



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA



**MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO PARA PROGRAMAÇÃO DE
PRODUÇÃO EM PROCESSOS QUÍMICOS EM BATELADA DE
CURTA DURAÇÃO**

Thiago de Oliveira Teixeira

Uberlândia – MG

2021



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA



**MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO PARA PROGRAMAÇÃO DE
PRODUÇÃO EM PROCESSOS QUÍMICOS EM BATELADA DE
CURTA DURAÇÃO**

Thiago de Oliveira Teixeira

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Química.

Uberlândia – MG

2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

T266m Teixeira, Thiago de Oliveira, 1995-
2021 Modelagem e otimização para programação de produção em
 processos químicos em batelada de curta duração [recurso eletrônico] /
 Thiago de Oliveira Teixeira. - 2021.

 Orientador: Sérgio Mauro da Silva Neiro.
 Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia.
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química.
 Modo de acesso: Internet.
 Disponível em: <http://doi.org/10.14393/ufu.di.2022.5314>
 Inclui bibliografia.
 Inclui ilustrações.

 1. Química. I. Neiro, Sérgio Mauro da Silva, 1974-, (Orient.). II.
Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Química. III. Título.

CDU: 52

Glória Aparecida
Bibliotecária - CRB-6/2047



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química
 Av. João Naves de Ávila, 2121, Bloco 1K, Sala 206 - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-MG, CEP 38400-902
 Telefone: (34)3239-4249 - www.ppgeq.feq.ufu.br - secppgeq@feq.ufu.br



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Química				
Defesa de:	Dissertação de Mestrado, 07/2021, PPGEQ				
Data:	31 de março 2021	Hora de início:	14:30	Hora de encerramento:	16:30
Matrícula do Discente:	11912EQU012				
Nome do Discente:	Thiago de Oliveira Teixeira				
Título do Trabalho:	Modelagem e otimização para programação de produção em processos químicos em batelada de curta duração				
Área de concentração:	Desenvolvimento de processos químicos				
Linha de pesquisa:	Modelagem, Controle e Otimização de Processos Químicos				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Tecnologias de apoio à decisão para programação de produção em processos químicos				

Reuniu-se por meio de webconferência, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Química, assim composta: Professores Doutores: Geraldo Regis Mauri - CCENS/UFES; Adilson José de Assis - FEQUI/UFU; Ubirajara Coutinho Filho - PPGEQ/UFU e Sergio Mauro da Silva Neiro - PPGEQ/UFU, orientador do candidato.

Iniciando os trabalhos o presidente da mesa, Prof. Dr. Sergio Mauro da Silva Neiro apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado.

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Ubirajara Coutinho Filho, Professor(a) do Magistério Superior**, em 31/03/2021, às 16:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).

Documento assinado eletronicamente por **Geraldo Regis Mauri, Usuário Externo**, em 31/03/2021, às 16:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8](#)



[de outubro de 2015.](#)



Documento assinado eletronicamente por **Adilson José de Assis, Professor(a) do Magistério Superior**, em 31/03/2021, às 16:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.](#)



Documento assinado eletronicamente por **Sergio Mauro da Silva Neiro, Professor(a) do Magistério Superior**, em 31/03/2021, às 16:34, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.](#)



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site

[https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?](https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0)

[acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0](https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **2668901** e o código CRC **C8EC5E86**.

Agradecimentos

Agradeço a CAPES pela concessão de bolsa que me permitiu a dedicação a pesquisa, ao meu orientador Sérgio pela ajuda, conhecimento e principalmente paciência, a minha família e amigos pelo apoio.

SUMÁRIO

RESUMO	XIV
ABSTRACT	XV
1 INTRODUÇÃO	1
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	4
2.1 REPRESENTAÇÃO DO PROBLEMA	4
2.2 REPRESENTAÇÃO DO TEMPO	6
2.3 MODELOS APRESENTADOS NA LITERATURA	10
3 METODOLOGIA.....	17
4 MODELO PROPOSTO	19
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES	27
5.1 MAQUINA UTILIZADA NAS SIMULAÇÕES E CONDIÇÕES DE PARADA	27
5.2 EXEMPLOS DE PROCESSOS.....	27
5.1.1 EXEMPLO 1.....	28
5.1.2 EXEMPLO 2.....	37
5.1.3 EXEMPLO 3.....	43
5.1.4 EXEMPLO 4.....	50
5.1.5 EXEMPLO 5.....	53
5.3 RESULTADOS BENCHMARKS.....	ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.
6 CONCLUSÃO	58
ANEXO	62
A. MODELOS UTILIZADOS NOS COMPARATIVOS E BENCHMARK	62
A.1. Modelo de IF.....	62
A.2. Modelo de JLF.....	63
A.3. Modelo de FMN1	65
A.4. Modelo de MG.....	66
A.5. Modelo de FMN2	69
A.6. Modelo de FMN3	69
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	59

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: ILUSTRAÇÃO DA REPRESENTAÇÃO STN.....	5
FIGURA 2: ILUSTRAÇÃO DA REPRESENTAÇÃO RTN.....	6
FIGURA 3: ILUSTRAÇÃO DA REPRESENTAÇÃO DISCRETA DO TEMPO.....	7
FIGURA 4: REPRESENTAÇÃO DE UMA GRADE DE TEMPO CONTÍNUA E GENÉRICA.....	8
FIGURA 5: REPRESENTAÇÃO CONTÍNUA DO TEMPO COM GRADE COMUM À TODAS AS UNIDADES.....	9
FIGURA 6: REPRESENTAÇÃO CONTÍNUA DO TEMPO COM GRADE ESPECÍFICA ÀS UNIDADES.....	9
FIGURA 7: EXEMPLO DO FUNCIONAMENTO DA EQUAÇÃO TEMPORAL.....	25
FIGURA 8: REPRESENTAÇÃO STN DO EXEMPLO 1.....	29
FIGURA 9: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 1, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 16H COM POLÍTICAS UIS PARA O MODELO IF.....	32
FIGURA 10: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 1, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 16H COM POLÍTICAS UIS PARA O MODELO JLF.....	33
FIGURA 11: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 1, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 16H COM POLÍTICAS UIS PARA O MODELO FMN1.....	33
FIGURA 12: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 1, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 16H COM POLÍTICAS UIS PARA O MODELO MG.....	33
FIGURA 13: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 1, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 16H COM POLÍTICAS UIS PARA O MODELO FMN2.....	34
FIGURA 14: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 1, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 16H COM POLÍTICAS UIS PARA O MODELO FMN3.....	34
FIGURA 15: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 1, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 16H COM POLÍTICAS UIS PARA O MODELO TN.....	34
FIGURA 16: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 1, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 16H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO JNF.....	35
FIGURA 17: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 1, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 16H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO FMN1.....	35
FIGURA 18: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 1, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 16H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO MG.....	35
FIGURA 19: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 1, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 16H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO FMN2.....	36
FIGURA 20: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 1, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 16H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO FMN3.....	36
FIGURA 21: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 1, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 16H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO TN.....	36
FIGURA 22: REPRESENTAÇÃO STN DO EXEMPLO 2.....	38

FIGURA 23: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 2, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS UIS PARA O MODELO IF.	40
FIGURA 24: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 2, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS UIS PARA O MODELO JLF.	40
FIGURA 25: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 2, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS UIS PARA O MODELO FMN1.	40
FIGURA 26: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 2, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS UIS PARA O MODELO MG.	41
FIGURA 27: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 2, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS UIS PARA O MODELO FMN2.	41
FIGURA 28: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 2, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS UIS PARA O MODELO FMN3.	41
FIGURA 29: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 2, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS UIS PARA O MODELO TN.	41
FIGURA 30: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 2, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO JNF.	42
FIGURA 31: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 2, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO FMN1.	42
FIGURA 32: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 2, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO MG.	42
FIGURA 33: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 2, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO FMN2.	42
FIGURA 34: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 2, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO FMN3.	43
FIGURA 35: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 2, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO TN.	43
FIGURA 36: REPRESENTAÇÃO STN DO EXEMPLO 3.	45
FIGURA 37: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 3, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS UIS PARA O MODELO IF.	46
FIGURA 38: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 3, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS UIS PARA O MODELO JLF.	47
FIGURA 39: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 3, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS UIS PARA O MODELO FMN1.	47
FIGURA 40: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 3, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS UIS PARA O MODELO MG.	47
FIGURA 41: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 3, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS UIS PARA O MODELO FMN2.	47

FIGURA 42: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 3, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS UIS PARA O MODELO FMN3.	48
FIGURA 43: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 3, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS UIS PARA O MODELO TN.....	48
FIGURA 44: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 3, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO JLF.	48
FIGURA 45: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 3, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO FMN1.	49
FIGURA 46: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 3, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO GM.....	49
FIGURA 47: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 3, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO FMN2.....	49
FIGURA 48: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 3, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO FMN3.....	49
FIGURA 49: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 3, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO TN.	50
FIGURA 50: REPRESENTAÇÃO STN DO EXEMPLO 4.	51
FIGURA 51: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 4, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 6H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO JLF.....	52
FIGURA 52: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 4, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 6H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO FMN1.....	52
FIGURA 53: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 4, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 6H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO MG.....	52
FIGURA 54: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 4, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 6H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO FMN2.....	52
FIGURA 55: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 4, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 6H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO FMN3.....	53
FIGURA 56: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 4, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 6H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO TN.	53
FIGURA 57: REPRESENTAÇÃO STN DO EXEMPLO 5.	55
FIGURA 58: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 5, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO JNF.....	56
FIGURA 59: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 5, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO MG.....	56
FIGURA 60: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 5, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO FMN3.....	56
FIGURA 61: GRÁFICO DE GANTT DO EXEMPLO 5, NO HORIZONTE DE TEMPO DE 12H COM POLÍTICAS FIS PARA O MODELO TN.	57

LISTA DE TABELAS

TABELA 1: EXEMPLOS E SUAS CARACTERISTICAS	18
TABELA 2: MODELOS E SUAS CARACTERISTICAS	19
TABELA 3: DADOS DO TEMPO, QUANTIDADES MÁXIMAS E MÍNIMAS DO EXEMPLO 1.....	28
TABELA 4: <i>LIMITAÇÕES DOS ESTADOS DO EXEMPLO 1</i>	28
TABELA 5: ESTATÍSTICAS DO MODELO E COMPUTACIONAIS DO EXEMPLO 1 UTILIZANDO POLITICAS UIS.	30
TABELA 6: ESTATÍSTICAS DO MODELO E COMPUTACIONAIS DO EXEMPLO 1 UTILIZANDO A POLÍTICA FIS.	31
TABELA 7: DADOS DE PROCESSAMENTO DO EXEMPLO 2	37
TABELA 8: LIMITAÇÕES DOS ESTADOS DO EXEMPLO 2.....	37
TABELA 9: ESTATÍSTICAS DO MODELO E COMPUTACIONAIS DO EXEMPLO 2 UTILIZANDO POLITICAS <i>UFS</i>	39
TABELA 10: ESTATÍSTICAS DO MODELO E COMPUTACIONAIS DO EXEMPLO 2 UTILIZANDO POLITICAS <i>FIS</i>	39
TABELA 11: DADOS DE PROCESSAMENTO DO EXEMPLO 3	44
TABELA 12: LIMITAÇÕES DOS ESTADOS DO EXEMPLO 3.....	44
TABELA 13: ESTATÍSTICAS DO MODELO E COMPUTACIONAIS DO EXEMPLO 3 UTILIZANDO POLÍTICAS UIS	45
TABELA 14: ESTATÍSTICAS DO MODELO E COMPUTACIONAIS DO EXEMPLO 3 UTILIZANDO POLITICAS FIS.....	46
TABELA 15: DADOS DE PROCESSAMENTO DO EXEMPLO 4	50
TABELA 16: LIMITAÇÕES DOS ESTADOS DO EXEMPLO 4.....	50
TABELA 17: ESTATÍSTICAS DO MODELO E COMPUTACIONAIS DO EXEMPLO 4 UTILIZANDO POLÍTICAS UIS E FIS.	51
TABELA 18: DADOS DE PROCESSAMENTO DO EXEMPLO 5	53
TABELA 19: DADOS DE PROCESSAMENTO DO EXEMPLO 5	54
TABELA 20: DADOS REFERENTE AS UTILIDADES DO EXEMPLO 5	54
TABELA 21: ESTATÍSTICAS DO MODELO E COMPUTACIONAIS DO EXEMPLO 5 UTILIZANDO POLÍTICAS UIS E FIS.	55

ÍNDICES

$i \in I$	Índice correspondente aos elementos do conjunto das tarefas
$j \in J$	Índice correspondente aos elementos do conjunto das unidades
$s \in S$	Índice correspondente aos elementos do conjunto dos estados
$u \in U$	Índice correspondente aos elementos do conjunto das utilidades
$n \in N$	Índice correspondente aos elementos do conjunto dos pontos de evento
$n' \in N$	Índice correspondente aos elementos do conjunto dos pontos de evento (auxiliares)
$n'' \in N$	Índice correspondente aos elementos do conjunto dos pontos de evento (auxiliares)

CONJUNTOS

I	Conjunto correspondente às tarefas
I_j	Subconjunto das tarefas executadas nas respectivas unidades
J	Conjunto correspondente às unidades
J_i	Subconjunto das unidades capazes de executar as respectivas tarefas
S	Conjunto correspondente aos estados
U	Conjunto correspondente às utilidades
U_i	Subconjunto das utilidades requeridas pelas respectivas tarefas
N	Conjunto correspondente aos pontos de eventos

PARÂMETROS

Sti_s	Estoque inicial correspondente ao estado s
$Stmax_s$	Estoque máximo correspondente ao estado s
$Stmin_s$	Estoque mínimo correspondente ao estado s
α_{ij}	Tempo de execução da tarefa i no equipamento j
β_{ij}	Tempo de execução da tarefa i no equipamento j proporcional a massa sendo processada
γ_{iu}	Quantidade de utilidade u requerida pela tarefa i
δ_{iu}	Quantidade de utilidade u requerida pela tarefa i proporcional a massa sendo processada
$\overline{PR}_v, \overline{PR}_v$	Proporção de utilização do estado s na execução da tarefa i
ρ_{is}	Proporção de produção do estado s na execução da tarefa i
$Vmax_{ij}$	Capacidade máxima que a unidade j processa a tarefa i
$Vmin$	Capacidade mínima que a unidade j processa a tarefa i
Vd_s	Valores para compra e venda para cada estado s
H	Horizonte total de eventos
N	Último ponto de evento existente (instante H em que o processo se encerra)
D_s	Demanda requerida por estado

VARIÁVEIS BINÁRIAS

We_{ijn}	Ponto em que o processo se inicia
Ws_{ijn}	Ponto em que o processo se finaliza

VARIÁVEIS POSITIVAS CONTÍNUAS

B_{ijn}	Massa a ser processada no início do processo
-----------	--

B_{ijn}	Massa gerada ao fim do processo
B_{ijn}	Massa ou volume “intermediário”
St_{sn}	Estoque utilizado pelos estados s em cada ponto de evento n
T_n	Momento em que ocorre cada ponto de evento n

VARIÁVEIS CONTÍNUAS

B	Receita bruta
-----	---------------

Lista de Siglas

PO	Pesquisa Operacional
STN	<i>State-Task Network</i>
RTN	<i>Resource-Task Networks</i>
PPG/EQ	Programa de Pós Graduação em Engenharia Química
IF	Modelo Proposto por Ierapetritou e Floudas
JLF	Modelo Proposto por Janak, Lin e Floudas
FMN1	Modelo Proposto por Faria, Murata e Neiro 1
FMN2	Modelo Proposto por Faria, Murata e Neiro 2
FMN3	Modelo Proposto por Faria, Murata e Neiro 3
MG	Modelo Proposto por Maravelias e Grossmann
TN	Modelo Proposto por Teixeira e Neiro
UIS	Armazenamento intermediário infinito
FIS	Armazenamento intermediário finito
MILP	Programação Linear Inteira Mista
RMILP	Programação Linear Inteira Mista Relaxada

RESUMO

Redução nos custos de operação e redução dos desperdícios são desafios que a pesquisa operacional é capaz de auxiliar em sua resolução. Processos em batelada estão presentes em diversas indústrias de fármacos e químicos. Neste presente trabalho foi desenvolvido um modelo de otimização para processos em batelada de curta duração capaz de melhorar a eficiência desse tipo de indústria. Esse modelo utiliza uma grade de tempo contínua comum em uma representação *State-Task Network*. O modelo proposto está apto para diferentes políticas de armazenagem como, estoques ilimitados, limitados e inexistentes. A principal diferença deste trabalho para outros presentes na literatura é a não utilização de restrições *BIG-M* o que trouxe benefícios em relação a trabalhos semelhantes. O modelo foi submetido a testes de desempenho no *software* GAMS utilizando o pacote CPLEX e comparado com outros modelos já estabelecidos na literatura, também foi comparado com modelos provenientes do grupo de pesquisa PPGEQ/UFU, alcançando resultados promissores se destacando quando os limites de estoque pois a quantidade de variáveis e restrições não difere para quando são estoques ilimitados, e quando há a necessidade de utilidades pois tem os melhores dados estatísticos, com a menor quantidade de variáveis e restrições, além da melhor solução relaxa de todos os modelos testados, indicando ser muito adequado a essa situação. Os resultados computacionais e estatísticos foram apresentados como tabelas, e as soluções ótimas em um gráfico de Gantt.

Palavras-chave: Otimização da produção, Processos em batelada, *State-Task Network*, GAMS

ABSTRACT

Reduction in operating costs and reduction of waste are challenges that operational research is able to assist in solving. Batch processes are present in several pharmaceutical and chemical industries. In this present work, an optimization model was developed for short batch processes capable of improving the efficiency of this type of industry. This model uses a common continuous time grid in a State-Task Network representation. The proposed model is suitable for different storage policies, such as unlimited, limited and nonexistent stocks. The main difference of this work for others present in the literature is the non-use of BIG-M restrictions, which brought benefits in relation to similar works. The model was subjected to performance tests in the GAMS software using the CPLEX package and compared with other models already established in the literature, it was also compared with models from the research group PPGEQ / UFU, achieving promising results standing out when the stock limits because the number of variables and restrictions does not differ for when there are unlimited stocks, and when there is a need for utilities as it has the best statistical data, with the least amount of variables and restrictions, in addition to the best relaxing solution of all the tested models, indicating it is very suitable for that situation. The computational and statistical results were presented as tables, and the optimal solutions in a Gantt chart.

Keywords: Scheduling Optimization, Batch Processes, State-Task Network, GAMS

1 INTRODUÇÃO

Com origem no período que precede a segunda guerra mundial, a Pesquisa Operacional (PO) teve grande crescimento com aplicações militares, inicialmente inglesas e posteriormente americanas nos anos de conflito. Com investimentos em laboratórios multidisciplinares, esse campo científico nasce com propósito de auxiliar as tomadas de decisão, de forma a reduzir os desperdícios materiais e minimizar as perdas humanas durante os anos de conflito (CHAVES, 2011).

Posteriormente, com o fim dos combates, começou-se a pensar em aplicações no setor público e privado. Os modelos foram reciclados e antes um conjunto de equações e inequações que otimizava uma bateria antiaérea derrubando aviões, poderia ser usada em uma torre de rádio visando atender ao máximo os espectadores, e o modelo que descrevia o abastecimento de tropas, pôde ser usado na distribuição de recursos à população (CHAVES, 2011).

Com o crescimento das aplicações civis, foi natural a utilização da PO na indústria química. Diversos problemas do setor como; alocação de equipamentos, gerenciamento de estoque, programação da produção dentre outros, passaram a receber modelos de otimização para descrever e otimizar os processos (LEIGUS; FENERICH; MORAIS, 2009).

Os processos em batelada tendem a lidar com produtos de alto valor agregado tais como fármacos e produtos químicos finos, o que a torna interessante investir esforços na busca de maior eficiência na utilização dos recursos otimizando a produção (PROPEQ, 2020).

De acordo com Borges e Dacol (2002) os processos em batelada são utilizados para produtos complexos, muitas vezes com uma grande quantidade de etapas em sua produção, e rotinas de produção complexa permitindo uma grande variedade de configurações.

Essa variedade de configurações permitida pelos processos em lotes, cria um espaço de possibilidades para a aplicação de modelos de agendamento de produção. Esses modelos buscam aumentar a eficiência na utilização da planta, utilizando menos recursos e aumentando a produtividade.

A aplicação dos modelos de otimização permite que certas necessidades sejam atendidas, como: demanda, legislações ambientais e máxima produtividade. Dessa forma as indústrias que aplicam essa ferramenta matemática se tornam mais competitivas por utilizarem seus recursos de forma mais inteligente.

Até o momento, não há na literatura um modelo robusto e eficiente o suficiente para que seja capaz de representar bem todas as diversidades e peculiaridades dos processos em batelada. Os modelos existentes possuem características que os tornam mais indicados para determinadas

situações porém são pouco eficientes ou simplesmente não são capazes de representar outras situações. Isso torna necessária a ampliação dos estudos dos modelos.

Trabalhos mostram uma tendência de reciclagem desses modelos de programação da produção de processos em batelada. Isso é visto no trabalho de Liu, Pinto e Papageorgiou (2010) que utiliza o modelo desenvolvido para o problema do caixeiro viajante, em outro problema de otimização de processo. Outro exemplo é o artigo de Lee e Maravelias (2017) que retomam a estrutura temporal discreta dos primeiros modelos.

Essa reciclagem de modelos se deve, ora para adequá-los a problemas específicos, ora para modificá-los, a fim de se criar modelos mais eficientes, capazes de resolver problemas dos quais não eram da forma como foram concebidos, ou melhorar sua performance computacional permitindo a solução de problemas maiores e mais complexos. Essa dissertação trabalhou nessa linha de pesquisa.

Dos diversos modelos apresentados da literatura, o modelo proposto por Maravelias e Grossmann (2003) foi identificado como promissor por suas características, possuindo uma grade de tempo comum, interessante para gerenciamento de estoque, além de uma representação STN que é bastante simples. Porém, esse modelo apresenta desempenho computacional pobre em casos envolvendo longos horizontes de tempo, em que a dimensão do problema rapidamente cresce ou em problemas com alto nível de complexidade. Com isso, há condições que abrem espaço para alterações e melhorias.

No presente trabalho, uma proposta de modificação do modelo de Maravelias e Grossmann (2003) é apresentada com vistas a melhorar o desempenho computacional do modelo em aplicações para problemas em batelada com horizontes de tempo de curta duração e diversos tipos de política de inventário. Para comprovar os benefícios das modificações realizadas, o modelo foi testado em contraposição a outros modelos clássicos da literatura (IF, JLN, MG) e modelos propostos pelo grupo de pesquisa PPGEQ/UFU (FMN1, FMN2 e FMN3). Para os testes, diversos problemas *benchmark* apresentados na literatura foram selecionados com características específicas. Assim sendo, os objetivos do presente trabalho são:

Objetivo Principal:

- Propor melhorias para aumentar a eficiência computacional do modelo de programação da produção para problemas em batelada com horizontes de tempo de curta duração introduzido por Maravelias e Grossmann (2003), o qual é baseado na representação *State-Task Network* (STN) e representação contínua do tempo com grade comum a todas às unidades.

Objetivos específicos:

- Identificar e analisar modelos de programação da produção para processos em batelada com horizonte de tempo de curta duração propostos na literatura para que sejam selecionados e utilizados como base de comparação com o modelo proposto pelo presente trabalho;
- Gerar soluções ótimas dos modelos, apresentar suas soluções graficamente e comparar a qualidade das mesmas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é apresentada a revisão de literatura. A revisão está dividida em subtópicos. Na Seção 2.1 são apresentados os principais tipos de representação de problemas de programação da produção. Na Seção 2.2 são apresentados os diversos tipos de representação de tempo, suas singularidades e situações que favorecem cada tipo. Na Seção 2.3 é apresentada a revisão de literatura de forma cronológica dos diversos modelos e estratégias de otimização que foram apresentados à comunidade acadêmica ao longo dos anos.

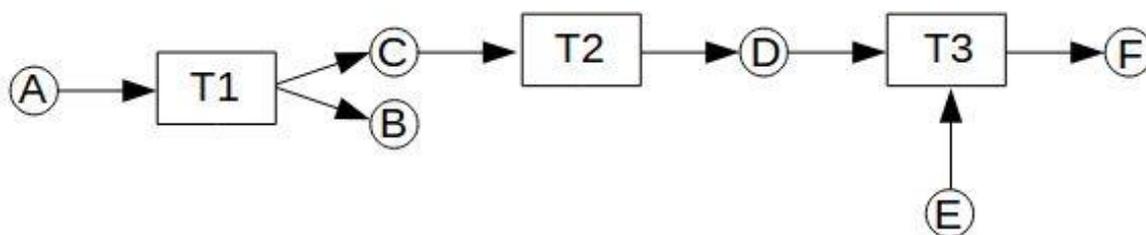
2.1 REPRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

A construção de modelos de otimização para programação da produção de processos químicos em batelada com horizonte de tempo de curta duração é normalmente baseado em uma abstração que representa o problema a ser resolvido. A representação do problema deve carregar as principais características do processo, sendo normalmente representada como um fluxograma. As principais representações utilizadas com essa finalidade são a STN (*State Task Network*) e a RTN (*Resource-Task Networks*).

A representação STN busca evidenciar os estados e as tarefas em um fluxograma geral, não levando em consideração as unidades disponíveis explicitamente. Entende-se como estados os diferentes materiais e as condições em que ele se encontra ao longo do processo. Exemplos de diferentes estados poderiam ser água a 15°C, água a 25°C, álcool ou mesmo uma mistura álcool/água. As tarefas são etapas que transformam um estado a outro. Como exemplos de tarefas pode-se citar, uma reação que transforma o estado A no estado B, um aquecimento, uma separação ou mistura de componentes, entre outros. As unidades nada mais são do que os equipamentos onde as tarefas são executadas, tais como: um reator, um aquecedor ou um separador (PINTO; BARBÓSA-PÓVOA; NOVAIS, 2008).

Para exemplificar a representação STN tem-se o seguinte processo, a mistura bruta A passa pelo separador U1 que a divide nos estados B e C (esse processo de separação é chamado de T1). Em seguida o componente C no reator U2 é transformado em D pela tarefa T2, D por sua vez passa também no reator U2 e convertido no produto F quando a tarefa T3 é executada. A Figura 1 ilustra essa representação. Nela, pode-se ver os círculos representando os estados enquanto os retângulos representam as tarefas. Nessa representação as unidades não são apresentadas explicitamente.

Figura 1: Ilustração da representação STN.



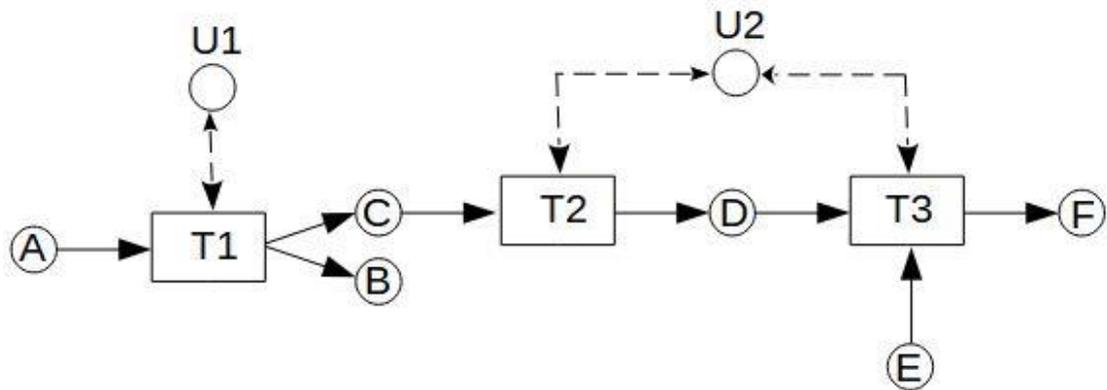
Com esta representação é possível demonstrar duas ou mais tarefas que ocorrem na mesma unidade sem complicar a apresentação ou criar uma representação congestionada. Por exemplo, na Figura 1 as tarefas T2 e T3 representam diferentes reações que ocorrem no mesmo reator (unidade), obviamente em momentos diferentes. Essa representação por ser simples, facilita o entendimento do fluxograma pois explicita menos informação.

A representação RTN, em oposição à representação STN, explicita as unidades capazes de realizar cada uma das tarefas. Como consequência, é uma representação mais detalhada do processo. Porém, em sistemas complexos, o excesso de informação dificulta o entendimento. É possível transformar uma representação STN em RTN adicionando-se a informação das unidades em que ocorrem as tarefas (CASTRO; BARBOSA-PÓVOA; MATOS, 2001).

Na Figura 2, é apresentada a representação RTN equivalente do processo referido na figura 1, na qual nota-se a adição das unidades em que ocorrem as tarefas, sendo U1 a unidade em que ocorre a tarefa T1 (separação) e a unidade U2, a qual é capaz de executar as tarefas T2 (reação um) e T3 (reação dois) (CASTRO; SUN; HARJUNKOSKI, 2013).

As unidades estão ligadas as tarefas por linhas pontilhadas, com setas em ambas as extremidades. Essa notação indica que as unidades são recursos renováveis, ao fim da tarefa que tenha ocorrido em seu interior, as unidades com essa notação, podem ser preparadas para receber uma nova tarefa. Pode-se ressaltar que as tarefas T2 e T3 ligadas a U2 não possuem relação direta entre si, essa ligação é apenas a forma da representação RTN de indicar tarefas que ocorrem na mesma unidade (CASTRO; SUN; HARJUNKOSKI, 2013).

Figura 2: Ilustração da representação RTN.



2.2 REPRESENTAÇÃO DO TEMPO

Além de uma representação da qual o modelo se guiará para sua construção, outro fator decisivo que influencia diretamente em como ele irá ser formulado e em quais situações ele se apresenta mais interessante, é a seleção da representação do tempo.

A grade de tempo molda como o sistema de equações e inequações representará as interações entre as unidades. A grade de tempo é necessária para definir o momento de execução das tarefas, além dos pontos no tempo onde o balanço de massa é estabelecido, incluindo a avaliação de inventário. Obviamente, a representação do tempo é uma abstração da realidade e, portanto, representa apenas uma aproximação da realidade.

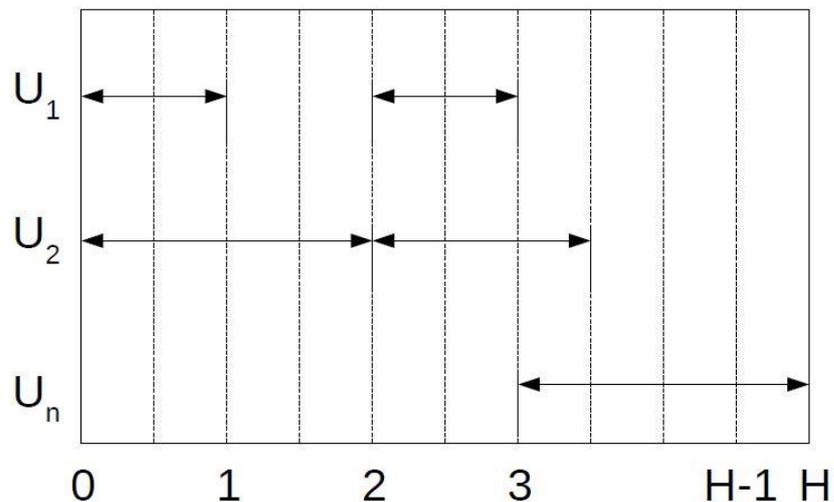
A representação discreta do tempo foi a primeira a ser utilizada como base em problemas de otimização de processos batelada de curta duração. Na representação discreta do tempo, o horizonte de tempo é dividido em intervalos igualmente espaçados. A decisão sobre a duração do intervalo de tempo a ser utilizado é estabelecida como o máximo múltiplo comum das durações das tarefas envolvidas no processo sob estudo (NIE *et al.*, 2014) e, portanto, é assumido que os tempos de execução de todas as tarefas são conhecidos a priori. Portanto, sua aplicação fica limitada a processos em que as durações não são dependentes de sua carga, ou seja, o tempo de execução não depende da massa carregada na unidade. A representação discreta do tempo cria uma grade de tempo que é comum à todas as unidades e, como todos os instantes de tempo em que decisões devem ser tomadas ou balanços materiais são estabelecidos, geram modelos simples sem a necessidade da inclusão de restrições *Big-M* para lidar com a sincronização de tempo das diferentes tarefas executadas na mesma unidade ou em

unidades diferentes. Por esta razão, normalmente, geram modelos relaxados justos que conduzem a um desempenho computacional muito bom.

Suas principais limitações surgem para problemas cujo tempo necessário para execução de cada tarefa é proporcional a massa processada ou quando existe uma diferença de tempo de execução entre as tarefas muito discrepante. No último caso, se houver uma desproporcionalidade entre os tempos de execução das tarefas e o horizonte de tempo, isso leva à uma quantidade muito grande de pontos de intervalos de tempo, aumentando a dimensão do modelo e prejudicando a eficiência computacional.

Na Figura 3, é apresentado um gráfico de Gantt produzido como o resultado da solução de um processo hipotético cujo modelo de programação da produção foi baseado na representação discreta do tempo. Pode-se observar pela figura que, todas as tarefas se iniciam e terminam no início ou fim de um intervalo de tempo, denominados pontos de evento. Além disso, múltiplos pontos de evento ficam sem atribuição de nenhuma tarefa tais como os pontos 2 e 4, nos quais nenhuma tarefa é iniciada ou concluída. Neste trabalho, os termos intervalo de tempo e pontos de evento poderão ser usados para designar a janela de tempo em que uma tarefa ocorre.

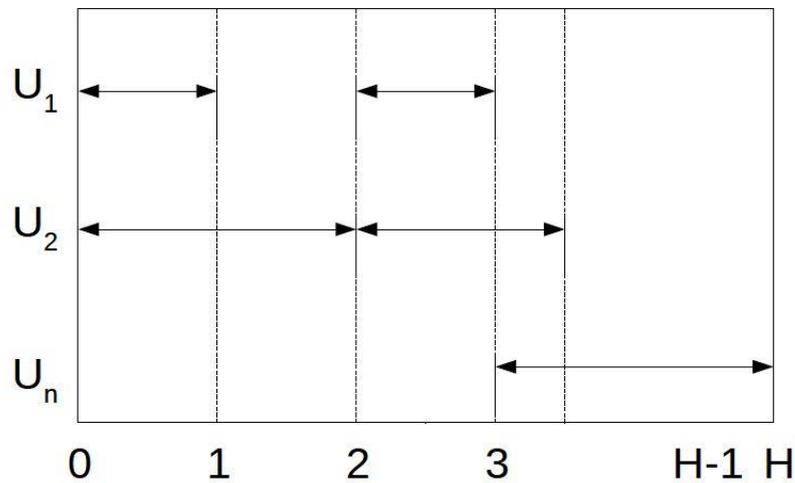
Figura 3: Ilustração da representação discreta do tempo.



A fim de se reduzir a quantidade de pontos de evento necessárias para representar os problemas de programação da produção, diversos autores passaram a pensar na representação do tempo como uma grade de tempo contínua. Neste caso, a duração de cada intervalo de tempo não é, necessariamente, igual. Na verdade, a duração de cada intervalo de tempo passa a ser parte das decisões do modelo de otimização.

Além de reduzir o número de intervalos de tempo requeridos, a representação contínua do tempo também permite que problemas com tarefas, cujos os tempos de execução dependem da quantidade de material processado, sejam naturalmente endereçados (HARJUNKOSKI *et al.*, 2014). A Figura 4 ilustra uma solução equivalente ao problema apresentado na Figura 3 com a representação contínua do tempo, na qual nota-se claramente o menor número de intervalos de tempo requeridos. Neste caso, deve-se notar ainda que, nenhum ponto de evento ficou sem atribuição do início ou fim de uma tarefa.

Figura 4: Representação de uma grade de tempo contínua e genérica.



A representação contínua do tempo também pode ser distinguida em duas formas alternativas de representação diferentes: a primeira é denominada de grade de tempo comum à todas unidades ou grade de tempo global, e a segunda denominada de grade de tempo específica à unidade ou múltiplas grades de tempo. Na Figura 5 é apresentado o gráfico de Gantt correspondente ao problema antes apresentado, porém com a representação contínua do tempo com grade de tempo global, enquanto na Figura 6 a grade de tempo específica à unidade é usada. No primeiro caso, assim como no caso da representação discreta do tempo, todas as unidades partilham a mesma grade de tempo, enquanto no segundo caso cada unidade possui sua própria grade. Neste último caso, portanto, o mesmo ponto de evento pode ser posicionado em instantes de tempo diferentes para cada unidade. Como transições de massa ocorrem nos pontos de evento os balanços de massa e relações de tempo entre tarefas executadas na mesma unidade ou em unidades diferentes são facilmente estabelecidos. Já com a grade de tempo específica a unidade, estas restrições se tornam mais complicadas. As restrições envolvendo

relações de tempo, por exemplo, geralmente envolvem múltiplas restrições do tipo *Big-M* que resultam em problemas com relaxações pobres e, portanto, baixa eficiência computacional.

Figura 5: Representação contínua do tempo com grade comum à todas as unidades.

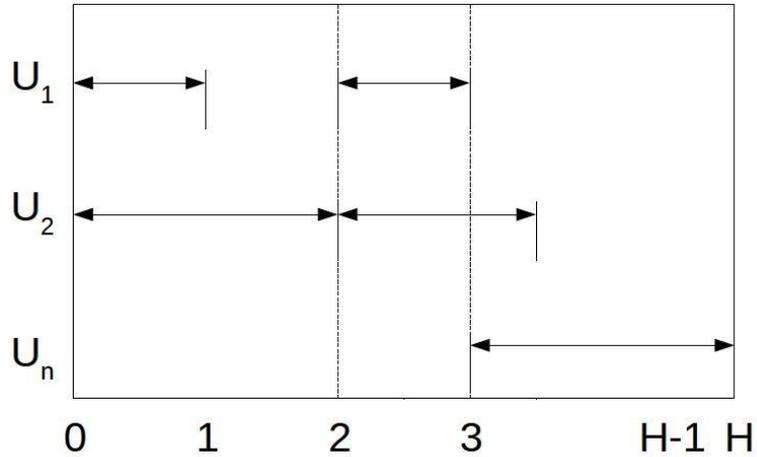
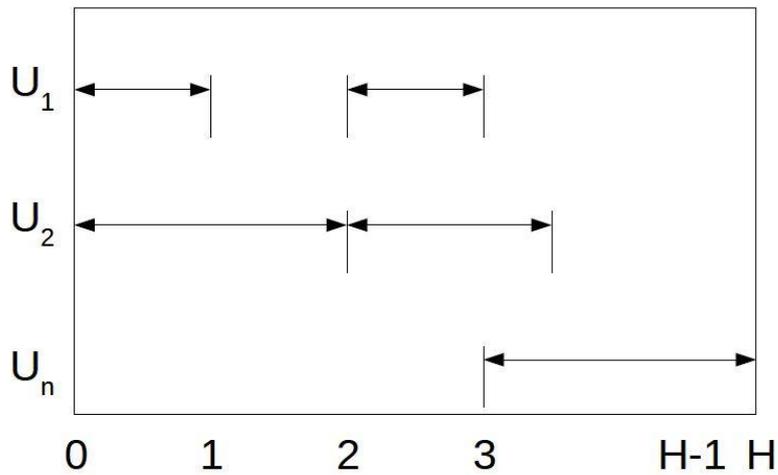


Figura 6: Representação contínua do tempo com grade específica às unidades.



Por outro lado, a grade específica à unidade pode resultar em problemas menores como uma consequência de demandar um número menor de pontos de evento. Um outro fator importante a ser salientado a respeito das diferentes formas de grade de tempo constituindo a representação do tempo é com respeito ao gerenciamento de inventário. Por causa da heterogeneidade da grade específica à unidade, pode-se permitir a violação da máxima capacidade de armazenagem, não em volume, mas por causa do tempo que as tarefas ocorrem. Para mitigar tal problema, tem-se visto na literatura a introdução de tarefas adicionais que

representam tarefas de armazenagem. Apesar desta estratégia mitigar ou resolver o problema, o tamanho do modelo aumenta com mais variáveis e restrições.

2.3 MODELOS APRESENTADOS NA LITERATURA

Nesta seção falar-se-á dos principais modelos presentes na literatura e suas características mais marcantes, além de algumas estratégias para solução de problemas mais complexos e que demandam elevado custo computacional.

Diversos processos são realizados em batelada, como a produção de bebidas fermentadas por exemplo ocorre preferencialmente em batelada para maior qualidade do produto e menores desperdícios em relação a um sistema contínuo (CNPEM, 2021). Indústrias farmacêuticas utilizam muito dos processos em batelada para garantir maior controle e qualidade, como citado no artigo técnico de Silva, Souza e Kolano (2018) todos os remédios produzidos pelo laboratório ACHÉ em Guarulhos-SP são feitos em processos bateladas.

As plantas em lote possuem muitas vezes a capacidade de compartilhar tempo, equipamentos, mão de obra, utilidades e matérias-primas. Como cada equipamento é capaz de realizar múltiplas tarefas sequencialmente, isso gera uma natureza que permite diversas conformações de processos, com isso pode-se utilizar de otimização combinatória para encontrar o melhor agendamento da produção (KARIMI; HASEBE, 1995).

A programação da produção é uma das principais tomadas de decisão das indústrias, a escolha das tarefas e os fluxos de materiais executadas pelas unidades disponíveis é um desafio e pode ser determinante para o sucesso ou fracasso de uma operação. O agendamento em uma planta química pode definir a quanto competitiva é a empresa diante das concorrentes, influência nos custos de operação e eficiência em atender as demandas. (ARENALES *et al.*, 2007)

Os modelos de otimização de processos em batelada de curta duração são MILP (programação linear inteira mista), eles se caracterizam pela utilização de variáveis contínuas e binárias. Em geral as variáveis binárias são utilizadas para estabelecer onde e quando as tarefas irão ocorrer, enquanto as variáveis contínuas representam quanto de material será requerido pelas tarefas e os momentos em que essas tarefas podem ser executadas. Os principais métodos utilizados pelos *softwares* de solução desse tipo de problema são o *branch and bound* e o *branch and cut*. (BARBOZA *et al.*, 2015)

Em 1993 foi publicado o trabalho de Kondili, Shah e Pantelides no qual foi introduzida a representação STN e um modelo robusto e eficiente utilizando a representação discreta do tempo para operações batelada. O modelo possui um bom desempenho quando as tarefas possuem tempo de execução parecidos, porém quando a ordem de grandeza do tempo de execução das tarefas é muito grande ele precisa de muitos pontos de evento exigindo muito tempo de CPU para a execução, sendo ele além disso limitado nas soluções alcançáveis uma vez não consegue representar bem o problema pois as tarefas ocorrem em tempos fixos.

Com um modelo mais complexo capaz de considerar a variação do tempo para executar uma tarefa de acordo com o volume processado, Ierapetritou e Floudas (1998) introduziram o conceito de grade de tempo específica à unidade. Com isso, foi possível reduzir o número de variáveis do sistema, e viabilizar processos com tarefas cujo tempo de processo possui ordens de grandeza discrepantes. Apesar desse modelo viabilizar a aplicação quando os tempos de execução das tarefas é muito discrepante ele não é indicado por não alcançar a solução ótima conhecida e ele não consegue lidar corretamente com estoque. O modelo é muito eficiente em geral sendo desinteressante apenas quando ele é incapaz de achar a melhor solução conhecida.

Utilizando a representação RTN, Castro, Barbosa-Póvoa e Matos (2001) criaram um modelo formulado em uma grade de tempo contínua. É um modelo linear misto para problemas de agendamento de produção, permite o armazenamento finito dos estados com uma abordagem relativamente simples, com poucas equações matemáticas degeneradas (que prejudicam os métodos de otimização). O modelo se destaca pelo baixo tempo de processamento utilizado na otimização. Ainda nesse trabalho Castro, Barbosa-Póvoa e Matos (2001) trouxeram uma série de questionamentos em relação a otimalidade das soluções do modelo de Ierapetritou e Floudas (1998), apresentando exemplos em condições que a qualidade da melhor solução é tida ruim.

Utilizando a representação STN e limitando as restrições com *Big-M's*, que são parâmetros de grande valor, que dificultam a otimização devido ao grande campo de busca que geram, Giannelos e Georgiadis (2002) desenvolvem um modelo de tempo contínuo do tipo inteiro misto. O modelo criado possui simplicidade, ele utiliza uma quantidade de pontos de evento pré-estabelecida, que é usada para todas as unidades. Como as tarefas normalmente possuem tempos de execução diferentes em si, dão origem a grades de tempo não uniforme. Apesar de um alto custo computacional em relação a outros modelos e não alcançar as soluções ótimas conhecidas, ele foi importante para a evolução e o desenvolvimento de outros modelos mais refinados.

Maravelias e Grossmann (2003), propuseram um modelo que utilizava a representação STN, mas com o diferencial de uma grade de tempo além de contínua, comum a todas as

unidades. Devido a essa representação temporal adotada o balanço material entre as tarefas e os inventários é bastante simples de ser executado, isso faz com que ele não possua os mesmos problemas que o trabalho de Ierapetritou e Floudas (1998) citados por Castro, Barbosa-Póvoa e Matos (2001). Apesar de possuir um desempenho computacional inferior em parte dos *Benchmarks*, esse modelo permite que uma tarefa inicie em um intervalo de tempo e se estenda por vários outros. Essa característica é evidenciada em problemas *benchmarks* que possuam as necessidades das quais o modelo de 1998 falha. Devido a essas características em certos casos com limitações na estocagem, ele consegue um desempenho bastante promissor, que demonstra uma grande utilidade para lidar com esse tipo de situação. Nesse trabalho também foram se usou de um *benchmark* específico para testar a eficiência do modelo em problemas envolvendo utilidades.

Utilizando uma representação chamada RTN em uma grade de tempo comum, Castro *et al* (2004) mostraram em seu trabalho um modelo capaz de encontrar ótimos globais que não foram abrangidos pelos modelos de Ierapetritou e Floudas (1998) e Giannelos e Georgiadis (2002), e com um desempenho viável para problemas sem um grande número de pontos de evento. Seu modelo se baseia no de Castro, Barbosa-Póvoa e Matos (2001) com alterações na grade de tempo, Castro *et al* (2004) utilizaram seu modelo em 2 estudos de caso comprovando a viabilidade da aplicação dele em problemas reais.

Com tantos modelos diversos emergindo na literatura, Shaik, Janak e Floudas (2006) realizaram uma pesquisa submetendo os modelos mais relevantes na literatura em três diferentes problemas *benchmark*, em três horizontes de eventos. A seleção desses exemplos foi para fazer um teste de desempenho em diferentes cenários para indicar quais modelos tendem a serem melhores em cada cenário, além deles já serem muito utilizados em vários outros trabalhos. Apesar das limitações no comparativo, ele é capaz de demonstrar tendências que seguem as pesquisas de otimização em processos de batelada e quais modelos eram mais promissores.

Problemas de larga escala como em um longo período de planejamento, exigem um poder computacional muito grande para modelos de otimização exata. Com isso He e Hui (2007) propõe um conjunto de regras para aplicação de meta-heurísticas e aplicam o algoritmo genético em exemplos. Concluem que apesar de não garantirem que sua solução seria a melhor possível para o problema chegam a resultados que definem como satisfatórios.

Castro, Harjunkski e Grossmann (2009) se focaram nos métodos de otimização, aplicando métodos de decomposição para reduzir o tamanho do modelo buscando soluções mais rápidas. Propuseram um algoritmo para resolver diversos problemas menores, com menor custo

computacional, a fim de se resolver um problema mais complexo em um tempo mais interessante. Apesar de sua estratégia não garantir o ótimo global, ela viabiliza aplicação de modelos da literatura em problemas mais complexos em relação aos que foram projetados inicialmente.

Trabalhando em um estudo de caso, Liu, Pinto e Papageorgiou (2010) aplicam os conceitos do difundido problema do caixeiro viajante, para modelar um processo de desodorização de óleo alimentar. Ele compara com um modelo de tempo discreto presente na literatura, e alcança um desempenho computacional muito superior. Porém é um modelo bastante específico, tendo pouca aplicabilidade para casos muito diferentes do proposto.

Utilizando de um modelo formulado para múltiplos estágios, com base em uma restrição de programação. Zeballos, Novas e Henning (2011) aplicam uma estratégia para melhorar o domínio de busca do algoritmo de otimização, buscando eficiência computacional. Segundo os autores a estratégia nem sempre foi capaz de alcançar a solução ótima conhecida no tempo de 900 s, estabelecido por ele, porém alcançava valores suficientemente bons.

Sundaramoorthy e Maravelias (2011) fizeram um estudo intenso dos modelos com grade de tempo discreta e contínua, testaram 100 instâncias em 800 condições diferentes. Essa pesquisa permitiu tirar várias conclusões quanto a eficácia dos modelos, em especial ao se aumentar os horizontes de tempo e a complexidade dos sistemas. Nesse trabalho foi levantado que diferente do que se tem em grande parte da literatura, os modelos discretos podem ter uma vantagem em desempenho computacional, além de chegarem em soluções de qualidade superiores.

Retomando a discretização do tempo utilizada por Kondili, Shah e Pantelides (1993), juntamente a proposta de grade de tempo específica a unidade, Velez e Maravelias (2013), em seu trabalho desenvolvem um algoritmo para discretizar a grade de tempo, de forma ao seu modelo se tornar mais eficiente. Descrevem como gerar uma grade de tempo discreta não uniforme o que em alguns casos exclui a solução ótima do problema, porém gera uma vantagem computacional considerável em relação aos modelos que utilizam uma grade de tempo contínua.

Shaik e Vooradi (2013) propuseram a unificação das representações STN e RTN, criaram um modelo híbrido que carrega características de ambas as condições. Para isso tratam todos os recursos de forma única, utilizam de tarefa ativa e consideram a estocagem como uma tarefa. Aplicando uma grade de eventos específica a unidade, afirmam que seu modelo lida melhor em relação a outros da literatura com múltiplos pedidos e tanques de armazenamento compartilhados.

Generalizando o modelo de grade de tempo discreta não uniforme, Velez e Maravelias (2014) criaram um algoritmo que gera grades separadas de tarefas, unidades, materiais e recursos para reduzir a quantidade de pontos de evento. Sua forma de modelar permitiu resultado muito mais preciso que as grades grosseiras e muito mais eficientes em relação as grades refinadas dos modelos discretos, com isso ele foi capaz de balancear qualidade da solução com eficiência computacional.

Com tantos modelos diferentes surgindo, Harjunoski e colaboradores (2014) fizeram um trabalho de revisão trazendo os principais trabalhos da literatura e as características de cada um deles. Nesse trabalho também se fala das possibilidades de aplicações nas indústrias e os desafios nas pesquisas da área de otimização de processos em batelada de curta duração.

Observando uma tendência operacional em campanha (ciclos) dos processos da indústria farmacêutica, a necessidade de se alinhar essas produções estabelecidas com novos produtos, Moniz, Barbosa-Póvoa e Sousa (2014), desenvolvem um modelo a fim de contemplar o planejamento regular com o não regular da planta. E observam um gasto elevado para se manter o processo na modalidade de campanha em relação ao planejamento de curto prazo, com subutilização de equipamentos e desperdícios de matéria prima. Isso mostra a importância da aplicação da otimização da produção de processos em batelada de curto prazo.

Lee e Maravelias (2017) continuando estudos sobre modelos de tempo discreto, desenvolvem um modelo pela representação STN e outro pela representação RTN. São condições interessantes para a modelagem em tempo discreto, como a facilidade para se variar recursos ao longo do tempo e aplicam seus modelos em estudos de caso. Ele cita estudos mais recentes, dos quais mostram que processos mais longos possuem um custo computacional menor nesses modelos, em relação aos modelos de tempo contínuo.

A modelagem de Lee e Maravelias (2017) envolvia a determinação de parâmetros dos quais influenciam diretamente no desempenho do modelo. Visando sanar a brecha, Lee e Maravelias (2019) propuseram métodos sistemáticos para encontrar os valores desses parâmetros. Assim foram capazes de encontrar melhores resultados na otimização em um espaço de tempo mais curto em grande parte dos testes.

O grupo de pesquisa (PPG/EQ) desenvolveu 3 modelos que utilizaram uma representação STN. O primeiro faz uma modificação na grade de pontos de evento do modelo de Ierapetritou e Floudas (1998), trazendo mais informações para a grade, utilizando apenas restrições de igualdade na grade de tempo e inclui as restrições de ajuste que reduzem o campo de busca. O segundo modelo utiliza as equações de grade específica do primeiro modelo aplicando em uma grade de tempo comum. O terceiro modelo é a expansão dos conceitos do segundo, estendendo

para vários intervalos de tempo, como os modelos citados anteriormente, incluindo o do presente trabalho.

Rakovitis, Li e Zhang (2018) propõem uma abordagem diferente de modelos para problemas que envolvem reciclo. Utilizando uma grade de tempo específica a cada unidade e uma grade de eventos específica, eles propõem dois modelos, dos quais é possível se consumir estados nos pontos de evento em que é produzido. Seu equacionamento permite em alguns casos, reduzir o número de pontos de evento podendo, reduzir o esforço computacional para ser solucionado o problema. Das duas abordagens ele conclui que a grade de tempo específica encontra soluções ótimas com mais eficiência.

Preocupado com o armazenamento e paradas programadas em problemas contínuos, Omar e Shaik (2019) propuseram dois modelos STN com grade de tempo específica, que são capazes de lidar com estoques sem a necessidade da adição de tarefas adicionais para tanques de armazenamento. Os modelos são inovadores ao lidarem com o planejamento de manutenção simultaneamente ao estoque de intermediários e a otimização da produção.

Comprovando a eficiência de seu modelo, Lee e Maravelias (2020) aplicaram-no em um estudo de caso em escala industrial de um processo fermentativo de cerveja. Alcançaram resultados precisos e em um período de computacional razoável demonstrando a aplicabilidade do modelo desenvolvido em 2018 em problemas reais de escala industrial.

Para aplicação online de modelos de otimização em batelada são necessárias aproximações grosseiras da dinâmica da planta para tempos de execução viáveis. Essas aproximações geram agendamentos inviáveis na prática, então Rawlings e colaboradores (2019) propõem uma abstração dinâmica do sistema de automação para assim julgar a confiabilidade do resultado gerado pelo modelo e os atrasos associados a otimização.

Afim de atender a lacuna de métodos de otimização de processos em batelada em tempo real, Avadiappan e Maravelias (2021) apresentam um modelo matemático baseado na representação RTN que utiliza dados momentâneos da planta para cálculo de parâmetros, considera atrasos e mudanças nos estados, fazendo com que essa abordagem seja capaz de resolver problemas que nenhuma outra abordagem foi capaz até então.

Apesar de todos os modelos presentes na literatura, nenhum deles possui a robustez e a eficiência necessária para atender todas as necessidades das indústrias de processos em batelada. Isso abre espaço para novos modelos e melhorias nos modelos existentes a fim de se atender as necessidades desse tipo de problema.

Problemas com características específicas como os que possuem estoques limitados, problemas complexos que envolvem muitas unidades e tarefas, problemas que se passam em

grandes horizontes de tempo ou com tarefas com durações muito diferentes nem sempre são atendidos pelos modelos da literatura. Diversas vezes o tempo de processamento requerido pelos modelos é proibitivo, tornado evidente a necessidade de melhorar a eficiência dos modelos.

3 METODOLOGIA

O presente trabalho propôs um modelo matemático para otimização de processos em batelada de curta duração. Esse tipo de modelo é construído com base em uma representação do fluxograma do processo. Das diversas representações utilizadas na construção dos modelos de otimização, optou-se pela STN por ser simples, robusta, representar bem os diversos processos e está muito bem consolidada na literatura, com diversos modelos utilizando-a como base.

Outra característica importante que se deve definir para a concepção do modelo é a grade de tempo. Apesar de trabalhos recentes indicarem melhor desempenho para modelos de tempo discreto, foi preferível se trabalhar em uma grade de tempo contínua. Devido a uma das características abordadas neste trabalho ser uma linearidade entre a massa processada e o tempo de execução da tarefa (o que garante maior precisão nas soluções encontradas), foi preferível a utilização de uma grade de tempo contínua, pois ela atende melhor essa necessidade.

Além da proporção de tempo de execução das tarefas e a massa processada, desejou-se lidar com diferentes políticas de armazenamento como, limites de estoque, estoque ilimitado e sem estoque. A grade de tempo comum foi selecionada por se apresentar muito promissora para atender essa necessidade, a forma como são feitos os balanços de massa entre as tarefas e estoques é simples e robusta. Isso ocorre devido as equações de balanços de massa entre as unidades de processo e as unidades de armazenamento, ocorrerem nos mesmos pontos de evento, que estão presentes em toda a malha de tempo.

Dentre as principais opções disponíveis na literatura, um modelo com bastante potencial e com as características desejadas foi proposto por Maravelias e Grossmann (2003). O modelo além de bastante consolidado e que já foi arduamente testado e comparado na literatura, sua capacidade de estender as tarefas por vários intervalos de tempo é muito interessante, por permitir balanços materiais simples e uma construção diferenciada da grade de tempo.

Esse modelo apesar de ser bastante robusto e conseguir resolver uma gama significativa de processos, ele peca em desempenho computacional. Analisando a estrutura do modelo percebe-se que as equações que restringem o tempo, apesar de simples, utilizam de *Big-M*. Essas equações possuem um alto custo computacional devido à grande região de busca que o processo de otimização precisa percorrer.

Buscando melhor desempenho computacional, mantendo as características básicas do modelo, substituiu-se as restrições que lidam com os tempos em que ocorrem as tarefas. Buscou-se criar um outro conjunto de inequações utilizando uma lógica diferente da usada por

Maravelias e Grossmann (2003), com o objetivo de dispensar a utilização dessas restrições com *Big-M's*, além de se reduzir a quantidade total de equações.

Os benefícios trazidos pela modificação do modelo de Maravelias e Grossmann (2003) foram comprovados através da submissão do modelo criado neste trabalho à 5 exemplos *benchmark*. Os 3 primeiros em diferentes complexidades de problemas e horizontes de tempo, buscando comprovar sua eficiência computacional, o 4º um teste com tarefas de tempos significativamente diferentes e demanda mínima e o 5º se diferencia dos demais pelo uso de utilidades. Com isso foi possível compará-lo a diversos outros modelos consolidados, em especial, o modelo de Maravelias e Grossmann (2003) do qual se origina.

Buscando um comparativo robusto e entregar resultados confiáveis, os exemplos foram testados utilizando políticas UIS (Armazenamento intermediário infinito) e FIS (Armazenamento intermediário finito). Os exemplos abordados demonstram a eficiência do modelo TN (desenvolvido neste trabalho) em diversos cenários demonstrando sua abrangência, os exemplos 1, 2 e 3 são semelhantes apenas aumentando a complexibilidade do processo para mostrar como o modelo se comporta com essa escalada, o exemplo 4 já possui uma demanda mínima de diferencial e necessita que múltiplos intervalos de tempo de uma unidade ocorram em um único intervalo de tempo de outra, para assim ser possível alcançar a solução ótima conhecida, o exemplo 5 se difere principalmente pelo uso de utilidades. A Tabela 1 relaciona os exemplos as características que cada um possui.

Tabela 1: Exemplos e suas características.

Benchmark	Restrições de estoque	Sem restrição de estoque	Utilização de utilidades	Demanda mínima	Tempos variáveis das tarefas por batelada	Necessidade de múltiplos intervalos de tempo
Exemplo 1	X	X	-	-	X	-
Exemplo 2	X	X	-	-	X	-
Exemplo 3	X	X	-	-	X	-
Exemplo 4	X	-	-	X	-	X
Exemplo 5	X	-	X	-	X	-

Para comparar o modelo desenvolvido com os que existem na literatura, nomeou-se os modelos com as iniciais de cada autor, tornando o modelo deste trabalho TN (Teixeira e Neiro). Os modelos escolhidos para os comparativos foram IF descrito por Ierapetritou e Floudas

(1998), modelo JLF de Janak, Lin e Floudas (2004), GM desenvolvido por Maravelias e Grossmann (2003), FMN1, FMN2 e FMN3 foram propostos pelo grupo de pesquisa (PPG/EQ). A Tabela 2 inclui as principais características dos modelos utilizados no comparativo.

Tabela 2: Modelos e suas características.

Modelos	Representação STN	Modelo em rede	Grade de tempo comum	Grade de tempo específico a unidade	Execução em intervalo único de tempo	Execução em múltiplos intervalos de tempo	Tarefas especificas para armazenagem
IF	X	X	-	X	X	-	-
JLF	X	X	-	X	-	X	X
FMN1	X	X	-	X	X	-	X
MG	X	X	X	-	-	X	-
FMN2	X	X	X	-	X	-	-
FMN3	X	X	X	-	-	X	-
TN	X	X	X	-	-	X	-

4 MODELO PROPOSTO

Esse capítulo possui o objetivo de apresentar o modelo matemático desenvolvido para descrever e otimizar o agendamento de processos químicos em batelada de curta duração, esse modelo será denominado TN. Neste trabalho foi desenvolvido um modelo genérico baseado no modelo de Maravelias e Grossmann (2003), capaz de encontrar soluções ótimas para problemas em batelada, envolvendo limitação de armazenagem, considerando o tempo utilizado pelas tarefas sendo proporcional a massa ou volume processado, e a possibilidade de diversas tarefas compartilharem unidades. O modelo proposto se diferencia de seu antecessor por não fazer uso de equações que utilizam *BIG-M*, com isso foi possível reduzir o campo de busca, número de equações e variáveis utilizados no modelo.

As principais mudanças deste modelo para o proposto por Maravelias e Grossmann (2003), são com relação ao tempo, a grande maioria das restrições são iguais ou com diferenças pouco relevantes em relação à equação original.

O modelo desenvolvido com base na representação básica STN com uma representação baseada em uma grade de tempo comum a todas as unidades, utiliza certas preposições que estabelecem as características dos problemas que o modelo contemplará, e o motivo da utilização de certos termos. As suposições estabelecidas e dados necessários para utilização dos modelos são:

- Ausência falhas na execução das tarefas;
- Ausência desperdício;
- Despreza-se os tempos de transição ou transferências entre as tarefas;
- Variação linear do tempo de processo com a massa processada;
- Cada unidade executa uma única tarefa simultaneamente;
- Horizonte de tempo para o agendamento definido;
- Demandas de produtos (opcional);
- Receita e custo dos produtos;
- Tempos de processamento constantes e proporcionais a massa processada de cada tarefa para cada unidade;
- As tarefas que podem ser executadas nas respectivas unidades;
- Unidades de armazenamento adequada aos estados (opcional);
- Estoques iniciais;
- Disponibilidade de utilidades (opcional).

Para atender suas necessidades, o equacionamento genérico para problemas de planejamento e agendamento de processos em batelada é pensado de forma que cada grupo de equações seja capaz de resolver uma parte do problema. Restrições associadas a alocação das tarefas nas unidades nos intervalos de tempo adequados, restrições que limitam a massa a ser processada, restrições que fazem com que o sistema avance no tempo, restrições vinculadas ao gerenciamento de estoque e balanço material acompanhado da função objetivo.

Com isso a seguir estão estabelecidas as restrições que lidam com a alocação, esse conjunto de inequações visa estabelecer quais tarefas serão realizadas em quais unidades para cada ponto de evento. Uma característica importante deste modelo é que uma tarefa pode iniciar em um intervalo de tempo e terminar em outro intervalo de tempo, por isso ele necessita de uma variável para estabelecer o início e outra o fim da tarefa. As tarefas iniciam e finalizam em pontos de evento, esses pontos ocorrem nos instantes em que os intervalos de tempo iniciam ou finalizam.

A variável We_{ijn} simboliza se está ($We_{ijn}=1$) ou não ($We_{ijn}=0$) sendo iniciado a tarefa i na unidade j no momento n . Como apenas uma tarefa pode ocorrer em um único equipamento, para cada instante de tempo, surge a seguinte inequação (1):

$$\sum_{i \in I_j} We_{i,j,n} \leq 1 \quad \forall j \in J, n \in N \quad (1)$$

A equação (2) segue o mesmo princípio da equação (1), sendo diferenciada pelo objetivo de representar o fim da tarefa.

$$\sum_{i \in I_j} Ws_{i,j,n} \leq 1 \quad \forall j \in J, n \in N \quad (2)$$

Para que não ocorra de uma unidade iniciar uma tarefa enquanto outra ainda não foi finalizada, a restrição (3) se torna necessária.

$$\sum_{i \in I_j} (\sum_{n' < n} We_{i,j,n'} - \sum_{n' < n} Ws_{i,j,n'}) \leq 1 \quad \forall j \in J, n \in N \quad (3)$$

Por fim, como última restrição de alocação, a equação (4) garante que todas as tarefas que foram iniciadas, se encerrem até o fim do horizonte de eventos (até o último instante do processo).

$$\sum_n We_{i,j,n} = \sum_n Ws_{i,j,n} \quad \forall i \in I_j, j \in J \quad (4)$$

As próximas restrições modelam a quantidade de matéria (estados) a serem processadas em cada tarefa, restringindo seus valores para se adequarem as limitações físicas e operacionais das unidades.

A inequação (5) representa o mínimo e máximo de matéria que pode entrar em cada batelada, essa restrição está associada a capacidade de processamento de cada unidade.

$$Vmin_{i,j} \cdot We_{i,j,n} \leq B_{i,j,n} \leq Vmax_{i,j} \cdot We_{i,j,n} \quad \forall i \in I_j, j \in J, n \in N \quad (5)$$

A inequação (6) é muito semelhante a restrição (5), se diferenciando apenas em restringir a quantidade de matéria que deixará a unidade após a tarefa ser executada. Pode-se ressaltar que a quantidade de matéria que inicia uma tarefa em uma unidade é igual à matéria que deixa a unidade ao término do processo.

$$Vmin_{i,j} \cdot We_{i,j,n} \leq B_{i,j,n} \leq Vmax_{i,j} \cdot We_{i,j,n} \quad \forall i \in I_j, j \in J, n \in N \quad (6)$$

Uma tarefa pode dar início em um ponto de evento e não necessariamente ter seu fim no ponto de evento seguinte. Para se manter a consistência na quantidade de matéria processada, ou seja, a quantidade de um determinado estado que entra na unidade deve ser igual à quantidade na saída. Para isso se faz uso um volume de matéria “intermediário” para que essa transição seja feita, as duas próximas equações possuem o propósito mencionado.

A restrição (7) limita a quantidade de matéria intermediária que está sendo processada, ela permite que a quantidade de material na tarefa seja diferente de zero caso a tarefa tenha se iniciado e não tenha finalizado, com isso é possível vincular seus valores às necessidades das unidades.

$$\left(\sum_{n' < n} We_{i,j,n'} - \sum_{n' \leq n} Ws_{i,j,n'} \right) \cdot Vmin_{i,j} \leq B_{i,j,n} \leq \left(\sum_{n' < n} We_{i,j,n'} - \sum_{n' \leq n} Ws_{i,j,n'} \right) \cdot Vmax_{i,j} \quad \forall i \in I_j, j \in J_i, n \in N \quad (7)$$

Os valores para a quantidade de matéria que entra, que sai e a intermediária, têm sua consistência mantida através da equação (8) que faz a transição do início da tarefa até seu fim. Ela permite que uma tarefa se inicie em um ponto de evento, em um intervalo de tempo, e termine num ponto de evento contido em outro intervalo de tempo.

$$B_{i,j,n} + B_{i,j,n} = B_{i,j,n+1} + B_{i,j,n+1} \quad \forall i \in I_j, j \in J_i, n \in N \quad (8)$$

As três próximas inequações buscam estabelecer os instantes em que ocorrerão cada ponto de evento, iniciando pela inequação (9) que garante a evolução crescente do tempo.

$$T_n \geq T_{n-1} \quad \forall n \in N, n > 1 \quad (9)$$

A inequação (10) apenas limita os valores de tempo, definindo seu limite como o horizonte máximo uma vez que Nn é o último ponto de evento.

$$T_{Nn} \leq H \quad (10)$$

A restrição (11) é o que de fato força o tempo a avançar ao longo das tarefas, pois sua presença tem a finalidade de impedir que o estado siga para uma próxima tarefa, ou ele seja armazenado antes que aquela tarefa seja concluída. Para isso, a restrição compara o instante em que ocorre a tarefa e o tempo necessário para ser concluída, com os pontos de evento de todas as entradas e saídas, de todas as tarefas, que ocorreram em uma determinada unidade.

$$T_n + \sum_{i \in I_j} (\alpha_{i,j} \cdot We_{i,j,n} + \beta_{i,j} \cdot Be_{i,j,n}) - T_{n'} \leq \sum_{i \in I_j} (\sum_{n'' < n'} (\alpha_{i,j} \cdot We_{i,j,n''} + \beta_{i,j} \cdot Be_{i,j,n''}) - \sum_{n'' \leq n'} (\alpha_{i,j} \cdot Ws_{i,j,n''} + \beta_{i,j} \cdot Bs_{i,j,n''})) \quad \forall j \in J, n \in N, n' \in N, n' > n \quad (11)$$

Essa restrição por ser a mais complexa e a maior contribuição do trabalho, sendo assim, a ela será dada uma atenção especial em sua descrição. Primeiramente, à esquerda do sinal de inequação tem-se o momento de um ponto de evento somado ao tempo de execução da tarefa que ocorre nesse ponto, sendo que a resultante desse cálculo é equivalente ao momento em que a tarefa termina.

Como $T_{n'}$ representa os próximos pontos de evento pode-se concluir, observando o lado esquerdo total da equação, que se a tarefa não tiver sido finalizada antes do ponto de evento n' , o valor do cálculo será positivo, caso contrário, se a tarefa tiver terminado antes do ponto de evento n' , o valor do cálculo será negativo.

O lado direito da equação será sempre zero ou valores positivos (devido $We_{i,j,n}$ necessariamente ser 1 antes de $Ws_{i,j,n}$ e a igualdade entre $Be_{i,j,n''}$ e $Bs_{i,j,n''}$). Então, se o cálculo a esquerda da desigualdade for negativo, ou seja, a tarefa foi finalizada, o lado direito pode assumir o valor zero permitindo que $Ws_{i,j,n''}$ tenha valor numérico igual a 1 e com isso liberando a finalização da tarefa. Em confronto, se a esquerda da inequação (11) for positiva, causada pela não finalização da tarefa, necessariamente, devido à desigualdade, o lado direito deve ser

positivo, portanto, para que isso ocorra $W_{S_{i,j,n'}}$ deve ser igual a zero, fazendo com que a tarefa não seja finalizada.

Afim de se exemplificar, serão acrescidos valores para demonstrar o comportamento da restrição na prática. Assumindo que o ponto de evento $n = 2$ ocorre no instante $T=3$ e que determinada tarefa $i = 1$ ocorre na unidade $j = 1$, resultará em $W_{e_{1,1,2}} = 1$. Além disso, sabe-se que $\alpha_{1,1} = 2$ e $\beta_{1,1}=0$ (para facilitar a representação apenas a tarefa $i = 1$ ocorre na unidade $j = 1$). Com isso temos que:

$$3 + 2 - T_{n'} \leq \left(\sum_{n'' < n'} (2 \cdot W_{e_{i,j,n''}}) - \sum_{n'' \leq n'} (2 \cdot W_{S_{i,j,n''}}) \right)$$

Então nessa situação ao assumir um valor de $n'=3$ com $T_3 = 4$, sabendo-se que assim a tarefa não pode terminar, pois pelo tempo de execução ela termina do instante 5 em diante.

$$1 \leq \left(\sum_{n'' < 3} (2 \cdot W_{e_{i,j,n''}}) - \sum_{n'' \leq 3} (2 \cdot W_{S_{i,j,n''}}) \right)$$

Como o lado direito deve ser superior a 1, necessariamente a quantidade de tarefas iniciadas deve ser maior em relação as tarefas finalizadas na unidade. Ou seja, ela faz com que a tarefa que iniciou por último não termine antes de decorrer o tempo necessário para que ela seja executada.

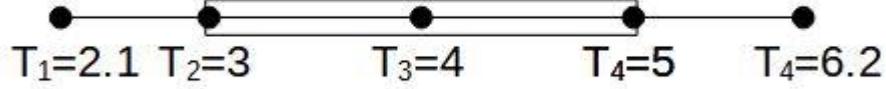
Agora avaliando o ponto $n' = 4$ com $T_4 = 5$, sabe-se que já passou o tempo mínimo necessário para que a tarefa ocorra e ela pode finalizar sem desrespeitar a restrição física.

$$0 \leq \left(\sum_{n'' < 4} (2 \cdot W_{e_{i,j,n''}}) - \sum_{n'' \leq 4} (2 \cdot W_{S_{i,j,n''}}) \right)$$

Assim, o lado direito pode assumir valores maiores ou iguais a zero, isso permite que a tarefa termine ou não no instante. Como o problema de otimização faz com que a unidade seja utilizada ao máximo, se espera que a tarefa termine nesse instante, porém se isso não ocorrer, não ocasiona violação da restrição física, uma vez que esse modelo não diz o momento exato de finalização da tarefa (apesar que se o usuário desejar, pode-se criar uma variável temporal para essa finalidade).

O exemplo descrito é ilustrado pela Figura 7, onde há uma representação visual de cada um dos pontos facilitando a compreensão de como as restrições agem sobre eles.

Figura 7: Exemplo do funcionamento da equação temporal.



Essa equação modifica a forma com que o modelo lida com os momentos em que ocorrem pontos de evento. Apesar de ser grande e complexa, ela substitui ou torna obsoleta as restrições (A.4.6), (A.4.7), (A.4.8), (A.4.9), (A.4.10), (A.4.11), (A.4.12), (A.4.23), (A.4.24) e (A.4.25) do Anexo A.4 que contém o modelo do Maravelias e Grossmann (2003). Isso permitiu uma redução na quantidade de restrições e da variável de duração D .

As próximas restrições visam manter com a equação (12) os estoques em seus respectivos limites superiores e inferiores, enquanto a restrição (13) possui a finalidade de garantir o balanço de massa nas tarefas e unidades conciso.

$$Stmin_s \leq St_{sn} \leq Stmax_s \quad \forall s \in S, n \in N \quad (12)$$

$$St_{s,n} = St_{s,n-1} - \sum_{i \in I_j} (\rho_{i,s} \cdot \sum_{j \in J_i} B_{i,j,n}) + \sum_{i \in I_j} (\rho_{i,s} \cdot \sum_{j \in J_i} B_{i,j,n-1}) \quad \forall s \in S, n \in N \quad (13)$$

Alguns problemas exigem uma demanda mínima que precisa ser respeitada, para isso usa-se a restrição (14).

$$St_{s,nN} \geq D_s \quad \forall s \in S, n \in N \quad (14)$$

Os processos que utilizam utilidades para que ocorram, necessitam da equação (15) para o balanço de utilidades, sendo a relação entre as utilidades requeridas pelas tarefas e as utilidades após sua utilização, no fim das tarefas.

$$R_{u,n} = R_{u,n-1} + \sum_{ij \forall I_j U} (\gamma_{i,u} \cdot W_{e_{j,i,n}} + \delta_{i,u} \cdot B_{i,j,n}) - \sum_{ij \forall I_j U} (\gamma_{i,u} \cdot W_{s_{j,i,n}} + \delta_{i,u} \cdot B_{i,j,n}) \quad \forall n \in N, u \in U \quad (15)$$

A função objetivo depende dos desejos da empresa que podem ser os mais diversos. Como muitas vezes o intuito é maximizar a receita bruta, a equação (16) definida como base na função objetivo de Maravelias e Grossmann (2003), apresentada como sendo a diferença entre a receita

e o custo, porém pode sofrer alterações de acordo com as necessidades, como por exemplo, uma alteração na legislação ou política da empresa.

$$FB = \sum_s Valor_s \cdot St_{s,n} \quad (16)$$

Algumas equações podem ser estabelecidas com base na dedução lógica das variáveis do problema e suas funções, como:

Dos pressupostos que nenhuma tarefa pode iniciar no último ponto de evento tão pouco terminar no primeiro, tem-se respectivamente as equações (17) e (18).

$$We_{i,j,n} = 0 \quad \forall i \in I_j, j \in J_i, n = N \quad (17)$$

$$Ws_{i,j,n} = 0 \quad \forall i \in I_j, j \in J_i, n = 0 \quad (18)$$

Por não poder existir quantidade de matéria intermediária no ponto de evento inicial e final pode-se estabelecer as equações (19) e (20).

$$B_{i,j,n} = 0 \quad \forall i \in I_j, j \in J_i, n = N \quad (19)$$

$$B_{i,j,n} = 0 \quad \forall i \in I_j, j \in J_i, n = 0 \quad (20)$$

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

No presente capítulo serão apresentados exemplos *benchmark*, dos quais foram utilizados para comparar o desempenho do modelo deste trabalho com outros modelos tradicionais na literatura. Os resultados serão explicitados em tabelas de forma a facilitar o entendimento, ademais as soluções ótimas se manifestarão em gráficos de Gantt para uma visão geral do planejamento do processo.

5.1 MÁQUINA UTILIZADA NAS SIMULAÇÕES E CONDIÇÕES DE PARADA

Os modelos otimizados são todos MILP (programação linear inteira mista), foram otimizados em um equipamento contendo o processador Intel Core i7 de frequência base 2.7 GHz e turbo de 3.5 GHz além de 16GB de memória RAM. O *software* foi o GAMS na versão 24.3, e o pacote computacional foi o CPLEX 12.3.

As configurações de busca utilizadas no CPLEX foram os padrões do *software*, algumas variáveis são fixadas quando possível prever seu valor na solução ótima, como a variável de entrada no último ponto de evento que necessariamente deve ser zero. O critério de parada foi GAP igual a 0 ou um tempo de processamento de 3 horas.

5.2 EXEMPLOS DE PROCESSOS

Esta subseção consiste na apresentação dos exemplos utilizados para testes. Nela tem-se a representação na representação STN, além dos valores máximos e mínimos de estoque, o tempo utilização por tarefa em sua execução e os limites de massa que podem ser requisitadas em cada unidade.

Os exemplos 1, 2 e 3 tem o objetivo de testar exaustivamente o processo. São vários horizontes de tempo, compreendidos em problemas de tamanhos variáveis com políticas de inventário de intermediários limitada e ilimitada. O exemplo 4 utiliza demanda mínima, utiliza 2 rotas de reação com tempos de execução bastante distintos, isso faz com que uma tarefa possa ser executada várias vezes no mesmo intervalo de tempo que outra tarefa, essa condição é imprópria para o modelo de IF que falha na busca da solução ótima. O exemplo 5 faz uso de utilidades para a execução das tarefas, o que exige uma série de restrições a mais.

5.1.1 EXEMPLO 1

O primeiro exemplo pode ser encontrado no trabalho de Shaik, Janak e Floudas (2006). Ele é um processo sequencial pela classificação de Harjunkoski e colaboradores (2014).

A planta utilizada para o exemplo 1 é constituída por 5 equipamentos (unidades); Unit 1, Unit 2, Unit 3 ($j=3$), Unit 4 e a Unit 5 que são utilizados para os modificar o estado S1 em S4 passando pelos estados intermediários S2 e S3.

Cada tarefa precisa de um período para ser realizada, que consiste em valor fixo mais um período proporcional a massa dos estados utilizados, sendo ele explicitado na Tabela 3 com o máximo e mínimo de massa suportada em cada batelada de processo. Nessa tabela tem-se também em quais unidades ocorrem cada tarefa.

Tabela 3: Dados do tempo, quantidades máximas e mínimas do exemplo 1.

Tarefa (i)	Unidade (j)	$\alpha_{i,j}$	$\beta_{i,j}$	$B_{i,j}^{min}$	$B_{i,j}^{max}$
Task i1	Unit 1	1,333	0,01333	0	100
	Unit 2	1,333	0,01333	0	150
Task i2	Unit 3	1,000	0,00500	0	200
Task i3	Unit 4	0,667	0,00445	0	150
	Unit 5	0,667	0,00445	0	150

A Tabela 4 contém as capacidades máximas de estocagem (armazenamento) de cada estado, o estoque inicial deles e a receita bruta dos mesmos.

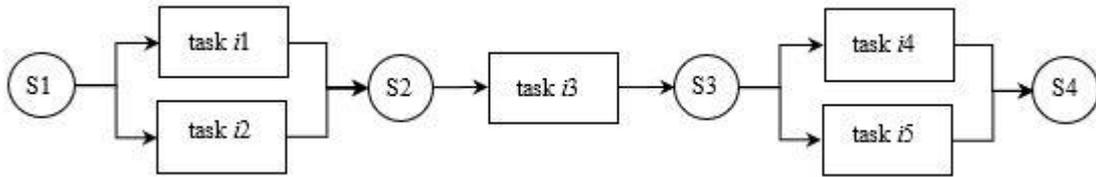
Tabela 4: Limitações dos estados do exemplo 1.

Estado (s)	Sti_s	$Stmax_s$	$Stmin_s$	RB
S1	1000	Ilimitado	0	0
S2	0	200	0	0
S3	0	250	0	0
S4	0	Ilimitado	0	5

A Figura 8 ilustra representação a STN desse *benchmark*, facilitando o entendimento do processo. O fluxograma possui os estados e cada tarefa que os modifica, e em quais proporções isso ocorre, caso não haja nenhum valor escrito, subentendesse que 100% do que foi processado é constituído pela tarefa de entrada, o mesmo para as tarefas de saída. De forma genérica as tarefas *task i1* e *task i2* representam reações sendo uma alternativa a outra, *task i3* podendo

representar um aquecimento ou outra mudança de estado *task i4* e *task i5* pode ser uma reação cada uma em uma temperatura diferente o que que influencia a cinética da maioria das reações.

Figura 8: Representação STN do exemplo 1.



As Tabelas 5 e 6 apresentam os resultados provenientes dos testes computacionais realizados. As tabelas contém as estatísticas do modelo e dos resultados computacionais, as quantidades de pontos de evento requeridos, o tempo necessário para a CPU executar a otimização, o GAP entre a solução encontrada e seu limite superior, a quantidade de nós necessários, a solução para o problema relaxado (RMILP), a melhor solução encontrada (MILP), o número de variáveis binárias, o número de variáveis contínuas, quantidade de restrições e quantas das variáveis não são zero na melhor solução encontrada. Tudo tanto para as políticas *UIS* quanto *FIS*.

Tabela 5: Estatísticas do modelo e computacionais do exemplo 1 utilizando políticas UIS.

Modelo	Pontos de evento	Tempo de CPU (s)	GAP %	Nós	RMILP	MILP	Variáveis binárias	Variáveis contínuas	Restrições	Não zeros
Horizonte de planejamento = 8 h										
IF	4	0,109	0	0	1840,2	1840,2	10	57	69	206
JLF	4	0,219	0	8	2500	1840,2	25	172	539	1749
FMN1	4	0,110	0	4	2000	1840,2	10	77	86	384
MG	5	0,187	0	3	2000	1840,2	31	151	335	1145
FMN2	4	0,110	0	0	2000	1840,2	10	62	62	300
FMN3	4	0,047	0	0	2000	1840,2	25	101	285	959
TN	5	0,062	0	0	2000	1840,2	31	101	250	1379
Horizonte de planejamento = 12 h										
IF	6	0,672	0	14	3890,0	3463,6	20	85	105	334
JLF	6	2,047	0	2998	5000,0	3463,6	45	260	885	3541
FMN1	6	0,109	0	38	4000,0	3463,6	20	115	150	849
MG	9	6,438	0	10566	4563,8	3463,6	71	271	615	2811
FMN2	6	0,032	0	16	3890,0	3301,6	20	92	90	603
FMN3	8	3,094	0	4714	4563,8	3463,6	35	201	725	3559
TN	9	3,954	0	6282	4527,2	3463,6	71	181	540	6227
Horizonte de planejamento = 16 h										
IF	9	0,672	0	1923	5956,1	5038,1	35	127	159	526
JLF	9	7200	8.83	4044790	8750,0	5038,1	75	392	1479	7454
FMN1	9	1,312	0	4395	6601,7	5038,1	35	172	276	1884
MG	12	409,906	0	691560	6332,8	5038,1	101	361	825	4428
FMN2	7	0,109	0	0	5000,0	4840,9	25	107	104	792
FMN3	11	165,032	0	232393	6332,8	5038,1	95	276	1160	3559
TN	12	92,015	0	156283	6316,3	5038,1	101	241	810	13692

Tabela 6: Estatísticas do modelo e computacionais do exemplo 1 utilizando a política FIS.

Modelo	Pontos de evento	Tempo de CPU (s)	GAP %	Nós	RMILP	MILP	Variáveis binárias	Variáveis contínuas	Restrições	Não zeros
Horizonte de planejamento = 8 h										
JLF	4	0,203	0	13	2500	1840.2	25	193	594	1901
FMN1	4	0,093	0	2	2000	1840.2	10	85	134	522
MG	5	0,125	0	2	2000	1840.2	31	151	335	1145
FMN2	4	0,063	0	0	2000	1840.2	10	62	62	300
FMN3	4	0,031	0	0	2000	1840.2	25	101	285	959
TN	5	0,062	0	0	2000	1840.2	31	101	250	1379
Horizonte de planejamento = 12 h										
JLF	8	7200	7.63	5270654	7468.9	3463.6	65	385	1390	6289
FMN1	8	2,594	0	6750	4951.2	3463.6	30	169	334	1816
MG	9	6,547	0	11879	4563.8	3463.6	71	271	615	2811
FMN2	6	0,062	0	25	3890.0	3301.6	20	92	90	603
FMN3	8	3,453	0	4785	4563.8	3463.6	65	201	725	3559
TN	9	3,594	0	5203	4527.2	3463.6	71	181	540	6227
Horizonte de planejamento = 16 h										
JLF	11	7200	38.9	959983	10916.7	5000	95	529	2092	11435
FMN1	11	119,797	0	327774	6601.7	5038.1	45	232	526	3259
MG	12	507,218	0	790792	6113.2	5038.1	101	361	825	4428
FMN2	7	0,062	0	0	5000.0	4840.9	25	107	104	792
FMN3	11	95,656	0	140639	6332.8	5038.1	95	276	1160	6559
TN	12	107,594	0	166386	6316.3	5038.1	101	241	810	13692

Dados os resultados obtidos, comparando inicialmente os resultados entre os modelos TN (desenvolvido neste trabalho) e o MG (usado como base), percebe-se que a alteração realizada foi benéfica, nas 6 condições operacionais do exemplo 1, TN apresentou resultados melhores em todas em relação a MG.

Amparado por outros resultados da literatura, que também indicam que inequações do tipo *Big-M's* tendem a um alto custo computacional, os resultados deste trabalho vão ao encontro desta hipótese. A substituição dessas equações por outras com finalidade semelhante, mesmo utilizando equações maiores e envolvendo mais variáveis, ocasionou em uma redução significativa no custo computacional.

Além da eliminação das restrições *Big-M's*, foi possível substituí-las por uma quantidade menor de inequações. Essa redução de restrições permitiu uma redução na quantidade de variáveis que possivelmente foi um fator que causou a redução do tempo de CPU, além da quantidade de nós requeridos para solucionar o problema.

Na maior parte dos casos, a solução relaxada (RMILP) do modelo TN apresentou resultados melhores (mais restringidos) que o modelo MG. Todos esses fatores juntos indicam uma superioridade do modelo TN sobre MG nesse exemplo particular.

De um ponto de vista mais amplo, observando o desempenho comparado a todos os modelos testados. O modelo TN teve um desempenho razoável sendo uma boa opção para solução desse tipo de problema, em nenhum caso obteve o melhor desempenho tão pouco em nenhum caso obteve o pior desempenho, demonstrando uma certa estabilidade em custo de CPU.

Em geral com uma quantidade relativamente pequena de variáveis, em especial se for desconsiderado o modelo FMN2, que em algumas situações não se alcança a melhor solução conhecida do problema, e uma solução relaxada entre as mais interessantes são indicativos de um bom potencial para o modelo TN.

A quantidade de pontos de evento influencia significativamente no desempenho de um modelo, influencia diretamente na quantidade de restrições e variáveis. Os modelos TN e MG acabam necessitando de mais pontos de evento que os demais por precisarem de um ponto de início e fim das tarefas enquanto os modelos JLF, FMN1 e FMN3 as tarefas precisam apenas de um ponto de início, com isso eles tem 1 ponto de evento a menos que os modelos TN e MG, o modelo FMN2 necessita de menos pontos de evento para o funcionamento, porem ele subutiliza as unidades fazendo com que frequentemente não se alcancem as melhores soluções conhecidas para os problemas.

Ao se aplicar limites de estoque perde-se um desempenho considerável em todos os modelos, sendo que os modelo MG, FMN2, FMN3 e TN não tem qualquer alteração na quantidade de variáveis e restrições, então são menos afetados por essa condição enquanto os modelos JLF e FMN1 possuem um aumento significativo da quantidade de variáveis e restrições, tornando esses modelos mais sensíveis a adição dessa limitação portanto menos indicados nesses casos.

As Figuras 9 a 15 contém o gráfico de Gantt para a solução ótima do exemplo 1 para o horizonte de tempo de 16 horas, na política UIS.

Figura 9: Gráfico de Gantt do exemplo 1, no horizonte de tempo de 16h com políticas UIS para o modelo IF.

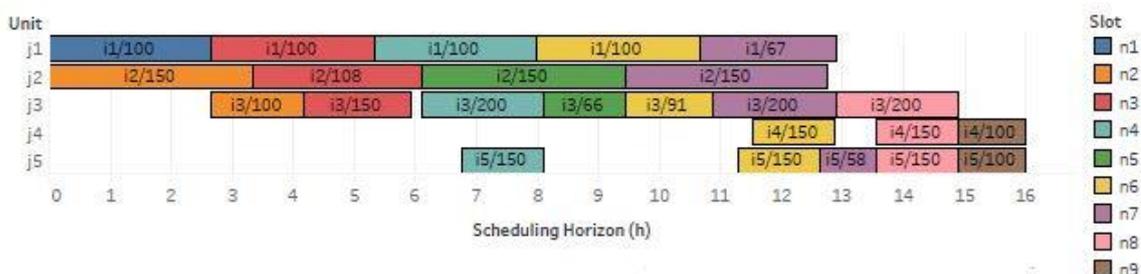


Figura 10: Gráfico de Gantt do exemplo 1, no horizonte de tempo de 16h com políticas UIS para o modelo JLF.

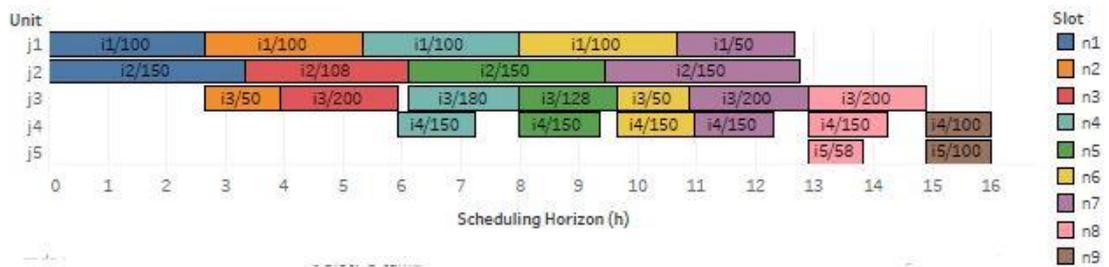


Figura 11: Gráfico de Gantt do exemplo 1, no horizonte de tempo de 16h com políticas UIS para o modelo FMN1.

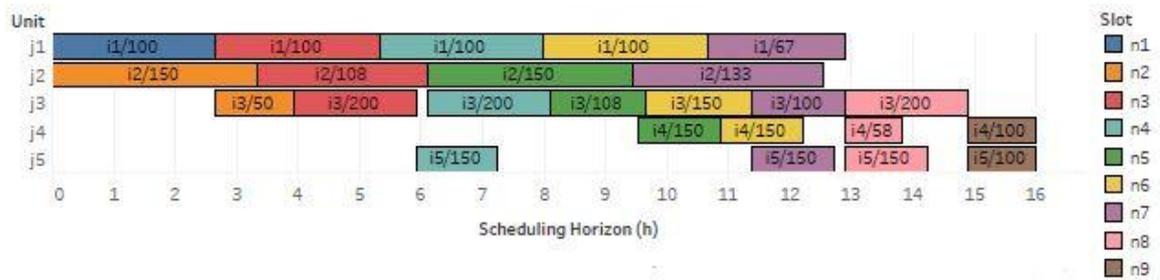


Figura 12: Gráfico de Gantt do exemplo 1, no horizonte de tempo de 16h com políticas UIS para o modelo MG.

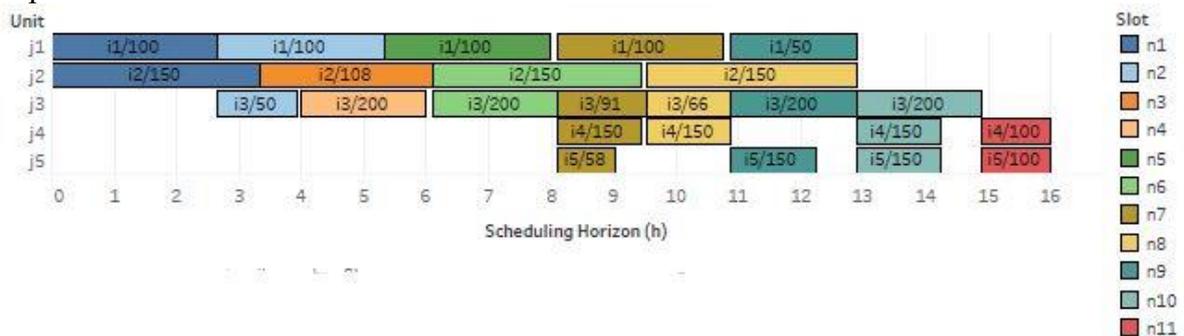


Figura 13: Gráfico de Gantt do exemplo 1, no horizonte de tempo de 16h com políticas UIS para o modelo FMN2.

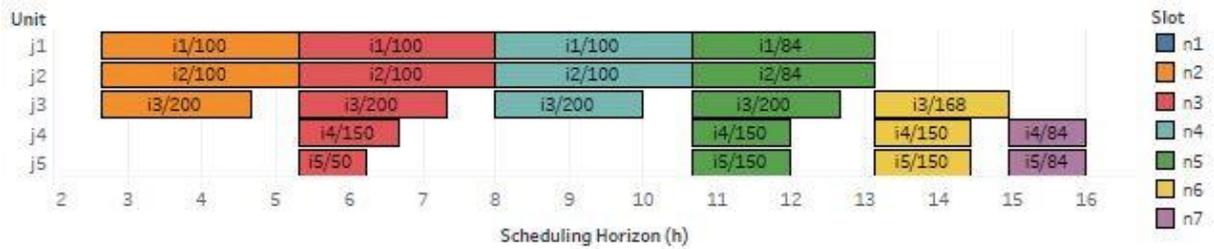


Figura 14: Gráfico de Gantt do exemplo 1, no horizonte de tempo de 16h com políticas UIS para o modelo FMN3.

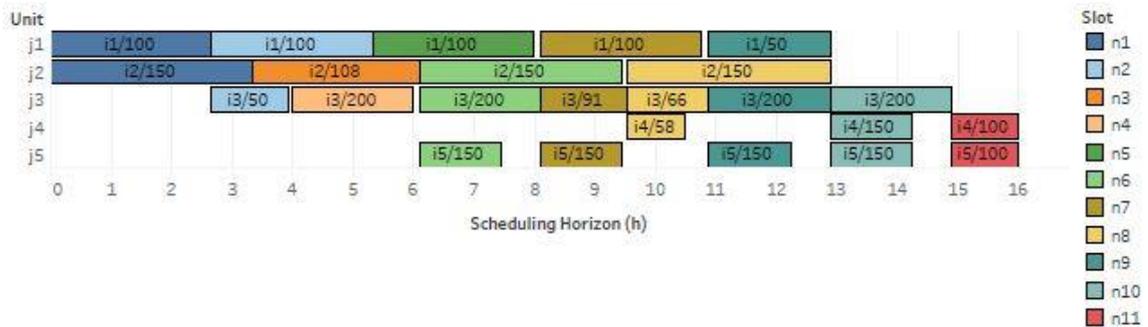
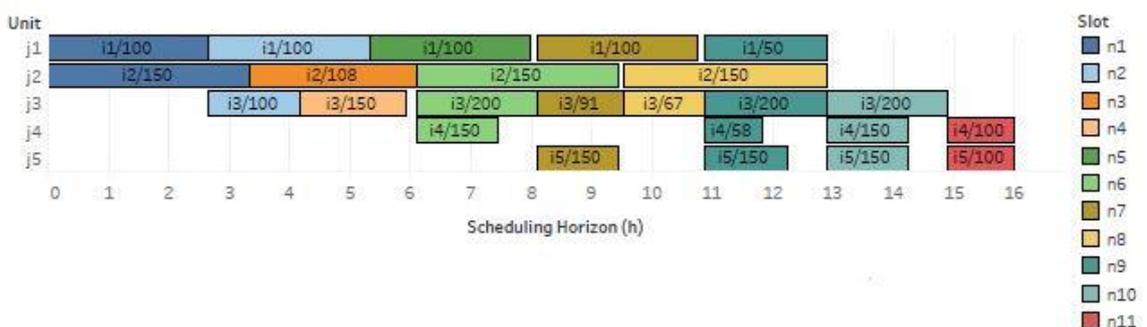


Figura 15: Gráfico de Gantt do exemplo 1, no horizonte de tempo de 16h com políticas UIS para o modelo TN.



As Figuras 16 a 21 contém o gráfico de Gantt para a solução ótima do exemplo 1 para o horizonte de tempo de 16 horas, na política FIS.

Figura 16: Gráfico de Gantt do exemplo 1, no horizonte de tempo de 16h com políticas FIS para o modelo JNF.

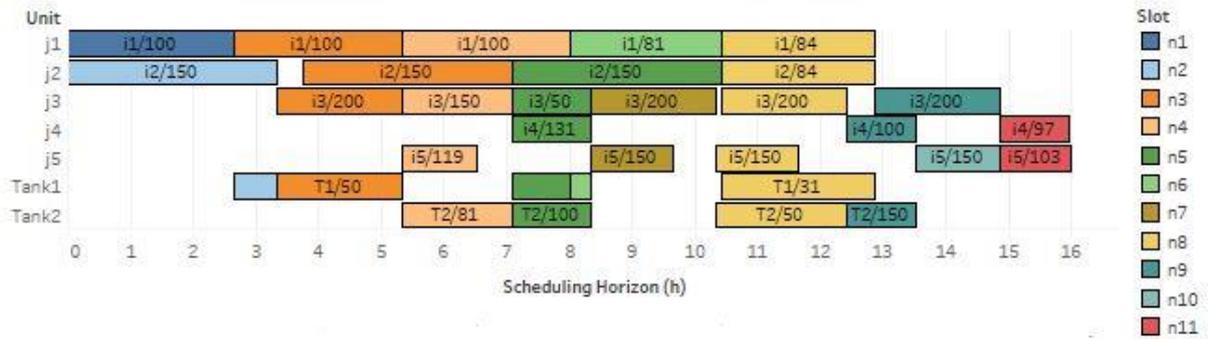


Figura 17: Gráfico de Gantt do exemplo 1, no horizonte de tempo de 16h com políticas FIS para o modelo FMN1.

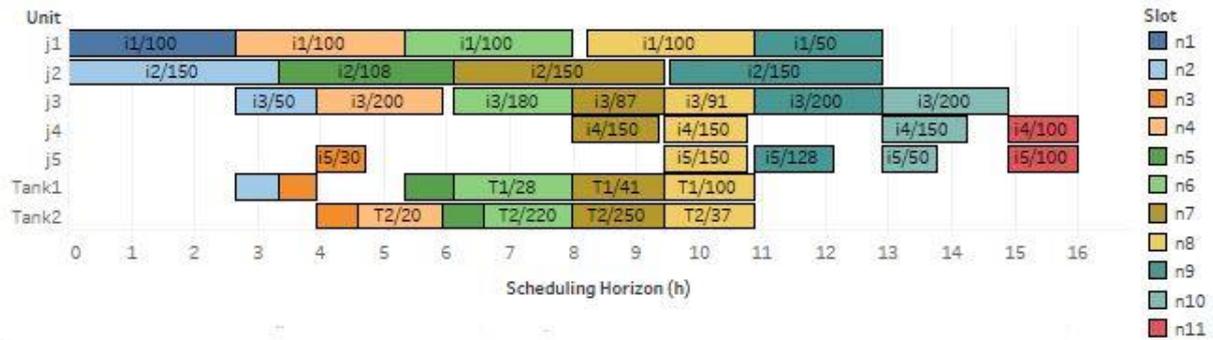


Figura 18: Gráfico de Gantt do exemplo 1, no horizonte de tempo de 16h com políticas FIS para o modelo MG.

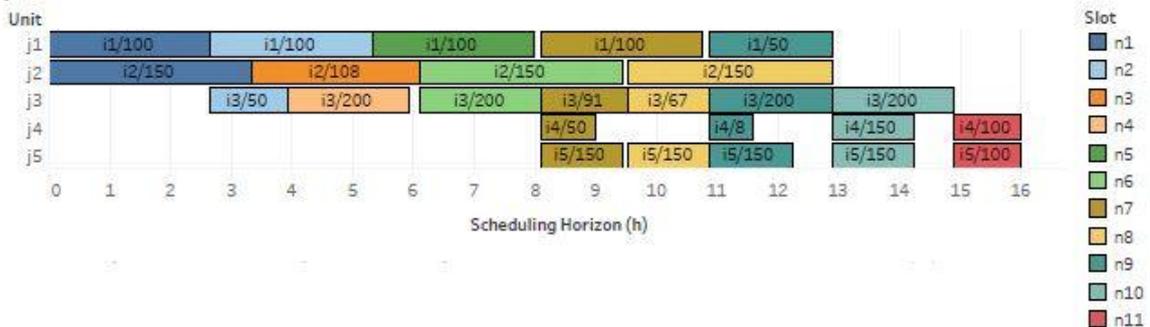


Figura 19: Gráfico de Gantt do exemplo 1, no horizonte de tempo de 16h com políticas FIS para o modelo FMN2.

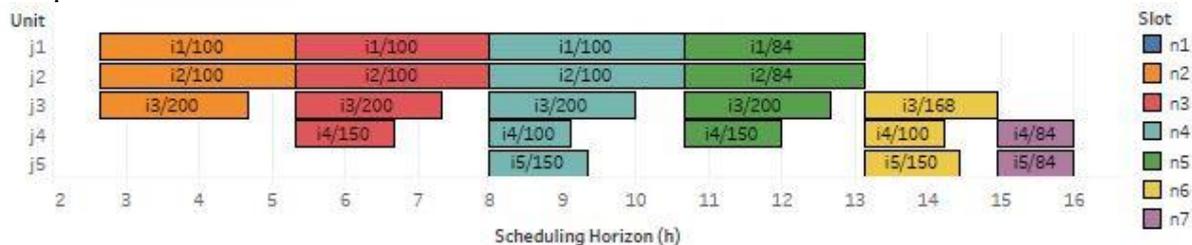


Figura 20: Gráfico de Gantt do exemplo 1, no horizonte de tempo de 16h com políticas FIS para o modelo FMN3.

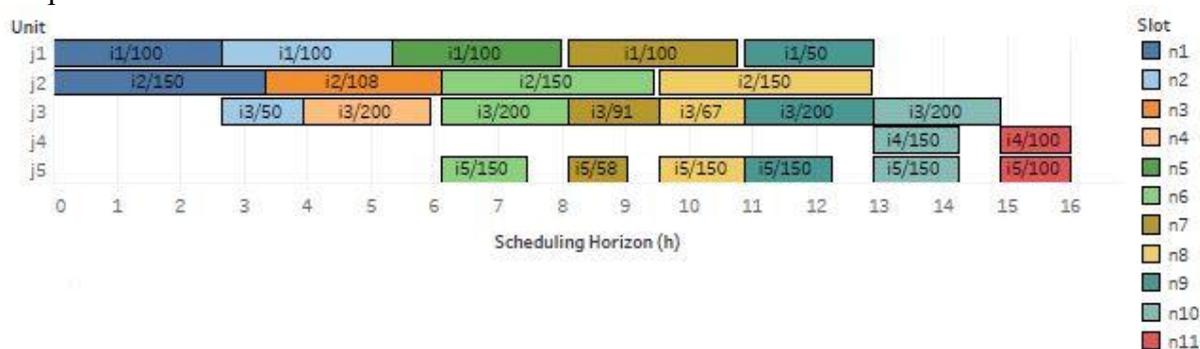
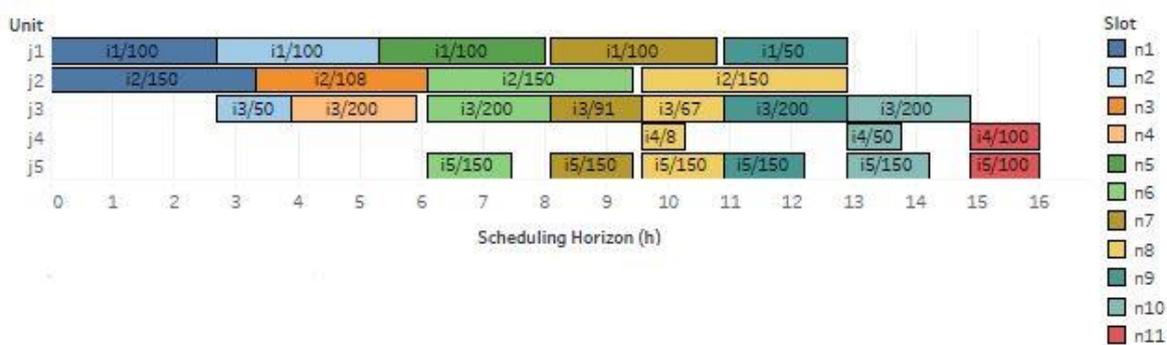


Figura 21: Gráfico de Gantt do exemplo 1, no horizonte de tempo de 16h com políticas FIS para o modelo TN.



Pelos gráficos de Gantt pode-se ver a vantagem de se permitir a que as tarefas utilizem vários intervalos de tempo. Os casos em que isso não ocorreu, foi necessário se utilizar os estoques como unidades quando a limitação dos estoques foi considerada, aumentando significativamente a complexidade dos problemas, afetando o desempenho do modelo.

5.1.2 EXEMPLO 2

O segundo exemplo pode ser encontrado no trabalho de Ierapetritou e Floudas (1998), ele é um processo em rede pela classificação de Harjunkski e colaboradores (2014).

Os tempos necessários para realização de cada tarefa consiste em um valor fixo mais um período proporcional a massa de produto requerido em cada tarefa, sendo ele explicitado na Tabela 7 juntamente com o máximo e mínimo de massa permitida em cada batelada de produção. Nessa tabela pode-se obter também os dados de quais unidades são capazes de executar cada tarefa.

Tabela 7: Dados de processamento do exemplo 2.

Tarefa (i)	Unidade (j)	$\alpha_{i,j}$	$\beta_{i,j}$	$B_{i,j}^{min}$	$B_{i,j}^{max}$
H	heater	0,667	0,00667	0	100
R1	reactor 1	1,334	0,02664	0	50
	reactor 2	1,334	0,01665	0	80
R2	reactor 1	1,334	0,02664	0	50
	reactor 2	1,334	0,01665	0	80
R3	reactor 1	0,667	0,01332	0	50
	reactor 2	0,667	0,008325	0	80
S	separator	1,3342	0,00666	0	200

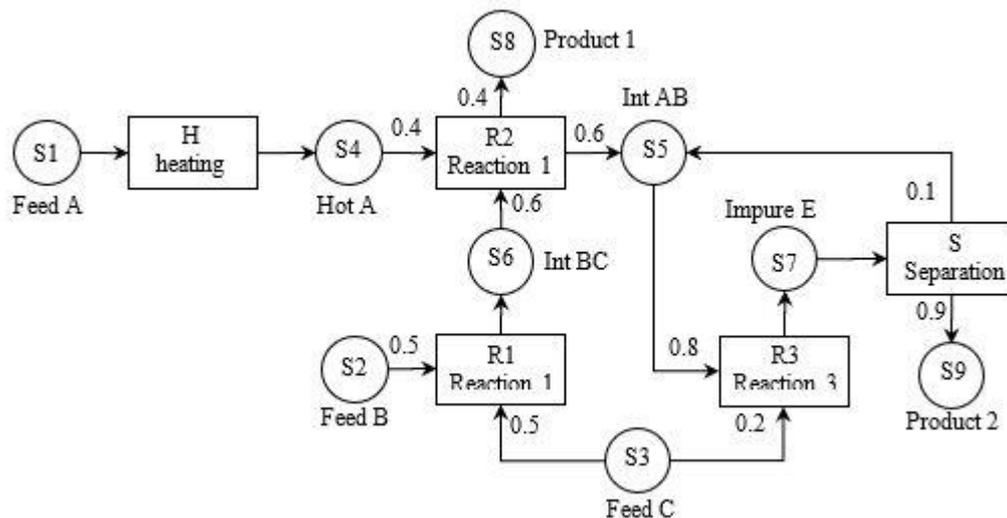
Abaixo na Tabela 8, a quantidade inicial de cada estado, as capacidades máximas de estocagem (armazenamento) e seu respectivo valor bruto.

Tabela 8: Limitações dos estados do exemplo 2.

Estado (s)	St_i	St_{max_s}	St_{min_s}	RB
S1	1000	Ilimitado	0	0
S2	1000	Ilimitado	0	0
S3	1000	Ilimitado	0	0
S4	0	100	0	0
S5	0	200	0	0
S6	0	150	0	0
S7	0	200	0	0
S8	0	Ilimitado	0	10
S9	0	Ilimitado	0	10

A Figura 22 representa a STN desse *benchmark*, sendo possível ilustrar todas as reações simultaneamente do processo em batelada. Nela tem-se quais estados cada tarefa utiliza e as proporções utilizadas por elas. Esse exemplo representa um processo com diversos intermediários e necessita de 3 reações para gerar os produtos, o reagente *Feed A* necessita de um aquecimento para ser utilizado na *Reaction 1* e a *Reaction 3* é realizada com excesso de *Int AB* exigindo uma separação para geração do *Product 2* e o reaproveitamento do reagente intermediário.

Figura 22: Representação STN do exemplo 2.



As Tabelas 9 e 10 apresentam os dados estatísticos e computacionais correspondentes ao exemplo 2.

Tabela 9: Estatísticas do modelo e computacionais do exemplo 2 utilizando políticas *UIS*.

Modelo	Pontos de evento	Tempo de CPU (s)	GAP %	Nós	RMILP	MILP	Variáveis binárias	Variáveis contínuas	Restrições	Não zeros
Horizonte de planejamento = 8 h										
IF	4	0.078	0	10	1811.0	1498.6	18	101	199	642
JLF	4	0.281	0	52	2421.7	1498.6	41	261	913	3074
FMN1	4	0.032	0	0	1730.9	1498.6	18	101	181	852
MG	5	0.203	0	3	1730.9	1498.6	51	251	503	1904
FMN2	4	0.125	0	0	1730.9	1498.6	18	90	97	512
FMN3	4	0.156	0	0	1730.9	1498.6	41	169	418	1555
TN	5	0.078	0	0	1730.9	1498.6	51	171	327	2200
Horizonte de planejamento = 12 h										
IF	7	0,312	0	109	3465,6	3041,3	52	246	492	1627
JLF	7	7200	24.3	2430287	9967,0	3041,3	119	638	2512	10901
FMN1	7	0,547	0	1030	3465,6	3041,3	52	253	650	3617
MG	9	56,797	0	26412	3867,3	3041,3	155	622	1329	6442
FMN2	6	0,375	0	2024	2871,9	2443,2	41	188	216	1428
FMN3	8	23,110	0	15830	3867,3	3041,3	141	465	1475	7722
TN	9	18,828	0	10045	3867,3	3041,3	155	424	984	13615

Tabela 10: Estatísticas do modelo e computacionais do exemplo 2 utilizando políticas *FIS*.

Modelo	Pontos de evento	Tempo de CPU (s)	GAP %	Nós	RMILP	MILP	Variáveis binárias	Variáveis contínuas	Restrições	Não zeros
Horizonte de planejamento = 8 h										
JLF	4	0,156	0	35	2421,6	1498,6	41	293	1031	3355
FMN1	4	0,062	0	0	1730,9	1498,6	18	117	297	1192
MG	5	0,234	0	5	1730,9	1498,6	51	251	503	1904
FMN2	4	0,093	0	0	1730,9	1498,6	18	90	97	512
FMN3	4	0,141	0	0	1730,9	1498,6	41	169	418	1555
TN	5	0,140	0	0	1730,9	1498,6	51	171	327	2200
Horizonte de planejamento = 12 h										
JLF	8	7200	12.6	3522083	7178,6	2658,5	105	585	2419	10747
FMN1	8	46,015	0	128097	3350,5	2658,5	50	233	833	4338
MG	11	1310,078	0	976661	3343,4	2658,5	147	551	1139	6314
FMN2	6	0,187	0	292	3002,5	2564,6	34	134	143	1045
FMN3	10	5252,344	0	3261779	3343,4	2658,5	137	421	1402	8527
TN	11	1454,953	0	1154893	3343,4	2658,5	147	375	855	16887

Nesse exemplo ocorre a única situação de todos os testes em que o modelo MG é superior ao modelo TN em desempenho. No horizonte de planejamento de 12 horas com a política FIS, os resultados apesar de serem próximos, em valores absolutos, o modelo MG exige um tempo de CPU inferior ao TN. Os resultados computacionais não deixam claro o motivo porém nesse caso específico a quantidade de nós requeridos pelo modelo MG foi inferior a quantidade usada pelo modelo TN, e como a solução relaxada em ambos os casos foi a mesma, surgiu um cenário que permitiu a vantagem do modelo MG apesar de maior quantidade de variáveis e restrições,

além disso é possível que o método de solução padrão utilizado pelo CPLEX tenha favorecido o modelo GM.

Isso demonstra que em certas condições específicas, o modelo MG pode superar TN, porém por isso ocorrido apenas em uma situação dentre 16 testadas, portanto espera-se em geral, resultados melhores de TN.

As Figuras 23 a 29 contém as representações de Gantt do exemplo 2, com política de armazenamento UIS e horizonte de tempo de 12 horas.

Figura 23: Gráfico de Gantt do exemplo 2, no horizonte de tempo de 12h com políticas UIS para o modelo IF.

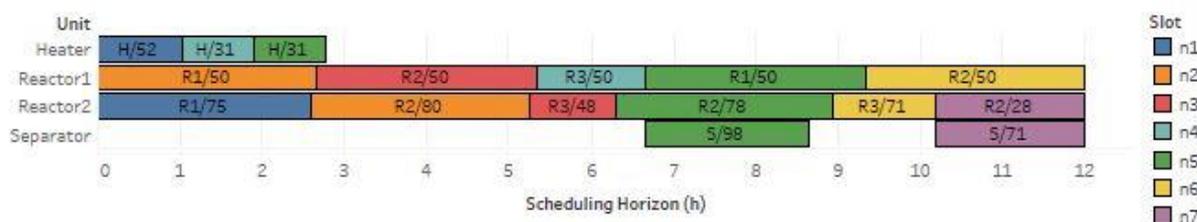


Figura 24: Gráfico de Gantt do exemplo 2, no horizonte de tempo de 12h com políticas UIS para o modelo JLF.

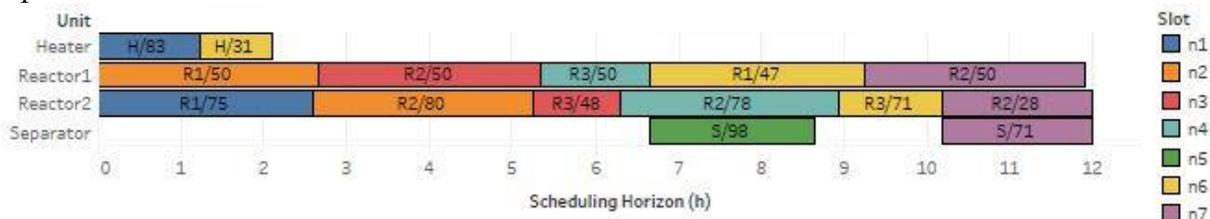


Figura 25: Gráfico de Gantt do exemplo 2, no horizonte de tempo de 12h com políticas UIS para o modelo FMN1.

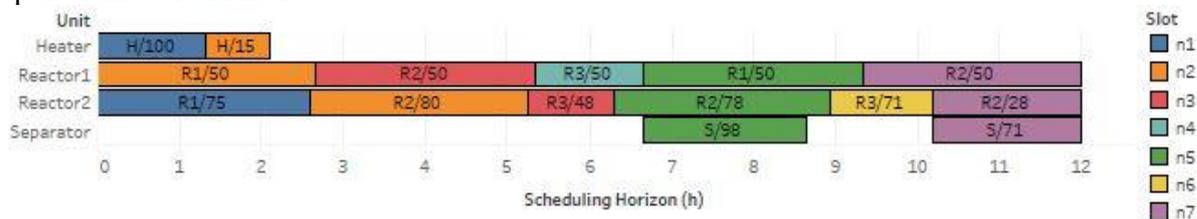


Figura 26: Gráfico de Gantt do exemplo 2, no horizonte de tempo de 12h com políticas UIS para o modelo MG.

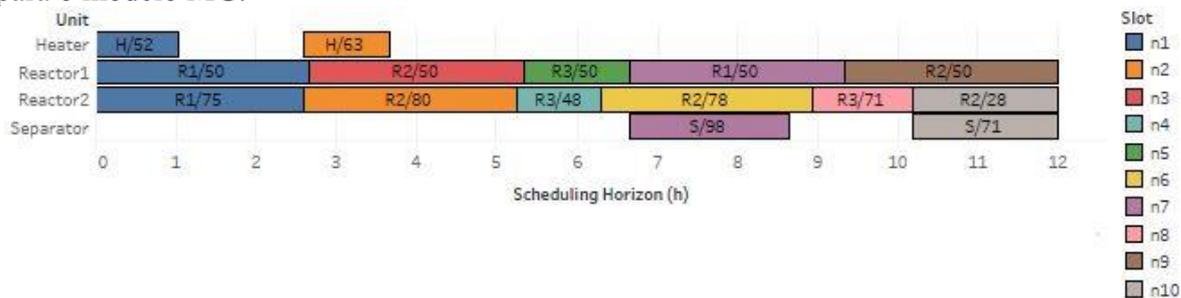


Figura 27: Gráfico de Gantt do exemplo 2, no horizonte de tempo de 12h com políticas UIS para o modelo FMN2.

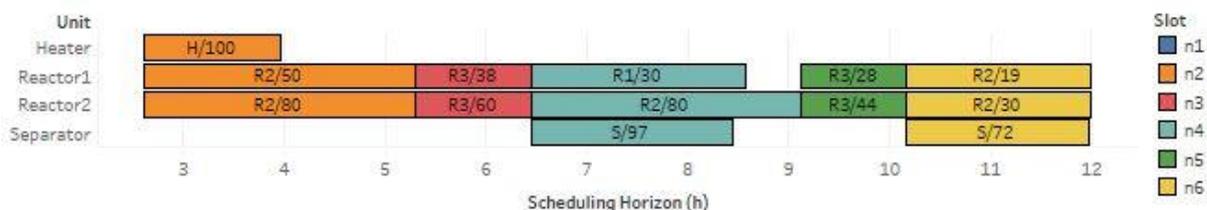


Figura 28: Gráfico de Gantt do exemplo 2, no horizonte de tempo de 12h com políticas UIS para o modelo FMN3.

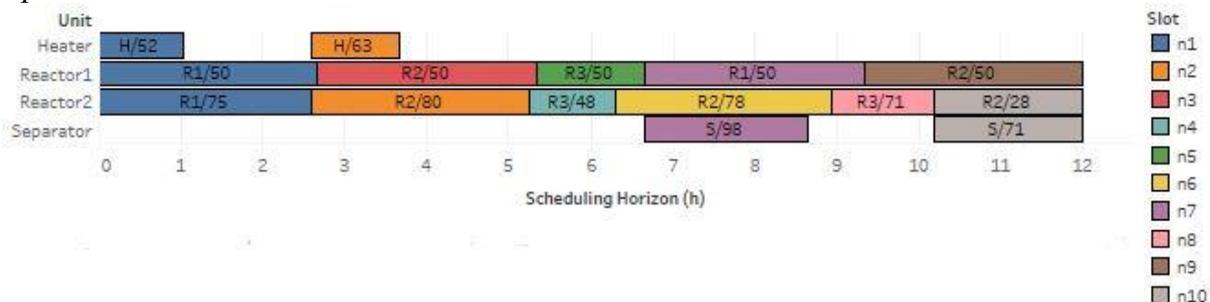
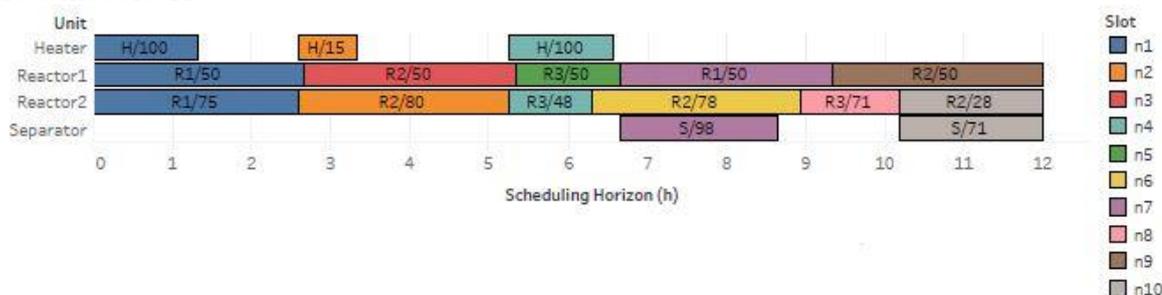


Figura 29: Gráfico de Gantt do exemplo 2, no horizonte de tempo de 12h com políticas UIS para o modelo TN.



As Figuras 30 a 35 contêm as representações de Gantt do exemplo 2, com política de armazenamento FIS e horizonte de tempo de 12 horas.

Figura 30: Gráfico de Gantt do exemplo 2, no horizonte de tempo de 12h com políticas FIS para o modelo JNF.

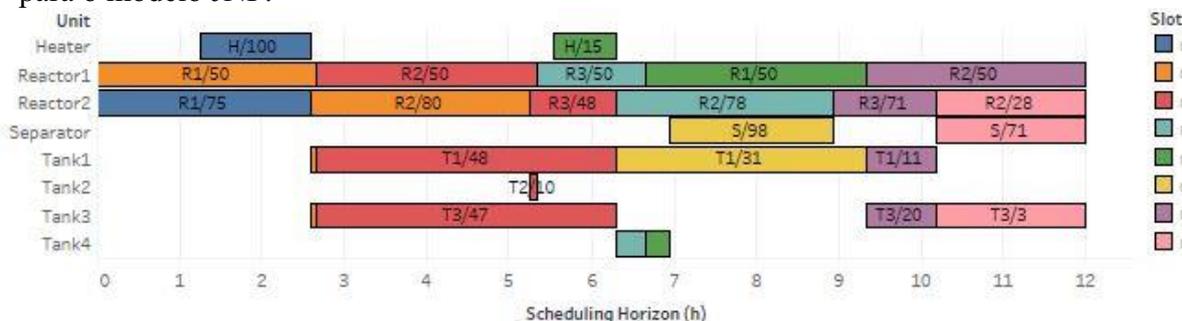


Figura 31: Gráfico de Gantt do exemplo 2, no horizonte de tempo de 12h com políticas FIS para o modelo FMN1.

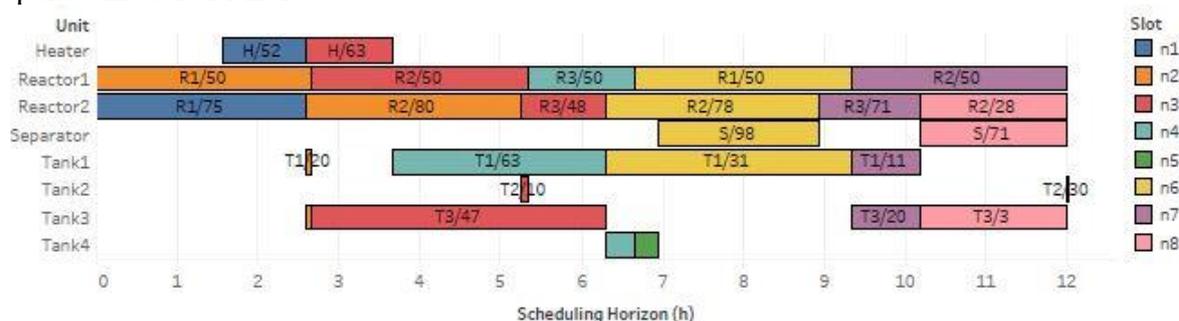


Figura 32: Gráfico de Gantt do exemplo 2, no horizonte de tempo de 12h com políticas FIS para o modelo MG.

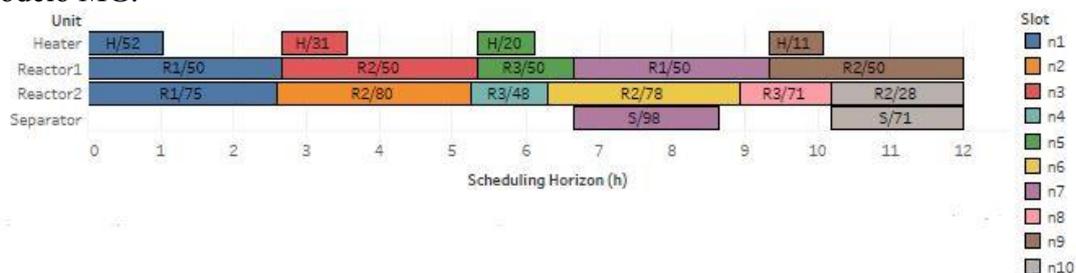


Figura 33: Gráfico de Gantt do exemplo 2, no horizonte de tempo de 12h com políticas FIS para o modelo FMN2.



Figura 34: Gráfico de Gantt do exemplo 2, no horizonte de tempo de 12h com políticas FIS para o modelo FMN3.

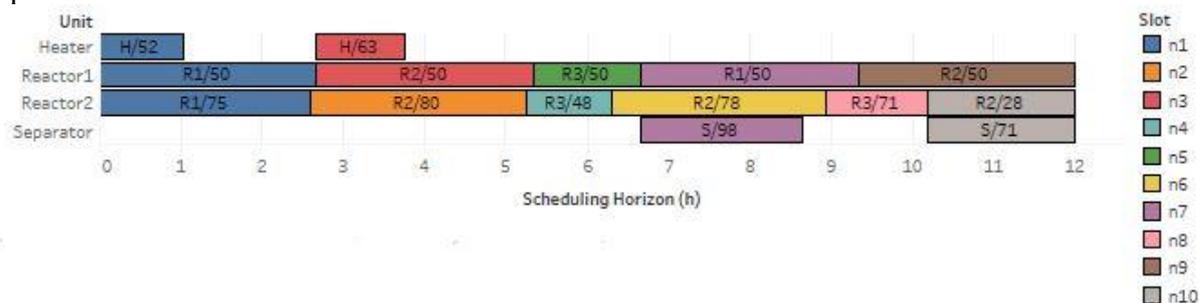
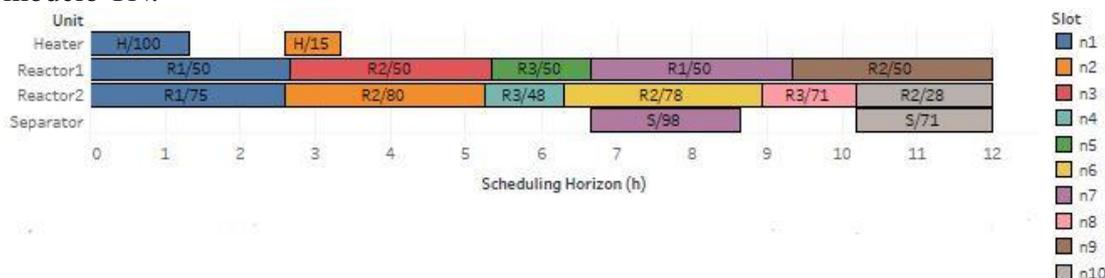


Figura 35: Gráfico de Gantt do exemplo 2, no horizonte de tempo de 12h com políticas FIS para o modelo TN.



5.1.3 EXEMPLO 3

O terceiro exemplo pode ser encontrado no artigo de Sundaramoorthy e Karimi (2005), segundo a classificação de Harjunoski e colaboradores (2014) esse é considerado um processo em rede.

A planta representada pelo exemplo três é constituída por seis unidades, H1, R1, R2, S, M1 e o M2 que são utilizados para alterar os estados s1, s2, s8 e s11 em s12 e s13 transitando pelos estados s3, s4, s5, s6, s7, s9 e s10.

A Tabela 11 apresenta o máximo e mínimo suportado em cada batelada de processo, os valores do período de execução das tarefas e sua ponderação pela massa processada. Nela podem ser observados quais unidades são capazes de executar cada uma das tarefas.

Tabela 11: Dados de processamento do exemplo 3.

Tarefas (i)	Unidade (j)	$\alpha_{i,j}$	$\beta_{i,j}$	$B_{i,j}^{min}$	$B_{i,j}^{max}$
H1	Heater	0,667	0,00667	0	100
H2	Heater	1,000	0,01000	0	100
R1	Reactor 1	1,333	0,01333	0	100
	Reactor 2	1,333	0,00889	0	150
R2	Reactor 1	0,667	0,00667	0	100
	Reactor 2	0,667	0,00445	0	150
R3	Reactor 1	1,333	0,01330	00	100
	Reactor 2	1,333	0,00889	0	150
S	Separator	2,000	0,00667	0	300
M	Mixer 1	1,333	0,00667	0	200
	Mixer 2	1,333	0,00667	0	200

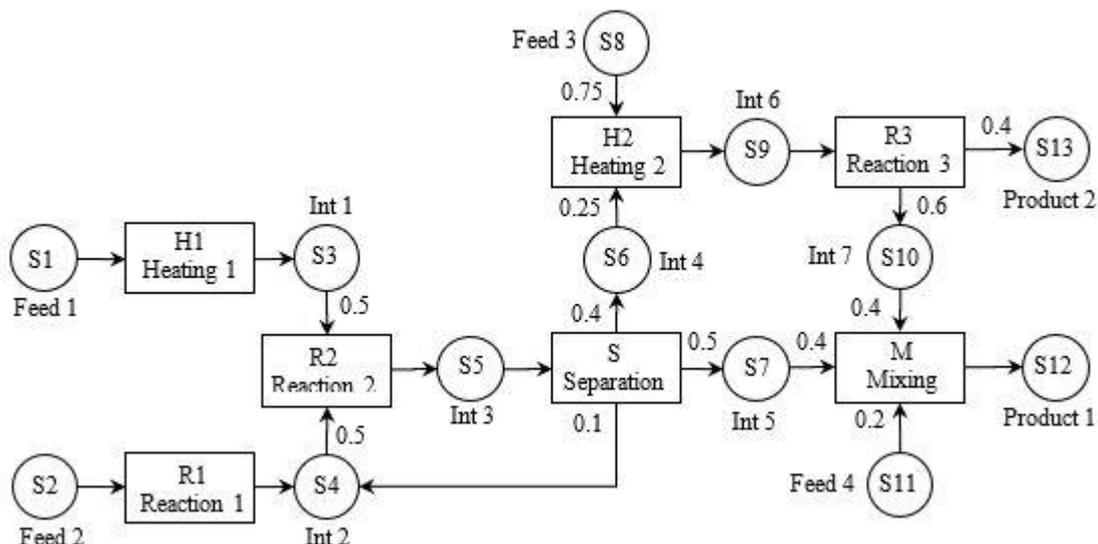
As limitações superiores e inferiores de estocagem (armazenamento) dos estados, a receita bruta e os estoques iniciais são representados na Tabela 12.

Tabela 12: Limitações dos estados do exemplo 3.

Estado (s)	Sti_s	$Stmax_s$	$Stmin_s$	RB
S1	1000	Ilimitado	0	0
S2	0	Ilimitado	0	0
S3	0	100	0	0
S4	0	100	0	0
S5	0	300	0	0
S6	50	150	0	0
S7	50	150	0	0
S8	0	Ilimitado	0	0
S9	0	150	0	0
S10	0	150	0	0
S11	1000	Ilimitado	0	0
S12	0	Ilimitado	0	5
S13	0	Ilimitado	0	5

A Figura 36 representa o exemplo 3 pela ótica a representação STN. Ela contém quais tarefas utilizam determinados estados e qual a proporção de utilização em cada batelada do processo. Como um processo mais complexo com diversos intermediários, aquecimento para preparo de reagente, separadores que permitem reciclo, reatores e misturadores para preparo dos *Product 1* e *Product 2*.

Figura 36: Representação STN do exemplo 3.



As Tabelas 13 e 14 apresentam os dados estatísticos e computacionais correspondentes ao exemplo três.

Tabela 13: Estatísticas do modelo e computacionais do exemplo 3 utilizando políticas UIS.

Modelo	Pontos de evento	Tempo de CPU (s)	GAP %	Nós	RMILP	MILP	Variáveis binárias	Variáveis contínuas	Restrições	Não zeros
Horizonte de planejamento = 8 h										
IF	5	0,157	0	320	2100	1583,4	30	176	346	1089
JLF	5	28,969	0	26588	5990,6	1583,4	75	456	1660	6069
FMN1	5	0,344	0	838	2100	1583,4	30	181	371	1793
MG	7	6,485	0	8854	2560,6	1586,4	111	484	1025	4381
FMN2	5	0,218	0	253	2100	1274,5	30	157	181	1028
FMN3	6	4,281	0	6637	2560,6	1583,4	97	349	1006	4488
TN	7	4,750	0	5288	2560,6	1583,4	111	330	722	7033
Horizonte de planejamento = 12 h										
IF	7	0,312	0	109	3465,6	3041,3	52	246	492	1627
JLF	7	7200	24,3	2430287	9967,0	3041,3	119	638	2512	10901
FMN1	7	0,547	0	1030	3465,6	3041,3	52	253	650	3617
MG	9	56,797	0	26412	3867,3	3041,3	155	622	1329	6442
FMN2	6	0,375	0	2024	2871,9	2443,2	41	188	216	1428
FMN3	8	23,110	0	15830	3867,3	3041,3	141	465	1475	7722
TN	9	18,828	0	10045	3867,3	3041,3	155	424	984	13615

Tabela 14: Estatísticas do modelo e computacionais do exemplo 3 utilizando políticas FIS.

Modelo	Pontos de evento	Tempo de CPU (s)	GAP %	Nós	RMILP	MILP	Variáveis binárias	Variáveis contínuas	Restrições	Não zeros
Horizonte de planejamento = 8 h										
JLF	6	7200	6.48	3633594	7525	1583,4	97	631	2382	9058
FMN1	6	4,375	0	12293	2751,0	1583,4	41	259	790	3481
MG	7	8,344	0	12900	2560,6	1583,4	111	484	1025	4381
FMN2	5	0,296	0	492	2100	1274,5	30	157	181	1028
FMN3	6	3,812	0	6443	2560,6	1583,4	97	349	1006	4488
TN	7	5,765	0	6824	2560,6	1583,4	111	330	722	7033
Horizonte de planejamento = 12 h										
JLF	7	7200	26	1459594	9120,3	3041,3	119	736	2879	11804
FMN1	7	1,828	0	2013	3465,6	3041,3	52	302	992	4645
MG	9	50,500	0	27902	3867,3	3041,3	155	622	1329	6442
FMN2	6	0,360	0	1358	2871,9	2443,2	41	188	216	1428
FMN3	8	17,062	0	10162	3867,3	3041,3	141	465	1475	7722
TN	9	22,484	0	11008	3867,3	3041,3	155	424	984	13615

Neste exemplo pode ser observado um comportamento análogo aos outros exemplos expostos. Ao se desconsiderar o modelo FMN2 que não abrange a solução ótima conhecida devido à limitações do modelo (as tarefas iniciam todas nos mesmo pontos de evento e só pode-se iniciar outras quando todas as tarefas do ponto de evento anterior tiverem terminado), o modelo TN possui a menor quantidade de restrições nos casos com políticas FIS. Isso colabora para uma tendência de o modelo TN melhorar sua performance relativa aos outros modelos.

A seguir, nas Figuras 37 a 43 o gráfico de Gantt correspondente ao exemplo 3 na política de armazenamento FIS em um horizonte de tempo de 12 horas.

Figura 37: Gráfico de Gantt do exemplo 3, no horizonte de tempo de 12h com políticas UIS para o modelo IF.

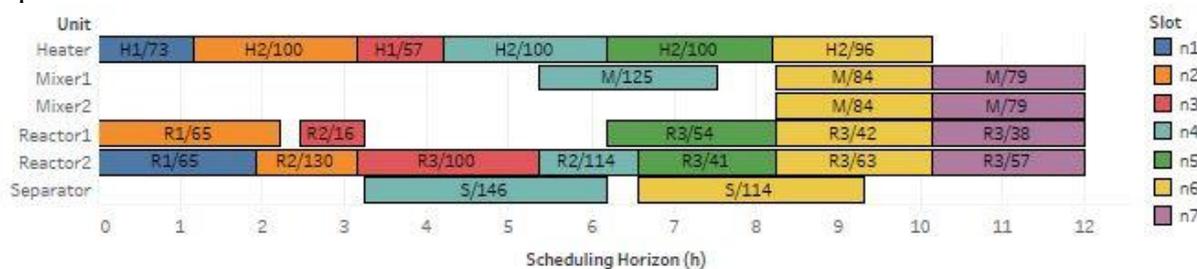


Figura 38: Gráfico de Gantt do exemplo 3, no horizonte de tempo de 12h com políticas UIS para o modelo JLF.

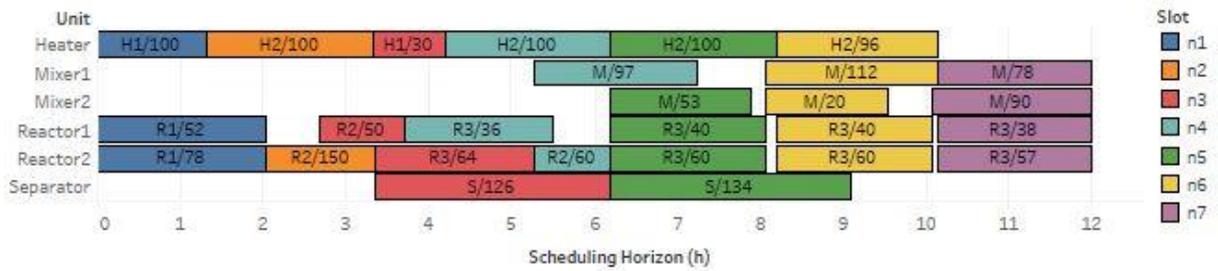


Figura 39: Gráfico de Gantt do exemplo 3, no horizonte de tempo de 12h com políticas UIS para o modelo FMN1.

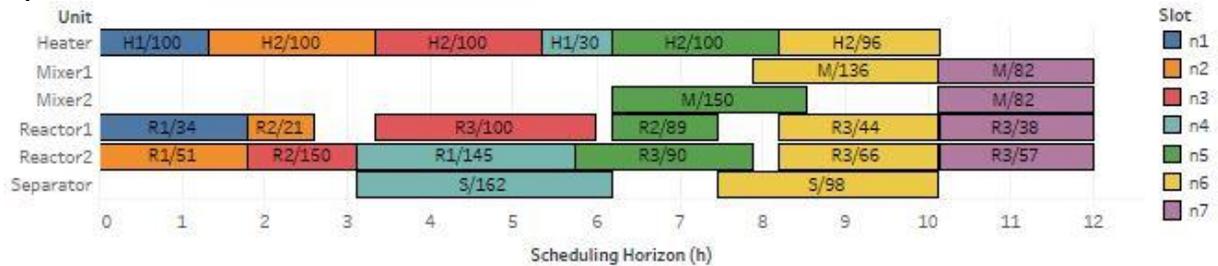


Figura 40: Gráfico de Gantt do exemplo 3, no horizonte de tempo de 12h com políticas UIS para o modelo MG.

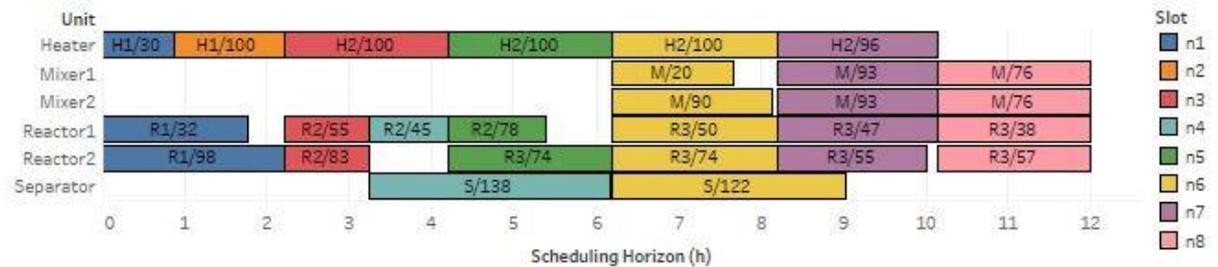


Figura 41: Gráfico de Gantt do exemplo 3, no horizonte de tempo de 12h com políticas UIS para o modelo FMN2.

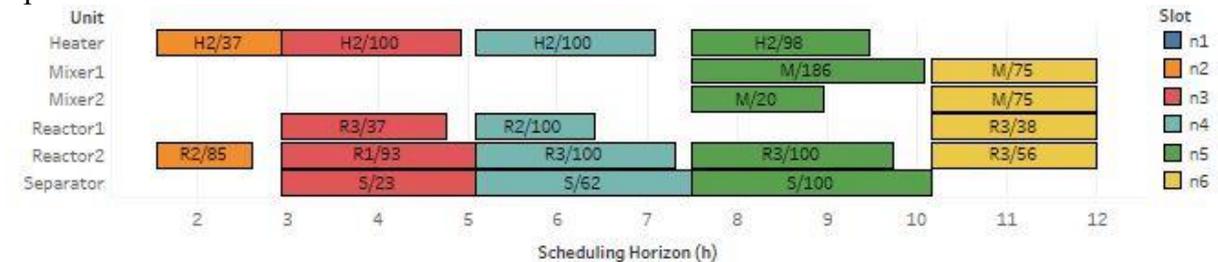


Figura 42: Gráfico de Gantt do exemplo 3, no horizonte de tempo de 12h com políticas UIS para o modelo FMN3.

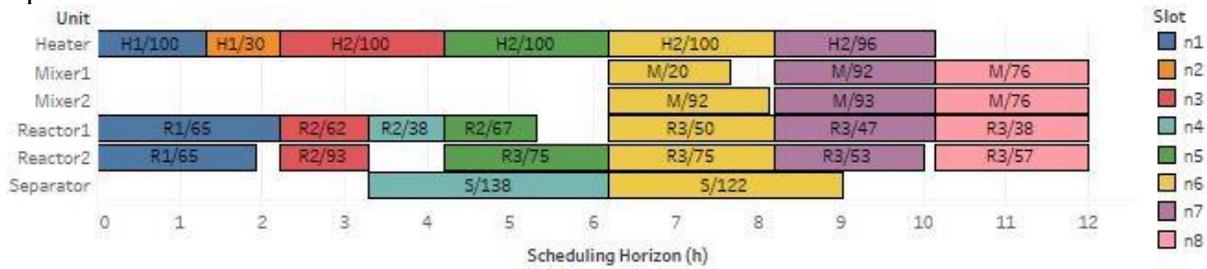
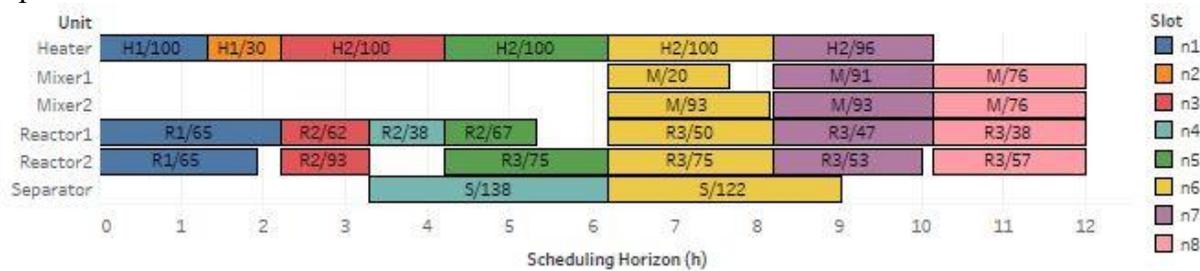


Figura 43: Gráfico de Gantt do exemplo 3, no horizonte de tempo de 12h com políticas UIS para o modelo TN.



As Figuras 44 a 49 contêm as representações de Gantt do exemplo 3, com política de armazenamento FIS e horizonte de tempo de 12 horas.

Figura 44: Gráfico de Gantt do exemplo 3, no horizonte de tempo de 12h com políticas FIS para o modelo JLF.

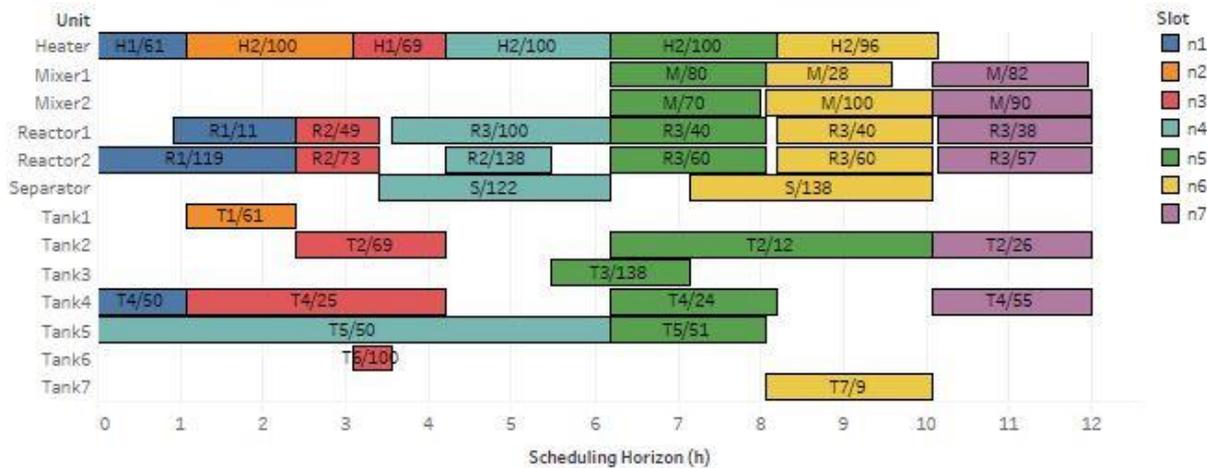


Figura 45: Gráfico de Gantt do exemplo 3, no horizonte de tempo de 12h com políticas FIS para o modelo FMN1.

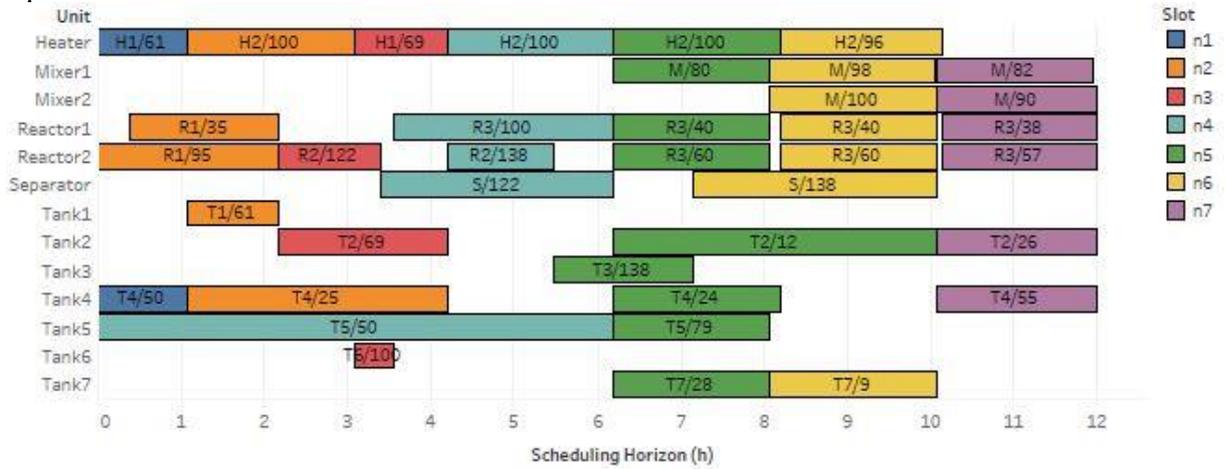


Figura 46: Gráfico de Gantt do exemplo 3, no horizonte de tempo de 12h com políticas FIS para o modelo GM.

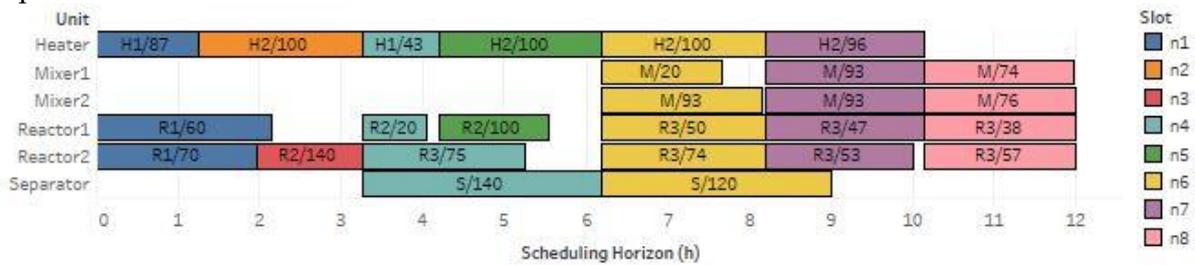


Figura 47: Gráfico de Gantt do exemplo 3, no horizonte de tempo de 12h com políticas FIS para o modelo FMN2.

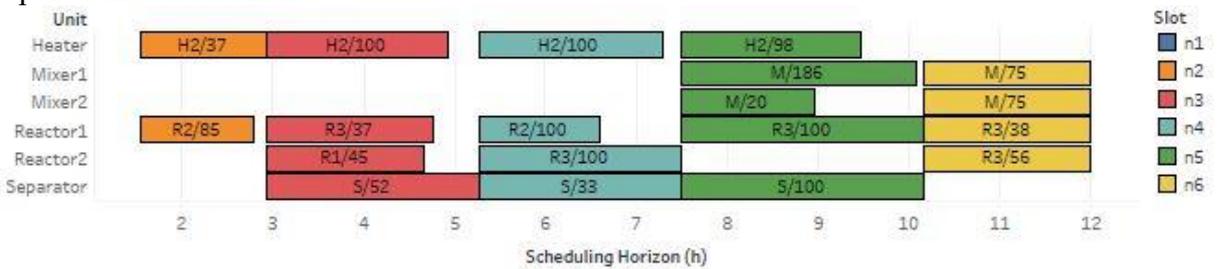


Figura 48: Gráfico de Gantt do exemplo 3, no horizonte de tempo de 12h com políticas FIS para o modelo FMN3.

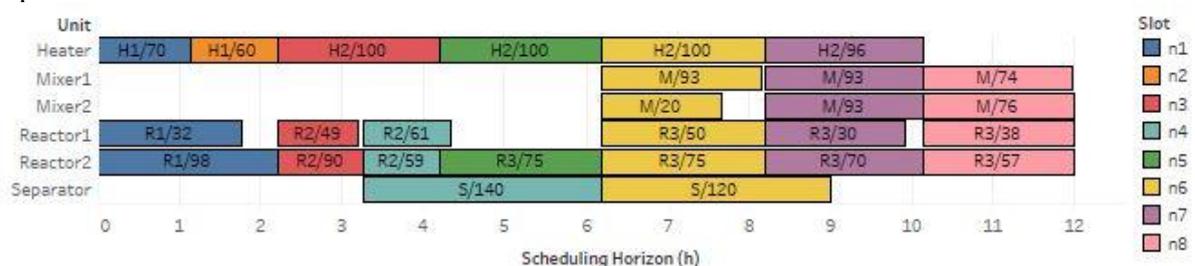
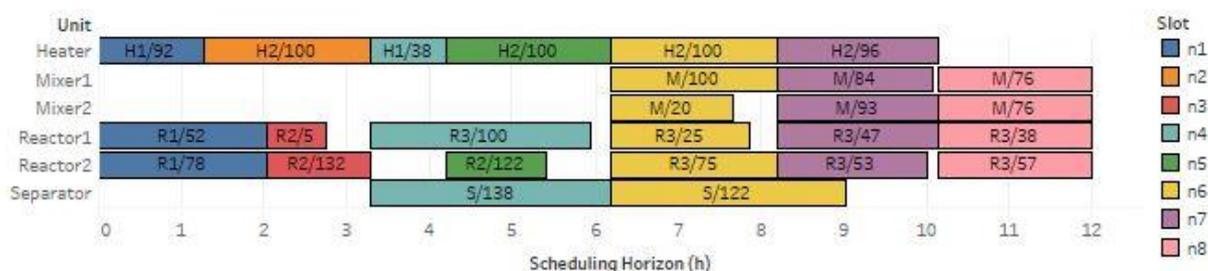


Figura 49: Gráfico de Gantt do exemplo 3, no horizonte de tempo de 12h com políticas FIS para o modelo TN.



5.1.4 EXEMPLO 4

O quarto exemplo extraído do apêndice artigo de Maravelias e Grossmann (2003), é um processo sequencial segundo a classificação de Harjunkoski e colaboradores (2014).

A Tabela 15 apresenta o intervalo massa que pode ser utilizada em cada batelada além das constantes temporais requeridas para se construir o horizonte de eventos. Nela pode-se observar quais unidades são responsáveis por executar cada tarefa do processo.

Tabela 15: Dados de processamento do exemplo 4.

Tarefa (i)	Unidade (j)	$\alpha_{i,j}$	$\beta_{i,j}$	$B_{i,j}^{min}$	$B_{i,j}^{max}$
Heating	Heater	1	0	0,5	10
R1	Reactor 1	3	0	0,5	4
R2	Reactor 2	1	0	0,5	2
Separation	Separator	2	0	0,5	10

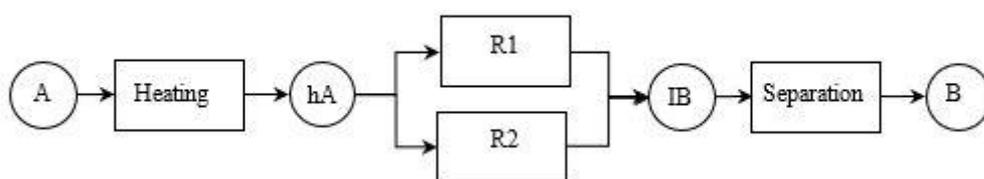
Esse exemplo exige uma capacidade máxima de armazenamento, a demanda mínima exigida no exemplo 4, a receita bruta e o estoque inicial dos estados. Esses dados se encontram na Tabela 16:

Tabela 16: Limitações dos estados do exemplo 4.

Estado (s)	Sti_s	$Stmax_s$	$Stmin_s$	RB	Demanda
A	1000	Ilimitado	0	0	0
hA	0	200	0	0	0
IB	0	250	0	0	0
B	0	Ilimitado	0	1	10

A Figura 50 representa representação a STN que corresponde ao exemplo 4. Nele temos as tarefas e quais estados elas transformam, além das proporções utilizadas nessa transformação. Um processo simples com um aquecimento para preparar o reagente *A* e um separador para o produto *B*, ela é interessante por possuir duas reações que ocorrem simultaneamente cada uma em um reator, possivelmente por uma atualização no processo que adquiriu um novo equipamento para uma rota de reação alternativa mas que o antigo processo ainda é lucrativo.

Figura 50: Representação STN do exemplo 4.



A Tabela 17 contém os resultados estatísticos e computacionais do exemplo 4.

Tabela 17: Estatísticas do modelo e computacionais do exemplo 4 utilizando políticas UIS e FIS.

Modelo	Pontos de evento	Tempo de CPU (s)	GAP %	Nós	RMILP	MILP	Variáveis binárias	Variáveis contínuas	Restrições	Não zeros
Horizonte de planejamento = 6 h										
JLF	5	0,281	0	29	22,000	10	28	201	663	2059
FMN1	5	0,031	0	5	13,247	8	12	91	187	607
MG	6	0,110	0	13	13,153	10	34	151	378	1208
FMN2	4	0,109	0	7	10,105	6	8	54	69	227
FMN3	5	0,078	0	10	13,135	10	28	106	349	1022
TN	6	0,093	0	0	13,111	10	34	103	306	1220

O exemplo 4 se diferencia dos demais pela necessidade da utilização das restrições de demanda, além de ele gerar a condição em que diversas tarefas podem ocorrer em um intervalo de tempo de outra tarefa o que inviabiliza a utilização do modelo IF (que não se aplica nessa situação). Essas podem ser necessidades do processo, e suas utilizações eventualmente necessárias.

O modelo TN mostrou um bom comportamento em relação aos demais, teve um tempo de CPU satisfatório. Novamente uma quantidade de restrições e variáveis abaixo da média dos modelos grade de tempo comum. Uma solução ótima para o modelo relaxado melhor que a

maioria dos casos, ressaltando o efeito da substituição das equações *Big-M's* por outras que restringem mais eficientemente o domínio de busca da otimização.

A figura 15 contém gráfico de Gantt correspondente ao exemplo 4 nas políticas FIS e em um horizonte de tempo de 8 horas.

Figura 51: Gráfico de Gantt do exemplo 4, no horizonte de tempo de 6h com políticas FIS para o modelo JLF.



Figura 52: Gráfico de Gantt do exemplo 4, no horizonte de tempo de 6h com políticas FIS para o modelo FMN1.



Figura 53: Gráfico de Gantt do exemplo 4, no horizonte de tempo de 6h com políticas FIS para o modelo MG.

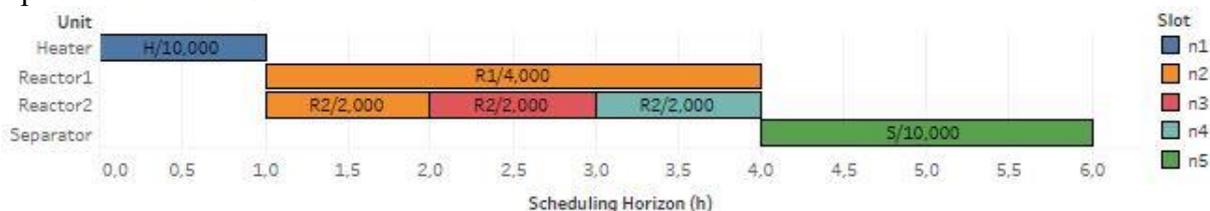


Figura 54: Gráfico de Gantt do exemplo 4, no horizonte de tempo de 6h com políticas FIS para o modelo FMN2.

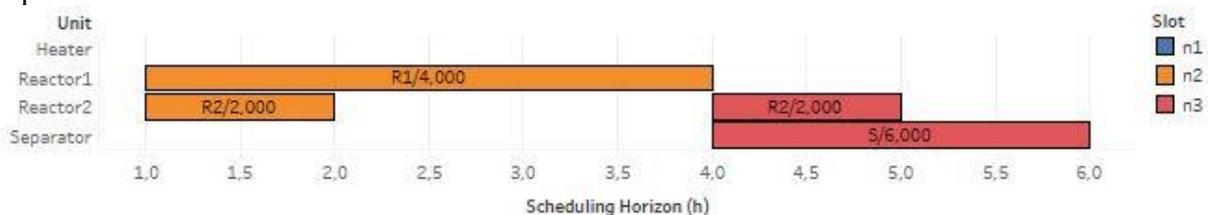


Figura 55: Gráfico de Gantt do exemplo 4, no horizonte de tempo de 6h com políticas FIS para o modelo FMN3.

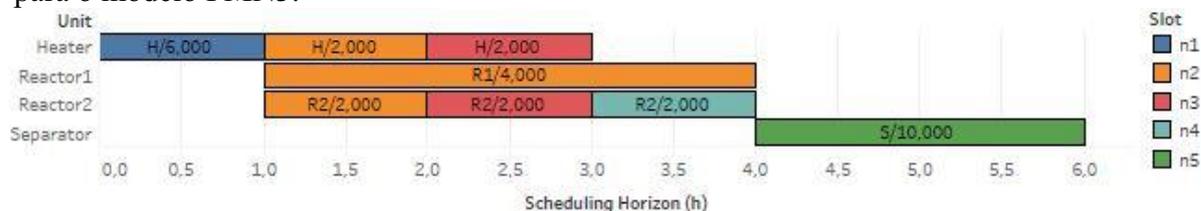
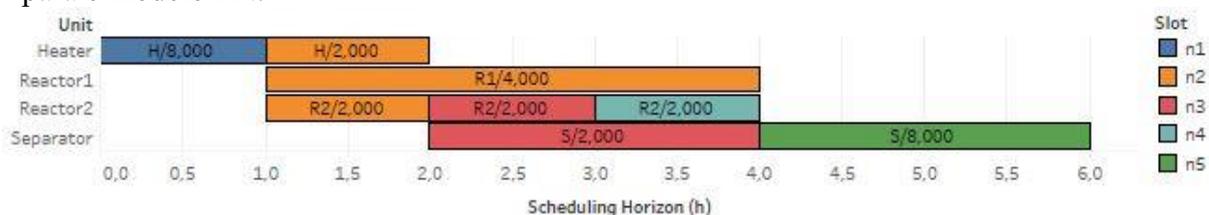


Figura 56: Gráfico de Gantt do exemplo 4, no horizonte de tempo de 6h com políticas FIS para o modelo TN.



5.1.5 EXEMPLO 5

O quinto e último exemplo pode ser encontrado no trabalho de Maravelias e Grossmann (2003), processo seguindo a classificação de Harjunkski e colaboradores (2014) é em rede.

A Tabela 18 contém o intervalo massa passível de ser utilizado nas bateladas e os valores do período necessário para que as tarefas ocorram. As tarefas e quais unidades são responsáveis por executa-las também e visto na Tabela 18.

Tabela 18: Dados de processamento do exemplo 5.

Tarefa (i)	Unidade (j)	$\alpha_{i,j}$	$\beta_{i,j}$	$B_{i,j}^{min}$	$B_{i,j}^{max}$
T1	U1	2	0	0	5
T2	U2	1	0	0	8
T3	U3	1	0	0	6
T4	U1	2	0	0	5
T5	U4	2	0	0	8
T6	U4	2	0	0	8
T7	U5	4	0	0	3
T8	U6	2	0	0	4
T9	U5	2	0	0	3

A Tabela 19 apresenta os dados correspondentes aos estoques iniciais, mínimos e máximos de cada estado, além da receita bruta.

Tabela 19: Dados de processamento do exemplo 5.

Estado (s)	Sti_s	$Stmax_s$	$Stmin_s$	RB
F1	100	Ilimitado	0	0
F2	100	Ilimitado	0	0
S1	0	0	0	0
S2	0	0	0	0
S3	0	15	0	0
S4	10	40	0	0
S5	0	0	0	0
S6	0	0	0	0
I1	0	Ilimitado	0	0
I2	0	Ilimitado	0	0
P1	0	Ilimitado	0	1000
P2	0	Ilimitado	0	1000
P3	0	Ilimitado	0	1000
WS	0	Ilimitado	0	0

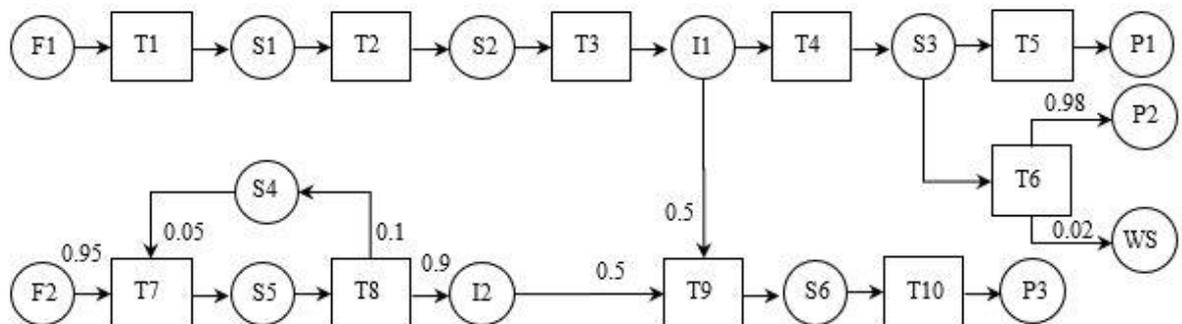
Esse exemplo possui o diferencial dos demais pelo uso de utilidades no processo. Isso torna necessário utilizarem as equações de balanço de utilidades. Os dados necessários para o equacionamento são encontrados na Tabela 20.

Tabela 20: Dados referente as utilidades do exemplo 5.

Tarefa (i)	Unidade (j)	γ_{ij}	δ_{ij}
T1	U1	3	2
T2	U2	4	2
T3	U3	4	3
T4	U1	3	2
T5	U4	8	4
T6	U4	4	3
T7	U5	5	4
T8	U6	5	3
T9	U5	5	3

A representação STN do exemplo 5 é ilustrado pela Figura 57. Nele podemos ver quais tarefas modificam cada um dos estados, além das proporções de cada estado são utilizados ou produzidos em determinada tarefa. Um processo bastante elaborado com diversos intermediários, reciclo tendo até mesmo um subproduto *WS* que a princípio não pode ser reutilizado, as tarefas *T* podem ser aquecedores, refrigeradores, separadores, misturadores além de reatores presentes na conformação necessária para a produção de *P1* e *P2*.

Figura 57: Representação STN do exemplo 5.



Na tabela 21 se encontram os resultados experimentais realizados neste trabalho referentes ao exemplo 5.

Tabela 21: Estatísticas do modelo e computacionais do exemplo 5 utilizando políticas UIS e FIS.

Modelo	Pontos de evento	Tempo de CPU (s)	GAP %	Nós	RMILP	MILP	Variáveis binárias	Variáveis contínuas	Restrições	Não zeros
Horizonte de planejamento = 12 h										
JLF	8	135,750	0	32206	32082,3	13000	160	841	3300	13997
MG	10	55,718	0	30641	19917,3	13000	200	831	1624	7784
FMN3	9	6,813	0	3365	19917,3	13000	180	658	1907	9451
TN	10	14,828	0	8679	19879,4	13000	200	631	1378	12928

Os modelos que não são apresentados na Tabela 21 não se aplicam ao exemplo 5 por não possuírem as restrições necessárias para representar o problema corretamente.

Nesse exemplo o modelo TN se saiu bem em situações com utilização de utilidades. Se destaca pela solução relaxada, tendo ela o valor mais interessante, além disso a quantidade total de variáveis e restrições foi inferior em relação a todos modelos estudados. Como o crescimento

do problema é exponencial em relação ao horizonte de tempo, se espera que quanto maior o horizonte de planejamento mais interessante o modelo TN se saia em relação aos outros.

As figuras 58, 59, 60 e 61 representam o gráfico de Gantt da solução ótima do exemplo 5, devido à baixa performance do modelo JLF, seu gráfico de Gantt foi desconsiderado.

Figura 58: Gráfico de Gantt do exemplo 5, no horizonte de tempo de 12h com políticas FIS para o modelo JNF.

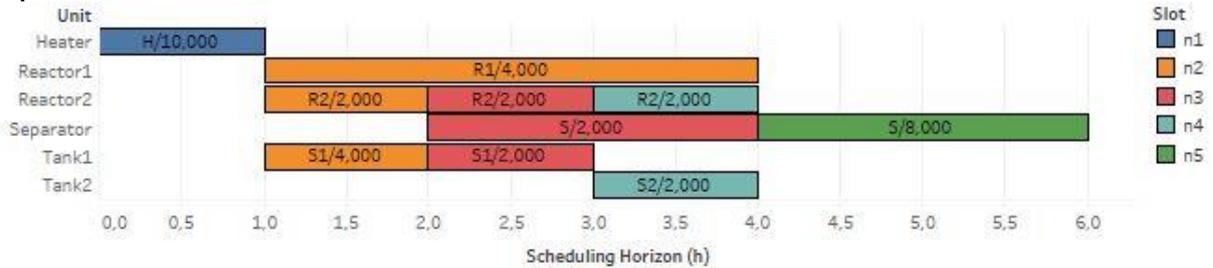


Figura 59: Gráfico de Gantt do exemplo 5, no horizonte de tempo de 12h com políticas FIS para o modelo MG.

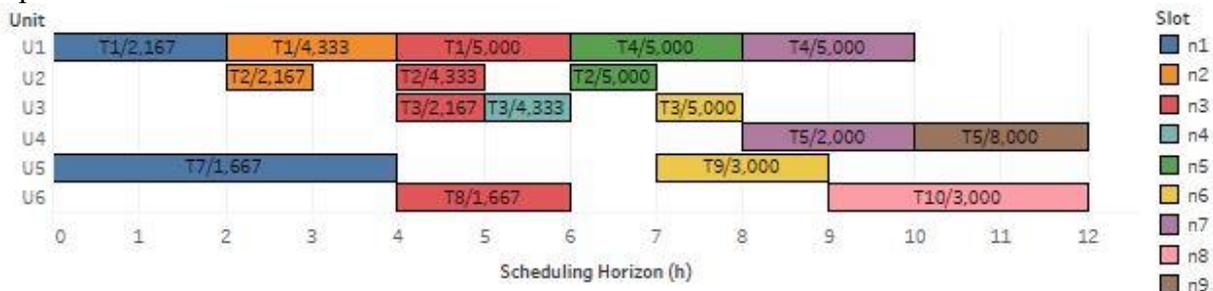


Figura 60: Gráfico de Gantt do exemplo 5, no horizonte de tempo de 12h com políticas FIS para o modelo FMN3.

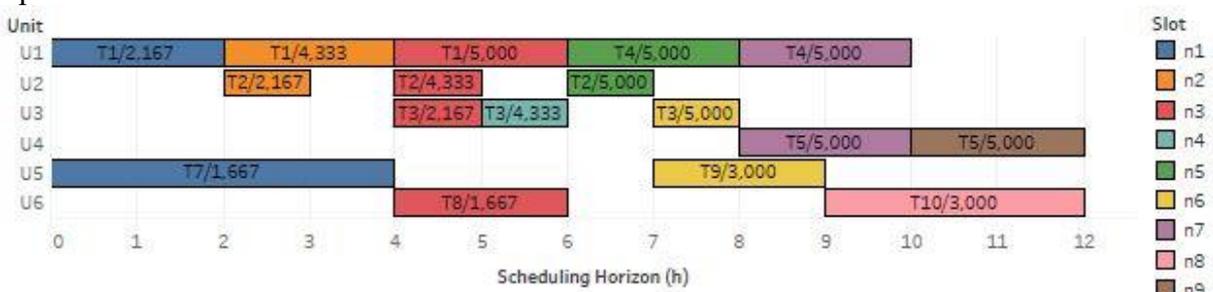
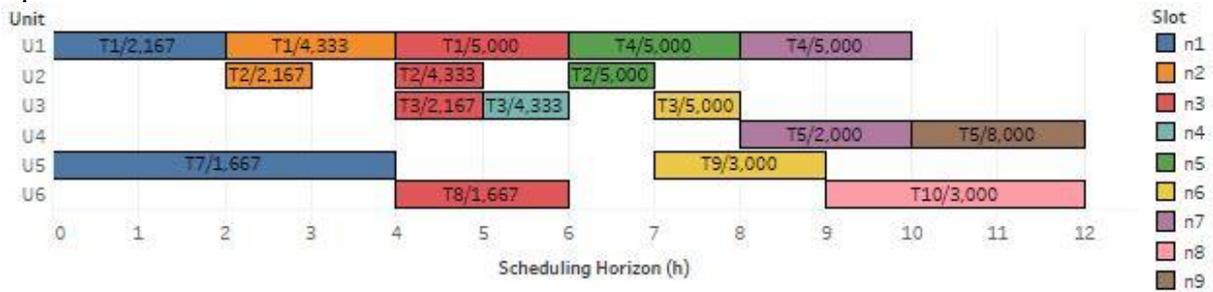


Figura 61: Gráfico de Gantt do exemplo 5, no horizonte de tempo de 12h com políticas FIS para o modelo TN.



5.3 COMPARATIVO

Dados os resultados obtidos, comparando inicialmente os resultados entre os modelos TN (desenvolvido neste trabalho) e o MG (usado como base), percebe-se que a alteração realizada foi benéfica, das 16 condições operacionais estudadas, apenas o exemplo dois com um horizonte de eventos de 12 h, com as políticas de armazenamento UIS e FIS, o modelo MG se saiu melhor. Os 15 outras condições operacionais o modelo TN apresentou melhores resultados.

Os resultados deste trabalho vão ao encontro da hipótese de que substituição das equações *Big-M* por outras com finalidade semelhante, mesmo utilizando de equações maiores e envolvendo mais variáveis, ocasionariam em uma redução significativa no custo computacional.

Além da eliminação das restrições *Big-M's*, foi possível substituí-las por uma quantidade menor de restrições. Esta redução de restrições permitiu uma redução na quantidade de variáveis que possivelmente foi um fator que causou a redução do tempo de CPU.

6 CONCLUSÃO

O modelo TN criado neste trabalho, pela sua base e por não modificar sua estrutura básica, possui compatibilidade com as restrições específicas para o modelo MG. Portanto é possível reciclar restrições da literatura para este modelo.

Com todos os exemplos executados em apenas 1 dos 16 casos o modelo MG obteve um resultado computacional melhor que o TN possivelmente pelo método utilizado pelo simulador. Observando outros dados como, número de variáveis, solução ótima relaxada, número de restrições, em geral o modelo TN possui resultados mais interessantes. Portanto pode-se concluir que o modelo TN é superior ao modelo MG.

A modelagem foi desenvolvida de forma a atender os mais diversos tipos de problema e políticas de armazenamento, dessa forma ele pode ser aplicado nos mais diversos casos, tanto para comparativos teóricos quanto plantas reais.

Em relação aos outros trabalhos da literatura o resultado foi satisfatório, dos quais em alguns comparativos teve resultados melhores e em outros, piores, isso é natural em modelos de otimização que comparativamente tem-se resultados diferentes para cada comparativo, e eventualmente resultados muito diferentes do esperado.

Devido a estabilidade do modelo constantemente entre os melhores desempenhos, ele se mostrou interessante para uma aplicação em processos reais em um comparativo breve, especialmente quando houver a utilização de utilidades quando ele se apresentou como sendo o mais promissos, carregando as melhores características de número de variáveis e restrições, solução relaxada que crescem exponencialmente com o tamanho e complexidade do problema.

Essa proposta de equações e a lógica utilizada para se substituir as equações *Big-M's*, pode ser usada em outros modelos, uma vez que essa alteração se mostra benéfica, ela poderia gerar melhorias em outros modelos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AVADIAPPAN, V.; MARAVELIAS, C. T.. State estimation in online batch production scheduling: concepts, definitions, algorithms and optimization models. **Computers & Chemical Engineering**, v. 146, p. 107-209, mar. 2021. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compchemeng.2020.107209>.

BARBOZA, A. O. et al. Programação linear inteira mista e algoritmo genético aplicados ao problema de transferência e estocagem de produtos em uma indústria petrolífera. **Sistemas & Gestão**, v. 10, n. 4, p. 561-574, 2015.

BORGES, F.; DALCOL, P. R. T. Indústrias De Processo: Comparações E Caracterizações. in: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 12., 2002, Curitiba. **Anais Curitiba**: Abepro, 2002. p. 1-9.

CASTRO, P.; BARBOSA-PÓVOA, A. P. F. D.; MATOS, H. An Improved RTN Continuous-Time Formulation for the Short-term Scheduling of Multipurpose Batch Plants. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 40, n. 9, p. 2059-2068, 2001. <http://dx.doi.org/10.1021/ie000683r>.

CASTRO, P. M. et al. Simple Continuous-Time Formulation for Short-Term Scheduling of Batch and Continuous Processes. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 43, n. 1, p. 105-118, 2004. <http://dx.doi.org/10.1021/ie0302995>.

CASTRO, P. M.; HARJUNKOSKI, I.; GROSSMANN, I. E. Optimal Short-Term Scheduling of Large-Scale Multistage Batch Plants. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 48, n. 24, p. 11002-11016, 2009. <http://dx.doi.org/10.1021/ie900734x>.

CASTRO, P. M.; SUN, L.; HARJUNKOSKI, I. Resource-Task Network Formulations for Industrial Demand Side Management of a Steel Plant. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 52, n. 36, p. 13046-13058, 2013. <http://dx.doi.org/10.1021/ie401044q>.

CNPEN. **Fermentação: contínua ou em batelada?** Disponível em: <https://cnpem.br/fermentacao-continua-ou-em-batelada/#:~:text=J%C3%A1%20a%20fermenta%C3%A7%C3%A3o%20em%20batelada,boas%20condi%C3%A7%C3%B5es%20para%20a%20fermenta%C3%A7%C3%A3o..> Acesso em: 08 mar. 2021

CHAVES, V. H. C. **Perspectivas históricas da pesquisa operacional**. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

FARIA, E. V. de. **Nova abordagem para problemas de programação da produção de curto prazo com representação contínua do tempo**. 2018. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

GIANNELOS, N. F.; GEORGIADIS, M. C. A Simple New Continuous-Time Formulation for Short-Term Scheduling of Multipurpose Batch Processes. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 41, n. 9, p. 2178-2184, 2002. <http://dx.doi.org/10.1021/ie010399f>.

HARJUNKOSKI, I. et al. Scope for industrial applications of production scheduling models and solution methods. **Computers & Chemical Engineering**, v. 62, p. 161-193, 2014. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compchemeng.2013.12.001>.

- HE, Y.; HUI, C. Automatic rule combination approach for single-stage process scheduling problems. **Aiche Journal**, v. 53, n. 8, p. 2026-2047, 2007. <http://dx.doi.org/10.1002/aic.11236>.
- IERAPETRITOU, M. G.; FLOUDAS, C. A. Effective Continuous-Time Formulation for Short-Term Scheduling. 1. Multipurpose Batch Processes. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 37, n. 11, p. 4341-4359, 1998. <http://dx.doi.org/10.1021/ie970927g>.
- JANAK, S. L.; LIN, X.; FLOUDAS, C. A. Enhanced Continuous-Time Unit-Specific Event-Based Formulation for Short-Term Scheduling of Multipurpose Batch Processes: resource constraints and mixed storage policies. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 43, n. 10, p. 2516-2533, 2004. <http://dx.doi.org/10.1021/ie0341597>.
- KARIMI, I.A.; HASEBE, S. Chapter 8 Chemical batch process scheduling. Adaption of Simulated Annealing To Chemical Optimization Problems, p. 181-203, 1995. **Elsevier**. [http://dx.doi.org/10.1016/s0922-3487\(06\)80009-2](http://dx.doi.org/10.1016/s0922-3487(06)80009-2).
- KONDILI, E.; PANTALIDES, C. C.; SARGENT, R. W. H. A general algorithm for short-term scheduling of batch operations—I. MILP formulation. **Computers & Chemical Engineering**, v. 17, n. 2, p. 211-227, 1993. [http://dx.doi.org/10.1016/0098-1354\(93\)80015-f](http://dx.doi.org/10.1016/0098-1354(93)80015-f).
- LEE, H.; MARAVELIAS, C. T. Discrete-time mixed-integer programming models for short-term scheduling in multipurpose environments. **Computers & Chemical Engineering**, v. 107, p. 171-183, 2017. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compchemeng.2017.06.013>.
- LEE, H.; MARAVELIAS, C. T. Combining the advantages of discrete- and continuous-time scheduling models: part 2. systematic methods for determining model parameters. **Computers & Chemical Engineering**, v. 128, p. 557-573, 2019. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compchemeng.2018.10.020>.
- LEE, H.; MARAVELIAS, C. T. Combining the advantages of discrete- and continuous-time scheduling models: part 3. general algorithm. **Computers & Chemical Engineering**, v. 139, p. 1-17, 2020. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compchemeng.2020.106848>.
- LEIGUS, A.; FENERICH, A. T.; MORAIS, M. F. Aplicações da Pesquisa Operacional. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO AGROINDUSTRIAL, 3., 2009, Campo Mourão. *Anais...* Campo Mourão: Fecilcam, 2009. p. 1-8.
- LIU, S.; PINTO, J. M.; PAPAGEORGIOU, L. G. Single-Stage Scheduling of Multiproduct Batch Plants: an edible-oil deodorizer case study. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 49, n. 18, p. 8657-8669, 2010. <http://dx.doi.org/10.1021/ie1002137>.
- MARAVELIAS, C. T.; GROSSMANN, I. E. New General Continuous-Time State-Task Network Formulation for Short-Term Scheduling of Multipurpose Batch Plants. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 42, n. 13, p. 3056-3074, 2003. <http://dx.doi.org/10.1021/ie020923y>.
- MONIZ, S.; BARBOSA-PÓVOA, A. P.; SOUSA, J. P. Simultaneous regular and non-regular production scheduling of multipurpose batch plants: a real chemical pharmaceutical case study. **Computers & Chemical Engineering**, v. 67, p. 83-102, 2014. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compchemeng.2014.03.017>.
- NIE, Y. et al. Discrete Time Formulation for the Integration of Scheduling and Dynamic Optimization. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 54, n. 16, p. 4303-4315, 2014. <http://dx.doi.org/10.1021/ie502960p>.

- OMAR, R.; SHAIK, M. A.. Integrated Scheduling of Production and Maintenance for Continuous Plants: conditional sequencing and approximate modeling of storage. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 58, n. 41, p. 19100-19121, 23 set. 2019. American Chemical Society (ACS). <http://dx.doi.org/10.1021/acs.iecr.9b01984>.
- PINTO, T.; BARBÓSA-PÓVOA, A. P. F. D.; NOVAIS, A. Q. Design of Multipurpose Batch Plants: a comparative analysis between the stn, m-stn, and rtn representations and formulations. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 47, n. 16, p. 6025-6044, 2008. <http://dx.doi.org/10.1021/ie071281n>.
- PROPEQ. Produção em batelada: multiproduto e multipropósito. Disponível em: <<https://propeq.com/post/processo-de-producao-em-batelada/>>. Acesso em: 14 dez. 2020.
- RAKOVITIS, N.; LI, J.; ZHANG, N. A novel modelling approach to scheduling of multipurpose batch processes. **Computer Aided Chemical Engineering**, v. 44, p. 1333-1338, 2018. <http://dx.doi.org/10.1016/b978-0-444-64241-7.50217-2>.
- RAWLINGS, B. C. et al. Incorporating automation logic in online chemical production scheduling. **Computers & Chemical Engineering**, [S.L.], v. 128, p. 201-215, set. 2019. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compchemeng.2019.06.015>.
- SILVA, R. L.; SOUZA JÚNIOR, M.; KOLANO, S. IMPLANTAÇÃO DE FERRAMENTA DE BATELADA EM INDÚSTRIA FARMACÊUTICA. **Intech**, v. 143, p. 48-53, 2018.
- SHAIK, M. A.; JANAK, S. L.; FLOUDAS, C. A. Continuous-Time Models for Short-Term Scheduling of Multipurpose Batch Plants: a comparative study. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 45, n. 18, p. 6190-6209, 2006. <http://dx.doi.org/10.1021/ie0601403>.
- SHAIK, M. A.; VOORADI, R. Unification of STN and RTN based models for short-term scheduling of batch plants with shared resources. **Chemical Engineering Science**, v. 98, p. 104-124, 2013. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ces.2013.05.019>.
- SUNDARAMOORTHY, A.; KARIMI, I. A. A simpler better slot-based continuous-time formulation for short-term scheduling in multipurpose batch plants. **Chemical Engineering Science**, v. 60, n. 10, p. 2679-2702, 2005. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ces.2004.12.023>.
- SUNDARAMOORTHY, A.; MARAVELIAS, C. T. Computational Study of Network-Based Mixed-Integer Programming Approaches for Chemical Production Scheduling. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 50, n. 9, p. 5023-5040, 2011. <http://dx.doi.org/10.1021/ie101419z>.
- VELEZ, S.; MARAVELIAS, C. T. Multiple and nonuniform time grids in discrete-time MIP models for chemical production scheduling. **Computers & Chemical Engineering**, v. 53, p. 70-85, 2013. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compchemeng.2013.01.014>.
- VELEZ, S.; MARAVELIAS, C. T. Theoretical framework for formulating MIP scheduling models with multiple and non-uniform discrete-time grids. **Computers & Chemical Engineering**, v. 72, p. 233-254, 2014. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compchemeng.2014.03.003>.
- ZEBALLOS, L. J.; NOVAS, J. M.; HENNING, G. P. A CP formulation for scheduling multiproduct multistage batch plants. **Computers & Chemical Engineering**, v. 35, n. 12, p. 2973-2989, 2011. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compchemeng.2011.01.043>.

ANEXO

Modelos presentes na literatura

A. MODELOS UTILIZADOS NOS COMPARATIVOS E BENCHMARK

A.1. Modelo de IF

O modelo utiliza uma grade de tempo contínua, específica e representação STN (IERAPETRITOU; FLOUDAS, 1998).

$$\sum_{i \in I_j} We_{i,j,n} \leq 1 \quad \forall j, n \quad (\text{A.1.1})$$

$$We_{i,j,n} \cdot B_{i,j}^{\min} \leq B_{i,j,n} \leq We_{i,j,n} \cdot B_{i,j}^{\max} \quad \forall j, n \in I_j \forall n \quad (\text{A.1.2})$$

$$St_{s,n} = St_{s,n-1} + \sum_{i \in \rho_{i,s} > 0} \rho_{i,s} \sum_{j \in I_j} B_{i,j,n-1} + \sum_{i \in \rho_{i,s} < 0} \rho_{i,s} \sum_{j \in I_j} B_{i,j,n} \quad \forall s, n \quad (\text{A.1.3})$$

$$t_{i,j,n+1} \geq t_{i',j',n} + \alpha_{i',j'} \cdot We_{i',j',n} + \beta_{i',j',n} \cdot B_{i',j',n} \quad \forall i, i', j \in I_j, I'_j \forall n < N \quad (\text{A.1.4})$$

$$t_{i,j,n} \geq t_{i',j',n} + \alpha_{i',j'} \cdot We_{i',j',n} + \beta_{i',j',n} \cdot B_{i',j',n} - H(1 - We_{i,j,n}) \\ \forall s, i, i', j, j' \in I_j, I'_j, i \neq i', j \neq j', \rho_{i,s} < 0, \rho_{i',s} < 0 \forall n < N \quad (\text{A.1.5})$$

$$t_{i,j,n} + \alpha_{i,j} \cdot We_{i,j,n} + \beta_{i,j,n} \leq H \quad \forall i, j \in I_j, j, n \in N \quad (\text{A.1.6})$$

$$t_{i,j,n} \leq H \quad \forall i, j \in I_j, j, n \in N \quad (\text{A.1.7})$$

$$St_{s,n} \leq ST_s^{\max} \quad \forall s \in HS, \forall n \quad (\text{A.1.8})$$

$$We_{i,j,n} = B_{i,j,n} = ts_{i,j,n} = 0 \quad \forall i, j \in I_j, j = 0 \quad (\text{A.1.9})$$

$$B = \sum_s price_s (St_{s,n}) + \sum_{i \in \rho > 0} \rho_{i,s} \sum_{j \in I_j} B_{i,j,n} \quad (\text{A.1.10})$$

A.2. Modelo de JLF

O modelo utiliza uma grade de tempo contínua, específica e representação STN (JANAK; LIN; FLOUDAS, 2004).

$$\sum_{i \in I_j} W_{i,n} \leq 1 \quad \forall j \in J, n \in N \quad (\text{A.2.1})$$

$$W_{i,n} = \sum_{n' \leq n} We_{i,n'} - \sum_{n' < n} Ws_{i,n'} \quad \forall i \in I, n \in N \quad (\text{A.2.2})$$

$$\sum_{n \in N} We_{i,n} = \sum_{n \in N} Ws_{i,n} \quad \forall i \in I \quad (\text{A.2.3})$$

$$We_{i,n} \leq 1 - \sum_{n' < n} We_{i,n'} - \sum_{n' < n} Ws_{i,n'} \quad \forall i \in I, n \in N \quad (\text{A.2.4})$$

$$We_{i,n} \leq \sum_{n' \leq n} We_{i,n'} - \sum_{n' < n} Ws_{i,n'} \quad \forall i \in I, n \in N \quad (\text{A.2.5})$$

$$B_{i,j}^{min} \cdot W_{i,n} \leq B_{i,j,n} \leq B_{i,j}^{max} \cdot W_{i,n} \quad \forall i \in I, j \in J_i, n \in N \quad (\text{A.2.6})$$

$$B_{i^{st},n} \leq S_{i^{st}} \quad \forall i^{st} \in I_s^{st}, n \in N \quad (\text{A.2.7})$$

$$B_{i,j,n} \leq B_{i,j,n-1} + B_{i,j}^{max} \cdot [1 - W_{i,n-1} + Ws_{i,n-1}] \quad \forall i \in I, j \in J_i, n \in N, n > 1 \quad (\text{A.2.8})$$

$$B_{i,j,n} \geq B_{i,j,n-1} - B_{i,j}^{max} \cdot [1 - W_{i,n-1} + Ws_{i,n-1}] \quad \forall i \in I, j \in J_i, n \in N, n > 1 \quad (\text{A.2.9})$$

$$B_{i,j,n} \leq B_{i,j,n} \quad \forall i \in I, j \in J_i, n \in N, n > 1 \quad (\text{A.2.10})$$

$$B_{i,j,n} \leq B_{i,j}^{max} \cdot We_{i,n} \quad \forall i \in I, j \in J_i, n \in N \quad (\text{A.2.11})$$

$$\mathcal{B}_{i,j,n} \geq B_{i,j,n} - B_{i,j}^{\max} \cdot [1 - We_{i,n}] \quad \forall i \in I, j \in J_i, n \in N \quad (\text{A.2.12})$$

$$\mathcal{B}_{i,j,n} \leq B_{i,j,n} \quad \forall i \in I, j \in J_i, n \in N \quad (\text{A.2.13})$$

$$\mathcal{B}_{i,j,n} \leq B_{i,j}^{\max} \cdot Ws_{i,n} \quad \forall i \in I, j \in J_i, n \in N \quad (\text{A.2.14})$$

$$\mathcal{B}_{i,j,n} \geq B_{i,j,n} - B_{i,j}^{\max} [1 - Ws_{i,n}] \quad \forall i \in I, j \in J_i, n \in N \quad (\text{A.2.15})$$

$$\begin{aligned} St_{s,n} &= St_{s,n-1} - D_{s,n} + \sum_{i \in I_s^p} \rho_{i,s} \sum_{j \in J_i} \mathcal{B}_{i,j,n-1} - \sum_{i \in I_s^c} \rho_{i,s} \sum_{j \in J_i} \mathcal{B}_{i,j,n} \\ &+ \sum_{i^{st} \in I_s^{st}} \mathcal{B}t_{i^{st},n-1} - \sum_{i^{st} \in I_s^{st}} \mathcal{B}t_{i^{st},n} \quad \forall i \in I, j \in J_i, n \in N \end{aligned} \quad (\text{A.2.16})$$

$$\begin{aligned} St_{s,n} &= St0_{s,n} - \sum_{i \in I_s^c} \rho_{i,s} \sum_{j \in J_i} \mathcal{B}_{i,j,n} - \sum_{i^{st} \in I_s^{st}} \mathcal{B}t_{i^{st},n} \\ &\quad \forall s \in S, n \in N, n = 1 \end{aligned} \quad (\text{A.2.17})$$

$$\begin{aligned} Stf_s &= St_{s,n} - D_{s,n} + \sum_{i \in I_s^p} \rho_{i,s} \sum_{j \in J_i} \mathcal{B}_{i,j,n-1} + \sum_{i^{st} \in I_s^{st}} \mathcal{B}t_{i^{st},n-1} \\ &\quad \forall s \in S, n \in N, n = 1 \end{aligned} \quad (\text{A.2.18})$$

$$Ts_{i,j,n} \geq Te_{i,j,n} \quad \forall i \in I, j \in J_i, n \in N \quad (\text{A.2.19})$$

$$Ts_{i,j,n} \leq Te_{i,j,n} + H \cdot W_{i,n} \quad \forall i \in I, j \in J_i, n \in N \quad (\text{A.2.20})$$

$$Te_{i,j,n} \leq Ts_{i,j,n-1} + H \cdot [1 - W_{i,n-1} + We_{i,n-1}] \quad \forall i \in I, j \in J_i, n \in N, n > 1 \quad (\text{A.2.21})$$

$$\begin{aligned} Ts_{i,j,n'} - Te_{i,j,n} &\geq \alpha_{i,j} \cdot We_{i,n} + \beta_{i,j} \cdot \mathcal{B}_{i,j,n} - H \cdot [1 - We_{i,n}] - H \cdot [1 - Ws_{i,n'}] - H \cdot \\ &\sum_{n \leq n'' < n'} Ws_{i,n''} \quad \forall i \in I, j \in J_i, n \in N, n' \in N, n \leq n' \end{aligned} \quad (\text{A.2.22})$$

$$\begin{aligned} Ts_{i,j,n'} - Te_{i,j,n} &\leq \alpha_{i,j} \cdot We_{i,n} + \beta_{i,j} \cdot \mathcal{B}_{i,j,n} + H \cdot [1 - We_{i,n}] + H \cdot [1 - Ws_{i,n'}] + H \cdot \\ &\sum_{n \leq n'' < n'} Ws_{i,n''} \quad \forall i \in I, j \in J_i, n \in N, n' \in N, n \leq n' \end{aligned} \quad (\text{A.2.23})$$

$$Tst_{i^{st},n}^e \geq Tst_{i^{st},n}^s \quad \forall i^{st} \in I^{st}, n \in N \quad (\text{A.2.24})$$

$$Te_{i,j,n} \geq Ts_{i,j,n-1} \quad \forall i \in I, j \in J_i, n \in N, n > 1 \quad (\text{A.2.25})$$

$$Te_{ijn} \geq Ts_{i',j,n-1} - H[1 - W_{i',n-1}] \quad \forall i \in I, j \in J_i, n \in N, n > 1 \quad (\text{A.2.26})$$

$$Te_{ijn} \geq Ts_{i',j',n-1} - H[1 - W_{i',n-1}] \\ \forall s \in S, i \in I_s^c, i' \in I_s^p, j \in J_i, j' \in J_{i'}, j \neq j', n \in N, n > 1 \quad (\text{A.2.27})$$

$$Tst_{i^{st},n}^e = Tst_{i^{st},n-1}^s \quad \forall i^{st} \in I_s^{st}, n \in N, n > 1 \quad (\text{A.2.28})$$

$$Ts_{i,j,n-1} \geq Tut_{u,n}^e - H[1 - W_{i,n-1} + W_{s_{i,n-1}}] \\ \forall u \in U, i \in I_u, j \in J_i, n \in N, n > 1 \quad (\text{A.2.29})$$

$$Ts_{i,j,n-1} \geq Tut_{u,n}^e - H[1 - W_{i,n-1}] \quad \forall u \in U, i \in I_u, j \in J_i, n \in N, n > 1 \quad (\text{A.2.30})$$

$$FB = \sum_{s \in \mathcal{S}^p} price_s * Stf_s \quad (\text{A.2.31})$$

A.3. Modelo de FMN1

O modelo utiliza uma grade de tempo contínua, específica e representação STN, modelo desenvolvido pelo grupo de pesquisa PPGEQ/UFU (FARIA, 2018).

$$\sum_{i \in I_j} W_{j,i,n} \leq 1 \quad \forall j \in J^p, n \quad (\text{A.3.1})$$

$$B_{j,i}^{im} W_{j,i,n} \leq B_{j,i,n} \leq B_{j,i}^{mx} W_{j,i,n} \quad \forall j \in J^p, i \in I_j, n \quad (\text{A.3.2})$$

$$T_{j,n} = D_j^0 + \sum_{n' < n} \left(\sum_{i \in I_j} (\alpha_{j,i} W_{j,i,n'} + \beta_{j,i} B_{j,i,n'}) + \theta_{j,n'} \right) \quad \forall j \in J^p, n \quad (\text{A.3.3})$$

$$D_j^0 + \sum_n \left(\sum_{i \in I_j} (\alpha_{j,i} W_{j,i,n} + \beta_{j,i} B_{j,i,n}) + \theta_{j,n} \right) = H \quad \forall j \in J^p \quad (\text{A.3.4})$$

$$T_{j',n'} \geq T_{j,n} + \alpha_{j,i}W_{j,i,n} + \beta_{j,i}B_{j,i,n} - H(2 - W_{j,i,n} - W_{j',i',n'})$$

$$\forall s \in S^i, j \in J^p, i \in I_j, i \in I_s^o, j' \in J^p, i' \in I_{j'}, i' \in I_s^i, n' > n \quad (\text{A.3.5})$$

$$ST_{s,n} = ST_s^0 + \sum_{n' < n} \sum_{i \in I_s^o} \rho_{i,s}^o \sum_{j \in J_i} B_{j,i,n'} - \sum_{n' \leq n} \sum_{i \in I_s^i} \rho_{i,s}^i \sum_{j \in J_i} B_{j,i,n'} \quad \forall s, n \quad (\text{A.3.6})$$

$$T_{j',n+1} \geq T_{j,n} + \alpha_{j,i}W_{j,i,n} + \beta_{j,i}B_{j,i,n} - H(1 - W_{j,i,n})$$

$$\forall s \in S^{HS}, j \in J^p, i \in I_j, i \in I_s^o, j' \in J^s, i' \in I_{j'}, i' \in I_s^i, n < N \quad (\text{A.3.7.a})$$

$$T_{j',n+1} \leq T_{j,n} + \alpha_{j,i}W_{j,i,n} + \beta_{j,i}B_{j,i,n} + H(1 - W_{j,i,n})$$

$$\forall s \in S^{HS}, j \in J^p, i \in I_j, i \in I_s^o, j' \in J^s, i' \in I_{j'}, i' \in I_s^i, n < N \quad (\text{A.3.7.b})$$

$$T_{j',n} \geq T_{j,n} - H(1 - W_{j,i,n})$$

$$\forall s \in S^{HS}, j \in J^p, i \in I_j, i \in I_s^i, j' \in J^s, i' \in I_{j'}, i' \in I_s^i, n \quad (\text{A.3.8.a})$$

$$T_{j',n} \leq T_{j,n} + H(1 - W_{j,i,n})$$

$$\forall s \in S^{HS}, j \in J^p, i \in I_j, i \in I_s^i, j' \in J^s, i' \in I_{j'}, i' \in I_s^i, n \quad (\text{A.3.8.b})$$

$$T_{j,n+1} \geq T_{j,n} \quad \forall j \in J^s, n < N \quad (\text{A.3.9})$$

$$T_{j,n} \leq H \quad \forall j \in J^s, n \quad (\text{A.3.10})$$

$$B_{j,i,n} \leq B_{ij}^{mx}, n \quad \forall j \in J^s, i \in I \quad (\text{A.3.11})$$

$$FB = \sum_{s \in SP} c_s (ST_{s,N} + \sum_{i \in I_s^o} \rho_{i,s}^o \sum_{j \in J_i} B_{j,i,N}) \quad (\text{A.3.12})$$

A.4. Modelo de MG

O modelo utiliza uma grade de tempo contínua, comum e representação STN (MARAVELIAS; GROSSMANN, 2003).

$$\sum_{i \in I_j} We_{i,n} \leq 1 \quad \forall j, n \quad (\text{A.4.1})$$

$$\sum_{i \in I_j} W_{S_{i,n}} \leq 1 \quad \forall j, n \quad (\text{A.4.2})$$

$$\sum_n W e_{i,n} = \sum_n W_{S_{i,n}} \quad \forall i \quad (\text{A.4.3})$$

$$\sum_{i \in I_j} \sum_{n' \leq n} (W e_{i,n} - W_{S_{i,n}}) \leq 1 \quad \forall j, n \quad (\text{A.4.4})$$

$$D_{i,n} = \alpha_i \cdot W e_{i,n} + \beta_i \cdot B_{i,n} \quad \forall i, n \quad (\text{A.4.5})$$

$$T f_{i,n} \geq T_{S_{i,n}} + D_{i,n} + H \cdot (1 - W e_{i,n}) \quad \forall i, n \quad (\text{A.4.6})$$

$$T f_{i,n} \geq T_{S_{i,n}} + D_{i,n} - H \cdot (1 - W e_{i,n}) \quad \forall i, n \quad (\text{A.4.7})$$

$$T f_{i,n} - T f_{i,n-1} \leq H \cdot W e_{i,n} \quad \forall i, n > 1 \quad (\text{A.4.8})$$

$$T f_{i,n} - T f_{i,n-1} \geq D_{i,n} \quad \forall i, n > 1 \quad (\text{A.4.9})$$

$$T_{S_{i,n}} = T_n \quad \forall i, n \quad (\text{A.4.10})$$

$$T f_{i,n-1} \leq T_n + H \cdot (1 - W_{S_{i,n}}) \quad \forall i, n > 1 \quad (\text{A.4.11})$$

$$W e_{i,n} B_i^{\min} \leq B_{i,n} \leq W e_{i,n} B_i^{\max} \quad \forall i, n \quad (\text{A.4.12})$$

$$W_{S_{i,n}} B_i^{\min} \leq B_{i,n} \leq W_{S_{i,n}} B_i^{\max} \quad \forall i, n \quad (\text{A.4.13})$$

$$B_i^{\min} (\sum_{n' < n} W e_{i,n'} - \sum_{n' \leq n} W_{S_{i,n'}}) \leq B_{i,n} \leq B_i^{\max} \cdot (\sum_{n' < n} W e_{i,n'} - \sum_{n' \leq n} W_{S_{i,n'}}) \quad \forall i, n \quad (\text{A.4.14})$$

$$\mathcal{B}e_{i,n-1} + \mathcal{B}p_{i,n-1} = \mathcal{B}p_{i,n} + \mathcal{B}e_{i,n} \quad \forall i, n > 1 \quad (\text{A.4.15})$$

$$B_{i,s,n}^I = \rho_{s,i} \cdot \mathcal{B}e_{i,n} \quad \forall i, n \forall s \in SI(i) \quad (\text{A.4.16})$$

$$B_{i,s,n}^I \leq B_i^{\max} \cdot \rho_{s,i} \cdot We_{i,n} \quad \forall i, n \forall s \in SI(i) \quad (\text{A.4.17})$$

$$B_{i,s,n}^O = \rho_{s,i} \cdot \mathcal{B}e_{i,n} \quad \forall i, n \forall s \in SO(i) \quad (\text{A.4.18})$$

$$B_{i,s,n}^O \leq B_i^{\max} \cdot \rho_{s,i} \cdot Ws_{i,n} \quad \forall i, n \forall s \in SO(i) \quad (\text{A.4.19})$$

$$St_{s,n} = St_{s,n-1} + \sum_{i \in O(s)} B_{i,s,n}^O - \sum_{i \in I(s)} B_{i,s,n}^I \quad \forall s, n > 1 \quad (\text{A.4.20})$$

$$T_{n+1} \geq T_n \quad \forall n < N \quad (\text{A.4.21})$$

$$\sum_{i \in I_j} \sum_n D_{i,n} < H \quad \forall j \quad (\text{A.4.22})$$

$$\sum_{i \in I_j} \sum_{n' \leq n} D_{i,n'} \leq H - T_n \quad \forall j \quad (\text{A.4.23})$$

$$\sum_{i \in I_j} \sum_{n' \leq n} (\alpha_i \cdot Ws_{i,n'} + \beta_i \cdot \mathcal{B}e_{i,n'}) \leq T_n \quad \forall j, n \quad (\text{A.4.24})$$

$$Te_{i,n} \leq H \quad \forall i, n \quad (\text{A.4.25})$$

$$Ts_{i,n} \leq H \quad \forall i, n \quad (\text{A.4.26})$$

$$St_{s,n} \leq ST_s^{\max} \quad \forall s \in FIS, \forall n \quad (\text{A.4.27})$$

$$T_n = Ws_{i,n} = \mathcal{B}e_{i,n'} = B_{i,s,n}^O = 0 \quad \forall n = 1 \quad (\text{A.4.28})$$

$$We_{i,n} = \mathcal{B}e_{i,n} = D_{i,n} = \mathcal{B}p_{i,n} = B_{i,s,n}^I = 0 \quad \forall n = N \quad (\text{A.4.29})$$

$$T(N) = H \quad (\text{A.4.31})$$

$$B = \sum_s price_s St_{s,N} \quad (\text{A.4.30})$$

A.5. Modelo de FMN2

O modelo utiliza uma grade de tempo contínua, comum e representação STN, modelo desenvolvido pelo grupo de pesquisa PPGEQ/UFU (FARIA, 2018).

$$\sum_{i \in I_j} W_{j,i,n} \leq 1 \quad \forall j \in J^p, n \quad (\text{A.5.1})$$

$$B_{j,i}^{min} W_{j,i,n} \leq B_{j,i,n} \leq B_{j,i}^{max} W_{j,i,n} \quad \forall j \in J^p, i \in I_j, n \quad (\text{A.5.2})$$

$$T_n = D^0 + \sum_{n' < n} \left(\sum_{i \in I_j} (\alpha_{j,i} W_{j,i,n'} + \beta_{j,i} B_{j,i,n'}) + \theta_{j,n'} \right) \quad \forall j \in J^p, n \quad (\text{A.5.3})$$

$$D^0 + \sum_n \left(\sum_{i \in I_j} (\alpha_{j,i} W_{j,i,n} + \beta_{j,i} B_{j,i,n}) + \theta_{j,n} \right) = H \quad \forall j \in J^p \quad (\text{A.5.4})$$

$$ST_{s,n} = ST_s^0 + \sum_{n' < n} \sum_{i \in I_s^o} \rho_{i,s}^o \sum_{j \in J_i} B_{j,i,n'} - \sum_{n' \leq n} \sum_{i \in I_s^i} \rho_{i,s}^i \sum_{j \in J_i} B_{j,i,n'} \quad \forall s, n \quad (\text{A.5.5})$$

$$ST_{s,n} \leq ST_s^{max} \quad \forall s, n \quad (\text{A.5.6})$$

$$B = \sum_{s \in SP} c_s (ST_{s,N} + \sum_{i \in I_s^o} \rho_{i,s}^o \sum_{j \in J_i} B_{j,i,N}) \quad (\text{A.5.7})$$

A.6. Modelo de FMN3

O modelo utiliza uma grade de tempo contínua, comum e representação STN, modelo desenvolvido pelo grupo de pesquisa PPGEQ/UFU (FARIA, 2018).

$$\sum_{i \in I_j} W_{j,i,n}^S \leq 1 \quad \forall j \in J^m, n \quad (\text{A.6.1})$$

$$\sum_{i \in I_j} W_{j,i,n}^S \leq 1 \quad \forall j \in J^m, n \quad (\text{A.6.2})$$

$$\sum_{i \in I_j} W_{j,i,n}^S \leq 1 \quad \forall j \in J^m, n \quad (\text{A.6.3})$$

$$W_{j,i,n} = \sum_{n' < n} (W_{j,i,n'}^S - W_{j,i,n'}^f) \quad \forall j \in J^m, i \in I_j, n \quad (\text{A.6.4})$$

$$W_{j,i,n}^S \leq 1 - \sum_{n' < n} W_{j,i,n'}^S + \sum_{n' < n} W_{j,i,n'}^f \quad \forall j \in J^m, i \in I_j, n \quad (\text{A.6.5})$$

$$W_{j,i,n}^f \leq \sum_{n' \leq n} W_{j,i,n'}^S - \sum_{n' < n} W_{j,i,n'}^f \quad \forall j \in J^m, i \in I_j, n \quad (\text{A.6.6})$$

$$B_{j,i}^{\min} W_{j,i,n}^S \leq B_{j,i,n}^S \leq B_{j,i}^{\max} W_{j,i,n}^S \quad \forall j \in J^m, i \in I_j, n \quad (\text{A.6.7})$$

$$B_{j,i}^{\min} W_{j,i,n}^f \leq B_{j,i,n}^f \leq B_{j,i}^{\max} W_{j,i,n}^f \quad \forall j \in J^m, i \in I_j, n \quad (\text{A.6.8})$$

$$B_{j,i,n} \leq B_{j,i}^{\max} W_{j,i,n} \quad \forall j \in J^m, i \in I_j, n \quad (\text{A.6.9})$$

$$B_{j,i,n}^S + B_{j,i,n} = B_{j,i,n+1} + B_{j,i,n}^f \quad \forall j \in J^m, i \in I_j, n \quad (\text{A.6.10})$$

$$\sum_n B_{j,i,n}^S = \sum_n B_{j,i,n}^f \quad \forall j \in J^m, i \in I_j \quad (\text{A.6.11})$$

$$T_{n+1} \geq T_n \quad \forall n < N \quad (\text{A.6.12})$$

$$T_n + \alpha_{j,i} W_{j,i,n}^S + \beta_{j,i} B_{j,i,n}^S \leq T_{n'+1} + H \left(1 - W_{j,i,n'}^f \right) \quad \forall j \in J^m, i \in I_j, n' > n, n' < N \quad (\text{A.6.13})$$

$$T_n + \alpha_{j,i} W_{j,i,n}^S + \beta_{j,i} B_{j,i,n}^S \leq H \quad \forall j \in J^m, i \in I_j, n \quad (\text{A.6.14})$$

$$T_n \geq T_{n'} + \sum_{i \in I_j} \left(\alpha_{j,i} W_{j,i,n'}^S + \beta_{j,i} B_{j,i,n'}^S \right) - H \left(1 - \sum_{i \in I_j} W_{j,i,n}^S \right) \quad \forall j \in J^m, i \in I_j, n' < n \quad (\text{A.6.15})$$

$$\sum_{i \in I_j} W_{j,i,n} \leq 1 \quad \forall j \in J^p, n \quad (\text{A.6.16})$$

$$R_{j,i}^{\min} D_{j,i,n} \leq B_{j,i,n} \leq R_{j,i}^{\max} D_{j,i,n} \quad \forall j \in J^p, i \in I_j, n \quad (\text{A.6.17})$$

$$T_{j,n} = \sum_{n' < n} \left(\sum_{i \in I_j} D_{j,i,n'} + \theta_{j,n'} \right) \quad \forall j \in J^p, n \quad (\text{A.6.18})$$

$$\sum_n \left(\sum_{i \in I_j} D_{j,i,n} + \theta_{j,n} \right) = H \quad \forall j \in J^p \quad (\text{A.6.19})$$

$$D_{j,i,n} \geq D_{j',i',n} - H(1 - W_{j,i,n}) \quad \forall s \in S^{NS}, j \in J^p, i \in I_j, i \in I_s^o, j' \in J^p, i' \in I_{j'}, i' \in I_s^i, n \quad (\text{A.6.20})$$

$$D_{j,i,n} \leq D_{j',i',n} + H(1 - W_{j,i,n}) \quad \forall s \in S^{NS}, j \in J^p, i \in I_j, i \in I_s^o, j' \in J^p, i' \in I_{j'}, i' \in I_s^i, n \quad (\text{A.6.21})$$

$$\begin{aligned} ST_{s,n} &= ST_{s,n-1} + \sum_{i \in I_s^o} \rho_{i,s}^o \sum_{j \in J_i, j \in J^m} B_{j,i,n-1}^f + \sum_{i \in I_s^o} \rho_{i,s}^o \sum_{j \in J_i, j \in J^p} B_{j,i,n} - \\ &\sum_{i \in I_s^i} \rho_{i,s}^i \sum_{j \in J_i, j \in J^m} B_{j,i,n}^s - \sum_{i \in I_s^i} \rho_{i,s}^i \sum_{j \in J_i, j \in J^p} B_{j,i,n} \end{aligned} \quad \forall s, n \quad (\text{A.6.22})$$

$$FB = \sum_{s \in S^p} c_s(ST_{s,N}) \quad (\text{A.6.23})$$

