

Maurício Guilherme Alves dos Reis

**Simulação Numérica e Otimização da
Eficiência Hidráulica e da Potência
Mecânica da Turbina de Arquimedes**

Uberlândia - M.G.

Julho de 2021



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
Av. João Naves de Ávila, nº 2121, Bloco 1M, Sala 212 - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-MG, CEP 38400-902
Telefone: (34) 3239-4282 - www.posgrad.mecanica.ufu.br - secposmec@mecanica.ufu.br



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Mecânica				
Defesa de:	Tese de Doutorado, nº 313, COPEM				
Data:	07/07/2021	Hora de início:	08:15	Hora de encerramento:	11:00
Matrícula do Discente:	11623EMC011				
Nome do Discente:	Mauricio Guilherme Alves dos Reis				
Título do Trabalho:	Simulação Numérica e Otimização da Eficiência Hidráulica e da Potência Mecânica da Turbina de Arquimedes				
Área de concentração:	Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos				
Linha de pesquisa:	Dinâmica dos Fluidos e Transferência de Calor				
Projeto de Pesquisa de vinculação:					

Reuniu-se por meio de videoconferência a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, assim composta: Professores Doutores: Francisco José de Souza - FEMEC/UFU; Fran Sérgio Lobato - FEQUI/UFU; Antônio Cesar Pinho Brasil Júnior - UnB; Carlos Barreira Martinez - UNIFEI; e Solidônio Rodrigues de Carvalho - FEMEC/UFU, orientador do candidato. Ressalta-se que os Prof. Solidônio Rodrigues de Carvalho, Francisco José de Souza, Fran Sérgio Lobato e o Discente participaram da defesa por meio de videoconferência desde a cidade de Uberlândia/MG; Antônio Cesar Pinho Brasil Júnior desde a cidade de Brasília/DF; e Carlos Barreira Martinez desde a cidade de Itajubá/MG, em atendimento a Portaria nº 36, de 19 de março de 2020, da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES.

Iniciando os trabalhos, o presidente da mesa, Dr. Solidônio Rodrigues de Carvalho, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(as) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado.

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Solidonio Rodrigues de Carvalho, Professor(a) do Magistério Superior**, em 07/07/2021, às 11:11, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Fran Sergio Lobato, Professor(a) do Magistério Superior**, em 07/07/2021, às 11:12, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Francisco José de Souza, Professor(a) do Magistério Superior**, em 07/07/2021, às 11:13, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Carlos Barreira Martinez, Usuário Externo**, em 07/07/2021, às 11:15, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Antonio Cesar Plinho Brasil Junior, Usuário Externo**, em 08/07/2021, às 07:04, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **2886388** e o código CRC **AAE4A2CB**.

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

R375 Reis, Mauricio Guilherme Alves dos, 1986-
2021 Simulação Numérica e Otimização da Eficiência
Hidráulica e da Potência Mecânica da Turbina de
Arquimedes [recurso eletrônico] / Mauricio Guilherme
Alves dos Reis. - 2021.

Orientador: Solidônio Rodrigues de Carvalho.
Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia,
Pós-graduação em Engenharia Mecânica.
Modo de acesso: Internet.
Disponível em: <http://doi.org/10.14393/ufu.te.2021.286>
Inclui bibliografia.

1. Engenharia mecânica. I. Carvalho, Solidônio
Rodrigues de ,1978-, (Orient.). II. Universidade
Federal de Uberlândia. Pós-graduação em Engenharia
Mecânica. III. Título.

CDU: 621

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:

Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091

AGRADECIMENTOS

Aos meu pais, Marcos Antônio dos Reis e Elza Maria de Almeida, pelo amor, carinho, bons exemplos e apoio total às minhas escolhas.

Aos demais familiares e amigos.

Ao Professor Dr. Solidônio Rodrigues de Carvalho (Orientador), por sua paciência, dedicação e conhecimentos passados neste trabalho.

Aos companheiros do Laboratório de Transferência de Calor e Massa (LTCM).

Aos professores do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia pelos conhecimentos compartilhados.

Ao CNPQ pelo suporte financeiro e à CAPES e à FAPEMIG pelo apoio material.

RESUMO

O propósito deste trabalho foi desenvolver uma metodologia para otimização da eficiência hidráulica e da potência mecânica da turbina de Arquimedes. Para isso, utilizou-se dinâmica de fluidos computacional juntamente com modelos analíticos e empíricos para se calcular os parâmetros de interesse da turbina. Um algoritmo computacional foi desenvolvido através da linguagem Python que, por sua vez, executa os softwares SALOME, OpenFOAM e o método BOBYQA, o qual consiste em aproximações iterativas da função objetivo por meio de curvas quadráticas. As equações analíticas e empíricas empregadas foram derivadas de modelos existentes na literatura e aplicadas na determinação do vazamento pelas frestas entre as pás móveis e a calha fixa da turbina. A simulação numérica desse tipo de vazamento exige grande refinamento localizado, devido à alta razão entre o diâmetro das pás e a largura da fresta. Assim, durante as simulações numéricas as frestas foram desconsideradas do domínio computacional e, para corrigir as soluções, subtraiu-se o vazamento pré-estimado da vazão total da turbina. Primeiramente, foram validados os resultados referentes ao vazamento por frestas, os quais apresentaram boa concordância com dados da literatura. Um estudo de caso permitiu ajustar as curvas desse vazamento em função do diâmetro da turbina de Arquimedes. Concluiu-se que a perda de eficiência devido a esse efeito foi mais significativa em turbinas com menores diâmetros e com maiores inclinações. As potências mecânicas e as eficiências hidráulicas calculadas nas simulações numéricas da turbina de Arquimedes foram próximas de dados numéricos e experimentais existentes na literatura. Observou-se que a perda de potência por efeitos viscosos aumentou em altas rotações. Além disso, o aumento da rotação também reduziu o preenchimento da turbina, causando refluxos na descarga e perda de eficiência. Por outro lado, baixas rotações elevaram o preenchimento e causaram perdas por sobrepreenchimento. As otimizações com uma variável necessitaram de até sete iterações para determinar pontos ótimos e as multiparamétricas, até quatorze iterações. A maior eficiência hidráulica determinada foi de 88,2%. Observou-se também que as maiores eficiências hidráulicas ocorreram em níveis de preenchimento próximos a 40% na entrada do parafuso. Em tais condições, os vazamentos por sobrepreenchimento foram eliminados ou reduzidos, o que contribuiu para o aumento da eficiência da turbina de Arquimedes.

Palavras-chave: Turbina de Arquimedes. Escoamento Multifásico. OpenFOAM. Otimização.

ABSTRACT

The purpose of this work is to develop a methodology to optimize the hydraulic efficiency and the mechanical power of the Archimedes screw turbine. For that, the computational fluid dynamics are used together with analytical and empirical models to calculate the turbine output parameters. A computational algorithm was developed using the Python language, which, in turn, runs the softwares SALOME, OpenFOAM, and the BOBYQA method. The BOBYQA method consists of iterative approximations of the objective function through quadratic curves. The analytical and empirical equations used are derived from existing models in the literature and are applied in the determination of gap leakage. Because the numerical simulation of gap leakage requires great localized refinement due to the high ratio between the diameter of the blades and the width of the gap. Thus, the existence of gaps is disregarded in the computational domain during the numerical simulations of the Archimedes screw turbine. To correct the solutions, gap leakage is subtracted from the total flow through the turbine. First, the results of simulations of gap leakage were validated, which showed good agreement with data from the literature. A case study allowed for adjusting gap leakage curves depending on the diameter of the Archimedes turbine, which can be used in equipment design. It was concluded that turbines with more blades have less gap leakage and that the loss of efficiency due to that effect is more significant in turbines with smaller diameters and with greater inclinations. The mechanical powers and hydraulic efficiencies calculated in the numerical simulations of the Archimedes screw turbine were close to numerical and experimental data in the literature. It was observed that the loss of power due to viscous effects increases at high speeds. The increase in speed also reduces the filling of the turbine, which can cause reflux in the discharge and loss of efficiency. On the other hand, low speeds tend to increase filling and cause losses due to overfilling leakage. One-variable optimization required up to seven iterations to find optimum points and multi-parameters optimization required up to fourteen iterations. The highest hydraulic efficiency determined was 88.2%. It was also observed that the highest hydraulic efficiencies occurred at filling levels close to 40% at the screw inlet, since overfilling leakage is eliminated or reduced in this condition, which considerably influences the efficiency of the Archimedes screw turbine.

Keywords: Archimedes screw turbine. Multiphase flow. OpenFOAM. Optimization.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AMI	<i>Arbitrary Mesh Interface</i>
AST	Turbina de Arquimedes, derivado do termo em inglês: <i>Archimedes Screw Turbines</i>
BOBYQA	<i>Bound Optimization By Quadratic Approximation</i>
CRO	Ciclo Rankine Orgânico
CSF	<i>Continuum surface force</i>
DFC	Dinâmica de Fluidos Computacional
GAMG	<i>Geometric Agglomerated Algebraic Multigrid</i>
OpenFOAM	Open Field Operation and Manipulation
PISO	<i>Pressure Implicit with Splitting of Operators</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

Co	Número de Courant
d_p	Parâmetro que controla a intensidade da dissipação de quantidade de movimento
$d\mathbf{S}$	Vetor infinitesimal da área de superfície
D_o	Diâmetro externo do parafuso
e_{base}	Espessura do domínio computacional denominado base
e_{topo}	Espessura do domínio computacional denominado topo
e_{ch}	Espessura da chapa da pá
f_{tol}	Critério de parada do método de otimização
\mathbf{F}_s	Vetor força devido à tensão superficial
\mathbf{F}_p	Termo fonte de dissipação de quantidade de movimento
g	Aceleração da gravidade
\mathbf{g}	Vetor aceleração da gravidade
h_{in}	Nível do reservatório superior
h_{out}	Nível do reservatório inferior
H_{base}	Altura dos domínio computacional denominado base
H_{topo}	Altura dos domínio computacional denominado topo
I_{base}	Preenchimento do reservatório inferior
I_{topo}	Preenchimento do reservatório superior
I_{turb}	Intensidade de turbulência
k	Energia cinética turbulenta
L_{base}	Comprimento do domínio computacional denominado base

L_{topo}	Comprimento do domínio computacional denominado topo
L_{cel}	Comprimento da aresta das células
L_{inlet}	Comprimento da fronteira de entrada de água
L_{outlet}	Comprimento da fronteira de saída de água
$L_{p,r}$	Comprimento do tubo rotativo no topo do parafuso
L_s	Comprimento do parafuso
n	Rotação do parafuso
n	Vetor unitário normal à interface entre as fases
N	Número de pás do parafuso
p	Pressão
p_d	Pressão total menos a hidrostática
P	Passo helicoidal do parafuso
\dot{P}	Potência
\dot{P}_{ele}	Potência elétrica
\dot{P}_{hydro}	Potência hidráulica máxima aproveitável
\dot{P}_{mec}	Potência mecânica
\dot{Q}	Vazão total
\dot{Q}_p	Vazão transportada pelos parafuso de Arquimedes
\dot{Q}_G	Vazamento por frestas
\dot{Q}_o	Vazamento por sobre preenchimento
R_i	Raio interno do parafuso
R_o	Raio externo do parafuso
R	Tensor de Reynolds
Re	Número de Reynolds
s_{sp}	Folga entre a pá e a calha
S_j	Vetor normal à determinada face de uma célula

t	Tempo
t_{cons}	Tempo necessário para construção da turbina de Arquimedes
t_o	Intervalo de tempo entre medições de nível durante a simulação
\mathbf{U}	Vetor velocidade
U_{ref}	Velocidade axial da pá
v	Razão de volumes
V_s	Volume de água transportado por cada <i>bucket</i>
V_c	Volume de água transportado por cada <i>bucket</i> quando o preenchimento é completo
V_T	Volume de água transportado a cada rotação do parafuso
V_∞	Velocidade da corrente não perturbada
w	Degrau entre o solo e o parafuso de Arquimedes
$W_{água}$	Nível d'água
y_{ab}	Altura da abertura do topo do parafuso
$y_{paredes}$	Distância da parede ao centroide da célula adjacente
Y^+	Parâmetro adimensional

Símbolos Diversos

α	Fração volumétrica da fase
λ	Razão de passo
β	Ângulo de inclinação do parafuso
ϱ_r	Razão de raios
δH	Variação da altura hidrostática entre cada pá
$\delta\Omega_i$	Área de superfície de uma célula computacional
ΔH	Altura de queda
Δt	Passo de tempo de integração
ρ	Massa específica
η	Eficiência hidráulica
η_G	Perda de eficiência devido a vazamentos por frestas
η_{total}	Eficiência total
ω	Taxa específica de dissipação de turbulência
Ω_i	Volume de uma célula computacional
$\dot{\Omega}$	Velocidade angular do parafuso
κ	Curvatura local da interface
μ	Viscosidade dinâmica
μ_A	Coeficiente de descarga para o vazamento por frestas
μ_o	Coeficiente de descarga para o vazamento por sobrepreenchimento
ν	Viscosidade cinemática
σ	Coeficiente de tensão superficial
ϕ	Fluxo volumétrico
τ	Torque resultante no parafuso
τ_p	Torque resultante das forças de pressão no parafuso

τ_v	Torque resultante das forças viscosas no parafuso
θ_{ab}	Ângulo de abertura do topo do parafuso
φ	Posição angular
α_3, α_4 e α_5	Ângulos que indicam as regiões molhadas na pá.
\mathbb{I}	Função indicadora

Subscritos/Sobrescritos

l Fase líquida

g Fase gasosa

eff Efetivo

máx Máximo

mín Mínimo

obj Objetivo

t Turbulento

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 – Esquema de uma turbina de Arquimedes	22
Figura 2.1 – Aplicações típicas de diversas turbinas hidráulicas, considerando a vazão e a altura de queda	28
Figura 2.2 – Relação entre a rotação, o diâmetro externo e a vazão	30
Figura 2.3 – Eficiência total de usinas hidroelétricas utilizando AST	31
Figura 2.4 – Custo total de implantação de usinas com turbinas de Arquimedes em função da potência elétrica produzida	32
Figura 2.5 – Turbina de Arquimedes instalada no Parque Barigui, em Curitiba . . .	32
Figura 2.6 – Representação de vazamentos por frestas	35
Figura 2.7 – Representação do vazamento por sobrepreenchimento	36
Figura 2.8 – Proteções emborrachadas recomendadas para as extremidades dos helicoides	37
Figura 2.9 – Suporte do gerador, do redutor e do calha	38
Figura 2.10–Diferentes possibilidade de instalação de ASTs	39
Figura 2.11–Diferentes geometrias de pás de ASTs	42
Figura 3.1 – Disco em um escoamento uniforme ($\mathbf{U} = (1, 0)$) em $t = 4$, considerando malhas triangulares	49
Figura 3.2 – Representação de uma <i>isosurface</i> e dos pontos de corte nas arestas . .	51
Figura 3.3 – Representação da propagação de determinada <i>isosurface</i> ao longo do tempo	51
Figura 3.4 – Representação da célula P e de sua vizinha N	53
Figura 3.5 – Representação do arranjo deslocado em uma malha cartesiana	55
Figura 3.6 – Regiões submersas a jusante e a montante da pá	66
Figura 3.7 – Localização dos pontos que caracterizam o preenchimento do parafuso .	68
Figura 3.8 – Exemplo de volume obtido ao se considerar as condições existentes na Eq. (3.114) e os limites de cada variável	70
Figura 3.9 – Nível d’água real em relação ao ideal	71
Figura 3.10–Relação entre os ângulos φ_1 , φ_2 , φ_3 e φ_4 e os pontos P121, P221, P222 e P122	73
Figura 3.11–Fluxograma de cálculo de \dot{Q}_G	74
Figura 3.12–Fluxograma de cálculo de η	75
Figura 3.13–Principais dimensões utilizadas no cálculo de h_{in}	76
Figura 3.14–Diagrama de fluxo do programa desenvolvido	80
Figura 4.1 – Representação do movimento axial da pá através da imagem de um corte longitudinal no parafuso	82

Figura 4.2 – Exemplo de malha utilizada para simulação do vazamento por frestas	83
Figura 4.3 – Identificação das fronteiras do domínio	84
Figura 4.4 – Gráfico do custo computacional em função do número de células	86
Figura 4.5 – Curvas de velocidade axial do escoamento na fresta em função do raio em diferentes níveis de refinamento.	87
Figura 4.6 – Curvas de velocidade axial média e perda de eficiência por vazamento por frestas em função do número de células.	87
Figura 4.7 – Curva da velocidade axial média na fresta em função do tempo.	88
Figura 4.8 – Campo de velocidade na direção axial na fresta.	89
Figura 4.9 – Campo de velocidade relativa na direção axial na fresta.	89
Figura 4.10 – Campo de pressão na fresta.	91
Figura 4.11 – Linhas de corrente construídas a partir da velocidade relativa.	91
Figura 4.12 – Gráfico da magnitude da velocidade nas frestas em função de z/L_s	92
Figura 4.13 – Curvas de velocidade na direção axial em função da inclinação do parafuso. .	93
Figura 4.14 – Gráficos de \dot{Q}_G em função do diâmetro do parafuso, considerando que $\beta = 24^\circ$ e diferentes números de pás.	95
Figura 4.15 – Curvas ajustadas para \dot{Q}_G em função de D_o para $N = 2, 3$ e 4 e $\beta = 24^\circ$. .	96
Figura 4.16 – Gráficos da perda de eficiência por vazamento pelas frestas em função do diâmetro do parafuso para diferentes valores de β	96
Figura 4.17 – Curva de \dot{Q}_G em função do diâmetro do parafuso para diferentes valores de β	97
Figura 4.18 – Curva de \dot{Q} em função do diâmetro do parafuso para diferentes valores de β	97
Figura 4.19 – Representação do domínio utilizado para simular a AST.	98
Figura 4.20 – Representação do perfil lateral do domínio utilizado para simular a AST. .	99
Figura 4.21 – Tipos de fronteiras e suas denominações.	100
Figura 4.22 – Detalhamento da posição das fronteiras denominadas Calha, Parede_Rotativa e AMI.	102
Figura 4.23 – Representação do ângulo de abertura da calha.	102
Figura 4.24 – Condição inicial adotada para a variável α_l	103
Figura 4.25 – Parte fixa da malha utilizada para simular as ASTs, que é composta pelas regiões denominadas Topo e Base.	104
Figura 4.26 – Parte rotativa da malha, que é adotada para simular a região do parafuso de Arquimedes.	104
Figura 4.27 – Malha completa utilizada para simular as ASTs.	105
Figura 4.28 – Representação das faces das células localizadas na superfície do parafuso de Arquimedes.	106
Figura 4.29 – Representação da espessura da primeira camada de células.	106

Figura 4.30–Representação da espessura das pás ao longo de corte longitudinal na região rotativa.	107
Figura 4.31–Representação da posição da zona porosa e da fronteira <i>outlet</i>	108
Figura 4.32–Fluxograma de processos iterativos aplicados para se obter $I_{base} = I_{base,obj}$	109
Figura 4.33–Gráfico da potência mecânica em função do número de células.	112
Figura 4.34–Gráfico de ΔH em função do número de células.	112
Figura 4.35–Gráfico da eficiência hidráulica em função do número de células.	113
Figura 4.36–Gráfico do custo computacional em função do número de células.	114
Figura 4.37–Gráfico de τ em função de \dot{Q} calculados neste trabalho e por Dellinger et al. (2019).	115
Figura 4.38–Gráfico de I_{topo} em função de \dot{Q} calculados neste trabalho e por Dellinger et al. (2019).	116
Figura 4.39–Gráfico de \dot{P}_{mec} em função de \dot{Q} calculados neste trabalho e por Dellinger et al. (2019).	116
Figura 4.40–Gráfico de η em função de \dot{Q} calculados neste trabalho e por Dellinger et al. (2019).	117
Figura 4.41–Gráficos de η_G e \dot{Q}_G em função de \dot{Q}	118
Figura 4.42–Gráfico de I_{base} em função de \dot{Q}	119
Figura 4.43–Representação da posição do corte, onde pode-se observar a região molhada nas duas pás subsequentes de um mesmo <i>bucket</i>	120
Figura 4.44–Comparação entre as soluções analítica e numérica do nível de preenchimento do parafuso, para $\dot{Q} = 8$ L/s.	120
Figura 4.45–Representação dos ângulos α_3 , α_4 e α_5 determinados numericamente.	121
Figura 4.46–Gráficos dos torques resultante das forças de pressão e viscosas em função do tempo	122
Figura 4.47–Curvas de τ , p_{topo} e p_{base} em função do tempo	123
Figura 4.48–Curvas de τ , p_{topo} e p_{base} em função do tempo	123
Figura 4.49–Campo de α_l para $\dot{Q} = 8$ L/s considerando que a superfície da água ocorre em $\alpha_l = 0,5$	124
Figura 4.50–Campo de pressão, visualizado em um corte no plano <i>zy</i>	125
Figura 4.51–Gráfico da vazão em função da rotação	126
Figura 4.52–Gráfico de \dot{P}_{mec} em função de n calculadas neste trabalho e experimentalmente por Lubitz, Lyons e Simmons (2014).	127
Figura 4.53–Gráficos \dot{Q}_G e η_G em função de n calculadas neste trabalho.	128
Figura 4.54–Gráficos η em função de n calculadas neste trabalho e experimental por Lubitz, Lyons e Simmons (2014).	129
Figura 4.55–Gráfico de ΔH em função de n	130
Figura 4.56–Gráfico de I_{topo} em função de n	130
Figura 4.57–Gráfico I_{base} em função de n	131

Figura 4.58–Refluxos na descarga do parafuso observados para $n = 241$ rpm em $t = 20$ s	131
Figura 4.59–Vazamentos por sobrepreenchimento observados para $n = 46$ rpm em $t = 18$ s	132
Figura 4.60–Gráficos de τ_p e τ_v em função do tempo para $n = 46, 109$ e 241 rpm	132
Figura 4.61–Gráficos de τ_v/τ_p em função do tempo para $n = 46, 109$ e 241 rpm.	133
Figura 4.62–Gráfico de h_{in} em função de \dot{Q} calculados neste trabalho e obtidos por BRADA e RADLIK (1996 apud NUERNBERGK; RORRES, 2013).	135
Figura 4.63–Vazamentos por sobrepreenchimento obtidos para $\dot{Q} = 235$ L/s.	135
Figura 4.64–Gráfico de \dot{P}_{mec} em função de \dot{Q}	136
Figura 4.65–Gráfico η em função de \dot{Q}	136
Figura 4.66–Gráfico de \dot{Q}_G em função de \dot{Q}	137
Figura 4.67–Gráfico de η em função de \dot{Q}	139
Figura 4.68–Campo de α_L para o caso otimizado, $\dot{Q} = 7,56$ L/s. Aplicando-se um efeito de transparência para $\alpha_L < 0,5$	140
Figura 4.69–Gráfico de η em função de n/n_{nom}	141
Figura 4.70–Gráficos de R_o , P , n e η em função do número de iterações	143
Figura 4.71–Gráfico de η em função de I_{topo} calculado na primeira aplicação da otimização.	144
Figura 4.72–Gráficos de R_o , P , n e η em função do número de iterações	145
Figura 4.73–Gráfico de η em função de I_{topo} calculado na segunda aplicação da otimização.	146
Figura 4.74–Campo de α_l obtido no ponto otimizado considerando $\dot{Q} = 10$ L/s e $t = 36$ s	147
Figura 4.75–Curva de vazão em função do mês. Os pontos são os valores que caracterizam a vazão e a curva é um ajuste através de uma <i>spline</i> cúbica.	147
Figura 4.76–Gráfico da energia produzida em um ano em função da iteração.	149
Figura 4.77–Gráficos de R_o e n em função do número de iterações	150
Figura 4.78–Gráfico da potência mecânica em função do mês. Os pontos foram calculados enquanto a curva foi aproximada através da <i>spline</i> cúbica.	151
Figura 4.79–Gráfico de η em função do mês. Os pontos foram calculados enquanto a curva foi aproximada através da <i>spline</i> cúbica.	151
Figura 4.80–Gráfico de I_{topo} em função do mês. Os pontos foram calculados enquanto a curva foi aproximada através da <i>spline</i> cúbica.	152

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Compilação de dados de AST instaladas pela Europa. Fonte: adaptado de Lashofer, Hawle e Pelikan (2012).	29
Tabela 2.2 – Comparação entre os custos totais de instalação de uma usina com AST e outra com turbina Kaplan convencional para microgeração hidráulica. Fonte: adaptado de Future Energy Yorkshire (2011).	33
Tabela 3.1 – Constantes utilizadas no modelo $k - \omega$ SST. Fonte: Menter, Kuntz e Langtry (2003).	59
Tabela 4.1 – Condições do contorno utilizadas na simulação do vazamento por frestas, adotando-se a nomenclatura do OpenFoam.	84
Tabela 4.2 – Parâmetros operacionais e geométricos adotados na análise de refinamento da simulação do vazamento por folgas	85
Tabela 4.3 – Parâmetros operacionais e geométricos adotados conforme os resultados numéricos e experimentais apresentados por Dellinger et al. (2019).	93
Tabela 4.4 – Fronteiras adotadas conforme nomenclatura do OpenFOAM.	100
Tabela 4.5 – Parâmetros operacionais e geométricos adotados na análise de convergência do modelo numérico	110
Tabela 4.6 – Demais parâmetros geométricos necessários para construção do domínio utilizado na análise de refinamento.	111
Tabela 4.7 – Propriedades do ar e da água.	111
Tabela 4.8 – Ângulos α_3 , α_4 e α_5 calculados analiticamente e numericamente.	121
Tabela 4.9 – Parâmetros operacionais e geométricos adotados no segundo caso simulado	126
Tabela 4.10 – Demais parâmetros geométricos necessários à construção do domínio utilizado na segunda validação.	127
Tabela 4.11 – Parâmetros operacionais e geométricos adotados no terceiro caso simulado	133
Tabela 4.12 – Demais parâmetros geométricos necessários à construção do domínio da terceira validação.	134
Tabela 4.13 – Parâmetros adotados no primeiro estudo de otimização.	138
Tabela 4.14 – Parâmetros operacionais e geométricos adotados no segundo estudo de otimização	141
Tabela 4.15 – Valores máximos, mínimos e iniciais adotados para as variáveis na primeira aplicação da otimização.	142
Tabela 4.16 – Valores máximos, mínimos e iniciais adotados para as variáveis da terceira aplicação da otimização.	148

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	Motivação	21
1.2	Objetivos	24
1.3	Organização do Trabalho	25
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	26
2.1	Potência Hidráulica Disponível	26
2.2	Parâmetros Básicos da Turbina de Arquimedes	27
2.3	Aplicabilidade das Turbinas de Arquimedes	27
2.3.1	Principais Fontes de Perda de Eficiência do Parafuso de Arquimedes	33
2.3.1.1	Principais Tipos de Vazamentos	34
2.3.2	Impactos ambientais	36
2.3.3	Estrutura	38
2.3.4	Instalação	38
2.4	Principais Referências Sobre a Turbina de Arquimedes	40
3	METODOLOGIA	45
3.1	Balanço de Massa	45
3.2	Evolução da Fração de Líquido	46
3.2.1	Discretização da Equação de Transporte da Fração de Líquido . .	47
3.3	Algoritmo IsoAdvector	48
3.4	Balanço de Quantidade de Movimento Linear	51
3.5	Solução da Equação de Balanço de Quantidade de Movimento Linear	53
3.6	Modelagem da Turbulência	57
3.6.1	Modelo $k - \omega$ SST	58
3.6.2	Cálculo do Espaçamento da Primeira Célula	60
3.6.3	Condições Iniciais e de Contorno	60
3.6.3.1	Funções de Parede para k e ω	61
3.7	Malha Dinâmica e Fronteiras AMI	62
3.8	Vazamento entre as Pás e a Calha	64
3.8.1	Preenchimento do Parafuso	67
3.8.2	Estimativa do Nível do Reservatório Superior	75
3.9	Imersão do Parafuso	77
3.10	Eficiência e Potência da Turbina de Arquimedes	78

3.11	Otimização	79
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	81
4.1	Simulação de Vazamentos por Frestas	81
4.1.1	Análise de Refinamento	85
4.1.2	Validação dos Resultados	89
4.1.3	Estudo de Caso	94
4.2	Simulação da Turbina de Arquimedes	98
4.2.1	Domínio Computacional	98
4.2.1.1	Condições de Contorno	100
4.2.1.2	Condições Iniciais	103
4.2.1.3	Construção de Malhas	103
4.2.1.4	Controle do Nível do Reservatório Inferior	107
4.2.2	Análise de Convergência	110
4.2.3	Validação	115
4.2.3.1	Primeira Validação	115
4.2.3.2	Segunda Validação	125
4.2.3.3	Terceira Validação	133
4.3	Otimização	137
4.3.1	Primeiro Estudo de Otimização	137
4.3.2	Segundo Estudo de Otimização	140
4.3.3	Primeira Aplicação da Otimização	142
4.3.4	Segunda Aplicação da Otimização	145
4.3.5	Terceira Aplicação da Otimização	147
5	CONCLUSÕES	153
6	PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS	155
	REFERÊNCIAS	156

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

No final de 1999, por volta de 2650 TWh, que representava cerca de 19% da eletricidade total do mundo, era de origem hidráulica e, até o final de 2020, estima-se que a potência hidrelétrica instalada alcance 3606 TWh (LAFITTE, 2001; CLEVELAND; MORRIS, 2013). No Brasil essa parcela é consideravelmente maior, segundo a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), aproximadamente 60% da geração de eletricidade no Brasil é hidráulica (ANEEL, 2002). A hidroeletricidade é considerada a tecnologia de geração de energia renovável mais madura, confiável e econômica disponível (BROWN; MÜLLER; DOBROTKOVA, 2011). Grandes centrais hidrelétricas possuem também uma significativa flexibilidade, podendo ser projetadas para atender às demandas médias por grandes períodos de tempo ou ter maiores potências instaladas e um fator de capacidade mais baixo, para que possa suprir uma maior parte da demanda de pico (IRENA, 2012).

Essa flexibilidade é proporcionada pelo controle e armazenamento de água através de barragens. Esses reservatórios possuem várias aplicações essenciais à civilização, incluindo o suprimento de água, o controle de nível, a navegação, o controle da sedimentação e a geração de eletricidade (ICOLD, 2014). Entretanto, os grandes reservatórios de água causam impactos significativos, incluindo o alagamento de grandes áreas, o impedimento da migração dos peixes e a alteração das características físicas do rio a jusante da barragem (BORN et al., 2007). Ademais, os grandes alagamentos emitem significante quantidade de metano proveniente da decomposição da matéria orgânica submersa, que é um gás com alto potencial de aquecimento global (WILLIAMS; SIMPSON, 2009). A construção das grandes barragens também causa profundos impactos sociais e econômicos às comunidades ribeirinhas (FAINGUELERT, 2020; MELO, 2021; MORAN et al., 2018).

Segundo Moran et al. (2018), grandes barragens pararam de ser construídas em países desenvolvidos, pois os melhores locais já foram explorados e os custos ambientais e sociais são inaceitáveis. Então, a partir dos anos 70, a indústria de hidroeletricidade passou a se dedicar à construção de barragens nos países em desenvolvimento, onde os mesmos erros são repetidos e as expectativas de ganhos não são atingidas. Assim, conforme esses autores, os estudos prévios à construção dessa grandes barragens normalmente sobre-estimam os benefícios econômicos e subestimam os custos ambientais.

No Brasil, uma central geradora de energia elétrica com potência instalada menor ou igual a 75 kW é considerada uma microgeração (ANEEL, 2002). Na maioria das instalações, a microgeração hidráulica necessita de pouco ou nenhum armazenamento e

controle de água, pois as plantas utilizam o escoamento e a queda natural, essa configuração é denominada a fio d'água (IRENA, 2012). Assim, as desvantagens associadas aos grandes reservatórios são evitadas ou minimizadas, ao custo de se ter uma geração mais variável ou de baixo controle com o tempo (YOOSEFDOOST; LUBITZ, 2020).

Existem diversas tecnologias disponíveis para microgeração hidráulica. Dentre essas, a turbina de Arquimedes será estudada neste trabalho. A turbina de Arquimedes (AST, do inglês *Archimedes Screw Turbines*) é composta por pás helicoidais dispostas sobre um eixo cilíndrico, devido a essa geometria este equipamento também é conhecido como parafuso de Arquimedes, o qual tradicionalmente é utilizado para bombear fluidos. O parafuso é posicionado concentricamente a um tubo cilíndrico, o qual pode ter o topo aberto ou fechado para o exterior. Assim, o escoamento, que tem sentido descendente, é obrigado a passar pela turbina. A inclinação do parafuso de Arquimedes e o quase confinamento do fluido entre cada uma das suas lâminas resulta em forças hidrostáticas. Devido ao formato helicoidal das pás, a força hidrostática tem uma componente tangencial ao eixo do parafuso, gerando torque e rotação (KOZYN; LUBITZ, 2017). O eixo da turbina pode ser acoplado a um gerador elétrico, para produzir energia elétrica. Na Figura 1.1, uma turbina de Arquimedes é esquematizada.

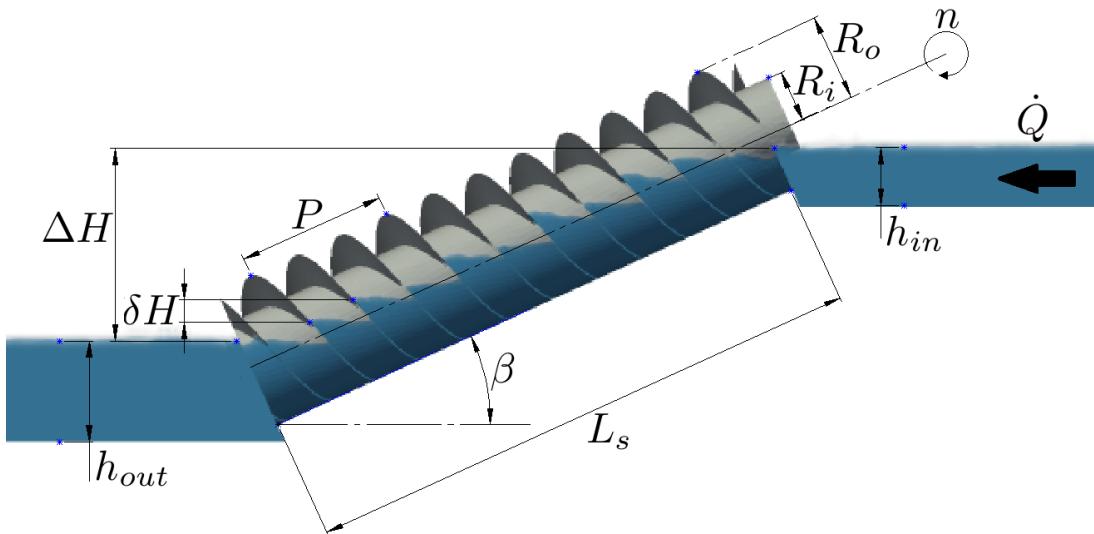


Figura 1.1 – Esquema de uma turbina de Arquimedes.

Os parâmetros mostrados na Fig. 1.1 são: a vazão volumétrica (\dot{Q}), a altura de queda (ΔH), a variação da altura hidrostática entre cada pá (δH), a rotação da turbina (n), o nível da água no reservatório superior (h_{in}) e no inferior (h_{out}). Os principais parâmetros geométricos do parafuso são: o passo helicoidal (P), o raio externo (R_o), o raio interno (R_i), o ângulo de inclinação (β), o comprimento (L_s) e o número de pás (N). Neste trabalho, o canal cilíndrico no qual o parafuso fica posicionado é denominado calha, em inglês, o termo usado é *trough*. Os volumes entre duas lâminas consecutivas são denominados *buckets*, optou-se por não traduzir esse termo.

Comparando-se diversos tipos de turbinas hidráulica, Williamson, Stark e Booker (2014) verificaram que a turbina de Arquimedes possui vantagens operacionais em aplicações com alturas de queda menores do que 5 m, permanecendo eficientes com quedas de até 0,5 m, que foi o mínimo estudado. Em verificações experimentais, Pálffy, Brada e Hartenstein (1998) reportaram eficiências hidráulicas superiores a 80% para turbinas de Arquimedes. Esses autores também mostraram que a vazão pode variar aproximadamente $\pm 20\%$ sem grande impacto em sua eficiência. Em aplicações para produção de eletricidade, a eficiência total reportada para turbina de Arquimedes fica entre 60 e 80% (LYONS, 2014).

A AST é considerada uma tecnologia *fish-friendly*, por causar baixo impacto às espécies aquáticas. Essa turbina opera a baixa rotação e possui grandes entradas, o que permite a passagem de animais aquáticos com taxa de dano e mortalidade muito baixas (KOZYN; LUBITZ, 2017).

A turbina de Arquimedes também é considerada robusta e sua manutenção é de baixo custo e complexidade (PÁLFFY; BRADA; HARTENSTEIN, 1998). Por isso, as ASTs podem ser consideradas como uma das melhores opções para regiões subdesenvolvidas e áreas de difícil acesso, como comunidades que estão longe de instalações e infraestrutura (YOOSEFDOOST; LUBITZ, 2020).

Normalmente, as turbinas hidráulicas modernas são classificadas como de impulso ou de reação. Porém, a AST atua por diferença de pressão entre as superfícies de cada pá, causada pela diferença do nível d'água (δH). Assim, as ASTs são categorizadas como um terceiro tipo de turbina, no qual as rodas d'água estão incluídas. Esses equipamentos são considerados máquinas de pressão quase-estática (YOOSEFDOOST; LUBITZ, 2020).

As primeiras aplicações do parafuso de Arquimedes foram no bombeamento de fluidos, e, neste contexto, já é uma tecnologia bem estabelecida. Entretanto, o parafuso de Arquimedes somente foi adaptado para operar como turbina a partir dos anos 90.

Algumas metodologias baseadas em equações analíticas e empíricas para o projeto da turbina de Arquimedes foram propostas por autores como: Nuernbergk (2012), Rohmer et al. (2016) e Lubitz, Lyons e Simmons (2014). Dellinger (2015) apresentou um trabalho experimental e numérico da AST, que permitiu avaliar diversos parâmetros operacionais e geométricos. Porém, essa tecnologia ainda requer diversos estudos, principalmente no que diz respeito a uma metodologia para projeto da turbina. Pois, até o presente, a maior parte das metodologias desenvolvidas para projeto da turbina de Arquimedes foram baseadas em resultados obtidos para bombeamento de fluidos. Uma diferença entre o projeto da bomba e da turbina de Arquimedes é que, na primeira, visa-se maximizar o volume de fluido transportado e, na segunda, objetiva-se otimizar a sua eficiência (WATERS; AGGIDIS, 2015).

Na metodologia para projeto da AST desenvolvida trabalho, combinam-se equações

analíticas e empíricas já conhecidas com simulação computacional para modelar e calcular variáveis da turbina, as quais alimentam um algoritmo de otimização com o objetivo de se determinar os parâmetros ideais que maximizem a potência ou a eficiência hidráulica da turbina. Para viabilizar a sua aplicação, algumas simplificações são consideradas de maneira que os cálculos possam ser executados em computadores comerciais em tempo hábil. Além disso, adotam-se softwares livres em todas as etapas, como: o OpenFOAM (*Open source Field Operation And Manipulation*), o SALOME e a biblioteca para otimização NLOpt.

Os resultados das otimizações serão utilizados para avaliar a influência dos parâmetros estudados na eficiência e na potência da AST. Pretende-se, assim, além de desenvolver uma metodologia para projeto da turbina de Arquimedes, avaliar o escoamento e os fenômenos que influenciam o seu funcionamento.

1.2 Objetivos

Neste trabalho, pretende-se desenvolver e aplicar uma metodologia para otimizar e projetar a turbina de Arquimedes, através de um equacionamento analítico e de simulação numérica. Dados experimentais e numéricos existentes na literatura serão utilizados para avaliar os resultados obtidos pela metodologia proposta. Uma vez que o grau de precisão da modelagem seja satisfatório, o método de otimização será aplicado e estudado. Por fim, os resultados serão discutidos e possíveis melhorias serão propostas. Para isso, as etapas desse trabalho são divididas como:

- Rever a bibliográfica sobre a turbina de Arquimedes;
- Desenvolver uma metodologia para modelagem do vazamento por frestas;
- Desenvolver uma metodologia para simulação da AST;
- Simular a AST através da metodologia proposta;
- Validar e discutir os resultados com o uso de dados numéricos e experimentais existente na literatura;
- Avaliar o método de otimização através de casos conhecidos;
- Aplicar a otimização a problemas inéditos;
- Discutir os resultados.

1.3 Organização do Trabalho

Após esta introdução, no Capítulo 2, realiza-se uma revisão bibliográfica sobre turbinas de Arquimedes, na qual primeiramente são apresentadas as características desse equipamento e em sequência alguns estudos mais relevantes na área.

No Capítulo 3, detalha-se a metodologia matemática adotada. Apresentando, inicialmente, as equações matemáticas e os métodos de solução implementados no software OpenFOAM. As equações empíricas e analíticas tradicionalmente aplicadas para modelagem de ASTs são estudadas em sequência, juntamente com as modificações propostas neste trabalho.

O Capítulo 4 apresenta resultados e discussões obtidos e é dividido em três principais seções. Na primeira, estudam-se as soluções obtidas nas simulações dos vazamentos nas folgas existentes entre a calha e as pás. Em sequência, ASTs são simuladas e os resultados são mostrados e discutidos. Por fim, aplica-se a otimização e avaliam-se as suas soluções.

O trabalho é concluído no Capítulo 5, onde se resumem os principais resultados e discussões obtidos nesta tese.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Atribui-se ao grego Arquimedes (287-212 a.C.), a invenção do parafuso que é utilizado para irrigação e drenagem (RORRES, 2000). Mais de 2.000 anos depois, na década de 90, o engenheiro alemão Karl-August Radlik observou que o parafuso de Arquimedes pode operar como uma turbina hidráulica, para produzir potência mecânica, que pode ser convertida em eletricidade (NUERNBERGK, 2017). Desde então, esta tecnologia vem se desenvolvendo e atualmente há mais de 400 turbinas de Arquimedes instaladas no mundo (LASHOFER; HAWLE; PELIKAN, 2012).

2.1 Potência Hidráulica Disponível

As turbinas hidráulicas podem extrair a energia potencial gravitacional, derivada de diferenças de nível (ΔH), e a energia cinética de uma corrente d'água. Dessa forma, a potência hidráulica máxima disponível (\dot{P}_{hydro}) em um determinado escoamento com vazão igual a \dot{Q} pode ser calculada como:

$$\dot{P}_{hydro} = \rho_l g \dot{Q} \Delta H + \rho \dot{Q} \frac{V_\infty^2}{2}, \quad (2.1)$$

sendo que g é a gravidade; ρ_l , a massa específica da água e V_∞ , a velocidade da corrente.

As turbinas hidrocinéticas são máquinas que convertem a energia cinética de correntes de rios ou da marés em potência mecânica, que pode ser transformada em elétrica, através de um gerador (JUNIOR et al., 2005). Entretanto, como pode ser observado na Eq. (2.1), a potência cinética aproveitável de um escoamento é função V_∞ ao cubo (sendo que \dot{Q} é diretamente proporcional à V_∞). Assim, essas turbinas são mais produtivas quando instaladas em correntes com $V_\infty > 2$ m/s (JUNIOR et al., 2005). A eficiência de turbinas hidrocinéticas também é limitada a 59,3% pelo limite de Betz (BETZ, 1926).

Assim, para reservatórios e canais a baixas velocidades onde as AST normalmente são instaladas, a energia cinética aproveitável pode ser desconsiderada e a \dot{P}_{hydro} pode ser aproximada por:

$$\dot{P}_{hydro} = \rho_l g \dot{Q} \Delta H. \quad (2.2)$$

Assim, a AST converte a energia potencial gravitacional do escoamento em mecânica e a potência produzida é função \dot{Q} , ΔH e da sua eficiência hidráulica total (η_{total}).

$$\dot{P} = \eta_{total} \rho_l g \dot{Q} \Delta H \quad (2.3)$$

η_{total} é o produto das eficiências, sendo que, para a AST, as principais são: a hidráulica, a mecânica e a elétrica. A última deve ser considerada quando um gerador elétrico é utilizado para conversão da potência mecânica em eletricidade.

2.2 Parâmetros Básicos da Turbina de Arquimedes

Rorres (2000) apresentou um método analítico para o projeto do parafuso de Arquimedes, baseando-se na maximização do volume de água transportado em cada revolução. Neste trabalho os parâmetros geométricos do parafuso são classificados em externos, quando dependentes do local de instalação e do material disponível ou internos, se são variáveis do projeto. Os parâmetros externos são: o raio externo (R_o), o comprimento do parafuso (L_s) e o ângulo de inclinação do parafuso (β), enquanto os internos são: o raio interno (R_i), o passo do helicoide (P) e o número de pás (N).

Três adimensionais foram determinados utilizando análise dimensional, os quais são: a razão de volumes (v), a razão de raios (ϱ_r) e a razão de passo (λ) (RORRES, 2000). Estes adimensionais são calculados através das seguintes equações:

$$v = \frac{V_T}{\pi R_o^2 P}, \quad (2.4)$$

$$\varrho_r = \frac{R_i}{R_o}, \quad (2.5)$$

$$\lambda = \frac{\tan(\beta)P}{2\pi R_o}, \quad (2.6)$$

sendo V_T , o volume de água transportado a cada rotação do parafuso. O objetivo desse método é determinar os valores de ϱ_r , λ e N que maximizem v . O método proposto por Rorres (2000) foi utilizado para determinar os valores de ϱ_r e λ que otimizem o volume de água transportado para diversos números de pás. O valor ótimo de ϱ_r foi próximo de 0,535 para todos os casos e λ cresceu de 0,1285 para 0,3953 quando o número de pás variou de um até infinito.

2.3 Aplicabilidade das Turbinas de Arquimedes

Considerando a vazão e a altura de queda como fatores de seleção, Williamson, Stark e Booker (2014) reuniram dados para montar um gráfico da faixa de aplicação típica para diversos tipos de turbinas hidráulicas, o qual é mostrado na Fig. 2.1.

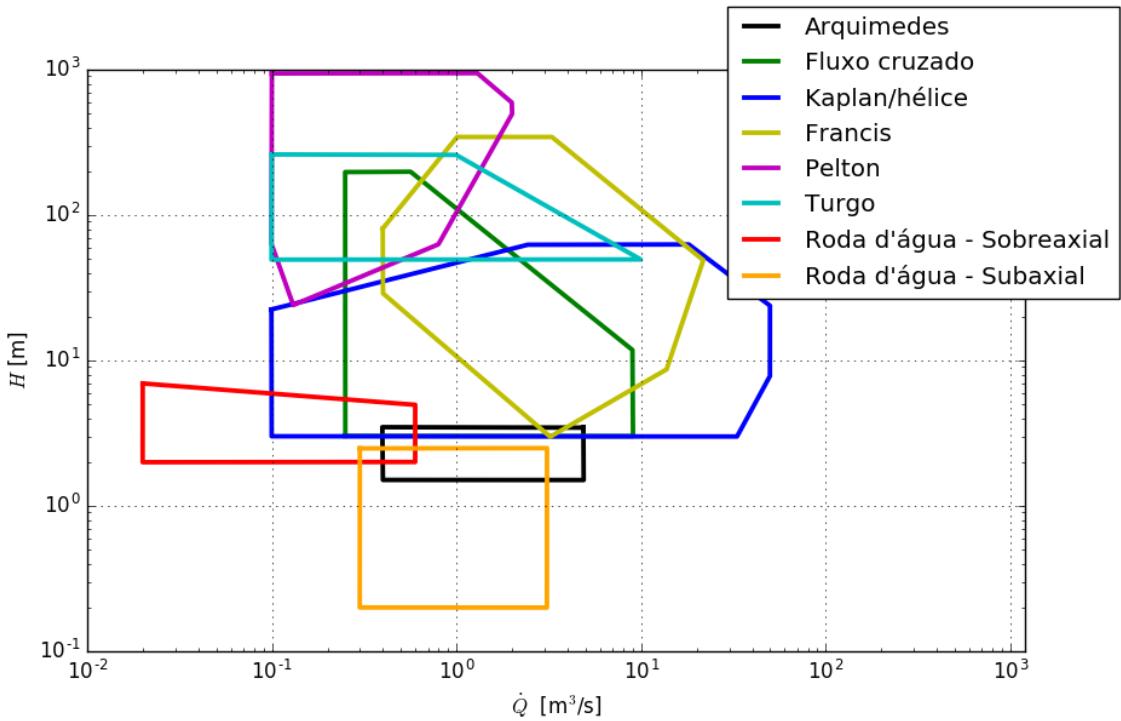


Figura 2.1 – Aplicações típicas de diversas turbinas hidráulicas, considerando a vazão e a altura de queda. Fonte: adaptado de Williamson, Stark e Booker (2014).

Como é mostrado na Fig. 2.1, a AST é recomendada para atender alturas de queda entre 1,5 e 3,5 m e vazões entre 0,4 e 5 m³/s, o que representa uma potência hidráulica na faixa de 5 a 170 kW. Williamson, Stark e Booker (2014) desenvolveram uma avaliação de turbinas para picohidro geração elétrica (< 5 kW) considerando diversos parâmetros como: densidade de potência, eficiência em condições de projeto e em carga parcial, custos com obras civis, manutenção e modularidade. Os resultados mostraram que a AST tem grande potencial de aplicação em baixas alturas de queda (menores dos que 5 m), podendo manter-se eficientes em quedas próximas de 0 m.

Como pode ser observado na Fig. 2.1, a faixa de operação da AST coincide, em boa parte, com a da roda d'água subaxial. Uma comparação entre as duas tecnologias mostra que AST tem um rendimento hidráulico máximo de até 85% (WATERS; AGGIDIS, 2015), contra 71% de rodas d'água. Além disso, a AST é mais compacta e sua rotação é maior, o que permite menores multiplicações de velocidade e maior eficiência de transmissão (SIMMONS; LUBITZ, 2017).

Ressalta-se que a seleção da turbina hidráulica ideal para cada localidade é um processo complexo, pois depende de diversas variáveis além da vazão e da altura de queda. Limitações relacionadas à construção civil ou mecânica, transporte, recursos humanos e materiais para operação e manutenção, meio ambiente, entre outras, podem inviabilizar uma tecnologia para determinada aplicação. A finalidade da turbina também impactará na escolha do empreendimento, pois, poderá exigir componentes como: multiplicadores de

velocidade, geradores elétricos, alternadores, além requisitos da rede elétrica, dependendo se a turbina será utilizada para geração de potência elétrica ou mecânica.

Lashofer, Hawle e Pelikan (2012) realizaram uma compilação de dados de 71 ASTs instaladas pela Europa. Parâmetros geométricos e operacionais, eficiências, potências hidráulicas e elétricas e custos de implantação dos sistemas foram reportados. Na Tabela 2.1, resumem-se os principais dados coletados por esses autores.

Tabela 2.1 – Compilação de dados de AST instaladas pela Europa. Fonte: adaptado de Lashofer, Hawle e Pelikan (2012).

Parâmetro	Unidade	Mínimo	Máximo	Média	Número de instalações consideradas
\dot{P}_{hydro}	kW	6,62	181,49	50,32	31
\dot{P}_{ele}	kW	4,00	140,00	39,40	31
Q	m^3/s	0,25	5,00	1,97	31
H	m	1,00	6,00	2,54	31
R_o	m	0,50	1,80	1,075	30
$\frac{P}{2R_o}$	-	0,86	1,25	1,01	29
$\frac{R_t}{R_o}$	-	0,3	0,52	0,47	29
t_{cons}	meses	1	40	6,5	31

Na Tabela 2.1, \dot{P}_{hydro} é a potência hidráulica máxima que pode ser produzida, que é determinada pela energia do escoamento, enquanto \dot{P}_{ele} é a potência elétrica produzida. t_{cons} é o tempo entre o início da construção até a operacionalização da planta.

A capacidade média das plantas estudadas é de 39,4 kW, e a maior usina reportada produz 140 kW de eletricidade com uma turbina de 3,6 m diâmetro externo. Vazões na faixa de 0,25 a 5 m^3/s foram observadas, o que mostra que a AST opera em uma ampla faixa de vazões. Em relação à altura de queda, os valores mínimo e máximo reportados são 1 e 6 m, sendo que 81% das instalações operam com $\Delta H < 3,5$ m (LASHOFER; HAWLE; PELIKAN, 2012). A razão de raios média é 0,47, que é próximo do valor ótimo determinado por Rorres (2000) (0,535). A média da razão entre o passo é o diâmetro externo é 1,01, Nagel e Radlik (1988) recomendaram que esta razão seja igual a 1. O tempo médio para construção das plantas estudadas foi 6,5 meses, enquanto o tempo mediano foi de 4 meses do final da construção. Esses curtos períodos construtivos ocorreram principalmente devido à aplicação de equipamentos pré-fabricados (LASHOFER; HAWLE; PELIKAN, 2012).

Um gráfico relacionando os valores de \dot{Q} , D_o e n das plantas reportadas é mostrado na Fig. 2.2.

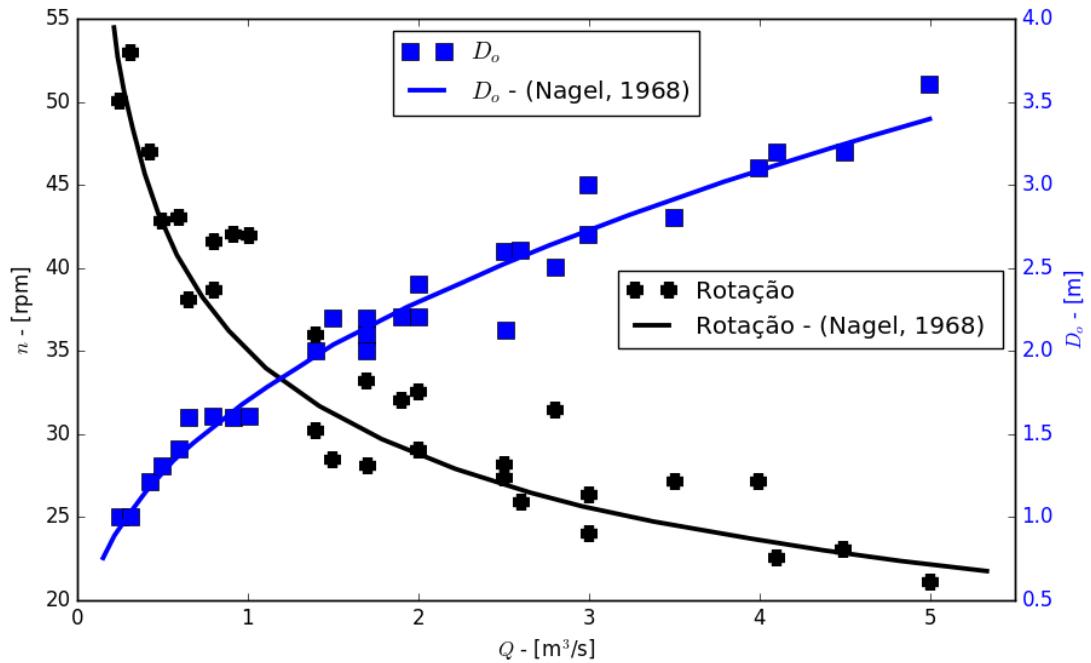


Figura 2.2 – Relação entre a rotação, o diâmetro externo e a vazão. Fonte: adaptado de Lashofer, Hawle e Pelikan (2012).

Na Figura 2.2, pode-se observar que, na maioria das turbinas, a relação entre a rotação (n) e o diâmetro externo (D_o) segue a equação indicada por Muysken (1932), a qual foi obtida através de experiências em campo com bombas de Arquimedes e é dada por:

$$n \leq \frac{50}{(2R_o)^{2/3}}. \quad (2.7)$$

Uma equação que relaciona a rotação, o raio externo e a vazão volumétrica (\dot{Q}) foi apresentada por Rorres (2000):

$$\dot{Q} = \frac{2\pi^2 R_o^3}{\tan\beta} \lambda v \frac{n}{60}, \quad (2.8)$$

sendo que v é função de λ e ϱ_r . Os demais parâmetros apresentados na Eq. (2.8) são mostrados na Fig. 1.1.

As eficiências totais de 34 usinas também foram catalogadas por Lashofer, Hawle e Pelikan (2012), as quais são separadas conforme o tipo de sistema adotado, que são: velocidade fixa, velocidade variável (com uso de inversor de frequência) e geradores com o número de polos variável (os quais permitem que a turbina opere em duas ou mais velocidades diferentes). Como é mostrado na Fig. 2.3, os gráficos de eficiência foram plotados em função da razão entre a vazão real (\dot{Q}) e a de projeto ($\dot{Q}_{projeto}$), onde $\dot{Q}_{projeto}$ é a vazão de projeto.

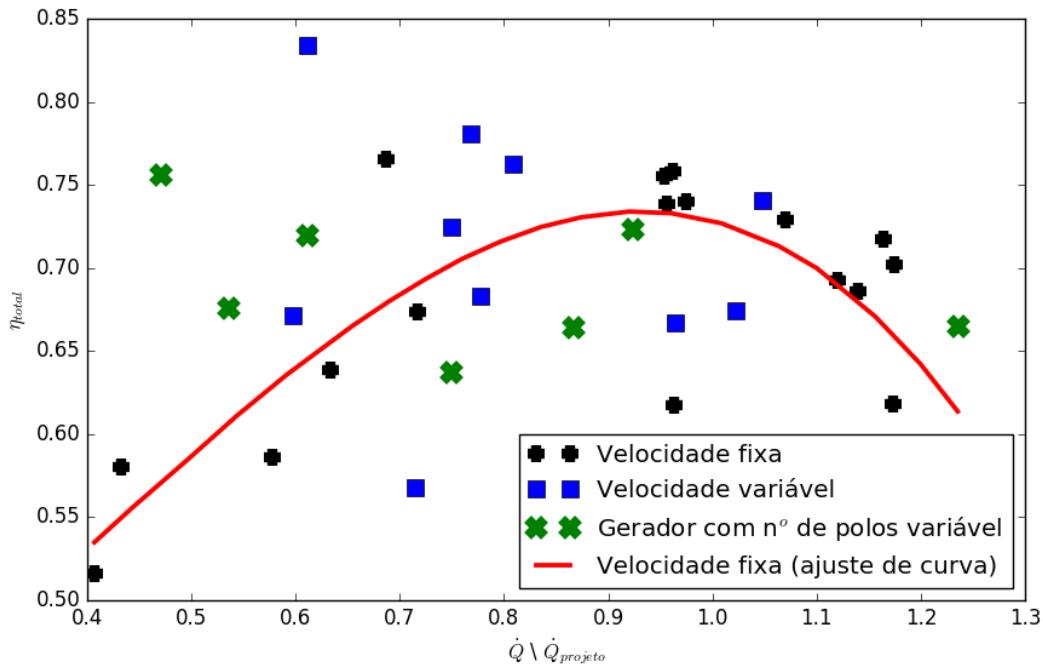


Figura 2.3 – Eficiência total de usinas hidroelétricas utilizando AST. Fonte: adaptado de Lashofer, Hawle e Pelikan (2012).

Em sistemas que operam em velocidade fixa, a máxima eficiência ocorre na vazão de projeto. Quando o fluxo é menor, a perda de eficiência por vazamento pelas folgas é proporcionalmente maior, enquanto, para vazões superiores à de projeto, a eficiência cai devido ao sobrepreenchimento do parafuso. As plantas que utilizam geradores com o número de polos variável podem ter sua rotação ajustada de forma discreta, porém esse controle é limitado pelo número de par de polos, o que torna o ajuste apenas parcial. As turbinas com inversores de frequência podem ajustar sua rotação em função do fluxo de maneira contínua, por isso podem operar em máxima eficiência em uma grande faixa de vazão. Entretanto, os inversores reduzem a eficiência total desses sistemas em mais de 3%, assim são menos eficientes que as de velocidade fixa na vazão de projeto (LASHOFER; HAWLE; PELIKAN, 2012). Dessa forma a variabilidade de vazão deve ser avaliada e é um parâmetro essencial para escolha do sistema a ser utilizado em uma AST.

Na Figura 2.4, são mostradas curvas de custos totais de implantação de ASTs em função da potência elétrica produzida, os valores são dados em euros e o ano de referência foi 2010.

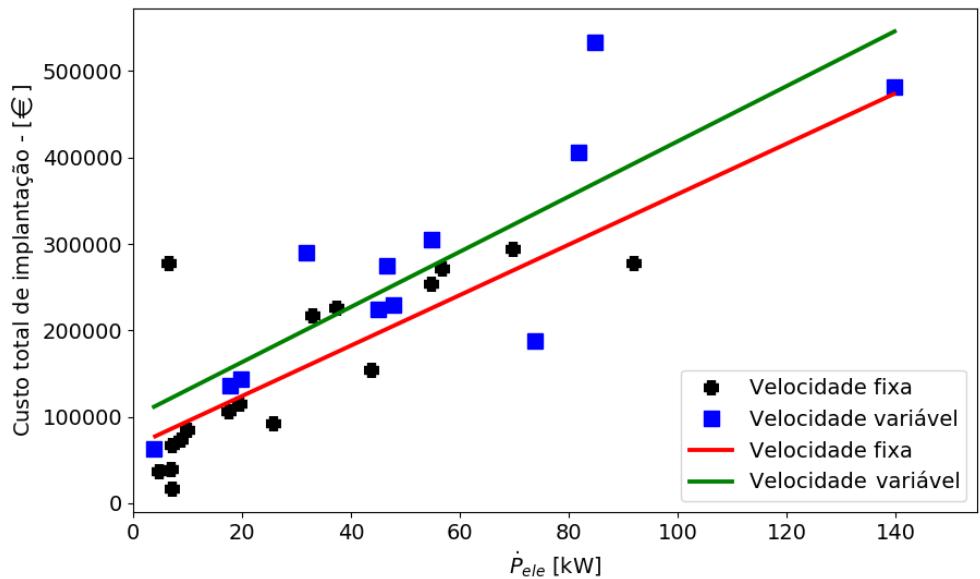


Figura 2.4 – Custo total de implantação de usinas com turbinas de Arquimedes em função da potência elétrica produzida. Fonte: adaptado de Lashofer, Hawle e Pelikan (2012).

Na Figura 2.4, os custos das plantas foram separados para os casos de rotação fixa e variável, também são apresentadas as regressões lineares. As curvas mostram um maior custo para plantas com velocidade variável, por exemplo, para sistemas com capacidade de 50 kW, o custo de implantação é 22,5% maior.

Em 2019 foi inaugurada uma turbina de Arquimedes em Curitiba, no Parque Barigui, a qual aproveita a queda de 3,5 m do vertedouro do lago para gerar cerca de 30 kW. O custo total do investimento foi de R\$ 450 mil. A produção será injetada na rede, gerando créditos de energia para o município e estima-se que a economia seja de R\$ 132 mil ao ano (ABRAPCH, 2019). Na Figura 2.5, mostra-se a planta no momento da inauguração.



Figura 2.5 – Turbina de Arquimedes instalada no Parque Barigui, em Curitiba. Fonte: ABRAPCH (2019).

A empresa Future Energy Yorkshire (2011) comparou os custos de duas usinas para microgeração hidrelétrica, uma AST e uma turbina Kaplan convencional. Os resultados mostraram que uma AST com capacidade 15% maior que uma Kaplan, teve um custo total 10% menor. Ao todo, o custo por MWh da AST foi 22% menor. Porém, os autores ressaltam que os custos de instalações de microgeração hidráulica são altamente dependentes das obras de infraestrutura necessárias ao local. Assim, o sistema que apresenta melhor custo-benefício pode variar e cada caso deve ser avaliado separadamente. Esses dados são resumidos na Tab. 2.2.

Tabela 2.2 – Comparação entre os custos totais de instalação de uma usina com AST e outra com turbina Kaplan convencional para microgeração hidráulica. Fonte: adaptado de Future Energy Yorkshire (2011).

	AST	Turbina Kaplan
Produção anual (MWh)	448	390
Capacidade instalada (kW)	124	95
Custo total	371.000€	414.000€
Custo (por MWh/ano)	828€	1.061€

Os custos de manutenção e operação de AST também são menores do que de outras turbinas para microgeração hidráulica (DADA; DANIYAN; ADARAMOLA, 2014). A falta de peças ajustáveis combinada com a rigidez de uma única estrutura resulta em um dispositivo muito robusto e com longa vida útil (WATERS; AGGIDIS, 2015). As manutenções periódicas são basicamente lubrificação do redutor e do mancal no topo. Tipicamente, o mancal da base é projetado para não necessitar de manutenção até a sua troca (ECS ENGINEERING SERVICES, 2016), que ocorre a cada 20 ou 30 anos. Quando o mancal da base é substituído, as pás da turbina e a calha normalmente são reparadas ou trocadas, pois, ao longo do tempo, podem sofrer erosão devido a fenômenos físicos e químicos (BENNION, 2016).

Lashofer, Hawle e Pelikan (2012) também reportaram que há baixa frequência de reclamações por ruídos ou problemas de congelamento em AST.

2.3.1 Principais Fontes de Perda de Eficiência do Parafuso de Arquimedes

De acordo com Nagel (1968), há quatro tipos de perdas de potência nos parafusos de Arquimedes, sendo essas:

1. Perdas mecânicas

- Fricção nos rolamentos
- Transmissão de potências
- Controle de velocidade

2. Perdas hidráulicas

- Fricção nas pás
- Fricção no eixo do parafuso
- Perdas na entrada e saída do parafuso

3. Perdas por vazamentos

- Vazamentos por frestas
- Vazamentos por sobrepreenchimento

4. Perdas por descarga

- Energia cinética da água que é descarregada

As perdas nos rolamentos podem ser controladas por uma seleção cuidadosa desses componentes e boa lubrificação. É importante também prevenir infiltrações nos rolamentos da base que fica submerso. As perdas por transmissão ocorrem basicamente em redutores de velocidade e embreagens. As perdas mecânicas totais em parafusos de Arquimedes modernos ficam na faixa entre de 5 e 10% (NAGEL, 1968).

As perdas por fricção ocorrem pelo contato da água com as pás, com o eixo do parafuso e com a calha. Essas perdas crescem com a raiz da rotação e proporcionalmente a área molhada. Segundo Nuernbergk (2012), as perdas por fricção são menores que 7% para parafusos a baixas rotações. O choque entre as extremidades das pás e a água nas regiões de carga e descarga do parafuso também são fontes de perdas hidráulicas (NAGEL, 1968). A análise das perdas hidráulicas é um dos temas deste trabalho.

2.3.1.1 Principais Tipos de Vazamentos

Considera-se que a AST possui dois tipos principais de perdas de potência por vazamento de água. O primeiro é o vazamento pelas folgas existentes entre o parafuso rotativo e a calha, o qual será especificado neste trabalho como vazamento por frestas, derivado do termo em inglês *gap leakage* ou também *gap flow*. Na Figura 2.6, esse tipo de vazamento é representado.

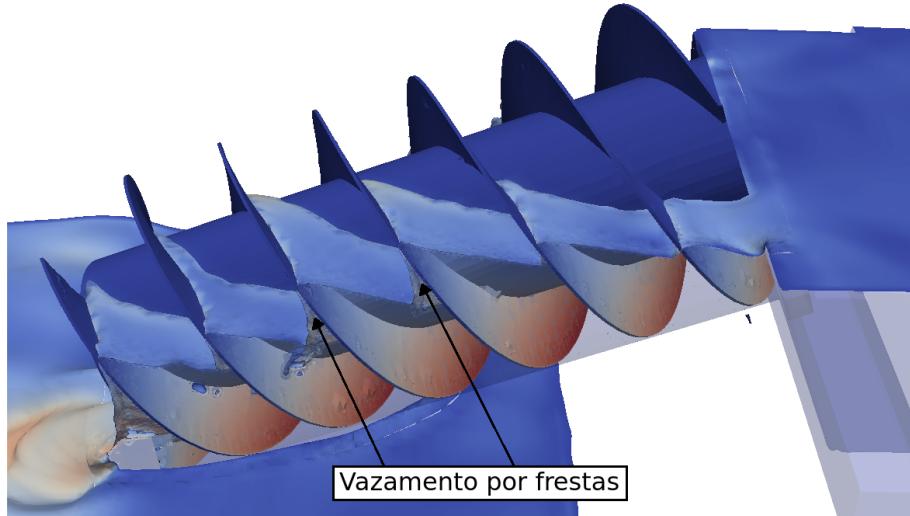


Figura 2.6 – Representação de vazamentos por frestas. Fonte: adaptado de Dellinger et al. (2016).

Embora, na Fig. 2.6, os vazamentos por frestas aparecem apenas nas áreas onde só há preenchimento de água no lado superior da pá, esse efeito ocorre em toda a área molhada da pá e é causado pela diferença de pressão entre os *buckets*.

Segundo Nagel (1968), a perda de potência devido aos vazamentos por frestas fica entre 3 e 12% e os maiores valores ocorrem com parafusos de menores diâmetros e com maiores inclinações. A redução dessas frestas aumenta o rendimento da turbina, entretanto elas são necessárias, pois permitem a deflexão do parafuso. Por isso, a eficiência garantida por fabricantes de parafusos de Arquimedes é sempre ligada à máxima fresta, e a acurácia de construção do helicoide e da calha influenciam diretamente no rendimento do equipamento.

A segunda perda de rendimento por vazamentos em parafusos de Arquimedes é denominada vazamento por sobrepreenchimento neste trabalho, em inglês adota-se *over-filling leakage* ou *leakage from overflow*. O que ocorre quando o nível de água em determinado *bucket* ultrapassa a altura mínima do tubo central, permitindo que o fluido passe para o *bucket* inferior. Este efeito é demonstrado na Fig. 2.7.

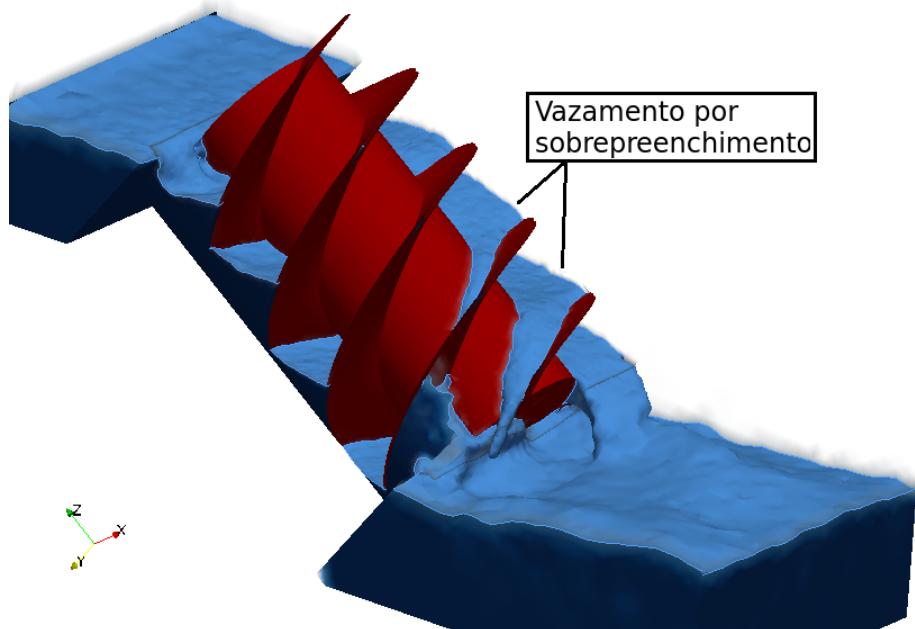


Figura 2.7 – Representação do vazamento por sobrepreenchimento. Fonte: adaptado de Reis e Carvalho (2018).

A AST pode operar com preenchimentos até 20% superiores ao ideal (PÁLFFY; BRADA; HARTENSTEIN, 1998), entretanto, para que se obtenha o máximo rendimento, o vazamento por sobrepreenchimento deve ser evitado (NUERNBERGK; RORRES, 2013).

2.3.2 Impactos ambientais

Microgeração e picogeração hidráulica normalmente operam com turbinas a fio d'água. Esse tipo de tecnologia evita o emprego de barragens para acúmulo de água ou reduz as suas dimensões. Os problemas ambientais relacionados a grandes hidroelétricas com represamento de água são bem documentados, incluindo: alterar o regime de escoamento, dificultar ou bloquear a passagem da biota aquática e mortalidade de peixes, que pode ser direta, através do contato com as paredes da turbina, ou indireta, por cavitação (KEMP, 2015). A turbina de Arquimedes é descrita como uma tecnologia pouco danosa à biota aquática (*fish friendly*), pois trabalha a baixa rotação, causa baixas tensões de cisalhantes e pequenas mudanças de pressão quando comparada a turbinas convencionais como a Francis e a Kaplan (KIBEL; PIKE; COE, 2009; SPAH, 2001; PIPER et al., 2018). Além disso, a AST normalmente opera a fio d'água. Essas características possibilitam que os peixes passem pelo parafuso de Arquimedes em um sentido, dependendo se opera como bomba ou turbina, sendo inclusive empregado para movimentação de peixes (HYDRO-CONNECT, 2020).

Kibel e Coe (2007) monitoraram a taxa de mortalidade e de danos ocorridos durante a passagem de peixes por uma AST com 2,2 m de diâmetro instalada no rio Dart, na Inglaterra. Conforme a legislação desse país, turbinas podem operar sem grades em suas

entradas, desde que salmões em migração possam atravessá-las sem danos. Como essa AST foi a primeira instalada no país, Kibel e Coe (2007) obtiveram permissão para operar sem grade durante um ano enquanto monitoravam os impactos na biota aquática. Esse estudo mostrou que trutas com até 63 cm passaram pela AST sem danos. A AST foi considerada segura para rotações de até 31 rpm. Observou-se também que os *smolts* (fase inicial do ciclo de vida do salmão, que antecede a migração para o oceano) naturalmente descem pela AST. Foi observado que 1,4% dos *smolts* que passaram pela AST apresentaram ferimentos leves ou recuperáveis, porém não foi possível identificar se foram causados pela turbina, se já existiam ou se ocorreram durante a captura. Também, identificou-se que essas lesões ocorreram apenas em *smolts* menores do que 25 cm. Para evitar esses danos, os autores recomendaram que sejam utilizadas proteções embrorrachadas nas extremidades dos helicoides (Fig. 2.8), o que evita quinas e frestas na entrada e na saída da turbina, e também que a velocidade tangencial dos helicoides seja menor do que 4 m/s. Outro ponto observado foi que os peixes que passaram pelas ASTs não demonstraram sinais de desorientação.



Figura 2.8 – Proteções embrorrachadas recomendadas para as extremidades dos helicoides.
Fonte: adaptado de Kibel e Coe (2007).

Em uma segunda fase do monitoramento da AST no rio Dart, Kibel (2008) analisou ferimentos em enguias e em salmões com comprimentos de até 98 cm utilizando as alterações na turbina que foram recomendadas da primeira fase do estudo. Os resultados mostraram que 0,68% dos peixes avaliados apresentaram lesões de baixa gravidade. Kibel (2008) concluiu que normalmente não há necessidade de grades que impeçam a entrada de peixes na AST.

Um estudo do impacto da AST na migração de peixes foi apresentado por Piper et al. (2018), no qual a passagem de peixes pela turbina foi analisada durante dois anos. Observou-se que a taxa de mortalidade imediata de enguias que desceram pela turbina foi

nula e que não houve alterações no comportamento desses peixes após a passagem. Esses autores concluíram que a AST pode ser considerada uma possível rota para descida de peixes, porém algumas enguias adultas rejeitaram a entrada da turbina e outras sofreram ferimentos não fatais durante a passagem. O estudo de Bracken e Lucas (2013) mostrou que 1,5% das lampreias (*Lampetra fluviatilis*) que passaram por uma AST sofreram ferimentos.

Conforme os resultados desses estudos, a AST é uma tecnologia atrativa para geração hidrelétrica, devido às suas baixas taxas de mortalidade e de danos aos peixes. Entretanto, a aplicação de parafusos de Arquimedes para produção de potência é recente e mais estudos de impacto devem ser realizados para avaliar os impactos nas espécies aquáticas locais.

2.3.3 Estrutura

Em relação à estrutura e à calha, as ASTs podem utilizar estruturas de concreto (Fig. 2.9a), de aço (Fig. 2.9b) ou híbridas para suporte do gerador, do redutor e da calha. A estrutura de concreto é vantajosa devido ao seu baixo custo construtivo e a de aço, devido à fácil instalação (*plug-and-play*) e à redução de obras civis.

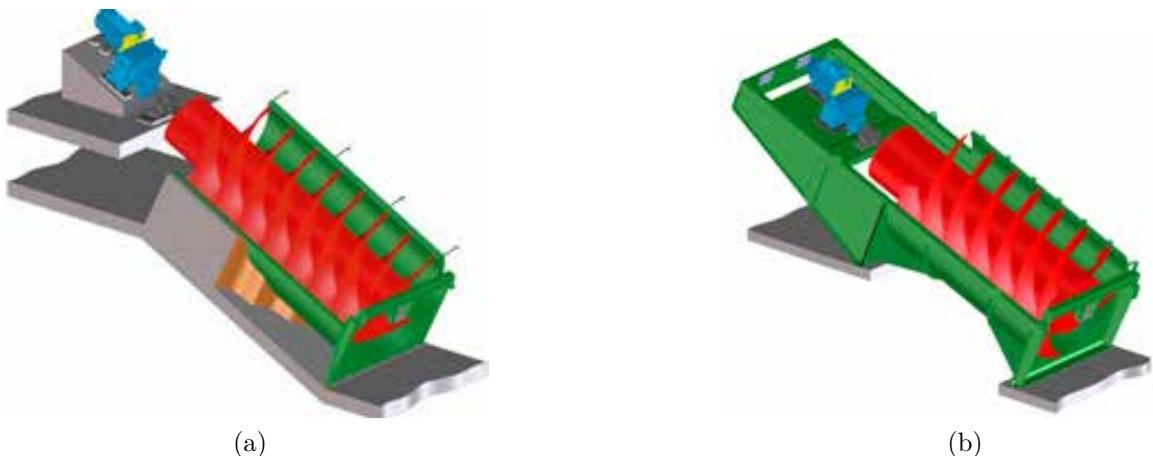


Figura 2.9 – Suporte do gerador, do redutor e da calha: a) concreto. b) metálico. Fonte: Landustrie (2020).

2.3.4 Instalação

As ASTs podem ser instaladas de diversas maneiras. Uma pequena barragem pode ser construída diretamente no leito para instalação da AST, como pode ser observado na Fig. 2.10a. Através de um canal, parte ou toda a água pode ser guiada até a turbina (Fig. 2.10b). Também é possível aproveitar barragens preexistentes (Fig. 2.10c) ou quedas naturais (Fig. 2.10d). Na Figura 2.10e, mostra-se um caso de duas turbinas em paralelo que estão em operação para picogeração desde 2012. Outra possibilidade é o aproveitamento da energia de escoamento de efluentes urbanos, como pode ser observado na Fig. 2.10f.



Figura 2.10 – Diferentes possibilidades de instalação de ASTs: a) Estrutura construída diretamente no leito do rio. Fonte: zmsablog (2018). b) Imagem de um canal guiando o fluxo até a AST. Fonte: UNIDO (2019). c) AST instalada sobre uma barragem preexistente. Fonte: zmsablog (2018). d) Uma AST instalada próximo a uma cachoeira. Fonte: Landustrie (2013). e) Duas turbinas para picogeração instaladas em paralelo. Fonte: Kakuno Manufacturing Co (2016). f) Aproveitamento da energia potêncial de efluentes urbanos. Fonte: Kakuno Manufacturing Co (2017).

2.4 Principais Referências Sobre a Turbina de Arquimedes

Alguns trabalhos relevantes sobre a turbina e a bomba de Arquimedes são apresentados a seguir.

Müller e Senior (2009) aplicaram um modelo simplificado para a turbina de Arquimedes que idealiza as pás da turbina como barragens móveis. Segundo essa teoria, o torque produzido no eixo do parafuso ocorre devido à força hidrostática atuando em cada lado da pás. Concluiu-se que a eficiência da turbina de Arquimedes é função da geometria do parafuso e das perdas mecânicas e cresce com o número de pás (N) e quando o ângulo de inclinação do parafuso (β) é reduzido.

Nuernbergk e Rorres (2013) derivaram um modelo analítico para o cálculo das condições de entrada da água na turbina de Arquimedes. As equações apresentadas por Rorres (2000) foram utilizadas, e, para o cálculo da eficiência hidráulica, foram incorporadas equações que modelam os vazamentos de água que ocorrem entre as pás e a calha e pelo transbordamento de líquido. Os resultados obtidos com o modelo analítico foram validados utilizando dados experimentais.

Os primeiros autores que estudaram a aplicação da dinâmica dos fluidos computacional (DFC) para a simulação da AST foram Stergiopoulou et al. (2013). O modelo diferencial e a discretização do problema foram apresentados, porém as simulações ainda estavam em desenvolvimento e os resultados não foram detalhados. Stergiopoulou et al. (2013) avaliaram ASTs nas posições inclinada, horizontal e vertical. A turbina inclinada visa o aproveitamento da energia potencial gravitacional do escoamento. Nas posições horizontal e vertical, a AST objetiva produzir potência mecânica a partir da energia cinética do escoamento. Conforme esses autores, estas turbinas poderiam ser utilizadas para geração de energia a partir de correntes marítimas, fluviais e redes hidráulicas.

Lubitz, Lyons e Simmons (2014) desenvolveram um modelo matemático para previsão da eficiência da AST em diferentes graus de enchimento do parafuso. Para isso, foi necessário desenvolver um método para o cálculo do vazamento pelas frestas que considere o preenchimento do parafuso. O vazamento por sobrepreenchimento foi modelado conforme Nuernbergk e Rorres (2013). Os resultados numéricos foram semelhantes aos de um modelo experimental em escala de laboratório. Observou-se que as maiores eficiências são obtidas com preenchimento máximo, o qual representa o limite a partir do qual ocorre vazamento por sobrepreenchimento, porém boas eficiências são obtidas em condição de preenchimento parcial. Observou-se também uma rápida queda na eficiência quando o preenchimento se aproxima de zero, uma vez que o vazamento pelas folgas passa a dominar o sistema. Uma dificuldade desse modelo é que o cálculo do vazamento pelas folgas é função de uma constante experimental, a qual, por sua vez, é influenciada pelo diâmetro do parafuso e o número de Reynolds do escoamento nas folgas.

Uma compilação de trabalhos sobre o parafuso de Arquimedes foi apresentada por Waters e Aggidis (2015). Esses autores destacaram a necessidade de maiores estudos sobre o parafuso de Arquimedes operando como turbina em suas diferentes configurações: inclinada, horizontal e submersa. Outro ponto discutido por Waters e Aggidis (2015), foi a diferença entre os projetos da bomba e da turbina de Arquimedes, já que o objetivo do primeiro é maximizar o volume de água bombeado e do segundo é otimizar a eficiência hidráulica.

A partir do modelo simplificado de Müller e Senior (2009), Lee et al. (2015) derivaram um modelo matemático para calcular a eficiência hidráulica de turbinas de Arquimedes com passo variável. Utilizou-se esse equacionamento para projetar uma turbina experimental de passo variável, com 200 mm de diâmetro e 500 mm de comprimento, a qual foi confeccionada em poliácido láctico (PLA) utilizando uma impressora 3D. Devido às limitações geométricas da impressora 3D, a turbina foi impressa em partes, as quais foram montadas em um eixo de aço e recobertas com resina epóxi. A turbina foi conectada diretamente a um gerador de ímãs permanentes com eficiência elétrica de 80%. Os experimentos mostraram que a eficiência máxima total do sistema foi próxima de 71%, com uma produção de 123 W para uma vazão de 0,04 m³/s.

Um modelo matemático e um experimental da AST foram estudados por Rohmer et al. (2016). Nesse trabalho, o equacionamento apresentado por Nuernbergk e Rorres (2013) é utilizado juntamente com um modelo empírico para o cálculo das perdas por fricção e da eficiência hidráulica. Uma bancada experimental foi construída e testada. Os resultados teóricos foram bastante próximos dos experimentais. Curvas relacionando a eficiência mecânica e o torque com a rotação do parafuso e a vazão de água foram calculadas. Eficiências totais superiores a 80% foram obtidas.

Dellinger et al. (2016) desenvolveram um modelo teórico melhorado para a turbina de Arquimedes, no qual a teoria apresentada por Nuernbergk e Rorres (2013) é aplicada juntamente com equações para modelagem das perdas mecânicas por fricção. Procedimentos experimentais também foram realizados para validação. Os resultados experimentais mostraram uma forte influência da altura da água na saída do parafuso sobre a eficiência hidráulica do equipamento. Observou-se, também, que a fricção entre o fluido e o parafuso não é negligenciável no cálculo da potência produzida.

Uma turbina de Arquimedes para geração de hidroeletricidade em escala de laboratórios foi construída por Nuramal et al. (2017) utilizando materiais de fácil acesso e de baixo custo. Os resultados experimentais mostraram que parafusos com menor ângulo de inclinação são mais eficientes.

Dando continuidade ao trabalho de Lubitz, Lyons e Simmons (2014), Kozyn e Lubitz (2017) desenvolveram um modelo para o cálculo de perdas de potência da AST devido à fricção nos rolamentos, aos efeitos viscosos nas paredes e à imersão na saída do

parafuso. Além do equacionamento desenvolvido, medições de torque, rotação, vazão e altura de queda de uma AST em escala reduzida foram utilizadas para se ajustar curvas de cada fonte de perda de potência. O modelo desenvolvido foi validado utilizando dados de uma AST de 7 kW conectada à rede, e apresentou resultados satisfatórios para médias e altas vazões. Os autores concluíram que a AST apresenta perdas de potência adicionais que são mais significantes quando opera com baixas vazões. Os resultados obtidos também mostram que o nível de imersão na saída do parafuso foi a maior fonte de perda de potência.

Dellinger et al. (2018) utilizaram o software OpenFOAM para solucionar numericamente as equações médias de Reynolds (RANS - *Reynolds Averaged Navier-Stokes*) com o modelo de fechamento $k-\omega$ SST em um espaço tridimensional. O método VOF (Volume of Fluid) (HIRT; NICHOLS, 1981) foi aplicado para determinar a interface entre as fases água e ar. Utilizando uma malha composta por uma região rotativa e outra fixa a turbina de Arquimedes pode ser simulada numericamente. Dellinger et al. (2018) também realizaram experimentos com a turbina de Arquimedes para validar a solução numérica. As curvas de torque e de eficiência hidráulica obtidas numericamente e experimentalmente apresentaram ótima concordância, mostrando que a simulação numérica é uma ferramenta confiável para prever o desempenho da turbina de Arquimedes. As eficiências hidráulicas obtidas nos modelos numérico e experimental atingiram valores superiores a 80%.

Straalsund et al. (2018) publicaram uma avaliação experimental da influência da forma das pás sobre o rendimento de turbinas de Arquimedes em escala de laboratório. Além da geometria helicoidal (Fig. 2.11b), que é a convencional, estudaram-se as pás do tipo *strake* (Fig. 2.11a) e *reverse strake* (Fig. 2.11c), uma representação do corte transversal destes três tipos de pás e mostrada na Fig. 2.11.

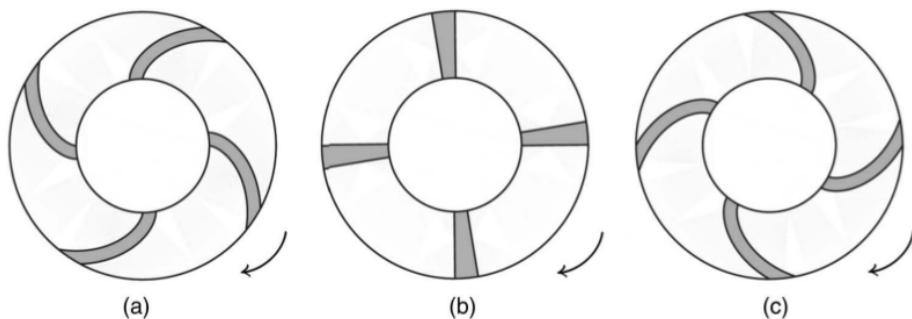


Figura 2.11 – Diferentes geometrias de pás de ASTs: a) *strake*. b) Helicoidal. c) *reverse strake*. Fonte: Straalsund et al. (2018).

Os experimentos de Straalsund et al. (2018) mostraram que, para baixas rotações e vazões, os três tipos de pás estudadas apresentaram rendimentos próximos. Entretanto, para maiores velocidades e vazões foram observadas diferenças no nível de água na entrada da turbina, no volume de líquido transportado por rotação e no preenchimento do parafuso, o que foi atribuído às alterações na dinâmica da entrada de água na turbina. Na maior

parte dos casos estudados, o vazamento de líquido pelas frestas foi menor para a turbina helicoidal.

Lavrič, Rihar e Fišer (2018) analisaram a aplicação de ASTs para geração de eletricidade em moinhos d'água inutilizados na Eslovénia. Utilizando registros de vazão e de nível de um rio da região, informações de fabricantes e dados da literatura, esses autores calcularam a produção de eletricidade anual considerando ASTs com velocidade constante e variável. Os resultados mostraram que a AST com velocidade variável tem uma produção de eletricidade 2% menor do que a AST com velocidade constante, pois a primeira sofre com maiores perdas na condição de carga plena. Outra observação desse estudo foi que a AST produziu menos em anos com maiores vazões médias, o que ocorreu devido à necessidade de se parar a turbina quando o nível à montante do parafuso ultrapassa o limite de segurança estabelecido e pela queda de eficiência da turbina quando o nível na saída do parafuso é elevado. É importante ressaltar que os registros utilizados por Lavrič, Rihar e Fišer (2018) apresentam alta variação de vazão e nível, sendo que a faixa de operação considerada para AST foi de 5 a 70 m³/s, enquanto os registros mostraram vazões de até 800 m³/s.

Siswantara et al. (2019) investigaram a relação entre a inclinação da AST e sua performance utilizando uma turbina experimental. A turbina possui duas pás e foi projetada com base nos resultados da otimização volumétrica de Rorres (2000), considerando uma vazão de 0,00106 m³/s e β variando entre 36 e 44°. Os autores observaram aumento da potência elétrica produzida (\dot{P}_{ele}) e queda do rendimento com o crescimento de β . Apesar desses resultados serem aparentemente contraditórios, o aumento de β também eleva a altura de queda (e consequentemente a potência hidráulica disponível (\dot{P}_{hydro})), porém o ganho em \dot{P}_{ele} é inferior ao crescimento da \dot{P}_{hydro} (ver Eqs. (2.2) e (3.138)).

Dellinger et al. (2019) apresentaram um estudo numérico e experimental para determinar a relação da inclinação e do número de pás com a potência produzida pela turbina de Arquimedes. Parafusos com diâmetros externos de 0,316 m foram simulados com diferentes vazões e com inclinações variando entre 10° e 38°, turbinas com 3, 4 e 5 pás foram avaliadas. Os resultados desse trabalho mostraram que as máximas eficiências hidráulicas obtidas com os parafusos de 3, 4 e 5 pás ocorrem com inclinações de 15,5°, 20° e 24,5°, respectivamente. Observou-se também que a performance da turbina de 5 pás foi a melhor seguida pela de 4 e 3 pás. As máximas eficiências hidráulicas obtidas numericamente foram próximas de 86%.

Shahverdi et al. (2019) estudaram um sistema para geração de eletricidade a partir de energia solar e hidráulica, no qual ciclo Rankine orgânico (CRO) foi utilizado em conjunto com uma AST. Nesse projeto, o óleo, que circula pelo absorvedor solar, passa pelo trocador de calor do CRO, é direcionado a uma AST e, em seguida, é bombeado novamente para o absorvedor. O sistema híbrido produz potência tanto pelo CRO quanto

pela AST. A diferença de nível entre o absorvedor solar parabólico e o reservatório inferior é o que disponibiliza energia potencial à AST. Shahverdi et al. (2019) realizaram uma otimização da potência produzida pelo conjunto, na qual foram estudados diferentes fluidos de trabalho na CRO, além da inclinação, do comprimento, do número de pás e da rotação da AST. Os parâmetros ótimos para a AST foram: $\beta = 20^\circ$, $L_s = 1,5$ m, e $N = 1$. Esses autores observaram que o aumento no número de pás reduz a eficiência da AST, pois eleva as perdas por atrito. As potências elétricas produzidas pelo CRO e pela AST foram 192,59 W e 38,04 W, respectivamente. Concluiu-se que o sistema híbrido é uma forma aceitável de otimização da geração de potência pelo CRO.

Shahverdi et al. (2020) fizeram uma análise matemática da potência mecânica e da eficiência de uma AST instalada em um canal de irrigação. O objetivo do trabalho foi buscar parâmetros da turbina que otimizem o sistema. O diâmetro externo, o passo e a razão de raios foram mantidos constantes na simulação, assim as variáveis estudadas foram a inclinação, o comprimento, a rotação e o número de pás da turbina. As variações de vazão e de altura de queda de um canal de irrigação real também foram consideradas. Esses autores adotaram o modelo matemático apresentaram por Nuernbergk e Rorres (2013) para o cálculo da potência mecânica. A máxima eficiência calculada foi de 90,83%, para uma AST com 1 pá, inclinação de 20° e comprimento de 6 m. Turbinas com 2, 3, 4 e 5 pás também foram consideradas nesse trabalho, as quais obtiveram eficiências máximas de 87,8%, 82,41%, 71,2% e 62,8%, respectivamente.

3 METODOLOGIA

Neste trabalho a dinâmica de fluidos computacional (DFC) é aplicada para simular a turbina de Arquimedes. Através da DFC, é possível solucionar numericamente as equações que governam a dinâmica dos fluidos e calcular variáveis do escoamento, tais como os campos de velocidade e de pressão. Parâmetros da turbina como o torque e o enchimento na entrada e saída também poderão ser determinados através dessas soluções.

O *solver interIsoFoam*, presente no software OpenFOAM v1912, é um programa para solução numérica de escoamentos bifásicos e incompressíveis. Nesse *solver* o método *Volume Of Fluid* (VOF) (HIRT; NICHOLS, 1981) é aplicado para simular a advecção da interface entre as fases. Nesta metodologia, resolvem-se apenas uma equação de balanço de quantidade de movimento linear e uma equação de balanço de massa. As propriedades físicas do fluido são médias ponderadas com base na fração volumétrica das fases na célula (HEMIDA, 2008).

3.1 Balanço de Massa

Considerando um escoamento sem fontes ou sumidouros de massa, a Eq. (3.1) pode ser obtida a partir de um balanço de massa em um volume de controle infinitesimal.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \bullet (\rho \mathbf{U}) = 0, \quad (3.1)$$

sendo: \mathbf{U} , o campo vetorial de velocidades e ρ , a massa específica. A Equação (3.1) é frequentemente chamada de equação da continuidade.

Através da regra do produto aplicada ao divergente, pode-se obter a seguinte relação:

$$\nabla \bullet (\rho \mathbf{U}) = (\mathbf{U} \bullet \nabla) \rho + \rho \nabla \bullet \mathbf{U}. \quad (3.2)$$

Substituindo a Eq. (3.2) na Eq. (3.1) e reorganizando os termos, obtém-se:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\mathbf{U} \bullet \nabla) \rho = -\rho \nabla \bullet \mathbf{U}. \quad (3.3)$$

Ao se analisar uma partícula de fluido em escoamentos incompressíveis sem efeitos térmicos, conclui-se que a variação da massa específica ao longo de sua trajetória é nula. Logo, a derivada total de ρ deve ser nula.

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + (\mathbf{U} \bullet \nabla) \rho = 0 \quad (3.4)$$

Os termos centrais da Eq. (3.4) são os mesmos que aparecem no lado esquerdo da Eq. (3.3). Fazendo-se a substituição e sabendo que $\rho \neq 0$, obtém-se:

$$\nabla \bullet \mathbf{U} = 0. \quad (3.5)$$

Sobre as Eqs. (3.1) e (3.5), pode-se dizer que a primeira garante a conservação da massa em um volume de controle infinitesimal, enquanto a segunda garante que o espaço seja preenchido.

O equacionamento desenvolvido até este ponto é válido também para escoamentos multifásicos, desde que não ocorra transferência de massa entre as fases. Entretanto, como já mencionado, a sua utilização depende da garantia da incompressibilidade do escoamento e da ausência de efeitos térmicos.

O escoamento em uma turbina de Arquimedes é multifásico (ar e água) e ocorre em temperatura ambiente e em baixo número de Mach, portanto atende às condições de utilização das Eqs. (3.1) e (3.5).

3.2 Evolução da Fração de Líquido

Considerando o domínio físico (Ω) composto por duas regiões, uma líquida (\mathfrak{R}_l) e outra gasosa (\mathfrak{R}_g). Uma função indicadora ($\mathbb{I}(\mathbf{x}, t)$) pode ser definida como:

$$\mathbb{I}(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} 1 & \text{para } \mathbf{x} \in \mathfrak{R}_l \text{ no tempo } t; \\ 0 & \text{para } \mathbf{x} \in \mathfrak{R}_g \text{ no tempo } t. \end{cases} \quad (3.6)$$

Neste trabalho, os subscritos l e g são utilizados como referências às fases líquida e gasosa, respectivamente.

A função indicadora pode ser utilizada para mapear a massa específica no domínio, conforme:

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \rho_l \mathbb{I}(\mathbf{x}, t) + \rho_g (1 - \mathbb{I}(\mathbf{x}, t)). \quad (3.7)$$

Integrando-se a Eq. (3.1) em um determinado volume Ω e utilizando o teorema da divergência, obtém-se:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \oint_{\partial\Omega} (\rho \mathbf{U}) \bullet d\mathbf{S} = 0, \quad (3.8)$$

sendo que $\partial\Omega$ representa a superfície do espaço de integração, a qual é composta por infinitos elementos $d\mathbf{S}$, que têm direção normal à superfície e apontam para o exterior do volume.

Ao se aplicar a Eq. (3.7) na Eq. (3.8), obtém-se:

$$(\rho_l - \rho_g) \int_{\Omega} \frac{\partial \mathbb{I}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} dV + (\rho_l - \rho_g) \oint_{\partial\Omega} (\mathbb{I} \mathbf{U}) \bullet d\mathbf{S} + \rho_g \oint_{\partial\Omega} \mathbf{U} \bullet d\mathbf{S} = 0. \quad (3.9)$$

Através do teorema do Divergente, pode-se demonstrar que a integral à direita da Eq. (3.9) é igual a $\int_{\Omega} \nabla \bullet \mathbf{U} dV$, assim, conforme a Eq. (3.5), o seu valor deverá ser zero, restando:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \mathbb{I}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} dV = - \oint_{\partial\Omega} (\mathbb{I}\mathbf{U}) \bullet d\mathbf{S}. \quad (3.10)$$

Considerando que não há alteração na geometria do volume Ω , a derivada existente na Eq. (3.10) pode sair da integral, logo:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \mathbb{I}(\mathbf{x}, t) dV = - \oint_{\partial\Omega} (\mathbb{I}\mathbf{U}) \bullet d\mathbf{S}. \quad (3.11)$$

A Equação (3.11) pode ser compreendida como um balanço da fase líquida no volume Ω .

3.2.1 Discretização da Equação de Transporte da Fração de Líquido

A partir deste ponto, pretende-se dividir o domínio computacional (\mathcal{D}) em volumes com dimensões finitas, os quais são denominados volumes finitos ou células. O número total de células é N_c , e cada uma delas é representada por um índice i , sendo $i = 1, 2, 3, \dots, N_c$. As fronteiras dos volumes finitos são denominadas faces (\mathcal{F}_j), as quais são indicadas neste trabalho por j , assim $j = 1, 2, 3, \dots, N_f$, onde N_f é o número total de faces. As faces compartilhadas por duas células adjacentes são denominadas internas. As demais devem coincidir com a superfície externa do domínio ($\partial\mathcal{D}$) e são denominadas faces de fronteira. Cada volume finito i possui B_i faces, as quais podem ser internas ou de fronteira.

A função indicadora é descontínua na superfície entre as fases. Para discretizá-la, pode-se calcular sua média no volume Ω_i de uma célula computacional. Dessa forma, a fração de líquido (α_l) na célula i pode ser definida como:

$$\alpha_l(\mathbf{x}_i, t) = \frac{1}{\Omega_i} \int_{\Omega_i} \mathbb{I}(\mathbf{x}, t) dV. \quad (3.12)$$

Nas regiões totalmente líquidas e gasosas, α_l é igual a 1 e a 0, respectivamente. As células cortadas pela superfície entre os fluidos tornam-se regiões de transição, nas quais α_l varia entre 0 a 1. Como o escoamento é bifásico, tem-se que:

$$\alpha_l + \alpha_g = 1. \quad (3.13)$$

A integração apresentada na Eq. (3.11) pode ser realizada sobre uma célula com volume igual a Ω_i , e ao se aplicar a Eq. (3.12), obtém-se:

$$\frac{\partial \alpha_l(\mathbf{x}_i, t)}{\partial t} = - \frac{1}{\Omega_i} \oint_{\partial\Omega_i} (\mathbb{I}\mathbf{U}) \bullet d\mathbf{S}. \quad (3.14)$$

A integral sobre a fronteira da célula pode ser feita para cada uma de suas faces, desta forma, tem-se:

$$\frac{\partial \alpha_l(\mathbf{x}_i, t)}{\partial t} = -\frac{1}{\Omega_i} \sum_{j \in B_i} s_{ij} \int_{\mathcal{F}_j} (\mathbb{I}\mathbf{U}) \bullet d\mathbf{S}. \quad (3.15)$$

Como cada face j tem sua própria orientação, o termo auxiliar s_{ij} , que pode ser igual a 1 ou a -1, foi introduzido para que o produto $s_{ij}d\mathbf{S}$ sempre aponte para fora da célula i .

Integrando a Eq. (3.15) do tempo t até o $t + \Delta t$, obtém-se:

$$\alpha_l(\mathbf{x}_i, t + \Delta t) = \alpha_l(\mathbf{x}_i, t) - \frac{1}{\Omega_i} \sum_{j \in B_i} s_{ij} \int_t^{t+\Delta t} \int_{\mathcal{F}_j} (\mathbb{I}\mathbf{U}) \bullet d\mathbf{S} dt. \quad (3.16)$$

Pode-se observar que a Eq. (3.16) não possui aproximações numéricas. A integral temporal à sua direita representa o volume da fase l que atravessa a face j entre os tempo t e $t + \Delta t$ (ROENBY; BREDMOSE; JASAK, 2016). A Equação (3.16) pode ser reescrita como:

$$\alpha_l(\mathbf{x}_i, t + \Delta t) = \alpha_l(\mathbf{x}_i, t) - \frac{1}{\Omega_i} \sum_{j \in B_i} s_{ij} \Delta V_j(t, \Delta t), \quad (3.17)$$

sendo:

$$\Delta V_j(t, \Delta t) = \int_t^{t+\Delta t} \int_{\mathcal{F}_j} (\mathbb{I}\mathbf{U}) \bullet d\mathbf{S} dt. \quad (3.18)$$

$\Delta V_j(t, \Delta t)$ deve ser determinado para avançar a variável α_l no tempo, e, ao mesmo tempo, determinar a posição da interface entre as fases no tempo $t + \Delta t$ (ROENBY; BREDMOSE; JASAK, 2016). Entretanto o cálculo de $\Delta V_j(t, \Delta t)$ utilizará aproximações numéricas, que serão detalhadas na Seção 3.3.

O campo de velocidades também precisa ser discretizado, o que é feito através de sua média no volume de determinada célula i .

$$\mathbf{U}(\mathbf{x}_i, t) = \frac{1}{\Omega_i} \int_{\Omega_i} \mathbf{U}(\mathbf{x}, t) dV \quad (3.19)$$

A solução numérica das equações de balanço de massa, de fase líquida e de quantidade de movimento linear requer a determinação de fluxos volumétricos ($\phi_j(t)$) através das faces das células, os quais podem ser calculados como:

$$\phi_j(t) = \int_{\mathcal{F}_j} \mathbf{U} \bullet d\mathbf{S}. \quad (3.20)$$

3.3 Algoritmo IsoAdvector

O cálculo de $\Delta V_j(t, \Delta t)$ é realizado através do algoritmo *IsoAdvector* (ROENBY; BREDMOSE; JASAK, 2016), que está implementado no solver *interIsoFoam*. Esse algoritmo foi desenvolvido para trabalhar com malhas arbitrárias, mantendo-se a acurácia dos

esquemas geométricos através da aproximação explícita da interface, e ainda minimizar as operações geométricas para manter o custo computacional em valores aceitáveis (ROENBY; BREDMOSE; JASAK, 2016).

Na Figura 3.1, comparam-se os resultados de simulações bidimensionais do transporte advectivo de uma estrutura circular em um escoamento uniforme composta por determinada fase imersa em outro meio, considerando uma malha triangular. As soluções do algoritmo *IsoAdvector* e do MULES, que aplica o método de compressão de interface e é descrito por Hemida (2008), ambos disponíveis no OpenFOAM, mostram que, na primeira técnica, a geometria circular é melhor conservada mesmo em uma malha menos refinada e com maiores valores de número de Courant.

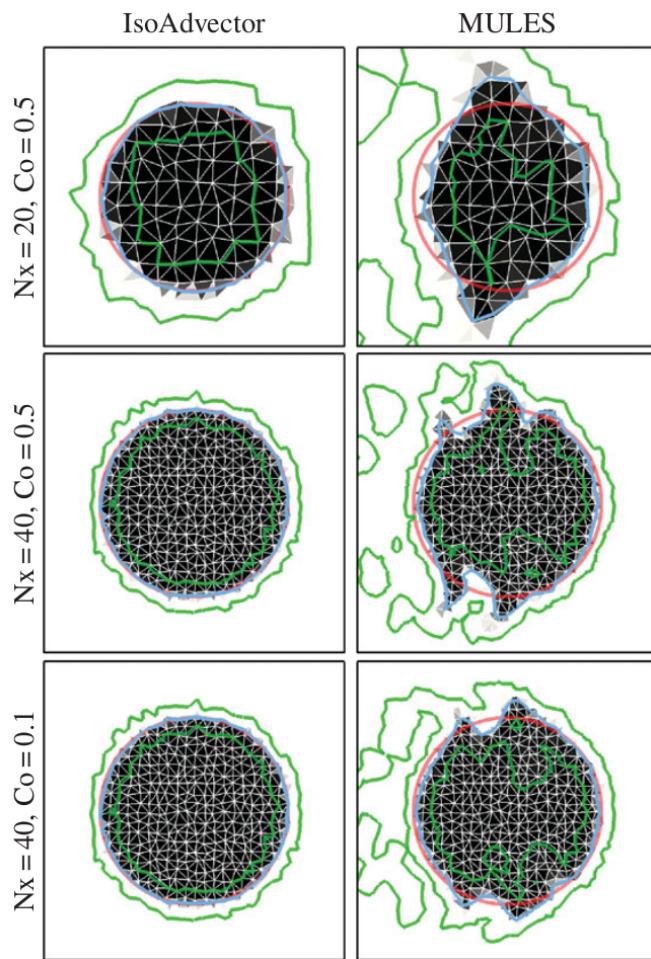


Figura 3.1 – Disco em um escoamento uniforme ($\mathbf{U} = (1, 0)$) em $t = 4$, considerando malhas triangulares. Fonte: adaptado de Roenby, Bredmose e Jasak (2016).

Seguindo a descrição de Olsson (2017), o algoritmo *IsoAdvector* pode ser dividido em etapas, as quais são apresentadas a seguir.

1. Para cada face j da célula, considera-se que: $\Delta V_j(t, \Delta t) = \alpha_{upwind,j} \phi_j \Delta t$, no tempo t .

2. Localizar as células na interface, ou seja, onde $0 < \alpha_i(t) < 1$. Para as demais, a advecção de α é trivial, e os seguintes passos serão usados apenas para as células na interface.

3. Para cada célula na interface:

- a) Determinar o isovalor f , o qual corta a célula na fração correta das fases, de forma que $\tilde{\alpha}(f) = \alpha_i$. $\tilde{\alpha}(f)$ é fração volumétrica de uma das fases (da fase líquida neste trabalho) quando o isovalor f é usado para construir a *isosurface*. Para determinar f , primeiramente o campo de α_l deve ser interpolado para os vértices das células. Os valores dessas interpolações são denominados f_1, f_2, \dots, f_{Nv} para cada célula, sendo Nv o número de vértices da célula, e são utilizados para se calcular o local onde a célula é cortada pela *isosurface* f . Considerando dois vértices k e l de uma aresta, o corte ocorrerá se $f_k < f < f_l$ e sua localização é determinada por interpolação linear.

Ao se aplicar o procedimento anterior para todas os vértices da célula, uma expressão polinomial para $\tilde{\alpha}(f)$ é determinada. E, através de um processo iterativo, calcula-se f tal que: $|\tilde{\alpha}(f) - \alpha_i| < \text{tol}$, sendo que tol é uma determinada tolerância.

Na Figura 3.2, mostram-se os pontos de corte que formam uma *isosurface*.

- b) Após a localização da *isosurface*, deve-se estimar o seu movimento durante Δt . Para isso, primeiramente determinam-se o centro (\mathbf{x}_s) e o vetor normal (\mathbf{n}_s) à *isosurface*. Então, o campo de velocidade na posição \mathbf{x}_s (\mathbf{U}_s) é calculado por interpolação. Por fim, o módulo da velocidade da *isosurface* (U_s) é calculado como: $U_s = \mathbf{U}_s \bullet \mathbf{n}_s$. Essa velocidade é considerada constante durante todo o passo de tempo. Na Figura 3.3, representa-se a propagação de uma *isosurface* ao longo do tempo.
- c) Através de U_s , pode-se determinar a posição da *isosurface* e a área das faces das células que está ocupada por cada fase em função do tempo. Assim, a integral na Eq. (3.18) pode ser resolvida e $\Delta V_j(t, \Delta t)$ pode ser determinado.

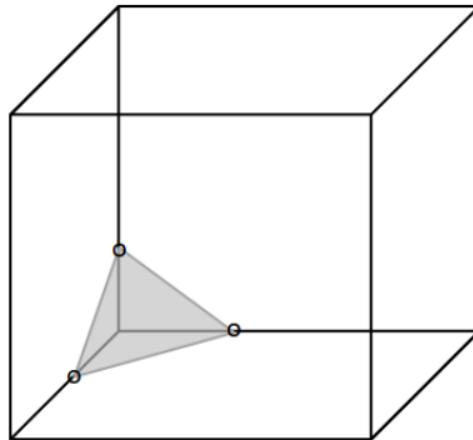


Figura 3.2 – Representação de uma *isosurface* e dos pontos de corte nas arestas. Fonte: Olsson (2017).

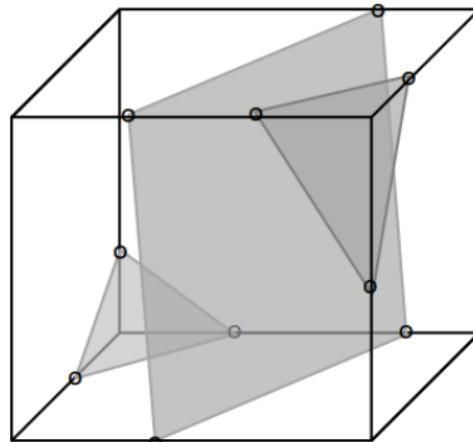


Figura 3.3 – Representação da propagação de determinada *isosurface* ao longo do tempo. Fonte: Olsson (2017).

O algoritmo *IsoAdvector* também necessita de processos de controle para evitar que α seja maior que 1 ou menor que 0. Maiores detalhes sobre o algoritmo podem ser encontrados nos trabalhos de Roenby, Bredmose e Jasak (2016) e Olsson (2017).

3.4 Balanço de Quantidade de Movimento Linear

Aplicando-se o balanço de quantidade de movimento linear em um volume infinitesimal e considerando um escoamento bifásico de um fluido newtoniano, obtém-se a equação (3.21).

$$\frac{\partial \rho \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \bullet (\rho \mathbf{U} \mathbf{U}) = \nabla \bullet \left[\mu (\nabla \mathbf{U} + \nabla \mathbf{U}^T) \right] - \nabla p + \rho \mathbf{g} + \mathbf{F}_s, \quad (3.21)$$

sendo que: t é o tempo; ρ , a massa específica; p , a pressão; μ , viscosidade dinâmica; \mathbf{g} , a aceleração da gravidade e \mathbf{F}_s , a força devido à tensão superficial que atua na interface entre

os fluidos. O termo $\nabla \bullet [\mu (\nabla \mathbf{U} + \nabla \mathbf{U}^T)]$ pode ser substituído por: $\nabla \bullet \mu (\nabla \mathbf{U}) + \nabla \mathbf{U} \bullet \nabla \mu$ (DESHPANDE; ANUMOLU; TRUJILLO, 2012). Assim, a Eq. (3.21) pode ser escrita como:

$$\frac{\partial \rho \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \bullet (\rho \mathbf{U} \mathbf{U}) = \nabla \bullet \mu (\nabla \mathbf{U}) + \nabla \mathbf{U} \bullet \nabla \mu - \nabla p + \rho \mathbf{g} + \mathbf{F}_s. \quad (3.22)$$

No *interIsoFoam*, a força que atua devido à tensão superficial (\mathbf{F}_s) é calculada através do modelo *continuum surface force* (CSF) (BRACKBILL; KOTHE; ZEMACH, 1992). Utilizando o modelo CSF, \mathbf{F}_s pode ser calculada conforme:

$$\mathbf{F}_s = \sigma \kappa \nabla \alpha_l, \quad (3.23)$$

onde: σ é o coeficiente de tensão superficial e $\nabla \alpha_l$ é um vetor normal à interface. A curvatura local da interface (κ) é determinada a partir da fração de líquido (DESHPANDE; ANUMOLU; TRUJILLO, 2012), conforme:

$$\kappa = -\nabla \bullet \left(\frac{\nabla \alpha_l}{|\nabla \alpha_l|} \right). \quad (3.24)$$

Na Equação (3.24), o termo $\left(\frac{\nabla \alpha_l}{|\nabla \alpha_l|} \right)$ é o vetor unitário normal à interface entre as fases (\mathbf{n}).

No *interIsoFoam*, trabalha-se com uma definição alternativa para a pressão (p_d). p_d é igual a pressão menos a hidrostática, logo:

$$p_d = p - \rho \mathbf{g} \bullet \mathbf{x}. \quad (3.25)$$

Aplicando-se o operador ∇ na Eq. (3.25), obtém-se:

$$\nabla p_d = \nabla p - \rho \mathbf{g} - \mathbf{g} \bullet \mathbf{x} \nabla \rho. \quad (3.26)$$

Substituindo-se as Eqs. (3.23) e (3.26) na Eq. (3.22), obtém-se a equação para o balanço de quantidade de movimento que está implementada no *interIsoFoam*:

$$\frac{\partial \rho \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \bullet (\rho \mathbf{U} \mathbf{U}) = \nabla \bullet [\mu (\nabla \mathbf{U})] + \nabla \mathbf{U} \bullet \nabla \mu - \nabla p_d - \mathbf{g} \bullet \mathbf{x} \nabla \rho + \sigma \kappa \nabla \alpha_l. \quad (3.27)$$

A massa específica e a viscosidade absoluta da mistura são calculadas utilizando a fração de líquido, conforme as Eqs. (3.28) e (3.29), respectivamente.

$$\rho = \alpha_l \rho_l + (1 - \alpha_l) \rho_g \quad (3.28)$$

$$\mu = \alpha_l \mu_l + (1 - \alpha_l) \mu_g \quad (3.29)$$

3.5 Solução da Equação de Balanço de Quantidade de Movimento Linear

A integração da Eq. (3.27) sobre o volume de uma célula i , resulta em:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_i} \frac{\partial \rho \mathbf{U}}{\partial t} dV + \int_{\partial \Omega_i} (\rho \mathbf{U} \mathbf{U}) \bullet d\mathbf{S} &= \int_{\partial \Omega_i} [\mu (\nabla \mathbf{U})] \bullet d\mathbf{S} + \int_{\Omega_i} \nabla \mathbf{U} \bullet \nabla \mu_{eff} dV \\ &\quad - \int_{\Omega_i} \nabla p dV - \int_{\Omega_i} \mathbf{g} \bullet \mathbf{x} \nabla \rho dV + \int_{\Omega_i} \sigma \kappa \nabla \alpha_l dV. \end{aligned} \quad (3.30)$$

No solver *interIsoFoam*, para solucionar numericamente a Eq. (3.30), primeiramente, faz-se uma previsão do campo de velocidades no tempo $t + \Delta t$, o qual é posteriormente corrigido através do método *Pressure Implicit with Splitting of Operators* (PISO) (ISSA, 1986). Um ou mais passos corretores podem ser utilizados, os quais garantem que o campo de velocidade no tempo $t + \Delta t$ atenda também à equação da continuidade, considerando uma tolerância estabelecida.

O índice m representa a iteração do método PISO. E o índice n , o tempo; sendo $t^n = t$ o tempo presente e $t^{n+1} = t + \Delta t$ o tempo posterior. Como é mostrado na Fig. 3.4, considera-se a célula P , na qual a integral está sendo realizada, e a sua vizinha N , as quais são separadas pela face \mathcal{F}_j .

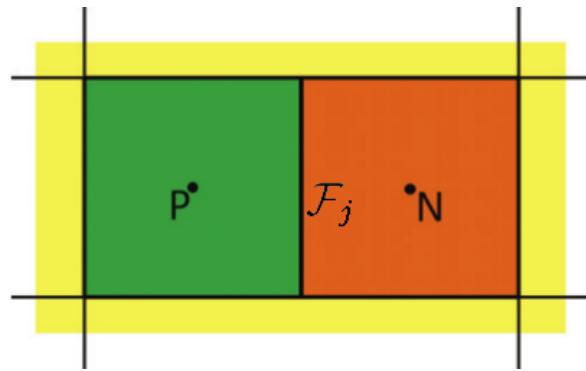


Figura 3.4 – Representação da célula P e de sua vizinha N . Adaptado de Deshpande, Anumolu e Trujillo (2012).

Ao se discretizar a Eq. (3.30) considerando a célula P e desconsiderando o termo de pressão, obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{(\rho_P^{n+1} \mathbf{U}_P^r) - (\rho_P^n \mathbf{U}_P^n)}{\Delta t} |\Omega_P| + \sum_{j \in B_i} (\rho_j \phi_j)^n \mathbf{U}_j^{r'} &= \sum_{j \in B_i} \mu_j^{n+1} (\nabla_j^\perp \mathbf{U})^{r'} |\mathbf{S}_j| \\ &\quad + \nabla \mathbf{U}_P^n \bullet \nabla \mu_P^{n+1} |\Omega_P| - (\mathbf{g} \bullet \mathbf{x} \nabla \rho)_P^{n+1} |\Omega_P| + (\sigma \kappa \nabla \alpha_l)_P^{n+1} |\Omega_P|. \end{aligned} \quad (3.31)$$

A variável α_l^{n+1} já é conhecida, pois a Eq. (3.31) é solucionada após a Eq. (3.17). Tendo-se α_l^{n+1} , μ^{n+1} e ρ^{n+1} também podem ser calculadas previamente utilizando as Eqs.

(3.29) e (3.28), respectivamente. \mathbf{U}_P^r é uma velocidade estimada, já que é calculada sem o termo de pressão (DESHPANDE; ANUMOLU; TRUJILLO, 2012).

Para discretizar o termo de transporte advectivo, deve-se interpolar o campo de velocidades para as faces da célula ($\mathbf{U}_j^{r'}$), no *interIsoFoam* isso é realizado através da Eq. (3.32).

$$\mathbf{U}_j^{r'} = \frac{\mathbf{U}_P^r}{2} (1 + w) + \frac{\mathbf{U}_N^m}{2} (1 - w), \quad (3.32)$$

sendo:

$$w = \zeta(\phi_j) (1 - \lambda_U), \quad (3.33)$$

e

$$\zeta(\phi_j) = \begin{cases} 1 & \text{se } \phi_j \geq 0; \\ -1 & \text{se } \phi_j < 0. \end{cases} \quad (3.34)$$

O resultado da aplicação das Eqs. (3.32) a (3.34) é um esquema de discretização espacial que varia entre central e *upwind*. O esquema central é mais preciso, porém pode apresentar comportamento oscilatório e não físico na presença de gradientes intensos. Por outro lado, o esquema *upwind* é muito difusivo e pouco preciso, mas evita as oscilações que ocorrem com esquemas centrais (FERZIGER; PERIĆ, 2002). No OpenFOAM, funções limitadoras de fluxo (λ_U) podem ser utilizadas para variar o esquema de discretização espacial entre central e *upwind*. Dentre as diversas funções limitadoras existentes na literatura, a que foi proposta por Van Leer (1979) é aplicada neste trabalho.

O componente do gradiente de velocidade normal à fronteira j ($(\nabla_j^\perp \mathbf{U})^{r'}$) é calculado como:

$$(\nabla_j^\perp \mathbf{U})^{r'} = \frac{\mathbf{U}_N^m - \mathbf{U}_P^r}{|\mathbf{d}|} + \mathbf{k}_j \bullet (\nabla U)_j. \quad (3.35)$$

O primeiro termo do lado direito da Eq. (3.35) representa o componente do gradiente na direção do vetor localizado entre os centros geométricos das células P e N . Quando esse vetor é paralelo ao \mathbf{S}_j (sendo que \mathbf{S}_j é o vetor normal à face j), a não ortogonalidade entre as duas células é zero. O último termo da Eq. (3.35) é um corretor explícito que aparece quando a não ortogonalidade é maior do que zero (JASAK, 2015). O gradiente, que aparece no termo corretor, é calculado a partir dos centros das células e em seguida é interpolado para as faces. O vetor \mathbf{k}_j é paralelo a face j . O usuário do OpenFOAM pode especificar o número de passos corretores de não ortogonalidade, nos quais $(\nabla U)_j$ é atualizado.

Para as demais faces do volume finito P , o cálculo de $\mathbf{U}_j^{r'}$ e de $(\nabla_j^\perp \mathbf{U})^{r'}$ é análogo aos apresentados.

Substituindo-se as Eqs. (3.35) e (3.32) na Eq. (3.31) e agrupando os termos que multiplicam \mathbf{U}_P^r e \mathbf{U}_N^m , obtém-se:

$$A_P \mathbf{U}_P^r = \left(\sum_{\forall N} A_N \mathbf{U}_N^m + \mathbf{E}_P \right) = H(\mathbf{U}^m), \quad (3.36)$$

sendo:

$$A_P = \left[\frac{\rho_P^{n+1} |\Omega_P|}{\Delta t} + \sum_{j \in B_i} \frac{1}{2} (\rho_j \phi_j)^n (1 + w) + \sum_{j \in B_i} \mu_j^{n+1} \frac{|\mathbf{S}_j|}{|\mathbf{d}|} \right] \frac{1}{|\Omega_P|}, \quad (3.37)$$

$$A_N = \left[-\frac{1}{2} (\rho_j \phi_j)^n (1 - w) + \mu_j^{n+1} \frac{|\mathbf{S}_j|}{|\mathbf{d}|} \right] \frac{1}{|\Omega_P|}, \quad (3.38)$$

$$\mathbf{E}_P = \frac{\rho_P^n \mathbf{U}_P^n}{\Delta t} + \nabla \mathbf{U}_P^n \bullet \nabla \mu_P^{n+1} + (\sigma \kappa \nabla \alpha_l)_P^{n+1} - (\mathbf{g} \bullet \mathbf{x} \nabla \rho)_P^{n+1}. \quad (3.39)$$

Então, \mathbf{U}_P^r pode ser escrita como:

$$\mathbf{U}_P^r = \frac{H(\mathbf{U}^m)}{A_P}. \quad (3.40)$$

A solução da Eq. (3.40) pode ser feita explicitamente e o seu resultado é um campo de velocidades estimado. É importante observar que o método PISO, que está implementado no *interIsoFoam*, não obriga que a Eq. (3.40) seja solucionada, porém isso pode aumentar a velocidade de convergência.

Para solução da equação de balanço de quantidade de movimento, um arranjo denominado deslocado considera a pressão calculada no centro geométrico das células e a velocidade em suas faces. A principal vantagem deste tipo de arranjo é o forte acoplamento entre a velocidade e a pressão, o que ajuda a evitar alguns tipos de problemas de convergência e de oscilações nessas variáveis (FERZIGER; PERIĆ, 2002). Na Figura 3.5, um esquema de arranjo deslocado em uma malha cartesiana é representado, sendo que o vetor velocidade está nas faces das células e a pressão em seus centros.

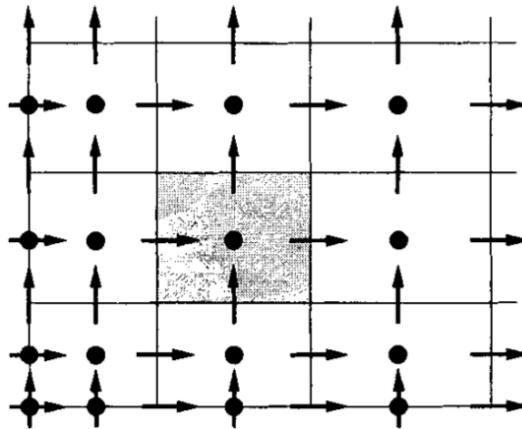


Figura 3.5 – Representação do arranjo deslocado em uma malha cartesiana. Fonte: Ferziger e Perić (2002).

O OpenFOAM salva tanto a pressão quanto o vetor velocidade nos centros geométricos das células. Para se trabalhar com o arranjo deslocado, o programa interpola \mathbf{U}_P^r para as faces dos volumes finitos e em seguida calcula os fluxos volumétricos. Posteriormente, o passo corretor do método PISO corrige esses fluxos volumétricos, o que caracteriza o

arranjo deslocado. Ao término dos passos corretores, o campo de velocidades é reconstituído nos centros geométricos das células utilizando os fluxos corrigidos (DESHPANDE; ANUMOLU; TRUJILLO, 2012). Observa-se que na Eq. (3.40) o arranjo co-localizado (com \mathbf{U}_P^r no centro centro geométrico das células) pode ser utilizado, pois o termo de pressão não é considerado.

A interpolação de \mathbf{U}_P^r para a face j resulta em:

$$(\mathbf{U}_P^r)_j = \left(\frac{H(\mathbf{U}^m)}{A_P} \right)_j. \quad (3.41)$$

Então, o fluxo volumétrico na face j (ϕ_j^r) pode ser calculado conforme:

$$\phi_j^r = (\mathbf{U}_P^r)_j \bullet \mathbf{S}_j = \left(\frac{H(\mathbf{U}^m)}{A_P} \right)_j \bullet \mathbf{S}_j. \quad (3.42)$$

Neste ponto o termo de pressão ($\int_{\Omega_i} \nabla p_d dV$), que foi desconsiderado na Eq. (3.31), será reintroduzido na expressão de ϕ_j^r . Fazendo as devidas operações, a contribuição da pressão em termos de fluxo torna-se:

$$\left(\frac{-\nabla p_d}{A_P} \right)_j \bullet \mathbf{S}_j = \left(\frac{-1}{A_P} \right)_j (\nabla_j^\perp p_d^{m+1}) |\mathbf{S}_j|. \quad (3.43)$$

Acrescentando a Eq. (3.43) na Eq. (3.42) obtém-se o fluxo volumétrico para a próxima iteração do método PISO (ϕ_j^{m+1}).

$$\phi_j^{m+1} = \left(\frac{H(\mathbf{U}^m)}{A_P} \right)_j \bullet \mathbf{S}_j - \left(\frac{1}{A_P} \right)_j (\nabla_j^\perp p_d^{m+1}) |\mathbf{S}_j| = \phi_j^r - \left(\frac{1}{A_P} \right)_j (\nabla_j^\perp p_d^{m+1}) |\mathbf{S}_j| \quad (3.44)$$

Fazendo-se o somatório da Eq. (3.44) sobre todas as faces da célula i , obtém-se:

$$\sum_{j \in B_i} \phi_j^{m+1} = \sum_{j \in B_i} \phi_j^r - \sum_{j \in B_i} \left(\frac{1}{A_P} \right)_j (\nabla_j^\perp p_d^{m+1}) |\mathbf{S}_j|. \quad (3.45)$$

A partir do balanço de massa para um meio incompressível (Eq. (3.5)), sabe-se que $\sum_{j \in B_i} \phi_j^{m+1} = 0$ (DESHPANDE; ANUMOLU; TRUJILLO, 2012). Aplicando-se esta condição na Eq. (3.45) obtém-se uma expressão para p_d^{m+1} .

$$\sum_{j \in B_i} \left(\frac{1}{A_P} \right)_j (\nabla_j^\perp p_d^{m+1}) |\mathbf{S}_j| = \sum_{j \in B_i} \phi_j^r \quad (3.46)$$

A Equação (3.46) resulta em um sistema linear, que pode ser resolvido através de diferentes métodos. O OpenFOAM disponibiliza diversos métodos de solução de sistemas lineares, neste trabalho utiliza-se *Geometric Agglomerated Algebraic Multigrid* (GAMG). Maiores detalhes sobre o GAMG e outros *solvers* implementados no OpenFOAM são apresentados por Behrens (2009).

Após o cálculo de p_d^{m+1} , determina-se ϕ_j^{m+1} para todas as faces da malha através da Eq. (3.44). A velocidade no centro geométrico das células \mathbf{U}_P^{m+1} é então calculada através de uma reconstrução de ϕ_j^{m+1} usando a seguinte expressão:

$$\mathbf{U}_P^{m+1} = \mathbf{U}_P^r + \left(\frac{1}{A_P} \right) \left(\sum_{j \in B_i} \frac{\mathbf{S}_j \mathbf{S}_j}{|\mathbf{S}_j|} \right)^{-1} \bullet \left\{ \sum_{j \in B_i} \left[\frac{\phi_j^{m+1} - (\mathbf{U}_P^r)_j \bullet \mathbf{S}_j}{\left(\frac{1}{A_P} \right)_j} \right] \frac{\mathbf{S}_j}{|\mathbf{S}_j|} \right\}. \quad (3.47)$$

A Equação (3.47) finaliza a iteração m do método PISO. Na próxima iteração, $H(\mathbf{U}^m)$, na Eq. (3.36), é atualizado com a velocidade calculada através da Eq. (3.47). Então, as etapas são repetidas para se calcular \mathbf{U}_P^{m+2} , e, assim, sucessivamente, até executar o número de iterações requeridas (M) para que os balanços de massa e de quantidade de movimento linear sejam satisfeitos (DESHPANDE; ANUMOLU; TRUJILLO, 2012). Os resultados da última iteração do método PISO serão as variáveis calculadas no tempo t^{n+1} , logo: $\mathbf{U}_P^M = \mathbf{U}_P^{n+1}$ e $p_d^M = p_d^{n+1}$.

3.6 Modelagem da Turbulência

Neste trabalho, adota-se o modelo de turbulência baseado nas equações de Navier-Stokes médias no tempo (RANS - *Reynolds Averaged Navier-Stokes*). Nessa modelagem, as propriedades que descrevem o escoamento podem ser decompostas em um componente médio no tempo e outro flutuante. Considerando uma variável genérica ϱ , tem-se:

$$\varrho = \bar{\varrho} + \varrho', \quad (3.48)$$

sendo que $\bar{\varrho}$ é a componente média e ϱ' , a variável. $\bar{\varrho}$ é calculada como:

$$\bar{\varrho} = \frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta t} \varrho dt. \quad (3.49)$$

Aplicando-se o conceito das variáveis médias no tempo na Eq. (3.27), obtém-se:

$$\frac{\partial \rho \bar{\mathbf{U}}}{\partial t} + \nabla \bullet (\rho \bar{\mathbf{U}} \bar{\mathbf{U}}) = \nabla \bullet [\mu (\nabla \bar{\mathbf{U}})] + \nabla \bar{\mathbf{U}} \bullet \nabla \mu + \nabla \bullet \mathbf{R} - \nabla \bar{p}_d - \mathbf{g} \bullet \mathbf{x} \nabla \rho + \sigma \kappa \nabla \alpha_l. \quad (3.50)$$

onde \mathbf{R} é o tensor de Reynolds, que representa a influência das flutuações no fluxo médio (REZENDE, 2009). \mathbf{R} é calculado como:

$$\mathbf{R} = -\rho \bar{\mathbf{U}}' \bar{\mathbf{U}}'. \quad (3.51)$$

Devido ao tensor \mathbf{R} , o número de variáveis supera o de equações, o que gera o problema do fechamento matemático da turbulência. Para solucioná-lo, \mathbf{R} precisa ser modelado (REZENDE, 2009).

A hipótese de Boussinesq (proposta em 1877) baseia-se em uma analogia entre as tensões turbulentas e as tensões viscosas do escoamento laminar. Sendo assim, considera-se que as tensões turbulentas são proporcionais ao gradiente de velocidade médio do

escoamento. O coeficiente de proporcionalidade é denominado viscosidade turbulenta (ν_t) (REZENDE, 2009). Aplicando-se a hipótese de Boussinesq na Eq. (3.50), obtém-se:

$$\frac{\partial \rho \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \bullet (\rho \mathbf{U} \mathbf{U}) = \nabla \bullet [\mu_{eff} (\nabla \mathbf{U})] + \nabla \mathbf{U} \bullet \nabla \mu_{eff} - \nabla p_d - \mathbf{g} \bullet \mathbf{x} \nabla \rho + \sigma \kappa \nabla \alpha_l, \quad (3.52)$$

sendo que a viscosidade dinâmica efetiva (μ_{eff}) é a soma da viscosidade absoluta do fluido (μ) com a viscosidade turbulenta do escoamento (ν_t), podendo ser calculada como:

$$\mu_{eff} = \mu + \nu_t = \mu + \rho \nu_t \quad (3.53)$$

A partir deste ponto, as variáveis \mathbf{U} , p e p_d serão sempre médias no tempo, por isso não é mais necessário usar a barra sobreposta para indicá-las, conforme pode ser observado na Eq. (3.52).

O uso da hipótese de Boussinesq simplifica o problema, já que substitui o cálculo do tensor simétrico \mathbf{R} , que possui seis componentes diferentes, pelo cálculo da viscosidade cinemática. Existem diversos métodos para se calcular ν_t , neste trabalho utiliza-se o modelo de duas equações $k - \omega$ SST descrito por Menter e Esch (2001) e com os coeficientes atualizados por Menter, Kuntz e Langtry (2003).

3.6.1 Modelo $k - \omega$ SST

O modelo $k - \omega$ SST (MENTER; ESCH, 2001) será descrito conforme sua implementação no OpenFOAM 19.12 e é válido para escoamentos compressíveis e incompressíveis. A ideia por trás do $k - \omega$ SST é combinar as vantagens do modelo $k - \epsilon$ (LAUNDER; SPALDING, 1974) com o $k - \omega$ (WILCOX et al., 1998) através de uma função de mistura (F_1). F_1 varia de 1, na região próxima às superfícies, até 0, em outros locais. Dessa forma, o modelo $k - \omega$ é aplicado próximo às superfícies e o $k - \epsilon$ no restante do escoamento (MENTER; ESCH, 2001).

A energia cinética turbulenta (k) e a taxa específica de dissipação de turbulência (ω) são calculadas através das Eqs. (3.54) e (3.55), respectivamente.

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \nabla \bullet (\rho \mathbf{U} k) = \nabla \bullet [\rho (\alpha_k \nu_t + \nu) \nabla k] + \rho \tilde{P}_k - \frac{2}{3} \rho k (\nabla \bullet \mathbf{U}) - \rho \beta^* \omega k \quad (3.54)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \nabla \bullet (\rho \mathbf{U} \omega) = \nabla \bullet [\rho (\alpha_\omega \nu_t + \nu) \nabla k] + \frac{\rho \gamma_w G}{\nu_t} - \frac{2}{3} \rho \gamma_w \omega (\nabla \bullet \mathbf{U}) - \rho \beta_w \omega^2 - \rho (F_1 - 1) C D_{k\omega}, \quad (3.55)$$

As constantes utilizadas no modelo são apresentadas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Constantes utilizadas no modelo $k - \omega$ SST. Fonte: Menter, Kuntz e Langtry (2003).

α_{k1}	α_{k2}	$\alpha_{\omega 1}$	$\alpha_{\omega 2}$	β_1	β_2	γ_1	γ_2	β^*	a_1	b_1	c_1
0,85	1,00	0,50	0,856	0,075	0,0828	5/9	0,44	0,09	0,31	1,0	10,0

As constantes apresentadas na Tab 3.1 são dos modelos $k - \omega$ (índice 1) e $k - \epsilon$ (índice 2). Como o modelo $k - \omega$ SST é mesclado, as constantes α_k , α_ω , β_ω e γ_ω são calculadas através de um índice que indica a posição da célula em relação às paredes (F_1). Esse cálculo é exemplificado para α_k , conforme:

$$\alpha_k = F_1 \alpha_{k1} + (1 - F_1) \alpha_{k2}. \quad (3.56)$$

sendo que a função F_1 é determinada como:

$$F_1 = \tanh \left\{ \left\{ \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4\rho\sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right] \right\}^4 \right\}. \quad (3.57)$$

$CD_{k\omega}$ decorre da difusão cruzada de k e ω e é definido como (LINDBLAD; JARETEG; PETIT, 2014):

$$CD_{k\omega} = \max \left[\frac{2\alpha_{\omega 2}}{\omega} (\nabla k \bullet \nabla \omega), 10^{-10} \right]. \quad (3.58)$$

O $k - \omega$ SST também possuem um limitador da tensão de cisalhamento, que alterna do modelo da viscosidade turbulenta para o de Johnson King em regiões onde a tensão de cisalhamento torna-se muito grande (LINDBLAD; JARETEG; PETIT, 2014). Dessa forma a viscosidade turbulenta pode ser calculada como:

$$\nu_t = a_1 \frac{k}{\max(a_1 \omega, b_1 F_2 \sqrt{S2})}. \quad (3.59)$$

onde F_2 é outra função de mistura definida pela Eq. (3.60), que garante que o modelo de Johnson King (JOHNSON; KING, 1985) seja aplicado apenas na camada limite. $S2$ é medida do invariante do tensor taxa de deformação (LINDBLAD; JARETEG; PETIT, 2014) e é calculado através da Eq. (3.61).

$$F_2 = \tanh \left\{ \left[\max \left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \right]^2 \right\} \quad (3.60)$$

$$S2 = 2 \left\{ \left[\frac{1}{2} (\nabla \mathbf{U} + \nabla \mathbf{U}^T) \right] : \left[\frac{1}{2} (\nabla \mathbf{U} + \nabla \mathbf{U}^T) \right] \right\} \quad (3.61)$$

Na Equação (3.55), G é a taxa de produção de energia cinética turbulenta devido à parte anisotrópica do tensor de Reynolds e é calculada através das seguintes equações:

$$G0 = \left\{ \nabla \mathbf{U} : \left[\nabla \mathbf{U} + \nabla \mathbf{U}^T - \frac{1}{3} \text{tr} (\nabla \mathbf{U} + \nabla \mathbf{U}^T) \mathbf{I} \right] \right\}, \quad (3.62)$$

$$G = \nu_t \left\{ \min \left[G0, \frac{c_1 \beta^* \omega}{a_1} \max \left(a_1 \omega, b_1 F 2 \sqrt{S2} \right) \right] \right\}. \quad (3.63)$$

A produção de energia cinética turbulenta (\tilde{P}_k) possui um limitador e é definida como (LINDBLAD; JARETEG; PETIT, 2014):

$$\tilde{P}_k = \min (G, c_1 \beta^* k \omega) \quad (3.64)$$

3.6.2 Cálculo do Espaçamento da Primeira Célula

Para se calcular a distância adequada dos centroides das células adjacentes às paredes ($y_{paredes}$), utilizam-se as seguintes equações (CFD Online, 2011):

$$Re_b = \frac{U_{ref} L_{cl}}{\nu}, \quad (3.65)$$

$$\tau_w = \frac{1}{2} c_f \rho U_{ref}^2, \quad (3.66)$$

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}, \quad (3.67)$$

$$y_{paredes} = \frac{Y^+ \nu}{u^*}, \quad (3.68)$$

onde τ_w e u^* são a tensão cisalhante na parede e a velocidade de fricção, respectivamente. A espessura dessas células é calculada em função do parâmetro adimensional Y^+ .

Neste trabalho, o comprimento da camada limite (L_{cl}) é calculado como a distância entre as pás, ou seja, $L_{cl} = P/N$. U_{ref} é a velocidade do escoamento não perturbado e considera-se que é igual a velocidade axial da pá, que pode ser calculada como:

$$U_{ref} = P \frac{n}{60}. \quad (3.69)$$

O coeficiente de fricção (c_f) é calculado através da equação de Schlichting (SCHLICHTING, 1979):

$$c_f = [2 \log_{10} (Re_b) - 0.65]^{-2,3}. \quad (3.70)$$

No presente trabalho, adota-se o valor de 200 para Y^+ . Consideram-se também as propriedades da água para se calcular Re_b , τ_w , u^* .

3.6.3 Condições Iniciais e de Contorno

Condições iniciais e de contorno são exigidas para solução das Eqs. (3.54) e (3.55). Para k e ω consideram-se valores especificados nas entradas, gradientes nulos em saídas e tratamentos específicos são dados para as paredes.

Para a variável k , a condição inicial, que também é imposta às fronteiras de entradas, é calculada através da Eq. (3.71).

$$k = \frac{3}{2} (I_{turb} |\mathbf{U}_{ref}|)^2, \quad (3.71)$$

sendo que I_{turb} é a intensidade de turbulência, que pode ser estimada como (ANSYS, 2018):

$$I_{turb} = 0,16 (Re_{DH})^{-\frac{1}{8}}. \quad (3.72)$$

O número de Reynolds baseado no diâmetro hidráulico (Re_{DH}) é calculado através da seguinte equação:

$$Re_{DH} = \frac{U_{in} D_{hidraulico}}{\nu}, \quad (3.73)$$

sendo que U_{in} é a velocidade média na entrada ($U_{in} = \dot{Q} / (h_{in} e_{topo})$) e o diâmetro hidráulico para um canal retangular aberto no topo é calculado como:

$$D_{hidraulico} = \frac{4e_{topo}h_{in}}{e_{topo} + 2h_{in}}. \quad (3.74)$$

Na Equação (3.74), h_{in} é a altura da coluna de água na entrada e e_{topo} é a largura da base do canal. h_{in} não é conhecido inicialmente, por isso é estimada utilizando a metodologia apresentada por Nuernbergk e Rorres (2013). Esse cálculo é detalhado na seção 3.8.2.

Para a variável ω , a condição inicial e das entradas é estimada como (CFD Online, 2014):

$$\omega = \frac{k^{0,5}}{C_{\mu}^{0,25} L_{turb}}, \quad (3.75)$$

onde C_{μ} é uma constante igual a 0,09 e L_{turb} é o comprimento característico da estrutura turbulenta do escoamento. Para um escoamento totalmente desenvolvido em um tubo, L_{turb} pode ser estimado como 3,8% do diâmetro hidráulico (CFD Online, 2012), logo:

$$L_{turb} = 0,038 D_{hidraulico}. \quad (3.76)$$

3.6.3.1 Funções de Parede para k e ω

No OpenFOAM 19.12, o tratamento das variáveis k e ω nas regiões próximas às paredes é baseado no equacionamento proposto por Menter et al. (2003). Para a variável k , a função de parede *kqRWallFunction* considera apenas uma condição de gradiente nulo na parede. Porém, a função de parede *omegaWallFunction* da um tratamento especial para ω , pois $\omega \rightarrow \infty$ quando $\omega \rightarrow 0$, e isto não pode ser imposto diretamente à parede (LINDBLAD; JARETEG; PETIT, 2014). Por isso, o valor de ω é imposto para o centroide das células adjacentes às paredes.

Basicamente, o modelo implementado na função *omegaWallFunction* altera gradualmente de uma formulação adequada à subcamada laminar ($Y^+ < 5$) para outra que modela a região logarítmica da camada limite ($Y^+ > 30$), isso permite que essa função seja aplicada em diferentes valores de Y^+ , dando independência do nível de refinamento da malha (MENTER; ESCH, 2001). O modelo é implementado através da seguinte equação (LINDBLAD; JARETEG; PETIT, 2014):

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_{vis}^2 + \omega_{log}^2}, \quad (3.77)$$

sendo que: ω_1 é o valor de ω no centroide da célula adjacente à parede, ω_{vis} é o modelo adequado para a subcamada laminar e ω_{log} é a formulação para a região logarítmica da camada limite. ω_{vis} e ω_{log} são calculados como (LINDBLAD; JARETEG; PETIT, 2014):

$$\omega_{vis} = \frac{6\nu}{\beta_1 y_{paredes}^2}, \quad (3.78)$$

$$\omega_{log} = \frac{k^{0,5}}{C_\mu^{0,25} \kappa_{vK} y_{paredes}}, \quad (3.79)$$

onde κ_{vK} é a constante de von Karman ($\kappa_{vK} = 0,41$).

A Equação 3.77 produz uma transição suave entre as duas formulações e pode ser aplicada para uma maior faixa de valores de Y^+ . Versteeg e Malalasekera (2007) sugerem que $50 < Y^+ < 300$ para o modelo $k - \omega$ SST. Adotando esse limite máximo, o modelo proposto por Menter et al. (2003) pode trabalhar com $Y^+ < 300$.

3.7 Malha Dinâmica e Fronteiras AMI

Para simular o movimento do parafuso, a malha deve rotacionar localmente. Conforme Ferziger e Perić (2002), as equações de balanço em células móveis podem ser derivadas a partir de volumes de controle fixos, desde que os fluxos nos termos advectivos sejam substituídos por fluxos relativos à movimentação da malha. Como a velocidade de superfícies em rotação é facilmente determinada, os fluxos que aparecem nas equações de balanço apresentadas neste trabalho devem ser corrigidos com valores relativos. Outro ponto importante, é que o movimento rotativo não exige alterações topológicas nas células, assim, toda a malha gira como uma geometria rígida.

Embora a região do parafuso se movimente, os reservatórios superior e inferior devem ser fixos. Isso exige que uma parte da malha se movimente e a outra seja estática. A conexão entre as regiões rotativas e fixas é feita através de condições de contorno que permitem deslizamento de superfícies, o que é feito no OpenFOAM 19.12 através das fronteiras *Arbitrary Mesh Interface* (AMI). Essa metodologia é derivada do algoritmo desenvolvido por Farrell e Maddison (2011).

O processo de interpolação tradicional não é uma opção viável para conectar fronteiras AMI, pois sofre com problemas como: não ser conservativo, redução de mínimos e máximos e dificuldades para tratamento de descontinuidade (WINTER, 2014). As fronteiras AMI utilizam um método de interpolação conservativo por projeção de Galerkin.

Considera-se a interpolação de um campo q entre uma malha doadora (Υ_D), com N_D funções de base ($\varpi_D^{(i)}$), e uma malha destino (Υ_T), com N_T funções de base ($\varpi_T^{(i)}$). Ao assumir que q_T é a melhor interpolação de q , no que diz respeito à norma L_2 , tem-se:

$$\|q_D - q_T\|_2 = \min_{q \in \nu_T} \|q_D - q\|_2, \quad (3.80)$$

onde $\nu_T = \text{span} \left\{ \varpi_T^{(i)} \right\}$ para $i \in \{1, \dots, N_T\}$. $\|q_D - q\|_2$ é minimizado se a derivada em relação à q é igual a 0 (FARRELL; MADDISON, 2011). Aplicando a derivada na definição da norma L_2 , obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial q^{(i)}} \int (q_D - q)^2 dV = 0, \quad \forall i \in \{1, \dots, N_T\}, \quad (3.81)$$

ou

$$\int \frac{\partial}{\partial q^{(i)}} (q_D - q)^2 dV = 0, \quad \forall i \in \{1, \dots, N_T\}. \quad (3.82)$$

q pode ser expandido em termos de funções de base ($q = \sum_{i=1}^{N_T} q^{(i)} \varpi_T^{(i)}$), aplicando-as e derivando o resultado, obtém-se:

$$\int 2\varpi_T^{(i)} (q_D - q) dV = 0, \quad \forall i \in \{1, \dots, N_T\}. \quad (3.83)$$

Como q minimiza $\|q_D - q\|_2$, então $q = q_T$, e reorganizando a Eq. (3.83), chega-se a:

$$\int q_D \varpi_T^{(k)} dV = \int q_T \varpi_T^{(k)}, \quad \forall k \in \{1, \dots, N_T\}. \quad (3.84)$$

Essa interpolação é referida como uma projeção de Galerkin, pois minimiza a norma L_2 (FARRELL; MADDISON, 2011).

q_D e q_T podem ser expandidos em termos de funções de base, $q_D = \sum_{i=1}^{N_T} q_D^{(i)} \varpi_D^{(i)}$ e $q_T = \sum_{i=1}^{N_T} q_T^{(i)} \varpi_T^{(i)}$. Aplicando as expansões na Eq. (3.84), obtém-se:

$$\int \sum_{i=1}^{N_T} q_D^{(i)} \varpi_D^{(i)} \varpi_T^{(k)} dV = \int \sum_{j=1}^{N_T} q_T^{(j)} \varpi_T^{(j)} \varpi_T^{(k)}. \quad (3.85)$$

A Equação (3.85) pode ser reescrita como:

$$M_T q_T = M_T q_D, \quad (3.86)$$

onde:

$$(M_T)_{ij} = \int \varpi_T^{(i)} \varpi_T^{(j)} dV, \quad i, j \in \{1, \dots, N_T\} \quad (3.87)$$

e

$$(M_{TD})_{ij} = \int \varpi_T^{(i)} \varpi_D^{(j)} dV, \quad i \in \{1, \dots, N_T\}, \quad j \in \{1, \dots, N_D\}. \quad (3.88)$$

A matriz M_{TD} engloba as malhas Υ_D e Υ_T . Assumindo que essa matriz possa ser construída, a Eq. (3.86) pode ser solucionado para se determinar q_T (FARRELL; MADDISON, 2011). q_T pode ser imposto à malha destino através de condições de contorno de Dirichlet.

Para determinar M_{TD} , é necessário integrar o produto das funções de base das malhas doadora e destino. Sobre cada elemento de Υ_T , a função de base de Υ_D pode ser um polinômio descontínuo. Então, se o produto das funções de base é calculado em cada um dos elementos de Υ_T , as integrais não serão sempre exatas, pois a regra de quadratura gaussiana só é exata para polinômios com ordens específicas. Esse erro na montagem de M_{TD} causa perda de conservação e acurácia (FARRELL; MADDISON, 2011). Para solucionar isso, uma malha intermediária (também chamada de *supermesh*) definida pela interseção entre Υ_D e Υ_T é introduzida. Em cada elemento da malha intermediária, as funções de base de Υ_D e Υ_T são polinomiais e a integral por quadratura pode ser realizada (WINTER, 2014).

As fronteiras AMI não necessitam de encaixes perfeitos entre as faces das células, pois há contribuições ponderadas entre as faces adjacentes. Porém, quanto maior a similaridade, mais as ponderações se aproximam da unidade e menos erros de continuidade são introduzidos. Observou-se que ponderações entre 0,9 e 1,1 não introduzem grandes erros de conservação de massa, desde que a média dos pesos em toda a interface se aproxime de 1 (GAGLIARDE; DOURADO, 2019).

3.8 Vazamento entre as Pás e a Calha

Conforme Lubitz (2014), o modelo empírico proposto por Nagel (1968) é o mais utilizado para se calcular o vazamento por frestas (Q_g) em bombas de Arquimedes. Nesse modelo o vazamento é calculado em função do raio externo e da folga máxima entre o parafuso e a calha (s_{sp}), através da seguinte equação:

$$\dot{Q}_G = 2,5s_{sp}(2R_o)^{1,5}, \quad (3.89)$$

sendo: Q_g em m^3/s , s_{sp} em m e R_o em m.

Normalmente s_{sp} é estimado através da relação empírica proposta por Nagel (1968).

$$s_{sp} = 0,0045\sqrt{2R_o} \quad (3.90)$$

Muysken (1932) propôs outro modelo para calcular o vazamento por frestas, no qual o fluxo através de uma área infinitesimal da fresta é integrado ao longo da extremidade da pá do parafuso.

Considerando determinada espiral descrita pela equação:

$$\mathbf{r} = \left\langle \left(R_o + \frac{s_{sp}}{2} \right) \cos \left(\frac{2\pi x}{P} \right), \left(R_o + \frac{s_{sp}}{2} \right) \sin \left(\frac{2\pi x}{P} \right), x \right\rangle. \quad (3.91)$$

O comprimento de um elemento infinitesimal dessa curva pode ser calculado conforme:

$$\|d\mathbf{r}'\| = \sqrt{1 + \left[\frac{2\pi \left(R_o + \frac{s_{sp}}{2} \right)}{P} \right]^2} dx. \quad (3.92)$$

Aplicando-se a substituição $\varphi = \frac{2\pi x}{P}$ na Eq. (3.92), obtém-se:

$$\|d\mathbf{r}'\| = \left(R_o + \frac{s_{sp}}{2} \right) \sqrt{1 + \left[\frac{P}{2\pi \left(R_o + \frac{s_{sp}}{2} \right)} \right]^2} d\varphi. \quad (3.93)$$

Considerando que $R_o \gg s_{sp}$, a Eq. (3.93) pode ser reescrita como:

$$\|d\mathbf{r}'\| = R_o \left(1 + \frac{s_{sp}}{2R_o} \right) \sqrt{1 + \left(\frac{P}{2\pi R_o} \right)^2} d\varphi. \quad (3.94)$$

O elemento infinitesimal de área (da) é igual ao produto entre a fresta e $\|d\mathbf{r}'\|$ (NUERNBERGK, 2012), logo:

$$da = s_{sp} R_o \left(1 + \frac{s_{sp}}{2R_o} \right) \sqrt{1 + \left(\frac{P}{2\pi R_o} \right)^2} d\varphi. \quad (3.95)$$

O vazamento pela fresta pode ser determinado através da integração do fluxo ao longo da espiral, conforme:

$$\dot{Q}_G = \int_{\varphi_1}^{\varphi_4} U(\varphi) da, \quad (3.96)$$

onde $U(\varphi)$ é a velocidade do fluido através da fresta. Substituindo-se a Eq. (3.95) na Eq. (3.96), obtém-se:

$$\dot{Q}_G = s_{sp} R_o \left(1 + \frac{s_{sp}}{2R_o} \right) \sqrt{1 + \left(\frac{P}{2\pi R_o} \right)^2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_4} U(\varphi) d\varphi. \quad (3.97)$$

Como pode ser observado na Fig. 3.6, os limites de integração φ_1 e φ_4 são os ângulos que determinam a região da superfície submersa em pelo menos um dos lados da pá. A região entre φ_2 e φ_3 está submersa em ambas as superfícies da pá, enquanto as faixas de φ_1 a φ_2 e φ_3 a φ_4 é submersa apenas no *bucket* a montante.

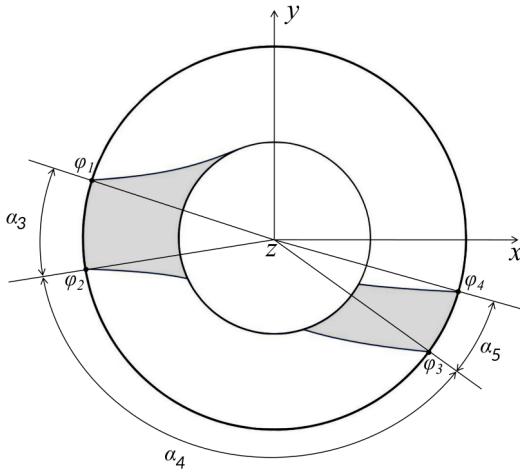


Figura 3.6 – Regiões submersas a jusante e a montante da pá. Fonte: adaptado de Dellinger (2015).

A Eq. (3.97), pode ser divida em três integrações, conforme:

$$\dot{Q}_G = s_{sp} R_o \left(1 + \frac{s_{sp}}{2R_o} \right) \sqrt{1 + \left(\frac{P}{2\pi R_o} \right)^2} \left(\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} U(\varphi) d\varphi + \int_{\varphi_2}^{\varphi_3} U(\varphi) d\varphi + \int_{\varphi_3}^{\varphi_4} U(\varphi) d\varphi \right). \quad (3.98)$$

Desprezando-se os efeitos viscosos e de parede, a velocidade do escoamento na fresta pode ser calculada através da equação de Bernoulli. Considera-se ainda que a diferença de nível d'água entre dois *buckets* sucessivos é δH , assim:

$$U(\delta H) = \sqrt{2g\delta H}. \quad (3.99)$$

Entre os ângulos φ_2 e φ_3 , considera-se que δH é constante e igual a $(P/N) \operatorname{sen}(\beta)$. Essa aproximação produz resultados satisfatórios, entretanto alguns autores observaram que normalmente δH é variável ao longo do parafuso (DELLINGER et al., 2018; REIS; CARVALHO, 2018). Substituindo a Eq. (3.99) na Eq. (3.98), obtém-se:

$$\dot{Q}_G = s_{sp} R_o \left(1 + \frac{s_{sp}}{2R_o} \right) \sqrt{1 + \left(\frac{P}{2\pi R_o} \right)^2} \left(\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} U(\varphi) d\varphi + \int_{\varphi_3}^{\varphi_4} U(\varphi) d\varphi + (\varphi_3 - \varphi_2) \sqrt{2g\delta H} \right). \quad (3.100)$$

Considerando as faixas de φ_1 a φ_2 e φ_4 a φ_3 , δH varia de 0 até $(P/N) \operatorname{sen}(\beta)$. Ao se considerar que δH é diretamente proporcional a φ , a velocidade média nessa região pode ser aproximada por $\frac{2}{3}\sqrt{2g\delta H}$. Fazendo essa substituição na Eq. (3.100), chega-se a equação proposta por Muysken (1932) para calcular o vazamento pelas frestas:

$$\dot{Q}_G = \mu_A s_{sp} R_o \left(1 + \frac{s_{sp}}{2R_o} \right) \sqrt{1 + \left(\frac{P}{2\pi R_o} \right)^2} \left(\frac{2}{3}\alpha_3 + \alpha_4 + \frac{2}{3}\alpha_5 \right) \sqrt{2g\delta H}, \quad (3.101)$$

sendo que: μ_A é um coeficiente de descarga, que ajusta a velocidade do escoamento na fresta. μ_A assume valores entre 0,65 e 1, dependendo da geometria das extremidades das

pás (NUERNBERGK; RORRES, 2013). Os ângulos α_3 , α_4 e α_5 são calculados como:

$$\alpha_3 = \varphi 2 - \varphi 1, \quad (3.102)$$

$$\alpha_4 = \varphi 3 - \varphi 2, \quad (3.103)$$

$$\alpha_5 = \varphi 4 - \varphi 3. \quad (3.104)$$

A Equação (3.101) vem sendo utilizada por diversos autores (NUERNBERGK; RORRES, 2013; ROHMER et al., 2016; DELLINGER et al., 2016; REIS; CARVALHO, 2018), entretanto sua desvantagem é necessitar de um coeficiente de descarga (μ_A) para ajustar a velocidade na fresta. No presente trabalho, propõe-se que a velocidade do escoamento na fresta seja calculada através de modelagem numérica. Para cada caso estudado, realiza-se uma simulação para se determinar $U(\delta H, R_o, s_{sp}, t, \beta, n)$ e, em seguida, calcula-se \dot{Q}_G através da seguinte equação:

$$\dot{Q}_G = s_{sp} R_o \left(1 + \frac{s_{sp}}{2R_o}\right) \sqrt{1 + \left(\frac{P}{2\pi R_o}\right)^2} \left(\frac{2}{3}\alpha_3 + \alpha_4 + \frac{2}{3}\alpha_5\right) U(\delta H, R_o, s_{sp}, e_{ch}, \beta, n). \quad (3.105)$$

A Equação (3.105) não utiliza constantes e contabiliza também a espessura da chapa (e_{ch}), que não é considerada pelos modelos de Nagel (1968) e Muysken (1932).

Maiores detalhes da simulação do vazamento pelas frestas serão apresentados na Seção 4.1.

Nas Equações (3.101) e (3.105), \dot{Q}_G depende de α_3 , α_4 e α_5 . Muysken (1932) determinou esses ângulos através de um método gráfico, enquanto eles são calculados analiticamente no modelo de Rorres (2000) (NUERNBERGK; RORRES, 2013). No presente trabalho, adotam-se ferramentas numéricas e analíticas para se determinar α_3 , α_4 e α_5 .

3.8.1 Preenchimento do Parafuso

Para se calcular α_3 , α_4 e α_5 , primeiramente deve-se determinar o volume de água que cada *bucket* transporta (V_s). V_s não contabiliza vazamentos por sobrepreenchimento, por isso o seu limite superior é o nível onde esse tipo de vazamento passa a ocorrer. Tendo-se V_s , a vazão volumétrica de água que os *buckets* transportam (\dot{Q}_p) pode ser calculada como:

$$\dot{Q}_p = \frac{V_s \cdot N \cdot n}{60}. \quad (3.106)$$

A vazão total que passa pela AST pode ser dividida em três parcelas: \dot{Q}_p , \dot{Q}_G e \dot{Q}_o , logo:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_p + \dot{Q}_G + \dot{Q}_o. \quad (3.107)$$

sendo que \dot{Q}_o é a parcela de água que flui por sobrepreenchimento do parafuso, ou seja, é o volume de água transportado que ultrapassa o limite que os *buckets* pode conter (V_s). Com base na metodologia de Rorres (2000), a vazão ótima de trabalho é a máxima que ocorre sem haver vazamento por sobrepreenchimento, isto é, com $\dot{Q}_o = 0 \text{ m}^3/\text{s}$. Alguns trabalhos mostraram que \dot{Q}_o pode também produzir potência útil na AST, entretanto há queda do rendimento hidráulico (LUBITZ; LYONS; SIMMONS, 2014; DELLINGER, 2015; REIS; CARVALHO, 2018).

Na Figura 3.7, são apresentados o sistema de referência adotado e os principais pontos que caracterizam o nível de preenchimento do parafuso.

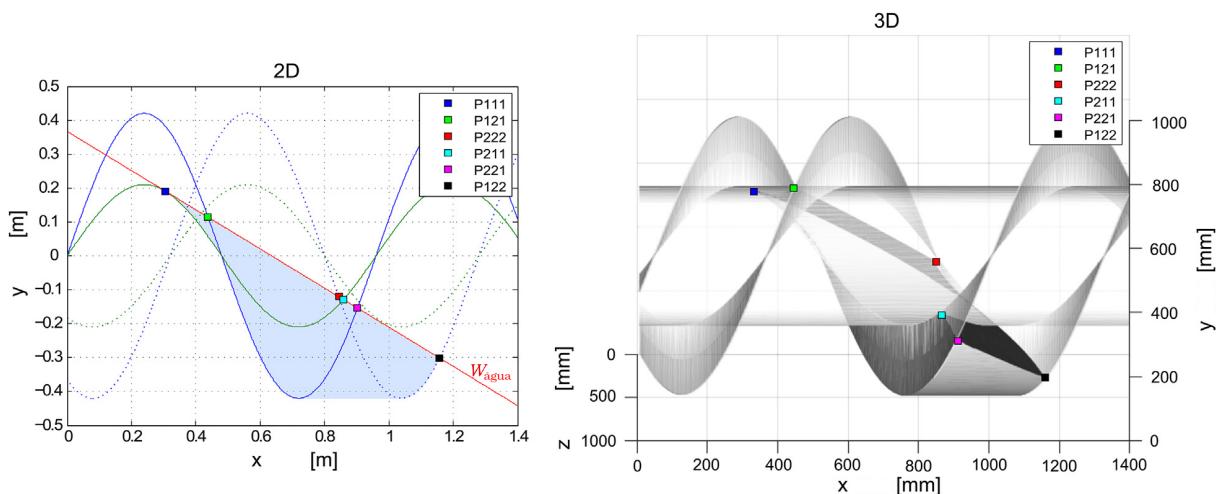


Figura 3.7 – Localização dos pontos que caracterizam o preenchimento do parafuso. Fonte: adaptado de Rohmer et al. (2016).

Na Figura 3.7, são apresentadas curvas da posição em y das extremidades das pás (curvas contínuas) e do ponto onde as pás fazem contato com o tubo interno (curvas tracejadas) de duas pás subsequentes, referenciadas como pá 1 (anterior) e pá 2 (posterior), os pontos apresentados podem ser definidos como:

- P111: Ponto no qual o nível da água tangência o tubo interno da pá 1;
- P121: Primeiro ponto de encontro entre o nível da água e o raio externo da pá 1;
- P222: Primeiro ponto de encontro entre o nível da água e o raio externo da pá 2;
- P211: Ponto de encontro entre o nível da água e o raio interno da pá 1;
- P221: Segundo ponto de encontro entre o nível da água e o raio externo da pá 1;
- P122: Segundo ponto de encontro entre o nível da água e o raio externo da pá 2.

Assim, a região delimitada pelos pontos P121 e P221 é a região molhada na pá anterior e entre os pontos P222 e P122, na pá posterior.

Considerando o sistema de referência apresentado na Fig. 3.7, a posição da extremidade de determinada pá i no eixo y é dada por:

$$y(x, i) = R_o \operatorname{sen} \left[2\pi \left(\frac{x}{P} - \frac{i-1}{N} \right) \right]. \quad (3.108)$$

Na Figura 3.7, a posição da extremidade da primeira pá ($i = 1$) é representada pela curva azul contínua, enquanto a da pá sucessiva ($i = 2$) é indicada pela curva azul tracejada. Analogamente, ao se substituir R_o por R_i , pode-se traçar as curva das extremidades internas das páis.

A superfície que representa o nível d'água no primeiro *bucket* ($W_{\text{água}}(x, 1)$), pode ser determinada através da Eq. (3.109).

$$W_{\text{água}}(x, 1) = -\tan\beta (x - x_0) + y_0 \quad (3.109)$$

Para determinar a superfície $W_{\text{água}}(x, 1)$, deve-se conhecer algum ponto da curva (x_0, y_0) . Na Figura 3.7, as coordenadas do ponto P111 são (RORRES, 2000; NUERNBERGK, 2012):

$$x_0 = \frac{P}{2\pi} \operatorname{acos} \left[\frac{-\tan(\beta) P}{2\pi R_i} \right], \quad (3.110)$$

$$y_0 = R_i \operatorname{sen} \left(2\pi \frac{x_0}{P} \right). \quad (3.111)$$

Pode-se observar que o ponto P111 tangencia a extremidade interior da primeira pá. Assim, conforme Rorres (2000) a curva de nível que passa por P111 indica o preenchimento ideal e completo do *bucket*. Caso o nível d'água seja superior, haverá vazamento por sobrepreenchimento, e caso seja inferior, o *bucket* não estará completamente preenchido.

Considerando coordenadas cilíndricas, o volume de água em determinado *bucket* (V_s) pode ser calculado através da seguinte integral:

$$V_s = \int \int \int_{\Omega_{\text{água}}} r dr d\theta dx, \quad (3.112)$$

sendo que $\Omega_{\text{água}}$ é o volume preenchido por água.

No presente trabalho, o resultado da integração na Eq. (3.112) é aproximado por um somatório de volumes com dimensões finitas, assim:

$$V_s \cong \sum \sum \sum c_s r \Delta r \Delta \theta \Delta x, \quad (3.113)$$

sendo:

$$c_s = \begin{cases} 1 & \text{se } r \operatorname{sen}(\theta) < W_{\text{água}}(x, 1) \text{ e } (1 + j.N) \leq i \leq (2 + j.N); \\ 0 & \text{em outros casos.} \end{cases} \quad (3.114)$$

Em coordenadas cilíndricas, $rsen(\theta)$ é igual a y , ou seja, a primeira condição indica que a posição em y deve estar abaixo do nível d'água. O parâmetro que indica a pá (i) também deve ser reescrito em coordenadas cilíndricas, ao se substituir $y(x, i) = r[\sen(\theta)]$ na Eq. (3.108) e isolar i , obtém-se a Eq. (3.115), a coordenada x é adotada como a direção axial por conveniência. Na Eq. (3.114), a condição para i é atendida para qualquer número inteiro j . As curvas construídas com $(1 + j.N) \leq i \leq (2 + j.N)$ são espirais que passam pela região entre a primeira ($i = 1$) e a segunda pá da turbina ($i = 2$).

$$i = N \left(\frac{x}{P} + \frac{1}{N} - \frac{\theta}{2\pi} \right) \quad (3.115)$$

Considerando apenas que $j = 0$ na Eq. (3.114), foram obtidos soluções satisfatórias em parafusos com $1 \leq N \leq 6$. Para essa avaliação, o resultado do somatório foi comparado com o volume de um sólido tridimensional produzido com o software SALOME - 8.4.0, um exemplo desse volume é mostrado na Fig. 3.8.

Os limites do somatório na Eq. (3.113) são: $R_i \leq r \leq R_o$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$ e $x_0 \leq x \leq P + P/N$. Neste trabalho, cada coordenada foi discretizado através 80 seções com comprimentos iguais, o que produziu precisões e velocidades de cálculo satisfatórias para se determinar de V_s . Na Figura 3.8, exemplifica-se o espaço de integração.

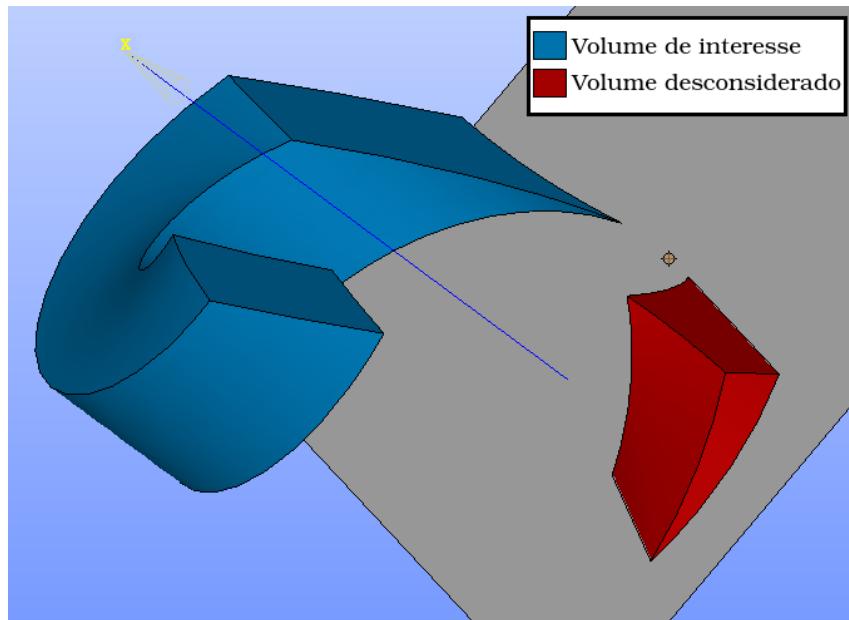


Figura 3.8 – Exemplo de volume obtido ao se considerar as condições existentes na Eq. (3.114) e os limites de cada variável. A região em azul representa o volume do *bucket* totalmente preenchido, enquanto a região em vermelho deve ser desconsiderada no somatório.

Na Figura 3.8, as coordenadas do ponto marcado podem ser determinadas utilizando as Eqs. (3.110) e (3.111). Através desse ponto, construiu-se um plano (em cinza), que

representa o limite mínimo em x do somatório ($x = x_0$). O sólido em azul é a região de interesse e tem volume igual a V_s . Portanto, deve-se evitar que a região em vermelha seja incluída no somatório. Para isso, foi necessário excluir o espaço no qual $x < x_0 + P/N$ e $\theta < \pi/2$ ou $\theta > 3\pi/4$. Neste trabalho, esse procedimento foi testado e produziu uma solução satisfatória para parafusos com $1 \leq N \leq 6$.

Ao se calcular V_s considerando as coordenadas calculadas através das Eqs. (3.110) e (3.111), obtém-se o preenchimento completo de cada *bucket* do parafuso de Arquimedes, o qual é referenciado neste trabalho como V_c . Porém, normalmente opera-se em diferentes níveis d'água. Na Figura 3.9, o parâmetro que mede a diferença entre o nível real e o completo (h) é representado.

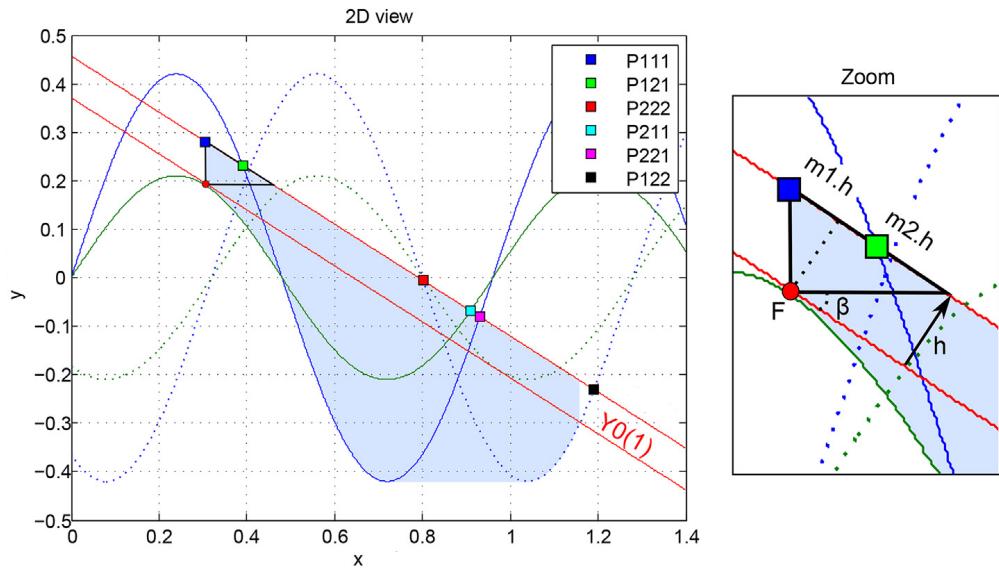


Figura 3.9 – Nível d'água real em relação ao ideal. Fonte: adaptado de Rohmer et al. (2016).

Considera-se que h é positivo quando o parafuso está sobrepreenchido e, negativo quando subpreenchido. As coordenadas x_0 e y_0 da curva de nível caracterizada por h podem ser calculadas como:

$$x_0 = \frac{P}{2\pi} \arccos \left[\frac{-\tan(\beta) P}{2\pi R_i} \right] + h \sin(\beta), \quad (3.116)$$

$$y_0 = R_i \sin \left(2\pi \frac{x_0}{P} \right) + h \cos(\beta). \quad (3.117)$$

Nas simulações de ASTs executadas neste trabalho, considera-se que a vazão que entra no domínio e passa pelo parafuso (\dot{Q}_{in}) é igual a vazão total menos o vazamento por frestas, assim:

$$\dot{Q}_{in} = \dot{Q} - \dot{Q}_G. \quad (3.118)$$

Desta forma, \dot{Q}_G precisa ser conhecido para se calcular \dot{Q}_{in} . Observa-se também que há uma interdependência entre o parâmetro h e \dot{Q}_G . Aplicando-se a Eq. (3.107) na Eq. (3.118), chega-se à seguinte relação:

$$\dot{Q}_{in} = \dot{Q}_p + \dot{Q}_o. \quad (3.119)$$

Através da Eq. (3.119), pode-se concluir que parte da vazão que entra no domínio é transportada pelos *buckets* e parte escoa por sobrepreenchimento, quando for o caso. Como o máximo volume transportado por cada *bucket* é V_c , o parafuso estará sobrepreenchido se $\dot{Q}_{in} = (\dot{Q}_p + \dot{Q}_o) > \frac{V_c \cdot N \cdot n}{60}$ ou $(\dot{Q} - \dot{Q}_G) > \frac{V_c \cdot N \cdot n}{60}$.

Nesse caso, \dot{Q}_o pode ser relacionada com h através das seguintes equações (AIGNER, 2008; NUERNBERGK, 2012; NUERNBERGK; RORRES, 2013):

$$\dot{Q}_o = \frac{4}{15} \mu_o \sqrt{2g} (m_1 + m_2) h^{\frac{5}{2}}, \quad (3.120)$$

$$m_1 = \frac{1}{\tan(\beta)}, \quad (3.121)$$

$$m_2 = \tan(\beta). \quad (3.122)$$

sendo que μ_o é um coeficiente de descarga, neste trabalho adota-se $\mu_o = 1,0633$, conforme indicado por Rohmer et al. (2016).

Se $(\dot{Q} - \dot{Q}_G) < \frac{V_c \cdot N \cdot n}{60}$, h será menor do que 0 m, $\dot{Q}_o = 0 \text{ m}^3/s$ e o parafuso estará subpreenchido. Para esse caso, a seguinte relação é válida: $(\dot{Q} - \dot{Q}_G) = \frac{V_s \cdot N \cdot n}{60}$. Assim, tendo-se \dot{Q}_G , V_s pode ser calculado. V_s e h são interdependentes, mas não há uma equação que os relaciona diretamente. Por isso, h é determinado iterativamente através da Eq. (3.113) e do método de Newton–Raphson.

Tendo-se h a curva de nível real pode ser determinada e os pontos P121, P221, P222 e P122 podem ser localizados graficamente. Esse pontos são os encontros entre o nível d'água e as duas pás subsequentes e são utilizados para se encontrar os ângulos φ_1 , φ_2 , φ_3 e φ_4 . A relação entre os ângulos φ_1 , φ_2 , φ_3 e φ_4 e os pontos P121, P221, P222 e P122 pode ser observada na Fig. 3.10.

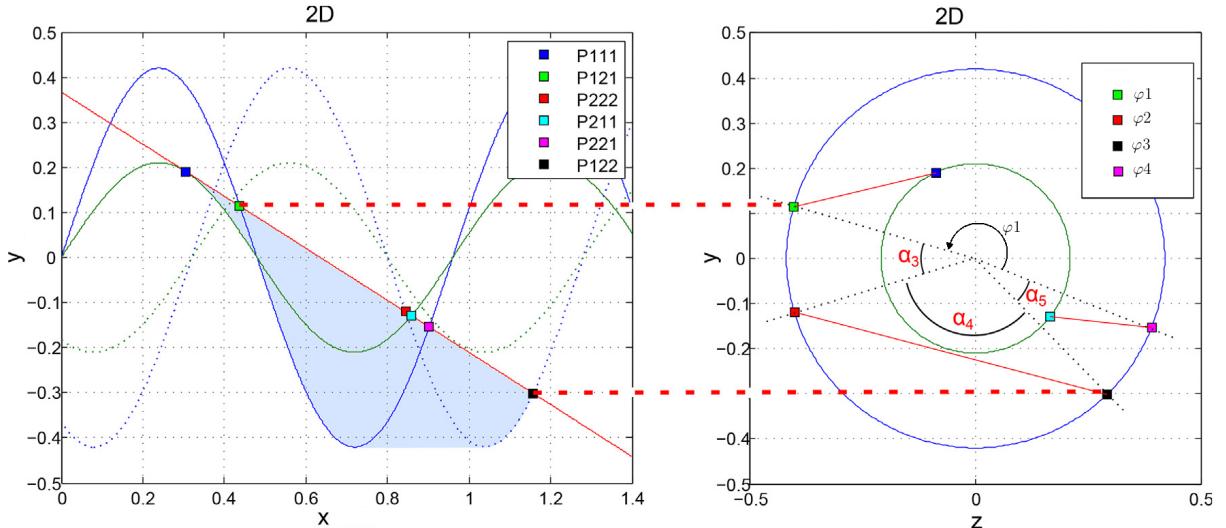
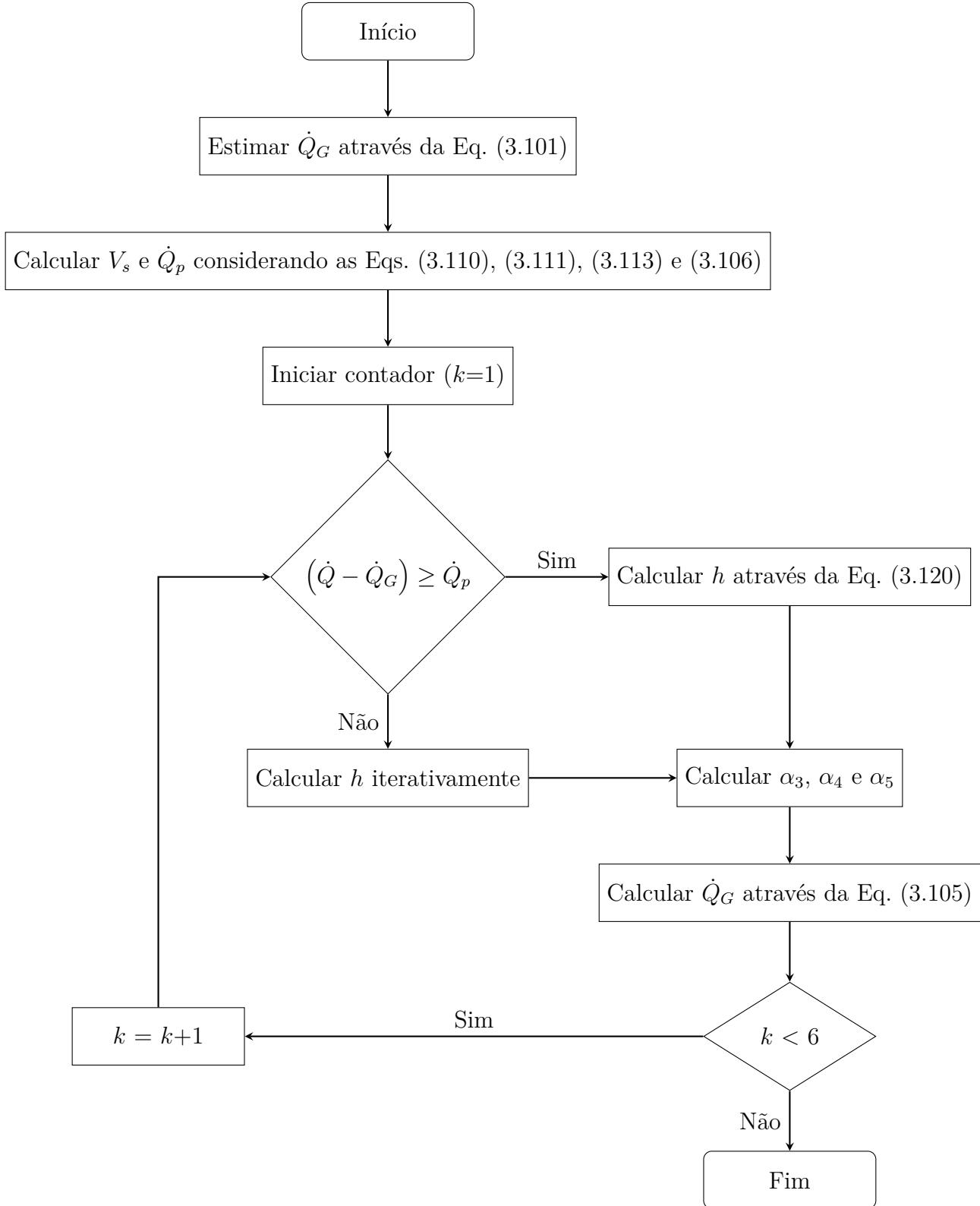


Figura 3.10 – Relação entre os ângulos φ_1 , φ_2 , φ_3 e φ_4 e os pontos P121, P221, P222 e P122. Fonte: adaptado de Rohmer et al. (2016).

Tendo-se α_3 , α_4 e α_5 , \dot{Q}_G é recalculado através da Eq. (3.105). Conforme é demonstrado na Fig. 3.11, parte das etapas do processo é repetida até a convergência de \dot{Q}_G . Observou-se que 5 iterações foram suficientes para obter uma variação relativa menor que 0,1%.

No fluxograma mostrado na Fig. 3.11, apresenta-se o procedimento iterativo utilizado neste trabalho para se calcular \dot{Q}_G . O procedimento parte de uma estimativa para \dot{Q}_G , que é feita através da Eq. (3.101).

Figura 3.11 – Fluxograma de cálculo de \dot{Q}_G .

Embora seja utilizada \dot{Q}_{in} para simular a AST e determinar a sua potência mecânica, utiliza-se \dot{Q} para o cálculo da potência hidráulica disponível e da eficiência hidráulica. Dessa forma, a redução de eficiência por vazamentos através das frestas é contabilizada.

Um resumo dos etapas de cálculo da eficiência hidráulica da turbina é apresentado na Fig. (3.12).

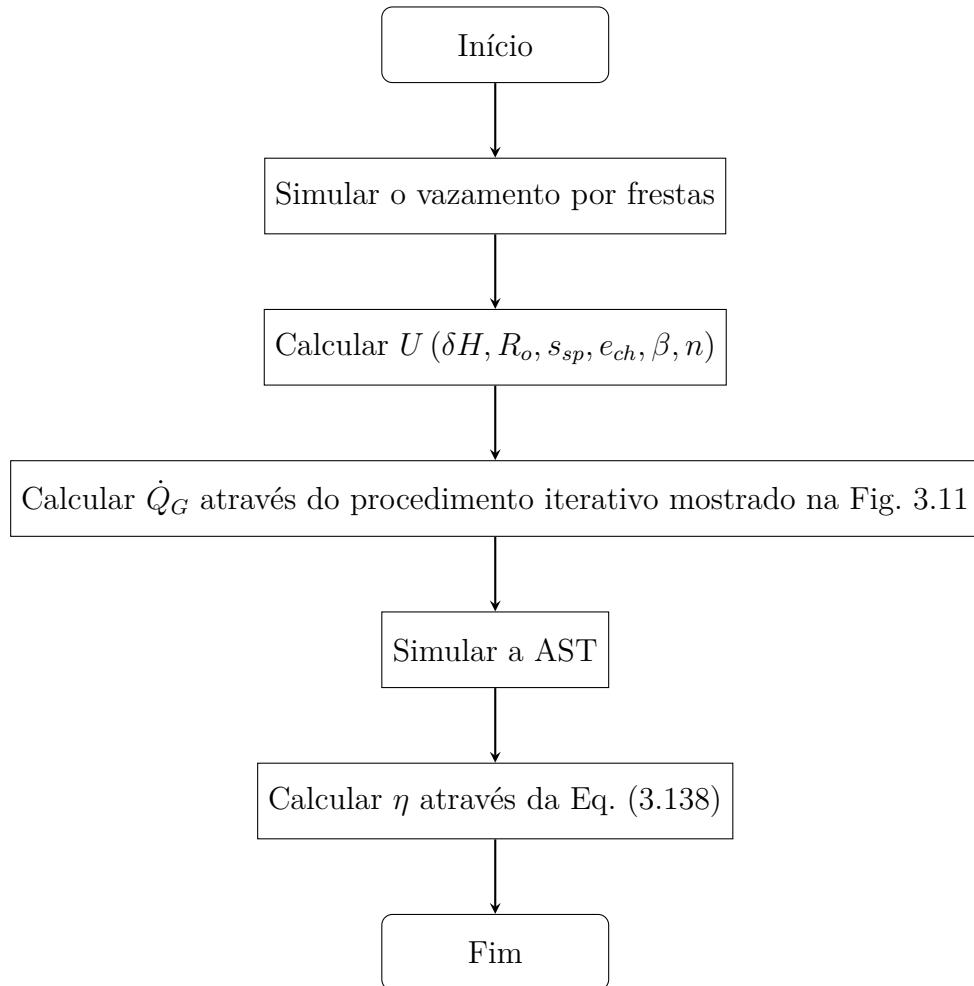


Figura 3.12 – Fluxograma de cálculo de η .

3.8.2 Estimativa do Nível do Reservatório Superior

O nível d'água no canal de entrada (h_{in}) é estimado através do equacionamento proposto por Nuernbergk e Rorres (2013) neste trabalho. Além de ser aplicado no cálculo do diâmetro hidráulico (Eq. (3.74)), h_{in} também é utilizado para se determinar uma condição inicial para o nível que agilize a estabilização da solução. Na Figura 3.13, as principais dimensões utilizadas são apresentadas.

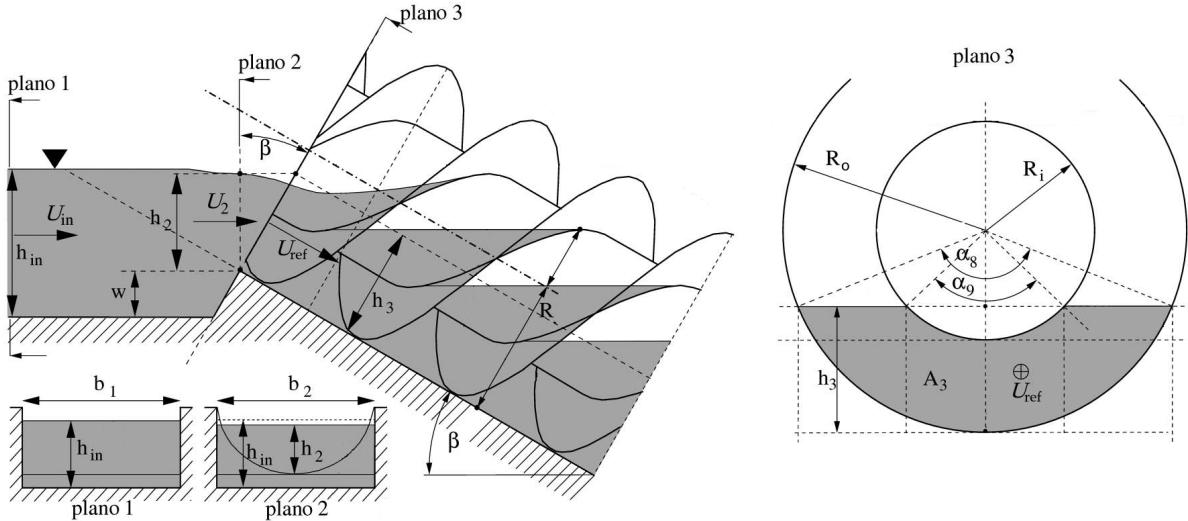


Figura 3.13 – Principais dimensões utilizadas no cálculo de h_{in} . Fonte: adaptado de Nurnbergk e Rorres (2013).

Primeiramente estima-se h_3 , que é o nível d'água médio dentro da calha do parafuso. Essa conta necessita de U_{ref} , que é a velocidade axial média do escoamento no parafuso e pode ser calculada através da Eq. (3.69). Tendo-se U_{ref} e a vazão através do parafuso (\dot{Q}_{in}), a área A_3 pode ser calculada como:

$$A_3 = \frac{\dot{Q}_{in}}{U_{ref}}. \quad (3.123)$$

O parâmetro adimensional (ζ_A) que relaciona a área preenchida da calha com uma área de referência é calculado como:

$$\zeta_A = \frac{A_3}{\pi R_o^2}. \quad (3.124)$$

A partir de ζ_A , pode-se determinar ζ_h , que relaciona h_3 com um comprimento de referência ($\zeta_h = h_3/R_o$). Para isso existem três possibilidades. Na primeira, o nível d'água está abaixo do tubo interno e ζ_h pode ser calculado como:

$$\zeta_A = \frac{\alpha_8}{2\pi} - \frac{1 - \zeta_h}{\pi} \sqrt{1 - (1 - \zeta_h)^2} \text{ se } 0 \leq \zeta_h < (1 - \varrho_r). \quad (3.125)$$

onde ϱ_r é a razão de raios ($\varrho_r = R_i/R_o$). Na segunda possibilidade, o nível d'água corta o tubo interno e tem-se:

$$\zeta_A = \frac{\alpha_8 - \alpha_9 \varrho_r^2}{2\pi} - \frac{1 - \zeta_h}{\pi} \left[\sqrt{1 - (1 - \zeta_h)^2} - \sqrt{\varrho_r^2 - (1 - \zeta_h)^2} \right] \text{ se } (1 - \varrho_r) < \zeta_h \leq (1 + \varrho_r). \quad (3.126)$$

A última possibilidade é quando o nível d'água ultrapassa o tubo interno, nesse caso a seguinte equação é considerada:

$$\zeta_A = \frac{\alpha_8}{2\pi} - \varrho^2 - \frac{1 - \zeta_h}{\pi} \sqrt{1 - (1 - \zeta_h)^2} \text{ se } (1 + \varrho_r) < \zeta_h \leq 2. \quad (3.127)$$

Nas Equações (3.125) a (3.127), os ângulos α_8 e α_9 são calculados como:

$$\alpha_8 = 2a\cos(1 - \zeta_h), \quad (3.128)$$

$$\alpha_9 = 2a\cos\left(\frac{1 - \zeta_h}{\varrho_r}\right). \quad (3.129)$$

Esse modelo gera uma boa aproximação para h_3 , porém não pode resolver corretamente casos onde ocorrem vazamentos por sobrepreenchimento, uma vez que U_{ref} não pode ser calculado através da Eq. (3.69) (NUERNBERGK; RORRES, 2013).

A solução das Eqs. (3.125) a (3.129) pode ser feita iterativamente. Neste trabalho utilizou-se o método das substituições sucessivas até a convergência.

Em sequência, tendo-se h_3 , h_2 pode ser calculado como:

$$h_2 = h_3\cos(\beta). \quad (3.130)$$

Utilizando a equação de Bernoulli, h_{in} é estimado como (NUERNBERGK; RORRES, 2013):

$$h_{in} + \frac{U_{in}^2}{2g} = h_2 + w + \frac{U_2^2}{2g}(1 + \chi), \quad (3.131)$$

onde: U_2 é a velocidade na seção 2 ($U_2 = \dot{Q}_{in}/(h_2 b_2)$), w pode ser visualizado na Fig. 3.13, b_2 é a largura da base na seção 2 e χ é um fator de perda de carga. O comprimento b_2 também é referenciado como e_{topo} neste trabalho.

Conforme Nuernbergk e Rorres (2013), χ pode ser estimado através da equação para perda de carga de Borda-Carnot (PREISSLER; BOLLRICH, 1992).

$$\chi = \left(\frac{\zeta_A \pi R_o}{\zeta_h b_2 \cos(\beta)} - 1 \right)^2. \quad (3.132)$$

3.9 Imersão do Parafuso

A eficiência da AST é diretamente influenciada pela imersão do parafuso no reservatório inferior (I_{base}) (LYONS; LUBITZ, 2013; DELLINGER et al., 2016). I_{base} pode ser determinada como:

$$I_{base} = \frac{h_{out} - w}{2R_o \cos(\beta)}, \quad (3.133)$$

sendo que h_{out} é o nível do reservatório inferior, que é análogo a h_{in} . Da mesma forma, a imersão do parafuso no reservatório superior (I_{topo}) pode ser calculada como:

$$I_{topo} = \frac{h_{in} - w}{2R_o \cos(\beta)}. \quad (3.134)$$

Quando $I_{base} = 0$, a descarga do parafuso ocorre acima do nível d'água, por outro lado, quando $I_{base} = 1$, o parafuso está totalmente imerso no reservatório inferior. Conforme Nuernbergk (2012), o h_{out} ótimo teórico pode ser calculado como:

$$h_{out} = (R_o + R_i) \sqrt{1 - \left(\frac{\tan(\beta) P}{2\pi R_i} \right)^2 \cos(\beta) - \frac{P}{N} \sin(\beta) + w}. \quad (3.135)$$

Considerando que $\beta = 24^\circ$, Dellinger et al. (2016) calcularam que o valor teórico ótimo para I_{base} é 0,596, enquanto experimentalmente encontraram que I_{base} é 0,64. Nesse experimento, foi encontrado que a eficiência pode ser reduzida em até 20% quando se opera com I_{base} fora do ideal, entretanto observou-se que tal variação pode ter ocorrido devido à escala de laboratório do equipamento. Assim, para simular uma AST e comparar os resultados, I_{base} deve ser conhecido e controlado.

I_{topo} também é um parâmetro a ser estudado, entretanto h_{in} depende de diversos parâmetros, como a capacidade de transporte do parafuso, a perda de carga total e a vazão volumétrica. Assim, I_{topo} não pode ser controlado diretamente, porém deve ser avaliado, principalmente ao se comparar resultados de diferentes fontes.

3.10 Eficiência e Potência da Turbina de Arquimedes

A potência mecânica produzida pela AST (\dot{P}_{mec}) é igual ao produto entre o torque no eixo (τ) e a velocidade angular ($\dot{\Omega}$).

$$\dot{P}_{mec} = \tau \frac{2\pi n}{60} = \dot{\Omega} \tau \quad (3.136)$$

O software OpenFOAM possui uma função para calcular numericamente o torque devido às forças de pressão e viscosas em superfícies do modelo.

Normalmente, ao se fazer medições de \dot{P}_{mec} , a fricção nos mancais deve ser considerada. Isso pode ser feito através de uma eficiência mecânica (η_{mec}). Tendo-se assim uma potência de eixo (\dot{P}_{eixo}). Neste trabalho, \dot{P}_{mec} é calculado diretamente e a η_{mec} é desconsiderada.

$$\dot{P}_{eixo} = \eta_{mec} \tau \frac{2\pi n}{60} \quad (3.137)$$

Considerando apenas a energia potencial gravitacional, a potência hidráulica máxima disponível (\dot{P}_{hydro}) em um escoamento com altura de queda (ΔH) e vazão volumétrica (\dot{Q}) já foi demonstrada e pode ser calculada através da Eq. (2.2). Utilizando esse conceito, a eficiência hidráulica da turbina de Arquimedes (η) é a razão entre \dot{P}_{mec} e \dot{P}_{hydro} . Assim, η pode ser calculada como:

$$\eta = \frac{\dot{P}_{mec}}{\rho g \dot{Q} \Delta H}. \quad (3.138)$$

O cálculo de ΔH leva em conta a altura de queda geométrica ΔH_{geo} e os níveis do reservatório superior e do inferior (h_{in} e h_{out}). ΔH_{geo} é calculada através da inclinação e do comprimento do parafuso, sendo: $\Delta H_{geo} = L_s \operatorname{sen}(\beta)$. Dessa forma, ΔH pode ser determinado como:

$$\Delta H = \Delta H_{geo} + h_{in} - h_{out} = L_s \operatorname{sen}(\beta) + h_{in} - h_{out}. \quad (3.139)$$

Colocando h_{in} e h_{out} em função de I_{topo} e I_{base} , respectivamente, a Eq. (3.139) pode ser escrita como:

$$\Delta H = L_s \operatorname{sen}(\beta) + 2R_o \operatorname{cos}(\beta) (I_{topo} - I_{base}). \quad (3.140)$$

Um método bastante utilizado para se determinar a perda de eficiência devido a vazamentos por frestas, é considerar a razão entre \dot{Q}_G e \dot{Q} . Dessa forma, considera-se que o vazão através das frestas não contribui para a produção de potência mecânica na AST, e a perda de eficiência devido a esses vazamentos (η_G) pode ser calculada como por:

$$\eta_G = \frac{\dot{Q}_G}{\dot{Q}}. \quad (3.141)$$

η_G será utilizada neste trabalho para avaliar a AST no que diz respeito a vazamentos por frestas.

3.11 Otimização

Objetiva-se neste trabalho determinar parâmetros geométricos e operacionais que maximizem a eficiência da turbina de Arquimedes, através de métodos de otimização.

Utilizam-se os métodos de otimização disponibilizados para a linguagem Python através da biblioteca Nlopt (JOHNSON, 2008). Métodos que de otimização não necessitem de derivadas exatas são utilizados neste trabalho, uma vez que não se conhece as derivadas exatas da função objetivo ($-\eta$). O método BOBYQA (*Bound Optimization By Quadratic Approximation*) (POWELL, 2009) foi escolhido por ter apresentado rápida convergência nos casos estudados. Esse método iterativo executa a otimização sem necessitar de derivadas exatas, podendo trabalhar com funções com diversos parâmetros e com imposição de fronteiras às variáveis do problema. O método BOBYQA consiste em aproximações iterativas da função objetivo por meio de curvas quadráticas. Como será verificado no Capítulo 4, as curvas de eficiência também têm perfis próximos a funções quadráticas.

O método BOBYQA, que foi implementado na biblioteca Nlopt, permite também definir a dimensão do passo inicial de cada parâmetro, o que se adaptou bem ao presente estudo, pois cada variável (n , β , R_o ou P) tem uma escala diferente. A biblioteca Nlopt permite aplicar critérios de parada baseados na variação relativa da função objetivo ou dos parâmetros, os quais serão estudados na seção 4.3.

O BOBYQA é um método de otimização determinístico que busca um ponto ótimo local. Por isso o resultado do processo de minimização (ou maximização) depende do ponto de partida, e pode não ser um valor globalmente otimizado. Estratégias de otimização, tais como as evolucionárias e as probabilísticas, poderiam localizar parâmetros ótimos globais para uma determinada aplicação da turbina de Arquimedes, podendo serem temas de estudos futuros.

Neste estudo, desenvolveu-se um código em linguagem Python que automatiza todas as etapas da simulação. Para cada conjunto de parâmetros que o método de otimização defina, o código prepara e executa a simulação através do OpenFOAM. Após cada simulação, OpenFOAM retorna o torque médio obtido e os níveis dos reservatórios d'água superior e inferior. Com o torque, a rotação e a diferença de níveis o programa determina a potência mecânica da turbina de Arquimedes e a sua eficiência. A eficiência calculada alimenta o método de otimização, uma vez que o objetivo do programa é a sua maximização.

Na Figura 3.14, mostra-se o fluxograma dos processos que o código executa.

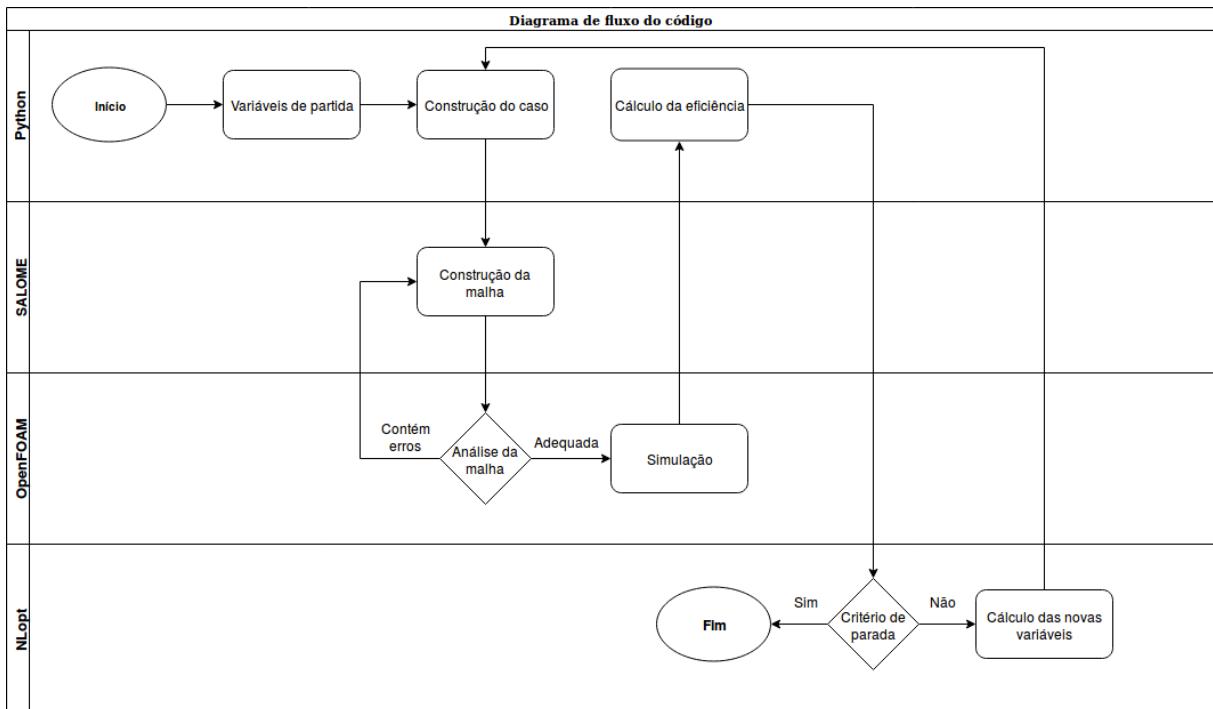


Figura 3.14 – Diagrama de fluxo do programa desenvolvido.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados e discussões serão apresentados em três seções. Na primeira discutem-se as simulações dos vazamentos por frestas, onde serão detalhadas: a geração de malha, as análises de refinamento e de convergência e a validação dos resultados. Essa parte será finalizada com um estudo de caso com o objetivo de se produzir curvas e dados que caracterizem esse tipo de vazamento.

Na segunda seção, serão analisadas as simulações completas de ASTs. Essa parte do trabalho também será iniciada com estudos do domínio computacional, da geração de malha e da convergência da simulação e em sequência serão utilizados três casos conhecidos na literatura para validação dos resultados. As soluções obtidas serão analisadas com o objetivo de se determinar os parâmetros mais importantes no diz respeito à eficiência da turbina e as limitações da metodologia apresentada, além de possíveis melhorias.

Na Seção 4.3, o método de otimização será empregado. Iniciando com dois casos conhecidos para se verificar a velocidade e a exatidão da otimização. Por fim, três estudos de casos com múltiplos parâmetros serão executados. Os dois primeiros partirão de problemas conhecidos com o objetivo obter ganho de eficiência. O último estudo envolverá um caso de otimização com vazão sazonal, o que é comum em aplicações de microgeração hidráulica.

4.1 Simulação de Vazamentos por Frestas

Nesta Seção, o vazamento por frestas é simulado separadamente. O objetivo desse modelo é calcular a velocidade média do escoamento nessa região. As simulações são feitas através de malhas bidimensionais, nas quais considera-se a condição de axissimetria. Objetiva-se determinar o escoamento em regime permanente, porém a simulação é feita em regime transitório devido ao movimento da malha. Mesmo em regime transitório, o escoamento tende a se estabilizar e o tempo necessário para isso dependerá do caso.

O *interIsoFoam* também é utilizado para simular este vazamento, uma vez que este aplicativo pode resolver problemas que envolvam uma ou duas fases. A vantagem disso é utilizar o mesmo modelo matemático empregado nas simulações das ASTs. Por ser um problema sem variação de massa específica e com apenas uma fase, uma metodologia mais simplificada poderia ser empregada, porém o custo computacional da simulação por frestas é baixo em relação ao da AST, por isso a diferença do tempo conjunto é pequena e optou-se por adotar o *solver* multifásico.

O escoamento nas frestas é afetado pela rotação da turbina, pela diferença de pressão entre as duas faces da pá e pelo movimento de translação produzido pela geometria

helicoidal do parafuso. Neste trabalho, apenas o movimento de translação e a diferença de pressão são considerados. Os modelos tradicionalmente utilizados para se determinar o vazamento por frestas, como as equações de Nagel (1968) e de Muysken (1932), não incluem os efeitos da rotação do parafuso, dessa forma, considera-se que possui baixa influência sobre esse escoamento. Porém, o trabalho de Dellinger et al. (2018) mostrou que, comparando parafusos com mesmo preenchimento, maiores rotações parecem aumentar levemente o vazamento por frestas. Por isso, o efeito da rotação nesse tipo de vazamento precisa ser melhor estudado, o que pode ser tema de trabalhos futuros.

Mesmo que fisicamente as pás da turbina não apresentem movimento de translação, devido à geometria helicoidal, um observador, em um referencial inercial (a calha neste caso), visualiza o movimento de translação. Esse movimento é exemplificado na Fig. 4.1, na qual é mostrada uma visão em corte longitudinal de uma turbina de Arquimedes rotacionando em diferentes tempos. A velocidade do sistema de referência móvel é igual à de translação, a qual é dependente do passo e da rotação do parafuso, podendo ser calculada através da Eq. (3.69).

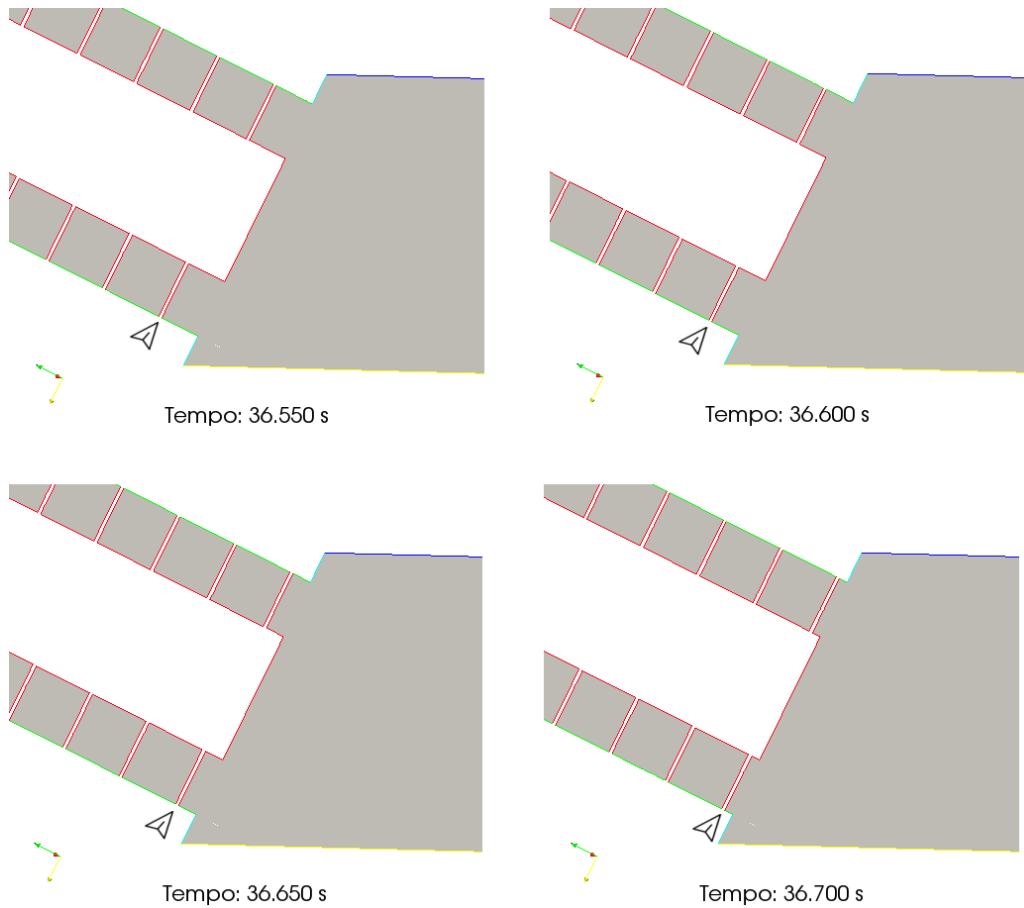


Figura 4.1 – Representação do movimento axial da pá através da imagem de um corte longitudinal no parafuso. Considerando: $P = 0,318$ m, $n = 50$ rpm.

A topologia básica das malhas utilizadas para simulação do vazamento por frestas

é produzida utilizando o programa SALOME 8.4.0 (CEA, 2010). Nesse software está implementado o algoritmo NETGEN, que permite um refinamento adaptativo e localizado. Da malha gerada com SALOME, aproveita-se apenas uma de suas faces, que é extrudada através do aplicativo *extrudeMesh*, que faz parte do OpenFOAM. O processo de extrusão objetiva construir uma malha por revolução, sendo que sua referência é o eixo axial do parafuso e o ângulo de revolução é igual a 5° , o qual é o indicado para modelos axissimétricos no OpenFOAM.

Na Figura 4.2a, uma malha produzida por revolução é exemplificada e, na Fig. 4.2b, detalha-se o refinamento localizado na fresta.

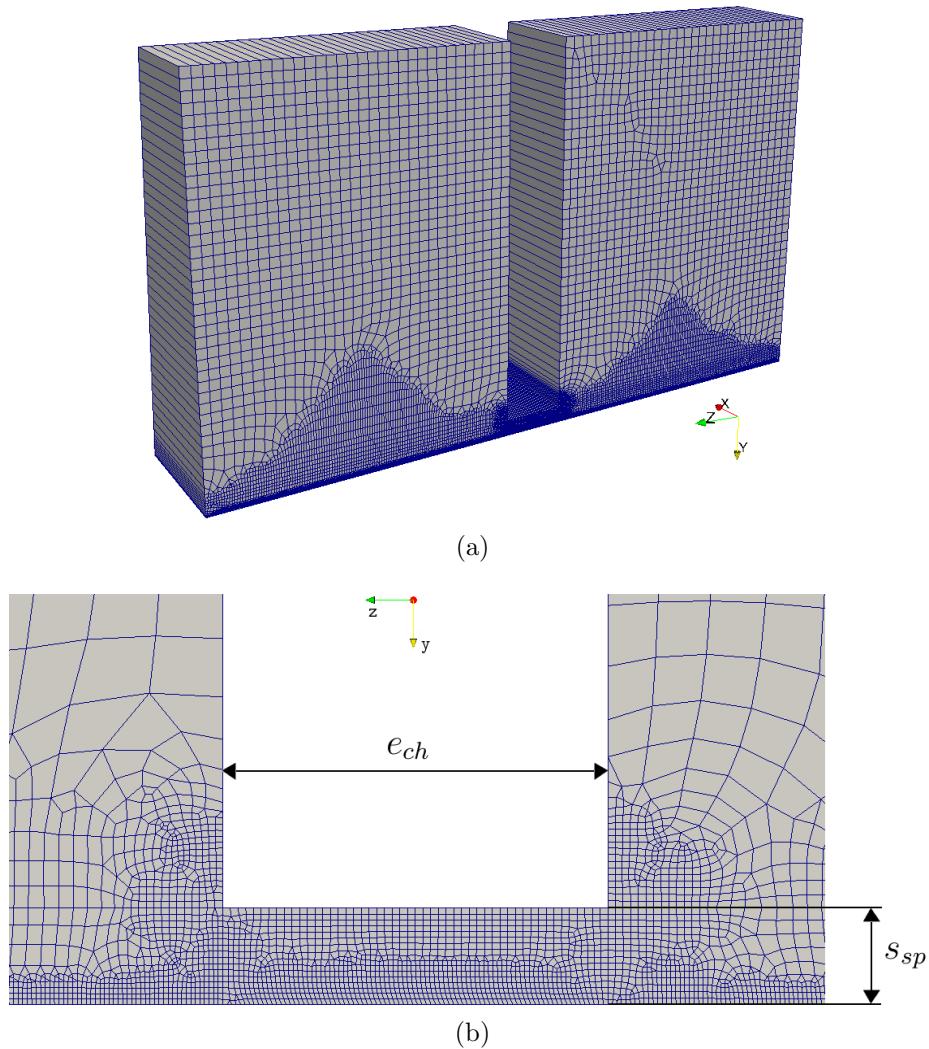


Figura 4.2 – Exemplo de malha utilizada para simulação do vazamento por frestas: a) malha completa. b) detalhe da região da fresta.

Na Figura 4.2b, e_{ch} é a espessura da chapa, a qual deve ser medida transversalmente ao helicoide para contabilizar a deformação da chapa no processo de conformação das pás helicoidais. O domínio completo tem um comprimento de $11e_{ch}$ na direção z e de $6e_{ch} + s_{sp}$ na direção y .

As fronteiras do domínio são identificadas como: Entrada, Saída, Pá, Calha e *wedge*. As fronteiras do tipo *wedge* são utilizadas no OpenFOAM para imposição de axissimetria sendo similares a condições de periodicidade. Para melhor visualização dos demais contornos, as fronteiras do tipo *wedge* foram suprimidas da Fig. 4.3.

Um *faceSet* (grupo de faces) também foi definido, o qual é utilizado para se calcular a vazão volumétrica pela fresta. No *interIsoFoam* os fluxos volumétricos através de faces de células são definidos pela variável *phi* e já são calculados relativamente ao movimento da malha. Portanto, para se calcular a vazão através da folga basta fazer um somatório de *phi* em todas as faces *faceSet*. É importante observar que o *faceSet* é utilizado para melhorar a visualização do cálculo, pois, com a aplicação do balanço de massa, conclui-se que: $|(\sum \phi)|_{\text{faceSet}} = |(\sum \phi)|_{\text{Entrada}} = |(\sum \phi)|_{\text{Saída}}$.

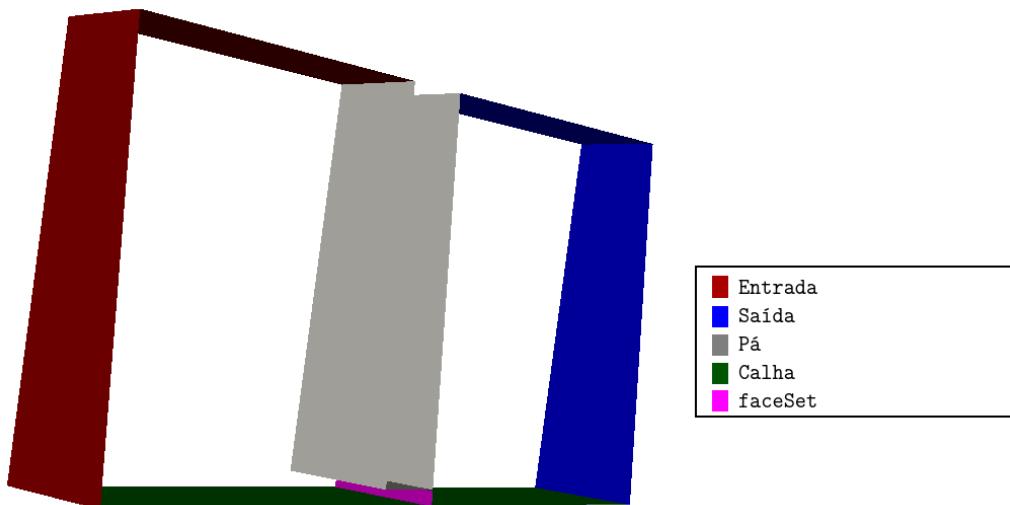


Figura 4.3 – Identificação das fronteiras do domínio.

Um resumo das condições de contorno utilizadas para cada variável, adotando a nomenclatura do OpenFoam, é apresentado na Tab. 4.1.

Tabela 4.1 – Condições do contorno utilizadas na simulação do vazamento por frestas, adotando-se a nomenclatura do OpenFoam.

	p_d	\mathbf{U}	k	ω
Entrada	<i>totalPressure</i>	<i>pressureInletOutletVelocity</i>	<i>inletOutlet</i>	<i>inletOutlet</i>
Saída	<i>totalPressure</i>	<i>pressureInletOutletVelocity</i>	<i>inletOutlet</i>	<i>inletOutlet</i>
Pá	<i>fixedFluxPressure</i>	<i>movingWallVelocity</i>	<i>kqRWallFunction</i>	<i>omegaWallFunction</i>
Calha	<i>fixedFluxPressure</i>	<i>noSlip</i>	<i>kqRWallFunction</i>	<i>omegaWallFunction</i>
<i>wedge</i>	<i>wedge</i>	<i>wedge</i>	<i>wedge</i>	<i>wedge</i>

A condição de contorno *totalPressure* impõe o valor da pressão total (p_0) nas faces que são saídas ($p_d = p_0$) e, para entradas, considera-se:

$$p_d = p_0 - \frac{1}{2} \rho |\mathbf{U}|^2, \quad (4.1)$$

que é a pressão total subtraída da dinâmica.

Para o presente caso, impõem-se que $p_0 = 0$ Pa e $p_0 = \rho g \delta H$ nas fronteira Saída e Entrada respectivamente, o que simula a diferença de pressão entre as duas faces da pá. δH é a diferença média de nível entre as duas faces da pá, sendo calculada como $\delta H = (P/N) \operatorname{sen}(\beta)$.

Para este modelo, *fixedFluxPressure* é equivalente a um gradiente nulo na direção normal à superfície e é aplicada nas faces onde a condição para a velocidade é fixada.

A condição de contorno *pressureInletOutletVelocity* impõe gradiente de \mathbf{U} nulo quando o escoamento entra no domínio. Na fronteiras de entrada de fluxo, \mathbf{U} é fixado de maneira explícita, sendo calculado com base em uma velocidade normal à superfície na primeira célula dentro no domínio.

As fronteiras do tipo *noSlip* impõem velocidade nula em paredes, enquanto *movingWallVelocity* fixa que a velocidade do escoamento no contorno seja igual à do movimento da malha.

As condições de contorno para k e ω já foram detalhadas na Seção 3.6, bem como os valores impostos para entradas. *inletOutlet* fixa valores para as entradas e gradientes nulos para as saídas.

A condição de contorno *wedge* é similar a uma condição de periodicidade, sendo aplicadas para produzir a condição de axissimetria.

4.1.1 Análise de Refinamento

Primeiramente, busca-se identificar a relação entre o grau de refinamento e os resultados da simulação do vazamento por frestas. Para isso, utiliza-se um caso estudado por Dellinger et al. (2018). Na Tabela 4.2, são apresentados os parâmetros utilizados.

Tabela 4.2 – Parâmetros operacionais e geométricos adotados na análise de refinamento da simulação do vazamento por folgas. Fonte: Dellinger et al. (2018).

Parâmetros	Valor	Unidade
Vazão (\dot{Q})	2,800	L/s
Raio externo (R_o)	0,096	m
Raio interno (R_i)	0,052	m
Passo (P)	0,192	m
Inclinação (β)	24	°
Número de pás (N)	3	-
Comprimento do parafuso (L_s)	0,4	m
Rotação (n)	115	rpm
Folga entre o parafuso e a calha (s_{sp})	0,001	m
Espessura de chapa (e_{ch})	0,004	m

Quatro graus de refinamento foram estudados, sendo que o número de células em cada um desses foi: 1820, 5231, 11721 e 17150. Todas as simulações de vazamentos por frestas realizadas neste trabalho utilizam três núcleos físicos de um processador AMD Ryzen 7-2700x rodando em paralelo. Na Figura 4.4, apresenta-se o tempo de execução em função do tamanho da malha.

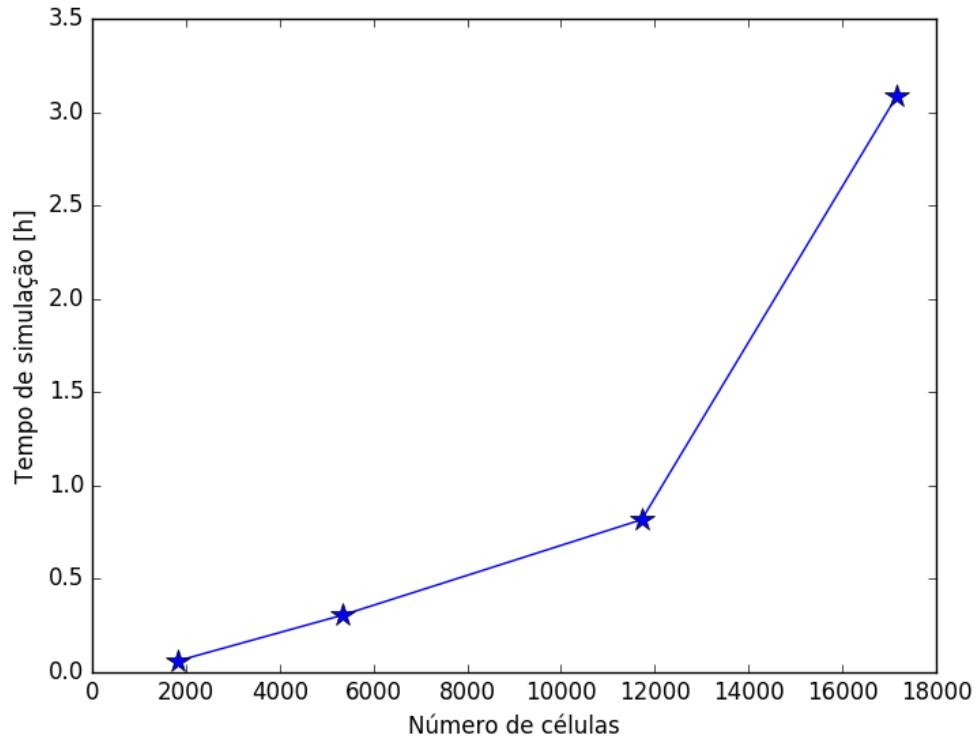


Figura 4.4 – Gráfico do custo computacional em função do número de células.

Na Figura 4.5, apresentam-se as curvas de velocidade na direção axial em função da posição radial extraídas no *faceSet* para os diferentes níveis de refinamento. E, na Fig. 4.6, são mostradas curvas da velocidade axial média e da perda de eficiência em função do número de células. A velocidade média é calculada através da razão entre a vazão volumétrica através do *faceSet* e a sua área.

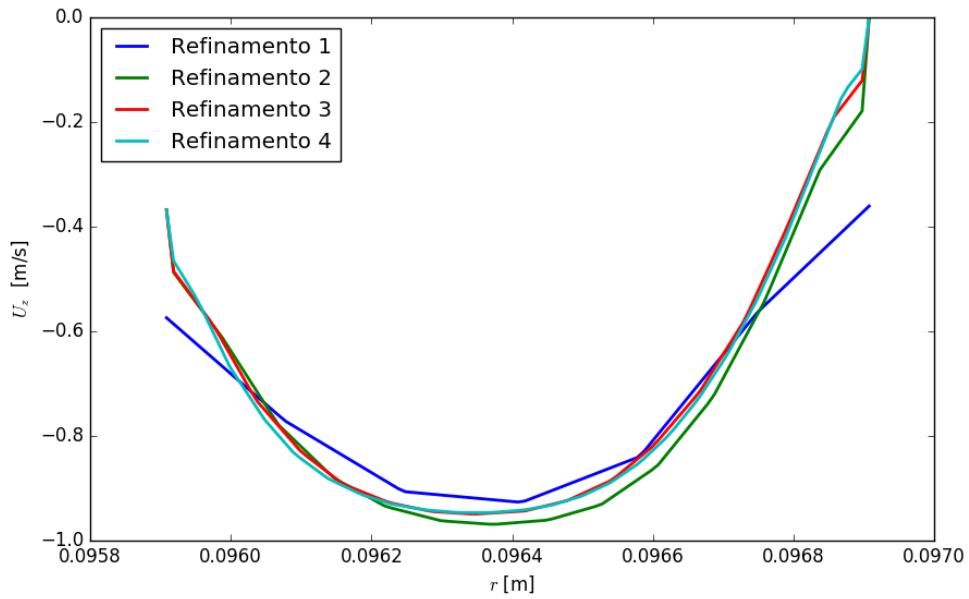


Figura 4.5 – Curvas de velocidade axial do escoamento na fresta em função do raio em diferentes níveis de refinamento.

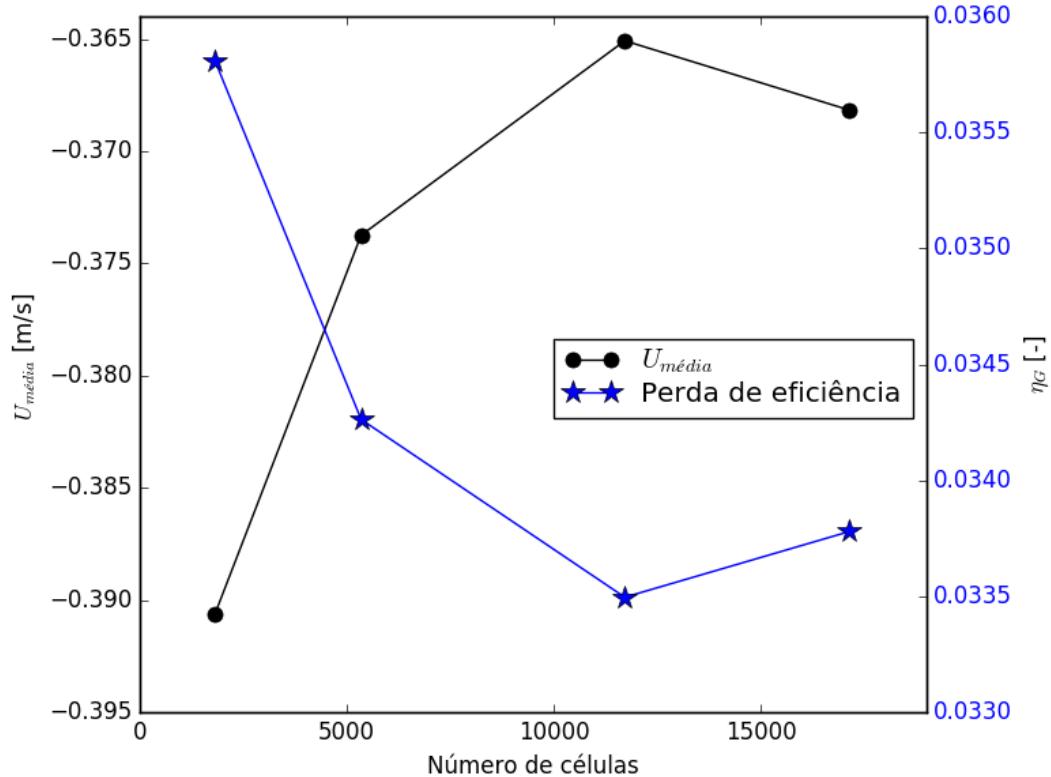


Figura 4.6 – Curvas de velocidade axial média e perda de eficiência por vazamento por frestas em função do número de células.

Pode-se observar, na Fig. 4.4, um aumento considerável no tempo de execução quando o número de células cresce de 11.721 para 17.150. Por outro lado, na Fig. 4.5,

as curvas para os níveis de refinamento 3 e 4 apresentam pouca diferença, o que mostra convergência da solução. Assim, conclui-se que o nível de refinamento 3 é o mais viável para a simulação.

Na Figura 4.6, a simetria (considerando um plano horizontal) entre as curvas permite observar que a perda de eficiência por vazamentos por frestas é proporcional à velocidade média do escoamento neste local. Observam-se também pequenas variações entre os níveis de refinamento 3 e 4 (na ordem de 0,8%), o que não justifica o uso da malha com nível de refinamento 4. Os sinais negativos das velocidades axiais médias indicam que ocorrem no sentido negativo da direção axial.

Na Figura 4.2, foi apresentada a malha gerada no nível de refinamento 3. Nos próximos casos estudados neste trabalho, essas mesmas quantidade e distribuição de células serão adotadas. Análises similares de refinamento também foram feitas para outros casos, porém não serão mostradas neste trabalho por apresentarem comportamento similar ao mostrado nas Figs. 4.5 e 4.6.

Na Figura 4.7, apresenta-se uma curva da velocidade axial média na fresta em função do tempo para a malha com nível de refinamento 3.

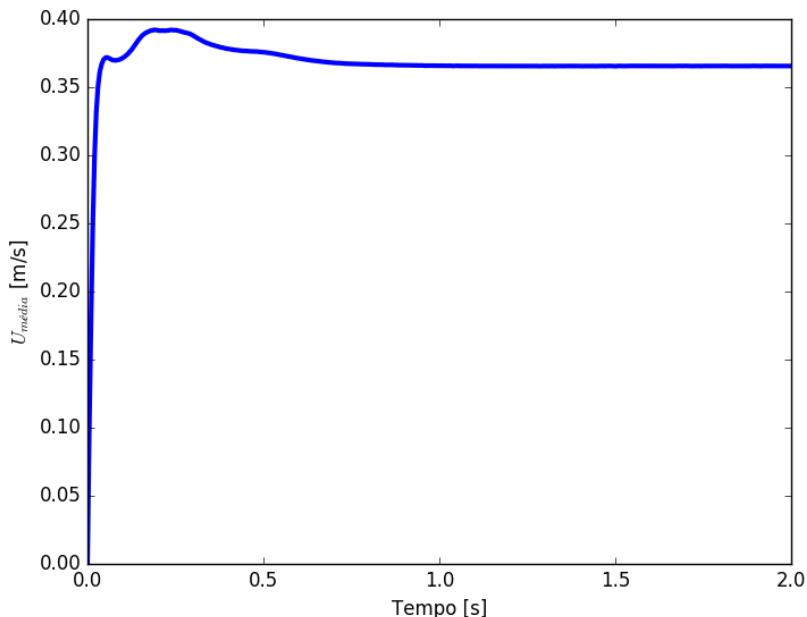


Figura 4.7 – Curva da velocidade axial média na fresta em função do tempo.

É possível observar que o caso tende a se estabilizar com aproximadamente 1 s, porém a simulação ocorreu até $t = 2$ s. O tempo necessário para estabilização é diferente para cada simulação e deve ser avaliado individualmente, embora observou-se que 2 s foram suficientes para todos os modelos estudados neste trabalho.

4.1.2 Validação dos Resultados

O mesmo caso estudado na análise de refinamento é utilizado na validação dos resultados. Primeiramente, nas Figs. 4.8 e 4.9, apresentam-se os campos de velocidade absoluta e relativa, sendo que a velocidade relativa é igual à absoluta menos a do sistema de referência.

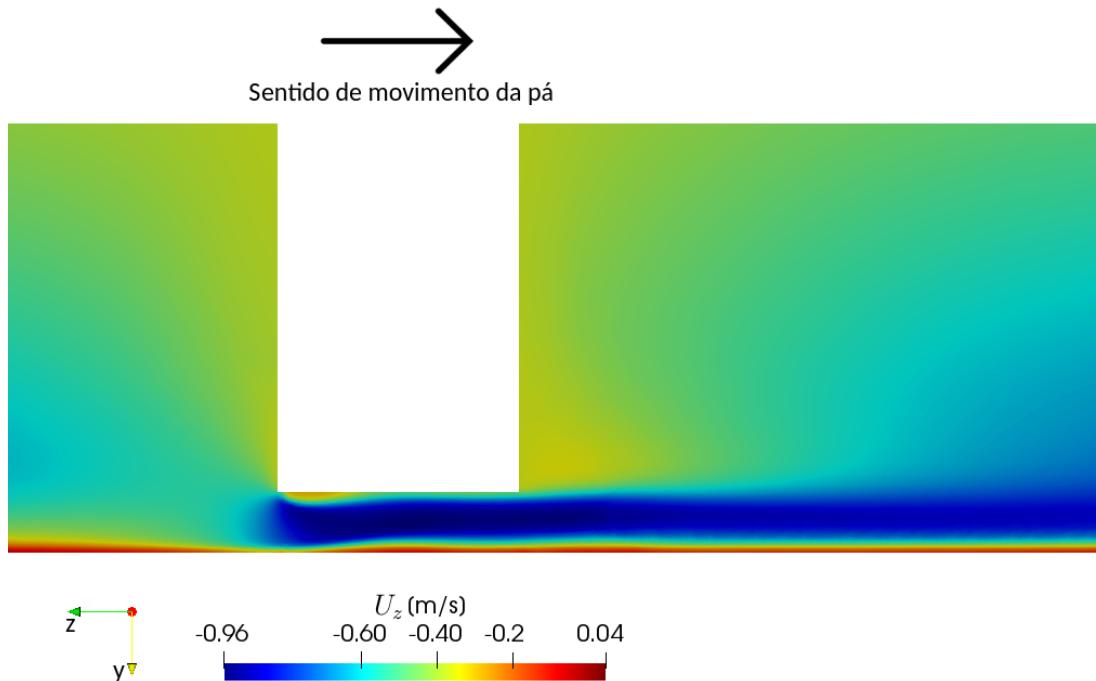


Figura 4.8 – Campo de velocidade na direção axial na fresta.

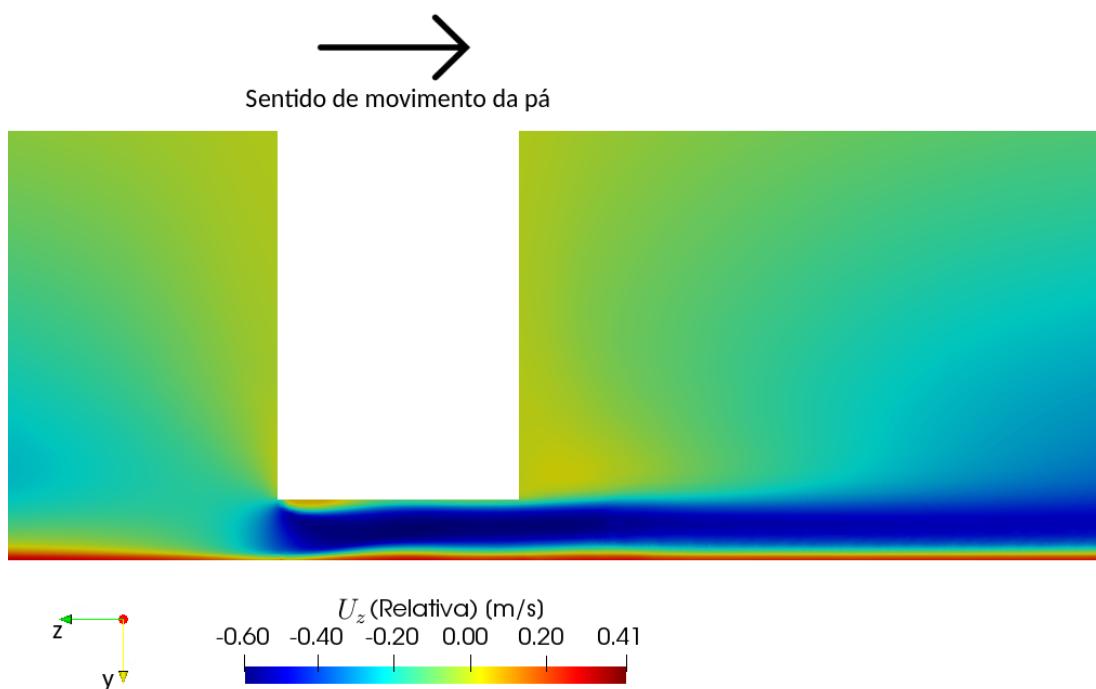


Figura 4.9 – Campo de velocidade relativa na direção axial na fresta.

O cálculo do vazamento por frestas deve ser baseado no campo de velocidade relativa. Isso pode ser visualizado através de um escoamento hipotético uniforme com velocidade igual ao do sistema de referência (ou de deslocamento axial da pá), nesse caso, o fluido nunca atravessaria a fresta e não poderia causar vazamento.

Nas Figuras 4.8 e 4.9, pode-se observar que o módulo do pico da velocidade relativa é menor que o da absoluta, o que leva a um superdimensionamento do vazamento por frestas caso a velocidade absoluta seja adotada. O cálculo desse vazamento normalmente é realizado através da velocidade máxima na fresta (aproximada pela equação de Bernoulli), isso também pode elevá-lo, pois o perfil de velocidade apresenta uma grande variação ao longo da direção y . Assim, o cálculo mais preciso do vazamento deve considerar uma velocidade axial média e relativa ao longo da fresta.

As equações de Muysken (1932) e Nagel (1968) foram desenvolvidas para calcular o vazamento em bombas de Arquimedes. Nesses casos, o sentido de movimento da pá é contrário ao sentido do vazamento, assim o pico da velocidade axial relativa tende a ser maior que o da absoluta, o que implica maiores velocidades médias e vazamentos por frestas. Para analisar detalhadamente o vazamento em bombas de Arquimedes, simulações específicas deverão ser feitas, o que pode ser tema de trabalhos futuros.

É importante observar que o objetivo desta simulação é determinar o escoamento na fresta e o domínio fora dessa região foi incluído apenas para permitir a aceleração do escoamento, por isso os campos calculados fora da fresta não podem ser considerados como resultados físicos. Em turbinas reais, o escoamento fora das frestas pode influenciar o vazamento, porém neste trabalho esses efeitos foram desconsiderados.

Nas Figuras 4.10 e 4.11, são apresentados o campo de pressão e as linhas de corrente na fresta, respectivamente.

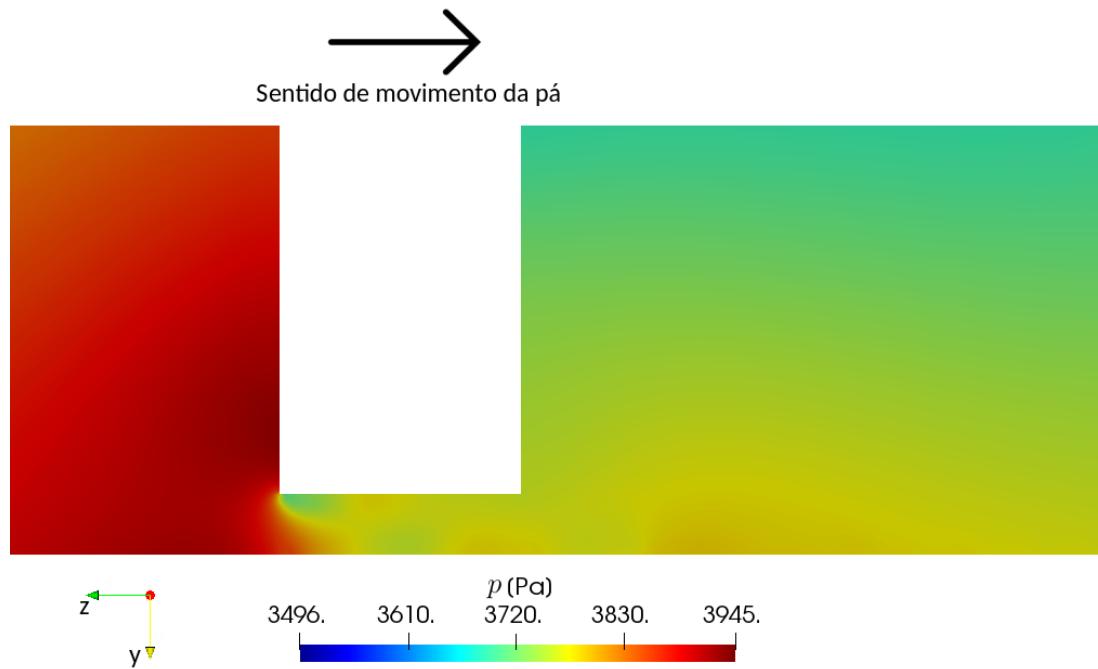


Figura 4.10 – Campo de pressão na fresta.

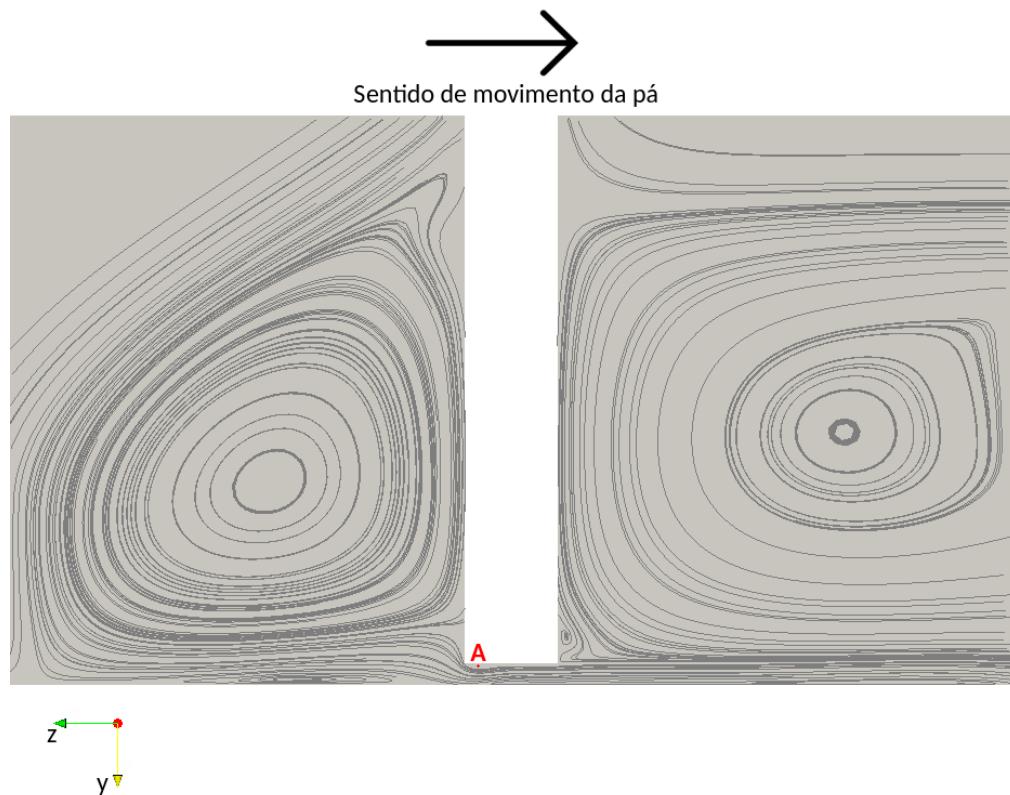


Figura 4.11 – Linhas de corrente construídas a partir da velocidade relativa.

Observa-se, na Fig. 4.11, uma região de recirculação no ponto A. Essa região também pode ser identificada através da queda de pressão (Fig. 4.10) e pela baixa velocidade (Fig. 4.8) local.

Através da Fig. 4.11 também pode ser observado que a aceleração do escoamento na aresta induz o aparecimento de vórtices. Fora da aresta, tanto na região de entrada quanto de saída, observa-se rotação do escoamento. Embora a solução nesses locais não pode ser considerada fisicamente, o aumento da velocidade do escoamento na aresta induz essa rotação. Essa recirculação também foi observada por Dellinger (2015) em um modelo tridimensional da AST.

Na Figura 4.12, apresentam-se gráficos da magnitude da velocidade ao longo da direção axial do parafuso, que foram calculados neste trabalho e por Dellinger et al. (2018). A velocidade apresentada é extraída em uma reta que passa pelo centro da fresta e que acompanha todo o comprimento do parafuso. A posição em z é adimensionalizada através do comprimento do parafuso. A solução obtida para uma fresta neste trabalho é replicada para as demais, enquanto Dellinger et al. (2018) simulou o vazamento em todo o parafuso. Para comparação dos resultados, também foi calculado um valor médio dos picos obtidos por Dellinger et al. (2018).

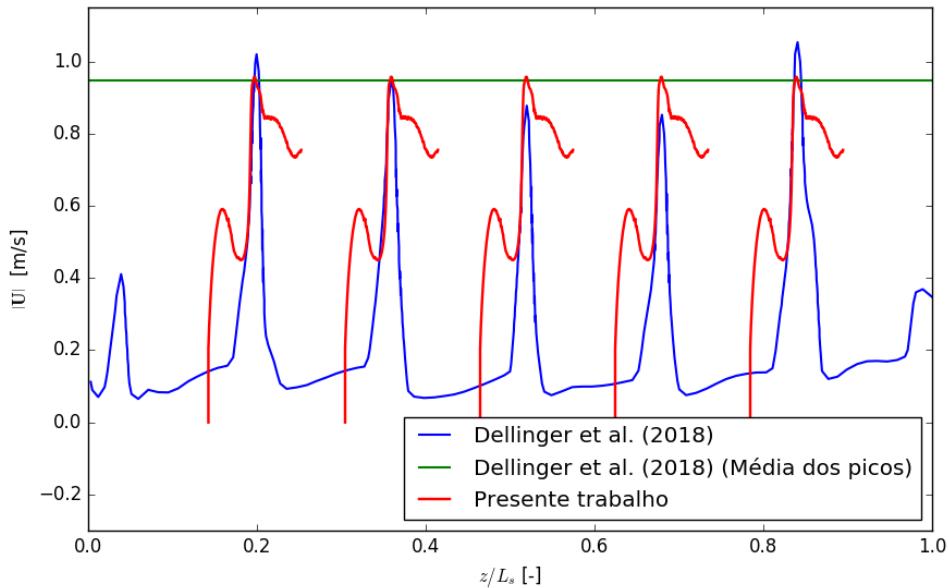


Figura 4.12 – Gráfico da magnitude da velocidade nas frestas em função de z/L_s .

Pode-se observar na Fig. 4.12 que os valores máximos da magnitude da velocidade calculada neste trabalho e por Dellinger et al. (2018) são próximos. Devido, principalmente, à variabilidade no preenchimento de cada *bucket*, a solução de Dellinger et al. (2018) apresenta picos de velocidades que variam entre 0,85 e 1,05 m/s. Porém, o valor médio desses picos é cerca de 0,95 m/s, o qual é muito próximo do máximo obtido neste trabalho, que é de 0,948 m/s. Dessa forma, considera-se que as simulações apresentadas podem representar bem a velocidade de pico nas frestas.

Como já foi comentado, os campos calculados nas regiões fora da fresta não possuem

sentido físico. Assim, os desvios na curva de velocidade calculados à esquerda e à direita dos picos não podem ser considerados. O aumento do domínio nesses locais e o uso de condições do contorno cíclicas poderiam melhorar a solução, podendo ser tema de estudos posteriores.

Uma segunda validação dos resultados de simulações de vazamentos por frestas é mostrada na Fig. 4.13. Onde são apresentados gráficos das velocidades axiais nas frestas considerando um parafuso com as características apresentadas na Tab. 4.3. O ângulo de inclinação foi variado entre 10° e 38° para se determinar a sua influência no escoamento. Para comparação dos resultados, uma curva de velocidades calculada através da equação de Bernoulli também é mostrada.

Tabela 4.3 – Parâmetros operacionais e geométricos adotados conforme os resultados numéricos e experimentais apresentados por Dellinger et al. (2019).

Parâmetros	Valor	Unidade
Raio externo (R_o)	0,158	m
Raio interno (R_i)	0,084	m
Passo (P)	0,318	m
Número de pás (N)	3	-
Comprimento do parafuso (L_s)	1,221	m
Rotação (n)	50	rpm
Folga entre o parafuso e a calha (s_{sp})	0,002	m
Espessura de chapa (e_{ch})	0,004	m

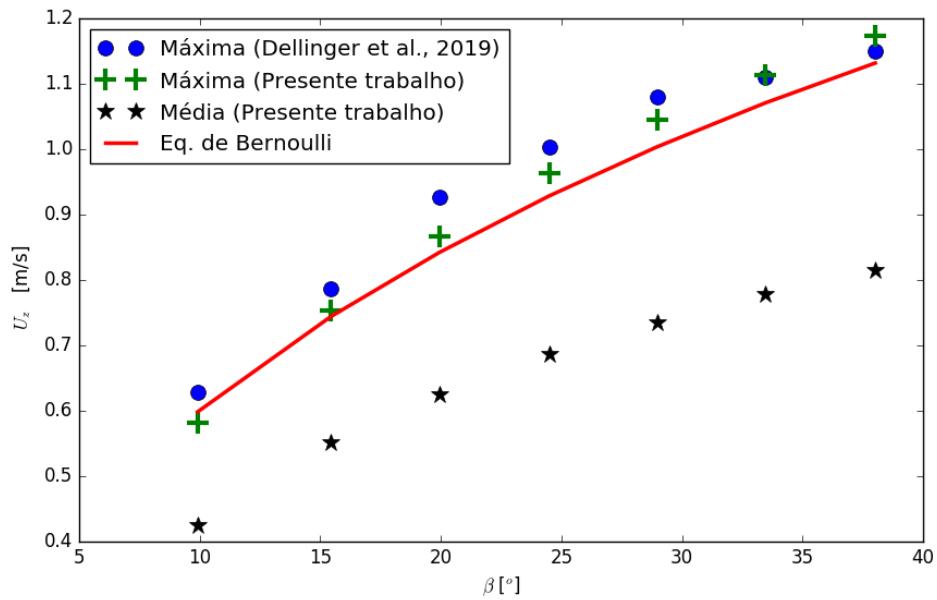


Figura 4.13 – Curvas de velocidade na direção axial em função da inclinação do parafuso.

Observa-se crescimento da velocidade (e consequentemente do vazamento) com o aumento do ângulo de inclinação, o que pode ser explicado pelo aumento de δH . As

velocidades máximas e médias também são mostradas na Fig. 4.13. Em relação às máximas velocidades, observa-se proximidade entre a solução obtida neste trabalho e os resultados de Dellinger et al. (2019), ambas um pouco superiores à velocidade calculada através da equação de Bernoulli na maioria dos pontos. A maior diferença entre a solução deste trabalho e à de Bernoulli foi de 3,7%. Embora os métodos de Muysken (1932) e Rorres (2000) utilizem a máxima velocidade para se determinar o vazamento por frestas, o uso de uma velocidade média ao longo da espessura da fresta pode ser mais exato e evitar o uso de um fator de descarga. Os resultados apresentados na Fig. 4.13 mostraram que as relações entre as velocidades relativas médias e às máximas variam entre 73% e 69% para $\beta = 10^\circ$ e 38° , respectivamente.

4.1.3 Estudo de Caso

Alguns estudos de simulações de vazamentos por frestas são apresentados nesta seção. Para estes casos, consideram-se parâmetros comumente adotados em turbinas de Arquimedes. O passo do helicoidal é igual ao diâmetro externo do parafuso, ou seja, $P = 2R_o$. A rotação é a máxima permitida pela Eq. (2.7) e s_{sp} é calculado através da Eq. (3.90). As espessuras de chapa são determinadas em função do diâmetro do parafuso, conforme as dimensões dadas por Nagel (1968).

Na Figura 4.14, apresentam-se curvas de \dot{Q}_G calculadas para diferentes diâmetros do parafuso e número de pás (N), considerando $\beta = 24^\circ$. As soluções das equações de Nagel (1968) (Eq. (3.89)) e de Muysken (1932) (Eq. (3.101)), considerando $\mu_A = 0,65$, 0,80 e 1,00) também são apresentadas.

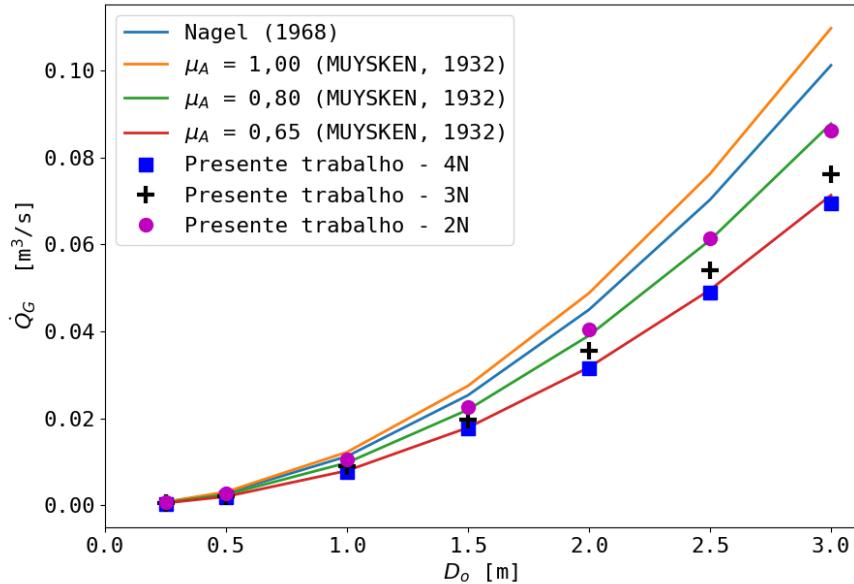


Figura 4.14 – Gráficos de \dot{Q}_G em função do diâmetro do parafuso, considerando que $\beta = 24^\circ$ e diferentes números de pás.

Como pode ser observado na Fig. 4.14, a curva de \dot{Q}_G calculada neste trabalho se aproxima da obtida com a equação de Muysken (1932) quando μ_A aproxima-se de 0,70. Essa relação já havia sido observada na seção anterior, quando as razões entre a velocidade axial média e a máxima na fresta foram calculadas.

Os resultados apresentados na Fig. 4.14 mostram também que \dot{Q}_G reduz com o crescimento do número de pás, o que ocorre devido à redução de δH ($\delta H = (P/N)\text{sen}(\beta)$). Embora tenha sido observado que o aumento do número de pás pode reduzir o vazamento por frestas, outros pontos devem ser levados em consideração no projeto da AST, como o custo e a complexidade construtiva, além da massa do parafuso, a qual pode aumentar a sua deflexão e, por isso, exigir maiores frestas.

A partir dos resultados mostrados na Fig. 4.14 e baseando-se na forma da Equação de Nagel (1968) ($\dot{Q}_G = as_{sp}D_o^b$, onde s_{sp} é calculado através da Eq. (3.90)), foram ajustadas curvas de \dot{Q}_G em função de D_o para $N = 2, 3$ e 4 .

$$\dot{Q}_G = 2,04s_{sp}D_o^{1,43} \text{ para } N = 2, \quad (4.2)$$

$$\dot{Q}_G = 2,36s_{sp}D_o^{1,41} \text{ para } N = 3, \quad (4.3)$$

$$\dot{Q}_G = 1,78s_{sp}D_o^{1,47} \text{ para } N = 4. \quad (4.4)$$

As curvas obtidas através das Eqs. (4.2), (4.3) e (4.4) são mostradas na Fig. 4.15.

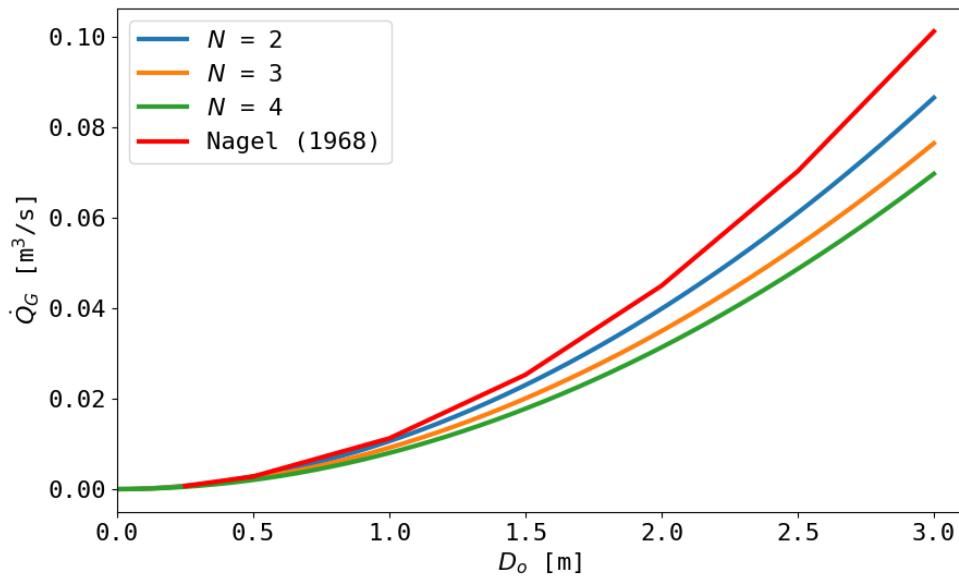


Figura 4.15 – Curvas ajustadas para \dot{Q}_G em função de D_o para $N = 2, 3$ e 4 e $\beta = 24^\circ$.

Na Figura 4.16, são mostrados gráficos da perda de eficiência devido a vazamentos por frestas (η_G) em função de D_o e do ângulo de inclinação. Para o cálculo de η_G , tanto \dot{Q}_G quanto \dot{Q} precisam ser determinados (conforme Eq. (3.141)). O cálculo de \dot{Q} é realizado através da Eq. (3.107) considerando $\dot{Q}_o = 0 \text{ m}^3/\text{s}$, ou seja, que o preenchimento é completo.

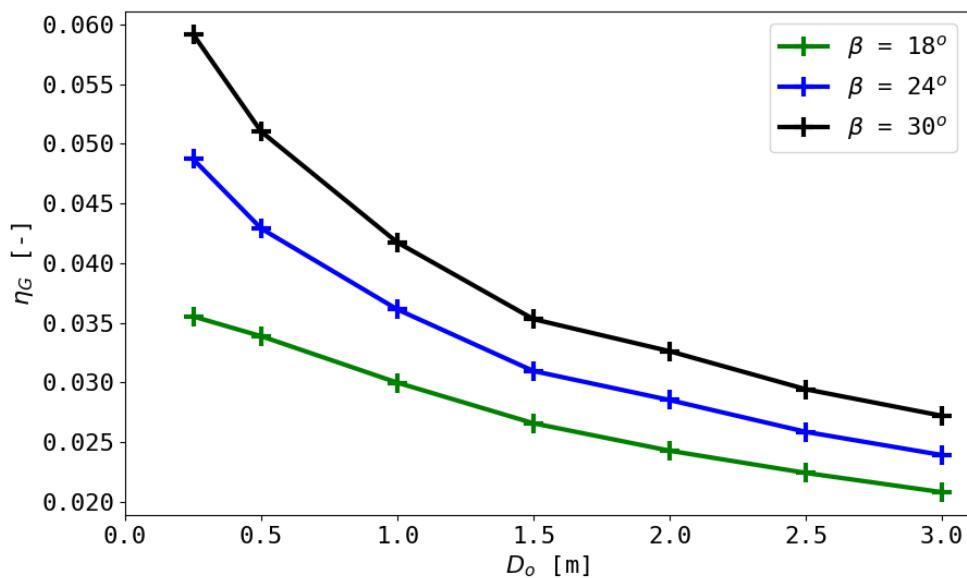


Figura 4.16 – Gráficos da perda de eficiência por vazamento pelas frestas em função do diâmetro do parafuso para diferentes valores de β .

Conforme pode ser observado na Fig. 4.16, a perda na eficiência em AST é maior

em parafusos com maior inclinação e com menores diâmetros, o que também foi observado por Nagel (1968). Os maiores e o menores valores de η_G são próximos de 6% e 2%, os quais estão dentro das faixas observadas por outros autores (DELLINGER et al., 2016; NAGEL, 1968; ROHMER et al., 2016; MÜLLER; SENIOR, 2009).

As Figuras 4.17 e 4.18 apresentam curvas de \dot{Q}_G e \dot{Q} em função de D_o , respectivamente, com as quais os gráficos apresentados na Fig. 4.16 são construídos.

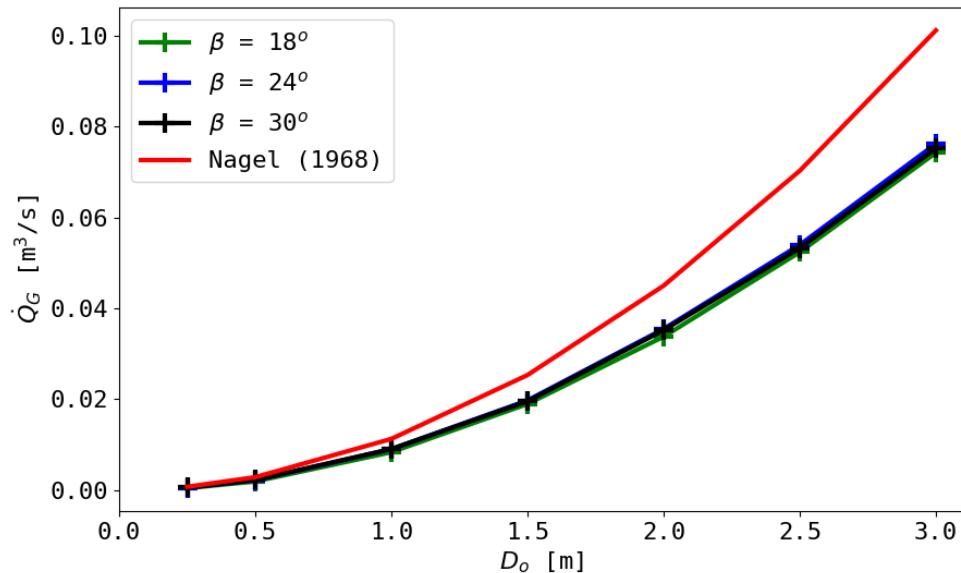


Figura 4.17 – Curva de \dot{Q}_G em função do diâmetro do parafuso para diferentes valores de β .

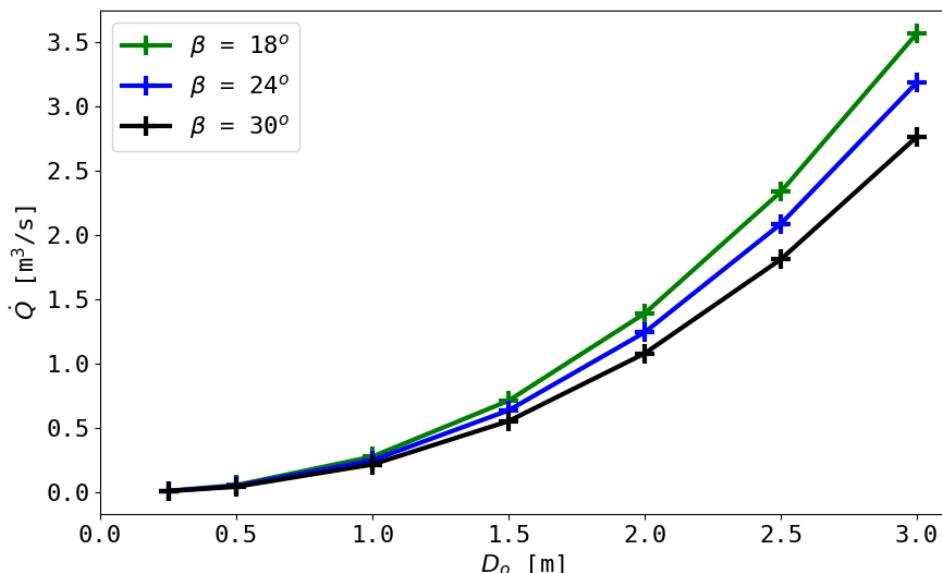


Figura 4.18 – Curva de \dot{Q} em função do diâmetro do parafuso para diferentes valores de β .

Pode-se observar na Fig. 4.17, que o vazamento através das frestas varia muito pouco com o ângulo inclinação do parafuso. Por outro lado, parafusos com menores valores de β suportam maiores vazões volumétricas (conforme é mostrado na Fig. 4.18). Assim, a perda de eficiência da AST por vazamento devido a frestas torna-se mais pronunciada em parafusos com maior inclinação, como foi observado na Fig. 4.16.

4.2 Simulação da Turbina de Arquimedes

Nesta seção, serão detalhados primeiramente o domínio computacional juntamente com as condições de contornos e a construção da malha. Em sequência um estudo da sensibilidade da solução em função da malha será apresentado. Para avaliação das soluções, três casos serão simulados e comparados com soluções existente na literatura. Juntamente com a validação dos resultados, serão apresentadas discussões sobre os principais fenômenos observados nas simulações da AST e os seus efeitos na eficiência e na potência mecânica.

4.2.1 Domínio Computacional

Uma representação do domínio computacional e de suas principais medidas são apresentadas nas Figs. 4.19 e 4.20.

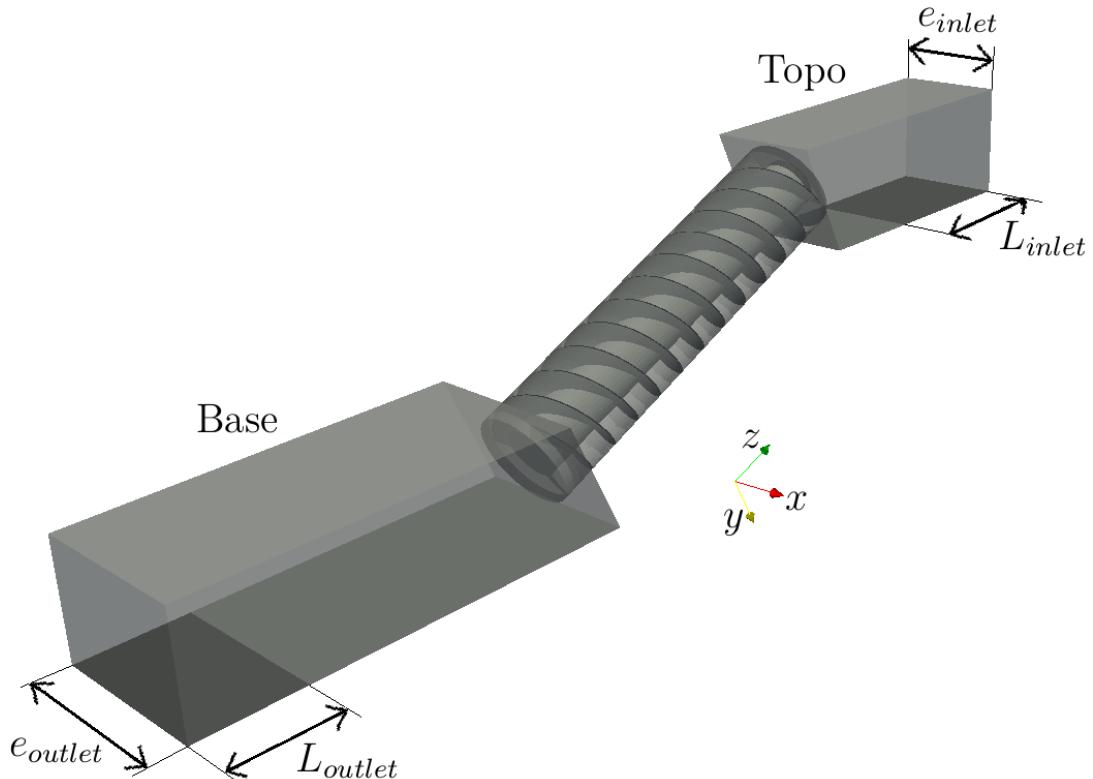


Figura 4.19 – Representação do domínio utilizado para simular a AST.

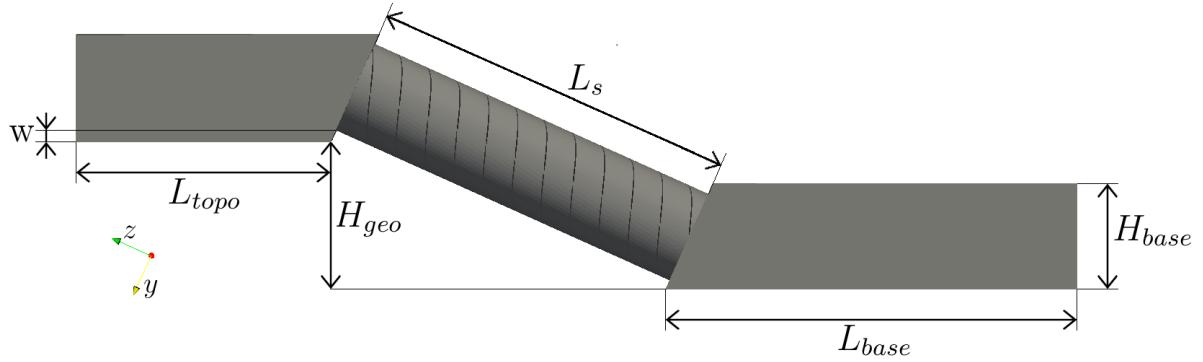


Figura 4.20 – Representação do perfil lateral do domínio utilizado para simular a AST.

O eixo do parafuso está alinhado com a direção z . Há duas regiões fixas denominadas topo e base, pelas quais a água entra e sai do domínio. A região do parafuso é rotativa e conecta às fixas através de fronteiras AMI.

Na Figura 4.19, duas superfícies pode ser observadas, uma delimitada por e_{inlet} e L_{inlet} e a outra por e_{outlet} e L_{outlet} . Essas fronteiras são as entradas e saídas de água e suas áreas são iguais, ou seja: $e_{inlet}L_{inlet} = e_{outlet}L_{outlet}$.

Observa-se na Figura 4.19 que o volume da base é maior que o do topo, pois na base existem mais ondulações provenientes da descarga periódica do parafuso resultando em maiores variações de nível e dificuldades nas medições, o que é reduzido com o aumento do domínio e do volume de líquido nesta região.

As relações geométrica adotadas na construção da base e do topo são:

$$(L_{base} - L_{outlet}) = 3(L_{topo} - L_{inlet}), \quad (4.5)$$

$$e_{base} = 1,5e_{topo}. \quad (4.6)$$

Ao se adotar essas duas relações, o volume da base é aumentado automaticamente em relação ao do topo, além disso o número de dimensões necessárias para caracterizar o domínio é reduzido. O comprimentos dados por $(L_{base} - L_{outlet})$ e $(L_{topo} - L_{inlet})$ indicam regiões nas quais há medição de pressão, como será explicado na subseção a seguir.

Na Figura 4.20, apenas a altura da base (H_{base}) é representada, pois a altura do topo (H_{topo}) é considerada igual à da base. Outra dimensão mostrada é w que é altura do degrau na entrada e saída do parafuso e deve ser imposta ao modelo.

H_{geo} é a altura de queda geométrica, a qual é calculada por $H_{geo} = L_s \operatorname{sen} \beta$. Observa-se que $H_{geo} \neq \Delta H$ na maioria dos casos, pois os níveis da base e do topo são variáveis em função dos parâmetros do escoamento como foi detalhado na Seção 3.10.

Através destas relações, observa-se que o domínio pode ser caracterizado pelas seguintes dimensões: L_s , β , H_{base} , L_{outlet} , L_{base} , e_{base} e w , além de parâmetros dos parafuso como os raios internos e externo e o passo.

4.2.1.1 Condições de Contorno

Os tipos de fronteiras e suas denominações são mostrados na Fig. 4.21.

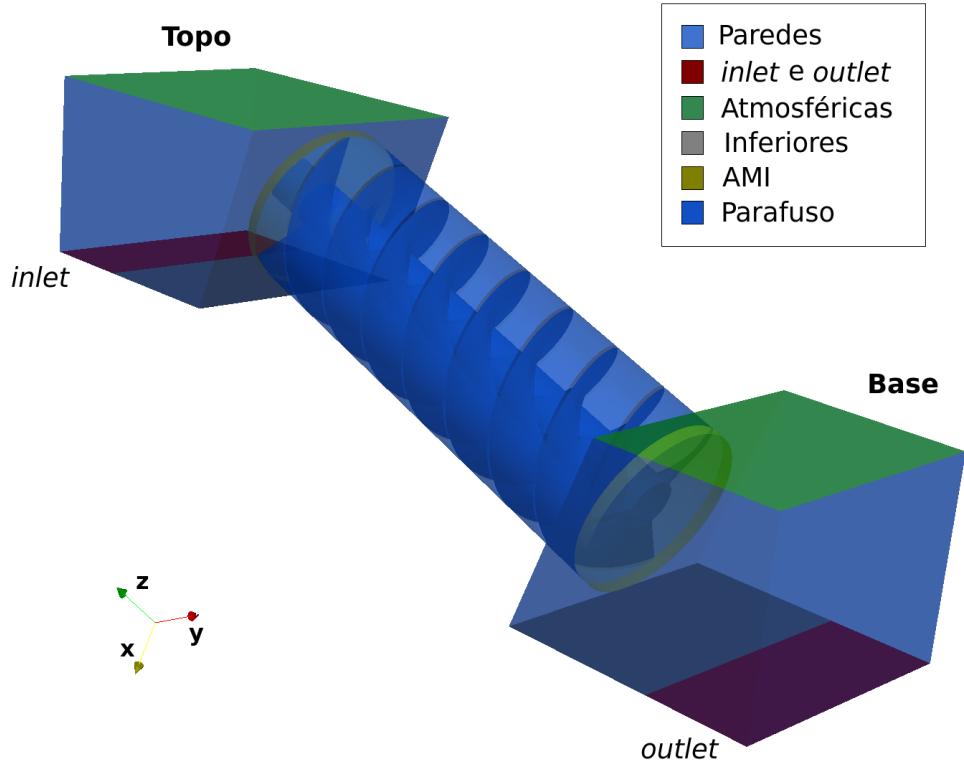


Figura 4.21 – Tipos de fronteiras e suas denominações.

Tabela 4.4 – Fronteiras adotadas conforme nomenclatura do OpenFOAM.

Fronteira	p_d	\mathbf{U}	α_l	k	ω
Inlet	<i>fixedFluxPressure</i>	<i>flowRateInletVelocity</i>	<i>fixedValue</i>	<i>fixedValue</i>	<i>fixedValue</i>
Outlet	<i>totalPressure</i>	<i>pressureInletOutletVelocity</i>	<i>inletOutlet</i>	<i>inletOutlet</i>	<i>inletOutlet</i>
Atmosférica	<i>totalPressure</i>	<i>pressureInletOutletVelocity</i>	<i>inletOutlet</i>	<i>inletOutlet</i>	<i>inletOutlet</i>
Paredes	<i>fixedFluxPressure</i>	<i>noSlip</i>	<i>zeroGradient</i>	<i>kqRWallFunction</i>	<i>omegaWallFunction</i>
Inferiores	<i>fixedFluxPressure</i>	<i>noSlip</i>	<i>zeroGradient</i>	<i>kqRWallFunction</i>	<i>omegaWallFunction</i>
Parede_Rotativa	<i>fixedFluxPressure</i>	<i>rotatingWallVelocity</i>	<i>zeroGradient</i>	<i>kqRWallFunction</i>	<i>omegaWallFunction</i>
Parafuso	<i>fixedFluxPressure</i>	<i>movingWallVelocity</i>	<i>zeroGradient</i>	<i>kqRWallFunction</i>	<i>omegaWallFunction</i>
AMI	<i>cyclicAMI</i>	<i>cyclicAMI</i>	<i>cyclicAMI</i>	<i>cyclicAMI</i>	<i>cyclicAMI</i>

Na fronteira *inlet*, a condição de contorno *flowRateInletVelocity* impõe uma vazão volumétrica de água constante e uniforme, sendo igual a $\dot{Q} - \dot{Q}_G$. Nessas fronteiras, a condição de contorno utilizada para p_d é *fixedFluxPressure*, que, para o caso, é gradiente nulo. Uma vez que só atravessa água por essa superfície, considera-se que $\alpha_l = 1$. Os valores fixados para k e ω são calculados através das Eqs. (3.71) e (3.75).

Em *outlet*, utilizam-se as condições *totalPressure* e *pressureInletOutletVelocity* para p_d e \mathbf{U} , as quais já foram detalhadas na Seção 4.1. A pressão total em *outlet* é igual a 0 Pa. Para as demais variáveis, utiliza-se a condição *inletOutlet*, que impõe gradiente nulo em saídas e valores fixos em entradas, os quais são calculados através das Eqs. (3.71) e (3.75) para k e ω , respectivamente, e é igual a 1 para α_l .

As fronteiras atmosféricas permitem tanto a entrada quanto a saída de ar, através da condição de contorno *pressureInletOutletVelocity*. A pressão total nessas superfícies é imposta e igual a 0 Pa, o que é feito através da condição de contorno *totalPressure*. *inletOutlet* também é utilizada, como em *outlet*, sendo que, quando o fluxo é de entrada, deve-se passar ar, ou seja, $\alpha_l = 0$.

Nas paredes considera-se a condição de não escorregamento de fluído, ou seja, $\mathbf{U} = 0$ m/s. Para a pressão, utiliza-se a condição *fixedFluxPressure*, que é adequada para simular paredes em contato com mais de uma fase e sob a influência da tensão superficial. Dependendo da posição pode-se haver água ou ar nas paredes, por isso considera-se a condição de gradiente nulo para α_l nas paredes. O cálculo de k e ω nas paredes já foi detalhado na Subseção 3.6.3.1.

As fronteiras denominadas inferiores são tratadas da mesma forma que as paredes. Esses contornos são separados, pois são utilizados para se calcular o nível da água na base e no topo. A partir do valor médio da pressão nessas superfícies (p_{med}), calculam-se as alturas médias das colunas d'água (H_{med}) através da seguinte equação:

$$H_{med} = \frac{p_{med}}{\rho_l g}. \quad (4.7)$$

A diferença de tratamento entre as fronteiras denominadas Parede_rotativa e Parafuso está no campo de velocidades. A parede rotativa está na região fixa da malha, e é imposta uma velocidade tangencial com base na rotação do parafuso através da condição de contorno *rotatingWallVelocity*. O parafuso está na região rotativa da malha, e a condição adequada para que a parede tenha a velocidade da malha é *movingWallVelocity*. A Parede_rotativa foi adicionada ao modelo, pois, na maior parte das ASTs, o eixo do parafuso se estende até estar completamente fora da água, seu comprimento ($L_{p,r}$) depende do caso estudado.

As fronteiras do tipo AMI fazem o contato entre as malhas móveis e fixas, esse tipo de contorno é detalhado na Subseção 3.7. O comprimento desses contornos é determinado para que ocorram duas células após as extremidades do parafuso.

Na Figura 4.22, detalham-se o posicionamento das fronteiras denominadas Calha, Parede_Rotativa e AMI.

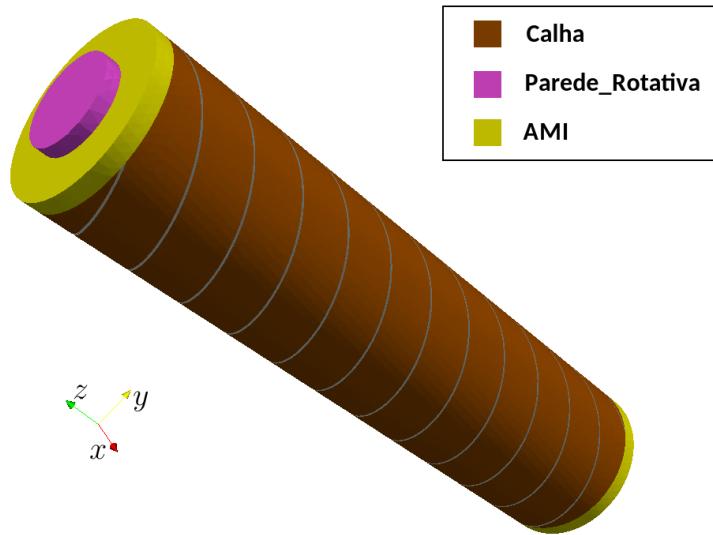


Figura 4.22 – Detalhamento da posição das fronteiras denominadas Calha, Parede_Rotativa e AMI.

Como a calha da AST é aberta no topo, a condição de contorno para esta fronteira deve alternar entre parede e atmosférica. A malha está em rotação nesse local e, para determinar quais faces serão atmosféricas e quais serão paredes, utiliza-se a coordenada y . Sendo θ_{ab} o ângulo de abertura da calha, y_{ab} será a posição que delimita as paredes e a atmosfera. Assim, para $y < y_{ab}$, adota-se a condição atmosférica, caso contrário a calha é considerada uma parede. Essas medidas são representadas na Fig. 4.23.

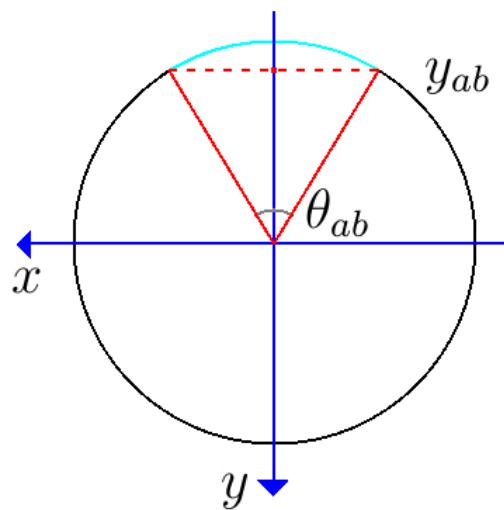


Figura 4.23 – Representação do ângulo de abertura da calha.

Em simulações iniciais, foram consideradas calhas totalmente fechadas. Observaram-se diferenças nos resultados com calhas fechadas e abertas no topo, principalmente relacionadas à altura da coluna de d'água no reservatório superior que tende a ser maior em

calhas totalmente fechadas. Outro fenômeno observado em calhas fechadas foi o aumento da pressão nos *buckets* internos, o que não condiz com ASTs com calha aberta.

4.2.1.2 Condições Iniciais

Para que a solução estabilize mais rapidamente, considera-se que o parafuso está parcialmente preenchido desde $t = 0$ s. O nível inicial da água na região do parafuso é calculado através da Eq. (3.124) (da qual se determina h_3). Na Figura 4.24, exemplifica-se a condição inicial utilizada para a variável α_l , nessa imagem aplicou-se um filtro de transparência na fase gasosa.

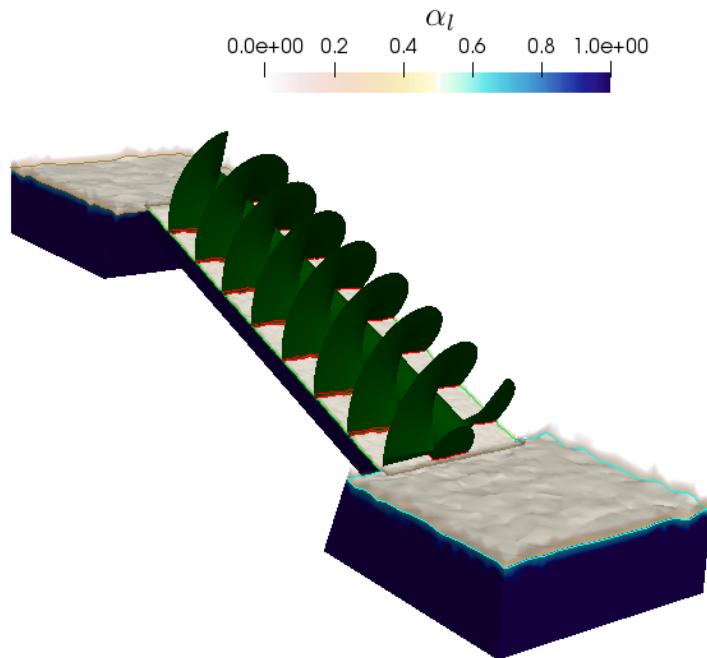


Figura 4.24 – Condição inicial adotada para a variável α_l .

As condições iniciais para p_d e \mathbf{U} são 0 Pa e 0 m/s, respectivamente. Os valores iniciais de k e ω são calculados através das Eqs. (3.71) e (3.75).

4.2.1.3 Construção de Malhas

As malhas utilizadas para simulação das ASTs são construídas utilizando o software SALOME. As células são tetraédricas. Essa geometria foi selecionada por, neste caso, ter apresentado malhas com maior ortogonalidade do que a hexaédrica. A alta não ortogonalidade média em malhas hexaédricas ocorre devido à helicidade do domínio computacional na região do parafuso. No software OpenFOAM, a baixa não ortogonalidade de malha é desejável, pois os termos não ortogonais das equações discretizadas no espaço são tratados explicitamente.

Recursos de malha dinâmica são necessários para simular a rotação do parafuso de Arquimedes, os quais estão implementados no *solver interIsoFoam*. As regiões fixas e a

rotativa do domínio são representadas nas Figs. 4.25 e 4.26, respectivamente. Na Figura 4.27, mostra-se o conjunto do domínio. As fronteiras AMI, que conectam as malhas, são representadas em amarelo.

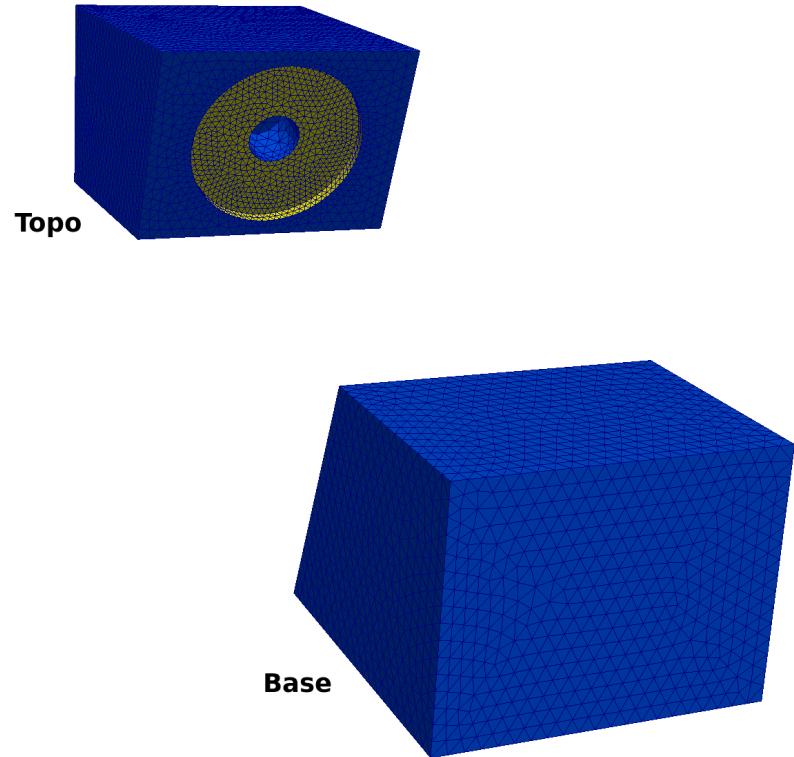


Figura 4.25 – Parte fixa da malha utilizada para simular as ASTs, que é composta pelas regiões denominadas Topo e Base.

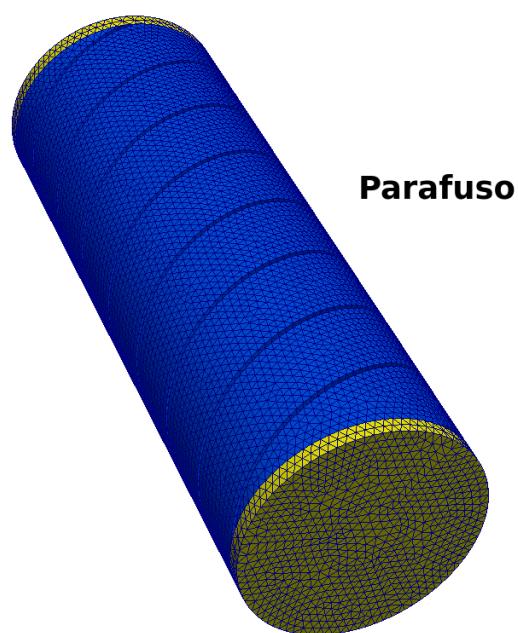


Figura 4.26 – Parte rotativa da malha, que é adotada para simular a região do parafuso de Arquimedes.

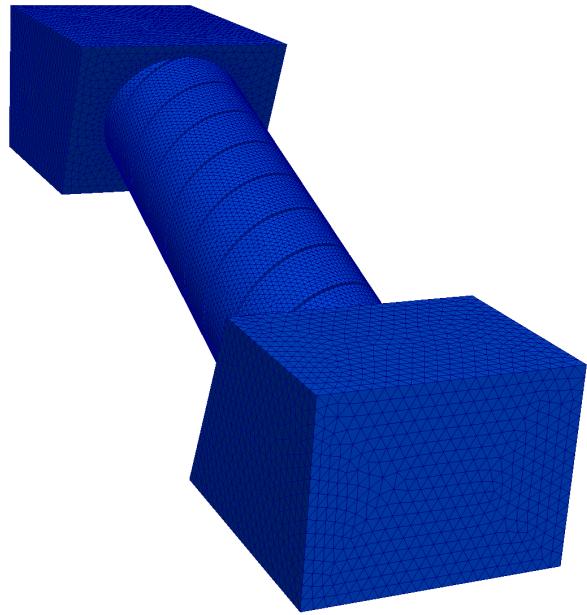


Figura 4.27 – Malha completa utilizada para simular as ASTs.

Como é mostrado na Fig. 4.25, o nível do refinamento é maior na região próxima às superfícies AMI, enquanto o refinamento é uniforme na malha rotativa (Fig. 4.26). O algorítimo *NETGEN 1D-2D-3D* pode gerar células tetraédricas com dimensões baseadas no comprimento de suas arestas (L_{cel}). Para construção dessas malhas, dois valores diferentes de L_{cel} são adotados. O primeiro é uniformemente aplicado na região móvel e nas proximidades das fronteiras AMI da partes fixas. O segundo é adotado nas malhas do topo e da base, em pontos mais distantes das fronteiras AMI, sendo que a transição do grau de refinamento ocorre gradativamente.

Na Figura 4.28, mostra-se uma representação das faces das células localizadas na superfície de um parafuso de Arquimedes, essa malha é produzida através do algoritmo *NETGEN 1D-2D*.

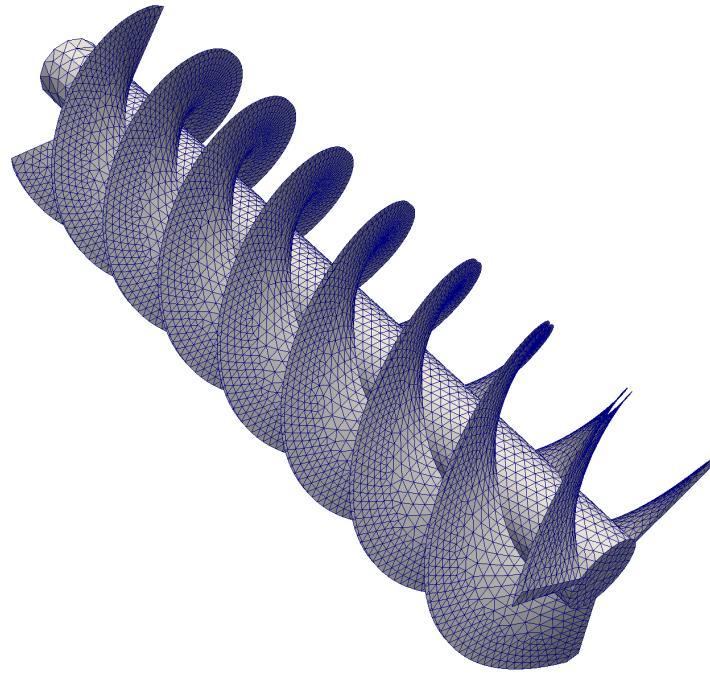


Figura 4.28 – Representação das faces das células localizadas na superfície do parafuso de Arquimedes.

A espessura da primeira camada de células ($y_{paredes}$) é constante e calculada conforme a Eq. (3.68) para atender à faixa de valores adequados para o parâmetro Y^+ em paredes. Uma representação da espessura da primeira camada de células pode ser observada na Fig. 4.29.

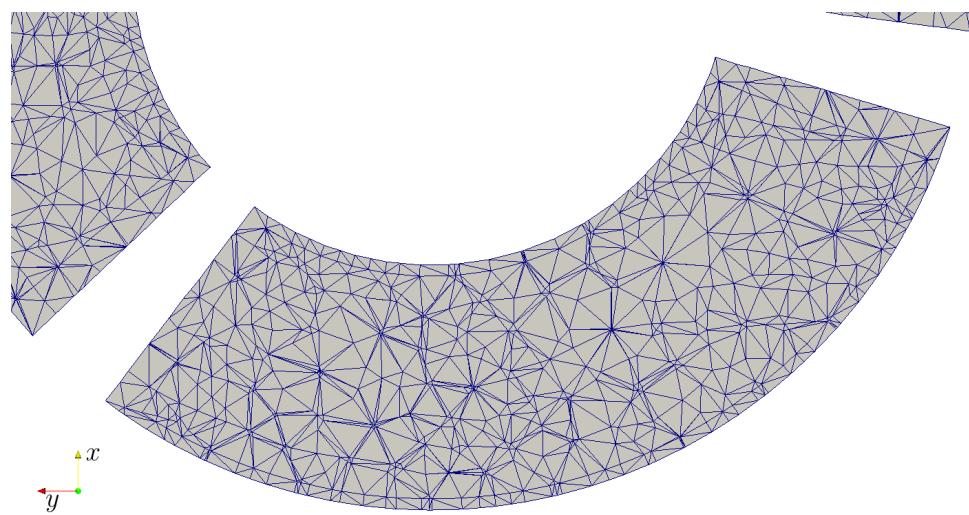


Figura 4.29 – Representação da espessura da primeira camada de células.

Conforme pode ser observado na Fig. 4.29, $y_{paredes}$ é maior nas arestas localizadas em posições ao longo da direção radial. O que ocorre pois a direção normal às paredes nesses locais não é paralela ao plano $x - y$, e sim oblíqua, devido à geometria helicoidal das pás.

A visão em corte apresentada na Fig. 4.29 causa a impressão de que a espessura das pás é maior nas posições mais distantes do eixo axial do parafuso. Entretanto, as pás são construídas para terem espessura (e_{ch}) constante. Como a geometria do domínio na região das hélices é gerada através dos processos de extrusão e rotação de uma geometria plana, necessita-se controlar a espessura através do esboço bidimensional. Na Figura 4.30, mostra-se uma visão em um corte longitudinal na região rotativa. Pode-se observar que, através do esboço bidimensional adotado (Fig. 4.29), obtém-se uma espessura de pás constante independentemente da distância do eixo do parafuso.

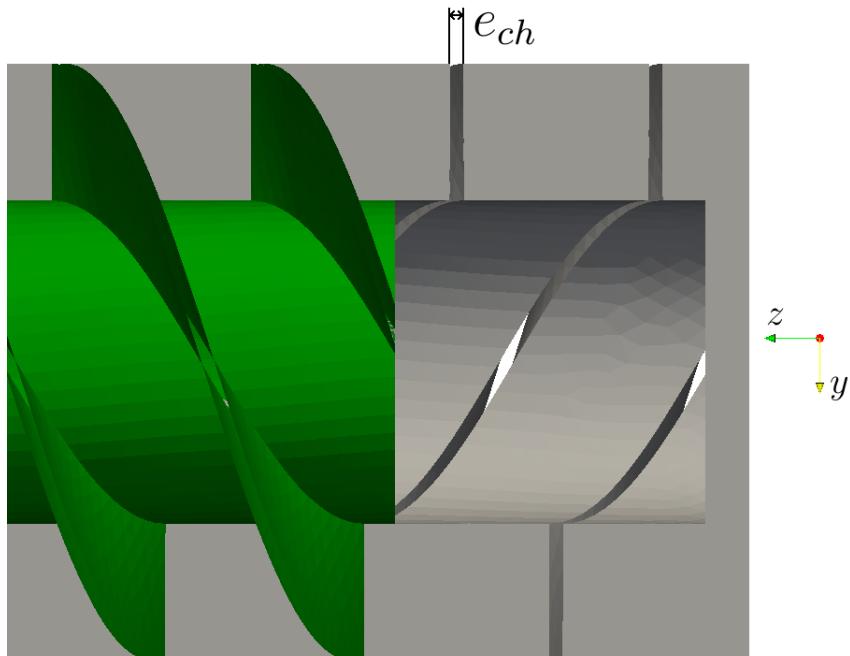


Figura 4.30 – Representação da espessura das pás ao longo de corte longitudinal na região rotativa.

4.2.1.4 Controle do Nível do Reservatório Inferior

Como foi observado na Seção 3.9, I_{base} deve ser controlado para ser possível comparar resultados de diferentes fontes. Neste trabalho optou-se por controlar I_{base} através da imposição, de maneira explícita, de um termo fonte dissipativo na equação de balanço de momento linear (Eq. (3.22)), o qual está disponível no OpenFOAM e é utilizado para simulações em meios porosos. Neste trabalho, o termo fonte (\mathbf{F}_p) é calculado como:

$$\mathbf{F}_p = -\mu d_p \mathbf{U}. \quad (4.8)$$

O parâmetro d_p controla a intensidade da dissipação de quantidade de movimento e o seu valor mínimo é 0 m^{-2} . Quando $d_p = 0 \text{ m}^{-2}$, \mathbf{F}_p é nulo. Nessa condição, I_{base} terá o valor mínimo possível na simulação. Observou-se que para $d_p = 0 \text{ m}^{-2}$, $I_{base} \approx 0,5$ na maior parte dos casos. Assim, o limite mínimo de I_{base} neste trabalho é cerca de 0,5, o que não atrapalha os resultados, pois a maioria das ASTs opera com $I_{base} > 0,5$.

F_p atua numa região denominada zona porosa, a qual é situada na base e limitada pela a fronteira *outlet*, como pode ser observado na Fig. 4.31.

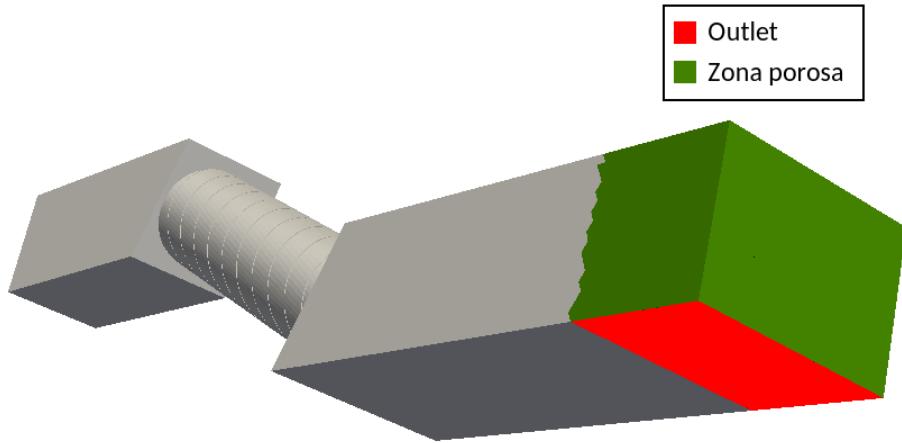


Figura 4.31 – Representação da posição da zona porosa e da fronteira *outlet*.

A zona porosa também auxilia na atenuação das ondas produzidas pelas descarga do parafuso, as quais retornam ao domínio quando se chocam com as paredes e podem influenciar o escoamento na região de descarga.

A intensidade de d_p , que leva ao nível de preenchimento do reservatório inferior pretendido ($I_{base,obj}$), não é conhecida inicialmente. Neste trabalho, d_p é determinado iterativamente através do método de Newton–Raphson, por ter convergência quadrática. O objetivo desse cálculo é determinar o zero da função: $f(d_p^t) = I_{base}^t - I_{base,obj}$, considerando que I_{base}^t é o preenchimento atual e é função de d_p^t . O método de Newton–Raphson é aplicado através da seguinte equação:

$$d_p^{t+1} = d_p^t - \frac{I_{base}^t - I_{base,obj}}{\frac{(I_{base}^t - I_{base,obj}) - (I_{base}^{t-1} - I_{base,obj})}{d_p^t - d_p^{t-1}}}. \quad (4.9)$$

Observa-se na Eq. (4.9), que para se determinar d_p^{t+1} , que é o parâmetro d_p do passo posterior, é necessário conhecer I_{base} e d_p nos passos atual e anterior. O termo $\frac{(I_{base}^t - I_{base,obj}) - (I_{base}^{t-1} - I_{base,obj})}{d_p^t - d_p^{t-1}}$ é uma derivada numérica.

A aplicação da Eq. (4.9) requer que uma estimativa inicial para d_p e um intervalo de tempo (t_o), que é a diferença de tempo físico entre I_{base}^t e I_{base}^{t-1} . O valor de t_o deve permitir que I_{base}^t esteja estabilizado para determinado d_p^t , esse intervalo deve ser definido em cada caso.

Na primeira iteração, I_{base}^{t-1} não é conhecido, por isso impõe-se uma variação de 20% em d_p . Assim, a Eq. (4.9) só é utilizada a partir da segunda iteração. Embora a convergência do método de Newton–Raphson seja quadrática, o uso de derivadas numéricas reduz a sua velocidade de convergência e aumenta o número de iterações. O número de iterações (n_k) será analisado nos casos apresentados na próxima seção.

Na Figura 4.32, é apresentado um fluxograma com os passos para obtenção de $I_{base,obj}$.

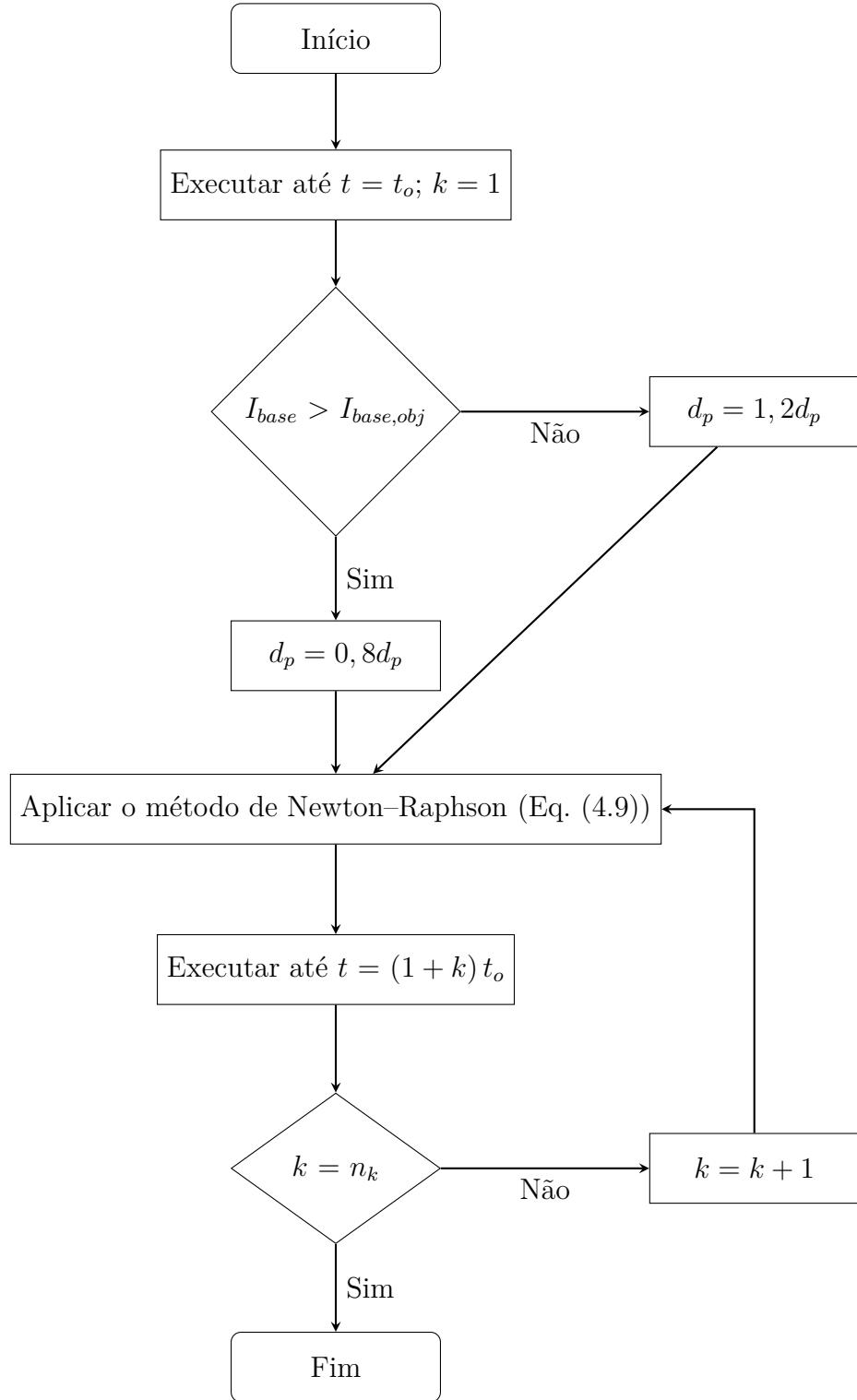


Figura 4.32 – Fluxograma de processos iterativos aplicados para se obter $I_{base} = I_{base,obj}$.

Uma faixa de tolerância para a diferença entre I_{base} e $I_{base,obj}$ foi aceita para reduzir o número de iterações necessárias e o custo computacional, assim adotou-se que I_{base} deve

estar entre $I_{base,obj} \pm 0,01I_{base,obj}$ após a última iteração. A estimativa inicial para d_p foi de $40 \times 10^6 \text{ m}^{-2}$.

Outros métodos poderiam ser utilizados para controlar $I_{base,obj}$, a abordagem iterativa foi adotada neste trabalho por não precisar de alterações no código do OpenFOAM. Uma abordagem na qual I_{base} fosse avaliado e d_p atualizado em todos os passos de tempo poderia evitar o processo iterativo e agilizar a solução, o que pode ser tema de trabalhos futuros.

4.2.2 Análise de Convergência

Na análise de convergência, um determinado problema é estudado em diferentes níveis de refinamento de malha. O caso analisado foi apresentado Dellinger et al. (2019), os quais simularam turbinas de Arquimedes de maneira experimental e numérica. Em sequência esse estudo também será utilizado para validação dos resultados deste trabalho. Na Tabela 4.5, são apresentados os parâmetros geométricos e operacionais do problema analisado.

Tabela 4.5 – Parâmetros operacionais e geométricos adotados na análise de convergência do modelo numérico. Fonte: Dellinger et al. (2019).

Parâmetros	Valor	Unidade
Vazão (\dot{Q})	6 a 14	L/s
Raio externo (R_o)	0,158	m
Raio interno (R_i)	0,084	m
Passo (P)	0,318	m
Número de pás (N)	3	-
Comprimento do parafuso (L_s)	1,221	m
Rotação (n)	50	RPM
Inclinação do parafuso (β)	24,5	°
Folga entre o parafuso e a calha (s_{sp})	0,002	m
Nível de preenchimento do reservatório inferior objetivo ($I_{base,obj}$)	0,600	-

Durante a análise de convergência, a vazão será fixada em 10 L/s.

Outras dimensões necessárias à construção do domínio são apresentadas na Tab. 4.6. A espessura da chapa (e_{ch}) não foi apresentada por Dellinger et al. (2019), neste trabalho considerou-se que $e_{ch} = 0,004 \text{ m}$.

Na Tabela 4.7, mostram-se a massa específica (ρ) e a viscosidade cinemática (ν) adotadas para o ar e a água em todos os casos estudados nesse trabalho.

Os níveis de refinamento são controlados através do parâmetro L_{cel} na região rotativa. Nesta análise foram adotados $L_{cel} = 0,032, 0,024, 0,016, 0,0145, 0,0125$ e $0,01 \text{ m}$, produzindo malhas com 80.511, 105.811, 163.720, 212.716, 352.687 e 547.285 células,

Tabela 4.6 – Demais parâmetros geométricos necessários para construção do domínio utilizado na análise de refinamento.

Parâmetros Geométrico	Valor	Unidade
H_{base}	0,368	m
L_{base}	1,383	m
L_{outlet}	0,333	m
e_{base}	0,525	m
w	0,040	m
θ_{ab}	45,0	°
e_{ch}	0,004	m
$L_{p,r}$	0,025	m

Tabela 4.7 – Propriedades do ar e da água.

Propriedades	Ar	Água	Unidade
Massa específica (ρ)	1,205	998,2	kg/m ³
Viscosidade cinemática (ν)	$15,11 \times 10^{-6}$	$1,00 \times 10^{-6}$	m ² /s

respectivamente. Para as regiões mais distantes do parafuso, $L_{cel} = 0,024$ m em todos os casos.

O passo de tempo de integração (Δt) é mantido constante em cada caso. Observou-se que, ao se controlar Δt através do número de Courant, que é uma opção disponível no OpenFOAM, ocorreram divergências ao longo da simulação. Esse problema foi relacionado às grandes variações de velocidade (e consequente variação em Δt) na descarga dos *buckets*. Para $L_{cel} = 0,032$, $0,024$ e $0,016$ m, considerou-se que $\Delta t = 0,0005$ s, e adotou-se $\Delta t = 0,00025$ s para $L_{cel} = 0,0145$, $0,0125$ e $0,01$ m. Esses valores de Δt mantiveram o número de Courant menor que 0,4 na maior parte do tempo e evitaram divergência.

O tempo físico total de simulação foi de 36 s, dividido em 6 períodos de 6 s. I_{base} é analisado após cada um desses períodos para que se obtenha $I_{base,obj}$, conforme foi detalhado na Subseção 4.2.1.4. Observou-se que períodos (t_o) de 6 s foram suficientes para que I_{base} se estabilize.

As simulações foram feitas em paralelo utilizando 4 núcleos físicos de um processador RYZEN 7 2700X. Para paralelizar, o domínio computacional é dividido em 4 subdomínios. Essa divisão é feita através do método *simple*, o qual permite decomposição da malha em função da direção. Por ser paralela ao eixo do parafuso, a direção escolhida para dividir a malha foi a *z*.

Nas Figuras 4.33, 4.34 e 4.35 são apresentados gráficos da potência mecânica, de ΔH e da eficiência hidráulica em função do número de células.

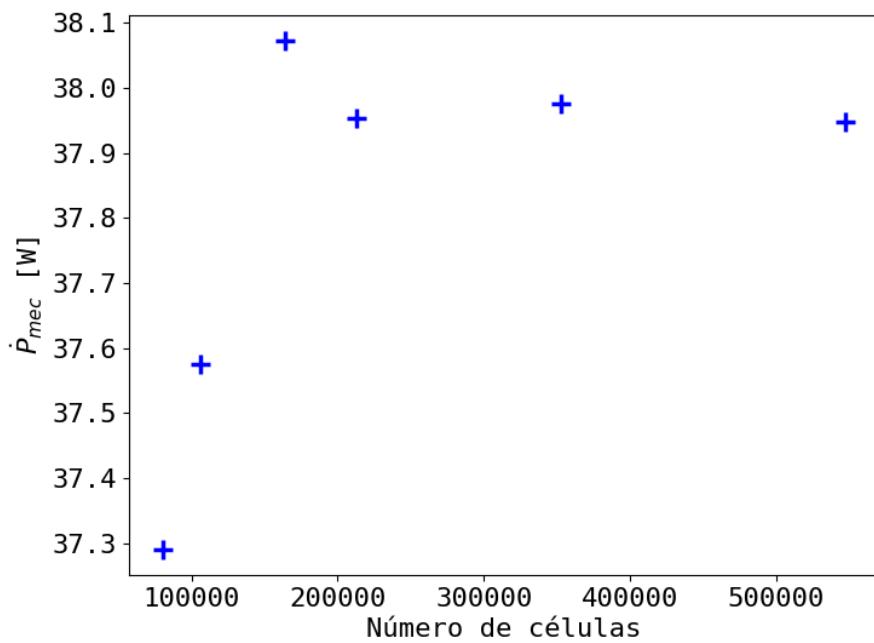


Figura 4.33 – Gráfico da potência mecânica em função do número de células.

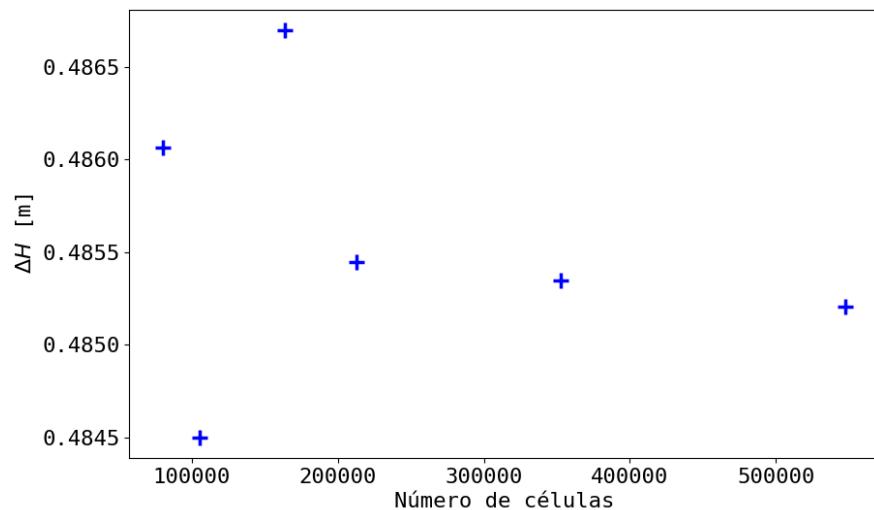


Figura 4.34 – Gráfico de ΔH em função do número de células.

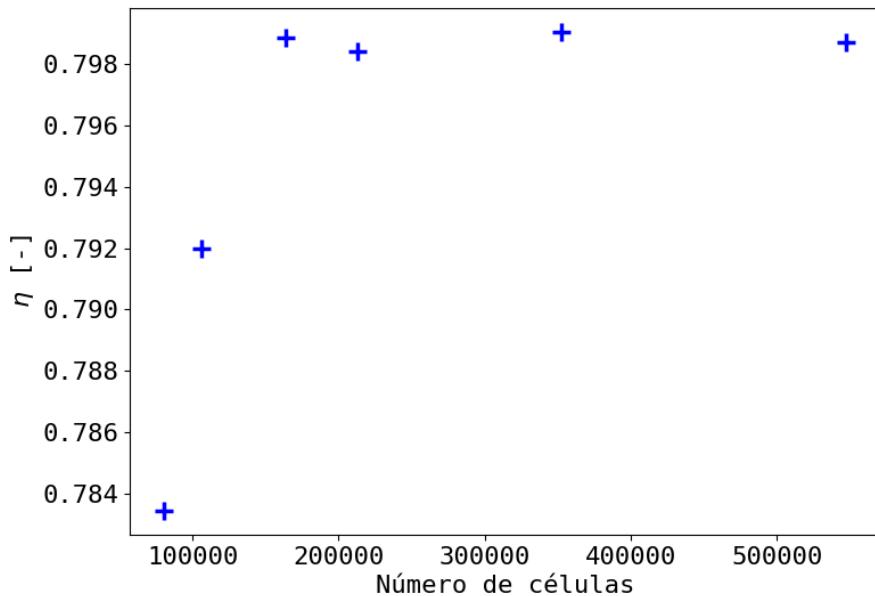


Figura 4.35 – Gráfico da eficiência hidráulica em função do número de células.

Conforme pode ser observado na Fig. 4.33, a \dot{P}_{mec} calculada apresenta maior variação nos três primeiros níveis de refinamento (cerca de 3%) e estabiliza em valores próximos a 37,95 W nos três níveis mais refinados. No estudo de ΔH , também observou-se maior variação nos três primeiros níveis de refinamento, porém bem menor do que para \dot{P}_{mec} (próxima de 0,23%). Na Figura 4.34, também pode ser observado que ΔH varia pouco nos 3 níveis mais refinados.

Como η é função da razão $\dot{P}_{mec}/\Delta H$, observa-se, na Fig. 4.35, que as variações de η com o número de células são mais influenciadas por \dot{P}_{mec} do que por ΔH . No gráfico de η , observa-se também a estabilização da solução em nos três últimos níveis de refinamento, em torno de 79,85%. Nos gráficos apresentados, observa-se que, embora haja uma tendência à convergência da solução, há também oscilações nas soluções.

A \dot{P}_{mec} e o ΔH , mostrados nas Figs. 4.33 e 4.34, são valores médios calculados durante a última revolução do parafuso. O que é feito, pois essas variáveis oscilam ao longo do tempo em função dos ciclos de carga e descarga do parafuso, os quais serão estudados na Subseção 4.2.3.

Na Figura 4.36, mostra-se o custo computacional de cada simulação em função do número de células.

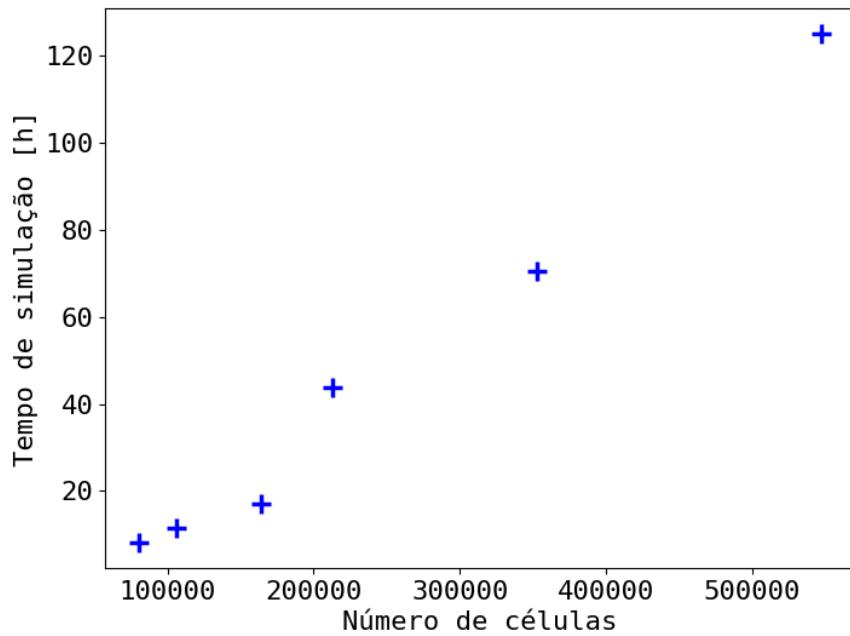


Figura 4.36 – Gráfico do custo computacional em função do número de células.

Com base no tempo computacional (Fig. 4.36) e em η (Fig. 4.35), conclui-se que $L_{cel} = 0,0145$ m produz resultados satisfatórios com um tempo de simulação aceitável para as otimizações.

Os resultados apresentados nas Figs. 4.33 e 4.34 são dependentes de diversos parâmetros, sendo que a malha é um dos mais impactantes. Como as malhas apresentadas neste trabalho são construídas automaticamente com um algoritmo para geração de células tetraédricas, pequenas variações de L_{cel} podem alterar a disposição das células drasticamente e consequentemente as soluções. Por isso não se observam curvas de convergência assintóticas, mas sim, curvas com oscilações em torno de determinada solução, que são consideradas satisfatórias neste trabalho.

Melhores técnicas para construção de malha, como o uso de células hexaédricas, podem ser aplicadas e estudadas em trabalhos futuros, porém dependem de cortes de células e altos níveis de refinamento localizado (como foi utilizado por Dellinger et al. (2018)) e as suas vantagens e desvantagens precisam ser avaliadas. Por outro lado, como já foi observado anteriormente, o uso de malha estruturada com células hexaédricas na região do parafuso produz alta não ortogonalidade, devido à geometria helicoidal, o que leva a problemas de convergência quando se aplica o método dos volumes finitos.

4.2.3 Validação

Três casos serão estudados nesta validação. Todas as análises são feitas em regimes estáveis de operação da turbina de Arquimedes. Assim, os efeitos que ocorrem durante a partida da AST não serão estudados neste trabalho.

Por serem empregadas com mais frequência e também por haver mais trabalhos na literatura, apenas ASTs com 3 pás são estudadas neste trabalho.

4.2.3.1 Primeira Validação

O mesmo caso utilizado na análise de refinamento é aproveitado para esta validação, porém, considerando uma vazão variável entre 6 e 14 L/s. Nas Figuras 4.37, 4.38, 4.39 e 4.40 são apresentados os gráficos de torque, de I_{topo} , de \dot{P}_{mec} e de η em função de \dot{Q} , que foram calculados neste trabalho e determinadas numericamente e experimentalmente por Dellinger et al. (2019).

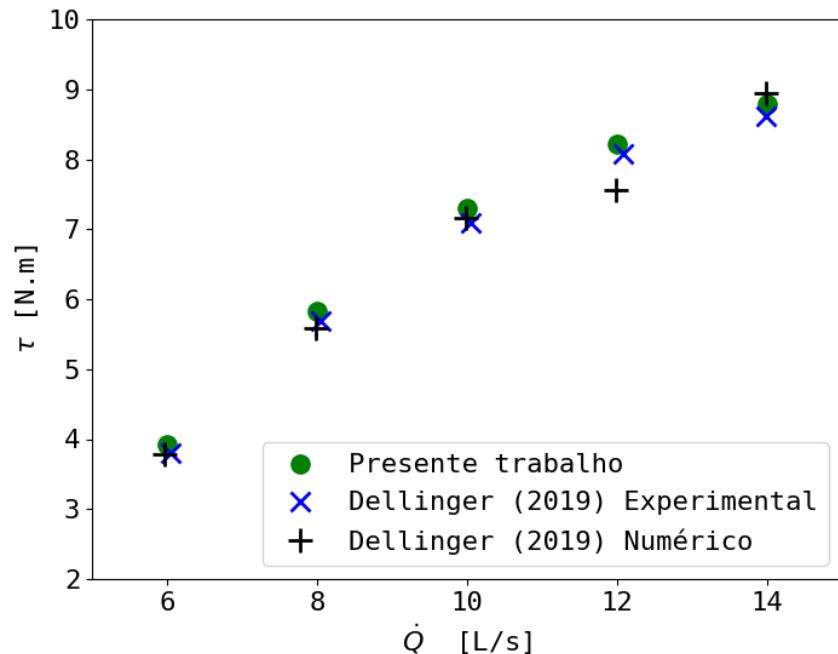


Figura 4.37 – Gráfico de τ em função de \dot{Q} calculados neste trabalho e por Dellinger et al. (2019).

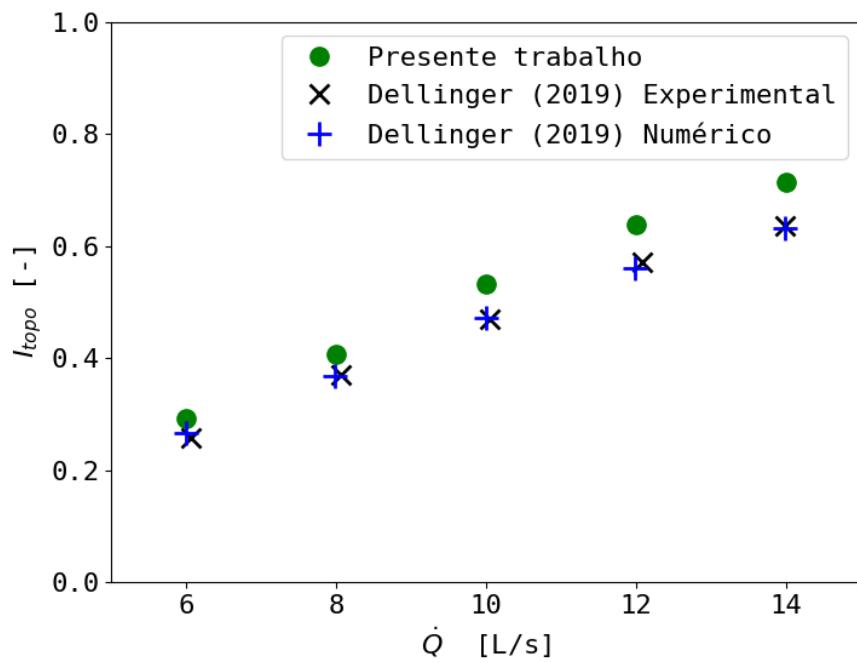


Figura 4.38 – Gráfico de I_{topo} em função de \dot{Q} calculados neste trabalho e por Dellinger et al. (2019).

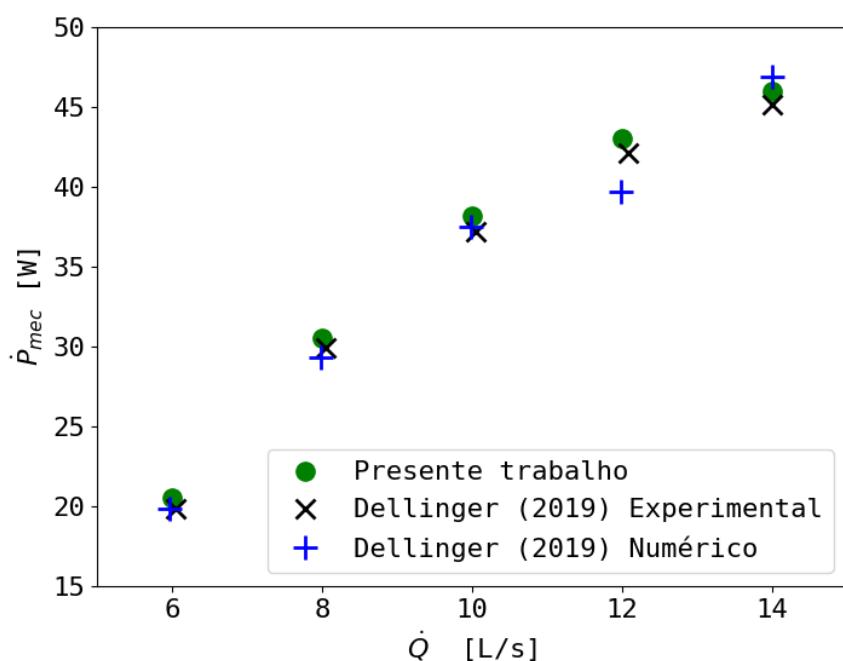


Figura 4.39 – Gráfico de \dot{P}_{mec} em função de \dot{Q} calculados neste trabalho e por Dellinger et al. (2019).

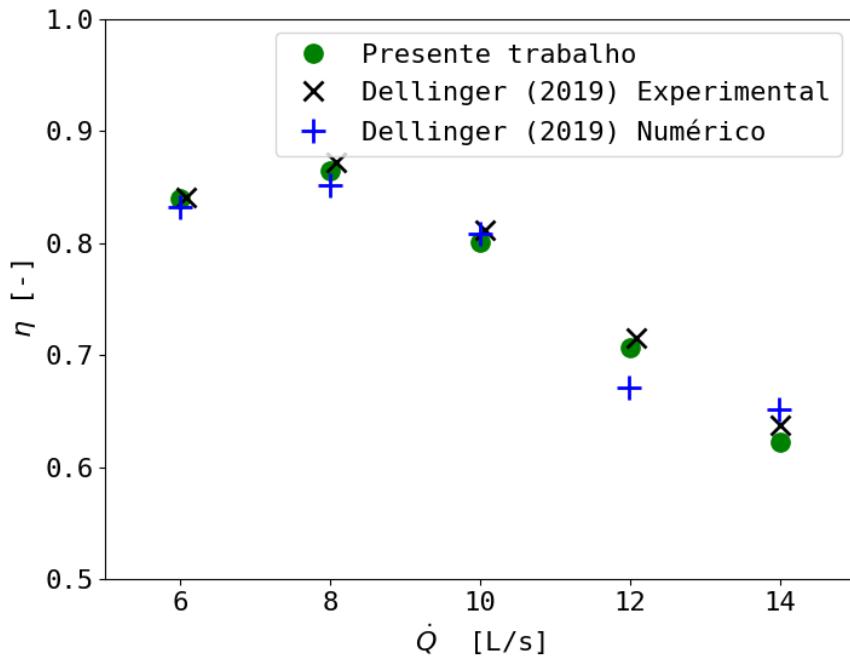


Figura 4.40 – Gráfico de η em função de \dot{Q} calculados neste trabalho e por Dellinger et al. (2019).

As curvas de torque (Fig. 4.37) apresentaram boa concordância entre os resultados deste trabalho e os experimentais. Em média, os primeiros foram levemente superiores aos últimos, sendo que a maior diferença foi de 3,7%, para $\dot{Q} = 6$ L/s. Na Figura 4.38, pode-se observar que os valores de I_{topo} calculados neste trabalho foram maiores do que os experimentais em todas as vazões. Embora a diferença entre de I_{topo} cresça com o aumento de \dot{Q} , ao se considerar valores relativos, obtém-se que são 13% e 12% superiores para $\dot{Q} = 6$ e 14 L/s, respectivamente. Supõe-se que os maiores valores de I_{topo} são causados por um subdimensionamento dos vazamentos por frestas. Resultados numéricos contrários a esses foram observados por Dellinger et al. (2018), que calcularam I_{topo} inferiores aos experimentais, analogamente esses autores supuseram que a causa foi o superdimensionamento do vazamento por frestas. Outra possível fonte de erro é a espessura da chapa das pás, que não foi indicada pelos autores do trabalho e pode alterar a velocidade média na fresta e o volume dos *buckets*. Os maiores valores de I_{topo} levam ao aumento de ΔH (considerando que $I_{base,obj}$ e h_{out} são constantes), o que pode explicar os maiores torques observados nos resultados desta simulação (Fig. 4.37). As curvas de potência (Fig. 4.39) são diretamente proporcionais às curvas de torque, uma vez que $\dot{P}_{mec} = \dot{\Omega}\tau$.

Por fim, na Fig. 4.40, observa-se que as eficiências totais calculadas neste trabalho apresentaram proximidade com os resultados experimentais, sendo que a maior diferença foi próxima de 2,5%, para $\dot{Q} = 14$ L/s. Como η é proporcional à $\tau/\Delta H$, os maiores valores calculados tanto para τ quanto para ΔH mantiveram essa razão próxima do esperado. Isso

mostra que a eficiência total da turbina de Arquimedes apresenta pouca sensibilidade a variações de h_{in} , dentro de certo níveis, e, assim, mesmo com as discrepâncias observadas na Fig. 4.38, o modelo numérico apresentado neste trabalho pode calcular a eficiência da AST com precisão satisfatória.

Na Figura 4.41, mostram-se gráficos de η_G e \dot{Q}_G em função de \dot{Q} .

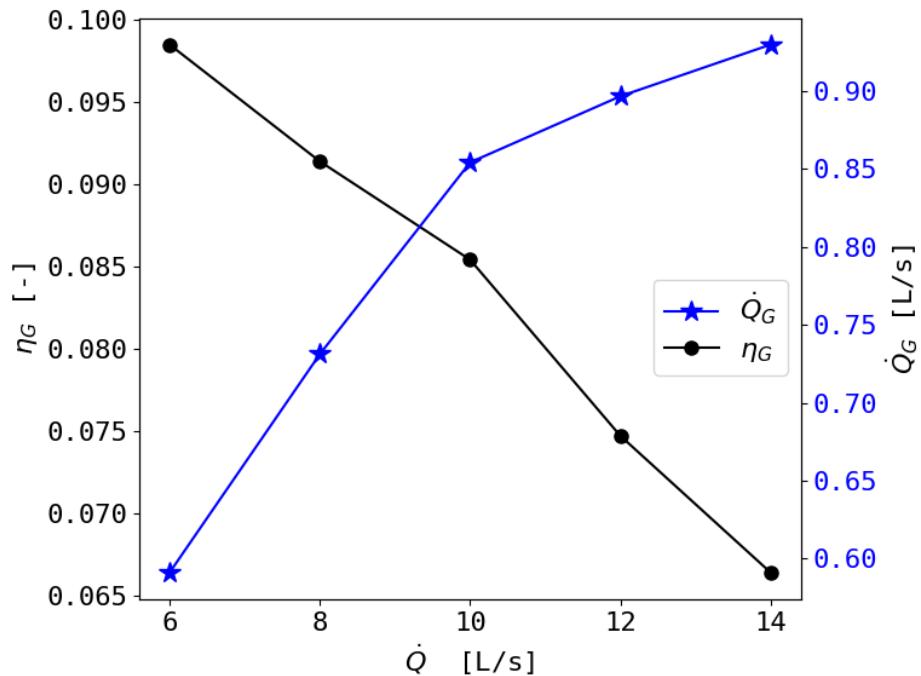


Figura 4.41 – Gráficos de η_G e \dot{Q}_G em função de \dot{Q} .

Observa-se na Fig. 4.41 que a perda de eficiência (η_G) é mais pronunciada em menores vazões, mesmo que \dot{Q}_G seja menor. Isso ocorre pois \dot{Q} cresce mais rapidamente do que \dot{Q}_G (sendo que: $\eta_G = \dot{Q}_G/\dot{Q}$), o que também foi observado na Seção 4.1.

Na Figura 4.42, mostram-se os valores de I_{base} calculados na última iteração em função de \dot{Q} .

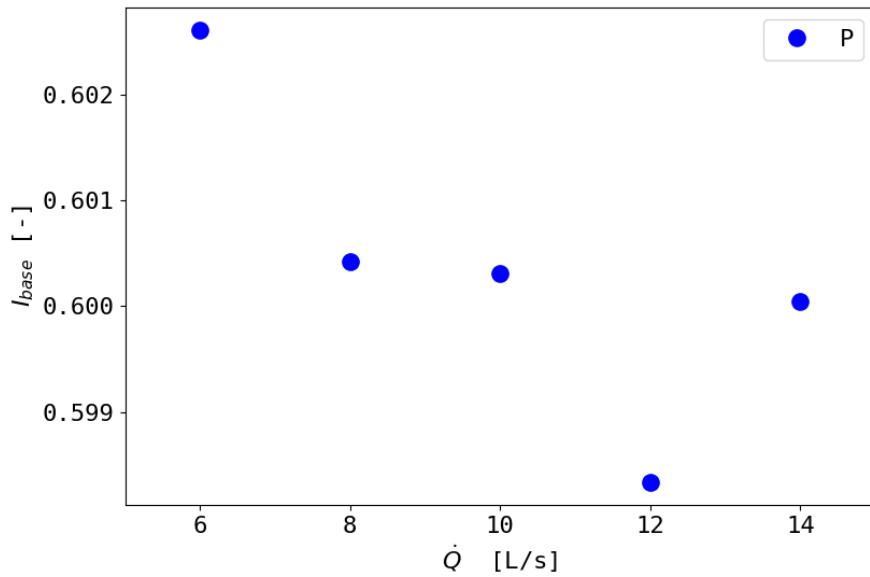


Figura 4.42 – Gráfico de I_{base} em função de \dot{Q} .

Observa-se que I_{base} fica na faixa de $I_{base,obj} \pm 0,01I_{base,obj}$ conforme é esperado. Essas variações de I_{base} podem alterar a ΔH e a \dot{P}_{mec} , o que pode ter influenciado levemente os resultados calculados para $\dot{Q} = 6$ L/s.

Na Figura 4.44, mostram-se os níveis d’água em duas pás subsequentes, observados a partir de um mesmo *bucket* (a posição do corte está representada na Fig. 4.43), e uma comparação com o resultado analítico obtido através do equacionamento apresentado na Subseção 3.8.1. Como será verificado na Fig. 4.49, na maior parte das Turbinas de Arquimedes, o preenchimento dos *buckets* não é uniforme. Sendo assim, os resultados apresentados na Fig. 4.44 são apenas demonstrativos, pois uma solução mais elaborada quantitativamente deveria levar em conta o preenchimento em todos os *buckets*.

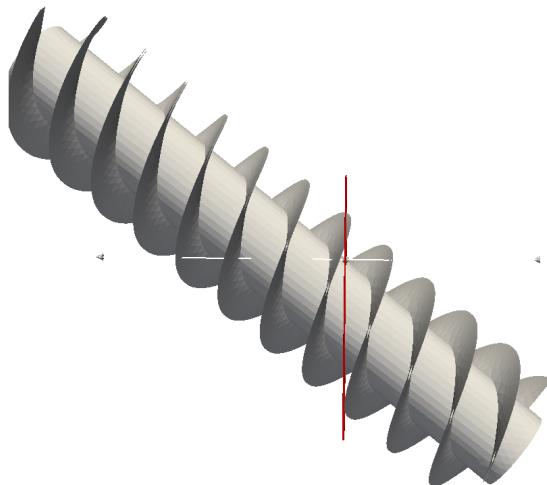


Figura 4.43 – Representação da posição do corte, onde pode-se observar a região molhada nas duas pás subsequentes de um mesmo *bucket*. As imagens apresentadas na Fig. 4.44 são feitas a partir deste corte observando nos sentidos positivo e negativo de z .

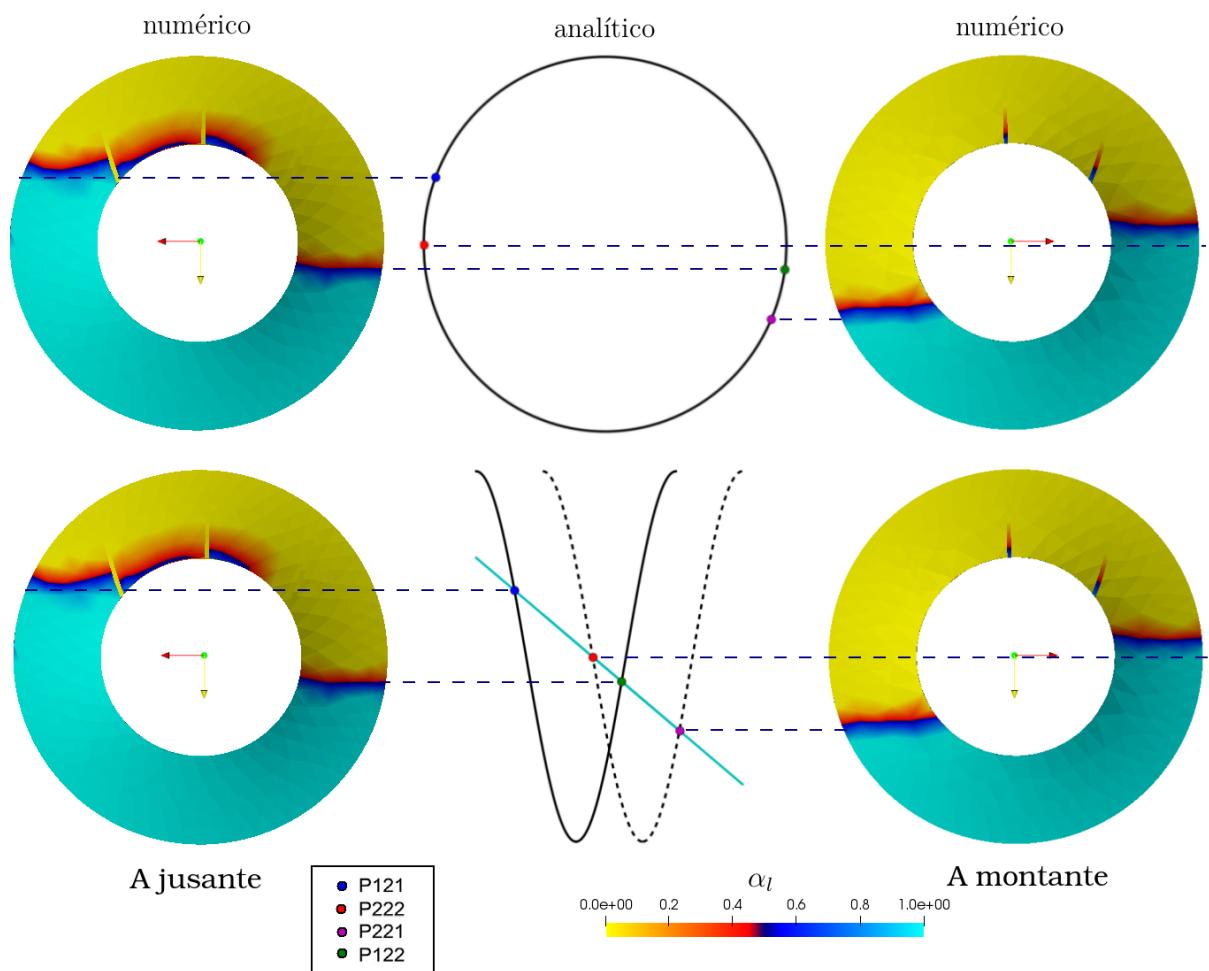


Figura 4.44 – Comparação entre as soluções analítica e numérica do nível de preenchimento do parafuso, para $\dot{Q} = 8 \text{ L/s}$.

Na Fig. 4.44, pode-se observar proximidade entre as soluções calculadas numericamente e analiticamente, porém os níveis de preenchimento são mais altos no caso numérico. Espera-se que a região molhada em modelos numéricos sejam um pouco maiores que nos analíticos, pois nos últimos é considerado que a espessura da pá é desprezível enquanto, nos primeiros, e_{ch} tem uma dimensão real. Assim, o volume que cada *bucket* pode transportar é superdimensionado no modelo analítico, o quer reduz o nível de preenchimento do parafuso.

A partir dos resultados mostrados na Fig. 4.44, construiu-se um diagrama com ângulos α_3 , α_4 e α_5 , que delimitam a região molhada do parafuso, o qual é mostrado na Fig. 4.45.

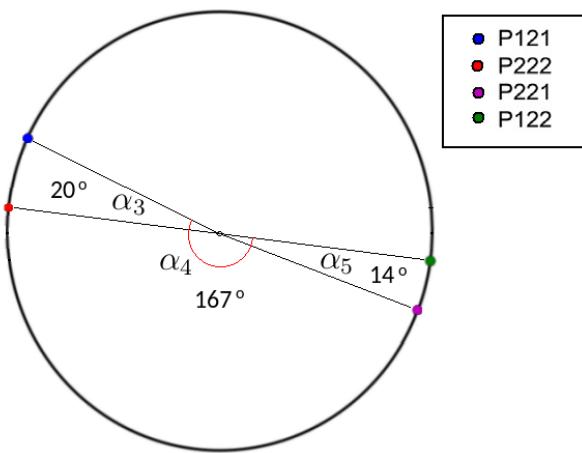


Figura 4.45 – Representação dos ângulos α_3 , α_4 e α_5 determinados numericamente.

Para fazer a comparação quantitativa entre a solução analítica e numérica, na Tab. 4.8 são mostrados os ângulos α_3 , α_4 e α_5 , em radianos, calculados através dos dois métodos.

Tabela 4.8 – Ângulos α_3 , α_4 e α_5 calculados analiticamente e numericamente.

Ângulo	Numérico	Analítico	Unidade
α_3	0,35	0,37	Radianos
α_4	2,91	2,72	Radianos
α_5	0,24	0,28	Radianos

Aplicando-se os ângulos α_3 , α_4 e α_5 calculados numericamente e analiticamente na Eq. (3.105), obtém-se que o modelo numérico resulta em \dot{Q}_G cerca de 5% maior. Entretanto, a metodologia apresentada neste trabalho utiliza o modelo analítico, pois precisa-se conhecer \dot{Q}_G antes da simulação da turbina. Duas possibilidades poderiam ser exploradas em trabalhos futuros, a primeira seria utilizar um fator de correção de \dot{Q}_G , com base na diferença entre diversos modelos estudos (cerca de 5% no caso mostrado). A segunda alternativa seria realizar uma pré-simulação para se calcular os ângulos α_3 , α_4 e α_5 numericamente e, em sequência, executar uma simulação final com a variável \dot{Q}_G .

atualizada. Essas abordagens poderiam aumentar \dot{Q}_G e reduzir o valor de h_{in} , reduzindo as discrepâncias mostradas na Fig. 4.38.

Curvas de torques resultantes das forças de pressão (τ_p) e das forças viscosas (τ_v) nas pás e no tubo internos do parafuso em função do tempo são apresentadas nas Figs. 4.46a e 4.46b, considerando $\dot{Q} = 6 \text{ L/s}$ e $\dot{Q} = 12 \text{ L/s}$, respectivamente.

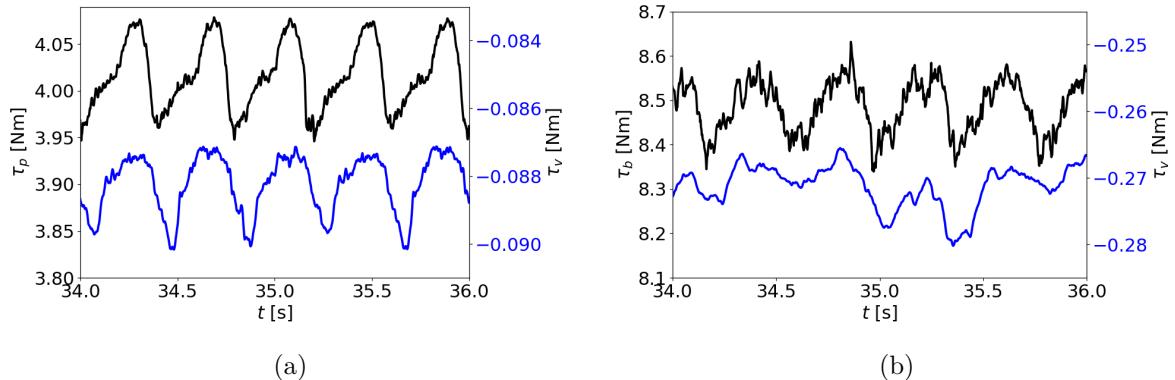


Figura 4.46 – Gráficos dos torques resultante das forças de pressão e viscosas em função do tempo para: a) $\dot{Q} = 6 \text{ L/s}$. b) $\dot{Q} = 12 \text{ L/s}$.

Pode-se observar que o τ_v atua sempre no sentido contrário ao τ_p , sendo responsável por perdas de potência na turbina. Os módulos médios, ao longo do tempo, da razão entre τ_v/τ_p são iguais a 0,022 e 0,032 para $\dot{Q} = 6 \text{ L/s}$ e $\dot{Q} = 12 \text{ L/s}$, respectivamente, o que mostra um aumento relativo das perdas viscosas em maiores vazões. Outras fontes de perdas viscosas na Turbina de Arquimedes são causadas por fricção entre o escoamento e a calha e nos canais de entrada e saída da turbina (quando for o caso). De acordo com Nuernbergk (2012), a perda de eficiência global por fricção é menor do que 7% em parafusos em baixa rotação. Na Figura 4.46, também pode ser observado que τ_v e τ_p oscilam com o tempo acompanhando a rotação do parafuso, com períodos iguais a $60/(Nn)$.

Nas Figuras 4.47 e 4.48, são apresentadas curvas temporais do torque total (τ) e das pressões médias calculadas nas fronteiras *inferiores* do topo (p_{topo}) e da base (p_{base}).

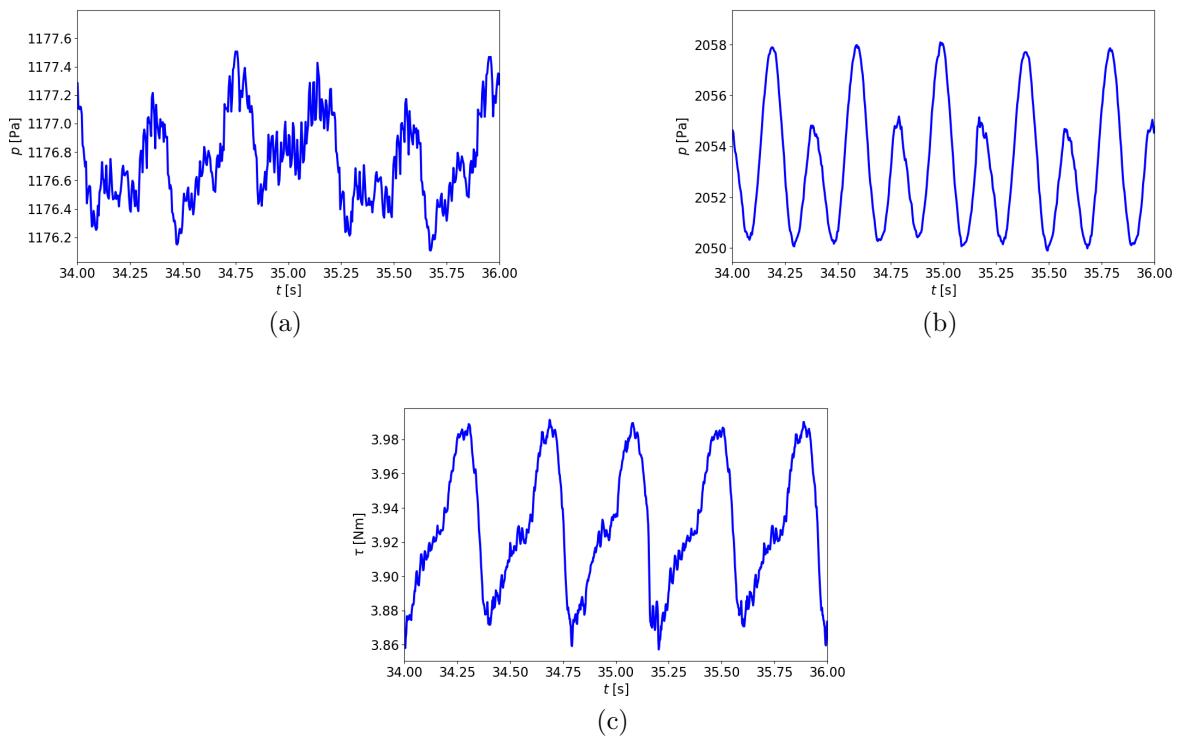


Figura 4.47 – Curvas de τ , p_{topo} e p_{base} em função do tempo para $\dot{Q} = 6$ L/s: a) p_{topo} . b) p_{base} . c) τ .

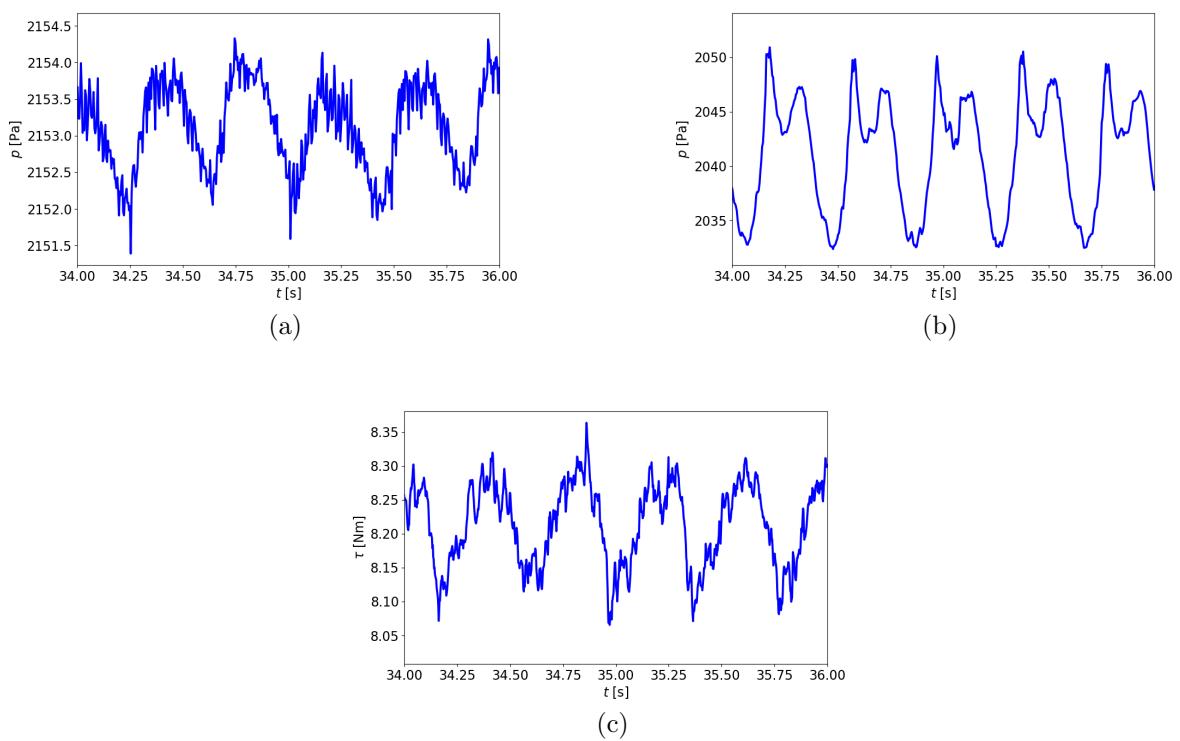


Figura 4.48 – Curvas de τ , p_{topo} e p_{base} em função do tempo para $\dot{Q} = 12$ L/s: a) p_{topo} . b) p_{base} . c) τ .

Nas Figuras 4.47c e 4.48c, pode-se observar a periodicidade do torque, sendo que as diferenças entre os valores mínimos e máximos foram de 0,134 Nm, para $\dot{Q} = 6$ L/s, e 0,339 Nm, para $\dot{Q} = 12$ L/s, o que representa 3,4 e 4,1% dos valores médios, respectivamente. Dessa forma, observa-se que maiores vazões levam a maiores amplitudes de oscilação do torque. As oscilações das curvas de p_{topo} (Fig. 4.47a e 4.48a) apresentam amplitudes aproximadamente 7 vezes menores do que as de p_{base} (Fig. 4.47b e 4.48b), o que indica maior influência da descarga do que da carga no torque. Observa-se também que as curvas de p_{base} e de τ estão defasadas, sendo que os máximos de p_{base} estão próximos dos mínimos de τ , o que indica que a descarga do parafuso e o nível de preenchimento do reservatório inferior têm alta influência no torque da turbina.

As oscilações de menor intensidade e periodicidade observadas nas 4.47c e 4.48c são provenientes de fenômenos como os choques das pás com a superfície da água, ondulações produzidas nos reservatórios, picos de velocidades durante a carga e a descarga e vazamentos por sobrepreenchimento. Esses fenômenos serão avaliados também na segunda validação.

Na Figura 4.49, apresenta-se o campo de α_l obtido em $t = 36$ s para $\dot{Q} = 8$ L/s. Para observar o nível da água, um filtro de transparência é aplicado à fase ar, ou seja para $\alpha_l < 0,5$. O nível da água é visualizado através de um contorno fixado em $\alpha_l = 0,5$.

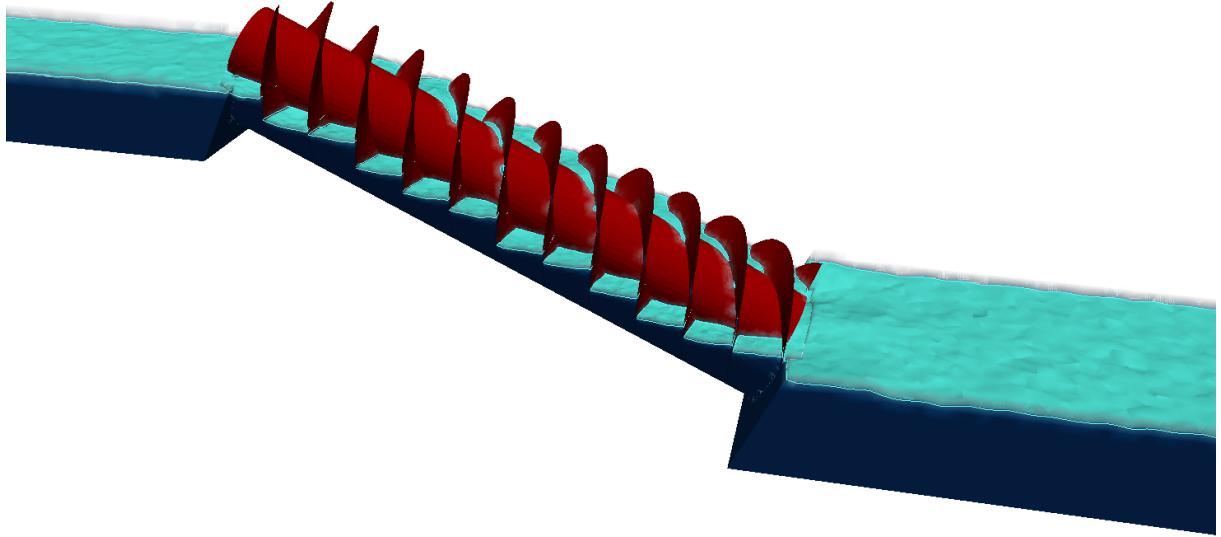


Figura 4.49 – Campo de α_l para $\dot{Q} = 8$ L/s considerando que a superfície da água ocorre em $\alpha_l = 0,5$. Um efeito de transparência é aplicado para menores valores de α_l .

Pode-se observar um baixo vazamento por sobrepreenchimento na Fig. 4.49, o que é uma das justificativas para a maior eficiência obtidas nesta vazão. A não uniformidade de preenchimento dos *buckets* também pode ser notada. Ocorre uma descontinuidade próxima a descarga do parafuso, que pode ser observada como uma linha no reservatório inferior,

esse local é a posição das fronteiras AMI que conectam as regiões fixas com a rotativa. Essas fronteiras foram posicionadas além da extremidade do parafuso, para reduzir os seus efeitos sobre as variáveis calculadas na turbina. Qualitativamente, pode ser observada uma boa continuidade entre as regiões conectadas por esse tipo de fronteira.

Na Figura 4.50, apresenta-se o campo de pressão extraído de um plano formado pelos eixos z e y , obtido em $t = 36$ s para $\dot{Q} = 8$ L/s.

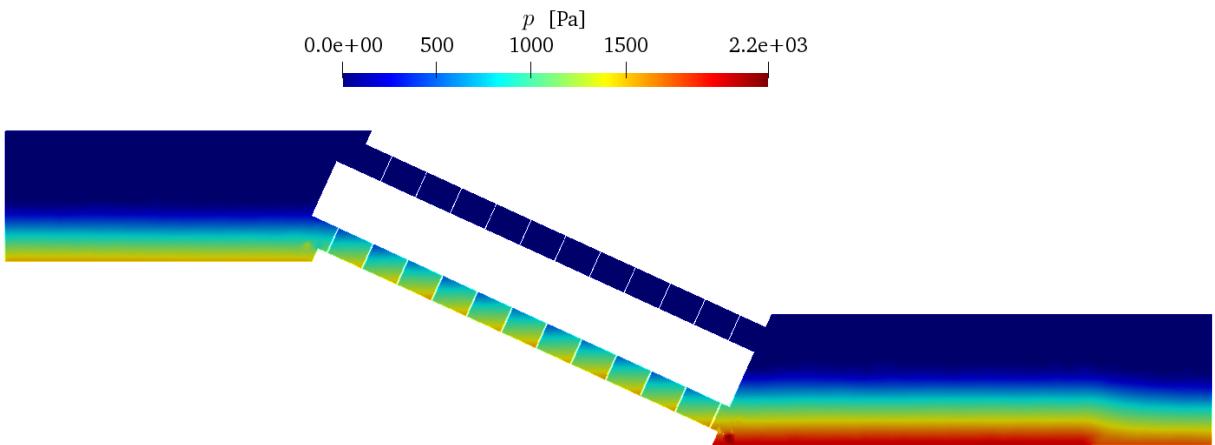


Figura 4.50 – Campo de pressão, visualizado em um corte no plano zy .

A diferença de pressão entre os dois lados das pás pode ser observada na Fig. 4.50. Esse efeito juntamente com a geometria helicoidal são a principal fonte de torque para a turbina de Arquimedes. No reservatório inferior, observa-se uma redução da pressão na fronteira *outlet*, mostrando que não é interessante calcular o nível de água através da pressão nessa região. No ponto mais baixo das fronteiras AMI, há aumentos não físicos na pressão. Esses fenômenos podem ser reduzidos com o aumento do refinamento local, porém como estão a certa distância do parafuso, considerou-se neste trabalho que causam baixa influência nos resultados. Outra alternativa seria aumentar a distância entre a fronteira AMI e o parafuso para que sua localização esteja em uma região com menores gradientes de velocidade e de pressão, entretanto isso demandaria uma maior altura dos degraus (w).

4.2.3.2 Segunda Validação

Na segunda validação, um caso estudado experimentalmente e analiticamente por Lubitz, Lyons e Simmons (2014) será simulado. Algumas curvas apresentadas neste trabalho foram extraídas de Shahverdi et al. (2020), que também validaram seus resultados com o experimento de Lubitz, Lyons e Simmons (2014). Os parâmetros geométricos e operacionais adotadas neste estudo são apresentados na Tab. 4.9.

A turbina de Arquimedes em escala de laboratório foi simulada para diversas rotações, variando de 46 a 241 RPM. I_{base} não foi fixado nos experimentos e os seus valores também não foram apresentados, assim adota-se neste trabalho que $d_p = 0$ m⁻² e não há

Tabela 4.9 – Parâmetros operacionais e geométricos adotados no segundo caso simulado. Fonte: Lubitz, Lyons e Simmons (2014).

Parâmetros	Valor	Unidade
Raio externo (R_o)	0,073	m
Raio interno (R_i)	0,04015	m
Passo (P)	0,146	m
Número de pás (N)	3	-
Comprimento do parafuso (L_s)	0,584	m
Inclinação do parafuso (β)	24,9	°
Folga entre o parafuso e a calha (s_{sp})	0,000762	m

necessidade de se aplicar o processo iterativo apresentado na Fig. 4.32 para controlar o nível do reservatório inferior. A vazão foi mensurada por Lubitz, Lyons e Simmons (2014) em cada rotação, essas medições serão utilizadas neste trabalho e são mostradas na Fig. 4.51.

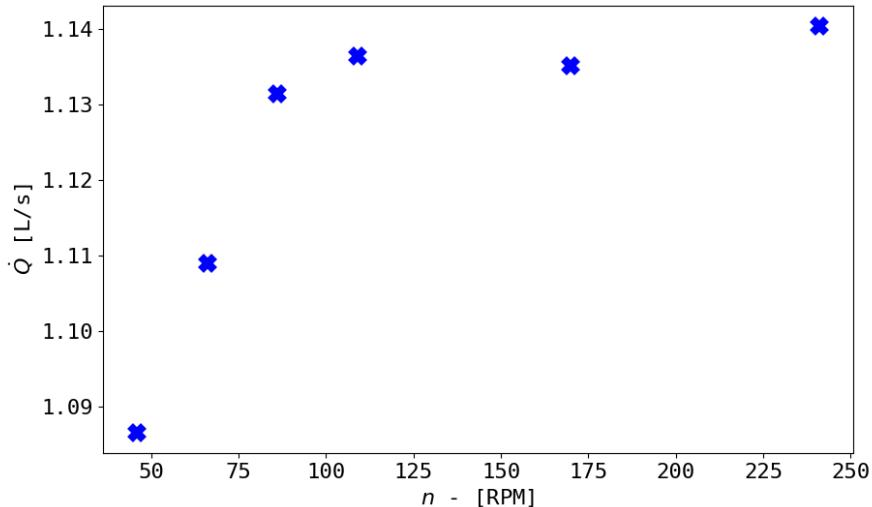


Figura 4.51 – Gráfico da vazão em função da rotação. Fonte: Lubitz, Lyons e Simmons (2014)

As demais dimensões necessárias à construção do domínio são apresentadas na Tab. 4.10.

Considerou-se que $L_{cel} = 0,006$ m, produzindo malhas com 235.152 células, que são equivalentes às adotadas na análise de refinamento. Testes de refinamento também foram realizados para este caso, nos quais observou-se comportamento equivalente aos apresentados na seção 4.2.2. Por isso, não serão mostrados neste trabalho.

Os casos foram executados até $t = 28$ s, observou-se que esse tempo foi suficiente para estabilização das curvas de torque e de níveis dos reservatórios. O passo de tempo de integração foi de 0,0002 s, o qual garantiu que o número de Courant seja menor do

Tabela 4.10 – Demais parâmetros geométricos necessários à construção do domínio utilizado na segunda validação.

Parâmetros Geométrico	Valor	Unidade
H_{base}	0,169	m
L_{base}	0,7	m
L_{outlet}	0,1	m
e_{base}	0,249	m
w	0,018	m
θ_{ab}	45,0	°
e_{ch}	0,004	m
$L_{p,r}$	0,025	m

que 0,4 durante a maior parte da simulação. As simulações foram realizadas utilizando 4 núcleos físicos de um processador Ryzen 7 2700x. O tempo gasto para executar cada caso foi próximo de 46 h.

Na Figura 4.52, apresentam-se as curvas \dot{P}_{mec} em função de n calculadas neste trabalho e determinadas experimentalmente Lubitz, Lyons e Simmons (2014).

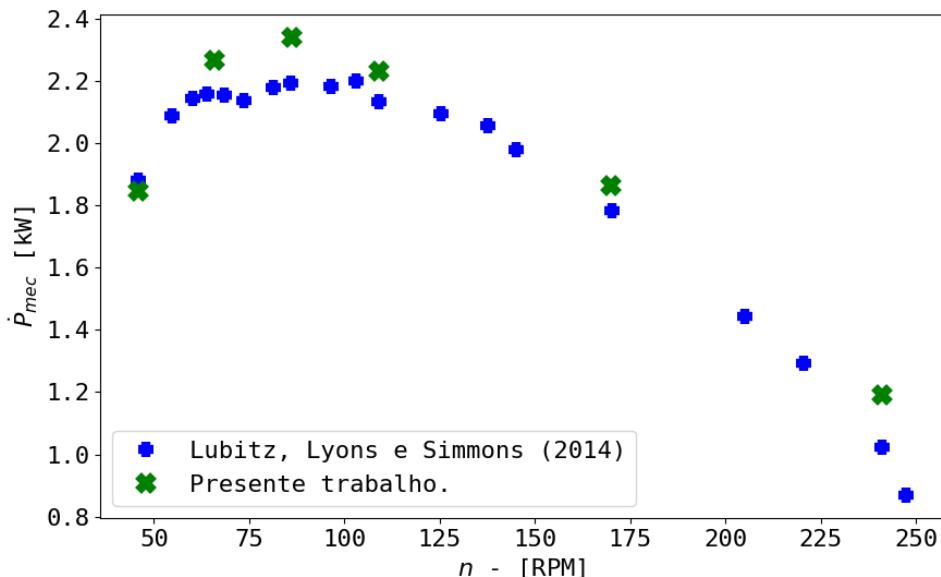


Figura 4.52 – Gráfico de \dot{P}_{mec} em função de n calculadas neste trabalho e experimentalmente por Lubitz, Lyons e Simmons (2014).

Pode-se observar boa concordância entre as curvas apresentadas na Fig. 4.52. Exceto para $n = 46$ rpm, as potências calculadas neste trabalho foram superiores às experimentais. A maior diferença foi de 6,7% para n próximo de 86 rpm. É possível que a diferença entre os resultados experimentais e numéricos na faixa de maior potência tenham ocorrido devido a dificuldades de medição provenientes da pequena escala do aparato experimental. A ocorrência de maiores \dot{P}_{mec} , em relação aos dados experimentais, era

esperada, principalmente para altas rotações, pois, nas medições de potência realizadas por Lubitz, Lyons e Simmons (2014), as perdas nos mancais já são descontadas naturalmente. A queda de \dot{P}_{mec} com o crescimento de n ocorre devido ao aumento de perdas viscosas (LUBITZ; LYONS; SIMMONS, 2014), observaram-se também fenômenos de refluxo na descarga do parafuso, pois o nível de preenchimento do parafuso é inferior a h_{out} (ver a Fig. 4.58). Por outro lado, observa-se que \dot{Q}_G é reduzido com o aumento de n , uma vez que o preenchimento e a área molhada diminuem. Os gráficos de \dot{Q}_G e η_G em função de n são mostradas na Fig. 4.53.

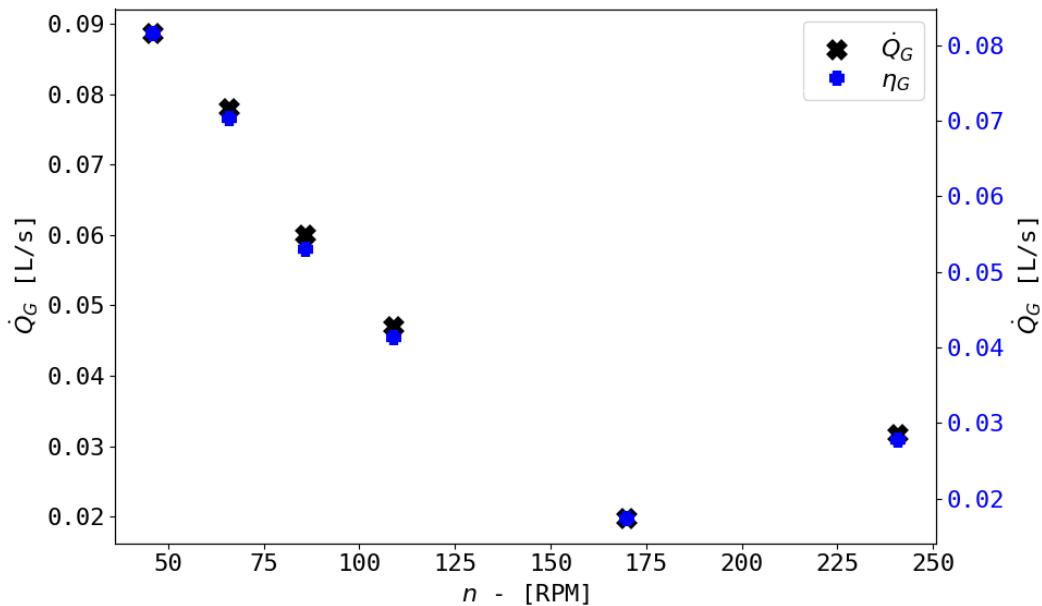


Figura 4.53 – Gráficos \dot{Q}_G e η_G em função de n calculadas neste trabalho.

Como o preenchimento do parafuso (e consequentemente a área molhada) diminuem com a rotação, observa-se na Fig. 4.53 queda de \dot{Q}_G e η_G com o crescimento de n . Entretanto, para $n = 241$ rpm, há um aumento considerável de \dot{Q}_G devido a um crescimento da velocidade média na fresta, a qual passou de 0,16 para 0,29 m/s quando n cresceu de 170 para 241 rpm. Esse crescimento também contrariou a tendência na faixa de 46 para 170 rpm, onde houve queda de velocidade média na fresta de 0,40 para 0,16 m/s. Para compreender esse aumento de velocidade e verificar se sua ocorrência é devido a fenômenos físicos ou a erros numéricos, devem-se realizar simulações em mais rotações na faixa entre 170 para 241 rpm. Em termos gerais, os maiores valores \dot{Q}_G e η_G em baixas rotações explicam a redução de \dot{P}_{mec} e de η nessa faixa de operação. Intensos vazamentos por sobrepreenchimento também reduzem a eficiência em baixas rotações, os quais podem ser observados na Fig. 4.59.

Lubitz, Lyons e Simmons (2014) não apresentaram os valores experimentais de I_{base} e I_{topo} em função de n , o que pode ter sido outra fonte de discrepâncias, pois essas variáveis

afetam \dot{P}_{mec} de maneira significativa. O cálculo de η também é impactado por I_{base} e I_{topo} , pois influenciam ΔH (ver Eq. (3.140)). Na Figura 4.54 são apresentadas as eficiências hidráulicas calculadas neste trabalho assumindo que $\Delta H = 0,25$ m, que é a altura de queda geométrica ($\Delta H_{geo} = L_s \operatorname{sen}(\beta)$), e considerando os valores de ΔH calculados na simulação.

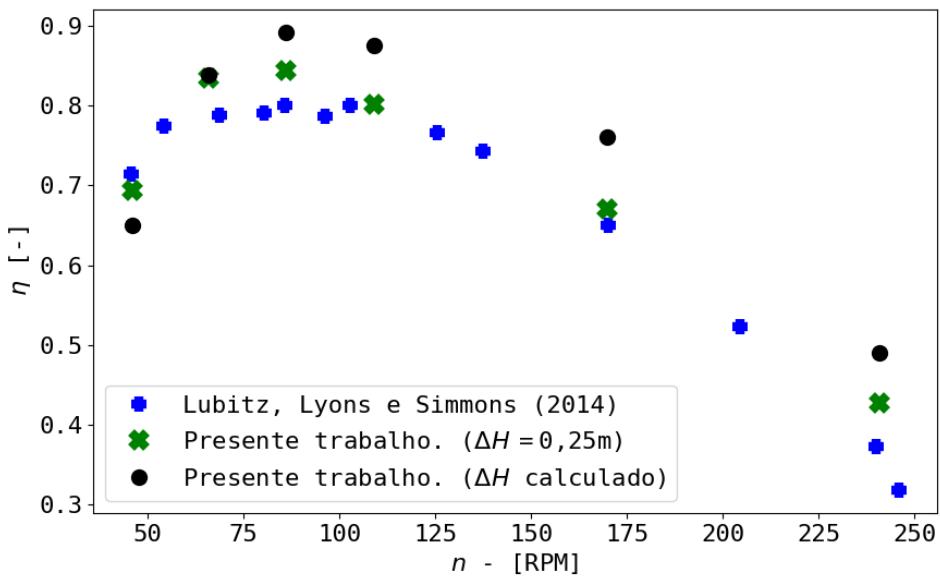
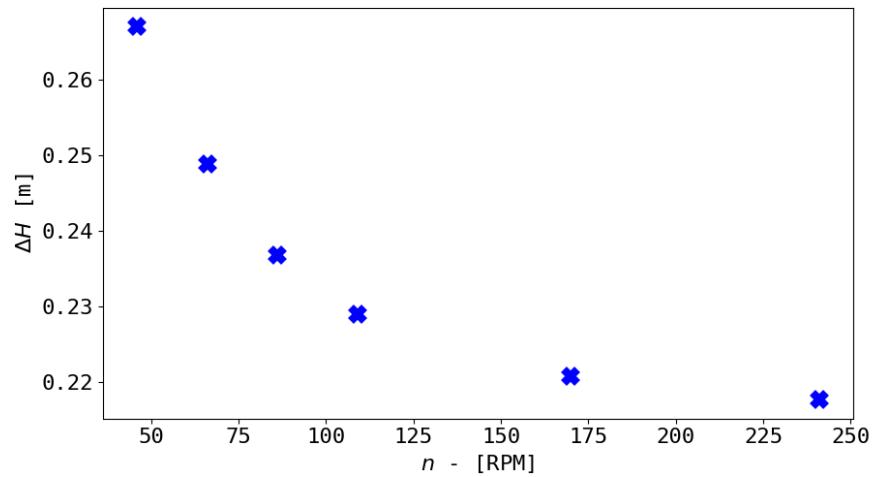
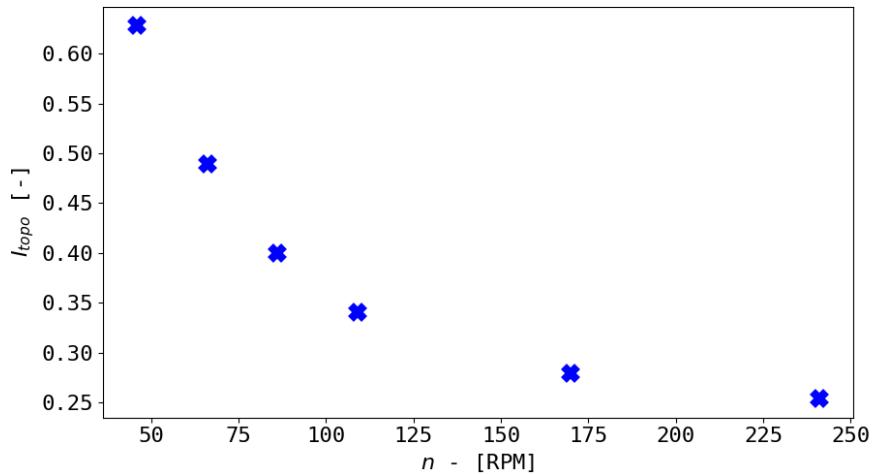


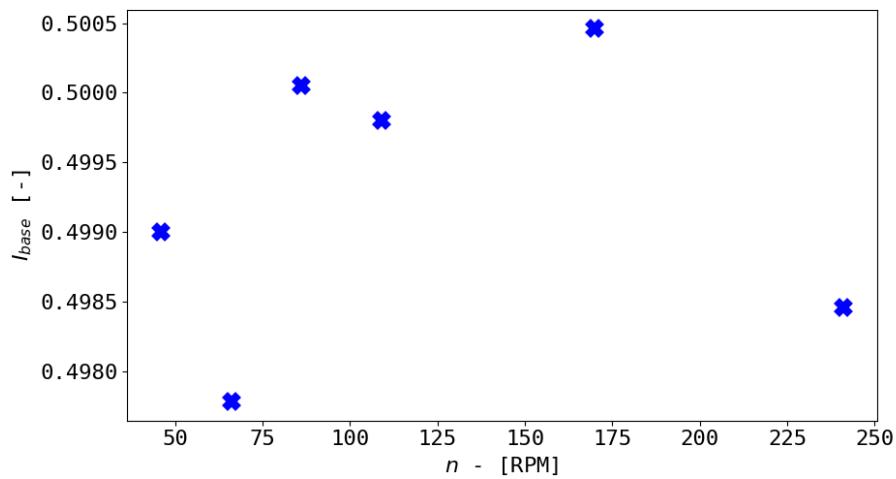
Figura 4.54 – Gráficos η em função de n calculadas neste trabalho e experimental por Lubitz, Lyons e Simmons (2014).

Como pode ser observado na Fig. 4.54, resultados mais próximos dos experimentais foram obtidos ao se considerar que $\Delta H = 0,25$ m. ΔH varia bastante com a rotação (conforme mostrado na Fig. 4.55), pois I_{topo} cai à medida que n aumenta. Da mesma forma que para a potência mecânica, as eficiências hidráulicas medidas por Lubitz, Lyons e Simmons (2014) já incluem as perdas por atrito nos mancais, por isso, espera-se que os valores numéricos de η sejam superiores. Embora as curvas com $\Delta H = 0,25$ m tenham se ajustado melhor aos resultados experimentais, não se pode supor que Lubitz, Lyons e Simmons (2014) adotaram ΔH constante nos cálculos experimentais.

Figura 4.55 – Gráfico de ΔH em função de n .

Como é mostrado na Fig. 4.55, ΔH cai com o crescimento da rotação. Isso ocorre devido à variação de I_{topo} , que reduz com o aumento da capacidade de transporte do parafuso. Mesmo sem controlar I_{base} , essa variável tende a ficar próxima de 0,5 em todas as rotações, conforme é apresentado na Fig. 4.57.

Figura 4.56 – Gráfico de I_{topo} em função de n .

Figura 4.57 – Gráfico I_{base} em função de n .

Na Figuras 4.58 e 4.59, ilustram-se, respectivamente, o refluxo na descarga do parafuso, que ocorre em altas rotações, e os vazamentos por sobrepreenchimento, que é predominante em baixas rotações. Considerou-se que a superfície da água ocorre em $\alpha_l = 0,5$ e a fase ar foi apagada aplicando-se um efeito de transparência para $\alpha_l < 0,5$.

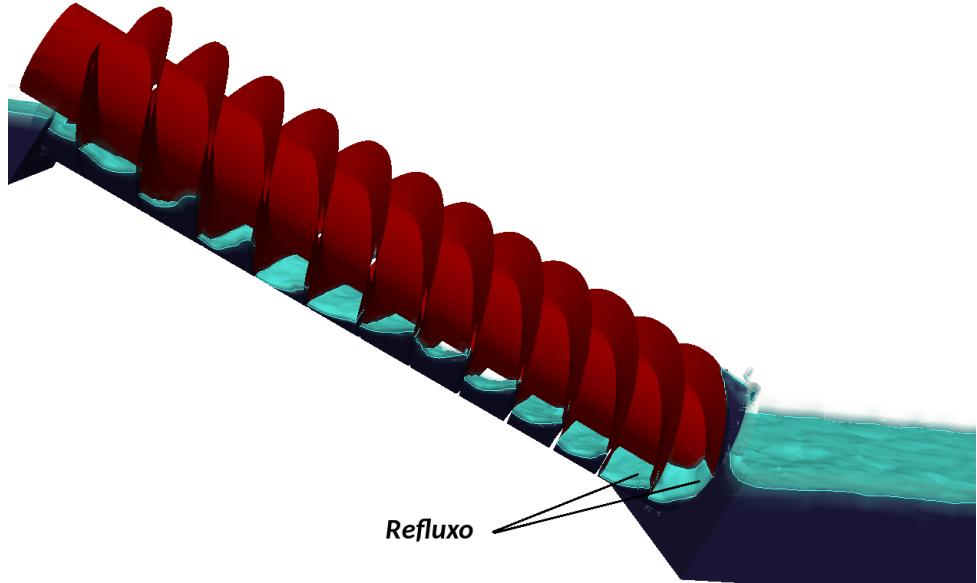


Figura 4.58 – Refluxos na descarga do parafuso observados para $n = 241$ rpm em $t = 20$ s. Considera-se que o nível d'água ocorre em $\alpha_l = 0,5$ e um efeito de transparência é aplicado para menores valores de α_l .

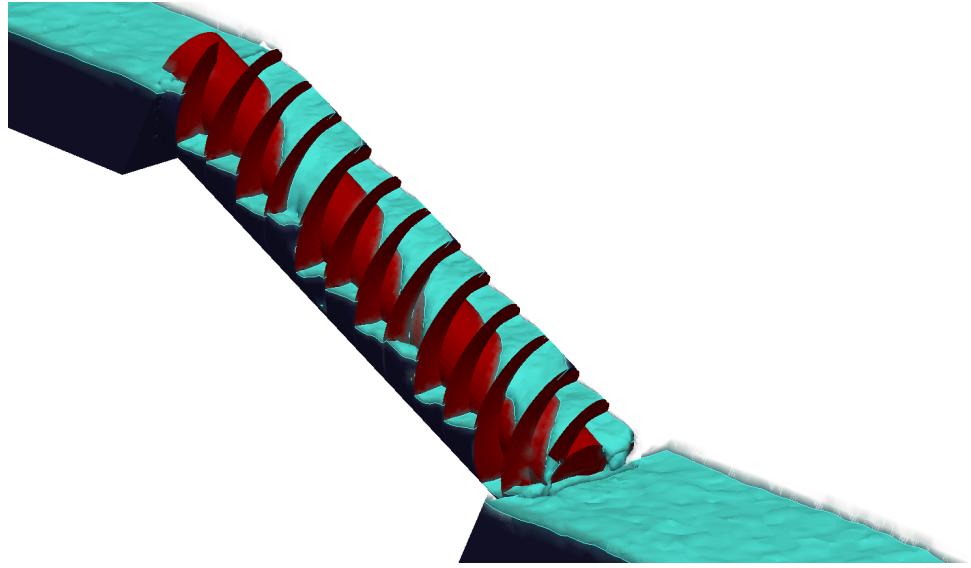


Figura 4.59 – Vazamentos por sobreenchimento observados para $n = 46$ rpm em $t = 18$ s. Considera-se que o nível d'água ocorre em $\alpha_l = 0,5$ e um efeito de transparência é aplicado para menores valores de α_l .

Na Figura 4.60, mostram-se gráficos de gráficos de τ_p e τ_v em função do tempo para $n = 46, 109$ e 241 rpm.

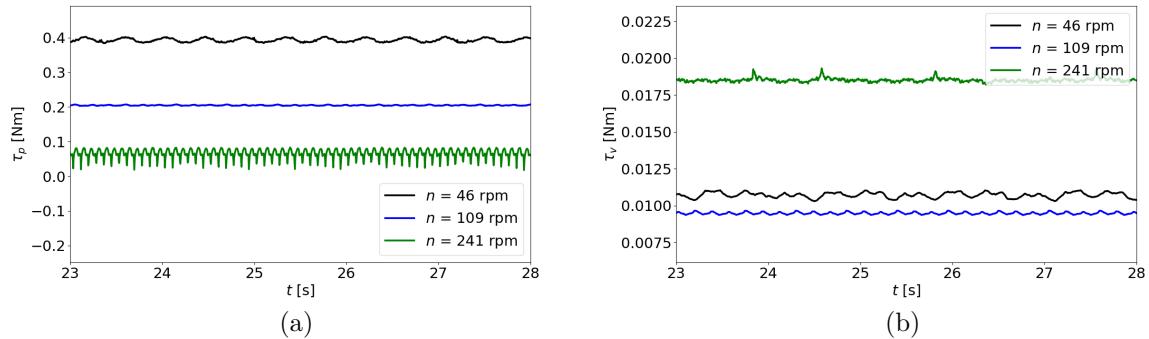


Figura 4.60 – Gráficos de τ_p e τ_v em função do tempo para $n = 46, 109$ e 241 rpm: a) τ_p . b) τ_v .

No gráfico de τ_p , observa-se que o torque das forças de pressão cai com o aumento da rotação. Observou-se também que a amplitude de oscilação de τ_p é mais elevada para a maior rotação, ocorrendo quedas acentuadas quando há refluxos do reservatório inferior para o parafuso (como pode ser observado na Fig. 4.58). Na Figura 4.60b, observa-se menor amplitude oscilação de τ_v quando comparado com τ_p . Esperava-se que τ_v crescesse continuamente com a rotação, mas observa-se que τ_v é maior para $n = 46$ rpm do que para $n = 109$ rpm, o que ocorre devido à redução da área molhada quando n aumenta de 46 para 109 rpm. Por outro lado, para $n = 241$ rpm, τ_v é quase duas vezes maior do que

para $n = 109$ rpm, o que mostra a amplificação das perdas viscosas em altas velocidades. Gráficos da razão entre τ_v e τ_p são mostrados na Fig. 4.61.

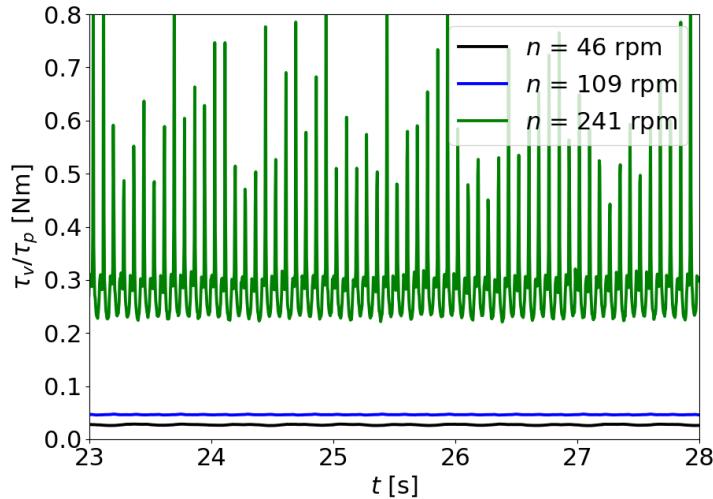


Figura 4.61 – Gráficos de τ_v/τ_p em função do tempo para $n = 46, 109$ e 241 rpm.

Observa-se crescimento da razão entre τ_v e τ_p com aumento da velocidade, sendo que as médias dessas razões são 3,0%, 4,7% e 29% para $n = 46, 109$ e 241 rpm, respectivamente. O crescimento acentuado de τ_v/τ_p para altas rotações justifica a queda de eficiência nessa faixa de operação.

4.2.3.3 Terceira Validação

O terceiro caso simulado é de uma turbina de Arquimedes em escala comercial, conforme informações operacionais publicadas por BRADA e RADLIK (1996 apud NUERNBERGK; RORRES, 2013). Na tabela 4.11, são mostrados os parâmetros operacionais e geométricos da AST.

Tabela 4.11 – Parâmetros operacionais e geométricos adotados no terceiro caso simulado.
Fonte: BRADA e RADLIK (1996 apud NUERNBERGK; RORRES, 2013).

Parâmetros	Valor	Unidade
Raio externo (R_o)	0,525	m
Raio interno (R_i)	0,265	m
Passo (P)	1,050	m
Número de pás (N)	3	-
Comprimento do parafuso (L_s)	4,70	m
Inclinação do parafuso (β)	30,0	°
Rotação (n)	53	rpm

A folga entre as pás e a calha não é informada e o seu valor foi estimado em 0,0046 m, através da Eq. 3.90. A determinação de s_{sp} durante a operação do parafuso é bastante

complexa, principalmente em equipamentos em escala real, pois sofrem deflexão. Além disso, devido ao método construtivo mais comum (através de conformação de chapas e soldagem), há imprecisão geométrica e somente pode-se garantir que a dimensão da folga esteja dentro de uma tolerância.

Outros parâmetros geométricos adotados na simulação são apresentados na Tab. 4.12.

Tabela 4.12 – Demais parâmetros geométricos necessários à construção do domínio da terceira validação.

Parâmetros Geométrico	Valor	Unidade
H_{base}	1,08	m
L_{base}	4,267	m
L_{outlet}	0,667	m
e_{base}	1,8	m
w	0,086	m
θ_{ab}	45,0	°
e_{ch}	0,008	m
$L_{p,r}$	0,025	m

I_{base} não foi informado portanto adotou-se que $d_p = 0 \text{ m}^{-2}$ e não houve controle do nível do reservatório inferior.

L_{cel} foi fixado em 0,042 m, o que produziu malhas com 269.609 células. δt foi fixado em 0,0005 s e tempo físico total de simulação foi igual a 30 s, no qual observou-se estabilização dos resultados. A simulações foram feitas em paralelo com quatro núcleos físicos de um processador Ryzen 7 2700x, gastando um total de aproximadamente 27 h para cada caso.

Nuernbergk e Rorres (2013) apresentaram a curva de h_{in} em função de \dot{Q} obtida por BRADA e RADLIK (1996). Os resultados experimentais desses autores e os calculados neste trabalho são mostrados na Fig. 4.62.

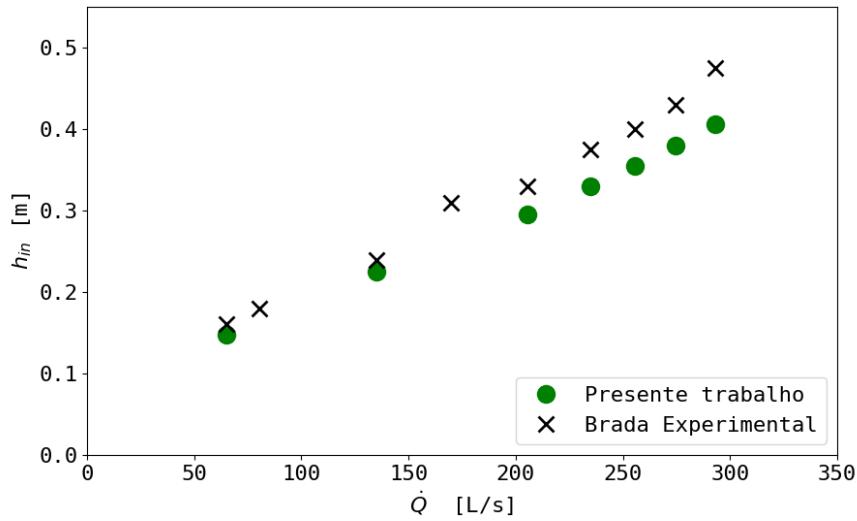


Figura 4.62 – Gráfico de h_{in} em função de \dot{Q} calculados neste trabalho e obtidos por BRADA e RADLIK (1996 apud NUERNBERGK; RORRES, 2013).

Os valores de h_{in} calculados numericamente foram menores do que os experimentais, principalmente em altas vazões onde obteve-se uma diferença de até 14,5%. Nuernbergk e Rorres (2013) calcularam que a vazão ótima, na qual se evitaria vazamentos por sobrepreenchimento no parafuso, seria de 267 L/s, enquanto neste trabalho observou-se esse fenômeno a partir de 235 L/s, como pode ser observado na Fig. 4.63.

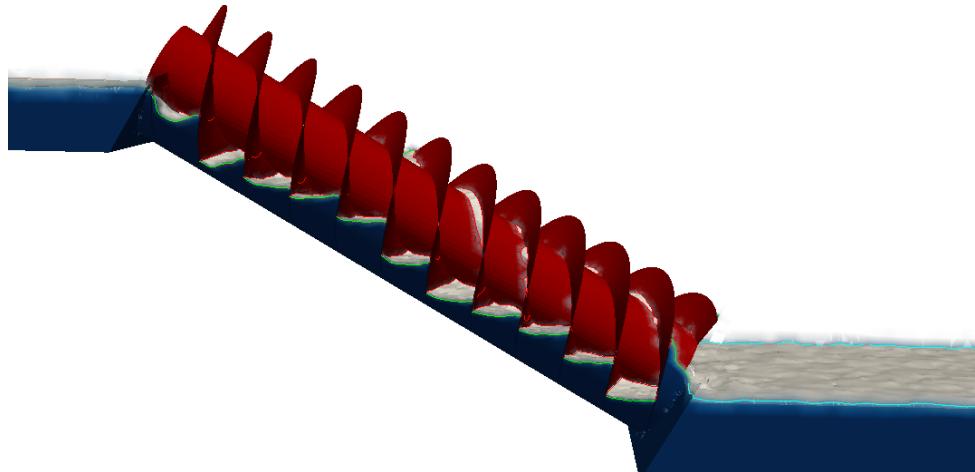


Figura 4.63 – Vazamentos por sobrepreenchimento obtidos para $\dot{Q} = 235$ L/s.

O método analítico não considera o efeito do não escorregamento do fluido na pá em rotação, que arrasta e eleva uma parcela água, o que intensificam os vazamentos por sobrepreenchimento. Por esse motivo, espera-se que resultados experimentais e numéricos, que consideram os efeitos viscosos, apresentem vazamentos por sobrepreenchimento em vazões menores do que os que seriam calculados analiticamente.

Nas Figuras 4.64 e 4.65, são mostradas os gráficos da \dot{P}_{mec} e η em função de \dot{Q} calculados numericamente.

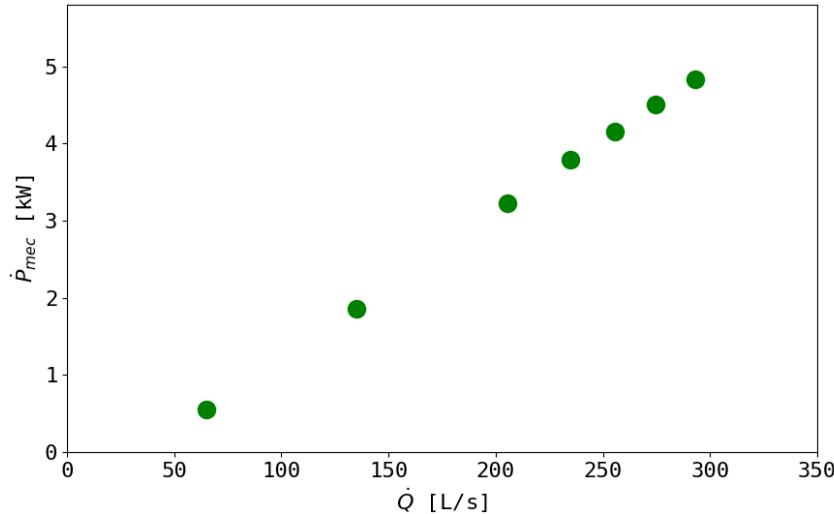


Figura 4.64 – Gráfico de \dot{P}_{mec} em função de \dot{Q} .

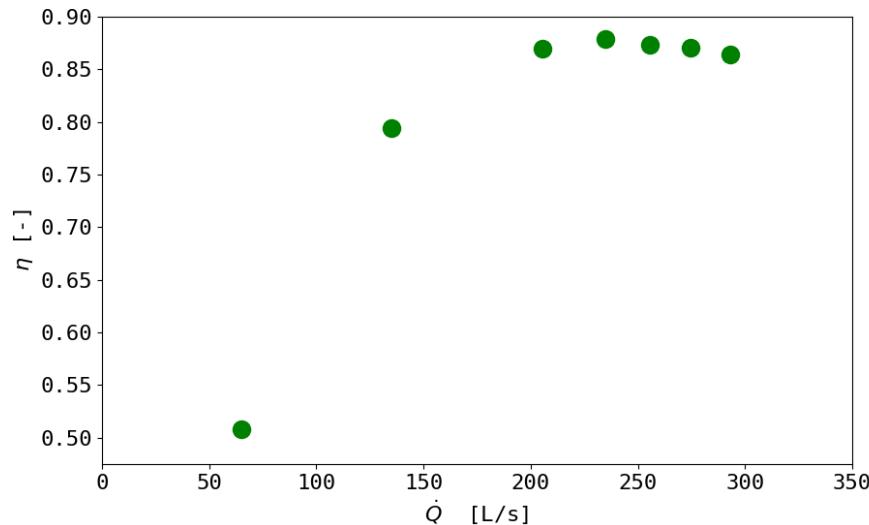


Figura 4.65 – Gráfico η em função de \dot{Q} .

O gráfico de \dot{P}_{mec} mostra uma relação quase linear entre a vazão e a potência mecânica. Porém, o gráfico de η mostra queda em baixas vazões e uma faixa de \dot{Q} na qual a eficiência varia pouco (entre 205 e 293 L/s). Considerando que o vazão média dessa faixa é 249 L/s, obtém-se uma amplitude de 44 L/s, o que representa 18% da média. Esse valor é próximo de 20% que é considerada a vazão acima da ideal com a qual o parafuso de Arquimedes pode operar sem perda de eficiência significante (BRADA; RADLIK, 1996).

Na Figura 4.66, é apresentado o gráfico de \dot{Q}_G em função de \dot{Q} , observa-se que \dot{Q}_G cresce com \dot{Q} , o que ocorre pelo aumento da área molhada e do preenchimento do parafuso, já que a velocidade média na fresta não varia com \dot{Q} neste caso.

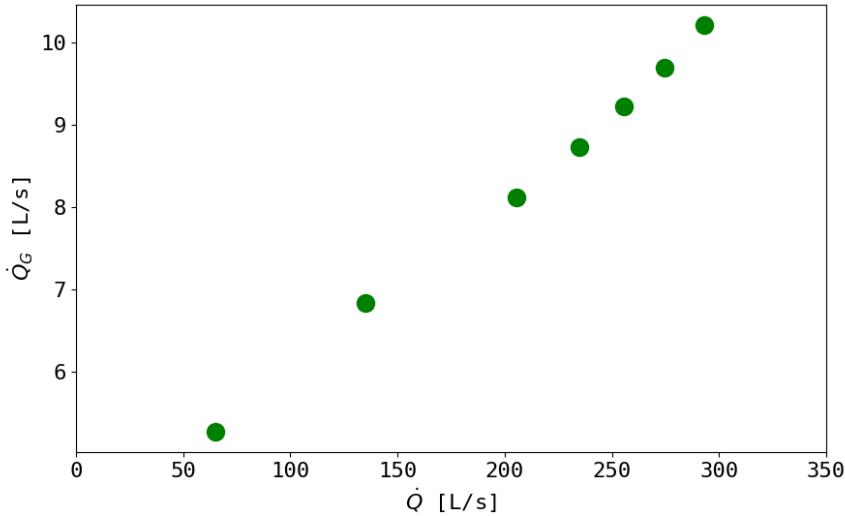


Figura 4.66 – Gráfico de \dot{Q}_G em função de \dot{Q} .

4.3 Otimização

Para avaliar a velocidade e as soluções da otimização, dois casos com resultados experimentais serão estudados inicialmente. O primeiro é mesmo que foi estudado na Subseção 4.2.3.1 e o segundo é uma avaliação da eficiência em função da rotação apresentada por Dellinger et al. (2018). Em sequência, a otimização multiparamétrica será aplicada a dois problemas, ambos baseados nos resultados da 4.2.3.1. Por fim, um caso envolvendo alterações sazonais de vazão é otimizado, objetivando-se produzir a maior potência ao longo de um ano.

4.3.1 Primeiro Estudo de Otimização

Neste primeiro estudo, o método de otimização será aplicado na busca da vazão que maximize a eficiência de uma determinada AST, baseando-se nos resultados apresentados na Subseção 4.2.3.1 e por Dellinger et al. (2019).

Os mesmos parâmetros geométricos e operacionais apresentados na Subseção 4.2.3.1 serão adotados neste estudo. Na Tabela 4.13, são apresentadas os parâmetros relacionados ao método de otimização.

\dot{Q}_{\max} e \dot{Q}_{\min} são os limites de \dot{Q} para a otimização, a faixa adotada foi a mesma estudada experimentalmente por Dellinger et al. (2019). \dot{Q}_0 é o valor inicial de \dot{Q} , e foi escolhido como a média entre o máximo e mínimo possível. $\Delta\dot{Q}_0$ é o passo inicial do

Tabela 4.13 – Parâmetros adotados no primeiro estudo de otimização.

Parâmetro	Valor	Unidade
$\dot{Q}_{\text{máx}}$	14	L/s
$\dot{Q}_{\text{mín}}$	6	L/s
\dot{Q}_0	10	L/s
$\Delta\dot{Q}_0$	4	L/s
f_{tol}	0,00125	-

método de otimização. Assim, na primeira iteração, considera-se que $\dot{Q} = \dot{Q}_0$, na segunda; $\dot{Q} = \dot{Q}_0 + \Delta\dot{Q}_0$ e na terceira; $\dot{Q} = \dot{Q}_0 - \Delta\dot{Q}_0$, a partir da quarta iteração o próximo valor de \dot{Q} será calculado pelo método BOBYQA. $\Delta\dot{Q}_0 = 4$ L/s foi escolhido para que a método percorra os limites admissíveis de \dot{Q} nas três primeiras iterações.

f_{tol} é o critério de parada, sendo igual à variação relativa da função objetivo. Assim, neste trabalho f_{tol} é definido como: $f_{tol} = |\Delta\eta| / |\eta|$. O método de otimização é finalizado quando o valor de f_{tol} calculado na iteração é menor que o estipulado. O valor de 0,00125 foi escolhido considerando o número de iterações e a precisão esperada nos cálculos.

Na Figura 4.67, mostra-se um gráfico com as eficiências obtidas em cada iteração da otimização, os resultados numéricos apresentados na Subseção 4.2.3.1 e os experimentais obtidos por Dellinger et al. (2019).

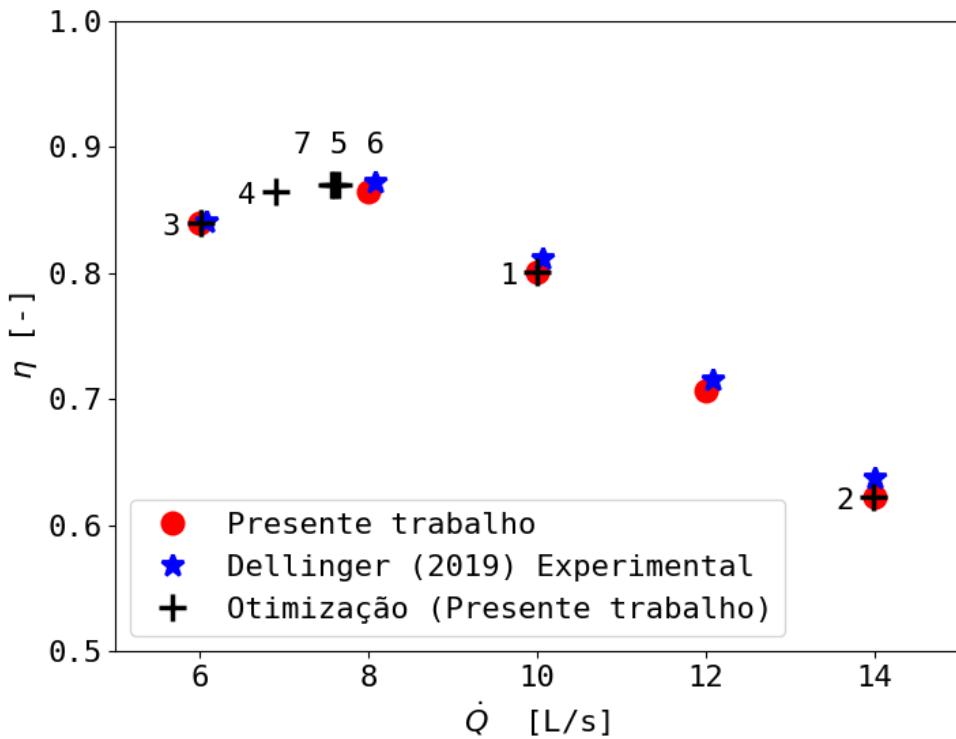


Figura 4.67 – Gráfico de η em função de \dot{Q} . São mostrados os pontos determinados através do método de otimização, os resultados experimentais de Dellinger et al. (2019) e os apresentados na Subseção 4.2.3.1.

Observa-se que, na quinta iteração, o valor calculado para η já é próximo do ótimo. As eficiências calculadas para as iterações 5, 6 e 7 são 0,87031, 0,86975 e 0,87055, respectivamente, sendo muito próximas entre si e dificilmente observáveis graficamente. As vazões nessas três iterações foram: 7,5999, 7,6398 e 7,5600 L/s, respectivamente, o que representa uma faixa de 0,0798 L/s ou cerca de 1% de 7,56 L/s. Ao se aumentar f_{tol} para 0,005, observou-se que o critério de parada também é atingido após a sétima iteração.

Comparando-se o resultado otimizado (4.68) com o obtido para $\dot{Q} = 8$ L/s (Fig. 4.49), observa-se que os vazamentos por sobrepreenchimento foram quase eliminados. Considera-se, neste trabalho, que esse fator seja a principal justificativa para aumento de 0,61% na eficiência.

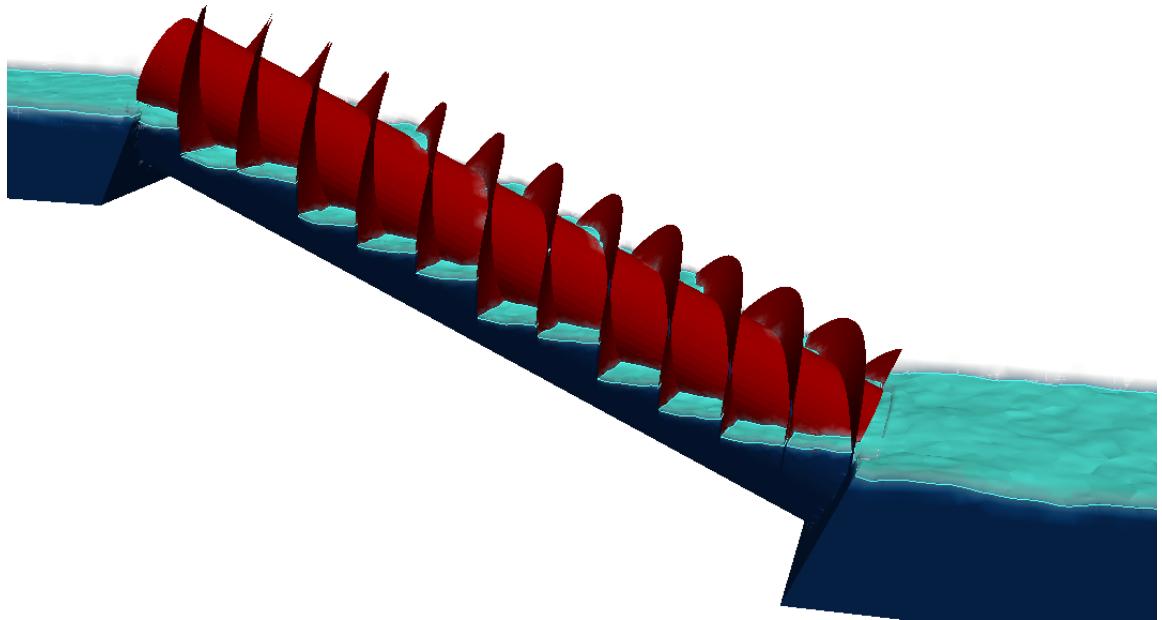


Figura 4.68 – Campo de α_L para o caso otimizado, $\dot{Q} = 7,56$ L/s. Aplicando-se um efeito de transparência para $\alpha_L < 0,5$.

4.3.2 Segundo Estudo de Otimização

Na segunda aplicação da otimização, considera-se o estudo experimental da relação entre a eficiência e a rotação de uma AST em escala de laboratório, que foi apresentado por Dellinger et al. (2018). Os parâmetros operacionais e geométricos da turbina são apresentados na Tab. 4.14.

Para o controle de I_{base} , t_o foi fixado em 7 s e o tempo físico final de simulação foi 35 s. O passo de integração foi de 0,0005 s. Adotou-se que $L_{cel} = 0,007$ m, o que produziu malhas com 266.834 células. Os casos foram executados com três núcleos físicos de um processador RYZEN 7 2700x, gastando cerca de 38 h cada simulação.

A rotação inicial foi a média entre os limites (67,6 e 135,3 rpm) ou seja $n = 101,4$ rpm. O Δn inicial foi de 33,8 rpm, para que o método de otimização cubra a média e os limites de integração nas primeiras 3 iterações. A partir da quarta iteração o método BOBYQA determina os valores de n . f_{tol} foi fixado em 0,005.

O critério de parada da otimização foi alcançado após a sexta iteração. A rotação e a eficiência calculada em cada iteração é mostrada na Fig. 4.69, juntamente com os resultados experimentais de Dellinger et al. (2018). A rotação do parafuso foi adimensionalizada através da rotação nominal ($n_{nom} = 84,56$ rpm), que foi calculada através do método analítico proposto por Rorres (2000).

Tabela 4.14 – Parâmetros operacionais e geométricos adotados no segundo estudo de otimização. Fonte: Dellinger et al. (2018).

Parâmetros	Valor	Unidade
Raio externo (R_o)	0,0960	m
Raio interno (R_i)	0,052	m
Passo (P)	0,192	m
Número de pás (N)	3	-
Comprimento do parafuso (L_s)	0,400	m
Inclinação do parafuso (β)	24,0	°
Vazão (Q)	2,8	L/s
Rotação (n)	67,6 a 135,3	rpm
Preenchimento do reservatório inferior (I_{base})	0,64	-
Folga entre o parafuso e a calha (s_{sp})	0,001	m
H_{base}	0,203	m
L_{base}	0,742	m
L_{outlet}	0,067	m
e_{base}	0,375	m
w	0,086	m
θ_{ab}	45,0	°
e_{ch}	0,004	m
$L_{p,r}$	0,025	m

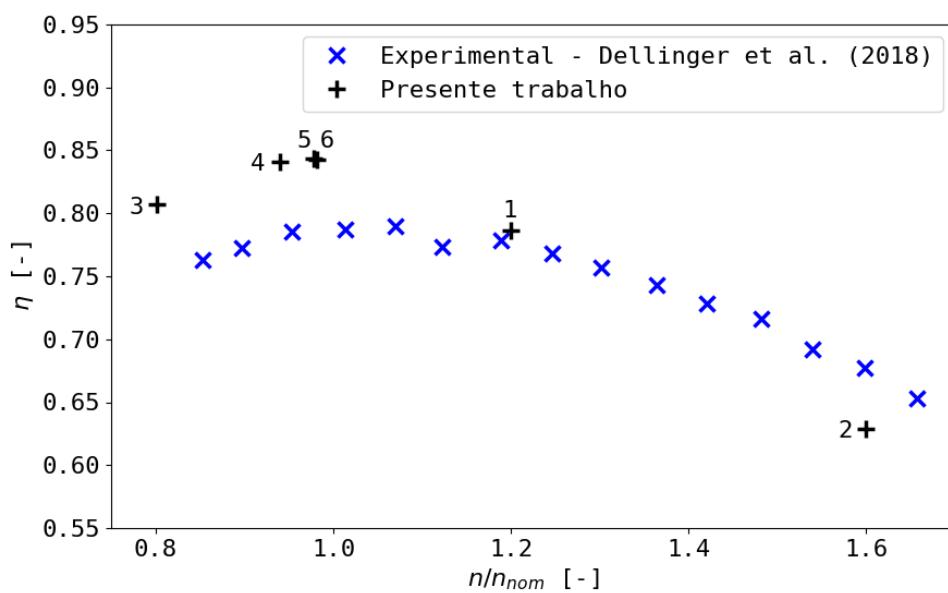


Figura 4.69 – Gráfico de η em função de n/n_{nom} , os pontos em preto representam cada iteração do método de otimização aplicado neste trabalho e os pontos em azul são os resultados experimentais de Dellinger et al. (2018).

Observa-se que para n/n_{nom} menores que 1,2, as eficiências calculadas numericamente foram superiores às experimentais, sendo que a maior diferença foi cerca de 8%.

próximo de $n/n_{nom} = 1$. Embora os resultados tenham sido discrepantes na maioria dos pontos de n/n_{nom} , a razão de rotações ótima foi igual a 0,982, que é um valor muito próximo do nominal. A máxima eficiência obtida experimentalmente ocorreu para $n/n_{nom} = 1,07$.

Os gráficos de eficiência apresentam um platô no qual η varia pouco com n/n_{nom} , o que ocorreu também no estudo de η em função de \dot{Q} . Observa-se também na Fig. 4.69, que os resultados numéricos e experimentais podem ser bem ajustados através de equações de segundo grau, o que justifica a aplicação do método BOBYQA.

4.3.3 Primeira Aplicação da Otimização

Neste estudo, a otimização é aplicada a um caso multiparâmetro, partindo do ponto ótimo determinado Subseção 4.3.1. As variáveis são n , P e R_o , enquanto \dot{Q} , β e R_i/R_o são constantes e iguais a 7,56 L/s, 24,5° e 0,532, respectivamente. É importante observar que este caso já partirá de um conjunto de parâmetros bastante otimizados, onde as eficiências atingiram cerca de 87% tanto experimentalmente quanto numericamente. Assim, além de verificar o comportamento de um problema multiparamétrico, objetiva-se também avaliar possibilidade de ganho de eficiência mesmo partindo de uma condição quase ótima.

Os limites máximos e mínimos das variáveis da otimização são apresentados na Tab. 4.15, juntamente com os seus valores iniciais. O passo inicial dado pelo otimizado para cada uma das variáveis é igual a diferença entre o limite máximo e o valor inicial.

Tabela 4.15 – Valores máximos, mínimos e iniciais adotados para as variáveis na primeira aplicação da otimização.

Parâmetro	Máximo	Mínimo	Valor inicial	Unidade
Rotação (n)	60	40	50	rpm
Passo (P)	0,378	0,258	0,318	m
Raio externo (R_o)	0,178	0,138	0,158	m

No experimento de Dellinger et al. (2019), R_i/R_o foi mantida em 0,532. Essa razão poderia ser considerada outra variável do problema, entretanto o valor de 0,532 é próximo do adotado na maioria dos parafusos de Arquimedes convencionais e alterá-lo poderia causar problemas de origem estrutural (como aumento da deflexão). A análise da influência dessa razão na eficiência pode ser tema de trabalhos posteriores. β também não será considerada uma variável do problema, pois, conforme observado por Dellinger et al. (2019), maiores inclinações reduzem a eficiência de turbinas com três pás. Por outro lado, a redução de β aumenta o comprimento do parafuso, ao se considerar a mesma altura de queda, e, consequentemente, o custo de implantação. A inclinação de 24,5° também é bastante adotada em equipamentos comerciais.

Os demais parâmetros geométricos e operacionais adotados nesta otimização são os mesmos da Subseção 4.3.1. Na Figura 4.70, mostram-se gráficos de R_o , P , n e η em função do número de iterações.

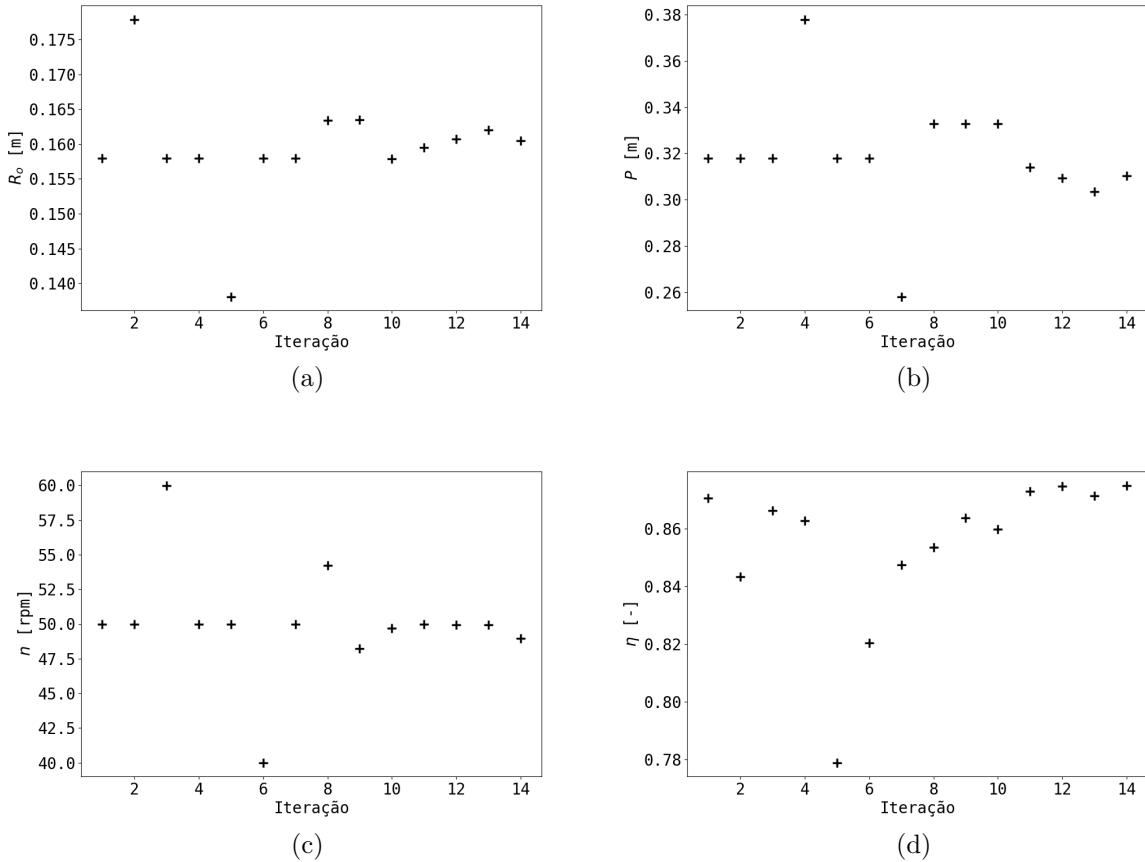


Figura 4.70 – Gráficos de R_o , P , n e η em função do número de iterações: a) R_o . b) P . c) n . d) η .

O critério de parada da otimização foi acionado após a décima quarta iteração. Na ponto de maior eficiência, o passo e a rotação caíram cerca de 2% em relação à condição inicial, enquanto R_o cresceu 1,6%. Essas alterações levaram a um ganho de eficiência próximo de 0,5% (alcançando 87,5%), o qual mesmo sendo relativamente pequeno, mostra que a otimização ainda pode apresentar ganhos mesmo quando se parte de um caso bastante otimizado.

A razão de passo ótima foi de 0,14, o que difere bastante da razão ótima calculada por Rorres (2000), que foi 0,2217 (considerando $N = 3$ e $R_i/R_o = 0,5357$). As razões de passo e de raios ideais calculadas analiticamente por Rorres (2000), objetivaram maximizar a capacidade de transporte da bomba de Arquimedes a cada rotação. Comparando com os resultados obtido neste trabalho, conclui-se que a otimização da eficiência hidráulica de uma turbina de Arquimedes leva a parâmetros diferentes, pois efeitos como: perdas

viscosas, vazamentos por frestas, vazamentos por sobrepreenchimento, choques e refluxos nas regiões de carga e descarga do parafuso influenciam a eficiência.

Como foi visto, o nível de preenchimento na entrada do parafuso (I_{topo}) é função da capacidade de transporte do parafuso, da vazão e das perdas viscosas. Esse parâmetro também influencia a eficiência de maneira significativa, como pode ser observado na Fig. 4.71, que é um gráfico de η em função de I_{topo} , calculados durante a otimização.

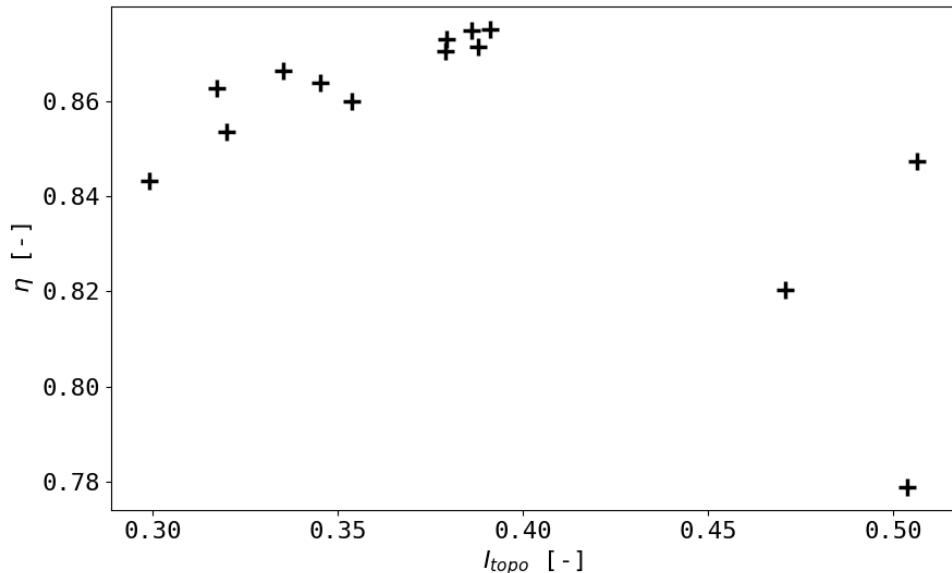


Figura 4.71 – Gráfico de η em função de I_{topo} calculado na primeira aplicação da otimização.

Como pode ser observado na Fig. 4.71, os pontos mais eficientes ocorrem para I_{topo} na faixa entre 0,37 e 0,40, sendo que, da primeira para a última iteração, I_{topo} variou de 0,379 para 0,391. Observa-se que os valores I_{topo} próximos dessa faixa evitam ou reduzem os vazamentos por sobrepreenchimento e aumentam a eficiência hidráulica. Outro exemplo foi o apresentado na Subseção 4.2.3.3, na qual vazamentos por sobrepreenchimento ocorreram a partir de $I_{topo} = 0,363$. Por outro lado, na Subseção 4.3.2, a máxima eficiência foi obtida para $I_{topo} = 0,457$. Esse valor é um pouco superior aos demais calculados nesse trabalho. Entretanto a única variável existente no estudo da Subseção 4.3.2 é a rotação e aumentá-la reduziria I_{topo} , porém aumentaria a perda de potência por efeitos viscosos. Assim, o algorítimo faz um balanço de forma a otimizar a eficiência hidráulica. Essas observações justificam o controle de nível do reservatório superior para se obter a máxima eficiência hidráulica no equipamento, porém esse controle exige variação de rotação do parafuso, o que leva à perdas de potência associadas ao uso de inversores e também de origem viscosa, quando se opera a maiores velocidades.

4.3.4 Segunda Aplicação da Otimização

Esta aplicação também será baseada no caso apresentado na Subseção 4.2.3.1. O otimizador agora será utilizado para se determinar n , P e R_o ótimos considerando uma vazão igual a 10 L/s. Da mesma forma que na aplicação anterior, β e R_i/R_o são constantes e iguais a $24,5^\circ$ e 0,532, respectivamente. Como \dot{Q} é maior neste caso, os limites máximos de R_o e P fora elevados para 0,188 m e 0,418 m, respectivamente.

Na Figura 4.72 são mostrados gráficos de n , P , R_o e η em função da iteração.

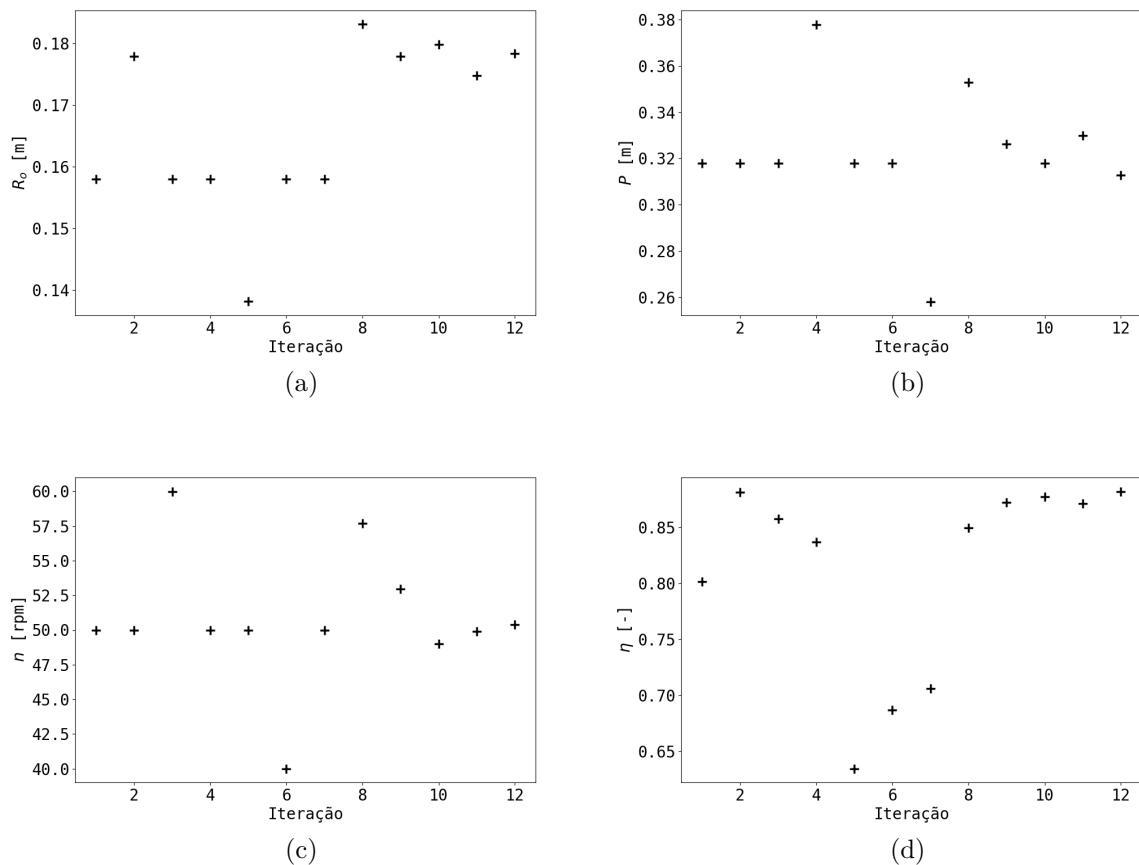


Figura 4.72 – Gráficos de R_o , P , n e η em função do número de iterações: a) R_o . b) P . c) n . d) η .

O otimizador necessitou de 12 iterações para atingir o critério de parada. Observa-se na Fig. 4.72 que R_o foi o parâmetro mais influente na eficiência e o que mais apresentou variação na última iteração em relação à primeira, tendo crescido de 0,158 m para 0,178 m, o que representa um crescimento de 12,7%. O passo foi reduzido em cerca de 1,7% e a rotação aumentou 1% aproximadamente. A razão de passo no ponto ótimo foi igual a 0,127, 9% menor que no estudo anterior.

A eficiência hidráulica calculada parte de 80,1%, na primeira iteração, e alcança 88,2%, no ponto ótimo, sendo o valor máximo determinado neste trabalho. Um dos fatores

que explicam esse aumento de η em relação à aplicação anterior é η_G , que foi cerca de 1% menor na presente aplicação. Esse redução de η_G com o crescimento \dot{Q} já foi observada nas simulações anteriores, porém, neste caso, foi amplificada, pois a folga (s_{sp}) é constante e independente de R_o .

Na Figura 4.73, apresenta-se um gráfico de η em função de I_{topo} .

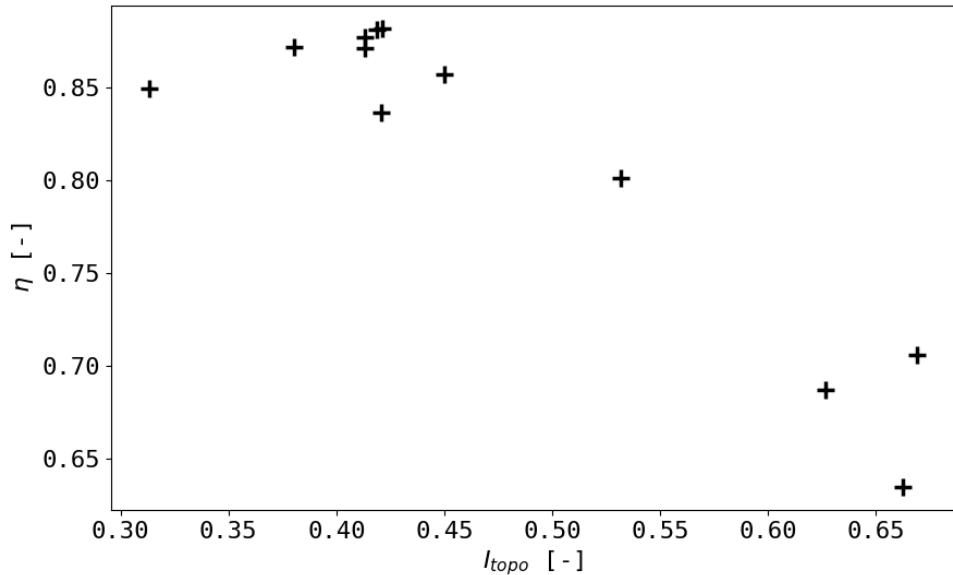


Figura 4.73 – Gráfico de η em função de I_{topo} calculado na segunda aplicação da otimização.

Os pontos de máxima eficiência foram observados próximos a $I_{topo} = 0,42$, um pouco superiores à aplicação anterior. Novamente, observa-se que o vazamento por sobre-preenchimento é praticamente nulo no ponto ótimo, como pode ser observado na Fig. 4.74. Através dos casos simulados, conclui-se que I_{topo} deve ser mantido na faixa de 0,36 até 0,44 para que se obtenha alta eficiência hidráulica.

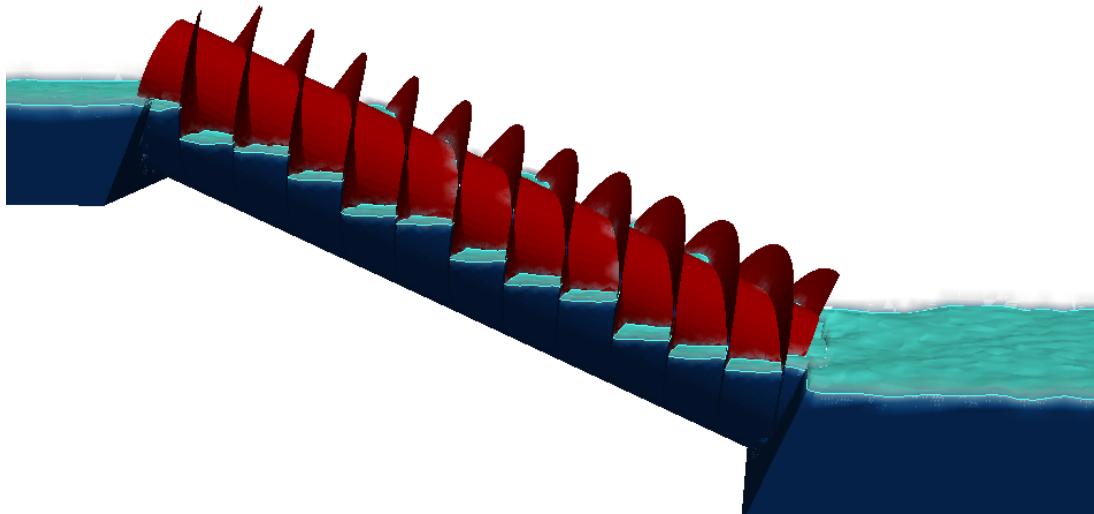


Figura 4.74 – Campo de α_l obtido no ponto otimizado considerando $\dot{Q} = 10 \text{ L/s}$ e $t = 36 \text{ s}$. Um filtro de transparência é aplicado para $\alpha_l < 0,5$ e a superfície da água é localizada onde $\alpha_l = 0,5$.

4.3.5 Terceira Aplicação da Otimização

Objetiva-se neste caso aplicar a otimização é um problema com vazão sazonal, que é bastante comum em turbinas a fio d'água. Novamente, os parâmetros geométricos da turbina são baseados no problema estudado na Subseção 4.2.3.1. A vazão é caracterizada através de três pontos e nos demais tempos é aproximada através de uma *spline* cúbica, como é mostrado na Fig. 4.75.

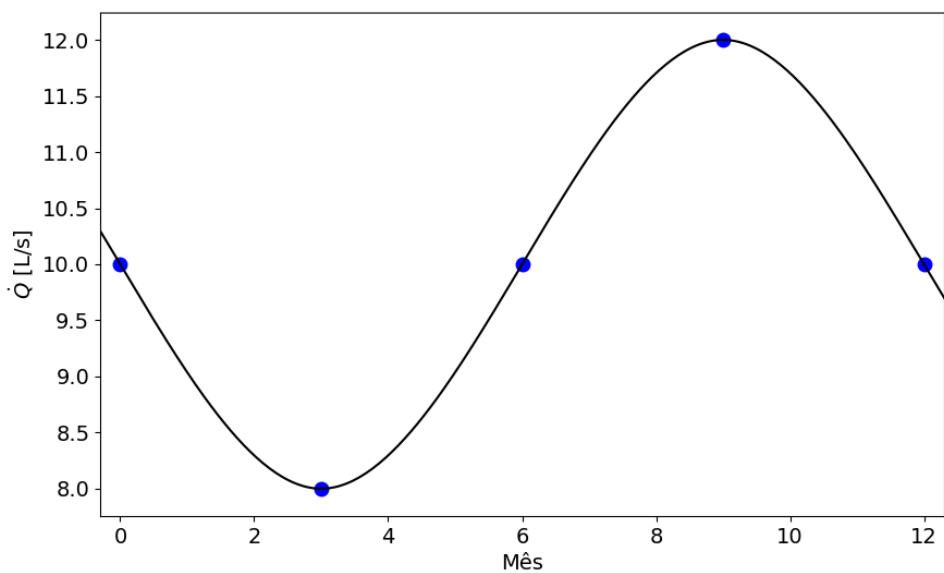


Figura 4.75 – Curva de vazão em função do mês. Os pontos são os valores que caracterizam a vazão e a curva é um ajuste através de uma *spline* cúbica.

Na Figura 4.75 são mostrados cinco pontos para o período de um ano seja representado, mas apenas três pontos são calculados, sendo que a vazão média é adotada para os meses 0, 6 e 12. Assim, para cada iteração da otimização, são executadas três simulações. Para cada uma dessas, determina-se a potência mecânica da turbina e, novamente, utiliza-se uma *spline* cúbica para se ajustar uma curva de potência ao longo do ano. A integral dessa curva no período de 12 meses é a variável a ser maximizada na otimização. O método proposto pode ser adaptado a qualquer curva de vazão sazonal, podendo ser utilizados diversos pontos para se caracterizar a curva de potência ao longo do ano. Porém o custo computacional crescerá linearmente em função do número de simulações necessárias para cada passo da iteração.

Neste problema, os parâmetros considerados variáveis são o raio externo e a rotação do parafuso. Poderiam ser utilizadas mais variáveis, mas o aumento do número de iterações da otimização exigiria um período maior para execução do caso. O passo é fixado em 0,3127 m, conforme foi calculado na Subseção 4.3.4. Os valores limites e médios das variáveis do problema são mostrados na Tab. 4.16.

Tabela 4.16 – Valores máximos, mínimos e iniciais adotados para as variáveis da terceira aplicação da otimização.

Parâmetro	Máximo	Mínimo	Valor inicial	Unidade
Rotação (n)	60,40	40,40	50,40	rpm
Raio externo (R_o)	0,1983	0,1583	0,1783	m

O valores iniciais apresentados na Tab. 4.16 foram calculados como pontos ótimos na Subseção 4.3.4. Os variações iniciais de n e R_o são 10 rpm e 0,02 m, para que o método cubra toda a região de delimitada nos passos iniciais da otimização.

As simulações foram executadas em paralelo utilizando quatro núcleos físicos de um processador Intel i7-3770K. Cada simulação foi executada até $t = 30$ s, considerando $\Delta t = 0,0005$ s, o que levou cerca de 22 h. Como cada iteração da otimização necessita de três execuções, são necessárias aproximadamente 66 h no total.

Esta otimização já partiu de um ponto ideal para a vazão média ($\dot{Q} = 10$ L/s), o método deverá determinar um ponto ideal considerando também os períodos de cheia e de estiagem. f_{tol} foi fixado em 0,005. Foram necessárias 11 iterações para acionar o critério de parada. Na Figura 4.76, mostra-se o gráfico da energia produzida em um ano, em kWh, em cada iteração.

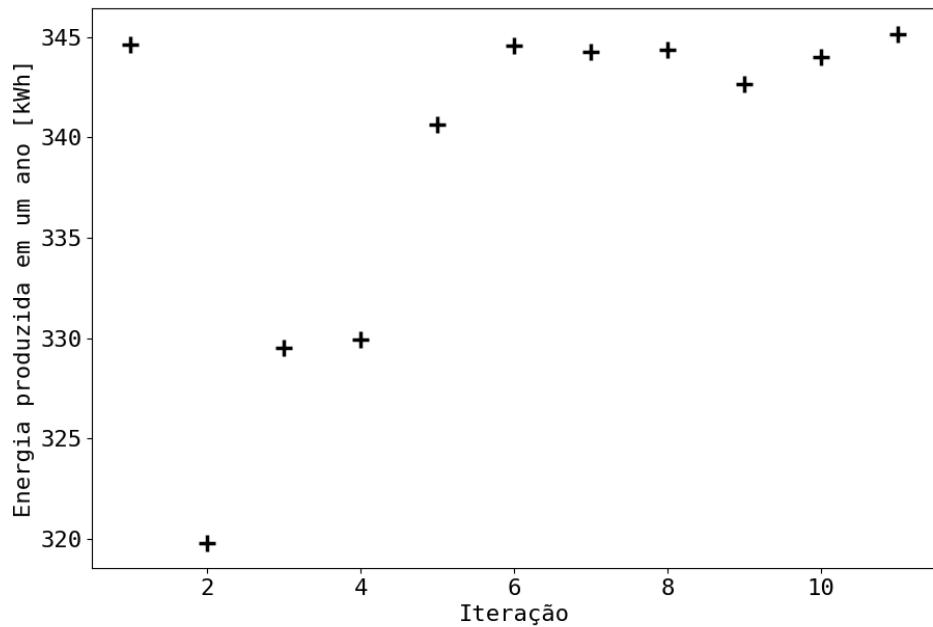
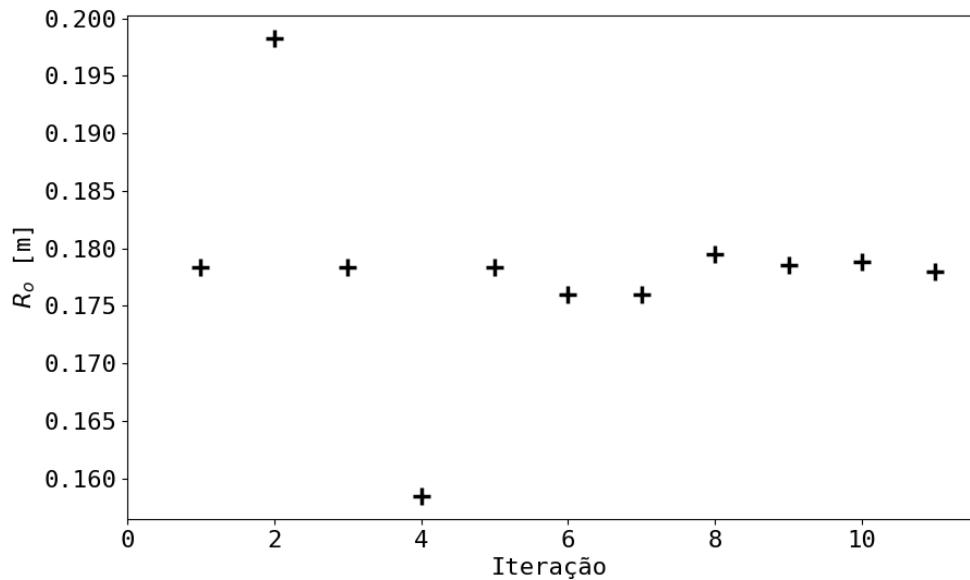
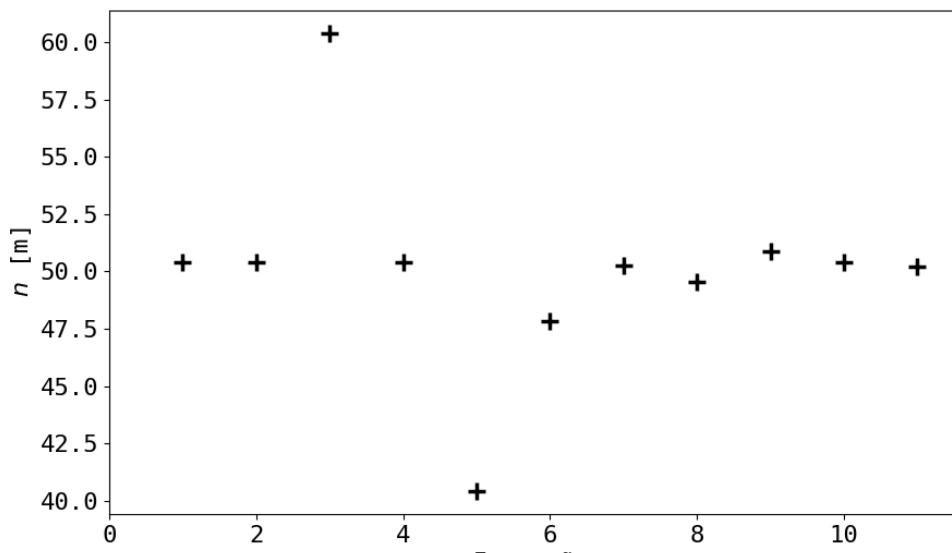


Figura 4.76 – Gráfico da energia produzida em um ano em função da iteração.

Como pode ser observado na Fig. 4.76, a energia produzida na última iteração é levemente superior à primeira. A rotação e o raio externo ótimos também variaram pouco, o que pode ser observado na Fig. 4.77. Dessa forma, conclui-se que, para este caso, a maximização da potência leva a parâmetros equivalentes ao se considerar ou não a sazonalidade da vazão. É importante observar que a curva periódica adotada tem a mesma amplitude para os níveis máximo e mínimo e que a média da vazão ao longo do tempo é igual a 10 L/s, para a qual os parâmetros já partem de valores ótimos. Conclui-se que considerar a sazonalidade na otimização pode ser mais adequado a problemas que envolvam amplitudes variáveis e mais intensas, quando comparadas à média.



(a)



(b)

Figura 4.77 – Gráficos de R_o e n em função do número de iterações: a) R_o . b) n .

A curva de potência em função do mês ajustada através da *spline* cúbica que foi determinada na última iteração é mostrada na Fig. 4.78.

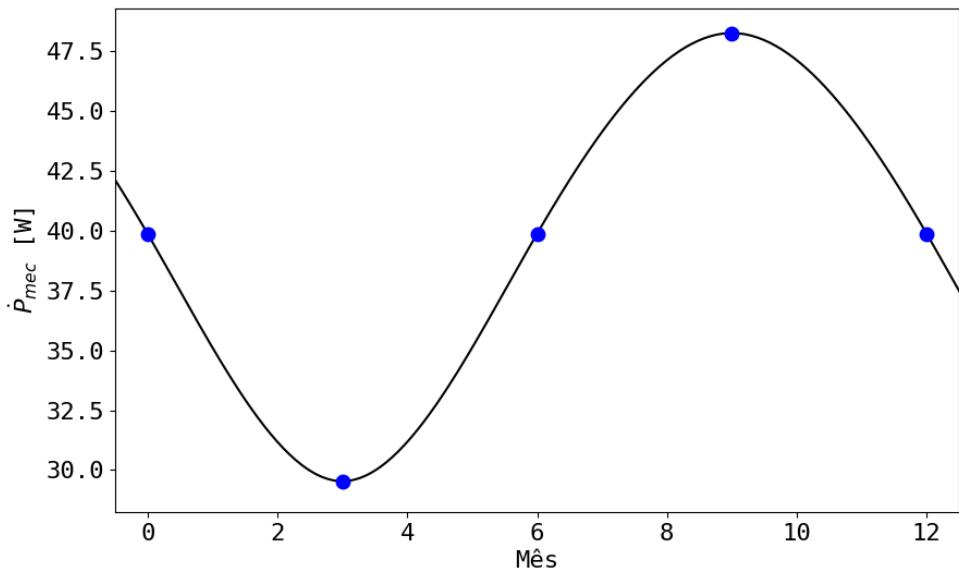


Figura 4.78 – Gráfico da potência mecânica em função do mês. Os pontos foram calculados enquanto a curva foi aproximada através da *spline* cúbica.

Observa-se na Fig. 4.78 que enquanto na baixa vazão a potência caiu 10,3 W; na alta, subiu 8,4 W em relação à média. Esse menor ganho na cheia pode ser explicado pela menor eficiência nesse ponto, cerca de 83,6% (como pode ser observado na Fig. 4.79). Na baixa vazão a eficiência foi de 86,9%, enquanto na vazão média igual a 88,0%.

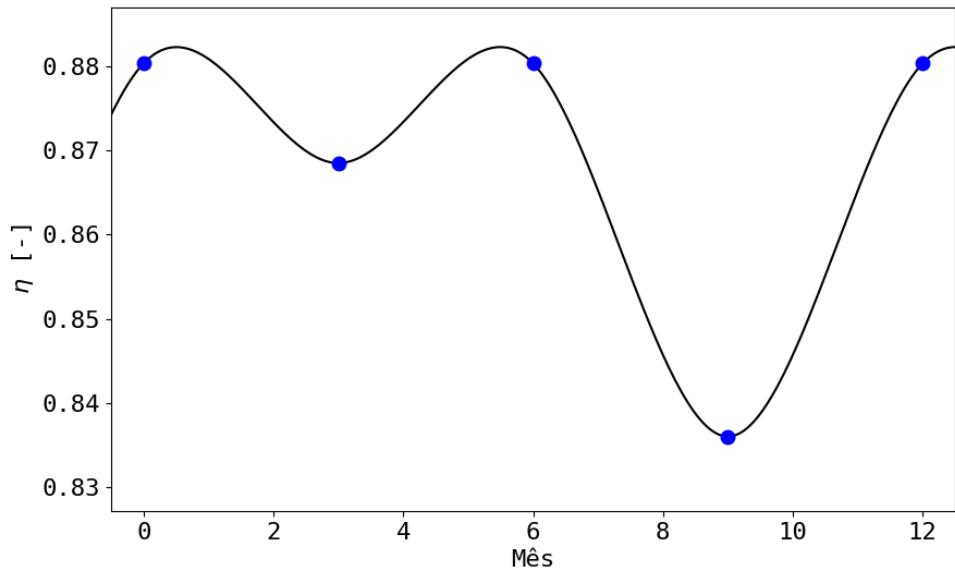


Figura 4.79 – Gráfico de η em função do mês. Os pontos foram calculados enquanto a curva foi aproximada através da *spline* cúbica.

O gráfico de I_{topo} em função do mês é mostrado na Fig. 4.80.

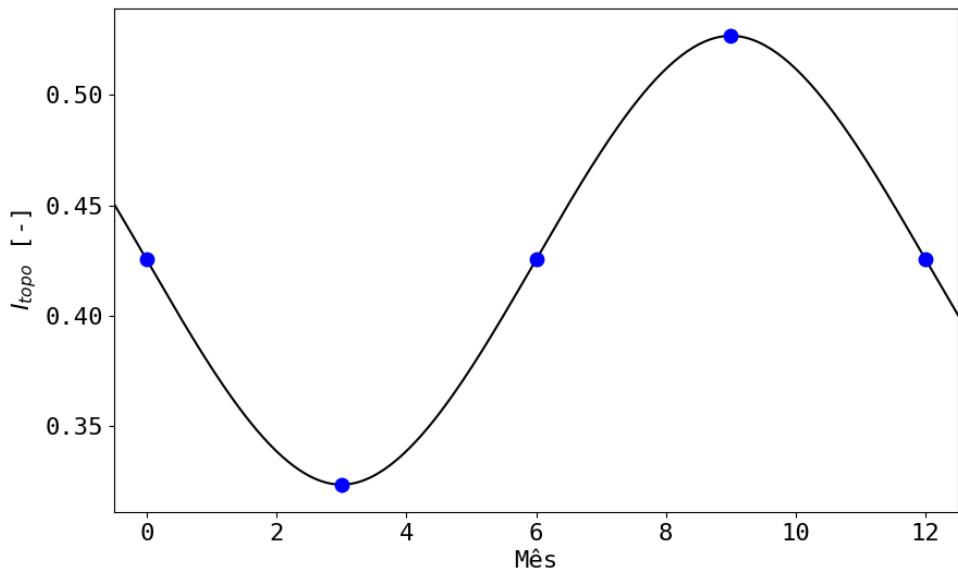


Figura 4.80 – Gráfico de I_{topo} em função do mês. Os pontos foram calculados enquanto a curva foi aproximada através da *spline* cúbica.

Pode-se observar, na Fig. 4.80, que I_{topo} (e consequentemente h_{in}) variou quase linearmente com a vazão, tendo a amplitude próxima de 0,1 tanto para a cheia quanto para a seca.

Os resultados obtidos nesta otimização mostram que a maximização a potência mecânica pode ser mais adequada do que a otimização da eficiência hidráulica. Pois a eficiência hidráulica depende também da altura de queda e, consequentemente, de I_{topo} . Porém I_{topo} é uma variável de difícil controle, principalmente em turbinas a fio d'água, pois irá se adequar à vazão e à capacidade de transporte da turbina, como foi observado na Fig. 4.80. Por outro lado, em aplicações nas quais o nível de água no reservatório superior deve ser controlado ou limitado, a maximização da eficiência hidráulica pode ser mais adequada ao projeto da turbina de Arquimedes.

Embora a otimização de variáveis como a eficiência hidráulica e a potência da turbina de Arquimedes seja desejável no projeto, o ponto de vista econômico poderia indicar melhor a sua viabilidade. Assim, o uso indicadores econômicos como função objetivo pode determinar os parâmetros que produzem o melhor retorno financeiro em determinado tempo. Para isso, seria necessário calcular os custos de construção, operação e manutenção do equipamento em função de parâmetros como: os raios interno e externo, o passo, a rotação, a inclinação e a potência produzida. O retorno financeiro obtido com a comercialização da eletricidade ou da potência mecânica também deve ser contabilizados. A aplicação da otimização de indicadores financeiros pode ser tema de trabalhos futuros.

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi desenvolvida uma metodologia para simulação numérica e otimização da turbina de Arquimedes. O cálculo do vazamento através das frestas é feito separadamente da simulação da turbina utilizando uma abordagem analítica e numérica, esse procedimento evita a necessidade de alto refinamento localizado de malha na região da fresta, o que reduz o custo computacional. As simulações são realizadas através da biblioteca OpenFOAM, a qual retorna a potência mecânica produzida, a altura de queda e outros resultados do modelo. Um código em linguagem Python controla todo o processo, partindo da definição dos parâmetros da turbina, através do método de otimização, passando pela configuração e execução de cada caso no OpenFOAM e, por fim, calculando e apresentando os resultados. A otimização é feita através do método BOBYQA que é disponibilizado pela biblioteca Nlopt.

Os primeiros estudos apresentados foram de simulações de vazamentos por frestas. A validação desses resultados mostrou boa concordância com dados experimentais e numéricos existentes na literatura. Esse modelo foi aplicado em um estudo de caso, no qual o vazamento por frestas e a respectiva perda de eficiência hidráulica foram determinados para turbinas de Arquimedes com diferentes diâmetros, número de pás e inclinações. Utilizando esses resultados, ajustaram-se curvas para o cálculo do vazamento em função do diâmetro do parafuso, as quais podem ser utilizadas no projeto de turbinas de Arquimedes. Concluiu-se que turbinas com mais pás apresentam menor vazamento por frestas. Também foi possível observar que a perda de eficiência devido a esse efeito é mais significativa em turbinas com menores diâmetros e com maiores inclinações.

Em sequência, a metodologia proposta foi aplicada para estudar três casos de turbinas de Arquimedes. As eficiências hidráulicas e as potências calculadas apresentaram boa concordância com dados numéricos e experimentais da literatura. As maiores diferenças encontradas foram no cálculo do nível do reservatório superior, as quais podem ser originadas de erros na determinação dos vazamentos por frestas. Observou-se que, em altas rotações, as perdas de potências por efeitos viscosos crescem. O aumento da rotação também reduz o preenchimento do parafuso, levando a um refluxo na sua descarga e a perdas de eficiência do equipamento. Por outro lado, baixas rotações tendem a elevar o preenchimento e causarem perdas por sobrepreenchimento.

Por fim, cinco otimizações foram executadas. Nas duas primeiras, objetivou-se analisar o desempenho da otimização através de aplicações já conhecidas e com apenas uma variável. As três otimizações finais são multiparamétricas e têm a finalidade de avaliar a metodologia em diferentes condições, além de determinar parâmetros que otimizem

a turbina de Arquimedes. As otimizações com uma variável necessitaram de até sete iterações para se alcançar o critério de parada. Observou-se que a maioria dos gráficos obtidos apresentam uma faixa de alta eficiência, na qual as variações de eficiência são baixas. Os resultados das otimizações com três variáveis necessitaram de 12 a 14 iterações, e conseguiram alcançar as maiores eficiências hidráulicas observadas neste trabalho, que chegaram 88,2%.

Observou-se que as eficiências hidráulicas máximas ocorreram para razões de passo estiveram entre 0,127 e 0,14. Ao se considerar o passo, o raio externo e a rotação do parafuso, o parâmetro mais significante para otimização da eficiência foi o raio externo. Também concluiu-se que as maiores eficiências hidráulicas ocorreram para níveis de preenchimento próximos a 0,4 na entrada do parafuso, pois os vazamentos por sobrepreenchimento são eliminados ou reduzidos nesta condição, o que influencia de maneira considerável na eficiência da turbina de Arquimedes.

Na otimização da energia mecânica produzida em um ano, na qual considerou-se a sazonalidade da vazão, observou-se que, em casos onde o nível do reservatório superior não é controlado, a adoção da potência mecânica como função objetivo pode produzir resultados mais adequados do que considerar a maximização da eficiência hidráulica. Conclui-se também que considerar a sazonalidade da vazão na otimização é mais viável em aplicações onde as amplitudes da variação de vazão são de maior escala e não uniformes.

Através dos resultados apresentados neste trabalho, foi possível observar numericamente diversos fenômenos que determinam o funcionamento da turbina de Arquimedes. O cálculo analítica do vazamento por frestas levou a uma redução do custo computacional e a viabilização da simulação numérica, bem como a sua aplicação em conjunto com um método iterativo de otimização. A aplicação das técnicas de otimização também permitiram ganhos de eficiência hidráulica e de potência mecânica. A automatização dos processos de construção de malhas, configuração dos casos, execução dos aplicativos, leitura dos resultados e cálculo de variáveis através do código em python agilizou e também evitou erros manuais, que poderiam ocorrer ao longo da otimização. Além disso, o código desenvolvido pode ser aplicado a outros processos de simulação e otimização, alterando apenas o domínio computacional, as condições e as variáveis do problema. Conclui-se que a metodologia desenvolvida neste trabalho pode ser satisfatoriamente aplicada ao projeto otimizado e ao estudo da turbina de Arquimedes.

6 PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

A partir dos resultados e discussões deste trabalho, foram propostos os seguintes temas para estudos futuros:

- Estudar a influência da rotação do parafuso no vazamento por frestas. O que pode ser feito através de um modelo axissimétrico que inclua a velocidade relativa tangencial do parafuso em relação à calha ou através de uma simulação tridimensional com foco nesse tipo de vazamento;
- Calcular o vazamento por frestas em bombas de Arquimedes e fazer comparações com os resultados de turbinas;
- Aumentar o domínio utilizado na simulação do vazamento por frestas e aplicar condições do contorno cíclicas para incluir os efeitos do escoamento nos *buckets* e dos jatos induzidos pelas frestas subsequentes;
- Avaliar o nível d'água do reservatório inferior em todos os passos de tempo de integração de forma a se controlar o parâmetro d_p continuamente, o que evitaria o processo iterativo adotado para o controle do nível d'água do reservatório inferior;
- Melhorar as técnicas de construção de malha. Como, por exemplo, empregando células majoritariamente hexaédricas;
- Analisar a influência da razão de raios na eficiência hidráulica;
- Corrigir o vazamento por frestas, que é previamente determinado através do modelo analítico. Para isso, duas possibilidades poderiam ser exploradas, a primeira seria utilizar um fator de correção para o vazamento por frestas, com base na diferença entre modelos analíticos e numéricos ou experimentais, a segunda alternativa seria realizar uma simulação prévia para se calcular o vazamento por frestas numericamente e uma simulação final com essa variável atualizada;
- Utilizar indicadores financeiros como função objetivo da otimização. Embora a maximização da potência mecânica ou da eficiência sejam desejáveis, a otimização de indicadores financeiros pode determinar a configuração mais viável do equipamento. Para o cálculo desses indicadores é necessário determinar todos os custos construtivos, operacionais e de manutenção e o retorno financeiro da produção de potência mecânica e elétrica.

REFERÊNCIAS

ABRAPCH. *Começa a operar em Curitiba usina que vai gerar energia limpa no Parque Barigui*. 2019. Acessado em 28 de abril de 2021. Disponível em: <<https://abrapch.org.br/2019/10/comeca-a-operar-em-curitiba-usina-que-vai-gerar-energia-limpa-no-parque-barigu/>>. Citado na página 32.

AIGNER, D. Überfalle-asserbauliche mittelungen-aktuelle forschungen im wasservau 1993-2008. *Institut fur Wasserbau und Technische Hydromechanik der TU Dresden. Selbstverlag der Technischen universitat Dresden, Dresden*, v. 36, 2008. Citado na página 72.

ANEEL, A. *Átlas de energia elétrica do Brasil*. 2002. Acessado em 2 de julho de 2020. Disponível em: <http://www2.aneel.gov.br/arquivos/pdf/livro_atlas.pdf>. Citado na página 21.

ANSYS, I. *ANSYS Fluent User's Guide, Release 19.0*. 2018. Citado na página 61.

BEHRENS, T. Openfoam's basic solvers for linear systems of equations. *Chalmers, Department of Applied Mechanics*, v. 18, n. 02, 2009. Citado na página 56.

BENNION, D. *Maintaining Archimedes Screw Pumps*. 2016. Acessado em 25 de maio de 2020. Disponível em: <<http://www.ecsengineeringservices.com/maintaining-archimedes-screw-pumps/>>. Citado na página 33.

BETZ, A. *Wind-energie und ihre ausnutzung durch windmuehlen. (Wind energy and its utilization by windmills)*. [S.l.]: Reprint, 1926. Citado na página 26.

BORN, S.; FIELD, K.; LANDER, D.; BENDEWALD, M. *Water Resources: Why Do We Build Dams?* Teach Engineering, 2007. Acessado em 13 de abril de 2021. Disponível em: <https://www.teachengineering.org/lessons/view/cub_dams_lesson01>. Citado na página 21.

BRACKBILL, J.; KOTHE, D.; ZEMACH, C. A continuum method for modeling surface tension. *Journal of Computational Physics*, Elsevier, v. 100, n. 2, p. 335–354, 1992. ISSN 0021-9991. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0021-9991\(92\)90240-Y](https://doi.org/10.1016/0021-9991(92)90240-Y)>. Citado na página 52.

BRACKEN, F. S.; LUCAS, M. C. Potential impacts of small-scale hydroelectric power generation on downstream moving lampreys. *River Research and Applications*, Wiley Online Library, v. 29, n. 9, p. 1073–1081, 2013. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/rra.2596>>. Citado na página 38.

BRADA, K.; RADLIK, K.-A. Wasserkraftschnecke: Eigenschaften und verwendung. In: *Heat exchange and renewable energy sources (Szczecin-Swinoujscie, 1996)*. [S.l.: s.n.], 1996. p. 43–52. Citado 5 vezes nas páginas 17, 133, 134, 135 e 136.

BROWN, A.; MÜLLER, S.; DOBROTKOVA, Z. Renewable energy: Markets and prospects by technology. *IEA information paper*, 2011. Citado na página 21.

- CEA, E. *OpenCascade. Salome: The open source integration platform for numerical simulation*. 2010. Disponível em: <<https://www.salome-platform.org/>>. Citado na página 83.
- CFD Online. *Y plus wall distance estimation*. 2011. Acessado em 4 de agosto de 2020. Disponível em: <https://www.cfd-online.com/Wiki/Y_plus_wall_distance_estimation>. Citado na página 60.
- CFD Online. *Turbulence length scale*. 2012. Acessado em 4 de agosto de 2020. Disponível em: <https://www.cfd-online.com/Wiki/Turbulent_length_scale>. Citado na página 61.
- CFD Online. *Turbulence free-stream boundary conditions*. 2014. Acessado em 4 de agosto de 2020. Disponível em: <https://www.cfd-online.com/Wiki/Turbulence_free-stream_boundary_conditions>. Citado na página 61.
- CLEVELAND, C.; MORRIS, C. *Handbook of Energy, Volume II: Chronologies, Top Ten Lists, and Word Clouds*. [S.l.]: Elsevier, 2013. ISBN ISBN-10: 0124170137 ISBN-13: 978-0124170131. Citado na página 21.
- DADA, O.; DANIYAN, I.; ADARAMOLA, O. Optimal design of micro hydro turbine (archimedes screw turbine) in arinta water fall in ekiti state, nigeria. *Research Journal in Engineering and Applied Sciences*, Emerging Academy Resources, v. 4, n. 2, p. 34–38, 2014. Citado na página 33.
- DELLINGER, G. *Etude expérimentale et optimisation des performances hydrauliques des vis d'Archimède utilisées dans les micro centrales hydroélectriques*. Tese (Doutorado) — Université de Strasbourg, dez. 2015. Disponível em: <<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01355570>>. Citado 4 vezes nas páginas 23, 66, 68 e 92.
- DELLINGER, G.; GARAMBOIS, P.; DUFRESNE, M.; TERFOUS, A.; VAZQUEZ, J.; GHENAIM, A. Numerical and experimental study of an archimedean screw generator. In: IOP PUBLISHING. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2016. v. 49, n. 10, p. 102002. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088/1755-1315/49/10/102002>>. Citado na página 35.
- DELLINGER, G.; GARAMBOIS, P.-A.; DELLINGER, N.; DUFRESNE, M.; TERFOUS, A.; VAZQUEZ, J.; GHENAIM, A. Computational fluid dynamics modeling for the design of archimedes screw generator. *Renewable Energy*, Elsevier, v. 118, p. 847–857, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.renene.2017.10.093>>. Citado 10 vezes nas páginas 42, 66, 82, 85, 92, 114, 117, 137, 140 e 141.
- DELLINGER, G.; SIMMONS, S.; LUBITZ, W. D.; GARAMBOIS, P.-A.; DELLINGER, N. Effect of slope and number of blades on archimedes screw generator power output. *Renewable Energy*, Elsevier, v. 136, p. 896–908, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.renene.2019.01.060>>. Citado 13 vezes nas páginas 16, 18, 43, 93, 94, 110, 115, 116, 117, 137, 138, 139 e 142.
- DELLINGER, G.; TERFOUS, A.; GARAMBOIS, P.-A.; GHENAIM, A. Experimental investigation and performance analysis of archimedes screw generator. *Journal of Hydraulic Research*, Taylor & Francis, v. 54, n. 2, p. 197–209, 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/00221686.2015.1136706>>. Citado 5 vezes nas páginas 41, 67, 77, 78 e 97.

- DESHPANDE, S. S.; ANUMOLU, L.; TRUJILLO, M. F. Evaluating the performance of the two-phase flow solver interfoam. *Computational science & discovery*, IOP Publishing, v. 5, n. 1, p. 014016, 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088/1749-4699/5/1/014016>>. Citado 5 vezes nas páginas 52, 53, 54, 56 e 57.
- ECS ENGINEERING SERVICES. *Archimedes Screw Pumps*. 2016. Acessado em 25 de maio de 2020. Disponível em: <<http://www.ecsengineeringservices.com/archimedes-screw-pumps/#Bearings>>. Citado na página 33.
- FAINGUELERNT, M. B. Impactos da usina hidrelétrica de belo monte: uma análise da visão das populações ribeirinhas das reservas extrativistas da terra do meio. *Civitas-Revista de Ciências Sociais*, SciELO Brasil, v. 20, n. 1, p. 43–52, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.15448/1984-7289.2020.1.35906>>. Citado na página 21.
- FARRELL, P.; MADDISON, J. Conservative interpolation between volume meshes by local galerkin projection. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Elsevier, v. 200, n. 1-4, p. 89–100, 2011. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.cma.2010.07.015>>. Citado 3 vezes nas páginas 62, 63 e 64.
- FERZIGER, J. H.; PERIĆ, M. *Computational methods for fluid dynamics*. [S.l.]: Springer, 2002. v. 3. Citado 3 vezes nas páginas 54, 55 e 62.
- FUTURE ENERGY YORKSHIRE. *Archimedes screw: Copley Hydropower Generator*. 2011. Acessado em 28 de abril de 2021. Disponível em: <<http://www.ecoevolution.ie/pdfs/FEY%20comparison%20study%20Archimedes%20vs%20Kaplan.pdf>>. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 33.
- GAGLIARDE, J.; DOURADO, W. Metodologia para simulação de bomba centrífuga utilizando software open source. In: *X Workshop em Engenharia e Tecnologia Espaciais*. São José dos Campos - SP: [s.n.], 2019. Citado na página 64.
- HEMIDA, H. *OpenFOAM tutorial: Free surface tutorial using interFoam and rasInterFoam*. 2008. Acessado em 13 Mar. 2018. Disponível em: <http://www.tfd.chalmers.se/~hani/kurser/OS_CFD_2007/HassanHemida/Hassan_Hemida_VOF.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 49.
- HIRT, C.; NICHOLS, B. Volume of fluid (vof) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics*, Elsevier, v. 39, n. 1, p. 201–225, 1981. ISSN 0021-9991. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0021-9991\(81\)90145-5](https://doi.org/10.1016/0021-9991(81)90145-5)>. Citado 2 vezes nas páginas 42 e 45.
- HYDRO-CONNECT. *The fish ascent screw*. 2020. Acessado em 20 de junho de 2020. Disponível em: <<http://www.hydroconnect.at/en/technology-economical-fish-pass/>>. Citado na página 36.
- ICOLD. *Role of Dams*. ICOLD - International Commission on large dams, 2014. Acessado em 13 de abril de 2021. Disponível em: <https://www.icold-cigb.org/GB/Dams/role_of_dams.asp>. Citado na página 21.
- IRENA. *Renewable Energy Techlogies: Cost Analysis Series, Hydropower*. Alemanha, 2012. Acessado em 13 de abril de 2021. Disponível em: <https://www.irena.org/-/media/Files/IRENA/Agency/Publication/2012/RE_Technologies_Cost_Analysis-HYDROPOWER.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 22.

- ISSA, R. I. Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting. *Journal of computational physics*, Elsevier, v. 62, n. 1, p. 40–65, 1986. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0021-9991\(86\)90099-9](https://doi.org/10.1016/0021-9991(86)90099-9)>. Citado na página 53.
- JASAK, H. Finite volume discretisation in openfoam-best practice guidelines. *Predavanja, CFD with OpenSource Software Course, Chalmers University*, 2015. Citado na página 54.
- JOHNSON, D. A.; KING, L. A mathematically simple turbulence closure model for attached and separated turbulent boundary layers. *AIAA journal*, v. 23, n. 11, p. 1684–1692, 1985. Disponível em: <<https://doi.org/10.2514/3.9152>>. Citado na página 59.
- JOHNSON, S. G. The nlopt nonlinear-optimization package. 2008. Citado na página 79.
- JUNIOR, A.; ELS, R. V.; SALOMON, L. R.; OLIVEIRA, T.; PAULA, A. Turbina hidrocinética geração 3. In: *IV CONGRESSO*. [S.l.: s.n.], 2005. Citado na página 26.
- Kakuno Manufacturing Co. *Multi-AST Two Pico Pika Units Running Since 2012 in ibi-Cho*. Gifu, Japão, 2016. Acessado em 15 de abril de 2021. Disponível em: <<https://www.fb.com/YouXianHuiSheJiaoYeZhiZuoSuo/posts/2201719083188345>>. Citado na página 39.
- Kakuno Manufacturing Co. *The Ecological Arita River Town in the Sankei Shimbun*. Gifu, Japão, 2017. Acessado em 15 de abril de 2021. Disponível em: <<https://www.fb.com/YouXianHuiSheJiaoYeZhiZuoSuo/posts/1900744169952506>>. Citado na página 39.
- KEMP, P. S. Impoundments, barriers and abstractions: impact on fishes and fisheries, mitigation and future directions. *Freshwater fisheries ecology*, Wiley Online Library, p. 717–769, 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/9781118394380.ch52>>. Citado na página 36.
- KIBEL, P. *Archimedes screw turbine fisheries assessment. Phase II: Eels and kelts*. [S.l.]: Fishtek Consulting: Moretonhamsted, Devon, 2008. Citado na página 37.
- KIBEL, P.; COE, T. *Fish monitoring and live trials. Archimedes screw turbine, River Dart. Phase I Report: Live fish trials, smolts, leading edge assessment, disorientation study, outflow monitoring*. [S.l.]: Fishtek Consulting: Moretonhamsted, Devon, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 37.
- KIBEL, P.; PIKE, R.; COE, T. *The Archimedes screw turbine: Assessment of three leading edge profiles*. 2009. Citado na página 36.
- KOZYN, A.; LUBITZ, W. D. A power loss model for archimedes screw generators. *Renewable Energy*, Elsevier, v. 108, p. 260–273, 2017. ISSN 0960-1481. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.renene.2017.02.062>>. Citado 3 vezes nas páginas 22, 23 e 41.
- LAFITTE, R. *Survey of Energy Resources*. 2001. Citado na página 21.
- LANDUSTRIE. *Penllergare (WAL)*. 2013. Acessado em 15 de abril de 2021. Disponível em: <<https://www.landustrie.nl/en/products/hydropower/projects/penllergare.html>>. Citado na página 39.

LANDUSTRIE. *LANDY Hydropower Screws*. Landustrie, 2020. Acessado em 2 de julho de 2020. Disponível em: <https://www.landustrie.nl/fileadmin/user_upload/LANDY_Hydropower_Screws.pdf>. Citado na página 38.

LASHOFER, A.; HAWLE, W.; PELIKAN, B. State of technology and design guidelines for the archimedes screw turbine. In: *meeting of Hydro*. [S.l.: s.n.], 2012. Citado 7 vezes nas páginas 18, 26, 29, 30, 31, 32 e 33.

LAUNDER, B.; SPALDING, D. The numerical computation of turbulent flows. In: . Elsevier, 1974. v. 3, n. 2, p. 269–289. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0045-7825\(74\)90029-2](https://doi.org/10.1016/0045-7825(74)90029-2)>. Citado na página 58.

LAVRIČ, H.; RIHAR, A.; FIŠER, R. Simulation of electrical energy production in archimedes screw-based ultra-low head small hydropower plant considering environment protection conditions and technical limitations. *Energy*, Elsevier, v. 164, p. 87–98, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.energy.2018.08.144>>. Citado na página 43.

LEE, K. T.; KIM, E.-S.; CHU, W.-S.; AHN, S.-H. Design and 3d printing of controllable-pitch archimedean screw for pico-hydropower generation. *Journal of Mechanical Science and Technology*, Springer, v. 29, n. 11, p. 4851–4857, 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s12206-015-1032-y>>. Citado na página 41.

LINDBLAD, D.; JARETEG, A.; PETIT, O. *Implementation and run-time mesh refinement for the k- ω SST DES turbulence model when applied to airfoils*. 2014. Acessado em 4 de agosto de 2020. Disponível em: <https://www.researchgate.net/profile/Hyder_Abdul_Hussein/post/How_do_we_give_boundary_conditions_in_k_omega_SST_model_for_airfoil_simulation_in_OpenFOAM/attachment/59d6280979197b8077986650/AS%3A328383029366784%401455304023191/download/k-Omega-SST-DES-Report.pdf>. Citado 4 vezes nas páginas 59, 60, 61 e 62.

LUBITZ, W. D. Gap flow in archimedes screws. In: *CSME Intl. Congress, Toronto*. [S.l.: s.n.], 2014. Citado na página 64.

LUBITZ, W. D.; LYONS, M.; SIMMONS, S. Performance model of archimedes screw hydro turbines with variable fill level. *Journal of Hydraulic Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 140, n. 10, p. 04014050, 2014. Disponível em: <[10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0000922](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000922)>. Citado 10 vezes nas páginas 16, 23, 40, 41, 68, 125, 126, 127, 128 e 129.

LYONS, M. *Lab testing and modeling of Archimedes screw turbines*. Tese (Doutorado), 2014. Citado na página 23.

Archimedes Screws for Microhydro Power Generation, ASME 2013 7th International Conference on Energy Sustainability de *Energy Sustainability*, (Energy Sustainability, ASME 2013 7th International Conference on Energy Sustainability). Disponível em: <<https://doi.org/10.1115/ES2013-18067>>. Citado na página 77.

MELO, K. M. dos S. Usina hidrelétrica de belo monte: lutas sociais e resistência na amazônia paraense. *Revista Katálysis*, v. 24, n. 1, p. 188–197, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1982-0259.2021.e75250>>. Citado na página 21.

- MENTER, F.; ESCH, T. Elements of industrial heat transfer predictions. In: *16th Brazilian Congress of Mechanical Engineering (COBEM)*. [S.l.: s.n.], 2001. v. 109, p. 650. Citado 2 vezes nas páginas 58 e 62.
- MENTER, F.; FERREIRA, J.; ESCH, T.; KONNO, B. The sst turbulence model with improved wall treatment for heat tranfer predictions in gas turbines. In: *Proceedings of the International Gas Turbine Congress, IGTC-2003-TS-059*. [S.l.: s.n.], 2003. Citado 2 vezes nas páginas 61 e 62.
- MENTER, F. R.; KUNTZ, M.; LANGTRY, R. Ten years of industrial experience with the sst turbulence model. *Turbulence, heat and mass transfer*, v. 4, n. 1, p. 625–632, 2003. Citado 3 vezes nas páginas 18, 58 e 59.
- MORAN, E. F.; LOPEZ, M. C.; MOORE, N.; MÜLLER, N.; HYNDMAN, D. W. Sustainable hydropower in the 21st century. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, National Academy of Sciences, v. 115, n. 47, p. 11891–11898, 2018. ISSN 0027-8424. Disponível em: <https://doi.org/10.1073/pnas.1809426115>. Citado na página 21.
- MÜLLER, G.; SENIOR, J. Simplified theory of archimedean screws. *Journal of Hydraulic Research*, Taylor & Francis Group, v. 47, n. 5, p. 666–669, 2009. Disponível em: <https://doi.org/10.3826/jhr.2009.3475>. Citado 3 vezes nas páginas 40, 41 e 97.
- MUYSKEN, J. Berekening van het nuttig effect van de vijzel. *De Ingenieur*, v. 21, n. Mei, p. 77–91, 1932. Citado 8 vezes nas páginas 30, 65, 66, 67, 82, 90, 94 e 95.
- NAGEL, G. *Archimedean Screw pump handbook. report prepared for Ritz-Atro Pumpwerksbau GMBH Roding*. [S.l.: s.n.], 1968. Citado 10 vezes nas páginas 33, 34, 35, 64, 67, 82, 90, 94, 95 e 97.
- NAGEL, G.; RADLIK, K.-A. *Wasserfördererschnecken: Planung, Bau und Betrieb von Wasserhebeanlagen*. [S.l.]: Pfriemer-Buchverl. in d. Bauverl.-GmbH, 1988. Citado na página 29.
- NUERNBERGK, D. M. *Berechnung und optimaler Entwurf von archimedischen Schnecken als Wasserkraftmaschine*. Detmold, Germany: Verlag Moritz Schäfer, 2012. Citado 7 vezes nas páginas 23, 34, 65, 69, 72, 78 e 122.
- NUERNBERGK, D. M. Archimedes screw in the twenty-first century. In: *Archimedes in the 21st Century*. Springer, 2017. p. 113–124. Disponível em: https://doi.org/10.1007/978-3-319-58059-3_6. Citado na página 26.
- NUERNBERGK, D. M.; RORRES, C. Analytical model for water inflow of an archimedes screw used in hydropower generation. *Journal of Hydraulic Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 139, n. 2, p. 213–220, 2013. Disponível em: [10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0000661](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000661). Citado 14 vezes nas páginas 17, 36, 40, 41, 44, 61, 67, 72, 75, 76, 77, 133, 134 e 135.
- NURAMAL, A.; BISMANTOLO, P.; DATE, A.; AKBARZADEH, A.; MAINIL, A. K.; SURYONO, A. F. et al. Experimental study of screw turbine performance based on different angle of inclination. *Energy Procedia*, Elsevier, v. 110, p. 8–13, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2017.03.094>. Citado na página 41.

- OLSSON, E. A description of isoadvector-a numerical method for improved surface sharpness in two-phase flows. In: *Proceedings of CFD with OpenSource Software*. [s.n.], 2017. Disponível em: <http://www.tfd.chalmers.se/~hani/kurser/OS_CFD_2017/ElinOlsson/Report_ElinOlsson_Updated050118.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 51.
- PÁLFFY, S. O.; BRADA, K.; HARTENSTEIN, R. *Wasserkraftanlagen: Klein-und Kleinstkraftwerke*. [S.l.]: expert-Verlag, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 36.
- PIPER, A. T.; ROSEWARNE, P. J.; WRIGHT, R. M.; KEMP, P. S. The impact of an archimedes screw hydropower turbine on fish migration in a lowland river. *Ecological Engineering*, Elsevier, v. 118, p. 31–42, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ecoleng.2018.04.009>>. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 37.
- POWELL, M. J. The bobyqa algorithm for bound constrained optimization without derivatives. *Cambridge NA Report NA2009/06, University of Cambridge, Cambridge*, p. 26–46, 2009. Citado na página 79.
- PREISSLER, G.; BOLLRICH, A. *Technische Hydromechanik Bd. 1: Grundlagen*. 3. ed. Berlim: Verlag für Bauwesen, 1992. Citado na página 77.
- REIS, M. G. A.; CARVALHO, S. R. Archimedes turbine numerical simulation using the openfoam software. In: ABCM. *Proceedings of 17th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering*. Águas de Lindóia - SP, 2018. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.26678/ABCM.ENCIT2018.CIT18-0413>>. Citado 4 vezes nas páginas 36, 66, 67 e 68.
- REZENDE, A. L. T. *Análise numérica da bolha de separação do escoamento turbulento sobre placa plana fina inclinada*. Tese (Doutorado) — PUC, Rio de Janeiro, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 57 e 58.
- ROENBY, J.; BREDMOSE, H.; JASAK, H. A computational method for sharp interface advection. *Royal Society open science*, The Royal Society, v. 3, n. 11, p. 160405, 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1098/rsos.160405>>. Citado 3 vezes nas páginas 48, 49 e 51.
- ROHMER, J.; KNITTEL, D.; STURTZER, G.; FLIELLER, D.; RENAUD, J. Modeling and experimental results of an archimedes screw turbine. *Renewable Energy*, Elsevier, v. 94, p. 136–146, 2016. ISSN 0960-1481. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.renene.2016.03.044>>. Citado 8 vezes nas páginas 23, 41, 67, 68, 71, 72, 73 e 97.
- RORRES, C. The turn of the screw: Optimal design of an archimedes screw. *Journal of Hydraulic Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 126, n. 1, p. 72–80, 2000. Disponível em: <[10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2000\)126:1\(72\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2000)126:1(72))>. Citado 12 vezes nas páginas 26, 27, 29, 30, 40, 43, 67, 68, 69, 94, 140 e 143.
- SCHLICHTING, H. *Boundary-Layer Theory - 7th edition*. [S.l.]: McGraw-Hill, 1979. Citado na página 60.
- SHAHVERDI, K.; LONI, R.; GHOBADIAN, B.; MONEM, M.; GOHARI, S.; MAROFI, S.; NAJAFI, G. Energy harvesting using solar orc system and archimedes screw turbine (ast) combination with different refrigerant working fluids. *Energy*

- conversion and management*, Elsevier, v. 187, p. 205–220, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.enconman.2019.01.057>>. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 44.
- SHAHVERDI, K.; LONI, R.; GHOBADIAN, B.; GOHARI, S.; MAROFI, S.; BELLOS, E. Numerical optimization study of archimedes screw turbine (ast): A case study. *Renewable Energy*, Elsevier, v. 145, p. 2130–2143, 2020. ISSN 0960-1481. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.renene.2019.07.124>>. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 125.
- SIMMONS, S.; LUBITZ, W. Archimedes screw generators for sustainable energy development. In: IEEE. *2017 IEEE Canada International Humanitarian Technology Conference (IHTC)*. 2017. p. 144–148. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/IHTC.2017.8058176>>. Citado na página 28.
- SISWANTARA, A. I.; HARMADI, R.; ADANTA, D. et al. Investigation of the α angle's effect on the performance of an archimedes turbine. *Energy Procedia*, Elsevier, v. 156, p. 458–462, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.egypro.2018.11.084>>. Citado na página 43.
- SPAHL, H. Fishery biological opinion of the fish compatibility of the patented hydraulic screw from ritz atro. *Bielfeld, Germany*, 2001. Citado na página 36.
- STERGIOPOLOU, A.; STERGIOPoulos, V.; KALKANI, E. et al. Towards a first cfd study of innovative archimedean kinetic energy conversion systems in greece. *Proceedings of the 5th IC-EpsMsO*, p. 634–640, 2013. Citado na página 40.
- STRAALSUND, J. L.; HARDING, S. F.; NUERNBERGK, D. M.; RORRES, C. Experimental evaluation of advanced archimedes hydrodynamic screw geometries. *Journal of Hydraulic Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 144, n. 8, p. 04018052, 2018. Disponível em: <[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0001479](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001479)>. Citado na página 42.
- UNIDO. Technologies from japan. In: *Sustainable Technology Promotion Platform (SStePP)*. Viena, Áustria: [s.n.], 2019. v. 1. Citado na página 39.
- VAN LEER, B. Towards the ultimate conservative difference scheme. v. a second-order sequel to godunov's method. *Journal of computational Physics*, Elsevier, v. 32, n. 1, p. 101–136, 1979. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0021-9991\(79\)90145-1](https://doi.org/10.1016/0021-9991(79)90145-1)>. Citado na página 54.
- VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. *An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method*. [S.l.]: Pearson education, 2007. Citado na página 62.
- WATERS, S.; AGGIDIS, G. A. Over 2000 years in review: Revival of the archimedes screw from pump to turbine. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Elsevier, v. 51, p. 497–505, 2015. ISSN 1364-0321. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.rser.2015.06.028>>. Citado 4 vezes nas páginas 23, 28, 33 e 41.
- WILCOX, D. C. et al. *Turbulence modeling for CFD*. [S.l.]: DCW industries La Canada, CA, 1998. v. 2. Citado na página 58.
- WILLIAMS, A.; SIMPSON, R. Pico hydro – reducing technical risks for rural electrification. *Renewable Energy*, Elsevier, v. 34, n. 8, p. 1986–1991, 2009. ISSN 0960-1481. 2007 World Renewable Energy Conference - Pacific Rim Region. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.renene.2008.12.011>>. Citado na página 21.

WILLIAMSON, S.; STARK, B.; BOOKER, J. Low head pico hydro turbine selection using a multi-criteria analysis. *Renewable Energy*, Elsevier, v. 61, p. 43–50, 2014. ISSN 0960-1481. World Renewable Energy Congress – Sweden, 8–13 May, 2011, Linköping, Sweden. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0960148112003710>>. Citado 3 vezes nas páginas 23, 27 e 28.

WINTER, M. *Benchmark and validation of Open Source CFD codes, with focus on compressible and rotating capabilities, for integration on the SimScale platform*. Dissertação (Mestrado), 2014. Citado 2 vezes nas páginas 63 e 64.

YOOSEFDOOST, A.; LUBITZ, W. D. Archimedes screw turbines: A sustainable development solution for green and renewable energy generation—a review of potential and design procedures. *Sustainability*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 12, n. 18, 2020. ISSN 2071-1050. Disponível em: <<https://doi.org/10.3390/su12187352>>. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 23.

ZMSABLOG. *The Archimedes Screw Generator*. 2018. Acessado em 15 de abril de 2021. Disponível em: <<https://zmsablog.wordpress.com/2018/02/16/the-archimedes-screw-generator/>>. Citado na página 39.