

NAYARA SILVA SOUZA GARCEZ

**ANÁLISE NUMÉRICA DOS DESLOCAMENTOS E
TENSÕES DE UMA VIGA COMPÓSITA ENGASTADA-
LIVRE COM SEÇÃO-CAIXÃO SIMULANDO ASA
AERONÁUTICA**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AERONÁUTICA
2021**

NAYARA SILVA SOUZA GARCEZ

**Análise Numérica dos Deslocamentos e Tensões de uma Viga Compósita
Engastada-Livre com Seção-Caixa simulando Asa Aeronáutica**

Projeto de Conclusão de Curso
apresentado ao corpo docente do Curso de
Graduação em Engenharia Aeronáutica da
Universidade Federal de Uberlândia, como
parte dos requisitos para obtenção do título
de **BACHAREL EM ENGENHARIA
AERONÁUTICA.**

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Núbia dos Santos
Saad

UBERLÂNDIA – MG

2021

NAYARA SILVA SOUZA GARCEZ

Análise Numérica dos Deslocamentos e Tensões de uma Viga Compósita Engastada-Livre com Seção-Caixa simulando Asa Aeronáutica

Projeto de Conclusão de Curso **Aprovado**
pelo corpo docente do Curso de Graduação
em Engenharia Aeronáutica da
Universidade Federal de Uberlândia.

Banca Examinadora:

Prof.^a Dr.^a Núbia dos Santos Saad – FEMEC/UFU – Orientadora

Prof. Dr. Tobias Souza Morais – FEMEC/UFU

Eng. MSc. Jefferson Gomes do Nascimento – FEMEC/UFU (doutorando)

Uberlândia, 4 de novembro de 2021.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha mãe Luciana Souza e ao meu pai Alexandre Garcez, sem os quais nada disto seria possível e pelo apoio incondicional em todos esses anos.

A Prof. Núbia do Santos Saad pela oportunidade, paciência e apoio dispensado durante a elaboração desse trabalho.

A todos os amigos conquistados durante meus anos de universitária, por tantos momentos felizes compartilhados.

Aos amigos de curso Alexandre Gil e Natalia Neris por todos os comentários e sugestões úteis durante o desenvolvimento deste trabalho.

Encerro fazendo um agradecimento especial e merecido ao Gustavo Jorge, pelo apoio dedicado, pelo carinho e por sua enorme paciência ao me ajudar, agradeço por estar sempre ao meu lado como colega de profissão e como parceiro de vida.

GARCEZ, N.S.S. **Análise Numérica dos Deslocamentos e Tensões de uma Viga Compósita Engastada-Livre com Seção-Caixa simulando Asa Aeronáutica** 2021. 50 f. Projeto de Conclusão de Curso – Curso de Graduação em Engenharia Aeronáutica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

RESUMO

Na procura de aumentar a eficiência estrutural das aeronaves, estudos sobre os ganhos na utilização de materiais compósitos são motivo de diversas pesquisas no âmbito aeronáutico. Neste contexto, o presente trabalho apresenta um estudo numérico do comportamento estrutural de uma asa. Foram analisados diferentes modelos, variando o material (isotrópico e ortotrópico) e a presença ou não de reforçadores, para que considerações acerca da influência das propriedades e características fossem avaliadas. Esse sistema é representado por meio de uma viga do tipo caixa com paredes finas, engastada e sujeita a uma carga excêntrica. Um modelo em elementos finitos foi desenvolvido utilizando o software Femap NX Nastran® e as tensões e deslocamentos devidos aos efeitos de flexão e torção foram determinados. Por fim, compararam-se os resultados numéricos com resultados analíticos disponíveis para a mesma viga sujeita aos mesmos esforços, de modo que foi possível interpretar as diferenças entre ambos os tipos de modelagem e as implicações de suas respectivas hipóteses.

GARCEZ, N.S.S. **Numerical Analysis of Displacements and Stresses of a Free-crimped Closed-section Composite Beam Simulating Aeronautical Wing**. 2021. 50 f. Term Paper – Bachelor of Aeronautical Engineering, Federal University of Uberlândia, Uberlândia, MG.

ABSTRACT

In the search for improving aircraft structural efficiency, studies about the benefits of using composite materials are, to this day, a great driver for many types of research in the aeronautical community. In this context, the present work presents a numerical study of the structural behavior of a wing. Different models are analyzed, varying the structure's material (isotropic and orthotropic) and the presence of strings, to evaluate how these properties and characteristics affect the structure. This model is represented by a closed-section beam with thin walls crimped subjected to an eccentric load. A model based on the finite element method is developed within the Femap NX Nastran® software and, the stresses and displacements due to the effects of bending and torsion were evaluated. Finally, the numerical results are compared against some analytical results available for this same beam subject to the same loads. In this way, it is possible to understand the differences between both modeling approaches as well as the impact of their respective hypothesis.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Evolução do uso de compósitos em aeronaves de transporte civil. Adaptado de Gay (2014).	2
Figura 1.2: Outras vantagens do uso de compósitos em estruturas aeronáuticas. Adaptado de Baker et al. (2004).	2
Figura 2.1: Elementos de malha (a) unidimensional; (b) bidimensional; (c) tridimensional.....	7
Figura 2.2: Ilustração do procedimento para se obterem as tensões da estrutura, a partir dos deslocamentos calculados. Adaptado de Engineer (2021).	8
Figura 2.3: Elemento de viga com os deslocamentos de cada nó representados.	8
Figura 2.4: Elementos de ordem superior. (a) elemento de casca 2D; (b) elemento sólido 3D.....	9
Figura 2.5: Ilustração das matrizes de rigidez individuais de três elementos que modelam uma viga cantilever. Adaptado de Engineer (2021).	11
Figura 2.6: Ilustração da matriz de rigidez global para uma viga cantilever de três elementos. Adaptado de Engineer (2021).	12
Figura 2.7: Deslocamentos nodais no sistema de coordenadas: (a) locais; (b) globais. Adaptado de Hutton (2004).	12
Figura 3.1: Representação da viga com reforçadores.	17
Figura 3.2: Vista frontal mostrando geometria e posicionamento dos reforçadores.....	17
Figura 3.3: Carga excêntrica aplicada à viga.	20
Figura 4.1: Malha gerada no software HyperMesh TM (sem reforçadores).....	21
Figura 4.2: Ferramenta para criação do material compósito no Femap NX Nastran [®] (2013).	23
Figura 5.1: Enumeração dos reforçadores ao longo da seção transversal da viga de seção-caixão analisada.	25
Figura 5.2: Tensões axiais na seção transversal de cada reforçador (em $z = 550$ mm), mostrando as tensões devido à esforços (a) puramente axiais, (b) devido a momentos em torno de Y ; (c) devido a momentos em torno de Z; e (d) devido a todos esforços combinados.	28
Figura 5.3: Distribuição de tensões cisalhantes ao longo da seção transversal dos reforçadores (Modelo III).....	31
Figura 5.4: Deslocamento total dos seis modelos analisados, dispostos em uma mesma escala de cores para melhor comparação entre si.....	35

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1: Descrição dos perfis utilizados na seção.....	18
Tabela 3.2: Modelos utilizados na análise.	19
Tabela 5.1: Modelos utilizados nas análises.	24
Tabela 5.2: Comparação das tensões normais na região dos reforçadores para os modelos II, IV e VI. Tensões teóricas retiradas de Cavalcante (2019). Tensões numéricas retiradas da saída “7021..Plate Top Y Normal Stress” para o modelo II e da saída “1000020..Lam Ply1 X Normal Stress” para os modelos IV e VI.	26
Tabela 5.3: Comparação das tensões normais na região dos reforçadores, Modelo I - Alumínio. Tensões teóricas retiradas de Cavalcante (2019). Tensões numéricas retiradas da saída “3164 – Beam EndA Max Comb Stress” para elementos em tração e “3165 – Beam EndA Min Comb Stress” para elementos em compressão.	27
Tabela 5.4: Comparação das tensões normais na região dos reforçadores, Modelo III – Vidro/Epóxi. Tensões teóricas retiradas de Cavalcante (2019). Tensões numéricas retiradas da saída “3164 – Beam EndA Max Comb Stress” para elementos em tração e “3165 – Beam EndA Min Comb Stress” para elementos em compressão.	29
Tabela 5.5: Comparação das tensões normais na região dos reforçadores, Modelo V – Vidro/Epóxi nas paredes verticais e Carbono/Epóxi nas paredes horizontais. Tensões teóricas retiradas de Cavalcante (2019). Tensões numéricas retiradas da saída “3164 – Beam EndA Max Comb Stress” para elementos em tração e “3165 – Beam EndA Min Comb Stress” para elementos em compressão.	29
Tabela 5.6: Comparação das tensões cisalhantes no revestimento da viga para os modelos II, IV e VI. Tensões teóricas retiradas de Cavalcante (2019). Tensões numéricas obtidas a partir da saída “7023.Plate Top XY Shear Stress” para o modelo II e da saída “1000023..Lam Ply1 XY Shear Stress” para os modelos IV e VI.....	30
Tabela 5.7: Comparação das tensões cisalhantes no revestimento da viga, Modelo I – Alumínio. Tensões teóricas retiradas de Cavalcante (2019). Tensões numéricas obtidas a partir da saída “7023.Plate Top XY Shear Stress”.	32
Tabela 5.8: Comparação das tensões cisalhantes no revestimento da viga, Modelo III – Vidro/Epóxi. Tensões teóricas retiradas de Cavalcante (2019). Tensões numéricas obtidas a partir da saída “1000023..Lam Ply1 XY Shear Stress”.	33

Tabela 5.9: Comparação das tensões cisalhantes no revestimento da viga, Modelo V – Vidro/Epóxi nas paredes horizontais e Carbono/Epóxi nas paredes verticais. Tensões teóricas retiradas de Cavalcante (2019). Tensões numéricas obtidas a partir da saída “1000023..Lam Ply1 XY Shear Stress”.....	33
Tabela 5.10: Deslocamentos verticais (Y) totais para os modelos analisados. Dados teóricos retirados de Cavalcante (2019).....	34
Tabela 5.11: Rotação total para os modelos analisados. Dados teóricos retirados de Cavalcante (2019).	34

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Descrição	Unidade
A	Área de seção transversal	[mm ²]
E	Módulo de elasticidade (materiais isotrópicos)	[N/mm ²]
E_l	Módulo de elasticidade na direção longitudinal (materiais ortotrópicos)	[N/mm ²]
E_t	Módulo de elasticidade na direção tangencial (materiais ortotrópicos)	[N/mm ²]
$\{f\}$	Vetor de forças e momentos nodais	[N]
$\{F\}$	Vetor de forças e momentos globais	[N]
G	Módulo de rigidez ao cisalhamento (materiais isotrópicos)	[N/mm ²]
G_{lt}	Módulo de rigidez ao cisalhamento (materiais ortotrópicos)	[N/mm ²]
ΔL	Variação de comprimento	[mm]
L_0	Comprimento inicial	[mm]
$[k_e]$	Matriz de rigidez de um dado elemento, no sistema de coordenadas local	[N/mm]
$[K_e]$	Matriz de rigidez de um dado elemento, no sistema de coordenadas global	[N/mm]
$[K]$	Matriz de rigidez global	[N/mm]
$[R]$	Matriz de rotação	[-]
$\{u\}$	Vetor de deslocamentos de um dado elemento	[mm]
$\{U\}$	Vetor global de deslocamentos	[mm]
X, Y, Z	Sistema de coordenadas global	
x, y, z	Sistema de coordenadas local	

Símbolos gregos

ρ	Densidade do material	[kg/m ³]
ν	Coefficiente de Poisson	[-]
$\sigma_{Z_{teo}}$	Tensão normal calculada por modelo analítico	[N/mm ²]
$\sigma_{Z_{num}}$	Tensão normal calculada por modelo numérico	[N/mm ²]
$\tau_{XY_{teo}}$	Tensão cisalhante calculada por modelo analítico	[N/mm ²]
$\tau_{XY_{num}}$	Tensão cisalhante calculada por modelo numérico	[N/mm ²]
θ_{teo}	Rotação calculada por modelo analítico	[°]
θ_{num}	Rotação calculada por modelo numérico	[°]

Sumário

LISTA DE FIGURAS	v
LISTA DE TABELAS.....	vi
1. INTRODUÇÃO	1
1.1 Objetivos.....	4
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	5
2.1 Visão Geral sobre o Método dos Elementos finitos	5
2.1.1 Malha numérica e seus elementos	6
2.1.2 Equacionamento básico	8
2.1.3 Sistema de coordenadas global	10
2.1.4 Resolução do sistema linear	13
2.2 Modelagem de vigas engastadas.....	14
3. MATERIAIS E MÉTODOS.....	16
3.1 Apresentação	16
3.2 Aspectos Elástico-Geométricos e de Carregamento da Viga	17
4. ANÁLISE NUMÉRICA.....	21
4.1 Construção do Modelo Numérico.....	21
4.1.1 Particularidades do Modelo de Material Compósito.....	23
5. ANÁLISE DE RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	24
5.1 Tensões Normais (σ_Z).....	25
5.1.1 Modelos sem reforçadores	25
5.1.2 Modelos com reforçadores	26
5.2 Tensões Cisalhantes (τ_{XY}).....	30
5.2.1 Modelos sem reforçadores	30
5.2.2 Modelos com reforçadores	31
5.3 Deslocamentos e Rotações	33
6. CONCLUSÕES	36
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	38

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Há alguns anos a indústria aeronáutica vem se transformando com a crescente utilização de materiais compósitos em aeronaves. Existem vários motivos para os fabricantes de aeronaves usarem esses materiais e para que as companhias aéreas desejem que os compósitos sejam empregados em suas frotas. Muitos compósitos alcançam características de resistência relativamente maiores em comparação aos materiais metálicos tradicionais, reduzindo o peso das aeronaves e, assim, o custo de combustível por passageiro transportado. Além disso, os compósitos são mais resistentes à fadiga proveniente dos ciclos de carregamento entre pousos e decolagens, resultando em menos inspeções (que normalmente têm um alto custo) ao longo da vida da aeronave e em mais tempo em operação (MRAZOVA, 2013).

Assim como toda nova tecnologia, os compósitos foram ganhando espaço na indústria de forma gradual conforme se demonstravam eficazes e seguros. Na Figura 1.1 nota-se que até a década de 1990 o uso de compósitos nas aeronaves era baixo. Seu uso era basicamente em componentes que não tinham função estrutural. Com o avanço dos estudos e pesquisas sobre esse tipo de material, a indústria adquiriu maior confiança e segurança em expandir seu uso em mais componentes constituintes dos projetos das aeronaves. Assim, nos projetos mais recentes, os compósitos chegaram a representar 50% dos materiais que compõem a aeronave (Figura 1.1), sendo usados até mesmo em componentes estruturais.

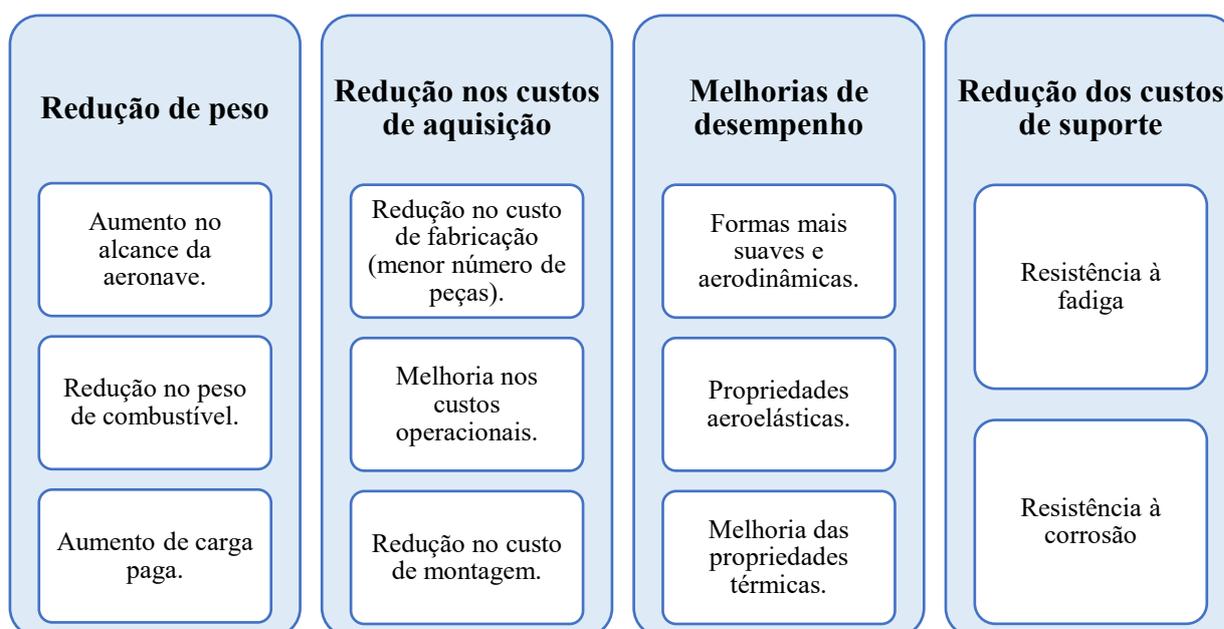
Apesar dos custos de manufatura ainda serem relativamente altos, eles vêm diminuindo cada vez mais devido ao aumento significativo do emprego desse tipo de material na indústria. Isso se soma às outras vantagens dos compósitos, fazendo com que seu uso deva ser cuidadosamente considerado e estudado durante as fases iniciais de um projeto aeronáutico.

Figura 1.1 - Evolução do uso de compósitos em aeronaves de transporte civil. Adaptado de Gay (2014).



Como mencionado anteriormente, quando comparado com o uso de ligas metálicas convencionais, os materiais compósitos apresentam grandes melhorias na resistência específica e na rigidez dos componentes. Além da vantagem de redução de massa, através do aumento na resistência específica, o esquema da Figura 1.2 mostra que existem outras conveniências ao se utilizar esse tipo de material (BAKER et al., 2004).

Figura 1.2: Outras vantagens do uso de compósitos em estruturas aeronáuticas. Adaptado de Baker et al. (2004).



Quanto à formação estrutural de um compósito, ela é dada por duas ou mais fases em escala macroscópica, cujo desempenho mecânico e suas propriedades são concebidas para serem superiores à de seus materiais constituintes atuando isoladamente. Uma das fases normalmente é descontínua, mais rígida, mais forte e comumente chamada de reforço, enquanto que a fase menos rígida e mais fraca é contínua e denominada de matriz. Esta última é responsável por manter a disposição geométrica das fibras (reforço) e transmitir a elas a carga atuante sobre o material composto. Ocasionalmente, devido às interações químicas ou outros efeitos de processamento, uma fase distinta chamada de interface pode existir entre o reforço e a matriz (DANIEL et al., 2006), afetando as propriedades do material.

Sendo assim, as propriedades de um material compósito derivam das propriedades de seus constituintes, da geometria deles e da distribuição das fases. A homogeneidade é determinada pela distribuição do reforço, quanto mais não uniforme ela for, mais heterogêneo será o material e maior será a dispersão de propriedades e a probabilidade de falha nas áreas mais fracas. A anisotropia do sistema, por sua vez, é afetada pela geometria e orientação do reforço (DANIEL et al., 2006).

Visto a importância desses materiais na indústria aeronáutica, serão abordadas duas composições diferentes para as análises deste trabalho: vidro/epóxi e carbono/epóxi. Ambas possuem alta resistência a falhas estáticas e boa resistência à fadiga. Porém, quando se comparam o vidro/epóxi com o carbono/epóxi, este último apresenta uma temperatura máxima de operação mais elevada, além de ser um bom condutor de calor e eletricidade (GAY, 2014).

O vidro/epóxi já foi aplicado na fabricação de carenagens, portas dos compartimentos de cargas e trem de pouso, radomes e *flaps* do bordo de ataque, por exemplo. Atualmente, na maioria das áreas dos projetos de aeronaves mais recentes, o vidro já foi substituído por carbono. Uma das justificativas é a alta relação de peso/área do vidro/epóxi quando comparado ao composto de carbono/epóxi. Vale ressaltar que o carbono/epóxi também apresenta as suas desvantagens, como por exemplo uma confecção mais delicada, tornando-o mais propenso a defeitos de fabricação. Também possui uma resistência após o impacto de até três vezes menor que a do vidro/epóxi. Podem-se citar como exemplos de aplicabilidade desse material: caixão da asa, dispositivos de ponta de asa, empenagens, *flaps* e fuselagens (GAY, 2014).

1.1 Objetivos

Nesse contexto, o presente trabalho tem como objetivo analisar deslocamentos e as tensões resultantes da aplicação de carga excêntrica à uma viga compósita de seção caixão, com paredes finas, simulando uma asa aeronáutica. Para enriquecimento do estudo, serão admitidas duas situações: com e sem a presença de reforçadores. Além disso, em ambos os casos, a viga se encontrará na condição engastada-livre.

A viga será modelada via Método dos Elementos Finitos (MEF) com auxílio do software Femap NX Nastran[®] (2013). Trata-se de um programa de análise de engenharia comercializado pela Siemens PLM, capaz de criar modelos de elementos finitos de problemas complexos de engenharia e de gerar visualizações para os resultados das soluções.

Os resultados numéricos serão comparados com os cálculos analíticos realizados para a mesma viga, sobre o mesmo carregamento, desenvolvidos no trabalho de Cavalcante (2019), cabendo aqui destacar que a autora desta monografia fora coorientada, junto à Cavalcante, no mesmo Projeto de Conclusão de Curso, também sob a orientação da Prof.^a Núbia, mas que optou por prosseguir investigando daquele estudo, o aspecto de modelagem numérica, tendo tido interesse pelo aprofundamento do estudo/pesquisa, nesta vertente, como demonstra o que se apresenta nesta monografia. A seção 2.2 detalha melhor as análises e conclusões obtidas por Cavalcante (2019). Desta forma, será possível observar quais diferenças podem haver entre o uso de um método analítico e um método numérico, ambos com suas respectivas simplificações.

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A seguir será apresentada uma breve contextualização sobre o Método dos Elementos Finitos (MEF), que é a abordagem típica utilizada na solução de problemas numéricos que envolvem estruturas. Ao longo dessa contextualização, elementos de viga 2D serão frequentemente mencionados, devido à sua simplicidade e facilidade que trazem para o entendimento geral do método.

2.1 Visão Geral sobre o Método dos Elementos finitos

Existem diversos métodos analíticos que os engenheiros podem usar para resolver problemas simples de mecânica estrutural. Porém, frequentemente, encontram-se problemas que não são passíveis de serem solucionados dessa forma, em geral devido a geometrias, cargas ou materiais complexos. O Método dos Elementos Finitos é uma técnica numérica poderosa, que se vale do arcabouço computacional para fornecer soluções aproximadas para esses tipos de situações de projeto, sendo amplamente utilizado nas principais empresas/indústrias de engenharia. Com esse método, é possível otimizar o *design* de componentes automotivos, como o braço de controle inferior do sistema de suspensão de um carro, ou ainda, verificar se os componentes de um satélite sobreviverão às condições de lançamento, por exemplo (ENGINEER, 2021).

A metodologia de análise de elementos finitos pode ser aplicada para investigar uma ampla gama de problemas de Mecânica dos Sólidos, incluindo análises estáticas, dinâmicas, modais e de flambagem. Além disso, se estende a fluxo de fluidos, transferência de calor e problemas eletromagnéticos. Contudo, no escopo deste trabalho será abordado sua aplicação à análise de tensão linear elástica e estática.

O objetivo de uma análise de tensão estática, geralmente, é calcular as tensões, deformações e deslocamentos dentro de uma estrutura. Tais incógnitas podem ser denominadas variáveis de campo. As tensões internas de um corpo se desenvolvem de modo a atingir o equilíbrio em qualquer ponto dentro do volume do corpo. Assim, pode-se calcular as variáveis de campo aplicando o conceito de equilíbrio de forças.

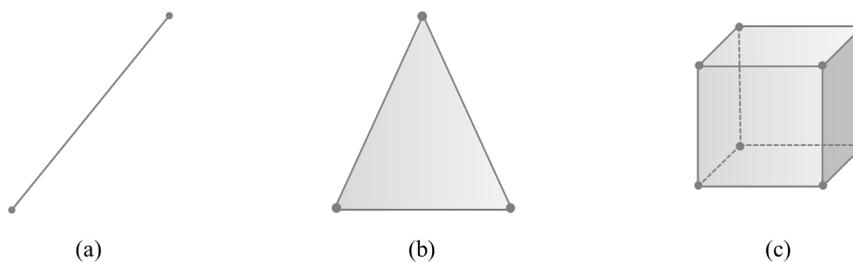
No caso de uma viga simples, isso é feito de forma trivial, como amplamente demonstrado na literatura de Mecânica dos Sólidos (em diversas obras tais como HIBBELER, 2010 e BEER et al., 2013). Nesse caso, por exemplo, a partir das relações de equilíbrio é possível determinar os momentos de flexão e de torção e as cargas cisalhantes ao longo da viga, e assim, calcular as tensões normal e de cisalhamento. Porém, determinar a condição de equilíbrio em corpos bidimensionais (exemplo: treliças e nervuras) ou em corpos tridimensionais corresponde a um grande desafio, por meio dos métodos analíticos tradicionais.

O Método dos Elementos Finitos aborda problemas complexos, das mais diversas situações de projeto, dividindo os elementos estruturais do sistema tridimensional em uma série de pequenos elementos, conectados por nós da maneira finita. Esse processo é denominado discretização e o conjunto de nós e elementos compõem a malha do sistema. A discretização é útil pois o requisito de equilíbrio agora só precisa ser satisfeito em um número finito de elementos discretos, ao invés de continuamente em todo o corpo.

2.1.1 Malha numérica e seus elementos

No procedimento de dividir o corpo em uma quantidade finita de elementos, estes podem ter diferentes formatos conforme a necessidade da divisão se adequar à geometria do corpo (RADE, 2013). Em problemas unidimensionais os elementos são denominados do tipo linha, podendo ser representados por apenas uma coordenada espacial (Figura 2.1a). Já problemas bidimensionais são discretizados por elementos do tipo superfície, pois possuem duas coordenadas espaciais em sua definição (Figura 2.1b). De modo semelhante, nos problemas tridimensionais os elementos serão do tipo sólido e serão descritos por três coordenadas espaciais (Figura 2.1c).

Figura 2.1: Elementos de malha (a) unidimensional; (b) bidimensional; (c) tridimensional.



Elementos de superfície são frequentemente usados para modelar superfícies finas, podendo ser quadriláteros ou triangulares. Os elementos triangulares são indicados para modelar formas mais complexas (RADE, 2013), embora os quadriláteros tendem a ter um desempenho mais robusto (HUTTON, 2004). Já para corpos nos quais a espessura é considerável, faz-se necessário o uso de elementos do tipo sólido. Assim, a escolha do elemento mais adequado para um modelo dependerá do cenário específico a ser analisado e do grau de simplificação que se necessita ter ao se resolver o problema.

Mesmo para elementos da mesma dimensionalidade, existem diversos tipos para escolher, cada um com determinadas formulações e introduzindo diferentes níveis de aproximação. Por exemplo, um elemento de linha pode ser modelado como uma barra, que suporta apenas cargas axiais. Logo, haverá apenas um grau de liberdade por nó e somente as deformações ao longo do eixo longitudinal serão calculadas. Já um elemento de linha modelando uma viga que resiste a cargas axiais, de flexão, de cisalhamento e torção terá que ser capaz de representar fenômenos não só no eixo longitudinal, mas também no eixo transversal da viga e a rotação nos nós. Aqui haverá três graus de liberdade por nó, como será discutido na seção 2.1.2.

Note que em ambos os casos são utilizados elementos de linha, mas o segundo acaba sendo capaz de modelar mais efeitos que o primeiro. Mas isso não é necessariamente uma vantagem, pois caso os efeitos transversais não sejam de interesse na análise o elemento de barra acaba cumprindo o que se requer, sem custo computacional extra (justamente por ser mais simples). O melhor método não é o mais sofisticado ou o mais completo, e sim aquele que resolve o problema proposto da forma mais eficiente.

Outro exemplo de elementos que têm a mesma dimensionalidade, mas que podem ter naturezas diferentes, está nos elementos de superfície. Pois podem ser do tipo elemento de placa, elemento de casca, elemento de membrana, elemento de tensão plana, elemento de deformação plana, dentre outros. Cada um com hipóteses e considerações diferentes em suas formulações.

A seguir, será discutido o processo racional existente por traz da formulação do MEF.

2.1.2 Equacionamento básico

Para problemas de análise de tensão, a variável fundamental que se deseja calcular é o deslocamento em cada nó. Uma vez que se sabe como um corpo se desloca quando cargas são aplicadas a ele, facilmente se obtêm saídas secundárias como tensão e deformação (Figura 2.2).

Figura 2.2: Ilustração do procedimento para se obterem as tensões da estrutura, a partir dos deslocamentos calculados. Adaptado de Engineer (2021).

$$\{u\} \xrightarrow{\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}} \text{deformação } \varepsilon \text{ calculada} \xrightarrow{\sigma = E\varepsilon} \text{tensão } \sigma \text{ calculada}$$

Na Figura 2.2 o vetor $\{u\}$ contém todos os deslocamentos e rotações possíveis para os nós de um determinado elemento da malha. Sendo assim, está diretamente relacionado com a variação do comprimento de cada elemento (ΔL), que inicialmente tinha comprimento L_0 . Ao analisar um caso bidimensional com elementos de viga (Figura 2.3), por exemplo, cada nó pode transladar ao longo dos eixos cartesianos X e Y e rotacionar em torno do eixo Z, de modo que o vetor $\{u\}$ fique da seguinte maneira:

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}. \quad (1)$$

Figura 2.3: Elemento de viga com os deslocamentos de cada nó representados.

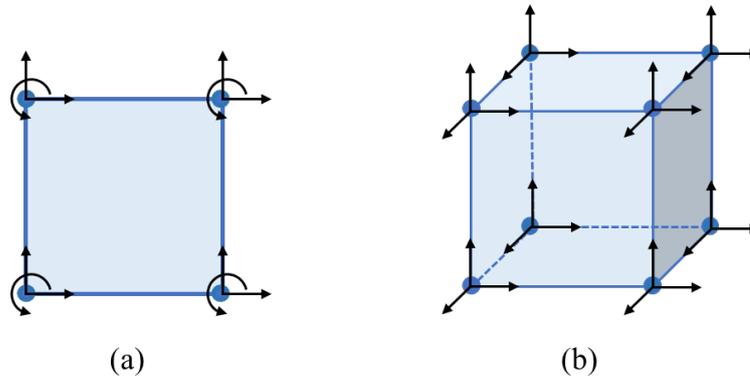


Cada um desses deslocamentos é denominado grau de liberdade. Para o elemento de viga, têm-se três graus de liberdade por nó. Para um caso tridimensional, aumenta para seis graus de liberdade por nó.

Um nó de elemento de casca também contém três graus de liberdade em duas dimensões, mas como o elemento tem quatro nós, ele totaliza 12 graus de liberdade (Figura 2.4a). Já no caso de um

elemento sólido, seus nós possuem apenas três graus de liberdade de translação (Figura 2.4b). Eles não podem girar e, ao invés disso, a rotação do elemento é dada pela translação dos nós.

Figura 2.4: Elementos de ordem superior. (a) elemento de casca 2D; (b) elemento sólido 3D.



Para entendimento do cálculo dos deslocamentos em cada nó de uma malha, faz-se uma analogia com uma mola, cuja relação entre força e deslocamento é definida pela Lei de Hooke. A rigidez k da mola determinará o quanto ela se deslocará quando à mesma é aplicada uma força. Da mesma forma, consideram-se os elementos de uma determinada malha como tendo uma dada rigidez que resiste a deformação (Equação (2)).

$$\{f\} = [k_e] \cdot \{u\} \quad (2)$$

Na Equação (2), $\{f\}$ é um vetor de forças e momentos nodais, $\{u\}$ é o vetor dos deslocamentos nodais e $[k_e]$ é a matriz de rigidez do elemento, também conhecida por matriz de rigidez elementar. Nessa equação, as componentes de força e deslocamento são descritas no eixo de coordenadas do elemento.

Tendo como exemplo, o vetor de força, a matriz de rigidez e o vetor de deslocamento para um elemento de viga 2D com seis graus de liberdade ficam conforme revela a Equação (3):

$$\begin{Bmatrix} f_{x_1} \\ f_{y_1} \\ m_1 \\ f_{x_2} \\ f_{y_2} \\ m_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}. \quad (3)$$

A matriz de rigidez do elemento define quanto cada um de seus nós irá se deslocar por ocasião de um conjunto de forças e momentos aplicados aos nós, sendo essa a chave para se obterem os valores dos deslocamentos que ocorrem em cada nó de determinada malha. Na Equação (3) é mostrada a matriz para um elemento de viga. Para outros tipos de elementos, ela será muito distinta.

Os valores de cada elemento da matriz de rigidez geralmente são conhecidos. Existem vários métodos na literatura que podem ser utilizados para derivar tais valores, e todos eles são fundamentalmente baseados no conceito de equilíbrio. Como principais métodos, podem ser citados: o Método Direto, o Método Variacional e o Método de Galerkin de Resíduos Ponderados. No exemplo de viga 2D a matriz de rigidez assume a seguinte forma (HUTTON, 2004):

$$[k_e] = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{-AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{-12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ \frac{-AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (4)$$

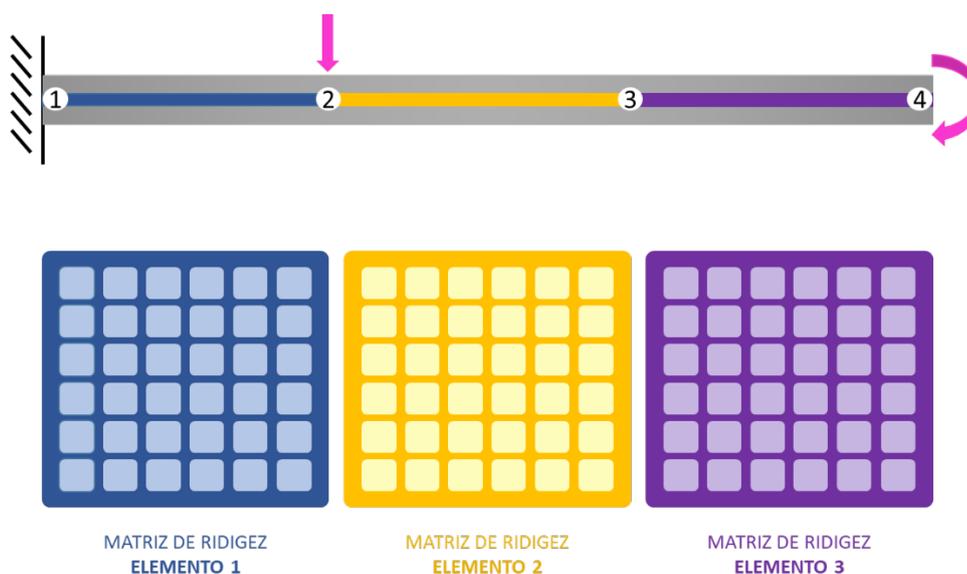
onde A é a área da seção transversal da viga, E é o módulo de elasticidade do material constituinte da viga, I é o momento de inércia da seção transversal e L é o comprimento do elemento. É importante notar que a matriz de rigidez é definida por parâmetros geométricos e do material da estrutura, por isso ela pode ser determinada independentemente dos carregamentos aplicados.

A Equação (3) nada mais é do que a forma matricial de um sistema de equações lineares. Uma vez que a matriz de rigidez é conhecida (Equação (4)), basta aplicar as condições de contorno do problema que é possível resolver o sistema linear e determinar quais são os deslocamentos $\{u\}$ e as forças de reação $\{f\}$.

2.1.3 Sistema de coordenadas global

Até o momento, foi discutido apenas os nós de um único elemento. Contudo, a malha de um modelo é composta por diversos elementos, cada um com sua própria matriz de rigidez e seus próprios graus de liberdade (Figura 2.5). Assim, para se resolver o sistema linear de todos os elementos da malha, é possível montar as suas respectivas matrizes de rigidez individuais em uma matriz de rigidez global. Essa matriz determinará como toda a estrutura irá se deslocar quando as cargas forem aplicadas a ela.

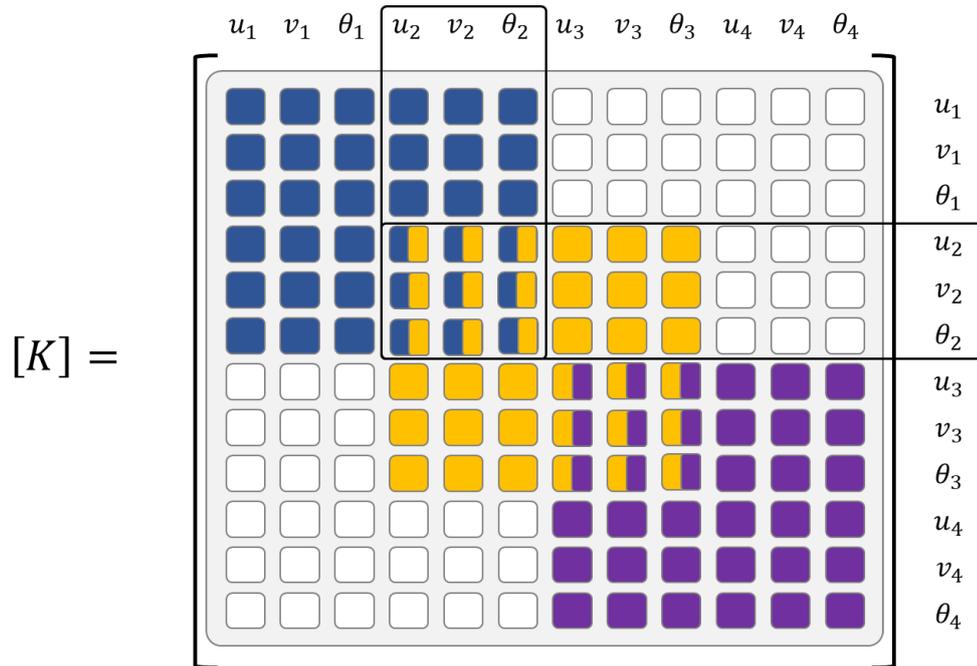
Figura 2.5: Ilustração das matrizes de rigidez individuais de três elementos que modelam uma viga cantilever. Adaptado de Engineer (2021).



A Figura 2.5 traz o exemplo de uma malha composta por três elementos de viga 2D. Percebe-se que nela os elementos um e dois são interligados pelo nó de número 2. De acordo com a condição de continuidade, uma vez que esses dois elementos estão conectados no mesmo nó, os deslocamentos para ambos devem ser os mesmos no nó comum. Portanto, ao montar a matriz de rigidez global, os termos das matrizes de rigidez dos elementos correspondentes ao nó de número 2 devem ser somados para cada grau de liberdade (ver Figura 2.6).

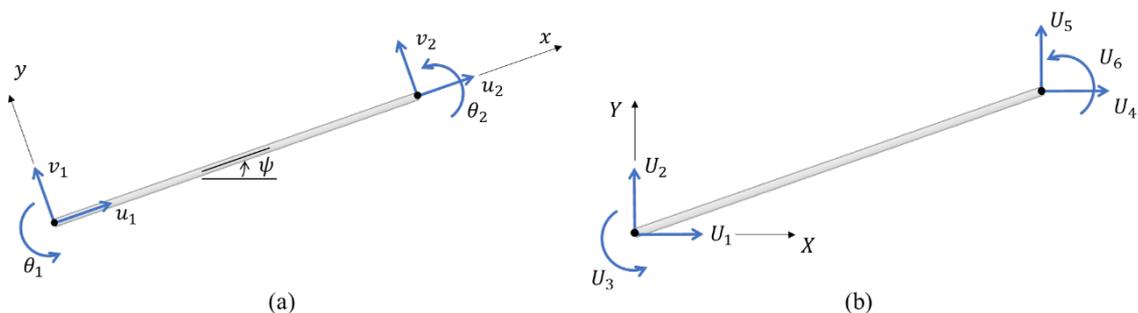
Assim como a matriz de rigidez do elemento, a matriz de rigidez global é quadrada, ou seja, o número de linhas e colunas é igual ao número total de graus de liberdade no modelo. Para formá-la, as matrizes de rigidez individuais são agrupadas coerentemente da forma como os elementos são conectados entre si. A referência Engineer (2021) traz uma abstração bastante visual, didática e clara, da forma como ocorre essa junção das matrizes de rigidez que constituem a matriz global, conforme demonstrado na Figura 2.6.

Figura 2.6: Ilustração da matriz de rigidez global para uma viga cantilever de três elementos. Adaptado de Engineer (2021).



Vale ressaltar que, caso a malha seja modificada, de modo que os três elementos sejam conectados de maneira diferente, isso refletirá na matriz de rigidez global. Note que no caso representado pela Figura 2.5 os elementos estão alinhados com o sistema de coordenadas global da viga. Porém, caso haja algum elemento que não esteja alinhado com esse sistema de coordenadas, algumas adaptações devem ser consideradas.

Figura 2.7: Deslocamentos nodais no sistema de coordenadas: (a) locais; (b) globais. Adaptado de Hutton (2004).



No caso de haver um elemento posicionado conforme mostrado na Figura 2.7, a matriz de rigidez desse elemento deverá ser transformada para que se alinhe, coerentemente, com o sistema de coordenadas global. Para isso, dado um elemento com um ângulo ψ em relação ao sistema de coordenadas global, os deslocamentos no sistema de coordenadas do elemento, $\{u\}$, podem ser decompostos no sistema global, $\{U\}$, a partir da seguinte transformação:

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ \Theta_1 \\ U_2 \\ V_2 \\ \Theta_2 \end{Bmatrix} = [R] \cdot \{U\} \quad (5)$$

onde $[R]$ é a matriz de transformação que relaciona os deslocamentos do elemento com o sistema de coordenadas global. De forma similar, o vetor de forças mostrado na Equação (2) também pode ser descrito no sistema de coordenadas global. A partir dessas duas transformações Hutton (2004) mostra que também é possível transformar a matriz de rigidez do elemento $[k_e]$ para o sistema global:

$$[K_e] = [R]^T \cdot \{k_e\} \cdot [R], \quad (6)$$

onde $[K_e]$ é a matriz de rigidez do elemento, mas descrita no sistema de coordenadas global.

Uma vez definida a matriz de rigidez global $[K]$, basta aplicar as cargas externas e as condições de contorno do problema, para que a Equação (7) possa ser resolvida e, assim, obter os deslocamentos em cada um dos nós da malha.

$$\{F\} = [K] \cdot \{U\} \quad (7)$$

2.1.4 Resolução do sistema linear

Existem diversas abordagens para resolver o sistema linear de equações descrito pela Equação (7). Existem os denominados Métodos Diretos, os quais fornecem uma solução exata para o sistema. Por exemplo, caso a inversa da matriz $[K]$ seja conhecida, ou seja fácil de calcular, a solução é dada por $\{U\} = [K]^{-1} \cdot \{F\}$. Contudo, muitas vezes, calcular a inversa de uma matriz acaba sendo complicado e computacionalmente trabalhoso. Esse processo pode ser facilitado por algumas estratégias de decomposição matricial, tais como a decomposição LU ou a de Gauss-Jordan (HUTTON, 2004), que consistem em transformar um problema matricial mais bem elaborado, com certo grau de complexidade, em uma série de problemas mais simples e fáceis de serem resolvidos (ARGIMIRO, 2011).

Evidentemente, percebe-se que o sistema linear descrito pela Equação (7) pode ficar excessivamente grande. No exemplo da Figura 2.5, uma simples viga com apenas quatro nós, a matriz de rigidez global acabou ficando com dimensão 12 x 12. Logo, a abordagem dos Métodos Diretos pode se tornar inviável, principalmente quando problemas mais complexos estão sendo tratados e as matrizes podem ser da ordem de milhares de elementos. Nestes casos, é necessário o uso de métodos

numéricos, em que a solução é aproximada de forma iterativa até atingir um nível aceitável de convergência. O Método dos Gradientes Conjugados e suas variações são os mais comuns e mais empregados na solução desse tipo de problema.

Especificamente no Femap, usuários mais experientes têm a possibilidade de escolher qual método prefere para resolver tais tipos de sistemas lineares (SIEMENS, 2017). Tanto métodos diretos quanto numéricos estão disponíveis e são descritos no manual do usuário do software e, se usados corretamente, podem melhorar o desempenho computacional em algumas ordens de grandeza (SIEMENS, 2017). Na indústria, onde o tempo de desenvolvimento de produtos é muito crucial, ter esse tipo de liberdade é muito relevante, mas para simulações mais simples, a escolha padrão do software já traz um resultado satisfatório em termos de tempo computacional.

2.2 Modelagem de vigas engastadas

Para efeito de verificação da análise numérica que será apresentada adiante, têm-se como base o estudo teórico desenvolvido por Cavalcante (2019), onde a motivação e as condições do problema estão bem concatenados com os do presente trabalho, pelo que já se comentou aqui. Uma viga engastada-livre de paredes finas é submetida a um esforço axial excêntrico e uma análise teórica de suas tensões normais e cisalhantes, bem como a determinação dos deslocamentos decorrentes dos efeitos de flexão e de torção foram realizados. Neste trabalho admitiram-se três tipos de materiais diferentes para a viga, sendo um deles isotrópico e os outros dois compósitos. As análises desenvolvidas foram dadas sob dois contextos, considerando-se ou não a presença de reforçadores na estrutura e a idealização estrutural por *booms*, totalizando seis modelos (CAVALCANTE, 2019).

Dada a complexidade estrutural das aeronaves, notadamente as mais modernas, normalmente constituídas de cascas de metal finas reforçadas com arranjos de enrijecedores, e o seu caráter redundante, elas requerem um certo grau de simplificação ou idealização antes de serem analisadas. Nesse sentido, a idealização estrutural por *booms* abordada em Cavalcante (2019) assume que as tensões normais são constantes nas nervuras e longarinas. Isso é válido pois, para uma seção típica de asa, longarinas e nervuras possuem uma seção transversal consideravelmente pequena quando comparada à seção transversal total de asas e fuselagens, por exemplo, e, assim, a variação das tensões ao longo de suas seções devido à flexão é pequena. Portanto, as áreas de suas seções transversais podem ser substituídas por áreas concentradas, pontuais, na linha média do revestimento (*skin*),

denominados *booms*. Eles serão os responsáveis por suportar as tensões normais, e o revestimento por resistir às tensões cisalhantes.

Todo o procedimento analítico de cálculo para determinação das tensões e deslocamentos são detalhadamente descritos no Capítulo 4 de Cavalcante (2019), que por sua vez se baseou no livro do Megson (2013). Cavalcante (2019) mostra que, para os casos da viga com reforçadores estruturais, os valores obtidos para a tensão normal acabam sendo iguais independentemente do material utilizado. De modo semelhante, para as tensões cisalhantes, caso o material seja o mesmo em todos os *booms*, a autora concluiu que não haverá influência nos cálculos de tensão. Contudo, caso haja *booms* de duas ou mais composições diferentes, o tipo do material influenciará de maneira significativa nos cálculos, trazendo resultados bem distintos.

Além disso, Cavalcante (2019) mostra que o caso da viga sem reforçador apresenta esforços normais até três vezes maiores que quando comparados com as vigas com reforçadores, destacando a importância desse tipo de componente em um projeto estrutural. Outra conclusão apresentada por Cavalcante (2019) é que, no caso dos modelos isotrópicos, o deslocamento é predominantemente influenciado pelos esforços de flexão, enquanto que nos casos de materiais compósitos esse tipo de esforço tem pouca influência nos deslocamentos. Neste último caso, o deslocamento é afetado principalmente pelos esforços provenientes da torção, uma vez que o módulo de rigidez ao cisalhamento desses materiais é menor.

No Capítulo 5 serão mostradas comparações entre os resultados analíticos obtidos por Cavalcante (2019) e os resultados numéricos obtidos ao longo deste trabalho. Desta forma será possível verificar se as conclusões mostradas acima continuam válidas também com a modelagem numérica.

CAPÍTULO III

MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 Apresentação

Para possibilitar a análise estrutural de interesse do presente Projeto de Conclusão de Curso serão consideradas duas condições de concepção de uma viga do tipo caixão: com e sem reforçadores (enrijecedores) dispostos longitudinalmente em suas paredes verticais e horizontais. A viga se encontrará na condição engastada-livre e uma carga excêntrica ao eixo longitudinal da mesma será aplicada no plano da seção transversal que contém a extremidade livre da viga.

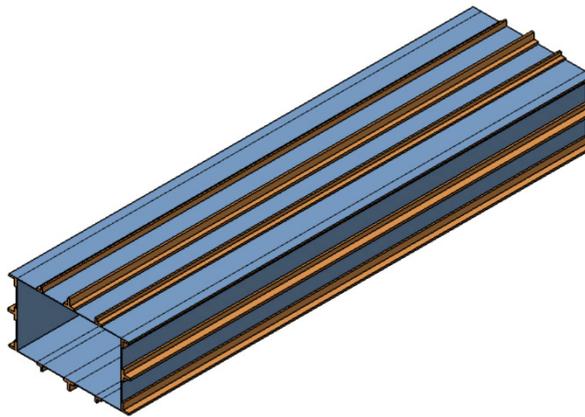
As tensões atuantes, bem como os deslocamentos produzidos por esse carregamento serão obtidos por meio de uma análise numérica, utilizando-se o Método de Elementos Finitos (MEF), mediante programas computacionais como o HypermeshTM (2014), para a geração da malha numérica, e Femap NX Nastran[®] (2013), para a resolução do problema numérico. Como dito no Capítulo 1, a viga será avaliada tanto para material isotrópico quanto para compósito.

O objetivo desse estudo é investigar o comportamento estrutural de uma viga, comparando os efeitos relacionados ao tipo de material utilizado e à presença ou não de reforçadores. Além disso, também busca-se fazer uma comparação com a metodologia analítica apresentada por Cavalcante (2019) na solução de um problema com a mesma viga sujeita ao mesmo carregamento. Para tal comparação, a estratégia de modelagem numérica assume algumas hipóteses, semelhantes àquelas adotadas por Cavalcante (2019), que por sua vez baseou-se na teoria de Megson (2013). A seção 4.1 abordará em mais detalhes quais são essas hipóteses e quais as implicações esperadas no resultado final das simulações.

3.2 Aspectos Elástico-Geométricos e de Carregamento da Viga

O elemento estrutural considerado para a realização da análise numérica do presente estudo é ilustrado na Figura 3.1.

Figura 3.1: Representação da viga com reforçadores.



Com base em uma estrutura similar existente no Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), utilizada para fins didáticos, em aulas a estudantes dos cursos de graduação daquela instituição, foram adotadas as seguintes dimensões: 250 mm x 150 mm x 1100 mm, correspondentes à largura e altura da seção transversal da viga, e do seu comprimento, respectivamente. Suas paredes possuem espessuras uniformes, sendo 2,0 mm para as verticais e 0,8 mm nas horizontais. Os elementos enrijecedores são de três tipos (P_1 , P_2 e P_3) e, nos modelos em que foram utilizados, foram dispostos simetricamente na seção-caixão, repetidos nos quatro quadrantes desta, tendo suas geometrias e dimensões apresentadas na Figura 3.2 e na Tabela 3.1, respectivamente.

Figura 3.2: Vista frontal mostrando geometria e posicionamento dos reforçadores.

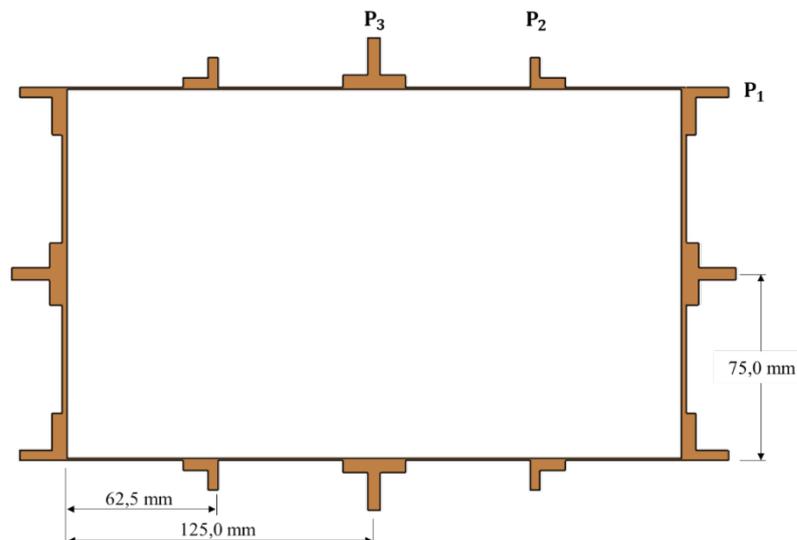


Tabela 3.1: Descrição dos perfis utilizados na seção.

Reforçador	Tipo	Dimensões [mm]	Área [mm ²]	Quantidade
P_1	Cantoneira de abas desiguais	19 x 17 x 4	128	4
P_2	Cantoneira de abas desiguais	14 x 12 x 4	88	4
P_3	Perfil T	25 x 15 x 5	200	4

Conforme antes mencionado, são considerados três materiais, um isotrópico e dois compósitos. O alumínio é escolhido como o material isotrópico de análise.

Buscando uma melhor adequação das suas propriedades à aplicação, o alumínio é frequentemente combinado com outros metais, obtendo-se assim as ligas de alumínio. Sua classificação é feita em séries de quatro dígitos, onde o primeiro representa o principal elemento de impureza adicionado. As ligas das séries 2xxx (Al-Cu) e 7xxx (Al-Zn-Mg-Cu) são os dois grupos mais utilizados na indústria aeronáutica. Tais ligas permitem o dimensionamento de estruturas mais leves e com maior tolerância ao dano, como as asas e partes da fuselagem, pois apresentam como principais características elevados níveis de resistência mecânica e baixa densidade estrutural. Nesse estudo, será utilizada a liga de Alumínio 2024-T3, cujas propriedades são (ASM, 2021):

- Módulo de Elasticidade: $E = 73100 \text{ N/mm}^2$;
- Módulo de Rigidez ao Cisalhamento: $G = 27500 \text{ N/mm}^2$;
- Coeficiente de *Poisson*: $\nu = 0,33$;
- Densidade: $\rho = 2780 \text{ kg/m}^3$.

Quanto aos materiais compósitos, serão consideradas lâminas em resina epóxi com fibras de carbono em fração volumétrica de 60%. Suas propriedades são (GAY, 2014):

- Módulo de Elasticidade Longitudinal: $E_l = 134000 \text{ N/mm}^2$;
- Módulo de Elasticidade Transversal: $E_t = 7000 \text{ N/mm}^2$;
- Módulo de Rigidez ao Cisalhamento: $G_{lt} = 4200 \text{ N/mm}^2$;
- Coeficiente de *Poisson*: $\nu = 0,25$;
- Densidade: $\rho = 1530 \text{ kg/m}^3$.

O segundo compósito empregado, para fins comparativos, é um laminado em resina epóxi com fibras de vidro, também com 60% de fração volumétrica e suas propriedades são apresentadas a seguir (GAY, 2014):

- Módulo de Elasticidade Longitudinal: $E_l = 45000 \text{ N/mm}^2$;
- Módulo de Elasticidade Transversal: $E_t = 12000 \text{ N/mm}^2$;
- Módulo de Rigidez ao Cisalhamento: $G_{lt} = 4500 \text{ N/mm}^2$;
- Coeficiente de *Poisson*: $\nu = 0,3$;
- Densidade: $\rho = 2080 \text{ kg/m}^3$.

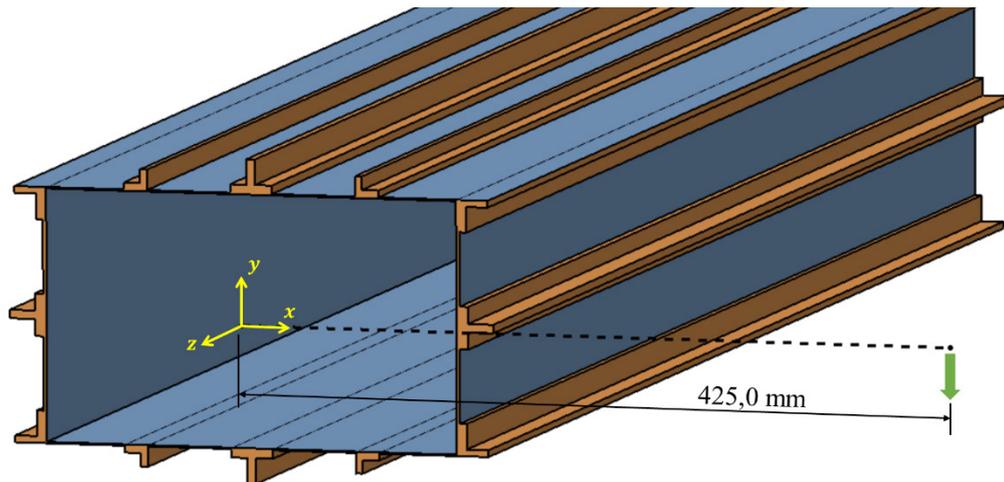
A Tabela 3.2 mostra os seis modelos concebidos para que os resultados numéricos obtidos com este trabalho sejam comparados com os apresentados por Cavalcante (2019), com o tratamento analítico.

Tabela 3.2: Modelos utilizados na análise.

Modelo	Consideração Estrutural	Material
Modelo I	Com <i>booms</i>	Alumínio 2024-T3
Modelo II	Apenas paredes	Alumínio 2024-T3
Modelo III	Com <i>booms</i>	Compósito: vidro/epóxi
Modelo IV	Apenas paredes	Compósito: vidro/epóxi
Modelo V	Com <i>booms</i>	Compósito: vidro/epóxi nas paredes verticais e carbono/epóxi nas horizontais
Modelo VI	Apenas paredes	Compósito: vidro/epóxi nas paredes verticais e carbono/epóxi nas horizontais

O carregamento é uma força de 200 kgf aplicada a 300 mm da parede vertical direita da viga. Sua direção é vertical e o seu sentido é contrário ao sentido positivo do eixo y, conforme ilustra a Figura 3.3.

Figura 3.3: Carga excêntrica aplicada à viga.



Finalizando este capítulo, justifica-se o modelo escolhido, como metodologia empregada, e registra-se o interesse da Professora orientadora deste trabalho, de que esta viga seja construída para que estudantes do Curso de Graduação em Engenharia Aeronáutica da Universidade Federal de Uberlândia possam realizar aulas práticas da disciplina Estruturas de Aeronaves II. Comentou-se neste capítulo sobre a referência à montagem existente no ITA para propósito afim, e por uma visita *in loco* ao laboratório daquele Instituto, surgiu a ideia de que a Faculdade de Engenharia Mecânica (FEMEC) pudesse realizar algo parecido no Laboratório de Estruturas Aeronáuticas do Campus Glória. Com isso, contextualiza-se o interesse pela investigação do modelo que se apresenta, já explorado no aspecto analítico, por Cavalcante (2019); com o presente trabalho, o numérico; e com projeção para a terceira e última análise, a experimental, conforme esse anseio que se registra para aplicabilidade às aulas laboratoriais.

CAPÍTULO IV

ANÁLISE NUMÉRICA

4.1 Construção do Modelo Numérico

Para a obtenção do modelo numérico, são descritos os seguintes procedimentos. Primeiramente, cria-se a superfície da viga de seção-caixão com paredes finas (sem os reforçadores) em um software de CAD (CATIA V5®).

Feito isso, a próxima etapa é a geração da malha, desenvolvida no software Hypermesh™ (2014). Ele possibilita a elaboração de malhas com um grande nível de precisão, por meio de ferramentas que facilitam a preparação e edição da geometria, Figura 4.1.

Figura 4.1: Malha gerada no software HyperMesh™ (sem reforçadores).



Para a análise da viga são adotados elementos numéricos de 5 mm por 5 mm, uma vez que, dadas as dimensões da peça, acredita-se que tal tamanho de elemento corresponda a um refinamento adequado, contabilizando um total de 37840 elementos na superfície da viga. Já os reforçadores são modelados como elementos unidimensionais, visto que o seu comprimento é muito maior do que as

dimensões da sua seção transversal. Tais elementos são distribuídos longitudinalmente na viga, totalizando 2640 elementos.

Além disso, de acordo com Megson (2013), em uma seção típica de viga-caixão os reforçadores têm uma seção transversal pequena, quando comparada à seção completa. Sendo assim, nesse tipo de estrutura os reforçadores e longarinas suportam a maior parte das tensões normais, enquanto que o revestimento da viga suporta apenas uma pequena parcela das tensões normais e a maior parte das tensões tangenciais. Por esse motivo é razoável considerar elementos unidimensionais para os reforçadores até mesmo para o caso dos materiais ortotrópicos, visto que neles há uma predominância apenas de esforços normais.

Após a geração da malha, deve-se fazer a atribuição de propriedades dos materiais e das seções transversais (Seção 3.2). Essa etapa foi realizada no Femap NX Nastran[®] (2013), que também é o software onde serão feitas as simulações. Os elementos das paredes da viga são modelados como elementos de superfície (PLATE) e os elementos dos reforçadores, como mencionado anteriormente, são modelados como elementos unidimensionais (BEAM).

Vale ressaltar que, durante o procedimento de malha, divide-se a viga em dois grupos: um para as paredes verticais e outro para as horizontais, pois, apesar de compartilharem do mesmo material em quase todos os modelos a serem analisados, elas possuem espessuras diferentes (Seção 3.2) e, logo, serão associadas a propriedades diferentes. O mesmo tipo de agrupamento é feito para os reforçadores, de modo que aqueles que compartilham de uma mesma seção transversal (Tabela 3.1) são associados a uma mesma propriedade.

A seguir definem-se as condições de contorno do problema. Em ambas as bases da viga cria-se um elemento rígido do tipo RBE2 no centro de suas seções transversais. Esse elemento tem a função de transmitir o mesmo deslocamento para todos os nós da seção transversal à qual ele está referenciado. Assim, no elemento rígido presente na base da viga aplica-se um engaste, restringindo o movimento de todos os graus de liberdade. No elemento rígido presente na extremidade livre da viga é aplicada uma carga e um momento, de tal modo que sejam equivalentes à carga excêntrica descrita na Figura 3.3.

Finalmente, com o modelo numérico final cria-se a Análise Estática onde é possível, no pós-processamento, observar a distribuição das tensões, deslocamentos e rotações na estrutura. Utilizando-se da ferramenta *Clipping Plane* do software determina-se a seção de interesse alocada no meio da extensão total da viga, ou seja, correspondente a $z = 550$ mm, para adquirir resultados numéricos e comparar com os analíticos, em consonância com o explorado por Cavalcante (2019).

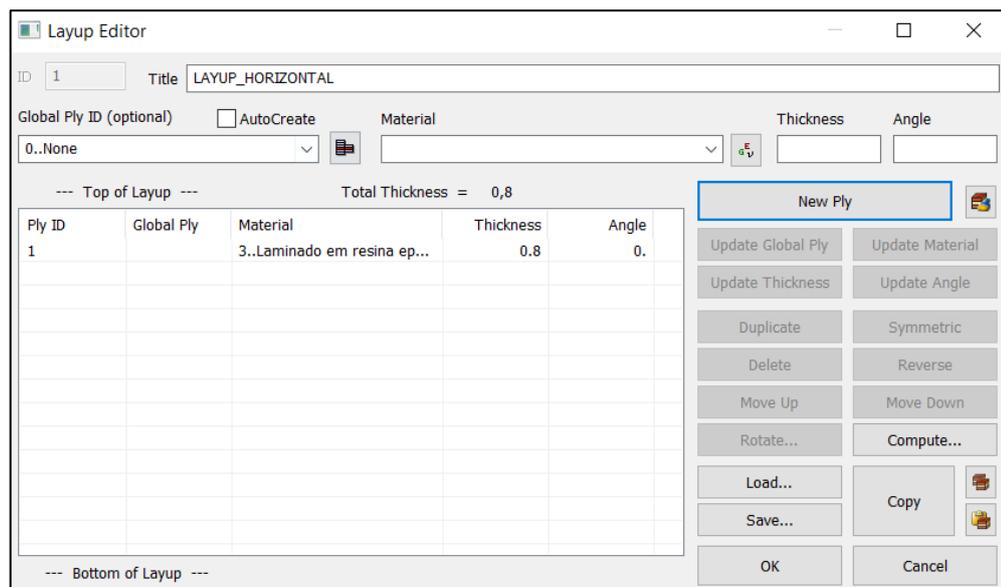
Outra ferramenta utilizada durante o pós-processamento é o modo avançado de visualização de vigas presente no Femap. Nesse modo é possível visualizar as tensões axiais ao longo da seção transversal dos reforçadores. Destaca-se que, no Capítulo 5, os resultados obtidos através desse modo de visualização serão de suma importância para comparar e analisar a relevância das hipóteses utilizadas.

4.1.1 Particularidades do Modelo de Material Compósito

Quando o material que se deseja analisar é compósito, alguns passos extras em relação aos descritos acima são necessários. Um material ortotrópico com todas as propriedades elásticas referentes a uma lâmina de compósito deve ser criado. Feito isso, a sobreposição de camadas para a formação do material se dá através da ferramenta *Layup* do Femap, onde o posicionamento das fibras e a espessura de cada camada são especificados, Figura 4.2. Este procedimento é necessário mesmo para compósitos que apresentam apenas uma única camada.

Visto que um dos objetivos do presente trabalho é a comparação dos resultados obtidos numericamente com os analíticos desenvolvidos em Cavalcante (2019), replicou-se a formação compósita assumida nele (camada única). Os elementos das paredes, nesse caso, devem ser modelados como LAMINATE, para que assim possam receber o material compósito criado.

Figura 4.2: Ferramenta para criação do material compósito no Femap NX Nastran® (2013).



CAPÍTULO V

ANÁLISE DE RESULTADOS E DISCUSSÕES

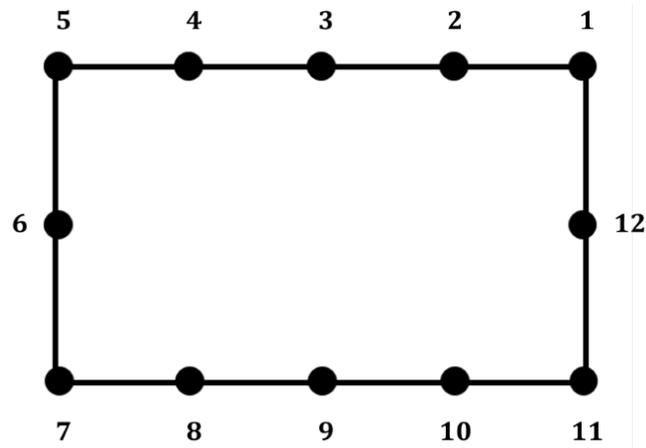
A seguir serão apresentados os resultados e as discussões sobre a análise numérica realizada, tratando dos dados de tensão normal, tensão cisalhante e deslocamentos atuantes na viga simulada. Para referenciar os reforçadores de forma sucinta, eles foram enumerados conforme mostra a Figura 5.1, mesma convenção adotada por Cavalcante (2019) durante a idealização estrutural por *booms*.

Aqui também vale lembrar a denominação de cada modelo simulado, como mostrado no Capítulo 3. Reescrevendo a Tabela 3.2:

Tabela 5.1: Modelos utilizados nas análises.

Modelo	Consideração Estrutural	Material
Modelo I	Com <i>booms</i>	Alumínio 2024-T3
Modelo II	Apenas paredes	Alumínio 2024-T3
Modelo III	Com <i>booms</i>	Compósito: vidro/epóxi
Modelo IV	Apenas paredes	Compósito: vidro/epóxi
Modelo V	Com <i>booms</i>	Compósito: vidro/epóxi nas paredes verticais e carbono /epóxi nas horizontais
Modelo VI	Apenas paredes	Compósito: vidro/epóxi nas paredes verticais e carbono/epóxi nas horizontais

Figura 5.1: Enumeração dos reforçadores ao longo da seção transversal da viga de seção-caixão analisada.



5.1 Tensões Normais (σ_z)

5.1.1 Modelos sem reforçadores

A Tabela 5.2 apresenta a comparação entre os resultados de tensão normal obtidos através da modelagem analítica e da modelagem numérica, para os modelos II, IV e VI. Vale ressaltar que ao longo de uma dada superfície (por exemplo a mesa superior da viga), os valores obtidos numericamente não são exatamente constantes. Mas sua variação é muito pequena, o que leva a concluir que a diferença entre elementos decorre da solução numérica, e não de uma questão puramente estrutural. Sendo assim, os resultados numéricos apresentados são o valor da média entre as tensões em cada elemento das respectivas superfícies.

Nota-se que para todos os modelos, houve pouquíssima diferença entre os resultados analíticos e numéricos. Uma possível explicação para tal equivalência entre os métodos é que, no caso da viga sem reforçadores, a superfície é contínua e mais simples.

Tabela 5.2: Comparação das tensões normais na região dos reforçadores para os modelos II, IV e VI. Tensões teóricas retiradas de Cavalcante (2019). Tensões numéricas retiradas da saída “7021..Plate Top Y Normal Stress” para o modelo II e da saída “1000020..Lam Ply1 X Normal Stress” para os modelos IV e VI.

		Tensão Normal - σ_z [N/mm ²]					
Local	y [mm]	Modelo II		Modelo IV		Modelo VI	
		Teo.	Num.	Teo.	Num.	Teo.	Num.
Mesa superior	75	23,9716	23,9616	23,9716	24,0972	30,7878	30,9329
	-75	-23,9716	-23,9616	-23,9716	-24,0972	-30,7878	-30,9271
Mesa Inferior	37,5	11,9858	12,0240	11,9858	11,9790	5,1696	5,2493
	-37,5	-11,9858	-12,0240	-11,9858	-11,9790	-5,1696	-5,2493
Alma							

Outra conclusão relevante que se pode obter da Tabela 5.2 é que nos modelos II e IV, nos quais o material é o mesmo ao longo de toda a viga, não há uma variação significativa de tensão normal. Isso vai de encontro com as conclusões obtidas por Cavalcante (2019). Já no caso do Modelo VI, em que o material varia ao longo da seção da viga, nota-se um ligeiro aumento na tensão normal suportada pela estrutura.

5.1.2 Modelos com reforçadores

Na Tabela 5.3 são comparados os valores das tensões normais teórico-analíticos calculados por Cavalcante (2019) com os valores numéricos obtidos ao longo desse trabalho. Nota-se que, apesar das diferenças, ambas as abordagens capturam uma mesma ordem de grandeza para os valores das tensões em cada reforçador. Uma vez que não há dados experimentais disponíveis para esse caso, não é possível afirmar que um modelo está mais correto que o outro (mesmo o modelo analítico sendo mais simples). Porém, visto que trazem a mesma ordem de grandeza nos resultados, é um indicativo de que ambos procedimentos de modelagem estão adequados.

Tabela 5.3: Comparação das tensões normais na região dos reforçadores, Modelo I - Alumínio. Tensões teóricas retiradas de Cavalcante (2019). Tensões numéricas retiradas da saída “3164 – Beam EndA Max Comb Stress” para elementos em tração e “3165 – Beam EndA Min Comb Stress” para elementos em compressão.

Boom / Reforçador	$\sigma_{Z_{teo}}$ [N/mm ²]	$\sigma_{Z_{num}}$ [N/mm ²]	Boom / Reforçador	$\sigma_{Z_{teo}}$ [N/mm ²]	$\sigma_{Z_{num}}$ [N/mm ²]
1	7,7162	8,1773	7	-7,7162	-7,9010
2	7,7162	8,6850	8	-7,7162	-8,6984
3	7,7162	9,4088	9	-7,7162	-9,5179
4	7,7162	8,7830	10	-7,7162	-8,9110
5	7,7162	7,8857	11	-7,7162	-8,0760
6	0	1,2802	12	0	-1,2776

Contudo, é importante interpretar a origem de tais diferenças para, assim, entender quando uma abordagem pode ser mais apropriada que a outra dependendo do que se busca investigar com os resultados obtidos. Para isso, vale a pena relembrar algumas hipóteses adotadas durante o desenvolvimento do procedimento analítico utilizado por Cavalcante (2019) e as hipóteses consideradas pela modelagem numérica.

Uma das hipóteses adotadas pela autora supramencionada é que, devido ao fato de a seção transversal dos reforçadores ser muito pequena em relação à seção total, assume-se que a tensão normal é constante ao longo da seção transversal de cada reforçador. Além disso, as tensões calculadas por Cavalcante (2019) são puramente devidas ao momento em X gerado pela força aplicada.

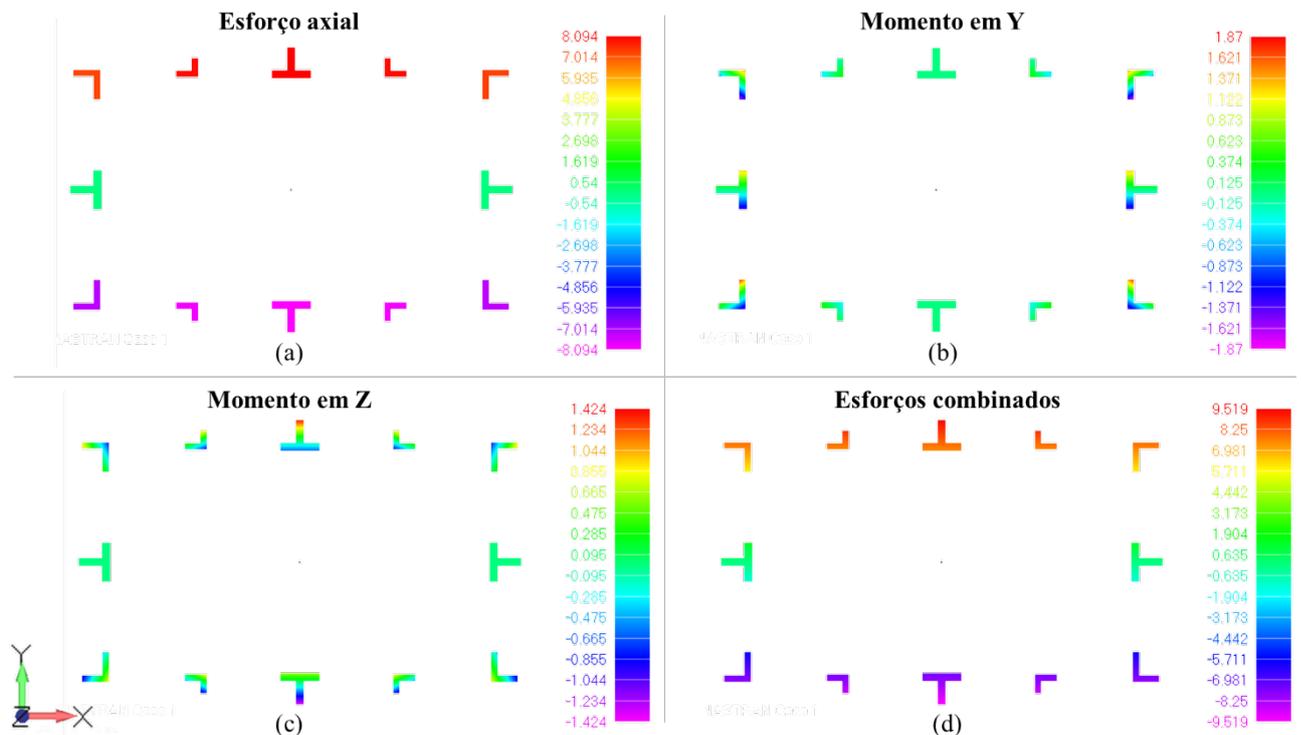
Ao observar a Figura 5.2 (a) vê-se que, de fato, quando apenas os esforços axiais estão presentes, a tensão ao longo da seção transversal é constante. Porém, no modelo numérico é possível capturar efeitos secundários que contribuem, ainda que pouco, Figura 5.2 (b) e (c), para que haja uma certa variação de tensão ao longo da seção transversal dos reforçadores. Nota-se que a hipótese assumida por Cavalcante (2019) ainda pode ser considerada razoável, visto que no caso que leva em conta todos os esforços combinados na Figura 5.2 (d), a variação ao longo da seção é pequena.

Outro fator que diferencia os resultados analíticos dos resultados numéricos é que os resultados mostrados na Tabela 5.3 referentes a $\sigma_{Z_{num}}$ foram obtidos a partir da saída “3164 – Beam EndA Max Comb Stress” para os elementos em tração e da saída “3165 – Beam EndA Min Comb

Stress” para os elementos em compressão. Essas saídas foram escolhidas pois mostram a maior tensão presente no elemento.

Outra hipótese adotada por Cavalcante (2019) durante a idealização dos *booms* é que se assume que eles vão modelar a tensão normal tanto dos reforçadores quanto do revestimento. Assim, seria natural esperar que as tensões previstas pelo modelo analítico fossem maiores que as previstas pelo modelo numérico (que consideram apenas a tensão no reforçados). Porém, isso não ocorre pois na solução numérica existem outros fatores considerados. Como as tensões analíticas são um valor médio na seção (MEGSON, 2013), e as tensões numéricas apresentadas são a tensão máxima encontrada naquela seção, pode-se concluir que o resultado numérico se torna mais conservador.

Figura 5.2: Tensões axiais na seção transversal de cada reforçador (em $z = 550$ mm), mostrando as tensões devido à esforços (a) puramente axiais, (b) devido a momentos em torno de Y ; (c) devido a momentos em torno de Z; e (d) devido a todos esforços combinados.



A Tabela 5.4 apresenta as tensões normais em cada reforçador para o Modelo III, em que o material é composto por fibras de vidro e matriz de resina epóxi. Ao se compararem esses resultados com os da Tabela 5.3 nota-se que, de fato, as tensões normais para os compósitos acabaram ficando muito próximas das tensões para o caso do alumínio. Isso vai de encontro com as conclusões de Cavalcante (2019), visto que as diferenças encontradas são muito pequenas para serem atribuídas à

mudança de material (é mais razoável interpretar essas pequenas variações no valor da tensão normal numérica entre os modelos I e III como sendo devido à “ruídos” da solução numérica).

Tabela 5.4: Comparação das tensões normais na região dos reforçadores, Modelo III – Vidro/Epóxi. Tensões teóricas retiradas de Cavalcante (2019). Tensões numéricas retiradas da saída “3164 – *Beam EndA Max Comb Stress*” para elementos em tração e “3165 – *Beam EndA Min Comb Stress*” para elementos em compressão.

Boom / Reforçador	$\sigma_{Z_{teo}}$ [N/mm ²]	$\sigma_{Z_{num}}$ [N/mm ²]	Boom / Reforçador	$\sigma_{Z_{teo}}$ [N/mm ²]	$\sigma_{Z_{num}}$ [N/mm ²]
1	7,7162	8,3385	7	-7,7162	-7,8734
2	7,7162	8,6821	8	-7,7162	-8,7051
3	7,7162	9,4366	9	-7,7162	-9,5257
4	7,7162	8,6981	10	-7,7162	-8,9486
5	7,7162	7,9125	11	-7,7162	-8,1653
6	0	1,2710	12	0	-1,2777

Já os dados apresentados na Tabela 5.5 mostram que o Modelo V suporta esforços ligeiramente maiores na maioria de seus reforçadores. Dado que para esse modelo o material varia ao longo da seção transversal, é razoável concluir que o modelo numérico acaba captando efeitos que são ignorados nas simplificações do modelo analítico.

Tabela 5.5: Comparação das tensões normais na região dos reforçadores, Modelo V – Vidro/Epóxi nas paredes verticais e Carbono/Epóxi nas paredes horizontais. Tensões teóricas retiradas de Cavalcante (2019). Tensões numéricas retiradas da saída “3164 – *Beam EndA Max Comb Stress*” para elementos em tração e “3165 – *Beam EndA Min Comb Stress*” para elementos em compressão.

Boom / Reforçador	$\sigma_{Z_{teo}}$ [N/mm ²]	$\sigma_{Z_{num}}$ [N/mm ²]	Boom / Reforçador	$\sigma_{Z_{teo}}$ [N/mm ²]	$\sigma_{Z_{num}}$ [N/mm ²]
1	7,7162	9,2475	7	-7,7162	-6,4276
2	7,7162	9,3770	8	-7,7162	-7,9770
3	7,7162	10,1926	9	-7,7162	-7,9358
4	7,7162	9,3213	10	-7,7162	-7,8542
5	7,7162	8,5766	11	-7,7162	-6,8527
6	0	0,4565	12	0	0,4622

5.2 Tensões Cisalhantes (τ_{XY})

Os valores de tensão cisalhante que serão mostrados a seguir, obtidos através dos modelos numéricos, consideram a média dos valores de cada elemento entre cada trecho considerado.

5.2.1 Modelos sem reforçadores

A Tabela 5.6 apresenta a comparação entre os resultados de tensão cisalhante obtidos através da modelagem analítica e da modelagem numérica, para os modelos II, IV e VI. Nota-se que para todos os modelos, houve pouca diferença entre os resultados analíticos e numéricos, bem como ocorreu para os dados de tensão normal mostrados anteriormente (Tabela 5.2). Isso acaba reforçando a hipótese discutida anteriormente de que tal semelhança se dá devido à maior simplicidade dos casos em que a viga não tem reforçador.

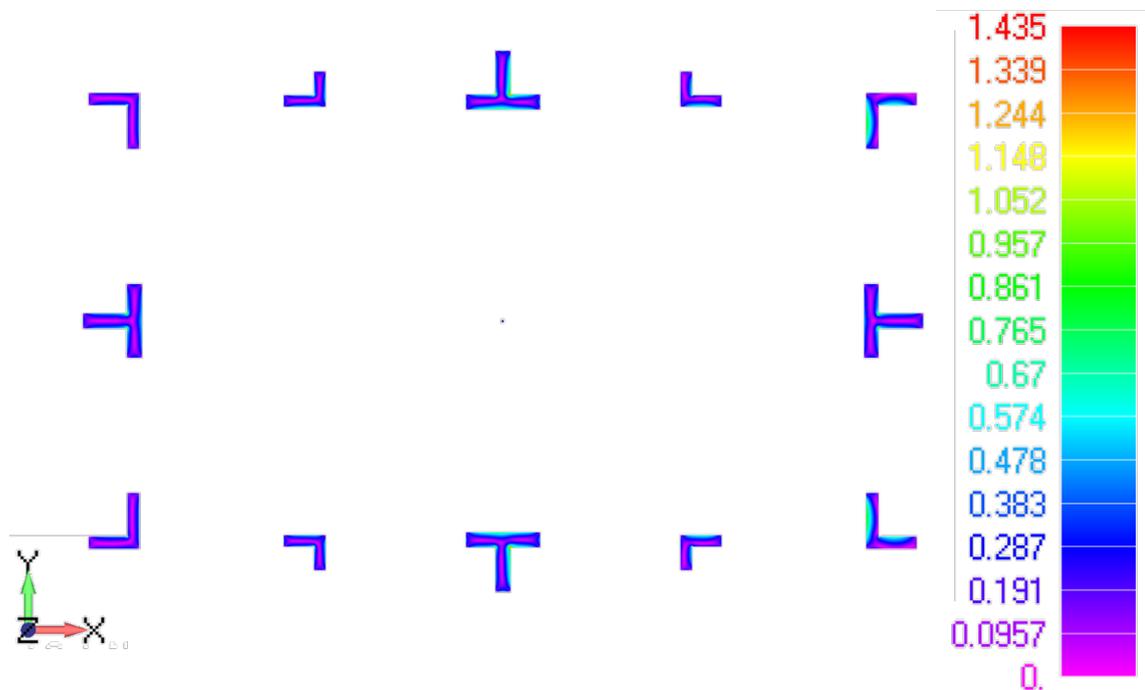
Tabela 5.6: Comparação das tensões cisalhantes no revestimento da viga para os modelos II, IV e VI. Tensões teóricas retiradas de Cavalcante (2019). Tensões numéricas obtidas a partir da saída “7023.Plate Top XY Shear Stress” para o modelo II e da saída “1000023..Lam Ply1 XY Shear Stress” para os modelos IV e VI.

Trecho	Tensão Cisalhante - $ \tau_{XY} $ [N/mm ²]					
	Modelo II		Modelo IV		Modelo VI	
	<i>Teo.</i>	<i>Num.</i>	<i>Teo.</i>	<i>Num.</i>	<i>Teo.</i>	<i>Num.</i>
1-2	16,8039	17,1567	16,8039	12,4234	17,5785	15,9178
2-3	14,0799	14,2161	14,0799	12,1587	14,0799	10,1855
3-4	11,3558	11,2321	11,3558	11,1184	10,5813	7,6884
4-5	8,6318	9,2386	8,6318	9,7059	7,0827	7,7100
5-6	1,8183	2,4719	1,8183	3,2145	2,1281	3,6711
6-7	3,4527	2,4719	3,4527	3,2145	2,8331	3,6711
7-8	11,3558	9,2386	11,3558	9,7059	10,5813	7,7100
8-9	14,0799	11,2321	14,0799	11,1184	14,0799	7,6884
9-10	16,8039	14,2161	16,8039	12,1588	17,5785	10,1855
10-11	19,5280	17,1567	19,5280	12,4234	21,0771	15,9178
11-12	6,1768	8,9759	6,1768	9,7324	7,7259	10,2111
12-1	7,8112	8,9759	7,8112	9,7324	8,4308	10,2111

5.2.2 Modelos com reforçadores

Primeiramente, antes de se avaliarem os resultados de tensão cisalhante dos modelos com reforçador, é importante avaliar o impacto da hipótese de considerar um elemento de malha unidimensional para modelar os reforçadores de material compósito. Com auxílio da ferramenta de visualização de vigas mencionado na seção 4.1, é possível se ter, por faixas cromáticas, a distribuição de tensões cisalhantes atuantes na seção transversal de cada reforçador como mostra a Figura 5.3. Nota-se que de fato não há muita sollicitação transversal nos reforçadores e a hipótese de modelá-los com elementos unidimensionais é razoável.

Figura 5.3: Distribuição de tensões cisalhantes ao longo da seção transversal dos reforçadores (Modelo III).



Para as tensões de cisalhamento, foi observada a saída “7023..Plate Top XY Shear Stress” para o Modelo I e para os casos III e V, em que as paredes são de material compósito, foi observada a saída “1000023..Lam Ply1 XY Shear Stress”. Como nessas simulações a parede de compósito apresenta uma única camada, visando à coerência de modelagem com o que foi apresentado por Cavalcante (2019) e conforme discutido na seção 4.1.1, foi possível utilizar os dados da camada individualmente.

A Tabela 5.7 mostra os resultados analíticos e numéricos de tensão cisalhante para o Modelo I. Como esperado, há uma boa concordância entre as duas abordagens, uma vez que o alumínio é um material isotrópico e tem um comportamento bem definido.

Tabela 5.7: Comparação das tensões cisalhantes no revestimento da viga, Modelo I – Alumínio. Tensões teóricas retiradas de Cavalcante (2019). Tensões numéricas obtidas a partir da saída “7023.Plate Top XY Shear Stress”.

Trecho	$ \tau_{XY_{teo}} $ [N/mm ²]	$ \tau_{XY_{num}} $ [N/mm ²]	Trecho	$ \tau_{XY_{teo}} $ [N/mm ²]	$ \tau_{XY_{num}} $ [N/mm ²]
1-2	18,6921	17,4616	7-8	9,4677	9,0641
2-3	16,2720	14,1566	8-9	11,8878	10,2175
3-4	11,8878	10,2175	9-10	16,2720	14,1566
4-5	9,4677	9,0641	10-11	18,6921	17,4616
5-6	2,3631	3,5851	11-12	8,9008	9,6391
6-7	2,3631	3,5851	12-1	8,9008	9,6391

Já na Tabela 5.8 e na Tabela 5.9 tem-se a comparação entre os cálculos analíticos e numéricos dos Modelos III e V, respectivamente. Aqui já é possível observar diferenças mais consideráveis entre as duas abordagens.

Primeiramente, segundo os cálculos analíticos mostrados por Cavalcante (2019), para um modelo em que se utiliza o mesmo material tanto nas paredes quanto nos reforçadores, a mudança de material não deveria alterar as tensões calculadas (note que as tensões de cisalhamento analíticas têm os mesmos valores na Tabela 5.7 e na Tabela 5.8). Porém, na modelagem numérica houve uma redução considerável entre os valores de tensão cisalhante calculados para o Modelo I e para o Modelo III, indicando que sim, o material pode ter influência nesse parâmetro.

Uma possível explicação para essa maior diferença entre os resultados do modelo analítico e do modelo numérico no cálculo da tensão de cisalhamento é que, a modelagem analítica para materiais ortotrópicos acaba tendo que fazer algumas simplificações importantes. Por exemplo, na modelagem adotada por Cavalcante (2019), que por sua vez se baseou na teoria apresentada por Megson (2013), os efeitos entre as camadas de laminado são desprezados. Faz-se uma simplificação de modo a considerar um efeito “global” de todas as camadas. Já no modelo numérico, os efeitos são contabilizados camada por camada.

Tabela 5.8: Comparação das tensões cisalhantes no revestimento da viga, Modelo III – Vidro/Epóxi. Tensões teóricas retiradas de Cavalcante (2019). Tensões numéricas obtidas a partir da saída “1000023..Lam Ply1 XY Shear Stress”.

Trecho	$ \tau_{XY_{teo}} $ [N/mm ²]	$ \tau_{XY_{num}} $ [N/mm ²]	Trecho	$ \tau_{XY_{teo}} $ [N/mm ²]	$ \tau_{XY_{num}} $ [N/mm ²]
1-2	18,6921	14,3960	7-8	9,4677	7,8688
2-3	16,2720	10,1860	8-9	11,8878	7,6647
3-4	11,8878	7,6647	9-10	16,2720	10,1860
4-5	9,4677	7,8688	10-11	18,6921	14,3960
5-6	2,3631	3,9409	11-12	8,9008	8,8838
6-7	2,3631	3,9409	12-1	8,9008	8,8838

Tabela 5.9: Comparação das tensões cisalhantes no revestimento da viga, Modelo V – Vidro/Epóxi nas paredes horizontais e Carbono/Epóxi nas paredes verticais. Tensões teóricas retiradas de Cavalcante (2019). Tensões numéricas obtidas a partir da saída “1000023..Lam Ply1 XY Shear Stress”.

Trecho	$ \tau_{XY_{teo}} $ [N/mm ²]	$ \tau_{XY_{num}} $ [N/mm ²]	Trecho	$ \tau_{XY_{teo}} $ [N/mm ²]	$ \tau_{XY_{num}} $ [N/mm ²]
1-2	17,5099	14,7126	7-8	10,6499	7,8675
2-3	15,0898	8,2115	8-9	13,0700	6,5435
3-4	10,7055	6,5435	9-10	17,4542	8,2115
4-5	8,2854	7,8675	10-11	19,8743	14,7126
5-6	2,8360	4,2455	11-12	8,4279	10,733
6-7	2,8360	4,2455	12-1	8,4279	10,733

5.3 Deslocamentos e Rotações

No modelo numérico é possível obter o deslocamento e a rotação de qualquer nó da malha. Para fins de comparação com a análise teórica, considerou-se o valor do deslocamento referente aos reforçadores 6 e 12 (ver Figura 5.1), nas seções $z = 550$ mm e $z = 1100$ mm, que são os reforçadores para os quais Cavalcante (2019) apresentou valores de deslocamento.

Além disso, no Femap está disponível apenas o deslocamento total na direção Y. Ou seja, esse valor compreende os efeitos de translação devido ao momento fletor, bem como a translação devido

a rotação da seção transversal. Assim, os valores apresentados para o deslocamento teórico referem-se à soma do deslocamento devido ao fletor com o devido a rotação.

Os deslocamentos do modelo numérico foram obtidos a partir da saída “3..T2 Translation”, que considera o deslocamento total na direção Y. Já a rotação foi obtida através da saída “8..R3 Rotation”, que considera apenas a rotação em torno de Z. Os resultados de rotação normalmente são dados em radianos, mas foram transformados em graus para ficar compatível com os dados da referência.

Tabela 5.10: Deslocamentos verticais (Y) totais para os modelos analisados. Dados teóricos retirados de Cavalcante (2019).

REFORÇADOR #6				
Modelo	Teórico		Numérico	
	$v_{z=550\text{ mm}}$ [mm]	$v_{z=1100\text{ mm}}$ [mm]	$v_{z=550\text{ mm}}$ [mm]	$v_{z=1100\text{ mm}}$ [mm]
I	-0,0599	-0,5455	-0,1904	-0,8044
II	-0,8073	-2,9373	-0,9038	-3,1313
III	1,8022	3,6043	0,2889	-0,1057
IV	1,8021	3,6043	-0,7890	-3,7253
V	1,9060	3,8120	0,5472	0,7986
VI	1,9060	3,9120	0,1268	-0,6694

REFORÇADOR #12				
Modelo	Teórico		Numérico	
	$v_{z=550\text{ mm}}$ [mm]	$v_{z=1100\text{ mm}}$ [mm]	$v_{z=550\text{ mm}}$ [mm]	$v_{z=1100\text{ mm}}$ [mm]
I	-0,6497	-1,7251	-0,7110	-1,8510
II	-1,3971	-4,1169	-1,4546	-4,2384
III	-1,8022	-3,6044	-2,5274	-5,7647
IV	-1,8022	-3,6045	-3,9175	-10,011
V	-1,9060	-3,8120	-2,2590	-4,8395
VI	-1,9060	-3,8120	-2,9818	-6,9134

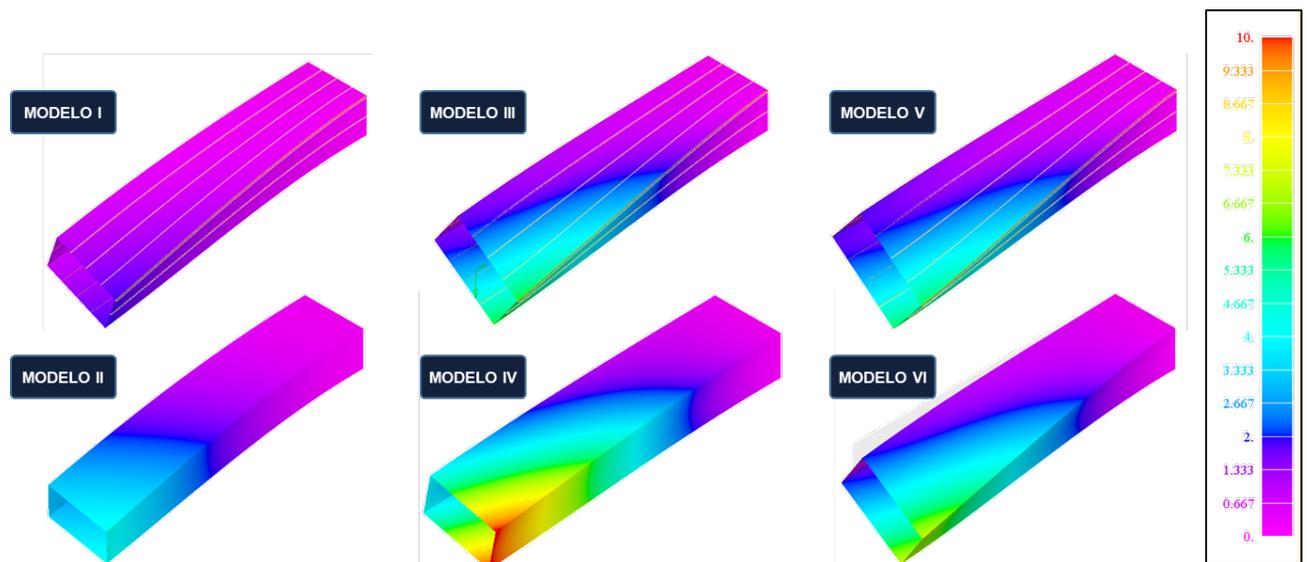
Tabela 5.11: Rotação total para os modelos analisados. Dados teóricos retirados de Cavalcante (2019).

Modelo	θ_{teo} [°]		θ_{num} [°]	
	$z = 550\text{ mm}$	$z = 1100\text{ mm}$	$z = 550\text{ mm}$	$z = 1100\text{ mm}$
I	-0,1352	-0,2703	-0,1163	-0,2394
II	-0,1352	-0,2703	-0,1369	-0,2540
III	-0,8261	-1,6521	-0,6818	-1,2955
IV	-0,8261	-1,6521	-0,7030	-1,4416
V	-0,8736	-1,7473	-0,6417	-1,2909
VI	-0,8736	-1,7473	-0,7191	-1,4324

Dadas diferenças mais expressivas nos valores dos deslocamentos ao confrontar resultados analíticos e numéricos (Tabela 5.10), foram realizadas revisões em todo o modelo numérico afim de se encontrar possíveis fontes de erro na sua implementação, porém nenhuma evidência que comprovasse tal tipo de problema foi encontrada. A Figura 5.4 a seguir mostra o deslocamento total dos seis modelos de viga analisados, no qual os modelos ímpares se referem aos que tem reforçadores e os pares aos que não têm. Percebe-se pela Figura 5.4 que fisicamente os resultados estão coerentes, a aresta direita da seção livre da viga é a que mais se desloca em todos os modelos como previsto dado o carregamento aplicado. Além disso, no engaste todos os modelos apresentam deslocamento nulo indicando que as condições de contorno foram aplicadas corretamente.

Ainda comparando os modelos com e sem reforçadores, para seus respectivos materiais, nota-se que os modelos que têm os reforçadores se deslocaram consideravelmente menos que os modelos sem os mesmos, sendo esse também outro comportamento esperado.

Figura 5.4: Deslocamento total dos seis modelos analisados, dispostos em uma mesma escala de cores para melhor comparação entre si.



CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES

Ao longo do desenvolvimento de um projeto aeronáutico existe uma grande interdisciplinaridade entre diferentes áreas. Sendo assim, é especialmente importante garantir que a ferramenta de modelagem utilizada em cada uma dessas áreas seja adequada a cada fase do projeto (GUDMUNDSSON, 2014).

Na fase do projeto conceitual, por exemplo, ainda há poucos parâmetros definidos. Assim, o que se busca são ferramentas capazes de avaliar uma quantidade grande de combinações de parâmetros e, geralmente, isso decorre de métodos com maiores simplificações. Já na fase do projeto detalhado, o projeto está mais bem definido e o que se busca são análises mais precisas que representem as características físicas de forma mais fidedigna. Logo, ferramentas de modelagem mais complexas são necessárias. Fica claro então a importância de o engenheiro conhecer diferentes abordagens e metodologias, tanto as mais simples quanto as mais complexas, e saber avaliar em qual momento elas são mais adequadas.

Neste trabalho, desenvolveu-se um estudo numérico de uma viga do tipo caixão de paredes finas engastada sujeita a uma carga excêntrica. No Capítulo 2 foi apresentado um resumo de como o Método dos Elementos Finitos é capaz de abordar problemas complexos de engenharia, bem como a importância de conhecer os métodos disponíveis a fim de se buscar a melhor escolha para o problema em questão.

Além disso, as comparações dos resultados numéricos com resultados analíticos, feitas ao longo do Capítulo 5, mostraram a relevância de se conhecer a abordagem utilizada. Como dito no início deste trabalho, não se trata de determinar qual modelo é o mais preciso, ou qual modelo representa a realidade de forma mais fiel. O importante é entender as metodologias disponíveis e escolher aquela que atenda às demandas de forma mais eficiente. No caso da viga sem reforçadores,

mostrada nas seções 5.1.1 e 5.2.1 constatou-se que as predições do modelo analítico ficam bastante próximas do modelo numérico. Logo, não importa qual abordagem utilizada, os resultados serão próximos para esse caso específico. De modo que a escolha de qual se utilizar dependerá de outros fatores, tais como: flexibilidade na mudança da geometria, tempo de resolução, tempo de implementação do modelo, entre outros.

Mesmo no caso da escolha de uma abordagem numérica, ainda existem diferentes formas de se modelar os elementos numéricos, como foi discutido ao longo da seção 2.1. A escolha de modelar os reforçadores como elementos unidimensionais, até mesmo para aqueles com materiais compósitos, foi feita baseada no conhecimento prévio de que para este caso em específico, ao longo dos reforçadores não haveriam esforços que justificassem uma modelagem mais complexa.

Este Projeto de Fim de Curso, além de oportunizar a consolidação e aprofundamento do aprendizado no que diz à análise de estruturas aeronáuticas de paredes finas, da utilização de materiais compósitos, na consideração de análise estrutural idealizada por *booms*, significou uma contribuição para os estudantes do Curso, pois traz abordagens que, de forma didática, propõe procedimentos e análises, contemplando, além do exposto, observações importantes aos estudantes, sobre a análise numérica e a aplicação do Método dos Elementos Finitos. Também fica como contribuição, um estudo que servirá como base para as realizações práticas que alunos do Curso de Estruturas de Aeronaves terão, com esse respaldo já avançado, analítico-numérico, consolidado por este trabalho, junto ao publicado pela Cavalcante (2019), como já dito. Enfim, além de estudos individuais, esse PCC deixa aos demais estudantes do Curso uma importante contribuição, no contexto didático-pedagógico.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Argimiro, Prof. 2011.** *Notas de Aula - Decomposição Matricial*. 2011.
- ASM. 2021.** *ASM - Aerospace Specification Metals*. [Online] 2021. <https://www.aerospacemetals.com/index.html>.
- Baker, Alan, Dutton, Stuart e Kelly, Donald. 2004.** *Composite Materials for Aircraft Structures*. 2ª. Blacksburg : AIAA Education Series, 2004. p. 597.
- Beer, Ferdinand P., et al. 2013.** *Estática e Mecânica dos Materiais*. s.l. : McGraw-Hill, 2013.
- Cavalcante, Amanda Malafaia. 2019.** *Deslocamentos e deformações de uma viga compósita engastada-livre com seção-caixão simulando asa aeronáutica*. Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia : s.n., 2019. Trabalho de Conclusão de Curso.
- Daniel, Isaac M. e Ishai, Ori. 2006.** *Engineering Mechanics of Composite Materials*. 2ª. New York : Oxford University Press, 2006.
- Engineer, The Efficient. 2021.** *Canal do YouTube*. [Online] 2021. [Citado em: 15 de Julho de 2021.] https://www.youtube.com/watch?v=GHjopp47vvQ&ab_channel=TheEfficientEngineer.
- FEMAP. 2016.** *NX Nastran*. s.l. : Siemens, 2016.
- Gay, Daniel. 2014.** *Composite Materials: Design and Applications*. 3ª. s.l. : CRC Press, 2014. p. 598.
- Gudmundsson, Snorri. 2014.** *General Aviation Aircraft Design: Applied Methods and Procedures*. s.l. : Elsevier, 2014.
- Hibbeler, R. C. 2010.** *Resistência dos Materiais*. s.l. : Pearson Prentice Hall, 2010.
- Hutton, David V. 2004.** *Fundamentals of Finite Element Analysis*. s.l. : McGraw-Hill, 2004.
- Hypermesh. 2014.** *Altair Hypermesh*. s.l. : Altair, 2014.
- Megson, T. H. G. 2013.** *Aircraft Structures for Engineering Students*. 5ª. s.l. : Elsevier, 2013. ISBN: 978-0-08-096905-3.
- MRAZOVA, Maria. 2013.** Advanced composite materials of the future in aerospace industry. *INCAS BULLETIN*. 2013, Vol. 5, pp. 139-150.
- Rade, Prof. Domingos Alves. 2013.** *Apostila - Método dos Elementos Finitos*. Uberlândia : s.n., 2013.

Siemens, Product Lifecycle Management Software Inc. 2017. NX NASTRAN - Numerical Methods User's Guide. 2017.