



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL



LUCAS RABELO CRUVINEL

**FLAMBAGEM DISTORCIONAL DE PERFIL FORMADO A
FRIO SEÇÃO RACK SOB FLEXÃO UNIFORME E NÃO-
UNIFORME - ANÁLISE NUMÉRICA E MRD**

Uberlândia, 2021

LUCAS RABELO CRUVINEL

**FLAMBAGEM DISTORCIONAL DE PERFIL FORMADO A
FRIOS SEÇÃO RACK SOB FLEXÃO UNIFORME E NÃO-
UNIFORME - ANÁLISE NUMÉRICA E MRD**

Qualificação apresentada à Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Estruturas

Orientador: Prof. Dr. Gregório Sandro Vieira

Uberlândia, 2021

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

C957	Cruvinel, Lucas Rabelo, 1996-
2021	Flambagem distorcional de perfil formado a frio seção rack sob flexão uniforme e não-uniforme - Análise numérica e MRD [recurso eletrônico] / Lucas Rabelo Cruvinel. - 2021.
<p>Orientador: Gregório Sandro Vieira. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Pós-graduação em Engenharia Civil. Modo de acesso: Internet. Disponível em: http://doi.org/10.14393/ufu.di.2021.662 Inclui bibliografia. Inclui ilustrações.</p>	
<p>1. Engenharia civil. I. Vieira, Gregório Sandro, 1981-, (Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia. Pós-graduação em Engenharia Civil. III. Título.</p>	
CDU: 624	

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:

Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
Av. João Naves de Ávila, 2121, Bloco 1Y - Bairro Santa Monica, Uberlândia-MG, CEP 38400-902
Telefone: 34 3239-4137 - www.feciv.ufu.br/ppgec - posgradcivil@ufu.br



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Civil			
Defesa de:	Dissertação de Mestrado Acadêmico, 275, PPGEC			
Data:	6 de dezembro de 2021	Hora de início:	14:00 h	Hora de encerramento:
Matrícula do Discente:	12012ECV009			
Nome do Discente:	Lucas Rabelo Cruvinel			
Título do Trabalho:	Flambagem distorcional de perfil formado a frio seção rack sob flexão uniforme e não-uniforme - análise numérica e MRD			
Área de concentração:	Estruturas e Construção Civil			
Linha de pesquisa:	Estruturas			
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Estudo do comportamento de elementos estruturais em aço e mistos aço-concreto			

Reuniu-se, em sessão pública pela plataforma *Web Conferência* provida pela Universidade Federal de Uberlândia, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, assim composta pelos Professores Doutores: Flávio Teixeira de Souza - IFMG, Ramon Saleno Yure Rubim Costa Silva - UNB e Gregório Sandro Vieira – UFU orientador do candidato.

Iniciando os trabalhos o presidente da mesa, Gregório Sandro Vieira, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(as) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Gregorio Sandro Vieira, Professor(a) do Magistério Superior**, em 06/12/2021, às 15:29, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **FLAVIO TEIXEIRA DE SOUZA, Usuário Externo**, em 06/12/2021, às 15:33, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **RAMON SALENO YURE RUBIM COSTA SILVA**, Usuário Externo, em 06/12/2021, às 15:35, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site

[https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?](https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0)

[acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0](#), informando o código verificador **3231733** e o código CRC **DFE9CF41**.

À minha família, aos mestres e aos
amigos!

Agradecimentos

A Deus por ter me dado saúde, força e sabedoria para enfrentar todas as dificuldades encontradas no percurso.

Aos meus pais, pelo amor, incentivo e apoio incondicional. Sem eles, nada seria possível.

A Universidade Federal de Uberlândia, seu corpo docente, direção e administração que proporcionaram as condições necessárias para que alcançasse meus objetivos.

Ao meu orientador Gregório, pelo suporte no pouco tempo que lhe coube, pelas suas correções e orientações, que muito me ajudaram no desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço a todos os professores por me proporcionar o conhecimento não apenas racional, mas por me auxiliarem no crescimento pessoal, sempre me guiando na busca pela boa formação profissional.

Agradeço a banca examinadora que se dispôs a leitura deste trabalho e, assim, dedicaram parte de seu tempo para que esta etapa da minha formação se concluisse.

Por fim, a todos os meus amigos que fizeram parte da minha formação, que estiveram sempre ao meu lado durante esta etapa da minha vida, o meu muito obrigado.

“No meio da dificuldade encontra-se a oportunidade.”

Albert Einstein

RESUMO

Devido à grande variedade de seções transversais, bem como à sua boa relação peso/resistência, os perfis formados a frio (*PFF*) estão ganhando destaque entre as estruturas metálicas. No entanto, este material é mais suscetível à flambagem local, distorcional e global. O dimensionamento através do método da resistência direta (*MRD*) proposto por algumas normas como a norma Brasileira (*NBR*), Americana (*AISI*) e Australiana (*AS/NZS*), tem sido bem aceito por estimar de forma simples e segura o momento resistente para vigas em muitas situações. Contudo, alguns estudos recentes mostram que o dimensionamento através do *MRD* pode levar a previsões inseguras de momento resistente para vigas com índices de esbeltez elevados, sob modo de falha distorcional. Este estudo analisa o comportamento para 768 vigas através de análises numéricas usando o método dos elementos finitos (*MEF*) desenvolvidas com o uso do programa ABAQUS. A seleção das vigas nas quais o modo de flambagem distorcional fosse o predominante (análise de participação modal) foi realizada através de análises de estabilidade linear com o auxílio do programa GBTUL. Os modelos em elementos finitos para as análises não-lineares elasto-plásticas incluíram imperfeições geométricas iniciais e a não-linearidade física do material. Um estudo paramétrico foi desenvolvido para investigar a influência do índice de esbeltez distorcional (λ_{dist}) no momento resistente das vigas em *PFF*. Os resultados numéricos em elementos finitos foram comparados com os resultados obtidos através do *MRD*, com o intuito de verificar a precisão do método em prever o momento resistente. Foi observado, que para seções *Rack* em *PFF*, sujeitas à flexão uniforme e não-uniforme e índices de esbeltez maiores que 1,0 – 1,5, o *MRD* superestima os valores de momento resistente. Foram propostas modificações no *MRD* de forma a melhorar a precisão na previsão do momento resistente para as condições analisadas.

Palavras-chave: Flambagem distorcional - Perfil formado à frio - Método da resistência direta - Seção *Rack* - Flexão uniforme e não-uniforme.

ABSTRACT

Due to the wide variety of cross-sections and their good mass/strength ratio, cold-formed steel (CFS) components are gaining prominence among steel structures, although this material is more susceptible to local, distortional, and global buckling. The design procedure based on the direct strength method (*DSM*) presented in some codes as the Brazilian (*NBR*), the American Iron and Steel Institute (*AISI*), and the Australia/New Zealand (*AS/NZS*), have been well accepted for estimating simply and safely the moment capacity of beams subject to distortional buckling for many situations. However, more recent studies show that *DSM* design can lead to unsafe moment capacity for beams with a high slenderness factor of distortional buckling. This study analyzes the behavior from 768 models developed using the finite element analyses (*FEA*) with the ABAQUS software. The selection of the specimens in which the distortional buckling mode is predominant (modal participation analysis) was performed through a linear stability analysis using the GBTUL software. The finite element (*FE*) models used in nonlinear elastoplastic analyses included geometrical initial imperfections and material nonlinearity. A parametric study was developed to investigate the influence of the slenderness factor of distortional buckling (λ_{dist}) on *CFS Rack* beams' moment capacity. The *FEA* results were compared with *DSM* results to verify the accuracy of this method to predict distortional moment capacity. It is shown that, for *CFS Rack* beams subject to uniform and non-uniform bending and distortional buckling with slenderness factor of distortional buckling higher than 1.0 – 1.5, the *DSM* overestimates the moment capacity. Modifications were proposed in the *DSM* in order to improve the accuracy in predicting the moment capacity for the analyzed conditions.

Keywords: Distortional buckling - Cold-formed steel - Direct strength method - Rack section - Uniform and non-uniform bending.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1:	(a) U simples, (b) U enrijecido (c) <i>Rack</i> e (d) Z enrijecido.....	13
Figura 2:	Prateleiras de menor porte em <i>PFF</i>	14
Figura 3:	Estrutura de armazanagem de maior porte em <i>PFF</i>	14
Figura 4:	Trajetórias de pós-flambagem: (a) trajetória estável; (b) trajetória instável.....	18
Figura 5:	Tensão (average stress) x Deformação (shortening).....	19
Figura 6:	Flambagem (a) local, (b) distorcional e (c) global.....	20
Figura 7:	Configuração de geometria para seção <i>RACK</i>	22
Figura 8:	Configuração de modos de flambagem.....	22
Figura 9:	Configuração de condições de contorno e comprimentos.....	22
Figura 10:	Exemplo de curva de flambagem apresentada pelo GBTUL.....	23
Figura 11:	Divisão da peça em elementos finitos.....	23
Figura 12:	Diferença na discretização entre o (a) <i>MEF</i> e o (b) <i>MFF</i>	24
Figura 13:	Influência do gradiente de momento no momento crítico de flambagem.....	28
Figura 14:	Comparação entre os valores do <i>MEF</i> e do <i>MRD</i> para (a) Flexão uniforme e (b) Flexão não-uniforme.....	30
Figura 15:	Trajetórias de equilíbrio elástica para as condições de apoio (a) F , (b) PF e (c) P	31
Figura 16:	Trajetórias de equilíbrio elástica e elasto-plástica de pós-flambagem para as condições de apoio (a) F , (b) PF e (c) P	32
Figura 17:	Curva do $M_u/M_{y,20}$ vs. $\lambda_{D,20}$ (a) F , (b) PF e (c) P	32
Figura 18:	Trajetórias de equilíbrio para as condições (1) <i>SCA</i> e (2) <i>SCB</i> com b_f/b_l igual a (a) 12, (b) 10 e (c) 8.....	34
Figura 19:	Trajetórias de equilíbrio para as condições (1) <i>SCA</i> e (2) <i>SCB</i> com b_w/b_f igual a (a) 2.0, (b) 2.5 e (c) 3.....	35
Figura 20:	Curvas atual e proposta do <i>MRD</i> , para seções U_e , <i>Rack</i> e <i>Cartola</i> , para as condições de apoio (a) <i>SCA</i> e (b) <i>SCB</i>	36
Figura 21:	Valores dos gradientes de momento (ψ) utilizados e seus respectivos diagramas.....	37
Figura 22:	M_u/M_{nD} vs. λ_D para as vigas (a) <i>SCA</i> e (b) <i>SCB</i>	40
Figura 23:	M_u/M^{*}_{nD} vs. λ_D para vigas (a) <i>SCA</i> e (b) <i>SCB</i>	41

Figura 24: M_u / M_{nD}^{**} vs. λ_D para vigas (a) SCA e (b) SCB.	42
Figura 25: Comparação entre: curva normativa (M_{nD}), curva proposta (M_{nD}^*) e curva ajustada (M_{nD}^{**}), para condição de apoio (a) SCA e (b) SCB.	43
Figura 26: Diagramas de momento fletor com os respectivos gradientes de momento (ψ) aplicados.	45
Figura 27: Elementos da seção transversal do perfil Rack.	46
Figura 28: Curva assinatura (M_{cr} vs. L) para os diferentes valores de ψ , para a seção R32-75 e SCA.	49
Figura 29: Curva assinatura (M_{cr} vs. L) para os diferentes valores de ψ , para a seção R32-75 e SCB.	50
Figura 30: Elemento quadrático de 8 nós (S8R).	52
Figura 31: Expansão do elemento 2D de 8 nós para o elemento de bloco 3D.	53
Figura 32: Condições de apoio e aplicação de esforços para (a) SCA e (b) SCB.	54
Figura 33: $M_u / M_{u(2,5)}$ vs. DME (R0-75).	55
Figura 34: Malha adotada para os modelos numéricos.	56
Figura 35: Situação deformada da seção R32-120, SCA e $\psi = -1$	57
Figura 36: Comparação de trajetória de equilíbrio elástico na pós-flambagem para viga C2, (a) modelo de validação e (b) adaptado de DEPOLLI (2018).	59
Figura 37: Forma dos movimentos (a) outward e (b) inward.	61
Figura 38: Comparação das trajetórias de equilíbrio elástico na pós-flambagem, entre as formas inward e outward, para as condições (a) SCA e (b) SCB.	62
Figura 39: Comparação das trajetórias de equilíbrio elástico na pós-flambagem entre os diferentes valores de ψ , condições (a) SCA e (b) SCB, para a viga R0-75.	64
Figura 40: Comparação das trajetórias de equilíbrio elástico na pós-flambagem entre os diferentes valores de ψ , condições (a) SCA e (b) SCB, para a viga R0-90.	65
Figura 41: Comparação das trajetórias de equilíbrio elasto-plásticas na pós-flambagem, condições (a) SCA e (b) SCB, para a viga R0-90.	66
Figura 42: Nuvem de pontos para a relação M_u / M_{dist} , para cada valor de λ_{dist} e ψ , (a) SCA e (b) SCB.	69
Figura 43: Nuvem de pontos para a relação M_u / M_y , para cada valor de λ_{dist} e ψ , (a) SCA e (b) SCB.	71

Figura 44:	Comparação entre o momento resistente obtido através dos modelos numéricos e <i>MRD</i> , (a) <i>SCA</i> e (b) <i>SCB</i>	73
Figura 45:	Relação $M_u/M_{Rdist-NBR}$ para cada ψ , (a) <i>SCA</i> e (b) <i>SCB</i>	74
Figura 46:	Relação $M_u/M_{Rdist-M}$ para cada ψ , (a) <i>SCA</i> e (b) <i>SCB</i>	75
Figura 47:	Relação $M_u/M_{Rdist-D}$ para cada ψ , (a) <i>SCA</i> e (b) <i>SCB</i>	76
Figura 48:	Relação M_u/M_{Rdist} para cada ψ , (a) <i>SCA</i> e (b) <i>SCB</i> , <i>utilizando os ajustes propostos para o MRD – Vigas tipo R0</i>	81
Figura 49:	Relação M_u/M_{Rdist} para cada ψ , (a) <i>SCA</i> e (b) <i>SCB</i> , <i>utilizando os ajustes propostos para o MRD – Vigas tipo R32</i>	82

Lista de Tabelas

Tabela 1:	Valores para as constantes “a”, “b” e “c” para a curva modificada do <i>MRD</i> proposta.....	36
Tabela 2:	Dimensões das seções transversais, da área e do módulo de resistência à flexão das vigas selecionadas.....	47
Tabela 3:	Comprimentos críticos (L_d), M_{dist} e suas relações, e P_{dist} ($\psi = 1$).....	47
Tabela 4:	Comprimentos críticos (L_d), M_{dist} e suas relações, e P_{dist} ($\psi = 0$).....	48
Tabela 5:	Comprimentos críticos (L_d), M_{dist} e suas relações, e P_{dist} ($\psi = -1$).....	48
Tabela 6:	Valores de λ_{dist} para viga <i>R0-75</i>	52
Tabela 7:	Valores da relação $M_u/M_{u(2,5)}$ para cada <i>DME</i> e λ_{dist} (<i>R0-75</i>).....	55
Tabela 8:	Momentos de flambagem elástica via <i>ABAQUS</i> (M_{MEF}) e relação com M_{dist} , para <i>SCA</i>	57
Tabela 9:	Momentos de flambagem elástica via <i>ABAQUS</i> (M_{MEF}) e relação com M_{dist} , para <i>SCB</i>	58
Tabela 10:	Propriedades da viga <i>C2</i> – <i>Depolli</i>	58
Tabela 11:	Comparação de momento resistente para seção <i>C2</i> (<i>SCA</i>).....	59
Tabela 12:	Comparação de momento resistente para seção <i>C2</i> (<i>SCB</i>).....	60
Tabela 13:	Comparativo entre as médias (<i>Méd.</i>) dos momentos resistentes utilizando os Métodos da Resistência Direta (<i>MRD</i>) analisados.....	78
Tabela 14:	Parâmetros “m”, “n” e “o” usados para o cálculo de “a”, “b” e “c”.....	79

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Romanas

A	Área bruta da seção transversal
$b_e; b_{fl}$	Comprimento dos enrijecedores da seção Rack
b_f	Comprimento da mesa da seção Rack
b_w	Comprimento da alma da seção Rack
E	Módulo de elasticidade do aço
f_y	Tensão de escoamento do aço
L_D	Comprimento crítico de flambagem distorcional
M_{MEF}	Momento crítico de flambagem elástica obtido através do <i>MEF</i>
M_{cr}	Momento crítico de flambagem elástica
M_{dist}	Momento fletor de flambagem distorcional elástica
M_e	Momento fletor de flambagem global elástica
M_l	Momento fletor de flambagem local elástica
$M_i; M_f$	Momentos de extremidade
M_{Rdist}	Valor característico do momento fletor resistente, associado à flambagem distorcional
M_u	Momento resistente
N_{cr}	Força crítica de flambagem elástica
P_{dist}	Participação modal associado a flambagem distorcional
t	Espessura
W	Módulo de resistência elástico da seção bruta em relação à fibra extrema

Letras Gregas

λ_{dist}	Índice de esbeltez distorcional reduzido
ν	Coeficiente de Poisson do aço
Ψ	Gradiente de Momento
σ_{cr}	Tensão crítica
θ	Ângulo interno da seção Rack

LISTA DE SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
AISI	American Iron and Steel Institute
AS/NZS	Australian/New Zealand Standard
<i>GBT</i>	Teoria da Viga Generalizada / Generalized Beam Theory
<i>MAE</i>	Método da Área Efetiva
<i>MEF</i>	Método dos Elementos Finitos
<i>MFF</i>	Método das Faixas Finitas
<i>MLE</i>	Método da Largura Efetiva
<i>MRD</i>	Método da Resistência Direta
<i>MSE</i>	Método da Seção Efetiva
<i>PFF</i>	Perfil Formado a Frio
<i>SCA</i>	Condição de apoio A / Support Condition A
<i>SCB</i>	Condição de apoio B / Support Condition B

SUMÁRIO

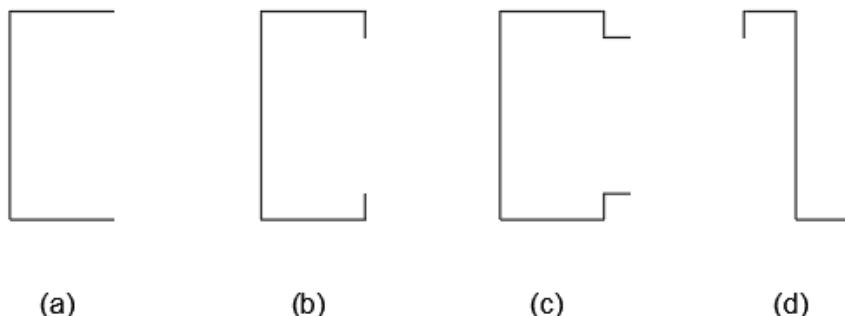
1	INTRODUÇÃO	13
1.1	MOTIVAÇÃO	15
1.2	OBJETIVOS	16
1.2.1	<i>Objetivo geral</i>	16
1.2.2	<i>Objetivos específicos.....</i>	16
1.3	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	17
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	18
2.1	ANÁLISES DE ESTABILIDADE E PÓS-FLAMBAGEM	18
2.2	MÉTODOS NUMÉRICOS PARA ANÁLISE DE FLAMBAGEM	21
2.2.1	<i>Teoria de Viga Generalizada (GBT)</i>	21
2.2.2	<i>Método dos Elementos Finitos (MEF).....</i>	23
2.2.3	<i>Método das Faixas Finitas (MFF)</i>	24
2.3	PROCEDIMENTOS NORMATIVOS PARA PREVISÃO DE RESISTÊNCIA	25
2.3.1	<i>Método da largura efetiva (MLE)</i>	25
2.3.2	<i>Método da seção efetiva (MSE)</i>	25
2.3.3	<i>Método da Resistência Direta (MRD)</i>	26
2.4	TRABALHOS SOBRE FLAMBAGEM DISTORCIONAL	27
2.4.1	<i>YU e SCHAFER (2005)</i>	27
2.4.2	<i>LANDESMANN e CAMOTIM (2016).....</i>	30
2.4.3	<i>MARTINS et al. (2017)</i>	33
2.4.4	<i>DEPOLLI (2018)</i>	36
3	METODOLOGIA.....	44
4	ANÁLISE DE FLAMBAGEM ELÁSTICA.....	45
4.1	SELEÇÃO DAS SEÇÕES DOS MODELOS	45
4.2	ANÁLISE DA PARTICIPAÇÃO MODAL E GRADIENTES DE MOMENTO (ψ)	49
5	ANÁLISES DE PÓS-FLAMBAGEM.....	51
5.1	MODELO NUMÉRICO EM ELEMENTOS FINITOS	51
5.1.1	<i>Material.....</i>	51
5.1.2	<i>Tipo de elemento finito</i>	52
5.1.3	<i>Condições de contorno.....</i>	53
5.1.4	<i>Imperfeições iniciais geométricas.....</i>	54

5.1.5	<i>Análise de malha</i>	54
5.1.6	<i>Validação do modelo numérico</i>	56
5.2	ANÁLISE DO MOVIMENTO DE ABERTURA E FECHAMENTO DA SEÇÃO (OUTWARD X INWARD).....	60
5.3	COMPORTAMENTO DE PÓS-FLAMBAGEM ELÁSTICA.....	62
5.4	COMPORTAMENTO DE PÓS-FLAMBAGEM ELASTO-PLÁSTICA	65
5.5	MOMENTO RESISTENTE	68
5.5.1	<i>Momento resistente através dos modelos numéricos</i>	69
5.5.2	<i>Momento resistente através do Método da Resistência Direta (MRD)</i>	71
5.5.3	<i>Ajustes na curva proposta por DEPOLLI (2018)</i>	78
6	CONCLUSÕES	83
6.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	84
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	86
	APÊNDICE A	90

1 INTRODUÇÃO

A indústria da construção civil está em constante evolução, impulsionando o desenvolvimento de novas tecnologias, que buscam materiais de baixo custo, versáteis e de alta qualidade. Nesse contexto, os perfis de aço formados a frio (*PFF*) são um produto atrativo dentro da construção civil por apresentarem alta relação resistência/peso, melhor aproveitamento de espaço no canteiro de obras e grande facilidade de obtenção de seções abertas devido à sua maleabilidade, lhe conferindo grande empregabilidade em obras que necessitem de uma maior liberdade arquitetônica. Dentre as seções mais comuns em *PFF* tem-se, por exemplo, o *U* simples e enrijecido, a seção *Rack* e a seção tipo *Z* enrijecido (Figura 1).

Figura 1: (a) *U* simples, (b) *U* enrijecido (c) *Rack* e (d) *Z* enrijecido.



Fonte: O autor.

O perfil tipo *Rack* é uma seção aberta amplamente utilizada em sistemas de armazenamento industrial, assim como em armazéns atacadistas. Estas seções podem ser usadas em pequenas prateleiras (Figura 2), ou mesmo em estruturas com mais de trinta metros de altura (Figura 3) – KIMER ESTANterías (2021). Como este tipo de seção possui flange, o sistema de contraventamento pode ser fixado diretamente sobre o elemento, facilitando a montagem dos armazéns.

Figura 2: Prateleiras de menor porte em PFF.



Fonte: Dubai Movers¹.

Figura 3: Estrutura de armazanagem de maior porte em PFF.



Fonte: Direct Industry².

¹ Acessado em 20 de fevereiro de 2021 (<https://www.dubaimovers.net/storage-company-in-dubai/>).

² Acessado em 27 de setembro de 2021 (<https://www.directindustry.com/prod/kimer/product-108255-1056883.html>).

Como os elementos em *PFF* são fabricados a partir da dobragem de placas finas, estes são mais susceptíveis à flambagem *Local (L)*, *Global (G)*, e *Distorcional (D)*. Tais fenômenos afetam a capacidade portante do *PFF*, logo, é essencial conhecer o modo de flambagem e sua respectiva força crítica.

Para a determinação do momento resistente, pode-se fazer uso de programas de computador ou de procedimentos normativos, como os descritos na norma brasileira ABNT NBR 14762:2010 - Dimensionamento de Estruturas de Aço Constituídas por Perfis Formados a Frio, que definem os cálculos necessários para o dimensionamento de *PFF*. Os programas de computador se baseiam em métodos numéricos enquanto grande parte das normas de dimensionamento de *PFF* se baseiam no Método da Largura Efetiva (*MLE*). O Método da Seção Efetiva (*MSE*), introduzido por BATISTA (2010), foi incorporado à norma brasileira em sua versão atual. Além destes, o Método da Resistencia Direta (*MRD*), originado a partir de abordagens realizadas por HANCOCK (1994), SCHAFER (1997), SCHAFER E PEKÖZ (1998), também é apresentado na ABNT NBR 14762 (2010), e na norma americana North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members (AISI S100-16).

1.1 MOTIVAÇÃO

O dimensionamento através das curvas codificadas do método da resistência direta (*MRD*) vem sendo bem aceito, por estimar a resistência de barras sujeitas à flambagem, de forma simples e segura para diversas situações, sendo necessário conhecer apenas o comportamento da seção transversal, a tensão de escoamento do aço e as condições de contorno. Apesar de YU e SCHAFER (2005) realizarem avaliações numéricas e experimentais da aplicação do *MRD* para peças sujeitas a flexão não-uniforme, devido à aplicação de um gradiente de momento, os estudos se limitaram a peças com baixo índice de esbeltez distorcional. Mesmo com os estudos de MARTINS *et al.* (2017), DEPOLLI (2018) E LIMA (2018), que visaram a validação e aprimoramento das curvas do *MRD* para a aplicação em alguns tipos de seções transversais sujeitas à flexão uniforme e não-uniforme, pode-se argumentar se a universalidade do *MRD* é válida. A seção do tipo *Rack* foi escolhida devido à falta de investigações relatadas na literatura realizando análises utilizando *MRD* para vigas

seção *Rack* sujeitas à flexão uniforme e não-uniforme, sob modo de falha distorcional, visto que grande parte dos trabalhos sobre seção *Rack* investigam o comportamento desta como coluna, apenas sob ações de compressão. Além disso, mesmo quando usadas em colunas, muitas vezes estas colunas também estão sujeitas a ações de flexão, trabalhando sob flexo-compressão. Sendo assim, percebe-se a necessidade de uma maior avaliação da aplicação do *MRD* para as seções *Rack*.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 *Objetivo geral*

Este trabalho tem como objetivo analisar numericamente o comportamento estrutural de peças de seção *Rack* em perfil formado a frio (*PFF*), sob flexão uniforme e não-uniforme, que consiste na aplicação de momentos desiguais nas extremidades dos eixos principais, e falha por flambagem distorcional. Busca-se avaliar o desempenho das curvas codificadas do *MRD* vigente na ABNT NBR 14762 (2010) e a universalidade das curvas codificadas e propostas por MARTINS *et al.* (2017) e DEPOLLI (2018).

1.2.2 *Objetivos específicos*

Para atingir o objetivo principal propõe-se selecionar as seções transversais a serem investigadas e realizar as análises de flambagem elástica com auxílio do GBTUL (BEBIANO *et al.*, 2010), analisar os comportamentos de pós-flambagem através dos modelos numéricos desenvolvidos no ABAQUS (2018) e investigar os comportamentos dos modelos mediante as condições de apoio, esforços e índices de esbeltez distorcional considerados.

A precisão e segurança do *MRD* será avaliada através da comparação de momentos resistentes obtidos por meio do *MRD*, com os momentos resistentes obtidos numericamente. Propõe-se por fim, ajustar/modificar o *MRD* através de parâmetros que possam considerar a não-uniformidade dos momentos aplicados e as condições de apoio analisadas, para melhorar a previsão de resultados no dimensionamento das

seções *Rack*.

1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

No Capítulo 2 é apresentada a revisão bibliográfica a respeito dos trabalhos encontrados que abordam temas relacionados à flexão uniforme e não-uniforme, flambagem distorcional, análises de estabilidade e pós-flambagem, métodos numéricos e analíticos de previsão de momento resistente. O Capítulo 3 aborda a metodologia utilizada para a obtenção dos resultados apresentados nesse trabalho.

O Capítulo 4 contém as análises de flambagem elástica, que compreendem os critérios de seleção das vigas que foram estudadas, as propriedades das vigas escolhidas e os resultados obtidos através do GBTUL (BEBIANO *et al.*, 2010). Já o Capítulo 5 mostra as análises de pós-flambagem realizadas, as premissas utilizadas para as modelagens numéricas, a obtenção dos momentos resistentes para as vigas selecionadas através dos modelos numéricos e através do *MRD*, bem como a comparação entre os resultados e os ajustes propostos para o *MRD*. Por fim, o Capítulo 6 apresenta as principais conclusões acerca do trabalho desenvolvido.

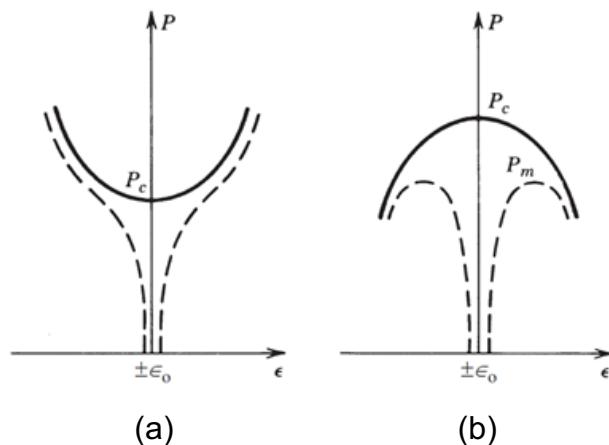
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 ANÁLISES DE ESTABILIDADE E PÓS-FLAMBAGEM

A perda de estabilidade ou a flambagem de uma estrutura pode ser definida como a transição de um estado de equilíbrio para outro estado. O novo estado pode ser um estado estável, sendo assim o ponto de transição chamado de ponto de bifurcação, ou um estado instável, que caracteriza o ponto de transição como ponto limite. A força que leva à mudança de estado é chamada de força crítica (N_{cr}). Quando ocorre o aumento da deformação da estrutura, mediante o aumento da força aplicada além do da força crítica, tem-se uma trajetória de equilíbrio de pós-flambagem estável. De modo contrário, se a diminuição da força aplicada tendo como referência a força crítica, leva a um aumento da deformação, configura-se uma trajetória de equilíbrio de pós-flambagem instável (KUBIAK, 2013).

Segundo ZIEMIAN (2010), a relação entre a força e a deformação na pós-flambagem diz muito sobre a estabilidade de uma estrutura. Para cada tipo de trajetória de pós-flambagem, o elemento terá um comportamento diferente. A Figura 4 mostra as trajetórias de pós-flambagem estável e instável, sendo a linha continua a representação do comportamento de um elemento perfeito idealizado, e a linha tracejada o de um elemento com imperfeições. A linha tracejada indica o resultado esperado para testes experimentais.

Figura 4: Trajetórias de pós-flambagem: (a) trajetória estável; (b) trajetória instável.

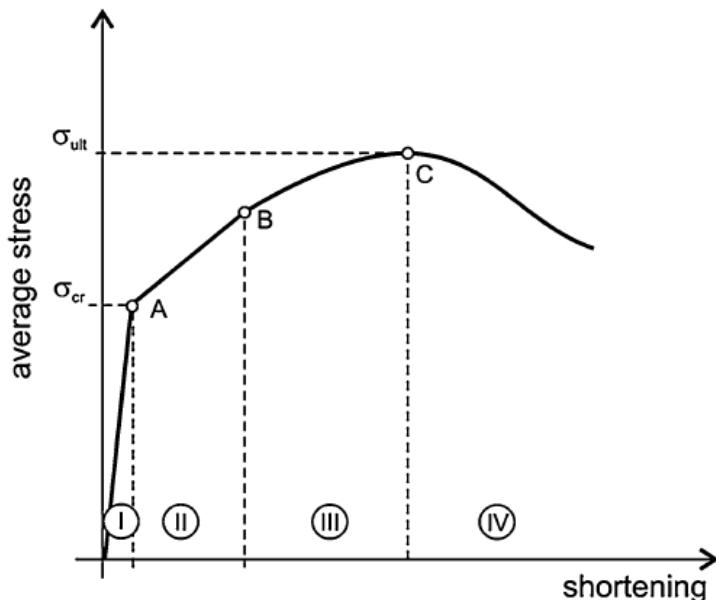


Fonte: Adaptado de Ziemian, 2010, p. 19.

Como esperado, um elemento em um estado instável, tende a perder a capacidade de suportar forças crescentes, e ao invés disso, a deformação continua a aumentar e a capacidade resistente a diminuir. Logo a instabilidade ocorre no ponto de máximo representado na Figura 4 (b) como P_m .

Outra maneira de se analisar se o equilíbrio é estável ou instável, é mediante a capacidade do elemento retornar ao estado inicial após a aplicação da força. A Figura 5 ilustra o estado de *Tensão vs. Deformação* de uma peça sujeita à compressão axial. A faixa I indica um estado de pré-flambagem, e um comportamento elástico. Após o ponto A, a estrutura alcança o ponto de bifurcação, e começa a flambar. Na faixa II a estrutura ainda é capaz de suportar mais carregamento, em troca do aumento da deformação, entrando em um equilíbrio de pós-flambagem estável. Depois de aumentar mais a força e atingir o ponto B, o elemento começa a plastificar. Tal ponto indica um novo ponto de bifurcação, porém, a faixa III configura um equilíbrio instável, pois o elemento perde a capacidade de retornar ao estado inicial. Esta fase é caracterizada como pós-flambagem elasto-plástica. O ponto C representa a força máxima resistente, e após isso a peça começa a falhar. (KUBIAK, 2013)

Figura 5: Tensão (average stress) x Deformação (shortening).



Fonte: KUBIAK, 2013, p. 4.

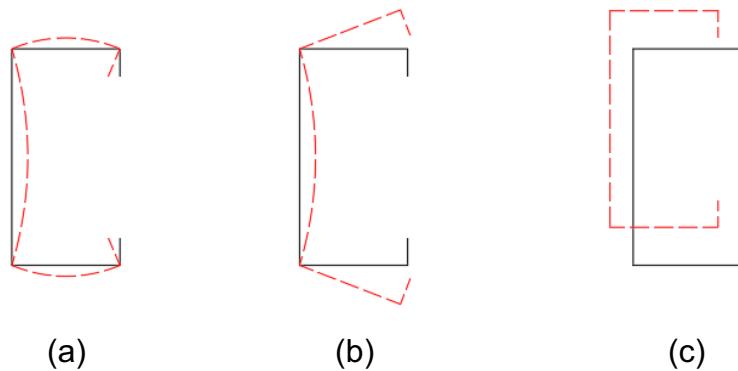
Tensões acima da tensão crítica (σ_{cr}) podem ser atingidas em uma peça, visto que

mesmo após o primeiro ponto de bifurcação, o elemento pode apresentar resistência pós-crítica. KUBIAK (2013) também apresenta o fato de que uma estrutura pode falhar, entrando em uma trajetória de equilíbrio instável, antes de alcançar o ponto de N_{cr} ou σ_{cr} , quando ocorre a interação entre modos de flambagem. Tal interação ocorre quando N_{cr} ou σ_{cr} correspondente a diferentes modos é próxima.

O tipo da deformação apresentado pela seção após a flambagem caracteriza o modo de flambagem ocorrido. Estes modos de flambagem podem ser divididos em flambagem local, distorcional ou global (flexão, torção ou flexo-torção). A flambagem local (L) se configura quando as seções transversais sofrem translações normais ao seu plano médio. Não ocorre o deslocamento das arestas, que são os pontos comuns entre os elementos que compõe a seção transversal (Figura 6 (a)).

A flambagem distorcional (D) acontece devido à flexão de um ou mais elementos juntamente com deslocamento das arestas comuns. Este modo é caracterizado pela distorção da geometria original da seção (Figura 6 (b)). Já a Flambagem Global (G) ocorre, de modo geral, em barras de comprimento longo e grande esbeltez, e ocorre quando o eixo centroide do elemento se desloca de sua posição original. Pode acontecer pela flexão do eixo de maior inércia, pela torção da seção transversal ao longo do eixo longitudinal, ou as duas situações simultaneamente Figura 6 (c)).

Figura 6: Flambagem (a) local, (b) distorcional e (c) global.



Fonte: O autor.

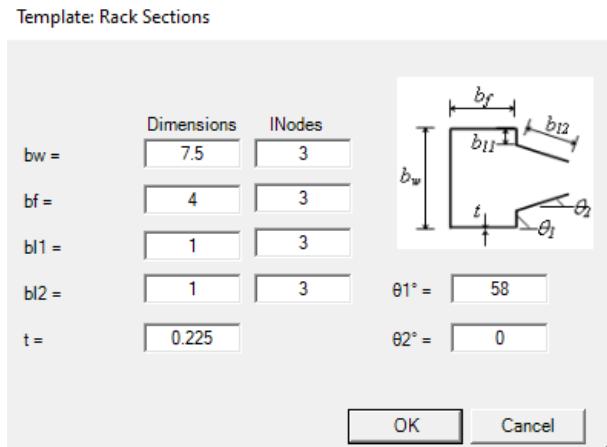
2.2 MÉTODOS NUMÉRICOS PARA ANÁLISE DE FLAMBAGEM

2.2.1 Teoria de Viga Generalizada (GBT)

A Teoria da Viga Generalizada, em inglês General Beam Theory (GBT), foi originalmente desenvolvida por SCHARDT (1994), sendo grande responsável pelo aprimoramento do entendimento do modo de flambagem distorcional. Segundo SILVESTRE e CAMOTIM (2004), a GBT tem-se provado uma ferramenta muito eficiente e elegante de investigação do comportamento de flambagem de PFF. A partir da teoria da viga generalizada, BEBIANO *et al.* (2010) desenvolveram o programa GBTUL, com o intuito de determinar os modos de flambagem e as forças críticas elásticas, tendo como diferencial a possibilidade de decomposição modal. A ferramenta permite a avaliação dos modos de flambagem e das forças críticas da seção para diversos comprimentos da viga. Com as propriedades físicas e geométricas de seção transversal e as condições de contorno inseridas no programa, se obtém uma curva de momento de flambagem elástica (M_{cr}) ou força de flambagem elástica (N_{cr}) por comprimento de viga (L).

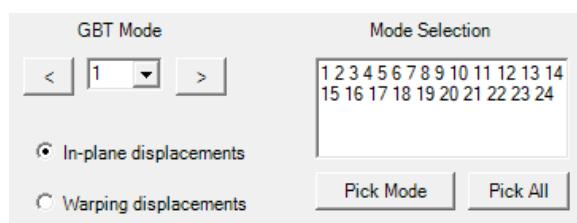
A forma de entrada dos dados referente a geometria da seção transversal é mostrada na Figura 7, tendo como exemplo a seção *Rack*. O GBTUL permite a configuração de quais modos de flambagem são de interesse para as análises de flambagem elástica, como mostrado na Figura 8, sendo cada número referente a um modo de flambagem. Diferentes condições de apoio e carregamento também podem ser analisadas, além da escolha dos comprimentos desejados. Estas configurações são exemplificadas na Figura 9, na qual é apresentada uma viga simplesmente apoiada (sem restrição ao empenamento nas seções de extremidade), com aplicação de momentos iguais nas extremidades (flexão uniforme). Para cada comprimento possível do elemento com a seção transversal inserida, a curva mostra o momento ou força necessários para que ocorra a flambagem elástica. Geralmente, para comprimentos mais curtos, ocorre a flambagem local, seguida da flambagem distorcional, e para comprimentos mais longos, a predominância da flambagem global, como exemplificado na Figura 10, criada a partir de dados extraídos das análises através do GBTUL. BEBIANO *et al.* (2010) apresentam todas os recursos e funcionalidades presentes do GBTUL.

Figura 7: Configuração de geometria para seção RACK.



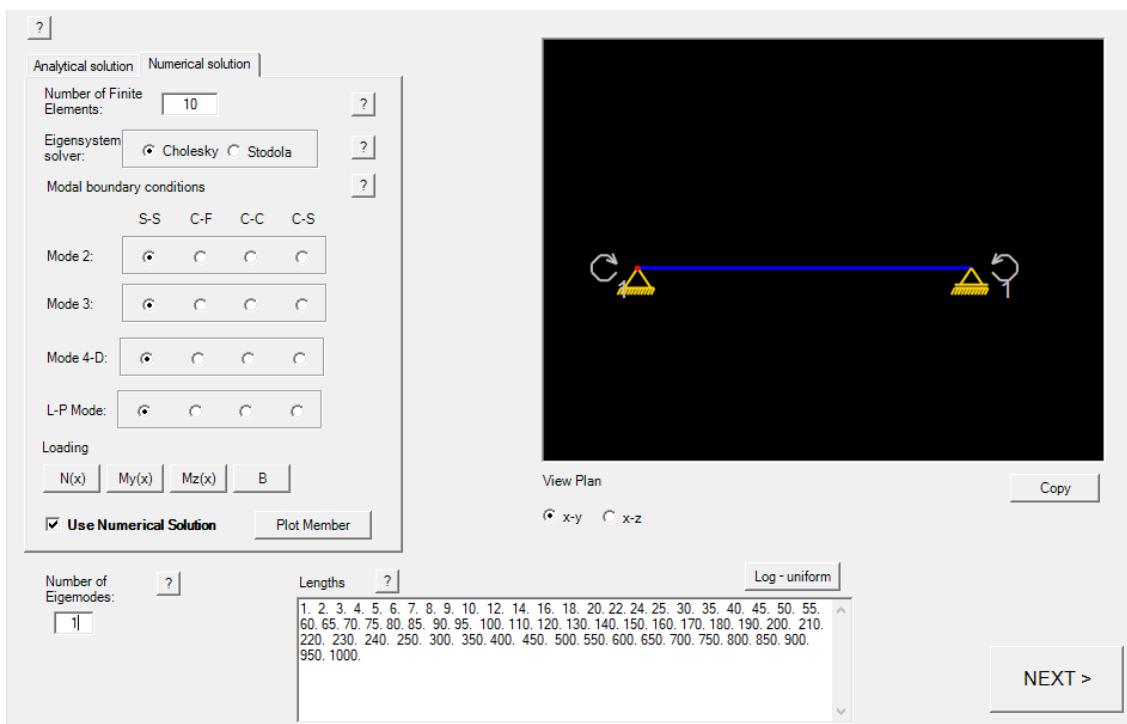
Fonte: O autor.

Figura 8: Configuração de modos de flambagem.



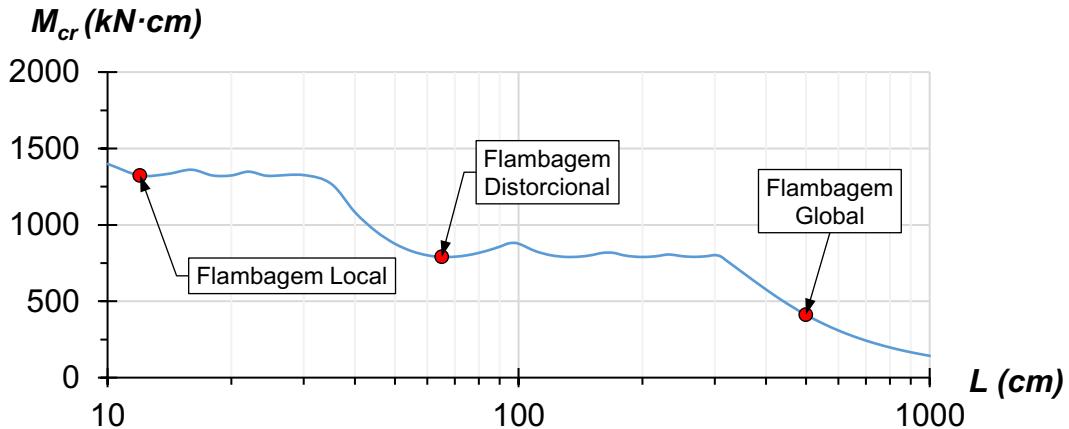
Fonte: O autor.

Figura 9: Configuração de condições de contorno e comprimentos.



Fonte: O autor.

Figura 10: Exemplo de curva de flambagem apresentada pelo GBTUL.

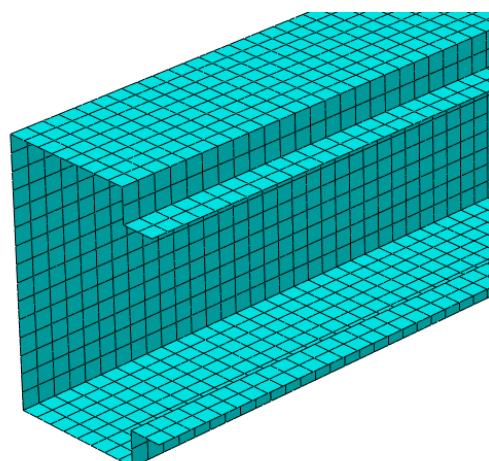


Fonte: O autor.

2.2.2 Método dos Elementos Finitos (MEF)

O Método dos Elementos Finitos é um método numérico que trabalha com funções de aproximação. Tal método consiste na subdivisão da geometria analisada em pequenas partes, denominadas elementos, os quais passam a representar o domínio do problema (Figura 11). Pode ser utilizado para simular muitos fenômenos, desde que os modelos representem de maneira fidedigna o problema. É possível fazer considerações a respeito das condições de contorno, forças aplicadas, seções transversais dos elementos, além de imperfeições e não-linearidades.

Figura 11: Divisão da peça em elementos finitos.



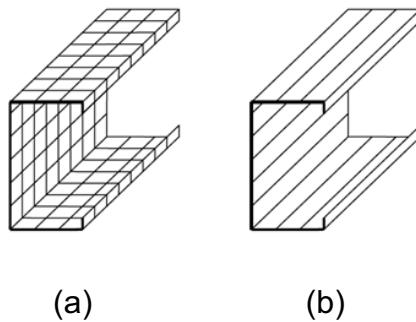
Fonte: O autor.

Uma das desvantagens na utilização do *MEF*, é que para alguns casos pode ser necessário elevado tempo para a preparação dos dados de entrada, bem como elevado tempo de processamento, a depender dos recursos disponíveis e da complexidade da malha a ser analisada. Tais limitações podem tornar inviável a aplicação do *MEF* para alguns problemas práticos.

2.2.3 Método das Faixas Finitas (*MFF*)

O *MFF* pode ser entendido como uma variação do *MEF*. A principal diferença é a discretização dos modelos (Figura 12). Enquanto o *MEF* emprega uma série de elementos bidimensionais na direção longitudinal, o *MFF* emprega um elemento longitudinal único (faixa).

Figura 12: Diferença na discretização entre o (a) *MEF* e o (b) *MFF*.



Fonte: YU E SCHAFER (2005).

Análises elásticas de flambagem também podem ser conduzidas pelo Método das Faixas Finitas (*MFF*). Este método foi originalmente introduzido por CHEUNG (1997), desenvolvido a partir dos trabalhos de HANCOCK (1977, 1978 e 1994). Segundo YU e SCHAFER (2005), tal método tem apresentado resultados satisfatórios para seções de geometria regular e condições de contorno simples.

Segundo CORRÊA (1983), o *MFF* é uma generalização do método de *Ritz*. Fazendo o uso de funções contínuas que satisfazem as condições de contorno de uma determinada direção, é possível reduzir a solução de uma equação diferencial parcial em uma solução de um sistema de soluções diferenciais ordinárias.

2.3 PROCEDIMENTOS NORMATIVOS PARA PREVISÃO DE RESISTÊNCIA

Para o dimensionamento de um elemento em perfil formado a frio (*PFF*), é necessário conhecer sua capacidade resistente. Dito isto, existem procedimentos normativos que permitem a determinação das resistências.

2.3.1 *Método da largura efetiva (MLE)*

O método da largura efetiva consiste basicamente na redução da participação efetiva das partes que compõem a seção transversal, devido a flambagem local das mesmas. Neste método, cada parte da seção transversal é considerada como um elemento de placa isolado, levando em consideração as condições de apoio entre as chapas adjacentes (SCHAFER, 2008).

Foi originalmente criado por Von Karman em 1932 (JAVARONI, 1999), na procura por soluções aproximadas que possuíssem uma fácil implementação às normas. Posteriormente aprimorado por WINTER (1947) para a consideração das imperfeições, físicas e geométricas, presentes nos *PFF*.

As principais desvantagens na utilização do *MLE*, é o fato da necessidade de cálculos para cada elemento isolado da seção e ser um processo iterativo no dimensionamento à flexão para algumas situações. Logo, SCHAFER (2008) indica que a determinação da resistência da seção pode ser um procedimento trabalhoso, principalmente quando aplicado no dimensionamento de peças com enrijecedores intermediários ou seções esbeltas. Além disso, alguns trabalhos experimentais como HANCOCK et al (1994), e SCHAFER e PEKÖZ (1998), mostraram que uso do *MLE* para o dimensionamento de peças sujeitas à falha por flambagem distorcional, pode levar a resultados desfavoráveis à segurança.

2.3.2 *Método da seção efetiva (MSE)*

Segundo BATISTA (2010), o método da seção efetiva é uma extensão do método da

área efetiva, que foi proposto originalmente para o dimensionamento de colunas de perfil formado a frio. O *MSE* é um método direto similar ao método da resistência direta (*MRD*). Além disso, o *MSE* considera a flambagem local da seção como um todo, em oposição a consideração de placas isoladas do *MLE*.

O dimensionamento através do *MSE* é realizado através de curvas que foram propostas e calibradas experimentalmente, incluindo a interação da flambagem local-global. Uma limitação é o fato dessas curvas do *MSE* não terem sido calibradas para a consideração da flambagem distorcional (BATISTA, 2010). O *MSE* incluso na ABNT NBR 14762 (2010) também tem sua aplicação limitada a um número reduzido de seções transversais.

2.3.3 Método da Resistência Direta (*MRD*)

O *MRD* foi inicialmente formulado para colunas submetidas à compressão. Este método tem-se mostrado simples e preciso por, através de cálculos diretos, dimensionar barras submetidas à compressão centrada e à flexão simples. O cálculo do momento resistente via *MRD* utiliza a força crítica de flambagem elástica, e assim como o *MSE*, considera a flambagem da seção como um todo, mantendo suas condições de equilíbrio e compatibilidade. O *MRD* permite o dimensionamento de elementos sujeitos à flambagem distorcional. Assim, é um grande recurso para o dimensionamento destes elementos (SCHAFFER e PEKÖZ, 1998).

Em sua investigação numérica e experimental, YU e SCHAFFER (2005, 2006) obtiveram resultados que foram utilizados para calibração da curva codificada distorcional do *MRD* para o dimensionamento de vigas. Usando o momento crítico de flambagem e essa curva codificada, tornou-se possível a obtenção dos momentos resistentes das vigas. Tais curvas do *MRD* estão inseridas nas normas americana AISI (2016) e australiana/neozelandesa AS/NZS (2018), sendo usadas para o dimensionamento de vigas submetidas à flexão simples, simétricas em relação ao eixo de flexão e com escoamento inicial nas fibras mais comprimidas.

Para o dimensionamento através do *MRD*, é necessário conhecer a força crítica de flambagem elástica do elemento estudado, para os diferentes modos de flambagem.

Procedimentos numéricos são utilizados para esse fim, tendo como auxílio programas computacionais para a obtenção destas forças. Temos como opções a utilização de programas que utilizem o método dos elementos finitos (*MEF*), o método das faixas finitas (*MFF*) ou a teoria de viga generalizada (*GBT*).

A ABNT NBR 14762 (2010) também apresenta como alternativa para o dimensionamento de peças em *PFF* o uso do *MRD*. Para a situação específica na qual se deseja o valor característico do momento fletor resistente associado à flambagem distorcional (M_{Rdist}), tem-se como parâmetro de entrada o momento fletor elástico associado à flambagem distorcional (M_{dist}), o módulo de resistência elástico da seção bruta em relação à fibra extrema que atinge o escoamento (W), a tensão de escoamento do aço (f_y) e o índice de esbeltez distorcional da barra (λ_{dist}). Para isso são utilizadas as Equações (1), (2) e (3):

$$M_{Rdist} = Wf_y \quad \text{para } \lambda_{dist} \leq 0,673 \quad (1)$$

$$M_{Rdist} = \left(1 - \frac{0,22}{\lambda_{dist}}\right) \cdot \frac{Wf_y}{\lambda_{dist}} \quad \text{para } \lambda_{dist} > 0,673 \quad (2)$$

$$\lambda_{dist} = \left(\frac{Wf_y}{M_{dist}}\right)^{0,5} \quad (3)$$

Embora a utilização do *MRD* apresente vantagens em relação aos outros métodos, é observado que ainda existe limitação quanto à sua universalidade. Trabalhos como MARTINS *et al.* (2017), DEPOLLI (2018) e LIMA (2018), mostram que as curvas do *MRD* propostas pela ABNT NBR 14762 (2010) podem levar a resultados imprecisos, para faixas de elevado índice de esbeltez distorcional.

2.4 TRABALHOS SOBRE FLAMBAGEM DISTORCIONAL

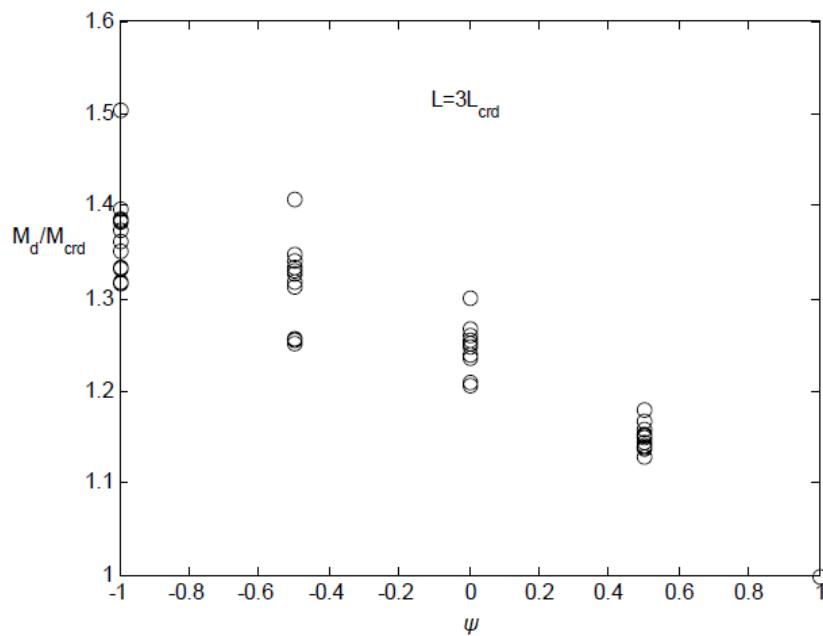
2.4.1 YU e SCHAFER (2005)

Uma parte do trabalho realizado por YU e SCHAFER (2005) consistiu na investigação de uma série de vigas em perfil formado a frio (*PFF*) de forma experimental e

numérica, sendo estas de seção U_e e Z submetidas a flexão uniforme e não-uniforme, sob o modo de falha distorcional. A análise de flambagem foi realizada através do *MFF*, e a pós-flambagem através do *MEF*, por meio do programa computacional ABAQUS (2001). Com os resultados experimentais obtidos, foi possível modelar uma abrangente quantidade de modelos numéricos, com o objetivo de estudar o efeito que o gradiente de tensão e momento exercem sobre a flambagem distorcional e o momento resistente das vigas de *PFF*.

Ao todo foram analisadas 12 geometrias diferentes via *MEF* (4 do tipo U_e e 8 do tipo Z). Para garantir que o modo de falha seja o modo de flambagem distorcional, tais vigas foram selecionadas de forma que o momento crítico de flambagem distorcional fosse tão inferior quanto possível dos valores dos momentos críticos de flambagem global e local. Os gradientes de momentos (ψ), onde $\psi = M_1/M_2$ e M_1 e M_2 os momentos de extremidades, submetidos às vigas foram adotados sendo cinco valores (1; 0,5; 0; -0,5 e -1) para a análise de flambagem e três (1; 0,5 e 0) para a análise de pós-flambagem. A influência do gradiente de momento no momento crítico de flambagem observado pelos autores é mostrado graficamente pela na Figura 13.

Figura 13: Influência do gradiente de momento no momento crítico de flambagem.



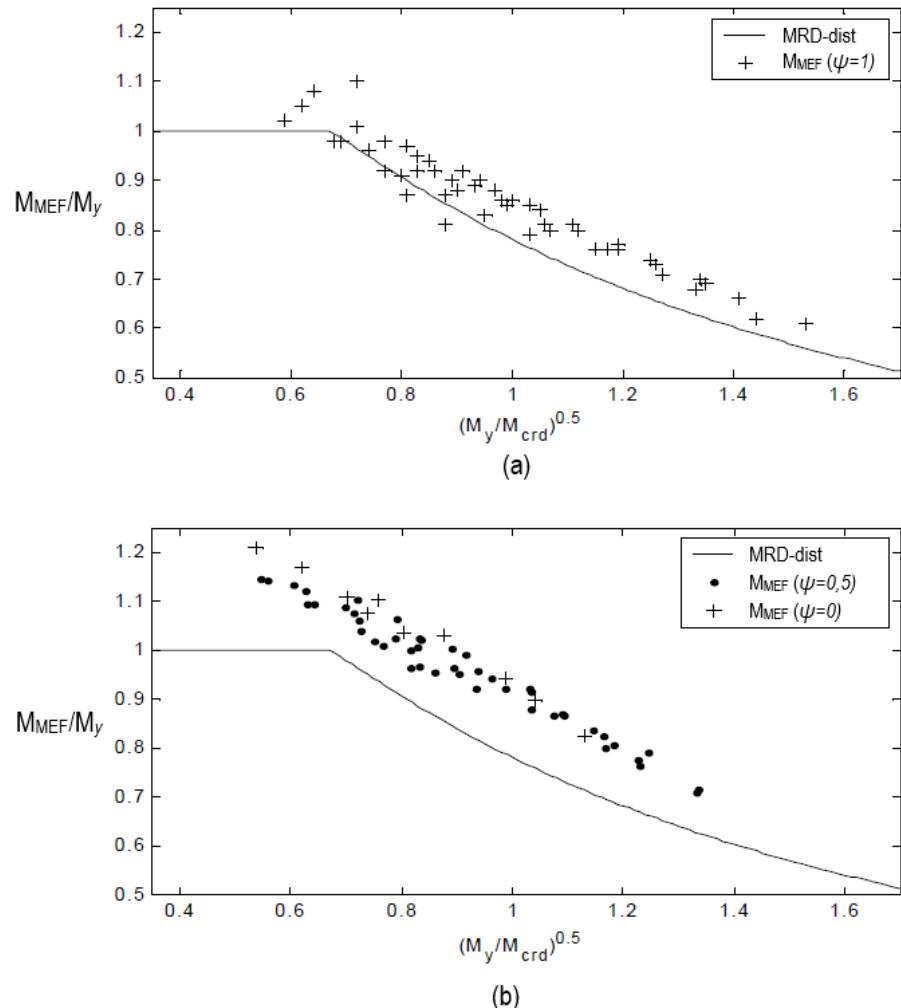
Fonte: YU e SCHAFER (2005).

YU e SCHAFER (2005) observaram que a influência aumenta na sequência de $\psi = 1 \rightarrow \psi = -1$, apresentando um aumento de 30% a 50% no valor de M_{cr} .

Na investigação da influência do gradiente de momento sobre o momento resistente das vigas, foram analisados dois valores de ψ (0.5 e 0) para flexão não-uniforme e $\psi = 1$ referente a flexão uniforme. A Figura 14 (a) mostra a comparação entre os resultados obtidos pela curva codificada do *MRD* para a flambagem distorcional e o resultado numérico obtido através do *MEF* para a flexão uniforme. Pode ser observado que o *MRD* leva a resultados razoáveis e conservadores para a flambagem distorcional sem gradiente de momento. Já na Figura 14 (b) é apresentada a comparação entre os resultados do *MRD* e *MEF* para flexão não-uniforme. Para a consideração do gradiente de momento, a força de flambagem distorcional aumenta consideravelmente pela análise numérica do *MEF*, e o *MRD* apresenta resultados significativamente conservadores.

Na média, pelos modelos analisados pelos autores, a capacidade resistente a momento fletor das vigas aumentou 15% em virtude da consideração do gradiente de momento. As comparações mostraram que o gradiente de momento impacta de forma significativa a maioria das vigas analisada. De forma geral, o *MRD* apresentou um bom comportamento, mas bastante conservador para as vigas sob flexão não-uniforme. Contudo, os resultados representam uma faixa de esbeltez distorcional limitada ($\lambda_d \leq 1,5$) e um quantitativo pouco expressivo para as vigas com $\psi \neq 1$ estudadas por estes autores.

Figura 14: Comparação entre os valores do *MEF* e do *MRD* para (a) Flexão uniforme e (b) Flexão não-uniforme.



Fonte: Adaptado de YU E SCHAFFER (2005).

2.4.2 LANDESMANN e CAMOTIM (2016)

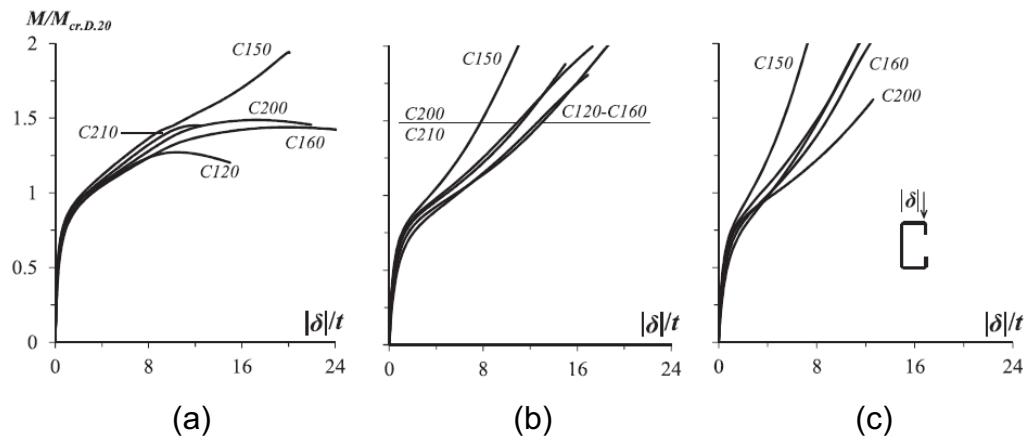
LANDESMANN e CAMOTIM (2016) fizeram análises numéricas com a consideração de imperfeições geométricas iniciais obtidas a partir da análise de flambagem elástica. Eles estudaram o comportamento de vigas de *PFF* seção U_e em situação de incêndio sob ação de flexão uniforme, buscando avaliar o momento resistente das peças. Os modelos possuíam (i) apoio simples em torno do eixo de maior inércia, (ii) torção rotacional impedida nas seções de extremidade e (iii) flexão em torno do eixo de menor inércia impedida. Três hipóteses de condição de apoio foram consideradas. “*F*” referente a condição de empenamento e rotações livres, “*PF*” a condição de empenamento impedido e rotações livres e “*P*” a condição de empenamento e

rotações impedidos.

Na análise de flambagem elástica foram utilizados os programas GBTUL (BEBIANO *et al.*, 2010) e o ANSYS (2009), sendo considerada apenas uma semi-onda no comprimento crítico para se chegar à falha por flambagem distorcional. O GBTUL foi utilizado para a seleção das seções transversais e os comprimentos críticos sujeitos à falha puramente distorcional. A análise de pós-flambagem foi realizada através do ANSYS (2009).

As Figuras 15 a 17 mostram resultados obtidos para a temperatura ambiente (20°C), onde $M_{cr.d.20}$ refere-se ao momento crítico, M_y ao momento de escoamento, $\lambda_{D.20}$ ao índice de esbeltez distorcional e $M_{u.20}$ ao momento resistente. A Figura 15 mostra as trajetórias de equilíbrio para as três condições de apoio analisadas pelos autores. Percebe-se uma maior resistência para as condições *P* e *PF*, onde a trajetória tende a adotar uma curvatura convexa, associada a uma maior rigidez. Já a trajetória para a condição *F* assemelha-se a uma forma côncava, o que indica uma perda progressiva da rigidez na medida que se aumenta a esbeltez.

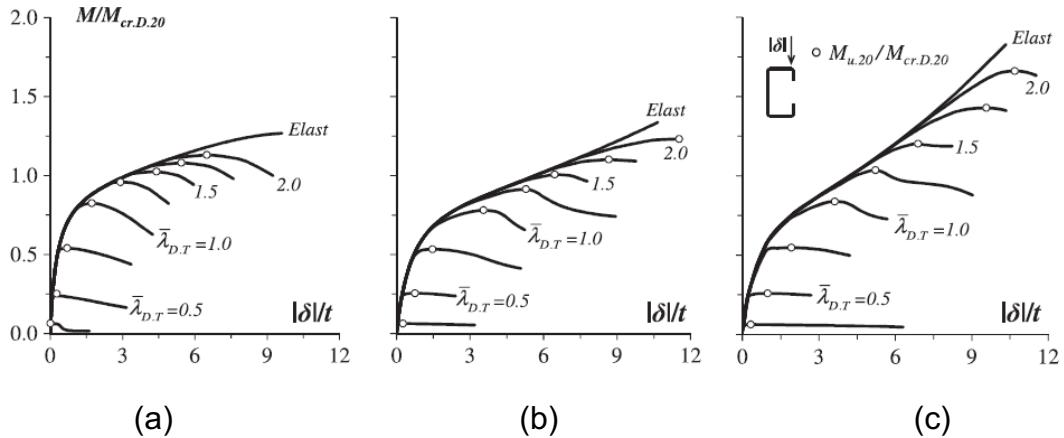
Figura 15: Trajetórias de equilíbrio elástica para as condições de apoio (a) *F*, (b) *PF* e (c) *P*.



Fonte: LANDESMANN e CAMOTIM (2016).

A Figura 16 mostra as trajetórias de equilíbrio para a análise elástica e elasto-plástica de pós-flambagem. É notável que para as condições *PF* e *P* as vigas apresentam maior reserva de resistência pós-crítica, enquanto que para a condição *F*, a falha ocorre quase que instantaneamente após a flambagem.

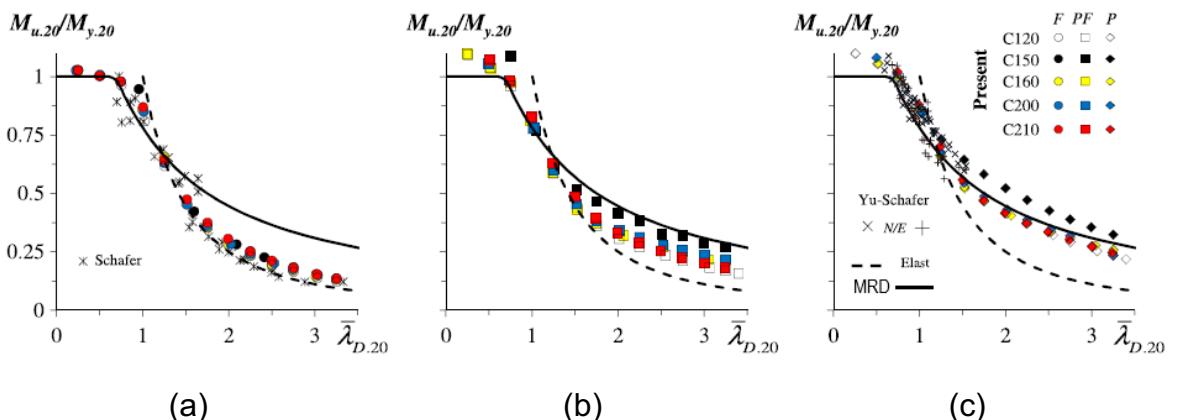
Figura 16: Trajetórias de equilíbrio elástica e elasto-plástica de pós-flambagem para as condições de apoio (a) F , (b) PF e (c) P .



Fonte: LANDESMANN e CAMOTIM (2016).

Os resultados apresentados na Figura 17 comparam os resultados de YU E SCHAFFER (2006) - numéricos e experimentais - com os obtidos por LANDESMANN e CAMOTIM (2016). É possível perceber que a partir de $\lambda_{D,20} > 1.25$, os resultados obtidos pelo MRD são superestimados para as condições F e PF , sendo que para a condição F a diferença é mais acentuada. Para a condição P , os resultados do MRD foram mais assertivos, o que já era esperado, uma vez que as curvas do MRD foram codificadas com base na condição de apoio P . Também se percebe que para a condição F , os resultados numéricos tendem a se aproximar da curva elástica ($1/\lambda^2$), como previsto por SCHAFFER (1997).

Figura 17: Curva do $M_u/M_{y,20}$ vs. $\lambda_{D,20}$ (a) F , (b) PF e (c) P .



Fonte: LANDESMANN e CAMOTIM (2016).

2.4.3 MARTINS *et al.* (2017)

Os resultados obtidos por LANDESMANN e CAMOTIM (2016) foram confirmados por MARTINS *et al.* (2017) através de uma análise numérica de 4000 vigas de *PFF* sob flexão uniforme. Para os autores, os resultados de pesquisas mais recentes, como a de LANDESMANN e CAMOTIM (2016), forneciam evidências de que as curvas do *MRD* propostas pela ABNT NBR 14762 (2010) e AISI S100-16 (2016) superestimam a resistência à flambagem distorcional de vigas sujeitas à flexão e índices de esbeltez mais elevados.

Foram analisadas vigas de seção U_e , *Cartola* (Flexão em torno da maior inércia - H_M e menor inércia - H_m) e Z , submetidas à flexão uniforme. Duas condições de apoio foram consideradas, sendo estas *Support condition A* (SCA) e *Support condition B* (SCB). Para SCA, as vigas possuíam (i) os eixos de maior e menor inércia simplesmente apoiados, (ii) torção impedida e (iii) empenamento e rotação da seção de extremidade livres. Já para SCB, as mesmas hipóteses foram mantidas, com a diferença de que uma placa rígida foi colocada nas seções de extremidade, o que impedia a rotação, empenamento e deslocamentos locais.

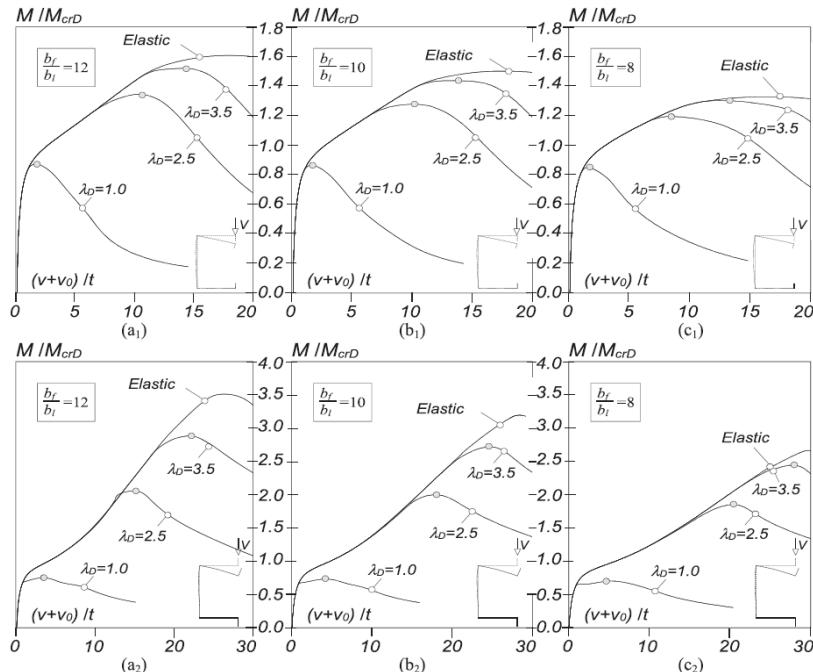
As análises de flambagem elástica e pós-flambagem foram realizadas através do *MEF*, com auxílio do programa ABAQUS (2009). O momento resistente foi estimado através do *MRD* apresentado pela AISI S100-16 (2016) para alguns valores de tensão de escoamento. Duas situações de imperfeição geométrica inicial foram consideradas na pós-flambagem. A situação que considerava o lançamento da imperfeição de modo a fechar a seção (comprimindo a mesa superior), configurava o estado mais crítico quanto a resistência na pós-flambagem, devido a redução da rigidez da viga, fato também observado por LANDESMANN e CAMOTIM (2016) e BARICHELLO, LANDESMANN e CAMOTIM (2016). A imperfeição geométrica foi considerada com base no resultado da análise elástica, e escalonada para corresponder a 10% da espessura da seção.

Os resultados obtidos apontaram que as condições de apoio impactam de forma significativa na análise de pós-flambagem. Como também apontado por LANDESMANN e CAMOTIM (2016) a condição SCA leva a menores reservas de

resistência nos regimes elástico e elasto-plástico e a condição SCB apresenta maior ductilidade. Tais resultados também mostram que entre as relações b_f/b_l e b_w/b_f (sendo b_f a dimensão da mesa, b_l a dimensão do enrijecedor e b_w a dimensão da alma), a primeira é mais relevante. A diminuição desta relação leva a uma queda acentuada da relação momento resistente sobre momento crítico distorcional ($M_u/M_{cr.D}$), como mostrado na Figura 18. Segundo os autores, a relação $M_u/M_{cr.D}$ para a seção Ue e SCA reduziu 29% quando b_f/b_l foi de 12 para 8. Já a relação b_w/b_f tem menor impacto no desempenho da peça, existindo uma pequena tendência de $M_u/M_{cr.D}$ aumentar à medida que b_w/b_f também aumenta (Figura 19).

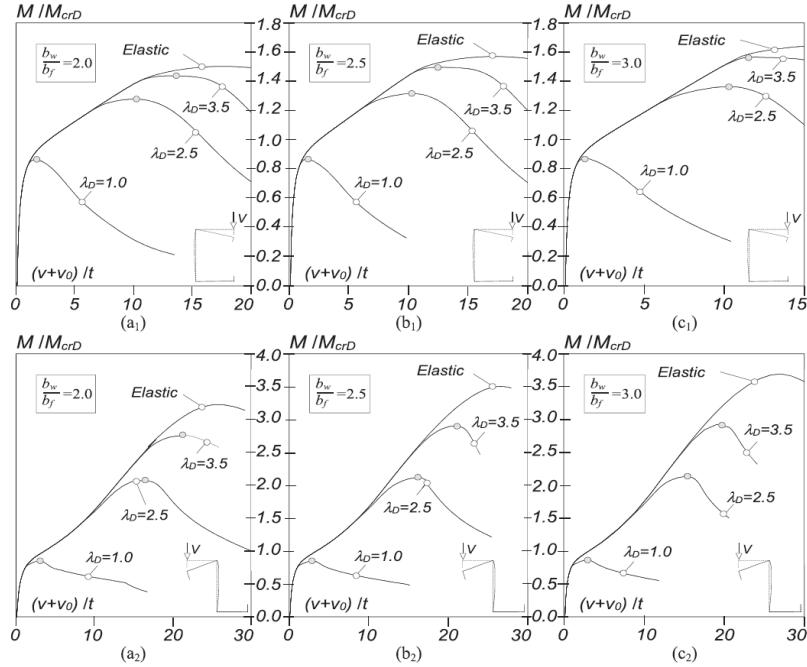
O último parâmetro analisado foi a influência do número de semi-ondas (n_d) na pós-flambagem. MARTINS *et al.* (2017) investigaram dois valores de n_d para uma seção com diferentes índices de esbeltez distorcional. Foi observado por exemplo, que M_u/M_y e $M_u/M_{cr.D}$ (sendo M_y o momento de escoamento), para o índice de esbeltez distorcional (λ_D) igual a 3,5, diminuem de 0,195-2,395 para 0,166-2,030 quando n_d passou de 1 para 2.

Figura 18: Trajetórias de equilíbrio para as condições (1) SCA e (2) SCB com b_f/b_l igual a (a) 12, (b) 10 e (c) 8.



Fonte: MARTINS *et al.* (2017).

Figura 19: Trajetórias de equilíbrio para as condições (1) SCA e (2) SCB com b_w/b_f igual a (a) 2.0, (b) 2.5 e (c) 3.



Fonte: MARTINS *et al.* (2017).

Com os resultados obtidos das análises dos modelos numéricos, comprovou-se que de fato a curva codificada do *MRD* proposta pela ABNT NBR 14762 e AISI S100-16 (2016) superestima os momentos resistentes para $\lambda_D > 1,25$. Sendo assim, MARTINS *et al.* (2017) propuseram uma nova curva baseada no *MRD* para barras do tipo *U_e*, *Rack* e *Cartola*, considerando as duas condições de apoio analisadas (SCA e SCB). Tal curva proposta é determinada pela Equação 4, tendo como parâmetros os valores da Tabela 1. Na Figura 20 é apresentada a comparação entre a curva proposta por MARTINS *et al.* (2017) e a curva atual do *MRD*, evidenciando que a curva proposta tem melhores resultados do que a curva atual do *MRD*.

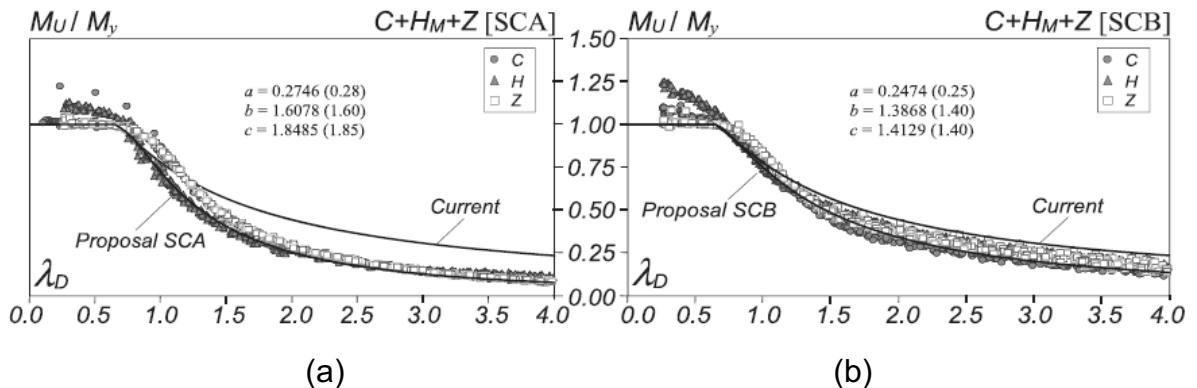
$$M_{ND} = \begin{cases} M_y + (1 - C_{yd}^{-2})(M_p - M_y) & \lambda_D \leq 0,673 \\ (1 - a\lambda_D^{-b})\lambda_D^{-c}M_y & \lambda_D > 0,673 \end{cases} \quad (4)$$

Tabela 1: Valores para as constantes “a”, “b” e “c” para a curva modificada do *MRD* proposta.

Seção	SCA			SCB		
	a	b	c	a	b	c
U _e	0,2468 (0,25)	1,7592 (1,75)	1,7274 (1,75)	0,2363 (0,23)	1,5502 (1,55)	1,4488 (1,45)
Cartola (Maior inércia)	0,2937 (0,3)	1,3041 (1,3)	1,7113 (1,7)	0,2320 (0,23)	1,2962 (1,3)	1,2385 (1,25)
Z	0,2477 (0,25)	1,7567 (1,75)	1,7339 (1,75)	0,1980 (0,2)	1,8254 (1,8)	1,3238 (1,35)
Cartola (Menor inércia)	0,2741 (0,27)	1,6831 (1,7)	1,9268 (1,92)	0,2963 (0,3)	1,6222 (1,6)	2,0915 (2,1)

Fonte: adaptado de MARTINS *et al.* (2017).

Figura 20: Curvas atual e proposta do *MRD*, para seções *U_e*, *Rack* e *Cartola*, para as condições de apoio (a) SCA e (b) SCB.



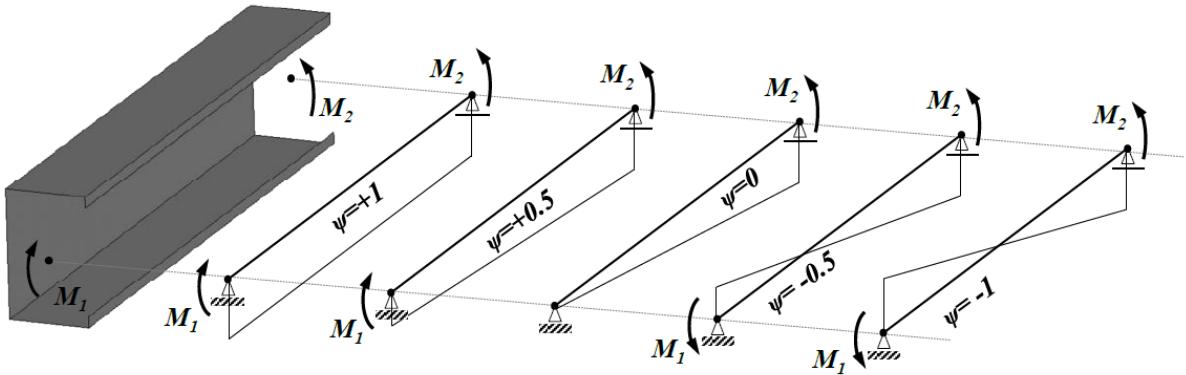
Fonte: MARTINS *et al.* (2017).

2.4.4 DEPOLLI (2018)

Através de uma investigação numérica, DEPOLLI (2018) mostrou a necessidade de se avaliar o comportamento do *MRD* apresentado pela ABNT NBR 14762 para vigas sujeitas a falhas por flambagem distorcional sob efeito da flexão não-uniforme. O trabalho fez análises de flambagem e pós-flambagem (elástica e elasto-plástica), avaliando a previsão de momento resistente através do *MRD*, uma vez que trabalhos anteriormente citados nessa revisão bibliográfica evidenciaram que a curva do MRD tem um alcance limitado, sendo preciso apenas para baixos valores de índice de esbeltez distorcional.

Foram analisadas 1200 vigas do tipo U_e , para as mesmas condições propostas por MARTINS *et al.* (2017), sendo estas: (i) totalmente livres (SCA) ou (ii) totalmente impedidos (SCB). (i) 15 geometrias foram selecionadas, com (ii) 8 variações de tensão de escoamento e (iii) 5 gradientes de momento ($\psi = 1,0; 0,5; 0; -0,5; -1,0$) conforme ilustrado na Figura 21.

Figura 21: Valores dos gradientes de momento (ψ) utilizados e seus respectivos diagramas.



Fonte: DEPOLLI (2018).

Foi utilizado o programa GBTUL (BEBIANO *et al.*, 2010) para a seleção das geometrias, e obtenção dos momentos e comprimentos críticos, com predominância da flambagem distorcional. Dessa forma, objetivou-se manter a somatória da participação dos modos 5 e 6 (modos de flambagem distorcional caracterizados pelo GBTUL) acima de 80%. As análises de flambagem e pós-flambagem foram conduzidas com uso do programa ANSYS (2009). A imperfeição geométrica foi considerada de formar a fechar a seção, como indicado por MARTINS *et al.* (2017) ser a situação mais desfavorável.

DEPOLLI (2018) realizou previsões de momento resistente através do MRD codificado apresentado na ABNT 14762 (2010) e pela curva modificada proposta por MARTINS *et al.* (2017). Uma das verificações foi a influência das condições de apoio na pós-flambagem e do momento resistente das vigas estudadas, sendo a condição SCB a que leva a maiores resistências, devido à restrição de empenamento e rotações das seções transversais. Também foi observado que o gradiente de momento (ψ) impacta consideravelmente nos resultados. A resistência de pós-flambagem aumentou na

sequência de $\psi = +1,0 \rightarrow +0,5 \rightarrow 0 \rightarrow -0,5 \rightarrow -1$, assim como observado por YU e SCHAFER (2005).

Pelas previsões do *MRD*, foi constatada a sua insegurança na previsão do momento resistente para vigas com índice de esbeltez moderado e alto ($\lambda_D > 1,5$). Ainda foi observado que a imprecisão da previsão pelo *MRD* varia a depender do ψ , sendo as situações de *SCA* e $\psi \neq 1$ as que o *MRD* superestimou de forma mais acentuada o momento resistente (Figura 22). M_{nD} representa os valores de momento resistente obtidos pelo *MRD* apresentado na ABNT NBR 14762 (2010).

Uma melhoria na previsão do momento resistente usando as melhorias propostas por MARTINS *et al.* (2017), em comparação com o *MRD* atual, pode ser observada na Figura 23. Contudo, a curva proposta ainda apresenta alguns valores superestimados, principalmente para a situações de $\psi \neq 1$, para alguns modelos de análise de DEPOLLI (2018). M_{nD}^* representa os valores de momento resistente obtidos pelo *MRD* proposto por MARTINS *et al.* (2017).

Diante das constatações anteriores, DEPOLLI (2018) propôs ajustes nos parâmetros a e c da curva proposta por MARTINS *et al.* (2017). Tais ajustes são mostrados nas Equações 5, 6, 7 e 8.

$$M_{nD}^{**} = \begin{cases} M_y + (1 - C_{yd}^{-2})(M_p - M_y) & \lambda_D \leq 0,673 \\ (1 - a_1 \lambda_D^{-b}) \lambda_D^{-c_1} M_y & \lambda_D > 0,673 \end{cases} \quad (5)$$

Para o caso *SCA*:

$$a_1 = 0,50(1 - (0,673)^{c_1}) \quad (6)$$

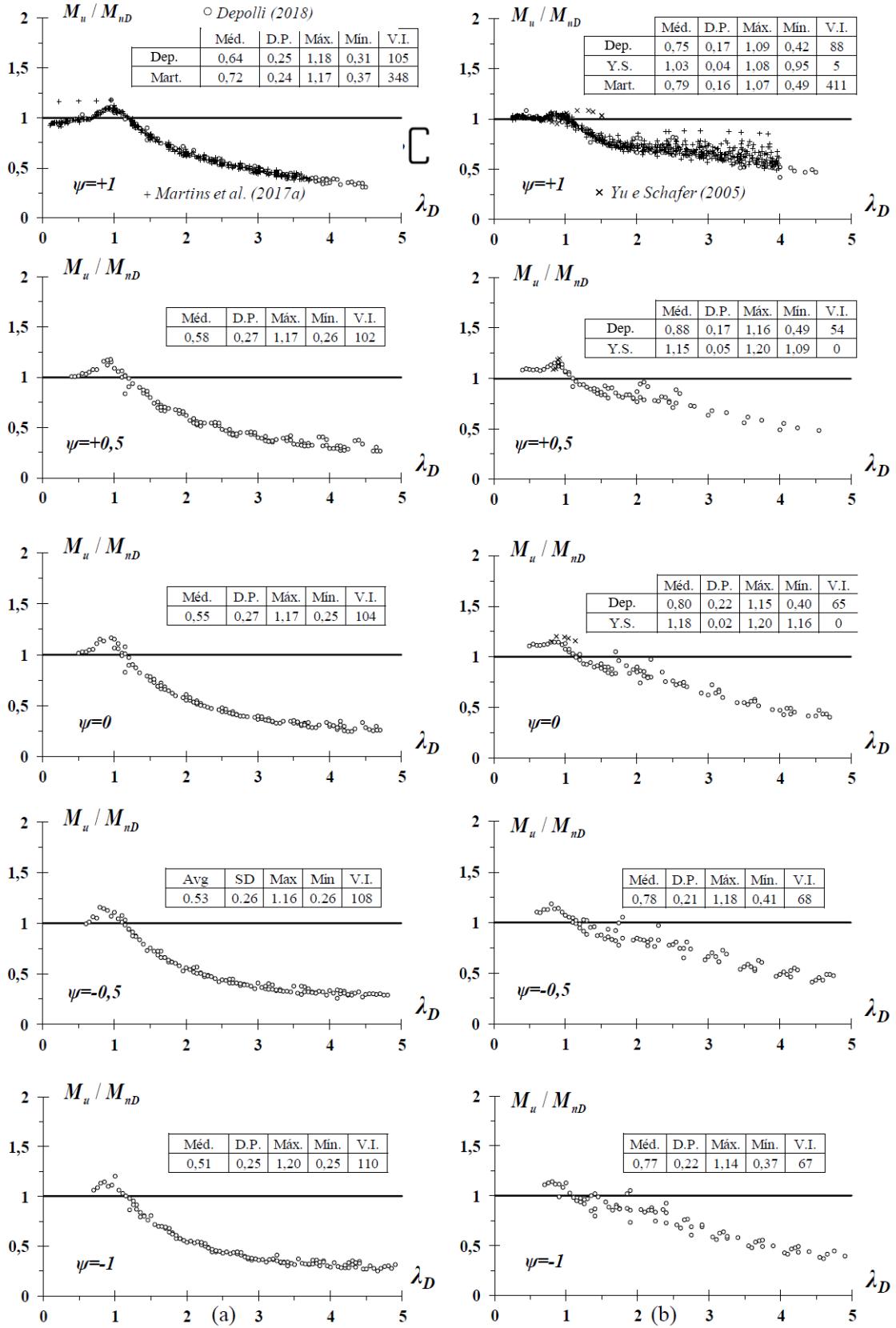
$$c_1 = -0,052\psi^2 - 0,082\psi + 1,884 \quad (7)$$

Para o caso *SCB*:

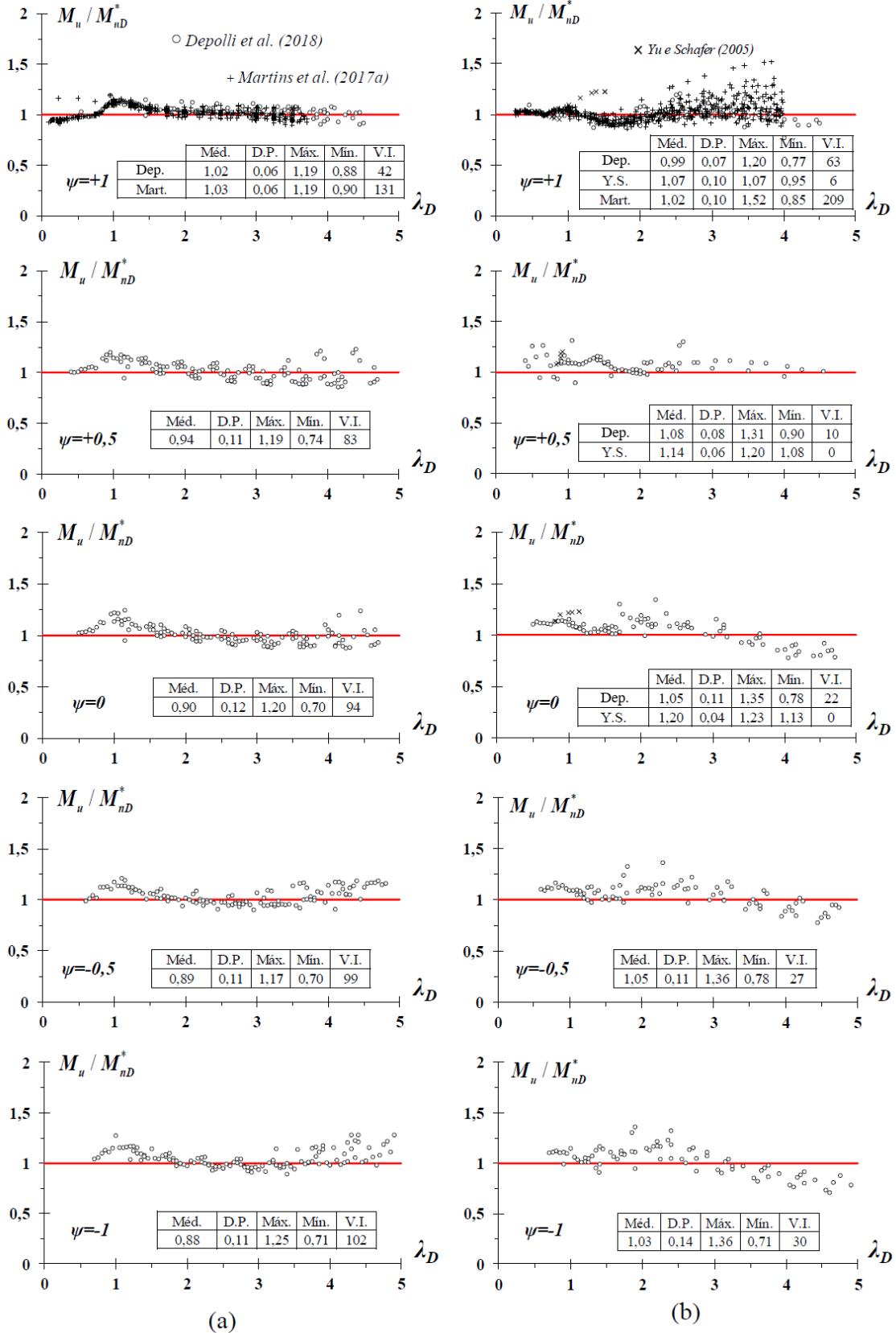
$$a_1 = 0,24 \text{ e } c_1 = 1,48 \quad (8)$$

Apesar destes ajustes, a curva proposta por MARTINS *et al.* (2017) não apresentou

praticamente nenhuma alteração para as vigas com carregamento uniforme ($\psi = 1$), com condição *SCA*, e para $\lambda_D < 0,673$ nos casos *SCA* e *SCB*. Ainda assim, esses ajustes apresentaram melhoria (Figura 24) na curva do *MRD* em comparação ao *MRD* atual e o proposto por MARTINS *et al.* (2017). Essa melhoria pode ser observada devido a diminuição do número de vigas inseguras (*V.I.*).

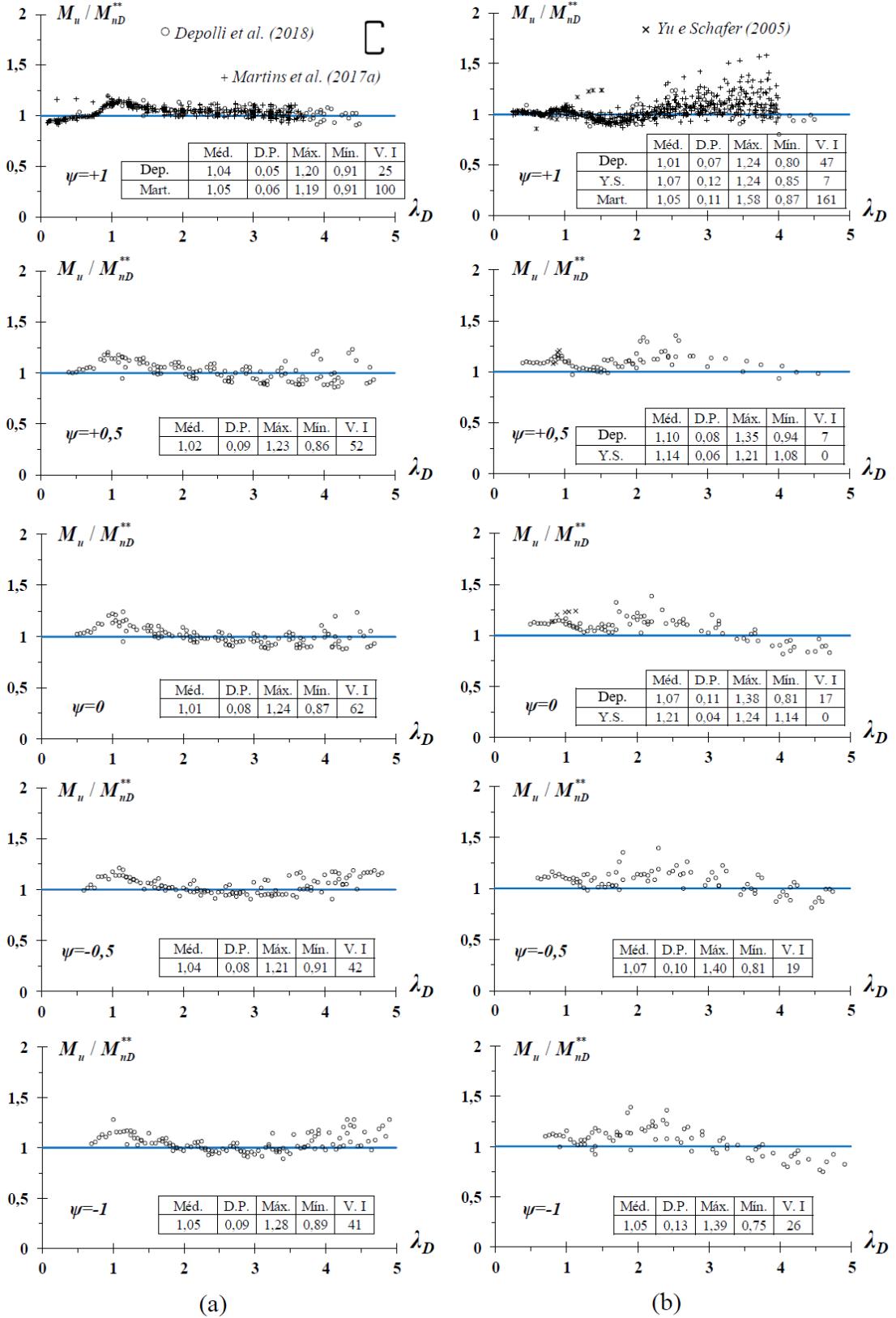
Figura 22: M_u/M_{nD} vs. λ_D para as vigas (a) SCA e (b) SCB.

Fonte: DEPOLLI (2018).

Figura 23: M_u / M_{nD}^* vs. λ_D para vigas (a) SCA e (b) SCB.

Fonte: DEPOLLI (2018).

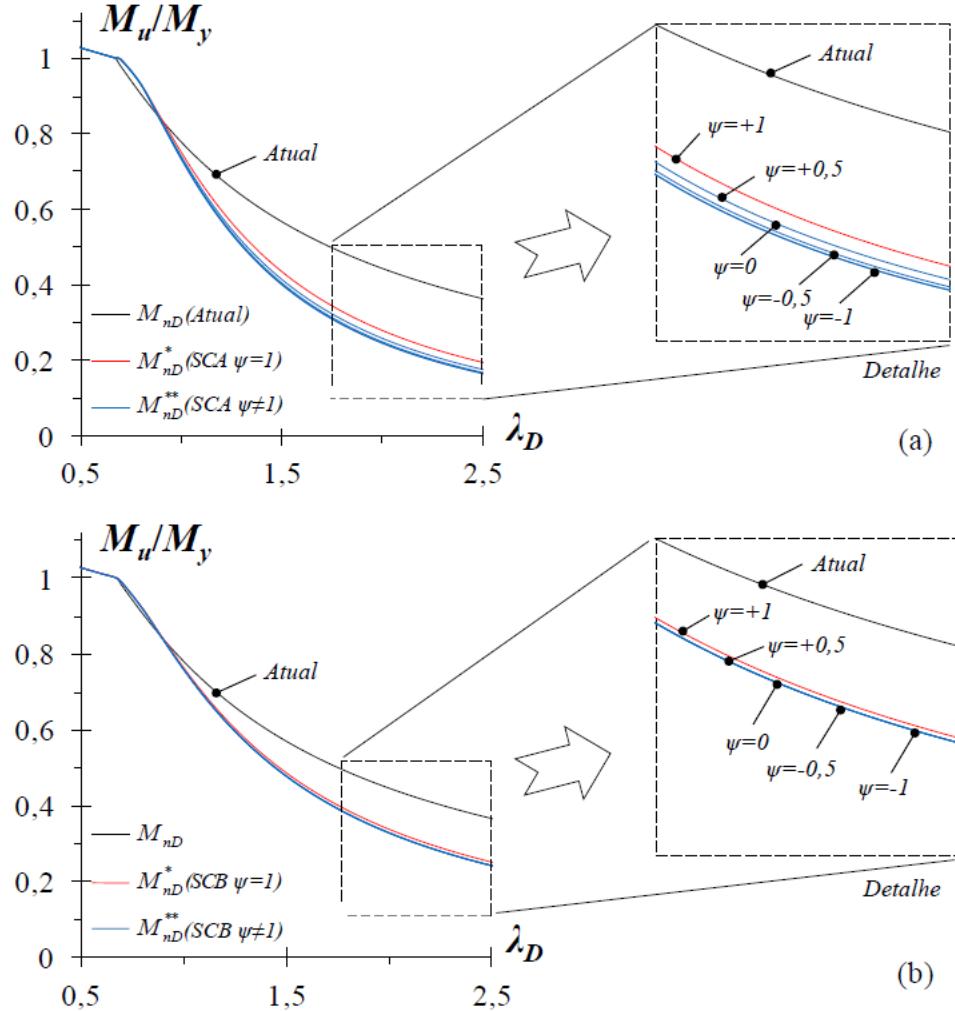
Figura 24: M_u / M_{nD}^{**} vs. λ_D para vigas (a) SCA e (b) SCB.



Fonte: DEPOLLI (2018).

Pode-se observar na Figura 25 a comparação do traçado das três curvas abordadas anteriormente, sendo (i) M_{nD} - MRD atual da ABNT NBR 14762 (2010), (ii) M_{nD}^* - proposta por MARTINS *et al.* (2017) e (iii) M_{nD}^{**} - ajustada por DEPOLLI (2018).

Figura 25: Comparação entre: curva normativa (M_{nD}), curva proposta (M_{nD}^*) e curva ajustada (M_{nD}^{**}), para condição de apoio (a) SCA e (b) SCB.



Fonte: DEPOLLI (2018).

3 METODOLOGIA

Com o intuito de se obter os dados para as análises anteriormente propostas, primeiramente foi feita a seleção das dimensões das seções transversais e comprimentos nos quais o modo de flambagem distorcional é predominante (análise da participação modal), através de análise linear de flambagem elástica usando a ferramenta GBTUL (BEBIANO *et al.*, 2010).

A modelagem numérica em elementos finitos dos modelos selecionados, foi realizada no programa ABAQUS (2018), considerando diferentes condições de contorno e gradientes de momento. Através de tais modelos foram feitas diversas análises, como a análise da forma da imperfeição geométrica inicial mais crítica para a falha e análises do comportamento na pós-flambagem elástica e elasto-plástica.

Os momentos resistentes para todas as vigas estudadas, foram obtidos de forma numérica através dos modelos criados no ABAQUS (2018) e calculados através do *MRD* vigente na ABNT NBR 14762 (2010), o *MRD* modificado por MARTINS *et al.* (2017) e o *MRD* ajustado por Depolli (2018). Foram realizadas análises e comparações dos resultados obtidos, com o intuito de avaliar se o *MRD* apresenta boa previsão de resistência para as condições estudadas. Por fim, foram propostas modificações no *MRD* por meio da utilização de parâmetros calibrados para a utilização no dimensionamento de seções *Rack*, de forma a melhorar a previsão dos momentos resistentes.

De forma a automatizar e facilitar diversas análises conduzidas no ABAQUS (2018), vale ressaltar a utilização de códigos escritos na linguagem de programação *Python*, uma vez que o ABAQUS (2018) possibilita o controle de diversos recursos através destes códigos. Como foram analisados uma grande quantidade de modelos, tal recurso otimiza o processo de criação destes modelos, bem como o processamento dos dados e extração dos resultados.

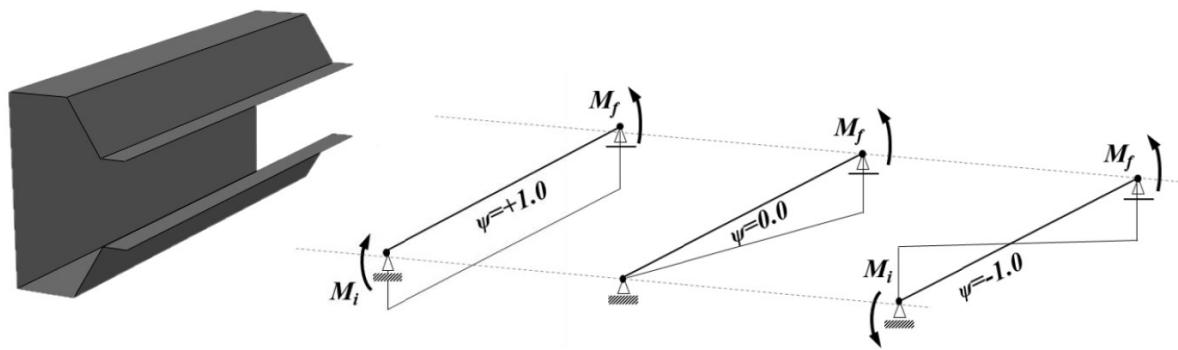
4 ANÁLISE DE FLAMBAGEM ELÁSTICA

4.1 SELEÇÃO DAS SEÇÕES DOS MODELOS

A primeira tarefa realizada foi a seleção das vigas a serem estudadas. Nesta etapa buscaram-se as seções e comprimentos de vigas nas quais o modo de flambagem distorcional fosse predominante. As medidas da seção foram escolhidas tendo como referência as vigas estudadas por MARTINS *et al.* (2017) e DEPOLLI (2018).

As condições de apoio analisadas foram as mesmas estudadas por MARTINS *et al.* (2017), sendo estas apoio tipo A (*SCA – Support Condition A*) e apoio tipo B (*SCB – Support Condition B*). Para a condição *SCA*, a flexão é livre em torno dos eixos de maior e menor inércia, a torção é impedida e o empenamento é livre. Já para a condição *SCB*, também se tem flexão livre em torno dos eixos de maior e menor inércia, torção impedida, porém o empenamento é impedido. Quanto aos esforços aplicados, foram consideradas três hipóteses de gradiente de momentos, estas sendo $\psi = +1,0$, $\psi = 0$ e $\psi = -1$, onde $\psi = M_i/M_f$ e M_f é constante (Figura 26).

Figura 26: Diagramas de momento fletor com os respectivos gradientes de momento (ψ) aplicados.



Fonte: O autor.

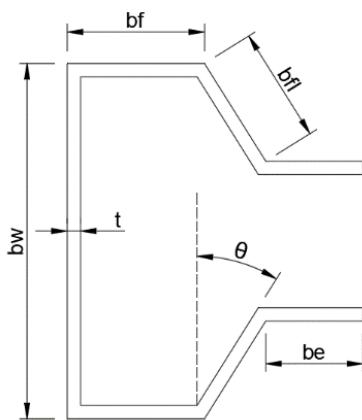
A seleção das seções transversais e análise de flambagem foi realizada através do programa GBTUL (BEBIANO *et al.*, 2010). Nesta etapa alguns critérios foram estabelecidos para a seleção das vigas. Primeiramente objetivou-se seções com

flambagem e colapso puramente distorcional tendo o momento crítico produzindo uma flambagem claramente distorcional (participação do modo distorcional acima de 80%, preferencialmente) e consideravelmente menor que os momentos fletores de flambagem elástica local (M_l) e global (M_e). As geometrias das seções *Rack* foram escolhidas de modo a terem dimensões e espessuras próximas às seções utilizadas comercialmente. Quanto maior a rigidez das seções, maiores espessuras (t) foram escolhidas de forma a induzir a falha por flambagem distorcional, pois altas relações de b_w/t (sendo b_w a dimensão da alma) tendem a apresentar o modo de falha por flambagem local como predominante. A escolha dos comprimentos críticos foi feita de forma a ter os menores valores possíveis, de forma a atender os critérios anteriores.

As 16 geometrias selecionadas estão dispostas na Tabela 2, onde estão especificadas as dimensões (b_w , b_f , b_{fl} e b_e), o ângulo (θ) e a espessura (t), bem como a área da seção (A) e o módulo de resistência elástico da seção bruta em relação à fibra extrema (W). Na Figura 27 são apresentadas as simbologias para cada elemento da seção transversal.

Nas Tabelas 3 a 5 são apresentados para as 16 seções escolhidas e as 2 condições de apoio o comprimento crítico de flambagem distorcional (L_D), o momento fletor de flambagem distorcional elástica (M_{dist}), as relações entre o M_{dist} e os momentos fletor de flambagem elástica local (M_l) e global (M_e), e a participação modal distorcional (P_{dist}). Os cálculos foram realizados considerando o módulo de elasticidade (E) igual a 200 GPa e coeficiente de Poisson (ν) igual a 0,3.

Figura 27: Elementos da seção transversal do perfil *Rack*.



Fonte: O autor.

Tabela 2: Dimensões das seções transversais, da área e do módulo de resistência à flexão das vigas selecionadas.

Vigas	b_w (mm)	b_f (mm)	b_{fl} (mm)	b_e (mm)	θ (°)	t (mm)	Área (cm^2)	W (cm^3)
R0-75	75	40	10,0	10,0	0	2,25	4,4	11,0
R0-90	90	45	12,5	12,5	0	2,65	6,1	18,1
R0-120	120	60	15,0	15,0	0	3,00	9,0	36,0
R0-130	130	65	15,0	15,0	0	3,00	9,6	41,9
R0-150	150	75	17,5	17,5	0	3,25	12,0	60,5
R0-160	160	80	20,0	20,0	0	3,75	15,0	80,0
R0-225	225	115	30,0	30,0	0	4,25	24,4	183,0
R0-275	275	140	30,0	30,0	0	4,75	32,1	298,0
R32-75	75	25	25,0	10,0	32	2,25	4,4	8,9
R32-90	90	25	30,0	12,5	32	2,65	6,1	16,0
R32-120	120	30	40,0	15,0	32	3,00	8,7	26,8
R32-130	130	30	45,0	15,0	32	3,00	9,3	30,4
R32-150	150	40	50,0	17,5	32	3,25	11,9	46,5
R32-160	160	40	55,0	20,0	32	3,75	14,6	59,6
R32-225	225	50	75,0	30,0	32	4,25	22,7	127,9
R32-275	275	50	90,0	30,0	32	4,75	29,2	197,3

Tabela 3: Comprimentos críticos (L_d), M_{dist} e suas relações, e P_{dist} ($\psi = 1$).

Viga	$\psi = 1$									
	SCA					SCB				
	L_d (cm)	M_{dist} ($kN\cdot cm$)	M_l / M_{dist}	M_e / M_{dist}	P_{dist} (%)	L_d (cm)	M_{dist} ($kN\cdot cm$)	M_l / M_{dist}	M_e / M_{dist}	P_{dist} (%)
R0-75	25	1117,83	3,22	15,02	94,23	45	1638,20	2,32	7,16	84,94
R0-90	30	1927,75	3,29	13,39	95,08	50	2849,00	2,32	7,38	87,22
R0-120	45	3049,02	3,01	12,28	96,40	70	4542,39	2,13	7,71	90,25
R0-130	45	3131,71	2,92	15,41	96,84	75	4697,36	2,05	8,37	91,16
R0-150	55	4206,38	2,77	14,88	97,25	90	6337,29	1,94	8,35	92,22
R0-160	60	6257,53	2,86	13,29	97,46	95	9394,18	2,01	7,99	92,62
R0-225	100	11123,39	2,28	13,18	98,15	160	16808,30	1,63	7,71	94,59
R0-275	110	15181,64	2,32	16,76	98,52	170	23380,05	1,61	10,32	95,86
R32-75	25	1072,97	4,25	17,02	93,77	40	1560,00	2,95	10,36	84,20
R32-90	25	1712,81	4,19	20,38	94,53	45	2476,17	2,93	9,86	85,88
R32-120	35	2707,24	3,74	19,34	95,52	55	4009,06	2,56	11,98	89,44
R32-130	40	2799,80	3,53	18,00	95,58	60	4138,10	2,42	12,26	89,56
R32-150	50	3893,02	3,33	18,46	96,67	80	5735,11	2,28	11,09	90,73
R32-160	50	5552,00	3,55	19,03	96,71	85	8160,31	2,44	10,15	90,90
R32-225	75	9474,94	2,94	18,61	97,94	120	14192,55	1,98	11,00	94,26
R32-275	80	13106,18	2,83	20,27	97,98	130	19493,68	1,92	11,69	94,59

Tabela 4: Comprimentos críticos (L_d), M_{dist} e suas relações, e P_{dist} ($\psi = 0$).

Viga	$\psi = 0$									
	SCA				SCB					
	L_d (cm)	M_{dist} (kN·cm)	M_I / M_{dist}	M_e / M_{dist}	P_{dist} (%)	L_d (cm)	M_{dist} (kN·cm)	M_I / M_{dist}	M_e / M_{dist}	P_{dist} (%)
R0-75	25	1865,56	2,18	16,70	82,97	55	2369,72	1,99	6,23	79,18
R0-90	40	3028,85	2,42	8,93	87,85	50	4682,01	1,74	8,43	78,90
R0-120	45	4949,31	2,10	14,04	88,87	60	7929,65	1,47	11,27	81,44
R0-130	45	5178,58	1,97	17,30	88,20	65	8158,38	1,43	12,04	82,21
R0-150	55	6930,90	1,89	16,76	91,00	90	10311,85	1,45	9,63	85,51
R0-160	60	10255,04	1,97	15,05	91,91	100	14981,92	1,54	8,49	86,49
R0-225	110	17955,10	1,63	12,53	94,58	190	24872,18	1,35	6,94	90,93
R0-275	120	24634,64	1,66	16,11	94,87	210	34775,00	1,34	8,54	91,85
R32-75	25	1756,97	2,32	19,30	83,86	50	2269,71	2,41	8,56	76,85
R32-90	30	2736,24	2,39	16,46	86,52	60	3427,43	2,54	7,53	80,04
R32-120	40	4340,37	2,16	17,16	87,67	70	5859,44	2,01	9,51	82,00
R32-130	45	4449,15	2,12	16,62	88,21	80	5852,53	2,02	9,16	82,01
R32-150	55	6233,34	2,00	17,70	89,63	90	8761,91	1,74	10,77	82,88
R32-160	55	8945,16	2,07	18,13	90,56	95	12280,39	1,88	10,14	84,40
R32-225	80	15292,73	1,77	18,82	93,03	160	19696,66	1,75	8,37	90,48
R32-275	100	20545,40	1,81	15,38	93,04	170	27095,67	1,67	9,24	89,96

Tabela 5: Comprimentos críticos (L_d), M_{dist} e suas relações, e P_{dist} ($\psi = -1$).

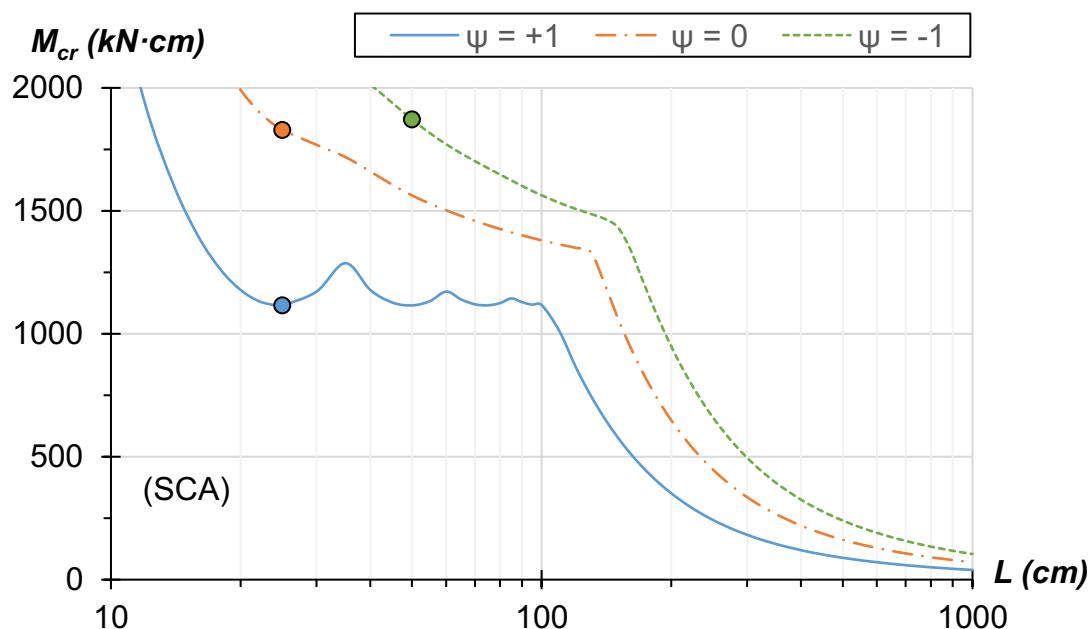
Viga	$\psi = -1$									
	SCA				SCB					
	L_d (cm)	M_{dist} (kN·cm)	M_I / M_{dist}	M_e / M_{dist}	P_{dist} (%)	L_d (cm)	M_{dist} (kN·cm)	M_I / M_{dist}	M_e / M_{dist}	P_{dist} (%)
R0-75	65	1783,81	2,46	3,92	82,67	80	2758,31	2,09	4,46	71,77
R0-90	70	3161,09	2,39	4,20	84,62	90	4842,28	1,94	4,43	73,94
R0-120	85	5206,03	2,05	5,59	87,69	120	7829,20	1,75	5,03	78,89
R0-130	90	5388,95	1,97	6,21	87,89	130	8065,33	1,70	5,36	79,45
R0-150	100	7435,16	1,77	7,04	89,14	140	11448,17	1,46	6,30	80,16
R0-160	110	10940,40	1,87	6,26	89,95	150	16933,55	1,52	5,87	81,85
R0-225	190	19266,62	1,59	5,83	93,14	270	29206,15	1,44	5,14	87,48
R0-275	220	26166,86	1,63	6,72	93,93	320	39299,81	1,48	5,72	89,51
R32-75	50	1797,48	2,32	7,04	81,94	75	2592,16	2,18	5,86	68,79
R32-90	60	2758,73	2,45	6,10	83,74	90	3912,57	2,33	5,16	71,67
R32-120	80	4357,55	2,23	6,38	85,80	110	6442,54	1,92	6,16	74,63
R32-130	95	4369,45	2,30	5,68	85,44	120	6594,25	1,86	6,35	75,29
R32-150	110	6269,87	2,08	6,56	88,20	150	9347,97	1,78	6,39	78,19
R32-160	120	8799,85	2,28	5,78	89,09	160	13064,31	1,94	5,91	80,16
R32-225	180	14954,55	1,99	5,67	92,39	250	21908,40	1,78	5,42	86,07
R32-275	220	19686,20	2,06	4,96	92,13	310	28172,19	1,91	4,70	86,79

4.2 ANÁLISE DA PARTICIPAÇÃO MODAL E GRADIENTES DE MOMENTO (ψ)

Com os dados obtidos através da análise de flambagem, tem-se que a relação M_l/M_{dist} variou de 1,59 a 4,25 para SCA e de 1,34 a 2,95 para SCB. A relação M_e/M_{dist} variou de 3,92 a 20,38 para SCA e de 4,43 a 12,26 para SCB. Quanto à participação modal referente à flambagem distorcional (P_{dist}), obteve-se uma variação de 81,94% a 98,52% para SCA e de 68,79% a 95,86% para SCB. Os resultados permitem observar que as geometrias selecionadas apresentam a predominância dos modos de flambagem distorcional, representados pelos modos 5 a 8 no GBTUL (BEBIANO *et al.*, 2010). Como a relação entre M_{dist} , M_l e M_e , na maioria nos casos foi maior que 1,5, evita-se que as participações modais local e global influenciem nas análises de pós-flambagem distorcional discutidas posteriormente.

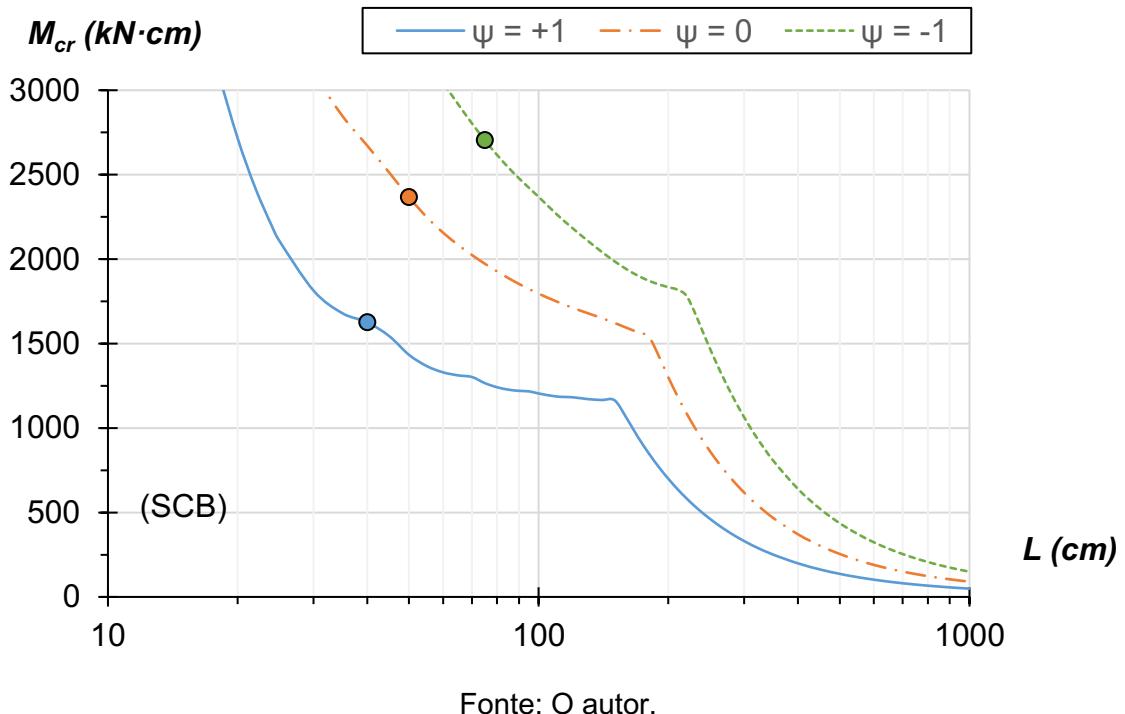
Nas curvas ilustradas nas Figuras 28 e 29, tem-se o comportamento do momento crítico de flambagem elástica (M_{cr}) para a variação dos comprimentos (escala logarítmica), para cada condição de apoio analisada e os diferentes gradientes de momento.

Figura 28: Curva assinatura (M_{cr} vs. L) para os diferentes valores de ψ , para a seção R32-75 e SCA.



Fonte: O autor.

Figura 29: Curva assinatura (M_{cr} vs. L) para os diferentes valores de ψ , para a seção R32-75 e SCB.



Fonte: O autor.

Para ambas, SCA e SCB, é possível observar que as curvas assinatura seguem a sequência $\psi = +1 \rightarrow 0 \rightarrow -1$, da mais baixa para a mais alta, ou seja, para comprimentos iguais, $\psi = +1$ apresenta os menores valores de M_{dist} e $\psi = -1$ os maiores, assim como reportado por DEPOLLI (2018) e LIMA (2018). Além disso, observa-se uma certa proporcionalidade nas separações entre as curvas assinatura, sendo que quanto maior o comprimento, mais as curvas se aproximam entre si.

Mediante os resultados obtidos destas análises de flambagem elástica, pode se concluir que as vigas submetidas à flexão não-uniforme tendem a apresentar maiores valores de M_{dist} quando comparadas às vigas submetidas à flexão uniforme, bem como a condição SCB também leva a maiores valores de M_{dist} quando comparada a SCA.

5 ANÁLISES DE PÓS-FLAMBAGEM

5.1 MODELO NUMÉRICO EM ELEMENTOS FINITOS

Os modelos numéricos foram criados com a utilização do ABAQUS (2018), por meio do método dos elementos finitos (*MEF*). Os modelos foram criados com base nos eixos centrais de cada dimensão das seções *Racks* escolhidas. Primeiramente, o modo de flambagem distorcional foi confirmado através do procedimento *Linear Perturbation – Buckle*. Este procedimento realiza análises de flambagem linear elástica. Logo após, o procedimento *General – Static Riks* (que utiliza técnicas de incremento de comprimento do arco, ao longo do percurso de equilíbrio estático, proporcionando soluções independentemente de a resposta ser estável ou instável), foi usado para as análises de trajetórias de equilíbrio na pós-flambagem e previsão de momento resistente. Imperfeições geométricas iniciais também foram consideradas nos modelos.

5.1.1 Material

Para as propriedades elásticas do material, foram considerados o módulo de elasticidade (E) igual a 200 GPa e coeficiente de Poisson (ν) igual a 0,3. De forma a considerar a não-linearidade física do material, o recurso de plasticidade de material disponível nas bibliotecas do ABAQUS (2018) foi utilizado nos modelos, sendo assim analisados oito valores de tensão de escoamento (f_y) para cada seção escolhida, sendo estes listados nas tabelas do APÊNDICE A. Tais tensões de escoamento permitem cobrir uma larga faixa de índices de esbeltez distorcional (λ_{dist} variando de 0,3 a 4,9).

Os valores iniciais de λ_{dist} (para $\psi = 1$) foram aleatoriamente arbitrados para cada seção, dentro de uma faixa de 0,3 a 1,0. Os outros sete valores de λ_{dist} foram obtidos através de uma progressão aritmética com razão de 0,5, totalizando oito valores de λ_{dist} para cada seção. Os valores iniciais de λ_{dist} para os outros dois gradientes de momento analisados ($\psi = 0$ e $\psi = -1$), foram determinados com base no λ_{dist} inicial para $\psi = 1$, seguindo uma progressão aritmética com razão de 0,2. Os outros sete valores de λ_{dist}

seguiram a mesma lógica considerada para $\psi = 1$. Como exemplo, são apresentados na Tabela 6 os valores de λ_{dist} da viga R0-75, partindo do valor inicial de λ_{dist} para $\psi = 1$ igual a 0,9.

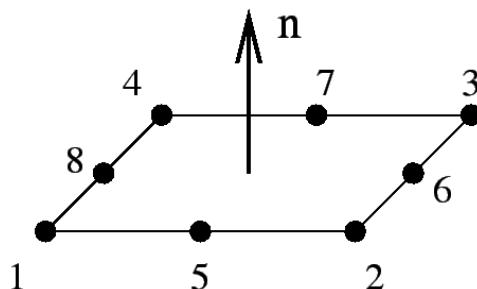
Tabela 6: Valores de λ_{dist} para viga R0-75.

ψ	λ_{dist}							
1	0,9	1,4	1,9	2,4	2,9	3,4	3,9	4,4
0	1,1	1,6	2,1	2,6	3,1	3,6	4,1	4,6
-1	1,3	1,8	2,3	2,8	3,3	3,8	4,3	4,8

5.1.2 *Tipo de elemento finito*

O elemento escolhido para análise no ABAQUS (2018) foi o S8R. Este elemento é um elemento de casca com 4 lados e 8 nós, utilizado para modelos em geral. A numeração dos nós e a direção da normal da superfície são mostradas na Figura 30.

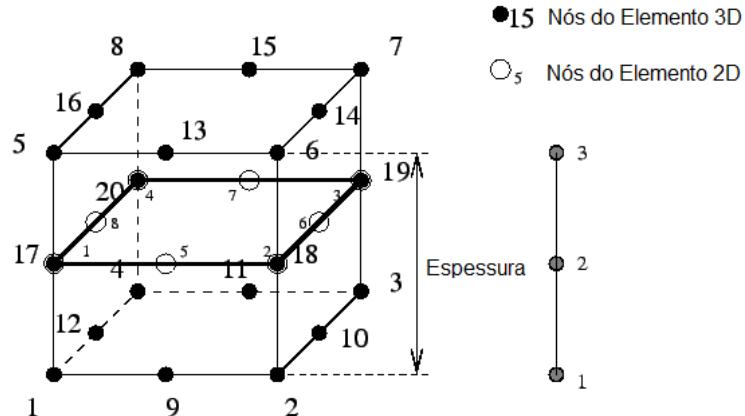
Figura 30: Elemento quadrático de 8 nós (S8R).



Fonte: ABAQUS (2018).

Elementos de casca quadráticos como o S8R, são expandidos de elementos 2D para elementos de bloco 3D de vinte nós. Para cada nó da casca, três novos nós são gerados. Com esses nós, um novo elemento de bloco de vinte nós é gerado (Figura 31).

Figura 31: Expansão do elemento 2D de 8 nós para o elemento de bloco 3D.

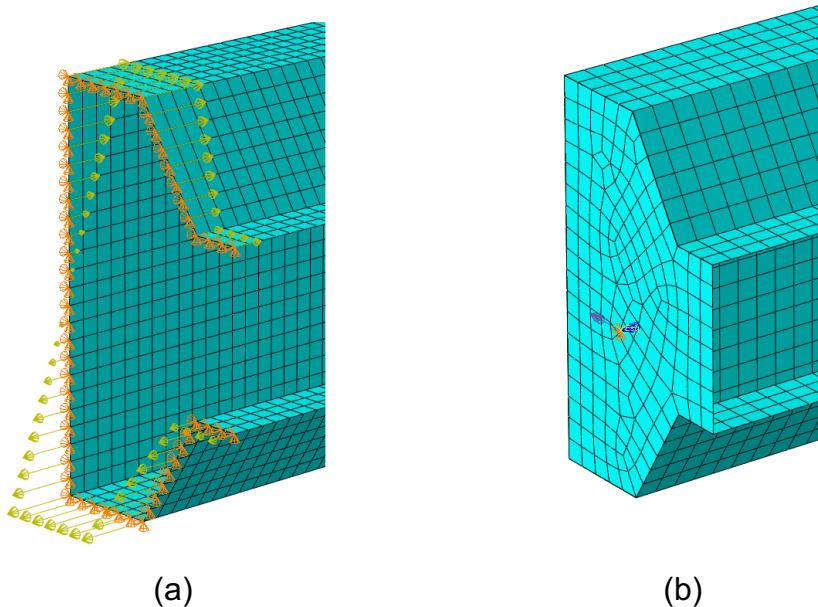


Fonte: ABAQUS (2018).

5.1.3 Condições de contorno

Para a consideração dos esforços aplicados, foi adotado para SCA, um conjunto de forças concentradas aplicadas de forma a produzirem um momento estaticamente equivalente a $1 \text{ kN}\cdot\text{cm}$, atuando sobre os nós em ambas as seções de extremidade. Para os apoios, foram aplicados impedimentos para os deslocamentos transversais nas seções de extremidade (Figura 32 (a)). Já para SCB, placas rígidas (elementos caracterizados por elevada rigidez, aqui modeladas com módulo de elasticidade dez vezes maior que do aço) foram acopladas às extremidades. Foi aplicado um momento de $1 \text{ kN}\cdot\text{cm}$ diretamente sobre cada placa nas extremidades, assim como os impedimentos de deslocamentos transversais e o impedimento a rotação de torção (Figura 32 (b)). Para evitar dificuldades numéricas relacionadas com a aplicação dos esforços, ambas as seções de extremidade são livres para se mover axialmente e o deslocamento axial do corpo rígido é evitado ao se impedir o deslocamento axial do nó médio da alma das seções, no vão central.

Figura 32: Condições de apoio e aplicação de esforços para (a) SCA e (b) SCB.



Fonte: O autor.

5.1.4 Imperfeições iniciais geométricas

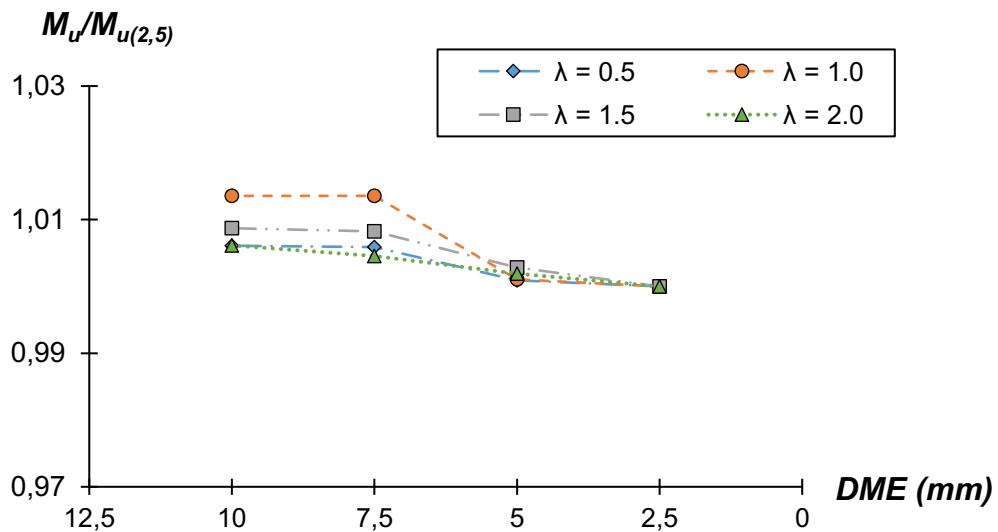
Assim como considerado nos trabalhos dos autores abordados nas revisões bibliográficas, imperfeições geométricas iniciais foram consideradas nos modelos numéricos. Através das análises de flambagem elástica realizadas inicialmente no ABAQUS (2018), foram obtidas as formas deformadas das vigas, com as posições deslocadas de cada nó dos modelos numéricos após a flambagem elástica. As imperfeições foram obtidas multiplicando-se o deslocamento de cada um destes nós por 10% da espessura da seção analisada ($0,1t$). Assim, foi possível realizar as análises de pós-flambagem considerando as imperfeições geométricas iniciais.

5.1.5 Análise de malha

Para a escolha das dimensões do elemento finito (*DME*) mais adequadas aos modelos a serem analisados, foi realizado um estudo de convergência de malha para quatro dimensões de elemento (*DME*) e quatro índices de esbeltez distorcional (λ_{dist}), para a viga *R0-75*. Usando como referência o valor de momento resistente obtido para o *DME* de $2,5\text{ mm} \times 2,5\text{ mm}$ ($M_{u(2,5)}$), os resultados são apresentados na Tabela 7 e Figura 33.

Tabela 7: Valores da relação $M_u/M_{u(2,5)}$ para cada DME e λ_{dist} (R0-75).

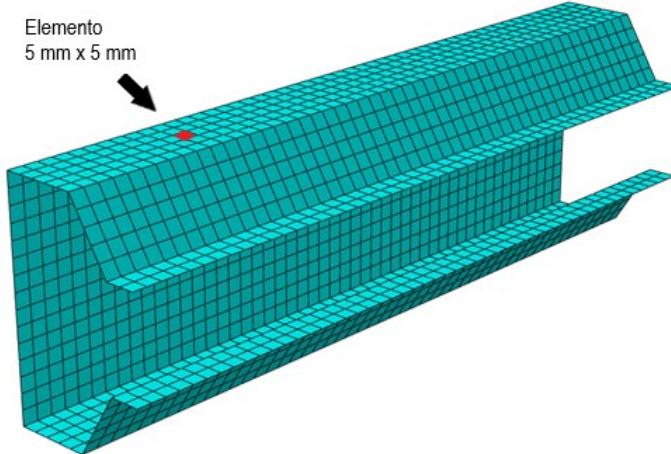
DME (mm)	λ_{dist}			
	0,5	1,0	1,5	2,0
2,5	1,000	1,000	1,000	1,000
5	1,001	1,001	1,003	1,002
7,5	1,006	1,014	1,008	1,005
10	1,006	1,014	1,009	1,006

Figura 33: $M_u/M_{u(2,5)}$ vs. DME (R0-75).

Fonte: O autor.

Mediante os resultados obtidos, o DME da malha escolhida para os modelos numéricos foi de $5\text{ mm} \times 5\text{ mm}$, por apresentar resultados precisos e satisfatórios, em acordo com os testes de convergência realizados por DEPOLLI (2018). Esta configuração de malha é mostrada na Figura 34.

Figura 34: Malha adotada para os modelos numéricos.



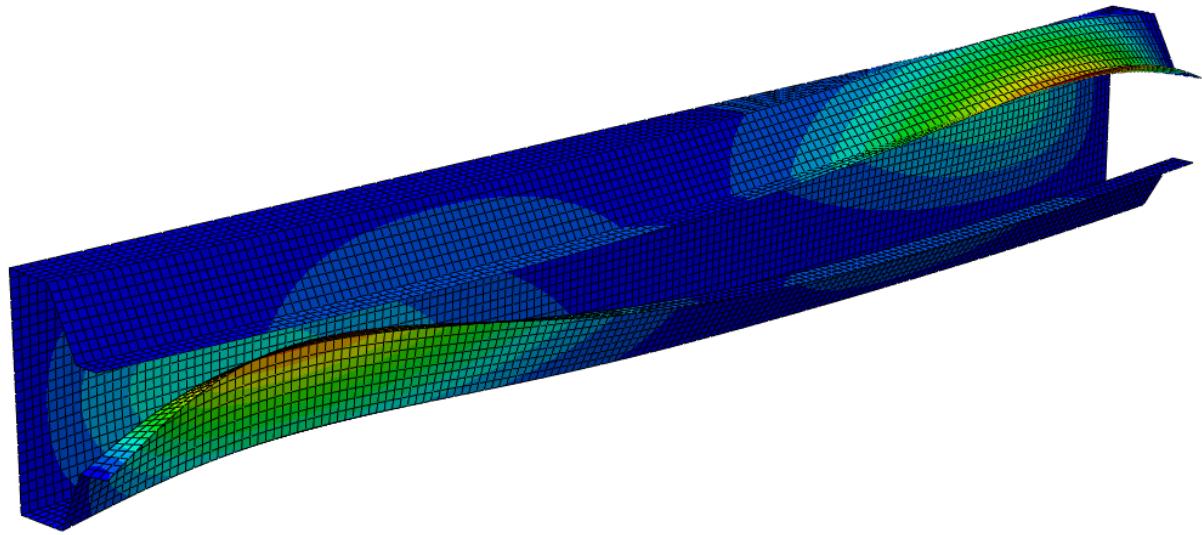
Fonte: O autor.

5.1.6 Validação do modelo numérico

Primeiramente, todas as seções selecionadas foram modeladas no ABAQUS (2018), com os respectivos comprimentos (L_D) já apresentados nas Tabelas 3 a 5. Logo após, foram conduzidas análises elásticas nos modelos numéricos, cujos resultados são apresentados nas Tabelas 8 e 9. Para tal, foi utilizado o procedimento *Linear Perturbation – Buckle*, geralmente utilizado para estimar a força crítica de flambagem.

Sendo M_{dist} os momentos de flambagem distorcional elástica obtidos no GBTUL (BEBIANO *et al.*, 2010) e M_{MEF} os obtidos pelas análises elásticas dos modelos numéricos no ABAQUS (2018), para algumas seções e gradientes de momento a relação M_{dist}/M_{MEF} foi igual a 1,00 (como a R32-275 para SCB, $\Psi = 0$ e $\Psi = -1$). A maior variação na relação entre M_{dist} e M_{MEF} foi de $M_{dist}/M_{MEF} = 1,07$. Também se notou que quanto maior a participação distorcional (P_{dist}), mais a relação M_{dist}/M_{MEF} se aproximou de 1. Tais resultados indicam que os modelos numéricos se comportaram como o esperado na análise de flambagem elástica, demonstrando que foi realizada uma modelagem satisfatória das condições de apoio e esforços aplicados. As vigas no estado deformado, que foram obtidas como resultado das análises numéricas, também apresentam um comportamento como o previsto. Na Figura 35 é ilustrada a situação deformada da seção R32-120, SCA e $\Psi = -1$. Podem ser observadas duas semi-ondas, devido à flambagem distorcional da região superior e inferior.

Figura 35: Situação deformada da seção $R32-120$, SCA e $\Psi = -1$.



Fonte: O autor.

Tabela 8: Momentos de flambagem elástica via ABAQUS (M_{MEF}) e relação com M_{dist} , para SCA.

Viga	$\Psi = 1$		$\Psi = 0$		$\Psi = -1$	
	M_{MEF} ($kN\cdot cm$)	M_{dist}/M_{MEF}	M_{MEF} ($kN\cdot cm$)	M_{dist}/M_{MEF}	M_{MEF} ($kN\cdot cm$)	M_{dist}/M_{MEF}
R0-75	1073,8	1,04	1755,1	1,06	1680,9	1,06
R0-90	1852,2	1,04	2863,3	1,06	2970,3	1,06
R0-120	2957,7	1,03	4706,1	1,05	4920,3	1,06
R0-130	3035,1	1,03	4931,5	1,05	5110,0	1,05
R0-150	4087,9	1,03	6623,4	1,05	7062,4	1,05
R0-160	6074,1	1,03	9773,9	1,05	10361,0	1,06
R0-225	10876,0	1,02	17315,0	1,04	18457,0	1,04
R0-275	14841,0	1,02	23790,0	1,04	25126,0	1,04
R32-75	1030,7	1,04	1657,0	1,06	1688,9	1,06
R32-90	1641,8	1,04	2591,9	1,06	2603,9	1,06
R32-120	2610,5	1,04	4132,2	1,05	4134,2	1,05
R32-130	2708,5	1,03	4243,6	1,05	4155,9	1,05
R32-150	3773,1	1,03	5961,9	1,05	5975,4	1,05
R32-160	5373,1	1,03	8545,0	1,05	8383,7	1,05
R32-225	9242,0	1,03	14749,0	1,04	14393,0	1,04
R32-275	12756,0	1,03	19785,0	1,04	18923,0	1,04

Tabela 9: Momentos de flambagem elástica via ABAQUS (M_{MEF}) e relação com M_{dist} , para SCB.

Viga	$\psi = 1$		$\psi = 0$		$\psi = -1$	
	M_{MEF} (kN·cm)	M_{dist}/M_{MEF}	M_{MEF} (kN·cm)	M_{dist}/M_{MEF}	M_{MEF} (kN·cm)	M_{dist}/M_{MEF}
R0-75	1548,8	1,06	2270,3	1,04	2645,8	1,04
R0-90	2696,3	1,06	4519,6	1,04	4659,8	1,04
R0-120	4322,2	1,05	7662,5	1,03	7531,3	1,04
R0-130	4482,0	1,05	7885,7	1,03	7750,4	1,04
R0-150	6061,8	1,05	9980,0	1,03	11015,0	1,04
R0-160	8963,7	1,05	14471,0	1,04	16331,0	1,04
R0-225	16187,0	1,04	24105,0	1,03	27244,0	1,07
R0-275	22544,0	1,04	33673,0	1,03	37416,0	1,05
R32-75	1483,9	1,05	2269,4	1,00	2685,4	0,97
R32-90	2362,3	1,05	3436,9	1,00	4034,7	0,97
R32-120	3837,4	1,04	5906,2	0,99	6664,5	0,97
R32-130	3965,0	1,04	5884,2	0,99	6806,0	0,97
R32-150	5506,0	1,04	8825,2	0,99	9572,2	0,98
R32-160	7828,9	1,04	12424,0	0,99	13451,0	0,97
R32-225	13745,0	1,03	19779,0	1,00	22214,0	0,99
R32-275	18832,0	1,04	27116,0	1,00	28034,0	1,00

Com o intuito de validar os modelos numéricos em relação as análises de pós-flambagem, a viga C2 estudada por DEPOLLI (2018) foi remodelada no ABAQUS (2018) usando as mesmas técnicas utilizadas para a modelagem das vigas analisadas neste trabalho, com as mesmas condições de contorno e índices de esbeltez distorcional analisados por DEPOLLI (2018). As propriedades da viga C2 são mostradas na Tabela 10.

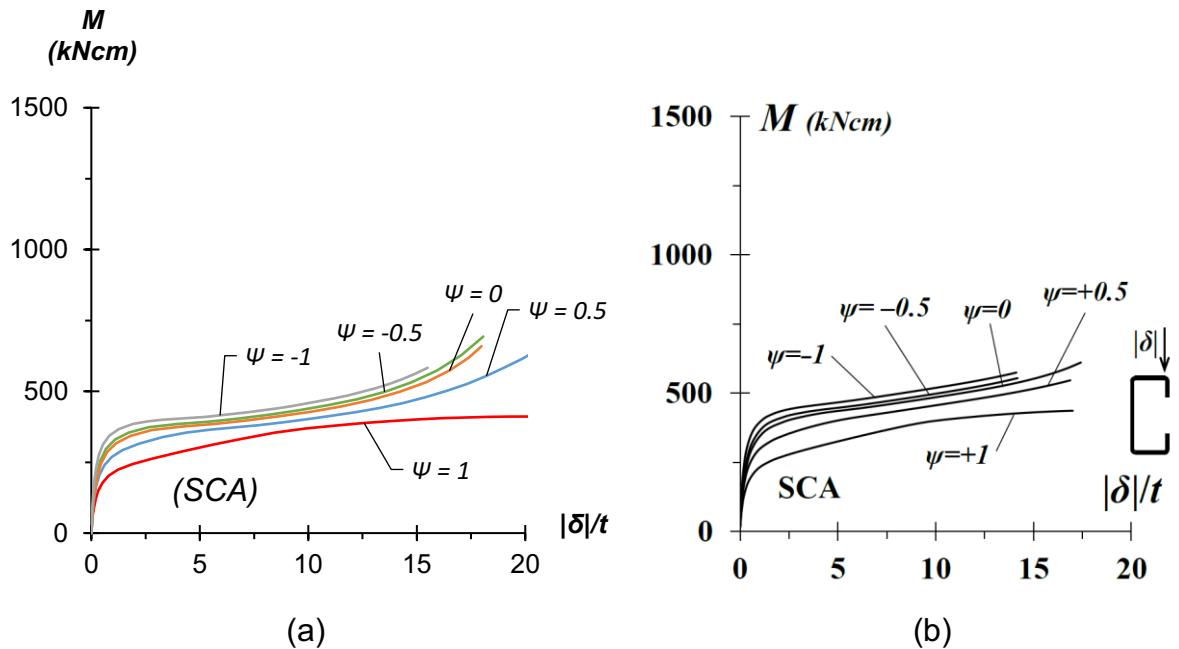
Tabela 10: Propriedades da viga C2 – Depolli.

b_w (mm)	b_f (mm)	b_l (mm)	t (mm)	A (cm 2)	I (cm 4)	W (cm 3)
90	75	6,25	1,8	4,5	69,57	15,5

O procedimento *General – Static Riks* foi usado para desenvolver as análises não-lineares de pós-flambagem, para os gradientes de momento (ψ) estudados por DEPOLLI (2018). A comparação entre as trajetórias de equilíbrio elástico de pós-flambagem obtidos no modelo de validação e os apresentados por DEPOLLI (2018) é mostrada na Figura 36, sendo $|\delta|$ o deslocamento vertical de maior amplitude ao longo da mesa comprimida e t a espessura da seção. Nota-se a semelhança entre os

resultados, indicando a validade das técnicas utilizadas para análise de trajetória de equilíbrio elástico na pós-flambagem.

Figura 36: Comparação de trajetória de equilíbrio elástico na pós-flambagem para viga C2, (a) modelo de validação e (b) adaptado de DEPOLLI (2018).



Fonte: O autor.

Por fim, foram comparados os momentos resistentes para a seção C2 obtidos por DEPOLLI (2018) ($M_{u-DEPOLLI}$) e os obtidos através do modelo de validação (M_{u-MEF}), para os mesmos índices de esbeltez distorcional (λ_{dist}) e tensão de escoamento (f_y) analisados por DEPOLLI (2018), como apresentado nas Tabelas 11 e 12.

Tabela 11: Comparação de momento resistente para seção C2 (SCA).

λ_{dist}	f_y (kN/cm ²)	$M_{u-Depolli}$ (kN·cm)	M_{u-MEF} (kN·cm)	$M_{u-Depolli}/M_{u-MEF}$	%
0,55	5,50	89,30	84,81	1,05	5,0%
1,05	20,20	251,20	252,58	0,99	-0,5%
1,55	44,00	293,30	291,68	1,01	0,6%
2,05	77,00	322,80	326,49	0,99	-1,1%
2,55	119,10	353,40	359,44	0,98	-1,7%
3,05	170,40	390,40	393,15	0,99	-0,7%
3,55	230,90	409,80	408,07	1,00	0,4%
4,05	300,50	424,40	424,58	1,00	0,0%

Tabela 12: Comparação de momento resistente para seção C2 (SCB).

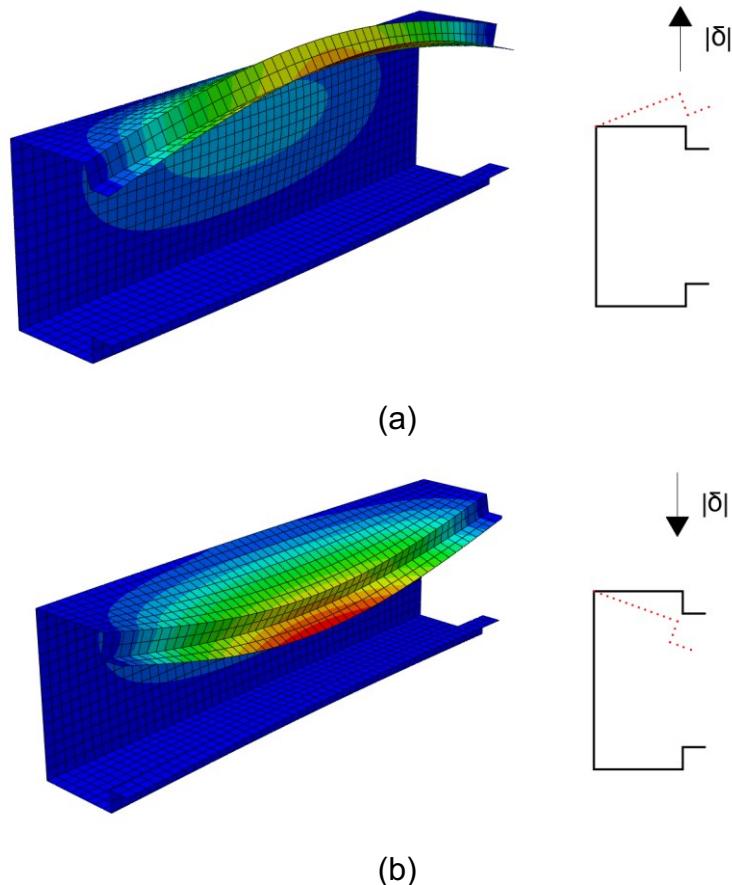
λ_{dist}	$f_y (kN/cm^2)$	$M_{u-Depolli} (kN\cdot cm)$	$M_{u-MEF} (kN\cdot cm)$	$M_{u-Depolli}/M_{u-MEF}$	%
0,55	7,90	124,80	124,37	1,00	0,3%
1,05	28,80	330,30	332,13	0,99	-0,6%
1,55	62,80	415,40	413,08	1,01	0,6%
2,05	109,90	596,50	590,88	1,01	0,9%
2,55	170,10	769,10	758,38	1,01	1,4%
3,05	243,30	933,90	917,53	1,02	1,8%
3,55	329,60	1077,70	1058,45	1,02	1,8%
4,05	429,00	1172,00	1170,44	1,00	0,1%

A maior diferença encontrada foi de 5% para $\lambda_{dist} = 0,55$ e condição SCA. Como para essa situação são encontrados baixos valores de momento resistente, a diferença percentual é mais sensível a pequenas variações. Para todas as outras situações analisadas foram encontradas diferenças percentuais menores que 2%. Logo, pode-se inferir que as técnicas utilizadas para a previsão de momento resistente também foram válidas, em acordo com os resultados mostrados por DEPOLLI (2018).

5.2 ANÁLISE DO MOVIMENTO DE ABERTURA E FECHAMENTO DA SEÇÃO (OUTWARD X INWARD)

Uma das condições que tem grande influência nas análises de pós-flambagem em perfis formados a frio, é a forma da imperfeição geométrica inicial adotada. Trabalhos realizado por LANDESMANN & CAMOTIM (2015) e MARTINS *et al.* (2017), mostraram que a forma adotada influencia diretamente no momento resistente do elemento. Dessa forma, estes trabalhos apontaram que o movimento da mesa-enrijecedor “fechando” (*inward*), leva a menores valores de momento resistente na pós-flambagem, se comparado ao movimento da mesa-enrijecedor “abrindo” (*outward*). Essas duas diferentes formas são apresentadas na Figura 37.

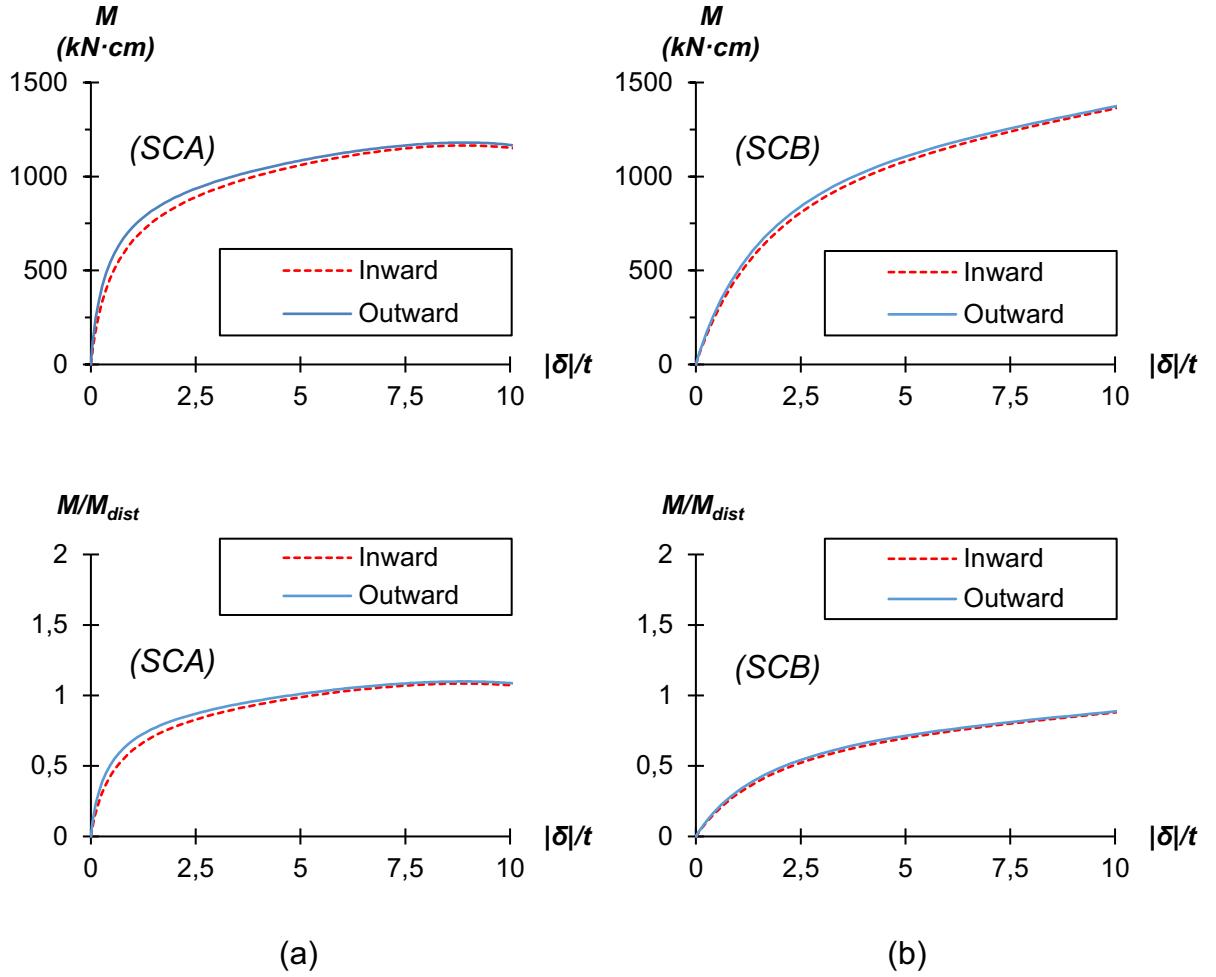
Figura 37: Forma dos movimentos (a) *outward* e (b) *inward*.



Fonte: O autor.

De forma a analisar a influência da forma da imperfeição geométrica inicial também para os perfis de seção *Rack*, análises na trajetória de equilíbrio elástico na pós-flambagem foram conduzidas para as condições de apoio *SCA* e *SCB* e $\psi = 1$. É possível observar pela Figura 38, que a forma *inward* conduz a menores valores de momento resistente. Assim, a forma *inward* foi adotada para todas as análises posteriores.

Figura 38: Comparação das trajetórias de equilíbrio elástico na pós-flambagem, entre as formas inward e outward, para as condições (a) SCA e (b) SCB.



Fonte: O autor.

5.3 COMPORTAMENTO DE PÓS-FLAMBAGEM ELÁSTICA

Para a análise do comportamento dos modelos na pós-flambagem elástica, foram extraídas as curvas da trajetória de equilíbrio, para os três gradientes de momento ($\psi = 1, 0$ e -1) e as duas condições de apoio (SCA e SCB). As trajetórias de equilíbrio para as seções *R0-75* e *R0-90* podem ser observadas nas Figuras 39 e 40, respectivamente.

Primeiramente, era esperado que a trajetória real de equilíbrio na pós-flambagem (M vs. $|\delta|/t$) aumentasse conforme a sequência de gradientes de momento, na ordem da mais baixa para a mais alta, $\psi = +1; 0; -1$, para todas as vigas e condições de apoio,

como reportado por DEPPOLI (2018) e LIMA (2018). Contudo, este comportamento não foi observado para a viga *R0-75*, condição *SCA*, para a qual as trajetórias de equilíbrio real se apresentam na ordem de $\psi = +1; -1; 0$. Os valores de momento de flambagem distorcional elástica (M_{dist}) para essa situação são de $1073,80 \text{ kN}\cdot\text{cm}$ para $\psi = +1$, $1755,10 \text{ kN}\cdot\text{cm}$ para $\psi = 0$ e $1680,90 \text{ kN}\cdot\text{cm}$ para $\psi = -1$, seguindo a sequência de $\psi = +1; -1; 0$, do menor para o maior valor M_{dist} , sendo a mesma ordem das trajetórias de equilíbrio. Para as outras situações, tanto as trajetórias de equilíbrio, quanto os valores de M_{dist} seguiram a sequência de $\psi = +1; 0; -1$. Logo, percebe-se que a sequência das trajetórias reais de equilíbrio na pós-flambagem está condicionada aos valores de M_{dist} , e não necessariamente aos gradientes de momento como haviam observado DEPPOLI (2018) e LIMA (2018).

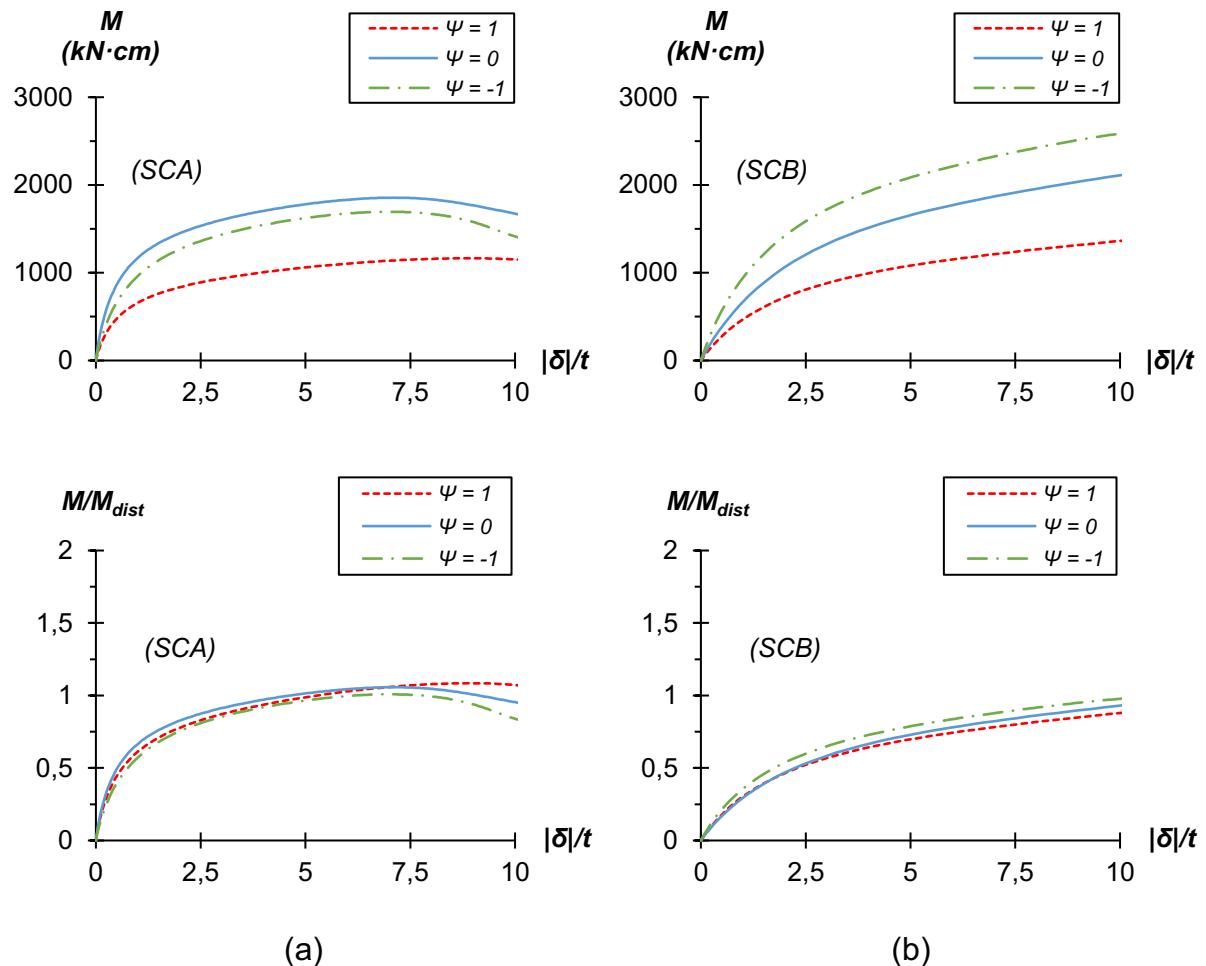
Já ao analisar as trajetórias normalizadas de equilíbrio na pós-flambagem (M/M_{dist} vs. $|\delta|/t$) nota-se que apenas as condições *SCB* apresentam trajetórias de equilíbrio que continuam obedecendo a ordem dos valores M_{dist} , com separação perceptível entre elas, mas muito próximas. Já as trajetórias normalizadas de equilíbrio para a condição *SCA* não apresentam um padrão específico de ordem, pois são praticamente coincidentes ao longo do intervalo de deslocamento normalizado ($|\delta|/t$), sem separação muito clara entre elas.

Para ambas as condições de apoio, observa-se trajetórias de equilíbrio que se assemelham à uma forma convexa. Diferente do observado por DEPOLLI (2018) e LIMA (2018) para seus respectivos modelos, a condição de apoio *SCB* para as seções estudadas neste trabalho não apresentou trajetórias de equilíbrio que se assemelhassem à forma côncava. Contudo, devido aos maiores valores de momento de flambagem distorcional elástica (M_{dist}) para a condição *SCB*, proporcionados pelas restrições nas seções de extremidade, fica evidente a maior rigidez em relação à condição *SCA* (maiores valores de M para mesmos valores de $|\delta|/t$). Também é observado que a condição *SCA* começa a apresentar perda de rigidez para menores valores de $|\delta|/t$ do que a condição *SCB*.

Embora as análises realizadas estejam limitadas ao estudo de dezesseis seções *Rack*, os resultados obtidos pelas análises de pós-flambagem elástica indicam que tanto as condições de apoio, quanto os gradientes de momento têm influência na

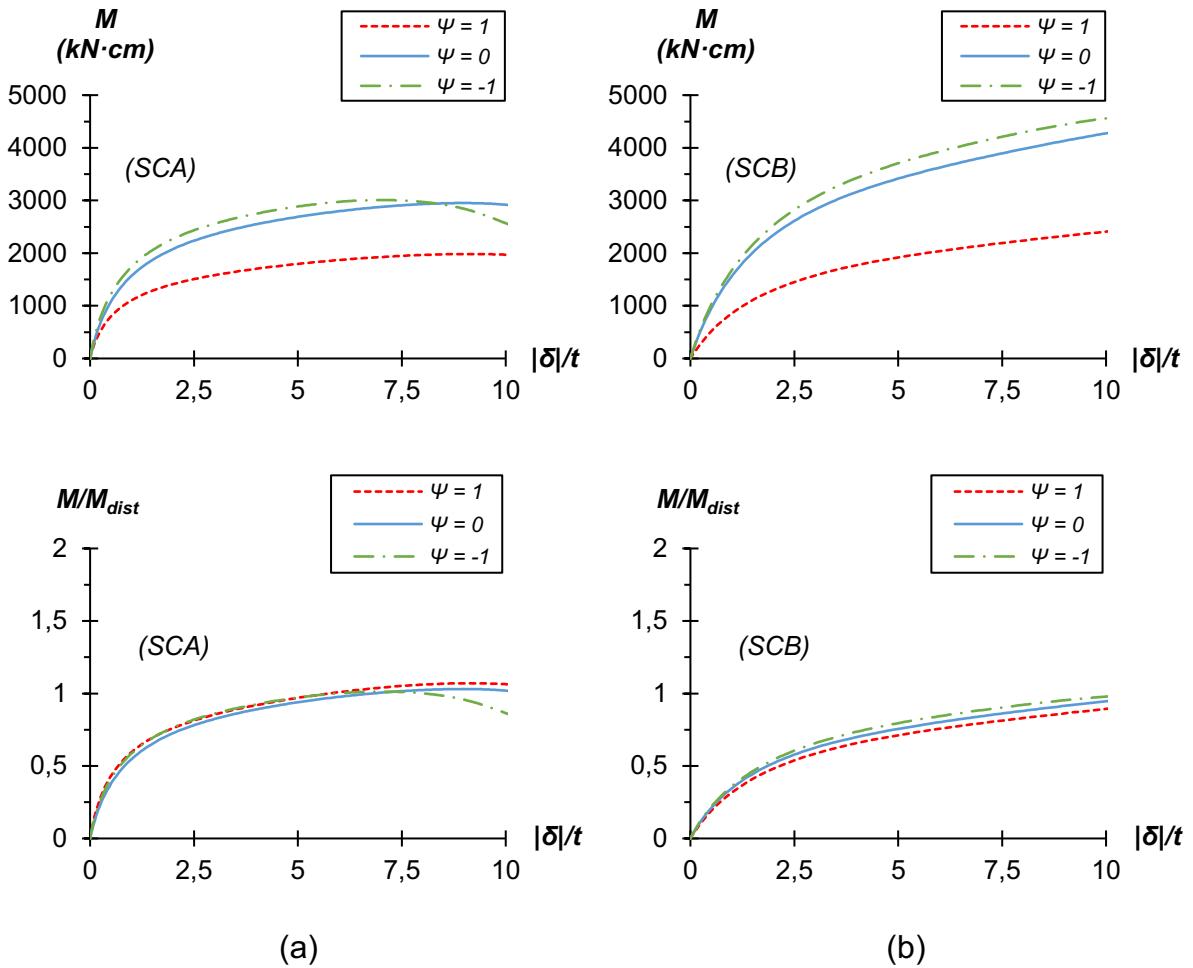
rigidez e resistência das vigas. Logo, é possível antecipar que tais parâmetros também possuem influência nos comportamentos de pós-flambagem elasto-plástica, e consequentemente, no momento resistente das vigas, não podendo ser desprezados em qualquer método de dimensionamento.

Figura 39: Comparação das trajetórias de equilíbrio elástico na pós-flambagem entre os diferentes valores de ψ , condições (a) SCA e (b) SCB, para a viga R0-75.



Fonte: O autor.

Figura 40: Comparação das trajetórias de equilíbrio elástico na pós-flambagem entre os diferentes valores de ψ , condições (a) SCA e (b) SCB, para a viga R0-90.

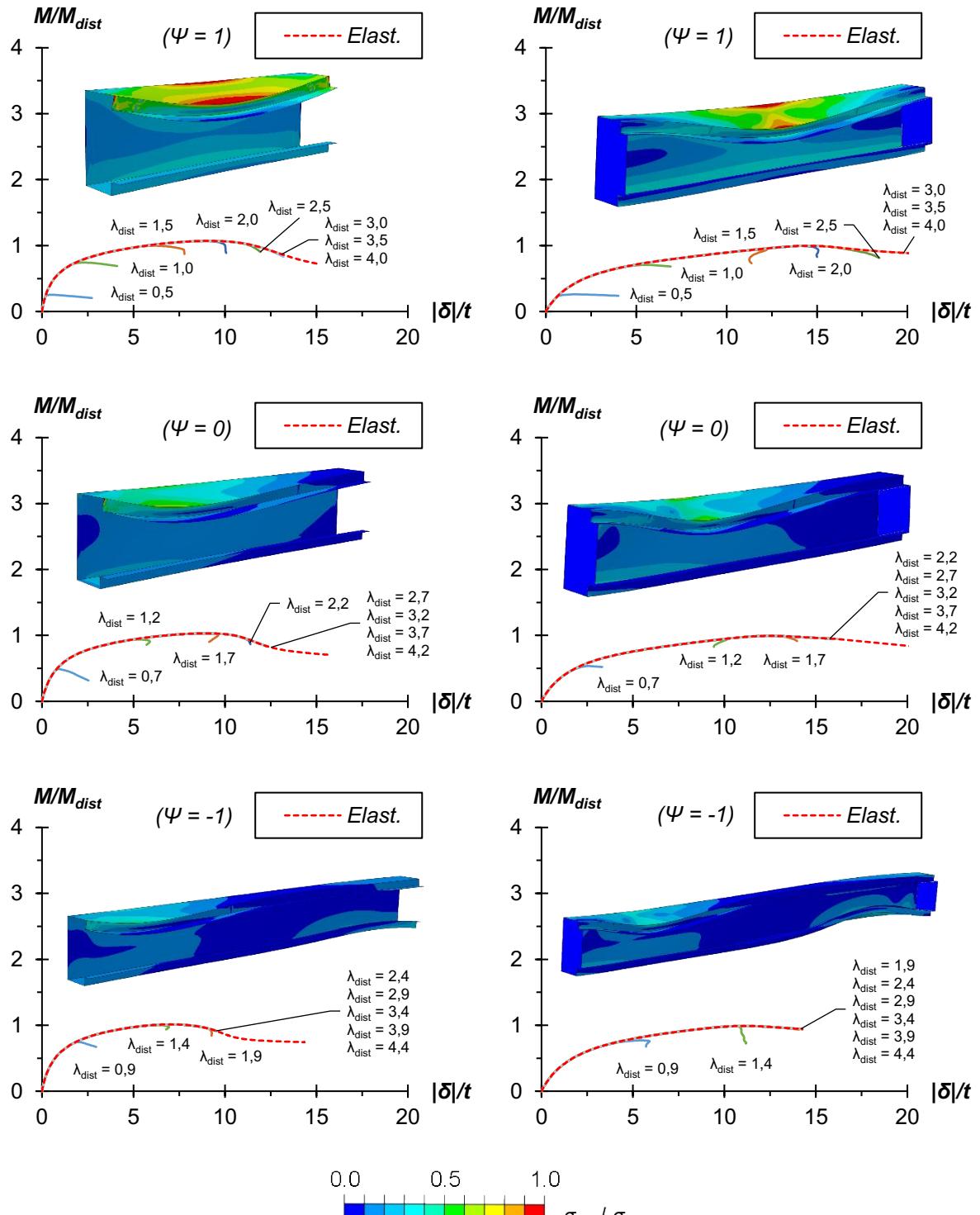


Fonte: O autor.

5.4 COMPORTAMENTO DE PÓS-FLAMBAGEM ELASTO-PLÁSTICA

Tendo como objetivo a análise do comportamento elasto-plástico distorcional das vigas estudadas, foram analisadas as influências das condições de apoio (SCA e SCB) e dos gradientes de momento ($\psi = +1; 0$ e -1) nas trajetórias de equilíbrio das seções escolhidas. Como exemplo, as trajetórias de equilíbrio elasto-plástico distorcional (M_u/M_{dist} vs. $|\delta|/t$) para a viga R0-90 são ilustradas na Figura 41.

Figura 41: Comparação das trajetórias de equilíbrio elasto-plásticas na pós-flambagem, condições (a) SCA e (b) SCB, para a viga R0-90.



Fonte: O autor.

Os valores de índice de esbeltez distorcional (λ_{dist}) estão compreendidos entre 0,5 a 4,0 ($\psi = +1$), 0,7 a 4,2 ($\psi = 0$) e 0,9 a 4,4 ($\psi = -1$), com incremento de 0,5 entre eles. As correspondentes trajetórias de equilíbrio elástico são traçadas apenas para comparação. Ainda são apresentadas as deformadas no pico das trajetórias de equilíbrio (M_u), junto com o gradiente de tensão de *von Mises* (σ_{vM}) para $\lambda_{dist} = 2,0; 2,2$ e 2,4 referentes a $\psi = +1; 0$ e -1 respectivamente.

Pela Figura 41 podem-se observar alguns comportamentos. Como as trajetórias elasto-plásticas seguem o caminho das trajetórias elásticas até que ocorra a perda da estabilidade, e as trajetórias elásticas são visivelmente diferentes entre as condições SCA e SCB, tem-se que as diferentes condições de apoio também influenciam no comportamento elasto-plástico. Nota-se também que as vigas SCB suportam maiores deslocamentos antes de perderem a estabilidade, isso devido às restrições impostas nas extremidades.

Diferentemente do observado para outras seções estudadas nos trabalhos apresentados nas revisões bibliográficas, para as seções *Rack* aqui analisadas, não se notou um aumento significativo na reserva de resistência na pós-flambagem distorcional (diferenças superiores a 100%) das vigas SCB em relação SCA. Para a seção *R0-90* por exemplo, a relação M/M_{dist} teve os maiores valores próximos de 1, para ambas as condições, como mostrado na Figura 41. As maiores diferenças de reserva de resistência entre as condições de apoio foram encontradas para as vigas com $\theta = 32^\circ$, sendo a maior diferença de 24% a mais para a condição SCB (viga *R32-275* e $\psi = -1$), sendo a relação M/M_{dist} de 0,92 para SCA e 1,21 para SCB. Também, quanto maior a dimensão da alma (b_w), maiores foram as diferenças notadas na reserva de resistência entre as condições SCA e SCB.

Quanto maior o índice de esbeltez distorcional (λ_{dist}), maiores deslocamentos e relação M/M_{dist} são alcançados até a perda de estabilidade, para todas as condições de apoio e gradientes de momento (ψ). Também é notório que quanto maior o λ_{dist} , mais as trajetórias de equilíbrio elasto-plásticas tendem a acompanhar a trajetória elástica, sendo que este comportamento começa a ocorrer para menores valores de λ_{dist} para a condições SCB, e gradiente de momento $\psi = -1$. Como o λ_{dist} é diretamente proporcional à tensão de escoamento do aço (f_y), tal comportamento indica que a partir

de um certo valor de f_y , o momento resistente não irá mais aumentar com o aumento do valor f_y .

Os estados deformados das vigas mostrados na Figura 41 mostram a falha com a forma da mesa-enrijecedor “fechando” (*inward*). Como as imperfeições geométricas iniciais foram consideradas de forma a seguir o movimento *inward*, o modo de falha está de acordo com as imperfeições consideradas. A partir das tensões de *von Mises*, é possível notar que as vigas SCA falham nas seções de extremidade, na ligação alma (b_w) – mesa (b_f) e na ligação mesa (b_f) – enrijecedor (b_{fl}), enquanto as vigas SCB apresentam falha apenas nas ligações $b_w - b_f$ e $b_f - b_{fl}$.

5.5 MOMENTO RESISTENTE

Para as análises de momento resistente sob modo de falha distorcional, foram então estudadas as 16 geometrias previamente selecionadas, para as duas condições de apoio (SCA e SCB), os 3 gradientes de momento ($\Psi = +1; 0$ e -1) e 8 índices de esbeltez distorcional para cada seção (λ_{dist} variando de 0,3 a 4,9), totalizando 768 modelos numéricos.

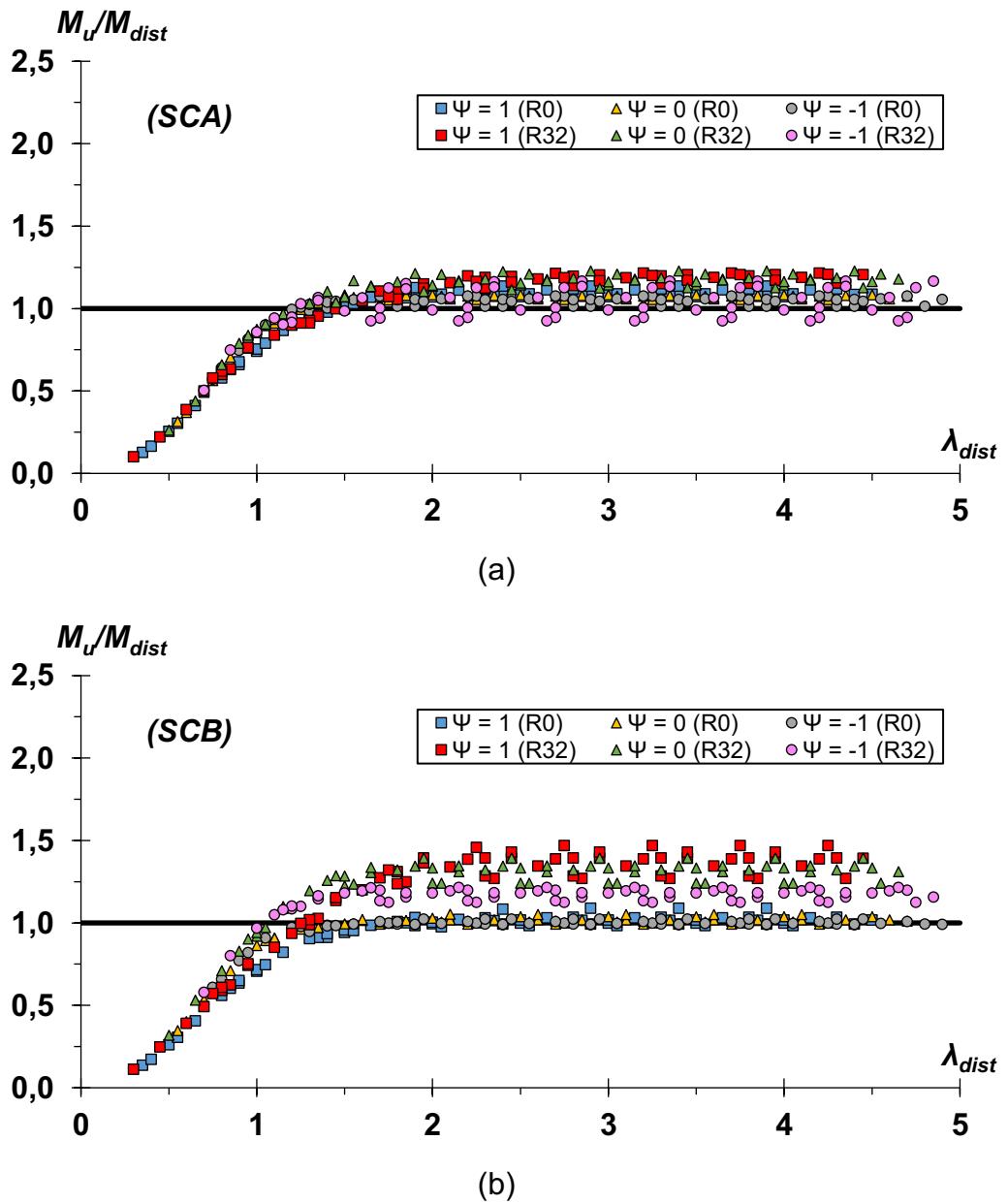
O Apêndice A contém os resultados de momentos resistentes obtidos pela análise numérica computacional (análise via *MEF*) e a relação com os momentos resistentes obtidos pelos métodos da resistência direta (*MRD*) normativos e os propostos por outros autores. Para isso, são dispostas 16 tabelas, sendo uma para cada seção selecionada (*R0-75* a *R32-275*).

Com o intuito de avaliar se seria possível a ocorrência da interação entre os modos de flambagem distorcional e local, foi realizado um levantamento comparando-se o momento resistente (M_u) com o momento de flambagem elástica local (M_l). Caso o M_u seja superior ao M_l , existe essa possibilidade. Contudo, todos os valores de M_u obtidos foram inferiores aos respectivos valores de M_l , indicando que tal interação não ocorre, e que os critérios utilizados para a seleção das seções se mostraram satisfatórios.

5.5.1 Momento resistente através dos modelos numéricos

Os momentos resistentes obtidos via método dos elementos finitos (*MEF*) para as 768 vigas estudadas neste trabalho, foram condensados em forma de nuvem de pontos, e são apresentados na Figura 42. Os valores de M_u são apresentados de forma normalizada (M_u/M_{dist}) para cada valor de índice de esbeltez distorcional (λ_{dist}), gradiente de momento (ψ) e condição de apoio.

Figura 42: Nuvem de pontos para a relação M_u/M_{dist} , para cada valor de λ_{dist} e ψ , (a) SCA e (b) SCB.



Fonte: O autor.

Analizando os resultados mostrados na Figura 42 e no Apêndice A, algumas ponderações podem ser feitas. Naturalmente, nota-se o aumento da relação M_u/M_{dist} conforme se aumenta o índice de esbeltez distorcional (λ_{dist}), até um dado limite, mantendo-se então constante para maiores λ_{dist} , independente do gradiente de momento e das condições de apoio. De uma forma geral as vigas com $\lambda_{dist} < 1,25$, não apresentam reserva de resistência na pós-flambagem ($M_u/M_{dist} < 1$). A partir de valores de $\lambda_{dist} > 1,25$ as vigas começam a apresentar maiores reservas de resistência, sendo o momento resistente maior que o momento de flambagem distorcional elástico ($M_u/M_{dist} > 1$).

Como já comentado anteriormente, a condição SCB apresenta maiores reservas de resistência que a condição SCA, mas a diferença não é tão grande se comparada aos resultados obtidos por outros autores como DEPOLLI (2018) e LIMA (2018). As reservas de resistência observadas também não foram quantitativamente elevadas, sendo as maiores relações M_u/M_{dist} de 1,23 para a viga R32-150 (SCA e $\psi = 0$) e de 1,47 para viga R32-275 (SCB e $\psi = 1$).

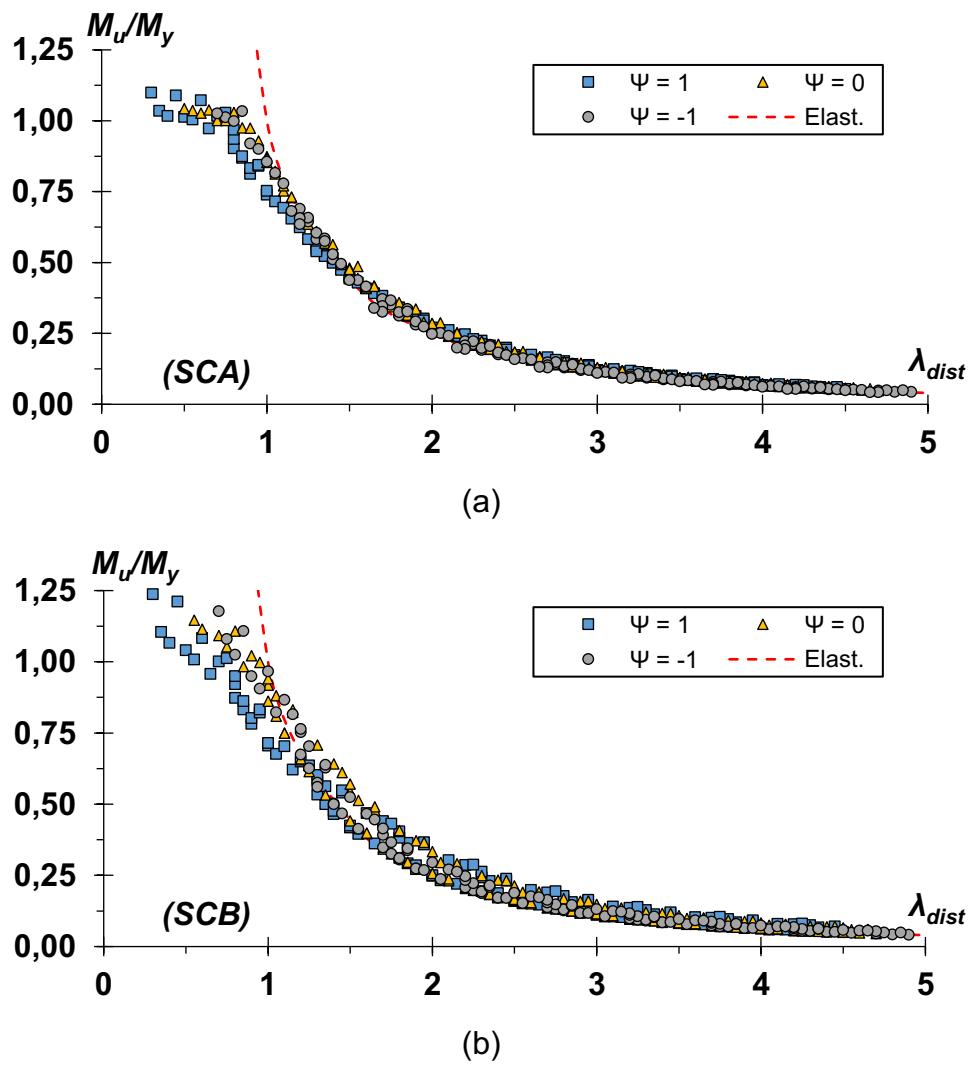
Para ambas as condições SCA e SCB, não há muita distinção na relação de M_u/M_{dist} entre os gradientes de momento (ψ) analisados, quando a relação M_u/M_{dist} é menor que 1. Para valores de M_u/M_{dist} maiores que 1, nota-se uma maior diferenciação. As vigas do tipo R32 apresentam valores de M_u/M_{dist} maiores que as vigas do tipo R0, sendo mais perceptível para a condição SCB. A relação de M_u/M_{dist} também tende a ser maior para $\psi = 1$ e menor para $\psi = -1$ para ambas as condições de apoio.

Analizando-se os pontos obtidos pela relação M_u/M_y vs. λ_{dist} , apresentados na Figura 43, para as vigas estudadas e ambas as condições de apoio, percebe-se que os pontos seguem a forma das curvas de dimensionamento do tipo “Winter”, apresentando pouca dispersão vertical devido à pequena reserva de resistência na pós-flambagem distorcional apresentada pelas vigas. A dispersão vertical é mais notável para a condição SCB, devido as vigas do tipo R32, para essa condição, apresentarem as maiores reservas de resistência.

A partir de $\lambda_{dist} > 1$ as vigas seguem a tendência da curva elástica (λ_{dist}^{-2}), e os

resultados se mostram bem alinhados com esta para ambas as condições SCA e SCB. Apenas os valores para as vigas R32 condição SCB, se mostram um pouco superiores à curva elástica, devido às maiores reservas de resistência já mencionadas. Também se nota para ambas as condições, a tendência de a relação M_u/M_y seguir a ordem de $\psi = -1, 0$ e 1 (dos pontos mais baixos para os mais altos), sendo esta diferença muito pequena.

Figura 43: Nuvem de pontos para a relação M_u/M_y , para cada valor de λ_{dist} e ψ , (a) SCA e (b) SCB.



Fonte: O autor.

5.5.2 Momento resistente através do Método da Resistência Direta (MRD)

O Apêndice A contém os valores de momento fletor resistente (M_{Rdist}) obtido através

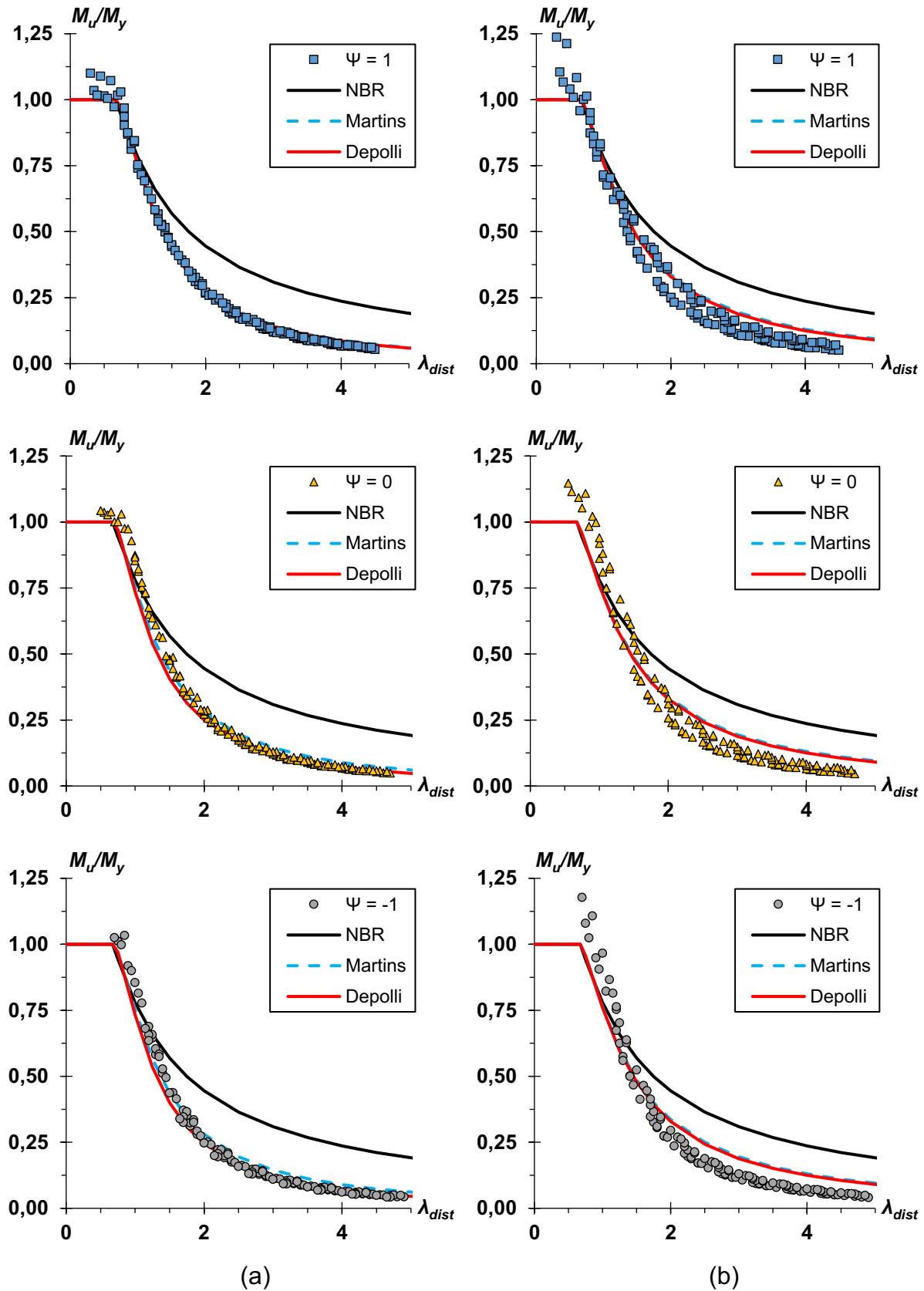
do Método da Resistencia Direta (*MRD*), pelas equações 1 a 3 propostas pela NBR 14762:2010 - ($M_{Rdist-NBR}$), pela equação 4 e Tabela 1 propostas por MARTINS *et al.* (2017) - ($M_{Rdist-M}$) e pelas equações 5 a 8 propostas por DEPOLLI (2018) - ($M_{Rdist-D}$).

As equações propostas nos trabalhos realizados por MARTINS *et al.* (2017) e DEPOLLI (2018), se basearam no *MRD* proposto pela AISI S100-16 (2016). Nesta norma americana é possível fazer a consideração da reserva de resistência plástica distorcional para elementos com índice de esbeltez distorcional (λ_{dist}) < 0,673, caso seja de interesse. Contudo, como principal interesse de estudo deste trabalho é a verificação do uso do *MRD* para vigas com λ_{dist} mais elevados, optou-se pela não consideração da reserva de resistência plástica distorcional. Sendo assim, todas as vigas com $\lambda_{dist} < 0,673$, foram dimensionadas sem a consideração da reserva de resistência plástica distorcional, utilizando portanto a equação 1 apresentada pela NBR 14762:2010.

A comparação entre o momento resistente (M_u) obtido através do método dos elementos finitos e as curvas do *MRD* utilizadas, para os gradientes de momento estudados ($\Psi = +1; 0$ e -1) e as duas condições de apoio (SCA e SCB), é apresentada na Figura 44. Fica evidenciado através das relações M_u/M_y obtidas numericamente, que para valores de λ_{dist} maiores que 1,0 - 1,5 (a depender da condição de apoio e Ψ analisados), a curva do *MRD* proposta pela NBR 14762:2010 não possui boa segurança, superestimando os valores de momento resistente. Já as curvas do *MRD* propostas por MARTINS *et al.* (2017) e DEPOLLI (2018), apresentam visualmente uma melhora significativa na previsão de resistência.

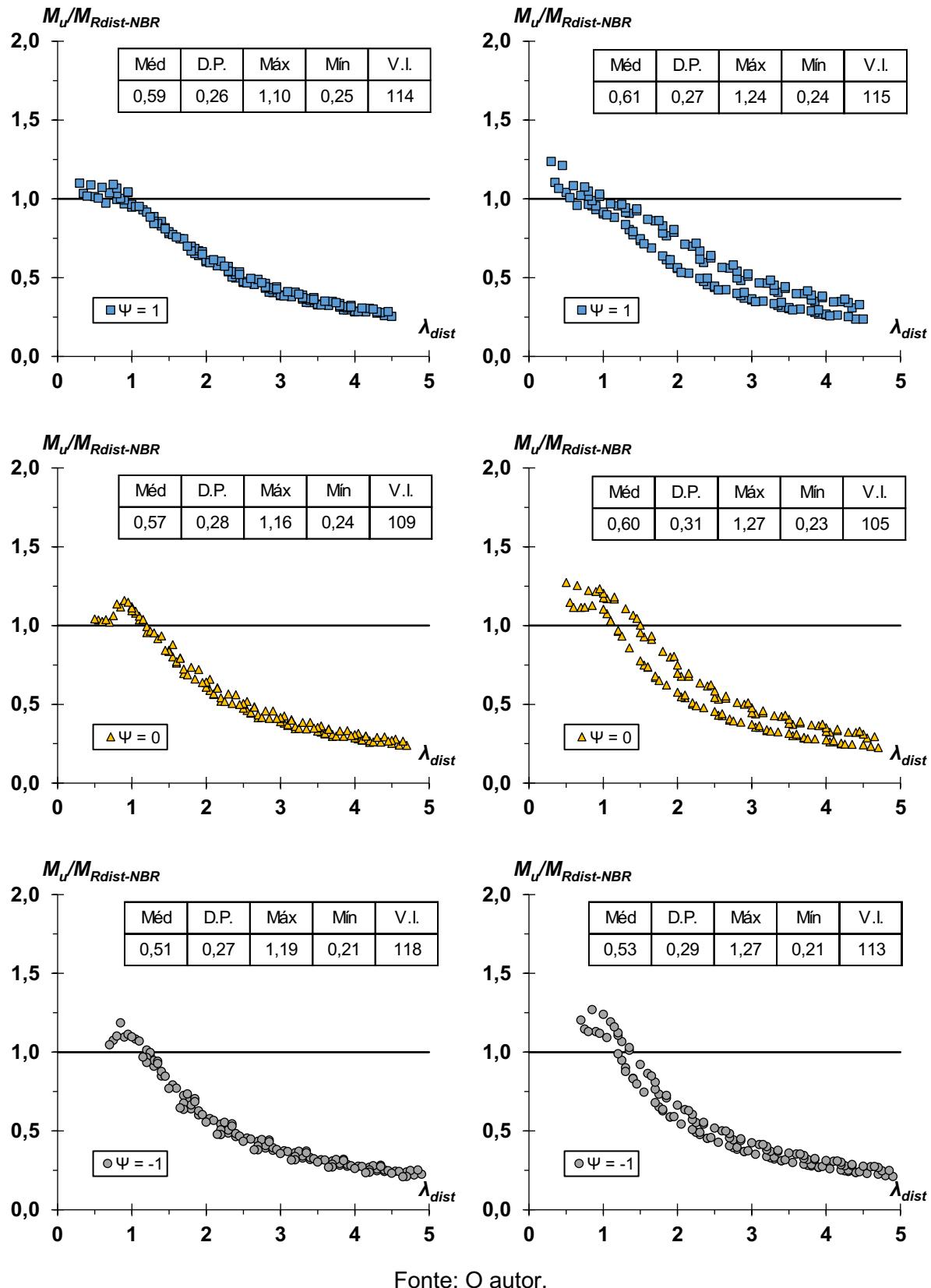
Nas Figuras 45 a 47 é possível verificar de forma mais detalhada a precisão, das curvas do *MRD* analisadas, na previsão de momento resistente, através de parâmetros como médias (Méd.), desvios padrões (D.P.), valores máximos (Máx.) e mínimos (Mín.), além do número de Vigas inseguras (V.I.), sendo estas as vigas que apresentam a relação $M_u/M_{Rdist} < 1$. Nestas figuras, M_u refere-se apenas aos resultados obtidos através dos modelos numéricos, e M_{Rdist} aos obtidos através do respectivo *MRD*.

Figura 44: Comparação entre o momento resistente obtido através dos modelos numéricos e MRD, (a) SCA e (b) SCB.



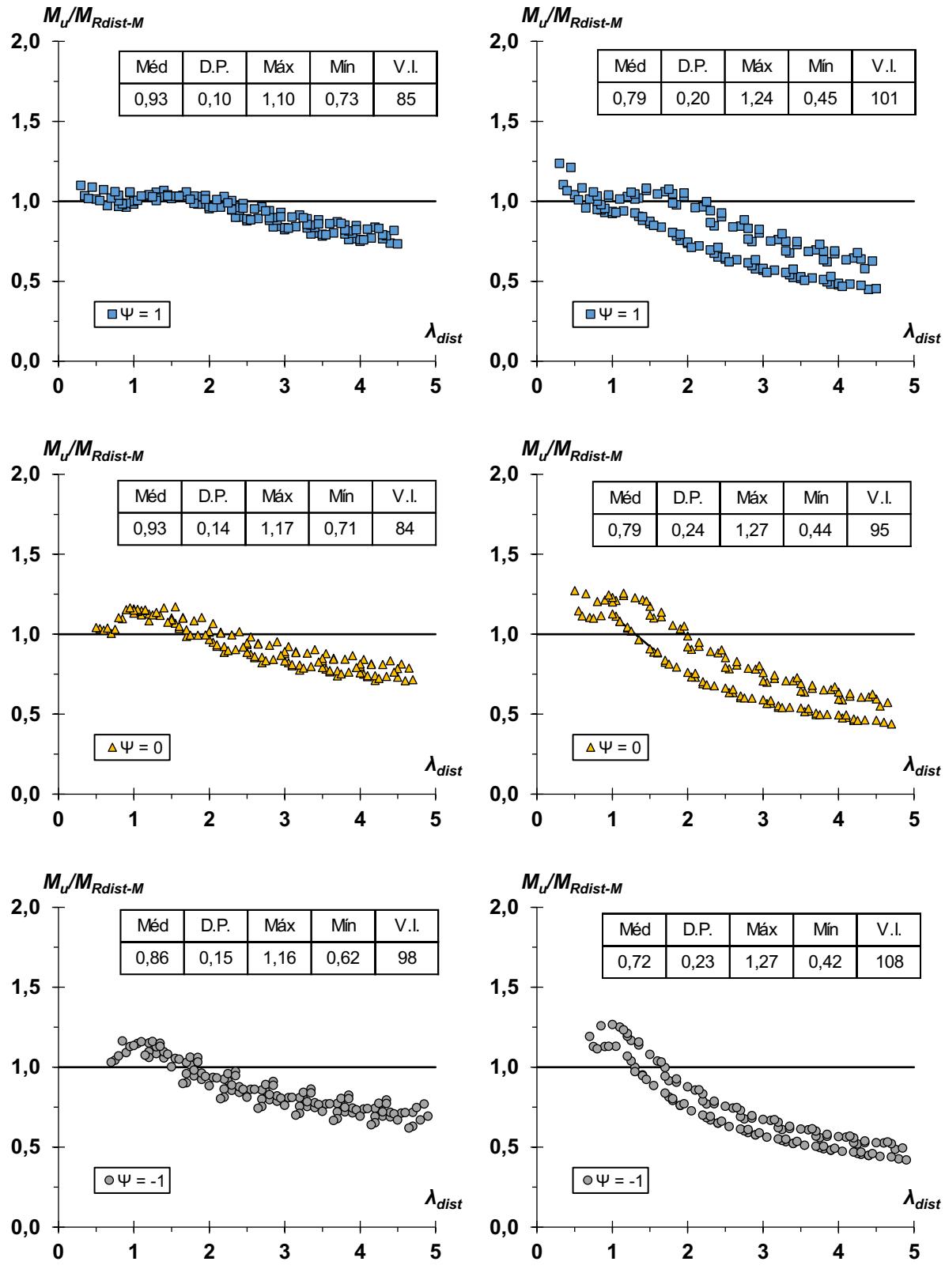
Fonte: O autor.

Figura 45: Relação $M_u/M_{Rdist-NBR}$ para cada ψ , (a) SCA e (b) SCB.

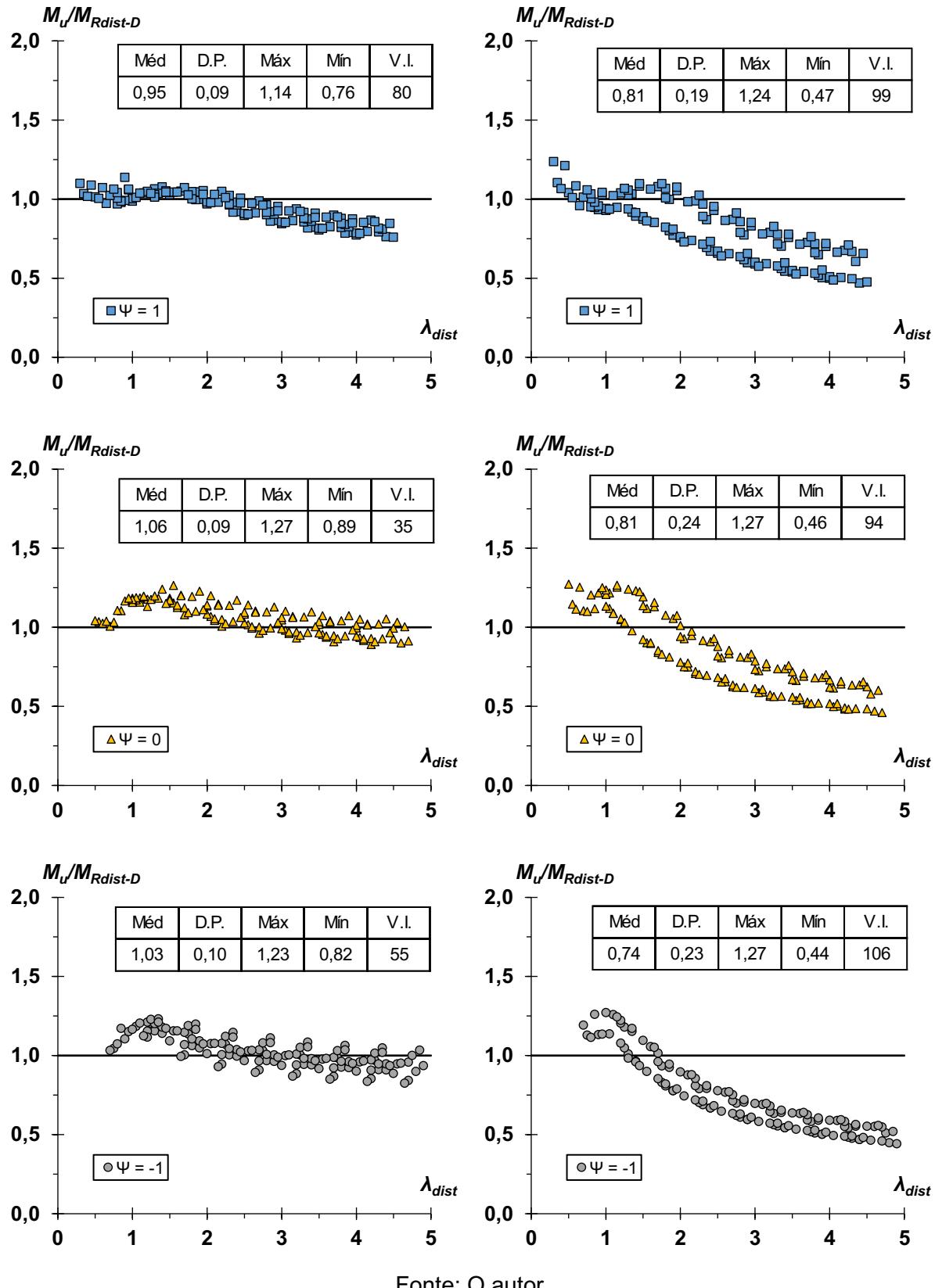


Fonte: O autor.

Figura 46: Relação $M_u/M_{Rdist-M}$ para cada ψ , (a) SCA e (b) SCB.



Fonte: O autor.

Figura 47: Relação $M_u/M_{Rdist-D}$ para cada ψ , (a) SCA e (b) SCB.

Fonte: O autor.

Os resultados obtidos através do MRD proposto pela NBR 14762 (2010) e

apresentados na Figura 45, mostram a insegurança na previsão de momento resistente para as vigas com $\lambda_{dist} > 1,0 - 1,5$, superestimando os valores para ambas as condições de apoio e os gradientes de momento (ψ) analisados. Este *MRD* se mostrou satisfatório apenas para as vigas com $\lambda_{dist} < 1,0 - 1,5$. Analisando-se o parâmetro da média (*Méd.*), tem-se que quanto mais próximo de 1, mais precisas são as previsões, pois objetiva-se que a relação M_u/M_{Rdist} seja a mais próxima de 1 quanto possível. Assim, percebe-se que na sequência de gradiente de momento $\psi = 1 \rightarrow 0 \rightarrow -1$, há uma queda na precisão na previsão de momento resistente.

Para a utilização do *MRD* modificado por MARTINS *et al.* (2017), foram utilizados os parâmetros referentes à seção tipo U_e , por ser a seção mais próxima da seção *Rack*, uma vez que não foram propostos parâmetros para a seção *Rack*. Analisando os resultados mostrados na Figura 46, observa-se sensível melhora nas previsões dos momentos resistentes se comparado ao *MRD* proposto pela NBR 14762 (2010). Tal melhora é evidenciada pela aproximação das médias (*Méd.*) ao valor de 1, e a diminuição do desvio padrão (*D.P.*) e das vigas inseguras (*V.I.*). A melhora foi mais relevante para as vigas *SCA*. Contudo, mesmo com a melhoria vista, a precisão não foi satisfatória, principalmente para as vigas *SCB* com maiores índices de esbeltez.

Da mesma forma que adotado para a utilização do *MRD* proposto por MARTINS *et al.* (2017), foram adotados os parâmetros referentes a seção do tipo U_e para a utilização do *MRD* proposto por DEPOLLI (2018). Pelos resultados mostrados na Figura 47, também se observa melhorias significativas na utilização do *MRD* proposto por DEPOLLI (2018) em relação ao *MRD* proposto na NBR 14762 (2010). Uma melhora menos acentuada foi observada nos resultados, em relação ao *MRD* proposto por MARTINS *et al.* (2017), para as vigas *SCA* devido à consideração do gradiente de momento (ψ) como parâmetro para o uso do *MRD*. Para as vigas *SCB* quase não houveram mudanças nos resultados em relação ao *MRD* proposto por MARTINS *et al.* (2017), uma vez que não foram propostas equações que considerassem o gradiente de momento (ψ) para essa condição, sendo realizado apenas um ajuste nos coeficientes propostos por MARTINS *et al.* (2017).

A Tabela 13 contém um comparativo entre as médias (*Méd.*) levantadas para os resultados obtidos através dos Métodos da Resistência Direta estudados. As

melhorias citadas podem ser facilmente observadas através deste comparativo.

Tabela 13: Comparativo entre as médias (*Méd.*) dos momentos resistentes utilizando os Métodos da Resistência Direta (*MRD*) analisados.

ψ	Curvas	<i>Média (Méd.)</i>	
		SCA	SCB
1	NBR 14762	0,59	0,61
	MARTINS	0,93	0,79
	DEPOLLI	0,95	0,81
0	NBR 14762	0,57	0,60
	MARTINS	0,93	0,79
	DEPOLLI	1,06	0,81
-1	NBR 14762	0,51	0,53
	MARTINS	0,86	0,72
	DEPOLLI	1,03	0,74

5.5.3 Ajustes na curva proposta por DEPOLLI (2018)

Com o intuito de alcançar melhores previsões de momento resistente para as seções tipo *Rack*, foram realizados ajustes nas equações propostas por DEPOLLI (2018). Esses ajustes trazem a consideração do gradiente de momento (ψ) para ambas as condições de apoio (SCA e SCB). A equação “geral” continua sendo a mesma utilizada por DEPOLLI (2018), com exceção da não consideração da reserva plástica distorcional para as vigas com $\lambda_{dist} < 0,673$, da mesma forma que proposto na NBR 14762 (2010). Como previamente explicado, tal consideração é opcional na AISI S100 (2016). Assim para o dimensionamento das seções *Rack* através do *MRD* é proposta a utilização das Equações 9 e 10.

$$M_{Rdist} = \begin{cases} Wf_y & \lambda_{dist} \leq 0,673 \\ (1 - a \cdot \lambda_{dist}^{-b}) \cdot \lambda_{dist}^{-c} \cdot Wf_y & \lambda_{dist} > 0,673 \end{cases} \quad (9)$$

$$a, b, c = m\psi^2 + n\psi + o \quad (10)$$

Sendo as constantes “ m ”, “ n ”, e “ o ” adotadas de acordo com a Tabela 14.

Tabela 14: Parâmetros "m", "n" e "o" usados para o cálculo de "a", "b" e "c".

Seção	Constante	SCA			SCB		
		m	n	o	m	n	o
R0	a	0,055	0,048	0,094	0,071	0,057	0,123
	b	-0,142	-0,529	5,271	-0,465	-0,399	4,152
	c	-0,014	-0,026	1,944	-0,003	-0,014	1,975
R32	a	0,053	0,016	0,107	0,015	0,047	0,040
	b	-2,363	-0,191	5,513	-0,735	-3,297	8,785
	c	0,060	-0,088	1,886	0,034	-0,074	1,742

As constantes "m", "n", e "o" foram determinadas usando a técnica de minimização da *Soma dos Quadrados Resíduos* (SQR) e o auxílio da ferramenta de iteração *Data Solver* presente no programa MICROSOFT EXCEL (2019). Estas constantes foram determinadas de forma separada para as seções do tipo *R0* e *R32*, devido à observação de uma dispersão considerável entre os resultados para estas seções, nas análises de momento resistente realizadas anteriormente. Logo, em busca de uma melhor precisão na previsão de resistência utilizando o *MRD* proposto, estes dois tipos de seção foram tratados separadamente.

Os resultados obtidos através dos ajustes realizados no *MRD* proposto por DEPOLLI (2018) são apresentados nas Figuras 48 e 49. Observa-se uma melhoria significativa da precisão da previsão dos momentos resistentes. Um parâmetro que evidencia muito bem essa melhoria é a média (*Méd.*), tendo seu valor muito próximo a 1 para a maioria das situações.

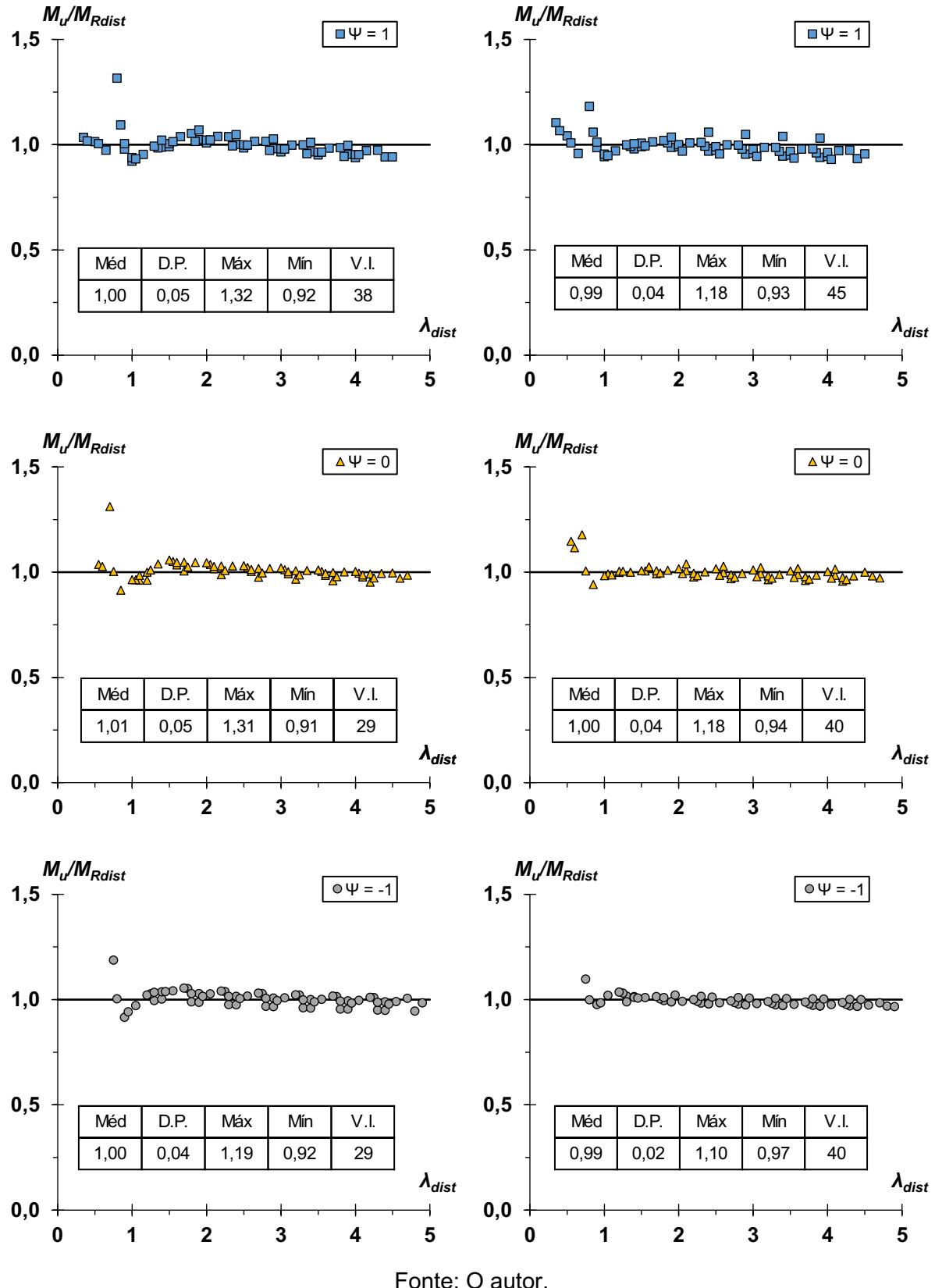
As previsões para as vigas do tipo *R0*, tanto para SCA e SCB, tiveram uma melhor assertividade. As médias (*Méd.*) obtidas estão na faixa de $1,00 \pm 0,01$, e os desvios padrões (*D.P.*) foram bem baixos, sendo o maior com valor de 0,05. Como comparação, a média e desvio padrão para as vigas *R0-SCB* e $\psi = 1$, utilizando as curvas propostas pela NBR 14762 (2010), MARTINS *et al.* (2017) e DEPOLLI (2018), foram 0,61 - 0,27, 0,79 - 0,20 e 0,81 - 0,19 respectivamente. Utilizando os ajustes propostos, a média foi 0,99 e o desvio padrão 0,04 para estas mesmas condições.

Já as previsões para as vigas do tipo *R32*, apresentaram melhoria, mas com menor precisão se comparado as vigas do tipo *R0*. Os valores de desvios padrões foram um pouco superiores para as vigas tipo *R32*, apresentando valores máximos e mínimos

da relação M_u/M_{Rdist} com maior distanciamento da relação ideal ($M_u/M_{Rdist} = 1$).

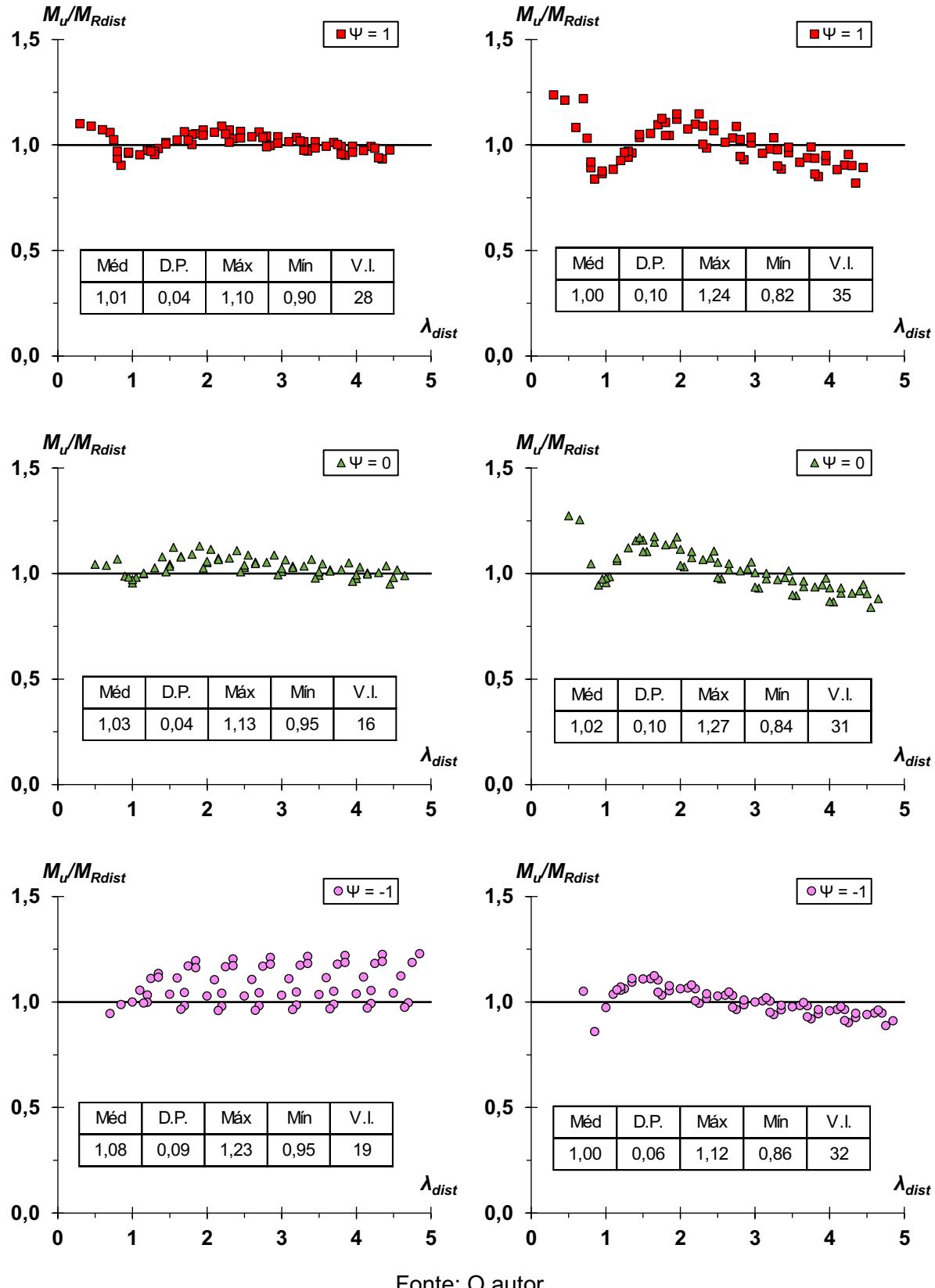
Foi notada uma dispersão mais acentuada para as vigas do tipo *R32*, *SCA* e $\psi = -1$. Tal ocorrência pode ser explicada pelo fato de que para essas condições, o momento resistente obtido numericamente (M_u) foi inferior ao próprio momento de flambagem elástica distorcional (M_{dist}) para as vigas *R32-160*, *225* e *275*, gerando uma distorção na calibração das constantes “*m*”, “*n*” e “*o*”. Não foram encontrados motivos aparentes que explicassem essa diferença para estas seções, sendo então necessária a realização de mais testes e análises de mais seções do tipo *R32*, em busca de uma possível causa que elucide tais resultados.

Figura 48: Relação M_u/M_{Rdist} para cada ψ , (a) SCA e (b) SCB, utilizando os ajustes propostos para o MRD – Vigas tipo R0.



Fonte: O autor.

Figura 49: Relação M_u/M_{Rdist} para cada ψ , (a) SCA e (b) SCB, utilizando os ajustes propostos para o MRD – Vigas tipo R32.



Fonte: O autor.

6 CONCLUSÕES

O presente trabalho descreveu uma investigação numérica a respeito do comportamento à flexão uniforme e não-uniforme de vigas seção *Rack* feitas de perfil formado a frio. Foram analisadas um total de 768 vigas, escolhidas pela combinação de um total de 16 seções transversais, 2 condições de apoio, 3 gradientes de momento e 8 índices de esbeltez distorcional. As vigas foram escolhidas com o auxílio do programa GBTUL (BEBIANO *et al.*, 2010), e os modelos em elementos finitos criados e analisado através do programa ABQAUS (2018). Foram investigados os comportamentos de flambagem e pós-flambagem (elástica e elasto-plástica), considerando a não-linearidade do material e imperfeições geométricas iniciais. Os momentos resistentes obtidos através dos modelos em elementos finitos foram comparados com os obtidos pela utilização dos métodos da resistência direta propostos pela NBR 14762 (2010), MARTINS *et al.* (2017) e DEPOLLI (2018).

Com os resultados obtidos através das análises numéricas e pela utilização do *MRD*, algumas observações podem ser destacadas. As condições de apoio mostraram influência no comportamento de pós-flambagem das vigas. A condição *SCA* levou a resultados mais padronizados, com uma tendência maior a seguir o comportamento elástico, enquanto as vigas *SCB* levaram a uma dispersão mais perceptível dos resultados, sendo esse efeito devido à maior rigidez proporcionada pelas restrições impostas nas seções de extremidade.

As curvas de momento resistente (M_u/M_y vs. λ_{dist}) elaboradas a partir dos resultados numéricos obtidos tendem a seguir a forma da curva tipo “*Winter*”, o que indica que, se calibrado corretamente, o método da resistência direta (*MRD*) pode alcançar boa precisão na previsão de momento resistente para as vigas do tipo *Rack*.

Assim como evidenciado por análises de outros tipos de seções estudadas nos trabalhos apresentados na revisão bibliográfica, a utilização do atual *MRD* disposto na NBR 14762 (2010) para o dimensionamento de seções tipo *Rack* apenas apresenta boa segurança para as vigas com o índice de esbeltez distorcional (λ_{dist}) inferior a 1,0 – 1,5. Para valores de λ_{dist} superiores a 1,0 – 1,5, o *MRD* começa a superestimar os

valores de momento resistente para as vigas. A não-uniformidade dos momentos fletores ($\psi \neq 1$), também se mostrou relevante no comportamento de flambagem e pós-flambagem das vigas, e principalmente na utilização do *MRD* proposto pela NBR 14762 (2010) para a determinação dos momentos resistentes, uma vez que diferentes valores de ψ levam a diferentes valores de momento de flambagem distorcional elástica (M_{dist}), para uma mesma seção transversal.

A curva do *MRD* proposta por MARTINS *et al.* (2017) proporcionou uma melhoria significativa na previsão dos momentos resistentes se comparado a curva proposta pela NBR 14762 (2010), principalmente para as vigas SCA. Contudo, seu uso para seção *Rack* não se mostrou tão preciso para vigas com gradiente de momento (ψ) diferente de 1, e para as vigas SCB. As melhorias propostas por DEPOLLI (2018) nos parâmetros “a” e “b” do *MRD* proposto por MARTINS *et al.* (2017) levaram a melhores resultados para as vigas com $\psi \neq 1$, uma vez que o ψ passou a ser usado como parâmetro para a determinação de “a” e “b”. Ainda assim, como as vigas SCB não foram afetadas pela melhoria sugerida por DEPOLLI (2018), os resultados para tal condição ainda se mostraram imprecisos.

Buscando-se alcançar melhorias na previsão do momento resistente através do método da resistência direta (*MRD*), foi proposta a utilização dos parâmetros “m”, “n” e “o”, de forma a considerar o gradiente de momento (ψ) para ambas as condições de apoio, na determinação dos parâmetros “a”, “b” e “c” utilizados na obtenção do momento resistente através do *MRD* proposto por MARTINS *et al.* (2017). Os valores calibrados de “m”, “n” e “o” para a seção *Rack* levaram a uma melhoria significativa na previsão do momento resistente para essa seção, sujeita a flexão uniforme e não-uniforme sob modo de falha distorcional.

6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Os estudos realizados nesse trabalho levantaram informações relevantes a respeito do dimensionamento através do método da resistência direta (*MRD*) e suas variações, para seções em perfil formado a frio (*PFF*) sujeitas à flexão não-uniforme e sob modo de falha distorcional. Sendo assim, algumas sugestões de trabalhos a serem

realizados em busca de maiores verificações na utilização do *MRD* podem ser elencadas.

Uma abordagem experimental das vigas analisadas se faz necessária para uma maior validação dos resultados, bem como uma análise mais extensiva de vigas do tipo *Rack*, com outras dimensões não consideradas nesse trabalho.

A análise de outros tipos de seções ainda não estudados por este e outros trabalhos, sob as mesmas premissas aqui utilizadas, como tipo de carregamento e condições de apoio, podem trazer novas informações acerca do comportamento dos *PFF*.

Uma melhor calibração da curva do *MRD* proposta por DEPOLLI (2018), considerando o gradiente de momento (ψ) para todas as condições de apoio, por meio dos parâmetros “m”, “n” e “o” propostos neste trabalho, para as outras seções transversais além da seção *Rack*, implicará em melhores previsões de momento resistente através do *MRD*.

Outras condições de apoio como engastado-livre e engastado-apoiado, bem como outros tipos de carregamento como variações de temperatura e carregamentos transversais, podem ser estudadas para um maior entendimento no dimensionamento de *PFF* através do *MRD*.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABAQUS Standard. Version 6.2: Simulia, 2001.

ABAQUS Standard. Version 6.9-3: Simulia, 2009.

ABAQUS CAE 2019. Version 15.41.51: Simulia, 2018.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 14762**: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio. Rio de Janeiro: ABNT, 2010.

AMERICAN IRON AND STEEL. **AISI S100-16**: North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members. Washington, DC: AISI, 2016.

AUSTRALIA/NEW ZEALAND STANDARD. **AS/NZS 4600:2018**: Cold-Formed Steel Structures. Sydney-Wellington: AS/NZS, 2018.

BARICELLO, C.; LANDESMANN, A.; CAMOTIM, D. Distortional Failure and DSM Design of Cold-Formed Steel S-Shaped Beams Under Uniform Bending. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 14, n. 12, p. 2123-2140, Ago. 2017.
<https://doi.org/10.1590/1679-78253616>

BATISTA, E.M. Effective section method: A general direct method for the design of steel cold-formed members under local-global buckling interaction. **Thin-Walled Structures**, v. 48, pp. 345-356, 2010
<https://doi.org/10.1016/j.tws.2009.11.003>

BEBIANO, R.; SILVESTRE, N.; CAMOTIM, D. **GBTUL 1.0β** – Buckling and Vibration Analysis of Thin-Walled Members. User manual. Lisbon: Technical University of Lisbon, 2010.

CHEUNG, Y.K. **Finite Strip Method in Structural Analysis**. New York: Pergamon

Press, 1997.

CORRÊA, Marcio Roberto Silva. **Aplicação do método das faixas finitas na análise de estruturas prismáticas**. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1983.

DEPOLLI, Isis Cler. **Dimensionamento à falha distorcional via método da resistência direta de vigas de aço de perfil formado a frio sob flexão não-uniforme**. 2018. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.

HANCOCK, G.J. **Local, Distortional and Lateral Buckling of I-Beams**. 1977. Research Report – School of Civil Engineering, University of Sydney, Sydney, 1977.

HANCOCK, G.J. Local, Distortional and Lateral Buckling of I-Beams. **Journal of the Structural Division (ASCE)**, v. 104(11), p. 1787-1798, 1978.

<https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0005035>

HANCOCK, G.J. **Design of Cold-Formed Steel Structures (To Australian Standard AS 1538-1988)**. 1994. Australian Institute of Steel Construction, North Sydney, 1994.

JAVARONI, Carlos Eduardo. **Perfis de aço formados a frio submetidos à flexão: Análise Teórico-Experimental**. 1999. Tese (Doutorado) – Departamento de Engenharia de Estrutura, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.

KIMER ESTANTERÍAS. Valencia, 2021.

KUBIAK, Tomasz. **Static and Dynamic buckling of thin-walled plate structures**. London: Springer, 2013.

<https://doi.org/10.1007/978-3-319-00654-3>

LANDESMANN, A.; CAMOTIM, D. Distortional failure and DSM design of cold-formed

steel lipped channel beams under elevated temperatures. **Thin-Walled Structures**, v. 98, p. 75-93, 2016.

<https://doi.org/10.1016/j.tws.2015.06.004>

LIMA, Lúrian da Silva. **Resistência de perfis "Z" formados a frio sob flexão não-uniforme e colapso distorcional**. 2018. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.

MARTINS, A.D.; LANDESMANN, A.; CAMOTIM, D.; DINIS, P.B. Distortional failure of cold-formed steel beams under uniform bending: Behaviour, strength and DSM design. **Thin-Walled Structures**, v. 118, p 196-213, 2017.

<https://doi.org/10.1016/j.tws.2017.04.009>

MICROSOFT CORPORATION. *Microsoft Excel*. 2019.

SCHAFER, Benjamin William. **Cold-formed steel behavior and design: analytical and numerical modelling of elements and members with longitudinal stiffeners**. 1997. Thesis (Ph. D.) – Cornell University, Ithaca, 1997.

SCHAFER, B.W.; PEKÖZ, T. Direct strength prediction of cold-formed steel members using numerical elastic buckling solutions. *In: Fourteenth International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures*, St. Louis, Missouri, October, 1998.

Schafer, B. W. Review: The direct strength method of cold-formed steel member design. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 68, p. 766–778, 2008.

<https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2008.01.022>

Schardt, R. Generalized beam theory – an adequate method for coupled stability problems. **Thin-walled structures**, v. 19, p. 161–180, 1994.

[https://doi.org/10.1016/0263-8231\(94\)90027-2](https://doi.org/10.1016/0263-8231(94)90027-2)

Silvestre, N.; Camotim, D. Distortional buckling formulae for cold-formed steel c and z section members: Part I – derivation. **Thin-walled structures**, v. 42, p. 1567–1597,

2004.

<https://doi.org/10.1016/j.tws.2004.05.001>

SWANSON ANALYSIS SYSTEMS. **ANSYS**. Version 12: SAS, 2009.

WINTER, G. Strength of Thin-Walled Compression Flanges. **Transactions of the American Society of Civil Engineers**, v. 112, p. 527-555, 1947.

<https://doi.org/10.1061/TACEAT.0006092>

Yu, C.; Schafer, B. **Distortional Buckling of Cold-formed Steel Members in Bending**. 2005. Final report – The American Iron and Steel Institute, Baltimore, Maryland, 2005.

YU, C.; SCHAFER, B. W. Distortional buckling tests on cold-formed steel beams. **Journal of structural engineering**, v. 132.4, p. 515-528, 2006.

[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2006\)132:4\(515\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2006)132:4(515))

ZIEMIAN R. D. **Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures**. 6. ed. New York: John Wiley & Sons, 2010.

<https://doi.org/10.1002/9780470549087>

APÊNDICE A

Este Apêndice contém 16 tabelas (Tabelas A.1 à A.16), com os resultados obtidos pelas análises numéricas através do método dos elementos finitos, e os resultados obtidos através da utilização dos métodos da resistência direta (*MRD*) estudados. Cada uma das tabelas apresenta o resultado para uma das seções analisadas (Tabela 2), para cada condição de apoio (*SCA* e *SCB*), os três gradientes de momento analisados ($\psi = 1, 0$ e -1), bem como os índices de esbeltez distorcional (λ_{dist}) considerados. Os dados fornecidos são as tensões de escoamento do aço (f_y), os momentos resistentes obtidos através dos modelos numéricos (M_u), os momentos de escoamento (M_y), a relação M_u/M_y e a relação de M_u com cada momento resistente obtido através dos métodos da resistência direta analisados, sendo estes o proposto pela NBR 14762 (2010) – $M_{Rdist-NBR}$, o proposto por MARTINS *et al.* (2017) - $M_{Rdist-M}$, o proposto por DEPOLLI (2018) - $M_{Rdist-D}$ e o proposto neste trabalho - M_{Rdist} .

Tabela A.1: Resultados numéricos e estimativas via *MRD* para *R0-75*.

Condição de apoio	ψ	λ_{dist}	f_y (kN/cm^2)	M_u ($kN\cdot cm$)	M_y ($kN\cdot cm$)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-NBR}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-M}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-D}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist}}$
SCA	1	0,90	78,73	706,36	869,78	0,81	0,97	0,96	1,14	0,98
		1,40	190,52	1048,99	2104,65	0,50	0,83	1,03	1,04	0,99
		1,90	350,90	1155,63	3876,42	0,30	0,64	0,98	1,00	1,02
		2,40	559,88	1164,40	6185,09	0,19	0,50	0,90	0,92	1,00
		2,90	817,47	1164,40	9030,66	0,13	0,40	0,84	0,86	0,98
		3,40	1123,65	1164,40	12413,13	0,09	0,34	0,80	0,82	0,97
		3,90	1478,44	1164,40	16332,50	0,07	0,29	0,77	0,79	0,95
		4,40	1881,82	1164,40	20788,77	0,06	0,26	0,74	0,76	0,94
	0	1,10	192,24	1598,88	2123,67	0,75	1,04	1,12	1,16	0,96
		1,60	406,72	1846,58	4493,06	0,41	0,76	1,04	1,13	1,03
		2,10	700,63	1855,02	7739,99	0,24	0,56	0,93	1,04	1,02
		2,60	1073,99	1855,02	11864,48	0,16	0,44	0,85	0,99	1,00
		3,10	1526,78	1855,02	16866,51	0,11	0,37	0,80	0,96	0,99
		3,60	2059,00	1855,02	22746,10	0,08	0,31	0,77	0,94	0,98
		4,10	2670,67	1855,02	29503,23	0,06	0,27	0,73	0,92	0,98
		4,60	3361,77	1855,02	37137,92	0,05	0,24	0,71	0,90	0,97
	-1	1,30	257,15	1653,82	2840,72	0,58	0,91	1,08	1,16	1,00
		1,80	492,99	1700,29	5446,12	0,31	0,64	0,94	1,06	0,99
		2,30	804,91	1700,55	8891,96	0,19	0,49	0,85	1,00	0,98
		2,80	1192,91	1700,55	13178,26	0,13	0,39	0,80	0,97	0,97
		3,30	1656,99	1700,55	18305,00	0,09	0,33	0,75	0,94	0,96
		3,80	2197,15	1700,55	24272,20	0,07	0,28	0,72	0,93	0,96
		4,30	2813,38	1700,55	31079,84	0,05	0,25	0,69	0,91	0,95
		4,80	3505,70	1700,55	38727,94	0,04	0,22	0,67	0,90	0,95
SCB	1	0,90	113,56	980,62	1254,53	0,78	0,93	0,93	0,93	0,99
		1,40	274,79	1410,56	3035,65	0,46	0,77	0,88	0,89	0,98
		1,90	506,12	1521,41	5591,17	0,27	0,58	0,76	0,77	0,99
		2,40	807,55	1534,51	8921,09	0,17	0,45	0,65	0,67	0,97
		2,90	1179,07	1534,51	13025,41	0,12	0,37	0,58	0,60	0,95
		3,40	1620,70	1534,51	17904,13	0,09	0,31	0,52	0,54	0,95
		3,90	2132,43	1534,51	23557,25	0,07	0,27	0,48	0,50	0,94
		4,40	2714,25	1534,51	29984,77	0,05	0,24	0,45	0,47	0,93
	0	1,10	248,67	2060,15	2747,06	0,75	1,03	1,08	1,09	0,99
		1,60	526,11	2302,25	5811,97	0,40	0,73	0,88	0,90	1,02
		2,10	906,30	2312,89	10012,02	0,23	0,54	0,73	0,75	1,01
		2,60	1389,25	2312,89	15347,23	0,15	0,43	0,64	0,66	1,00
		3,10	1974,95	2312,89	21817,58	0,11	0,35	0,57	0,59	0,99
		3,60	2663,41	2312,89	29423,09	0,08	0,30	0,52	0,54	0,99
		4,10	3454,62	2312,89	38163,74	0,06	0,26	0,48	0,50	0,98
		4,60	4348,59	2312,89	48039,55	0,05	0,23	0,45	0,47	0,98
	-1	1,30	404,76	2572,25	4471,40	0,58	0,90	1,00	1,01	1,02
		1,80	775,98	2622,25	8572,39	0,31	0,63	0,79	0,81	1,00
		2,30	1266,96	2622,25	13996,28	0,19	0,48	0,67	0,69	0,98
		2,80	1877,69	2622,25	20743,07	0,13	0,38	0,59	0,61	0,98
		3,30	2608,16	2622,25	28812,76	0,09	0,32	0,53	0,55	0,98
		3,80	3458,39	2622,25	38205,35	0,07	0,28	0,49	0,51	0,97
		4,30	4428,37	2622,25	48920,84	0,05	0,24	0,45	0,48	0,97
		4,80	5518,10	2622,25	60959,23	0,04	0,22	0,43	0,45	0,97

Tabela A.2: Resultados numéricos e estimativas via *MRD* para *R0-90*.

Condição de apoio	ψ	λ_{dist}	f_y (kN/cm^2)	M_u ($kN\cdot cm$)	M_y ($kN\cdot cm$)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-NBR}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-M}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-D}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist}}$
SCA	1	0,50	25,58	469,32	463,05	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01
		1,00	102,34	1369,63	1852,20	0,74	0,95	0,98	0,99	0,92
		1,50	230,26	1848,21	4167,45	0,44	0,78	1,02	1,03	0,99
		2,00	409,34	1978,19	7408,80	0,27	0,60	0,95	0,97	1,01
		2,50	639,60	1982,37	11576,25	0,17	0,47	0,88	0,90	0,98
		3,00	921,02	1982,37	16669,80	0,12	0,38	0,82	0,84	0,96
		3,50	1253,62	1982,37	22689,45	0,09	0,33	0,78	0,80	0,95
		4,00	1637,38	1982,37	29635,20	0,07	0,28	0,75	0,77	0,94
	0	0,70	77,52	1403,93	1403,02	1,00	1,02	1,00	1,01	1,31
		1,20	227,81	2679,79	4123,15	0,65	0,96	1,08	1,13	0,96
		1,70	457,20	2946,33	8274,94	0,36	0,70	0,99	1,08	1,00
		2,20	765,69	2951,28	13858,37	0,21	0,52	0,89	1,01	0,99
		2,70	1153,28	2951,28	20873,46	0,14	0,42	0,82	0,96	0,98
		3,20	1619,97	2951,28	29320,19	0,10	0,35	0,78	0,93	0,97
		3,70	2165,76	2951,28	39198,58	0,08	0,30	0,74	0,91	0,96
		4,20	2790,65	2951,28	50508,61	0,06	0,26	0,71	0,89	0,95
	-1	0,90	132,93	2211,80	2405,94	0,92	1,10	1,09	1,10	0,92
		1,40	321,66	2974,38	5821,79	0,51	0,85	1,06	1,14	1,00
		1,90	592,45	3006,51	10722,78	0,28	0,60	0,92	1,05	0,99
		2,40	945,29	3006,51	17108,93	0,18	0,46	0,84	1,00	0,98
		2,90	1380,18	3006,51	24980,22	0,12	0,38	0,79	0,96	0,97
		3,40	1897,14	3006,51	34336,67	0,09	0,32	0,75	0,94	0,96
		3,90	2496,15	3006,51	45178,26	0,07	0,28	0,71	0,92	0,95
		4,40	3177,21	3006,51	57505,01	0,05	0,24	0,69	0,91	0,95
SCB	1	0,50	37,24	701,26	674,08	1,04	1,04	1,04	1,04	1,04
		1,00	148,97	1903,00	2696,30	0,71	0,90	0,92	0,93	0,94
		1,50	335,19	2535,44	6066,68	0,42	0,73	0,86	0,87	0,99
		2,00	595,89	2678,42	10785,20	0,25	0,56	0,74	0,75	0,99
		2,50	931,08	2688,80	16851,88	0,16	0,44	0,64	0,66	0,97
		3,00	1340,76	2688,80	24266,70	0,11	0,36	0,57	0,59	0,96
		3,50	1824,92	2688,80	33029,68	0,08	0,30	0,52	0,54	0,95
		4,00	2383,57	2688,80	43140,80	0,06	0,26	0,48	0,50	0,94
	0	0,70	122,36	2418,57	2214,60	1,09	1,11	1,11	1,11	1,18
		1,20	359,59	4267,35	6508,22	0,66	0,96	1,04	1,05	1,00
		1,70	721,67	4479,90	13061,64	0,34	0,67	0,83	0,84	0,99
		2,20	1208,61	4480,00	21874,86	0,20	0,50	0,69	0,71	0,98
		2,70	1820,41	4480,00	32947,88	0,14	0,40	0,60	0,62	0,97
		3,20	2557,06	4480,00	46280,70	0,10	0,33	0,54	0,56	0,96
		3,70	3418,57	4480,00	61873,32	0,07	0,28	0,50	0,52	0,96
		4,20	4404,93	4480,00	79725,74	0,06	0,25	0,46	0,48	0,96
	-1	0,90	208,54	3583,15	3774,44	0,95	1,13	1,13	1,13	0,98
		1,40	504,62	4585,29	9133,21	0,50	0,83	0,95	0,96	1,01
		1,90	929,43	4604,32	16821,88	0,27	0,59	0,76	0,78	0,99
		2,40	1482,96	4604,32	26840,45	0,17	0,45	0,65	0,67	0,98
		2,90	2165,23	4604,32	39188,92	0,12	0,37	0,58	0,60	0,97
		3,40	2976,22	4604,32	53867,29	0,09	0,31	0,52	0,54	0,97
		3,90	3915,95	4604,32	70875,56	0,06	0,27	0,48	0,50	0,97
		4,40	4984,40	4604,32	90213,73	0,05	0,24	0,45	0,47	0,97

Tabela A.3: Resultados numéricos e estimativas via *MRD* para *R0-120*.

Condição de apoio	ψ	λ_{dist}	f_y (kN/cm^2)	M_u ($kN\cdot cm$)	M_y ($kN\cdot cm$)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-NBR}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-M}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-D}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist}}$
SCA	1	0,35	10,06	374,75	362,32	1,03	1,03	1,03	1,03	1,03
		0,85	59,35	1856,02	2136,94	0,87	1,00	0,98	0,98	1,09
		1,35	149,71	2844,76	5390,41	0,53	0,85	1,04	1,05	0,98
		1,85	281,14	3145,49	10122,73	0,31	0,65	0,98	1,00	1,01
		2,35	453,64	3174,38	16333,90	0,19	0,50	0,90	0,92	0,99
		2,85	667,22	3174,38	24023,92	0,13	0,41	0,84	0,86	0,97
		3,35	921,86	3174,38	33192,79	0,10	0,34	0,80	0,82	0,96
		3,85	1217,58	3174,38	43840,51	0,07	0,30	0,76	0,78	0,94
	0	0,55	39,54	1474,49	1423,60	1,04	1,04	1,04	1,04	1,04
		1,05	144,10	4215,45	5188,48	0,81	1,08	1,14	1,17	0,96
		1,55	314,01	5018,47	11306,41	0,44	0,80	1,07	1,15	1,05
		2,05	549,28	5060,81	19777,39	0,26	0,59	0,95	1,07	1,04
		2,55	849,89	5061,04	30601,42	0,17	0,46	0,87	1,02	1,02
		3,05	1215,86	5061,04	43778,50	0,12	0,38	0,82	0,98	1,01
		3,55	1647,18	5061,04	59308,63	0,09	0,32	0,78	0,96	1,00
		4,05	2143,85	5061,04	77191,81	0,07	0,28	0,75	0,94	0,99
	-1	0,75	76,87	2803,15	2767,67	1,01	1,07	1,04	1,04	1,19
		1,25	213,52	4957,22	7687,97	0,64	0,98	1,14	1,20	1,03
		1,75	418,50	5282,40	15068,42	0,35	0,70	1,02	1,14	1,05
		2,25	691,80	5284,80	24909,02	0,21	0,53	0,92	1,07	1,04
		2,75	1033,43	5284,80	37209,77	0,14	0,42	0,85	1,03	1,03
		3,25	1443,38	5284,80	51970,67	0,10	0,35	0,80	1,00	1,02
		3,75	1921,66	5284,80	69191,72	0,08	0,30	0,77	0,98	1,01
		4,25	2468,27	5284,80	88872,92	0,06	0,27	0,74	0,97	1,01
SCB	1	0,35	14,70	584,65	529,47	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10
		0,85	86,73	2600,00	3122,79	0,83	0,95	0,95	0,95	1,06
		1,35	218,77	3934,44	7877,21	0,50	0,81	0,91	0,92	0,99
		1,85	410,84	4319,58	14792,73	0,29	0,61	0,78	0,80	1,01
		2,35	662,92	4379,63	23869,35	0,18	0,48	0,68	0,69	0,99
		2,85	975,03	4379,99	35107,07	0,12	0,39	0,60	0,62	0,98
		3,35	1347,15	4379,99	48505,89	0,09	0,32	0,54	0,56	0,97
		3,85	1779,30	4379,99	64065,81	0,07	0,28	0,50	0,52	0,96
	0	0,55	64,38	2657,82	2317,91	1,15	1,15	1,15	1,15	1,15
		1,05	234,62	6838,20	8447,91	0,81	1,08	1,11	1,12	0,99
		1,55	511,28	7631,76	18409,16	0,41	0,75	0,89	0,90	1,01
		2,05	894,34	7695,79	32201,66	0,24	0,55	0,73	0,75	0,99
		2,55	1383,80	7699,00	49825,41	0,15	0,43	0,63	0,65	0,98
		3,05	1979,67	7699,00	71280,41	0,11	0,36	0,57	0,59	0,98
		3,55	2681,95	7699,00	96566,66	0,08	0,30	0,52	0,54	0,97
		4,05	3490,63	7699,00	125684,16	0,06	0,26	0,48	0,50	0,97
	-1	0,75	117,66	4574,35	4236,36	1,08	1,15	1,13	1,13	1,10
		1,25	326,82	7361,50	11767,66	0,63	0,95	1,04	1,05	1,03
		1,75	640,57	7516,56	23064,61	0,33	0,65	0,81	0,83	1,00
		2,25	1058,91	7516,56	38127,21	0,20	0,49	0,68	0,70	0,99
		2,75	1581,82	7516,56	56955,46	0,13	0,39	0,60	0,62	0,99
		3,25	2209,32	7516,56	79549,36	0,09	0,33	0,54	0,56	0,98
		3,75	2941,41	7516,56	105908,91	0,07	0,28	0,50	0,52	0,98
		4,25	3778,08	7516,56	136034,11	0,06	0,25	0,46	0,48	0,98

Tabela A.4: Resultados numéricos e estimativas via *MRD* para *R0-130*.

Condição de apoio	ψ	λ_{dist}	f_y (kN/cm^2)	M_u ($kN\cdot cm$)	M_y ($kN\cdot cm$)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-NBR}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-M}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-D}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist}}$
SCA	1	0,80	46,39	1753,02	1942,46	0,90	1,00	0,97	0,97	1,32
		1,30	122,50	2907,27	5129,32	0,57	0,89	1,06	1,06	0,99
		1,80	234,85	3334,66	9833,72	0,34	0,70	1,03	1,04	1,05
		2,30	383,45	3393,81	16055,68	0,21	0,54	0,94	0,96	1,04
		2,80	568,29	3393,96	23795,18	0,14	0,43	0,88	0,90	1,02
		3,30	789,37	3393,96	33052,24	0,10	0,36	0,83	0,86	1,00
		3,80	1046,70	3393,96	43826,84	0,08	0,31	0,80	0,82	0,98
		4,30	1340,27	3393,96	56119,00	0,06	0,27	0,77	0,79	0,97
	0	1,00	117,78	4305,97	4931,50	0,87	1,12	1,16	1,18	0,96
		1,50	265,00	5275,41	11095,88	0,48	0,84	1,09	1,17	1,06
		2,00	471,11	5340,08	19726,00	0,27	0,61	0,97	1,08	1,04
		2,50	736,11	5340,57	30821,88	0,17	0,47	0,89	1,03	1,03
		3,00	1059,99	5340,57	44383,50	0,12	0,39	0,83	0,99	1,02
		3,50	1442,77	5340,57	60410,88	0,09	0,33	0,79	0,96	1,01
		4,00	1884,43	5340,57	78904,00	0,07	0,29	0,76	0,94	1,00
		4,50	2384,99	5340,57	99862,88	0,05	0,25	0,73	0,93	1,00
	-1	1,20	175,74	5072,65	7358,40	0,69	1,01	1,15	1,21	1,02
		1,70	352,70	5486,66	14767,90	0,37	0,73	1,03	1,15	1,05
		2,20	590,67	5495,36	24732,40	0,22	0,54	0,92	1,08	1,04
		2,70	889,67	5495,36	37251,90	0,15	0,43	0,86	1,04	1,03
		3,20	1249,69	5495,36	52326,40	0,11	0,36	0,81	1,01	1,02
		3,70	1670,73	5495,36	69955,90	0,08	0,31	0,77	0,99	1,02
		4,20	2152,79	5495,36	90140,40	0,06	0,27	0,74	0,97	1,01
		4,70	2695,87	5495,36	112879,90	0,05	0,24	0,72	0,96	1,01
SCB	1	0,80	68,51	2505,95	2868,48	0,87	0,96	0,95	0,95	1,18
		1,30	180,90	4045,90	7574,58	0,53	0,84	0,93	0,94	1,00
		1,80	346,82	4515,22	14521,68	0,31	0,64	0,81	0,82	1,02
		2,30	566,25	4614,67	23709,78	0,19	0,50	0,70	0,71	1,01
		2,80	839,21	4626,03	35138,88	0,13	0,40	0,61	0,64	1,00
		3,30	1165,69	4626,03	48808,98	0,09	0,34	0,56	0,58	0,99
		3,80	1545,68	4626,03	64720,08	0,07	0,29	0,51	0,53	0,98
		4,30	1979,20	4626,03	82872,18	0,06	0,25	0,47	0,50	0,97
	0	1,00	188,33	6792,43	7885,70	0,86	1,10	1,13	1,13	0,98
		1,50	423,74	7836,70	17742,83	0,44	0,78	0,91	0,92	1,01
		2,00	753,32	8095,90	31542,80	0,26	0,58	0,76	0,78	1,02
		2,50	1177,07	8174,52	49285,63	0,17	0,45	0,66	0,68	1,02
		3,00	1694,98	8174,52	70971,30	0,12	0,37	0,59	0,61	1,01
		3,50	2307,06	8174,52	96599,83	0,08	0,32	0,54	0,56	1,01
		4,00	3013,30	8174,52	126171,20	0,06	0,27	0,50	0,52	1,00
		4,50	3813,70	8174,52	159685,43	0,05	0,24	0,46	0,49	1,00
	-1	1,20	266,54	7520,35	11160,58	0,67	0,99	1,07	1,08	1,04
		1,70	534,94	7797,18	22398,66	0,35	0,68	0,84	0,85	1,01
		2,20	895,88	7797,70	37511,94	0,21	0,51	0,70	0,72	1,00
		2,70	1349,38	7797,70	56500,42	0,14	0,41	0,61	0,63	0,99
		3,20	1895,42	7797,70	79364,10	0,10	0,34	0,55	0,57	0,99
		3,70	2534,02	7797,70	106102,98	0,07	0,29	0,50	0,53	0,99
		4,20	3265,16	7797,70	136717,06	0,06	0,25	0,47	0,49	0,99
		4,70	4088,85	7797,70	171206,34	0,05	0,22	0,44	0,46	0,98

Tabela A.5: Resultados numéricos e estimativas via *MRD* para *R0-150*.

Condição de apoio	ψ	λ_{dist}	f_y (kN/cm^2)	M_u ($kN\cdot cm$)	M_y ($kN\cdot cm$)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-NBR}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-M}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-D}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist}}$
SCA	1	0,65	28,56	1679,96	1727,14	0,97	0,97	0,97	0,97	0,97
		1,15	89,41	3536,39	5406,25	0,65	0,93	1,03	1,04	0,95
		1,65	184,05	4361,18	11129,31	0,39	0,75	1,04	1,05	1,04
		2,15	312,50	4539,96	18896,32	0,24	0,58	0,96	0,98	1,04
		2,65	474,75	4543,57	28707,28	0,16	0,46	0,89	0,91	1,01
		3,15	670,81	4543,57	40562,19	0,11	0,38	0,84	0,86	1,00
		3,65	900,66	4543,57	54461,05	0,08	0,32	0,80	0,83	0,98
		4,15	1164,32	4543,57	70403,86	0,06	0,28	0,77	0,79	0,97
	0	0,85	79,14	4666,46	4785,41	0,98	1,12	1,10	1,10	0,91
		1,35	199,63	6860,69	12071,15	0,57	0,92	1,12	1,18	1,04
		1,85	374,89	7135,86	22668,59	0,31	0,66	0,99	1,10	1,04
		2,35	604,91	7139,82	36577,73	0,20	0,51	0,90	1,04	1,03
		2,85	889,71	7139,82	53798,57	0,13	0,41	0,84	1,00	1,02
		3,35	1229,27	7139,82	74331,11	0,10	0,34	0,80	0,97	1,01
		3,85	1623,60	7139,82	98175,35	0,07	0,30	0,76	0,95	1,00
		4,35	2072,70	7139,82	125331,29	0,06	0,26	0,74	0,93	0,99
	-1	1,05	128,77	6350,41	7786,30	0,82	1,08	1,15	1,18	0,97
		1,55	280,60	7430,97	16967,42	0,44	0,79	1,05	1,16	1,04
		2,05	490,84	7471,03	29679,74	0,25	0,58	0,94	1,08	1,03
		2,55	759,47	7471,03	45923,26	0,16	0,45	0,86	1,03	1,02
		3,05	1086,50	7471,03	65697,98	0,11	0,37	0,81	1,00	1,01
		3,55	1471,93	7471,03	89003,90	0,08	0,32	0,77	0,98	1,00
		4,05	1915,75	7471,03	115841,02	0,06	0,28	0,74	0,96	1,00
		4,55	2417,97	7471,03	146209,34	0,05	0,24	0,71	0,95	0,99
SCB	1	0,65	42,36	2452,74	2561,11	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
		1,15	132,58	4977,94	8016,73	0,62	0,88	0,94	0,95	0,97
		1,65	272,93	5961,89	16503,25	0,36	0,69	0,84	0,85	1,01
		2,15	463,40	6181,40	28020,67	0,22	0,53	0,72	0,74	1,01
		2,65	704,00	6239,44	42568,99	0,15	0,42	0,63	0,65	1,00
		3,15	994,72	6237,30	60148,21	0,10	0,35	0,57	0,59	0,99
		3,65	1335,56	6237,30	80758,33	0,08	0,30	0,52	0,54	0,98
		4,15	1726,53	6237,30	104399,35	0,06	0,26	0,48	0,50	0,97
	0	0,85	119,25	7087,86	7210,55	0,98	1,13	1,12	1,12	0,94
		1,35	300,80	9689,00	18188,55	0,53	0,86	0,97	0,98	1,00
		1,85	564,87	10128,64	34156,55	0,30	0,62	0,80	0,81	1,01
		2,35	911,47	10163,13	55114,55	0,18	0,48	0,68	0,70	1,00
		2,85	1340,59	10163,14	81062,55	0,13	0,39	0,60	0,62	0,99
		3,35	1852,24	10163,14	112000,55	0,09	0,33	0,54	0,56	0,99
		3,85	2446,41	10163,14	147928,55	0,07	0,28	0,50	0,52	0,99
		4,35	3123,10	10163,14	188846,55	0,05	0,25	0,46	0,49	0,98
	-1	1,05	200,84	9988,28	12144,04	0,82	1,09	1,13	1,14	1,02
		1,55	437,65	10930,03	26463,54	0,41	0,75	0,89	0,90	1,01
		2,05	765,54	10963,12	46290,54	0,24	0,54	0,73	0,74	0,99
		2,55	1184,52	10963,12	71625,04	0,15	0,43	0,63	0,65	0,98
		3,05	1694,58	10963,12	102467,04	0,11	0,35	0,56	0,58	0,98
		3,55	2295,71	10963,12	138816,54	0,08	0,30	0,51	0,53	0,98
		4,05	2987,94	10963,12	180673,54	0,06	0,26	0,47	0,49	0,98
		4,55	3771,24	10963,12	228038,04	0,05	0,23	0,44	0,46	0,97

Tabela A.6: Resultados numéricos e estimativas via *MRD* para *R0-160*.

Condição de apoio	ψ	λ_{dist}	f_y (kN/cm^2)	M_u ($kN\cdot cm$)	M_y ($kN\cdot cm$)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-NBR}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-M}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-D}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist}}$
SCA	1	1,00	75,91	4570,46	6074,10	0,75	0,96	1,00	1,00	0,94
		1,50	170,81	6147,92	13666,73	0,45	0,79	1,03	1,04	1,00
		2,00	303,66	6573,90	24296,40	0,27	0,61	0,97	0,98	1,02
		2,50	474,47	6596,16	37963,13	0,17	0,48	0,89	0,91	1,00
		3,00	683,23	6596,16	54666,90	0,12	0,39	0,83	0,86	0,98
		3,50	929,96	6596,16	74407,73	0,09	0,33	0,79	0,82	0,96
		4,00	1214,64	6596,16	97185,60	0,07	0,29	0,76	0,79	0,95
		4,50	1537,27	6596,16	123000,53	0,05	0,25	0,73	0,76	0,94
	0	1,20	175,90	9512,65	14074,42	0,68	0,99	1,13	1,18	1,00
		1,70	353,03	10473,00	28246,57	0,37	0,72	1,03	1,12	1,05
		2,20	591,23	10496,90	47305,68	0,22	0,54	0,92	1,05	1,03
		2,70	890,51	10496,90	71251,73	0,15	0,43	0,86	1,00	1,02
		3,20	1250,87	10496,90	100084,74	0,10	0,36	0,81	0,97	1,01
		3,70	1672,31	10496,90	133804,69	0,08	0,31	0,77	0,95	1,00
		4,20	2154,82	10496,90	172411,60	0,06	0,27	0,74	0,93	0,99
		4,70	2698,41	10496,90	215905,45	0,05	0,24	0,72	0,91	0,99
	-1	1,40	253,81	10733,26	20307,56	0,53	0,88	1,09	1,18	1,04
		1,90	467,47	10923,84	37403,21	0,29	0,63	0,96	1,09	1,03
		2,40	745,88	10924,84	59679,36	0,18	0,48	0,88	1,04	1,02
		2,90	1089,04	10924,84	87136,01	0,13	0,39	0,82	1,00	1,01
		3,40	1496,94	10924,84	119773,16	0,09	0,33	0,78	0,98	1,00
		3,90	1969,59	10924,84	157590,81	0,07	0,29	0,74	0,96	0,99
		4,40	2506,98	10924,84	200588,96	0,05	0,25	0,72	0,95	0,99
		4,90	3109,13	10924,84	248767,61	0,04	0,23	0,69	0,93	0,98
SCB	1	1,00	112,03	6406,66	8963,70	0,71	0,92	0,94	0,94	0,95
		1,50	252,07	8568,98	20168,33	0,42	0,75	0,87	0,89	1,01
		2,00	448,12	8982,72	35854,80	0,25	0,56	0,74	0,76	1,00
		2,50	700,18	9105,92	56023,13	0,16	0,45	0,65	0,67	0,99
		3,00	1008,26	9106,49	80673,30	0,11	0,37	0,58	0,60	0,98
		3,50	1372,36	9106,49	109805,33	0,08	0,31	0,53	0,55	0,97
		4,00	1792,47	9106,49	143419,20	0,06	0,27	0,49	0,51	0,96
		4,50	2268,59	9106,49	181514,93	0,05	0,24	0,45	0,48	0,96
	0	1,20	260,44	13751,46	20838,24	0,66	0,97	1,05	1,06	1,00
		1,70	522,69	14560,60	41821,19	0,35	0,68	0,84	0,85	1,01
		2,20	875,36	14610,99	70039,64	0,21	0,51	0,70	0,72	0,99
		2,70	1318,47	14610,99	105493,59	0,14	0,41	0,62	0,64	0,99
		3,20	1852,01	14610,99	148183,04	0,10	0,34	0,55	0,57	0,98
		3,70	2475,98	14610,99	198107,99	0,07	0,29	0,51	0,53	0,98
		4,20	3190,37	14610,99	255268,44	0,06	0,25	0,47	0,49	0,97
		4,70	3995,20	14610,99	319664,39	0,05	0,23	0,44	0,46	0,97
	-1	1,40	400,05	16006,87	32008,76	0,50	0,83	0,95	0,96	1,01
		1,90	736,83	16151,97	58954,91	0,27	0,59	0,76	0,78	0,99
		2,40	1175,65	16151,97	94066,56	0,17	0,45	0,65	0,67	0,98
		2,90	1716,54	16151,97	137343,71	0,12	0,37	0,58	0,60	0,98
		3,40	2359,47	16151,97	188786,36	0,09	0,31	0,52	0,54	0,97
		3,90	3104,46	16151,97	248394,51	0,07	0,27	0,48	0,50	0,97
		4,40	3951,51	16151,97	316168,16	0,05	0,24	0,45	0,47	0,97
		4,90	4900,60	16151,97	392107,31	0,04	0,21	0,42	0,44	0,97

Tabela A.7: Resultados numéricos e estimativas via *MRD* para *R0-225*.

Condição de apoio	ψ	λ_{dist}	f_y (kN/cm^2)	M_u ($kN\cdot cm$)	M_y ($kN\cdot cm$)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-NBR}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-M}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-D}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist}}$
SCA	1	0,55	17,98	3303,16	3289,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		1,05	65,53	8576,61	11990,79	0,72	0,95	1,01	1,01	0,93
		1,55	142,79	11196,01	26129,59	0,43	0,77	1,03	1,04	1,01
		2,05	249,77	11819,17	45706,39	0,26	0,59	0,96	0,98	1,02
		2,55	386,47	11823,29	70721,19	0,17	0,47	0,88	0,90	1,00
		3,05	552,89	11823,29	101173,99	0,12	0,38	0,83	0,85	0,98
		3,55	749,02	11823,29	137064,79	0,09	0,33	0,79	0,81	0,96
		4,05	974,88	11823,29	178393,59	0,07	0,28	0,76	0,78	0,95
	0	0,75	53,22	9744,78	9739,69	1,00	1,06	1,03	1,03	1,00
		1,25	147,85	17191,83	27054,69	0,64	0,96	1,12	1,18	1,01
		1,75	289,78	18212,32	53027,19	0,34	0,69	0,99	1,09	1,02
		2,25	479,02	18233,10	87657,19	0,21	0,52	0,90	1,02	1,01
		2,75	715,58	18233,10	130944,69	0,14	0,42	0,83	0,98	1,00
		3,25	999,45	18233,10	182889,69	0,10	0,35	0,79	0,95	0,99
		3,75	1330,62	18233,10	243492,19	0,07	0,30	0,75	0,93	0,98
		4,25	1709,11	18233,10	312752,19	0,06	0,26	0,72	0,91	0,97
	-1	0,95	91,03	15000,27	16657,44	0,90	1,11	1,13	1,15	0,94
		1,45	212,06	19236,23	38805,84	0,50	0,85	1,08	1,17	1,04
		1,95	383,53	19254,58	70182,74	0,27	0,60	0,94	1,07	1,02
		2,45	605,43	19254,58	110788,14	0,17	0,47	0,86	1,02	1,00
		2,95	877,76	19254,58	160622,04	0,12	0,38	0,81	0,99	1,00
		3,45	1200,52	19254,58	219684,44	0,09	0,32	0,77	0,97	0,99
		3,95	1573,71	19254,58	287975,34	0,07	0,28	0,73	0,95	0,98
		4,45	1997,33	19254,58	365494,74	0,05	0,25	0,71	0,94	0,98
SCB	1	0,55	26,76	4936,55	4896,57	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01
		1,05	97,52	12074,42	17846,17	0,68	0,90	0,93	0,94	0,95
		1,55	212,52	15399,28	38889,27	0,40	0,72	0,85	0,86	0,99
		2,05	371,74	15782,67	68025,87	0,23	0,53	0,71	0,73	0,97
		2,55	575,20	15910,89	105255,97	0,15	0,42	0,62	0,64	0,96
		3,05	822,88	15910,89	150579,57	0,11	0,35	0,55	0,57	0,94
		3,55	1114,79	15910,89	203996,67	0,08	0,30	0,51	0,53	0,94
		4,05	1450,93	15910,89	265507,27	0,06	0,26	0,47	0,49	0,93
	0	0,75	74,10	14272,22	13559,06	1,05	1,12	1,10	1,10	1,00
		1,25	205,82	23161,05	37664,06	0,61	0,93	1,02	1,03	1,00
		1,75	403,42	24039,92	73821,56	0,33	0,65	0,81	0,83	1,00
		2,25	666,87	24062,53	122031,56	0,20	0,49	0,68	0,70	0,98
		2,75	996,19	24062,53	182294,06	0,13	0,39	0,60	0,62	0,98
		3,25	1391,37	24062,53	254609,06	0,09	0,33	0,54	0,56	0,97
		3,75	1852,42	24062,53	338976,56	0,07	0,28	0,50	0,52	0,97
		4,25	2379,33	24062,53	435396,56	0,06	0,25	0,46	0,48	0,96
	-1	0,95	134,37	22274,37	24587,71	0,91	1,12	1,13	1,13	0,98
		1,45	313,02	26758,03	57280,51	0,47	0,80	0,92	0,94	1,01
		1,95	566,12	27832,61	103595,31	0,27	0,59	0,77	0,79	1,02
		2,45	893,66	27833,99	163532,11	0,17	0,46	0,66	0,68	1,01
		2,95	1295,64	27833,99	237090,91	0,12	0,37	0,59	0,61	1,01
		3,45	1772,06	27833,99	324271,71	0,09	0,32	0,53	0,56	1,00
		3,95	2322,92	27833,99	425074,51	0,07	0,27	0,49	0,51	1,00
		4,45	2948,22	27830,65	539499,31	0,05	0,24	0,46	0,48	1,00

Tabela A.8: Resultados numéricos e estimativas via *MRD* para *R0-275*.

Condição de apoio	ψ	λ_{dist}	f_y (kN/cm^2)	M_u ($kN\cdot cm$)	M_y ($kN\cdot cm$)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-NBR}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-M}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-D}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist}}$
SCA	1	0,40	7,97	2414,36	2374,56	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02
		0,90	40,34	10017,09	12021,21	0,83	0,99	0,99	0,99	1,00
		1,40	97,62	14991,75	29088,36	0,52	0,86	1,07	1,08	1,02
		1,90	179,80	16695,48	53576,01	0,31	0,67	1,03	1,04	1,07
		2,40	286,88	16834,62	85484,16	0,20	0,52	0,94	0,96	1,05
		2,90	418,86	16834,62	124812,81	0,13	0,42	0,88	0,90	1,03
		3,40	575,75	16834,62	171561,96	0,10	0,36	0,84	0,86	1,01
		3,90	757,54	16834,62	225731,61	0,07	0,31	0,80	0,83	1,00
	0	0,60	28,74	8791,71	8564,40	1,03	1,03	1,03	1,03	1,03
		1,10	96,60	22190,44	28785,90	0,77	1,06	1,15	1,19	0,98
		1,60	204,38	25335,20	60902,40	0,42	0,77	1,05	1,14	1,05
		2,10	352,08	25391,17	104913,90	0,24	0,57	0,93	1,05	1,03
		2,60	539,70	25391,17	160820,40	0,16	0,45	0,86	1,00	1,01
		3,10	767,24	25387,58	228621,90	0,11	0,37	0,81	0,97	1,00
		3,60	1034,69	25387,58	308318,40	0,08	0,32	0,77	0,95	0,99
		4,10	1342,06	25387,58	399909,90	0,06	0,28	0,74	0,93	0,99
	-1	0,80	53,97	16056,40	16080,64	1,00	1,10	1,07	1,07	1,00
		1,30	142,50	25697,99	42462,94	0,61	0,95	1,13	1,20	1,03
		1,80	273,20	26425,68	81408,24	0,32	0,67	0,98	1,10	1,03
		2,30	446,06	26425,68	132916,54	0,20	0,51	0,89	1,04	1,02
		2,80	661,07	26425,68	196987,84	0,13	0,41	0,83	1,01	1,01
		3,30	918,25	26425,68	273622,14	0,10	0,34	0,78	0,98	1,00
		3,80	1217,59	26425,68	362819,44	0,07	0,29	0,75	0,96	0,99
		4,30	1559,09	26425,68	464579,74	0,06	0,26	0,72	0,95	0,99
SCB	1	0,40	12,10	3846,35	3607,04	1,07	1,07	1,07	1,07	1,07
		0,90	61,28	14654,07	18260,64	0,80	0,96	0,95	0,96	1,01
		1,40	148,29	21058,01	44186,24	0,48	0,79	0,90	0,91	1,00
		1,90	273,12	23239,97	81383,84	0,29	0,61	0,79	0,81	1,03
		2,40	435,78	24407,06	129853,44	0,19	0,50	0,71	0,73	1,06
		2,90	636,26	24527,81	189595,04	0,13	0,41	0,63	0,66	1,05
		3,40	874,58	24527,81	260608,64	0,09	0,34	0,57	0,60	1,04
		3,90	1150,72	24527,81	342894,24	0,07	0,30	0,53	0,55	1,03
	0	0,60	40,68	13516,91	12122,28	1,12	1,12	1,12	1,12	1,12
		1,10	136,73	30514,88	40744,33	0,75	1,03	1,08	1,09	0,99
		1,60	289,29	34334,17	86202,88	0,40	0,74	0,89	0,90	1,03
		2,10	498,35	35407,45	148497,93	0,24	0,56	0,76	0,77	1,04
		2,60	763,91	35346,81	227629,48	0,16	0,44	0,66	0,68	1,03
		3,10	1085,97	35346,81	323597,53	0,11	0,36	0,59	0,61	1,02
		3,60	1464,53	35346,81	436402,08	0,08	0,31	0,54	0,56	1,02
		4,10	1899,59	35346,81	566043,13	0,06	0,27	0,50	0,52	1,01
	-1	0,80	80,36	24546,39	23946,24	1,03	1,13	1,11	1,11	1,00
		1,30	212,20	35425,26	63233,04	0,56	0,88	0,97	0,98	0,99
		1,80	406,83	37604,09	121227,84	0,31	0,64	0,80	0,82	1,01
		2,30	664,24	38264,72	197930,64	0,19	0,49	0,69	0,71	1,02
		2,80	984,43	38264,72	293341,44	0,13	0,40	0,61	0,63	1,01
		3,30	1367,40	38264,72	407460,24	0,09	0,33	0,55	0,57	1,01
		3,80	1813,16	38264,72	540287,04	0,07	0,29	0,51	0,53	1,00
		4,30	2321,70	38264,72	691821,84	0,06	0,25	0,47	0,49	1,00

Tabela A.9: Resultados numéricos e estimativas via *MRD* para *R32-75*.

Condição de apoio	ψ	λ_{dist}	f_y (kN/cm^2)	M_u ($kN\cdot cm$)	M_y ($kN\cdot cm$)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-NBR}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-M}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-D}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist}}$
SCA	1	0,85	83,37	651,33	744,68	0,87	1,00	0,98	0,99	0,90
		1,35	210,30	981,22	1878,45	0,52	0,84	1,03	1,04	0,98
		1,85	394,92	1150,35	3527,57	0,33	0,68	1,03	1,05	1,05
		2,35	637,24	1181,65	5692,04	0,21	0,54	0,96	0,98	1,03
		2,85	937,25	1183,32	8371,86	0,14	0,44	0,90	0,92	1,00
		3,35	1294,96	1183,32	11567,03	0,10	0,37	0,85	0,87	0,97
		3,85	1710,36	1183,32	15277,55	0,08	0,32	0,81	0,84	0,95
		4,35	2183,46	1183,32	19503,42	0,06	0,28	0,78	0,81	0,93
	0	1,05	204,52	1501,17	1826,84	0,82	1,09	1,16	1,19	0,98
		1,55	445,68	1937,75	3980,94	0,49	0,88	1,17	1,27	1,12
		2,05	779,59	1999,66	6963,54	0,29	0,66	1,07	1,20	1,11
		2,55	1206,25	2001,68	10774,64	0,19	0,52	0,98	1,14	1,09
		3,05	1725,67	2001,68	15414,24	0,13	0,43	0,92	1,10	1,06
		3,55	2337,83	2001,68	20882,34	0,10	0,36	0,88	1,07	1,05
		4,05	3042,76	2001,68	27178,94	0,07	0,32	0,84	1,05	1,03
		4,55	3840,43	2001,68	34304,04	0,06	0,28	0,81	1,03	1,02
	-1	1,25	295,43	1736,12	2638,91	0,66	1,00	1,16	1,23	1,11
		1,75	579,05	1896,57	5172,26	0,37	0,73	1,06	1,19	1,17
		2,25	957,20	1900,30	8550,06	0,22	0,55	0,96	1,12	1,17
		2,75	1429,89	1900,30	12772,31	0,15	0,44	0,89	1,08	1,17
		3,25	1997,12	1900,30	17839,01	0,11	0,37	0,84	1,05	1,17
		3,75	2658,89	1900,30	23750,16	0,08	0,32	0,80	1,03	1,18
		4,25	3415,20	1900,30	30505,76	0,06	0,28	0,77	1,01	1,18
		4,75	4266,05	1900,30	38105,81	0,05	0,25	0,75	1,00	1,19
SCB	1	0,85	120,03	923,93	1072,12	0,86	0,99	0,98	0,98	0,84
		1,35	302,77	1521,17	2704,41	0,56	0,91	1,02	1,03	0,96
		1,85	568,57	1850,32	5078,65	0,36	0,76	0,98	1,00	1,04
		2,35	917,43	1882,96	8194,84	0,23	0,60	0,85	0,87	0,99
		2,85	1349,36	1882,96	12052,98	0,16	0,48	0,75	0,77	0,93
		3,35	1864,36	1882,96	16653,07	0,11	0,41	0,68	0,70	0,89
		3,85	2462,41	1882,96	21995,11	0,09	0,35	0,62	0,65	0,85
		4,35	3143,53	1882,96	28079,10	0,07	0,31	0,58	0,61	0,82
	0	1,05	280,11	2204,13	2502,01	0,88	1,17	1,21	1,22	0,98
		1,55	610,39	2802,07	5452,23	0,51	0,93	1,10	1,12	1,10
		2,05	1067,71	2815,58	9537,15	0,30	0,68	0,91	0,93	1,03
		2,55	1652,06	2815,58	14756,77	0,19	0,53	0,78	0,81	0,97
		3,05	2363,44	2815,58	21111,09	0,13	0,44	0,70	0,73	0,93
		3,55	3201,86	2815,58	28600,11	0,10	0,37	0,64	0,66	0,89
		4,05	4167,31	2815,58	37223,83	0,08	0,32	0,59	0,62	0,87
		4,55	5259,79	2815,58	46982,25	0,06	0,29	0,55	0,58	0,84
	-1	1,25	469,75	2951,05	4195,94	0,70	1,07	1,17	1,18	1,06
		1,75	920,70	3015,30	8224,04	0,37	0,73	0,92	0,93	1,03
		2,25	1521,98	3015,30	13594,84	0,22	0,55	0,77	0,79	0,99
		2,75	2273,57	3015,30	20308,34	0,15	0,44	0,68	0,70	0,96
		3,25	3175,49	3015,30	28364,54	0,11	0,37	0,61	0,63	0,94
		3,75	4227,72	3015,30	37763,44	0,08	0,32	0,56	0,58	0,92
		4,25	5430,27	3015,30	48505,04	0,06	0,28	0,52	0,54	0,90
		4,75	6783,14	3015,30	60589,34	0,05	0,25	0,49	0,51	0,89

Tabela A.10: Resultados numéricos e estimativas via *MRD* para *R32-90*.

Condição de apoio	ψ	λ_{dist}	f_y (kN/cm^2)	M_u ($kN\cdot cm$)	M_y ($kN\cdot cm$)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-NBR}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-M}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-D}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist}}$
SCA	1	0,30	10,57	162,50	147,76	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10
		0,80	75,17	983,19	1050,75	0,94	1,03	1,00	1,01	0,94
		1,30	198,49	1518,86	2774,64	0,55	0,86	1,02	1,03	0,97
		1,80	380,54	1814,79	5319,43	0,34	0,70	1,03	1,05	1,05
		2,30	621,31	1949,89	8685,12	0,22	0,57	1,00	1,02	1,07
		2,80	920,80	1962,43	12871,71	0,15	0,46	0,94	0,96	1,04
		3,30	1279,02	1964,06	17879,20	0,11	0,39	0,89	0,92	1,01
		3,80	1695,97	1964,06	23707,59	0,08	0,33	0,85	0,88	0,99
	0	0,50	46,35	675,53	647,98	1,04	1,04	1,04	1,04	1,04
		1,00	185,42	2211,28	2591,90	0,85	1,09	1,13	1,16	0,96
		1,50	417,19	2802,88	5831,78	0,48	0,84	1,10	1,18	1,04
		2,00	741,67	2941,92	10367,60	0,28	0,64	1,01	1,14	1,05
		2,50	1158,85	2958,76	16199,38	0,18	0,50	0,94	1,08	1,03
		3,00	1668,75	2961,94	23327,10	0,13	0,41	0,88	1,05	1,01
		3,50	2271,35	2961,94	31750,78	0,09	0,35	0,83	1,02	0,99
		4,00	2966,66	2961,94	41470,40	0,07	0,30	0,80	1,00	0,98
	-1	0,70	91,27	1308,51	1275,91	1,03	1,05	1,03	1,03	0,95
		1,20	268,24	2463,46	3749,62	0,66	0,97	1,10	1,15	1,03
		1,70	538,33	2606,47	7525,27	0,35	0,68	0,96	1,07	1,04
		2,20	901,57	2613,91	12602,88	0,21	0,51	0,86	1,00	1,04
		2,70	1357,94	2613,91	18982,43	0,14	0,40	0,80	0,97	1,04
		3,20	1907,46	2613,91	26663,94	0,10	0,34	0,76	0,94	1,05
		3,70	2550,10	2613,91	35647,39	0,07	0,29	0,72	0,92	1,05
		4,20	3285,89	2613,91	45932,80	0,06	0,25	0,69	0,91	1,06
SCB	1	0,30	15,21	262,96	212,61	1,24	1,24	1,24	1,24	1,24
		0,80	108,15	1392,87	1511,87	0,92	1,02	1,00	1,00	0,89
		1,30	285,60	2333,37	3992,29	0,58	0,91	1,01	1,03	0,94
		1,80	547,53	2920,83	7653,85	0,38	0,78	0,99	1,01	1,04
		2,30	893,97	3030,74	12496,57	0,24	0,62	0,87	0,89	1,00
		2,80	1324,89	3030,74	18520,43	0,16	0,50	0,76	0,79	0,94
		3,30	1840,32	3030,74	25725,45	0,12	0,42	0,69	0,72	0,90
		3,80	2440,24	3030,74	34111,61	0,09	0,36	0,63	0,66	0,86
	0	0,50	61,47	1093,82	859,23	1,27	1,27	1,27	1,27	1,27
		1,00	245,87	3155,79	3436,90	0,92	1,18	1,20	1,21	0,96
		1,50	553,20	4204,45	7733,03	0,54	0,96	1,12	1,14	1,10
		2,00	983,46	4264,55	13747,60	0,31	0,70	0,92	0,94	1,04
		2,50	1536,66	4264,55	21480,63	0,20	0,54	0,79	0,82	0,98
		3,00	2212,79	4264,55	30932,10	0,14	0,45	0,71	0,73	0,93
		3,50	3011,85	4264,55	42102,03	0,10	0,38	0,64	0,67	0,90
		4,00	3933,84	4264,55	54990,40	0,08	0,33	0,59	0,62	0,87
	-1	0,70	141,43	2328,64	1977,00	1,18	1,20	1,19	1,19	1,05
		1,20	415,63	4375,38	5809,97	0,75	1,11	1,19	1,20	1,06
		1,70	834,14	4570,88	11660,28	0,39	0,77	0,94	0,96	1,05
		2,20	1396,97	4570,88	19527,95	0,23	0,57	0,79	0,81	1,01
		2,70	2104,11	4570,88	29412,96	0,16	0,46	0,69	0,71	0,98
		3,20	2955,57	4570,88	41315,33	0,11	0,38	0,62	0,64	0,95
		3,70	3951,34	4570,88	55235,04	0,08	0,33	0,57	0,59	0,93
		4,20	5091,43	4570,88	71172,11	0,06	0,28	0,53	0,55	0,91

Tabela A.11: Resultados numéricos e estimativas via *MRD* para *R32-120*.

Condição de apoio	ψ	λ_{dist}	f_y (kN/cm^2)	M_u ($kN\cdot cm$)	M_y ($kN\cdot cm$)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-NBR}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-M}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-D}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist}}$
SCA	1	0,95	87,85	1979,37	2355,98	0,84	1,04	1,05	1,06	0,96
		1,45	204,66	2621,40	5488,58	0,48	0,82	1,04	1,05	1,01
		1,95	370,14	2998,73	9926,43	0,30	0,66	1,04	1,05	1,07
		2,45	584,30	3116,85	15669,53	0,20	0,54	0,99	1,01	1,06
		2,95	847,12	3139,27	22717,88	0,14	0,44	0,93	0,95	1,04
		3,45	1158,62	3146,32	31071,48	0,10	0,37	0,88	0,91	1,01
		3,95	1518,78	3146,32	40730,33	0,08	0,32	0,85	0,87	0,99
		4,45	1927,62	3146,32	51694,43	0,06	0,28	0,82	0,85	0,98
	0	1,15	203,78	3982,38	5464,83	0,73	1,04	1,15	1,19	1,00
		1,65	419,50	4696,58	11249,91	0,42	0,79	1,10	1,20	1,08
		2,15	712,26	4829,19	19101,09	0,25	0,61	1,01	1,15	1,07
		2,65	1082,06	4862,32	29018,37	0,17	0,48	0,94	1,10	1,05
		3,15	1528,90	4870,56	41001,75	0,12	0,40	0,89	1,07	1,03
		3,65	2052,79	4870,56	55051,23	0,09	0,34	0,85	1,04	1,02
		4,15	2653,72	4870,56	71166,81	0,07	0,30	0,82	1,02	1,00
		4,65	3331,69	4870,56	89348,49	0,05	0,27	0,79	1,00	0,99
	-1	1,35	280,96	4402,82	7534,58	0,58	0,94	1,15	1,23	1,14
		1,85	527,61	4752,31	14149,30	0,34	0,71	1,06	1,20	1,20
		2,35	851,34	4798,10	22831,12	0,21	0,54	0,97	1,15	1,20
		2,85	1252,16	4812,46	33580,04	0,14	0,44	0,91	1,11	1,21
		3,35	1730,05	4815,16	46396,06	0,10	0,37	0,86	1,08	1,22
		3,85	2285,02	4815,16	61279,18	0,08	0,32	0,83	1,06	1,22
		4,35	2917,08	4815,16	78229,40	0,06	0,28	0,79	1,05	1,23
		4,85	3626,21	4815,16	97246,72	0,05	0,25	0,77	1,03	1,23
SCB	1	0,95	129,14	2844,71	3463,25	0,82	1,02	1,02	1,03	0,86
		1,45	300,85	4357,17	8068,13	0,54	0,92	1,07	1,08	1,03
		1,95	544,11	5230,58	14591,71	0,36	0,79	1,03	1,05	1,12
		2,45	858,91	5338,95	23033,99	0,23	0,62	0,90	0,93	1,07
		2,95	1245,26	5338,95	33394,97	0,16	0,51	0,80	0,83	1,01
		3,45	1703,15	5338,95	45674,65	0,12	0,43	0,73	0,76	0,96
		3,95	2232,59	5338,95	59873,03	0,09	0,37	0,67	0,70	0,92
		4,45	2833,58	5338,95	75990,11	0,07	0,33	0,63	0,66	0,89
	0	1,15	291,26	6421,51	7810,95	0,82	1,17	1,24	1,25	1,06
		1,65	599,59	7703,95	16079,63	0,48	0,91	1,11	1,13	1,15
		2,15	1018,04	7732,56	27301,41	0,28	0,68	0,93	0,95	1,07
		2,65	1546,60	7732,56	41476,29	0,19	0,54	0,81	0,83	1,02
		3,15	2185,28	7732,56	58604,27	0,13	0,45	0,72	0,75	0,97
		3,65	2934,08	7732,56	78685,35	0,10	0,38	0,66	0,69	0,94
		4,15	3793,00	7732,56	101719,53	0,08	0,33	0,61	0,64	0,91
		4,65	4762,03	7732,56	127706,81	0,06	0,30	0,57	0,60	0,88
	-1	1,35	452,91	7622,24	12146,05	0,63	1,01	1,14	1,15	1,09
		1,85	850,53	7704,79	22809,25	0,34	0,71	0,91	0,93	1,05
		2,35	1372,40	7704,79	36804,70	0,21	0,54	0,77	0,79	1,02
		2,85	2018,53	7704,79	54132,40	0,14	0,44	0,68	0,70	0,99
		3,35	2788,91	7704,79	74792,35	0,10	0,37	0,62	0,64	0,96
		3,85	3683,55	7704,79	98784,55	0,08	0,32	0,57	0,59	0,94
		4,35	4702,45	7704,79	126109,00	0,06	0,28	0,53	0,55	0,93
		4,85	5845,60	7704,79	156765,70	0,05	0,25	0,49	0,52	0,91

Tabela A.12: Resultados numéricos e estimativas via *MRD* para *R32-130*.

Condição de apoio	ψ	λ_{dist}	f_y (kN/cm^2)	M_u ($kN\cdot cm$)	M_y ($kN\cdot cm$)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-NBR}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-M}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-D}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist}}$	
SCA	1	0,45	18,03	597,13	548,47	1,09	1,09	1,09	1,09	1,09	
		0,95	80,37	2063,33	2444,42	0,84	1,04	1,06	1,06	0,96	
		1,45	187,23	2698,99	5694,62	0,47	0,81	1,03	1,04	1,00	
		1,95	338,63	3039,99	10299,07	0,30	0,65	1,01	1,03	1,05	
		2,45	534,54	3137,22	16257,77	0,19	0,52	0,96	0,98	1,03	
		2,95	774,99	3161,06	23570,72	0,13	0,43	0,90	0,93	1,01	
		3,45	1059,96	3169,01	32237,92	0,10	0,36	0,86	0,88	0,99	
		3,95	1389,45	3169,06	42259,37	0,07	0,31	0,82	0,85	0,96	
		0	0,65	58,95	1861,09	1792,92	1,04	1,04	1,04	1,04	
	0	1,15	184,52	4102,33	5612,16	0,73	1,04	1,15	1,20	1,00	
		1,65	379,86	4807,06	11553,20	0,42	0,79	1,10	1,20	1,08	
		2,15	644,96	4928,41	19616,04	0,25	0,60	1,01	1,14	1,07	
		2,65	979,82	4963,01	29800,68	0,17	0,48	0,94	1,10	1,05	
		3,15	1384,45	4971,53	42107,12	0,12	0,40	0,89	1,06	1,03	
		3,65	1858,84	4971,53	56535,36	0,09	0,34	0,84	1,04	1,01	
		4,15	2402,99	4971,53	73085,40	0,07	0,30	0,81	1,02	1,00	
		-1	0,85	98,72	3104,91	3002,64	1,03	1,19	1,16	1,17	0,99
		1,35	249,03	4353,90	7574,13	0,57	0,93	1,13	1,21	1,12	
	SCB	1,85	467,66	4645,40	14223,57	0,33	0,69	1,03	1,17	1,16	
		2,35	754,61	4694,66	22950,96	0,20	0,53	0,95	1,12	1,17	
		2,85	1109,88	4708,01	33756,30	0,14	0,43	0,89	1,08	1,18	
		3,35	1533,47	4708,43	46639,59	0,10	0,36	0,84	1,05	1,18	
		3,85	2025,38	4708,43	61600,83	0,08	0,31	0,80	1,03	1,19	
		4,35	2585,62	4708,43	78640,02	0,06	0,27	0,77	1,02	1,19	
		1	0,45	26,40	972,89	802,91	1,21	1,21	1,21	1,21	
		0,95	117,66	2979,38	3578,41	0,83	1,03	1,04	1,04	0,88	
		1,45	274,09	4567,15	8336,41	0,55	0,94	1,08	1,10	1,05	
		1,95	495,72	5521,81	15076,91	0,37	0,80	1,05	1,08	1,15	
		2,45	782,52	5665,38	23799,91	0,24	0,64	0,93	0,95	1,10	
		2,95	1134,51	5665,38	34505,41	0,16	0,52	0,82	0,85	1,04	
		3,45	1551,68	5665,38	47193,41	0,12	0,44	0,75	0,78	0,99	
		3,95	2034,03	5665,38	61863,91	0,09	0,38	0,69	0,72	0,95	
		0	0,65	81,74	3117,62	2486,07	1,25	1,25	1,25	1,25	
	-1	1,15	255,86	6466,97	7781,85	0,83	1,18	1,26	1,27	1,07	
		1,65	526,72	7863,29	16019,73	0,49	0,93	1,14	1,16	1,18	
		2,15	894,30	7914,12	27199,71	0,29	0,70	0,95	0,97	1,10	
		2,65	1358,63	7914,12	41321,79	0,19	0,55	0,83	0,86	1,05	
		3,15	1919,68	7914,12	58385,97	0,14	0,46	0,74	0,77	1,00	
		3,65	2577,47	7914,12	78392,25	0,10	0,39	0,68	0,71	0,96	
		4,15	3332,00	7914,12	101340,63	0,08	0,34	0,63	0,66	0,93	
		0,85	161,68	5446,99	4917,34	1,11	1,27	1,26	1,26	0,86	
		1,35	407,83	7914,64	12403,94	0,64	1,03	1,16	1,17	1,11	

Tabela A.13: Resultados numéricos e estimativas via *MRD* para *R32-150*.

Condição de apoio	ψ	λ_{dist}	f_y (kN/cm^2)	M_u ($kN\cdot cm$)	M_y ($kN\cdot cm$)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-NBR}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-M}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-D}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist}}$
SCA	1	0,70	39,76	1879,12	1848,82	1,02	1,04	1,02	1,02	1,06
		1,20	116,85	3387,56	5433,26	0,62	0,92	1,04	1,05	0,97
		1,70	234,52	4165,72	10904,26	0,38	0,75	1,06	1,07	1,06
		2,20	392,76	4515,94	18261,80	0,25	0,60	1,03	1,05	1,09
		2,70	591,57	4569,21	27505,90	0,17	0,49	0,97	0,99	1,06
		3,20	830,96	4581,16	38636,54	0,12	0,41	0,91	0,94	1,03
		3,70	1110,92	4583,01	51653,74	0,09	0,35	0,87	0,90	1,01
		4,20	1431,45	4583,01	66557,48	0,07	0,31	0,84	0,87	0,99
	0	0,90	103,86	4700,35	4829,14	0,97	1,16	1,15	1,17	0,99
		1,40	251,32	6572,23	11685,32	0,56	0,93	1,16	1,24	1,08
		1,90	462,88	7222,65	21522,46	0,34	0,72	1,11	1,23	1,13
		2,40	738,56	7291,60	34340,54	0,21	0,56	1,02	1,17	1,11
		2,90	1078,35	7310,30	50139,58	0,15	0,46	0,95	1,13	1,09
		3,40	1482,26	7313,42	68919,56	0,11	0,39	0,90	1,10	1,07
		3,90	1950,27	7313,42	90680,50	0,08	0,33	0,87	1,07	1,05
		4,40	2482,39	7313,42	115422,38	0,06	0,29	0,83	1,05	1,04
	-1	1,10	155,50	5626,62	7230,23	0,78	1,07	1,16	1,20	1,06
		1,60	328,99	6355,16	15297,02	0,42	0,77	1,05	1,16	1,11
		2,10	566,74	6366,19	26351,51	0,24	0,57	0,93	1,08	1,11
		2,60	868,75	6366,19	40393,70	0,16	0,45	0,86	1,03	1,11
		3,10	1235,01	6366,19	57423,59	0,11	0,37	0,81	1,00	1,11
		3,60	1665,53	6366,19	77441,18	0,08	0,32	0,77	0,98	1,12
		4,10	2160,31	6366,19	100446,47	0,06	0,27	0,74	0,97	1,12
		4,60	2719,34	6366,19	126439,46	0,05	0,24	0,71	0,95	1,12
SCB	1	0,70	58,02	2699,81	2697,94	1,00	1,02	1,01	1,01	1,22
		1,20	170,52	5153,27	7928,64	0,65	0,96	1,03	1,04	0,93
		1,70	342,23	7004,51	15912,34	0,44	0,86	1,06	1,08	1,10
		2,20	573,14	7625,44	26649,04	0,29	0,70	0,96	0,99	1,10
		2,70	863,27	7632,97	40138,74	0,19	0,56	0,84	0,87	1,03
		3,20	1212,60	7632,97	56381,44	0,14	0,47	0,76	0,79	0,98
		3,70	1621,14	7632,97	75377,14	0,10	0,40	0,70	0,72	0,94
		4,20	2088,89	7632,97	97125,84	0,08	0,35	0,65	0,67	0,90
	0	0,90	153,74	7300,78	7148,41	1,02	1,22	1,21	1,22	0,94
		1,40	372,02	11100,46	17297,39	0,64	1,07	1,22	1,23	1,16
		1,90	685,19	11861,53	31858,97	0,37	0,80	1,03	1,06	1,14
		2,40	1093,27	11861,75	50833,15	0,23	0,62	0,88	0,91	1,07
		2,90	1596,25	11861,75	74219,93	0,16	0,50	0,78	0,81	1,02
		3,40	2194,13	11861,75	102019,31	0,12	0,42	0,71	0,74	0,98
		3,90	2886,92	11861,75	134231,29	0,09	0,37	0,65	0,68	0,95
		4,40	3674,61	11861,75	170855,87	0,07	0,32	0,61	0,64	0,92
	-1	1,10	249,10	10040,68	11582,36	0,87	1,19	1,25	1,26	1,04
		1,60	527,03	11411,77	24504,83	0,47	0,86	1,04	1,06	1,11
		2,10	907,89	11414,01	42213,40	0,27	0,63	0,86	0,88	1,07
		2,60	1391,68	11414,01	64708,07	0,18	0,50	0,74	0,77	1,03
		3,10	1978,41	11414,01	91988,84	0,12	0,41	0,67	0,69	1,01
		3,60	2668,07	11414,01	124055,71	0,09	0,35	0,61	0,63	0,98
		4,10	3460,67	11414,01	160908,68	0,07	0,31	0,56	0,59	0,96
		4,60	4356,20	11414,01	202547,75	0,06	0,27	0,53	0,55	0,95

Tabela A.14: Resultados numéricos e estimativas via *MRD* para *R32-160*.

Condição de apoio	ψ	λ_{dist}	f_y (kN/cm^2)	M_u ($kN\cdot cm$)	M_y ($kN\cdot cm$)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-NBR}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-M}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-D}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist}}$
SCA	1	0,60	32,46	2073,14	1934,32	1,07	1,07	1,07	1,07	1,07
		1,10	109,09	4502,70	6501,45	0,69	0,95	1,03	1,04	0,95
		1,60	230,81	5619,18	13755,14	0,41	0,76	1,03	1,04	1,02
		2,10	397,61	6203,63	23695,37	0,26	0,61	1,01	1,03	1,06
		2,60	609,49	6328,75	36322,16	0,17	0,49	0,95	0,97	1,04
		3,10	866,45	6367,34	51635,49	0,12	0,41	0,90	0,92	1,01
		3,60	1168,49	6379,67	69635,38	0,09	0,35	0,86	0,89	0,99
		4,10	1515,60	6379,72	90321,81	0,07	0,31	0,83	0,85	0,97
	0	0,80	91,77	5631,15	5468,80	1,03	1,14	1,10	1,11	1,07
		1,30	242,32	8805,67	14441,05	0,61	0,95	1,14	1,20	1,03
		1,80	464,57	9919,40	27685,80	0,36	0,73	1,08	1,20	1,09
		2,30	758,51	10063,59	45203,05	0,22	0,57	1,00	1,14	1,07
		2,80	1124,14	10113,67	66992,80	0,15	0,46	0,93	1,10	1,05
		3,30	1561,47	10125,44	93055,05	0,11	0,38	0,88	1,07	1,03
		3,80	2070,49	10125,44	123389,80	0,08	0,33	0,84	1,04	1,02
		4,30	2651,20	10125,44	157997,05	0,06	0,29	0,81	1,02	1,00
	-1	1,00	140,68	7171,20	8383,70	0,86	1,10	1,14	1,16	1,00
		1,50	316,53	8250,75	18863,33	0,44	0,77	1,00	1,09	1,04
		2,00	562,72	8299,00	33534,80	0,25	0,56	0,88	1,01	1,03
		2,50	879,24	8303,98	52398,13	0,16	0,43	0,81	0,97	1,03
		3,00	1266,11	8303,98	75453,30	0,11	0,36	0,76	0,94	1,03
		3,50	1723,32	8303,98	102700,33	0,08	0,30	0,72	0,92	1,04
		4,00	2250,86	8303,98	134139,20	0,06	0,26	0,69	0,90	1,04
		4,50	2848,75	8303,98	169769,93	0,05	0,23	0,67	0,89	1,04
SCB	1	0,60	47,29	3051,88	2818,40	1,08	1,08	1,08	1,08	1,08
		1,10	158,96	6663,48	9472,97	0,70	0,97	1,01	1,02	0,88
		1,60	336,31	9390,19	20041,98	0,47	0,87	1,04	1,06	1,05
		2,10	579,34	10472,35	34525,45	0,30	0,71	0,96	0,98	1,08
		2,60	888,06	10522,47	52923,36	0,20	0,56	0,84	0,86	1,01
		3,10	1262,46	10522,47	75235,73	0,14	0,47	0,75	0,78	0,96
		3,60	1702,55	10522,47	101462,54	0,10	0,40	0,69	0,71	0,92
		4,10	2208,32	10522,47	131603,81	0,08	0,35	0,63	0,66	0,88
	0	0,80	133,42	8810,82	7951,36	1,11	1,22	1,20	1,21	1,05
		1,30	352,32	14855,38	20996,56	0,71	1,11	1,23	1,24	1,12
		1,80	675,46	16407,09	40253,76	0,41	0,84	1,06	1,08	1,14
		2,30	1102,83	16408,04	65722,96	0,25	0,63	0,89	0,92	1,07
		2,80	1634,45	16408,04	97404,16	0,17	0,51	0,79	0,81	1,01
		3,30	2270,30	16408,04	135297,36	0,12	0,43	0,71	0,74	0,97
		3,80	3010,38	16408,04	179402,56	0,09	0,37	0,65	0,68	0,94
		4,30	3854,71	16408,04	229719,76	0,07	0,32	0,61	0,63	0,91
	-1	1,00	225,71	13000,38	13451,00	0,97	1,24	1,27	1,27	0,97
		1,50	507,84	15862,84	30264,75	0,52	0,92	1,08	1,10	1,11
		2,00	902,83	15876,47	53804,00	0,30	0,66	0,88	0,90	1,06
		2,50	1410,68	15876,47	84068,75	0,19	0,52	0,76	0,78	1,03
		3,00	2031,38	15876,47	121059,00	0,13	0,42	0,67	0,70	1,00
		3,50	2764,93	15876,47	164774,75	0,10	0,36	0,61	0,64	0,98
		4,00	3611,34	15876,47	215216,00	0,07	0,31	0,57	0,59	0,96
		4,50	4570,60	15876,47	272382,75	0,06	0,28	0,53	0,55	0,94

Tabela A.15: Resultados numéricos e estimativas via *MRD* para *R32-225*.

Condição de apoio	ψ	λ_{dist}	f_y (kN/cm^2)	M_u ($kN\cdot cm$)	M_y ($kN\cdot cm$)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-NBR}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-M}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-D}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist}}$
SCA	1	0,80	46,24	5725,34	5914,88	0,97	1,07	1,04	1,04	0,97
		1,30	122,10	8417,35	15618,98	0,54	0,84	1,00	1,01	0,95
		1,80	234,09	9759,65	29944,08	0,33	0,67	0,99	1,00	1,00
		2,30	382,20	10383,31	48890,18	0,21	0,54	0,95	0,97	1,01
		2,80	566,44	10524,55	72457,28	0,15	0,44	0,90	0,92	0,99
		3,30	786,80	10619,53	100645,38	0,11	0,37	0,86	0,88	0,97
		3,80	1043,29	10646,19	133454,48	0,08	0,32	0,82	0,85	0,96
		4,30	1335,91	10656,59	170884,58	0,06	0,28	0,79	0,82	0,94
	0	1,00	115,30	12783,94	14749,00	0,87	1,11	1,15	1,18	0,97
		1,50	259,43	15789,56	33185,25	0,48	0,84	1,09	1,17	1,03
		2,00	461,21	16828,06	58996,00	0,29	0,64	1,02	1,14	1,06
		2,50	720,64	17003,76	92181,25	0,18	0,51	0,94	1,09	1,04
		3,00	1037,72	17117,95	132741,00	0,13	0,42	0,89	1,06	1,02
		3,50	1412,45	17143,84	180675,25	0,09	0,35	0,85	1,04	1,01
		4,00	1844,83	17149,46	235984,00	0,07	0,31	0,81	1,01	0,99
		4,50	2334,86	17149,46	298667,25	0,06	0,27	0,79	1,00	0,98
	-1	1,20	162,03	13172,27	20725,92	0,64	0,93	1,06	1,12	1,00
		1,70	325,18	13545,49	41595,77	0,33	0,64	0,90	1,00	0,98
		2,20	544,59	13593,33	69662,12	0,20	0,48	0,81	0,95	0,98
		2,70	820,26	13595,10	104924,97	0,13	0,38	0,75	0,91	0,98
		3,20	1152,19	13595,10	147384,32	0,09	0,32	0,71	0,89	0,99
		3,70	1540,38	13595,10	197040,17	0,07	0,27	0,68	0,87	0,99
		4,20	1984,83	13595,10	253892,52	0,05	0,24	0,65	0,85	0,99
		4,70	2485,54	13595,10	317941,37	0,04	0,21	0,63	0,84	1,00
SCB	1	0,80	68,77	8356,91	8796,80	0,95	1,05	1,03	1,03	0,92
		1,30	181,60	13987,01	23229,05	0,60	0,94	1,05	1,06	0,97
		1,80	348,15	18002,66	44533,80	0,40	0,83	1,05	1,07	1,11
		2,30	568,43	19142,94	72711,05	0,26	0,67	0,94	0,97	1,09
		2,80	842,43	19144,64	107760,80	0,18	0,54	0,83	0,86	1,03
		3,30	1170,16	19144,64	149683,05	0,13	0,45	0,75	0,78	0,98
		3,80	1551,62	19144,64	198477,80	0,10	0,39	0,69	0,72	0,94
		4,30	1986,80	19144,64	254145,05	0,08	0,34	0,64	0,67	0,90
	0	1,00	154,62	18592,72	19779,00	0,94	1,21	1,23	1,24	0,98
		1,50	347,90	25399,49	44502,75	0,57	1,00	1,18	1,19	1,16
		2,00	618,50	26354,62	79116,00	0,33	0,75	0,99	1,01	1,11
		2,50	966,40	26354,67	123618,75	0,21	0,58	0,85	0,88	1,05
		3,00	1391,62	26354,67	178011,00	0,15	0,48	0,76	0,79	1,00
		3,50	1894,15	26354,67	242292,75	0,11	0,41	0,69	0,72	0,96
		4,00	2473,99	26354,67	316464,00	0,08	0,35	0,64	0,67	0,93
		4,50	3131,14	26354,67	400524,75	0,07	0,31	0,60	0,62	0,90
	-1	1,20	250,07	24440,41	31988,16	0,76	1,12	1,21	1,22	1,07
		1,70	501,88	26580,57	64198,46	0,41	0,81	1,00	1,02	1,10
		2,20	840,51	26582,34	107515,76	0,25	0,60	0,83	0,85	1,06
		2,70	1265,98	26582,34	161940,06	0,16	0,48	0,73	0,75	1,03
		3,20	1778,28	26582,34	227471,36	0,12	0,40	0,66	0,68	1,00
		3,70	2377,41	26582,34	304109,66	0,09	0,34	0,60	0,63	0,98
		4,20	3063,36	26582,34	391854,96	0,07	0,30	0,56	0,58	0,96
		4,70	3836,15	26582,34	490707,26	0,05	0,27	0,52	0,55	0,95

Tabela A.16: Resultados numéricos e estimativas via *MRD* para *R32-275*.

Condição de apoio	ψ	λ_{dist}	f_y (kN/cm^2)	M_u ($kN\cdot cm$)	M_y ($kN\cdot cm$)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-NBR}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-M}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist-D}}$	$\frac{M_u}{M_{Rdist}}$
SCA	1	0,75	36,36	7379,58	7175,25	1,03	1,09	1,06	1,06	1,02
		1,25	101,00	11610,46	19931,25	0,58	0,88	1,03	1,04	0,97
		1,75	197,97	13649,07	39065,25	0,35	0,70	1,01	1,03	1,02
		2,25	327,25	14822,82	64577,25	0,23	0,57	0,99	1,01	1,05
		2,75	488,85	15117,30	96467,25	0,16	0,47	0,94	0,96	1,04
		3,25	682,78	15280,46	134735,25	0,11	0,40	0,90	0,92	1,02
		3,75	909,02	15369,04	179381,25	0,09	0,34	0,86	0,89	1,00
		4,25	1167,59	15396,24	230405,25	0,07	0,30	0,83	0,86	0,98
	0	0,95	90,49	16583,55	17855,96	0,93	1,15	1,16	1,18	0,98
		1,45	210,80	20515,45	41597,96	0,49	0,84	1,08	1,15	1,01
		1,95	381,24	21827,08	75232,46	0,29	0,64	1,00	1,11	1,03
		2,45	601,82	22048,57	118759,46	0,19	0,50	0,92	1,06	1,01
		2,95	872,53	22215,41	172178,96	0,13	0,41	0,87	1,03	0,99
		3,45	1193,36	22261,47	235490,96	0,09	0,35	0,83	1,00	0,98
		3,95	1564,33	22275,54	308695,46	0,07	0,30	0,79	0,98	0,96
		4,45	1985,43	22275,54	391792,46	0,06	0,27	0,76	0,97	0,95
	-1	1,15	126,82	17054,57	25025,67	0,68	0,97	1,08	1,12	1,00
		1,65	261,07	17477,43	51517,87	0,34	0,65	0,90	0,99	0,97
		2,15	443,27	17494,86	87471,57	0,20	0,48	0,80	0,93	0,96
		2,65	673,41	17494,86	132886,77	0,13	0,38	0,74	0,89	0,96
		3,15	951,50	17494,86	187763,47	0,09	0,32	0,70	0,87	0,96
		3,65	1277,54	17494,86	252101,67	0,07	0,27	0,67	0,85	0,97
		4,15	1651,52	17494,86	325901,37	0,05	0,24	0,64	0,84	0,97
		4,65	2073,45	17494,86	409162,57	0,04	0,21	0,62	0,82	0,97
SCB	1	0,75	53,68	10730,62	10593,00	1,01	1,08	1,06	1,06	1,03
		1,25	149,11	18728,53	29425,00	0,64	0,97	1,06	1,07	0,96
		1,75	292,26	24848,69	57673,00	0,43	0,86	1,08	1,10	1,12
		2,25	483,12	27424,76	95337,00	0,29	0,72	1,00	1,03	1,15
		2,75	721,70	27638,33	142417,00	0,19	0,58	0,88	0,91	1,09
		3,25	1008,00	27638,33	198913,00	0,14	0,48	0,80	0,83	1,03
		3,75	1342,01	27638,33	264825,00	0,10	0,42	0,73	0,76	0,99
		4,25	1723,74	27638,33	340153,00	0,08	0,36	0,68	0,71	0,95
	0	0,95	124,01	24426,55	24472,19	1,00	1,23	1,25	1,25	0,97
		1,45	288,91	34853,75	57011,39	0,61	1,05	1,21	1,22	1,17
		1,95	522,51	37763,88	103108,59	0,37	0,81	1,05	1,08	1,17
		2,45	824,81	37770,14	162763,79	0,23	0,62	0,90	0,93	1,11
		2,95	1195,82	37770,14	235976,99	0,16	0,51	0,80	0,83	1,05
		3,45	1635,54	37770,14	322748,19	0,12	0,43	0,73	0,76	1,01
		3,95	2143,96	37770,14	423077,39	0,09	0,37	0,67	0,70	0,98
		4,45	2721,09	37770,14	536964,59	0,07	0,33	0,63	0,66	0,95
	-1	1,15	187,88	30240,78	37074,97	0,82	1,16	1,23	1,24	1,06
		1,65	386,77	33998,69	76322,57	0,45	0,85	1,03	1,05	1,12
		2,15	656,69	34004,95	129587,17	0,26	0,63	0,86	0,88	1,08
		2,65	997,64	34004,95	196868,77	0,17	0,50	0,75	0,77	1,05
		3,15	1409,63	34004,95	278167,37	0,12	0,41	0,67	0,70	1,02
		3,65	1892,64	34004,95	373482,97	0,09	0,35	0,61	0,64	1,00
		4,15	2446,69	34004,95	482815,57	0,07	0,31	0,57	0,59	0,98
		4,65	3071,77	34004,95	606165,17	0,06	0,27	0,53	0,56	0,96