

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ADMINISTRAÇÃO, CIÊNCIAS CONTÁBEIS,
ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E SERVIÇO SOCIAL

Vitor Lucas de Menezes Franco

**PROBLEMA DE TRANSPORTE: ROTEIRIZAÇÃO DE
VEÍCULOS APLICADA EM UMA INDÚSTRIA NO RAMO DE
LATICÍNIOS DO TRIÂNGULO MINEIRO**

ITUIUTABA
2021

Vitor Lucas de Menezes Franco

**PROBLEMA DE TRANSPORTE: ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULOS
APLICADA EM UMA INDÚSTRIA NO RAMO DE LATICÍNIOS DO
TRIÂNGULO MINEIRO**

Trabalho de Conclusão de Curso para a conclusão da graduação em Engenharia de Produção na Universidade Federal de Uberlândia.

Área de concentração: Pesquisa Operacional / Logística / Problema de Roteirização de Veículos

Orientador: Jorge von Atzingen dos Reis

Problema de Transporte: Roteirização de veículos aplicada em uma indústria no ramo de laticínios do triângulo mineiro.

Trabalho de Conclusão de Curso para a conclusão da graduação em Engenharia de Produção na Universidade Federal de Uberlândia pela banca examinadora formada por:

Ituiutaba, 05/11/2021.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Jorge Von Atzingen dos Reis, (Orientador), FACES/UFU

Prof. Dr. Eugênio Pacceli Costa, FACES/UFU

Prof. Dr. Hebert Roberto da Silva, FACES/UFU

Dedico este trabalho a Deus, aos meus pais, avós, tios, irmãos, primos e amigos que sempre estiveram ao meu lado e me apoiaram, seja em conselhos ou alicerce, nesta incrível aventura denominada graduação

AGRADECIMENTOS

Eu gostaria de agradecer inicialmente aos meus pais Altair e Sonia e aos meus irmãos Marco Aurélio e Sávio Henrique, que sempre estiveram presentes nos momentos mais desafiadores que enfrentei, seja no curso ou no trabalho de conclusão em si. Sem eles, este sonho que se torna realidade não teria sido minimamente possível.

Em sequência agradeço aos meus avós Maria Augusta, Agnaldo, Joana e Ataíde (*in memoriam*) que sempre agiram como propulsores no decorrer da minha graduação e do meu trabalho, me atrevendo a registrar que, provavelmente os mesmos estivessem mais ansiosos que eu por este momento, eles são alicerces extremamente importante em toda a minha estrutura familiar.

Agradeço também aos meus tios e primos Sandra, Lúcio, Gustavo, Tamiris e Rodney que carregou um enorme carinho e que são como se fossem pais e irmãos para mim. Sempre se fizeram presentes nos mais diversos momentos de crises e vales que atravessamos ao longo dos ciclos da vida e não poderia deixar de agradecê-los por todo este suporte.

Agradeço a Universidade Federal de Uberlândia - UFU e ao curso de Engenharia de Produção por me proporcionar a experiência mais intensa e fantástica que me propus a vivenciar até hoje, agradecendo também a Produza Consultoria Jr, empresa júnior do curso que me proporcionou momentos inesquecíveis no decorrer da graduação e que sem eles eu dificilmente teria alcançado os patamares que me encontro.

Agradeço ao corpo docente da Engenharia de Produção, em especial ao meu orientador e amigo Dr. Jorge von Atzingen dos Reis, pelas conversas, orientações, conselhos e embates que culminaram na finalização deste trabalho, atravessando com êxito todos os obstáculos que fomos submetidos no decorrer do mesmo.

Agradeço a Falconi Consultores de Resultados por disponibilizar os horários semanais de encontro com o orientador para alinhamentos relacionados ao Trabalho de Conclusão e por consentir todos os pedidos de flexibilização que estivessem conectados ao mesmo.

Agradeço imensamente o suporte de todos os amigos que cultivei na faculdade, em especial ao Marcos José e ao Gabriel Neto, que sem dúvidas foram pessoas cruciais em todos os momentos de tomadas de decisões na minha vida profissional, os dois foram peças chaves para a consolidação deste trabalho e tenho muito a agradecer a eles.

Agradeço aos professores Dr. Eugênio Pacceli Costa e Dr. Hebert Roberto da Silva por aceitarem participar da banca de avaliação deste trabalho e por agregarem ainda mais à minha formação enquanto engenheiro de produção.

“Cada um de nós é, sob uma perspectiva cósmica, precioso. Se um humano discorda de você, deixe-o viver. Em cem bilhões de galáxias, você não vai achar outro.”
Carl Sagan

RESUMO

Em um mundo cada vez mais globalizado e com seus processos produtivos se tornando mais e mais interconectados, a coleta e análise adequada dos dados concernentes aos custos e despesas logísticas se tornam um diferencial competitivo para as organizações, levando em conta que, tais desembolsos representam impactos consideráveis nos resultados financeiros de instituições que necessitam transportar os seus produtos manufaturados. O estudo desenvolvido neste trabalho de conclusão de curso buscou coletar e analisar os dados referentes à distribuição de produto acabado em uma indústria atuante no setor de laticínios e que está localizada no triângulo mineiro. Para meios comparativos, foram estruturados dois modelos de análise quantitativa, um primeiro modelo tradicional do Problema de Roteamento de Veículos, abrangendo todas as restrições convencionais exceto a de janela de tempo, que não é observada nas restrições enfrentadas pela companhia, e um segundo modelo simplificado, que retorna um resultado satisfatório em um espaço de tempo consideravelmente menor e suportando uma capacidade maior de dados de entrada. Para ambos os casos foram consideradas frotas homogêneas e próprias da companhia estudada, com os depósitos possuindo demandas determinísticas e como resultado deste estudo são apresentadas as melhores rotas a serem percorridas para atender as respectivas demandas dos depósitos em conjunto com o tempo desprendido para obtenção das funções objetivos em cada modelo, valendo-se como critério foco a menor distância possível entre os percursos.

Palavras-chave: Pesquisa Operacional. Logística. Roteamento de veículos. Modelagem Matemática. Gurobi.

ABSTRACT

In an increasingly globalized world and with its production processes becoming more and more interconnected, the proper collection and analysis of data concerning logistic costs and expenses becomes a competitive advantage for organizations, taking into account that such disbursements represent impacts considerable in the financial results of institutions that need to transport their manufactured products. Related to the above, the study in question seeks to collect and analyze data regarding the distribution of finished products in an industry operating in the dairy sector and located in the Minas triangle. For comparative means, two quantitative analysis models were structured, a first traditional model of the Vehicle Routing Problem, covering all conventional restrictions except the time window, which is not observed in the restrictions faced by the company, and a second simplified model, which returns a satisfactory result in a considerably less time frame and supporting a larger input data capacity. For both cases, homogeneous fleets belonging to the studied company were considered, with the warehouses having deterministic demands and as a result of this study, the best routes to be taken to meet the respective demands of the warehouses together with the time taken to obtain the functions are presented. objectives in each model, using as a focus criterion the shortest possible distance between courses.

Keywords: Operational Research. Logistic. Vehicle Routing Problem. Mathematical Modeling. Gurobi.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 - Fluxograma para a solução de problemas através da pesquisa Operacional.....	19
Figura 2.2 - Modelo do jogo de Hamilton.....	23
Figura 3.1 - Cidades com depósitos da empresa.....	36
Figura 3.2 - Etapas da pesquisa.....	38
Figura 4.1 - Exemplo de um caminhão toco com baú refrigerado.....	42
Figura 4.2 - Ilustração 1 da rota sugerida distribuída por cidades e veículos.....	44
Figura 4.3 - Ilustração 2 da rota sugerida distribuída por cidades e veículos.....	46

LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1 - Tipos de Problemas de Roteirização de Veículos.....	27
Quadro 4.1 - Demandas semanais e quinzenais para os depósitos atendidos.....	43
Quadro 4.2 - Rota de entrega no cenário semanal.....	45
Quadro 4.3 - Rota de entrega no cenário quinzenal.....	46

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

CARP	<i>Capacitated Arc Routing Problem</i>
CDDs	Centros de Distribuição Direta
CPP	<i>Chinese Postman Problem</i>
FEFO	<i>First Expired First Out</i>
FIFO	<i>First In First Out</i>
GAPs	Lacunas
GUROBI	Zonghao Gu , Edward Rothberg and Robert Bixby
HFFVRP	<i>Heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem</i>
MDVRP	<i>Multi-Depot Vehicle Routing Problem</i>
MTSP	<i>Multiple Traveling Salesman Problem</i>
PCC	Problema do carteiro chinês
PL	Programação Linear
PPL	Problema de Programação Linear
PO	Pesquisa Operacional
PRV	Problema de Roteirização de Veículos
RAM	<i>Random Access Memory</i>
SVRP	<i>Stochastic Vehicle Routing Problem</i>
TSP	<i>Traveling Salesman Problem</i>
VRPSD	<i>Vehicle Routing Problem with Split Deliveries</i>

VRSPW

Vehicle routing, and scheduling, problem with time windows

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	14
1.1 OBJETIVOS DA PESQUISA.....	15
1.2 RELEVÂNCIA DA PESQUISA.....	16
1.3 DELIMITAÇÃO DO TRABALHO.....	17
1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO.....	17
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	18
2.1 PROGRAMAÇÃO LINEAR.....	19
2.2 PROBLEMAS CLÁSSICOS.....	21
2.2.1 Problema de Bin Packing.....	22
2.2.2 Problema do caixeiro viajante (Traveling salesman problem - TSP).....	22
2.2.3 Problema de múltiplos caixeiros viajantes (Multiple traveling salesman problem -MTSP).....	23
2.2.4 Problema do carteiro chinês (Chinese postman problem - CPP).....	24
2.2.5 Problema de roteirização de veículos com múltiplos depósitos (Multi-depot vehicle routing problem - MDVRP).....	24
2.2.6 Problema de roteirização de veículos com demanda em arcos (Capacitated arc routing problem - CARP).....	24
2.2.7 Problema de roteirização de veículos com demanda estocástica (Stochastic vehicle routing problem - SVRP).....	25
2.2.8 Problema de roteirização de veículos com entregas fracionadas (Vehicle routing problem with split deliveries - VRPSD).....	25
2.2.9 Problema de roteirização de veículos com frota heterogênea fixa (Heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem - HFFVRP).....	25
2.2.10 Problema de roteirização e programação de veículos com janelas de tempo (Vehicle routing, and scheduling, problem with time windows - VRSPTW).....	26
2.3 ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULOS.....	28
2.4 MODELAGEM MATEMÁTICA DO PRV.....	31
2.5 MODELAGEM ALTERNATIVA PARA O PRV.....	33
3 METODOLOGIA.....	36
3.1 TÉCNICAS DE ANÁLISE DE DADOS.....	37
3.2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICO - ETAPAS.....	37
4 RESULTADOS.....	40
4.1 DESCRIÇÃO DA EMPRESA.....	40
4.2 TRANSPORTE.....	41
4.3 ROTOGRAMA.....	42
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	48
5.1 CONCLUSÕES DO TRABALHO.....	48
5.2 LIMITAÇÕES DO ESTUDO.....	49
5.3 TRABALHOS FUTUROS.....	50
REFERÊNCIAS.....	51
GLOSSÁRIO.....	56
APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO INTRODUTÓRIO.....	57
APÊNDICE B - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA.....	58
APÊNDICE C - MATRIZ DE DISTÂNCIAS.....	59
APÊNDICE D - CÓDIGO FONTE MODELO TRADICIONAL.....	61
APÊNDICE E- CÓDIGO FONTE MODELO SIMPLIFICADO.....	69

1 INTRODUÇÃO

A logística é uma especialidade empregada pelo ser humano desde tempos longínquos nas mais diversas situações em que se pode imaginar, como por exemplo procedimentos militares, alocamento de tropas para invasões de territórios inimigos, transporte de alimentos pelas tribos, divisão de serviços em uma comunidade, armazenamento de equipamentos bélicos, dentre tantos outros (OLIVEIRA, 2005).

Trazendo a logística para os dias atuais, com a globalização e o constante comércio entre nações, um ambiente cada vez mais competitivo e com diferentes concorrentes as organizações precisaram aprimorar seus processos produtivos e minimizarem seus custos para sobreviverem neste cenário, buscando fornecer uma qualidade superior e preços inferiores aos concorrentes (PICININ & KOVALESKI, 2009). Esta busca, acrescida às tecnologias disponíveis tornaram os produtos e processos gradativamente padronizados entre si, tornando o setor logístico uma peça-chave para agregação de valor à cadeia de suprimentos e para diferenciar seus produtos neste mercado cada vez mais exigente (MENDONÇA, 2011).

Conforme Enomoto (2005) pontuam, a organização global colaborou decisivamente para que as organizações reestruturassem o seu setor de entregas, passando a aderir modelos logísticos e processos em um nível e comportamento mundial, simultaneamente demandando da esfera de transporte sucessivas melhorias para que o crescente consumo fosse suprido de forma eficiente.

A Pesquisa Operacional (PO) como área do conhecimento surgiu em meados do século XX, mais especificadamente durante a Segunda Guerra Mundial, valendo-se como instrumento para auxiliar com ferramentas quantitativas o processo de tomada de decisões de cunho militar (ARENALES et al., 2007).

Inicialmente abrangendo apenas problemas de programação linear (PPL), a PO posteriormente foi difundida no campo industrial, alcançando rapidamente o cotidiano empresarial e científico, englobando problemas matemáticos gradualmente mais complexos para tomadas de decisões cada vez mais assertivas (ARENALES et al., 2007).

A roteirização de veículos, uma aplicação da PO, fundamenta-se na delimitação de destinos de entrega abrangendo sequências de paradas para serem executadas por um ou vários veículos específicos, objetivando a visita de um conjunto planejado anteriormente com localidades geograficamente dispersas e distintas, definido por três principais fatores: decisões, objetivos e restrições (PARTYKA & HALL, 2000).

Para Ballou (2007), nas decisões fundamentais que englobam toda a cadeia logística, o modelo de roteirização dos carregamentos, programação dos caminhões e estabelecimento de fretes são variáveis extremamente relevantes para a tomada de decisões, visto que elas impactam nas despesas totais das atividades logísticas.

Ballou (2001) pontua que o problema tradicional de roteirização de veículos (Vehicle Routing Problem) consiste em selecionar os melhores roteiros de entrega, garantindo a excelência no nível de serviço ao consumidor conectado ao menor custo possível. Durante o processo de seleção dos roteiros, caso venha a ocorrer a adição da variável temporal, ou seja, restrições nos horários de atendimento nos pontos a serem visitados, horário permissivo para locomoção do veículo de entrega dentro do setor urbano, estes problemas são então denominados roteirização e programação de veículos (CUNHA, 1997).

Ainda de acordo com Ballou (2001), o transporte é um setor fundamental para as tomadas de decisões dentro do campo logístico, visto que as despesas relacionadas diretamente ao transporte representam uma das mais relevantes atividades logísticas representando, em média, 64% dos custos logísticos, 4,3% do faturamento, e em alguns casos, mais que o dobro do lucro (FLEURY; WANKE; FIGUEIREDO, 2000; BOWERSOX; CLOSS; STANK, 1999). Um outro aspecto relevante a ser considerado no setor de transporte se conecta diretamente ao processo de integrar valor no produto ao consumidor final, explorando especificidades como prazo e características que proporcionem um diferencial visível aos seus consumidores, como por exemplo, encontrar uma possível abertura para vantagens competitivas em relação aos concorrentes.

Conectado a todo este contexto de distribuição física e vantagens competitivas, Novaes (2016) diverge as duas maneiras de transporte através do modal rodoviário, que são elas a lotação completa valendo-se de um carregamento integral com uma quantidade total no lote de remessa e a carga fracionada, que se qualifica por distribuir e ratear a capacidade do veículo com a carga de dois ou mais outros embarcadores.

1.1 OBJETIVOS DA PESQUISA

O objetivo deste trabalho consiste em otimizar a rede de entrega de uma empresa que atua no setor de laticínios, buscando reduzir os custos logísticos através de uma modelagem das restrições e das decisões futuras a serem tomadas em uma definição de rota, adotando para este desafio o Problema de Roteirização de Veículos como base. Mais especificamente este trabalho pretende:

- Identificar todo o processo de transporte do produto acabado da indústria para os seus Centros de Distribuições alocados por todo o estado de Minas Gerais;
- Parametrizar as restrições de transporte encontradas nestas rotas e, desta maneira, formular um problema matemático de roteamento de veículos;
- Identificar GAPS de custos que possam ser minimizados e possibilidades de otimização na atual rota de entrega adotada pela companhia;
- Identificar o trajeto ideal a ser executado por cada caminhão e principalmente explorar possibilidades em minimizar o tempo total de transporte, o custo total da operação, a distância total percorrida pela frota da empresa estudada, o tempo de espera dos veículos para serem carregados e enviados para os CDDs, maximizar o serviço ao cliente e, conseqüentemente, equilibrar a utilização dos recursos da melhor maneira possível.

1.2 RELEVÂNCIA DA PESQUISA

Os gestores de atividades produtivas constantemente lidam com problemas relacionados a custos ou restrições de capacidade operacional, demandando importantes decisões que incorrerão em significativas conseqüências e é neste sentido que está a relevância deste artigo.

Para atuar diretamente na pesquisa por diminuição dos custos de transporte na companhia de laticínios, dado que o custo logístico por produto unitário produzido insere-se em aproximadamente 24% dos valores totais desembolsados, neste englobado a depreciação dos veículos utilizados para o transporte de matéria-prima e produto acabado, combustível utilizado no deslocamento, pedágios e custos variáveis que caracteriza toda a cadeia logística é que se insere o roteamento de veículos.

Buscando diminuir este valor que representa quase 1/4 do valor final do produto, a roteirização de veículos pode trazer informações relevantes sobre veículos ociosos que inicialmente são caracterizados como uma despesa da companhia e passam a ser oportunidade de liquidez, disponibilizando recursos que podem ser alocados em outros setores estratégicos da companhia, como expansão de mercado, marketing direcionado para captação de novos consumidores e até fundos de investimentos com liquidez alinhada à realidade da companhia.

1.3 DELIMITAÇÃO DO TRABALHO

Dentro da temática de transporte logístico presente nos âmbitos organizacionais, esta pesquisa parte de um estudo experienciado em uma indústria de médio porte no setor de laticínios situada na cidade de Uberlândia - MG no ano de 2021, em que se pretende observar a melhor maneira de alocar os recursos de transporte, sendo possível aplicar a metodologia de estudo em indústrias fabris de médio e grande porte com uma frota homogênea.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

O primeiro capítulo do trabalho contém a parte introdutória, abordando a contextualização e justificativa da escolha do tema, os objetivos deste estudo, o procedimento metodológico, a relevância da pesquisa, e a delimitação do trabalho, seguido pelo segundo capítulo que trata sobre a revisão bibliográfica, sendo esta desdobrada em um panorama acerca da pesquisa operacional, a programação linear juntamente com o método simplex, uma visão panorâmica entre os problemas clássicos, o problema de roteamento de veículos e por fim as modelagens matemáticas utilizadas na solução final do problema. O capítulo três abrange o desenvolvimento do trabalho, detalhando toda a metodologia adotada no desenvolver das atuações para consolidar no capítulo quatro a análise dos resultados obtidos após a execução do método heurístico, e estes são discutidos na sequência pelo capítulo cinco, abordando as considerações finais conectadas as limitações do trabalho, com possíveis trabalhos futuros seguidas pelas referências bibliográficas.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

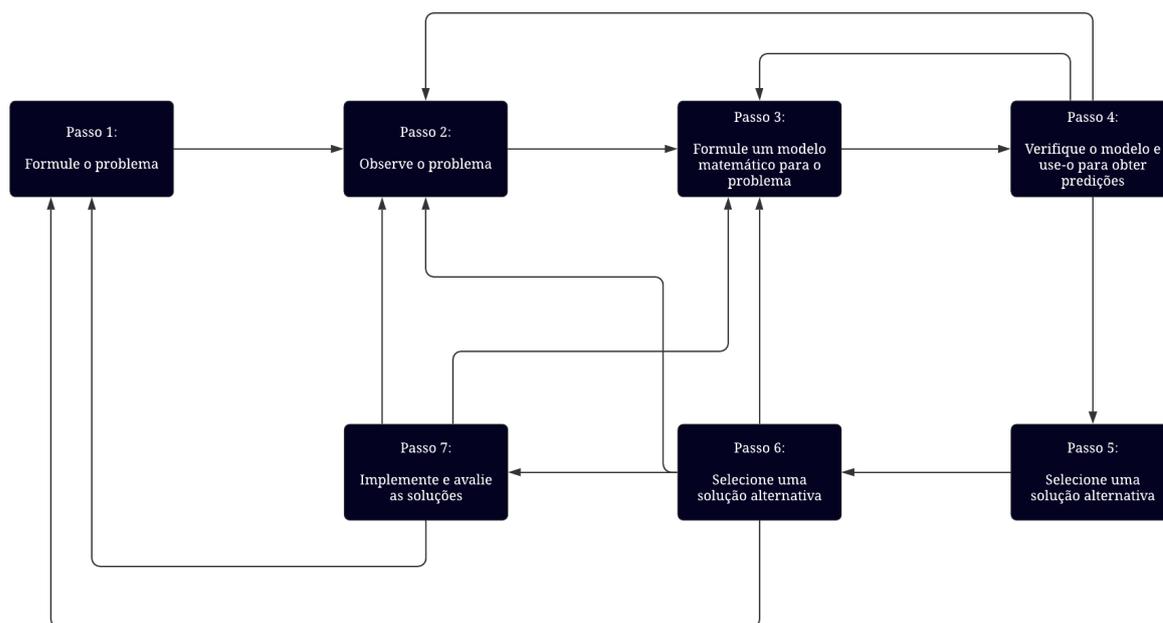
Para Arenales et.al. (2007), a PO nada mais é que o estudo de viabilidade e execução de modelos científicos apoiados em adversidades complexas para auxiliar, embasado através de fatos e dados, o processo de tomadas de decisões estratégicas, como por exemplo idealizar, traçar e lidar com técnicas e procedimentos metodológicos nos momentos em que são necessárias as alocações eficientes de recursos escassos no processo produtivo.

Na visão de Hillier & Lieberman (2013) a PO é o artifício aplicado para gerir e administrar operações complexas internas e externas à esfera organizacional. A princípio é selecionado o método científico que melhor ampara e auxilia no processo de apuração do problema e de possíveis lacunas de melhorias na companhia, para que, com estes indicadores em mãos, seja possível elaborar incisivamente um modelo (habitualmente matemático), que consiga capturar a estrutura do problema físico, e desta maneira validar as possíveis decisões futuras.

A PO pode ser aplicada em diversos setores estratégicos de uma companhia, seja no setor de manufatura, de logística, financeiro, marketing, interesses públicos ou várias outras áreas, atuando para identificar adversidades específicas de cada setor e proporcionando a melhor saída decisória para a organização. Condensando as etapas presentes em um projeto de PO, inicialmente é identificado o problema foco a ser solucionado concomitantemente com a coleta dos indicadores para que seja possível converter os dados em informações através de um modelo matemático único, contendo todas as restrições identificadas a fim de representar a adversidade foco (HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

Segundo Winston (1994), a resolução de problemas valendo-se da Pesquisa Operacional pode ser concretizada através de um processo detalhado em sete macro etapas, que são interativas entre si e apresentadas na figura 2.1.

Figura 2.1 - Fluxograma para a solução de problemas através da Pesquisa Operacional



Fonte - Winston (1994) adaptado.

Ou seja, o método de solução de problemas através da PO busca compreender, construir e esclarecer matematicamente modelos numéricos capazes de serem mensurados, reunindo os mais diversos métodos e algoritmos em razão da sua alta aplicabilidade para os desafios de otimização em uma entidade.

Os modelos também podem ser categorizados quanto aos seus métodos para solução matemática: problemas lineares onde as variáveis são contínuas e possuem um desempenho linear, problemas não-lineares que apresentem qualquer tipo de não-linearidade (BALDO, 2008 apud ANDRADE; FERREIRA, 2018).

Neste trabalho será utilizado a programação linear como método para formulação do problema.

2.1 PROGRAMAÇÃO LINEAR

A programação linear (PL) é um método de planejamento que surgiu por volta da década de 1941 e, com o advento dos computadores na década de 1950 a técnica conseguiu obter o seu principal aliado, alcançando desta maneira um vasto desenvolvimento e desdobramento nos mais diversos setores socioeconômicos da atualidade. Análises estatísticas têm explicitado que a PL é hoje uma das técnicas mais empregadas da PO, sendo

frequentemente observada aplicações da PL em rotinas diárias de planejamento das mais diversas companhias, com tal intensidade sendo visualizada nas empresas que possuem uma equipe robusta de planejamento como também nas que simplesmente adquiriram um *software* voltado para alguma função de planejamento (PRADO, 2016).

Segundo Hillier & Lieberman (2013) a programação linear embasa-se em um modelo matemático para expor e detalhar um problema a ser discutido, valendo-se da expressão linear como forma de sinalizar que as funções matemáticas que se encontram no problema são necessariamente funções lineares.

Ainda de acordo com Hillier & Lieberman (2013), no caso do termo programação é especificado o fragmento relacionado ao ato de planejamento, tendo em vista que a programação linear reflete a organização de sistemas e métodos para atingir uma solução ótima, ou seja, um resultado que forneça o melhor objetivo definido pelo modelo matemático, dentre todas as possibilidades viáveis.

A Programação Linear tem por objetivo identificar a solução mais condizente para empresas que consigam ter seus modelos representados por expressões lineares. A sua vasta aplicabilidade e clareza se dão justamente devido à linearidade do modelo, consistindo na principal atribuição de uma PL a maximização ou minimização de uma função que seja linear, designada esta como Função Objetivo e relacionando-se com um sistema linear de igualdades ou desigualdades, que levam o nome de Restrições do Modelo (MARINS, 2011).

Segue abaixo um exemplo genérico adaptado de Arenales et al. (2007) acerca de um problema de programação linear de minimização em uma mistura:

$$\text{Minimizar } f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \quad (2.1)$$

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n (\leq = \geq) b_1 \quad (2.2)$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n (\leq = \geq) b_2 \quad (2.3)$$

$$\dots \quad (2.4)$$

$$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n (\leq = \geq) b_m \quad (2.5)$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1 \quad (2.6)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \quad (2.7)$$

Possuindo algumas premissas importantes do formato padrão a serem destacadas, como por exemplo: a função objetivo é sempre do tipo maximizar ou minimizar, dependendo do tipo de problema a ser estudado; todas as restrições são expressas como equações; todas as variáveis são não negativas e a constante do lado direito das restrições é não negativa.

E para solucionar um problema de programação linear, o algoritmo simplex é o modelo mais empregado neste desafio (PLOSKAS; SAMARAS, 2015).

De acordo com Prado (2016) o método simplex foi elaborado por George Dantzig em 1947 e é extremamente importante para a resolução dos problemas de PL, visto que a metodologia é adotada por centenas de *softwares* que oferecem pacotes para tais tipos de problemas, possuindo uma concepção básica e simples e, por isso mesmo, eficiente.

O algoritmo simplex é um procedimento algébrico iterativo que parte de uma solução básica factível inicial e busca, a cada iteração, uma nova solução com melhor valor na função objetivo, até que o valor ótimo seja atingido (GOLDBARG; LUNA, 2005).

Ainda de acordo com Goldbarg & Luna (2005), de maneira genérica o algoritmo deriva de uma solução viável do conjunto de equações que constituem as restrições do problema de PL em estudo, sendo a solução grande parte das vezes uma solução extrema (vértice). Tomando por princípio a solução inicial identificada, o algoritmo vai buscando e identificando novas soluções viáveis que tenham valor numérico igual ou superior à solução corrente. Destacando então, por conseguinte, o critério de seleção que possibilita descobrir continuamente novos e superiores vértices da envoltória convexa do problema.

Entre as premissas que um *software* de boa qualidade necessita para retornar uma solução computacional satisfatória, é destacada a robustez matemática para proporcionar e viabilizar resultados pertinentes e estarem aptos a situações complexas, possuir alta velocidade na resolução de problemas complexos e principalmente conter as características do estado da arte da PL relativas a uso de recursos visuais como gráficos, arquivos de entrada, arquivos de saída e possibilidades interativas (PRADO, 2016).

2.2 PROBLEMAS CLÁSSICOS

Cunha (2000) menciona que os problemas de roteamento são grande parte das vezes definidos como problemas de múltiplos caixeiros viajantes com algumas restrições que dependem de sua aplicabilidade. Neste sentido, este tópico busca abordar os principais problemas clássicos encontrados na roteirização de veículos, embasado nas definições de variados autores acerca da temática do PRV.

2.2.1 Problema de *Bin Packing*

Dentro dos problemas clássicos encontrados na pesquisa operacional, um dos desafios que mais se destacam é o problema de *Bin Packing*, que vem atrelado justamente ao intuito de colaborar com os seres humanos na resolução complexa de empacotamentos que necessitem de uma percepção espacial (WHITWELL, 2004).

Ainda de acordo com Whitwell (2004) no cotidiano é possível observar desde os exemplos de empacotamentos mais simples como a organização de mantimentos perecíveis em uma geladeira, peças em uma caixa, alocação de roupas em uma mala, procedimentos estes que são realizados sem o auxílio de um software, mas também é possível observar exemplos que exigem uma maior atenção, como em um ambiente industrial onde acontecem incontáveis problemas de empacotamento, desde o armazenamento de matéria prima até o despacho de produto acabado, detendo uma complexidade nestes processos que tornam apenas a percepção humana simplesmente inviável, visto que o período médio necessário que um ser humano leva para fazer um arranjo considerado ótimo é de cerca de vinte minutos.

Assim, Whitwell (2004) propõe que, para uma alocação aceitável, é necessário valer-se de ferramentas no processo de empacotamento através de *softwares* de computador, que são responsáveis por maximizar o armazenamento do material, diminuindo o desperdício de espaço que podem acabar tendo custo financeiro alto para a companhia.

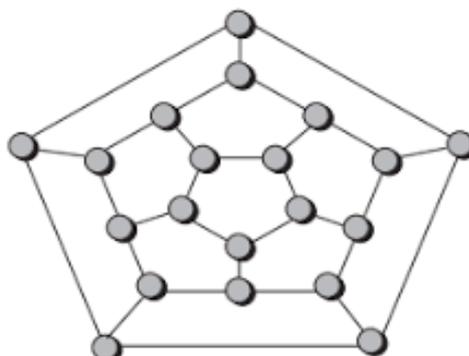
Na perspectiva de Cunha et al. (2008), o problema de *bin-packing* é relevante, dentre as várias aplicações, nos diversos cenários logísticos presentes em uma indústria, desde o início da cadeia produtiva, na parte de distribuição de insumos para um pólo industrial até a cadeia de distribuição com o envio de produtos acabados para clientes, possuindo ambos os cenários a necessidade em otimizar a concentração de produto nos veículos disponíveis, de modo a diminuir a frota necessária e as despesas com o frete, e é neste sentido que o bin packing atua, desempenhando um papel fundamental no processo de carregamento e transporte seguro da carga desde a origem até os destinos estabelecidos, respeitando majoritariamente a capacidade de transporte unitária da frota.

2.2.2 Problema do caixeiro viajante (*Traveling salesman problem* - TSP)

Segundo Goldbarg & Luna (2005), no ano de 1857, William Rowan Hamilton idealizou um jogo que ficou conhecido como *Around the World*. O jogo acontecia sobre um dodecaedro em que, cada vértice do poliedro seria representado por uma cidade importante daquele período. O objetivo final caracterizava-se em solucionar uma rota ótima através dos

vértices do dodecaedro, tendo início e fim em uma mesma cidade e com a restrição de nunca repetir uma visita. O grafo do problema é indicado na Figura 2.2.

Figura 2.2: Modelagem do jogo de Hamilton



Fonte: GOLDBARG; LUNA (2005)

Ainda de acordo com os autores, a solução do jogo de Hamilton ficou designada como um ciclo hamiltoniano, e o problema do caixeiro viajante (TSP) é um problema que busca encontrar este ciclo, pesquisando uma única rota com menor custo agregado e que possibilite o caixeiro-viajante (veículo) percorrer todos os nós (clientes) de uma rede apenas uma única vez. O problema é fundamentado em um único armazém e o veículo necessita sempre sair e regressar à mesma origem. Nesse problema não há restrição de capacidade de veículo, e a demanda é determinística.

2.2.3 Problema de múltiplos caixeiros viajantes (*Multiple traveling salesman problem - MTSP*)

De acordo com Belfiore (2006), o problema de múltiplos caixeiros viajantes (MTSP) é um prolongamento do problema do caixeiro viajante, porém, como o próprio nome sugere, ao contrário de apenas um único roteiro, a solução retorna múltiplos roteiros com o menor custo viável, de forma que cada caixeiro viajante (veículo) necessite visitar ao menos um nó da rede, e cada nó deve ser visitado uma única vez. O problema é fundamentado em um único armazém e o veículo necessita sempre sair e regressar à mesma origem, não sendo levadas em consideração as restrições operacionais como capacidade dos veículos e com a demanda sendo determinística.

2.2.4 Problema do carteiro chinês (*Chinese postman problem - CPP*)

O PCC é um problema de otimização que tem como função e finalidade atender com apenas um trajeto todos os arcos presentes no grafo, de maneira que, seja possível minimizar toda a distância total percorrida e, conseqüentemente, os custos envolvidos. A divergência entre a trajetória do carteiro com o ciclo hamiltoniano é que, ao invés de nós, os clientes estão localizados em arcos e também, caso necessário, existe a possibilidade de uma repetição de passagem nas arestas. O PCC é um modelo de problema que admite solução em tempo polinomial (EDMONDS; JOHNSON, 1973).

2.2.5 Problema de roteirização de veículos com múltiplos depósitos (*Multi-depot vehicle routing problem - MDVRP*)

De acordo com Júnior (2009), o MDVRP é um complemento do PRV e este problema ocorre quando uma empresa possui mais de um armazém (ou centro de distribuição) na linha de fornecimento logístico que são empregados na finalidade de armazenar e distribuir os produtos acabados, adotando no problema restrições como o limite de capacidade do veículo, além da demanda que é determinística. Neste tipo de problema a liderança corporativa também necessita estabelecer quais consumidores serão atendidos por quais depósitos, isto é, resolvendo inicialmente um problema de atribuição antes dos problemas de planejamento e roteirização.

Assim uma proximidade racional para a resolução do problema necessita segmentar o mesmo em diversos outros subproblemas de roteirização e planejamento alocando todos os clientes para cada depósito em específico e, desta maneira, resolver estes subproblemas individualmente (RENAUD et al., 1996).

2.2.6 Problema de roteirização de veículos com demanda em arcos (*Capacitated arc routing problem - CARP*)

Belfiore (2006) evidencia o CARP como um complemento do problema do carteiro chinês, adicionando as restrições relacionadas à capacidade da frota em estudo, e é também uma variação do PRV, visto que os clientes estão alocados em arcos ao invés de nós.

2.2.7 Problema de roteirização de veículos com demanda estocástica (*Stochastic vehicle routing problem - SVRP*)

De acordo com Silva (2007), o SVRP como o próprio nome sugere, é uma variação do PRV, onde a demanda que anteriormente era determinística passa a ser estocástica neste tipo de problema, sendo este o fator de diferenciação entre este problema e os demais.

2.2.8 Problema de roteirização de veículos com entregas fracionadas (*Vehicle routing problem with split deliveries - VRPSD*)

Segundo Belfiore (2006), o VRPSD é uma variação do PRV, onde no PRV cada cliente é visitado por apenas um veículo, possuindo toda a sua carga localizada neste, e no problema de roteirização de veículos com entregas fracionadas, cada cliente pode ser abastecido por mais de um caminhão. Desta maneira, para o VRPSD, complementado aos roteiros de entrega, é necessário também indicar a quantidade que será entregue para cada cliente e também em quais veículos da frota.

Dror, Laporte e Trudeau (1994) demonstraram que, por causa dessa distribuição é possível obter economias significativas, tanto no trajeto percorrido pelos veículos quanto no número de veículos utilizados para a distribuição logística.

2.2.9 Problema de roteirização de veículos com frota heterogênea fixa (*Heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem - HFFVRP*)

Silva (2007) pontua o HFFVRP como uma variável do PRV, onde no PRV a frota seria homogênea, ou seja, todos os veículos possuem a sua capacidade de transporte iguais, e neste problema a frota de veículos é heterogênea, ou seja, possuem capacidade de transporte e custos divergentes, sendo necessário aprofundar no estudo a quantidade de produto a ser deslocado para cada cliente. Nesta situação, a frota de cada tipo é limitada por um valor fixo e a finalidade é minimizar a soma dos custos fixos e dos custos variáveis que possam depender ou não do tipo de veículo disponível para o transporte.

Pessoa, Uchoa e De Aragão (2009), ponderam as subseqüentes restrições para esse cenário: cada rota precisa iniciar e finalizar em um depósito, a demanda total dos consumidores não pode exceder a quantidade total permitida de transporte no veículo e cada cliente é introduzido em apenas uma rota.

2.2.10 Problema de roteirização e programação de veículos com janelas de tempo (*Vehicle routing, and scheduling, problem with time windows - VRSPTW*)

O VRSPTW é uma variação do PRV, adicionando no problema clássico restrições de janela de tempo que os veículos precisarão atender com relação às várias possibilidades que poderão englobar o estudo de caso como horário permitido de locomoção dos veículos, exigência de entrega por parte do consumidor final, dentre outros. Neste tipo de problema são estipulados espaços de tempo invioláveis para a entrega ao cliente (janela de tempo rígida) ou com janela de tempo flexível, que o prazo de entrega pode ser infringido, entretanto mediante ao pagamento de alguma penalidade (BELFIORE, 2006).

Os principais tipos de problemas de roteirização de veículos estão caracterizados no quadro 2.1 por Bodin et al. (1983) apud Cunha (2000):

Quadro 2.1 - Tipos de Problemas de Roteirização de Veículos

Denominação	Número de Roteiros	Localização dos Clientes	Limite de Capacidade nos Veículos	Número de bases	Demandas
Problema do Caixeiro Viajante	Um	Nós	Não	Uma	Determinísticas
Problema do Caixeiro Chinês	Um	Arcos	Não	Uma	Determinísticas
Problemas de Múltiplos Caixeiros Viajantes	Múltiplos	Nós	Não	Uma	Determinísticas
Problema de Roteirização em nós com uma única base	Múltiplos	Nós	Sim	Uma	Determinísticas
Problema de Roteirização em nós com múltiplas bases	Múltiplos	Nós	Sim	Múltiplas	Determinísticas
Problema de Roteirização em nós com demandas incertas	Múltiplos	Nós	Sim	Uma	Estocástica
Problema de Roteirização em arcos com limite de capacidade	Múltiplos	Arcos	Sim	Uma	Determinísticas

Fonte: Adaptado de Bodin et al. (1983) apud Cunha (2000)

2.3 ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULOS

O Problema de Roteirização de Veículos (PRV) foi abordado inicialmente na literatura científica por Dantzig e Ramser (1959) e é extensivamente discutido até os dias de hoje em bibliografias e dissertações em razão dos altos custos englobados no transporte de carga, compondo uma porcentagem considerável no preço final dos produtos (VASCONCELLOS, 2006; KAMPA & CASTANAS, 2008).

À medida em que estes custos expandem, as variáveis relacionadas ao abastecimento de mercadorias nos grandes municípios também aumentam devido aos efeitos secundários causados pela imposição de distribuição mercantil com médios e grandes veículos, ocasionando congestionamentos e, conseqüentemente, crescimento da poluição atmosférica e sonora como impacto urbano e maiores gastos com caminhões parados no trânsito com combustível concomitantemente a um menor número de entregas como impacto para as organizações (VASCONCELLOS, 2006; KAMPA & CASTANAS, 2008).

Desde a sua inserção, o PRV vem se sobressaindo pela vasta diversidade de problemas que se originam dele, tais como: a otimização das rotas de ônibus, remessa postal, entrega de mercadorias que compõem bens de consumo, ordenamento e entrega de produtos para polos atacadistas, dentre tantas outras áreas que o problema tem o intuito de simplificar e melhorar os desafios cotidianos, evidenciando abaixo a visão de alguns autores acerca do assunto em questão.

De acordo com BODIN et. al. (1983), os problemas de roteirização de veículos podem ser classificados de maneira geral em três grupos em função das restrições de aspectos espaciais e/ou temporais:

No grupo 1, o problema clássico de roteirização de veículos é primariamente um problema espacial, ou seja, não possui nenhuma restrição relacionada ao tempo (temporal), como o horário de atendimento aos clientes, ou relações de prioridade entre os clientes. É levado em consideração apenas os aspectos geográficos (espaciais), e o objetivo é construir um conjunto de roteiros viáveis obtendo o menor custo possível. Exemplos clássicos deste problema podem ser destacados o Problema do Caixeiro Viajante e o Problema do Carteiro Chinês.

Por sua vez, o grupo 2 compreende Problemas de programação de veículos e tripulações. Neste tipo de problema, consideram-se tanto aspectos geográficos (espaciais) quanto os temporais e são problemas de roteirização com restrições adicionais relacionadas

aos horários em que várias atividades devem ser executadas, como horário de chegada e saída das lojas, horário de saída de depósitos, parada para reabastecimento, dentre outras variáveis. Como exemplos podem ser destacados o problema de roteirização de veículos com frota heterogênea fixa e também o problema de programação de veículos com múltiplos depósitos.

Por fim, nos problemas combinados de roteirização e programação de veículos (grupo 3), após ser verificada a existência de aplicações com restrições de precedência entre tarefas, como a título de exemplo, uma entrega deve suceder as coletas e existe a necessidade de ambas estarem alocadas ao mesmo veículo e/ou restrições de janela de tempo, o problema é englobado nesta categoria.

De acordo com Bodin e Golden (1981), os problemas que ocorrem na realidade habitualmente estão situados no grupo 3. Exemplos clássicos deste problema podem ser destacados o problema de roteirização e programação de ônibus escolares para atendimento de um conjunto de escolas e o Problema de roteirização em atacadistas.

Segundo Cunha (2000), a classificação de Bodin et al. (1983) sobre o PRV é até os dias de hoje pontuada como uma das mais importantes, pois considera justamente os principais tipos de problemas de roteirização de veículos.

Na visão de Ronen (1988) a classificação dos PRVs caracteriza-se em três principais classes que mudam de acordo com o ambiente operacional e os objetivos situacional, que são elas: o Problema relacionado ao transporte de passageiros (metrô, uber, transporte escolares conhecido como “*dial-a-ride*”), o Problema de prestação de serviços (coleta de lixo e reciclagem, entrega de serviços postais) e o problema de roteirização e programação ou transporte de carga análogo a visão de Bodin et al. (1983) entretanto voltados a coleta e distribuição, sendo que em cada uma destas categorias é considerado 12 (doze) critérios de classificação para o problema de transporte de carga como por exemplo, tamanho da frota, componentes de custo englobado, número de viagens realizadas por veículo em um período estabelecido, formação da frota, durabilidade ou prazo máximo permitido de viagem, dentre outros componentes influenciadores de decisão.

Para Assad (1988) a maior adversidade em determinar uma estrutura de categorização adequada se encontra no processo de levar em consideração ou não as restrições impostas pelo problema e concomitantemente o método de solução proposto. O autor recomenda que cada problema prático seja categorizado singularmente, em concordância com um conjunto de elementos. Uma outra classificação distinta fundamenta-se no prazo em que as informações de demanda são disponibilizadas, ou seja, nos problemas clássicos de roteirização, é presumido que a demanda é conhecida previamente (demanda determinística), já na

roteirização dinâmica a demanda é estocástica, em outras palavras, os roteiros são determinados em tempo real.

Tendo como base as informações citadas acima, Assad (1988) propõe o conjunto de elementos para caracterização dos problemas de roteirização:

- Natureza das demandas: há a possibilidade da demanda ser para uma circunstância de coleta ou entrega, com um ou diversos produtos, podendo ocorrer atendimento parcial ou integral da mesma, seguindo ou não uma prioridade de clientes.
- Característica da demanda: o perfil da demanda pode ser determinístico ou estocástico, como abordado acima, contínuo ou mutável, dentre outros.
- Frota de veículo: a frota pode se caracterizar como homogênea ou heterogênea, ligada diretamente a capacidade e a espécie de carregamento, própria, dedicada da companhia ou spot e alocada a um único elo ou não.
- Requisito de pessoal: período máximo de trabalho, restrições de prazo de descanso e outras interrupções (refeições e troca de turno, por exemplo) e quantidade máxima de horas extras permitidas.
- Requisitos de programação: limitações na janela de tempo para coleta e entrega em clientes e centros de distribuições; prazos de carga e descarga; escalas de abertura e fechamento.
- Requisitos de informações: viabilidade geográfica; intervalos de viagem; posição dos caminhões.

De acordo com Novaes (1989), as concepções logísticas vão mais à frente do que apenas o transporte físico dos sistemas, apresentando outros aspectos. É necessário complementar a estes, dados, referências e administração para que seja possível obter uma pesquisa aguçada do processo logístico como um todo (diversificação e despesas relacionadas ao transporte). Para o autor, a perspectiva logística necessita vencer fatores espaciais e de tempo (prazos, credibilidade) e não simplesmente transferências e limitações espaciais como o transporte tradicional engloba.

Neste sentido, a roteirização de veículos proposta por Novaes (1989) pode ser classificada em problemas envolvendo coberturas de vias ou arcos e problemas envolvendo cobertura de nós.

No problema de cobertura de vias (Arcos) a finalidade é indicar e estabelecer o menor custo de deslocamento sobre um grupo de arcos especificados de um grafo, contendo ou não

restrições. Este desafio mostra-se presente em diversas situações no cotidiano, tais como: entrega domiciliar de jornais e revistas, ajustamento e delimitação de equipes para entrega postal, coleta domiciliar de detritos, dentre outros (EISELT; GENDREAU; LAPORTE, 1995).

Já no problema de cobertura de nós, a finalidade é combinar os nós em rotas, buscando alcançar o menor trajeto possível, avaliando as restrições de capacidade do veículo e a carga de trabalho dos funcionários (LACERDA, 2003).

Enomoto & Lima (2007) também argumentam quais as restrições precisam ser consideradas ao realizar um modelo de roteirização, sendo as mesmas dadas pelo tamanho da frota para carregamento e transporte, o tipo de frota que será utilizada, a localização dos estacionamentos que os veículos ficarão a disposição, a natureza da demanda, onde a mercadoria estará disponível para o carregamento; atributos da rede, restrições relacionadas à capacidade dos veículos ou da rodovia que os mesmos irão se deslocar, condições de trabalhadores, prazo máximo de rotas, operações envolvidas, custos e finalidades. Conjuntamente é trabalhado com a singularidade de cada problema estudado, onde cada restrições tem as suas particularidades, sendo os mais presentes em bibliografias as restrições relacionadas ao tamanho da frota, janelas de tempo, várias finalidades ou até solicitação inconstante de consumidores.

Conforme Gama (2011) aponta, o modelo de fornecimento físico possui como alicerce a roteirização dos veículos responsáveis pela entrega ao cliente final, seja ele os depósitos centrais ou mesmo o consumidor e, pode-se também notar que objetivando a finalidade em obter possíveis rotas que minimizem o custo total de distribuição incorporado em uma frota de veículos, a roteirização de veículos se mostra uma ferramenta eficiente, tendo participação efetiva na elaboração de rumos e direções a fim de atender toda a demanda exigida pelo mercado. Novaes (2016) ressalta que um dos maiores desafios da distribuição física de mercadoria está diretamente relacionado às restrições presentes nas limitações de tempo ou de capacidade do veículo.

2.4 MODELAGEM MATEMÁTICA DO PRV

Uma formulação clássica do PRV apresentada por Arenales et al. (2007) é detalhada a seguir:

Seja $G = (N,E)$ um grafo orientado e completo, em que $N= C \cup \{0, n+1\}$, $C=\{1,...,n\}$ representa o conjunto de nós a serem visitados, com os nós 0 representando a origem e $n+1$ o

depósito. O conjunto $E = \{(i, j): i, j \in N, i \neq j, i \neq n+1, j \neq 0\}$ representa os arcos associados às conexões entre os nós e K o conjunto de veículos disponíveis em uma frota homogênea. Todas as rotas no problema iniciam em 0 e finalizam em $n+1$, com nenhum arco finalizando seu ciclo no nó 0 e nenhum arco iniciando seu ciclo no nó $n+1$. Em todos os arcos $(i, j) \in E$ possui um custo específico c_{ij} e um prazo estipulado de viagem t_{ij} que inclui também o tempo de atendimento ao cliente i . Para todo cliente i possui uma demanda associada d_i . No depósito ou armazém proposto também possui um conjunto k de veículos idênticos como pontuado acima, onde cada veículo $k \in K$ possui uma capacidade de transporte Q . O objetivo proposto é minimizar os custos totais englobados nas viagens, considerando as seguintes restrições:

- Todas as rotas têm início e fim no depósito;
- Cada cliente pertence a apenas uma rota;
- A demanda total de uma rota não pode ultrapassar a capacidade de transporte Q do veículo; e
- O tempo de viagem de uma rota não pode exceder o limite D .

Sendo as variáveis de decisões:

- $x_{ij} = 1$ se o veículo k percorre o arco (i, j) , $\forall k \in K, \forall (i, j) \in E$
- $x_{ij} = 0$ caso o arco não seja percorrido.

Desta maneira, a modelagem segue a seguinte formulação:

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} x_{ijk} \quad (2.8)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in N} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in C \quad (2.9)$$

$$\sum_{i \in C} d_i \sum_{j \in N} x_{ijk} \leq Q \quad \forall k \in K \quad (2.10)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} t_{ij} x_{ijk} \leq D \quad \forall i \in C \quad (2.11)$$

$$\sum_{j \in N} x_{0jk} = 1 \quad \forall k \in K \quad (2.12)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ihk} - \sum_{j \in N} x_{hjk} = 0 \quad \forall h \in C, \forall k \in K \quad (2.13)$$

$$\sum_{i \in N} x_{i, n+1, k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (2.14)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1 \quad S \subset C, 2 \leq |S| \leq \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor, \forall k \in K \quad (2.15)$$

$$x_{ijk} \in [0, 1] \quad \forall i, j, k \quad (2.16)$$

Em que:

- Função Objetivo (2.8) representa a minimização do custo total da rota, retornando os custos envolvidos para realização da rota percorrida de todos os veículos utilizados;
- Restrição (2.9) assevera que todos os pontos i seja visitado por apenas um veículo;
- Restrição (2.10) impõe que a demanda requerida em cada rota realizada pelo veículo k não exceda a capacidade Q de transporte do veículo;
- Restrição (2.11) assegura que o tempo total de cada rota executada pelo veículo k não excede o limite D ;
- Restrição (2.12), (2.13) e (2.14) são restrições do fluxo em redes, onde a restrição (2.12) garante que todos os veículos saiam do ponto de origem considerando $i = 0$;
- Restrição (2.13) assegura que os veículos k que se encontram no ponto de origem, serão os mesmos que partirão para o ponto de destino, partindo do depósito (nó zero) apenas uma vez, deixando o nó h se e somente se entrar neste nó, e retornando ao depósito (nó $n+1$) somente uma vez;
- Restrição (2.14) é redundante, mas são mantidas no modelo para enfatizar a estrutura de redes, garantindo que todos os veículos k escolhidos cheguem no ponto destino, $i = N$;
- Restrição (2.15) elimina a perspectiva de serem formadas sub-rotas, e a
- Restrição (2.16) indica que as variáveis de decisão são binárias.

No modelo aplicado neste trabalho serão adotadas todas as restrições destacadas acima, com exceção da restrição 2.11, visto que, na empresa em estudo não possui janela de tempo para ocorrerem as entregas de seus produtos acabados aos destinos, sendo assim, retirada do modelo final utilizado na solução.

2.5 MODELAGEM ALTERNATIVA PARA O PRV

Para o caso em que a quantidade de variáveis é consideravelmente menor, ou seja, as restrições externas não impactam diretamente no modelo de programação de veículos, é aconselhável valer-se de um modelo em que o consumo de memória é significativamente menor e a resolução obtida é, também, ótima, garantindo desta maneira uma função objetivo

mínima possível, assim como o modelo tradicional, entretanto com uma compilação e exibição do resultado em um tempo menor.

O modelo em questão é uma modelagem alternativa baseada no caixeiro viajante e engloba os mesmos requisitos iniciais que a modelagem clássica exige, com as seguintes variáveis de decisão:

- $x_{ij} = 1$ se o arco for utilizado;
- $x_{ij} = 0$ caso o arco não seja percorrido;
- f_{ij} Fluxo entre os nós i e j .

E adotando desta maneira a seguinte estrutura:

$$\text{minimizar } \sum_{i \in \text{cidades}} \sum_{j \in \text{cidades}} d_{ij} x_{ij} \quad (2.17)$$

$$\sum_{j \in \text{cidades}} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in \text{cidades} \mid i \neq 1 \quad (2.18)$$

$$\sum_{i \in \text{cidades}} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in \text{cidades} \mid j \neq 1 \quad (2.19)$$

$$\sum_{i \in \text{cidades}} f_{ij} - \sum_{i \in \text{cidades}} f_{ji} = \text{demanda}_j \quad \forall j \in \text{cidades} \mid j \neq 1 \quad (2.20)$$

$$\sum_{j \in \text{cidades}} x_{1j} = \sum_{j \in \text{cidades}} x_{j1} \quad (2.21)$$

$$f_{ij} \leq x_{ij} \text{ capacidade} \quad \forall i, j \in \text{cidades} \quad (2.22)$$

$$x_{ij} \in 0,1 \quad \forall i, j \in \text{cidades} \quad (2.23)$$

$$f_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \in \text{cidades} \quad (2.24)$$

Em que:

- Função Objetivo (2.17) representa a minimização da distância total da rota, retornando as distâncias envolvidas para realização da rota percorrida por todos os veículos utilizados;
- Restrição (2.18) limita a quantidade de veículos que está saindo da cidade, ou seja, assegura que apenas um veículo saia de cada cidade, trabalhando em conjunto com a restrição 2.19;
- Restrição (2.19) limita a quantidade de veículos que está entrando na cidade, ou seja, assegura que apenas um veículo entre em cada cidade;
- Restrição (2.20) assegura que o fluxo do que entra na cidade subtraído do fluxo do que sai seja igual a demanda de cada cidade atendida;

- Restrição (2.21) garante a integralidade dos caminhões em relação a garagem que os veículos saem para realizar a entrega, ou seja, tudo que sai da garagem e tudo que entra necessariamente precisam ser iguais.
- Restrição (2.22) assegura que o fluxo que cada rota terá seja menor ou igual que a capacidade do veículo, limitando a capacidade de transporte dos caminhões;
- Restrição (2.23) garante a binaridade da decisão, de forma que retorne se uma sub-rota será ou não utilizada; e a
- Restrição (2.24) assegura que o valor de fluxo seja estritamente positivo.

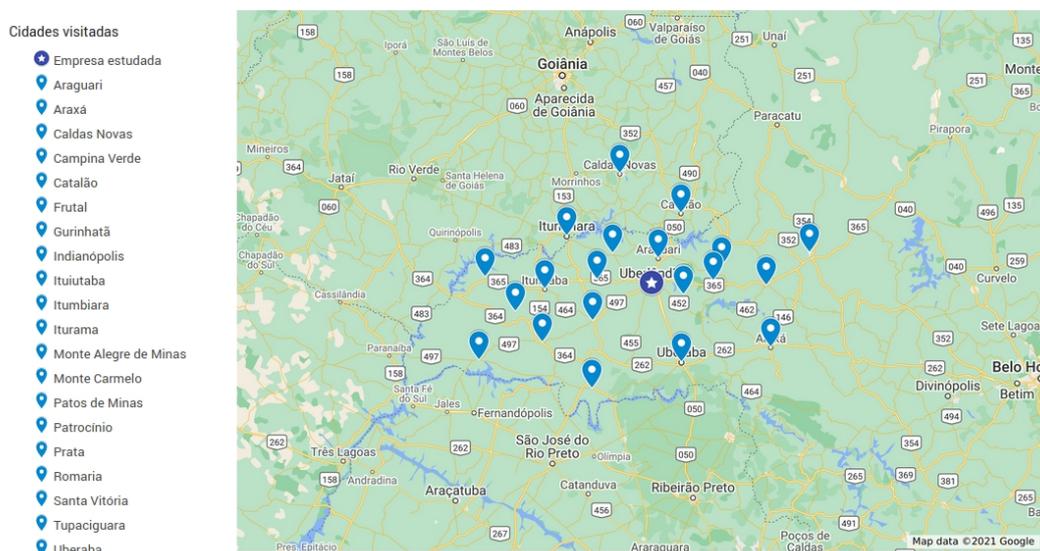
3 METODOLOGIA

Para realizar a coleta de dados na companhia estudada, foi estruturado alguns direcionamentos fundamentais a serem percorridos, de forma que todas as etapas ocorressem de maneira virtual respeitando as restrições impostas pela atual pandemia de COVID-19.

Inicialmente foi elaborado um questionário disponibilizado no Apêndice A para introduzir as principais perguntas referentes ao cenário logístico da empresa estudada, buscando aprofundar nas informações concedidas pelo corpo executivo industrial. Logo após a primeira reunião, foi possível estruturar reuniões quinzenais para elucidar as indagações que fossem surgindo na medida em que o levantamento e tratamento de dados ocorresse, propondo identificar com detalhes algumas das restrições enfrentadas pela frota da companhia, os destinos que os produtos são enviados e a quantidade que é deslocada para cada destino, possibilitando com estas respostas a caracterização presente no tipo de PRV a ser implementado na empresa.

Com as respostas fornecidas, foi possível elaborar um mapa contendo os destinos atendidos pela companhia apresentado na figura 3.1 e elaborar uma matriz de distâncias e custos, destacadas no Apêndice C, nestes trajetos possibilitando a elaboração de um arquivo de entrada para o problema de roteirização de veículos.

Figura 3.1 - Cidades com depósitos da empresa estudada



Fonte - Autoria própria (2021)

3.1 TÉCNICAS DE ANÁLISE DE DADOS

Após a etapa de coleta de dados e elucidação dos fatores que compõem as variáveis de transporte e localização, a atenção foi direcionada para a etapa de implementação do PRV com uso da linguagem de programação C++ e o pacote de otimização GUROBI® (2021), uma ferramenta computacional muito utilizada pela indústria para tomar as melhores decisões.

O objetivo de utilização do Gurobi é apoiar na análise dos resultados obtidos pela execução dos modelos matemáticos para padronizar as entregas que são realizadas atualmente sem um padrão definido de destinos, apenas possuindo a constância de entrega quinzenal para todas as vinte cidades e semanal para algumas específicas que possuem uma venda maior.

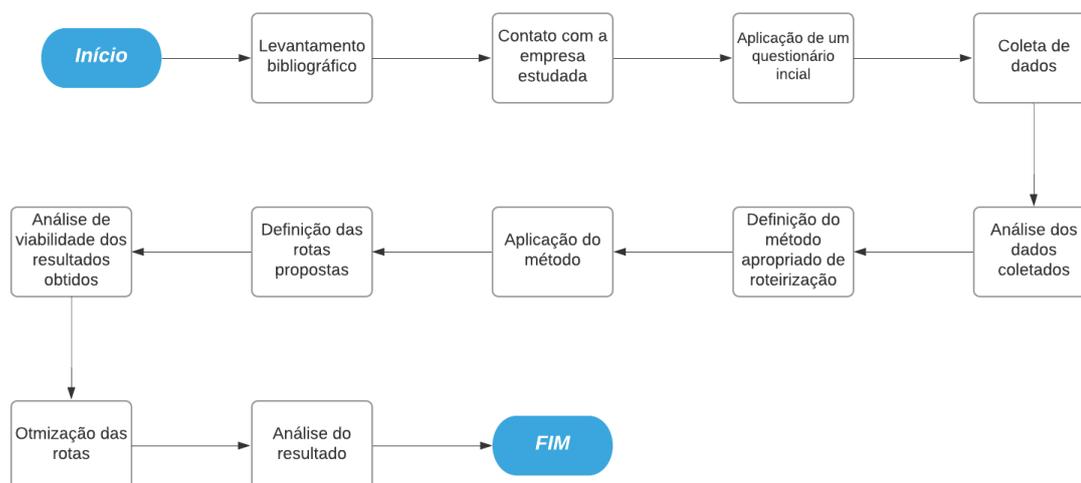
Para identificar a melhor rota para suprir as necessidades de transporte, mantendo uma constância que diminua a variabilidade no custo logístico e elucidando as decisões a serem tomadas foi implementado o PRV para traçar estes roteiros.

Outro parâmetro importante adotado nos dados coletados, foram que alguns dados de demanda excederam a capacidade máxima de transporte em um veículo, que é igual a quatorze paletes e como tratativa as cidades que ocorreram tal fenômeno foram divididas em duas, como é o caso de Uberaba, respeitando assim o número máximo de paletes que cada caminhão consegue atender entre as cidades que possuem demandas de entrega.

3.2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICO - ETAPAS

Segue na figura 3.2 um fluxograma clarificando as etapas percorridas no processo metodológico do estudo de caso:

Figura 3.2 - Etapas da pesquisa



Fonte - Autoria própria (2021)

Inicialmente foi realizado um levantamento bibliográfico para buscar compreender os principais modelos de roteamento de veículos que englobam os desafios nas corporações e que, também, estão sendo estudados e discutidos, a fim de proporcionar cada vez mais um modelo atual no estudo de caso e o principal resultado esperado nesta etapa foi justamente a capacidade de identificar os principais problemas e as restrições que divergem cada modelo.

Após obter este embasamento bibliográfico, na segunda etapa de pesquisa foi realizado um estudo de mercado para definir qual o setor que seria interessante aplicar o estudo de caso e especialmente se haveria interesse da companhia selecionada em fornecer relatórios acerca do setor logístico para a aplicação do modelo que seria identificado no futuro.

Logo no primeiro contato com uma indústria no setor de laticínios o retorno foi positivo, e foi estruturado um questionário para identificar as restrições que a empresa enfrentava com suas rotas, buscando identificar nesta etapa a quantidade de cidades que possuíam um depósito para distribuição do produto acabado, o tipo de veículo utilizado para transporte, as restrições relacionadas a janela de tempo e circulação dos veículos em perímetros urbanos e outras questões para a definição do modelo a ser adotado na aplicação do PRV.

Com as respostas deste questionário em mãos foi possível estruturar também a coleta de dados relacionados entre distâncias e custos para deslocamentos nas cidades atendidas, já que a empresa fazia este controle, mas sem um roteiro pré-definido inicialmente, utilizando a quilometragem desprendida pelos veículos apenas para numerificação da depreciação contábil deles. Em seguida foi realizada a análise dos dados coletados na companhia, do que seria importante para a estruturação do modelo e da quantidade demandada por cada centro de distribuição para realizar uma alocação ótima entre a frota disponível.

Já com estes dados em mãos foi possível identificar o melhor modelo a aplicar na companhia estudada, obtendo concomitantemente o modelo matemático computadorizado e os dados de entrada em mãos, esperando nesta etapa que as melhores rotas sejam definidas entre a frota disponível e que, também, seja minimizado os custos de transporte entre as rotas pré-estabelecidas.

4 RESULTADOS

Nesta seção será abordada a descrição da empresa em estudo, o método adotado para o transporte de produto acabado, a demanda semanal e quinzenal bem como os resultados obtidos pelos dados fornecidos acerca do roteamento de veículos, explicitando as melhores rotas a serem percorridas por cada veículo integrante na frota da companhia estudada.

4.1 DESCRIÇÃO DA EMPRESA

A empresa estudada está localizada na cidade de Uberlândia-MG, sendo caracterizada como uma companhia de médio porte, fundada na década de 60 por um grupo de produtores de leite na região do triângulo mineiro, e, a fim de somar esforços na missão de entregar produtos diversificados e com uma qualidade compatível aos produtores de outras regiões, decidiram se organizar e fundar uma empresa própria, visando também entregar aos consumidores produtos com custos mais acessíveis.

A empresa foi uma das pioneiras a ser implantada no setor industrial da cidade, possuindo aproximadamente 50 (cinquenta) funcionários, e atendendo clientes em aproximadamente vinte cidades localizadas na região de Minas Gerais e Goiás, trabalhando com a missão de oferecer uma gama de derivados laticínios para todos os seus consumidores.

Com relação ao funcionamento, a empresa possui dois turnos de produção durante a semana e na sexta-feira possui um turno específico para carregamento do produto acabado para outras localidades, ocorrendo no período da madrugada.

Os carregamentos acontecem de maneira que, em uma semana, apenas as cidades com uma maior demanda são atendidas por 9 (nove) caminhões da frota fixa, permitindo que outros dois da frota total de 11 (onze) veículos possam ser aferidos e realizados reparos periódicos, com a ideia de que semestralmente todos os veículos passem por verificações, diminuindo possíveis custos futuros com imprevisibilidades de manutenção.

Vale ressaltar que algumas informações específicas passadas pela empresa foram superficiais por serem estratégicas e influenciarem no negócio, então por questões de segurança não foram reveladas.

4.2 TRANSPORTE

O estágio de transporte dos derivados lácteos para os depósitos é realizado inteiramente pela frota fixa da companhia estudada, com o início do processo ocorrendo no armazém através do carregamento célere, onde os produtos localizam-se dispostos em caixas plásticas organizados na estocagem, de maneira que a temperatura permaneça sempre dentro dos parâmetros requeridos pela especificidade de cada produto neste processo, possuindo um rígido controle de qualidade interno neste aspecto.

No armazém a regra *FEFO* (*First Expired First Out*) e a regra *FIFO* (*First In First Out*) são as chamadas regras de ouro da logística, adotadas como norte para a área de distribuição da empresa garantindo uma máxima eficiência de organização e redução de custos desnecessários, em que a primeira metodologia é responsável por garantir que nenhum produto já manufaturado venha a vencer no armazém e a segunda garante a ordem de carregamento, posicionando o primeiro carregamento para o último destino a ser entregue, respeitando reiteradamente todas as determinações estabelecidas na NBR 14701 - Transporte de produtos alimentícios refrigerados.

Para o carregamento e transporte, a empresa detém como frota total onze caminhões toco, exemplificados na figura 4.1, com um eixo na carroceria, localizado na traseira do veículo e com um baú refrigerado, onde é obrigatório o uso de carrocerias com sistemas de refrigeração no transporte de alimentos que necessitam de uma temperatura adequada, acoplada também de um material padrão que possibilita uma simples limpeza.

Em relação a capacidade de transporte, o caminhão toco possui uma capacidade máxima de 7 (sete) toneladas e 14 (quatorze) paletes, com os produtos alocados no baú de forma a não sofrerem danos na embalagem durante o transporte, com uma refrigeração que é mantida em uma temperatura média de 5 ± 1 °C e que é verificada periodicamente pelo motorista no controlador de temperatura localizado no painel do veículo.

Figura 4.1 - Exemplo de um caminhão toco com baú refrigerado



Fonte: Pavan (2021)

4.3 ROTOGRAMA

No quesito de estruturação de rotas a serem percorridas pela frota da companhia, cerca de dois anos atrás a empresa estudada passou por uma consultoria interna buscando estruturar diretamente uma diminuição nos custos logísticos envolvidos, período este em que foi determinada a rotatividade entre os veículos da companhia para manutenções preventivas e reduções de riscos, tanto para os colaboradores do setor de transporte quanto para os motoristas.

Apesar de possuir um modelo operacional logístico conectado a redução de custos, não existe uma rota de entrega padronizada para os depósitos, ou seja, que aconteça semanalmente o mesmo trajeto, sendo tais rotas determinadas hoje com base na experiência dos gestores internos da organização e também dos motoristas que colaboram no processo de envio de carga, tendo a chance dos locais que serão atendidos prioritariamente vir a mudar.

Com o intuito de padronizar o processo de entrega para os depósitos, diminuindo a variabilidade no processo e possibilitando em um futuro um estudo mais aprofundado com relação aos custos fixos e variáveis do processo, foi mensurada a distância da empresa estudada até as respectivas cidades de entrega, com as demandas disponibilizadas em paletes apresentada no quadro 4.1 (tanto semanalmente em apenas onze dos vinte destinos são atendidos, quanto quinzenalmente quando todos os destinos são contemplados).

Vale salientar novamente que nos abastecimentos semanais, onde apenas algumas cidades são atendidas, a entrega acontece apenas nas localidades em que existe uma demanda superior dos produtos comercializados aos outros destinos e, com esta estratégia, tais localidades possuem um abastecimento constante, mitigando riscos de falta de produto.

Quadro 4.1 - Demandas semanais e quinzenais para os depósitos atendidos

Cidades	Distância (Km)	Demanda (Quinzenal)	Entrega Semanal	Demanda (Semanal)
Araguari	35	9	Sim	9
Araxá	177	7	Sim	10
Caldas Novas	172	8	Sim	7
Campina Verde	161	6	Não	-
Catalão	106	8	Sim	9
Frutal	189	5	Sim	5
Gurinhata	208	3	Não	-
Indianópolis	63	3	Não	-
Ituiutaba	139	8	Sim	9
Itumbiara	136	5	Sim	6
Iturama	250	6	Não	-
Monte Alegre de Minas	72	4	Não	-
Monte Carmelo	109	7	Não	-
Patos de Minas	218	9	Sim	13
Patrocínio	151	5	Sim	7
Prata	94	6	Não	-
Romaria	87	3	Não	-
Santa Vitória	211	4	Não	-
Tupaciguara	73	5	Não	-
Uberaba	108	21	Sim	21
Veículos disponíveis	11 (onze)		9 (nove)	

Fonte - Autoria própria (2021)

Quadro 4.2 - Rota de entrega no cenário semanal

Veículo 1	Uberlândia - Araguari - Uberlândia
Veículo 2	Uberlândia - Araxá - Uberlândia
Veículo 3	Uberlândia - Catalão - Uberlândia
Veículo 4	Uberlândia - Ituiutaba - Frutal - Uberlândia
Veículo 5	Uberlândia - Itumbiara - Caldas Novas - Uberlândia
Veículo 6	Uberlândia - Patos de Minas - Uberlândia
Veículo 7	Uberlândia - Patrocínio - Uberlândia
Veículo 8	Uberlândia - Uberaba A - Uberlândia
Veículo 9	Uberlândia - Uberaba B - Uberlândia

Fonte - Autoria própria (2021)

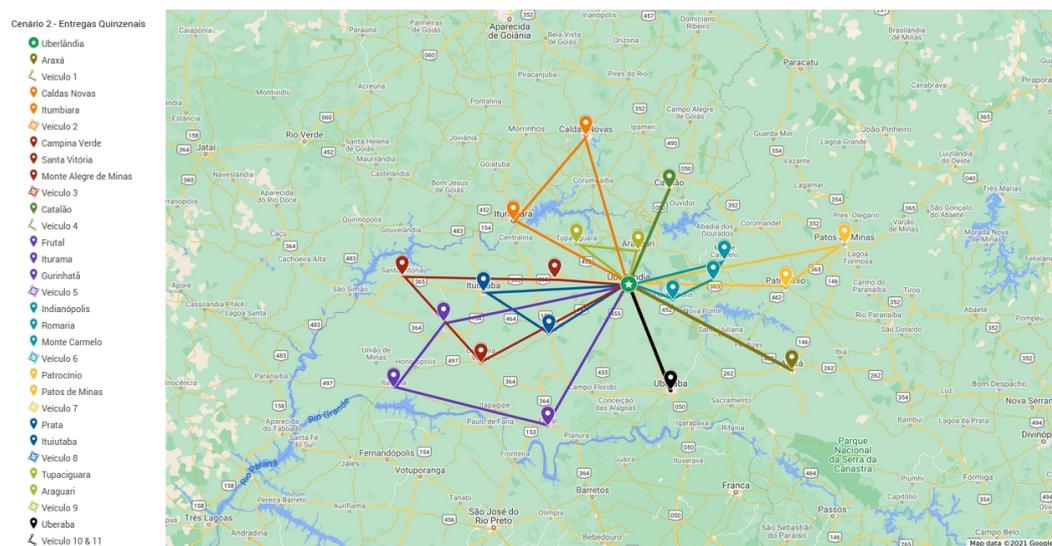
Com o resultado do modelo aplicado, a Função Objetivo foi idêntica para os dois casos estruturados, tanto no modelo tradicional quanto no modelo alternativo, retornando uma resposta de 2.763 km ao problema proposto, ou seja, o somatório de deslocamento de todos os nove veículos utilizados para atender a demanda específica em cada destino resulta no valor em questão.

Vale ressaltar que a diferença entre os modelos se deu no prazo demandado para o cálculo final, onde o modelo tradicional levou exatos 1.373 segundos e o modelo alternativo trouxe a mesma resolução em 0 segundos, uma diferença de tempo extremamente considerável.

No segundo cenário, onde a entrega é realizada para todos os destinos atendidos pela empresa em questão, a metodologia adotada foi exatamente a mesma, executando o modelo tanto tradicional quanto o alternativo para buscar a solução ótima.

Neste cenário, após estruturar o modelo tradicional com os respectivos dados de entrada, o computador utilizado não obteve memória *RAM* suficiente para retornar a solução final, sendo justificado pelo número consideravelmente alto de cidades com demandas em conjunto com a frota disponível da companhia estudada (vinte e duas cidades e um armazém com onze veículos respectivamente) restando apenas o modelo alternativo para determinar a rota ideal a ser percorrida apresentada na figura 4.3 e no quadro 4.3:

Figura 4.3 - Ilustração 2 da rota sugerida distribuída por cidades e veículos



Fonte - Autoria própria (2021)

Quadro 4.3 - Rota de entrega no cenário quinzenal

Veículo 1	Uberlândia - Araxá - Uberlândia
Veículo 2	Uberlândia - Caldas Novas - Itumbiara- Uberlândia
Veículo 3	Uberlândia - Campina Verde - Santa Vitória - Monte Alegre de Minas - Uberlândia
Veículo 4	Uberlândia - Catalão - Uberlândia
Veículo 5	Uberlândia - Frutal - Iturama - Gurinhatã - Uberlândia
Veículo 6	Uberlândia - Indianópolis - Romaria - Monte Carmelo - Uberlândia
Veículo 7	Uberlândia - Patrocínio- Patos de Minas - Uberlândia
Veículo 8	Uberlândia - Prata - Ituiutaba
Veículo 9	Uberlândia - Tupaciguara - Araguari - Uberlândia
Veículo 10	Uberlândia - Uberaba A - Uberlândia
Veículo 11	Uberlândia - Uberaba B - Uberlândia

Fonte - Autoria própria (2021)

Em conjunto com a rota ideal estabelecida, foi obtido também a função objetivo na saída com o valor de 3.816km, indicando da mesma forma que no primeiro cenário o

somatório de deslocamento de todos os onze veículos no atendimento de demanda dos respectivos destinos, cenário este consolidado em 161 segundos, retornando este conjunto de informações (tempo muito superior ao primeiro caso que não levou nem um segundo para retornar o valor ideal).

Consolidado os resultados e destacando pontos relevantes acerca da estruturação de resposta nos problemas propostos é válido ressaltar que, na condição ideal de roteamento de veículos as pétalas de rotas não se sobreponham entre as mesmas, situação observada no segundo cenário, mas o fenômeno ocorre justamente pelo fato de os caminhões terem capacidades de deslocamento específicas que precisam ser respeitadas entre as demandas de cada localidade, sendo este o fator que leva a sobreposição de pétalas nas respostas obtidas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta seção será detalhada a conclusão formal do trabalho, explorando, com uma visão sistêmica, os resultados obtidos. Em simultâneo, também serão destacados pontos e tópicos a serem percorridos como uma sugestão de trabalhos futuros que possam advir deste.

5.1 CONCLUSÕES DO TRABALHO

Em um cenário globalizado e interconectado tanto com informações quanto com modelos e processos produtivos que estamos progressivamente mais imersos, a habilidade em se readaptar aos desafios do cotidiano corporativo e também nas mais diferentes atividades organizacionais tem sido um diferencial, e partindo justamente deste ponto focal que o desenvolvimento do trabalho em questão enfatizou e preconizou.

O aprimoramento dos processos logísticos, bem como as técnicas de coleta e análise de dados neste setor, com o propósito final de serem manuseados como um ecossistema de informações e tomada de decisões estratégicas nas alternativas de roteirização apresentam-se como um grande diferencial em relação aos concorrentes, e, conectado a estas premissas, relaciona-se a interrogação central da pesquisa: a menor rota possível dentro do grupo de depósitos atendidos pela empresa utilizando os dados fornecidos pela companhia estudada.

Os resultados alcançados foram muito satisfatórios, respondendo o objetivo inicial proposto e visto que inicialmente a companhia não dispunha de nenhuma padronização na rota a ser atendida pelos veículos no decorrer das entregas, sendo desta maneira iniciada uma boa prática fabril de padronizar os processos de entrega e, através desta padronização, coletar novos dados importantes que passam a englobar as futuras análises decisórias e de transporte gerando desta maneira novas informações.

Com o retorno da menor rota a ser percorrida, é interessante também pontuar que, na maioria das vezes essa rota também é a que possui o menor custo no deslocamento total, entretanto não é ainda levado em consideração aspectos fundamentais nos custos englobados do transporte logístico como pedágios, custo por quilometragem rodada do veículo conectado a depreciação do mesmo, combustível utilizado em cada parâmetro de entrega, dentre outras variáveis.

Destacando a relevância do resultado identificado, é importante também evidenciar, além da padronização, o tempo de espera para obter a solução final em cada modelo proposto na pesquisa, visto que em um futuro, partindo da premissa que a companhia terá um aumento

da frota de veículos e também um aumento no número de destinos a serem atendidos com a entrega do produto finalizado, a comparação entre os modelos passam a ser também um fator decisório, obtendo o modelo alternativo como o mais favorável caso não surja restrições de entrega relacionadas a janela de tempo por exemplo, visto que a mesma retorna o mesmo valor obtido pelo modelo tradicional e em um prazo muito inferior.

Com a padronização de rotas sugerida a serem adotadas pela companhia e com a comparação de prazo de espera e divergência de respostas entre os modelos, o trabalho contribuiu também para a empresa no sentido de iniciar uma gerência maior no controle de rotas e abertura de novas análises utilizando o mesmo modelo implementado, que foi fornecido para a companhia e disponibilizado nos apêndices D e E, alterando apenas o dado de entrada para retornar a análise esperada.

No sentido prático de estudo, o tema de Roteirização de Veículos já é abordado de maneira teórica e prática nas disciplinas de Pesquisa Operacional 1 (um) e 2 (dois) do curso de Engenharia de Produção, entretanto através do trabalho proposto além de ter uma visão mais ampla e acurada sobre o tema foi possível também aprimorar muitas *soft e hard skills* relacionadas ao contato com o corpo executivo da empresa, aprimorando a comunicação e métodos de apresentação.

Algumas informações e relatórios específicos que são confidenciais para a empresa (como exemplificação produtos que compõem a formação de cada palete, quantidade unitária de produtos enviado para cada cidade) não foram concedidas pelo corpo executivo por entender que este tipo de informação estratégica pode ocasionar perdas para a companhia que a definição de rotas detalhadas por tipo de produto talvez não supriria.

5.2 LIMITAÇÕES DO ESTUDO

Em relação às limitações enfrentadas no estudo, não foi consolidado o custo unitário dos caminhões para a definição final de rotas, visto que a companhia não dispunha destes dados separados entre veículos e também não foi avaliada o custo versus ganho no caso de uma mudança no modelo dos caminhões através de *benchmarks* externos, verificando se a mudança seria viável em termos de custos, lucro e qualidade do serviço prestado (caminhão maior atende maior número de cidades na mesma rota sem necessitar voltar a base e o menor atende com mais agilidade e rapidez).

Evidenciando o que não foi executado, o motivo de não ocorrerem se deu devido ao fato de não possuir um modelo detalhado dos custos unitários de cada veículo nas entregas

realizadas pela companhia, explicada pela alta variabilidade nas rotas e não possuir um modelo padrão e no estudo em relação a mudança de frota foi uma ideia que surgiu no final do processo de análise das rotas, sendo então alocado como um possível tema de análise nos trabalhos futuros, buscando realmente evidenciar se tal troca seria benéfica.

5.3 TRABALHOS FUTUROS

Como sugestão para trabalhos futuros é destacado como proposta a elaboração de uma matriz de custos para ser utilizada na modelagem como arquivo de entrada e, de tal forma realizar a verificação de rota que possui o menor custo para ser percorrida, levando em consideração as variáveis e dados que forem coletados com a nova padronização da rota de entrega.

É destacado também realizar um estudo de *benchmarking* com outras companhias que atendem o mesmo segmento de mercado, buscando encontrar parâmetros para melhoria contínua de frota, atendimento aos destinos e principalmente menor custo do setor que engloba quase 25% do custo final do produto.

Vale a pena também manter a proximidade e constante comunicação com a companhia estudada para que tenha uma maior facilidade em coletar dados que possam ser considerados sensíveis e possam ajudar nas análises de definição de rotograma.

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, B. B.; FERREIRA, T. S. Aplicação do método simplex para a determinação do lote de entregas de uma empresa de produtos alimentícios. **TCC (Graduação)** - Curso de Engenharia de Produção, Universidade Estadual de Maringá, 2018.
- ARENALES, M.; ARMENTANO, V. A.; MORABITO, R.; YANASSE, H. H. **Pesquisa operacional**. Rio de Janeiro:Campus/elsevier, v. 6, 523 p, 2007
- ASSAD, A. A. (1988). **Modeling and implementation issues in vehicle routing**. In B. L. Golden & A. A. Assad (Eds.), *Vehicle routing: methods and studies* (pp. 7-46). Amsterdam: Elsevier Science Publishers.2007.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14701: Transporte de produtos alimentícios refrigerados: Procedimentos e critérios de temperatura**. Rio de Janeiro. 2001
- BALLOU, R. H. **Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos: Logística Empresarial**. Porto Alegre: Bookman, 2007.
- BALLOU, R. H. **Gerenciamento da cadeia de suprimentos planejamento: organização e logística empresarial**. 4. Ed, Porto Alegre: Bookman, 532 p, 2001.
- BELFIORE, P. P. Scatter Search para Problemas de Roteirização de Veículos com Frota Heterogênea, Janela de Tempo e Entrega Fracionadas. **Tese (Doutorado)** — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2006.
- BODIN, L. D.; GOLDEN, B. **Classification in Vehicle Routing and Scheduling**. *Networks*, v.11, n.2, p. 97-108, 1981.
- BODIN, L. D.; GOLDEN, B.; ASSAD, A.; BALL, M. **Routing and Scheduling of Vehicle and Crews: The State of the Art**. *Computers and Operations Research*, v. 10, n. 2, p. 63-211, 1983.
- BOWERSOX, D. J.; CLOSS, D. J.; STANK, T. P. **21st cen-tury logistics: making supply chain integration a reality**. Oak Brooks: Council of Logistics Management, p. 264, 1999.

CUNHA, C. B. Uma contribuição para o problema de roteirização de veículos com restrições operacionais. **Tese (Doutorado)** – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, p. 222, 1997.

CUNHA, C. B. **Aspectos práticos da aplicação de modelos de roteirização de veículos a problemas reais.** Transportes, v. 8, n. 2, 2000.

CUNHA, C. B, MAINIERI, G., YOSHIZAKI, H. T. Y., MALUTA, L., HENRIQUES, L. R. S. **Heurísticas para o Problema de Bin-Packing no Contexto da Distribuição Física de Produtos.** XL SBPO - 40o Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, João Pessoa. Anais (CD-ROM) p. 712-723, 2008

DANTZIG, G. B.; RAMSER, J. H. **The truck dispatching problem.** Management science, Inform, v. 6, n. 1, p. 80–91, 1959.

DROR, M; LAPORTE, G.; TRUDEAU **Vehicle Routing Split Deliveries.** Discrete Applied Mathematics, v.50, n. 3, p.229-254. 1994

EDMONDS, J.; JOHNSON, E. L. **Matching, Euler Tours and the Chinese Postman Problem.** Math. n. 5, 1973.

EISELT, H.A.; GENDREAU, M.; LAPORTE, G. **Arc routing problems, Part I: The chinese postman problem.** Operations Research, v. 43, n.2, 1995.

ENOMOTO, L. M.; LIMA, R. S. **Análise da Distribuição Física e Roteirização em um atacadista.** Produção, v.17, n.1, p. 94-108, 2007.

ENOMOTO, L. M. Análise da distribuição física e roteirização em um atacadista do Sul de Minas Gerais. 2005. 141 p. **Dissertação (Mestrado)** – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI, Itajubá. 2005.

FLEURY, P. F.; WANKE, P.; FIGUEIREDO, K. F. **Logística empresarial:** a perspectiva brasileira. São Paulo: Editora Atlas, 2000.

GAMA, M. B. Roteirização de veículos: implementação e melhoria do método de Clarke e Wright. 93 f. **TCC (Graduação)** - Curso de Engenharia de Produção, UNIVASF, Juazeiro, 2011.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. R. **Otimização Combinatória e Programação Linear**. [S.l.]:Elsevier Editora Ltda., 2005.

GUROBI: Gurobi Optimizer. Version 9.1., 2021. Disponível em: <<https://www.gurobi.com/>> Acesso em: 15 de junho de 2021.

HILLIER, F.S.; LIEBERMAN, G.J. **Introdução à Pesquisa Operacional**. 9. ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

JÚNIOR, O. S. S. Roteirização de veículos de carga com múltiplos depósitos em sistema de informação geográfica livre. 2009. 134 f. **Dissertação (Mestrado em Engenharia de Transportes)** - Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2009.

KAMPA, M.; CASTANAS, E. Human health effects of air pollution. **Environmental Pollution**, v. 362-367, 2008.

LACERDA, M. G. Análise de uso de SIG no sistema de coleta de resíduos sólidos domiciliares em uma cidade de pequeno porte. 2003. 145 p. **Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil – Ênfase em Recursos Hídricos e Tecnologias Ambientais)** – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2003.

LAVALLE, C.; FLEURY, P. F. **Avaliação da organização logística em empresas da cadeia de suprimentos de alimentos**. Revista de Administração Contemporânea, Curitiba, v. 4, n. 1, p. 47-67, 2000.

MARINS, F. A. S. **Introdução à Pesquisa Operacional**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2011.

MENDONÇA, A. A. A. Modelos e técnicas de local branching para o problema de abastecimento de linhas de montagem. **Dissertação (Mestrado)**. Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG, 2011.

NOVAES, A. G. **Sistemas logísticos: transporte, armazenagem e distribuição física de produtos**. São Paulo: Edgard Blücher, 1989.

NOVAES, A. G. **Logística e Gerenciamento da Cadeia de Distribuição**. 4.ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2016.

PEREIRA, I. C. Proposta de sistematização da simulação para fabricação em lotes. Dissertação (**Mestrado em Engenharia de Produção**) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá-MG, 2000.

PESSOA, A., UCHOA, E., DE ARAGÃO, M., **A robust branch-cut-and-price algorithm for the heterogeneous fleet vehicle routing problem**. Networks, v 54, n 4, p 167-177, December 2009

PICININ, C. T.; KOVALESKI, J. L. **Sistema logístico e a tendência para empresas prestadoras de serviços em logística**. XXIX Encontro Nacional De Engenharia De Produção – ENEGEP, ABEPRO, v. 1, p. 1-15, 2009.

PRADO, D. S. **Programação linear**. 7 ed. Nova Lima: Falconi, 2016. 286 p. (Série Pesquisa Operacional, 1 [Falconi])

RONEN, D. **Perspectives on practical aspects of truck routing and scheduling**. European Journal of Operational Research, v. 35, n. 2, p. 137-145, 1988.

OLIVEIRA, E.S. A abordagem da pesquisa operacional aplicada à gestão de materiais e a logística: contribuição para o ensino do modelo de programação linear em dois níveis. **Dissertação (Mestrado)**. Universidade Estadual do Norte Fluminense – UENF, 2005.

PAVAN. Baús Frigoríficos - Pavan Carrocerias Frigoríficas, 2021. Disponível em: <<https://www.pavan.ind.br/site/imagens/toco.png>>. Acesso em: 03 de outubro de 2021.

PARTYKA, J. G. e HALL, R. W. **On the Road to Service**. ORMS Today, v. 27, p. 26-30, 2000.

PLOSKAS, N.; SAMARAS, N. **Efficient GPU-based implementations of simplex type algorithms**. APPLIED MATHEMATICS AND COMPUTATION, v. 250, p. 552–570, 2015.

RENAUD, J.; LAPORTE, G.; BOCTOR, F. F. **A tabu search heuristic for the multi-depot vehicle routing problem**, Computer Operations Research, v. 23, p. 229-235, 1996.

SILVA, R. C. O. Avaliação da Implantação de Softwares de Roteirização de Veículos. **Dissertação (Mestrado)** — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro., 2007.

VASCONCELLOS, E. A. **Transporte e meio ambiente**: conceitos e informações para análise de impactos. São Paulo: Annablume, 2006.

WHITWELL, Glenn. Novel Heuristic and Metaheuristic Approaches to Cutting and Packing. 2004. 314 f. **Tese (Doutorado)** - Curso de Doctor Of Philosophy, University Of Nottingham, Nottingham, 2004.

WINSTON, W. L. **Operations Research, Applications and Algorithm**. 3 Ed. Belmont (CA): DuxburyPress, 1994.

GLOSSÁRIO

Benchmarking: busca das melhores práticas de gestão de uma entidade numa determinada indústria e que conduzem ao desempenho superior do obtido atualmente.

FEFO: acrônimo inglês e serve para gerenciar o arranjo e expedição de matérias-primas ou mercadorias de um estoque, levando em consideração o seu prazo de validade

FIFO: sistema de armazenagem que trabalha conforme a sequência da entrada das mercadorias ao estoque, sempre priorizando o despacho daqueles lotes que chegaram antes.

Hard Skill: termo em inglês usado por profissionais de recursos humanos para definir habilidades técnicas que desenvolvemos ao longo da vida.

Soft Skill: termo em inglês usado por profissionais de recursos humanos para definir habilidades comportamentais, competências subjetivas difíceis de avaliar.

APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO INTRODUTÓRIO

1º) Quantos caminhões possui a frota da Empresa?

2º) Estes caminhões, eles são frotas próprias ou dedicadas (alguma transportadora realiza o transporte de produto acabado)?

3º) Os caminhões são iguais? Ou seja, possuem a mesma capacidade de transporte, mesmas especificações?

(OBS: caso não especifique quais caminhões são, a capacidade de transporte e em qual quantidade possui).

3º) A empresa transporta o produto acabado para algum Centro de Distribuição ou direto para o consumidor final? Quais cidades estão os centros de distribuição (caso tenha)?

4º) Qual a quantidade de produto acabado é enviado para cada cidade?

5º) Hoje é adotado algum critério de seleção em quais veículos irão realizar certas rotas? (Algum método de otimização de tempo de transporte, diminuição de distância para entregas)

6º) Qual o custo médio de logística no valor final do produto, ou seja, quantos % do custo de produção está atrelado ao transporte? (RESPONDER CASO POSSUA ESTE VALOR)

7º) A depreciação dos caminhões entra nos cálculos de custos?

8º) A rota é padronizada? Ou seja, as cidades de entrega do produto acabado são sempre as mesmas?

9º) Possui alguma restrição de horário em alguma cidade para entregar estes produtos?

10º) Com qual frequência é feito o transporte de produto acabado? (Ex: diário, semanal, mensal).

APÊNDICE B - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Uma empresa que atua no setor de laticínios e que está localizada no triângulo mineiro necessita reestruturar a sua rota de entrega do produto acabado para os seus depósitos de maneira que, a distância percorrida pela frota própria da companhia seja mínima. As restrições enfrentadas pela organização para realizar estes deslocamentos se encontram justamente na forma em que cada carregamento será estruturado para atender todos os destinos com as respectivas demandas, sendo necessário a permissão de uma ou mais frotas passarem pelo mesmo depósito.

Destacado o cenário acima, segue abaixo as seguintes informações necessárias para a resolução do problema proposto:

- **Capacidade de carregamento do caminhão:** 14 paletes (7 toneladas);
- **Peso médio de cada palete:** ~465 Kg;
- **Frota disponível da empresa:** 11 (onze) veículos em um final de semana e 9 (nove) no próximo, de maneira que, os outros 2 que não participam do transporte ficam submetidos a manutenções preditivas;

a) Qual a rota ideal que cada um dos oito veículos necessitará percorrer para que seja possível atender a demanda requisitada por cada localidade?

b) Qual a rota ideal que cada todos os onze veículos necessitarão percorrer quinzenalmente para que seja possível atender a demanda requisitada por cada localidade

APÊNDICE C – MATRIZ DE DISTÂNCIAS

➤ **Cenário semanal:** Apenas algumas cidades são atendidas

Cidades	Empresa estudada	Araguari	Araxá	Caldas Novas	Catalão	Frutal	Ituiutaba	Itumbiara	Patos de Minas	Patrocínio	Uberaba	Uberaba	Empresa estudada
Empresa estudada	0	35	177	172	106	189	139	136	218	151	108	108	0
Araguari	35	0	209	136	79	220	171	129	216	149	139	139	35
Araxá	177	209	0	346	280	242	313	310	157	107	119	119	177
Caldas Novas	172	136	346	0	119	339	237	129	357	285	276	276	172
Catalão	106	79	280	119	0	291	242	206	242	197	211	211	106
Frutal	189	220	242	339	291	0	192	213	379	328	128	128	189
Ituiutaba	139	171	313	237	242	192	0	110	353	286	243	243	139
Itumbiara	136	129	310	129	206	213	110	0	347	280	242	242	136
Patos de Minas	218	216	157	357	242	379	353	347	0	72	260	260	218
Patrocínio	151	149	107	285	197	328	286	280	72	0	189	189	151
Uberaba	108	139	119	276	211	128	243	242	260	189	0	0	108
Uberaba	108	139	119	276	211	128	243	242	260	189	0	0	108
Empresa estudada	0	35	177	172	106	189	139	136	218	151	108	108	0
DEMANDA	0	9	10	7	9	5	9	6	13	7	10	11	0

➤ **Cenário quinzenal:** Todas as cidades são atendidas.

Cidades	Empresa estudada	Araguari	Araxá	Caldas Novas	Campina Verde	Catalão	Frutal	Gurinhata	Indianópolis	Itaútaba	Itumbiara	Iturama	Monte Alegre de Minas	Monte Carmelo	Patos de Minas	Patrocínio	Prata	Romaria	Santa Vitória	Tupaciguara	Uberaba	Uberaba	Empresa estudada
Empresa estudada	0	35	177	172	161	106	189	208	63	139	136	250	72	109	218	151	94	87	211	73	108	108	0
Araguari	35	0	209	136	191	79	220	239	60	171	129	281	102	100	216	149	124	85	242	66	139	139	35
Araxá	177	209	0	346	318	280	242	382	149	313	310	385	246	185	157	107	268	166	385	247	119	119	177
Caldas Novas	172	136	346	0	311	119	339	305	196	237	129	400	212	235	357	285	244	221	308	147	276	276	172
Campina Verde	161	191	318	311	0	263	107	63	220	86	186	90	143	266	375	308	70	244	131	217	204	204	161
Catalão	106	79	280	119	263	0	291	310	131	242	206	352	175	137	242	197	196	136	314	144	211	211	106
Frutal	189	220	242	339	107	291	0	169	274	192	213	143	170	282	379	328	101	263	237	244	128	128	189
Gurinhata	208	239	382	305	63	310	169	0	267	73	179	135	136	313	422	355	133	291	69	211	267	267	208
Indianópolis	63	60	149	196	220	131	274	267	0	198	190	309	131	80	189	122	153	58	270	126	153	153	63
Itaútaba	139	171	313	237	86	242	192	73	198	0	110	158	67	244	353	286	103	222	76	142	243	243	139
Itumbiara	136	129	310	129	186	206	213	179	190	110	0	274	82	230	347	280	118	216	183	67	242	242	136
Iturama	250	281	385	400	90	352	143	135	309	158	274	0	232	355	464	397	159	333	203	306	271	271	250
Monte Alegre de Minas	72	102	246	212	143	175	170	136	131	67	82	232	0	178	286	219	75	156	140	75	176	176	72
Monte Carmelo	109	100	185	235	266	137	282	313	80	244	230	355	178	0	150	83	199	21	316	165	150	150	109
Patos de Minas	218	216	157	357	375	242	379	422	189	353	347	464	286	150	0	72	308	146	425	282	260	260	218
Patrocínio	151	149	107	285	308	197	328	355	122	286	280	397	219	83	72	0	241	79	358	214	189	189	151
Prata	94	124	268	244	70	196	101	133	153	103	118	159	75	199	308	241	0	174	174	147	148	148	94
Romaria	87	85	166	221	244	136	263	291	58	222	216	333	156	21	146	79	174	0	297	154	131	131	87
Santa Vitória	211	242	385	308	131	314	237	69	270	76	183	203	140	316	425	358	174	297	0	214	316	316	211
Tupaciguara	73	66	247	147	217	144	244	211	126	142	67	306	75	165	282	214	147	154	214	0	178	178	73
Uberaba	108	139	119	276	204	211	128	267	153	243	242	271	176	150	260	189	148	131	316	178	0	0	108
Uberaba	108	139	119	276	204	211	128	267	153	243	242	271	176	150	260	189	148	131	316	178	0	0	108
Empresa estudada	0	35	177	172	161	106	189	208	63	139	136	250	72	109	218	151	94	87	211	73	108	108	0
DEMANDA	0	9	7	8	6	8	5	3	3	8	5	6	4	7	9	5	6	3	4	5	10	11	0

APÊNDICE D - CÓDIGO FONTE MODELO TRADICIONAL

/*TCC - Problema de Transporte: Roteirização de veículos aplicada em uma indústria no ramo de laticínios do triângulo mineiro

Vitor Lucas de Menezes Franco - 21611EPR018 */

```
//      min sum from k in K sum from (i,j) in E c_{ij} x_{ijk} newline sum
from k in K sum from j in N x_{ijk} = 1 ~~~ forall i in C newline sum from
i in C d_i sum from j in N x_{ijk} leslant Q ~~~ forall k in K newline sum
from j in N x_{0jk} = 1 ~~~ forall k in K newline sum from i in N x_{ihk} -
sum from j in N x_{hjk} = 0 ~~~ forall h in C, forall k in K newline sum
from i in N x_{i , n+1 , k} = 1 ~~~ forall k in K newline sum from i in S
sum from j in S x_{ijk} leslant abs{S}-1 ~~~ S subset C , 2 leslant abs{S}
leslant abs{n over 2}, forall k in K newline x_{ijk} in [0,1] ~~~ forall
i,j,k
```

```
#include "gurobi_c++.h"
```

```
#include <sstream>      //cin, cout, ostringstream
```

```
#include <fstream>     //ifstream, ofstream
```

```
#include <vector>      //vector
```

```
#include <time.h>      //clock_t
```

```
#include <math.h>      //sqrt, pow
```

```
#include <limits.h>    //INT_MAX
```

```
using namespace std;
```

```
#define MAX_CIDADES 13      //número máximo de cidades (total de cidades +
source + sink)
```

```
#define MAX_VEICULOS 9      //número máximo de veículos
```

```
#define CAPACIDADE 14      //capacidade do veículo em paletes
```

```
vector < vector<int> > SS;
```

```
float demanda[MAX_CIDADES];
```

```
float distancia[MAX_CIDADES][MAX_CIDADES];
```

```
float FO;
```

```
float respostaX[MAX_CIDADES][MAX_CIDADES][MAX_VEICULOS];
```

```
time_t t_ini, t_fim;
```

```
double tempo;
```

```
void leia();
```

```

void roteamento();
void generate(int k, vector<bool> &my_set, int N);
void polinomioNewton();
void imprime();

int main()
{
    leia();
    polinomioNewton();
    roteamento();
    imprime();
    return 0;
}

void polinomioNewton()
{
    int k,N;
    SS.resize(0);
    k= 0;
    N= MAX_CIDADES;
    vector<bool> my_set(N);
    generate(0, my_set, N);
}

void generate(int k, vector<bool> &my_set, int N) //k= 0; myset[0]= true;
N= 5
{
    if(k== N)
    {
        vector <int> suporte;
        for(int i= 0; i< N; i++)
        {
            if(my_set[i]== true)
                suporte.push_back(i);
        }
        if(suporte.size()> 1)
            SS.push_back(suporte);
    }
    else
    {
        my_set[k]= true;
    }
}

```

```

        generate(k+1, my_set, N);
        my_set[k]= false;
        generate(k+1, my_set, N);
    }
}

void leia()
{
    ifstream origem ("entrada_tcc_trad.entrada.txt");
    if (!origem)
        cerr<< "\nErro ao abrir o arquivo
entrada_tcc_trad.entrada.txt\n\n";
        for(int i= 0; i<MAX_CIDADES; i++)
            for(int j= 0; j<MAX_CIDADES; j++)
                origem>> distancia[i][j];

            for(int j= 0; j<MAX_CIDADES; j++)
                origem>> demanda[j];

        for(int i= 0; i<MAX_CIDADES; i++)
            distancia[i][i]= INT_MAX;
}

void roteamento()
{
    time(&t_ini);
    GRBEnv* env = 0;
    GRBVar*** x = 0;

    try
    {
        cout<<"\n-----\n\n";
        cout<<"\nIniciando a resolução do problema.\n\n";
        env = new GRBEnv();
        GRBModel model = GRBModel(*env);
        model.set(GRB_StringAttr_ModelName, "Roteamento.Veiculos");
        model.getEnv().set(GRB_DoubleParam_TimeLimit, 3600);
        model.getEnv().set(GRB_DoubleParam_Heuristics, 0.05);

        x = new GRBVar** [MAX_CIDADES];
        for(int i=0; i<MAX_CIDADES; i++)

```

```

{
    x[i]= new GRBVar* [MAX_CIDADES];
    for(int j=0; j<MAX_CIDADES; j++)
    {
        x[i][j]= model.addVars(MAX_VEICULOS, GRB_BINARY);
        model.update();
        for (int k=0; k<MAX_VEICULOS; k++)
        {
            ostringstream vname;
            vname << "x" << i << j << k;
            x[i][j][k].set(GRB_DoubleAttr_Obj, distancia[i]
[j]);
            x[i][j][k].set(GRB_StringAttr_VarName,
vname.str());
        }
    }
}

model.set(GRB_IntAttr_ModelSense, 1);
model.update();

for (int i=1; i<MAX_CIDADES-1; i++)
{
    GRBLinExpr r1= 0;
    for (int k= 0; k<MAX_VEICULOS; k++)
        for (int j= 0; j<MAX_CIDADES; j++)
            r1+= x[i][j][k];
    model.addConstr(r1== 1, "r1");
}

for (int k= 0; k<MAX_VEICULOS; k++)
{
    GRBLinExpr r2a= 0;
    for (int i=1; i<MAX_CIDADES-1; i++)
    {
        GRBLinExpr r2b= 0;
        for (int j= 0; j<MAX_CIDADES; j++)
            r2b+= x[i][j][k];
        r2a+= demanda[i]*r2b;
    }
}

```

```

        model.addConstr(r2a<= CAPACIDADE, "r2");
    }

    for (int k= 0; k<MAX_VEICULOS; k++)
    {
        GRBLinExpr r3= 0;
        for (int j= 0; j<MAX_CIDADES; j++)
            r3+= x[0][j][k];
        model.addConstr(r3== 1, "r3");
    }

    for (int k= 0; k<MAX_VEICULOS; k++)
        for (int h=1; h<MAX_CIDADES-1; h++)
            {
                GRBLinExpr r4a= 0;
                for (int i= 0; i<MAX_CIDADES; i++)
                    r4a+= x[i][h][k];
                GRBLinExpr r4b= 0;
                for (int j= 0; j<MAX_CIDADES; j++)
                    r4b+= x[h][j][k];
                model.addConstr(r4a-r4b== 0, "r4");
            }

    for (int k= 0; k<MAX_VEICULOS; k++)
    {
        GRBLinExpr r5= 0;
        for (int i= 0; i<MAX_CIDADES; i++)
            r5+= x[i][MAX_CIDADES-1][k];
        model.addConstr(r5== 1, "r5");
    }

    for( int k= 0; k< MAX_VEICULOS; k++)
        for(int m= 0; m< SS.size(); m++)
            {
                GRBLinExpr r6= 0;
                for(int i= 0; i< SS[m].size(); i++)
                    {
                        for(int j= 0; j< SS[m].size(); j++)
                            {
                                if(i!= j)
                                    r6+= x[SS[m][i]][SS[m][j]][k];
                            }
                    }
            }

```

```

        }
    }
    model.addConstr(r6<= SS[m].size()-1 , "r6");
}

model.update();
model.write("tcc_tradicional.modelo.lp");
model.optimize();

F0= model.get(GRB_DoubleAttr_ObjVal);
for (int i= 0; i< MAX_CIDADES; i++)
    for (int j= 0; j< MAX_CIDADES; j++)
        for (int k= 0; k<MAX_VEICULOS; k++)
            respostaX[i][j][k]= x[i][j][k].get(GRB_DoubleAttr_X);
}catch(GRBException e)
{
    cout << "Gurobi - Código do erro = " << e.getErrorCode() << endl;
    cout << e.getMessage() << endl;
}catch(...)
{
    cout << "Gurobi - Erro durante otimização" << endl;
}

delete[] x;
delete env;

time(&t_fim);
tempo= difftime(t_fim,t_ini);
cout<<"O problema foi resolvido em "<<tempo<<" segundos.\n";
cout<<"\n-----\n\n";
}

void imprime()
{
    ofstream destino ("saida_tcc.txt");
    if (!destino)
        cerr << "\nErro ao abrir o arquivo saida_tcc.txt\n\n";

    destino<<"\n\tF0: "<<F0<<"\n\n"<< endl;
}

```

```

destino<<"-----
-----";
destino<<"\nDemandas:"<<endl;
destino<<"-----
-----\n\n";
for (int j=0; j<MAX_CIDADES; j++)
{
destino<<"\nCidade "<<j<<": \t"<<demanda[j]<< endl;
}
destino<<"\n\
n-----
-----";
destino<<"\nMatriz de distâncias D(i,j):"<<endl;

destino<<"-----
-----\n\n";
for (int i=0; i<MAX_CIDADES; i++)
{
for (int j= 0; j<MAX_CIDADES; j++)
{
destino.width(11);
destino<< distancia[i][j]<<" ";
}
destino<< endl;
}
destino<<"\n\
n-----
-----";
destino<<"\n\tX(i,j,k):"<<endl;
destino<<"-----
-----\n\n";

for (int k= 0; k<MAX_VEICULOS; k++)
{
destino.width(2);
destino<< "Veículo "<< k+1<<":\n\n";
for (int i=0; i<MAX_CIDADES; i++)
{
for (int j= 0; j<MAX_CIDADES; j++)
{
destino.width(2);

```

```

        destino<< respostaX[i][j][k]<<" ";
    }
    destino<< endl;
}
destino<< endl;
}

                                                                 destino<<"\n\
n-----
-----";
destino<<"\nLeitura do resultado obtido:"<<endl;
destino<<"-----
-----";

    int i, j, aux;
for (int k= 0; k<MAX_VEICULOS; k++)
{
    destino<< "\n\n0 caminhão "<< k+1<< " percorre os destinos:\n0";
    i= 0;
    do
        {
            aux= 0;
            for (j= 0; j<MAX_CIDADES; j++)
                if(respostaX[i][j][k]==1)
                    {
                        destino<<" -> "<< j;
                        i= j;
                        aux= 1;
                        break;
                    }
            }while((j!= MAX_CIDADES-1)|| (aux= 0));
        }

    destino<<"\n\n-----";
    destino<<"\nSendo os respectivos destinos:\n\t0- Uberlândia (empresa
estudada)\n\t1- Araguari\n\t2- Araxá\n\t3-Caldas Novas\n\t4- Catalão\n\t5-
Frutal\n\t6- Ituiutaba\n\t7- Itumbiara\n\t8- Patos de Minas\n\t9-
Patrocínio\n\t10- Uberaba A\n\t11- Uberaba B"<<endl;
destino<<"-----\n";
}

```

APÊNDICE E- CÓDIGO FONTE MODELO SIMPLIFICADO

/*TCC - Problema de Transporte: Roteirização de veículos aplicada em uma indústria no ramo de laticínios do triângulo mineiro

Vitor Lucas de Menezes Franco - 21611EPR018 */

```
//-----
-----
//      minimizar sum from i in cidades sum from j in cidades d_{ij} x_{ij}
newline sum from j in cidades x_{ij} = 1 ~~~ forall i in cidades divides
i<>1 newline sum from i in cidades x_{ij} = 1 ~~~ forall j in cidades
divides j<>1 newline sum from i in cidades f_{ij} - sum from i in cidades
f_{ji} = demanda_j ~~~ forall j in cidades divides j<>1 newline sum from
j in cidades x_{1j} = sum from j in cidades x_{j1} newline f_{ij} leslant
x_{ij} capacidade ~~~ forall i,j in cidades newline x_{ij} in {0,1} ~~~
forall i,j in cidades newline f_{ij} geslant 0 ~~~ forall i,j in cidades

#include "gurobi_c++.h"
#include <sstream>
#include <fstream>
#include <vector>
#include <time.h>
#include <math.h>
#include <limits.h>
using namespace std;

#define NCIDADES 23      //número máximo de cidades (total de cidades +
garagem)
#define CAPACIDADE 14   //capacidade do veículo em paletes

class caminhosoes
{
public:
    int carga;
    vector <int> rota;
    float distancia;
};
vector <caminhoes> caminhoao;

float distancia[NCIDADES][NCIDADES];
float demanda[NCIDADES];
```

```
float F0;
float respostaX[NCIDADES][NCIDADES];
float respostaF[NCIDADES][NCIDADES];
time_t t_ini, t_fim;
double tempo;

void imprime();
void leia();
void roteamento();

int main()
{
    leia();
    roteamento();
    imprime();
    return 0;
}

void leia()
{
    ifstream origem ("entrada_tcc_simp.txt");
    if (!origem)
        cerr<< "\nErro ao abrir o arquivo entrada_tcc_simp.txt\n\n";

    for(int i= 0; i<NCIDADES; i++)
        for(int j= 0; j<NCIDADES; j++)
            origem>> distancia[i][j];

    for(int j= 0; j<NCIDADES; j++)
        origem>> demanda[j];

    for(int i= 0; i<NCIDADES; i++)
        distancia[i][i]= INT_MAX;
}

void roteamento()
{
```

```

time(&t_ini);
GRBEnv* env = 0;
GRBVar** x = 0;
GRBVar** f = 0;

try
{
    cout<<"\n-----\n\n";
    cout<<"\nIniciando a resolução do problema.\n\n";
    env = new GRBEnv();
    GRBModel model = GRBModel(*env);
    model.set(GRB_StringAttr_ModelName, "Roteamento.Veiculos");
    model.getEnv().set(GRB_DoubleParam_TimeLimit, 3600);
    model.getEnv().set(GRB_DoubleParam_Heuristics, 0.05);

    x = new GRBVar* [NCIDADES];
    for(int i= 0; i<NCIDADES; i++)
    {
        x[i] = model.addVars(NCIDADES, GRB_BINARY);
        model.update();
        for (int j=0; j<NCIDADES; j++)
        {
            ostringstream vname;
            vname << "x" << i << j;
            x[i][j].set(GRB_DoubleAttr_Obj, distancia[i][j]);
            x[i][j].set(GRB_StringAttr_VarName, vname.str());
        }
    }

    f = new GRBVar* [NCIDADES];
    for(int i= 0; i<NCIDADES; i++)
    {
        f[i] = model.addVars(NCIDADES, GRB_INTEGER);
        model.update();
        for (int j=0; j<NCIDADES; j++)
        {
            ostringstream vname;
            vname << "f" << i << j;
            f[i][j].set(GRB_DoubleAttr_Obj, 0);
            f[i][j].set(GRB_StringAttr_VarName, vname.str());
        }
    }
}

```

```

}

model.set(GRB_IntAttr_ModelSense, 1);
model.update();

for (int i=1; i<NCIDADES; i++)
{
    GRBLinExpr r1= 0;
    for (int j= 0; j<NCIDADES; j++)
        r1+= x[i][j];
    model.addConstr(r1== 1, "r1");
}

for (int j=1; j<NCIDADES; j++)
{
    GRBLinExpr r2= 0;
    for (int i= 0; i<NCIDADES; i++)
        r2+= x[i][j];
    model.addConstr(r2== 1, "r2");
}

for (int j=1; j<NCIDADES; j++)
{
    GRBLinExpr r3a= 0;
    for (int i= 0; i<NCIDADES; i++)
        r3a+= f[i][j];
    GRBLinExpr r3b= 0;
    for (int i= 0; i<NCIDADES; i++)
        r3b+= f[j][i];
    model.addConstr((r3a-r3b)== demanda[j], "r3");
}

GRBLinExpr r4a= 0;
for (int j= 0; j<NCIDADES; j++)
    r4a+= x[0][j];
GRBLinExpr r4b= 0;
for (int j= 0; j<NCIDADES; j++)
    r4b+= x[j][0];
model.addConstr(r4a== r4b, "r4");

```

```

for (int i=0; i<NCIDADES; i++)
    for (int j=0; j<NCIDADES; j++)
        model.addConstr(f[i][j]<= CAPACIDADE*x[i][j], "r5");

model.update();
model.write("tcc_simplificado.modelo.lp");
model.optimize();

FO= model.get(GRB_DoubleAttr_ObjVal);
for (int i= 0; i< NCIDADES; i++)
    for (int j= 0; j< NCIDADES; j++)
        {
            respostaX[i][j]= x[i][j].get(GRB_DoubleAttr_X);
            respostaF[i][j]= f[i][j].get(GRB_DoubleAttr_X);
        }
}catch(GRBException e)
{
    cout << "Gurobi - Código do erro = " << e.getErrorCode() << endl;
    cout << e.getMessage() << endl;
}catch(...)
{
    cout << "Gurobi - Erro durante otimização" << endl;
}

delete[] x;
delete[] f;
delete env;

time(&t_fim);
tempo= difftime(t_fim,t_ini);
cout<<"O problema foi resolvido em "<<tempo<<" segundos.\n";
cout<<"\n-----\n\n";
}

void imprime()
{
int nveiculos= 0, aux, k;

ofstream destino ("saida.tcc.txt");

```

```

if (!destino)
    cerr << "\nErro ao abrir o arquivo saida.tcc.txt\n\n";

destino<<"\n\tF0: "<<F0<< endl;

for (int i=0; i<NCIDADES; i++)
    destino<<"\nId: "<< i<<,"\tDemanda: "<< demanda[i]<<".";

for (int j= 0; j<NCIDADES; j++)
    if(respostaX[0][j])
    {
        destino<< "\n\nVeículo "<< nveiculos<< ":\n0 -> "<<j;
        aux= 0;
        k= j;
        while(aux<NCIDADES)
        {
            if(respostaX[k][aux])
            {
                destino<<" -> "<< aux;
                k= aux;
                aux= 0;
                if(!k)
                    aux= NCIDADES;
            }else
                aux++;
        }
        nveiculos++;
    }

destino<< "\n\n\tX(i,j):\n\n" ;
for (int i=0; i<NCIDADES; i++)
{
    for (int j= 0; j<NCIDADES; j++)
    {
        destino.width(2);
        destino<< respostaX[i][j]<<" ";
    }
    destino<< endl;
}

destino<< "\n\tF(i,j):\n\n";

```

```

for (int i=0; i<NCIDADES; i++)
{
    for (int j= 0; j<NCIDADES; j++)
    {
        destino.width(3);
        destino<< respostaF[i][j]<<" ";
    }
    destino<< endl;
}

destino<< "\n\tD(i,j):\n\n";
for (int i=0; i<NCIDADES; i++)
{
    for (int j= 0; j<NCIDADES; j++)
    {
        destino.width(7);
        destino<< distancia[i][j]<<" ";
    }
    destino<< endl;
}

destino<<"\n\n-----";
destino<<"\nSendo os respectivos destinos:\n\t0- Uberlândia (empresa
estudada)\n\t1- Araguari\n\t2- Araxá\n\t3-Caldas Novas\n\t4- Campina Verde\
n\t5- Catalão\n\t6- Frutal\n\t7- Gurinhatã\n\t8- Indianópolis\n\t9-
Ituiutaba\n\t10- Itumbiara\n\t11- Iturama\n\t12- Monte Alegre de Minas\n\
t13- Monte Carmelo\n\t14- Patos de Minas\n\t15- Patrocínio\n\t16- Prata\n\
t17- Romaria\n\t18- Santa Vitória\n\t19- Tupaciguara\n\t20- Uberaba A\n\
t21- Uberaba B\n\t"<<endl;
destino<<"-----\n";
}

```