

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**  
**CURSO DE ENGENHARIA DE AGRIMENSURA E CARTOGRÁFICA**

**CAIO CESAR DE CAMPOS**

**PROPOSTA DE UM MÉTODO DE REAMOSTRAGEM EM REDES NEURAIIS**  
**COM APLICAÇÃO EM TRANSFORMAÇÃO ENTRE SISTEMAS DE**  
**COORDENADAS**

**MONTE CARMELO**

**2021**

**CAIO CESAR DE CAMPOS**

**PROPOSTA DE UM MÉTODO DE REAMOSTRAGEM EM REDES NEURAIIS  
COM APLICAÇÃO EM TRANSFORMAÇÃO ENTRE SISTEMAS DE  
COORDENADAS**

Trabalho de Conclusão de Curso, como exigência parcial para obtenção do Título de bacharel em Engenharia de Agrimensura e Cartográfica da Universidade Federal de Uberlândia, Campus Monte Carmelo

Orientador: Prof. Dr. Vinicius Francisco Rofatto.

**MONTE CARMELO**

**2021**

**CAIO CESAR DE CAMPOS**

**PROPOSTA DE UM MÉTODO DE REAMOSTRAGEM EM REDES NEURAIIS  
COM APLICAÇÃO EM TRANSFORMAÇÃO ENTRE SISTEMAS DE  
COORDENADAS**

Trabalho de Conclusão de Curso, como exigência parcial para  
obtenção do Título de bacharel em Engenharia de  
Agrimensura e Cartográfica da Universidade Federal de  
Uberlândia, Campus Monte Carmelo

Orientador: Prof. Dr. Vinicius Francisco Rofatto.

Aprovado em: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Vinicius Francisco Rofatto (Orientador)  
Universidade Federal de Uberlândia – Campus Monte Carmelo

---

Prof. Dr. Marcelo Tomio Matsuoka  
Universidade Federal de Uberlândia – Campus Monte Carmelo

---

Prof. Dr. Wagner Carrupt Machado  
Universidade Federal de Uberlândia – Campus Monte Carmelo

**MONTE CARMELO**

**2021**

*Dedico esse trabalho aos meus pais, Ademilson e Vânia,  
que sempre me deram apoio para nunca desistir dos meus sonhos.*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha mãe, Vânia Maria, que sempre me deu forças para não desistir em momentos difíceis, que mesmo longe fisicamente, contribuiu emocionalmente na minha trajetória acadêmica para que eu fosse capaz de vencer os desafios, e por me mostrar que eu nunca estaria sozinho independente do caminho que eu percorresse.

Ao meu pai, Ademilson Luis, que sempre me apoiou com palavras de conforto e incentivo nos momentos de dificuldade, além de sempre mostrar que eu nunca estaria sozinho.

A minha psicóloga Maria Isabel, por sempre clarear os meus pensamentos em dias ruins de depressão e por me fazer acreditar que eu poderia vencer mais essa batalha que foi a Universidade.

Aos meus primos Jéssica e Jeferson, aos meus tios, Célia e Valdecir, a minha vó Odila e claro ao meu irmão Kauan, por sempre estarem ao meu lado apoiando e transmitindo energias boas.

Aos docentes: Vinicius Francisco Rofatto e Marcelo Tomio Matsuoka por todos os ensinamentos, paciência, dedicação e apoio no caminho percorrido até aqui.

Aos membros da banca e em especial ao membro convidado Prof. Dr. Wagner Carrupt Machado em aceitar a participar da minha defesa de TCC II.

Aos meus amigos (as) de Universidade que me auxiliaram nos trabalhos teóricos, nas provas e nos trabalhos em campo, além do compartilhamento de muitos momentos de descontração e alegrias.

Aos meus amigos (as) de longa data que sempre me incentivaram a não desistir, principalmente no início do curso, sou muito grato.

Aos amigos (as) de estágio que mesmo em pouco tempo de aproximação, mostraram ser fiéis e me transmitiram muito conhecimento ao meu propósito acadêmico e profissional.

*“Nas grandes batalhas da vida, o primeiro passo  
para a vitória é o desejo de vencer”.*

Mahatma Gandhi

## RESUMO

No desenvolvimento de redes neurais artificiais, como em qualquer algoritmo de machine learning, é comum separar os dados relativos ao problema em um conjunto de treinamento e um conjunto de testes. Os dados de treinamento são utilizados para estimar os parâmetros inerentes à rede, e os dados de teste são empregados para verificar a performance da rede sob condições reais de utilização. No entanto, surge aqui uma importante questão: como confiar nos resultados fornecidos por uma rede em particular? Devido à aleatoriedade relacionada à própria rede (arquitetura, inicialização e procedimento de aprendizado), geralmente não há a melhor escolha. Considerando essa questão, fornecemos uma abordagem que captura a aleatoriedade relacionada à própria rede. A ideia é basicamente desenvolver várias redes para uma mesma arquitetura e algoritmo de aprendizagem por meio da repetição do processo de particionamento aleatório dos dados disponíveis. Trata-se, portanto, de uma técnica de reamostragem. Consequentemente, a predição intervalar está disponível em vez da clássica predição pontual, em que a incerteza da predição é desconsiderada. O método proposto foi aplicado em um problema de transformação entre sistemas de coordenadas. Importante destacar que um dos resultados que o método oferece é o de possibilitar a descrição dos pontos de maior ou menor viés e acurácia. Apesar de restringirmos ao modelo de rede neural, o método proposto também pode ser estendido a outras ferramentas estatísticas modernas, tal como a Krigagem.

**Palavras-chave:** Redes Neurais Artificiais, Reamostragem, Transformação, Predição, Acurácia.

## ABSTRACT

In developing artificial neural networks (ANN), the available dataset is split into three categories: training and testing. However, an important problem arises: How to trust the prediction provided by a particular ANN? Due to the randomness related to the network itself (architecture, initialization and learning procedure), there is usually no best choice. Considering this issue, we provide a framework which capture the randomness related to the network itself. The idea is basically to develop several networks for the same architecture and learning algorithm by repeating the random partitioning process of available data. Consequently, interval prediction is available instead of point prediction. The proposed method was applied to a coordinate transformation problem. The resampling method spatially characterizes the points of greater or lesser bias and accuracy. Although we restrict it to the neural network model, the resampling method proposed can also be extended to others modern statistics tools such as Kriging.

**Keywords:** Artificial Neural Networks, Resampling, Transformation, Prediction, Accuracy.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Sistema de Coordenadas de Entrada	6
Figura 2 - Sistema de Coordenadas de Saída	7
Figura 3 - Numeração dos Pontos coletados	8
Figura 4 - Cenário 1	9
Figura 5 - Cenário 2	9
Figura 6 - Cenário 3	10
Figura 7 - Cenário 4	10
Figura 8 - Cenário 5	11
Figura 9 - Cenário 6	11
Figura 10 - Topologia de uma Rede Neural Artificial	13
Figura 15 - Distribuição espacial do RMSE	19
Figura 16 - Descrição espacial dos Viés de cada ponto	21

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1 – Definição da Arquitetura das Redes Neurais Artificiais	17
Tabela 2 – Descrição estatística geral do RMSE para cada cenário	22
Tabela 3 – Descrição estatística geral do Viés para cada cenário	23

## **APÊNDICE A**

Figura 1- Gráfico do RMSE dos neurônios para o cenário 1	28
Figura 2- Gráfico do RMSE dos neurônios para o cenário 2	28
Figura 3- Gráfico do RMSE dos neurônios para o cenário 3	29
Figura 4- Gráfico do RMSE dos neurônios para o cenário 4	29
Figura 5- Gráfico do RMSE dos neurônios para o cenário 5	30
Figura 6- Gráfico do RMSE dos neurônios para o cenário 6	30

## **APÊNDICE B**

Tabela 1 – Descrição do RMSE para cada número de neurônios cenário 1	31
Tabela 2 – Descrição do RMSE para cada número de neurônios cenário 2	32
Tabela 3 – Descrição do RMSE para cada número de neurônios cenário 3	33
Tabela 4 – Descrição do RMSE para cada número de neurônios cenário 4	34
Tabela 5 – Descrição do RMSE para cada número de neurônios cenário 5	35
Tabela 6 – Descrição do RMSE para cada número de neurônios cenário 6	36

## **LISTA DE ABREVIACÕES E SIGRAS**

<b>RNA</b>	Redes Neurais Artificiais
<b>RMSE</b>	Raiz quadrada média dos erros
<b>LM</b>	Levenberg-Marquadt

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>MATERIAL E MÉTODOS.....</b>	<b>6</b>
	<b>2.1 Dados Disponíveis .....</b>	<b>6</b>
	<b>2.2 Desenvolvimento das Redes Neurais Artificiais .....</b>	<b>12</b>
	<b>2.3 Método Proposto.....</b>	<b>15</b>
<b>3</b>	<b>EXPERIMENTOS E RESULTADOS.....</b>	<b>17</b>
	<b>3.1 Arquitetura da RNA .....</b>	<b>17</b>
	<b>3.2 Transformação de coordenadas.....</b>	<b>18</b>
<b>4</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>24</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>25</b>
	<b>APÊNDICE A - Gráficos do RMSE x Neurônios.....</b>	<b>28</b>
	<b>APÊNDICE B – Tabela do RMSE x Neurônios.....</b>	<b>31</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Os primeiros experimentos científicos relacionados aos neurônios artificiais tiveram início por volta da década dos anos 40 e seus idealizadores foram os cientistas Warren McCulloch e Walter Pitts (BRAGA, et al., 2002). E desde então, até os tempos atuais, o avanço no desenvolvimento das Redes Neurais Artificiais (RNAs) e sua aplicabilidade tem ajudado a resolver modelos matemáticos não-lineares entre duas ou mais variáveis, além de detectar padrões complexos em conjuntos de dados (TIERRA *et al.*, 2008; OLIVEIRA; DA CRUZ, 2021).

Na área da ciência geoespacial, as RNAs têm funcionado como ferramenta poderosa em relação a análises de dados para lidar com diversos tipos de problemas, tais como:

- Interpolação de dados, como modelagem das ondulações do geoide (KAVZOGLU; SAKA 2005; STOPAR *et al.*, 2006; LIN, 2007), determinação do campo de velocidade crustal (FAROLFI, DEL VENTISETTE, 2016), modelagem de atraso troposférico (YANG *et al.*, 2021a);
- Monitoramento estrutural geodésico (KALOOP; KIM 2014);
- Tarefas de análises de imagens, como por exemplo, extração de características e classificação de imagens (SOTHE *et al.*, 2020), detecção de imagem (LIU et al., 2020) e reconhecimento de imagem (YANG *et al.*, 2021b);
- Aplicações de Sistema de Informação Geográfica, como por exemplo, modelagem de padrão espacial (MOLLALO *et al.*, 2019);
- Transformação de coordenadas entre os diferentes sistemas de referência, como pode ser visto aqui (TIERRA *et al.*, 2008; ZIGGAH *et al.*, 2016).

A ascensão tecnológica das aplicações das RNAs deriva-se da sua aptidão computacional de detectar padrões por meio de dados de entrada e saída, da flexibilidade em relação as funções que modelam os valores preditos e também do poder de

aprendizagem, e por fim, obtém-se um modelo capaz de fazer previsões com alta acurácia (GONÇALVES, *et al.* 2010).

Uma das etapas importantes no desenvolvimento de uma rede neural diz respeito à divisão do conjunto de dados disponível. (BASHEER; HAJMMER, 2000). Geralmente, os desenvolvedores de RNAs dividem de forma aleatória e uniforme os dados de entrada e saída em um processo denominado de estimação do conjunto amostral (HAYKIN, 2001).

Os dados de treinamento são utilizados para estimar os parâmetros desconhecidos da rede, denominados de pesos e bias. O processo de validação consiste em uma subdivisão de dados retirados aleatoriamente do conjunto de treinamento. Esse processo de validação é utilizado como critério de parada do processo de treinamento da rede, e consequentemente contribui para que não ocorra um sobreajuste (*overfitting*). Por fim, o conjunto de teste consiste de uma amostra não pertencente ao conjunto de treinamento e validação, e sua utilização está direcionada para a verificação em relação ao desempenho da eficiência do modelo treinado conforme as circunstâncias reais de utilização da rede (ZIGGAH, *et al.* 2019). Devido a essas três categorias serem interligadas, o processo de divisão dos dados tem influência direta no desempenho da rede (ZIGGAH, *et al.* 2019).

As avaliações feitas sobre o mesmo conjunto amostral de treinamento (única amostra) sempre são superestimadas, uma vez que o modelo encontrado tenta minimizar os erros de cada observação em relação ao modelo desejado. Para reduzir a casualidade do resultado encontrado após uma única divisão arbitrária, pode-se repetir aleatoriamente o processo de partição. Consequentemente, os resultados são sintetizados por meio de uma medida de tendência central (média, mediana, etc), ou mesmo pela definição de um intervalo de confiança. Essa ideia de calcular as estimativas a partir de repetidas amostragens dentro da mesma amostra constitui em uma técnica de reamostragem.

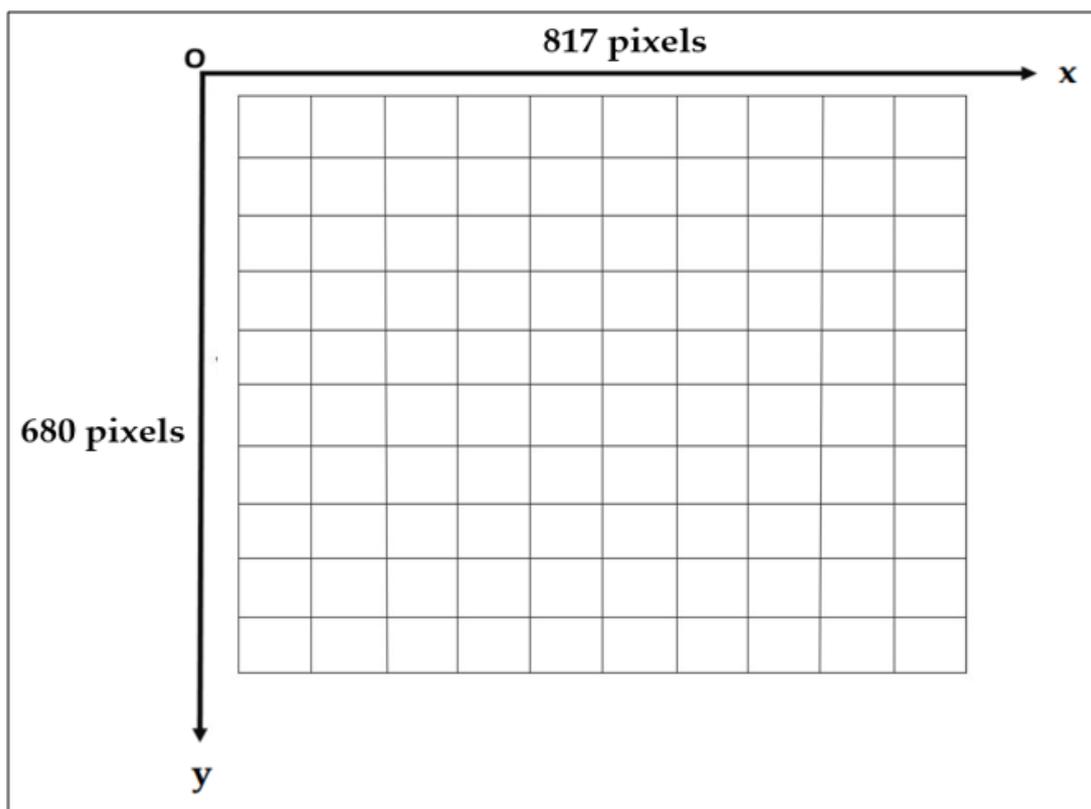
Esse procedimento de agregar o processo de reamostragem da RNA permite a obtenção de inúmeras redes neurais e juntamente quebra-se o paradigma da previsão pontual e passamos para o caso da previsão intervalar. Como consequência, será possível obter a distribuição empírica das previsões. Em outras palavras, o método proposto beneficiará no desdobramento dos cálculos a respeito das incertezas e dos intervalos de confiança direcionados às previsões, como também na identificação de possíveis tendências, como por exemplo, avaliar o desempenho do método proposto dentro do contexto de transformações entre sistemas referenciais. No entanto, sua aplicação pode ser direcionada a qualquer outra análise estatística relevante ao controle de qualidade.

## 2 MATERIAL E MÉTODOS

### 2.1. *Dados Disponíveis*

Como aplicação prática, apresentamos um problema de transformação entre sistemas de coordenadas para que seja executada a proposta da aplicação do método de reamostragem em redes neurais. Na transformação, cada ponto de um sistema de coordenada de entrada é mapeado para um sistema de coordenadas de saída. Neste estudo, o sistema de referência de entrada corresponde aos índices de pixel da imagem (C, L), onde C represente o número de colunas e L o número de linhas na imagem, respectivamente. Nesse caso, trata-se de um sistema de coordenadas levogiro, representado na **Figura 1**.

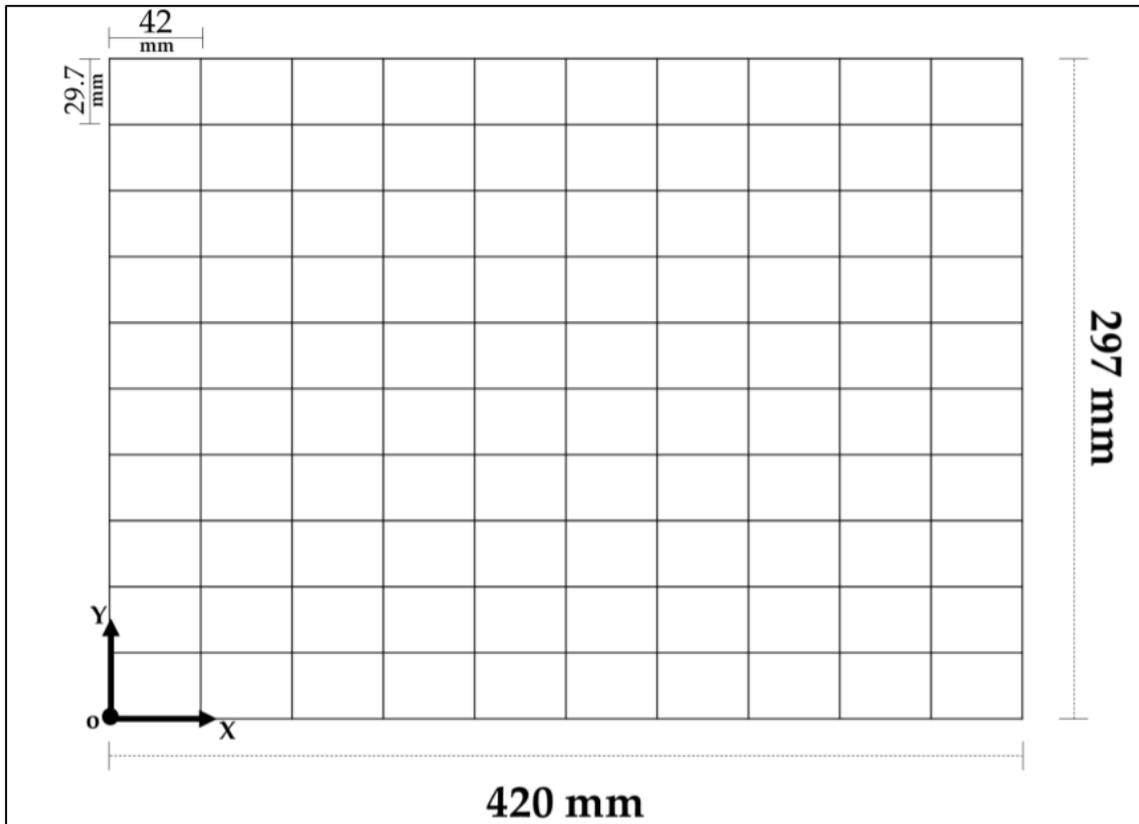
**Figura 1** – Sistema de Coordenadas de Entrada



Fonte: o autor

Por outro lado, o sistema de saída está relacionado ao sistema de coordenadas atribuída ao corpo do objeto, que neste caso é uma grade desenhada em papel branco, como mostra a **Figura 2**.

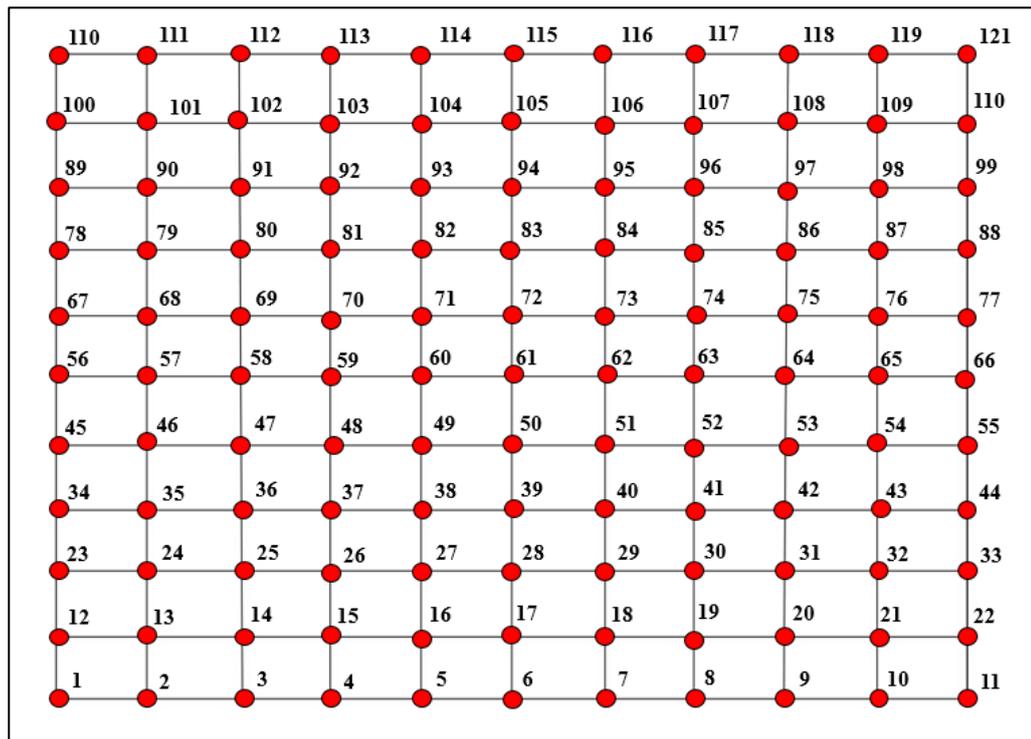
**Figura 2** – Sistema de Coordenadas de Saída



Fonte: o autor

A origem do sistema de saída foi definida pela intersecção da primeira linha vertical à esquerda e a primeira linha horizontal inferior, tendo como coordenada  $(X, Y) = (0,0, 0,0)$ . Os eixos horizontal e vertical são paralelos à largura e altura da grade, respectivamente. Portanto, é um sistema de coordenadas dextrogiro. O sistema de saída não admite coordenadas com valores negativos.

No geral, temos as coordenadas fixas no sistema de saída  $(X_i, Y_i)$  e as coordenadas observadas no sistema de entrada  $(C_i, L_i)$ , onde 'i' denota o número do ponto. Como a dimensão da grade é 420 mm x 297mm e cada ponto é deslocado por 42 mm na direção X e 29,7 mm na direção Y, temos um total de 121 pontos. Todos os pontos foram selecionados no sistema referencial da imagem, por meio do software Matlab 2019<sup>a</sup>. A **Figura 3** apresenta a sequência que os pontos foram coletados.

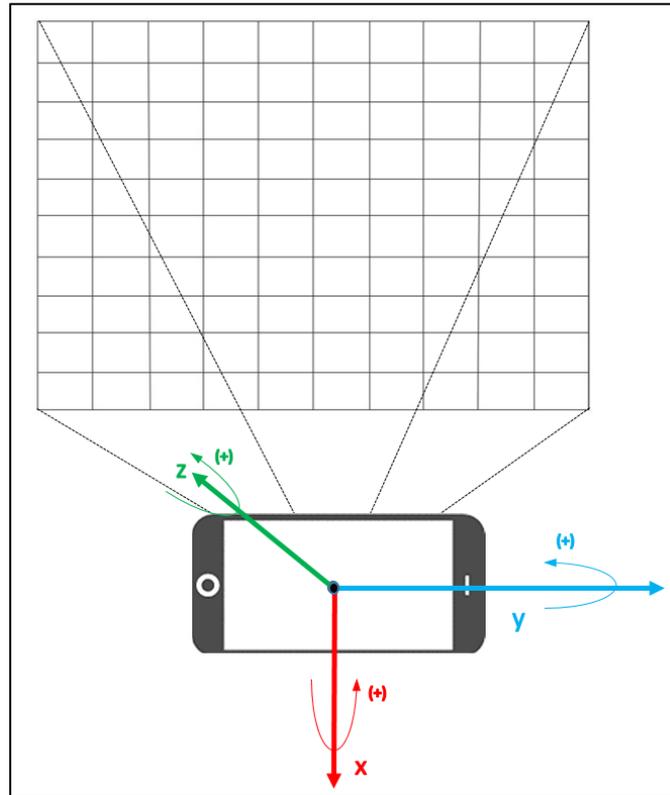
**Figura 3** – Numeração dos Pontos coletados

Fonte: o autor

As imagens usadas aqui foram capturadas por uma câmera de telefone celular a uma distância de  $\sim 1.5\text{m}$  do alvo (grade). Além disso, a distância focal ( $f$ ) máxima da câmera do celular é de  $1.8\text{mm}$ , com uma angulação máxima de  $75^\circ$  e uma resolução de  $4608 \times 2592$  pixel.

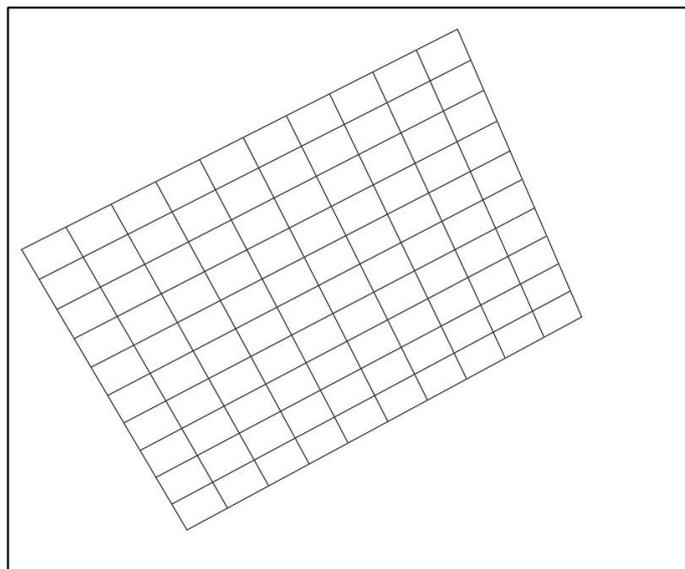
As imagens foram adquiridas com a câmera em diferentes orientações em relação aos seus eixos “x”, “y” e “z”. No total, foram projetados 6 cenários diferentes, como descrito abaixo.

No cenário 1, buscou-se o máximo de paralelismo entre os eixos da câmera e da imagem fotografada. A **Figura 4** representa o cenário 1 e também mostra uma ideia de como os eixos da câmera foram interpretados e representados para todos os cenários.

**Figura 4 – Cenário 1**

Fonte: o autor

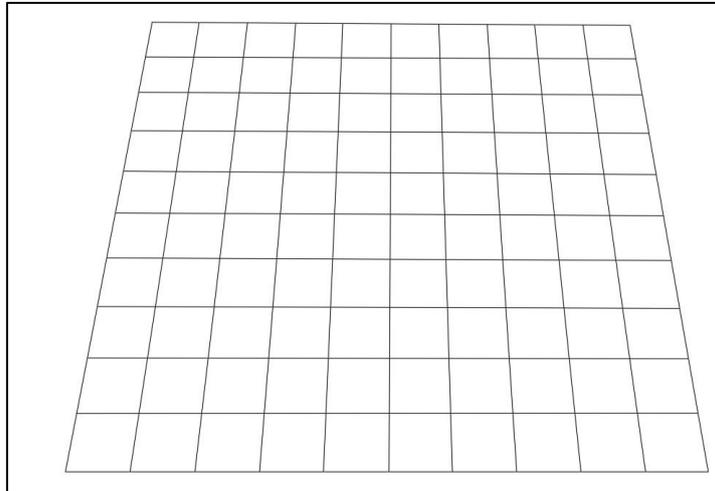
O cenário 2, é caracterizado pela alteração aproximada do eixo “x” em  $+70^\circ$ , o eixo “y” em  $+40^\circ$  e o eixo “z” em  $+60^\circ$ , obtendo-se uma imagem oblíqua. A **Figura 5** representa o produto final do cenário 2.

**Figura 5 – Cenário 2**

Fonte: o autor

O cenário 3, é caracterizado pela alteração aproximada do eixo “x” em  $+30^\circ$ , o eixo “y” em  $0^\circ$  e o eixo “z” em  $0^\circ$ . A **Figura 6** representa o produto final do cenário 3.

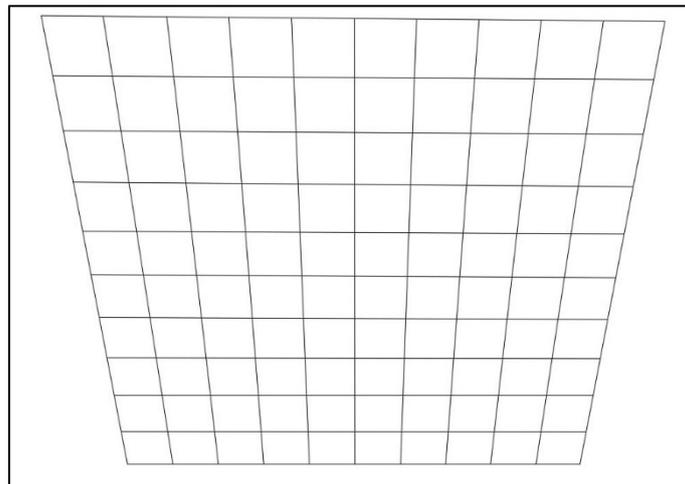
**Figura 6 – Cenário 3**



Fonte: o autor

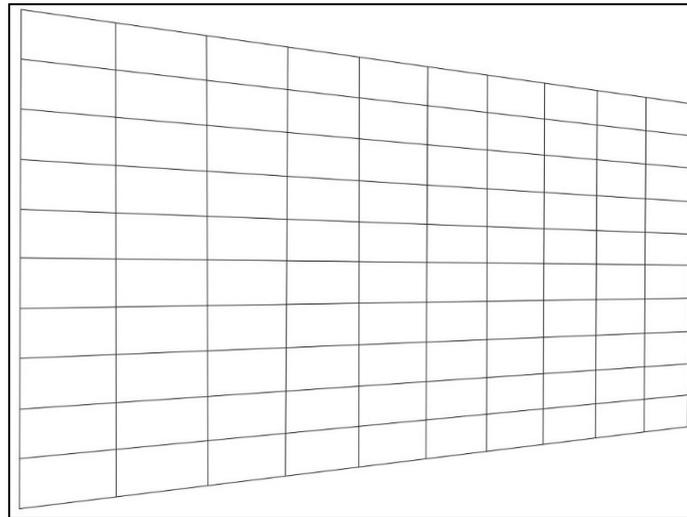
O cenário 4, é caracterizado pela alteração aproximada do eixo “x” em  $-30^\circ$ , o eixo “y” em  $0^\circ$  e o eixo “z” em  $0^\circ$ . A **Figura 7** representa o produto final do cenário 4.

**Figura 7 – Cenário 4**



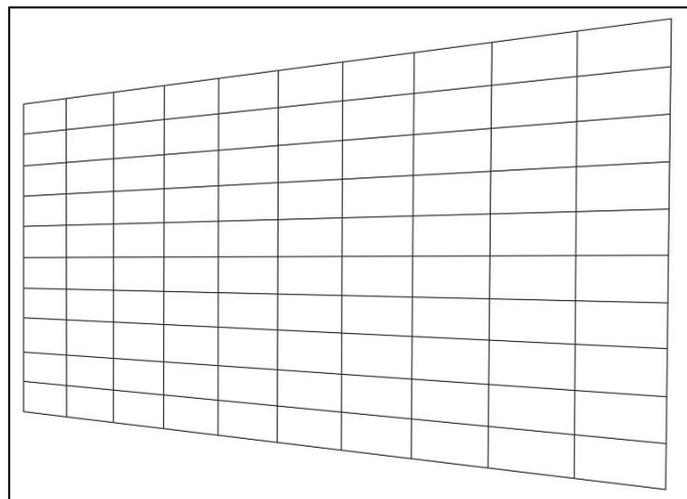
Fonte: o autor

O cenário 5, é caracterizado pela alteração aproximada do eixo “y” em  $+30^\circ$ , o eixo “x” em  $0^\circ$  e o eixo “z” em  $0^\circ$ . A **Figura 8** representa o produto final do cenário 5.

**Figura 8 – Cenário 5**

Fonte: o autor

O cenário 5, é caracterizado pela alteração aproximada do eixo “y” em  $-30^\circ$ , o eixo “x” em  $0^\circ$  e o eixo “z” em  $0^\circ$ . A **Figura 9** representa o produto final do cenário 6. .

**Figura 9 – Cenário 6**

Fonte: o autor

## 2.2. Desenvolvimento da Rede Neural Artificial - RNA

As Redes Neurais Artificiais podem ser apontadas matematicamente como modelos de regressão não linear ou não paramétrico (HAYKIN, 2001). As RNAs são compostas por diversos neurônios artificiais e cada neurônio pode ser matematicamente expresso pelo par de equações (1) e (2) a seguir, como:

$$y_k = \varphi(a_k + b_k) \quad (1)$$

$$a_k = \sum_{j=1}^m w_{kj} x_j \quad (2)$$

Onde:

$a_k$ : saída do combinador linear devido aos sinais de entrada;

$x_1, x_2, \dots, x_m$ : são os sinais de entrada;

$w_{k1}, w_{k2}, \dots, w_{km}$ : são os pesos sinápticos do neurônio  $k$ ;

$b_k$ : é o bias;

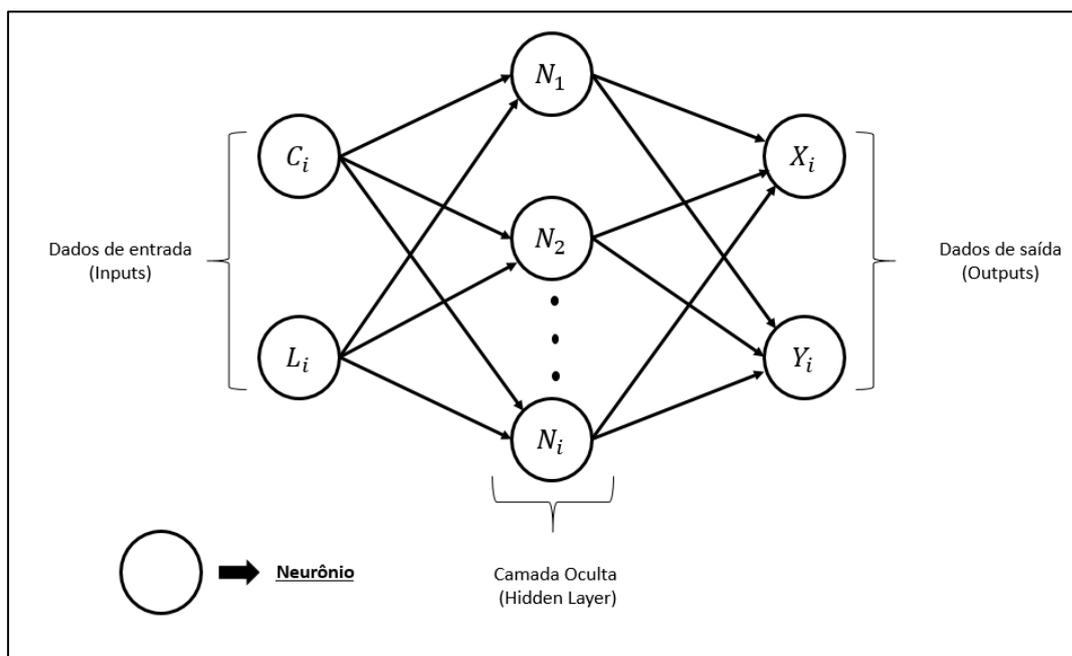
$\varphi$ : é a função de ativação

$y_k$ : é o sinal de saída ou ativação do neurônio.

O neurônio é, portanto, uma representação do sistema nervoso caracterizada computacionalmente por uma unidade de processamento, composto por dados de entrada, pesos sinapses, somador (junção aditiva), função de ativação linear ou não linear e pelos dados de saída (SOUTO, 2006).

A **Figura 10** representa a ideia de uma Rede Neural Artificial aplicada ao nosso problema.

**Figura 10** – Topologia de uma Rede Neural Artificial



Fonte: Adaptado de Sousa (2006)

Nas RNA deste trabalho foi empregada a arquitetura *feedforward* (onde as informações são passadas somente para frente, ou seja, de uma camada para outra camada de neurônio, sem que ocorra um ciclo) e também foi utilizado o método de treinamento chamado *backpropagation* (retropropagação dos pesos como procedimento de aprendizado). Para o desenvolvimento das fases de treinamento, validação e teste da RNA utilizou-se as linhas de comando pré-definidas do toolbox do próprio *software* Matlab2019a.

Juntamente foram realizados diversos testes para obter a melhor topologia de rede, e os itens principais testados foram a variação no número de neurônios na camada oculta, onde iniciou-se os testes com valores de 1 a 20 neurônios e posteriormente com variação de 40, 60, 80 e 100 neurônios. No experimento adotou-se apenas uma camada oculta para todo os experimentos, pois notou-se que a variação de camadas ocultas não interferiu na definição da topologia da rede para esse caso. O critério de escolha para detectar o melhor número de neurônios para o nosso problema foi baseado na resposta do menor valor encontrado nos valores preditos por meio da análise estatística destinada a raiz quadrada média dos erros (RMSE).

Paralelamente aos testes de número de neurônios e camada oculta, ocorreu também, os testes em relação as funções de ativação e as funções de normalização.

As funções de normalização dos dados testados foram: “mapstd” e “mapminmax”. As funções de normalização são utilizadas para que os valores estimados não operem perto da região de saturação quando empregadas nas funções de ativação. Por esses motivos que as funções de normalização foram testadas. A primeira função é conhecida como z-score, cujo o resultado é padronizar os valores em função da média igual a 0 (zero) e desvio padrão igual a 1 (um positivo) e - 1 (um negativo), além de seguir uma distribuição normal padrão. A seguir temos um exemplo da equação (3) clássica z-score:

$$y = \frac{x - \hat{x}}{\sigma} \quad (3)$$

onde:

y: corresponde ao conjunto de dados normalizados;

x: corresponde ao valor específico a normalizar;

$\sigma$ : corresponde ao desvio padrão do conjunto de dados iniciais;

$\hat{x}$ : corresponde à média do conjunto de dados iniciais.

A segunda função de mapeia os valores originais para o intervalo [-1,1] e pode ser representada conforme a equação (4):

$$y = 2 \left( \frac{x - \check{x}}{\check{x} - \hat{x}} \right) - 1$$

$$y = 2 * (x - x_{\min}) / (x_{\max} - x_{\min}) - 1 \quad (4)$$

onde:

x: matriz de entrada;

y: matriz de entrada normalizado;

$\check{x}$ : máximo valor de cada linha de x;

$\hat{x}$ : mínimo valor de cada linha de x.

Nesse trabalho utilizamos dois tipos de funções de ativação. Uma delas é a função de ativação sigmoide ou chamada também de função logística. A equação (5) exemplifica a função logística:

$$\varphi(x) = \frac{1}{1 + \exp(-px)} \quad (5)$$

onde:

$\varphi(x)$  = saída do neurônio;

$x$  = é o campo induzido (soma ponderada de todas as entradas sinápticas acrescidas do bias);

$p$  = parâmetro de inclinação.

A função tangente hiperbólica foi desenvolvida com o intuito de contornar uma característica da função logística, assim seus intervalos não variam apenas de  $[0,1]$ , mas variam de  $[-1,1]$ . Portanto, a função tangente hiperbólica se diferencia da função logística por assumir valores positivos e negativos (GOMES, 2010).

A equação (6) exemplifica a função tangente hiperbólica:

$$\varphi(x) = \frac{\exp(px) - \exp(-px)}{\exp(px) + \exp(-px)} = \tanh(px) \quad (6)$$

onde:

$\varphi(x)$  = saída do neurônio;

$x$  = é o campo induzido (soma ponderada de todas as entradas sinápticas acrescidas do bias);

$p$  = parâmetro de inclinação.

### **2.3. Método Proposto**

A aplicação do Método de Reamostragem em Redes Neurais Artificiais foi um processo que serviu para amplificar as inúmeras simulações de redes e conseqüentemente possibilitou ao desenvolvedor a chance de se ter uma predição intervalar em vez de uma predição pontual. Portanto, o processo de reamostragem se tornou vantajoso devido ao fato de que todos os dados dos conjuntos disponíveis, sejam eles destinados ao processo de treinamento, validação ou teste possam ser escolhidos inúmeras vezes de modo aleatório. Por outro lado, os dados disponíveis nunca pertenceram simultaneamente a duas ou três classes de aprendizagem ao mesmo tempo. Assim é possível obter uma distribuição empírica dos valores preditos.

A reamostragem permite não apenas a predição particular de cada variável de interesse, mas também sua predição intervalar. Nesse caso, é possível obter métricas para

cada ponto predito de interesse. Por exemplo, o RMSE, que pode ser calculado da seguinte forma:

$$RMSE_{(i)} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{K=1}^N (T_K - \hat{O}_K)^2}, \quad i = 1, \dots, n \quad (7)$$

Onde:

$\hat{O}_K$  = são os  $N$  valores preditos para cada ponto  $i$ ;

$T_K$  são os  $N$  valores reais de saída.

Essa análise estatística foi aplicada no conjunto de teste com o objetivo de medir a acurácia em relação aos valores estimados de cada ponto. Nesse trabalho, outras estatísticas também foram aplicadas para cada ponto predito, como no caso da média e do desvio padrão (incerteza), além do cálculo do viés.

Vale ressaltar que o viés foi uma análise baseado na diferença entre o valor predito mais provável (média) e o valor verdadeiro. Assim, o viés resultante pode ser obtido por meio da decomposição pitagórica entre o viés das direções X e Y, como segue:

$$\Delta_i = \sqrt{\Delta_{X(i)}^2 - \Delta_{Y(i)}^2}, \quad i = 1, \dots, n \quad (8)$$

$$\Delta_{X(i)} = \hat{X}_i - X, \quad i = 1, \dots, n \quad (9)$$

$$\Delta_{Y(i)} = \hat{Y}_i - Y, \quad i = 1, \dots, n \quad (10)$$

Onde:

$\Delta_X^2$  e  $\Delta_Y^2$ : representam a tendência do preditor X e Y de cada ponto (i) do graticulado respectivamente.

$\hat{X}_i$ : média dos valores preditos de x;

$\hat{Y}_i$ : média dos valores preditos de y;

X: valor verdadeiro de referência do vetor x;

y: valor verdadeiro de referência do vetor y;

Nota-se que o RMSE e Viés variam para cada ponto e, portanto, temos a nossa disposição a descrição espacial da qualidade das predições.

### 3 Experimentos e Resultados

#### 3.1. *Arquitetura das RNA*

Nesse trabalho aplicamos o método de reamostragem em redes neurais em um problema de transformação entre sistemas de coordenadas. Destaca-se que o problema de transformação de coordenadas é um obstáculo a ser continuamente vencido no campo da ciência da engenharia, como nos estudos de casos de conversão de coordenadas de um sistema de referencia geodésico (Zigga e Laari, 2019), transformações de pontos de nuvens 3D por meio de varreduras a laser terrestre em monitoramento de deformação (Wujanz, et al., 2018) e entre outras aplicações.

Logo de inicio efetuou-se os estudos relacionados a arquitetura, a inicialização e a definição dos parâmetros de aprendizagem da rede. Na questão da divisão dos conjuntos de dados disponíveis (121 pontos), ficou definido que 80% do conjunto (97 pontos) foi destinado a fase de treinamento e o restante foi dividido entre o conjunto de validação e teste com uma taxa de separação do conjunto de dados igual a 10% (12 pontos) cada. Esse processo foi aplicado para toda arquitetura de rede pré-estabelecida anteriormente.

Portanto, por meio das configurações pré-estabelecidas pela própria configuração da linha de comando fornecida pelo toolbox do software Matlab2019a foi realizado 1.000 simulações para todos os critérios que influenciam a topologia da rede. Destaca-se também a utilização do algoritmo Levenberg-Marquadt (LM), que teve como finalidade a função de estimar os parâmetros (pesos e bias) desconhecidos para as redes de predições (GAVIN, 2020).

Por fim, para se ter um controle das redes preditas, foram estabelecidos dentro do processo de aprendizagem algumas configurações, como:

- O número máximo de épocas (iteração) = 1.000;
- O gradiente mínimo de desempenho abaixo de  $10^{-7}$ ;
- O conjunto de validação foi interrompido nos casos em que o desempenho era pior ou igual à época anterior, para um limite de 6 épocas sucessivas.

Portanto, as condições encontradas para cada cenário de estudo baseado nas configurações citadas acima, podem ser vistas na **Tabela 1** a seguir:

**Tabela 1** – Definição da Arquitetura das Redes Neurais Artificiais

Cenários	Função de Ativação	Função de Normalização	Neuronios
1	Tangente Hiperbólica	“Mapstd”	13
2	Tangente Hiperbólica	“Mapstd”	14
3	Logística Sigmóide	“Mapstd”	11
4	Tangente Hiperbólica	“Mapstd”	10
5	Tangente Hiperbólica	“Mapstd”	12
6	Tangente Hiperbólica	“Mapstd”	13

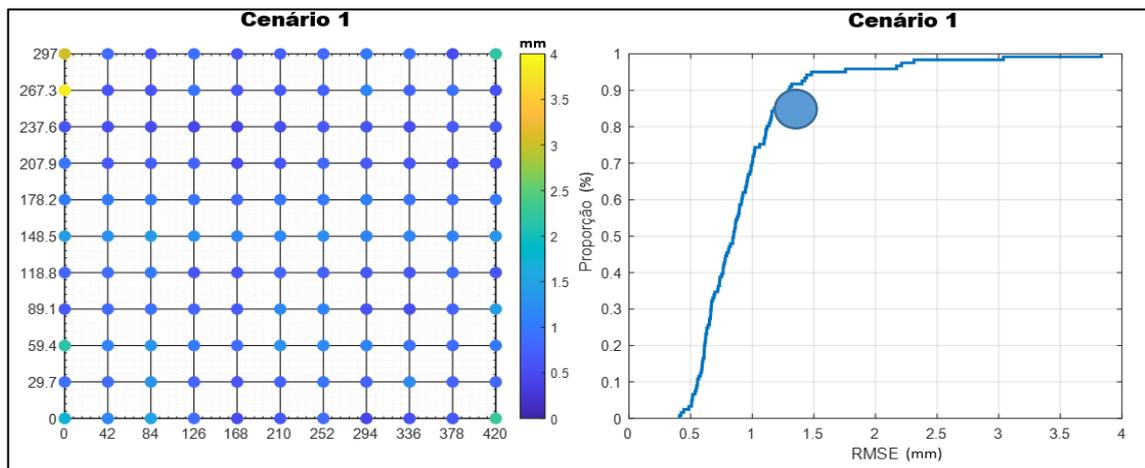
Os cenários em que as RNAs tiveram um melhor desempenho em razão da função de normalização dos dados de entrada e saída foi por meio da função “Mapstd”. Os números de neurônios se diversificaram de um cenário para outro, com exceção dos cenários 1 e 6, que tiveram o mesmo número de neurônios em suas respectivas redes. No entanto, a respeito da função de ativação, apenas o cenário 3 obteve o seu melhor desempenho de predição por meio da função de ativação logística sigmóide, portanto, todas as outras obtiveram um desempenho melhor baseado na função tangente hiperbólica. A descrição analítica mais detalhada para cada teste de desempenho individual dos critérios de treinamento citados na Tabela 1 podem ser vistos no apêndice A e B.

### 3.2. Transformação de coordenadas

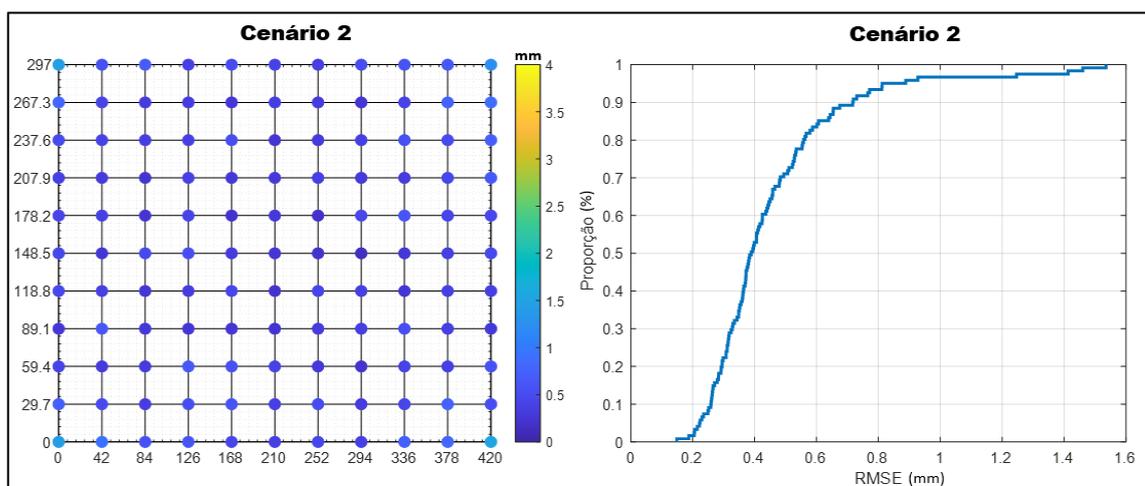
Nessa fase final do experimento, foi aplicado na caixa de comando do *software matlab* 2019a as configurações da melhor arquitetura de rede encontrada no experimento anterior para cada cenário do conjunto de dados disponíveis (todos os 121 pontos). Logo, as 1.000 repetições do processo de particionamento dos dados, proporcionaram uma obtenção de mil (1.000) redes preditas. Como cada ponto do conjunto de dados disponíveis se repetiram no mínimo 100 vezes, foi permitido a obtenção da predição intervalar em vez da predição pontual. Assim pode-se criar um mapa espacial em função do RMSE e Viés de cada ponto que compôs os cenários estudados.

A **Figura 15** a seguir mostra como cada valor de RMSE (gráfico à esquerda) se comportou individualmente para cada ponto predito que compôs os graticulados de estudos (cenários). Nota-se que o cenário 2 foi o que proporcionou uma distribuição de valores preditos mais homogênea em relação ao resultado do RMSE para cada ponto estimado de modo individual. Em contrapartida, todos os outros cenários tiveram uma acentuada elevação do RMSE em suas extremidades (pontos extremos do graticulado). Outro aspecto que foi possível detectar por meio do gráfico a direita da **Figura 15** foi que apenas o cenário 2 obteve um RMSE menor que 1 milímetro dentro da proporção de 90% e um RMSE menor que 0,5 milímetros para uma proporção de 50% (mediana).

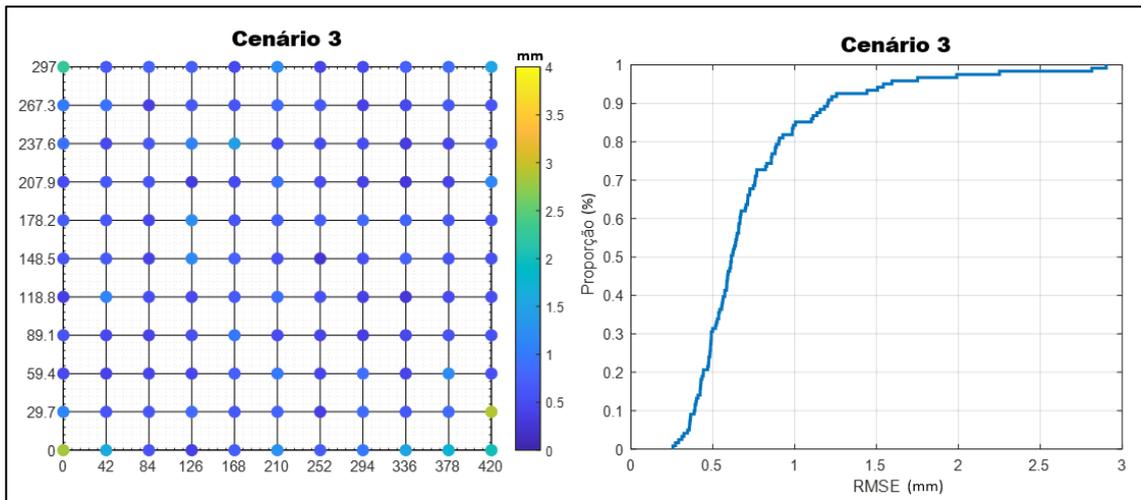
**Figura 15 - Distribuição espacial do RMSE**



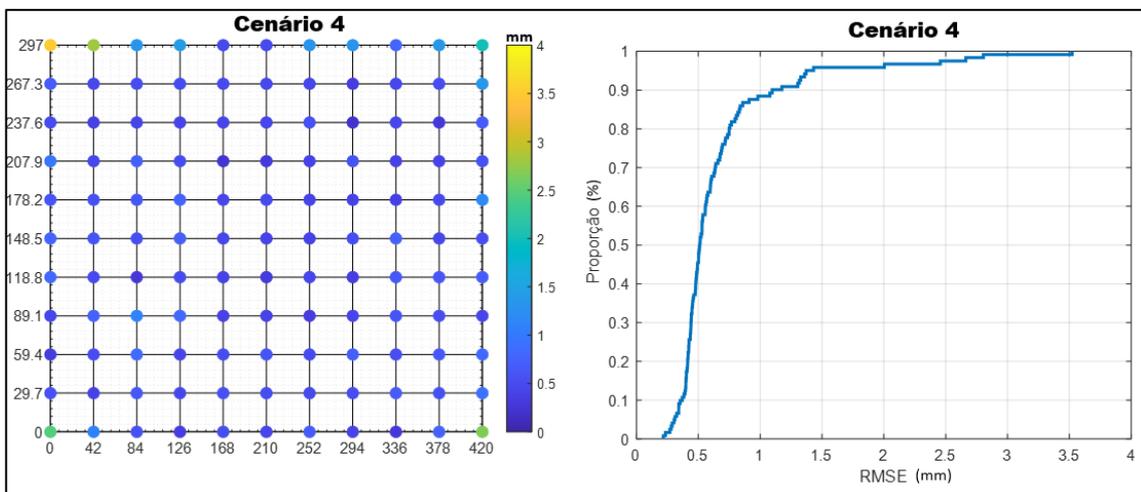
Fonte: O autor



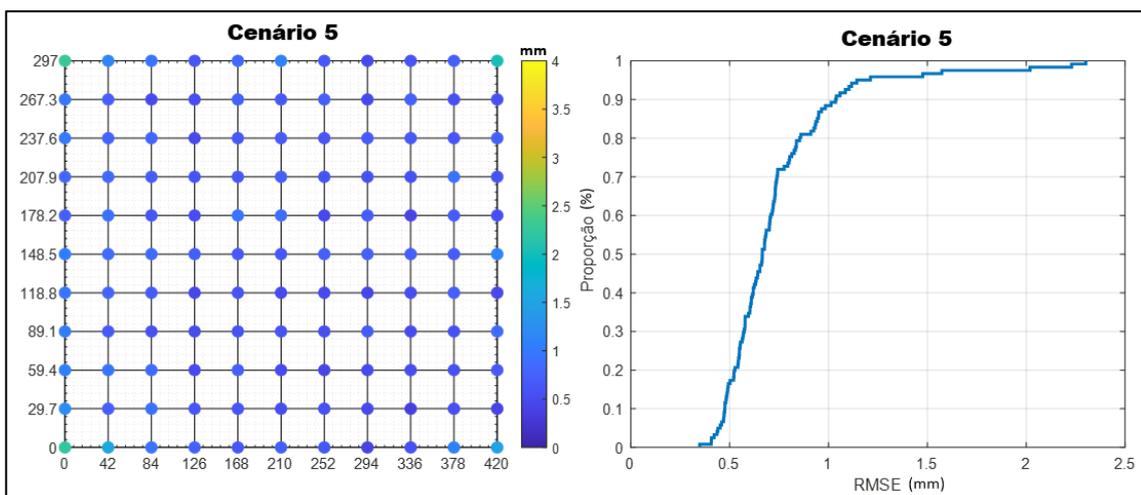
Fonte: O autor



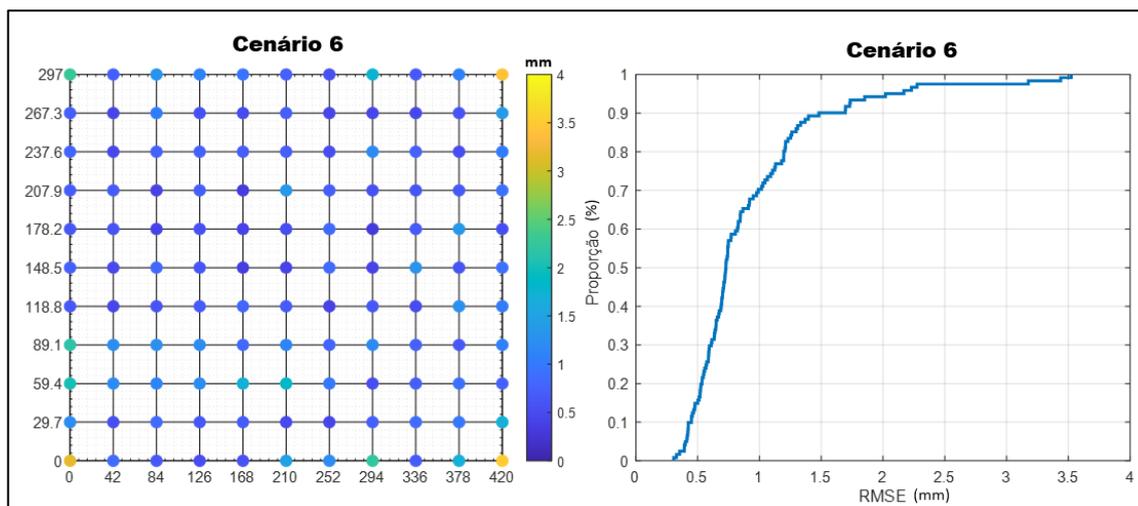
Fonte: O autor



Fonte: O autor



Fonte: O autor

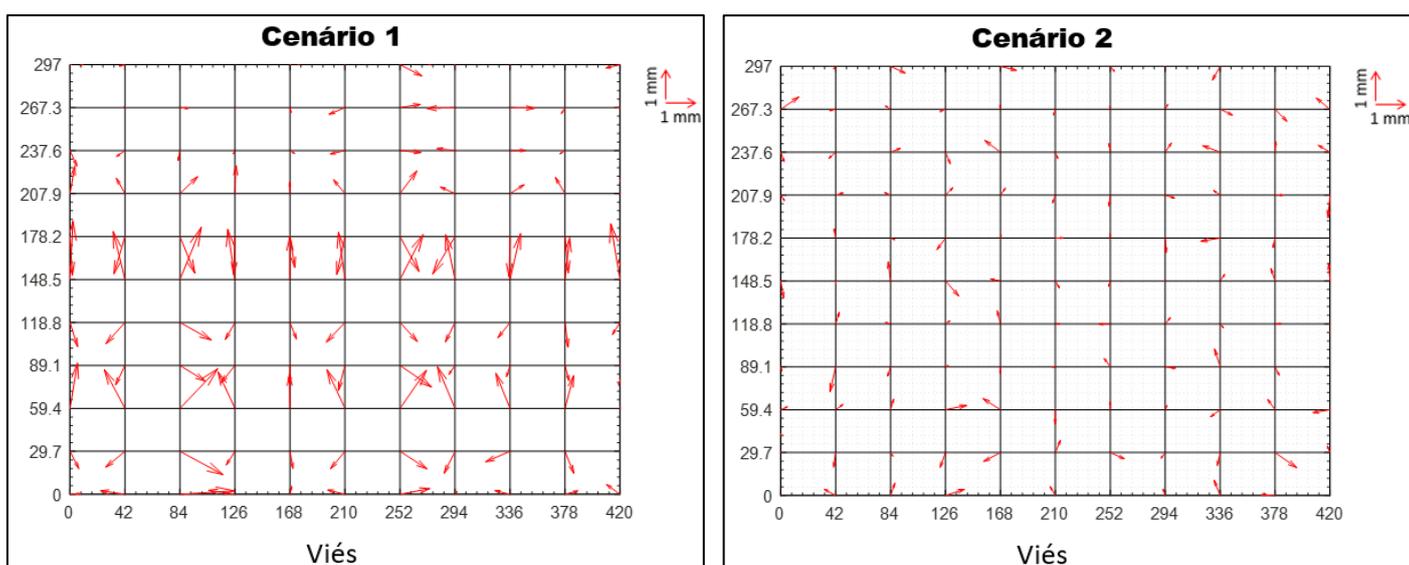


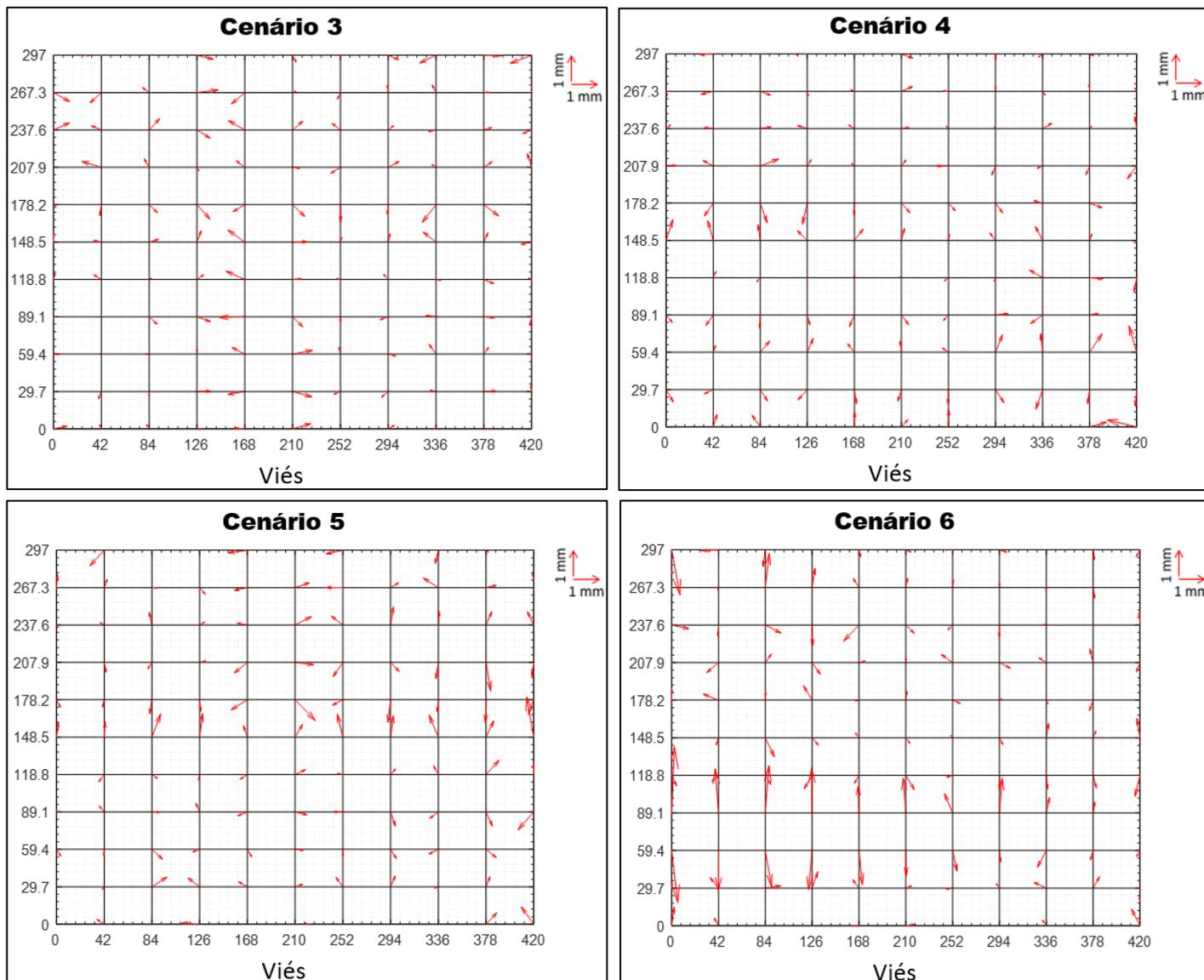
Fonte: O autor

Na **Figura 16**, detectou-se que as magnitudes de todos os vieses não ultrapassaram o valor resultante de 1 mm e as direções do viés resultante também tiveram um comportamento aleatório em todos os cenários que compôs o estudo deste projeto. Dentro da escala destinada a magnitude do viés, pode-se destacar que o cenário 1 foi o que proporcionou magnitudes (setas) maiores em relação aos demais cenários.

No entanto, ao contrário do gráfico da **Figura 15** anterior, as magnitudes dos erros em relação aos pontos preditos não foram acentuadas nos extremos dos graticulado, como mostrou-se no gráfico espacial dos RMSE.

**Figura 16** – Descrição espacial dos Vieses de cada ponto





Outras análises estatísticas como, média, desvio padrão, valores mínimos e máximos foram realizados sobre os parâmetros RMSE e Viés. A **Tabela 2** mostra esses valores sintetizados.

**Tabela 2** - Descrição estatística geral do RMSE para cada cenário

Cenários	Média (mm)	Máximo (mm)	Mínimo (mm)	Desvio-Padrão (mm)
1	0,6	1,4	~ 0,0	0,3
2	0,3	0,7	~ 0,0	0,1
3	0,3	0,7	~ 0,0	0,2
4	0,3	0,9	~ 0,0	0,2
5	0,4	1,1	~ 0,0	0,2
6	0,4	1,7	~ 0,0	0,3

**Tabela 3** - Descrição estatística geral do Viés para cada cenário

Cenários	Média (mm)	Máximo (mm)	Mínimo (mm)	Desvio-Padrão (mm)
1	0,9	3,8	0,4	0,5
2	0,5	1,5	0,1	0,2
3	0,7	2,3	0,3	0,3
4	0,9	3,5	0,3	0,6
5	0,7	3,5	0,2	0,5
6	0,7	2,9	0,3	0,4

Pode-se verificar na **Tabela 2 e 3** que o cenário 1 possui o maior RMSE (0,6 mm) e também o maior Viés (0,9 mm) respectivamente em relação aos valores globais preditos. Isso mostra que o modelo predito teve um desempenho pior no caso em que a foto foi adquirida paralelamente ao alvo. Em contrapartida, o cenário 2, foi o caso onde encontrou-se o melhor desempenho da RNA, levando em conta os dois aspectos estatísticos simultaneamente, com valores de RMSE (0,3 mm) e Viés (0,5 mm).

## 4 Conclusões

A partir da conexão dos experimentos de reamostragem e redes neurais artificiais efetuados nesse trabalho, podemos concluir que a união dos métodos é benéfica para a resolução do problema de transformação de coordenadas. Principalmente pela vantagem de os desenvolvedores de rede terem em sua disposição não somente o valor mais provável de cada ponto predito, mas também a sua incerteza e acurácia. Portanto possuirão em seus resultados uma distribuição de probabilidade intervalar. No caso dos experimentos realizados, mostramos como descrever o RMSE e o Viés para cada ponto. Isso permitiu encontrar os pontos em que os erros entre os valores preditos e os de referência foram maiores.

Outro aspecto positivo será a garantia que todos os dados pertencentes ao desenvolvimento do processo de aprendizagem de rede terão passados de modo aleatório pelo menos uma única vez pelo processo de treinamento, validação e teste.

Vale destacar que o melhor ajuste de rede em relação ao conjunto de dados disponíveis para transformação entre sistemas espaciais foi para a imagem em que os eixos de rotação (x, y e z) foram os mais modificados (cenário 2). Isso pode ser explicado devido as RNAs terem um comportamento de ajuste melhor para casos de modelos não-lineares. Por outro lado, como podemos ver no cenário 1, o sistema de rotação foi ajustado para ser mais linear possível, e conseqüentemente tornou-se o pior caso de transformação ajustado pela RNA.

Por fim, vale ressaltar que o desenvolvimento de trabalhos futuros com aplicação do método de reamostragem em técnicas de transformações entre sistemas referencias serão estudados com o objetivo de comprovar a eficiência das RNAs sobre os modelos de transformações mais usais, como por exemplo, transformação afim, similaridade e projetiva.

## REFERÊNCIAS

- BARBOSA, A. H. **Análise de confiabilidade estrutural utilizando o Método de Monte Carlo e redes neurais**, Ouro Preto: Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFOP, 2004.
- BASHEER, I. A.; HAJMEER, M. Artificial neural networks: fundamentals, computing, design, and application. **Journal of microbiological methods**, v. 43, n. 1, p. 3-31, 2000.
- BRAGA, A. de P.; CARVALHO, A.; LUDERMIR, T. B. **Redes neurais artificiais: teoria e prática**. Editora LTC, 2000.
- DA CRUZ, J. V. A.; OLIVEIRA, B. A. S.. Avaliação de Uma Rede Neural Artificial Como Modelo Regressor Para Séries Temporais. **CALIBRE-Revista Brasileira de Engenharia e Física Aplicada**, v. 6, n. 1, p. 33-45, 2021.
- DALLE, H.M. **Simulação do reator TRIGA IPR-R1 utilizando métodos de transporte por Monte Carlo**. 2005. 179 f. Tese (Doutorado) – Faculdade de Engenharia Química, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.
- DIONISIO, CARLOS RAMON P. **Características De Formas Planas Invariantes Sob Transformações De Similaridade E Afim**. 2005. Tese De Doutorado. Universidade De São Paulo.
- FAROLFI, Gr.; DEL VENTISETTE, C.. Contemporary crustal velocity field in Alpine Mediterranean area of Italy from new geodetic data. **GPS Solutions**, v. 20, n. 4, p. 715-722, 2016.
- FLECK, L.; TAVARES, M. H. F.; EYNG, E.; HELMANN, A. C.; ANDRADE, M. A. M. **Redes Neurais Artificiais: Princípios Básicos**. **Revista Científica Eletrônica Inovação e Tecnologia**. v. 1, n. 13, p. 47-57, jan./jun. 2016 ISSN 2175-1846
- Gavin, H. P. (2020). **“The levenberg-marquardt algorithm for nonlinear least squares curve-fitting problems.”** Report no.
- GOMES, G. S. da S.. **Novas funções de ativação em redes neurais artificiais multilayer perceptron**. 2010.
- GOMES, H. M.; AWRUCH, A. M.. Comparison of response surface and neural network with other methods for structural reliability analysis. **Structural safety**, v. 26, n. 1, p. 49-67, 2004.
- GONÇALVES, R. M., COELHO, L. D. S., KRUEGER, C. P., & Heck, B. Modelagem preditiva de linha de costa utilizando redes neurais artificiais. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 16, n. 3, p. 420-444, 2010.
- HAYKIN, S. **Redes Neurais: princípios e práticos**. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001. 899 p. Tradução: Paulo Martins Engel.

HROMKOVIČ, J.. **Algorithmics for hard problems: introduction to combinatorial optimization, randomization, approximation, and heuristics**. Springer Science & Business Media, 2013.

KALOOP, M. R.; KIM, D. GPS-structural health monitoring of a long span bridge using neural network adaptive filter. **Survey Review**, v. 46, n. 334, p. 7-14, 2014.

KAVZOGLU, T.; SAKA, M. H. Modelling local GPS/levelling geoid undulations using artificial neural networks. **Journal of geodesy**, v. 78, n. 9, p. 520-527, 2005.

LIN, L.-S. Application of a back-propagation artificial neural network to regional grid-based geoid model generation using GPS and leveling data. **Journal of Surveying Engineering**, v. 133, n. 2, p. 81-89, 2007.

LINKER, R. Towards an organizing principle for a layered perceptual network. In *Neural Information Processing Systems*, New York: **American Institute of Physics**, p. 485-494, 1998.

LIU, X., LIANG, J., WANG, Z.-Y., TSAI, Y.-T., LIN, C.-C., AND CHEN, C.-C. Content-based image copy detection using convolutional neural network. **Electronics**, v. 9, n. 12, 2020.

METROPOLIS, N. The beginning. **Los Alamos Science**, v. 15, p. 125-130, 1987.

Mollalo, A., Mao, L., Rashidi, P., & Glass, G. E. GIS-based artificial neural network model for spatial distribution of tuberculosis across the continental United States. **International journal of environmental research and public health**, v. 16, n. 1, p. 157, 2019.

OSÓRIO, F. S.; BITTENCOURT, J. R. Sistemas inteligentes baseados em redes neurais artificiais aplicados ao processamento de imagens. In: **I Workshop de inteligência artificial**. 2000.

POGGIO, T. GIROSI, F. Regularization algorithms for learning that are equivalent to multilayer networks. **Science**. v. 247, p. 978-982, 1990.

ROBERT, C.; CASELLA, G. **Monte Carlo statistical methods**. Berlin: Springer. 2013.

SARAIVA, J. M. F.. **A utilização de redes neurais em conjunto com o método Monte Carlo na análise de confiabilidade de estrutura**. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro – RJ, 1997.

SARAIVA, C. C.; MITISHITA, E. A.; CENTENO, J. S.. Transformação Afim No Plano E Afim Paralela Para A Correção Geométrica De Imagens Ikonos No Processo De Monorrestituição Digital Para A Atualização Cartográfica De Mapas Municipais Na Escala De 1: 25.000. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 63, n. 2, 2011.

SILVA, D. C.; DALMOLIN, Q. **Simulações de voos fotogramétricos com o método Monte Carlo**. Universidade Federal do Paraná, Curitiba. 2002.

SOTHE, C., LA ROSA, L. E. C., DE ALMEIDA, C. M., GONSAMO, A., SCHIMALSKI, M. B., CASTRO, J. D. B., & TOMMASELLI, A. M. G. EVALUATING A Convolutional Neural Network For Feature Extraction And Tree Species Classification Using Uav-Hyperspectral Images. **ISPRS Annals of Photogrammetry, Remote Sensing & Spatial Information Sciences**, v. 5, n. 3, 2020.

SOUTO, Antonio C. S.. **Uso de redes neurais artificiais na simulação Monte Carlo aplicado ao problema de dobramento de proteínas**. 2006.

STOPAR, B., AMBROŽIČ, T., KUCHAR, M., AND TURK, G. Gps-derived geoid using artificial neural 547 network and least squares collocation. **Survey Review**, v. 38, n. 300, p. 513-524, 2006.

TIERRA, A.; DALAZOANA, R.; DE FREITAS, S. Using an artificial neural network to improve the transformation of coordinates between classical geodetic reference frames. **Computers & Geosciences**, v. 34, n. 3, p. 181-189, 2008.

WUJANZ, D., AVIAN, M., KRUEGER, D., AND NEITZEL, F. (2018). “Identification of stable areas in unref erenced laser scans for automated geomorphometric monitoring.” **Earth Surface Dynamics**, 6(2), 303–317.

YANG, F., GUO, J., ZHANG, C., LI, Y., & LI, J. A Regional Zenith Tropospheric Delay (ZTD) Model Based on GPT3 and ANN. **Remote Sensing**, v. 13, n. 5, p. 838, 2021a.

YANG, G., WANG, K. C. P., LI, J. Q., FEI, Y., LIU, Y., MAHBOUB, K. C., AND ZHANG, A. A. Automatic pavement type recognition for image-based pavement condition survey using convolutional neural network. **Journal of Computing in Civil Engineering**, v. 35, n. 1, 2021b.

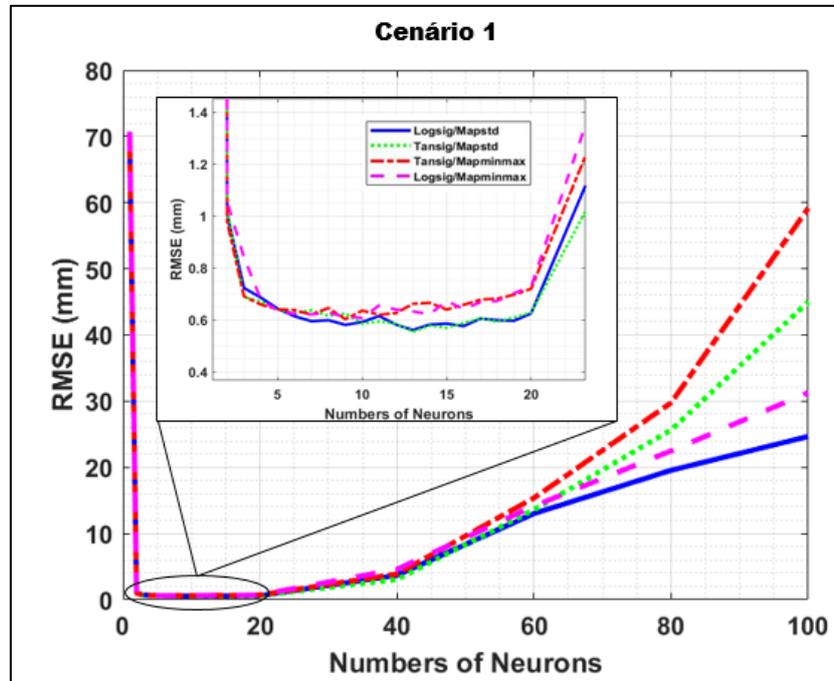
YORIYAZ, H. **Método Monte Carlo: princípios e aplicações em física médica**. Revista Brasileira de Física Médica, p. 141-150, 2009.

ZIGGAH, Y. Y., YOUJIAN, H., TIERRA, A. R., AND LAARI, P. B.. Coordinate transformation between global and local datums based on artificial neural network with k-fold cross-validation: A case study, ghana. **Earth Sciences Research Journal**, v. 3, n. 1, p. 67–77, 2019

ZIGGAH, Y. Y., YOUJIAN, H., TIERRA, A., KONATÉ, A. A., AND HUI, Z.. Performance evaluation of artificial neural networks for planimetric coordinate transformation—a case study, ghana. **Arabian Journal of Geosciences**, v. 9, n.17, p. 1-16, 2016.

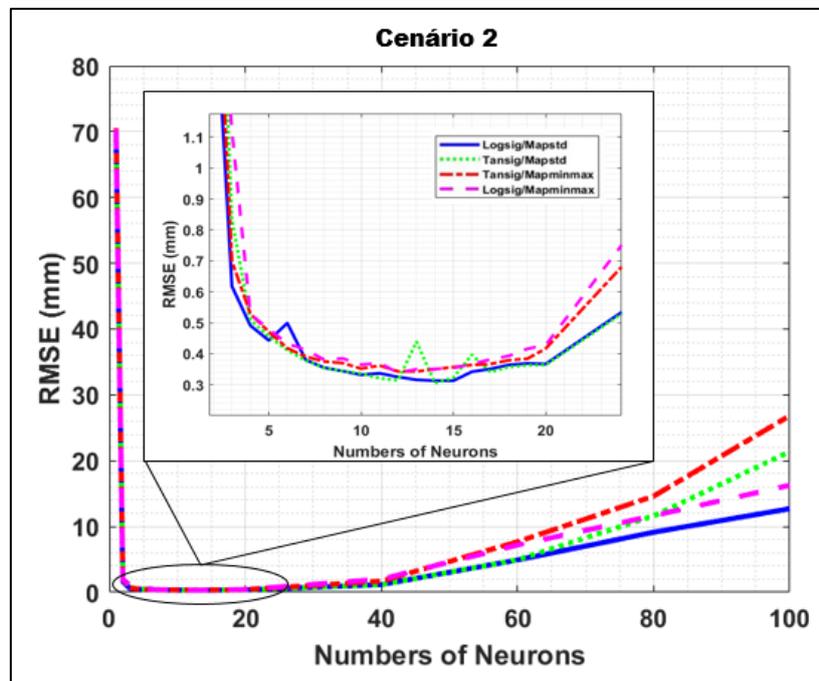
## Apêndice A

Figura 1 - Gráfico do RMSE dos neurônios para o cenário 1



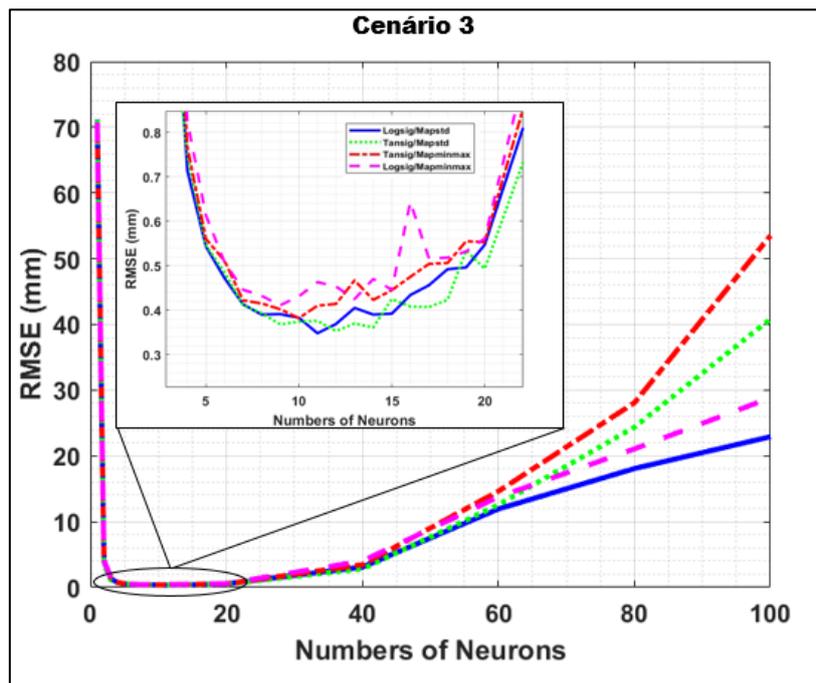
Fonte: o autor

Figura 2 - Gráfico do RMSE dos neurônios para o cenário 2



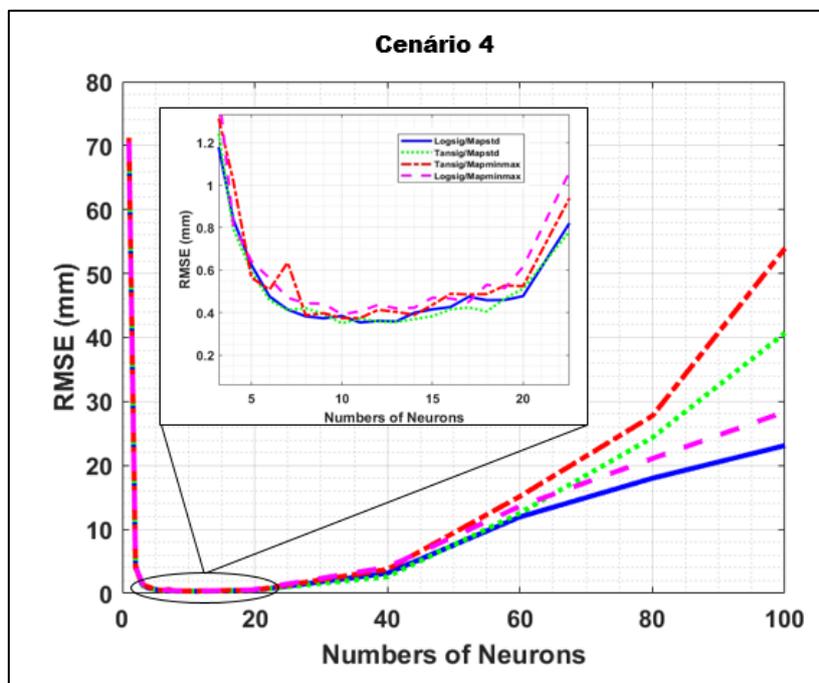
Fonte: o autor

**Figura 3** - Gráfico do RMSE dos neurônios para o cenário 3



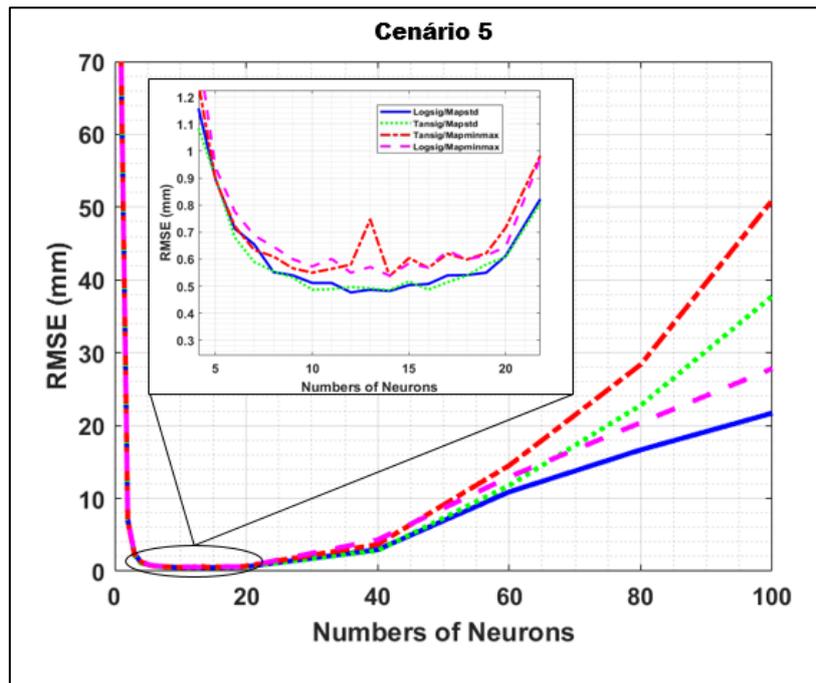
Fonte: o autor

**Figura 4** - Gráfico do RMSE dos neurônios para o cenário 4



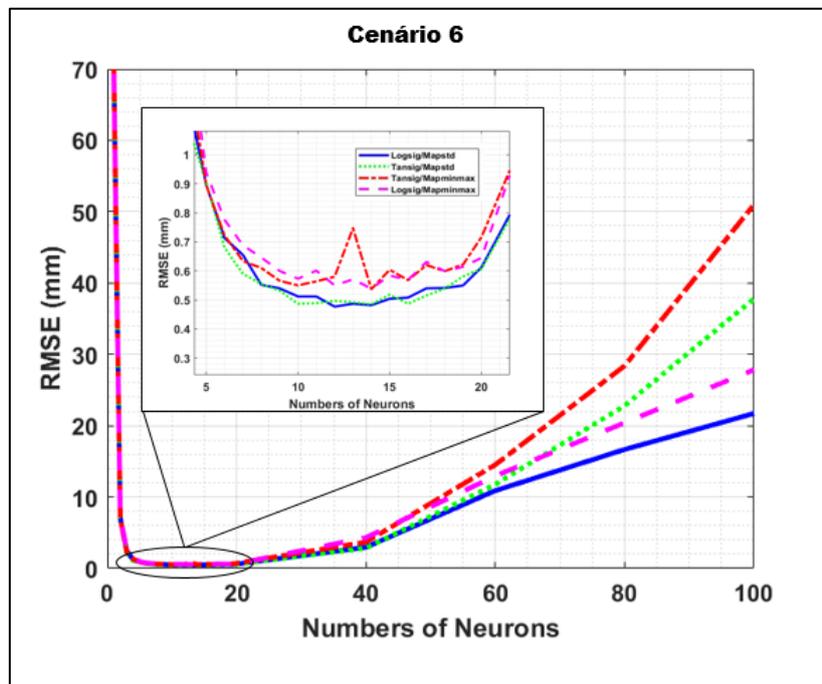
Fonte: o autor

Figura 5 - Gráfico do RMSE dos neurônios para o cenário 5



Fonte: o autor

Figura 6 - Gráfico do RMSE dos neurônios para o cenário 6



Fonte: o autor

## Apêndice B

**Tabela 1** – Descrição do RMSE para cada número de neurônios cenário 1

Neurônios	Função de ativação / Função de Normalização							
	Logsig / Mapstd		Tansig / Mapstd		Tansig / Mapminmax		Logsig / Mapminmax	
	Média (mm)	Desvio Padrão	Média (mm)	Desvio Padrão	Média (mm)	Desvio Padrão	Média (mm)	Desvio Padrão
1	69,5290	1,1176	70,2680	1,1446	69,6180	1,2164	70,7800	1,2316
2	1,0090	0,3957	1,0250	0,5264	0,9800	0,4358	1,0550	0,4463
3	0,7230	0,1551	0,6880	0,0177	0,6910	0,0213	0,8410	0,3674
4	0,6860	0,1139	0,6710	0,0507	0,6590	0,0174	0,6790	0,0419
5	0,6430	0,0203	0,6400	0,0227	0,6410	0,0234	0,6350	0,0165
6	0,6140	0,0164	0,6270	0,0363	0,6380	0,0353	0,6230	0,0166
7	0,5950	0,0145	0,6370	0,4500	0,6200	0,0211	0,6220	0,0234
8	0,5990	0,0185	0,6160	0,0339	0,6460	0,0417	0,6270	0,0699
9	0,5810	0,0171	0,6240	0,0599	0,6030	0,0238	0,6130	0,0300
10	0,5920	0,0416	0,5860	0,0348	0,6360	0,0368	0,6080	0,0348
11	0,6150	0,0714	0,5940	0,0295	0,6200	0,0336	0,6560	0,0560
12	0,5820	0,0252	0,5860	0,0290	0,6260	0,0367	0,6400	0,0539
<b>13</b>	0,5610	0,0338	<b>0,5540</b>	<b>0,0222</b>	0,6620	0,0706	0,6330	0,0561
14	0,5820	0,0483	0,5780	0,0336	0,6660	0,0699	0,6220	0,0453
15	0,5860	0,0504	0,5700	0,0352	0,6400	0,0503	0,6730	0,0688
16	0,5760	0,0478	0,5880	0,0458	0,6580	0,0591	0,6420	0,0557
17	0,6050	0,0677	0,6060	0,0565	0,6780	0,0587	0,6680	0,0645
18	0,5990	0,0652	0,5930	0,0501	0,6820	0,0600	0,6730	0,0691
19	0,5970	0,0558	0,6100	0,0596	0,6970	0,0748	0,7030	0,0731
20	0,6250	0,0722	0,6280	0,0609	0,7200	0,0725	0,7280	0,0751
40	3,6820	0,3025	3,0520	0,2712	3,8970	0,3416	4,5990	0,3602
60	13,0230	0,5488	13,5930	0,5969	15,3800	0,7103	14,1630	0,5533
80	19,5580	0,5405	25,6560	0,7888	29,7660	1,0680	22,4970	0,6988
100	24,6660	0,6175	44,9960	1,1268	59,1550	1,6639	31,2980	0,8077

**Tabela 2** – Descrição do RMSE para cada número de neurônios cenário 2

Neurônios	Função de ativação / Função de Normalização							
	Logsig / Mapstd		Tansig / Mapstd		Tansig / Mapminmax		Logsig / Mapminmax	
	Média (mm)	Desvio Padrão	Média (mm)	Desvio Padrão	Média (mm)	Desvio Padrão	Média (mm)	Desvio Padrão
1	69,2960	1,0900	69,6650	1,1178	70,6260	1,2250	70,3760	1,0614
2	1,6710	0,4904	2,3170	0,8569	1,9160	0,6379	1,9140	0,6153
3	0,6180	0,0523	0,8340	0,3450	0,6990	0,0600	1,1210	0,7377
4	0,4910	0,0394	0,5090	0,0407	0,5290	0,0598	0,5280	0,0428
5	0,4430	0,0264	0,4560	0,0410	0,4710	0,0459	0,4800	0,0405
6	0,4990	0,2708	0,4120	0,0263	0,4180	0,0283	0,4330	0,0338
7	0,3800	0,0200	0,3780	0,0177	0,3910	0,0192	0,4130	0,0334
8	0,3550	0,0151	0,3540	0,0157	0,3750	0,0206	0,3810	0,0260
9	0,3440	0,0159	0,3440	0,0205	0,3700	0,0256	0,3850	0,0756
10	0,3320	0,0194	0,3360	0,0158	0,3520	0,0184	0,3650	0,0247
11	0,3370	0,0242	0,3210	0,0157	0,3620	0,0335	0,3700	0,0379
12	0,3250	0,0191	0,3140	0,0133	0,3430	0,0187	0,3390	0,0294
13	0,3160	0,0232	0,4390	0,3714	0,3430	0,0245	0,3500	0,0380
<b>14</b>	0,3130	0,0128	<b>0,3050</b>	<b>0,0119</b>	0,3500	0,0240	0,3510	0,0351
15	0,3130	0,0196	0,3230	0,0201	0,3570	0,0294	0,3540	0,0235
16	0,3420	0,0271	0,3970	0,2354	0,3640	0,0322	0,3670	0,0264
17	0,3510	0,0348	0,3410	0,0310	0,3670	0,0346	0,3820	0,0375
18	0,3640	0,0343	0,3570	0,0302	0,3790	0,0333	0,3930	0,0375
19	0,3690	0,0440	0,3630	0,0305	0,3840	0,0390	0,4160	0,0403
20	0,3670	0,0295	0,3640	0,0403	0,4170	0,0447	0,4280	0,0420
40	1,1810	0,1244	1,1680	0,1477	1,6990	0,2320	1,9970	0,2469
60	4,9240	0,3217	4,9480	0,3858	7,6840	0,6926	7,1970	0,4921
80	9,1350	0,4203	11,6130	0,6336	14,6200	0,9634	11,6560	0,5951
100	12,7120	0,5144	21,3870	0,8953	26,8570	1,3983	16,2710	0,6820

**Tabela 3** – Descrição do RMSE para cada número de neurônios cenário 3

Neurônios	Função de ativação / Função de Normalização							
	Logsig / Mapstd		Tansig / Mapstd		Tansig / Mapminmax		Logsig / Mapminmax	
	Média (mm)	Desvio Padrão	Média (mm)	Desvio Padrão	Média (mm)	Desvio Padrão	Média (mm)	Desvio Padrão
1	71,166	1,1724	71,06	1,2293	70,629	1,2125	70,791	1,1526
2	3,986	0,5126	3,475	0,192	4,05	0,6629	4,128	0,6692
3	1,354	0,1934	1,15	0,1624	1,527	0,6034	1,386	0,2273
4	0,714	0,1702	0,748	0,1986	0,767	0,1617	0,826	0,149
5	0,543	0,0849	0,546	0,0845	0,56	0,0889	0,613	0,0978
6	0,472	0,0664	0,485	0,0743	0,511	0,1357	0,508	0,0704
7	0,413	0,0498	0,411	0,0478	0,422	0,0545	0,446	0,058
8	0,39	0,0406	0,393	0,0443	0,415	0,0498	0,432	0,052
9	0,391	0,0547	0,368	0,0358	0,402	0,0487	0,411	0,047
10	0,383	0,0403	0,374	0,047	0,382	0,0401	0,431	0,0538
<b>11</b>	<b>0,348</b>	<b>0,035</b>	0,376	0,0411	0,41	0,0471	0,463	0,0767
12	0,369	0,0406	0,353	0,0259	0,414	0,0542	0,453	0,069
13	0,405	0,0546	0,37	0,0498	0,467	0,1359	0,425	0,0493
14	0,39	0,061	0,361	0,033	0,423	0,0522	0,47	0,0692
15	0,392	0,0513	0,425	0,0622	0,445	0,0649	0,446	0,0549
16	0,434	0,0684	0,408	0,0521	0,475	0,0683	0,643	0,5173
17	0,456	0,0562	0,407	0,0373	0,504	0,0902	0,516	0,075
18	0,492	0,0697	0,423	0,0486	0,506	0,0734	0,518	0,0662
19	0,496	0,0727	0,534	0,2894	0,555	0,0831	0,532	0,0733
20	0,547	0,1278	0,493	0,0694	0,553	0,0776	0,561	0,0723
40	3,093	0,2746	2,816	0,301	3,454	0,337	4,016	0,3589
60	11,935	0,5119	12,558	0,6554	14,629	0,8018	13,757	0,635
80	18,075	0,6111	24,383	0,8743	28,1	1,171	21,071	0,7322
100	22,927	0,645	40,847	1,2114	53,531	1,6254	28,843	0,8521

**Tabela 4** – Descrição do RMSE para cada número de neurônios cenário 4

Neurônios	Função de ativação / Função de Normalização							
	Logsig / Mapstd		Tansig / Mapstd		Tansig / Mapminmax		Logsig / Mapminmax	
	Média (mm)	Desvio Padrão	Média (mm)	Desvio Padrão	Média (mm)	Desvio Padrão	Média (mm)	Desvio Padrão
1	69,6370	1,0467	69,6490	1,0762	70,2110	1,0977	69,9310	1,1701
2	6,8690	0,6200	7,1470	0,8212	6,5600	0,4934	7,5680	1,0165
3	2,3520	0,4426	2,3160	0,3036	2,1670	0,2452	3,1220	1,2559
4	1,2050	0,2163	1,1170	0,1460	1,2320	0,1512	1,3800	0,1780
5	0,8380	0,0987	0,8160	0,1039	0,9090	0,1278	0,9180	0,1267
6	0,6920	0,0926	0,6600	0,0660	0,6570	0,0802	0,7300	0,0894
7	0,6370	0,0954	0,5990	0,0541	0,6400	0,0657	0,6760	0,0793
8	0,5690	0,0457	0,5670	0,0453	0,5830	0,0513	0,5910	0,0556
9	0,5400	0,0445	0,5430	0,0420	0,5920	0,0704	0,6420	0,0805
<b>10</b>	0,5490	0,0556	<b>0,5260</b>	<b>0,0380</b>	0,5790	0,0594	0,5650	0,0486
11	0,5280	0,0560	0,5250	0,0411	0,5920	0,0721	0,6080	0,0815
12	0,5180	0,0416	0,5360	0,0487	0,5860	0,0603	0,5870	0,0702
13	0,5020	0,0482	0,5320	0,0540	0,5740	0,0560	0,6140	0,0863
14	0,5880	0,0725	0,5410	0,0529	0,5860	0,0632	0,6420	0,0706
15	0,5660	0,0549	0,5420	0,0549	0,5870	0,0591	0,5990	0,0671
16	0,5910	0,0779	0,5590	0,0456	0,6100	0,0648	0,6340	0,0636
17	0,6420	0,0773	0,5770	0,0569	0,6230	0,0561	0,6600	0,0675
18	0,6250	0,0584	0,5980	0,0615	0,6550	0,0690	0,6500	0,0662
19	0,6280	0,0696	0,6360	0,0696	0,7530	0,0961	0,6850	0,0736
20	0,7180	0,0869	0,6530	0,0873	0,7480	0,0920	0,7210	0,0817
40	3,1200	0,2423	2,9650	0,2702	3,9970	0,3992	4,5960	0,3950
60	10,9290	0,4668	11,3870	0,6150	14,7800	0,8799	12,5260	0,5641
80	16,3620	0,5821	23,0150	0,8901	27,6130	1,1879	20,3230	0,7881
100	21,6770	0,6725	39,3720	1,2964	51,7580	1,8377	28,1160	0,9772

**Tabela 5** – Descrição do RMSE para cada número de neurônios cenário 5

Neurônios	Função de ativação / Função de Normalização							
	Logsig / Mapstd		Tansig / Mapstd		Tansig / Mapminmax		Logsig / Mapminmax	
	Média (mm)	Desvio Padrão	Média (mm)	Desvio Padrão	Média (mm)	Desvio Padrão	Média (mm)	Desvio Padrão
1	70,8720	1,0605	70,8690	1,1261	71,2330	1,2448	70,5240	1,1361
2	4,3310	0,5477	3,9990	0,4854	4,0620	0,5278	4,2660	0,7218
3	1,2600	0,1898	1,3530	0,2911	1,3840	0,2498	1,5970	0,3635
4	0,8380	0,1416	0,7930	0,1239	1,0190	0,8260	0,8140	0,1337
5	0,6250	0,1007	0,5940	0,0951	0,5650	0,0890	0,6430	0,1368
6	0,4770	0,0547	0,4590	0,0504	0,5090	0,0763	0,5620	0,0884
7	0,4150	0,0456	0,4120	0,0459	0,6360	0,6658	0,4700	0,0775
8	0,3830	0,0412	0,4220	0,0752	0,3880	0,0403	0,4450	0,0605
9	0,3740	0,0383	0,3930	0,0705	0,3980	0,0520	0,4420	0,0661
10	0,3850	0,0461	0,3500	0,0317	0,3750	0,0431	0,3920	0,0425
11	0,3540	0,0414	0,3720	0,0426	0,3750	0,0401	0,4070	0,0455
<b>12</b>	0,3620	0,0383	<b>0,3590</b>	<b>0,0396</b>	0,4140	0,0615	0,4370	0,0661
13	0,3590	0,0506	0,3570	0,0344	0,4040	0,0517	0,4210	0,0723
14	0,4000	0,0659	0,3700	0,0377	0,3900	0,0426	0,4240	0,0529
15	0,4160	0,0613	0,3840	0,0469	0,4370	0,0525	0,4710	0,0776
16	0,4270	0,0605	0,4160	0,0573	0,4890	0,0705	0,4670	0,0553
17	0,4750	0,0714	0,4250	0,0587	0,4860	0,0694	0,4510	0,0602
18	0,4590	0,0818	0,4060	0,0486	0,4880	0,0655	0,5320	0,0837
19	0,4600	0,0652	0,4670	0,0632	0,5280	0,0753	0,5160	0,0807
20	0,4780	0,0675	0,5130	0,0694	0,5250	0,0706	0,6150	0,0924
40	3,1540	0,3081	2,6080	0,2678	3,7510	0,3938	4,0990	0,3673
60	11,9610	0,5231	12,5650	0,6432	15,1750	0,8450	13,6280	0,6394
80	18,0060	0,6038	24,3690	0,9209	27,7630	1,1628	21,0880	0,7680
100	23,1240	0,6669	40,7160	1,2503	53,9450	1,9070	28,3950	0,8637

**Tabela 6** – Descrição do RMSE para cada número de neurônios cenário 6

Neurônios	Função de ativação / Função de Normalização							
	Logsig / Mapstd		Tansig / Mapstd		Tansig / Mapminmax		Logsig / Mapminmax	
	Média (mm)	Desvio Padrão	Média (mm)	Desvio Padrão	Média (mm)	Desvio Padrão	Média (mm)	Desvio Padrão
1	69,4780	1,0423	69,899	1,1431	69,9780	1,1413	69,3570	1,0943
2	7,0350	0,5871	7,105	0,6425	6,9730	0,7902	7,1570	0,6654
3	2,4710	0,7360	2,223	0,2528	2,3220	0,2429	2,5760	0,2871
4	1,1950	0,1575	1,11	0,1457	1,2980	0,1868	1,4310	0,1838
5	0,8960	0,1043	0,904	0,1106	0,8950	0,1089	0,9390	0,1285
6	0,7130	0,0745	0,68	0,687	0,7220	0,0729	0,7760	0,1060
7	0,6550	0,0738	0,59	0,043	0,6340	0,0763	0,6880	0,0721
8	0,5520	0,0434	0,555	0,0425	0,6100	0,0735	0,6460	0,1082
9	0,5400	0,0438	0,532	0,0392	0,5660	0,0485	0,6000	0,0598
10	0,5120	0,0475	0,487	0,0361	0,5500	0,0595	0,5730	0,0552
11	0,5120	0,0511	0,489	0,0298	0,5640	0,0652	0,6010	0,0654
12	0,4770	0,0283	0,497	0,0409	0,5800	0,0775	0,5500	0,0559
<b>13</b>	0,4870	0,0432	<b>0,492</b>	<b>0,0386</b>	0,7470	0,6047	0,5710	0,0732
14	0,4820	0,0482	0,485	0,0384	0,5370	0,0538	0,5390	0,0521
15	0,5040	0,0628	0,518	0,0558	0,6040	0,0814	0,5840	0,0655
16	0,5080	0,0467	0,487	0,0426	0,5680	0,0685	0,5690	0,0622
17	0,5400	0,0619	0,515	0,0539	0,6200	0,1490	0,6310	0,0955
18	0,5410	0,0584	0,539	0,0618	0,5990	0,0660	0,5990	0,0676
19	0,5500	0,0565	0,581	0,0648	0,6220	0,1215	0,6140	0,0768
20	0,6120	0,0793	0,607	0,087	0,7160	0,1016	0,6450	0,0794
40	2,9600	0,2464	2,838	0,2786	3,6930	0,3996	4,3140	0,3789
60	10,8960	0,5221	11,776	0,6595	14,5300	0,8640	12,9630	0,6577
80	16,6730	0,5751	22,8	0,883	28,3920	1,3334	20,4120	0,7782
100	21,7170	0,6987	37,794	1,1782	50,9820	1,7718	27,8440	0,9828