

## UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

## PROPOSTA DE UM MODELO DE TURBULÊNCIA HÍBRIDO LES-URANS PARA ESCOAMENTOS EM CICLONES

Rafaela Gomide Corrêa

Uberlândia 2022

## Rafaela Gomide Corrêa

## PROPOSTA DE UM MODELO DE TURBULÊNCIA HÍBRIDO LES-URANS PARA ESCOAMENTOS EM CICLONES

Dissertação apresentada ao Programa de Pósgraduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Transferência de Calor e Mecânica de Fluidos

Orientador: Prof. Dr. Francisco José de Souza

	Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UF com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).	U
C824 2022	Correa, Rafaela Gomide, 1998- Proposta de um modelo de turbulência híbrido LES-URANS para escoamentos em ciclones [recurso eletrônico] / Rafaela Gomide Correa 2022.	
	Orientador: Francisco José de Souza. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Pós-graduação em Engenharia Mecânica. Modo de acesso: Internet. Disponível em: http://doi.org/10.14393/ufu.di.2022.292 Inclui bibliografia. Inclui ilustrações.	
	1. Engenharia mecânica. I. Souza, Francisco José de, 1973-, (Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia. Pós-graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.	
		CDU: 621

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2: Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091 Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica Av. João Naves de Ávila, nº 2121, Bloco 1M, Sala 212 - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-MG, CEP 38400-902 Telefone: (34) 3239-4282 - www.posgrad.mecanica.ufu.br - secposmec@mecanica.ufu.br



### ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Mecânica								
Defesa de:	Dissertação de Mestrado Acad	lêmico, nº 611, COPEI	М						
Data:	27/06/2022Hora de início:08:00Hora de encerramento:10:00								
Matrícula do Discente:	12022EMC013								
Nome do Discente:	Rafaela Gomide Correa								
Título do Trabalho:	Proposta de um Modelo de Tu	Proposta de um Modelo de Turbulência Híbrido LES-URANS para Escoamentos em Ciclones							
Área de concentração:	Transferência de Calor e Mecâ	nica dos Fluidos							
Linha de pesquisa:	Dinâmica dos Fluidos e Transfe	erência de Calor							
Projeto de Pesquisa de vinculação:									

Reuniu-se por meio de videoconferência a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, assim composta: Professores Doutores: Aristeu da Silveira Neto - FEMEC/UFU; Henry França Meier - FURB; e Francisco José de Souza - FEMEC/UFU, orientador da candidata. Ressalta-se que os Prof. Francisco José de Souza, Aristeu da Silveira Neto e a Discente participaram da defesa por meio de videoconferência desde a cidade de Uberlândia/MG, e o Prof. Henry França Meier desde a cidade de Blumenau/SC, em atendimento a Portaria nº 36, de 19 de março de 2020, da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES.

Iniciando os trabalhos o presidente da mesa, Dr. Francisco José de Souza, apresentou a Comissão Examinadora e a candidata, agradeceu a presença do público, e concedeu à Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado.

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Francisco José de Souza**, **Professor(a) do Magistério Superior**, em 27/06/2022, às 09:49, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do <u>Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015</u>.



Documento assinado eletronicamente por **Aristeu da Silveira Neto**, **Professor(a) do Magistério Superior**, em 27/06/2022, às 09:52, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do <u>Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015</u>.



Documento assinado eletronicamente por **Henry França Meier**, **Usuário Externo**, em 27/06/2022, às 09:54, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do <u>Decreto nº 8.539, de</u> 8 de outubro de 2015.



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <u>https://www.sei.ufu.br/sei/controlador\_externo.php?</u> <u>acao=documento\_conferir&id\_orgao\_acesso\_externo=0</u>, informando o código verificador **3706807** e o código CRC **D3092FEF**.

Referência: Processo nº 23117.044563/2022-11

SEI nº 3706807

À minha família, pelo apoio e paciência.

## Agradecimentos

Primeiramente, gostaria de agradecer ao Prof. Dr. Francisco José de Souza por me dar a oportunidade de conhecer a ciência sob sua orientação, pela paciência e disponibilidade em me ajudar na construção desse trabalho.

Agradeço aos colegas do MFLab que sempre estiveram disponíveis para me ajudar e para tomar café.

Agradeço à minha família por todo o apoio que me deram desde sempre. À minha mãe Daniella, pelo carinho e cuidado. Ao meu pai Antônio César, pelo apoio e inspiração. À minha irmã Bruna, pela companhia.

Agradeço ao Vinicius, pelo apoio, carinho e amor, por sempre estar ao meu lado e acreditar em mim.

Por fim, agradeço à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) pelo suporte financeiro e a todos os professores da Faculdade de Engenharia Mecânica (FEMEC) da Universidade Federal de Uberlândia (UFU) que foram responsáveis por minha formação até aqui.

"A scientist must be absolutely like a child. If he sees a thing, he must say that he sees it, whether it was what he thought he was going to see or not. See first, think later, then test. But always see first. Otherwise you will only see what you were expecting." Douglas Adams, So long, and thanks for all the fish

## Resumo

Ciclones são equipamentos de separação utilizados em diversos setores da indústria, como grãos, petrolífera e mineradora. Como eles utilizam a separação baseada na força centrífuga, a eficiência do equipamento está diretamente ligada ao escoamento que ocorre em seu interior. Esse escoamento é complexo, tridimensional, turbulento e multifásico, características que dificultam sua análise. Com o avanço computacional, passou a ser possível realizar essa análise utilizando a Dinâmica dos Fluidos Computacional, que consegue reproduzir corretamente o escoamento e calcular algumas variáveis importantes se modelos de turbulência adequados forem usados. Os modelos de turbulência mais utilizados nesse tipo de análise são o URANS com o modelo de fechamento RSM e o modelo LES com o modelo sub-malha de Smagorinsky para o fechamento das equações, sendo que o LES consegue fornecer resultados mais precisos, mas ele precisa de uma malha mais refinada e tem custo computacional mais elevado. Para combinar as vantagens desses dois modelos, o principal objetivo deste trabalho foi propor um modelo híbrido LES-URANS, utilizando o modelo de Smagorinsky e o RSM para o fechamento das equações, aplicado a ciclones. Para avaliar o novo modelo, os resultados computacionais foram comparados com resultados do modelo RSM puro e com resultados experimentais disponíveis na literatura. A partir da análise dos resultados de média e desvio padrão das componentes tangencial e axial da velocidade, notou-se que o modelo híbrido gerou valores maiores tanto para a média quanto para a flutuação. Os maiores valores médios aumentam a força centrífuga atuante nas partículas, melhorando a eficiência, mas também aumenta a turbulência, que tende a atrapalhar a separação. Já as flutuações, interferem diretamente no movimento das partículas, principalmente nas pequenas. Além disso, a análise das componentes modelada e resolvida da energia cinética turbulenta evidenciou que o modelo híbrido calcula mais estruturas turbilhonares que o RSM. A combinação desses comportamentos fez com que o modelo híbrido gerasse curvas de eficiência de coleta mais próximas da experimental, mesmo para a malha mais grosseira.

**Palavras-chave**: Ciclone; Dinâmica dos Fluidos Computacional; Modelo de turbulência; LES; URANS.

## Abstract

Ciclones are separation devices used in several industries, such as grain, oil and minning. As they use the centrifugal acceleration to do the separation, the efficiency of the equipment is directly linked to the flow that occurs inside it. This flow is complex, three-dimensional, turbulent and multiphase, points that make its analysis difficult. With the computational advancement, it became possible to do this analysis using Computational Fluid Dynamics, which can correctly reproduce the flow and calculate some important variables if adequate turbulence models are used. The most used turbulence models in this type of analysis are the URANS with the RSM closure model and the LES model with the Smagorinsky subgrid model for closing the equations. The LES can provide more accurate results, but it needs a finer mesh and has a higher computational cost. To combine the advantages of these two models, the main objective of this work was to propose a hybrid LES-URANS model, using the Smagorinsky model and the RSM model to close the equations, applied to cyclones. To evaluate the new model, the numerical results were compared with results from the pure RSM model and with experimental data available in the literature. From the analysis of the mean and RMS results of the tangential and axial components of velocity, it was noticed that the hybrid model generated higher values for both the mean and the fluctuation. Higher average values increase the centrifugal force acting on the particles, improving efficiency, but also increase turbulence, which tends to disturb the separation. On the other hand, the fluctuations directly interfere in the particles movement, especially for the small ones. Furthermore, the analysis of the modeled and solved components of the turbulent kinetic energy showed that the hybrid model calculates more turbulent scales than the RSM. The combination of these behaviors made the hybrid model generate grade collection efficiency curves closer to the experimental one, even for the coarsest mesh.

Keywords: Cyclone; Computational Fluid Dynamics; Turbulence model; LES; URANS.

# Lista de ilustrações

Figura 1 $-$	Vista esquemática de um ciclone com suas principais dimensões (LA- CERDA, 2007)	4
Figura 2 –	Direção do escoamento no interior de um ciclone (SANGKHAMANEE,	
	2009)	5
Figura 3 –	Distribuição da velocidade axial em um hidrociclone. Adaptada (SVA-ROVSKY, 2000)	6
Figura 4 $-$	Distribuição da velocidade tangencial em um hidrociclone. Adaptada	
	$(SVAROVSKY, 2000)  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  $	6
Figura 5 $$ –	Curva de eficiência de coleta típica (HOFFMANN; STEIN, 2008)	8
Figura 6 $-$	Diagrama esquemático do ciclone ilustrando as dimensões geométricas	
	(XIANG; PARK; LEE, 2001)	29
Figura 7 $-$	Fluxograma do algoritmo SIMPLE conforme implementado no UNSCYFL3D	•
	Adaptado de Souza (2011)	41
Figura 8 –	Esquema de interpolação de Shepard (SALVO, 2013)	43
Figura 9 –	Detalhe da malha com 180 000 elementos utilizada	44
Figura 10 –	Detalhe da malha com 400 000 elementos utilizada	45
Figura 11 –	Detalhe da malha com 800 000 elementos utilizada	45
Figura 12 –	Posição do plano de análise.	48
Figura 13 –	Posição das linhas de análise.	49
Figura 14 –	Isovalor de velocidade tangencial média para a vazão de 30 l/min obtido	
	com (a) malha de 180 000 células e modelo RSM, (b) malha de 180 000	
	células e modelo híbrido, (c) malha de 400 000 células e modelo RSM,	
	(d) malha de 400 000 células e modelo híbrido, (e) malha de 800 000	
	células e modelo RSM, (f) malha de 800 000 células e modelo híbrido $\$	50
Figura 15 –	Perfil de velocidade tangencial média para a malha de 180 000 células e	
	vazão 30 l/min na posição (a) 1 e (b) 2	51
Figura 16 –	Perfil de velocidade tangencial média para a malha de 400 000 células e	
	vazão 30 l/min na posição (a) 1 e (b) 2	51
Figura 17 –	Perfil de velocidade tangencial média para a malha de 800 000 células e	
	vazão 30 l/min na posição (a) 1 e (b) 2	52
Figura 18 –	Perfil de velocidade tangencial média para o modelo RSM e vazão 30 $$	
	l/min na posição (a) 1 e (b) 2 $\dots$ $\dots$ $\dots$ $\dots$ $\dots$ $\dots$	52
Figura 19 –	Perfil de velocidade tangencial média para o modelo híbrido e vazão 30	
	l/min na posição (a) 1 e (b) 2	52
Figura 20 –	Perfil do desvio padrão da velocidade tangencial para a malha de 180 $$	
	000 células e vazão 30 l/min na posição (a) 1 e (b) 2 $\ldots$	53

Figura 21 –	Perfil do desvio padrão da velocidade tangencial para a malha de 400 $$	
	000 células e vazão 30 l/min na posição (a) 1 e (b) 2 $\ldots \ldots \ldots \ldots$	53
Figura 22 –	Perfil do desvio padrão da velocidade tangencial para a malha de $800$	
	000 células e vazão 30 l/min na posição (a) 1 e (b) 2 $\ldots$	54
Figura 23 –	Isovalor de velocidade axial média para a vazão de 30 l/min obtido	
	com (a) malha de 180 000 células e modelo RSM, (b) malha de 180 000	
	células e modelo híbrido, (c) malha de 400 000 células e modelo RSM,	
	(d) malha de 400 000 células e modelo híbrido, (e) malha de 800 000	
	células e modelo RSM, (f) malha de 800 000 células e modelo híbrido	55
Figura 24 –	Perfil de velocidade axial média para a vazão 30 l/min e malha de 180 $$	
	000 células na posição (a) 1 e (b) 2 $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	56
Figura 25 –	Perfil de velocidade axial média para a vazão 30 l/min e malha de 400 $$	
	000 células na posição (a) 1 e (b) 2 $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	56
Figura 26 –	Perfil de velocidade axial média para a vazão 30 l/min e malha de 800 $$	
	000 células na posição (a) 1 e (b) 2 $\ldots$	56
Figura 27 –	Perfil de velocidade axial média para o modelo RSM e vazão 30 l/min	
	na posição (a) 1 e (b) 2 $\ldots$	57
Figura 28 –	Perfil de velocidade axial média para o modelo híbrido e vazão 30 l/min	
	na posição (a) 1 e (b) 2 $\ldots$	57
Figura 29 –	Perfil do desvio padrão da velocidade axial para a malha de 180 $000$	
	células e vazão 30 l/min na posição (a) 1 e (b) 2	57
Figura 30 –	Perfil do desvio padrão da velocidade axial para a malha de 400 $000$	
	células e vazão 30 l/min na posição (a) 1 e (b) 2	58
Figura 31 –	Perfil do desvio padrão da velocidade axial para a malha de 800 000	
	células e vazão 30 l/min na posição (a) 1 e (b) 2	58
Figura 32 –	Isovalor de velocidade tangencial média para a vazão de 40 l/min obtido	
	com (a) malha de 180 000 células e modelo RSM, (b) malha de 180 000 $$	
	células e modelo híbrido, (c) malha de 400 000 células e modelo RSM,	
	(d) malha de 400 000 células e modelo híbrido, (e) malha de 800 000	
	células e modelo RSM, (f) malha de 800 000 células e modelo híbrido	59
Figura 33 –	Perfil de velocidade tangencial média para a malha de 180 000 células e	
	vazão 40 l/min na posição 1	60
Figura 34 –	Perfil de velocidade tangencial média para a malha de 400 000 células e	
_	vazão 40 l/min na posição 1	61
Figura 35 –	Perfil de velocidade tangencial média para a malha de 800 000 células e	<i></i>
<b>D</b>	vazão 40 l/min na posição 1	61
Figura 36 –	Perfil de velocidade tangencial média para o modelo RSM e vazão 40	
	l/min na posição 1	61

Figura 37	- Perfil de velocidade tangencial média para o modelo híbrido e vazão 40	
	l/min na posição 1 $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	62
Figura 38	– Perfil do desvio padrão da velocidade tangencial para a malha de 180 $$	
	000 células e vazão 40 l/min na posição 1	62
Figura 39	– Perfil do desvio padrão da velocidade tangencial para a malha de 400 $$	
	000 células e vazão 40 l/min na posição 1	62
Figura 40	- Perfil do desvio padrão da velocidade tangencial para a malha de 800	
	000 células e vazão 40 l/min na posição 1	63
Figura 41	-Isovalor de velocidade axial média para a vazão de 40 l/min obtido	
	com (a) malha de 180 000 células e modelo RSM, (b) malha de 180 000	
	células e modelo híbrido, (c) malha de 400 000 células e modelo RSM,	
	(d) malha de 400 000 células e modelo híbrido, (e) malha de 800 000	
	células e modelo RSM, (f) malha de 800 000 células e modelo híbrido	64
Figura 42	– Perfil de velocidade axial média para a vazão 40 l/min e malha de 180	
	000 células na posição 1 $\ldots$	65
Figura 43	– Perfil de velocidade axial média para a vazão 40 l/min e malha de 400	
	000 células na posição 1 $\ldots$	65
Figura 44	- Perfil de velocidade axial média para a vazão 40 l/min e malha de 800	
	000 células na posição 1 $\ldots$	65
Figura 45	- Perfil de velocidade axial média para o modelo RSM e vazão 40 l/min	
	na posição 1	66
Figura 46	-Perfil de velocidade axial média para o modelo híbrido e vazão 40 l/min	
	na posição 1	66
Figura 47	– Perfil do desvio padrão da velocidade axial para a malha de 180 $000$	
	células e vazão 40 l/min na posição 1 $\ldots$ $\ldots$	66
Figura 48	– Perfil do desvio padrão da velocidade axial para a malha de 400 $000$	
	células e vazão 40 l/min na posição 1 $\ldots$ $\ldots$	67
Figura 49	– Perfil do desvio padrão da velocidade axial para a malha de 800 $000$	
	células e vazão 40 l/min na posição 1 $\ldots$ $\ldots$	67
Figura 50	-Isovalor de velocidade tangencial média para a vazão de 50 l/min obtido	
	com (a) malha de 180 000 células e modelo RSM, (b) malha de 180 000	
	células e modelo híbrido, (c) malha de 400 000 células e modelo RSM,	
	(d) malha de 400 000 células e modelo híbrido, (e) malha de 800 000	
	células e modelo RSM, (f) malha de 800 000 células e modelo híbrido	68
Figura 51	- Perfil de velocidade tangencial média para a malha de 180 000 células e	
	vazão 50 l/min na posição 1 $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	69
Figura 52	- Perfil de velocidade tangencial média para a malha de 400 000 células e	
	vazão 50 l/min na posição 1	69

Figura 53 –	Perfil de velocidade tangencial média para a malha de 800 000 células e	
	vazão 50 l/min na posição 1	70
Figura 54 –	Perfil de velocidade tangencial média para o modelo RSM e vazão 50 l/min na posição 1	70
Figura 55 –	Perfil de velocidade tangencial média para o modelo híbrido e vazão 50	
	l/min na posição 1	70
Figura 56 –	Perfil do desvio padrão da velocidade tangencial para a malha de 180 000 células e vazão 50 l/min na posição 1	71
Figura 57 –	Perfil do desvio padrão da velocidade tangencial para a malha de 400	
i iguia or	000 células e vazão 50 l/min na posição 1	71
Figura 58 –	Perfil do desvio padrão da velocidade tangencial para a malha de 800	11
rigura 50	000 células e vazão 50 l/min na posição 1	71
Figura 59 –	Isovalor de velocidade axial média para a vazão de 50 l/min obtido com (a) malha de 180 000 células e modelo RSM, (b) malha de 180 000 células e modelo híbrido, (c) malha de 400 000 células e modelo RSM, (d) malha de 400 000 células e modelo híbrido, (e) malha de 800 000	11
	células e modelo RSM, (f) malha de 800 000 células e modelo híbrido	72
Figura 60 –	Perfil de velocidade axial média para a vazão 50 l/min e malha de 180	
	000 células na posição 1 1	73
Figura 61 –	Perfil de velocidade axial média para a vazão 50 l/min e malha de 400	
	000 células na posição 1 1	73
Figura 62 –	Perfil de velocidade axial média para a vazão 50 l/min e malha de 800	
	000 células na posição 1	74
Figura 63 –	Perfil de velocidade axial média para o modelo RSM e vazão 50 l/min	
	na posição 1	74
Figura 64 –	Perfil de velocidade axial média para o modelo híbrido e vazão 50 l/min	74
Dimon CE	Ina posição $1 \dots $	14
Figura 65 –	Permi do desvio padrao da velocidade axial para a maina de 180 000 sílulas e $m = \tilde{s} = 50$ k/min ne meria $\tilde{s} = 1$	75
	celulas e vazao 50 l/min na posição l $\dots$	61
Figura 66 –	Perfii do desvio padrao da velocidade axial para a maina de $400\ 000$	75
F: 67	celulas e vazao 50 l/min na posição l $\dots$	61
Figura 67 –	Perfii do desvio padrao da velocidade axial para a maina de $800\ 000$	
<b>D</b> : CO	celulas e vazao 50 l/min na posição 1	70
Figura 68 –	Campo de energia cinetica turbulenta modelada para vazao de 40 l/min,	
<b>D</b> : <i>C</i> 0	malha de 800 000 volumes e modelo hibrido	11
Figura 69 –	Campo de energia cinética turbulenta resolvida para vazao de 40 l/min,	
D:	maina de 800 000 volumes e modelo hibrido	11
Figura 70 –	Campo de energia cinetica turbulenta modelada para vazao de 40 l/min,	
	maina de 800 000 volumes e modelo RSM	78

71	– Ca	ampo	de	energ	gia c	iné	tica t	ur	buler	nta	resol	vid	la p	ara	vazê	ío c	le 4	40 l	/mi	n,	
	m	alha	de 8	800 0	00 v	olu	mes e	e n	node	lo	RSM										78
72	– Cı	urva (	de e	eficiêı	ncia	de	colet	a p	para	aч	vazão	de	30	l/m	in						79
73	– Cı	urva (	de e	eficiêı	ncia	de	colet	a p	para	aч	zão	de	40	l/m	in						79
74	– Cı	urva	de e	eficiêı	ncia	de	colet	a p	para	aч	vazão	de	50	l/m	in						80
	<ul><li>71</li><li>72</li><li>73</li><li>74</li></ul>	71 - Ca m. 72 - Ca 73 - Ca 74 - Ca	71 – Campo malha 72 – Curva 73 – Curva 74 – Curva	<ul> <li>71 - Campo de malha de 3</li> <li>72 - Curva de 6</li> <li>73 - Curva de 6</li> <li>74 - Curva de 6</li> </ul>	<ul> <li>71 - Campo de energi malha de 800 0</li> <li>72 - Curva de eficiên</li> <li>73 - Curva de eficiên</li> <li>74 - Curva de eficiên</li> </ul>	<ul> <li>71 - Campo de energia c malha de 800 000 v</li> <li>72 - Curva de eficiência</li> <li>73 - Curva de eficiência</li> <li>74 - Curva de eficiência</li> </ul>	<ul> <li>71 - Campo de energia cinér malha de 800 000 volu</li> <li>72 - Curva de eficiência de</li> <li>73 - Curva de eficiência de</li> <li>74 - Curva de eficiência de</li> </ul>	<ul> <li>71 - Campo de energia cinética te malha de 800 000 volumes o</li> <li>72 - Curva de eficiência de colete</li> <li>73 - Curva de eficiência de colete</li> <li>74 - Curva de eficiência de colete</li> </ul>	<ul> <li>71 - Campo de energia cinética tur malha de 800 000 volumes e r</li> <li>72 - Curva de eficiência de coleta p</li> <li>73 - Curva de eficiência de coleta p</li> <li>74 - Curva de eficiência de coleta p</li> </ul>	<ul> <li>71 - Campo de energia cinética turbuler malha de 800 000 volumes e mode</li> <li>72 - Curva de eficiência de coleta para</li> <li>73 - Curva de eficiência de coleta para</li> <li>74 - Curva de eficiência de coleta para</li> </ul>	<ul> <li>71 - Campo de energia cinética turbulenta malha de 800 000 volumes e modelo 1</li> <li>72 - Curva de eficiência de coleta para a v</li> <li>73 - Curva de eficiência de coleta para a v</li> <li>74 - Curva de eficiência de coleta para a v</li> </ul>	<ul> <li>71 - Campo de energia cinética turbulenta resol malha de 800 000 volumes e modelo RSM</li> <li>72 - Curva de eficiência de coleta para a vazão</li> <li>73 - Curva de eficiência de coleta para a vazão</li> <li>74 - Curva de eficiência de coleta para a vazão</li> </ul>	<ul> <li>71 - Campo de energia cinética turbulenta resolvid malha de 800 000 volumes e modelo RSM .</li> <li>72 - Curva de eficiência de coleta para a vazão de 73 - Curva de eficiência de coleta para a vazão de 74 - Curva de eficiência de coleta para a vazão de</li> </ul>	<ul> <li>71 - Campo de energia cinética turbulenta resolvida para malha de 800 000 volumes e modelo RSM</li> <li>72 - Curva de eficiência de coleta para a vazão de 30</li> <li>73 - Curva de eficiência de coleta para a vazão de 40</li> <li>74 - Curva de eficiência de coleta para a vazão de 50</li> </ul>	<ul> <li>71 - Campo de energia cinética turbulenta resolvida para malha de 800 000 volumes e modelo RSM</li> <li>72 - Curva de eficiência de coleta para a vazão de 30 l/m</li> <li>73 - Curva de eficiência de coleta para a vazão de 40 l/m</li> <li>74 - Curva de eficiência de coleta para a vazão de 50 l/m</li> </ul>	<ul> <li>71 - Campo de energia cinética turbulenta resolvida para vazá malha de 800 000 volumes e modelo RSM</li> <li>72 - Curva de eficiência de coleta para a vazão de 30 l/min</li> <li>73 - Curva de eficiência de coleta para a vazão de 40 l/min</li> <li>74 - Curva de eficiência de coleta para a vazão de 50 l/min</li> </ul>	<ul> <li>71 - Campo de energia cinética turbulenta resolvida para vazão o malha de 800 000 volumes e modelo RSM</li></ul>	<ul> <li>71 - Campo de energia cinética turbulenta resolvida para vazão de 4 malha de 800 000 volumes e modelo RSM</li></ul>	<ul> <li>71 - Campo de energia cinética turbulenta resolvida para vazão de 40 l malha de 800 000 volumes e modelo RSM</li></ul>	<ul> <li>71 - Campo de energia cinética turbulenta resolvida para vazão de 40 l/mir malha de 800 000 volumes e modelo RSM</li></ul>	<ul> <li>71 - Campo de energia cinética turbulenta resolvida para vazão de 40 l/min, malha de 800 000 volumes e modelo RSM</li></ul>

# Lista de tabelas

Tabela 1 –	Relações geométricas dos ciclones Lapple, Stairmand e Niigas-11 (LA-	
	CERDA, 2007)	4
Tabela 2 –	Dimensões geométricas do ciclone estudado (XIANG; PARK; LEE, 2001)	30
Tabela 3 –	Resultados do GCI para as malhas utilizadas	47

## Lista de abreviaturas e siglas

- CFD Dinâmica dos Fluidos Computacional
- DES Detached Eddy Simulation
- DNS Direct Numerical Simulation
- DPM Discrete Phase Model
- ER-HRL Ellipitc-Relaxation Hybrid RANS-LES
- GCI Grid Convergence Index
- LES Large Eddy Simulation
- MVF Método dos Volume Finitos
- PANS Partially Averaged Navier-Stokes
- PISO Pressure-Implicit with Splitting of Operators
- PRESTO! Pressure Staggering Option
- RANS Reynolds Average Navier-Stokes
- RSM Reynolds Stress Model
- RSTM Reynolds Stress Turbulence Model
- SIMPLE Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations
- SIMPLEC SIMPLE-Consistent
- SOU Upwind de segunda ordem
- URANS Unsteady Reynolds Average Navier-Stokes

# Lista de símbolos

## Letras gregas

$\alpha$	Parâmetro de detecção de malha
$lpha_t$	Difusividade turbulenta
Γ	Produto da difusividade pela massa específica
δ	Tensor de Kronecker
Δ	Comprimento característico da malha
ε	Transformação de energia cinética turbulenta
ε	Erro relativo entre o valor da variável de análise obtido pela malha refinada e pela grosseira (GCI)
$\varepsilon_u$	Parcela de Transformação de energia cinética turbulenta não resolvida
$\eta$	Eficiência total de separação
$\mu$	Viscosidade dinâmica
$\mu_t$	Viscosidade dinâmica turbulenta
$\mu_d$	Coeficiente de atrito dinâmico
ν	Viscosidade cinemática
$ u_t$	Viscosidade cinemática turbulenta
$ u_t^+$	Constante
$ u_t^{LES}$	Viscosidade turbulenta calculada pelo modelo LES
$ u_t^{RANS}$	Viscosidade turbulenta calculada pelo modelo RANS/URANS
ρ	Densidade
$\sigma_k$	Constante
$ au_{ij}$	Tensor de Reynolds sub-malha
$ au_p$	Tempo de relaxação
$ au_w$	Tensão cisalhante viscosa na parede

$\Phi$	Informação transportada
$\Phi_f$	Valor da informação transportada na face
$\overline{\Phi}_f$	Média aritmética da informação transportada
$\Phi_L$	Valor da informação transportada na célula à esquerda
$\Phi_R$	Valor da informação transportada na célula à direita
ω	Taxa específica de dissipação de energia cinética turbulenta
$\overrightarrow{\omega}$	Vorticidade

## Letras latinas

a	Altura do duto de alimentação do ciclone
$\overrightarrow{A}_{f}$	Vetor de área da face analisada
$A_{ij}$	Termo advectivo
b	Largura do duto de alimentação do ciclone
В	Abertura do cone do ciclone
$B_c$	Largura do duto de alimentação do ciclone
$C_D$	Coeficiente de arrasto
$C_{DES}$	Constante empírica
$C_{e1}$	Constante de integração
$C_{e2}$	Constante de integração
$C_K$	Constante de Kolmogorov
$C_s$	Constante de Smagorinsky
d	Distância até a parede mais próxima
$\widetilde{d}$	Comprimento característico de Spalart-Allmaras
$D_c$	Diâmetro do corpo cilíndrico do ciclone
$D_e$	Diâmetro da saída de gás
$D_o$	Diâmetro do <i>overflow</i>
$D_u$	Diâmetro do <i>underflow</i>

$d_p$	Diâmetro da partícula
$\overrightarrow{dr}_L$	Vetor de distância do centroide da célula a esquerda até a face
$\overrightarrow{dr}_R$	Vetor de distância do centroide da célula a direita até a face
E	Espectro de energia
e	Coeficiente de restituição normal
$e_{par}$	Coeficiente de restituição paralelo
Eu	Número de Euler
f	Função de relaxação
f	Valor da variável de análise (GCI)
$\overline{f}$	Filtragem
$\overline{F}_2$	Função estrutura truncada
$f_d$	Função de blindagem
$f_{exact}$	Valor da variável de análise para malha de espaçamento zero
$f_k$	Razão entre energia cinética turbulenta não resolvida e total
$f_{arepsilon}$	Razão entre dissipação de energia cinética turbulenta não resolvida e total
$F_{ri}$	Força de sustentação induzida pela rotação
$F_{si}$	Força de sustentação induzida pelo cisalhamento
$F_s$	Fator de segurança
G	Função filtro espacial
Н	Altura do ciclone
h	Altura do corpo cilíndrico do ciclone
$h_1$	Espaçamento da malha refinada
$h_2$	Espaçamento da malha grosseira
$H_c$	Altura do duto de alimentação do ciclone
$I_p$	Momento de inércia de uma partícula esférica

k	Energia cinética turbulenta
$k_c$	Número de onde de corte
$k_{mod}$	Parcela da energia cinética turbulenta modelada
$k_{res}$	Parcela da energia cinética turbulenta resolvida
$k_{tot}$	Energia cinética turbulenta total
$k_u$	Parcela de energia cinética turbulenta não resolvida
L	Comprimento característico
l	Comprimento característico sub-malha
$L_c$	Comprimento do corpo cilíndrico do ciclone
$l_d$	Menor comprimento da turbulência
$l_m$	Comprimento característico
$L_{LES}$	Comprimento característico de turbulência calculada pelo modelo LES
$L_{RANS}$	$Comprimento \ característico \ de \ turbulência \ calculada \ pelo \ modelo \ RANS/URANS$
$M_c$	Fração mássica de partículas no underflow
$M_e$	Fração mássica de partículas no overflow
$M_f$	Fração mássica de partículas na alimentação
$m_p$	Massa da partícula
$\overrightarrow{n}$	Vetor normal unitário
N	Número de elementos vizinhos mais um
$N_1$	Número de volumes da malha refinada
$N_2$	Número de volumes da malha grosseira
$n_k$	Componente unitário da direção normal
Ngl	Número de graus de liberdade do escoamento
p	Ordem do método de discretização (GCI)
$\Delta P$	Queda de pressão no ciclone
$\overline{p}$	Pressão média ou filtrada

$P_{ij}$	Termo de transformação da informação
$P^k$	Transferência de energia cinética turbulenta
$Pr_t$	Número de Prandtl turbulento
$P_u$	Produção das flutuações não resolvidas
$Re_L$	Número de Reynolds baseado na escala de comprimento característica
$Re_p$	Número de Reynolds da partícula
$Re_s$	Número de Reynolds da partícula no escoamento cisalhante
S	Altura do duto de saída de gás do ciclone
$S_c$	Comprimento do vortex finder
$\overline{S_{ij}}$	Tensor taxa de deformação
$S^{\Phi}$	Termo fonte
t	Tempo
$\Delta t$	Passo de tempo
Т	Torque
u	Componente da velocidade no eixo x
$e_{euleriano}$	Velocidade no centro da célula euleriana
$e_{euleriano_p}$	Velocidade no centro de massa da partícula
$u_i$	Componentes da velocidade instantânea do fluido
$\overline{u}_i$	Componentes da velocidade médias ou filtradas
$u'_i$	Flutuações das componentes de velocidade
$\overline{u_i'u_j'}$	Tensor de Reynolds
$u_{pi}$	Componentes da velocidade da partícula
$\overrightarrow{u}_{rp}$	Velocidade relativa no ponto de contato
v	Componente da velocidade no eixo y
$\hat{V}$	Velocidade característica
$v^2$	Substituto escalar de Durbin para as componentes da tensão turbulenta normais à parede

$\Delta V$	Volume da célula
$\langle v_z^2 \rangle$	Velocidade axial média no ciclone
w	Componente da velocidade no eixo z
$x_i$	Componentes da posição
$x_{pi}$	Componentes da posição da partícula
$x_{50}$	Diâmetro de corte
$Y_k$	Termo de dissipação do modelo $k-\varepsilon$
$Z_c$	Comprimento da parte cônica do ciclone

# Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Objetivo	2
1.2	Estrutura da dissertação	2
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
2.1	Ciclones	3
2.1.1	A geometria do ciclone	3
2.1.2	O escoamento em ciclones e hidrociclones	4
2.1.3	As principais variáveis de interesse	7
2.1.3.1	Eficiência total de separação	7
2.1.3.2	Eficiência de coleta	7
2.1.3.3	Queda de pressão	8
2.2	Dinâmica dos fluidos computacional	9
2.3	Turbulência	10
2.4	Modelagem da Turbulência	11
2.4.1	Equações Médias de Reynolds Transientes	12
2.4.2	Equações de Navier-Stokes filtradas	13
2.5	Modelos de Fechamento	13
2.5.1	Modelos de Fechamento para a metodologia URANS	14
2.5.1.1	Modelo do comprimento de mistura de Prandtl	14
2.5.1.2	Modelo a uma equação de balanço	15
2.5.1.3	Modelos a duas equações de balanço	15
2.5.1.4	Modelo RSM ( <i>Reynolds Stress Model</i> )	16
2.5.2	Modelos de Fechamento para a metodologia LES	16
2.5.2.1	Modelo sub-malha de Smagorinsky	17
2.5.2.2	Modelo sub-malha Função Estrutura de Velocidade	17
2.5.2.3	Modelagem sub-malha dinâmica	18
2.5.3	Modelos Híbridos	19
2.5.3.1	PANS	19
2.5.3.2	DES	20
2.5.3.3	ER-HRL	21
2.6	Métodos Numéricos	23
2.7	Dinâmica dos Fluidos Computacional em Ciclones	25
2.8	Fechamento do capítulo	28
3	METODOLOGIA	29

3.1	Modelo Físico	9
3.2	Modelo Matemático	0
3.2.1	Modelagem da fase contínua	0
3.2.1.1	Modelo RSM	80
3.2.1.2	Modelo sub-malha de Smagorinsky	32
3.2.1.3	Modelo híbrido LES-URANS	34
3.2.2	Modelagem da fase dispersa	5
3.3	Modelo numérico-computacional	8
3.3.1	Discretização das equações de balanço	8
3.3.1.1	Termo temporal	9
3.3.1.2	Fluxo líquido advectivo	9
3.3.1.3	Fluxo líquido difusivo	0
3.3.2	Acoplamento pressão-velocidade	0
3.3.3	Esquema de integração das equações de movimento das partículas 4	.2
3.3.4	Esquema de interpolação para a fase dispersa 4	.2
3.3.5	Esquema de rastreamento das partículas	.3
3.3.6	Malha	.4
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	8
4.1	Perfis de velocidade	8
4.2	Energia cinética turbulenta	6
4.3	Eficiência de coleta	9
5	CONCLUSÃO	2
5.1	Sugestões para trabalhos futuros	2
	REFERÊNCIAS	4

## 1 Introdução

Ciclones são equipamentos de separação que operam pelo princípio de separação centrífuga. O primeiro modelo deste equipamento surgiu em 1885 e, com o passar dos anos, várias alterações foram feitas para chegar nos modelos atuais. Ainda hoje existem diversos estudos de otimização de ciclones visando aplicações específicas, uma vez que a eficiência deste equipamento está muito ligada às condições geométricas e de funcionamento. As pesquisas em ciclones também são justificadas pela sua aplicação em diversos setores da indústria, como petrolífera, alimentícia e mineradora.

Uma parte importante a ser analisada nos estudos de ciclones é o escoamento que ocorre no interior do equipamento, uma vez que, devido ao mecanismo de separação atuante, o comportamento do escoamento afeta diretamente a eficiência do ciclone. Assim como a maioria dos escoamentos presentes em equipamentos industriais, o escoamento no interior dos ciclones é complexo e turbulento, o que dificulta sua análise. Mas com o avanço computacional e utilização de computadores de alto desempenho, a predição desse tipo de escoamento passou a ser possível através da utilização da Dinâmica dos Fluidos Computacional.

Mesmo com a utilização de técnicas numérico-computacionais, a solução de escoamentos turbulentos é difícil, pois estes escoamentos são irregulares, altamente transformativos, imprediscíveis, apresentam alta difusibilidade, altos números de Reynolds e flutuações tridimensionais de vorticidades. Uma outra característica importante é a multiplicidade de estruturas turbilhonares, que está relacionada ao número de Reynolds. Assim, quanto maior o número de Reynolds de um escoamento, maior será a quantidade de estruturas turbilhonares e o número de equações que compõem os sistemas lineares que devem ser resolvidos na análise do escoamento. Mesmo com todas as evoluções tecnológicas que já ocorreram, ainda não é possível resolver todas essas equações que descrevem escoamentos complexos, sendo necessário modelar parte delas.

Na modelagem da turbulência existem duas metodologias principais: a URANS e a LES. Nas equações médias transientes (*Unsteady Reynolds Average Navier-Stokes* -URANS), as estruturas turbilhonares são divididas em comportamento médio e flutuações, de forma que todas as estruturas turbilhonares são modeladas. Já na simulação de grandes escalas (*Large Eddy Simulation* - LES), as equações de Navier-Stokes passam por um processo de filtragem espacial, dividindo as estruturas turbilhonares em grandes estruturas e sub-malha, de forma que as maiores são resolvidas e apenas as menores são modeladas. Apesar da vantagem de modelar uma parte menor do escoamento, essa metodologia precisa de malhas mais refinadas e possui um custo computacional mais elevado. Visando combinar as principais vantagens das duas metodologias citadas anteriormente, surgiram os modelos híbridos, que utilizam as equações do URANS em determinadas regiões do domínio e LES em outras, de forma a obter resultados mais realísticos com menor custo computacional.

No intuito de auxiliar a obtenção de resultados adequados em simulações computacionais com um custo computacional compatível com as capacidades atuais, o presente trabalho teve como objetivo propor e avaliar um modelo de turbulência híbrido LES-URANS aplicado ao escoamento de ciclones. Os resultados obtidos com esse modelo foram comparados com resultados experimentais disponíveis na literatura e com resultados obtidos com a metodologia URANS convencional.

## 1.1 Objetivo

O objetivo principal do presente trabalho consiste na avaliação de um modelo de turbulência híbrido LES-URANS aplicado ao escoamento de um ciclone, visando representar os escoamentos turbulentos de maneira mais realística com menor custo computacional. Variáveis do escoamento do fluido, como a distribuição de velocidades, foram comparadas com os resultados obtidos utilizando o modelo URANS convencional e a influência das flutuações de velocidade foi analisada.

Além disso, foram utilizados dados experimentais de eficiência de coleta disponíveis na literatura, com o objetivo de avaliar os resultados obtidos pelo modelo híbrido em comparação com o modelo URANS.

### 1.2 Estrutura da dissertação

A presente dissertação encontra-se dividida em 5 capítulos. Neste primeiro capítulo foi apresentada uma breve contextualização sobre o tema, bem como os objetivos do trabalho. No capítulo 2, é apresentada uma revisão bibliográfica onde as características dos ciclones são mostradas e o problema da utilização da Dinâmica dos Fluidos Computacional é detalhado. No capítulo 3, a metodologia utilizada é apresentada com detalhes do problema estudado, dos modelos matemático e numérico-computacional utilizados, tanto para as partículas quanto para o fluido, e as malhas utilizadas são mostradas. No capítulo 4, são apresentados os resultados obtidos juntamente com suas análises. Por fim, o capítulo 5 traz as conclusões obtidas, contribuições e limitações do presente trabalho.

## 2 Revisão Bibliográfica

Neste capítulo são apresentados os principais conceitos relacionados aos ciclones. São mostradas as principais características geométricas e a dinâmica do escoamento no interior desse equipamento. Também são apresentados conceitos da Dinâmica dos Fluidos Computacional e, por fim, são apresentados estudos que vem sendo realizados para a evolução dos ciclones.

### 2.1 Ciclones

Ciclones são equipamentos que utilizam a força centrífuga para realizar a separação de partículas de uma corrente gasosa. De acordo com Hoffmann e Stein (2008), a primeira patente de um separador ciclônico surgiu em 1885, mas sua configuração era muito diferente da utilizada hoje em dia. Modelos mais parecidos com os atuais começaram a surgir no início do século XX. Para a época, essa evolução pode ser considerada rápida e foi impulsionada pela construção simples, baixo custo de fabricação, ausência de partes móveis e relativa facilidade de manutenção do equipamento. Esses fatores também fizeram com que os ciclones, que inicialmente eram usados na indústria de grãos e madeira, passassem a ser amplamente utilizados em diferentes indústrias, como alimentícia, química e mineradora.

#### 2.1.1 A geometria do ciclone

O ciclone é formado por um corpo cilíndrico que possui uma entrada de alimentação tangencial. A parte inferior do cilindro é conectada a uma seção cônica, enquanto a parte superior possui um tubo de descarga que se prolonga para o interior do corpo cilíndrico. Conforme mostrado na Fig. 1, as principais dimensões de um ciclone convencional são o diâmetro da parte cilíndrica  $(D_c)$ , o comprimento da parte cilíndrica  $(L_c)$ , o diâmetro do *overflow*  $(D_o)$ , o diâmetro do *underflow*  $(D_u)$ , o comprimento da parte cônica  $(Z_c)$ , comprimento do *vortex finder*  $(S_c)$ , a altura  $(H_c)$  e largura  $(B_c)$  do duto de alimentação.

Os valores dessas variáveis geométricas afetam diretamente o comportamento do escoamento dentro do ciclone e, consequentemente, sua capacidade e poder de separação. Assim, foram criadas as chamadas famílias de ciclones, que possuem relações fixas entre as dimensões do equipamento e o diâmetro do corpo cilíndrico. Alguns exemplos são mostrados na Tabela 1.



Figura 1 – Vista esquemática de um ciclone com suas principais dimensões (LACERDA, 2007)

Tabela 1 – Relações geométricas dos ciclones Lapple, Stairmand e Niigas-11 (LACERDA, 2007)

Família	Bc/Dc	Do/Dc	Hc/Dc	Lc/Dc	$\mathrm{Sc/Dc}$	Zc/Dc	Du/Dc	Inclinação
Lapple	$0,\!25$	$0,\!50$	0,50	2,00	0,62	2,00	$0,\!25$	0
Stairmand	0,20	0,50	0,50	1,50	0,50	2,50	0,37	0
Niigas-11	0,26	0,60	0,48	2,08	1,30	2,00	0,22	11°

#### 2.1.2 O escoamento em ciclones e hidrociclones

Nos ciclones e hidrociclones a separação ocorre pelo princípio da separação centrífuga. Apesar de existirem particularidades na fenomenologia dos ciclones a gás e dos hidrociclones, nos dois equipamentos a alimentação da mistura, sob pressão ou depressão, é feita tangencialmente na parte cilíndrica, o que induz um movimento rotacional com aceleração centrífuga elevada atuando nas partículas. Assim, as partículas maiores são direcionadas para a parede, de onde são conduzidas para o *underflow* em um movimento espiral descendente, enquanto as partículas menores são direcionadas para o centro do equipamento, juntamente com a maior parte do gás, e conduzidas para o *overflow* em uma corrente espiral ascendente. Esse comportamento pode ser observado na Fig. 2.



Figura 2 – Direção do escoamento no interior de um ciclone (SANGKHAMANEE, 2009)

Por ser um escoamento tridimensional que ocorre em um corpo cilíndrico, ele é comumente representado em coordenadas cilíndricas apresentando três componentes de velocidade: radial, axial e tangencial.

A velocidade radial possui magnitude menor que as outras duas componentes. De acordo com Hoffmann e Stein (2008), essa componente é de difícil medição e, por isso, não se tem informações suficientes sobre ela para representá-la graficamente. Mas, de maneira geral, ela é direcionada ao centro do ciclone na região abaixo do *vortex finder* e varia com a posição axial, sendo que o maior valor é encontrado logo abaixo da abertura do *vortex finder*, o que pode contribuir para o escoamento secundário conhecido como curto-circuito, que é a passagem direta do fluido de alimentação para o *overflow*.

Já a velocidade axial, conforme mostrado na Fig. 3, apresenta um escoamento descendente próximo à parede, tanto na região cônica quanto na região cilíndrica. Esse fluxo é o mecanismo primário do transporte das partículas para o *underflow*. Já na região próxima ao centro do ciclone, o escoamento é ascendente e na transição entre as duas direções de fluxo, é formada uma linha de velocidade nula (LZVV). Ainda é possível observar que na região acima do *vortex finder* o comportamento do escoamento é diferente. A parede dessa estrutura induz um movimento descendente, o que pode causar o efeito curto-circuito (SVAROVSKY, 2000; HOFFMANN; STEIN, 2008).

A componente tangencial, conforme mostrado na Fig. 4, aumenta com a diminuição do raio, até atingir um pico em um raio menor que a abertura do *vortex finder*. Essa componente pode ser considerada independente da posição vertical, assim, tem-se envelopes em forma de cilindros coaxiais de velocidades tangenciais constantes, um padrão de escoamento que se assemelha ao vórtice de Rankine (SVAROVSKY, 2000; HOFFMANN; STEIN, 2008).

Apesar de as Figs. 3 e 4 se referirem à distribuição de velocidades em hidrociclones, o perfil de velocidade encontrado em ciclones é semelhante ao destacado.



Figura 3 – Distribuição da velocidade axial em um hidrociclone. Adaptada (SVAROVSKY, 2000)



Figura 4 – Distribuição da velocidade tangencial em um hidrociclone. Adaptada (SVA-ROVSKY, 2000)

Em relação ao comportamento das partículas, ao entrarem na zona de separação elas estão sujeitas à força centrífuga, direcionada para a parede do ciclone, e à força de arrasto, direcionada para o centro do equipamento. A chamada zona de separação tem início no ponto em que o gás de alimentação começa a formar o escoamento rotacional e as partículas presentes nesse gás começam a sofrer efeito da força centrífuga (SVAROVSKY, 2000).

O processo de separação é resultado do balanço das forças atuantes nas partículas. A força centrífuga é proporcional ao cubo do diâmetro da partícula, enquanto a força de arrasto é proporcional ao seu diâmetro.Dessa forma, as partículas maiores são mais fáceis de serem separadas (SVAROVSKY, 2000).

#### 2.1.3 As principais variáveis de interesse

Para avaliar o desempenho de ciclones é necessário compreender o conceito das principais variáveis que são comumente avaliadas.

#### 2.1.3.1 Eficiência total de separação

De acordo com Hoffmann e Stein (2008), a eficiência total de separação é uma das principais variáveis consideradas em processos industriais. Porém, ela não é uma boa medida da separação intrínseca do ciclone, uma vez que não considera o tamanho das partículas. Para o cálculo dessa variável são consideradas as frações mássicas de partículas de alimentação  $(M_f)$ , a de *underflow*  $(M_c)$  e a de *overflow*  $(M_e)$ . O balanço de massa das partículas no ciclone é:

$$M_f = M_c + M_e \tag{2.1}$$

E a eficência total de separação  $(\eta)$  é calculada pela razão entre a fração mássica de *underflow* e a fração mássica de alimentação.

$$\eta = \frac{M_c}{M_f} = 1 - \frac{M_e}{M_f} = \frac{M_c}{M_c + M_e}$$
(2.2)

#### 2.1.3.2 Eficiência de coleta

Diferentemente da eficiência total de separação, a eficiência de coleta é uma verdadeira medida do potencial intrínseco de separação de um ciclone, uma vez que representa a eficiência de separação para um dado tamanho de partícula ou para uma faixa de tamanhos de partículas (HOFFMANN; STEIN, 2008).

Para cada diâmetro de partícula presente no ciclone, a eficiência de coleta é calculada pelo número de partículas coletadas no *underflow* dividido pelo número de partículas daquele diâmetro presentes na mistura de alimentação. Fazendo esse cálculo para os diferentes diâmetros de partículas que foram injetadas no ciclone, é possível traçar a curva de eficiência de coleta. Uma curva de eficiência de coleta típica é mostrada na Fig. 5.



Figura 5 – Curva de eficiência de coleta típica (HOFFMANN; STEIN, 2008).

De acordo com Hoffmann e Stein (2008), algumas razões para o formato em S da curva de eficiência de coleta são:

- partículas do mesmo tamanho podem ser eliminadas tanto pelo *underflow* quanto pelo *overflow*, dependendo da sua posição na entrada;
- partículas menores que o diâmetro de corte  $(x_{50})$  podem se aglomerar com partículas maiores, sendo coletadas no *underflow*;
- pode ocorrer atrito entre as partículas no interior do ciclone;
- a dispersão turbulenta das partículas devido à turbulência normal do fluido, à rugosidade da parede interna do ciclone e às irregularidades da superfície geram novas misturas.

A Figura 5 mostra ainda o diâmetro de corte. Essa variável é definida como o diâmetro da partícula que é separada com 50 % de eficiência, isto é, 50 % das partículas desse tamanho injetadas no ciclone serão coletadas no *underflow*.

#### 2.1.3.3 Queda de pressão

A queda de pressão e a eficiência de coleta são os principais parâmetros operacionais de um ciclone. A queda de pressão é a diferença entre a pressão estática na entrada e na saída do ciclone. Esse valor é alterado de acordo com a presença de sólidos, sendo que a introdução de partículas no ciclone faz com que a queda de pressão seja menor. Isso pode ser explicado pela inércia da partícula que tende a igualar a quantidade de movimento linear do gás nas camadas adjacentes (FASSANI; GOLDSTEIN, 2000).

De acordo com Hoffmann e Stein (2008), a queda de pressão é o resultado das perdas na entrada, no corpo do ciclone e no *vortex finder*. As perdas na entrada são desprezíveis quando comparadas com as outras componentes. As perdas no corpo do ciclone são maiores, mas seu principal efeito é a redução da intensidade do vórtice. Já as perdas no *vortex finder* são as maiores, podendo ser uma ordem de grandeza maior que as outras duas contribuições. O valor da queda de pressão está relacionado com o número de Euler (Eu).

$$Eu = \frac{\Delta P}{\frac{\rho \cdot \langle v_z^2 \rangle}{2}} \tag{2.3}$$

 $\Delta P$  é a que da de pressão no equipamento,  $\rho$  a densidade e  $\langle v_z^2 \rangle$  é a velocidade axial média no corpo do ciclone.

## 2.2 Dinâmica dos fluidos computacional

Para a realização de uma análise teórica de um sistema de engenharia relacionado ao escoamento de fluidos, é necessário um modelo físico a partir do qual é feito o modelo matemático utilizando equações de balanço da massa, energia e quantidade de movimento linear. Para adequar essas equações ao problema específico, são utilizadas condições de contorno apropriadas. Para escoamentos simples, a resolução dessas equações pode ser feita de maneira analítica, porém para problemas complexos de engenharia é necessário utilizar métodos numéricos.

A Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD) é um grupo de técnicas matemáticas, numéricas e computacionais utilizado para predizer os fenômenos físicos ou físico-químicos que ocorrem em escoamentos. Nessas análises, são considerados fatores como difusão, advecção e turbulência, que são modelados com as equações de balanço. A maior parte dos aspectos importantes dessas relações é não linear e, portanto, não possuem soluções analíticas (FONTES et al., 2005).

Como o escoamento em ciclones está diretamente ligado aos mecanismos de separação, a análise fluidodinâmica desses equipamentos é essencial. Porém, como mostrado anteriormente, o escoamento em ciclones é tridimensional, complexo e turbulento. Por isso, a Dinâmica dos Fluidos Computacional é muito utilizada nas análises desses equipamentos e, para que essas análises forneçam dados satisfatórios, é necessário fazer a escolha adequada do modelo de turbulência.

É importante ressaltar que os resultados obtidos por meio de técnicas CFD apresentam erros numéricos, logo, existem diferenças quando comparados com resultados experimentais. Por isso, é necessário conhecer o fenômeno simulado e a resposta esperada para poder avaliar os resultados obtidos. Apesar dos erros existentes, a simulação computacional é uma ferramenta importante para verificar os fenômenos que não podem ser verificados experimentalmente, seja por segurança em relação ao manuseio dos equipamentos, escassez e alto custo de matérias-primas ou pela falta de instrumentos necessários para a detecção de determinados fenômenos (TU; YEOH; LIU, 2008; MURPHY et al., 2007).

## 2.3 Turbulência

De acordo com Silveira Neto (2020), a turbulência tem origem no aparecimento de instabilidades em um escoamento originalmente estável. Estas instabilidades se multiplicam por um processo não linear e degeneram-se em um regime turbulento. Em qualquer tipo de escoamento, o processo de transição pode ser generalizado como sendo o resultado da amplificação de perturbações injetadas por variadas fontes de ruído.

Segundo Silveira Neto (2001), as principais características de um escoamento turbulento são:

- irregularidade: Atualmente, a única forma de análise dos escoamentos turbulentos é o uso de ferramentas estatísticas, já que a predição determinística é difícil nesses casos. Esses escoamentos podem ser considerados randômicos para as pequenas estruturas e determinístico para as estruturas coerentes, que são aquelas que mantém uma forma definida por um tempo superior ao seu tempo característico;
- alta difusibilidade: O processo de mistura das propriedades ligadas a um escoamento é muito maior no regime turbulento que no regime laminar. Isso ocorre pela presença de flutuações térmicas e de concentração no regime turbulento, o que gera fortes e numerosos gradientes locais, que tornam a difusão molecular mais eficiente. Além disso, existe o transporte de parcelas de fluido para diferentes regiões do escoamento, gerando fortes gradientes locais;
- altos números de Reynolds: O número de Reynolds pode ser definido como a razão entre os efeitos advectivos e os efeitos difusivos do escoamento. Os efeitos advectivos são os responsáveis pela amplificação de perturbações e geração de instabilidades, enquanto os efeitos difusivos são inibidores da formação de instabilidades. Sendo assim, para que um escoamento transicione ou se mantenha turbulento, é necessário que os efeitos advectivos sejam maiores que os difusivos, o que implica em um número de Reynolds maior que um;
- flutuações tridimensionais de vorticidade: Todo escoamento turbulento é tridimensional e apresenta flutuações de vorticidade. Isso pode ser demonstrado a partir da equação de Helmholtz para o transporte da vorticidade, em que o termo produtor dessa grandeza é não nulo apenas em três dimensões;
- fenômeno altamente transformativo: No escoamento turbulento toda a energia injetada deve cascatar sobre o espectro de estrutura turbilhonares até chegar às

frequências transformativas. Dessa forma, é necessário fornecer energia continuamente para manter um escoamento turbulento ou ele entrará em regime de turbulência em decaimento;

- fenômeno contínuo: Qualquer escoamento pode ser modelado com as equações de balanço. Caso o fluido seja não newtoniano, o termo viscoso dessas equações deve ser alterado. A aplicação dessas equações se torna questionável apenas para números de Mach superiores a 15;
- imprediscibilidade: Essa característica está ligada à incapacidade de, em um dado experimento, conduzir duas realizações iguais. Quando utiliza-se simulação computacional, é impossível reproduzir exatamente as condições iniciais e de contorno utilizada em experimentos materiais. Como o escoamento turbulento tem uma alta capacidade de amplificar essas pequenas diferenças, os resultados podem ser completamente diferentes.

### 2.4 Modelagem da Turbulência

De acordo com Silveira Neto (2001), uma das características mais importantes de um escoamento turbulento é a multiplicidade de estruturas turbilhonares. Esta multiplicidade também representa o número de graus de liberdade do escoamento, que pode ser estimado por

$$Ngl = \left(\frac{L}{l_d}\right)^3 = Re_L^{9/4} \tag{2.4}$$

Sendo L o comprimento característico,  $l_d$  o menor comprimento da turbulência e  $Re_L$  o número de Reynolds baseado no tamanho característico da estrutura turbilhonar. Dessa maneira, quanto maior o número de Reynolds maior é o número de graus de liberdade.

Ainda segundo Silveira Neto (2001), o número de graus de liberdade é igual ao número de equações que compõem os sistemas lineares que devem ser resolvidos na análise teórica de um escoamento turbulento. Na maior parte dos problemas de engenharia, o número de Reynolds é elevado, o que implica em resolver milhões de equações simultaneamente. Quando todos os graus de liberdade de um escoamento são resolvidos, diz-se que está sendo utilizada a Simulação Numérica Direta, também conhecida como DNS (*Direct Numerical Simulation*). Porém, mesmo para baixos números de Reynolds, essa metodologia é impraticável. Por isso, surgiu a ideia da decomposição das estruturas turbilhonares, resultando em dois grupos de equações para turbulência:

• Equações médias de Reynolds: Nessas equações, as estruturas turbulentas são divididas em comportamento médio e flutuações em relação a esta média;
• Equações de Navier-Stokes filtradas: Nessas equações, as estruturas turbilhonares são divididas em grandes estruturas e pequenas estruturas ou estruturas sub-malha.

A seguir, esses dois grupos são explicados detalhadamente.

## 2.4.1 Equações Médias de Reynolds Transientes

As Equações Médias de Reynolds, também conhecidas como RANS (*Reynolds-Avareged Navier-Stokes*), representam as grandezas médias do escoamento, modelando todas as estruturas turbulentas. O termo RANS é utilizado para escoamentos estacionários. Quando a média é aplicada às equações de Navier-Stokes em sua forma transiente, é chamado URANS (*Unsteady Reynolds-Avareged Navier-Stokes*) (SILVA, 2012).

Como já foi explicado anteriormente, neste caso um sinal genérico é dividido em parte média e parte flutuante. Segundo Silveira Neto (2020), aplicando esse conceito às equações de balanço de massa e quantidade de movimento linear para escoamentos incompressíveis de fluidos newtonianos são obtidas as equações que seguem.

• Balanço de massa para as médias das componentes da velocidade

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \tag{2.5}$$

• Balanço de massa para as flutuações das componentes da velocidade

$$\frac{\partial u_i'}{\partial x_i} = 0 \tag{2.6}$$

• Equação de balanço da quantidade de movimento linear

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \overline{u_i u_j} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{\bar{f}_i}{\rho}$$
(2.7)

Na equação de balanço da quantidade de movimento linear surge o termo  $u'_i u'_j$  que é conhecido como tensor de Reynolds e pode ser escrito na forma matricial como

$$\overline{u_i'u_j'} = \begin{bmatrix} \overline{u'u'} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{v'u'} & \overline{v'v'} & \overline{v'w'} \\ \overline{w'u'} & \overline{w'v'} & \overline{w'w'} \end{bmatrix}$$
(2.8)

Com este tensor surgem mais seis incógnitas, sendo necessário modelá-lo. É possível gerar uma equação de balanço para este momento de segunda ordem, porém irá aparecer um momento de terceira ordem a ser modelado. Assim, surge o problema de fechamento da turbulência e para resolvê-lo surgiram os modelos de fechamento de turbulência que serão abordados posteriormente (SILVEIRA NETO, 2020).

# 2.4.2 Equações de Navier-Stokes filtradas

Conforme Silveira Neto (2020), qualquer distribuição de uma função no tempo ou no espaço pode ser submetida a processos de filtragem. Na dedução das Equações de Navier-Stokes filtradas utiliza-se somente filtros espacias, uma vez que a solução das equações filtradas avança no tempo de forma parabólica. A filtragem é definida como sendo a integral de convolução envolvendo a função a ser filtrada e uma função filtro apropriada.

$$\bar{f}(\vec{x},t) = \int_{V} G(\vec{x} - \vec{x}') f(\vec{x}',t) d\vec{x}'$$
(2.9)

Sendo G uma função filtro espacial que guarda também as características do filtro que determina a frequência de corte.

Segundo Silveira Neto (2020), aplicando esse filtro às equações de conservação de massa e balanço de quantidade de movimento para escoamentos incompressíveis de fluidos newtonianos, são obtidas as equações que seguem.

• Balanço de massa para as componentes da velocidade filtradas

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \tag{2.10}$$

• Balanço de massa para as flutuações das componentes da velocidade

$$\frac{\partial u_i'}{\partial x_i} = 0 \tag{2.11}$$

• Equação de balanço da quantidade de movimento linear

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \overline{u_i u_j} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{\bar{f}_i}{\rho}$$
(2.12)

Nota-se que surge o termo  $\overline{u'_i u'_j}$ , que é o tensor de Reynolds sub-malha. Então, assim como as Equações Médias de Reynolds, as Equações filtradas formam um sistema de equações aberto, ou seja, existem mais incógnitas do que equações. Nesse caso, este problema tem origem no termo não linear da equação de balanço da quantidade de movimento linear. O tensor que surgiu nessa formulação é um momento de segunda ordem. Ao gerar equações de balanço para este momento de segunda ordem, aparecem momentos de terceira ordem e assim sucessivamente. Existe então, assim como para as Equações Médias de Reynolds, o problema de fechamento da turbulência (SILVEIRA NETO, 2020).

# 2.5 Modelos de Fechamento

Sabe-se que as equações de balanço de massa e de quantidade de movimento linear são suficientes para modelar qualquer escoamento. O problema é que a utilização de DNS está restrita a baixos números de Reynolds, uma vez que para números de Reynolds elevados, o espectro de energia associado ao escoamento é largo, contendo estruturas viscosas muito pequenas. Isso faz com que seja necessária a utilização de malhas extremamente finas, o que implica em altos custos computacionais. Como foi mostrado anteriormente, para solucionar esse problema surgiram as equações médias de Reynolds e as equações filtradas. Porém, nos dois casos, surge o problema do fechamento da turbulência (SILVEIRA NETO, 2020). Por isso, neste tópico são mostrados os principais modelos de fechamento de turbulência, divididos de acordo com a metodologia na qual são utilizados.

De maneira geral, os modelos de turbulência podem ser classificados como dependentes ou independentes da viscosidade turbulenta. Segundo Silveira Neto (2020), diferentemente da viscosidade molecular, a viscosidade turbulenta é uma propriedade do escoamento e não do fluido. Assim, esta propriedade é de difícil avaliação e constitui uma forte não linearidade na solução das equações. No caso dos modelos que dependem diretamente da viscosidade turbulenta, são utilizadas equações algébricas ou de balanço adicionais para o cálculo desta propriedade. Já nos modelos cuja dependência é indireta, são utilizadas equações para o fechamento alternativo das equações filtradas para a turbulência, onde o conceito de viscosidade turbulenta passa a ser utilizado de forma indireta.

# 2.5.1 Modelos de Fechamento para a metodologia URANS

### 2.5.1.1 Modelo do comprimento de mistura de Prandtl

O modelo do comprimento de mistura de Prandtl é um modelo a zero equação de balanço e que depende diretamente da viscosidade turbulenta. Ele é utilizado para a solução de vários escoamentos canônicos e, para muitos desses escoamentos, é possível obter soluções contínuas, tanto para o regime laminar quanto para o turbulento (SILVEIRA NETO, 2020).

Fazendo-se uma analogia com a viscosidade cinemática molecular, a viscosidade turbulenta  $(\nu_t)$  pode ser modelada através de uma velocidade  $(\hat{V})$  e de um comprimento  $(l_m)$  característicos (SILVEIRA NETO, 2020).

$$\nu_t \approx \hat{V} l_m \tag{2.13}$$

Ainda de acordo com Silveira Neto (2020), em escoamentos com uma direção predominante, a velocidade característica pode ser obtida como função do gradiente de velocidade normal à direção predominante.

$$\hat{V} = l_m \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \tag{2.14}$$

Assim, o cálculo da viscosidade turbulenta no modelo de Prandtl é feito por

$$\nu_t = l_m^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \tag{2.15}$$

O comprimento de mistura permanece como uma incógnita e se torna mais difícil de ser avaliado conforme a complexidade do escoamento aumenta (SILVEIRA NETO, 2020).

### 2.5.1.2 Modelo a uma equação de balanço

O modelo a uma equação de balanço tem como objetivo calcular uma das grandezas características da turbulência utilizadas para o cálculo da viscosidade turbulenta. Nesse sentido, Prandtl e Kolmogorov propuseram uma equação de balanço para a energia cinética turbulenta (k), uma vez que a velocidade característica pode ser calculada por  $\hat{V} = \sqrt{k}$ . Ao longo dos anos, diversos pesquisadores continuaram a desenvolver essa proposta. Com isso, chegou-se a uma equação de balanço da energia cinética turbulenta dependente do comprimento característico do escoamento  $(l_m)$  (SILVEIRA NETO, 2020).

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \bar{u}_j k \right) = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - C_D \frac{k^{3/2}}{l_m}, \quad (2.16)$$

sendo  $\sigma_k$  uma constante a ser ajustada em função do método de solução das equações e do tipo de escoamento a ser simulado e  $C_D$  uma constante a ser determinada empiricamente (SILVEIRA NETO, 2020).

Conforme mostrado por Silveira Neto (2020), o desenvolvimento desse modelo chega a seguinte equação para o cálculo da viscosidade turbulenta

$$\nu_t = \sqrt{k} \cdot l_m \tag{2.17}$$

Apesar de ter sido uma alavanca para o progresso da modelagem da turbulência, este modelo ainda apresenta limitações em relação a simulação de escoamentos complexos. Por isso, foram propostos os chamados modelos a duas equações (SILVEIRA NETO, 2020).

#### 2.5.1.3 Modelos a duas equações de balanço

Os modelos a duas equações utilizam a equação de balanço para a energia cinética turbulenta e uma segunda equação para a taxa específica de transformação ( $\omega$ ) ou para transformação ( $\varepsilon$ ). Esses são, respectivamente, os modelos  $k - \omega$  e  $k - \varepsilon$ . A base desses modelos está nas relações entre a taxa de transformação específica, a transformação, a energia cinética turbulenta, o comprimento característico e a viscosidade turbulenta (SILVEIRA NETO, 2020).

$$l_m \approx k^{1/2}/\omega, \ \ \varepsilon \approx \omega k, \ \ \nu_t = k/\omega$$
 (2.18)

Teoricamente, ao utilizar duas equações de balanço, os modelos seriam suficientes para calcular diferentes tipos de escoamentos sem a necessidade de se conhecer a estrutura do escoamento à priori. Porém, a formulação desses modelos exige a utilização de constantes que dependem do tipo de escoamento (SILVEIRA NETO, 2020).

### 2.5.1.4 Modelo RSM (Reynolds Stress Model)

Nos modelos apresentados até aqui, as tensões de Reynolds eram modeladas a partir da viscosidade turbulenta e buscava-se calcular as grandezas características da turbulência para determinar a própria viscosidade turbulenta. Já o modelo RSM, utiliza uma equação de balanço para cada componente do tensor de Reynolds. Em notação indicial, as seis equações desse modelo são escritas como

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_l} \left( \bar{u}_l \tau_{ij} \right) = TF.$$
(2.19)

Esta equação possui todos os termos clássicos de uma equação de balanço e o segundo termo (TF) representa os termos de transporte e transformações da variável objeto, que são as componentes do tensor de Reynolds (SILVEIRA NETO, 2020).

Por fim, o modelo RSM é muito mais geral que os anteriores, logo, com um mesmo conjunto de constantes, pode-se simular escoamentos mais diversificados com boa confiabilidade. Porém, ele utiliza sete equações de balanço adicionais, o que implica em um grande aumento do custo computacional (SILVEIRA NETO, 2020).

### 2.5.2 Modelos de Fechamento para a metodologia LES

A Simulação de Grandes Estruturas (LES - *Large Eddy Simulation*) é uma metodologia intermediária a DNS e a URANS, isto porque em LES as estruturas turbulentas transportadoras de energia e quantidade de movimento são obtidas diretamente das equações filtradas, enquanto as menores são modeladas. Como as menores estruturas tendem a ser mais homogêneas e isotrópicas e menos afetadas pelas condições de contorno, espera-se que os modelos para elas sejam mais universais e independentes do tipo de escoamento do que os modelos utilizados na metodologia URANS. Como a LES permite obter resultados diretamente das equações de Navier-Stokes, ela exige malhas refinadas assim como a DNS. Porém, a separação do espectro e o processo de modelagem sub-malha permitem a resolução de escoamentos com altos números de Reynolds (SILVEIRA NETO, 2020).

A seguir, são apresentados os principais modelos sub-malha utilizados na metodologia LES. Todos esses modelos são dependentes da viscosidade turbulenta, logo os modelos consistem em fornecer equações algébricas ou de balanço para determinar esta propriedade.

#### 2.5.2.1 Modelo sub-malha de Smagorinsky

Este modelo é baseado na hipótese do equilíbrio local para pequenas estruturas, isto é, ele considera que toda a energia cinética turbulenta que chega às estruturas de Kolmogorov seja transformada em energia térmica. Assim, a viscosidade turbulenta é calculada com:

$$\nu_t = (C_s l)^2 \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}}$$
(2.20)

onde l é o comprimento característico calculado em função da malha de discretização,  $\sqrt{\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}}$  é a taxa de deformação e  $C_s$  é a constante de Smagorinsky, sendo igual a 0,18 para turbulência homogênea e isotrópica. Esse valor deve ser ajustado em função do tipo de código de cálculo utilizado e do tipo de escoamento em análise. Vale ressaltar que esse modelo não é, por si só, adequado para a solução de escoamentos com a presença de paredes. Isto ocorre porque próximo à parede a turbulência é amortecida pelos efeitos viscosos moleculares e, consequentemente, a viscosidade turbulenta deveria se anular na camada de fluido que permanece coesa à parede. Porém, como as derivadas das componentes de velocidade são grandes na parede, surgem valores elevados da viscosidade turbulenta nas camadas de fluido coesas à parede (SILVEIRA NETO, 2020).

Apesar das limitações, esse modelo sub-malha tem sido amplamente utilizado e permitiu o início de uma das mais promissoras linhas de pesquisa na área da simulação computacional de escoamentos turbulentos (SILVEIRA NETO, 2020).

### 2.5.2.2 Modelo sub-malha Função Estrutura de Velocidade

Esse modelo foi proposto por Chollet e Lesieur em 1982 e parte do cálculo da viscosidade turbulenta e da difusividade turbulenta ( $\alpha_t$ ) no espaço de Fourier, a partir da equação que segue (SILVEIRA NETO, 2020).

$$\nu_t(k_c, t) = \nu_t^+ \sqrt{\frac{E(k_c, t)}{k_c}}$$
(2.21)

Sendo  $k_c$  o número de <br/>onda de corte, Eé o espectro de energia cinética turbulenta <br/>e $\nu_t^+$ é uma constante calculada com

$$\nu_t^+ = \frac{2}{3} C_K^{-3/2} \tag{2.22}$$

onde  $C_K = 1, 4$  é a constante de Kolmogorov (SILVEIRA NETO, 2020).

Nota-se que o cálculo da viscosidade turbulenta passa pelo cálculo do espectro de energia cinética turbulenta no espaço de Fourier, que possui um cálculo difícil de ser realizado. Por isso, em 1991, Métais e Lesieur propuseram o conceito de função estrutura de velocidade de ordem 2, dando origem a um novo tipo de modelagem sub-malha (SILVEIRA NETO, 2020).

$$\nu_t(\vec{x}, \Delta, t) = 0,104C_K^{-3/2}\Delta\sqrt{\bar{F}_2(\vec{x}, \Delta, t)}$$
(2.23)

A viscosidade turbulenta é calculada no espaço físico para cada posição  $\vec{x}$  e em cada estante de tempo t, a partir da função estruturada truncada  $\bar{F}_2(\vec{x}, \Delta, t)$ , da constante de Kolmogorov e do comprimento característico da malha  $\Delta$  (SILVEIRA NETO, 2020).

Já o conceito de difusividade térmica turbulenta é calculado através do número de Prandtl turbulento (SILVEIRA NETO, 2020):

$$Pr_t = \frac{\nu_t}{\alpha_t} = 0,9. \tag{2.24}$$

Assim como o modelo de Smagorinsky, o modelo sub-malha Função Estrutura de Velocidade também é limitado a escoamentos turbulentos completamente desenvolvidos, mas é adequado nas regiões próximas às paredes, uma vez que a  $\bar{F}_2$  é baseada em diferenças de velocidades e não em derivadas. (SILVEIRA NETO, 2020).

### 2.5.2.3 Modelagem sub-malha dinâmica

Os modelos sub-malha apresentados até o momento, possuem limitações na análise de escoamentos em transição, devido a utilização de constantes de proporcionalidade. O modelo sub-malha dinâmica surge para resolver esse problema, substituindo a constante por uma função que se ajusta no tempo e no espaço (SILVEIRA NETO, 2020).

De acordo com Silveira Neto (2020), a base deste modelo está na utilização de dois filtros diferentes:

- filtro a nível de malha: o comprimento característico é calculado a partir das dimensões da malha;
- filtro teste: o comprimento característico é determinado a partir de um múltiplo das dimensões das malhas.

Ao utilizar dois níveis de filtragem, a modelagem dinâmica consegue modelar a transferência de energia entre as estruturas resolvidas e as não resolvidas, a partir da utilização dos dados do nível de energia contido nas menores estruturas resolvidas, que fica entre os dois filtros (SILVEIRA NETO, 2020). Para que a função modele corretamente o escoamento, é necessário que ela se anule nas regiões de escoamentos laminares e proximidades de fronteiras sólidas, além de apresentar a possibilidade de simular o efeito de transferência inversa de energia cinética turbulenta das estruturas sub-malha para as estruturas resolvidas que acontece nas regiões de camada limite, por exemplo (SILVEIRA NETO, 2020).

## 2.5.3 Modelos Híbridos

Conforme apresentado anteriormente, os modelos LES e RANS/URANS apresentam vantagens e desvantagens. Visando combinar os pontos positivos desses dois modelos, surgiram os modelos híbridos, que possibilitam representar os escoamentos turbulentos de maneira mais realística com menor custo computacional. Esses modelos podem utilizar duas abordagens diferentes. O primeiro grupo utiliza um modelo URANS e um modelo sub-malha, que são aplicados em dois domínios separados por uma interface nítida, como acontece no DES (*Detached Eddy Simulation*). Já o segundo grupo considera que as equações de balanço do escoamento estão fazendo uma transição suave do comportamento URANS para LES, utilizando critérios que são atualizados durante os cálculos. Um exemplo é o PANS (*Partially Averaged Navier Stokes*) (CHAOUAT, 2017).

Além desses modelos já consolidados, novos modelos híbridos vêm sendo desenvolvidos. Um exemplo é o ER-HRL (*Elliptic-Relaxation Hybrid RANS-LES*), desenvolvido por Hadžiabdic e Hanjalic (2020) que foi utilizado como base para o modelo do presente trabalho. Os modelos PANS, DES e ER-HRL são detalhados a seguir.

### 2.5.3.1 PANS

De acordo com Girimaji e Abdol-Hamid (2005), o PANS é um conjunto de modelos de fechamento de turbulência de várias proporções entre estruturas modeladas e resolvidas, variando do RANS para DNS, com o objetivo de calcular as grandes estruturas com o menor custo computacional possível. A divisão entre as estruturas modeladas e calculadas é feita através de dois parâmetros: a razão entre a parcela não resolvida e total de energia cinética  $(f_k)$  e transformação  $(f_{\varepsilon})$ . Quanto menor for o valor de  $f_k$ , mais estruturas são resolvidas, maior é o custo computacional e mais correto é o resultado.

$$f_k = \frac{k_u}{k}, f_\varepsilon = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon} \tag{2.25}$$

Para chegar às equações do modelo, Girimaj, Jeong e Srinivasan (2006) dividem a velocidade em velocidade média do RANS, flutuação resolvida do PANS e flutuação não resolvida do PANS, diferentemente do modelo RANS onde a velocidade é dividida em componente média e flutuação. Partindo desse conceito e considerando turbulência homogênea, o autor chega a seguinte equação

$$\frac{d\varepsilon_u}{dt} = C_{e1} \frac{P_u \varepsilon_u}{k_u} - C_{e2}^* \frac{\varepsilon_u^2}{k_u}$$
(2.26)

Onde  $P_u$  é a produção das flutuações não resolvidas,  $C_{e1}$  e  $C_{e2}$  são constantes de integração e

$$C_{e2}^{*} = \frac{f_k}{f_{\varepsilon}} \left( C_{e2} - C_{e1} \right) + C_{e1}$$
(2.27)

### 2.5.3.2 DES

O DES foi desenvolvido especificamente para escoamentos a alto número de Reynolds limitados por paredes, onde uma simulação utilizando LES teria custos proibitivos. Ele utiliza modelos URANS nas regiões de camada limite e modelos sub-malha LES nas regiões distantes das paredes. Normalmente, a região em que o LES é utilizado é uma região turbulenta em que as grandes estruturas apresentam papel dominante (ANSYS INC., 2009).

Existem diversos modelos baseados no DES. O primeiro a ser desenvolvido foi o Spalart-Allmaras que utiliza a distância até a parede mais próxima como definição de comprimento característico (d), que tem um papel importante na determinação do nível de transformação e transporte de viscosidade turbulenta. Esse modelo substitui o d por uma novo comprimento característico ( $\tilde{d}$ ), definido por

$$\tilde{d} = \min\left(d, C_{DES}\Delta\right) \tag{2.28}$$

onde  $\Delta$  é o espaçamento da malha baseado no maior espaçamento nas direções x, y ou z que formam a célula e  $C_{DES}$  é uma constante empírica igual a 0,65 (ANSYS INC., 2009).

Esse novo comprimento característico garante que, para espaçamento maior que a espessura da camada limite, o modelo URANS será utilizado em toda a camada limite. Porém, para espaçamento muito menor que a espessura da camada limite, o modelo LES pode ser ativado no interior dessa estrutura, onde a malha não é refinada o suficiente para esse modelo. Por isso, foi desenvolvida uma nova formulação DES para garantir que o modelo URANS seja utilizado na camada limite. Para isso, o comprimento  $\tilde{d}$  é redefinido como

$$\tilde{d} = d - f_d max \left(0, d - C_{DES}\Delta\right) \tag{2.29}$$

em que  $f_d$  é uma função de blindagem que assume valor unitário na região LES e nulo em outros lugares (ANSYS INC., 2009; CHAOUAT, 2017).

Depois desse primeiro modelo desenvolvido, a ideia do DES passou a ser aplicada a qualquer modelo RANS com o objetivo de obter seu modelo DES-RANS correspondente. Um exemplo é o modelo  $k-\epsilon$ , que na sua versão DES é baseado na definição de comprimento característico de turbulência, calculada com:

$$L_{DES} = \min\left(L_{RANS}, C_{DES}\Delta\right) \tag{2.30}$$

onde  $L_{RANS}$  é o comprimento característico de turbulência calculado com o modelo RANS. Com essa definição, o termo transformativo  $(Y_k)$  do modelo  $k - \epsilon$  é modificado, passando a ser calculado com

$$Y_k = \frac{\rho k^{\frac{3}{2}}}{C_{DES}\Delta} \tag{2.31}$$

E, de maneira similar ao feito no modelo Spalart-Allmaras, comprimento característico pode ser redefinido para garantir que na região da camada limite será utilizado apenas o modelo RANS (ANSYS INC., 2009; CHAOUAT, 2017).

$$L_{DES} = L_{RANS} - f_d max \left(0, L_{RANS} - C_{DES}\Delta\right)$$
(2.32)

### 2.5.3.3 ER-HRL

Hadžiabdic e Hanjalic (2020) desenvolveram um modelo híbrido que utiliza o modelo RANS  $\zeta - f$  com função de parede de relaxação elíptica para as regiões adjacentes às paredes e o modelo de Smagorinsky dinâmico para a parte distante da parede, sendo a alteração dos modelos feita por uma função de detecção de malha simples.

O modelo  $\zeta - f$  é baseado no modelo  $k - \varepsilon$  enriquecido com uma equação de balanço para  $\zeta = v^2/k$ , sendo  $v^2$  o substituto escalar de Durbin para as componentes da tensão turbulenta normais à parede. O sistema de equações é completado ainda por uma equação elíptica simples para a função de relaxação f. As equações são mostradas a seguir.

$$\frac{Dk}{Dt} = D_k + P_k - \alpha\varepsilon \tag{2.33}$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = D_{\varepsilon} + \frac{C_{\varepsilon 1}P_k - C_{\varepsilon 2}\varepsilon}{\tau}$$
(2.34)

$$\frac{D\zeta}{Dt} = D_{\zeta} + f - \frac{\zeta}{k} P_k \tag{2.35}$$

$$L^{2}\nabla^{2}f - f = \frac{1}{\tau} \left( C_{1} + C_{2} \frac{P_{k}}{\varepsilon} \right) \left( \zeta - \frac{2}{3} \right)$$

$$(2.36)$$

 $\operatorname{Sendo}$ 

$$D_{\phi} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_{\phi}} \right) \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right]$$
(2.37)

$$\tau = max \left[ min\left(\frac{k}{\varepsilon}, \frac{0, 6}{\sqrt{6}C^v_{\mu}|S|\zeta}\right), C_T\left(\frac{\nu}{\varepsilon}\right)^{1/2} \right]$$
(2.38)

$$L = C_L max \left[ min\left(\frac{k^{3/2}}{\varepsilon}, \frac{k^{1/2}}{\sqrt{6}C^v_{\mu}|S|\zeta}\right), C_\eta\left(\frac{\nu^3}{\varepsilon}\right)^{1/4} \right]$$
(2.39)

Na Eq. 2.33 aparece o parâmetro de detecção de malha  $\alpha$  que troca a característica implícita comprimento característico da turbulência do comprimento característico para RANS ( $L_{RANS}$ ) para o comprimento sub-malha do LES, quando ela se torna menor que  $L_{RANS}$ . Esse parâmetro é definido por

$$\alpha = max \left(1, \frac{L_{RANS}}{L_{LES}}\right) \tag{2.40}$$

onde

$$L_{LES} = C_{\Delta} (\Delta V)^{1/3} \tag{2.41}$$

$$L_{RANS} = \frac{k^{1,5}}{\varepsilon} \tag{2.42}$$

O modelo possui mais um critério de troca, que escolhe a maior viscosidade turbulenta entre os modelos RANS e LES. Esse critério é definido por

$$\nu_t = max(\nu_t^{RANS}, \nu_t^{LES}) \tag{2.43}$$

onde

$$\nu_t^{RANS} = C^v_\mu \zeta k \tau \tag{2.44}$$

$$\nu_t^{LES} = (C_s L_{LES})^2 |\overline{S}| \tag{2.45}$$

 $C^v_{\mu}, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, C_1, C_2, \sigma_k, \sigma_{\varepsilon}, \sigma_{\zeta}, C_T, C_L \in C_{\eta}$ são coeficientes empíricos.

Com a combinação desses dois critérios, próximo às paredes  $\alpha = 1$  e o modelo se comporta como RANS. Distante das paredes,  $L_{RANS} > L_{LES}$ ,  $\alpha > 1$  e k é amortecido,

diminuindo o valor de  $\nu_t^{RANS}$ . Eventualmente, se  $\nu_t^{RANS} < \nu_t^{LES}$ , o segundo critério é ativado e o LES convencional é retomado.

Esse modelo foi aplicado a escoamentos complexos, como o escoamento em uma matriz de pinos presa a uma parede com transferência térmica. Os resultados foram comparados com resultados experimentais e resultados computacionais obtidos com o URANS e com o LES. Os resultados mostraram que o modelo híbrido com uma malha grosseira não foi capaz de reproduzir o amplo espectro de estruturas turbilhonares obtido pelo LES, especialmente quando o URANS é aplicado em grande parte do escoamento. Por outro lado, a falta de resolução para pequenas estruturas próximo à parede foi compensada pela capacidade do modelo URANS em calcular a troca térmica na parede. Nesse ponto, o modelo híbrido mostrou resultados superiores aos obtidos com o modelo URANS puro e ficou próximo dos resultados obtidos no LES.

Esse modelo foi utilizado também no escoamento em compressores, analisando as estruturas turbilhonares formadas na ponta das pás. O campo de velocidades formado após a esteira das pás obtido com o modelo híbrido é comparado com o obtido experimentalmente, o obtido com o modelo  $\zeta - f$  RANS linear e com o  $\zeta - f$  RANS não linear. Os resultados mostraram que apenas o modelo híbrido foi capaz de prever corretamente a posição e a velocidade das estruturas turbilhonares formadas nessa região.

Sayed et al. (2021) aplicaram o mesmo modelo a um escoamento particulado em um canal e compararam os resultados com os modelos RANS, LES e DNS. Foi observado que os resultados do modelo híbrido convergiram com os do DNS de referência com um custo computacional muito menor que o do LES tradicional. Também foi notado que as flutuações de velocidade normal a parede obtidas com o modelo híbrido foram melhor previstas do que as obtidas com o modelo RANS puro utilizando a mesma malha, principalmente nas regiões próximas à parede. Em relação ao comportamento das partículas, os resultados obtidos com o modelo híbrido ficaram muito próximos dos obtidos pelo LES convencional, mas com um custo computacional menor.

# 2.6 Métodos Numéricos

Conforme mostrado nas seções anteriores, as equações de balanço de um escoamento são equações diferenciais parciais. Para resolver este conjunto de equações é necessário aplicar um método numérico que tem como objetivo resolver estas equações diferenciais substituindo as derivadas existentes por expressões algébricas que envolvem a função incógnita. Ao utilizar uma aproximação numérica da equação diferencial, a solução é obtida para um número discreto de pontos, com um determinado erro que diminui conforme o número de pontos aumenta (MALISKA, 2017).

Os principais métodos de discretização são o Método de Diferenças Finitas, o Método

de Elementos Finitos e o Método de Volumes Finitos. O Método de Diferenças Finitas sempre foi empregado na área de mecânica dos fluidos. Dessa forma, seu desenvolvimento sempre esteve focado na tentativa de dominar as não linearidades dos termos advectivos e no acoplamento entre as equações, deixando de lado o problema do tratamento de geometrias complexas. Por outro lado, o Método de Elementos Finitos sempre foi utilizado na área estrutural. Assim, seu desenvolvimento teve como objetivo encontrar soluções para problemas que envolvem geometrias complexas. O Método dos Volumes Finitos surge, então, para combinar os dois métodos precedentes, permitindo a simulação de escoamentos em geometrias complexas.

Todo método que satisfaz o balanço da propriedade em nível de volumes elementares é um método de volumes finitos (MALISKA, 2017). Esse balanço se deve à maneira como as equações aproximadas são obtidas. Inicialmente, o domínio é dividido em um número finito de volumes de controle, cada qual recebendo em sua posição central um ponto de interesse da malha. As equações aproximadas são obtidas, então, a partir das equações de balanço aplicadas em cada um desses volumes. Essas equações necessitam de informações vindas dos volumes vizinhos e, por isso, são necessárias técnicas de interpolação (VIEIRA, 2006). Os principais esquemas de interpolação disponíveis em softwares comerciais são:

- Esquema de diferenças centrais: é considerado um esquema de alta ordem por possuir um erro de truncamento de ordem dois e é relativamente simples por envolver apenas dois pontos nodais no cálculo de cada fluxo. Por ser um esquema não difusivo, gera soluções não realísticas em problemas de advecção dominante (MALISKA, 2017);
- Upwind de primeira ordem: este esquema foi desenvolvido para solucionar as instabilidades presentes no esquema anterior. Para isso, a direção do escoamento é considerada. Por ser um esquema difusivo, os altos gradientes são suavizados (MALISKA, 2017);
- Upwind de segunda ordem: este esquema adota um perfil linear da grandeza calculada no interior do volume e, com isso, apresenta melhores respostas na presença de elevados gradientes (SORIANO, 2015).

Também é necessário utilizar um algoritmo de acoplamento pressão-velocidade, uma vez que as duas variáveis são calculadas separadamente e o campo de pressão obtido precisa gerar um campo de velocidades que satisfaça o balanço da massa. De acordo com Versteeg e Malalasekera (2007), alguns exemplos de algoritmos são:

• SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*): este algoritmo utiliza equações de correção para as componentes da velocidade. Assim, a cada iteração são obtidas velocidades que satisfazem o balanço de massa e, a partir delas, é calculado um novo campo de pressão;

- SIMPLEC (*SIMPLE-Consistent*): este algoritmo também utiliza a filosofia da correção de velocidades, porém utiliza uma equação diferente para a correção da pressão;
- PISO (*Pressure-Implicit with Splitting of Operators*): este algoritmo resolve a equação de balanço da quantidade de movimento linear e a equação de correção de pressão duas vezes em cada iteração. Dessa forma, satisfaz de maneira mais adequada as equações de balanço e se torna superior ao SIMPLE em escoamentos transientes.

Assim como as equações aproximadas do Método dos Volumes Finitos, as equações de acoplamento pressão-velocidade calculam a pressão no centro do volume de controle e, por isso, precisam de esquemas de interpolação. Pelo esquema de interpolação padrão, os valores de pressão nas faces do volume de controle são interpolados através dos coeficientes da equação do movimento, sendo indicado nos casos em que a variação de pressão entre os centros dos volumes não é tão brusca. Por sua vez, o esquema linear de interpolação, calcula a pressão na face como a média dos valores dos nós vizinhos. Já o esquema de interpolação de segunda ordem é indicado para escoamentos em que não haja gradientes de pressão descontínuos ou uso de modelos multifásicos. O esquema de forças de campo equilibradas calcula a pressão na face assumindo que o gradiente normal da diferença entre a pressão e as forças de campo seja constante. Existe ainda o esquema PRESTO!(*Pressure Staggering Option*) que utiliza a equação de balanço de massa aplicada na malha de arranjo desencontrado, sendo a velocidade calculada nas faces dos volumes de controle (VIEIRA, 2006; PANTAKAR, 1980).

# 2.7 Dinâmica dos Fluidos Computacional em Ciclones

A eficiência de um ciclone está diretamente ligada ao escoamento, logo, ele precisa ser estudado no projeto e otimização desses equipamentos. A elevada turbulência e as múltiplas fases presentes no escoamento dificultam a realização de análises teóricas, sendo necessário utilizar a dinâmica dos fluidos computacional. Com o passar dos anos, o surgimento de novos modelos de turbulência, juntamente com o desenvolvimento computacional, possibilitou a resolução de escoamentos complexos com resultados mais realísticos. Assim, muitas pesquisas vêm sendo desenvolvidas em escoamentos de ciclones com o auxílio da dinâmica dos fluidos computacional.

Gronald e Derksen (2011) fizeram uma comparação de diversos modelos de turbulência aplicados ao escoamento de gás dentro de um ciclone. Eles utilizaram o modelo URANS discretizado pelo método dos volumes finitos com o modelo RSM para a turbulência, o modelo LES discretizado pelo método dos volumes finitos e o LES com discretização pelo método de lattice-Boltzmann, sendo os dois últimos com modelo sub-malha de Smagorinsky padrão. Os resultados gerados por esses três modelos foram comparados com resultados experimentais da literatura, mostrando que a velocidade tangencial média calculada pelos dois modelos LES ficou próxima do resultado experimental, enquanto a obtida pelo URANS foi subestimada. Já na velocidade axial média, não houve nenhuma diferença significativa entre o resultado dos três modelos. Um outro parâmetro importante do escoamento é a flutuação de velocidade, principalmente próximo do centro do ciclone. Esse fenômeno não é calculado corretamente pelo URANS, mas os dois modelos LES foram capazes de descrevê-lo. A partir dessas análises, os autores concluíram que as simulações utilizando URANS com uma malha relativamente grosseira é capaz de gerar resultados razoáveis e relevantes industrialmente, utilizando baixos recursos computacionais. Já as simulações com LES e malhas mais refinadas, ajudam a revelar mais sobre a física do escoamento, mas requerem um maior esforço computacional.

Souza, Salvo e Martins (2012) avaliaram o modelo LES, com abordagem Euler-Lagrange para o escoamento multifásico e modelo submalha de Smagorinsky dinâmico, em duas geometrias de pequenos ciclones operando em números de Reynolds moderados. Foram testados dois critérios de coleta e três esquemas de integração temporal para as partículas, cujos resultados foram comparados com dados experimentais. Foi observado que o critério de coleta baseado nas partículas que saem pelo overflow é inadequado para ciclones sem coletores de partículas. Já o critério que considera todas as partículas que tocam a parede do underflow como coletadas, gerou curvas de eficiência de coleta em melhor concordância com os experimentos. Em relação à integração das equações de movimento das partículas, os esquemas trapezoidal e analítico produziram resultados semelhantes, principalmente para um passo de tempo suficientemente pequeno. Foi observado, ainda, que as curvas de eficiência de coleta obtidas são tão sensíveis às variações de número de Reynolds e geométricas quanto as experimentais. Uma última simulação mostrou a importância da turbulência no movimento da partícula, uma vez que ela causa a reentrada de partículas que seriam coletadas, sendo um obstáculo para a eficiência de coleta. Logo, um modelo adequado para esse tipo de escoamento deve prever corretamente o escoamento médio e o escoamento instantâneo, o que é alcançado pelo LES.

Shukla, Shukla e Ghosh (2013) estudaram o efeito da modelagem das flutuações da velocidade na eficiência de coleta dos ciclones. Para isso, eles utilizaram os modelos RSTM (*Reynolds Stress Turbulence Model*) e LES, utilizando o modelo submalha de Smagorinsky-Lilly com a aproximação de Germano. Nos dois casos, foi utilizada a abordagem Euler-Lagrange para as partículas. Os resultados das simulações foram comparados com o resultado experimental disponível na literatura. A primeira variável analisada pelos autores é a velocidade média, dividida nas componentes tangencial e axial. Foi observado que os dois modelos previram o vórtice de Rankine na velocidade tangencial, o perfil de W invertido na velocidade axial e os valores de velocidade obtidos são muito próximos. Eles analisaram, então, as flutuações obtidas para as duas componentes de velocidade. Os resultados mostraram que as flutuações calculadas pelo LES se aproximam mais dos valores

experimentais do que as obtidas pelo RSTM. Por fim, foi analisada a curva de eficiência de coleta, que mostrou que os resultados obtidos pelo LES ficaram mais próximos dos experimentais, o que sugere que o cálculo da eficiência de coleta, principalmente para partículas pequenas, é influenciado pela flutuação das velocidades.

Jang, Lee e Huh (2018) avaliaram os modelos RSTM e LES aplicados a um ciclone Stairmand. Analisando as velocidades médias, os dois modelos apresentaram resultados coerentes com o experimental, mas o LES obteve um erro menor. Também foi avaliada a queda de pressão, sendo comparada com resultado experimental e teórico. O valor calculado pelo LES ficou mais próximo do experimental que o calculado pelo RSTM e pela teoria. Por fim, foi obtida a curva de eficiência de coleta, que mostrou que o LES gerou resultados mais próximos dos resultados experimentais.

Zhang, Chen e Yan (2018) estudaram a influência da redistribuição de coletores de partículas nas paredes laterais e inferior do ciclone na eficiência de coleta e queda de pressão do equipamento. Para isso, foi utilizado o modelo de turbulência RSM, com DPM *(Discrete Phase Model)*. Para a validação da simulação, os resultados de velocidade e eficiência de coleta foram comparados com resultados experimentais. Em relação às geometrias, foi observado que a distribuição de múltiplos coletores de partículas melhorou a performance do ciclone, gerando uma melhor eficiência de coleta para partículas menores e reduzindo a queda de pressão. Em relação ao modelo utilizado, a comparação com os resultados experimentais evidenciou que o RSM com DPM obteve resultados razoáveis de perfil de velocidade e eficiência de coleta.

Wasilewski, Anweiler e Masiukiewicz (2019) fizeram a caracterização do escoamento multifásico no interior de um ciclone utilizado no processo de queima de clínquer e avaliaram a precisão dos modelos  $k - \epsilon$  RNG, RSM e LES comparados a resultados experimentais. O primeiro resultado mostrado pelos autores é o tempo de cálculo de cada um dos três modelos. O LES levou cerca de cinco vezes o tempo gasto pelo  $k - \epsilon$  RNG, uma vez que ele precisa de uma malha mais refinada. Analisando a eficiência de separação, foi mostrado que os três modelos são capazes de fornecer resultados consistentes, com erros inferiores a 10 %. Para o caso estudado, o LES apresentou resultados mais precisos tanto para a eficiência de coleta quanto para a queda de pressão. O RSM também apresentou resultados com alta precisão, sendo a velocidade axial média a única diferença significante entre os dois modelos. Já o modelo  $k - \epsilon$  RNG apresentou maiores desvios em relação aos valores experimentais. A partir desses resultados, os autores concluem que os modelos LES e RSM podem ser efetivamente utilizados para estimar a performance e simular os principais parâmetros do escoamento, sendo a escolha entre eles baseada no propósito do estudo e nos recursos computacionais disponíveis. Por exemplo, em pesquisas industriais, onde o tempo disponível é baixo e resultados qualitativos são suficientes, a escolha pelo RSM é mais razoável. Já para pesquisas científicas, com acesso a computadores de alta performance, é

mais razoável utilizar o LES, que fornece resultados qualitativos e quantitativos precisos.

Chen et al. (2020) propuseram a utilização de uma estrutura interna formada por uma coluna central e uma guia espiral com o objetivo de melhorar a eficiência de separação de um ciclone. Então, foram feitos testes experimentais e simulações numéricas para investigar o efeito dessa nova estrutura no comportamento do escoamento e na eficiência do equipamento. Na simulação computacional foi utilizada a abordagem Euler-Lagrange para o escoamento multifásico e o modelo RSM para a turbulência. Os autores explicam que a utilização desse modelo ao invés do LES se deve ao elevado custo computacional e tempo de cálculo necessários para o segundo. Os resultados mostraram que o modelo utilizado conseguiu prever o padrão do escoamento e a performance do ciclone de maneira satisfatória. Em relação as alterações causadas pela estrutura proposta pelos autores, ela gerou uma maior velocidade tangencial no interior do ciclone, reduziu a intensidade de turbulência e a energia cinética turbulenta chegou a ser reduzida em 80 %. Na eficiência do equipamento, a nova geometria apresentou uma boa capacidade de separação para partículas ultra-finas, reduzindo o diâmetro de corte e a queda de pressão.

Shastri, Wasilewski e Brar (2021) analisaram quatro novas geometrias de ciclone, utilizando uma mistura de seções quadradas e circulares no corpo do ciclone. Para isso, eles utilizaram o modelo LES com o modelo submalha de Smagorinsky padrão. Para validar a simulação, resultados numéricos com malhas de diferentes refinamentos foram comparados com resultados experimentais da literatura, mostrando que a metodologia numérica adotada forneceu bons resultados para as velocidades tangenciais e axiais médias, bem como para a curva de eficiência de coleta. Em relação às alterações no escoamento e desempenho do ciclone causadas pela novas geometrias, foi observado que é possível extinguir o vórtice central a partir da combinação de seções. Além disso, para todos os quatro novos modelos, houve um aumento na queda de pressão acompanhado de um aumento ainda maior na eficiência de coleta.

# 2.8 Fechamento do capítulo

Considerando o que foi exposto neste capítulo, nota-se que os escoamentos em ciclones são de difícil solução e, por isso, a Dinâmica dos Fluidos Computacional é utilizada. Porém, apesar dessa ferramenta ser utilizada no estudo de escoamentos ciclônicos há muitos anos, ainda existem dificuldades ligadas à obtenção de resultados realísticos com um custo computacional compatível com as capacidades atuais. A obtenção desses resultados está diretamente ligada à escolha do modelo de turbulência e do modelo de fechamento. Por isso, novos modelos, como os modelos híbridos, continuam sendo desenvolvidos tendo como objetivo possibilitar a obtenção de resultados melhores que os obtidos com os modelos já disponíveis e com um custo computacional melhor.

# 3 Metodologia

# 3.1 Modelo Físico

O presente trabalho teve como objetivo propor um modelo de turbulência híbrido LES-URANS para escoamentos em ciclones. Para a validação desse modelo, bem como para a comparação com o modelo RSM, foram utilizados os dados experimentais de eficiência de coleta obtidos por Xiang, Park e Lee (2001). Um esquema da geometria utilizada é mostrada na Fig. 6 e as dimensões são apresentadas na Tabela 2.



Figura 6 – Diagrama esquemático do ciclone ilustrando as dimensões geométricas (XIANG; PARK; LEE, 2001)

Dimensão	Medida (mm)
Diâmetro do corpo cilíndrico (Dc)	31
Diâmetro da saída de gás (De)	15,5
Altura da alimentação (a)	12,5
Largura da alimentação (b)	5
Altura do ciclone (H)	77
Altura do corpo cilíndrico (h)	31
Altura do duto de saída de gás (S)	15,5
Abertura do cone (B)	19,4

Tabela 2 – Dimensões geométricas do ciclone estudado (XIANG; PARK; LEE, 2001)

O modelo físico trata de um escoamento incompressível, com propriedades físicas constantes, fluido newtoniano e sem efeitos térmicos. A fase fluida é de ar, com massa específica 1,205 kg/m<sup>3</sup> e viscosidade dinâmica 1,82 × 10<sup>-5</sup> kg/m.s . As velocidades de entrada do fluido utilizadas foram 8 m/s, 10,67 m/s e 13,33 m/s, o que leva a números de Reynolds baseados no diâmetro do corpo cilíndrico de 16420, 21900 e 27360, respectivamente, o que caracteriza escoamentos turbulentos.

Para a fase dispersa, foram consideradas partículas de massa específica 1050 kg/m<sup>3</sup> injetadas na mesma velocidade do fluido e com vazão mássica 0,000275 kg/s. A injeção de 96000 partículas foi realizada no instante inicial, sendo 8000 partículas de cada diâmetro, variando de 0,5  $\mu$ m a 6  $\mu$ m. Foi considerado que as partículas refletiam ao colidir com a parede do ciclone e escapavam ao cruzar a face do *overflow* e do *underflow*, sendo as partículas do *underflow* consideradas coletadas.

# 3.2 Modelo Matemático

Neste tópico são apresentados os modelos matemáticos utilizados no trabalho. Para a fase contínua, foi utilizado um modelo híbrido LES-URANS, cujas equações são apresentadas e são mostradas também as equações dos modelos RSM e LES com modelo sub-malha de Smagorinsky para comparação. Para a fase dispersa foi utilizada a abordagem lagrangiana que é baseada na segunda lei de Newton.

### 3.2.1 Modelagem da fase contínua

### 3.2.1.1 Modelo RSM

O modelo RSM já foi apresentado, de maneira geral, no item 2.5.1.4. Aqui suas equações são apresentadas detalhadamente.

A equação de balanço para cada componente do tensor de Reynolds é obtida a partir da aplicação do operador filtragem nas equações de Navier-Stokes, que resulta em

$$\frac{\partial(\rho \overline{u_i' u_j'})}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho \overline{u_k' u_i' u_j'})}{\partial x_k} - \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \rho \overline{u_i' u_j' u_k'} + \overline{p\left(\delta_{kj} u_i' + \delta_{ik} u_j'\right)} \right] + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \mu \left( \frac{\partial \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_k} \right) \right] \\ -\rho \left( \frac{\overline{u_i' u_k'}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k} + \overline{u_j' u_k'} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \right) + \overline{p\left( \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j'}{\partial x_i} \right)} - 2\mu \frac{\partial u_i' \partial u_j'}{\partial x_k} \frac{\partial u_j'}{\partial x_k}$$
(3.1)

O termo do lado esquerdo representa a taxa de variação de  $\rho \overline{u_i' u_j'}$  com o tempo, já os termos do lado direito representam os processos de transporte e transformação. Da esquerda para direita, eles representam: o fluxo líquido advectivo, o fluxo líquido difusivo turbulento, o fluxo líquido difusivo molecular, a transformação da informação, fluxo líquido da informação e a potência específica de transformação viscosa.

Alguns desses termos são exatos, enquanto outros são de solução mais complexa e precisam ser modelados. O termo de fluxo líquido difusivo turbulento, segundo Davidson (2022), pode ser modelado por

$$\frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \rho \overline{u_i' u_j' u_k'} + \overline{p\left(\delta_{kj} u_i' + \delta_{ik} u_j'\right)} \right] = \frac{\partial}{\partial x_m} \left[ \frac{\mu_t}{\sigma_k} \left( \frac{\partial \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_m} \right) \right]$$
(3.2)

onde  $\mu_t$  é a viscosidade turbulenta e  $\sigma_k = 0.82$ .

Para a modelagem do termo que representa o fluxo líquido da informação, Gibson e Launder (1978), Davidson (2022) propõem a sua decomposição

$$\overline{p\left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j'}{\partial x_i}\right)} = \phi_{ij,1} + \phi_{ij,2} + \phi_{ij,3}$$
(3.3)

sendo as componentes modeladas por

$$\phi_{ij,1} = -C_1 \frac{\varepsilon}{k} \left( \overline{u'_i u'_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right)$$
(3.4)

$$\phi_{ij,2} = -C_2 \left[ (P_{ij} - A_{ij}) - \frac{2}{3} \delta_{ij} P_{ij} \right]$$
(3.5)

$$\phi_{ij,3} = C_{1,w} \frac{\varepsilon}{k} \left( \overline{u'_k u'_m} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u'_i u'_k} n_j n_k - \frac{3}{2} \overline{u'_j u'_k} n_i n_k \right) \frac{k^{\frac{3}{2}}}{C_l \varepsilon d} + C_{2,w} \left( \phi_{km,2} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \phi_{ik,2} n_j n_k - \frac{3}{2} \phi_{jk,2} n_i n_k \right) \frac{k^{\frac{3}{2}}}{C_l \varepsilon d}$$
(3.6)

onde  $\varepsilon$  é a transformação turbulenta, k é a energia cinética turbulenta,  $\delta$  é o tensor de Kronecker,  $P_{ij}$  é o termo de transformação da informação,  $A_{ij}$  é o termo advectivo,  $n_k$ é o componente unitário da direção normal a parede  $x_k$  e d é a distância até a parede.  $C_1, C_2, C_{1,w}$  e  $C_{2,w}$  são contantes empíricas e  $C_l$  é igual a 0,39. A potência específica de transformação viscosa,  $\varepsilon$ , também precisa ser modelada. Isto é feito utilizando uma equação de balanço para esta variável.

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\varepsilon u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \frac{C_{\varepsilon 1} \varepsilon P_{ii}}{2k} - \frac{C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon^2}{k}$$
(3.7)

 $C_{\varepsilon 1} \in C_{\varepsilon 2}$  são iguais a 1,92,  $\sigma_k$  vale 0,82 e  $\sigma_{\varepsilon}$  1.

Por fim, a viscosidade turbulenta é calculada com

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{3.8}$$

sendo  $C_{\mu} = 0.09$ .

Com esses modelos, a equação de balanço para o tensor de Reynolds pode ser reescrita como

$$\frac{\partial(\rho \overline{u_i' u_j'})}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho \overline{u_k' u_i' u_j'})}{\partial x_k} - \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \frac{\mu_t}{\sigma_k} \left( \frac{\partial \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_k} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \mu \left( \frac{\partial \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_k} \right) \right] 
-\rho \left( \overline{u_i' u_k'} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k} + \overline{u_j' u_k'} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \right) + \phi_{ij,1} + \phi_{ij,2} + \phi_{ij,3} - \varepsilon$$
(3.9)

#### 3.2.1.2 Modelo sub-malha de Smagorinsky

Para o fechamento das equações filtradas de Navier-Stokes utilizadas na metodologia LES é necessário modelar a viscosidade turbulenta. Conforme mostrado por Silveira Neto (2020), o modelo de Smagorinsky parte da hipótese do equilíbrio local para as estruturas turbilhonares sub-malha. Isso significa que é considerado que a transferência de energia cinética turbulenta ( $P^k$ ) da banda resolvida para a banda não resolvida do escoamento é igual à potência específica de transformação viscosa ( $\varepsilon^k$ ) de energia cinética turbulenta em energia térmica.

$$P^k = \varepsilon^k \tag{3.10}$$

A transferência de energia cinética turbulenta pode ser escrita em função da taxa de cisalhamento do campo filtrado, levando a

$$P^k = 2\nu_t \overline{S}_{ij} \overline{S}_{ij} \tag{3.11}$$

Já a potência específica de transformação viscosa pode ser escrita em função da velocidade característica sub-malha ,  $(\overline{u'_i u'_j})^{\frac{1}{2}}$ , e do comprimento característico sub-malha, l.

$$\varepsilon = c_1 \frac{(\overline{u'_i u'_j})^{\frac{3}{2}}}{l} \tag{3.12}$$

Por fim, é suposto que

$$\nu_t = c_1 l(\overline{u'_i u'_j})^{\frac{1}{2}} \tag{3.13}$$

Manipulando essas equações, chega-se ao modelo de Smagorinsky que é dado por

$$\nu_t = (C_s \Delta)^2 \sqrt{2\overline{S}_{ij}\overline{S}_{ij}} \tag{3.14}$$

onde  $\Delta$  é o tamanho característico da malha de discretização,  $\overline{S}_{ij}$  é o tensor taxa de deformação,  $C_s$  a constante de Smagorinsky que é igual a 0,18 para turbulência homogênea e isotrópica e deve ser ajustada para outros tipos de escoamento.

Salvo (2009) ressalta que esse modelo foi desenvolvido para que o processo de filtragem ocorra na zona inercial do escoamento, porém isto nem sempre acontece. Quando o processo de filtragem se aproxima das estruturas de Kolmogorov, o modelo se aproxima de uma DNS. Porém, quando o processo de filtragem se aproxima das grandes estruturas, o modelo passa a gerar resultados inesperados, ocorrendo um acúmulo de energia na zona de corte.

Uma outra deficiência do modelo é mostrada por Silveira Neto (2020). O autor ressalta que esse modelo não é adequado para a solução de escoamentos com a presença de paredes, uma vez que, nas regiões muito próximas de uma parede, a turbulência é amortecida pelos efeitos viscosos moleculares, o que leva a uma viscosidade turbulenta igual a zero na camada de fluido que permanece coesa à parede. Porém, os valores de viscosidade turbulenta nas camadas de fluido próximas à parede são elevados, já que as derivadas das componentes de velocidade são grandes nessa região. Para corrigir essa deficiência, é possível utilizar funções de amortecimento, como a de Van Driest mostrada a seguir.

$$f_{\mu}\left(y^{+}\right) = 1 - e^{-\frac{y^{+}}{26}} \tag{3.15}$$

Sendo

$$y^+ = \frac{\rho u_\tau y}{\mu} \tag{3.16}$$

$$u_{\tau} = \left\| \frac{\tau_w}{\rho} \right\|^{1/2} \tag{3.17}$$

e  $\tau_w$  a tensão cisalhante viscosa na parede.

### 3.2.1.3 Modelo híbrido LES-URANS

Analogamente ao feito por Hadžiabdic e Hanjalic (2020), o modelo híbrido proposto no presente trabalho utiliza um parâmetro de detecção de malha  $\alpha$  que é inserido nas equações do modelo RSM acompanhando a transformação de energia cinética turbulenta  $\varepsilon$ . Isso faz com que a transformação seja reduzida onde a malha é suficientemente refinada e mais estruturas turbilhonares sejam resolvidas. As equações são mostradas a seguir.

$$\frac{\partial(\rho \overline{u_i' u_j'})}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho \overline{u_k' u_i' u_j'})}{\partial x_k} - \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \frac{\mu_t}{\sigma_k} \left( \frac{\partial \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_k} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \mu \left( \frac{\partial \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_k} \right) \right] -\rho \left( \overline{u_i' u_k'} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k} + \overline{u_j' u_k'} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \right) + \phi_{ij,1} + \phi_{ij,2} + \phi_{ij,3} - \alpha \varepsilon$$
(3.18)

$$\phi_{ij,1} = -C_1 \frac{\alpha \varepsilon}{k} \left( \overline{u'_i u'_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right)$$
(3.19)

$$\phi_{ij,2} = -C_2 \left[ (P_{ij} - A_{ij}) - \frac{2}{3} \delta_{ij} P_{ij} \right]$$
(3.20)

$$\phi_{ij,3} = C_{1,w} \frac{\alpha \varepsilon}{k} \left( \overline{u'_k u'_m} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u'_i u'_k} n_j n_k - \frac{3}{2} \overline{u'_j u'_k} n_i n_k \right) \frac{k^{\frac{3}{2}}}{C_l \alpha \varepsilon d} + C_{2,w} \left( \phi_{km,2} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \phi_{ik,2} n_j n_k - \frac{3}{2} \phi_{jk,2} n_i n_k \right) \frac{k^{\frac{3}{2}}}{C_l \alpha \varepsilon d}$$
(3.21)

O parâmetro de detecção de malha é obtido por

$$\alpha = max \left(1, \frac{L_{RANS}}{L_{LES}}\right) \tag{3.22}$$

onde

$$L_{RANS} = \frac{k^{1,5}}{\varepsilon} \tag{3.23}$$

$$L_{LES} = C_{\Delta} (\Delta V)^{1/3} \tag{3.24}$$

k é a energia cinética turbulenta modelada e  $C_{\Delta}$  é uma constante. A equação para a transformação de energia cinética turbulenta permanece a Eq. 3.7.

Para funcionar como um modelo híbrido com o LES nas regiões distantes da parede, a função  $\alpha$  troca o comprimento característico turbulento do modelo URANS,  $L_{RANS}$ , para o comprimento do LES quando ela se torna menor que  $L_{RANS}$ . Além disso, é utilizado mais um critério de troca de modelo, que seleciona a viscosidade turbulenta entre os dois modelos.

$$\nu_t = max(\nu_t^{RANS}, \nu_t^{LES}) \tag{3.25}$$

Com isso, próximo da parede  $\alpha = 1$  e o modelo se comporta como URANS. Ao se afastar da parede,  $L_{RANS} > L_{LES}$  e  $\alpha > 1$ , o que diminui  $\nu_t^{RANS}$ . Dependendo da viscosidade turbulenta ativa na região, o modelo fornece o tensor de Reynolds do URANS ou o sub-malha do LES na respectiva equação.

Conforme  $\alpha$  se torna maior que 1, a parcela de energia resolvida aumenta. Então, para o cálculo de  $L_{RANS}$  deve ser considerada a energia cinética turbulenta total  $(k_{tot})$ , que é a soma da parcela resolvida  $(k_{res})$  e da parcela modelada  $(k_{mod})$ , representando, assim, as características das grandes estruturas. A Eq. 3.23 é reescrita como

$$L_{RANS} = \frac{k_{tot}^{1,5}}{\varepsilon} = \frac{(k_{res} + k_{mod})^{1,5}}{\varepsilon}$$
(3.26)

### 3.2.2 Modelagem da fase dispersa

A fase dispersa é tratada de forma lagrangiana, então cada partícula é rastreada pelo domínio e seu movimento é descrito com base na segunda lei de Newton.

$$\frac{dx_{pi}}{dt} = u_{pi} \tag{3.27}$$

$$m_p \frac{du_{pi}}{dt} = m_p \frac{3\rho C_D}{4\rho_p d_p} (u_i - u_{pi}) + F_{si} + F_{ri} + \left(1 - \frac{\rho}{\rho_p}\right) m_p g_i$$
(3.28)

$$I_p \frac{d\omega_{pi}}{dt} = T_i \tag{3.29}$$

A variável  $u_i = \overline{u_i} + u'_i$  representa as componentes da velocidade instantânea do fluido, sendo a velocidade média do fluido ( $\overline{u_i}$ ) interpolada do campo de escoamento resolvido, enquanto a flutuação ( $u'_i$ ) é obtida pelo modelo de dispersão de Langevin, no qual a flutuação na nova posição da partícula é relacionada com a da posição antiga através de uma função de correlação  $R_{p,i}(\Delta t, \Delta r)$ , conforme mostrado por Sommerfeld (2001). Ainda,  $d_p$  é o diâmetro da partícula,  $m_p = \frac{\pi}{6}\rho_p d_p^3$  é a massa da partícula e  $I_p = 0, 1m_p d_p^2$  é o momento de inércia de uma partícula esférica.

Para o cálculo do coeficiente de arrasto  $(C_D)$  é utilizada a correlação de Shiller e Naumann (1935):

$$C_D = \begin{cases} 24Re_p^{-1} \left( 1+0, 15Re_p^{0,687} \right) \text{ se } Re_p < 1000\\ 0, 44 \text{ se } Re_p > 1000 \end{cases}$$
(3.30)

sendo o número de Reynolds da partícula calculado com:

$$Re_p = \frac{\rho d_p |\vec{u} - \vec{u}_p|}{\mu} \tag{3.31}$$

Na Eq. 3.28 aparece ainda a força de sustentação induzida pelo cisalhamento  $({\cal F}_{si}),$ que é calculada por

$$\overrightarrow{F}_{s} = 1,615d_{p}Re_{s}^{1/2}C_{ls}[(\overrightarrow{u} - \overrightarrow{u}_{p}) \times \overrightarrow{\omega}]$$
(3.32)

onde  $\overrightarrow{\omega}$  é a vorticidade,  $Re_s$  é número de Reynolds da partícula no escoamento cisalhante que é dado por:

$$Re_s = \frac{\rho d_p^2 |\overrightarrow{\omega}|}{\mu} \tag{3.33}$$

e o coeficiente  ${\cal C}_{ls}$  é calculado por:

$$C_{ls} = \begin{cases} (1 - 0, 3314\beta^{0,5})e^{-0,1Re_p} + 0, 3314\beta^{0,5} \text{ se } Re_p < 40\\ 0, 0524(\beta Re_p)^{0,5} \text{ se } Re_p > 40 \end{cases}$$
(3.34)

onde  $\beta = 0, 5Re_s/Re_p$  válido para  $0,005 < \beta < 0, 4$ .

Já a força de sustentação devido à rotação  $(F_{ri})$  é calculada por

$$\overrightarrow{F}_{r} = \frac{\pi}{8}\rho d_{p}^{3} \frac{Re_{p}}{Re_{r}} C_{lr} \frac{\left[\overrightarrow{\Omega} \times \left(\overrightarrow{u} - \overrightarrow{u}_{p}\right)\right]}{\left|\overrightarrow{\Omega}\right|}$$
(3.35)

sendo

$$\overrightarrow{\Omega} = 0, 5\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{u} - \overrightarrow{\omega}_p \tag{3.36}$$

$$Re_r = \frac{\rho d_p^2 |\vec{\Omega}|}{\mu} \tag{3.37}$$

$$C_{lr} = \begin{cases} \frac{Re_r}{Re_p} \text{ se } Re_p < 1\\ \frac{Re_r}{Re_p} \left(0, 178 + 0, 822Re_p^{-0,522}\right) \text{ se } Re_p > 1 \end{cases}$$
(3.38)

A Eq. 3.29 considera a rotação da partícula e o torque  $(T_i)$  é calculado por:

$$\overrightarrow{T} = C_r \frac{\rho d_p^5}{64} |\overrightarrow{\Omega}| \overrightarrow{\Omega}$$
(3.39)

sendo o coeficiente de rotação dado por:

$$C_r = \begin{cases} \frac{64\pi}{Re_r} & \text{se } Re_r < 32\\ \frac{12.9}{\sqrt{Re_r}} + \frac{128.4}{Re_r} & \text{se } Re_r > 32 \end{cases}$$
(3.40)

É importante ressaltar que na Eq. 3.28 forças como a força de Basset, a massa adicionada e o gradiente de pressão devido às acelerações do fluido não foram consideradas. No caso estudado, isso pode ser feito, uma vez que a massa específica da partícula é cerca de 1000 vezes a massa específica do gás (SALVO, 2009; SANTOS, 2019).

Em escoamentos gás-sólido que ocorrem no interior de um equipamento, como é o caso dos ciclones, as partículas estão sujeitas a colisões com as paredes, que alteram suas velocidades. As novas velocidades linear e angular são calculadas por:

• Condição de não deslizamento:

$$\overrightarrow{u}_{p}^{+} = \overrightarrow{u}_{p}^{-} - (1 + e_{par})\frac{2}{7}\overrightarrow{u}_{pr}^{-} - (1 + e)(\overrightarrow{u}_{p}^{-} \cdot \overrightarrow{n})\overrightarrow{n}$$
(3.41)

$$\overrightarrow{\omega}_{p}^{+} = \overrightarrow{\omega}_{p}^{-} - \frac{10}{7} \frac{1 + e_{par}}{d_{p}} \overrightarrow{n} \times \overrightarrow{u}_{pr}^{-}$$
(3.42)

• Condição de deslizamento:

$$\overrightarrow{u}_{p}^{+} = \overrightarrow{u}_{p}^{-} - (1+e)(\overrightarrow{u}_{p}^{-} \cdot \overrightarrow{n}) \left[ \mu_{d} \frac{\overrightarrow{u}_{p}^{-}}{|\overrightarrow{u}_{p}^{-}|} + \overrightarrow{n} \right]$$
(3.43)

$$\overrightarrow{\omega}_{p}^{+} = \overrightarrow{\omega}_{p}^{-} - \frac{5}{d_{p}}(1+e)(\overrightarrow{u}_{p}^{-} \cdot \overrightarrow{n}) \frac{\mu_{d}}{|\overrightarrow{u}_{p}^{-}|} \overrightarrow{n} \times \overrightarrow{u}_{pr}^{-}$$
(3.44)

O sobrescrito + indica o valor após a colisão, o sobrescrito - indica o valor antes da colisão,  $e_{par}$  é o coeficiente de restituição paralelo, e é o coeficiente de restituição normal,  $\mu_d$  é o coeficiente de atrito dinâmico,  $\overrightarrow{n}$  é o vetor normal unitário que aponta para fora da face do elemento que está sofrendo o impacto e  $\overrightarrow{u}_{rp}$  é a velocidade relativa no ponto de contato, calculada por

$$\overrightarrow{u}_{pr} = \overrightarrow{u}_p - (\overrightarrow{u}_p \cdot \overrightarrow{n})\overrightarrow{n} + \frac{d_p}{2}\overrightarrow{\omega}_p \times \overrightarrow{n}$$
(3.45)

Outro ponto que deve ser considerado em um escoamento gás-sólido é a interação entre as fases. Uma forma de definir como essa interação será considerada é a partir do parâmetro  $\eta$ , que é a razão entre a vazão mássica de partículas e a vazão mássica de gás. No caso estudado, foram utilizadas vazões de 30 l/min, 40 l/min e 50 l/min de ar e 0,000275 kg/s de partículas, valores que resultam em  $\eta < 1$ . Então, conforme explicado por Salvo (2009), o escoamento é considerado diluído, sendo utilizado o acoplamento de uma via. Isso significa que é considerado que o escoamento de ar afeta o movimento das partículas através de forças como a de arrasto, mas as partículas não influenciam o fluido. Caso a razão entre as vazões mássicas fosse aproximadamente um, o adequado seria utilizar um acoplamento de duas vias, no qual o fluido influencia as partículas e as partículas influenciam o fluido, atenuando os efeitos da turbulência, por exemplo. Por fim, para escoamentos com alta concentração de partículas ( $\eta >> 1$ ), é adequado utilizar o acoplamento de quatro vias, que além do considerado no duas vias, ainda considera a colisão entre as partículas.

# 3.3 Modelo numérico-computacional

O modelo numérico-computacional é constituído de um modelo matemático numérico, que possui equações discretizadas, e um modelo computacional, que é um programa de computador onde o usuário insere instruções para a realização da simulação computacional. O *software* utilizado no presente trabalho é o UNSCYFL3D, que foi desenvolvido na Universidade Federal de Uberlândia e permite a resolução de escoamentos internos e externos com diferentes modelos de turbulência e multifásico. Nesse código, a discretização das equações é feita pelo método dos volumes finitos (MVF).

Nesta seção, são apresentadas as equações discretizadas, os esquemas de interpolação utilizados para cada termo, o acoplamento pressão-velocidade e as malhas numéricas utilizadas.

## 3.3.1 Discretização das equações de balanço

Segundo Maliska (2017), um método numérico tem como objetivo resolver equações diferenciais, substituindo as derivadas existentes por expressões algébricas que envolvem a incógnita. No caso do método dos volumes finitos, as equações aproximadas podem ser obtidas realizando o balanço da informação em questão no volume elementar ou integrando sobre o volume elementar, no espaço e no tempo, as equações na forma divergente. Aplicando qualquer uma das duas metodologias para todos os volumes elementares, é obtida uma equação para cada volume, formando um sistema de equações algébricas.

De maneira geral, as equações de balanço de massa e quantidade de movimento linear podem ser escritas por

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j\phi) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x_j}\right) + S_\phi$$
(1)
(2)
(3)
(4)

onde  $\phi$  é a informação transportada e  $\Gamma$  representa o produto da difusividade pela massa específica da propriedade transportada em consideração. Para a equação de balanço de massa, por exemplo,  $S^{\phi} = 0$ ,  $\Gamma = 0$  e  $\phi = 1$ .

O primeiro termo da Eq. 3.46 é o termo temporal e tem a função de avançar a solução no tempo. Fisicamente, ele representa a variação da informação no volume de controle ao longo do tempo. O termo 2 é o fluxo líquido advectivo e é o mais delicado para tratamento numérico devido às não linearidades. O termo 3 representa o fluxo líquido difusivo e o termo 4 é o termo fonte, que acomoda todos os termos que não se encaixam na forma dessa equação (MALISKA, 2017).

Cada um dos termos da Eq. 3.46 precisa de um esquema de aproximação para a realização do seu cálculo. Esses esquemas são apresentados a seguir.

### 3.3.1.1 Termo temporal

Para o termo temporal, é utilizado um esquema de segunda ordem, o método implícito de três níveis no tempo. Ele é obtido a partir da integração sobre um intervalo de tempo  $\Delta t$  centrado em  $t_{n+1}$ , ou seja, integrando de  $t_{n+1} - \Delta t/2$  a  $t_{n+1} + \Delta t/2$ , e aplicando a regra do ponto médio. A derivada no tempo em  $t_{n+1}$  pode ser aproximada por

$$\left(\frac{\partial\rho\phi}{\partial t}\right)_{n+1} = \frac{3(\rho\phi)^{n+1} - 4(\rho\phi)^n + (\rho\phi)^{n-1}}{2\Delta t}$$
(3.47)

que leva a

$$(\rho\phi)^{n+1} = \frac{4}{3}(\rho\phi)^n - \frac{1}{3}(\rho\phi)^{n-1} + \frac{2}{3}f(t_{n+1},(\rho\phi)^{n+1})\Delta t$$
(3.48)

Nessas equações,  $\Delta t$  é o passo de tempo e *n* o nível de tempo. Como *f* é avaliado no nível de tempo n+1, o esquema é implícito (FERZIGER; PERIC, 2002).

#### 3.3.1.2 Fluxo líquido advectivo

Para o termo advectivo da equação de balanço de quantidade de movimento linear é utilizado o esquema de interpolação *upwind* de segunda ordem (SOU). Com este esquema de interpolação calculam-se as grandezas na face do volume através de uma expansão em série de Taylor em relação ao seu centro, truncada no segundo termo. Assim, haverá variação da grandeza dentro do volume, e o valor da face  $(\phi_f)$  é calculado com

$$\phi_f = \phi_L + \nabla \phi_{rL} \cdot \overrightarrow{dr}_L \tag{3.49}$$

sendo  $\phi$  a informação transportada através da face, o subscrito L se refere a célula à esquerda da face analisada,  $\overrightarrow{dr}_L$  é o vetor de distância do centroide da célula à esquerda até a face compartilhada. Essa equação é válida para a vazão mássica indo da esquerda para a direita. Caso ela tenha sentido contrário, os subscritos são alterados para R, se referindo a célula à direita da face analisada.

Em relação ao gradiente que aparece na equação, ele é calculado pelo teorema de Gauss

$$\nabla \phi_{rL} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{f} (\overline{\phi}_{f} \overrightarrow{A}_{f})$$
(3.50)

onde  $\overline{\phi}_f$  é uma média aritmética da informação transportada nas células que compartilham a face analisada e  $\overrightarrow{A}_f$  é o vetor de área da face analisada apontando para fora do elemento.

### 3.3.1.3 Fluxo líquido difusivo

O fluxo líquido difusivo através de um face pode ser escrito como

$$\Gamma_f(\nabla\phi)_f \cdot \overrightarrow{A}_f = \Gamma_f \frac{(\phi_R - \phi_L)}{|\overrightarrow{ds}|} \frac{\overrightarrow{A}_f \overrightarrow{A}_f}{\overrightarrow{A}_f \overrightarrow{e}_s} + \Gamma_f \left[ \overline{\nabla\phi} \cdot \overrightarrow{A}_f - \overline{\nabla\phi} \cdot \overrightarrow{e}_s \frac{\overrightarrow{A}_f \overrightarrow{A}_f}{\overrightarrow{A}_f \overrightarrow{e}_s} \right]$$
(3.51)

sendo  $\overrightarrow{e}_s = \overrightarrow{ds}/|\overrightarrow{ds}|$  o vetor unitário que une os centroides dos elementos e  $\overline{\nabla \phi}$  a média aritmética dos gradientes nos dois elementos adjacentes.

$$\overline{\phi}_f = \frac{\phi_{fL} + \phi_{fR}}{2} \tag{3.52}$$

$$\phi_{fL} = \phi_L + (\nabla\phi)_{rL} \cdot \overrightarrow{dr}_L \tag{3.53}$$

$$\phi_{fR} = \phi_R + (\nabla\phi)_{rR} \cdot \overrightarrow{dr}_R \tag{3.54}$$

O primeiro termo do lado direito da Eq. 3.51 é tratado implicitamente e o segundo termo é tratado de forma explícita e representa a difusão secundária. Para malhas de elementos hexaédricos ortogonais, o segundo termo se anula, já que os vetores  $\overrightarrow{A}_f \in \overrightarrow{e}_s$  se tornam colineares, e o primeiro termo se torna equivalente a aplicação do esquema de diferenças centradas. Nesse caso, a equação pode ser reescrita como

$$\Gamma_f(\nabla\phi)_f \cdot \overrightarrow{A}_f = \Gamma_f |\overrightarrow{A}_f| \frac{(\phi_R - \phi_L)}{|\overrightarrow{ds}|}$$
(3.55)

# 3.3.2 Acoplamento pressão-velocidade

Para a resolução do escoamento, a Eq. 3.46 é utilizada com  $\phi$ ,  $\Gamma \in S_{\phi}$  assumindo valores que a transformem em equação da continuidade e equação de balanço de quantidade de movimento linear para as direções  $x, y \in z$ . Logo, é formado um sistema composto por quatro equações e as variáveis são as componentes da velocidade  $u, v \in w$  e a pressão.

Tem-se, então, um sistema de equações possível e determinado, sendo as componentes da velocidade determinadas pelas respectivas equações de balanço, sujeitas às restrições impostas pelo balanço de massa. Falta uma equação explícita para a pressão e, para isso, o UNSCYFL3D utiliza o algoritmo SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*) de Ferziger e Peric (2002).

Nesse método, a solução das equações é feita de forma independente e sequencial para cada variável, caracterizando um esquema segregado. Esse processo é repetido até que os resíduos de todas as variáveis sejam reduzidos a uma tolerância especificada. Normalmente, são necessárias várias iterações para chegar a convergência do sistema e, como a taxa de convergência é diferente entre as variáveis, pode ocorrer a divergência dos resultados, sendo necessário utilizar coeficientes de sub-relaxação. Um fluxograma que mostra essa sequência de passos é mostrado na Fig. 7



Figura 7 – Fluxograma do algoritmo SIMPLE conforme implementado no UNSCYFL3D. Adaptado de Souza (2011)

### 3.3.3 Esquema de integração das equações de movimento das partículas

As Eqs. 3.27, 3.28 e 3.29 formam um conjunto de equações diferenciais ordinárias cuja solução passa pela integração temporal. Para a realização dessas integrações, foi utilizado um esquema analítico. São mostradas as equações de movimento da partícula nas direções  $x, y \in z$ . A dedução detalhada do esquema é mostrada por Salvo (2013).

$$x_{p}^{n+1} = x_{p}^{n} + u^{n}\Delta t + a\tau_{p}\Delta t + (u_{p}^{n} - u^{n} - a\tau_{p})\tau_{p}\left(1 - e^{-\Delta t/\tau_{p}}\right)$$
(3.56)

$$y_p^{n+1} = y_p^n + v^n \Delta t + a\tau_p \Delta t + (v_p^n - v^n - a\tau_p)\tau_p \left(1 - e^{-\Delta t/\tau_p}\right)$$
(3.57)

$$z_p^{n+1} = z_p^n + w^n \Delta t + a\tau_p \Delta t + (w_p^n - w^n - a\tau_p)\tau_p \left(1 - e^{-\Delta t/\tau_p}\right)$$
(3.58)

Sendo a o agrupamento das forças peso e empuxo,  $\tau_p$  o tempo de relaxação.

Esse esquema fornece a solução exata das equações das partículas quando as restrições impostas pelo tempo de relaxação, força de aceleração e velocidade do fluido são respeitadas. Existe um passo de tempo ideal, que depende do escoamento a ser resolvido e do tamanho das partículas, para o qual essas condições sejam obedecidas. Conforme o passo de tempo utilizado aumenta e se afasta do ideal, os resultados obtidos com esse esquema se afastam do resultado real (SALVO, 2013).

### 3.3.4 Esquema de interpolação para a fase dispersa

Para a abordagem euleriana-lagrangiana utilizada, é necessário conhecer o valor da velocidade do fluido na posição do centro de massa de cada partícula. Para conhecer esse valor, é necessário realizar uma interpolação dos valores da velocidade da fase contínua para a posição do centro de massa da partícula. É importante que o esquema de interpolação utilizado seja preciso o suficiente para que a velocidade do fluido seja bem representada na posição desejada e não seja muito caro computacionalmente, uma vez que a interpolação é repetida várias vezes durante o processo de cálculo. Tendo em vista essas necessidades, foi utilizado o esquema de interpolação de Shepard.

Conforme mostrado por Salvo (2013), neste esquema a velocidade no centro da célula euleriana onde o centro de massa da partícula está localizado é obtido utilizando as velocidades das células vizinhas que são ponderadas pelo inverso da distância do centro da célula ao centro de massa da partícula.

Utilizando as variáveis ilustradas na Fig. 8, a velocidade é calculada por

$$u_{euleriano_p} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{u_{euleriano}^i}{D^i}\right)}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{D^i}}$$
(3.59)

sendo

$$D^{i} = (x_{p} - x_{i})^{2} + (y_{p} - y_{i})^{2} + (z_{p} - z_{i})^{2}$$
(3.60)

e N o número de elementos vizinhos mais um.



Figura 8 – Esquema de interpolação de Shepard (SALVO, 2013)

# 3.3.5 Esquema de rastreamento das partículas

Conforme mostrado na seção anterior, para a resolução das equações de movimento das partículas é necessário conhecer a velocidade do fluido na posição do centro de massa das partículas. E para saber a posição do centro de massa é preciso saber a posição das partículas, sendo utilizado, então, um esquema de rastreamento.

Neste trabalho foi utilizado o algoritmo de Haselbacher para o rastreamento das partículas. Dentre as vantagens apresentadas por este modelo, estão:

- ele permite que a partícula percorra mais de uma célula computacional em um único passo de tempo;
- ele se baseia em distâncias de interseção ao invés de tempos de interseção, o que é melhor já que o problema do rastreamento é primordialmente um problema espacial;
- ele pode ser aplicado a malha eulerianas poliédricas;
- a localização da partícula se movendo é feita de forma consistente com a localização de uma partícula estacionária, permitindo um tratamento unificado;
- ele é mais rápido e eficiente do que outros algoritmos disponíveis na literatura.

Os detalhes da rotina deste algoritmo são apresentados por Salvo (2013).

### 3.3.6 Malha

Para a elaboração das malhas numéricas a partir da geometria estudada, foi utilizada a técnica de bloco-estruturado no *software* ICEM-CFD, gerando malhas não estruturadas com elementos hexaédricos. Foram confeccionadas três malhas diferentes com, aproximadamente, 180 000, 400 000 e 800 000 elementos. Detalhes dessas malhas podem ser observados nas Figs. 9, 10 e 11.



Figura 9 – Detalhe da malha com 180 000 elementos utilizada.



Figura 10 – Detalhe da malha com 400 000 elementos utilizada.



Figura 11 – Detalhe da malha com 800 000 elementos utilizada.

Nos escoamentos em ciclones, vários pontos devem ser avaliados na malha para garantir que o escoamento seja representado corretamente. É necessário um refinamento adequado nas regiões próximas às paredes, que pode ser representado pelo critério de distância adimensional  $y^+$ , e na região próxima ao centro do ciclone. É preciso, ainda, que os elementos possuam qualidade satisfatória, que pode ser avaliada por fatores como ortogonalidade, *Skewness* e fator de forma. Para avaliar de forma completa se a malha utilizada estava adequada, foi realizado um teste de independência de malha. O teste foi realizado utilizando GCI (*Grid Convergence Index*), que é uma medida da convergência da malha que não depende da solução exata do problema. É importante ressaltar que este teste só faz sentido quando o modelo de turbulência utilizado é o RSM. No caso do modelo híbrido, com o aumento do refinamento, mais estruturas turbulentas são resolvidas, não atingindo uma convergência. Então, o teste foi aplicado aos resultados de queda de pressão obtidos para a vazão de 30 l/min com o modelo RSM. Como os números de Reynolds das outras vazões são menores que o dobro do número de Reynolds desta vazão, ou seja, os números de Reynolds dos três casos são próximos, os resultados obtidos para a menor vazão podem ser estendidos para 40 l/min e 50 l/min.

De acordo com Slater (2021), o GCI pode ser calculado utilizando duas malhas com níveis de refinamento diferentes, mas o recomendado é utilizar três para garantir a precisão na estimativa da ordem de convergência e verificar se a solução está dentro da faixa assintótica de convergência. O cálculo desse parâmetro é baseado em um estimador de erro de refinamento da malha, derivado da teoria de extrapolação generalizada de Richardson, medindo, assim, quão distante o valor calculado está do valor assintótico. Consequentemente, ele mostra quanto a solução iria mudar com um refinamento posterior da malha, sendo que um baixo valor de GCI indica que o cálculo está dentro da faixa assintótica (ELSAYED; LACOR, 2011).

Para a malha mais refinada, o GCI é obtido por

$$GCI^{fine} = \frac{F_s|\varepsilon|}{(r^p - 1)} \tag{3.61}$$

e para a malha mais grosseira

$$GCI^{coarse} = \frac{F_s|\varepsilon|r^p}{(r^p - 1)}$$
(3.62)

onde  $F_s$  é o fator de segurança, que é igual a 1,25 quando se utiliza três malhas ou mais e igual a 3 para a comparação de duas malhas, p é a ordem do método de discretização, nesse caso 2,  $\varepsilon$  é o erro relativo entre o valor da variável de análise (f) obtido pela malha refinada e pela grosseira.

$$\varepsilon = \frac{f_2 - f_1}{f_1} \tag{3.63}$$

Sendo  $f_2$  a solução numérica obtida com a malha grosseira de espaçamento  $h_2$  e  $f_1$ a solução numérica obtida com a malha refinada de espaçamento  $h_1$ . A taxa de refinamento pode ser obtida por

$$r_{12} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^{1/D}$$
(3.64)

onde D = 3 para problemas tridimensionais,  $N_1 \in N_2$  são o número de volumes da malha refinada e grosseira, respectivamente.

Para verificar se a solução está na faixa assintótica, o parâmetro  $\alpha$  deve ser aproximadamente 1.

$$\alpha = \frac{r_{12}^p GCI_{12}^{fine}}{GCI_{23}^{fine}} \tag{3.65}$$

Ainda, pode-se avaliar a condição de convergência pela razão entre os erros relativos

$$R = \frac{\varepsilon_{21}}{\varepsilon_{32}} \tag{3.66}$$

Por fim, é possível obter o resultado da variável analisada para um espaçamento de malha igual a 0 através da extrapolação de Richardson.

$$f_{exact} = f_1 + \frac{f_1 - f_2}{r_{12}^p - 1} \tag{3.67}$$

Os resultados de GCI obtidos para as malhas utilizadas são mostrados na Tabela 3.

Vazão $(l/min)$	i	$N_i$	$r_{i,i+1}$	$f_i$ (Pa)	$GCI_{i,i+1}^{fine}$ (%)	R	$\alpha$
	1	800230	1,26	61,3458	1,5720		
30	2	401126	1,29	60,8947	3,0582	0,4251	0,8146
	3	179858	-	59,8414	-		

Tabela 3 – Resultados do GCI para as malhas utilizadas

Nota-se que o valor do  $GCI_{1,2}^{fine}$  é menor que o  $GCI_{2,3}^{fine}$ , indicando que o resultado numérico passou a depender menos do refinamento da malha. Além disso, o valor de R inferior a 1 indica convergência monótona. Dessa forma, mesmo com  $\alpha$  um pouco distante de 1, pode-se concluir que os resultados não mudariam muito com um refinamento posterior, sendo essas malhas adequadas para as análises.

Utilizando o modelo numérico-computacional apresentado particularizado para os dados apresentados no modelo físico a partir das condições de entrada e de contorno, foi possível obter resultados de diferentes variáveis de interesse do escoamento ciclônico. As principais variáveis para avaliação do modelo proposto são mostradas no capítulo a seguir.
# 4 Resultados e Discussões

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos nas simulações computacionais utilizando o UNSCYFL3D. Primeiramente, são analisados os perfis de velocidade obtidos nas diferentes malhas com o modelo híbrido e com o modelo RSM convencional. Em seguida, é feita a análise dos campos de energia cinética turbulenta resolvida e modelada. Por fim, são discutidos os resultados de eficiência de coleta obtidos nas três malhas e nos dois modelos de turbulência em comparação com resultados experimentais disponíveis na literatura.

### 4.1 Perfis de velocidade

Para a análise dos perfis de velocidade tangencial e axial médias foi utilizada uma seção no plano X, localizada no centro do ciclone. Nesse plano, foram posicionadas duas linhas diferentes, nas posições 0,05 m e 0,03 m para a obtenção dos gráficos em regiões de corpo cilíndrico e de corpo cônico. As posições do plano e das linhas são mostradas nas Figs. 12 e 13.



Figura 12 – Posição do plano de análise.



Figura 13 – Posição das linhas de análise.

Apesar dos números de Reynolds serem próximos, as análises são feitas para as três vazões estudadas para verificar a influência dessa variável no comportamento do escoamento. Além disso, são analisados os resultados das três malhas utilizadas em todos os casos para conhecer a influência do refinamento nos dois modelos de turbulência utilizados e, posteriormente, poder relacionar os resultados da eficiência de coleta com o comportamento encontrado.

Uma primeira análise a ser feita é a diferença entre os perfis de velocidade média obtidos com o modelo híbrido e com o modelo RSM. A Fig. 14 mostra o isovalor da velocidade tangencial média no plano de análise para a vazão de 30 l/min. A coluna da esquerda apresenta os resultados obtidos com o modelo RSM e a da direita os resultados do modelo híbrido. A primeira linha contém os resultados para a malha de 180 000 células, a segunda os com 400 000 células e a terceira os resultados com 800 000 células.

De maneira geral, percebe-se que todos os casos geraram isovalores de velocidade tangencial média que apresenta valores positivos no lado esquerdo do ciclone e negativos no lado direito, o que indica a presença de um movimento rotacional horário em torno do eixo central, como esperado.



Figura 14 – Isovalor de velocidade tangencial média para a vazão de 30 l/min obtido com
(a) malha de 180 000 células e modelo RSM, (b) malha de 180 000 células e modelo híbrido, (c) malha de 400 000 células e modelo RSM, (d) malha de 400 000 células e modelo híbrido, (e) malha de 800 000 células e modelo RSM, (f) malha de 800 000 células e modelo híbrido.

Comparando os resultados dos diferentes modelos para uma mesma malha, nota-se que o modelo híbrido gerou valores máximos maiores que o modelo RSM em todas as malhas e posições de análise, como é evidenciado nos gráficos das Figs. 15, 16 e 17. Isso mostra que mesmo para a malha mais grosseira, o modelo híbrido conseguiu utilizar o LES em algumas regiões, tornando seu resultado distante do obtido com o RSM.

Já comparando os resultados obtidos com um mesmo modelo para malhas diferentes, na Fig. 18 é possível observar que no modelo RSM os resultados das três malhas ficaram muito próximos nas duas posições de análise, o que está de acordo com a independência de malha constatada pelo GCI. Já para o modelo híbrido, a Fig. 19 mostra que os resultados obtidos pelas malhas de 400 000 e 800 000 células ficaram muito próximos entre si, enquanto a malha de 180 000 células gerou valores de velocidades menores. Isso acontece porque ela é uma malha mais grosseira, o que leva a uma menor utilização do LES e afastamento do resultado das outras malhas, onde esse modelo é utilizado em mais regiões do domínio.



Figura 15 – Perfil de velocidade tangencial média para a malha de 180 000 células e vazão 30 l/min na posição (a) 1 e (b) 2



Figura 16 – Perfil de velocidade tangencial média para a malha de 400 000 células e vazão 30 l/min na posição (a) 1 e (b) 2



Figura 17 – Perfil de velocidade tangencial média para a malha de 800 000 células e vazão 30 l/min na posição (a) 1 e (b) 2



Figura 18 – Perfil de velocidade tangencial média para o modelo RSM e vazão 30 l/min na posição (a) 1 e (b) 2



Figura 19 – Perfil de velocidade tangencial média para o modelo híbrido e vazão 30 l/min na posição (a) 1 e (b) 2

Um outro ponto a ser avaliado, é o desvio padrão da velocidade, que representa as flutuações de velocidade. Nota-se que o modelo híbrido apresenta maiores flutuações do que o RSM, o que era esperado, uma vez que o modelo RSM modela a velocidade média, enquanto o modelo híbrido utiliza o LES em algumas partes do domínio, resolvendo a velocidade instantânea. Além disso, o pico da flutuação está próximo da região central do ciclone, como esperado. Isso é mostrado nas Figs. 20, 21 e 22.



Figura 20 – Perfil do desvio padrão da velocidade tangencial para a malha de 180 000 células e vazão 30 l/min na posição (a) 1 e (b) 2



Figura 21 – Perfil do desvio padrão da velocidade tangencial para a malha de 400 000 células e vazão 30 l/min na posição (a) 1 e (b) 2



Figura 22 – Perfil do desvio padrão da velocidade tangencial para a malha de 800 000 células e vazão 30 l/min na posição (a) 1 e (b) 2

Uma análise semelhante pode ser feita para a componente axial da velocidade. A Fig. 23 mostra o campo da velocidade média para as diferentes malhas e modelos. Nota-se que em todos os casos o comportamento esperado foi obtido, com velocidades negativas perto da parede, indicando o movimento em direção ao *underflow*, e velocidade positivas próximo ao centro do ciclone, representando o fluxo ascendente em direção ao *overflow*. Verificando os valores máximos e mínimos que aparecem nos campos de velocidade, percebe-se que o modelo RSM apresenta uma menor variação entre as malhas que o modelo RSM. Uma análise mais detalhada pode ser feita através dos gráficos de perfil de velocidade nas posições de análise.

As Figs. 24, 25 e 26 mostram que em todos os casos os resultados obtidos com o modelo híbrido ficaram distantes dos obtidos pelo RSM, evidenciando a diferença que a utilização do modelo LES em alguma regiões do domínio traz para os resultados.

A Fig. 27 mostra que para o modelo RSM os resultados obtidos com as diferentes malhas ficaram muito próximos. Esse comportamento é semelhante ao observado na velocidade tangencial média e reforça a independência de malha mostrada pelo GCI. Já a Fig. 28 mostra que para o modelo híbrido houve uma maior variação dos resultados, principalmente para a malha de 180 000 células. Isso pode ser explicado pela baixa utilização do LES na malha mais grosseira e alta utilização nas malhas mais refinadas.

Assim como na velocidade tangencial, na velocidade axial também é importante analisar o desvio padrão. As Figs. 29, 30 e 31 mostram que em todas as malhas e posições de análise o modelo híbrido gerou flutuações de velocidade maiores que o RSM, como esperado.



Figura 23 – Isovalor de velocidade axial média para a vazão de 30 l/min obtido com (a) malha de 180 000 células e modelo RSM, (b) malha de 180 000 células e modelo híbrido, (c) malha de 400 000 células e modelo RSM, (d) malha de 400 000 células e modelo híbrido, (e) malha de 800 000 células e modelo RSM, (f) malha de 800 000 células e modelo híbrido.



Figura 24 – Perfil de velocidade axial média para a vazão 30 l/min e malha de 180 000 células na posição (a) 1 e (b) 2



Figura 25 – Perfil de velocidade axial média para a vazão 30 l/min e malha de 400 000 células na posição (a) 1 e (b) 2



Figura 26 – Perfil de velocidade axial média para a vazão 30 l/min e malha de 800 000 células na posição (a) 1 e (b) 2



Figura 27 – Perfil de velocidade axial média para o modelo RSM e vazão 30 l/min na posição (a) 1 e (b) 2



Figura 28 – Perfil de velocidade axial média para o modelo híbrido e vazão 30 l/min na posição (a) 1 e (b) 2



Figura 29 – Perfil do desvio padrão da velocidade axial para a malha de 180 000 células e vazão 30 l/min na posição (a) 1 e (b) 2



Figura 30 – Perfil do desvio padrão da velocidade axial para a malha de 400 000 células e vazão 30 l/min na posição (a) 1 e (b) 2



Figura 31 – Perfil do desvio padrão da velocidade axial para a malha de 800 000 células e vazão 30 l/min na posição (a) 1 e (b) 2

Para a vazão de 40 l/min é possível fazer as mesmas análises que foram feitas para a menor vazão. Começando pelo campo de velocidade tangencial média, a Fig. 32 mostra o contorno dessa variável no plano de análise para a vazão de 40 l/min. A coluna da esquerda apresenta os resultados obtidos com o modelo RSM e a da direita os resultados do modelo híbrido. A primeira linha contém os resultados para a malha de 180 000 células, a segunda os com 400 000 células e a terceira os resultados com 800 000 células.

De maneira geral, percebe-se que todos os casos geraram isovalores de velocidade tangencial média que apresentam valores positivos no lado esquerdo do ciclone e negativos no lado direito, o que indica a presença de um movimento rotacional em torno do eixo central, como esperado. Na análise de 30 l/min foi verificado que o comportamento nas duas posições de análise são semelhantes, por isso, para as próximas vazões a análise é feita apenas na posição 1.



Figura 32 – Isovalor de velocidade tangencial média para a vazão de 40 l/min obtido com
(a) malha de 180 000 células e modelo RSM, (b) malha de 180 000 células e modelo híbrido, (c) malha de 400 000 células e modelo RSM, (d) malha de 400 000 células e modelo híbrido, (e) malha de 800 000 células e modelo RSM, (f) malha de 800 000 células e modelo híbrido.

Comparando os resultados dos dois modelos para uma mesma malha, nota-se que na malha de 180 000 células os valores obtidos pelos dois modelos ficaram próximos, com o modelo híbrido gerando valores máximos maiores. Já nas malhas de 400 000 e 800 000 volumes, a diferença entre os valores máximos obtidos pelos dois modelos é maior, como é mostrado nos gráficos das Figs. 33, 34 e 35. Esse comportamento é explicado pelo fato de que a malha de 180 000 células não é refinada o suficiente para que o modelo híbrido utilize o LES em grande parte do domínio, assim o híbrido se comporta quase como o RSM puro.

Já comparando os resultados obtidos com um mesmo modelo para malhas diferentes, é possível observar que no modelo RSM os resultados obtidos pelas três malhas ficaram muito próximos, já no modelo híbrido a malha de 180 000 volumes obteve um valor menor, enquanto as malhas de 400 000 e 800 000 células obtiveram resultados muito próximos. Isso é mostrado de maneira mais evidente nas Figs. 36 e 37. O comportamento no modelo RSM pode ser explicado pela independência de malha, ou seja, aumentar o refinamento da malha não gera variações significativas nos resultados. Já no modelo híbrido, a malha mais grosseira não permite a utilização do modelo LES em muitas regiões do domínio, enquanto as malhas mais refinadas permitem. Assim, existe uma grande diferença entre as malhas causada pela maior utilização do modelo RSM no cálculo da velocidade.

Um outro ponto importante a ser avaliado, é o desvio padrão da velocidade, que representa as flutuações de velocidade. Nota-se que em todos os casos o modelo híbrido apresenta maiores flutuações do que o RSM, o que era esperado, uma vez que o modelo RSM modela a velocidade média, enquanto o modelo híbrido utiliza o LES em algumas partes do domínio, calculando a velocidade instantânea. Isso é mostrado nas Figs. 38, 39 e 40. É possível observar, ainda, que o pico da flutuação de velocidade está próximo ao centro do ciclone, como esperado.



Figura 33 – Perfil de velocidade tangencial média para a malha de 180 000 células e vazão 40 l/min na posição 1



Figura 34 – Perfil de velocidade tangencial média para a malha de 400 000 células e vazão 40 l/min na posição 1



Figura 35 – Perfil de velocidade tangencial média para a malha de 800 000 células e vazão 40 l/min na posição 1



Figura 36 – Perfil de velocidade tangencial média para o modelo RSM e vazão 40 l/min na posição 1



Figura 37 – Perfil de velocidade tangencial média para o modelo híbrido e vazão 40 l/min na posição 1



Figura 38 – Perfil do desvio padrão da velocidade tangencial para a malha de 180 000 células e vazão 40 l/min na posição 1



Figura 39 – Perfil do desvio padrão da velocidade tangencial para a malha de 400 000 e vazão 40 l/min células na posição 1



Figura 40 – Perfil do desvio padrão da velocidade tangencial para a malha de 800 000 células e vazão 40 l/min na posição 1

A mesma análise pode ser feita para a componente axial da velocidade. A Fig. 41 mostra o campo da velocidade média para as diferentes malhas e modelos. Nota-se que em todos os casos foram obtidas velocidades negativas perto da parede, indicando o movimento em direção ao *underflow*, e velocidade positivas próximo ao centro do ciclone, representando o fluxo ascendente em direção ao *overflow*, como esperado. Verificando os valores máximos e mínimos que aparecem nas imagens, percebe-se que para o modelo RSM a variação é pequena, enquanto para o modelo híbrido existe uma variação maior, principalmente entre as malhas de 180 000 e 400 000 volumes. Uma análise mais detalhada pode ser feita através dos gráficos de perfil de velocidade na posição de análise 1.

A Fig. 42 mostra que, para a malha de 180 000 células, os valores obtidos pelo modelo híbrido ficaram bem próximos dos obtidos pelo modelo RSM, enquanto as Figs. 43 e 44 mostram que para as malhas mais refinadas a diferença entre os dois modelos é maior. Assim como na velocidade tangencial, isso é explicado pelo fato de que a malha de 180 000 volumes não é refinada o suficiente para a utilização do LES em grande parte do domínio, se aproximando mais do RSM, enquanto nas malhas mais refinadas o uso do LES aumenta, aumentando também a diferença para o RSM.

A Fig. 45 mostra que para o modelo RSM a variação nos resultados com as diferentes malhas é pequena. Isso acontece porque o RSM modela todas as escalas de turbulência, então, a partir de determinado nível de refinamento de malha, é alcançada uma independência, onde refinamentos posteriores alteram muito pouco o resultado. Já a Fig. 46 mostra que para o modelo híbrido os resultados das malhas de 400 000 e 800 000 células estão próximos entre si e distantes do de 180 000 células. Isso pode ser explicado pela baixa utilização do LES na malha mais grosseira e alta utilização nas malhas mais refinadas.



Figura 41 – Isovalor de velocidade axial média para a vazão de 40 l/min obtido com (a) malha de 180 000 células e modelo RSM, (b) malha de 180 000 células e modelo híbrido, (c) malha de 400 000 células e modelo RSM, (d) malha de 400 000 células e modelo híbrido, (e) malha de 800 000 células e modelo RSM, (f) malha de 800 000 células e modelo híbrido.



Figura 42 – Perfil de velocidade axial média para a vazão 40 l/min e malha de 180 000 células na posição 1



Figura 43 – Perfil de velocidade axial média para a vazão 40 l/min e malha de 400 000 células na posição 1



Figura 44 – Perfil de velocidade axial média para a vazão 40 l/min e malha de 800 000 células na posição 1



Figura 45 – Perfil de velocidade axial média para o modelo RSM e vazão 40 l/min na posição 1



Figura 46 – Perfil de velocidade axial média para o modelo híbrido e vazão 40 l/min na posição 1

Para a velocidade axial também é importante analisar o desvio padrão. As Figs. 47, 48 e 49 mostram que em todas as malhas o modelo híbrido gerou flutuações de velocidade maiores que o RSM e os valores máximos ficaram próximos do centro do ciclone, que é a região com maior instabilidade.



Figura 47 – Perfil do desvio padrão da velocidade axial para a malha de 180 000 células e vazão 40 l/min na posição 1



Figura 48 – Perfil do desvio padrão da velocidade axial para a malha de 400 000 e vazão 40 l/min células na posição 1



Figura 49 – Perfil do desvio padrão da velocidade axial para a malha de 800 000 células e vazão 40 l/min na posição 1

A mesma análise feita para as vazões de 30 l/min e 40 l/min pode ser feita para a vazão de 50 l/min. Partindo do campo de velocidade tangencial média, a Fig. 50 mostra os valores obtidos no plano de análise para as três malhas e dois modelos utilizados. A coluna da esquerda apresenta os resultados obtidos com o modelo RSM e a da direita os resultados do modelo híbrido. A primeira linha contém os resultados para a malha de 180 000 células, a segunda os com 400 000 células e a terceira os resultados com 800 000 células.

Nota-se que, assim como nos casos avaliados anteriormente, foram obtidos valores de velocidade tangencial média positivos no lado esquerdo do ciclone e negativos no lado direito, indicando o movimento rotacional em torno do eixo. É possível observar, ainda, que os valores máximos e mínimos obtidos pelo modelo híbrido são maiores e variam mais entre as malhas do que os do RSM.



Figura 50 – Isovalor de velocidade tangencial média para a vazão de 50 l/min obtido com
(a) malha de 180 000 células e modelo RSM, (b) malha de 180 000 células e modelo híbrido, (c) malha de 400 000 células e modelo RSM, (d) malha de 400 000 células e modelo híbrido, (e) malha de 800 000 células e modelo RSM, (f) malha de 800 000 células e modelo híbrido.

As Figs. 51, 52 e 53 mostram a diferença entre os resultados obtidos pelo modelo híbrido e pelo RSM em uma mesma malha. Nota-se que em todas as malhas a diferença entre os valores obtidos pelos dois modelos é grande. Isso significa que, para essa vazão, a malha de 180 000 elementos permitiu a utilização do LES em uma maior parte do domínio, distanciando o resultado do obtido pelo RSM. Esse comportamento é reforçado pela Fig. 55, que mostra que os resultados obtidos com os três níveis de refinamento diferentes ficaram próximos. Ainda, a Fig. 54 mostra que para o modelo RSM as três malhas geraram resultados próximos, reforçando a independência de malha que tinha sido constatada nos casos anteriores.



Figura 51 – Perfil de velocidade tangencial média para a malha de 180 000 células e vazão 50 l/min na posição 1



Figura 52 – Perfil de velocidade tangencial média para a malha de 400 000 células e vazão 50 l/min na posição 1



Figura 53 – Perfil de velocidade tangencial média para a malha de 800 000 células e vazão 50 l/min na posição 1



Figura 54 – Perfil de velocidade tangencial média para o modelo RSM e vazão 50 l/min na posição 1



Figura 55 – Perfil de velocidade tangencial média para o modelo híbrido e vazão 50 l/min na posição 1

Analisando o desvio padrão da velocidade tangencial mostrado nas Figs. 56, 57 e 58, percebe-se que o modelo híbrido gera flutuações maiores que o modelo RSM em todos os casos e o pico está localizado na região central do ciclone, como esperado.



Figura 56 – Perfil do desvio padrão da velocidade tangencial para a malha de 180 000 células e vazão 50 l/min na posição 1



Figura 57 – Perfil do desvio padrão da velocidade tangencial para a malha de 400 000 e vazão 50 l/min células na posição 1



Figura 58 – Perfil do desvio padrão da velocidade tangencial para a malha de 800 000 células e vazão 50 l/min na posição 1

Passando para a velocidade axial média, a Fig. 59 mostra o campo dessa variável para as três malhas e dois modelos estudados.



Figura 59 – Isovalor de velocidade axial média para a vazão de 50 l/min obtido com (a) malha de 180 000 células e modelo RSM, (b) malha de 180 000 células e modelo híbrido, (c) malha de 400 000 células e modelo RSM, (d) malha de 400 000 células e modelo híbrido, (e) malha de 800 000 células e modelo RSM, (f) malha de 800 000 células e modelo híbrido.

Nota-se que em todos os casos a velocidade nas regiões próximas à parede é negativa, indicando um movimento descendente em direção ao *underflow*, e a velocidade próxima ao centro do ciclone é positiva, caracterizando o movimento em direção ao *overflow*, como esperado. Nessa figura ainda é possível observar que os valores máximos e mínimos de velocidade axial média obtidos pelo modelo híbrido são maiores que os obtidos pelo modelo RSM.

Analisando as Figs. 60, 61 e 62 nota-se que para a malha de 180 000 volumes os valores do modelo híbrido ficaram mais próximos dos valores do RSM do que para as malhas mais refinadas. Isso pode ser explicado pelo fato de o nível de refinamento mais grosseiro ocasionar a utilização do modelo LES em menores partes do domínio, gerando um resultado mais próximo do RSM.



Figura 60 – Perfil de velocidade axial média para a vazão 50 l/min e malha de 180 000 células na posição 1



Figura 61 – Perfil de velocidade axial média para a vazão 50 l/min e malha de 400 000 células na posição 1



Figura 62 – Perfil de velocidade axial média para a vazão 50 l/min e malha de 800 000 células na posição 1



Figura 63 – Perfil de velocidade axial média para o modelo RSM e vazão 50 l/min na posição 1



Figura 64 – Perfil de velocidade axial média para o modelo híbrido e vazão 50 l/min na posição 1

A Fig. 63 mostra que os valores obtidos com as diferentes malhas ficaram muito próximos quando o modelo RSM foi utilizado, o que é explicado pela independência de malha. A Fig. 64 mostra que no modelo híbrido os resultados das diferentes malhas ficaram

próximos entre si, principalmente no lado esquerdo do gráfico. Esse resultado segue o comportamento observado na velocidade tangencial média, mostrando que para essa vazão o modelo híbrido conseguiu utilizar o LES em uma maior parte do domínio, mesmo para a malha mais grosseira.

Por fim, analisando o desvio padrão da velocidade axial, nota-se que o modelo híbrido gerou valores maiores que o RSM em todos os casos e os valores máximos se encontram na região central do ciclone, conforme o esperado. Esse comportamento é mostrado nas Figs. 65, 66 e 67.



Figura 65 – Perfil do desvio padrão da velocidade axial para a malha de 180 000 células e vazão 50 l/min na posição 1



Figura 66 – Perfil do desvio padrão da velocidade axial para a malha de 400 000 e vazão 50 l/min células na posição 1



Figura 67 – Perfil do desvio padrão da velocidade axial para a malha de 800 000 células e vazão 50 l/min na posição 1

### 4.2 Energia cinética turbulenta

Uma variável importante de ser analisada, uma vez que ilustra o conceito dos modelos utilizados, é a energia cinética turbulenta decomposta em parcela resolvida e modelada. As duas parcelas são avaliadas na malha de 800 000 células, uma vez que na malha mais refinada o modelo híbrido tende a utilizar LES em mais regiões, assim a diferença com o modelo RSM convencional fica mais evidente. Foi escolhido avaliar o caso com vazão de 40 l/min por ser o valor intermediário dos casos estudados. O plano de análise é o mesmo utilizado para as componentes da velocidade.

Avaliando o comportamento para o modelo híbrido, a Fig. 68 mostra que os maiores valores de energia cinética turbulenta modelada estão na região de parede e o interior do domínio apresenta valores próximos de zero. Já a Fig. 69, mostra valores de energia cinética turbulenta resolvida diferentes de zero no interior no domínio. Sabe-se que o modelo híbrido faz a seleção entre o modelo RSM e LES a partir de um parâmetro de detecção de malha. Dessa forma, em regiões onde a malha é refinada o suficiente, o modelo LES é utilizado, calculando as grandes estruturas e modelando as estruturas sub-malha. Já nas regiões onde o refinamento não é suficiente para esse cálculo, o modelo RSM é aplicado, modelando quase todas as estruturas turbulentas. Assim, os altos valores da parcela modelada e baixos valores da parcela resolvida na região de parede indicam que o modelo RSM foi utilizado nessa região. Já os baixos valores da parcela modelada e altos valores da parcela resolvida nas regiões distantes das paredes, indicam que foi utilizado um modelo que calcula mais do que modela, neste caso, o LES.

Já para o modelo RSM, a Fig. 70 mostra que a energia cinética turbulenta modelada é diferente de zero em todo o domínio e a Fig. 71 mostra que a energia cinética turbulenta resolvida é zero em grande parte do domínio, tendo valores altos apenas na região da saída de ar. Esse comportamento é o esperado para o RSM, que modela quase todas as estruturas turbulentas. Nas regiões onde a parcela resolvida é diferente de zero, as estruturas turbulentas foram grandes o suficiente ou a malha refinada o suficiente para que essa variável fosse calculada, mesmo com um modelo URANS.



Figura 68 – Campo de energia cinética turbulenta modelada para vazão de 40 l/min, malha de 800 000 volumes e modelo híbrido



Figura 69 – Campo de energia cinética turbulenta resolvida para vazão de 40 l/min, malha de 800 000 volumes e modelo híbrido



Figura 70 – Campo de energia cinética turbulenta modelada para vazão de 40 l/min, malha de 800 000 volumes e modelo ${\rm RSM}$ 



Figura 71 – Campo de energia cinética turbulenta resolvida para vazão de 40 l/min, malha de 800 000 volumes e modelo RSM

#### 4.3 Eficiência de coleta

A análise da eficiência de coleta é uma forma de verificar a influência dos modelos e malhas no cálculo da fase dispersa. Para fazer essa análise, foram utilizados dados experimentais de Xiang, Park e Lee (2001), que foram plotados juntamente com os dados das simulações realizadas no presente trabalho. Para a determinação das partículas coletadas, as simulações foram feitas considerando o *underflow* como parede e todas as partículas que tocavam essa parede eram consideradas coletadas.

Começando por uma análise mais geral, pela teoria sabe-se que a curva de eficiência de coleta deve ter um formato de S e esse formato foi obtido em todos os casos, conforme mostrado nas Figs. 72, 73 e 74.



Figura 72 – Curva de eficiência de coleta para a vazão de 30 l/min



Figura 73 – Curva de eficiência de coleta para a vazão de 40 l/min



Figura 74 – Curva de eficiência de coleta para a vazão de 50 l/min

Analisando a diferença entre os modelos, percebe-se que o modelo híbrido forneceu valores de eficiência de coleta mais próximos do experimental, sendo que para partículas pequenas o RSM obteve valores muito acima do experimental e para as partículas médias e grandes os valores calculados por esse modelo ficaram muito abaixo dos obtidos experimentalmente. A proximidade com o resultado experimental é justificada pelo modelo híbrido utilizar LES em algumas regiões do domínio, fazendo com que mais estruturas sejam calculadas, em comparação com o RSM convencional. A tendência é que diminuir a parcela modelada forneça um resultado mais realístico, conforme observado. Além disso, conforme mostrado nos resultados de perfil de velocidade, o modelo híbrido obteve valores de velocidades mais elevados, o que gera uma maior força centrífuga nas partículas. Isso faz com que mais partículas sejam direcionadas para a parede do ciclone e, posteriormente, coletadas no *underflow*, o que aumenta a eficiência de coleta. Em contrapartida, conforme mostrado por Souza, Salvo e Martins (2012), esse aumento na velocidade aumenta a turbulência, que faz com que partículas que iriam ser coletadas sejam direcionadas novamente para o interior do escoamento, diminuindo a eficiência de coleta. Nos casos analisados, a combinação desses fatores gerou um aumento na eficiência de coleta calculada pelo modelo híbrido em comparação com o modelo RSM. Em relação as partículas pequenas, a diminuição na eficiência de coleta, ficando mais próxima dos resultados experimentais, é justificada pelas flutuações da velocidade. Conforme mostrado no item 4.1, o modelo híbrido gerou flutuações de velocidade maiores que o modelo RSM, uma vez que ele calcula as velocidades instantâneas, enquanto o RSM calcula as médias. Essas flutuações são importantes para o movimento das partículas, principalmente das partículas pequenas que acompanham as mudanças do escoamento com mais facilidade. Este resultado está de acordo com Shukla, Shukla e Ghosh (2013), que observaram que o cálculo da eficiência de coleta é influenciado pelas flutuações de velocidade, principalmente para as partículas

pequenas.

Passando para a análise da influência das malhas utilizadas, nota-se que para a vazão de 30 l/min os valores obtidos pelas três malhas no modelo RSM ficaram muito próximos, principalmente para diâmetros acima de 4  $\mu$ m. Esse comportamento está de acordo com a independência de malha verificada com o GCI e nos perfis de velocidade. Nessa vazão, os valores obtidos pelo modelo híbrido com a malha de 180 000 elementos ficaram distantes dos obtidos pelas malhas de 400 000 e 800 000 células, que ficaram muito próximos entre si e mais próximos dos valores experimentais. Esse comportamento reflete o observado nas velocidades, em que os valores obtidos pelas malhas mais refinadas ficavam próximos entre si e distantes do resultado da malha mais grosseira. Em relação a proximidade com o resultado experimental, sabe-se que o aumento no refinamento da malha possibilita que mais estruturas sejam calculadas e menos estruturas sejam modeladas, o que fez com que o resultado das simulações ficassem mais próximos da realidade, como esperado. Nas vazões de 40 l/min e 50 l/min, há uma maior diferença entre os resultados do modelo RSM com as diferentes malhas. Isso mostra que as pequenas diferenças no escoamento, verificadas nas velocidades médias e flutuações da velocidade, foram suficientes para causar uma diferença maior no comportamento das partículas. Já no modelo híbrido, é possível perceber que os valores obtidos pelas malhas de 400 000 e 800 000 volumes ficaram mais distantes entre si e os de 180 000 e 400 000 elementos ficaram mais próximos entre si do que na vazão de 30 l/min, com a malha mais refinada ficando mais próxima do resultado experimental, como esperado.

Em relação ao custo computacional dos dois modelos utilizados, não houve aumento significativo no tempo de cálculo com a alteração do modelo. No caso da vazão de 30 l/min utilizando a malha de 400 000 volumes e com as partículas, por exemplo, na máquina utilizada foram gastas 3 horas e 50 minutos para calcular 100 passos de tempo com o modelo RSM e 4 horas com o modelo híbrido.

# 5 Conclusão

O presente trabalho teve como objetivo propor um novo modelo híbrido LES-URANS aplicado a ciclones. Foram utilizados dados experimentais disponíveis na literatura e o modelo RSM convencional para comparação com os resultados fornecidos pelo modelo proposto. Foram avaliados os perfis de velocidade tangencial e axial e a energia cinética turbulenta calculada e modelada para cada um dos modelos. Os dados experimentais foram utilizados na avaliação da eficiência de coleta.

A partir da comparação dos perfis de velocidade obtidos pelos dois modelos, foi possível perceber que eles conseguiram reproduzir corretamente o padrão do escoamento de um ciclone, formando o movimento rotacional em torno do eixo central e um perfil de W invertido na velocidade axial. Apesar do comportamento geral ser parecido, os valores de velocidade máxima e mínima obtidos pelo modelo híbrido foi maior, assim como os valores de flutuação de velocidade.

A análise da energia cinética turbulenta evidenciou o conceito do modelo híbrido proposto, que utiliza RSM nas regiões de parede, gerando uma maior energia cinética turbulenta modelada, e LES nas regiões distantes da parede, gerando uma parcela de energia cinética turbulenta resolvida maior que a modelada.

As diferenças encontradas nos perfis de velocidade e nas componentes de energia cinética turbulenta do fluido, refletiram no movimento das partículas. Ao resolver mais estruturas e gerar maiores valores de média e desvio padrão das velocidades, as simulações computacionais com o modelo híbrido resultaram em curvas de eficiência de coleta mais próximas das curvas experimentais do que o RSM, mesmo com a malha mais grosseira.

Com isso é possível concluir que o modelo híbrido LES-URANS proposto no presente trabalho é capaz de representar o comportamento do escoamento do fluido dentro do ciclone de maneira tão realística quanto o modelo RSM, que atualmente é amplamente utilizado nos estudos de dinâmica dos fluidos computacional em ciclones. Além disso, analisando o comportamento das partículas, é possível concluir que o modelo híbrido é capaz de prever o movimento da fase dispersa de maneira mais próxima da real que o RSM, sem precisar de uma melhoria na malha e consequente aumento do custo computacional.

## 5.1 Sugestões para trabalhos futuros

Para dar continuidade ao estudo realizado no presente trabalho, uma sugestão é utilizar o modelo LES com modelo sub-malha de Smagorinsky no cálculo do escoamento do ciclone a fim de comparar os resultados e tempo de cálculo com o modelo híbrido proposto e verificar suas vantagens em relação ao LES puro.

Neste trabalho, foi possível mostrar a precisão do modelo híbrido na eficiência de coleta do ciclone. Seria interessante, ainda, obter dados experimentais do escoamento, como perfis de velocidade, para verificar a precisão do modelo proposto nessas variáveis.

Com a comparação com o LES e verificação da precisão do modelo no escoamento do fluido, o modelo pode ser aplicado a outros escoamentos complexos para verificar sua aplicabilidade em diferentes tipos de problema.
## Referências

ANSYS INC. Ansys fluent theory guide. 2009. Disponível em: <a href="https://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/th/node1.htm">https://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/th/node1.htm</a>>.

CHAOUAT, B. The state of the art of hybrid rans/les modeling for the simulation of turbulent flows. *Flow Turbulence Combust*, v. 99, n. 2, p. 279–327, 2017. Disponível em: <a href="https://doi.org/10.1007/s10494-017-9828-8">https://doi.org/10.1007/s10494-017-9828-8</a>>.

CHEN, G. et al. Experimental and cfd investigation on effects of internals on the flow pattern and performance of a divergent cyclone separator. *Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers*, v. 115, p. 160–168, 2020. Disponível em: <a href="https://doi.org/10.1016/j.jtice.2020.10.011">https://doi.org/10.1016/j.jtice.2020.10.011</a>>.

DAVIDSON, L. Fluid mechanics, turbulent flow and turbulence modeling, course material, division of fluid dynamics, department of mechanics and maritime sciences, chalmers university of technology. 2022.

ELSAYED, K.; LACOR, C. Numerical modeling of the flow field and performance in cyclones of different cone-tip diameters. *Computers & Fluids*, v. 51, n. 1, p. 48–59, 2011. Disponível em: <a href="https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2011.07.010">https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2011.07.010</a>>.

FASSANI, F. L.; GOLDSTEIN, L. A study of the effect of high inlet solids loading on a cyclone separator pressure drop and collection efficiency. *Powder Technology*, v. 107, p. 60–65, 2000. Disponível em: <a href="https://doi.org/10.1016/S0032-5910(99)00091-1">https://doi.org/10.1016/S0032-5910(99)00091-1</a>.

FERZIGER, J. H.; PERIC, M. Computational Methods for Fluid Dynamics. 3. ed. [S.l.]: Springer, 2002.

FONTES, C. et al. *Introdução à fluidodinâmica computacional*. [S.l.]: Escola Piloto Virtual - Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2005.

GIBSON, M. M.; LAUNDER, B. E. Ground effects on pressure fluctuations in the atmospheric boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 86, n. 3, p. 491–511, 1978. Disponível em: <a href="https://doi.org/10.1017/S0022112078001251">https://doi.org/10.1017/S0022112078001251</a>.

GIRIMAJ, S. S.; JEONG, E.; SRINIVASAN, R. Partially averaged navier-stokes method for turbulence: Fixed point analysis and comparison with unsteady partially averaged navier-stokes. *Journal of Applied Mechanics*, v. 73, n. 3, p. 422–429, 2006. Disponível em: <hr/><https://doi.org/10.1115/1.2173677>.

GIRIMAJI, S. S.; ABDOL-HAMID, K. S. Partially-averaged navier stokes model for turbulence: Implementation and validation. 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 2005. Disponível em: <a href="https://doi.org/10.2514/6.2005-502">https://doi.org/10.2514/6.2005-502</a>>.

GRONALD, G.; DERKSEN, J. Simulating turbulent swirling flow in a gas cyclone: A comparison of various modeling approaches. *Powder Technology*, v. 205, p. 160–171, 2011. Disponível em: <a href="https://doi.org/10.1016/j.powtec.2010.09.007">https://doi.org/10.1016/j.powtec.2010.09.007</a>>.

HADžIABDIC, M.; HANJALIC, K. Elliptic-relaxation hybrid rans-les (er-hrl) for complex wall-bounded fluid and heat flows. *Progress in rans-based scale-resolving flow simulation methods II, ercoftac, bulletin 121*, p. 17–24, 2020.

HOFFMANN, A. C.; STEIN, L. E. Gas Cyclones and Swirl Tubes: Principles, Design and Operation. 2. ed. [S.l.]: Springer, 2008.

JANG, K.; LEE, G. G.; HUH, K. Y. Evaluation of the turbulence models for gas flow and particle transport in urans and les of a cyclone separator. *Computers and Fluids*, v. 172, p. 274–283, 2018. Disponível em: <a href="https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2018.04.032">https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2018.04.032</a>>.

LACERDA, A. F. Estudo dos efeitos das variáveis geométricas no desempenho de ciclones convencionais e filtrantes. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlânida, Brasil, 2007.

MALISKA, C. R. Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional. 2. ed. [S.l.]: LTC, 2017.

MURPHY, S. et al. Prediction of strongly swirling flow within an axial hydrocyclone using two comercial cfd codes. *Chemical Engineering Science*, v. 62, n. 6, p. 1619–1635, 2007. Disponível em: <a href="https://doi.org/10.1016/j.ces.2005.10.031">https://doi.org/10.1016/j.ces.2005.10.031</a>.

PANTAKAR, S. V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. [S.1.]: Hemisphere Publishing Corporation, 1980.

SALVO, R. V. *Efeitos de modelos submalha em escoamentos em ciclones.* Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brasil, 2009.

SALVO, R. V. Aplicação da metodologia Euleriana-Langrangiana à análise do processo de separação em ciclones. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlânida, Brasil, 2013.

SANGKHAMANEE, M. Performance of a Combined Cyclone-Filter Aerosol Collector. Dissertação (Mestrado) — Prince of Songkla University, Hat Yai, Tailândia, 2009.

SANTOS, J. G. F. Modelagem matemática e computacional de escoamentos gás-sólido em malha adaptativa dinâmica. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brasil, 2019.

SAYED, M. A. et al. Particle subgrid scale modeling in hybrid rans/les of turbulent channel flow at low to moderate reynolds number. *Powder Technology*, v. 397, p. 117013, 2021. Disponível em: <a href="https://doi.org/10.1016/j.powtec.2021.11.057">https://doi.org/10.1016/j.powtec.2021.11.057</a>.

SHASTRI, R.; WASILEWSKI, M.; BRAR, L. S. Analysis of the novel hybrid cyclone separators using large-eddy simulation. *Powder Technology*, v. 394, p. 951–969, 2021. Disponível em: <a href="https://doi.org/10.1016/j.powtec.2021.09.033">https://doi.org/10.1016/j.powtec.2021.09.033</a>>.

SHILLER, L.; NAUMANN, A. A drag coefficient correlation. Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure, v. 77, p. 318–320, 1935.

SHUKLA, S. K.; SHUKLA, P.; GHOSH, P. The effect of modeling of velocity fluctuations on prediction of collection efficiency of cyclone separators. *Applied Mathematical Modelling*, v. 37, n. 8, p. 5774–5789, 2013. Disponível em: <a href="https://doi.org/10.1016/j.apm.2012.11.019">https://doi.org/10.1016/j.apm.2012.11.019</a>>.

SILVA, D. de O. Otimização da separação sólido-líquido em hidrociclones mediante modificações geométricas. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlânida, Brasil, 2012.

SILVEIRA NETO, A. *Turbulência nos Fluidos Aplicada*. [S.1.]: Universidade Federal de Uberlândia, 2001.

SILVEIRA NETO, A. Escoamentos Turbulentos - Análise Física e Modelagem Teórica. 1. ed. [S.l.]: Composer, 2020.

SLATER, J. W. *Examining Spatial (Grid) Convergence*. 2021. Acesso em 19 de maio de 2022. Disponível em: <a href="https://www.grc.nasa.gov/WWW/wind/valid/tutorial/spatconv.html">https://www.grc.nasa.gov/WWW/wind/valid/tutorial/spatconv.html</a>>.

SOMMERFELD, M. Validation of a stochastic lagrangian modelling approach for inter-particle collisions in homogeneous isotropic turbulence. *International Journal of Multiphase Flow*, v. 27, n. 10, p. 1829–1858, 2001. Disponível em: <a href="https://doi.org/10.1016/S0301-9322(01)00035-0">https://doi.org/10.1016/S0301-9322(01)00035-0</a>>.

SORIANO, B. S. Análise numérica transiente com validação experimental do escoamento em motores de combustão interna considerando diferentes aberturas de válvula. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, 2015.

SOUZA, F. J. UNSCYFL3D versão 1.11 - Manual Teórico. [S.l.]: Universidade Federal de Uberlândia, 2011.

SOUZA, F. J.; SALVO, R. V.; MARTINS, D. A. M. Large eddy simulation of the gas-particle flow in cyclone separators. *Separation and Purification Technology*, v. 94, p. 61–70, 2012. Disponível em: <a href="https://doi.org/10.1016/j.seppur.2012.04.006">https://doi.org/10.1016/j.seppur.2012.04.006</a>>.

SVAROVSKY, L. Solid-Liquid Separation. 4. ed. [S.l.]: Butterworths, 2000.

TU, J.; YEOH, G. H.; LIU, C. Computational Fluid Dynamics: A Pratical Approach. 1. ed. [S.1.]: Burlington: Elsevier, 2008.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. An introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. 2. ed. [S.I.]: Pearson Education Limited, 2007.

VIEIRA, L. G. M. *Otimização dos processos de separação em hidrociclones filtrantes.* Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlânida, Brasil, 2006.

WASILEWSKI, M.; ANWEILER, S.; MASIUKIEWICZ, M. Characterization of multiphase gas-solid flow and accuracy of turbulence models for lower stage cyclones used in suspension preheaters. *Chinese Journal of Chemical Engineering*, v. 27, n. 7, p. 1618–1629, 2019. Disponível em: <a href="https://doi.org/10.1016/j.cjche.2018.11.019">https://doi.org/10.1016/j.cjche.2018.11.019</a>>.

ZHANG, G.; CHEN, G.; YAN, X. Evaluation and improvement of particle collection efficiency and pressure drop of cyclones by redistribution of dustbins. *Chemical Engineering Research and Design*, v. 139, p. 52–61, 2018. Disponível em: <a href="https://doi.org/10.1016/j.cherd.2018.09.021">https://doi.org/10.1016/j.cherd.2018.09.021</a>>.