

# Universidade Federal de Uberlândia Engenharia Mecatrônica

**Adriele Alves Rocha** 

# Desenvolvimento de uma ferramenta GNSS usando Posicionamento de Ponto Preciso

Uberlândia

2021

#### **ADRIELE ALVES ROCHA**

# Desenvolvimento de uma ferramenta GNSS usando Posicionamento Preciso de Ponto

Trabalho de Conclusão de Curso Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia como requisito para obtenção do título de bacharel em Engenharia Mecatrônica

### **Orientador: Carlos Alberto Gallo**

Uberlândia, 18 de Maio de 2021 Banca Examinadora:

Carlos Alberto Gallo - Prof. Doutor- Engenharia Mecânica - UFU

Alexandre Zuquete Guarato - Prof. Doutor Engenharia Mecânica - UFU

André Garcia Cunha Filho- Doutor Engenharia Mecânica - UFU

# Agradecimentos

A minha mãe Raquel, por ter salvado minha vida e ter feito papel de pai e mãe desde que nasci.

### Resumo

Este trabalho foi realizado em parceria com a Airbus na cidade de Munique, Alemanha. Dentro das demandas de navegação o posicionamento preciso de uma partícula na terra tem crescido como uma necessidade real dentro da indústria aeroespacial e militar. A ferramenta levou em consideração a mudança constate de constelações como GPS, GLONASS, Galileo, BeiDou, etc no raio de visibilidade da estação, portanto o cálculo da posição assume várias mensagens de várias constelações. O Posicionamento de Ponto vai desde o rastreamento de um avião, órbita de satélite, até a localização de um celular. Este trabalho implementa e analisa o Posicionamento de Ponto Preciso com o uso do filtro Kalman. Nessa técnica, dependendo da precisão desejada é necessário corrigir erros no cálculo de atitude que podem ser causados pelo atraso da ionosfera ou mesmo pelas marés do oceano. O objetivo geral deste projeto é desenvolver, implementar e testar um mecanismo algorítmico utilizando a técnica PPP de dupla frequência que suporte a alteração de constelações de satélites visíveis por meio de correção automática. Esse mecanismo deve ser projetado para funcionar em um ambiente de vida real, o que significa que os principais levantamentos são de satélites reais.

### Abstract

This work was done in partnership with Airbus in Munich, Germany. Within the demands of navigation the precise positioning of a particle on the earth has grown as a real need within the aerospace and military industry. The tool has taken into account the constant change of constellations such as GPS, GLONASS, Galileo, BeiDou, etc in the visibility range of the station, so the position calculation assumes several messages from various constellations. Point Positioning ranges from tracking an aircraft, satellite orbit, to locating a cell phone. This paper implements and analyzes Precise Point Positioning with the use of the Kalman filter. In this technique, depending on the desired accuracy it is necessary to correct errors in the attitude calculation that can be caused by ionosphere delay or even ocean tides. The overall objective of this project is to develop, implement and test an algorithmic mechanism using the dual frequency PPP technique that supports the change of visible satellite constellations through automatic correction. This mechanism should be designed to work in a real-life environment, which means that the main surveys are of real satellites.

# Sumário

1.	In	ıtrodução	12
1	.1	A Importância do Posicionamento Preciso de Ponto	12
2.	А	irbus Defesa e Espaço	13
3.	E	quações de observação	14
3	5.1	Pseudorange e Carrier Phase	16
4.	F	luxograma da ferramenta	21
5.	С	orreções PPP	22
5	5.1	Combinação livre de ionosfera para dupla frequência	22
6.	С	orreções PPP	23
6	5.1	Centro de massa	23
6	5.2	Deslocamento do Centro da Antena	24
6	5.3	Modelo do Relógio	25
6	5.5	Atraso Devido a Troposfera	26
6	5.6	Zenith hidrostática e Zenith húmida	26
6	5.7	Função de Mapeamento Hidrostático	27
6	5.8	Carrier Phase e efeito Wind-up	29
7.	A	juste do modelo - conhecido vs. Parâmetros Desconhecidos	30
8.	M	létodos dos mínimos Quadrados	31
9.	D	ados Artificiais e Dados Reais Usados Para Testar o Modelo	33
10.		Analise e Validação	33
1	0.1	Explicação resultados gráficos	34
1	0.2	2 Analise dos Mínimos Quadrados	36
1	0.3	Estação emTaiwan	37
1	0.4	Análise gráficas de erro de posição da Estação de Taiwan	39
1	0.5	Análises de erro de posição da Estação de Toulouse	46
11		Filtro Kalman	55
12		Aplicando os Erros PPP no filtro	56
13		Resultados	60
14		Comparando resultados de PPP com filtro de Kalman e NLS	75
15		Conclusão	77
Ret	ferê	ncias	78

# Lista de Figuras

Figura 1Airbus em Munique (cbinsights, 2021)	13
Figura 2 Comunicação por satélite com um usuário	15
Figura 3 Pseudorange e distancia verdadeira (DONALD PFOST, 2019)	16
Figura 4 A diferença de tempo entre o sinal de envio e a réplica (J. SANZ SUBIRANA, 2011)	17
Figura 5 Tempo delta de emissão e recepção (SANZ SUBIRANA e ZORNOZA, 2013, p. 114)	)17
Figura 6 Erros Pseudorange (J. SANZ SUBIRANA, 2011)	18
Figura 7 Codigo P-Code (DUTTON, 2020)	19
Figura 8 Mudanças do P code (DUTTON, 2020)	19
Figura 9 O atraso do sinal	19
Figura 10: Cálculo da distância usando a fase (GOWDA, MANWEILER, et al., 2019, p. 20)	20
Figura 11 Atrasos da Troposfera e Ionosfera (NAVIGATION, p. n.p)	22
Figura 12 Layout de um site receptor permanente (SANZ SUBIRANA e ZORNOZA, 2013, p.	
130)	24
Figura 13 O atraso do sinal de um satélite no espaço para um receptor na Terra	25
Figura 14: Ilustração do zênite na perspectiva do receptor	26
Figura 15 Ilustração de polarização circular para destros (TEUNISSEN e MONTENBRUCK,	
2017, p. 26300)	29
Figura 16: Estações em todo o mundo (International GNSS Service, 2020)	33
Figura 17: Gráfico ideal do cálculo do erro da posição	36
Figura 18 TWTF00TWN (Euro Reference Permanent GNSS Network)	37
Figura 19 O cálculo de (x, y, z) durante o tempo da estação de Taiwan	39
Figura 20: Posição verdadeira (esquerda) e posição calculada NLS (direita) (Google Maps)	39
Figura 21 Última posição calculada da estação de Taiwan	40
Figura 22 Erro na coordenada x em metros durante o tempo	40
Figura 23 Erro na coordenada y em metros durante o tempo	41
Figura 24 Erro na coordenada z em metros durante o tempo	41
Figura 25 Erro do relógio	42
Figura 26 Ambiguidade satélite 1	42
Figura 27 Ambiguidade satélite 2	43
Figura 28 Ambiguidade satélite 3	43
Figura 29 Ambiguidade satélite 4	44
Figura 30 Ambiguidade satélite 5	44
Figura 31 Ambiguidade satélite 6	45
Figura 32 Ambiguidade satélite 7	45
Figura 33 Estação de Toulouse (Google Maps)	46
Figura 34 As coordenadas (x,y,z) calculadas da posição de Taiwan	47
Figura 35 Posição Verdadeira a esquerda, posição calculada a direita	47
Figura 36: Última posição calculada e a posição real da estação de Toulouse	48

Figura 37 Erro da posição x em metros ao longo do tempo da estação de Toulouse	. 49
Figura 38 Erro de posição y em metros ao longo do tempo da estação de Toulouse	. 49
Figura 39 Erro de posição y em metros ao longo do tempo da estação de Toulouse	. 50
Figura 40 Erro do relógio ao longo do tempo da estação de Toulouse	. 50
Figura 41 Ambiguidade do satélite 1 ao longo do tempo	. 51
Figura 42 Ambiguidade do satélite 2 ao longo do tempo	. 51
Figura 43 Ambiguidade do satélite 4 ao longo do tempo	. 52
Figura 441 Ambiguidade do satélite 4 ao longo do tempo	. 52
Figura 45 Ambiguidade do satélite 5 ao longo do tempo	. 53
Figura 46 Ambiguidade do satélite 6 ao longo do tempo	. 53
Figura 47 Ambiguidade do satélite 7 ao longo do tempo	. 54
Figura 48: Um fluxograma mostrando o ciclo do Filtro de Kalman - cada ciclo é uma época	. 55
Figura 49 Erro da posição em x ao longo do tempo	. 34
Figura 50 Gráfico de posição calculada (azul) e posição verdadeira(vermelho)	. 34
Figura 52 Gráfico da ambiguidade do satélite 6	. 35
Figura 51Erro do relógio ao longo do tempo	. 35
Figura 53 Posição calculada ao longo do tempo	. 60
Figura 54 Posição verdadeira (esquerda) e posição calculada (direita)(Google Maps)	. 61
Figura 55 Gráfico de posição verdadeira e calculada 3D	. 61
Figura 56 Erro da posição x em metros ao longo do tempo	. 62
Figura 57 Erro da posição y em metros ao longo do tempo	. 62
Figura 58 Erro da posição z em metros ao longo do tempo	63
Figura 59 Erro do relógio ao longo do tempo	. 63
Figura 60 Ambiguidades ao longo do tempo satélite 1	. 64
Figura 61 Ambiguidades ao longo do tempo satélite 2	. 64
Figura 62 Ambiguidades ao longo do tempo satélite 3	. 65
Figura 63 Ambiguidades ao longo do tempo satélite 4	. 65
Figura 64 Ambiguidades ao longo do tempo satélite 5	. 66
Figura 65 Ambiguidades ao longo do tempo satélite 6	. 66
Figura 66 Ambiguidades ao longo do tempo satélite 7	. 67
Figura 67 Posição calculada ao longo do tempo	. 68
Figura 68 Posição verdadeira (esquerda) e posição calculada (direita)(Google maps)	. 68
Figura 69 Posição verdadeira e 3D calculado	. 69
Figura 70 Erro da posição x em metros ao longo do tempo	. 70
Figura 71 Erro da posição y em metros ao longo do tempo	. 70
Figura 72 Erro da posição z em metros ao longo do tempo	. 71
Figura 73 Erro de relógio	. 71
Figura 74 Ambiguidades satélite 1	. 72
Figura 75 Ambiguidades satélite 2	. 72
Figura 76 Ambiguidades satélite 3	. 73
Figura 77 Ambiguidades satélite 4	. 73
Figura 78 Ambiguidades satélite 5	. 74
Figura 79 Ambiguidades satélite 6	. 74
Figura 80 Ambiguidades satélite 7	. 75

dos dados, 19 de agosto de 2017	Figura 81 A previsão do tempo em Taiwan mostrou muitas nuvens no período em torno do di	a
Figura 82 Previsão do tempo em Toulouse mostrando estar mais claro com menos nuvens 12 de	dos dados, 19 de agosto de 2017	76
1 Guia 02 110 (bao do tempo em 1 outouse mostando estar mais etaro com menos navens 12 de	Figura 82 Previsão do tempo em Toulouse mostrando estar mais claro com menos nuvens 12	de
agosto de 2018	agosto de 2018	76

### Lista de Tabelas

Tabela 1 Tabela de coeficientes da função de mapeamento hidrostático seco	
Tabela 2 Tabela de coeficientes da função de mapeamento hidrostático húmido	29
Tabela 3 Códigos do arquivo IGS (Tyahla, 2020)	38
Tabela 4 Posição Verdadeira e Posição Calculada	39
Tabela 5 Posição verdadeira e posição calculada	48
Tabela 6 Medidas reais de longitude, latitude e altitude versus calculadas	61
Tabela 7 Medidas reais de longitude, latitude e altitude versus calculadas	68

## Lista de abreviaturas e Siglas

- GNSS- Global Navigation Satellite System
- MEO Medium Earth orbit
- LEO- Low Earth orbit
- GPS Global Positioning System
- IGS International GNSS Service
- **PPP** -Precise Point Positioning
- MHz Megahertz
- APC- Antenna Phase Centre
- ANTEX- Antenna Exchange Format,
- DoY Day-Of-Year
- ECEF Earth-centered, Earth-fixed
- **RINEX** Receiver Independent Exchange Format
- NLS Non Linear Least Squares

# 1. Introdução

Nos dias de hoje não é incomum encontrar em usos civis de navegação e posicionamento via satélite para a posição de um carro, um avião, um telefone celular, etc. No entanto a precisão de posicionamento terrestre está cada vez mais exigido devido uso constante de tecnologia na área militar e aeroespacial As informações de navegação fornecidas pelo Sistema Global de Navegação por Satélite (GNSS), tais como GPS Navstar, Glonass e Galileo, são usadas em muitas aplicações. Embora existam diferenças distintas entre sistemas diferentes, o princípio de operação é o mesmo para todos: Os satélites da órbita média terrestre (MEO) estão transmitindo sinais na banda L, aproximadamente entre 1200 e 1600 MHz. Um sinal transmitido por um satélite de navegação consiste em um transportador, um Código de Ruído Pseudorandom (Pseudorandom Noise Code) e mensagens de navegação de dados. A partir dos bits da mensagem de navegação modulada no sinal do satélite, muitas informações como correção de órbita, deslocamento do relógio e entre outras informações são obtidas.

O *pseudorange* é o termo em inglês para se referir a range e será adotado como padrão neste documento. O pseudorange a soma do tempo de vôo do sinal de satélite e o erro entre o relógio do receptor e o usuário. Se medidas de pseudorange de pelo menos quatro satélites e informações orbitais correspondentes estiverem disponíveis, uma solução de posição pode ser calculada.

Quando você estiver pegando um rastro GPS do google maps em seu telefone, você espera que a ferramenta o leve a uma posição de partida realmente próxima que você deseja estar. A precisão da posição é muito mais necessária em aviões e na indústria militar.

Um usuário obtém as informações de 4 ou mais satélites do pseudorange e da fase portadora. Com esta informação, ele calcula sua posição. Entretanto, o sinal recebe muitos erros devido às condições atmosféricas e à diferença entre o satélite e o relógio do usuário. A estação de satélite mais próxima é usada para dar ao usuário os erros. Nas seções seguinte será mostrado como isto é feito. Existem várias técnicas avançadas de posicionamento que utilizam pseudorange e medidas de fase portadora para determinar o posicionamento de um usuário. Neste trabalho, utilizaremos o Posicionamento Preciso de Ponto.

### 1.1 A Importância do Posicionamento Preciso de Ponto

O posicionamento preciso do ponto é uma técnica de posicionamento absoluto e altamente preciso. Este processo utiliza medidas de um único receptor, mas depende da posição do satélite e de dados de relógio altamente precisos que podem ser obtidos através do Serviço GNSS Internacional (IGS). Nos últimos anos com o desenvolvimento tecnológico, o Posicionamento Preciso do Ponto (PPP) tornou-se uma técnica extremamente importante e amplamente utilizada para o posicionamento através do GNSS para aplicações em órbita de satélites, aeronaves, militares e civis.

# 2. Airbus Defesa e Espaço

Em termos de indústria bélica e aeroespacial, a Airbus é uma das maiores do mundo e a maior fornecedora de ferramentaria militar para Europa. O grupo que tem suas origens em países como França, Alemanha, Espanha e Reino Unido, tem site e profissionais do mundo inteiro.

A empresa trabalha desde pesquisas mapeando estrela em nossa galáxia até o monitoramento do planeta Terra buscando sempre a excelência em produtos que possam contribuir no avanço das pesquisas para tecnologias de ponta na atuação militar e aeroespaciais.



Figura 1Airbus em Munique (cbinsights, 2021)

Fornecendo sistemas confiáveis que variam de componentes eletrônicos a plataformas completas de relé de telecomunicações, satélites científicos e naves espaciais tripuladas, desenvolvendo a tecnologia para enviar naves espaciais para planetas - a Airbus fornece soluções para clientes e seus programas em todo o mundo. (SPACE, 2021)

## 3. Equações de observação

Receptor GNSS que mede o código pseudorange para determinar a posição do usuário com quatro ou mais satélites visíveis no receptor de cada vez.

Para determinar a posição do ponto do receptor a qualquer momento, são necessárias as coordenadas e alcances dos satélites de quatro satélites. O receptor recebe as coordenadas dos satélites através da mensagem de navegação. Os satélites podem enviar sinais na frequência L1 (1575,42MHz), frequência L2 (1227,60MHz) e frequência L5 (1176,45 MHz). Outras constelações utilizam frequências similares, embora com nomes diferentes.

A figura 1 está em uma perspectiva 2D para fins de ilustração, mas deve ser vista como interações 3D de quatro esferas. O ponto onde estas quatro esferas interceptam é a posição do usuário. A equação da esfera é

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$
(1)

Onde r é o raio da esfera. Para o caso de posicionamento pontual, o raio da esfera é o pseudorange e as coordenadas x, y, z são a diferença de coordenadas entre o usuário e um satélite específico.

$$P_n = \sqrt{(x_{satellite n} - x_{user})^2 + (y_{satellite n} - y_{user})^2 + (z_{satellite n} - z_{user})^2}$$
(2)



Figura 2 Comunicação por satélite com um usuário

Para obter uma posição do receptor na terra com muita precisão, duas medidas são dadas ao usuário. O pseudorange, cuja finalidade é uma estimativa primária, e a fase portadora, que calcula vários parâmetros como quebras de fase que podem determinar com muita precisão a posição de um receptor na terra. Embora estas duas medidas sejam muito importantes e precisas, elas são afetadas por vários erros que precisam ser levados em consideração para uma técnica adequada de posicionamento preciso do ponto.

Quando se obtém de quatro satélites estas medidas e de uma estação um erro muito preciso, você pode então estimar a posição do usuário como:

$$P_u^J - ERROR_{Closest \ Stattion} = \text{UserPosition} \tag{3}$$

$$\varphi_u^J - ERROR_{Closest \ Stattion} = \text{UserPosition} \tag{4}$$

Onde, j é o satélite, u é o receptor ou usuário,  $\rho_u^j$  pseudorange e  $\varphi_u^j$  são as medidas da fase portadora que será tratado como "*carrier phase*" neste trabalho que é a mensagem que carrega as mensagens de pseudorange e de navegação. O cálculo destas medidas e os erros serão vistos nos capítulos seguintes.

### 3.1 Pseudorange e Carrier Phase

O satélite envia um pseudorange para o receptor, o receptor mede o curso aparente do sinal.



Figura 3 Pseudorange e distancia verdadeira (DONALD PFOST, 2019)

Quando o sinal chega ao receptor, ele constrói uma réplica do código com base em sua frequência interna, depois se alinha com o sinal recebido.



Figura 4 A diferença de tempo entre o sinal de envio e a réplica (J. SANZ SUBIRANA, 2011)



Figura 5 Tempo delta de emissão e recepção (SANZ SUBIRANA e ZORNOZA, 2013, p. 114)

Como os relógios do satélite e do receptor não estão sincronizados, o tempo de viagem é calculado pela diferença entre o relógio do satélite  $(t_{sat})$  e o do receptor  $(t_{rec})$ . Este tempo de viagem multiplica-se pela velocidade da luz (c) nos dá o pseudorange.

$$P = c(t_{rec} - t_{sat}) \tag{5}$$

Devido à propagação do sinal no ambiente espacial, a medição da pseudorange deve incluir vários erros e a faixa geométrica deve ser levada em consideração.

$$\rho = r + c(t_{rec} - t_{sat}) \tag{6}$$

Onde r é o intervalo verdadeiro, temos além da faixa geométrica e erros de sincronização do relógio, outros termos devido à propagação do sinal através da atmosfera, conforme representado na figura abaixo.



Figura 6 Erros Pseudorange (J. SANZ SUBIRANA, 2011)

A pseudorange são medidas por um pseudocódigo enviado por um satélite a um receptor. Esta mensagem viaja em um sinal que sofreu mutação em uma onda portadora. Se tomarmos o satélite GPS, por exemplo, o pseudo o código é enviado a uma velocidade de 10,23 megabits por segundo (MBPS) (GERALD COOK, 2018, p. 94). Este código é enviado conforme a figura a seguir.



Figura 7 Codigo P-Code (DUTTON, 2020)

A frequência da banda L1 está em 1575,42 MHz (10,23 MHz × 154) e a L2 em 1227,60 MHz (10,23 MHz × 120) (SANZ SUBIRANA e ZORNOZA, 2013, p. 19)



Figura 8 Mudanças do P code (DUTTON, 2020)



Figura 9 O atraso do sinal

A precisão normal que podemos obter com o cálculo da pseudorange é de cerca de 10 metros ou mais. A distância do satélite à antena do usuário também pode ser calculada pelo número de comprimentos de onda do sinal que transporta os códigos. Esta técnica é chamada de medições da fase portadora. Neste trabalho a fase da portadora será adicionada para obter mais precisão no cálculo da posição do receptor.



Figura 10: Cálculo da distância usando a fase (GOWDA, MANWEILER, et al., 2019, p. 20)

O pseudorange e a fase portadora podem ser calculadas pelos seguintes (SANZ SUBIRANA e ZORNOZA, 2013, p. 78)

$$\rho_u^j = r_u^j + \delta c r_u^j + c \left( \delta \tau_u - \delta \tau^j \right) + T_r + I_u^j + b_{\rho^u} - b_{\rho^j} + \varepsilon_{\varphi_u^j} \tag{7}$$

$$\varphi_u^j = r_u^j + \delta c r_u^j + c \left( \delta \tau_u - \delta \tau^j \right) + T_r - I_u^j + \lambda N_u^j + \lambda \delta \Phi^j + b_{\rho^u} - b_{\rho^j} + \varepsilon_{\varphi_u^j}$$
(8)

Onde, ,  $\delta c r_u^j$  é o erro da efeméride,  $r_u^j$  é o da distância geométrica, c é a velocidade da luz,  $\tau_u$  e  $\delta \tau^j$  são os erros do receptor e do relógio do satélite,  $T_r$  é o atraso da troposfera,  $I_u^j$  é o atraso da ionosfera,  $b_{\rho^u}$  e  $b_{\rho^j}$  são o receptor e a polarização do instrumento satélite,  $\lambda$  é o comprimento de onda da portadora, N é o número inteiro de ondas,  $\delta \Phi^j$  é o enrolamento da fase da portadora, o  $\varepsilon_\rho$  e  $\varepsilon_{\varphi}$ são os ruídos de medição de pseudorange e fase da portadora.

# 4. Fluxograma da ferramenta

O fluxograma a seguir representa a ferramenta PPP com o filtro Kalman. Os blocos foram construídos em linguagem c++ na plataforma eclipse.



# 5. Correções PPP

A técnica PPP leva em consideração variáveis que devem ser corrigidas e modeladas como será descrita nos próximos capítulos.

5.1 Combinação livre de ionosfera para dupla frequência

A ionosfera está acima da terra de 60 km a 2.000 km. A presença massiva de íons nesta região faz com que o sinal que passa por ela tenha um atraso conforme mostrado na figura abaixo.



Figura 11 Atrasos da Troposfera e Ionosfera (NAVIGATION, p. n.p)

A combinação livre de ionosfera associada a duas frequências de acordo com (SANZ SUBIRANA e ZORNOZA, 2013, p. 125) pode reduzir em 99,9% o erro da ionosfera e pode ser calculado da seguinte forma:

$$\varphi_{IF,u}^{j} = \frac{f_1^2 \phi_1 - f_2^2 \phi_2}{f_1^2 - f_2^2} \tag{9}$$

$$\rho_{IF,u}^{j} = \frac{f_1^2 \rho_1 - f_2^2 \rho_2}{f_1^2 - f_2^2} \tag{10}$$

Tem-se então:

$$\rho_{IF,u}^{j} = r_{u}^{j} + \delta c r_{u}^{j} + c (\delta \tau_{u} - \delta \tau^{j}) + T_{r} + \varepsilon_{\varphi_{u}^{j}}$$
(11)

$$\varphi_{IF,u}^{j} = r_{u}^{j} + \delta c r_{u}^{j} + c \left(\delta \tau_{u} - \delta \tau^{j}\right) + T_{r} + b_{IF} + \lambda_{IF} N_{u}^{j} + \lambda_{IF} \delta \Phi^{j} + \varepsilon_{\varphi_{u}^{j}}$$
(12)

Onde:

$$b_{IF} = \frac{f_1^2 b_1 - f_2^2 b_2}{f_1^2 - f_2^2} \tag{13}$$

$$N_{IF,u}^{j} = \frac{f_{1}^{2} N_{1,u}^{j} - f_{2}^{2} N_{2,u}^{j}}{f_{1}^{2} - f_{2}^{2}}$$
(14)

$$\lambda_{IF} = \frac{c}{f_1 + f_2} \tag{15}$$

$$b_n = b_{\varphi_{u,n}} - b_{\varphi_{j,n}} \tag{16}$$

### 6. Correções PPP

Uma ferramenta GNSS eficiente deve aplicar correções em seu modelo devido a três fatores principais, o ambiente espacial complexo e os movimentos dos satélites e da Terra. Para aplicação de PPP foram aplicadas várias correções que serão descritas a seguir.

6.1 Centro de massa

Uma informação importante para PPP são as efemérides que são arquivos de valores onde podem ser obtidas a velocidade e a posição dos satélites GNSS. Essas informações são muito importantes porque elas entrarão como variáveis que sabemos para determinar a posição do usuário com precisão. No entanto, técnicas como PPP requerem uma correção do centro de massa. Os arquivos de efemérides fornecem a posição do satélite em relação ao seu centro de massa  $X^{j}$ , onde X represents representa o vetor do centro de mas do satélite *j*. Por isso, é necessário levar em consideração o centro de fase da antena do satélite para corrigir seu centro de massa a ser usado no cálculo de PPP, conforme mostrado na seguinte equação

$$\mathbf{X}^{j} = \mathbf{X}_{MC}^{j} + \mathbf{R}^{j} \Delta_{APC} \tag{17}$$

Onde  $\mathbf{X}_{MC}^{j}$ é o centro de massa do satélite fornecido nos produtos IGS, ,  $\Delta_{APC}$  é a correção de fase da antena que será discutida na seção 3.2 abaixo, ,  $\mathbf{R}^{j}$ é a é a matriz de vetores unitários que definem

o satélite- quadro de coordenadas fixas e depende da orientação de cada satélite e é representado pela seguinte matriz

$$\mathbf{R}^{j} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{i}} & \hat{\mathbf{j}} & \hat{\mathbf{k}} \end{bmatrix}$$
(18)

Onde;

$$\hat{\mathbf{k}} = -\frac{\mathbf{X}_{MC}^{j}}{\left|\mathbf{X}_{MC}^{j}\right|} \tag{19}$$

$$\hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{e}} \tag{20}$$

 $\hat{\mathbf{e}}$  é o vetor unitário da terra ao sol e i<sup>c</sup>ompleta o sistema da mão direita.

$$\hat{\mathbf{e}} = \frac{\mathbf{X}_{sun} - \mathbf{X}_{MC}^{j}}{|\mathbf{X}_{sun} - \mathbf{X}_{MC}^{j}|}$$
(21)

$$\hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{k}} \tag{22}$$

### 6.2 Deslocamento do Centro da Antena

A correção de fase da antena ( $\Delta_{APC}$ ) é importante. Os sinais GNSS coletados pela estação são adquiridos pelo centro de fase da antena (APC) que é apontado para direções diferentes e não necessariamente na mesma direção de seu centro geométrico. O APC está vinculado às mesmas direções ao ponto de referência da antena (ARP). A posição absoluta da APC fornecida pelo IGS nos arquivos ANTEX



Figura 12 Layout de um site receptor permanente (SANZ SUBIRANA e ZORNOZA, 2013, p. 130)

#### 6.3 Modelo do Relógio

Quando o satélite envia um sinal para uma estação terrestre, há um erro entre o relógio do receptor e as escalas de tempo do satélite de navegação. Para modelar o relógio e entender seu efeito na navegação é necessário analisar o deslocamento do relógio do receptor e do satélite.

O deslocamento do relógio do receptor é estimado com cada coordenada. O deslocamento do relógio do satélite não é tão simples e pode ser dividido em dois termos.

$$\delta t^{sat} = \delta t^{sat}_{IGS} + \Delta_{rel} \tag{23}$$

O  $\delta t_{IGS}^{sat}$  pode ser calculado a partir dos produtos de relógio IGS e ser calculado por interpolação de primeira ordem entre os valores de 30 segundos mais próximos (SANZ SUBIRANA e ZORNOZA, 2013, p. 116).  $\Delta_{rel}$  é a correção do relógio relativístico que se deve à excentricidade orbital.

$$\Delta_{rel} = -2 \frac{r^{sat} \cdot v^{sat}}{c} \tag{24}$$

Onde  $r^{sat}$  é a posição do vetor do satélite e  $v^{sat}$  é a velocidade do satélite.

#### 6.4 Os Efeitos da Atmosfera

Neste trabalho, estamos lidando com satélites de baixa órbita terrestre (LEO) que estão a 2.000 km de altitude da Terra. A mensagem de um satélite em órbita deve passar pela ionosfera e pela troposfera. Cada um desses ambientes tem suas características que causam um atraso no sinal.



Figura 13 O atraso do sinal de um satélite no espaço para um receptor na Terra

A principal característica da troposfera é o fato de estar mudando sua estrutura e comportamento o tempo todo. Em geral, é uma área que começa na superfície da Terra e vai até 20 km acima do nível do mar. O atraso causado pela troposfera é dividido em um produto dos atrasos do caminho do zênite (z) e funções de mapeamento (M) e é caracterizado como parte úmida que precisa ser estimada e parte seca que é bem comportada e pode ser modelada.

O atraso da troposfera é dado ao modelo implementado no software GIPSY-OASIS II (SANZ SUBIRANA e ZORNOZA, 2013, p. 136)], Este modelo é importante porque não precisa de dados de trigo e usa o mapeamento de Niel que diferencia as características dos componentes da troposfera seca e úmida.

### 6.6 Zenith hidrostática e Zenith húmida

Na astronomia, o zênite é o ponto diretamente acima de um observador, nos sinais GNSS, o observador é o receptor. Para um modelo preciso da troposfera, precisamos dividir os componentes em atraso do caminho do zênite úmido e seco.



Figura 14: Ilustração do zênite na perspectiva do receptor

(25)

(31)

O atraso total do caminho Zenith é dado por:

$$Z_{tot} = Z_d + Z_w \tag{26}$$

O onde  $Z_d$ se refere a Zenith hidrostática que é seca, e  $Z_w$  a Zenith úmido. A Zenith hidrostática depende apenas da posição do receptor (SANZ SUBIRANA e ZORNOZA, 2013, p. 137), e o zênite úmido pode ser calculado pelo zênite total menos o zênite seco.

$$Z_d = \alpha e^{-\beta H} \tag{27}$$

Onde  $\alpha = 2.3m$ ,  $\beta = 0.116 \times 10^{-3}/m$ , e *H*é a altura em m acima do nível do mar do receptor. A parte úmida da equação não está se comportando bem, então ela pode apenas ser estimada seguindo a equação acima, onde  $Z_{w,0} = 0.1m$ 

$$Z_{Wet} = Z_{w,0} + \Delta Z_w \tag{28}$$

#### 6.7 Função de Mapeamento Hidrostático

O modelo da troposfera para PPP é implementado usando as funções de mapeamento de Niel que não torna necessário o estudo das mudanças climáticas, mas leva em consideração diferentes fatores para componentes úmidos e secos. A função de mapeamento seco é calculada a partir das equações A e B, onde (E) é a elevação do raio e (H) é a altura do receptor acima do mar.

$$M_{dry}(E,H) = m(E,a_d,b_d,c_d) + \Delta m(E,H)$$
<sup>(29)</sup>

Com

$$\Delta m(E,H) = \left[\frac{1}{\sin(E)} - m(E,a_d,b_d,c_d)\right]H$$
(30)

Funções de mapeamento úmido:

$$M_{wet}(E) = m(E, a_w, b_w, c_w) + \Delta$$

Onde m(E, a, b, c) é o mapeamento normalizado para a unidade no zênite (SANZ SUBIRANA e ZORNOZA, 2013, p. 138)

$$m(E, a_d, b_d, c_d) = \frac{1 + \frac{a}{1 + \frac{b}{1 + c}}}{\sin(E) + \frac{a}{\sin(E) + \frac{b}{\sin(E) + c}}}$$
(32)

Os parâmetros secos são dependente latitude( $\theta$ ) e tempo(t):

$$\varepsilon(\theta, t) = \varepsilon_{avrg}(\theta) - \varepsilon_{amp}(\theta) \cos\left(2\pi \frac{t - T_0}{365.25}\right)$$
(33)

Esta função seno serve para descrever a variação temporal dos coeficientes. O período é de 365,25 dias e o máximo e mínimo estão definidos para 28 de janeiro (28 dias). Na equação acima, t é o tempo de janeiro 0,0 em dias e  $T_0$  é o DoY 28. (JOHANNES BÖHM, p. 103)

O  $\varepsilon_{avrg}(\theta)$  e  $\varepsilon_{amp}(\theta)$  são interpolados da tabela 1 para parâmetros secos e da tabela 2 para parâmetros úmidos

Coefficient			Latitude ( $\theta$ )			
ε	15°	30°	45°	60°	75°	
			Average			
a	1.2769934e-3	1.2683230e-3	1.2465397e-3	1.2196049e-3	1.2045996e-3	
b	2.9153695e-3	2.9152299e-3	2.9288445e-3	2.9022565e-3	2.9024912e-3	
С	62.610505e-3	62.837393e-3	63.721774e-3	63.824265e-3	64.258455e-3	
	Amplitude					
a	0.0	1.2709626e-5	2.6523662e-5	3.4000452e-5	4.1202191e-5	
b	0.0	2.1414979e-5	3.0160779e-5	7.2562722e-5	11.723375e-5	
С	0.0	9.0128400e-5	4.3497037e-5	84.795348e-5	170.37206e-5	
	Height Correction					
<i>a<sub>ht</sub></i> 2.53e-5						
$b_{ht}$	5.49e-3					
c <sub>ht</sub>	1.14e-3					

Tabela 1 Tabela de coeficientes da função de mapeamento hidrostático seco.

Coefficient	Latitude ( $\theta$ )					
ε	15°	30°	45°	60°	75°	
			Average			
a	5.8021897e-4	5.6794847e-4	5.8118019e-4	5.9727542e-4	6.1641693e-4	
b	1.4275268e-3	1.5138625e-3	1.4572752e-3	1.5007428e-3	1.7599082e-3	
С	4.3472961e-2	4.6729510e-2	4.3908931e-2	4.4626982e-2	5.4736038e-2	

Tabela 2 Tabela de coeficientes da função de mapeamento hidrostático húmido

### 6.8 Carrier Phase e efeito Wind-up

Wind-up é o termo usado em inglês para falar do efeito de faixa e será usado neste documento. A propagação de sinais de satélite através do espaço depende de ondas eletromagnéticas. Eles transmitem ondas de rádio com polarização circular correta. O que significa que a magnitude da onda é constante, mas gira em um plano perpendicular à direção da onda.



Figura 15 Ilustração de polarização circular para destros (TEUNISSEN e MONTENBRUCK, 2017, p. 26300)

Portanto, uma rotação completa da antena receptora ou transmissora em torno de seu vetor de boresight causa uma mudança na fase da portadora medida em um ciclo para todas as frequências. Um vetor dipolo eficaz pode ser expresso por uma equação em termos de vetores

de unidade dipolo do satélite  $\hat{e}' = \begin{pmatrix} \hat{i}' \\ \hat{j}' \\ \hat{k}' \end{pmatrix}$  e o receptor  $\hat{e} = \begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix}$  e um vetor de unidade apontando de transmissor para o receptor

do transmissor para o receptor.

$$\mathbf{d}' = \mathbf{\hat{i}}' - \mathbf{\hat{r}}(\mathbf{\hat{r}}, \mathbf{\hat{i}}') - \mathbf{\hat{r}} \times \mathbf{\hat{j}}'$$
(34)

$$\mathbf{d} = \hat{\mathbf{i}} - \hat{\mathbf{r}}(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{r}}) - \hat{\mathbf{r}} \times \hat{\mathbf{j}}$$
(35)

A correção de wind-up de fase para cada época *i* pode ser avaliado como:

$$\delta \Phi_i = 2\pi n + \delta \emptyset \tag{36}$$

Onde n é o número inteiro de ciclos dado por:

$$n = \operatorname{nint}\left[\frac{\delta\Phi_{i-1} - \delta\emptyset}{2\pi}\right] \tag{37}$$

A parte fracionária da conclusão da fase em termos de ciclos ( $\delta \emptyset$ ) é calculada pela seguinte expressão:

$$\delta \emptyset = \operatorname{sign}(\hat{\mathbf{r}}.(\mathbf{d}' \times \mathbf{d})) \cos^{-1}\left(\frac{\mathbf{d}'.\mathbf{d}}{|\mathbf{d}'||\mathbf{d}|}\right)$$
(38)

# 7. Ajuste do modelo - conhecido vs. Parâmetros Desconhecidos

Para resolver o modelo PPP, é necessário o ajuste de parâmetros que podem ser conhecidos por cálculos e aproximações matemáticas e podem ser encontrados nos produtos IGS tais como, polarização do relógio de satélite, fase da antena, pseudorange medições da fase da portadora, finalização da fase e função de mapeamento hidrostático.

Os parâmetros que são desconhecidos serão estimados no modelo.

$$\rho_{IF,u}^{j} + c\delta\tau^{j} - M_{h,u}^{j}Z_{h} = r_{u}^{j} + \delta cr_{u}^{j} + c\delta\tau_{u} + M_{w,u}^{j}Z_{w} + \varepsilon_{\varphi_{u}^{j}}$$
(39)

$$\varphi_{IF,u}^{j} + c\delta\tau^{j} - M_{h,u}^{j}Z_{h} - \lambda_{IF}\Delta\Phi^{j}$$

$$= r_{u}^{j} + c\delta\tau_{u} + M_{w,u}^{j}Z_{w} + B_{u}^{j} + \varepsilon_{\varphi_{u}^{j}}$$

$$\tag{40}$$

Onde  $B_u^j$  são as ambiguidades desconhecidas da fase da portadora combinadas $B_u^j = b_{IF} + \lambda_{IF} N_u^j$ .

## 8. Métodos dos mínimos Quadrados.

Para calcularmos a popsicao do usuário usando o Kalman, é necessário um pré processamento dos dados resultando em uma entrada de posição inicial na ferramenta. Para isso é necessário processamento de dados RINEX das duas estações de referência IGS vizinhas localizadas em Toulouse e Taiwan (TLSE e TWTF). A técnica dos mínimos quadrados é uma ferramenta matemática para minimizar of(x) como mostrado abaixo:

minimize 
$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{m} f_i(\mathbf{x})^2$$
 (41)

É chamado de Mínimos Quadrados porque a técnica trabalha no sentido de minimizar a soma dos quadrados dessas funções. A função  $f(\mathbf{x})$  é definida em termos de  $f_i(\mathbf{x})$  do vetor x. Conforme mostrado na seção 4, o modelo dos parâmetros de pseudorange fase da portadora são:

$$\rho_{IF,u}^{j} + c\delta\tau^{j} - M_{h,u}^{j}Z_{h} = r_{u}^{j} + \delta cr_{u}^{j} + c\delta\tau_{u} + M_{w,u}^{j}Z_{w} + \varepsilon_{\varphi_{u}^{j}}$$
(42)

$$\varphi_{IF,u}^{j} + c\delta\tau^{j} - M_{h,u}^{j}Z_{h} - \lambda_{IF}\Delta\Phi^{j}$$

$$= r_{u}^{j} + c\delta\tau_{u} + M_{w,u}^{j}Z_{w} + B_{u}^{j} + \varepsilon_{\varphi_{u}^{j}}$$

$$(43)$$

Qual é a forma de  $y = h(\mathbf{x}) + \varepsilon$ , onde para pseudorange fase da portadora de cada satélite seria:

$$\begin{array}{c}
\rho_{IF,u}^{j} + c\delta\tau^{j} - M_{h,u}^{j}Z_{h} = r_{u}^{j} + c\delta\tau_{u} + M_{w,u}^{j}Z_{w} + \varepsilon_{\rho_{u}^{j}} \\
& & \\
\gamma_{\rho}^{j} = h_{\rho}^{j}(\mathbf{x}) + \varepsilon_{\rho}
\end{array}$$
(44)

Para minimizar o erro:

$$\varepsilon = y - h(\mathbf{x}) \tag{46}$$

Como o erro é uma função de valoração vetorial, o LS é aplicado da seguinte forma:

$$f(\mathbf{x}) = \varepsilon^T \varepsilon \tag{47}$$

Para minimizar o erro de pseudorange

$$Minimize\left(f_{\rho}^{j}(\mathbf{x})\right) \tag{48}$$

$$Minimize\left(\left(\frac{1}{2}\right)\left(y_{\rho}^{j}-h_{\rho}^{j}(\mathbf{x})\right)^{T}\left(y_{\rho}^{j}-h_{\rho}^{j}(\mathbf{x})\right)\right)$$
(49)

$$\varepsilon_{\rho}^{j} = y_{\rho}^{j} - h_{\rho}^{j}(\mathbf{x}) \tag{50}$$

$$\varepsilon_{\rho}^{j} = y_{\rho}^{j} - r_{u}^{j} - c\delta\tau_{u} - M_{w,u}^{j}Z_{w}$$
<sup>(51)</sup>

Carrier phase (*Minimize*  $(f_{\varphi}^{j}(\mathbf{x}))$ ):

$$Minimize\left(f_{\varphi}^{j}(\mathbf{x})\right) \tag{52}$$

$$Minimize\left(\left(\frac{1}{2}\right)\left(y_{\varphi}^{j}-h_{\varphi}^{j}(\mathbf{x})\right)^{T}\left(y_{\varphi}^{j}-h_{\varphi}^{j}(\mathbf{x})\right)\right)$$
(53)

$$\varepsilon_{\varphi}^{j} = y_{\varphi}^{j} - h_{\varphi}^{j}(\mathbf{x}) \tag{54}$$

$$\varepsilon_{\varphi}^{j} = y_{\varphi}^{j} - r_{u}^{j} - c\delta\tau_{u} - M_{w,u}^{j}Z_{w} - B_{u}^{j}$$
<sup>(55)</sup>

Usando o método de Gaus-Newton na otimização para minimizar o erro (GRATTON, LAWLESS e NICHOLS, 2004, p. 4):

$$x_{i} = x_{i-1} - \left(\frac{\partial^{2} f(x)}{\partial x^{2}}\right)^{-1} \left(\frac{\partial f(x)}{\partial x}\right)^{T}$$
(56)

$$\mathbf{x}_{i} = \mathbf{x}_{i-1} - \left[ \left( \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{x}} \right)^{T} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{x}} \right)^{-1} \right] \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{x}} \right)^{T} \varepsilon$$
(57)

$$\mathbf{x}_{i} = \mathbf{x}_{i-1} - [(\mathbf{H}^{T}\mathbf{H})^{-1}](\mathbf{H})^{T}(y - h(\mathbf{x}_{i-1}))$$
(58)

Onde  $\mathbf{H} = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{x}}$  e o  $\mathbf{x}$  é o estado inicial do usuário que:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} X_{u,x} & X_{u,y} & X_{u,z} & c\delta\tau_u & B_u^1 & \cdots & B_u^n \end{bmatrix}^t$$
(59)

Onde  $X_u$  é o ECEF posição do usuário e  $B_u^n$  é a ambiguidade da fase da portadora mostradas no section 4. Para o caso dos N satélites visíveis, existem N ambiguidades no estado.

# 9. Dados Artificiais e Dados Reais Usados Para Testar o Modelo

A figura a seguir mostra como as estações estão espalhadas pelo mundo. Neste trabalho três estações foram tomadas como referência para o cálculo dos erros. Estes são os dados reais. Os dados artificiais foram obtidos por uma ferramenta de computador que simulou os dados da estação.



Figura 16: Estações em todo o mundo (International GNSS Service, 2020)

# 10. Analise e Validação

Como a posição da estação é conhecida, o resultado da posição calculada pela ferramenta é comparado com a posição da estação. Se o erro for muito pequeno, a ferramenta está calculando com alta precisão e os erros podem ser considerados para calcular a posição de um usuário como um carro, avião, celular e outros que possam estar próximos dessa estação. Nas seções a seguir, a ferramenta usou a teoria dos mínimos quadrados não linear para estimar o erro da posição.

### 10.1 Explicação resultados gráficos

No gráfico abaixo os pontos em azul são posições encontradas pela ferramenta na plataforma Eclipse com a entrada e correções de posição





Erro da posição em metros com o tempo. Erro= Posição Real – Posição calculada pela ferramenta Variância dos dados



Erro da sincronização do relógio da estação.





exemplo, satélite 6

Variância dos dados

### 10.2 Analise dos Mínimos Quadrados

A Teoria dos Mínimos Quadrados Não Lineares foi aplicada em dois dados diferentes. Os primeiros dados foram os dados de uma estação em Toulouse. Esses dados artificiais não possuem erros reais de posição, por isso são dados para a primeira etapa da ferramenta PPP. A validação da ferramenta é feita por dados reais obtidos nos produtos IGS. Arquivos de órbita real com e correções de relógio são implementados na ferramenta e a posição da estação junto com os erros são calculados.



Figura 21: Gráfico ideal do cálculo do erro da posição

A resposta perfeita seria algo semelhante à figura. Após executar a ferramenta, ela começa a calcular o estado da estação. Nos primeiros segundos temos um erro de posição considerável, mas como a ferramenta continua rodando e tomando a posição anterior  $\mathbf{x}_{i-1}$  como feedback para encontrar a posição  $\mathbf{x}_i$ , o erro diminui e o cálculo relê em um erro constante, aquele ideal é zero. a curva do erro tem que estar entre a posição de desvio do cálculo como o desvio padrão é a quantidade de variação da medição. Após um certo tempo, que é determinado quando o código começa a funcionar, o erro de posição entre o que a ferramenta calcula e a posição real da estação é próximo de zero.
#### 10.3Estação emTaiwan



**TWTF00TWN**: Esta estação fica em Taoyuan, Taiwan. Ele está configurado para rastrear o satélite de GPS, GLONASS, QZSS e SBAS

Figura 22 TWTF00TWN (Euro Reference Permanent GNSS Network)

Para o primeiro teste usando o mínimo, o programa executou 3600 segundos dos dados RINEX GNSS de <u>https://cddis.nasa.gov/Data and Derived Products/GNSS/daily 30second data.html</u>

Os dados podem ser fornecidos como dados coletados de um dia inteiro com intervalo de 30 segundos para cada época.

Arquivo da estação de Taiwan TWTF00TWN\_R\_20181460000\_01D\_30S\_MO. O arquivo foi obtido no seguinte link: <u>ftp://cddis.nasa.gov/gnss/data/daily/2018/146/18o/</u>

Code	Significado		
XXXX	Nome da estação IGS com 4 caracteres		
Μ	número do monumento ou marcador (0-9)		
R	número do receptor (0-9)		
CCC	Código do país		
K	Fonte de dados:		
	R = Dados do Receptor usando o fornecedor ou outro software		
	S = Do fluxo de dados (RTCM ou outro)		
	U = Desconhecido		
DDD	3 dígitos do dia do ano		
HH	hora de 2 dígitos (00, 01,, 23)		
MM	Minuto de 2 dígitos		
tt	GO = dados de observação GPS		
	RO = Dados de observação de GLONASS		
	EO = Dados de observação do Galileo		
	JO = QZSS Dados de observação		
	CO = Dados de observação do BDS		
	IO = IRNSS Dados de observação		
	SO = Dados de observação da SBAS		
	MO = Dados de Observação Mista(doi:10.5067/GNSS/gnss_hourly_o_001)		
	GN = GPS Dados de navegação(doi:10.5067/GNSS/gnss_hourly_n_001)		
	RN = GLONASS Dados de navegação(doi:10.5067/GNSS/gnss_hourly_g_001)		
	PT = Dados de navegação Galileo(doi:10.5067/GNSS/gnss_hourly_1_001)		
	$JN = QZSS Dados de navegação(doi:10.5067/GNSS/gnss_hourly_q_001)$		
	CN = BDS Dados de navegação(doi:10.5067/GNSS/gnss_hourly_f_001)		
	IN = IRNSS Dados de navegação(doi:10.5067/GNSS/gnss_hourly_i_001)		
	SN = SBAS Dados de navegação(doi:10.5067/GNSS/gnss_hourly_h_001)		
	MN = Dados de navegação (Todas as constelações		
	GNSS)(doi:10.5067/GNSS/gnss_hourly_x_001)		
	MM = Observação Meteorológica(doi:10.5067/GNSS/gnss_hourly_m_001)		
FFF	Formato do arquivo: rnx = RINEX; crx = Hatanaka RINEX Comprimido		
.gz	Arquivo comprimido		

Tabela 3 Códigos do arquivo IGS (TYAHLA, 2020)

#### 10.4 Análise gráficas de erro de posição da Estação de Taiwan



A figura 16 mostra o cálculo da posição do usuário ao longo do tempo em uma perspectiva 3D.

Figura 23 O cálculo de (x, y, z) durante o tempo da estação de Taiwan

Nas análises 2D, a última posição de época calculada tem um erro nos eixos x, y e z de 1,55, 5,21 e 0,17 metros aproximadamente



Figura 24: Posição verdadeira (esquerda) e posição calculada NLS (direita) (Google Maps)

Posição	Longitude(rd)	Latitude(rd)	Altitude(m)
Verdadeira	43.5606946414973	1.48089190694631	208.352077081737
Calculada	43.5606929017227	1.48090103427683	209.052314706528



Figura 25 Última posição calculada da estação de Taiwan

Nas análises 2D, a última posição de época calculada tem um erro nos eixos x, y e z de 1,55, 5,21 e 0,17 metros aproximadamente.

Nas figuras seguintes observa-se o erro das posições x, y e z em metros ao longo do tempo



Figura 26 Erro na coordenada x em metros durante o tempo



Figura 27 Erro na coordenada y em metros durante o tempo



Figura 28 Erro na coordenada z em metros durante o tempo



Figura 29 Erro do relógio

Neste trabalho foram considerados sete satélites que entrava na área de comunicação com a estação em determinado tempo. A ambiguidade do carrierphase é uma das variáveis não conhecida que é estimada ao longo do tempo como mostrado nas figuras abaixo



Figura 30 Ambiguidade satélite 1



Figura 31 Ambiguidade satélite 2



Figura 32 Ambiguidade satélite 3



Figura 33 Ambiguidade satélite 4



Figura 34 Ambiguidade satélite 5



Figura 35 Ambiguidade satélite 6



Figura 36 Ambiguidade satélite 7

### 10.5 Análises de erro de posição da Estação de Toulouse

**TLSE00FRA**: Esta estação fica em Toulouse, França. Ele está configurado para rastrear satélite de GPS, GIONASS, GALILEO, BDS e SBAS



Figura 37 Estação de Toulouse (Google Maps)

Para o primeiro teste usando o mínimo quadrado, o programa executou 700 segundos dos dados RINEX GNSS de

https://cddis.nasa.gov/Data\_and\_Derived\_Products/GNSS/daily\_30second\_data.html

Os dados podem ser fornecidos como dados coletados de um dia inteiro com intervalo de 1 segundo para cada época.

Arquivo da estação de Taiwan TLSE00FRA\_R\_20172302000\_15M\_01S\_EO. O arquivo foi obtido no seguinte link: <u>ftp://cddis.nasa.gov/gnss/data/hourly/2017/230/02/</u>

O código do nome do arquivo é explicado no Erro! Fonte de referência não encontrada. a baixo:



A figura é uma representação 3D da posição encontrada com o tempo e a posição real

Figura 38 As coordenadas (x,y,z) calculadas da posição de Taiwan



Figura 39 Posição Verdadeira a esquerda, posição calculada a direita



Figura 40: Última posição calculada e a posição real da estação de Toulouse

Nas análises 2D, a última posição de época calculada tem um erro nos eixos x, y e z de 1,55, 5,21 e 0,17 metros aproximadamente.

Posição	Latitude(graus)	Longitude(graus)	Altitude(m)
Verdadeira	43.5606946414973	1.48089190694631	208.352077081737
Calculada	43.5607191429515	1.48090955703343	205.141294254112

Tabela 5 Posição verdadeira e posição calculada



Figura 41 Erro da posição x em metros ao longo do tempo da estação de Toulouse



Figura 42 Erro de posição y em metros ao longo do tempo da estação de Toulouse



Figura 43 Erro de posição y em metros ao longo do tempo da estação de Toulouse



Figura 44 Erro do relógio ao longo do tempo da estação de Toulouse



O gráfico a seguir mostra as ambiguidades de 7 satélites diferentes que passaram pelo radar da estação.

Figura 45 Ambiguidade do satélite 1 ao longo do tempo



Figura 46 Ambiguidade do satélite 2 ao longo do tempo



Figura 47 Ambiguidade do satélite 4 ao longo do tempo



Figura 481 Ambiguidade do satélite 4 ao longo do tempo



Figura 49 Ambiguidade do satélite 5 ao longo do tempo



Figura 50 Ambiguidade do satélite 6 ao longo do tempo



Figura 51 Ambiguidade do satélite 7 ao longo do tempo

## 11 Filtro Kalman

O filtro de Kalman é um método que estima variáveis desconhecidas como estados e variância, à frente no tempo, de um sistema dinâmico minimizando o erro quadrático médio (Unsupported source type (ElectronicSource) for source Pet17.).



Figura 52: Um fluxograma mostrando o ciclo do Filtro de Kalman - cada ciclo é uma época

Para prever o estado, o algoritmo do filtro funciona pelas duas etapas a seguir:

Previsão

$$\hat{X}_{k+1}^- = \Phi_k \hat{X}_k \tag{60}$$

$$\hat{P}_{k+1}^- = \Phi_k P_k \Phi_k^T + Q_k \tag{61}$$

Estimado

$$K_{k} = P_{k}^{-} H_{k}^{T} [H_{k} P_{k}^{-} H_{k}^{T} + R_{k}]^{-1}$$
(62)

$$\hat{X}_{k} = \hat{X}_{k}^{-} + K_{k} [Y_{k} - H_{k} \hat{X}_{k}^{-}]^{-1}$$
(63)

$$P_k = [I - K_k H_k] P_k^- \tag{64}$$

Onde k se refere à época, - denota uma previsão.  $K_k$  é a matriz de covariância de incerteza de medição e o ganho de Kalman é dado por  $\hat{X}$  é a melhor previsão do vetor de estado X,  $P_k$  é sua

matriz de covariância,  $\Phi_k$  é a matriz de previsão ou transição e  $Q_k$  é a matriz de covariância de incerteza externa.  $Y_k$  é o vetor de misclosure e  $H_k$  é a matriz de design, ambos definidos na Seção 3.3 e determinados por meio de estimativas de mínimos quadrados.

# 12 Aplicando os Erros PPP no filtro

Para aplicar a técnica PPP conforme explicado na seção 5 (Não-Linear Mínimos Quadrados (NLLS)), o modelo de medida é dividido por variáveis conhece  $(y_k)$ ) e desconhece  $(h(\mathbf{x}_k))$  e o modelo ideal é:

$$y_k = h(\mathbf{x}_k) + \varepsilon_k \tag{65}$$

A matriz de design é:

$$\mathbf{H}_{k} = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\hat{\mathbf{x}}_{k}^{+}} \tag{66}$$

Para aplicar erros de PPP no filtro, o seguinte estado do usuário foi definido:

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} X_{u,x} \ X_{u,y} \ X_{u,z} \ v_{u,x} \ v_{u,y} \ v_{u,z} \ c\delta\tau_u \ \dots \ c\delta\tau \ Z_w \ B_u^1 \ \cdots \ B_u^n \end{bmatrix}^T$$
(67)

O modelo de medida :

$$\rho_{IF,u}^{j} + c\delta\tau^{j} - M_{h,u}^{j}Z_{h} = r_{u}^{j} + c\delta\tau_{u_{const1}} + c\delta\dot{\tau} + \dots + M_{w,u}^{j}Z_{w} + \varepsilon_{\rho_{u}^{j}}$$
(68)

$$y_{\rho}^{j} = h_{\rho}^{j}(\mathbf{x}) + \varepsilon_{\rho}$$
<sup>(69)</sup>

$$\frac{\partial \varepsilon_{\rho}^{j}}{\partial \mathbf{x}}\Big|_{\hat{\mathbf{x}}} = \frac{\partial \left(-y_{\rho}^{j} + r_{u}^{j} + c\delta\tau_{u} + \dots + M_{w,u}^{j}Z_{w}\right)}{\partial \left(X_{u,x} X_{u,y} X_{u,z} v_{u,x} v_{u,y} v_{u,z} c\delta\tau_{u_{const1}} c\delta\tau_{u_{const2}} c\delta\tau_{u_{const3}} \dots c\delta\tau Z_{w} B_{u}^{1} \dots B_{u}^{n})\Big|_{\hat{\mathbf{x}}}$$
(72)  

$$\frac{\partial \varepsilon_{\varphi}^{j}}{\partial \mathbf{x}}\Big|_{\hat{\mathbf{x}}} = \frac{\partial \left(y_{\varphi}^{j} + r_{u}^{j} + c\delta\tau_{u} + \dots + M_{w,u}^{j}Z_{w} + B_{u}^{j}\right)}{\partial \left(X_{u,x} X_{u,y} X_{u,z} v_{u,x} v_{u,y} v_{u,z} c\delta\tau_{u_{const1}} c\delta\tau_{u_{const2}} c\delta\tau_{u_{const3}} \dots c\delta\tau Z_{w} B_{u}^{1} \dots B_{u}^{n})\Big|_{\hat{\mathbf{x}}}$$
(73)

for j = 1

$$\frac{\partial \varepsilon_{\rho}^{j}}{\partial \mathbf{x}}\Big|_{\hat{\mathbf{x}}} = \frac{X_{u,x} - X_{x}^{j}}{r_{u}^{j}} \frac{X_{u,y} - X_{y}^{j}}{r_{u}^{j}} \frac{X_{u,z} - X_{z}^{j}}{r_{u}^{j}} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad M_{w,u}^{j} \quad 0$$
(74)

$$\frac{\partial \varepsilon_{\varphi}^{j}}{\partial x}\Big|_{\hat{x}} = \frac{X_{u,x} - X_{x}^{j}}{r_{u}^{j}} \frac{X_{u,y} - X_{x}^{j}}{r_{u}^{j}} \frac{X_{u,z} - X_{x}^{j}}{r_{u}^{j}} 0 0 0 1 0 0 \dots 0 M_{w,u}^{j} 1$$
(75)

A matriz de medida linearizada é calculada pelas seguintes variáveis:

$$H = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{u_{\rho}}^{1} & \mathbf{0}_{1\times3} & \mathbf{A}_{u,q_{1}}^{1} & M_{w,u}^{1} & c_{u,n_{1}}^{1} \\ \mathbf{e}_{u_{\varphi}}^{1} & \mathbf{0}_{1\times3} & \mathbf{A}_{u,q_{1}}^{1} & M_{w,u}^{1} & B_{u,n_{0}}^{1} \\ \mathbf{e}_{u_{\rho}}^{2} & \mathbf{0}_{1\times3} & \mathbf{A}_{u,q_{1}}^{2} & M_{w,u}^{2} & c_{u,n_{1}}^{2} \\ \mathbf{e}_{u_{\varphi}}^{2} & \mathbf{0}_{1\times3} & \mathbf{A}_{u,q_{1}}^{2} & M_{w,u}^{2} & B_{u,n_{0}}^{2} \\ \mathbf{e}_{u_{\varphi}}^{3} & \mathbf{0}_{1\times3} & \mathbf{A}_{u,q_{1}}^{3} & M_{w,u}^{3} & c_{u,n_{1}}^{3} \\ \mathbf{e}_{u_{\varphi}}^{3} & \mathbf{0}_{1\times3} & \mathbf{A}_{u,q_{1}}^{3} & M_{w,u}^{3} & B_{u,n_{0}}^{3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{e}_{u_{\rho}}^{n} & \mathbf{0}_{1\times3} & \mathbf{A}_{u,q_{1}}^{n} & M_{w,u}^{n} & c_{u,n_{1}}^{n} \\ \mathbf{e}_{u_{\varphi}}^{n} & \mathbf{0}_{1\times3} & \mathbf{A}_{u,q_{1}}^{n} & M_{w,u}^{n} & B_{u,n_{0}}^{n} \end{bmatrix}$$

$$(76)$$

O vetor de direção  $\mathbf{e}_{u}^{j}$  é definido por  $\frac{\mathbf{x}_{u}-\mathbf{x}^{j}}{r_{u}^{j}}$  que é o vetor ( $\mathbf{x} \quad \mathbf{y} \quad \mathbf{z}$ ) em cm de um satélite visível j. Em direção ao usuário.  $\mathbf{A}_{u,q_{j}}^{j}$  representa a derivada de satélites visíveis de diferentes constelações (q) para o usuário em relação ao estado do usuário é o vetor de tamanho q onde o elemento da posição *j* é igual a 1.  $M_{w,u}^{j}$  é a função de mapeamento úmido do satélite *j*.  $B_{u,n_{1}}^{j}$  é um tamanho de vetor n com o elemento j igual a 1.  $c_{u,n_{0}}^{j}$  é um tamanho de vetor n com todos os componentes com valor 0. Assim, o Estado Vetor na época k, vetor de estado na época k-1 e o vetor de ruído na época k-1 é definido pelos seguintes vectos onde *u* influências externas conhecidas:

$$\begin{bmatrix} X_{u,x_{k}} \\ X_{u,y_{k}} \\ X_{u,x_{k}} \\ v_{u,x_{k}} \\ v_{u,x_{k}} \\ v_{u,y_{k}} \\ v_{u,y_{k}} \\ v_{u,z_{k}} \\ c\delta\tau_{ucons1_{k}} \\ c\delta\tau_{ucons2_{k}} \\ \vdots \\ c\delta\tau_{ucons3_{k}} \\ \vdots \\ c\delta\tau_{u_{k}} \\ Z_{w_{k}} \\ B_{u_{k}}^{1} \\ \vdots \\ B_{u_{k}}^{n} \end{bmatrix} = c \begin{bmatrix} X_{u,x_{k-1}} + v_{u,x_{k-1}} \Delta t \\ X_{u,z_{k-1}} + v_{u,x_{k-1}} \Delta t \\ v_{u,x_{k-1}} \\ v_{u,y_{k-1}} \\ v_{u,y_{k-1}} \\ v_{u,y_{k-1}} \\ v_{u,y_{k-1}} \\ v_{u,z_{k-1}} \\ c\delta\tau_{ucons1_{k-1}} \\ c\delta\tau_{ucons2_{k-1}} \\ c\delta\tau_{ucons3_{k-1}} \\ \vdots \\ c\delta\tau_{u_{k-1}} \\ Z_{w_{k-1}} \\ B_{u_{k-1}}^{1} \\ \vdots \\ B_{u_{k-1}}^{n} \\ \vdots \\ B_{u_{k-1}}^{n} \end{bmatrix} = c \begin{bmatrix} X_{u,x_{k-1}} + v_{u,x_{k-1}} \Delta t \\ v_{u,x_{k-1}} \\ v_{u,x_{k-1}} \\ c\delta\tau_{ucons1_{k-1}} \\ c\delta\tau_{ucons3_{k-1}} \\ \vdots \\ B_{u_{k-1}}^{1} \\ \vdots \\ B_{u_{k-1}}^{n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ w_{v,x_{k-1}} \\ w_{v,y_{k-1}} \\ w_{v,x_{k-1}} \\ w_$$

(77)

Aplicando o seguinte modelo de sistema e equações da Matriz de Transição Linearizada:

$$\mathbf{x}_{k} = f(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}) + \mathbf{Q}_{k-1}$$
(78)

$$\mathbf{\Phi}_{k-1} = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+, \mathbf{u}_{k-1}}$$
(79)



Onde:  $I_{3\times3}$  é uma matriz de identidade  $\mathbf{0}_{3\times3}$  é uma matriz zero com dimensão 3 A dimensão *c* corresponde ao número de diferentes constelações de satélites para o estado do usuário. A dimensão b = 1 + n onde *n* é o número de satélite visível. A é uma matriz com dimensão *c* onde a primeira coluna sempre assume o valor 1.

# 13 Resultados

Dados reais das mesmas duas estações que foram usadas para alimentar o algoritmo  $x_0, y_{0,z_0}$  of Kalman. Primeira estação de Taiwan com 120 épocas de 30 segundos, o que significa 1 hora de dados.

13.2 Análises gráficas de erro de posição da Estação Taiwan usando correções PPP associadas ao Filtro Kalman



Figura 53 Posição calculada ao longo do tempo



Figura 54 Posição verdadeira (esquerda) e posição calculada (direita)(Google Maps)

Tabela 6 Medidas reais de longitude, latitude e altitude versus calculadas

Posição	Longitude(rd)	Latitude(rd)	Altitude(m)
Verdadeira	121.164510714371	24.9535825050108	201.974840350286
Calculada	121.164497460369	24.9535613076562	206.617100379601



Figura 55 Gráfico de posição verdadeira e calculada 3D



## As figuras a seguir mostram o erro da posição x, y e z ao longo do tempo

Figura 56 Erro da posição x em metros ao longo do tempo



Figura 57 Erro da posição y em metros ao longo do tempo



Figura 58 Erro da posição z em metros ao longo do tempo



Figura 59 Erro do relógio ao longo do tempo

As ambiguidades de sete satélites são representadas nas figuras a seguir.



Figura 60 Ambiguidades ao longo do tempo satélite 1



Figura 61 Ambiguidades ao longo do tempo satélite 2



Figura 62 Ambiguidades ao longo do tempo satélite 3



Figura 63 Ambiguidades ao longo do tempo satélite 4



Figura 64 Ambiguidades ao longo do tempo satélite 5



Figura 65 Ambiguidades ao longo do tempo satélite 6



Figura 66 Ambiguidades ao longo do tempo satélite 7



Análises gráficas de erro de posição da Estação de Toulouse usando correções PPP associadas ao Filtro de Kalman

Figura 67 Posição calculada ao longo do tempo



Figura 68 Posição verdadeira (esquerda) e posição calculada (direita)(Google maps)

Position	Latitude(degrees)	Longitude(degrees)	Altitude(m)
True	43.5606946414973	1.48089190694631	208.352077081737
Calculated	43.5607191429515	1.48090955703343	205.141294254112



Figura 69 Posição verdadeira e 3D calculado



O erro das posições x,y e z ao longo do tempo são mostrados nas figuras a seguir.

Figura 70 Erro da posição x em metros ao longo do tempo



Figura 71 Erro da posição y em metros ao longo do tempo



Figura 72 Erro da posição z em metros ao longo do tempo



Figura 73 Erro de relógio



As ambiguidades de sete satélites observados pela estação representados nas figuras seguinte.





Figura 75 Ambiguidades satélite 2


Figura 76 Ambiguidades satélite 3



Figura 77 Ambiguidades satélite 4



Figura 78 Ambiguidades satélite 5



Figura 79 Ambiguidades satélite 6



Figura 80 Ambiguidades satélite 7

## 14 Comparando resultados de PPP com filtro de Kalman e NLS

O comportamento dos erros comparando resultados de PPP com Filtro de Kalman e Mínimos Quadrados Não Lineares são diferentes no sentido de que PPP com filtro de Kalman foram capazes de alcançar precisão ao longo do tempo de medidores com medições de posição da antena, incertezas climáticas, etc. uma técnica para prever o primeiro estado para alimentar PPP mostrouse extremamente eficiente. As posições finais foram calculadas com erros que iam de centímetros de precisão à estação de Toulouse e 3 metros à estação de Taiwan. Os dados IGS da estação de Taiwan em ambos os experimentos mostraram a necessidade de um processo mais robusto em termos de precisão, pois tanto o NLS quanto o PPP mostraram uma conversão mais lenta ao longo do tempo. Apesar de ambas as técnicas apresentarem uma conversão mais lenta em Twain, o PPP demonstrou ser mais instável com os dados e isso pode ser explicado pela matriz de covariância do filtro de Kalman ser dependente da previsão de quem fez o cálculo, conforme mostrado nas figuras Twain a seguir no dia de os dados apresentavam um clima com nuvens e alta umidade.



Figura 81 A previsão do tempo em Taiwan mostrou muitas nuvens no período em torno do dia dos dados, 19 de agosto de 2017



## Weather forecast in Toulouse in August

France - Haute-Garonne - Toulouse - Weather in August

Figura 82 Previsão do tempo em Toulouse mostrando estar mais claro com menos nuvens 12 de agosto de 2018

 $\sim$ 

Select month: August 2017

## 15 Conclusão

Para ilustrar o estado da técnica de Posicionamento de apontamento preciso com filtragem de Kalman com primeira entrada de predição de mínimos quadrados não lineares, dois dados de satélite reais foram usados para rodar em algoritmos separados (NLS e PPP) para avaliar seu desempenho. Em teoria, a filtragem PPP Kalman deve superar o NLS, pois é uma técnica que pode fornecer medições com precisões de milímetros. Nesta tese de bacharelado, entretanto, o PPP teve uma precisão menor do que o NLS, mas ambas as técnicas apresentaram mais erros na estação de Taiwan do que em Toulouse. Isso se deve ao fato de a previsão do tempo em Taiwan estar mais instável nos dados de data com nuvens e umidade. Este fato deu um resultado com conversão lenta com mais ruído do que dados de uma data mais limpa. Ambos os sistemas eram sensíveis às variações do clima.

## Referências

DONALD PFOST, W. C. University od Missouri, 2019. Disponivel em: <a href="https://extension2.missouri.edu/wq452">https://extension2.missouri.edu/wq452</a>>. Acesso em: 15 jun. 2019.

DUTTON, J. A. **PennSate**, 2020. Disponivel em: <a href="https://www.e-education.psu.edu/geog862/node/1874">https://www.e-education.psu.edu/geog862/node/1874</a>>. Acesso em: 01 fev. 2020.

EURO Reference Permanent GNSS Network. Disponivel em: <a href="http://www.epncb.oma.be/index.php">http://www.epncb.oma.be/index.php</a>>. Acesso em: set. 2018.

GERALD COOK, F. Z. **Mobile Robots:** Navigation, Control and Sensing, Surface Robots and AUVs. second. ed. New Jersey: [s.n.], 2018.

GOOGLE Maps. Google Maps. Disponivel em:

<https://www.google.com.br/maps/place/Distrito+de+Taoyuan,+Taoyuan+District,+Taoyuan,+T aiwan/@26.7146437,87.7243964,5822778m/data=!3m1!1e3!4m5!3m4!1s0x34681fac88406db3: 0xf59b6aeea3edf81d!8m2!3d24.9553806!4d121.2300015>. Acesso em: mar. 2020.

GOWDA, et al. **slideplayer**, 2019. Disponivel em: <a href="https://slideplayer.com/slide/12656256/">https://slideplayer.com/slide/12656256/</a>. Acesso em: 12 mar. 2020.

GRATTON, S.; LAWLESS, A.; NICHOLS, N. Approximate Gauss-Newton methods for nonlinearleast squares problems. **Researchgate**, set. 2004.

INTERNATIONAL GNSS Service, 2020. Disponivel em: <a href="http://www.igs.org/network">http://www.igs.org/network</a>. Acesso em: jan. 2020.

J. SANZ SUBIRANA, J. M. J. **GSSC ESA**, 2011. Disponivel em: <a href="https://gssc.esa.int/navipedia/index.php/GNSS\_Basic\_Observables">https://gssc.esa.int/navipedia/index.php/GNSS\_Basic\_Observables</a>>. Acesso em: 01 ago. 2019.

J. SANZ SUBIRANA, J. M. J. **GNSS Measurements Modelling**, 2011. Disponivel em: <a href="https://gssc.esa.int/navipedia/index.php/GNSS\_Measurements\_Modelling">https://gssc.esa.int/navipedia/index.php/GNSS\_Measurements\_Modelling</a>>. Acesso em: 01 set. 2019.

JOHANNES BÖHM, H. S. (Ed.). Atmospheric Effects in Space Geodesy. [S.1.]: Springer, v. I.

NAVIGATION, U. www.uavnavigation.com. Disponivel em: <a href="https://www.uavnavigation.com/support/kb/general/general-system-info/global-navigation-satellite-system-gnss-errors">https://www.uavnavigation.com/support/kb/general/general-system-info/global-navigation-satellite-system-gnss-errors</a>. Acesso em: 24 mar. 2020.

SANZ SUBIRANA, J.; ZORNOZA, J. **GNSS DATA PROCESSING**. Leiden: ESA Communications, v. Volume I: Fundamentals and Algorithms, 2013.

SPACE, A. D. A. Airbus Defence , 19 maio 2021. Disponivel em: <a href="https://www.airbus.com/space.html">https://www.airbus.com/space.html</a>.

TEUNISSEN, P. J. G.; MONTENBRUCK, O. Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems. [S.l.]: [s.n.], v. 1, 2017.

TYAHLA, L. J. CDDIS NASA, 2020. Disponivel em:

<https://cddis.nasa.gov/Data\_and\_Derived\_Products/GNSS/daily\_30second\_data.html>. Acesso em: 01 maio 2020.

UNIVERISTY, B. cs brown, 18 jan. 2021. Disponivel em:

<http://cs.brown.edu/stc/education/course95-96/Kalman-Filters/kalman.html>.