponto, cabe destacar a sensibilidade da função objetivo  $S_\psi$  em relação a  $\alpha$  quando comparada com a função objetivo  $S_\eta$  no domínio do tempo (Eq. 4.6). Observa-se que para uma mesma variação da difusividade térmica ( $\alpha$  variando de  $1,0 \times 10^{-7}$  e  $2,0 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ ) obtém-se uma razão de variação entre as funções  $\Delta S_\psi$  e  $\Delta S_\eta$  de:

$$\frac{\Delta S_\psi}{\Delta S_\eta} = \frac{S_\psi(2,0 \times 10^{-7}) - S_\psi(1,0 \times 10^{-7})}{S_\eta(2,0 \times 10^{-7}) - S_\eta(1,0 \times 10^{-7})} = \frac{8,706 \times 10^{-3} - 7,903 \times 10^{-3}}{4,357 \times 10^{-6} - 4,110 \times 10^{-6}} = 3251 \quad (5.10)$$

Evidencia-se assim o melhor comportamento de  $S_\psi$  na frequência para a obtenção de  $\alpha$ , minimizando-se a maior fonte de incerteza das técnicas anteriores.



**Figura 5.2** – Função Objetivo de fase,  $S_\psi$ , em função de  $\alpha$



**Figura 5.3** – Função Objeto  $S_{\psi}$  em função de  $\lambda$

### 5.3 – Função Objeto de Mínimos Quadrados

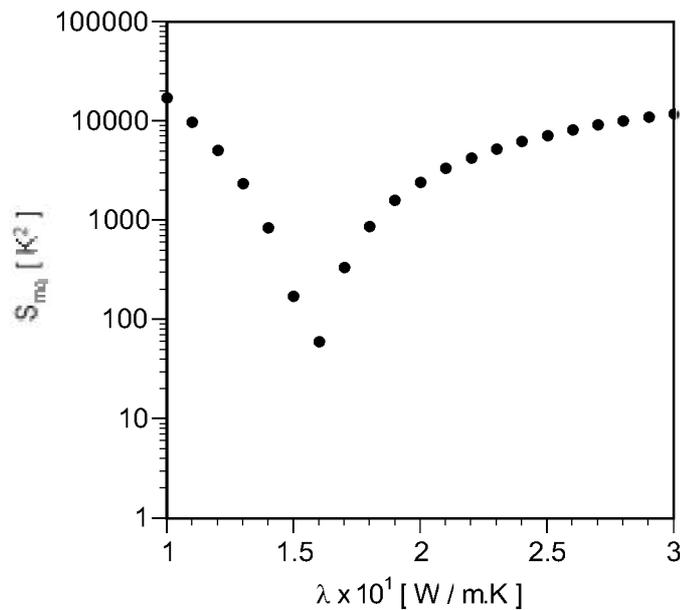
Conhecida a difusividade térmica, o único parâmetro que resta a ser obtido é a condutividade térmica. Nesse sentido, dois procedimentos podem ser usados para a determinação de  $\lambda$ . O primeiro pode ser a obtenção de  $\lambda$  no domínio da frequência através do cálculo do módulo de  $H(f)$  (Eq. 5.7). A partir dessa equação pode-se definir uma função objetivo de mínimos quadrados dada por:

$$S_{|H(f)|} = \sum_{k=1}^N (1,0 - |H_k(f)|)^2 \quad (5.11)$$

onde 1,0 representa o sinal de entrada do sistema igual ao sinal de saída ( $H(f) = |H(f)|$ ). Esse procedimento é descartado em função da baixa sensibilidade da função objetivo em relação a  $\lambda$ . O outro procedimento escolhido é o uso da característica da alta sensibilidade da função objetivo de mínimos quadrados em relação a  $\lambda$  no domínio do tempo definida pela Eq. (3.23) reescrita abaixo.

$$S_{mq} = \sum_{j=1}^{Nt} [\theta_{e1}(j) - \theta_1(j)]^2 \quad (5.12)$$

Da mesma forma que  $S_\psi$ , o mesmo conjunto de experimentos recebe um novo tratamento de dados para visualizar a sensibilidade de  $S_{mq}$  em relação a  $\lambda$  (Figura 5.4). Analogamente fica caracterizada a existência do valor ótimo de  $\lambda$  que minimiza a função objetivo  $S_{mq}$ . Salienta-se que nessa figura  $S_{mq}$  é apresentada em escala logarítmica.



**Figura 5.4** – Função Objetivo  $S_{mq}$  em função de  $\lambda$

Uma vez que o valor de  $\lambda$  é extremamente sensível à obtenção do valor de  $\alpha$ , faz-se necessário então, a minimização da incerteza no valor de  $\alpha$ . Nesse sentido, apresenta-se na próxima seção dois estudos realizados para a busca de um melhor desempenho na determinação de  $\alpha$ . No primeiro estudo busca-se o número de pontos medidos ideal e conseqüentemente o melhor intervalo de tempo para a estimação. Ressalta-se que o intervalo de amostragem escolhido foi o menor possível para a carta multiplexadora usada HPE1326B. No segundo faz-se um estudo de sensibilidade na densidade espectral cruzada, nas densidades autoespectrais e no coeficiente de coerência com relação à frequência, para se escolher a melhor faixa de frequência (frequência de interesse ou banda de análise) para a determinação de  $\alpha$ .

## 5.4 – Número Ideal de Pontos e Análise da Melhor Faixa de Frequência Para Obtenção de $\alpha$

### 5.4.1 – Número de Ideal Pontos

Um problema encontrado quando se usa o cálculo numérico da transformada rápida de Fourier é o chamado erro de “truncamento”. Esse problema ocorre quando o experimento no domínio do tempo usado, nesse caso o sinal de temperatura, é truncado antes de voltar a sua forma inicial (Brigham, 1988). Para que esse problema seja resolvido duas alternativas são possíveis. A primeira é trabalhar com somente um número de pontos,  $Nt$ , e variar o intervalo de amostragem no domínio do tempo,  $\Delta t$ . A segunda é selecionar somente um intervalo de amostragem e variar o número de pontos. Entretanto, intervalos de amostragem longos representam uma frequência máxima muito alta, o que deve ser descartado. Nesse caso, o intervalo de amostragem deve ser bem curto. Como nesse trabalho a carta multiplexadora não pode ser usada com intervalos de amostragem bem curtos, optou-se pela alternativa de manter o intervalo de amostragem constante e variar o número de pontos. O próximo passo é definir a função a ser estudada. Nesse caso o estudo do número de pontos é feito a partir do cálculo do ângulo de fase,  $\psi(f)$ , (Eq. 5.8). Conforme já mencionado, quando o modelo teórico da temperatura se ajusta à temperatura experimental o ângulo de fase é zero. Assim, nesse estudo usa-se o mesmo conjunto de experimentos para a amostra de PVC (seção anterior). Calcula-se assim,  $\psi(f)$  (Eq. 5.8) para os números de pontos ( $Nt$ ) de 8192, 4096, 2048 e 1024, a partir das temperaturas experimentais e das temperaturas teóricas através dos valores conhecidos de  $\alpha$  e  $\lambda$ .

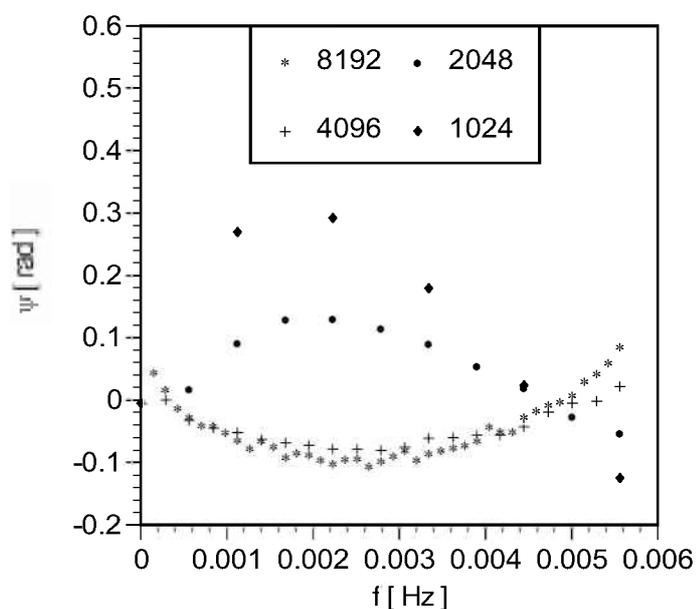
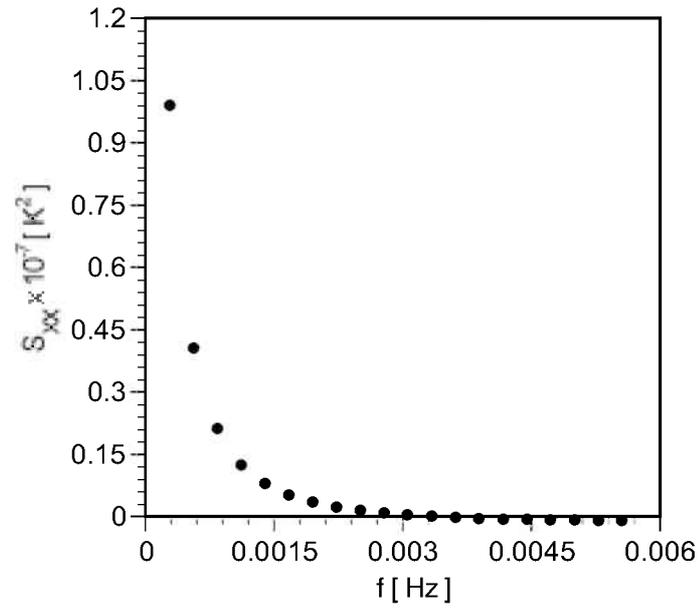


Figura 5.5 – Fase,  $\psi_{cor}$ , em relação a frequência

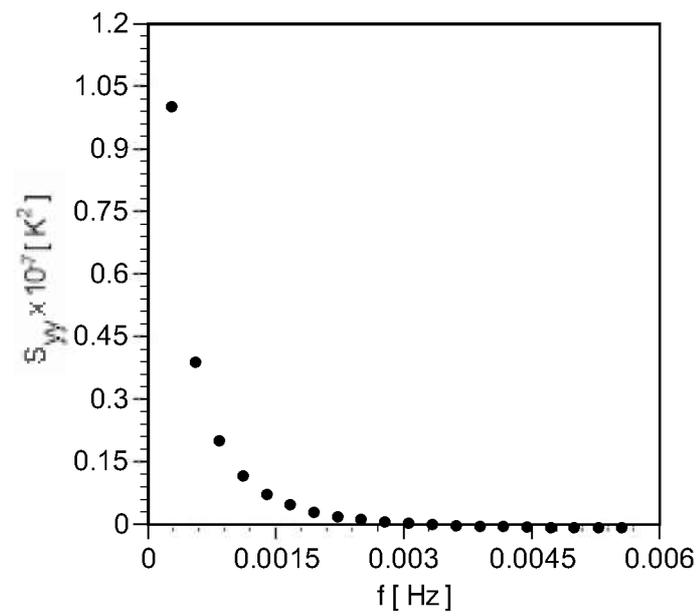
Observa-se na Figura (5.5) que o ângulo de fase  $\psi(f)$  se aproxima de zero para 4096 e 8192 pontos, enquanto se distancia para 1024 e 2048 pontos. O ângulo de fase se distancia para esses números de pontos, uma vez que eles não retornaram ao sinal inicial. Escolhe-se assim, o número de pontos de 4096 por apresentar desempenho idêntico ao de 8192 ou a número de pontos superiores.

#### 5.4.2 – Análise da Melhor Faixa de Frequência Para Obtenção de $\alpha$

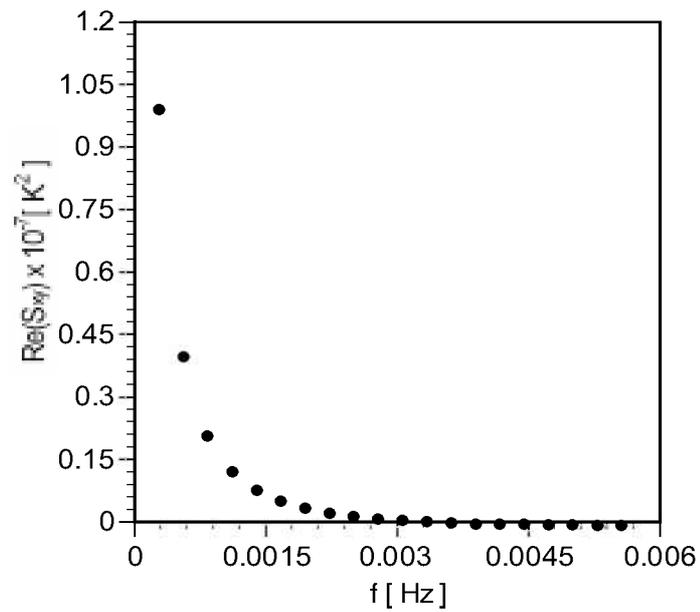
Torna-se necessário também uma análise mais detalhada nas regiões de frequência a fim de se determinar a melhor faixa para a determinação de  $\alpha$ . As Figuras (5.6)-(5.9) apresentam, respectivamente as densidades autoespectrais de entrada,  $S_{xx}(f)$ , de saída  $S_{yy}(f)$ , e as componentes real e imaginária da densidade espectral cruzada. Nesse caso, apresenta-se as densidades “alisadas”, ou seja, valores médios para 50 experimentos de fluxo de calor e temperatura realizados para a amostra de PVC (Seção 5.5). Através do comportamento das densidades autoespectrais e das partes real e imaginária da densidade espectral cruzada, pode se determinar a frequência de interesse ou a chamada banda de análise. Nesse sentido, a partir da frequência  $3,0 \times 10^{-3}$  Hz, a função resposta em frequência,  $H(f)$ , deixa de existir no domínio dos números complexos, uma vez que se anulam os valores das densidades autoespectrais de entrada  $S_{xx}(f)$  (Figura 5.6) e saída  $S_{yy}(f)$  (Figura 5.7). Todavia, a banda de análise pode ainda ser diminuída fazendo-se uma análise nas componentes real e imaginária das densidades espectrais cruzadas,  $Re(S_{xy})$  e  $Im(S_{xy})$  (Figuras 5.8 e 5.9). Verifica-se que para frequências superiores a  $1,5 \times 10^{-3}$  Hz o valor da parte imaginária da densidade espectral cruzada se anula, o que implica também num valor nulo para a função resposta em frequência. Assim, os valores de interesse de frequência para os quais a função resposta em frequência,  $H(f)$ , existe e é diferente de zero situam-se na faixa de 0 a  $1,5 \times 10^{-3}$  Hz. Este é um resultado significativo, no sentido de se definir a faixa de maior sensibilidade para a determinação de  $\alpha$ . Observa-se ainda nas Figuras (5.6) e (5.9) que para a determinação de  $\alpha$  não se utiliza os valores correspondentes à frequência nula uma vez que essa frequência representa o nível DC dos sinais de entrada e saída, não tendo significado físico na função resposta em frequência.



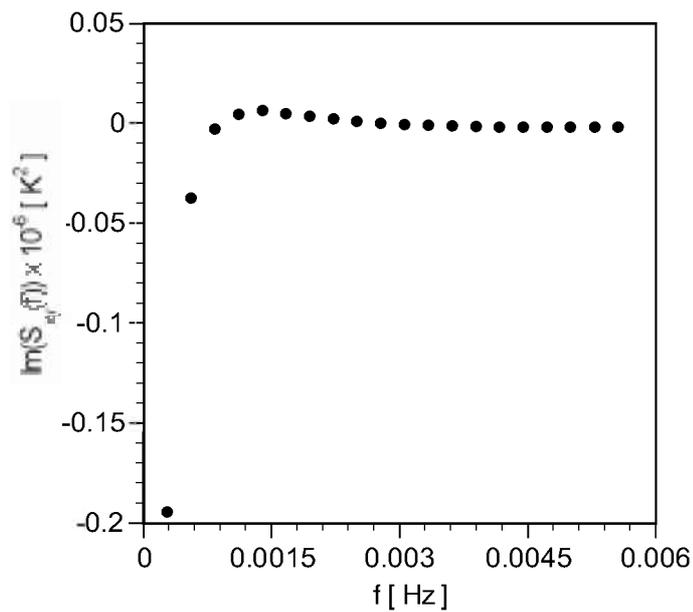
**Figura 5.6** – Densidade autoespectral de entrada,  $S_{xx}(f)$



**Figura 5.7** – Densidade autoespectral de saída,  $S_{yy}(f)$



**Figura 5.8** – Componente real da densidade espectral cruzada,  $Re(S_{xy}(f))$



**Figura 5.9** – Componente imaginária da densidade espectral cruzada,  $Im(S_{xy}(f))$

Como a estimação de  $\alpha$  é feita no domínio da frequência, torna-se interessante também calcular o desvio padrão do estimador de fase (s.d.). Esse desvio pode ser calculado pela seguinte expressão (Bendat & Piersol, 1986),

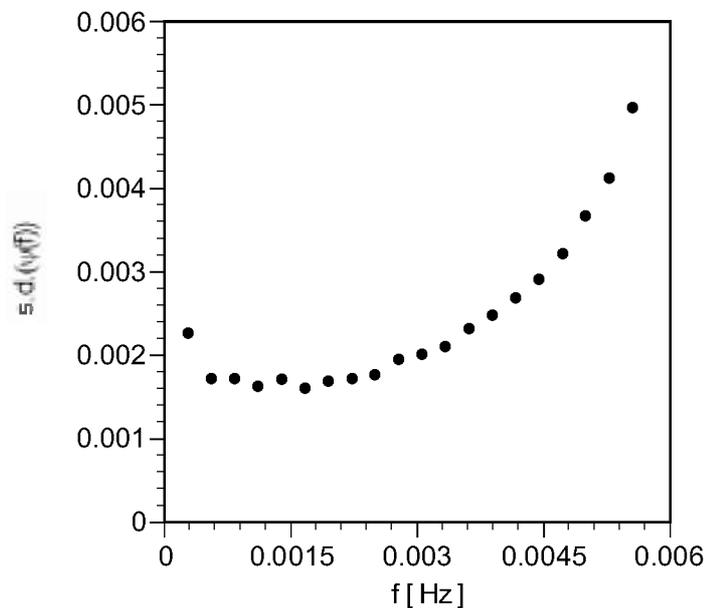
$$s.d.(\psi(f)) = \left(1,0 - \gamma_{xy}^2(f)\right)^{1/2} / \left|\gamma_{xy}(f)\right| \cdot \sqrt{2nd} \quad (5.13)$$

onde  $nd$  é o número de experimentos usados para a obtenção das densidades espectrais e autoespectrais médias e  $\gamma_{xy}(f)$  é o coeficiente de coerência dado por:

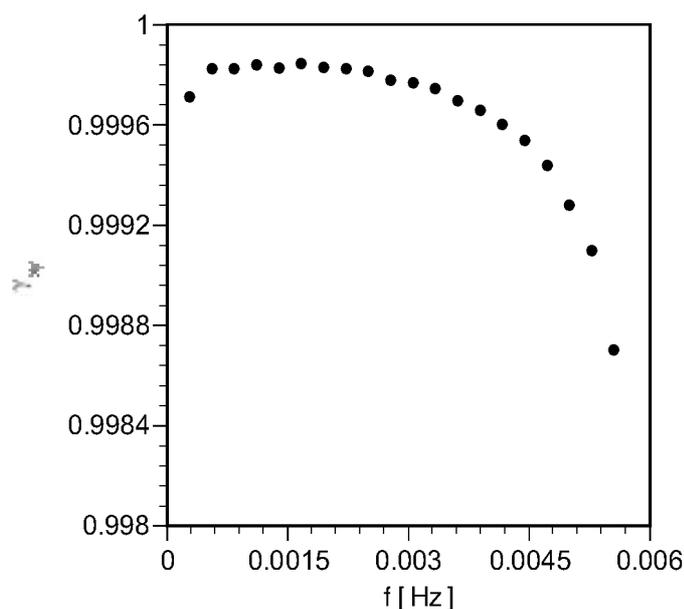
$$\gamma_{xy}(f) = \sqrt{\frac{|S_{xy}|^2}{S_{xx}S_{yy}}} \quad (5.14)$$

Verifica-se para  $nd > 1$ , que  $s.d.(\psi(f))$  (Eq. 5.13) se aproxima de zero quando  $\gamma_{xy}$  (Eq. 5.14) se aproxima de um.

Apresenta-se nas Figuras (5.10) e (5.11), respectivamente, o desvio padrão (Eq. 5.13) e o coeficiente de coerência (Eq. 5.14) em função da frequência, calculados para os 50 experimentos para a amostra de PVC. Observa-se nessas figuras que o valor do desvio padrão é mínimo nas regiões de frequência compreendidas entre o segundo e o sétimo ponto. Entretanto, considerando a região de interesse para as densidades espectrais cruzada e autoespectrais, Figuras (5.3)-(5.6), somente as frequências do segundo ao quinto ponto devem ser usadas para a determinação de  $\alpha$ .



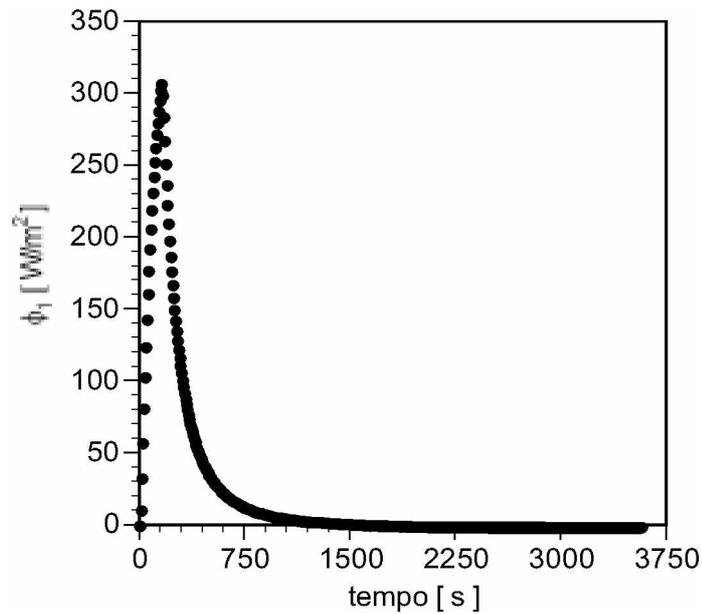
**Figura 5.10** – Desvio padrão de fase,  $s.d.(\psi(f))$



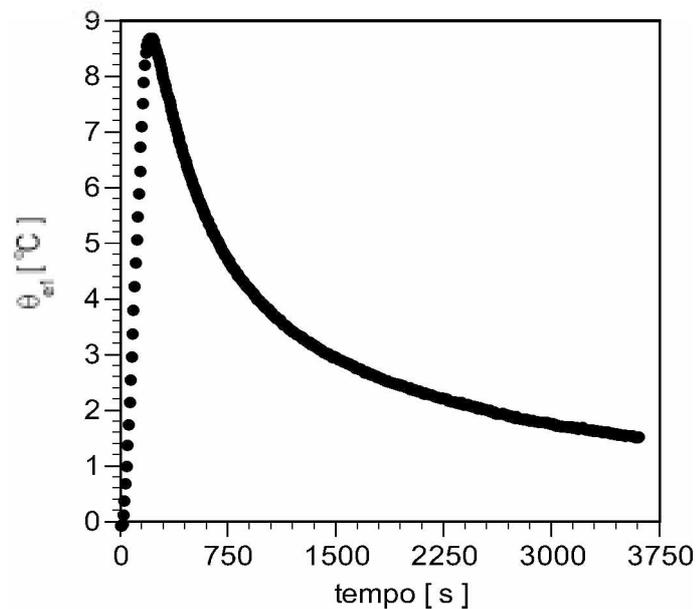
**Figura 5.11** – Coeficiente de Coerência,  $\gamma_{xy}(f)$

## 5.5 – Análise de Resultados

Neste parágrafo apresenta-se uma análise dos resultados obtidos para a estimação de  $\alpha$  e  $\lambda$  para duas amostras diferentes de polímeros. Uma de Polymethylmethacrylate (Perspex) e outra de Polychloroethylene (PVC), ambas possuindo 305 x 305 x 50 mm de dimensões. São realizados 50 experimentos para o PVC e 40 experimentos para o Perspex, conforme apresentado na Seção (5.3.1). Para ambas amostras são adquiridos 4096 pontos, sendo que os intervalos de medição são de 1 s e 0,8793 s respectivamente para o Perspex e PVC. Cabe salientar que para cada material um sistema de aquisição diferente é usado (ver Capítulo VI). O tempo de duração do aquecimento é de aproximadamente 150 s com um pulso de calor gerado da ordem de 40 V (DC) para os dois materiais. Apresenta-se nas Figuras (5.12) e (5.13), respectivamente, os sinais típicos de fluxo de calor e temperatura aplicados na superfície da amostra do PVC. As curvas de fluxo de calor e temperatura para o Perspex podem ser vistas no Capítulo III na Seção 3.6.



**Figura 5.12** – Fluxo de calor experimental,  $\phi_1$ , aplicado na superfície da amostra em  $x = 0$



**Figura 5.13** – Evolução típica de um sinal de temperatura experimental,  $\theta_{e1}$

Nas Tabelas (5.1) e (5.2) são mostrados respectivamente o valor médio estimado de  $\alpha$  e o valor médio estimado de  $\lambda$  para os 50 experimentos do PVC. Os dados estatísticos para a estimação de cada propriedade térmica são também apresentados nessas tabelas. Como as três técnicas sequenciais de otimização usadas no Capítulo III apresentam resultados bem semelhantes para o tipo de problema proposto, optou-se pelo uso somente da técnica sequencial de otimização BFGS (Vanderplaats, 1984). Para essa técnica, de maneira análoga

ao Capítulo III, é usado o pacote de otimização Design Optimization Tools (DOT) (Vanderplaats, 1995). Apresenta-se na Tabela (5.3) um resumo da estimação de  $\alpha$  e  $\lambda$  para o PVC com intervalo de confiança de 99,87 %. Nessa tabela, também são apresentados o valor médio da difusividade térmica para 50 experimentos usando o método flash (Degiovanni & Laurent, 1986) e o valor médio da condutividade térmica usando o método da placa quente compensada (ISO 8302) (Capítulo VII).

**Tabela 5.1** – Dados estatísticos para o valor médio estimado da difusividade térmica,  $\alpha$ , valor inicial de  $\alpha = 1,0 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$

$\alpha \text{ (m}^2/\text{s)}$	$S_\psi$ inicial	$S_\psi$ final	$\sigma$
$1,318 \times 10^{-7}$	$11,294 \times 10^{-3}$	$7,772 \times 10^{-3}$	$0,0166 \times 10^{-7}$

**Tabela 5.2** – Dados estatísticos para o valor médio estimado da condutividade térmica,  $\lambda$ , valor inicial de  $\lambda = 0,01 \text{ W/mK}$

$\alpha \text{ (m}^2/\text{s)}$	$\lambda \text{ ( W/mK)}$	$S_{mq}$ inicial ( $\text{K}^2$ )	$S_{mq}$ final ( $\text{K}^2$ )	$\sigma$
$1,318 \times 10^{-07} \pm 0,7 \%$	0,156	$1,227 \times 10^7$	$0,4997 \times 10^2$	$0,0172 \times 10^{-1}$

**Tabela 5.3** – Resumo da estimação de  $\alpha$  e  $\lambda$  para a amostra de PVC

$\alpha \text{ (m}^2/\text{s)}$	$\alpha \text{ (m}^2/\text{s)}$ (Método Flash)	Erro (%)	$\lambda \text{ ( W/mK)}$	$\lambda \text{ ( W/mK)}$ (Placa Quente)	Erro (%)
$1,318 \times 10^{-7} \pm 0,70\%$	$1,28 \times 10^{-7} \pm 3,1 \%$	2,97	$0,156 \pm 0,73\%$	$0,157 \pm 2,0\%$	0,63

Na Tabela (5.4) apresenta-se um resumo da estimação de  $\alpha$  e  $\lambda$  para Perspex para um intervalo de confiança de 99,87 % usando-se também a técnica sequencial de otimização BFGS. De maneira análoga ao Capítulo III, os valores de referência de  $\lambda$  (NPL, 1991) e  $\alpha$  (Miller & Kotlar, 1993) são usados.

**Tabela 5.4** – Valores médios estimados de  $\alpha$  e  $\lambda$  para a amostra de Perspex

$\alpha \text{ (m}^2/\text{s)}$	$\alpha \text{ (m}^2/\text{s)}$ (Miller & Kotlar, 1993)	Erro (%)	$\lambda \text{ ( W/mK)}$	$\lambda \text{ ( W/mK)}$ (NPL, 1991)	Erro (%)
$1,18 \times 10^{-7} \pm 1,06 \%$	$1,14 \times 10^{-7}$	3,50	$0,179 \pm 2,0\%$	$0,192 \pm 2,0 \%$	6,77

Observa-se assim, uma grande confiança nos resultados estimados, obtendo-se erros inferiores a 3 % para a difusividade térmica e a 1 % para condutividade térmica para o PVC se comparados com o valores de referência. Pode-se ainda, comparando os resultados entre as amostras de PVC e Perspex identificar uma maior dispersão para a amostra de Perspex. Ressalta-se entretanto, que os dois conjuntos de experimentos são realizados com sistemas de aquisições diferentes. Para a aquisição de sinais de temperatura e fluxo de calor na amostra de Perspex uma placa de aquisição (PCL-818) é usada, enquanto um sistema de aquisição HP (Series B 75000) mais preciso é usado para amostra de PVC. Apenas como exemplo da diferença de qualidade dos dois sistemas, pode-se citar a incerteza de medição aleatória de temperatura. A placa de aquisição usada na amostra de Perspex apresenta uma variação de  $\pm 0,25$  K em torno de uma temperatura medida enquanto o sistema de aquisição HP apresenta uma variação de  $\pm 0,10$  K. A despeito da maior incerteza de medição da placa de aquisição pode-se observar um grande salto de qualidade na obtenção da difusividade térmica, apresentando um erro em torno de 3,5 %. Observa-se que o mesmo conjunto de experimentos apresenta uma dispersão em torno de 44 % quando se usa as técnicas de correlação ou de mínimos quadrados no domínio do tempo (Capítulo III e IV). Esse resultado indica assim, a efetiva minimização da principal fonte de incerteza das técnicas anteriores, representadas pela baixa sensibilidade das funções objetivos em relação à difusividade térmica.

A comparação entre os valores estimados de  $\alpha$  e  $\lambda$  para o PVC com os obtidos pelas técnicas da placa quente compensada e o método flash (Tabela 5.3) permite ainda que de forma parcial, a validação da técnica de correlação no domínio da frequência e de mínimos quadrados no domínio do tempo.

## CAPÍTULO VI

### Montagem Experimental e Análise de Erros

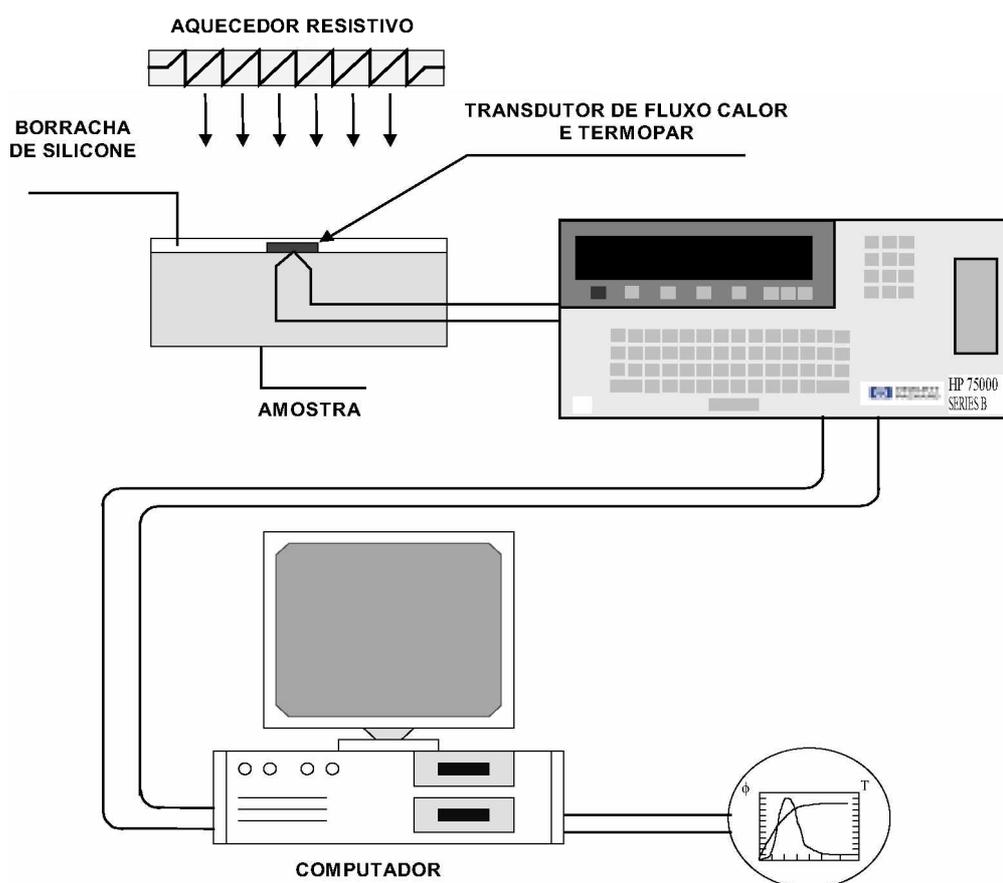
#### 6.1 – Introdução

Esse capítulo é dividido em duas partes. Na primeira, apresenta-se a bancada experimental desenvolvida no Laboratório de Transferência de Calor e Massa (LTCM) da Universidade Federal de Uberlândia. Na Segunda, descreve-se a análise detalhada de todos os erros inerentes à técnica experimental proposta no Capítulo V, para a determinação de  $\alpha$  e  $\lambda$ .

#### 6.2 – Aparato Experimental

Apresenta-se na Figura (6.1) a representação esquemática da bancada experimental usada no desenvolvimento desse trabalho para a determinação da difusividade e condutividade térmica do Polychloroethylene (PVC). Como mencionado, duas funções objetivos são usadas para a determinação das propriedades térmicas. Entretanto, os dados experimentais de temperatura e fluxo de calor são provenientes do mesmo experimento. O aparato experimental mostrado na Figura (6.1) é então projetado para que as condições de contorno apresentadas na Figura (3.1) sejam obtidas. Ou seja, fluxo de calor uniforme e unidimensional num instante,  $t = 0$ , aplicado na superfície superior da amostra,  $x = 0$ , que se encontra inicialmente a uma temperatura uniforme  $T_0$ . A condutividade e a difusividade térmica são determinadas a partir do modelo matemático, dos dados adquiridos e das dimensões da amostra. O calor é aplicado através de um aquecedor de resistência elétrica de 22 Ohms, coberto com uma borracha de silicone com dimensões laterais de 305 x 305 mm, 1,4 mm de espessura e especificações de potência e tensão máxima 720 W e 120 V, respectivamente, fabricado pela Watlow Electric Mfg Co. O fluxo de calor aplicado na superfície superior,  $\phi_1$ , é medido por um transdutor de fluxo de calor de dimensões 50 x 50 mm, espessura 0,1 mm e constante de tempo inferior a 10 ms desenvolvido pelo Cresmat, Centre de Recherche en Science des Materiaux e Techniques de Construction da Universidade de Lille (Leclercq & Thery, 1983). O transdutor é baseado no conceito de termopilha tendo sido desenvolvido por integração de múltiplas junções

termoelétricas (feitas por deposição eletrolítica) numa lâmina condutora. A f.e.m. (força eletromotriz) é proporcional ao fluxo de calor que atravessa a área medida. A evolução da temperatura na superfície da amostra é medida através de um termopar de superfície do tipo K, previamente calibrado no Laboratório de Transferência de Calor e Massa (LTCM). Utiliza-se uma borracha de silicone, de dimensões 305 x 305 x 3 mm para preenchimento das bolsas de ar existentes entre o aquecedor e a amostra na região fora de contato com o transdutor e o termopar, para a obtenção de um melhor contato térmico. Os sinais medidos de temperatura e fluxo de calor foram adquiridos usando-se o sistema de aquisição de dados HP Série 75000 B (Data acquisition/ Control Unit) com voltímetro E1326B. Salienta-se que para os dados experimentais de fluxo de calor e temperatura do Perspex o mesmo aparato experimental foi usado. Todavia, os sinais foram adquiridos por uma placa de aquisição tipo PCL-818, controlada pelo software Genie, produzida pela Advantech Co.



**Figura 6.1** – Representação esquemática aparato experimental usado para a determinação de  $\alpha$  e  $\lambda$  do PVC

## 6.3 – Análise de Erros

### 6.3.1 – Introdução

Experiências têm mostrado que nenhuma medição, mesmo que cuidadosa é completamente livre de incertezas. Assim, a habilidade de se avaliar as incertezas em medição e manter seus valores em níveis baixos é extremamente importante. Em processos de medição de grandezas físicas como temperatura e fluxo de calor, a validação dos valores medidos baseia-se na comparação de uma variável desconhecida com um valor de referência. Todavia, vários fatores interferem no processo, acarretando em valores medidos inexatos. Os desvios são o resultado de erros inerentes à técnica de medição, ao valor padrão de referência e à resolução do equipamento de medição. Desse modo, qualquer valor medido é inexato e deve ser tratado com cuidado (Taylor, 1988). Uma vez que a obtenção das propriedades térmicas  $\alpha$  e  $\lambda$  é resultado dessas medições é natural que os seus valores sejam da mesma forma inexatos. Para a obtenção de valores de  $\alpha$  e  $\lambda$  com melhor precisão, os erros devem ser minimizados. Esses erros, nesse caso, dependem da concepção do modelo teórico, da concepção do sistema de medição e da execução de todos os passos experimentais do processo.

### 6.3.2 – Análise da Incerteza na Determinação de $\alpha$ e $\lambda$

Os erros comuns à técnica são: os erros nas restrições do modelo teórico, erros na medição de temperatura e fluxo de calor devido à calibração, tempo de resposta e contato térmico entre os sensores e incerteza de medição na aquisição de sinais. Acrescenta-se ainda os erros numéricos a partir dos cálculos das transformadas rápidas de Fourier, usadas para a obtenção de  $\alpha$  no domínio da frequência (erros de aliasing). O procedimento usado para a estimação do erro na determinação das propriedades se dá através do cálculo da propagação das incertezas na medição das variáveis originais (fluxo de calor e temperatura) e do cálculo das transformadas de Fourier numéricas usadas para a obtenção da temperatura teórica (Capítulo III). Todavia, o fluxo de calor influencia de forma indireta no cálculo da propagação das incertezas, uma vez que ambas as funções objetivos definidas nesse trabalho usam a temperatura teórica que é calculada a partir dos sinais experimentais de fluxo de calor. Ressalta-se que como a determinação de  $\alpha$  é feita no domínio da frequência, a incerteza

devida ao uso da transformada rápida de Fourier na função objetivo de fase também é calculada. Nesse trabalho usa-se a hipótese de propagação linear, uma vez que as funções objetivos de fase,  $S_\psi$ , e de mínimos quadrados,  $S_{mq}$ , são dependentes dos sinais de temperaturas teórico e experimental. Analisa-se a hipótese de fluxo de calor unidimensional do ponto de vista qualitativo através da simulação numérica. O resultado da simulação assegura o uso da hipótese de fluxo de calor unidirecional, dentro das condições experimentais usadas nesse trabalho, *i.e.*, materiais de baixa condutividade (polímeros), dimensões da amostra de 305 x 305 x 50 mm e duração do aquecimento de aproximadamente 150 s. Salienta-se que erros sistemáticos devido ao contato térmico entre os sensores e amostra são analisados por Guimarães (1993) para os mesmos sensores e materiais de baixa condutividade térmica (polímeros). Guimarães (1993) mostra que os resultados obtidos asseguram o uso da hipótese de contato térmico perfeito entre os sensores e a amostra. Nesse sentido, estima-se a incerteza de medição das variáveis originais como a soma das incertezas parciais no sistema de aquisição e da calibração dos sensores de temperatura e fluxo de calor. A incerteza final na obtenção de  $S_\psi$  e conseqüentemente, na obtenção de  $\alpha$  é dada pela composição das incertezas da temperatura experimental e na determinação numérica de  $S_\psi$  via densidade espectral e a incerteza na determinação da temperatura teórica. Já a incerteza para  $S_{mq}$  e conseqüentemente em  $\lambda$  é dada pela composição das incertezas da temperatura experimental e na determinação da temperatura teórica, além da incerteza da obtenção de  $\alpha$ . Da teoria de propagação linear de erros (Taylor, 1988), a incerteza da temperatura experimental, pode ser obtida a partir da incerteza do sistema de aquisição de dados e da incerteza do sensor de temperatura (termopar), usado na obtenção do sinal como:

$$I_{\theta_e}^2 = I_{sis\ aquis}^2 + I_{terp}^2 \quad (6.1)$$

Também a partir da teoria de propagação linear a incerteza da temperatura teórica é obtida a partir da incerteza do sistema de aquisição de dados, da incerteza do sensor de fluxo de calor (transdutor) e da incerteza da transformada rápida de Fourier (FFT) para o modelo teórico de temperatura, ou seja,

$$I_{\theta}^2 = I_{sis\ aquis}^2 + I_{trans}^2 + I_{FFT}^2 \quad (6.2)$$

Assim, pode-se obter a incerteza da função objetivo de fase através da análise de propagação da incerteza da temperatura experimental (Eq. 6.1), da incerteza da temperatura

teórica (Eq. 6.2) e do erro numérico oriundo das aplicações da transformada rápida de Fourier para o cálculo das densidades espectrais como sendo:

$$I_{S_\psi}^2 = I_\theta^2 + I_{\theta_e}^2 + I_{num}^2 \quad (6.3)$$

Assim, substituindo-se a Eq. (6.1) e a Eq. (6.2) na Eq. (6.3) obtém-se:

$$I_{S_\psi}^2 = I_{sis\ aquis}^2 + I_{trans}^2 + I_{FFT}^2 + I_{sis\ aquis}^2 + I_{terp}^2 + I_{num}^2 \quad (6.4)$$

De forma análoga ao cálculo da incerteza para a função objetivo de fase, o cálculo da incerteza para a função mínimos quadrados é dado pela expressão,

$$I_{S_{mq}}^2 = I_\theta^2 + I_{\theta_e}^2 \quad (6.5)$$

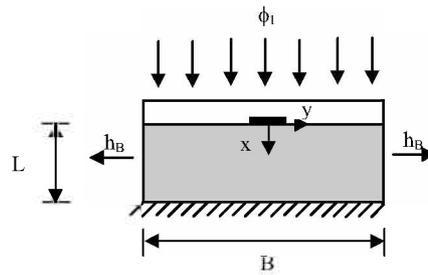
Do mesmo modo substituindo a Eq. (6.1) e (6.2) na Eq. (6.5) obtém-se:

$$I_{S_{mq}}^2 = I_{sis\ aquis}^2 + I_{trans}^2 + I_{sis\ aquis}^2 + I_{terp}^2 + I_{FFT}^2 \quad (6.6)$$

A seguir a hipótese de fluxo de calor unidimensional é verificada através de uma análise numérica. As incertezas  $I_{S_\psi}$  e  $I_{S_{mq}}$  são então obtidas calculando-se individualmente cada termo de incerteza que aparecem nas Eqs. (6.5) e (6.6).

### 6.3.2.1 – Análise da Hipótese de Fluxo de Calor Unidimensional

As perdas de calor laterais são ocorrências físicas reais e inevitáveis. Todavia, os seus efeitos podem ser desprezados dependendo das condições experimentais. Essa seção apresenta uma simulação numérica da bancada experimental, incluindo as perdas de calor laterais por convecção. Busca-se assim, considerando-se o método proposto, respostas a questões como: para que materiais e duração de aquecimento, pode-se desprezar os efeitos das perdas de calor laterais. Para isso, propõe-se a solução do seguinte problema de condução de calor mostrado na Figura (6.2).



**Figura 6.2** – Modelo do aparato experimental

Descreve-se o problema pela equação da difusão a partir das hipóteses de propriedades térmicas constantes com a temperatura como,

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (6.7)$$

sujeito às condições de contorno,

$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} = \phi_1(t) \quad (6.8)$$

$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0 \quad (6.9)$$

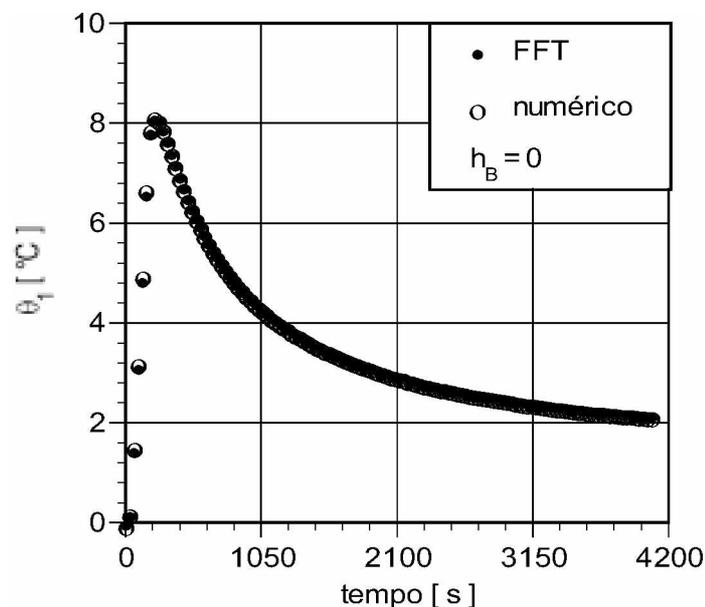
$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0 \text{ (simetria)} \quad (6.10)$$

$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=B/2} = h_B (\theta(B/2, t) - \theta_\infty) \quad (6.11)$$

e à condição inicial,

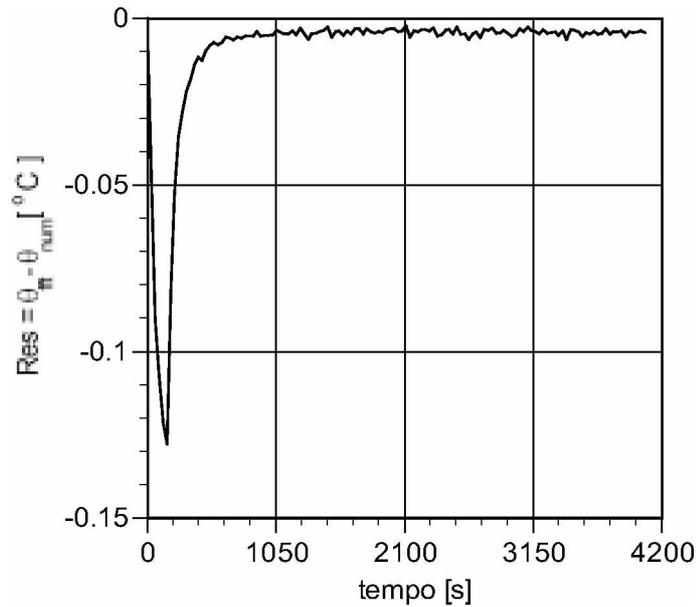
$$\theta(x, y, 0) = 0 \quad (6.12)$$

Obtém-se a solução numérica das Eqs. (6.7)-(6.12) com os valores de referência fornecidos para o Perspex de,  $\alpha = 1,14 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$  (Miller & Kotlar, 1993) e  $\lambda = 0,192 \text{ W/mK}$  (NPL, 1991). O modelo numérico usado baseia-se no programa de volumes finitos desenvolvido por Patankar (1980). Ressalta-se, que o sinal experimental de fluxo de calor (Figura 5.12) é usado para o cálculo numérico da temperatura bidimensional. Nesse sentido, o intervalo de tempo usado é de 1 s. A solução da equação de temperatura unidimensional (Eq. 3.6) via convolução e transformada rápida de Fourier proposta no Capítulo III é usada para a validação da solução numérica. Usou-se nesse caso, a solução obtida para  $h_B = 0$ . A simulação das perdas de calor laterais devidas à convecção se dá através da variação do valor do coeficiente de convecção,  $h_B$  entre os valores de 0 (isolamento perfeito nas laterais: solução unidimensional) e  $\infty$  (perda de calor máxima). O valor médio de  $h_B = 20 \text{ W/m}^2\text{K}$  é obtido de Incropera & DeWitt (1996), para as condições experimentais usadas. A Figura (6.3) apresenta as soluções numérica e via FFT, em  $(x,y) = (0,0)$ , uma vez que os transdutores de fluxo de calor e termopares são centralizados nas superfícies frontal e oposta da amostra. Além disso, conforme apresentado por Guimarães (1993) não existe qualquer gradiente de temperatura na área centralizada que circunscreve o transdutor ( $50 \times 50 \text{ mm}^2$ ), seja na superfície do transdutor ou da amostra, quando a amostra é constituída de material não condutor e as dimensões geométricas possuem uma razão entre a área e espessura de  $A/L = 1860,50 \text{ mm}$ .



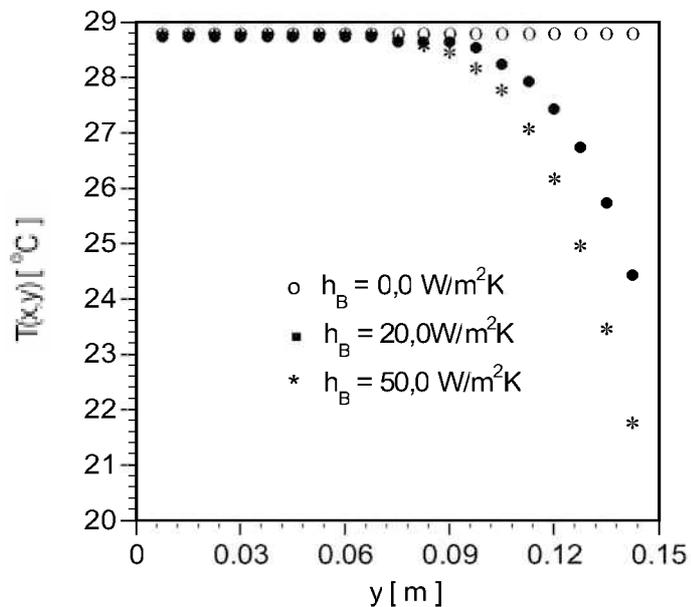
**Figura 6.3** – Comparação entre as soluções numérica e via FFT para  $\theta(x,y,t) = \theta(0,0,t)$

Observa-se na Figura (6.3) a boa concordância entre os sinais de temperatura calculados numericamente e via FFT. Para uma melhor análise, o resíduo entre os dois sinais, definido como  $Res(t) = \theta_{FFT}(t) - \theta_{num}(t)$  é apresentado na Figura (6.4).



**Figura 6.4** – Resíduo entre temperatura numérica e via FFT em  $\theta(x,y,t) = \theta(0,0,t)$

A comparação entre as soluções numérica e via FFT apresenta um erro menor do que 0,13 °C (Figura 6.4). Essa diferença representa um erro máximo de 1,5 % quando comparado com o valor de diferença de temperatura alcançado de aproximadamente 8,50 °C Figura (6.3).

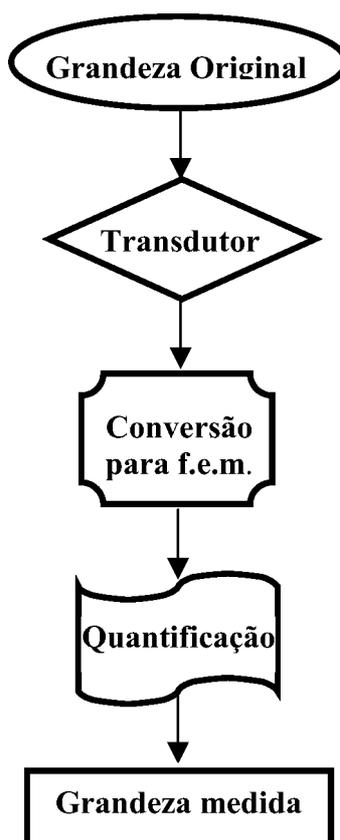


**Figura 6.5** - Perfil de temperatura ao longo da superfície de aquecimento para diversos valores de coeficiente de convecção amostra de Perspex e  $t = 4096$  s

A Figura (6.5) apresenta a temperatura bidimensional calculada numericamente na superfície frontal ao aquecimento em  $x = 0$ , com  $y$  variando de 0 a  $B/2$  para o tempo total de medição de 4096 s. Observa-se na Figura (6.5) que os efeitos de perda de calor laterais para materiais como polímeros, só começam a aparecer a partir da proximidade das extremidades, ou seja, a partir de  $y = 75$  mm.

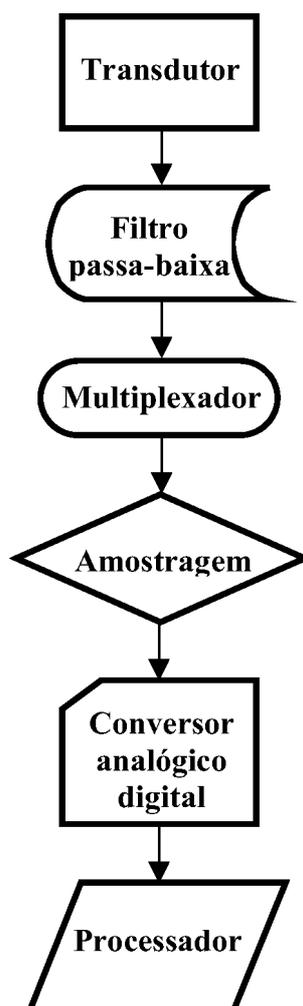
### 6.3.2.2 – Incertezas nos Sistema de Aquisição, Transdutor e Termopar

Pode-se analisar os erros de medição a partir da observação da Figura (6.6) que mostra os passos de medição indireta de uma variável física como temperatura ou fluxo de calor. Nesse sentido, a variável física mensurável é convertida numa variável auxiliar como uma grandeza elétrica (e.g., força eletromotriz f.e.m.). A f.e.m. é então quantificada através de várias técnicas possíveis.



**Figura 6.6** – Medição indireta de uma variável física (Taylor, 1988)

O sistema de aquisição de dados usado é o HP Série 75000 B (Data acquisition/ Control Unit) com voltímetro E1326B que possui todos os elementos que aparecem na cadeia de medição, descritos na Figura (6.7) a seguir.



**Figura 6.7** – Sistema de aquisição usado

O transdutor na Figura (6.7) é o elemento que converte o sinal de uma forma em outra. Para a temperatura usa-se como transdutor termopares de superfície enquanto para o fluxo de calor usa-se transdutores de fluxo de calor cujo princípio de medição baseia-se em termopilhas superficiais (termopares conectados em série) (Leclerq & Thery, 1983). O filtro passa baixa é usado para limitar a frequência do sinal de entrada antes de ser amostrado, evitando-se assim sinais espúrios de frequência maiores que a desejada. O multiplexador tem a função de selecionar os canais do equipamento para a conexão de diferentes sensores; o amplificador é usado para maximizar a resolução da medição; a amostragem é o processo de quantificação, realizado imediatamente antes do conversor analógico digital, CAD. Este processo se dá em um tempo finito e tem a função de capturar e manter o sinal analógico, prevenindo-se para que este não sofra mudança durante o processo de conversão; o CAD tem a função principal de converter o sinal analógico numa representação digital.

Excetuando-se a incerteza relativa aos sensores, todos os outros elementos integrantes da cadeia de medição dada pelo voltímetro, cabos e módulos funcionais operando na faixa de temperatura entre 20 e 35 °C, *auto-zero* na posição *on* com NPLC = 1, faixa de 125 mV e com aquecimento prévio de uma hora (*warmup*), tem uma incerteza estimada em

$$I_{sis\ aquis} = 0,45 \% \quad (6.13)$$

A incerteza do termopar pode ser obtida a partir da incerteza do banho regulador de temperatura, (Thermometry Calibration System) fabricado pela ERTCO, com flutuação máxima de  $\pm 0,1$  °C e temperatura média medida 30,5 °C,

$$I_{terp} = 0,66 \% \quad (6.14)$$

A incerteza do transdutor de fluxo de calor pode ser estimada a partir da calibração realizada no Laboratório de Transferência de Calor e Massa (Anexo I) considerando incertezas na obtenção da tensão, corrente e área de medição, ou seja,

$$I_{trans}^2 = I_V^2 + I_I^2 + I_S^2 \quad (6.15)$$

obtendo-se (Anexo I),

$$I_{trans} = 1,85 \% \quad (6.16)$$

### 6.3.2.3 – Incertezas da Transformada Rápida de Fourier para o Modelo Teórico de Temperatura e para o Cálculo das Densidades Espectrais

Observa-se na Figura (A2.4) (Anexo II), que a máxima diferença entre a temperatura calculada via FFT e a temperatura calculada analiticamente é menor que 0,01 °C. Nesse caso, a incerteza para a temperatura teórica pode ser estimada no máximo em

$$I_{FFT} = 0,03 \% \quad (6.17)$$

Finalmente, o erro apresentado na estimação da função objetivo de fase a partir do uso da transformada rápida de Fourier pode ser estimado pela Eq. (5.13) que é rescrita abaixo (Bendat & Piersol, 1986) como:

$$I_{num}(\psi_{cor}(f)) = (1,0 - \gamma_{xy}^2(f))^{1/2} / |\gamma_{xy}(f)| \cdot \sqrt{2nd} \quad (6.18)$$

onde  $nd$  é o número de experimentos usados para a obtenção das densidades espectrais e autoespectrais médias e  $\gamma_{xy}(f)$  é o coeficiente de coerência calculado pela equação,

$$\gamma_{xy}(f) = \sqrt{\frac{|S_{xy}|^2}{S_{xx}S_{yy}}} \quad (6.19)$$

Observa-se que as expressões para a avaliação dos erros para resposta em frequência, são aplicadas a processos aleatórios estacionários, definidos a seguir.

Considere uma coleção de dados amostrados (conjuntos de experimentos) descritos pelo valor de uma função em cada instante. O valor médio (primeiro momento estatístico) do processo aleatório em um instante  $t_1$  pode ser computado tomando-se o seu valor instantâneo de cada conjunto de tempo  $t_1$ , somando seus valores e dividindo pelo número de funções amostradas. Da mesma forma, a correlação entre os valores de um processo aleatório em dois instantes diferentes pode ser computada. Para isso, toma-se o valor médio do produto das funções amostradas para os seus valores instantâneos nos instantes  $t_1$  e  $t_1 + \tau$ . Assim, define-se a média e a função auto correlação, respectivamente, como:

$$\mu_x(t_1) = (1/N) \sum_{k=1}^N x_k(t_1) \quad (6.20)$$

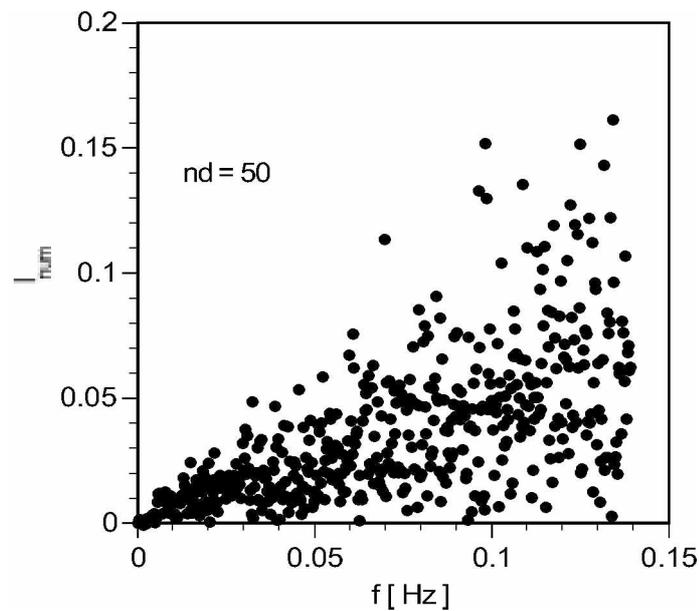
$$R_{xx}(t_1, t_1 + \tau) = (1/N) \sum_{k=1}^N x_k(t_1) x_k(t_1 + \tau) \quad (6.21)$$

onde o sub-índice  $k$  representa o número de funções amostradas,  $x$  a função amostrada e  $N$  o número total de conjuntos. Um processo é dito estacionário quando  $\mu_x(t_1)$  e  $R_{xx}(t_1, t_1 + \tau)$  não variam com  $t_1$ . Ou seja,  $\mu_x(t_1) = \mu_x$  e  $R_{xx}(t_1, t_1 + \tau) = R_{xx}(\tau)$ .

A estimativa do erro estatístico para o cálculo da função objetivo de fase, como dito anteriormente, é restrita aos processos estacionários. Todavia, na prática, é possível a representação de dados transientes por dados estacionários (Bendat & Piersol, 1986). Alcança-se esse objetivo através da repetição de experimentos sob condições fixas, de modo a obter-se a estacionaridade desejada. Nesse caso, a partir do controle de condições externas como temperatura ambiente, temperatura inicial duração e intensidade do aquecimento, tempo

de amostragem e tempo total de aquisição, pode-se então gerar dados estacionários que representam o fenômeno transiente desejado. A partir dessa hipótese e resolvendo-se a Eq. (6.18) para os conjuntos de experimentos, obtém-se o erro na faixa de frequência de interesse. Nesse caso, o erro máximo dos dados da Figura (6.8) é dado por:

$$I_{num} = 0,26 \% \quad (6.22)$$



**Figura 6.8** – Incerteza estatística na estimação da função objetivo de fase

Obtém-se a incerteza em relação a função objetivo de fase, substituindo as Eqs. (6.13),(6.14),(6.16), (6.17) e (6.22) na Eq. (6.4), ou seja,

$$I_{S_\psi} = 2,10 \% \quad (6.23)$$

Assim, da hipótese de propagação linear de erros, a incerteza na estimação da difusividade térmica é dada por:

$$I_\alpha = I_{S_\psi} = 2,10 \% \quad (6.24)$$

A incerteza na estimativa da condutividade térmica pode então ser obtida a partir do cálculo da incerteza da função objetivo de mínimos quadrados (Eq. 6.6) e da estimativa de  $\alpha$ ,

uma vez que a obtenção de  $\lambda$  se dá a partir da obtenção de  $\alpha$ . Logo, a incerteza de  $\lambda$  pode ser dada por:

$$I_{\lambda}^2 = I_{\alpha}^2 + I_{S_{mq}}^2 \quad (6.25)$$

Portanto, substituindo as Eqs. (6.13), (6.14), (6.16), (6.17) e (6.24) na Eq. (6.6), obtém-se,

$$I_{\lambda} = 2,9\% \quad (6.26)$$

Deve-se observar que os valores aqui estimados para a incerteza de  $\alpha$  e  $\lambda$  são conservativos. Em situações como na obtenção da diferença de temperatura experimental, os erros de medição aleatórios tendem a se anular na média, fato que também contribui para uma incerteza real menor do que aquela estimada para a calibração dos transdutores de fluxo de calor. Todavia, a incerteza apresentada deve apenas servir como um valor de referência. Aspectos como possíveis fugas de corrente na obtenção do fluxo padrão para a calibração dos transdutores não foram analisados. Ainda desprezou-se a influência do tempo de resposta dos transdutores de fluxo de calor e dos termopares (inferiores a 0,01 s). Observa-se que o intervalo de amostragem dos sinais foi de 0,879 s para o PVC e 1 s para a amostra de Perspex. Contudo, os valores obtidos de  $\alpha$  e  $\lambda$  para o PVC situam-se dentro da faixa de incerteza especificada pelos métodos de referência o que indica que a incerteza obtida por essa análise é bastante representativa.

## Capítulo VII

### Obtenção de Valores de Referência para $\lambda$ e $\alpha$ - INSA - LYON

#### 7.1 – Introdução

Propõe-se aqui a validação da técnica proposta no Capítulo V (técnica de correlação no domínio da frequência) a partir do uso de dois métodos distintos. Ou seja, para cada propriedade térmica ( $\alpha$  e  $\lambda$ ) uma técnica experimental consagrada é usada para a comparação dos resultados. Uma outra alternativa pode ser o uso de valores de referência encontrados na literatura. Entretanto, nesse caso, a composição dos materiais medidos deve ser idêntica aos usados na literatura. Apesar dessa limitação essa alternativa é em alguns casos a única forma para comparação de resultados. Assim, para a obtenção de valores de referência  $\alpha$  e  $\lambda$  opta-se pela escolha do método da placa quente protegida e do método flash, respectivamente. Ambos os métodos são reconhecidos e consagrados em suas aplicações específicas. O método da placa quente protegida é recomendado pela norma ISO 8302 para a obtenção da condutividade térmica em regime permanente para materiais não condutores ( $\lambda < 4$  W/mK). Já o método flash é referência para a obtenção da difusividade térmica de materiais não transparentes. Uma vez escolhidas as técnicas, o processo de validação se completa com a escolha do material usado, nesse caso o Polychloroethylene (PVC). A escolha desse material se deve às suas características não condutoras (permitindo o uso da placa quente) e não transparentes (permitindo o uso do método flash). O uso desses métodos tornou-se possível graças a cooperação entre o Laboratório de Transferência de Calor e Massa (LTCM-UFU) e o Centre de Thermique de Lyon (CETHIL-INSA), na França. Observa-se que a despeito da simplicidade e eficiência do método flash seu alto custo o torna proibitivo em vários laboratórios. Assim, a fase experimental relativa à obtenção de  $\lambda$  pela placa quente compensada e  $\alpha$  pelo método flash de amostras de PVC foram realizadas no CETHIL como parte de um programa de Doutorado Sanduíche. Apresenta-se nesse capítulo, as duas bancadas experimentais usadas no laboratório do CETHIL em Lyon, França e os resultados obtidos para o PVC usando essas bancadas. Salienta-se que uma explicação detalhada do método da placa quente compensada e do método flash é apresentada no Anexo III.

## 7.2 – Aparato Experimental (CETHIL)

### 7.2.1 – Bancada Experimental do Método da Placa Quente

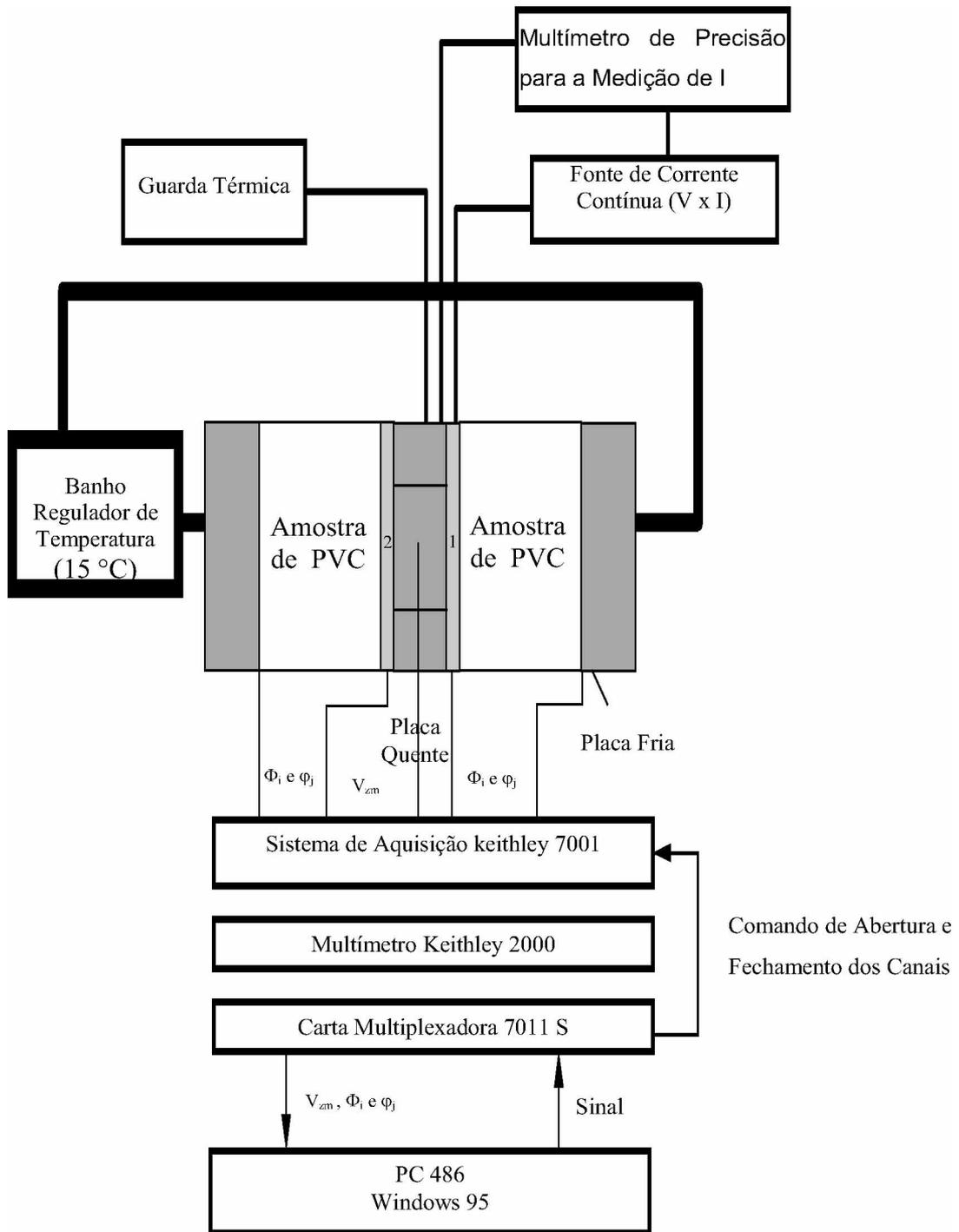
Na Figura (7.1) apresenta-se a representação esquemática da montagem experimental usada para a determinação da condutividade térmica. Duas amostras de Polychloroethylene (PVC) de dimensões 500 x 500 x 50 mm são usadas. O fluxo de calor que atravessa a amostra é gerado por um aquecedor resistivo de dimensões 250 x 250 mm, denominado placa quente, que é colocado entre as duas amostras de PVC, alimentado por uma fonte de corrente contínua. Para se evitar a perda de calor pelas bordas, a placa é protegida por uma guarda térmica alimentada por um Varivolt independente. As placas frias de dimensões laterais de 500 x 500 mm colocadas nas superfícies das amostras são mantidas a uma temperatura constante por um banho regulador de temperatura modelo CC41 (-45 a 200 °C), fabricado pela Bioblock Scientific. Um controlador de temperatura é usado para manter a diferença de temperatura nula entre a placa quente e a guarda térmica. O controlador comanda o Varivolt que alimenta a placa de proteção. Nas duas superfícies da placa quente são colocados dois transdutores de fluxo de calor de dimensões 500 x 500 x 1,0 mm, previamente calibrados no laboratório de Engenharia Civil do CETHIL (Centre de Thermique de Lyon) do INSA. A quantidade de fluxo de calor gerada pela placa quente pode ser calculada pela expressão,

$$\phi_i = \frac{\Phi_i}{C_i} \quad (7.1)$$

onde  $i$  representa o número de sensores, no caso dois transdutores,  $\Phi_i$  é a tensão medida em microvolts, e  $C_i$  é a constante de calibração dos transdutores dadas por:  $C_1 = 99,490 \mu\text{Vm}^2/\text{W}$  e  $C_2 = 102,173 \mu\text{Vm}^2/\text{W}$ . As evoluções de temperatura nas superfícies das amostras são medidas através de termopares do tipo K. Foram usados 20 termopares (Figura 7.2), onde as temperaturas das superfícies quentes e frias são calculadas a partir de temperaturas médias. Os sinais de temperatura são adquiridos em microvolts e convertidos em °C pela expressão,

$$T = P_1U + P_2U^2 \quad (7.2)$$

onde  $P_1 = 25,48 \text{ }^\circ\text{C/V}$  e  $P_2 = -0,4056 \text{ }^\circ\text{C/V}^2$  são as constantes do termopar e  $U$  é a tensão média



**Figura 7.1** – Esquema de montagem da bancada experimental para o método da placa quente

As tensões médias nas placas frias e quente são definidas por:

$$U_{fa} = \varphi_{ref} + \sum_{j=1}^{ns} \varphi_j / ns \quad (7.3)$$

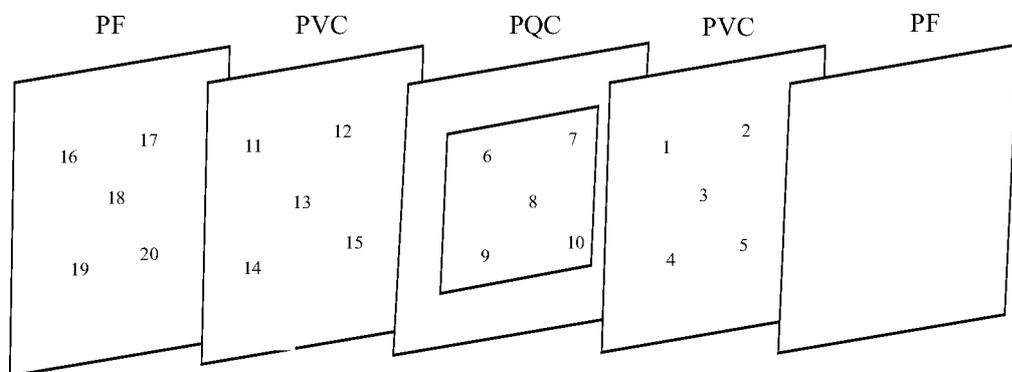
$$U_{fb} = \varphi_{ref} + \sum_{j=1}^{ns} \varphi_{j+15} / ns \quad (7.4)$$

$$U_{qa} = \varphi_{ref} + \sum_{j=1}^{ns} \varphi_{j+5} / ns \quad (7.5)$$

$$U_{qb} = \varphi_{ref} + \sum_{j=1}^{ns} \varphi_{j+10} / ns \quad (7.6)$$

sendo  $U_{fa}$ ,  $U_{fb}$ ,  $U_{qa}$ , e  $U_{qb}$  respectivamente as tensões médias frias (medidas nas placas frias) e quentes (medidas na placa quente) nas amostras de PVC (Figura 7.2),  $ns$  representa o número de sensores usados em cada superfície da amostra, nesse caso,  $ns = 5$  (Figura 7.2) e  $\varphi_{ref}$  é a tensão de referência, calculada em função da temperatura de referência,  $T_{ref}$  (Temperatura do banho) e das constantes dos termopares dada por:

$$\varphi_{ref} = \frac{\left( -P_1 + \sqrt{P_1^2 + 4P_2 \cdot T_{ref}} \right)}{2P_2} \quad (7.7)$$



**Figura 7.2 – Montagem dos termopares**

Na Figura (7.2) as placas das extremidades correspondem às placas frias (PF), a segunda e a quarta placa representam as amostras de PVC e a placa central representa a placa quente compensada (PQC).

O Sistema de aquisição usado é o Keithley 7001, com capacidade para duas cartas multiplexadoras, portando 40 canais cada. Usa-se juntamente com o sistema de aquisição um multímetro Keithley modelo 2000 de alta precisão e velocidade. A ligação entre o PC e os

aparelhos de medidas é feita através de uma carta de interface IEEE Keithley, modelo KPC 488-2, que é facilmente instalada a partir do disquete fornecido e pelos cabos blindados especificados. Ressalta-se que para a aquisição de dados um programa em Visual Basic 5.0 foi desenvolvido. Esse programa comanda a carta de aquisição que aciona o sistema de aquisição Keithley 7001, indicando quais canais devem ser abertos e quais devem ser fechados. Esse programa também configura o multímetro Keithley 2000 e cria um arquivo em extensão Excel, onde todos os dados necessários são arquivados. Apresenta-se na Figura (7.3) a bancada experimental.

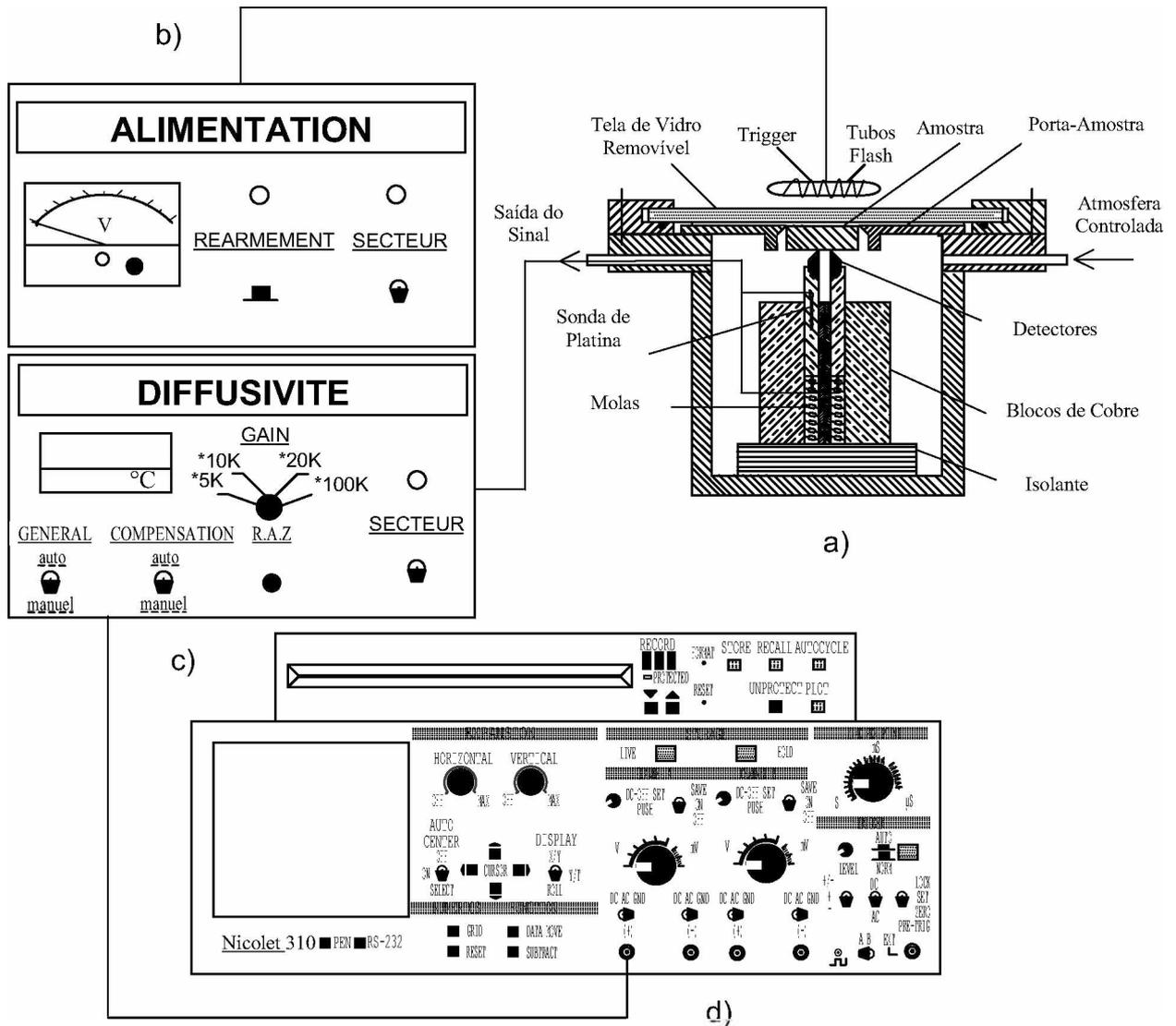


**Figura 7.3** - Bancada experimental para o método da placa quente

### **7.2.2 – Bancada Experimental do Método Flash**

A bancada experimental necessária para a realização das medidas da difusividade térmica consiste de quatro elementos principais (Figura 7.4):

- 1° - Dispositivo de ensaio dentro da qual se encontra a amostra
- 2° - Gerador de alimentação dos tubos flash
- 3° - Equipamento de tratamento analógico de sinal
- 4° - Osciloscópio NIC-310



**Figura 7.4** – Representação esquemática da bancada experimental do método flash

1º - *Dispositivo de Ensaio* (Figura 7.4a)

A principal função do dispositivo de ensaio é garantir as condições de experimentação precisas. Uma amostra do material a ser determinado,  $\alpha$ , de dimensões pequenas em forma de disco é fixada por um porta-amostra dentro do dispositivo de ensaio, onde a temperatura pode ser controlada entre  $-196\text{ }^{\circ}\text{C}$  e  $+100\text{ }^{\circ}\text{C}$ . A superfície oposta da amostra é mantida em contato com detectores termoeletrônicos semicondutores de  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ , que possuem uma grande sensibilidade, da ordem de  $360\text{ }\mu\text{V}/^{\circ}\text{C}$  a  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . A junção dos detectores é garantida pela amostra, em materiais condutores e por uma fina camada condutora depositada na superfície da amostra em materiais isolantes. Os tubos flash modelo VQ10Q50 usados nesse trabalho

são fabricados pela Verre et Quartz. A tela de vidro removível colocada entre a superfície frontal da amostra e os tubos flash permitem a passagem do flash luminoso e evita o contato direto entre a amostra e esses tubos. Salienta-se que a temperatura absoluta da amostra é determinada através da sonda de platina introduzida entre os blocos de cobre.

#### 2° - *Gerador de Alimentação dos Tubos Flash* (Figura 7.4b)

Esse gerador de alimentação desenvolvido pela primeira vez por Degiovanni (1975) é alimentado pela descarga de uma bateria de condensadores carregadas por uma tensão contínua de 500 V. A energia fornecida por esse gerador é da ordem de 600 a 1000 Joules, onde o disparo sobre os tubos flash são assegurados por uma impulsão a alta tensão da ordem de 15000 V fornecida por uma bobina de indução (Laurent, 1991).

#### 3° - *Equipamento de Tratamento Analógico de Sinal* (Figura 7.4c)

A fim de se obter o termograma procurado, o sinal fornecido pelos detectores deve ser tratado por um equipamento que permita enviar o sinal analógico proporcional à temperatura medida (Laurent, 1991). Nesse equipamento também é fornecida a temperatura dos blocos de cobre medida pela sonda de platina, ou seja, a temperatura do dispositivo no qual se encontra a amostra.

#### 4° - *Osciloscópio Nicolet 310* (Figura 7.4d)

A aquisição do sinal de temperatura é feita através de um osciloscópio Nicolet 310, em substituição ao microcomputador e a carta multiplexadora utilizada por Degiovanni & Laurent (1986). Esse osciloscópio é um instrumento de medida de alta precisão e velocidade, muito fácil de manusear, sendo os dados adquiridos armazenados em disquete.

### 7.3 – Análise de Resultados

Apresenta-se nesta seção os resultados obtidos de  $\lambda$  para o método da placa quente compensada e  $\alpha$  para o método flash para uma amostra de PVC.

#### 7.3.1 – Método da Placa Quente Compensada

Foram realizados 6 experimentos em regime permanente para a determinação de  $\lambda$ . Para cada experimento foram adquiridos 204 pontos com um intervalo de amostragem,  $\Delta t$ , de 600 s, fornecendo assim um tempo total de medição de 34 horas. Apresenta-se na Tabela (7.1) as principais características dos experimentos realizados para o PVC.

**Tabela 7.1** – Caracterização dos experimentos para a determinação de  $\lambda$

Caso	ne	I (A)	$V_{zm}$ (V)	$T_{mf}$ (°C)	$T_{mq}$ (°C)	$\Delta T$ (°C)	$T_m$ (°C)	$\lambda$ (W/mK)	$\sigma$
1	2	0,75	2,56	16,44	21,32	4,88	18,88	0,158	0,00073
2	2	1,00	3,38	16,64	25,28	8,64	20,96	0,157	0,00042
3	2	1,50	5,04	17,45	37,17	19,72	27,31	0,153	0,00026

Na Tabela (7.1),  $ne$  é o número de experimentos para cada caso de potência dissipada na zona de medida ( $I \times V_{zm}$ ),  $T_{mf}$  e  $T_{mq}$  são respectivamente as temperaturas médias fria e quente calculadas para as duas superfícies,  $\Delta T$  é a diferença entre as temperaturas médias fria e quente e  $T_m$  é a temperatura média para cada caso. Apresenta-se na Figura (7.5) a variação da condutividade térmica em função do tempo para os três casos de potência dissipada estudados nessa parte ( $I \times V_{zm}$ ). Para melhor visualizar  $\lambda$  em função do tempo apresenta-se na Figura (7.6) sua variação depois de 20 horas do início do experimento.

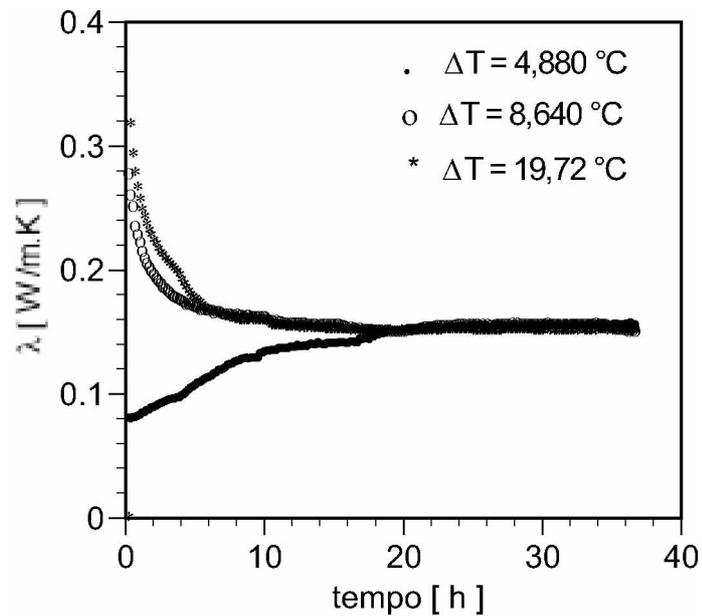


Figure 7.5 – Variação de  $\lambda$  em função do tempo

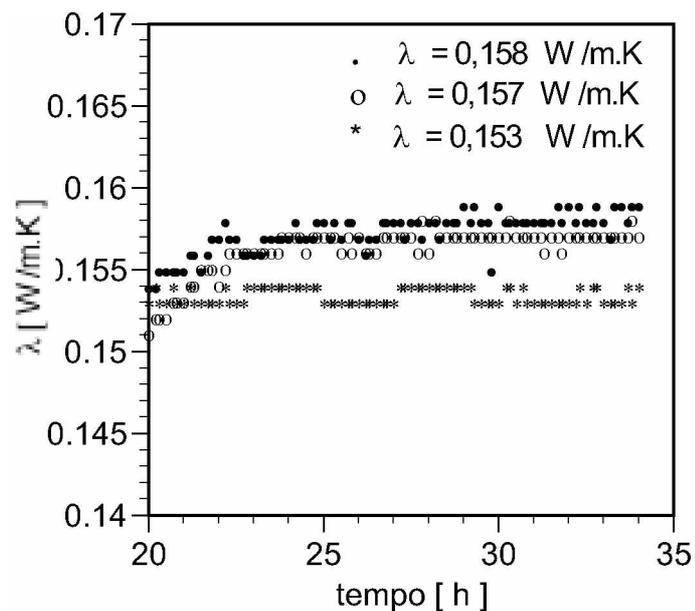
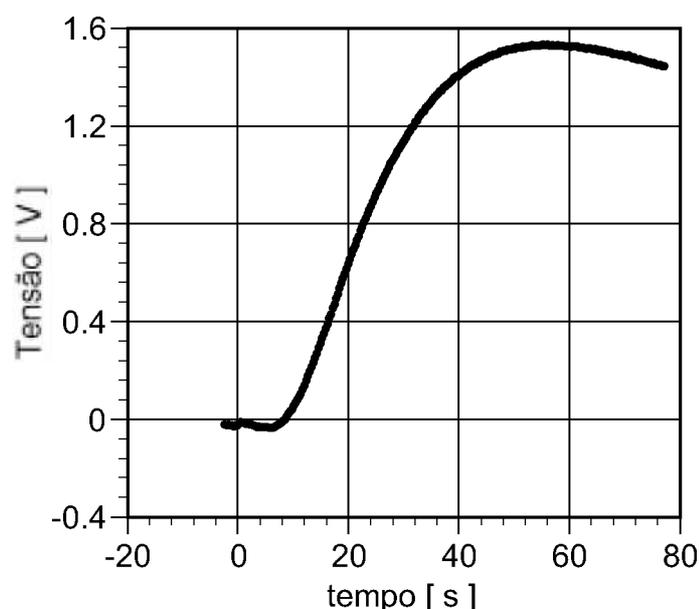


Figure 7.6 – Variação de  $\lambda$  em função do tempo depois de 20 horas de experimento

### 7.3.2 – Método Flash

Apresenta-se uma análise dos resultados de cinco métodos de determinação da difusividade térmica descritos no Anexo III, para uma amostra de PVC de 24,7 mm de diâmetro e 5 mm de espessura. São realizados 50 experimentos para a obtenção de  $\alpha$ , com a temperatura ambiente em torno de 22 °C. Cada experimento tem um intervalo de amostragem

$\Delta t = 0,02$  s e um número total de 4000 pontos. Apresenta-se na Figura (7.7) uma evolução típica do termograma medido em  $x = L$ , em Volts. Apresenta-se na Tabela (7.2) o valor médio determinado da difusividade térmica dos 50 experimentos, usando-se cinco métodos de determinação de  $\alpha$



**Figura 7.7** – Termograma experimental em  $x = L$  para amostra de PVC

**Tabela 7.2** - Resultados de  $\alpha$  médio para a amostra de PVC,  $L = 5$  mm.

$\alpha \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$				
Parker	Clark-Taylor	Tempos Parciais	Transformação Logarítmica	Momentos Parciais
$1,604 \pm 0,027$	$1,257 \pm 0,036$	$1,234 \pm 0,046$	$1,374 \pm 0,043$	$1,28 \pm 0,040$

Pode-se verificar que os valores de  $\alpha$  dos três métodos, Tempos Parciais (Degiovanni, 1977), Clark-Taylor (Clark & Taylor, 1975) e Momentos Parciais (Degiovanni & Laurent, 1986) apresentam valores bem semelhantes. Ressalta-se que esses três métodos consideram as perdas de calor com o exterior e utilizam o mesmo modelo de temperatura. Entretanto, para os métodos de Parker (Parker *et al.*, 1961) e da Transformação Logarítmica (Takahashi *et al.*, 1988) a dispersão é grande se comparada com esses três métodos. Essa diferença é devida ao fato do método de Parker e da Transformação Logarítmica usarem o modelo unidimensional sem perdas para a determinação de  $\alpha$ .

Os valores médios de  $\lambda$  e  $\alpha$  obtidos nessa seção são comparados com a técnica de correlação no domínio da frequência, proposta no Capítulo V em uma amostra de dimensões 305 x 305 x 50 mm, do mesmo PVC. Observa-se ainda que as propriedades obtidas pelo método da placa quente compensada e flash, no laboratório do INSA-LYON, são determinados com uma incerteza de 5,0 % (Courdavault & Bernard, 1998) e (Degiovanni & Laurent, 1986).

## Capítulo VIII

### Conclusões

Apresentou-se nesse trabalho a investigação e o desenvolvimento de métodos para a determinação simultânea de  $\alpha$  e  $\lambda$  a partir de sinais de temperatura e fluxo de calor provenientes de apenas uma face de acesso. O primeiro método, propôs a obtenção de  $\alpha$  e  $\lambda$  aplicando técnicas seqüenciais de otimização em uma função objetivo de mínimos quadrados,  $S_{mq}$ . Esse método não apresentou resultados satisfatórios para a obtenção da difusividade térmica devido à baixa sensibilidade de  $S_{mq}$  em relação a  $\alpha$ . Todavia, a condutividade térmica pôde ser obtida com sucesso. Fez-se necessário, então, o desenvolvimento de uma nova função objetivo para a determinação de  $\alpha$ . Definiu-se assim, uma função objetivo de correlação,  $S_\eta$ , entre os sinais experimentais e teóricos da temperatura para a obtenção de  $\alpha$ . Entretanto, nenhum progresso foi alcançado o que produziu valores de  $\alpha$  e  $\lambda$  praticamente iguais aos apresentados a partir do uso das técnicas seqüenciais de otimização em  $S_{mq}$ . O problema de baixa sensibilidade, também de  $S_\eta$  em relação a  $\alpha$ , ainda persistiu e foi novamente o responsável pela grande dispersão apresentada. Apesar do grande desvio na obtenção de  $\alpha$  o uso da técnica de correlação no domínio da frequência apresentou o caminho para a determinação independente da difusividade térmica. Ou seja, o fato do decaimento da curva de temperatura ser função exclusiva de  $\alpha$  permitiu que se desenvolvesse um terceiro método. Como a fragilidade do método de correlação no domínio do tempo era a baixa sensibilidade na estimação de  $\alpha$ , optou-se pelo domínio da frequência. Propôs-se, então, a obtenção de  $\alpha$  através da minimização da fase entre sinais experimentais e teóricos de temperatura na superfície sujeita ao calor. Para a estimação da condutividade térmica manteve-se a minimização da função objetivo de mínimos quadrados  $S_{mq}$ , cuja característica de alta sensibilidade em  $\lambda$  havia sido identificada nos métodos anteriores. A união entre os domínios da frequência e do tempo permitiu, então, a obtenção simultânea de  $\alpha$  e  $\lambda$  com uma boa confiança. O método proposto permitiu a determinação de  $\alpha$  e  $\lambda$  com um desvio respectivamente de 2,97 % e 0,63 % para a amostra de PVC se comparado com valores de referência obtidos pelos métodos da placa quente compensada (Cordavault & Bernard, 1998) e método flash (Laurent, 1991). Esses desvios encontraram-se dentro da faixa de 5,0 % de incerteza especificados pelos métodos de referência.

A obtenção de  $\alpha$  e  $\lambda$  somente foi possível devido ao uso da bancada experimental com geração de fluxo de calor na superfície frontal. Esse calor, gerado por efeito Joule através de uma folha de resistência, foi então medido por transdutores de fluxo de calor. Esse foi um dos aspectos interessantes do ponto de vista do custo da bancada experimental, quando comparado por exemplo com o método flash. O uso dos transdutores de fluxo de calor tornou possível a implementação do método pela rápida resposta e alta sensibilidade. Minimizou-se ainda, um dos maiores problemas no uso de transdutores de fluxo de calor, que são os erros devido à calibração. Nesse sentido, realizou-se um procedimento de calibração cuidadoso (Anexo I), resultando em sensores calibrados com incerteza na faixa dos instrumentos de leitura de medição usados. A análise de erros realizada apresentou uma incerteza teórica em torno de 2,1 % para a obtenção de  $\alpha$  e 2,9 % para a obtenção de  $\lambda$ .

Embora a aplicação da técnica de correlação no domínio da frequência tenha se restringido à amostra de polímeros, a priori, não há restrições quanto ao tipo de material a ser usado. Nesse sentido, variações nos tipos de materiais devem ser acompanhadas de mudanças quanto à intensidade e duração do pulso de calor. Nesse trabalho, uma adaptação ao modelo experimental usado para os polímeros foi usado para o aço AISI 304 modificado. Nesse material devido o problema de resistência de contato o sinal de temperatura foi medido na superfície oposta ao aquecimento. Entretanto, somente a aplicação das técnicas sequenciais de otimização em uma função objetivo de mínimos quadrados foi realizada. Ressalta-se que o valor obtido para  $\alpha$  apresentou uma dispersão de 9 % se comparado com o valor de referência obtido pelo método flash para a mesma amostra (Anexo IV).

## Propostas para Trabalhos Futuros

- Determinação das propriedades térmicas  $\alpha$  e  $\lambda$  para materiais metálicos, como o Aço AISI 304 modificado, usando a técnica de correlação no domínio da frequência. Essa técnica ainda não foi usada nos dados experimentais do Anexo IV, devido à necessidade do sinal experimental ter um decaimento como o apresentado para os polímeros. Nesse sentido, um outro tipo de experimento deve ser realizado. Cabe salientar, que esse experimento deve ter um número de pontos maior, com um intervalo de amostragem bem pequeno. Para isso a carta multiplexadora usada para a medição de sinais lentos deve ser trocada. A necessidade da aplicação do método em materiais metálicos se deve por exemplo à pouca informação de propriedades térmicas em ferramentas de corte. Observa-se que um grande problema da usinagem de materiais se encontra no desgaste das ferramentas, devido às altas temperaturas

alcançadas no processo. Esse fato implica na investigação teórica de problemas térmicos que por sua vez necessitam do conhecimento de  $\alpha$  e  $\lambda$ .

- Desenvolvimento de softwares para a automatização do método de modo a se desenvolver um instrumento de medição para a aplicação do método proposto em campo.

- Otimização do projeto de experimento, ou seja, verificação dos melhores sinais experimentais de fluxo de calor e temperatura para a determinação de  $\alpha$  e  $\lambda$ .

## Referências Bibliográficas

1. Abramowitz, M. & Stegun, I. A., 1968, "Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables", 5° ed., Dover Publications Inc., New York.
2. Balageas, D. L., 1982, "Nouvelle Méthode D'interprétation des Thermogrammes pour la Détermination de la Diffusivité Thermique par la Méthode Impulsionnelle (Méthode Flash)", *Revue de Physique Appliquée*, Vol. 17, pp. 227-237.
3. Beck, J. V. & Arnold, K. J., 1977, "Parameter Estimation in Engineering and Science", John Wiley and Sons Inc., New York.
4. Bendat, J. S. & Piersol, A. G., 1986, "Analysis and Measurement Procedures", Wiley-Interscience, 2° Ed., USA.
5. Blackwell, J. H., 1954, "A Transient-Flow Method for Determination of Thermal Constants for Insulating Materials in Bulk", *Journal of Applied Physics*, Vol. 25, pp. 137-144.
6. Brigham, E. O., 1988, "The Fast Fourier Transform and Its Applications", Englewood Cliffs – Prentice Hall, New Jersey.
7. Carslaw, H. S. & Jaeger, J. C., 1959, "Conduction of Heat in Solids, 2<sup>nd</sup> ed.", Oxford at the Clarendon Press, London.
8. Cape, J. A., & Lehman, G. W., 1963, "Temperature and Finite Pulse-Time Effects in the Flash Method for measuring Thermal Diffusivity", *Journal of Applied Physics*, Vol. 34, N° 7, pp. 1909-1913.
9. Cezairliyan, A., Baba, T. & Taylor, R., 1994, "A High-Temperature Laser Pulse Thermal Diffusivity Apparatus", *International Journal of Thermophysics*, Vol. 15, N° 2, pp. 317-341.
10. Clark III, L. M. & Taylor, R. E., 1975, "Radiation Loss in the Flash Method for Thermal Diffusivity", *Journal of Applied Physics*, Vol. 46, N° 2, pp. 714-718.

11. Courdavault, C. & Bernard S., 1998, "Pilotage d'un Banc de Mesure de Conductivité Thermique", Projet de Fin D'études, CETHIL INSA-Lyon, France.
12. Degiovanni, A., 1975, "Contribution à L'étude de la Diffusivité Thermique", Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées, Lyon, França.
13. Degiovanni, A., 1977, "Diffusivité et Méthode Flash", Revue Général de Thermique, Vol. 185, pp. 420-441.
14. Degiovanni, A. & Laurent, M., 1986, "Une Nouvelle Technique D'identification de la Diffusivité Thermique", Revue de Physique Appliquée, Vol. 21, pp. 229-237.
15. Dowding, K. J., Beck J., Ulbrich, A., Blackwell, B. & Hayes J., 1995, "Estimation of Thermal Properties and Surface Heat Flux in Carbon-Carbon Composite", Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Vol. 9, N° 2.
16. Dowding, K. J., Beck, J. V. & Blackwell, B. F., 1996," Estimation of Directional-dependent Thermal Properties in a Carbon-Carbon Composite", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 39, N° 15, pp. 3157-3164.
17. Duarte, M. A. V. & Arruda, J. R. de F., 1991, "Model Updating of Large Structures with Discrete Nonlinearities by the Direct Curve-Fit of Dynamic Response ", Proc. IV Diname, Pouso Alto, MG, Brasil.
18. Duarte, M. A. V., 1994, "Ajuste de Modelos Dinâmicos de Estruturas com não Linearidades Concentradas, Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas.
19. Fernandes, C. P., 1990, "Estudo dos Processos de Condensação e Migração de Umidade em Meios Porosos Consolidados. Análise Experimental de uma Argamassa de Cal e Cimento", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina.
20. Fernandez, M. & Banda, C., 1986, "Heat Pulse Line-Source Method to Determine Thermal Conductivity of Consolidated Rocks", Review of Scientific Instruments, vol 11, pp. 2832-2236, nov.

21. Garnier, B., Delaunay, D. & Beck, J. V., 1994, "Improved Measurement of the Surface Temperature of Composite Materials for the Optimal estimation of Their Thermal Properties", High Temperature-High Pressure, Vol 26, pp. 15-23.
22. Gembarovic, J., Vozár, L. & Majerník, V., 1990, "Using the Least Square for Data Reduction in the Flash Method", Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 33, N° 7, pp. 1563-1565.
23. Glatzmaier, G. C. & Ramirez, W. F., 1985, "Simultaneous Measurement of the Thermal Conductivity and Thermal Diffusivity of Unconsolidated Materials by the Transient Hot Wire Method", Review of Scientific Instruments, Vol. 7, pp. 1394-1398.
24. Guimarães, G., 1986, "Um Transdutor de Fluxo de Calor Aplicação às Edificações", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina.
25. Guimarães, G., 1993, "Estimação de Parâmetros no Domínio da Frequência para a Determinação Simultânea da Condutividade Térmica e Difusividade Térmica", Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina.
26. Guimarães, G., Philippi, P. C. & Thery P., 1995, "Use of Parameters Estimation Method in the Frequency Domain for the Simultaneous Estimation of Thermal Diffusivity and Conductivity", Review of Scientific Instruments, Vol. 66, N° 3, Mar.
27. Hladik, J., 1990, "Métrologie des Propriétés Thermophysiques des Matériaux", Masson, Paris.
28. Huang, C. H., & Yang, J. Y., 1995, "An Inverse Problem in Simultaneously Measuring Temperature-Dependent Thermal Conductivity and Heat Capacity", Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 38, N° 18 pp. 3433-3441.
29. Incropera, F. P., & DeWitt, D. P., 1996, "Fundamentals of Heat and Mass Transfer", John Wiley & Sons, Inc., 4<sup>o</sup> Ed., USA.
30. ISO 8302, "Determinação da Resistência Térmica e das Propriedades em regime Permanente pelo Método da Placa Quente Compensada", Norma Internacional.

31. Laurent, M., 1991, "Dispositif de Mesure de la Diffusivité Thermique par la Méthode Flash", Rapport Interne, CETHIL-INSA, Lyon, 32 p., Nov..
32. Leclerq, D. & They, P., 1983, "Apparatus for Simultaneous Temperature and Heat-Flow Measurements under Transient Conditions", Review of Scientific Instruments, Vol. 54, pp. 374-380.
33. Lima e Silva, S. M. M., 1995, "Determinação Simultânea de Propriedades Térmicas Usando Apenas uma Superfície de Acesso: Estimação nos Domínios do Tempo e da Freqüência", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia.
34. Lima e Silva, S. M. M. & Guimarães, G., 1996, "Um Novo Método para Estimação Simultânea de Propriedades Térmicas in situ", Proc. VI ENCIT, pp. 1742-1752.
35. Lima e Silva, S. M. M., 1999, "Análise de Erros Sistemáticos Devido ao Modelo Teórico" Relatório Interno, Departamento de Engenharias Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia.
36. Log, T., 1993, "Transient One-dimensional Heat Flow Technique for Measuring Thermal Conductivity of Solids", Review of Scientific Instruments, Vol. 64, N° 7, pp. 1956-1960.
37. Mendonça, M. L. F., 1991, "Uma Contribuição aos Procedimentos de Otimização Aplicados a Sistemas Mecânicos", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia.
38. Miller, M. S. & Kotlar A. J., 1993, "Technique for Measuring Thermal Diffusivity/Conductivity of Small Thermal-Insulator Specimens", Review Scientific Instruments, Vol. 64, N° 7, pp. 2954-2960.
39. Moreno, R. Z. & Trevisan, O. V., 1994, "Convolução e Deconvolução no Domínio do Tempo para Determinação de Propriedades Térmicas", Proc. V ENCIT, pp. 403-406.
40. NPL, National Physical Laboratory, 1991, "Certificate of Calibration", Thermal Conductivity of a Pair of Perspex Specimens, Technical Report 12321/90/024, England (unpublished).
41. Patankar, S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer", Hemisphere, Washington.

42. Parker, W. J., Jenkins, R. J., Butler, C. P. & Abbot, G. L., 1961, "Flash Method of Determining Thermal Diffusivity, Heat capacity and Thermal Conductivity", *Journal of Applied Physics*, Vol. 32, N° 9, pp. 1679-1684.
43. Parker, W. J., & Jenkins, R. J., 1962, "Thermal Conductivity Measurements on Bismuth Telluride in the Presence of a 2 Mev Electron Beam", *Advanced Energy Conversion*, Vol. 2, pp. 87-103.
44. Pawlowski, L., & Fauchais, P., 1986, "The Least Square Method in the Determination of Thermal Diffusivity Using a Flash Method", *Revue de Physique Appliquée*, Vol. 21, pp. 229-237.
45. Raynaud, M., Beck, J. V., Shoemaker, R. & Taylor, R. E. 1989, "Sequential Estimation of Thermal Diffusivity for Flash Tests", *Thermal Conductivity 20*, New York Plenum Press, pp. 305-321.
46. Silva Neto, A. J. & Carvalho, G., 1999, "O Projeto de Experimentos para a Caracterização Térmica de Polímeros com a Solução de Problemas Inversos", COBEM99, CDRom, Águas de Lindóia, Brasil.
47. Takahashi, Y., Yamamoto, K., Ohsato, T. & Terai, T., 1988, "Usefulness of Logarithmic Method in Laser-Flash Technique for Thermal Diffusivity Measurement", *Proceedings of the 9th Japanese Symposium on Thermophysical Properties*, pp. 175-178.
48. Taktak, R., Beck, J. V. & Scott, E. P., 1993, "Optimal Experimental Design for Estimating Thermal Properties", *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, N° 12, pp. 2977-2986.
49. Taylor, J. L., 1988, "Fundamental of Measurement Error", Neff Instrument Corporation, USA.
50. Thermitus, M. A. & Laurent, M., 1996, "New Logarithmic Technique in the Flash Method", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 40, N° 17, pp. 4183-4190.
51. Thermitus, M. A., 1997, "Nouvelles Techniques D'identification de la Diffusivité Thermique par la Méthode Flash", Thèse de Doctorat, Avril.

52. Vanderplaats G. N., 1984, "Numerical Optimization Techniques for Engineering Design", McGraw-Hill, New York, USA.
53. Vanderplaats G. N., 1995, "Design Optimization Tools", Vanderplaats Research & Development", Inc., Colorado Springs.

## ANEXO I

### Calibração dos Transdutores de Fluxo de Calor

#### A1.1 – Introdução

A calibração dos transdutores de fluxo de calor e subseqüentes correções de condições de medição é um dos aspectos mais sensíveis no processo de medição (Guimarães, 1986). Muitos sensores, e.g., os termopares, possuem um procedimento bem definido de calibração, projetado para eliminar as possíveis fontes de erros existentes. Porém, essa não é a realidade para os transdutores de fluxo de calor. Existe pois, a necessidade de um grande cuidado na calibração dos transdutores de fluxo de calor, de forma a se obter um fator de conversão adequado às condições térmicas do uso do sensor. Para a obtenção do fluxo de calor padrão, ou seja, o fluxo de calor unidirecional, uniforme, perpendicular ao transdutor e conhecido, usa-se uma placa quente compensada.

Uma vez que o dispositivo de placa quente compensada é usado como o padrão para o levantamento da curva de operação dos transdutores, torna-se necessário uma descrição, ainda que sucinta, de suas características e princípios de operação. Essa descrição é apresentada no Anexo III.

#### A1.2 – Processo de Calibração

Sabe-se que para o uso de um dispositivo de placa quente compensada, duas amostras de mesmas dimensões e material são necessários. Entretanto, nesse trabalho duas amostras de mesmas dimensões (305 x 305 x 50 mm) e de materiais diferentes são usadas (Perspex e PVC).

A calibração é realizada em duas etapas usando-se 3 transdutores de fluxo de calor, de forma que os fatores de conversão de três transdutores são simultaneamente determinados ao término do processo.

## A1.3 – Obtenção das Constantes de Calibração dos Transdutores

### A1.3.1 – Primeira Etapa de Montagem

O fluxo de calor através do transdutor é proporcional à diferença de potencial mais uma constante de resíduo. Portanto pode-se escrever:

$$F = \kappa \cdot UF + \kappa^0 \quad (\text{A1.1})$$

onde  $F$  representa o fluxo de calor que atravessa o transdutor em  $W/m^2$ ,  $UF$  a diferença de potencial do transdutor dada em Volts,  $\kappa$  a constante de proporcionalidade ( $W/m^2.V$ ) e  $\kappa^0$  a constante de resíduo ( $W/m^2$ ).

Como três transdutores são calibrados simultaneamente, tem-se:

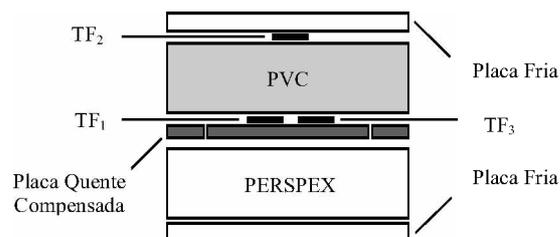
$$\text{Transdutor 1} - F_1 = \kappa_1 \cdot UF_1 + \kappa_1^0 \quad (\text{A1.2})$$

$$\text{Transdutor 2} - F_2 = \kappa_2 \cdot UF_2 + \kappa_2^0 \quad (\text{A1.3})$$

$$\text{Transdutor 3} - F_3 = \kappa_3 \cdot UF_3 + \kappa_3^0 \quad (\text{A1.4})$$

sendo necessária a obtenção das constantes de calibração:  $\kappa_1, \kappa_1^0, \kappa_2, \kappa_2^0, \kappa_3$  e  $\kappa_3^0$ .

Duas montagens experimentais diferentes são usadas para a determinação das constantes. Na primeira montagem o transdutor 2 ( $TF_2$ ) é colocado entre a placa fria e a amostra de PVC, enquanto os transdutores 1 e 3 ( $TF_1$  e  $TF_3$ ) são colocados entre a placa quente e a amostra de PVC (Figura A1.1). O calor é gerado na placa quente compensada e distribuído entre as amostras de PVC e Perspex (Figura A1.1).



**Figura A1.1** – Esquema de montagem 1 dos transdutores de fluxo de calor

Quando o regime permanente é alcançado o mesmo fluxo de calor que chega nos transdutores  $TF_1$  e  $TF_3$  atravessa o PVC e chega no transdutor  $TF_2$ . Assim, pode-se escrever:

$$F_2 = F_3 = F_1 \quad (\text{A1.5})$$

Assim, substituindo-se as Eqs. (A1.3) e (A1.4) na Eq. (A1.5), obtém-se,

$$\kappa_2 \cdot UF_2 + \kappa_2^0 = \kappa_3 \cdot UF_3 + \kappa_3^0 \quad (\text{A1.6})$$

ou ainda

$$\kappa_2 \cdot UF_2 = \kappa_3 \cdot UF_3 + \kappa_3^0 - \kappa_2^0 \quad (\text{A1.7})$$

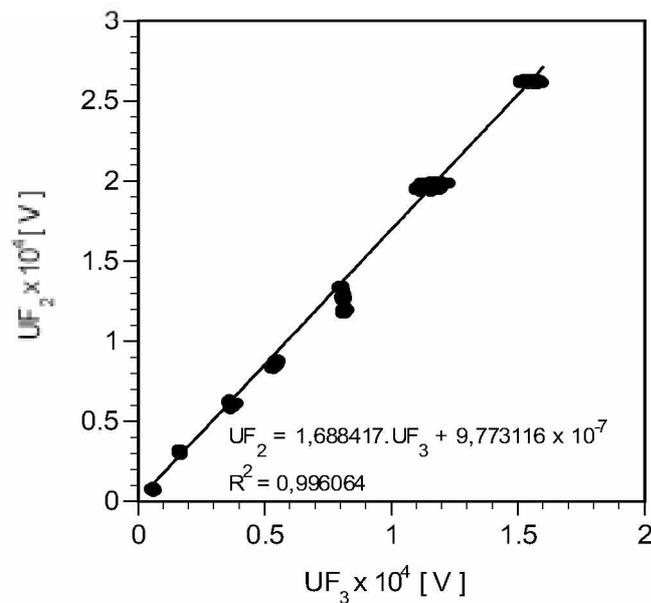
logo,

$$UF_2 = \frac{\kappa_3 \cdot UF_3}{\kappa_2} + \frac{\kappa_3^0 - \kappa_2^0}{\kappa_2} \quad (\text{A1.8})$$

Nota-se da Eq. (A1.8) que o sinal de saída  $UF_2$  do transdutor 2 pode ser relacionado com o sinal  $UF_3$  do transdutor 3 por meio das constantes  $\frac{\kappa_3}{\kappa_2}$  e  $\frac{\kappa_3^0 - \kappa_2^0}{\kappa_2}$  de uma forma linear. Para isso, faz-se circular uma corrente elétrica na resistência interna da placa quente, gerando fluxo de calor por efeito Joule. Obtém-se o regime permanente, verificando-se as igualdades das temperaturas do centro e periferia de cada placa (Anexo III). Essas igualdades indicam a ausência de fuga lateral do calor gerado, garantindo que todo calor proveniente da placa quente atravessa as amostras unidirecionalmente. Identifica-se o regime permanente quando após várias leituras, os valores da diferença de temperatura entre as placas fria e quente se mantêm constantes. Repete-se o procedimento anterior para diversos valores de corrente na resistência interna da placa quente. A partir de 7 pares de dados de  $UF_2$  e  $UF_3$ , obtidos em cada regime permanente alcançado, obtém-se a equação da reta através de regressão linear e conseqüentemente as constantes (Figura A1.2),

$$\frac{\kappa_3}{\kappa_2} = 1,688417 \quad (\text{A1.9})$$

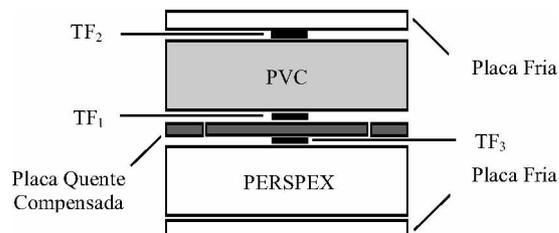
$$\frac{\kappa_3^0 - \kappa_2^0}{\kappa_2} = 9,773116 \times 10^{-7} \quad (\text{A1.10})$$



**Figura A1.2** – Curva de calibração da primeira montagem

### A1.3.2 – Segunda Etapa de Montagem

Na segunda montagem, o transdutor  $TF_2$  é colocado entre a placa fria e a amostra de PVC, enquanto o transdutor  $TF_1$  é colocado entre a placa quente e a amostra de PVC. Por último o transdutor  $TF_3$  é colocado entre a amostra de Perspex e a placa quente (Figura A1.3).



**Figura A1.3** – Esquema de montagem 2 dos transdutores de fluxo de calor

Com essa disposição tem-se:

$$Q_g = F_2 + F_3 \quad (\text{A1.11})$$

onde  $Q_g$  é o calor gerado na placa quente compensada por unidade de área em  $\text{W/m}^2$  e pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$Q_g = \frac{VI}{S} \quad (\text{A1.12})$$

onde  $V$  é a tensão medida,  $I$  é a intensidade de corrente gerada pela fonte de corrente contínua e  $S$  é a área de geração da placa quente.

Substituindo-se as Eqs. (A1.3) e (A1.4) na Eq. (A1.11) obtém-se,

$$Q_g = \kappa_2 \cdot UF_2 + \kappa_2^0 + \kappa_3 \cdot UF_3 + \kappa_3^0 \quad (\text{A1.13})$$

ou ainda a Eq. (A1.13) pode ser escrita da seguinte forma:

$$Q_g = \kappa_3 \cdot \left[ UF_3 + \frac{\kappa_2}{\kappa_3} UF_2 \right] + \kappa_2^0 + \kappa_3^0 \quad (\text{A1.14})$$

fazendo-se

$$U = UF_3 + \frac{\kappa_2}{\kappa_3} UF_2 \quad (\text{A1.15})$$

e substituindo-se a Eq. (A1.15) na Eq. (A1.14), obtém-se:

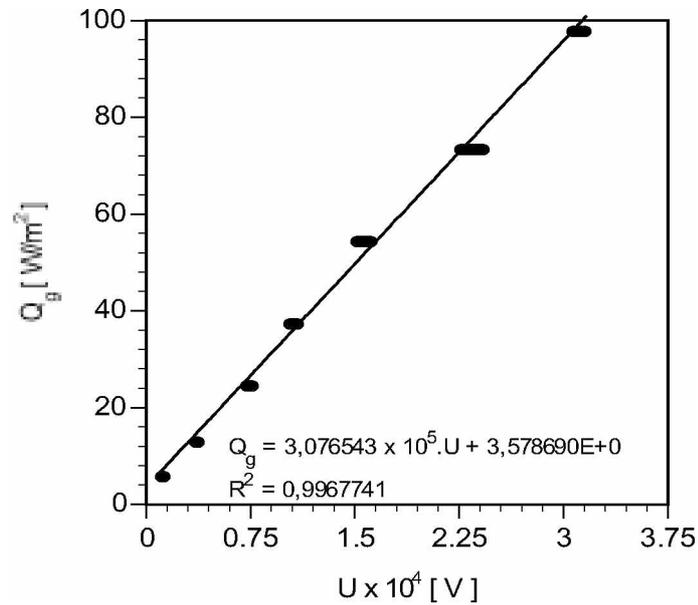
$$Q_g = \kappa_3 \cdot U + \kappa_2^0 + \kappa_3^0 \quad (\text{A1.16})$$

Nessa fase a reta a ser ajustada linearmente é a Eq. (A1.16). Nesse sentido, para a montagem da Figura (A1.3) novamente 7 pares de dados de  $UF_2$  e  $UF_3$  são obtidos em cada regime permanente. Esses valores de  $UF_2$  e  $UF_3$  são usados para obtenção das constantes (Figura A1.4).

$$\kappa_3 = 3,076543 \times 10^5 \text{ W/m}^2 \cdot \text{V} \quad (\text{A1.17})$$

e

$$\kappa_2^0 + \kappa_3^0 = 3,57869 \text{ W/m}^2 \quad (\text{A1.18})$$



**Figura A1.4** – Curva de calibração da segunda montagem

Como pelas Eqs. (A1.9) e (A1.10) tem-se,  $\frac{\kappa_3}{\kappa_2} = 1,688417$  e  $\frac{\kappa_3^0 - \kappa_2^0}{\kappa_2} = 9,773116 \times 10^{-3}$ , pode-se então obter as constantes dos transdutores  $TF_2$  e  $TF_3$ , dadas por:

$$\kappa_2 = 1,8221464 \times 10^5 \text{ W/m}^2 \cdot \text{V} \text{ e } \kappa_2^0 = 1,878385 \text{ W/m}^2 \quad (\text{A1.19})$$

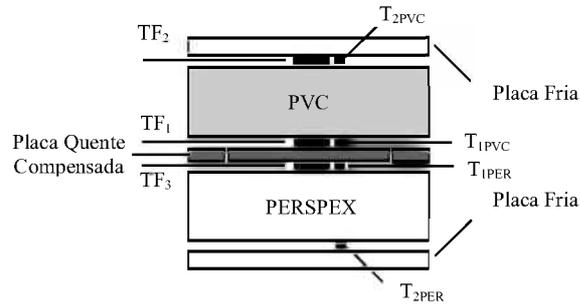
$$\kappa_3 = 3,076543 \times 10^5 \text{ W/m}^2 \cdot \text{V} \text{ e } \kappa_3^0 = 1,700305 \text{ W/m}^2 \quad (\text{A1.20})$$

De forma análoga ao cálculo anterior desenvolvido para a obtenção das constantes dos transdutores  $TF_2$  e  $TF_3$ , fez-se o cálculo para o transdutor  $TF_1$ , chegando nos seguintes valores das constantes,

$$\kappa_1 = 2,061900 \times 10^5 \text{ W/m}^2 \cdot \text{V} \text{ e } \kappa_1^0 = 0,656162 \text{ W/m}^2 \quad (\text{A1.21})$$

#### A1.4 – Validação do Cálculo das Constantes dos Transdutores

Nesse parágrafo determina-se as constantes dos transdutores de fluxo de calor, a partir de uma calibração convencional apenas para efeito de comparação. Para isso o esquema de montagem dos transdutores de fluxo de calor da Figura (A1.3) foi usado.



**Figura A1.5** – Esquema de montagem 2 com medição dos sinais de temperatura

O fluxo de calor em  $W/m^2$  que atravessa cada amostra pode ser calculado a partir do conhecimento da condutividade da amostra dado pela seguinte expressão:

$$\phi = \frac{\lambda \Delta T}{L} \quad (A1.22)$$

onde  $\Delta T$  é a diferença de temperatura entre as placas quente e fria.

A condutividade térmica para as duas amostras usadas são conhecidas através do método da placa quente compensada sendo a do Perspex,  $\lambda = 0,192 \text{ W/m.K}$  (NPL, 1991) e a do PVC,  $\lambda = 0,158 \text{ W/m.K}$  (Capítulo VII). Para o Perspex a incerteza fornecida pelo certificado de medição é de 2,0 % (NPL, 1991). Já para o PVC a incerteza de medição é de 5,0 % (Courdavault & Bernad, 1998). Conhecidas as temperaturas em cada superfície da amostra em regime permanente, pode-se então calcular o fluxo de calor. Ressalta-se, que para se ter exatidão nos valores de temperatura em cada superfície da amostra foram colocados 5 termopares do tipo K. Assim, o valor de temperatura usado para o cálculo do  $\Delta T$  é um valor médio.

A partir do conhecimento do fluxo de calor nas amostras de PVC e Perspex, as constantes dos transdutores são obtidas pelas seguintes expressões:

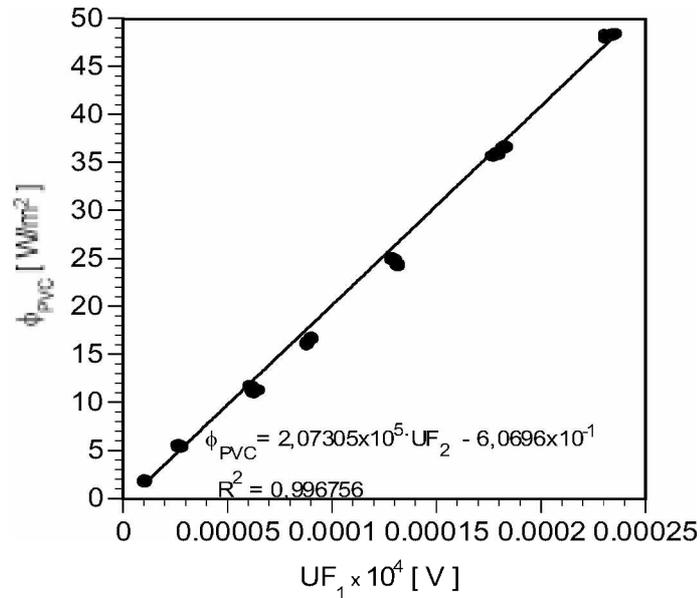
$$\phi_{PVC} = \kappa_1 \cdot UF_1 + \kappa_1^0 \quad (A1.23)$$

$$\phi_{PVC} = \kappa_2 \cdot UF_2 + \kappa_2^0 \quad (A1.24)$$

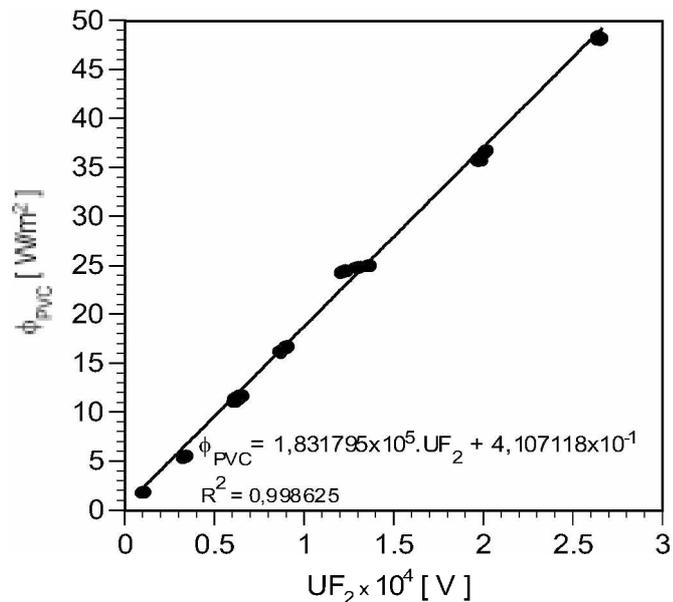
$$\phi_{PER} = \kappa_3 \cdot UF_3 + \kappa_3^0 \quad (A1.25)$$

onde  $\phi_{PVC}$  e  $\phi_{PER}$  são os fluxos de calor calculados pela Eq. (A1.22) na amostra de PVC e Perspex, respectivamente.

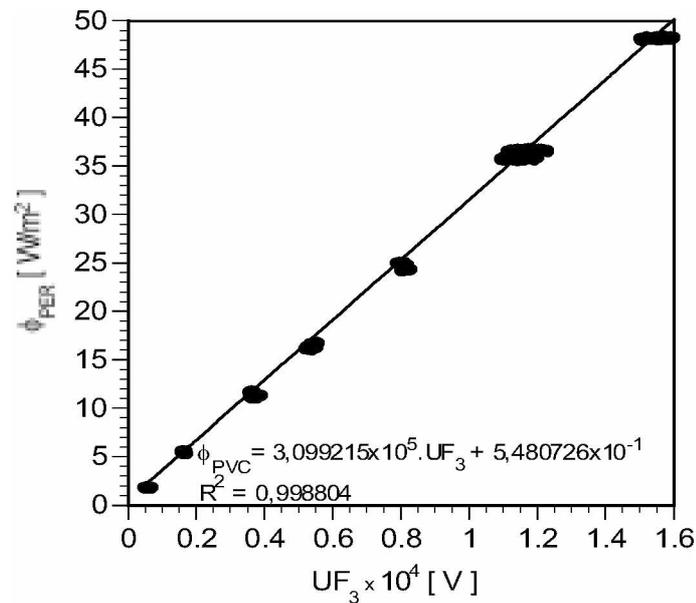
De posse das Eqs. (A1.23)-(A1.25) pode-se então, através da regressão linear, obter a equação da reta para cada um dos três transdutores (Figuras A1.6-A1.8).



**Figura A1.6** – Curva de calibração do transdutor 1



**Figura A1.7** – Curva de calibração do transdutor 2



**Figura A1.8** – Curva de calibração do transdutor 3

Obtém-se assim a partir das Figuras (A1.6)-(A1.8) as constantes dos transdutores,

$$\kappa_1 = 2,073051 \times 10^5 \text{ W/m}^2 \cdot \text{V} \text{ e } \kappa_1^0 = 0,6069635 \text{ W/m}^2 \quad (\text{A1.26})$$

$$\kappa_2 = 1,831795 \times 10^5 \text{ W/m}^2 \cdot \text{V} \text{ e } \kappa_2^0 = 0,4107118 \text{ W/m}^2 \quad (\text{A1.27})$$

$$\kappa_3 = 3,0999215 \times 10^5 \text{ W/m}^2 \cdot \text{V} \text{ e } \kappa_3^0 = 0,5480726 \text{ W/m}^2 \quad (\text{A1.28})$$

Comparando-se os resultados obtidos das constantes da calibração proposta nesse trabalho (Eqs. A1.19-A1.21) com os resultados da calibração convencional (Eqs. A1.26-A1.28), observa-se que o desvio é menor do que 1,0 % para todos os transdutores. Conclui-se assim, que o dispositivo da placa quente compensada, usado como gerador de fluxo de calor padrão para a calibração dos transdutores é bastante confiável. O fato de se obter as constantes de calibração usando apenas leituras dos sinais de resposta dos transdutores e potência dissipada na placa quente é fundamental na minimização dos erros.

### A1.5 – Análise da Incerteza na Calibração dos Transdutores

Observa-se da Eq. (A1.1) que os valores das constantes  $\kappa$  e  $\kappa^0$  dos transdutores são obtidos a partir de regressão linear das combinações de sinais de  $UF_1$ ,  $UF_2$  e  $UF_3$  com combinações de valores medidos de  $Q_g$ , como dado pela Eq. (A1.16). Assim, a incerteza na

calibração dos transdutores pode ser calculada a partir da incerteza da obtenção de  $Q_g$  (Eq. A1.12), ou seja, das incertezas da medição da tensão,  $V$ , da intensidade de corrente  $I$  e da área  $S$ . Logo a incerteza do transdutor pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$I_{trans}^2 = I_{Q_g}^2 = I_V^2 + I_I^2 + I_S^2 \quad (A1.30)$$

onde para a medição da tensão e corrente foi usado um multímetro digital Goldstar modelo DM-241 com resolução de  $\pm 0,001$  V para a tensão e de  $\pm 0,001$  A para a corrente. Os valores da incerteza de medição em relação a uma tensão média são dados por:

$$I_V = 0,14\% \quad (A1.31)$$

$$I_I = 1,33\% \quad (A1.32)$$

A área  $S$  foi medida por um escalímetro de precisão Trident, apresentando uma incerteza de  $\pm 0,001$  m<sup>2</sup>. O valor da incerteza de medição na área é dado por

$$I_S = 0,010\% \quad (A1.33)$$

Substituindo os valores de  $I_V$ ,  $I_I$  e  $I_S$  na Eq. (A1.30) obtém-se,

$$I_{trans} = 1,4\% \quad (A1.34)$$

Cumpra-se observar que não foram consideradas, nessa análise, incertezas relativas aos erros sistemáticos inerentes à comparação com o padrão do multímetro digital e do escalímetro. Entretanto, através de uma verificação com o voltímetro de precisão do sistema HP 75000, pode-se atribuir uma dispersão da ordem da resolução do multímetro e a incerteza final do transdutor é estimada por

$$I_{trans} = 1,85\% \quad (A1.35)$$

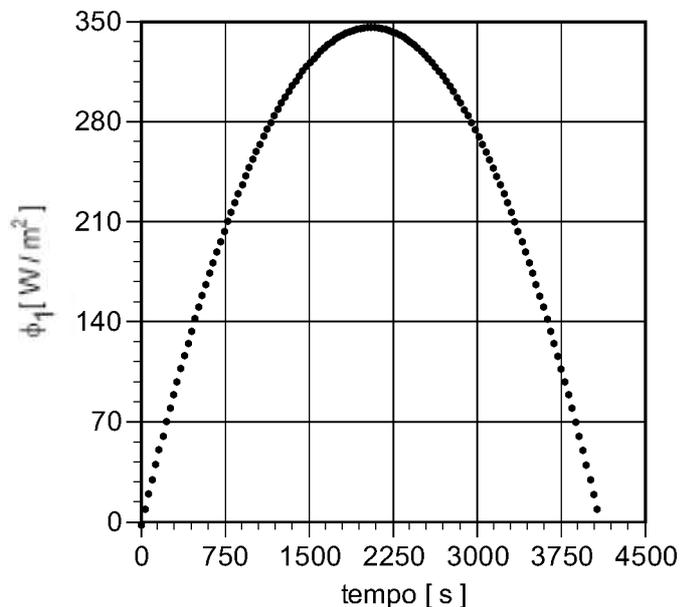
## ANEXO II

### Validação da Solução de Temperatura Aplicando-se o Teorema de Convolução e Transformada Rápida de Fourier

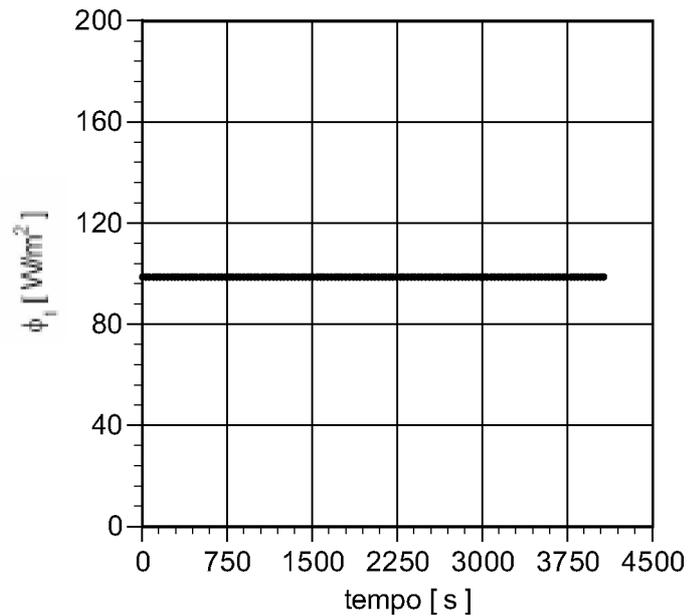
Conforme já mencionado, o objetivo do método proposto na Seção (3.2.1) é obter a solução de temperatura reescrita abaixo de forma eficiente e simples.

$$\theta_1(t) = \theta(0,t) = \frac{\alpha}{\lambda L} \int_0^t \phi_1(\tau) d\tau + \frac{2\alpha}{\lambda L} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\beta_m^2 \alpha t} \int_0^t e^{\beta_m^2 \alpha \tau} \phi_1(\tau) d\tau \quad (\text{A2.1})$$

Apresenta-se nesse anexo a validação do método de integração que usa o teorema de convolução e a transformada rápida de Fourier, comparando-o com a solução analítica de dois casos testados. No primeiro caso um sinal de fluxo de calor simulado de forma parabólica (Figura A2.1) é usado para o cálculo da temperatura teórica, enquanto no segundo, usa-se um sinal de fluxo de calor (Figura A2.2).

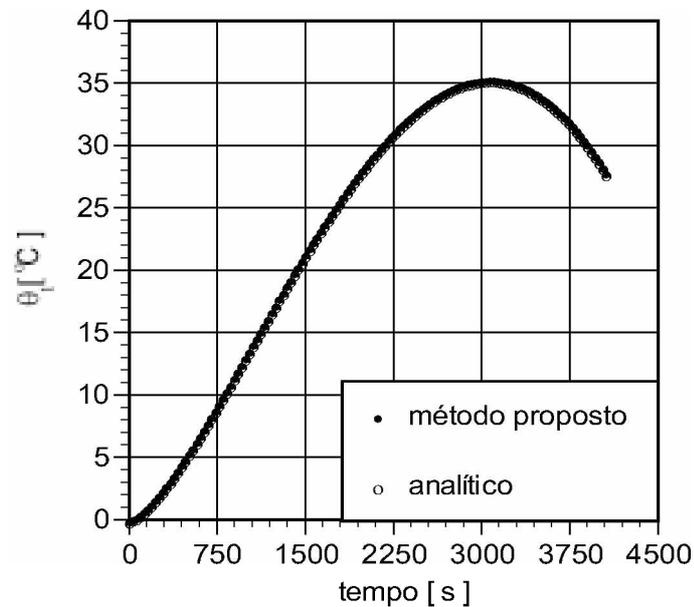


**Figura A2.1** – Evolução do sinal de fluxo de calor parabólico na superfície em  $x = 0$



**Figura A2.2** – Evolução do sinal de fluxo de calor constante na superfície em  $x = 0$

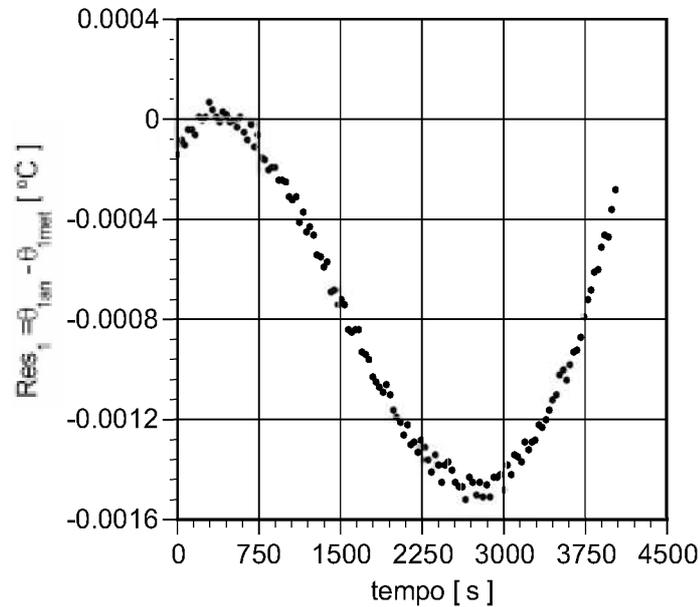
A Figura (A2.3) mostra as evoluções de temperatura  $\theta(0,t)$  para o fluxo de calor parabólico. Essas evoluções são calculadas para o método proposto pela integração analítica da Eq (A2.1).



**Figura A2.3** – Evolução de temperatura em  $x = 0$  para um fluxo de calor parabólico

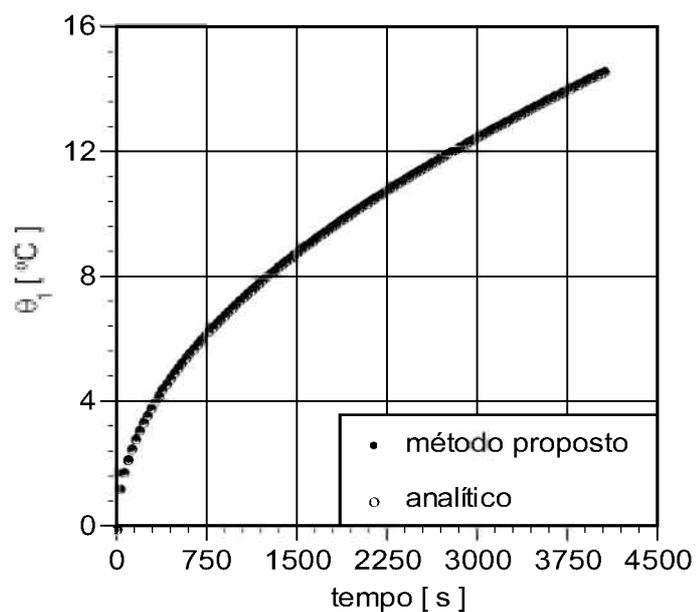
Observa-se na Figura (A2.3) que ambas evoluções de temperatura apresentam boa concordância. Para uma melhor análise, um resíduo definido por  $Res_1 = \theta_{1an} - \theta_{1met}$  é também

apresentado na Figura (A2.4). Pode-se notar nessa figura que o resíduo é menor do que  $0,0015\text{ }^{\circ}\text{C}$ .



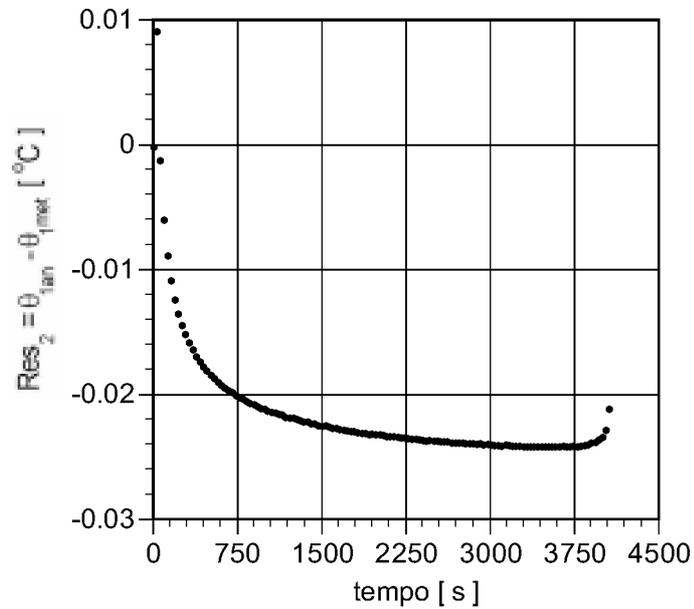
**Figura A2.4** – Resíduo entre as temperaturas analítica e do método proposto em  $x = 0$

Uma vez que a exatidão da integração, via transformada rápida de Fourier, depende do processamento de sinais é importante analisar-se outras formas de sinais de fluxo de calor. A Figura (A2.5) apresenta a resposta da temperatura para um fluxo de calor constante e igual a  $100\text{ W/m}^2$ .



**Figura A2.5** – Evolução de temperatura em  $x = 0$  para um fluxo de calor constante

Observa-se da mesma forma, a grande concordância entre os modelos analíticos e numéricos. Nesse caso o maior resíduo entre os dois métodos é inferior a 0,03 °C, como mostra a Figura (A2.6).



**Figura A2.6** – Resíduo entre as temperaturas analítica e do método proposto em  $x = 0$

Conclui-se assim, que o uso da transformada rápida de Fourier e do teorema de convolução na equação da temperatura (Eq. A2.1) é um caminho simples que permite uma grande flexibilidade na manipulação de dados experimentais com exatidão compatível com a de uma solução analítica.

## ANEXO III

### Descrições dos Métodos da Placa Quente Compensada e Flash

#### A3.1 – Método da Placa Quente Compensada

##### A3.1.1 – Princípio de Funcionamento

Como já mencionado, o método da Placa quente é um método normalizado (ISO 8302) em regime permanente, bastante usado para a determinação da condutividade térmica de materiais isolantes (Hladik, 1990). Nesse método uma amostra em forma de placa plana é colocada em sanduíche entre uma placa quente e uma placa fria em condições tais que o fluxo de calor que atravessa a área central da amostra é unidirecional. Nas condições de regime permanente, a condutividade térmica é calculada pela medição do fluxo de calor e do gradiente médio de temperatura na amostra. A amostra do material para o qual se deseja obter  $\lambda$  é colocada entre uma placa aquecida e uma placa fria, ficando sujeita à diferença de temperatura,  $T_a - T_b$ , medida através de termopares (Figura A3.1). O fluxo de calor através da amostra é obtido a partir da quantidade de energia fornecida para manter constante a temperatura da placa quente. O calor gerado provém da dissipação de energia elétrica em uma resistência embutida na placa quente. Para que todo o calor gerado passe pela amostra, usa-se uma montagem simétrica de duas amostras do material a ser estudado,  $c$ , e duas placas frias,  $b$  (Figura A3.1). As placas frias possuem serpentinas internas com passagem de água para refrigeração, sendo que a distribuição simétrica da temperatura é conseguida através do controle da vazão de água em cada serpentina. Para compensar a perda de calor lateral nas placas e amostras divide-se a placa aquecedora em um núcleo e em um anel externo. O núcleo e o anel possuem aquecedores independentes. Através do controle da voltagem de alimentação em cada resistência, controla-se o calor gerado em cada parte. As temperaturas da superfície da amostra nas regiões de contato com o anel e com o núcleo, devem ser iguais. A igualdade de temperatura assim estabelecida, evita a perda de calor lateral pelo núcleo e garante o fluxo de calor unidimensional nessa região. O calor gerado é dividido em duas partes iguais e o fluxo de calor pode ser calculado por:

$$\phi_0 = \frac{V_{zm} I}{2S} \quad (\text{A3.1})$$

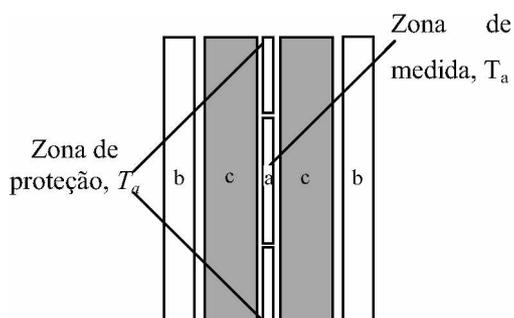
onde  $V_{zm}$  é a voltagem da zona de medida,  $I$  é a intensidade de corrente gerada pela fonte de corrente contínua e  $S$  é a área da superfície da zona de medida. Nesse sentido a condutividade térmica do material pode ser calculada por:

$$\lambda = \frac{\phi_0 L}{\Delta T} \quad (\text{A3.2})$$

onde  $\Delta T = T_a - T_b$ .

Substituindo-se a Eq. (A3.1) na Eq. (A3.2), obtém-se,

$$\lambda = \frac{V_{zm} I L}{2S \Delta T} \quad (\text{A3.3})$$



**Figura A3.1** – Princípio de montagem do método da placa quente protegida

## A3.2– Método Flash

### A3.2.1 – Tipos de Aplicação

Desde sua introdução por Parker *et al* (1961), o método Flash tem sido bastante desenvolvido, de forma que atualmente é usado para a determinação da difusividade térmica da maioria dos sólidos. Esse método apresenta algumas vantagens responsáveis em grande parte pelo seu sucesso, como: princípio particularmente simples; fácil manuseio; curto tempo de duração do experimento; aplicabilidade em grande variedade de materiais (isolantes a condutores) e várias faixas de temperatura de trabalho. Ele também tem sido usado para outros tipos de medidas como a determinação da difusividade térmica de materiais

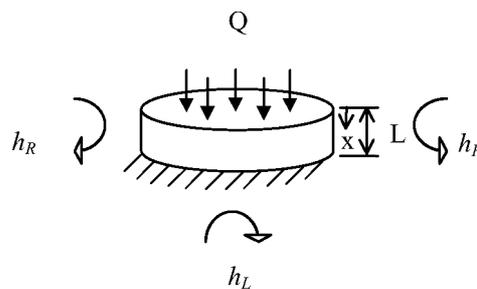
anisotrópicos, de líquidos, de materiais porosos, de materiais compostos, de revestimentos e determinação da resistência térmica de contato, entre outros.

### 3.2.2 – Métodos de Identificação da Difusividade Térmica

Numerosos métodos foram propostos para suprir as carências da técnica proposta por Parker *et al.* (1961) para a identificação da difusividade térmica (ver Capítulo II). Esses métodos levam em conta as perdas de calor e podem ser agrupados em seis categorias: modificação do método de Parker *et al.* (1961), princípio da difusividade aparente, uso das relações de tempos ou de temperatura parciais, método dos mínimos quadrados, uso dos momentos temporais parciais e método da transformação logarítmica.

#### A3.2.2.1 – Modificação do Método de Parker

Nessa modificação Parker & Jenkins (1962) levaram em conta somente a perda de calor por convecção na superfície frontal ao pulso de calor radiante (Figura A3.2), ou seja,  $h_R = h_L = 0$  e  $h_0 \neq 0$ , dando uma abordagem mais geral à relação proposta por Parker *et al.* (1961) (Eq. 2.5).



**Figura A3.2** – Forma esquemática do método flash com perdas térmicas

A solução de temperatura em  $x = L$  para esse modelo é dada por

$$\theta^*(L, t^*) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(Bi_0^2 + U_n^2) \cos(U_n)}{Bi_0^2 + Bi_0 + U_n^2} e^{-U_n^2 t^*} \quad (\text{A3.4})$$

sendo

$$\theta^* = \frac{\theta \rho c_p}{Q} \quad (\text{A3.5})$$

$$t^* = \frac{\alpha t}{L^2} \quad (\text{A3.6})$$

$$Bi_0 = \frac{h_0 L}{\lambda} \quad (\text{A3.7})$$

$$Bi_0 = U_n \tan(U_n) \quad (\text{A3.8})$$

onde  $\theta = T - T_0$ ,  $h_0$  é o coeficiente de transferência de calor por convecção e  $U_n$  são os autovalores. Nesse caso a difusividade térmica pode ser obtida pela equação,

$$\alpha = \frac{L^2}{t_{1/2}^*} \quad (\text{A3.9})$$

#### A3.2.2.2 – Princípio da Difusividade Aparente

O termograma da superfície oposta ao aquecimento é pouco influenciado pelas perdas em tempos pequenos. Assim, em todos os primeiros instantes depois da impulsão, o termograma se corresponde melhor ao fenômeno ideal de difusão unidimensional. Nessa hipótese, aplica-se a relação da Eq. (A3.9) com  $Bi = 0$  para diversos valores de  $t_{1/2}$ . Balageas (1982) mostra que os valores são obtidos a partir de uma função  $\alpha(t)$  que descreve a variação aparente da difusividade térmica em função do tempo. Na prática, esse método consiste de cinco etapas sucessivas: estimativa da temperatura limite adiabática  $\theta_{lim}$ , normalização do termograma em relação a  $\theta_{lim}$ , cálculo da difusividade térmica pela Eq. (A3.9) (amostra adiabática) em diversos pontos da parte ascendente do termograma, aproximação dos resultados obtidos por um polinômio de segunda ordem e por último extrapolação desse polinômio em  $t = 0$ .

#### A3.2.2.3 – Utilização das Relações de Tempos ou de Temperaturas Parciais

Clark & Taylor (1975) desenvolveram uma relação para a determinação de  $\alpha$  usando as relações de tempos ou de temperaturas parciais em um modelo bidimensional de temperatura com perdas por radiação. Nesse caso  $\alpha$  é dado por:

$$\alpha = \left( \frac{t_{1/2}}{t_c} \right) \left( \frac{L^2}{\pi^2 t_{1/2}} \right) \quad (\text{A3.10})$$

onde  $t_{1/2}/t_c = 1,38$  para o modelo ideal (Parker *et al.*, 1961). A grande dificuldade desse método é o conhecimento de  $\theta(x,r,t)$  em função de  $t/t_c$ , uma vez que o valor de  $t_c$  não é conhecido. Entretanto, a relação  $\alpha \cdot t_{1/2}/L^2$  é apresentada abaixo em função de três razões de tempo, geradas a partir da solução de Cape & Lehman (1963)

$$\alpha \cdot t_{1/2}/L^2 = -0,23543 + 0,229336 \times (t_{0,8}/t_{0,2}) - 0,034026 \times (t_{0,8}/t_{0,2})^2 \quad (\text{A3.11})$$

$$\alpha \cdot t_{1/2}/L^2 = -0,569609 + 0,658558 \times (t_{0,8}/t_{0,4}) - 0,151617 \times (t_{0,8}/t_{0,4})^2 \quad (\text{A3.12})$$

$$\alpha \cdot t_{1/2}/L^2 = -0,669853 + 0,759834 \times (t_{0,7}/t_{0,3}) - 0,175857 \times (t_{0,7}/t_{0,3})^2 \quad (\text{A3.13})$$

Para a Eq. (A3.11), por exemplo, o tempo para  $\theta(x,r,t) = 0,8^* \theta_{max}(x,r,t)$  é dividido pelo tempo para  $\theta(x,r,t) = 0,2^* \theta_m(x,r,t)$ , logo o valor de  $\alpha \cdot t_{1/2}/L^2$  é determinado. Assim, conhecido  $t_{1/2}$  e  $L^2$ ,  $\alpha$  pode então ser calculado.

Degiovanni (1977) levando em consideração todas as trocas de calor com exterior, ou seja,  $h_R \neq 0$ ,  $h_e \neq 0$  e  $h_0 \neq 0$  (Figura A3.2) desenvolveu um modelo mais geral para a determinação de  $\alpha$ . Nesse sentido a equação da temperatura pode ser dada por:

$$T^*(x^*, r^*, t^*) = \sum_n \sum_p A_{np} \cdot F_p(r^*) \cdot G_n(r^*) \cdot \exp(-v_{np} t^*) \quad (\text{A3.14})$$

sendo,

$$A_{np} = \frac{4U_n^2 (U_n^2 + Bi_L^2)}{\left( U_n^2 + Bi_0^2 \right) \left( U_n^2 + Bi_L^2 \right) + (Bi_0 + Bi_L) \left( U_n^2 + Bi_0 Bi_L \right)} \times \frac{Bi_R R^*}{\left( Bi_R^2 R^{*2} + w_p^2 \right) \cdot J_0(w_p)} \quad (\text{A3.15})$$

$$F_p(r) = J_0 \left( w_p \frac{r}{R^*} \right) \quad (\text{A3.16})$$

$$G_n(L) = \cos(U_n) + \frac{Bi_0}{U_n} \text{sen}(U_n r^*) \quad (\text{A3.17})$$

$$v_{np} = U_n^2 + \frac{w_p^2}{R^*{}^2} \quad (\text{A3.18})$$

onde os parâmetros adimensionais são  $x^* = x / L$ ,  $r^* = r / L$ ,  $R^* = R / L$  e  $w_p$  e  $U_n$  são soluções das equações transcendentais

$$w \cdot J_1(w) = Bi_R \cdot R^* J_0(w) \quad (\text{A3.19})$$

$$\tan(U) = \frac{U(Bi_0 + Bi_L)}{U^2 - Bi_0 Bi_L} \quad (\text{A3.20})$$

Depois de uma análise paramétrica no modelo teórico de temperatura (Eq. A3.14), Degiovanni (1977) chegou à seguinte expressão para a determinação da difusividade térmica

$$\alpha = \frac{L^2 t_{5/6}^*}{t_{5/6}} \quad (\text{A3.21})$$

onde  $t_{5/6}$  é o tempo para  $\theta^*(x^*, r^*, t^*) = 5/6 \cdot \theta_{\max}^*(x^*, r^*, t^*)$  e  $t_{5/6}^*$  é calculado a partir de qualquer uma das seguintes expressões,

$$\text{Se } t_{2/3}/t_{5/6} < 0,85 \quad t_{5/6}^* = 1,131 - 1,222 \left( \frac{t_{2/3}}{t_{5/6}} \right) \quad (\text{A3.22})$$

$$\text{Se } t_{1/2}/t_{5/6} < 0,74 \quad t_{5/6}^* = 0,954 - 1,581 \left( \frac{t_{1/2}}{t_{5/6}} \right) + 0,558 \left( \frac{t_{1/2}}{t_{5/6}} \right)^2 \quad (\text{A3.23})$$

$$\text{Se } t_{1/3}/t_{5/6} < 0,64 \quad t_{5/6}^* = 0,954 - 1,581 \left( \frac{t_{1/2}}{t_{5/6}} \right) + 0,558 \left( \frac{t_{1/2}}{t_{5/6}} \right)^2 \quad (\text{A3.24})$$

Todavia, para uma maior precisão e confiabilidade calcula-se  $t_{5/6}^*$  a partir da média das Eqs. (A3.22-A3.24), caso essas equações estejam dentro das condições de tempo apresentadas acima.

#### A3.2.2.4 – Método dos Mínimos Quadrados

Esse método é normalmente usado para identificar os parâmetros quando o modelo teórico é conhecido. Consiste em encontrar os valores dos parâmetros que minimizam a soma dos quadrados dos modelos teórico e experimental. No caso de uma experiência flash a estimação dos parâmetros é em geral não linear, o modelo teórico é uma função não linear da difusividade térmica (Eqs. 2.5 e A3.14). Para o caso ideal, ou seja, de uma amostra sem perdas dois métodos foram propostos. A diferença entre eles encontra-se no modelo teórico de temperatura. Um modelo usa a equação de temperatura para tempos longos Eq. (2.1) (Pawlowski & Fauchais, 1986), enquanto o outro usa um modelo equivalente da equação de temperatura para tempos curtos (Gembarovic *et al.*, 1990), dada por:

$$\theta^*(x^*, t^*) = \frac{1}{\sqrt{\pi t^*}} \left( \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{(2(n-1) + x^*)^2}{4t^*}\right) + \exp\left(-\frac{(2n - x^*)^2}{4t^*}\right) \right) \quad (\text{A3.25})$$

Esses dois métodos identificam  $\theta_{m\acute{a}x}$  e  $\alpha$  sobre toda a parte ascendente do termograma. Na presença de perdas térmicas pequenas, esses métodos fornecem resultados melhores que os encontrados pelo modelo proposto por Parker *et al.* (1961).

Na presença de grandes perdas um outro parâmetro suplementar deve ser considerado, o número de Biot,  $Bi$ . Todavia, a derivada do modelo de temperatura da Eq. (A3.14) em relação a  $Bi$  só pode ser obtida numericamente (Eqs. A3.14-A3.20) e a identificação dos parâmetros necessita de tempos de cálculo relativamente grandes. Raynaud *et al.* (1989) resolveram esse problema, trocando  $Bi$  na Eq. (A3.14) pela seguinte definição:

$$Bi = \frac{hL}{\rho c_p} \quad (\text{A3.26})$$

Raynaud *et al.* (1989) determinaram o termo  $h / \rho c_p$  na parte decrescente do termograma, supondo que a amostra se resfria uniformemente. A identificação de parâmetros  $\theta_{m\acute{a}x}$  e  $\alpha$  se faz por uma exploração sequencial de medidas. Cezairliyan *et al.* (1994) desenvolveram um trabalho similar a esse, porém considerando perdas de calor radiativas. O inconveniente principal desses métodos é que eles podem ser afetados pela distribuição de perdas sobre as faces da amostra, uma vez que os números de Biot correspondentes às fases ascendente e descendente ao termograma não são iguais (Thermitus, 1997).

### A3.2.2.5 – Método dos Momentos Temporais Parciais

Para o modelo térmico da Eq. (A3.14), Degiovanni & Laurent (1986) usaram os momentos temporais parciais para a determinação de  $\alpha$  a partir da seguinte definição

$$m_i^* = \int_{t_\gamma^*}^{t_\beta^*} t^{*i} \frac{\theta^*(t^*)}{\theta_{\max}^*} dt^* \quad (\text{A3.27})$$

$$m_i = \int_{t_\gamma}^{t_\beta} t^i \frac{\theta(t)}{\theta_{\max}} dt \quad (\text{A3.28})$$

onde  $m_i^*$  e  $m_i$  são respectivamente os momentos adimensional e real de ordem  $i$ . Os autores mostram que existe uma relação geral ligada a esses momentos. Essa relação é dada por:

$$m_i = m_i^* \left( L^2 / \alpha \right)^{i+1} \quad (\text{A3.29})$$

Conforme sua definição os momentos adimensionais dependem somente das perdas de calor. Degiovanni & Laurent (1986) escolheram as ordens de  $i$  de  $-1$  e  $0$ , que favorecem os tempos curtos, onde a influência da difusividade térmica na temperatura é bem maior quando comparada com a influência das perdas de calor. Para  $i = -1$  na Eq. (A3.29) obtém-se:  $m_{-1} = m_{-1}^*$ . Nesse caso o momento real  $m_{-1}$  depende unicamente das perdas de calor.

A escolha dos limites de integração de  $t_\gamma$  e  $t_\beta$  é feita em torno da máxima sensibilidade da difusividade. Um estudo numérico mostra que esses valores são respectivamente  $\gamma = 0,1$  e  $\beta = 0,8$ . Nesse caso os momentos adimensionais são funções exclusivas das perdas de calor, assim pode ser encontrada uma relação entre  $m_0^*$  e  $m_{-1}^*$ . Essa relação é chamada de função de identificação  $\Phi$ , dada por:

$$m_0^* = F(m_{-1}^*) \quad (\text{A3.30})$$

A expressão  $\Phi$  proposta pelos autores é independente das dimensões da amostra. Nesse sentido a difusividade pode ser calculada a partir das Eqs. (A3.29) e (A3.30) como sendo:

$$\alpha = F(m_{-1}) \frac{L^2}{m_0} \quad (\text{A3.31})$$

### A3.2.2.6 – Método da Transformação Logarítmica

Nos primeiros instantes depois do Flash, o termograma da superfície em  $x = L$ , pode ser aproximado a somente do primeiro termo da série na Eq. (A3.25) para  $x^* = 1$ . Nesse sentido a solução na forma de parâmetros reais é escrita como

$$\theta(t) = \theta_{\text{lim}} \frac{2L}{\sqrt{\pi\alpha t}} \exp\left(-\frac{L^2}{4\alpha t}\right) \quad (\text{A3.32})$$

O princípio fundamental do método da transformação logarítmica (Takahashi *et al.*, 1988) consiste em transformar a Eq. (A3.32) de forma a torná-la linear em  $1/t$ . Para isso calcula-se o logaritmo do produto  $\theta(t)\sqrt{t}$ . Essa transformação chamada de logarítmica é definida pela relação,

$$\Theta(1/t) = \ln(\theta(t)\sqrt{t}) \quad (\text{A3.33})$$

Portanto, o termograma transformado torna-se uma função linear da variável  $t_i = 1/t$ , onde a inclinação depende exclusivamente de  $\alpha$ , assim, substituindo a Eq. (A3.33) na Eq. (A3.32) obtém-se

$$\Theta(t_i) = -\frac{L^2}{4\alpha} t_i + \ln\left(\theta_{\text{lim}} \frac{2L}{\sqrt{\pi} \alpha}\right) \quad (\text{A3.34})$$

Logo, pelo método da transformação logarítmica identifica-se a inclinação da reta e calcula-se  $\alpha$  pela seguinte expressão:

$$\alpha = -\frac{L^2}{4 \frac{d\Theta}{dt_i}} \quad (\text{A3.35})$$

Takahashi et al. (1988) demonstra que esse método que usa somente as medidas em tempos curtos apresenta melhores resultados do que o método de Parker et al. (1961), mesmo na presença de perdas não desprezíveis. Salieta-se que não é necessário o conhecimento do  $\theta_{\max}$  e esse método é também pouco sensível à não homogeneidade do flash. Entretanto, a influência dos erros de medida é considerável, caso a difusividade seja inversamente proporcional à estimação da inclinação (Eq. A3.35). Essa aproximação é obtida a partir de uma simplificação da Eq. (A3.25) e é válida para o caso ideal em tempos curtos. Para o modelo geral com perdas (Eq. A3.14), aplica-se a mesma transformação logarítmica e constata-se que quando as perdas são significativas, a transformação logarítmica não é mais assimilada a uma reta (Thermitus & Laurent, 1996).

## ANEXO IV

### Determinação de $\alpha$ e $\lambda$ de Materiais Condutores

#### A4.1 Introdução

Este anexo apresenta o primeiro passo na investigação de materiais metálicos. O objetivo desse estudo é a análise do desempenho da primeira técnica proposta neste trabalho ao ser aplicada a materiais condutores. No final do anexo, apresenta-se também a obtenção de  $\alpha$  pelo método flash para a amostra investigada.

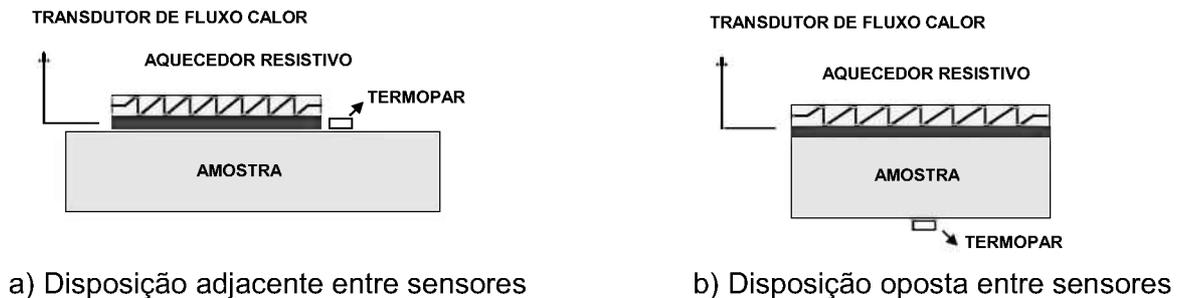
#### A4.2 Consideração Experimentais

A manipulação experimental de materiais condutores exige uma grande atenção em relação a problemas inerentes à medição. Por exemplo, a relação entre a área e a espessura da amostra deve ser tal que assegure a hipótese de unidimensionalidade do modelo. Outra característica importante é a resistência de contato entre sensores e amostra. Enquanto esse efeito é desprezível em meios não condutores, pode representar um grande problema ao se tratar de contato metal-metal (Guimarães, 1993). Nesse trabalho as amostras de aço AISI 304 modificado são de dimensões superficiais da mesma proporção do transdutor de fluxo de calor e aquecedor resistivo (50 x 50 mm). Outra dificuldade é a possível existência de contato térmico entre o transdutor de fluxo de calor e o termopar, representando um grande problema na obtenção das propriedades térmicas. A Figura (A4.1) apresenta essa dificuldade esquematicamente.



**Figura A4.1** – Resistência de contato térmico presente entre amostra e transdutor de fluxo de calor

Uma solução para esse problema pode ser o uso de amostras maiores ou a localização do sensor de temperatura na superfície oposta ao aquecimento, como apresentado na Figura (A4.2).



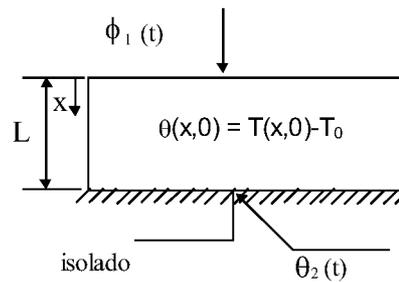
**Figura A4.2** – Bancada experimental

Uma outra alternativa pode ser a diminuição da amostra, porém descartada por acarretar características bidimensionais ao modelo. Aliás, a alternativa apresentada pela Figura (A4.2a) também acarreta em bidimensionalidade do modelo teórico sendo, portanto, também descartada.

Opta-se assim pela alternativa apresentada pela Figura (A4.2b), ou seja, imposição de fluxo de calor na superfície frontal e medição de temperatura na superfície oposta. Cabe observar, nesse caso, que as técnicas de otimização propostas no Capítulo III devem ser adaptadas quanto à definição da função objetivo. Nesse caso, a função objetivo deve usar a temperatura oposta e não mais a superfície frontal em suas definições.

### A4.3 – Modelo Teórico

Apresenta-se na Figura (A4.3) o modelo teórico equivalente que representa as condições obtidas pelo aparato experimental. Ou seja, uma amostra homogênea de espessura  $L$  sujeita a um fluxo de calor transiente e unidimensional,  $\phi_1(t)$ , num instante  $t = 0$  na superfície frontal e isolada na superfície oposta.



**Figura A4.3** - Amostra sujeita a uma evolução de um fluxo de calor

De maneira análoga à Seção (3.2), a solução do problema térmico é dada pelas Eqs. (3.1)-(3.5) e pode ser obtida através do uso das funções de Green (Lima e Silva, 1995). Nesse caso,  $\theta(L,t)$  pode ser escrito como sendo,

$$\theta_2(t) = \theta(L,t) = \frac{\alpha}{\lambda L} \int_0^t \phi_1(\tau) d\tau + \frac{2\alpha}{\lambda L} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \int_0^t e^{-\beta_m^2 \alpha (t-\tau)} \phi_1(\tau) d\tau \quad (\text{A4.1})$$

onde  $\beta_m$  são os autovalores definidos por  $\beta_m = \frac{m\pi}{L}$ , com  $m = 1, 2, 3, \dots, \infty$ . Usando-se a mesma metodologia empregada na Seção (3.2.1), resolve-se a Eq. (A4.1) aplicando-se o teorema de convolução e a transformada discreta de Fourier.

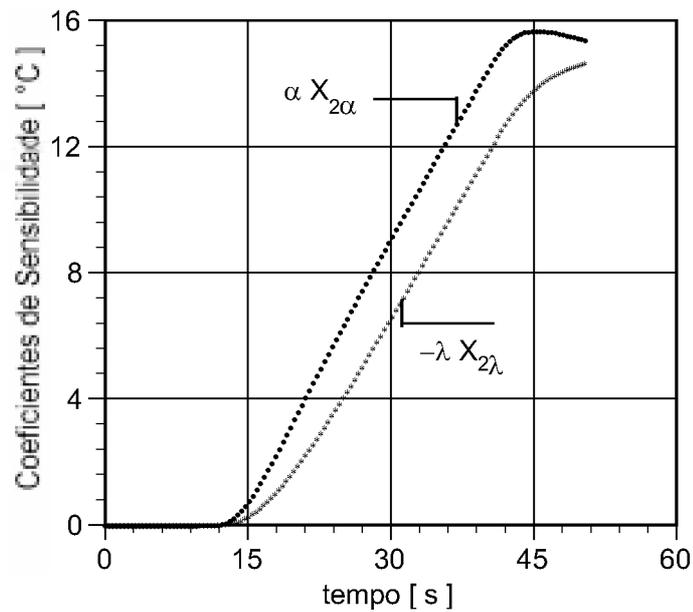
Analogamente ao Capítulo III torna-se necessária uma análise da sensibilidade dos coeficientes de sensibilidade em relação às propriedades  $\alpha$  e  $\lambda$ . Os coeficientes de sensibilidade são assim definidos por:

$$X_{2\lambda} = \frac{\partial \theta_2}{\partial \lambda} \quad (\text{A4.2})$$

e

$$X_{2\alpha} = \frac{\partial \theta_2}{\partial \alpha} \quad (\text{A4.3})$$

Conforme já mencionado, o bom comportamento dos coeficientes de sensibilidade são condições essenciais para o sucesso da determinação de  $\alpha$  e  $\lambda$ . Apresenta-se uma evolução desses coeficientes em função do tempo na Figura (A4.4), sendo que para uma melhor visualização, o coeficiente de sensibilidade  $X_{2\lambda}$  foi multiplicado por (-1). Verifica-se que os coeficientes não são correlacionados (Linearmente independentes), sendo possível a aplicação de técnicas sequenciais de otimização de forma direta nesse problema.



**Figura A4.4** – Coeficientes de sensibilidade,  $X_{2\alpha}$  e  $X_{2\lambda}$ , em função do tempo

De forma análoga à Seção (3.3), para a determinação de  $\alpha$  e  $\lambda$  define-se uma função objetivo de mínimos quadrados. Nesse caso a função é definida por:

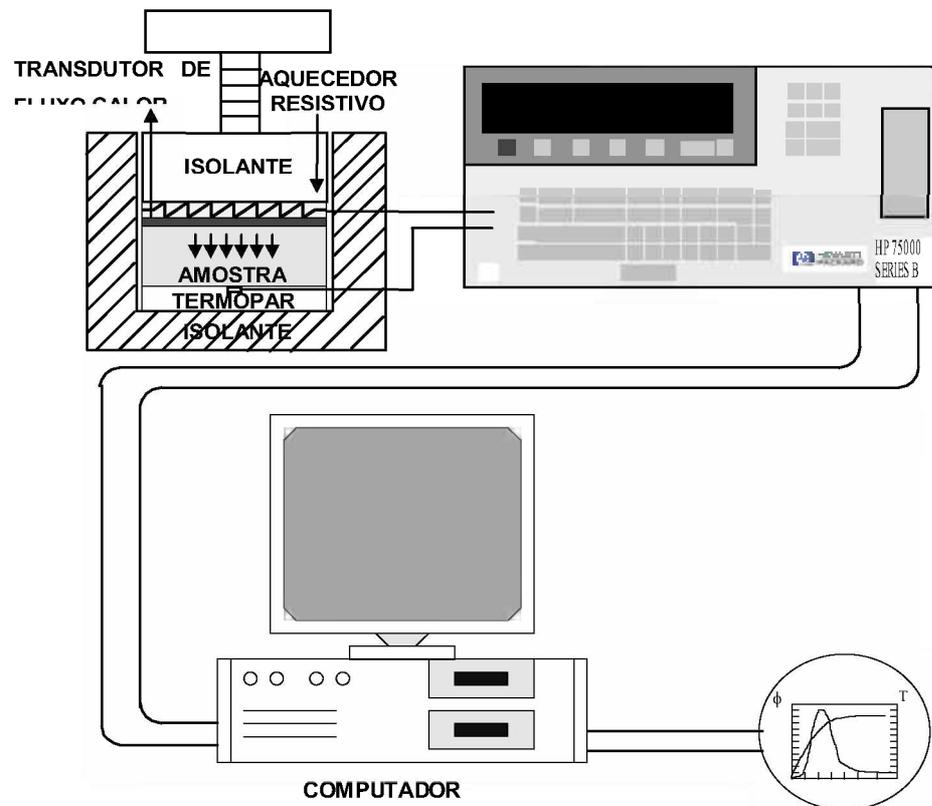
$$S_{mqL} = \sum_{j=1}^{N_t} [Y_2(j) - \theta_2(j)]^2 \quad (A4.4)$$

onde  $Y_2(j)$  representa a temperatura experimental e  $\theta_2(j)$  a temperatura calculada pelo modelo teórico,  $j$  o tempo discreto e  $N_t$  o número total de pontos medidos. Todos os procedimentos descritos no Capítulo III para as técnicas de otimização são usados na definição dada pela Equação (A4.4).

#### A4.4 – Bancada Experimental – Materiais Metálicos

Como mencionado, uma adaptação do modelo experimental de materiais de baixa condutividade deve ser desenvolvida, devido ao problema de resistência de contato entre o termopar e o transdutor de fluxo de calor. Nesse caso, o aparato experimental é projetado para a obtenção das condições de contorno necessárias para o desenvolvimento do modelo térmico. A Figura (A4.5) mostra uma representação esquemática do aparato experimental usado para a obtenção das propriedades térmicas  $\alpha$  e  $\lambda$  do aço inoxidável AISI 304 modificado. O método envolve a aplicação de um fluxo de calor uniforme e unidimensional a um tempo inicial,  $t = 0$ ,

na superfície superior da amostra,  $x = 0$ , inicialmente a uma temperatura constante,  $T_0$ . O fluxo de calor aplicado na superfície frontal da amostra é gerado por um aquecedor resistivo e medido por um transdutor de fluxo de calor acoplado. A temperatura é medida na superfície,  $x = L$ , por um termopar do tipo K. Para garantir o isolamento perfeito da superfície em  $x = L$  é colocado um material de baixa condutividade nesse caso, o poliestireno expandido. Os sinais medidos de temperatura e fluxo de calor foram adquiridos usando-se o sistema de aquisição de dados HP 75000 Series B E1326B.

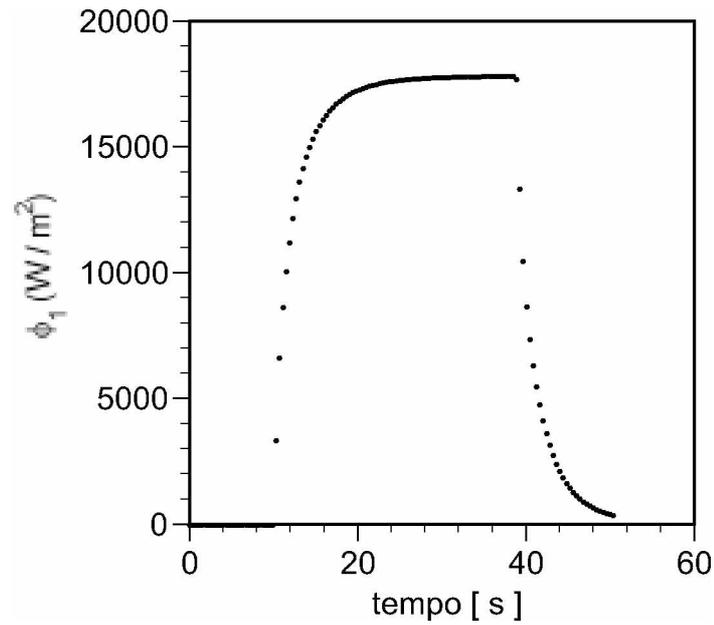


**Figura A4.5** – Representação esquemática do aparato experimental usado para a obtenção de  $\alpha$  e  $\lambda$  de materiais metálicos

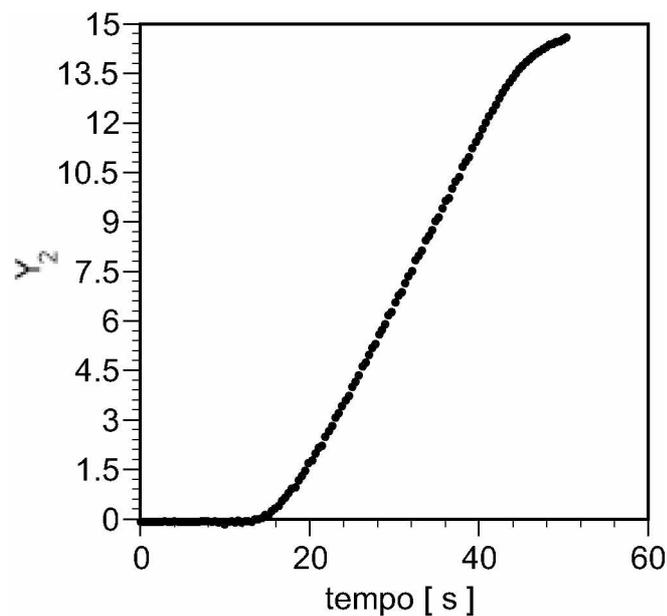
#### A4.5 – Caracterização Experimental – Aço AISI 304 Modificado

Apresenta-se uma análise dos resultados obtidos para a estimação de  $\alpha$  e  $\lambda$  em uma amostra de aço AISI 304 modificado de dimensões 50 x 50 x 10 mm. Para a obtenção dessas propriedades, a Equação (A4.4) é minimizada utilizando-se as técnicas seqüenciais de otimização sem restrições, propostas na Seção (3.4). Para a determinação de  $\alpha$  e  $\lambda$  são

realizados 10 experimentos, onde para cada experimento adquire-se 128 pontos com um intervalo de amostragem  $\Delta t = 0,396$  s. Apresenta-se nas Figuras (A4.6-A4.7), respectivamente, os sinais típicos de fluxo de calor aplicado na superfície frontal da amostra e de temperatura medido na superfície oposta. O tempo de duração do aquecimento,  $t_h$ , é de aproximadamente 30 s com um pulso de calor gerado,  $\phi_{max}$ , da ordem de  $18000 \text{ W/m}^2$ . Apresenta-se na Tabela (A4.1) os principais parâmetros desse experimento.



**Figura A4.6** – Sinal de fluxo de calor experimental para o aço AISI 304 modificado,  $\phi_1$



**Figura A4.7** – Evolução típica de um sinal de temperatura experimental,  $Y_2$

**Tabela A4.1** – Caracterização de um experimento típico para a estimação de  $\alpha$  e  $\lambda$ 

$t_h$ (s)	$\Delta t$ (s)	$\phi_{max}$ (W/m <sup>2</sup> )	$\Delta T$ (K)	Nt
30,0	0,396	18000	15	128

**A4.5.1 – Determinação de  $\alpha$  e  $\lambda$** 

Apresenta-se nas Tabelas (A4.2) e (A4.3), respectivamente, os resultados obtidos para as variáveis de projeto  $\alpha$  e  $\lambda$  e a evolução da função objetivo de mínimos quadrados (Eq. A4.4) de um experimento típico para as três técnicas seqüenciais de otimização apresentadas no Capítulo III. Apresenta-se na Tabela (A4.4), o valor médio estimado da difusividade térmica e da condutividade térmica para os 10 experimentos realizados para o aço AISI 304 modificado. Nessa tabela, também é apresentado o valor médio da difusividade térmica obtido pelo método flash cujo procedimento é descrito na próxima seção. Nesse caso, o valor de  $\alpha$  apresentado na Tabela (A4.4) é calculado pelo método dos momentos temporais parciais proposto por Degiovanni & Laurent (1986). Essa técnica apresenta resultados bastante significativos se comparada com as outras técnicas de determinação da difusividade térmica utilizando-se a bancada experimental do método flash. Os valores obtidos de  $\alpha$  e  $\lambda$  escolhidos para a comparação com o método flash foram os obtidos pelas técnicas de Fletcher-Reeves. Essa técnica apresenta uma dispersão de aproximadamente 9 % se comparada com o valor de  $\alpha$  obtido pelo método flash. Fontes de erro podem ser identificadas na obtenção de  $\alpha$  e  $\lambda$  usando-se as técnicas de otimização. Pode-se citar os erros sistemáticos devido ao modelo teórico como erros devido às hipóteses de homogeneidade do material e unidimensionalidade da difusão de calor. Em relação ao experimento as maiores fontes de erro residem nos erros aleatórios de medição da temperatura (termopares) e aleatórios e ou sistemáticos do fluxo de calor (transdutor de fluxo de calor). Os erros sistemáticos devido ao modelo teórico foram simulados numericamente, e na faixa de tempo de medição ( $t < 45$  s) não representam influência significativa nos resultados, apresentando um desvio inferior a 1 % (Lima e Silva, 1999). Em relação aos erros de medição, a maior fonte de incerteza encontra-se na medição do fluxo de calor. Uma vez que a incerteza de medição do sistema de aquisição usado é baixa, o principal problema torna-se o valor do fluxo de calor em W/m<sup>2</sup> obtido a partir da calibração dos transdutores. Diferente das condições de calibração usadas na aplicação dos transdutores nas amostras de PVC e Perspex, os transdutores usados nessa seção têm uma calibração

precária. A calibração precária com uma incerteza de aproximadamente 10 % é o principal responsável pela grande dispersão.

**Tabela A4.2** – Resultados obtidos de  $\alpha$  e  $\lambda$  para um experimento típico

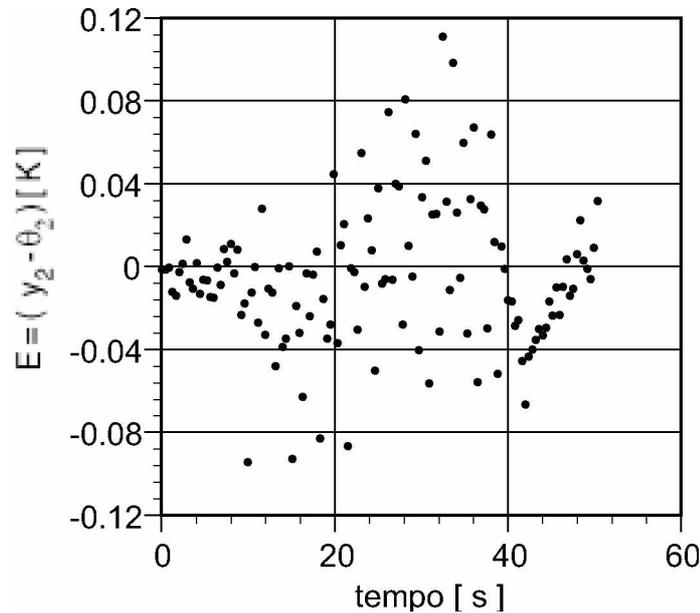
Variáveis de Projeto	Inicial	Métodos de Otimização		
		DFP	BFGS	Fletcher-Reeves
$\alpha \times 10^6$ (m <sup>2</sup> /s)	1,0	3,441	3,493	3,486
$\lambda$ (W/mK)	1,0	11,254	11,460	11,434

**Tabela A4.3** – Função objetivo x número de iterações

Número de iterações	Métodos de Otimização		
	DFP	BFGS	Fletcher-Reeves
Inicial	3483,19	3483,19	3483,19
1	296,81	296,85	296,85
2	287,84	295,31	295,31
3	279,16	118,76	132,90
4	264,00	64,84	72,95
Final	0,0508	0,0366	0,369
Iterações	15	11	10
Funções	390	81	72

**Tabela A4.4** – Valores das variáveis de projeto  $\alpha$  e  $\lambda$

Variáveis de Projeto	Métodos de Otimização			Método flash
	DFP	BFGS	Fletcher-Reeves	
$\alpha \times 10^6$ (m <sup>2</sup> /s)	3,427 ± 0,0338	3,493 ± 0,0305	3,462 ± 0,0193	3,792 ± 0,0482
$\lambda$ (m <sup>2</sup> /s)	11,298 ± 0,109	11,397 ± 0,077	11,438 ± 0,0292	-



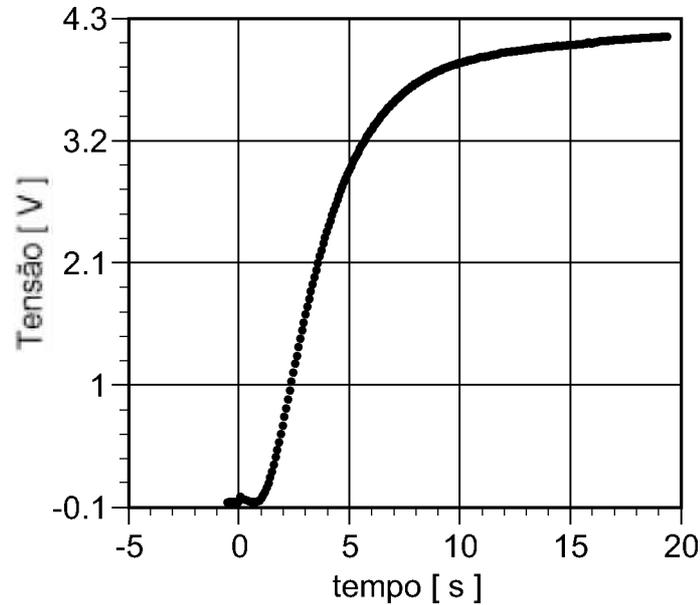
**Figura A4.8** – Diferença entre os valores experimentais e estimados de temperatura para os valores estimados de,  $\lambda = 11,438 \text{ W/mK}$  e  $\alpha = 3,462 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$

Verifica-se na figura (A4.8) uma boa concordância entre os resultados encontrados e os resíduos estão situados nas incertezas de medidas dos termopares. Ressalta-se que o procedimento experimental, para a obtenção simultânea da difusividade térmica e da condutividade térmica baseado na medição dos sinais de fluxo de calor na superfície frontal e temperatura na superfície oposta, se mostra adequado para materiais metálicos. Entretanto, torna-se necessária a obtenção de valores mais exatos de  $\alpha$  e  $\lambda$ . Nesse sentido, algumas mudanças podem ser feitas, uma delas seria a utilização de maior número de pontos com um intervalo de tempo e de amostragem menores. Uma outra alternativa seria para esses conjuntos de experimentos usar a técnica de correlação no domínio da frequência.

#### **A4.6– Análise dos Resultados para o Aço AISI 304 Modificado**

De forma análoga ao Capítulo VII, apresenta-se uma análise dos resultados de cinco métodos de determinação da difusividade térmica para uma amostra de aço AISI 304 modificado de 19,8 mm de diâmetro e 9,7 mm de espessura. Nesse caso são realizados apenas 30 experimentos para a obtenção de  $\alpha$ , com a temperatura ambiente em torno de 22 °C. Cada experimento apresenta intervalo de amostragem  $\Delta t = 0,005 \text{ s}$  e um número total de 4000 pontos. Na Figura (A4.9) é mostrada uma evolução típica do termograma medido em  $x =$

$L$ , também em Volts. O valor médio da difusividade térmica para amostra de PVC é mostrado na Tabela (A4.5).



**Figura A4.9** – Termograma experimental em  $x = L$  para amostra de aço AISI304 modificado

**Tabela A4.5** - Resultados de  $\alpha$  médio para a amostra de aço AISI304 modificado  $L = 9,7$  mm

$\alpha \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$				
Parker	Clark Taylor	Tempos Parciais	Transformação Logarítmica	Momentos Parciais
$38,360 \pm 0,510$	$38,22 \pm 0,384$	$38,333 \pm 0,388$	$37,711 \pm 0,569$	$37,924 \pm 0,482$

Pode-se verificar na Tabela (A4.5) que os valores médios de  $\alpha$  de todos os cinco métodos apresentam uma dispersão pouco significativa. Observa-se que de forma diferente do PVC, mesmo para os métodos de Parker e da Transformação logarítmica que usam o modelo ideal, os valores de  $\alpha$  são bem semelhantes aos outros três métodos (Capítulo VII). Isso pode ser facilmente explicado comparando-se o número de Biot de ambos os materiais (verifica-se que o  $Bi_{PVC} \gg Bi_{aço}$ ). Portanto, as perdas de calor com exterior são bem maiores para o PVC do que para o aço. Todavia, comparando-se a Figura (7.7) com a Figura (A4.9), observa-se que o termograma do PVC apresenta uma forma melhor de se trabalhar do que o termograma do aço AISI304 modificado.