

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ADMINISTRAÇÃO, CIÊNCIAS CONTÁBEIS,  
ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E SERVIÇO SOCIAL

LAURA CALIGARIS PERIM MORELLI

COMPARAÇÃO DE DUAS META-HEURÍSTICAS PARA  
RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE  
VEÍCULOS (PRV)

ITUIUTABA

2021

LAURA CALIGARIS PERIM MORELLI

COMPARAÇÃO DE DUAS META-HEURÍSTICAS PARA  
RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE  
VEÍCULOS (PRV)

Trabalho de Conclusão de Curso para  
a conclusão da graduação em  
engenharia de produção na  
Universidade Federal de Uberlândia  
Área de concentração: Engenharia de  
Produção/Pesquisa Operacional  
Orientador: Jorge von Atzingen dos  
Reis

ITUIUTABA

2021

# COMPARAÇÃO DE DUAS META-HEURÍSTICAS PARA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS (PRV)

Trabalho de Conclusão de Curso para  
a conclusão da engenharia de  
produção na Universidade Federal de  
Uberlândia pela banca examinadora  
formada por:

Ituiutaba, 07 de Maio de 2021.

Banca Examinadora:

---

Prof. Dr. Jorge von Atzingen dos Reis (orientador), UFU

---

Prof. Dr. Eugênio Pacceli Costa, UFU

---

Prof. Dr. Hebert Roberto da Silva, UFU

*Dedico este trabalho para meus familiares que me apoiaram e me proporcionaram estudar na Universidade Federal de Uberlândia. A Deus por me dar forças sempre que preciso, não só para desenvolver este trabalho, mas durante toda a minha graduação. Às amigadas que fiz durante a graduação, por estarem do meu lado em todos os momentos, tristes ou felizes e me apoiarem sempre.*

## **AGRADECIMENTOS**

Quero agradecer a minha família por me apoiarem a estudar fora da minha cidade natal e me proporcionarem essa experiência incrível.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ/UFU) por financiar este projeto desenvolvido.

Agradeço ao meu orientador, o professor Dr. Jorge von Atzingen dos Reis por me dar suporte e apoio durante todos esses anos de iniciação científica e acreditar em mim.

Também agradeço ao professor Dr. Eugênio Pacçeli Costa e ao professor Dr. Hebert Roberto da Silva por aceitarem participar da banca deste trabalho, fui aluna de ambos e sei que são ótimos profissionais e professores.

*“Sempre parece impossível até  
que seja feito”  
- Nelson Mandela*

## RESUMO

Para manter o nível de competitividade as organizações buscam meios de otimização para as operações, possibilitando o estudo e desenvolvimento de modelos de otimização, onde o roteamento de veículos se enquadra nos problemas clássicos dentro do gerenciamento logístico. O Problema de Roteamento de Veículos (PRV) é uma extensão do Problema do Caixeiro Viajante (PCV), ao adicionar diversas restrições. O PRV é classificado como um problema *NP-hard*, ou seja, não existe um algoritmo que encontre a solução ideal em tempo polinomial. Nesse contexto, as organizações com mais processos ágeis e eficientes trazem um enorme valor agregado na experiência dos clientes sobrevivendo à concorrência. Dessa forma o roteamento de veículos é um dos maiores gargalos para roteirização para organizações e se enquadra nos problemas clássicos dentro do gerenciamento logístico. O presente trabalho aborda um estudo onde é necessário desenvolver e implementar um modelo matemático no *software* de otimização Gurobi (2021) capaz de determinar rotas para diferentes veículos com capacidades distintas, o qual retornará a solução ótima referente ao melhor roteamento de veículos a ser implementado, porém demanda um tempo elevado para retornar tal solução. Com o intuito de diminuir esse tempo, foi desenvolvida uma heurística construtiva e posteriormente duas meta-heurísticas: *Variable Neighborhood Search* (VNS) e *Iterated Local Search* (ILS) a fim de comparar os resultados entre si e buscar a minimização de custos logística. Como resultado, foi possível desenvolver uma metodologia para otimizar a resolução do Problema de Roteamento de Veículos (PRV), porém é possível realizar melhorias como uma nova busca local.

**Palavras-chave:** Problema de Roteamento de Veículos, Logística, Heurística, Busca em uma Vizinhança Variável, *Iterated Local Search*

## ABSTRACT

The organizations search ways to improve their operations to maintain the high level of competitiveness, making possible the study and development of optimization models, where the vehicle routing fits on the classical problems from logistics management. The Vehicle Routing Problems (VRP) is an extension from the Travel Salesman Problem (TSP) when adding various restrictions. The VRP is classified as an NP-hard problem, in other words, there is no algorithm that finds an ideal solution in a polynomial time. In that context, the organizations with more optimized processes and low costs, survive the competition. This way, the VRP is one of the biggest problems to the routing for organizations and it fits on the classical problems from the logistics management. The present work is about a study where it is necessary to develop and implement a mathematical model on the optimization software Gurobi (2021) capable to determine routes to different vehicles with distinct capabilities, which will return an optimum solution indicating the best vehicle routing to be implemented, but much time is needed to return the solution. In order to speed the process, it was developed a constructive heuristic and, later, two metaheuristics: Variable Neighborhood Search (VNS) and Iterated Local Search (ILS) to compare the results between itself and seek the minimum cost from logistics operation by a distributor located in Guarulhos. The result was possible to develop a methodology to optimize the Vehicle Routing Problems (VRP) resolution, but it is possible to make improvements with a new local search.

**Keywords:** Vehicle Routing Problem (VRP), Logistic, Heuristic, Variable Neighborhood Search (VNS), Iterated Local Search (ILS).



## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1 – ATIVIDADES LOGÍSTICAS NA CADEIA DE SUPRIMENTOS IMEDIATA DA EMPRESA.....	17
FIGURA 3.1 – ALGORITMO <i>ITERATED LOCAL SEARCH</i> .....	23
FIGURA 3.2 – PSEUDOCÓDIGO <i>VARIABLE NEIGHBORHOOD SEARCH (VNS)</i> .....	24
FIGURA 3.3 – FLUXOGRAMA ETAPAS PL + ILS.....	25
FIGURA 3.4 – FLUXOGRAMA ETAPAS PL + VNS.....	26
FIGURA 3.5 – REPRESENTAÇÃO DA TROCA INTERNA.....	26
FIGURA 3.6 – REPRESENTAÇÃO DA TROCA EXTERNA.....	27
FIGURA 3.7 – REPRESENTAÇÃO DA TROCA ALOCAÇÃO.....	28
FIGURA 3.8 – REPRESENTAÇÃO DA TROCA DIVISÃO DE CARGAS.....	28
FIGURA 3.9 – PSEUDOCÓDIGO HEURÍSTICA CONSTRUTIVA.....	29
FIGURA 3.10 – PSEUDOCÓDIGO BUSCA LOCAL.....	30
FIGURA 4.1 – RESULTADOS <i>OR-LIBRARY</i> .....	38
FIGURA 4.2 – RESULTADOS <i>GOOGLE MAPS</i> .....	39

**LISTA DE TABELAS**

TABELA 4.1 – INSTÂNCIAS DE TESTE <i>OR- LIBRARY</i> .....	31
TABELA 4.2 – CALIBRAÇÃO DAS META-HEURÍSTICAS DA INSTÂNCIA 1.....	32
TABELA 4.3 – CALIBRAÇÃO DAS META-HEURÍSTICAS DA INSTÂNCIA 2.....	32
TABELA 4.4 – CALIBRAÇÃO DAS META-HEURÍSTICAS DA INSTÂNCIA 3.....	33
TABELA 4.5 – COMPARAÇÃO DA META-HEURÍSTICA VNS E ILS.....	34
TABELA 4.6 – RESULTADOS DE TODOS OS MÉTODOS.....	34
TABELA 4.7 – CALIBRAÇÃO DAS META-HEURÍSTICAS DA INSTÂNCIA 1.....	35
TABELA 4.8 – CALIBRAÇÃO DAS META-HEURÍSTICAS DA INSTÂNCIA 2.....	36
TABELA 4.9 – CALIBRAÇÃO DAS META-HEURÍSTICAS DA INSTÂNCIA 3.....	36
TABELA 4.10 – COMPARAÇÃO DA META-HEURÍSTICA VNS E ILS.....	37
TABELA 4.11 – RESULTADOS DE TODOS OS MÉTODOS.....	37
TABELA 4.12 – MELHORES MÉTODOS.....	39

**LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS**

ILS	<i>Iterated Local Search</i>
FO	Função Objetiva
GCS	Gestão da Cadeia de Suprimentos
PO	Pesquisa Operacional
PL	Programação Linear
PRV	Problema de Roteamento de Veículos
SCM	<i>Supply Chain Management</i>
VNS	<i>Variable Neighborhood Search</i>

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	14
1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA.....	14
1.2 OBJETIVOS DE PESQUISA.....	14
1.2.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	15
1.3 PROCEDIMENTO METODOLÓGICO.....	15
1.4 RELEVÂNCIA DA PESQUISA.....	15
1.5 DELIMITAÇÃO DO TRABALHO.....	15
1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO.....	15
2.1 LOGÍSTICA.....	17
2.2 PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS (PRV).....	18
2.3 MÉTODOS PARA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS (PRV).....	20
3 METODOLOGIA.....	22
3.1 PROGRAMAÇÃO LINEAR.....	22
3.2 HEURÍSTICA.....	23
3.3 <i>ITERATED LOCAL SEARCH</i> (ILS).....	23
3.4 <i>VARIABLE NEIGHBORHOOD SEARCH</i> (VNS).....	24
3.5 PROGRAMAÇÃO LINEAR E <i>ITERATED LOCAL SEARCH</i> (ILS).....	25
3.6 PROGRAMAÇÃO LINEAR E <i>VARIABLE NEIGHBORHOOD SEARCH</i> (VNS).....	25
3.7 ESTRUTURA DE VIZINHANÇA.....	26
3.7.1 TROCA INTERNA.....	26
3.7.2 TROCA EXTERNA.....	26
3.7.3 TROCA ALOCAÇÃO.....	27
3.7.4 DIVISÃO DE CARGAS.....	28
3.8 HEURÍSTICA CONSTRUTIVA GULOSA.....	29
3.9 HEURÍSTICA DE BUSCA LOCAL.....	29
4 RESULTADOS.....	31

<b>4.1 OR- LIBRARY.....</b>	<b>31</b>
<b>4.2 GOOGLE MAPS.....</b>	<b>35</b>
<b>4.3 COMPARAÇÃO DE RESULTADOS.....</b>	<b>38</b>
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>40</b>
<b>5.1 CONCLUSÃO DO TRABALHO.....</b>	<b>40</b>
<b>5.2 CONTINUIDADE DA PESQUISA.....</b>	<b>41</b>
<b>5.3 TRABALHOS PUBLICADOS.....</b>	<b>41</b>

## **1. INTRODUÇÃO**

Nesta seção serão abordados os objetivos da pesquisa em questão, objetivos gerais e específicos, procedimentos metodológicos e sua delimitação.

### **1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA**

Define-se como logística a parte do gerenciamento da cadeia de abastecimento que planeja, implementa e controla o fluxo e armazenamento eficiente e econômico de matérias-primas, materiais semiacabados e produtos acabados, bem como as informações a eles relativas, desde o ponto de origem até o ponto de consumo, com o propósito de atender às exigências dos clientes (CARVALHO, 2002).

O transporte é essencial pelo fato de não haver empresa moderna capaz de operar sem adotar as providências necessárias para a movimentação de suas matérias-primas ou produtos acabados (BALLOU, 2006).

Dentro do planejamento logístico a roteirização é uma ferramenta que busca direcionar as operações logísticas, ou seja, ativos de transportes são designados para melhor atender os clientes buscando sempre o nível de serviço que os atenda melhor, esse método pode ser realizado através de técnicas específicas que são processos clássicos desenvolvido por algum grupo de pessoas ou por softwares que conseguem fazer automaticamente. Segundo Taha (2008), essa atividade tem como princípio determinar roteiros, paradas e sequências, buscando a minimização de tempos, rotas e conseqüentemente custos, sempre atendendo a todos os locais pré-determinados.

Um dos problemas clássicos dentro do gerenciamento logístico é o roteamento de veículos, conhecido também como Problema de Roteamento de Veículos (PRV), onde ele baseia-se na construção de rotas para cada caminhão, atendendo todos os pontos solicitados no problema.

Um dos meios para resolver esse problema de roteamento é a Pesquisa Operacional (PO). A PO é formada por um aglomerado de técnicas de solução para os diversos tipos de problemas, a determinação da solução é baseada na complexidade do problema (TAHA, 2008).

Programação linear, programação não-linear, heurísticas e meta-heurísticas são alguns métodos dentro da PO para resolver problemas. As heurísticas e meta-heurísticas diferentemente dos outros métodos podem não apresentar uma solução ótima, mas sim uma solução boa ou melhorada, dado que elas são utilizadas na solução de problemas que possuem modelos matemáticos muito complexos, como o caso do PRV (TAHA, 2008).

### **1.2 OBJETIVOS DE PESQUISA**

Explorar diferentes técnicas de pesquisa operacional para encontrar uma solução para o Problema de Roteamento de Veículos com o intuito de diminuir o tempo de resolução e obter uma solução de boa qualidade.

### 1.2.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Implementar o modelo matemático do Problema de Roteamento de Veículos, meta-heurística *Variable Neighborhood Search*, heurística construtiva e meta-heurística *Iterated Local Search* para a resolução do Problema de Roteamento de Veículos e encontrar a melhor forma de resolver esse problema comparando os resultados de todos os métodos utilizados.

### 1.3 PROCEDIMENTO METODOLÓGICO

De início foi realizado um entendimento do PRV por meio de uma revisão da literatura, vídeos e artigos. Em seguida foi feita a busca de dados no *OR-Library* o qual apresenta dados confiáveis para estudo, teste e comparações referentes a problemas clássicos. Além dessa fonte de dados, foi usado dados do *Google Maps*, o qual apresenta distâncias reais entre as cidades escolhidas. Após a busca, foi implementado o modelo matemático, heurística construtiva, meta-heurística *Iterated Local Search*, meta-heurística *Variable Neighborhood Search*. Posteriormente foi feita a comparação de resultados de todos os métodos.

### 1.4 RELEVÂNCIA DA PESQUISA

A realização de um gerenciamento logístico é de total importância para diminuir custos. Dessa forma, calculando a melhor rota para a distribuição de insumos diminui custos, conseqüentemente há um aumento no lucro e na competitividade da empresa em seu mercado atual. Entretanto, realizar esse método manualmente pode demorar principalmente se a frota for grande e dificilmente chegaria a uma solução ótima. Todavia, aplicando métodos computacionais a solução é de melhor qualidade e a mesma técnica pode ser aplicada em diversos banco de dados, sem precisar de alterações no código em si.

### 1.5 DELIMITAÇÃO DO TRABALHO

No presente trabalho foram utilizados dados teóricos para os testes considerando como solução ótima a rota de menor distância. Entretanto, desconsidera os custos de combustível, pedágios e manutenção dos caminhões. Apesar disso, na maioria das situações a rota de menor distância apresenta menor custo de combustível e desgaste do pneu, pois a distância percorrida é a menor.

No entanto, a técnica aplicada neste trabalho funcionaria em relação ao custo, alterando apenas os dados de entrada.

### 1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO

Na primeira seção do trabalho é abordada uma fundamentação teórica com os temas relacionados à pesquisa: logística e Problema de Roteamento de Veículos (PRV) e métodos para resolver o mesmo.

Após a fundamentação teórica foram apresentados, de forma detalhada, os métodos dentro da PO escolhidos para resolver o Problema de Roteamento de Veículos (PRV). Os escolhidos foram: meta-heurísticas *Iterated Local Search* (ILS), *Variable Neighborhood Search* (VNS), programação linear + ILS e programação linear + VNS. Ademais, foram esquematizadas as estruturas de vizinhança, heurística e busca local a fim de mostrar a lógica por trás de cada uma das estruturas.

Posteriormente foram apresentados os resultados dos dados da *OR-Library* e *Google Maps* em todos os métodos de resolução, posteriormente, nas considerações finais são abordados os melhores métodos, conclusão do trabalho, delimitações do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.



## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nessa seção serão abordados os temas relacionados à logística. Além disso, será realizado um detalhamento do Problema de Roteamento de Veículos (PRV) e métodos para resolução desse problema clássico da literatura, incluindo heurística construtiva e meta-heurística.

### 2.1 LOGÍSTICA

A logística é o processo que cria valor pela gestão e posicionamento do estoque e combina o gerenciamento de pedidos, do estoque, do transporte, do depósito, do manuseio de materiais e da embalagem, integrados por uma rede de instalações (BOWERSOX et al, 2013).

A logística trata da criação de valor: valor para os clientes e fornecedores da empresa, e valor para todos aqueles que têm nela interesses diretos (BALLOU, 2006).

Segundo dados do Guia do Transportador (2020) o mercado de logística é estimado em 70 bilhões de dólares. Desse total, o custo relativo ao transporte responde pela maior parcela, variando entre 4% e 25% do faturamento bruto, e em muitos casos, superando o lucro operacional. Os gastos das empresas brasileiras com logística atualmente correspondem a 60% para transporte e 40% para armazenagem, administração de pedidos e estoque. A distribuição de meios de transportes logísticos no Brasil, é dividida entre Rodoviário (61,8%), Ferroviário (19,5%), Aquaviário (13,8%), Dutoviário (4,6%) e Aéreo (0,3%).

Figura 2.1 – Atividades logísticas na cadeia de suprimentos imediata da empresa



Fonte: Ballou (2006)

A globalização e a internacionalização das indústrias em todas as partes ficarão pesadamente dependentes de desempenho e custos logísticos, à medida que as empresas forem intensificando uma visão mais internacional de suas operações. À medida que isso acontece, a logística assume uma importância maior no âmbito da empresa, uma vez que os custos, especialmente de transporte, vão crescendo de proporção na estrutura total de custos (BALLOU, 2006). Na Figura 2.1 são representadas as atividades logísticas na cadeia de suprimentos.

O gerenciamento da cadeia de suprimentos (SCM – *Supply Chain Management*) aborda fluxos efetivos e eficientes de informações, recursos e produtos para atender os clientes, desde a fonte de suprimentos da matéria prima até o consumidor final. Realizar o gerenciamento destes processos de ponta a ponta requer colaboração entre todas as partes da cadeia, englobando os fornecedores, fabricantes, distribuidores e varejistas (LI et al., 2008).

Segundo Kot et al. (2018), a Gestão da Cadeia de Suprimentos (GCS) é de extrema importância para as empresas, por englobar todas as atividades da cadeia de suprimentos, desde a transformação do produto, a partir da matéria-prima, até levar o produto final ao cliente.

De acordo com Lee (2004), para manter-se competitivo em um mercado altamente dinâmico é necessário dispor de uma cadeia de suprimentos integrada e alinhada. Com o intuito de otimizar a cadeia de suprimentos das organizações diminuindo os custos de transporte, o uso de sistemas logísticos é uma alternativa.

Segundo Tang e Abosedra (2019), o uso de sistemas logísticos eficientes pode reduzir os custos das empresas, devido à expansão do transporte. Essa rede permite que as empresas reduzam o nível de seus estoques. A logística é responsável por integrar os processos operacionais e de controle sobre a movimentação e a distribuição de suprimentos ao longo de toda a cadeia produtiva, desde o ponto de fabricação até o ponto onde estes serão consumidos (PILEGGI et al., 2007). É uma área capaz de otimizar os portfólios empresariais e reduzir os custos totais das companhias (BARBOSA et al., 2018).

Em resumo, o transporte é uma parte significativa no que diz respeito a custos logísticos. Segundo Ballou (2006), o transporte de distribuição é a parte mais cara na cadeia de suprimentos. Dessa forma, normalmente, o sucesso da cadeia de suprimentos está ligado ao melhor transporte e planejamento do mesmo.

Dentro do planejamento logístico a roteirização é uma ferramenta que auxilia as operações logísticas, ou seja, ativos de transporte são designados para melhor atender os clientes buscando sempre o nível de serviço desejável. Segundo Taha (2008), esta atividade tem como princípio determinar roteiros, paradas e sequências, buscando a minimização de tempos, rotas e conseqüentemente custos, sempre atendendo a todos os locais pré-determinados

Um dos problemas clássicos dentro do gerenciamento logístico é o roteamento de veículos, conhecido também como Problema de Roteamento de Veículos ou simplesmente PRV, onde o mesmo baseia-se na construção de rotas para cada caminhão, atendendo todos os pontos solicitados no problema. Esse tipo de modelo geralmente é utilizado nos projetos de rotas para entrega ou coleta.

## **2.2 PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS (PRV)**

O modelo de distribuição mais conhecido e estudado pela literatura é o Problema de Roteamento de Veículos (PRV), o qual analisa a distribuição de bens de um ponto central para um conjunto de clientes geograficamente dispersos entre si utilizando uma frota homogênea de veículos (ZACHARIADIS et al., 2013).

O Problema de roteamento de veículos (PRV) busca modelar e entregar o melhor resultado possível na otimização de rotas. Esse tipo de problema pode considerar variáveis como capacidade, intervalo de tempo que a entrega deve ser feita, e frotas heterogêneas que partem de um ou mais depósitos para percorrer vários destinos, e, por fim, entregar uma ou mais rotas ótimas. As variáveis a serem utilizadas dependem da particularidade do seu problema (BASTOS, 2020)

Na formulação clássica proposta pelo Arenales (2007), o PRV é representado por um conjunto de grafos orientados e completos  $G = (N, E)$  em que  $N = C \cup \{0, n+1\}$ , sendo que  $C = \{1, \dots, n\}$  e o conjunto de nós que representam os pontos a serem atendidos,  $0$  a origem e  $n+1$  são os nós que representam o depósito. O conjunto  $E = \{(i, j) \mid i, j \in N, i \neq j, i \neq n+1, j \neq 0\}$ , sendo  $K$  o conjunto de veículos disponíveis de uma frota homogênea.

O objetivo proposto é minimizar os custos totais percorridos, atentando que cada rota deve ser iniciada no ponto  $0$  e terminada no ponto  $n+1$ , os pontos serão atendidos somente uma única vez e a demanda total presente nos mesmos não pode ultrapassar a capacidade do caminhão, assim como o tempo de viagem total da rota, considerando:

- $c_{ij}$  sendo custo do veículo ao percorrer o arco  $(i, j)$ ;
- $d_i$  é a demanda do cliente  $i$ ;
- $Q$  é a capacidade de cada veículo  $k$ , com frota Homogênea;
- $S$  é um conjunto de subconjunto contido dentro  $G = (N, E)$  – Variáveis de decisão  $x_{ijk}$ ;
- $1$  se o veículo  $K$  percorre o arco  $(i, j)$ ,  $\forall k \in K, \forall (i, j) \in E$ ;
- $0$  caso contrário;

As Equações 2.1 a 2.8 apresentam o modelo matemático para o PRV proposto em Arenales (2007):

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{(i, j) \in E} c_{ij} x_{ijk} \quad [2.1]$$

- A Equação 2.1 é a função objetiva e remete a minimização dos custos envolvidos para realização da rota percorrida de todos veículos utilizados;

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in N} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in C \quad [2.2]$$

- A Equação 2.2 é a primeira restrição do modelo, onde o somatório de todos  $K$  veículos e os  $j$  do arco  $(i, j)$ , para todo  $i$  pertencente ao mesmo arco deve ser igual a 1, ou seja, restringe todos os pontos a sejam visitados uma única vez;

$$\sum_{i \in C} d_i \sum_{j \in N} x_{ijk} \leq Q \quad \forall k \in K \quad [2.3]$$

- A Equação 2.3 é a segunda restrição do modelo, onde somatório da demanda  $d_i$  sendo  $i$  pertencente ao arco  $(i, j)$  seja menor ou igual que capacidade  $Q$  de cada veículo  $K$ , ou seja, garante que a capacidade de nenhum veículo seja excedida;

$$\sum_{j \in N} x_{0,jk} = 1 \forall k \in K [2.4]$$

- A Equação 2.4 é a terceira restrição do modelo, onde o somatório de  $j$  pertencente ao arco  $(i, j)$ , para todo  $K$  veículo deve ser igual a 1, ou seja, garante todos os veículos partem do ponto de origem considerando  $i = 0$ ;

$$\sum_{i \in N} x_{ihk} - \sum_{j \in N} x_{hjk} = 0 \forall h \in C, \forall k \in K [2.5]$$

- A Equação 2.5 é a quarta restrição do modelo, onde o somatório de  $i$  pertencente ao arco  $(i, j)$  deve ser igual ao somatório de  $j$  pertencente ao mesmo arco, para todo  $K$  veículo e  $h$  pertence ao arco  $(i, j)$ , ou seja, garante que os veículos  $K$  que chegam no ponto de origem, são os mesmos que partem para o ponto de destino;

$$\sum_{i \in N} x_{i,n+1,k} = 1 \forall k \in K [2.6]$$

- A Equação 2.6 é a quinta restrição do modelo, onde o somatório de  $i$  pertencente ao arco  $(i, j)$  deve ser igual a 1, para todo  $K$  veículo, ou seja, garante que todos os veículos escolhidos cheguem no ponto destino,  $j = N$ ;

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1 \quad S \subset C, 2 \leq |S| \leq \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor, \forall k \in K [2.7]$$

- A Equação 2.7 é a sexta equação do modelo, onde somatório de  $i$  e  $j$  pertencente ao arco  $S = (i, j)$ , sabendo que o presente arco  $S$  e contido dentro do conjunto  $G = (N, E)$ , deve ser menor ou igual que o  $|S| - 1$  com  $|S| = \{ 2 \dots \lfloor N / 2 \rfloor \}$  para todo  $K$  veículo, ou seja, elimina a possibilidade da geração de sub-rotas;

$$x_{ijk} \in [0,1] \forall i, j, k [2.8]$$

- A Equação 2.8 define que as variáveis de decisão são binárias.

### 2.3 MÉTODOS PARA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS (PRV)

Um dos meios para resolver esse problema de roteamento é a Pesquisa Operacional (PO). A PO é formada por um aglomerado de técnicas de solução para os diversos tipos de problemas, a determinação da solução é baseada na complexidade do problema (TAHA, 2008).

Conforme ocorre o aumento do tamanho das instâncias do problema de roteamento de veículos mais difícil é encontrar uma solução, pois ele é de natureza combinatória. Neste caso existe a opção de se tratar as instâncias grandes, através de heurísticas e/ou meta-heurísticas (BASTOS, 2020).

Ganhoto (2004) realizou experimentos combinando critérios de seleção de localidades para a realização dos movimentos de intercâmbio de vértices da meta-heurística Busca Tabu. A combinação de critérios baseados em distância com critérios baseados em ângulos foi a que apresentou os melhores resultados, sendo dois deles correspondentes ao melhor valor já reportado na literatura para os problemas em estudo.

Simas et al. (2005) novamente fizeram um estudo usando a Busca Tabu. Foram utilizados 3 mecanismos de geração de vizinhança: Troca de vértices, Construção de Rotas e Remoção/inserção de vértices. Concluiu-se que quando isolados, os mecanismos não apresentaram boas soluções, entretanto, a combinação dos três gerou soluções de qualidade satisfatória.

Sosa et al. (2007) propôs um trabalho de solução do Problema de Roteamento de Veículos através da meta-heurística Busca Dispersa, um método de 5 etapas que consiste em gerar um conjunto de soluções iniciais, melhorá-lo e enfim combinar as soluções iniciais melhoradas para encontrar uma solução de qualidade superior. O algoritmo foi testado para quatro conjuntos de dados e os resultados mostram que as soluções encontradas se aproximam das melhores soluções reportadas na literatura, sendo obtidas com um tempo computacional reduzido.

Lima et al. (2019) propôs um modelo para a otimização do Problema de Roteamento de Veículos (PRV) implementando uma heurística do vizinho mais próximo e a meta-heurística Colônia de Formigas.

### 3 METODOLOGIA

Nesta seção serão apresentados os métodos dentro da PO escolhidos para resolver o Problema de Roteamento de Veículos (PRV). Os métodos escolhidos foram: heurística, programação linear, meta-heurísticas *Iterated Local Search* (ILS) e *Variable Neighborhood Search* (VNS), programação linear e ILS e por último programação linear e VNS.

#### 3.1 PROGRAMAÇÃO LINEAR

No trabalho foi utilizado o modelo alternativo para o PRV. As Equações 3.1 a 3.8 apresentam o modelo matemático para o PRV aplicado neste trabalho, onde:

- $x_{ij}$  : 1 se o arco (i,j) for utilizado; 0 caso contrário
- $f_{ij}$  : fluxo entre os nós i e j

$$\text{minimizar } \sum_{i \in \text{cidades}} \sum_{j \in \text{cidades}} d_{ij} x_{ij} [3.1]$$

- A Equação 3.1 é a função objetiva remete a minimização da distâncias percorridas para realização da rota de todos os veículos utilizados;

$$\sum_{j \in \text{cidades}} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in \text{cidades} | i \neq 1 [3.2]$$

- A Equação 3.2 é a primeira restrição do modelo, onde o somatório dos veículos que chegam a uma cidade i é igual 1;

$$\sum_{i \in \text{cidades}} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in \text{cidades} | j \neq 1 [3.3]$$

- A Equação 3.3 é a segunda restrição do modelo, onde o somatório dos veículos que saem de uma cidade j é igual 1, junto com a equação 3.2 garante que cada cidade seja visitada uma única vez;

$$\sum_{i \in \text{cidades}} f_{ij} - \sum_{i \in \text{cidades}} f_{ji} = \text{demanda}_j \quad \forall j \in \text{cidades} | j \neq 1 [3.4]$$

- A equação 3.4 é a terceira restrição, onde o fluxo que sai de uma cidade j menos o fluxo que entra na cidade j é igual à demanda da cidade j;

$$\sum_{j \in \text{cidades}} x_{1j} = \sum_{j \in \text{cidades}} x_{j1} [3.5]$$

- A equação 3.5 é a quarta restrição, onde o número de veículos que sai da garagem é igual ao número de veículos que retorna à garagem, garantindo que a rota de todos os veículos comecem e terminem no mesmo lugar;

$$f_{ij} \leq x_{ij} \text{ capacidade} \quad \forall i, j \in \text{cidades} [3.6]$$

- A equação 3.6 é quinta restrição, onde o fluxo entre duas cidades deve respeitar a capacidade do veículo, esta equação juntamente com a 3.4 evita a formação de sub-rotas;

$$x_{ij} \in 0,1 \quad \forall i, j \in \text{cidades} [3.7]$$

- A equação 3.7 garante que as variáveis de decisão  $x_{ij}$  são binárias;

$$f_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \in \text{cidades} [3.8]$$

- A equação 3.8 garante a não negatividade do fluxo  $f_{ij}$ .

### 3.2 HEURÍSTICA

Heurísticas são estratégias de soluções que combinam qualidade de solução com esforço computacional necessário para obtê-la, ou seja, buscam uma solução satisfatória que é uma solução próxima à solução ótima, e esforço computacional aceitável que se trata utilizar em menor escala a memória do computador, reduzindo assim o tempo total de resolução (GLOVER et al., 2003).

Uma heurística pode ser definida como um algoritmo que encontra uma solução viável para um determinado problema, em um tempo normalmente baixo, mas sem a garantia de que esta é a solução ótima (BASTOS, 2020).

A heurística construtiva visa construir uma solução elemento por elemento. A forma da construção da solução varia de acordo com a função de avaliação adotada, que por sua vez depende do problema a ser trabalhado, sendo então inserido elemento por elemento na solução. No modelo clássico, os elementos ordenados para inserção na solução primeiramente costumam ser escolhidos os que oferecem maiores benefícios, ou seja, uma heurística gulosa que busca pelo aumento da função objetivo que pode ser de minimização ou maximização (SOUZA, 2009).

### 3.3 ITERATED LOCAL SEARCH (ILS)

Meta-heurísticas são métodos subsequentes com o objetivo de encontrar uma boa solução, eventualmente é possível chegar à solução ótima ou muito próxima. O funcionamento da mesma se baseia na aplicação de uma heurística submissa, a qual tem que ser moldada de acordo com o problema específico (SOUZA, 2009).

Figura 3.1 – Algoritmo *Iterated Local Search*

```

procedimento ILS
1   $s_0 \leftarrow \text{GeraSolucaoInicial}();$ 
2   $s \leftarrow \text{BuscaLocal}(s_0);$ 
3  enquanto (os critérios de parada não estiverem satisfeitos) faça
4       $s' \leftarrow \text{Perturbacao}(\text{histórico}, s);$ 
5       $s'' \leftarrow \text{BuscaLocal}(s');$ 
6       $s \leftarrow \text{CritérioAceitacao}(s, s'', \text{histórico});$ 
8  fim-enquanto;
fim ILS;

```

Fonte: Souza (2009)

Embora com a programação linear é possível encontrar a solução ótima do problema, o tempo para encontrar tal solução é grande. Dessa forma, a utilização de heurísticas, mais especificamente as meta-heurísticas é uma forma de diminuir esse tempo encontrando uma solução próxima da ótima.

A meta-heurística *Iterated Local Search* (ILS) se caracteriza por construir uma sequência de soluções geradas por uma heurística incorporada. A lógica por trás da

ILS é que os ótimos locais de um problema de otimização podem ser encontrados a partir de perturbações na solução ótima local corrente (COELHO et al., 2018).

Morelli e Reis (2020) realizou um trabalho comparando a meta-heurística ILS com a VNS para a resolução do problema de sequenciamento de ordens industriais e obteve bons resultados. A primeira apresentou melhor performance em problemas menores e a segunda em problemas maiores.

O sucesso do ILS é centrado no conjunto de amostragem de ótimos locais, acompanhado da escolha do método de busca local, das perturbações e do critério de aceitação. Em princípio, qualquer método de busca local pode ser usado, mas o desempenho do ILS com respeito à qualidade da solução final e a velocidade de convergência depende fortemente do método escolhido.

### 3.4 VARIABLE NEIGHBORHOOD SEARCH (VNS)

O princípio do VNS visa criar conjuntos de soluções e combiná-las entre si para obter a melhor solução possível. Ele age explorando as soluções através de trocas sistemáticas de estruturas de vizinhança, e focaliza a busca em torno de uma nova solução, a qual é alcançada somente quando um movimento de melhora é identificado (MLADENOVIC et al., 1997).

As estruturas de vizinhança de uma solução são as modificações que podem ser feitas na solução atual, de tal forma a gerar uma nova solução distinta e melhorada. Para se determinar se uma solução vizinha é uma melhora de uma anterior é utilizada a função objetivo ou função de avaliação, que tem como objetivo quantificar cada solução e selecionar as de valores superiores (REIS et al., 2010).

Figura 3.2 – Pseudocódigo *Variable Neighborhood Search* (VNS).

```

procedimento VNS()
1  Seja  $s_0$  uma solução inicial;
2  Seja  $r$  o número de estruturas diferentes de vizinhança;
3   $s \leftarrow s_0$ ;           {Solução corrente}
4  enquanto (Critério de parada não for satisfeito) faça
5      $k \leftarrow 1$ ;       {Tipo de estrutura de vizinhança corrente}
6     enquanto ( $k \leq r$ ) faça
7         Gere um vizinho qualquer  $s' \in N^{(k)}(s)$ ;
8          $s'' \leftarrow$  BuscaLocal( $s'$ );
9         se ( $f(s'') < f(s)$ )
10            então
11                 $s \leftarrow s''$ ;
12                 $k \leftarrow 1$ ;
13            senão
14                 $k \leftarrow k + 1$ ;
15        fim-se;
16    fim-enquanto;
17 fim-enquanto;
18 Retorne  $s$ ;
fim VNS;

```

Fonte: Souza (2009)



A meta-heurística VNS é um método de busca local onde ocorre a exploração do espaço de soluções a partir de sistematizadas trocas de estruturas de vizinhança. Proposto por Hansen e Mladenovic (1997), o método explora vizinhanças cada vez mais distantes da solução corrente e aplica a busca local em uma nova solução, se e somente se, um movimento de melhora for realizado.

O método VNS consiste em buscar a melhora da solução atual utilizando uma estrutura de vizinhança principal. O método troca a vizinhança corrente pela próxima quando a melhora não é mais viável e quando uma melhor solução é encontrada ele retorna para a vizinhança principal. O término do algoritmo é encontrado quando não há mais a possibilidade de melhorar a solução atual após o uso de todas as estruturas de vizinhança (FESTA et al., 2020).

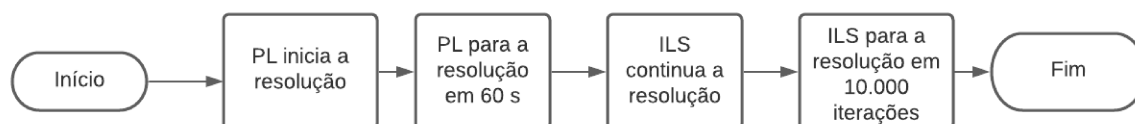
O método VNS efetua mudanças sistemáticas na vizinhança de uma solução com uma busca local para encontrar novas soluções para o problema. O VNS explora vizinhanças gradativamente mais distantes da solução corrente e focaliza a busca em torno de uma nova solução se um movimento de melhoria é realizado (FERNANDES et al., 2020).

### 3.5 PROGRAMAÇÃO LINEAR E *ITERATED LOCAL SEARCH* (ILS)

O método da programação linear e *Iterated Local Search* consiste em começar a resolução do problema proposto com a PL e terminar com o ILS.

O intuito é ter uma solução inicial melhor para a meta-heurística achar soluções a partir dessa solução e como, devido à utilização do algoritmo de plano de cortes, o *software* GUROBI (2021) tem várias ramificações antes de chegar na solução ótima de um problema de programação linear, o que pode resultar em um tempo computacional elevado para a obtenção das soluções. Dessa forma, foi pausada a PL em 60 segundos e a partir dessa solução a meta-heurística continua o processo com 10 mil iterações. No fluxograma abaixo foi retratado o que foi feito no método.

Figura 3.3 – Fluxograma etapas PL + ILS



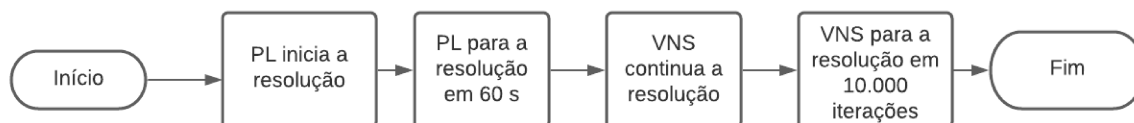
Fonte: autoria própria

### 3.6 PROGRAMAÇÃO LINEAR E *VARIABLE NEIGHBORHOOD SEARCH* (VNS)

O método da programação linear e *Variable Neighborhood Search* consiste em começar a resolução do problema proposto com a PL e terminar com o VNS.

O intuito é ter uma solução inicial melhor para a meta-heurística achar soluções a partir dessa solução e como a programação linear tem várias ramificações antes de chegar na solução ótima, demora um tempo significativo na procura dessas soluções.

Figura 3.4 – Fluxograma etapas PL + VNS



Fonte: autoria própria

Dessa forma, foi pausada a PL em 60 segundos e a partir dessa solução a meta-heurística continua o processo com 10 mil iterações.

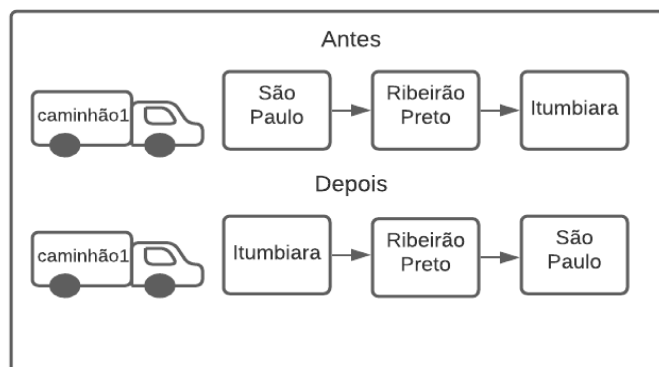
### 3.7 ESTRUTURA DE VIZINHANÇA

Com o intuito de explorar melhor o espaço de soluções viáveis foram desenvolvidas quatro tipos de trocas: troca interna, troca externa, troca de alocação e divisão de carga.

#### 3.7.1 TROCA INTERNA

Na troca interna é realizada a mudança na ordem das cidades visitadas pelo caminhão. Dessa maneira, a primeira cidade a ser visitada pode se tornar a última visitada. Na Figura 3.5 é apresentada essa troca.

Figura 3.5 – Representação da troca interna



Fonte: autoria própria

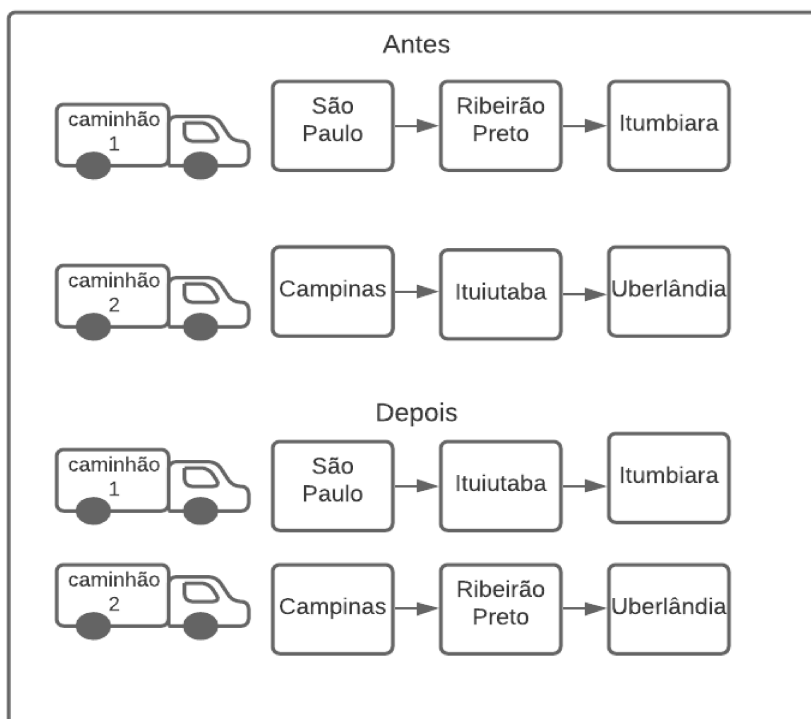
Pode-se observar que houve uma troca na rota do caminhão 1. São Paulo, que antes era a primeira cidade após a troca, passou a ser a última ao trocar de lugar com Itumbiara.

#### 3.7.2 TROCA EXTERNA

Na troca externa é realizada a mudança de cidades visitadas por dois caminhões. Dessa maneira, uma cidade que o caminhão visita vai para outro caminhão e vice-versa.

Como é observado na Figura 3.6 a troca externa é entre dois caminhões e a troca é feita entre eles. Na representação acima a cidade Ribeirão Preto que antes estava no caminhão 1 foi para o caminhão 2 no lugar de Ituiutaba.

Figura 3.6 – Representação da troca externa



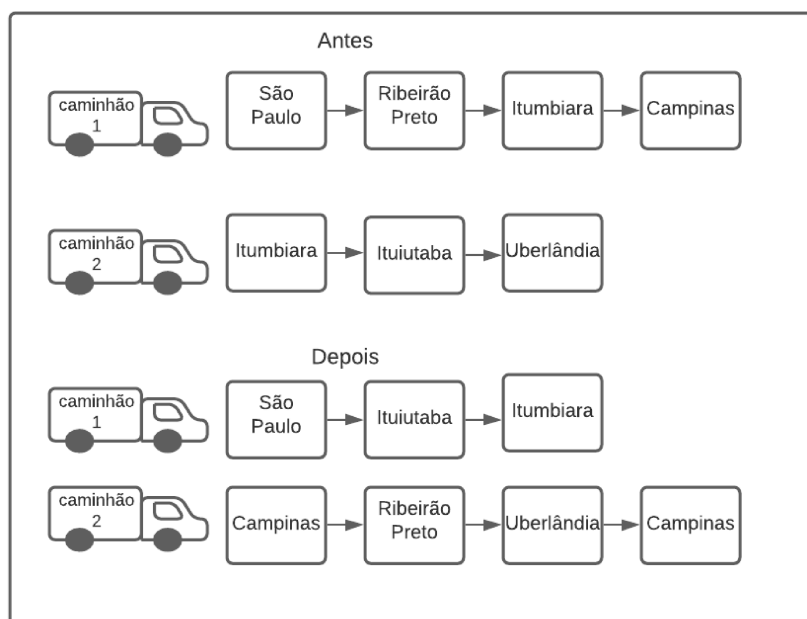
Fonte: autoria própria

### 3.7.3 TROCA ALOCAÇÃO

Na troca alocação é realizada entre dois caminhões igual a troca externa, porém nessa troca um caminhão sede uma cidade para o outro caminhão e o caminhão que cedeu uma cidade de seu percurso fica com uma cidade a menos enquanto o que recebeu fica com uma cidade a mais.

É possível observar na Figura 3.7 que antes o caminhão 1 com a rota: São Paulo, Ribeirão Preto, Itumbiara e Campinas. E o caminhão 2 com a rota Itumbiara, Ituiutaba e Uberlândia. Após essa troca, Campinas que antes estava na rota do caminhão 1 está na rota do caminhão 2.

Figura 3.7 – Representação da troca alocação

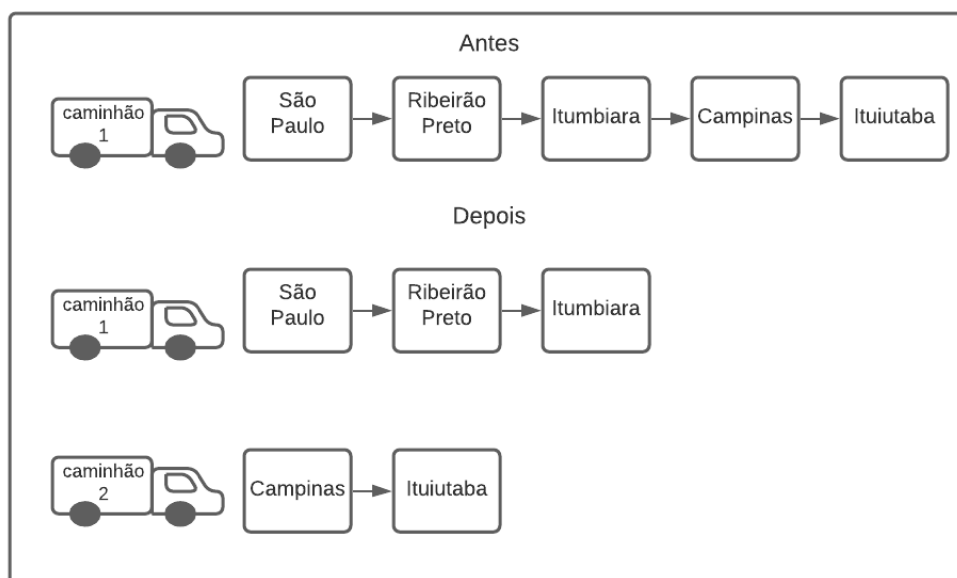


Fonte: autoria própria

### 3.7.4 DIVISÃO DE CARGAS

Nessa troca é feita uma divisão de cargas de um caminhão para dois caminhões. Na Figura 3.8 é exemplificada essa troca.

Figura 3.8 – Representação da troca divisão de cargas



Fonte: autoria própria

Nessa estrutura de vizinhança, procuramos por um caminhão que esteja com excesso de carga, isto é, carga acima da capacidade máxima e realocados metade da sua carga para um caminhão que esteja vazio.

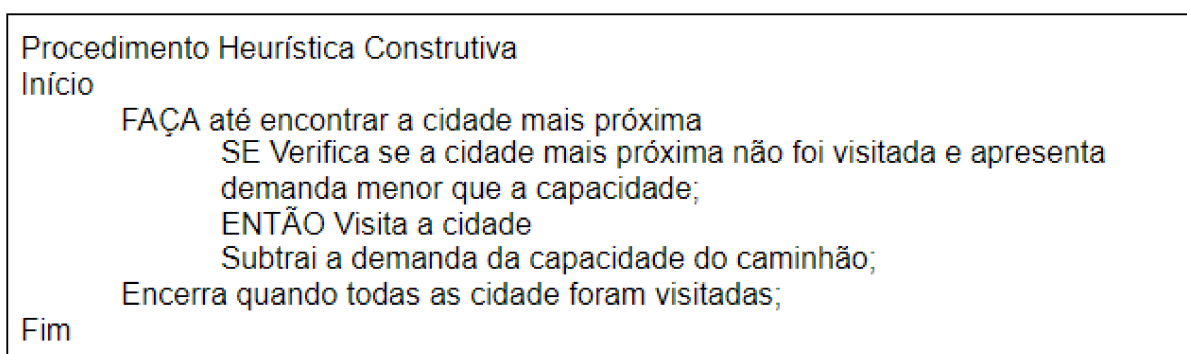
Na Figura 3.8 é possível notar que o caminhão 1 estava com 5 rotas em seu trajeto antes da troca. Após a troca, ele apresenta 3 rotas e outro caminhão apresenta 2 rotas.

### 3.8 HEURÍSTICA CONSTRUTIVA GULOSA

Para a aplicação das meta-heurísticas é necessário uma heurística para gerar uma solução inicial a ser melhorada. Sem essa solução inicial, as meta-heurísticas VNS e ILS não conseguem realizar os movimentos na estrutura de vizinhança para fazer melhorias na solução inicial.

Em razão disso, foi implementada a Heurística Construtiva Gulosa com o pseudocódigo apresentado na Figura 3.9. A lógica da heurística baseia-se no caminho mais próximo, excluindo a garagem (onde o caminhão está inicialmente). É escolhida a rota baseada nas cidades mais próximas do caminhão e a carga não pode ultrapassar o máximo permitido pelo caminhão. A heurística encerra quando sobrar apenas a garagem para ser visitada.

Figura 3.9 – Pseudocódigo heurística construtiva



Fonte: autoria própria

### 3.9 HEURÍSTICA DE BUSCA LOCAL

Na busca local são realizadas as trocas que foram citadas anteriormente. É realizada primeiramente a troca interna e se houver melhoria na solução após a troca, a troca permanece, e se houver piora na solução, o caminhão volta com a sua rota inicial. Além disso foi adicionada a restrição para começar a troca na segunda cidade, pois a primeira é a garagem.

Depois, é feita a troca externa, adicionando a restrição que ela não pode ser feita em dois veículos iguais. E se houver piora na solução, não é realizada a troca. Após as duas trocas, é realizada a troca de alocação com o intuito de perturbar mais a solução e conseguir explorar um horizonte maior de soluções. Na Figura 3.10 é apresentada a heurística de busca local.

Figura 3.10 – Pseudocódigo busca local

```
Procedimento Busca Local
Início
  Escolha um veículo e duas cidades
  FAÇA
    troca interna();
    calcula a FO();
    SE houver melhoria na FO
      FAÇA a troca interna();
    SENÃO
      mantém a solução inicial
  Escolha dois veículos e duas cidades
  FAÇA
    troca externa();
    calcula a FO();
    SE houver melhoria na FO
      FAÇA a troca externa();
    SENÃO
      mantém a solução inicial
  Escolha dois veículos e uma cidade
  FAÇA
    troca alocação();
    calcula a FO();
    SE houver melhoria na FO
      FAÇA a troca alocação();
    SENÃO
      mantém a solução inicial
Fim
```

Fonte: autoria própria

## 4 RESULTADOS

Conforme citado na metodologia do trabalho, o primeiro passo foi o estudo sobre o tema tratado e a escolha das instâncias iniciais do teste no banco de dados *online OR - Library* e *Google Maps*. As instâncias foram selecionadas de acordo com o problema, visando englobar desde problemas pequenos até problemas grandes. Foram selecionadas três instâncias do *OR - Library* e três instâncias do *Google Maps* e foi utilizado um notebook Samsung Intel core i5 7ª geração HD de 1TB e memória RAM de 8GB

### 4.1 OR- LIBRARY

Foram selecionadas três instâncias de teste com os dados no *OR- Library* visando englobar pequenos até grandes problemas. As instâncias são apresentadas na Tabela 4.1 a seguir.

Tabela 4.1 – Instâncias de teste *OR- Library*

Instância	Nº de cidades
1ª	5
2ª	20
3ª	50

Fonte: autoria própria

Após o levantamento da revisão bibliográfica iniciou-se a implementação do modelo matemático do Problema de Roteamento de Veículos (PRV) no *software* GUROBI (2021). Como estipulado na metodologia da pesquisa a finalidade seria o desenvolvimento da meta-heurística *Variable Neighborhood Search* (VNS) e *Interated Local Search* (ILS), pois ambos utilizam um menor esforço computacional e retornar uma solução com menor erro em relação à solução ótima, entretanto as meta-heurísticas necessitam de uma heurística submissa, que é moldada de acordo com o problema específico.

Após a implementação da heurística construtiva foram implementadas as meta-heurísticas levando em consideração seus respectivos pseudocódigos. Depois disso, foram definidos critérios de qualidade dentro do algoritmo como número de interações e estruturas de vizinhança, fixando um e variando o outro com o intuito de encontrar qual obteve menor variação. Foram feitos cinco testes com as duas meta-heurísticas a fim de encontrar uma média e desvio padrão para as funções objetivas (FO) e foram usadas três estruturas de vizinhança para o VNS. Na Tabela 4.2 são apresentados os testes com o arquivo de 5 cidades.

Tabela 4.2 – Calibração das meta-heurísticas da instância 1

Testes	ILS		VNS	
	FO	Tempo(s)	FO	Tempo(s)
Teste 1	379,61	0,00	379,61	0,00
Teste 2	379,61	0,00	379,61	0,00
Teste 3	379,61	0,00	379,61	1,00
Teste 4	379,61	1,00	379,61	0,00
Teste 5	379,61	0,00	379,61	1,00
Média	379,61	0,20	379,61	0,4
Desvio	0,00	0,45	0,00	0,55

Fonte: autoria própria

Percebe-se que na primeira instância com 5 cidades, o valor da solução ótima permaneceu constante em todos os testes. Esse fato comprova a robustez das meta-heurísticas pois não há nenhum desvio em relação ao valor da função objetiva, apenas um pequeno desvio no tempo.

Tabela 4.3 – Calibração das meta-heurísticas da instância 2

Testes	ILS		VNS k=3		VNS k=8	
	FO	Tempo(s)	FO	Tempo(s)	FO	Tempo(s)
Teste 1	1.197,74	15,00	1.093,68	20,00	1.093,68	61,00
Teste 2	1.200,76	12,00	1.093,68	19,00	1.097,56	62,00
Teste 3	1.154,37	18,00	1.093,68	21,00	1.093,68	63,00
Teste 4	1.198,87	16,00	1.097,56	21,00	1.093,68	63,00
Teste 5	1.175,28	8,00	1.098,75	20,00	1.093,68	58,00
Média	1.185,40	13,80	1.095,47	20,20	1.094,46	61,40
Desvio	20,22	3,90	2,49	0,84	1,74	2,07

Fonte: autoria própria

Na segunda instância de teste, o arquivo com 20 cidades, foram feitos os testes das meta-heurísticas ILS e VNS e para o VNS foi feito o teste com 3 e 8 estruturas de vizinhança. Os resultados são apresentados na Tabela 4.3.



Percebe-se que na segunda instância com 20 cidades, o valor da solução ótima oscilou mais que na primeira instância e teve uma média 1.185,40 e o desvio padrão de 20,22 para o ILS.

Em relação ao VNS a oscilação foi bem menor em relação ao ILS, o desvio padrão foi de 2,49 contra 20,22 do ILS, uma diminuição de 12%. Em relação às estruturas de vizinhança do VNS o desvio foi pequeno nas duas estruturas.

Na terceira instância de teste, o arquivo com 50 cidades, foram feitos os testes das meta-heurísticas ILS e VNS e para o VNS foi feito o teste com 3 e 8 estruturas de vizinhança. Os resultados são apresentados na Tabela 4.4.

Percebe-se que na terceira instância com 50 cidades que a meta-heurística ILS não teve nenhum desvio da solução ótima, o tempo teve um leve desvio padrão de 2,3 segundos, o que é uma baixa oscilação. Pode-se dizer que a meta-heurística mostrou robustez nessa situação porém apresentou resultados melhores, devido a exploração maior do espaço de solução e o problema ser de natureza combinatória. Em relação às estruturas de vizinhança do VNS, a de três estruturas obteve um desvio padrão maior que a de oito.

Tabela 4.4 – Calibração das meta-heurísticas da instância 3

Testes	ILS		VNS k=3		VNS k=8	
	FO	Tempo(s)	FO	Tempo(s)	FO	Tempo(s)
Teste 1	2.685,90	88,00	2.425,60	248,00	2.431,18	1.179,00
Teste 2	2.685,90	90,00	2.445,72	337,00	2.447,03	1.178,00
Teste 3	2.685,90	91,00	2.448,97	250,00	2.438,61	878,00
Teste 4	2.685,90	94,00	2.456,98	287,00	2.436,66	929,00
Teste 5	2.685,90	89,00	2.447,03	272,00	2.420,84	1.521,00
Média	2.685,90	90,40	2.444,86	278,80	2.434,86	1.255,00
Desvio	0,00	2,30	11,62	36,33	9,69	383,82

Fonte: autoria própria

A fim de comparar as duas meta-heurísticas entre si foi limitado o número de iterações. A Tabela 4.5, limitou-se o número de iterações em 10.000.

Pode-se concluir em relação ao resultado de 5 cidades que as 2 meta-heurísticas obtiveram a mesma solução ótima. Em relação a 20 cidades, o VNS obteve uma solução 0,9 vezes melhor que o ILS. Por fim, em relação a instância de 50 cidades, o VNS apresentou resultado 0,91 vezes menor e tempo 3,08 vezes maior.

Tabela 4.5 – Comparação da meta-heurística VNS e ILS

	Cidades	FO		Tempo	
		Média	Desvio	Média	Desvio
ILS	5	379,61	0,00	0,20	0,45
	20	1.185,40	20,22	13,80	3,90
	50	2.685,90	0,00	90,40	2,30
VNS	5	379,61	0,00	0,40	0,55
	20	1.095,47	2,49	20,20	0,84
	50	2.444,86	11,62	278,80	36,33

Fonte: autoria própria

Após a comparação das duas meta-heurísticas, foi acrescentado a comparação em relação a heurística construtiva, programação linear (resultado do modelo matemático), programação linear e VNS e programação linear e ILS. A Tabela 4.6 limitou-se ao número de iterações em 10.000.

Tabela 4.6 – Resultados de todos os métodos

	5 cidades		20 cidades		50 cidades	
	FO	Tempo(s)	FO	Tempo(s)	FO	Tempo(s)
PL	379,61	0,00	1.093,68	67,00	2.370,47	28.800
Heurística	442,74	0,00	1.291,84	0,00	2.685,90	0,00
ILS	379,61	0,00	1.154,37	18,00	2.685,90	88,00
PL+ILS	379,61	0,00	1.093,68	38,00	2.404,00	150,00
VNS	379,61	0,00	1.093,68	19,00	2.425,60	248,00
PL+VNS	379,61	0,00	1.093,68	50,00	2.404,00	309,00

Fonte: autoria própria

Percebe-se, portanto, que no arquivo de 5 cidades, a programação linear chegou no melhor resultado junto com o ILS, VNS, PL + VNS e PL + ILS e todos com 0 segundos de tempo de resolução.

Já no arquivo de 20 cidades, a PL, PL + VNS, VNS e PL+VNS chegaram no mesmo resultado de 1.093,68, porém com tempos de resolução diferentes. O mais rápido foi o VNS com os 19 segundos de tempo de resolução, já o PL demorou 3,5 vezes mais em relação ao VNS.

No arquivo de 50 cidades, a programação linear obteve o melhor resultado da FO, porém seu tempo de resolução foi de 28.800 segundos, bastante elevado. Seguido da programação linear, quem obteve o melhor resultado foi PL + VNS e

PL+ILS com 2.404, 1,01 vezes mais que o PL. Porém o tempo de resolução da programação linear foi 192 vezes maior que o PL + ILS e 93,2 vezes maior que o PL + VNS.

## 4.2 GOOGLE MAPS

Da mesma forma como foi realizado com as instâncias de teste, foi alterado o arquivo de entrada para distâncias reais entre cidades dos estados de São Paulo e Minas Gerais consultadas no *Google Maps*.

Foram realizadas três instâncias de teste com cinco, vinte e cinquenta cidades e a garagem está localizada em Guarulhos.

Com o intuito de avaliar a robustez da solução das meta-heurísticas foram feitos testes para calcular a média e desvio padrão e foram usadas três estruturas de vizinhança para o VNS. Na Tabela 4.7 são apresentados os testes com o arquivo de 5 cidades.

Tabela 4.7 – Calibração das meta-heurísticas da instância 1

Testes	ILS		VNS	
	FO	Tempo(s)	FO	Tempo(s)
Teste 1	1.890,50	1,00	1.890,50	1,00
Teste 2	1.890,50	1,00	1.890,50	1,00
Teste 3	1.890,50	1,00	1.890,50	1,00
Teste 4	1.890,50	1,00	1.890,50	2,00
Teste 5	1.890,50	1,00	1.890,50	1,00
Média	1.890,50	1,00	1.890,50	1,20
Desvio	0,00	0,0	0,00	0,45

Fonte: autoria própria

Percebe-se que na primeira instância com 5 cidades, o valor da solução ótima permaneceu constante em todos os testes. Esse fato comprova a robustez das meta-heurísticas pois não há nenhum desvio em relação ao valor da função objetiva, apenas um pequeno desvio no tempo.

Na segunda instância de teste, o arquivo com 20 cidades, foram feitos os testes das meta-heurísticas ILS e VNS e para o VNS foi feito o teste com 3 e 8 estruturas de vizinhança. Os resultados são apresentados na Tabela 4.8.

Percebe-se que na segunda instância com 20 cidades, o valor da solução ótima oscilou mais que na primeira instância e teve uma média 5.491,76 e o desvio padrão de 58,50 para o ILS.

Em relação ao VNS a oscilação foi bem menor em relação ao ILS, e o VNS não apresentou desvio padrão, se mantendo constante em todos os testes,

comprovando a robustez da solução do VNS. Em relação às suas estruturas de vizinhança os resultados são bem próximos em ambas.

Tabela 4.8 – Calibração das meta-heurísticas da instância 2

Testes	ILS		VNS k=3		VNS k=8	
	FO	Tempo(s)	FO	Tempo(s)	FO	Tempo(s)
Teste 1	5.498,70	61,00	4.847,20	43,00	4.847,20	48,00
Teste 2	5.464,50	28,00	4.847,20	47,00	4.847,20	46,00
Teste 3	5.544,30	15,00	4.847,20	46,00	4.847,20	43,00
Teste 4	5.545,00	26,00	4.847,20	45,00	4.847,20	43,00
Teste 5	5.406,30	25,00	4.847,20	46,00	4.847,20	46,00
Média	5.491,76	31,00	4.847,20	45,40	4.847,20	45,20
Desvio	58,50	17,51	0,00	1,52	0,00	2,17

Fonte: autoria própria

Na terceira instância de teste, o arquivo com 50 cidades, foram feitos os testes das meta-heurísticas ILS e VNS e para o VNS foi feito o teste com 3 e 8 estruturas de vizinhança. Os resultados são apresentados na Tabela 4.9.

Tabela 4.9 – Calibração das meta-heurísticas da instância 3

Testes	ILS		VNS k=3		VNS k=8	
	FO	Tempo(s)	FO	Tempo(s)	FO	Tempo(s)
Teste 1	5.469,70	147,00	3.302,80	524,00	3.469,60	480,00
Teste 2	5.469,70	147,00	3.384,50	566,00	3.399,80	502,00
Teste 3	5.469,70	145,00	3.504,10	541,00	3.381,20	493,00
Teste 4	5.469,70	148,00	3.298,60	480,00	3.356,10	582,00
Teste 5	5.469,70	147,00	3.302,40	578,00	3.542,40	512,00
Média	5.469,70	146,80	3.358,48	537,80	3.429,82	513,80
Desvio	0,00	1,10	89,04	35,58	75,76	39,90

Fonte: autoria própria

Nesta instância de teste nota-se uma robustez maior no ILS pois não apresentou desvio na FO porém o valor da FO é maior. Já o VNS obteve um desvio maior porém alcançou melhores resultados devido a maior exploração do espaço de

soluções gerando maior desvio. O desvio do VNS foi maior com três estruturas de vizinhança.

A fim de comparar as duas meta-heurísticas entre si foi limitado o número de iterações. A Tabela 4.10, limitou-se o número de iterações em 10.000.

Tabela 4.10 – Comparação da meta-heurística VNS e ILS

	Cidades	FO		Tempo	
		Média	Desvio	Média	Desvio
ILS	5	1890,50	0,00	1,00	0,00
	20	5.491,76	58,50	31,00	17,51
	50	5.469,70	0,00	146,80	1,10
VNS	5	1.890,50	0,00	1,20	0,45
	20	4.487,20	0,00	45,20	2,17
	50	3.358,48	89,04	537,80	38,58

Fonte: autoria própria

Pode-se concluir em relação ao resultado de 5 cidades que as 2 meta-heurísticas obtiveram a mesma solução ótima. Em relação a 20 cidades, o VNS obteve uma solução 0,81 vezes menor em um tempo 1,4 vezes maior que ILS. Por fim, em relação a instância de 50 cidades, o ILS apresentou resultado 1,62 maior que o VNS, porém seu tempo de resolução foi 3,66 vezes menor que o VNS.

Após a comparação das duas meta-heurísticas, foi acrescentado a comparação em relação a heurística construtiva, programação linear (resultado do modelo matemático), programação linear e VNS e programação linear e ILS. A Tabela 4.11 limitou-se ao número de iterações em 10.000.

Tabela 4.11 – Resultados de todos os métodos

	5 cidades		20 cidades		50 cidades	
	FO	Tempo(s)	FO	Tempo(s)	FO	Tempo(s)
PL	1.890,00	0,00	4.847,20	19,00	3.067,49	28.800,00
Heurística	2.683,00	0,00	6.409,30	0,00	5.469,70	0,00
ILS	1.890,50	1,00	5.491,76	31,00	5.469,70	146,80
PL+ILS	1.890,50	1,00	4.487,20	17,00	3.538,60	178,00
VNS	1.890,50	1,20	4.487,20	45,20	3.358,48	537,80
PL+VNS	1.890,50	2,00	4.487,20	48,00	3.443,20	466,00

Fonte: autoria própria

Percebe-se, portanto, que no arquivo de 5 cidades, a programação linear chegou no melhor resultado junto com o ILS, VNS, PL + VNS e PL + ILS e todos com 0 segundos de tempo de resolução. Apenas a Heurística não chegou no resultado da PL, o que é esperado, já que, a heurística é apenas uma base para as meta-heurísticas melhorarem a solução inicial gerada por ela.

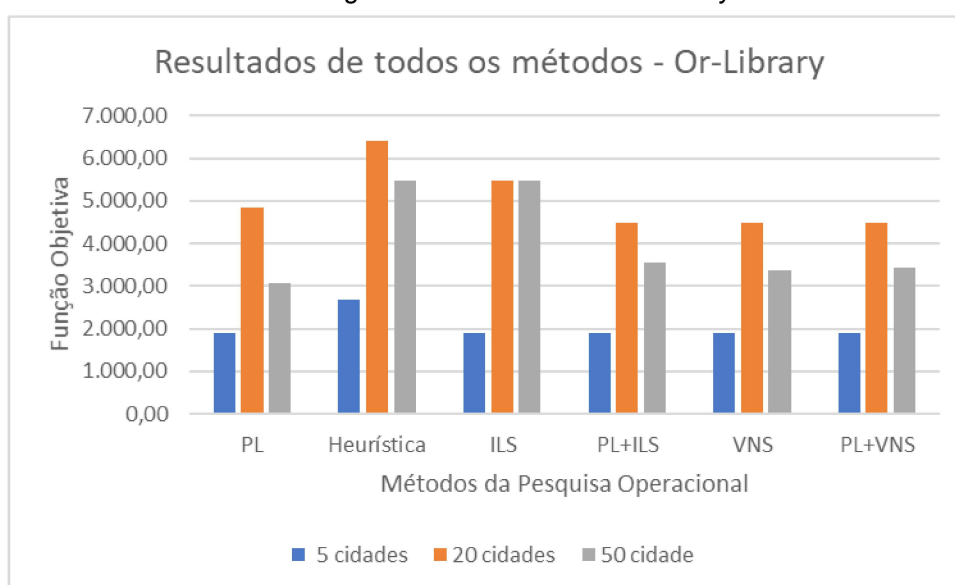
Já no arquivo de 20 cidades, a PL, PL + VNS, VNS e PL+VNS chegaram no mesmo resultado de 4.847,20, porém com tempos de resolução diferentes. O mais rápido foi o PL+ILS com os 17 segundos de tempo de resolução.

No arquivo de 50 cidades, a programação linear obteve o melhor resultado da FO de valor 3.067,49, porém seu tempo de resolução foi de 28.800 segundos, bastante elevado. Seguido da programação linear, quem obteve o melhor resultado foi PL + VNS com 3.443,20, 1,12 vezes maior que o PL. Porém o tempo de resolução da programação linear foi 61,8 vezes maior que o PL + VNS.

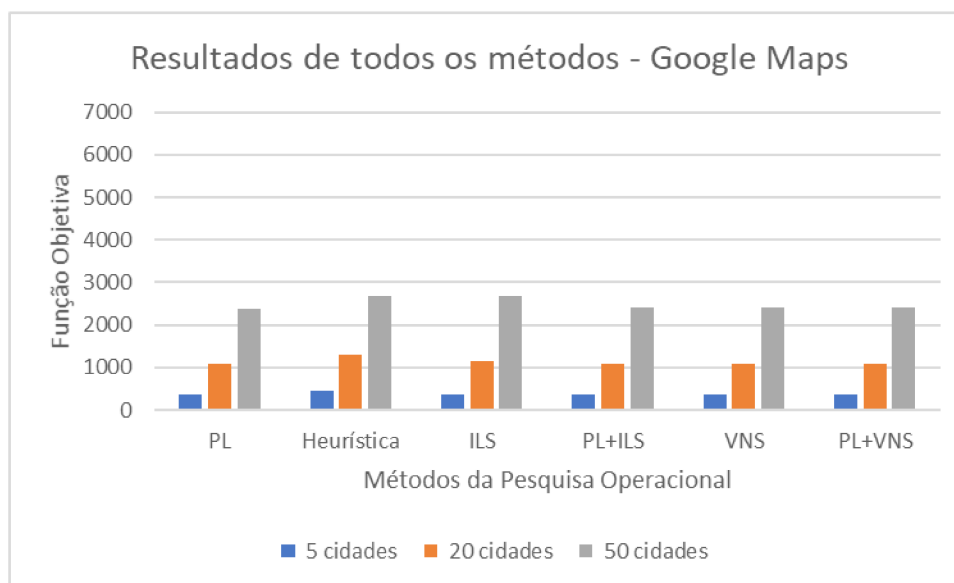
### 4.3 COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

A fim de comparar os resultados dos dois arquivos de entrada com uma melhor visualização foram feitos os gráficos englobando as instâncias no arquivo *Or-Library* e *Google Maps*. Na Figura 4.1 são representados os resultados do *Or-Library* e Figura 4.2 os resultados do *Google Maps*.

Figura 4.1 – Resultados *Or-Library*



Fonte: autoria própria

Figura 4.2 – Resultados *Google Maps*

Fonte: autoria própria

Após a análise de resultados foi feita a Tabela 4.12 onde é mostrado o melhor método para cada instância de 5, 20 e 50 cidades.

Tabela 4.12 – Melhores métodos

Cidades	Melhor resultado	
	OR-Library	Google Maps
5	Todos	Todos
20	VNS	PL+ILS
50	PL+ILS	PL+VNS

Fonte: autoria própria

Em relação ao menor arquivo de entrada, o de cinco cidades, todos os métodos atingiram o mesmo resultado ao mesmo tempo. Então, não houve um que se sobressai em relação aos outros.

Já no arquivo de vinte cidades, os melhores métodos foram VNS e PL + ILS.

E por último, o arquivo maior de 50 cidades, as melhores opções foram PL + ILS e PL + VNS. Ambos os melhores resultados utilizam a programação seguida de uma meta-heurística.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta seção será abordada a conclusão do trabalho, analisando os resultados obtidos. Além disso, serão pontuadas algumas sugestões para trabalhos futuros e trabalhos já publicados.

### 5.1 CONCLUSÃO DO TRABALHO

O objetivo do trabalho foi explorar diferentes métodos dentro da Pesquisa Operacional (PO) para resolver o Problema de Roteamento de Veículos (PRV) e encontrar a melhor forma de resolver esse problema comparando os resultados de todos os métodos utilizados.

O primeiro método utilizado foi a Programação Linear por meio de um modelo matemático do problema proposto. Tal modelo foi implementado da forma correta seguindo a literatura. É notado com os resultados do trabalho que o modelo matemático tem melhor performance em instâncias menores, mesmo ele atingindo a solução em modelos maiores o tempo gasto na execução é elevado, o que o torna inviável em instâncias grandes.

Em seguida, foi implementada a heurística construtiva para gerar uma solução inicial para as meta-heurísticas VNS e ILS. A solução da heurística é gerada rapidamente em todas as instâncias testadas, porém, em instâncias maiores a função objetiva tem valores elevados em relação à melhor solução conhecida. Isto ocorre devido a ter menos dados de entrada nas instâncias menores diminuindo o número de soluções viáveis e sendo mais simples varreu uma grande região do espaço de soluções. Porém, como o intuito da heurística neste trabalho é gerar apenas uma solução inicial, o objetivo foi atingido com sucesso.

Em relação à performance da meta-heurística VNS, ela obteve melhores resultados em relação ao ILS nesse problema de roteamento de veículos. Entretanto em problemas de sequenciamento como *Job Shop Problem* quem obteve melhor resultado foi o ILS como foi mostrado por Morelli e Reis (2020).

O método programação linear e ILS e programação linear e VNS, ambos apresentaram bons resultados. O PL + ILS apresentou melhores resultados e tempo bem baixo em instâncias maiores, assim como o PL + VNS.

Concluindo, é notável que para problemas maiores, o modelo matemático torna-se inviável em relação ao tempo. No atual mundo globalizado no qual vivemos, com vários concorrentes, as empresas necessitam de soluções rápidas. Em razão disso, os melhores métodos para PRV foram PL + ILS, PL + VNS e VNS, dependendo do porte da instância de cada empresa.

Percebe-se, portanto que o transporte de distribuição é parte mais crítica de toda a cadeia de suprimentos necessitando de respostas ágeis e eficientes para melhor atender o consumidor. Dessa forma, com os estudos realizados nota-se que os métodos mais rápidos e com solução de boa qualidade foram as meta-heurísticas com programação linear.



## 5.2 CONTINUIDADE DA PESQUISA

Para trabalhos futuros seria interessante testar novas estruturas de vizinhança e busca local que são capazes de explorar um espaço de solução maior. Além disso, pode-se implementar um PRV com frota heterogênea e última milha.

## 5.3 TRABALHOS PUBLICADOS

Morelli e Reis (2020) publicaram trabalhos relacionados a comparação das meta-heurísticas VNS e ILS para a otimização do problema de sequenciamento de tarefas, *Job Shop Problem* no Congresso Nacional de Engenharia de Produção (ENEGEP) e no Simpósio de Engenharia de Produção (SIMPEP).

MORELLI, L. C. P.; REIS, J. V. A. Comparação de duas meta-heurísticas para a otimização do problema de sequenciamento de tarefas em máquinas industriais. XL Encontro Nacional de Engenharia de Produção. Foz do Iguaçu, 2020.

## REFERÊNCIAS

- ARENALES, M., ARMENTANDO, V., MORABITO, R., YANASSE, H. **Pesquisa Operacional**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007
- BALLOU, R. H. **Logística Empresarial: transportes, administração de materiais distribuição física**. 1. ed. São Paulo: Atlas, 2009.
- BARBOSA, L. E. G. et al. **A pesquisa em trade-offs de custos logísticos: estudo bibliométrico no período de 2006 a 2016**. Revista Produção Online, Florianópolis, v. 18, n. 2, p. 641-664, 2018.
- BASTOS, F.C.D. **Problema de Roteamento de Veículos** – Um estudo de caso em uma empresa de distribuição de jornais e revistas. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2020.
- CARVALHO, J. M. C. - **Logística**. 3ª ed. Lisboa: Silabo, 2002.
- BALLOU, R. H. **Gerenciamento da cadeia de suprimentos**. São Paulo: Bookman, 2006
- BOWERSOX, D. J. et al. **Gestão logística da cadeia de suprimentos**. 4.ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.
- COELHO, L. F. S., RODRIGUES, L., GOMES, H. **Um algoritmo baseado na meta-heurística *Iterated Local Search* para o problema de localização de máxima disponibilidade**. XXXVIII Encontro Nacional de Engenharia de Produção, Maceió, 2018.
- FERNANDES, L. F. L.; GOMES, H. C.; JUNIOR, A. C.; Gomes; REZENDE, L. V.; **Resolução do problema integrado de carregamento e roteamento de veículos com rota heterogênea e janela de tempo por meio da meta-heurística VNS-VND**. XL Encontro Nacional de Engenharia de Produção, Foz do Iguaçu, 2020
- FESTA, E. L.; FERNANDES, C. W. N.; TAGLIALENHA, S. L. S. **Meta-heurística *Variable Neighborhood Search* na otimização de escalas de motoristas de transporte público urbano**. XXXVII Encontro Nacional de Engenharia de Produção, Joinville, 2017.
- GANHOTO, M. A. **Abordagens para problemas de roteamento**. Dissertação de Mestrado. Instituto de Computação, Universidade Estadual de Campinas, 2004.
- GUIADOTRC (2020) **Dados sobre meios de transportes brasileiros ASLOG** Disponível em: <[http://www.guiadotrc.com.br/logistica/mercado\\_logistica.asp](http://www.guiadotrc.com.br/logistica/mercado_logistica.asp)> Acesso em: março/2021.
- LEE, Hau L. **The Triple-A Supply Chain**. Harvard Business Review, [s.l.], out. 2004
- GLOVER, Fred; KOCHENBERG, Gary. **Handbook of Metaheuristics. International Series in Operations Research & Management Series, Kluwer's International Series**, Stanford University, 556p, 2003.
- GUROBI: **Gurobi Optimizer**. Version 9.1. Disponível em: <<https://www.gurobi.com/>> Acesso em: maio/2021, 2021.
- KOT, S.; GOLDBACH, I. R.; ŚLUSARCZYK, B. **Supply chain management in SMES**. Polish and Romanian approach. Economics and Sociology, v. 11, n. 4, p. 142-156, 2018.

- LI, Gang et al. **The impact of IT implementation on supply chain integration and performance.** International Journal Of Production Economics, v. 120, n. 1, p.125-138, julho, 2009.
- LIMA, M. A.; SOARES, R. H. H. **Desenvolvimento de um sistema de otimização aplicado ao problema de roteamento de veículos.** Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal de Uberlândia, Ituiutaba 2019.
- MLADENOVIC, N.; HANSE, P. **Variable neighborhood search.** Computers and Operations Research, 24, 1097-1100, 1997
- MORELLI, L. C. P.; REIS, J. V. A. **Comparação de duas meta-heurísticas para a otimização do problema de sequenciamento de tarefas em máquinas industriais.** XL Encontro Nacional de Engenharia de Produção. Foz do Iguaçu, 2020.
- PILEGGI, G. C. F.; ROSA, R. O. **Avaliação da logística de distribuição de produtos em uma empresa de e-commerce. Gestão da Produção, Operações e Sistemas,** v. 2, n. 1, p. 149-160, janeiro-abril/2007.
- REIS, Jorge Von Atzingen; CUNHA, Claudio Beriberi. **Uma heurística baseada em VNS para o problema bidimensional de binpacking com frota heterogênea.** In: XVI PANAM. Lisboa, Portugal, 2010.
- SIMAS, E. P. L.; GÓMEZ, T. A. **Uma Solução para o Problema de Roteamento de Veículos através da Pesquisa Tabu.** XXXVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. Gramado, Brasil 2005.
- SOSA, N. G. M.; GALVÃO, R. D.; GANDELMAN, D.A. **Algoritmo de Busca Dispersa Aplicado ao Problema Clássico de Roteamento de Veículos.** Pesquisa Operacional, v.27, n.2, p.293-310, Maio a Agosto de 2007.
- SOUZA, J. F. **Inteligência Computacional para Otimização.** Disponível em: <<http://www.decom.ufop.br/prof/marcon>> Acessado em 20 de Janeiro de 2021.
- TAHA, H. A. **Pesquisa operacional: uma visão geral / Hamdy A. Taha; tradução Arlete Simille Marques; revisão técnica Rodrigo Arnaldo Scarpel.** – São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008
- TANG, C. F.; ABOSEDRA, S. **Logistics performance, exports, and growth: Evidence from Asian economies.** Research in Transportation Economics, Elsevier, vol. 78, 2019
- ZACHARIADIS, E. E.; TARANTILIS, C. D.; KIRANOUDIS, C. T. **Integrated distribution and loading planning via a compact metaheuristic algorithm.** European Journal of Operational Research, v. 228, n. 1, p. 56-71, 2013.