

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
Instituto de Geografia
Curso de Engenharia de Agrimensura e Cartográfica

MARIANA EIKO BORBA INOUE

CÁLCULO DA ALTITUDE DOS PONTOS CULMINANTES: ACONCÁGUA, ELBRUS,
EVEREST E KILIMANJARO, A PARTIR DA METODOLOGIA DO IHRS

Monte Carmelo

2022

MARIANA EIKO BORBA INOUE

CÁLCULO DA ALTITUDE DOS PONTOS CULMINANTES: ACONCÁGUA, ELBRUS,
EVEREST E KILIMANJARO, A PARTIR DA METODOLOGIA DO IHRS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Instituto de Geografia da Universidade
Federal de Uberlândia como requisito parcial
para obtenção do título de bacharel em
Engenharia de Agrimensura e Cartográfica.

Orientador: Prof. Dr. Gabriel do Nascimento
Guimarães

Monte Carmelo

2022

MARIANA EIKO BORBA INOUE

CÁLCULO DA ALTITUDE DOS PONTOS CULMINANTES: ACONCÁGUA, ELBRUS,
EVEREST E KILIMANJARO, A PARTIR DA METODOLOGIA DO IHRS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Instituto de Geografia da Universidade
Federal de Uberlândia como requisito parcial
para obtenção do título de bacharel em
Engenharia de Agrimensura e Cartográfica.

Monte Carmelo, 24 de fevereiro de 2022
Banca Examinadora:

Prof. Dr. Gabriel do Nascimento Guimarães, IGUFU

Prof. Dr. Wagner Carrupt Machado, FECIV/UFU

Me. Leticia Cristina Ribeiro, UnB

Dedico este trabalho aos meus pais, por todo amor,
carinho e por sempre acreditarem em mim.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus e a Nossa Senhora, pela minha vida, pela capacidade de chegar até aqui e por me permitir ultrapassar todos os obstáculos encontrados ao longo da realização desse trabalho.

Aos meus pais Dôra e Kenji, por todo o incentivo nos momentos mais difíceis e por me compreenderem enquanto eu me dedicava à realização deste trabalho, e aos meus irmãos Noboro e Eiji, por serem meus companheiros de vida.

Agradeço também aos meus avós Amélia e Onofre (*in memoriam*) por sempre acreditarem na minha capacidade, aos meus tios, em especial minhas tias Cláudia e Rosângela e meu tio Cláudio, por sempre me ajudarem, os meus afilhados Francisco e Miguel, por serem minha alegria em dias difíceis e aos meus primos João Lucas, Patrícia, Natália, Nayara, Pedro, Jamille, Alice e Maria Amélia que contribuíram de alguma maneira.

As minhas melhores amigas de infância Ester, Iara e Andressa, elas sem fazer a menor ideia do que eu estudo, sempre acreditaram em mim. Elas provaram que contrariamente a gravidade, a amizade não muda nem com a distância e nem com o tempo.

As minhas companheiras de casa Barbara e Roberta, por todo apoio e auxílio, e aos meus vizinhos Gabriel, Thiago e Kleyser.

Aos meus amigos de faculdade por serem a ajuda e compreensão durante toda nossa caminhada, em especial Rafael, Isadora, Thiago, Bryan, Alice e Letícia, o meu mais profundo agradecimento.

Ao meu orientador, Prof. Gabriel, por todo o conhecimento transmitido ao longo de todo os meus quatro anos e meio de pesquisa em Geodésia Física e por toda paciência na realização desse trabalho.

RESUMO

A Associação Internacional de Geodésia, em 2015, publicou a Resolução N° 1 sobre a definição e realização de um Sistema de Referência Internacional para Altitudes especificando que coordenadas altimétricas de pontos ou objetos próximos ou na superfície da Terra serão fornecidas por números geopotenciais (C) referindo-se a uma mesma superfície equipotencial definida pelo valor convencional $W_0 = 62.636.853,4 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$. Atualmente, as altitudes dos pontos culminantes de cada continente, chamados 7 cumes, são referenciadas a diferentes sistemas de altitudes, sendo assim, não estão associadas a uma mesma superfície de referência. Logo, o objetivo desse trabalho foi a partir da metodologia do *International Height Reference System*, estimar as altitudes dos pontos culminantes dos Montes Aconcágua, Elbrus, Everest e Kilimanjaro. Para tanto, se utilizou valores de potencial derivados de modelos globais do geopotencial, com seu maior grau e ordem, e de modelos geoidais. Os resultados obtidos foram comparados aos valores fornecidos pelo órgão responsável pelo cálculo em seu território ou por órgãos de maior confiança quando não encontrado valores oficiais. A partir dos resultados foi verificou-se um melhor desempenho para a metodologia a partir de modelos geoidais. As altitudes do Everest e Aconcágua apresentaram uma diferença menor que 0,50 m, enquanto que o Elbrus e o Kilimanjaro acima de 4,00 m.

Palavras-chave: IHRS. Sistemas de Altitudes. Pontos Culminantes. Altitudes Físicas.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Medida da altitude do mesmo ponto por diferentes sistemas altimétricos e pelo IHRS	13
Figura 2	Não paralelismo das superfícies equipotenciais	14
Figura 3	Representação da altitude geodésica	15
Figura 4	Relação entre as superfícies de nível e o desnível advindo do nivelamento	16
Figura 5	Elementos envolvidos na definição das altitudes físicas	19
Figura 6	Diferença entre <i>Datas</i> na América do Sul	20
Figura 7	Diferença entre <i>Data</i> na Europa	21
Figura 8	Componentes do número geopotencial	22
Figura 9	Distribuição das Estações da IHRF	24
Figura 10	Integração para a composição do EIGEN-6C4	28
Figura 11	Mapa de localização dos pontos culminantes	30
Figura 12	Fluxograma das etapas do trabalho	33
Figura 13	Interface ICGEM	34
Figura 14	Interface ISG	35
Figura 15	Dados gravimétricos interpolados no BGI	36
Figura 16	Diferença do Wp obtido pelo modelo geoidal China e os MGGs para o Monte Everest.	38
Figura 17	Diferença do Wp obtido pelo modelo geoidal GEOID2021 e os MGGs para o Aconcágua	38
Figura 18	Diferença do Wp obtido pelo modelo geoidal Tanzânia e os MGGs para o Kilimanjaro	39
Figura 19	Diferença do Wp obtido pelo modelo geoidal RGG2003 e os MGGs para o Elbrus	39

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 -	Dados dos pontos culminantes	32
Tabela 2 -	Dados da gravimetria dos pontos culminantes	36
Tabela 3 -	Valor de potencial de gravidade do modelo geoidal e dos modelos globais do geopotencial em m^2s^{-2}	37
Tabela 4 -	Diferença entre o potencial de gravidade do modelo geoidal e dos modelos globais do geopotencial em m^2s^{-2}	37
Tabela 5 -	Estatística da diferença entre o potencial de gravidade do modelo geoidal e dos modelos globais do geopotencial em m^2s^{-2}	40
Tabela 6 -	Valor das Altitudes Calculadas em metros	40
Tabela 7 -	Diferença entre as altitudes oficiais e as calculadas em metro	41

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CHAMP	<i>Challenging Minisatellite Payload</i>
CNES	<i>Centre National d'Etudes Spatiales</i>
EGM2008	<i>Earth Gravitational Model 2008</i>
EIGEN-6C4	<i>European Improved Gravity model of the Earth by New techniques</i>
EUREF	<i>The Technical Working Group of the IAG Subcommittee for Europe</i>
EUVN	<i>European Vertical Reference Network</i>
EVRF	<i>European Vertical Reference Frame</i>
EVRS	<i>European Vertical Reference System</i>
GECO	<i>GOCE and EGM2008 COmbination</i>
GFZ	<i>GeoForschungsZentrum</i>
GGOS	<i>Global Geodetic Observing System</i>
GMT	<i>Generic Mapping Tools</i>
GNSS	<i>Global Navigation Satellite Systems</i>
GOCE	<i>Gravity öeld and steady-state Ocean Circulation Explorer</i>
GOCO06S	<i>Gravity Observation Combination</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
GRACE	<i>Gravity Recovery and Climate Experiment</i>
GRGS	<i>Groupe de Recherche de Géodésie Spatiale</i>
GT-III	<i>Grupo de Trabalho III “Datum Vertical”</i>
IAG	<i>International Association of Geodesy</i>
IAU	<i>International Astronomical Union</i>
ICGEM	<i>International Center for Global Earth Models</i>
ICRF	<i>International Celestial Reference Frame</i>
ICRS	<i>International Celestial Reference System</i>
IGRS	<i>International Gravity Reference System</i>
IGFS	<i>International Gravity Field Service</i>
IGN	<i>Instituto Geográfico Nacional</i>
IGSN71	<i>International Gravity Standardization Net 1971</i>
IHRF	<i>International Height Reference Frame</i>
IHRS	<i>International Height Reference System</i>
ISG	<i>International Service for the Geoid</i>

ITRF	<i>International Terrestrial Reference Frame</i>
ITRS	<i>International Terrestrial Reference System</i>
IUGG	<i>International Union of Geodesy and Geophysics</i>
MGG	Modelo Global do Geopotencial
MGGs	Modelos Globais do Geopotencial
NASA	<i>National Aeronautics and Space Administration</i>
NGA	<i>National Geospatial-Intelligence Agency</i>
NMM	Nível Médio dos Mares
SIRGAS	Sistema de Referência Geodésico para as Américas
SLR	<i>Satellite Laser Ranging</i>
TNMM	Topografia de Nível Médio do Mar
UELN	<i>United European Leveling Network- UELN</i>
XGM2019	<i>Experimental Gravity Field Model 2019</i>

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	10
1.1 Objetivos.....	12
1.2 Justificativa.....	12
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	13
2.1 Tipos de altitudes.....	13
2.2 Sistemas altimétricos	18
2.3 International Height Reference System/ Frame (IHRS/IHRF).....	21
2.4 Modelos Globais do Geopotencial	25
3 MATERIAL E MÉTODOS	30
3.1 Contextualização da área de estudo.....	30
3.2 Determinação de Wp a partir dos Modelos Globais do Geopotencial.....	33
3.3 Determinação de Wp a partir de modelos do campo de gravidade.....	34
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	37
4.1 Valores do potencial de gravidade	37
4.2 Valores das altitudes físicas.....	40
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	41
REFERÊNCIAS.....	42

1 INTRODUÇÃO

A Geodésia é a ciência que determina e representa a geometria da Terra, forma e dimensão, seu campo de gravidade e seus parâmetros de orientação no espaço em função do tempo. Os elementos centrais para atingir tais objetivos são os referenciais geodésicos estáveis e consistentes ao longo do tempo, que fornecem a condição fundamental para a determinação de coordenadas de pontos ou objetos ao longo do tempo para descrever o movimento da Terra no espaço. Em particular, os referenciais geodésicos são importantes pois servem de infraestrutura para monitorar as variações do nível do mar e mudanças climáticas, para a gestão de desastres naturais e para fornecer informações confiáveis para tomadores de decisão (IAG, 2016). A União Internacional de Geodésia e Geofísica (*International Union of Geodesy and Geophysics* - IUGG) e a União Internacional de Astronomia (*International Astronomical Union* – IAU) são as uniões científicas responsáveis pelas das ciências geodésicas e tem aprimorado a realização dos sistemas de referência geodésicos, de maneira que acompanhem o avanço tecnológico e tenham a melhor precisão.

Para a determinação da componente “posição”, representada pelas coordenadas cartesianas X, Y e Z, que posteriormente podem ser transformada em φ , λ e h, o Sistema Internacional de Referência Terrestre (*International Terrestrial Reference System* - ITRS) e sua realização (*International Terrestrial Reference Frame* - ITRF) estão consolidados juntamente com o Sistema Internacional de Referência Celeste (*International Celestial Reference System* - ICRS) e sua realização (*International Celestial Reference Frame* - ICRF) garantindo uma referência geométrica globalmente unificada ao nível centimétrico (SÁNCHEZ et al., 2021).

Em relação à componente gravimétrica, a implantação de um referencial global e atual é necessária para diminuir a discrepância entre a alta precisão alcançada com gravímetros absolutos e as gravidades referentes à Rede Internacional de Padronização de Gravidade 1971 (*International Gravity Standardization Net 1971*- IGSN71). Então foi definido o Sistema Internacional de Referência da Gravidade (*International Gravity Reference System*- IGRF) na Resolução nº 2 da Associação Internacional de Geodésia (*International Association of Geodesy* – IAG) de 2015 afim de estabelecer um sistema de referência para gravidade moderno, preciso e estável à longo prazo, com base em observações com gravímetros absolutos, que sejam capazes de monitorar o campo de gravidade variável no tempo, como uma peça importante para suportar a mudança da Terra, uma base para observar deformações crustais e transportes de massa (WZIONTEK et al., 2021). Esse sistema é de grande significância para um sistema de altitudes físicas, que depende de informações gravimétricas.

Os esforços para a criação de um sistema unificado para as altitudes físicas unindo os sistemas locais e regionais têm sido intensamente discutidos nas últimas décadas. Desde a década de 80, especialistas discutem diferentes nomenclaturas, como: *Global vertical network* (COLOMBO, 1980), *Global or world vertical datum* (RAPP, 1983; BALASUBRAMANIA, 1994; RAPP, 1995), *Vertical height or vertical datum problem* (HECK; RUMMEL, 1990; SACERDOTE; SANSÒ, 2001; SACERDOTE; SANSÒ, 2004), *Vertical datum connection* (XU; RUMMEL, 1991; VAN ONSELE, 1997), *World Height System* (RAPP; BALASUBRAMANIA, 1992), *Global unification of height systems* (RUMMEL, 2001), *Global height datum unification* (ARDALAN; SAFFARI, 2005), *Global unified height reference system* (IHDE; SÁNCHEZ, 2005; SÁNCHEZ, 2007; KUTTERER et al., 2012), e por último o Sistema Internacional de Referência Altimétricos (*International Height Reference System - IHRS*).

A IAG, em julho de 2015, na sua Resolução nº 1, estabeleceu parâmetros para a definição e realização do IHRS. Conforme essa resolução, as coordenadas verticais são o número geopotencial que são calculados pelas diferenças entre o potencial de gravidade no ponto de interesse e o potencial de gravidade convencional $W_0 = 62.636.853,4 \text{ m}^2/\text{s}^2$ (IAG, 2015), integrando assim, os sistemas de altitude existentes a uma mesma superfície de referência.

Atentando-se a isso os governos Chinês e Nepalês, uniram esforços para calcular a altitude do Monte Everest, pelo fato de que ele está localizado na fronteira entre os dois países e por isso tornava difícil a decisão de qual altitude era correta, então os governos se uniram para calcular uma nova altitude de maneira que descartasse a divergência entre as medidas advindas de cada um dos sistemas de altitude desses países (XIE et al, 2021). O Monte Everest faz parte da junção dos picos mais altos de cada continente, chamados de 7 cumes (*Seven Summits* em inglês) e que possuem uma altitude que variam de 4.884 m a 8.848 m, entretanto os valores das altitudes, apesar de serem oficiais, ou seja, fornecidos pelos países detentores do cume de forma individual, assim como o Monte Everest antes de sua nova medida, estão vinculados a diferentes referenciais altimétricos tornando esses valores discordantes.

Tendo em vista que esses pontos atraem um grande número de alpinistas a cada ano, com o desenvolvimento dos esportes radicais e os turistas buscam em montanhas fortes emoções, e que as mesmas têm sido destino para áreas de recreação local e se tornaram um ímã para todos, que enxergam como um lugar calmo e sereno, tornando-as o segundo ponto turístico mais popular, atrás somente de regiões costeiras (NEPAL; CHIPENIUK, 2005), há uma necessidade de se ter o conhecimento das altitudes desses pontos em um mesmo referencial.

Com isso, a hipótese deste trabalho, amparado ao fato de que as altitudes dos pontos culminantes foram calculadas de diferentes maneiras, foi testar a metodologia para o cálculo de altitudes físicas referenciadas ao IHRS de duas maneiras diferentes, uma com base nos modelos do geopotencial e outra nos modelos geoidais.

1.1 Objetivos

O objetivo geral desta pesquisa foi obter valores de altitudes físicas vinculadas a superfície de referência definida pela IAG para os pontos culminantes de cinco continentes. Os objetivos específicos deste trabalho são:

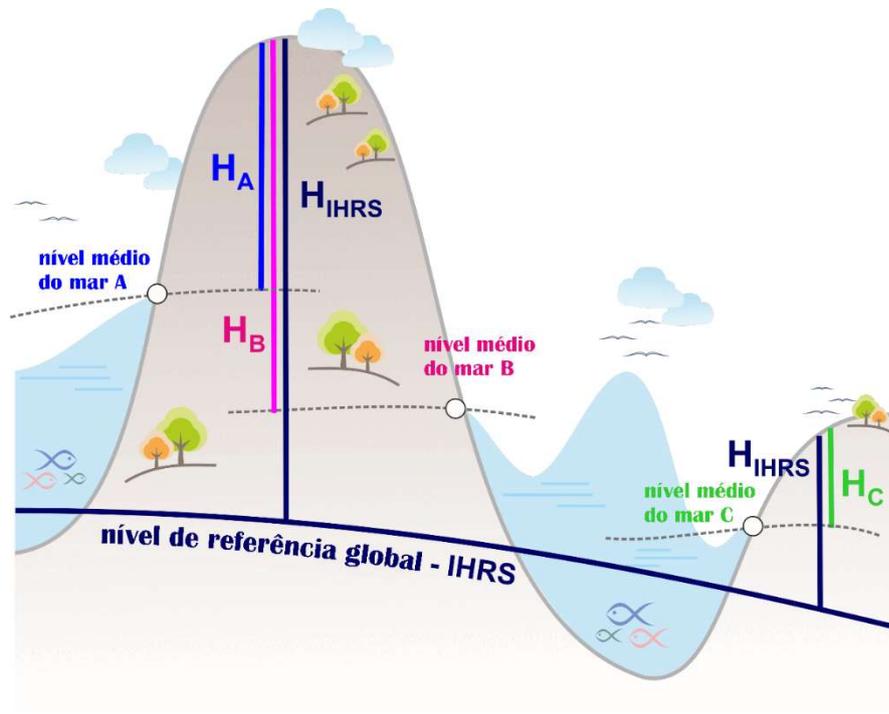
- Calcular as altitudes físicas a partir de valores de potencial obtidos dos modelos globais do geopotencial.
- Calcular as altitudes físicas a partir de valores de potencial advindos de modelos geoidais.

1.2 Justificativa

Um dos principais objetivos atuais da Geodésia é a densificação e manutenção de um Sistema de Observação Geodésico Global (*Global Geodetic Observing System – GGOS*) que suporte simultaneamente a determinação e o monitoramento da geometria da Terra, rotação e mudanças no campo de gravidade com alta precisão em todo o mundo (IAG, 2016). Hoje, a referência geométrica global possui confiabilidade até o nível do centímetro, devido à definição, realização e manutenção do ICRS e do ITRS.

Desta forma, nota-se a importância para um sistema altimétrico global com definição e realização na mesma precisão do ITRS e do ITRF. Segundo Sánchez (2021), existem cerca de centenas de sistemas de altitudes físicas locais e regionais em uso que possuem uma referência baseada em origens locais a partir das observações do nível do mar e não consideram a variação do tempo, sendo possível encontrar discrepâncias, de até 2 m, entre diferentes sistemas. Impossibilitando a concordância entre países, e tornando a determinação consistente das altitudes físicas, referidas a um mesmo sistema (IHDE et al., 2017). A Figura 1 exemplifica a medida com diferentes sistemas e com o IHRS.

Figura 1 - Medida da altitude do mesmo ponto por diferentes sistemas altimétricos e pelo IHRs



Fonte: <https://ggos.org/intro/new-height-of-mount-everest/>. Acesso em: 01 out 2021

Um sistema único minimiza dificuldades encontradas nos diferentes sistemas altimétricos. A realização e manutenção do IHRs depende de esforços para reajustar as redes de nivelamento com base no número geopotencial, densificar a gravimetria no entorno das estações selecionadas, além da escolha da metodologia que melhor se adapte à região.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Tipos de altitudes

Uma altitude pode ser definida como a diferença entre duas superfícies, sendo de nível ou não, em uma determinada direção (FREITAS; BLITZKOW, 1999). Essencialmente, as altitudes podem ser classificadas pela sua determinação, aplicação e o modelo físico considerado em sua definição. Existem duas classes de altitudes: a primeira chamada de altitudes geométricas (niveladas e elipsoidais) envolve quantidade matemática; e a segunda, chamada de altitudes científicas, sendo as mais utilizadas: ortométricas, dinâmicas e normais, possuem relação com o campo de gravidade da Terra.

2.1.1 Altitudes geométricas

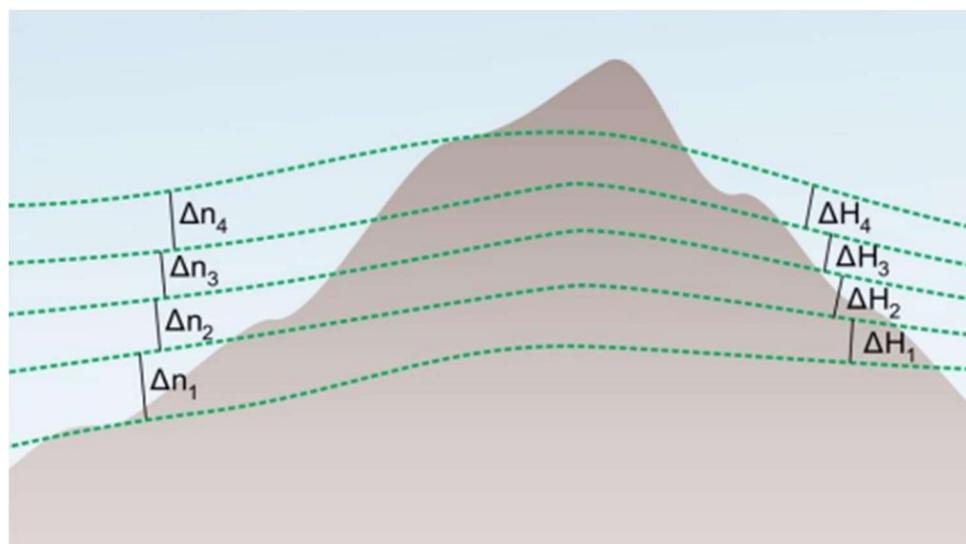
A altitude geométrica é a altitude que não está vinculada ao campo de gravidade da Terra e é obtida por métodos e técnicas geométricas.

2.1.1.1 Altitude nivelada

A altitude nivelada pode ser obtida por operação de nivelamento, em que se realiza leituras em duas miras graduadas, ré e vante, utilizando um nível de luneta. As quantidades observadas correspondem às distâncias existentes entre as superfícies equipotenciais e do campo de gravidade terrestre. O somatório dos desníveis permite conhecer a diferença de altura entre os pontos extremos de interesse.

O nivelamento geométrico, via métodos de medição ópticos ou eletrônicos, fornece resultados que dependem do trajeto percorrido, já que em distâncias maiores as superfícies equipotenciais não são paralelas, o paralelismo se certifica em distâncias de ~ 100 m para um lance ou de ~ 3 km para uma seção de nivelamento, devido a irregularidade de distribuição de massa (LTG, 2011). É possível observar, na Figura 2, que o somatório das visadas Δn é diferente do somatório ΔH , sendo assim, o que se tem entre elas é a diferença de potencial e não a distância. Logo, o valor da altitude dependerá do trajeto percorrido no nivelamento

Figura 2 - Não paralelismo das superfícies equipotenciais.

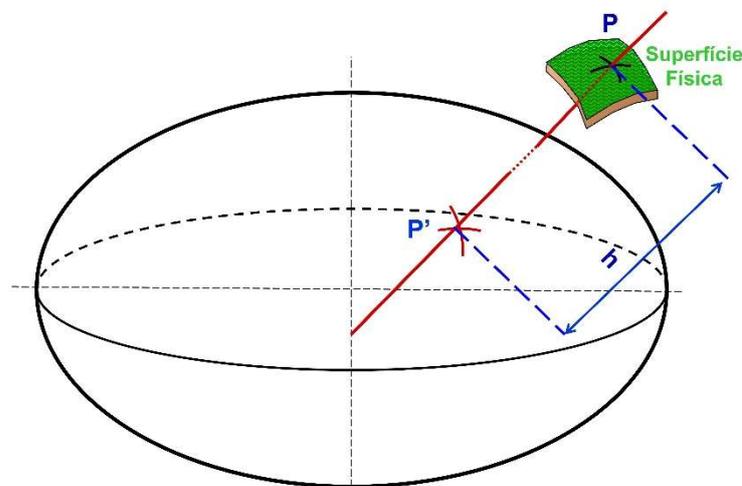


Fonte: Castro Junior (2018).

2.1.1.2 Altitude Elipsoidal (h_p)

A altitude elipsoidal, também chamada de geométrica ou geodésica, representa a separação entre a superfície física e a superfície elipsoidal ao longo da normal (Figura 3). Pode ser calculada a partir das coordenadas geodésicas convenientemente referidas ao elipsoide de referência, obtidas por meio de receptores GNSS (*Global Navigation Satellite Systems*) (FREITAS; BLITZKOW, 1999).

Figura 3 - Representação da altitude elipsoidal



Fonte: adaptado de LTG (2011)

2.1.2 Altitudes científicas

As altitudes científicas são calculadas com base no número geopotencial (C), que é uma grandeza física obtida pela diferença do potencial de gravidade entre dois pontos (W_A e W_B) (Expressão 1) (FREITAS; BLITZKOW, 1999).

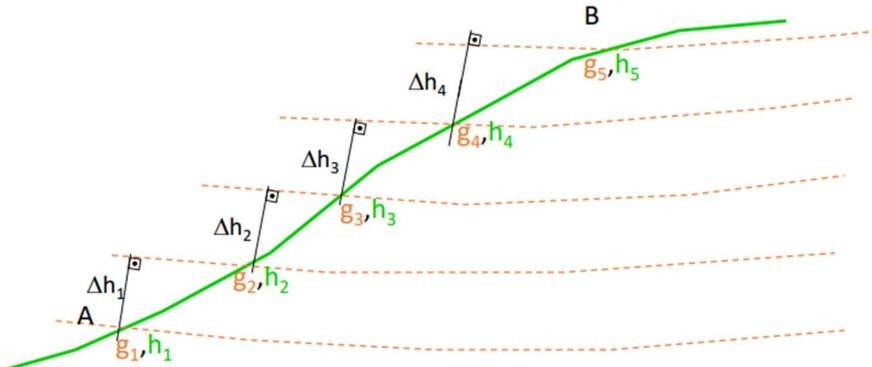
$$C_{AB} = W_A - W_B \quad (1)$$

No nivelamento, onde a sessão é constituída de n lances, a forma de se obter o número geopotencial entre dois pontos (C_{AB}) é dada pela Expressão (2) e exemplificada na Figura 4.

$$C_{AB} = \sum_{i=1}^n g_i \Delta h_i \quad (2)$$

onde g_i é o valor da aceleração da gravidade medido em cada ponto e Δh_i é o desnível de cada lance.

Figura 4 - Relação entre as superfícies de nível e o desnível advindo do nivelamento



Fonte: adaptado de LTG (2011)

Como o número geopotencial é expresso em unidades do potencial, sendo de difícil compreensão, é usual que se utilize valores de altitude. Uma altitude física pode ser determinada pela diferença entre o número geopotencial e um valor de gravidade (g) associado a cada tipo de altitude (Expressão 3).

$$H_F = \frac{C_p}{g} \quad (3)$$

Existem vários tipos de altitudes científicas, dentre elas as mais usuais são as altitudes ortométricas e normais.

2.1.2.1 Altitude ortométrica (H_p^{ort})

A altitude ortométrica é definida como a distância entre a superfície geoidal e a superfície física da Terra ao longo de uma linha intitulada de vertical. É obtida por meio da Expressão (4), onde g_m é o valor médio da gravidade real entre a projeção do ponto P sobre a superfície do geoide, ao longo da vertical, e o ponto na superfície física.

$$H_P^{ort} = \frac{C_p}{g_m} \quad (4)$$

O cálculo de g_m depende do conhecimento das densidades de massa da crosta entre o geóide e a superfície física. A comunidade geodésica tem trabalhado para a determinação de modelos de densidade da crosta (vide trabalhos de FOROUGHI et al., 2015; SHENG et al., 2019)

Com o advento do GNSS outra maneira de se obter a altitude ortométrica (Expressão 5) de forma bastante aproximada é relacionando a ondulação geoidal (N), adquirida por meio de um modelo geoidal, e a altitude elipsoidal (h_p).

$$H_p^{ort} \cong h_p - N \quad (5)$$

2.1.2.3 Altitude normal (H_p^N)

Molodenskii, em 1945, para solucionar o problema da determinação do valor médio da gravidade real ao longo da vertical do ponto apresentou o conceito de altitude normal. Essa altitude tem como superfície de referência o quase-geóide e sua formulação é apresentada na Expressão (6).

$$H_p^N = \frac{c_p}{\gamma'} \quad (6)$$

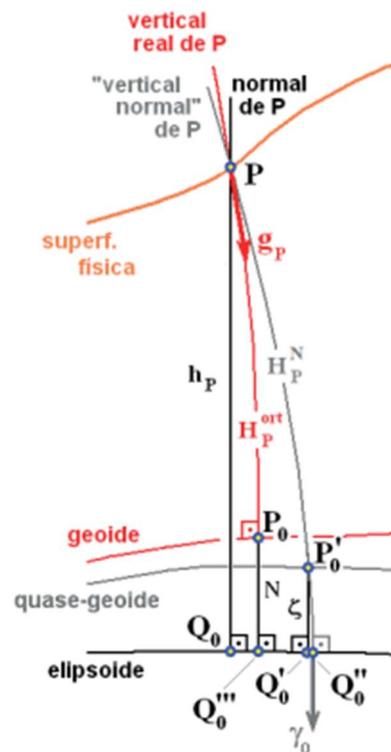
onde γ' é o valor da gravidade normal média entre o elipsoide e o ponto sobre o teluroide.

Da mesma forma que na altitude ortométrica, a obtenção da altitude normal, de forma aproximada, pode ser conseguida a partir da altitude elipsoidal. Nesse caso, ao invés de utilizar a ondulação geoidal, utiliza-se a anomalia de altura (ζ) advinda de um modelo quase geoidal.

$$H_p^N \cong h_p - \zeta \quad (7)$$

A Figura 5 apresenta de forma sintética as altitudes comumente utilizadas no Brasil, bem como seus exemplos.

Figura 5 - Elementos envolvidos na definição das altitudes físicas



Fonte: IBGE (2018)

2.2 Sistemas altimétricos

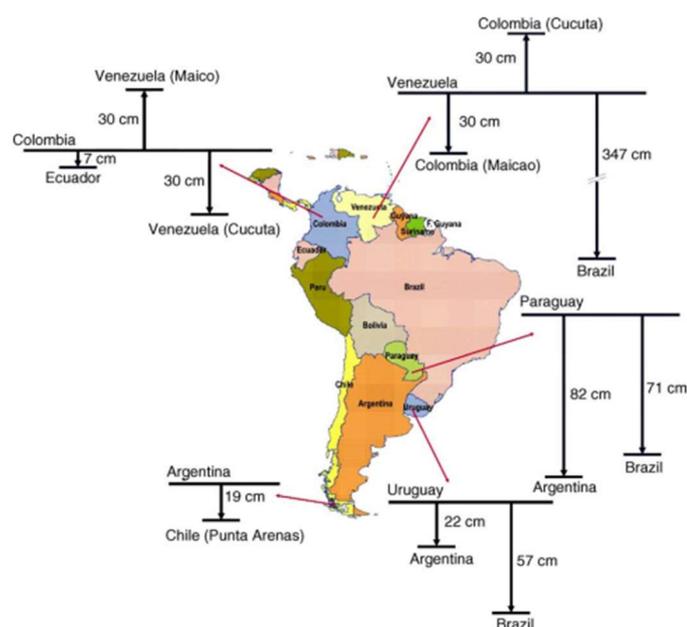
Um sistema de referência altimétrico é um sistema de coordenadas unidimensionais usado para definir a distância métrica de algum ponto de uma superfície de referência ao longo de um caminho bem definido, denominado de altitude do ponto (FEATHERSTONE; KUHN, 2006). O sistema altimétrico clássico pode ser descrito por três elementos: a superfície de referência, o *Datum* altimétrico e o tipo de altitude. A superfície de referência pode ser tratada como uma superfície local, vinculada ou não ao nível médio do mar daquela região ou como uma superfície equipotencial relacionada ao campo de gravidade da Terra. O *Datum* altimétrico é comumente utilizado para definir um ponto fixo (origem) em que, na maioria das vezes, utiliza de informações maregráficas acerca do Nível Médio dos Mares (NMM) para definir a inicial de referência, ou seja, a origem. Dessa forma, as altitudes de uma certa região estão vinculadas a esse *Datum* altimétrico. Por último, o tipo de altitude, está associado à maneira que foi determinada, sendo classificadas como altitudes geométricas ou físicas (científicas), conforme vistos na seção 2.1.

Existem pelo menos uma centena de diferentes sistemas altimétricos em todo o planeta que adotam um *Datum* vertical local por meio do NMM e as altitudes são obtidas a partir de

nivelamento geométrico, que em sua maioria, não se considera os efeitos de gravidade. Esses sistemas possuem medidas discrepantes, resultando em incertezas de magnitude significativa, decorrentes da propagação do nivelamento, de diferentes reduções gravimétricas. As diferenças podem alcançar até ± 2 m entre altitudes em um mesmo ponto, derivadas a partir de dois sistemas altimétricos que tem como referência medições maregráficas e por conta disso os sistemas são incompatíveis, impossibilitando o intercâmbio de dados entre países e a determinação prática com o posicionamento GNSS (IHDE; SÁNCHEZ,2005).

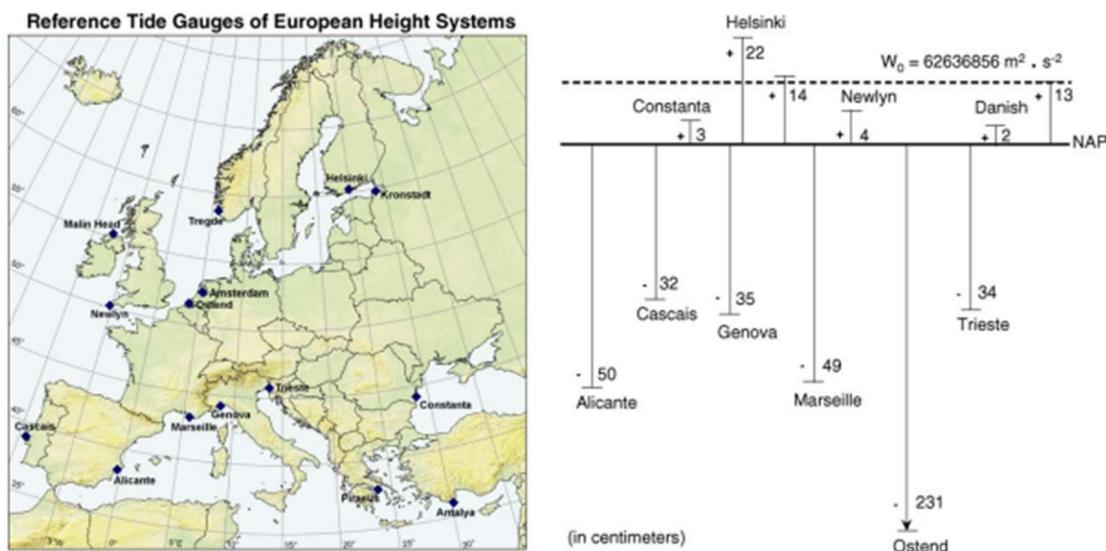
Um estudo conduzido por Ihde e Sánchez (2005) exemplifica essas discrepâncias entre *Data* no continente Sul-Americano e na Europa. O cenário na América do Sul em suma é de que estão em uso 15 *Data* altimétricos com origem em distintos marégrafos, sendo que as altitudes são derivadas de circuitos e linhas de nivelamento que possuem mais de 400.000 km e foram realizados em diferentes épocas; às vezes sem reduções gravimétricas ou com distintas metodologias aplicadas. Além disso, algumas conexões de nivelamento entre países vizinhos indicam diferenças entre redes nacionais, que podem chegar até ± 82 cm (como é o caso do Paraguai e da Argentina) (Figura 6). Embora a Figura 6 apresente a diferença de 347 cm entre Brasil e Venezuela, essa discrepância foi revista pelo IBGE e os novos resultados podem ser encontrados em (IBGE, 2019). O SIRGAS (Sistema de Referência Geodésico para as Américas) possui o Grupo de Trabalho III “*Datum Vertical*” GT-III) que tem trabalhado em direção a um referencial altimétrico moderno e unificado para o continente.

Figura 6 - Diferença entre *Datas* na América do Sul



Fonte: Ihde e Sánchez (2005)

No cenário europeu existe cerca de 20 sistemas nacionais de referência para altitudes, onde as diferenças alcançam até ± 50 cm (Figura 7). Tais *Data*, na maioria das vezes, estão referenciados ao NMM, por outro lado existem também níveis zero referentes a maré baixa ou maré alta. Em 2005, no estudo realizado, Ihde e Sánchez (2005), constataram que a Europa adotava três diferentes tipos de altitudes: a altitude normal, usada pelos países da Europa Central e Oriental, altitude ortométrica, usada na Bélgica, Dinamarca, Finlândia, Itália e Suíça e normal-ortométrica. Com o objetivo de estabelecer um sistema de altitudes unificado para a Europa projetos como o UELN-95/98 da Rede Europeia Unificada de Nivelamento (*United European Leveling Network- UELN*) e a Rede de Referência Vertical Europeia (*European Vertical Reference Network –EUVN*) foram criados, e suas informações foram utilizados posteriormente para a realização do Sistema de Referência Vertical Europeu (*European Vertical Reference System – EVRS*) definido pelo Grupo de Trabalho Técnico da Subcomissão da IAG para a Europa (*The Technical Working Group of the IAG Subcommission for Europe-EUREF*) em sua primeira realização, o EVRF2000 (*European Vertical Reference Frame 2000*) (IHDE; SÁNCHEZ, 2005). A segunda realização do EVRS, chamada de EVRF2007, tinha como estratégia uma combinação de três elementos: a rede, com novos dados altimétricos calculados, um *Datum* vertical, com 13 pontos de referência fixados a fim de evitar possíveis mudanças de altitude e a observação da evolução temporal do referencial. A terceira e última realização publicada do EVRS, o EVRF2019, teve mais da metade dos dados anteriores alterados, se comparada com as versões anteriores. Como resultado as altitudes do EVRS2019 diferem entre -439 mm e +148 mm do EVRS2007 (BKG, 2020).

Figura 7- Diferença entre *Data* na Europa

Fonte: Ihde e Sánchez (2005)

Um dos fatores para as diferenças entre *Data* é que a definição clássica de *Datum* não considera a diferença entre NMM local e a superfície geoidal global, chamada de Topografia de Nível Médio do Mar (TNMM), além de outros fatores como a evolução temporal e espacial de cada *Datum*. Para que seja possível a troca de dados altimétricos entre países é necessária em um sistema global e unificado, que possua uma mesma superfície de referência, e adotando assim a definição moderna de *Datum*. Segundo Santana (2020), a definição contemporânea é que a superfície geoidal é definida como uma superfície equipotencial global, com valor do geopotencial igual a W_0 , se apresentando como o *Datum* vertical global. Neste caso, os referenciais locais podem se relacionar ao referencial global por meio da TNMM.

Um sistema internacional de referência para as altitudes, que possibilite a troca de dados e que acompanhe o aumento de técnicas precisas e modernas, além de se equivaler ao Sistema Internacional de Referência Celeste (*International Celestial Reference System - ICRS*) e o Sistema Internacional de Referência Terrestre (*International Terrestrial Reference System - ITRS*), se faz necessário (SÁNCHEZ et al., 2021). Com base nas inconsistências e dificuldades em se ter vários referenciais altimétricos, verifica-se a importância do estabelecimento de referência global e unificada para as altitudes, com isso em foco foi estabelecido o IHRS.

2.3 International Height Reference System/ Frame (IHRS/IHRF)

A comunidade científica, tem definido, materializado e realizado sistemas geocêntricos

consistentes e que atendem às necessidades da Geodésia e de outras áreas. Na materialização de um sistema vertical unificado e integrado ao ITRS, ainda é um desafio. Face ao exposto, durante uma reunião da IUGG em 2015, a IAG, publicou a Resolução N° 1 sobre a definição e sua realização o *International Height Reference Frame* (IHRF) (IAG, 2015).

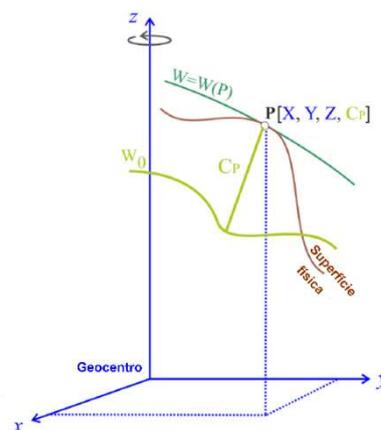
Em termos gerais, um sistema de referência define constantes, convenções, modelos e parâmetros necessários para a representação geométrica e física de quantidades. Um sistema de referência é realizado fisicamente por meio da materialização sólida de pontos na superfície e matematicamente, a partir da determinação de coordenadas referidas a este sistema de referência (IHDE et al., 2015).

O *International Height Reference System* (IHRF) foi definido como um conjunto de pontos com altitudes físicas precisas, distribuídos sobre a superfície terrestre e determinados a partir da diferença entre os valores do potencial de gravidade no ponto de interesse (W_p), associado a referência espacial de P que está relacionada às coordenadas definidas do ITRS, e o valor do potencial de referência (W_0), integrando assim a uma mesma superfície de referência. Essa diferença é chamada de número geopotencial (C_p) conforme a Expressão (8) (SÁNCHEZ, 2021).

$$C_p = W_0 - W_p \quad (8)$$

A Figura 8 exemplifica a determinação do número geopotencial.

Figura 8 – Componentes do número geopotencial



Fonte: Adaptado de Sánchez et al., (2017)

O potencial de gravidade (W_P) é calculado por meio da Expressão (9) (SÁNCHEZ et al., 2021):

$$W_P = U_P + T_P. \quad (9)$$

onde o potencial perturbador (T_P) pode ser obtido a partir da modelagem regional do campo de gravidade e o potencial normal no ponto P (U_P) é obtido a partir da a Expressão (10) (IHDE et al., 2017):

$$U_P = U_0 + \frac{\partial U_0}{\partial h} h, \quad (10)$$

Os parâmetros para a definição e realização do IHRS, estabelecidos na Resolução N° 1 são (IAG, 2015):

- a referência de nível vertical é uma superfície equipotencial do campo de gravidade da Terra, com o valor $W_0 = 62.636.853,4 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$;
- os parâmetros e observações devem estar relacionados ao sistema médio de marés ou crosta média; a unidade de comprimento é o metro e a unidade do tempo é o segundo do Sistema Internacional de Unidades;
- as coordenadas verticais são diferenças determinadas entre o potencial de gravidade em um determinado ponto P (W_p) e o W_0 ; tais diferenças de potencial de gravidade também são designadas como números geopotenciais (Cp);
- a referência espacial da posição P para o potencial $W_p = W(\mathbf{X})$ é relacionada às coordenadas \mathbf{X} do ITRS.

O IHRF é a materialização de estações associadas à uma superfície equipotencial do campo de gravidade. Segundo Sánchez (2021), foram definidos os requisitos para a materialização das estações do IHRF:

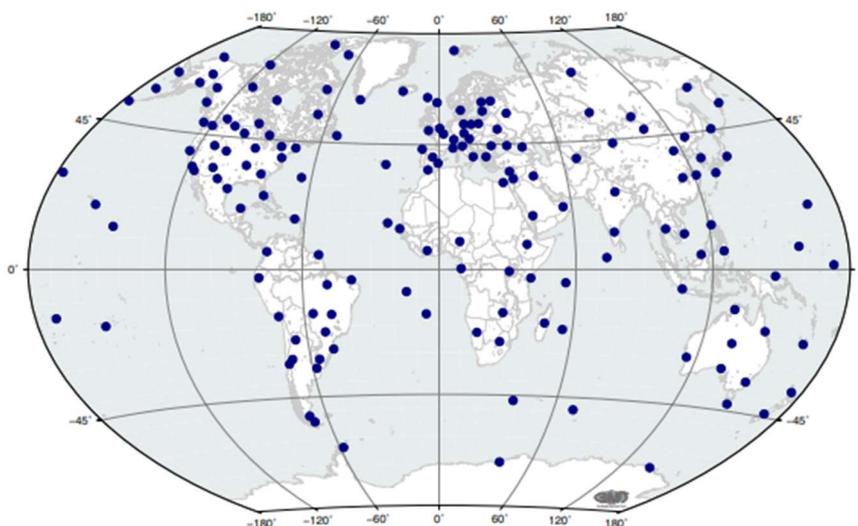
- Que as estações IHRF sejam materializadas por uma estação GNSS de monitoramento contínuo, para que seja possível monitorar e detectar deformações no referencial.
- É desejável que as estações IHRF estejam colocadas com outras técnicas geodésicas. Além disso, a estação deverá contar com medição de gravidade,

preferencialmente vinculada ao IGRF. Sendo possível então, conectar o referencial geométrico, físico e a aceleração da gravidade.

- Recomenda-se que estações estejam conectada ao *Datum* vertical local, para facilitar a unificação ao IHRF. Caso não esteja, a conexão deve ser realizada por meio da operação de nivelamento geométrico.
- Caso a estação selecionada se localize na região costeira do país e próxima ao marégrafo vinculado ao *Datum* vertical local, que se realize uma vinculação mediante nivelamento.
- É importante que as estações selecionadas possuam medições gravimétricas terrestres no seu entorno. A distribuição dos pontos gravimétricos deve ser homogênea, com medições até a extensão de 210 km de raio ($\sim 2^\circ$) da estação IHRF. Caso uma parte da área destinada para as medições gravimétricas esteja no oceano, recomenda-se verificar a disponibilidade de medições gravimétricas marinha e instituições. Em caso de ausência dessa informação, sugere-se a realização de levantamentos aerogravimétrico ou gravimetria a bordo de navios, na região costeira que abrange o raio de 210 km, uma terceira opção é utilizar informações de modelos adquiridos por missões satelitais.

Em março de 2017, foi publicada a primeira proposta de localização das estações que materializarão o IHRF. Atualmente, cerca de 170 estações compõem a rede (Figura 9), sendo seis localizadas no território brasileiro.

Figura 9- Distribuição das Estações da IHRF



Fonte: Sánchez et al. (2021)

De acordo com Sánchez et al. (2021), uma forma de se obter o W_p é a partir da modelagem do campo de gravidade local ou regional, isto é, a partir de modelos geoidais ou quase geoidais. Caso um modelo quase-geoidal esteja disponível o valor de W_p é obtido a partir de:

$$W_p = W_0 - (h_p - \zeta_p) \cdot \bar{\gamma}_{Q_{Q_0}} \quad [\text{m s}^{-2}] \quad (11)$$

onde:

$$\bar{\gamma}_{Q_{Q_0}} = \gamma_0 \cdot \left(1 - \frac{1}{a} \cdot (1 + f + m - 2f \cdot \sin^2 \varphi_p) \cdot (h_p - \zeta_p)\right) \quad [\text{m s}^{-2}]$$

sendo φ_p a latitude do ponto, ζ_p é anomalia de altura interpolada a partir de um modelo quase geoidal e f , m , a são os parâmetros do elipsoide de referência, GRS80 (MORITIZ, 2000).

Caso um modelo geoidal esteja disponível, W_p é obtido a partir da seguinte expressão: (SÁNCHEZ, 2021):

$$W_p = W_0 - (h_p - N_p) \cdot \bar{g}_p \quad [\text{m s}^{-2}] \quad (12)$$

em que:

$$\bar{g}_p = g_p + 0,424 \times 10^{-6} \cdot (h_p - N_p) + TC_p \quad [\text{m s}^{-2}] \quad (13)$$

sendo N_p a ondulação geoidal, g_p é o valor real da gravidade na estação, se não foi observada diretamente, pode ser interpolada a partir do conjunto de dados de gravidade terrestre usado para a determinação do geóide. O fator $0,424 \times 10^{-6}$ se refere a uma densidade média das massas topográficas considerando $\rho=2,670 \text{ kg m}^{-3}$ e TC_p é a correção do terreno.

2.4 Modelos Globais do Geopotencial

Segundo Almeida Filho (2009), os Modelos Globais do Geopotencial (MGG) são um conjunto funções harmônicas esféricas que representam influência dos longos comprimentos de onda do campo de gravidade obtidos através das observações satelitais e dos curtos comprimentos de onda derivados de observações gravimétricas na superfície. Os coeficientes desenvolvidos em séries de funções harmônicas esféricas são utilizados na representação matemática apresentada na Expressão (14) (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005):

$$V(r, \varphi, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n (A_{nm} Y_{nm}^c + B_{nm} Y_{nm}^s) \quad (14)$$

onde (r, θ, λ) são as coordenadas geocêntricas do ponto de cálculo, a saber: r é a distância ao geocentro do modelo adotado, φ é a latitude geodésica e λ é a longitude geodésica, a é o semieixo maior do elipsoide associado ao modelo e Y_{nm}^c e Y_{nm}^s são as funções de Legendre associadas com grau n e ordem m representadas na Expressão (15) e (16).

$$Y_{nm}^c = P_{nm}(\cos \theta) \cos(m\lambda) \quad (15)$$

$$Y_{nm}^s = P_{nm}(\cos \theta) \sin(m\lambda) \quad (16)$$

Com o lançamento do satélite Sputnik, em 1957, inicia-se a era espacial sendo considerada um marco para o desenvolvimento dos MGGs. Os primeiros modelos datam da década de 60 (GUIER; NEWTON, 1965), (KAULA, 1966), (ANDERLE, 1966), (LUNDQUIST; VEIS, 1966), (ANDERLE; SMITH, 1967) e (KÖHNLEIN, 1967). Com os avanços tecnológicos surgiram a necessidade de modelos globais adequados, que acompanhassem o desenvolvimento do GNSS e suas coordenadas mais precisas.

No início dos anos 2000, chamada de “Década dos Geopotenciais”, ocorre o lançamento de três missões dedicadas ao mapeamento do campo de gravidade: CHAMP (*Challenging Minisatellite Payload*) (REIGBER et al., 1996) lançada em julho de 2000, GRACE (*Gravity Recovery and Climate Experiment*) (GRACE, 1998) lançada em março de 2002, e GOCE (*Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer*) (ESA, 2006) lançada em março de 2009. Resultando em vários MGGs publicados, alguns desses modelos combinam dados de diferentes missões (GUIMARÃES; MATOS; BLITZKOW, 2012; PAVLIS et al., 2012). A partir dessas missões foi possível obter modelos mais consistentes, tais modelos estão disponíveis em um repositório.

O Centro Internacional para Modelos Globais da Terra (*International Center for Global Earth Models – ICGEM*) (<http://icgem.gfz-potsdam.de/calcpoints>) é um dos cinco serviços coordenados pelo IGFS (*International Gravity Field Service*) da IAG. O repositório contribui para a coleta e validação desses modelos e os disponibiliza online, de maneira gratuita (INCE et al., 2019). Ao todo o serviço possui 177 MGGs (ICGEM, 2021) e para esses trabalhos foram selecionados cinco modelos que serão descritos a seguir.

2.4.1 EGM2008

O EGM2008 (*Earth Gravitational Model 2008*) (PAVLIS et al., 2012) é um modelo que combina informações das missões CHAMP, GRACE, além de informações gravimétricas terrestres. É considerado um marco na evolução dos MGGs, sendo o primeiro com desenvolvimento das funções harmônicas esféricas com grau e ordem superior a 2000 e considerável melhoria em acurácia, em comparação ao seu antecessor, o EGM96 (NICACIO; DALAZOANA, 2017).

Segundo PAVLIS et al. (2012) o EGM2008 começou a ser desenvolvido no ano 2000, quando a Agência Nacional de Inteligência Geoespacial (*National Geospatial-Intelligence Agency - NGA*) decidiu desenvolver um modelo para substituir o EGM96 e que suportasse uma grande quantidade de dados gravitacionais advindos da missão gravitacional dos satélites GRACE, que seria lançado em 2002.

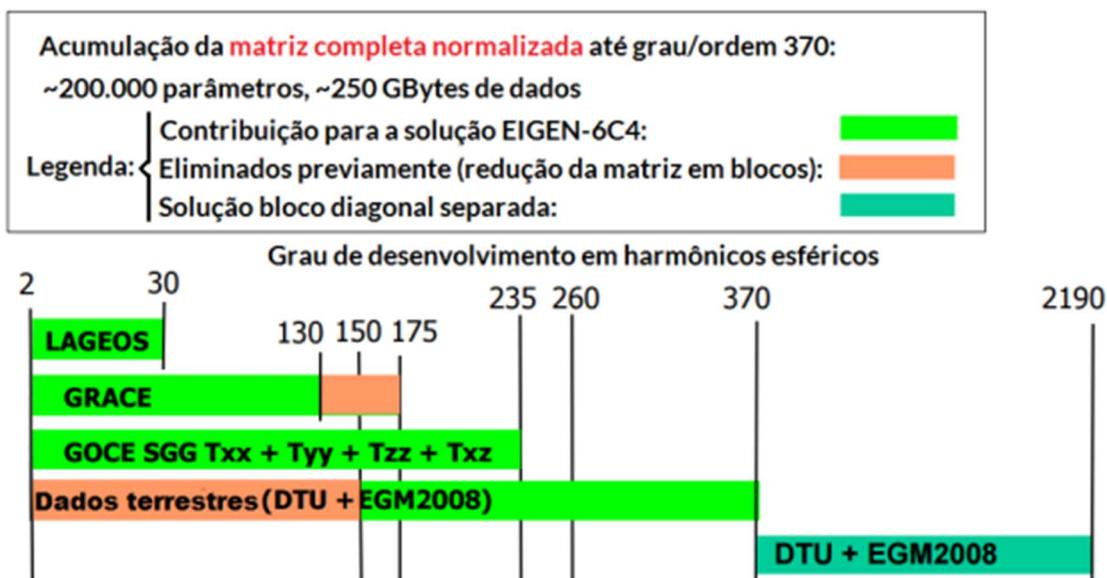
Sua versão final publicada em 2008 foi desenvolvida até grau e ordem 2159, completada até 2190 contendo informações da anomalia de gravidade global com resolução de 5' x 5'. Em áreas cobertas com dados gravimétricos de alta qualidade, as discrepâncias entre alturas geoidais calculadas com o EGM2008 e aquelas derivadas de dados GNSS/Nivelamento independentes são da ordem de ± 5 a ± 10 cm (PAVLIS et al., 2012).

2.4.2 EIGEN-6C4

O EIGEN-6C4 (*European Improved Gravity model of the Earth by New techniques*) segundo FÖRSTE et al. (2014) é o resultado de uma cooperação entre o Centro de Pesquisa Alemão de Geociências (*GeoForschungsZentrum - GFZ*), em Potsdam, Alemanha e o Grupo de Pesquisa de Geodésia Espacial (*Groupe de Recherche de Géodésie Spatiale/Centre National d'Etudes Spatiales - GRGS/CNES*), em Toulouse, França. Foi desenvolvido até grau e ordem 2190.

Ainda segundo FÖRSTE et al. (2014) o EIGEN-6C4 é composto por dados SLR (*Satellite Laser Ranging*) do satélite LAGEOS-1 e 2, de 1985 a 2010, permitindo grau e ordem de 2 até 30; dados da missão GRACE, de 2003 a 2012, permitindo desenvolvimento grau e ordem 2 até 130 e informações do satélite GOCE, de 2009 a 2013, elevando o modelo para grau e ordem até 300. Para alcançar grau e ordem 2190, o modelo contou com dados de anomalia de gravidade de 2'x 2' advindos do modelo DTU12, além de informações do EGM2008. A Figura 10 mostra visualmente os dados descritos.

Figura 10- Integração para a composição do EIGEN-6C4



Fonte: Adaptado de Förste *et al.* (2014) e Nicacio; Dalazoana (2018).

2.4.3 GECCO

GECCO (*GOCE and EGM2008 COmbination*) é a junção de dados do satélite GOCE e do modelo EGM2008, como o próprio nome sugere. Segundo Gilardoni *et al.* (2015) o GOCE possui uma resolução de 5' x 5' advindas do modelo EGM2008 e do satélite GOCE.

O modelo GECCO tem coeficientes de 360 até 2190 graus, os coeficientes são os mesmos do EGM2008. O GECCO apresenta resultados mais consistentes do que outros modelos combinados em áreas com menores quantidades de dados gravimétricos terrestres, como no caso das Cordilheiras do Himalaia, dos Andes e a Bacia do Congo (GILARDONI *et al.*, 2015).

2.4.4 XGM2019

O *Experimental Gravity Field Model 2019* (XGM2019) é um modelo composto a partir de três fontes de dados principais: o modelo GOCO06S (*Gravity Observation Combination*), um conjunto de dados de anomalia de gravidade terrestre e oceânica com resolução de 15' fornecida pela NGA, acrescido de informações gravimétricas fornecidas do modelo EARTH2014 e um conjunto de dados de anomalia de gravidade com resolução de 1' derivado da altimetria por radar sobre os oceanos procedente do modelo DTU13 (ZINGERLE *et al.*, 2020).

Seus coeficientes atingem o grau e ordem 5399, com uma resolução espacial de 4 km. O modelo mostra um comportamento melhor em relação aos modelos anteriores, como o seu antecessor XGM2016, ao ser comparado com dados de nivelamento GNSS independentes. O modelo pode ser considerado globalmente mais homogêneo (ZINGERLE et al., 2019).

2.4.5 SGG-UGM-2

O SGG-UGM-2 é um modelo combinado a partir de dados do satélite GOCE, do modelo ITSG-Grace 2018, de dados altimétricos oriundos das satélites GM/ERM, ERS-1/GM, ERS/ERM, Tandem, Jason-1/ERM, Envisat, Jason-2/ERM, Jason-1/GM, CryoSat-2, SARAL/AltiKa ERM, HY-2A, Jason-2/GM, e SARAL/AltiKa GM, que foram utilizados para representar dados de anomalia de gravidade marinha com resolução de 1'x1', além de dados de anomalia de gravidade continental advindas do modelo EGM2008, com resolução de 5'x5' (LIANG et al., 2020).

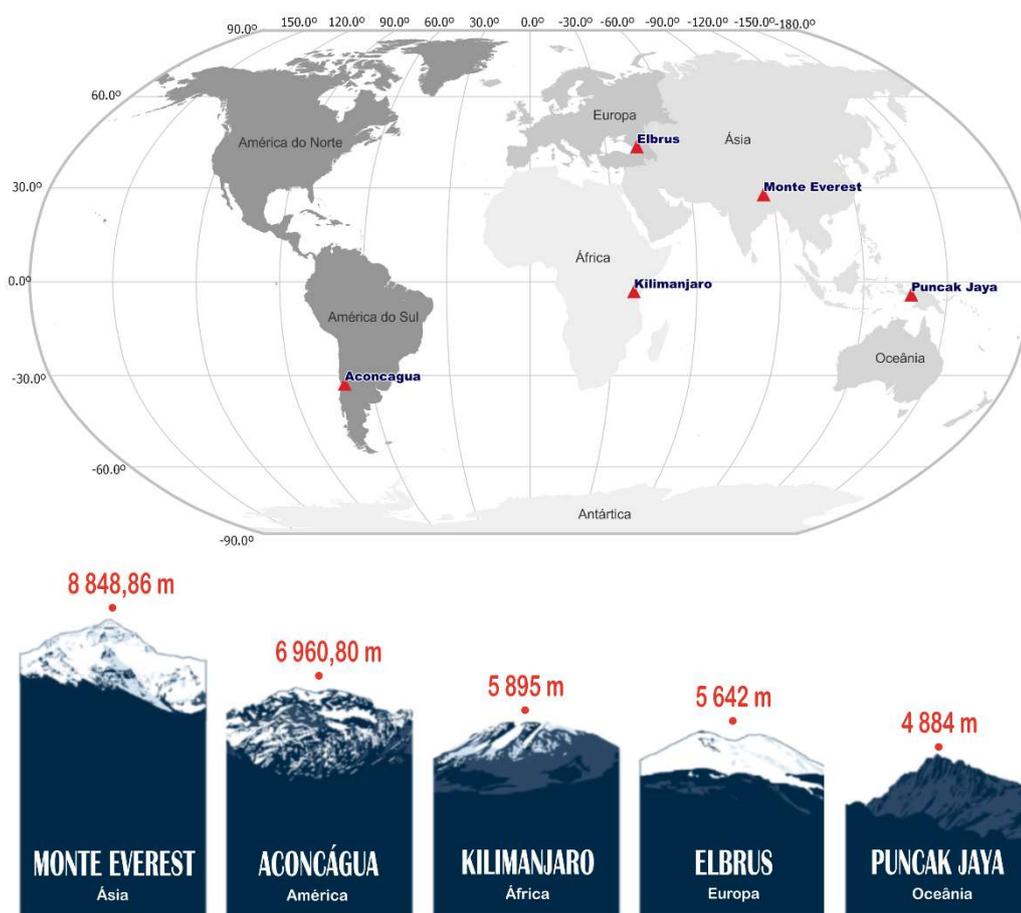
Liang et al., (2020), ainda especificam que o modelo foi desenvolvido baseado em fórmulas derivadas de mínimos quadrados do método EHA-CT (Método de análise de harmônicos elipsoidais e transformações de coeficientes) com uma resolução espacial de 5'x5' até grau e ordem 2190. Passou por um processo de validação utilizando informações GNSS, e seus resultados foram favoráveis em comparação ao modelo EGM2008 nos domínios de frequência e espaço.

3 MATERIAL E MÉTODOS

3.1 Contextualização da área de estudo

Os pontos mais altos dos continentes são conhecidos como os sete cumes. Nesse caso, considera-se além dos pontos mais altos na África, Ásia, Europa, Oceania e Antártica, dois pontos no continente americano, sendo um na América do Norte e outro na América do Sul. Na América somente um ponto foi escolhido, o de maior altitude, e o ponto da Antártica não foi utilizado pelo fato de se saber que não há informações geodésicas naquela região. Os cinco pontos culminantes restantes e que foram utilizados nesse trabalho, cujas altitudes variam de 4.884,00 m a 8.848,86 m, podem ser vistos na Figura 11.

Figura 11- Mapa de localização dos pontos culminantes



Fonte: <https://marmotamaps.com/> Acesso em: 01 de out. 2021.

O primeiro ponto culminante deste trabalho é o ponto mais alto do planeta e está localizado na fronteira entre a China e o Nepal, na Ásia. Segundo Xie et al., (2021) a primeira medição da altitude do Everest foi realizada por Sir George Everest, de 1947 a 1950, com um

valor de 8839,2 m. De 1952 a 1954, a altitude foi novamente calculada, pelo método de triangulação com referência ao NMM do Oceano Índico, e obteve o valor de 8847,6 m. Em 1975, a Agência de notícias Xinhua, divulgou uma altitude de 8848,13 m com referência ao sistema de elevação do Mar Amarelo de 1956. A Equipe de Montanhismo Millennium do Monte Everest, em 1999, usou GPS para medir a altitude e chegou ao valor de 8850 m. Em 2005, o Departamento de Pesquisa e Mapeamento do Estado da China, informou uma medida de 8844,43 m referido aos dados de elevação nacional de 1985. Em 8 de dezembro de 2020, os governos da China e do Nepal anunciaram uma altitude de 8848,86 m calculada com base na metodologia do IHRS (XIE et al., 2021).

O Aconcágua é a montanha mais alta do continente americano. Fica localizado na província de Mendoza, na Argentina e faz parte da cordilheira dos Andes. Sua primeira medida oficial foi realizada pela Universidade de Buenos Aires em 1956, resultando em uma altitude de 6959,60 m. Após 56 anos com essa medida sendo utilizada, era necessário obter um novo valor considerando os avanços científicos. Então, em 2012 uma nova expedição foi realizada pelo *Instituto Geográfico Nacional* (IGN). A determinação da nova altitude utilizou de tecnologia GPS para a medição e o novo valor obtido foi de 6960,80 m, uma diferença de 1,20 m em relação à anterior. Vale ressaltar que outra medida não oficial foi realizada em 2001, pelo geólogo Giorgio Poretti que mediu a altitude do Aconcágua também utilizando de GPS e obteve um valor de 6961,83 m acima do nível do mar local (PORRETI, 1999; IGN, 2012).

No continente africano o ponto culminante é o Kilimanjaro, mais especificamente o topo do vulcão Kibo, o pico Uhuru, o mais alto entre os três vulcões que compõe o Kilimanjaro, e fica localizado na região com o mesmo nome, na Tanzânia. Foram realizadas muitas tentativas de se obter a altitude exata dessa montanha. Em 1889, Hans Meyer utilizou de barometria aneróide não controlada (*uncontrolled aneroid barometry*) e obteve o valor de 6010 m. A segunda tentativa ocorreu em 1904, a Comissão Anglo-Alemã de Fronteira chegou na altitude de 5892 m por interseção trigonométrica. Em 1912, Klute calculou um valor para altitude por meio de *Leap Frog* em barômetro aneróide controlado de 5930 m. Gilman, no ano de 1921, calculou um valor de 5930 m por ponto de ebulição. A primeira determinação oficial da altitude do pico Uhuru aconteceu em 1952, pelo Departamento de Terras e Pesquisas da Tanzânia usando nivelamento trigonométrico, o valor obtido foi o de 5895 m acima do NMM e permanece como a altitude oficial até hoje. A Expedição Monte Kilimanjaro 1999, foi a primeira tentativa de determinar a altitude ortométrica usando GPS e o modelo geoidal EGM96, para a ondulação geoidal, o valor final foi de 5892,55 m. A fim de reduzir as incertezas na determinação da altitude do Monte Kilimanjaro, uma nova missão foi realizada em 2008,

denominada KILI2008, que envolveu 19 pesquisadores de seis países diferentes. Para atingir o objetivo, dados GPS foram combinados com observações gravimétricas, essas observações foram utilizadas para construir um geóide local resultando no valor de 5889,51 m para altitude ortométrica (ULOTU, 2014; Team KILI2008, 2009).

Quanto ao Elbrus, o ponto mais alto do continente Europeu, está localizado na parte ocidental da cordilheira do Cáucaso, na Rússia possuindo uma altitude de 5642 m. (NASA, 2003). O ponto culminante mais baixo dos cinco que foram estudados nesse trabalho é o Puncak Jaya, também conhecido como Pirâmide de Carstenz, localizado na Oceania. Mais precisamente, está localizado na província de Papau, na Indonésia e faz parte da cordilheira Central e seu cume tem 4884 m (NASA, 2002). Ressalta-se que não foram encontradas outras informações sobre expedições e determinações recentes desses dois picos.

As informações acerca de cada ponto culminante são apresentadas na Tabela 1. Evidencia-se que para os pontos culminantes Elbrus e Puncak Jaya não foram encontradas informações sobre os órgãos responsáveis pela sua medição, e por isso foi realizada uma pesquisa em diversas fontes e optou por adotar o valor informado no site da Agência Espacial Americana - NASA (*National Aeronautics and Space Administration*).

Tabela 1 – Dados dos pontos culminantes

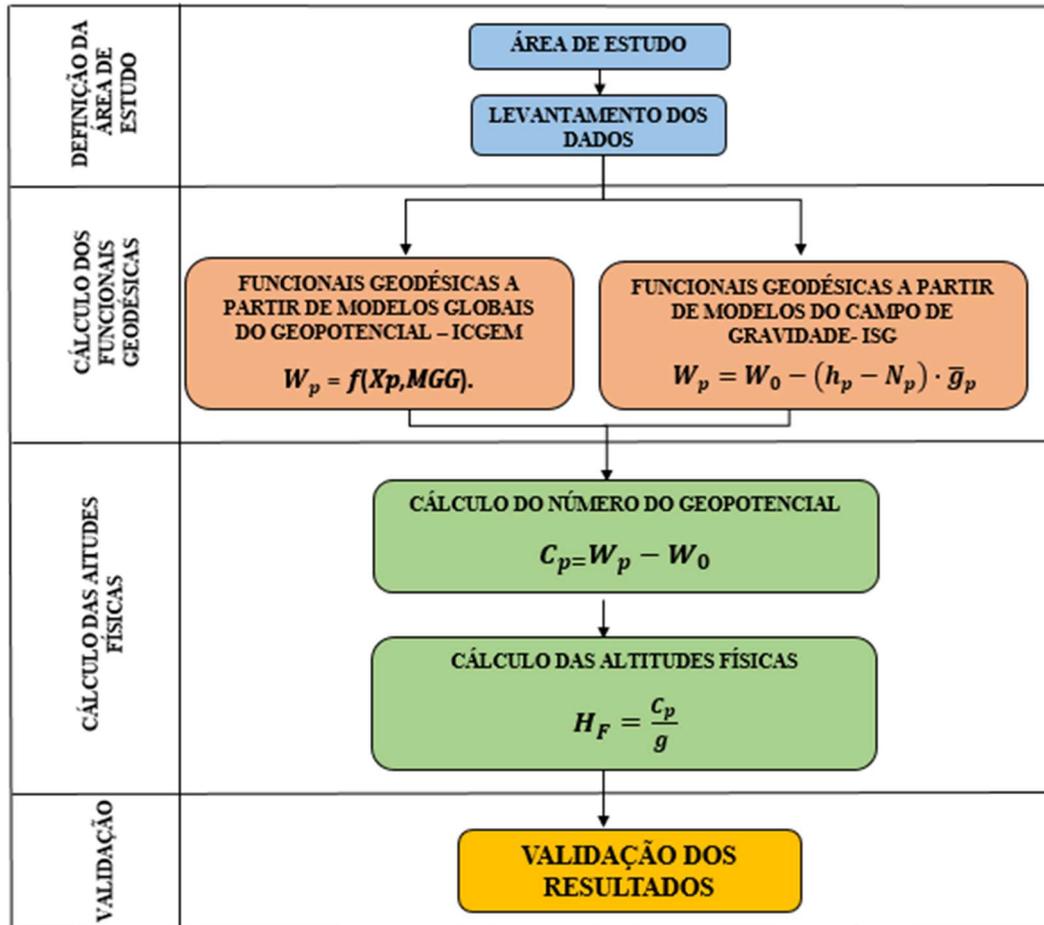
Nome	Localização	Órgão Responsável	Altitude (m)	Latitude	Longitude	Fonte
Monte Everest	China-Nepal	Departamento de Levantamento e Mapeamento do Estado da China	8.848,86 ¹	27°59'15"N	86°55'39"L	XIE et al., 2021
Aconcágua	Argentina	IGN – <i>Instituto Geográfico Nacional</i>	6.960,80 ²	32°39'11"S	70°00'43"O	IGN
Kilimanjaro	Tanzânia	Departamento de Terras e Pesquisas da Tanzânia	5.895,00 ²	03°04'35"S	37°21'14"L	OLOTU, 2014
Elbrus	Rússia	Não encontrado	5.642,00 ²	43°21'18"N	42°26'21"L	NASA, 2003
Puncak Jaya	Indonésia	Não encontrado	4.884,00 ²	4°04'44"S	137°09'30"L	NASA, 2002

¹Altitude ortométrica; ²Altitude vinculada ao Nível Médio do Mar.

Fonte: O Autor (2022)

A abordagem metodológica desenvolvida encontra-se na Figura 12.

Figura 12- Fluxograma das etapas do trabalho



Fonte: O Autor (2022)

3.2 Determinação de W_p a partir dos Modelos Globais do Geopotencial

Nesse trabalho duas abordagens foram utilizadas para o cálculo do W_p . A primeira maneira foi por meio da obtenção dos valores de potencial da gravidade de forma direta, a partir de MGGs. Para tanto, utilizou-se o serviço do ICGEM. A ferramenta calcula funcionais geodésicas a partir dos MGGs disponíveis na plataforma. Foi selecionado a *User-defined points* e então foi feito o *upload* de um arquivo contendo latitude, longitude e altitude geodésica dos cinco pontos. Na opção *model selection* foram escolhidos os modelos *Longtime Models* EGM2008, EIGEN6C4, GECO, XGM2019 e SGG-UGM-2, classificados como modelos de grau máximo, especificado na secção 2.4. A funcional geodésica selecionada foi o *gravity potencial*, o sistema de referência utilizado foi o GRS-80 e o *Tide System*, conforme a recomendação da IAG, o sistema zero de maré e não se incluiu o *Zero Degree Term* conforme a Figura (13).

Figura 13- Interface do serviço do ICGEM

The screenshot shows the ICGEM web interface titled "Calculation of Gravity Field Functionals on User-Defined Points". The interface is divided into several sections:

- Left Sidebar:** Contains navigation links such as "ICGEM Home", "Gravity Field Models" (Static, Temporal, Topographic), "Calculation Service" (Regular grids, User-defined points), and "3D Visualisation" (Static, Temporal, Trend & Amplitude, Spherical Harmonics).
- Model selection:** A dropdown menu is set to "Longtime Model". Below it is a list of models including AIUB-CHAMP01S, AIUB-CHAMP03S, AIUB-GRACE01S, AIUB-GRACE02S, AIUB-GRACE03S, DEOS_CHAMP-01C, DGM-1S, EGM2008, EGM96, EGM96s, EIGEN-1, and EIGEN-1s.
- Functional selection:** A list of functionals is shown, with "gravity_potential" selected. A note states: "This is the potential of the gravity field of the Earth (including the centrifugal potential) at the given point (h, λ, φ) . (eqs. 5 and 108 + 123 of STR09/02)".
- User-Defined Points:** A world map shows several red dots representing user-defined points. Below the map, there are input fields for "select the format of the coordinates in your data file" (set to "Lat Lon Height") and "and upload your file" (with a button "Escolher arquivo" and a file name "entrada2.txt"). A note indicates "up to 1000 randomly selected points of your set are shown in the map".
- Reference System:** A dropdown is set to "GRS80". Below it are input fields for "Radius" (6378137.0), "Flat" (298.257222101), "Gm" (3.986005e+14), and "Omega" (7.292115e-5).
- Tide System:** A dropdown is set to "zero tide" and a checkbox for "Zero Degree Term" is present.

Fonte: <http://icgem.gfz-potsdam.de/calcpoints>. Acesso em: 04 out 2021

Os pontos culminantes do Elbrus e do Puncak Jaya não possuíam uma altitude advinda de um levantamento GNSS, por isso se fez necessário calcular essa altitude. Para o cálculo se fez necessário obter no serviço do ICGEM a funcional anomalia de altitude (ζ) (*height anomaly*), para tanto se utilizou do MGG XGM2019, essa escolha se deu devido ao fato de ser um modelo recente e já ter sido utilizado em outros trabalhos, em que mostrou consistências. Assim, foi possível realizar o cálculo da altitude geométrica a partir da sua altitude física.

3.3 Determinação de W_p a partir de modelos do campo de gravidade

A segunda abordagem leva em consideração o uso de um modelo geoidal. Para tanto utilizou de valores de ondulação geoidal. Para tanto, foi necessário o acesso ao repositório do Serviço Internacional para o Geoide (*International Service for the Geoid – ISG*) (<https://www.isgeoid.polimi.it>) (Figura 14), para obter os modelos geoidais e posteriormente calcular a ondulação geoidal.

Figura 14 – Interface do serviço do ISG



Fonte: <https://www.isgeoid.polimi.it/>. Acesso em: 01 out 2021

Os modelos utilizados foram Xinjiang and Tibet (China) (SHEN; HAN, 2013) para o Everest, Russia (RGG2003) (MEDVEDEV; NEPOKLONOV, 2003) para o Elbrus, Tanzania (OLIVER, 2007) para Kilimanjaro e para o Aconcágua (GEOID2021) (MATOS, 2021), com exceção do modelo, que é um modelo geoidal e quase geoidal, todos são modelos geoidais. Para o modelo geoidal do Kilimanjaro estão disponíveis três modelos geoidais, Tanzânia, o Tanzânia (TZG08) e o África (AGP2007), para selecionar o melhor modelo utilizou-se do MGG XGM2019 e comparou-se o valor da ondulação geoidal obtido no serviço e entre os modelos geoidais, e o valor do Tanzania é o mais próximo do MGG.

O ponto culminante Puncak Jaya não tem um modelo geoidal ou quase geoidal disponível, e por isso foi eliminado dessa etapa. Vale ressaltar também, que ambos os modelos não especificam a maré utilizada e por isso se considerou como sendo maré zero, conforme a recomendação da IAG.

Outra quantidade que teve que ser obtida foi o valor da aceleração da gravidade (g_p). Para essa tarefa foi consultado o banco de dados gravimétricos internacional o *International Gravimetric Bureau (Bureau Gravimétrique International – BGI)* (<http://bgi.obs-mip.fr/>), que é um serviço da IAG destinado a garantir o inventário de dados e a disponibilidade a longo prazo das medições gravimétricas adquiridas na superfície da Terra. A Tabela (2) apresenta o valor interpolado e a quantidade de pontos utilizados para interpolação e extrapolação.

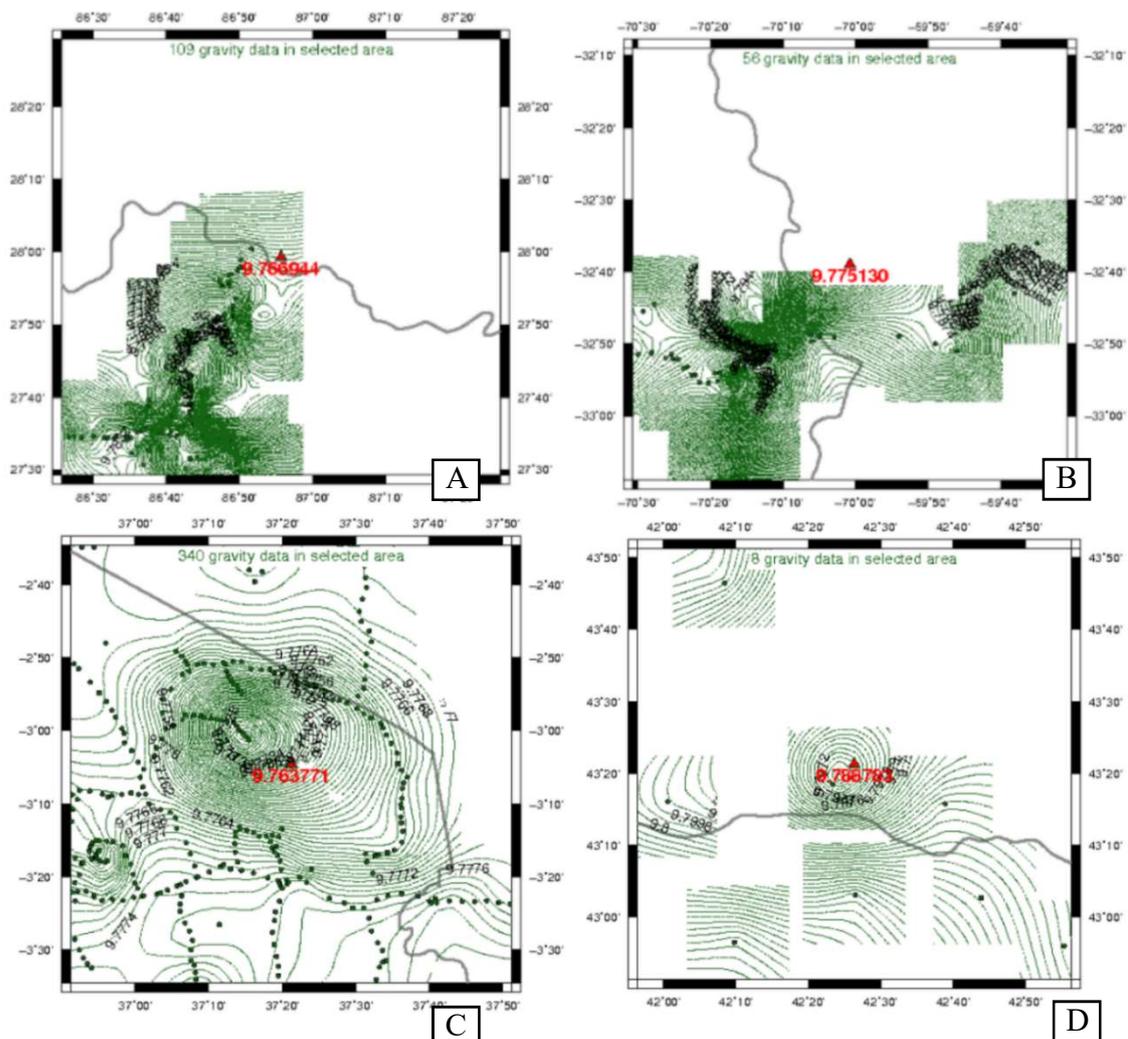
Tabela 2 – Dados da gravimetria dos pontos culminantes

ID	Valor de g interpolado (mGal)	Quantidade de pontos utilizados
Monte Everest	976694,4	109
Aconcagua	977513,0	56
Kilimanjaro	976377,1	340
Elbrus	978878,3	8

Fonte: O Autor (2022)

A Figura (15) é possível ver a espacialização dos dados e o valor de gravidade obtido para cada um dos pontos culminantes do Monte Everest (15.A), Aconcagua (15.B), Kilimanjaro (15.C) e Elbrus (15.D). O ponto culminante Puncak Jaya não possui dados de gravimetria, e por isso foi desconsiderado da realização desse trabalho já que não foi possível efetivar qualquer outro procedimento. Por fim foi realizado o cálculo do valor de W_p (Expressão 12).

Figura 15- Dados gravimétricos interpolados no BGI

Fonte: <https://bgi.obs-mip.fr/> Acesso em: 23 dez 2021

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Valores do potencial de gravidade

A partir das duas abordagens explicitadas (em laranja) na Figura 12, os valores de W_p foram calculados para quatro dos cinco pontos, conforme a Tabela 3.

Tabela 3 – Valor de potencial de gravidade do modelo geoidal e dos modelos globais do geopotencial em m^2s^{-2}

ID	Modelos Geoidais	EGM2008	GECO	EIGEN-6C4	XGM2019	SGG-UGM-2
Everest	62550391,36	62550339,67	62550344,67	62550345,80	62550344,12	62550345,76
Aconcágua	62568782,21	62568755,57	62568750,63	62568750,39	62568745,40	62568750,85
Kilimanjaro	62579340,96	62579108,86	62579108,14	62579108,71	62579109,70	62579108,40
Elbrus	62581561,67	62581587,30	62581589,66	62581589,52	62581590,11	62581589,18

Fonte: O Autor (2022)

Os resultados obtidos das diferenças entre o W_p do modelo geoidal de cada ponto culminante e dos MGGs EGM2008, GECO, EIGEN-6C4, XGM2019 e SGG-UGM-2 podem ser vistos na Tabela 4.

Tabela 4 – Diferença entre o potencial de gravidade do modelo geoidal e dos modelos globais do geopotencial em metros

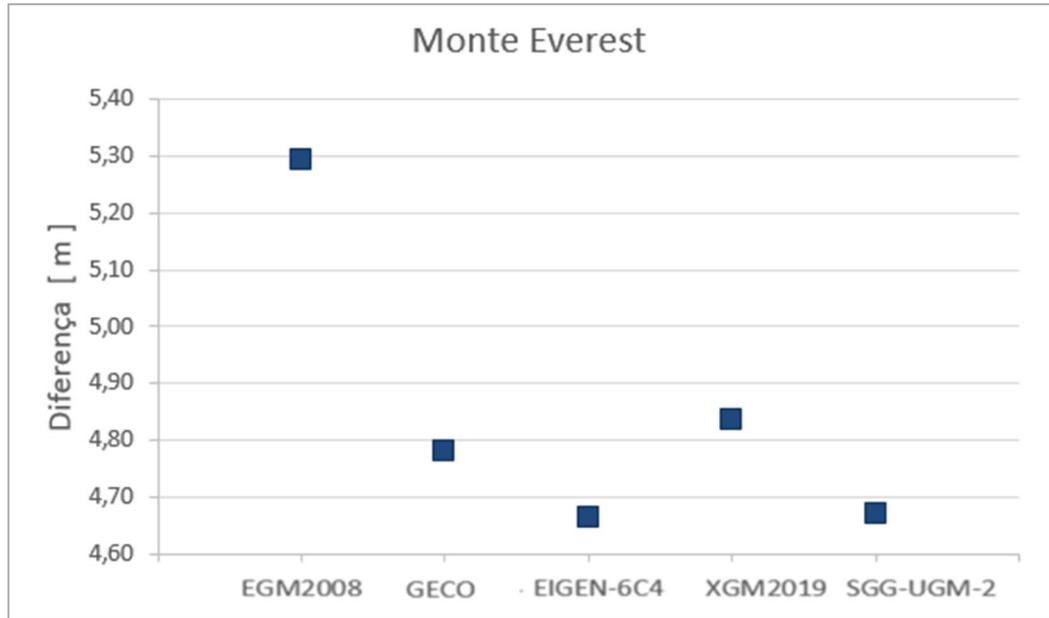
Ponto Culminante	EGM2008	GECO	EIGEN-6C4	XGM2019	SGG-UGM-2
Everest	5,29	4,78	4,66	4,84	4,67
Aconcágua	2,73	3,23	3,26	3,77	3,21
Kilimanjaro	23,77	23,85	23,79	23,69	23,82
Elbrus	-2,62	-2,86	-2,85	-2,91	-2,81

Fonte: O Autor (2022)

Com base nos resultados nota-se que os valores apresentam consistência entre si, somente o MGG EGM2008 possui uma desarmonia se comparadas com as outras, que pode estar relacionada ao fato de que se trata de um modelo que não possui tantos dados combinados como os outros, principalmente dados GOCE, lançado após esse MGG.

O cenário foi analisado individualmente para cada um desses pontos. Para o Monte Everest (Figura 16), MGG EGM2008 é o que apresentou maior discrepância se comparado com os outros modelos, mesmo que seu modelo geoidal possui dados desse mesmo MGG.

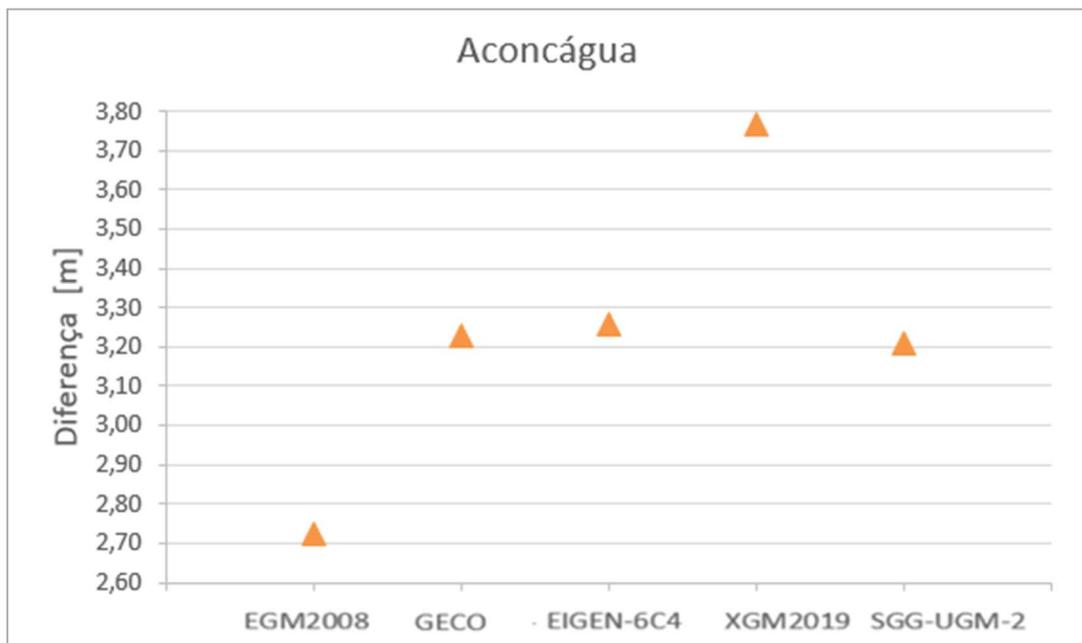
Figura 16 - Diferença do Wp obtido pelo modelo geoidal China e os MGGs para o Monte Everest.



Fonte: O Autor (2022)

No resultado para o Aconcágua (Figura 17) temos dados semelhantes, em que os modelos do geopotencial EGM2008 e XGM2019 apresentaram diferenças se comparados com os outros.

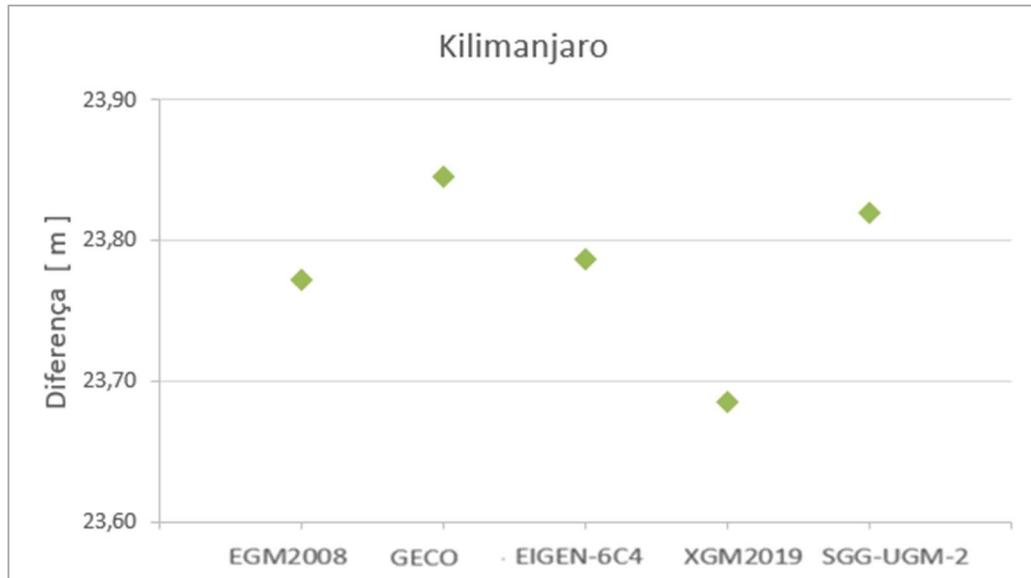
Figura 17 - Diferença do Wp obtido pelo modelo geoidal GEOID2021 e os MGGs para o Aconcágua



Fonte: O Autor (2022)

O ponto culminante Kilimanjaro (Figura 18) possui uma diferença com maiores valores, que pode ser amparado ao fato de que seu modelo geoidal é mais antigo, e suas maiores discrepâncias estão nos modelos GECO e XGM-2019.

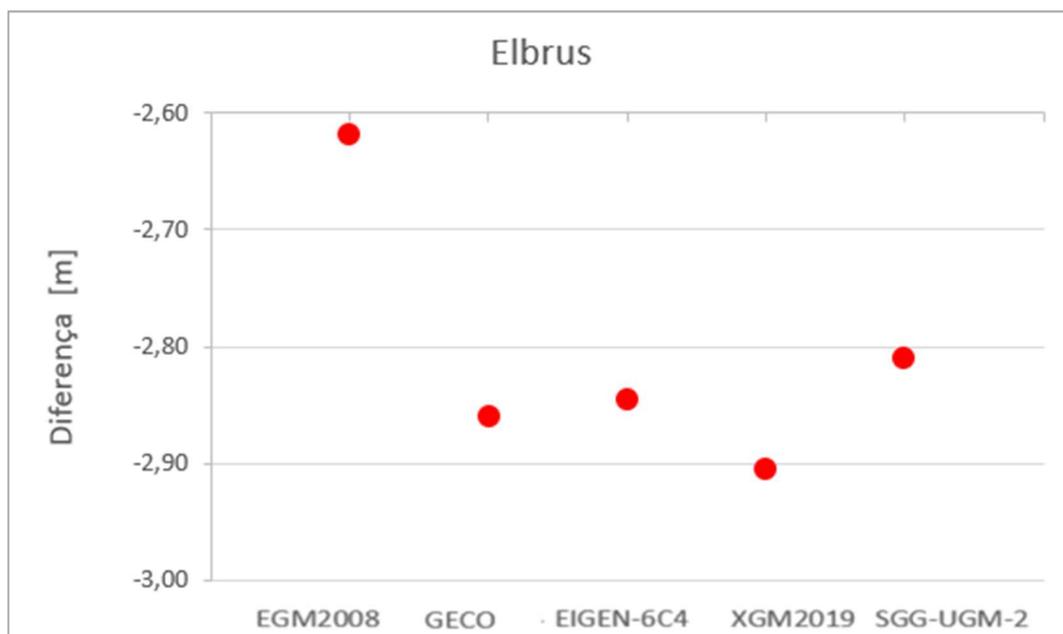
Figura 18 - Diferença do Wp obtido pelo modelo geoidal da Tanzânia e os MGGs para o Kilimanjaro



Fonte: O Autor (2022)

Já o Elbrus (Figura 19), cujo seu modelo geoidal possui dados do antecessor do EGM2008, o EGM96, apresentou maior discrepância nesse mesmo modelo.

Figura 19 - Diferença do Wp obtido pelo modelo geoidal RGG2003 e os MGGs para o Elbrus



Fonte: O Autor (2022)

A Tabela 5 apresenta a estatística das diferenças entre os pontos culminantes e percebe-se que os pontos do Kilimanjaro, que apesar de possuir a maior diferença entre si, e o do Elbrus, que também possui um modelo geoidal antigo, teve a melhor consistência entre os quatro, já que a amplitude entre seus valores máximos e mínimos apresentavam o menor valor.

Tabela 5 – Estatística da diferença entre o potencial de gravidade do modelo geoidal e dos modelos globais do geopotencial em metros

Ponto culminante	Monte Everest	Aconcágua	Kilimanjaro	Elbrus
Valor máximo	5,29	3,77	23,85	-2,62
Valor mínimo	4,66	2,73	23,69	-2,91
Amplitude	0,63	1,04	0,16	0,29
Média	4,85	3,24	23,78	-2,81
Desvio Padrão	0,26	0,37	0,06	0,11

Fonte: O Autor (2022)

4.2 Valores das altitudes físicas

Com W_p calculado pelos modelos geoidais e o obtido no serviço ICGEM foi possível calcular o valor de C_p conforme a Expressão (8), para cada um dos W_p , e em seguida calcular o valor das altitudes. Como resultado se tem a Tabela 6 que apresenta os valores das altitudes em metros.

Tabela 6 - Valor das Altitudes Calculadas em metros.

ID	Modelos Geoidais	EGM2008	GECO	EIGEN-6C4	XGM2019	SGG-UGM-2
Everest	8848,59	8853,91	8853,40	8853,28	8853,45	8853,29
Aconcágua	6961,28	6964,01	6964,52	6964,54	6965,05	6964,50
Kilimanjaro	5888,57	5912,43	5912,51	5912,45	5912,35	5912,48
Elbrus	5646,83	5644,08	5643,84	5643,85	5643,79	5643,89

Fonte: O Autor (2022)

Em seguida foram realizadas as comparações dos valores obtidos com os oficiais (Tabela 1), em que as diferenças encontradas podem ser vistas na Tabela 7. Percebe-se que, para os modelos geoidais, os pequenos valores, para os dois primeiros pontos, reforçaram a consistência do modelo geoidal para a comparação no primeiro método, e que é uma metodologia útil para o cálculo das altitudes para IHRF. Já no terceiro e quarto ponto, a diferença entre a altitude calculada e a oficial para o ponto Kilimanjaro e Elbrus possui um valor maior, o primeiro pode estar relacionado no fato que sua medida foi realizada em 1952 e que o Elbrus por sua vez pode estar amparado no fato que o valor encontrado na literatura por

não ser oficial pode estar incorreto ou necessitando de uma revisão, assim como o valor do Kilimanjaro. Os pontos do Monte Everest e Aconcágua apresentaram as menores diferença, frisando assim com o ponto de maior cume do mundo, que foi recentemente calculado, a potencialidade desse procedimento quanto a um método que foi calculado com tecnologias mais precisas.

Para as diferenças encontrada entre a altitude oficiale os MGGs, nota-se que se comparado com os valores dos modelos geoidais, MGGs foram menos consistentes, exceto para o ponto culminante Elbrus que a diferença encontrada com para os modelos do geopotencial é menor.

Tabela 7 -Diferença entre as altitudes oficiais e as calculadas em metros

ID	Modelos geoidais	EGM2008	GECO	EIGEN-6C4	XGM2019	SGG-UGM-2
Monte Everest	0,27	-5,05	-4,54	-4,42	-4,59	-4,43
Aconcágua	-0,48	-3,21	-3,72	-3,74	-4,25	-3,70
Kilimanjaro	6,43	-17,43	-17,45	-17,45	-17,35	-17,48
Elbrus	-4,83	-2,08	-1,84	-1,85	-1,79	-1,89

Fonte: O Autor (2022)

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho teve como objetivo testar duas metodologias para cálculo de altitudes físicas em diferentes pontos culminantes do planeta. Verificou-se a ausência de dados em alguns pontos que comprometeu o resultado, enquanto o Monte Puncak Jaya devido à falta de informações não foi possível desenvolver o cálculo.

Quando as duas metodologias foram comparadas percebeu-se que a dos modelos geoidais apresentou mais consistência do que a dos MGGs para todos os pontos com exceção do cume Elbrus. Apesar dos dados dos MGGs serem utilizados no cálculo dos modelos geoidais, os modelos geoidais utilizam uma quantidade maior de dados combinados como gravimetria, sobretudo a terrestre, e modelos digitais do terreno. Conclui-se que o cálculo de valores de potencial de gravidade utilizando os MGGs não é recomendado, já que eles não foram desenvolvidos até grau e ordem para obter a mesma precisão alcançada com os modelos geoidais.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA FILHO, F. G. V. **Variação temporal do campo gravitacional detectada pelo satélite GRACE: aplicação na bacia Amazônica**. 2009. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009. DOI:10.11606/T.3.2009.tde-10112009-094808
- ANDERLE, R. Geodetic parameter set NWL-5E-6 based on Doppler satellite observations. In: 2nd INTERNATIONAL SYMPOSIUM GEODETIC USE OF SATELLITES, 1966, Atenas. **Proceedings...** G. Veis, 179-220p. 1966.
- ANDERLE, R.; SMITH, S. **NWL-8 Geodetic parameters based on Doppler satellite observations**. NWL Technical Report n. 2106. Dahlgren. 1967.
- APOLLO, M. Climbing as a kind of human impact on the high mountain environment–based on the selected peaks of Seven Summits. **Journal of Selcuk University Natural and Applied Science**, v. 2, n. Special Issue, p. 1061-1071, 2014.
- ARDALAN, A. A.; SAFARI, A. Global height datum unification: a new approach in gravity potential space. **Journal of Geodesy**, v. 79, n. 9, p. 512-523, 2005.
- BALASUBRAMANIA, N. **Deönition and realization of a global vertical datum**. 1994. Ohio State University, Department of Geodetic Science and Surveying. OSU Report No. 427. 112 pp.
- BGI – Bureau Gravimetrique International. 2021. Disponível em :< <https://bgi.obs-mip.fr/> > Acesso em: 23 dez 2021.
- BLITZKOW, D.; CAMPOS, I. O.; FREITAS, S. R. C. **Altitude: O que interessa e como equacionar**. Anais do I Simpósio de Ciências Geodésicas e Tecnologia da Geoinformação, Recife, 2004.
- BKG -BUNDESAMT FÜR KARTOGRAPHIE UND GEODÄSIE. **Definition of European Vertical Reference System**. 2020. Disponível em :< <https://evrs.bkg.bund.de/Subsites/EVRS/EN/DefEVRS/evrs.html> >. Acesso em: 07 de out. 2021.
- CASTRO JUNIOR, C. A. **Arcabouço gravimétrico brasileiro e o meio ambiente: possibilidades e perspectivas**. 2018. TESE (Doutorado em Ciências Ambientais) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, Goiás, 2018.
- COLOMBO, O. L. **A World Vertical Network**. OHIO STATE UNIV COLUMBUS DEPT OF GEODETIC SCIENCE, 1980.
- ESA – EUROPEAN SPACE AGENCY. **ESA’s gravity mission – GOCE**. BR-2009. Revised June 2006. ESA Publications Division. ESTEC, Noordwijk, The Netherlands, 2006.
- FEATHERSTONE, W. E.; KUHN, M. Height systems and vertical datums: a review in the Australian context. **Journal of Spatial Science**, v. 51, n. 1, p. 21-41, 2006. DOI:10.1080/14498596.2006.9635062

FOROUGH, I.; SHENG, M. B.; KINGDON, R.; SANTOS, M. The effect of lateral topographical density variations on the geoid in Auvergne. **26th IUGG General Assembly**, 2015. DOI:10.13140/RG.2.1.3817.0729

FÖRSTE, C.; NBRUINSMA, S.L. ABRIKOSOV, O. LEMOINE, J. M.; SCHALLER, T.; GÖTZE, H. J.; EBBING, J.; MARTY, J. C.; FLECHTNER, F.; BALMINO, G.; BIANCALE, R. EIGEN-6C4 The latest combined global gravity field model including GOCE data up to degree and order 2190 of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse. **GFZ Data Services**. 2014. DOI: 10.5880/icgem.2015.1.

FREITAS, S.R.C.; BLITZKOW, D. **Altitudes e geopotencial**. IGeS Bulletin – Special Issue for South America, n. 9, 1999, p. 47-62.

GGOS – GLOBAL GEODETIC OBSERVING SYSTEM. **Global Geodetic Observing System**. Disponível em: < <https://ggos.org/intro/new-height-of-mount-everest/> >. Acesso em: 10 de out. 2021.

GILARDONI, M.; REGUZZONI, M.; SAMPIETRO, D. **GECO: a global gravity model by locally combining GOCE data and EGM2008**. *Studia Geophysica et Geodaetica*, 60(2), pp.228-247. 2015.

GILARDONI, M.; REGUZZONI, M.; SAMPIETRO, D. GECO: a global gravity model by locally combining GOCE data and EGM2008. *Studia Geophysica et Geodaetica*, v. 60, n. 2, pág. 228-247, 2016. DOI: 10.1007/s11200-015-1114-4

GRACE – GRAVITY RECOVERY AND CLIMATE EXPERIMENT. **Science and mission**. Requirements document, revision A, JPLD-15928, NASA's Earth System Science Pathfinder Program, 1998.

GUIER, W.H.; NEWTON, R.R. The Earth's gravity field deduced from the Doppler tracking of five satellites. **Journal of Geophysical Research**, v. 70, p. 4613-4626, 1965.

GUIMARÃES, G. N. **Altitudes: O número geopotencial Definição Discretizada**. 01 de Mar de 2021 a 16 de junho de 2021. Notas de Aula. (Mimeografado)

GUIMARÃES, G. N.; MATOS, A. C. O. C.; BLITZKOW, D. An evaluation of recent GOCE geopotential models in Brazil. *Journal of Geodetic Science*. **Journal of Geodetic Science**, v. 2, n. 2, pág. 144-155, 2012. DOI: 10.2478/v10156-011-0033-8

HOFMANN-WELLENHOF, B.; H. MORITZ. **Physical Geodesy**. Springer-Verlag, Berlin. 2005.

HECK, B.; RUMMEL, R. Strategies for solving the vertical datum problem using terrestrial and satellite geodetic data. In: **Sea Surface Topography and the Geoid**. Springer, New York, NY, 1990. p. 116-128.

IAG - INTERNATIONAL ASSOCIATION OF GEODESY. **Description of the Global Geodetic Reference Frame (GGRF)**. Position paper adopted by the IAG Executive Committee. 2016. DOI:<https://doi.org/10.1007/s00190-016-0994-6>.

IAG - INTERNATIONAL ASSOCIATION OF GEODESY. **Resolution nº 1**. Prague, July 2015. Disponível em:
<https://ihrs.dgfi.tum.de/fileadmin/JWG_2011/IAG_Resolutions_2015.pdf>.

IBGE - INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Reajustamento da Rede Altimétrica com Números Geopotenciais 2019**. Relatório Técnico, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, Curitiba, 2018. 55p.

ICGEM- INTERNATIONAL CENTRE FOR GLOBAL EARTH MODELS. 2021. Disponível em :< <http://icgem.gfz-potsdam.de/calcpoints>> Acesso em: 04 out 2021.

IGN - INSTITUTO GEOGRÁFICO NACIONAL. **ACONCAGUA 2012: NUEVA MISIÓN AL GIGANTE DE LA CORDILLERA**, 2012. Disponível em:
<<https://www.ign.gov.ar/Aconcagua201/>> _ Acesso em: 07 de out. 2021.

IHDE, J.; BARZAGHI, R.; MARTI, U.; SANCHEZ, L.; SIDERIS, M.; DREWES, H.; FOERST, C.; GRUBER, T.; LIEBSCH, G.; PAIL, R. **Report of the Ad-hoc Group on an International Height Reference System (IHR)**. In: IAG Reports 2011-2015 (Travaux de l'AIG Vol. 39). International Union of Geodesy and Geophysics. 2015.

IHDE, J.; SÁNCHEZ, L. A unified global height reference system as a basis for. **Journal of Geodynamics**, v. 40, n. 4-5, pág. 400-413, 2005. DOI: 10.1016/j.jog.2005.06.015

IHDE, J.; SÁNCHEZ, L.; BARZAGHI, R.; DREWES, H.; FOERST, C.; GRUBER, T.; LIEBSCH, G.; PAIL, R.; SIDERIS, M. Definition and Proposed Realization of the International Height Reference System (IHR). **Surveys in geophysics**, v. 38, n. 3, 2017. DOI: 10.1007/s10712-017-9409-3

INCE, E. S.; BARTHELMES, F.; REIBAND, S.; ELGER, K.; FÖRSTE, C.; FLECHTNER, F.; SCHUH, H. ICGEM - 15 years of successful collection and distribution of global gravitational models, associated services, and future plans. **Earth System Science Data**, v. 11, n. 2, pág. 647-674, 2019. DOI: 10.5194/essd-11-647-2019

KAULA, W.M. Tests and combinations of satellite determinations of the gravity field with gravimetry. **Journal of Geophysical Research**. v. 71, p. 5303-5314, 1966.

KÖHNLEIN, W. **The Earth's gravitational field as derived from a combination of satellite data with gravity data**. Presented at 14th General Assembly, IUGG, Lucerne, Switzerland, 1967.

KUTTERER, H.; NEILAN, R.; BIANCO, G. Global geodetic observing system (GGOS). In: Drewes H., H. Hornik, J. Ádám, S. Rózsa (Eds. 2012). **The geodesist's handbook**, 2012. J Geod 86, 10, 915 - 926. DOI: 10.1007/s00190-012-0584-1

LABORATÓRIO DE TOPOGRAFIA E GEODÉSIA. **Informações Espaciais II – Notas de aula**. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo Departamento de engenharia de Transportes. pp. 162, 2011.

LIANG, W.; LI, J.; XU, X.; ZHANG, S.; ZHAO, Y. A High-Resolution Earth's Gravity Field Model SGG-UGM-2 from GOCE, GRACE, Satellite Altimetry, and EGM2008. **Engineering**, v. 6, n. 8, p. 860-878, 2020. DOI: 10.1016/j.eng.2020.05.008

LUNDQUIST, C.A.; VEIS G. **Geodetic parameters for a 1966 Smithsonian Institution Standard Earth**. Special Report, Cambridge, Massachusetts, EUA, v. 1, n. 200, 1966.

MATOS, A.C.O.C; BLITZKOW, D.; GUIMARÃES, G.N.; SILVA, V.C. Geoid and quasi-geoid model for South America, Simposio SIRGAS 2021 de 29 de novembro a 01 de dezembro de 2021, organizado pelo Instituto Geográfico Nacional do Peru e o Comitê Executivo do SIRGAS, Lima, Peru.

MEDVEDEV, P.; NEPOKLONOV, V. **RGQG-2003: The new geoid and gravity field model for territory of Russia and sea areas around Russia**. Presented at IUGG 2003, June 30 – July 11, 2003, Sapporo, Japan. Abstracts Week B, P. 169. 2003.

NASA - NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION. **Earth Observatory – Puncak Jaya, Indonesia**. 2002. Disponível em: <<https://earthobservatory.nasa.gov/images/4781/puncak-jaya-indonesia>> Acesso em: 07 de out. 2021.

NASA - NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION. **Earth Observatory – Monte Elbrus**. 2003. Disponível em: <https://earthobservatory.nasa.gov/images/3603/mt-elbrus>. Acesso em: 07 de out. 2021.

NEPAL, Sanjay K.; CHIPENIUK, Raymond. Mountain tourism: Toward a conceptual framework. **Tourism Geographies**, v. 7, n. 3, p. 313-333, 2005.

NICACIO, E.; DALAZOANA, R. Passado e presente dos Modelos Globais do Geopotencial: uma abordagem conceitual sobre sua evolução. **Revista Eletrônica Multidisciplinar FACEAR**, v. 2, n. 6, p. 1-15, 2017.

OLLIVER, J. G. **The Gravimetric geoid of Tanzania**. Survey Review, 39(305), pp. 212-225. 2007. DOI: 10.1179/003962607X165186

PAVLIS, N. K.; HOLMES, S. A.; KENYON, S. C.; FACTOR, J. K. The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). **Journal of geophysical research: solid earth**, v. 117, n. B4, 2012. DOI: 10.1029/2011JB008916

PORETTI, G. G. America's highest peak now measures 6962 metres. **Report. Mag. Leica Geosystems**, v. 47, p. 28-29, 1999.

RAPP, R. H. A world vertical datum proposal. **Allgemeine Vermessungs-Nachrichten**, v. 102, n. 8-9, p. 297-304, 1995.

RAPP, R.H.; BALASUBRAMANIA, N. A conceptual formulation of a world height system. **Reports of the Department of Geodetic Science and Surveying**, n. 421, 1992.

RAPP, R. H. The need and prospects for a world vertical datum. **Proceedings of the International Association of Geodesy**. IUGG General Assembly Hamburg 2, 1983. 432 – 445.

RAPP, R. H. **A world vertical datum proposal**. *Allgemeine Vermessungs-Nachrichten*, v. 102, n. 8-9, p. 297-304, 1995.

REIGBER, C.; et al. **CHAMP phase-B executive summary**. GFZ, STR96/13, 1996

RUMMEL, R. Global unification of height systems and GOCE. In: **Gravity, Geoid and Geodynamics 2000**. Springer, Berlin, Heidelberg, 2001. p. 13-20.

SACERDOTE, F.; F. AND SANSÒ, F., 2001, Wo: A story of the height datum problem. In: *Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover*. Nr. 241, 2001. 49–56.

SACERDOTE, F.; SANSO, F. Geodetic boundary-value problems and the height datum problem. In: Sansò F. (Ed). **Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy**. IAG Symposia 127, 2004. 174–178.

SÁNCHEZ, L. Definition and realisation of the SIRGAS vertical reference system within a globally unified height system. In: **Proceedings of Dynamic Planet**, Cairns. International Association of Geodesy symposia, vol 130. Springer, 2007. p 638–645.

SÁNCHEZ, L. New Height of Mount Everest. **GGOS – Global Geodetic Observing System**, 2021. Disponível em:< <https://ggos.org/intro/new-height-of-mount-everest/>> Acesso em:01 de out. 2021.

SÁNCHEZ, L.; ÅGREN, J.; HUANG, J.; WANG, Y. M.; MÄKINEN, J.; PAIL, R.; BARZAGHI, R.; VERGOS, G. S.; AHLGREN, K.; LIU, Q. Strategy for the Realization of the International Height Reference System (IHR). **Journal of Geodesy**, v. 95, n. 3, p. 1-33, 2021. DOI: 10.1007/s00190-021-01481-0

SÁNCHEZ, L.; IHDE, J.; PAIL, R.; BARZAGHI, R.; MARTI, U.; ANGEN, J.; SIDERIS, M.; NOVÁK, P. Strategy for the Realization of the International Height Reference System (IHR). In: **Symposium SIRGAS 2016**. 2016.

SÁNCHEZ, L.; SIDERIS, M. Vertical datum unification for the International Height Reference System (IHR). **Geophysical Research Abstracts**. Vol. 19. EGU General Assembly. 2017.

SANTANA, T. A. **Contribuições para os estudos de integração das componentes verticais terrestre e marinha ao longo da costa brasileira**. 2020. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) – Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, Curitiba. 2020.

SHENG, M.B.; SHAW, C.; VANICEK, P.; KINGDON, R.W.; SANTOS, M.; FOROUGH I. **Formulation and validation of a global laterally varying topographical density model** *Tectonophysics*, 672 (2019), pp. 45-60, 10.1016/j.tecto.2019.04.005

SHEN, W.; HAN, J. **Improved Geoid Determination Based on the Shallow-Layer Method: A Case Study Using EGM08 and CRUST2.0 in the Xinjiang and Tibetan Regions**. *Terrestrial, Atmospheric and Oceanic Sciences*, 24(4), pp. 591-604. 2013. DOI: 10.3319/TAO.2012.11.12.01(TibXS)

TeamKILI, 2008. Precise Determination of the Orthometric Height of Mt. Kilimanjaro, Eilat: FIG Working Week 2009.

ULOTU, P. Mount Kilimanjaro Orthometric Height by TZG08 Geoid Model and GPS Ellipsoidal Heights from 1999 and 2008 GPS Campaigns. *J. Land Adm. East Afr*, v. 2, 2020.

VAN ONSELEN, K. Quality investigation of vertical datum connection. Delft University of Technology. **DEOS Report No. 97.3**. 1997.

WHICH MOUNTAINS BELONG TO THE SEVEN CUMES?. **Marmota Magazine**, 15 de abr. 2020. Disponível em: <https://marmotamaps.com/en/blog/which-mountains-belong-to-the-seven-summits/>. Acesso em: 01 de out. 2021.

WZIONTEK, H.; BONVALOT, S.; FALK, R.; GABALDA, G.; MÄKINEN, J.; PÁLINKÁS, V.; RÜLKE, A.; VITUSHKIN, L. Status of the international gravity reference system and frame. *Journal of Geodesy*, v. 95, n. 1, p. 1-9, 2021. DOI: 10.1007/s00190-020-01438-9

XIE, Y.; SHEN, W.; HAN, J.; DENG, X. Determination of the height of Mount Everest using the shallow layer method. *Geodesy and Geodynamics*, v. 12, n. 4, p. 258-265, 2021. DOI: 10.1016/j.geog.2021.04.002

XU, P.; RUMMEL, R. A quality investigation of global vertical datum connection. *Geophysical Journal International*, v. 110, n. 2, p. 361-370, 1992.

ZINGERLE, P.; PAIL, R.; GRUBER, T.; OIKONOMIDOU, X. The experimental gravity field model XGM2019e. **GFZ Data Services**. 2019. DOI:10.5880/ICGEM.2019.007

ZINGERLE, P.; PAIL, R.; GRUBER, T.; OIKONOMIDOU, X. O modelo de campo de gravidade global combinado XGM2019e. *Journal of Geodesy*, v. 94, n. 7, pág. 1-12, 2020. DOI: 10.1007/s00190-020-01398-0