

FERNANDO AUGUSTO FREITAS

Aplicação da Teoria dos Conjuntos Fuzzy no Estudo da Impedância Eletromecânica



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE MATEMÁTICA
2021

FERNANDO AUGUSTO FREITAS

Aplicação da Teoria dos Conjuntos Fuzzy no Estudo da Impedância Eletromecânica

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para obtenção do título de **MESTRE EM MATEMÁTICA**.

Área de Concentração: Matemática.
Linha de Pesquisa: Matemática Aplicada.

Orientador(a): Prof.^a Dra. Rosana Sueli da Motta Jafelice.

UBERLÂNDIA - MG
2021

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

F866 Freitas, Fernando Augusto, 1993-
2021 Aplicação da Teoria dos Conjuntos Fuzzy no Estudo da
Impedância Eletromecânica [recurso eletrônico] /
Fernando Augusto Freitas. - 2021.

Orientadora: Rosana Sueli da Motta Jafelice.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de
Uberlândia, Pós-graduação em Matemática.

Modo de acesso: Internet.

Disponível em: <http://doi.org/10.14393/ufu.di.2021.389>

Inclui bibliografia.

Inclui ilustrações.

1. Matemática. I. Jafelice, Rosana Sueli da Motta,
1964-, (Orient.). II. Universidade Federal de
Uberlândia. Pós-graduação em Matemática. III. Título.

CDU: 51

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:

Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
 Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Matemática
 Av. João Naves de Ávila, 2121, Bloco 1F, Sala 1F 160 - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-MG, CEP
 38400-902
 Telefone: (34) 3239-4209/4154 - www.posgrad.famat.ufu.br - pgmat@famat.ufu.br



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Matemática				
Defesa de:	Dissertação de Mestrado Acadêmico, 96, PPMAT				
Data:	18 de agosto de 2021	Hora de início:	14:00	Hora de encerramento:	15:30
Matrícula do Discente:	11912MAT003				
Nome do Discente:	Fernando Augusto Freitas				
Título do Trabalho:	Aplicação da Teoria dos Conjuntos Fuzzy no Estudo da Impedância Eletromecânica				
Área de concentração:	Matemática				
Linha de pesquisa:	Matemática Aplicada				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Aplicação de transdutores piezelétricos em sistemas mecânicos para monitoramento de integridade estrutural para tanques de armazenamento, CENPES - Petrobrás				

Reuniu-se em web conferência pela plataforma Mconf-RNP, em conformidade com a PORTARIA Nº 36, DE 19 DE MARÇO DE 2020 da COORDENAÇÃO DE APERFEIÇOAMENTO DE PESSOAL DE NÍVEL SUPERIOR - CAPES, pela Universidade Federal de Uberlândia, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Matemática, assim composta: Professores Doutores: Estevão Esmi Laureano - UNICAMP; Marcos Antônio da Câmara - FAMAT/UFU e Rosana Sueli da Motta Jafelice - FAMAT/UFU, orientadora do candidato.

Iniciando os trabalhos a presidente da mesa, Dra. Rosana Sueli da Motta Jafelice, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado.

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Estevão Esmi Laureano, Usuário Externo**, em 18/08/2021, às 16:08, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marcos Antonio da Camara, Professor(a) do Magistério Superior**, em 18/08/2021, às 16:10, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Rosana Sueli da Motta Jafelice, Professor(a) do Magistério Superior**, em 18/08/2021, às 16:10, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **2834110** e o código CRC **E7AE7603**.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por me permitir viver essa jornada, me auxiliando a todo instante.

À minha orientadora, a professora Rosana Sueli da Motta Jafelice, e ao professor José Waldemar da Silva, o qual considero meu coorientador, pela contribuição e todos os conhecimentos transmitidos ao longo deste período. O apoio de vocês tornou possível a conclusão desta etapa.

Aproveito para agradecer aos professores, titulares e suplentes, que aceitaram participar da banca examinadora desta dissertação.

À Universidade Federal de Uberlândia e aos inúmeros amigos que tive a oportunidade de conhecer.

À Petrobras - Petróleo Brasileiro S.A. - R&D Center. RJ. Brasil (CENPES), pelo suporte financeiro e oportunidade de trabalhar neste projeto, que me proporcionou grande aprendizado. Em especial, a toda equipe que integra o projeto de pesquisa e desenvolvimento intitulado: Aplicação de Transdutores Piezelétricos em Sistemas Mecânicos para Monitoramento de Integridade Estrutural para Tanques de Armazenamento.

À meus familiares, pelo apoio e força a todo momento.

À minha noiva pelo apoio e auxílio nesta caminhada, a toda sua família pelo acolhimento, como mais um integrante da família que tenho orgulho também de chamar de minha.

FREITAS, F. A. *Aplicação da Teoria dos Conjuntos Fuzzy no Estudo da Impedância Eletromecânica*. 2021. (64 pág) p. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG.

Resumo

O *Structural Health Monitoring* (SHM) pode ser realizado através da impedância eletromecânica. A assinatura da impedância eletromecânica é alterada em relação à referência, com a modificação da estrutura. Dois grandes desafios do SHM são a normalização dos dados coletados da impedância e a determinação de estratégias para avaliar o nível de danos em estruturas e equipamentos de engenharia no decorrer do tempo. Os objetivos deste trabalho são propor uma nova técnica de normalização de dados de impedância e modelar o nível de danos de uma viga de alumínio, ambas utilizando Sistemas Baseados em Regras *Fuzzy* (SBRFs) que são gerados por meio do *Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System* (ANFIS). Para o primeiro objetivo, o treinamento do ANFIS é realizado com os dados das variáveis de entrada: temperatura e frequência; e de saída: os valores de impedância de assinatura *baseline*. O efeito da temperatura pode gerar alterações na assinatura da impedância, levando a diagnósticos estruturais incorretos. Para tanto, é necessário compensar o efeito dessa variável para posterior previsão das assinaturas de impedância sem danos, em temperaturas que não necessariamente foram observadas na coleta de dados. Os resultados obtidos na validação, em que uma parte dos dados de um experimento foi utilizada para a obtenção dos SBRFs e outra parte destinada à validação, ambos entre os dados de *baseline*, indicam boa acurácia das assinaturas previstas sendo que o maior índice de dano do *Correlation Coefficient Deviation* (CCD) obtido foi 0,003800021. Para avaliar o nível de dano, construiu-se SBRFs com as variáveis de entrada sendo dois índices de danos, estabelecidos pelas assinaturas da impedância eletromecânica. A média das porcentagens de acertos dos SBRFs é de 95%. Este resultado pode indicar possíveis entradas para SBRFs com o objetivo de identificar os níveis de danos, quando não se tem conhecimento destes valores de saída dos SBRFs. Assim, a metodologia proposta neste trabalho pode ser utilizada para o processo de detecção de danos em um experimento relacionado à corrosão em estruturas metálicas.

Palavras-chave: Impedância eletromecânica; Conjuntos Fuzzy; ANFIS; Normalização dos dados; SHM.

Abstract

Structural Health Monitoring (SHM) can be performed by electromechanical impedance. The impedance signature is changed in relation to the reference, with the modification of the structure. Two major challenges for SHM are the normalization of the collected impedance data and to determine strategies to assess the level of damage to engineering structures and equipment over time. The objectives of this work are to propose a new data normalization technique and to model the damage level of an aluminum beam, using Fuzzy Rule-Based Systems (FRBSs) that are generated by means of Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS). For the first aim, the training is carried out with the input variables temperature and frequency, and the output data are baselines signature impedance values. The temperature effect can generate changes in the impedance signature, leading to incorrect structural diagnoses. Because of that, it is necessary to compensate for the effect of this variable for later prediction of impedance signatures without damage, at temperatures that were not necessarily observed in the data collection. Results obtained in the validation, in which a part of the data was used for training the FRBSs and another part intended for validation, both among the baseline data, indicate good accuracy of the predicted signatures since the highest Correlation Coefficient Deviation (CCD) damage index obtained was 0,003800021. To evaluate the damage level, FRBSs were constructed with the input variables being two damage indices, established by the electromechanical impedance signatures. The FRBSs average hit percentages are 95%. This result can indicate possible inputs for FBRs in order to identify the damage levels, when these FRBSs output values are not known. Finally, the methodology proposed in this work is used for damage detection process in an experiment to detect corrosion related damage in metallic structures.

Keywords: Electromechanical impedance; Fuzzy sets; ANFIS; Data normalization; SHM.

Lista de Figuras

1	Esquema de uma modelagem matemática: as setas contínuas indicam a primeira aproximação e as setas pontilhadas a busca de um modelo matemático que melhor descreva o problema estudado (BASSANEZI, 2002).	3
1.1	Exemplo de função de pertinência do tipo gaussiana dado pela função (1.1). . .	7
1.2	Exemplo de função de pertinência do tipo triangular dado pela função (1.2). . .	7
1.3	Exemplo de função de pertinência do tipo trapezoidal dado pela função (1.3). . .	7
1.4	Representação das operações dos conjuntos <i>fuzzy</i> por meio das funções de pertinência.	8
1.5	Representação das superfícies geradas pelos exemplos de s-normas.	9
1.6	Representação das superfícies geradas pelos exemplos de t-normas.	10
1.7	Imagem de um subconjunto <i>fuzzy</i> a partir do princípio de extensão para uma função f (JAFELICE; BARROS; BASSANEZI, 2012).	12
1.8	Variável linguística alteração estrutural em placa de alumínio.	14
1.9	Arquitetura do SBRF.	14
1.10	Método de inferência de Mamdani com composição max-min.	15
1.11	Método de inferência de Takagi-Sugeno.	16
1.12	Câmara climática.	17
1.13	Quatro corpos de prova utilizados no ensaio.	18
1.14	Posicionamento dos corpos de prova no interior da câmara.	18
1.15	Usinagem caracterizando o dano 2 no corpo de prova 1.	19
1.16	Arquitetura do SBRF.	20
1.17	Comportamento das métricas CCD e ASD com respeito aos danos.	20
1.18	Funções de pertinência para as entradas do SBRF.	21
1.19	Funções de pertinência para a saída do SBRF.	21
1.20	Superfície para o SBRF gerado.	22
2.1	Representação de um neurônio biológico. Fonte (VALENCA, 2008).	25
2.2	Neurônio computacional de McCulloch e Pitts. Fonte (BEZERRA, 2016).	25
2.3	Interpretação geométrica da solução dos mínimos quadrados.	26
2.4	Gráficos dos pontos de tração e deformação separados por partes.	30
2.5	Ajuste linear para a primeira parte dos dados.	31
2.6	Ajuste quadrático para a segunda parte dos dados.	33
2.7	Ajuste linear para a terceira parte dos dados.	34
2.8	Paraboloide caracterizando o erro quadrático com dois parâmetros a e b	35
2.9	Valores de x_d e y_d que satisfazem $y_d = 5 + 3x_d + \epsilon$	36
2.10	Configuração da reta, configurada pelos valores do chute inicial, em respeito aos dados.	37
2.11	Retas encontradas após cada parâmetro encontrado pelo método em 600 iterações.	37
2.12	Arquitetura ANFIS.	38
3.1	Corpos de prova instrumentados e caixa de controle.	44

3.2	Caixa de controle.	44
3.3	Esquema da modelagem matemática utilizada para o experimento. O retângulo em vermelho representa os dados obtidos no experimento; os retângulos em azul representam a etapa de treinamento e construção dos SBRFs; e, em verde, a etapa de validação.	45
3.4	Funções de pertinência das entradas dos SBRFs.	47
3.5	Superfície gerada a partir do SBRF do experimento de corrosão acelerada, fase de avaliação do modelo.	48
3.6	Gráfico da frequência pela parte real da impedância na temperatura 30,8° no PZT1 comparando a real coletada e a determinada a partir dos SBRFs.	48
3.7	Gráfico da frequência pela parte real da impedância na temperatura 24° no PZT2 comparando a real coletada e a determinada a partir dos SBRFs.	49
3.8	Gráfico da frequência pela parte real da impedância na temperatura 27,2° no PZT3 comparando a real coletada e a determinada a partir dos SBRFs.	49
3.9	CCDs <i>baselines</i> para os três PZTs.	49
3.10	Superfície gerada a partir do SBRF do experimento de corrosão acelerada, fase de detecção de danos.	50
3.11	Gráfico da frequência pela parte real da impedância, em alguns ciclos com dano e em cada PZT, comparando o real coletado e o determinado a partir dos SBRFs.	51
3.12	Cálculo das métricas CCD nas diferentes situações do experimento no PZT1.	52
3.13	Cálculo das métricas CCD nas diferentes situações do experimento no PZT2.	52
3.14	Cálculo das métricas CCD nas diferentes situações do experimento no PZT3.	53
3.15	As 8 vigas utilizadas no experimento com suas identificações e localizações das massas acrescentadas.	54
3.16	Dano 4 com as diferentes massas de adição coladas nas vigas 3, 4 e 1.	55
3.17	Esquema da modelagem matemática utilizada para o experimento. O retângulo em magenta representa os dados obtidos no experimento; os retângulos em marrom representam a etapa de treinamento e construção dos SBRFs; e em amarelo a etapa de validação.	56
3.18	Funções de pertinência das entradas.	57
3.19	Superfície gerada a partir do SBRF.	58

Lista de Tabelas

1.1	Medições das massas (gramas) dos corpos de prova.	19
1.2	Medições das espessuras (mm) dos corpos de prova.	19
2.1	Dados experimentais.	29
3.1	Temperaturas (°C) registradas no experimento de corrosão acelerada.	47
3.2	Massas referentes a cada adição de dano na estrutura.	54
3.3	Porcentagens de acerto dos SBRFs de acordo com cada temperatura.	58

Lista de Abreviaturas e Siglas

EMI	Impedância eletromecânica
SHM	Structural health monitoring
PZT	Titanato zirconato de chumbo
RMSD1	Desvio da raiz média quadrática 1
CCD	Desvio do coeficiente de correlação
ASD	Diferença média quadrada
CC	Coeficiente de correlação
SBRF	Sistema baseado em regras <i>fuzzy</i>
ANFIS	Adaptive neuro-fuzzy inference system
GNSS	Global navigation satellite system
HIV	Human immunodeficiency virus
LMEst	Laboratório de mecânica de estruturas

Sumário

Resumo	vii
Abstract	viii
Lista de Siglas	xii
Introdução	1
1 Teoria dos Conjuntos <i>Fuzzy</i>	6
1.1 Conjuntos <i>Fuzzy</i>	6
1.1.1 Operações com Conjuntos <i>Fuzzy</i>	8
1.1.2 Normas Triangulares	8
1.1.3 α -níveis de um Conjunto <i>Fuzzy</i>	11
1.1.4 Número <i>Fuzzy</i>	11
1.1.5 O Princípio da Extensão de Zadeh	12
1.1.6 Operações com Números <i>Fuzzy</i>	12
1.2 Sistema Baseado em Regras <i>Fuzzy</i>	13
1.2.1 Variáveis Linguísticas	13
1.2.2 SBRF	14
1.3 Exemplo de SBRF: Usinagem em Vigas de Alumínio	17
1.3.1 Experimento	17
1.3.2 Critérios de avaliação e construção dos SBRFs	20
1.3.3 Resultados da Fase de Avaliação do Modelo	20
2 Sistema de Inferência Fuzzy Baseado em Rede Adaptativa	24
2.1 Fundamentação Teórica do <i>ANFIS</i>	24
2.1.1 Redes Neurais Artificiais	24
2.1.2 Método dos Mínimos Quadrados	26
2.1.3 Exemplo de Mínimos Quadrados	29
2.1.4 Algoritmo de Retropropagação do Erro	34
2.1.5 Exemplo do Gradiente Descendente	35
2.2 <i>ANFIS</i>	38
2.2.1 Treinamento do <i>ANFIS</i>	39
3 Resultados Obtidos Utilizando o <i>ANFIS</i>	43
3.1 Experimento de Corrosão Acelerada	43
3.1.1 Experimento	43
3.1.2 Critérios de Avaliação e Construção dos SBRFs	44
3.1.3 Resultados da Fase de Avaliação do Modelo	46
3.1.4 Resultados da Fase de Detecção de Danos	50
3.2 Experimento de Mudança Estrutural a partir do Incremento de Massa	53

3.2.1	Experimento	53
3.2.2	Critérios de Avaliação e Construção dos SBRFs	55
3.2.3	Resultados da Fase de Avaliação do Modelo	56
3.2.4	Conclusão	58
4	Conclusão	60
	Referências Bibliográficas	61

Introdução

A técnica de impedância eletromecânica (EMI) permite detectar alterações estruturais utilizando transdutores de cerâmica PZT (Titanato Zirconato de Chumbo), que são colados ou embutidos na estrutura monitorada. Esta técnica permite a redução dos custos diretos e indiretos de manutenção por meio de uma abordagem de monitoramento on-line e quase em tempo real. Também melhora a segurança, por meio da detecção de falhas estruturais em seu estágio incipiente. Isso é possível, uma vez que os transdutores PZT são excitados em faixas de alta frequência, permitindo uma alta sensibilidade às mudanças estruturais, detectadas através de mudanças nas curvas de impedância obtidas. Essas alterações são parâmetros qualitativos e podem ser convertidos em quantitativos por meio de modelos estatísticos e índices de danos, que comparam as curvas de impedância obtidas no estado puro ou basal com a curva de impedância no estado atual investigado (RABELO *et al.*, 2017). O EMI pode ser aplicado a estruturas complexas, como painéis de aeronaves (MARUO *et al.*, 2015), estruturas de concreto reforçado com fibra de aço (SILVA *et al.*, 2020) e vários outros tipos de aplicações.

Esta técnica apresenta diversas vantagens que a tornam promissora, tais como: pode ser aplicada em estruturas complexas; os transdutores podem ser instalados em locais de difícil acesso; tem alta sensibilidade a falhas incipientes; os dados de medição são fáceis de interpretar; pode ser implementado on-line; e está adaptado para monitoramento contínuo, o que pode reduzir o número de paradas para manutenção (PARK *et al.*, 1999).

Uma limitação importante dessa técnica, entretanto, é a escolha da faixa de frequência ideal utilizada para o processo de monitoramento. Este parâmetro é geralmente determinado experimentalmente em uma região com alta densidade de pico, o que indica um bom acoplamento eletromecânico na faixa. Vale ressaltar que a largura da faixa de frequência pode influenciar a capacidade de detectar falhas estruturais, de modo que uma faixa muito estreita pode ser limitante em termos da variedade de tipos de danos detectáveis, enquanto uma faixa de frequência muito ampla pode conter regiões de baixo nível de acoplamento eletromecânico, e pequenas alterações podem não ser perceptíveis em uma região específica da faixa de frequência, devido a um baixo acoplamento eletromecânico local (RABELO *et al.*, 2017). Portanto, é necessário utilizar vários pontos de frequência e assumir que, pelo menos em alguns deles, a impedância será modificada na presença de danos. Alternativamente, a faixa de frequência também pode ser determinada usando técnicas de inteligência artificial (MOURA; STEFFEN, 2004).

Assim, a técnica da impedância eletromecânica (Ω) permite a detecção precoce de falhas estruturais, o que pode aumentar a segurança no ambiente de trabalho, além de reduzir os custos de manutenção. A presença ou ausência de modificações estruturais, em geral, é verificada a partir de índices de dano, ou métricas, que são computados a partir da comparação entre assinaturas de referência, conhecidas como *baseline*, e assinaturas investigadas.

Os índices de dano, ou métricas, que foram utilizados são o RMSD1 (desvio da raiz média quadrática), o CCD (desvio do coeficiente de correlação) e o ASD (diferença média quadrada) (PALOMINO, 2008). O índice RMSD1 pode ser calculado através da equação (1), a ASD por meio da equação (2), enquanto que o CCD é computado por (3), que envolve, também, a

diferença entre um e o coeficiente de correlação (CC), dado pela equação (4), conforme segue:

$$RMSD1 = \sqrt{\sum_{j=1}^n \frac{(Z_{B,j} - Z_{I,j})^2}{Z_{I,j}^2}}, \quad (1)$$

$$ASD = \sum_{j=1}^n [(Z_{B,j} - Z_{I,j}) - (\bar{Z}_B - \bar{Z}_I)]^2, \quad (2)$$

$$CCD = 1 - CC, \quad (3)$$

$$CC = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left\{ \frac{[Z_{B,j} - \bar{Z}_B] [Z_{I,j} - \bar{Z}_I]}{S_{Z_B} S_{Z_I}} \right\}, \quad (4)$$

em que $Z_{B,j}$ é a parte real da assinatura *baseline* na frequência j e $Z_{I,j}$ é a parte real da assinatura investigada na frequência j , ambas considerando n pontos de frequência, \bar{Z}_B e \bar{Z}_I são as médias das assinaturas *baseline* e investigada, respectivamente, na faixa de frequência selecionada, S_{Z_B} é o desvio padrão da assinatura *baseline* e S_{Z_I} é o desvio padrão da assinatura investigada, considerando todos os pontos de frequência de cada uma.

Se a estrutura não mostrar mudanças significativas no momento da investigação em relação ao estado da *baseline*, espera-se que o índice de danos determinado a partir das duas assinaturas seja relativamente pequeno.

Flutuações ou mudanças na assinatura de impedância devido a outros fatores, além do próprio dano, podem inflar o índice de dano, levando a um diagnóstico falso. Isso é especialmente verdadeiro se as mudanças de temperatura não forem compensadas adequadamente, o que pode levar a falsos positivos quanto à presença de danos. Portanto, é necessário utilizar metodologias que permitam compensar os efeitos da temperatura para que as mudanças de impedância detectadas na análise sejam devidas, principalmente, a mudanças estruturais, e não a efeitos ambientais.

O termo normalização de dados, em sistemas de SHM, refere-se a um procedimento de processamento de dados, que pode incluir variações causadas nas assinaturas de impedância devido a efeitos ambientais e/ou operacionais. Existem muitos estudos sobre a normalização de assinaturas de impedância eletromecânica, como Krishnamurthy, Lalande e Rogers (1996); Bhalla, Naidu e Soh (2003); Zhou *et al.* (2009); Sepehry, Shamshirsaz e Abdollahi (2011) e Bastani *et al.* (2012), cujos resultados podem ser aplicados em condições específicas. Existem também outros estudos como Sun *et al.* (1995), Park *et al.* (1999) e Koo *et al.* (2009) sobre a correção da variação da assinatura da impedância, causada pelo efeito da temperatura, maximizando a correlação entre a assinatura *baseline* e a assinatura recolhida para investigação da estrutura. Nessas abordagens, uma condição necessária para validação é que uma *baseline* em um nível de temperatura específico deve ser armazenada a fim de ser usada para fins de compensação. Isso pode ser uma limitação importante se uma *baseline* em uma determinada temperatura não tiver sido armazenada durante seu procedimento de aquisição de *baseline* devido a restrições de tempo ou clima.

Uma técnica para remover o efeito da temperatura, baseada no ajuste de polinômios de regressão, é proposta em Giancesini *et al.* (2021). Porém, a aplicação dessa técnica é feita em duas etapas: a primeira para ajustar o deslocamento horizontal da assinatura e a segunda para ajustar o vertical.

Entretanto, essas técnicas apresentam limitações, como o tamanho da banda de frequência e, no caso do ajuste via análise de regressão, há premissas a serem levadas em consideração, como homogeneidade, normalidade e independência sobre os resíduos do modelo, o que nem sempre é possível garantir, e, portanto, a normalização dos dados seria comprometida.

Outra dificuldade importante encontrada neste método é conseguir quantificar danos a partir

destas métricas coletadas em suas respectivas temperaturas, pois não se tem informação se o comportamento do incremento de dano e valores de métrica estão, ou não, diretamente ligados.

Assim, o objetivo central deste trabalho é buscar uma alternativa para normalização dos dados coletados de impedância eletromecânica e uma forma de quantificar essas mudanças estruturais encontradas pela técnica. A hipótese encontrada é a utilização de Sistemas Baseados em Regras *Fuzzy* (SBRFs), devido à possibilidade de manipulação de informações incertas ou a capacidade de representar matematicamente a imprecisão.

A modelagem matemática do estudo da impedância eletromecânica pode ser compreendida através do esquema da Figura 1. As atividades intelectuais da modelagem matemática esboçadas na Figura 1 são:

1. Experimentação: Atividade laboratorial onde se processa a obtenção dos dados;
2. Abstração: Formulação do modelo matemático, para selecionar as variáveis, formulação dos problemas teóricos na linguagem própria da área em estudo, formulação das hipóteses e simplificação do problema;
3. Resolução: Etapa em que o problema é resolvido utilizando teoria analítica ou numérica;
4. Validação: É o processo de aceitação ou não do modelo proposto;
5. Modificação: Esta etapa é realizada quando as previsões do modelo não condizem com o esperado, na qual será feita uma revisão do trabalho e uma nova tentativa de modelagem.

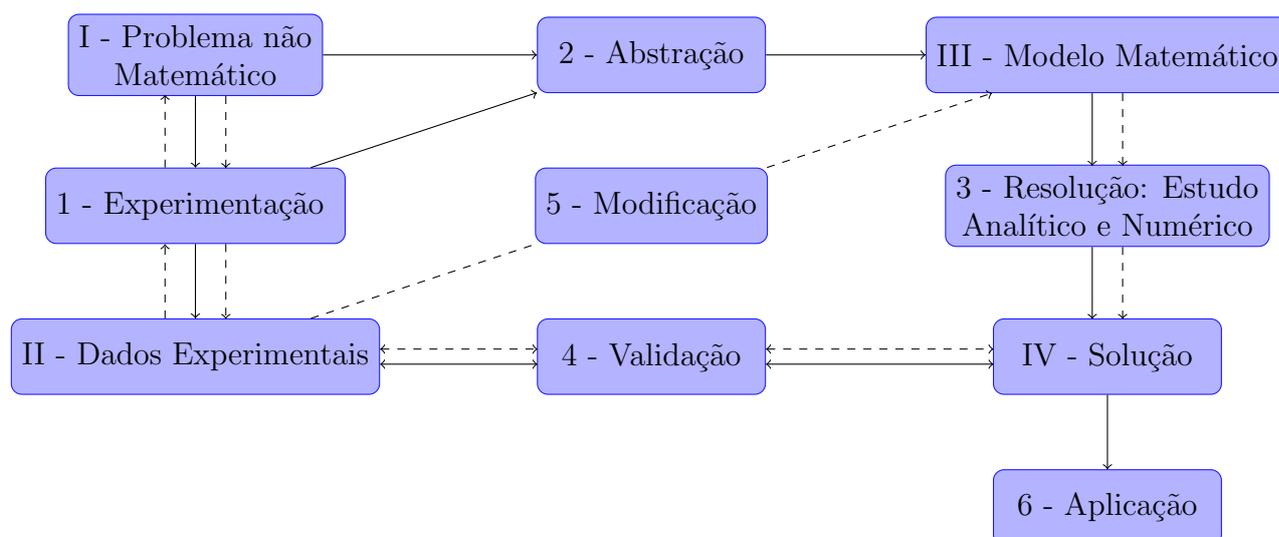


Figura 1: Esquema de uma modelagem matemática: as setas contínuas indicam a primeira aproximação e as setas pontilhadas a busca de um modelo matemático que melhor descreva o problema estudado (BASSANEZI, 2002).

A ferramenta matemática utilizada na modelagem dos problemas em estudo é a teoria dos conjuntos *fuzzy*, que foi proposta por Zadeh (1965). Essa teoria tem se mostrado uma ferramenta matemática eficiente para quantificar e caracterizar incertezas em vários contextos. Para exemplificar, no trabalho de Ferreira (2011), a modelagem matemática da luminescência é realizada a partir de experiências com um feixe de luz focalizado em um ponto na superfície de uma amostra vítrea; em Nardez (2015), exige-se a determinação e o posicionamento de pontos com alta acurácia, utilizando-se o *Global Navigation Satellite System* (GNSS), em que é necessário conhecer os deslocamentos do centro de fase das antenas GNSS; no trabalho de Alfaro (2019), a dinâmica do *Human Immunodeficiency Virus* (HIV) com retardo sob tratamento

antirretroviral em indivíduos soropositivos com dois parâmetros *fuzzy* é simulada. Nos dois primeiros trabalhos, o ANFIS foi utilizado para determinar SBRFs aplicados nas modelagens destes fenômenos.

Na construção e elaboração de SBRFs se depara com a necessidade do auxílio de um especialista da área, para encontrar sua melhor configuração e elaboração de suas regras. Dessa forma, o ANFIS (FRESNO; LLERA; FERNANDEZ, 2015) tem se mostrado uma ferramenta interessante como auxílio para esta etapa de configuração do SBRF, quando tem-se o conhecimento dos dados das variáveis de entrada e de saída.

Assim, o objetivo deste trabalho é determinar SBRFs por meio do ANFIS que tornem possível a normalização de dados de impedância eletromecânica e identificação do nível de dano.

- A parte que trata da normalização ocorreu em duas fases, dadas por:
 - 1: O primeiro consiste no uso de dois grupos distintos de assinaturas de impedância tiradas das assinaturas de *baseline*, em que um grupo foi usado para treinar o modelo e o outro para validação. A validação do SBRF foi realizada por meio de comparações entre as assinaturas que ficaram fora do treinamento e a *baseline* criada pelo SBRF, em suas respectivas temperaturas. Ressalta-se que ambas as assinaturas utilizadas no cálculo do índice de danos na fase de validação, utilizando as assinaturas de impedância e o CCD (desvio do coeficiente de correlação), são *baselines*. Espera-se que esta metodologia obtenha taxas de danos relativamente baixas, pois são comparações entre medidas realizadas no estado sem mudança estrutural;
 - 2: A segunda etapa consiste na determinação de novos SBRFs levando em consideração todas as assinaturas coletadas no estado da *baseline*, que serão usadas para criar assinaturas de *baseline* em toda a faixa de temperatura dos dados. Além disso, é mostrada uma comparação dos sinais de impedância da estrutura com sinais de dano e *baseline*, onde os sinais foram criados a partir dos SBRFs, por meio de um gráfico (assinaturas de impedância) e do CCD. Assim, o problema da falta de equivalência do efeito da temperatura nas assinaturas da *baseline* e na fase de investigação deve ser resolvido por meio dos SBRFs obtidos pelo ANFIS.

Nesta etapa, a metodologia proposta será capaz de construir assinaturas de impedância de *baseline*, correspondente a cada temperatura, da assinatura investigada dentro da faixa de temperatura inicial.

- A parte de identificação do nível do dano consiste em computar inicialmente os valores das métricas RMSD1 (equação (1)) e CCD (equação (3)) e, a partir disso, usando estas métricas como entradas do SBRF, realizar o treinamento, por meio do ANFIS, para gerar o SBRF que consiga identificar o nível de dano na estrutura.

Ademais, no Capítulo 1 deste trabalho é apresentado os principais conceitos da teoria dos conjuntos *fuzzy*, que fundamentam a incerteza encontrada nos SBRFs. No fim deste capítulo ainda é colocado um exemplo que ilustra esta metodologia empregada no contexto da impedância eletromecânica voltada para detectar níveis de dano.

No Capítulo 2 é apresentada a principal ferramenta para a obtenção dos principais SBRFs construídos neste trabalho, o ANFIS. Neste capítulo, são colocadas, inicialmente, as teorias matemáticas essenciais para o entendimento desta ferramenta.

O Capítulo 3 é dedicado à implementação das teorias estudadas no contexto de EMI. Assim, nele são expostos dois experimentos para aplicar o estudo na obtenção de uma proposta para a normalização dos dados e o outro para o nível de dano na estrutura.

Finalmente, no Capítulo 4 são apresentadas as conclusões, os produtos obtidos a partir dos resultados encontrados e sugestões de trabalhos futuros.

Fernando Augusto Freitas
Uberlândia-MG, 18 de agosto de 2021.

Capítulo 1

Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*

A teoria dos conjuntos *fuzzy* foi proposta inicialmente por Zadeh (1965), sendo voltada para modelar situações incertas. Assim, diferentemente da teoria clássica de conjuntos que determina de maneira muito bem definida a inserção de um elemento no conjunto ou não, na lógica *fuzzy* os elementos são inseridos em diferentes grupos, com equivalentes graus de pertinência, conforme Pourjavad e Shahin (2018). Dessa forma, um conjunto *fuzzy* é utilizado para apresentar matematicamente conceitos imprecisos na caracterização de modelos matemáticos.

Desta forma, na próxima seção tem-se a definição formal deste conceito e alguns exemplos, de acordo com Jafelice, Barros e Bassanezi (2012), Barros e Bassanezi (2015).

1.1 Conjuntos *Fuzzy*

Definição 1.1. *Um conjunto fuzzy A do universo U é caracterizado por uma função de pertinência: $\mu_A : U \rightarrow [0, 1]$. Esta função é chamada de pertinência do conjunto fuzzy A . O valor $\mu_A(x)$ da função é interpretado como o grau com que o elemento x pertence ao conjunto fuzzy A , ou seja, $\mu_A(x) = 0$ indica a não pertinência do x à A , e o $\mu_A(x) = 1$ indica pertinência total ao conjunto (ZADEH, 1965).*

Um conjunto fuzzy também pode ser representado por um conjunto clássico de pares ordenados: $A = \{(x, \mu_A(x)) | x \in U\}$.

Neste contexto, o intuito é estabelecer, a cada elemento de um conjunto, um valor entre 0 e 1, que é considerado o grau de pertinência e serve para expressar o quanto o elemento pertence ou não a um subconjunto deste conjunto.

Definição 1.2. *Um conjunto singleton é um conjunto fuzzy com uma função de pertinência que é a unidade em um único ponto do universo considerado e zero em qualquer outro lugar.*

Exemplo 1.1. *Considere o conjunto fuzzy A dos números reais próximos de 0. Pode-se caracterizar uma função de pertinência em A por $\mu_A : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$, que vai associar cada número real x ao valor de proximidade de 0 da maneira mais pertinente. Desta forma, pode-se expressar tais funções como μ_{1_A} , μ_{2_A} e μ_{3_A} , dadas por:*

$$\mu_{1_A}(x) = e^{-\frac{25x^2}{2}}, \quad (1.1)$$

$$\mu_{2_A}(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in [-1, -0.5) \cup (0.5, 1] \\ 2x + 1 & \text{se } x \in [-0.5, 0] \\ 1 - 2x & \text{se } x \in (0, 0.5], \end{cases} \quad (1.2)$$

$$\mu_{3_A}(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in [-1, -0.6) \cup (0.6, 1] \\ 2.5x + 1.5 & \text{se } x \in [-0.6, -0.2] \\ 1 & \text{se } x \in (-0.2, 0.2] \\ -2.5x + 1.5 & \text{se } x \in (0.2, 0.6). \end{cases} \quad (1.3)$$

que são representadas nas Figuras 1.1, 1.2 e 1.3, respectivamente.

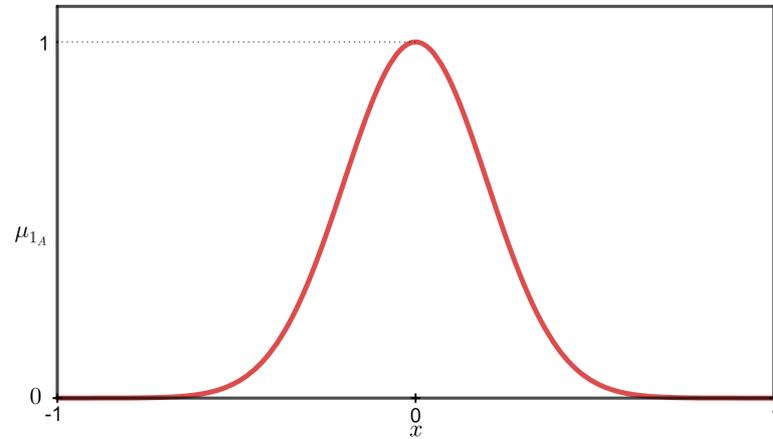


Figura 1.1: Exemplo de função de pertinência do tipo gaussiana dado pela função (1.1).

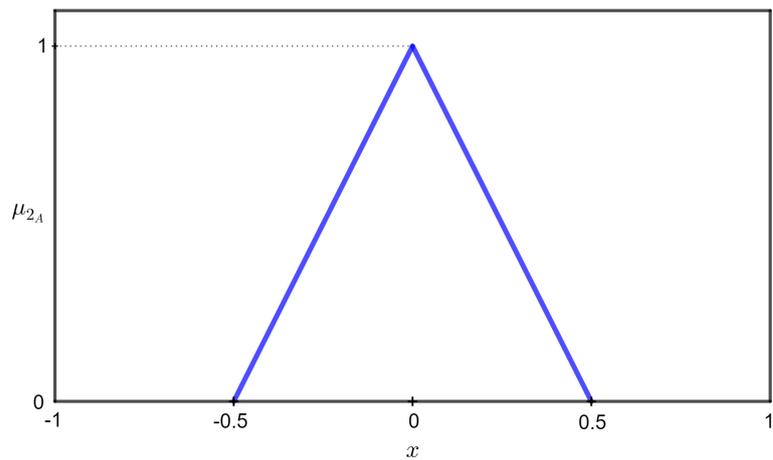


Figura 1.2: Exemplo de função de pertinência do tipo triangular dado pela função (1.2).

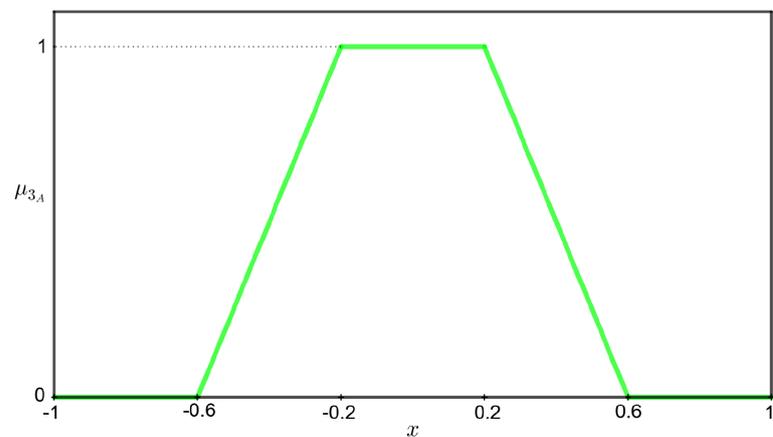


Figura 1.3: Exemplo de função de pertinência do tipo trapezoidal dado pela função (1.3).

Ademais, qualquer uma das funções, dadas pelas equações (1.1), (1.2) ou (1.3) podem representar o conjunto A dos números próximos de 0, fornecendo conjuntos fuzzy diferentes. Portanto, a escolha do tipo de função de pertinência utilizado vai depender do problema estudado e do parecer de um especialista na área.

Quando se trata de conjuntos fuzzy, é possível pensar a respeito de operações que se pode realizar neste contexto. Assim, as operações de união, interseção e complemento de conjuntos clássicos podem ser aplicadas aos conjuntos fuzzy, e serão abordadas na subseção a seguir.

1.1.1 Operações com Conjuntos Fuzzy

Definição 1.3. Dados A e B dois conjuntos fuzzy com μ_A e μ_B suas respectivas funções de pertinência, pode-se definir as operações de união (1.4) (Figura 1.4(b)), interseção (1.5) (Figura 1.4(c)) e complementar (1.6) (Figura 1.4(d)) dos conjuntos fuzzy A e B , para todo $x \in U$, dadas por:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \quad (1.4)$$

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \quad (1.5)$$

$$\mu_{A'}(x) = 1 - \mu_A(x), \quad (1.6)$$

onde 1 representa a função constante.

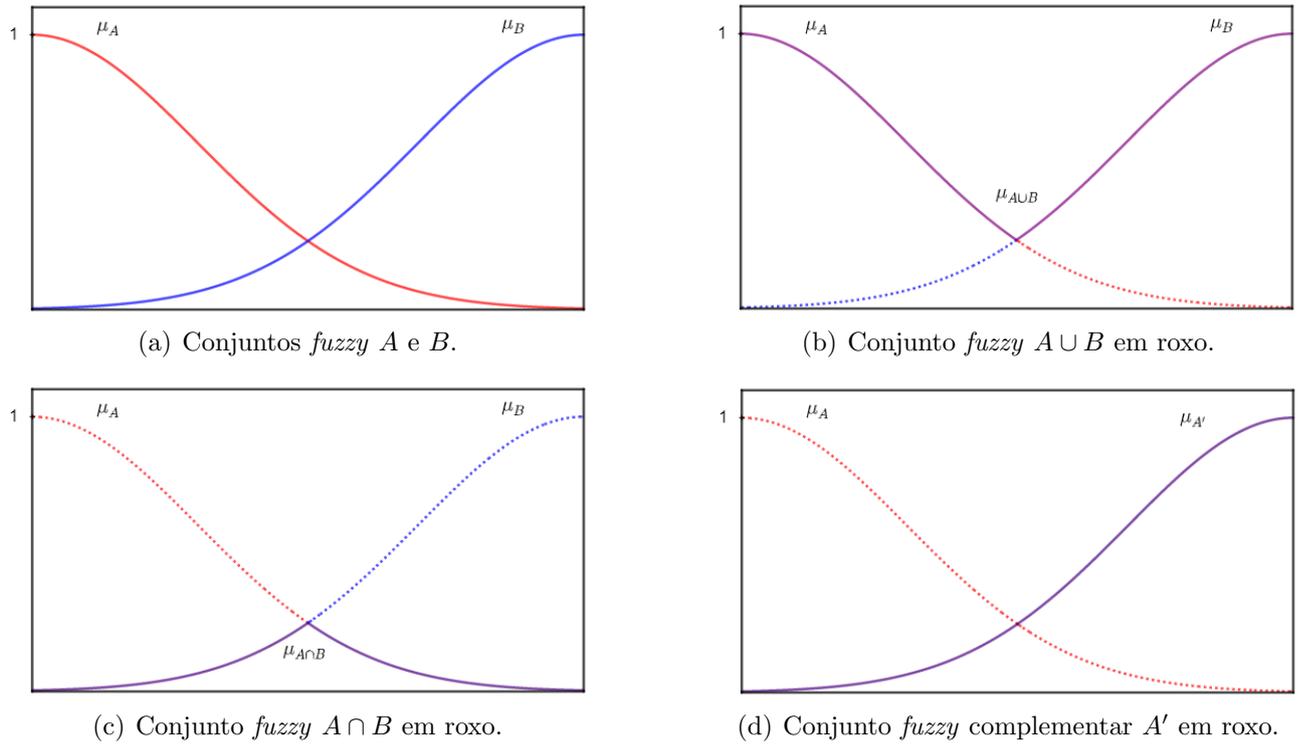


Figura 1.4: Representação das operações dos conjuntos fuzzy por meio das funções de pertinência.

Na próxima subseção é definido as normas triangulares.

1.1.2 Normas Triangulares

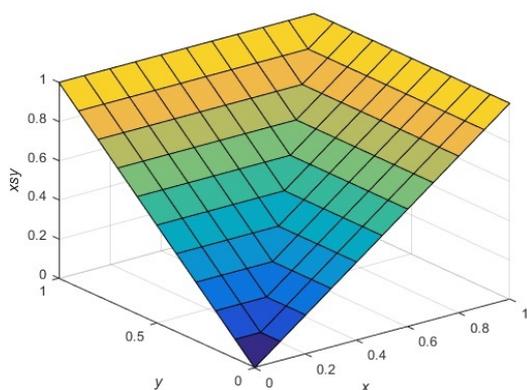
Definição 1.4. Uma co-norma triangular (s -norma) é uma operação binária $s : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, denotada por $s(x, y) = xsy$, satisfazendo as seguintes condições:

- *Comutatividade:* $xsy = ysx$;
- *Associatividade:* $xs(ysz) = (xsy)sz$;
- *Monotonicidade:* Se $x \leq y$ e $w \leq z$ então $xsw \leq ysz$;
- *Condições de fronteira:* $xs0 = x$ e $xs1 = 1$.

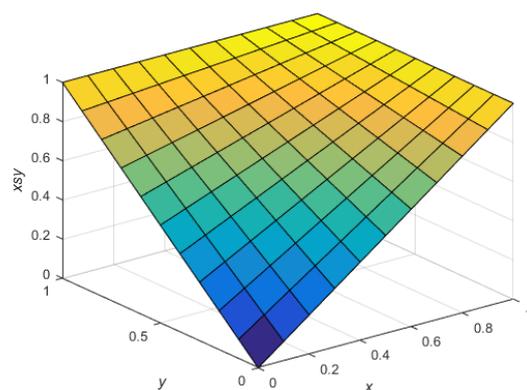
Exemplo 1.2.

- a) *União Padrão:* $s : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ com $xsy = \max(x, y)$, Figura 1.5(a);
- b) *Soma Algébrica:* $s : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ com $xsy = x + y - xy$, Figura 1.5(b);
- c) *Soma Limitada:* $s : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ com $xsy = \min(1, x + y)$, Figura 1.5(c);
- d) *União Drástica:* $s : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ com

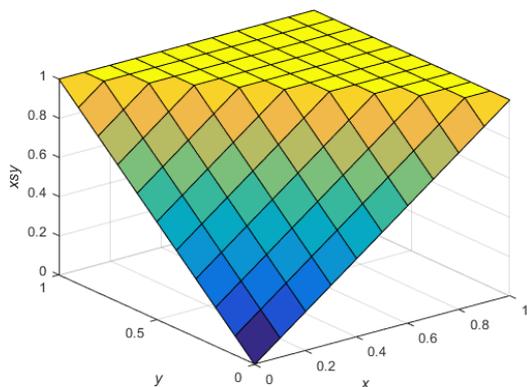
$$xsy = \begin{cases} x & \text{se } y = 0; \\ y & \text{se } x = 0; \\ 1 & \text{caso contrário;} \end{cases} \quad \text{Figura 1.5(d).}$$



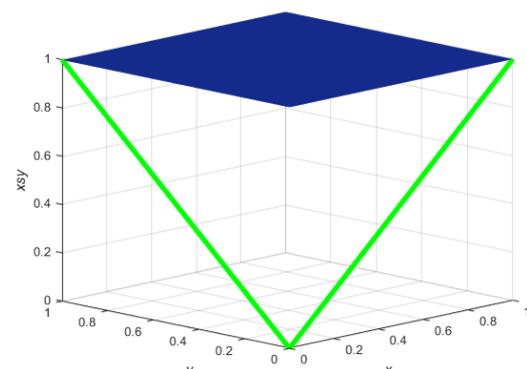
(a) União padrão.



(b) Soma algébrica.



(c) Soma limitada.



(d) União drástica.

Figura 1.5: Representação das superfícies geradas pelos exemplos de s-normas.

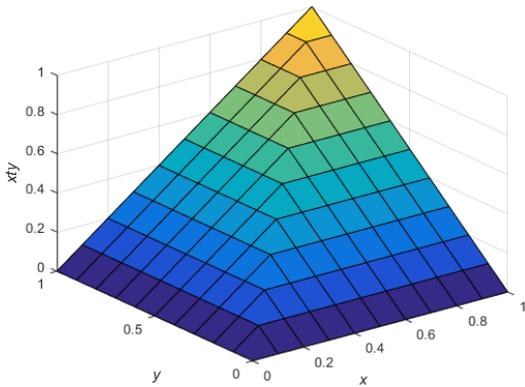
Definição 1.5. Uma norma triangular (*t-norma*) é uma operação binária $t : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, denotada por $t(x, y) = xty$, satisfazendo as seguintes condições:

- *Comutatividade:* $xty = ytx$;
- *Associatividade:* $xt(ytz) = (xty)tz$;
- *Monotonicidade:* Se $x \leq y$ e $w \leq z$ então $xw \leq yz$;
- *Condições de fronteira:* $0tx = 0$ e $1tx = x$.

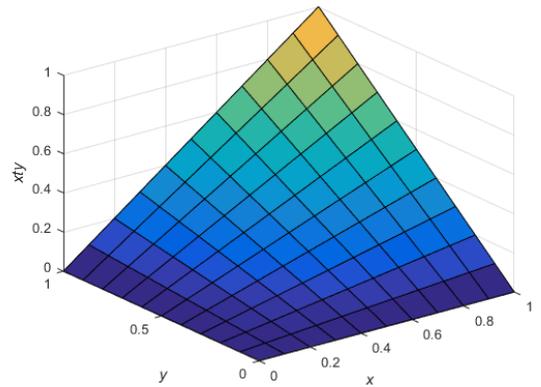
Exemplo 1.3.

- a) *Interseção Padrão:* $t : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ com $xty = \min(x, y)$, Figura 1.6(a);
- b) *Produto Algébrico:* $t : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ com $xty = xy$, Figura 1.6(b);
- c) *Diferença Limitada:* $t : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ com $xty = \max(0, x + y - 1)$, Figura 1.6(c);
- d) *Interseção Drástica:* $t : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ com

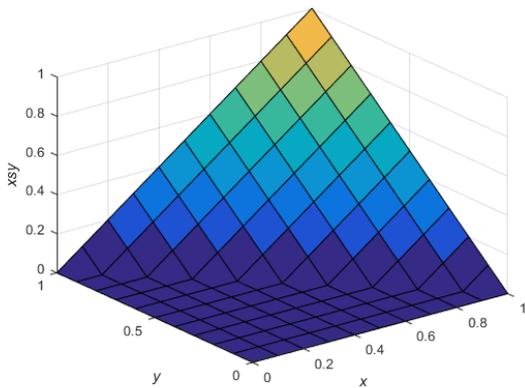
$$xty = \begin{cases} x & \text{se } y = 1; \\ y & \text{se } x = 1; \\ 0 & \text{caso contrário;} \end{cases} \quad \text{Figura 1.6(d).}$$



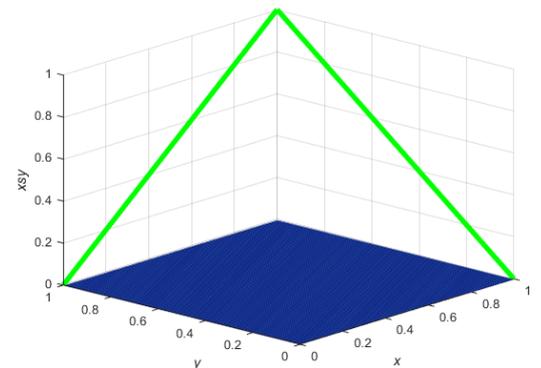
(a) Interseção Padrão.



(b) Produto Algébrico.



(c) Diferença Limitada.



(d) Interseção Drástica.

Figura 1.6: Representação das superfícies geradas pelos exemplos de t-normas.

Na subseção que segue, tem-se o conceito de α -níveis de um conjunto *fuzzy* que são importantes para se determinar um conjunto *fuzzy*.

1.1.3 α -níveis de um Conjunto *Fuzzy*

Definição 1.6. *Sejam A um conjunto fuzzy e $\alpha \in [0, 1]$, definimos como α -nível de A o subconjunto $[A]^\alpha \subseteq U$ definido por*

$$[A]^\alpha = \{x \in U | \mu_A(x) \geq \alpha\} \text{ para } 0 < \alpha \leq 1.$$

Definição 1.7. *O suporte de um conjunto fuzzy A são todos os elementos de U que têm grau de pertinência diferente de zero em A e denota-se por*

$$\text{supp}(A) = \{x \in U | \mu_A(x) > 0\}.$$

Com isso, definimos um conjunto fuzzy de nível zero da seguinte forma.

Definição 1.8. *O nível zero de um conjunto fuzzy A do universo U , em que U é um espaço topológico, é o fecho topológico do suporte de A , isto é*

$$[A]^0 = \overline{\text{supp}(A)}.$$

Na próxima subseção é definido números fuzzy e apresenta-se dois exemplos.

1.1.4 Número *Fuzzy*

Definição 1.9. *Um conjunto fuzzy A é chamado de número fuzzy quando o conjunto universo, onde A está definido, é o conjunto dos números reais e satisfaz as seguintes condições:*

- *Existe $x_0 \in U$ tal que $\mu_A(x_0) = 1$, isto é equivalente a dizer que A é normal;*
- *$[A]^\alpha$ é um intervalo fechado para todo $\alpha \in (0, 1]$;*
- *O suporte de A é limitado.*

A forma analítica dos números fuzzy triangulares e trapezoidais são definidas a seguir.

Definição 1.10. *Um número fuzzy A é dito triangular se sua função pertinência é da forma*

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq a \\ \frac{x-a}{u-a} & \text{se } a < x \leq u \\ \frac{u-x}{u-b} & \text{se } u < x \leq b \\ 0 & \text{se } x > b \end{cases}, \quad (1.7)$$

em que $a, b, u \in \mathbb{R}$. O gráfico da função de pertinência de um número fuzzy triangular tem a forma de um triângulo, tendo como base o intervalo $[a, b]$ e, como único vértice fora desta base, o ponto $(u, 1)$.

Definição 1.11. *Um número fuzzy A é dito trapezoidal se sua função de pertinência é da forma*

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & \text{se } a \leq x < b \\ 1 & \text{se } b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c} & \text{se } c < x \leq d \\ 0 & \text{se } x < a \text{ ou } x > b \end{cases}, \quad (1.8)$$

em que $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. O gráfico da função de pertinência de um número fuzzy trapezoidal tem a forma de um trapézio, tendo como base o intervalo $[a, d]$ e, como vértices fora da base, os pontos $(b, 1)$ e $(c, 1)$.

Na subseção seguinte, tem-se o Princípio da Extensão de Zadeh, que é uma ferramenta muito importante no contexto da teoria dos conjuntos fuzzy, pois é implementado com êxito em muitos problemas matemáticos.

1.1.5 O Princípio da Extensão de Zadeh

O princípio da extensão de Zadeh consiste em encontrar um novo conjunto *fuzzy* a partir de outro dado e uma função entre seus universos.

Definição 1.12 (Princípio da extensão de Zadeh unidimensional.). *Sejam f uma função tal que $X \rightarrow Y$ e A um conjunto fuzzy de X . O princípio da extensão de Zadeh de f é uma função \hat{f} do que, aplicada a A , fornece o conjunto fuzzy $\hat{f}(A)$ de Y , cuja função de pertinência é dada por*

$$\mu_{\hat{f}(A)}(y) = \sup_{x \in f^{-1}(y)} \mu_A(x),$$

em que $f^{-1}(y) = \{x : f(x) = y\}$, conforme Figura 1.7.

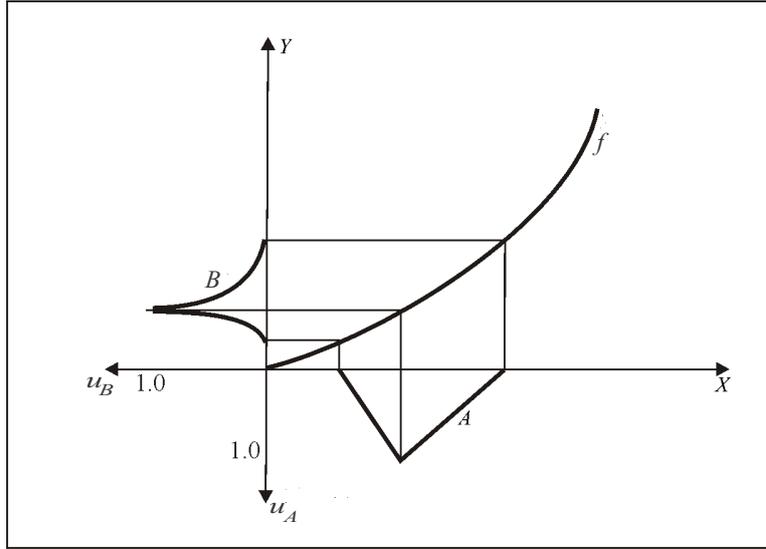


Figura 1.7: Imagem de um subconjunto *fuzzy* a partir do princípio de extensão para uma função f (JAFELICE; BARROS; BASSANEZI, 2012).

As operações aritméticas para conjuntos *fuzzy* podem ser caracterizadas como casos particulares do princípio da extensão de Zadeh, que serão definidas na próxima subseção.

1.1.6 Operações com Números *Fuzzy*

Definição 1.13. *Considere A e B dois números fuzzy e $\beta \in \mathbb{R}$.*

- **Soma:** *Temos que a soma dos números fuzzy A e B é o número fuzzy $A + B$, que possui função de pertinência dada por*

$$\mu_{A+B}(z) = \sup_{(x,y) \in \phi(z)} \min[\mu_A(x), \mu_B(y)] \quad (1.9)$$

em que $\phi(z) = \{(x, y) : x + y = z\}$.

- **Multiplicação por escalar:** *Tem-se que a multiplicação de um escalar β pelo número fuzzy A é o número fuzzy βA , que sua função de pertinência é dada por:*

$$\mu_{\beta A}(z) = \sup_{\{x:\beta x=z\}} [\mu_A(x)] = \begin{cases} \sup_{\{x:\beta x=z\}} [\mu_A(x)] & \text{se } \beta \neq 0 \\ \chi_{\{0\}}(z) & \text{se } \beta = 0 \end{cases}$$

$$\mu_{\beta A}(z) = \begin{cases} \mu_A(\beta^{-1}z) & \text{se } \beta \neq 0 \\ \chi_{\{0\}}(z) & \text{se } \beta = 0 \end{cases} \quad (1.10)$$

em que $\chi_{\{0\}}$ é a função característica de $\{0\}$.

- **Diferença:** A diferença do número fuzzy A pelo B é o número fuzzy $A - B$, que possui função pertinência

$$\mu_{A-B}(z) = \sup_{(x,y) \in \phi(z)} \min[\mu_A(x), \mu_B(y)] \quad (1.11)$$

em que $\phi(z) = \{(x, y) : x - y = z\}$.

- **Multipliação entre números fuzzy:** Considere A e B dois números fuzzy, a multipliação entre eles $A \cdot B$, é dada pela função de pertinência:

$$\mu_{A \cdot B}(z) = \sup_{(x,y) \in \phi(z)} \min[\mu_A(x), \mu_B(y)] \quad (1.12)$$

em que $\phi(z) = \{(x, y) : x \cdot y = z\}$.

- **Divisão:** A divisão do número fuzzy A pelo número fuzzy B , se $0 \notin \text{supp}(B)$ é dada pela função de pertinência

$$\mu_{A/B}(z) = \sup_{(x,y) \in \phi(z)} \min[\mu_A(x), \mu_B(y)] \quad (1.13)$$

em que $\phi(z) = \{(x, y) : x/y = z\}$.

A seguir, é abordada uma técnica importante da teoria dos conjuntos *fuzzy* para este trabalho, os sistemas baseados em regras *fuzzy*.

1.2 Sistema Baseado em Regras *Fuzzy*

O Sistema Baseado em Regras *Fuzzy* (SBRF) é um processo de mapeamento de um conjunto de entradas para um conjunto de saídas. Para introduzir um Sistema Baseado em Regras *Fuzzy*, é necessário definir o que são variáveis linguísticas.

1.2.1 Variáveis Linguísticas

Segundo Jafelice, Barros e Bassanezi (2012), as variáveis linguísticas são utilizadas para quantificar dados ou informações utilizando expressões da comunicação humana.

Definição 1.14. *Uma variável linguística é uma variável cujo valor é expresso qualitativamente por um termo linguístico, fornecendo um conceito a variável, e quantitativamente por meio da função de pertinência. Assim, a variável linguística é composta por uma variável simbólica e por um valor numérico.*

Exemplo 1.4. *Considerando a variável linguística alteração estrutural em placa de alumínio, variando de 0 a 1, assumi-se seus termos linguísticos como: pequena, média e grande. Estes valores são representados por meio de conjuntos fuzzy conforme Figura 1.8.*

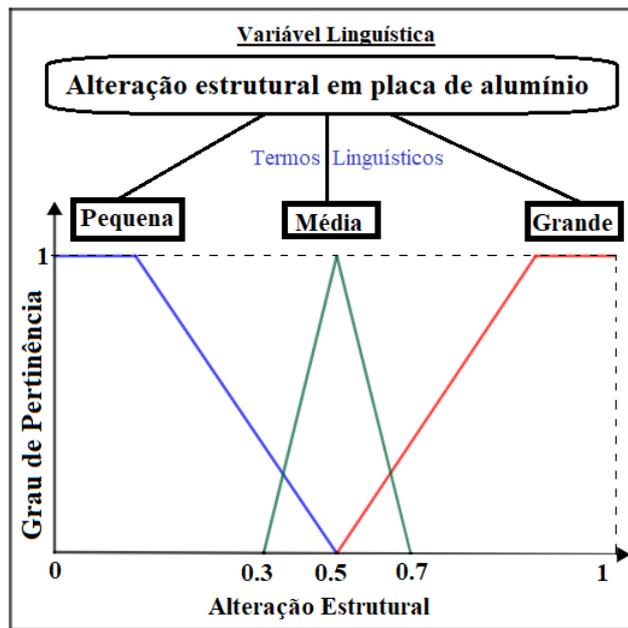


Figura 1.8: Variável linguística alteração estrutural em placa de alumínio.

Com a definição de variáveis linguísticas, pode-se ir além para o conceito e estruturação de SBRF, que será feito na próxima subseção.

1.2.2 SBRF

Um Sistema Baseado em Regras *Fuzzy* (SBRF) é composto por quatro componentes, sendo o processador de entrada, uma base de regras, uma método de inferência *fuzzy* e um processador de saída, em que são conectados conforme mostra a Figura 1.9.

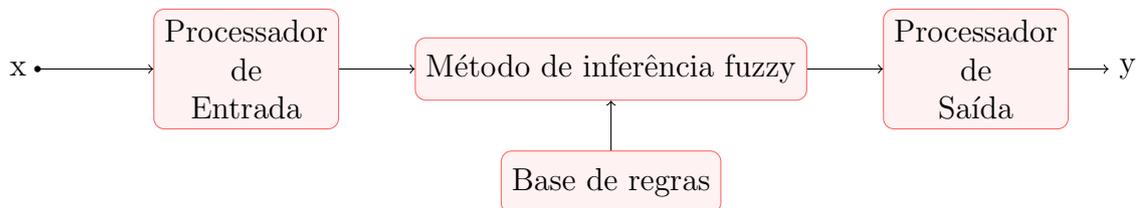


Figura 1.9: Arquitetura do SBRF.

Segundo Jafelice, Barros e Bassanezi (2012) podemos definir cada componente como:

- Processador de Entrada (Fuzzificação)

Neste componente as entradas do sistema são traduzidas em conjuntos *fuzzy* em seus respectivos domínios.

- Base de Regras

Este componente, juntamente com a método de inferência, pode ser considerado o núcleo dos sistemas baseados em regras *fuzzy*. Este, é composto por uma coleção de proposições *fuzzy* descrita na forma linguística

$$\begin{aligned} &\text{Se } x_1 \text{ é } A_1 \text{ e } x_2 \text{ é } A_2 \text{ e } \dots \text{ e } x_n \text{ é } A_n \\ &\text{então } y_1 \text{ é } B_1 \text{ e } y_2 \text{ é } B_2 \text{ e } \dots \text{ e } y_m \text{ é } B_m, \end{aligned}$$

em que A_1, \dots, A_n são os conjuntos *fuzzy* das entradas e B_1, \dots, B_n são os conjuntos *fuzzy* das saídas.

- Método de Inferência *Fuzzy*

É neste componente que cada proposição *fuzzy* é traduzida matematicamente por meio das técnicas de raciocínio aproximado. Os operadores matemáticos serão selecionados para definir a relação *fuzzy* que modela a base de regras. Desta forma, a máquina de inferência *fuzzy* é de fundamental importância para o sucesso do sistema *fuzzy*, já que fornece a saída a partir de cada entrada *fuzzy* e da relação definida pela base de regras.

- Método de Mamdani

A caracterização de uma regra, dada por Se (antecedente) então (consequente), é dada pelo produto cartesiano *fuzzy* dos conjuntos *fuzzy* que compõem seu antecedente e consequente. O método de Mamdani agrupa o operador lógico OU, configurado pela operação do máximo na t-norma, e o operador E, configurado pela operação do mínimo na s-norma, em cada regra, conforme Figura 1.10. Dadas as regras a seguir:

Regra 1: Se (x_1 é A_1 e x_2 é B_1) então (y é C_1);

Regra 2: Se (x_1 é A_2 e x_2 é B_2) então (y é C_2).

Tem-se, na Figura 1.10, a representação da saída y por meio do método de inferência do tipo Mamdani para as entradas x_1 e x_2 , usando a composição max-min.

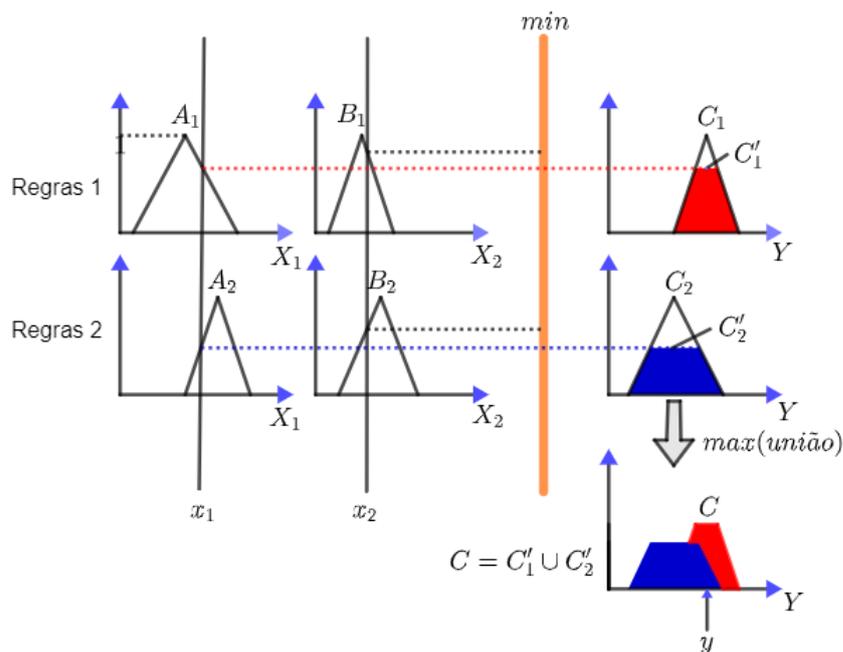


Figura 1.10: Método de inferência de Mamdani com composição max-min.

- Método de Takagi-Sugeno

Este método é caracterizado pelo consequente de cada regra ser uma função dependendo das variáveis de entrada. Logo, tem-se que dado as entradas x_1 e x_2 , a saída para cada regra é dada uma combinação linear destas entradas. Dessa forma, dadas as regras a seguir:

Regra 1: Se (x_1 é A_1 e x_2 é B_1) então ($y = f_1(x_1, x_2)$);

Regra 2: Se (x_2 é A_2 e x_2 é B_2) então ($y = f_2(x_1, x_2)$).

Dessa forma, a Figura 1.11 representa a saída y , por meio do método de inferência de Takagi-Sugeno para as entradas x_1 e x_2 , com $k_{ij} \in \mathbb{R}$, $i = 1, 2$ e $j = 0, 1, 2$.

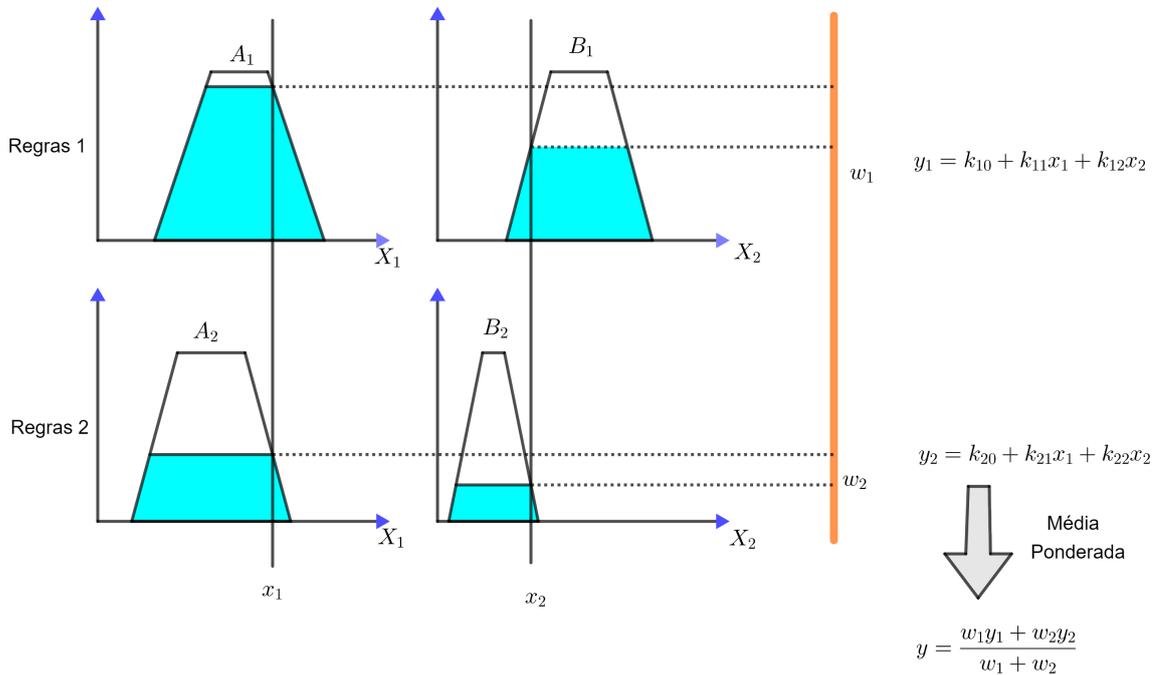


Figura 1.11: Método de inferência de Takagi-Sugeno.

A generalização destes métodos de inferência podem ser encontradas em Barros e Bassanezi (2015).

- Processador de Saída (*Defuzzificação*)

A *defuzzificação* é um processo de se representar um conjunto *fuzzy* por um número real. Em sistemas *fuzzy*, em geral a saída é um conjunto *fuzzy*. Assim, devemos escolher um método para *defuzzificar* a saída e obter um número real que a represente. O método mais comum de *defuzzificação* é o seguinte:

- Centro de gravidade

Este método de *defuzzificação* é semelhante à média ponderada para distribuição de dados, com a diferença que os pesos são os valores $\mu_C(y_i)$ que indicam o grau de compatibilidade do valor y_i com o conceito modelado pelo conjunto *fuzzy* C .

Para um domínio discreto, tem-se:

$$G(C) = \frac{\sum_{i=0}^n y_i \mu_C(y_i)}{\sum_{i=0}^n \mu_C(y_i)}, \quad (1.14)$$

em que y_i pertence ao domínio de C .

Na próxima seção será apresentado um exemplo de sistema baseado em regras *fuzzy* utilizando o método de inferência de Mamdani.

1.3 Exemplo de SBRF: Usinagem em Vigas de Alumínio

O experimento utilizado para obtenção dos dados examinados foi realizado em vigas de alumínio, em que a modificação estrutural foi causada por meio de usinagem, que é um processo de desgaste mecânico da estrutura. Os dados foram obtidos por meio da técnica de impedância eletromecânica, de modo que o experimento foi realizado em câmara climática, conforme Figura 1.12, com controle de temperatura e umidade, no Laboratório de Mecânica de Estruturas (LMEst) da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia. Este experimento foi escolhido devido ao comportamento crescente, a partir do terceiro ciclo, das métricas referentes aos dados de impedância eletromecânica obtidos.



Figura 1.12: Câmara climática.

1.3.1 Experimento

Neste experimento, foram utilizadas quatro estruturas do tipo vigas de alumínio. As vigas de alumínio são de 500 mm de comprimento, 38 mm de largura e 3,2 mm de espessura. Em cada uma delas foi colada uma pastilha PZT de 1 mm de espessura e 20 mm de diâmetro a 100 mm da borda da estrutura.

Os mecanismos de falhas, ou dano simulado, utilizados no experimento foram usinagem superficial em uma das faces das vigas com 30mm de largura a 70mm da extremidade oposta e mesma face em que foi colada a pastilha PZT. Foram considerados nove níveis de dano no total, sendo dois *baseline* e sete níveis de remoção de espessura por usinagem. O corpo de prova 4 foi utilizado como mecanismo de controle, sendo removido da câmara junto aos outros, porém nenhum mecanismo de falha foi introduzido nele. A diferença encontrada na Tabela 1.1 é proveniente de falha no mecanismo de medição.

A Figura 1.13 apresenta os quatro corpos de prova ensaiados na condição de contorno bi-apoiados. As vigas foram apoiadas sob a espessura, e não sobre a largura.

É importante notar que para este ensaio foram projetados em impressão em plástico ABS os cavaletes para posicionamento das estruturas dentro da câmara. Os pés dos cavaletes são arredondados, para diminuir a interferência do piso da câmara com as estruturas, e possibilitou o embutimento de conectores nos próprios corpos de prova. Assim, as estruturas eram removidas do interior da câmara para usinagem e retornavam para a câmara, para continuidade das



Figura 1.13: Quatro corpos de prova utilizados no ensaio.

medições com menor interferência possível dos cabos, uma vez que eles foram colocados na mesma posição dentro da câmara, conforme Figura 1.14.

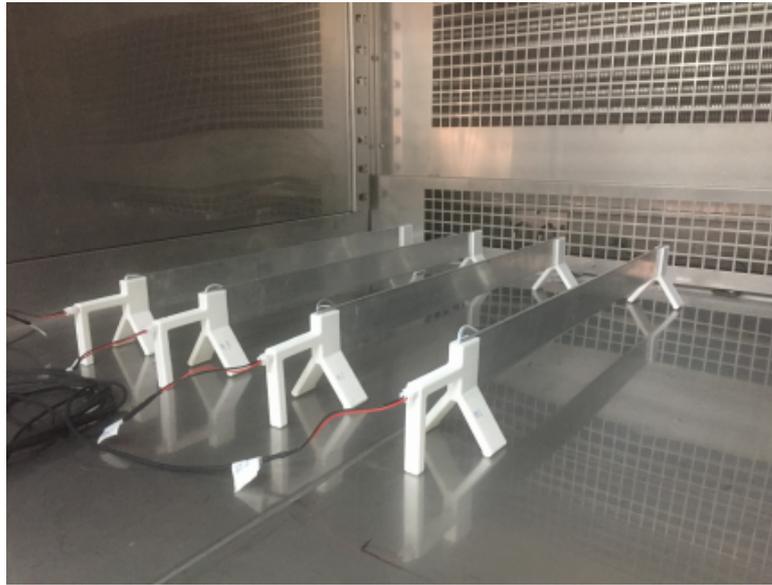


Figura 1.14: Posicionamento dos corpos de prova no interior da câmara.

A faixa de temperaturas realizada foi crescente em $3^{\circ}C$, abrangendo 13 a $40^{\circ}C$ em 10 ciclos. Para cada configuração: corpo de prova, temperatura e condição de dano foram realizadas 30 amostragens de assinaturas. Assim, no total de 10 ciclos de temperatura, 9 níveis de dano, 4 corpos de prova e 30 repetições, foram coletadas 10800 assinaturas de impedância.

Considerando que o processo de inserção de falhas foi realizado manualmente através de uma esmerilhadeira, optou-se por adotar duas variáveis como resposta de cada corpo de prova após a inserção do dano. A primeira resposta é a massa, considerando a perda de massa do estado anterior. Para esta resposta foi utilizada uma balança de precisão de duas casas decimais do grama e eram realizadas oito medições para obtenção da média. A segunda resposta é a espessura na região delimitada para usinagem, considerando a perda de espessura em relação ao estado anterior. Para esta segunda resposta foi utilizado um micrômetro com resolução de 0.01mm e foi registrada a média de 10 medições aleatórias da espessura da área delimitada pela usinagem. Uma imagem de um dos estados usinados é representada pela Figura 1.15, que apresenta a distância do ponto do cavalete e a região usinada.

Os resultados das medições de massa para cada corpo de prova são apresentados na Tabela 1.1 e para as espessuras em cada corpo de prova na Tabela 1.2, que constam de oito condições, uma vez que os *baseline* foram colocados no mesmo parâmetro por terem mesmos dados. Neste experimento, tem-se os dados de cada dano atribuído à estrutura, através das medições de massa e espessura; porém, a técnica de SHM é utilizada para verificar a mudança

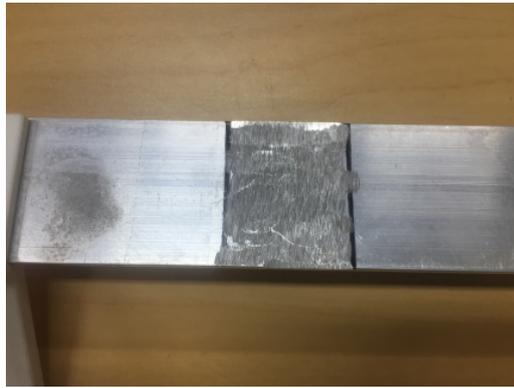


Figura 1.15: Usinagem caracterizando o dano 2 no corpo de prova 1.

estrutural a partir dos dados de impedância eletromecânica, sem se preocupar com os valores apresentados nas tabelas. Assim, tais valores servem para mostrar que a perda de massa e espessura para este experimento foram pequenas.

Tabela 1.1: Medições das massas (gramas) dos corpos de prova.

Condição	Corpo de Prova 1	Corpo de Prova 2	Corpo de Prova 3	Corpo de Prova 4
Baseline	191,36	192,42	192,86	195,89
Dano 1	191,20	192,27	192,69	-
Dano 2	191,16	192,02	192,58	-
Dano 3	190,95	191,82	192,39	-
Dano 4	190,41	191,48	192,02	-
Dano 5	189,96	190,54	191,33	-
Dano 6	189,16	189,42	189,78	-
Dano 7	187,44	188,57	188,37	195,83

Tabela 1.2: Medições das espessuras (mm) dos corpos de prova.

Condição	Corpo de Prova 1	Corpo de Prova 2	Corpo de Prova 3	Corpo de Prova 4
Baseline	3,17	3,17	3,19	3,18
Dano 1	3,09	3,11	3,09	-
Dano 2	3,01	2,96	2,99	-
Dano 3	2,97	2,93	2,95	-
Dano 4	2,85	2,85	2,89	-
Dano 5	2,72	2,49	2,63	-
Dano 6	2,44	2,23	2,09	-
Dano 7	1,93	1,92	1,83	3,18

Conforme pode ser observado em todas as estruturas, pela Tabela 1.2, os danos inseridos nos três corpos de prova jamais excederam 50% da espessura e os dois últimos níveis de usinagem aplicados foram mais severos, para observar esse maior crescimento (progressões menores e maiores) na perda de espessura. A técnica de impedância eletromecânica busca analisar a mudança estrutural; porém, quando a mudança é mínima, conforme encontrada para os danos iniciais do experimento, a metodologia por meio das métricas pode não acusar tal modificação estrutural. Quando não consta esta mudança, considerou-se que a modificação estrutural é irrelevante, pois a métrica teve valor muito próximo às métricas da estrutura, comparando assinaturas no estado *baseline*.

Na aquisição dos dados ocorreu um problema com o PZT1; assim seus dados não foram utilizados no experimento.

1.3.2 Critérios de avaliação e construção dos SBRFs

Uma grande dificuldade em criar-se SBRFs para a classificação de dano é a enorme variabilidade das assinaturas de acordo com o material e configurações do experimento. Um experimento configurado em condições próximas pode variar, e muito, em suas assinaturas.

O SBRF foi construído considerando as métricas CCD e ASD como variáveis de entrada.



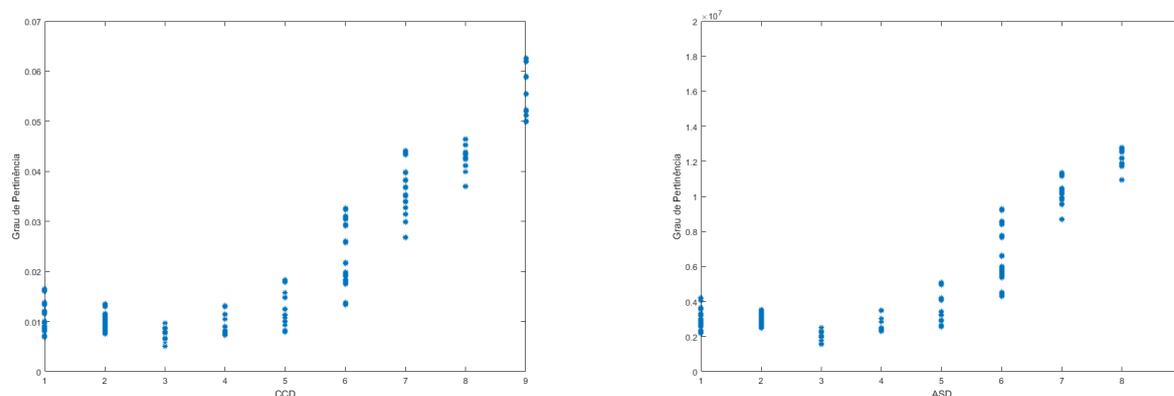
Figura 1.16: Arquitetura do SBRF.

Para avaliar a qualidade do SBRF, foi utilizada a combinação de CCD e ASD para estipular o dano em que cada combinação assume. Estipulou-se três termos linguísticos para a variável de saída nível do dano: irrelevante, baixo e médio. Não houve caracterização de dano alto, devido aos danos na estrutura não terem ultrapassado 50% de alteração do estado original, quando olhado a Tabela 1.2 de espessura dos corpos de prova.

1.3.3 Resultados da Fase de Avaliação do Modelo

Considerando os dados do experimento para o PZT2 e PZT3, foram calculados o CCD e a ASD a partir das assinaturas *baseline* e as investigadas. Para a variável de saída, nível do dano, o termo linguístico irrelevante corresponde à assinatura *baseline* e aos danos 1, 2 e 3; o pequeno aos danos 4 e 5; e o médio ao 6 e 7, em que os danos de 1 a 7 são os da Tabela 1.1.

Para a construção do SBRF, foi considerado para as entradas a CCD e ASD, conforme mencionado, por conta do comportamento parecido dessas duas métricas de acordo com os danos, conforme pode ser visto nas Figuras 1.17.

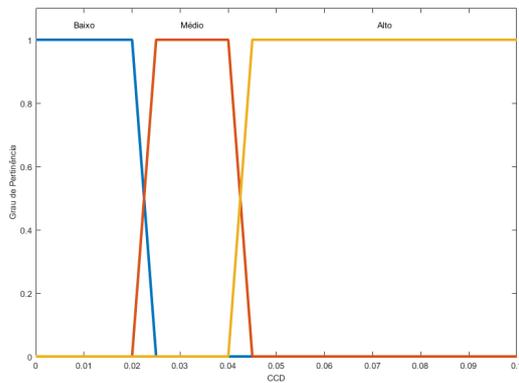


(a) Comportamento da CCD de acordo com os danos. (b) Comportamento da ASD de acordo com os danos.

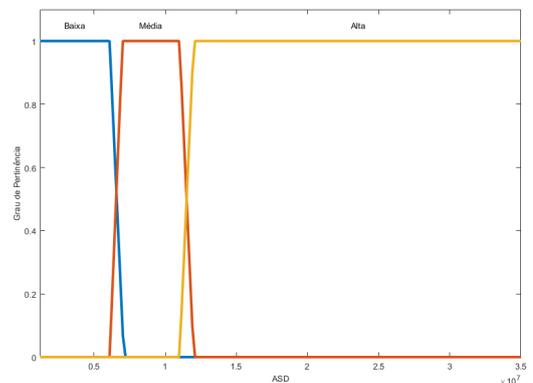
Figura 1.17: Comportamento das métricas CCD e ASD com respeito aos danos.

A partir da análise do comportamento da CCD e ASD, para o PZT2, foram estabelecidas funções de pertinência trapezoidais, conforme equação (1.8), para cada entrada e saída, que são dadas por:

- Entradas, conforme Figura 1.18:
 - Valores do CCD: o domínio $[0, 0.1]$, representando as faixas $[0, 0.025]$, $[0.02, 0.045]$ e $[0.04, 0.1]$, com os termos linguísticos: Baixo, Médio e Alto, respectivamente.
 - Valores da ASD: o domínio $[1.2 \times 10^6, 3.5 \times 10^7]$, representando as faixas $[1.2 \times 10^6, 7.089 \times 10^6]$, $[6.09 \times 10^6, 1.2 \times 10^7]$ e $[1.1 \times 10^7, 3.5 \times 10^7]$, com os termos linguísticos: Baixa, Média e Alta, respectivamente.
- Valores de Saída: o domínio $[0, 2]$, representando por funções *singleton* em 0, 1 e 2, com os termos linguísticos: Irrelevante, Pequeno e Médio, respectivamente, conforme Figura 1.19.



(a) Função de pertinência para a variável CCD.



(b) Função de pertinência para a variável ASD.

Figura 1.18: Funções de pertinência para as entradas do SBRF.

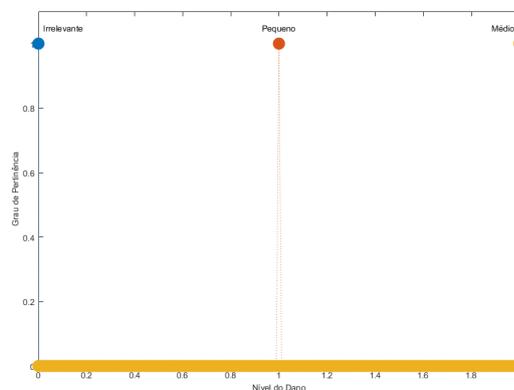


Figura 1.19: Funções de pertinência para a saída do SBRF.

A partir disso, estabeleceu-se as seguintes regras para o SBRF:

- Regra 1 : Se (CCD é **Baixo**) e (ASD é **Baixa**) então a Nível do Dano é **Irrelevante**;
 Regra 2 : Se (CCD é **Baixo**) e (ASD é **Média**) então a Nível do Dano é **Irrelevante**;
 Regra 3 : Se (CCD é **Baixo**) e (ASD é **Alta**) então a Nível do Dano é **Pequeno**;
 Regra 4 : Se (CCD é **Médio**) e (ASD é **Baixa**) então a Nível do Dano é **Irrelevante**;
 Regra 5 : Se (CCD é **Médio**) e (ASD é **Média**) então a Nível do Dano é **Pequeno**;
 Regra 6 : Se (CCD é **Médio**) e (ASD é **Alta**) então a Nível do Dano é **Médio**;
 Regra 7 : Se (CCD é **Alto**) e (ASD é **Baixa**) então a Nível do Dano é **Pequeno**;
 Regra 8 : Se (CCD é **Alto**) e (ASD é **Média**) então a Nível do Dano é **Pequeno**;
 Regra 9 : Se (CCD é **Alto**) e (ASD é **Alta**) então a Nível do Dano é **Médio**.

O SBRF gera a superfície apresentada na Figura 1.20.

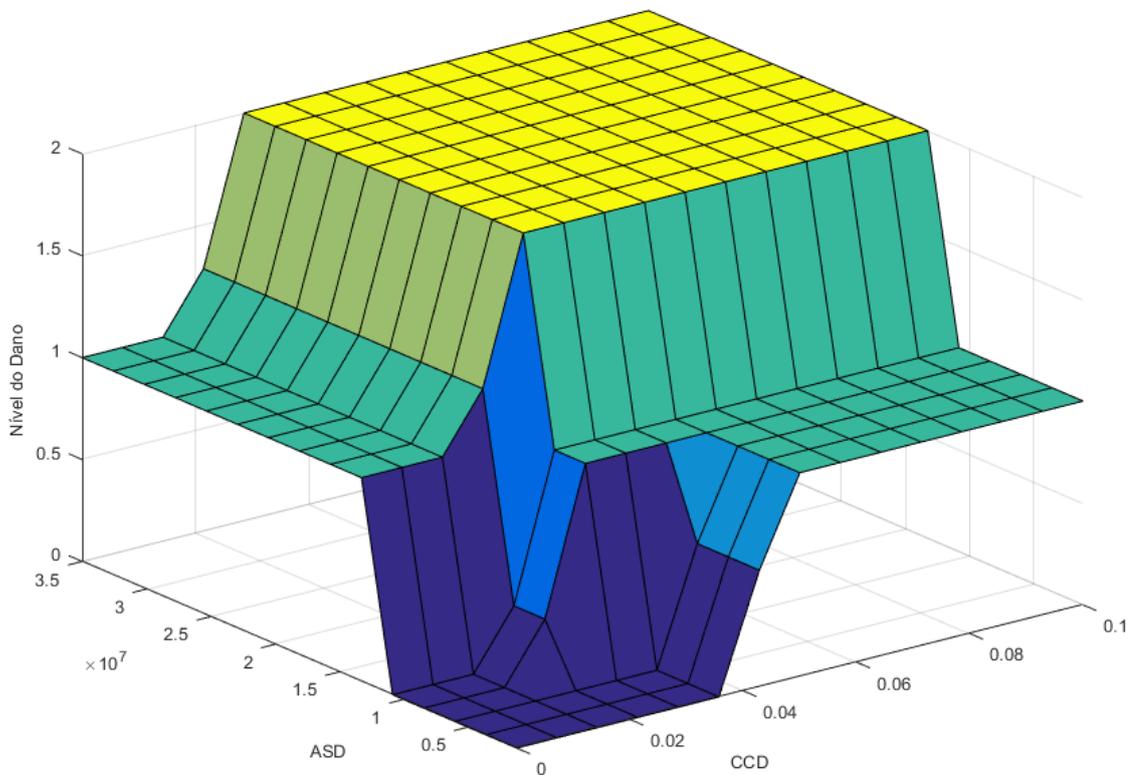


Figura 1.20: Superfície para o SBRF gerado.

A partir disto, foi realizada a validação dos dados, comparando o nível de dano gerado pelo SBRF e o esperado por meio do experimento. A comparação foi realizada, calculando o valor absoluto da diferença entre o nível de dano obtido pelo SBRF com o do experimento. Se este valor for menor que 0,5, é considerado compatível com o termo linguístico esperado. Caso contrário, é considerado incompatível.

Para os dados do PZT2, foi encontrada uma taxa de acerto de 92,21%, mostrando que a metodologia conseguiu identificar o nível de dano, em grande parte dos dados, para um problema complexo. Este mesmo SBRF foi utilizado para verificar o nível de dano para o PZT3 e encontrou-se para este PZT, um percentual de acerto de 81,93%. Dessa forma, o nível de acerto global, independente dos dois PZTs, foi de 87,03%, que é um nível satisfatório, visto a dificuldade encontrada em efetuar tal análise.

No segundo capítulo é abordada a fundamentação teórica do ANFIS e exemplos pertinentes aos métodos numéricos, utilizados para sua implementação computacional.

Capítulo 2

Sistema de Inferência Fuzzy Baseado em Rede Adaptativa

Segundo Fonseca (2012), o *Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS)* é uma técnica híbrida, de inteligência artificial, que infere conhecimentos utilizando os princípios da teoria dos conjuntos *fuzzy* e acrescenta a essa estrutura a possibilidade de aprendizagem inerente às redes neurais artificiais. Dessa forma, esse sistema híbrido resolve um dos maiores problemas da utilização da teoria dos conjuntos *fuzzy*, que é a sintonia das funções de entrada e de saída de um SBRF. Na primeira seção deste capítulo será apresentada uma fundamentação teórica para o entendimento do *ANFIS*, no intuito de, assim, explicar sua estrutura e como funciona o seu treinamento.

2.1 Fundamentação Teórica do *ANFIS*

Nesta seção será apresentada uma explicação de redes neurais artificiais, seguido dos dois métodos que são utilizados no treinamento do *ANFIS*, o método dos mínimos quadrados e o algoritmo da retropropagação do erro (ou gradiente descendente).

2.1.1 Redes Neurais Artificiais

As Redes Neurais Artificiais (RNAs) podem ser vistas como um método computacional que, através da experiência, adquire conhecimento no qual baseia-se na estrutura dos neurônios biológicos do cérebro humano, conforme Figura 2.1. Tem-se que o cérebro humano é um sistema de processamento paralelo que, por mais lento que possa ser individualmente (cada neurônio), é capaz de processar trilhões de operações simultaneamente (BEZERRA, 2016).

Segundo Valença (2008), o neurônio biológico (Figura 2.1) é composto por um corpo celular, de onde saem ramificações, conhecidas como dendritos. O corpo celular e o telodendro, conhecido como terminal, são ligados pelo axônio. A transmissão do impulso nervoso entre dois neurônios ocorre do axônio de um neurônio para o dendrito do seguinte, sempre nesta ordem. A região em que ocorre a transmissão do impulso é conhecida como sinapse.

Um conceito importante para entender o funcionamento do neurônio biológico é a intensidade do estímulo, chamado de limiar excitatório, a partir do qual o neurônio dispara, ou não, o impulso nervoso. Portanto, se o estímulo for muito pequeno, sua intensidade será inferior ao limiar excitatório e não ocorrerá nenhum impulso nervoso. Por outro lado, passado esse limiar, o potencial de ação do neurônio será sempre o mesmo, qualquer que seja a intensidade do estímulo.

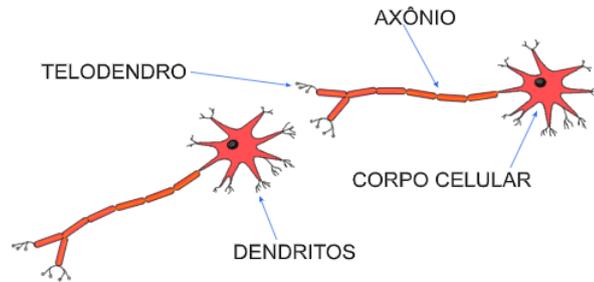


Figura 2.1: Representação de um neurônio biológico. Fonte (VALENCA, 2008).

Dessa forma os primeiros a introduzir em um modelo artificial este neurônio biológico foram McCulloch e Pitts (1943), de modo que o modelo proposto deste neurônio é apresentado na Figura 2.2. Valenca (2008) afirma que este modelo procura representar o neurônio biológico a partir de uma regra de propagação e uma função de ativação.

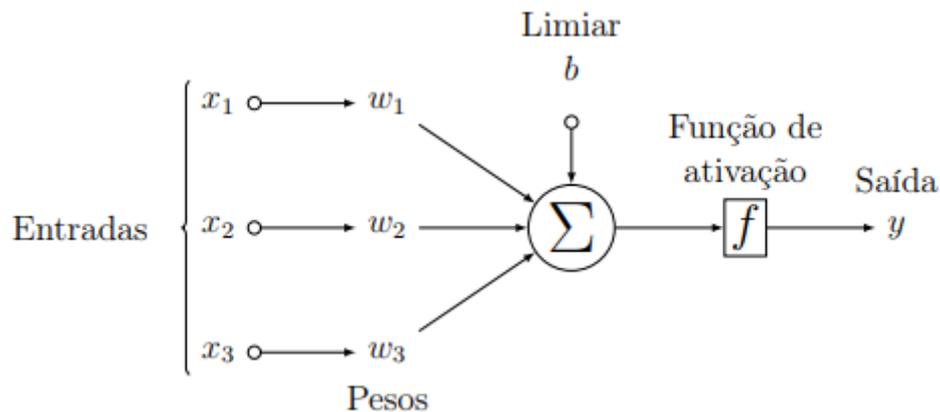


Figura 2.2: Neurônio computacional de McCulloch e Pitts. Fonte (BEZERRA, 2016).

Assim, considere x_1, x_2, x_3 , como sendo as variáveis de entrada do neurônio de saída y . A entrada Σ é dada pela seguinte regra de propagação:

$$\sum_{i=1}^3 w_i x_i - b,$$

em que w_i são os pesos sinápticos e b é o limiar excitatório. A partir disso, é possível calcular a $f(\Sigma)$, conhecida como função de ativação, fornecendo, assim, a saída desejada $y = f(\Sigma)$.

As redes neurais são comumente estruturadas em camadas, em que cada unidade pode estar relacionada a unidades da camada anterior. Existem as camadas de entrada, em que são indicados os padrões à rede, as intermediárias ou ocultas, onde são realizados a maior parte do processamento de aprendizado da rede, e a de saída, que apresenta o resultado final (ANTOGNETTI; MILUTINOVIC, 1991).

As fases de processamento são duas; a de aprendizado e a de utilização propriamente dita em que são processadas em dois momentos bem distintos, sendo efetuadas em tempos distintos. Ademais, no aprendizado, os dados inseridos são visualizados em dois conjuntos. O primeiro é o treinamento da rede onde são retiradas as regras básicas a partir dos dados reais apresentados, e o segundo testa a qualidade do primeiro conjunto. A utilização é o modo em que a rede corresponde ao estímulo de entrada sem a ocorrência de modificação na estrutura (BRAGA; CARVALHO; LUDEMIR, 2000).

No caso do *ANFIS*, em seu treinamento é necessário a utilização do método dos mínimos quadrados e do gradiente descendente, que serão apresentados a seguir.

2.1.2 Método dos Mínimos Quadrados

Considere um sistema linear $Ax = b$, onde A é uma matriz $m \times n$ com $m \geq n$ e $b \in \mathbb{R}^m$. Desta forma, tem-se que este sistema possui uma única solução, infinitas ou nenhuma solução. O método dos mínimos quadrados consiste em buscar de um $x \in \mathbb{R}^n$ tal que $\|r(x)\| = \|Ax - b\|$, que é a norma residual do vetor, seja minimizado. Segundo Datta (2010), quando a norma euclidiana é usada, essa solução é denominada solução de mínimos quadrados para o sistema $Ax = b$. O termo “solução de mínimos quadrados” se justifica por ser uma solução que minimiza a norma euclidiana do vetor residual.

2.1.2.1 Interpretação Geométrica do Método dos Mínimos Quadrados

Considere, então, uma matriz A que seja $m \times n$, com $m \geq n$. Dessa forma, tem-se A como uma função linear de $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, em que $Im(A)$ é um subespaço de \mathbb{R}^m . Assim, todo vetor $u \in Im(A)$ pode ser escrito como $u = Ax$, onde $x \in \mathbb{R}^n$. Para um vetor $b \in \mathbb{R}^m$, a norma Euclidiana de $\|Ax - b\|$ é a distância entre os pontos finais de b e Ax . Conforme a Figura 2.3, é claro que a distância é mínima quando $Ax - b$ é perpendicular a $Im(A)$, e assim obtém-se que $\|Ax - b\|$ é a distância entre o ponto final de b e $Im(A)$.

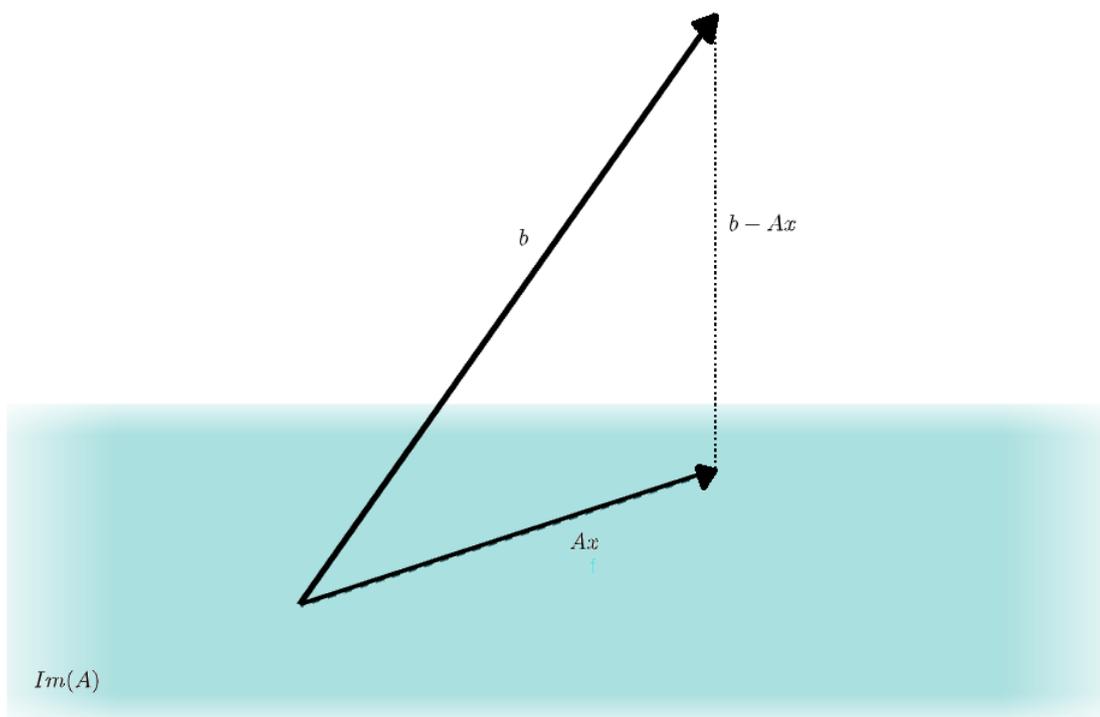


Figura 2.3: Interpretação geométrica da solução dos mínimos quadrados.

A partir disso, é possível identificar que o método dos mínimos quadrados para o sistema linear tem sempre uma solução. Isso ocorre porque pode-se projetar b no subespaço $Im(A)$ para obter um vetor $u \in Im(A)$, e terá um $x \in \mathbb{R}^n$ tal que $u = Ax$, no qual este x será a solução.

Como $b - Ax$ é perpendicular a $Im(A)$ e cada vetor em $Im(A)$ é uma combinação linear de vetores coluna e A , o vetor $b - Ax$ é ortogonal a todas as colunas de A . Ou seja,

$$A^T(Ax - b) = 0 \quad (2.1)$$

ou

$$A^T Ax = A^T b. \quad (2.2)$$

O sistema de equações (2.2) é chamado de Equações Normais.

A seguir será apresentada a demonstração do resultado da existência e unicidade para a solução de mínimos quadrados.

2.1.2.2 Existência e Unicidade de Soluções para o Método dos Mínimos Quadrados

Primeiramente, definir-se-á alguns instrumentos para o resultado principal do capítulo, a existência e unicidade de soluções para o método dos mínimos quadrados.

Definição 2.1. *Considere uma matriz A tal que $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, assim:*

- *O posto linha (coluna) da matriz A é o número de linhas (colunas) linearmente independentes;*
- *Uma matriz tem posto completo se $\text{posto}(A) = \min\{m, n\}$, isto é, se o posto é o maior valor possível entre m e n .*

Ademais, para caracterizar soluções de mínimos quadrados, precisamos do seguinte lema, conforme (CHONG; ZAK, 1979):

Lema 2.1. *Seja $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, com $m \geq n$. Então, $\text{posto}(A) = n$ se, e somente se, $\text{posto}(A^T A) = n$ (isto é, $A^T A$ é não singular).*

Demonstração. $[\Rightarrow]$ Suponha que $A^T A$ é singular. Então $A^T A x = 0$ para algum vetor x não nulo (HOFFMAN; KUNZE, 1979). Logo, $x^T A^T A x = 0$. Assim, $\|Ax\|^2 = 0 \Rightarrow Ax = 0$, implicando que A não possui posto completo, provando o resultado.

$[\Leftarrow]$ Suponha que A não tenha posto completo; logo, existe um vetor x não nulo, tal que $Ax = 0$. Então, $A^T A x = 0$. Assim, $A^T A$ é singular, concluindo o resultado. \square

O teorema a seguir caracteriza as soluções de mínimos quadrados.

Teorema 2.1. *Considere uma matriz $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, com $m \geq n$ e $\text{posto}(A) = n$. O único vetor x^* que minimiza $\|Ax - b\|$ é dado pela solução da equação $A^T A x = A^T b$, isto é, $x^* = (A^T A)^{-1} A^T b$.*

Demonstração. Considere $x^* = (A^T A)^{-1} A^T b$, e note que

$$\begin{aligned} \|Ax - b\|^2 &= \|A(x - x^*) + (Ax^* - b)\|^2 \\ &= [A(x - x^*) + (Ax^* - b)]^T [A(x - x^*) + (Ax^* - b)] \\ &= \|A(x - x^*)\|^2 + \|(Ax^* - b)\|^2 + 2[A(x - x^*)]^T (Ax^* - b) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Mostramos agora que o último termo da equação (2.3) é zero. De fato, substituindo x^* no último termo da equação acima, obtém-se

$$\begin{aligned} [A(x - x^*)]^T (Ax^* - b) &= (x - x^*)^T A^T [A(A^T A)^{-1} A^T b - b] \\ &= (x - x^*)^T A^T [A(A^T A)^{-1} A^T - I_n] b \\ &= (x - x^*)^T [(A^T A)(A^T A)^{-1} A^T - A^T] b \\ &= (x - x^*)^T (A^T - A^T) b \\ &= 0. \end{aligned}$$

Assim, tem-se

$$\|Ax - b\|^2 = \|A(x - x^*)\|^2 + \|(Ax^* - b)\|^2.$$

Se $x \neq x^*$, então $\|A(x - x^*)\| > 0$, pois $\text{posto}(A) = n$. Dessa forma, tem-se que para todo $x \neq x^*$,

$$\|Ax - b\|^2 > \|(Ax^* - b)\|^2.$$

Portanto, $x^* = (A^T A)^{-1} A^T b$ é o único vetor que minimiza $\|Ax - b\|^2$. \square

Um método alternativo para o problema dos mínimos quadrados é através da derivada da função $f(x) = \|Ax - b\|^2$. Note que,

$$\begin{aligned} f(x) &= \|Ax - b\|^2 \\ &= (Ax - b)^T(Ax - b) \\ &= x^T(A^T A)x - x^T(2A^T b) + b^T b. \end{aligned}$$

Então, f é uma função quadrática, e seu termo quadrático é positivo, logo assume valor de mínimo em seu ponto crítico, calculado por:

$$\nabla f(x) = 2A^T Ax - 2A^T b = 0,$$

em que ∇ é o gradiente de f (LIMA, 1981), sendo que a única solução para $\nabla f(x) = 0$ é $x^* = (A^T A)^{-1} A^T b$.

Observação 2.1. Para o caso discreto, conforme Ruggiero e Lopes (1988), considere os pontos $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_m, y_m)$, com x_1, x_2, \dots, x_m pertencentes a um intervalo $[a, b]$, desta forma, ajustar uma curva a estes pontos consiste em escolher n funções $g_j(x)$ contínuas em $[a, b]$ e obter constantes $\alpha_j, j = 1, \dots, n$, tais que $\phi(x) = \alpha_1 g_1(x) + \alpha_2 g_2(x) + \dots + \alpha_n g_n(x)$, se aproxime ao máximo de y_k quando aplicada em x_k , para $k = 1, 2, \dots, m$. Isto é, busca-se que o desvio em relação a função aproximada

$$e_k = |y_k - \phi(x_k)|,$$

seja o menor possível.

Assim, o método consiste em escolher os α_j que minimizem a soma dos quadrados dos desvios. Logo:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^m e_k^2 &= \sum_{k=1}^m [y_k - \phi(x_k)]^2 \\ &= \sum_{k=1}^m [y_k - \alpha_1 g_1(x_k) - \alpha_2 g_2(x_k) - \dots - \alpha_n g_n(x_k)]^2 \end{aligned}$$

em que m é a quantidade de pontos tabelados. Isto é, encontrar os parâmetros $\alpha_j, j = 1, \dots, n$ que minimizam a função:

$$f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = \sum_{k=1}^m [y_k - \alpha_1 g_1(x_k) - \alpha_2 g_2(x_k) - \dots - \alpha_n g_n(x_k)]^2$$

sendo f quadrática, e satisfazendo $f(\alpha) \geq 0, \forall \alpha \in \mathbb{R}^n$, logo limitada inferiormente e possuindo, assim, ponto de mínimo. O ponto crítico de $f(\alpha)$ é encontrado igualando seu gradiente a zero:

$$\left. \frac{\partial f}{\partial \alpha_j} \right|_{(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Dessa forma, tem-se:

$$2 \sum_{k=1}^m [y_k - \alpha_1 g_1(x_k) - \alpha_2 g_2(x_k) - \dots - \alpha_n g_n(x_k)](-g_j(x_k)) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

A qual pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{array}{ccccccc}
\left[\begin{array}{c} \sum_{k=1}^m g_1(x_k)g_1(x_k) \\ \sum_{k=1}^m g_1(x_k)g_2(x_k) \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^m g_1(x_k)g_n(x_k) \end{array} \right] & \alpha_1 + & \left[\begin{array}{c} \sum_{k=1}^m g_2(x_k)g_1(x_k) \\ \sum_{k=1}^m g_2(x_k)g_2(x_k) \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^m g_2(x_k)g_n(x_k) \end{array} \right] & \alpha_2 + \cdots + & \left[\begin{array}{c} \sum_{k=1}^m g_n(x_k)g_1(x_k) \\ \sum_{k=1}^m g_n(x_k)g_2(x_k) \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^m g_n(x_k)g_n(x_k) \end{array} \right] & \alpha_n = & \sum_{k=1}^m y_k g_1(x_k) \\
& & & & & & \sum_{k=1}^m y_k g_2(x_k) \\
& & & & & & \vdots \\
& & & & & & \sum_{k=1}^m y_k g_n(x_k).
\end{array}$$

Assim, para encontrar os α_j basta resolver o seguinte sistema:

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & \cdots & A_{2n} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & \cdots & A_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n1} & A_{n2} & A_{n3} & \cdots & A_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} \text{ em que } \begin{array}{l} A_{ij} = \sum_{k=1}^m g_i(x_k)g_j(x_k) \\ b_i = \sum_{k=1}^m y_k g_i(x_k). \end{array}$$

Na próxima seção, será apresentado um exemplo, para melhor entendimento deste método dos mínimos quadrados.

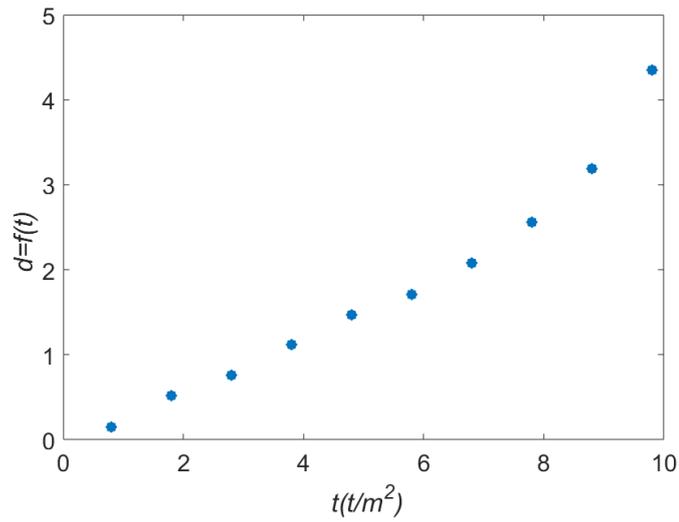
2.1.3 Exemplo de Mínimos Quadrados

Considere um ensaio de tração ($t(t/m^2)$) em uma barra de um tipo de aço, em que têm-se os dados apresentados na Tabela 2.1, pela deformação $d = f(t)$, retirados de (FRANCO, 2006).

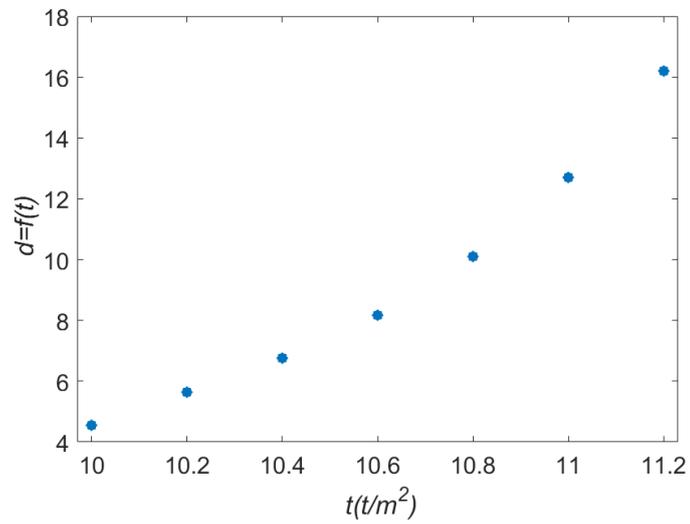
$t(t/m^2)$	0,8	1,8	2,8	3,8	4,8	5,8	6,8	7,8	8,8	9,8
d	0,15	0,52	0,76	1,12	1,47	1,71	2,08	2,56	3,19	4,35
	10,0	10,2	10,4	10,6	10,8	11,0	11,2	11,4	11,6	11,8
	4,55	5,64	6,76	8,17	10,1	12,7	16,2	20,3	30,0	60,0

Tabela 2.1: Dados experimentais.

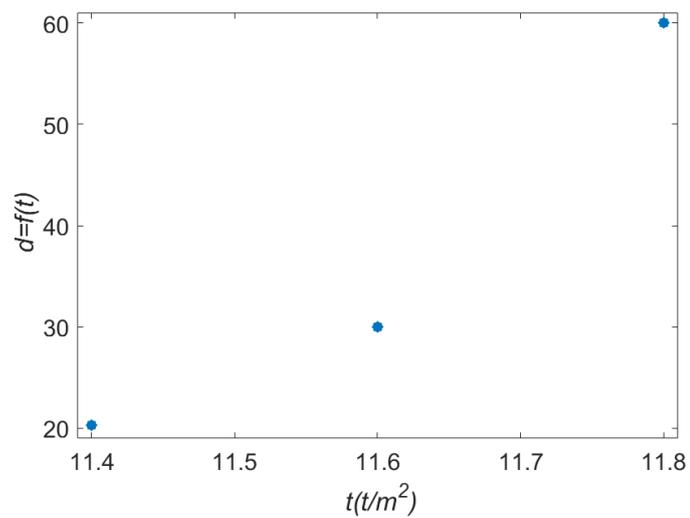
Será dividido o exemplo em três partes, uma considerando os 10 primeiros pontos, Figura 2.4(a), outra considerando os próximos 7 pontos, Figura 2.4(b), e, por fim, os últimos 3 pontos, Figura 2.4(c).



(a) Gráfico dos 10 primeiros pontos de tração e deformação.



(b) Gráfico dos pontos 11 a 17 de tração e deformação.



(c) Gráfico dos 3 últimos pontos de tração e deformação.

Figura 2.4: Gráficos dos pontos de tração e deformação separados por partes.

Observando os diagramas de dispersão apresentados na Figura 2.4, foi considerado o ajuste

linear para as Figuras 2.4(a) e 2.4(c), e quadrático para a Figura 2.4(b).

Para a primeira parte do experimento, busca-se realizar uma regressão linear. Assim, considere $g_1(x) = 1$ e $g_2(x) = x$, dessa forma, busca-se a escolha adequada de valores α_1 e α_2 tal que a função $\phi(x) = \alpha_1 g_1(x) + \alpha_2 g_2(x)$ se aproxime dos dados tabelados. Logo, têm-se:

$$\begin{aligned}
 A_{11} &= \sum_{k=1}^{10} g_1(t_k)g_1(t_k) = \sum_{k=1}^{10} 1 = 10 \\
 A_{12} &= \sum_{k=1}^{10} g_1(t_k)g_2(t_k) = \sum_{k=1}^{10} 1(t_k) = 53 \\
 A_{21} &= \sum_{k=1}^{10} g_2(t_k)g_1(t_k) = \sum_{k=1}^{10} (t_k)1 = 53 \\
 A_{22} &= \sum_{k=1}^{10} g_2(t_k)g_2(t_k) = \sum_{k=1}^{10} (t_k)^2 = 363,4 \\
 b_1 &= \sum_{k=1}^{10} d_k g_1(t_k) = \sum_{k=1}^{10} d_k = 17,9100 \\
 b_2 &= \sum_{k=1}^{10} d_k g_2(t_k) = \sum_{k=1}^{10} d_k t_k = 129,228
 \end{aligned}$$

fornecendo o sistema:

$$\begin{pmatrix} 10 & 53 \\ 53 & 363,4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17,91 \\ 129,228 \end{pmatrix}$$

encontrando que $\alpha_1 = -0,4128$ e $\alpha_2 = 0,4158$. Ademais, a Figura 2.5 apresenta a curva ajustada para o problema.

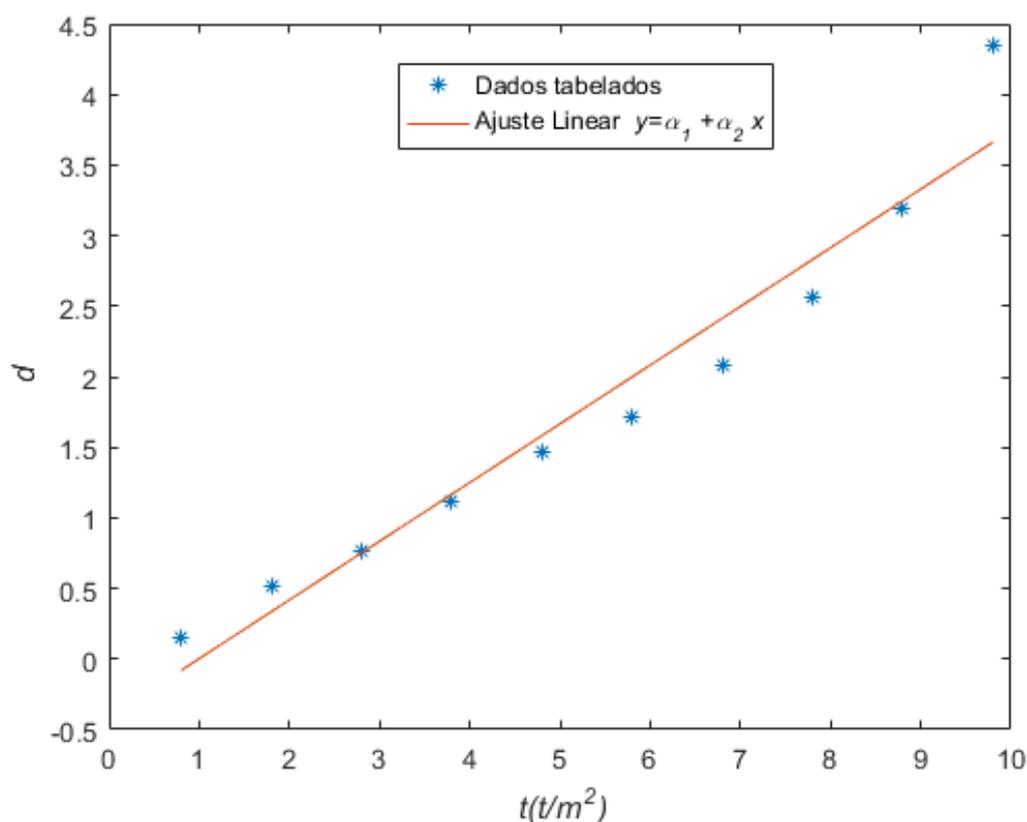


Figura 2.5: Ajuste linear para a primeira parte dos dados.

Para a segunda parte, busca-se realizar uma regressão quadrática. Assim, considere $g_1(x) = 1$, $g_2(x) = x$ e $g_3(x) = x^2$, dessa forma, busca-se a escolha adequada de valores α_1 , α_2 e α_3 tal que a função $\phi(x) = \alpha_1 g_1(x) + \alpha_2 g_2(x) + \alpha_3 g_3(x)$ se aproxime dos dados tabelados. Assim, tem-se:

$$\begin{aligned}
A_{11} &= \sum_{k=11}^{17} g_1(t_k)g_1(t_k) = \sum_{k=11}^{17} 1 = 7 \\
A_{12} &= \sum_{k=11}^{17} g_1(t_k)g_2(t_k) = \sum_{k=11}^{17} 1(t_k) = 74,2 \\
A_{13} &= \sum_{k=11}^{17} g_1(t_k)g_3(t_k) = \sum_{k=11}^{17} 1(t_k^2) = 787,64 \\
A_{21} &= \sum_{k=11}^{17} g_2(t_k)g_1(t_k) = \sum_{k=11}^{17} (t_k)1 = 74,2 \\
A_{22} &= \sum_{k=11}^{17} g_2(t_k)g_2(t_k) = \sum_{k=11}^{17} (t_k)^2 = 787,64 \\
A_{23} &= \sum_{k=11}^{17} g_2(t_k)g_3(t_k) = \sum_{k=11}^{17} (t_k)^3 = 8372,728 \\
A_{31} &= \sum_{k=11}^{17} g_3(t_k)g_1(t_k) = \sum_{k=11}^{17} (t_k)^2 = 787,64 \\
A_{32} &= \sum_{k=11}^{17} g_3(t_k)g_2(t_k) = \sum_{k=11}^{17} (t_k)^3 = 8372,728 \\
A_{33} &= \sum_{k=11}^{17} g_3(t_k)g_3(t_k) = \sum_{k=11}^{17} (t_k)^4 = 89128,76 \\
b_1 &= \sum_{k=11}^{17} d_k g_1(t_k) = \sum_{k=11}^{17} d_k = 64,12 \\
b_2 &= \sum_{k=11}^{17} d_k g_2(t_k) = \sum_{k=11}^{17} d_k t_k = 690,154 \\
b_3 &= \sum_{k=11}^{17} d_k g_3(t_k) = \sum_{k=11}^{17} d_k t_k^2 = 7437,8204
\end{aligned}$$

fornecendo o sistema:

$$\begin{pmatrix} 7 & 74,2 & 787,64 \\ 74,2 & 787,64 & 8372,728 \\ 787,64 & 8372,728 & 89128,76 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 64,12 \\ 690,154 \\ 7437,8204 \end{pmatrix}$$

encontrando que $\alpha_1 = 594,075$, $\alpha_2 = -119,9232$ e $\alpha_3 = 6,0982$. A Figura 2.6 apresenta a curva ajustada para o problema.

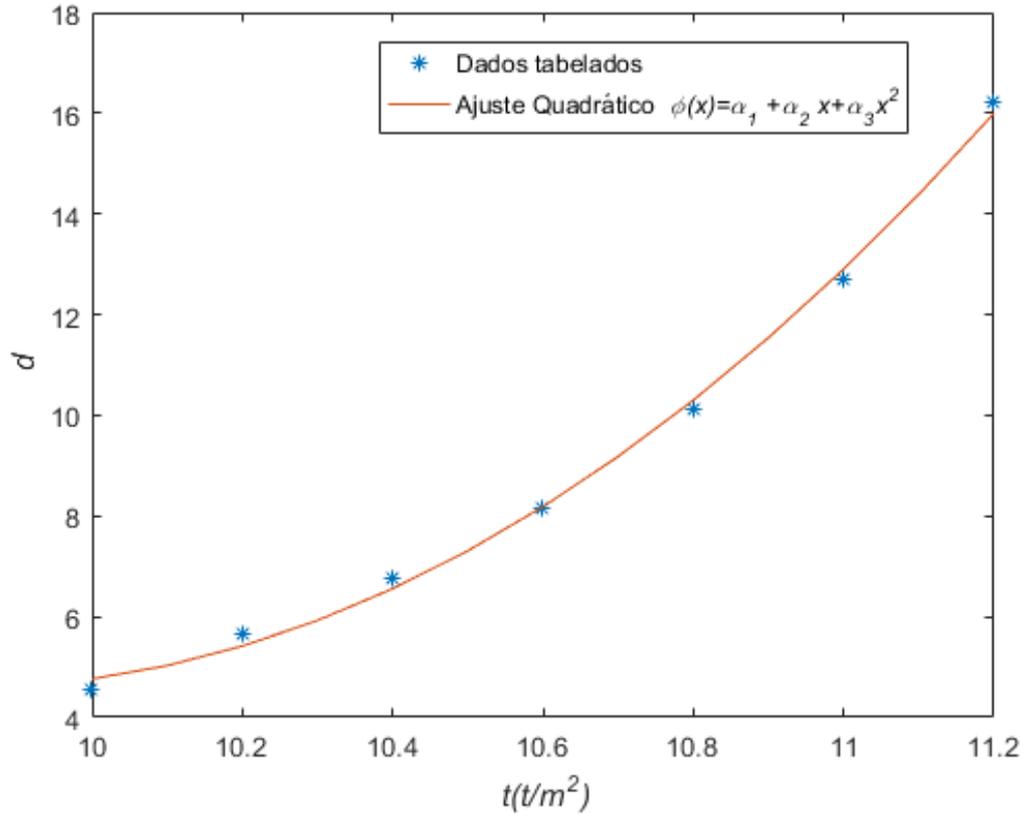


Figura 2.6: Ajuste quadrático para a segunda parte dos dados.

Para a terceira parte, busca-se realizar uma regressão linear. Assim, considere $g_1(x) = 1$ e $g_2(x) = x$, desse modo, busca-se a escolha adequada de valores α_1 e α_2 tal que a função $\phi(x) = \alpha_1 g_1(x) + \alpha_2 g_2(x)$ se aproxime dos dados tabelados. Assim, têm-se:

$$\begin{aligned}
 A_{11} &= \sum_{k=18}^{20} g_1(t_k)g_1(t_k) = \sum_{k=18}^{20} 1 = 3 \\
 A_{12} &= \sum_{k=18}^{20} g_1(t_k)g_2(t_k) = \sum_{k=18}^{20} 1(t_k) = 34,8 \\
 A_{21} &= \sum_{k=18}^{20} g_2(t_k)g_1(t_k) = \sum_{k=18}^{20} (t_k)1 = 34,8 \\
 A_{22} &= \sum_{k=18}^{20} g_2(t_k)g_2(t_k) = \sum_{k=18}^{20} (t_k)^2 = 403,76 \\
 b_1 &= \sum_{k=18}^{20} d_k g_1(t_k) = \sum_{k=18}^{20} d_k = 110,3 \\
 b_2 &= \sum_{k=18}^{20} d_k g_2(t_k) = \sum_{k=18}^{20} d_k t_k = 1287,42
 \end{aligned}$$

fornecendo o sistema:

$$\begin{pmatrix} 3 & 34,8 \\ 34,8 & 403,76 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 110,3 \\ 1287,42 \end{pmatrix}$$

encontrando que $\alpha_1 = -1114,5333$ e $\alpha_2 = 99,25$. Por fim, a Figura 2.7 apresenta a curva ajustada para o problema.

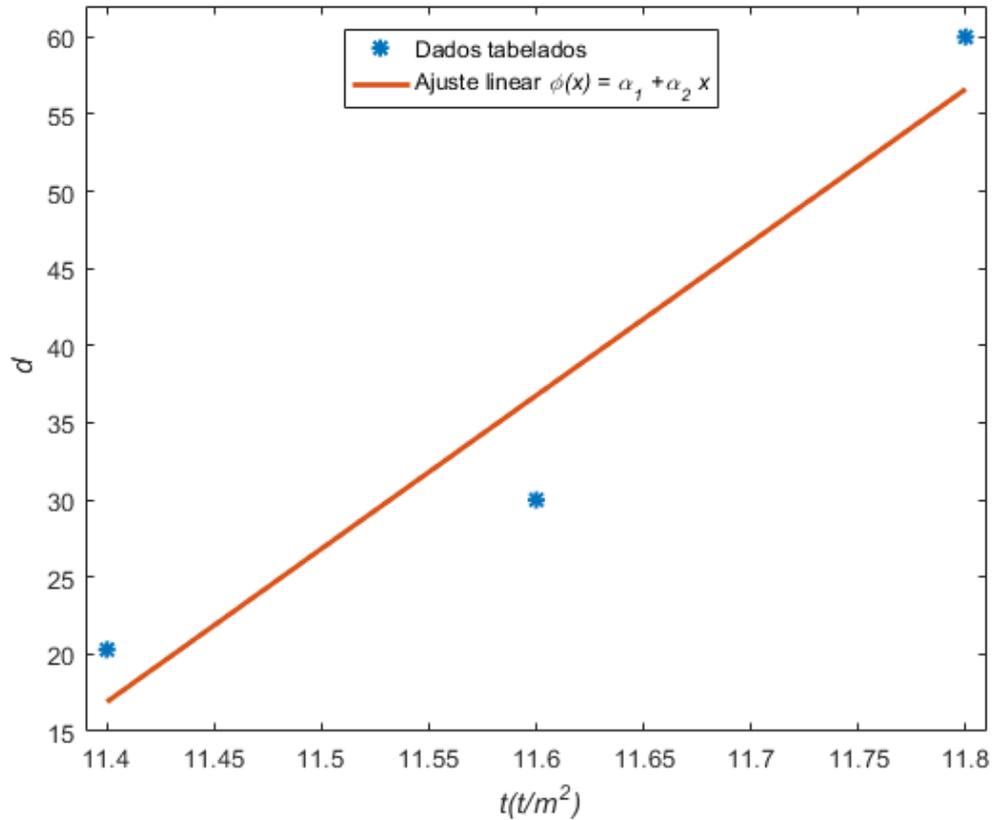


Figura 2.7: Ajuste linear para a terceira parte dos dados.

O outro método utilizado para o treinamento do ANFIS é o algoritmo de retropropagação do erro, baseado no método do gradiente descendente, que será apresentado na próxima seção.

2.1.4 Algoritmo de Retropropagação do Erro

Quando o erro para uma determinada amostra é dado pelo erro médio quadrático, entre o valor desejado y_d e o valor obtido y , tem-se:

$$E = \frac{1}{2}(y - y_d)^2. \quad (2.4)$$

Dessa forma, quando se trabalha com dois parâmetros a e b a serem corrigidos, sendo $y = g(a, b)$ para uma função g escolhida anteriormente, o erro E é caracterizado por um gráfico de um parabolóide, conforme Figura 2.8. Neste método, busca-se o ponto de mínimo deste parabolóide.

Tendo efetuado este cálculo de E , é possível aplicar uma correção sobre os parâmetros a e b . Assim, o erro é proporcional à derivada parcial, dada por:

$$\frac{\partial E}{\partial a} = \frac{\partial E}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial a}, \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial E}{\partial b} = \frac{\partial E}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial b}, \quad (2.6)$$

que representa os fatores de sensibilidade, que determinam a direção vetorial da busca da correção dos parâmetros a e b .

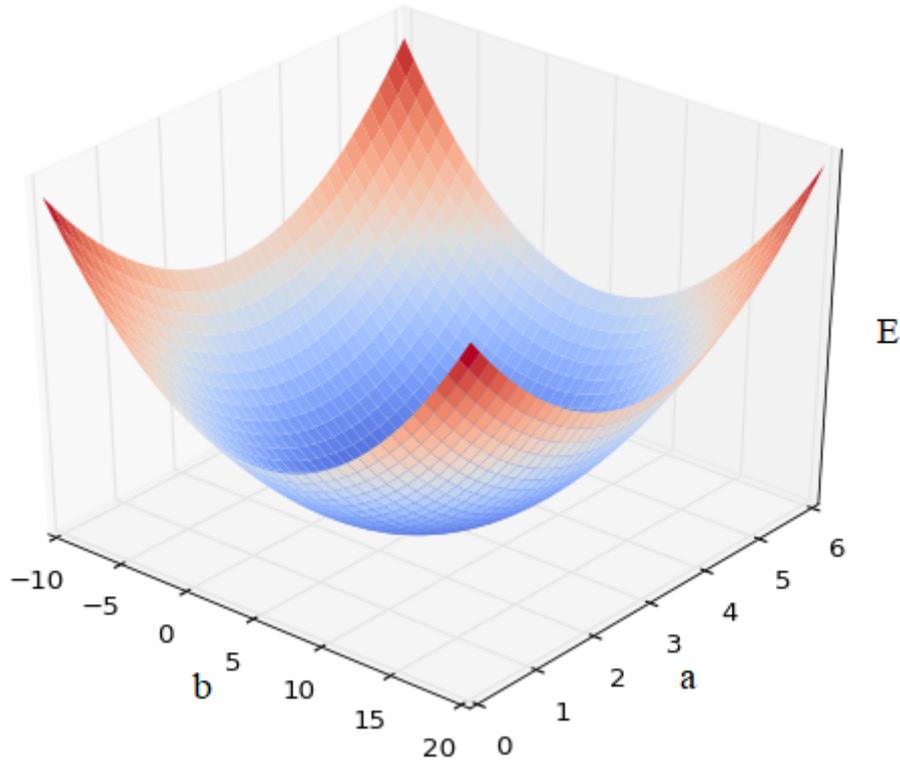


Figura 2.8: Parabolóide caracterizando o erro quadrático com dois parâmetros a e b .

Assim, é possível definir correções a serem aplicadas em a e b , que são obtidas pelas derivadas parciais do erro retropropagado por $\partial E/\partial a$ e $\partial E/\partial b$, respectivamente, em que estas correções são calculadas pelas equações (2.7) e (2.8), dadas por:

$$a = a - \alpha \frac{\partial E}{\partial a}, \quad (2.7)$$

$$b = b - \alpha \frac{\partial E}{\partial b}, \quad (2.8)$$

em que $\alpha > 0$ é a taxa de aprendizagem do algoritmo de retropropagação, e seu sinal negativo em (2.7) e (2.8) indica a descida do gradiente no espaço dos parâmetros, sendo denominado também por método do gradiente descendente.

Na seção seguinte, será apresentado um exemplo, para melhor entendimento deste método.

2.1.5 Exemplo do Gradiente Descendente

A fim de entender melhor o funcionamento do algoritmo do gradiente descendente, considere 134 dados para x_d e y_d que satisfazem $y_d = 5 + 3x_d + \epsilon$, em que ϵ é um número aleatório no intervalo de $[-2, 2]$ gerado aleatoriamente pelo (R Core Team, 2020). Dessa forma, tem-se a Figura 2.9 representando os dados gerados. Assim, procura-se encontrar os parâmetros a e b , por meio do gradiente descendente, que definam uma reta que melhor encaixe estes dados.

Considere a função $y = g(a, b) = ax + b$. A partir disso, é computado o erro para todos os valores y_{d_i} em relação a reta y , por meio da equação:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{134} \frac{(y - y_{d_i})^2}{134} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{134} \frac{(ax_{d_i} + b - y_{d_i})^2}{134}.$$

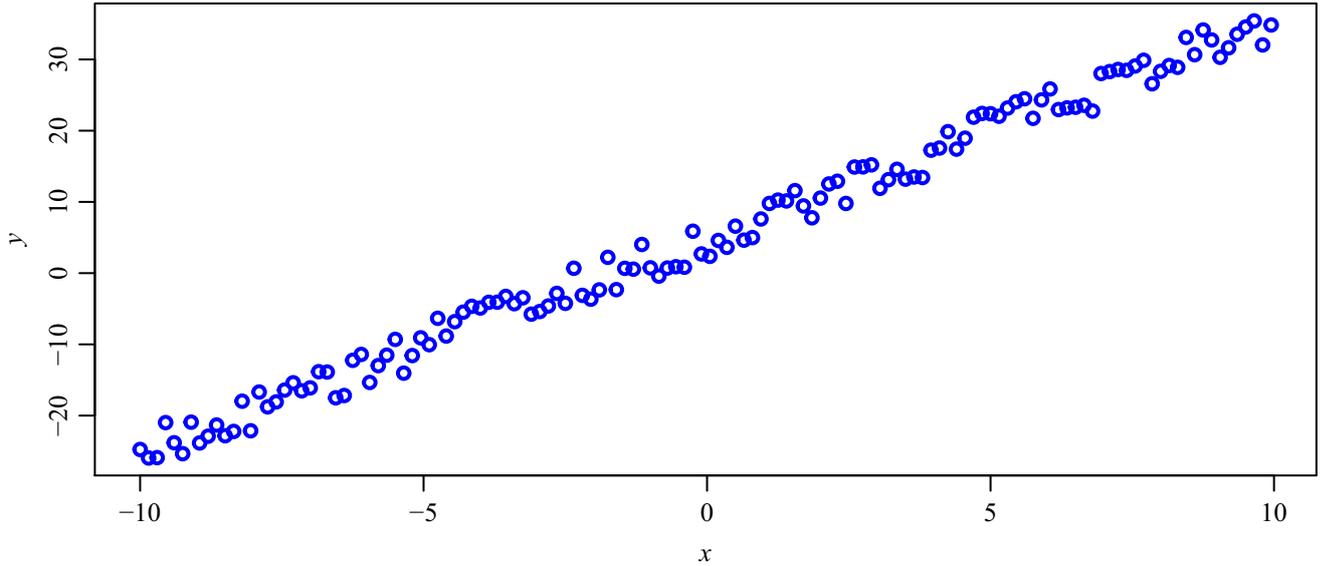


Figura 2.9: Valores de x_d e y_d que satisfazem $y_d = 5 + 3x_d + \epsilon$.

Agora, aplica-se a correção dos valores de a e b , no qual necessita-se das derivadas parciais de E com respeito a a e b .

$$\frac{\partial E}{\partial a} = \frac{\partial E}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial a}, \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial E}{\partial b} = \frac{\partial E}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial b}, \quad (2.10)$$

que podem ser simplificadas por:

$$\frac{\partial E}{\partial a} = \sum_{i=1}^{134} \frac{(y - y_{d_i})x_{d_i}}{134}, \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial E}{\partial b} = \sum_{i=1}^{134} \frac{(y - y_{d_i})}{134}. \quad (2.12)$$

Para a realização da correção, é necessário ainda informar o valor da taxa de aprendizagem para o modelo. Neste caso, foi utilizado $\alpha = 0.01$. Assim, pode-se aplicar as correções destes dois parâmetros por meio das equações (2.13) e (2.14), em que o valor de α determina o tamanho do passo em direção ao mínimo da função E , dadas por:

$$a_j = a_{j-1} - \alpha \cdot \frac{\partial E(a_{j-1})}{\partial a}, \quad (2.13)$$

$$b_j = b_{j-1} - \alpha \cdot \frac{\partial E(b_{j-1})}{\partial b}, \quad (2.14)$$

em que $j = 1, \dots, N$, considerando N iterações para o método.

O método consiste em escolher um chute inicial. Para este caso, os valores foram $a_0 = 7,676777$ e $b_0 = 3,738475$, escolhidos arbitrariamente, gerando, assim, a reta $y_0 = a_0x + b_0$, em que não se aproxima tão bem dos dados, conforme Figura 2.10.

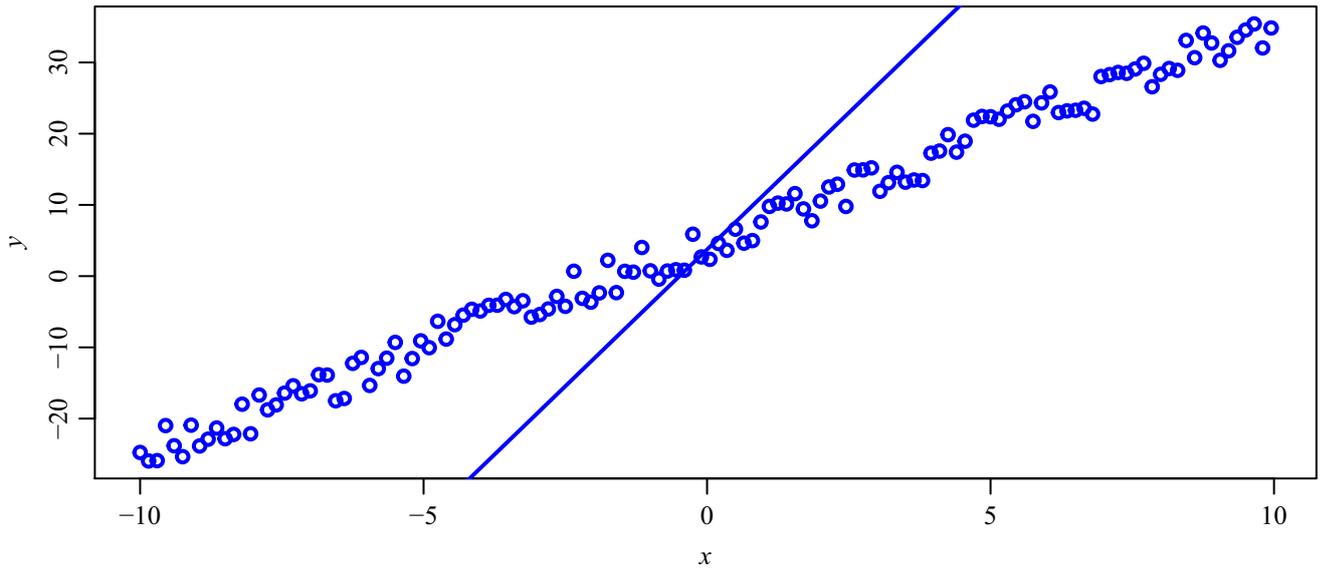


Figura 2.10: Configuração da reta, configurada pelos valores do chute inicial, em respeito aos dados.

Por meio das equações (2.13), (2.14) e dos valores iniciais a_0 e b_0 , construiu-se uma rotina no (R Core Team, 2020) e encontrou-se a Figura 2.11. Nesta figura, a reta em azul corresponde ao chute inicial; em verde, as retas sendo corrigidas por meio do método; e, em vermelho, a reta com os coeficientes com 600 iterações.

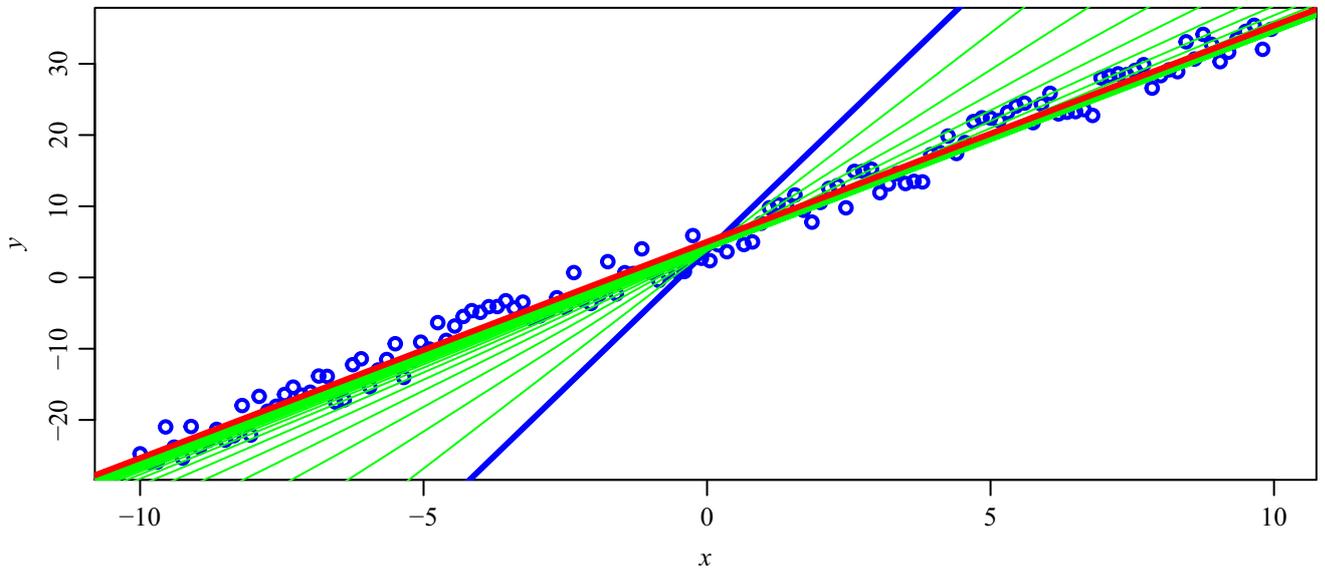


Figura 2.11: Retas encontradas após cada parâmetro encontrado pelo método em 600 iterações.

O método encontrou na última iteração computada, os valores de $a_{600} = 3,036118$ e $b_{600} = 5,009076$, gerando um erro de aproximadamente $E = 6 \times 10^{-4}$.

O ANFIS, desenvolvido por Jang (1993), é um sistema neuro-*fuzzy* utilizado para ajustar as funções de pertinência e as regras de um SBRF para encontrar a resposta mais adequada para este sistema (SODRE; MOTA; ALENCAR, 2016). Na próxima seção será apresentada especificamente a teoria.

2.2 ANFIS

O ANFIS pode ser visto como uma rede neural artificial de cinco camadas interligadas através de pesos unitários. Cada camada é responsável por uma operação que resultará em uma saída equivalente à encontrada, em uma determinada etapa de um sistema *fuzzy* do tipo Takagi-Sugeno. Na Figura 2.12 é mostrada a arquitetura equivalente o ANFIS. Para facilitar o entendimento da rede neuro-*fuzzy*, é apresentado um esquema contendo apenas duas entradas, x_1 e x_2 , e uma saída, y .

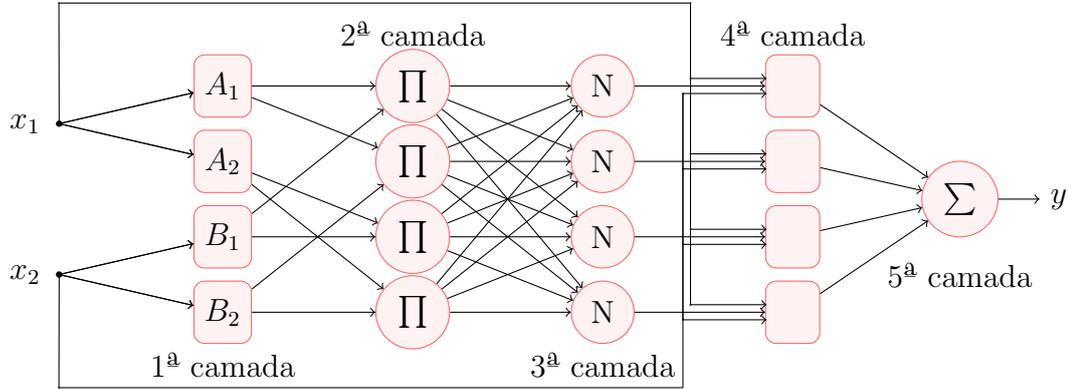


Figura 2.12: Arquitetura ANFIS.

O ANFIS implementa quatro regras *fuzzy* do tipo Takagi-Sugeno:

$$\begin{aligned}
 \text{Regra 1: Se } (x_1 \text{ é } A_1) \text{ e } (x_2 \text{ é } B_1) \text{ então } y &= f_1 = k_{10} + k_{11}x_1 + k_{12}x_2; \\
 \text{Regra 2: Se } (x_1 \text{ é } A_2) \text{ e } (x_2 \text{ é } B_2) \text{ então } y &= f_2 = k_{20} + k_{21}x_1 + k_{22}x_2; \\
 \text{Regra 3: Se } (x_1 \text{ é } A_2) \text{ e } (x_2 \text{ é } B_1) \text{ então } y &= f_3 = k_{30} + k_{31}x_1 + k_{32}x_2; \\
 \text{Regra 4: Se } (x_1 \text{ é } A_1) \text{ e } (x_2 \text{ é } B_2) \text{ então } y &= f_4 = k_{40} + k_{41}x_1 + k_{42}x_2; \quad (2.15)
 \end{aligned}$$

em que A_1 e A_2 são conjuntos *fuzzy* do universo X_1 ; B_1 e B_2 são conjuntos *fuzzy* do universo X_2 ; e k_{i0} , k_{i1} e k_{i2} são os conjuntos de parâmetros da regra i . A Figura 1.11 mostra o mecanismo para se obter o método de inferência a partir das regras (2.15).

De acordo com (JANG, 1993), após a leitura dos dados, seus valores são computados por funções de pertinência que identificarão a compatibilidade de cada entrada com seus respectivos termos linguísticos associados a este nó. A função que é computada nesta camada é dada por:

$$\begin{aligned}
 y_i^{(1)} &= \mu_{A_i}(x_1) \text{ para } i = 1, 2 \text{ ou} \\
 y_i^{(1)} &= \mu_{B_{i-2}}(x_2) \text{ para } i = 3, 4,
 \end{aligned}$$

em que x_1 ou x_2 é uma entrada do nó i , A_i ou B_{i-2} é o conjunto *fuzzy* relacionado a este nó e $y_i^{(1)}$ é a saída na primeira camada.

Para melhor entendimento vamos pressupor que as funções de pertinência são do tipo gaussianas, conforme seguinte equação:

$$\mu(x) = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-a}{b} \right)^2} \quad (2.16)$$

Observe que cada neurônio desta camada possui como função de ativação funções de pertinência em que os parâmetros de cada uma destas funções são adaptativos, ou seja, os parâmetros a e b são ajustáveis.

Na segunda camada, os neurônios possuem funções de ativação não ajustáveis \prod . Em um ANFIS, a conjunção dos antecedentes da regra é avaliada pelo produto do operador (utilizando alguma t -norma), em que a saída é dada por:

$$\begin{aligned}y_1^{(2)} &= w_1 = \mu_{A_1}(x_1) \cdot \mu_{B_1}(x_2), \\y_2^{(2)} &= w_2 = \mu_{A_1}(x_1) \cdot \mu_{B_2}(x_2), \\y_3^{(2)} &= w_3 = \mu_{A_2}(x_1) \cdot \mu_{B_1}(x_2), \\y_4^{(2)} &= w_4 = \mu_{A_2}(x_1) \cdot \mu_{B_2}(x_2),\end{aligned}$$

em que $y_i^{(2)}$ é a saída deste neurônio obtida pela t -norma do produto algébrico.

Na terceira camada, tem-se mais uma camada com nós fixos, denominados por N , não ajustáveis que normaliza os graus de pertinência de cada regra. Sua função é dada por:

$$y_i^{(3)} = \bar{w}_i = \frac{w_i}{w_1 + w_2 + w_3 + w_4}, i = 1, 2, 3, 4.$$

Na quarta camada, tem-se novamente nós adaptativos, em que sua função é composta por um conjunto de parâmetros (k_{i0} , k_{i1} e k_{i2}) denominado de parâmetros consequentes. Estes parâmetros aparecem linearmente na saída de cada regra, conforme a seguinte função:

$$y_i^{(4)} = \bar{w}_i f_i = \bar{w}_i (k_{i0} x_1 + k_{i1} x_2 + k_{i2}),$$

em que \bar{w}_i é o nível de ativação computado na camada anterior.

Na última camada, tem-se, novamente, uma camada com um único nó fixo denominado \sum , em que é calculada a saída correta do sistema neuro-fuzzy englobando todas as entradas, dado pela função:

$$y_i^{(5)} = \sum_{i=1}^4 \bar{w}_i f_i = \frac{\sum_{i=1}^4 w_i f_i}{\sum_{i=1}^4 w_i}.$$

O ANFIS utiliza um algoritmo de aprendizagem híbrido que combina o estimador de mínimos quadrados e o método de gradiente descendente (JANG, 1993). Primeiramente, as funções de ativação inicial são atribuídas a cada neurônio associado. Os centros das funções dos neurônios conectados à entrada x_i são definidos de modo que o domínio de x_i seja dividido igualmente, e as larguras e inclinações são definidas para permitir a sobreposição suficiente das respectivas funções.

No algoritmo de treinamento ANFIS, cada época é composta de um passo para frente e um passo para trás. Na passagem para a frente, um conjunto de treinamento de padrões de entrada (um vetor de entrada) é apresentado ao ANFIS, as saídas dos neurônios são calculadas camada por camada e os parâmetros consequentes da regra são identificados pelo estimador de mínimos quadrados. Já os parâmetros antecedentes são ajustados por meio do algoritmo de retropropagação do erro. Assim, na próxima seção é apresentado como ocorre este treinamento.

2.2.1 Treinamento do ANFIS

No método de inferência Takagi-Sugeno, conforme apresentado na Figura 1.11, uma saída, f , é uma função linear. Assim, dados os valores dos parâmetros de adesão e um treinamento

conjunto de padrões de entrada-saída $p = 1, \dots, P$, podemos formar P equações lineares em termos dos parâmetros consequentes como:

$$\left\{ \begin{array}{l} Y_d(1) = \bar{w}_1(1)f_1(1) + \bar{w}_2(1)f_2(1) + \dots + \bar{w}_n(1)f_n(1) \\ Y_d(2) = \bar{w}_1(2)f_1(2) + \bar{w}_2(2)f_2(2) + \dots + \bar{w}_n(2)f_n(2) \\ \vdots \\ Y_d(p) = \bar{w}_1(p)f_1(p) + \bar{w}_2(p)f_2(p) + \dots + \bar{w}_n(p)f_n(p) \\ \vdots \\ Y_d(P) = \bar{w}_1(P)f_1(P) + \bar{w}_2(P)f_2(P) + \dots + \bar{w}_n(P)f_n(P) \end{array} \right. \quad (2.17)$$

ou

$$\left\{ \begin{array}{l} Y_d(1) = \bar{w}_1(1)[k_{10} + k_{11}x_1(1) + k_{12}x_2(1) + \dots + k_{1m}x_m(1)] \\ \quad + \bar{w}_2(1)[k_{20} + k_{21}x_1(1) + k_{22}x_2(1) + \dots + k_{2m}x_m(1)] + \dots \\ \quad + \bar{w}_n(1)[k_{n0} + k_{n1}x_1(1) + k_{n2}x_2(1) + \dots + k_{nm}x_m(1)] \\ Y_d(2) = \bar{w}_1(2)[k_{10} + k_{11}x_1(2) + k_{12}x_2(2) + \dots + k_{1m}x_m(2)] \\ \quad + \bar{w}_2(2)[k_{20} + k_{21}x_1(2) + k_{22}x_2(2) + \dots + k_{2m}x_m(2)] + \dots \\ \quad + \bar{w}_n(2)[k_{n0} + k_{n1}x_1(2) + k_{n2}x_2(2) + \dots + k_{nm}x_m(2)] \\ \vdots \\ Y_d(p) = \bar{w}_1(p)[k_{10} + k_{11}x_1(p) + k_{12}x_2(p) + \dots + k_{1m}x_m(p)] \\ \quad + \bar{w}_2(p)[k_{20} + k_{21}x_1(p) + k_{22}x_2(p) + \dots + k_{2m}x_m(p)] + \dots \\ \quad + \bar{w}_n(p)[k_{n0} + k_{n1}x_1(p) + k_{n2}x_2(p) + \dots + k_{nm}x_m(p)] \\ \vdots \\ Y_d(P) = \bar{w}_1(P)[k_{10} + k_{11}x_1(P) + k_{12}x_2(P) + \dots + k_{1m}x_m(P)] \\ \quad + \bar{w}_2(P)[k_{20} + k_{21}x_1(P) + k_{22}x_2(P) + \dots + k_{2m}x_m(P)] + \dots \\ \quad + \bar{w}_n(P)[k_{n0} + k_{n1}x_1(P) + k_{n2}x_2(P) + \dots + k_{nm}x_m(P)] \end{array} \right. \quad (2.18)$$

onde m é o número de variáveis de entrada, n é o número de neurônios na terceira camada e $Y_d(p)$ é a saída geral desejada do ANFIS para as entradas $x_1(p), \dots, x_n(p)$.

Pode-se escrever a equação (2.18), da forma:

$$y_d = Ak, \quad (2.19)$$

em que y_d é um vetor de saída $P \times 1$ desejado,

$$y_d = \begin{bmatrix} Y_d(1) \\ Y_d(2) \\ \vdots \\ Y_d(p) \\ \vdots \\ Y_d(P) \end{bmatrix}_{P \times 1},$$

A é uma matriz $P \times n(1+m)$,

$$A = \begin{bmatrix} \bar{w}_1(1) & \bar{w}_1(1)x_1 & \dots & \bar{w}_1(1)x_m(1) & \dots & \bar{w}_n(1)x_1(1) & \dots & \bar{w}_n(1)x_m(1) \\ \bar{w}_1(2) & \bar{w}_1(2)x_1 & \dots & \bar{w}_1(2)x_m(2) & \dots & \bar{w}_n(2)x_1(2) & \dots & \bar{w}_n(2)x_m(2) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \bar{w}_1(p) & \bar{w}_1(p)x_1 & \dots & \bar{w}_1(p)x_m(p) & \dots & \bar{w}_n(p)x_1(p) & \dots & \bar{w}_n(p)x_m(p) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \bar{w}_1(P) & \bar{w}_1(P)x_1 & \dots & \bar{w}_1(P)x_m(P) & \dots & \bar{w}_n(P)x_1(P) & \dots & \bar{w}_n(P)x_m(P) \end{bmatrix}_{P \times n(1+m)}$$

e k é um vetor $n(1 + m) \times 1$ de parâmetros consequentes desconhecidos

$$k = [k_{10} \ k_{11} \ k_{12} \ \cdots \ k_{1m} \ k_{20} \ k_{21} \ k_{22} \ \cdots \ k_{2m} \ \cdots \ k_{n0} \ k_{n1} \ k_{n2} \ \cdots \ k_{nm}]^T.$$

Normalmente, o número de padrões de entrada-saída P usados no treinamento é maior do que o número de parâmetros consequentes $n(1 + m)$. Isso significa que estamos lidando com um problema sobredeterminado e, portanto, a solução exata para a equação (2.19) pode nem mesmo existir. Assim, deve-se encontrar uma solução k^* por meio de mínimos quadrados que minimize o erro quadrático $\|Ak - y_d\|$, determinado por:

$$k^* = (A^T A)^{-1} A^T y_d, \quad (2.20)$$

em que, A^T é a transposta de A , e $(A^T A)^{-1} A^T$ é a pseudoinversa de A se $(A^T A)$ não for singular. Assim que os parâmetros consequentes da regra são estabelecidos, pode-se calcular um vetor de saída de rede real, y , e determinar o vetor de erro e ,

$$e = y_d - y,$$

assim o algoritmo de propagação da fase *backward* é aplicado. Os sinais de erro são propagados de volta e os parâmetros antecedentes são atualizados de acordo com a regra da cadeia.

Considera-se uma correção aplicada aos parâmetros a e b da função de ativação Gaussiana, equação (2.16), usada no neurônio A_i . Expressa-se a regra da cadeia, conforme as equações (2.22) e (2.23), para os parâmetros a e b , respectivamente. O valor do erro quadrático E para o neurônio de saída do ANFIS, é dado por:

$$E = \frac{1}{2} e^2 = \frac{1}{2} (y_d - y)^2. \quad (2.21)$$

De acordo com Sandmann (2006), as derivadas parciais são dadas por:

$$\frac{\partial E}{\partial a} = \frac{\partial E}{\partial e} \cdot \frac{\partial e}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial(\bar{w}_i f_i)} \cdot \frac{\partial(\bar{w}_i f_i)}{\partial \bar{w}_i} \cdot \frac{\partial \bar{w}_i}{\partial w_i} \cdot \frac{\partial w_i}{\partial \mu_{A_i}} \cdot \frac{\partial \mu_{A_i}}{\partial a}. \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial E}{\partial b} = \frac{\partial E}{\partial e} \cdot \frac{\partial e}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial(\bar{w}_i f_i)} \cdot \frac{\partial(\bar{w}_i f_i)}{\partial \bar{w}_i} \cdot \frac{\partial \bar{w}_i}{\partial w_i} \cdot \frac{\partial w_i}{\partial \mu_{A_i}} \cdot \frac{\partial \mu_{A_i}}{\partial b}. \quad (2.23)$$

Note que

$$\frac{\partial E}{\partial e} = \partial \left(\frac{1}{2}(e^2) \right) = e; \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial e}{\partial y} = \frac{\partial(y_d - y)}{\partial y} = -1; \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial y}{\partial(\bar{w}_i f_i)} = \frac{\partial \left(\sum_{i=1}^n \bar{w}_i f_i \right)}{\partial(\bar{w}_i f_i)} = 1; \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial(\bar{w}_i f_i)}{\partial \bar{w}_i} = f_i; \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial \bar{w}_i}{\partial w_i} = \frac{\partial \left(\frac{w_i}{\sum_{j=1}^n w_j} \right)}{\partial w_i} = \frac{\left(\sum_{j=1}^n w_j \right) - w_i}{\left(\sum_{j=1}^n w_j \right)^2} = \frac{\bar{w}_i(1 - \bar{w}_i)}{w_i}; \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial w_i}{\partial \mu_{A_i}} = \frac{w_i}{\mu_{A_i}}; \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial \mu_{A_i}}{\partial a} = \frac{\partial \left(e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-a}{b} \right)^2} \right)}{\partial a} = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-a}{b} \right)^2} \left(\frac{(x-a)}{b^2} \right); \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial \mu_{A_i}}{\partial b} = \frac{\partial \left(e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-a}{b} \right)^2} \right)}{\partial b} = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-a}{b} \right)^2} \left(\frac{(x-a)^2}{b^3} \right). \quad (2.31)$$

$$(2.32)$$

As expressões de a e b , considerando a taxa de aprendizagem α , serão corrigidas utilizando as equações (2.22) e (2.23), dadas por:

$$a = a + \alpha(y_d - y) f_i \bar{w}_i (1 - \bar{w}_i) \cdot \frac{1}{\mu_{A_i}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-a}{b} \right)^2} \left(\frac{(x-a)}{b^2} \right), \quad (2.33)$$

$$b = b + \alpha(y_d - y) f_i \bar{w}_i (1 - \bar{w}_i) \cdot \frac{1}{\mu_{A_i}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-a}{b} \right)^2} \left(\frac{(x-a)^2}{b^3} \right). \quad (2.34)$$

Dessa forma, conforme o ANFIS sugerida por Jang (1993), verifica-se que tanto os parâmetros antecedentes quanto os parâmetros consequentes são otimizados. Na passagem para frente, os parâmetros consequentes são ajustados enquanto os parâmetros antecedentes permanecem fixos. Na passagem para trás, os parâmetros antecedentes são ajustados enquanto os parâmetros consequentes são mantidos fixos. De acordo com Negnevitsky (2005), em alguns casos, quando o conjunto de dados de entrada e saída são relativamente pequenos, as funções de pertinência podem ser descritas por um especialista humano. Em tais situações, essas funções de pertinência são mantidas fixas ao longo do processo de treinamento, e apenas os parâmetros consequentes são ajustados.

No próximo capítulo são exibidas aplicações do ANFIS utilizando experimentos relacionados à SHM.

Capítulo 3

Resultados Obtidos Utilizando o *ANFIS*

Neste capítulo são apresentados os resultados deste trabalho, a partir de dois diferentes experimentos. Assim, será abordada em duas seções a configuração de cada experimento e dos resultados alcançados a partir dos dados coletados. O primeiro experimento visa realizar a normalização dos dados, isto é, corrigir as condições que afetam as assinaturas coletadas por meio da técnica de impedância eletromecânica, de modo que a validação do método proposto para este caso foi dividida em duas partes. No segundo experimento, é identificado o nível de dano em vigas de alumínio.

3.1 Experimento de Corrosão Acelerada

O experimento realizado neste estudo consiste em investigar a capacidade da técnica impedância eletromecânica em detectar falhas associadas à corrosão em vigas de aço. O processo de corrosão é gradual, permanente e promove desgaste crescente. As vigas foram submetidas à corrosão em ambiente externo ao laboratório, por meio da exposição a névoa ácida, em um experimento de longa duração, enquanto a impedância era medida ciclicamente. Este trabalho está submetido no *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering* (FREITAS *et al.*, 2021a).

3.1.1 Experimento

Um transdutor PZT foi conectado a cada viga para coletar as assinaturas de impedância. Cada assinatura foi adquirida com 8.000 pontos de frequência. O analisador de impedância utilizado foi desenvolvido por Finzi Neto *et al.* (2010), que é um dispositivo portátil e de baixo custo.

Três corpos de prova (vigas de aço 1020) com dimensões de $300\text{mm} \times 50\text{mm} \times 3,06\text{mm}$ e massa de 354,15g foram instrumentados com PZT, com diâmetro de 30mm e espessura de 2mm cada. As pastilhas de PZT foram coladas com adesivo à base de resina epóxi e, posteriormente, protegidas com selante. Um sensor de temperatura foi acoplado a cada um dos três corpos de prova usados para compensar o efeito da variação da temperatura nos sinais obtidos. A Figura 3.1(a) ilustra os corpos de prova instrumentados com inserções de PZT.

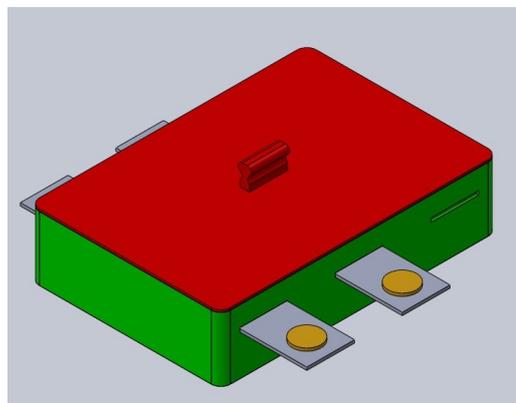
Em seguida, as amostras foram levemente lixadas para remover as camadas de óxido formadas e para configurar a condição intacta inicial (*baseline*).

O experimento foi realizado com o objetivo de utilizar como agente corrosivo uma névoa ácida que interagisse com os corpos de prova. Para tanto, uma estrutura localizada fora do prédio do laboratório foi adaptada para conter os corpos de prova em ambiente hermético, em local de acesso restrito. Ainda assim, embora o ambiente de teste fosse aberto ao ambiente,

esse ambiente possuía uma cobertura para proteção contra rajadas de fortes ventos e chuva. Para controlar a região dos corpos de prova submetidos à névoa corrosiva, foi desenvolvida uma caixa de controle. Esta caixa foi desenhada em um software de projeto 3D, mostrada na Figura 3.1(b).



(a) Corpos de prova instrumentados com as pastilhas PZT.



(b) Caixa de controle do experimento corrosivo em névoa ácida.

Figura 3.1: Corpos de prova instrumentados e caixa de controle.

A Figura 3.1(b) representa a caixa que delimita uma região intermediária, e considerável, dos corpos de prova que permanecem sujeitos à névoa corrosiva. Dentro da caixa, pequenos reservatórios foram inseridos, para adicionar uma pequena quantidade de ácido clorídrico, proporcionando o ambiente corrosivo. A caixa de controle foi confeccionada em impressão 3D. A montagem final do experimento pode ser vista nas Figuras 3.2(a) e 3.2(b).



(a) Caixa de controle impressa com vigas.



(b) Detalhes de cabos e sensor de temperatura.

Figura 3.2: Caixa de controle.

O local de instalação do sensor de temperatura, com o fio na cor branca, pode ser visto pelo círculo vermelho da Figura 3.2(b).

3.1.2 Critérios de Avaliação e Construção dos SBRFs

Como afirmado anteriormente, as mudanças de temperatura desempenham um papel importante no processo de detecção de danos do método impedância eletromecânica. A leitura da impedância de uma estrutura pode ser diferente, mesmo nas mesmas condições estruturais, mas com temperaturas diferentes. Essas diferenças são vistas como deslocamentos horizontais

e verticais ao longo das assinaturas. A maior parte dessa variação é atribuída à variação da temperatura, pois essa variável interfere no valor da impedância. Se houver uma relação importante entre impedância e temperatura, então é possível fazer previsões para impedância em temperaturas que não foram registradas no experimento.

Os SBRFs foram construídos considerando temperatura e frequência como variáveis de entrada. Observa-se, por meio de testes empíricos, que a melhor configuração consiste em apenas dois valores de frequência (pontos) por SBRFs, totalizando 4.000 SBRFs. A variável de saída foi a impedância com um valor em cada combinação de frequência e temperatura.

O hardware de aquisição de dados armazena os valores de temperatura para cada leitura de impedância por transdutor PZT e, portanto, cada PZT tem um conjunto de valores de temperatura que correspondem a cada sinal de impedância coletado. Na validação, parte dos dados obtidos na etapa de *baseline* foi utilizada para o treinamento e para a obtenção dos SBRFs e a outra parte para o cálculo dos índices de dano, para validação dos SBRFs. As temperaturas em cada um dos dois grupos são apresentadas na Tabela 3.1. A Figura 3.3 apresenta o esquema da modelagem matemática das duas fases que compõem o experimento.

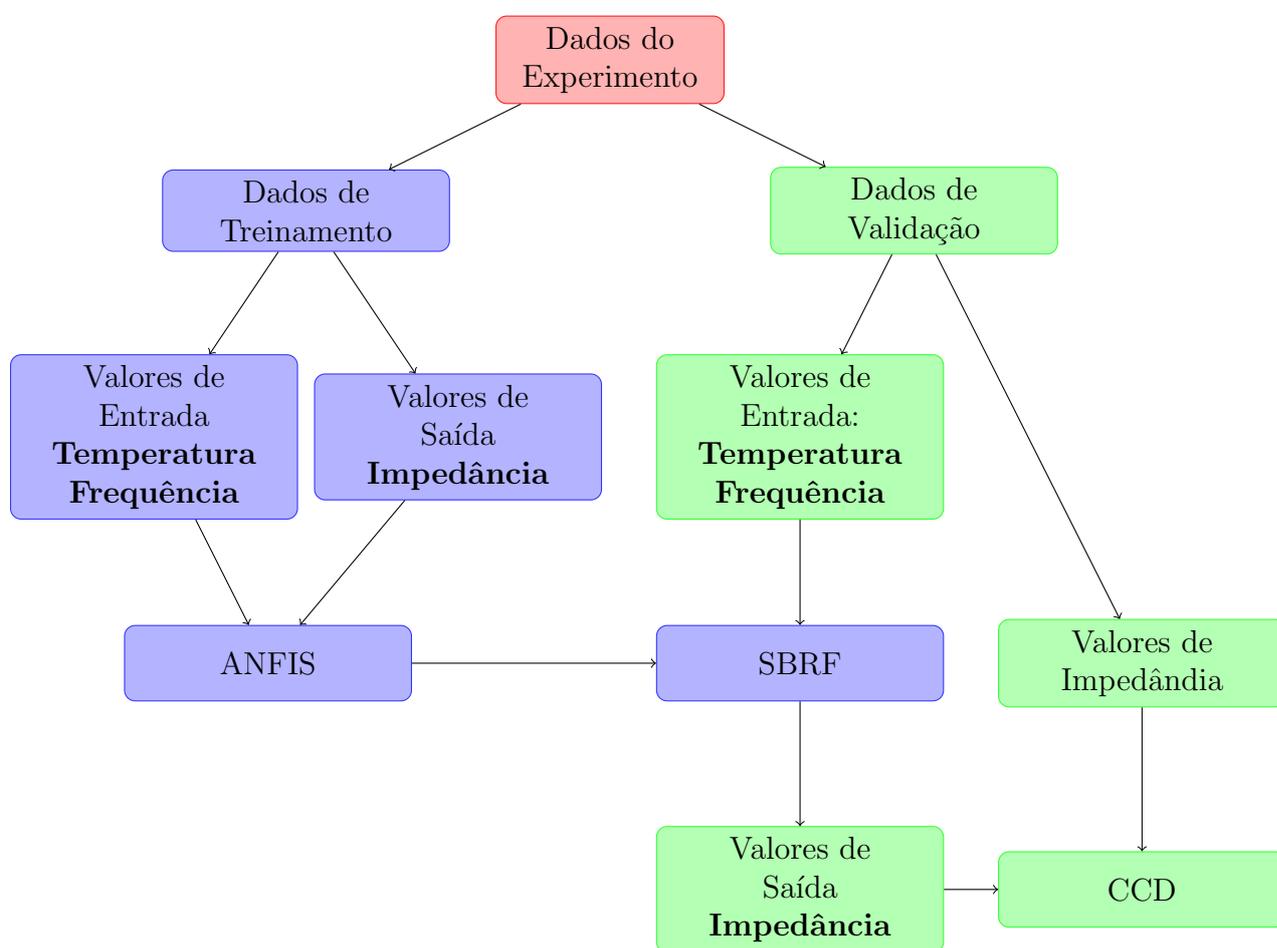


Figura 3.3: Esquema da modelagem matemática utilizada para o experimento. O retângulo em vermelho representa os dados obtidos no experimento; os retângulos em azul representam a etapa de treinamento e construção dos SBRFs; e, em verde, a etapa de validação.

Para avaliar a qualidade dos modelos, foi utilizada a CCD, calculada a partir das assinaturas *baseline*. A métrica CCD servirá como critério para avaliar o desempenho do método implementado, sendo baixo CCD quando comparado às assinaturas de *baseline* coletadas e previstas, significando a adequação dos modelos.

Na fase de detecção de danos, todas as temperaturas observadas no estágio de *baseline*

foram usadas no treinamento dos SBRFs. Para a segunda variável de entrada, a frequência, assim como na fase de validação, foram utilizados dois valores consecutivos em cada SBRF. Os valores da variável de saída, a impedância, nesta fase, foram também os observados em todas as combinações de frequência à temperatura.

A automação da construção das SBRFs para todos os pares de pontos de frequência é relevante, uma vez que, em geral, o número de pontos usados é grande. Um processo iterativo foi implementado no software R (R Core Team, 2020) para obter os 4000 SBRFs construídos a partir do *ANFIS* através do pacote *ANFIS* (FRESNO; LLERA; FERNANDEZ, 2015). O software R permite a exportação do SBRF construído em cada iteração para, por exemplo, prever as assinaturas de impedância em temperaturas que podem ser observadas em investigações futuras do estado da estrutura.

3.1.3 Resultados da Fase de Avaliação do Modelo

Considerando os dados experimentais que possuem 8.000 pontos de frequência, e 450 assinaturas *baseline* coletadas em temperaturas no intervalo de 23.7 a 31.3°C, observou-se 46 diferentes temperaturas e considerou-se uma impedância associada a cada par de frequência e temperatura, que corresponde a mediana das assinaturas *baseline* coletadas em cada temperatura. Para os PZTs 1, 2 e 3, a rotina de treinamento *ANFIS* foi programada para 4000 vezes. Este treinamento foi realizado, considerando, para a determinação dos SBRFs, duas variáveis de entrada e uma de saída, conforme segue:

- 1ª Entrada: Para a variável de temperatura (t), foram considerados para o treinamento a primeira temperatura, que corresponde a 23.7°C e as das posições pares dos 46 dados do experimento dispostos em ordem crescente, a temperatura 31.3°C corresponde a última temperatura, caracterizando os extremos do intervalo de treinamento com as temperaturas mais baixa e a mais alta dos 46 dados coletados. O elemento correspondente à primeira posição dos dados dispostos em ordem crescente foi colocado no treinamento, para que não tivesse dado de validação fora do range de treinamento;
- 2ª Entrada: Para a variável frequência (f), foram utilizados dois valores consecutivos do experimento, que são os extremos dos intervalos de treinamento;
- Saída: Para a variável de impedância (i), foram considerados os valores coletados na combinação entre as duas variáveis de entrada, totalizando os 48 valores de treinamento.

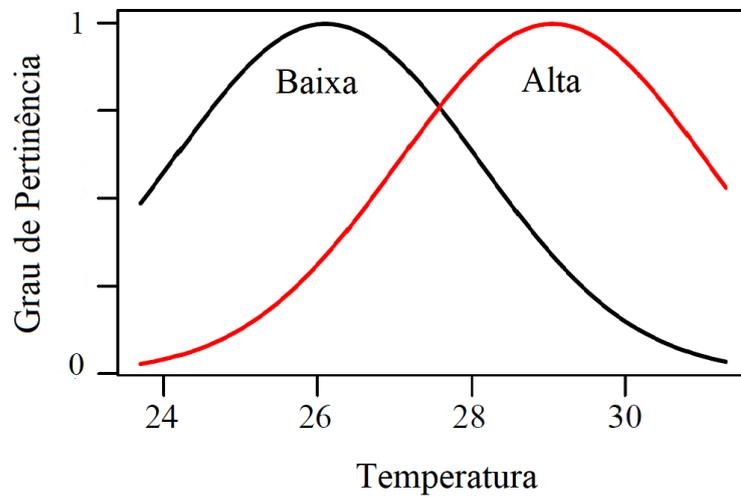
As temperaturas não utilizadas no treinamento foram atribuídas à validação posterior. A Tabela 3.1 mostra os valores de temperatura utilizados no treinamento e validação dos PZTs do experimento.

Assim, foram gerados 4000 SBRFs, nos quais todos apresentam duas funções de pertinência do tipo gaussiana para cada entrada. As funções de pertinência para temperatura são as mesmas para todos os SBRFs, conforme Figura 3.4(a), e para frequência, a função de pertinência tem centro nos pontos fixados do experimento, como representado, por exemplo, na Figura 3.4(b). As quatro regras *fuzzy* geradas, para o PZT1 e frequências 99990 e 100000, estão descritas a seguir:

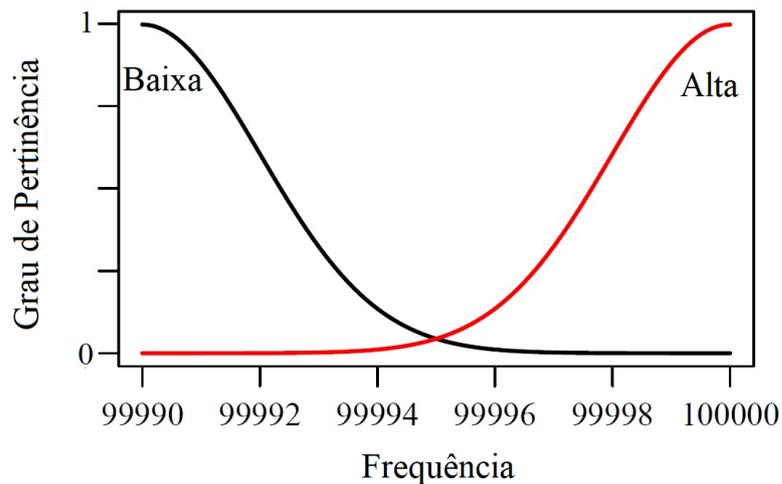
- Regra 1: Se (t é Alto) e (f é Alto) então $i_1 = 0,3116833t + 0,00025376f + 2,5 * 10^{-9}$;
 Regra 2: Se (t é Baixo) e (f é Alto) então $i_2 = 0,3134568t + 0,00025488f + 2,5 * 10^{-9}$;
 Regra 3: Se (t é Alto) e (f é Baixo) então $i_3 = -0,02506984t + 0,00035051f + 3,5 * 10^{-9}$;
 Regra 4: Se (t é Baixo) e (f é Baixo) então $i_4 = -0,01136947t + 0,00034594f + 3,4 * 10^{-9}$.

Tabela 3.1: Temperaturas ($^{\circ}\text{C}$) registradas no experimento de corrosão acelerada.

PZT 1	Utilizadas no treinamento	23,7 23,9 24,2 24,7 25,0 25,4 25,7 26,0 26,3 26,7 27,0 27,3 27,7 28,0 28,3 28,6 29,0 29,3 29,6 30,0 30,3 30,6 30,9 31,3
	Utilizadas para validação	24,0 24,4 24,9 25,2 25,5 25,8 26,2 26,5 26,8 27,2 27,5 27,8 28,1 28,5 28,8 29,1 29,5 29,8 30,1 30,5 30,8 31,1
PZT 2	Utilizadas no treinamento	23,7 23,9 24,2 24,7 25,0 25,4 25,7 26,0 26,3 26,7 27,0 27,3 27,7 28,0 28,3 28,6 29,0 29,3 29,6 30,0 30,3 30,6 30,9 31,3
	Utilizadas para validação	24,0 24,4 24,9 25,2 25,5 25,8 26,2 26,5 26,8 27,2 27,5 27,8 28,1 28,5 28,8 29,1 29,5 29,8 30,1 30,5 30,8 31,1
PZT 3	Utilizadas no treinamento	23,7 23,9 24,2 24,7 25,0 25,4 25,7 26,0 26,3 26,7 27,0 27,3 27,7 28,0 28,3 28,6 29,0 29,3 29,6 30,0 30,3 30,6 30,9 31,3
	Utilizadas para validação	24,0 24,4 24,9 25,2 25,5 25,8 26,2 26,5 26,8 27,2 27,5 27,8 28,1 28,5 28,8 29,1 29,5 29,8 30,1 30,5 30,8 31,1



(a) Funções de pertinência para a entrada de temperatura.



(b) Funções de pertinência para a entrada de frequência.

Figura 3.4: Funções de pertinência das entradas dos SBRFs.

Na Figura 3.5 é exibida a superfície gerada a partir do treinamento.

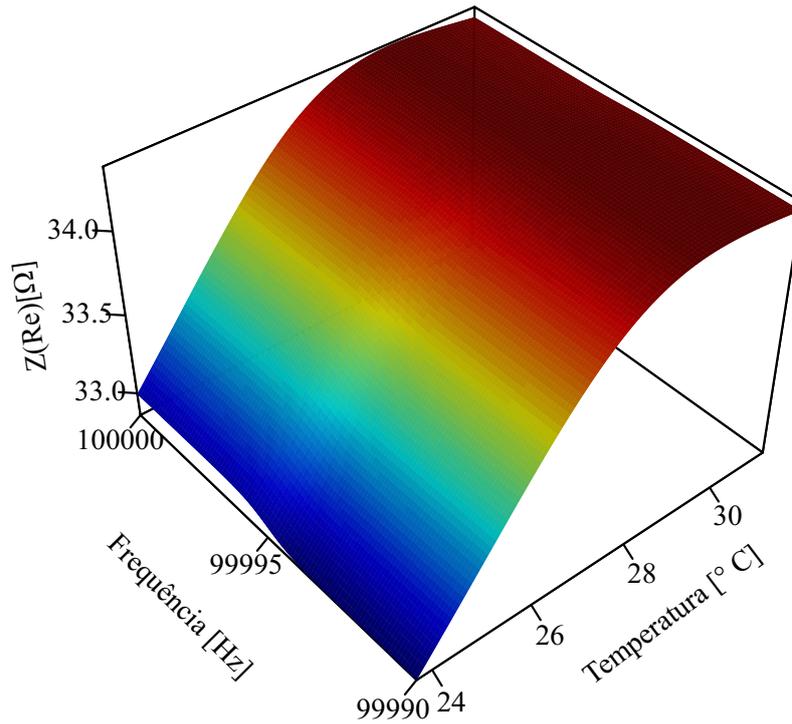


Figura 3.5: Superfície gerada a partir do SBRF do experimento de corrosão acelerada, fase de avaliação do modelo.

A partir disso, foi realizada a validação gráfica, que consiste no uso de uma assinatura de impedância de uma determinada temperatura de validação da Tabela 3.1 com a assinatura prevista pelos SBRFs nesta mesma temperatura. Três exemplos são apresentados nas Figuras 3.6, 3.7 e 3.8 para valores de temperatura de $30,8^{\circ}\text{C}$, $24,0^{\circ}\text{C}$ e $27,2^{\circ}\text{C}$ em PZTs 1, 2 e 3, respectivamente. Além da validação gráfica do modelo, a validação é realizada utilizando os valores CCD, de acordo com a equação (3). A Figura 3.9 apresenta os valores obtidos para a métrica de dano CCD para os PZTs 1, 2 e 3.

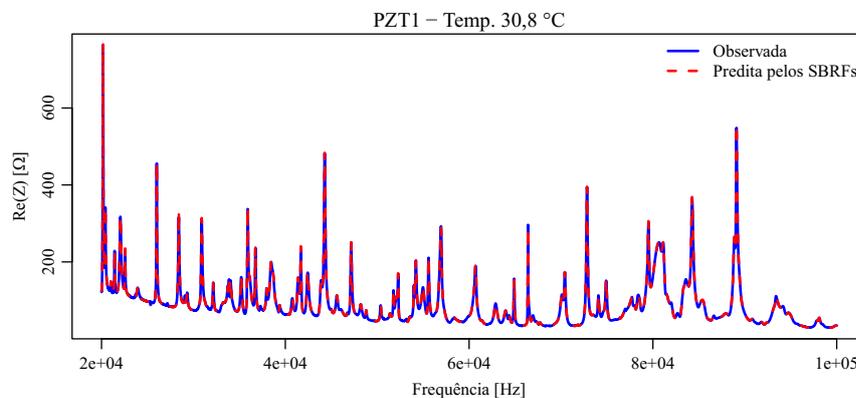


Figura 3.6: Gráfico da frequência pela parte real da impedância na temperatura $30,8^{\circ}$ no PZT1 comparando a real coletada e a determinada a partir dos SBRFs.

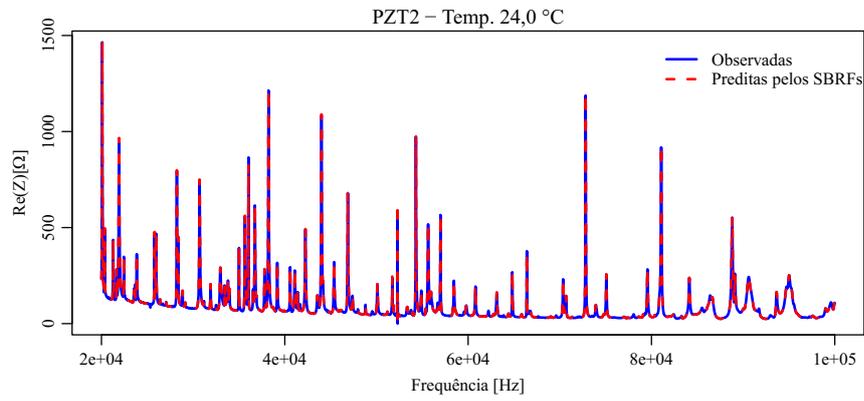


Figura 3.7: Gráfico da frequência pela parte real da impedância na temperatura 24° no PZT2 comparando a real coletada e a determinada a partir dos SBRFs.

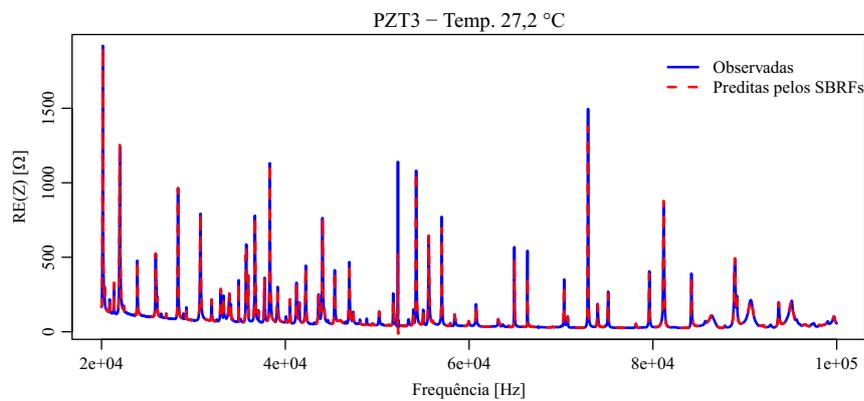


Figura 3.8: Gráfico da frequência pela parte real da impedância na temperatura 27,2° no PZT3 comparando a real coletada e a determinada a partir dos SBRFs.

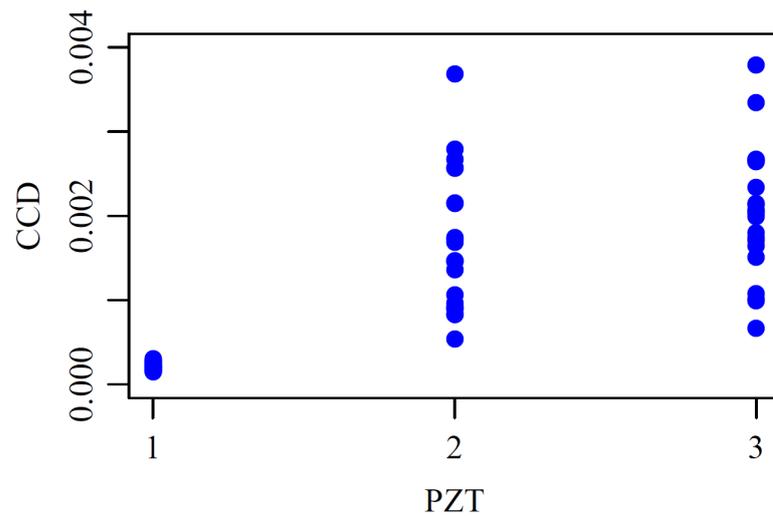


Figura 3.9: CCDs *baselines* para os três PZTs.

Note que o maior valor obtido pelo CCD é de 0,003800021, e a diferença entre as assinaturas de impedância coletadas e as preditas pelos SBRFs não é significativa, não caracterizando a presença de alterações estruturais nas vigas metálicas.

3.1.4 Resultados da Fase de Detecção de Danos

Considerando os mesmos dados da primeira fase, e usando as mesmas configurações para os SBRFs, duas entradas (temperatura e frequência) e uma saída (impedância), 4000 rotinas foram realizadas para o treinamento *ANFIS* considerando todas as temperaturas apresentadas na Tabela 3.1 para treinamento. Assim, foram gerados 4000 SBRFs, onde a função de pertinência para cada entrada possui as mesmas características que as apresentadas anteriormente.

As quatro regras *fuzzy* geradas para o PZT1 e frequências 99990 e 100000 são dadas por:

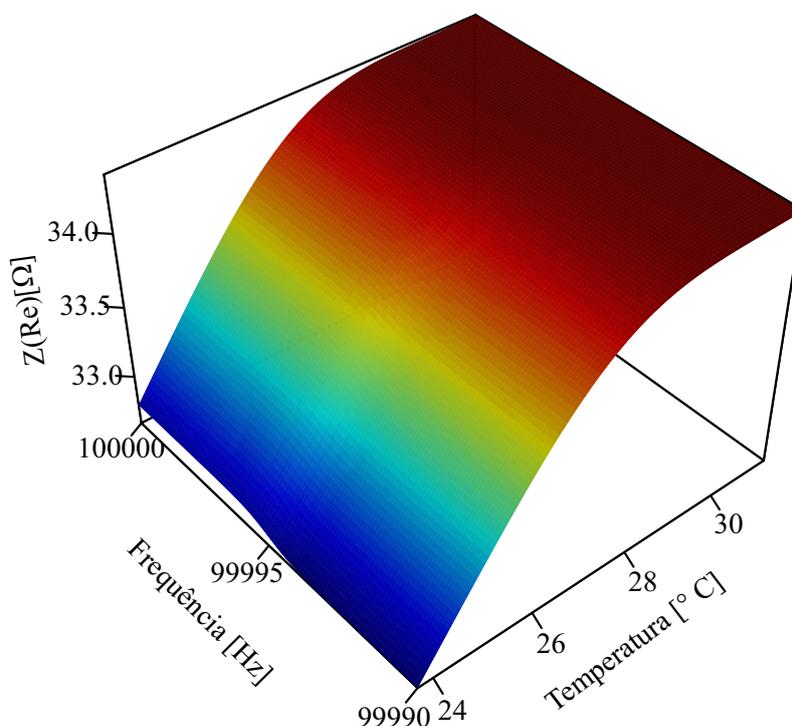
Regra 1 : Se (t é Alto) e (f é Alto) então $i_1 = 0,4298513t + 0,0002239f + 2,2 * 10^{-9}$;

Regra 2 : Se (t é Baixo) e (f é Alto) então $i_2 = 0,4356641t + 0,0002240f + 2,2 * 10^{-9}$;

Regra 3 : Se (t é Alto) e (f é Baixo) então $i_3 = 0,0542666t + 0,0003258f + 3,2 * 10^{-9}$;

Regra 4 : Se (t é Baixo) e (f é Baixo) então $i_4 = 0,0706055t + 0,0003206f + 3,2 * 10^{-9}$.

Na Figura 3.10 é exibida a superfície gerada a partir do treinamento.



f

Figura 3.10: Superfície gerada a partir do SBRF do experimento de corrosão acelerada, fase de detecção de danos.

Para a parte de validação, foi utilizado um conjunto de dados contendo 33 ciclos distintos, com 30 repetições cada ciclo, em que os primeiros 14 ciclos correspondem à condição original das vigas de aço, enquanto nos ciclos 15 a 33 houve a presença de névoa ácida, causando mudanças estruturais.

Na Figura 3.11, está representada, em alguns ciclos de corrosão, uma comparação de uma assinatura com o dano correspondente a esse ciclo e uma *baseline* criada pelos SBRFs, mostrando a diferença entre a assinatura coletada e aquela fornecida pelo SBRFs. Esse fato revela

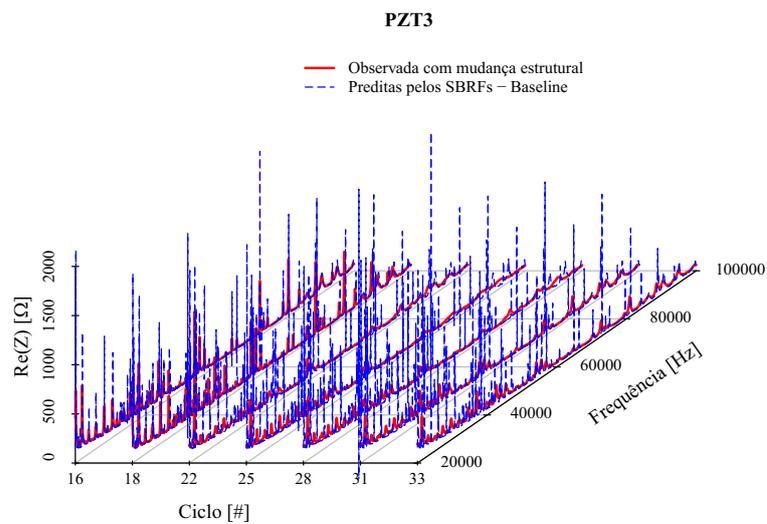
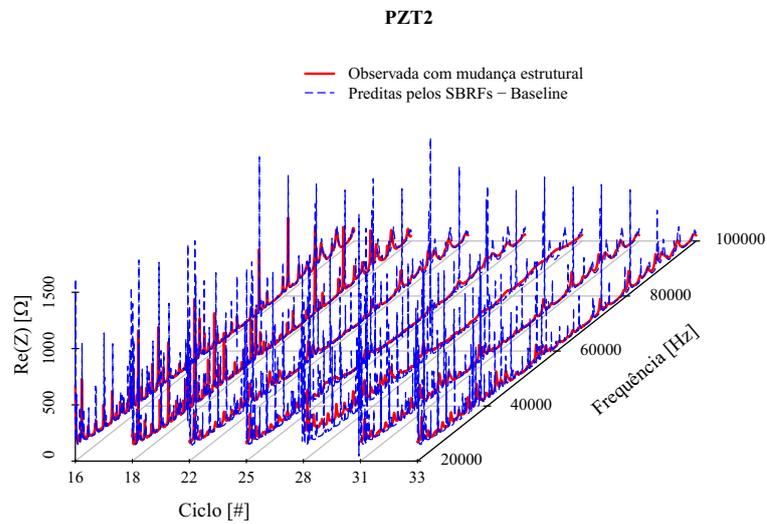
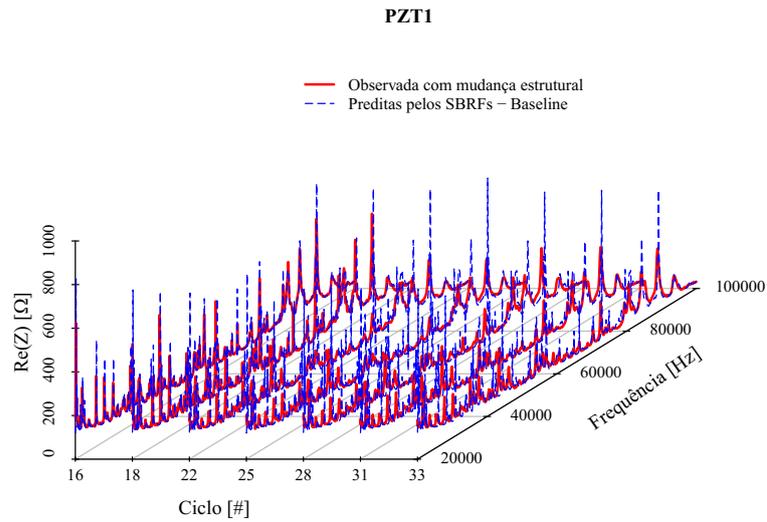


Figura 3.11: Gráfico da frequência pela parte real da impedância, em alguns ciclos com dano e em cada PZT, comparando o real coletado e o determinado a partir dos SBRFs.

que a metodologia foi capaz de distinguir assinaturas de *baseline* de assinaturas com presença de dano.

Nas Figuras 3.12, 3.13 e 3.14 é possível observar os valores da métrica CCD encontrados de acordo com o ciclo de corrosão. Os ciclos representam diferentes momentos de coleta das assinaturas de impedância, devido ao tempo transcorrido quanto a execução do experimento, denominados ciclos de corrosão. O CCD foi calculado considerando a mediana da assinatura real coletada em um determinado ciclo e a assinatura da *baseline* prevista pelos SBRFs.

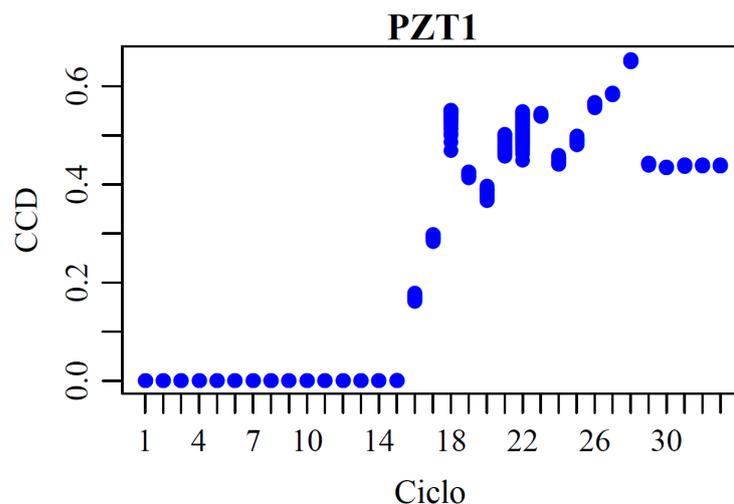


Figura 3.12: Cálculo das métricas CCD nas diferentes situações do experimento no PZT1.

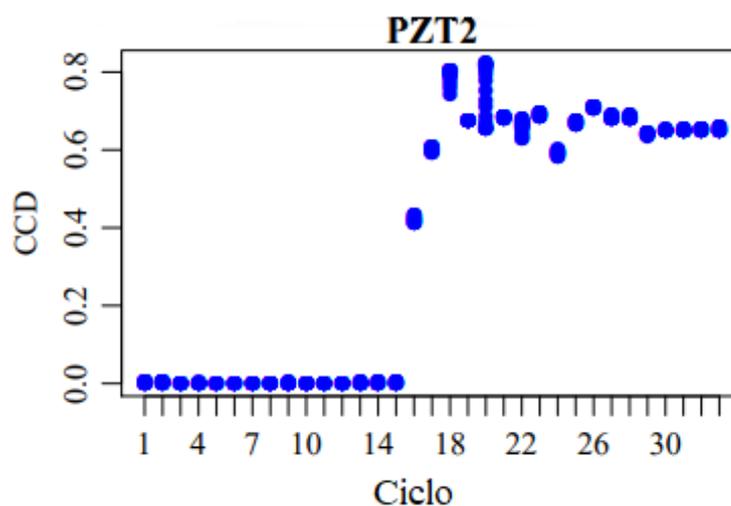


Figura 3.13: Cálculo das métricas CCD nas diferentes situações do experimento no PZT2.

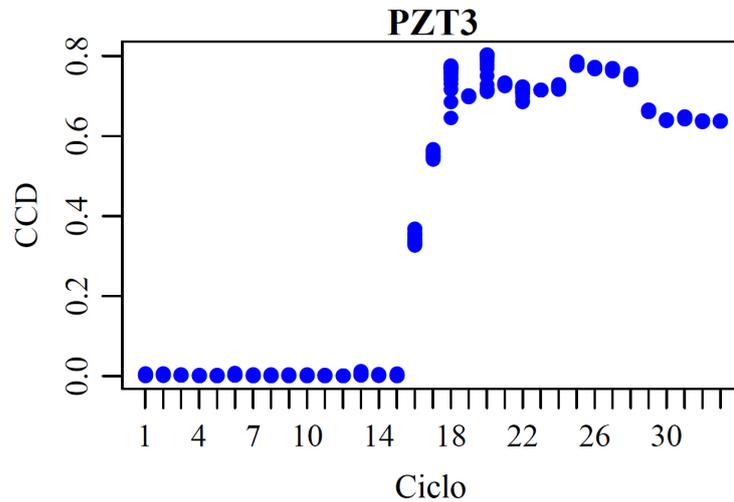


Figura 3.14: Cálculo das métricas CCD nas diferentes situações do experimento no PZT3.

A evolução dos valores de CCDs ao longo dos ciclos indica que o incremento de ácido ocasionou uma mudança expressiva nos valores desta métrica, principalmente a partir do terceiro ciclo. Nos ciclos 15 e 16 esta alteração foi menor, o que é compreensível, haja vista que o tempo de ação do ácido, responsável pela corrosão, ainda era pequeno quando comparado com ciclos identificados por números maiores. Outro fator que deve ser considerado é a ação acumulada do ácido ao longo do tempo, o que pode afetar o valor da CCD.

3.1.4.1 Conclusão

Conforme mencionado, para a primeira fase, a validação do modelo foi perfeita, visto que a maior CCD computada não foi significativa, não gerando alteração estrutural.

Verifica-se, que a partir dos resultados apresentados nas Figuras 3.12, 3.13 e 3.14, é possível distinguir as situações com dano, pela aplicação do ácido, daquelas sem dano caracterizado pela ausência de ácido a partir dos SBRFs construídos.

Portanto, as duas fases do experimento evidenciaram ótimos resultados, proporcionando uma técnica eficaz para a normalização dos dados.

3.2 Experimento de Mudança Estrutural a partir do Incremento de Massa

Os dados experimentais utilizados para a aplicação da metodologia foram obtidos a partir de oito corpos de prova em um experimento em câmara climática (Figura 1.12), com controle de temperatura e umidade instalada no Laboratório de Mecânica de Estruturas (LMEst) da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia. Este trabalho foi apresentado na X Mostra Iniciação Científica da FAMAT Freitas *et al.* (2021b).

3.2.1 Experimento

Um transdutor PZT foi conectado a cada viga para coleta das assinaturas de impedância. Desta forma, começou-se a montagem do experimento.

Os corpos de prova foram vigas de alumínio de 500 mm de comprimento, 38 mm de largura e 3,2 mm de espessura, e em cada uma destas estruturas foi colada uma pastilha PZT de 1 mm de espessura e 20 mm de diâmetro a 100 mm da extremidade. Os processos de inserção

de modificações estruturais adotados foram o de adição de massas coladas a 380 mm do centro da pastilha PZT, na extremidade oposta da viga. Estes corpos de prova podem ser vistos na Figura 3.15.

O experimento foi realizado com o objetivo de utilizar a adição de massa como agente modificador da estrutura. A Figura 3.15 apresenta os oito corpos de prova que foram ensaiados na condição de contorno biapoios. Foi utilizada uma espuma de poliestireno (isopor) para confecção da base das vigas para reduzir possível transferência de vibração da câmara e meio externo para os corpos de prova durante as medições.



Figura 3.15: As 8 vigas utilizadas no experimento com suas identificações e localizações das massas acrescentadas.

O experimento foi realizado nas temperaturas -10 , 0 , 10 e $20^{\circ}C$. Para os casos de danos por adição de massas foram considerados cinco níveis de falhas, sendo o primeiro sem falha, *baseline*, e outros quatro níveis progressivos. Para uma pequena variação controlada no experimento, foram realizadas as adições de massas nos corpos de prova de acordo com a Tabela 3.2.

	<i>Baseline</i>	Dano 1 (g)	Dano 2 (g)	Dano 3 (g)	Dano 4 (g)
Viga 1	sem dano	0,6	1,1	1,6	2,2
Viga 2	sem dano	0,6	1,1	1,6	2,2
Viga 3	sem dano	0,6	1,1	1,6	2,8
Viga 4	sem dano	0,6	1,1	1,6	2,7
Viga 5	sem dano	0,6	1,1	1,6	2,2
Viga 6	sem dano	0,6	1,1	1,6	2,2
Viga 7	sem dano	0,6	1,1	1,6	2,2
Viga 8	sem dano	0,6	1,1	1,6	2,2

Tabela 3.2: Massas referentes a cada adição de dano na estrutura.

Conforme representado na Tabela 3.2, tem-se que o dano 4 é variável quanto às vigas 3 e 4. Assim, a Figura 3.16 apresenta esse dano diferente quanto às demais vigas.

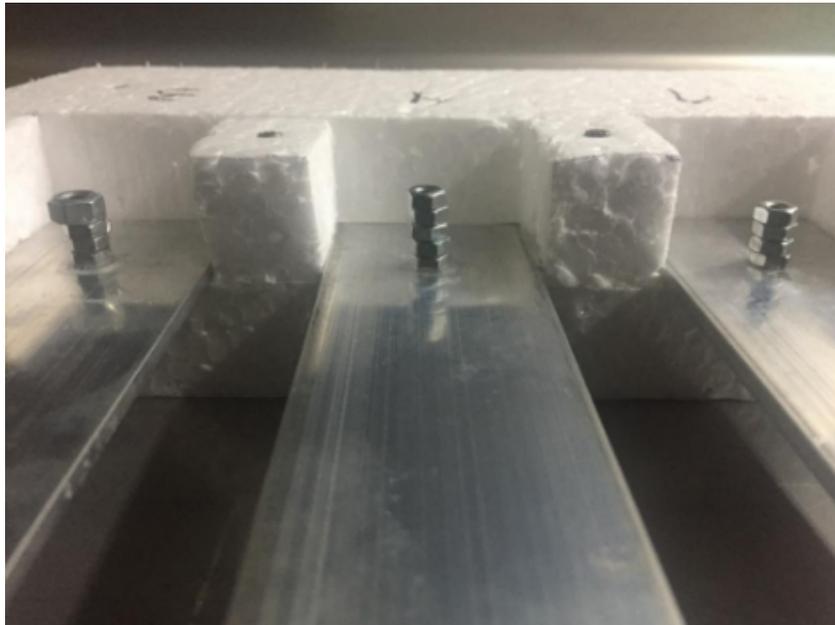


Figura 3.16: Dano 4 com as diferentes massas de adição coladas nas vigas 3, 4 e 1.

Para cada condição foram coletadas 20 amostras da assinatura de impedância neste intervalo de tempo, totalizando oito vigas, 20 coletas em cada temperatura e para cada nível de dano, totalizando 3200 assinaturas de impedância (8 vigas, 4 temperaturas, 5 níveis de danos e 20 repetições para cada condição).

A partir de análises exploratórias prévias, verificou-se que os dados obtidos no PZT 2 não representavam assinaturas típicas de impedância, devido a problemas na aquisição e, portanto, esses dados não foram utilizados no estudo.

3.2.2 Critérios de Avaliação e Construção dos SBRFs

Uma das dificuldades encontradas nesta metodologia é a quantificação do dano a partir das métricas, visto que seu comportamento não acompanha a mudança realizada na estrutura.

Os SBRFs construídos para este experimento consistem de duas entradas *CCD* e *RMSD1*, calculadas a partir da assinatura investigada e *baseline*.

Na fase de validação, o valor da saída do SBRF foi comparado utilizando os pares *CCD* e *RMSD1*, computados sempre com as mesmas assinaturas de impedância. O treinamento foi através do *ANFIS*, utilizando o MATLAB. Na Figura 3.17 é apresentado um esquema da modelagem matemática para o experimento.

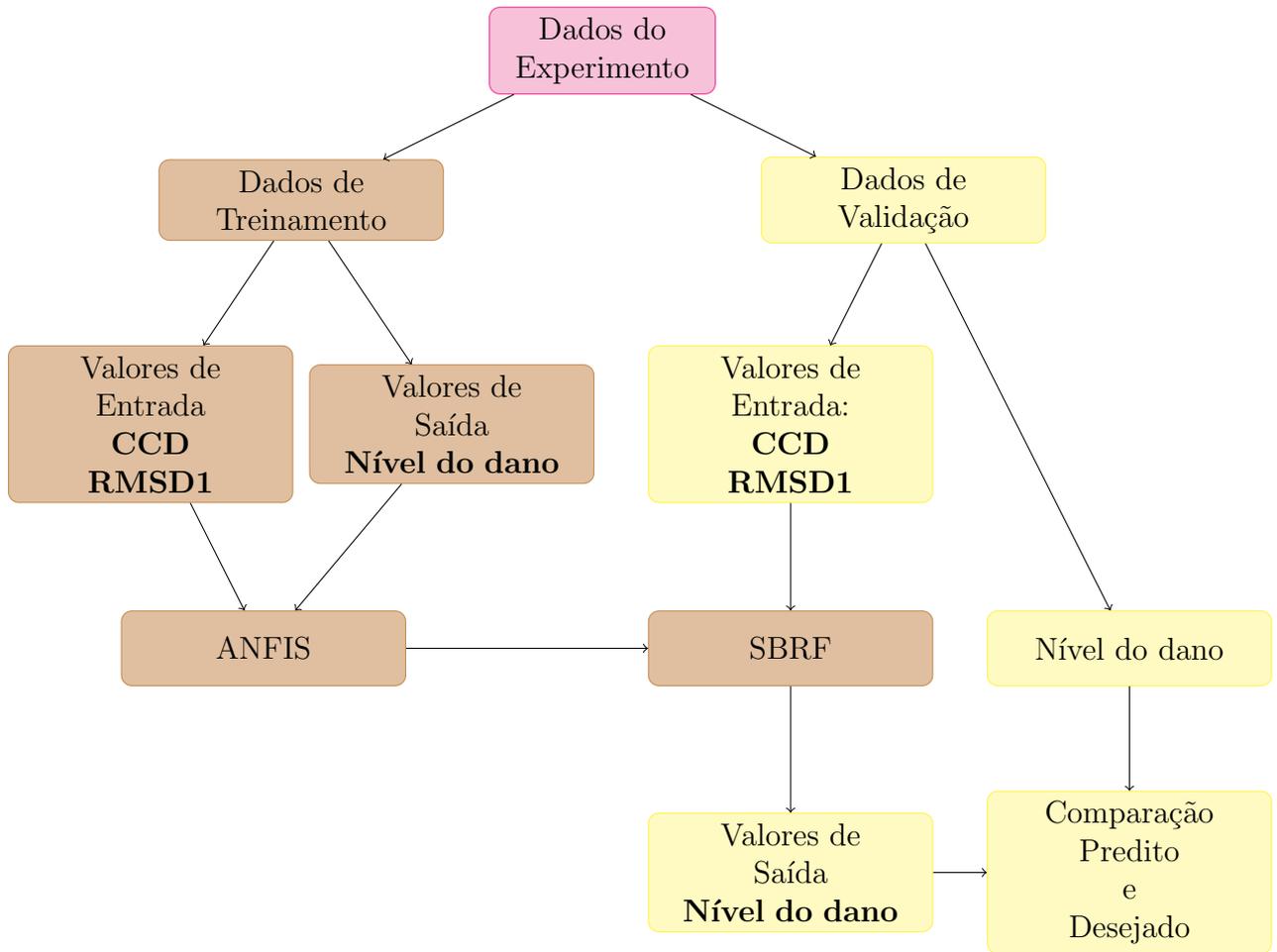


Figura 3.17: Esquema da modelagem matemática utilizada para o experimento. O retângulo em magenta representa os dados obtidos no experimento; os retângulos em marrom representam a etapa de treinamento e construção dos SBRFs; e em amarelo a etapa de validação.

3.2.3 Resultados da Fase de Avaliação do Modelo

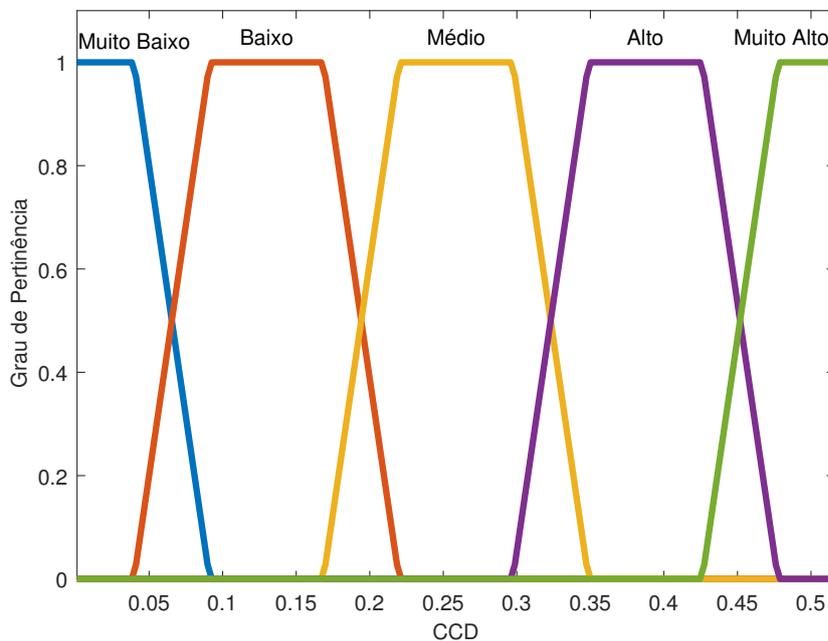
Considerando os dados do experimento para cada PZT, são computadas, para cada assinatura, as métricas CCD (equação (3)) e RMSD1 (equação (1)), que são as variáveis de entradas dos SBRFs. A variável de saída é o nível de dano obtido pela Tabela 3.2, observada no experimento por meio do incremento da massa na estrutura.

O treinamento através do *ANFIS*, no Matlab, é realizado tomando os índices das combinações de CCD e RMSD1 pares ou ímpares, tomadas de acordo com a ordem das coletas de assinaturas ou, em alguns treinamentos, em ordem crescente de RMSD1. A escolha do conjunto de dados utilizado no treinamento é o que melhor se aproximou dos resultados esperados. Assim, os dados não utilizados no treinamento foram considerados para validação. Dessa forma, a quantidade de SBRFs construídos é 28, por ser 4 temperaturas e 7 PZTs considerados no estudo.

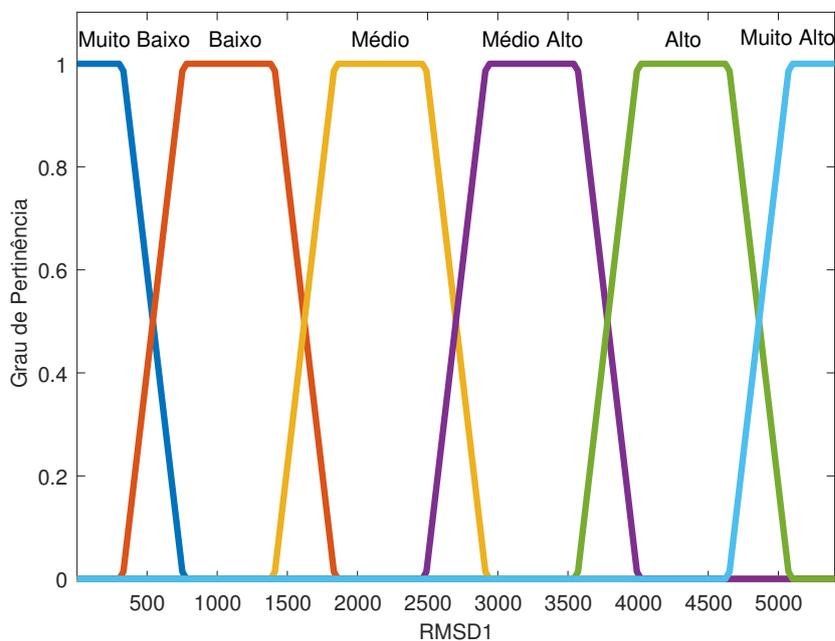
Para o treinamento de cada modelo são configuradas quantidades diferentes de funções de pertinência, conforme equação (1.8). Com o objetivo de ilustrar os gráficos das funções de pertinências, geradas pelo treinamento, no PZT1 para a temperatura de $20^{\circ}C$, tem-se a Figura 3.18. As variáveis de entrada são:

- Valores do CCD: o domínio $[0, 0.52]$, representando as faixas $[0, 0.1]$, $[0.04, 0.22]$, $[0.17, 0.35]$, $[0.3, 0.48]$ e $[0.43, 0.52]$, com os termos linguísticos: Muito Baixo, Baixo, Médio, Alto e Muito Alto, respectivamente.

- Valores do RMSD1: o domínio $[1.25, 5402]$, representando as faixas $[1.25, 757.3]$, $[325.3, 1837]$, $[1405, 2918]$, $[2486, 3998]$, $[3566, 5078]$, $[4646, 5402]$, com os termos linguísticos: Muito Baixo, Baixo, Médio, Médio Alto, Alto e Muito Alto, respectivamente.



(a) Funções de pertinência para a entrada CCD.



(b) Funções de pertinência da entrada RMSD1.

Figura 3.18: Funções de pertinência das entradas.

Na Figura 3.19 é exibida a superfície gerada a partir do treinamento. O sistema gerou 30 possibilidades de regras *fuzzy* e os parâmetros das funções de saída.

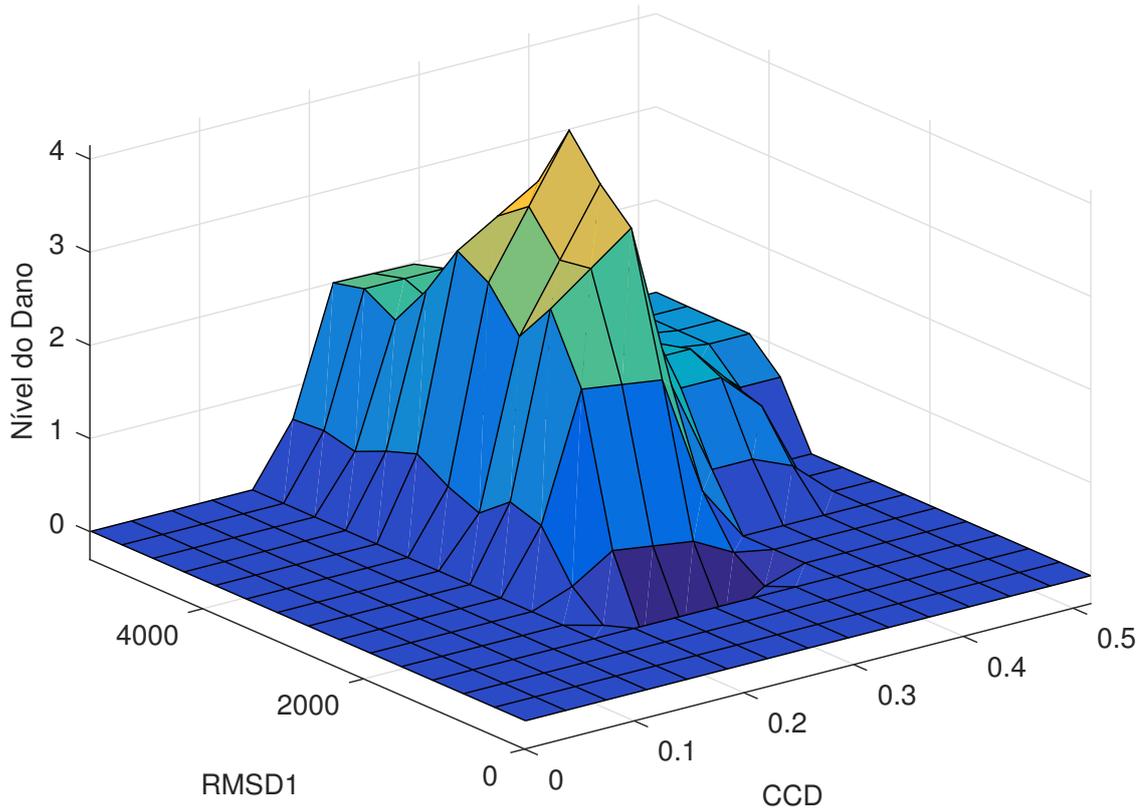


Figura 3.19: Superfície gerada a partir do SBRF.

A validação dos SBRFs é realizada aproximando os valores de saídas dos SBRFs pelo inteiro mais próximo do nível de dano 0, 1, 2, 3 ou 4, e comparando com o dano observado no experimento. Ademais, tem-se que a Tabela 3.3, apresenta as porcentagens de acerto dos SBRFs, considerando 50 valores de CCD e RMSD1 para cada temperatura e PZT.

PZT/Temperatura	$-10^{\circ}C$	$0^{\circ}C$	$10^{\circ}C$	$20^{\circ}C$
1	88%	96%	88%	100%
3	100%	90%	100%	98%
4	94%	100%	100%	100%
5	88%	94%	100%	100%
6	80%	96%	100%	100%
7	100%	92%	100%	94%
8	88%	88%	98%	88%

Tabela 3.3: Porcentagens de acerto dos SBRFs de acordo com cada temperatura.

A partir disso, concluí-se, por meio dos resultados apresentados na Tabela 3.3, que o modelo proposto para a detecção de danos é promissor.

3.2.4 Conclusão

A menor porcentagem de acerto é 80% no PZT 6 com $-10^{\circ}C$, enquanto que em 12 combinações de PZT e temperatura ocorreu 100% de acerto. Os resultados obtidos por meio dos SBRFs

evidenciaram que a técnica pode ser uma ferramenta promissora para a detecção de dano, visto que obteve uma percentagem média de acerto de 95%, comparando o predito e o esperado.

Finalmente, no próximo capítulo é abordada a conclusão final e sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 4

Conclusão

O ANFIS é uma combinação de inteligência artificial e teoria dos conjuntos *fuzzy* que proporciona modelos eficientes para o tratamento de diversos tipos de problemas. A junção dessas duas ferramentas com a capacidade de representar e inferir, por meio do ANFIS, é a principal ferramenta utilizada neste trabalho.

Na presente contribuição, foi apresentado um método de compensação de temperatura que consiste na aplicação de um ANFIS para construir SBRFs. Além disso, os SBRFs são usados para prever assinaturas de *baselines* dentro de faixas de temperatura específicas enquanto ocorre o procedimento de coleta de *baselines*.

A métrica de dano CCD foi utilizada como ferramenta quantitativa para medir o desvio entre as curvas reais e simuladas. De acordo com os resultados apresentados, o maior CCD obtido é 0,003800021, uma diferença muito baixa, o que significa que as assinaturas simuladas seriam consideradas como uma amostra das *baselines* reais. Esta abordagem ANFIS representa uma implementação adequada da representação da *baseline* em aplicações reais podendo considerar maiores variações de temperatura e diferentes estruturas, como pontes, edifícios e tanques.

Com base nos resultados obtidos, utilizando a métrica CCD, conclui-se que o método proposto é eficaz para normalização dos dados. Assim, de acordo com o modelo, é possível construir assinaturas de *baseline* na faixa de interesse, que apresentam comportamentos diferentes daqueles coletados na presença de mudança estrutural. Ressalta-se, entretanto, que o método apresentado neste trabalho é eficaz para realizar compensação de temperatura dentro dos limites de temperatura do conjunto de assinaturas de *baselines* adquiridas.

Outro estudo realizado neste trabalho, de acordo com o segundo objetivo, visou identificar o nível de dano na estrutura, a partir de um SBRF construído com o auxílio do ANFIS, tendo variáveis de entrada CCD e RMSD1. Este modelo apresentou um percentual de 95% de acertos.

Este trabalho gerou dois produtos:

- Artigo publicado na X Mostra IC da FAMAT (FREITAS *et al.*, 2021b);
- Artigo submetido ao *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering* (FREITAS *et al.*, 2021a);

Concluindo, a nova abordagem matemática no estudo da impedância eletromecânica propiciou resultados muito promissores para o SHM. Um trabalho futuro importante a ser realizado é ampliar a faixa de temperatura para o método utilizado no experimento de corrosão acelerada, em que necessita de uma nova configuração experimental. Pretende-se continuar os estudos, para contribuições futuras, a fim de construir SBRFs que identifiquem intensidades de danos, sem necessidade do conhecimento dos dados com dano.

Referências Bibliográficas

- ALFARO, K. E. I. *Aplicações da Extensão de Zadeh na Dinâmica do HIV com Retardo Fuzzy sob Tratamento Antirretroviral*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia-UFU, 2019.
- ANTOGNETTI, P.; MILUTINOVIC, V. Neural networks: Concepts, applications, and implementations. *New Jersey: Prentice Hall*, p. 310, 1991.
- BARROS, L. C. de; BASSANEZI, R. *Tópicos de lógica fuzzy e biomatemática*. Campinas, SP: UNICAMP/IMECC, 2015.
- BASSANEZI, R. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. Editora: Contexto, 2002.
- BASTANI, A.; AMINDAVAR, H.; SHAMSHIRSAZ, M.; SEPEHRY, N. Identification of temperature variation and vibration disturbance in impedance-based structural health monitoring using piezoelectric sensor array method. *Structural Health Monitoring*, Sage Publications Sage UK: London, England, v. 11, n. 3, p. 305–314, 2012.
- BEZERRA, S. G. T. A. *Reservoir Computing com Hierarquia para Previsão de Vazões Médias Diárias*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Pernambuco, 2016.
- BHALLA, S.; NAIDU, A. S. K.; SOH, C. K. Influence of structure-actuator interactions and temperature on piezoelectric mechatronic signatures for nde. In: INTERNATIONAL SOCIETY FOR OPTICS AND PHOTONICS. *Smart Materials, Structures, and Systems*. Bangalore, India, 2003. v. 5062, p. 263–269.
- BRAGA, A. P.; CARVALHO, A. C. P. L. F.; LUDEMIR, T. B. Redes neurais artificiais: Teoria e aplicações. *Rio de Janeiro: Livros Técnicos e científicos Editora S. A*, p. 262, 2000.
- CHONG, E. K. P.; ZAK, S. H. *An Introduction to Optimization*. 2. ed. Discrete Mathematics and Optimization: John Wiley & Sons, Inc., 1979.
- DATTA, B. N. *Numerical Linear Algebra and Applications*. 2. ed. Society for Industrial and Applied Mathematics: Mathematics, 2010.
- FERREIRA, D. P. L. *Sistema p-Fuzzy Aplicado às Equações Diferenciais Parciais*. 75 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia - UFU, 2011.
- FINZI NETO, R. M.; STEFFEN, V.; RADE, D. A.; GALLO, C. A.; PALOMINO, L. V. A low-cost electromechanical impedance-based SHM architecture for multiplexed piezoceramic actuators. *Structural Health Monitoring*, v. 10, p. 391–402, 2010.
- FONSECA, C. A. G. *Estrutura ANFIS Modificada para Identificação e Controle de Plantas com Ampla Faixa de Operação e não Linearidade Acentuada*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRGN, 2012.

- FRANCO, N. B. *Cálculo Numérico*. Pearson Prentice Hall: São Paulo, 2006.
- FREITAS, F. A.; JAFELICE, R. M.; SILVA, J. W. da; RABELO, D. S.; NOMELINI, Q. S. S.; MOURA, J. R. V.; GALLO, C. A.; CUNHA, M. J. da; RAMOS, J. E. A new data normalization approach applied to the electromechanical impedance method using adaptive neuro-fuzzy inference system. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Aceito, 2021.
- FREITAS, F. A.; JAFELICE, R. S. M.; SILVA, J. W. da; GALLO, C. A.; RAMOS, J. E. *Detecção de danos em vigas de alumínio via modelagem fuzzy*. 2021. X Mostra de Iniciação Científica da FAMAT, Acesso: 28/06/2021. Disponível em: http://www.eventos.ufu.br/sites/eventos.ufu.br/files/documentos/caderno_de_resumos_2021_0.pdf.
- FRESNO, C.; LLERA, A. S.; FERNANDEZ, E. A. *ANFIS: Adaptive Neuro Fuzzy Inference System in R*. [S.l.], 2015. R package version 0.99.1. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=anfis>.
- GIANESINI, B. M.; CORTEZ, N. E.; ANTUNES, R. A.; VIEIRA FILHO, J. Method for removing temperature effect in impedance-based structural health monitoring systems using polynomial regression. *Structural Health Monitoring*, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 20, n. 1, p. 202–218, 2021.
- HOFFMAN, K.; KUNZE, R. *Álgebra Linear*. LTC: Rio de Janeiro, 1979.
- JAFELICE, R. S. M.; BARROS, L. C. de; BASSANEZI, R. C. Teoria dos conjuntos fuzzy com aplicações (*e-book*). *São Carlos, SP: SBMAC*, v. 17, p. 119, 2012.
- JANG, J.-S. R. Adaptive-network-based fuzzy inference system. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, v. 3, n. 23, 1993.
- KOO, K.-Y.; PARK, S.; LEE, J.-J.; YUN, C.-B. Automated impedance-based structural health monitoring incorporating effective frequency shift for compensating temperature effects. *Journal of intelligent material systems and structures*, Sage Publications Sage UK: London, England, v. 20, n. 4, p. 367–377, 2009.
- KRISHNAMURTHY, K.; LALANDE, F.; ROGERS, C. A. Effects of temperature on the electrical impedance of piezoelectric sensors. In: INTERNATIONAL SOCIETY FOR OPTICS AND PHOTONICS. *Smart Structures and Materials 1996: Smart Structures and Integrated Systems*. [S.l.], 1996. v. 2717, p. 302–310.
- LIMA, E. L. *Curso de Análise*. Instituto de Matemática Pura e Aplicada, CNPq: Rio de Janeiro, 1981.
- MARUO, I. I. C.; FARIA GIACHERO, G. de; JÚNIOR, V. S.; NETO, R. M. F. Electromechanical impedance - based structural health monitoring instrumentation system applied to aircraft structures and employing a multiplexed sensor array. *Journal of Aerospace Technology and Management*, p. 294–306, 2015.
- MCCULLOCH, W. S.; PITTS, W. A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. *The bulletin of mathematical biophysics*, v. 5, p. 115–133, 1943.
- MOURA, J. R. V.; STEFFEN, V. Impedance-based health monitoring: Frequency band evaluation. *Proceedings of the 22nd International Modal Analysis Conference (IMAC XXII)*, Dearborn, Michigan, USA, 2004.

- NARDEZ, N. N. *Obtenção do parâmetro PCO de antenas GNSS por meio de sistemas baseado em regras fuzzy*. 145 p. Dissertação (Mestrado) — UFP, 2015.
- NEGNEVITSKY, M. *Artificial Intelligence: A Guide to Intelligent Systems*. 2. ed. Addison Wesley: Pearson Education Limited, 2005. 415 p.
- PALOMINO, L. *Análise das métricas de dano associadas à técnica da impedância eletomecânica para o monitoramento de integridade estrutural*. 133 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia - UFU, 2008.
- PARK, G.; KABEYA, K.; CUDNEY, H. H.; INMAN, D. J. Impedance-based structural health monitoring for temperature varying applications. *JSME International Journal Series A Solid Mechanics and Material Engineering*, The Japan Society of Mechanical Engineers, v. 42, n. 2, p. 249–258, 1999.
- POURJAVAD, E.; SHAHIN, A. The application of Mamdani fuzzy inference system in evaluating green supply chain management performance. *International Journal of Fuzzy Systems*, v. 20, n. 3, p. 901–912, 2018.
- R Core Team. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. Vienna, Austria, 2020. Disponível em: (<https://www.R-project.org/>).
- RABELO, D. S.; TSURUTA, K. M.; OLIVEIRA, D. D. de; CAVALINI, A. A.; NETO, R. M. F.; STEFFEN, V. Fault detection of a rotating shaft by using the electromechanical impedance method and a temperature compensation approach. *Journal of Nondestructive Evaluation*, 2017.
- RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L. R. *Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais*. São Paulo: McGraw-Hill, 1988.
- SANDMANN, H. R. *Predição não-linear de séries temporais usando sistemas de arquitetura neuro-fuzzy*. Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.
- SEPEHRY, N.; SHAMSHIRSAZ, M.; ABDOLLAHI, F. Temperature variation effect compensation in impedance-based structural health monitoring using neural networks. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Sage Publications Sage UK: London, England, v. 22, n. 17, p. 1975–1982, 2011.
- SILVA, R. N. F.; TSURUTA, K. M.; RABELO, D. S.; NETO, R. M. F.; JR., A. A. C.; JR., V. S. Impedance-based structural health monitoring applied to steel fiber-reinforced concrete structures. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, p. 42:383, 2020.
- SODRE, E. D. A.; MOTA, W. S.; ALENCAR, B. D. S. Sistema híbrido neuro-fuzzy para análise de segurança em tempo real de sistemas de potência. *Congresso Brasileiro de Redes Neurais*, v. 8, 2016.
- SUN, F. P.; CHAUDHRY, Z.; LIANG, C.; ROGERS, C. Truss structure integrity identification using pzt sensor-actuator. *Journal of Intelligent material systems and structures*, TECHNOMIC PUBLISHING CO., INC. 851 New Holland Ave., Box 3535, Lancaster, PA, v. 6, n. 1, p. 134–139, 1995.
- VALENCA, M. *Fundamentos das Redes Neurais: exemplos em Java*. 2. ed. Editora Livro Rápido – Elógica: Recife, 2008. 22 p.

ZADEH, L. Fuzzy sets. *Information and control*, v. 8, n. 3, p. 338–353, 1965.

ZHOU, D.; KIM, J. K.; HA, D. S.; QUESENBERRY, J. D.; INMAN, D. J. A system approach for temperature dependency of impedance-based structural health monitoring. In: INTERNATIONAL SOCIETY FOR OPTICS AND PHOTONICS. *Smart Sensor Phenomena, Technology, Networks, and Systems 2009*. San Diego, USA, 2009.