



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL



FRANSLEY DOS SANTOS SILVA

**SISTEMATIZAÇÃO DAS PERDAS PROGRESSIVAS
APLICADA À ESTRUTURAS PROTENDIDAS COM SEÇÕES
DE CONCRETO COMPOSTAS DE DIFERENTES IDADES
POR MEIO DO MÉTODO DOS PRISMAS EQUIVALENTES**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

UBERLÂNDIA

2017

FRANSLEY DOS SANTOS SILVA

Sistematização das perdas progressivas aplicada à estruturas protendidas com seções de concreto compostas de diferentes idades por meio do método dos prismas equivalentes

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel, em Engenharia Civil da Faculdade de Engenharia civil da Universidade Feral de Uberlândia.

Orientador: Prof. Dr. Arquimedes Diógenes Ciloni

UBERLÂNDIA

2017

TERMO DE APROVAÇÃO

Sistematização das Perdas Progressivas Aplicada à Estruturas Protendidas com Seções de Concreto Compostas de Diferentes Idades por meio do Método dos Prismas Equivalentes

Fransley dos Santos Silva

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado em 11 de dezembro de 2017 como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Prof. Dr. Arquimedes Diógenes Ciloni
Prof. orientador

Prof. Me. Mohammed Adel Arif
Membro titular

Prof. Dr. Antônio Carlos dos Santos
Membro titular

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Arquimedes, pela sabedoria e paciência com que me guiou nesta trajetória.

À minha família, pois acredito que sem o apoio deles seria muito difícil vencer esse desafio.

Enfim, a todos os que por algum motivo contribuíram para a realização deste trabalho.

*A unidade é a variedade, e a variedade na
unidade é a lei suprema do universo*
(NEWTON, Isaac)

RESUMO

O uso de novas tecnologias e materiais inovadores, com o conseqüente arrojo de projetos estruturais, incentiva o desenvolvimento de novos estudos visando o refinamento nos processos de cálculo em estruturas de concreto protendido. O método dos Prismas Equivalentes torna-se uma opção para tratar as deformações do concreto diferidas no tempo e seus efeitos de forma mais realista.

Palavras-chave: *projetos estruturais, concreto protendido, prismas equivalentes, deformações diferidas.*

ABSTRACT

The use of new technologies and innovative materials, with the consequent boldness of structural projects, encourages the development of new studies aimed at the refinement in the calculation processes in prestressed concrete structures. The Equivalent Prisms method becomes an option to treat concrete deformations deferred over time and their effects more realistically.

Keywords: *structural projects, prestressed concrete, equivalent prisms, deferred deformation*

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	9
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	10
2.1 DEFORMAÇÕES DIFERIDAS	10
2.1.1 Definições Básicas.....	10
2.1.1.1 Deformação total do concreto	10
2.1.1.2 Coeficiente de fluência, fluência específica e função fluência	11
2.1.2 Deformação Lenta ou Fluência	13
2.1.2.1 Componentes da fluência	13
2.1.2.2 Fatores que influenciam a fluência.....	15
2.1.3 Retração	15
2.1.3.1 Componentes da retração.....	16
2.1.3.2 Fatores que influenciam a retração.....	17
2.1.4 Relaxação e Fluência da Armadura Ativa	18
2.1.5 Análise de Estruturas Sujeitas a Deformações Diferidas	18
2.1.5.1 Métodos de análise da fluência	19
2.1.5.1 Consideração da relaxação e da retração	23
2.1.6 Modelo de previsão para as deformações de fluência e retração.....	24
3 ANÁLISE DE TENSÕES EM SEÇÕES COMPOSTAS POR CONCRETOS COM IDADES DIFERENTES	25
2.2 CONCEITO DE PRISMAS EQUIVALENTES.....	26
2.2.1 Propriedades dos Prismas Equivalentes	26
2.2.2 Características da Seção	27
2.2.2.1 Prismas de concreto	29
2.2.2.2 Prismas de aço	30
2.2.2.3 Homogeneização da seção.....	30
2.2.2.4 Ajuste do módulo de deformação.....	32
2.2.2.5 Distribuição de tensões normais	32
2.3 EQUACIONAMENTO DO MÉTODO DOS PRISMAS EQUIVALENTES	32
2.3.1 Deformações Diferidas nos Prismas de Concreto	33
2.3.2 Deformações Diferidas nos Prismas de Aço.....	34
2.3.3 Cálculo da Deformação Axial e da Rotação	34
2.4 TENSÕES NO CONCRETO	36
2.4.1 Enquanto Existir Apenas a Parte 1	36
2.4.2 Quando a Seção for Constituída de Duas Partes	38
2.4.3 Tensões nas Bordas	39
2.5 TENSÕES NO AÇO.....	41
3 ESTUDO DE CASO.....	42
3.1 CARREGAMENTOS	44
3.2 CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DA SEÇÃO.....	45

3.3	TENSÕES INICIAIS NAS CORDOALHAS.....	47
3.4	ESTIMATIVA DO NÚMERO DE CABOS NO TEMPO INFINITO.....	47
3.5	ESTIMATIVA DO NÚMERO DE CABOS NO TEMPO ZERO	48
3.6	CABO REPRESENTANTE	49
3.7	PERDAS INICIAIS DE PROTENSÃO	49
3.8	CÁLCULO DAS DEFORMAÇÕES DE FLUÊNCIA E RETRAÇÃO DO CONCRETO.....	50
3.9	COEFICIENTES DE RELAXAÇÃO E FLUÊNCIA DO AÇO.....	53
3.10	APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS PRISMAS EQUIVALENTES	53
3.10.1	Etapa 1.....	53
3.10.2	Etapa 2.....	54
3.10.3	Etapa 3.....	55
3.10.4	Etapa 4.....	55
3.10.5	Etapa 5.....	56
3.10.6	Etapa 6.....	57
3.10.7	Etapa 7.....	58
3.10.8	Análise de Resultados	58
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	60
	REFERÊNCIAS.....	61
	APÊNDICE A – DETALHAMENTO DOS CÁLCULOS PARA A ETAPA I.....	63
	APÊNDICE B – DETALHAMENTO DOS CÁLCULOS PARA A ETAPA IV.....	71
	ANEXO A – EFEITO DO TEMPO NO CONCRETO ESTRUTURAL.....	82

1 INTRODUÇÃO

Dentre as alternativas para a execução de uma peça protendida, destaca-se aquela em que as seções compostas de concretagem em tempos distintos, acarretando comportamento reológicos diferentes. Além disso, essas peças serão submetidas a vários estágios de carregamento, tanto por carga permanente, quanto por protensão.

Como geralmente a segunda parte da seção é constituída de um concreto moldado no local, este possui resistência inicial diferente do primeiro. Isso conduz a comportamentos diferentes no que diz respeito às deformações diferidas, dificultando o trabalho para o cálculo das perdas de tensão.

A ABNT NBR 6118:2014 prescreve dois procedimentos simplificados e o método geral de cálculo. Os procedimentos simplificados satisfazem situações em que se pode considerar fases única de operação, isto é, fase única de concretagem com atuação simultânea da carga permanente e de protensão.

O método geral permite o tratamento diferenciado da seção transversal a considerar a mesma constituída de camadas discreta, podendo posicionar a armadura em várias camadas.

O método dos Prismas Equivalentes foi proposto por Ferraz e se utiliza do método de Tros-Bazant para a avaliação mais refinada da fluência e retração dos materiais.

A sistematização do cálculo será feita para o caso usual de laje concretada posteriormente sobre viga pré-moldada protendida.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 DEFORMAÇÕES DIFERIDAS

Num certo intervalo de tempo as tensões e deformações em elementos de concreto estrutural experimentam modificações relacionado ao desenvolvimento de fenômenos como a fluência e retração do concreto e a relaxação do aço de protensão. É indispensável o entendimento destas singularidades dos materiais para compreender o comportamento de estruturas de concreto em estado de serviço. O desenvolvimento destes fenômenos causa modificações nas deformações em elementos de concreto estrutural (SILVA, 2003).

As adversidades obtidas na estima destes eventos são complexas, já que, além do desempenho não-linear do concreto, deve-se considerar a presença das armaduras de aço, tornando a seção heterogênea (BAZANT, 2001).

Numa seção composta, a disposição de tensões é controlada pelas distintas propriedades mecânicas partes, resultando numa redistribuição de tensões na seção ao longo de um espaço de tempo (SILVA, 2003).

2.1.1 Definições Básicas

2.1.1.1 Deformação total do concreto

Segundo a ABNT NBR 6118 (2014), desconsiderando-se o impedimento à livre deformação do concreto, e aplicando-se a ele, no tempo (t_0), uma tensão constante no tempo $t - t_0$, sua deformação no total no tempo t , pode ser considerada como (Equação 1).

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_c(t_0) + \varepsilon_{cc}(t) + \varepsilon_{cs}(t) \quad (2)$$

Onde:

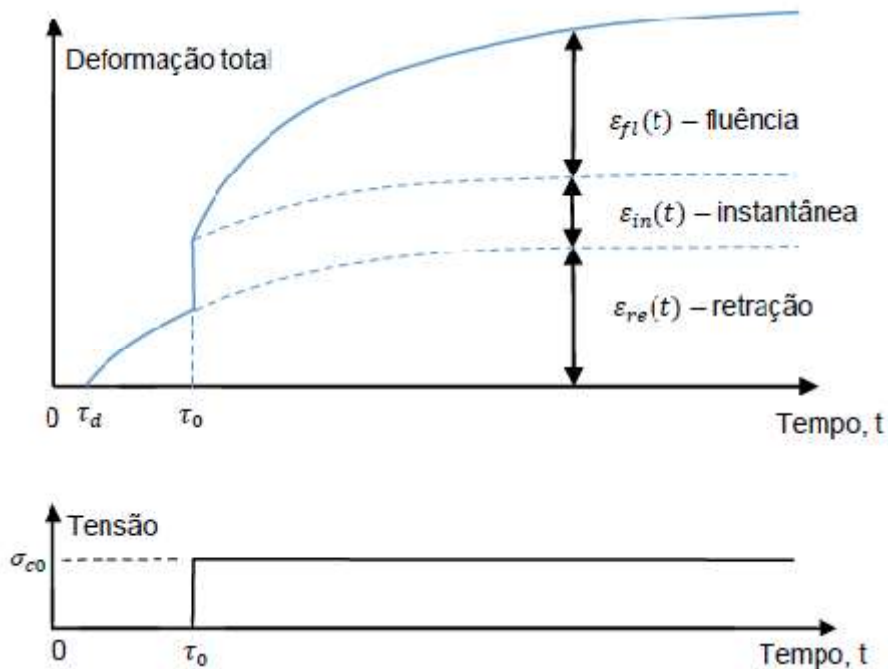
$\varepsilon_c(t_0)$ é a deformação instantânea no concreto;

$\varepsilon_{cc}(t)$ é a deformação por fluência, no intervalo de tempo $t - t_0$;

$\varepsilon_{cs}(t)$ é a deformação por retração no intervalo de tempo $t - t_0$.

Na Figura 1 são apresentadas essas divisões de forma a facilitar a visualização.

Figura 1: Deformação do concreto ao longo do tempo sob carregamento constante



Fonte: Adaptado de Gilbert e Ranzi (2011)

É possível verificar que a deformação por retração tem início imediatamente após a cura do concreto. O salto no momento de aplicação do carregamento refere-se à deformação elástica. A última componente, a deformação por fluência se inicia no instante seguinte ao de aplicação do carregamento (GILBERT; RANZI, 2011).

É importante ressaltar que as curvas mostram uma tendência na deformação em elementos de concreto, proveniente das propriedades reológicas, de possuir um valor limite quando o período de análise tende ao infinito (GILBERT; RANZI, 2011).

2.1.1.2 Coeficiente de fluência, fluência específica e função fluência

Duas definições distintas para o coeficiente de fluência são encontradas nos métodos de avaliação (MENDES, 1993):

- O coeficiente de fluência é a relação entre a deformação por fluência no tempo t e deformação inicial no tempo t_0 (Modelo do ACI – American Concrete Institute).

$$\varphi_0(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cc}(t, t_0)}{\frac{\sigma_0}{E_c(t_0)}} \quad (3)$$

- O coeficiente de fluência é a relação entre a deformação por fluência no tempo t e deformação inicial para tensões aplicadas aos 28 dias (Modelo NBR 6118).

$$\varphi_{28}(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cc}(t, t_0)}{\frac{\sigma_0}{E_{c28}}} \quad (4)$$

Já a fluência específica é a razão entre o coeficiente de fluência e o módulo de deformação do concreto (MERLIN, 2006). É representado por:

- Para os modelos ACI:

$$C(t, t_0) = \frac{\varphi_0(t, t_0)}{E_c(t_0)} \quad (5)$$

- Para os modelos NBR 6118:

$$C(t, t_0) = \frac{\varphi_{28}(t, t_0)}{E_{28}} \quad (6)$$

A função fluência representa a deformação total na idade t , para uma tensão unitária atuante desde a idade t_0 (MENDES, 1993). Assim:

- Para os modelos ACI:

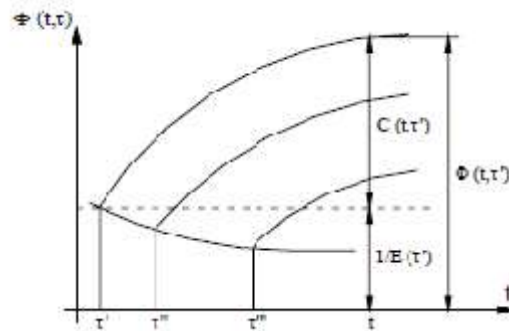
$$\Phi(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi_0(t, t_0)}{E_c(t_0)} \quad (7)$$

- Para os modelos NBR 6118:

$$\Phi(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi_{28}(t, t_0)}{E_{c28}} \quad (8)$$

A Figura 2 apresenta curvas esquemáticas típicas de função fluência para início de carregamento em diversas idades.

Figura 2: Curvas de função fluência



Fonte: Adaptado de Mendes (1993)

2.1.2 Deformação Lenta ou Fluência

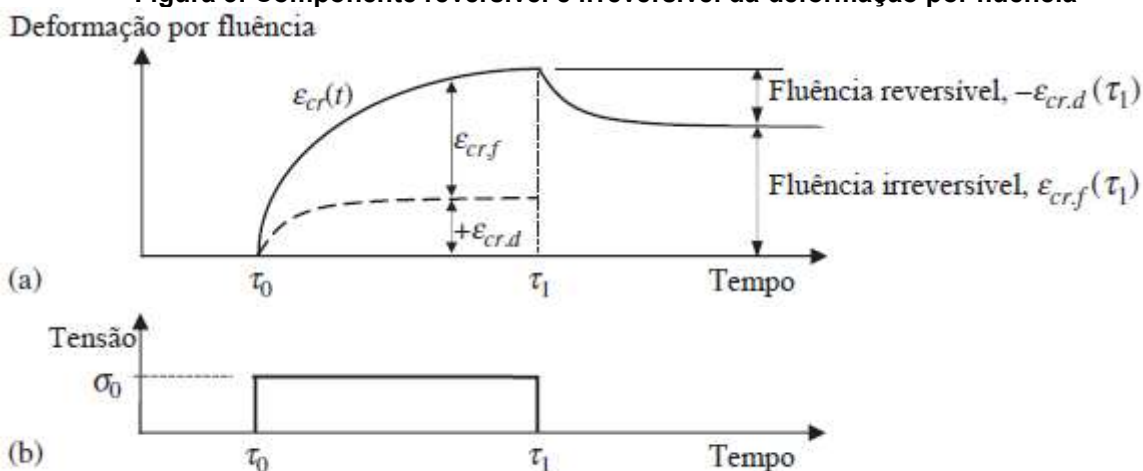
A fluência é fenômeno onde ocorre o aumento gradual da deformação de um elemento de concreto quando este é submetido a um estado de tensões constante ao longo do tempo (MEHTA; MONTEIRO, 2008). A taxa de crescimento da deformação por fluência é elevada nas fases imediatamente superiores à aplicação do carregamento, abaixando com o transcorrer do tempo até se estabelecer num valor máximo limite (Figura 2.2).

Na ocasião em que num elemento carregado não há perda de água do concreto para o ambiente externo, a deformação progressiva oriunda do carregamento recebe o nome de fluência básica. Na situação em que este ainda perde água para o ambiente externo, a deformação adicional que ocorre com o elemento é nomeada de fluência por secagem. Essa distinção só é feita no campo teórico (GILBERT; RANZI, 2011).

2.1.2.1 Componentes da fluência

A fluência pode ser dividida em várias parcelas que mostram seu mecanismo complexo (GILBERT; RANZI, 2011). A Figura 3 expõe essa divisão. Vale ressaltar que essa separação serve para melhor assimilação do fenômeno físico, não sendo frequente quando da análise estrutural de elementos sujeitos a fluência.

Figura 3: Componente reversível e irreversível da deformação por fluência



Fonte: Adaptado de Gilbert e Ranzi (2011)

A primeira parcela desse fenômeno recebe o nome de deformação rápida inicial e verifica-se durante as 24 horas posteriores à aplicação do carregamento, sendo irreversível e inversamente proporcional à idade do concreto no instante da atuação da carga (GILBERT; RANZI, 2011).

A segunda componente, também irreversível, é a deformação adicional que se processa até o descarregamento do elemento, no instante τ_1 . Pode ser subdividida de acordo com a saturação da pasta de cimento (GILBERT; RANZI, 2011).

A deformação por secagem acontece quando a umidade da pasta de cimento ainda se encontra em saturação (GILBERT; RANZI, 2011). É influenciada pelas propriedades da mistura de concreto.

A deformação básica ocorre quando a umidade do ambiente é superior ou igual à de saturação da pasta (MEHTA; MONTEIRO, 2008). É influenciada pela mistura de concreto e pela idade do mesmo no momento da aplicação da carga.

A última parcela, a deformação elástica retardada, é reversível e ocorre após o descarregamento do elemento. É relacionada com a restauração da deformação elástica do agregado usado no concreto (GILBERT; RANZI, 2011).

O conceito de reversibilidade não é fundamentado sem que haja conhecimento sobre o histórico do estado de tensões ao qual está submetido o concreto (GILBERT; RANZI, 2011).

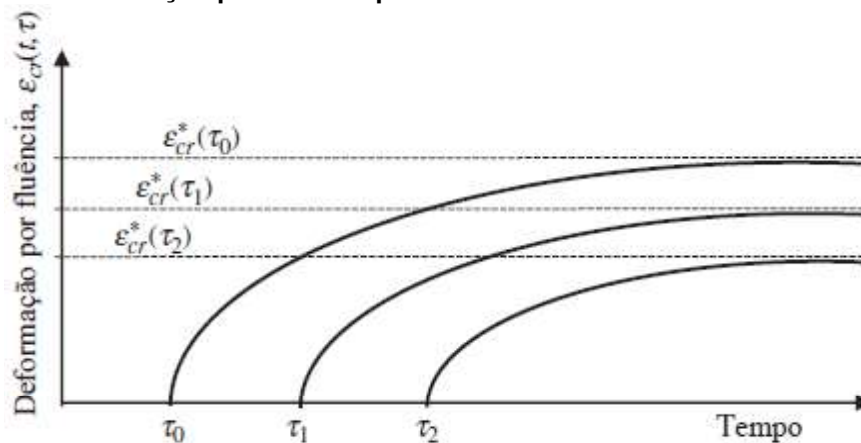
2.1.2.2 Fatores que influenciam a fluência

A fluência é constituída de um mecanismo complicado não entendido completamente. Entre as numerosas capazes causas, é válido destacar a perda de água adsorvida pela pasta de cimento e a deformação do concreto (GILBERT; RANZI, 2011). Vários aspectos, tais como as propriedades da mistura, condições de carregamento, etc., influenciam tanto na amplitude, quanto na taxa de desenvolvimento do fenômeno, seja ampliando ou reduzindo seus mecanismos.

A magnitude dos impactos das deformações por fluência se reduz com o aumento da resistência do concreto, o aumento do tamanho e resistência do agregado e o aumento da umidade relativa do ambiente externo. Por outro lado, amplia-se com o aumento da temperatura ambiente, aumento do fator água-cimento, etc (GILBERT; RANZI, 2011).

A Figura 4 ilustra o fato de que quanto maior for a idade do concreto quando submetido ao carregamento, menor será a magnitude da deformação por fluência do elemento.

Figura 4: Deformação por fluência produzida em concreto com idades diferentes



Fonte: Adaptado de Gilbert e Ranzi (2011)

2.1.3 Retração

Segundo Mehta e Monteiro (2008), a retração é o fenômeno no qual ocorre o aumento gradativo da deformação de um elemento relacionado à sua exposição a um meio externo com umidade relativa inferior a saturação da pasta de cimento, bem

como às reações químicas associadas às características intrínsecas do material (grau de hidratação, microestrutura e componentes do concreto)

A pasta de cimento hidratada, de acordo com Mehta e Monteiro (2008), é a principal causa de deformações relativas à umidade no concreto. É relevante destacar que a retração é independente do estado de tensões a que está sujeito o concreto.

2.1.3.1 Componentes da retração

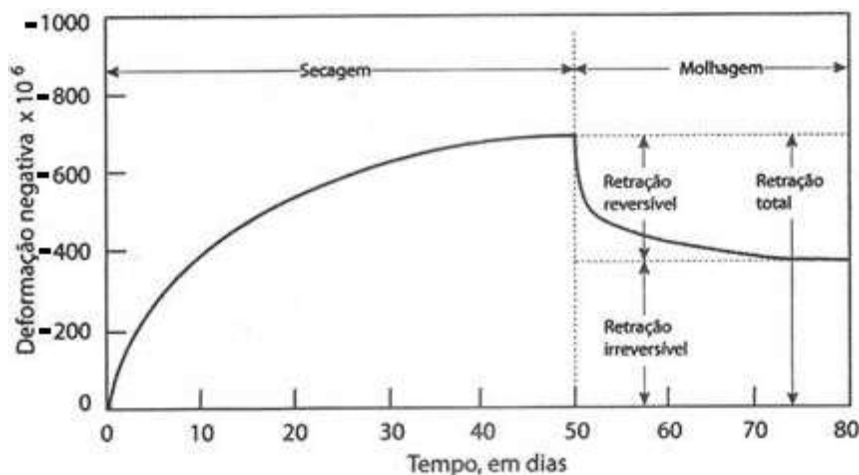
Segundo Gilbert e Ranzi (2011), é possível dividir a deformação em quatro componentes, sendo esta divisão pertencente ao campo teórico e desconsiderada quando da análise estrutural.

A retração plástica ocorre quando a mistura do concreto está viscosa. A retração química ocorre nos primeiros dias, ou semanas, após o lançamento do concreto por causa das reações químicas na pasta de cimento. A retração térmica acontece nas primeiras horas, ou dias, durante a dissipação do calor provocado pela reação exotérmica de hidratação do concreto (GILBERT; RANZI, 2011).

Estas duas últimas parcelas não têm ligação com o processo de perda de água da pasta de cimento e à soma de seus efeitos é denominada como deformação por retração endógena. A retração por secagem caracteriza a queda de volume do elemento devida à perda de água na pasta de cimento no decorrer do processo de amadurecimento do concreto (GILBERT; RANZI, 2011).

A deformação por retração também possui parcela reversível e irreversível (MEHTA; MONTEIRO, 2008). São parcialmente revertidas através de ciclos de molhagem-secagem como é demonstrado na Figura 5.

Figura 5: Componente reversível e irreversível da deformação por retração



Fonte: Adaptado de Mehta e Monteiro (2008)

Após a molhagem do concreto, processou-se uma restauração gradual de partes das deformações impostas ao elemento, permitindo concluir que a retração por secagem constitui a parcela reversível da deformação por retração, sendo as demais partes irreversíveis (MEHTA; MONTEIRO 2008).

2.1.3.2 Fatores que influenciam a retração

A retração é vista como uma deformação reológica avaliada em um elemento sujeito à temperatura constante e sem restrições de deslocamentos. Geralmente é considerada como a soma da retração por secagem e a retração endógena (MEHTA; MONTEIRO, 2008).

A deformação por secagem acontece em função da perda de água adsorvida pela pasta de cimento que é transportada para o meio exterior como decorrência da umidade relativa desigual (MEHTA; MONTEIRO, 2008).

Vários aspectos, tais como umidade relativa do meio externo e características da pasta de cimento, influenciam tanto na amplitude, quanto na taxa de desenvolvimento do fenômeno, seja ampliando ou reduzindo seus mecanismos (MEHTA, MONTEIRO, 2008).

A amplitude dos efeitos da deformação por retração decresce com o aumento da resistência característica do concreto, das dimensões e do módulo de deformação do agregado. No entanto, cresce com o aumento do fator água-cimento, da

temperatura ambiente e da superfície externa da peça de concreto em contato com o ambiente (MEHTA, MONTEIRO, 2008).

Embora a retração por secagem diminua com o aumento da resistência do concreto, a magnitude das deformações por retração endógena é sensivelmente elevada, visto que em concretos de alta resistência a porção de água livre para hidratação é menor (MEHTA; MONTEIRO, 2008).

2.1.4 Relaxação e Fluência da Armadura Ativa

Denomina-se relaxação pura a diminuição de tensão ao longo do tempo quando a armadura é mantida sob deformação constante. A relaxação da armadura ativa tem seu valor fixado através de ensaios experimentais de 1000 dias à 20°C sob deformação constante (ABNT, 2014). O índice de relaxação ψ é função do nível de tensão inicial e da classe de relaxação do aço, lembrando-se que a relaxação cresce rapidamente com o aumento da temperatura.

A fluência pura se caracteriza pela deformação do aço no decorrer do tempo, quando este é solicitada por uma tensão constante (SILVA, 2003).

Assim como a relaxação, a fluência é função do nível de tensão aplicado, das propriedades metalúrgicas e da temperatura (SILVA, 2003).

Conforme Ferraz (1985), o coeficiente de fluência equivalente está diretamente relacionado com o índice de relaxação do aço, como é mostrado a seguir.

$$\psi(t, t_0) = \psi_{1000} \cdot \left(\frac{t - t_0}{41,67} \right)^{0,15} \quad (9)$$

$$\chi(t, t_0) = - \ln[1 - \psi(t, t_0)] \quad (10)$$

2.1.5 Análise de Estruturas Sujeitas a Deformações Diferidas

Segundo a ABNT NBR 6118 (2014), quando for necessária a consideração da variação de tensão ao longo do intervalo, provocada por ações externas ou agentes de diferentes propriedades reológicas (incluindo-se armadura, concretos de diferentes idades etc.), a deformação total por fluência do concreto pode ser calculada por (11):

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} + \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{c28}} \varphi(t, t_0) + \int_{\tau=t_0}^t \frac{\partial \sigma_c(t)}{\partial \tau} \cdot \left(\frac{1}{E_{c\tau}} + \frac{\varphi(\tau, t_0)}{E_{c28}} \right) \cdot d\tau \quad (11)$$

Em que os três primeiros termos representam a deformação não impedida e a integral, os efeitos da variação de tensões ocorridas no intervalo.

A integral presente na (11) torna sua aplicação bastante complexa, sendo necessário lançar mão de transformações e métodos numéricos, ou a consideração de um tipo de função de fluência que não representa a realidade.

2.1.5.1 Métodos de análise da fluência

Para se determinar a deformação em um dado instante em peças de concreto estrutural solicitado sob tensões variáveis, é importante aplicar métodos de análise que levam em consideração todo o histórico de tensões (MERLIN, 2006).

A característica básica em todos os métodos de análise é que são fundados na hipótese de relação linear entre fluência e tensão (MERLIN, 2006).

Adota-se que as deformações produzidas no concreto em um tempo t qualquer, por um incremento de tensão num tempo t_0 qualquer, são independentes dos efeitos de tensão seja qual for o instante aplicado (McHENRY *apud* MEHTA; MONTEIRO, 1994).

Portanto, pelo princípio de superposição:

A resposta para uma soma de duas histórias de tensões é a soma das respostas obtidas para cada uma delas separadamente. Conseqüentemente, a deformação devido a um histórico de tensão $\sigma(t)$ pode ser obtida considerando o histórico como uma soma de incrementos $d\sigma(\tau)$ aplicados em tempos $\tau \in (0, t)$ e somando as correspondentes deformações, dadas por $d\sigma(\tau) \cdot \Phi(t, \tau)$. Com isso chega-se na integral de Stieltjes (MERLIN, 2006, p. 65).

Com isso, segundo Mendes (1993), alcança-se a integral de superposição ou integral linear de Stieltjes (12):

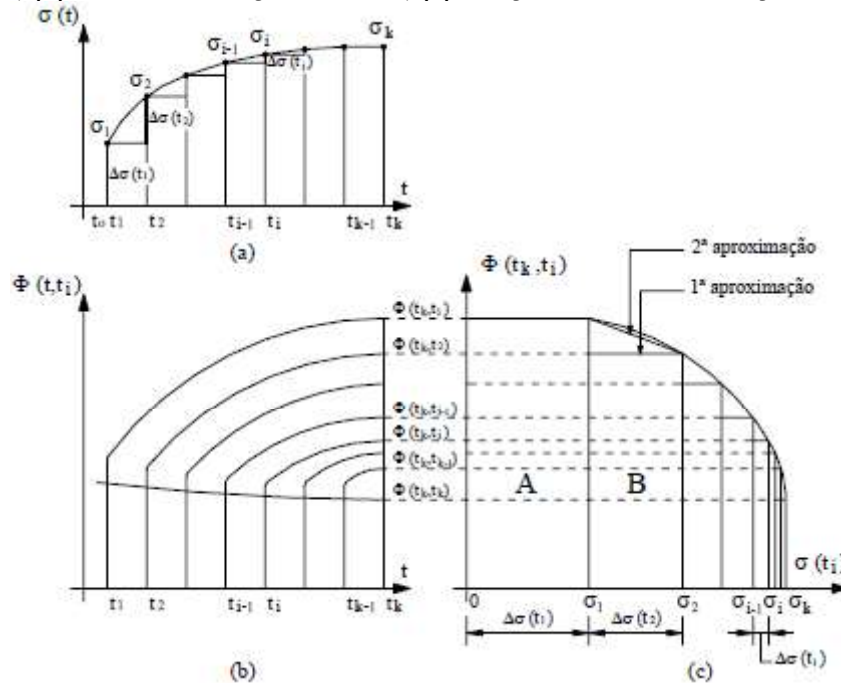
$$\varepsilon(t) = \int_0^t \Phi(t, \tau) \cdot d\sigma(\tau) \quad (12)$$

Onde $\Phi(t, \tau)$ é a função fluência – deformação na idade t , causada por uma tensão unitária, agindo desde a idade τ até a t , com valor constante.

a. Método incremental

Trata-se de um método geral que consiste na solução numérica da equação de superposição subdividindo-se a idade t em k idades discretas, $t_0, t_1, t_2, \dots, t_i, \dots, t_k$ tomando-se os subintervalos $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ (com $i = 1, 2, 3, \dots, k$), como indicado na Figura 6.

Figura 6: Definição dos intervalos para o método incremental. (a) Tensões no decorrer do tempo; (b) Curvas de funções flência; (c) Função fluência x variação de tensão



Fonte: Adaptado de CEB (1984)

Portanto a integral de Stieltjes, representada pela área do diagrama da Figura 6 (c) pode ser resolvida de maneira aproximada, utilizando-se para o cálculo da área elementar a forma retangular ou a forma trapezoidal:

$$\varepsilon(t_k) = \sum_{i=1}^k \Phi(t_k, t_i) \Delta \sigma_i \quad \text{aproximação retangular} \quad (13)$$

$$\varepsilon(t_k) = \sum_{i=1}^k \frac{\Phi(t_k, t_i) + \Phi(t_k, t_{i-1})}{2} \Delta \sigma_i \quad \text{aproximação trapezoidal} \quad (14)$$

b) Método do módulo de deformação efetivo ajustado

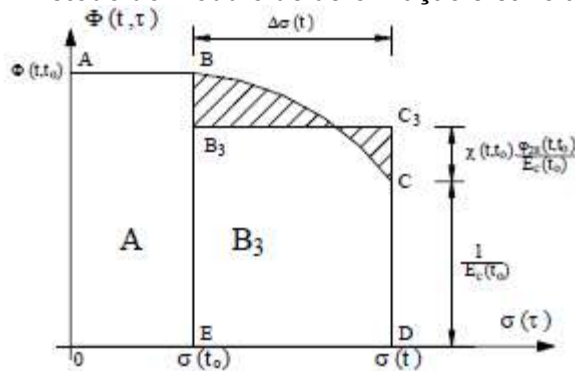
Também conhecido por método de Troz-Bazant, foi desenvolvido em 1967 por TROST *apud* DILGER (1982) e posteriormente aperfeiçoado por BAZANT (1972). Trata-se de um método que consiste em soluções aproximadas para a equação de superposição integral, a qual é transformada em equações algébricas de enquadramento mais refinada através de um fator de correção (MERLIN, 2006).

$$\varepsilon(t) = \int_0^t \Phi(t, \tau) \cdot d\sigma(\tau) = [\sigma(t) - \sigma(t_0)] \mu(t, t_0) \Phi(t, t_0) \quad (15)$$

A integral está representada pela área B_3 , delimitada por $BCDE$ ou ainda pelo retângulo B_3C_3DE , cuja altura é $\mu(t, t_0) \Phi(t, t_0)$. O coeficiente $\mu(t, t_0)$ é um fator de redução conveniente a ser aplicado na deformação $\Delta\sigma(t) \Phi(t, t_0)$, devido a variação $\Delta\sigma(t)$, considerando-se que as deformações $\Phi(t, \tau) \cdot d\sigma(\tau)$, para cada etapa de tensões $d\sigma(\tau)$, no intervalo $t - t_0$ são reduzidas pelo efeito de envelhecimento do concreto, ou seja, $\Phi(t, \tau) \leq \Phi(t, t_0)$ (MERLIN, 2006).

O fator de redução é introduzido através de um multiplicador, $\chi(t, t_0)$, para a parte retardada da deformação total por fluência conhecido como coeficiente de envelhecimento (Figura 7).

Figura 7: Método do módulo de deformação efetivo ajustado



Fonte: Adaptado de CEB (1984)

Assim, a integral de superposição torna-se:

$$\int_0^t \Phi(t, \tau) \cdot d\sigma(\tau) = [\sigma(t) - \sigma(t_0)] \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \chi(t, t_0) \frac{\varphi_{28}(t, t_0)}{E_{c28}} \right] \quad (16)$$

Assim como Mendes (1993) e Silva (2003), este trabalho usa como simplificação para os cálculos o modelo de função fluência adotado pela ACI (Equação (6). Portanto,

$$\int_0^t \Phi(t, \tau) \cdot d\sigma(\tau) = \frac{[\sigma(t) - \sigma(t_0)]}{E_c(t_0)} [1 + \chi(t, t_0)\varphi_0(t, t_0)] \quad (17)$$

Os valores de $\chi(t, t_0)$ são sempre positivos e menores que 1, exceto em concreto de idade avançada, com cargas de longa duração onde assume o valor igual a 1. O coeficiente pode ser estabelecido para qualquer função fluência, todavia para estudo prático, é necessário definir os valores de $\chi(t, t_0)$ para diferentes dimensões do elemento, tempo de duração e idades de carregamento (SILVA, 2003).

A utilização do coeficiente $\chi(t, t_0)$ possibilita a resolução dos problemas por meio de equações lineares, o que simplifica a apreciação do histórico de tensões. Este método supõe curvas de fluência com formas parecidas e que, para um mesmo intervalo de tempo de carregamento, a relação entre os coeficientes de fluência para idades distintas de carregamento é constante. Na determinação do coeficiente de envelhecimento as expressões para módulo de elasticidade e coeficiente de fluência são conhecidas, restando como incógnita a função de variação de tensão (SILVA, 2003).

Segundo Silva (2003), Bazant fez uso da função relaxação normalizada para reproduzir a variação de tensão alcançando uma equação ajustada para o coeficiente de envelhecimento com uma margem de erro desprezível para casos práticos.

O coeficiente de envelhecimento (chamado de k na Figura 8) varia de 0.6 a 0.9, adotando com boa aproximação $k = 0,82$ para casos frequentes de longa duração (idade fictícia do concreto no instante t superior a 180 dias) como observado a seguir:

Figura 8: Coeficiente de envelhecimento k

(t - t ₀)	φ(t ₀ , 7)	Valor de k				φ(t, t ₀) φ(t ₀ , t ₀)
		t ₀ = 10	t ₀ = 10 ²	t ₀ = 10 ³	t ₀ = 10 ⁴	
10 dias	0,5	0,525	0,804	0,811	0,809	0,273
	1,5	0,720	0,826	0,825	0,820	
	2,5	0,774	0,842	0,837	0,830	
	3,5	0,806	0,856	0,848	0,839	
10 ² dias	0,5	0,505	0,888	0,916	0,915	0,608
	1,5	0,739	0,919	0,932	0,928	
	2,5	0,804	0,935	0,943	0,938	
	3,5	0,839	0,946	0,951	0,946	
10 ³ dias	0,5	0,511	0,912	0,973	0,981	0,857
	1,5	0,732	0,943	0,981	0,985	
	2,5	0,795	0,956	0,985	0,988	
	3,5	0,830	0,964	0,987	0,990	
10 ⁴ dias	0,5	0,461	0,887	0,956	0,965	0,954
	1,5	0,702	0,924	0,966	0,972	
	2,5	0,770	0,940	0,972	0,976	
	3,5	0,808	0,950	0,977	0,980	
$\frac{\phi(t_0, t_0)}{\phi(t_0, 7)}$		0,960	0,731	0,558	0,425	
$\frac{E_c(t_0)}{E_c(28)}$		0,895	1,060	1,083	1,089	

Fonte: Adaptado de Silva (2003)

2.1.5.1 Consideração da relaxação e da retração

Admitindo-se a hipótese de Dischinger, ou seja, a afinidade entre as funções de fluência e de retração, o efeito desta será simplesmente uma parcela adicional no cômputo da deformação total (SILVA, 2003).

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_c(t, t_0)}{E_c(t_0)} \cdot [1 + \varphi(t, t_0)] + \frac{\Delta\sigma_c(t, t_0)}{E_c(t_0)} \cdot [1 + k \cdot \varphi(t, t_0)] + \varepsilon_{cs}(t, t_0) \quad (18)$$

O efeito da relaxação do aço de protensão é apontado por meio do coeficiente de fluência equivalente da armadura, com aproximação $k = 1$ graças a ausência do fenômeno de maturação na armadura. Outro ponto a se destacar, reside no fato da retração do aço ser nula (SILVA, 2003).

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_p(t_0)}{E_p(t_0)} \cdot [1 + \chi(t, t_0)] + \frac{\Delta\sigma_p(t, t_0)}{E_p(t_0)} \cdot [1 + \chi(t, t_0)] \quad (19)$$

2.1.6 Modelo de previsão para as deformações de fluência e retração

Diante da indisponibilidade de dados experimentais, faz-se necessário lançar mão de um modelo para previsão das deformações de fluência e retração. Nesse contexto, apresentam-se no Anexo as recomendações contidas na ABNT NBR 6118 (2014). O modelo de fluência é baseado no coeficiente de fluência, que depende das propriedades do concreto, condições ambientais e propriedades geométricas da peça. Ao passo, que para a retração, baseia-se na umidade relativa, nas dimensões e composição da peça de concreto.

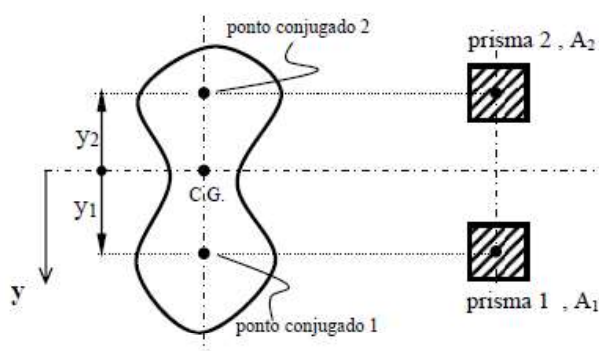
3 ANÁLISE DE TENSÕES EM SEÇÕES COMPOSTAS POR CONCRETOS COM IDADES DIFERENTES

No concreto estrutural, a presença de deformações progressivas produz uma redistribuição de tensões. Na análise de redistribuição de tensões normais ao longo do tempo são aceitas as suposições de elasticidade linear com a seção submetida ao estágio *I*, e a preservação da seção plana na configuração deformada, que proporciona admitir uma equação linear para a deformação da seção, e o método do Módulo de Deformação Efetivo Ajustado para determinação das deformações diferidas (LEONHARDT, 1983).

No concreto protendido, o cálculo da deformação axial e da rotação da seção transversal diferidos possibilita o conhecimento da variação de tensões nas partes que compõe a seção, e conseqüentemente a determinação das perdas de protensão na armadura ativa (LEONHARDT, 1983).

O método dos Prismas Equivalentes faz uso da propriedade que permite utilizar uma seção solicitada à flexão composta trocando-a por dois prismas situados nos seus pares de pontos conjugados. Dessa forma, a análise de seções do tipo mostrado na Figura 9: Conceitos de prismas equivalentes numa seção transversal plena conduz a um conjunto de equações lineares separadas entre si, possibilitando a obtenção dos resultados (Silva, 2003).

Figura 9: Conceitos de prismas equivalentes numa seção transversal plena



Fonte: Adaptado de Silva (2003)

2.2 CONCEITO DE PRISMAS EQUIVALENTES

Numa seção transversal plana de área A_c e momento de inercia I_c , os pontos conjugados estão situados em relação ao centro de gravidade tal que $y \cdot y = -(i^2)$ onde i é o raio de giração dado por $i = \sqrt{\frac{I_c}{A_c}}$ (SILVA 2003).

Pode-se substituir a seção de concreto por dois prismas de área A_1 e A_2 posicionados nesses pontos conjugados de modo que os torne equivalentes a seção transversal de área A_c e momento de inercia I_c (SILVA 2003).

2.2.1 Propriedades dos Prismas Equivalentes

“Propriedade 1: uma força normal N_1 atuando no ponto conjugado 1 não produz tensão no ponto conjugado 2, e vice-versa, uma força normal N_2 atuando no ponto conjugado 2 não produz tensão no ponto conjugado 1” (SILVA, 2003, p. 20).

De fato:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_c} + \frac{N_1 \cdot y_1}{I} y_2 = \frac{N_1}{A_c} - \frac{N_1 \cdot i^2}{I} = \frac{N_1}{A_c} - \frac{N_1 \cdot I}{I \cdot A_c} = 0, \quad e$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_c} + \frac{N_2 \cdot y_2}{I} y_1 = \frac{N_2}{A_c} - \frac{N_2 \cdot i^2}{I} = \frac{N_2}{A_c} - \frac{N_2 \cdot I}{I \cdot A_c} = 0$$

“Para a determinação da tensão no ponto conjugado 1 devida à força normal N_1 atuando neste ponto, basta efetuar a divisão de N_1 pela área ponderada A_1 ” (SILVA, 2003, p. 21).

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_c} + \frac{N_1 \cdot y_1}{I} y_2 = N_1 \left(\frac{1}{A_c} - \frac{y_1 \cdot y_1}{A_c \cdot y_1 \cdot y_2} \right) = \frac{N_1}{A_c} \left(1 - \frac{y_1}{y_2} \right) = \frac{N_1}{A_c} \cdot \frac{y_2 - y_1}{y_2} = \frac{N_1}{A_1}$$

$$\text{sendo } A_1 = A_c \cdot \frac{-y_2}{y_1 - y_2}.$$

De maneira semelhante, tem-se no ponto conjugado 2:

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_c} + \frac{N_2 \cdot y_2}{I} y_1 = N_2 \left(\frac{1}{A_c} - \frac{y_2 \cdot y_2}{A_c \cdot y_1 \cdot y_2} \right) = \frac{N_2}{A_c} \left(1 - \frac{y_2}{y_1} \right) = \frac{N_2}{A_c} \cdot \frac{y_1 - y_2}{y_1} = \frac{N_2}{A_2}$$

$$\text{sendo } A_2 = A_c \cdot \frac{y_1}{y_1 - y_2}.$$

“Propriedade 2: uma força normal N atuando no centro de gravidade deve ser dividida conforme os braços de alavanca em relação aos pontos conjugados, ou seja, deve ser ponderada da mesma forma que as áreas dos prismas.” (SILVA, 2003, p. 21).

$$\sigma_1 = \frac{N}{A_c} = \frac{N \cdot \frac{-y_2}{y_1 - y_2}}{A_c \cdot \frac{-y_2}{y_1 - y_2}} = \frac{N_1}{A_1} \Rightarrow N_1 = N \cdot \frac{A_1}{A_c}, \quad e$$

$$\sigma_2 = \frac{N}{A_c} = \frac{N \cdot \frac{y_1}{y_1 - y_2}}{A_c \cdot \frac{y_1}{y_1 - y_2}} = \frac{N_2}{A_2} \Rightarrow N_2 = N \cdot \frac{A_2}{A_c}$$

“Propriedade 3: para o cálculo das tensões normais provocadas por um momento fletor M aplicado à seção, basta determinar o binário correspondente ao braço de alavanca pela distância entre os pontos conjugados ($z = y_1 - y_2$)” (SILVA, 2003, p. 21).

De fato:

$$\sigma_1 = \frac{M}{I} \cdot y_1 = \frac{M}{-A_c \cdot y_2} = \frac{\frac{M}{y_1 - y_2}}{A_c \cdot \frac{-y_2}{y_1 - y_2}} = \frac{\frac{M}{z}}{A_1} = \frac{N_1}{A_1} \Rightarrow N_1 = \frac{M}{z}, \quad e$$

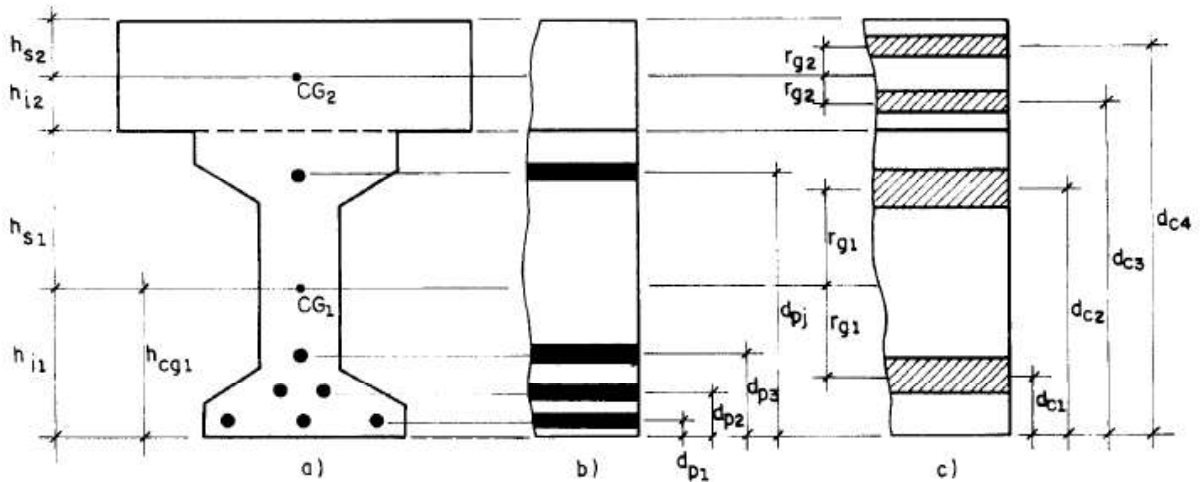
$$\sigma_2 = \frac{M}{I} \cdot y_2 = \frac{M}{-A_c \cdot y_1} = \frac{\frac{-M}{y_1 - y_2}}{A_c \cdot \frac{y_1}{y_1 - y_2}} = \frac{-\frac{M}{z}}{A_2} = \frac{N_2}{A_2} \Rightarrow N_2 = -\frac{M}{z}$$

Por conveniência, pode-se situar os pontos de forma simétrica em relação ao centro de gravidade da seção transversal.

2.2.2 Características da Seção

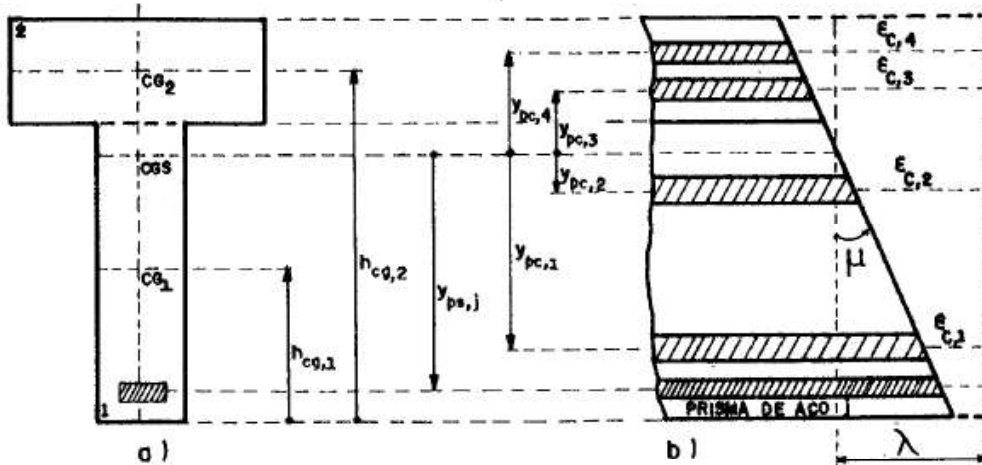
Com o intuito de tornar a metodologia utilizada e os cálculos mais didáticos, são apresentados a seguir alguns conceitos importantes na determinação das características da seção, juntamente com a Figura 10 e Figura 10.

Figura 10: Seção genérica de uma viga composta por duas partes, (a); Representação dos prismas de aço, (b); Prismas de concreto, (c)



Fonte: Adaptado de Mendes (1993)

Figura 11: Representação genérica da posição dos prismas em relação ao CGS



Fonte: Adaptado de Mendes (1993)

Para uma parte ℓ , sendo $\ell = 1$ ou $\ell = 2$, tem-se:

- $A_{cp,\ell}$ = área de concreto da parte ℓ ;
- $I_{cp,\ell}$ = momento de inercia próprio;
- $r_{g\ell}$ = raio de giração da parte ℓ ;
- $h_{cg,\ell}$ = altura do CG da parte ℓ em relação à base;
- $h_{cgs,\ell}$ = altura do CG da seção plena composta de ℓ partes;
- $h_{s,\ell}$ = distância da borda superior até o CG da parte ℓ ;
- $h_{i,\ell}$ = distância da borda inferior até o CG da parte ℓ .

2.2.2.1 Prismas de concreto

Serão em número de 4 prismas, sendo 2 para cada parte. O par de prismas para cada parte será localizado tomando-se como referência a base da parte 1, definindo assim as distâncias para as posições dos prismas equivalentes:

- a) prisma 3: d_{c3} ;
- b) prisma 4: d_{c4} ;
- c) prisma 6: d_{c6} ;
- d) prisma 7: d_{c7} .

Cada parte ℓ está com seu centro de gravidade posicionado a uma distância $h_{cg,\ell}$ da base inferior da parte 1, definindo-se assim:

- a) parte 1: $h_{cg,1}$;
- b) parte 2: $h_{cg,2}$.

Cada parte ℓ possui 2 prismas de concreto situados às distâncias $+r_{g\ell}$ e $-r_{g\ell}$ de seu centro de gravidade. Assim, as distâncias de cada prisma, tomando-se como referência a parte 1, serão:

- a) $d_{c3} = h_{cg,1} - r_{g1}$;
- b) $d_{c4} = h_{cg,1} + r_{g1}$;
- c) $d_{c6} = h_{cg,2} - r_{g2}$;
- d) $d_{c7} = h_{cg,2} + r_{g2}$.

As distâncias dos prismas ao centro de gravidade da seção homogeneizada são apresentadas a seguir:

- a) $y_{pc,3} = h_{cgs,\ell} - d_{c3}$;
- b) $y_{pc,4} = h_{cgs,\ell} - d_{c4}$;
- c) $y_{pc,6} = h_{cgs,2} - d_{c6}$;
- d) $y_{pc,7} = h_{cgs,2} - d_{c7}$.

2.2.2.2 Prismas de aço

As posições dos prismas de aço são definidas como se segue, onde d_{pm} é a distância do centro de gravidade do feixe m até a base da parte 1.

- a) prisma 1: d_{p1} ;
- b) prisma 2: d_{p2} ;
- c) prisma 5: d_{p5} .

A excentricidade dos prismas de aço em relação ao centro de gravidade da seção homogeneizada é considerada como:

- a) $y_{ps,1} = h_{cgs,\ell} - d_{p1}$;
- b) $y_{ps,2} = h_{cgs,\ell} - d_{p2}$;
- c) $y_{ps,5} = h_{cgs,\ell} - d_{p5}$.

2.2.2.3 Homogeneização da seção

Supondo-se uma seção genérica composta de partes de concretos com idades distintas e armaduras ativas, a seção deve, então, ser homogeneizada.

Definindo-se a razão entre os módulos de deformação através do parâmetro $\alpha_c = \frac{E_{ckj,2}}{E_{ckj,1}}$ e a relação entre os módulos de deformação da armadura de protensão e do concreto como $\alpha_p = \frac{E_p}{E_{ckj,1}}$, as propriedades da seção homogeneizada são obtidas conforme segue.

Vale ressaltar que, após a concretagem da capa de concreto (parte 2) é necessário homogeneizar o módulo de deformação dos concretos de diferentes idades. Assim, a relação entre os módulos de deformação do aço de protensão e do concreto, torna-se $\alpha_p = \frac{E_p}{E_{ckj,h}}$, onde:

$$E_{ck,h} = (E_{ckj,1} \cdot A_{c,1} + E_{ckj,2} \cdot A_{c,2}) / (A_{c,1} + A_{c,2}) \quad (20)$$

A área homogeneizada da seção composta de ℓ partes, expressa em m^2 , é apresentada a seguir.

$$A_{c,\ell} = A_{cp,1} + (\alpha_p - 1)(A'_p + A_p) + \alpha_c \cdot A_{cp,2} \quad (21)$$

Onde:

A_p área da armadura ativa inferior

A'_p área da armadura ativa superior

A posição do centro de gravidade da seção composta de ℓ partes, em m , é dada por:

$$h_{cgs,\ell} = \frac{\left(A_{cp,1} \cdot h_{cg,1} + (\alpha_p - 1) \left(\frac{A_p}{2} \cdot d_{p1} + \frac{A_p}{2} \cdot d_{p2} + A'_p \cdot d_{p5} \right) + \alpha_c (b_f \cdot h_f \cdot h'_{cg,2} + b_w \cdot h_w \cdot h''_{cg,2}) \right)}{A_{c,\ell}} \quad (22)$$

Onde:

h_w : altura da alma da laje alveolar

h_f : altura da mesa colaborante da capa de concreto

$h'_{cg,2}$: distância do centro de gravidade da alma da laje alveolar à base da parte 1

$h''_{cg,2}$: distância do centro de gravidade da mesa colaborante da capa de concreto à base da parte 1

b_w : largura da alma da laje alveolar

b_f : largura da mesa colaborante da capa de concreto

Fazendo uso do Teorema de Steiner, o momento de inercia da seção composta de ℓ partes, expressa em m^4 , é dado por:

$$I_{c,\ell} = I_{cp,1} + A_{cp,1} \cdot (h_{cg,1} - h_{cgs,\ell})^2 + \left[(h_{cgs,\ell} - d_{p1})^2 + (h_{cgs,\ell} - d_{p2})^2 \right] \frac{A_p}{2} (\alpha_p - 1) + (h_{cgs,\ell} - d_{p5})^2 A'_p (\alpha_p - 1) + \alpha_c \left[I'_{cp,2} + A'_{cp,2} (h'_{cg,2} - h_{cgs,2})^2 \right] + \alpha_c \left[I''_{cp,2} + A''_{cp,2} (h''_{cg,2} - h_{cgs,2})^2 \right] \quad (23)$$

Onde:

$A'_{cp,2} = b_w \cdot h_w$: área da alma

$A''_{cp,2} = b_f \cdot h_f$: área da mesa colaborante

$I'_{cp,2} = b_w \cdot h_w^3 / 12$: momento de inércia próprio da alma

$I''_{cp,2} = b_f \cdot h_f^3 / 12$: momento de inércia próprio da mesa colaborante

2.2.2.4 Ajuste do módulo de deformação

As etapas em que há verificações em data j inferior a 28 dias, faz-se necessário a adoção do fator β_1 para correção do f_{ck} (ABNT NBR 6118, 2014).

$$f_{ckj} = \beta_1 \cdot f_{ck} = e^{\left\{s \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}} \cdot f_{ck} \quad (24)$$

2.2.2.5 Distribuição de tensões normais

A igualdade de deformações na interface entre as partes e a diferença entre os módulos de deformação implica que, as tensões na região da parte 2 são calculadas como para a parte 1, porém devem ser corrigidas por α_c . Portanto:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{c,1} = \varepsilon_{c,2}, \text{ sendo } \varepsilon_{c,1} = \frac{\sigma_{cbs,1}}{E_{ckj,1}} \therefore \varepsilon_{c,2} = \frac{\sigma_{cbi,2}}{E_{ckj,2}}, \text{ tem-se:} \\ \frac{\sigma_{cbs,1}}{E_{ckj,1}} = \frac{\sigma_{cbi,2}}{E_{ckj,2}} \Rightarrow \\ \sigma_{cbi,2} = \alpha_c \cdot \sigma_{cbs,1} \end{aligned} \quad (25)$$

Onde:

$\sigma_{cbs,1}$: tensão na borda superior da parte 1;

$\sigma_{cbi,2}$: tensão na borda inferior da parte 2.

2.3 EQUACIONAMENTO DO MÉTODO DOS PRISMAS EQUIVALENTES

Na consideração do efeito de fluência é interessante o uso do fator q , de modo a simplificar a formulação.

Para os prismas de concreto:

$$q_i = 1 + k \cdot \varphi_i(t, t_0) \quad (26)$$

Onde $i = m$, para $m = 3, 4, 6$, ou 7 .

Para as armaduras, o coeficiente de fluência φ_i é substituído pelo coeficiente de fluência equivalente de armaduras χ_i , e $k = 1$.

Assim:

$$q_i = 1 + \chi_i(t, t_0) \quad (27)$$

Onde $i = n$, para $n = 1, 2$, ou 5 para prismas de aço.

Conforme visto em 2.2.1, na aplicação do método aqui desenvolvido para o cálculo da redistribuição de tensões em seções compostas de concreto estrutural devido à deformações diferidas, cada peça de concreto é substituída por um par de prismas e cada camada de armadura por um prisma adicional. Desse modo, a redistribuição de tensões provoca variações dos esforços normais ΔN_m e ΔP_n correspondente aos prismas de concreto e aço, respectivamente.

Com a hipótese de manutenção de seção plana, as variações de deformação no prisma i são regidas por uma equação linear da forma $\Delta \varepsilon_i = a + bz'_i$, sendo z'_i a ordenada do prisma i . Onde:

$z'_i = y_{pc,m}$: para prismas de concreto;

$z'_i = y_{ps,n}$: para prismas de aço;

a : deformação específica diferida no centro de gravidade da seção homogeneizada;

b : rotação específica diferida.

Os esforços normais ΔN_m e ΔP_n são aplicados nos pontos conjugados da peça 1 (viga pré-moldada) e da peça 2 (laje concretada “in loco”) e nas camadas de armadura.

2.3.1 Deformações Diferidas nos Prismas de Concreto

Seja $\Delta \varepsilon_{c,m}$ a deformação específica manifestada durante um intervalo de tempo $t - t_0$, em um prisma de concreto, situado a uma distância $y_{pc,m}$ do centro de gravidade da seção homogeneizada. Então, tem-se:

$$\Delta \varepsilon_{c,m} = \frac{\sigma_{c,m}}{E_{c,m}} \cdot \varphi_m(t, t_0) + \frac{\Delta N_m}{A_{c,m} \cdot E_{c,m}} \cdot q_{c,m} + \varepsilon_{cs,m} = a + by_{pc,m}$$

Portanto:

$$\Delta N_m = [\sigma_{c,m} \cdot A_{c,m} \cdot \varphi_m(t, t_0) + \varepsilon_{cs,m} \cdot A_{c,m} \cdot E_{c,m} + (a + by_{pc,m})A_{c,m} \cdot E_{c,m}] / q_{c,m}$$

2.3.2 Deformações Diferidas nos Prismas de Aço

Supondo-se um prisma n de aço, localizado a uma distância $y_{ps,n}$ do centro de gravidade da seção homogeneizada e, lembrando que a retração é tomada como nula para o aço, segue que:

$$\Delta\varepsilon_{p,n} = \frac{\sigma_{p,n}}{E_{p,n}} \cdot \chi_n(t, t_0) + \frac{\Delta P_n}{A_{c,n} \cdot E_{c,n}} \cdot q_{c,n} = a + by_{ps,n}$$

De onde se infere:

$$\Delta P_n = [\sigma_{p,n} \cdot A_{c,n} \cdot \chi_n(t, t_0) + (a + by_{ps,n})A_{c,n} \cdot E_{p,n}] / q_{c,n}$$

2.3.3 Cálculo da Deformação Axial e da Rotação

Os coeficientes da reta são determinados pelas equações de equilíbrio estático dos esforços adicionais ΔP_n e ΔN_m na seção transversal.

Do equilíbrio de esforços horizontais $\sum H = 0$, têm-se $\sum \Delta P_n + \Delta N_m = 0$. Portanto, todos os prismas, sejam de concreto ou aço, devem contribuir no somatório, resultando em:

$$\begin{aligned} \sum \frac{(a + by_{ps,n})A_{c,n} \cdot E_{p,n}}{q_{c,n}} + \sum \frac{(a + by_{pc,m})A_{c,m} \cdot E_{c,m}}{q_{c,m}} + \sum \frac{\sigma_{p,n} \cdot A_{c,n} \cdot \chi_n(t, t_0)}{q_{c,n}} \\ + \sum \frac{\sigma_{c,m} \cdot A_{c,m} \cdot \varphi_m(t, t_0)}{q_{c,m}} + \sum \frac{\varepsilon_{cs,m} \cdot A_{c,m} \cdot E_{c,m}}{q_{c,m}} = 0 \end{aligned}$$

Adotando-se uma nova convenção de siglas para simplificação do equacionamento, admite-se uma nova representação simbólica para prismas de concreto e aço, respectivamente:

- $\sigma_{c,m}$ e $\sigma_{p,n} \rightarrow \sigma_{0,i}$;
- $E_{c,m}$ e $E_{p,n} \rightarrow E_i$;
- $\varphi_m(t, t_0)$ e $\chi_n(t, t_0) \rightarrow \phi_i$;
- $A_{c,m}$ e $A_{c,n} \rightarrow A_i$;
- $q_{c,m}$ e $q_{c,n} \rightarrow q_i$;
- ΔN_m e $\Delta P_n \rightarrow \Delta X_i$;
- $\varepsilon_{cs,m} \rightarrow \varepsilon_{csi}$;

- d_{cm} e $d_{pn} \rightarrow d_i$.

Ademais, é conveniente adotar a origem da distância z'_i no eixo baricêntrico da grandeza ideal $\left(\frac{E_i \cdot A_i}{q_i}\right)$ de modo a garantir que $\sum_i \frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i = 0$. Assim o valor do coeficiente a é obtido diretamente.

A nova origem das ordenadas z_i dos prismas é apresentada a seguir:

$$z_{,origem} = \sum_i \left(\frac{E_i \cdot A_i}{q_i}\right) d_i / \sum_i \left(\frac{E_i \cdot A_i}{q_i}\right) \quad (28)$$

Desenvolvendo $\sum \Delta P_n + \Delta N_m = 0$ e isolando-se a no primeiro membro, têm-se:

$$a \sum_i \frac{E_i \cdot A_i}{q_i} + b \cdot \sum_i \frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i - \sum_x \frac{\sigma_{0i} \cdot \phi_i \cdot A_i}{q_i} - \sum_i \frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i}{q_i} = 0$$

$$a = \frac{\sum_i \frac{\sigma_{0i} \cdot \phi_i \cdot A_i}{q_i} + \sum_i \frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i}{q_i}}{\sum_i \frac{E_i \cdot A_i}{q_i}} \quad (29)$$

Do equilíbrio de momentos em relação à origem $z_{i,ideal}$, $\sum M = \sum_i \Delta X_i \cdot z_i = 0$, resulta:

$$a \sum_i \frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i + b \cdot \sum_i \frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i^2 - \sum_i \frac{\sigma_{0i} \cdot \phi_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i - \sum_i \frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i = 0$$

Assim:

$$b = \frac{\sum_i \frac{\sigma_{0i} \cdot \phi_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i + \sum_i \frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i}{\sum_i \frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i^2} \quad (30)$$

Conhecidos os valores de a e b , a variação de tensão nos prismas é calculada a partir da expressão seguinte:

$$\frac{\Delta X_i}{A_i} = [\sigma_{0i} \cdot \phi_i + \varepsilon_{csi} \cdot E_i + (a + bz_i)E_i] / q_i \quad (31)$$

2.4 TENSÕES NO CONCRETO

2.4.1 Enquanto Existir Apenas a Parte 1

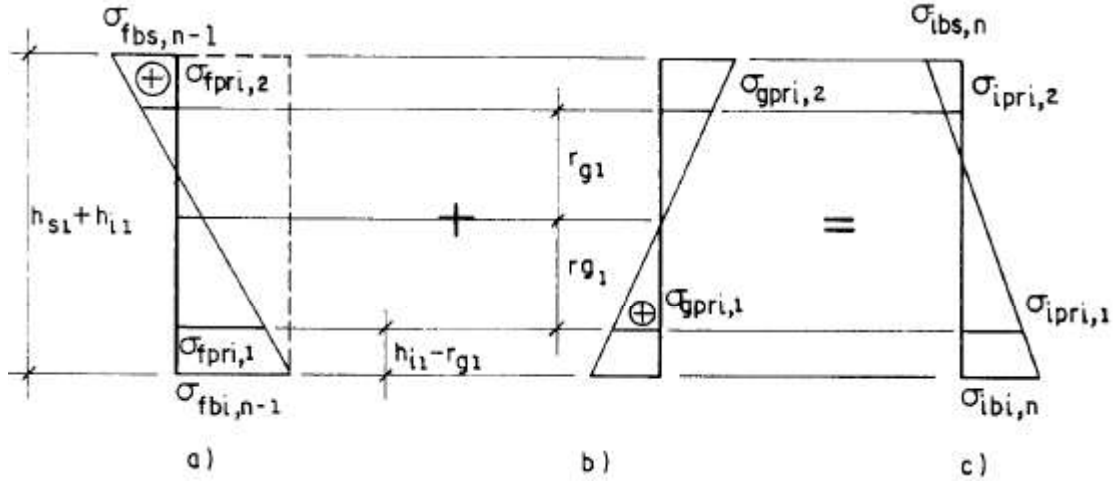
Mesmo após a concretagem da parte da parte 2, durante alguns dias, deve-se considerar que o acréscimo de carga permanente devido a essa etapa é resistido apenas pela parte 1, enquanto o novo concreto não possuir resistência aceitável para contribuir na absorção de tensões. Essa etapa foi arbitrada como tendo duração de 3 dias. Seria necessário realização de pesquisas experimentais para esclarecimento adequado do fenômeno, o que foge do escopo deste trabalho.

Para a primeira etapa, é preciso ter as tensões nos dois prismas de concreto da parte 1, obtidas considerando-se as perdas iniciais por escorregamento dos fios na ancoragem ($\Delta\sigma_{anc}$) e relaxação pura ($\Delta\sigma_{pr}$), além da perda por deformação elástica do concreto ($\Delta\sigma_{cg,sup}$ e $\Delta\sigma_{cg,inf}$).

Chega-se, então, na tensão de protensão inicial transferida ao concreto adjacente as armaduras σ_{p0} e σ'_{p0} correspondentes à $\sigma_{pf,i,n-1}$. Parte-se, assim, para o cálculo das tensões relativas às fibras na distância correspondente aos prismas de concreto da peça antes das perdas progressivas ($\sigma_{fpri,3,n-1}$ e $\sigma_{fpri,4,n-1}$). A partir daqui, as instruções coincidem com a metodologia adotada nos procedimentos seguintes. Deste modo, após acrescentar aos prismas a contribuição de tensão devida à mobilização do carregamento permanente, é dado início ao processo de cálculo das perdas diferidas no tempo por meio do método em estudo.

Deve-se, então, a partir das tensões finais nas bordas da parte 1 e relativas à etapa anterior, calcular as tensões nos dois prismas equivalentes (ou vice-versa: a partir das tensões nos prismas, é calculado as tensões nas bordas).

Figura 12: Tensões finais da etapa $n - 1$, (a); Tensões causadas por M_g da etapa n , (b); Tensões iniciais na etapa n , (c)



Fonte: Adaptado de Mendes (1993)

Da Figura 12, por semelhança de triângulos, chega-se à relação para a tensão nos prismas inferior e superior, respectivamente, na etapa $n - 1$, em função de $\sigma_{fbi,1,n-1}$:

$$\sigma_{fpri,3,n-1} = \sigma_{fbi} - \frac{h_{i,1} - r_{g1}}{h_{s,1} + h_{i,1}} \cdot (\sigma_{fbi} - \sigma_{fbs}) \quad (32)$$

$$\sigma_{fpri,4,n-1} = \sigma_{fbi} - \frac{h_{i,1} + r_{g1}}{h_{s,1} + h_{i,1}} \cdot (\sigma_{fbi} - \sigma_{fbs}) \quad (33)$$

Ou em função de $\sigma_{fbs,1,n-1}$:

$$\sigma_{fpri,3,n-1} = \sigma_{fbs} - \frac{h_{s,1} + r_{g1}}{h_{s,1} + h_{i,1}} \cdot (\sigma_{fbi} - \sigma_{fbs}) \quad (34)$$

$$\sigma_{fpri,4,n-1} = \sigma_{fbs} - \frac{h_{s,1} - r_{g1}}{h_{s,1} + h_{i,1}} \cdot (\sigma_{fbi} - \sigma_{fbs}) \quad (35)$$

As tensões devido ao carregamento permanente, para a etapa n , serão dadas por:

$$\sigma_{gpri,3} = \frac{M_{g,n} \cdot y_{pc,3}}{I_{c,1}} \quad (36)$$

$$\sigma_{pri,4} = \frac{M_{g,n} \cdot y_{pc,4}}{I_{c,1}} \quad (37)$$

Finalmente, as tensões iniciais nos prismas na etapa n , serão:

$$\sigma_{ipri,3} = \sigma_{fpri,3,n-1} + \sigma_{gpri,3} \quad (38)$$

$$\sigma_{ipri,4} = \sigma_{fpri,4,n-1} + \sigma_{gpri,4} \quad (39)$$

2.4.2 Quando a Seção for Constituída de Duas Partes

Mesmo após a concretagem da parte da parte 2, durante alguns dias, deve-se considerar como seção resistente ao acréscimo de carga permanente apenas a parte 1, por um intervalo de tempo suficiente para que a contribuição na absorção de tensões deste novo concreto seja aceitável. Essa a idade convencional de cura do concreto foi arbitrada como tendo duração de 3 dias a fim de que a capacidade resistiva da seção como um todo seja assistida pela parte 2. Seria necessário realização de pesquisas experimentais para esclarecimento adequado do fenômeno, o que foge do escopo deste trabalho. Assim sendo, posteriormente à concretagem da segunda parte (capa de concreto) é processada uma etapa em $j = 30$ dias e terminando em $j = 33$ dias.

Em seguida, é processada outra etapa, iniciando aos 33 dias (para o novo concreto, considera-se a idade de 3 dias) e terminando na idade do carregamento seguinte, $j = 45$ ($j = 15$ para o novo concreto). Nesta fase, (Etapa 4), onde não há momento fletor mobilizado, ou seja, sem carregamento, os prismas 6 e 7, concernentes à laje, possuem tensões iniciais nulas e ao final da etapa de duração (15 – 3) dias, já terão tensões oriundas das deformações no tempo.

Os prismas de uma parte ℓ , numa etapa n qualquer, têm as tensões calculadas pela expressão geral:

$$\sigma_{pri,i,n} = \sigma_{fpri,i,n-1} + \sigma_{gpri,i,n} \quad (40)$$

Com $i = 3, 4, 6$ ou 7 , onde:

$\sigma_{fpri,i,n-1}$ é a tensão final da etapa anterior, $n - 1$;

$\sigma_{gpri,i,n}$ é a tensão devida a carga permanente aplicada no início da etapa n .

Para uma etapa na seção homogeneizada composta de ℓ partes, as tensões mobilizadas pela carga permanente adicional se fazem, de modo proporcional ao valor de $\alpha_{c,i}$, da forma como se segue:

$$\sigma_{pri,3,n} = \frac{M_{g,n} \cdot y_{pc3}}{I_{c,2}} \quad (41)$$

$$\sigma_{pri,4,n} = \frac{M_{g,n} \cdot y_{pc4}}{I_{c,2}} \quad (42)$$

$$\sigma_{pri,6,n} = \alpha_{c,6} \cdot \frac{M_{g,n} \cdot y_{pc6}}{I_{c,2}} \quad (43)$$

$$\sigma_{pri,7,n} = \alpha_{c,7} \cdot \frac{M_{g,n} \cdot y_{pc7}}{I_{c,2}} \quad (44)$$

Os esforços adicionais (perdas de tensões) nos prismas de concreto são calculados como:

$$\Delta\sigma_{pri,i,n} = \frac{\Delta N_{c,i}}{A_{cpri,i}} \quad (45)$$

E, portanto, as tensões finais nos prismas de concreto é representando por:

$$\sigma_{fpri,i,n} = \sigma_{pri,i,n} + \Delta\sigma_{pri,i,n} \quad (46)$$

Com essa tensão prossegue-se o cálculo para a etapa seguinte.

2.4.3 Tensões nas Bordas

As tensões iniciais nas bordas em uma etapa n são obtidas através de relações lineares que envolvem as tensões iniciais nos prismas de concreto.

Portanto, as tensões iniciais de uma parte ℓ na borda superior são calculadas pela expressão:

Para a borda superior, tem-se a expressão:

$$\sigma_{cbs,\ell} = \sigma_{pri,2\ell} + \frac{(\sigma_{pri,2\ell-1} - \sigma_{pri,2\ell}) \cdot (h_{s\ell} - r_{g\ell})}{2r_{g\ell}} \quad (47)$$

Para a borda inferior, é dado por:

$$\sigma_{cbi,\ell} = \sigma_{pri,2\ell-1} + \frac{(\sigma_{pri,2\ell-1} - \sigma_{pri,2\ell}) \cdot (h_{i\ell} - r_{g\ell})}{2r_{g\ell}} \quad (48)$$

As perdas de tensões nas bordas serão designadas por:

$\Delta\sigma_{cbs,\ell}$: Perda na borda superior

$\Delta\sigma_{cbi,\ell}$: Perda na borda inferior

Essas perdas são calculadas a partir das perdas nos prismas de concreto, quando se tem uma distribuição de tensões.

A perda de tensão no centro de gravidade de cada parte ℓ , será:

$$\Delta\sigma_{c,eixo,\ell} = (\Delta\sigma_{cpri,2\ell-1} + \Delta\sigma_{cpri,2\ell})/2$$

Assim, a perda de tensão na borda superior:

$$\frac{\Delta\sigma_{cbs,\ell} - \Delta\sigma_{c,eixo,\ell}}{h_{s\ell}} = \frac{(\Delta\sigma_{cpri,2\ell} - \Delta\sigma_{c,eixo,\ell})}{r_{g\ell}}$$

$$\Delta\sigma_{cbs,\ell} = \frac{h_{s\ell}}{r_{g\ell}} \cdot \Delta\sigma_{cpri,2\ell} + \left(1 - \frac{h_{s\ell}}{r_{g\ell}}\right) \Delta\sigma_{c,eixo,\ell} \quad (49)$$

Já para a borda inferior, a perda se dá por:

$$\frac{\Delta\sigma_{c,eixo,\ell} - \Delta\sigma_{cbi,\ell}}{h_{i\ell}} = \frac{(\Delta\sigma_{c,eixo,\ell} - \Delta\sigma_{cpri,2\ell-1})}{r_{g\ell}}$$

$$\Delta\sigma_{cbi,\ell} = \frac{h_{i\ell}}{r_{g\ell}} \cdot \Delta\sigma_{cpri,2\ell-1} + \left(1 - \frac{h_{i\ell}}{r_{g\ell}}\right) \Delta\sigma_{c,eixo,\ell} \quad (50)$$

Portanto, as tensões finais nas bordas serão:

$$\sigma_{cfbs,\ell} = \sigma_{cbs,\ell} + \Delta\sigma_{cbs,\ell} \quad (51)$$

$$\sigma_{cfbi,\ell} = \sigma_{cbi,\ell} + \Delta\sigma_{cbi,\ell} \quad (52)$$

As tensões finais nas bordas em uma etapa n podem, também, serem obtidas a partir das tensões finais nos prismas de concreto:

$$\sigma_{fcb,\ell} = \sigma_{fpri,2\ell} + \frac{(\sigma_{fpri,2\ell-1} - \sigma_{fpri,2\ell}) \cdot (h_{s\ell} - r_{g\ell})}{2r_{g\ell}} \quad (53)$$

$$\sigma_{fcbi,\ell} = \sigma_{fpri,2\ell-1} + \frac{(\sigma_{fpri,2\ell-1} - \sigma_{fpri,2\ell}) \cdot (h_{i\ell} - r_{g\ell})}{2r_{g\ell}} \quad (54)$$

2.5 TENSÕES NO AÇO

A tensão num feixe de prisma será dada pela soma da tensão final na etapa anterior acrescida da influência do momento fletor mobilizado pelo carregamento, obviamente considerando o momento de inercia da seção homogeneizada vigente, da mesma maneira que a excentricidade dos cabos em relação ao centro de gravidade desta seção.

Enquanto existir apenas a parte primária, obtém-se:

$$\sigma_{p,i,n} = \sigma_{pf,i,n-1} + \sigma_{pg,i,n} \quad (55)$$

$$\text{Com } \sigma_{pg,i,n} = \frac{\alpha_p \cdot M_{g,n} \cdot y_{psi}}{I_{c,1}}$$

No caso de seção composta, tem-se:

$$\sigma_{p,i,n} = \sigma_{pf,i,n-1} + \frac{\alpha_p \cdot M_{g,n} \cdot y_{psi}}{I_{c,2}} \quad (56)$$

Onde

$i = 1, 2, 5$ ou 6 ;

$\sigma_{p,i,n}$: tensão iniciais no feixe i na etapa n ;

$\sigma_{pf,i,n-1}$: tensão finais no feixe i na etapa $n - 1$;

$\sigma_{pg,i,n}$: tensões no feixe i devido ao $M_{g,n}$ mobilizado pela carga permanente na etapa n ;

Seja ΔP_i a perda de força num prisma i , portanto a perda de tensão será:

$$\Delta\sigma_{p,i,n} = \frac{\Delta P_i}{A_{p,i}}$$

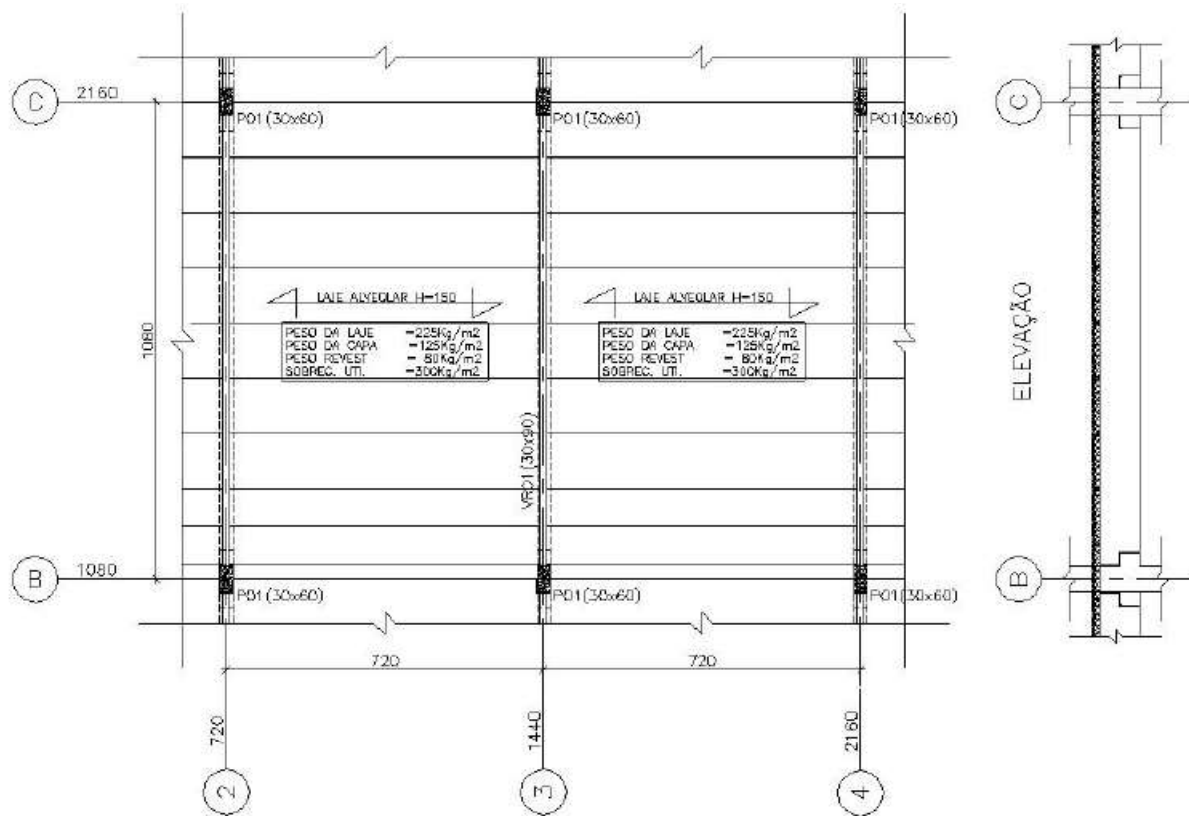
As tensões finais nos prismas, por fim:

$$\sigma_{pf,i,n} = \sigma_{p,i,n} + \Delta\sigma_{p,i,n} \quad (57)$$

3 ESTUDO DE CASO

Para fixar os conceitos apresentados e verificar a aplicabilidade do método dos Prismas Equivalentes, é proposto como exemplo de dimensionamento uma viga de edificação escolar (Figura 13) exposto em uma tese de mestrado por Inforsato (2009), onde fez uso do procedimento simplificado descrito na ABNT NBR 6118. Trata-se de um trecho de projeto real resolvido e descrito analiticamente com o intuito de que se tenha um possível procedimento ou roteiro de cálculo do método em estudo.

Figura 13: Planta do pavimento e elevação da viga VR01



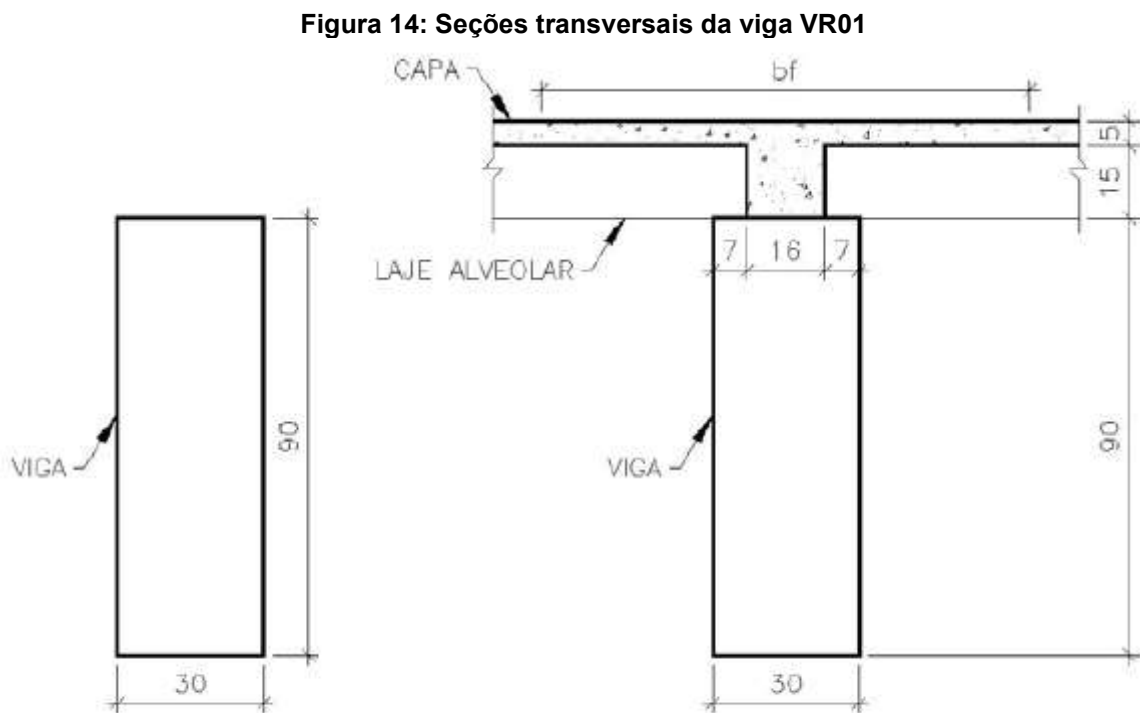
Fonte: Adaptado de Inforsato (2009)

Alguns dados pertinentes:

- aço CP-190 RB 12,7;
- concreto pré-moldado $f_{ck} = 40MPa$;
- concreto moldado no local $f_{ck} = 30MPa$;
- classe de agressividade ambiental CAA II;
- protensão limitada;

- f) $g_1 = 25 \frac{kN}{m^3}$ peso próprio;
- g) $g_2 = 2,25 \frac{kN}{m^2}$ laje alveolar ($h = 15cm$);
- h) $g_3 = 25 \frac{kN}{m^3}$ capa ($h = 5cm$);
- i) $g_4 = 18 \frac{kN}{m^3}$ alvenaria ($h = 2,20m$; $largura = 15cm$);
- j) $g_5 = 0,8 \frac{kN}{m^2}$ revestimento;
- k) $q = 3,0 \frac{kN}{m^2}$ acidental;
- l) concreto pré-moldado: CPV ARI;
- m) concreto moldado no local: CP II.

A Figura 14 mostra as duas seções transversais da viga VR01. A primeira constitui-se no elemento pré-moldado e a segunda a seção composta devido a aplicação da capa de concreto.



Fonte: Adaptado de Inforsato (2009)

Na Tabela 1 é apresentada a sequência dos intervalos entre as fases de carregamento para o tempo em dias.

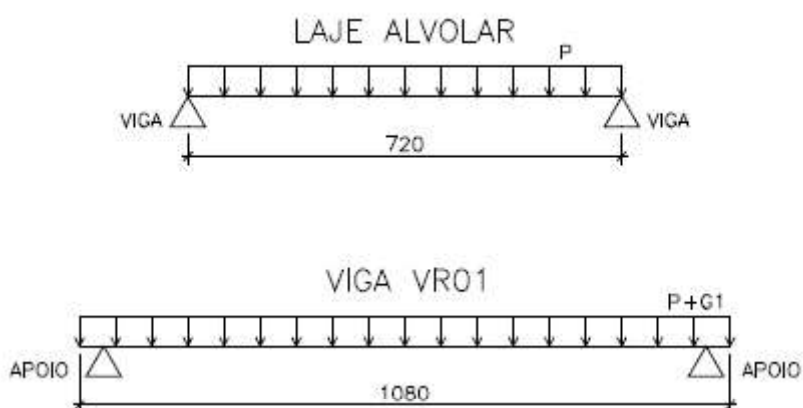
Etapa	Tempo (dias)	Ações
1	3	p+g1
2	15	p+g1+g2
3	30	p+g1+g2+g3
4	33	p+g1+g2+g3
5	45	p+g1+g2+g3+g4
6	60	p+g1+g2+g3+g4+g5
7	75	p+g1+g2+g3+g4+g5+q

Fonte: Autor (2017)

3.1 CARREGAMENTOS

É preciso determinar as ações que atuam na viga VR01. Por simplificação, a continuidade entre a viga e a laje foi desconsiderada. Os esquemas estáticos estruturais tanto da laje alveolar quanto da viga encontram-se na Figura 15.

Figura 15: Esquema estático laje e viga



Fonte: Autor (2017)

Para se determinar o comprimento efetivo da viga ℓ_{ef} é necessário levar em conta o dimensionamento de consolos, o que não faz parte do foco deste trabalho. Assim, segundo Inforsato (2009), com a consideração da inclinação da biela de compressão esteja em torno de 45° , tem-se para $\ell_{ef} = 9,75m$.

A Figura 16 apresenta os diversos valores de momento máximo para o meio do vão, considerando a viga bi apoiada.

Figura 16: Momentos máximos

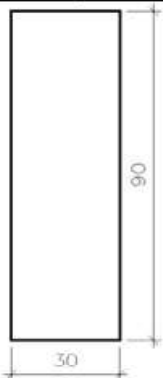
Descrição	Intensidade (kN/m)	Vão (m)	Momento Máximo (kN/m)
g1	6,75	9,75	80,21
g2	16,2	9,75	192,5
g3	9	9,75	106,95
g4	5,94	9,75	70,58
g5	5,76	9,75	68,45
q	21,6	9,75	256,67

Fonte: Autor (2017)

3.2 CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DA SEÇÃO

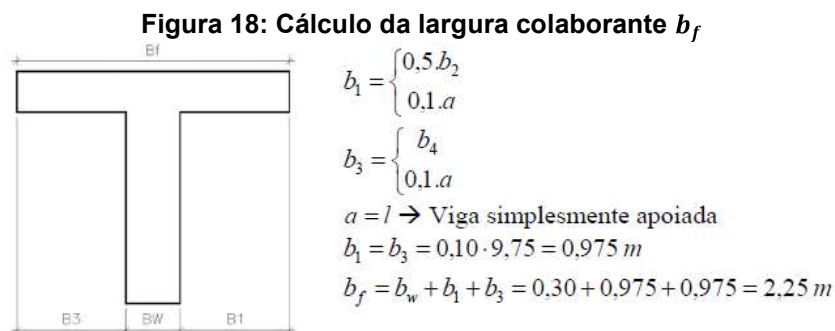
A Figura 17 mostra as características da seção geométrica da peça pré-moldada.

Figura 17: Características geométricas da seção pré-moldada

Seção	Área (m ²)	= 0,30 · 0,90 = 0,27
	y_{cg} (m)	$= \frac{h}{2} = \frac{0,90}{2} = 0,45$
	I (m ⁴)	$= \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{0,30 \cdot 0,90^3}{12} = 1,82 \cdot 10^{-2}$
	$W_i = W_s$ (m ³)	$= \frac{I}{y_{cg}} = \frac{b \cdot h^3}{12 \cdot \frac{h}{2}} = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{0,30 \cdot 0,90^2}{6} = 4,05 \cdot 10^{-2}$

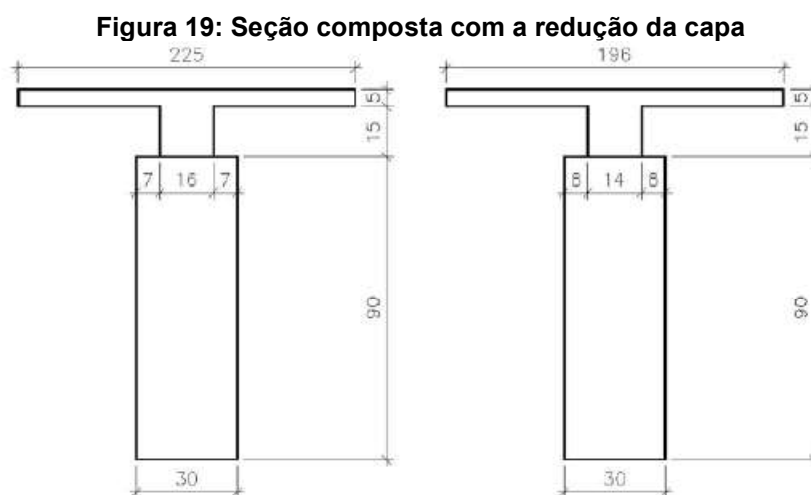
Fonte: Adaptado de Inforsato (2009)

Para a seção composta, deve-se calcular a largura colaborante b_f (Figura 18) que contribua na flexão.



Fonte: Adaptado de Inforsato (2009)

Para atender às exigências relativas à fissuração e combinações de ações em serviço a utilizar no caso de protensão limitada, leva-se em conta os diferentes valores de resistência de concreto entre a capa e pré-moldado. Para isso, há a consideração de uma redução da capa de concreto pelo fator $\alpha_c = \frac{E_{ck28,2}}{E_{ck28,1}}$, como é mostrado na Figura 19. O apoio para cada lado da laje alveolar também deve ser reduzido.



Fonte: Adaptado de Inforsato (2009)

Esses valores correspondentes à $E_{ckj,2}$ aos 28 dias são utilizados nos ELS-D e ELS-F para o pré-dimensionamento. Para o cálculo das perdas progressivas é considerada a variação desses valores de acordo com a evolução da resistência do concreto na metodologia adotada para o Método dos Prismas Equivalentes.

As características geométricas da seção são apresentadas na Figura 20.

Figura 20: Características geométricas da seção composta

	Seção	Área (m ²)	$= 0,30 \cdot 0,90 + 0,14 \cdot 0,15 + 1,96 \cdot 0,05 = 0,389$
	y_{cg} (m)		$= \frac{\sum A_i y_{cg,i}}{\sum A_i} = \frac{0,30 \cdot 0,90 \cdot 0,45 + 0,14 \cdot 0,15 \cdot 0,975 + 1,96 \cdot 0,05 \cdot 1,075}{0,30 \cdot 0,90 + 0,14 \cdot 0,15 + 1,96 \cdot 0,05}$ $= \frac{\sum A_i y_{cg,i}}{\sum A_i} = 0,636$
	I_{comp} (m ⁴)		$I_1 = \frac{0,30 \cdot 0,90^3}{12} + (0,636 - 0,45)^2 \cdot 0,30 \cdot 0,90 = 2,76 \cdot 10^{-2}$ $I_2 = \frac{0,14 \cdot 0,15^3}{12} + (0,636 - 0,975)^2 \cdot 0,14 \cdot 0,15 = 2,45 \cdot 10^{-3}$ $I_3 = \frac{1,96 \cdot 0,05^3}{12} + (0,636 - 1,075)^2 \cdot 1,96 \cdot 0,05 = 1,89 \cdot 10^{-2}$ $I_T = I_1 + I_2 + I_3 = 4,89 \cdot 10^{-2}$
	$y_i = y_{cg}$ (m)		$= 0,636$
	y_s (m)		$= h - y_i = 1,10 - 0,636 = 0,464$
	$W_{i,comp}$ (m ³)		$= \frac{I}{y_i} = \frac{4,89 \cdot 10^{-2}}{0,636} = 7,69 \cdot 10^{-2}$
	$W_{s,comp}$ (m ³)		$= \frac{I}{y_s} = \frac{4,89 \cdot 10^{-2}}{0,464} = 1,05 \cdot 10^{-1}$

Fonte: Adaptado de Inforsato (2009)

3.3 TENSÕES INICIAIS NAS CORDOALHAS

A tensão σ_{pi} de protensão na saída do aparelho de tração deve respeitar os limites $0,77f_{ptk}$ e $0,85f_{pyk}$ (ABNT, 2014).

Considera-se assim o menor valor:

$$\sigma_{pi} = 145,3 \text{ kN/cm}^2.$$

3.4 ESTIMATIVA DO NÚMERO DE CABOS NO TEMPO INFINITO

Considera-se aqui a condição de verificação em serviço para pré-dimensionamento da área de aço A_p .

Adota-se uma perda da ordem de 30% no tempo infinito para a condição de verificação em serviço.

$$\sigma_{p\infty} = 0,7 \cdot \sigma_{pi} = 101,71 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Para o estado limite de formação de fissura (ELS-F) deve-se respeitar a combinação frequente de ações:

$$-\frac{N_p}{A_c} - \frac{N_p \cdot e_c}{W_i} + \frac{M_{g1} + M_{g2} + M_{g3}}{W_i} + \frac{M_{g4} + M_{g5} + \psi_1 \cdot M_q}{W_{i,comp}} \leq f_{ctk,inf} \quad (4.1)$$

Onde $N_p = \sigma_{p\infty} \cdot A_p$

Assim, $A_p \geq 7,948 \text{ cm}^2$.

Para o estado limite de descompressão (ELS-d) deve-se respeitar a combinação quase permanente de ações:

$$-\frac{N_p}{A_c} - \frac{N_p \cdot e_c}{W_i} + \frac{M_{g1} + M_{g2} + M_{g3}}{W_i} + \frac{M_{g4} + M_{g5} + \psi_2 \cdot M_q}{W_{i,comp}} \leq 0 \quad (4.2)$$

Assim, $A_p \geq 9,273 \text{ cm}^2$

Portanto, adota-se 10 cordoalhas com ϕ de 12,7 mm em duas camadas.

3.5 ESTIMATIVA DO NÚMERO DE CABOS NO TEMPO ZERO

A solução proposta para atender à segurança em relação ao estado-limite último no ato da protensão é a verificação simplificada de tensão, segundo a ABNT NBR 6118:2014, já supondo a adoção de cordoalhas na fibra superior.

A perda inicial por escorregamento dos fios é dada por $\Delta\sigma_{anc} = \frac{\Delta\ell \cdot E_p}{\ell}$.

Considerando pista de protensão de comprimento $\ell = 100\text{m}$ e uma acomodação da cunha de $\Delta\ell = 0,6 \text{ cm}$, tem-se $\Delta\sigma_{anc} = 1,2 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$.

Para o cálculo da perda por relaxação inicial do aço deve-se descontar a perda ocorrida pela ancoragem da armadura.

Procede-se então para o cálculo da relação $R = \frac{\sigma_{pi}}{f_{ptk}}$ para interpolação dos valores da Tabela 8.4 da ABNT NBR 6118, encontrando-se o valor de ψ_{1000} .

Portanto, descontando-se a perda ocorrida pela ancoragem da armadura, tem-se para $t = 3$ dias.

$$\Delta\sigma_{pr} = \psi_{1000} \cdot \left(\frac{t - t_0}{41,67}\right)^{0,15} \cdot \sigma_{pi} \quad \therefore \quad \Delta\sigma_{pr} = 3,01 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

É calculado, por fim, a armadura A'_p para controle de fissuração das fibras posteriores com $\sigma_{pa} = 141,089 \frac{kN}{cm^2}$

$$-\frac{\sigma_{pa} \cdot A_p}{A_c} + \frac{\sigma_{pa} \cdot A_p \cdot e_p}{W_s} - \frac{\sigma_{pa} \cdot A'_p}{A_c} - \frac{\sigma_{pa} \cdot A'_p \cdot e'_p}{W_s} - \frac{M_{g1}}{W_s} \leq 1,2 f_{ct,m} \quad (4.5)$$

Portanto, $A_p \geq 1,54 cm^2$, adotando-se 2 cordoalhas com ϕ de 12,7 mm.

3.6 CABO REPRESENTANTE

Como se tem uma estimativa de 10 cordoalhas na fibra inferior, serão dispostos 5 cabos na primeira camada a 4,5 cm da borda inferior da viga e a segunda camada a 8 cm

$$y_{cg,rep} = \frac{5 \cdot 4,5 + 5 \cdot 8}{10} = 6,25 \text{ cm}$$

Para a fibra superior, serão colocadas 2 cordoalhas a 4,5 cm da borda superior da seção.

3.7 PERDAS INICIAIS DE PROTENSÃO

As perdas por deformação da ancoragem e relaxação inicial do aço já foram apresentadas na Seção 3.5.

Para a perda por encurtamento imediato do concreto, deve-se considerar a deformação da seção homogeneizada. Pelas Equações (21), **Erro! Fonte de referência não encontrada.** e **Erro! Fonte de referência não encontrada.**:

$$A_{c,1} = 0,277 \text{ m}^2$$

$$y_{cgs,1} = 0,4435 \text{ m}$$

$$I_{c,1} = 0,01926 \text{ m}^4$$

Considerando-se:

$$N_p = \sigma_{pi,inf} \cdot A_p + \sigma_{pi,sup} \cdot A'_p$$

$$M_{pa} = \sigma_{pi,sup} \cdot A'_p \cdot e'_p - \sigma_{pi,inf} \cdot A_p \cdot e_p$$

$$e_p = y_{cgs,1} - y_{cg,rep}$$

$$e'_p = y_{cgs,1} - d_{p1}$$

Portanto, a tensão final considerando as perdas iniciais será dado por:

$$\sigma_{p0,inf} = \sigma_{pi} - \Delta\sigma_{anc} - \Delta\sigma_{pr} + \alpha_p \cdot \Delta\sigma_{c,pa+g,inf}$$

$$\sigma_{p0,sup} = \sigma_{pi} - \Delta\sigma_{anc} - \Delta\sigma_{pr} + \alpha_p \cdot \Delta\sigma_{c,pa+g,sup}$$

Onde:

$$\Delta\sigma_{c,pa+g,inf} = -\frac{N_p}{A_{c,1}} + \frac{(M_{g1} - M_p)}{I_{c,1}} e_p$$

$$\Delta\sigma_{c,pa+g,sup} = -\frac{N_p}{A_{c,1}} + \frac{(M_p - M_{g1})}{I_{c,1}} e'_p$$

Assim, $\sigma_{p0,inf} = 132,299 \frac{kN}{cm^2}$ e $\sigma_{p0,sup} = 141,882 \frac{kN}{cm^2}$

A Tabela 2 mostra os resultados na consideração da deformação elástica do concreto.

Tabela 2: Deformação elástica do concreto

α_p	$A_{c,1}$	$y_{cgs,1}$	$I_{c,1}$	N_p	M_{pa}	$\Delta\sigma_{c,pa+g,inf}$	$\Delta\sigma_{c,pa+g,sup}$	$\sigma_{p0,inf}$	$\sigma_{p0,sup}$
6,9352	0,277	0,44354	0,0193	1671,1	416	-12675,7	1141,9764	132,299	141,882

Fonte: Autor(2017)

3.8 CÁLCULO DAS DEFORMAÇÕES DE FLUÊNCIA E RETRAÇÃO DO CONCRETO

Os cálculos do coeficiente de fluência e retração foram feitos conforme prescritos na norma ABNT NBR 6118:2014 (Anexo A). O roteiro com cálculos detalhados dos coeficientes de fluência e retração para as Etapas I e IV serão

A Tabela 4 apresenta dados necessários para o cálculo da fluência e retração.

Tabela 3: Dados para cálculo da fluência e retração

Seção	Área	U	T	Slump	s
1	2700	70	20	-	0,2
2	1365			9	0,25

Fonte: Autor (2017)

Tabela 4: Dados para cálculo da fluência e retração

Y	U _{ar}		h fict	α
	seção simples	seção composta		
1,45	240	210,00	32,61	3
	-	490	8,07	2

Fonte: Autor(2017)

Onde :

- U : umidade relativa;
- T : temperatura em °C;
- s : coeficiente usado em β_1 para ajuste de $f_{ck,j}$;
- μ_{ar} : perímetro externo da seção transversal em contato com o ar;
- h_{fic} : espessura fictícia;
- α : coeficiente dependente da velocidade de endurecimento do concreto.

A Tabela 5 Tabela 6 apresentam um resumo do cálculo de vários coeficientes necessário para obtenção da retração nos prismas de concreto em todas as etapas de carregamento.

Tabela 5: Planilha de cálculo para retração

Etapa	Parte	t ₀	t	ε _{1s}	ε _{2s}	ε _{cs ∞}	t ₀ fict	t, fict	β _s (t ₀)	β _s (t)	ε _{cs} (t,t ₀)
1	1	3	15	-0,0005	0,828	-0,0004	3	15	0,02	0,08356	-3E-05
2	1	15	30	-0,0005	0,828	-0,0004	15	30	0,08	0,13363	-2E-05
3	1	30	33	-0,0005	0,828	-0,0004	30	33	0,13	0,14185	-3E-06
4	1	33	45	-0,0005	0,811	-0,0004	33	45	0,12	0,14638	-1E-05
	2	3	15	-0,0005	1,0916	-0,0005	3	15	0,14	0,32451	-1E-04
5	1	45	60	-0,0005	0,811	-0,0004	45	60	0,15	0,17412	-1E-05
	2	15	30	-0,0005	1,0916	-0,0005	15	30	0,32	0,43021	-6E-05
6	1	60	75	-0,0005	0,811	-0,0004	60	75	0,17	0,19853	-1E-05
	2	30	45	-0,0005	1,0916	-0,0005	30	45	0,43	0,50193	-4E-05
7	1	75	10000	-0,0005	0,811	-0,0004	75	10000	0,2	1,00235	-3E-04
	2	45	10000	-0,0005	1,0916	-0,0005	45	10000	0,5	0,99822	-3E-04

Fonte: Autor(2017)

Tabela 6: Planilha para cálculo dos coeficientes de $\beta_s (t)$

Etapa	A	B	C	D	E
1	40	40,976	37,917	214,55	51,326
2	40	40,976	37,917	214,55	51,326
3	40	40,976	37,917	214,55	51,326
4	40	44,027	37,55	255,42	68,674
5	40	11,187	39,991	37,026	1,4978
6	40	44,027	37,55	255,42	68,674
7	40	11,187	39,991	37,026	1,4978

Fonte: Autor(2017)

Na Tabela 4.6 também é apresentado um resumo para as etapas de carregamento envolvendo os cálculos do coeficiente de fluência, da mesma forma que para a retração.

Tabela 7: Planilha de cálculo para a fluência do concreto

Etapa	Partes	t ₀ , fict	t, fict	φ_a	φ_{1c}	φ_{2c}	$\varphi_f \infty$	φ_d	$\beta_d (t-t_0)$	$\beta_f (t_0)$	$\beta_f (t)$	$\varphi (t, t_0)$
1	1	9	45	0,2293	2	1,418	2,8363	0,4	0,528	0,213	0,409	0,997412
2	1	45	90	0,0615	2	1,418	2,8363	0,4	0,565	0,409	0,498	0,539023
3	1	90	99	0,0072	2	1,418	2,8363	0,4	0,367	0,498	0,51	0,188561
4	1	99	135	0,0209	2	1,384	2,7683	0,4	0,528	0,496	0,535	0,339025
5	2	6	30	0,2755	2	1,784	3,5672	0,4	0,468	0,193	0,431	1,31203
6	1	135	180	0,0167	2	1,384	2,7683	0,4	0,565	0,535	0,572	0,345224
7	2	30	56	0,07	2	1,784	3,5672	0,4	0,479	0,431	0,534	0,627841
8	1	180	225	0,0115	2	1,384	2,7683	0,4	0,565	0,572	0,602	0,319832
9	2	56	90	0,0411	2	1,784	3,5672	0,4	0,519	0,534	0,609	0,516208
10	1	225	30000	0,0845	2	1,384	2,7683	0,4	0,998	0,602	0,99	1,560088
11	2	90	20000	0,1344	2	1,784	3,5672	0,4	0,997	0,609	0,994	1,910018

Fonte: Autor(2017)

Tabela 8: Planilha de cálculo dos coeficientes de $\beta_f (t)$

ETAPA	A	B	C	D
1	269	732,8	532,9	10325
2	269	732,8	532,9	10325
3	269	732,8	532,9	10325
4	285,7	797	580,7	11062
5	158,2	218,6	271	4580,8
6	285,7	797	580,7	11062
7	158,2	218,6	271	4580,8

Fonte: Autor(2017)

3.9 COEFICIENTES DE RELAXAÇÃO E FLUÊNCIA DO AÇO

Para a coeficiente de fluência equivalente do aço, a Tabela 9 traz um resumo dos cálculos para toda a sequência de carregamento.

Tabela 9: Planilha de cálculo da relaxação e fluência do aço

Etapa	t ₀	t	f _{ptk}	$\sigma_{p0,inf}$	$\sigma_{p0,sup}$	$\frac{\sigma_{p0,inf}}{f_{ptk}}$	$\frac{\sigma_{p0,sup}}{f_{ptk}}$	$\psi_{1000, inf}$	$\psi_{1000, sup}$	$\psi(t,t_0), inf$	$\psi(t,t_0), sup$	$\chi(t,t_0), inf$	$\chi(t,t_0), sup$
1	2	15	190	133,45	140,69	0,70	0,74	2,528	2,905	0,000	2,439	0,000	0,025
				133,35		0,70		2,522		0,000		0,000	
2	15	30	190	129,19	130,71	0,68	0,69	2,259	2,355	1,938	2,021	0,020	0,020
				131,38		0,69		2,398		2,057		0,021	
3	30	33	190	126,09	124,78	0,66	0,66	2,063	1,981	1,391	1,335	0,014	0,013
				127,97		0,67		2,182		1,471		0,015	
4	33	45	190	123,78	122,55	0,65	0,64	1,918	1,840	1,591	1,527	0,016	0,015
				125,54		0,66		2,029		1,683		0,017	
5	45	60	190	121,14	119,29	0,64	0,63	1,751	1,634	1,502	1,402	0,015	0,014
				122,72		0,65		1,851		1,588		0,016	
6	60	75	190	118,72	116,33	0,62	0,61	1,598	1,447	1,371	1,242	0,014	0,012
				120,15		0,63		1,688		1,448		0,015	
7	75	10000	190	117,26	113,54	0,62	0,60	1,506	1,271	3,422	0,000	0,035	0,000
				118,51		0,62		1,585		3,602		0,037	

Fonte: Autor(2017)

3.10 APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS PRISMAS EQUIVALENTES

Por considerar as Etapas I e IV mais críticas, passível de maiores confusões quanto à aplicação de conceitos da metodologia aqui exposta, serão apresentados de forma mais completa nos Apêndices A e B a sistematização do método dos prismas equivalentes.

Dito isto, e de posse dos dados necessários, parte-se para a montagem dos prismas. Dessa maneira, é obtido os coeficientes da reta de deformação e os esforços adicionais em cada prisma, bem como os esforços finais.

3.10.1 Etapa 1

A Tabela 10 apresenta os cálculos para a etapa 1.

Tabela 10: Planilha de cálculo para a etapa 1

Prisma	A_i	$q_i = 1 + k \cdot \varphi_i$	σ_{0i}	ε_{csi}	E_i	$\frac{E_i \cdot A_i}{q_i}$	$\frac{\sigma_{0i} \cdot A_i \cdot \varphi_i}{q_i}$
1	4,935	1,021161	133,4504226	0	20000	96654,72151	13,647164
2	4,935	1,021116	133,3493349	0	20000	96658,98904	13,6083727
5	1,974	1,024396	140,6928793	0	20000	38539,78079	6,6141074
3	1350	1,817878	-0,969493155	-2,54131E-05	2883,8211	2141595,43	-718,10567
4	1350	1,817878	-0,155085317	-2,54131E-05	2883,8211	2141595,43	-114,872029
Σ						4515044,351	-799,108055

Tabela 10: Planilha de cálculo para a etapa 1

Prisma	$\frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i}{q_i}$	$\frac{\sigma_{0i} \cdot A_i \cdot \varphi_i}{q_i} \cdot z_i$	$\frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i$	$\frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i^2$	a	b	X_i	σ_i
1	0	53478,602	0	1,48422E+12	-0,000201096	-4,231E-08	-33,2442882	126,7139913
2	0	48563,662	0	1,23098E+12	-0,000201096	-4,231E-08	-33,1920484	126,6234892
5	0	-27655,829	0	6,73814E+11	-0,000201096	-4,231E-08	-14,296119	133,450671
3	-54,42451	-1770097,5	-134153,93	1,30123E+13	-0,000201096	-4,231E-08	339,6305206	-0,71791499
4	-54,42451	313328,76	148450,11	1,59334E+13	-0,000201096	-4,231E-08	-258,898065	-0,34686166
Σ	-108,849	-1382382,3	14296,179	3,23348E+13				

Fonte: Autor (2017)

3.10.2 Etapa 2

A Tabela 11 apresenta os cálculos para a etapa 2.

Tabela 11: Planilha de cálculo para a etapa 2

Prisma	A_i	$q_i = 1 + k \cdot \varphi_i$	σ_{0i}	ε_{csi}	E_i	$\frac{E_i \cdot A_i}{q_i}$	$\frac{\sigma_{0i} \cdot A_i \cdot \varphi_i}{q_i}$
1	4,935	1,01820662	126,714347	0	20000	96935,1388	11,18166143
2	4,935	1,01934698	128,7798139	0	20000	96826,6963	12,06218539
5	1,974	1,02058768	131,0243672	0	20000	38683,5944	5,217426911
3	1350	1,44199914	-0,46120577	-2,06328E-05	3414,3776	3196541,27	-232,7400238
4	1350	1,44199914	-0,61432987	-2,06328E-05	3414,3776	3196541,27	-310,0116202
Σ						6625527,96	-514,2903703

Tabela 11: Planilha de cálculo para a etapa 2

Prisma	$\frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i}{q_i}$	$\frac{\sigma_{0i} \cdot A_i \cdot \varphi_i}{q_i} \cdot z_i$	$\frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i$	$\frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i^2$	<i>a</i>	<i>b</i>	X_i	σ_i
1	0	44281,3211	0	1,52023E+12	-9,75E-05	7,02821E-09	-20,6089	122,5383
2	0	43546,5841	0	1,26198E+12	-9,75E-05	7,02821E-09	-21,4813	124,427
5	0	-21599,241	0	6,62966E+11	-9,75E-05	7,02821E-09	-9,00155	126,4643
3	-65,9535	-583355,26	-165310,3	2,00819E+13	-9,75E-05	7,02821E-09	-12,5067	-0,47047
4	-65,9535	832728,41	177158,97	2,30638E+13	-9,75E-05	7,02821E-09	63,59834	-0,56722
Σ	-131,907	315601,81	11848,719	4,65909E+13				

Fonte: Autor (2017)

3.10.3 Etapa 3

A Tabela 12 apresenta os cálculos para a etapa 3.

Tabela 12: Planilha de cálculo para a etapa 3

Prisma	A_i	$q_i = 1 + k \cdot \varphi_i$	σ_{0i}	ε_{csi}	E_i	$\frac{E_i \cdot A_i}{q_i}$	$\frac{\sigma_{0i} \cdot A_i \cdot \varphi_i}{q_i}$
1	4,935	1,01301913	123,807	0	20000	97431,53	7,85229671
2	4,935	1,013785944	125,5847	0	20000	97357,83	8,42779601
5	1,974	1,013604085	125,1632	0	20000	38950,12	3,31607849
3	1350	1,154619618	-0,32747	-3E-06	3541,751	4141073	-72,196078
4	1350	1,154619618	-0,71596	-3E-06	3541,751	4141073	-157,84544
Σ						8515885	-210,44534

Tabela 12: Planilha de cálculo para a etapa 3

Prisma	$\frac{\sigma_{0i} \cdot A_i \cdot \varphi_i}{q_i} \cdot z_i$	$\frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i$	$\frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i^2$	<i>a</i>	<i>b</i>	X_i	σ_i
1	31251,25412	0	1,54327E+12	-2,80032E-05	4,86E-09	-10,5618	121,6668
2	30591,94773	0	1,28279E+12	-2,80032E-05	4,86E-09	-11,1369	123,3279
5	-13662,6179	0	6,61191E+11	-2,80032E-05	4,86E-09	-4,41461	122,9268
3	-182380,34	-35400,1692	2,64266E+13	-2,80032E-05	4,86E-09	-29,2451	-0,34913
4	420880,1123	37365,19861	2,94419E+13	-2,80032E-05	4,86E-09	55,35853	-0,67495
Σ	286680,3558	1965,0294	5,93558E+13				

Fonte: Autor (2017)

3.10.4 Etapa 4

A Tabela 13 apresenta os cálculos para a etapa 4.

Tabela 12: Planilha de cálculo para a etapa 4

Prisma	A_i	$q_i = 1 + k \cdot \varphi_i$	σ_{0i}	ε_{csi}	E_i	$\frac{E_i \cdot A_i}{q_i}$	$\frac{\sigma_{0i} \cdot A_i \cdot \varphi_i}{q_i}$
1	4,935	1,014913742	121,6668231	0	20000	97249,6439	8,823011
2	4,935	1,015797637	123,327941	0	20000	97165,0223	9,465282
5	1,974	1,015584126	122,9268214	0	20000	38874,1799	3,723577
3	1350	1,278000829	-0,349130437	-1,04659E-05	3541,751	3741283,82	-125,032
4	1350	1,278000829	-0,674949874	-1,04659E-05	3541,751	3741283,82	-241,717
6	457,1631	1,919330992	0	-5,44352E-05	2372,392	565077,216	0
7	457,1631	1,919330992	0	-5,44352E-05	2372,392	565077,216	0
Σ						8846010,92	-344,737

Tabela 12: Planilha de cálculo para a etapa 4

Prisma	$\frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i}{q_i}$	$\frac{\sigma_{0i} \cdot A_i \cdot \varphi_i}{q_i} \cdot z_i$	$\frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i$	$\frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i^2$	a	b	X_i	σ_i
1	0	41985,7198	0	2,2022E+12	-5,47782E-05	4,2515E-09	-14,1305	118,8035
2	0	41729,2226	0	1,8885E+12	-5,47782E-05	4,2515E-09	-14,7696	120,3351
5	0	-12441,7321	0	4,3401E+11	-5,47782E-05	4,2515E-09	-5,85856	119,959
3	-39,1557671	-413226,464	-129408,0461	4,0865E+13	-5,47782E-05	4,2515E-09	-40,2271	-0,37893
4	-39,1557671	456271,988	73911,6932	1,3331E+13	-5,47782E-05	4,2515E-09	75,63116	-0,61893
6	-30,76011491	0	151458,8939	1,37E+13	-5,47782E-05	4,2515E-09	-0,31211	-0,00068
7	-30,76011491	0	178628,7933	1,9056E+13	-5,47782E-05	4,2515E-09	-0,33333	-0,00073
Σ	-139,831764	114318,734	274591,3343	9,1477E+13				

Fonte: Autor (2017)

3.10.5 Etapa 5

A Tabela 14 apresenta os cálculos para a etapa 5.

Tabela 14: Planilha de cálculo para a etapa 5

Prisma	A_i	$q_i = 1 + k \cdot \varphi_i$	σ_{0i}	ε_{csi}	E_i	$\frac{E_i \cdot A_i}{q_i}$	$\frac{\sigma_{0i} \cdot A_i \cdot \varphi_i}{q_i}$
1	4,935	1,0141227	119,298	0	20000	97325,5	8,19874287
2	4,935	1,0149483	120,7996	0	20000	97246,34	8,78009583
5	1,974	1,0143766	119,7599	0	20000	38920,46	3,35053564
3	1350	1,283084	-0,3172	-1,1E-05	3541,751	3726462	-115,21709
4	1350	1,283084	-0,63137	-1,1E-05	3541,751	3726462	-229,33169
6	564,6121	1,4577699	-0,04685	-3,7E-05	2929,986	1134819	-10,130739
7	564,6121	1,4577699	-0,05734	-3,7E-05	2929,986	1134819	-12,397506
Σ						9956055	-346,74765

Tabela 14: Planilha de cálculo para a etapa 5

Prisma	$\frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i}{q_i}$	$\frac{\sigma_{oi} \cdot A_i \cdot \varphi_i \cdot z_i}{q_i}$	$\frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i \cdot z_i}{q_i}$	$\frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i^2$	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>X_i</i>	<i>σ_i</i>
1	0	44066,64615	0	2,81159E+12	-5,161E-05	2,6039E-09	-13,2085	116,6215
2	0	44118,27152	0	2,45534E+12	-5,161E-05	2,6039E-09	-13,7867	118,006
5	0	-9130,862157	0	2,8905E+11	-5,161E-05	2,6039E-09	-5,36216	117,0435
3	-41,71970584	-451777,6184	-163587,0925	5,72944E+13	-5,161E-05	2,6039E-09	-35,0224	-0,34315
4	-41,71970584	291592,5815	53046,12262	6,02451E+12	-5,161E-05	2,6039E-09	78,5884	-0,57316
6	-41,84511854	43640,47828	180257,4255	2,10583E+13	-5,161E-05	2,6039E-09	-6,72463	-0,05876
7	-41,84511854	64355,60543	217218,5247	3,05795E+13	-5,161E-05	2,6039E-09	-4,48396	-0,06528
Σ	-167,1296488	26865,10234	286934,9803	1,20513E+14				

Fonte: Autor (2017)

3.10.6 Etapa 6

A Tabela 15 apresenta os cálculos para a etapa 6.

Tabela 15: Planilha de cálculo para a etapa 6

Prisma	<i>A_i</i>	<i>q_i = 1 + k · φ_i</i>	<i>σ_{oi}</i>	<i>ε_{csi}</i>	<i>E_i</i>	$\frac{E_i \cdot A_i}{q_i}$	$\frac{\sigma_{oi} \cdot A_i \cdot \varphi_i}{q_i}$
1	4,935	1,012910145	117,0902	0	20000	97442,00956	7,3649171
2	4,935	1,013654904	118,4466	0	20000	97370,41632	7,874231
5	1,974	1,01278464	116,8615	0	20000	38981,63385	2,9119913
3	1350	1,262262137	-0,28363	-9,9E-06	3541,75	3787932,541	-97,01868
4	1350	1,262262137	-0,58418	-9,9E-06	3541,75	3787932,541	-199,8277
6	591,062	1,385525182	-0,10404	-2,6E-05	3067,25	1308481,294	-20,86635
7	591,062	1,385525182	-0,12094	-2,6E-05	3067,25	1308481,294	-24,25741
Σ						10426621,73	-323,819

Tabela 15: Planilha de cálculo para a etapa 6

Prisma	$\frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i}{q_i}$	$\frac{\sigma_{oi} \cdot A_i \cdot \varphi_i \cdot z_i}{q_i}$	$\frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i \cdot z_i}{q_i}$	$\frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i^2$	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>X_i</i>	<i>σ_i</i>
1	0	40634,36774	0	2,96618E+12	-4,47152E-05	2,45388E-09	-11,7088616	114,717575
2	0	40688,41838	0	2,59987E+12	-4,47152E-05	2,45388E-09	-12,2158202	115,971222
5	0	-7520,835118	0	2,60023E+11	-4,47152E-05	2,45388E-09	-4,65753257	114,50208
3	-37,32448708	-394243,33	-151671,0969	6,2549E+13	-4,47152E-05	2,45388E-09	-34,6571993	-0,30930021
4	-37,32448708	225606,578	42139,56099	4,8283E+12	-4,47152E-05	2,45388E-09	67,669118	-0,53405871
6	-33,88016438	86913,49983	141119,2268	2,27012E+13	-4,47152E-05	2,45388E-09	-3,89619873	-0,11062909
7	-33,88016438	122464,2407	171045,0141	3,33501E+13	-4,47152E-05	2,45388E-09	-0,53350564	-0,12184726
Σ	-142,4093029	114542,9395	202632,7049	1,29255E+14				

Fonte: Autor (2017)

3.10.7 Etapa 7

A Tabela 16 apresenta os cálculos para a etapa 7.

Tabela 16: Planilha de cálculo para a etapa 7

Prisma	A_i	$q_i = 1 + k \cdot \varphi_i$	σ_{0i}	ε_{csi}	E_i	$\frac{E_i \cdot A_i}{q_i}$	$\frac{\sigma_{0i} \cdot A_i \cdot \varphi_i}{q_i}$
1	4,935	1,03209326	115,420572	0	20000	95630,8931	17,7119035
2	4,935	1,0338905	116,632049	0	20000	95464,6551	18,8672451
5	1,974	1,03032709	114,227919	0	20000	38317,9288	6,63704873
3	1350	2,27927234	-0,2200309	-0,0003244	3541,75098	2097758,89	-203,31546
4	1350	2,27927234	-0,550599	-0,0003244	3541,75098	2097758,89	-508,77075
6	591,062338	2,57792673	-0,1785341	-0,00032	3067,24632	703252,642	-78,769268
7	591,062338	2,57792673	-0,2053396	-0,00032	3067,24632	703252,642	-90,595863
Σ						5831436,55	-838,23514

Tabela 16: Planilha de cálculo para a etapa 7

Prisma	$\frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i}{q_i}$	$\frac{\sigma_{0i} \cdot A_i \cdot \varphi_i}{q_i} \cdot z_i$	$\frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i$	$\frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i^2$	a	b	X_i	σ_i
1	0	95904,2253	0	2,80378E+12	-0,0004543	1,45E-08	-61,08651	103,042354
2	0	95556,4905	0	2,44876E+12	-0,0004543	1,45E-08	-62,171297	104,034015
5	0	-17822,624	0	2,76309E+11	-0,0004543	1,45E-08	-24,061638	102,038639
3	-680,58987	-805326,45	-2695796,1	3,29123E+13	-0,0004543	1,45E-08	-68,002059	-0,2704028
4	-680,58987	626610,846	838226,242	3,18205E+12	-0,0004543	1,45E-08	235,873724	-0,3758777
6	-225,0429	336176,031	960451,094	1,28095E+13	-0,0004543	1,45E-08	-16,144371	-0,2058482
7	-225,0429	466672,079	1159227,76	1,86603E+13	-0,0004543	1,45E-08	-4,4078486	-0,2127971
Σ	-1811,2655	797770,598	262109,038	7,3093E+13				

Fonte: Autor (2017)

3.10.8 Análise de Resultados

Os resultados das tensões iniciais e finais em cada feixe são apresentados na Tabela 17. Nota-se que a camada de armadura da fibra superior sofreu mais perdas, em torno de 30%.

Tabela 17: Tensões Iniciais e finais nos feixes

Etapa		Feixe I		Feixe II		Feixe III	
t ₀	t	Inicial	Final	Inicial	Final	Inicial	Final
3	15	133,45	126,71	133,35	126,62	140,69	133,45
15	30	126,71	122,54	128,78	124,43	131,02	126,46
30	33	123,81	121,67	125,58	123,33	125,16	122,93
33	45	121,67	118,80	123,33	120,34	122,93	119,96
45	60	119,30	116,62	120,80	118,01	119,76	117,04
60	75	117,09	114,72	118,45	115,97	116,86	114,50
75	∞	115,42	103,04	116,63	104,03	114,23	102,04

Fonte: Autor (2017)

Na Tabela 18 são mostradas as tensões iniciais e finais nas bordas de cada parte do concreto. Observa-se a redistribuição de esforços após a consideração da parte 2 como seção resistente, havendo uma tendência de queda de tensões de compressão na borda superior da parte 1.

Tabela 18: Tensões Iniciais e finais nas bordas

Etapa		Parte 1				Parte 2			
t ₀	t	Inferior		Superior		Inferior		Superior	
		Inicial	Final	Inicial	Final	Inicial	Final	Inicial	Final
3	15	-1,2681	-0,854	0,1435	-0,2108	-	-	-	-
15	30	-0,4051	-0,435	-0,67	-0,6027	-	-	-	-
30	33	-0,185	-0,2297	-0,858	-0,7944	-	-	-	-
33	45	-0,2297	-0,2909	-0,794	-0,7069	-	-0,0006	-	-0,0007
45	60	-0,202	-0,2588	-0,747	-0,6575	-0,0334	-0,0504	-0,0571	-0,0652
60	75	-0,1734	-0,2269	-0,694	-0,6165	-0,0824	-0,0962	-0,1206	-0,1216
75	∞	-0,0988	-0,2317	-0,672	-0,4145	-0,2049	-0,1969	0,0442	-0,2127

Fonte: Autor (2017)

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao decorrer deste trabalho pode-se analisar que a redistribuição de esforços em vigas de concreto protendido com seção composta encontra no método dos Prismas Equivalentes um instrumento de grande aplicação na sistematização do cálculo.

O método estudado proporciona um exame geral e amplo, uma vez que possibilita considerar seções composta por concreto com idades e resistências diferentes.

A avaliação de redistribuição de tensões e das perdas diferidas pode ser útil também em seções onde não é permitida a consideração de cabo equivalente.

É aceitável dizer que método dos prismas equivalentes se encaixaria bem na análise de seções mistas de concreto e aço, já que permite considerar as propriedades da fluência e retração separadamente.

Além disso, pode ser aplicado em seções hiperestáticas, como as vigas contínuas, muito comum na prática da construção civil.

Assim, de modo geral, o método dos Prismas Equivalentes se constitui num método muito prático, visto que pode ser facilmente automatizado em plataformas de programação ou mesmo por meio de planilhas eletrônicas.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014. 238p.

COMITE EURO-INTERNACIONAL DU BETON (1984). **Structural effects of time-dependent behaviour of concrete**. Bulletin d'Information, n. 142/142 Bis.

FERRAZ, J.C.F.; CASTANHO, J. L. B. A. **Efeito de laje concretada posteriormente sobre viga protendida**. São Paulo: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 1989. (Boletim técnico BT/PEF 8904).

FERRAZ, J.C.F. **O Método dos prismas equivalentes aplicado ao cálculo das variações de tensão, ao longo do tempo, nas seções de concreto**. São Paulo: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 1989. (Boletim técnico BT/PEF 8903).

GILBERT, R. I.; RANZI, G., 2011. **Time-Dependent Behaviour of Concrete Structures**. New York: Spon Press, 2011, p. 426.

INFORSATO, T.B. **Consideração sobre cálculo, projeto e detalhamento de vigas pré-fabricadas protendidas com aderência inicial em pavimentos de edificações**. São Carlos: UFSCar, 2009. 259p. Tese (Mestrado em Estruturas) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – Estruturas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2009.

LEONHARDT, F. **Construções de concreto: concreto protendido**. Trad. De João Luis Escosteguy Merino. Rio de Janeiro: Interciência, 1983. v.5. 316p.

McHENRY, D. (1943). **A new aspect of creep in concrete and its application to design**. Proc. ASTM., v. 43, p. 1069-86 apud MEHTA, P.K.; MONTEIRO, P.J.M. (1994). **Concreto: estruturas propriedades e materiais**. São Paulo, Pini.

MEHTA, K. P. e MONTEIRO, P. J. M., 2008, **Concreto Microestrutura, Propriedades e Materiais**, 3 ed. São Paulo, Ibracon.

MENDES, J.A. **Cálculo automático de perdas progressivas em peças de concreto protendido**. São Carlos: UFSCar, 1993. 333p. Tese (Doutorado em Estruturas) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – Estruturas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 1993.

MERLIN, A. J. **Análise probabilística do comportamento ao longo do tempo de elementos parcialmente pré-moldados com ênfase em flechas de lajes com armação treliçada**. São Carlos: UFSCar, 2006. 319p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – Estruturas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2006.

SILVA, I. M. **Análise de redistribuição de esforços em vigas de concreto protendido com seções compostas**. São Paulo: USP, 2003. 274p. Tese (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

Trost, H. (1967). **Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech und Relaxations probleme bei Beton Und Spannbeton**. *Beton. Stahlbeton.*, v. 62, n. 10, p. 230-8; n.11, p. 261-9, *apud* Dilger, W.H. (1982b). **Methods of structural creep analysis**. In: Bazant, Z.P.; Wittmann, F.H., eds. **Creep and shrinkage in concrete structures**. New York, John Wiley e Sons. Cap. 9, p. 305-340.

APÊNDICE A– Detalhamento dos cálculos para a etapa I

É exposto aqui, para a Etapa 1 (Seção 3.10.1) os cálculos detalhados referentes à deformação por fluência e retração, aos coeficientes de relaxação e fluência equivalente da armadura ativa e, por fim, à aplicação do método dos prismas equivalentes para determinação das deformações diferidas no tempo.

A.1 DEFORMAÇÕES ESPECÍFICAS POR RETRAÇÃO

O modelo de previsão para deformações de retração segue o prescrito na ABNT NBR 6118 (2014).

A.1.1 Idade e Espessura Fictícias.

Diante dos dados apresentados na Seção 3.8, a espessura fictícia é calculada:

$$\gamma = 1 + e^{-7,8+0,1U} = 1 + e^{-7,8+0,1 \cdot 70} = 1,4493$$

$$h_{fic} = \gamma \frac{2A_c}{\mu_{ar}} = 1,4493 \cdot 2 \cdot \frac{2700}{240} = 32,6099 \text{ cm}$$

$$\mu_{ar} = 30 \cdot 2 + 90 \cdot 2 = 240 \text{ cm}$$

A idade fictícia a considerar é dada por:

$$t_{0, fic} = \alpha \sum_i \frac{T_i + 10}{30} \Delta t_{ef, i} = 1 \cdot \frac{20 + 10}{30} \cdot 3 = 3 \text{ dias}$$

$$t_{f, fic} = \alpha \sum_i \frac{T_i + 10}{30} \Delta t_{ef, i} = 1 \cdot \frac{20 + 10}{30} \cdot 15 = 15 \text{ dias}$$

A.1.2 Coeficiente $\beta_s(t)$

$$A = 40$$

$$B = 116h^3 - 282h^2 + 220h - 4,8 = 116 \cdot 32,61^3 - 282 \cdot 32,61^2 + 220 \cdot 32,61 - 4,8 = 40,976$$

$$C = 2,5h^3 - 8,8h + 40,7 = 2,5 \cdot 32,61^3 - 8,8 \cdot 32,61 + 40,7 = 37,92$$

$$D = -75h^3 + 585h^2 + 496h - 6,8 = -75 \cdot 32,61^3 + 585 \cdot 32,61^2 + 496 \cdot 32,61 - 6,8 = 214,55$$

$$E = -169h^4 + 88h^3 + 584h^2 - 39h + 0,8 = -169 \cdot 32,61^4 + 88 \cdot 32,61^3 + 584 \cdot 32,61^2 - 39 \cdot 32,61 + 0,8 = 51,326$$

$$\beta_s(t_{0, fic}) = \frac{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + A\left(\frac{t}{100}\right)^2 + B\left(\frac{t}{100}\right)}{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + C\left(\frac{t}{100}\right)^2 + D\left(\frac{t}{100}\right) + E} = \frac{\left(\frac{3}{100}\right)^3 + 40\left(\frac{3}{100}\right)^2 + 40,976\left(\frac{3}{100}\right)}{\left(\frac{3}{100}\right)^3 + 37,92\left(\frac{3}{100}\right)^2 + 214,55\left(\frac{3}{100}\right) + 51,326} = 0,02189$$

$$\beta_s(t_{0, fic}) = \frac{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + A\left(\frac{t}{100}\right)^2 + B\left(\frac{t}{100}\right)}{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + C\left(\frac{t}{100}\right)^2 + D\left(\frac{t}{100}\right) + E} = \frac{\left(\frac{15}{100}\right)^3 + 40\left(\frac{15}{100}\right)^2 + 40,976\left(\frac{15}{100}\right)}{\left(\frac{15}{100}\right)^3 + 37,92\left(\frac{15}{100}\right)^2 + 214,55\left(\frac{15}{100}\right) + 51,326} = 0,08356$$

A.1.3 Coeficiente de Retração

$$\varepsilon_{1s} = \left(-8,09 + \frac{U}{15} - \frac{U^2}{2284} + \frac{U^3}{133765} - \frac{U^4}{7608150}\right) \cdot 10^{-4} = \left(-8,09 + \frac{70}{15} - \frac{70^2}{2284} + \frac{70^3}{133765} - \frac{70^4}{7608150}\right) \cdot 10^{-4} = -4,98 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{2s} = \frac{33 + 2h_{fic}}{20,8 + 3h_{fic}} = \frac{33 + 2 \cdot 32,61}{20,8 + 3 \cdot 32,61} = 0,82795$$

$$\varepsilon_{CS\infty} = \varepsilon_{1s} \cdot \varepsilon_{2s} = -4,12 \cdot 10^{-4}$$

Por fim, chega-se a $\varepsilon_{cs}(t, t_0)$:

$$\varepsilon_{cs}(t, t_0) = \varepsilon_{CS\infty}[\beta_s(t) - \beta_s(t_0)] = -2,5413 \cdot 10^{-5}$$

A.2 DEFORMAÇÕES ESPECÍFICAS POR FLUÊNCIA

O modelo de previsão para deformações de retração segue o prescrito na ABNT NBR 6118 (2014).

A.2.1 Idade e Espessura Fictícias

A espessura e idade fictícia são expressas como na Seção A.1.1:

$$\gamma = 1 + e^{-7,8+0,1U} = 1 + e^{-7,8+0,1 \cdot 70} = 1,4493$$

$$h_{fic} = \gamma \frac{2A_c}{\mu_{ar}} = 1,4493 \cdot 2 \cdot \frac{2700}{240} = 32,6099 \text{ cm}$$

$$\mu_{ar} = 30 \cdot 2 + 90 \cdot 2 = 240 \text{ cm}$$

Com uma sutil diferença, a idade fictícia é expressa por:

$$t_{0, fic} = \alpha \sum_i \frac{T_i + 10}{30} \Delta t_{ef, i} = 3 \cdot \frac{20 + 10}{30} \cdot 3 = 9 \text{ dias}$$

$$t_{f, fic} = \alpha \sum_i \frac{T_i + 10}{30} \Delta t_{ef, i} = 1 \cdot \frac{20 + 10}{30} \cdot 15 = 45 \text{ dias}$$

A.2.2 Coeficientes $\beta_f(t)$ e $\beta_d(t)$

$$A = 42h^3 - 350h^2 + 588h + 113 = 42 \cdot 32,61^3 - 350 \cdot 32,61^2 + 588 \cdot 32,61 + 113 = 268,983$$

$$B = 768h^3 - 3060h^2 + 3234h - 23 = 768 \cdot 32,61^3 - 3060 \cdot 32,61^2 + 3234 \cdot 32,61 - 23 = 732,834$$

$$C = -200h^3 + 13h^2 + 1090h + 183 = -200 \cdot 32,61^3 + 13 \cdot 32,61^2 + 1090 \cdot 32,61 + 183 = 532,89$$

$$D = 7579h^3 - 31916h^2 + 35343h + 1931 = 7579 \cdot 32,61^3 - 31916 \cdot 32,61^2 + 35343 \cdot 32,61 + 1931 = 10325,17$$

$$\beta_f(t_{0, fic}) = \frac{t^2 + At + B}{t^2 + Ct + D} = \frac{9^2 + 268,83 \cdot 9 + 732,834}{9^2 + 532,89 \cdot 9 + 10325,17} = 0,213$$

$$\beta_f(t_{f, fic}) = \frac{t^2 + At + B}{t^2 + Ct + D} = \frac{45^2 + 268,83 \cdot 45 + 732,834}{45^2 + 532,89 \cdot 45 + 10325,17} = 0,409$$

$$\beta_d(t) = \frac{t - t_0 + 20}{t - t_0 + 70} = \frac{45 - 9 + 20}{45 - 9 + 70} = 0,528$$

A.2.3 Coeficiente de Fluência

Para β_1 definido como na Seção 2.2.2.4:

$$\varphi_a = 0,8 \left[1 - \frac{\beta_1(t_0)}{\beta_1(t)} \right] = 0,8 \left[1 - \frac{e^{\left\{ s \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}}}{e^{\left\{ s \left[1 - \left(\frac{28}{t_0} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}}} \right] = 0,8 \left[1 - \frac{e^{\left\{ 0,2 \left[1 - \left(\frac{28}{3} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}}}{e^{\left\{ 0,2 \left[1 - \left(\frac{28}{15} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}}} \right] = 0,2293$$

$$\varphi_{1c} = 4,45 - 0,035U = 4,45 - 0,035 \cdot 70 = 2$$

$$\varphi_{2c} = \frac{42 + h_{fic}}{20 + h_{fic}} = \frac{42 + 32,61}{20 + 32,61} = 1,418$$

$$\varphi_{f\infty} = \varphi_{1c} \cdot \varphi_{2c} = 2,8363$$

Por fim, chega-se a $\varphi(t, t_0)$:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_a + \varphi_{f\infty} [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] + \varphi_{d\infty} \beta_d = 0,997412$$

A.3 DEFORMAÇÕES ESPECÍFICAS POR FLUÊNCIA EQUIVALENTE DO AÇO

Procede-se então para o cálculo da relação $R_i = \frac{\sigma_{pf,i,n}}{f_{ptk}}$.

$$R_1 = \frac{\sigma_{pf,1,n}}{f_{ptk}} = \frac{133,45}{190} = 0,7024$$

$$R_2 = \frac{\sigma_{pf,2,n}}{f_{ptk}} = \frac{133,35}{190} = 0,7018$$

$$R_5 = \frac{\sigma_{pf,5,n}}{f_{ptk}} = \frac{140,69}{190} = 0,7405$$

O valor de ψ_{1000} é calculado pela interpolação Tabela 8.4 da ABNT NBR 6118 (2014):

$$\frac{(R_i - 0,8)}{0,8 - 0,7} = \frac{(\psi_{1000_i} - 3,5)}{3,5 - 2,5}$$

$$\psi_{1000_1} = 2,524$$

$$\psi_{1000_2} = 2,518$$

$$\psi_{1000_5} = 2,905$$

$$\psi_1(t, t_0) = \psi_{1000_1} \cdot \left(\frac{t - t_0}{41,67}\right)^{0,15} = 2,524 \cdot \left(\frac{3 - 0}{41,67}\right)^{0,15} = 2,094$$

$$\psi_2(t, t_0) = \psi_{1000_2} \cdot \left(\frac{t - t_0}{41,67}\right)^{0,15} = 2,518 \cdot \left(\frac{3 - 0}{41,67}\right)^{0,15} = 2,089$$

$$\psi_5(t, t_0) = \psi_{1000_5} \cdot \left(\frac{t - t_0}{41,67}\right)^{0,15} = 2,905 \cdot \left(\frac{3 - 0}{41,67}\right)^{0,15} = 2,410$$

$$\phi_1(t, t_0) = -\ln[1 - \psi_1(t, t_0)] = 0,0212$$

$$\phi_2(t, t_0) = -\ln[1 - \psi_2(t, t_0)] = 0,0211$$

$$\phi_5(t, t_0) = -\ln[1 - \psi_5(t, t_0)] = 0,0244$$

A.4 PERDAS PROGRESSIVAS PELO MÉTODO DOS PRISMAS EQUIVALENTES

Descontadas as perdas imediatas, parte-se para o cálculo de $\sigma_{fbi,n-1}$ e $\sigma_{fbs,n-1}$. Para isto, é necessário a homogeneização da seção, como descrito em 2.2.2.4. Pelas Equações (21), (22) e (23):

$$A_{c,1} = A_{cp,1} + (\alpha_p - 1)(A'_p + A_p) + \alpha_c \cdot A_{cp,2} = 0,27 + \left(\frac{200000}{5600\sqrt{\beta_1(t_0)} \cdot f_{ck}}\right)(9,87 + 1,974) \cdot 10^{-4} = 0,277m^2$$

$$h_{cgs,1} = \frac{\left(A_{cp,1} \cdot h_{cg,1} + (\alpha_p - 1)\left(\frac{A_p}{2} \cdot d_{p1} + \frac{A_p}{2} \cdot d_{p2} + A'_p \cdot d_{p5}\right)\right)}{A_{c,1}} = \frac{(0,27 \cdot 0,45 + (6,935 - 1)\left(\frac{9,87}{2} \cdot 0,045 + \frac{9,87}{2} \cdot 0,08 + 1,974 \cdot 0,045\right) \cdot 10^{-4})}{0,277} = 0,4435 \text{ m}$$

$$I_{c,1} = I_{cp,1} + A_{cp,1} \cdot (h_{cg,1} - h_{cgs,1})^2 + \left[(h_{cgs,1} - d_{p1})^2 + (h_{cgs,1} - d_{p2})^2\right] \frac{A_p}{2} (\alpha_p - 1) + (h_{cgs,1} - d_{p5})^2 A'_p (\alpha_p - 1) \\ = 1,82 \cdot 10^{-2} + 0,27 \cdot (0,45 - 0,4435)^2 + [(0,4435 - 0,045)^2 + (0,4435 - 0,08)^2] \frac{A_p}{2} (\alpha_p - 1) + (0,4435 - (0, -0,045))^2 A'_p (6,935 - 1) \\ = 0,01926m^4$$

A.4.1 Tensões Iniciais no Concreto

$$N_p = \sigma_{p0,inf} \cdot A_p + \sigma_{p0,sup} \cdot A'_p = 132,3 \cdot 9,87 + 132,3 \cdot 1,974 = 1585,86 \text{ kN}$$

$$e_p = y_{cgs,1} - y_{cg,rep} = 0,4435 - 0,625 = 0,381 \text{ m}$$

$$e'_p = y_{cgs,1} - d_{p1} = 0,411 \text{ m}$$

$$M_{p0} = \sigma_{p0,sup} \cdot A'_p \cdot e'_p - \sigma_{p0,inf} \cdot A_p \cdot e_p = 132,3 \cdot 9,87 \cdot 0,411 + 132,3 \cdot 1,974 \cdot 0,381 = 382,287 \text{ kN.m}$$

$$\sigma_{fbi,n-1} = \left(-\frac{N_p}{A_{c,1}} - \frac{M_{p0}}{I_{c,1}} \cdot h_{cgs,1}\right) \cdot 10^{-4} = -1,4527 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{fbs,n-1} = \left(-\frac{N_p}{A_{c,1}} + \frac{M_{p0}}{I_{c,1}} \cdot h_{cgs,1}\right) \cdot 10^{-4} = 0,3336 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{gfbi,n-1} = \left(\frac{M_{g,n} \cdot h_{cgs,1}}{I_{c,1}} \right) \cdot 10^{-4} = 0,1847 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{gfsi,n-1} = \left(\frac{M_{g,n} \cdot (0,9 - h_{cgs,1})}{I_{c,1}} \right) \cdot 10^{-4} = -0,1901 \text{ kN/cm}^2$$

Pelas Equações (32) e (33):

$$\begin{aligned} \sigma_{fpri,3,n-1} &= \sigma_{fbi,n-1} - \frac{h_{i,1} - r_{g1}}{h_{s,1} + h_{i,1}} \cdot (\sigma_{fbi,n-1} - \sigma_{fbs,n-1}) \\ &= -1,4527 - \frac{0,45 - 0,2596}{0,45 + 0,45} \cdot (-1,4527 - 3,3336) = -1,0749 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\sigma_{fpri,4,n-1} = \sigma_{fbi,n-1} - \frac{h_{i,1} + r_{g1}}{h_{s,1} + h_{i,1}} \cdot (\sigma_{fbi,n-1} - \sigma_{fbs,n-1}) = -1,4527 - \frac{0,45 + 0,2596}{0,45 + 0,45} \cdot (-1,4527 - 3,3336) = -0,044 \text{ kN/cm}^2$$

As tensões mobilizadas pelo carregamento serão, segundo as Equações (36) e (37):

$$y_{pc,3} = h_{cgs,1} - d_{c3} = h_{cgs,1} - (h_{i,1} - r_{g1}) = 0,2531 \text{ m}$$

$$y_{pc,4} - d_{c4} = h_{cgs,1} - (h_{i,1} + r_{g1}) = -0,266 \text{ m}$$

$$\sigma_{gpri,3} = \left(\frac{M_{g,n} \cdot y_{pc,3}}{I_{c,1}} \right) \cdot 10^{-4} = \left(\frac{80,21 \cdot 0,2531}{0,1926} \right) \cdot 10^{-4} = 0,1054 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{gpri,4} = - \left(\frac{M_{g,n} \cdot y_{pc,4}}{I_{c,1}} \right) \cdot 10^{-4} = - \left(\frac{80,21 \cdot 0,266}{0,1926} \right) \cdot 10^{-4} = -0,1108 \text{ kN/cm}^2$$

Então, as tensões iniciais nos prismas de concreto, pelas Equações (38) e (39):

$$\sigma_{ipri,3} = \sigma_{fpri,3,n-1} + \sigma_{gpri,3} = -0,9694 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{ipri,4} = \sigma_{fpri,4,n-1} + \sigma_{gpri,4} = -0,155 \text{ kN/cm}^2$$

Pelas Equações (47) e (48), as tensões iniciais nas bordas serão:

$$\begin{aligned} \sigma_{cbs,1} &= \sigma_{pri,2} + \frac{(\sigma_{pri,1} - \sigma_{pri,2}) \cdot (h_{s1} - r_{g1})}{2r_{g1}} = -0,155 + \frac{(-0,9694 - (-0,155)) \cdot ((-0,45) - (-0,2596))}{2 \cdot 0,2596} \\ &= 0,1435 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{cbl,1} &= \sigma_{pri,1} + \frac{(\sigma_{pri,1} - \sigma_{pri,2}) \cdot (h_{i1} - r_{g1})}{2r_{g1}} = -0,9694 + \frac{(-0,9694 - (-0,155)) \cdot (0,45 - 0,2696)}{2 \cdot 0,2596} \\ &= -1,2607 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$

A.4.2 Tensões Iniciais na Aço de Protensão

As tensões de protensão inicialmente transferida ao concreto serão respectivamente $\sigma_{p0} = \sigma_{pf,i,n-1}$ e $\sigma'_{p0} = \sigma_{pf,i,n-1}$.

A influência do momento fletor oriundo do carregamento na etapa n é acrescido às tensões de protensão pela Equação (55):

$$\sigma_{pg,1,n} = \frac{\alpha_p \cdot M_{g,n} \cdot y_{ps1}}{I_{c,1}} = \left(\frac{6,935 \cdot 80,21 \cdot (0,4435 - 0,045)}{0,1926} \right) \cdot 10^{-4} = 1,15 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{pg,2,n} = \frac{\alpha_p \cdot M_{g,n} \cdot y_{ps2}}{I_{c,1}} = \left(\frac{6,935 \cdot 80,21 \cdot (0,4435 - 0,08)}{0,1926} \right) \cdot 10^{-4} = 1,05 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{pg,5,n} = \frac{\alpha_p \cdot M_{g,n} \cdot y_{ps5}}{I_{c,1}} = \left(\frac{6,935 \cdot 80,21 \cdot (0,4435 - 0,9 - 0,045)}{0,1926} \right) \cdot 10^{-4} = 1,188 \text{ kN/cm}^2$$

Como efeito, as tensões iniciais nos feixes na etapa n são dadas por:

$$\sigma_{p,1,n} = \sigma_{pf,1,n-1} + \sigma_{pg,1,n} = 133,45 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{p,2,n} = \sigma_{pf,2,n-1} + \sigma_{pg,2,n} = 133,35 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{p,5,n} = \sigma_{pf,5,n-1} + \sigma_{pg,5,n} = 140,69 \text{ kN/cm}^2$$

A.4.2 Perdas Progressivas

A origem das ordenadas z_i é obtida pela Equação (28):

Prisma	$\frac{E_i \cdot A_i}{q_i}$
1	96654,72151
2	96658,98904
5	38539,78079
3	2141595,43
4	2141595,43
Σ	4515044,351

$$z_{origem} = \frac{\sum_i \left(\frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \right) d_i}{\sum_i \left(\frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \right)}$$

$$z_{origem} = \frac{(96654,721 \cdot 0,045 + 96658,989 \cdot 0,08 + 38539,7807 \cdot 0,855 + 2141595,43 \cdot (0,452 - 0,2596) + 2141595,43 \cdot (0,45 + 0,2596))}{4515044,351}$$

$$z_{origem} = 0,4368 \text{ m}$$

A esta fase, os dados já são suficientes para prosseguir com o cálculo dos coeficientes da reta:

Prisma	A_i	ϵ_{cst}	E_i	σ_{oi}	φ_i	z_i	z_{origem}
1	4,935	0	200000	133,45042	0,0211607	39,18660477	
2	4,935	0	200000	133,34933	0,0211156	35,68660477	
5	1,974	0	200000	140,69288	0,0243961	-41,81339523	0,436866
3	1350	-2,54E-05	28838,21	-0,9694932	0,9974118	24,64954132	
4	1350	-2,54E-05	28838,21	-0,1550853	0,9974118	-27,27633177	

$\frac{E_i \cdot A_i}{q_i}$	$\frac{\sigma_{0i} \cdot A_i \cdot \varphi_i}{q_i}$	$\frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i}{q_i}$	$\frac{\sigma_{0i} \cdot A_i \cdot \varphi_i \cdot z_i}{q_i}$	$\frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i \cdot z_i}{q_i}$	$\frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i^2$
96654,72151	13,647164	0	53478,6	0	1,48422E+12
96658,98904	13,6083727	0	48563,66	0	1,23098E+12
38539,78079	6,6141074	0	-27655,83	0	6,73814E+11
2141595,43	-718,10567	-54,42451	-1770098	-134153,93	1,30123E+13
2141595,43	-114,872029	-54,42451	313328,8	148450,11	1,59334E+13
4515044,351	-799,108055	-108,849	-1382382	14296,179	3,23348E+13

Pela Equação (29) o coeficiente de deformação axial é calculado:

$$a = \frac{\sum_i \frac{\sigma_{0i} \cdot \varphi_i \cdot A_i}{q_i} + \sum_i \frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i}{q_i}}{\sum_i \frac{E_i \cdot A_i}{q_i}} = \frac{(-799,108 - 108,849)}{4515044,351} = -2,01 \cdot 10^{-4}$$

Para o coeficiente de rotação, a Equação (30) é aplicada:

$$b = \frac{\sum_i \frac{\sigma_{0i} \cdot \varphi_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i + \sum_i \frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i}{\sum_i \frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i^2} = \frac{-1382382,3 + 14296,179}{3,23348 \cdot 10^{13}} = -4,231 \cdot 10^{-8}$$

Conhecidos os valores de a e b , a variação de tensão nos prismas é calculada a partir da Equação (31):

$$\begin{aligned} \frac{\Delta X_3}{A_3} &= [\sigma_{03} \cdot \varphi_3 + \varepsilon_{cs3} \cdot E_3 + (a + bz_3)E_3]/q_3 \\ &= [(-0,9694) \cdot 0,9974 + 2,54 \cdot 10^{-5} \cdot 28838,21 + (-2,01 \cdot 10^{-4} + (-4,231 \cdot 10^{-8}) \cdot 24,649) \cdot 28838,21]/1,8178 = 0,2515 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta X_4}{A_4} &= [\sigma_{04} \cdot \varphi_4 + \varepsilon_{cs4} \cdot E_4 + (a + bz_4)E_4]/q_4 \\ &= [(-0,1550) \cdot 0,9974 + 2,54 \cdot 10^{-5} \cdot 28838,21 + (-2,01 \cdot 10^{-4} + (-4,231 \cdot 10^{-8}) \cdot (-27,276)) \cdot 28838,21]/1,8178 \\ &= -0,1917 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta X_1}{A_1} &= [\sigma_{01} \cdot \varphi_1 + \varepsilon_{cs1} \cdot E_1 + (a + bz_1)E_1]/q_1 \\ &= [133,45 \cdot 0,02116 + 0 \cdot E_3 + (-2,01 \cdot 10^{-4} + (-4,231 \cdot 10^{-8}) \cdot 39,186) \cdot 20000]/1,02116 = -6,736 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta X_2}{A_2} &= [\sigma_{02} \cdot \varphi_2 + \varepsilon_{cs2} \cdot E_2 + (a + bz_2)E_2]/q_2 \\ &= [133,35 \cdot 0,02111 + 0 \cdot E_3 + (-2,01 \cdot 10^{-4} + (-4,231 \cdot 10^{-8}) \cdot 35,686) \cdot 20000]/1,02111 = -6,725 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta X_5}{A_5} &= [\sigma_{05} \cdot \varphi_5 + \varepsilon_{cs5} \cdot E_5 + (a + bz_5)E_5]/q_5 \\ &= [140,69 \cdot 0,02439 + 0 \cdot E_3 + (-2,01 \cdot 10^{-4} + (-4,231 \cdot 10^{-8}) \cdot (-41,813)) \cdot 20000]/1,024396 \\ &= -7,24 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$

A.4.3 Tensões Finais no Concreto

As tensões finais nos prismas de concreto são representadas pela Equação (46):

$$\sigma_{fpri,3,n} = \sigma_{pri,3,n} + \Delta\sigma_{pri,3,n} = -0,9694 + 0,2515 = -0,7179 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{fpri,4,n} = \sigma_{pri,4,n} + \Delta\sigma_{pri,4,n} = -0,155 - 0,1917 = -0,3468 \text{ kN/cm}^2$$

As tensões finais nas bordas de concreto são indicadas pelas Equações (53) e (54):

$$\sigma_{fcb, \ell} = \sigma_{fpri, 2\ell} + \frac{(\sigma_{fpri, 2\ell-1} - \sigma_{fpri, 2\ell}) \cdot (h_{st} - r_{g\ell})}{2r_{g\ell}} = -0,3468 + \frac{(-0,7179 - (-0,3468)) \cdot (-0,45 - (-0,2596))}{2 \cdot 0,2596} = -0,2108 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{fcb, i, \ell} = \sigma_{fpri, 2\ell-1} + \frac{(\sigma_{fpri, 2\ell-1} - \sigma_{fpri, 2\ell}) \cdot (h_{it} - r_{g\ell})}{2r_{g\ell}} = -0,7179 + \frac{(-0,7179 - (-0,3468)) \cdot (0,45 - 0,2596)}{2 \cdot 0,2596} = -0,8539 \text{ kN/cm}^2$$

A.4.3 Tensões Finais no Aço

As tensões finais nos feixes, por fim, são encontradas através da Equação (57):

$$\sigma_{pf,1,n} = \sigma_{p,1,n} + \Delta\sigma_{p,1,n} = 133,45 - 6,73 = 126,71 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{pf,2,n} = \sigma_{p,2,n} + \Delta\sigma_{p,2,n} = 133,35 - 6,72 = 126,62 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{pf,3,n} = \sigma_{p,5,n} + \Delta\sigma_{p,5,n} = 140,69 - 7,24 = 133,45 \text{ kN/cm}^2$$

APÊNDICE B– Detalhamento dos cálculos para a etapa IV

É exposto aqui, para a Etapa 4 (Seção 3.10.2) os cálculos detalhados referentes à deformação por fluência e retração, aos coeficientes de relaxação e fluência equivalente da armadura ativa e, por fim, à aplicação do método dos prismas equivalentes para determinação das deformações diferidas no tempo.

A.1 DEFORMAÇÕES ESPECÍFICAS POR RETRAÇÃO

O modelo de previsão para deformações de retração segue o prescrito na ABNT NBR 6118 (2014).

A.1.1 Concreto Parte I

A.1.1.1 Idade e Espessura Fictícias.

Diante dos dados apresentados na Seção 3.8, a espessura fictícia é calculada:

$$\gamma = 1 + e^{-7,8+0,1U} = 1 + e^{-7,8+0,1 \cdot 70} = 1,4493$$

$$h_{fic} = \gamma \frac{2A_c}{\mu_{ar}} = 1,4493 \cdot 2 \cdot \frac{2700}{210} = 37,2685 \text{ cm}$$

$$\mu_{ar} = 30 + 90 \cdot 2 = 210 \text{ cm}$$

A idade fictícia a considerar é dada por:

$$t_{0, fic} = \alpha \sum_i \frac{T_i + 10}{30} \Delta t_{ef, i} = 1 \cdot \frac{20 + 10}{30} \cdot 3 = 33 \text{ dias}$$

$$t_{f, fic} = \alpha \sum_i \frac{T_i + 10}{30} \Delta t_{ef, i} = 1 \cdot \frac{20 + 10}{30} \cdot 15 = 45 \text{ dias}$$

A.1.1.2 Coeficiente $\beta_s(t)$

$$A = 40$$

$$B = 116h^3 - 282h^2 + 220h - 4,8 = 116 \cdot 37,2685^3 - 282 \cdot 37,2685^2 + 220 \cdot 37,2685 - 4,8 = 44,0271$$

$$C = 2,5h^3 - 8,8h + 40,7 = 2,5 \cdot 37,2685^3 - 8,8 \cdot 37,2685 + 40,7 = 37,5498$$

$$D = -75h^3 + 585h^2 + 496h - 6,8 = -75 \cdot 37,2685^3 + 585 \cdot 37,2685^2 + 496 \cdot 37,2685 - 6,8 = 254,4221$$

$$E = -169h^4 + 88h^3 + 584h^2 - 39h + 0,8 = -169 \cdot 37,2685^4 + 88 \cdot 37,2685^3 + 584 \cdot 37,2685^2 - 39 \cdot 37,2685 + 0,8 = 68,674$$

$$\beta_s(t_{0, fic}) = \frac{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + A\left(\frac{t}{100}\right)^2 + B\left(\frac{t}{100}\right)}{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + C\left(\frac{t}{100}\right)^2 + D\left(\frac{t}{100}\right) + E} = \frac{\left(\frac{33}{100}\right)^3 + 40\left(\frac{33}{100}\right)^2 + 44,0271\left(\frac{33}{100}\right)}{\left(\frac{33}{100}\right)^3 + 37,549\left(\frac{33}{100}\right)^2 + 254,4221\left(\frac{33}{100}\right) + 68,674} = 0,120447$$

$$\beta_s(t_{f, fic}) = \frac{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + A\left(\frac{t}{100}\right)^2 + B\left(\frac{t}{100}\right)}{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + C\left(\frac{t}{100}\right)^2 + D\left(\frac{t}{100}\right) + E} = \frac{\left(\frac{45}{100}\right)^3 + 40\left(\frac{45}{100}\right)^2 + 44,0271\left(\frac{45}{100}\right)}{\left(\frac{45}{100}\right)^3 + 37,549\left(\frac{45}{100}\right)^2 + 254,4221\left(\frac{45}{100}\right) + 68,674} = 0,14638$$

A.1.1.3 Coeficiente de Retração

$$\varepsilon_{1s} = \left(-8,09 + \frac{U}{15} - \frac{U^2}{2284} + \frac{U^3}{133765} - \frac{U^4}{7608150}\right) \cdot 10^{-4} = \left(-8,09 + \frac{70}{15} - \frac{70^2}{2284} + \frac{70^3}{133765} - \frac{70^4}{7608150}\right) \cdot 10^{-4} = -4,98 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{2s} = \frac{33 + 2h_{fic}}{20,8 + 3h_{fic}} = \frac{33 + 2 \cdot 37,2685}{20,8 + 3 \cdot 37,2685} = 0,81095$$

$$\varepsilon_{cs\infty} = \varepsilon_{1s} \cdot \varepsilon_{2s} = -4,0362 \cdot 10^{-4}$$

Por fim, chega-se a $\varepsilon_{cs}(t, t_0)$:

$$\varepsilon_{cs}(t, t_0) = \varepsilon_{cs\infty}[\beta_s(t) - \beta_s(t_0)] = -1,0465 \cdot 10^{-4}$$

A.1.2 Concreto Parte II

A.1.2.1 Idade e Espessura Fictícias.

Diante dos dados apresentados na Seção 3.8, a espessura fictícia é calculada:

$$\gamma = 1 + e^{-7,8+0,1U} = 1 + e^{-7,8+0,1 \cdot 70} = 1,4493$$

$$h_{fic} = \gamma \frac{2A_c}{\mu_{ar}} = 1,4493 \cdot 2 \cdot \frac{2700}{225} = 17,5851 \text{ cm}$$

A idade fictícia a considerar é dada por:

$$t_{0, fic} = \alpha \sum_i \frac{T_i + 10}{30} \Delta t_{ef, i} = 1 \cdot \frac{20 + 10}{30} \cdot 3 = 9 \text{ dias}$$

$$t_{f, fic} = \alpha \sum_i \frac{T_i + 10}{30} \Delta t_{ef, i} = 1 \cdot \frac{20 + 10}{30} \cdot 15 = 15 \text{ dias}$$

A.1.2.2 Coeficiente $\beta_s(t)$

$$A = 40$$

$$B = 116h^3 - 282h^2 + 220h - 4,8 = 116 \cdot 17,5851^3 - 282 \cdot 17,5851^2 + 220 \cdot 17,5851 - 4,8 = 25,7976$$

$$C = 2,5h^3 - 8,8h + 40,7 = 2,5 \cdot 17,5851^3 - 8,8 \cdot 17,5851 + 40,7 = 39,1661$$

$$D = -75h^3 + 585h^2 + 496h - 6,8 = -75 \cdot 17,5851^3 + 585 \cdot 17,5851^2 + 496 \cdot 17,5851 - 6,8 = 98,1051$$

$$E = -169h^4 + 88h^3 + 584h^2 - 39h + 0,8 = -169 \cdot 17,5851^4 + 88 \cdot 17,5851^3 + 584 \cdot 17,5851^2 - 39 \cdot 17,5851 + 0,8 = 12,318$$

$$\beta_s(t_{0, fic}) = \frac{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + A\left(\frac{t}{100}\right)^2 + B\left(\frac{t}{100}\right)}{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + C\left(\frac{t}{100}\right)^2 + D\left(\frac{t}{100}\right) + E} = \frac{\left(\frac{3}{100}\right)^3 + 40\left(\frac{3}{100}\right)^2 + 25,7976\left(\frac{3}{100}\right)}{\left(\frac{3}{100}\right)^3 + 39,1661\left(\frac{3}{100}\right)^2 + 98,1051\left(\frac{3}{100}\right) + 12,318} = 0,0529$$

$$\beta_s(t_{0, fic}) = \frac{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + A\left(\frac{t}{100}\right)^2 + B\left(\frac{t}{100}\right)}{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + C\left(\frac{t}{100}\right)^2 + D\left(\frac{t}{100}\right) + E} = \frac{\left(\frac{15}{100}\right)^3 + 40\left(\frac{15}{100}\right)^2 + 25,7976\left(\frac{15}{100}\right)}{\left(\frac{15}{100}\right)^3 + 39,1661\left(\frac{15}{100}\right)^2 + 98,1051\left(\frac{15}{100}\right) + 12,318} = 0,17096$$

A.1.2.3 Coeficiente de Retração

$$\varepsilon_{1s} = \left(-8,09 + \frac{U}{15} - \frac{U^2}{2284} + \frac{U^3}{133765} - \frac{U^4}{7608150}\right) \cdot 10^{-4} = \left(-8,09 + \frac{70}{15} - \frac{70^2}{2284} + \frac{70^3}{133765} - \frac{70^4}{7608150}\right) \cdot 10^{-4} = -4,98 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{2s} = \frac{33 + 2h_{fic}}{20,8 + 3h_{fic}} = \frac{33 + 2 \cdot 17,5851}{20,8 + 3 \cdot 17,5851} = 0,92679$$

$$\varepsilon_{CS\infty} = \varepsilon_{1s} \cdot \varepsilon_{2s} = -4,06127 \cdot 10^{-4}$$

Por fim, chega-se a $\varepsilon_{cs}(t, t_0)$:

$$\varepsilon_{cs}(t, t_0) = \varepsilon_{CS\infty}[\beta_s(t) - \beta_s(t_0)] = -5,4435 \cdot 10^{-5}$$

A.2 DEFORMAÇÕES ESPECÍFICAS POR FLUÊNCIA

O modelo de previsão para deformações de retração segue o prescrito na ABNT NBR 6118 (2014).

A.2.1 Concreto parte I

A.2.1.1 Idade e Espessura Fictícias

A espessura e idade fictícia são expressas como na Seção A.1.1:

$$\gamma = 1 + e^{-7,8+0,1U} = 1 + e^{-7,8+0,1 \cdot 70} = 1,4493$$

$$h_{fic} = \gamma \frac{2A_c}{\mu_{ar}} = 1,4493 \cdot 2 \cdot \frac{2700}{210} = 37,2686 \text{ cm}$$

$$\mu_{ar} = 30 + 90 \cdot 2 = 210 \text{ cm}$$

Com uma sutil diferença, a idade fictícia é expressa por:

$$t_{0, fic} = \alpha \sum_i \frac{T_i + 10}{30} \Delta t_{ef, i} = 3 \cdot \frac{20 + 10}{30} \cdot 3 = 99 \text{ dias}$$

$$t_{f, fic} = \alpha \sum_i \frac{T_i + 10}{30} \Delta t_{ef, i} = 3 \cdot \frac{20 + 10}{30} \cdot 15 = 135 \text{ dias}$$

A.2.1.2 Coeficientes $\beta_f(t)$ e $\beta_d(t)$

$$A = 42h^3 - 350h^2 + 588h + 113 = 42 \cdot 37,2686^3 - 350 \cdot 37,2686^2 + 588 \cdot 37,2686 + 113 = 285,699$$

$$B = 768h^3 - 3060h^2 + 3234h - 23 = 768 \cdot 37,2686^3 - 3060 \cdot 37,2686^2 + 3234 \cdot 37,2686 - 23 = 797,001$$

$$C = -200h^3 + 13h^2 + 1090h + 183 = -200 \cdot 37,2686^3 + 13 \cdot 37,2686^2 + 1090 \cdot 37,2686 + 183 = 580,68$$

$$D = 7579h^3 - 31916h^2 + 35343h + 1931 = 7579 \cdot 37,2686^3 - 31916 \cdot 37,2686^2 + 35343 \cdot 37,2686 + 1931 = 11062,17$$

$$\beta_f(t_{0, fic}) = \frac{t^2 + At + B}{t^2 + Ct + D} = \frac{99^2 + 285,699 \cdot 99 + 797,001}{99^2 + 580,68 \cdot 99 + 11062,17} = 0,496$$

$$\beta_f(t_{f, fic}) = \frac{t^2 + At + B}{t^2 + Ct + D} = \frac{135^2 + 285,699 \cdot 135 + 797,001}{135^2 + 580,68 \cdot 135 + 11062,17} = 0,535$$

$$\beta_d(t) = \frac{t - t_0 + 20}{t - t_0 + 70} = \frac{135 - 99 + 20}{135 - 99 + 70} = 0,528$$

A.2.1.3 Coeficiente de Fluência

Para β_1 definido como na Seção 2.2.2.4:

$$\varphi_a = 0,8 \left[1 - \frac{\beta_1(t_0)}{\beta_1(t)} \right] = 0,8 \left[1 - \frac{e^{\left\{ s \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}}}{e^{\left\{ s \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}}} \right] = 0,8 \left[1 - \frac{e^{\left\{ 0,2 \left[1 - \left(\frac{28}{33} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}}}{e^{\left\{ 0,2 \left[1 - \left(\frac{28}{45} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}}} \right] = 0,2089$$

$$\beta_1(t_0) > 1 \text{ e } \beta_1(t) > 1 \therefore \text{ corrigidos para } \beta_1(t_0) = \beta_1(t) = 1$$

$$\varphi_{1c} = 4,45 - 0,035U = 4,45 - 0,035 \cdot 70 = 2$$

$$\varphi_{2c} = \frac{42 + h_{fic}}{20 + h_{fic}} = \frac{42 + 37,2686}{20 + 37,2686} = 1,384$$

$$\varphi_{f\infty} = \varphi_{1c} \cdot \varphi_{2c} = 2,7683$$

$$\varphi_{d\infty} = 0,4$$

Por fim, chega-se a $\varphi(t, t_0)$:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_a + \varphi_{f\infty} [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] + \varphi_{d\infty} \beta_d = 0,3390$$

A.2.2 Concreto parte II

A.2.2.1 Idade e Espessura Fictícias

A espessura e idade fictícia são expressas como na Seção A.1.1:

$$\gamma = 1 + e^{-7,8+0,1U} = 1 + e^{-7,8+0,1 \cdot 70} = 1,4493$$

$$h_{fic} = \gamma \frac{2A_c}{\mu_{ar}} = 1,4493 \cdot 2 \cdot \frac{2700}{225} = 17,586 \text{ cm}$$

Com uma sutil diferença, a idade fictícia é expressa por:

$$t_{0, fic} = \alpha \sum_i \frac{T_i + 10}{30} \Delta t_{ef, i} = 2 \cdot \frac{20 + 10}{30} \cdot 3 = 6 \text{ dias}$$

$$t_{f, fic} = \alpha \sum_i \frac{T_i + 10}{30} \Delta t_{ef, i} = 2 \cdot \frac{20 + 10}{30} \cdot 15 = 30 \text{ dias}$$

A.2.2.2 Coeficientes $\beta_f(t)$ e $\beta_a(t)$

$$A = 42h^3 - 350h^2 + 588h + 113 = 42 \cdot 17,586^3 - 350 \cdot 17,586^2 + 588 \cdot 17,586 + 113 = 205,806$$

$$B = 768h^3 - 3060h^2 + 3234h - 23 = 768 \cdot 17,586^3 - 3060 \cdot 17,586^2 + 3234 \cdot 17,586 - 23 = 455,254$$

$$C = -200h^3 + 13h^2 + 1090h + 183 = -200 \cdot 17,586^3 + 13 \cdot 17,586^2 + 1090 \cdot 17,586 + 183 = 373,99$$

$$D = 7579h^3 - 31916h^2 + 35343h + 1931 = 7579 \cdot 17,586^3 - 31916 \cdot 17,586^2 + 35343 \cdot 17,586 + 1931 = 7200,382$$

$$\beta_f(t_{0, fic}) = \frac{t^2 + At + B}{t^2 + Ct + D} = \frac{6^2 + 205,806 \cdot 6 + 455,254}{6^2 + 373,99 \cdot 6 + 7200,382} = 0,182$$

$$\beta_f(t_{f, fic}) = \frac{t^2 + At + B}{t^2 + Ct + D} = \frac{30^2 + 205,806 \cdot 30 + 455,254}{30^2 + 373,99 \cdot 30 + 7200,382} = 0,3897$$

$$\beta_a(t) = \frac{t - t_0 + 20}{t - t_0 + 70} = \frac{30 - 6 + 20}{30 - 6 + 70} = 0,46809$$

A.2.2.3 Coeficiente de Fluência

Para β_1 definido como na Seção 2.2.2.4:

$$\varphi_a = 0,8 \left[1 - \frac{\beta_1(t_0)}{\beta_1(t)} \right] = 0,8 \left[1 - \frac{e^{\left\{ s \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}}}{e^{\left\{ s \left[1 - \left(\frac{28}{7} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}}} \right] = 0,8 \left[1 - \frac{e^{\left\{ 0,25 \left[1 - \left(\frac{28}{3} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}}}{e^{\left\{ 0,25 \left[1 - \left(\frac{28}{15} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}}} \right] = 0,2755$$

$$\beta_1(t_0) > 1 \text{ e } \beta_1(t) > 1 \therefore \text{ corrigidos para } \beta_1(t_0) = \beta_1(t) = 1$$

$$\varphi_{1c} = 4,45 - 0,035U = 4,45 - 0,035 \cdot 70 = 2$$

$$\varphi_{2c} = \frac{42 + h_{fic}}{20 + h_{fic}} = \frac{42 + 17,586}{20 + 17,586} = 1,585$$

$$\varphi_{f\infty} = \varphi_{1c} \cdot \varphi_{2c} = 3,1707$$

$$\varphi_{d\infty} = 0,4$$

Por fim, chega-se a $\varphi(t, t_0)$:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_a + \varphi_{f\infty} [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] + \varphi_{d\infty} \beta_a = 1,1211$$

A.3 DEFORMAÇÕES ESPECÍFICAS POR FLUÊNCIA EQUIVALENTE DO AÇO

Procede-se então para o cálculo da relação $R_i = \frac{\sigma_{pf,i,n}}{f_{ptk}}$.

$$R_1 = \frac{\sigma_{pf,1,n}}{f_{ptk}} = \frac{121,67}{190} = 0,64$$

$$R_2 = \frac{\sigma_{pf,2,n}}{f_{ptk}} = \frac{123,33}{190} = 0,649$$

$$R_5 = \frac{\sigma_{pf,5,n}}{f_{ptk}} = \frac{122,93}{190} = 0,647$$

O valor de ψ_{1000} é calculado pela interpolação Tabela 8.4 da ABNT NBR 6118

(2014):

$$\frac{(0,7 - R_i)}{0,7 - 0,6} = \frac{(2,5 - \psi_{1000,i})}{2,5 - 1,3}$$

$$\psi_{1000_1} = 1,784$$

$$\psi_{1000_2} = 1,889$$

$$\psi_{1000_5} = 1,864$$

$$\psi_1(t, t_0) = \psi_{1000_1} \cdot \left(\frac{45 - 33}{41,67}\right)^{0,15} = 1,784 \cdot \left(\frac{45 - 33}{41,67}\right)^{0,15} = 1,480$$

$$\psi_2(t, t_0) = \psi_{1000_2} \cdot \left(\frac{45 - 33}{41,67}\right)^{0,15} = 1,889 \cdot \left(\frac{45 - 33}{41,67}\right)^{0,15} = 1,567$$

$$\psi_5(t, t_0) = \psi_{1000_5} \cdot \left(\frac{45 - 33}{41,67}\right)^{0,15} = 1,864 \cdot \left(\frac{45 - 33}{41,67}\right)^{0,15} = 1,546$$

$$\phi_1(t, t_0) = -\ln[1 - \psi_1(t, t_0)] = 0,0149$$

$$\phi_2(t, t_0) = -\ln[1 - \psi_2(t, t_0)] = 0,0158$$

$$\phi_5(t, t_0) = -\ln[1 - \psi_5(t, t_0)] = 0,0144$$

A.4 PERDAS PROGRESSIVAS PELO MÉTODO DOS PRISMAS

EQUIVALENTES

A homogeneização da seção é descrita pelas Equações (20) a (23):

$$E_{ck,h} = (E_{ckj,1} \cdot A_{c,1} + E_{ckj,2} \cdot A_{c,2}) / (A_{c,1} + A_{c,2}) \\ = (5600\sqrt{1} \cdot 40 \cdot 0,27 + 5600\sqrt{0,5982} \cdot 30 \cdot 0,1365) / (0,27 + 0,1365) = 31490,88 \text{ MPa}$$

$$A_{c,1} = A_{cp,1} + (\alpha_p - 1)(A'_p + A_p) + \alpha_c \cdot A_{cp,2} = \left(0,27 + \left(\frac{20000}{E_{ck,h}}\right) (9,87 + 1,974) \cdot 10^{-4} + 0,6668 \cdot 0,1365\right) / (0,27 + 0,1365) \\ = 0,3678 \text{ m}^2$$

$$h_{egs,2} = \frac{(A_{cp,1} \cdot h_{eg,1} + (\alpha_p - 1)\left(\frac{A'_p}{2} \cdot d_{p1} + \frac{A_p}{2} \cdot d_{p2} + A'_p \cdot d_{ps}\right) + \alpha_c(b_f \cdot h_f \cdot h'_{eg,2} + b_w \cdot h_w \cdot h''_{eg,2}))}{A_{c,2}} \\ = \frac{(0,27 \cdot 0,45 + (6,351 - 1)\left(\frac{9,87}{2} \cdot 0,045 + \frac{9,87}{2} \cdot 0,08 + 1,974 \cdot 0,045\right) + 0,6698 \cdot \left(2,25 \cdot 0,05 \cdot \left(0,9 + 0,15 + \frac{0,05}{2}\right) + 0,16 \cdot 0,15 \cdot \left(0,9 + \frac{0,15}{2}\right)\right)) \cdot 10^{-4}}{0,3678} = 0,5966 \text{ m}$$

$$I_{c,2} = I_{cp,1} + A_{cp,1} \cdot (h_{eg,1} - h_{egs,2})^2 + [(h_{egs,2} - d_{p1})^2 + (h_{egs,2} - d_{p2})^2] \frac{A_p}{2} (\alpha_p - 1) + (h_{egs,2} - (2 \cdot h_{i,1} - d_{ps}))^2 A'_p (\alpha_p - 1) + \alpha_c [I'_{cp,2} + A'_{cp,2} (h'_{eg,2} - h_{egs,2})^2] \\ + \alpha_c [I''_{cp,2} + A''_{cp,2} (h''_{eg,2} - h_{egs,2})^2] \\ = 1,82 \cdot 10^{-2} + 0,27 \cdot (0,45 - 0,5966)^2 + [(0,5966 - 0,045)^2 + (0,5966 - 0,08)^2] \frac{A_p}{2} (6,351 - 1) + (0,5966 - (0,9 - 0,045))^2 A'_p (6,351 - 1) \\ + 0,6698 \left[4,5 \cdot 10^{-5} + 0,024 \left(\left(0,9 + \frac{0,15}{2}\right) - 0,5966\right)^2\right] + 0,6698 \cdot \left[2,343 \cdot 10^{-5} + 0,1125 \left(\left(0,9 + 0,15 + \frac{0,05}{2}\right) - 0,5966\right)^2\right] = 4,51 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$A'_{cp,2} = b_w \cdot h_w = 0,16 \cdot 0,15 = 0,024 \text{ m}^2$$

$$A''_{cp,2} = b_f \cdot h_f = 2,25 \cdot 0,05 = 0,1125 \text{ m}^2$$

$$I'_{cp,2} = b_w \cdot h_w^3 / 12 = 0,16 \cdot 0,16^3 / 12 = 4,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$I''_{cp,2} = b_f \cdot h_f^3 / 12 = 2,25 \cdot 0,05^3 / 12 = 2,343 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

A.4.1 Tensões Iniciais no Concreto

As tensões iniciais nos prismas de concreto para a etapa $n = 4$ serão dadas partindo-se das tensões finais nos prismas relativas à etapa anterior $n - 1 = 3$, ou seja, $\sigma_{fpri,3,n-1}$ e $\sigma_{fpri,4,n-1}$ (Equação (40))

Pelas Equações (32) e (33), estas tensões também podem ser calculadas a partir das tensões nas bordas da etapa $n - 1$, $\sigma_{fbi,n-1}$ e $\sigma_{fbs,n-1}$.

Como na Etapa $n - 1$, que considera a cura do concreto da segunda parte, a resistência deste na absorção de tensões foi desconsiderada, as tensões nos prismas e nas bordas do novo concreto oriundas da etapa anterior, $n - 1$, são nulas.

Segue então que:

$$\sigma_{fpri,3,n-1} = -0,34913$$

$$\sigma_{fpri,4,n-1} = -0,67495$$

$$\sigma_{fpri,6,n-1} = 0$$

$$\sigma_{fpri,7,n-1} = 0$$

Outro ponto a se destacar reside no fato de que não há momento fletor mobilizado na etapa n pois é processada num intervalo de $t - t_0 = 12$ dias no qual não existe carregamento. As tensões mobilizadas pelo carregamento seriam, segundo as Equações (58) a (59):

$$\sigma_{gpri,3,n} = \sigma_{gpri,4,n} = \sigma_{gpri,6,n} = \sigma_{gpri,7,n}$$
$$\frac{M_{g,n} \cdot y_{pc3}}{I_{c,2}} = \frac{M_{g,n} \cdot y_{pc4}}{I_{c,2}} = \alpha_{c,6} \cdot \frac{M_{g,n} \cdot y_{pc6}}{I_{c,2}} = \alpha_{c,7} \cdot \frac{M_{g,n} \cdot y_{pc7}}{I_{c,2}} = 0$$

Consequentemente, é obtido as tensões iniciais nos prismas de concreto, pela Equação (40):

$$\sigma_{ipri,3} = \sigma_{fpri,3,n-1} + \sigma_{gpri,3,n} = -0,34913 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{ipri,4} = \sigma_{fpri,4,n-1} + \sigma_{gpri,4,n} = -0,67495 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{pri,6,n} = \sigma_{fpri,6,n-1} + \sigma_{gpri,6,n} = 0$$

$$\sigma_{pri,7,n} = \sigma_{fpri,7,n-1} + \sigma_{gpri,7,n} = 0$$

Conhecidas as tensões iniciais nos prismas relativos à etapa n , pelas Equações (47) e (48), as tensões iniciais nas bordas serão, para a parte 1 (concreto pré-moldado):

$$\begin{aligned}\sigma_{cbs,1} &= \sigma_{pri,2} + \frac{(\sigma_{pri,1} - \sigma_{pri,2}) \cdot (h_{s1} - r_{g1})}{2r_{g1}} \\ &= -0,155 + \frac{(-0,34913 - (-0,67495)) \cdot ((-0,45) - (-0,2596))}{2 \cdot 0,2596} = 0,7944 \text{ kN/cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{cbi,\ell} &= \sigma_{pri,1} + \frac{(\sigma_{pri,1} - \sigma_{pri,2}) \cdot (h_{i1} - r_{g1})}{2r_{g1}} = -0,34913 + \frac{(-0,34913 - (-0,67495)) \cdot (0,45 - 0,2696)}{2 \cdot 0,2596} \\ &= -0,2296 \text{ kN/cm}^2\end{aligned}$$

Para o concreto moldado “*in loco*”, como as tensões iniciais nos prismas na etapa n são nulas, como resultado as tensões nas bordas também o serão.

A.4.2 Tensões Iniciais na Aço de Protensão

De posse das tensões finais nos feixes ($\sigma_{pf,1,n-1}$) da etapa anterior $n - 1$, é iniciado o cálculo da influência do momento fletor oriundo do carregamento da etapa n , que, para o caso em questão, é nulo.

$$\begin{aligned}\sigma_{pg,1,n} &= \sigma_{pg,2,n} = \sigma_{pg,5,n} \\ \frac{\alpha_p \cdot M_{g,n} \cdot y_{ps1}}{I_{c,2}} &= \frac{\alpha_p \cdot M_{g,n} \cdot y_{ps2}}{I_{c,2}} = \frac{\alpha_p \cdot M_{g,n} \cdot y_{ps5}}{I_{c,2}} = 0\end{aligned}$$

Como efeito, as tensões iniciais nos feixes na etapa n são dadas pela Equação (56):

$$\sigma_{p,1,n} = \sigma_{pf,1,n-1} + \sigma_{pg,1,n} = \sigma_{pf,1,n-1} + \sigma_{pg,1,n} = 121,667 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{p,2,n} = \sigma_{pf,2,n-1} + \sigma_{pg,2,n} = \sigma_{pf,2,n-1} + \sigma_{pg,2,n} = 123,328 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{p,5,n} = \sigma_{pf,5,n-1} + \sigma_{pg,5,n} = \sigma_{pf,5,n-1} + \sigma_{pg,5,n} = 122,927 \text{ kN/cm}^2$$

A.4.2 Perdas Progressivas

A origem das ordenadas z_i é obtida pela Equação (28):

prisma	$\frac{E_i \cdot A_i}{q_i}$
1°	97249,6439
2°	97165,0223
5°	38874,1799
3°	3741283,82
4°	3741283,82
6°	565077,216
7°	565077,216
Σ	8846010,92

$$z_{,origem} = \sum_i \left(\frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \right) d_i / \sum_i \left(\frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \right)$$

$$\begin{aligned} \sum_i \left(\frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \right) d_i &= 97249,6439 \cdot 0,045 + 97165,0223 \cdot 0,08 + 38874,1799 \cdot 0,855 + 3741283,82 \cdot (0,45 - 0,2596) \\ &+ 3741283,82 \cdot (0,45 + 0,2596) + 565077,216 \cdot (0,9 + 0,15741 - 0,04416) + 565077,216 \\ &\cdot (0,9 + 0,15741 + 0,04416) = 4607587,464 \end{aligned}$$

$$z_{,origem} = \sum_i \left(\frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \right) d_i / \sum_i \left(\frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \right) = \frac{4607587,464}{8846010,92} = 0,52087 \text{ m}$$

A esta fase, os dados já são suficientes para prosseguir com o cálculo dos coeficientes da reta:

Primas	A_i	ε_{csi}	E_i	σ_{0i}	φ_i	z_i	z_{origem}
1°	4,935	0	200000	121,6668	0,014914	47,58661	
2°	4,935	0	200000	123,3279	0,015798	44,08661	
5°	1,974	0	200000	122,9268	0,015584	-33,4134	
3°	1350	-1,04659E-05	35417,51	-0,34913	0,339025	33,04955	0,520866129
4°	1350	-1,04659E-05	35417,51	-0,67495	0,339025	-18,8763	
6°	457,1631	-5,44352E-05	23723,92	0	1,121135	-49,2387	
7°	457,1631	-5,44352E-05	23723,92	0	1,121135	-58,0716	

prisma	$\frac{E_i \cdot A_i}{q_i}$	$\frac{\sigma_{0i} \cdot A_i \cdot \varphi_i}{q_i}$	$\frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i}{q_i}$	$\frac{\sigma_{0i} \cdot A_i \cdot \varphi_i \cdot z_i}{q_i}$	$\frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i \cdot z_i}{q_i}$	$\frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i^2$
1°	97249,6439	8,823011	0	41985,7198	0	2,2022E+12
2°	97165,0223	9,465282	0	41729,2226	0	1,8885E+12
5°	38874,1799	3,723577	0	-12441,7321	0	4,3401E+11
3°	3741283,82	-125,032	-39,1557671	-413226,464	-129408,0461	4,0865E+13
4°	3741283,82	-241,717	-39,1557671	456271,988	73911,6932	1,3331E+13
6°	565077,216	0	-30,76011491	0	151458,8939	1,37E+13
7°	565077,216	0	-30,76011491	0	178628,7933	1,9056E+13
Σ	8846010,92	-344,737	-139,831764	114318,734	274591,3343	9,1477E+13

Pela Equação (29), o coeficiente de deformação axial é calculado:

$$a = \frac{\sum_i \frac{\sigma_{0i} \cdot \varphi_i \cdot A_i}{q_i} + \sum_i \frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i}{q_i}}{\sum_i \frac{E_i \cdot A_i}{q_i}} = \frac{(-344,737 - 139,8317)}{8846010,92} = -5,4778 \cdot 10^{-5}$$

Para o coeficiente de rotação, a Equação (30) é aplicada:

$$b = \frac{\sum_i \frac{\sigma_{0i} \cdot \phi_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i + \sum_i \frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i}{\sum_i \frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i^2} = \frac{114318,734 + 274591,3343}{9,1477 \cdot 10^{13}} = 4,2515 \cdot 10^{-9}$$

Conhecidos os valores de a e b , a variação de tensão nos prismas é calculada a partir da Equação (31):

$$\begin{aligned} \frac{\Delta X_3}{A_3} &= [\sigma_{03} \cdot \phi_3 + \varepsilon_{cs3} \cdot E_3 + (a + bz_3)E_3]/q_3 \\ &= [(-0,34913) \cdot 0,3390 + (-1,0496 \cdot 10^{-5}) \cdot 3571,751 + (-5,4778 \cdot 10^{-5} + (4,2515 \cdot 10^{-9}) \cdot 33,0945) \cdot 3571,751]/1,2780 \\ &= -0,0298 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta X_4}{A_4} &= [\sigma_{04} \cdot \phi_4 + \varepsilon_{cs4} \cdot E_4 + (a + bz_4)E_4]/q_4 \\ &= [(-0,67495) \cdot 0,3390 + (-1,0496 \cdot 10^{-5}) \cdot 3571,751 + (-5,4778 \cdot 10^{-5} + (4,2515 \cdot 10^{-9}) \cdot (-18,8763)) \cdot 3571,751]/1,2780 \\ &= 0,0560 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta X_6}{A_6} &= [\sigma_{06} \cdot \phi_6 + \varepsilon_{cs6} \cdot E_6 + (a + bz_6)E_6]/q_6 \\ &= [(0) \cdot 1,1211 + (-5,4435 \cdot 10^{-5}) \cdot 2372,392 + (-5,4778 \cdot 10^{-5} + (4,2515 \cdot 10^{-9}) \cdot (-49,2387)) \cdot 2372,392]/1,9193 \\ &= -6,8 \cdot 10^{-4} \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta X_7}{A_7} &= [\sigma_{07} \cdot \phi_7 + \varepsilon_{cs7} \cdot E_7 + (a + bz_7)E_7]/q_7 \\ &= [(0) \cdot 1,1211 + (-5,4435 \cdot 10^{-5}) \cdot 2372,392 + (-5,4778 \cdot 10^{-5} + (4,2515 \cdot 10^{-9}) \cdot (-58,0716)) \cdot 2372,392]/1,9193 \\ &= -7,3 \cdot 10^{-4} \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta X_1}{A_1} &= [\sigma_{01} \cdot \phi_1 + \varepsilon_{cs1} \cdot E_1 + (a + bz_1)E_1]/q_1 \\ &= [121,6668 \cdot 0,01491 + 0 \cdot E_3 + (-5,4778 \cdot 10^{-5} + (4,2515 \cdot 10^{-9}) \cdot 47,586) \cdot 20000]/1,0149 \\ &= -2,863 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta X_2}{A_2} &= [\sigma_{02} \cdot \phi_2 + \varepsilon_{cs2} \cdot E_2 + (a + bz_2)E_2]/q_2 \\ &= [123,327 \cdot 0,01579 + 0 \cdot E_3 + (-5,4778 \cdot 10^{-5} + (4,2515 \cdot 10^{-9}) \cdot 44,086) \cdot 20000]/1,01579 \\ &= -2,992 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta X_5}{A_5} &= [\sigma_{05} \cdot \phi_5 + \varepsilon_{cs5} \cdot E_5 + (a + bz_5)E_5]/q_5 \\ &= [122,9268 \cdot 0,015584 + 0 \cdot E_3 + (-5,4778 \cdot 10^{-5} + (4,2515 \cdot 10^{-9}) \cdot (-33,0495)) \cdot 20000]/1,015584 \\ &= -2,9678 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$

A.4.3 Tensões Finais no Concreto

As tensões finais nos prismas de concreto são representadas pela Equação

(46):

$$\sigma_{fpri,3,n} = \sigma_{pri,3,n} + \Delta\sigma_{pri,3,n} = -0,34913 - 0,02598 = -0,3789 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{fpri,4,n} = \sigma_{pri,4,n} + \Delta\sigma_{pri,4,n} = -0,67495 + 0,056 = -0,6189 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{fpri,6,n} = \sigma_{pri,6,n} + \Delta\sigma_{pri,6,n} = 0 - 6,8 \cdot 10^{-4} = -6,8 \cdot 10^{-4} \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{fpri,7,n} = \sigma_{pri,7,n} + \Delta\sigma_{pri,7,n} = 0 - 7,3 \cdot 10^{-4} = -7,3 \cdot 10^{-4} \text{ kN/cm}^2$$

As tensões finais nas bordas de concreto são indicadas pelas Equações (53) e (54):

Para os prismas da parte 1:

$$\sigma_{fcbs,t} = \sigma_{fpri,2t} + \frac{(\sigma_{fpri,2t-1} - \sigma_{fpri,2t}) \cdot (h_{st} - r_{gt})}{2r_{gt}} = -0,6189 + \frac{(-0,3789 - (-0,6189)) \cdot (-0,45 - (-0,2596))}{2 \cdot 0,2596}$$

$$= -0,7069 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{fcbi,t} = \sigma_{fpri,2t-1} + \frac{(\sigma_{fpri,2t-1} - \sigma_{fpri,2t}) \cdot (h_{it} - r_{gt})}{2r_{gt}} = -0,3789 + \frac{(-0,3789 - (-0,6189)) \cdot (0,45 - 0,2596)}{2 \cdot 0,2596}$$

$$= -0,2909 \text{ kN/cm}^2$$

Para os prismas da parte 2:

$$\sigma_{fcbs,t} = \sigma_{fpri,2t} + \frac{(\sigma_{fpri,2t-1} - \sigma_{fpri,2t}) \cdot (h_{st} - r_{gt})}{2r_{gt}}$$

$$= -7,3 \cdot 10^{-4} + \frac{(-6,8 \cdot 10^{-4} - (-7,3 \cdot 10^{-4})) \cdot (-0,04258 - (-0,04416))}{2 \cdot 0,04416} = -7,28 \cdot 10^{-4} \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{fcbi,t} = \sigma_{fpri,2t-1} + \frac{(\sigma_{fpri,2t-1} - \sigma_{fpri,2t}) \cdot (h_{it} - r_{gt})}{2r_{gt}}$$

$$= -6,8 \cdot 10^{-4} + \frac{(-6,8 \cdot 10^{-4} - (-7,3 \cdot 10^{-4})) \cdot (0,1574 - 0,04416)}{2 \cdot 0,04416} = -6,23 \cdot 10^{-4} \text{ kN/cm}^2$$

A.4.3 Tensões Finais no Aço

As tensões finais nos feixes, por fim, são encontradas através da Equação (57):

$$\sigma_{pf,1,n} = \sigma_{p,1,n} + \Delta\sigma_{p,1,n} = 121,667 - 2,863 = 118,8035 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{pf,2,n} = \sigma_{p,2,n} + \Delta\sigma_{p,2,n} = 123,328 - 2,992 = 120,3351 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{pf,3,n} = \sigma_{p,5,n} + \Delta\sigma_{p,5,n} = 122,927 - 2,9678 = 119,959 \text{ kN/cm}^2$$

Anexo A

Efeito do tempo no concreto estrutural

A.1 Generalidades

As prescrições deste Anexo têm caráter informativo que podem, na falta de dados melhores, ser usadas no projeto de estruturas com concretos do grupo I da ABNT NBR 8953 cobertos por esta Norma. Outros valores podem ser usados, desde que comprovados experimentalmente, por meio de ensaios realizados de acordo com Normas Brasileiras específicas, levando em conta variações nas características e propriedades dos componentes do concreto, ou ainda desde que respaldados por Normas Internacionais ou literatura técnica.

A.2 Deformações do concreto

A.2.1 Introdução

Quando não há impedimento à livre deformação do concreto, e a ele é aplicada, no tempo t_0 , uma tensão constante no intervalo $t - t_0$, sua deformação total, no tempo t , vale:

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_c(t_0) + \varepsilon_{cc}(t) + \varepsilon_{cs}(t)$$

onde

$\varepsilon_c(t_0) = \sigma_c(t_0) / E_{ci}(t_0)$ é a deformação imediata, por ocasião do carregamento, com $E_{ci}(t_0)$ calculado, para $j = t_0$, pela expressão $E_{ci}(t_0) = 5\,600 f_{ckj}^{1/2}$;

$\varepsilon_{cc}(t) = [\sigma_c(t_0) / E_{ci28}] \varphi(t, t_0)$ é a deformação por fluência, no intervalo de tempo (t, t_0) , com E_{ci28} calculado pela mesma expressão para $j = 28$ dias;

$\varepsilon_{cs}(t)$ é a deformação por retração, no intervalo de tempo (t, t_0) .

A.2.2 Fluência do concreto

A.2.2.1 Generalidades

A deformação por fluência do concreto (ε_{cc}) é composta de duas partes, uma rápida e outra lenta. A deformação rápida (ε_{cca}) é irreversível e ocorre durante as primeiras 24 h após a aplicação da carga que a originou. A deformação lenta é, por sua vez, composta por duas outras parcelas: a deformação lenta irreversível (ε_{ccf}) e a deformação lenta reversível (ε_{ccd}).

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{cca} + \varepsilon_{ccf} + \varepsilon_{ccd}$$

$$\varepsilon_{c,tot} = \varepsilon_c + \varepsilon_{cc} = \varepsilon_c (1 + \varphi)$$

$$\varphi = \varphi_a + \varphi_f + \varphi_d$$

onde

φ_a é o coeficiente de deformação rápida;

φ_f é o coeficiente de deformação lenta irreversível;

φ_d é o coeficiente de deformação lenta reversível.

A.2.2.2 Hipóteses

Para o cálculo dos efeitos da fluência, quando as tensões no concreto são as de serviço, admitem-se as seguintes hipóteses:

- a) a deformação por fluência ε_{cc} varia linearmente com a tensão aplicada;
- b) para acréscimos de tensão aplicados em instantes distintos, os respectivos efeitos de fluência se superpõem;
- c) a deformação rápida produz deformações constantes ao longo do tempo; os valores do coeficiente φ_a são função da relação entre a resistência do concreto no momento da aplicação da carga e a sua resistência final;
- d) o coeficiente de deformação lenta reversível φ_d depende apenas da duração do carregamento; o seu valor final e o seu desenvolvimento ao longo do tempo são independentes da idade do concreto no momento da aplicação da carga;
- e) o coeficiente de deformação lenta irreversível φ_f depende de:
 - umidade relativa do ambiente (U);
 - consistência do concreto no lançamento;
 - espessura fictícia da peça h_{fic} (ver A.2.4);
 - idade fictícia do concreto (ver A.2.4) no instante (t_0) da aplicação da carga;
 - idade fictícia do concreto no instante considerado (t);
- f) para o mesmo concreto, as curvas de deformação lenta irreversível em função do tempo, correspondentes às diferentes idades do concreto no momento do carregamento, são obtidas, umas em relação às outras, por deslocamento paralelo ao eixo das deformações, conforme a Figura A.1.

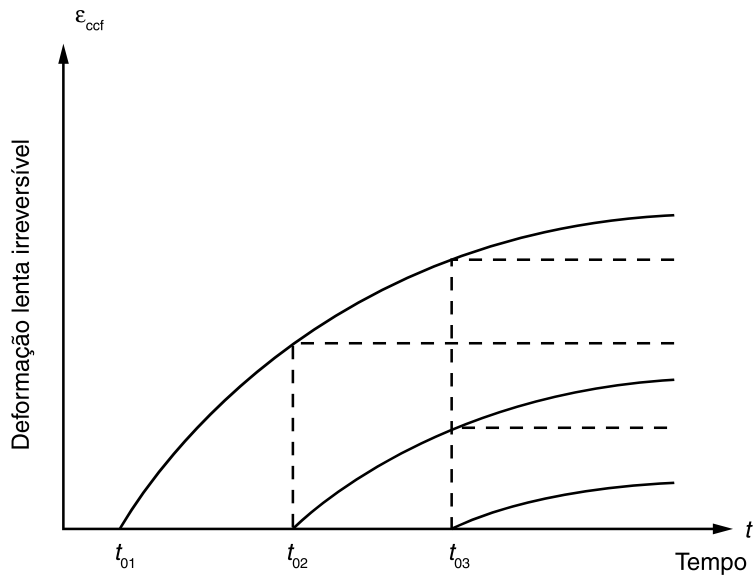


Figura A.1 – Variação de $\varepsilon_{ccf}(t)$

A.2.2.3 Valor da fluência

No instante t a deformação devida à fluência é dada por:

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \varepsilon_{cca} + \varepsilon_{ccd} + \varepsilon_{ccf} = \frac{\sigma_c}{E_{c28}} \varphi(t, t_0)$$

com E_{c28} , módulo de deformação tangente inicial para $j = 28$ dias, que deve ser obtido segundo ensaio estabelecido na ABNT NBR 8522. Quando não forem realizados ensaios e não existirem dados mais precisos sobre o concreto usado, podem ser utilizados os valores da Tabela 8.1.

O coeficiente de fluência $\varphi(t, t_0)$, válido também para a tração, é dado por:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_a + \varphi_{f\infty} [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] + \varphi_{d\infty} \beta_d$$

onde

t é a idade fictícia do concreto no instante considerado, expressa em dias;

t_0 é a idade fictícia do concreto ao ser feito o carregamento único, expressa em dias;

t_{0i} é a idade fictícia do concreto ao ser feito o carregamento, expressa em dias;

φ_a é o coeficiente de fluência rápida, determinado pela expressão:

$$\varphi_a = 0,8 \left[1 - \frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} \right], \text{ para concretos de classes C20 a C45.}$$

$$\varphi_a = 1,4 \left[1 - \frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} \right], \text{ para concretos de classes C50 a C90.}$$

onde

$\frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)}$ é a função do crescimento da resistência do concreto com a idade, definida em 12.3;

$\varphi_{f\infty} = \varphi_{1c} \cdot \varphi_{2c}$ é o valor final do coeficiente de deformação lenta irreversível para concretos de classes C20 a C45;

$\varphi_{f\infty} = 0,45 \cdot \varphi_{1c} \cdot \varphi_{2c}$ é o valor final do coeficiente de deformação lenta irreversível para concretos de classes C50 a C90;

φ_{1c} é o coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente U , expresso em porcentagem (%), e da consistência do concreto dada pela Tabela A.1;

φ_{2c} é o coeficiente dependente da espessura fictícia h_{fic} da peça, definida em A.2.4.

$$\varphi_{2c} = \frac{42 + h_{fic}}{20 + h_{fic}}$$

onde

h_{fic} é a espessura fictícia, expressa em centímetros (cm) (A.2.4);

$\beta_f(t)$ ou $\beta_f(t_0)$ é o coeficiente relativo à deformação lenta irreversível, função da idade do concreto (ver Figura A.2);

$\varphi_{d\infty}$ é o valor final do coeficiente de deformação lenta reversível que é considerado igual a 0,4;

$\beta_d(t)$ é o coeficiente relativo à deformação lenta reversível função do tempo $(t - t_0)$ decorrido após o carregamento.

$$\beta_d(t) = \frac{t - t_0 + 20}{t - t_0 + 70}$$

$$\beta_f(t) = \frac{t^2 + At + B}{t^2 + Ct + D}$$

onde

$$A = 42h^3 - 350h^2 + 588h + 113;$$

$$B = 768h^3 - 3060h^2 + 3234h - 23;$$

$$C = -200h^3 + 13h^2 + 1090h + 183;$$

$$D = 7579h^3 - 31916h^2 + 35343h + 1931;$$

h é a espessura fictícia, expressa em metros (m); para valores de h fora do intervalo $(0,05 \leq h \leq 1,6)$, adotam-se os extremos correspondentes;

t é o tempo, expresso em dias $(t \geq 3)$.

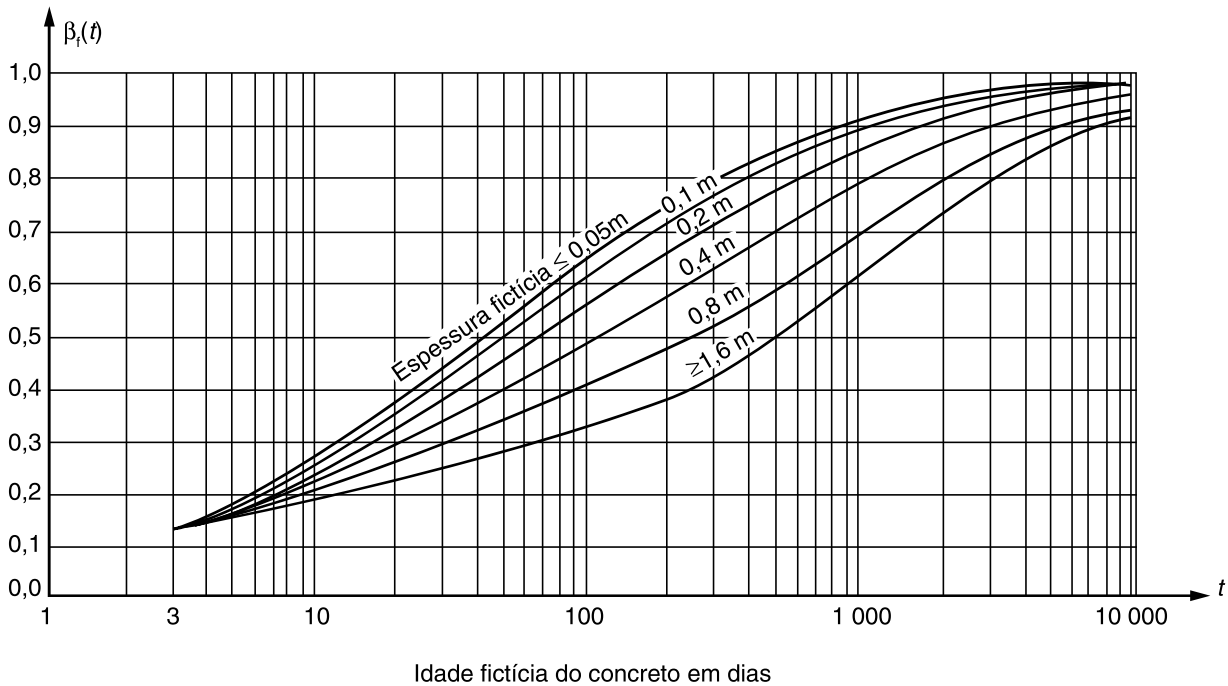


Figura A.2 – Variação de $\beta_f(t)$

A.2.3 Retração do concreto

A.2.3.1 Hipóteses básicas

O valor da retração do concreto depende da:

- umidade relativa do ambiente;
- consistência do concreto no lançamento;
- espessura fictícia da peça.

A.2.3.2 Valor da retração

Entre os instantes t_0 e t , a retração é dada por:

$$\varepsilon_{cs}(t, t_0) = \varepsilon_{cs\infty} [\beta_s(t) - \beta_s(t_0)]$$

onde

$$\varepsilon_{cs\infty} = \varepsilon_{1s} \varepsilon_{2s}$$

$\varepsilon_{cs\infty}$ é o valor final da retração;

ε_{1s} é o coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente e da consistência do concreto (ver Tabela A.1);

ε_{2s} é o coeficiente dependente da espessura fictícia da peça:

$$\varepsilon_{2s} = \frac{33 + 2h_{fic}}{20,8 + 3h_{fic}}$$

onde

h_{fic} é a espessura fictícia, expressa em centímetros (cm) (A.2.4);

$\beta_s(t)$ ou $\beta_s(t_0)$ é o coeficiente relativo à retração, no instante t ou t_0 (Figura A.3);

t é a idade fictícia do concreto no instante considerado, expressa em dias;

t_0 é a idade fictícia do concreto no instante em que o efeito da retração na peça começa a ser considerado, expressa em dias.

Tabela A.1 – Valores numéricos usuais para a determinação da fluência e da retração

Ambiente	Umidade U %	Fluência $\varphi_{1c}^{a, c}$			Retração $10^4 \varepsilon_{1s}^{b, c}$			γ^d
		Abatimento de acordo com a ABNT NBR NM 67 cm						
		0 – 4	5 – 9	10 – 15	0 – 4	5 – 9	10 – 15	
Na água	–	0,6	0,8	1,0	+ 1,0	+ 1,0	+ 1,0	30,0
Em ambiente muito úmido imediatamente acima da água	90	1,0	1,3	1,6	– 1,9	– 2,5	– 3,1	5,0
Ao ar livre, em geral	70	1,5	2,0	2,5	– 3,8	– 5,0	– 6,2	1,5
Em ambiente seco	40	2,3	3,0	3,8	– 4,7	– 6,3	– 7,9	1,0

^a $\varphi_{1c} = 4,45 - 0,035U$ para abatimento no intervalo de 5 cm a 9 cm e $U \leq 90$ %.

^b $10^4 \varepsilon_{1s} = - 8,09 + (U/15) - (U^2/ 2 284) + (U^3/ 133 765) - (U^4/ 7 608 150)$ para abatimentos de 5 cm a 9 cm e $40 \% \leq U \leq 90$ %.

^c Os valores de φ_{1c} e ε_{1s} para $U \leq 90$ % e abatimento entre 0 cm e 4 cm são 25 % menores e, para abatimentos entre 10 cm e 15 cm, são 25 % maiores.

^d $\gamma = 1 + \exp(-7,8 + 0,1 U)$ para $U \leq 90$ %.

NOTA 1 Para efeito de cálculo, as mesmas expressões e os mesmos valores numéricos podem ser empregados, no caso de tração.

NOTA 2 Para o cálculo dos valores de fluência e retração, a consistência do concreto é aquela correspondente à obtida com o mesmo traço, sem a adição de superplastificantes e superfluidificantes.

$$\beta_s(t) = \frac{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + A\left(\frac{t}{100}\right)^2 + B\left(\frac{t}{100}\right)}{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + C\left(\frac{t}{100}\right)^2 + D\left(\frac{t}{100}\right) + E}$$

onde

$$A = 40;$$

$$B = 116h^3 - 282h^2 + 220h - 4,8;$$

$$C = 2,5h^3 - 8,8h + 40,7;$$

$$D = -75h^3 + 585h^2 + 496h - 6,8;$$

$$E = -169h^4 + 88h^3 + 584h^2 - 39h + 0,8;$$

h é a espessura fictícia, expressa em metros (m); para valores de h fora do intervalo $(0,05 \leq h \leq 1,6)$, adotam-se os extremos correspondentes;

t é o tempo, expresso em dias ($t \geq 3$).

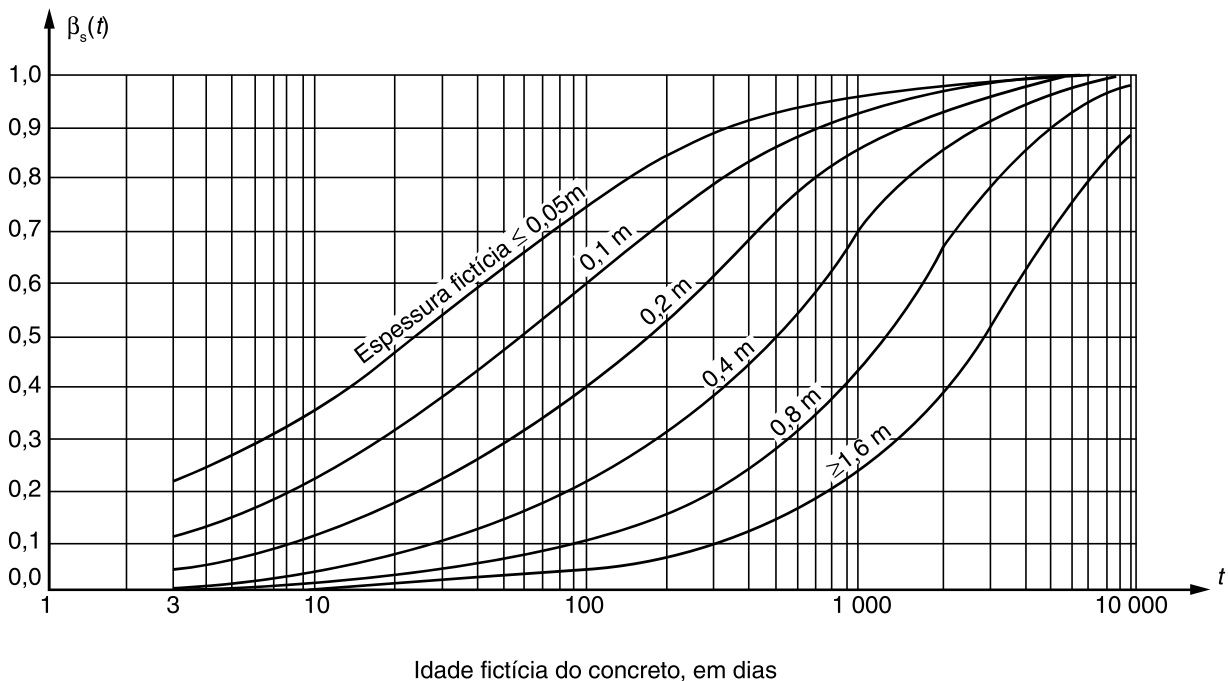


Figura A.3 – Variação de $\beta_s(t)$

A.2.4 Idade e espessura fictícias

A.2.4.1 Idade fictícia do concreto

A idade a considerar é a idade fictícia (αt_{ef}), em dias, quando o endurecimento é feito à temperatura ambiente de 20 °C e, nos demais casos, quando não houver cura a vapor, a idade a considerar é a idade fictícia dada por:

$$t = \alpha \sum_i \frac{T_i + 10}{30} \Delta t_{ef,i}$$

onde

t é a idade fictícia, expressa em dias;

α é o coeficiente dependente da velocidade de endurecimento do cimento; na falta de dados experimentais, permite-se o emprego dos valores constantes na Tabela A.2;

T_i é a temperatura média diária do ambiente, expressa em graus Celsius (°C);

$\Delta t_{ef,i}$ é o período, expresso em dias, durante o qual a temperatura média diária do ambiente, T_i , pode ser admitida constante.

NOTA Essa expressão não se aplica à cura a vapor.

Tabela A.2 – Valores da fluência e da retração em função da velocidade de endurecimento do cimento

Cimento Portland (CP)	α	
	Fluência	Retração
De endurecimento lento (CP III e CP IV, todas as classes de resistência)	1	1
De endurecimento normal (CP I e CP II, todas as classes de resistência)	2	
De endurecimento rápido (CP V-ARI)	3	

Legenda:
CP I e CP I-S – Cimento Portland comum
CP II-E, CP II-F e CP II-Z – Cimento Portland composto
CP III – Cimento Portland de alto forno
CP IV – Cimento Portland pozolânico
CP V-ARI – Cimento Portland de alta resistência inicial
RS – Cimento Portland resistente a sulfatos (propriedade específica de alguns dos tipos de cimento citados)

A.2.4.2 Espessura fictícia da peça

Define-se como espessura fictícia o seguinte valor:

$$h_{fic} = \gamma \frac{2A_c}{u_{ar}}$$

onde

γ é o coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente ($U\%$) (ver Tabela A.1), sendo:

$$\gamma = 1 + \exp(-7,8 + 0,1U);$$

A_c é a área da seção transversal da peça;

u_{ar} é a parte do perímetro externo da seção transversal da peça em contato com o ar.

A.2.5 Deformação total do concreto

Quando há variação de tensão ao longo do intervalo, induzida por ações externas ou agentes de diferentes propriedades reológicas (incluindo-se armadura, concretos de diferentes idades etc.), a deformação total no concreto pode ser calculada por:

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} + \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{c28}} \varphi(t, t_0) + \varepsilon_{cs}(t, t_0) + \int_{\tau=t_0}^t \frac{\partial \sigma_c}{\partial \tau} \left(\frac{1}{E_{c\tau}} + \frac{\alpha \varphi(\tau, t_0)}{E_{c28}} \right) d\tau$$

em que os três primeiros termos representam a deformação não impedida e a integral, e os efeitos da variação de tensões ocorridas no intervalo.

Permite-se substituir essa expressão por:

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_{c28}} \right] + \varepsilon_{cs}(t, t_0) + \Delta \sigma_c(t, t_0) \left(\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_{c28}} \right)$$

Nas expressões de $\varepsilon_c(t)$:

$\Delta \sigma_c(t, t_0)$ é a variação total de tensão no concreto, no intervalo (t, t_0) ;

α é o coeficiente característico que tem valor variável conforme o caso.

No cálculo de perdas de protensão em casos usuais onde a peça pode ser considerada como concretada de uma só vez e a protensão como aplicada de uma só vez, pode-se adotar $\alpha = 0,5$ e admitir $E_c(t_0) = E_{c28}$, como foi feito em 9.6.3.4.2. Observar que aquela subseção considera que o coeficiente de fluência do concreto: $\varphi = \varphi_a + \varphi_f + \varphi_d$ é um coeficiente de deformação lenta irreversível, com as propriedades definidas para φ_f .

Nos outros casos usuais, pode-se considerar $\alpha = 0,8$, mantendo $E_c(t_0) \neq E_{c28}$ sempre que significativo.

Essa aproximação tem a vantagem de tratar φ como uma única função, sem separar φ_a , φ_f , e φ_d .

É possível separar φ_a , φ_f , e φ_d , mas para isso é necessário aplicar a expressão integral ao problema em estudo. A expressão simplificada não se aplica nesse caso.

Especial atenção deve ser dada aos casos em que as fundações são deformáveis ou parte da estrutura não apresenta deformação lenta, como é o caso de tirantes metálicos.

A.3 Deformações na armadura

A.3.1 Quando a armadura é solicitada em situação análoga à descrita em A.2.1, sua deformação vale:

$$\varepsilon_s(t) = \frac{\sigma_s(t_0)}{E_s} + \frac{\sigma_s(t_0)}{E_s} \chi(t, t_0)$$

onde

$\sigma_s(t_0) / E_s$ é a deformação imediata, por ocasião do carregamento;

$[\sigma_s(t_0) / E_s] \chi(t, t_0)$ é a deformação por fluência, ocorrida no intervalo de tempo (t, t_0) e considerada sempre que $\sigma_s(t_0) > 0,5 f_{ptk}$.

A.3.2 Quando a livre deformação por fluência é impedida, em situação análoga à descrita em A.2.5 para o concreto, a deformação total pode ser calculada por:

$$\varepsilon_s(t) = \frac{\sigma_s(t_0)}{E_s} + \frac{\sigma_s(t_0)}{E_s} \chi(t, t_0) + \frac{\Delta\sigma_s(t, t_0)}{E_s} [1 + \chi(t, t_0)]$$

onde

$\Delta\sigma_s(t, t_0)$ é a variação total de tensão na armadura, no intervalo (t, t_0) .