

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

JEYLTO ALVES DE SOUZA CRUVINEL

**Os Elementos Finitos na solução de problemas eletrostáticos e
eletromagnéticos em Engenharia Elétrica**

Uberlândia-MG
2022

JEYLTO ALVES DE SOUZA CRUVINEL

**Os Elementos Finitos na solução de problemas eletrostáticos e
eletromagnéticos em Engenharia Elétrica**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Faculdade de Engenharia Elétrica da
Universidade Federal de Uberlândia como
requisito parcial para obtenção do título de
bacharel em Engenharia Elétrica

Área de concentração: Sistemas de Energia
Elétrica

Orientador: José Roberto Camacho, PhD - UFU

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU com
dados informados pelo (a) próprio (a) autor (a).

C957	Cruvinel, Jeylto Alves de Souza, 1995-
2022	Os Elementos Finitos na solução de problemas eletrostáticos e eletromagnéticos em Engenharia Elétrica [recurso eletrônico] / Jeylto Alves de Souza Cruvinel. 2022. Orientador: José Roberto Camacho. Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) Universidade Federal de Uberlândia, Graduação em Engenharia Elétrica. Modo de acesso: Internet. Inclui bibliografia. 1. Engenharia elétrica. I. Camacho, José Roberto, 1954, (Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia. Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.
	CDU: 621.3

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:

Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091

Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
 Coordenação do Curso de Graduação em Engenharia Elétrica
 Av. João Naves de Ávila, 2121 - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-MG, CEP 38400-902
 Telefone: +55 (34) 3239-4708 - cocel@ufu.br



ATA DE DEFESA - GRADUAÇÃO

Curso de Graduação em:	1449BI - Graduação em Engenharia Elétrica: Bacharelado - Integral				
Defesa de:	FEELT31901 - Trabalho de Conclusão de Curso em Sistemas de Energia				
Data:	28/07/2022	Hora de início:	15h	Hora de encerramento:	16h
Matrícula do Discente:	11811EEL029				
Nome do Discente:	Jeylto Alves de Souza Cruvinel				
Título do Trabalho:	Os Elementos Finitos na solução de problemas eletrostáticos e eletromagnéticos em Engenharia Elétrica				
A carga horária curricular foi cumprida integralmente?	<input checked="" type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não				

Reuniu-se remotamente, em sala virtual de plataforma digital de comunicação, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Curso de Graduação em Engenharia Elétrica, assim composta: Professores: **Prof. Dr. Carlos Eduardo Tavares (FEELT/UFU); Prof. Dr. Luciano Coutinho Gomes (FEELT/UFU); Prof. PhD José Roberto Camacho (FEELT/UFU)**, orientador(a) do(a) candidato.

Iniciando os trabalhos, o(a) presidente da mesa, **Prof. José Roberto Camacho**, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato(a), agradeceu a presença do público, e concedeu ao discente a palavra, para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do curso.

A seguir o(a) senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a), Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Branca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado(a) sem nota

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata após lida e achada conforme foi assinada pela Branca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Carlos Eduardo Tavares, Professor(a) do Magistério Superior**, em 28/07/2022, às 17:47, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Luciano Coutinho Gomes, Professor(a) do Magistério Superior**, em 28/07/2022, às 17:47, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **José Roberto Camacho, Professor(a) do Magistério Superior**, em 28/07/2022, às 17:48, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **3769809** e o código CRC **1B679215**.

Referência: Processo nº 23117.051378/2022-83

SEI nº 3769809

Dedico este trabalho ao meus pais Jeronimo Alancardec Cruvinel e Maria Aparecida de Souza Cruvinel, as minhas irmãs e a todos os meus professores e amigos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me dado muita força e sabedoria nos momentos difíceis durante essa etapa de minha vida. Agradeço aos meus pais Jeronimo e Maria que sempre prezaram pelos estudos de seus três filhos, minhas irmãs que sempre me apoiam e me ajudam na busca de todos os meus sonhos e objetivos.

Agradeço ao professor e amigo José Roberto Camacho pelo incentivo, motivação e orientação nesta caminhada acadêmica.

Aos colegas e demais professores pelo apoio e bons momentos que pude desfrutar durante essa jornada da graduação. Agradeço também, ao coordenador, ao diretor e todos os demais membros da Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo realizar o projeto de um indutor trifásico EI, realizando a sua análise eletromagnética e eletrostática via Método de Elementos Finitos. Deste modo será realizado o projeto de um indutor trifásico EI, com todos os cálculos fundamentais de projeto, tais como: dimensões do núcleo, enrolamento, tipo de ligação, potência, indutância e perdas.

Nesta perspectiva este trabalho visa realizar o cálculo analítico do circuito equivalente magnético do indutor e comparar com os resultados obtidos computacionalmente pelo indutor trifásico EI utilizando o *software* FEMM, demonstrando resultados como a sua indutância, potência, queda de tensão, perdas no núcleo e nos enrolamentos.

Palavras-chave: Elementos Finitos, Indutor trifásico EI, FEMM, Circuito magnético equivalente.

ABSTRACT

This work aims to carry out the design of a three-phase inductor EI, performing its electromagnetic and electrostatic analysis via Finite Element Method. In this way, the design of a three-phase EI inductor will be carried out, with all the fundamental design calculations, such as: core dimensions, winding, connection type, power, inductance and losses.

In this perspective, this work performs the analytical calculation of the equivalent magnetic circuit of the three-phase inductor and compare with the results obtained computationally by the EI three-phase inductor using FEMM *software*, showing results such as its inductance, power, voltage drop and losses in the core and windings.

Keywords: Finite Elements, EI three-phase inductor EI, FEMM, equivalent magnetic circuit.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 -Exemplo de indutor trifásico EI.....	39
Figura 2.2 - Conexão em estrela do indutor trifásico	41
Figura 2.3 - Conexão em delta do indutor trifásico	41
Figura 2.4 - Exemplo de núcleo trifásico envolvido	43
Figura 2.5 - Exemplo de núcleo trifásico envolvente.....	43
Figura 2.6 - Formas mais utilizadas de lâminas	44
Figura 2.7 - Comprimento médio do caminho magnético.....	46
Figura 2.8 - Medidas do comprimento médio do caminho magnético.....	46
Figura 2.9 -Fluxo de espraiamento no entreferro	49
Figura 2.10 - Visualização da altura lateral do enrolamento.....	53
Figura 2.11 - Medidas relacionadas a curva de comprimento médio do enrolamento.....	54
Figura 2.12 - Área da janela ocupada pelo cobre	55
Figura 2.13 - Correntes parasitas em um núcleo laminado e com isolamento entre as lâminas	57
Figura 2.14 - Aumento da temperatura versus dissipação da superfície	61
Figura 2.15 - Esboço do indutor trifásico EI mostrando a área da superfície	61
Figura 3.1 - Representação visual das dimensões da lâmina EI 6HS-250 TF.....	66
Figura 3.2 - Característica de magnetização para o aço M530-50A fornecido por ArcelorMittal	68
Figura 3.3 - Característica de perdas magnéticas para o aço M530-50A fornecido por ArcelorMittal.....	69
Figura 3.4 - Parâmetros relacionados a indução magnética escolhida para projeto.....	72
Figura 3.5 - Interpolação das perdas magnéticas do núcleo pela indução magnética máxima de projeto.....	77
Figura 4.1 - Exemplo de problema eletromagnético detalhado.....	84
Figura 4.2 - Analogia entre circuitos elétrico e magnético. (a) Circuito elétrico, (b) circuito magnético	85
Figura 4.3 - Medidas para cálculo das relutâncias do indutor trifásico EI.....	86
Figura 4.4 - Circuito Equivalente do indutor trifásico.....	87
Figura 4.5 - Circuito Equivalente do indutor trifásico simplificado.....	89
Figura 4.6 - Força Magnetomotriz em cada enrolamento do indutor trifásico.....	90
Figura 4.7 - Circuito equivalente magnético com as malhas aplicadas.....	91

Figura 4.8 - Fluxos Magnéticos do Indutor	92
Figura 5.1 - Correntes de fase do projeto de indutor trifásico	100
Figura 5.2- Forças magnetomotrizes do projeto de indutor trifásico	100
Figura 5.3 - Fluxograma de Iteração para encontrar as relutâncias.....	102
Figura 5.4 - Indutância Magnética encontrada na perna central do indutor	104
Figura 5.5 - Procedimento de iteração da permeabilidade da perna central do indutor trifásico	104
Figura 5.6 - Indutância Magnética na perna lateral do indutor	105
Figura 5.7 - Procedimento de iteração da permeabilidade das pernas laterais do indutor trifásico	106
Figura 6.1 - Representação de um exemplo de contorno de domínio de estudo de um problema tridimensional	117
Figura 6.2 - Exemplo de elementos empregados em a) Uma, b) duas e c) três dimensões....	118
Figura 6.3 - Condição de contorno de Dirichlet para eletromagnetismo.....	119
Figura 6.4 - Condição de contorno de Dirichlet para eletrostática.....	120
Figura 6.5 - Condição de contorno de Neumann para o eletromagnetismo	121
Figura 6.6 - Condição de contorno de Neumann para Eletrostática.....	121
Figura 6.7 - Geometria para análise eletromagnética do indutor trifásico do tipo EI	125
Figura 6.8 - Malha construída para análise eletromagnética do indutor trifásico do tipo EI	126
Figura 6.9 - Geometria para análise eletrostática do indutor trifásico do tipo EI.....	127
Figura 6.10 - Malha gerada para análise eletrostática do indutor trifásico do tipo EI.....	129
Figura 6.11 - Geometria para análise térmica do indutor trifásico do tipo EI.....	129
Figura 6.12 - Curva de condutividade térmica do ar de acordo com a temperatura.....	131
Figura 6.13 - Condição de fronteira definida para o Ar na simulação	131
Figura 6.14 - Curva de condutividade térmica do cobre puro de acordo com a temperatura.	132
Figura 6.15 -Malha gerada para análise térmica do indutor trifásico do tipo EI.....	133
Figura 7.1 – Gráfico da densidade de fluxo magnético do indutor trifásico extraído da simulação no software FEMM.....	135
Figura 7.2 – Gráfico da densidade de fluxo magnético do indutor trifásico extraído da simulação no software FEMM.....	136
Figura 7.3 - Simulação das perdas no núcleo no software FEMM	136
Figura 7.4 -Simulação das perdas nos enrolamentos no software FEMM	137
Figura 7.5 - Resultados dos parâmetros do circuito da bobina A simulados no software FEMM	137

Figura 7.6 - Resultados dos parâmetros do circuito da bobina B simulados no software FEMM	138
Figura 7.7 - Resultados dos parâmetros do circuito da bobina C extraídos no software FEMM	138
Figura 7.8 - Simulação da densidade de potencial elétrico do indutor trifásico no software FEMM	139
Figura 7.9 - Gráfico do potencial elétrico do indutor trifásico extraído do software FEMM	140
Figura 7.10 - Gráfico da intensidade do campo elétrico do indutor trifásico extraído do software FEMM	140
Figura 7.11 - Simulação da temperatura do indutor trifásico utilizando o software FEMM .	141
Figura 7.12 - Gráfico da temperatura do indutor trifásico utilizando o software FEMM	141

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1- Especificações de dimensões da Lâmina EI 6HS-250 TF.....	66
Tabela 3.2 - Valores da curva BH do material do núcleo do indutor.....	67
Tabela 3.3 - Perda Magnética do material do núcleo	68
Tabela 3.4 - Parâmetros do condutor 21 AWG.	74
Tabela 5.1 - Valores das correntes de fase do projeto de indutor trifásico.....	99
Tabela 5.2 - Dimensões de comprimento do indutor trifásico projetado.	106
Tabela 5.3 - Valores das relutâncias do circuito magnético completo.	107
Tabela 5.4 - Valores das relutâncias do circuito magnético simplificado.	107
Tabela 5.5 - Fluxo Magnético do projeto de indutor trifásico.....	107
Tabela 5.6 - Densidade de Fluxo Magnético do projeto de indutor trifásico.	108
Tabela 5.7 - Indutâncias próprias do projeto de indutor trifásico.....	108
Tabela 5.8 - Indutâncias mutuas do projeto de indutor trifásico.	109
Tabela 5.9 - Fluxo concatenado do projeto de indutor trifásico.....	109
Tabela 5.10 - Indutância por fase do projeto de indutor trifásico.....	109
Tabela 5.11 - Queda de tensão por fase do projeto de indutor trifásico	110
Tabela 5.12 - Reatância por fase do projeto de indutor trifásico.....	110
Tabela 7.1- Resultados da densidade de fluxo magnético das simulações com o projeto	137
Tabela 7.2- Comparação entre os resultados analíticos e simulados da bobina A	138
Tabela 7.3 - Comparação entre os resultados analíticos e simulados da bobina B	138
Tabela 7.4 - Comparação entre os resultados analíticos e simulados da bobina C	139

LISTA DE SÍMBOLOS

A_c	Área efetiva da seção transversal do núcleo [cm ²]
A	Comprimento da base da lâmina E [cm]
A_e	Área da lâmina de formato E do núcleo do indutor [cm ²]
A_g	Área efetiva da seção reta do entreferro [cm ²]
A_i	Área da lâmina de formato I do núcleo do indutor [cm ²]
a	Largura da perna lateral do núcleo E [cm]
A_p	Produto de área [cm ⁴]
A_s	Área de superfície efetiva para dissipação de calor [cm ²]
\vec{A}	Uma função vetorial
A_w	Área do condutor nu [cm ²]
B_{ac}	Densidade de fluxo magnético de operação [T]
$B_{ac(novo)}$	Densidade de fluxo de operação com o espraiamento [T]
B_c	Densidade de fluxo magnético no núcleo [T]
B	Comprimento da altura da lâmina E [cm]
B	Indução magnética [T]
B_A	Densidades de fluxo magnético na perna central do indutor [T]
B_C	Densidades de fluxo magnético na perna direita do indutor [T]
B_B	Densidades de fluxo magnético na perna esquerda do indutor [T]
B_g	Densidade de fluxo magnético no entreferro [T]
b	Largura da janela do núcleo E [cm]
\vec{B}	Vetor de densidade de fluxo magnético [T]
c	Metade da largura da perna central do núcleo E [cm]
F	Comprimento da altura da lâmina I [cm]
C	Comprimento da largura da perna central da lâmina E [cm]
E	Comprimento da largura de cada janela que compõe a lâmina E [cm]
σ	Condutividade elétrica do material [($\Omega \cdot m$) ⁻¹]
d	Altura do núcleo I [cm]
D	Comprimento da largura das pernas laterais da lâmina E [cm]
ψ	Densidade de potência [W/cm ²]
$D_{núcleo}$	Densidade do material do núcleo do indutor [g/cm ³]

ρ	Densidade volumétrica de cargas [C/m ³]
D_{cond}	Diâmetro do condutor com o seu isolamento [cm]
d_{cond}	Diâmetro do condutor de cobre nu [cm]
\vec{D}	Vetor de densidade de campo elétrico [C/m ²]
e	Altura da janela do núcleo [cm].
e_{lam}	Espessura da lamina [cm]
E_{tubo}	Espessura do tubo de enrolamento [cm]
E	Vetor de campo elétrico [V/m]
\mathcal{F}_a	Força magnetomotriz no enrolamento central [A·e]
f_{emp}	Fator de Empilhamento
F	Fator de fluxo de espraçamento
F_c	Densidade de fluxo de calor
\mathcal{F}_b	Força magnetomotriz no enrolamento esquerdo [A·e]
\mathcal{F}_c	Força magnetomotriz no enrolamento direito [A·e]
λ_a	Fluxo concatenado na fase A
λ_b	Fluxo concatenado na fase B
λ_c	Fluxo concatenado na fase C
ϕ	Fluxo magnético [Wb]
Φ_A	Fluxo magnético na perna central do indutor trifásico [Wb]
ϕ_C	Fluxo magnético na perna direita do indutor trifásico [Wb]
ϕ_B	Fluxo magnético na perna esquerda do indutor trifásico [Wb]
\mathcal{F}	Força magnetomotriz [A · e]
f	Frequência de operação [Hz]
U	Função escalar
G	Comprimento da distância da base até a janela da lâmina E [cm]
G	Gradiente de temperatura
H_c	Campo magnético [A/m]
H	Comprimento da distância da base até o centro do furo na lamina E [cm]
H_E	Altura da lâmina E [cm]
H_I	Altura da lâmina I [cm]
h_{janela}	Altura do enrolamento [cm]
\vec{H}	Vetor de campo magnético [A/m]

I_a	Corrente no enrolamento central [A]
I_b	Corrente no enrolamento esquerdo [A]
I_c	Corrente no enrolamento direito [A]
I	Comprimento da distância entre os furos laterais da lâmina E [cm]
i	Corrente elétrica [A]
I_{fase}	Corrente de fase [A]
I_{linha}	Corrente de Linha [A]
L	Indutância [H]
I_p	Corrente de pico [A]
J_c	Densidade de corrente [A/cm ²]
\vec{j}	Densidade superficial de corrente elétrica [A/m ²]
J	Diâmetro dos furos nas lâminas E e I [cm]
k	Condutividade térmica
K_f	Fator de forma de onda
K_u	Fator de utilização de janela
L_1	Parcela 1 de comprimento médio do caminho magnético [Cm]
L_2	Parcela 2 de comprimento médio do caminho magnético [Cm]
L_3	Parcela 3 de comprimento médio do caminho magnético [Cm]
L_4	Parcela 4 de comprimento médio do caminho magnético [Cm]
L_A	Indutância da fase A [H]
L_{AA}	Indutância própria da bobina central do indutor trifásico [H]
L_B	Indutância da fase B [H]
L_{BB}	Indutância própria da bobina esquerda do indutor trifásico B [H]
l_c	Comprimento médio do caminho de fluxo [cm]
L_C	Indutância da fase C [H]
L_{CC}	Indutância própria da bobina central do indutor trifásico [H]
L_E	Largura da base da lâmina E [cm]
L_{enr}	Largura do enrolamento [cm]
l_g	Comprimento do entreferro [cm]
L_{jan}	Largura da janela do núcleo [cm]
l_{nucleo}	Comprimento da largura da perna do núcleo [cm]
L_{tubo}	Largura do tubo de enrolamento [cm]

$M_{\text{núcleo}}$	Massa do núcleo do indutor [g]
M_{AB}	Indutâncias mutuas entre a fase A e B [H]
M_{AC}	Indutâncias mutuas entre a fase A e C [H]
M_{BA}	Indutâncias mutuas entre a fase B e A [H]
M_{BC}	Indutâncias mutuas entre a fase B e C [H]
M_{CA}	Indutâncias mutuas entre a fase C e A [H]
M_{CB}	Indutâncias mutuas entre a fase C e B [H]
MLT	Curva de comprimento médio do enrolamento [cm]
MPL	Comprimento médio do caminho magnético [cm]
N	Quantidade de espiras
N_a	Quantidade de espiras do enrolamento central
N_b	Quantidade de espiras do enrolamento esquerdo
N_c	Quantidade de espiras do enrolamento direito
N_{cam}	Quantidade de camadas de condutores
N_{cond}	Quantidade de camadas de condutores
N_{iso}	Quantidade de camadas de isolantes
N_{lam}	Quantidade de lâminas
N_{novo}	Quantidade de espiras levando em conta o espraçamento
P_{cobre}	Perdas nos enrolamentos do indutor [W]
μ_0	Permeabilidade magnética do ar [H/m]
μ_R	Permeabilidade magnética relativa do material do núcleo [H/m]
ϵ	Permissividade elétrica do material [F/m]
P_{mag}	Perda magnética [W/kg]
$P_{\text{núcleo}}$	Perdas no núcleo do indutor [W]
\mathcal{P}	Permeância magnética [Wb/ A·e]
p	Profundidade da área transversal do núcleo [cm]
P_{tubo}	Profundidade do tubo de enrolamento [cm]
P_T	Perdas totais do indutor [W].
Q_{cond}	Quantidade de condutores por camada
q	Volume de geração de calor
\mathfrak{R}_a	Relutâncias magnéticas em série da perna central do núcleo [A·e/Wb]
\mathfrak{R}_b	Relutâncias magnéticas em série na perna esquerda do núcleo [A·e/Wb]
\mathfrak{R}_c	Relutâncias magnéticas em série na perna direita do núcleo [A·e/Wb]

\mathfrak{R}	Relutância magnética [A·e/Wb].
\mathfrak{R}_g	Relutância magnética do entreferro [A·e/Wb]
\mathfrak{R}_c	Relutância magnética do núcleo [A·e/Wb]
R_{cond}	Resistência do condutor por unidade de comprimento [$\mu\Omega/cm$].
R_{enr}	Resistência do enrolamento [Ω]
S_1	Fator de isolamento do condutor
S_2	Fator de preenchimento do condutor
S_3	Fator de janela efetiva
S_4	Fator de área utilizável da janela e isolamento
S_T	Potência aparente total [VA]
$S(\Omega)$	Superfície que delimita o domínio [Ω]
t	Tempo [s]
T	Temperatura
T_{amb}	Temperatura ambiente [$^{\circ}C$]
T_0	Temperatura inicial [$^{\circ}C$]
T_r	Aumento da temperatura [$^{\circ}C$]
T_{total}	Temperatura total do indutor [$^{\circ}C$]
V_A	Queda de tensão na fase A [V]
V_B	Queda de tensão na fase B [V]
V_C	Queda de tensão na fase C [V]
V_{fase}	Tensão de operação de fase [V]
V_{linha}	Tensão de operação de Linha [V]
V	Volume do material do núcleo do indutor [cm^3]
V_{total}	Volume total do indutor [cm^3]
W_a	Área de Janela Disponível [cm^2]
W_{tfe}	Peso do núcleo do indutor [Kg]
X_L	Reatância indutiva [Ω]
Z_A	Impedância por fase no indutor trifásico A [Ω]
Z_B	Impedância por fase no indutor trifásico B [Ω]
Z_C	Impedância por fase no indutor trifásico C [Ω]

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	31
1.1 Problema de pesquisa	32
1.2 Justificativa	32
1.3 Objetivos.....	33
1.4 Revisão bibliográfica	33
1.5 Metodologia	36
1.6 Estrutura do trabalho.....	37
2. PROJETO DE INDUTORES TRIFÁSICOS.....	39
2.1 Introdução	39
2.2 Indutor trifásico	39
2.3 Especificação de um indutor trifásico.....	40
2.4 Grandezas elétricas do indutor trifásico	40
2.5 Escolha do núcleo magnético	43
2.6 Comprimento médio do caminho magnético (MPL).....	45
2.7 Escolha do entreferro	47
2.8 Enrolamentos	50
2.9 Indutância resultante do projeto.....	56
2.10 Perdas.....	57
2.11 Temperatura do indutor trifásico	60
2.12 Conclusão	63
3. ESTUDO DE CASO DE UM PROJETO DE UM INDUTOR TRIFÁSICO.....	65
3.1 Introdução	65
3.2 Especificação de projeto de indutor trifásico.....	65
3.3 Parâmetros aplicados as equações de projeto	69
3.4 Conclusão	79
4. MODELAGEM DO CIRCUITO MAGNÉTICO EQUIVALENTE DO INDUTOR TRIFÁSICO	81
4.1 Introdução	81
4.2 Circuito magnético equivalente do indutor trifásico.....	81
4.3 Circuito equivalente de um indutor trifásico de tipo de núcleo EI.....	86
4.4 Relutâncias magnéticas.....	87

4.5	Forças magnetomotrizes	89
4.6	Fluxos magnéticos	91
4.7	Conclusão	97
5. ANÁLISE ELETROMAGNÉTICA DO INDUTOR TRIFÁSICO DO TIPO EI.....		99
5.1	Introdução	99
5.2	Correntes de fase do indutor trifásico	99
5.3	Forças magnetomotrizes	100
5.4	Permeabilidade magnética	101
5.5	Relutâncias do indutor trifásico	106
5.6	Fluxo magnético do indutor trifásico.....	107
5.7	Densidade de fluxo magnético.....	108
5.8	Indutâncias próprias.....	108
5.9	Indutâncias mútuas	108
5.10	Fluxos concatenados por fase	109
5.11	Indutâncias por fase	109
5.12	Queda de tensão	110
5.13	Impedâncias por fase	110
5.14	Conclusão	110
6. O MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS APLICADO À MODELAGEM DE INDUTORES TRIFÁSICOS		111
6.1	Introdução	111
6.2	Equações de Maxwell	111
6.3	Problemas de fluxo de calor	113
6.4	Método dos resíduos	116
6.5	Condições de contorno	119
6.6	Modelagem eletromagnética, eletrostática e térmica.....	124
6.7	Conclusão	133
7. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....		135
7.1	Introdução	135
7.2	Análise eletromagnética.....	135
7.3	Análise eletrostática.....	139
7.4	Análise térmica	141
7.5	Discussão	142
8. CONCLUSÕES.....		143

9. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	145
10. REFERÊNCIAS	147
11. ANEXO A – MODELOS DE LÂMINAS DO CATALOGO DA EMPRESA TESSIN	149
12. ANEXO B – TABELA DE CONDUTORES DO CATALOGO DA EMPRESA CONDUPASQUA.....	150
13. ANEXO C – CATALOGO DE FENOLITE DA EMPRESA FENOTECH 151	

1. INTRODUÇÃO

Os Elementos Finitos surgiram em engenharia no início do Século XX, mais precisamente na engenharia mecânica e na engenharia civil, combinando técnicas matemáticas e os fenômenos físicos com os projetos auxiliados por computador. Se constitui numa ferramenta poderosa de visualização de resultados que combina o desenho técnico com métodos matemáticos de alto nível e técnicas de visualização de resultados em computador. Hoje é utilizado em todas as áreas de engenharia para obter resultados que só seriam obtidos através de técnicas de medição.

Na engenharia elétrica tornou-se uma ferramenta muito útil para análise de fenômenos eletrostáticos, eletromagnéticos, térmicos e mecânicos. Esta característica permite aos Elementos Finitos desempenharem uma função importantíssima nos projetos de equipamentos necessários e inerentes a todas as áreas da engenharia elétrica, como indutores, capacitores, sistemas de isolamento em linhas de transmissão, transformadores, instalações para proteção contra descargas atmosféricas em edifícios e subestações, e tantas outras.

Nesse sentido, os fenômenos são bem compreendidos por causa enorme precisão com o que os computadores conseguem calcular os parâmetros físicos de um projeto de equipamento estudado antes mesmo da existência de um protótipo. Desta forma há uma grande economia na construção de projeto de um novo equipamento ou até mesmo na modificação de um equipamento existente.

Nesse trabalho, será feito o estudo eletromagnético e eletrostático do indutor trifásico com núcleo EI. Os indutores são equipamentos elétricos passivos, que armazenam energia na forma de campo magnético. Suas principais aplicações são em filtros de correntes harmônicas e inversores de frequência.

Este trabalho visa cumprir as etapas iniciais para projetos de indutores trifásicos antes da fabricação de seu primeiro protótipo, permitindo visualizar qualitativamente e calcular quantitativamente, com precisão compatível, como será o futuro projeto no que diz respeito ao desempenho e aos parâmetros, descrevendo através de análise matemática como será a eficiência do equipamento projetado.

1.1 Problema de pesquisa

O Método de Elementos Finitos é ainda pouco difundido entre os engenheiros eletricitas das pequenas e médias empresas e é de extrema importância para projetistas de equipamentos elétricos, pois muitas vezes os equipamentos projetados são feitos por cálculos analíticos, que as vezes resultam numa grande diferença entre o desenvolvimento teórico de projeto e sua construção na prática. Por isso o Método de elementos Finitos é o mais utilizado pelas empresas de inovação tecnológica que querem construir dispositivos com os valores de parâmetros mais próximos dos desejados na prática, aumentando a eficiência do equipamento e a sua diminuição dos custos.

1.1.1 Hipótese

Desenvolver um projeto de indutor trifásico com núcleo EI de forma que se possa estudar esse dispositivo através de simulações eletrostáticas e eletromagnéticas utilizando o Método de Elementos Finitos e comparar os dados projetados analiticamente com os resultados simulados.

1.1.2 Delimitação de escopo

Realizar o emprego de cálculos analíticos no projeto de um indutor trifásico com núcleo do tipo EI, de forma que se possibilite avaliar os resultados obtidos com os encontrados a partir do Método de Elementos Finitos (MEF) obtendo parâmetros eletrostáticos e eletromagnéticos do equipamento.

1.2 Justificativa

Os estudos de dispositivos elétricos, em seus aspectos eletrostáticos e eletromagnéticos, através de formulação e cálculos analíticos demonstram ser muito menos precisos do que os cálculos computacionais, que calculam os fenômenos físicos e parâmetros destes equipamentos levando em conta suas dimensões físicas em duas (Meeker,2015) e três dimensões de forma mais abrangente e precisa. Sem mencionar a ajuda proporcionada pelos Elementos Finitos associados aos projetos destes equipamentos. Estas são as principais justificativas que balizam o treinamento de engenheiros para a utilização desta ferramenta.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo realizar o estudo de um indutor trifásico do tipo de núcleo EI via elementos finitos, analisando quantitativamente e qualitativamente o seu comportamento eletromagnético e eletrostático quando comparado com os cálculos analíticos.

1.3.2 Objetivos específicos

Este trabalho visa conhecer, estudar e realizar a análise de um indutor trifásico EI através da ferramenta de elementos finitos. Para isso foi necessário:

- Projetar e estudar os parâmetros de um indutor trifásico do tipo de núcleo EI;
- Analisar o comportamento dos parâmetros de potência, indutância, impedância e perdas no projeto do indutor trifásico EI;
- Analisar a solução eletromagnética e eletrostática via Método dos Elementos Finitos;
- Comparar os resultados obtidos através dos cálculos analíticos obtidos através do *software* matemático OCTAVE de domínio público.

1.4 Revisão bibliográfica

Os indutores trifásicos são equipamentos elétricos que se utilizam principalmente do eletromagnetismo para seu funcionamento. Durante a investigação sobre os procedimentos de construção do projeto e sua análise teórica, notou-se pouco detalhamento sobre a abordagem do ponto de vista eletrostático por meio de cálculos analíticos. Desta forma, este trabalho não terá uma abordagem de cálculos analíticos sobre esse assunto, este será abordado somente nas análises computacionais por meio do *software* de elementos finitos. Para levantamento bibliográfico desse trabalho, a investigação foi dividida em três tópicos:

1. Projeto de indutores trifásicos de núcleo tipo EI;
2. Análise Eletromagnética e Eletrostática;
3. Método dos elementos finitos.

1.4.1 Projeto de indutores trifásicos de núcleo tipo EI

Nesta parte do trabalho são utilizadas as referências bibliográficas que estão relacionadas ao procedimento de dimensionamento do projeto de indutor trifásico do tipo EI, sendo as principais detalhadas a seguir:

Na referência (MCLYMAN, 2011) é detalhado o passo a passo do procedimento para um projeto de um indutor monofásico do tipo EI, mostrando detalhes sobre os procedimentos de cálculo do produto área, enrolamentos, fator de ocupação de janela, tipos de núcleo, comprimento do entreferro e demais parâmetros.

Na referência (SOBRINHO, 2019) é realizado o projeto de um transformador trifásico de distribuição e utilizado elementos finitos e algoritmos naturais para fazer seu aprimoramento, dessa forma esse estudo foi utilizado em algumas relações de projeto do indutor trifásico desse trabalho.

Na referência (AYMEN et al, 2017) é realizada a modelagem de um indutor em espiral analisando o seu entreferro. Esse artigo foi utilizado como referência para o cálculo do comprimento médio do caminho magnético.

A referência (BHAVAN, Manak; SHAH, Bahadur; MARG,1974) é um padrão indiano de cálculos para estudo de parâmetros de alguns equipamentos. Da mesma forma que a menção anterior, essa referência foi utilizada para o cálculo do comprimento médio do caminho magnético

1.4.2 Análise eletromagnética

Com o objetivo de comparar os resultados obtidos por cálculos analíticos e os simulados, é necessária a realização da análise eletromagnética do indutor trifásico do tipo EI e para isso são utilizadas as informações presentes nas seguintes referências bibliográficas.

Na referência (FITZGERALD; KINGLEY; UMANS, 2014) são apresentados conceitos fundamentais de análise eletromagnética de máquinas elétricas por meio do circuito equivalente magnético. Desta forma, foram abordados nesta parte do trabalho alguns desses conteúdos aplicados na análise eletromagnética do indutor trifásico EI.

Na referência (BOYLESTAD, 2012) são apresentados os conceitos de circuito equivalente de Thévenin e de circuito equivalente de Norton, que são utilizados para encontrar as indutâncias próprias e mútuas na análise do circuito magnético do indutor trifásico EI.

Na referência (MATSUMORI; et al, 2017) é analisado eletromagneticamente um indutor trifásico, mostrando as equações de indutâncias próprias, indutâncias mútuas, fluxos e tensões induzidas.

Na referência (NUNES; PORTILLO; PORTILLO, 2019) são analisados reatores do tipo shunt, tanto monofásico como trifásico. Esse artigo é utilizado nesse trabalho para cálculo das reatâncias nos enrolamentos, tensões e indutâncias próprias e mútuas.

Na referência (MUHLETHALER; KOLAR; ECKLEBE, 2011) é analisada uma nova maneira de calcular a relutância do entreferro tridimensional. Esse artigo reforça conceitos de análise eletromagnética que podem ser usados na análise do indutor trifásico EI.

Na referência (HAN; et al, 2016) é realizado o estudo de um toroide trifásico, estudando as indutâncias próprias e mútuas, além das tensões induzidas relacionadas a estas. Esse artigo foi usado para cálculo das tensões induzidas no indutor trifásico EI.

Na referência (DUPPALLI; SUDHOFF, 2017) é feita a comparação de potências entre três tipos de indutores trifásicos, dentre eles o indutor trifásico EI. Nesse sentido são estudadas e utilizadas algumas relações magnéticas do indutor trifásico na análise eletromagnética.

Na referência (CALE; SUDHOFF; TAN, 2006) é apresentada uma nova modelagem eletromagnética que consegue descrever um indutor trifásico EI com muita precisão. Esse trabalho foi utilizado para desenvolvimento de um modelo trifásico através da abordagem monofásica.

Na referência (CAMACHO; AGUIAR, 2014) é estudada a representação do circuito elétrico por Steinmetz para encontrar alguns parâmetros elétricos do indutor trifásico.

1.4.3 Método dos Elementos Finitos

Após realizar o projeto de indutor trifásico do tipo EI e sua análise eletromagnética por meio do método circuito equivalente magnético, é necessário realizar o levantamento de alguns parâmetros por meio do método de elementos finitos, para se realizar esse procedimento são utilizadas as seguintes referências bibliográficas.

A referência (HAYT; BUCK, 2013) detalha as equações de Maxwell que foram utilizadas nesse trabalho como introdução das equações funcionais que são utilizadas pelo Método de Elementos Finitos para resolver problemas eletrostáticos e eletromagnéticos.

A referência (MEEKER, 2015) é o manual do *software* FEMM 4.2 onde encontram-se informações sobre como trabalhar com o *software*, dados sobre os tipos de bordas, uma

introdução de como o Método de Elementos Finitos funciona e de como modelar dispositivos utilizando a linguagem de programação lua 4.0.

A referência (FISH, BELYTSCHKO,2009) apresenta conceitos fundamentais de Método de Elementos Finitos e foi utilizada nesse trabalho para o estudo do método de Galerkin e definições de alguns elementos do Método de Elementos Finitos.

A referência (KOSKY, P. et al, 2021) apresenta valores de constantes para parametrização de materiais utilizados no modelo térmico do indutor trifásico na análise por elementos finitos no *software* FEMM.

1.5 Metodologia

Através das referências apresentadas anteriormente, alguns autores descrevem os procedimentos para projeto de indutores EI monofásicos; um pesquisador faz análise de indutores do tipo EE; alguns artigos utilizam elementos finitos para realizar estudos de pontos de calor em reatores monofásicos e trifásicos; os demais fazem uso de técnicas para análise eletromagnéticas de variados tipos de indutores.

Assim existem muitos modos de se abordar o conceito do Método de Elementos Finitos dentro da área de projetos de engenharia elétrica. Neste trabalho, são abordados conceitos de projetos de máquinas elétricas, análise eletromagnética e a simulação computacional utilizando o Método de Elementos Finitos. Desta forma é utilizado o método analítico para projeto do núcleo, bobinas, entreferro as perdas no núcleo, perdas no entreferro e perdas nos enrolamentos.

A metodologia foi desenvolvida seguindo as seguintes etapas:

1.5.1 Cálculos dos parâmetros de um indutor trifásico EI

Foi utilizado o *software* OCTAVE para realização dos cálculos analíticos do projeto de indutor trifásico do tipo EI. Desta forma, foram calculadas as dimensões do núcleo, bobinas, ligações das bobinas, tensões, correntes e perdas relacionadas a este.

1.5.2 Análise eletromagnética do indutor trifásico EI

A análise eletrostática do indutor trifásico de tipo de núcleo EI, foi realizada por meio de cálculos analíticos no *software* OCTAVE. Para esse propósito foi realizada a modelagem utilizando o método de circuito equivalente magnético.

1.5.3 Simulação dos parâmetros eletromagnéticos

Os parâmetros e dimensões do indutor trifásico EI foram calculadas através do método de cálculo analítico para encontrar sua geometria, efetuar sua inserção no *software* FEMM e realizar a simulação eletromagnética via métodos de elementos finitos.

1.6 Estrutura do trabalho

No capítulo 1 é realizada a introdução colocando os principais conceitos, tais como: objetivos, justificativa, revisão bibliográfica e a metodologia.

No capítulo 2 são definidas as equações e conceitos que serão necessários para dimensionar um indutor trifásico de núcleo do tipo EI.

No capítulo 3 é realizado um projeto de um indutor trifásico do tipo EI para obter a geometria e dimensões serão posteriormente analisadas no *software* FEMM.

No capítulo 4 é realizada a modelagem do circuito magnético equivalente do indutor trifásico do tipo EI, mostrando conceitos e equações para encontrar as forças magnetomotrizes, relutâncias, fluxos magnéticos, indutâncias próprias e mútuas e outros elementos para análise eletromagnética do equipamento estudado.

No capítulo 5 é realizada a análise eletromagnética utilizando o circuito magnético equivalente do indutor trifásico do tipo EI.

No capítulo 6 é mostrado o conceito e o Método de Elementos Finitos para resolver problemas eletromagnéticos, eletrostáticos e térmicos, utilizando o *software* FEMM para estudar o indutor trifásico do tipo EI.

No capítulo 7 são mostrados os resultados obtidos e realizadas as comparações entre os cálculos analíticos e os simulados.

Por último no capítulo 8 são apresentadas as conclusões finais e sugestões para trabalhos futuros.

2. PROJETO DE INDUTORES TRIFÁSICOS

2.1 Introdução

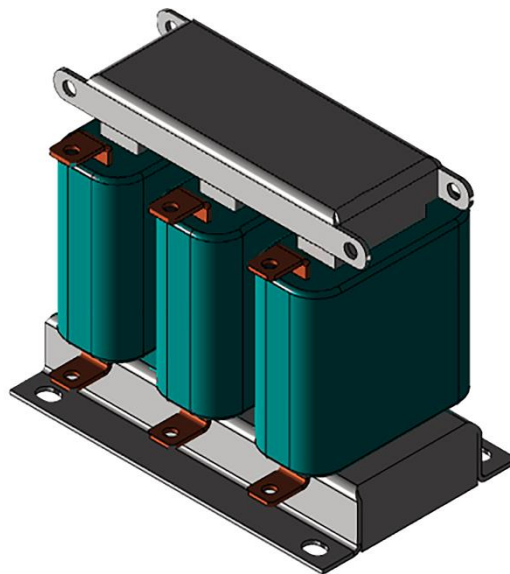
Neste capítulo são apresentadas as principais etapas para a construção dos indutores trifásicos, as equações para o projeto, as grandezas elétricas, as grandezas magnéticas e os procedimentos construtivos.

2.2 Indutor trifásico

O indutor trifásico é um equipamento utilizado para armazenar energia eletromagnética e que não possui partes cinéticas. Esses dispositivos são utilizados principalmente para filtros harmônicos, inversores de frequência, equipamentos de compensação reativa e em painéis de comando e controle de máquinas e equipamentos. É composto essencialmente por:

- Circuitos magnéticos: formados pelas lâminas que compõe o núcleo magnético, parafusos e suportes.
- Circuitos elétricos: isolamentos e enrolamentos.

Figura 2.1 -Exemplo de indutor trifásico EI



Fonte: Autor (2022).

2.3 Especificação de um indutor trifásico

Para realização do projeto de um indutor trifásico é essencial especificar os seguintes fatores.

- Potência desejada, em (VA);
- Indutância, em (H);
- Tensão Aplicada, em (V);
- Frequência, em (Hz);
- Elevação de Temperatura, em (°C);
- Tipo de conexão, Delta (Δ) ou Estrela (Y);
- Tipo de núcleo: núcleo envolvente ou núcleo envolvido;
- Arquitetura da lâmina do núcleo;
- Características dos materiais do núcleo;
- Características dos materiais dos enrolamentos.

2.4 Grandezas elétricas do indutor trifásico

A potência aparente do indutor trifásico é apresentada pela Equação 2.1:

$$S_T = \sqrt{3} \cdot V_{\text{linha}} \cdot I_{\text{linha}} \quad (2.1)$$

Onde:

I_{linha} é a corrente de linha aplicada no indutor [A];

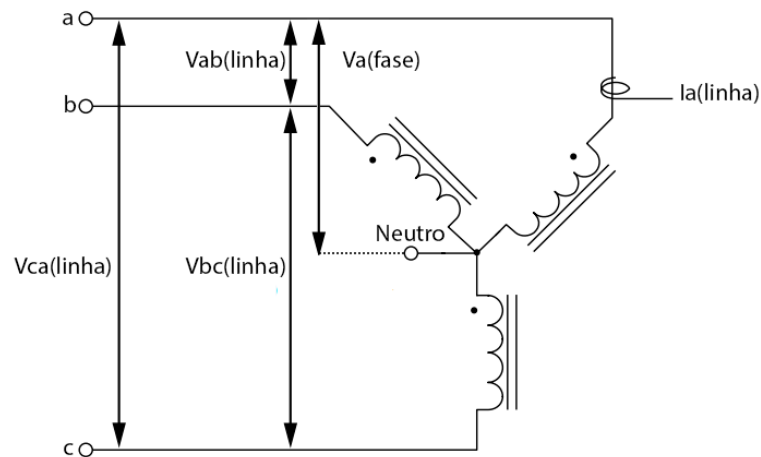
S_T é a potência aparente total no indutor trifásico [VA];

V_{linha} é a tensão de linha aplicada no indutor [V].

2.4.1 Ligação das bobinas, tensão e corrente trifásica

As ligações das bobinas em indutores trifásicos são geralmente realizadas em formato estrela (Y) e delta (Δ) e estão representadas nas Figuras 2.2 e 2.3 respectivamente. O tipo de ligação que é escolhida pelo projetista depende da aplicação em que se deseja utilizar o indutor trifásico.

Figura 2.2 - Conexão em estrela do indutor trifásico



Fonte: Adaptado de MCLYMAN (2011).

Na conexão em estrela (Y), a corrente de linha (I_{linha}) é igual a corrente de fase (I_{fase}), no entanto a tensão de linha (V_{linha}) e a tensão de fase (V_{fase}) possuem valores diferentes, sendo apresentadas na Equação 2.2.

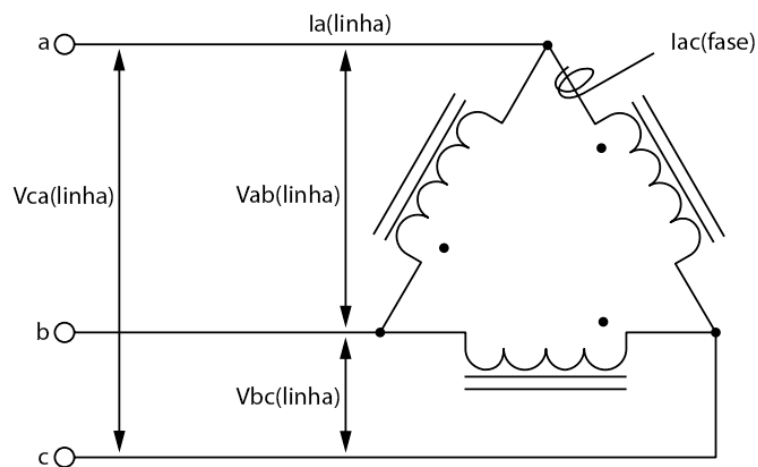
$$V_{\text{fase}} = \frac{V_{\text{linha}}}{\sqrt{3}} \quad (2.2)$$

Onde:

V_{fase} é a tensão de fase [V];

V_{linha} é a tensão de linha [V].

Figura 2.3 - Conexão em delta do indutor trifásico



Fonte: Adaptado de MCLYMAN (2011).

Contudo na conexão trifásica em delta (Δ), a tensão de linha (V_{linha}) é igual a tensão de fase (V_{fase}), porém a corrente de linha (I_{linha}) e a corrente de fase (I_{fase}) possuem valores diferentes e sua relação está representada na Equação 2.3.

$$I_{\text{fase}} = \frac{I_{\text{linha}}}{\sqrt{3}} \quad (2.3)$$

Onde:

I_{fase} é a corrente de fase [A];

I_{linha} é a corrente de linha [A].

2.4.2 Reatância por fase

As reatâncias indutivas calculadas para cada fase do indutor trifásico são dadas através da Equação 2.4.

$$X_L = \frac{V_{\text{fase}}}{I_{\text{fase}}} \quad (2.4)$$

Onde:

I_{fase} é a corrente de fase [A];

V_{fase} é a tensão de fase [V];

X_L é a reatância indutiva de fase [Ω].

2.4.3 Indutância por fase

A indutância desejada para cada fase do indutor trifásico é encontrada de acordo com a Equação 2.5.

$$L = \frac{X_L}{2 \cdot \pi \cdot f} \quad (2.5)$$

Onde:

f é a frequência de operação [Hz];

L é a indutância por fase [H];

X_L é a reatância indutiva [Ω].

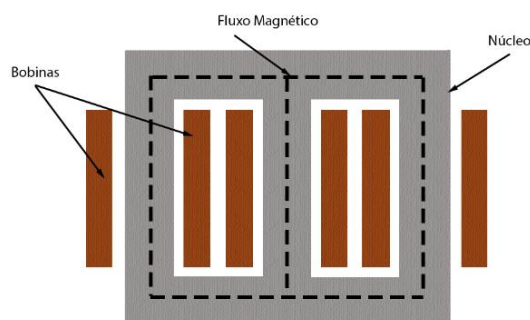
Após a realização do projeto do indutor trifásico, é possível encontrar a indutância do indutor com o entreferro, essa variável dependerá do número de espiras, do comprimento do entreferro, da área do núcleo e do comprimento médio do caminho magnético percorrido pelo fluxo.

2.5 Escolha do núcleo magnético

O núcleo é uma parte muito importante do indutor, pois é nele onde ocorre a passagem do fluxo magnético e por isso é essencial que o material que o compõe possua uma alta permeabilidade magnética.

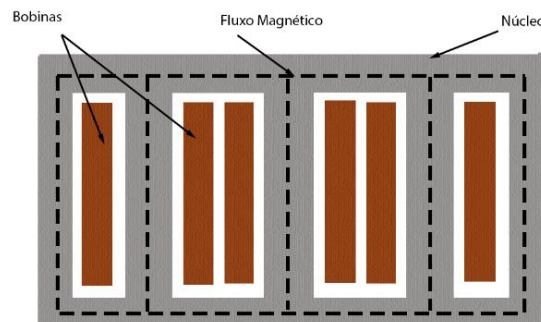
Existem duas possibilidades para construção de núcleos magnéticos: o núcleo envolvente e o núcleo envolvido (MCLYMAN, 2011). No primeiro caso as bobinas envolvem o núcleo como podemos ver na Figura 2.4 e no segundo caso o núcleo envolve a bobinas como mostrado na Figura 2.5.

Figura 2.4 - Exemplo de núcleo trifásico envolvido



Fonte: Autor (2022).

Figura 2.5 - Exemplo de núcleo trifásico envolvente

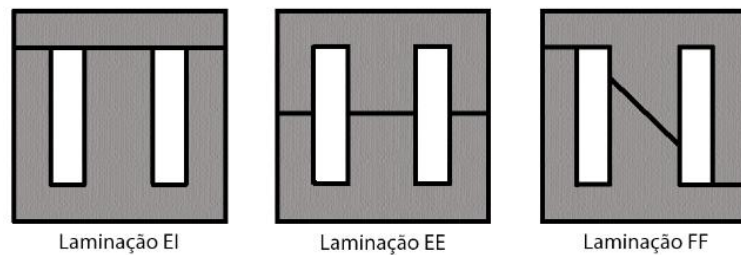


Fonte: Autor (2022).

2.5.1 Lâminas

O núcleo dos indutores é formado por lâminas metálicas cujo o objetivo é diminuir as perdas com correntes parasitas. Existem vários tipos de lâminas disponíveis no mercado para construção dos indutores e os formatos mais utilizados pelas indústrias são o EI, EE e FF conforme mostrado na Figura 2.6.

Figura 2.6 - Formas mais utilizadas de lâminas



Fonte: Adaptado de MCLYMAN (2011).

2.5.1.1 Fator produto de área

O fator de produto de área é uma grandeza que consegue relacionar as dimensões de um núcleo magnético com sua capacidade potência aparente.

Para encontrar o Produto de Área é necessário calcular a área transversal do núcleo do indutor trifásico através da Equação 2.6:

$$A_c = l_{\text{núcleo}} \cdot p \quad (2.6)$$

Onde:

A_c é a área efetiva da seção transversal do núcleo [cm²];

$l_{\text{núcleo}}$ é o comprimento da largura da perna do núcleo [cm];

p é a profundidade da área transversal do núcleo [cm].

O produto de área de um indutor trifásico é expresso através da Equação 2.7, onde K_f tem o valor de 4 para a forma de onda quadrada e 4.44 para a forma de onda senoidal (MCLYMAN, 2011).

$$A_p = 3 \cdot \left(\frac{W_a}{2} \cdot A_c \right) = \frac{S_T (10^4)}{K_f \cdot K_u \cdot f \cdot B_{ac} \cdot J_c} \quad (2.7)$$

Onde:

A_c é a área efetiva da seção transversal do núcleo [cm^2];

A_p é o produto de área [cm^4];

B_{ac} é a densidade de fluxo magnético de operação [T];

f é a frequência de operação [Hz];

J_c é a densidade de corrente [A/cm^2];

K_f é o fator de forma de onda;

K_u é o fator de utilização de janela;

S_T é a potência aparente total no indutor trifásico [VA];

W_a é área de janela disponível [cm^2].

2.5.1.2 Quantidade de lâminas

A quantidade de lâminas necessárias para o núcleo é definida pelo fator de empilhamento, a espessura de cada lâmina e a profundidade da área transversal do núcleo, conforme está mostrado na Equação 2.8.

$$N_{lam} = \frac{p \cdot f_{emp}}{e_{lam}} \quad (2.8)$$

Onde:

e_{lam} é a espessura da lâmina[cm];

f_{emp} é o fator de empilhamento[cm];

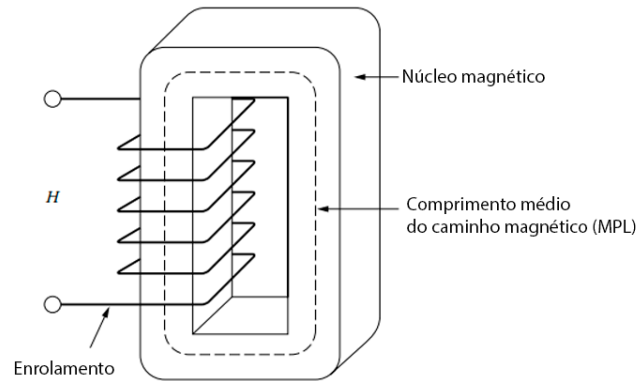
N_{lam} é a quantidade lâminas;

p é a profundidade da área transversal do núcleo [cm].

2.6 Comprimento médio do caminho magnético (MPL)

O comprimento médio do caminho magnético é um método que busca representar o lugar por onde o fluxo circulará, conforme a Figura 2.7.

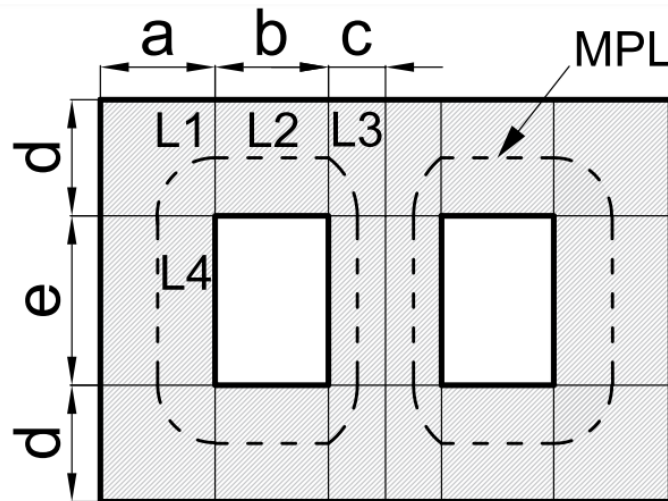
Figura 2.7 - Comprimento médio do caminho magnético



Fonte: Adaptado de MCLYMAN (2011).

Para o indutor trifásico do tipo EI existem três MPL possíveis já que existem três enrolamentos localizados em cada perna do indutor trifásico, por isso nesse trabalho será considerado o comprimento médio do menor caminho magnético que resultará no maior fluxo magnético. Nesse caso é considerado o MPL para o enrolamento da perna central do indutor trifásico, onde existe uma simetria em relação ao centro do indutor, criando a possibilidade de escolher apenas um lado do dispositivo para obtenção de seu valor.

Figura 2.8 - Medidas do comprimento médio do caminho magnético



Fonte: Autor (2022).

A Figura 2.8 mostra que o MPL pode ser decomposto em várias parcelas de comprimento, que variam de acordo com a sua localização. O MPL resultante pode ser representado pela Equação 2.9.

$$\text{MPL} = 2(L_1 + L_2 + L_3 + L_4) \quad (2.9)$$

Onde:

L_1, L_2, L_3 e L_4 são as parcelas de comprimento médio do caminho magnético[cm];

MPL é o comprimento médio do caminho magnético [cm].

As parcelas de comprimentos representados na Equação 2.9 podem ser calculadas utilizando as seguintes equações (BHAVAN, Manak; SHAH, Bahadur; MARG, Zafar, 1974).

$$L_1 = \frac{\pi}{8} \cdot (a + c) \quad (2.10)$$

$$L_2 = b \quad (2.11)$$

$$L_3 = \frac{\pi}{8} \cdot (a + c) \quad (2.12)$$

$$L_4 = e \quad (2.13)$$

Onde:

a é a largura da perna lateral do núcleo E [cm];

b é largura da janela do núcleo E [cm];

c é metade da largura da perna central do núcleo E [cm];

d é a altura do núcleo I [cm];

e é a altura da janela do núcleo [cm].

Dessa forma, substituindo as Equações 2.10, 2.11, 2.12 e 2.13 na Equação 2.9, obtém-se:

$$\text{MPL} = 2 \left(\frac{\pi}{8} \cdot (a + c + 2d) + b + e \right) \quad (2.14)$$

2.7 Escolha do entreferro

2.7.1 Entreferro

Os indutores são equipamentos que visam a circulação de fluxo magnético pelo seu núcleo, no entanto, estes dispositivos de energia podem possuir alguns entreferros de ar que são mantidos por materiais como papel, vidro e outros elementos. Basicamente existem dois tipos de entreferros, o a granel e o distribuído (MCLYMAN, 2011).

Quase toda relutância do circuito magnético do indutor está contida nesse intervalo, pois o ar possui grande dificuldade em relação a passagem de fluxo magnético. Por isso estes são usados para controlar o fluxo e a indução magnética dos indutores.

O dimensionamento do comprimento do entreferro é obtido através da Equação 2.15.

$$l_g = \left(\frac{0,4 \cdot \pi \cdot N^2 \cdot A_c \cdot (10^{-8})}{L} \right) - \left(\frac{MPL}{\mu_R} \right) \quad (2.15)$$

Onde:

A_c é a área efetiva da seção transversal do núcleo [cm^2];

L é a indutância por fase [H];

l_g é o comprimento do entreferro [cm];

MPL é o comprimento médio do caminho magnético [cm];

N é a quantidade de espiras;

μ_R é a permeabilidade magnética relativa do material do núcleo [H/m].

Na equação anterior o valor da permeabilidade relativa é encontrado através da densidade de fluxo magnético escolhida para o projeto, do campo magnético associado a indução e a permeabilidade magnética do ar.

$$\mu_R = \frac{B_{ac}}{\mu_0 \cdot H} \quad (2.16)$$

Onde:

B_{ac} é a indução magnética escolhida para o projeto [T];

H é o campo magnético associado a indução magnética escolhida para o projeto [A/m];

μ_0 é a permeabilidade magnética do ar [H/m].

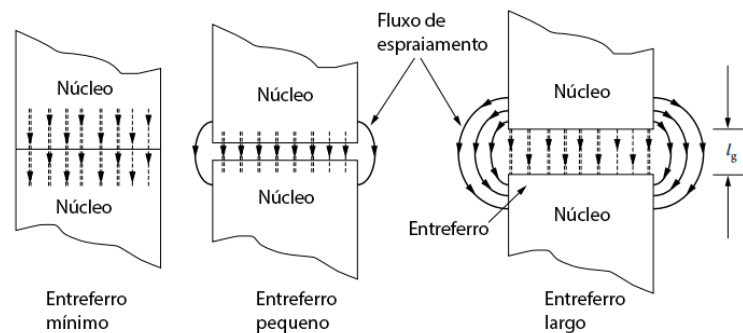
Se o material possuir uma grande permeabilidade relativa em relação ao ar, pode-se desprezar o termo (MPL/μ_R) , pois a parte significativa de toda relutância estará no ar do entreferro. Dessa forma resultará em uma forma mais simplificada da Equação 2.15.

$$l_g = \left(\frac{0,4 \cdot \pi \cdot N^2 \cdot A_c \cdot (10^{-8})}{L} \right) \quad (2.17)$$

2.7.2 Fluxo de espraioamento

O fluxo de espraioamento é um fenômeno associado com o aumento do entreferro, onde o fluxo magnético flui se espalhando ao redor da área transversal do núcleo conforme podemos ver na Figura 2.9.

Figura 2.9 -Fluxo de espraioamento no entreferro



Fonte: Adaptado de MCLYMAN (2011).

Ao projetar indutores, esse fenômeno deve ser levado em consideração para que não ocorra a redução de sua eficiência por causa dos aquecimentos nos enrolamentos e nos suportes pelas correntes parasitas, além de implicar uma saturação prematura do núcleo. O fator de fluxo de espraioamento é expresso a partir da Equação 2.18.

$$F = \left(1 + \frac{l_g}{\sqrt{A_c}} \ln \frac{2(h_{janela})}{l_g} \right) \quad (2.18)$$

Onde:

A_c é a área efetiva da seção transversal do núcleo [cm²];

F é o fator de fluxo de espraioamento;

h_{janela} é a altura do enrolamento [cm];

l_g é o comprimento do entreferro [cm].

2.8 Enrolamentos

2.8.1 Quantidade de espiras sem o entreferro

Utilizando a Lei de Faraday calcula-se o número de espiras do indutor como mostrado na Equação 2.19.

$$N = \frac{V_{\text{fase}}(10^4)}{K_f \cdot B_{\text{ac}} \cdot f \cdot A_c} \quad (2.19)$$

Onde:

A_c é a área efetiva da seção transversal do núcleo [cm^2];

B_{ac} é a indução magnética escolhida para o projeto [T];

K_f é o fator de forma de onda;

f é a frequência de operação [Hz];

N é a quantidade de espiras;

V_{fase} é a tensão de operação de fase [V].

2.8.2 Quantidade de espiras com o entreferro

Após calculado o valor do comprimento do entreferro e o fluxo de espraiamento relacionado a este, pode-se obter um valor mais preciso da quantidade de espiras necessárias para o indutor, levando em conta que o fluxo de espraiamento no entreferro aumenta a densidade de fluxo magnético e que pode causar a saturação do núcleo.

$$N_{\text{novo}} = \sqrt{\frac{(l_g \cdot L)}{(0,4 \cdot \pi \cdot A_c \cdot F(10^{-8})}} \quad (2.20)$$

Onde:

A_c é a área efetiva da seção transversal do núcleo [cm^2];

F é o fator de fluxo de espraiamento;

L é a indutância por fase [H];

l_g é o comprimento do entreferro [cm];

N_{novo} é a quantidade de espiras com o espraiamento.

2.8.3 Densidade de fluxo com o entreferro

Depois de recalculer a nova quantidade de espiras do indutor com o entreferro, é preciso recalculer a densidade de fluxo através da Equação 2.21.

$$B_{ac(novo)} = \frac{V_{fase}(10^4)}{K_f \cdot N_{novo} \cdot A_c \cdot f} \quad (2.21)$$

Onde:

A_c é a área efetiva da seção transversal do núcleo [cm²];

$B_{ac(novo)}$ é a densidade de fluxo de operação com o espraçamento [T];

K_f é o fator de forma de onda;

f é a frequência de operação[Hz];

N_{novo} é a quantidade de espiras com o espraçamento.

V_{fase} é a tensão de operação de fase [V].

2.8.4 Escolha do condutor

2.8.4.1 Área do condutor nu

Para saber qual o diâmetro do condutor a ser utilizado no indutor, é necessário calcular a sua área transversal sem o isolamento pela Equação 2.22.

$$A_{wL} = \frac{I_{fase}}{J_c} \quad (2.22)$$

Onde:

A_{wL} é a área do condutor nu [cm²];

I_{fase} é a corrente de fase [A];

J_c é a densidade de corrente [A/cm²].

2.8.4.2 Diâmetro do condutor

Após calcular a área do condutor nu, calcula-se o diâmetro e seleciona-se um fio da tabela de fios que seja maior do que o valor obtido.

$$d_{\text{cond}} \geq \sqrt{4 \cdot \frac{A_{\text{wL}}}{\pi}} \quad (2.23)$$

Onde:

A_{wL} é a área do condutor nu [cm²];

d_{cond} é o diâmetro do condutor de cobre nu [cm].

2.8.4.3 Isolamento

O isolamento de cada condutor e entre os condutores é escolhido de acordo com a tensão máxima de operação do projeto.

2.8.5 Cálculo da resistência

2.8.5.1 Quantidade de condutores por camada

Observa-se que a quantidade de condutores por camada é obtida pelo tamanho da janela e do diâmetro dos condutores com isolante, expressa na Equação 2.24.

$$Q_{\text{cond}} \leq \frac{L_{\text{jan}}}{D_{\text{cond}}} \quad (2.24)$$

Onde:

D_{cond} é a o diâmetro do condutor com o seu isolamento [cm];

L_{jan} é a largura da janela do núcleo [cm];

Q_{cond} é a quantidade de condutores por camada.

2.8.5.2 Quantidade de camadas de condutores

A quantidade de camadas de isolantes e condutores é proporcional e pode ser obtido pela Equação 2.25.

$$N_{\text{cam}} = N_{\text{iso}} = \frac{N}{Q_{\text{cond}}} \quad (2.25)$$

Onde:

N é a quantidade de espiras;

N_{cam} é a quantidade de camadas de condutores;

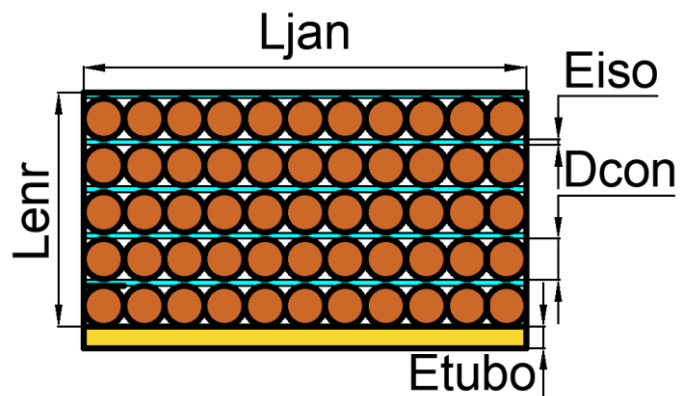
N_{iso} é a quantidade de camadas de isolantes.

Q_{cond} é a quantidade de condutores por camada.

2.8.5.3 Altura do enrolamento

A altura de enrolamento pode ser observada na Figura 2.10.

Figura 2.10 - Visualização da altura lateral do enrolamento



Fonte: Autor (2022).

A altura de enrolamento pode ser obtida através da Equação 2.26.

$$L_{\text{enr}} = N_{\text{cam}}D_{\text{cond}} + N_{\text{iso}}E_{\text{iso}} \quad (2.26)$$

Onde:

D_{cond} é o diâmetro do condutor com o isolante [cm];

E_{iso} é a espessura dos isolantes [cm];

E_{tubo} é a espessura do tubo de enrolamento [cm];

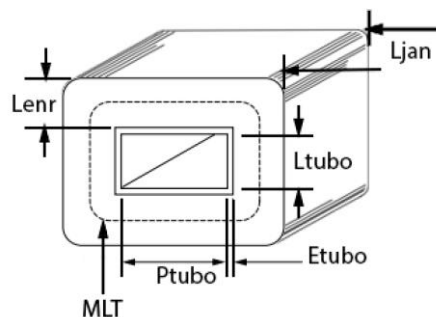
L_{enr} é a largura do enrolamento [cm];

N_{cond} é a quantidade de camadas de condutores.

2.8.5.4 Curva de comprimento médio do enrolamento

Para encontrar o valor aproximado da resistência é necessário obter a curva de comprimento médio do enrolamento (MLT). O MLT é um método utilizado para encontrar o valor médio do comprimento de uma espira e através desse valor é possível encontrar o comprimento aproximado de todo o enrolamento visto que o mesmo não é enrolado de maneira homogênea. As dimensões necessárias para o MLT são mostradas na Figura 2.11 e seu valor é expresso pela Equação 2.27.

Figura 2.11 - Medidas relacionadas a curva de comprimento médio do enrolamento



Fonte: Adaptado de MCLYMAN (2011).

$$\text{MLT} = 2(L_{\text{tubo}} + P_{\text{tubo}} + 4E_{\text{tubo}}) + \pi L_{\text{enr}} \quad (2.27)$$

Onde:

E_{tubo} é a espessura do tubo de enrolamento [cm];

L_{enr} é a largura do enrolamento [cm];

L_{tubo} é a largura do tubo de enrolamento [cm];

P_{tubo} é a profundidade do tubo de enrolamento [cm];

MLT é a curva de comprimento médio do enrolamento [cm].

2.8.5.5 Resistência do condutor

Depois de escolhido o condutor adequado, calcula-se a resistência do enrolamento do indutor. Assim utilizando o valor do MLT, número de espiras e a resistência por unidade de comprimento pode-se encontrar a resistência de enrolamento pela Equação 2.28.

$$R_{\text{enr}} = \text{MLT} \cdot N \cdot R_{\text{cond}} \cdot 10^{-6} \quad (2.28)$$

Onde:

MLT é a curva de comprimento médio do enrolamento [cm].

N é quantidade de espiras;

R_{cond} é a resistência do condutor por unidade de comprimento [$\mu\Omega/\text{cm}$];

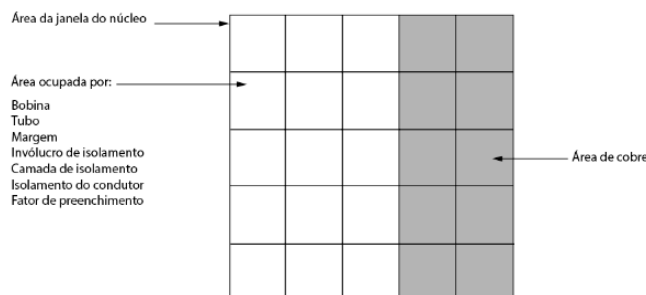
R_{enr} é a resistência do enrolamento [Ω].

2.8.5.6 Fator de utilização de janela

O fator de utilização da janela é a ocupação do condutor na área da janela do indutor. Essa variável pode ser influenciada pelo fator de isolamento do condutor (S1), fator de preenchimento do condutor (S2), fator de janela efetiva (S3), fator de área utilizável da janela e isolamento (S4) e a qualidade do acabamento.

Um fator de utilização de janela indicado para projeto de indutores e transformadores monofásicos é de $K_u=0,4$ que está representado na figura abaixo (MCLYMAN, 2011).

Figura 2.12 - Área da janela ocupada pelo cobre



Fonte: Adaptado de MCLYMAN (2011).

Assim podemos descrever o fator de utilização da janela através da Equação 2.29.

$$k_u = S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \cdot S_4 \quad (2.29)$$

Onde:

k_u é o fator de utilização de Janela;

S_1 é o fator de isolamento do condutor;

S_2 é o fator de preenchimento do condutor;

S_3 é o fator de janela efetiva;

S_4 é o fator de área utilizável da janela e isolamento.

Outro modo de calcular o valor do fator de ocupação da janela através da Equação 2.30.

$$K_u = \frac{N \cdot A_{wL}}{W_a} \quad (2.30)$$

Onde:

A_{wL} é a área do condutor nu [cm²];

k_u é o fator de utilização de Janela;

N é quantidade de espiras;

W_a é área de janela disponível [cm²].

2.9 Indutância resultante do projeto

Após definidas as medidas do projeto, para encontrar a indutância resultante dos parâmetros escolhidos de projeto pode-se utilizar na Expressão 2.31:

$$L = \frac{0.4 \cdot \pi \cdot N^2 \cdot A_c \cdot (10^{-8})}{l_g + \left(\frac{MPL}{\mu_R}\right)} \quad (2.31)$$

Onde:

A_c é a área efetiva da seção transversal do núcleo [cm²];

l_g é o comprimento do entreferro [cm];

L é a indutância por fase [H];

MPL é o comprimento do caminho magnético [cm];

N é o número de espiras;

μ_R é a permeabilidade magnética relativa do material do núcleo [H/m].

Se o material possuir uma grande permeabilidade relativa em relação ao ar do entreferro, pode-se desprezar o termo (MPL/μ_m) em relação ao cálculo da indutância do entreferro porque parte significativa de toda relutância estará no ar. Dessa forma pode-se utilizar a Equação 2.31 simplificada, conforme mostrado na Equação 2.32.

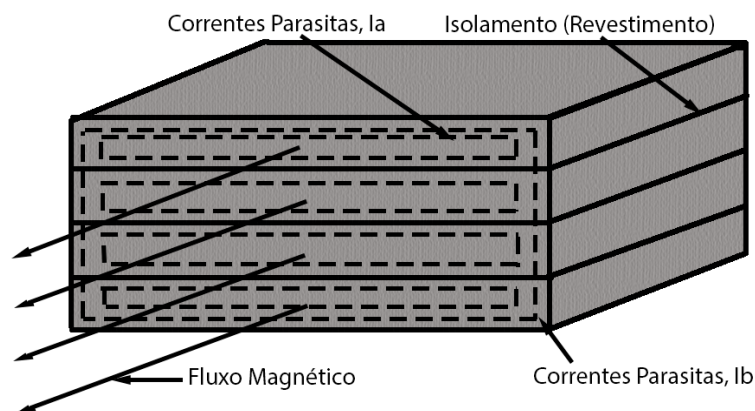
$$L = \frac{0.4 \cdot \pi \cdot N^2 \cdot A_c \cdot (10^{-8})}{l_g} \quad (2.32)$$

2.10 Perdas

2.10.1 Perdas no núcleo

O indutor é um dispositivo que funciona através do fluxo alternado, que por sua vez, irá induzir uma pequena tensão alternada no material do núcleo. Essas tensões produzem correntes que são chamadas parasitas e que possuem suas magnitudes limitadas pela resistência do núcleo. O projeto dos indutores assim como outros equipamentos eletromagnéticos, visa diminuir perdas elétricas que possam interferir em sua eficiência. Deste modo para uma redução das correntes parasitas a um valor que seja tolerável, é preciso que o material do núcleo possua uma elevada resistividade e bom revestimento do material magnético. As correntes podem fluir de duas maneiras dentro do núcleo laminado conforme é mostrado na figura abaixo.

Figura 2.13 - Correntes parasitas em um núcleo laminado e com isolamento entre as lâminas



Fonte: Adaptado de MCLYMAN (2011).

As correntes induzidas que ficam limitadas dentro da lâmina são chamadas de correntes parasitas intralaminares (I_a), que estão relacionadas ao fluxo magnético, da largura da laminação, espessura da lâmina e resistividade do volume laminado. Enquanto que as correntes que fluem entre as lâminas são chamadas de correntes parasitas interlaminares. As correntes interlaminares dependem do fluxo total e pela resistência da pilha de lâminas. Para diminuir esse segundo tipo de corrente é utilizado um material isolante entre as laminações.

As perdas do núcleo em corrente alternada dependem do tipo de material, da espessura da lamina do material, da densidade de fluxo magnético, da frequência e da temperatura de operação. (MCLYMAN, 2011). As perdas no núcleo são representadas pela Equação 2.33.

$$P_{\text{núcleo}} = k \cdot f^m \cdot B_{\text{ac}}^n \quad (2.33)$$

Onde:

B_{ac} é a densidade de fluxo magnético de operação [T];

$P_{\text{núcleo}}$ é o valor que representa as perdas no núcleo [W];

f é a frequência de operação [Hz];

k, m, n são fatores que dependem do tipo de material utilizado.

2.10.2 Perda magnética em relação a densidade de fluxo magnético

Muitas vezes é complexo para o fabricante de lâminas de núcleos magnéticos levantar e disponibilizar informações específicas referentes a cada material para cálculo das perdas no núcleo. Por isso, frequentemente são disponibilizadas gráficos de curvas que relacionam as perdas magnéticas por peso com a densidade de fluxo magnético sobre o material.

Desta forma, para poder utilizar essa relação é necessário encontrar o valor da massa do material que pode ser encontrada através das seguintes equações:

2.10.2.1 Volume do núcleo

Em ocasiões onde se possui o valor da densidade do material, pode se calcular a massa através do valor do volume. O volume do núcleo do indutor trifásico EI é dado pela Equação 2.34.

$$V_{\text{núcleo}} = p \cdot (A_e + A_i) \quad (2.34)$$

Onde:

A_e é a área da lâmina de formato E do núcleo do indutor [cm^2];

A_i é a área da lâmina de formato I do núcleo do indutor [cm^2];

$V_{\text{núcleo}}$ é o volume total do indutor [cm^3];

p é a profundidade da área transversal do núcleo [cm].

2.10.2.2 Massa do núcleo

O valor da massa do material do núcleo pode ser encontrado pela seguinte relação:

$$M_{\text{núcleo}} = D_{\text{núcleo}} \cdot V_{\text{núcleo}} \quad (2.35)$$

Onde:

$D_{\text{núcleo}}$ é a densidade do material do núcleo do indutor [g/cm^3];

$M_{\text{núcleo}}$ é a massa do núcleo do indutor [g];

V é o volume do material do núcleo do indutor [cm^3].

2.10.2.3 Equação de perda magnética

Para encontrar o valor da perda no núcleo, usa-se a Equação 2.36.

$$P_{\text{núcleo}} = P_{\text{mag}} \cdot M_{\text{núcleo}} \quad (2.36)$$

Onde:

P_{mag} é a perda magnética [W/kg];

$P_{\text{núcleo}}$ é o valor das perdas no núcleo do indutor [W];

$M_{\text{núcleo}}$ é a massa do núcleo do indutor [Kg].

2.10.3 Perdas nos enrolamentos

O cálculo das perdas no cobre do enrolamento do indutor pode ser feito pela Equação 2.37.

$$P_{\text{cobre}} = 3 \cdot R_{\text{enr}} \cdot (I_{\text{fase}})^2 \quad (2.37)$$

Onde:

I_{fase} é a corrente de fase [A];

P_{cobre} representa o valor das perdas no enrolamento do indutor [W];

R_{enr} é a resistência do enrolamento [Ω].

2.10.4 Perdas totais

Para encontrar a quantidade de potência dissipada no indutor é preciso calcular as perdas totais do indutor, que o valor é fornecido pela equação 2.38.

$$P_T = P_{\text{cobre}} + P_{\text{núcleo}} \quad (2.38)$$

Onde:

P_{cobre} é o valor das perdas no enrolamento do indutor [W];

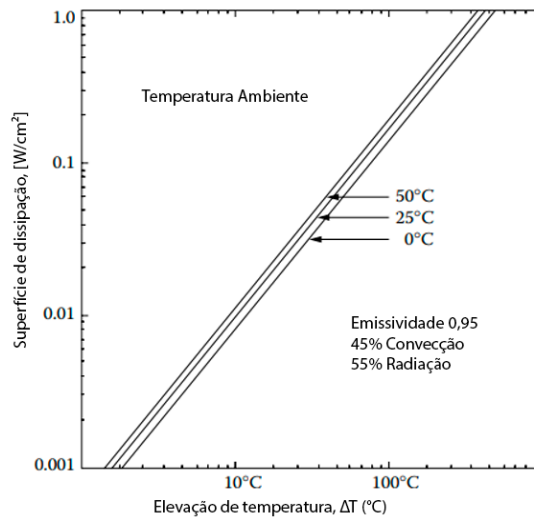
$P_{\text{núcleo}}$ é o valor das perdas no núcleo [W];

P_T é o valor referente as perdas totais do indutor [W].

2.11 Temperatura do indutor trifásico

A elevação de temperatura está diretamente ligada a dissipação de potência, como é possível ver pela Figura 2.14.

Figura 2.14 - Aumento da temperatura versus dissipação da superfície

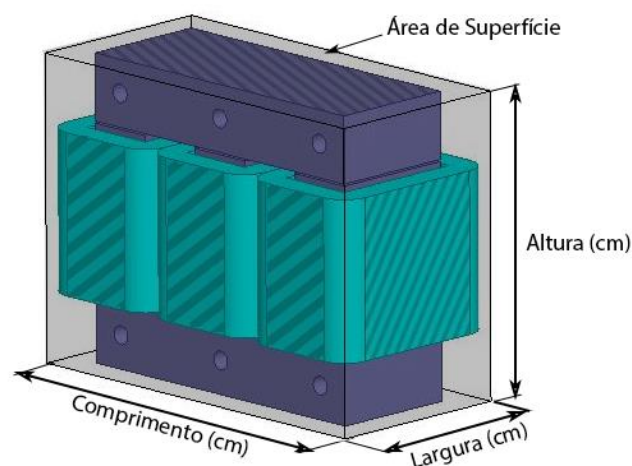


Fonte: Adaptado de MCLYMAN (2011).

2.11.1 Área de superfície de dissipação de calor

Para realizar o cálculo da densidade de potência é necessário encontrar a área de superfície de dissipação de calor. Essa variável é calculada através dos limites das dimensões do dispositivo, ou seja, através do comprimento, largura e altura, conforme está mostrado na Figura 2.15 (MCLYMAN, 2011).

Figura 2.15 - Esboço do indutor trifásico EI mostrando a área da superfície



Fonte: Autor (2022).

Observando a Figura 2.15, nota-se que para calcular a área de dissipação é necessário encontrar a área do centro, topo e lado do indutor trifásico EI. Essas áreas dependem das

variáveis de comprimento, altura e largura com dimensões relacionadas ao núcleo do equipamento e seu enrolamento, conforme mostrado nas Equações 2.39, 2.40 e 2.41.

$$\text{Comprimento} = L_E + 2(L_{\text{enr}} + E_{\text{tubo}}) \quad (2.39)$$

$$\text{Largura} = p + 2(L_{\text{enr}} + E_{\text{tubo}}) \quad (2.40)$$

$$\text{Altura} = H_E + l_g + H_I \quad (2.41)$$

Onde:

E_{tubo} é a espessura do tubo de enrolamento [cm];

H_E é a altura da lâmina E [cm];

H_I é a altura da lâmina I [cm];

L_E é a largura da base da lâmina E[cm];

L_{enr} é a largura do enrolamento[cm];

l_g é o comprimento do entreferro [cm];

p é a profundidade do indutor [cm].

Para se calcular as variáveis Centro, Topo e Lado, são utilizados as Equações 2.42, 2.43 e 2.44 conforme mostrado abaixo.

$$\text{Centro} = \text{Comprimento} \cdot \text{Altura} \quad (2.42)$$

$$\text{Topo} = \text{Comprimento} \cdot \text{Largura} \quad (2.43)$$

$$\text{Lado} = \text{Largura} \cdot \text{Altura} \quad (2.44)$$

Desta forma a área de superfície (A_s) de dissipação pode ser dada pela Equação 2.45.

$$A_s = 2(\text{Centro} + \text{Topo} + \text{Lado}) \quad (2.45)$$

2.11.2 Densidade de potência

A densidade de potência é obtida através potência que passa pela área de superfície de dissipação do indutor e pode ser encontrada pela Equação 2.46.

$$\psi = \frac{P_T}{A_s} \quad (2.46)$$

Onde:

A_s é a área de superfície efetiva para dissipação de calor [cm²];

P_T é o valor referente as perdas totais do indutor [W];

ψ é a densidade de potência [W/cm²].

A partir da densidade de potência é possível obter a elevação de temperatura através da Equação 2.47.

$$T_r = 450 \cdot (\psi)^{0,826} \quad (2.47)$$

Onde:

T_r é o aumento da temperatura [°C];

ψ é a densidade de potência [W/cm²].

2.11.3 Temperatura total

A temperatura total é encontrada através da temperatura ambiente somada com a elevação da temperatura, conforme mostrado na Equação 2.48.

$$T_{total} = T_{amb} + T_r \quad (2.48)$$

Onde:

T_{amb} é a temperatura ambiente [°C];

T_r é o aumento da temperatura [°C];

T_{total} é a temperatura total do indutor [°C].

2.12 Conclusão

No capítulo 2, foram levantados os principais procedimentos para o projeto de indutores trifásicos tendo como propósito o dimensionamento de seu núcleo, dimensionamento de seus enrolamentos, análise das perdas e sua temperatura.

No capítulo 3 será apresentado o desenvolvimento de um projeto de um indutor trifásico, através de um tamanho de lâmina definido pelo fabricante.

3. ESTUDO DE CASO DE UM PROJETO DE UM INDUTOR TRIFÁSICO

3.1 Introdução

Esta etapa tem como objetivo realizar o desenvolvimento do projeto de um indutor trifásico de núcleo EI para que possa ser realizada, posteriormente, uma comparação entre os cálculos analíticos e o método de elementos finitos na análise eletrostática e eletromagnética.

3.2 Especificação de projeto de indutor trifásico

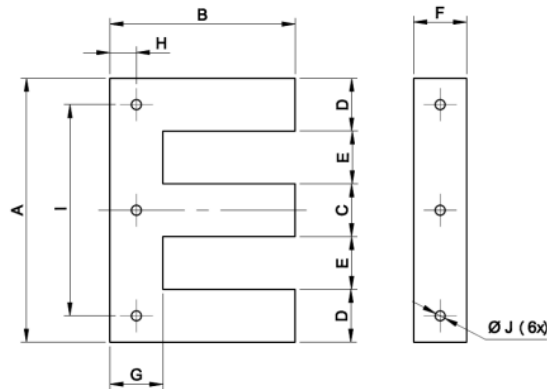
Devido a infinidade de utilidades que o indutor trifásico pode ser utilizado, para realizar o projeto precisa-se definir determinados parâmetros fundamentais que serão usados como ponto de partida para confecção do projeto. Para realizar esse projeto, o indutor trifásico contará com as seguintes especificações:

- Potência Aparente: 430 VA;
- Ligação: Estrela (Y);
- Tensão de Linha: 220 V;
- Frequência da rede: 60 Hz;
- Densidade de corrente: 275 A/cm²;
- Tipo: Núcleo envolvido;
- Material Magnético: Aço Silício grão não orientado M530 – 50A;
- Núcleo com lâminas de 0,50 mm;
- Densidade de Fluxo Magnético: 1,05 T;
- Fator de Empilhamento: 0,97;
- Fator de utilização de janela: $K_u = 0,4$.

Devido as diferentes aplicações de indutores e suas necessidades de potências dentro do projeto, seria muito complexo para uma indústria produzir vários tamanhos de lâminas. Por isso o fabricante faz a padronização de determinadas dimensões, restando ao projetista utilizar a variação da profundidade do indutor e sua quantidade de espiras para desenvolver seu projeto.

Assim nesse projeto, será utilizado um tamanho padrão de lâmina EI 6HS – 250 TF que foi obtida do catálogo da empresa brasileira Tessin, e possui as seguintes dimensões que estão representadas na Figura 3.1 e apresentadas na Tabela 3.1.

Figura 3.1 - Representação visual das dimensões da lâmina EI 6HS-250 TF



Fonte: Fornecido pela empresa Tessin (2022).

Onde:

A é o comprimento da base da lâmina E [cm];

B é o comprimento da altura da lâmina E [cm];

C é o comprimento da largura da perna central da lâmina E [cm];

D é o comprimento da largura das pernas laterais da lâmina E [cm];

E é o comprimento da largura de cada janela que compõe a lâmina E [cm];

F é o comprimento da altura da lâmina I [cm];

G é o comprimento da distância da base até a janela da lâmina E [cm];

H é o comprimento da distância da base até o centro do furo na lâmina E [cm];

I é o comprimento da distância entre os furos laterais da lâmina E [cm];

J é o diâmetro dos furos nas lâminas E e I [cm].

Tabela 3.1- Especificações de dimensões da Lâmina EI 6HS-250 TF

Parâmetros	Dimensões (cm)	Parâmetros	Dimensões (cm)
A	12,5	F	2,5
B	8,75	G	2,5
C	2,5	H	1,25
D	2,5	I	10
E	2,5	J	0,7

Fonte: Fornecido pela empresa Tessin (2022).

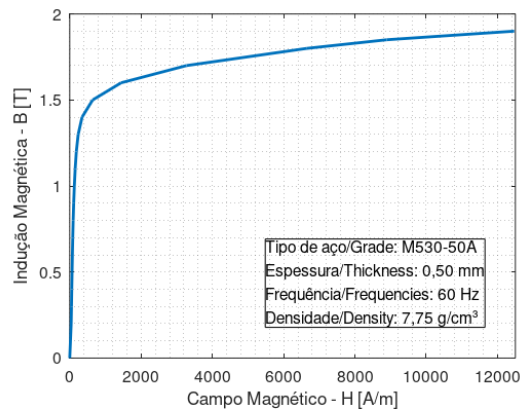
Esta lamina foi confeccionada com o aço silicio não orientado M530-50A, esse tipo de lâmina possui espessura de 0,50 mm com densidade de $7,75\text{g/cm}^3$ e dispõe das seguintes curvas de magnetização e perdas para operação em 60Hz representados na Figuras 3.2 e 3.3, conforme dados apresentados na Tabelas 3.2 e 3.3.

Tabela 3.2 - Valores da curva BH do material do núcleo do indutor.

Indução magnética (T)	Campo magnético (A/m)
0	0
0,2	39,88
0,3	48,26
0,4	56,64
0,5	65,35
0,6	74,41
0,7	84,29
0,8	95,99
0,9	110,60
1	129,21
1,1	152,75
1,2	184,92
1,3	237,23
1,4	345,40
1,5	641,37
1,6	1442,95
1,7	3276,60
1,8	6654,65
1,85	8891,78
1,90	12467,63

Fonte: Fornecido pela empresa ArcelorMittal (2022).

Figura 3.2 - Característica de magnetização para o aço M530-50A fornecido por ArcelorMittal



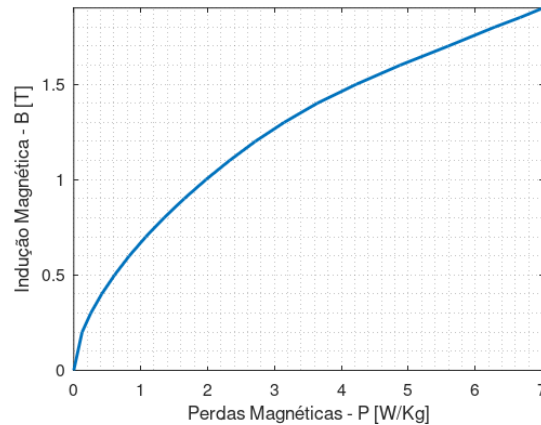
Fonte: Autor (2022).

Tabela 3.3 - Perda Magnética do material do núcleo

Indução magnética (T)	Perda magnética (w/kg)
0	0
0,2	0,124
0,3	0,254
0,4	0,417
0,5	0,61
0,6	0,829
0,7	1,076
0,8	1,35
0,9	1,65
1	1,975
1,1	2,328
1,2	2,711
1,3	3,145
1,4	3,637
1,5	4,224
1,6	4,878
1,7	5,597
1,8	6,294
1,85	6,672
1,90	7,019

Fonte: Fornecido pela empresa ArcelorMittal (2022).

Figura 3.3 - Característica de perdas magnéticas para o aço M530-50A fornecido por ArcelorMittal



Fonte: Autor (2022).

3.3 Parâmetros aplicados as equações de projeto

3.3.1 Grandezas elétricas

Os cálculos para dimensionamento do indutor trifásico de núcleo tipo EI estão mostrados, conforme as etapas descritas na sequência.

3.3.1.1 Corrente por fase

Encontra-se a corrente desejada para o indutor trifásico através da Equação 2.1.

$$I_{\text{linha}} = \frac{S_t}{\sqrt{3} \cdot V_{\text{linha}}} = \frac{430}{\sqrt{3} \cdot 220} = 1,128457 \text{ A}$$

3.3.1.2 Tensão por fase

As ligações dos enrolamentos do indutor estão em estrela (Y), por isso a corrente de linha (I_{linha}) é igual a corrente de fase (I_{fase}) e o valor da tensão de fase é obtido através da Equação 2.2.

$$V_{\text{fase}} = \frac{V_{\text{linha}}}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127,017059 \text{ V}$$

3.3.1.3 Reatância indutiva por fase

A reatância indutiva por fase é encontrada através da Equação 2.4.

$$X_L = \frac{V_{\text{fase}}}{I_{\text{fase}}} = \frac{127,017059}{1,128457} = 112,558174 \Omega$$

3.3.1.4 Indutância desejada por fase

A indutância por fase desejada é dada pela Equação 2.5.

$$L = \frac{X_L}{2 \cdot \pi \cdot f} = \frac{112,558174}{2 \cdot \pi \cdot 60} = 0,298570 \text{ H}$$

3.3.2 Dimensões do núcleo

3.3.2.1 Profundidade da área transversal do núcleo

Determina-se as dimensões do núcleo através do parâmetro produto de área. Como já foram definidas as medidas das lâminas, é necessário calcular sua profundidade, para isso foi levado em consideração o cálculo da área transversal do núcleo do indutor trifásico.

Deste modo, introduzindo a Equação 2.6 na Equação 2.7, e substituindo os valores, pode-se encontrar a profundidade do núcleo.

$$3 \cdot \left(\frac{W_a}{2} \cdot (b \cdot p) \right) = \frac{S_t(10^4)}{K_f \cdot K_u \cdot f \cdot B_{ac} \cdot J} \rightarrow$$

$$p = \frac{2 \cdot S_t(10^4)}{3 \cdot W_a \cdot b \cdot K_f \cdot K_u \cdot f \cdot B_{ac} \cdot J} \rightarrow$$

$$p = \frac{2 \cdot 430(10^4)}{3 \cdot 15,625 \cdot 2,5 \cdot 4,44 \cdot 0,2 \cdot 60 \cdot 1,05 \cdot 275} = 4,770138 \text{ cm}$$

Observa-se que o valor indicado para o fator de ocupação de janela pela bibliografia desse trabalho é de 0,4, porém como esse indutor é trifásico, uma janela é ocupada por dois enrolamentos, por isso foi utilizado $k_u=0,2$ que se trata de metade do valor indicado.

3.3.2.2 Área da seção transversal do núcleo

Assim escolhendo a profundidade de valor de 4,8 cm e substituindo na Equação 2.6, obtém-se o seguinte valor de área da seção transversal do núcleo.

$$A_c = 2,5 \cdot 4,8 = 12 \text{ cm}^2$$

3.3.2.3 Quantidade de lâminas

A quantidade de lâminas necessárias para o núcleo é definida pela profundidade, fator de empilhamento e espessura das lâminas. Desta forma substituindo os parâmetros fornecidos na Equação 2.8, pode-se obter:

$$N_{\text{lam}} = \frac{p \cdot f_{\text{emp}}}{e_{\text{lam}}} = \frac{4,8 \cdot 0,97}{0,05} = 93,12 \rightarrow 93 \text{ lâminas}$$

3.3.3 Dimensionamento do entreferro

3.3.3.1 Quantidade de espiras sem o entreferro

A quantidade de espiras do indutor trifásico é determinada pela Equação 2.19

$$N = \frac{V_{\text{fase}}(10^4)}{K_f \cdot B_{\text{ac}} \cdot f \cdot A_c} = \frac{127,017059 \cdot (10^4)}{4,44 \cdot 1,05 \cdot 60 \cdot 12} = 378,405367 \rightarrow 378 \text{ espiras}$$

3.3.3.2 Comprimento médio do caminho magnético

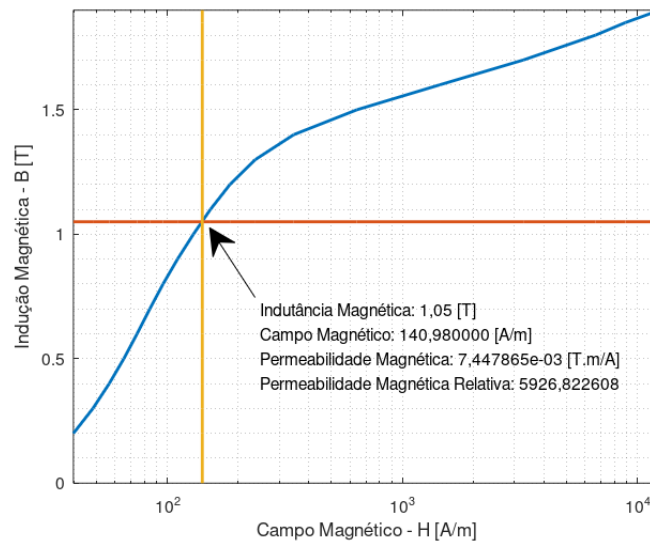
O dimensionamento do comprimento do entreferro é feito através do MPL do indutor trifásico e da permeabilidade relativa do material. O valor do MPL é obtido utilizando os valores fornecidos pela Tabela 3.1 aplicados as Equação 2.9, conforme mostrado abaixo.

$$\begin{aligned} \text{MPL} &= 2 \left(\frac{\pi}{8} \cdot (a + c + 2d) + b + e \right) \rightarrow \\ \text{MPL} &= 2 \left(\frac{\pi}{8} \cdot (2,5 + 12,5 + 2 \cdot 2,5) + 2,5 + 6,25 \right) = 24,372234 \text{ cm} \end{aligned}$$

3.3.3.3 Permeabilidade relativa do núcleo

O valor da permeabilidade relativa é encontrado através da indução magnética escolhida para projeto, o campo magnético associado esse valor e a permeabilidade magnética do ar. Para encontrar esse valor de campo magnético é feito a interpolação simples pelo *software* OCTAVE (função Interp1) da curva de indução magnética por campo magnético da Figura 3.2. Assim realizando a interpolação simples com o valor de indução magnética de 1,05 T, é encontrado o campo magnético relacionado esse valor de 140,98 A · m, conforme a Figura 3.4.

Figura 3.4 - Parâmetros relacionados a indução magnética escolhida para projeto



Fonte: Autor (2022).

A permeabilidade magnética do ar é de $4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$. Dessa forma, o valor da permeabilidade relativa do núcleo é obtido substituindo os valores da indução magnética e do campo magnético na Equação 2.16.

$$\mu_R = \frac{B_{ac}}{\mu_0 \cdot H} = \frac{1,05}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 140,98} = 5926,822608$$

3.3.3.4 Comprimento do entreferro

O comprimento do entreferro pode ser obtido substituindo os parâmetros de projeto na Equação 2.15.

$$l_g = \left(\frac{0,4 \cdot \pi \cdot N^2 \cdot A_c \cdot (10^{-8})}{L} \right) - \left(\frac{MPL}{\mu_m} \right)$$

$$l_g = \left(\frac{0,4 \cdot \pi \cdot 378^2 \cdot 12 \cdot (10^{-8})}{0,298570} \right) - \left(\frac{24,372234}{5926,822607} \right) = 6,8053191 \cdot 10^{-02} \text{ cm}$$

O valor escolhido do entreferro é de 0,068 cm.

3.3.3.5 Fator de fluxo de espraçamento no entreferro

O fluxo de espraçamento aumenta o fluxo magnético que circula no núcleo do indutor. Para que não haja a saturação do núcleo é feita a compensação através do fator de fluxo de espraçamento que pode ser calculado pela Equação 2.18.

$$F = \left(1 + \frac{l_g}{\sqrt{A_c}} \ln \frac{2(h_{\text{janela}})}{l_g} \right) = \left(1 + \frac{6,8 \cdot 10^{-02}}{\sqrt{12}} \ln \frac{2 \cdot 6,25}{6,8 \cdot 10^{-02}} \right) = 1,102350$$

3.3.4 Enrolamentos

3.3.4.1 Quantidade de espiras com o entreferro

Assim é recalculado o número de espiras do indutor através do fator de fluxo de espraçamento. Isso é feito através da Equação 2.20.

$$N_{\text{novo}} = \sqrt{\frac{(l_g \cdot L)}{(0,4 \cdot \pi \cdot A_c \cdot F(10^{-8}))}} = \sqrt{\frac{6,8 \cdot 10^{-02} \cdot 0,298570}{(0,4 \cdot \pi \cdot 12 \cdot 1,102350(10^{-8}))}} \rightarrow$$

$$N_{\text{novo}} = 349,616448 \text{ espiras}$$

A quantidade de espiras escolhida é 350 espiras.

3.3.4.2 Escolha do condutor

- **Área do condutor**

Para encontrar a área do condutor nu do indutor é utilizado a Equação 2.22.

$$A_{wL} = \frac{I_L}{J} = \frac{1,13}{275} = 4,109091 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2$$

- **Diâmetro do condutor**

O diâmetro é obtido através da Equação 2.23.

$$d_{\text{cond}} = \sqrt{4 \cdot \frac{A_{wL}}{\pi}} = \sqrt{4 \cdot \frac{4,109091 \cdot 10^{-3}}{\pi}} \geq 7,233158 \cdot 10^{-2} \text{ cm}$$

Desta forma é necessário escolher um condutor que possua o diâmetro de cobre nu maior que $7,233158 \cdot 10^{-2} \text{ cm}$, por isso foi selecionado o condutor 21 AWG do catalogo da empresa ConduPasqua que se encontra no Anexo B.

Tabela 3.4 - Parâmetros do condutor 21 AWG.

Parâmetros	Valores
Diâmetro do condutor nu	$7,24 \cdot 10^{-2} \text{ Cm}$
Diâmetro externo	$7,98 \cdot 10^{-2} \text{ Cm}$
Resistência	$427,01 \mu\Omega/\text{cm}$
Rigidez dielétrica	5250 V

Fonte: Autor (2022).

3.3.4.3 Quantidade de condutores por camada

A quantidade de condutores por camada de enrolamento é obtida pela Equação 2.24.

$$Q_{\text{cond}} \leq \frac{L_{\text{jan}}}{D_{\text{cond}}} \leq \frac{6,25}{7,98 \cdot 10^{-2}} \leq 78,320802 \text{ espiras}$$

A quantidade de condutores escolhida para cada camada foi de 70 condutores por ser um número que é múltiplo de 350 e para que haja uma divisão igualitária entre as camadas.

3.3.4.4 Quantidade de camadas

A quantidade de camadas é dada pela Equação 2.25

$$N_{\text{cond}} = \frac{N}{Q_{\text{cond}}} = \frac{350}{70} = 5 \text{ camadas}$$

3.3.4.5 Cálculo da resistência

- **Altura do enrolamento**

A altura do enrolamento é dada pela Equação 2.26. Desta forma, para realizar o cálculo, o isolante utilizado vai ser de classe F com espessura de 0,3 mm e suas características estão detalhadas no Anexo C.

$$L_{\text{enr}} = N_{\text{cond}} d_{\text{cond}} \cdot N_{\text{iso}} e_{\text{iso}} = 5(7,89 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-2}) = 0,5445 \text{ cm}$$

- **Comprimento médio do enrolamento**

O material utilizado para o tubo de enrolamento será o fenolite com espessura de 2 mm. Desta forma, o tamanho interno do tubo seguirá as medidas externas do núcleo. Assim o MLT pode ser encontrado através da Equação 2.27.

$$\begin{aligned} \text{MLT} &= 2(L_{\text{tubo}} + P_{\text{tubo}} + 4E_{\text{tubo}}) + \pi L_{\text{enr}} \\ \text{MLT} &= 2 \cdot (2,5 + 4,8 + 4 \cdot 0,2) + \pi \cdot (0,5445) \\ \text{MLT} &= 17,910597 \text{ cm} \end{aligned}$$

- **Resistência do enrolamento por fase**

A resistência de cada enrolamento do indutor trifásico é obtida através do produto do MLT, do número de espiras e da resistência por unidade de comprimento.

$$R_{\text{enr}} = \text{MLT} \cdot N \cdot R_{\text{cond}} \cdot 10^{-6} = 17,910597 \cdot 350 \cdot 427,01 \cdot 10^{-6} = 2,676801 \, \Omega$$

3.3.5 Perdas totais

3.3.5.1 Perdas nos enrolamentos

Para encontrar as perdas totais dissipada nos enrolamentos, é necessário realizar o produto da potência dissipada de cada fase pela quantidade de enrolamentos. Assim através da Equação 2.37 obtém-se:

$$P_{\text{cobre}} = 3 \cdot R_{\text{enr}} \cdot (I_{\text{fase}})^2 = 3 \cdot 2,676801 \cdot (1,128457)^2 = 3,408682 \, \text{W}$$

3.3.5.2 Perdas no núcleo

- **Densidade de fluxo com o entreferro**

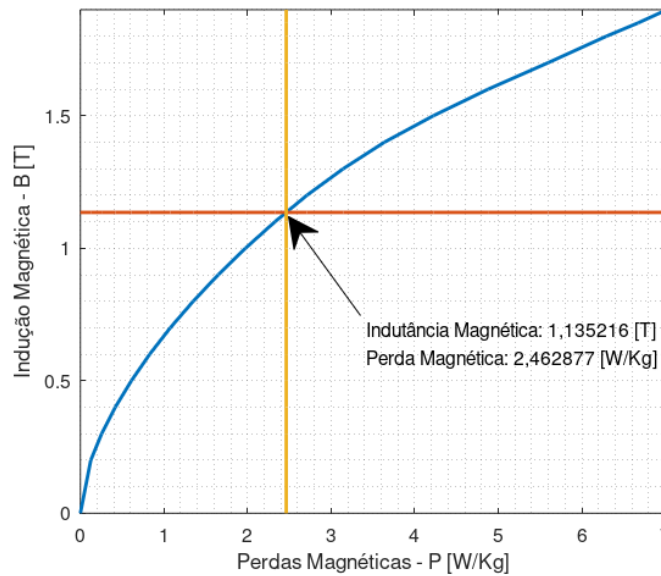
Para recalcular a densidade de fluxo magnético com o entreferro, usa-se a Equação 2.21.

$$B_{\text{ac}} = \frac{V_{\text{ac}}(10^4)}{K_f \cdot N_{\text{nov}} \cdot A_c \cdot f} = \frac{127(10^4)}{4,44 \cdot 350 \cdot 12 \cdot 60} = 1,135216 \, \text{T}$$

- **Perda magnética do material do núcleo**

A densidade de fluxo magnético máxima encontrada no núcleo foi de 1,135216 T, desta forma, com o auxílio do *software* OCTAVE utiliza-se a função de interpolação linear simples (Interp1) da Tabela 3.2, conforme está apresentado na Figura 3.5.

Figura 3.5 - Interpolação das perdas magnéticas do núcleo pela indução magnética máxima de projeto



Fonte: Autor (2022).

Desta forma, como mostrado na Figura 3.5, o valor das perdas magnéticas no núcleo para a indução magnética de 1,135216 T é de 2,462877 W/Kg.

- **Volume do núcleo**

Para encontrar o peso do núcleo magnético é necessário encontrar seu volume por meio da Equação 2.34.

$$V_{\text{núcleo}} = p \cdot (A_e + A_i) = 4,8 \cdot (77,345500 + 30,095500) = 515,716800 \text{ cm}^3$$

- **Massa do núcleo**

Sabendo que o volume do núcleo do indutor e que este possui um material com a densidade de 7,75 g/cm³, é realizado a substituição desses valores na Equação 2.35 e encontra-se a massa do núcleo.

$$M_{\text{núcleo}} = D_{\text{núcleo}} \cdot V_{\text{núcleo}} = 7,75 \cdot 515,716800 = 3996,805200 \text{ g}$$

Para o cálculo das perdas magnéticas é necessário encontrar a massa em quilogramas, desta modo, fazendo a conversão de unidades a massa do núcleo será de 3,9968052 Kg.

- **Perda magnética no núcleo**

Assim após encontrar a massa é possível encontrar as perdas no núcleo substituindo as informações anteriores na Equação 2.36.

$$P_{\text{núcleo}} = P_{\text{mag}} \cdot M_{\text{núcleo}} = 2,462877 \cdot 3,9968052 = 9,843640 \text{ W}$$

3.3.5.3 Perdas totais no indutor trifásico

Para estimar o valor da temperatura é preciso encontrar o valor das perdas totais no indutor, que pode ser encontrada pela soma das perdas no núcleo com as perdas no cobre.

$$P_T = P_{\text{cobre}} + P_{\text{núcleo}} = 3,408682 + 9,843640 = 13,2523213 \text{ W}$$

3.3.6 Temperatura

3.3.6.1 Área de superfície de dissipação

Para poder realizar a estimativa de temperatura é necessário encontrar a área de superfície do Centro, Topo e Lado do indutor trifásico através das Equações 2.39, 2.40, 2.41, 2.42, 2.43 e 2.44.

$$\text{Comprimento} = L_E + 2(L_{\text{enr}} + E_{\text{tubo}}) = 12,5 + 2(0,5445 + 0,2) = 13,989 \text{ cm}$$

$$\text{Largura} = p + 2(L_{\text{enr}} + E_{\text{tubo}}) = 4,8 + 2(0,5445 + 0,2) = 6,289 \text{ cm}$$

$$\text{Altura} = H_E + L_g + H_l = 8,75 + 0,068 + 2,5 = 11,318 \text{ cm}$$

$$\text{Centro} = \text{Comprimento} \cdot \text{Altura} = 13,989 \cdot 11,318 = 158,327502 \text{ cm}^2$$

$$\text{Topo} = \text{Comprimento} \cdot \text{Largura} = 13,989 \cdot 6,289 = 87,976821 \text{ cm}^2$$

$$\text{Lado} = \text{Largura} \cdot \text{Altura} = 6,289 \cdot 11,318 = 71,178902 \text{ cm}^2$$

Desta forma a área de superfície pode ser dada pela Equação 2.45.

$$A_s = 2(\text{Centro} + \text{Topo} + \text{Lado})$$

$$A_s = 2(158,327502 + 71,178902 + 87,976821) = 634,96645 \text{ cm}^2$$

3.3.6.2 Densidade de potência

O cálculo da elevação da temperatura requer que seja mostrada a densidade de potência sobre a área de superfície de dissipação do indutor trifásico. Isso pode ser realizado pela Equação 2.46.

$$\psi = \frac{P_T}{A_t} = \frac{13,2523213}{634,96645} = 0,0208709 \text{ W/cm}^2$$

3.3.6.3 Aumento de temperatura

A partir da densidade de potência encontrada anteriormente, obtém-se o seguinte valor de aumento de temperatura.

$$T_r = 450 \cdot (\psi)^{0,826} = 450 \cdot (0,0208709)^{0,826} = 18,414228 \text{ }^\circ\text{C}$$

3.3.6.4 Temperatura total

A temperatura ambiente adotada nesse projeto foi de 25°C, assim pode-se calcular a temperatura total do indutor trifásico como:

$$T_{\text{total}} = T_{\text{amb}} + T_r \rightarrow 25 + 18,414228 = 43,414228 \text{ }^\circ\text{C}$$

3.4 Conclusão

No capítulo 3, foi realizado o projeto de indutor trifásico do tipo EI, através de uma definição de parâmetros iniciais com o intuito de utilizar esse equipamento para análise e comparação entre os cálculos analíticos e a simulação pelo Método de Elementos Finitos. Desta forma, utilizando um tamanho padrão de lamina foi determinado as dimensões do núcleo e características do enrolamento.

No capítulo 4, será realizada a análise magnética por meio do método de circuito magnético equivalente e levantados os valores referentes ao estudo eletromagnético do indutor trifásico EI para ser posteriormente comparado com as simulações obtidas pelo *software* FEMM.

4. MODELAGEM DO CIRCUITO MAGNÉTICO EQUIVALENTE DO INDUTOR TRIFÁSICO

4.1 Introdução

Este capítulo apresenta algumas ferramentas necessárias para análise magnética dos parâmetros do indutor trifásico EI. O circuito magnético equivalente é um método para realizar o estudo do comportamento magnético do dispositivo estudado. Nesse sistema pode-se fazer uma analogia entre o circuito magnético e o circuito elétrico, facilitando o entendimento, porém esse sistema não consegue representar de maneira precisa o comportamento dos fluxos de espraiamento no entreferro e a distribuição não linear do fluxo magnético dentro do núcleo.

4.2 Circuito magnético equivalente do indutor trifásico

O indutor trifásico é um dispositivo com dimensões físicas no espaço, por isso para realizar o seu estudo é necessário utilizar algum método para representar a interação entre as estruturas físicas, com as grandezas elétricas e magnéticas.

Para realizar esse estudo, é utilizado o método de circuito magnético equivalente que se trata de uma representação magnética de geometrias complexas tridimensionais utilizando um sistema unidirecional simples.

O método de análise de circuito magnético surgiu pela dificuldade de se obter a intensidade de campo magnético e a densidade de fluxo em geometrias complexas. Desta forma o método representa um problema que está no campo tridimensional em um circuito equivalente unidimensional, com resultados dentro da diferença aceitável em engenharia.

Geralmente nesse modelo os dispositivos magnéticos são compostos por um núcleo de alta permeabilidade, onde circula um fluxo magnético internamente que é gerado por uma força magnetomotriz de origem no enrolamento composto por espiras ao redor de determinado segmento do núcleo.

Como esse material possui grande permeabilidade magnética, o fluxo fica predominantemente restrito ao interior de seu núcleo, de maneira muito similar ao que ocorre com a corrente no interior de um condutor. Desta forma, esse modelo possibilita relacionar e fazer uma analogia entre o circuito magnético e o circuito elétrico.

Para realizar o estudo do circuito equivalente magnético é importante entender alguns conceitos fundamentais como: força magnetomotriz, fluxo magnético, campo magnético, indução magnética e relutância.

4.2.1 Força magnetomotriz

Um enrolamento formado por uma quantidade de espiras N , com a circulação de uma corrente I , é representado no circuito magnético como uma fonte de força magnetomotriz. Essa variável é calculada pelo produto da corrente pela quantidade de espiras, com sua unidade de medida em ampere-espiras ($A \cdot e$).

A força magnetomotriz (\mathcal{F}) está relacionada ao campo magnético desse circuito e pode ser representada por:

$$\mathcal{F} = N \cdot i = \oint H_c dl_c \quad (4.1)$$

Onde:

\mathcal{F} é a força Magnetomotriz [$A \cdot e$];

H_c é o campo magnético [A/m];

i é a corrente elétrica [A];

l_c é o comprimento do caminho magnético [m];

N é o número de espiras.

Nesse modelo as dimensões do comprimento médio do núcleo, são aproximadamente do mesmo comprimento do caminho de qualquer linha de fluxo, por isso a integral da Equação 4.1 resulta em um simples produto escalar entre o campo magnético (H_c) e o comprimento médio do caminho de fluxo (l_c), originando-se a seguinte equação:

$$\mathcal{F} = N \cdot i = H_c l_c \quad (4.2)$$

Para encontrar o sentido do campo magnético pode-se utilizar da regra da mão direita, onde segurando a bobina figurativamente com a mão direita, com os dedos apontando no sentido da corrente, então o polegar apontará no sentido do campo magnético (FITZGERALD, A. E.; KINGLEY, 2014).

4.2.2 Entreferro

Conforme apresentado anteriormente, alguns dispositivos de conversão de energia necessitam de um elemento móvel chamado entreferro. No entanto, quando o entreferro for excessivamente comprido há o surgimento de um caminho alternativo para o fluxo, que começa a se dispersar pelos lados do entreferro, formando assim um fluxo de espraçamento. O efeito desses campos de espraçamento é aumentar a área efetiva A_g da seção reta do entreferro. Esse tipo de fluxo de espraçamento é difícil de ser modelado nesse tipo de método. Por isso nesse trabalho, esse tipo de fluxo será desprezado no circuito equivalente magnético.

4.2.3 Relutâncias

O fluxo magnético encontra uma certa dificuldade em sua passagem pelo caminho magnético interno ao núcleo e seu entreferro. Essa variável de oposição ao fluxo é chamada de relutância e depende da geometria e das propriedades físicas do material. Nesse modelo ela é equivalente a resistência do circuito elétrico e é expressa respectivamente para o material magnético do núcleo e o entreferro pelas Equações 4.3 e 4.4.

$$\mathfrak{R}_c = \frac{l_c}{\mu_R \mu_0 A_c} \quad (4.3)$$

$$\mathfrak{R}_g = \frac{l_g}{\mu_0 A_g} \quad (4.4)$$

Onde:

A_c é a área da seção transversal do núcleo [m^2];

A_g é a área de superfície efetiva para dissipação de calor [cm^2];

l_c é o comprimento médio do núcleo [m];

l_g é o comprimento médio do entreferro [m];

\mathfrak{R}_c é a relutância magnética do núcleo [$A \cdot e / Wb$];

\mathfrak{R}_g é relutância magnética do entreferro [$A \cdot e / Wb$];

μ_0 é a permeabilidade do ar [H/m];

μ_R é a permeabilidade magnética relativa do material do núcleo [H/m].

O inverso da relutância é chamado de permeância e define a facilidade de passagem do fluxo magnético pela força magnetomotriz inserida.

$$\mathcal{P} = \frac{1}{\mathfrak{R}} \quad (4.5)$$

Onde:

\mathcal{P} é a permeância magnética [Wb/ A·e];

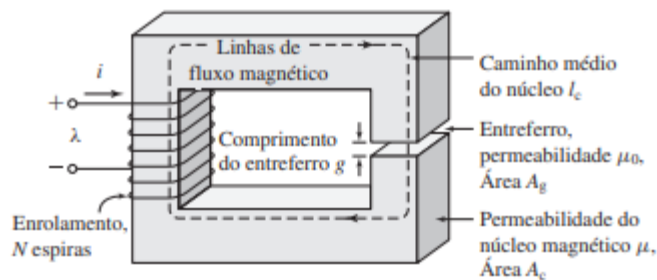
\mathfrak{R} é a relutância magnética [A·e/Wb].

4.2.4 Analogia entre o circuito magnético e o circuito elétrico

Os circuitos magnéticos equivalentes possuem elementos com comportamento análogo aos componentes do circuito elétrico. A força magnetomotriz \mathcal{F} (análoga à tensão no circuito elétrico) impulsiona um fluxo ϕ (análogo à corrente no circuito elétrico) através da combinação das relutâncias do núcleo R_c e do entreferro R_g . Frequentemente, essa analogia entre as soluções de circuitos magnéticos e elétricos pode ser explorada para se obter as soluções dos fluxos em circuitos magnéticos de grande complexidade (FITZGERALD, A. E.; KINGLEY, 2014).

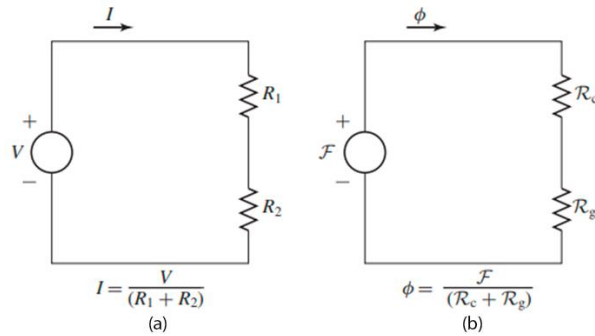
Desse modo para ilustrar a semelhança entre o circuito magnético e o circuito elétrico, é utilizado o seguinte exemplo de dispositivo ilustrado na Figura 4.1.

Figura 4.1 - Exemplo de problema eletromagnético detalhado



Fonte: FITZGERALD; KINGLEY (2014).

Figura 4.2 - Analogia entre circuitos elétrico e magnético. (a) Circuito elétrico, (b) circuito magnético



Fonte: FITZGERALD; KINGLEY (2014).

Pode-se adotar a lei de Kirchhoff para as tensões em um circuito magnético, entretanto o somatório das tensões será equivalente a soma das forças magnetomotrizes em um circuito magnético fechado e possui valor igual a zero.

$$\sum_n \mathcal{F}_n = 0 \quad (4.6)$$

Do mesmo modo que anteriormente, pode-se aplicar a lei de Kirchhoff das correntes em um circuito magnético, resultando na Equação 4.7.

$$\sum_n \phi_n = 0 \quad (4.7)$$

4.2.5 Induções magnéticas

A indução magnética ou densidade de fluxo magnético está relacionada as propriedades físicas do material utilizado e suas dimensões físicas.

$$B_c = \frac{\phi}{A_c} \quad (4.8)$$

$$B_g = \frac{\phi}{A_g} \quad (4.9)$$

Onde:

A_c é a área transversal do núcleo [m^2];

A_g é a área transversal do entreferro [m^2];

B_c é a densidade de fluxo magnético no núcleo [T];

B_g é a densidade de fluxo magnético no entreferro [T];

ϕ é o fluxo magnético que está circulando no circuito magnético [Wb].

O modelo de circuito equivalente magnético possui uma variável associada a indução magnética e ao campo magnético que se chama permeabilidade.

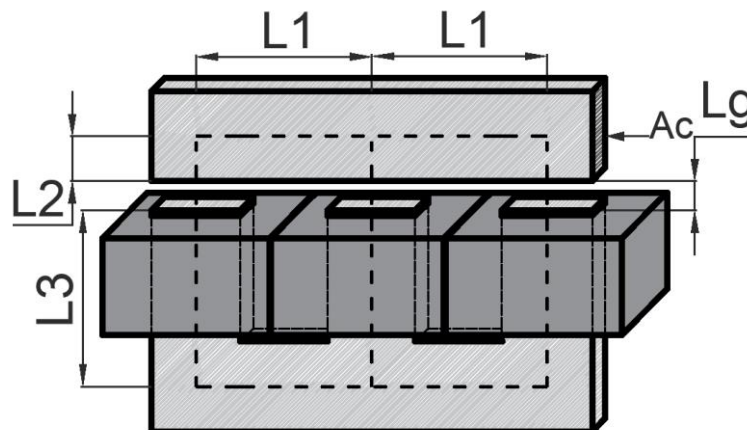
A permeabilidade pode ser classificada em dois tipos: a linear que é dada pela Equação 4.10 e a não linear que é fornecido uma curva de valores ou um gráfico que relacione o campo magnético e a indução magnética.

$$B = \mu H \quad (4.10)$$

4.3 Circuito equivalente de um indutor trifásico de tipo de núcleo EI

A estrutura construtiva do indutor trifásico para estudo magnético está apresentada na Figura 4.3. Esse dispositivo é formado por um núcleo em formato E com três pernas e um núcleo em formato I, possuindo três entreferros e três enrolamentos com uma determinada quantidade de espiras. Como a área transversal do entreferro A_g é igual a área transversal do núcleo, nesse modelo será representado somente a área do núcleo A_c .

Figura 4.3 - Medidas para cálculo das relutâncias do indutor trifásico EI



Fonte: Autor (2022).

Onde:

A_c é a área efetiva da seção transversal do núcleo [m²];

L_1 é a distância entre a perna central e as pernas laterais [m];

L_2 é a distância entre o centro do núcleo I e sua lateral [m];

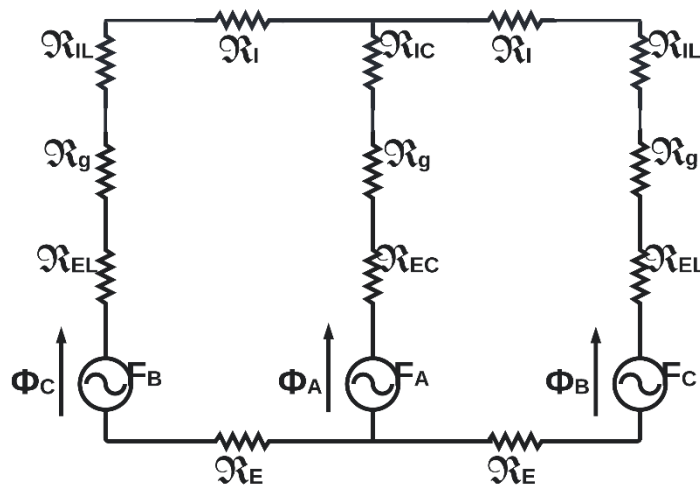
L_3 é a altura entre o centro da área inferior a janela e a ponta da perna do núcleo E [m];

l_g é o comprimento do entreferro [m].

4.4 Relutâncias magnéticas

Através do dispositivo representado na Figura 4.3, é demonstrado abaixo a representação magnética do circuito do indutor trifásico de núcleo EI, onde as geometrias do núcleo são representadas por relutâncias e os enrolamentos por forças magnetomotrizes, conforme a Figura 4.4.

Figura 4.4 - Circuito equivalente do indutor trifásico



Fonte: Autor (2022).

As relutâncias de cada elemento do circuito equivalente magnético do indutor trifásico representado na Figura 4.4, podem ser expressas através das seguintes equações:

$$\mathfrak{R}_E = \frac{L_1}{\mu \cdot A_c} \quad (4.11)$$

$$\mathfrak{R}_{EC} = \frac{L_3}{\mu \cdot A_c} \quad (4.12)$$

$$\mathfrak{R}_{EL} = \frac{L_3}{\mu \cdot A_c} \quad (4.13)$$

$$\mathfrak{R}_I = \frac{L_1}{\mu \cdot A_c} \quad (4.14)$$

$$\mathfrak{R}_{IC} = \frac{L_2}{\mu \cdot A_c} \quad (4.15)$$

$$\mathfrak{R}_{IL} = \frac{L_2}{\mu \cdot A_c} \quad (4.16)$$

$$\mathfrak{R}_g = \frac{l_g}{\mu_0 \cdot A_c} \quad (4.17)$$

Onde:

A_c é área transversal do núcleo magnético [m^2].

L_1, L_2, L_3 e l_g são os comprimentos do núcleo magnético [m];

\mathfrak{R}_g é a relutância que representa o entreferro [$A \cdot e/Wb$];

$\mathfrak{R}_E, \mathfrak{R}_{EC}, \mathfrak{R}_{EL}, \mathfrak{R}_I, \mathfrak{R}_{IC}$ e \mathfrak{R}_{IL} são as relutâncias magnéticas do núcleo [$A \cdot e/Wb$];

μ_0 é a permeabilidade magnética do ar [H/m];

μ é a permeabilidade magnética do material do núcleo em 60Hz (M530-50A) [H/m].

Para simplificar o circuito, pode-se obter a relutância equivalente de cada perna do indutor através da soma das relutâncias que estão em série.

$$\mathfrak{R}_a = \mathfrak{R}_{IC} + \mathfrak{R}_g + \mathfrak{R}_{EC} \quad (4.18)$$

$$\mathfrak{R}_b = \mathfrak{R}_I + \mathfrak{R}_{IL} + \mathfrak{R}_g + \mathfrak{R}_{EL} + \mathfrak{R}_E \quad (4.19)$$

$$\mathfrak{R}_c = \mathfrak{R}_I + \mathfrak{R}_{IL} + \mathfrak{R}_g + \mathfrak{R}_{EL} + \mathfrak{R}_E \quad (4.20)$$

Onde:

\mathfrak{R}_a é a soma das relutâncias magnéticas em série da perna central do núcleo [$A \cdot e/Wb$];

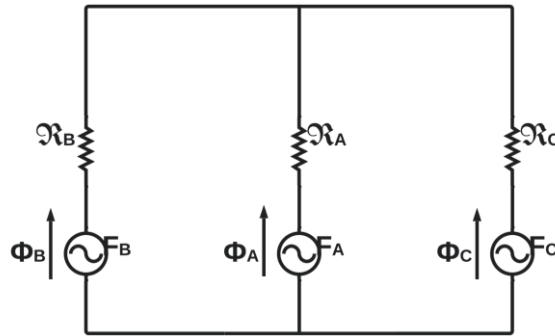
\mathfrak{R}_b e \mathfrak{R}_c são as somas das relutâncias magnéticas em série em cada perna lateral do núcleo [$A \cdot e/Wb$];

$\mathfrak{R}_E, \mathfrak{R}_{EC}, \mathfrak{R}_{EL}, \mathfrak{R}_I, \mathfrak{R}_{IC}$ e \mathfrak{R}_{IL} são as relutâncias magnéticas que representam o núcleo [$A \cdot e/Wb$];

\mathfrak{R}_g é a relutância que representa o entreferro [$A \cdot e/Wb$].

Assim encontra-se o seguinte circuito equivalente do indutor trifásico, sendo as relutâncias do circuitos reduzidas em \mathcal{R}_a , \mathcal{R}_b e \mathcal{R}_c .

Figura 4.5 - Circuito Equivalente do indutor trifásico simplificado



Fonte: Autor (2022).

4.5 Forças magnetomotrizes

A força Magnetomotriz é gerada no enrolamento e é a principal provedora de potencial para a circulação do fluxo magnético pelo circuito magnético. Ela é dependente da magnitude da corrente e a quantidade de espiras de cada enrolamento.

Como nesse trabalho é estudado o dispositivo com a ligação em estrela, um dos terminais dos enrolamentos do indutor trifásico são conectados entre si, formando um terminal neutro que pode ser conectado ao neutro da rede. Deste modo, o sistema trifásico do indutor é formado de quatro fios, onde três são condutores de fase e um condutor de neutro.

As correntes inseridas nos enrolamentos do indutor trifásico estão defasadas entre si por um ângulo de 120° e possuem as seguintes expressões:

$$I_a = I_p \cdot \cos(2\pi ft) \quad (4.21)$$

$$I_b = I_p \cdot \cos(2\pi ft - 120^\circ) \quad (4.22)$$

$$I_c = I_p \cdot \cos(2\pi ft + 120^\circ) \quad (4.23)$$

Onde:

f é a frequência de operação do indutor [Hz];

I_a , I_b e I_c são as correntes de cada enrolamento do indutor trifásico [A];

I_p é a corrente de pico [A];

t é a variável de tempo [s].

Assim para encontrar a expressão da força magnetomotriz é necessário realizar o produto das correntes pela quantidade de espiras de cada enrolamento, obtendo a seguinte expressão.

$$\mathcal{F}_a = N_a \cdot I_a = N_a \cdot I_p \cdot \cos(2\pi ft) \quad (4.24)$$

$$\mathcal{F}_b = N_b \cdot I_b = N \cdot I_p \cdot \cos(2\pi ft - 120^\circ) \quad (4.25)$$

$$\mathcal{F}_c = N_c \cdot I_c = N_c \cdot I_p \cdot \cos(2\pi ft + 120^\circ) \quad (4.26)$$

Onde:

f é a frequência de operação do indutor [Hz];

$\mathcal{F}_a, \mathcal{F}_b$ e \mathcal{F}_c são as forças magnetomotrices de cada enrolamento[A·e];

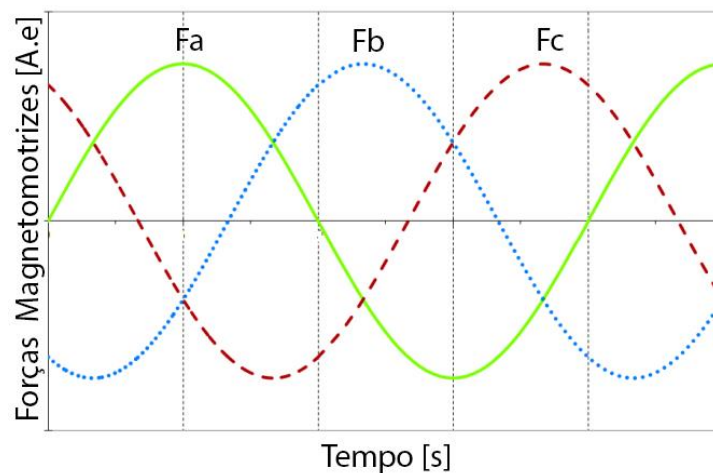
I_p é a corrente de pico [A];

N_a, N_b e N_c são a quantidade de espiras de cada enrolamento.

t é a variável de tempo [s].

Na Figura 4.6 estão representadas as forças magnetomotrices que geradas pelos enrolamentos do indutor trifásico.

Figura 4.6 - Força magnetomotriz em cada enrolamento do indutor trifásico



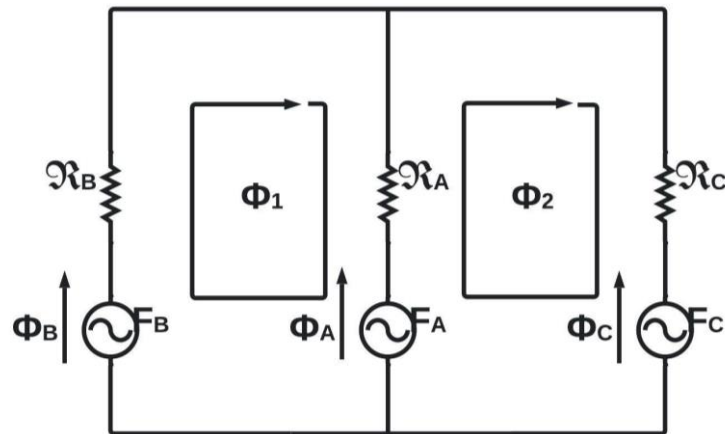
Fonte: Autor (2022).

4.6 Fluxos magnéticos

O fluxo magnético pode ser definido como a quantidade de linhas de indução magnética que transpassa uma superfície. Esta variável está relacionada com as relutâncias e a forças magnetomotrizes de um circuito magnético. Desta forma, pode se afirmar que o fluxo magnético é diretamente proporcional a quantidade de linhas de indução magnética, ou seja, quanto maior o número de linhas, maior a intensidade do fluxo magnético.

Assim para encontrarmos os fluxos magnéticos para o indutor trifásico, realiza-se a obtenção das malhas do circuito magnético através da lei de Kirchoff, conforme a Figura 4.7.

Figura 4.7 - Circuito equivalente magnético com as malhas aplicadas



Fonte: Autor (2022).

$$\begin{bmatrix} \Phi_1(t) \\ \Phi_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathfrak{R}_a + \mathfrak{R}_b) & -\mathfrak{R}_a \\ -\mathfrak{R}_a & (\mathfrak{R}_a + \mathfrak{R}_c) \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -F_a(t) + F_b(t) \\ F_a(t) - F_c(t) \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Sendo:

$$\Phi_a(t) = \Phi_2(t) - \Phi_1(t) \quad (4.28)$$

$$\Phi_b(t) = \Phi_1(t) \quad (4.29)$$

$$\Phi_c(t) = -\Phi_2(t) \quad (4.30)$$

Utilizando o circuito equivalente magnético do indutor trifásico, encontra-se a matriz que representam o fluxo magnéticos. Desta forma, resolvendo as matrizes inversas das relutâncias e substituindo as relações nas Equações 4.28, 4.29 e 4.30, pode-se encontrar o fluxo magnético em cada perna do indutor, sendo expresso nas seguintes equações:

$$\phi_A(t) = \frac{N_A \cdot I_A(t)}{\mathfrak{R}_A + \frac{\mathfrak{R}_B \mathfrak{R}_C}{\mathfrak{R}_B + \mathfrak{R}_C}} - \frac{\mathfrak{R}_C}{\mathfrak{R}_A + \mathfrak{R}_C} \cdot \frac{N_B \cdot I_B(t)}{\mathfrak{R}_B + \frac{\mathfrak{R}_A \mathfrak{R}_C}{\mathfrak{R}_A + \mathfrak{R}_C}} - \frac{\mathfrak{R}_B}{\mathfrak{R}_B + \mathfrak{R}_A} \cdot \frac{N_C \cdot I_C(t)}{\mathfrak{R}_C + \frac{\mathfrak{R}_A \mathfrak{R}_B}{\mathfrak{R}_B + \mathfrak{R}_A}} \quad (4.31)$$

$$\phi_B(t) = \frac{\mathfrak{R}_C}{\mathfrak{R}_B + \mathfrak{R}_C} \cdot \frac{N_A \cdot I_A(t)}{\mathfrak{R}_A + \frac{\mathfrak{R}_B \mathfrak{R}_C}{\mathfrak{R}_B + \mathfrak{R}_C}} + \frac{N_B \cdot I_B(t)}{\mathfrak{R}_B + \frac{\mathfrak{R}_A \mathfrak{R}_C}{\mathfrak{R}_A + \mathfrak{R}_C}} - \frac{\mathfrak{R}_B}{\mathfrak{R}_B + \mathfrak{R}_A} \cdot \frac{N_C \cdot I_C(t)}{\mathfrak{R}_C + \frac{\mathfrak{R}_A \mathfrak{R}_B}{\mathfrak{R}_B + \mathfrak{R}_A}} \quad (4.32)$$

$$\phi_C(t) = -\frac{\mathfrak{R}_B}{\mathfrak{R}_B + \mathfrak{R}_C} \cdot \frac{N \cdot I_A(t)}{\mathfrak{R}_A + \frac{\mathfrak{R}_B \mathfrak{R}_C}{\mathfrak{R}_B + \mathfrak{R}_C}} - \frac{\mathfrak{R}_A}{\mathfrak{R}_A + \mathfrak{R}_C} \cdot \frac{N \cdot I_B(t)}{\mathfrak{R}_B + \frac{\mathfrak{R}_A \mathfrak{R}_C}{\mathfrak{R}_A + \mathfrak{R}_C}} + \frac{N \cdot I_C(t)}{\mathfrak{R}_C + \frac{\mathfrak{R}_A \mathfrak{R}_B}{\mathfrak{R}_B + \mathfrak{R}_A}} \quad (4.33)$$

Onde:

$I_A(t)$, $I_B(t)$ e $I_C(t)$ são as correntes do indutor trifásico [A];

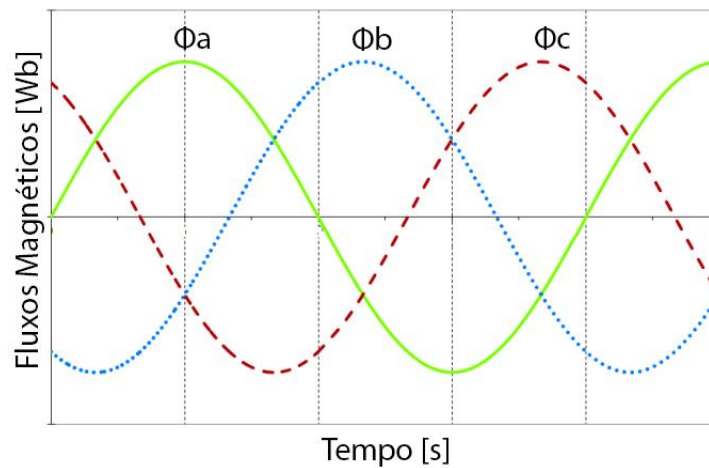
N_A , N_B e N_C são as quantidades de espiras;

\mathfrak{R}_A , \mathfrak{R}_B e \mathfrak{R}_C são as relutâncias do indutor trifásico [A·e/Wb];

$\phi_A(t)$, $\phi_B(t)$ e $\phi_C(t)$ são os fluxos magnéticos em cada perna do indutor trifásico [Wb].

A Figura 4.8 apresenta as formas de ondas dos fluxos magnéticos presentes no indutor trifásico do tipo EI.

Figura 4.8 - Fluxos Magnéticos do Indutor



Fonte: Autor (2022).

4.6.1 Induções magnéticas

A indução magnética ou densidade de fluxo magnético é um fenômeno que relaciona a quantidade de fluxo magnético está passando por determinada área do circuito magnético. É encontrado dividindo o fluxo magnético pela área na qual está circulando.

$$B_a(t) = \frac{\phi_a(t)}{A_c} \quad (4.34)$$

$$B_b(t) = \frac{\phi_b(t)}{A_c} \quad (4.35)$$

$$B_c(t) = \frac{\phi_c(t)}{A_c} \quad (4.36)$$

Onde:

A_c é área transversal do núcleo magnético [m^2];

$B_A(t)$, $B_B(t)$ e $B_C(t)$ são as densidades de fluxo magnético [T];

$\phi_A(t)$, $\phi_B(t)$ e $\phi_C(t)$ são os fluxos magnéticos em cada perna do indutor trifásico [Wb].

4.6.2 Indutâncias próprias

A indutância própria ou autoindutância é uma característica intrínseca ao enrolamento individual e está relacionada as relutâncias do caminho do fluxo magnético. Assim, tomando o enrolamento no qual está sendo calculada como referência, realiza-se a análise do circuito magnético da Figura 4.7, obtendo as equações das indutâncias próprias de cada um dos três enrolamentos.

$$L_{AA} = \frac{N_A^2}{\mathfrak{R}_A + \frac{\mathfrak{R}_B \cdot \mathfrak{R}_C}{\mathfrak{R}_B + \mathfrak{R}_C}} \quad (4.37)$$

$$L_{BB} = \frac{N_B^2}{\mathfrak{R}_B + \frac{\mathfrak{R}_A \cdot \mathfrak{R}_C}{\mathfrak{R}_A + \mathfrak{R}_C}} \quad (4.38)$$

$$L_{CC} = \frac{N_C^2}{\mathfrak{R}_C + \frac{\mathfrak{R}_B \cdot \mathfrak{R}_A}{\mathfrak{R}_B + \mathfrak{R}_A}} \quad (4.39)$$

Onde:

L_{AA} é a indutância própria da fase A [H];

L_{BB} é a indutância própria da fase B [H];

L_{CC} é a indutância própria da fase C [H].

N_A, N_B e N_C são as quantidades de espiras na fase A, B e C respectivamente;

$\mathfrak{R}_A, \mathfrak{R}_B$ e \mathfrak{R}_C são as relutâncias pertencentes ao indutor trifásico [$A \cdot e/Wb$].

4.6.3 Indutâncias mútuas

A indutância mútua é uma variável que mede a interação entre dois enrolamentos, pode ser calculada através da quantidade de espiras entre os dois enrolamentos entrelaçados e a relutância do circuito magnético que possui como referência essas bobinas.

Como existem três bobinas no circuito magnético do indutor trifásico do tipo EI, obtêm-se seis indutâncias mútuas entre tais bobinas. Considerando que o núcleo possui simetria em relação a perna central do indutor, é identificado que $M_{ab} = M_{ba}, M_{ac} = M_{ca}$ e $M_{bc} = M_{cb}$.

$$M_{AB} = \frac{\mathfrak{R}_C}{\mathfrak{R}_A + \mathfrak{R}_C} \cdot \frac{N_B \cdot N_A}{\mathfrak{R}_B + \frac{\mathfrak{R}_A \cdot \mathfrak{R}_C}{\mathfrak{R}_A + \mathfrak{R}_C}} \quad (4.40)$$

$$M_{CA} = \frac{\mathfrak{R}_B}{\mathfrak{R}_B + \mathfrak{R}_A} \cdot \frac{N_C \cdot N_A}{\mathfrak{R}_C + \frac{\mathfrak{R}_B \cdot \mathfrak{R}_A}{\mathfrak{R}_B + \mathfrak{R}_A}} \quad (4.41)$$

$$M_{BA} = \frac{\mathfrak{R}_C}{\mathfrak{R}_B + \mathfrak{R}_C} \cdot \frac{N_B \cdot N_A}{\mathfrak{R}_A + \frac{\mathfrak{R}_B \cdot \mathfrak{R}_C}{\mathfrak{R}_B + \mathfrak{R}_C}} \quad (4.42)$$

$$M_{CB} = \frac{\mathfrak{R}_A}{\mathfrak{R}_B + \mathfrak{R}_A} \cdot \frac{N_C \cdot N_A}{\mathfrak{R}_C + \frac{\mathfrak{R}_B \cdot \mathfrak{R}_A}{\mathfrak{R}_B + \mathfrak{R}_A}} \quad (4.43)$$

$$M_{AC} = \frac{\mathfrak{R}_B}{\mathfrak{R}_B + \mathfrak{R}_C} \cdot \frac{N_C \cdot N_A}{\mathfrak{R}_A + \frac{\mathfrak{R}_B \cdot \mathfrak{R}_C}{\mathfrak{R}_B + \mathfrak{R}_C}} \quad (4.44)$$

$$M_{BC} = \frac{\mathfrak{R}_A}{\mathfrak{R}_A + \mathfrak{R}_C} \cdot \frac{N_C \cdot N_B}{\mathfrak{R}_B + \frac{\mathfrak{R}_A \cdot \mathfrak{R}_C}{\mathfrak{R}_A + \mathfrak{R}_C}} \quad (4.45)$$

Onde:

M_{ab} e M_{ba} são as indutâncias mútuas entre a fase A e B [H];

M_{ac} e M_{ca} são indutâncias mútuas entre a fase A e C [H];

M_{bc} e M_{cb} são indutâncias mútuas entre a fase B e C [H];

N_A, N_B e N_C são as quantidades de espiras na fase A, B e C respectivamente;

$\mathfrak{R}_A, \mathfrak{R}_B$ e \mathfrak{R}_C são as relutâncias pertencentes ao indutor trifásico [A·e/Wb].

4.6.4 Fluxos concatenados por fase

O fluxo concatenado pode ser obtido através do produto da quantidade de espiras pelo fluxo magnético que passa pela região delimitada onde se deseja encontrar o valor dessa variável, conforme é mostrado pela Equação 4.46.

$$\begin{bmatrix} \lambda_a(t) \\ \lambda_b(t) \\ \lambda_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{AA} & -M_{AB} & -M_{CA} \\ -M_{AB} & L_{BB} & -M_{BC} \\ -M_{CA} & -M_{BC} & L_{CC} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_A(t) \\ I_B(t) \\ i_C(t) \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

Onde:

$I_A(t), I_B(t)$ e $I_C(t)$ são as correntes do indutor trifásico [A];

L_A, L_B e L_C são as indutâncias próprias na fase A, B e C respectivamente [H];

$M_{AB}, M_{AC}, M_{BA}, M_{BC}, M_{CA}$ e M_{CB} são as indutâncias mútuas entre as fases A,B e C [H];

$\lambda_a(t)$ é o fluxo concatenado na fase A [Wb];

$\lambda_b(t)$ é o fluxo concatenado na fase B [Wb];

$\lambda_c(t)$ é o fluxo concatenado na fase C [Wb].

4.6.5 Quedas de tensão por fase

A queda de tensão de cada fase está relacionada ao produto da matriz de indutâncias próprias e mútuas do indutor trifásico pela derivada das correntes que estão circulando em cada enrolamento. Estas variáveis podem ser obtidas através da Equação 4.49.

$$\begin{bmatrix} V_A(t) \\ V_B(t) \\ V_C(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{AA} & -M_{AB} & -M_{CA} \\ -M_{AB} & L_{BB} & -M_{BC} \\ -M_{CA} & -M_{BC} & L_{CC} \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_A(t) \\ I_B(t) \\ i_C(t) \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

$$\begin{bmatrix} V_A(t) \\ V_B(t) \\ V_C(t) \end{bmatrix} = -(2\pi f) \begin{bmatrix} L_{AA} & -M_{AB} & -M_{CA} \\ -M_{AB} & L_{BB} & -M_{BC} \\ -M_{CA} & -M_{BC} & L_{CC} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_p \cdot \text{sen}(2\pi ft) \\ I_p \cdot \text{sen}(2\pi ft - 120^\circ) \\ I_p \cdot \text{sen}(2\pi ft + 120^\circ) \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

$$\begin{bmatrix} V_A(t) \\ V_B(t) \\ V_C(t) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} X_{AA} & -X_{AB} & -X_{CA} \\ -X_{AB} & X_{BB} & -X_{BC} \\ -X_{CA} & -X_{BC} & X_{CC} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_p \cdot \text{sen}(2\pi ft) \\ I_p \cdot \text{sen}(2\pi ft - 120^\circ) \\ I_p \cdot \text{sen}(2\pi ft + 120^\circ) \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

Onde:

f é a frequência de Operação [Hz];

I_p é a corrente de pico colocada no enrolamento [A];

L_A, L_B e L_C são as indutâncias próprias nas fases A, B e C [H];

$M_{AB}, M_{AC}, M_{BA}, M_{BC}, M_{CA}$ e M_{CB} são as indutâncias mútuas entre as fases A,B e C [H];

t é o tempo analisado [s];

$V_A(t)$ é a queda de tensão na fase A [V];

$V_B(t)$ é a queda de tensão na fase B [V];

$V_C(t)$ é a queda de tensão na fase C [V];

$X_A, X_B, X_C, X_{AB}, X_{AC}, X_{BA}, X_{BC}, X_{CA}$ e X_{CB} são as reatâncias próprias e mútuas [Ω].

4.6.6 Impedâncias por fase

As impedâncias por fase podem ser encontradas através da divisão da tensão de fase pela corrente de fase, conforme são mostradas nas seguintes expressões:

$$Z_A = \left| \frac{V_A(t)}{I_A(t)} \right| \quad (4.50)$$

$$Z_B = \left| \frac{V_B(t)}{I_B(t)} \right| \quad (4.51)$$

$$Z_C = \left| \frac{V_C(t)}{I_C(t)} \right| \quad (4.52)$$

Onde:

$I_A(t), I_B(t)$ e $I_C(t)$ são as correntes por fase no indutor trifásico [A];

$V_A(t), V_B(t)$ e $V_C(t)$ são as tensões por fase no indutor trifásico [V];

Z_A, Z_B e Z_C são as impedâncias por fase no indutor trifásico [Ω].

4.6.7 Indutância por fase do indutor

As indutâncias podem ser encontradas no indutor trifásico dividindo os fluxos concatenados de cada fase pelas correntes dos respectivos enrolamentos a serem analisados.

$$L_a = \left| \frac{\lambda_a(t)}{I_a(t)} \right| \quad (4.53)$$

$$L_b = \left| \frac{\lambda_b(t)}{I_b(t)} \right| \quad (4.54)$$

$$L_c = \left| \frac{\lambda_c(t)}{I_c(t)} \right| \quad (4.55)$$

Onde:

$I_A(t)$, $I_B(t)$ e $I_C(t)$ são as correntes do indutor trifásico [A];

L_A é a indutância da fase A [H];

L_B é a indutância da fase B [H];

L_C é a indutância da fase C [H];

$\lambda_A(t)$, $\lambda_B(t)$ e $\lambda_C(t)$ são os fluxos concatenados respectivamente nas fases A, B e C [Wb].

4.7 Conclusão

No capítulo 4 são apresentados conceitos referentes a análise magnética por meio do circuito equivalente magnético e demonstrada a utilização desse método quando aplicado a modelagem de um indutor trifásico do tipo EI. Desta forma, são expressas as equações que serão utilizadas nesse trabalho para realizar a análise por meio de cálculos analíticos.

No capítulo 5 serão aplicadas os conceitos e equações desse capítulo para realizar a análise eletromagnética do indutor trifásico para que sejam posteriormente comparados com os valores encontrados a partir da simulação no software que utiliza o Método de Elementos finitos

5. ANÁLISE ELETROMAGNÉTICA DO INDUTOR TRIFÁSICO DO TIPO EI

5.1 Introdução

Nesta parte do trabalho é realizado o estudo eletromagnético de indutor trifásico projetado anteriormente. Este processo é necessário para que se tenha uma dimensão aproximada de como será o funcionamento do indutor quando for construído na prática. Para isso é necessário o levantamento de alguns parâmetros tais como: força magnetomotriz, relutâncias, fluxos magnéticos, induções magnéticas, indutâncias mútuas, indutâncias próprias, fluxos concatenados, quedas de tensões, reatâncias por fase e indutâncias por fase.

5.2 Correntes de fase do indutor trifásico

As correntes de fase do projeto de indutor trifásico possuem o módulo de 1,128457 A e estão defasadas de 120 graus. Para realizar o estudo magnético do indutor, as correntes serão analisadas de forma estática para o valor fluxo magnético máximo. Esse caso ocorre quando a corrente que está sobre o enrolamento da perna central do indutor trifásico possui valor de pico de 1,595880 A e os enrolamentos das pernas laterais possuem o valor de -0,797940 A, conforme mostrado na Tabela 5.1.

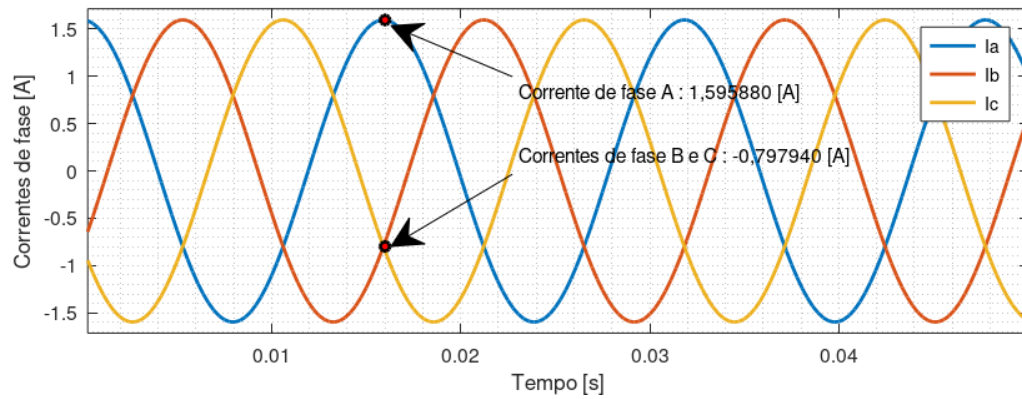
Tabela 5.1 - Valores das correntes de fase do projeto de indutor trifásico.

Correntes	Valores
I_a	1,595880 A
I_b	-0,797940 A
I_c	-0,797940 A

Fonte: Autor (2022).

Na Figura 5.1 são apresentadas as formas de ondas das correntes para o caso de valor de fluxo magnético máximo na perna central do indutor.

Figura 5.1 - Correntes de fase do projeto de indutor trifásico



Fonte: Autor (2022).

5.3 Forças magnetomotrizes

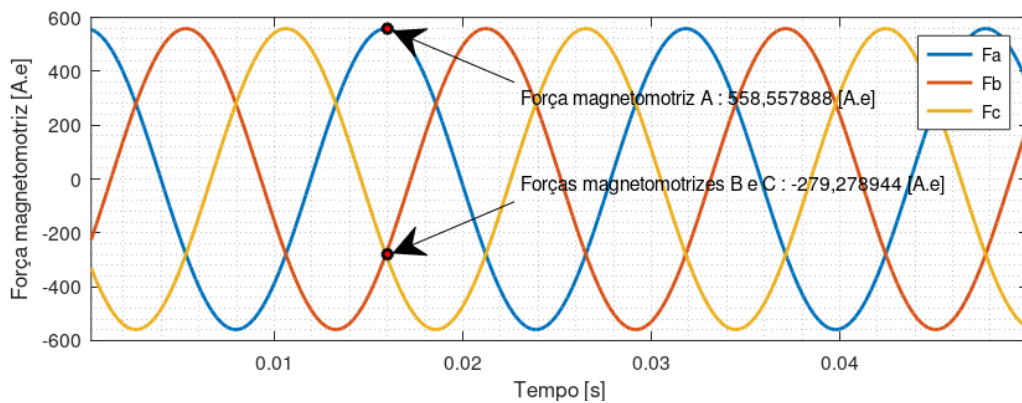
No projeto foram utilizadas 350 espiras em cada enrolamento. Desta forma, os valores das forças magnetomotrizes podem ser calculadas utilizando a Tabela 5.1 e as Equações 4.24, 4.25 e 4.26, conforme estão apresentadas abaixo.

$$\mathcal{F}_a = N_a \cdot I_a = 350 \cdot 1,595880 = 558,557888$$

$$\mathcal{F}_b = N_b \cdot I_b = 350 \cdot (-0,797940) = -279,278944$$

$$\mathcal{F}_c = N_c \cdot I_c = 350 \cdot (-0,797940) = -279,278944$$

Figura 5.2- Forças magnetomotrizes do projeto de indutor trifásico



Fonte: Autor (2022).

5.4 Permeabilidade magnética

O indutor trifásico possui um circuito magnético com relutâncias em série e paralelo, com correntes em cada um dos três enrolamentos defasadas de 120° . Por isso o dispositivo possui fluxos magnéticos diferentes implicando que a permeabilidade magnética seja diferente em cada parte do indutor. Assim a permeabilidade magnética não possui forma homogênea em todo o circuito magnético.

Desta forma, para se obter o valor da permeabilidade nas pernas centrais e laterais do indutor trifásico é necessário utilizar um método de iteração.

5.4.1 Método iterativo linear

Para realizar esse processo iterativo é utilizado o Método Iterativo Linear, isto é, encontra-se os mesmos valores das permeabilidades magnéticas do circuito equivalente magnético que sejam aproximadamente as raízes das funções de fluxo magnético $\Phi(\mu_m)$ e das relutâncias magnéticas $\mathfrak{R}(\mu_m)$.

Para isso é preciso encontrar uma função θ que é chamada de função de iteração, que neste caso, não é determinada na forma de uma única equação. Para realizar a iteração é necessário que o método satisfaça algumas condições de convergência que são dadas pelo seguinte teorema:

Teorema: Seja ξ uma raiz da função f isolada no intervalo $[a,b]$. Seja θ uma função de iteração da função f que satisfaz (Castilho, 2003):

- 1) θ e θ' são contínuas em $[a,b]$;
- 2) $\max_{x \in [a,b]} |\theta'(x)| < 1$
- 3) $x_0 \in [a, b]$.

Então a sequência $\{x_n\}$ gerada pelo processo iterativo $x_{n+1} = \theta(x_n)$ converge para ξ (Castilho, 2003).

Para o método Iterativo Linear existem dois tipos de critérios de parada, o erro relativo e o erro absoluto. Nesse trabalho será utilizado como critério de parada o erro relativo dado pela seguinte expressão.

$$\frac{|x_{out} - x_{in}|}{|x_{out}|} \leq \varepsilon \quad (5.1)$$

Onde:

x_{in} é a entrada do método iterativo linear;

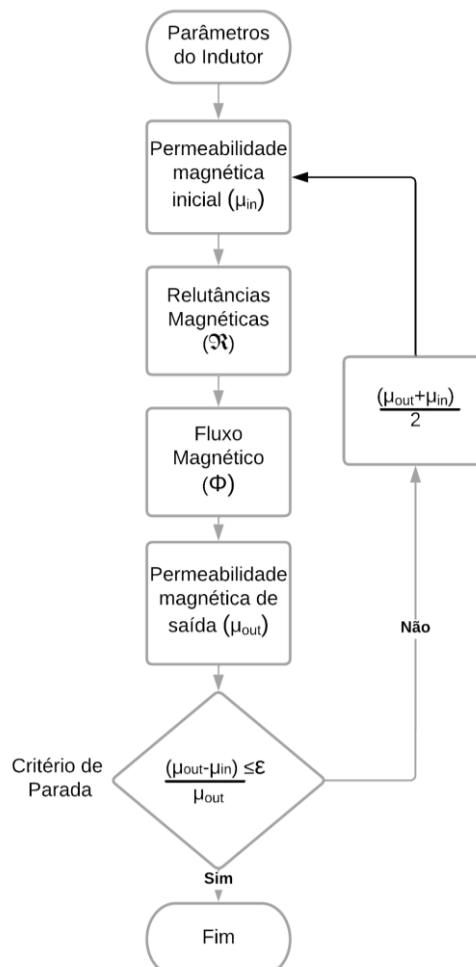
x_{out} é a saída do método iterativo linear;

ε é o erro relativo do método iterativo linear.

5.4.1.1 Análise das condições de convergência da permeabilidade

Considerando a função $\theta(\mu_R)$ como sendo o processo mostrado na Figura 5.3, onde existe uma raiz ξ pertencente a um intervalo contínuo, será realizado um procedimento de iteração com o seguinte critério de parada da Equação 5.1 e que possua um erro relativo menor que 1% (0,01).

Figura 5.3 - Fluxograma de Iteração para encontrar as relutâncias



Fonte: Autor (2022).

A cada nova iteração da permeabilidade magnética, será realizado a média entre a permeabilidade de entrada e a saída, que é dada pela Equação 5.2.

$$\mu_R = \frac{|\mu_{out} + \mu_{in}|}{2} \quad (5.2)$$

Onde:

μ_{in} é a permeabilidade magnética de entrada do método iterativo linear [H/m];

μ_{out} é a permeabilidade magnética de saída do método iterativo linear [H/m];

μ_R é a permeabilidade magnética relativa do material do núcleo [H/m].

5.4.1.2 Critério de parada

O critério de parada utilizado para essa iteração é $\varepsilon = 1\%$ (0,01) e será dado pela Equação 5.3.

$$\frac{|\mu_{out} - \mu_{in}|}{|\mu_{out}|} \leq \varepsilon \quad (5.3)$$

Onde:

μ_{in} é a permeabilidade magnética de entrada do método iterativo linear [H/m];

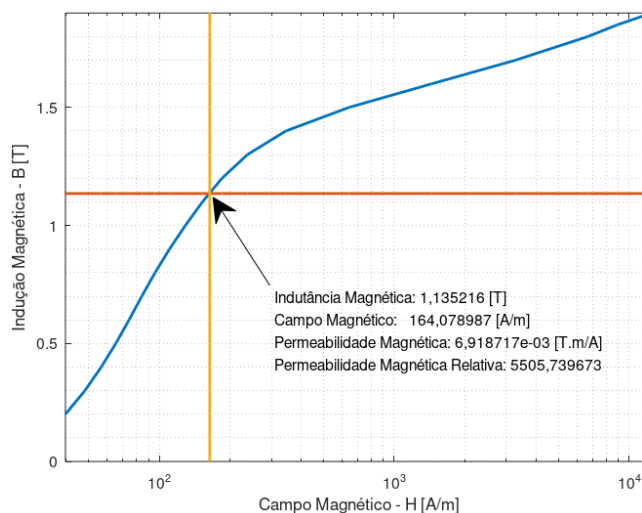
μ_{out} é a permeabilidade magnética de saída do método iterativo linear [H/m];

ε é o erro relativo do método iterativo linear.

5.4.1.3 Permeabilidade na perna central do indutor trifásico

Para encontrar o valor das permeabilidades magnéticas no indutor trifásico, foi necessário inserir um valor inicial no procedimento de iteração. Desta forma, foi escolhido para essa operação o valor da indução magnética máxima que foi calculada anteriormente no projeto do indutor trifásico, ou seja, o valor de $B_{central} = 1,135216$ T.

Figura 5.4 - Indutância Magnética encontrada na perna central do indutor

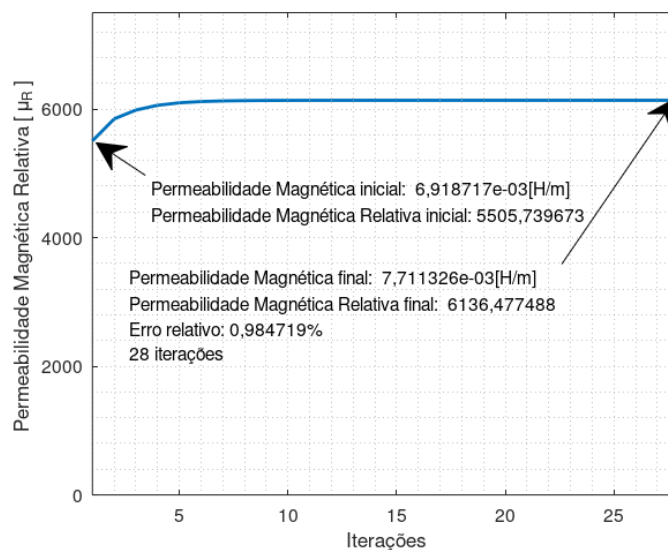


Fonte: Autor (2022).

Com o auxílio da função de interpolação do *software* OCTAVE e a Equação 2.16, foi possível encontrar o valor inicial da permeabilidade magnética relativa de 5505,739673, conforme está ilustrado na Figura 5.4.

Desta forma, realizando o procedimento de iteração apresentado na Figura 5.3, é obtido o valor de permeabilidade magnética relativa de 6136,477488 após 28 iterações, com erro relativo de 0,984719% para a perna central do indutor trifásico, conforme mostrado na Figura 5.5.

Figura 5.5 - Procedimento de iteração da permeabilidade da perna central do indutor trifásico



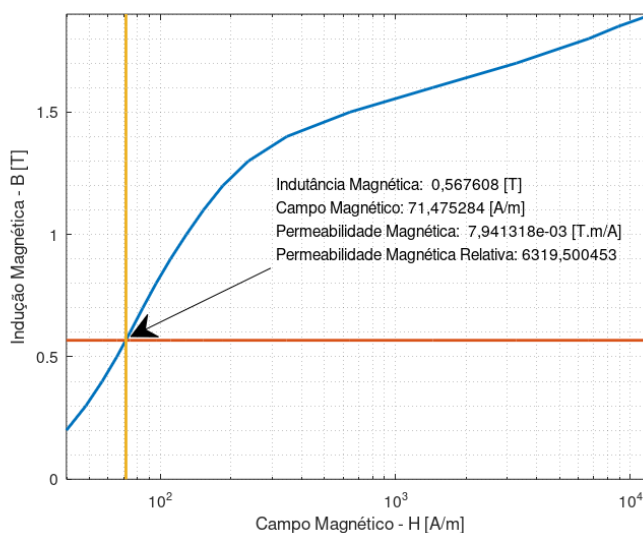
Fonte: Autor (2022).

5.4.1.4 Permeabilidade nas pernas laterais do indutor trifásico

Realizando o mesmo procedimento anterior de iteração para as pernas laterais do indutor trifásico, foi utilizado o valor de densidade de fluxo magnético com metade do valor da indução magnética máxima utilizada anteriormente na perna central do indutor trifásico.

Assim foi utilizado o valor de indução magnética de 0,567608 T, que após a iteração, resultou no valor inicial de permeabilidade relativa de 6319,500453, conforme mostrado na Figura 5.6.

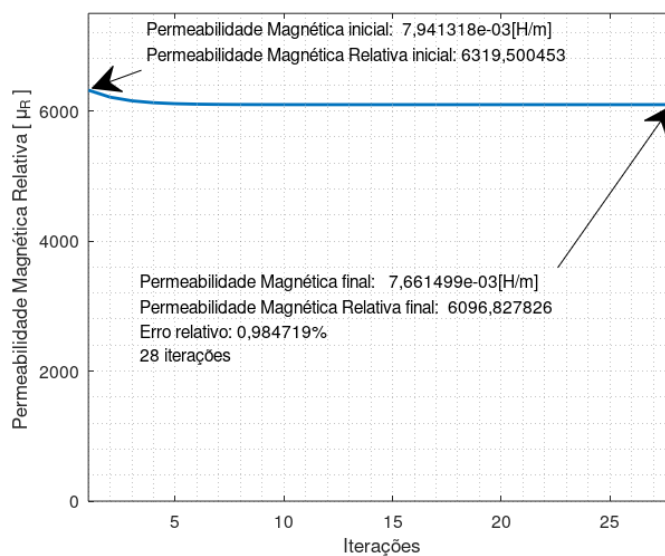
Figura 5.6 - Indutância Magnética na perna lateral do indutor



Fonte: Autor (2022).

Assim realizando o procedimento de iteração semelhante ao anterior com auxílio computacional, é possível obter o valor de permeabilidade magnética relativa de 6096,827826 após 28 iterações, com erro relativo de 0,984719% para as pernas laterais do indutor trifásico, conforme mostrado na figura abaixo.

Figura 5.7 - Procedimento de iteração da permeabilidade das pernas laterais do indutor trifásico



Fonte: Autor (2022).

5.5 Relutâncias do indutor trifásico

As relutâncias dependem das medidas de comprimento mostradas na Figura 4.3 e da permeabilidade magnética do material do núcleo. Desta forma, é possível utilizar o valor das permeabilidades magnéticas encontradas na iteração realizada anteriormente para o cálculo das relutâncias do indutor trifásico. Para essa operação são utilizados os valores da Tabela 5.2 inseridas nas Equações 4.11, 4.12, 4.13, 4.14, 4.15, 4.16 e 4.17, de forma a encontrar os resultados apresentadas na Tabela 5.3.

Tabela 5.2 - Dimensões de comprimento do indutor trifásico projetado.

Parâmetros	Comprimento
L_g	0,068 cm
L_1	5 cm
L_2	12,5 cm
L_3	7,5 cm
A_c	12 cm ²

Fonte: Autor (2022).

Tabela 5.3 - Valores das relutâncias do circuito magnético completo.

Relutâncias	Valores
\mathfrak{R}_E	5438,447789 (A · e)/Wb
\mathfrak{R}_{EC}	8104,961818 (A · e)/Wb
\mathfrak{R}_{EL}	8157,671684 (A · e)/Wb
\mathfrak{R}_I	5438,447789 (A · e)/Wb
\mathfrak{R}_{IC}	1350,826970 (A · e)/Wb
\mathfrak{R}_{IL}	1359,611947 (A · e)/Wb
\mathfrak{R}_g	450939,005427 (A · e)/Wb

Fonte: Autor (2022).

Deste modo, pode-se simplificar as relutâncias que estão em série através das Equações 4.18, 4.19 e 4.20, resultando na redução em apenas três relutâncias apresentadas na Tabela 5.4.

Tabela 5.4 - Valores das relutâncias do circuito magnético simplificado.

Parâmetros	Valores
\mathfrak{R}_a	460394,794215 (A · e)/Wb
\mathfrak{R}_b	471333,184636 (A · e)/Wb
\mathfrak{R}_c	471333,184636 (A · e)/Wb

Fonte: Autor (2022).

5.6 Fluxo magnético do indutor trifásico

Utilizando os valores das forças magnetomotrizes e as relutâncias encontradas anteriormente, é possível obter os fluxos magnéticos através das Equações 4.24, 4.25 e 4.26, conforme é mostrado na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 - Fluxo Magnético do projeto de indutor trifásico.

Parâmetros	Valores
ϕ_A	$1,205328 \cdot 10^{-3}$ Wb
ϕ_B	$-6,026639 \cdot 10^{-4}$ Wb
ϕ_C	$-6,026639 \cdot 10^{-4}$ Wb

Fonte: Autor (2022).

5.7 Densidade de fluxo magnético

As densidades de fluxo magnético são obtidas através dos valores apresentados na Tabela 5.5 e as Equações 4.34, 4.35 e 4.36, resultando nos valores indicados na Tabela 5.6.

Tabela 5.6 - Densidade de Fluxo Magnético do projeto de indutor trifásico.

Parâmetros	Valores
B_A	1,004440 T
B_B	-0,502220 T
B_C	-0,502220 T

Fonte: Autor (2022).

5.8 Indutâncias próprias

As indutâncias próprias são obtidas através dos valores das relutâncias das Tabela 5.4 e das quantidades de espiras de cada enrolamento, inseridas nas Equações 4.37, 4.38 e 4.39.

Tabela 5.7 - Indutâncias próprias do projeto de indutor trifásico.

Indutâncias próprias	Valores
L_{11}	0,175990 H
L_{22}	0,173948 H
L_{33}	0,173948 H

Fonte: Autor (2022).

5.9 Indutâncias mútuas

As indutâncias mutuas são obtidas através dos valores das relutâncias das Tabela 5.5 e a quantidade de espiras do indutor trifásico, inseridas nas Equações 4.40, 4.41, 4.42, 4.43, 4.44 e 4.45.

Tabela 5.8 - Indutâncias mútuas do projeto de indutor trifásico.

Indutâncias mútuas	Valores
M_{AB}	$8,799511 \cdot 10^{-02}$ H
M_{AC}	$8,799511 \cdot 10^{-02}$ H
M_{BA}	$8,799511 \cdot 10^{-02}$ H
M_{BC}	$8,595298 \cdot 10^{-02}$ H
M_{CA}	$8,799511 \cdot 10^{-02}$ H
M_{CB}	$8,595298 \cdot 10^{-02}$ H

Fonte: Autor (2022).

5.10 Fluxos concatenados por fase

Os fluxos concatenados podem ser obtidos através dos valores das indutâncias próprias e mútuas, quando inseridas na Equação 4.46, resultando assim nos valores apresentados na tabela 5.9.

Tabela 5.9 - Fluxos concatenados do projeto de indutor trifásico

Parâmetros	Valores
λ_A	0,421289 Wb
λ_B	-0,210644 Wb
λ_C	-0,210644 Wb

Fonte: Autor (2022).

5.11 Indutâncias por fase

Os valores das indutâncias magnéticas são obtidos pelas Equações 4.53, 4.54 e 4.55 através da substituição dos valores das correntes e dos fluxos concatenados apontados nas Tabelas 5.1 e 5.9, respectivamente.

Tabela 5.10 - Indutância por fase do projeto de indutor trifásico.

Parâmetros	Valores
L_a	0,263985 H
L_b	0,263985 H
L_c	0,263985 H

Fonte: Autor (2022).

5.12 Queda de tensão

Os valores das quedas de tensão são obtidos pelas Equações 4.47, 4.48 e 4.49 através das substituições dos valores das correntes de pico, das indutâncias próprias e das indutâncias mútuas, que estão apontados nas Tabelas 5.1, 5.7 e 5.8, resultando nos valores da Tabela 5.11.

Tabela 5.11 - Queda de tensão por fase do projeto de indutor trifásico

Parâmetros	Valores
V_a	158,822149 V
V_b	-79,411075 V
V_c	-79,411075 V

Fonte: Autor (2022).

5.13 Impedâncias por fase

Os valores das impedâncias por fase são encontrados através da substituição dos resultados da Tabela 5.1 e 5.11 nas Equações 4.50, 4.51 e 4.52.

Tabela 5.12 - Reatância por fase do projeto de indutor trifásico.

Parâmetros	Valores
Z_a	99,520128 Ω
Z_b	99,520128 Ω
Z_c	99,520128 Ω

Fonte: Autor (2022).

5.14 Conclusão

No capítulo 5 foram mostrados os resultados dos cálculos da análise magnética do projeto do indutor trifásico do tipo EI, utilizando o método de circuito magnético equivalente.

Assim os cálculos analíticos apresentados nesse capítulo são importantes para uma posterior comparação com os resultados que serão obtidos através do Método de Elementos Finitos.

No capítulo 6 serão apresentados os conceitos utilizados pelo método de elementos finitos e a análise eletromagnética, eletrostática e térmica aplicada ao projeto desenvolvido de indutor trifásico do tipo EI.

6. O MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS APLICADO À MODELAGEM DE INDUTORES TRIFÁSICOS

6.1 Introdução

Nessa etapa é apresentado o conceito de elementos finitos que é um método numérico para resolver problemas complexos que dificilmente poderiam ser resolvidos por cálculos analíticos.

O desenvolvimento de método de elementos finitos começou em 1940 no campo da engenharia estrutural com o trabalho de Hrennikoff (FISH; BELYTSCHKO,2009). Posteriormente foi utilizado pela Boeing e a Bell Aeroespacial na indústria espacial em 1950 nos Estados Unidos (FISH; BELYTSCHKO,2009).

Em 1965 a NASA iniciou um projeto conhecido como NASTRAN, que conseguiu analisar as tensões em duas e três dimensões, em vigas e elementos de casa, para análise de estruturas complexas, como armadura de avião, e análises de vibrações e respostas transientes de cargas dinâmicas (FISH; BELYTSCHKO,2009). Nessa mesma época, John Swanson desenvolveu um programa a de elementos finitos para a Westinghouse Electric Corp. para análise de reatores nucleares (FISH; BELYTSCHKO,2009).

Em 1969, Swanson deixou a Westinghouse para lançar no mercado o *software* chamado Ansys para resolver problemas lineares e não lineares (FISH; BELYTSCHKO,2009), que hoje é um dos *softwares* mais utilizados pelas empresas no mundo.

Atualmente existem vários *softwares* disponíveis no mercado, com as mais distintas aplicabilidades. Neste trabalho foi utilizado o *software* FEMM 4.2 para resolver os problemas eletrostáticos, eletromagnéticos e térmicos.

6.2 Equações de Maxwell

As equações de Maxwell são as equações diferenciais parciais capazes de descrever os fenômenos da eletrostática e eletromagnetismo.

$$\nabla \times \vec{E} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (6.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J} \quad (6.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (6.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (6.4)$$

Onde:

\vec{B} é o vetor de densidade de fluxo magnético [T];

\vec{D} é o vetor de densidade de campo elétrico [C/m²];

\vec{E} é o vetor de campo elétrico [V/m];

\vec{H} é o vetor de campo magnético [A/m];

\vec{j} é a densidade superficial de corrente elétrica [A/m²];

ρ é a densidade volumétrica de cargas [C/m³].

Sendo ∇ um operador diferencial vetorial chamado Nabla que possui a seguinte relação em coordenadas cartesianas:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \cdot \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \cdot \vec{k} \quad (6.5)$$

Onde:

\vec{i}, \vec{j} e \vec{k} são os vetores unitários;

x, y e z são as direções em coordenadas cartesianas.

O operador Nabla nas equações de Maxwell operará diretamente sobre os campos vetoriais de forma de divergente ($\nabla \cdot$) ou rotacional ($\nabla \times$) que se tratam de um produto escalar e um produto vetorial respectivamente.

Para realizar as análises de baixas frequências, será desconsiderado o termo da corrente de deslocamento que está relacionado aos campos elétricos variáveis no tempo e que possui relevância somente quando há altas frequências na análise.

Desta forma, retirando esse termo, é possível notar que a análise magnética do circuito se dá quase-estática das equações de Maxwell, relacionando os campos magnéticos com as correntes que os produzem (FITZGERALD, A. E.; KINGLEY, 2014). Assim é possível reduzir as equações para os seguintes formatos:

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \quad (6.6)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad (6.7)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (6.8)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (6.9)$$

6.2.1 Relação constitutiva dos materiais

No estudo dos fenômenos eletromagnéticos e eletrostáticos é possível relacionar a densidade de fluxo elétrico, a intensidade campo elétrico e o campo magnético aos materiais utilizados na análise, sendo válidas as seguintes equações para materiais isotrópicos lineares.

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad (6.10)$$

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} \quad (6.11)$$

$$\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E} \quad (6.12)$$

Onde:

ε é a permissividade elétrica do material [F/m];

μ é a permeabilidade magnética do material [H/m];

σ é condutividade elétrica do material [$(\Omega \cdot m)^{-1}$].

6.3 Problemas de fluxo de calor

Nesse trabalho os problemas relacionados a condução de calor são estudados em estado estacionário. Por isso para representar tais problemas são utilizados o gradiente de temperatura, G , e a densidade de fluxo de calor, F , que são análogos respectivamente a intensidade de campo elétrico e a densidade de fluxo elétrico.

Para encontrar a densidade de fluxo de calor é utilizado a Lei de Gauss, que diz que o fluxo de calor de qualquer volume fechado é igual à geração de calor dentro do volume. Esta lei é representada da seguinte forma diferencial (MEEKER, 2015):

$$\nabla \cdot F = q \quad (6.13)$$

Onde:

F é a densidade de fluxo de calor;

G é o gradiente de temperatura;

q é o volume de geração de calor.

A densidade de fluxo de calor e o gradiente de temperatura podem ser relacionados através da seguinte relação (MEEKER, 2015):

$$F = kG \quad (6.14)$$

Onde:

F é a densidade de fluxo de calor;

G é o gradiente de temperatura;

k é a condutividade térmica.

Entretanto, para a resolução da maioria dos problemas envolvendo temperatura, busca-se encontrar a variável temperatura, T, no lugar da densidade de fluxo de calor ou gradiente de temperatura. Desta forma, a temperatura está relacionada com o gradiente de temperatura pela seguinte relação (MEEKER, 2015):

$$G = -\nabla T \quad (6.15)$$

Onde:

G é o gradiente de temperatura;

T é a temperatura.

Assim aplicando a equação 6.15 na equação 6.14, pode-se encontrar a seguinte equação diferencial de segunda ordem, que encontra uma solução para a temperatura sobre um domínio em que somente são inseridas as fontes de calor e as condições de contorno definidas pelo o problema (MEEKER, 2015).

$$-\nabla \cdot (k\nabla T) = q \quad (6.16)$$

Onde:

k é a condutividade térmica;

q é o volume de geração de calor;

T é a temperatura.

6.3.1 Equação de Poisson e Laplace

As equações de Maxwell não costumam ser utilizadas isoladamente na solução de problemas eletrostáticos e eletromagnéticos. Para resolver um problema eletrostático, por exemplo, é preciso utilizar uma solução que satisfaça mais de uma equação simultaneamente.

Para isso é inserido uma nova variável auxiliar \vec{A} chamada chamada de “Potencial Vetor”, que não tem significado físico, mas que ajuda a criar uma nova configuração chamada de Equação de Poisson. As equações de Poisson para o eletromagnetismo e eletrostática nesse formato estão representadas respectivamente abaixo (SILVESTER; FERRARI, 1996).

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu \vec{J} \quad (6.17)$$

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (6.18)$$

Onde:

∇^2 é o operador chamado Laplaciano;

\vec{A} é um vetor potencial;

\vec{J} é a densidade superficial de corrente elétrica [A/m^2];

V é a tensão elétrica [V];

ϵ é a permissividade elétrica do material [F/m];

μ é a permeabilidade magnética [H/m];

ρ é a densidade volumétrica de cargas [C/m^3].

Entretanto esse formato de Poisson não se restringe somente aos fenômenos eletromagnéticos e eletrostáticos, como foi visto anteriormente, ela também pode ser utilizada para problemas como transmissão de calor, conforme a Equação 6.16.

Nas regiões na qual o domínio de estudo das Equações 6.16, 6.17 e 6.18, possuem as variáveis J , ρ e q com valor igual a zero, este formato de equações são chamadas de Equações de Laplace.

$$\nabla^2 A = 0 \quad (6.19)$$

$$\nabla^2 V = 0 \quad (6.20)$$

$$\nabla^2 T = 0 \quad (6.21)$$

6.4 Método dos resíduos

Para se utilizar o Método de Elementos Finitos é necessário encontrar uma resolução para uma equação relacionada ao comportamento físico de um problema. Para obter essa equação, geralmente é feita uma formulação integral, relacionando esta a um funcional associado a energia do sistema. Porém existe uma maneira mais direta de se obter esse resultado, que é através do método de resíduos ponderados, e um caso particular que é o método de Galerkin.

Se encontrarmos uma solução exata para o valor de A , V e T , as equações de Poisson são satisfeitas e passam a ser igual a zero.

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla A \right) + J = 0 \quad (6.22)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon \nabla V) + \rho = 0 \quad (6.23)$$

$$\nabla \cdot (k \nabla T) + q = 0 \quad (6.24)$$

Porém se encontrarmos um valor de A , V e T que corresponda uma solução aproximada, encontraremos no lugar de zero uma diferença de resultado que será chamado de resíduo R .

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla A \right) + J = R \quad (6.25)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon \nabla V) + \rho = R \quad (6.26)$$

$$\nabla \cdot (k \nabla T) + q = R \quad (6.27)$$

O método de resíduos ponderados consiste em multiplicar o resíduo por uma variável chamada de função de ponderação ou função de teste (W), integrar essa multiplicação no domínio de estudo e igualar a zero, conforme a equação abaixo.

$$\int_{\Omega} WR \, d\Omega = 0 \quad (6.28)$$

Onde:

R é o resíduo (diferença);

W é uma função de ponderação (função de teste);

Ω é o domínio de estudo.

Desta forma, para se realizar o método de elementos finitos é necessário utilizar uma identidade vetorial de Green, que se trata de uma integração por partes vetorial. Seja a seguinte identidade (FISH; BELYTSCHKO,2009):

$$\int_{\Omega} UV \cdot \vec{A} \, d\Omega = \oint_{S(\Omega)} U\vec{A} \cdot d\vec{S} - \int_{\Omega} \vec{A} \cdot \nabla U \, d\Omega \quad (6.29)$$

Onde:

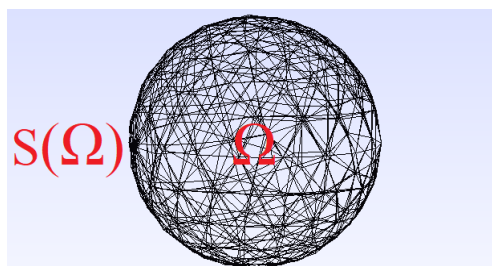
\vec{A} é uma função vetorial;

U é uma função escalar;

$S(\Omega)$ é uma superfície que delimita o domínio (Ω).

Nota-se que Ω é uma área para problemas bidimensionais (2D) e um volume para problemas tridimensionais (3D), enquanto $S(\Omega)$ é o contorno do domínio, sendo uma linha em problemas bidimensionais e uma área em problemas tridimensionais.

Figura 6.1 - Representação de um exemplo de contorno de domínio de estudo de um problema tridimensional



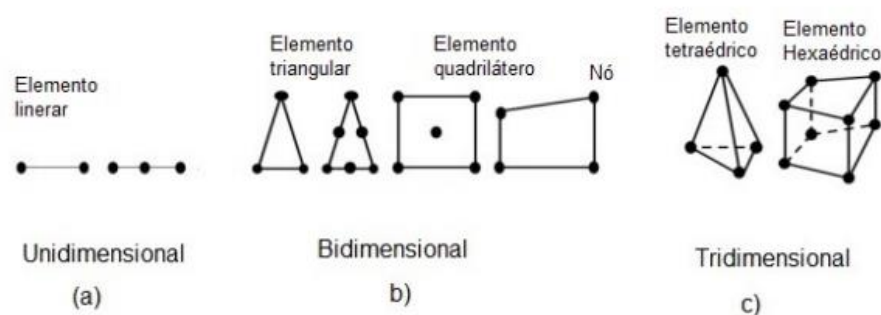
Fonte: Autor (2022).

6.4.1 Método de Galerkin

Para realizar a solução utilizando o Método de Elementos Finitos é necessário fazer o processo de discretização do domínio em elementos menores de forma unidimensional, bidimensional ou tridimensional.

Os pontos de interseção das linhas que descrevem os elementos são denominados por nós e os lados são nomeados de linhas ou planos nodais (SOBRINHO, 2019), conforme está apresentado na Figura 6.2.

Figura 6.2 - Exemplo de elementos empregados em a) Uma, b) duas e c) três dimensões



Fonte: SOBRINHO (2019).

Sabendo que as integrais de resíduos ponderados se utilizam das funções chapéu que são associadas aos nós e não as funções de interpolação que são associadas aos elementos. Além de que as integrações são realizadas sobre todo domínio de estudo e não sobre cada elemento.

O método de Galerkin é um caso do método de resíduos ponderados, onde é utilizado como funções de teste (θ_i), as mesmas utilizadas como função de interpolação (função chapéu) ou seja, $W_i = \theta_i$.

Assim usar as funções θ_i e fazer a integral no domínio inteiro é a mesma coisa que usar as funções de interpolação e integrar elemento por elemento.

O cálculo de elemento por elemento e posterior montagem das matrizes globais é completamente equivalente ao cálculo usando as funções chapéu.

O método de Galerkin apresenta a vantagem de ser obtido diretamente a partir das equações diferenciais, sem precisar de ter o funcional que representa a equação do problema estudado, o que pela sua complexidade nem sempre é fácil ou possível de obter.

6.5 Condições de contorno

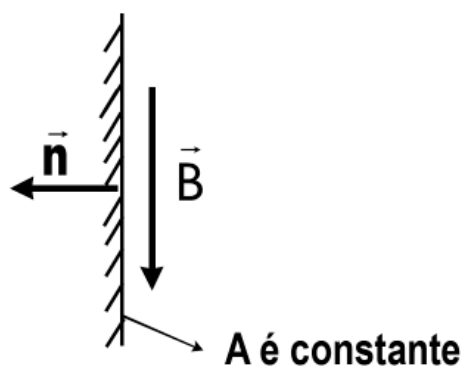
Conforme mostrado anteriormente, para se obter as soluções completas das equações diferenciais ordinárias, no caso do Poisson, é necessário obter os valores do potencial da fronteira do domínio que está sendo realizado o estudo. Existem cinco condições de contorno para os problemas eletromagnéticos e eletrostáticos.

6.5.1 Condições de contorno para problemas magnéticos e eletrostáticas

6.5.1.1 Condições de contorno de Dirichlet ou fixa

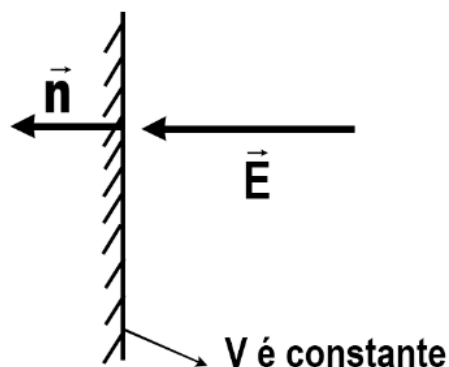
Neste tipo de condição de contorno, o valor do potencial é constante na fronteira, sendo esse contorno utilizada muitas vezes para o eletromagnetismo como potencial igual a zero. Abaixo nas Figuras 6.3 e 6.4 estão ilustradas as condições de Dirichlet para o eletromagnetismo e eletrostática, respectivamente.

Figura 6.3 - Condição de contorno de Dirichlet para eletromagnetismo



Fonte: Autor (2022).

Figura 6.4 - Condição de contorno de Dirichlet para eletrostática



Fonte: Autor (2022).

O contorno de Dirichlet para problemas eletrostáticos é utilizado para fixar a tensão de uma superfície no domínio do problema, sendo o campo elétrico vetor perpendicular ao segmento de fronteira, ou seja, a variação do campo potencial na direção perpendicular à fronteira é igual a zero. Sendo assim o valor do campo elétrico não será nulo somente no sentido perpendicular ao contorno.

6.5.1.2 Condições de contorno de Neumann ou natural

Neste tipo de contorno, é especificado a derivada normal do potencial ao longo do contorno. Em problemas eletromagnéticos, a condição de contorno homogênea de Neumann é definida ao longo de um contorno como a seguinte equação (MEEKER, 2015):

$$\frac{\partial A}{\partial n} = 0 \quad (6.30)$$

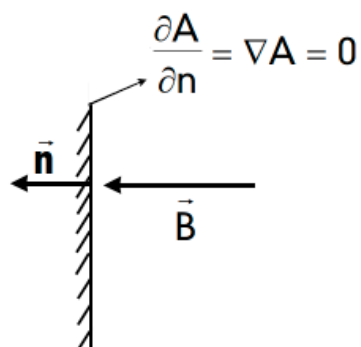
Onde:

A é uma função vetorial;

n é um vetor normal em relação a fronteira.

Desta forma, a derivada do potencial em relação a normal é zero, para que assim forçar o fluxo a passar pela fronteira exatamente em um ângulo de 90° em relação ao contorno.

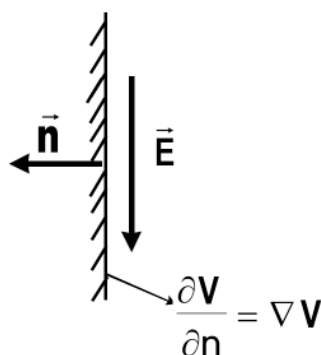
Figura 6.5 - Condição de contorno de Neumann para o eletromagnetismo



Fonte: Autor (2022).

Para problemas eletrostáticos, o campo elétrico é paralelo às partes do contorno com condição de Neumann, sendo que nesse caso podem ser utilizadas para representar condições de simetria. Desta forma pode ser usada em um equipamento que possui a construção de sua estrutura simétrica em relação a outra parte, possibilitando ser analisada apenas um lado e espelhado o cálculo para o outro lado, diminuindo assim o custo computacional.

Figura 6.6 - Condição de contorno de Neumann para Eletrostática



Fonte: Autor (2022).

6.5.1.3 Robin

A condição de contorno de Robin é uma espécie de mistura entre Dirichlet e Neumann, rescrevendo uma relação entre o valor do potencial e sua derivada normal na fronteira (MEEKER, 2015).

6.5.1.4 Periódica

Uma condição de contorno periódica une duas fronteiras. Neste tipo de condição de contorno, os valores de contorno nos pontos correspondentes dos dois contornos são definidos iguais um ao outro (MEEKER, 2015).

6.5.1.5 Antiperiódica

A condição de contorno antiperiódica também une duas fronteiras. No entanto, os valores de fronteira são feitos de igual magnitude, mas de sinal oposto (MEEKER, 2015).

6.5.2 Condições de contorno para problemas térmicos

Existem seis tipos de condições de contorno para problemas de fluxo de calor:

6.5.2.1 Temperatura especificada ou fixa

A temperatura ao longo da fronteira é definida como um valor constante (MEEKER, 2015).

6.5.2.2 Fluxo de calor especificado

O valor de fluxo de calor que é encontrado através da fronteira é definido pelo problema (MEEKER, 2015):

$$k \frac{\partial T}{\partial n} + f = 0 \quad (6.31)$$

Onde:

f é o fluxo de calor;

k é a condutividade térmica;

n é um vetor normal em relação a fronteira;

T é a temperatura do sistema.

6.5.2.3 Convecção

A condição de convecção ocorre quando a fronteira é resfriada por fluido refrigerante. Essa situação pode ser representada pela seguinte equação (MEEKER, 2015):

$$k \frac{\partial T}{\partial n} + h (T - T_0) \quad (6.32)$$

Onde:

h é o coeficiente de transferência de calor;

k é a condutividade térmica;

T é a temperatura do sistema;

T_0 é a temperatura ambiente do fluido refrigerante.

6.5.2.4 Radiação

Existe a condição ocorre o fluxo de calor na fronteira através da radiação e pode ser descrita matematicamente pela seguinte equação (MEEKER, 2015):

$$k \frac{\partial T}{\partial n} + \beta k_{sb} (T^4 - T_0^4) = 0 \quad (6.33)$$

Onde:

β é a emissividade da superfície;

k é a condutividade térmica;

k_{sb} é a constante Stefan-Boltzman;

T é a temperatura do sistema;

T_0 é a temperatura ambiente do fluido refrigerante.

6.5.2.5 Periódica

Uma condição de contorno periódica une duas fronteiras. Neste tipo de condição de fronteira, os valores de contorno nos pontos correspondentes dos dois contornos são definidos iguais um ao outro (MEEKER, 2015).

6.5.2.6 Antiperiódica

A condição de contorno antiperiódica também une duas fronteiras. No entanto, os valores de fronteira são feitos de igual magnitude, mas de sinal oposto (MEEKER, 2015):

6.6 Modelagem eletromagnética, eletrostática e térmica

6.6.1 Utilização do método de elementos finitos em indutores trifásicos

Nesta parte do trabalho, utiliza-se a técnica de elementos finitos para realizar a análise dos parâmetros do indutor trifásico projetado anteriormente com suas dimensões e materiais empregados.

Nessa etapa será realizada a análise eletromagnética, eletrostática e térmica do indutor trifásico.

6.6.2 Análise eletromagnética

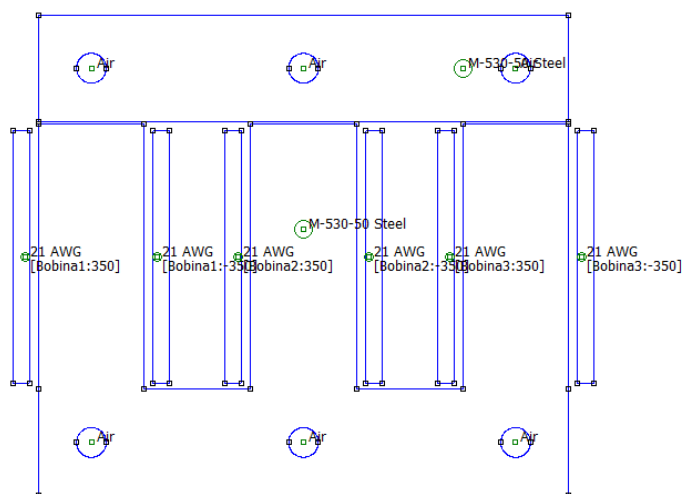
6.6.2.1 Pré-processamento

Nessa etapa de projeto é onde definimos as geometrias, dimensões e materiais que serão utilizados no modelo, ou seja, é descrita a parte ativa do indutor trifásico que é composta por um núcleo magnético, enrolamentos e isolamento.

O *software* FEMM é uma ferramenta que possui interface interativa e realiza a análise em duas dimensões, sendo a profundidade do modelo não visual no *software*.

A Figura 6.7 apresenta a geometria do indutor trifásico que foi projeto anteriormente inserida no *software* FEMM para realizar a análise eletromagnética.

Figura 6.7 - Geometria para análise eletromagnética do indutor trifásico do tipo EI



Fonte: Autor (2022).

O *software* necessita que seja realizado o fornecimento de informações sobre o modelo a ser simulado, tais como:

- Material que integra a parte construtiva do indutor trifásico como: tipo de condutores dos enrolamentos, ar da atmosfera do projeto e curvas BH do material.
- Circuitos: quantidade de condutores, valores e sentidos das correntes de fase que estão fluindo pelas bobinas;
- Condições de fronteira do modelo.

Nas propriedades do material são definidas características físicas e construtivas dos mesmos, tais como: curva BH, condutividade, permeabilidade, coercitividade, tipo de laminação, fator de empilhamento, dentre outros.

Nos materiais que compõe os circuitos é necessário definir o diâmetro dos condutores. Desta forma, após inserir as dimensões e os tipos de materiais é necessário definir os circuitos elétricos, magnitudes das correntes e a quantidade de espiras.

6.6.2.2 Processamento

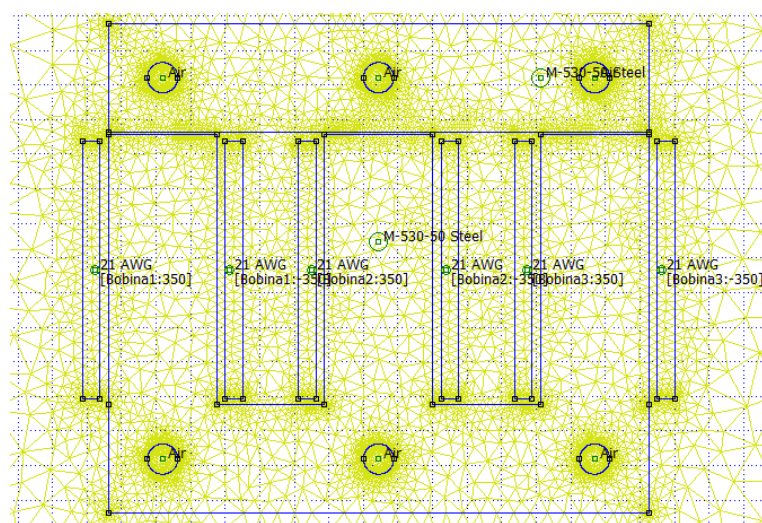
Para realizar a etapa do processamento da simulação, o *software* FEMM discretiza o domínio da representação em pequenos elementos em forma de triângulos, realizando sua resolução através de uma matriz de interpolação linear de todos os potenciais encontrados nos vértices de cada triângulo.

Esta etapa de processamento é importante, pois a quantidade de triangulação implicará diretamente sobre o erro da resolução. Desta forma quanto menor o tamanho do triângulo, menor será o erro e maior se tornará a necessidade computacional de processamento.

Após realizar a discretização da representação em pequenos triângulos, o domínio do modelo é ligado através de pontos específicos, chamados de nós ou pontos nodais.

Abaixo a Figura 6.8 mostra a malha gerada na representação do modelo construtivo do indutor trifásico inserido em duas dimensões no *software* FEMM.

Figura 6.8 - Malha construída para análise eletromagnética do indutor trifásico do tipo EI



Fonte: Autor (2022).

6.6.3 Análise eletrostática

A análise eletrostática é de grande importância para o projeto de equipamentos elétricos, pois é através desta que se pode estudar os graus de isolamento e conseqüentemente a vida útil do equipamento.

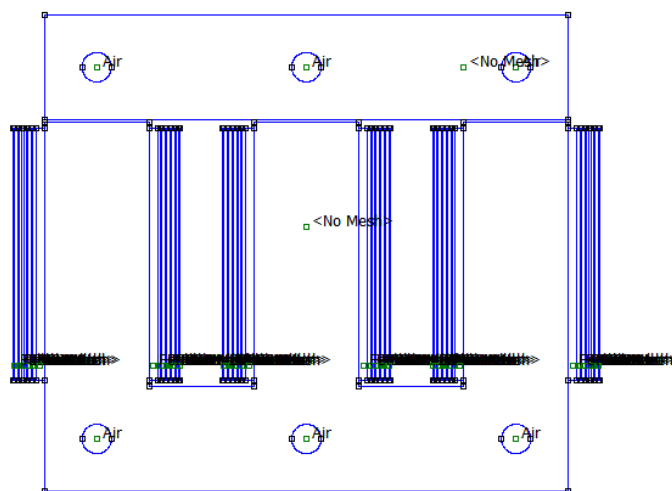
Nessa simulação para realizar o estudo eletrostático foram utilizados três enrolamentos com tensão de 127 V em cada fase e defasadas de 120°.

Desta forma foram analisados os valores de tensão para quando a forma de onda estivesse passando pelo seu valor máximo no enrolamento da perna central do indutor trifásico, ou seja, uma tensão de 179,605122 V no enrolamento central e de - 89,802561 V nos enrolamentos laterais.

6.6.3.1 Pré-processamento

A Figura 6.9 mostra a geometria do modelo para análise eletrostática do indutor trifásico do tipo de núcleo EI no *software* FEMM.

Figura 6.9 - Geometria para análise eletrostática do indutor trifásico do tipo EI



Fonte: Autor (2022).

6.6.3.2 Materiais e condições de fronteira

Para representar esse modelo eletrostático no *software* FEMM, foram utilizados três materiais.

- **Aço M530-50 A**

O material M530-50A foi configurado no modelo do *software* como “no mesh”, devido ser um condutor de superfície fechada, o que pela lei de Gauss implica que o campo elétrico interno ao condutor é igual a zero, implicando que não seja necessário analisar seu interior.

Desta forma, ficou estabelecido a tensão fixada no valor igual a zero para os limites construtivos de sua borda.

- **Ar**

O elemento Ar que foi retirado da própria biblioteca do *software* FEMM.

- **Cobre**

O material cobre como também é um condutor, foi configurado no modelo do *software* como “no mesh”.

- **Poliéster**

O material isolante poliéster foi inserido no modelo no *software* com permissividade relativa de 3,3, conforme valor fornecido pelo fabricante.

- **Fenolite**

O material isolante Fenolite foi inserido no *software* com permissividade relativa de 4,5 conforme valor fornecido pelo fabricante.

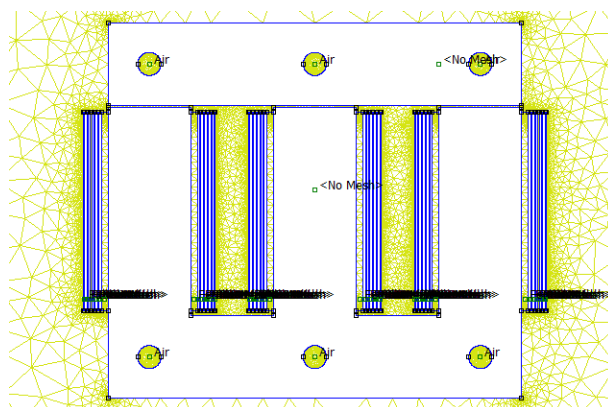
6.6.3.3 Condições de fronteira

Foram estabelecidas três condições de fronteira nesse modelo eletrostático. A primeira condição foram as tensões sobre os condutores de cobre do enrolamento em sua fronteira com o valor de 179,605122 V no enrolamento central e os valores de - 89,802561 V para os enrolamentos laterais. A segunda condição foi a tensão imposta sobre a fronteira do núcleo com o valor de 0 V e a terceira condição de fronteira foi estabelecida sobre o limite entre a borda do ambiente, sendo uma fronteira circular de raio de 35 cm com tensão fixa de 0 V.

6.6.3.4 Processamento

Abaixo a Figura 6.10 mostra a malha gerada na representação do modelo eletrostático do indutor trifásico inserido em duas dimensões no *software* FEMM.

Figura 6.10 - Malha gerada para análise eletrostática do indutor trifásico do tipo EI



Fonte: Autor (2022).

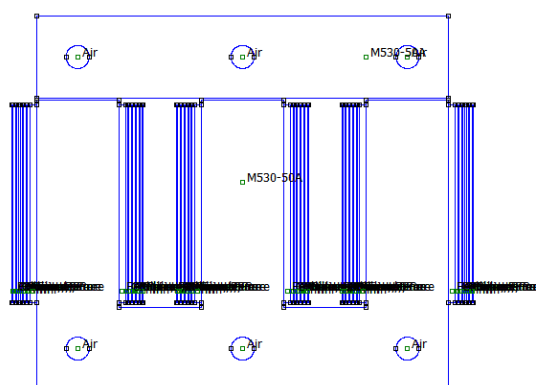
6.6.4 Análise térmica

A análise térmica do projeto de um equipamento elétrico é de grande importância em engenharia elétrica, pois é a partir dela que é possível estipular as condições operacionais em que os materiais do equipamento irão trabalhar.

6.6.4.1 Pré-processamento

A Figura 6.11, mostra a geometria do modelo para análise térmica do indutor trifásico do tipo de núcleo EI, inserida no *software* FEMM.

Figura 6.11 - Geometria para análise térmica do indutor trifásico do tipo EI



Fonte: Autor (2022).

6.6.5 Materiais e condições de fronteira utilizadas no modelo

O *software* FEMM que é utilizado nesse trabalho para realizar a simulação térmica, pode-se definir e utilizar qualquer material. Desta forma, o *software* possui uma biblioteca com diversos materiais disponíveis.

Assim para realizar a simulação desse modelo térmico foram utilizados os materiais: Ar, Cobre Puro, Fenolite, Aço M530-50 A e Poliéster. A temperatura ambiente para análise desse problema foi considerada com o valor de 25°C (298,15K).

Nesse modelo as fontes geradoras de calor são as próprias perdas nos enrolamentos e no núcleo do indutor trifásico. O *software* FEMM possibilita a entrada direta de tais valores através de uma interação com o *software* OCTAVE, por isso foram utilizados como fontes de calor, os próprios valores das perdas encontradas na simulação eletromagnética do indutor trifásico.

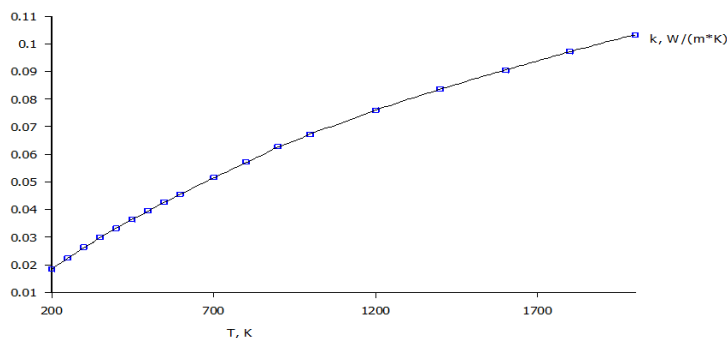
6.6.5.1 Aço M530-50 A

O Aço M530 - 50A do núcleo foi inserido no modelo térmico como sendo um material que possui uma condutividade térmica constante igual 30,33 W/(m²·K), segundo os dados fornecidos pelo fabricante. Esse material está localizado no núcleo do indutor trifásico e atua como uma fonte de calor no modelo de representação térmica por causa de suas perdas no núcleo.

6.6.5.2 Ar

Nesse modelo foi considerado o ar como um condutor térmico que realiza transferência de calor por meio da convecção com o ambiente. A curva de condutividade térmica do ar varia de acordo com a temperatura, como mostra o gráfico da Figura 6.12.

Figura 6.12 - Curva de condutividade térmica do ar de acordo com a temperatura



Fonte: Dados extraídos da biblioteca do *software* FEMM.

O coeficiente de transferência de calor por convecção natural h do ar pode variar de 0,25 a 25 W/(m²·K) (KOSKY, P. et al, 2021). Desta forma, como não foram encontradas referências bibliográficas apontando situações semelhantes a operação de um indutor, por isso foi escolhido o valor médio de 11,25 W/(m²·K).

Figura 6.13 - Condição de fronteira definida para o Ar na simulação

Convection

$$K \frac{\partial T}{\partial n} + h(T - T_0) = 0$$

$h, \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$

11.25

T_0, K

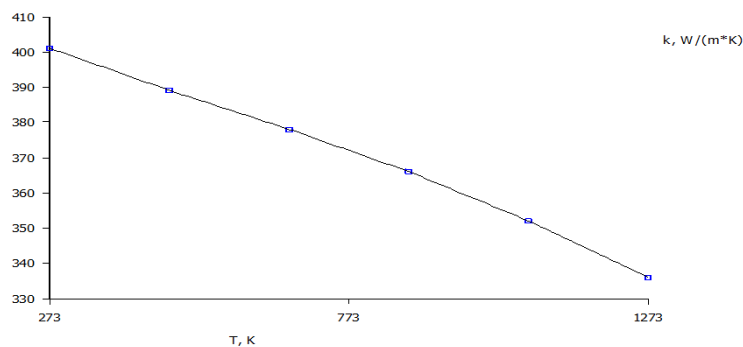
298.15

Fonte: Autor (2022).

6.6.5.3 Cobre puro

O material cobre foi extraído da própria biblioteca do *software* FEMM e é utilizado como uma fonte de calor por causa de suas perdas nos enrolamentos. Este material possui uma condutividade térmica que varia de acordo com a sua temperatura, conforme está mostrado na Figura 6.14.

Figura 6.14 - Curva de condutividade térmica do cobre puro de acordo com a temperatura



Fonte: Dados extraídos da biblioteca do *software* FEMM.

6.6.5.4 Fenolite

O material isolante Fenolite foi inserido no modelo térmico como sendo um material que possui uma condutividade térmica constante igual $0,2 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$, conforme dados fornecidos pelo fabricante.

6.6.5.5 Poliéster

O material isolante poliéster foi inserido no modelo térmico como sendo um material que possui uma condutividade térmica constante igual $0,17 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$, conforme dados fornecidos pelo fabricante.

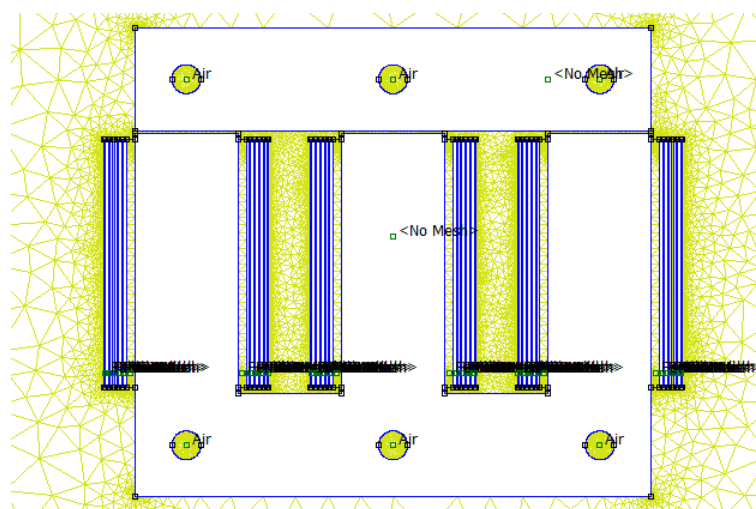
6.6.5.6 Condição de fronteira externa

Para a condição de fronteira externa ao indutor trifásico, foi definida uma borda de formato circular com raio de 35 cm e com a temperatura ambiente fixada no valor de 25°C . ou 298,15K.

6.6.6 Processamento

Abaixo é mostrado na Figura 6.15 a malha gerada na representação do modelo térmico do indutor trifásico inserido em duas dimensões no *software* FEMM.

Figura 6.15 -Malha gerada para análise térmica do indutor trifásico do tipo EI



Fonte: Autor (2022).

6.7 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados os principais conceitos do Método de Elementos Finitos para solucionar problemas eletromagnéticos, eletrostáticos e térmicos. Esse método é muito preciso e exige menor complexidade do que a análise por meio de cálculos analíticos.

No capítulo 7 serão apresentados os resultados obtidos por meio das simulações e sua comparação com as soluções obtidas através da análise por meio de cálculos analíticos realizados no software FEMM.

7. RESULTADOS E DISCUSSÕES

7.1 Introdução

Nesse capítulo é possível avaliar os resultados obtidos pelo projeto de indutor trifásico através da comparação entre as soluções por cálculos analíticos e suas respectivas simulações.

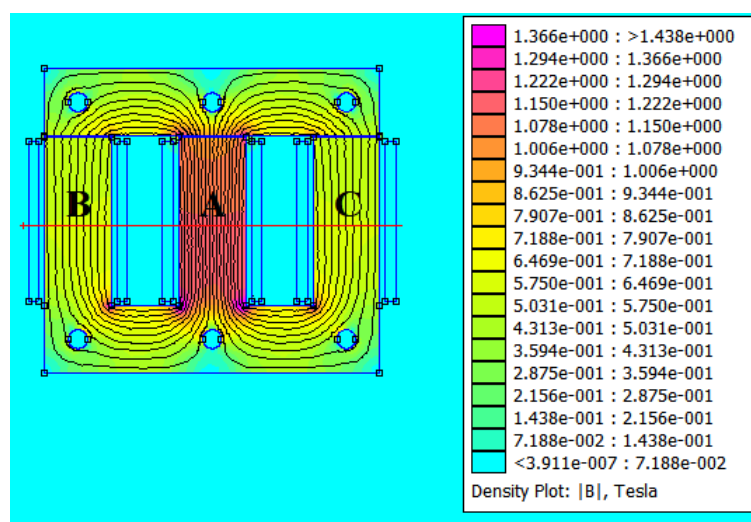
7.2 Análise eletromagnética

Nesta etapa da simulação do modelo de indutor trifásico é quando acontece a resolução das equações diferenciais para encontrar os valores das grandezas estudadas como o campo magnético, densidade de fluxo magnético, queda de tensão nos condutores, fluxo concatenado, perdas a vazio, perdas nos enrolamentos e demais grandezas de medidas do modelo estudado.

Abaixo na Figura 7.1 é mostrada visualmente a plotagem da densidade do fluxo magnético do indutor trifásico que foi estudado anteriormente através de cálculos analíticos.

Nesse caso, é mantido a condição de fluxo magnético máximo na perna central do indutor trifásico com o valor de corrente de pico.

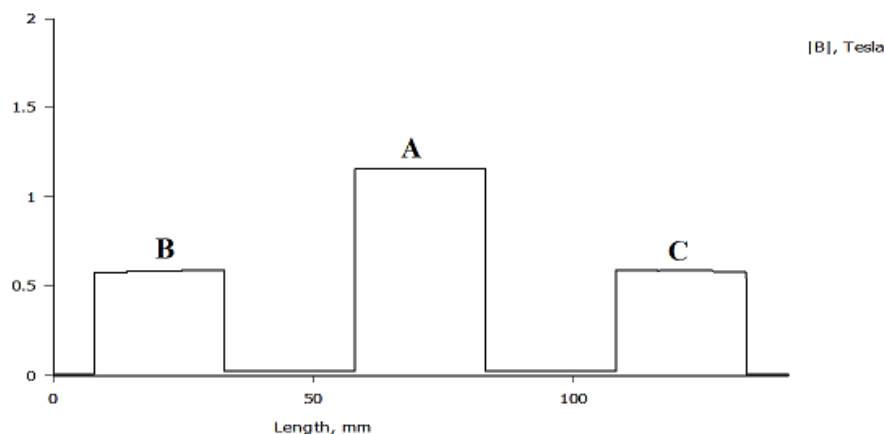
Figura 7.1 – Gráfico da densidade de fluxo magnético do indutor trifásico extraído da simulação no *software* FEMM



Fonte: Autor (2022).

A partir dessa simulação é possível plotar o seguinte gráfico da densidade de fluxo magnético que está atravessando os pontos A, B e C da Figura 7.1.

Figura 7.2 – Gráfico da densidade de fluxo magnético do indutor trifásico extraído da simulação no *software* FEMM

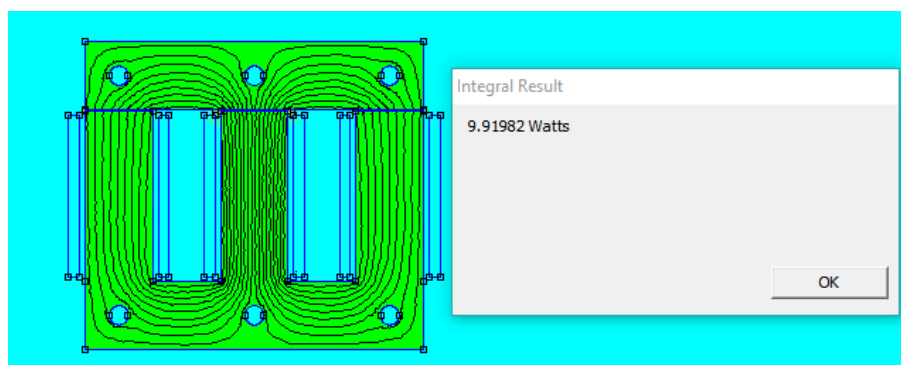


Fonte: Autor (2022).

A máxima densidade de fluxo magnético estipulada no projeto do indutor trifásico EI foi de 1,135216 T e o valor encontrado na simulação foi de 1,156040 T o que resulta em uma diferença entre o valor de cálculo analítico utilizando o *software* OCTAVE e o valor encontrado na simulação no *software* FEMM de 1,801322%, o que mostra que o modelo de projeto desenvolvido é bem efetivo em relação aos parâmetros desejados.

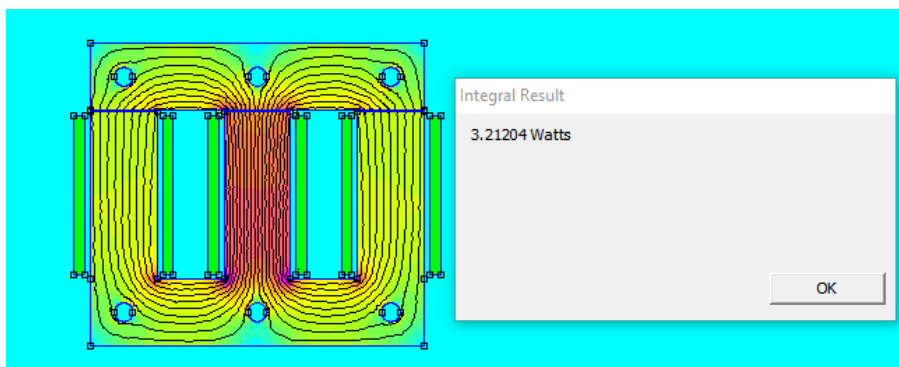
Nessas simulações foram levantados os valores das perdas a vazio e as perdas nos enrolamentos na simulação e os resultados obtidos estão apresentados nas Figuras 7.3 e 7.4, respectivamente,

Figura 7.3 - Simulação das perdas no núcleo no *software* FEMM



Fonte: Autor (2022).

Figura 7.4 - Simulação das perdas nos enrolamentos no *software* FEMM



Fonte: Autor (2022).

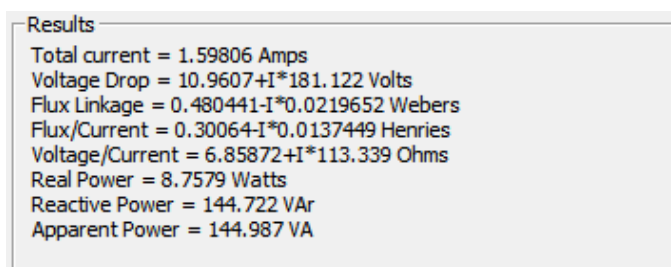
Tabela 7.1- Resultados da densidade de fluxo magnético das simulações com o projeto

Parâmetros	Calculado no OCTAVE	Simulado no FEMM	Diferença (%)
Perdas no núcleo [W]	9,843640	9,919820	0,767957
Perdas nos enrolamentos [W]	3,408682	3,212040	6,122028

Fonte: Autor (2022).

As Figuras 7.5, 7.6 e 7.7 mostram a visualização dos resultados obtidos pela simulação em relação aos enrolamentos do indutor trifásico.

Figura 7.5 - Resultados dos parâmetros do circuito da bobina A simulados no *software* FEMM



Fonte: Autor (2022).

Figura 7.6 - Resultados dos parâmetros do circuito da bobina B simulados no *software* FEMM

```

Results
Total current = -0.799031 Amps
Voltage Drop = -5.47378-I*90.8629 Volts
Flux Linkage = -0.241021+I*0.0109653 Webers
Flux/Current = 0.301642-I*0.0137232 Henries
Voltage/Current = 6.85053+I*113.716 Ohms
Real Power = 2.18686 Watts
Reactive Power = 36.3011 VAR
Apparent Power = 36.3669 VA

```

Fonte: Autor (2022).

Figura 7.7 - Resultados dos parâmetros do circuito da bobina C extraídos no *software* FEMM

```

Results
Total current = -0.799031 Amps
Voltage Drop = -5.47441-I*90.8666 Volts
Flux Linkage = -0.241031+I*0.0109669 Webers
Flux/Current = 0.301655-I*0.0137253 Henries
Voltage/Current = 6.85132+I*113.721 Ohms
Real Power = 2.18711 Watts
Reactive Power = 36.3026 VAR
Apparent Power = 36.3684 VA

```

Fonte: Autor (2022).

A comparação entre os resultados calculados no *software* OCTAVE através do circuito magnético equivalente e os valores simulados no *software* FEMM para as grandezas do indutor trifásico estão apresentados nas Tabelas 7.2, 7.3 e 7.4.

Tabela 7.2- Comparação entre os resultados analíticos e simulados da bobina A

Parâmetros	Calculado no OCTAVE	Simulado no FEMM	Diferença (%)
Indução magnética [T]	1,004440	1,156040	13,113733
Queda de tensão [V]	158,822149	181,453343	12,472183
Fluxo concatenado [Wb]	0,421289	0,480943	12,403521
Indutância [H]	0,263985	0,300954	12,283948
Impedância [Ω]	99,520128	113,546338	12,352851

Fonte: Autor (2022).

Tabela 7.3 - Comparação entre os resultados analíticos e simulados da bobina B

Parâmetros	Calculado no OCTAVE	Simulado no FEMM	Diferença (%)
Indução magnética [T]	0,502220	0,580156	13,433628
Queda de tensão [V]	79,411075	91,027627	12,761568
Fluxo concatenado [Wb]	0,210644	0,241270	12,693773
Indutância [H]	0,263985	0,301954	12,574434
Impedância [Ω]	99,520128	113,922159	12,641993

Fonte: Autor (2022).

Tabela 7.4 - Comparação entre os resultados analíticos e simulados da bobina C

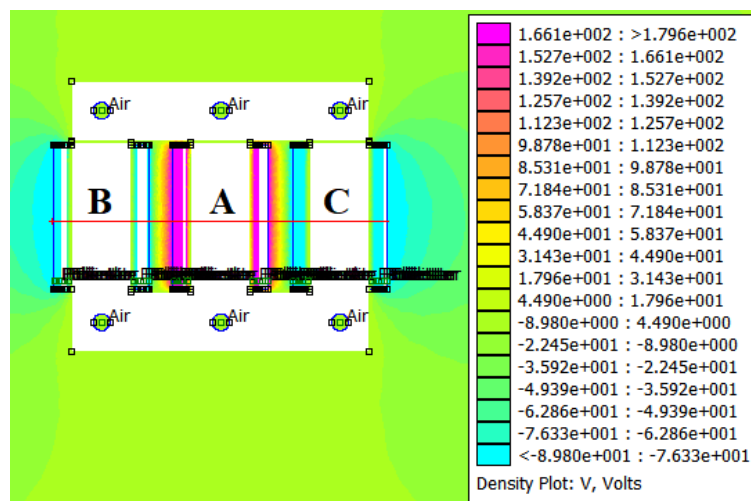
Parâmetros	Calculado no OCTAVE	Simulado no FEMM	Diferença (%)
Indução magnética [T]	0,502220	0,580045	13,417062
Queda de tensão [V]	79,411075	91,031358	12,765143
Fluxo concatenado [Wb]	0,210644	0,241280	12,697414
Indutância [H]	0,263985	0,301967	12,578221
Impedância [Ω]	99,520128	113,927198	12,645856

Fonte: Autor (2022).

7.3 Análise eletrostática

Abaixo na Figura 7.8 é apresentada a plotagem da densidade do potencial elétrico do indutor trifásico que foi obtida pela simulação. Nesse caso, foi abordado o estudo do campo elétrico para a situação em que a perna central do indutor trifásico possui o valor de tensão de pico.

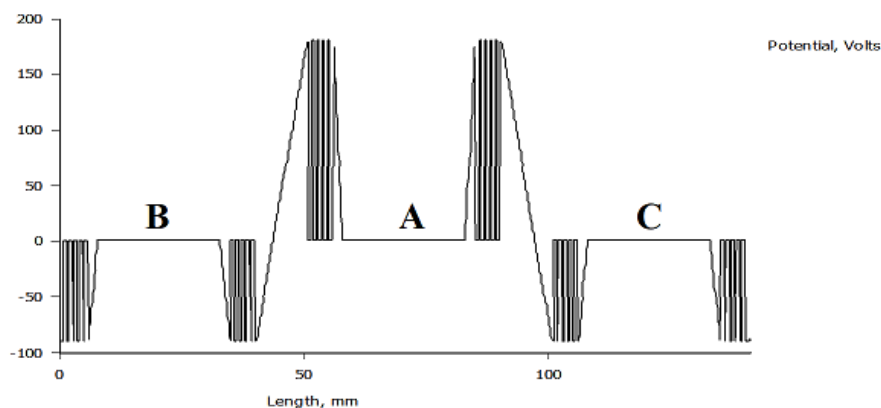
Figura 7.8 - Simulação da densidade de potencial elétrico do indutor trifásico no *software* FEMM



Fonte: Autor (2022).

A partir dessa simulação é possível plotar o gráfico do potencial elétrico que está atravessando os pontos A, B e C da figura anterior, apresentando os seguintes resultados.

Figura 7.9 - Gráfico do potencial elétrico do indutor trifásico extraído do software FEMM

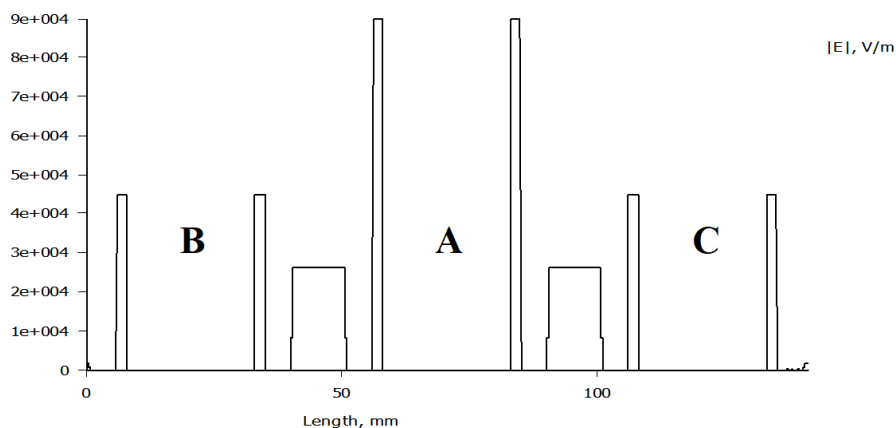


Fonte: Autor (2022).

O máximo potencial elétrico simulado no modelo do indutor trifásico EI no *software* FEMM foi de 179,605122 V no enrolamento da perna central e de -89,802561V nos enrolamentos das pernas laterais do indutor.

Através dessa simulação também é possível plotar o gráfico do campo elétrico e ver o que está atravessando os pontos A, B e C da Figura 7.8, resultando no seguinte gráfico.

Figura 7.10 - Gráfico da intensidade do campo elétrico do indutor trifásico extraído do software FEMM



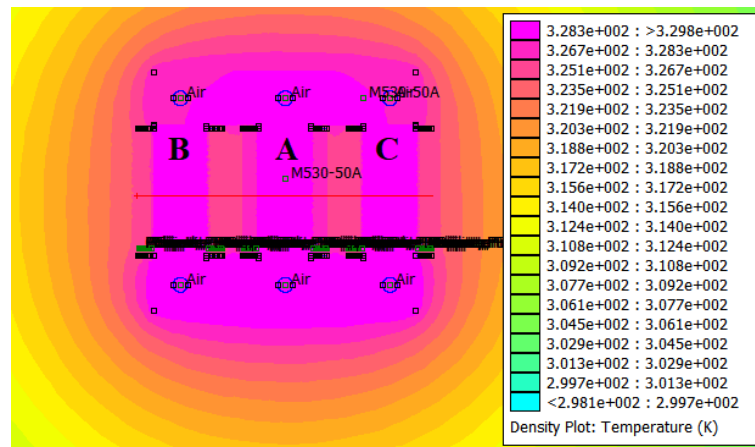
Fonte: Autor (2022).

Desta forma a partir do gráfico anterior é possível notar que o isolamento mínimo necessário para o tubo de enrolamento deve ser maior que 90 kV/m e de 30kV/m para o isolamento entre os enrolamentos e as camadas intermediárias dos enrolamentos do indutor.

7.4 Análise térmica

Abaixo na Figura 7.11 é mostrada visualmente a simulação da temperatura do indutor trifásico utilizando o método de elementos finitos. Nesse caso, foi realizada a simulação através das perdas obtidas através do modelo de simulação eletromagnética do indutor trifásico.

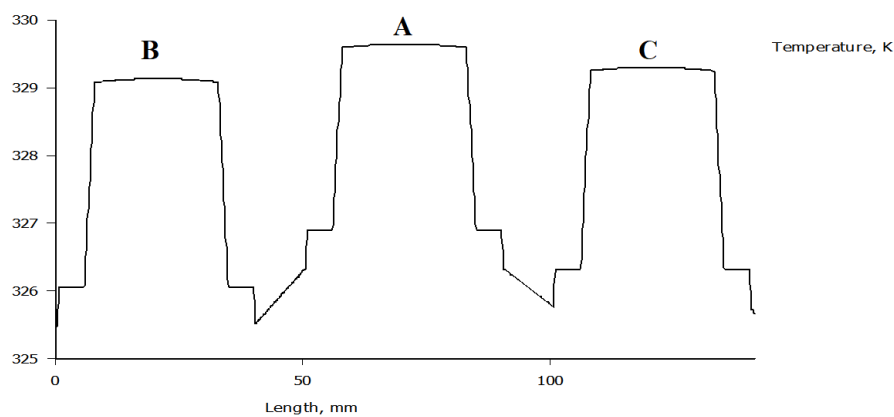
Figura 7.11 - Simulação da temperatura do indutor trifásico utilizando o *software* FEMM



Fonte: Autor (2022).

A partir dessa simulação é possível plotar o gráfico da temperatura que está atravessando os pontos A, B e C da Figura 7.12.

Figura 7.12 - Gráfico da temperatura do indutor trifásico utilizando o *software* FEMM



Fonte: Autor (2022).

O *software* FEMM trabalha com a escala de temperatura em Kelvin, desta forma, a temperatura máxima simulada foi de 328,3 K que é aproximadamente 55,15°C e a temperatura estipulada no projeto do indutor trifásico EI foi de 43,414228 °C, resultando em uma diferença entre o valor de cálculo analítico de projeto e o valor encontrado na simulação no *software* FEMM de 27,032087%

7.5 Discussão

Através da análise eletromagnética no *software* FEMM é possível perceber que a simulação da indução magnética do indutor trifásico é maior do que a encontrada nos cálculos analíticos do circuito equivalente magnético, isso ocorre principalmente por causa da influência do entreferro e a distribuição não linear do fluxo magnético no núcleo do indutor, além de outras condições que não conseguem ser representadas de maneira efetiva nesse modelo.

Desta forma o cálculo analítico não consegue representar de uma maneira adequada alguns fenômenos do modelo real do indutor, diferentemente do Método de Elementos Finitos que possibilita retratá-lo com uma grande precisão.

Na simulação eletrostática do projeto no *software* FEMM, é possível obter os valores precisos para se determinar o isolamento necessário para o tubo de enrolamento e a isolação entre as camadas dos condutores.

Além da simulação eletromagnética e eletrostática, é realizada a simulação térmica que é sempre de grande importância para os engenheiros projetistas de equipamentos elétricos, pois é um parâmetro que interfere diretamente no tipo de material a ser usado, custo e vida útil do equipamento. Nesse trabalho foi realizada a simulação térmica do indutor trifásico usando elementos finitos com o intuito de entender sua influência no projeto já que um grande aumento de temperatura pode deteriorar os componentes e possivelmente causar transtornos no dispositivo.

Desta forma é possível validar a grande importância do método de elementos finitos no processo de manufatura de equipamentos elétricos no contexto atual, pois é notado uma grande capacidade de análise de equipamentos elétricos que são considerados complexos quando examinados por meio de cálculos analíticos

Além de que, se houver um projeto mais eficiente, haverá uma diminuição do material a ser utilizado, implicando uma maior redução de resíduos industriais provenientes do processo de manufatura e uma maior qualidade dos equipamentos elétricos projetados.

8. CONCLUSÕES

Este trabalho demonstrou uma metodologia para realização de um projeto de um indutor trifásico do tipo EI, utilizando cálculos analíticos e a simulação computacional por meio do Método de Elementos Finitos.

Os parâmetros do indutor trifásico foram calculados analiticamente com o *software* OCTAVE e as soluções encontradas foram comparadas com os valores obtidos pela simulação com *software* FEMM.

A partir dessa comparação foi possível perceber que o indutor trifásico sofre grande influência do entreferro em seu núcleo e que isso causa uma diferença quando comparado com a análise por meio do método de circuito equivalente magnético, já que este modelo não representa bem o fluxo de espraiamento e a distribuição do fluxo magnético no núcleo magnético do indutor trifásico.

Além disso, foi possível também observar que com os resultados obtidos na simulação eletrostática pode-se reduzir razoavelmente a quantidade de material de isolamento do equipamento, já que serão levantados resultados de especificação mais próximos da necessidade de projeto.

Desta forma, a partir das simulações é possível notar diferenças significativas entre a modelagem por meio de cálculos analíticos e as simulações que utilizam o Método de Elementos Finitos, mostrando que esta é uma ferramenta muito eficiente no desenvolvimento de projetos elétricos e na resolução de problemas eletromagnéticos, eletrostáticos e térmicos.

9. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Estão listadas abaixo algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Uma proposta de continuidade para este trabalho é o desenvolvimento de indutores trifásico de qualquer potência.
- A realização de uma análise eletromagnética, eletrostática e térmica do projeto de indutores trifásicos por elementos finitos em três dimensões;
- Aperfeiçoamento do projeto de indutor trifásico através de algoritmos de otimização para diminuição de perdas;
- Investigação do comportamento do indutor trifásico sobre a presença de harmônicos no equipamento;
- Análise do comportamento da forma de onda da corrente de *inrush* nos projetos de indutores trifásicos utilizando o Método de Elementos Finitos.
- A construção física do indutor trifásico do tipo EI projetado para a futura comparação com os resultados teóricos desenvolvidos nesse trabalho.

10. REFERÊNCIAS

AYMEN et al. **Physical Modeling of Spiral Inductors Vs Air Gap for DC-DC Power Converter Design Optimization**. Journal of Electrical Systems, asd, v. 14, n. 1, p. 29-44, set./2017. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/323540138_Physical_Modeling_of_Spiral_Inductors_Vs_Air_Gap_for_DC-DC_Power_Converter_Design_Optimization#read. Acesso em: 3 mar. 2022.

BHAVAN, Manak; SHAH, Bahadur; MARG, Zafar. **Indian Standard: Guide for calculation of the effective parameters of magnetic piece parts**. 1. ed. Nova Délhi: Índia Standards Institution, 1974. p. 1-19.

BOYLESTAD, Robert L.. **Introdução de Análise de Circuitos Elétricos**. 12. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2012. p. 1-307.

CALE, J.; SUDHOF, S. D.; TAN, Li-quan. Accurately Modeling EI Core Inductors Using a High-Fidelity Magnetic Equivalent Circuit Approach. **IEEE Transactions on Magnetics**, West Lafayette, v. 42, n. 1, p. 40-46, Jan./2006. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1561499/>. Acesso em: 4 jan. 2022.

CAMACHO, J. R.; AGUIAR, A. L. D. **Transformadores de Potência**. 1. ed. Uberlândia: [s.n.], 2014. p. 1-130.

DUPPALLI, Veda Samhitha; SUDHOFF, Scott. Power Density Comparison of Three-Phase AC Inductor Architectures. **2017 IEEE Electric Ship Technologies Symposium (ESTS)**, Arlington, VA, USA, v. 1, n. 1, p. 217-224, ago./2017. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8069284>. Acesso em: 8 fev. 2022.

FISH, Jacob; BELYTSCHKO, Ted. **Um primeiro Curso de Elementos Finitos**. 1. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009. p. 1-239.

FITZGERALD, A. E.; KINGLEY, Charles Jr; UMANS, Stephen D.. **Máquinas Elétricas**. 7. ed. São Paulo: Mc Graw Hill, 2014. p. 1-706.

HAN, D. et al. **Three-Phase Common Mode Inductor Design and Size Minimization**. 2016 IEEE Transportation Electrification Conference and Expo (ITEC), Wisconsin, v. 1, n. 1, p. 1-

8, jun./2016. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/305649438_Three-phase_common_mode_inductor_design_and_size_minimization. Acesso em: 10 jan. 2022.

HAYT, William H.; BUCK, John A.. **Eletromagnetismo**. 8. ed. Porto Alegre: AMGH Editora Ltda., 2013. p. 1-595.

MATSUMORI, H. et al Phase. **Three-Phase AC Filter Inductor Design for Three-Phase PWM Inverter for Conversion Efficiency Improvement at Low Load**. *Electrical Engineering in Japan, Japan*, v. 137, n. 5, p. 395-405, nov. /2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1002/ej.23053>. Acesso em: 4 jan. 2022.

MCLYMAN, C. W. T. **Transformer and Inductor Design Handbook**. 4. ed. New York: CRC Press, 2011. p. 1-651.

MEEKER, David. **Finite Element Method Magnetics: User's Manual**. 4. ed. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1-161.

MUHLETHALER, J.; KOLAR, J. W.; ECKLEBE, And A.. A Novel Approach for 3D Air Gap Reluctance Calculations. **IEEE**, Korea, v. 1, n. 8, p. 446-452, mar. /2011. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/5944575>. Acesso em: 8 jan. 2022.

NUNES, Anderson S.; PORTILLO, Álvaro; PORTILLO, Federico. **Modelagem eletromagnética e cálculo do hot-spot em reatores do tipo shunt através do Método de Elementos Finitos em 2-D**. *IEEE 9th Power, Instrumentation and Measurement Meeting, Salto Grande*, v. 1, n. 1, p. 1-6, fev./2019. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02023927>. Acesso em: 3 fev. 2022.

SILVESTER, Peter P.; FERRARI, Ronald L.. **Finite elements for electrical engineers**. 3. ed. New York: Cambridge University Press, 1996. p. 1-494.

SOBRINHO, Adélcio Maximiano. **Uma contribuição aos projetos de transformadores via algoritmos naturais e elementos finitos**. 1. ed. Uberlândia: UFU, 2019. p. 1-170.

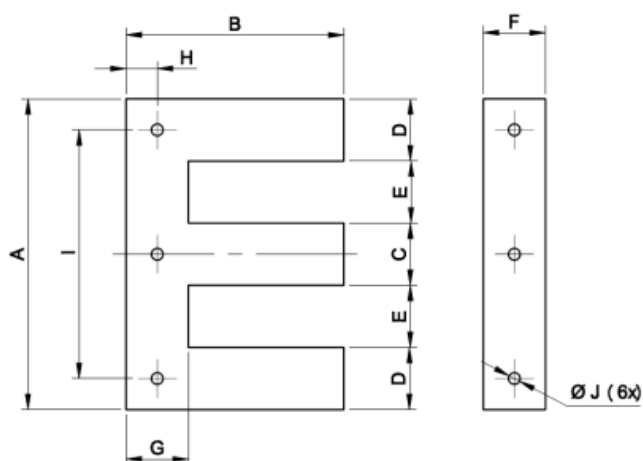
VECCHIO, R. M. D. et al. **Transformer Design Principles: With Applications to Core-Form Power Transformers**. 3. ed. Boca Raton: CRC Press, 2010. p. 1-596.

KOSKY, P. et al. **Exploring Engineering: An Introduction to Engineering and Design**. 5. ed. Londres: Academic Press, 2021. p. 1-632.

11. ANEXO A – MODELOS DE LÂMINAS DO CATALOGO DA EMPRESA TESSIN

LÂMINAS PARA TRAFÓ TRIFÁSICO

Especificações do Produto



PRODUTO	DIMENSÕES (mm)									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	Ø J
EI 6HS-250 TFE	125	100	25	25	25	25	25	12,5	100	7
EI 6HS-300 TFE	150	120	30	30	30	30	30	15	120	9
EI 6HS-400 TFE	200	160	40	40	40	40	40	20	160	11
EI 6HS-450 TFE	225	180	45	45	45	45	45	22,5	180	10
EI 6HS-500 TFE	250	200	50	50	50	50	50	25	200	11
EI 6HS-600 TFE	300	240	60	60	60	60	60	30	240	13
EI 6HS-700 TFE	350	280	70	70	70	70	70	35	280	13
EI 6HS-800 TFE	400	320	80	80	80	80	80	40	320	15
EI 6HS-900 TFE	450	360	90	90	90	90	90	45	360	20
EI 6HS-1000 TFE	500	400	100	100	100	100	100	50	400	20

13. ANEXO C – CATALOGO DE FENOLITE DA EMPRESA FENOTECH

TIPOS FENOTECH		Fenolite FX	Fenolite FXP	Fenolite FXPC	Fenolite FXXX	Fenolite FXB
GRADE (NEMA)		X	XP	XPC	XXX	-----
COMPOSIÇÃO Resina		Fenólica	Fenólica	Fenólica	Fenólica	Fenólica
Substrato		Papel	Papel	Papel	Papel	Papel
COR		Marrom Escuro	Marrom	Castanho Escuro	Laranja	Marrom
ENSAIOS		PROPRIEDADES FÍSICAS MECÂNICAS E ELÉTRICAS				
DENSIDADE, g/cm ³		1,35	1,35	1,35	1,38	1,35
Compressão Perpendicular	psi	18.000	22.000	25.000	32.000	-----
Flexão Longitudinal	psi	17.000	12.000	16.800	24.000	17.000
Tração Longitudinal	psi	14.000	20.000	14.500	16.800	14.000
Impacto Longitudinal	ft.lb/in	1.3	0.6	0.9	1.2	1.3
Dureza Rockwell	M	93	85	100	106	98
Resistência Deslaminção	lb	700	-	---	950	700
Rigidez Dielétrica Paralela(*)	kv	---	----	30	50	---
Rigidez Dielétrica Perpend.	kv/mm	10	20.....	20	26	10
Resistência ao Arco Voltaico	s	---	----	---	---	----
Absorção de Água	%	3.0	2.5	0.9	1.2	3.0
Temp. Máxima de Trabalho	° C	130	130	130	130	135
Obs.: Valores típicos apenas informativos, obtidos de chapas de 3,0 e (* 1,6) mm.						