

---

# **Contribuições para a Simulação de Canais Desvanecidos Modelados com as Distribuições**

$\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$

---

**Carlos Paula Lemos**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Uberlândia  
2021



**Carlos Paula Lemos**

**Contribuições para a Simulação de Canais  
Desvanecidos Modelados com as Distribuições**

$$\alpha - \eta - \mu \text{ e } \alpha - \kappa - \mu$$

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação  
da Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de  
Uberlândia como parte dos requisitos para a obtenção do título de  
Doutor em Ciências.

Área de concentração: Processamento Digital de Sinais

Orientador: Prof. Dr. Antônio Cláudio Paschoarelli Veiga - UFU  
Coorientador: Prof. Dr. Sandro Adriano Fasolo - UFSJ

Uberlândia  
2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

---

L557c  
2021

Lemos, Carlos Paula, 1976-

Contribuições para a simulação de canais desvanecidos modelados com as distribuições  $\alpha$ - $\eta$ - $\mu$  e  $\alpha$ - $\kappa$ - $\mu$  [recurso eletrônico] / Carlos Paula Lemos. - 2021.

Orientador: Antônio Cláudio Paschoarelli Veiga.

Coorientador: Sandro Adriano Fasolo.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Disponível em: <http://doi.org/10.14393/ufu.te.2021.6018>

Inclui bibliografia.

Inclui ilustrações.

1. Engenharia elétrica. 2. Processamento de sinais. 3. Algoritmos. I. Veiga, Antônio Cláudio Paschoarelli, 1963-, (Orient.). II. Fasolo, Sandro Adriano, 1968-, (Coorient.). III. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. IV. Título.

---

CDU: 621.3

Rejâne Maria da Silva – CRB6/1925  
Bibliotecária

**Carlos Paula Lemos**

**Contribuições para a Simulação de Canais  
Desvanecidos Modelados com as Distribuições**

$$\alpha - \eta - \mu \text{ e } \alpha - \kappa - \mu$$

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação  
da Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Federal  
de Uberlândia como parte dos requisitos para a obtenção do  
título de Doutor em Ciências.

Área de concentração: Processamento Digital de Sinais

Uberlândia, 23 de abril de 2021

Banca Examiadora:

Prof. Dr. Antônio Cláudio Paschoarelli Veiga (Orientador) – UFU

Prof. Dr. Sandro Adriano Fasolo (Coorientador) – UFSJ

Prof. Dr. Gilberto Arantes Carrijo - UFU

Profa. Dra. Milena Bueno Pereira Carneiro - UFU

Prof. Dr. Carlos Nazareth Motta Marins - INATEL

Prof. Dr. Edgar Silva Júnior - UEFS



## UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica  
Av. João Naves de Ávila, 2121, Bloco 3N - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-MG, CEP 38400-902  
Telefone: (34) 3239-4707 - www.posgrad.feelt.ufu.br - copel@ufu.br



### ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Elétrica			
Defesa de:	Tese de Doutorado, 287, PPGEELT.			
Data:	Vinte e três de abril de dois mil e vinte e um	Hora de início:	14:30	Hora de encerramento:
Matrícula do Discente:	11613EEL022			
Nome do Discente:	Carlos Paula Lemos			
Título do Trabalho:	Contribuições para a simulação de canais desvanecidos modelados com as distribuições $\alpha-\eta-\mu\epsilon\alpha-\kappa-\mu$			
Área de concentração:	Processamento da informação			
Linha de pesquisa:	Processamento digital de sinais			
Projeto de Pesquisa de vinculação:				

Reuniu-se por meio de videoconferência, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, assim composta: Professores Doutores: Gilberto Arantes Carrijo - FEELT/UFU; Milena Bueno Pereira Carneiro - FEELT/UFU, Sandro Adriano Fasolo - UFSJ; Carlos Nazareth Motta Marins - INATEL; Edgar Silva Júnior - UEFS; Antônio Cláudio Paschoarelli Veiga - FEELT/UFU, orientador(a) do(a) candidato(a).

Iniciando os trabalhos o(a) presidente da mesa, Dr(a). Antônio Cláudio Paschoarelli Veiga, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato(a), agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(as) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado(a).

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Antonio Claudio Paschoarelli Veiga, Professor(a) do Magistério Superior**, em 23/04/2021, às 17:01, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Gilberto Arantes Carrijo, Professor(a) do Magistério Superior**, em 23/04/2021, às 17:16, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Sandro Adriano Fasolo, Usuário Externo**, em 23/04/2021, às 17:58, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Edgar Silva Júnior, Usuário Externo**, em 23/04/2021, às 18:08, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Milena Bueno Pereira Carneiro, Professor(a) do Magistério Superior**, em 25/04/2021, às 11:31, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Carlos Nazareth Motta Marins, Usuário Externo**, em 26/04/2021, às 17:00, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site  
[https://www.sei.ufu.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **2689045** e o código CRC **92259B84**.

*Às minhas amadas Débora e Vera.*

---

## Agradecimentos

Hoje é 25 de dezembro de 2020, um ano repleto de desafios e perdas irreparáveis, mas que propiciou muitas reflexões e aprendizados. Com as devidas proporções, também pude aprender e refletir muito neste trabalho, que só foi possível com a ajuda de muitos. Foram tantas pessoas que não será possível registrá-las neste espaço, mas que estão indelevelmente gravadas em minhas lembranças com a marca da gratidão.

Gratidão à Deus que me ilumina e guarda, aos meus pais, aos meus irmãos, à minha filha e à minha esposa que me incentivam e dão suporte. Grato aos meus amigos, aos meus colegas do Dinter, ao Weverson, aos meus professores do doutorado, aos coordenadores do Dinter, às direções do IFTM neste período, aos meus colegas servidores do IFTM, aos diversos revisores (anônimos e conhecidos) de meus artigos, aos coautores de meus artigos, aos meus conselheiros e amigos Jefferson Beethoven e José Ricardo, à tradutora Poliana, aos Professores Igor Peretta e Marcelo Sousa, ao Regis Vargas. Minhas desculpas e agradecimentos aos que não citei diretamente neste texto, mas que como disse, estão em minha mais elevada estima e gratidão.

Agradecimento especial ao meu orientador Professor Antônio Veiga e ao meu coorientador Professor Sandro Fasolo, pelo apoio, suporte, orientações e paciência.

Muito grato a você caro leitor. Espero que este trabalho lhe seja útil.

Hoje a Palavra habita em nós, agredeçamos por meio do Amor. Paz e Bem!!!



---

## **Apoio Financeiro**

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Finance Code 001.

*Uma pequena coisa,  
Um grande reboliço.  
Estabeleceu-se relação de causa.  
Efetivou-se o que era transitório.  
Elegeu-se outros valores ilusórios.  
Nada restou!  
Tudo novo  
Rompeu-se a casca do ovo.*

*(PAULA, 2017)*

---

## Resumo

A modelagem estatística de sinais rádio móvel requer a estimação dos parâmetros que descrevem a distribuição de probabilidade que, hipoteticamente, modela o canal, de sorte que este modelo probabilístico garanta um bom ajuste aos dados experimentais. O método de estimativa de máxima verossimilhança (MLE), tradicionalmente usado para a estimação dos parâmetros dos canais desvanecidos  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ , usa métodos numéricos não lineares, e a solução, se encontrada, pode ser o valor ótimo, uma aproximação do valor ótimo, ou um máximo local. A proposta deste trabalho é inovar alguns dos algoritmos evolucionários (EAs) existentes incorporando uma abordagem adaptativa, uma nova estratégia de mutação e uma função de aptidão adequada para a estimativa dos parâmetros de desvanecimento dos canais  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ . É proposto o uso dos seguintes EAs para a construção dos estimadores: algoritmos genéticos, algoritmos de evolução diferencial e algoritmos de evolução diferencial com mecanismo de guia adaptativo baseado em regras heurísticas. Resultados experimentais são apresentados para confirmar que os parâmetros estimados pelos EAs propostos são todos fisicamente aceitáveis. Esses experimentos mostram que os EAs superam os resultados da estimativa MLE. Outras contribuições deste trabalho são os simuladores de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  baseados no modelo de atenuação de Clarke e Gans, que expandem a faixa de geração dos atuais simuladores de  $\mu$  múltiplos inteiros de 1 e 0,5 para  $\mu$  múltiplos inteiros de 0,5 e 0,25, respectivamente.

**Palavras-chave:** canal com desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$ , canal com desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$ . algoritmos evolutivos. estimador de máxima verossimilhança. geradores aleatórios. estimação de parâmetros. modelo de atenuação de Clarke e Gans.



---

## Abstract

The statistical modeling of mobile radio signals requires the estimation of parameters that describe the probability distribution that hypothetically models this channel so that this probabilistic model guarantees a good adjustment to the experimental data. The maximum likelihood estimation (MLE) method that is traditionally used for estimating the parameters for the fading channels  $\alpha - \kappa - \mu$  and  $\alpha - \eta - \mu$  use nonlinear numerical methods, and the solution, if found, maybe the optimal value, an approximation of the optimal value, or a local maximum. The purpose of this work is to innovate some of the existing evolutionary algorithms (EAs) incorporating an adaptive approach, a new mutation strategy, and an adequate aptitude function for the estimation of the fading parameters of the channels  $\alpha - \kappa - \mu$  and  $\alpha - \eta - \mu$ . It is proposed to use the following EAs for the construction of the estimators: genetic algorithms, differential evolution algorithms, and differential evolution algorithms with an adaptive guiding mechanism. Experimental results are presented to confirm that parameters estimated by the proposed EAs are all physically acceptable. These experiments show that the EAs outperform MLE estimation results. Another contribution of this study is the  $\alpha - \kappa - \mu$  and the  $\alpha - \eta - \mu$  fading simulator based on the Clarke and Gans fading model, which expands the generation range of current simulators, from  $\mu$  integer multiples of 1 and 0.5 to  $\mu$  integer multiples of 0.5 and 0.25 respectively.

**Keywords:**  $\alpha - \eta - \mu$  fading channel.  $\alpha - \kappa - \mu$  fading channel. evolutionary algorithms. maximum likelihood estimation. random generators. parameter estimation. Clarke and Gans fading model.



# **Lista de ilustrações**

Figura 1.1 – Diagrama em blocos dos métodos usados na tese de doutorado. . . . .	55
Figura 2.1 – Propagação do sinal com LOS e NLOS. . . . .	60
Figura 2.2 – Caracterização dos tipos de desvanecimento em pequena escala: plano e lento, plano e rápido, seletivo em frequência e lento, ou, seletivo em frequência e rápido. . . . .	62
Figura 2.3 – pdf de Rayleigh variando-se a potência média do sinal, $\Omega = (1; 2; 4)$ . . .	66
Figura 2.4 – CDF de Rayleigh variando-se a potência média do sinal, $\Omega = (1; 2; 4)$ .	67
Figura 2.5 – pdf de Rice em função de $\rho$ , variando-se $K = (0, 01; 1, 37; 3, 73; 9, 1)$ . . .	69
Figura 2.6 – CDF de Rice em função de $\rho$ , variando-se $K = (0, 01; 1, 37; 3, 73; 9, 1)$ . .	69
Figura 2.7 – Ilustração do mecanismo de propagação do ambiente Hoyt . . . . .	70
Figura 2.8 – pdf de Hoyt em função de $\rho$ , para $q = (0, 1; 0, 5; 0, 999)$ . . . . .	71
Figura 2.9 – CDF de Hoyt em função de $\rho$ , para $q = (0, 1; 0, 5; 0, 999)$ . . . . .	72
Figura 2.10–Ilustração do mecanismo de propagação da distribuição Nakagami-m .	72
Figura 2.11–pdf de Nakagami-m em função de $\rho$ , variando-se $m = 0, 5$ (semi-Gaussianiana positiva); $m = 1$ (Rayleigh); $m = (5; 10)$ . . . . .	74
Figura 2.12–CDF de Nakagami-m em função de $\rho$ , variando-se $m = 0, 5$ (semi-Gaussianiana); $m = 1$ (Rayleigh); $m = (5; 10)$ . . . . .	75
Figura 2.13–Relação da distribuição $\eta - \mu$ com outras distribuições. . . . .	76
Figura 2.14–pdf da distribuição $\eta - \mu$ em função de $\rho$ , para os seguintes valores: $\eta = q^2 = 0, 5$ e $\mu = 0, 5$ (aproxima Hoyt); $\eta = 1$ e $\mu = 0, 5$ (aproxima Rayleigh); $\eta = 0, 5$ e $\mu = 0, 1$ ; $\eta = 0, 5$ e $\mu = 3, 5$ ; e $\eta = 0, 1$ e $\mu = 3, 5$ .	78
Figura 2.15–CDF da distribuição $\eta - \mu$ em função de $\rho$ , para os seguintes valores: $\eta = q^2 = 0, 5$ e $\mu = 0, 5$ (aproxima Hoyt); $\eta = 1$ e $\mu = 0, 5$ (aproxima Rayleigh); $\eta = 0, 5$ e $\mu = 0, 1$ ; $\eta = 0, 5$ e $\mu = 3, 5$ ; e $\eta = 0, 1$ e $\mu = 3, 5$ .	78
Figura 2.16–Relação da distribuição $\kappa - \mu$ com outras distribuições. . . . .	79

Figura 2.17–pdf da distribuição $\kappa - \mu$ em função de $\rho$ , para os seguintes valores: $\kappa = K = 9,1$ e $\mu = 1$ (aproxima Rice); $\kappa = 0$ e $\mu = 1$ (aproxima Rayleigh); $\kappa \rightarrow 0$ e $\mu = 0,5$ (aproxima semi-Gaussianas positivas); $\kappa = 2,3$ e $\mu = 3,5$ ; e $\kappa = 0,5$ e $\mu = 2$ . . . . .	81
Figura 2.18–CDF da distribuição $\kappa - \mu$ em função de $\rho$ , para os seguintes valores: $\kappa = K = 9,1$ e $\mu = 1$ (aproxima Rice); $\kappa = 0$ e $\mu = 1$ (aproxima Rayleigh); $\kappa \rightarrow 0$ e $\mu = 0,5$ (aproxima semi-Gaussianas positivas); $\kappa = 2,3$ e $\mu = 3,5$ ; e $\kappa = 0,5$ e $\mu = 2$ . . . . .	81
Figura 2.19–pdf de $\alpha - \mu$ em função de $\rho$ para os seguintes valores: $\alpha = 2$ e $\mu = 0,5$ (aproxima a semi-Gaussianas positivas); $\alpha = 2$ e $\mu = 1$ (aproxima a Rayleigh); $\alpha = 2$ e $\mu = 5$ (aproxima a Nakagami-m); $\alpha = 1$ e $\mu = 5$ ; e $\alpha = 3,5$ e $\mu = 5$ . . . . .	83
Figura 2.20–CDF de $\alpha - \mu$ em função de $\rho$ para os seguintes valores: $\alpha = 2$ e $\mu = 0,5$ (aproxima a semi-Gaussianas positivas); $\alpha = 2$ e $\mu = 1$ (aproxima a Rayleigh); $\alpha = 2$ e $\mu = 5$ (aproxima a Nakagami-m); $\alpha = 1$ e $\mu = 5$ ; e $\alpha = 3,5$ e $\mu = 5$ . . . . .	84
Figura 2.21–pdf da distribuição $\alpha - \eta - \mu$ em função de $\rho$ , para os valores: $\alpha = 2$ , $\eta = 2$ e $\mu = 1$ (aproxima $\eta - \mu$ ); $\alpha = 3$ , $\eta = 1$ e $\mu = \frac{\mu_\alpha}{2} = 3$ (aproxima $\alpha - \mu$ ); $\alpha = 2$ , $\eta = 0,5$ e $\mu = 0,5$ (aproxima Hoyt); $\alpha = 1$ , $\eta = 1$ e $\mu = 0,5$ (aproxima Rayleigh); e $\alpha = 3,75$ , $\eta = 2,3$ e $\mu = 3$ . . . . .	87
Figura 2.22–CDF da distribuição $\alpha - \eta - \mu$ em função de $\rho$ , para os valores: $\alpha = 2$ , $\eta = 2$ e $\mu = 1$ (aproxima $\eta - \mu$ ); $\alpha = 3$ , $\eta = 1$ e $\mu = \frac{\mu_\alpha}{2} = 3$ (aproxima $\alpha - \mu$ ); $\alpha = 2$ , $\eta = 0,5$ e $\mu = 0,5$ (aproxima Hoyt); $\alpha = 1$ , $\eta = 1$ e $\mu = 0,5$ (aproxima Rayleigh); e $\alpha = 3,75$ , $\eta = 2,3$ e $\mu = 3$ . . . . .	88
Figura 2.23–pdf da distribuição $\alpha - \kappa - \mu$ em função de $\rho$ para: $\alpha = 2$ , $\kappa = 0,5$ e $\mu = 2$ (aproxima $\kappa - \mu$ ); $\alpha = 3,1$ , $\kappa = 0$ e $\mu = 2,5$ (aproxima $\alpha - \mu$ ); $\alpha = 2$ , $\kappa = 9,1$ e $\mu = 1$ (aproxima Rice); $\alpha = 2$ , $\kappa = 0$ e $\mu = 1$ (aproxima Rayleigh); e $\alpha = 3,3$ , $\kappa = 0,7$ e $\mu = 7,5$ . . . . .	89
Figura 2.24–CDF da distribuição $\alpha - \kappa - \mu$ em função de $\rho$ para: $\alpha = 2$ , $\kappa = 0,5$ e $\mu = 2$ (aproxima $\kappa - \mu$ ); $\alpha = 3,1$ , $\kappa = 0$ e $\mu = 2,5$ (aproxima $\alpha - \mu$ ); $\alpha = 2$ , $\kappa = 9,1$ e $\mu = 1$ (aproxima Rice); $\alpha = 2$ , $\kappa = 0$ e $\mu = 1$ (aproxima Rayleigh); e $\alpha = 3,3$ , $\kappa = 0,7$ e $\mu = 7,5$ . . . . .	89
Figura 2.25–Implementação de um simulador de sinais Rice sob efeito Doppler conforme o algoritmo adaptado de (FONTÁN; ESPÍNERA, 2008; RAP-PAPORT, 2009). . . . .	91
Figura 5.1 – Diagrama do simulador de desvanecimento $\alpha - \eta - \mu$ . . . . .	108
Figura 5.2 – Desvanecimento $\alpha - \eta - \mu$ para $f = 1,8$ GHz, $\theta = \{2,31; 63,23; 1,75\}$ . . . . .	110
Figura 5.3 – Desvanecimento $\alpha - \eta - \mu$ para as seguintes configurações $f = 1,8$ GHz, $v = 40$ km/h, $\alpha = (0,7; 1,3; 2,31)$ , $\eta = 63,23$ e $\mu = 1,5$ . . . . .	111

Figura 5.4 – pdf de $\alpha - \eta - \mu$ para as seguintes configurações $f = 1,8$ GHz, $v = 40$ km/h, $\alpha = (0, 7; 1, 3; 2, 31)$ , $\eta = 63, 23$ e $\mu = 1, 5$ .	111
Figura 5.5 – CDF de $\alpha - \eta - \mu$ para as seguintes configurações $f = 1,8$ GHz, $v = 40$ km/h, $\alpha = (0, 7; 1, 3; 2, 31)$ , $\eta = 63, 23$ e $\mu = 1, 5$ .	112
Figura 5.6 – Desvanecimento $\alpha - \eta - \mu$ para as seguintes configurações $f = 1,8$ GHz, $v = 40$ km/h, $\alpha = 1, 3$ , $\eta = (1, 3; 7, 3; 63, 23)$ e $\mu = 1, 5$ .	112
Figura 5.7 – pdf de $\alpha - \eta - \mu$ para as seguintes configurações $f = 1,8$ GHz, $v = 40$ km/h, $\alpha = 2, 31$ , $\eta = (1, 3; 7, 3; 63, 23)$ e $\mu = 1, 5$ .	113
Figura 5.8 – CDF de $\alpha - \eta - \mu$ para as seguintes configurações $f = 1,8$ GHz, $v = 40$ km/h, $\alpha = 2, 31$ , $\eta = (1, 3; 7, 3; 63, 23)$ e $\mu = 1, 5$ .	113
Figura 5.9 – Desvanecimento $\alpha - \eta - \mu$ para as seguintes configurações $f = 1,8$ GHz, $v = 40$ km/h, $\alpha = 2, 31$ , $\eta = 63, 23$ e $\mu = (1, 5; 3, 5; 8, 5)$ .	114
Figura 5.10 – pdf de $\alpha - \eta - \mu$ para as seguintes configurações $f = 1,8$ GHz, $v = 40$ km/h, $\alpha = 2, 31$ , $\eta = 63, 23$ e $\mu = (1, 5; 3, 5; 8, 5)$ .	114
Figura 5.11 – CDF de $\alpha - \eta - \mu$ para as seguintes configurações $f = 1,8$ GHz, $v = 40$ km/h, $\alpha = 2, 31$ , $\eta = 63, 23$ e $\mu = (1, 5; 3, 5; 8, 5)$ .	115
Figura 5.12 – Desvanecimento de Rayleigh ( $\alpha = 2$ , $\eta = 1$ e $\mu = 0, 5$ ); Hoyt ( $\alpha = 2$ , $\eta = q^2 = 0, 13$ e $\mu = 0, 5$ ) e $\eta - \mu$ ( $\alpha = 2$ , $\eta = 0, 7$ e $\mu = 3, 5$ ), para as seguintes configurações $f = 1,8$ GHz e $v = 40$ km/h.	115
Figura 5.13 – pdf de Rayleigh ( $\alpha = 2$ , $\eta = 1$ e $\mu = 0, 5$ ); Hoyt ( $\alpha = 2$ , $\eta = q^2 = 0, 13$ e $\mu = 0, 5$ ) e $\eta - \mu$ ( $\alpha = 2$ , $\eta = 0, 7$ e $\mu = 3, 5$ ), para as seguintes configurações $f = 1,8$ GHz e $v = 40$ km/h.	116
Figura 5.14 – CDF de Rayleigh ( $\alpha = 2$ , $\eta = 1$ e $\mu = 0, 5$ ); Hoyt ( $\alpha = 2$ , $\eta = q^2 = 0, 13$ e $\mu = 0, 5$ ) e $\eta - \mu$ ( $\alpha = 2$ , $\eta = 0, 7$ e $\mu = 3, 5$ ), para as seguintes configurações $f = 1,8$ GHz e $v = 40$ km/h.	116
Figura 5.15 – Diagrama do simulador de desvanecimento $\alpha - \kappa - \mu$ .	120
Figura 5.16 – Desvanecimento $\alpha - \kappa - \mu$ para $f = 1,8$ GHz, $\theta = \{1, 5; 2, 3; 3, 5\}$ .	121
Figura 5.17 – Desvanecimento $\alpha - \kappa - \mu$ para $f = 1,8$ GHz, $v = 40$ km/h, $\alpha = 1, 5$ , $\kappa = (0, 1; 2, 3; 18)$ e $\mu = 3, 5$ .	122
Figura 5.18 – pdf de $\alpha - \kappa - \mu$ para as seguintes configurações $f = 1,8$ GHz, $v = 40$ km/h, $\alpha = 1, 5$ , $\kappa = (0, 1; 2, 3; 18)$ e $\mu = 3, 5$ .	123
Figura 5.19 – CDF de $\alpha - \kappa - \mu$ para as seguintes configurações $f = 1,8$ GHz, $v = 40$ km/h, $\alpha = 1, 5$ , $\kappa = (0, 1; 2, 3; 18)$ e $\mu = 3, 5$ .	123
Figura 5.20 – Desvanecimento $\alpha - \kappa - \mu$ para $f = 1,8$ GHz, $v = 40$ km/h, $\alpha = 1, 5$ , $\kappa = 2, 3$ e $\mu = (1, 5; 3, 5; 8, 5)$ .	124
Figura 5.21 – pdf de $\alpha - \kappa - \mu$ para as seguintes configurações $f = 1,8$ GHz, $v = 40$ km/h, $\alpha = 1, 5$ , $\kappa = 2, 3$ e $\mu = (1, 5; 3, 5; 8, 5)$ .	124
Figura 5.22 – CDF de $\alpha - \kappa - \mu$ para as seguintes configurações $f = 1,8$ GHz, $v = 40$ km/h, $\alpha = 1, 5$ , $\kappa = 2, 3$ e $\mu = (1, 5; 3, 5; 8, 5)$ .	125

Figura 5.23–Desvanecimento $\alpha - \kappa - \mu$ para $f = 1,8$ GHz, $v = 40$ km/h, $\alpha = (1, 5; 7; 77)$ , $\kappa = 2,3$ e $\mu = 3,5$ . . . . .	125
Figura 5.24–pdf de $\alpha - \kappa - \mu$ para as seguintes configurações $f = 1,8$ GHz, $v = 40$ km/h, $\alpha = (1, 5; 7; 77)$ , $\kappa = 2,3$ e $\mu = 3,5$ . . . . .	126
Figura 5.25–CDF de $\alpha - \kappa - \mu$ para as seguintes configurações $f = 1,8$ GHz, $v = 40$ km/h, $\alpha = (1, 5; 7; 77)$ , $\kappa = 2,3$ e $\mu = 3,5$ . . . . .	126
Figura 5.26–Desvanecimentos Rice ( $\alpha = 2$ ; $\kappa = K = 2,3$ e $\mu = 1$ ), Rayleigh ( $\alpha = 2$ ; $\kappa \rightarrow 0$ e $\mu = 1$ ) e $\kappa - \mu$ ( $\alpha = 2$ ; $\kappa = 2,3$ e $\mu = 3,5$ ); para as seguintes configurações $f = 1,8$ GHz e $v = 40$ km/h. . . . .	127
Figura 5.27–pdf de Rice ( $\alpha = 2$ ; $\kappa = K = 2,3$ e $\mu = 1$ ); Rayleigh ( $\alpha = 2$ ; $\kappa \rightarrow 0$ e $\mu = 1$ ) e $\kappa - \mu$ ( $\alpha = 2$ ; $\kappa = 2,3$ e $\mu = 3,5$ ); para as seguintes configurações $f = 1,8$ GHz e $v = 40$ km/h. . . . .	127
Figura 5.28–CDF de Rice ( $\alpha = 2$ ; $\kappa = K = 2,3$ e $\mu = 1$ ); Rayleigh ( $\alpha = 2$ ; $\kappa \rightarrow 0$ e $\mu = 1$ ) e $\kappa - \mu$ ( $\alpha = 2$ ; $\kappa = 2,3$ e $\mu = 3,5$ ); para as seguintes configurações $f = 1,8$ GHz e $v = 40$ km/h. . . . .	128
Figura 6.1 – Boxplots dos testes GA, DER1, DER1F, DEb1, DEb1F, DEctb, DEctbF, AGM1, AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2, e AGM2F para o 101º conjunto de amostras gerado pelo simulador de desvanecimento $\alpha - \eta - \mu$ configurado para $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ (Tabela 6.4). . . . .	143
Figura 6.2 – Boxplots dos testes GA, DER1, DER1F, DEb1, DEb1F, DEctb, DEctbF, AGM1, AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2, e AGM2F para o 101º conjunto de amostras gerado pelo simulador de desvanecimento $\alpha - \eta - \mu$ configurado para $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$ (Tabela 6.4). . . . .	144
Figura 6.3 – pdfs do canal $\alpha - \eta - \mu$ para: parâmetros teóricos, THEO $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ ; e pelos testes BATI ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{1, 9024; 1, 8245; 1, 2584\}$ ), MLE ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{1, 9895; 0, 5614; 1, 0061\}$ ) e DEctb ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{1, 9846; 48, 5365; 1, 8409\}$ ). . . . .	149
Figura 6.4 – CDFs do canal $\alpha - \eta - \mu$ para: parâmetros teóricos, THEO $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ ; e pelos testes BATI ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{1, 9024; 1, 8245; 1, 2584\}$ ), MLE ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{1, 9895; 0, 5614; 1, 0061\}$ ) e DEctb ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{1, 9846; 48, 5365; 1, 8409\}$ ). . . . .	150
Figura 6.5 – Tempo médio da estimativa para os testes MLE, GA, DER1, DER1F, DEb1, DEb1F, DEctb, DEctbF, AGM1, AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2, e AGM2F para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador de desvanecimento $\alpha - \eta - \mu$ configurado para $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ e $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$ (Tabelas 6.3 e 6.4). . . . .	151
Figura 6.6 – Boxplots dos testes MLE, GA, DER1, DER1F, DEb1, DEb1F, DEctb, DEctbF, AGM1, AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2 e AGM2F, para o 494º conjunto de amostras gerado pelo simulador de desvanecimento $\alpha - \kappa - \mu$ configurado para $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ (Tabela 6.8). . . . .	156

Figura 6.7 – Boxplots dos testes DER1, DER1F, DEb1, DEb1F, DEctb, DEctbF, para o 494º conjunto de amostras gerado pelo simulador de desvanecimento $\alpha - \kappa - \mu$ configurado para $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ (Tabela 6.8) . . . . .	156
Figura 6.8 – Boxplots dos testes AGM1, AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2 e AGM2F, para o 494º conjunto de amostras gerado pelo simulador de desvanecimento $\alpha - \kappa - \mu$ configurado para $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ (Tabela 6.8) . . . . .	157
Figura 6.9 – pdfs do canal $\alpha - \kappa - \mu$ para parâmetros teóricos, THEO ( $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ ); teste BATI ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{2, 2959; 2, 4253; 2, 8383\}$ ); teste MLE1 ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{1, 9718; 11, 3087; 1, 1289\}$ ); e DEctb ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{1, 9577; 2, 9699; 3, 2391\}$ ) . . . . .	163
Figura 6.10–CDFs do canal $\alpha - \kappa - \mu$ para parâmetros teóricos, THEO ( $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ ); teste BATI ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{2, 2959; 2, 4253; 2, 8383\}$ ); teste MLE1 ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{1, 9718; 11, 3087; 1, 1289\}$ ); e DEctb ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{1, 9577; 2, 9699; 3, 2391\}$ ) . . . . .	164
Figura 6.11–Tempo médio da estimativa para os testes MLE, GA, DER1, DER1F, DEb1, DEb1F, DEctb, DEctbF, AGM1, AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2, e AGM2F para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador de desvanecimento $\alpha - \kappa - \mu$ configurado para $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ . . . . .	165
Figura 6.12–Tempo médio da estimativa para os testes MLE, GA, DER1, DER1F, DEb1, DEb1F, DEctb, DEctbF, AGM1, AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2, e AGM2F para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador de desvanecimento $\alpha - \kappa - \mu$ configurado para $\boldsymbol{\theta} = \{3.5, 0.7, 7.5\}$ . . . . .	165
Figura A.1–Teste de KS de uma ECDF, $F_n(x)$ , com a CDF teórica, $F_0(x)$ . . . . .	253
Figura A.2–Elenco de informações contidas no boxplot . . . . .	256



---

## Listas de tabelas

Tabela 2.1 – Ambiente Rice (Nakagami-n) . . . . .	67
Tabela 2.2 – Ambiente Hoyt (Nakagami-q) . . . . .	70
Tabela 2.3 – Ambiente Nakagami-m . . . . .	73
Tabela 2.4 – Ambiente $\eta - \mu$ . . . . .	77
Tabela 2.5 – Ambiente $\kappa - \mu$ . . . . .	80
Tabela 2.6 – Ambiente $\alpha - \mu$ . . . . .	83
Tabela 2.7 – Ambiente $\alpha - \eta - \mu$ . . . . .	85
Tabela 2.8 – Ambiente $\alpha - \kappa - \mu$ . . . . .	87
Tabela 5.1 – Eficiência e $p$ -value obtidos para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador de desvanecimento $\alpha - \eta - \mu$ . . . . .	109
Tabela 5.2 – Eficiência e $p$ -value obtidos para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador de desvanecimento $\alpha - \kappa - \mu$ . . . . .	121
Tabela 6.1 – Tempo médio, $T_{Fit}$ , para se calcular a $Fit(\cdot)$ ( $Fit_{pdf}(\cdot)$ , $Fit_{CDF}(\cdot)$ ou $Fit_L(\cdot)$ ) para os 500 conjuntos de amostras gerados pelo simulador de desvanecimento $\alpha - \eta - \mu$ proposto na Seção 5.2 ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{\alpha; \eta; \mu\}$ , e considerando-se os parâmetros estimados ( $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ ). . . . .	135
Tabela 6.2 – Tempo médio, $T_{Fit}$ , para se calcular a $Fit(\cdot)$ ( $Fit_{pdf}(\cdot)$ , $Fit_{CDF}(\cdot)$ ou $Fit_L(\cdot)$ ) para os 500 conjuntos de amostras gerados pelo simulador de desvanecimento $\alpha - \kappa - \mu$ proposto na Seção 5.2 ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{\alpha; \kappa; \mu\}$ , e considerando-se os parâmetros estimados ( $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ ). . . . .	136
Tabela 6.3 – Resultados dos testes com os estimadores de parâmetros de canais usando os EAs e MLE para os 101 conjuntos de amostras gerados pelo simulador de desvanecimento $\alpha - \eta - \mu$ proposto. . . . .	140
Tabela 6.4 – Resultados dos testes com os estimadores de parâmetros de canais usando os EAs para o 101º conjunto de amostras gerado pelo simulador de desvanecimento $\alpha - \eta - \mu$ configurado para $\boldsymbol{\theta} = \{\alpha; \eta; \mu\}$ . . . . .	142

Tabela 6.5 – Resultados obtidos pelo teste de Wilcoxon entre os EAs propostos, para as estimativas feitas com os conjuntos de amostras gerados pelo simulador ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ . . . . .	145
Tabela 6.6 – Resultados obtidos pelo teste de Wilcoxon entre os EAs propostos, para as estimativas feitas com os conjuntos de amostras gerados pelo simulador ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$ . . . . .	146
Tabela 6.7 – Classificações médias obtidas por cada EA proposto no teste de Friedman. <i>p</i> -value calculado pelo teste de Friedman: 0 . . . . .	147
Tabela 6.8 – Resultados dos testes com os estimadores de parâmetros de canais usando os EAs; com o simulador de desvanecimento $\alpha - \kappa - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ . . . . .	153
Tabela 6.9 – Resultados dos testes com os estimadores de parâmetros de canais usando os EAs; com o simulador de desvanecimento $\alpha - \kappa - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$ . . . . .	154
Tabela 6.10–Resultados obtidos pelo teste de Wilcoxon entre os EAs propostos, para as estimativas feitas com os conjuntos de amostras gerados pelo simulador $\alpha - \kappa - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ . . . . .	159
Tabela 6.11–Resultados obtidos pelo teste de Wilcoxon entre os EAs propostos, para as estimativas feitas com os conjuntos de amostras gerados pelo simulador $\alpha - \kappa - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$ . . . . .	160
Tabela 6.12–Classificações médias obtidas por cada EA proposto no teste de Friedman para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador $\alpha - \kappa - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ . <i>p</i> -value calculado pelo teste de Friedman: 0.161	
Tabela 6.13–Classificações médias obtidas por cada EA proposto no teste de Friedman para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador $\alpha - \kappa - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 4, 5\}$ . <i>p</i> -value calculado pelo teste de Friedman: 0. . . . .	161
Tabela 6.14–Análise de desempenho do algoritmo de estimação de parâmetros proposto nos testes registrados nas Tabelas 6.3, 6.4 e 6.7 . . . . .	167
Tabela 6.15–Análise de desempenho do algoritmo de estimação de parâmetros proposto nos testes registrados nas Tabelas 6.8, 6.9, 6.12, e 6.13. . . . .	169
Tabela A.1– <i>Fit</i> ( $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ ) mediana das estimativas feitas nos testes GA, DER1, DER1F, DEB1, e DEB1F para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador $\alpha - \eta - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ . . . . .	187
Tabela A.2– <i>Fit</i> ( $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ ) mediana das estimativas feitas nos testes DEB2, DEB2F, DEctb, DEctbf, e AGM1 para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador $\alpha - \eta - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ . . . . .	191

Tabela A.3– $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2, e AGM2F para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador $\alpha - \eta - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ . . . . .	194
Tabela A.4– $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes GA, DER1, DER1F, DEb1, e DEb1F para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador $\alpha - \eta - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$ . . . . .	197
Tabela A.5– $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes DEb2, DEb2F, DEctb, DEctbF, e AGM1 para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador $\alpha - \eta - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$ . . . . .	200
Tabela A.6– $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2, e AGM2F para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador $\alpha - \eta - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$ . . . . .	203
Tabela A.7– $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes GA, DER1, DER1F, DEb1, e DEb1F para o 101º conjunto de amostras gerado pelo simulador $\alpha - \eta - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ . . . . .	206
Tabela A.8– $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes DEb2, DEb2F, DEctb, DEctbF, e AGM1 para o 101º conjunto de amostras gerado pelo simulador $\alpha - \eta - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ . . . . .	208
Tabela A.9– $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2, e AGM2F para o 101º conjunto de amostras gerado pelo simulador $\alpha - \eta - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ . . . . .	209
Tabela A.10– $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes GA, DER1, DER1F, DEb1, e DEb1F para o 101º conjunto de amostras gerado pelo simulador $\alpha - \eta - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$ . . . . .	211
Tabela A.11– $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes DEb2, DEb2F, DEctb, DEctbF, e AGM1 para o 101º conjunto de amostras gerado pelo simulador $\alpha - \eta - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$ . . . . .	212
Tabela A.12– $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2, e AGM2F para o 101º conjunto de amostras gerado pelo simulador $\alpha - \eta - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$ . . . . .	214
Tabela A.13– $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes GA, DER1, DER1F, DEb1, e DEb1F para o 494º conjunto de amostras gerado pelo simulador $\alpha - \kappa - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ . . . . .	216
Tabela A.14– $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes DEb2, DEb2F, DEctb, DEctbF, e AGM1 para o 494º conjunto de amostras gerado pelo simulador $\alpha - \kappa - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ . . . . .	217
Tabela A.15– $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2, e AGM2F para o 494º conjunto de amostras gerado pelo simulador $\alpha - \kappa - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ . . . . .	219

Tabela A.16– $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes GA, DEr1, DEr1F, DEb1, e DEb1F para o 63º conjunto de amostras gerado pelo simulador $\alpha - \kappa - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ .	221
Tabela A.17– $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes DEb2, DEb2F, DEctb, DEctbf, e AGM1 para o 63º conjunto de amostras gerado pelo simulador $\alpha - \kappa - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ .	223
Tabela A.18– $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes AGM1F, AGMctb, AGMctbf, AGM2, e AGM2F para o 63º conjunto de amostras gerado pelo simulador $\alpha - \kappa - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ .	224
Tabela A.19– $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes GA, DEr1, DEr1F, DEb1, e DEb1F para o 329º conjunto de amostras gerado pelo simulador $\alpha - \kappa - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ .	226
Tabela A.20– $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes DEb2, DEb2F, DEctb, DEctbf, e AGM1 para o 329º conjunto de amostras gerado pelo simulador $\alpha - \kappa - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ .	228
Tabela A.21– $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes AGM1F, AGMctb, AGMctbf, AGM2, e AGM2F para o 329º conjunto de amostras gerado pelo simulador $\alpha - \kappa - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ .	230
Tabela A.22– $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes GA, DEr1, DEr1F, DEb1, e DEb1F para o 21º conjunto de amostras gerado pelo simulador $\alpha - \kappa - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$ .	231
Tabela A.23– $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes DEb2, DEb2F, DEctb, DEctbf, e AGM1 para o 21º conjunto de amostras gerado pelo simulador $\alpha - \kappa - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$ .	233
Tabela A.24– $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes AGM1F, AGMctb, AGMctbf, AGM2, e AGM2F para o 21º conjunto de amostras gerado pelo simulador $\alpha - \kappa - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$ .	235
Tabela A.25– $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes GA, DEr1, DEr1F, DEb1, e DEb1F para o 482º conjunto de amostras gerado pelo simulador $\alpha - \kappa - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$ .	237
Tabela A.26– $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes DEb2, DEb2F, DEctb, DEctbf, e AGM1 para o 482º conjunto de amostras gerado pelo simulador $\alpha - \kappa - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$ .	238
Tabela A.27– $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes AGM1F, AGMctb, AGMctbf, AGM2, e AGM2F para o 482º conjunto de amostras gerado pelo simulador $\alpha - \kappa - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$ .	240
Tabela A.28– $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes GA, DEr1, DEr1F, DEb1, e DEb1F para o 309º conjunto de amostras gerado pelo simulador $\alpha - \kappa - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$ .	242

Tabela A.29— $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes DEb2, DEb2F, DEctb, DEctbF, e AGM1 para o 309º conjunto de amostras gerado pelo simulador $\alpha - \kappa - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$ .	244
Tabela A.30— $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ mediana das estimativas feitas nos testes AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2, e AGM2F para o 309º conjunto de amostras gerado pelo simulador $\alpha - \kappa - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$ .	245



---

## **Lista de algoritmos**

1	Pseudocódigo do simulador de desvanecimento Rice . . . . .	91
2	Pseudocódigo do simulador de desvanecimento $\alpha - \eta - \mu$ . . . . .	107
3	Pseudocódigo do simulador de desvanecimento $\alpha - \kappa - \mu$ . . . . .	119
4	Pseudocódigo do GA proposto para a estimação dos parâmetros de desvanecimento dos canais $\alpha - \eta - \mu$ e $\alpha - \kappa - \mu$ . . . . .	130
5	Pseudocódigo do DE proposto para a estimação dos parâmetros de desvanecimento dos canais $\alpha - \eta - \mu$ e $\alpha - \kappa - \mu$ . . . . .	131
6	Pseudocódigo do DE-AGM proposto para a estimação dos parâmetros de desvanecimento dos canais $\alpha - \eta - \mu$ e $\alpha - \kappa - \mu$ . . . . .	133



---

## **Lista de siglas**

**5G** quinta geração de comunicações móveis

**6G** sexta geração de comunicações móveis

**AD** teste de Anderson-Darling

**AGM** mecanismo de guia adaptativo, do inglês *adaptive guiding mechanism*

**AGM1** teste realizado com a técnica DE-AGM/IEG/1

**AGM1F** teste realizado com a técnica DE-AGM/IEG/1 com  $F$  adaptativo

**AGM2** teste realizado com a técnica DE-AGM/IEG/2

**AGM2F** teste realizado com a técnica DE-AGM/IEG/2 com  $F$  adaptativo

**AGMctb** teste realizado com a técnica DE-AGM/DE/c-t-IEG/1

**AGMctbF** teste realizado com a técnica DE-AGM/DE/c-t-IEG/1 com  $F$  adaptativo

**AWGN** ruído branco aditivo Gaussiano, do inglês *additive white Gaussian noise*

**BATI** reprodução dos resultados da estimativa realizada pelo MLE apresentados em (BATISTA, 2015; BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016b; BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016a)

**CDF** função distribuição acumulada, do inglês *cumulative distribution function*

**DE** algoritmo por evolução diferencial, do inglês *differential evolution algorithm*

**DE-AGM** algoritmo por evolução diferencial com mecanismo de guia adaptativo baseado em regras heurísticas, do inglês *differential evolution with adaptive guiding mechanism based on heuristic rules*

**DEb1** teste realizado com a técnica DE/best/1/bin

**DEb1F** teste realizado com a técnica DE/best/1/bin com  $F$  adaptativo

**DEb2** teste realizado com a técnica DE/best/2/bin

**DEb2F** teste realizado com a técnica DE/best/2/bin com  $F$  adaptativo

**DEctb** teste realizado com a técnica DE/c-t-b/1/bin

**DEctbF** teste realizado com a técnica DE/c-t-b/1/bin com  $F$  adaptativo

**DER1** teste realizado com a técnica DE/rand/1/bin

**DER1F** teste realizado com a técnica DE/rand/1/bin com  $F$  adaptativo

**Dinter** Doutoramento Interisntitucional UFU/IFTM

**EA** algoritmo evolutivo, do inglês *evolutionary algorithm*

**ECDF** CDF empírica, ou da amostra, do inglês *empirical cumulative distribution function*

**EDF** função de distribuição empírica, do inglês *empirical distribution function*

**et al.** abreviatura do Latin referente a três expressões: *et alii* - e outros (masculino plural); *et aliae* - e outras (feminino plural); e *et alia* e outros (neutro plural)

**GA** algoritmo genético, do inglês *genetic algorithm*

**GOF** teste de qualidade de ajuste, do inglês *goodness-of-fit test*

**HF** alta frequência, do inglês *high frequency*, é a faixa compreendida entre 3 e 30 MHz.

**HR** regra heurística aplicada ao AGM, do inglês *heuristic rule*

**HR1** primeira regra heurística aplicada ao AGM

**HR2** segunda regra heurística aplicada ao AGM

**HR3** terceira regra heurística aplicada ao AGM

**i.e.** abreviatura do Latin *id est* – isto é

**i.i.d.** independente e identicamente distribuído

**IEEE** *Institute of Electrical and Electronics Engineers*

**IFTM** Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Triângulo Mineiro

**IFFT** transformada rápida de Fourier inversa, do inglês *inverse fast Fourier transform*

**INATEL** Instituto Nacional de Telecomunicações

**KS** teste de Kolmogorov-Smirnov

**LOS** linha de visada direta, do inglês *line-of-sight*

**MLE** estimador de máxima verossimilhança, em inglês *maximum-likelihood estimator*

**MLEl** teste referente à estimativa feita pelo algoritmo MLE que obteve o menor  $Fit(\cdot)$  entre os conjuntos de amostras estimados

**MLEh** teste referente à estimativa feita pelo algoritmo MLE que obteve o maior  $Fit(\cdot)$  entre os conjuntos de amostras estimados

**MLEu** testes referentes às seguintes estimativas realizadas pelo algoritmo MLE, para as quais os resultados eram fisicamente inaceitáveis: 329º conjunto de amostras gerado pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ , e 309º conjunto de amostras gerado pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$

**MM** método dos momentos

**MSE** erro quadrático médio, do inglês *mean square error*

**NCA** número do conjunto de amostras gerado pelo simulador de canal desvanecido

**NLOS** sem linha de visada, do inglês *non line-of-sight*

**NMSE** erro quadrático médio normalizado do inglês, *normalized mean square error*

**pdf** função distribuição de probabilidade, do inglês *probability density function*

**rms** raiz quadrada do valor quadrático médio, do inglês *root mean square value*

**THEO** parâmetros de desvanecimento utilizados para configurar o simulador de desvanecimento ( $\alpha - \eta - \mu$  ou  $\alpha - \kappa - \mu$ ) proposto que gerou as amostras que foram estimadas pelo EA proposto

**UEFS** Universidade Estadual de Feira de Santana

**UFU** Universidade Federal de Uberlândia

**UFSJ** Universidade Federal de São João del Rei

**v.a.** variável aleatória

**vs** versus



---

## List of symbols

$a$	amplitude da portadora, em V
$\alpha_n(\cdot, t)$	amplitude do fasor variante no tempo
$\phi$	ângulo entre a linha de deslocamento do móvel e a linha entre o móvel e a antena da estação transmissora
$\tau_n(t)$	atraso variante no tempo da $n$ -ésima componente do sinal recebida
$B_c$	banda de coerência
$B_{sinal}$	banda (ou espectro) do sinal transmitido
$rank(d_i)$	classificação obtida por um dado algoritmo submetido ao teste de Wilcoxon
$M(x)$	componente do sinal recebido que representa a propagação em grande escala
$R(x)$	componente do sinal recebido que representa a propagação em pequena escala
$\lambda$	comprimento de onda da portadora
$\mathbb{R}$	conjunto dos números reais
$\mathbb{N}$	conjunto dos números naturais
$S_{Ez}(f)$	densidade espectral de potência do filtro Doppler
$f_d$	deslocamento Doppler
$\sigma$	desvio padrão
$D_{obs}$	distância de Kolmogorov

$D_{cr}$	distância de Kolmogorov teórica (crítica)
$d$	distância percorrida pelo receptor móvel
$d_i$	diferença entre o desempenho dos dois algoritmos na $i$ -ésima saída de $n$ problemas em um teste de Wilcoxon
$F_n(x)$	ECDF
$\rho$	envoltória normalizada do sinal
$r(\cdot)$	envoltória do sinal recebido distribuída de acordo com uma distribuição específica
$s(\cdot)$	envoltória do sinal transmitido
$\Delta f$	espaçamento de frequência entre componentes adjacentes do espectro
$B_D$	espalhamento Doppler
$f_m$	espalhamento Doppler máximo
$F_f$	estatística de Friedman
ENE	estimativas não encontradas, i.e., porcentagem de estimativas que o algoritmo testado não conseguiu encontrar uma estimativa
EFA	estimativas fisicamente aceitáveis, i.e., porcentagem das estimativas fisicamente aceitáveis obtidas em cada teste
$F$	fator de mutação, ou de escala, em um DE
$K$	fator de Rice (razão entre a potência total da componente dominante e a potência total das componentes especulares)
$\phi_n(\cdot, t)$	fase do fasor variante no tempo
$m$	fator de desvanecimento ou parâmetro $m$ da distribuição de Nakagami-m
$S_1$ e $S_2$	filhos na etapa de cruzamento em um GA
$\omega_c$	frequência angular da portadora
$f_c$	frequência da portadora
$f(\cdot)$	função densidade de probabilidade (pdf)
$F(\cdot)$	função distribuição acumulada, do inglês <i>cumulative distribution function</i> (CDF)

$F_0(x)$	CDF teórica
${}_2F_1(\cdot, \cdot; \cdot; \cdot)$	função de Gauss hipergeométrica
$L_\rho(\boldsymbol{\theta})$	função de verossimilhança de $\boldsymbol{\theta}$ com $\rho$ fixo
$Y_v(a, b)$	função de Yacoub
$exp(\cdot)$	função exponencial
$\Gamma(\cdot)$	função Gama
$\Gamma(a, x)$	função Gama incompleta definida pela Equação (2.47)
$P(a, x)$	função Gama incompleta definida pela Equação (2.48)
${}_1F_1(\cdot; \cdot; \cdot)$	função hipergeométrica confluente de Kummer
$I_\nu(\cdot)$	função modificada de Bessel de primeira classe de ordem $\nu$
$Q_M(\cdot, \cdot)$	função Marcum-Q de ordem $M$
$Q(\cdot, \cdot)$ , ou $Q_1(\cdot, \cdot)$	função Marcum-Q de primeira ordem
$Fit(\cdot)$	função objetivo, ou função aptidão, ou em inglês <i>fitness function</i>
$Fit_{CDF}(\cdot)$	função objetivo baseada na minimização do MSE entre a CDF simulada e a CDF estimada que o caracteriza o canal
$Fit_{pdf}(\cdot)$	função objetivo baseada na minimização do MSE entre a pdf simulada e a pdf estimada que o caracteriza o canal
$Fit_L(\cdot)$	função objetivo baseada na maximização da função de máxima verossimilhança
$\lfloor \cdot \rfloor$	função piso
$randi[x_{min}, x_{max}]$	função que gera aleatoriamente um valor inteiro da faixa $[x_{min}, x_{max}] \in \mathbb{N}$
$\arg \max_{\boldsymbol{\nu}} g(\boldsymbol{\nu})$	função que fornece o valor de $\boldsymbol{\nu}$ que maximiza $g(\boldsymbol{\nu})$
$RandlabelSele(\mathbf{X})$	função que escolhe aleatoriamente um indivíduo pertencente ao vetor $\mathbf{X}$
$rand[x_{min}, x_{max}]$	função que gera aleatoriamente um valor real da faixa $[x_{min}, x_{max}] \in \mathbb{R}$
$gammainc(x, a)$	comando do Matlab(R), ver Equação (2.49)

$H_0$	hipótese nula
$H_1$	hipótese não nula, ou a hipótese contrária à $H_0$
$r_1, r_2, r_3$ e $r_4$	índices utilizados na etapa de mutação em um DE
$i_{start}, i_{end}$ e $i_{base}$	índices utilizados na etapa de mutação em um DE-AGM
$\theta_{best,g}$	indivíduo da população corrente que apresenta a melhor aptidão (menor $Fit(\cdot)$ ) em um DE
$IQR$	intervalo interquartílico, do inglês <i>inter-quartile range</i>
$\theta_{jmin}$	limite inferior da $j - \text{ésima}$ dimensão do parâmetro, em um EA
$\theta_{jmax}$	limite superior da $j - \text{ésima}$ dimensão do parâmetro, em um EA
$Fit_{max}$	maior valor de $Fit(\cdot)$ encontrado na geração atual em um DE e DE-AGM
$\bar{X}_n$	média dos valores observados
$l_{min}$	menor valor para $F$ na estratégia de mutação com $F$ adaptável nos DE e DE-AGM
$Fit_{min}$	menor valor de $Fit(\cdot)$ encontrado na geração atual em um DE e DE-AGM
$\alpha_s$	nível de significância ou de confiança
$\max \{x, y\}$	notação que denota o máximo de $x$ e $y$
$O(\cdot)$	notação grande Omicron (ou big- $O$ ), utilizada para descrever o pior caso de tempo de execução de um algoritmo expresso como uma função de sua entrada. A complexidade de tempo de um algoritmo utiliza a notação grande Omicron
$\beta_{GA}$	número aleatório gerado na etapa de cruzamento em um GA
$D$	número de dimensões de um dado vetor
$N_{Exec}$	número de execuções do EA predefinido pelo usuário
$NP$	número de indivíduos da população em um EA
$t_{Elite}$	número de indivíduos que participam da etapa elitismo nos GAs
$k$	número de indivíduos que participam da etapa seleção por torneio nos GAs

$R^+$	número de vezes que o primeiro algoritmo supera o segundo no teste de Wilcoxon
$R^-$	número de vezes que o segundo algoritmo supera o primeiro no teste de Wilcoxon
$G_{max}$	número máximo de gerações em um EA
$\wedge$	operador lógico "e"
$E(\cdot)$	operador valor esperado ou valor médio
$P_1$ e $P_2$	pais na etapa de cruzamento em um GA
$\alpha$	parâmetro de desvanecimento de não linearidade
$\eta$	parâmetro de desvanecimento que denota a razão da onda espalhada em fase e da onda espalhada em quadratura
$\kappa$	parâmetro de desvanecimento que denota a razão entre as potências recebida através da componente direta e espalhada da onda
$\mu$	parâmetro de desvanecimento que denota o número real de <i>clusters</i>
$r_{ST}$	parâmetro que controla a taxa de redução do $ST_g$ durante o processo evolucionário em um DE-AGM
$\mathbb{R}\{\cdot\}$	parte real
$T_{sinal}$	período de símbolo do sinal transmitido
$\theta_{iend,g}$	ponto final do vetor diferença para $\theta_{rank_{i,g}}$ em um DE-AGM
$\theta_{istart,g}$	ponto inicial do vetor diferença para $\theta_{rank_{i,g}}$ em um DE-AGM
$\theta_0$	pontos iniciais de busca utilizados nos algoritmos MLE para o canal $\alpha - \eta - \mu$ ( $\theta_0 = \{\alpha_0; \eta_0; \mu_0\}$ ) e para o canal $\alpha - \kappa - \mu$ ( $\theta_0 = \{\alpha_0; \kappa_0; \mu_0\}$ )
$pc$	probabilidade de ocorrer cruzamento em um GA
$pm$	probabilidade de ocorrer a mutação em um GA
$p-value$	probabilidade de que a estatística assumiria um valor como extremo ou mais extremo que $\bar{X}_n$
$LQ$	quartil inferior, do inglês <i>lower quartile</i>
$UQ$	quartil superior, do inglês <i>upper quartile</i>

$S(x)$	sinal rádio móvel recebido
$ST_g$	tamanho do vetor $ELT_g$ em um DE-AGM
$SS_{i,g}$	tamanho do vetor $IEG_{i,g}$ em um DE-AGM
$Cr$	taxa de cruzamento em um DE
$T_c$	tempo de coerência
$\mathbf{U}_{i,g}$	<i>trial vector</i> gerado na etapa de cruzamento de um DE
$T$	tempo médio para a estimação das amostras
$T_{DE}$	tempo estimado para se calcular as 63045 $Fit(\cdot)$ existentes em um DE, ou em um DE-AGM, com $Nexec = 5$ execuções com $Gmax = 700$ gerações cada
$T_{GA}$	tempo estimado para se calcular as 31545 $Fit(\cdot)$ existentes em um GA com $Nexec = 5$ execuções com $Gmax = 700$ gerações cada
$T_{Fit}$	tempo médio para se calcular a $Fit(\cdot)$ ( $Fit_{pdf}(\cdot)$ , $Fit_{CDF}(\cdot)$ ou $Fit_L(\cdot)$ ) considerando-se os parâmetros estimados ( $\hat{\theta}$ ) e para as 500 amostras geradas pelo simulador de desvanecimento $\alpha - \eta - \mu$ ou $\alpha - \kappa - \mu$ propostos
$p(t)$	trem de pulsos de banda base repetitivos com largura de pulso muito estreita e período de repetição, que é muito maior que o máximo atraso em excesso medido no canal.
$\hat{r}$	valor eficaz de $r$
$\beta$	valores arbitrários utilizados no MM
$\sigma_\tau$	valor rms do espalhamento do atraso, do inglês <i>rms Delay Spread</i>
$p$	valor médio da componente em fase do sinal resultante de múltiplos percursos
$q$	valor médio da componente em quadratura do sinal resultante de múltiplos percursos.
$\Omega$	valor quadrático médio de $r$ ou potência média normalizada total
$\sigma^2$	variância
$Var(x)$	variância da v.a. $x$

$\beta\mu$	variância generalizada
$v$	velocidade média do receptor móvel
$\theta_{ibase,g}$	vetor base em um DE-AGM
$P$	vetor de dados, definido como uma amostra aleatória de $n$ elementos obtidos de uma população que hipoteticamente segue uma dada distribuição de probabilidade
$\hat{\theta}$	vetor de parâmetros de desvanecimento estimado
$\theta$	vetor parâmetro $D$ dimensional
$V_{i,g}$	vetor mutante em um DE, e correspondente ao $i - \text{ésimo target vector}$
$\theta_{i,g}$	vetor parâmetro que é o $i - \text{ésimo}$ indivíduo da população da $g - \text{ésima}$ geração em um EA
$\theta_{rank_g}$	vetor ordenado ( <i>ranked</i> ) em um DE-AGM
$ELT_g$	vetor equipe de liderança de elite em um DE-AGM
$IEG_{i,g}$	vetor que reune o grupo de elite dependente do indivíduo, em um DE-AGM
$POP_g$	vetor população da $g - \text{ésima}$ geração em um EA



---

# Sumário

1	INTRODUÇÃO . . . . .	47
1.1	Objetivos . . . . .	47
1.2	Alicerce Bibliográfico e Estado da Arte . . . . .	49
1.3	Estrutura da Tese . . . . .	56
2	MODELAGEM DE CANAIS PLANOS DESVANECIDOS . . . . .	59
2.1	Introdução . . . . .	59
2.2	Canal com Desvanecimento Plano . . . . .	59
2.3	Ambientes de Propagação . . . . .	63
2.3.1	Ambiente de Propagação Rayleigh . . . . .	64
2.3.2	Ambiente de Propagação Rice (Nakagami-n) . . . . .	66
2.3.3	Ambiente de Propagação Hoyt (Nakagami-q) . . . . .	68
2.3.4	Ambiente de Propagação Nakagami-m . . . . .	72
2.3.5	Ambiente de Propagação $\eta - \mu$ . . . . .	74
2.3.6	Ambiente de Propagação $\kappa - \mu$ . . . . .	77
2.3.7	Ambiente de Propagação $\alpha - \mu$ . . . . .	82
2.3.8	Ambiente de Propagação $\alpha - \eta - \mu$ . . . . .	84
2.3.9	Ambiente de Propagação $\alpha - \kappa - \mu$ . . . . .	86
2.4	Modelo de Atenuação de Clarke e Gans . . . . .	88
2.5	Conclusão . . . . .	92
3	MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS . . . . .	93
3.1	Introdução . . . . .	93
3.2	Método dos Momentos (MM) . . . . .	94
3.3	Método da Máxima Verossimilhança (MLE) . . . . .	95
3.4	Conclusão . . . . .	96
4	ALGORITMOS EVOLUTIVOS . . . . .	97

<b>4.1</b>	<b>Introdução . . . . .</b>	<b>97</b>
<b>4.2</b>	<b>Algoritmo Genético (GA) . . . . .</b>	<b>98</b>
<b>4.3</b>	<b>Algoritmo por Evolução Diferencial (DE) . . . . .</b>	<b>100</b>
<b>4.4</b>	<b>Algoritmo por Evolução Diferencial com Mecanismo de Guia Adaptativo Baseado em Regras Heurísticas (DE-AGM) . . . . .</b>	<b>102</b>
<b>4.5</b>	<b>Conclusão . . . . .</b>	<b>104</b>
<b>5</b>	<b>SIMULADORES DE DESVANECEMENTO PROPOSTOS . .</b>	<b>105</b>
<b>5.1</b>	<b>Introdução . . . . .</b>	<b>105</b>
<b>5.2</b>	<b>Simulador de Desvanecimento <math>\alpha - \eta - \mu</math> . . . . .</b>	<b>105</b>
5.2.1	Fundamentação e Algoritmo . . . . .	105
5.2.2	Testes e Resultados . . . . .	108
<b>5.3</b>	<b>Simulador de Desvanecimento <math>\alpha - \kappa - \mu</math> . . . . .</b>	<b>118</b>
5.3.1	Fundamentação e Algoritmo . . . . .	118
5.3.2	Testes e Resultados . . . . .	120
<b>5.4</b>	<b>Conclusão . . . . .</b>	<b>128</b>
<b>6</b>	<b>ESTIMADORES DE PARÂMETROS PROPOSTOS . . . .</b>	<b>129</b>
<b>6.1</b>	<b>Introdução . . . . .</b>	<b>129</b>
<b>6.2</b>	<b>Fundamentação e Algoritmos . . . . .</b>	<b>129</b>
6.2.1	GA Proposto para a Estimação de Parâmetros . . . . .	130
6.2.2	DE Proposto para a Estimação de Parâmetros . . . . .	131
6.2.3	DE-AGM Proposto para a Estimação de Parâmetros . . . . .	132
6.2.4	Função Aptidão . . . . .	134
<b>6.3</b>	<b>Testes e Resultados . . . . .</b>	<b>136</b>
6.3.1	Estimador dos Parâmetros $\alpha - \eta - \mu$ com EAs . . . . .	138
6.3.1.1	Validade das Estimações Encontradas . . . . .	139
6.3.1.2	Análise Estatística . . . . .	141
6.3.1.3	Desempenho de Erro . . . . .	145
6.3.1.4	Qualidade de Ajuste . . . . .	148
6.3.1.5	Tempo de Estimação . . . . .	149
6.3.2	Estimador dos Parâmetros $\alpha - \kappa - \mu$ com EAs . . . . .	151
6.3.2.1	Validade das Estimações Encontradas . . . . .	152
6.3.2.2	Análise Estatística . . . . .	155
6.3.2.3	Desempenho de Erro . . . . .	162
6.3.2.4	Qualidade de Ajuste . . . . .	162
6.3.2.5	Tempo de Estimação . . . . .	163
<b>6.4</b>	<b>Conclusão . . . . .</b>	<b>166</b>

<b>7</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>171</b>
7.1	Introdução . . . . .	171
7.2	Principais Contribuições . . . . .	171
7.3	Trabalhos Publicados Pelo Autor . . . . .	173
7.3.1	Revistas . . . . .	173
7.3.2	Evento . . . . .	174
7.4	Trabalhos Futuros . . . . .	174
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>177</b>
	<b>APÊNDICES</b>	<b>185</b>
<b>APÊNDICE A – RESULTADOS DAS ESTIMAÇÕES REALIZADAS COM OS EAs PROPOSTOS . . . . .</b>	<b>187</b>	
	<b>ANEXOS</b>	<b>249</b>
<b>ANEXO A – TESTES E GRÁFICOS ESTATÍSTICOS UTILIZADOS . . . . .</b>	<b>251</b>	
<b>A.1 Testes Não Paramétricos . . . . .</b>	<b>251</b>	
A.1.1 Teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) . . . . .	251	
A.1.2 Teste de Wilcoxon . . . . .	254	
A.1.3 Teste de Friedman . . . . .	255	
<b>A.2 Boxplot . . . . .</b>	<b>256</b>	



# CAPÍTULO 1

---

## Introdução

Nas últimas décadas as comunicações móveis tem evoluído e desempenhado um papel fundamental na evolução humana. Não obstante, o papel relevante das comunicações móveis hoje, tendo em vista novas aplicações que se projeta para o futuro, é um tema recorrente nos estudos realizados na comunidade científica. Neste ínterim, a modelagem de canais desvanecidos por modelos estocásticos reconhecidos em cenários práticos é de suma importância para prover a evolução e o surgimento de novas aplicações nas comunicações móveis.

Neste trabalho são propostos como contribuições para a simulação de canais móveis simuladores de desvanecimento e estimadores de parâmetros para os modelos estocásticos generalizados  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ .

Os simuladores de desvanecimento propostos são baseados no modelo de atenuação de Clarke e Gans e expandem a faixa de geração dos atuais simuladores, de  $\mu$  múltiplos inteiros de 1 e 0,5 para  $\mu$  múltiplos inteiros de 0,5 e 0,25, respectivamente, para os modelos  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ .

Os estimadores de parâmetros de desvanecimento dos canais  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  são construídos com algoritmo evolutivo, do inglês *evolutionary algorithm* (EA). Os EAs sempre encontram uma solução que respeita as limitações do problema e podem ser aplicados não só à estimativa dos parâmetros de desvanecimentos aqui propostos, bem como para diversos outros problemas de otimização de engenharia.

### 1.1 Objetivos

O objetivo dos simuladores de desvanecimento plano e rápido propostos no presente estudo é gerar conjuntos de amostras aleatórias que serão utilizados como dados experimentais. Para tal será considerada a recepção de sinais rádio móvel com desvanecimento plano e rápido modelado pelas distribuições  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  apresentadas em (FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006). O simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  expande a faixa de geração dos atuais simuladores baseados no modelo de atenuação de Clarke

e Gans, como os propostos em (BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016a), de  $\mu$  múltiplos inteiros de 1 para múltiplos inteiros de 0,5; e o simulador  $\alpha - \eta - \mu$  expande a faixa de geração dos atuais simuladores, como os propostos em (BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016b), de  $\mu$  múltiplos inteiros de 0,5 para múltiplos inteiros de 0,25 (FASOLO et al., 2018a; FASOLO et al., 2018b). Essas contribuições são explanadas meticulosamente no Capítulo 5.

Como aplicações da nova metodologia, efetuou-se a validação das amostras geradas pelos simuladores de desvanecimento propostos realizando-se o teste de qualidade de ajuste, do inglês *goodness-of-fit test* (GOF) nominado teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) (COGLIATTI; SOUZA, 2013; GENTLE, 2003; FRANK; MASSEY, 1951; RENNÓ; SOUZA; YACOUB, 2018; YIN; CHENG, 2016). O teste de hipóteses de KS envolve a comparação de uma função distribuição acumulada, do inglês *cumulative distribution function* (CDF), empírica dos dados com a CDF do modelo probabilístico observado. Calcula-se, ainda, a eficiência em termos de aproveitamento para diversos conjuntos de amostras gerados. O cenário de geração de cada amostra foi criado considerando-se um receptor movendo-se à uma velocidade constante e recebendo um sinal propagando-se em um ambiente  $\alpha - \kappa - \mu$  ou  $\alpha - \eta - \mu$ .

A necessidade de estimar os parâmetros que descrevem as distribuições  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  advém da premência de se modelar estatisticamente os canais rádio móveis. Tanto a estimativa dos valores dos parâmetros de desvanecimento, quanto a simulação de canais desvanecidos, podem ser usadas para decidir sobre as ações que devem ser tomadas no receptor para mitigar os efeitos prejudiciais do canal no sinal transmitido (ABD-ELFATTAH, 2010; BATISTA, 2015; BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016b; FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006; LEON-GARCIA, 2008; YIN; CHENG, 2016). Passos esses fundamentais para que o modelo estatístico se ajuste aos dados experimentais reais e, assim ter-se as bases para a compreensão e reprodução desses canais de telecomunicações (KOBAYASHI; MARK; TURIN, 2012; YIN; CHENG, 2016).

Os canais  $\alpha - \kappa - \mu$  e  $\alpha - \eta - \mu$  possuem equações que representam efeitos físicos, que muitas vezes não podem ser encontrados em suas formas fechadas, implicando algoritmos de estimativa com parâmetros de alto custo computacional e, às vezes, com erros inadmissíveis para algumas aplicações (FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006; BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016a; BATISTA, 2015; COGLIATTI; SOUZA; YACOUB, 2012; YACOUB, 2016).

Propõe-se no presente trabalho o uso de EAs para a estimação dos parâmetros de desvanecimento dos canais  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ , pois os EAs são recomendados para casos de otimização onde há grande dificuldade em modelar matematicamente o problema a ser minimizado ou maximizado. Os EAs propostos neste estudo são baseados no algoritmo genético, do inglês *genetic algorithm* (GA), no algoritmo por evolução diferencial, do inglês *differential evolution algorithm* (DE), e no algoritmo por evolução diferencial com

mecanismo de guia adaptativo baseado em regras heurísticas, do inglês *differential evolution with adaptive guiding mechanism based on heuristic rules* (DE-AGM). Essas contribuições são explanadasmeticulosamente no Capítulo 6.

Será comprovado através de testes de desempenho comparativos com o tradicional estimador de máxima verossimilhança, em inglês *maximum-likelihood estimator* (MLE), que o uso dos EAs para a estimação dos parâmetros de desvanecimento dos canais  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  se justifica pelas virtudes inerentes aos EAs de serem facilmente aplicados à otimização experimental de problemas complexos, e a rapidez dos EAs em encontrar uma solução (não necessariamente a ótima) que não ultrapasse os limites do problema de otimização. Essas experiências mostram que os EAs para estimação propostos superam os resultados da estimativa MLE.

Espera-se que os EAs propostos para a estimação dos parâmetros de desvanecimento dos canais  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  apresentem baixo tempo de execução, que sempre encontre uma solução respeitando as restrições do problema e que apresente desempenho compatível ou superior ao tradicional método de estimação de parâmetros MLE.

## 1.2 Alicerce Bibliográfico e Estado da Arte

A descrição das estatísticas de um sinal rádio propagando-se em um ambiente sem fio recorre ao modelamento estatístico. Segundo Paiva (1999), um modelo matemático pode ser definido como uma representação ou interpretação simplificada da realidade, ou a interpretação de um fragmento de um sistema, segundo uma estrutura de conceitos mentais ou experimentais. A identificação de ambientes de propagação aborda a construção de modelos com base em dados experimentais. Assim, na construção de um modelo com base na identificação de ambientes de propagação, os parâmetros que descrevem as variações do sinal são adaptados segundo determinado critério, com o intuito de se obter uma representação adequada que reproduza com sucesso os dados empíricos utilizados (FONTÁN; ESPIÑERA, 2008; PROAKIS, 2001; SKLAR, 2001).

Nesse contexto, são citados a seguir os principais trabalhos correlatos consultados para a criação dos simuladores de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  e dos estimadores de parâmetros para esses canais. Serão citados trabalhos sobre modelos estatísticos para modelagem de canais, teste de qualidade de ajuste e estimação de parâmetros.

O modelo estatístico Rayleigh foi derivado teoricamente por Lorde Rayleigh em 1880 (RAYLEIGH, 1880). Posteriormente em 1935, Pawsey's confirmou através de experimentos a aplicabilidade deste pioneiro modelo teórico desenvolvido por Lorde Rayleigh na modelagem de canais desvanecidos (NAKAGAMI, 1960).

O modelo proposto por Rice, em 1944, descreve uma envoltória para o sinal recebido resultante de uma propagação com múltiplos percursos e uma componente em linha de visada direta, do inglês *line-of-sight* (LOS), diferenciando-se do modelo de Rayleigh

(RICE, 1944). A distribuição de Hoyt (ou Nakagami- $q$ ), proposta em 1947 por Hoyt, e revisada em 1960 Nakagami, descreve um ambiente de propagação sem linha de visada, do inglês *non line-of-sight* (NLOS) (HOYT, 1947; NAKAGAMI, 1960). A distribuição de Hoyt é comumente utilizada para modelar ambientes desvanecidos mais severos que os modelados pela Rayleigh (PÄTZOLD, 2012). A distribuição Nakagami-m foi introduzida por Nakagami, em 1960, para caracterizar o desvanecimento rápido de sinais na faixa de HF para rádio difusão a grandes distâncias (NAKAGAMI, 1960).

Nas últimas duas décadas, novos modelos (distribuições estatísticas) foram desenvolvidos para descrever as variações do sinal recebido em um canal rádio móvel. Yacoub apresentou as distribuições estatísticas chamadas  $\eta - \mu$  (YACOUB, 2002),  $\kappa - \mu$  (YACOUB, 2002) e  $\alpha - \mu$  (YACOUB, 2007a) que incluem distribuições como a de Rayleigh, Rice, Hoyt, Weibull, semi-Gaussiana positiva e Nakagami-m como casos particulares. O trabalho de Yacoub levou ao desenvolvimento das distribuições  $\alpha - \eta - \mu$  (FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006) e de  $\alpha - \kappa - \mu$  (FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006) culminando com a  $\alpha - \eta - \kappa - \mu$  (YACOUB, 2016). Novos estudos tem sido realizados para prover contribuições para a simulação de canais desvanecidos modelados com as distribuições estudadas no presente estudo, como por exemplo, em 2019, Salameh et al. publicou artigo que analisa o desempenho de sistemas de comunicação através de canais de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$ , e Moualeu et al. publicou artigo onde é verificado o desempenho de sistemas de comunicações digitais em canais  $\alpha - \kappa - \mu$  (MOUALEU et al., 2019; SALAMEH et al., ).

Baseando-se em reflexões de ondas em lados planos de construções localizadas aleatoriamente no ambiente de propagação, em 1964 foi apresentado por Ossana o pioneiro modelo para o sinal recebido em um ambiente com múltiplos percursos ( OSSANA, 1964). Em 1968, Clarke propõe modelo que se baseia nas características estatísticas dos campos eletromagnéticos do sinal recebido pela estação móvel, considerando o efeito Doppler (CLARKE, 1968). Em 1972, Gans desenvolveu uma análise espectral para o modelo de Clarke, e, em 1975, Smith a utiliza para propor um modelo computacional para gerar sinais com múltiplos percursos (GANS, 1972; SMITH, 1975).

Existem vários geradores baseados no modelo de desvanecimento de Clarke e Gans, mas devido à relação com as distribuições  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  estudadas neste trabalho, os seguintes simuladores serão destacados. Em 2008 foi publicado o livro (FONTÁN; ESPIÑERA, 2008) que traz exemplos da implementação de simuladores para sinais com desvanecimento rápido sob efeito Doppler, baseados no modelo de Gans, para as distribuições de Rice e Rayleigh. Cita-se ainda o simulador Hoyt apresentado em (FASOLO; DUQUE, 2005), o simulador  $\eta - \mu$  apresentado (JÚNIOR, 2006), e o simulador de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  apresentado em (BATISTA, 2015) que é capaz de gerar amostras para qualquer valor de  $\alpha$  e  $\eta$ , e para valores de  $\mu$  múltiplos inteiros de 0,5, i.e.,  $\mu \in \{0, 0,5; 1, 1,5, \dots\}$ . Também tendo como base o modelo proposto por Gans para a implementação de simuladores para sinais com desvanecimento rápido sob efeito Doppler,

em 2003, Duque propôs o desenvolvimento de um simulador para geração de um sinal com desvanecimento  $\kappa - \mu$  considerando o efeito Doppler para qualquer valor de  $\kappa$  e  $\mu$  múltiplo de 1/2 (DUQUE, 2003). O simulador  $\kappa - \mu$  proposto foi elaborado a partir dos geradores Rice propostos em (RAPPAPORT, 2009). A partir do simulador  $\kappa - \mu$ , obtém-se também o gerador Nakagami-m, restrito a  $m$  múltiplo de 0,5. Deve ser destacado ainda o gerador  $\alpha - \kappa - \mu$  apresentado em (BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016a), que considera o efeito Doppler e é capaz de gerar amostras para qualquer valor de  $\alpha$  e  $\kappa$ , e para valores múltiplos inteiros de  $\mu$ , i.e.,  $\mu \in \{1; 2; 3; \dots\}$ .

Em 2015 Souza, Ribeiro e Guimarães propuseram um algoritmo para gerar números distribuídos aleatoriamente, como em um ambiente  $\alpha - \eta - \mu$ . Esse algoritmo foi construído seguindo o método de aceitação-rejeição por meio do uso de funções chapéu; entretanto, não foi considerada a ação do efeito Doppler no referido algoritmo (SOUZA; RIBEIRO; GUIMARÃES, 2015). Segundo os autores, os números gerados aleatoriamente foram aceitos como satisfatórios, pois foram distribuídos de acordo com a distribuição  $\alpha - \eta - \mu$ . Nesse estudo, o teste de KS e o teste de Anderson-Darling (AD) foram realizados para verificar o ajuste das amostras geradas com as amostras teóricas.

Os testes de GOF são baseados na teoria do teste de hipóteses desenvolvida por Jerzy Neyman e Egon Pearson (FERNANDES, 2013), e são procedimentos que ajudam a determinar se uma dada amostra aleatória,  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ , pode ser considerada proveniente de uma população com uma determinada distribuição de probabilidade teórica especificada (FERNANDES, 2013; FONTÁN; ESPIÑERA, 2008; GENTLE, 2003; LEON-GARCIA, 2008). Há na literatura relatos de que vários testes de qualidade de ajuste apresentam limitações e características que devem ser analisadas para definir seu uso (ABD-ELFATTAH, 2010; STEPHENS, 1974). O teste de qui-quadrado envolve o agrupamento de dados, o que, no caso de amostras pequenas, resulta na perda de informação valiosa. Não obstante a facilidade de sua implementação e uso, o teste qui-quadrado é geralmente menos poderoso que os testes baseados na função de distribuição empírica, do inglês *empirical distribution function* (EDF) (ABD-ELFATTAH, 2010; FERNANDES, 2013; STEPHENS, 1974). A desvantagem é que os testes EDF não são bem adaptados para distribuições discretas, nem para o caso em que os parâmetros devem ser estimados a partir da amostra (STEPHENS, 1974). Os momentos de ordem mais alta geralmente são subestimados e isso impede o uso de técnicas de razão de momento, e assim seria o caso dos testes de tipo de correlação. Os principais testes baseados na EDF são: teste de Cramer-Von Mises, teste de AD e teste de KS (ABD-ELFATTAH, 2010; STEPHENS, 1974).

Considerando o método da aceitação rejeição (KELTON, 2000), foi proposto por Lemos, Souza e Fasolo (2003) um algoritmo para a geração de números aleatórios distribuídos conforme o ambiente  $\eta - \mu$ , entretanto, não fora considerado a ação efeito Doppler (LEMOS, 2003; LEMOS; SOUZA; FASOLO, 2003). Nesse trabalho, a eficiência do algoritmo foi verificada analisando-se o número de amostras geradas e o número de amostras aproveitadas

ou aceitas. Seguindo método da aceitação rejeição, (COGLIATTI; SOUZA; YACOUB, 2012) propôs três algoritmos para a geração de números aleatórios para as distribuições  $\kappa - \mu$ ,  $\eta - \mu$  e  $\alpha - \mu$  respectivamente. Foi realizado o GOF de KS para atestar a qualidade do ajuste das amostras geradas com as amostras teóricas. Não obstante a eficiência demonstrada pelos algoritmos propostos, não foi considerada a ação do efeito Doppler. No artigo (SOUZA; RIBEIRO; GUIMARÃES, 2015) são propostos dois algoritmos para geração de números aleatórios distribuídos respectivamente conforme os ambientes  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ . Esses dois algoritmos foram construídos seguindo o método da aceitação rejeição incrementado com o uso da função chapéu, porém não se levou em consideração a ação do efeito Doppler. Nesse trabalho foram realizados os testes de GOF de KS e de AD para averiguar a qualidade do ajuste das amostras geradas com as amostras teóricas. Conforme os autores, os números gerados aleatoriamente foram aceitos satisfatoriamente como sendo distribuídos conforme as distribuições  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ .

Em 2018 Rennó, Souza e Yacoub propuseram um algoritmo para gerar amostras aleatórias para o ambiente de desvanecimento  $\alpha - \eta - \kappa - \mu$  (RENNÓ; SOUZA; YACOUB, 2018). Para tanto, o gerador de números aleatórios foi implementado pela abordagem de aceitação e rejeição tendo como base os geradores propostos em (COGLIATTI; SOUZA; YACOUB, 2012; SOUZA; RIBEIRO; GUIMARÃES, 2015). Utilizou-se o teste de KS e realizou-se comparações com medidas experimentais encontradas na literatura. A estimação dos parâmetros da distribuição abordada nesse estudo é feita como visto em (YACOUB, 2016). Observa-se que o canal modelado por esse algoritmo não é acometido pelo efeito Doppler. Os simuladores para sinais com desvanecimento rápido para os modelos  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  descritos e analisados no Capítulo 5, consideram o efeito Doppler e são baseados no modelo de Gans sendo, até o melhor conhecimento do autor, inédito.

Em muitas situações os testes de GOF exigem o conhecimento dos parâmetros que caracterizam a distribuição de probabilidade teórica especificada; e, para tal é necessário a estimação desses parâmetros de desvanecimento. Os parâmetros  $\alpha$  e  $\mu$  da distribuição  $\alpha - \mu$  são estimados através dos momentos (estatísticos) em (YACOUB, 2002; YACOUB, 2007a). No trabalho apresentado em 2008 por Costa, a estimação dos parâmetros  $\alpha$ ,  $\kappa$ ,  $\eta$  e  $\mu$  das distribuições generalizadas  $\eta - \mu$ ,  $\kappa - \mu$  e  $\alpha - \mu$ , foi baseada em momentos exatos da soma de  $M$  variáveis aleatórias (v.a.) independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) seguindo uma das distribuições generalizadas supracitadas (COSTA, 2008).

Em (FRAIDENRAICH, 2006; FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006) são apresentados os estimadores dos parâmetros  $\alpha$ ,  $\kappa$ ,  $\eta$  e  $\mu$  da distribuição  $\alpha - \kappa - \eta - \mu$  obtidos a partir dos momentos da distribuição para alguns casos particulares onde foi possível encontrar os momentos de forma fechada. Para os casos das distribuições com três parâmetros,  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ , os momentos foram obtidos utilizando a função hipergeométrica confluente de Kummer o que derivou os estimadores dos parâmetros dessas distribuições. A técnica utilizada pelos autores deriva da apresentada por (YACOUB, 2002). No estudo apresentado

em (FRAIDENRAICH, 2006) realizou-se medidas experimentais para averiguar o ajuste entre os dados experimentais e a distribuição escolhida para ajustar os dados usando o cálculo do erro médio.

Os autores Fraidenraich e Yacoub, por sua vez, utilizaram o método dos momentos (MM) para a estimação dos parâmetros de desvanecimento de sinais transmitidos em canais considerados  $\alpha - \eta - \mu$  ou  $\alpha - \kappa - \mu$  (FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006). Devido à complexidade matemática dos canais  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ , a obtenção dos estimadores dá-se por meio de métodos numéricos não lineares (BATISTA, 2015; BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016b; BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016a; KOBAYASHI; MARK; TURIN, 2012). O MM foi originalmente apresentado por Karl Pearson por volta de 1900, e, apesar dos MM não serem os estimadores mais eficientes, podem ser usados como uma aproximação inicial para métodos iterativos como o MLE (BATISTA, 2015; BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016b; BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016a; KOBAYASHI; MARK; TURIN, 2012). Como visto em (FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006; FRAIDENRAICH, 2006) o MM, embora exato, pode propiciar mais que uma solução para os parâmetros correspondentes.

Apresentado em 1912 por R. Fisher, o MLE é de grande relevância teórica e é um dos métodos mais utilizados não só na estimativa de parâmetros de desvanecimento em canais rádio móveis, bem como em diversas outras áreas (KOBAYASHI; MARK; TURIN, 2012; YIN; CHENG, 2016). Para algumas distribuições, como a  $\alpha - \eta - \mu$  e a  $\alpha - \kappa - \mu$ , a estimativa MLE não pode ser encontrada analiticamente, sendo necessário usar métodos numéricos não lineares (BATISTA, 2015; BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016b; COGLIATTI; SOUZA, 2013; FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006; JÚNIOR, 2006; KOBAYASHI; MARK; TURIN, 2012; LEON-GARCIA, 2008; RIBEIRO, 2013; SOUZA; RIBEIRO; GUIMARÃES, 2015; YACOUB, 2016; YIN; CHENG, 2016). Tais métodos numéricos executam buscas por máximos locais, o que não garante que os parâmetros encontrados sejam a solução ideal para o problema de otimização proposto, e muitas vezes podem exigir um grande esforço computacional (BAIN; ENGELHARDT, 1991; BATISTA, 2015; BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016b; BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016a; COGLIATTI; SOUZA, 2013; KOBAYASHI; MARK; TURIN, 2012; LEON-GARCIA, 2008; RIBEIRO, 2013; SOUZA; RIBEIRO; GUIMARÃES, 2015; YACOUB, 2016; YIN; CHENG, 2016).

Os autores Batista, Souza e Ribeiro apresentaram dois algoritmos MLE para estimar os parâmetros de desvanecimento dos canais  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  (BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016b; BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016a). Esses algoritmos do tipo MLE baseiam-se em métodos numéricos não lineares de otimização e utiliza o MM como uma aproximação inicial.

O artigo (ANJOS et al., 2018) apresenta um estudo sobre distribuição  $\alpha - \eta - \kappa - \mu$  onde é comparado o ajuste dessa distribuição para medidas de campo realizada por outros autores nas faixas de 28  $GHz$  e de 60  $GHz$  e o ajuste com outras distribuições para essas

medidas. O melhor ajuste para as medidas na faixa de  $60\text{ GHz}$  fora realizado para as distribuições de  $\alpha - \eta - \kappa - \mu$ , Rayleigh, Rice, Nakagami-m , Weibull, e  $\alpha - \mu$ ; tendo como critério de análise de melhor ajuste o teste de KS e o erro quadrático médio normalizado do inglês, *normalized mean square error* (NMSE). Para as medidas realizadas na faixa de  $20\text{ GHz}$ , as distribuições de  $\alpha - \eta - \kappa - \mu$  e de Rice foram inicialmente comparadas através do teste de KS modificado. A estimativa dos parâmetros da distribuição  $\alpha - \eta - \kappa - \mu$  foi realizada pelo método da tentativa e erro (força bruta) partindo dos parâmetros da distribuição  $\alpha - \mu$  e variando-se os outros parâmetros da distribuição  $\alpha - \eta - \kappa - \mu$  e escolhendo aqueles que fornecessem o menor NMSE. Para todos os experimentos realizados em (ANJOS et al., 2018) a distribuição  $\alpha - \eta - \kappa - \mu$  se mostrou mais eficiente no ajuste às medidas realizadas. Nota-se, ainda, que os experimentos não consideraram um ambiente acometido pelo efeito Doppler.

Como dito na Seção 1.1 é proposto no presente trabalho o uso de EAs para a estimativa dos parâmetros de desvanecimento dos canais  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  , pois os EAs são recomendados para casos de otimização onde há grande dificuldade em modelar matematicamente o problema a ser minimizado ou maximizado. Essa recomendação é decorrente do fato dos EAs necessitarem apenas de uma função de avaliação das soluções, denominada função objetivo, ou função aptidão (do inglês *fitness function*),  $Fit(\cdot)$  (DAS; MULLICK; SUGANTHAN, 2016; DAS; SUGANTHAN, 2011; GOLDBERG, 1989; STORN; PRICE, 1997). Outra característica relevante dos EAs que justifica seu uso neste trabalho, é a de que sempre encontram estimativas que respeitam as limitações do problema, conforme relatam os autores Almeida e Kagan (ALMEIDA; KAGAN, 2011).

A inspiração dos EAs vem da teoria Darwiniana da evolução por seleção natural. Os EAs empregam um processo adaptativo e busca paralela para procurar soluções para problemas complexos, combinando a sobrevivência dos indivíduos mais aptos com cruzamento de informações aleatórias (DAS; MULLICK; SUGANTHAN, 2016; EIBEN; SMITH, 2015). Os EAs fazem parte dos algoritmos bio-inspirados (DAS; MULLICK; SUGANTHAN, 2016; DAS; SUGANTHAN, 2011). De maneira geral os algoritmos bio-inspirados estabelecem uma relação entre a otimização de problemas e a evolução biológica (DAS; SUGANTHAN, 2011). Eles abrangem os EAs (entre eles GA, programação evolutiva, estratégias de evolução, programação genética, DE), os algoritmos de inteligência de enxame (entre eles otimização de colônia de formigas, otimização de enxame de partículas, colônias de abelhas artificiais), sistemas auto-organizadores, vida artificial, memética e algoritmos culturais e assim por diante (DAS; SUGANTHAN, 2011; DAS; MULLICK; SUGANTHAN, 2016).

Os algoritmos bio-inspirados têm sido amplamente utilizados em diversos problemas de otimização em engenharia (ABDULJABBAR; HASHIM; SALLEHUDDIN, 2020; AL-DABBAGH et al., 2018; AWAD et al., 2019; DAS; MULLICK; SUGANTHAN, 2016; DAS; SUGANTHAN, 2011; FERNANDES et al., 2019). Porém, até o melhor conhecimento do autor, esses algoritmos não foram empregados para a estimativa dos parâmetros tanto do

canal  $\alpha - \eta - \mu$  quanto do canal  $\alpha - \kappa - \mu$ . Apesar da miríade de algoritmos bio-inspirados eficientes, optou-se por utilizar os EAs para a estimação dos parâmetros de desvanecimento dos canais  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ . Tal escolha foi feita baseando-se nos estudos abaixo citados que indicam que esses estimadores podem superar o tradicional método de estimação MLE.

Um amplo estudo sobre os avanços dos DEs é inicialmente apresentado em (DAS; SUGANTHAN, 2011) e atualizado em (DAS; MULLICK; SUGANTHAN, 2016). Os autores mostraram nesses artigos que variantes dos DEs ganharam várias competições entre algoritmos bio-inspirados organizadas na série de conferências IEEE *Congress on Evolutionary Computation*. Além disso, é sugerido pelos autores o uso dos algoritmos DE/rand/1/bin, DE/best/1/bin, DE/c-t-b/1/bin e DE with Taguchi para a estimação de parâmetros em sistemas de engenharia. Visando melhorar a habilidade de busca dos DEs, Cai et al. propuseram o uso do DE-AGM, que teve sua eficiência perante diversos algoritmos bio-inspirados demonstrada através de testes de desempenho (CAI et al., 2019). Outro EA que será abordado neste estudo é o pioneiro GA. Essa opção é feita uma vez que os GAs são amplamente utilizados na busca por parâmetros que minimizem ou maximizem uma função que se deseja otimizar, e uma vez que esses algoritmos apresentam robustez razoável em relação aos mínimos e máximos locais (ABDULJABBAR; HASHIM; SALLEHUDDIN, 2020; EIBEN; SMITH, 2015; LIANG; LEUNG, 2011; SIVANANDAM; DEEPA, 2008).

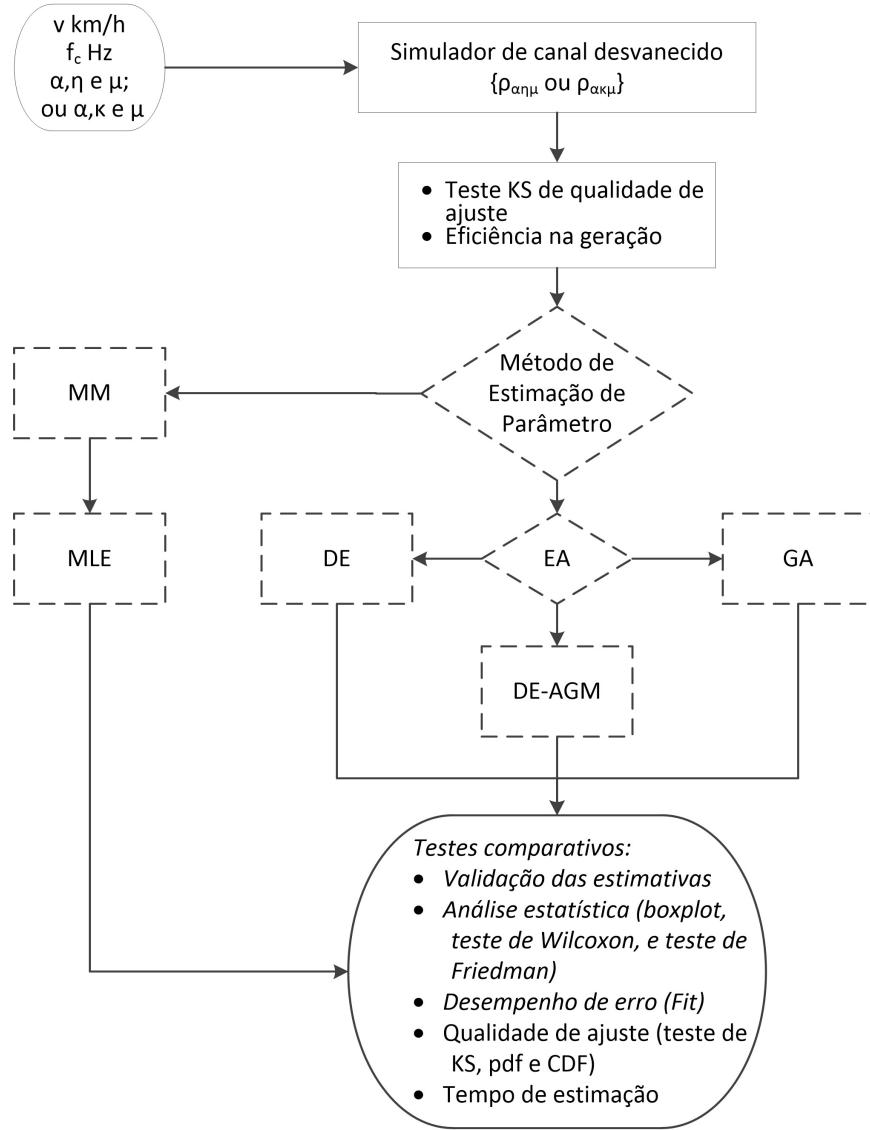
Os GAs foram propostos inicialmente em 1975 por Holland. Comparados ao GAs, os DEs, propostos inicialmente em (STORN; PRICE, 1997), apresentam um número baixo de variáveis de controle para guiar o problema de otimização, o que resulta em maior facilidade de uso (DAS; MULLICK; SUGANTHAN, 2016; DAS; SUGANTHAN, 2011; STORN; PRICE, 1997). Apesar da simplicidade, os DEs possuem convergência consistente no mínimo global em experimentos independentes consecutivos, onde mostraram capacidade de encontrar rapidamente uma solução, não necessariamente a ideal, que não ultrapassou os limites e atingiu as metas pré-estabelecidas no problema de otimização (ALMEIDA; KAGAN, 2011; DAS; MULLICK; SUGANTHAN, 2016; DAS; SUGANTHAN, 2011; GÄMPERLE; MÜLLER; KOUMOUTSAKOS, 2002; STORN; PRICE, 1997). Portanto, para renunciar à solução ótima que, se encontrada, pode exigir muito tempo, percebe-se que uma solução satisfatória é obtida pelo DE dentro de um prazo razoável (ALMEIDA; KAGAN, 2011; DAS; MULLICK; SUGANTHAN, 2016; GÄMPERLE; MÜLLER; KOUMOUTSAKOS, 2002).

Os EAs para a estimação dos parâmetros de desvanecimento dos canais  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  propostos neste trabalho são baseados nos GAs, nos DEs e nos DE-AGMs. Como dito na Seção 1.1, espera-se que os EAs propostos apresentem baixo tempo de execução, que sempre encontrem uma solução respeitando as restrições do problema e que apresentem desempenho compatível ou superior aos métodos de estimação tradicionais.

## 1.3 Estrutura da Tese

A inter-relação entre os simuladores de desvanecimento e estimadores de parâmetros para os modelos estocásticos generalizados  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  propostos é vista na Figura 1.1. Esse diagrama busca apresentar sucintamente a estrutura desta tese de doutorado,

Figura 1.1 – Diagrama em blocos dos métodos usados na tese de doutorado.



Fonte: Elaborada pelo autor

onde o simulador de desvanecimento é configurado com a velocidade do móvel  $v$ , frequência de operação  $f_c$ , e os parâmetros de desvanecimento que descrevem o canal:  $\alpha$ ,  $\eta$  e  $\mu$  para o canal  $\alpha - \eta - \mu$ ; e  $\alpha$ ,  $\kappa$  e  $\mu$  para o canal  $\alpha - \kappa - \mu$ . Em seguida, as amostras geradas pelo simulador de desvanecimento tem sua qualidade de ajuste aferida pelo teste de KS. Essas amostras geradas pelo simulador de desvanecimento são utilizadas como o sinal recebido no canal hipotético, que terão seus parâmetros de desvanecimento estimados através dos EAs propostos. Os resultados obtidos nas estimativas realizadas pelos EAs propostos são

comparados com o tradicional método MLE quanto: à validade das estimativas (se são fisicamente aceitáveis); à análise estatística (realizada através de boxplot e dos testes não paramétricos de Wilcoxon e de Friedman); ao desempenho de erro (aferido pela  $Fit(\cdot)$ ); à qualidade de ajuste (aferida qualitativamente pelos gráficos das função distribuição de probabilidade, do inglês *probability density function* (pdf) e CDF, e quantitativamente pelo teste KS); e quanto ao tempo de estimação demandado por cada algoritmo.

O texto se organiza da seguinte maneira: neste capítulo são apresentados os objetivos, contribuições e desafios da pesquisa; bem como o alicerce bibliográfico e o estado da arte das áreas abordadas neste trabalho.

A concepção dos simuladores de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  propostos neste trabalho é fundamentada na teoria de modelagem dos canais com desvanecimento plano e no modelo de atenuação de Clarke e Gans vistos no Capítulo 2, que mostra ainda a metodologia para a criação e avaliação dos supracitados simuladores e suas novidades.

Por sua vez, a fundamentação teórica utilizada para concepção dos algoritmos de estimação de parâmetros de desvanecimento dos canais  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  propostos baseados nos EAs é também iniciada pela modelagem dos canais com desvanecimento plano (Capítulo 2), acompanhada de dois outros importantes tópicos, os métodos de estimação de parâmetros (Capítulo 3) e os EAs (Capítulo 4). Nos Capítulos 5 e 6 são apresentadas as aplicações da metodologia. O Apêndice A apresenta os resultados (valores da  $Fit(\cdot)$  de cada estimação) obtidos pelos algoritmos de estimação de parâmetros de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  propostos baseados nos EAs. O Anexo A apresenta sucintamente os principais testes não paramétricos (teste KS, de Wilcoxon e de Friedman) e gráficos (boxplot) utilizados para a análise estatística dos experimentos registrados no Capítulo 6. Por fim, a conclusão, Capítulo 7, elenca os aspectos relevantes, entraves e aprendizados adquiridos, lista as divulgações científicas advindas deste trabalho, além de apresentar os possíveis norteadores para trabalhos futuros.



# CAPÍTULO 2

## Modelagem de Canais Desvanecidos

### 2.1 Introdução

Este capítulo inicia-se com uma sucinta revisão dos principais conceitos necessários para fundamentar teoricamente o conceito de canal com desvanecimento plano (Seção 2.2). Em seguida, a Seção 2.3 apresenta de forma breve os principais ambientes de propagação utilizados para modelar os canais com desvanecimento plano. Por fim, a Seção 2.4 apresenta as bases teóricas fundamentais do modelo de atenuação de Clarke e Gans que será utilizado como base para a criação dos simuladores de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  propostos no Capítulo 5.

### 2.2 Canal com Desvanecimento Plano

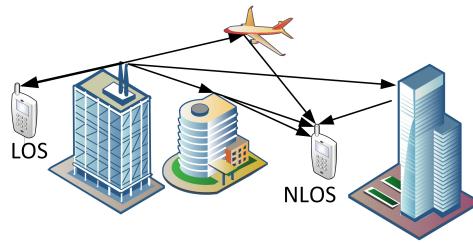
Um sistema de comunicação rádio móvel pode ser definido como aquele onde existe a possibilidade de movimento relativo entre partes ou as partes sistêmicas envolvidas. Diferentemente de um canal guiado que possui comportamento estacionário, o canal rádio móvel não possui comportamento previsível, há uma aleatoriedade devida a diversos fatores como o movimento relativo entre as partes e o ambiente de propagação dentre outros fatores (RAPPAPORT, 2009).

Devido ao comportamento aleatório dos fenômenos que afetam o canal, o sinal rádio é usualmente tratado com modelos estatísticos geralmente construídos através de simulações computacionais (LEMOS; SOUZA; FASOLO, 2003; YIN; CHENG, 2016). Tais simulações permitem que os equipamentos ou técnicas empregadas no sistema rádio móvel sejam testados através do uso de computadores provendo dinamismo na variação da totalidade dos parâmetros existentes no sistema de comunicação. Assim, as simulações computacionais apresentam a facilidade de testar alterações, o que é difícil em um protótipo implementado devido a necessidade de alterar os circuitos eletrônicos. Ademais, análises que fazem uso de protótipos reais são, geralmente, mais dispendiosas e demandam mais tempo que o

uso de simulações computacionais (SIMON; ALOUINI, 2000; RAPPAPORT, 2009; YIN; CHENG, 2016).

Na modelagem de um canal rádio móvel há de se considerar diversos fatores, como a morfologia e a topografia do terreno, a frequência de operação, requisitos de potência, tipo de sistema, e tipo de serviço a ser oferecido. O percurso de transmissão entre o transmissor e o receptor pode variar desde uma condição de simples linha de visada (doravante LOS) até a condição em que o sinal é severamente obstruído por edifícios, montanhas e folhagens, situação onde não se tem a linha de visada (NLOS) (ilustrada na Figura 2.1). Os mecanismos de propagação das ondas de rádio podem ser atribuídos a reflexão, difração e ao espalhamento (RAPPAPORT, 2009; YIN; CHENG, 2016).

Figura 2.1 – Propagação do sinal com LOS e NLOS.



Fonte: Elaborada pelo autor

Considerando-se o ambiente de propagação rádio móvel, uma abordagem comum é a separação do sinal recebido,  $S(x)$ , em duas componentes,  $M(x)$  e  $R(x)$  (RAPPAPORT, 2009; SIMON; ALOUINI, 2000; SKLAR, 2001):

$$S(X) = M(x) + R(x) \quad (2.1)$$

onde a componente  $M(x)$  representa a propagação em grande escala, que consiste em modelos que caracterizam a potência média do sinal recebida pelo receptor em situações onde existe uma grande distância entre o transmissor e o receptor (centenas ou milhares de metros). A componente  $R(x)$  representa a propagação em pequena escala, que, conforme (RAPPAPORT, 2009), corresponde aos modelos de propagação que caracterizam as flutuações rápidas da potência do sinal de recepção sobre curtas distâncias (poucos metros, ou ainda, alguns comprimentos de ondas) ou curtos intervalos de tempo (na ordem de segundos).

Para se descrever e modelar rápidas flutuações de amplitude do sinal rádio em pequenos períodos de tempo ou em pequenos intervalos de deslocamento, onde possa-se desprezar os efeitos da perda no caminho em larga escala, utiliza-se o efeito de desvanecimentos em pequena escala ou desvanecimento plano (ou, em inglês *flat fading*) (RAPPAPORT, 2009). O desvanecimento é resultado na recepção da combinação de duas ou mais versões deslocadas no tempo do sinal transmitido em um intervalo temporal menor que o tempo de símbolo. O sinal recebido é composto pela soma (vetorial) dos sinais recebidos através

de vários múltiplos percursos (ou seja, das várias versões do sinal que chegam ao receptor) produzidos por reflexão e/ou difração, podendo resultar em interferência construtiva ou destrutiva (PANIC et al., 2013; PÄTZOLD, 2012; RAPPAPORT, 2009; SIMON; ALOUINI, 2000; SKLAR, 2001; YIN; CHENG, 2016).

A velocidade da estação móvel, a largura de banda de transmissão do sinal, a presença de objetos (que podem refletir e dispersar o sinal) no percurso, e velocidade dos objetos vizinhos à estação móvel são outros fatores físicos do canal de propagação de rádio que podem causar a atenuação em pequena escala. Basicamente, o canal com desvanecimento possui uma resposta impulsiva variante no tempo e um sinal rádio pode sofrer, principalmente, rápidas variações na sua intensidade em pequenos intervalos de tempo devido ao deslocamento espacial do receptor; devido à modulação aleatória da frequência devido ao efeito Doppler e devido à dispersão temporal (eco) causada pelo atraso de propagação de cada múltiplo percurso (RAPPAPORT, 2009; SIMON; ALOUINI, 2000).

O efeito Doppler é devido ao movimento relativo entre a fonte e o receptor, e pode ser entendido como sendo a percepção de uma frequência diferente daquela que está sendo transmitida por uma determinada fonte. O deslocamento Doppler,  $f_d$ , é dado por (RAPPAPORT, 2009):

$$f_d = \frac{v}{\lambda} \cos \phi \quad (2.2)$$

onde  $\phi$  é o ângulo entre a linha de deslocamento do receptor móvel e a linha entre o receptor móvel e a antena da estação transmissora,  $v$  a velocidade constante que o receptor móvel se move ao longo de um segmento de comprimento  $d$  e  $\lambda$  o comprimento de onda da portadora.

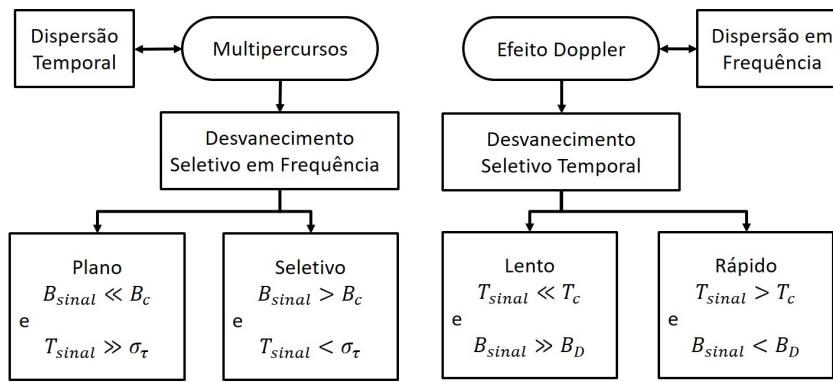
Define-se o espalhamento Doppler,  $B_D$ , como sendo uma medida do alargamento espectral causado pela taxa de tempo da mudança do canal, ou seja, é a faixa de frequências sobre a qual o espectro Doppler recebido é essencialmente diferente de zero. O espalhamento Doppler máximo,  $f_m$ , é dado por (RAPPAPORT, 2009):

$$f_m = \frac{v}{\lambda} \quad (2.3)$$

Os fenômenos de dispersão no canal rádio móvel, tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência, levam a quatro tipos diferentes de canais (ou efeitos). O multipercorso provoca a dispersão temporal e desvanecimento seletivo em frequência (desvanecimento plano ou desvanecimento seletivo em frequência); já o espalhamento Doppler leva a dispersão em frequência e desvanecimento seletivo no tempo (desvanecimento rápido ou desvanecimento lento) (PANIC et al., 2013; PÄTZOLD, 2012; RAPPAPORT, 2009; SIMON; ALOUINI, 2000; SKLAR, 2001; YIN; CHENG, 2016). Esses dois mecanismos de propagação são independentes. O espalhamento, ou dispersão, temporal é um fenômeno causado pela reflexão e espalhamento nos diversos caminhos de propagação do canal rádio móvel.

Adaptada de (RAPPAPORT, 2009), a Figura 2.2 ilustra a caracterização os tipos de desvanecimento em pequena escala supracitados. Onde, conforme definido em (RAPPAPORT, 2009):  $B_{sinal}$  é o espectro (ou banda) do sinal transmitido;  $B_c$  é a banda de coerência, que é uma medida estatística da faixa de frequência que o canal pode ser considerado plano;  $T_c$  é o tempo de coerência, que é uma medida estatística do intervalo de tempo sobre qual a resposta impulsiva do canal é invariante;  $\sigma_\tau$  valor rms do espalhamento do atraso, do inglês *rms Delay Spread*; e,  $T_{sinal}$  é o período de símbolo do sinal transmitido.

Figura 2.2 – Caracterização dos tipos de desvanecimento em pequena escala: plano e lento, plano e rápido, seletivo em frequência e lento, ou, seletivo em frequência e rápido.



Fonte: Adaptada de (RAPPAPORT, 2009)

No modelamento do desvanecimento em canais com multipercursos deve-se considerar o espalhamento temporal devido ao vários caminhos possíveis, já que o espalhamento temporal é variante com o tempo. Outros fatores podem variar com o tempo, como por exemplo a amplitude dos pulsos, o atraso entre os pulsos, e o número de pulsos. Assim, o sinal recebido é a combinação de fasores variantes no tempo com amplitude  $\alpha_n(\tau, t)$  e fase  $\phi_n(\tau, t)$ , com envoltória complexa do sinal recebido dada por (RAPPAPORT, 2009):

$$r(\tau, t) = \sum_{n=0}^{N-1} \alpha_n(\tau, t) e^{-j\phi_n(\tau, t)} p(t - \tau_n(t)) \quad (2.4)$$

onde  $\phi_n(t) = \omega_c \tau_n(t)$ ;  $N$  é o número total de componentes de multipercursos recebido; cada caminho possui uma atenuação  $\alpha_n(t)$  e atraso  $\tau_n(t)$ ; e considera-se uma portadora sem modulação na frequência  $\omega_c$  e o sinal transmitido é do tipo (RAPPAPORT, 2009):

$$s(t) = \mathbb{R} \left\{ p(t) e^{j\omega_c t} \right\} \quad (2.5)$$

onde  $p(t)$  é um trem de pulsos de banda base repetitivos com largura de pulso muito estreita e período de repetição, que é muito maior que o máximo atraso em excesso medido no canal.

A amplitude  $\alpha_n(t)$  não é sensível com a distância, ao contrário da fase  $\phi_n(t)$ ; toda vez que o atraso sofrer uma mudança de  $1/f_c$ ,  $\phi_n(t)$  irá variar de  $2\pi$  rad. Assim, pode ocorrer, que em uma certa região e um certo instante de tempo, os vários fasores são combinados construtivamente (ou destrutivamente) mais por ação da fase  $\phi_n(t)$  que pela atenuação  $\alpha_n(t)$ . Como existem múltiplos percursos e o receptor pode estar movendo-se, o cálculo exato da envoltória complexa do sinal recebido torna-se uma árdua tarefa. Para tornar essa tarefa tratável matematicamente, pode-se modelar  $r(t)$  como um sinal aleatório. Assim, como será exposto adiante com mais detalhes, a estatística da envoltória complexa da resposta impulsiva do sistema é uma função do tipo Rayleigh e, havendo LOS entre transmissor e receptor o desvanecimento é melhor modelado pela função de Rice. De sorte que para cada canal, ou ainda, para cada ambiente de propagação específico haverá uma dada função distribuição de probabilidade que melhor modela o efeito do desvanecimento; e, descobrir qual é essa distribuição constitui-se em uma tarefa deveras importante para a eficiência do método de predição do desvanecimento em um canal com multipercursos.

## 2.3 Ambientes de Propagação

Antes de modelar os canais com desvanecimento plano, faz-se necessário definir o chamado campo (ou ambiente) de espalhamento homogêneo (LEMOS, 2003). Um ambiente de espalhamento homogêneo resultante de pontos de espalhamento distribuídos aleatoriamente apresenta as seguintes características: grande número de ondas parciais; amplitudes das ondas parciais idênticas; ondas parciais descorrelacionadas; nenhuma correlação entre fase e amplitude de uma onda parcial; distribuição de fase homogênea entre  $[0, 2\pi]$ .

Os modelos de distribuição de desvanecimento mais conhecidos são obtidos assumindo-se campos de espalhamento difuso homogêneo. Definindo *cluster* como sendo conjunto de ondas espalhadas, e supondo-se a existência de apenas um *cluster* pode-se obter as distribuições de Rayleigh e de Hoyt, esta última assumindo-se que as componentes em fase e em quadratura do sinal desvanecido apresentam desvios padrões diferentes, não havendo dentre as várias ondas espalhadas uma que predomine sobre as outras.

O ambiente Nakagami-m pode ser entendido como sendo um conjunto de *clusters*, onde dentro de cada *cluster* as fases das ondas espalhadas são aleatórias e possuem atrasos temporais semelhantes, e entre diferentes *clusters*, o espalhamento ou o atraso entre as ondas é relativamente grande.

A suposição de um ambiente de espalhamento difuso homogêneo é certamente uma aproximação, já que as superfícies são espacialmente correlacionadas, caracterizando um ambiente não homogêneo. As distribuições generalizadas  $n$  e  $q$  podem caracterizar um ambiente não homogêneo, entretanto, há severa dificuldade matemática em seu uso. As distribuições  $\eta-\mu$ ,  $\kappa-\mu$ ,  $\alpha-\mu$ ,  $\alpha-\eta-\mu$ ,  $\alpha-\kappa-\mu$ , e  $\alpha-\eta-\kappa-\mu$  propõem um modelo geral para canais desvanecidos; podendo descrever, parametrizar e caracterizar completamente

o sinal correspondente em termos de parâmetros físicos mensuráveis (LEMOS, 2003; FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006; SOUZA, 2002; YACOUB, 2007a; YACOUB, 2016).

A seguir, serão apresentados alguns dos diversos tipos de ambientes de propagação teóricos existentes, descritos por distribuições estatísticas homônimas.

### 2.3.1 Ambiente de Propagação Rayleigh

O ambiente de propagação Rayleigh modela ambientes desvanecidos com multipercursos NLOS. Ou seja, não existindo linha de visada direta - apenas sinais de múltiplos percursos - e sendo elevado o número de sinais, o sinal resultante pode ser considerado como um processo Gaussiano complexo, cuja envoltória obedece a uma distribuição de probabilidade de Rayleigh. O ambiente Rayleigh também se aplica à propagação das ondas refletidas na troposfera e na ionosfera, bem como nos enlaces de rádio nas comunicações marítimas (LEMOS, 2003). Desta feita, o ambiente Rayleigh é caracterizado por: ter um *cluster*, ambiente homogêneo, apenas ondas espalhadas, sem componente dominante, não apresentar parâmetros de desvanecimento.

Seja uma dada portadora de sinal transmitida em um canal móvel,  $s(t)$ , representada na forma exponencial por (YACOUB, 1993):

$$s(t) = a \exp(j\omega_0 t) \quad (2.6)$$

onde  $a$  é a amplitude da portadora.

Considerando-se que haja um conjunto (ou *cluster*) de  $n$  ondas espalhadas chegando ao receptor, a  $i$ -ésima onda apresentará amplitude  $a_i$  e fase  $\phi_i$ . Assim, o sinal recebido no receptor móvel,  $r(t)$ , será o resultado da soma fasorial das  $n$  ondas espalhadas dado por (YACOUB, 1993):

$$r(t) = \sum_{i=1}^n a_i \exp[j(\omega_0 t + \phi_i)] = r \exp[j(\omega_0 t + \phi)] \quad (2.7)$$

onde:

$$r \exp(j\phi) = \sum_{i=1}^n a_i \exp(j\phi_i) \quad (2.8)$$

Pode-se reescrever a Equação (2.8) na forma trigonométrica como:

$$r \exp(j\theta) = \sum_{i=1}^n a_i \cos \phi_i + j \sum_{i=1}^n a_i \sin \phi_i \quad (2.9)$$

Então, definindo-se as componentes em fase  $x$  e em quadratura  $y$  como:

$$x \triangleq \sum_{i=1}^n a_i \cos \phi_i = r \cos \theta \quad (2.10)$$

$$y \triangleq \sum_{i=1}^n a_i \sin \phi_i = r \sin \theta \quad (2.11)$$

tem-se a seguinte relação (YACOUB, 1993):

$$r^2 = x^2 + y^2 \quad (2.12)$$

Partindo da hipótese de que haja um número  $n$  muito elevado de ondas espalhadas, que as amplitudes individuais  $a_i$  são aleatórias, e que as fases  $\phi_i$  são uniformemente distribuídas entre 0 e  $2\pi$ ; o teorema do limite central leva à um processo Gaussiano complexo com variáveis em fase e quadratura com distribuições Gaussianas  $x$  e  $y$  possuindo média zero e variâncias,  $\sigma^2$ , iguais ( $\sigma_x^2 = \sigma_y^2$ ). Sendo  $z = x$  ou  $z = y$  como se queira, as distribuições Gaussianas  $x$  e  $y$  possuem pdf dada por (YACOUB, 1993):

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right) \quad (2.13)$$

Então, supondo apenas um *cluster*, ou seja, a existência de apenas um conjunto de ondas espalhadas a distribuição de Rayleigh pode ser obtida (YACOUB, 1993). Um sinal propagando-se em um ambiente Rayleigh tem a envoltória da sua componente de curto prazo modelada por uma pdf dada por (SIMON; ALOUINI, 2000; YACOUB, 1993):

$$f(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right), \quad r \geq 0 \quad (2.14)$$

onde  $\sigma^2$  é a variância das componentes em fase e em quadratura que compõe o sinal  $r$ .

Quando o desvanecimento afeta sistemas de banda estreita, a envoltória do sinal recebido pode ser modelada por uma v.a.  $r$  de valor quadrático médio, ou potência normalizada média total,  $\Omega$  (Equação (2.15)) e com pdf,  $f(r)$ , a qual depende da natureza do ambiente de rádio propagação.

$$\Omega = E(r^2) \quad (2.15)$$

onde  $r^2$  é a potência instantânea do sinal, e  $E(\cdot)$  é o valor médio ou esperado.

Sendo para o ambiente Rayleigh  $\Omega = 2\sigma^2$  (LEMOS, 2003), têm-se:

$$f(r) = \frac{2r}{\Omega} \exp\left(-\frac{r^2}{\Omega}\right), \quad r \geq 0 \quad (2.16)$$

A Figura 2.3 mostra curvas da pdf da distribuição de Rayleigh variando-se o valor da potência média do sinal,  $\Omega = (1; 2; 4)$ , de acordo com a Equação (2.16).

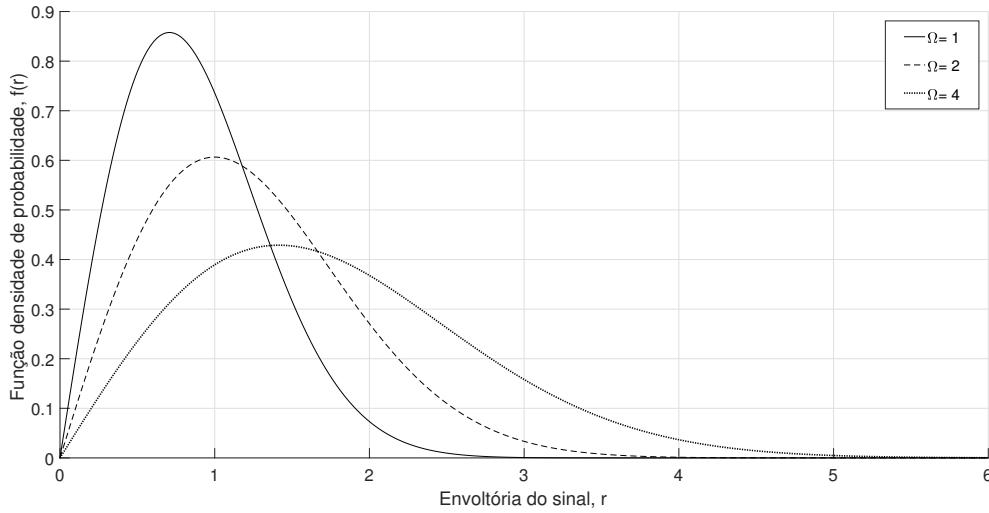
Seja  $\rho$  a envoltória do sinal normalizada em relação ao valor rms,  $\hat{r}$ , de  $r$  (LEMOS; SOUZA; FASOLO, 2003):

$$\rho = \frac{r}{\hat{r}} = \frac{r}{\sqrt{E(r^2)}} = \frac{r}{\sqrt{\Omega}} \quad (2.17)$$

Então, a pdf do canal com desvanecimento em função de  $\rho$  pode ser dada por (LEMOS; SOUZA; FASOLO, 2003):

$$f(\rho) = \hat{r} \cdot f(r)|_{r=\rho \cdot \hat{r}} \quad (2.18)$$

Figura 2.3 – pdf de Rayleigh variando-se a potência média do sinal,  $\Omega = (1; 2; 4)$ .



Fonte: Elaborada pelo autor

E, a pdf de Rayleigh normalizada em relação a  $\rho$ , é dada por (LEMOS, 2003; SIMON; ALOUINI, 2000).

$$f(\rho) = 2\rho e^{-\rho^2}, \rho \geq 0 \quad (2.19)$$

Já a CDF, de uma variável aleatória pode ser obtida a partir da pdf como (KOBAYASHI; MARK; TURIN, 2012):

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(u)du \quad (2.20)$$

Para o caso da distribuição de Rayleigh, a CDF será (SIMON; ALOUINI, 2000):

$$F(r) = 1 - \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \quad r \geq 0 \quad (2.21)$$

$$F(r) = 1 - \exp\left(-\frac{r^2}{\Omega}\right) \quad r \geq 0 \quad (2.22)$$

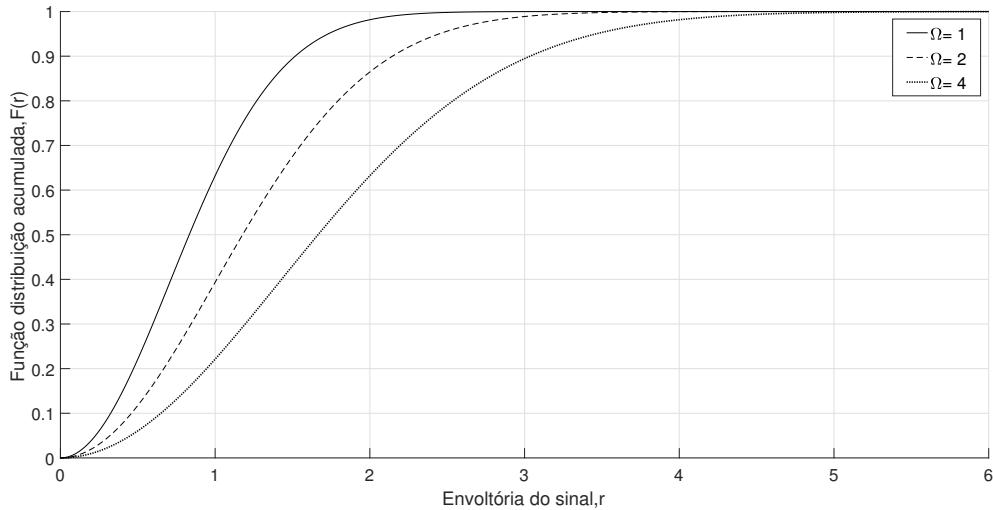
A Figura 2.4 mostra curvas da CDF da distribuição de Rayleigh variando-se o valor da potência média do sinal,  $\Omega = (1; 2; 4)$ , de acordo com a Equação (2.22).

Integrando a Equação (2.19), como indicado na Equação (2.20), obtém-se a CDF de Rayleigh em função de  $\rho$ :

$$F(\rho) = 1 - \exp(-\rho^2), \quad \rho \geq 0 \quad (2.23)$$

### 2.3.2 Ambiente de Propagação Rice (Nakagami-n)

O ambiente Rice (também conhecido como ambiente Nakagami-n) considera uma componente com sinal forte em LOS e outras componentes aleatórias com sinal de menor intensidade. A distribuição de Rice é tipicamente observada em ambientes: terrestres

Figura 2.4 – CDF de Rayleigh variando-se a potência média do sinal,  $\Omega = (1; 2; 4)$ 

Fonte: Elaborada pelo autor

móveis micro celulares urbanos e suburbanos; picocelular *indoor*; fabril; satélites e comunicações marítimas (SOUZA, 2002).

Sinteticamente, o ambiente de propagação Rice possui uma onda dominante e várias ondas refletidas de intensidade menor. O parâmetro de desvanecimento do ambiente de propagação Nakagami-n é o fator de Rice,  $K$ , que é a razão entre a potência total da componente dominante e a potência total das componentes espalhadas, dado por (SIMON; ALOUINI, 2000; SOUZA, 2002):

$$K = n^2 = \frac{a^2}{2\sigma^2} = \frac{(p^2 + q^2)}{2\sigma^2} \quad (2.24)$$

onde  $\frac{a^2}{2}$  é a potência das ondas diretas,  $p$  e  $q$  são os valores médios das componentes em fase e em quadratura do sinal resultante de múltiplos percursos,  $\sigma^2$  é a potência das ondas refletidas, e  $0 \leq K \leq \infty$ . A Tabela 2.1 mostra as distribuições englobadas pelo ambiente Rice em função de  $K$  (SIMON; ALOUINI, 2000).

Tabela 2.1 – Ambiente Rice (Nakagami-n)

$K = 0$	$K = \infty$
Canal AWGN, Rayleigh	sem desvanecimento (amplitude constante)

Fonte: Elaborada pelo autor com os dados extraídos de (SIMON; ALOUINI, 2000)

Seja pois a representação exponencial do sinal recebido  $r(t)$  dada por (YACOUB, 1993):

$$r(t) = r \exp(j\omega_0 t + \phi) + a \exp(j\omega_0 t) = [(x + a) + jy] \exp(j\omega_0 t) \quad (2.25)$$

onde as ondas espalhadas são representadas por  $r \exp(j\omega_0 t + \phi)$ , e as ondas diretas representadas por  $a \exp(j\omega_0 t)$ . Considerando-se a forma trigonométrica, têm-se para o ambiente Rice:

$$r^2 = (x + a)^2 + y^2 \quad (2.26)$$

$$x + a = r \cos \phi \quad (2.27)$$

$$y = r \sin \phi \quad (2.28)$$

$$r^2 = (x + p)^2 + (y + q)^2 \quad (2.29)$$

Pelo exposto, e seguindo os mesmo raciocínio apresentado na Seção 2.3.1, obtém-se a pdf de Rice dada por (YACOUB, 1993):

$$f(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp \left[ -\frac{(r^2 + a^2)}{\sigma^2} \right] I_0 \left( \frac{ra}{\sigma^2} \right), r \leq 0 \quad (2.30)$$

onde  $I_0(\cdot)$  é a função de Bessel modificada de ordem zero, ou genericamente,  $I_\nu(\cdot)$  é a função modificada de Bessel de primeira classe de ordem  $\nu$  (ABRANOWITZ; STEGUN, 1972).

A pdf desse ambiente em função de  $\rho$  é dada por (SIMON; ALOUINI, 2000; SOUZA, 2002):

$$f(\rho) = \frac{2(1+K)}{e^K} \rho \exp \left[ -(1+K)\rho^2 \right] I_0 \left[ 2\sqrt{K(1+K)}\rho \right] \quad (2.31)$$

A CDF da distribuição de Rice em função da envoltória  $r$  é dada por (SIMON; ALOUINI, 2000; SOUZA, 2002):

$$F(r) = 1 - Q_1 \left( \frac{a}{\sigma}, \frac{r}{\sigma} \right), r \leq 0 \quad (2.32)$$

onde  $Q_M(\alpha, \beta)$  é a função Marcum-Q de ordem  $M$  (SIMON; ALOUINI, 2000).

Considerando a Equação (2.32), a Equação (2.24) e a relação entre  $\rho$ , e  $r$  dada pela Equação (2.17), após algumas manipulações, têm-se a CDF de Rice em função de  $\rho$ :

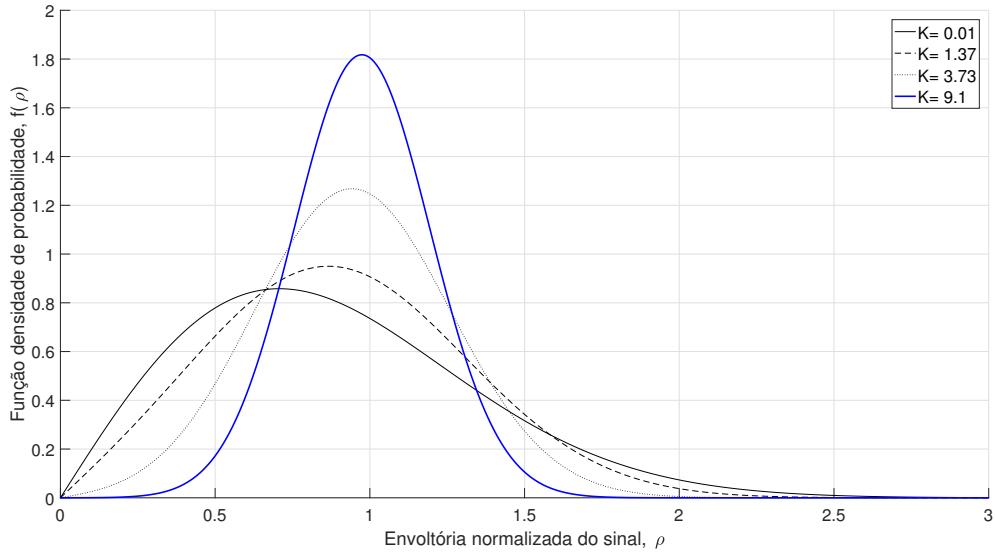
$$F(\rho) = 1 - Q_1 \left( \sqrt{2K}, \rho \sqrt{2(1+K)} \right), \rho \leq 0 \quad (2.33)$$

As Figuras 2.5 e 2.6 mostram, respectivamente, a pdf e a CDF de Rice em função de  $\rho$ , variando-se o fator  $K = (0, 01; 1, 37; 3, 73; 9, 1)$ .

### 2.3.3 Ambiente de Propagação Hoyt (Nakagami-q)

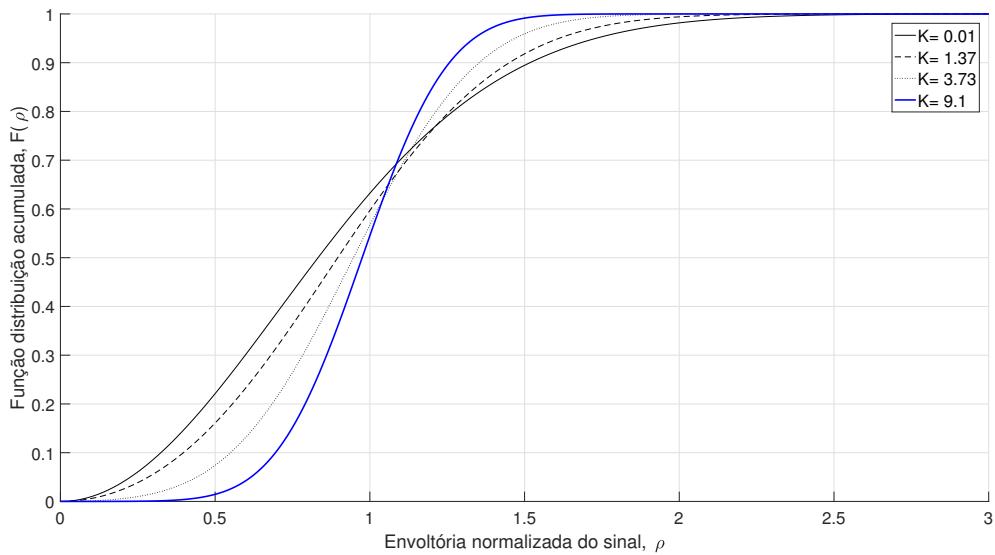
A distribuição de Hoyt é normalmente usada para modelar a propagação de sinais através de enlaces via satélite onde existam fortes cintilações ionosféricas. Nesse ambiente, assume-se que as componentes em fase e em quadratura do sinal desvanecido possuem potências diferentes, e logo, apresentam desvios padrões diferentes. Não obstante, não

Figura 2.5 – pdf de Rice em função de  $\rho$ , variando-se  $K = (0, 01; 1, 37; 3, 73; 9, 1)$ .



Fonte: Adaptada de (LEMOS, 2003)

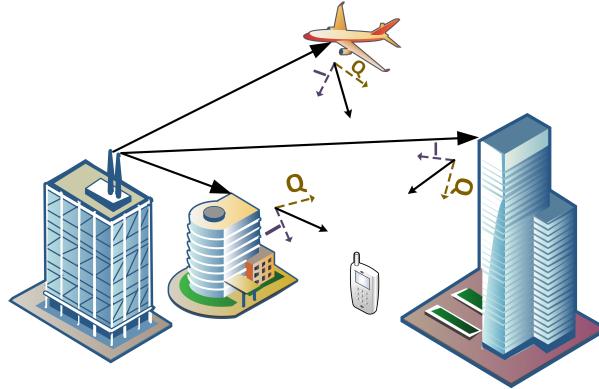
Figura 2.6 – CDF de Rice em função de  $\rho$ , variando-se  $K = (0, 01; 1, 37; 3, 73; 9, 1)$ .



Fonte: Adaptada de (LEMOS, 2003)

há dentre as várias ondas espalhadas uma que predomine sobre as demais. O ambiente Hoyt caracteriza-se por possuir parâmetro  $q$  de desvanecimento, um *cluster*, ambiente homogêneo, e suas componentes em fase e em quadratura possuírem variâncias diferentes, sem componente dominante. O mecanismo de propagação do ambiente Hoyt é ilustrado na Figura 2.7. A pdf da distribuição de Hoyt, também conhecida como distribuição de

Figura 2.7 – Ilustração do mecanismo de propagação do ambiente Hoyt



Fonte: Adaptada de (LEMOS, 2003)

Nakagami-q, é dada por (YACCOUB, 1993; SIMON; ALOUINI, 2000):

$$f(r) = \frac{(1+q^2)r}{q\Omega} \exp\left[-\frac{(1+q^2)^2 r^2}{4q^2\Omega}\right] I_0\left[\frac{(1-q^4)r^2}{4q^2\Omega}\right], r \geq 0 \quad (2.34)$$

onde  $q$  é o parâmetro Nakagami-q de desvanecimento (razão entre o desvio padrão da componente em fase,  $\sigma_x$ , e o desvio padrão da componente em quadratura,  $\sigma_y$ , do sinal) dado pela Equação (2.35). Conforme (PÄTZOLD, 2012; SIMON; ALOUINI, 2000):

$$q = \frac{\sigma_x}{\sigma_y}, \quad \sigma_y \neq 0 \quad 0 \geq q \geq 1 \quad (2.35)$$

A distribuição de Hoyt se aproxima de outras distribuições ao variar o fator  $q$ , conforme visto na Tabela 2.2. Observa-se que  $q$  varia de 0 (distribuição semi-Gaussiana positiva, cuja pdf é dada na Equação (2.36)) até 1 (distribuição de Rayleigh) (SIMON; ALOUINI, 2000).

$$f(r) = \frac{1}{\sqrt{2\Omega\pi}} \exp\left(\frac{-2r^2}{2\Omega}\right) \quad (2.36)$$

Tabela 2.2 – Ambiente Hoyt (Nakagami-q)

$q = 0$	$q = 1$
semi-Gaussiana positiva, Rayleigh	(desvanecimento severo)

Fonte: Elaborada pelo autor com os dados extraídos de (SIMON; ALOUINI, 2000)

Já a CDF da distribuição de Hoyt, em função de  $r$ , é dada por (PÄTZOLD, 2012; PARIS, 2009):

$$F(r) = Q\left(a(q)\frac{r}{\sqrt{\Omega}}, b(q)\frac{r}{\sqrt{\Omega}}\right) - Q\left(b(q)\frac{r}{\sqrt{\Omega}}, a(q)\frac{r}{\sqrt{\Omega}}\right), r \geq 0 \quad (2.37)$$

onde:

$$a(q) = \frac{\sqrt{1-q^4}}{2q} \sqrt{\frac{1+q}{1-q}} \quad (2.38)$$

$$b(q) = \frac{\sqrt{1-q^4}}{2q} \sqrt{\frac{1-q}{1+q}} = a(q) \frac{1-q}{1+q} \quad (2.39)$$

e, onde  $Q(\cdot, \cdot)$ , ou  $Q_1(\cdot, \cdot)$ , é a função Marcum-Q de primeira ordem (PÄTZOLD, 2012; SIMON; ALOUINI, 2000).

A pdf de Hoyt normalizada em relação ao valor rms é dada por (LEMOS, 2003; SIMON; ALOUINI, 2000):

$$f(\rho) = \frac{(1+q^2)\rho}{q} \exp\left[-\frac{(1+q^2)^2}{4q^2}\rho^2\right] I_0\left[\frac{(1-q^4)}{4q^2}\rho^2\right], \rho \geq 0 \quad (2.40)$$

Considerando-se a relação dada pela Equação (2.17) pode-se obter a transformação de variável dada por:

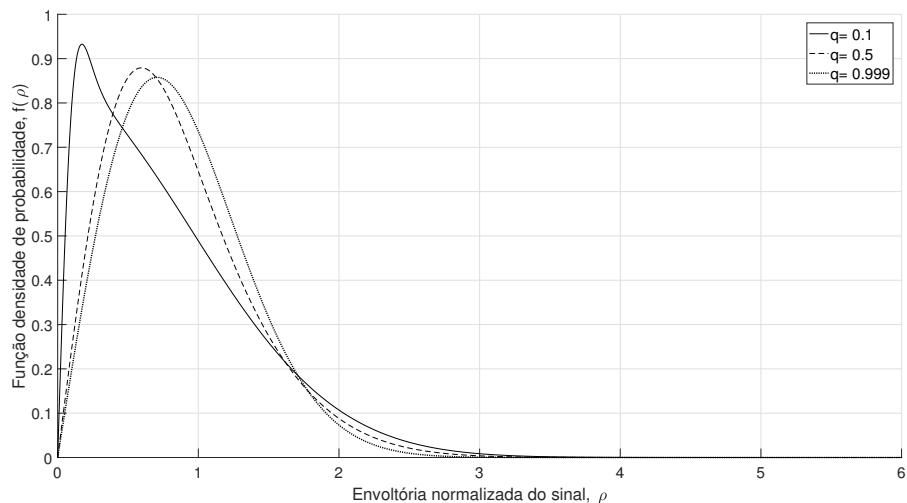
$$F(\rho) = \sqrt{\Omega} \cdot F(r) \Big|_{r=\rho \cdot \sqrt{\Omega}} \quad (2.41)$$

Aplicando-se a Equação (2.41) na Equação (2.37), obtém-se a CDF de Hoyt,  $F(\rho)$ , em função de  $\rho$  como:

$$F(\rho) = Q[a(q)\rho, b(q)\rho] - Q[b(q)\rho, a(q)\rho], \rho \geq 0 \quad (2.42)$$

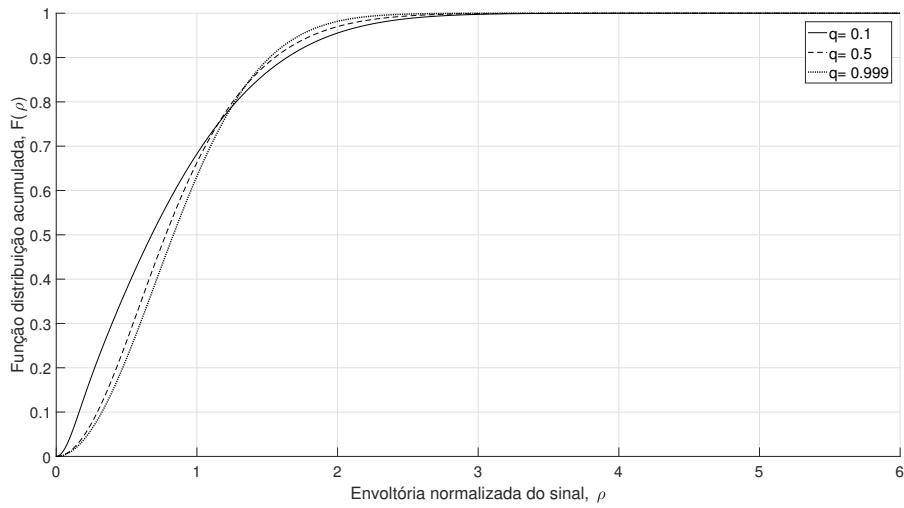
A Figura 2.8 mostra a pdf de Hoyt, dada pela Equação (2.40), para  $q = (0, 1; 0, 5; 0, 999)$ . E, a Figura 2.9 mostra a CDF de Hoyt, dada pela Equação (2.42), para  $q = 0, 1; 0, 5; 0, 999$ .

Figura 2.8 – pdf de Hoyt em função de  $\rho$ , para  $q = (0, 1; 0, 5; 0, 999)$ .



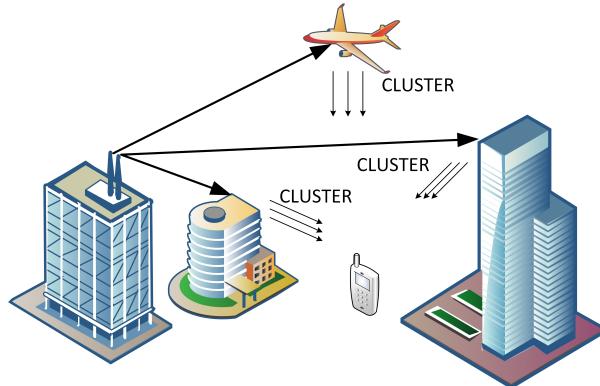
Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 2.9 – CDF de Hoyt em função de  $\rho$ , para  $q = (0, 1; 0, 5; 0, 999)$ .



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 2.10 – Ilustração do mecanismo de propagação da distribuição Nakagami-m



Fonte: Adaptada de (LEMOS, 2003)

### 2.3.4 Ambiente de Propagação Nakagami-m

O mecanismo de distribuição em um ambiente Nakagami-m é ilustrado na Figura 2.10. O ambiente descrito pela distribuição de Nakagami-m é homogêneo e considera a existência de vários *clusters* onde, em cada *cluster* há apenas ondas espalhadas, sem componente dominante. Esse ambiente possui melhor ajuste às comunicações móveis e *indoor*, bem como os enlaces de rádio ionosféricos. A pdf de Nakagami-m em função de  $r$  é dada por (SIMON; ALOUINI, 2000; SOUZA, 2002; LEMOS, 2003):

$$f(r) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left( \frac{m}{\Omega} \right)^m r^{2m-1} \exp \left( -\frac{mr^2}{\Omega} \right) \quad (2.43)$$

onde  $\Gamma(\cdot)$  é a função Gama, e  $m$  é definido como sendo o fator de desvanecimento dado por:

$$m = \frac{\Omega^2}{Var(r^2)} = \frac{(1+q^2)^2}{2 + (1+2q^4)} = \frac{(1+n^2)^2}{2 + 2n^2}, \quad m \geq \frac{1}{2} \quad (2.44)$$

As Figuras 2.11 e 2.12 mostram a pdf de Nakagami-m para diferentes valores de  $m$ . Observe que fazendo  $m = \frac{1}{2}$  na distribuição de Nakagami-m, obtém-se a distribuição semi-Gaussianiana positiva; já para  $m = 1$  na pdf de Nakagami-m, obtém-se a distribuição de Rayleigh. Já quando  $m \rightarrow \infty$  o canal não possui desvanecimento e apresenta amplitude constante (canal de ruído branco aditivo Gaussiano, do inglês *additive white Gaussian noise* (AWGN) - delta de Dirac). Portanto, para valores de  $m > 1$  têm-se um desvanecimento menos severo em oposição à  $m < 1$  que implica em um desvanecimento mais severo (SIMON; ALOUINI, 2000; PÄTZOLD, 2012). A Tabela 2.3 mostra as distribuições englobadas pelo ambiente Nakagami-m em função de  $m$ .

Tabela 2.3 – Ambiente Nakagami-m

$m = 1/2$	$m = 1$	$m = \infty$
semi-Gaussianiana positiva (desvanecimento severo)	Rayleigh	Canal AWGN, (sem desvanecimento)

Fonte: Elaborada pelo autor com os dados extraídos de (SIMON; ALOUINI, 2000)

A pdf de Nakagami-m normalizada em relação ao valor rms é dada por (LEMOS, 2003; SOUZA, 2002; SIMON; ALOUINI, 2000):

$$f(\rho) = \frac{2m^m}{\Gamma(m)} \rho^{2m-1} \exp(-m\rho^2), \quad \rho \geq 0 \quad (2.45)$$

A CDF de Nakagami-m em função de  $r$  é dada por (PÄTZOLD, 2012):

$$F(r) = \frac{\Gamma(m, m\frac{r^2}{\Omega})}{\Gamma(m)} \quad (2.46)$$

onde  $\Gamma(a, x)$  é a função Gama incompleta dada por (ABRANOWITZ; STEGUN, 1972):

$$\Gamma(a, x) = P(a, x) \Gamma(a) = \int_0^x t^{a-1} \exp(-t) dt \quad \mathbb{R}\{a\} > 0 \quad (2.47)$$

onde  $P(a, x)$  é a função Gama incompleta dada por (ABRANOWITZ; STEGUN, 1972):

$$P(a, x) = \frac{\Gamma(a, x)}{\Gamma(a)} = \frac{1}{\Gamma(a)} \int_0^x t^{a-1} \exp(-t) dt \quad \mathbb{R}\{a\} > 0 \quad (2.48)$$

Nota-se que a Equação (2.48) possui a mesma definição do comando *gammainc(x, a)* utilizado no Matlab(R), dada por (INC., 2018):

$$gammainc(x, a) = \frac{\Gamma(a, x)}{\Gamma(a)} = \frac{1}{\Gamma(a)} \int_0^x t^{a-1} \exp(-t) dt \quad \mathbb{R}\{a\} > 0 \quad (2.49)$$

Utilizando-se a relação denotada pela Equação (2.48) na Equação (2.46), têm-se:

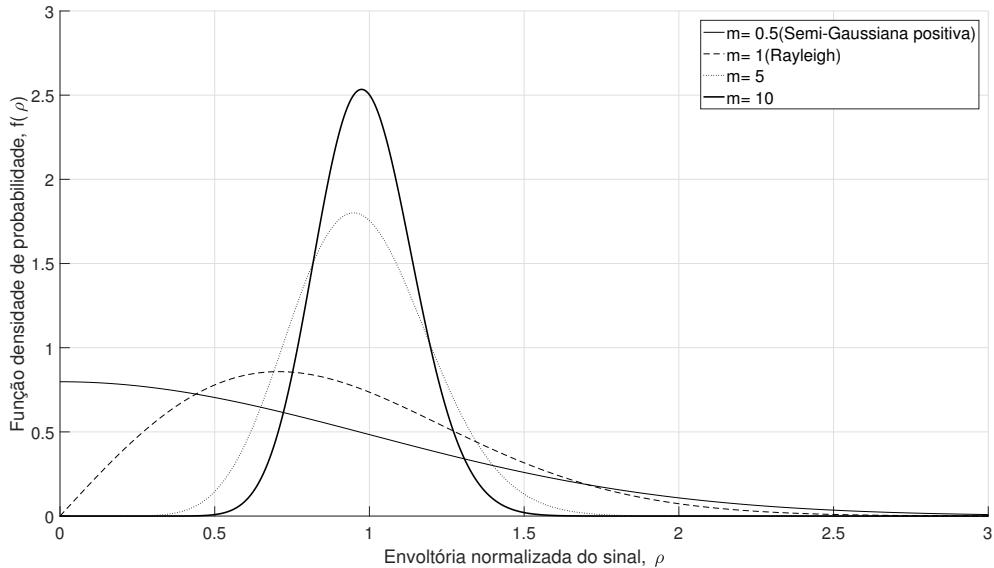
$$F(r) = P\left(m, m \frac{r^2}{\Omega}\right) \quad (2.50)$$

Sendo  $\rho$  definido pela Equação (2.17), a CDF de Nakagami-m em função de  $\rho$  será:

$$F(\rho) = \frac{\Gamma(m, m\rho^2)}{\Gamma(m)} = P\left(m, m\rho^2\right) \quad (2.51)$$

As Figuras 2.11 e 2.12 mostram respectivamente a pdf (Equação (2.45)) e a CDF (Equação (2.51)) de Nakagami-m em função de  $\rho$  variando-se o fator  $m = 0,5$  (aproxima a semi-Gaussiana positiva);  $m = 1$  (aproxima a Rayleigh);  $m = (5; 10)$ .

Figura 2.11 – pdf de Nakagami-m em função de  $\rho$ , variando-se  $m = 0,5$  (semi-Gaussiana positiva);  $m = 1$  (Rayleigh);  $m = (5; 10)$ .

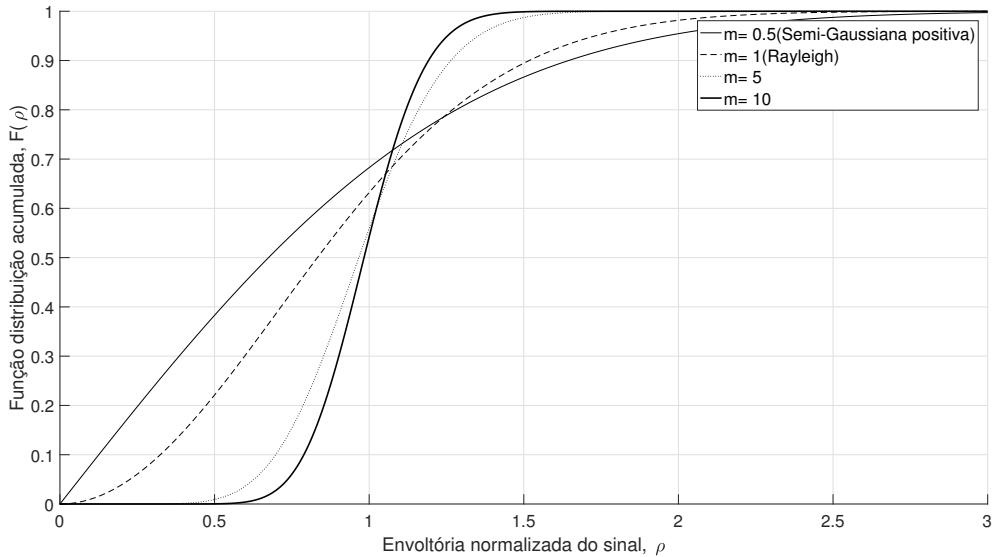


Fonte: Elaborada pelo autor

### 2.3.5 Ambiente de Propagação $\eta - \mu$

O sinal que se propaga em um ambiente  $\eta - \mu$  é considerado composto de vários *clusters* com ondas oriundas dos múltiplos percursos. Dentro de cada *cluster*, as fases das ondas são aleatórias e possuem atrasos no tempo semelhantes, e entre os vários *clusters*, os atrasos das ondas são relativamente grandes. Assume-se que as componentes em fase e em quadratura do sinal desvanecido possuem potências diferentes, logo, apresentam desvios padrões diferentes. Não havendo dentre as várias ondas espalhadas uma que predomine sobre as outras (LEMOS, 2003). Na modelagem a partir da distribuição  $\eta - \mu$  o ambiente de propagação é considerado não homogêneo. A Figura 2.13 ilustra o mecanismo de propagação em um ambiente  $\eta - \mu$ .

Figura 2.12 – CDF de Nakagami-m em função de  $\rho$ , variando-se  $m = 0, 5$  (semi-Gaussiana);  $m = 1$  (Rayleigh);  $m = (5; 10)$ .



Fonte: Elaborada pelo autor

A modelagem física dessa distribuição considera dois formatos equivalentes, que representam porém, fenômenos físicos distintos (YACOUB, 2007b). No Formato 1, considera-se um sinal composto por *cluster* de ondas em multipercursos propagando-se em um ambiente não homogêneo. Nesse caso, o parâmetro de desvanecimento  $\eta$ , é a relação entre as potências das componentes em fase e em quadratura das ondas espalhadas de cada *cluster* do multipercuso:

$$\eta = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2} \quad 0 < \eta < \infty \quad (2.52)$$

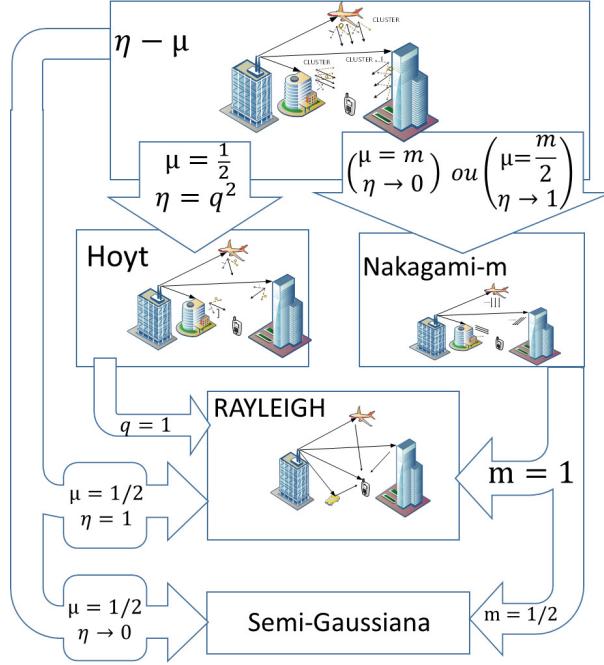
Em todos os *clusters*, as fases das ondas espalhadas são aleatórias, e possuem atrasos de tempos semelhantes, e entre os vários *clusters* o atraso das ondas espalhadas são relativamente grandes. Assume-se que as componentes em fase em quadratura do sinal desvanecido possuem potências diferentes e, logo, desvios padrões distintos. Para o Formato 1 têm-se (YACOUB, 2007b):

$$h = \frac{2 + \eta^{-1} + \eta}{4} = \frac{(1 + \eta)^2}{4\eta} \quad (2.53)$$

$$H = \frac{\eta^{-1} - \eta}{4} = \frac{1 - \eta^2}{4\eta} \quad (2.54)$$

O Formato 2, como o Formato 1, considera um sinal composto por vários *clusters* com ondas oriundas dos múltiplos percursos se propagando em um ambiente não homogêneo. Porém, no Formato 2 considera-se que as componentes em fase e em quadratura do sinal desvanecido possuem potências iguais e são correlacionados entre si. Desta feita,  $\eta$ , é o coeficiente de correlação entre as componentes em fase e em quadratura de cada *cluster*

Figura 2.13 – Relação da distribuição  $\eta - \mu$  com outras distribuições.



Fonte: Adaptada de (LEMOS, 2003)

de multipercorso (YACOUB, 2007b):

$$\eta = \frac{E(X_i Y_i)}{\sigma^2} \quad -1 < \eta < 1 \quad (2.55)$$

e têm-se as seguintes relações:

$$h = \frac{1}{1 - \eta^2} \quad (2.56)$$

$$H = \frac{\eta}{1 + \eta^2} \quad (2.57)$$

Os Formatos 1 e 2 se relacionam como visto abaixo (YACOUB, 2007b):

$$\eta_{Formato1} = \frac{1 - \eta_{Formato2}}{1 + \eta_{Formato2}} \quad (2.58)$$

$$\eta_{Formato2} = \frac{1 - \eta_{Formato1}}{1 + \eta_{Formato1}} \quad (2.59)$$

A pdf de  $\eta - \mu$  em função de  $\rho$  pode ser escrita como (LEMOS, 2003):

$$f(\rho) = \frac{4\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^\mu}{\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}}\rho^{2\mu} \exp(-2\mu h\rho^2)I_{\mu-\frac{1}{2}}(2\mu H\rho^2), \quad \rho \geq 0 \quad (2.60)$$

onde  $\mu$  é dado por (YACOUB, 2002):

$$\mu = \frac{1}{2Var(\rho^2)} \left[ 1 + \left( \frac{H}{h} \right)^2 \right] \quad (2.61)$$

O  $j$ -ésimo momento,  $E(\rho^j)$ , de  $\rho$  é dado por (YACOUB, 2007b) como:

$$E(\rho^j) = \frac{\Gamma\left(2\mu + \frac{j}{2}\right)}{h^{\mu+\frac{j}{2}} (2\mu)^{\frac{j}{2}} \Gamma(2\mu)} {}_2F_1\left[\mu + \frac{j}{4} + \frac{1}{2}, \mu + \frac{j}{4}; \mu + \frac{1}{2}; \left(\frac{H}{h}\right)^2\right] \quad (2.62)$$

onde  ${}_2F_1(\cdot, \cdot; \cdot; \cdot)$  é a função de Gauss hipergeométrica.

A CDF de  $\eta - \mu$  em função de  $\rho$  é dada por (YACOUB, 2007b):

$$F(\rho) = 1 - Y_\mu\left(\frac{H}{h}, \sqrt{2h\mu\rho}\right) \quad (2.63)$$

onde  $Y_v(a, b)$  é a função de Yacoub dada por (YACOUB, 2007b):

$$Y_v(a, b) = \frac{2^{\frac{3}{2}-v}\sqrt{\pi}(1-a^2)^v}{a^{v-\frac{1}{2}}\Gamma(v)} \int_b^\infty x^{2v} \exp(-x^2) I_{v-\frac{1}{2}}(ax^2) dx; \quad -1 < a < 1, b \geq 0 \quad (2.64)$$

A distribuição  $\eta - \mu$  inclui as distribuições de Rayleigh, Hoyt, Nakagami-m e semi-Gaussiana positiva como casos particulares (LEMOS, 2003; YACOUB, 2002). As relações que aproximam a distribuição  $\eta - \mu$  são vistas na Tabela 2.4 e na Figura 2.13.

Tabela 2.4 – Ambiente  $\eta - \mu$

	semi-Gaussiana positiva	Rayleigh	Hoyt	Nakagami-m
$\eta$	$\begin{pmatrix} \eta \rightarrow 0 \\ \eta \rightarrow \infty \end{pmatrix}$	1	$q^2$	$\begin{pmatrix} \eta = 1 \\ \eta \rightarrow 0 \end{pmatrix}$
$\mu$	1/2	1/2	1/2	$\begin{pmatrix} m/2 \\ m \end{pmatrix}$

Fonte: Elaborada pelo autor com os dados extraídos de (YACOUB, 2002)

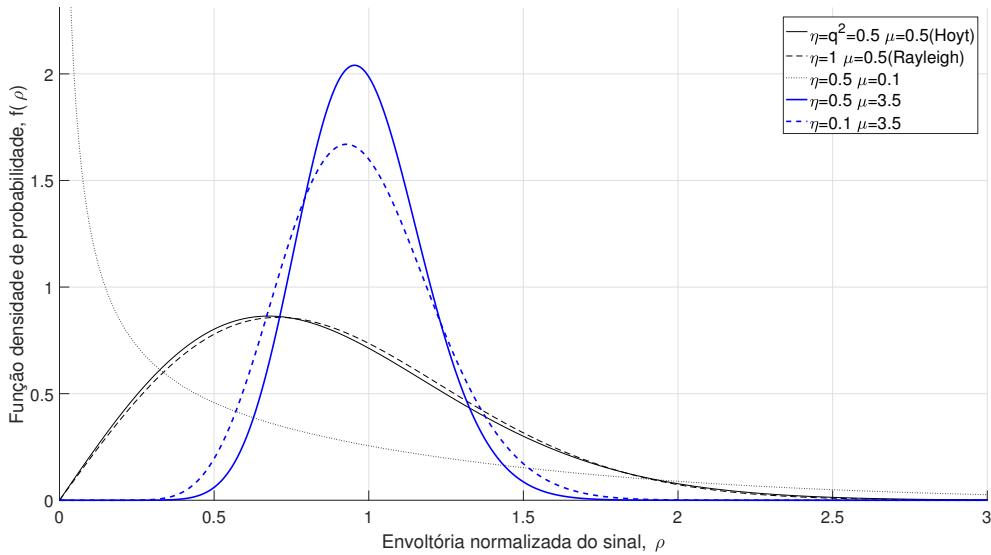
Considerando-se os valores dos parâmetros da distribuição  $\eta - \mu$ , para o Formato 1:  $\eta = q^2 = 0,5$  e  $\mu = 0,5$  (aproxima Hoyt);  $\eta = 1$  e  $\mu = 0,5$  (aproxima Rayleigh);  $\eta = 0,5$  e  $\mu = 0,1$ ;  $\eta = 0,5$  e  $\mu = 3,5$ ; e  $\eta = 0,1$  e  $\mu = 3,5$ ; a Figura 2.14 descreve a pdf e Figura 2.15 descreve a CDF da distribuição  $\eta - \mu$  em função de  $\rho$ .

Segundo Lemos (2003) e Yacoub (2016), a distribuição  $\eta - \mu$  é abrangente, pois, engloba as distribuições semi-Gaussiana positiva, Rayleigh, Hoyt e Nakagami-m como casos especiais (ver Figuras 2.15, 2.14 e 2.13) e versátil, já que permite a variação de dois parâmetros de desvanecimento ( $\eta$  e  $\mu$ ).

### 2.3.6 Ambiente de Propagação $\kappa - \mu$

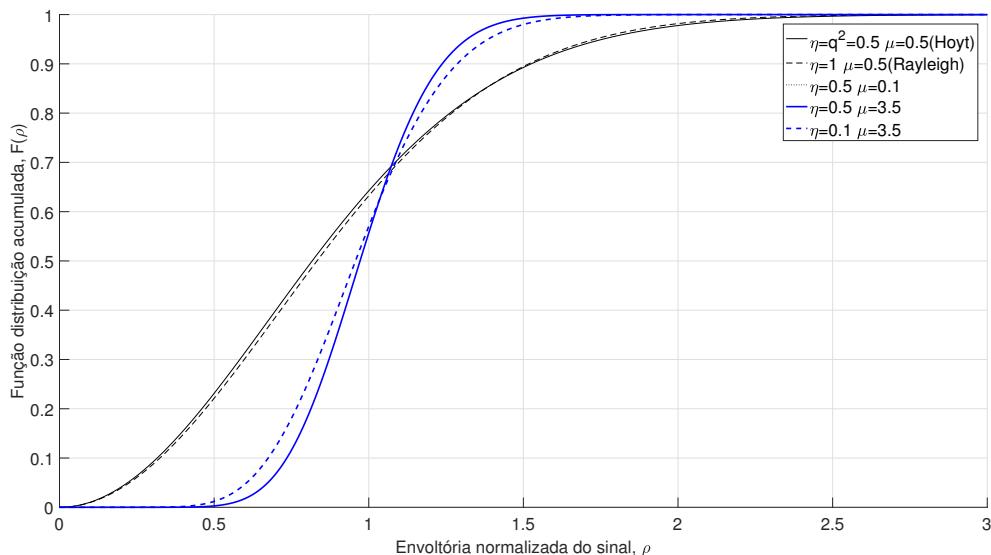
A pdf  $\kappa - \mu$  descreve genericamente um ambiente de propagação com desvanecimento de pequena escala em LOS. O ambiente é não homogêneo, o sinal composto de vários *clusters* com ondas provenientes dos múltiplos percursos; e, dentro de cada *cluster* as fases das ondas são aleatórias e tem atrasos temporais semelhantes e, entre os vários *clusters*,

Figura 2.14 – pdf da distribuição  $\eta - \mu$  em função de  $\rho$ , para os seguintes valores:  $\eta = q^2 = 0,5$  e  $\mu = 0,5$  (aproxima Hoyt);  $\eta = 1$  e  $\mu = 0,5$  (aproxima Rayleigh);  $\eta = 0,5$  e  $\mu = 0,1$ ;  $\eta = 0,5$  e  $\mu = 3,5$ ; e  $\eta = 0,1$  e  $\mu = 3,5$ .

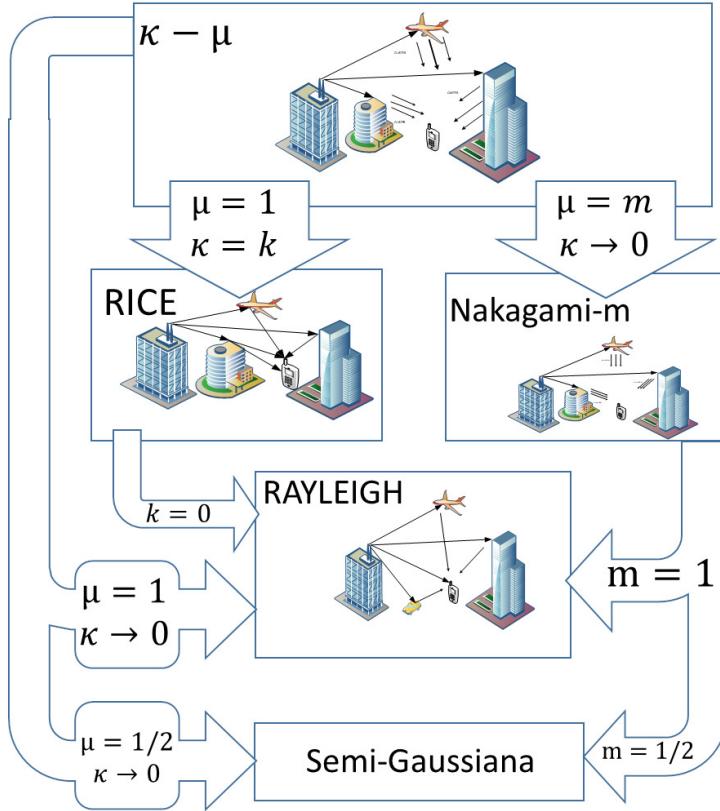


Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 2.15 – CDF da distribuição  $\eta - \mu$  em função de  $\rho$ , para os seguintes valores:  $\eta = q^2 = 0,5$  e  $\mu = 0,5$  (aproxima Hoyt);  $\eta = 1$  e  $\mu = 0,5$  (aproxima Rayleigh);  $\eta = 0,5$  e  $\mu = 0,1$ ;  $\eta = 0,5$  e  $\mu = 3,5$ ; e  $\eta = 0,1$  e  $\mu = 3,5$ .



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 2.16 – Relação da distribuição  $\kappa - \mu$  com outras distribuições.

Fonte: Adaptada de (DUQUE, 2003)

os atrasos das ondas são relativamente grandes. Supõem-se que as ondas dos múltiplos percursos dos vários *clusters* possuem potências idênticas, entretanto, dentro de cada *cluster* há uma componente dominante, como ilustrado na Figura 2.16.

O número de *clusters* é totalmente definido em função dos parâmetros físicos valor médio quadrático (da potência  $r^2$ ), variância (da potência  $r^2$ ) e  $\kappa$ , que é a razão entre potência total da componente dominante e a potência total das ondas espalhadas do sinal desvanecido (SOUZA, 2002; YACOUB, 2007b):

$$\kappa = \sum_{i=0}^m \frac{(p_i^2 + q_i^2)}{2m\sigma^2} \quad (2.65)$$

onde a constante  $m$  representa o número de *clusters*; e pode ser totalmente definida em função dos parâmetros físicos valor médio quadrático, variância e a razão entre a potência total da componente dominante e a potência total das ondas espalhadas:

$$\frac{E^2(r^2)}{Var(r^2)} = m \frac{(1 + \kappa)^2}{1 + 2\kappa} \quad (2.66)$$

Apesar de  $m$  ter natureza discreta, valores não inteiros de  $m$  ocorrerão; e a principal razão para isto é que o modelo  $\kappa - \mu$  é uma solução aproximada para o problema de soma de sinais com fases aleatória. Assim, para tornar o modelo menos restritivo faz-se  $\mu = m$

como sendo a extensão real de  $m$  ( $\mu > 0$ ) (SOUZA, 2002; YACOUB, 2007b):

$$\mu = \frac{E^2(r^2)}{Var(r^2)} \frac{1+2\kappa}{(1+\kappa)^2} = \frac{1}{Var(\rho^2)} \frac{1+2\kappa}{(1+\kappa)^2} = \frac{1}{Var(\Omega)} \frac{1+2\kappa}{(1+\kappa)^2} \quad (2.67)$$

Sendo  $0 \leq \kappa \leq \infty$  e  $0 \leq \mu \leq \infty$  têm-se as seguintes relações entre  $\kappa$ ,  $\mu$  e  $m$  (SOUZA, 2002; YACOUB, 2007b):

$$m = \frac{\mu(1+\kappa)^2}{1+2\kappa} \quad (2.68)$$

$$\kappa = \frac{m}{\mu} - 1 + \sqrt{\frac{m}{\mu} \left( \frac{m}{\mu} - 1 \right)} \quad (2.69)$$

Valores não inteiros de  $\mu$  tem sido relatados na literatura (YACOUB, 2007b), dentre outros fatores, devido: a correlação diferente de zero para *clusters* de componentes em multipercursos; a correlação diferente de zero entre componentes em fase e quadratura em cada *cluster*; a natureza não Gaussiana das componentes em fase e em quadratura de cada *cluster*; e ao fato do espalhamento ocorrer de forma contínua na superfície e não de forma discreta (ou em pontos discretos).

A Equação (2.70) mostra a pdf  $\kappa - \mu$  em função de  $\rho$  (SOUZA, 2002; YACOUB, 2007b).

$$f(\rho) = \frac{2\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \rho^\mu \exp[-\mu(1+\kappa)\rho^2] I_{\mu-1}[2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\rho] \quad (2.70)$$

A CDF de  $\kappa - \mu$  em função de  $\rho$  é dada por (YACOUB, 2007b):

$$F(\rho) = 1 - Q_\mu \left( \sqrt{2\kappa\mu}, \rho\sqrt{2(1+\kappa)\mu} \right) \quad (2.71)$$

As Figuras 2.17 e 2.18 ilustram respectivamente a pdf e a CDF da distribuição  $\kappa - \mu$ , em função de  $\rho$ , para os seguintes valores:  $\kappa = K = 9, 1$  e  $\mu = 1$  (aproxima Rice);  $\kappa = 0$  e  $\mu = 1$  (aproxima Rayleigh);  $\kappa \rightarrow 0$  e  $\mu = 0, 5$  (aproxima semi-Gaussiana positiva);  $\kappa = 2, 3$  e  $\mu = 3, 5$ ; e  $\kappa = 0, 5$  e  $\mu = 2$ .

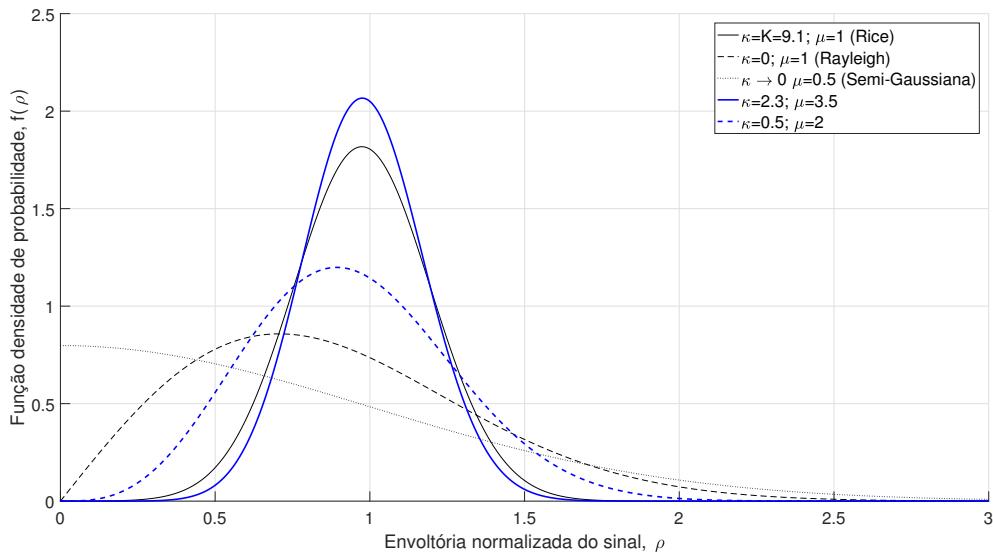
A distribuição  $\kappa - \mu$  é abrangente, pois, engloba as distribuições semi-Gaussiana positiva, Rayleigh, Rice e Nakagami-m como casos especiais (ver Tabela 2.5 e Figuras 2.17, 2.18 e 2.16) e versátil, já que permite a variação de dois parâmetros de desvanecimento ( $\kappa$  e  $\mu$ ) (SOUZA, 2002; YACOUB, 2016).

Tabela 2.5 – Ambiente  $\kappa - \mu$

Semi-Gaussiana positiva	Rayleigh	Rice	Nakagami-m
$\kappa$	$\kappa \rightarrow 0$	$\kappa \rightarrow 0$	$K$
$\mu$	$1/2$	$1$	$m$

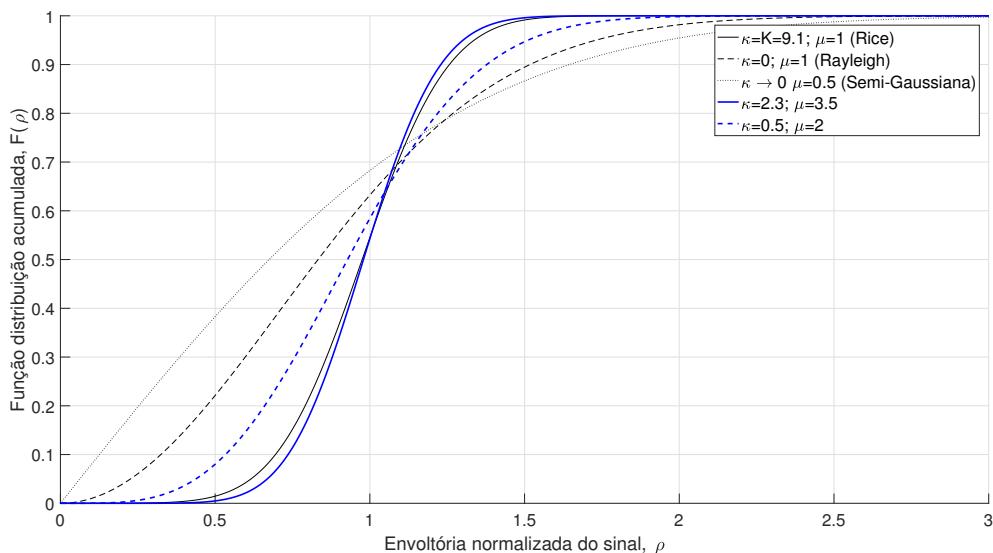
Fonte: Elaborada pelo autor com os dados extraídos de (YACOUB, 2002)

Figura 2.17 – pdf da distribuição  $\kappa - \mu$  em função de  $\rho$ , para os seguintes valores:  $\kappa = K = 9,1$  e  $\mu = 1$  (aproxima Rice);  $\kappa = 0$  e  $\mu = 1$  (aproxima Rayleigh);  $\kappa \rightarrow 0$  e  $\mu = 0,5$  (aproxima semi-Gaussiana positiva);  $\kappa = 2,3$  e  $\mu = 3,5$ ; e  $\kappa = 0,5$  e  $\mu = 2$



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 2.18 – CDF da distribuição  $\kappa - \mu$  em função de  $\rho$ , para os seguintes valores:  $\kappa = K = 9,1$  e  $\mu = 1$  (aproxima Rice);  $\kappa = 0$  e  $\mu = 1$  (aproxima Rayleigh);  $\kappa \rightarrow 0$  e  $\mu = 0,5$  (aproxima semi-Gaussiana positiva);  $\kappa = 2,3$  e  $\mu = 3,5$ ; e  $\kappa = 0,5$  e  $\mu = 2$



Fonte: Elaborada pelo autor

### 2.3.7 Ambiente de Propagação $\alpha - \mu$

O ambiente de propagação  $\alpha - \mu$  modela canais com desvanecimento rápido em pequena escala que explora a não linearidade do meio de propagação. Segundo Yacoub (2007a), a distribuição  $\alpha - \mu$  é uma releitura da distribuição Stacy (Gamma generalizada) e, devido à sua generalidade, flexibilidade e tratamento matemático fácil, pode produzir resultados que se aproximem, a contento, dos valores experimentais medidos.

O ambiente modelado pela distribuição  $\alpha - \mu$  é caracterizado por possuir ambiente não homogêneo. Sendo o sinal que se propaga nesse ambiente composto de vários *clusters* com ondas provenientes dos múltiplos percursos, e, dentro de cada *cluster* as fases das ondas são aleatórias e tem atrasos temporais semelhantes e, entre os vários *clusters*, os atrasos das ondas são relativamente grandes. Supõem-se ainda que as ondas dos múltiplos percursos dos vários *clusters* possuem potências idênticas e, desta forma, a envoltória resultante é obtida como uma função não linear do módulo da soma das componentes dos multipercursos.

Essa não linearidade se manifesta em termos de um parâmetro de potência, de modo que a intensidade do sinal resultante é obtida não apenas com o módulo da soma das componentes em multipercursos, mas como esse módulo para um determinado expoente dado. Além do fenômeno relacionado ao meio de propagação, a não linearidade expressa na distribuição pode também explicar as limitações práticas do processo de detecção do receptor (YACOUB, 2007a; COSTA, 2008). Sendo  $\mu$  dado pela Equação (2.72),  $\alpha > 0$  o parâmetro de potência que descreve a não-linearidade do meio,  $r$  a envoltória do sinal desvanecido, e  $\hat{r}$  a raiz  $\alpha$ -ésima do  $\alpha$ -ésimo momento de  $r$  (Equação (2.73)), obtém-se a pdf de  $\alpha - \mu$  em função de  $r$  (Equação (2.74)) (YACOUB, 2007a; YACOUB, 2002).

$$\mu = \frac{E^2(r^\alpha)}{Var(r^\alpha)} = \frac{E^2(r^\alpha)}{E(r^{2\alpha}) - E^2(r^\alpha)} = \frac{1}{Var(\rho^\alpha)} = \frac{1}{E(\rho^{2\alpha}) - E^2(\rho^\alpha)}, \quad \mu > 0 \quad (2.72)$$

$$\hat{r} = \sqrt[\alpha]{E(r^\alpha)} \quad (2.73)$$

$$f(r) = \frac{\alpha \mu^r r^{\alpha \mu - 1}}{\hat{r}^{\alpha \mu} \Gamma(\mu)} \exp\left(-\mu \frac{r^\alpha}{\hat{r}^\alpha}\right) \quad (2.74)$$

A pdf de  $\alpha - \mu$  em função da envoltória normalizada,  $\rho$ , é dada por (YACOUB, 2007a):

$$f(\rho) = \frac{\alpha \mu^\mu \rho^{\alpha \mu - 1}}{\Gamma(\mu)} \exp(-\mu \rho^\alpha) \quad (2.75)$$

onde, considerando-se a Equação (2.73),  $\rho$  pode ser escrito como:

$$\rho = \frac{r}{\hat{r}} = \frac{r}{\sqrt[\alpha]{E(r^\alpha)}} \quad (2.76)$$

Sendo  $\alpha$  o parâmetro de potência que descreve a não-linearidade do meio, tem-se que a intensidade do sinal resultante é obtida não apenas como o módulo da soma das

componentes de multipercorso, mas também com esse módulo elevado ao expoente  $\alpha$ , como visto na Equação (2.76) e na Equação (2.78) (COSTA, 2008; FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006; YACOUB, 2007a).

A CDF de  $\alpha - \mu$  em função de  $\rho$  é dada por (YACOUB, 2007a):

$$F(\rho) = \frac{\Gamma(\mu, \mu\rho^\alpha)}{\Gamma(\mu)} = P(\mu, \mu\rho^\alpha) \quad (2.77)$$

A distribuição  $\alpha - \mu$  inclui diversas outras (Tabela 2.6), como: Gamma e suas versões discretas Erlang e central Chi-quadrado; Nakagami-m e sua versão discreta Chi; Weibull; exponencial negativa; semi-Gaussianas positiva e Rayleigh (YACOUB, 2007a).

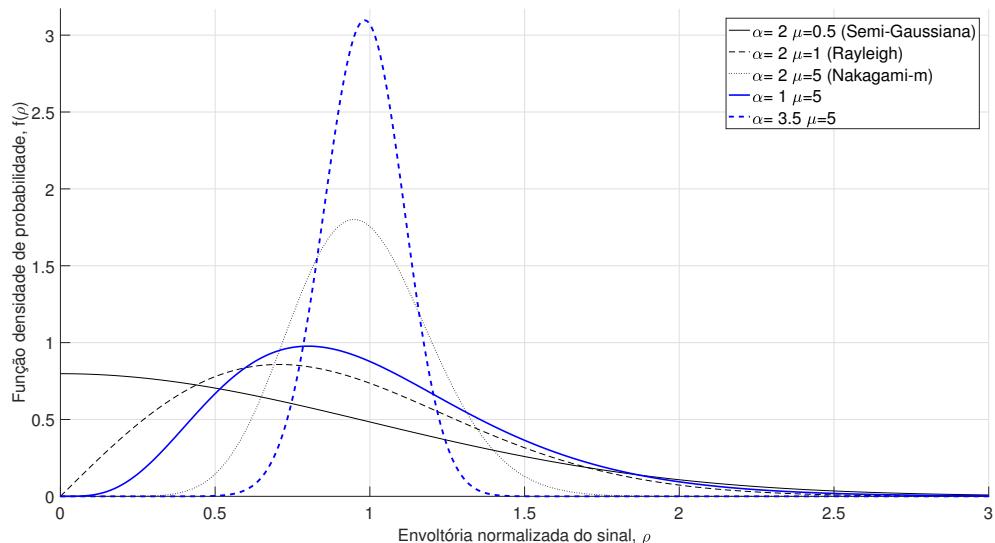
Tabela 2.6 – Ambiente  $\alpha - \mu$

	Semi-Gaussianas positivas	Rayleigh	Weibull	Exponencial negativa	Nakagami-m
$\alpha$	2	2	$\alpha$	1	2
$\mu$	1/2	1	1	1	$\mu$

Fonte: Elaborada pelo autor com os dados extraídos de (YACOUB, 2007a)

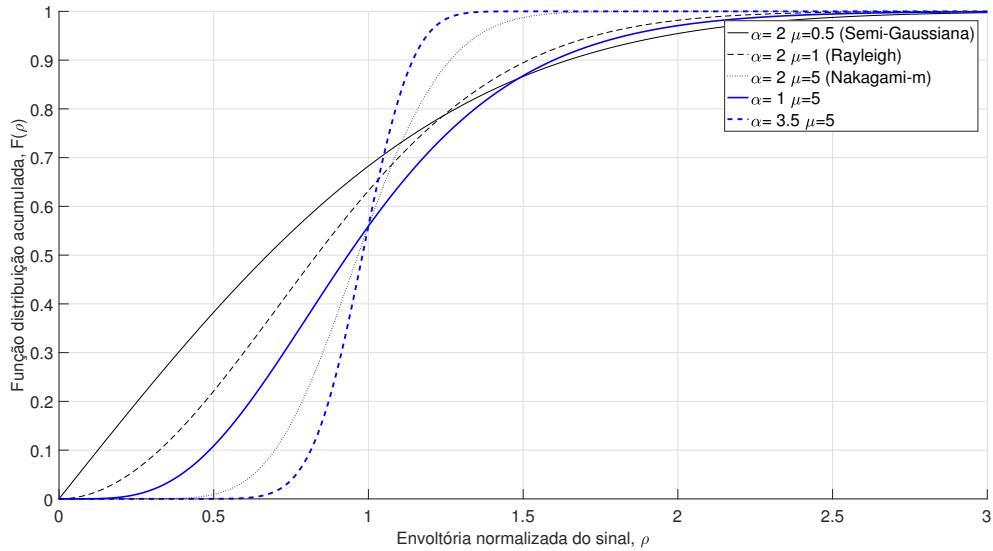
As Figuras 2.19 e 2.20 mostram respectivamente a pdf (Equação (2.75)) e a CDF (Equação (2.77)) de  $\alpha - \mu$  em função de  $\rho$  para os seguintes valores:  $\alpha = 2$  e  $\mu = 0,5$  (aproxima a semi-Gaussianas positivas);  $\alpha = 2$  e  $\mu = 1$  (aproxima a Rayleigh);  $\alpha = 2$  e  $\mu = 5$  (aproxima a Nakagami-m);  $\alpha = 1$  e  $\mu = 5$ ; e  $\alpha = 3,5$  e  $\mu = 5$ .

Figura 2.19 – pdf de  $\alpha - \mu$  em função de  $\rho$  para os seguintes valores:  $\alpha = 2$  e  $\mu = 0,5$  (aproxima a semi-Gaussianas positivas);  $\alpha = 2$  e  $\mu = 1$  (aproxima a Rayleigh);  $\alpha = 2$  e  $\mu = 5$  (aproxima a Nakagami-m);  $\alpha = 1$  e  $\mu = 5$ ; e  $\alpha = 3,5$  e  $\mu = 5$ .



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 2.20 – CDF de  $\alpha - \mu$  em função de  $\rho$  para os seguintes valores:  $\alpha = 2$  e  $\mu = 0,5$  (aproxima a semi-Gaussiana positiva);  $\alpha = 2$  e  $\mu = 1$  (aproxima a Rayleigh);  $\alpha = 2$  e  $\mu = 5$  (aproxima a Nakagami-m);  $\alpha = 1$  e  $\mu = 5$ ; e  $\alpha = 3,5$  e  $\mu = 5$ .



Fonte: Elaborada pelo autor

### 2.3.8 Ambiente de Propagação $\alpha - \eta - \mu$

Alguns pesquisadores questionam o uso da distribuição de Nakagami-m, pois a hipótese assumida pelas distribuições clássicas de que o ambiente de propagação é homogêneo acarreia que a cauda da distribuição Nakagami-m não proporciona um bom ajuste para dados experimentais (FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006). Um ambiente homogêneo implica em espalhamento difuso homogêneo, o que é uma aproximação, uma vez que as superfícies são espacialmente correlacionadas caracterizando um ambiente não homogêneo.

As distribuições  $\eta - \mu$  e  $\kappa - \mu$  exploram essa não homogeneidade e a distribuição  $\alpha - \mu$  foi derivada para explorar a não linearidade do meio de propagação. A distribuição  $\alpha - \eta - \mu$  modela canais desvanecidos em pequena escala e inclui as distribuições como casos especiais (Tabela 2.7): Rayleigh ( $\alpha = 2$ ,  $\eta = 1$  e  $\mu = 0,5$ ); Nakagami-n (ou Hoyt,  $\alpha = 2$ ,  $\eta = \frac{1-b}{1+b}$  e  $\mu = 0,5$ ); Nakagami-m ( $\alpha = 2$ ,  $\eta = 1$  e  $\mu = m/2$ ; ou,  $\eta = 0$  e  $\mu = m$ ); Weibull ( $\eta = 1$  e  $\mu = 0,5$ ); semi-Gaussiana positiva ( $\alpha = 2$ ,  $\eta = 0$  ou  $\infty$  e  $\mu = 0,5$ );  $\eta - \mu$  ( $\alpha = 2$ ) e  $\alpha - \mu$  ( $\eta = 1$  e  $\mu = \mu_\alpha/2$ ) (FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006; YACOUB, 2007b).

O uso dos parâmetros  $\alpha$ ,  $\eta$  e  $\mu$  nessa distribuição torna-a flexível e abrangente, o que resulta em excelentes resultados em situações nas quais as distribuições mais difundidas não atendem à contento (SOUZA; RIBEIRO; GUIMARÃES, 2015; YACOUB, 2016). Desta feita, o uso da distribuição  $\alpha - \eta - \mu$  torna este um modelo geral de ambiente de propagação com desvanecimento em pequena escala. Como definido anteriormente neste estudo:  $\alpha$

Tabela 2.7 – Ambiente  $\alpha - \eta - \mu$ .

	Semi-Gaussiana positiva	Rayleigh	Hoyt	$\alpha - \mu$	$\eta - \mu$	Weibull	Nakagami-m
$\alpha$	2	2	2	$\alpha$	2	$\alpha$	2
$\eta$	$\begin{pmatrix} \eta \rightarrow 0 \\ \eta \rightarrow \infty \end{pmatrix}$	1	$q^2$	1	$\eta$	1	$\begin{pmatrix} \eta = 1 \\ \eta \rightarrow 0 \end{pmatrix}$
$\mu$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\mu_{\alpha-\mu}}{2}$	$\mu$	$\frac{1}{2}$	$\begin{pmatrix} m/2 \\ m \end{pmatrix}$

Fonte: Adaptada de (FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006)

sendo o parâmetro de não linearidade;  $\mu = m/2$  sendo a extensão real de  $m/2$ ;  $\eta$  a razão entre as ondas espalhadas em fase e as ondas espalhadas em quadratura (Formato 1, (2.52)) e  $r$  sendo a envoltória do sinal, que pode ser escrita em função das componentes em multipercorso em fase e em quadratura (FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006):

$$r^\alpha = \sum_{i=1}^m R_i^2 = \sum_{i=1}^m X_i^2 + Y_i^2 \quad (2.78)$$

a pdf  $\alpha - \eta - \mu$  em função de  $r$  será (BADARNEH, 2015):

$$f(r) = \frac{2\sqrt{\pi}\alpha h^\mu \mu^{\mu+\frac{1}{2}} r^{\alpha(\mu+\frac{1}{2})-1}}{\Gamma(\mu) H^{\mu-\frac{1}{2}} \hat{r}^{\alpha(\mu+\frac{1}{2})}} \exp\left(-\frac{2\mu h r^\alpha}{\hat{r}^\alpha}\right) I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{2\mu H r^\alpha}{\hat{r}^\alpha}\right) \quad (2.79)$$

Segundo Badarneh (2015), a Equação (2.79) é válida para os Formatos 1 e 2 de  $\eta$ , cujos valores para  $h$  e  $H$  são vistos nas Equações de (2.53) a (2.56).

A pdf da distribuição  $\alpha - \eta - \mu$  em função da envoltória normalizada  $\rho$  definida pela Equação(2.76), pode ser obtida a partir da Equação (2.79) como:

$$f(\rho) = \frac{2\alpha\sqrt{\pi}\mu^{\frac{1}{2}+\mu}}{\Gamma(\mu)} \rho^{\alpha(\frac{1}{2}+\mu)-1} H^{\frac{1}{2}} \left(\frac{h}{H}\right)^\mu \exp(-2h\mu\rho^\alpha) I_{\mu-\frac{1}{2}}(2H\mu\rho^\alpha) \quad (2.80)$$

equação esta válida para os Formatos 1 e 2 de  $\eta$ , cujos valores para  $h$  e  $H$  são vistos nas Equações de (2.53) a (2.56).

A pdf da envoltória é simétrica em torno  $\eta = 1$  isto é, ela possui os mesmos valores nos intervalos  $0 < \eta < 1$  e  $1 < \eta < \infty$ , sendo o intervalo  $0 < \eta < 1$  preferido por muitos devido à sua compacidade (ALDALGAMOUNI et al., 2017; SALAHAT; QASAIMEH, 2017; YACOUB, 2007b). A pdf pode ser escrita em função dos parâmetros  $H$  e  $h$  dados por (ALDALGAMOUNI et al., 2017; SALAHAT; QASAIMEH, 2017; YACOUB, 2007b):

$$h = \frac{2 + \eta^{-1} + \eta}{4} = \frac{\eta^2 + 2\eta + 1}{4\eta} = \frac{(1 + \eta)^2}{4\eta} \quad \eta > 0 \quad (2.81)$$

$$H = \frac{\eta^{-1} - \eta}{4} = \frac{1 - \eta^2}{4\eta}, \quad 0 < \eta < 1 \quad (2.82)$$

$$H = \frac{\eta - \eta^{-1}}{4} = \frac{\eta^2 - 1}{4\eta}, \quad 1 \leq \eta < \infty \quad (2.83)$$

Generalizando o intervalo, têm-se:

$$H = \left| \frac{\eta - \eta^{-1}}{4} \right| = \left| \frac{\eta^2 - 1}{4\eta} \right|, \quad 0 \leq \eta < \infty \quad (2.84)$$

Então, considerando as Equações (2.81) e (2.84), a pdf  $\alpha - \eta - \mu$  em função da envoltória normalizada  $\rho$  pode ser escrita como:

$$f(\rho) = \frac{\alpha(|\eta - 1|)^{\frac{1}{2}-\mu}(\eta + 1)^{\frac{1}{2}+\mu}\rho^{\alpha(\frac{1}{2}+\mu)-1}}{\exp\left(\frac{(1+\eta)^2}{2\eta}\mu\rho^\alpha\right)\sqrt{\eta}\Gamma(\mu)} \times \sqrt{\pi}\mu^{\frac{1}{2}+\mu}I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{|\eta^2 - 1|}{2\eta}\mu\rho^\alpha\right), \quad 0 < \eta < \infty \quad (2.85)$$

Considerando o Formato 1 de  $\eta$ , a CDF da distribuição  $\alpha - \eta - \mu$  é dada por (FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006):

$$F(\rho) = 1 - Y_\mu\left(\frac{(1-\eta)}{(1+\eta)}, \rho^{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\mu}{2\eta}(1+\eta)}\right) \quad (2.86)$$

Considerando os parâmetros  $h$  e  $H$  descritos pelas Equações de (2.53) a (2.56), a Equação (2.86) pode ser reescrita como:

$$F(\rho) = 1 - Y_\mu\left(\frac{H}{h}, \rho^{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{2\mu h}\right) \quad (2.87)$$

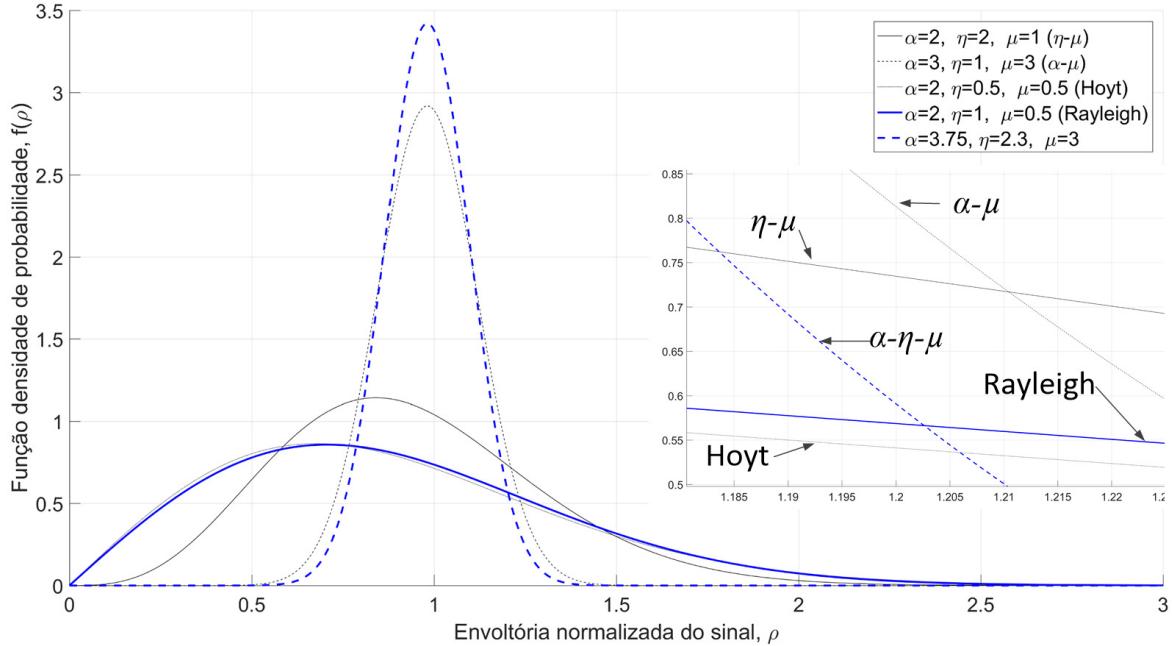
Considerando-se os valores dos parâmetros da distribuição  $\alpha - \eta - \mu$ , para o Formato 1:  $\alpha = 2$ ,  $\eta = 2$  e  $\mu = 1$  (aproxima  $\eta - \mu$ );  $\alpha = 3$ ,  $\eta = 1$  e  $\mu = \frac{\mu_\alpha}{2} = 3$  (aproxima  $\alpha - \mu$ );  $\alpha = 2$ ,  $\eta = 0,5$  e  $\mu = 0,5$  (aproxima Hoyt);  $\alpha = 1$ ,  $\eta = 1$  e  $\mu = 0,5$  (aproxima Rayleigh); e  $\alpha = 3,75$ ,  $\eta = 2,3$  e  $\mu = 3$ ; a Figura 2.21 descreve a pdf e Figura 2.22 descreve a CDF da distribuição  $\alpha - \eta - \mu$  em função de  $\rho$ .

### 2.3.9 Ambiente de Propagação $\alpha - \kappa - \mu$

Como no caso da distribuição  $\alpha - \eta - \mu$ , para a distribuição  $\alpha - \kappa - \mu$  o uso dos parâmetros  $\alpha$ ,  $\kappa$  e  $\mu$  torna-a flexível e abrangente, o que resulta em excelentes resultados em situações nas quais as distribuições mais difundidas não atendem à contento (SOUZA; RIBEIRO; GUIMARÃES, 2015; YACOUB, 2016). Enquanto a distribuição  $\alpha - \eta - \mu$  foi derivada para representar um ambiente desvanecido não linear e não homogêneo NLOS, o ambiente  $\alpha - \kappa - \mu$  foi derivado para representar um ambiente desvanecido não linear e não homogêneo LOS (FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006; HE; ZHAO, 2017; SOUZA; RIBEIRO; GUIMARÃES, 2015).

Desta feita, o uso da distribuição  $\alpha - \kappa - \mu$  também torna este um modelo geral de ambiente de propagação com desvanecimento em pequena escala explorando a não linearidade do meio de propagação e inclui as distribuições como casos especiais: Rayleigh ( $\alpha = 2$ ,  $\kappa = 0$  e  $\mu = 1$ ); Nakagami-q (ou Rice,  $\alpha = 2$ ,  $\kappa = k$  e  $\mu = 1$ ); Nakagami-m ( $\alpha = 2$ ,  $\kappa = 0$  e  $\mu = m/2$ ); Weibull ( $\kappa = 0$  e  $\mu = 1$ ); semi-Gaussian positiva ( $\alpha = 2$ ,  $\kappa = 0$  e  $\mu = 0,5$ );  $\kappa - \mu$  ( $\alpha = 2$ ) e  $\alpha - \mu$  ( $\kappa = 0$ ), como visto na Tabela 2.8. Pode-se

Figura 2.21 – pdf da distribuição  $\alpha - \eta - \mu$  em função de  $\rho$ , para os valores:  $\alpha = 2, \eta = 2$  e  $\mu = 1$  (aproxima  $\eta - \mu$ );  $\alpha = 3, \eta = 1$  e  $\mu = \frac{\mu_\alpha}{2} = 3$  (aproxima  $\alpha - \mu$ );  $\alpha = 2, \eta = 0,5$  e  $\mu = 0,5$  (aproxima Hoyt);  $\alpha = 1, \eta = 1$  e  $\mu = 0,5$  (aproxima Rayleigh); e  $\alpha = 3,75, \eta = 2,3$  e  $\mu = 3$ .



Fonte: Elaborada pelo autor

dizer que a distribuição  $\alpha - \mu$  divide o plano de desvanecimento em duas partes, a saber: abaixo da distribuição  $\alpha - \mu$ , onde se tem o plano  $\alpha - \eta - \mu$  e acima o plano  $\alpha - \kappa - \mu$  (FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006).

Tabela 2.8 – Ambiente  $\alpha - \kappa - \mu$ .

	Semi-Gaussiana positiva	Rayleigh	Rice	$\alpha - \mu$	$\kappa - \mu$	Weibull	Nakagami-m
$\alpha$	2	2	2	$\alpha$	2	$\alpha$	2
$\kappa$	0	0	$K$	0	$\kappa$	0	0
$\mu$	$\frac{1}{2}$	1	1	$\mu$	$\mu$	1	$m$

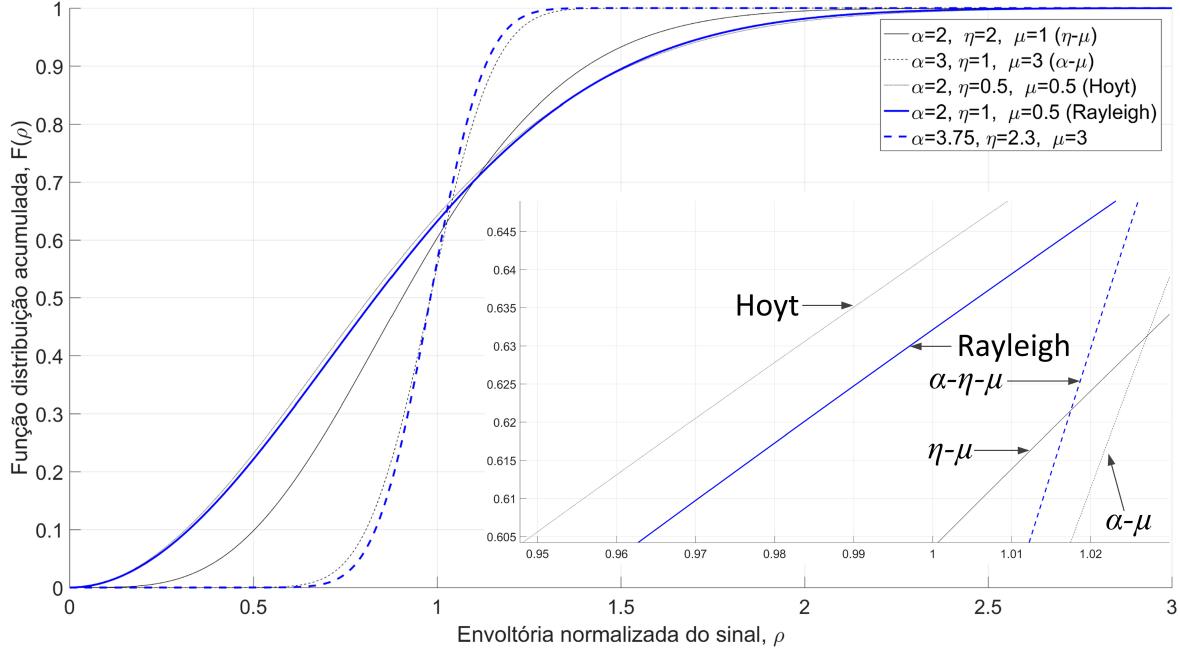
Fonte: Adaptada de (FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006)

A pdf  $\alpha - \kappa - \mu$  em função de  $r$  (Equação (2.78)) é dada por (SALAHAT; HAKAM, 2014):

$$f(r) = \frac{\alpha\mu(1+\kappa)^{\frac{1+\mu}{2}}\kappa^{\frac{1-\mu}{2}}}{\exp(\mu\kappa)} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{\frac{\alpha(\mu+1)}{2}-1} \exp\left[-\mu(1+\kappa)\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^\alpha\right] I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{\frac{\alpha}{2}}\right] \quad (2.88)$$

onde  $\alpha$  é o parâmetro de não linearidade do meio,  $\mu$  a extensão (no domínio) real do número de clusters, e o parâmetro  $\kappa \geq 0$  é a razão entre potência total da componente

Figura 2.22 – CDF da distribuição  $\alpha - \eta - \mu$  em função de  $\rho$ , para os valores:  $\alpha = 2$ ,  $\eta = 2$  e  $\mu = 1$  (aproxima  $\eta - \mu$ );  $\alpha = 3$ ,  $\eta = 1$  e  $\mu = \frac{\mu_\alpha}{2} = 3$  (aproxima  $\alpha - \mu$ );  $\alpha = 2$ ,  $\eta = 0,5$  e  $\mu = 0,5$  (aproxima Hoyt);  $\alpha = 1$ ,  $\eta = 1$  e  $\mu = 0,5$  (aproxima Rayleigh); e  $\alpha = 3,75$ ,  $\eta = 2,3$  e  $\mu = 3$ .



Fonte: Elaborada pelo autor

dominante e a potência total das ondas espalhadas do sinal desvanecido (Equação (2.65)) (FASOLO et al., 2018b; FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006).

A pdf  $\alpha - \kappa - \mu$  em função de  $\rho$  é dada por (FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006):

$$f(\rho) = \frac{\alpha \kappa^{\frac{1-\mu}{2}} (1 + \kappa)^{\frac{1+\mu}{2}} \mu \rho^{\frac{\alpha(1+\mu)}{2}-1}}{\exp [\mu(\kappa + \rho^\alpha + \kappa \rho^\alpha)]} I_{\mu-1} \left( 2\sqrt{\kappa(1 + \kappa)} \mu \rho^{\frac{\alpha}{2}} \right) \quad (2.89)$$

A CDF de  $\alpha - \kappa - \mu$  em função de  $\rho$  é dada por (FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006):

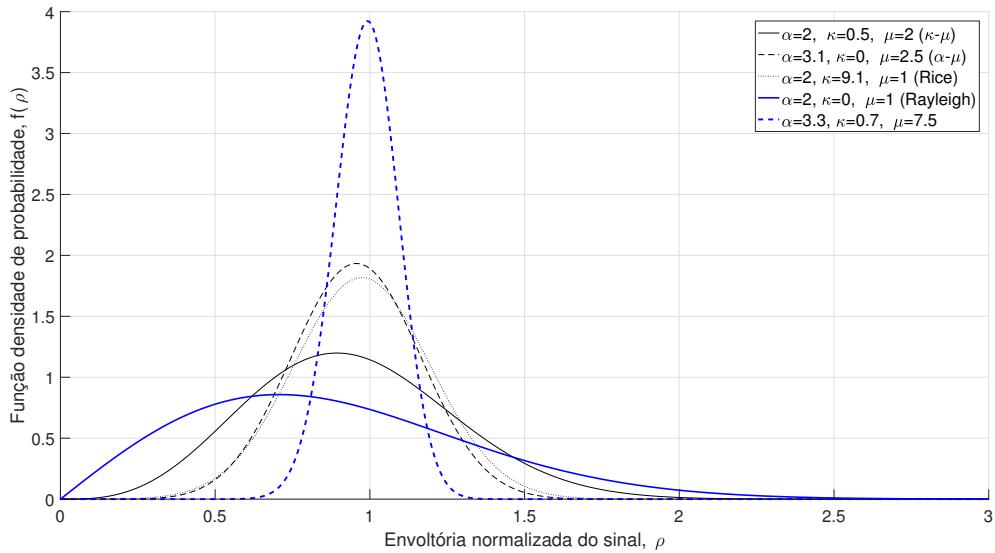
$$F(\rho) = 1 - Q_\mu \left( \sqrt{2\mu\kappa}, \rho^{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{2\mu(1 + \kappa)} \right) \quad (2.90)$$

Considerando-se os valores dos parâmetros da distribuição  $\alpha - \kappa - \mu$ :  $\alpha = 2$ ,  $\kappa = 0,5$  e  $\mu = 2$  (aproxima  $\kappa - \mu$ );  $\alpha = 3,1$ ,  $\kappa = 0$  e  $\mu = 2,5$  (aproxima  $\alpha - \mu$ );  $\alpha = 2$ ,  $\kappa = 9,1$  e  $\mu = 1$  (aproxima Rice);  $\alpha = 2$ ,  $\kappa = 0$  e  $\mu = 1$  (aproxima Rayleigh); e  $\alpha = 3,3$ ,  $\kappa = 0,7$  e  $\mu = 7,5$ ; a Figura 2.23 descreve a pdf e Figura 2.24 descreve a CDF da distribuição  $\alpha - \kappa - \mu$  em função de  $\rho$ .

## 2.4 Modelo de Atenuação de Clarke e Gans

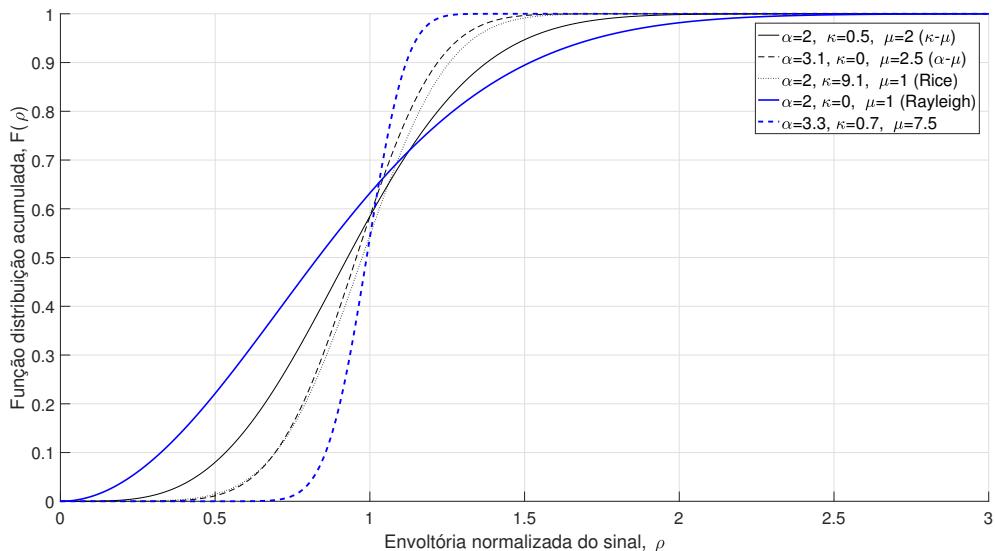
O leitor já deve ter observado que, estando em um veículo em movimento, quando esse aumenta sensivelmente sua velocidade, a qualidade do sinal recebido por uma estação

Figura 2.23 – pdf da distribuição  $\alpha - \kappa - \mu$  em função de  $\rho$  para:  $\alpha = 2, \kappa = 0,5$  e  $\mu = 2$  (aproxima  $\kappa - \mu$ );  $\alpha = 3,1, \kappa = 0$  e  $\mu = 2,5$  (aproxima  $\alpha - \mu$ );  $\alpha = 2, \kappa = 9,1$  e  $\mu = 1$  (aproxima Rice);  $\alpha = 2, \kappa = 0$  e  $\mu = 1$  (aproxima Rayleigh); e  $\alpha = 3,3, \kappa = 0,7$  e  $\mu = 7,5$ .



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 2.24 – CDF da distribuição  $\alpha - \kappa - \mu$  em função de  $\rho$  para:  $\alpha = 2, \kappa = 0,5$  e  $\mu = 2$  (aproxima  $\kappa - \mu$ );  $\alpha = 3,1, \kappa = 0$  e  $\mu = 2,5$  (aproxima  $\alpha - \mu$ );  $\alpha = 2, \kappa = 9,1$  e  $\mu = 1$  (aproxima Rice);  $\alpha = 2, \kappa = 0$  e  $\mu = 1$  (aproxima Rayleigh); e  $\alpha = 3,3, \kappa = 0,7$  e  $\mu = 7,5$ .



Fonte: Elaborada pelo autor

móvel piora se comparado com uma situação onde a estação móvel se encontra estática. Um dos principais fatores que causam essa piora na qualidade do sinal é o efeito Doppler (BRAUN, 1991; RAPPAPORT, 2009; SIMON; ALOUINI, 2000). Observa-se que quanto maior a velocidade de deslocamento da estação móvel, maior é o deslocamento Doppler e, por conseguinte, mais severo é o desvanecimento sofrido pelo sinal. Desta feita, é mister a simulação do efeito Doppler em prol de uma melhor compreensão do canal móvel (DUQUE, 2003).

De fato, para uma melhor compreensão do canal móvel faz-se necessário que seja considerado o maior número possível de fatores que descrevam o canal. É comum o uso de modelos estatísticos que forneçam bons resultados na análise do sinal recebido em canais desvanecidos ao invés de modelos determinísticos. Tal escolha se dá já que uma descrição matemática exata da envoltória do sinal recebido, considerando-se todos os fatores que a afetam, é desconhecida ou muito complexa (DUQUE, 2003).

O modelo de Clarke considera um transmissor fixo com polarização vertical e que o campo polarizado verticalmente recebido é composto de  $N$  ondas planas que chegam à antena com uma distribuição de azimute uniforme  $[0, 2\pi]$ , onde suas fases são arbitrárias (uniformemente distribuídas), suas amplitudes são idênticas e uma propagação em duas dimensões (CLARKE, 1968). O algoritmo proposto para o modelo de Clarke em (SMITH, 1975) possibilita gerar um sinal sob efeitos de multipercursos. Foi considerado para tal o ambiente de propagação Rayleigh, onde se gera amostras aleatórias complexas gaussianas para produzir um sinal em banda básica cuja frequência máxima corresponde ao desvio Doppler máximo sofrido pelo sinal,  $f_m$  dado pela Equação (2.3). Esse sinal em banda básica é filtrado (filtragem Doppler), produzindo um sinal com densidade espectral de potência,  $S_{Ez}(f)$ , dada por (FONTÁN; ESPIÑERA, 2008; RAPPAPORT, 2009):

$$S_{Ez}(f) = \frac{1,5}{\pi \cdot f_m \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_m}\right)^2}} \quad |f| \leq f_m \quad (2.91)$$

A Figura 2.25 mostra o esquema utilizado para a implementação de um simulador de sinais Rice sob efeito Doppler conforme o Algoritmo 1, adaptado de (FONTÁN; ESPIÑERA, 2008; RAPPAPORT, 2009).

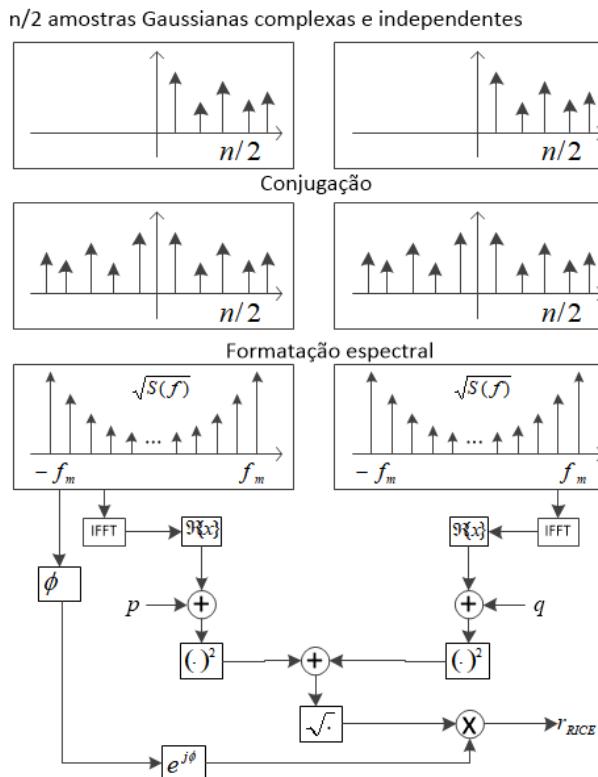
Antes de iniciar o Algoritmo 1, o usuário deve especificar a velocidade do móvel,  $v$ , o espalhamento Doppler máximo,  $f_m$ , e o número de pontos de domínio de frequência,  $n$ , usado para representar  $\sqrt{S_{Ez}(f)}$ . No passo 1 é calculado o espaçamento de frequência entre linhas adjacentes,  $\Delta f$ ; que definirá a duração de tempo de uma forma de onda. Em seguida, no passo 2 é gerado o vetor das amplitudes das componentes. Para obter componentes de frequência negativas, é calculado no passo 3 o complexo conjugado de cada vetor obtido do passo 2. No passo 4 as componentes Gaussianas em fase e em quadratura são formatadas pelo espectro de atenuação  $\sqrt{S_{Ez}(f)}$ . Em seguida, é calculada a transformada rápida de Fourier inversa, do inglês *inverse fast Fourier transform* (IFFT), dos sinais de domínio de frequência resultantes do passo 4, de modo a obter duas séries de

**Algoritmo 1** Pseudocódigo do simulador de desvanecimento Rice

**Require:**  $v$ ,  $f_m$ , e  $n$  (número de componentes de frequência)

- 1:  $\Delta f \leftarrow \frac{2f_m}{n-1} \cdot \{\Delta f\}$  é o espaçamento de frequência entre componentes adjacentes do espectro}
- 2: Gerar o vetor de amplitudes das componentes de frequências positivas do espectro com  $n/2$  amostras Gaussianas complexas
- 3: Calcular o conjugado complexo dos valores do vetor obtido no passo 2
- 4: Formatar as amplitudes das componentes Gaussianas em fase e em quadratura por  $\sqrt{S_{Ez}(f)}$
- 5: Calcular a IFFT dos sinais do passo 4 obtendo dois sinais reais de tamanho  $n$
- 6: Normalizar a potência das componentes em fase e em quadratura
- 7:  $r \leftarrow \sqrt{(x+p)^2 + (y+q)^2}$

Figura 2.25 – Implementação de um simulador de sinais Rice sob efeito Doppler conforme o algoritmo adaptado de (FONTÁN; ESPIñERA, 2008; RAPPAPORT, 2009).



Fonte: Adaptada de (FONTÁN; ESPIñERA, 2008; RAPPAPORT, 2009)

tempo reais de tamanho  $n$ . Finalmente, após normalizar a potência das componentes em fase e quadratura obtidas no passo 6, o sinal de atenuação Rice,  $r$ , é obtido através da Equação (2.26).

## 2.5 Conclusão

Neste capítulo foram revisitadas as bases conceituais fundamentais de temas primordiais para o desenrolar deste estudo. Além do conceito de canal com desvanecimento plano, destacou-se os conceitos dos ambientes de propagação  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  (Seção 2.3) que são objeto de estudo deste trabalho de doutoramento.

Baseando-se no conceitos fundamentais do modelo de atenuação de Clarke e Gans apresentados na Seção 2.4, os simuladores de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ , propostos no Capítulo 5, consistem em contribuições valorosas do presente estudo.

# CAPÍTULO 3

---

## Métodos de Estimação de Parâmetros

### 3.1 Introdução

Ao modelar estatisticamente um canal móvel real, busca-se encontrar uma distribuição de probabilidade cuja pdf se assemelhe ao máximo ao histograma das amplitudes do sinal recebido. Assim, o primeiro passo é estimar os parâmetros de desvanecimento que caracterizam o modelo hipotético a partir das amostras do sinal recebido através do canal móvel real sob análise. Depois, com esses parâmetros estimados em mão faz-se um teste de aderência para validar o modelo estatístico do canal (FERNANDES, 2013; FONTÁN; ESPIÑERA, 2008; GENTLE, 2003; KOBAYASHI; MARK; TURIN, 2012; LEON-GARCIA, 2008). Para avaliar se essas amostras do sinal aderem a uma distribuição de probabilidade que hipoteticamente modela esse canal é necessário realizar um teste de GOF, como o teste de KS adotado no presente estudo (FONTÁN; ESPIÑERA, 2008). O teste de KS é explicado sucintamente no Anexo A.1.1.

Seja o vetor de dados  $\mathbf{P} = \{\rho_i | i = 1, 2, \dots, n\}$  definido como uma amostra aleatória de  $n$  elementos obtidos de uma população que hipoteticamente segue uma dada distribuição de probabilidade  $f(\mathbf{P}, \boldsymbol{\theta})$  caracterizada pelo desconhecido vetor parâmetro  $D$  dimensional  $\boldsymbol{\theta} = \{\theta_d | d = 1, 2, \dots, D\}$ . Conforme (KOBAYASHI; MARK; TURIN, 2012), o objetivo da estimação do vetor parâmetro  $\boldsymbol{\theta}$  é encontrar uma estatística de estimador cuja distribuição de probabilidade é tão concentrada em torno de  $\boldsymbol{\theta}$  quanto possível. Assim, ao utilizar os parâmetros estimados no modelo probabilístico hipotético haverá uma qualidade de ajuste aceitável se comparado com os valores ideais dos parâmetros que descrevem o modelo.

Existem diversos métodos de estimação de parâmetros relatados na literatura, como por exemplo: *minimax estimator*; MM; estimador de Bayes; estimador uniformemente não tendencioso de variância mínima, do inglês *Uniformly Minimum Variance Unbiased Estimator*; estimadores invariantes de erro quadrático médio mínimo, e estimativa dos mínimos quadrados (BAIN; ENGELHARDT, 1991; KOBAYASHI; MARK; TURIN, 2012). Um dos métodos de estimação de parâmetros mais utilizado na literatura, e provavelmente no geral o mais relevante deles, é o MLE (ABD-ELFATTAH, 2010; BAIN; ENGELHARDT,

1991; BUSH et al., 1983; KOBAYASHI; MARK; TURIN, 2012; PAPOULIS; PILLAI, 2002; SIMON; ALOUNI, 2000; SOUZA; RIBEIRO; GUIMARÃES, 2015).

Devido à sua relevância, os métodos de estimação MM e MLE serão vistos em separado na Seção 3.2 e na Seção 3.3, respectivamente.

## 3.2 Método dos Momentos (MM)

O MM se baseia no fato de que os momentos (ordinários) da amostra convergem em probabilidade para os respectivos momentos da população (JÚNIOR, 2006; KOBAYASHI; MARK; TURIN, 2012; RIBEIRO, 2013). O MM busca estimar os parâmetros desconhecidos da distribuição hipotética, igualando um número conveniente de momentos amostrais da v.a. aos correspondentes momentos teóricos, que são função dos parâmetros a serem determinados (SOUZA; RIBEIRO; GUIMARÃES, 2015).

Para obter os momentos da distribuição  $\alpha - \eta - \mu$  (FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006) utilizaram a  ${}_2F_1(\cdot)$  para encontrar o inverso da variância generalizada,  ${}_{\beta}\mu$ , dada por:

$$\begin{aligned} {}_{\beta}\mu &= \frac{E^2[\rho^\beta]}{E[\rho^{2\beta}] - E^2[\rho^\beta]} = \left( -1 + \frac{(1+\eta)^{2\mu} \Gamma(2\mu) \Gamma\left(\frac{2\beta}{\alpha}\right) + 2\mu}{2^{2\mu} \eta^\mu \Gamma\left(\frac{\beta}{\alpha} + 2\mu\right)^2} \right. \\ &\quad \times \left. \frac{{}_2F_1\left(\frac{\beta}{\alpha} + \mu, \frac{1}{2}\left(1 + \frac{2\beta}{\alpha}\right) + \mu, \frac{1}{2} + \mu, \frac{(-1+\eta)^2}{(1+\eta)^2}\right)}{{}_2F_1\left(\frac{\beta}{2\alpha} + \mu, \frac{\alpha+\beta}{2\alpha} + \mu, \frac{1}{2} + \mu, \frac{(-1+\eta)^2}{(1+\eta)^2}\right)} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Conforme os autores, uma vez que através da função de hipergeométrica de Gauss não se é possível obter estimadores com equações polinomiais, os parâmetros de desvanecimento do canal  $\alpha - \eta - \mu$  podem ser obtidos através do seguinte procedimento:

1. Escolhem-se três valores arbitrários para  $\beta$ , ou seja,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $\beta_3$ ;
2. a partir desses valores estima-se  ${}_{\beta_1}\mu$ ,  ${}_{\beta_2}\mu$  e  ${}_{\beta_3}\mu$  usando os dados experimentais;
3. com esses três valores obtém-se um sistema de três equações e três incógnitas;
4. através de métodos numéricos estima-se os valores dos parâmetros.

Seja o inverso da variância generalizada da distribuição  $\alpha - \kappa - \mu$ ,  ${}_{\beta}\mu$ , dado por (FRAIDENRAICH, 2006; FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006):

$${}_{\beta}\mu = \frac{E^2(\rho^\beta)}{E(\rho^{2\beta}) - E^2(\rho^\beta)} = \left( -1 + \frac{e^{\kappa\mu} \Gamma\left(\frac{2\beta}{\alpha} + \mu\right) {}_1F_1\left(\frac{2\beta}{\alpha} + \mu; \mu; \kappa\mu\right)}{\Gamma\left(\frac{\beta}{\alpha} + \mu\right)^2} {}_1F_1\left(\frac{\beta}{\alpha} + \mu; \mu; \kappa\mu\right) \right)^{-1} \quad (3.2)$$

onde  ${}_1F_1(\cdot; \cdot; \cdot)$  é a função hipergeométrica confluente de Kummer. Partindo da Equação (3.2) os estimadores da distribuição  $\alpha - \kappa - \mu$  podem ser obtidos através do mesmo procedimento que foi proposto para a distribuição  $\alpha - \eta - \mu$  por (FRAIDENRAICH, 2006).

### 3.3 Método da Máxima Verossimilhança (MLE)

O MLE tem como princípio selecionar, baseando-se no vetor de dados  $\mathbf{P}$ , o valor do vetor parâmetro  $\boldsymbol{\theta}$  mais propenso a produzir  $\mathbf{P}$  (KOBAYASHI; MARK; TURIN, 2012). Ou seja, se a probabilidade de observar um dado conjunto de observações é maior quando  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_1 = \boldsymbol{\theta}$  do que quando  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_2 = \boldsymbol{\theta}$ , então  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_1$  é escolhido como a estimativa de  $\boldsymbol{\theta}$  (BAIN; ENGELHARDT, 1991; KOBAYASHI; MARK; TURIN, 2012). Definindo  $L_\rho(\boldsymbol{\theta}) = f(\rho, \boldsymbol{\theta})$  como a função de verossimilhança de  $\boldsymbol{\theta}$  com  $\rho$  fixo, o estimador MLE,  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ , é dado por (BAIN; ENGELHARDT, 1991; KOBAYASHI; MARK; TURIN, 2012):

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \max_{\boldsymbol{\theta}} L_\rho(\boldsymbol{\theta}) \quad (3.3)$$

onde  $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{\hat{\theta}_d | d = 1, 2, \dots, D\}$ , e  $\arg \max_{\boldsymbol{\nu}} g(\boldsymbol{\nu})$  fornece o valor de  $\boldsymbol{\nu}$  que maximiza  $g(\boldsymbol{\nu})$ .

O valor obtido na Equação (3.3) pode não ser único, ou até, em alguns casos, não existir (KOBAYASHI; MARK; TURIN, 2012). Se as derivadas parciais de  $L_\rho(\boldsymbol{\theta})$  existirem, e se a estimativa de máxima verossimilhança,  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ , existir e não ocorrerem no limite de  $\boldsymbol{\theta}$  (i.e., não ocorrer no domínio de  $\boldsymbol{\theta}$ ), então vetor  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  será a solução das equações simultâneas (equações de máxima verossimilhança) (BAIN; ENGELHARDT, 1991). Como a função logarítmica é monotonicamente crescente e diferenciável, e para facilitar a implementação computacional do MLE, a Equação (3.4) é usada como as equações de máxima verossimilhança (BAIN; ENGELHARDT, 1991; KOBAYASHI; MARK; TURIN, 2012):

$$\frac{\partial \ln(L_\rho(\boldsymbol{\theta}))}{\partial \theta_d} = 0, \quad d = 1, 2, \dots, D \quad (3.4)$$

Como a Equação (3.4) possui normalmente diversas raízes, para se encontrar os parâmetros  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  deve-se escolher a solução que fornece o maior valor de  $L_\rho(\boldsymbol{\theta})$ .

Sendo  $\boldsymbol{\theta} = \{\alpha; \eta; \mu\}$ , a função de máxima verossimilhança para o canal  $\alpha - \eta - \mu$  é dada por (BATISTA, 2015; BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016b):

$$\begin{aligned} L_\rho(\boldsymbol{\theta}) &= n \ln \left( \frac{\alpha (\mu(\eta + 1))^{\frac{1}{2} + \mu} \sqrt{\pi}}{(\eta - 1)^{\mu - \frac{1}{2}} \Gamma(\mu) \sqrt{\eta}} \right) - \frac{(1 + \eta)^2 \mu}{2\eta} \sum_{i=1}^n \rho_i^\alpha + \left[ \alpha \left( \frac{1}{2} + \mu \right) - 1 \right] \sum_{i=1}^n \ln(\rho_i) \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \ln \left[ I_{\mu - \frac{1}{2}} \left( \frac{(\eta - 1)^2 \mu}{2\eta} \rho_i^\alpha \right) \right] \end{aligned} \quad (3.5)$$

E, sendo  $\boldsymbol{\theta} = \{\alpha; \kappa; \mu\}$ , a função de máxima verossimilhança para o canal  $\alpha - \kappa - \mu$  é dada por (BATISTA, 2015; BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016a):

$$\begin{aligned} L_\rho(\boldsymbol{\theta}) &= n \left[ \ln \left( \alpha \kappa^{\frac{1-\mu}{2}} (1 + \kappa)^{\frac{1+\mu}{2}} \mu \right) - \mu \kappa \right] + \left( \frac{\alpha (1 + \mu)}{2} - 1 \right) \sum_{i=1}^n \ln(\rho_i) - \mu (1 + \kappa) \sum_{i=1}^n \rho_i^\alpha \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \ln \left[ I_{\mu-1} \left( 2\mu \rho_i^{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\kappa (1 + \kappa)} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.6)$$

Nem sempre é possível resolver analiticamente o sistema formado pela Equação (3.4) considerando a Equação (3.5) ou a Equação (3.6). Entretanto, uma solução para esse

sistema pode ser encontrada com o uso de métodos numéricos não lineares (BAIN; ENGE-LHARDT, 1991; BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016b; BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016a; KOBAYASHI; MARK; TURIN, 2012). O emprego de métodos numéricos não lineares no MLE implica que o vetor  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  encontrado pode representar um máximo local para  $L_\rho(\boldsymbol{\theta})$ , não garantindo, assim, que essa seja a solução ideal para o problema de maximização proposto. Mesmo não existindo um método iterativo geral que permita encontrar uma solução ótima para todas as situações, para a maioria dos casos práticos, haverá um único vetor  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  que maximiza  $L_\rho(\boldsymbol{\theta})$ , o qual pode ser encontrado por métodos interativos (BATISTA, 2015; BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016b; JÚNIOR, 2006; KOBAYASHI; MARK; TURIN, 2012; RIBEIRO, 2013).

Para encontrar o valor do vetor  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  que maximiza  $L_\rho(\boldsymbol{\theta})$  Batista(2015) apresentou um algoritmo MLE para o canal  $\alpha - \eta - \mu$  e outro para o canal  $\alpha - \kappa - \mu$ , implementados no software Wolfram Mathematica 10 (R). Esses algoritmos utilizam o método MM para obter a primeira estimativa através da função “FindRoot” que busca encontrar as raízes da Equação (3.1). O autor configurou como pontos iniciais de busca da função “FindRoot” os valores  $\boldsymbol{\theta}_0 = \{\alpha_0 = 2, 5; \eta_0 = 2, 5; \mu_0 = 2, 5\}$  para o canal  $\alpha - \eta - \mu$ , e  $\boldsymbol{\theta}_0 = \{\alpha_0 = 2, 5; \kappa_0 = 2, 5; \mu_0 = 2, 5\}$  para o canal  $\alpha - \kappa - \mu$ . Essa primeira estimativa MM obtida é utilizada como ponto de partida para a função “FindMaximum” para buscar por máximos locais na Equação (3.3) (BATISTA, 2015; BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016b; MATHEMATICA, 2019). Observa-se que o algoritmo MLE para o canal  $\alpha - \kappa - \mu$  apresentado por (BATISTA, 2015) é iniciado diretamente na função “FindMaximum” com os pontos iniciais de busca  $\boldsymbol{\theta}_0 = \{2, 5; 2, 5; 2, 5\}$ , o que indica a não utilização do MM como primeira estimativa. A escolha de pontos iniciais de busca,  $\boldsymbol{\theta}_0$ , pode resultar em estimativas inconsistentes tanto no MM quanto no MLE como será visto adiante no Capítulo 6.

## 3.4 Conclusão

Neste capítulo foi visto que há a necessidade premente de se realizar um teste de GOF para validar um dado modelo estatístico de canal móvel real ao verificar se as amostras do sinal recebidas nesse canal aderem à uma distribuição de probabilidade que hipoteticamente o modela. Assim, como visto na Seção 3.1, para a aplicação de um teste de GOF em um conjunto de amostras de um dado canal móvel, é necessário que se estime os parâmetros de desvanecimento que descrevem o modelo probabilístico que hipoteticamente modela o canal sob análise. Por fim, nas Seções 3.2 e 3.3 foram apresentados os principais métodos de estimativa utilizados para estimar os parâmetros de desvanecimento das distribuições  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ .

Devido a sua relevância e eficiência, o método de estimativa MLE será comparado com os métodos de estimativa baseados nos EAs propostos no presente estudo no Capítulo 6.

# CAPÍTULO 4

---

## Algoritmos Evolutivos (EAs)

### 4.1 Introdução

Como mencionado na Seção 1.2 os EAs empregam um processo adaptativo e paralelo de busca de soluções em problemas complexos, onde se combinam a sobrevivência dos mais aptos e o cruzamento aleatório de informação. São exemplos de EAs o GA, que será visto na Seção 4.2, o DE, que será visto na Seção 4.3, e o DE-AGM, que será visto na Seção 4.4.

Uma das virtudes dos GAs na otimização de problemas é sua razoável robustez em relação aos máximos e mínimos locais. No entanto, a convergência de tempo apresentada pelos GAs pode se tornar proibitiva em alguns casos e, raramente, atingir o mínimo global de maneira precisa (EIBEN; SMITH, 2015; SIVANANDAM; DEEPA, 2008). Comparado com os GAs, os DEs apresentam baixo número de variáveis de controle para orientar o problema de otimização, o que resulta em maior facilidade de uso (AL-DABBAGH et al., 2018; DAS; SUGANTHAN, 2011; DAS; MULLICK; SUGANTHAN, 2016). Apesar de sua simplicidade, os DEs possuem a capacidade de encontrar rapidamente uma solução, não necessariamente a ótima, que não ultrapasse os limites e atinjam os objetivos pré-estabelecidos no problema de otimização (ALMEIDA; KAGAN, 2011; DAS; SUGANTHAN, 2011; DAS; MULLICK; SUGANTHAN, 2016; GÄMPERLE; MÜLLER; KOUMOUTSAKOS, 2002). O DE-AGM foi projetado para resolver a limitação dos DEs tradicionais, onde a diferença entre os indivíduos no espaço de busca não era usada de forma eficiente para orientar a evolução da população (CAI et al., 2019). No DE-AGM o aprimoramento da habilidade de busca do estágio de mutação é obtido por meio de uma seleção elaborada e projetada individualmente dos indivíduos da população que participarão da etapa de mutação.

A velocidade de convergência e o comportamento de otimização dos EAs dependem da configuração das variáveis de controle. Apesar da existência de diversos estudos dedicados à configuração das demais variáveis de controle dos EAs, o parâmetro que caracteriza a etapa de mutação nos DEs e suas variações tem recebido grande atenção dos pesquisadores (ABDULJABBAR; HASHIM; SALLEHUDDIN, 2020; AL-DABBAGH et al., 2018; ALI; TÖRN, 2004; AWAD et al., 2019; CAI et al., 2017; CAI et al., 2019; DAS; SUGANTHAN,

2011; DAS; MULLICK; SUGANTHAN, 2016; EIBEN; SMITH, 2015; FERNANDES et al., 2019; GÄMPERLE; MÜLLER; KOUMOUTSAKOS, 2002). Como exemplo, cita-se a técnica de  $F$  variável apresentada em (ALI; TÖRN, 2004) que, no presente trabalho, é utilizada nos algoritmos DE e DE-AGM. Como apresentado na Equação (4.11), nessa técnica o fator de mutação  $F$  tem seu valor ajustado baseando-se na variação da função aptidão.

Apesar de sua eficiência, os EAs apresentam limitações, como a dificuldade de escolha de parâmetros ótimos. As vezes, mapear o problema para uma abordagem inspirada na natureza não é simples, e a função aptidão,  $Fit(\cdot)$ , pode não ser fácil de encontrar (AL-DABBAGH et al., 2018; DAS; MULLICK; SUGANTHAN, 2016; DAS; SUGANTHAN, 2011; FERNANDES et al., 2019). Todo o processo de busca em um EA depende fundamentalmente da  $Fit(\cdot)$ , que é o objetivo da otimização (AL-DABBAGH et al., 2018; EIBEN; SMITH, 2015; FERNANDES et al., 2019; SIVANANDAM; DEEPA, 2008). Por se tratar de um problema de otimização, há a necessidade de buscar valores de parâmetros que maximizem ou minimizem a  $Fit(\cdot)$  matematicamente relacionada ao fenômeno físico estudado. Para desenvolver EAs para estimação dos parâmetros de desvanecimento propostos neste trabalho, o fenômeno físico estudado é o próprio canal desvanecido ( $\alpha - \eta - \mu$  ou  $\alpha - \kappa - \mu$ ), representado matematicamente pela sua pdf. Além disso, como será visto no Capítulo 6, a estimação dos parâmetros de desvanecimento do canal  $\alpha - \eta - \mu$  ou do canal  $\alpha - \kappa - \mu$  é um problema de minimização, onde os EAs procuram o parâmetro vetorial  $\hat{\theta}$  que obtém o menor  $Fit(\hat{\theta})$ .

Os EAs trabalham com uma população de  $NP$  possíveis soluções (ou indivíduos), representadas através do conjunto de vetores  $POP_g$  dado por (EIBEN; SMITH, 2015):

$$POP_g = \{\boldsymbol{\theta}_{i,g} | i = 1, 2, \dots, NP \wedge g = 1, 2, \dots, Gmax\}$$

onde o vetor parâmetro  $\boldsymbol{\theta}_{i,g} = \{\theta_{d,i,g} | d = 1, 2, \dots, D\}$  é o  $i$ -ésimo indivíduo da população da  $g$ -ésima geração de um total de  $Gmax$  gerações.

As seções seguintes apresentam sucintamente os principais conceitos utilizados na concepção do GA (Seção 4.2), dos DEs (Seção 4.3) e dos DE-AGMs (Seção 4.4) utilizados para a construção dos estimadores dos parâmetros de desvanecimento dos canais  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  propostos no presente estudo. O critério de parada dos EAs pode ser definido pelo usuário, neste trabalho adotou-se findar a execução do algoritmo ao atingir o número máximo de gerações,  $Gmax$ , contidas em cada uma das  $Nexec$  execuções.

## 4.2 Algoritmo Genético (GA)

Os estágios do GA utilizado neste estudo são apresentados a seguir:

**Inicialização** A população inicial será gerada aleatoriamente de maneira uniforme, con-

forme a regra de criação dada por (DAS; SUGANTHAN, 2011):

$$\theta_{j,i,0} = \theta_{jmin} + rand[0, 1] \cdot (\theta_{jmax} - \theta_{jmin}) \quad (4.1)$$

onde,  $\theta_{jmax}$  e  $\theta_{jmin}$  são, respectivamente, os limites superior e inferior da  $j$  – ésima dimensão do parâmetro, e a função  $rand[x_{min}, x_{max}]$  gera aleatoriamente um valor real para o intervalo  $[x_{min}, x_{max}] \in \mathbb{R}$ .

**Elitismo** Neste estágio os  $tElite$  indivíduos da população atual,  $POP_g$ , que (no caso do presente trabalho) apresentam os menores valores de  $Fit(\cdot)$ , são atribuídos diretamente para a próxima geração. O elitismo busca garantir que os melhores indivíduos da geração atual esteja presente na próxima geração, garantindo assim sua influência. Logo, o desempenho do GA pode aumentar rapidamente já que se previne a perda da melhor solução já encontrada (GOLDBERG, 1989).

**Torneio** Durante a seleção por torneio,  $k \geq 2$  elementos são selecionados da geração que está participando do torneio. Desse pequeno conjunto, os dois melhores indivíduos, ou seja, aqueles dois que apresentam a menor  $Fit(\cdot)$ , são escolhidos para participarem do estágio cruzamento. Esses dois indivíduos são denominados  $P1$  e  $P2$  (ALMEIDA; KAGAN, 2011; EIBEN; SMITH, 2015; SIVANANDAM; DEEPA, 2008). O método de seleção por torneio é uma tentativa em diminuir o favorecimento para os melhores indivíduos devido ao sorteio para entrar no torneio. Olhando para a natureza percebe-se que a diversidade genética é interessante para a evolução das espécies. Essa característica do torneio possibilita uma diversificação dos indivíduos (ALMEIDA; KAGAN, 2011; GOLDBERG, 1989; TOMASSINI, 1995).

**Cruzamento** Os filhos,  $S1$  e  $S2$ , gerados a partir do cruzamento entre os pais  $P1$  e  $P2$  são dados por (EIBEN; SMITH, 2015; SIVANANDAM; DEEPA, 2008; WU et al., 2005):

$$S1 = \begin{cases} \beta_{GA}P1 + (1 - \beta_{GA})P2 & \text{if } rand[0, 1] \leq pc \\ P1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.2)$$

$$S2 = \begin{cases} (1 - \beta_{GA})P1 + \beta_{GA}P2 & \text{if } rand[0, 1] \leq pc \\ P2 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.3)$$

onde  $pc \in [0, 1]$  é a probabilidade de cruzamento, e  $\beta_{GA} \in [0, 1]$  é um número aleatoriamente gerado.

**Mutação** Todos os genes dos filhos  $S1$  e  $S2$  são testados para que a mutação ocorra, conforme a equação seguinte (EIBEN; SMITH, 2015; SIVANANDAM; DEEPA, 2008):

$$SX_{j,i,g} = \begin{cases} \theta_{jmin} + rand[0, 1] \cdot (\theta_{jmax} - \theta_{jmin}) & \text{if } rand[0, 1] \leq pm \\ SX_{j,i,g} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.4)$$

onde  $SX$  é  $S1$  ou  $S2$ , e  $pm \in [0, 1]$  é a probabilidade da mutação ocorrer.

**Atualização** A nova geração da população é obtida após o término do estágio de mutação.

Nesse ponto, os cálculos serão processados para os novos valores de aptidão que correspondem aos valores estimados para os novos indivíduos.

O ciclo se repete até que o critério de parada seja alcançado.

### 4.3 Algoritmo por Evolução Diferencial (DE)

Os estágios dos DEs empregados neste estudo são apresentados a seguir:

**Inicialização** Para a geração da população inicial  $POP_0$  (onde  $g = 0$ ), é aplicada a regra de criação dada pela Equação (4.1).

**Mutação** Neste estágio um novo indivíduo chamado vetor mutante é gerado  $\mathbf{V}_{i,g} = \{v_{d,i,g} | d = 1, 2, \dots, D\}$ . As estratégias de mutação DE consideradas neste estudo são apresentadas a seguir (ALMEIDA; KAGAN, 2011; DAS; SUGANTHAN, 2011; DAS; MULLICK; SUGANTHAN, 2016; GÄMPERLE; MÜLLER; KOUMOUTSAKOS, 2002):

- DE/rand/1

$$\mathbf{V}_{i,g} = \boldsymbol{\theta}_{r1,g} + F \cdot (\boldsymbol{\theta}_{r2,g} - \boldsymbol{\theta}_{r3,g}) \quad (4.5)$$

- DE/best/1

$$\mathbf{V}_{i,g} = \boldsymbol{\theta}_{best,g} + F \cdot (\boldsymbol{\theta}_{r1,g} - \boldsymbol{\theta}_{r2,g}) \quad (4.6)$$

- DE/c-t-b/1

$$\mathbf{V}_{i,g} = \boldsymbol{\theta}_{i,g} + F \cdot (\boldsymbol{\theta}_{best,g} - \boldsymbol{\theta}_{i,g}) + F \cdot (\boldsymbol{\theta}_{r1,g} - \boldsymbol{\theta}_{r2,g}) \quad (4.7)$$

- DE/best/2

$$\mathbf{V}_{i,g} = \boldsymbol{\theta}_{best,g} + F \cdot (\boldsymbol{\theta}_{r1,g} - \boldsymbol{\theta}_{r2,g}) + F \cdot (\boldsymbol{\theta}_{r3,g} - \boldsymbol{\theta}_{r4,g}) \quad (4.8)$$

onde  $F$  é o fator de mutação que normalmente é escolhido dentro do intervalo  $F \in [0.4, 1]$ ,  $\boldsymbol{\theta}_{best,g}$  é o melhor indivíduo na  $g$ -ésima geração, e os índices  $r1, r2, r3$ , e  $r4 \in \{1, 2, \dots, NP\}/\{i\}$  são escolhidos aleatoriamente devendo ser mutuamente distintos e diferentes do índice  $i$  (CAI et al., 2019; DAS; MULLICK; SUGANTHAN, 2016; GÄMPERLE; MÜLLER; KOUMOUTSAKOS, 2002; STORN; PRICE, 1997). Conforme (STORN; PRICE, 1997), na notação para as versões do DE, DE/x/y/z, o “x” especifica o vetor a ser mutado, que pode ser “rand” (vetor populacional escolhido aleatoriamente) ou “best” (o “melhor” vetor, ou seja, o de menor custo da população atual). O “y” é o número de vetores de diferença usados; e o “z” identifica o esquema de cruzamento utilizado. O esquema de cruzamento binário adotado no presente estudo é identificado como “bin”.

O operador mutação expande o espaço de busca uma vez que novos indivíduos (vetores) são gerados pela diferença ponderada entre dois vetores parâmetros a um terceiro vetor. O fator de mutação (ou de escala),  $F$ , define o tamanho do passo (do inglês *step size*) a ser dado na direção definida pelo vetor diferença e tipicamente cai no intervalo  $F \in [0.4, 1]$  (DAS; MULLICK; SUGANTHAN, 2016; GÄMPERLE; MÜLLER; KOUMOUTSAKOS, 2002; STORN; PRICE, 1997).

**Cruzamento** O estágio de cruzamento binário é adotado neste estudo e é dado por (DAS; MULLICK; SUGANTHAN, 2016; GÄMPERLE; MÜLLER; KOUMOUTSAKOS, 2002; STORN; PRICE, 1997):

$$u_{j,i,g} = \begin{cases} v_{j,i,g} & \text{if } rand[0, 1] \leq Cr \text{ or } j = randi[1, D] \\ \theta_{j,i,g} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.9)$$

onde o vetor  $\mathbf{U}_{i,g}$  é definido como *trial vector*,  $Cr \in [0, 1]$  é a taxa de cruzamento, e a função  $randi[y_{min}, y_{max}]$  gera aleatoriamente um valor inteiro pertencente a faixa  $[y_{min}, y_{max}] \in \mathbb{N}$ .

O operador cruzamento busca aumentar a diversidade dos vetores mutantes com a reutilização de indivíduos previamente bem sucedidos. Caso  $Cr$  for definido para elevados valores (próximos de 1), a convergência pode ser acelerada, enquanto que para pequenos valores um pequeno número de indivíduos da população é modificado à cada geração (DAS; MULLICK; SUGANTHAN, 2016; GÄMPERLE; MÜLLER; KOUMOUTSAKOS, 2002).

**Seleção** Este estágio adota o critério *greedy* dado por (GÄMPERLE; MÜLLER; KOUMOUTSAKOS, 2002):

$$\boldsymbol{\theta}_{i,g+1} = \begin{cases} \mathbf{U}_{i,g} & \text{if } Fit(\mathbf{V}_{i,g}) \leq Fit(\boldsymbol{\theta}_{i,g}) \\ \boldsymbol{\theta}_{i,g} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.10)$$

Para o caso de minimização abordado no presente estudo, o vetor (indivíduo) que tem o menor  $Fit(\cdot)$  é escolhido para a próxima geração (sobrevive).

O ciclo se repete até que o critério de parada seja alcançado.

Como dito anteriormente, em (ALI; TÖRN, 2004) foi proposta uma adaptação baseada na aptidão para o fator de mutação  $F$  que busca demonstrar a capacidade de busca adaptada às características da população. A inserção da técnica  $F$  adaptativa antes da estratégia de mutação é realizada de forma que o valor de  $F$  seja atualizado a cada geração, tomando como base a aptidão de seus indivíduos, o que cria uma busca diversificada nos estágios iniciais e intensificada na última fase (ALI; TÖRN, 2004). Essa técnica com  $F$  adaptativo para o DE é dada por (ALI; TÖRN, 2004):

$$F = \begin{cases} \max \left\{ l_{min}, 1 - \left| \frac{Fit_{max}}{Fit_{min}} \right| \right\} & \text{if } \left| \frac{Fit_{max}}{Fit_{min}} \right| < 1 \\ \max \left\{ l_{min}, 1 - \left| \frac{Fit_{min}}{Fit_{max}} \right| \right\} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.11)$$

onde  $l_{min}$  é o menor valor para  $F$ ,  $Fit_{min}$  e  $Fit_{max}$  são respectivamente o valor menor e maior de  $Fit(\cdot)$  encontrados na geração atual. A notação  $\max\{x, y\}$  denota o máximo de  $x$  e  $y$ . É sugerido que se ajuste  $Cr = 0.5$  e  $l_{min} = 0.4$  (ALI; TöRN, 2004).

## 4.4 Algoritmo por Evolução Diferencial com Mecanismo de Guia Adaptativo Baseado em Regras Heurísticas (DE-AGM)

As etapas do DE-AGM aplicadas ao longo deste trabalho são resumidas a seguir, onde o chamado mecanismo de guia adaptativo, do inglês *adaptive guiding mechanism* (AGM) é composto pelas etapas de classificação, construção, separação e guiamento (ou orientação).

**Inicialização** A população inicial  $POP_0$  é gerada através da Equação (4.1).

**Classificação** A população atual é classificada de acordo com a aptidão ( $Fit(\cdot)$ ), onde se obtém o chamado vetor ordenado (ou, em inglês *ranked*) dado por (CAI et al., 2019):

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\theta}rank_g = \{ & \boldsymbol{\theta}rank_{i,g} | i = 1, 2, \dots, NP \wedge Fit(\boldsymbol{\theta}rank_{1,g}) < Fit(\boldsymbol{\theta}rank_{2,g}) < \dots \\ & < Fit(\boldsymbol{\theta}rank_{NP,g}) \} \end{aligned} \quad (4.12)$$

**Construção** Esta etapa é fundamentada na primeira regra heurística aplicada ao AGM, do inglês *heuristic rule* (HR), e é baseada nas informações de aptidão contidas no vetor ordenado.  $\boldsymbol{\theta}rank_g$  é separado em equipes chamadas equipe de liderança de elite,  $ELT_g$ . A HR1 é dada por (CAI et al., 2019):

$$ST_g = \left\lfloor \frac{NP}{[r_{ST} \cdot g/Gmax] + 1} \right\rfloor \quad (4.13)$$

$$ELT_g = \{ \boldsymbol{\theta}rank_{i,g} | i = 1, 2, \dots, ST_g \} \quad (4.14)$$

onde  $ST_g$  é o tamanho do vetor  $ELT_g$ ,  $r_{ST}$  é o parâmetro que controla a taxa de redução de  $ST_g$  durante o processo evolucionário, e  $\lfloor \cdot \rfloor$  é a função piso (PäTZOLD, 2012).

**Separação** Esta etapa é baseada na regra heurística 2 (HR2), que é projetada para alocar a partir do  $ELT_g$  o grupo de elite dependente do indivíduo,  $IEG_{i,g}$ , para cada indivíduo em relação ao seu comportamento na busca. A HR2 dada por (CAI et al., 2019):

$$SS_{i,g} = \left\lfloor \frac{i - 1}{NP} ST_g \right\rfloor + 1 \quad (4.15)$$

$$IEG_{i,g} = \{ \boldsymbol{\theta}rank_{j,g} | \boldsymbol{\theta}rank_{j,g} \in ELT_g \wedge j = 1, 2, \dots, SS_{i,g} \} \quad (4.16)$$

onde  $SS_{i,g}$  é o tamanho do vetor  $IEG_{i,g}$ . Observe que é através de sua regra de construção que os vetores  $IEG_{i,g}$  se sobrepõem, ou seja (CAI et al., 2019):

$$IEG_{1,g} \subseteq IEG_{2,g} \subseteq \dots \subseteq IEG_{NP,g} = ELT_g \quad (4.17)$$

**Guiamento** A regra heurística 3 (HR3) que fundamenta a etapa de guiamento, seleciona os vetores pais de  $IEG_{i,g}$  de cada indivíduo e do resto da população atual de acordo com (CAI et al., 2019):

- Seleção do vetor base:

$$\theta_{ibase,g} = \begin{cases} RandSele(POP_g - \theta rank_{NP,g}) & \text{if } POP_g - IEG_{i,g} = \emptyset \\ RandSele(IEG_{i,g}) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.18)$$

onde  $RandSele(\mathbf{X})$  representa a escolha aleatória de um indivíduo que pertence ao vetor  $\mathbf{X}$ .

- Seleção do vetor diferença:

$$\theta_{istart,g} = \begin{cases} \theta rank_{NP,g} & \text{if } POP_g - IEG_{i,g} = \emptyset \\ RandSele(POP_g - IEG_{i,g}) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.19)$$

$$\theta_{iend,g} = \begin{cases} RandSele(POP_g) & \text{if } POP_g - IEG_{i,g} = \emptyset \\ RandSele(IEG_{i,g}) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.20)$$

onde  $\theta_{istart,g}$  e  $\theta_{iend,g}$  são respectivamente os pontos inicial e final da diferença vetorial para  $\theta rank_{i,g}$ .

**Mutação** Além da estratégia de mutação proposta na Seção 6.2.3 (Equação (6.1)), este trabalho utiliza as seguintes estratégias de mutação (CAI et al., 2019):

- DE-AGM/IEG /1 (DE/rand/1 ou DE/best/1 com AGM)

$$\mathbf{V}_{i,g} = \theta_{ibase,g} + F \cdot (\theta_{iend,g} - \theta_{istart,g}) \quad (4.21)$$

onde  $ibase$  e  $istart$  são inteiros mutuamente distintos.

- DE-AGM/DE/c-t-IEG/1 (DE/c-t-b/1 com AGM)

$$\mathbf{V}_{i,g} = \theta rank_{i,g} + F \cdot (\theta_{ibase,g} - \theta rank_{i,g}) + F \cdot (\theta_{iend,g} - \theta_{istart,g}) \quad (4.22)$$

**Cruzamento** Este estágio ocorre da mesma forma que o cruzamento do DE tradicional.

**Seleção** Este estágio é executado de acordo com a etapa de seleção do DE tradicional.

O ciclo se repete até que o critério de parada seja alcançado.

## 4.5 Conclusão

Este capítulo apresentou as bases conceituais fundamentais dos algoritmos GA, DE e DE-AGM que serão primordiais para a criação dos estimadores parâmetros de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  e  $\alpha - \eta - \mu$  propostos baseados nos EAs.

Como foi visto neste capítulo, e será corroborado por meio de experimentos registrados no Capítulo 6, os algoritmos de estimação EAs propostos sempre encontram uma solução que respeita as restrições do problema a um baixo custo computacional. Os experimentos registrados no Capítulo 6 mostram que os EAs para estimação de parâmetros propostos apresentam qualidade de ajuste equivalente à obtida pelo bem conhecido MLE, porém com velocidade de computação sensivelmente superior, e com a vantagem de sempre fornecer uma solução válida.

# CAPÍTULO 5

---

## Simuladores de Desvanecimento Propostos

### 5.1 Introdução

Neste capítulo são propostos simuladores que geram aleatoriamente sinais desvanecidos modelados pelas distribuições  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ . Eles consideram o efeito Doppler, possuem como base o modelo de Clarke e Gans apresentado no Capítulo 2.

A Seção 5.2 apresenta a fundamentação teórica, o algoritmo, testes e resultados obtidos do simulador de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  proposto. O mesmo é apresentado para o simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  proposto na Seção 5.3. Será utilizado o teste de KS para verificar a qualidade dos conjuntos de amostras gerados randomicamente pelos simuladores de desvanecimento (COGLIATTI; SOUZA, 2013; FRANK; MASSEY, 1951; GENTLE, 2003; RENNÓ; SOUZA; YACOUB, 2018).

Todos os ensaios realizados neste trabalho foram executados em um mesmo computador Intel (R) CORE (TM) i7-8550U CPU @1,8GHz 1,99GHz 16GB RAM. O software Matlab (R) foi utilizado para implementar os simuladores de desvanecimento propostos.

### 5.2 Simulador de Desvanecimento $\alpha - \eta - \mu$

#### 5.2.1 Fundamentação e Algoritmo

O objetivo do simulador de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  proposto neste estudo é gerar amostras de sinais desvanecidos que se originam de um canal de rádio móvel  $\alpha - \eta - \mu$ . Esse simulador de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  baseia-se no modelo de atenuação de Clarke e Gans explicitado no algoritmo proposto por Smith (1975) utilizado para gerar sinais Rayleigh (RAPPAPORT, 2009). As amostras aleatórias geradas pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  no domínio do tempo serão utilizadas para calcular os histogramas usados nos testes realizados no presente trabalho.

O simulador de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  foi concebido a partir de geradores Hoyt para os clusters inteiros e de um gerador semi-Gaussiana positiva para a parte fracionária. Os geradores Hoyt representam os *clusters* inteiros (valores de  $\mu = m/2, m \in \mathbb{N}^*$ , múltiplos de  $1/2$ ), uma vez que a distribuição de Hoyt pode ser obtida de forma exata a partir da distribuição  $\alpha - \eta - \mu$  ajustando  $\alpha = 2$ ,  $\eta = q^2$  e  $\mu = 1/2$  (BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016b; FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006; JÚNIOR, 2006). A distribuição de Hoyt é caracterizada por possuir um *cluster* e ambiente de propagação homogêneo, sendo  $q = \sqrt{\eta}$  seu parâmetro de desvanecimento (LEMOS; SOUZA; FASOLO, 2003).

Para obter os valores fracionários de  $\mu = 0,25$  (equivalente a meio *cluster*) no simulador  $\alpha - \eta - \mu$ , é incluído um gerador semi-Gaussiana positiva. Esse fato decorre de que a distribuição semi-Gaussiana positiva pode ser obtida diretamente da  $\alpha - \eta - \mu$  fazendo  $\alpha = 2$ ,  $\eta \rightarrow 1$  e  $\mu = 0,25$ . Nota-se que a distribuição de Nakagami- $m$ , para  $m = 0,5$  reduz à distribuição semi-Gaussiana positiva (SIMON; ALOUINI, 2000). A variável aleatória (v.a.) que descreve a distribuição Nakagami- $m$  pode ser obtida pela a raiz quadrada da soma de  $2m$  processos gaussianos independentes de médias zero e variâncias idênticas. Então, o valor de  $m = 0,5$  equivale à uma componente em fase (ou em quadratura) do processo Gaussiano, configurando a distribuição semi-Gaussiana positiva (BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016b; JÚNIOR, 2006; SIMON; ALOUINI, 2000; YACOUB; BAUTISTA; GUEDES, 1999). Após obter a distribuição de Nakagami- $m$  da  $\alpha - \eta - \mu$  ajustando-se  $\alpha = 2$ ,  $\eta \rightarrow 1$  e  $\mu = m/2$ , e em seguida fazendo-se  $m = 0,5$  (ou, equivalentemente  $\mu = 0,25$ ), obtém-se a distribuição semi-Gaussiana positiva.

O simulador de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  configura uma contribuição original e é descrito na Figura 5.1 e no Algoritmo 2. Esse simulador gera sinais para qualquer valor dos parâmetros de desvanecimento  $\alpha$  e  $\eta$ , e para  $\mu$  múltiplos de 0,25 (i.e.,  $\mu \in \{0, 25; 0, 5; 0, 75; 1, 1, 25; \dots\}$ ), expandindo a abrangência em relação ao gerador apresentado por (BATISTA, 2015). O Algoritmo 2 inicia com a inserção das seguintes informações: os parâmetros de desvanecimento  $\alpha$ ,  $\eta$ , e,  $\mu$ ; a velocidade do receptor  $v$ ; a frequência da portadora  $f_c$ ; e, o número de componentes de frequência  $n$ , i.e., a quantidade de elementos que compõe o conjunto de amostras gerado. O parâmetro  $n$  determina o número de elementos usados no domínio da frequência para representar o  $S_{Ez}(f)$  (Equação (2.91)). No passo 1, calcula-se  $\Delta f$  a partir de  $f_m$ .

Do passo 2 ao passo 9 (ilustrado no topo do diagrama da Figura 5.1) é vista a geração de clusters inteiros através dos geradores Hoyt, onde duas fontes passa-baixa gaussianas independentes são usadas para produzir os sinais em fase e em quadratura (FASOLO; DUQUE, 2005; LEMOS; SOUZA; FASOLO, 2003). No passo 3, cada fonte gaussiana é formada pela soma de duas v.a. independentes gaussianas ortogonais na forma  $\mathbf{z} = a + jb$ . No passo 4, os componentes de frequência negativos são formados pela conjugação dos valores de frequência positivos. Usando um filtro Doppler de Clarke (passo 5) para moldar os sinais aleatórios no domínio da frequência, é possível obter formas de onda no domínio

**Algoritmo 2** Pseudocódigo do simulador de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$ 

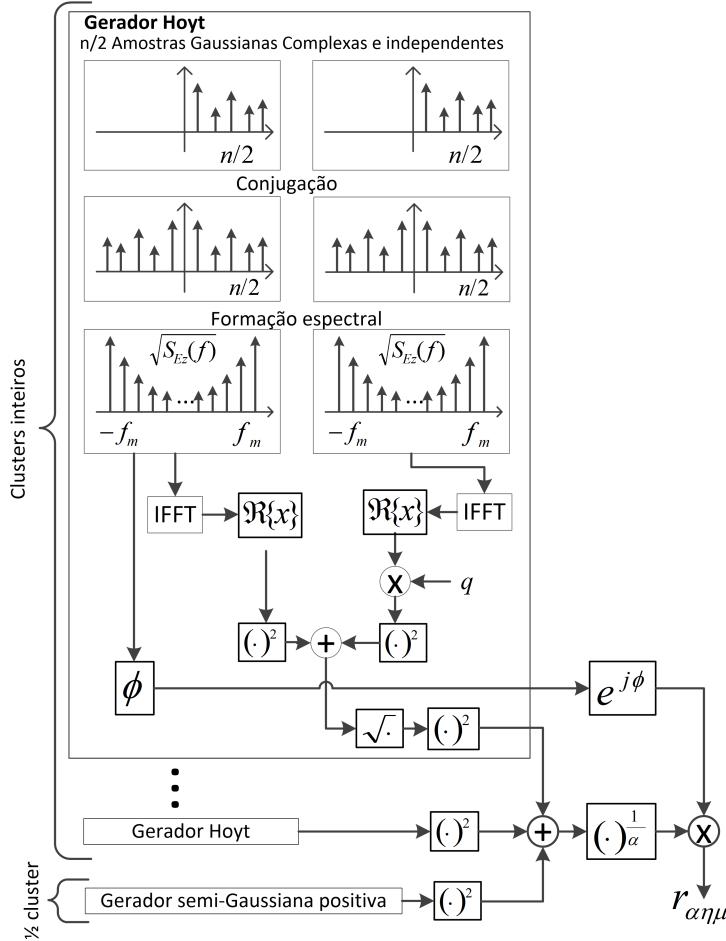
**Require:**  $\alpha, \eta, \mu, v, f_m$ , e do número de componentes de frequência  $n$ .

```

1:  $\Delta f \leftarrow \frac{2f_m}{n-1}$  { $\Delta f$  é o espaçamento de frequência entre componentes adjacentes do
   espetro}
2: for  $i \leftarrow 1$  to  $\lfloor 2 \cdot \mu \rfloor$  do {Clusters inteiros}
3:   Gerar o vetor de amplitudes das componentes de frequências positivas do espetro
   com  $n/2$  amostras Gaussianas complexas
4:   Calcular o conjugado complexo do vetor obtido no passo 3
5:   Formatar as componentes Gaussianas em fase e em quadratura por  $\sqrt{S_{Ez}(f)}$ 
6:   Calcular a IFFT dos sinais do passo 5 obtendo dois sinais reais de tamanho  $n$ 
7:   Relacionar a componente em quadratura obtida no passo 6 com  $q = \sqrt{\eta}$ 
8:   Elevar ao quadrado o sinal em fase (do passo 6) e o sinal em quadratura (do passo
   7), e somá-los obtendo  $T_x^2 + T_y^2$ 
9:    $r_i \leftarrow \sqrt{T_x^2 + T_y^2}$  {Obtém-se uma amostra de  $n$  elementos de um sinal Hoyt, $r_i$ .}
10:  if  $i = 1$  then
11:    Calcular a fase, $\phi$  , da componente Gaussiana em fase obtida no passo 5
12:     $r_{\eta\mu,1} \leftarrow r_1^2$ .
13:  else
14:     $r_{\eta\mu,i+1} \leftarrow r_{\eta\mu,i} + r_i^2$ .
15:  end if
16: end for
17: if a parte fracionária de  $m = 2 \cdot \mu = 0,5$  then {Meio cluster}
18:   Gerar o vetor de amplitudes das componentes de frequências positivas do espetro
   com  $n/2$  amostras Gaussianas complexas
19:   Calcular o conjugado complexo do vetor obtido no passo 18
20:   Formatar a componente Gaussiana em fase obtida no passo 19 por  $\sqrt{S_{Ez}(f)}$ 
21:   Calcular a IFFT do sinal em fase obtido no passo 20 obtendo um sinal real de
   tamanho  $n$ ,  $r_0$ 
22:    $r_{\eta\mu} \leftarrow r_0^2 + r_{\eta\mu}$ 
23: end if
24:  $r_{\alpha\eta\mu} \leftarrow \sqrt[n]{r_{\eta\mu}} \times e^{j\phi}$  {Envoltória do sinal  $\alpha - \eta - \mu$ }
25: Calcular a envoltória normalizada do sinal  $\alpha - \eta - \mu$ ,  $\rho_{\alpha\eta\mu}$ , pela Equação (2.76)

```

do tempo com desvanecimento Doppler aplicando-se a IFFT (passo 21) (BATISTA, 2015; BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016b; FASOLO; DUQUE, 2005; FONTÁN; ESPIñERA, 2008; JÚNIOR, 2006; RAPPAPORT, 2009). Como visto no passo 7, para gerar um *cluster* Hoyt, é necessário relacionar a componente de quadratura obtida no passo 21 pelo valor  $q = \sqrt{\eta}$  (FASOLO; DUQUE, 2005; LEMOS; SOUZA; FASOLO, 2003; YACOUB, 2007b). Uma amostra de tempo composta por  $n$  elementos de um sinal de Hoyt é obtida no passo 9 de  $r_i = \sqrt{T_x^2 + T_y^2}$ , onde  $T_x$  e  $T_y$  são, respectivamente, o sinal em fase (passo 21) e o sinal em quadratura (passo 7). Considerando a existência de apenas um *cluster*, a envoltória  $r$  será modelada pela distribuição Hoyt. Portanto, um sinal  $\eta - \mu$  é definido como a soma de vários *clusters*, onde a envoltória de cada *cluster* segue a distribuição de Hoyt (passo 14) (FASOLO; DUQUE, 2005; LEMOS; SOUZA; FASOLO, 2003; YACOUB, 2007b).

Figura 5.1 – Diagrama do simulador de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$ .

Fonte: Elaborada pelo autor

O gerador semi-Gaussiana positiva segue os passos 17 ao 23 do Algoritmo 2 e é ilustrado na parte inferior do diagrama na Figura 5.1. No passo 22 soma-se o sinal  $r_0^2$ , que se refere ao meio cluster (passo 22), com o sinal  $r_{\eta\mu}$ , que se refere aos clusters inteiro, obtendo assim um sinal  $\eta - \mu$  para  $\mu$  múltiplos inteiros de 0,25. Finalmente, no passo 25, uma amostra  $\alpha - \eta - \mu$  é obtida de  $r_{\alpha\eta\mu} = \sqrt[\alpha]{r_{\eta\mu}} \times e^{j\phi}$ .

### 5.2.2 Testes e Resultados

A Tabelas 5.1 mostra o  $p$ -value (obtido do teste de KS) e a eficiência em termos de aproveitamento para diversos conjuntos de amostras geradas. O teste de KS é explicado sucintamente no Anexo A.1.1. O cenário de geração de cada amostra foi criado considerando-se um receptor móvel movendo-se a uma velocidade constante 80 km/h e recebendo um sinal propagando-se na frequência de  $f_c = 600$  MHz para o ambiente  $\alpha - \eta - \mu$ .

Para o simulador  $\alpha - \eta - \mu$ , além dos conjuntos de amostras configuradas para  $\theta = \{\alpha = 3, 7; \eta = 2, 3; \mu = 3\}$  e  $\theta = \{7; 13; 7, 75\}$ , foram simulados conjuntos de amostras

que remetem aos ambientes aproximados de forma exata pela distribuição  $\alpha - \eta - \mu$ :  $\eta - \mu$ ,  $\alpha - \mu$ , Weibull, Hoyt, Nakagami- $m$ , Rayleigh e semi-Gaussiana positiva.

Definindo uma geração de amostra bem sucedida como aquela em que a hipótese nula,  $H_0$ , é verdadeira e obteve  $p - \text{value} > 0,05$  no teste de KS, para avaliar a eficiência dos simuladores de desvanecimento propostos, executa-se o simulador repetidamente até obter 500 conjuntos de amostras de sucesso, com  $n = 2^{15}$  pontos cada conjunto de amostras. Por exemplo, foi necessário gerar 604 conjuntos de amostras configuradas para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$  para obter os 500 conjuntos de amostras com sucesso, atingindo uma eficiência de 82,8%. Os  $p$ -value mostrados na Tabela 5.1 são os valores médios dos  $p$ -value entre os 500 conjuntos de amostras com sucesso.

Nota-se que em todos os experimentos registrados na Seção 5.1 obteve-se  $p - \text{value} > 0,05$ , indicando uma excelente qualidade de ajuste, i.e., há uma elevada probabilidade (maior que 99,95%) de que os conjuntos de amostras testados sejam oriundos da distribuição hipotética,  $\alpha - \eta - \mu$ , que descreve o canal simulado. Observa-se, ainda, que a menor eficiência obtida foi 74,2%. Enfim, pode-se dizer que esse simulador de canal gera, de forma aleatória, sinais com desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  de forma eficiente e com excelente qualidade de ajuste.

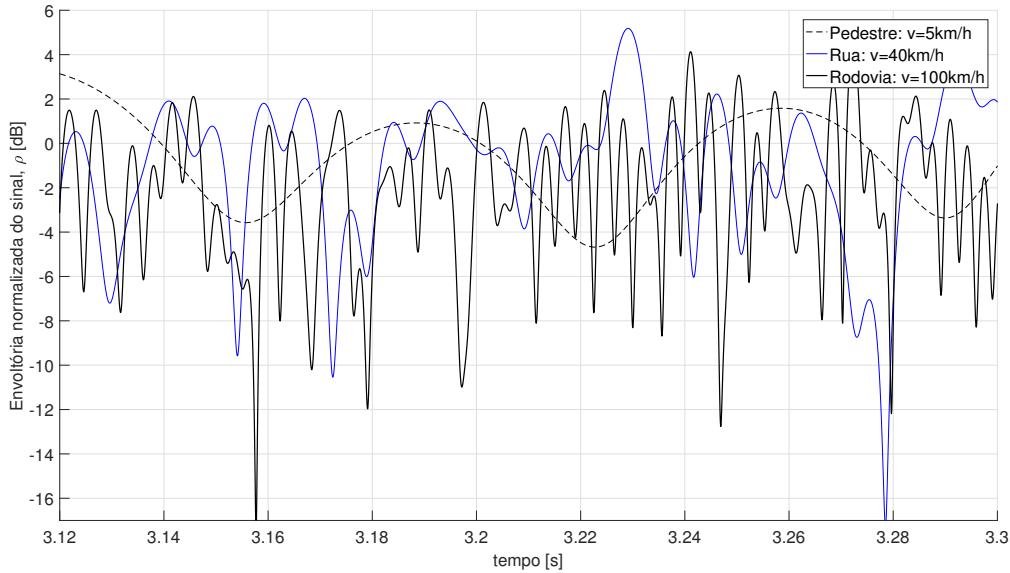
Tabela 5.1 – Eficiência e  $p$ -value obtidos para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$

Distribuição simulada	$\alpha$	$\eta$	$\mu$	Eficiência	$p$ -value
$\eta - \mu$	2	2	1	82,8%	0,4273
$\alpha - \mu$	3	1	3	90,4%	0,0993
Weibull	3	1	1	86,1%	0,8551
Hoyt	2	4	0,5	74,2%	0,4065
Nakagami- $m$	2	2	1,25	87,7%	0,4188
Rayleigh	2	2	0,5	80,8%	0,4118
Semi-Gaussiana positiva	2	2	0,25	79,9%	0,4163
$\alpha - \eta - \mu$	3,7	2,3	3	87,3%	0,4173
$\alpha - \eta - \mu$	13	7	27,75	92,3%	0,4413

Fonte: Elaborada pelo autor

O fato de que o aumento da velocidade da estação móvel receptora incide em um aumento do deslocamento Doppler, e por conseguinte do desvanecimento citado em (RAPAPORT, 2009; SIMON; ALOUINI, 2000; SKLAR, 2001) é observado na Figura 5.2, que mostra a variação de  $\rho[dB]$  em função do tempo dado em segundos. Para visualizar esse fato foi simulado o canal  $\alpha - \eta - \mu$  com efeito Doppler, considerando-se que o sinal propaga-se na frequência de 1,8 GHz;  $\boldsymbol{\theta} = \{2, 31; 63, 23; 1, 75\}$ ; e para três velocidades de descolamento da estação móvel (5 km/h, 40 km/h e 100 km/h). Foram gerados cerca de 260 mil pontos para cada curva. Como visto na Figura 5.2 os valores de  $\rho[dB]$  menores ocorrem para a velocidade de 100 km/h.

Figura 5.2 – Desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  para  $f = 1,8$  GHz,  $\theta = \{2, 31; 63, 23; 1, 75\}$ .

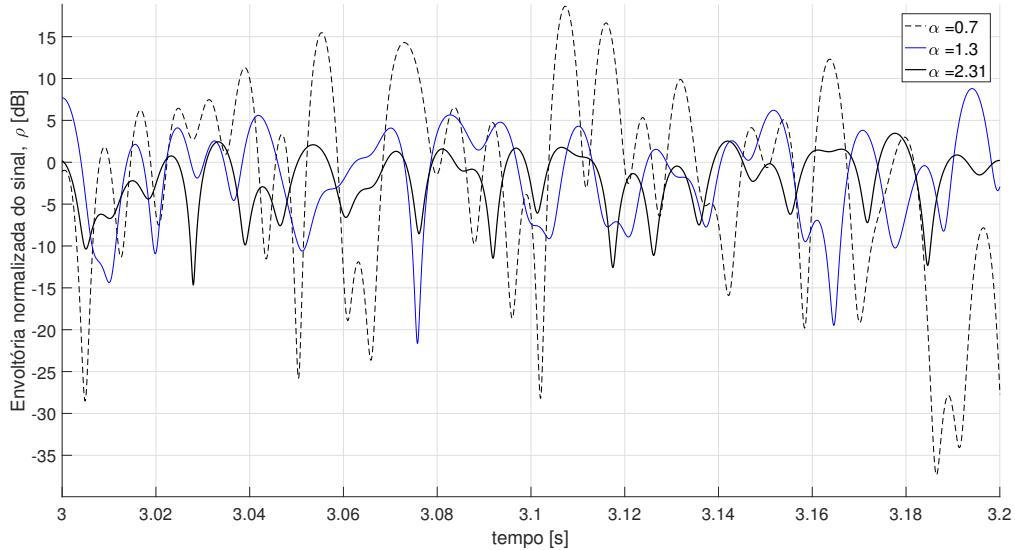


Fonte: Elaborada pelo autor

Tendo em conta que  $\alpha$  é o parâmetro de potência que descreve a não linearidade do meio, ao observar as Figuras 5.3, 5.4 e 5.5, é possível perceber que elevando-se o valor de  $\alpha$ , implica em um menor desvanecimento do sinal. Tal fato se dá uma vez que quanto maior for valor de  $\alpha$ , mais determinístico será o canal e, portanto, menos suscetível a variações. Já se o valor de  $\alpha$  for pequeno, implica em uma severa não linearidade do meio, i.e., uma péssima condição do canal (FREITAS et al., 2017; LEI et al., 2017).

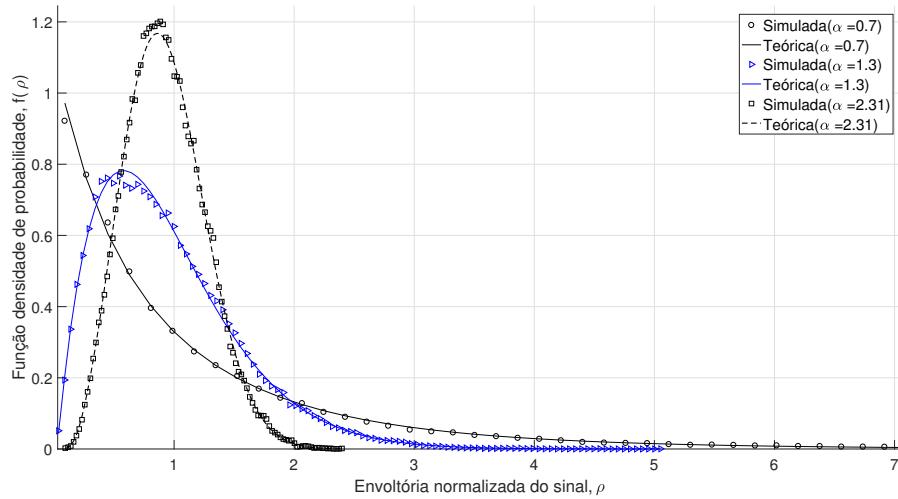
Como visto em (FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006; SOUZA; RIBEIRO; GUIMARÃES, 2015; YACOUB, 2007b; YACOUB, 2016), e nas Figuras 5.6, 5.7 e 5.8, quanto maior o valor do parâmetro  $\eta$ , maior é o efeito do desvanecimento. Considerando o Formato 1,  $\eta$  é a relação entre as potências das componentes em fase e em quadratura das ondas espalhadas de cada *cluster* do multipercurso. Assim, aumentando-se o valor de  $\eta$  há uma maior diferença entre as potências das componentes em fase e em quadratura das ondas espalhadas, resultando na esperada diminuição do efeito do desvanecimento (LEMOS, 2003; YACOUB, 2002). Outro fato que corrobora essa afirmação é que quando  $\eta \rightarrow \infty$  a distribuição  $\alpha - \eta - \mu$  aproxima-se da distribuição semi-Gaussiana positiva que representa um desvanecimento mais severo que a distribuição de Rayleigh, que é aproximada para  $\eta = 1$  (FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006). A Figura 5.6 mostra a variação de  $\rho[dB]$  em função do tempo dado em segundos, a Figura 5.7 mostra as pdfs e a Figura 5.8 mostra as CDFs em função de  $\rho$ . A simulação vista nas Figuras 5.6, 5.7 e 5.8 foi realizada considerando-se um canal  $\alpha - \eta - \mu$  onde o sinal propaga-se na frequência de 1,8 GHz sendo recebido por uma estação móvel que se desloca a 40 km/h, para  $\alpha = 2, 31; \mu = 1, 5$

Figura 5.3 – Desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  para as seguintes configurações  $f = 1,8$  GHz,  $v = 40$  km/h,  $\alpha = (0, 7; 1, 3; 2, 31)$ ,  $\eta = 63, 23$  e  $\mu = 1, 5$ .



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 5.4 – pdf de  $\alpha - \eta - \mu$  para as seguintes configurações  $f = 1,8$  GHz,  $v = 40$  km/h,  $\alpha = (0, 7; 1, 3; 2, 31)$ ,  $\eta = 63, 23$  e  $\mu = 1, 5$ .

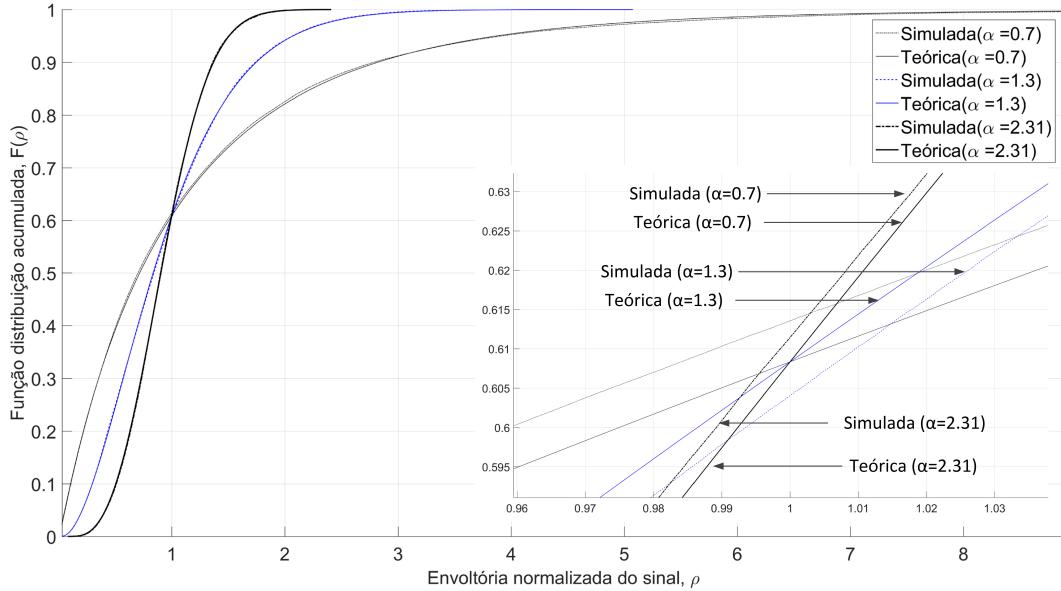


Fonte: Elaborada pelo autor

e três valores de  $\eta$ . Foram gerados cerca de 260 mil pontos para cada curva.

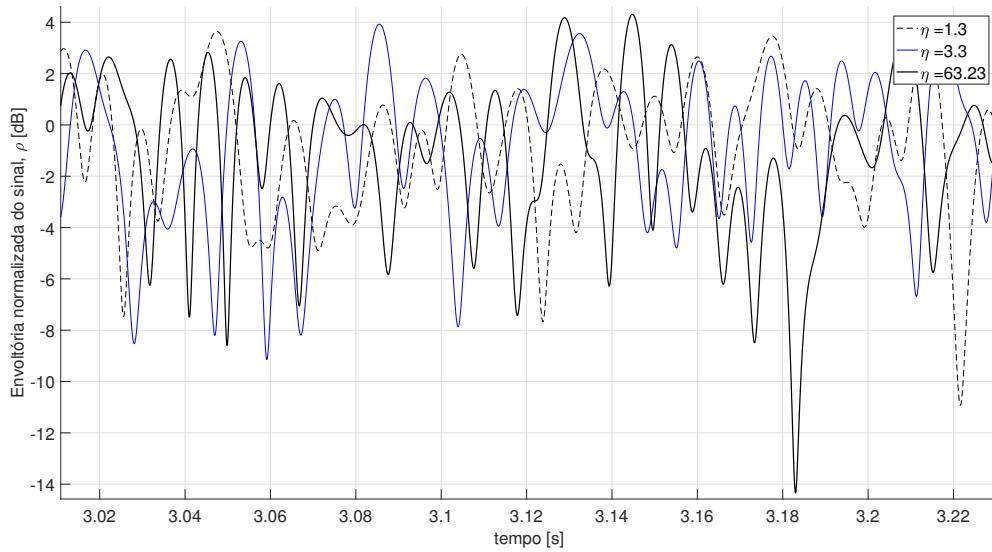
As Figuras 5.9, 5.10 e 5.11 foram simuladas considerando-se um sinal na frequência de 1,8 GHz propagando-se por um canal  $\alpha - \eta - \mu$  e sendo recebido por uma estação móvel que se desloca a 40 km/h para  $\alpha = 2,31$ ;  $\eta = 63,23$  e variando-se os valores de  $\mu$  para 1,5; 3,5 e 8,5. Foram gerados cerca de 260 mil pontos para cada curva. As

Figura 5.5 – CDF de  $\alpha - \eta - \mu$  para as seguintes configurações  $f = 1,8$  GHz,  $v = 40$  km/h,  $\alpha = (0, 7; 1, 3; 2, 31)$ ,  $\eta = 63, 23$  e  $\mu = 1, 5$ .



Fonte: Elaborada pelo autor

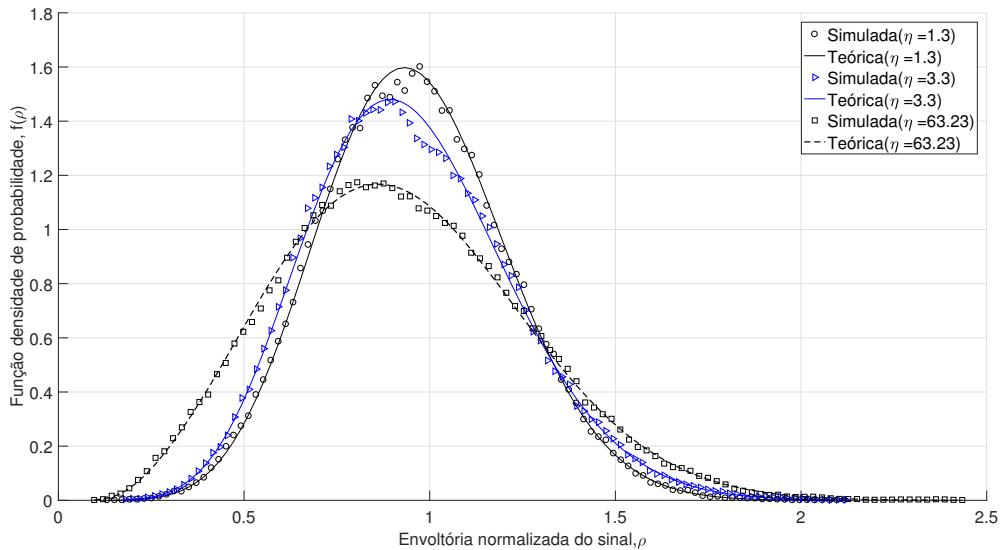
Figura 5.6 – Desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  para as seguintes configurações  $f = 1,8$  GHz,  $v = 40$  km/h,  $\alpha = 1, 3$ ,  $\eta = (1, 3; 7, 3; 63, 23)$  e  $\mu = 1, 5$ .



Fonte: Elaborada pelo autor

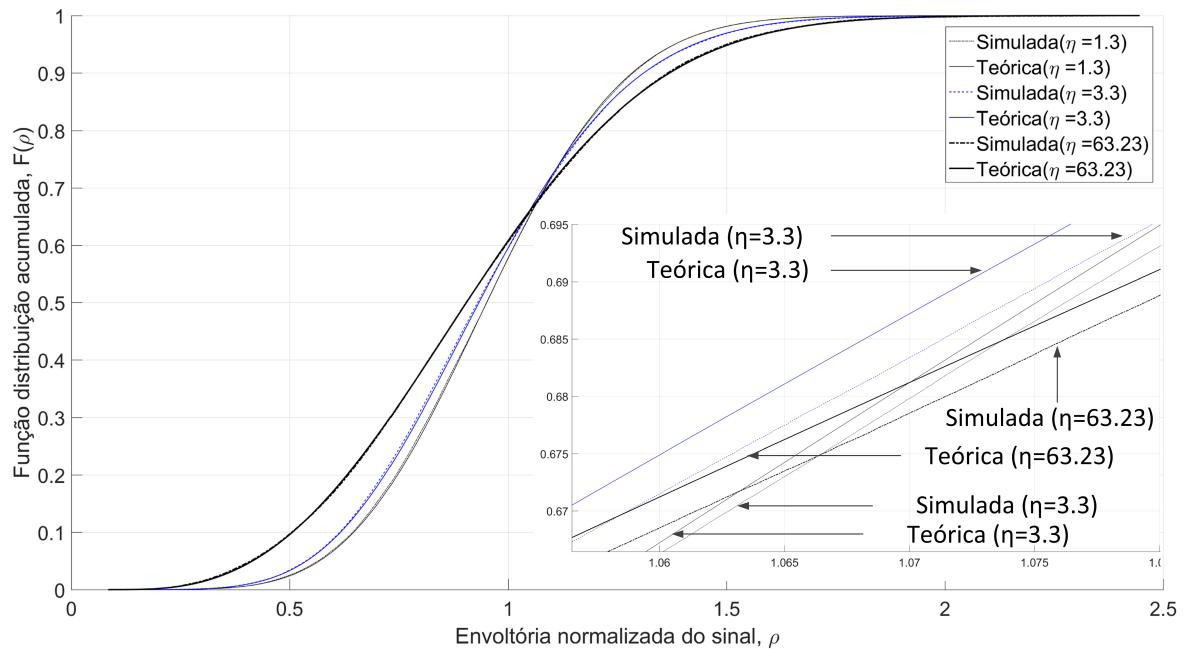
curvas das Figuras 5.9, 5.10 e 5.11 supracitadas indicam que, como visto na literatura, elevando-se o valor do parâmetro  $\mu$  equivale a aumentar-se o número de *clusters* e, por conseguinte, minimizar o efeito do desvanecimento (FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006; SOUZA; RIBEIRO; GUIMARÃES, 2015; YACOUB, 2016; YACOUB, 2007b).

Figura 5.7 – pdf de  $\alpha - \eta - \mu$  para as seguintes configurações  $f = 1,8$  GHz,  $v = 40$  km/h,  $\alpha = 2,31$ ,  $\eta = (1,3; 7,3; 63,23)$  e  $\mu = 1,5$ .



Fonte: Elaborada pelo autor

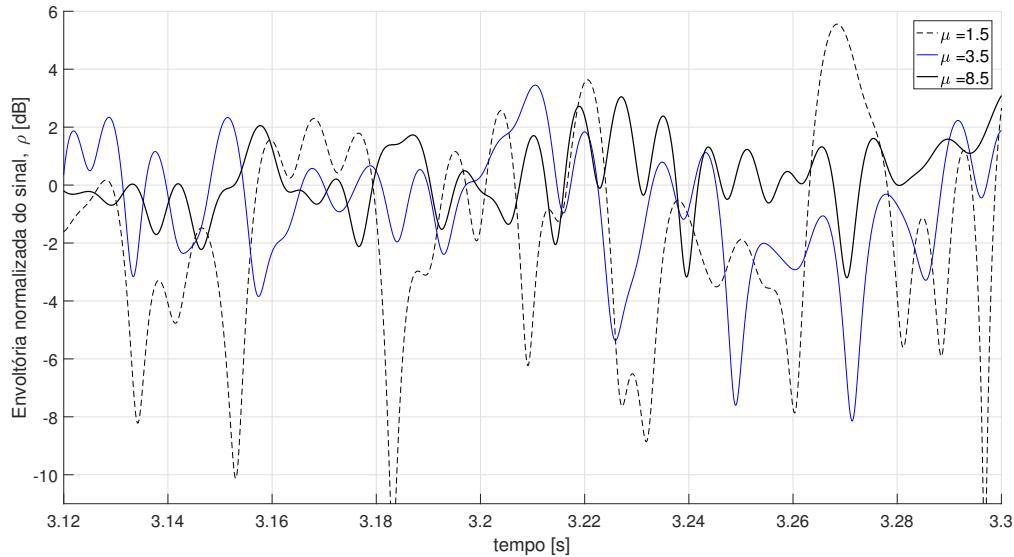
Figura 5.8 – CDF de  $\alpha - \eta - \mu$  para as seguintes configurações  $f = 1,8$  GHz,  $v = 40$  km/h,  $\alpha = 2,31$ ,  $\eta = (1,3; 7,3; 63,23)$  e  $\mu = 1,5$ .



Fonte: Elaborada pelo autor

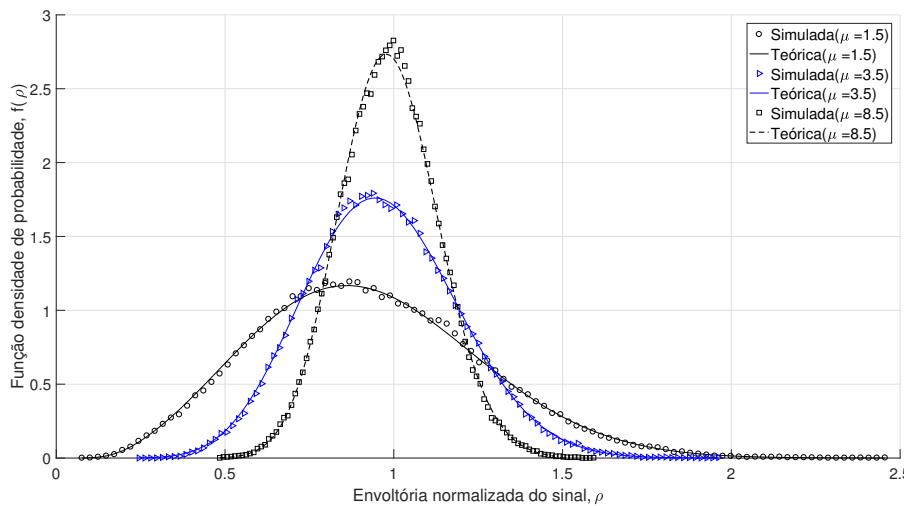
Não obstante outros tipos de distribuições poderem ser simuladas pelo gerador  $\alpha - \eta - \mu$ , optou-se por mostrar a título de exemplo as simulações das bem conhecidas distribuições Rice e Hoyt e da distribuição de  $\eta - \mu$ . As Figuras 5.12, 5.13 e 5.14 mostram as simulações

Figura 5.9 – Desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  para as seguintes configurações  $f = 1,8$  GHz,  $v = 40$  km/h,  $\alpha = 2,31$ ,  $\eta = 63,23$  e  $\mu = (1,5;3,5;8,5)$ .



Fonte: Elaborada pelo autor

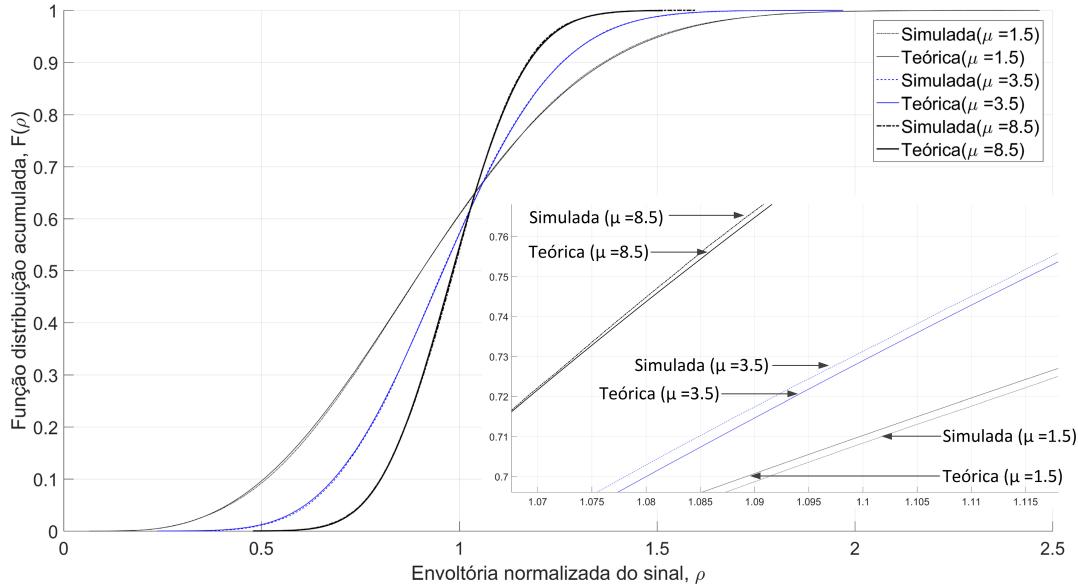
Figura 5.10 – pdf de  $\alpha - \eta - \mu$  para as seguintes configurações  $f = 1,8$  GHz,  $v = 40$  km/h,  $\alpha = 2,31$ ,  $\eta = 63,23$  e  $\mu = (1,5;3,5;8,5)$ .



Fonte: Elaborada pelo autor

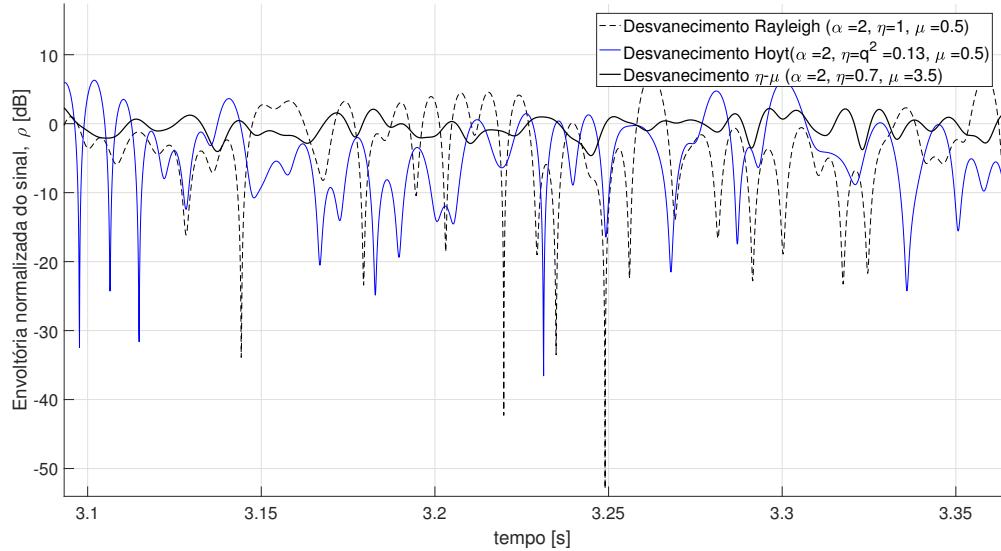
para os ambientes Rayleigh (fazendo-se  $\alpha = 2; \eta = 1$  e  $\mu = 0,5$ ), Hoyt (fazendo-se  $\alpha = 2; \eta = q^2 = 0,13$  e  $\mu = 0,5$ ) e  $\eta - \mu$  (fazendo-se  $\alpha = 2; \eta = 0,7$  e  $\mu = 3,5$ ) considerando-se que o sinal propaga-se na frequência de 1,8 GHz sendo recebido por uma estação móvel que se desloca a 40 km/h, logo os canais apresentam efeito Doppler. Foram gerados cerca de 260 mil pontos para cada curva.

Figura 5.11 – CDF de  $\alpha - \eta - \mu$  para as seguintes configurações  $f = 1,8$  GHz,  $v = 40$  km/h,  $\alpha = 2,31$ ,  $\eta = 63,23$  e  $\mu = (1,5; 3,5; 8,5)$



Fonte: Elaborada pelo autor

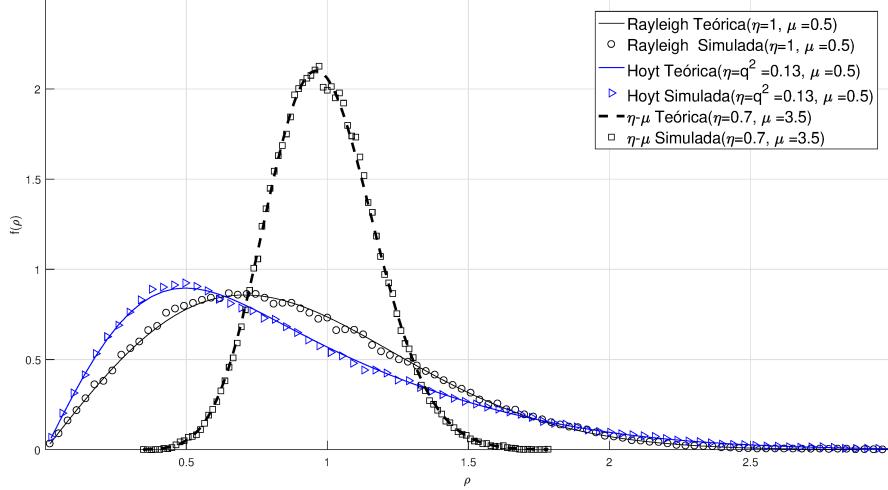
Figura 5.12 – Desvanecimento de Rayleigh ( $\alpha = 2$ ,  $\eta = 1$  e  $\mu = 0,5$ ); Hoyt ( $\alpha = 2$ ,  $\eta = q^2 = 0,13$  e  $\mu = 0,5$ ) e  $\eta - \mu$  ( $\alpha = 2$ ,  $\eta = 0,7$  e  $\mu = 3,5$ ), para as seguintes configurações  $f = 1,8$  GHz e  $v = 40$  km/h



Fonte: Elaborada pelo autor

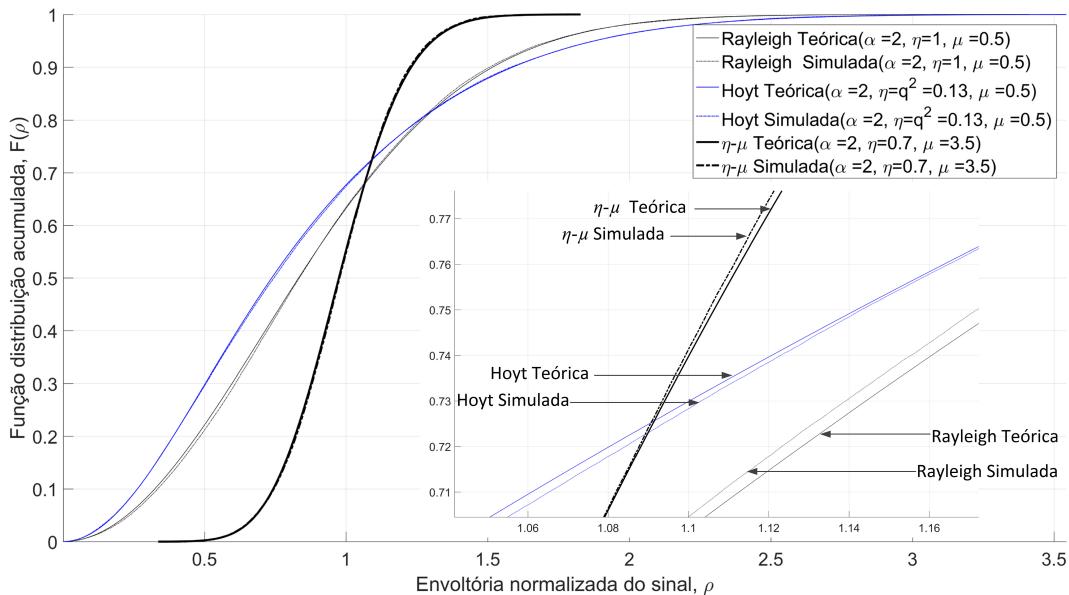
Para as Figuras 5.12, 5.13 e 5.14 foi considerado o Formato 1 para o  $\eta$ . Assim,  $\eta \geq 0$  é definido como sendo a razão da onda espalhada em fase e da onda espalhada em quadratura e segundo (COSTA, 2008; LEMOS; SOUZA; FASOLO, 2003; YACOUB, 2002), para o

Figura 5.13 – pdf de Rayleigh ( $\alpha = 2$ ,  $\eta = 1$  e  $\mu = 0,5$ ); Hoyt ( $\alpha = 2$ ,  $\eta = q^2 = 0,13$  e  $\mu = 0,5$ ) e  $\eta - \mu$  ( $\alpha = 2$ ,  $\eta = 0,7$  e  $\mu = 3,5$ ), para as seguintes configurações  $f = 1,8$  GHz e  $v = 40$  km/h



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 5.14 – CDF de Rayleigh ( $\alpha = 2$ ,  $\eta = 1$  e  $\mu = 0,5$ ); Hoyt ( $\alpha = 2$ ,  $\eta = q^2 = 0,13$  e  $\mu = 0,5$ ) e  $\eta - \mu$  ( $\alpha = 2$ ,  $\eta = 0,7$  e  $\mu = 3,5$ ), para as seguintes configurações  $f = 1,8$  GHz e  $v = 40$  km/h



Fonte: Elaborada pelo autor

Formato 1 a pdf da envoltória é simétrica em torno de  $\eta = 1$ , isto é, ela possui os mesmos valores nos intervalos  $0 < \eta < 1$  e  $0 < \eta^{-1} < 1$  (ou equivalentemente  $1 < \eta < \infty$ ). Optou-se pelo intervalo de  $0 < \eta < 1$  já que coincide com o intervalo do fator de Nakagami  $0 < q < 1$ .

Como esperado, observa-se nas Figuras 5.13 e 5.14 que há uma aproximação satisfatória das distribuições de Rayleigh, Hoyt e  $\eta - \mu$  pela distribuição de  $\alpha - \eta - \mu$ . Vê-se na Figura 5.13 os gráficos da pdf dos conjuntos de amostras gerados (ou simulados) pela distribuição  $\alpha - \eta - \mu$  configurada para:

- $\alpha = 2$ ,  $\eta = 1$  e  $\mu = 0,5$  para aproximar a Rayleigh, e da pdf Rayleigh teórica gerada pela Equação (2.19);
- $\alpha = 2$ ,  $\eta = q^2 = 0,13$  e  $\mu = 0,5$  para aproximar a Hoyt, e da pdf Hoyt teórica gerada pela Equação (2.40);
- $\alpha = 2$ ,  $\eta = 0,7$  e  $\mu = 3,5$   $\eta - \mu$  para aproximar a  $\eta - \mu$ , e da pdf  $\eta - \mu$  teórica gerada pela Equação (2.60).

E, na Figura 5.14 observa-se os gráficos da CDF dos conjuntos de amostras gerados (ou simulados) pela distribuição  $\alpha - \eta - \mu$  configurada para:

- $\alpha = 2$ ,  $\eta = 1$  e  $\mu = 0,5$  para aproximar a Rayleigh, e da CDF Rayleigh teórica gerada pela Equação (2.33);
- $\alpha = 2$ ,  $\eta = q^2 = 0,13$  e  $\mu = 0,5$  para aproximar a Hoyt, e da CDF Hoyt teórica gerada pela Equação (2.42);
- $\alpha = 2$ ,  $\eta = 0,7$  e  $\mu = 3,5$   $\eta - \mu$  para aproximar a  $\eta - \mu$ , e da CDF  $\eta - \mu$  teórica gerada pela integração Equação (2.60), como visto na Equação (2.20).

Segundo (SIMON; ALOUINI, 2000), o parâmetro  $q$  que caracteriza o desvanecimento na distribuição de Hoyt varia de 0 que aproxima a distribuição semi-Gaussiana positiva caracterizando o desvanecimento mais severo, até o  $q = 1$  que aproxima a distribuição de Rayleigh. Como, para aproximar a distribuição de  $\alpha - \eta - \mu$  à de Hoyt faz-se  $q = \sqrt{\eta}$  a assertiva anterior também é válida para essa distribuição e verificada nas Figuras 5.12, 5.13 e 5.14. Observa-se, ainda, que, para a configuração de parâmetros adotada nessa simulação, a aproximação do sinal  $\eta - \mu$  apresentou um desvanecimento menos severo, notadamente pelo maior número de *clusters*,  $\mu = 3,5$ , e o  $\eta = 0,7$  próximo de 1.

Na análise dos resultados desse simulador de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$ , verificou-se que há elevada concordância entre as curvas teóricas e as estatísticas obtidas através do sinal de desvanecimento simulado e verificada pelo teste de KS. Foi verificado que a diminuição do valor do parâmetro  $\alpha$  implica no aumento do desvanecimento do sinal, e, por conseguinte, pode acarretar a deterioração da qualidade do mesmo. Já se o valor do parâmetro  $\eta$  (considerando-se o Formato 1 e faixa de  $0 < \eta < 1$ ) tender para 0, o desvanecimento será de severidade considerável, e poderá acarretar em ocorrências de erros na recepção do sinal. Foi verificado ainda pelas simulações a influência positiva do aumento do número de *clusters* representado pelo parâmetro  $\mu$  na diminuição do desvanecimento do sinal.

## 5.3 Simulador de Desvanecimento $\alpha - \kappa - \mu$

### 5.3.1 Fundamentação e Algoritmo

O modelo  $\alpha - \kappa - \mu$  considera um sinal composto de vários *clusters* tipo Rice se propagando em um ambiente não homogêneo. Dentro de um *cluster* as fases das ondas espalhadas são aleatórias e possuem atrasos temporais semelhantes. Os atrasos temporais das ondas entre os *clusters* são relativamente grandes de maneira que não ocorra interferência entre eles. Supõem-se que as ondas dos múltiplos percursos dos vários *clusters* possuem potências idênticas, entretanto, dentro de cada *cluster* há uma componente dominante. O ambiente de propagação é tal que o sinal resultante observado é uma função não linear do módulo da soma dessas componentes. Nesse modelo, essa não linearidade aparece na forma de potência, tal que a envoltória resultante é observada como o módulo da soma das componentes de múltiplos percursos elevado à potência  $\frac{1}{\alpha}$ , resultando na definição para a envoltória do sinal como visto na Equação (2.78) (FASOLO et al., 2018b; FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006).

Portanto, a distribuição  $\alpha - \kappa - \mu$  é composta pela somatória de  $m$  *cluster* do tipo Rice combinados adequadamente. Apesar de  $m$  ter natureza discreta, valores não inteiros de  $m$  ocorrerão; e a principal razão para isto é que o modelo  $\alpha - \kappa - \mu$  é uma solução aproximada para o problema de soma de sinais com fases aleatórias (FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006). Assim, para tornar o modelo menos restritivo faz-se  $\mu = m$  como sendo a extensão real de  $m$  ( $\mu > 0$ ) (FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006).

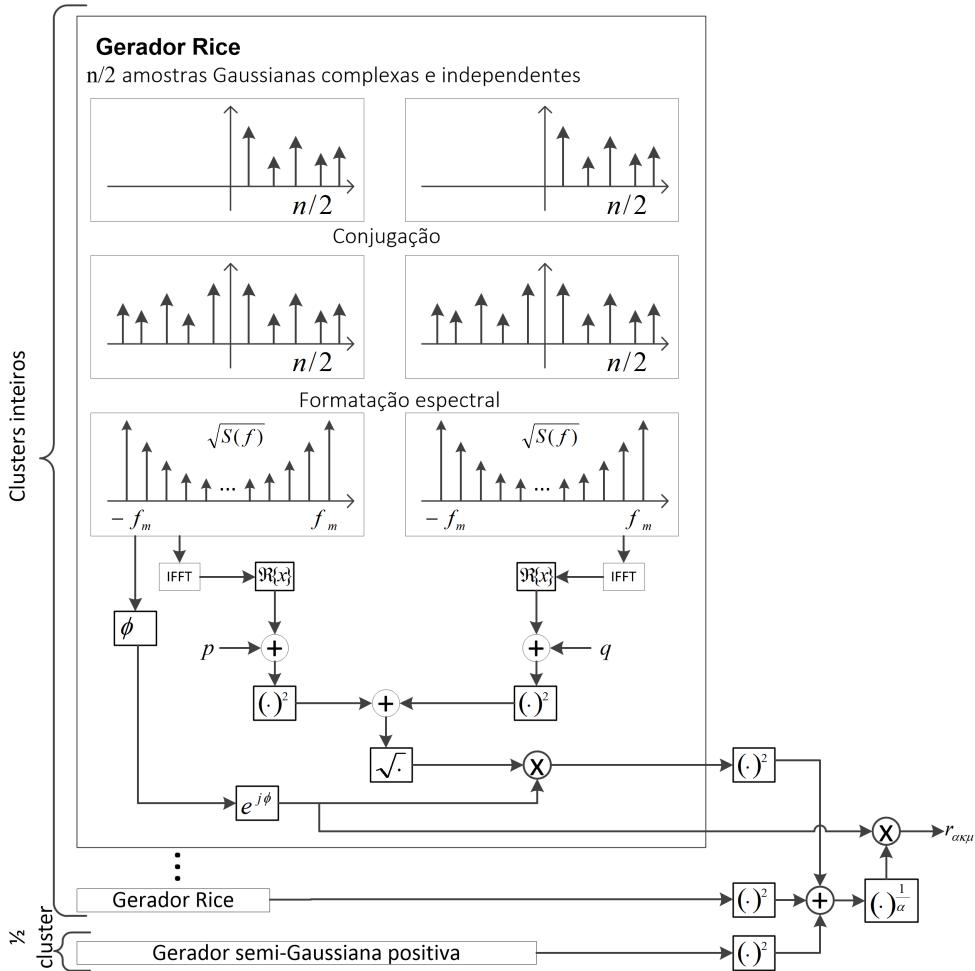
Então, a primeira ação para gerar um sinal com desvanecimento rápido para o modelo  $\alpha - \kappa - \mu$  acometido pelo efeito Doppler é gerar um sinal Rice seguindo o Algoritmo 1 e o esquema da Figura 2.25. O simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  é descrito na Figura 5.15 e no Algoritmo 3, onde, inicialmente é necessário informar: os parâmetros de desvanecimento  $\alpha$ ,  $\kappa$ ,  $e$ ,  $\mu$ ; a velocidade do receptor  $v$ ; a frequência da portadora  $f_c$ ; e, o número de componentes de frequência  $n$ . Em seguida, no passo 1, o  $\Delta f$  é calculado.

Nesse simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  cada gerador Rice representa um *cluster* inteiro uma vez que a distribuição Rice pode ser obtida da distribuição  $\alpha - \kappa - \mu$  fazendo-se  $\theta = \{\alpha = 2; \kappa = k; \mu = 1\}$  (Algoritmo 3 passos 3 a 9) (FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006). Uma vez que um sinal  $\kappa - \mu$  é definido como a soma de vários *clusters*, onde a envoltória de cada *cluster* segue a distribuição de Rice, nos passos 10 a 15, tem-se a formação de um sinal  $\kappa - \mu$ . (FASOLO; DUQUE, 2005; LEMOS; SOUZA; FASOLO, 2003; YACOUB, 2007b). Já a parte fracionária de  $\mu$  é representada pelo gerador semi-Gaussiana positiva, uma vez que a distribuição semi-Gaussiana positiva pode ser obtida da distribuição  $\alpha - \kappa - \mu$  fazendo-se  $\theta = \{2; 0; 0, 5\}$  (FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006). No Algoritmo 3, a sequência dos passos 17 a 26 descrevem o gerador semi-Gaussiana positiva. Finalmente, no passo 27, uma amostra  $\alpha - \kappa - \mu$  é obtida de  $r_{\alpha\kappa\mu} = \left| \sqrt[n]{r_{\kappa\mu}} \right| \times e^{j\phi}$ .

**Algoritmo 3** Pseudocódigo do simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$ 

**Require:**  $\alpha, \eta, \mu, v, f_m$ , e do número de componentes de frequência  $n$ .

- 1:  $\Delta f \leftarrow \frac{2f_m}{n-1}$  { $\Delta f$  é o espaçamento de frequência entre componentes adjacentes do espectro}
- 2: **for**  $i \leftarrow 1$  to  $\lfloor \mu \rfloor$  **do** {Clusters inteiros}
  - 3: Gerar o vetor de amplitudes das componentes de frequências positivas do espectro com  $n/2$  amostras Gaussianas complexas
  - 4: Calcular o conjugado complexo dos valores do vetor obtido no passo 3
  - 5: Formatar as componentes Gaussianas em fase e em quadratura por  $\sqrt{S_{Ez}(f)}$
  - 6: Calcular a IFFT dos sinais do passo 5 obtendo dois sinais reais de tamanho  $n$
  - 7: Normalizar os sinais de potência obtidos no passo 6, obtendo as componentes dominantes em fase  $x_i$  e em quadratura  $y_i$
  - 8: Calcular os valores das componentes em fase  $p_i$  e em quadratura  $q_i$ , para  $\mu = 1$  e para o valor de  $\kappa$  arbitrado através da Equação (2.65)
  - 9:  $r_i \leftarrow \sqrt{(x_i + p_i)^2 + (y_i + q_i)^2}$  {Obtém-se uma amostra de  $n$  elementos de um sinal Rice,  $r_i$ }
  - 10: **if**  $i = 1$  **then** {Meio cluster}
    - 11: Calcular a fase,  $\phi$ , da componente Gaussiana em fase obtida no passo 5
    - 12:  $r_{\kappa\mu,1} \leftarrow r_i^2$
    - 13: **else**
    - 14:  $r_{\kappa\mu,i+1} \leftarrow r_{\kappa\mu,i} + r_i^2$
    - 15: **end if**
  - 16: **end for**
  - 17: **if** a parte fracionária de  $\mu = 0,5$  **then**
    - 18: Gerar o vetor de amplitudes das componentes de frequências positivas do espectro com  $n/2$  amostras Gaussianas complexas
    - 19: Calcular o conjugado complexo dos valores do vetor obtido no passo 18
    - 20: Formatar a componente Gaussiana em fase obtida no passo 19 por  $\sqrt{S_{Ez}(f)}$
    - 21: Calcular a IFFT do sinal em fase obtido no passo 20 obtendo um sinal real de tamanho  $n$
    - 22: Normalizar o sinal de potência obtido no passo 21, obtendo a componente em fase  $x$
    - 23: Calcular os valores das componentes em fase  $p$ , para  $\mu = 1$  e para o valor de  $\kappa$  arbitrado através da Equação (2.65)
    - 24:  $r_{OSG} \leftarrow \sqrt{(x + p)^2}$
    - 25:  $r_{\kappa\mu,i+1} \leftarrow r_{\kappa\mu,i} + r_{OSG}$ .
    - 26: **end if**
    - 27:  $r_{\alpha\kappa\mu} \leftarrow \sqrt[n]{r_{\kappa\mu}} \times e^{j\phi}$  {Envoltória do sinal  $\alpha - \kappa - \mu$ }
    - 28: Calcular a envoltória normalizada do sinal  $\alpha - \kappa - \mu$ ,  $\rho_{\alpha\kappa\mu}$ , pela Equação (2.76)}

Figura 5.15 – Diagrama do simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$ .

Fonte: Elaborada pelo autor

### 5.3.2 Testes e Resultados

O  $p$ -value obtido no teste de KS e a eficiência em termos de aproveitamento para diversos conjuntos de amostras geradas pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  proposto são vistos na Tabela 5.2. Considerou-se o mesmo cenário de geração utilizado anteriormente, ou seja: um receptor móvel movendo-se à uma velocidade constante  $v = 80 \text{ km/h}$  e recebendo um sinal propagando-se na frequência de  $fc = 600 \text{ MHz}$ .

Para esse simulador  $\alpha - \kappa - \mu$ , além de dois conjuntos de amostras configurados para  $\theta = \{3, 3; 0, 7; 7, 5\}$  e  $\theta = \{2, 2; 4\}$ , foram simulados conjuntos de amostras que remetem aos ambientes aproximados de forma exata pela distribuição  $\alpha - \kappa - \mu$ :  $\kappa - \mu$ ,  $\alpha - \mu$ , Weibull, Rice, Nakagami- $m$ , Rayleigh e semi-Gaussianas positiva. Mais uma vez, nota-se que em todos os casos  $p$ -value  $> 0,05$  e a menor eficiências foi acima de 70%, ou seja, foi de 77,5% no caso do simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$ .

Como dito anteriormente e visto em (RAPPAPORT, 2009; SIMON; ALOUINI, 2000; SKLAR, 2001), e percebido na Figura 5.16, o aumento da velocidade da estação móvel

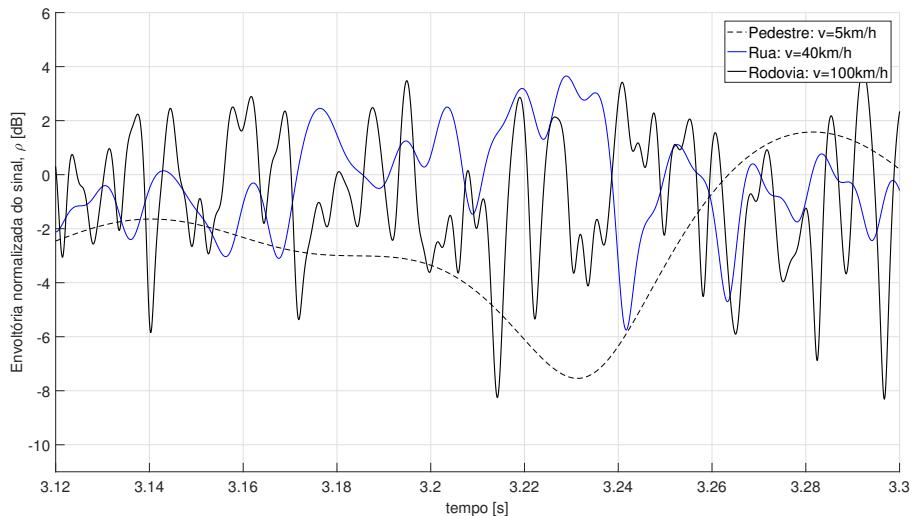
Tabela 5.2 – Eficiência e  $p$ -value obtidos para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$

Teste	$\alpha$	$\kappa$	$\mu$	Eficiência	$p$ -value
$\kappa - \mu$	2	0,5	2	80,3%	0,379
$\alpha - \mu$	3,1	0	2,5	87,0%	0,438
Weibull	9,1	0	1	80,6%	0,418
Rice	2	9,1	1	78,4%	0,388
Nakagami- $m$	2	0	3,5	88,7%	0,436
Rayleigh	2	0	1	82,5%	0,431
Semi-Gaussian positiva	2	0	0,5	81,8%	0,442
$\alpha - \kappa - \mu$ 1	3,3	0,7	7,5	81,8%	0,4507
$\alpha - \kappa - \mu$ 2	2	2	4	77,5%	0,393

Fonte: Elaborada pelo autor

receptora incide em um aumento do deslocamento Doppler, e por conseguinte, do desvanecimento. Para visualizar esse fato foi simulado o canal  $\alpha - \kappa - \mu$  com efeito Doppler, considerando-se que o sinal propaga-se na frequência de 1,8 GHz,  $\theta = \{1, 5; 2, 3; 3, 5\}$ , e para três velocidades de descolamento da estação móvel. Foram gerados cerca de 260 mil pontos para cada curva.

Figura 5.16 – Desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  para  $f = 1,8$  GHz,  $\theta = \{1, 5; 2, 3; 3, 5\}$ .

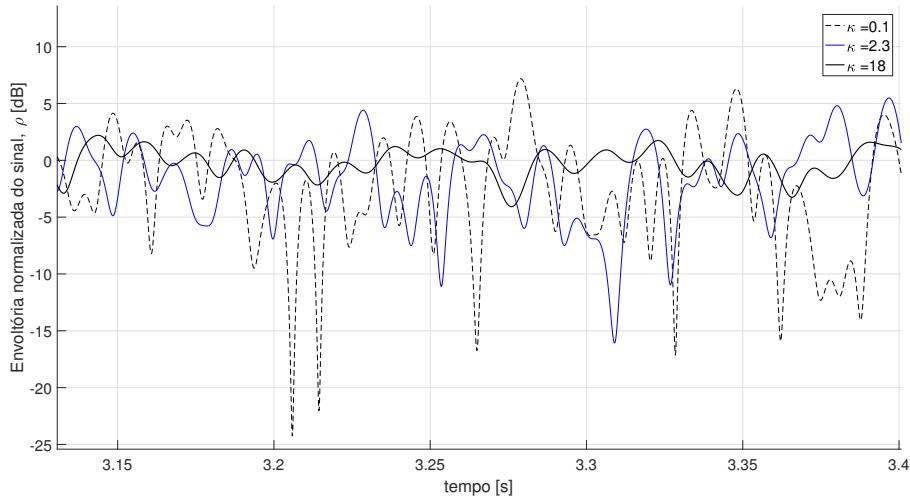


Fonte: Elaborada pelo autor

As Figuras 5.17, 5.18 e 5.19 corroboram com o que é dito em (FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006; SOUZA; RIBEIRO; GUIMARÃES, 2015; YACOUB, 2016; YACOUB, 2007b): quanto maior o valor do parâmetro  $\kappa$ , menor é o efeito do desvanecimento. Um aumento no valor de  $\kappa$  implica que a potência total da componente dominante eleva-se em relação à potência total das ondas espalhadas do sinal desvanecido, resultando na

esperada diminuição do efeito do desvanecimento. A Figura 5.17 ilustra a variação de  $\rho[\text{dB}]$  em função do tempo dado em segundos, a Figura 5.18 mostra as pdfs e a Figura 5.19 mostra as CDFs para essa variação de parâmetros. A simulação vista nas Figuras 5.17, 5.18 e 5.19 foi realizada considerando-se um canal  $\alpha - \kappa - \mu$  onde o sinal propaga-se na frequência de 1,8 GHz sendo recebido por uma estação móvel que se desloca a 40 km/h, para  $\alpha = 1,5$ ,  $\mu = 2,5$  e três valores de  $\kappa$ . Foram gerados cerca de 260 mil pontos para cada curva simulada.

Figura 5.17 – Desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  para  $f = 1,8$  GHz,  $v = 40$  km/h,  $\alpha = 1,5$ ,  $\kappa = (0,1; 2,3; 18)$  e  $\mu = 3,5$ .

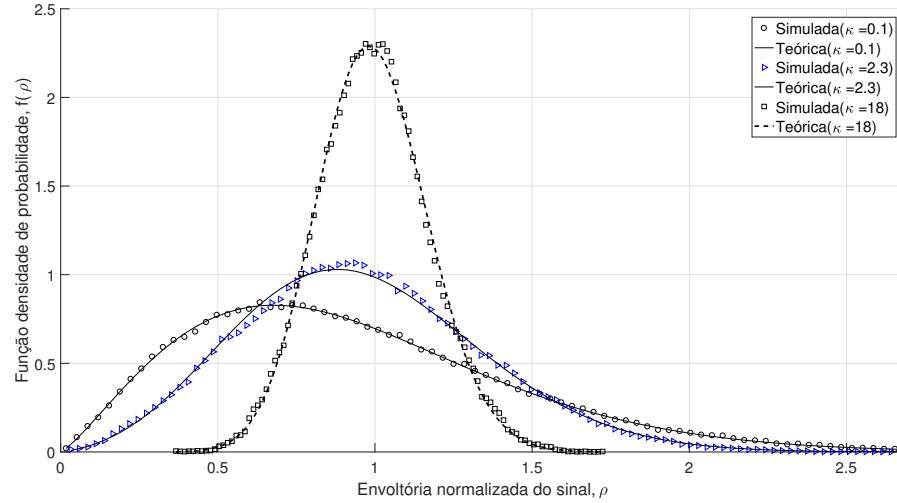


Fonte: Elaborada pelo autor

Observa-se que um valor de  $\mu$  pequeno implica em um *cluster* esparso e uma condição pior do canal (elevado desvanecimento); e, por outro lado, elevando-se o valor do parâmetro  $\mu$  equivale a aumentar-se o número de *clusters*, e, por conseguinte minimizar o efeito do desvanecimento (FRAIDENRAICH; YACOUB, 2006; FREITAS et al., 2017; SOUZA; RIBEIRO; GUIMARÃES, 2015; YACOUB, 2016; YACOUB, 2007b). Essa assertiva é verificada na simulação vista nas Figuras 5.20, 5.21 e 5.22, onde considerou-se um sinal na frequência de 1,8 GHz propagando-se por um canal  $\alpha - \kappa - \mu$  e sendo recebido por uma estação móvel que se desloca a 60km/h; para  $\alpha = 1,5$ ;  $\kappa = 2,3$  e três valores de  $\mu = 1,5; 3,5$  e  $8,5$ . Foram gerados cerca de 260 mil pontos para cada curva.

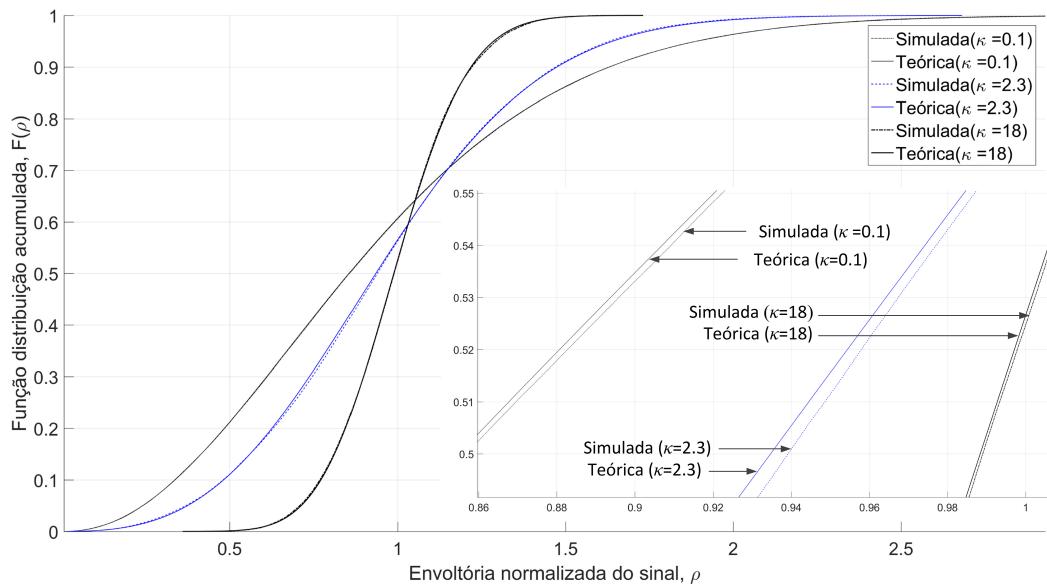
Pelas Figuras 5.23, 5.24 e 5.25 percebe-se que o aumento do valor do parâmetro de não linearidade  $\alpha$  implica em um menor desvanecimento do sinal (preservando-se inalterados os outros parâmetros). Note que essa assertiva é condizente com o que é verificado na literatura, sendo o valor do  $\alpha$  pequeno implica em uma severa não linearidade do meio, ou seja, uma péssima condição do canal (LEI et al., 2017). Por outro lado, quanto maior o valor de  $\alpha$  mais determinístico será o canal e, portanto, menos suscetível à variações (FREITAS et al., 2017).

Figura 5.18 – pdf de  $\alpha - \kappa - \mu$  para as seguintes configurações  $f = 1,8GHz$ ,  $v = 40km/h$ ,  $\alpha = 1,5$ ,  $\kappa = (0,1; 2,3; 18)$  e  $\mu = 3,5$ .



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 5.19 – CDF de  $\alpha - \kappa - \mu$  para as seguintes configurações  $f = 1,8GHz$ ,  $v = 40km/h$ ,  $\alpha = 1,5$ ,  $\kappa = (0,1; 2,3; 18)$  e  $\mu = 3,5$ .

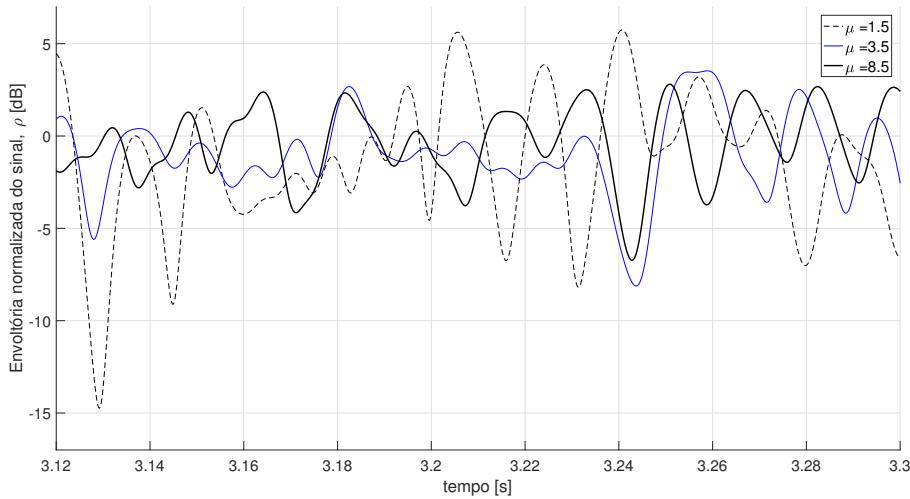


Fonte: Elaborada pelo autor

A simulação das Figuras 5.23, 5.24 e 5.25 foi realizada considerando-se um sinal na frequência de 1,8 GHz propagando-se por um canal  $\alpha - \kappa - \mu$  e sendo recebido por uma estação móvel que se desloca a 40 km/h; para  $\kappa = 2,3$ ;  $\mu = 3,5$  e três valores de  $\alpha = (1,5; 2,3, 5)$ . Foram gerados cerca de 260 mil pontos para cada curva.

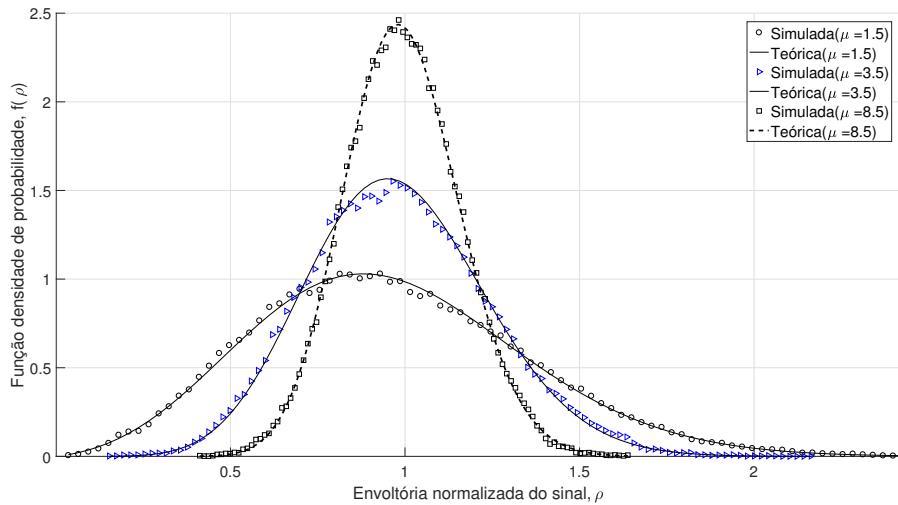
Não obstante outros tipos de distribuições poderem ser simulados pelo gerador  $\alpha - \kappa - \mu$ , optou-se por mostrar a título de exemplo as simulações das bem conhecidas distribuições

Figura 5.20 – Desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  para  $f = 1,8$  GHz,  $v = 40$  km/h,  $\alpha = 1,5$ ,  $\kappa = 2,3$  e  $\mu = (1,5; 3,5; 8,5)$ .



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 5.21 – pdf de  $\alpha - \kappa - \mu$  para as seguintes configurações  $f = 1,8$  GHz,  $v = 40$  km/h,  $\alpha = 1,5$ ,  $\kappa = 2,3$  e  $\mu = (1,5; 3,5; 8,5)$ .

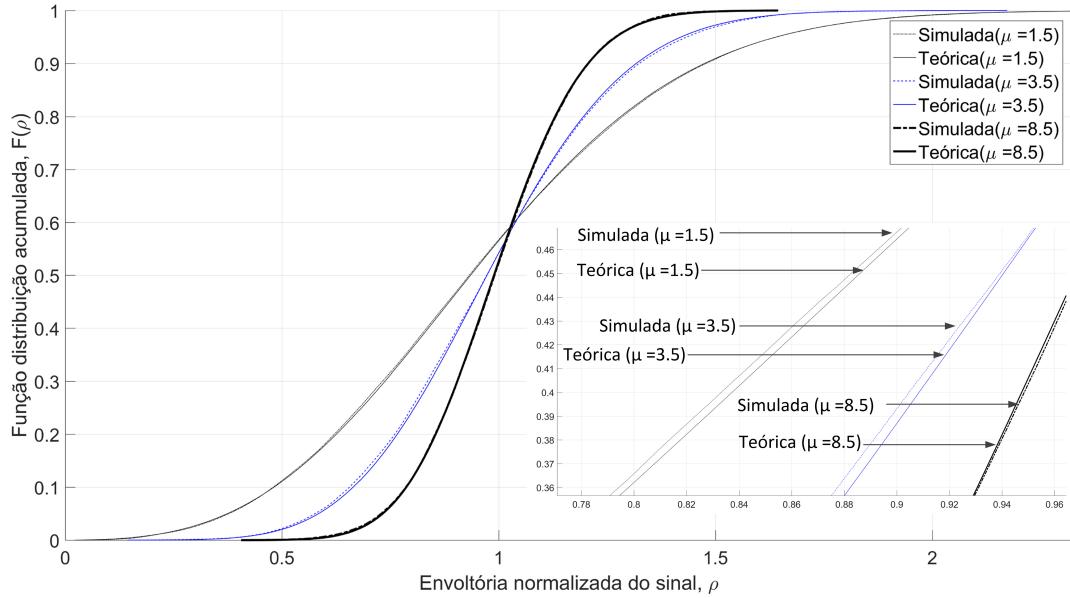


Fonte: Elaborada pelo autor

Rice e Rayleigh e da distribuição de  $\kappa - \mu$ . As Figuras 5.26, 5.27 e 5.28 mostram as simulações para os ambientes Rice (fazendo-se  $\alpha = 2; \kappa = K = 2,3$  e  $\mu = 1$ ), Rayleigh (fazendo-se  $\alpha = 2; \kappa \rightarrow 0$  e  $\mu = 1$ ) e  $\kappa - \mu$  (fazendo-se  $\alpha = 2; \kappa = 2,3$  e  $\mu = 3,5$ ) considerando-se que o sinal propaga-se na frequência de 1,8 GHz sendo recebido por uma estação móvel que se desloca a 40 km/h, logo os canais apresentam efeito Doppler. Foram gerados cerca de 260 mil pontos para cada curva.

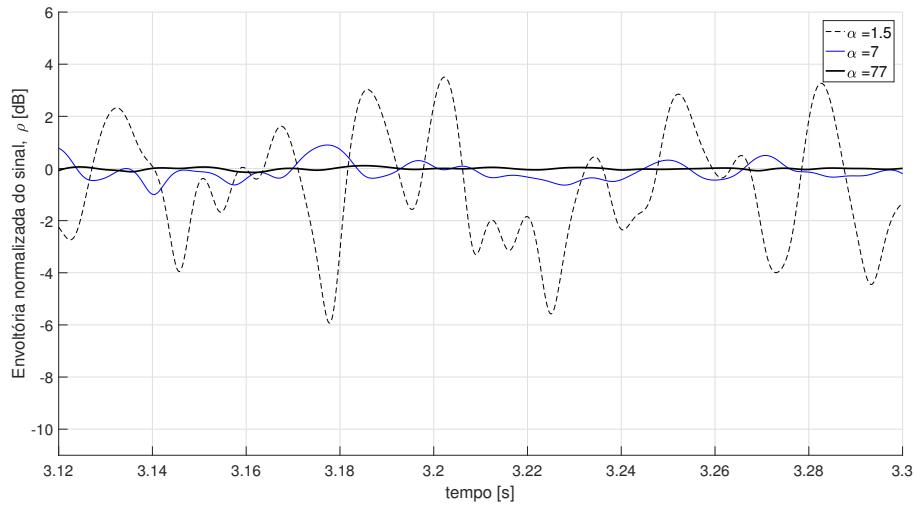
Percebe-se que o sinal que se propaga no ambiente Rayleigh apresenta desvanecimento

Figura 5.22 – CDF de  $\alpha - \kappa - \mu$  para as seguintes configurações  $f = 1,8$  GHz,  $v = 40$  km/h,  $\alpha = 1,5$ ,  $\kappa = 2,3$  e  $\mu = (1,5; 3,5; 8,5)$ .



Fonte: Elaborada pelo autor

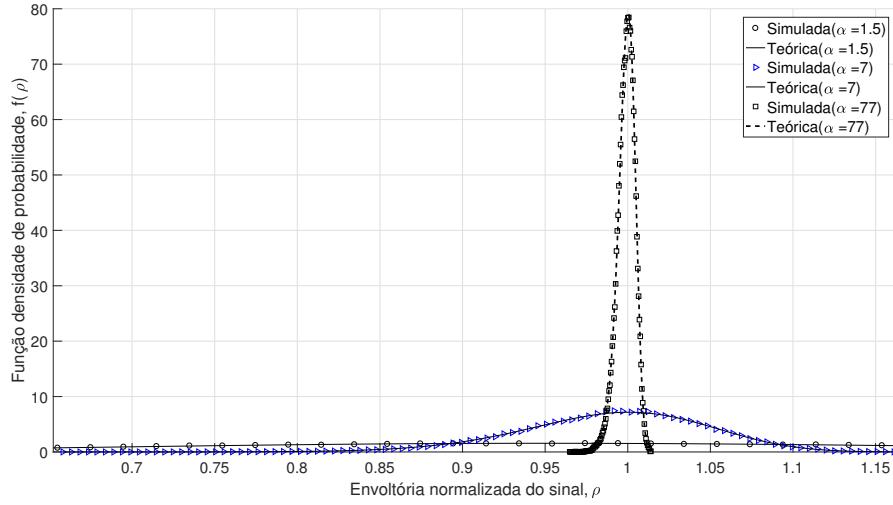
Figura 5.23 – Desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  para  $f = 1,8$  GHz,  $v = 40$  km/h,  $\alpha = (1,5; 7; 77)$ ,  $\kappa = 2,3$  e  $\mu = 3,5$ .



Fonte: Elaborada pelo autor

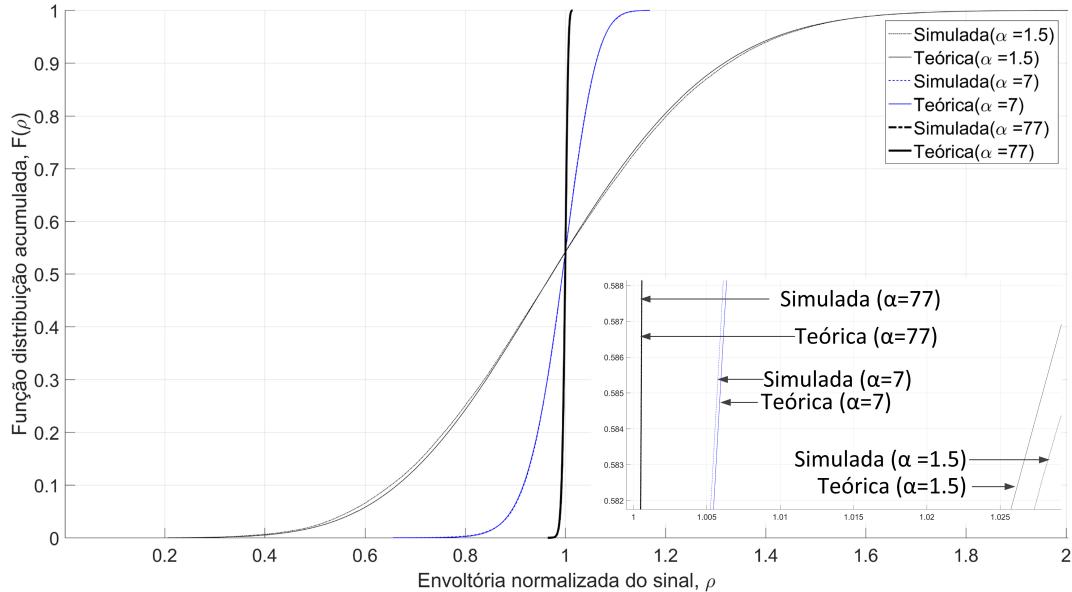
mais severo que os sinais propagando no ambiente Rice e  $\kappa - \mu$ , uma vez que o ambiente Rayleigh não possui linha de visada direta (já que  $\kappa \rightarrow 0$ ), por outro lado, o valor de  $\kappa = K = 2,3$ , tanto no ambiente Rice como o ambiente  $\kappa - \mu$ , indica a existência de uma onda principal com potência alta em relação as ondas espalhadas (RAPPAPORT, 2009; SIMON; ALOUINI, 2000; YACOUB, 2007b). Outro fator que explica o fato do sinal simulado Rayleigh ser mais desvanecido que o Rice que, por sua vez, é mais desvanecido

Figura 5.24 – pdf de  $\alpha - \kappa - \mu$  para as seguintes configurações  $f = 1,8$  GHz,  $v = 40$  km/h,  $\alpha = (1,5; 7; 77)$ ,  $\kappa = 2,3$  e  $\mu = 3,5$ .



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 5.25 – CDF de  $\alpha - \kappa - \mu$  para as seguintes configurações  $f = 1,8$  GHz,  $v = 40$  km/h,  $\alpha = (1,5; 7; 77)$ ,  $\kappa = 2,3$  e  $\mu = 3,5$ .

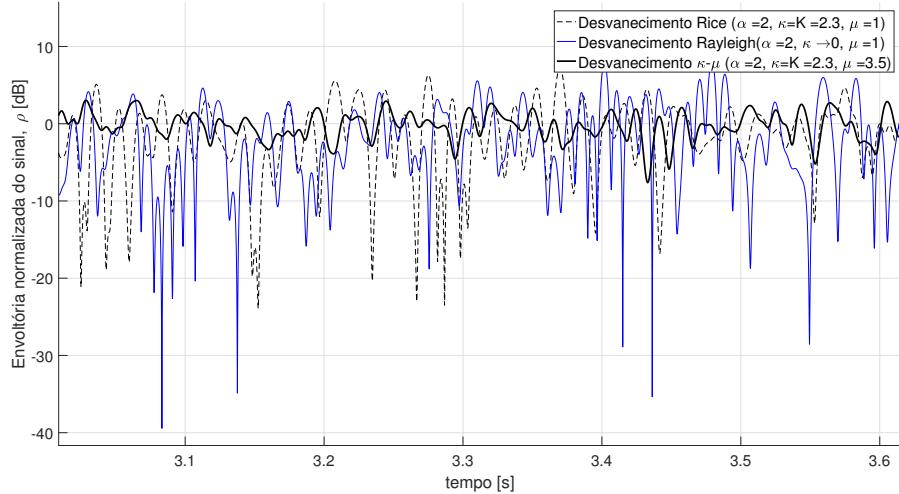


Fonte: Elaborada pelo autor

que o  $\kappa - \mu$ ; é que o sinal  $\kappa - \mu$  simulado (com  $\mu = 3,5$ ) possui mais *clusters* que o Rice e o Rayleigh. Ambos, Rice e Rayleigh, possuem apenas um *cluster* ( $\mu = 1$ ). Tal fato corrobora com o que foi dito anteriormente que o aumento número de *clusters* influí positivamente na diminuição do desvanecimento.

As Figuras 5.27 e 5.28 mostram que as curvas das pdf e CDF dos conjuntos de amostras

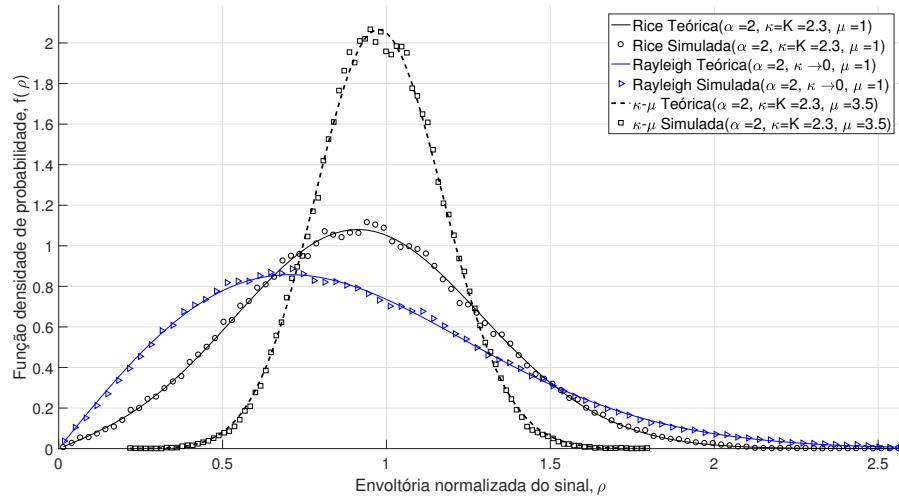
Figura 5.26 – Desvanecimentos Rice ( $\alpha = 2; \kappa = K = 2, 3$  e  $\mu = 1$ ), Rayleigh ( $\alpha = 2; \kappa \rightarrow 0$  e  $\mu = 1$ ) e  $\kappa - \mu$  ( $\alpha = 2; \kappa = 2, 3$  e  $\mu = 3, 5$ ); para as seguintes configurações  $f = 1,8$  GHz e  $v = 40$  km/h.



Fonte: Elaborada pelo autor

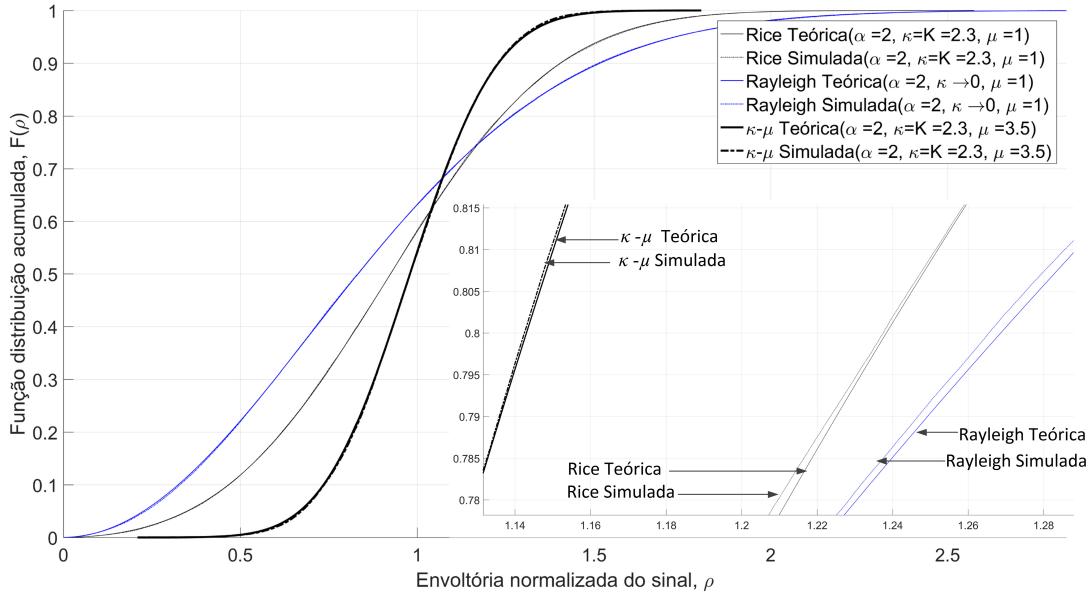
gerados pelo gerador  $\alpha - \kappa - \mu$  apresentam grande coerência com as pdf e CDF teóricas geradas a partir das Equações (2.31) para a pdf de Rice; (2.19) para a pdf de Rayleigh; (2.70) para a pdf de  $\kappa - \mu$ ; (2.33) para a CDF de Rice; (2.23) para a CDF de Rayleigh e (2.71) para a CDF de  $\kappa - \mu$ . Essa coerência entre as curvas das pdf e CDF teóricas e práticas é mais uma clara evidência da assertividade desse gerador proposto.

Figura 5.27 – pdf de Rice ( $\alpha = 2; \kappa = K = 2, 3$  e  $\mu = 1$ ); Rayleigh ( $\alpha = 2; \kappa \rightarrow 0$  e  $\mu = 1$ ) e  $\kappa - \mu$  ( $\alpha = 2; \kappa = 2, 3$  e  $\mu = 3, 5$ ); para as seguintes configurações  $f = 1,8$  GHz e  $v = 40$  km/h.



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 5.28 – CDF de Rice ( $\alpha = 2; \kappa = K = 2, 3$  e  $\mu = 1$ ); Rayleigh ( $\alpha = 2; \kappa \rightarrow 0$  e  $\mu = 1$ ) e  $\kappa - \mu$  ( $\alpha = 2; \kappa = 2, 3$  e  $\mu = 3, 5$ ); para as seguintes configurações  $f = 1, 8$  GHz e  $v = 40$  km/h.



Fonte: Elaborada pelo autor

## 5.4 Conclusão

Os simuladores  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ , apresentados respectivamente nas Seções 5.2 e 5.3, mostraram-se muito úteis na simulação do efeito Doppler em canais desvanecidos por eles modelados. Os testes de KS e a verificação da eficiência mostraram que esses simuladores de canais geram aleatoriamente sinais com desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  ou  $\alpha - \kappa - \mu$ , com excelente qualidade de ajuste e de forma eficiente. Através deles é possível ver a influência dos parâmetros  $\alpha, \eta, \kappa$  e  $\mu$  de desvanecimento, da velocidade da estação móvel, e de outros entraves do sinal transmitido. E, por meio da escolha dos valores dos parâmetros  $\alpha, \eta, \kappa$  e  $\mu$  de desvanecimento é possível simular outros canais móveis como:  $\eta - \mu$ ,  $\kappa - \mu$ ,  $\alpha - \mu$ , Rayleigh, Hoyt, Rice, Nakagami- $m$ , Weibull e semi-Gaussianas positivas.

Esses simuladores de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  constituem-se em contribuições originais deste trabalho e foram apresentados em congresso (FASOLO et al., 2018b; FASOLO et al., 2018a). O simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  foi citado no artigo *Estimation of  $\alpha - \kappa - \mu$  mobile fading channel parameters using evolutionary algorithms* (LEMOS; VEIGA; FASOLO, 2021b). Registra-se ainda que o simulador de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  foi publicado também no artigo *A differential evolution algorithm for estimating mobile channel parameters  $\alpha - \eta - \mu$*  (LEMOS; VEIGA; FASOLO, 2021a).

# CAPÍTULO 6

---

## Estimadores de Parâmetros Propostos

### 6.1 Introdução

Este capítulo inicia-se com a Seção 6.2 que apresenta a fundamentação teórica utilizada para concepção dos algoritmos de estimação de parâmetros de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  propostos baseados nos EAs. Em seguida, as aplicações da metodologia são apresentadas através de testes comparativos. Na Seção 6.3, os EAs para estimação dos parâmetros de desvanecimento dos canais  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ , propostos na Seção 6.2, terão seu desempenho comparado com os algoritmos MLEs apresentados em (BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016a; BATISTA, 2015; BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016b) e revisitados na Seção 3.3. Essa comparação de desempenho entre os EAs propostos e o MLE é feita uma vez que o MLE é considerado um dos métodos de estimação de parâmetros mais utilizados na literatura e, provavelmente, o mais relevante deles (ABD-ELFATTAH, 2010; BAIN; ENGELHARDT, 1991; KOBAYASHI; MARK; TURIN, 2012; YACOUB, 2016).

Como dito anteriormente, todos os ensaios realizados neste trabalho foram executados em um mesmo computador Intel (R) CORE (TM) i7-8550U CPU @1,8GHz 1,99GHz 16GB RAM. O software Wolfram Mathematica 10(R) foi utilizado para implementar o algoritmo MLE e o software Matlab (R) foi utilizado para implementar os simuladores de desvanecimento e os EAs propostos.

Por fim, na Seção 6.4 é provida uma análise comparativa entre as técnicas utilizadas nos EAs para a estimação de parâmetros propostos dando destaque às técnicas EA que obtiveram melhor desempenho nos testes realizados.

### 6.2 Fundamentação e Algoritmos

Esta seção apresenta os algoritmos utilizados neste estudo para a estimação dos parâmetros de desvanecimento dos canais abordados e a função aptidão adotada para os mesmos.

### 6.2.1 GA Proposto para a Estimação de Parâmetros

O Algoritmo 4 foi construído utilizando os estágios descritos na Seção 4.2 e apresenta o pseudocódigo do GA para a estimação dos parâmetros de desvanecimento dos canais  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ .

---

**Algoritmo 4** Pseudocódigo do GA proposto para a estimação dos parâmetros de desvanecimento dos canais  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$

---

**Require:**  $\rho, NP, tElite, k, pc, pm, Gmax, NExec$

```

1: for  $exec \leftarrow 1, NExec$  do
2:   Use a Equação (4.1) para gerar  $POP_1$  {Inicialização}
3:    $\beta_{GA} \leftarrow rand[0; 1]$ 
4:   for  $g \leftarrow 1, Gmax$  do
5:     Use a Equação (6.3) para calcular  $Fit(POP_g)$ 
6:     Selecionar os  $tElite$  indivíduos de  $POP_g$  que possuírem menor  $Fit(\cdot)$  e atribuí-los
       para a próxima geração {Elitismo}
7:     for  $i \leftarrow 1, i = i + 2, NP - tElite$  do
8:       Sortear  $k$  indivíduos de  $POP_g$ 
9:       Selecionar entre os indivíduos sorteados no passo anterior, os dois de menor
           $Fit(\cdot)$  para serem os pais  $P1$  e  $P2$  {Torneio}
10:      Use as Equações (4.2) e (4.3) para calcular os descendentes  $S1$  e  $S2$  {Cruza-
         mento}
11:      Use a Equação (4.4) para mutar  $S1$  e  $S2$  {Mutação}
12:       $\theta_{i,g+1} \leftarrow S1$  e  $\theta_{i+1,g+1} \leftarrow S2$  {Atualização da população}
13:    end for
14:  end for
15:   $\hat{\theta} \leftarrow$  indivíduo de  $POP_{Gmax}$  que possui menor  $Fit(\cdot)$  { $\hat{\theta}$  estimado}
16: end for

```

---

O Algoritmo 4 é iniciado com o usuário informando: o conjunto de amostras do sinal  $\alpha - \eta - \mu$  ou  $\alpha - \kappa - \mu$ ,  $\rho$ , i.e., o vetor de dados  $\mathbf{P}$ ; o valor das variáveis de controle  $NP$ ,  $tElite$ ,  $k$ ,  $pc$ , e  $pm$ ; e o critério de parada  $NExec$  (número máximo de execuções) e  $Gmax$  (número máximo de gerações em cada execução). No passo 2, a população inicial é gerada pela Equação (4.1). Em seguida, no passo 3, o  $\beta_{GA}$ , utilizado no estágio de cruzamento, é gerado aleatoriamente e mantido por todas as iterações. No passo 4, todos os  $NP$  indivíduos que constituem a população atual terão sua  $Fit(\cdot)$  calculada pela Equação (6.3). O estágio elitismo ocorre no passo 6. Nos passos 8 e 9, ocorrem o estágio de seleção por torneio, e no passo 10 ocorre o estágio de cruzamento. Depois, no passo 11,  $S1$  e  $S2$  são mutados em cada gene. Se  $rand[0, 1] \leq pm$ , o gene será alterado (mutado) para o valor escolhido aleatoriamente nos limites da função. A atualização da população,  $POP_{g+1}$ , ocorre no passo 12. Finalmente, após  $Gmax$  gerações ocorrerem (passos 4 a 14), obtém-se o conjunto de soluções possíveis  $POP_{Gmax}$  a partir do qual o indivíduo com o menor valor de  $Fit(\cdot)$ , será a solução, ou seja, os parâmetros do vetor  $\hat{\theta}$  serão estimados.

### 6.2.2 DE Proposto para a Estimação de Parâmetros

O Algoritmo 5 mostra o pseudocódigo das estratégias DEs tradicionais adaptadas ao problema de estimação de parâmetros de desvanecimento dos canais  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ : DE/rand/1/bin, DE/best/1/bin e DE/c-t-b/1/bin , DE/rand/1/bin com  $F$  variável, DE/best/1/bin com  $F$  variável, DE/best/2/bin com  $F$  variável e DE/c-t-b/1/bin com  $F$  variável. Tais técnicas utilizadas no Algoritmo 5 foram escolhidas devido às suas características de comportamento apresentadas durante a busca pela solução do problema de otimização e pelas recomendações para uso na estimativa de parâmetros dadas em (DAS; MULLICK; SUGANTHAN, 2016; DAS; SUGANTHAN, 2011). Como no GA, após

---

**Algoritmo 5** Pseudocódigo do DE proposto para a estimação dos parâmetros de desvanecimento dos canais  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$

---

**Require:**  $\rho$ ,  $NP$ ,  $Cr$ ,  $F$ ,  $Gmax$  e  $NExec$ .

```

1: for  $exec \leftarrow 1, NExec$  do
2:    $g \leftarrow 0$ 
3:   Use a Equação (4.1) para gerar  $POP_0$  {Inicialização}
4:   Use a Equação (6.3) para calcular  $Fit(POP_0)$ 
5:   for  $g \leftarrow 1, Gmax$  do
6:     for  $i \leftarrow 1, NP$  do
7:       if a técnica  $F$  adaptativo for utilizada then
8:         Use a Equação (4.11) para calcular  $F$ 
9:       end if
10:      Use a Equação (4.5), (4.6), (4.8) ou a (4.7), conforme a técnica de DE escolhida
        para gerar  $V_{i,g}$  {Mutação}
11:      for  $j \leftarrow 1, D$  do
12:        if  $\theta_{jmax} < v_{j,i,g} < \theta_{jmin}$  then
13:          Use a Equação (4.1) para calcular  $v_{j,i,g}$ 
14:        end if
15:        Use a Equação (4.9) para gerar  $u_{j,i,g}$  {Cruzamento}
16:      end for
17:      Use a Equação (4.10) para selecionar  $\theta_{i,g+1}$  {Seleção}
18:    end for
19:  end for
20:   $\hat{\theta} \leftarrow$  indivíduo da  $POP_{Gmax}$  que possui menor  $Fit(\cdot)$  { $\hat{\theta}$  estimado}
21: end for

```

---

o usuário inserir os conjuntos de amostras do sinal  $\alpha - \eta - \mu$  ou  $\alpha - \kappa - \mu$  ( $\rho$ ), as variáveis de controle (que nesse caso são  $NP$ ,  $Cr$ , e  $F$  ou  $lmin$ ) e o critério de parada ( $NExec$  e  $Gmax$ ), a população inicial é gerada pela Equação (4.1). No passo 4, a  $Fit(\cdot)$  é calculada para a população  $POP_0$  através da Equação (6.3). Caso o usuário opte por utilizar a técnica  $F$  adaptativo, o valor de  $F$  será calculado a partir do valor de  $lmin$  pela Equação (4.11) (passo 7 à 9). O estágio de mutação ocorre nos passos 10 ao 14. Note que se o vetor mutante  $V_{i,g}$  exceder os limites do problema  $\theta \geq 0$ , i.e., se  $V_{i,g}$  possuir ao menos um valor negativo; esse valor será substituído por um valor válido, dado pela Equação (4.1).

O estágio de cruzamento ocorre no passo 15. Em seguida, no passo 17 ocorre o estágio de seleção. De acordo com o que é visto na Seção 4.3, a seleção usa o critério *greedy* e, para tal, emprega-se a Equação (6.3) para calcular a desigualdade na Equação (4.10). Como no GA, após a ocorrência de  $G_{max}$  gerações (passos 5 a 19), obtém-se o conjunto de soluções possíveis  $POP_{G_{max}}$ , a partir do qual o indivíduo que possuir o menor valor de  $Fit(\cdot)$  será a solução, ou seja, passará a ser os parâmetros estimados do vetor  $\hat{\theta}$ .

### 6.2.3 DE-AGM Proposto para a Estimação de Parâmetros

A proposição do DE-AGM para a estimação dos parâmetros de desvanecimento dos canais  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  é feita tendo em vista a melhora da habilidade de busca do estágio de mutação que o DE-AGM pode proporcionar (CAI et al., 2019). O DE-AGM para a estimação dos parâmetros proposto é visto no Algoritmo 6 e utiliza as estratégias apresentadas por Cai et al. (CAI et al., 2019) (DE-AGM/IEG/1, DE-AGM/DE/c-t-IEG/1, DE-AGM/IEG/1) e a estratégia DE-AGM/IEG/2 proposta a seguir (Equação (6.1)), com e sem o uso da técnica  $F$  adaptativo antes do estágio de mutação.

Baseando-se nas regras de heurísticas do estágio AGM e nas estratégias de mutação DE originais DE/rand/2 (STORN; PRICE, 1997) e DE/best/2 (Equação (4.8)), é proposto neste trabalho a estratégia de mutação DE-AGM/ IEG/2 (DE/rand/2 ou DE/best/2 com AGM) dada por:

$$\mathbf{V}_{i,g} = \boldsymbol{\theta}_{ibase,g} + F \cdot (\boldsymbol{\theta}_{rank_{r1,g}} - \boldsymbol{\theta}_{rank_{r2,g}}) + F \cdot (\boldsymbol{\theta}_{iend,g} - \boldsymbol{\theta}_{istart,g}) \quad (6.1)$$

onde  $r1$ ,  $r2$ ,  $ibase$  e  $istart$  são inteiros mutuamente distintos.

Inicialmente, o usuário configura o Algoritmo 6 de forma similar ao Algoritmo 5 que se refere aos DEs tradicionais. O único dado adicional é o valor da variável de controle  $r_{ST}$ . Os estágios de inicialização (passo 1), cruzamento (passo 24), e de seleção (passo 26), e a escolha do  $\hat{\theta}$  (passo 29), ocorrem da mesma forma que no Algoritmo 5. Outra semelhança entre os algoritmos ocorre ao empregar a técnica  $F$  adaptativo (passos 16 a 18). A diferença entre os Algoritmos 5 e 6 estão nos estágios de mutação e na inserção das etapas que constituem o estágio AGM. Como visto no Algoritmo 6 e na Seção 4.4, o AGM é constituído das seguintes etapas: classificação (passo 3), construção (passo 4), separação (passo 6), e guiamento (passos 7 a 15). O estágio de mutação é visto nos passos 19 a 23, e se difere do estágio de mutação do DE tradicional pelas técnicas empregadas através das Equações (4.21), (4.22), e (6.1).

A condição  $\text{if } i = NP \wedge ST_g = NP$  vista no passo 7 (etapa de orientação) foi estabelecida para evitar a necessidade de criar os vetores  $ELT_g$  e  $IEG_{i,g}$  a partir da  $POP_g$ , e só trabalhar com seus tamanhos  $ST_g$  e  $SS_{i,g}$ , bem como com os índices  $ibase$ ,  $istart$ , e  $iend$ . A seguir é justificado o uso da condição  $\text{if } i = NP \wedge ST_g = NP$ . Observe que, nas Equações (4.18)-(4.20), a condição  $POP_g - IEG_{i,g} = \emptyset$  é verdadeira para  $POP_g = IEG_{i,g}$ . Da Equação (4.17), tem-se o índice  $i = NP$ , portanto  $IEG_{NP,g} = ELT_g$ .

---

**Algoritmo 6** Pseudocódigo do DE-AGM proposto para a estimação dos parâmetros de desvanecimento dos canais  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$

---

**Require:**  $\rho, NP, Cr, F, lmin, r_{ST}, Gmax$  e  $NExec$ .

```

1: Use a Equação (4.1) para gerar  $POP_0$  {Inicialização}
2: for  $g \leftarrow 0, Gmax$  do
3:   Use a Equação (4.12) para gerar  $\theta rank_g$  {Classificação}
4:   Use a Equação (4.13) para calcular  $ST_g$  {Construção}
5:   for  $i \leftarrow 1, NP$  do
6:     Use a Equação (4.15) para calcular  $SS_{i,g}$  {Separação}
7:     if  $i = NP \wedge ST_g = NP$  then {Guiamento}
8:        $ibase \leftarrow randi(1, NP - 1)$ 
9:        $istart \leftarrow NP$ 
10:       $iend \leftarrow randi(1, NP)$ 
11:    else
12:       $ibase \leftarrow randi(1, SS_{i,g})$ 
13:       $istart \leftarrow randi(SS_{i,g} + 1, NP)$ 
14:       $iend \leftarrow randi(1, SS_{i,g})$ 
15:    end if
16:    if a técnica  $F$  adaptativo for utilizada then
17:      Use a Equação (4.11) para calcular  $F$ 
18:    end if
19:    Para gerar  $V_{i,g}$  use a Equação (4.21), (4.22) ou (6.1), conforme a estratégia
DE-AGM escolhida {Mutação}
20:   for  $j \leftarrow 1, D$  do
21:     if  $\theta_{jmax} < v_{j,i,g} < \theta_{jmin}$  then
22:       Use a Equação (4.1) para calcular  $v_{j,i,g}$ 
23:     end if
24:     Use a Equação (4.9) para gerar  $u_{j,i,g}$  {Cruzamento}
25:   end for
26:   Use a Equação (4.10) para selecionar  $\theta_{i,g+1}$  {Seleção}
27: end for
28: end for
29:  $\hat{\theta}_{exec} \leftarrow$  indivíduo da  $POP_{Gmax}$  que possui menor  $Fit(\cdot)$  { $\hat{\theta}$  estimado}

```

---

Consequentemente, da Equação (4.14), conclui-se que  $ELT_g = POP_g$  se  $ST_g = NP$ , logo  $IEG_{i,g} = POP_g$  se  $i = NP$ , e  $ST_g = NP$ . Pelo estabelecido:

$$POP_g - IEG_{i,g} = \emptyset \text{ if } i = NP \wedge ST_g = NP \quad (6.2)$$

Como, caso  $POP_g - IEG_{i,g} = \emptyset$ , o pior indivíduo (o que possuir maior  $Fit(\cdot)$ ) da  $POP_g$  será tratado como  $\theta_{istart,g}$  e um indivíduo selecionado aleatoriamente da  $POP_g$  será tratado como  $\theta_{iend,g}$  (CAI et al., 2019), o índice  $istart = NP$  (como visto na Equação (4.19) e no passo 9) e  $iend = randi(1, NP)$  (como visto na Equação (4.20) e no passo 10). Além disso, como  $ibase$  e  $istart$  são inteiros mutuamente distintos (CAI et al., 2019), assim, sob essas condições,  $ibase = rand(1, NP - 1)$  (como visto na Equação (4.18) e no passo 8). Onde  $SS_{i,g}$  é o tamanho de  $IEG_{i,g}$  (Equação (4.16)) e com  $POP_g - IEG_{i,g} \neq \emptyset$ , o último elemento de  $IEG_{i,g}$  possui o índice  $i = SS_{i,g}$ . Logo, se

$POP_g - IEG_{i,g} \neq \emptyset$  então:  $istart = randi(SS_{i,g} + 1, NP)$  (como visto na Equação (4.19) e no passo 13),  $iend = randi(1, SS_{i,g})$  (como visto na Equação (4.20) e no passo 14), e  $ibase = rand(1, SS_{i,g})$  (como visto na Equação (4.18) e no passo 12).

### 6.2.4 Função Aptidão

Como dito anteriormente, todo o processo de busca em um EA depende fundamentalmente da função aptidão  $Fit(\cdot)$ , que é o objeto da otimização. Por ser um problema de otimização, há de se buscar os valores que maximizam ou minimizam uma dada função que represente matematicamente o fenômeno físico estudado. Até o melhor conhecimento do autor, não foi verificado o uso dos EAs para a estimação dos parâmetros de desvanecimento dos canais móveis  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ . Por isso, os algoritmos para a estimação dos parâmetros de desvanecimento desses canais e, por conseguinte, as  $Fit(\cdot)$  aqui sugeridas, constituem contribuições deste trabalho de doutoramento.

Conforme (WHITLEY, 1994), o cálculo da  $Fit(\cdot)$  deve ser relativamente rápido, uma vez que os EAs trabalham com uma população de  $NP$  possíveis soluções, o que incorre em um custo na avaliação dessas possíveis soluções através da  $Fit(\cdot)$ . Além disso, pode ocorrer que ao longo da execução do algoritmo a população seja total ou parcialmente substituída por indivíduos com melhor aptidão. E, quando os membros da população se reproduzem ou são mutados, seus descendentes devem ser avaliados.

Como o autor desconhece propostas de  $Fit(\cdot)$  para os EAs aqui propostos, foram testadas três opções para servir como  $Fit(\cdot)$  para a estimação dos parâmetros de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ : a minimização do erro quadrático médio, do inglês *mean square error* (MSE), entre a pdf simulada e a pdf estimada que caracterizam o canal,  $Fit_{pdf}(\cdot)$ ; a minimização do MSE entre a CDF simulada e a CDF estimada que caracterizam o canal,  $Fit_{CDF}(\cdot)$ ; e a maximização da função de máxima verossimilhança,  $Fit_L(\cdot)$ , que caracteriza o canal.

Por ser originária do bem conhecido MLE, testou-se como função objetivo a maximização da  $Fit_L(\cdot)$  dada pela Equação (3.6) para o caso do canal  $\alpha - \kappa - \mu$ , e da Equação (3.5) para o canal  $\alpha - \eta - \mu$ . Porém, como será visto adiante, devido à sua complexidade matemática, o seu cálculo se mostrou mais demorado que as outras opções aqui estudadas.

Buscando-se maior celeridade no cálculo da  $Fit(\cdot)$ , optou-se por testar o MSE como função objetivo. O uso do MSE nas estimativas de parâmetros pode ser aplicado onde um vetor de observações está disponível (KOBAYASHI; MARK; TURIN, 2012; LEON-GARCIA, 2008). No caso do uso da  $Fit_{pdf}(\cdot)$ , os EAs buscam pelo vetor parâmetro,  $\hat{\theta}$ , que proveja o menor MSE possível entre o histograma do conjunto das amostras do sinal transmitido  $\mathbf{P} = \{\rho_i | i = 1, 2, \dots, n\}$ ,  $f(\mathbf{P}, \theta)$ , e a pdf da distribuição hipotética,  $\hat{f}(\mathbf{P}, \hat{\theta})$ , a partir dos parâmetros estimados,  $\hat{\theta}$ , pelo EA. Considerando-se o uso de pdfs, o MSE é

dado por (KOBAYASHI; MARK; TURIN, 2012):

$$Fit(\boldsymbol{\theta}) = E \left\{ \sum_{i=1}^n [f(\rho_i, \boldsymbol{\theta}) - \hat{f}(\rho_i, \boldsymbol{\theta})]^2 \right\} \quad (6.3)$$

onde, caso seja considerada a hipótese do canal ser  $\alpha - \eta - \mu$ , utiliza-se a pdf dada pela Equação (2.85); e se a hipótese for o canal  $\alpha - \kappa - \mu$ , a pdf dada pela Equação (2.89), será utilizada para o cálculo da  $Fit(\cdot)$ .

Já se for utilizar a minimização do MSE entre a CDF simulada e a CDF estimada que caracteriza o canal como função objetivo,  $Fit_{CDF}(\cdot)$ , as Equações (2.87) ou (2.90) serão utilizadas respectivamente para os canais  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ .

A Tabela 6.1 mostra o tempo médio,  $T_{Fit}$ , para se calcular a  $Fit(\cdot)$  ( $Fit_{pdf}(\cdot)$ ,  $Fit_{CDF}(\cdot)$  ou  $Fit_L(\cdot)$ ) para os 500 conjuntos de amostras gerados pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  proposto na Seção 5.2 ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{\alpha; \eta; \mu\}$ , e considerando-se os parâmetros estimados ( $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ ). E, a Tabela 6.2, mostra o  $T_{Fit}$  para se calcular a  $Fit(\cdot)$  para os 500 conjuntos de amostras gerados pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  proposto na Seção 5.3 ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{\alpha; \kappa; \mu\}$ , e considerando-se os parâmetros estimados ( $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ ). Nas Tabelas 6.1 e 6.2,  $T_{GA}$  é o tempo estimado para se calcular as 31.545  $Fit(\cdot)$  existentes em um GA com  $Nexec = 5$  execuções com  $Gmax = 700$  gerações cada, e  $T_{DE}$  é o tempo estimado para se calcular as 63.045  $Fit(\cdot)$  existentes em um DE, ou em um DE-AGM, com  $Nexec = 5$  execuções com  $Gmax = 700$  gerações cada.

Tabela 6.1 – Tempo médio,  $T_{Fit}$ , para se calcular a  $Fit(\cdot)$  ( $Fit_{pdf}(\cdot)$ ,  $Fit_{CDF}(\cdot)$  ou  $Fit_L(\cdot)$ ) para os 500 conjuntos de amostras gerados pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  proposto na Seção 5.2 ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{\alpha; \eta; \mu\}$ , e considerando-se os parâmetros estimados ( $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ ).

$\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ e $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{1; 1; 0, 5\}$			
	$T_{Fit}[s]$	$T_{GA}[s]$	$T_{DE}[s]$
$Fit_{pdf}(\cdot)$	$0,1 \cdot 10^{-3}$	3,2	6,4
$Fit_{CDF}(\cdot)$	$11,3 \cdot 10^{-3}$	355,6	710,6
$Fit_L(\cdot)$	$40,6 \cdot 10^{-3}$	1.280,8	2.559,9
$\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7,75\}$ e $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{6, 5; 3, 5; 3, 875\}$			
	$T_{Fit}[s]$	$T_{GA}[s]$	$T_{DE}[s]$
$Fit_{pdf}(\cdot)$	$0,2 \cdot 10^{-3}$	5,7	11,4
$Fit_{CDF}(\cdot)$	$12,7 \cdot 10^{-3}$	401,0	801,3
$Fit_L(\cdot)$	$92,1 \cdot 10^{-3}$	2.905,0	5.805,9

Fonte: Elaborada pelo autor

Observando-se o Algoritmo 4 que descreve o pseudocódigo do GA proposto, verifica-se que o cálculo da  $Fit(\cdot)$  ocorre no passo 5. Como o critério de parada adotado neste estudo foi de  $NExec = 5$  execuções do algoritmo com  $Gmax = 700$  gerações cada execução, a  $Fit(\cdot)$  é calculada 31.545 vezes a cada estimativa com o GA proposto.

O Algoritmo 5 mostra o pseudocódigo do DE proposto neste trabalho. Ao analisá-lo, verifica-se que o cálculo da  $Fit(\cdot)$  ocorre nos passos 4 e 17, o que leva à  $Fit(\cdot)$  ser calculada

Tabela 6.2 – Tempo médio,  $T_{Fit}$ , para se calcular a  $Fit(\cdot)$  ( $Fit_{pdf}(\cdot)$ ,  $Fit_{CDF}(\cdot)$  ou  $Fit_L(\cdot)$ ) para os 500 conjuntos de amostras gerados pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  proposto na Seção 5.2 ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{\alpha; \kappa; \mu\}$ , e considerando-se os parâmetros estimados ( $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ ).

$\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ e $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{1; 1; 2\}$			
$Fit(\cdot)$	$T_{Fit}[s]$	$T_{GA}[s]$	$T_{DE}[s]$
$Fit_{pdf}(\cdot)$	$0,2 \cdot 10^{-3}$	5,0	10,1
$Fit_{CDF}(\cdot)$	$19,0 \cdot 10^{-3}$	598,4	1.196,0
$Fit_L(\cdot)$	$108,9 \cdot 10^{-3}$	3.435,0	6.865,2
$\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$ e $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{1, 75; 0, 35; 3, 75\}$			
$Fit_{pdf}(\cdot)$	$0,2 \cdot 10^{-3}$	6,3	12,5
$Fit_{CDF}(\cdot)$	$20,9 \cdot 10^{-3}$	658,0	1.315,1
$Fit_L(\cdot)$	$109,0 \cdot 10^{-3}$	3.437,6	6.870,1

Fonte: Elaborada pelo autor

63.045 vezes a cada estimação com o algoritmo de estimação de parâmetros DE proposto. Como visto no Algoritmo 6, que descreve o pseudocódigo do DE-AGM proposto, o cálculo da  $Fit(\cdot)$  também ocorre em dois passos (passos 3 e 26). Assim, também para o DE-AGM a  $Fit(\cdot)$  é calculada 63.045 vezes a cada estimação.

Pela Tabela 6.1 fica claro que a  $Fit_{pdf}(\cdot)$  é muito mais rápida (no mínimo 70 vezes, para a comparação com a  $Fit_{CDF}(\cdot)$ ) que as outras  $Fit(\cdot)$  propostas. Esse mesmo fato ocorre para o caso do canal  $\alpha - \kappa - \mu$ , onde a  $Fit_{pdf}(\cdot)$  foi no mínimo 105 vezes mais rápida que a  $Fit_{CDF}(\cdot)$ , como é visto na Tabela 6.2.

Pelo exposto, propõe-se o uso de EAs que encontrem o vetor parâmetro que forneça o menor MSE possível entre a pdf simulada e a pdf estimada ( $Fit_{pdf}(\cdot)$ ); não necessitando o cálculo de derivadas (como as da Equação (3.4)) ou de resoluções numéricas de sistemas não lineares como no caso da Equação (3.3) que originaram a  $Fit_L(\cdot)$ . Sendo assim, os EAs propostos neste estudo para a estimação de parâmetros utilizam como função objetivo,  $Fit(\cdot)$ , a minimização do MSE dada pela Equação (6.3).

### 6.3 Testes e Resultados

Para exemplificar o uso e verificar o desempenho dos EAs para a estimação de parâmetros propostos, foi considerado que em um ambiente ( $\alpha - \eta - \mu$  ou  $\alpha - \kappa - \mu$ ), haja um receptor movendo-se a uma velocidade constante  $v = 80km/h$  e recebendo um sinal que se propaga na frequência de  $f_c = 600MHz$ . Então considerando esse cenário de propagação, o simulador para sinais com desvanecimento rápido para o ambiente  $\alpha - \eta - \mu$  ou  $\alpha - \kappa - \mu$  propostos no Capítulo 5, foi configurado para gerar os vetores de dados recebidos  $\mathbf{P}$ .

O critério de parada adotado para os EAs propostos é atingir o número máximo de gerações,  $Gmax$ , contido em cada uma das  $N_{Exec}$  execuções do algoritmos. Assim, o  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$

estimado será aquele obtido nas  $N_{Exec}$  execuções que tiver o menor  $Fit(\cdot)$ .

Nesta seção, as simulações (doravante testes) realizadas com os EAs propostos foram nominados conforme a técnica adotada: teste realizado com o algoritmo GA, teste realizado com a técnica DE/rand/1/bin (DEr1), teste realizado com a técnica DE/best/1/bin (DEb1), teste realizado com a técnica DE/c-t-b/1/bin (DEctb), teste realizado com a técnica DE/best/2/bin (DEb2), teste realizado com a técnica DE/rand/1/bin com  $F$  adaptativo (DEr1F), teste realizado com a técnica DE/best/1/bin com  $F$  adaptativo (DEb1F), teste realizado com a técnica DE/best/2/bin com  $F$  adaptativo (DEb2F), teste realizado com a técnica DE/c-t-b/1/bin com  $F$  adaptativo (DEctbF), teste realizado com a técnica DE-AGM/IEG/1 (AGM1), teste realizado com a técnica DE-AGM/DE/c-t-IEG/1 (AGMctb), teste realizado com a técnica DE-AGM/IEG/1 com  $F$  adaptativo (AGM1F), teste realizado com a técnica DE-AGM/DE/c-t-IEG/1 com  $F$  adaptativo (AGMctbF), teste realizado com a técnica DE-AGM/IEG/2 (AGM2), e teste realizado com a técnica DE-AGM/IEG/2 com  $F$  adaptativo (AGM2F). Por sua vez, os dados do teste BATI são a reprodução dos resultados da estimativa realizada pelo MLE apresentados em (BATISTA, 2015; BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016a; BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016b). Será utilizada ainda a nomenclatura THEO para indicar os parâmetros de desvanecimento utilizados para configurar o simulador de desvanecimento ( $\alpha - \eta - \mu$  ou  $\alpha - \kappa - \mu$ ) proposto que gerou as amostras que foram estimadas pelo EA proposto.

A variação dos parâmetros de controle é altamente influente no desempenho e na convergência dos EAs; portanto, para fazer uma comparação justa entre eles, é necessário manter os mesmos parâmetros de controle (ALMEIDA; KAGAN, 2011; CAI et al., 2019; DAS; MULLICK; SUGANTHAN, 2016; DAS; SUGANTHAN, 2011). Partindo das sugestões para as configurações dos parâmetros de controle mencionados no Capítulo 4 e para que a comparação entre as diferentes estratégias seja justa, foi feita a opção de usar os seguintes valores:

- GA:  $NP = 9$ ,  $pm = 0,9$ ,  $pc = 0,6$ ,  $tElite = 2$  e  $k = 7$ .
- DE:  $NP = 9$ ,  $F = 0,4$  e  $Cr = 0,1$ .
- DE-AGM:  $NP = 9$ ;  $F = 0,4$ ,  $Cr = 0,1$  e  $r_{ST} = 7,8$ .

Para as estratégias DE e DE-AGM com  $F$  adaptativo é utilizado  $Cr = 0,5$  e  $l_{min} = 0,4$ .

Os resultados e discussões dos testes realizados com os estimadores EAs supracitados serão vistos nas seções seguintes: Seção 6.3.1 para os estimadores de parâmetros  $\alpha - \eta - \mu$ , e na Seção 6.3.2 para os estimadores de parâmetros  $\alpha - \kappa - \mu$ .

Inicialmente será discutido nas Seções 6.3.1.1 e 6.3.2.1, “Validade das estimativas encontradas”, se os algoritmos de estimação EA e MLE conseguem realizar estimativas válidas, i.e., que respeitem as restrições do problema. Em seguida, nas Seções 6.3.1.2 e 6.3.2.2, a “Análise estatística” das estimativas realizadas pelos EAs propostos será feita

através do teste de Wilcoxon signed ranks, doravante teste de Wilcoxon (ver Anexo A.1.2); do teste de Friedman (ver Anexo A.1.3); e do boxplot (ver Anexo A.2). Os testes não paramétricos de Wilcoxon e Friedman foram realizados no software KEEL, e foi considerado nível de significância  $\alpha_s = 0,05$ .

Nas Seções 6.3.1.3 e 6.3.2.3 seguintes, será realizada a comparação do “Desempenho de erro” das estimativas realizadas pelos EAs com o desempenho das realizadas pelo MLE. E, nas Seções 6.3.1.4 e 6.3.2.4 será verificada a “Qualidade de ajuste” das estimativas realizadas pelos EAs propostos e pelo MLE. Essa verificação será feita quantitativamente através do teste de KS (ver Anexo A.1.1), e qualitativamente pela observação dos gráficos de pdf e CDF de algumas casas escolhidas.

Por fim, nas Seções 6.3.1.5 e 6.3.2.5, “Tempo de estimativa”, será feita uma análise comparativa do tempo de estimativa demandado pelos EAs propostos e pelo MLE. E, o tempo de estimativa demandado pelos EAs serão correlacionados com a complexidade de tempo apresentada pelos algoritmos analisados. A complexidade de tempo de um algoritmo usa a notação grande Omicron (ou big- $O$ ) para descrever o pior caso de tempo de execução expresso como uma função de sua entrada, desta forma a complexidade de tempo busca descrever o uso de recursos computacionais de um algoritmo (CAI et al., 2019; CHRISTANTO, 2019; DAS; SUGANTHAN, 2011; LIANG; LEUNG, 2011; LOBO; GOLDBERG; PELIKAN, 2000; NOPIAH et al., 2010). A complexidade do GA é  $O(Gmax \cdot (NP \cdot D)^2)$  (LIANG; LEUNG, 2011; LOBO; GOLDBERG; PELIKAN, 2000); para o DE é  $O(Gmax \cdot NP \cdot D)$  (CAI et al., 2019; DAS; SUGANTHAN, 2011); e para o DE-AGM é  $O(NP \cdot \log(NP + D) \cdot Gmax)$  (CAI et al., 2019).

### 6.3.1 Estimador dos Parâmetros $\alpha - \eta - \mu$ com EAs

A fim de exemplificar o uso e verificar o desempenho dos EAs para estimar parâmetros, os vetores de dados recebidos  $\mathbf{P}$  foram reproduzidos usando o simulador de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  proposto na Seção 5.2. Assim, para servir de  $\mathbf{P}$ , 101 conjuntos de amostras foram gerados com  $n = 2^{15}$  elementos (valores de  $\rho$ ) por conjunto de amostras: 101 conjuntos de amostras foram geradas aleatoriamente pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ , e mais 101 ajustados para  $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$ .

Como está se comparando os EAs propostos ao MLE apresentado em (BATISTA, 2015; BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016b), optou-se por um dos valores dos parâmetros de desvanecimento usados pelos autores, o valor  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ . Por sua vez, o valor  $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$  foi arbitrado para exemplificar um canal  $\alpha - \eta - \mu$  com um valor de  $\mu$  múltiplo inteiro de 0,25. Para cada um dos conjuntos de amostras gerado, a estimativa dos parâmetros de desvanecimento,  $\boldsymbol{\theta}$ , foi realizada pelo EA proposto, bem como para o algoritmo MLE, usando a configuração original para os pontos de pesquisa iniciais  $\boldsymbol{\theta}_0 = \{2, 5; 2, 5; 2, 5\}$  para a primeira estimativa de MM, fornecida em (BATISTA, 2015; BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016b). Nesses testes, cada estimativa realizada com os

EAs propostos (com  $N_{Exec} = 5$  execuções com  $Gmax = 700$  gerações cada) será repetida 41 vezes para computar os boxplots de cada amostra estimada, e para realizar os testes não paramétricos de Wilcoxon e de Friedman (ESTY; BANFIELD, 2003; KRZYWINSKI; ALTMAN, 2014; SELVIN, 2019; THIRUMALAI; MANICKAM; BALAJI, 2017). Nesta seção, o teste MLE se refere às estimativas realizadas com o algoritmo MLE citado anteriormente.

A Tabela 6.3 sintetiza os resultados das estimativas realizadas para os 101 conjuntos de amostras gerados pelo simulador configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$  e para  $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$ . Nela é vista a estimativas fisicamente aceitáveis, i.e., porcentagem das estimativas fisicamente aceitáveis obtidas em cada teste (*EFA*); a porcentagem de estimativas por teste que obtiveram algum dos parâmetros de desvanecimento negativo ( $\theta < 0$ ); a estimativas não encontradas, i.e., a porcentagem de estimativas que o algoritmo testado não conseguiu encontrar uma estimativa (*ENE*); a porcentagem dos conjuntos de amostras estimados pelo EAs que obtiveram o valor do *LQ* (quartil inferior, ver Anexo A.2) abaixo da  $Fit(\cdot)$  da respectiva estimação obtida pelo algoritmo MLE ( $LQ < Fit$ ); a porcentagem dos conjuntos de amostras estimados pelo EAs que obtiveram o valor do *UQ* (quartil superior, ver Anexo A.2) abaixo da  $Fit(\cdot)$  da respectiva estimação obtida pelo algoritmo MLE ( $UQ < Fit$ ); a porcentagem dos conjuntos de amostras estimados que obtiveram  $p - value \geq 0,05$  no teste de KS; e o tempo médio para a estimativa das amostras,  $T$ , dado em segundos. Esses resultados serão analisados e discutidos nas seções seguintes.

### 6.3.1.1 Validez das Estimativas Encontradas

Como visto na Seção 5.2.2, a estimativa dos parâmetros de desvanecimento do canal  $\alpha - \eta - \mu$  deve respeitar as seguintes restrições:  $\alpha \geq 0$ ,  $\eta \geq 0$  e  $\mu \geq 0$ .

Como visto na coluna *EFA* da Tabela 6.3, para os testes realizados para as amostras geradas pelo simulador configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ , o algoritmo MLE obteve estimativas fisicamente aceitáveis para apenas 63,4% e para o simulador proposto configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$ , o algoritmo MLE obteve sucesso em 79,2% das estimativas. Observa-se que os EAs estimaram em 100% dos casos valores dentro das restrições do problema, o que corrobora a afirmativa de que os EAs sempre encontrarem uma estimativa válida (ALMEIDA; KAGAN, 2011).

Outros testes que corroboram a afirmativa de que os EAs sempre encontram uma estimativa válida, são os observados nas colunas  $\theta < 0$  e *ENE*. Por outro lado, o algoritmo MLE não conseguiu encontrar uma estimativa para *ENE* = 36,6% das amostras geradas pelo simulador configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ . E para as amostras geradas pelo simulador configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$ , o MLE encontrou em  $\theta < 0 = 25,7\%$  dos conjuntos de amostras estimados ao menos um parâmetros com valores negativos, o que tornam as estimativas fisicamente inaceitáveis.

Considerando as amostras geradas pelo simulador configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ ,

Tabela 6.3 – Resultados dos testes com os estimadores de parâmetros de canais usando os EAs e MLE para os 101 conjuntos de amostras gerados pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  proposto.

Simulador de desvanecimento ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$							
Teste	EFA <sup>a</sup>	$\theta < 0$ <sup>b</sup>	ENE <sup>c</sup>	$LQ < Fit$ <sup>d</sup>	$UQ < Fit$ <sup>e</sup>	p-value $\geq 0,05$ <sup>f</sup>	$T[s]$
MLE	63,4%	0,0%	36,6%	-	-	54,5%	93,07
BATI	-	-	-	-	-	0,0%	-
GA	100,0%	0,0%	0,0%	54,5%	47,5%	64,4%	53,92
DEr1	100,0%	0,0%	0,0%	65,3%	56,4%	87,1%	9,42
DEr1F	100,0%	0,0%	0,0%	58,4%	56,4%	88,1%	6,58
DEb1	100,0%	0,0%	0,0%	95,0%	58,4%	91,1%	9,23
DEb1F	100,0%	0,0%	0,0%	91,1%	56,4%	91,1%	6,59
DEb2	100,0%	0,0%	0,0%	73,3%	56,4%	87,1%	9,3
DEb2F	100,0%	0,0%	0,0%	87,1%	56,4%	89,1%	6,6
DEctb	100,0%	0,0%	0,0%	58,4%	56,4%	88,1%	9,63
DEctbF	100,0%	0,0%	0,0%	87,1%	56,4%	90,1%	6,6
AGM1	100,0%	0,0%	0,0%	56,4%	56,4%	88,1%	9,6
AGM1F	100,0%	0,0%	0,0%	60,4%	56,4%	88,1%	9,6
AGMctb	100,0%	0,0%	0,0%	56,4%	56,4%	88,1%	10,0
AGMctbF	100,0%	0,0%	0,0%	61,4%	56,4%	88,1%	9,7
AGM2	100,0%	0,0%	0,0%	58,4%	56,4%	88,1%	9,8
AGM2F	100,0%	0,0%	0,0%	61,4%	56,4%	89,1%	9,9
Simulador de desvanecimento ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7,75\}$							
MLE	79,2%	20,8%	0,0%	-	-	78,2%	19,45
GA	100,0%	0,0%	0,0%	92,1%	73,3%	93,1%	20,99
DEr1	100,0%	0,0%	0,0%	99,0%	98,0%	100,0%	8,01
DEr1F	100,0%	0,0%	0,0%	99,0%	98,0%	100,0%	5,82
DEb1	100,0%	0,0%	0,0%	99,0%	98,0%	100,0%	5,82
DEb1F	100,0%	0,0%	0,0%	99,0%	98,0%	100,0%	5,81
DEb2	100,0%	0,0%	0,0%	99,0%	98,0%	100,0%	7,7
DEb2F	100,0%	0,0%	0,0%	99,0%	98,0%	100,0%	5,8
DEctb	100,0%	0,0%	0,0%	99,0%	98,0%	100,0%	7,96
DEctbF	100,0%	0,0%	0,0%	99,0%	98,0%	100,0%	5,8
AGM1	100,0%	0,0%	0,0%	98,0%	98,0%	100,0%	8,10
AGM1F	100,0%	0,0%	0,0%	99,0%	98,0%	100,0%	8,13
AGMctb	100,0%	0,0%	0,0%	98,0%	98,0%	100,0%	8,35
AGMctbF	100,0%	0,0%	0,0%	99,0%	98,0%	100,0%	8,16
AGM2	100,0%	0,0%	0,0%	98,0%	98,0%	100,0%	8,27
AGM2F	100,0%	0,0%	0,0%	99,0%	98,0%	100,0%	8,3

Fonte: Elaborada pelo autor

<sup>a</sup> Porcentagem das estimativas fisicamente aceitáveis obtidas em cada teste

<sup>b</sup> Porcentagem de estimativas por teste que obteve qualquer um dos parâmetros de desvanecimento negativo

<sup>c</sup> Porcentagem de estimativas para as quais o algoritmo testado não conseguiu encontrar uma estimativa

<sup>d</sup> Porcentagem de conjuntos de amostras estimados pelo EA que obtiveram os valores de  $LQ$  abaixo de  $Fit(\cdot)$  da respectiva estimativa obtida pelo algoritmo MLE

<sup>e</sup> Porcentagem de conjuntos de amostras estimados pelo EA que obtiveram os valores de  $UQ$  abaixo de  $Fit(\cdot)$  da respectiva estimativa obtida pelo algoritmo MLE

<sup>f</sup> Porcentagem de estimativas por teste que obteve  $p\text{-value} > 0,05$

modificando os pontos iniciais de busca da função “FindRoot” para  $\boldsymbol{\theta}_0 = \{25; 25; 25\}$ , observa-se que o algoritmo MLE falhou em 92,1% das estimativas realizadas. O aumento de 37 (36,6%) estimativas inválidas para 93 (92,1%) ilustra que a escolha dos pontos iniciais de busca pode redundar estimativas inconsistentes, ou até mesmo, na incapacidade de realizar a estimativa da amostra.

Ao modificar os pontos iniciais para  $\boldsymbol{\theta}_0 = \{25; 25; 25\}$  no algoritmo MLE e o utilizando para estimar as amostras geradas pelo simulador configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$ , o algoritmo não estimou nenhum parâmetro com valores negativos, contra os 21% de estimativas inválidas encontradas para a configuração original. Porém, o algoritmo MLE falhou na estimativa de 39,6% dos conjuntos de amostras testados. Desta feita, observa-se que a convergência do algoritmo MLE depende dos parâmetros iniciais escolhidos.

### 6.3.1.2 Análise Estatística

A análise estatística dos resultados obtidos pelos EAs propostos para estimar os parâmetros do canal  $\alpha - \eta - \mu$  será realizada com o auxílio do boxplot (vide Anexo A.2) e dos testes não paramétricos de Wilcoxon e de Friedman (vide Anexos A.1.2 e A.1.3). A robustez das estratégias utilizadas nos EAs propostos para a estimação dos parâmetros de desvanecimento é medida através do intervalo interquartílico,  $IQR$ , obtido dos boxplot (vide Anexo A.2). Considerando-se os conjuntos de amostras gerados pelo simulador proposto configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ , o teste GA apresentou os menores valores de  $LQ < Fit = 54,5\%$  e de  $UQ < Fit = 47,5\%$  entre os testes registrados na Tabela 6.3. Foi observado nesses testes que todos os valores de  $UQ$  ficaram muito próximos (na mesma casa decimal) do  $Fit(\cdot)$  encontrado pelo algoritmo MLE em todas as amostras estimadas, o que indica uma elevada robustez dos EAs, em especial para as estratégias DE as quais apresentaram robustez superior ao GA.

Analisando as estimativas realizadas com os conjuntos de amostras gerados pelo simulador proposto configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$ , a elevada robustez apresentada pelos DEs e DE-AGMs fica ainda mais clara, uma vez que para todas as estratégias DE e DE-AGM testadas, as porcentagens de  $LQ < Fit$  e de  $UQ < Fit$  foram superiores a 98%, valores esses superiores aos apresentados pelo GA (Tabela 6.3). Para ilustrar a elevada robustez apresentada pelos DEs e DE-AGMs, a Figura 6.1 mostra os boxplots plotados para o 101º conjunto de amostras gerado pelo simulador configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ , e a Figura 6.2 mostra os boxplots plotados para o 101º conjunto de amostras gerado pelo simulador configurado  $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$ . Considerando-se essas amostras, os resultados obtidos para a estimação dos parâmetros de desvanecimento utilizando os EAs propostos são vistos na Tabela 6.4.

A partir dos experimentos da Tabela 6.4 cujos boxplots são vistos na Figura 6.1, observa-se que os DEs e DE-AGMs propostos apresentam robustez mais elevada que o GA. Não obstante o GA apresentar menor robustez que os outros algoritmos, a técnica que

Tabela 6.4 – Resultados dos testes com os estimadores de parâmetros de canais usando os EAs para o 101º conjunto de amostras gerado pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{\alpha; \eta; \mu\}$

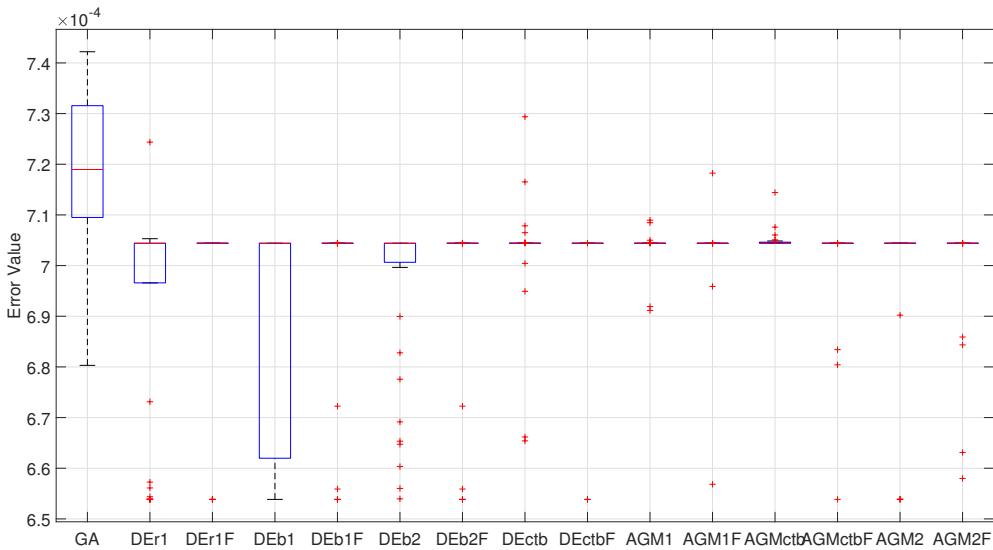
Teste	$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{\hat{\alpha}; \hat{\eta}; \hat{\mu}\}$	$LQ$	$Fit(\cdot)$	$UQ$	$IQR$	$p - \text{value}$	$T[s]$
Configuração do simulador de desvanecimento $\alpha - \eta - \mu: \boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$							
BATI	{1, 902; 1, 825; 1, 258}	-	$1, 97 \cdot 10^{-3}$	-	-	0,00	-
MLE	-	-	-	-	-	-	93,07
GA	{1, 809; 2, 169; 1, 224}	$7,09 \cdot 10^{-4}$	$7,19 \cdot 10^{-4}$	$7,32 \cdot 10^{-4}$	$2,21 \cdot 10^{-5}$	0,01	52,16
DER1	{1, 985; 48, 701; 1, 841}	$6,97 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,82 \cdot 10^{-6}$	0,04	9,09
DER1F	{1, 985; 48, 699; 1, 841}	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$2,57 \cdot 10^{-17}$	0,04	6,33
DEb1	{1, 985; 48, 699; 1, 841}	$6,62 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$4,24 \cdot 10^{-5}$	0,04	9,23
DEb1F	{1, 985; 48, 699; 1, 841}	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$3,33 \cdot 10^{-17}$	0,04	6,59
DEb2	{1, 985; 48, 699; 1, 841}	$7,01 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$3,76 \cdot 10^{-6}$	0,04	9,32
DEb2F	{1, 985; 48, 699; 1, 841}	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$2,97 \cdot 10^{-17}$	0,04	6,63
DEctb	{1, 985; 48, 537; 1, 841}	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$1,11 \cdot 10^{-8}$	0,04	9,63
DEctbF	{1, 985; 48, 69; 1, 841}	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$3,45 \cdot 10^{-17}$	0,04	6,62
AGM1	{1, 985; 48, 702; 1, 841}	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$4,79 \cdot 10^{-9}$	0,04	9,52
AGM1F	{1, 985; 48, 698; 1, 841}	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$4,19 \cdot 10^{-13}$	0,04	9,43
AGMctb	{1, 983; 48, 074; 1, 842}	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,05 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-07}$	0,04	9,81
AGMctbF	{1, 985; 48, 699; 1, 841}	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$5,29 \cdot 10^{-17}$	0,04	9,13
AGM2	{1, 985; 48, 699; 1, 841}	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$3,21 \cdot 10^{-17}$	0,04	9,37
AGM2F	{1, 985; 48, 695; 1, 841}	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,50 \cdot 10^{-12}$	0,04	9,59
Configuração do simulador de desvanecimento $\alpha - \eta - \mu: \boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$							
MLE	{9, 137; 0, 772; 10, 092}	-	$1,26 \cdot 10^{-1}$	-	-	0,27	19,45
GA	{12, 193; 4, 027; 7, 507}	$7,17 \cdot 10^{-2}$	$7,25 \cdot 10^{-2}$	$7,38 \cdot 10^{-2}$	$2,18 \cdot 10^{-3}$	0,09	22,97
DER1	{13, 032; 4, 301; 6, 752}	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$	$3,76 \cdot 10^{-5}$	0,74	8,39
DER1F	{13, 102; 4, 372; 6, 713}	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$6,90 \cdot 10^{-15}$	0,81	6,12
DEb1	{13, 102; 4, 371; 6, 713}	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$6,90 \cdot 10^{-15}$	0,81	6,12
DEb1F	{13, 102; 4, 371; 6, 713}	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$1,11 \cdot 10^{-4}$	0,81	6,21
DEb2	{13, 114; 4, 366; 6, 698}	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,33 \cdot 10^{-7}$	0,82	8,27
DEb2F	{13, 102; 4, 371; 6, 713}	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$1,71 \cdot 10^{-12}$	0,81	6,16
DEctb	{13, 128; 4, 157; 6, 598}	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$	$3,65 \cdot 10^{-5}$	0,85	8,41
DEctbF	{13, 102; 4, 372; 6, 713}	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$5,44 \cdot 10^{-15}$	0,81	6,17
AGM1	{13, 039; 4, 248; 6, 722}	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,08 \cdot 10^{-2}$	$1,39 \cdot 10^{-4}$	0,75	8,48
AGM1F	{13, 102; 4, 375; 6, 714}	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$1,29 \cdot 10^{-7}$	0,81	8,52
AGMctb	{13, 224; 4, 295; 6, 559}	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$	$7,08 \cdot 10^{-2}$	$2,16 \cdot 10^{-4}$	0,78	8,86
AGMctbF	{13, 101; 4, 371; 6, 713}	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$2,55 \cdot 10^{-10}$	0,81	8,63
AGM2	{13, 102; 4, 371; 6, 713}	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$9,45 \cdot 10^{-15}$	0,81	8,61
AGM2F	{13, 128; 4, 309; 6, 660}	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$8,36 \cdot 10^{-6}$	0,84	8,62

Fonte: Elaborada pelo autor

apresentou o menor valor de  $IQR$ , considerando-se o 101º conjunto de amostras gerado pelo simulador configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ , foi a DE/best/1/bin (teste DEb1) com  $IQR = 4,24 \times 10^{-5}$ , valor esse pior que o valor de  $IQR = 2,21 \times 10^{-5}$  apresentado pelo GA. Note que, nesse caso o GA apresenta os maiores valores de  $LQ$  e  $UQ$  entre os algoritmos analisados, o que indica a menor robustez.

Os valores obtidos de  $IQR$  pelos estimadores EA propostos são compatíveis com o erro esperado (experimentos da Tabela 6.4). E, como para esse conjunto de amostras o MLE não conseguiu uma estimativa válida, a comparação de robustez será feita com a estimativa do MLE que obteve menor  $Fit(\cdot)$  (obtida no 39º conjunto de amostras). Assim, utilizando o valor estimado pelo MLE para o 39º conjunto de amostras,  $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{1, 9895; 0, 5614; 1, 0061\}$ , como referencial comparativo, obteve-se  $Fit(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = 2,35 \cdot 10^{-4}$  no 101º conjunto de amostras. Esse valor do  $Fit(\cdot)$  do teste MLE está abaixo dos boxplots dos testes EAs, porém é da

Figura 6.1 – Boxplots dos testes GA, DEr1, DEr1F, DEb1, DEb1F, DEctb, DEctbF, AGM1, AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2, e AGM2F para o 101º conjunto de amostras gerado pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  configurado para  $\theta = \{2; 2; 1\}$  (Tabela 6.4).



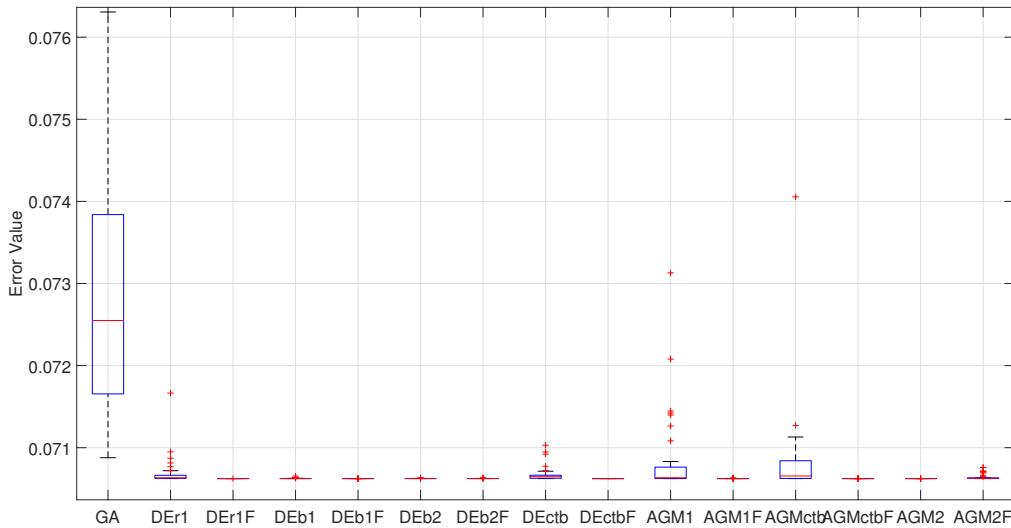
Fonte: Elaborada pelo autor

mesma ordem de grandeza do  $Fit(\cdot)$  apresentado por esses testes, o que caracteriza a robustez do algoritmo.

Essa robustez é mais uma vez observada ao analisarmos o 101º conjunto de amostras gerado pelo simulador configurado para  $\theta = \{13; 7; 7, 75\}$ . Para essa configuração a estratégia que obteve a pior robustez foi a DE-AGM/DE/c-t-IEG/1 (teste AGMctb) com  $IQR = 2,16 \cdot 10^{-4}$ , contra o valor de  $IQR = 2,18 \cdot 10^{-3}$  do GA. Esses valores de  $IQR$  são compatíveis com o erro esperado, i.e., o menor valor de  $Fit = 1,26 \cdot 10^{-1}$  obtido pelo algoritmo MLE no teste MLE está acima da estimativa média (igual a  $Fit(\hat{\theta}_{GA}) = 7,25 \cdot 10^{-2}$ ) e acima do  $IQR$  ( $UQ_{GA} = 7,38 \cdot 10^{-2}$ ,  $LQ_{GA} = 7,17 \cdot 10^{-2}$ ) do pior caso apresentado pelos EAs: o teste GA.

A Tabela 6.5 mostra os resultados das comparações pareadas feitas com o teste de Wilcoxon (Anexo A.1.2) para as amostras geradas pelo simulador ajustado para  $\theta = \{2; 2; 1\}$ . Pode-se observar, na Tabela 6.5, que o algoritmo DE/best/1/rand (teste DEb1) supera os demais algoritmos. O  $p$ -value assintótico igual a 1 não fornece resultados estatisticamente significativos nas comparações DEr1F vs DEr1 e DEb2F vs DEb2. O mesmo ocorre para as comparações DEctbF vs DEctb, AGM1FvsAGM1 e AGM2FvsAGM2, pois, o  $p$ -value assintótico é maior que 0,05. A comparação AGMctbF vs AGMctb mostra que a estratégia com a técnica  $F$  adaptativo referente ao teste AGMctbF supera a concorrente uma vez que  $R^+ > R^-$  e o  $p$ -value assintótico é menor que 0,05.

Figura 6.2 – Boxplots dos testes GA, DEr1, DEr1F, DEb1, DEb1F, DEctb, DEctbf, AGM1, AGM1F, AGMctb, AGMctbf, AGM2, e AGM2F para o 101º conjunto de amostras gerado pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$  (Tabela 6.4).



Fonte: Elaborada pelo autor

Por sua vez, a Tabela 6.6 mostra os resultados das comparações pareadas feitas com o teste de Wilcoxon para as amostras geradas pelo simulador ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$ . O algoritmo DE/best/1/bin com  $F$  adaptativo (teste DEb1F) supera os algoritmos GA, DE/rand/1/bin (teste DEr1), DE/best/2/bin (teste DEb2), DE/ctb/1/bin (teste DEctb) e todos os DE-AGMs (testes AGM1, AGM1F, AGMctb, AGMctbf, AGM2 e AGM2F). As demais comparações não fornecem resultados estatisticamente significantes uma vez que o  $p$ -value assintótico é maior que 0,05. O  $p$ -value assintótico igual a 1 não fornece resultados estatisticamente significativos na comparação AGM2F vs AGM2. Em todas as outras comparações, os algoritmos com a técnica  $F$  adaptativo suplantaram as concorrentes uma vez que  $R^+ > R^-$  e o  $p$ -value assintótico é menor que 0,05.

A Tabela 6.7 mostra os resultados do teste de Friedman para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$  e para  $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$ . O teste de Friedman computou  $p$ -value=0. Considerando as estimativas feitas com os conjuntos de amostras gerados pelo simulador definido para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ , a classificação vista na Tabela 6.7 indica que o algoritmo DE/best/1/rand (teste DEb1) supera os outros algoritmos. O GA apresentou o pior desempenho de todos. Os DEs e os DE-AGMs com  $F$  adaptativo superaram suas respectivas versões que utilizaram o parâmetro  $F$  fixo.

Quanto às estimativas feitas com os conjuntos de amostras gerados pelo simulador definido para  $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$ , o teste de Friedman (Tabela 6.7) indica que o algoritmo

Tabela 6.5 – Resultados obtidos pelo teste de Wilcoxon entre os EAs propostos, para as estimativas feitas com os conjuntos de amostras gerados pelo simulador ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$

DEb1 vs	$R^+$	$R^-$	$p$ -value	Exato	$p$ -value A. <sup>a</sup>
GA	5.151,0	0,0	-		0
DEr1	3.366,5	1.784,5	-		0,007309
DEr1F	3.366,0	1.785,0	-		0,007371
DEb1F	3.169,0	1.881,0	-		0,026691
DEb2	3.134,0	1.916,0	-		0,035953
DEb2F	3.265,0	1.785,0	-		0,010894
DEctb	3.348,5	1.701,5	-		0,004609
DEctbF	3.179,5	1.870,5	-		0,024316
AGM1	3.312,5	1.838,5	-		0,012254
AGM1F	3.311,5	1.839,5	-		0,012335
AGMctb	3.327,0	1.824,0	-		0,010716
AGMctbF	3.299,5	1.851,5	-		0,01383
AGM2	3.311,5	1.839,5	-		0,012335
AGM2F	3.230,5	1.920,5	-		0,025934
Algoritmo	$R^+$	$R^-$	$p$ -value	Exato	$p$ -value A. <sup>a</sup>
DER1F vs DEr1	2.426,0	2.624,0	-		1
DEb2F vs DEb2	1.956,0	3.094,0	-		1
DEctbF vs DEctb	2.722,0	2.328,0	-		0,497094
AGM1F vs AGM1	3.002,5	2.047,5	-		0,099109
AGMctbF vs AGMctb	4.847,0	203,0	-		0
AGM2F vs AGM2	2.823,0	2.328,0	-		0,400833

<sup>a</sup>  $p$ -value assintótico

Fonte: Elaborada pelo autor

DE/best/1/bin com  $F$  adaptativo (teste DEb1F) supera os outros. Também pode-se observar que os algoritmos que utilizaram a técnica  $F$  adaptativa superam os algoritmos do mesmo tipo que utilizaram o  $F$  constante. Os resultados apresentados pelo teste de Friedman (Tabela 6.7) corroborando os resultados apresentados pelo teste de Wilcoxon (Tabelas 6.5 e 6.6).

### 6.3.1.3 Desempenho de Erro

Nas Tabelas 6.3 e 6.4, a coluna  $Fit(\cdot)$  dos testes realizados com os EAs representa a  $Fit(\cdot)$  mediana obtida entre as 41 execuções de estimação (com  $N_{Exec} = 5$  execuções com  $Gmax = 700$  gerações cada) para cada conjunto de amostras estimado. Assim, os valores dos parâmetros de desvanecimento estimados,  $\hat{\theta} = \{\hat{\alpha}; \hat{\eta}; \hat{\mu}\}$ , e do  $p$ -value, também correspondem à execução de estimação que obteve a  $Fit(\cdot)$  mediana. E, os dados do teste BATI são a reprodução dos resultados da estimativa realizada pelo MLE apresentado em (BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016b). Como procedido neste estudo, foram gerados 500

Tabela 6.6 – Resultados obtidos pelo teste de Wilcoxon entre os EAs propostos, para as estimativas feitas com os conjuntos de amostras gerados pelo simulador ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 75\}$

DEb1F vs	$R^+$	$R^-$	p-value exato	p-value A. <sup>a</sup>
GA	5.151,0	0,0	-	0
DER1	4.977,0	174,0	-	0
DER1F	3.002,5	2.047,5	-	0,100276
DEb1	3.002,5	2.047,5	-	0,100276
DEb2	5.151,0	0,0	-	0
DEb2F	3.008,5	2.142,5	-	0,141957
DEctb	5.151,0	0,0	-	0
DEctbF	2.625,5	2.525,5	-	0,864164
AGM1	5.151,0	0,0	-	0
AGM1F	5.098,5	52,5	-	0
AGMctb	5.151,0	0,0	-	0
AGMctbF	3.430,0	1.620,0	-	0,001687
AGM2	3.193,0	1.958,0	-	0,036299
AGM2F	5.151,0	0,0	-	0
Algorithm	$R^+$	$R^-$	p-value exato	p-value A. <sup>a</sup>
DER1F vs DER1	4.605,0	546,0	-	0
DEb2F vs DEb2	4.661,0	389,0	-	0
DEctbF vs DEctb	5.151,0	0,0	-	0
AGM1F vs AGM1	5.151,0	0,0	-	0
AGMctbF vs AGMctb	5.151,0	0,0	-	0
AGM2F vs AGM2	395,0	4.756,0	-	1

<sup>a</sup> p-value assintótico

Fonte: Elaborada pelo autor

conjuntos de amostras com o simulador de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$  como antes relatado, e usando o algoritmo MLE estimou-se os parâmetros de desvanecimento de cada conjunto de amostras gerado, e a média destas 500 estimativas configuram os dados do teste BATI.

Assim, para cada um dos 101 conjuntos de amostras analisados nos testes da Tabela 6.3, fora calculada a  $Fit(\cdot)$  entre o histograma das amostras do sinal simulado e a pdf da distribuição hipotética a partir dos parâmetros estimados pelo teste BATI ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{1,9024; 1,8245; 1,2584\}$ ). Observa-se que os valores da  $Fit(\cdot)$  obtidos foram maiores que todos os outros obtidos pelas estimativas realizadas, tanto pelo algoritmo MLE, quanto pelos EAs propostos. Uma causa provável para essa disparidade é que, devido à aleatoriedade inherente aos geradores, as amostras geradas neste experimento são provavelmente distintas das geradas pelo experimento apresentado em (BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016b). Corroborando essa afirmação, na Tabela 6.3 a coluna  $p - value \geq 0,05$  do teste BATI, mostra que o cálculo do teste de KS para nenhum conjunto de amostras produziu  $p - value$  maior que 0,05, o que não garante excelentes resultados para o teste de GOF (COGLIATTI;

Tabela 6.7 – Classificações médias obtidas por cada EA proposto no teste de Friedman.  
 $p$ -value calculado pelo teste de Friedman: 0.

Algoritmo ( $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ ) <sup>a</sup>	Classificação <sup>a</sup>	Algoritmo ( $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$ ) <sup>b</sup>	Classificação <sup>b</sup>
DEb1	6,6386	DEb1F	3,7772
DEb2	6,8812	DEctbF	3,8663
AGM2F	6,995	DEb2F	4,1683
AGMctbF	7,198	DER1F	4,297
AGM2	7,297	DEb1	4,297
AGM1F	7,2079	AGM2	4,4703
DEctbF	7,4851	AGMctbF	4,6485
AGM1	7,5099	AGM1F	7,5099
DEb1F	7,5347	DEb2	8,5891
DEb2F	7,6337	AGM2F	10,0891
DER1	7,6881	DER1	11,2475
DER1F	7,7129	AGM1	11,6634
DEctb	7,7921	AGMctb	13,2277
AGMctb	9,4257	DEctb	13,1485
GA	15	GA	15

<sup>a</sup> Para as estimativas feitas com os conjuntos de amostras gerados pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$

<sup>b</sup> Para as estimativas feitas com os conjuntos de amostras gerados pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$

Fonte: Elaborada pelo autor

SOUZA, 2013; FRANK; MASSEY, 1951; RENNÓ; SOUZA; YACOUB, 2018; SOUZA; RIBEIRO; GUIMARÃES, 2015).

Observando os resultados da  $Fit(\cdot)$  para as estimativas dos conjuntos de amostras gerados pelo simulador proposto configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ , considerando apenas as 64 estimativas com valores válidos calculadas pelo algoritmo MLE, este obteve melhores resultados (menor  $Fit(\cdot)$ ) em 54,7% das estimativas se comparado com os EAs propostos. Porém, considerando-se todos os 101 conjuntos de amostras estimados, os EAs propostos foram superiores em 65,3% dos testes realizados. Ressalta-se que as  $Fit(\cdot)$  das estimativas realizadas pelos EAs ficaram todas muito próximas às  $Fit(\cdot)$  das estimativas realizadas pelo algoritmo MLE, com a mesma ordem de grandeza. Já para as estimativas das amostras geradas pelo simulador proposto configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$  o algoritmo MLE superou os EAs em apenas uma ocasião, i.e., o algoritmo MLE obteve menor  $Fit(\cdot)$  em 1,3% dos resultados considerando as 80 estimativas com valores válidos calculados pelo MLE, ou 1% considerando-se todos os 101 conjuntos de amostras. Observa-se mais uma vez que os valores de  $Fit(\cdot)$  obtidos pelas estimativas feitas pelos EAs propostos, se não forem menores, são compatíveis aos obtidos pelo tradicional algoritmo MLE.

### 6.3.1.4 Qualidade de Ajuste

Como visto nos testes realizados, os EAs propostos possuem desempenho de erro com valor (de  $Fit(\cdot)$ ) próximo ou superior ao apresentado pelo algoritmo  $MLE$ , o que indica uma boa qualidade de ajuste.

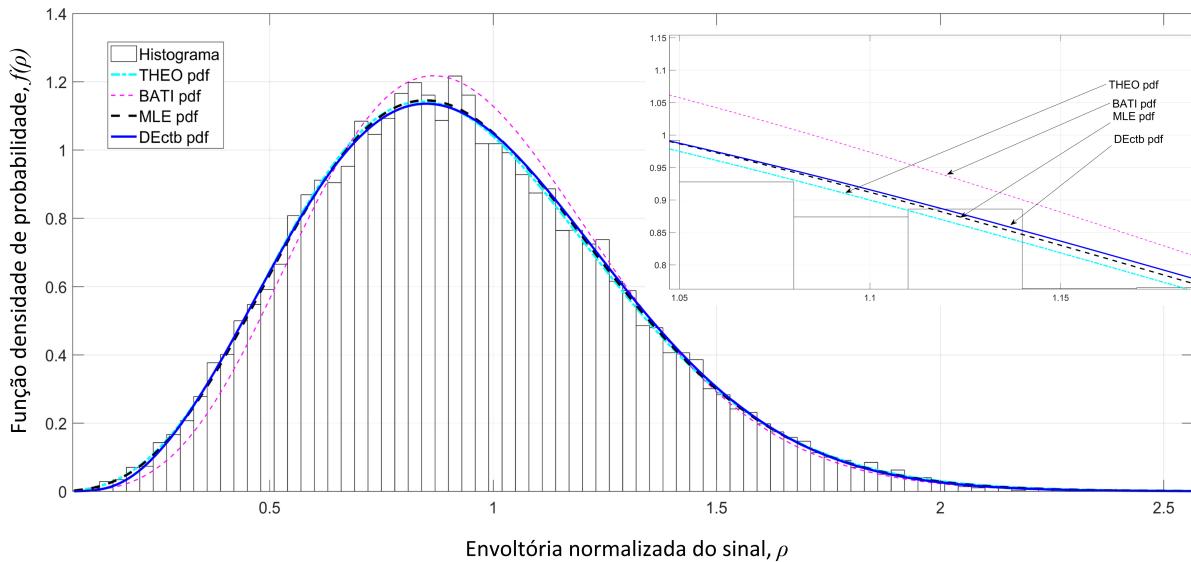
O teste de KS (vide Anexo A.1.1) atesta quantitativamente a qualidade de ajuste obtida pelos EAs propostos. A Tabela 6.3 mostra que, para as estimativas das amostras geradas pelo simulador proposto configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ , o algoritmo MLE estimou parâmetros cujo teste de KS produziu  $p - value \geq 0,05$  para 54,5% dos conjuntos de amostras testados, indicando excelente resultado para teste de GOF (FRANK; MASSEY, 1951; RENNÓ; SOUZA; YACOUB, 2018; SOUZA; RIBEIRO; GUIMARÃES, 2015). Já as estimações feitas pelos DEs e DE-AGMs propostos que produziram a menor qualidade de ajuste, foram as do teste DEr1 que obtiveram  $p - value \geq 0,05$  em 87,1% dos conjuntos de amostras estimados, indicando um percentual de resultados com excelente qualidade de ajuste, 1,6 vezes maior que o obtido pelo algoritmo MLE. Por sua vez, o teste GA, que apresentou pior desempenho entre os EAs, possui  $p - value \geq 0,05$  em 64,4% dos conjuntos de amostras estimados, indicando um percentual de resultados com excelente qualidade de ajuste, 1,2 vezes maior que o obtido pelo algoritmo MLE.

Considerando as estimativas das amostras geradas pelo simulador proposto configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$ , a Tabela 6.4 mostra que o algoritmo MLE estimou parâmetros cujo teste de KS produziu  $p - value \geq 0,05$  para 78,2% dos conjuntos de amostras testados. Mais uma vez, os DEs e DE-AGMs propostos se mostraram mais eficientes que o MLE, apresentando excelente qualidade de ajuste nos resultados obtidos. As estimações feitas pelos DEs e DE-AGMs obtiveram  $p - value \geq 0,05$  em 100% dos conjuntos de amostras estimados. Mais uma vez o teste GA foi o que apresentou pior desempenho entre os EAs:  $p - value \geq 0,05$  em 93,1% dos conjuntos de amostras estimados, indicando um percentual de resultados com excelente qualidade de ajuste, 1,2 vezes maior que o obtido pelo algoritmo MLE.

Todas as estimações realizadas no presente estudo com os EAs propostos apresentaram grande conformidade entre as pdf e CDF obtidas das amostras e obtidas a partir dos parâmetros estimados, o que corrobora a qualidade do ajuste entre os sinais simulados e entre a distribuição  $\alpha - \eta - \mu$  em função dos parâmetros estimados. Para ilustrar essa afirmação, considerando o 101º conjunto de amostras gerado pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ , as Figuras 6.3 e 6.4 mostram, respectivamente, a qualidade de ajuste entre as pdfs e CDFs obtidas para: parâmetros de desvanecimento utilizados para configurar o simulador de desvanecimento ( $\alpha - \eta - \mu$  ou  $\alpha - \kappa - \mu$ ) proposto que gerou as amostras que foram estimadas pelo EA proposto (THEO)  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ ; e pelos testes BATI ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{1, 9024; 1, 8245; 1, 2584\}$ ), MLE ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{1, 9895; 0, 5614; 1, 0061\}$ ) e DEctb ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{1, 9846; 48, 5365; 1, 8409\}$ ). Como o algoritmo MLE não conseguiu estimar um valor válido para o 101º conjunto de amostras, o teste

MLE refere-se ao valor estimado entre os 101 conjuntos de amostras que obtiveram a menor  $Fit(\cdot)$ . Destaca-se aqui o alto nível de conformidade entre as curvas de pdf e CDF obtidas a partir dos testes THEO, MLE e DEctb. Outro fato digno de destaque é a alta disparidade entre as pdf e CDF plotadas para o teste BATI, e as pdf e CDF plotadas para os parâmetros THEO.

Figura 6.3 – pdfs do canal  $\alpha - \eta - \mu$  para: parâmetros teóricos, THEO ( $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ ); e pelos testes BATI ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{1, 9024; 1, 8245; 1, 2584\}$ ), MLE ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{1, 9895; 0, 5614; 1, 0061\}$ ) e DEctb ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{1, 9846; 48, 5365; 1, 8409\}$ ).



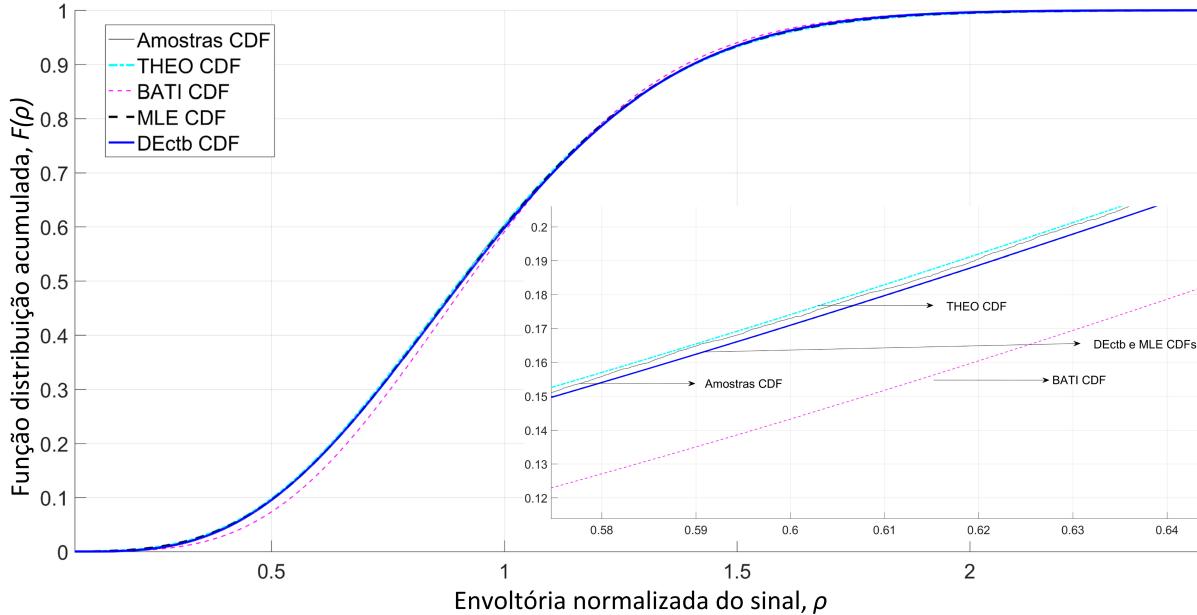
Fonte: Elaborada pelo autor

### 6.3.1.5 Tempo de Estimação

Nas Tabelas 6.3 e 6.4, para o teste MLE, o  $T[s]$  indica o tempo decorrido para a estimação do respectivo conjunto de amostras. E, para os testes realizados com os estimadores EAs propostos, a coluna  $T[s]$  indica o tempo médio da estimação do conjunto de amostras, ou seja, o tempo médio das 41 estimações (com  $N_{Exec} = 5$  execuções com  $Gmax = 700$  gerações, cada) realizadas para cada conjunto de amostras. A Figura 6.5 mostra a variação da coluna  $T[s]$  supracitada.

O tempo médio das estimações realizadas pelo algoritmo MLE dos 500 conjuntos de amostras gerados pelo simulador configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ , foi de 93,07 s para cada conjunto de amostras simulado. Considerando-se o algoritmo de estimação DE proposto, o maior tempo médio de simulação foi de 9,63 s para o teste DEctb (Tabela 6.3 e Figura 6.5). Esse tempo indica que, a simulação mais lenta do algoritmo de estimação DE proposto é cerca de 9,7 vezes mais rápida que o tempo médio de estimação por conjunto de amostras do algoritmo MLE. Já para o estimador DE-AGM proposto, o maior tempo médio de

Figura 6.4 – CDFs do canal  $\alpha - \eta - \mu$  para: parâmetros teóricos, THEO  $\theta = \{2; 2; 1\}$ ; e pelos testes BATI ( $\hat{\theta} = \{1,9024; 1,8245; 1,2584\}$ ), MLE ( $\hat{\theta} = \{1,9895; 0,5614; 1,0061\}$ ) e DEctb ( $\hat{\theta} = \{1,9846; 48,5365; 1,8409\}$ ).



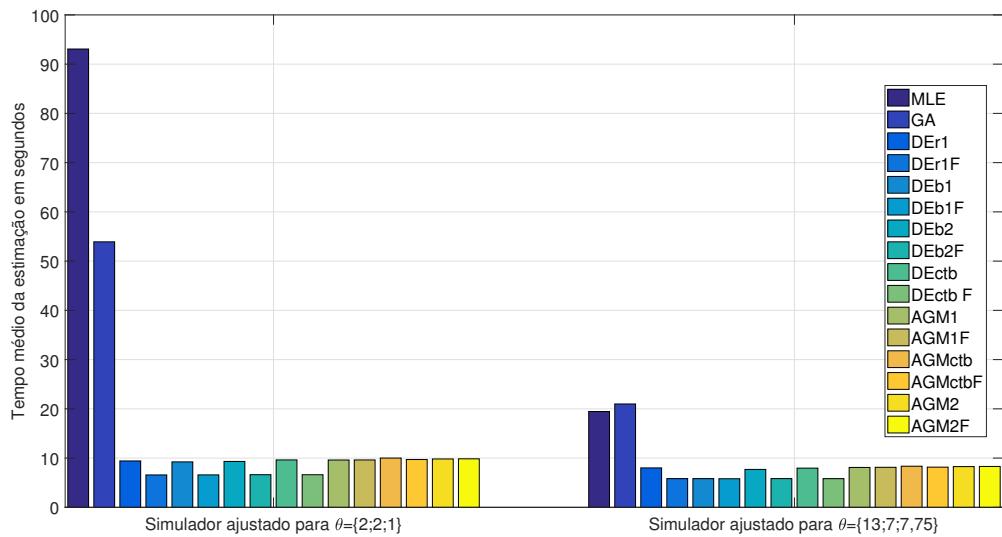
Fonte: Elaborada pelo autor

simulação foi de 10,0 s para o teste AGMctb (Tabela 6.3 e Figura 6.5). Esse tempo indica que, a simulação mais lenta do estimador DE-AGM proposto é cerca de 9,3 vezes mais rápida que o tempo médio por conjunto de amostras do algoritmo MLE. Por sua vez, estimador GA proposto demandou 53,92 s, ou seja foi 1,73 vezes mais rápido que o tempo médio de por conjunto de amostras do algoritmo MLE, 5,6 vezes mais lento que o teste DEctb, e 5,4 vezes mais lento que o teste AGMctb.

Os ótimos resultados no tempo de estimação obtidos pelos estimadores DEs e DE-AGMs propostos também foram verificados para as estimações realizadas para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador configurado para  $\theta = \{13; 7; 7, 75\}$ . Para essas estimações, o tempo médio de estimação por conjunto de amostras do algoritmo MLE foi de 19,45 s. Considerando-se o estimador DE proposto, o maior tempo médio de simulação foi de 8,01 s para o teste DER1 (Tabela 6.4 e Figura 6.5), esse tempo é aproximadamente 2,4 vezes abaixo do tempo médio do algoritmo MLE. Já para o estimador DE-AGM proposto, o pior tempo foi do teste AGM2F, que demandou 8,3 s, ou seja, ele foi 1,26 vezes mais rápido que o MLE. Por sua vez, o estimador GA proposto foi o algoritmo que demandou mais tempo de todos, inclusive do que o MLE.

Uma das formas de tornar o GA mais ágil é diminuir o número de interações, e/ou de gerações, e/ou o número de indivíduos ( $NP$ ) da população. Apesar de diminuir o tempo de estimação, todas essas tentativas podem piorar os índices de desempenho, como o desempenho de erro ( $Fit(\cdot)$ ), a qualidade de ajuste ( $p$ -value) e a robustez ( $IQR, LQ$  e

Figura 6.5 – Tempo médio da estimação para os testes MLE, GA, DER1, DER1F, DEb1, DEb1F, DEctb, DEctbF, AGM1, AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2, e AGM2F para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  configurado para  $\theta = \{2; 2; 1\}$  e  $\theta = \{13; 7; 7, 75\}$  (Tabelas 6.3 e 6.4).



Fonte: Elaborada pelo autor

$UQ)$ .

Em relação às complexidades temporais, o GA apresenta uma eficiência computacional menor do que os DEs tradicionais e os DE-AGMs. Esse fato pode ser visto na Figura 6.5 e nas Tabelas 6.3 e 6.4, onde o tempo de estimativa do GA é maior que o apresentado pelo DE tradicional e pelo DE-AGM. Os tempos de estimativa vistos na Figura 6.5 e nas Tabelas 6.3 e 6.4 estão em linha com a afirmação dada em (CAI et al., 2019) de que a complexidade de tempo dos DE-AGMs é computacionalmente eficiente quando comparada aos DEs tradicionais.

### 6.3.2 Estimador dos Parâmetros $\alpha - \kappa - \mu$ com EAs

Nesta seção, os EAs para estimação dos parâmetros de desvanecimento do canal  $\alpha - \kappa - \mu$  propostos na Seção 6.2, terão seu desempenho comparado com o algoritmo MLE apresentado por Batista et al. (BATISTA; SOUZA; RIBEIRO, 2016a; BATISTA, 2015). O critério de parada utilizado nos EAs para a estimativa dos parâmetros de desvanecimento do canal  $\alpha - \kappa - \mu$  é  $N_{Exec} = 1$  execução com  $Gmax = 3.000$  gerações cada.

Como no caso do ambiente  $\alpha - \eta - \mu$  visto na Seção 6.3.1, o desempenho dos algoritmos para estimação dos parâmetros de desvanecimento do canal  $\alpha - \kappa - \mu$  apreciados neste estudo será analisado nesta seção em termos do desempenho de erro (explicitado pela

$Fit(\cdot)$ ), da qualidade de ajuste apresentadas por suas estimativas, quanto à robustez dos resultados obtidos em estimações sucessivas, e quanto ao tempo de execução dos algoritmos.

Objetivando comparar o desempenho dos EAs propostos frente ao algoritmo MLE, as Tabelas 6.8 e 6.9 apresentam os principais resultados para a estimação de parâmetros considerando os conjuntos de amostras gerados pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$ . Dentre esses 500 conjuntos de amostras gerados no experimento da Tabela 5.2, foram considerados os conjuntos de amostras que obtiveram a menor e a maior  $Fit(\cdot)$  entre as estimações realizadas pelo algoritmo MLE configurado para  $\boldsymbol{\theta}_0 = \{\alpha_0 = 2, 5; \kappa_0 = 2, 5; \mu_0 = 2, 5\}$ , bem como um dos conjuntos de amostras cuja estimação resultou valores negativos. Assim, para os conjuntos de amostras gerados para a configuração  $\boldsymbol{\theta} = \{\alpha = 2; \kappa = 2; \mu = 4\}$ , foram selecionados os conjuntos de amostras: 494º (menor  $Fit(\cdot)$ ), 63º (maior  $Fit(\cdot)$ ) e 329º (estimativa fisicamente inaceitável). E para os conjuntos de amostras gerados para a configuração  $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$ , foram selecionados os conjuntos de amostras: 21º (menor  $Fit(\cdot)$ ), 482º (maior  $Fit(\cdot)$ ) e 309º (estimativa fisicamente inaceitável). Nas Tabelas 6.8 e 6.9, o teste MLEl refere-se à estimativa feita pelo algoritmo MLE que obteve o menor valor de  $Fit(\cdot)$  dentre os 500 conjuntos de amostras estimados. Por sua vez, o teste MLEh refere-se à estimativa do conjunto de amostras que apresentou o maior valor de  $Fit(\cdot)$  dentre os 500 conjuntos de amostras estimados. E, o teste MLEu refere-se às seguintes estimativas realizadas pelo algoritmo MLE, para as quais os resultados eram fisicamente inaceitáveis: 329º conjunto de amostras gerado pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ , e 309º conjunto de amostras gerado pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$ .

Para a Tabela 6.8, os dados do teste BATI são a reprodução dos resultados da estimativa realizada pelo algoritmo MLE apresentada por Batista et al. (BATISTA, 2015). Como foi o procedimento do presente estudo, Batista et al. (BATISTA, 2015) gerou 500 conjuntos de amostras com o simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$ , configurado conforme descrito anteriormente, e com o uso do MLE estimou os parâmetros de desvanecimento para cada conjunto de amostras gerado, onde a média dessas 500 estimativas configuram os dados para o teste BATI.

### 6.3.2.1 Validade das Estimações Encontradas

Dos 500 conjuntos de amostras gerados pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  proposto configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ , o algoritmo MLE estimou para 3 desses conjuntos de amostras ao menos um dos parâmetros com valores negativos, i.e., 0,6% do total dos conjuntos de amostras estimados pelo algoritmo MLE foram fisicamente inaceitáveis.

E para  $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$  o algoritmo MLE estimou 32 conjuntos de amostras, ou 6,4% do total dos conjuntos de amostras estimados, com ao menos um dos parâmetros com valores negativos. Modificando os pontos iniciais de busca para  $\boldsymbol{\theta}_0 = \{25; 25; 25\}$

Tabela 6.8 – Resultados dos testes com os estimadores de parâmetros de canais usando os EAs; com o simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$

Teste	$\hat{\theta} = \{\hat{\alpha}, \hat{\kappa}, \hat{\mu}\}$	$LQ$	$Fit(\hat{\theta})$	$UQ$	$IQR$	p-value	$T[s]^a$
494º conjunto de amostras							
BATI	{2, 296; 2, 425; 2, 838}	–	$1, 18 \cdot 10^{-3}$	–	–	0,00	–
MLEl	{1, 972; 11, 31; 1, 129}	–	$6, 32 \cdot 10^{-4}$	–	–	0,55	82,76
MLEh	{2, 393; 2, 478; 2, 467}	–	$8, 93 \cdot 10^{-4}$	–	–	0,00	7,60
GA	{2, 068; 1, 642; 4, 066}	$5, 81 \cdot 10^{-4}$	$6, 08 \cdot 10^{-4}$	$6, 46 \cdot 10^{-4}$	$6, 55 \cdot 10^{-5}$	0,44	52,15
DEr1	{1, 971; 2, 445; 3, 604}	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$5, 56 \cdot 10^{-4}$	$5, 85 \cdot 10^{-4}$	$3, 18 \cdot 10^{-5}$	0,75	5,83
DEr1F	{1, 962; 2, 943; 3, 246}	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$7, 26 \cdot 10^{-17}$	0,77	5,73
DEb1	{1, 962; 2, 929; 3, 254}	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$5, 56 \cdot 10^{-4}$	$3, 83 \cdot 10^{-6}$	0,77	5,73
DEb1F	{1, 962; 2, 943; 3, 246}	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$2, 17 \cdot 10^{-13}$	0,77	5,69
DEb2	{1, 962; 2, 943; 3, 246}	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$1, 70 \cdot 10^{-9}$	0,77	5,84
DEb2F	{1, 962; 2, 943; 3, 246}	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$4, 60 \cdot 10^{-17}$	0,77	5,76
DEctb	{1, 958; 2, 970; 3, 239}	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$5, 55 \cdot 10^{-4}$	$2, 64 \cdot 10^{-6}$	0,75	5,65
DEctbF	{1, 962; 2, 943; 3, 246}	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$8, 59 \cdot 10^{-17}$	0,77	5,81
AGM1	{1, 961; 2, 941; 3, 248}	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$5, 60 \cdot 10^{-4}$	$7, 76 \cdot 10^{-6}$	0,77	5,92
AGM1F	{1, 962; 2, 949; 3, 242}	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$5, 78 \cdot 10^{-4}$	$2, 54 \cdot 10^{-5}$	0,77	5,97
AGMctb	{1, 963; 2, 735; 3, 393}	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$5, 66 \cdot 10^{-4}$	$1, 37 \cdot 10^{-5}$	0,75	5,85
AGMctbF	{1, 967; 3, 072; 3, 141}	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$5, 65 \cdot 10^{-4}$	$1, 28 \cdot 10^{-5}$	0,82	5,95
AGM2	{1, 962; 2, 943; 3, 246}	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$1, 50 \cdot 10^{-10}$	0,77	5,92
AGM2F	{1, 962; 2, 943; 3, 246}	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$5, 53 \cdot 10^{-4}$	$4, 13 \cdot 10^{-17}$	0,77	5,89
63º conjunto de amostras							
BATI	{2, 296; 2, 425; 2, 838}	–	$2, 54 \cdot 10^{-3}$	–	–	0,00	–
MLEl	{1, 972; 11, 31; 1, 129}	–	$2, 61 \cdot 10^{-3}$	–	–	0,00	82,76
MLEh	{2, 393; 2, 478; 2, 467}	–	$2, 77 \cdot 10^{-3}$	–	–	0,00	7,60
GA	{1, 836; 1, 266; 5, 904}	$1, 54 \cdot 10^{-3}$	$1, 63 \cdot 10^{-3}$	$1, 77 \cdot 10^{-3}$	$2, 26 \cdot 10^{-4}$	0,01	49,74
DEr1	{1, 969; 0, 578; 6, 394}	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 47 \cdot 10^{-3}$	$1, 72 \cdot 10^{-3}$	$2, 89 \cdot 10^{-4}$	0,35	5,67
DEr1F	{1, 854; 0, 441; 7, 514}	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 63 \cdot 10^{-16}$	0,08	6,23
DEb1	{1, 854; 0, 441; 7, 514}	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 34 \cdot 10^{-9}$	0,08	5,96
DEb1F	{1, 854; 0, 441; 7, 514}	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$3, 07 \cdot 10^{-10}$	0,08	6,27
DEb2	{1, 854; 0, 441; 7, 514}	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$4, 88 \cdot 10^{-16}$	0,08	5,93
DEb2F	{1, 854; 0, 441; 7, 514}	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$8, 72 \cdot 10^{-16}$	0,08	5,95
DEctb	{1, 845; 0, 423; 7, 628}	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 44 \cdot 10^{-3}$	$9, 81 \cdot 10^{-6}$	0,07	5,64
DEctbF	{1, 854; 0, 441; 7, 514}	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 27 \cdot 10^{-16}$	0,08	6,34
AGM1	{1, 854; 0, 441; 7, 514}	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$3, 87 \cdot 10^{-10}$	0,08	6,06
AGM1F	{1, 854; 0, 441; 7, 514}	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 49 \cdot 10^{-3}$	$5, 48 \cdot 10^{-5}$	0,08	6,21
AGMctb	{1, 854; 0, 443; 7, 507}	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 46 \cdot 10^{-3}$	$2, 43 \cdot 10^{-5}$	0,08	5,98
AGMctbF	{1, 854; 0, 441; 7, 514}	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$2, 07 \cdot 10^{-7}$	0,08	6,14
AGM2	{1, 854; 0, 441; 7, 514}	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$4, 45 \cdot 10^{-13}$	0,08	6,04
AGM2F	{1, 854; 0, 441; 7, 514}	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$1, 43 \cdot 10^{-3}$	$8, 96 \cdot 10^{-17}$	0,08	6,52
329º conjunto de amostras							
BATI	{2, 296; 2, 425; 2, 838}	–	$1, 04 \cdot 10^{-3}$	–	–	–	–
MLEl	{1, 972; 11, 31; 1, 129}	–	$1, 07 \cdot 10^{-3}$	–	–	0,01	82,76
MLEh	{2, 393; 2, 478; 2, 467}	–	$1, 34 \cdot 10^{-3}$	–	–	0,00	7,60
MLeu	{79, 96; -600; 320, 4}	–	–	–	–	–	50,51
GA	{1, 920; 8, 897; 1, 512}	$8, 00 \cdot 10^{-4}$	$8, 39 \cdot 10^{-4}$	$8, 95 \cdot 10^{-4}$	$9, 56 \cdot 10^{-5}$	0,38	50,84
DEr1	{1, 944; 3, 120; 3, 273}	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$7, 64 \cdot 10^{-4}$	$8, 17 \cdot 10^{-4}$	$5, 74 \cdot 10^{-5}$	0,76	5,30
DEr1F	{1, 970; 2, 535; 3, 630}	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$1, 43 \cdot 10^{-16}$	0,86	5,57
DEb1	{1, 973; 2, 530; 3, 624}	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$7, 63 \cdot 10^{-4}$	$4, 03 \cdot 10^{-6}$	0,85	5,46
DEb1F	{1, 970; 2, 535; 3, 630}	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$1, 08 \cdot 10^{-9}$	0,86	5,54
DEb2	{1, 970; 2, 535; 3, 630}	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$8, 70 \cdot 10^{-13}$	0,86	5,39
DEb2F	{1, 970; 2, 535; 3, 630}	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$8, 85 \cdot 10^{-17}$	0,86	5,38
DEctb	{1, 963; 2, 633; 3, 574}	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$7, 62 \cdot 10^{-4}$	$3, 23 \cdot 10^{-6}$	0,87	5,47
DEctbF	{1, 970; 2, 535; 3, 630}	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$1, 52 \cdot 10^{-16}$	0,86	5,47
AGM1	{1, 970; 2, 535; 3, 630}	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$6, 94 \cdot 10^{-8}$	0,86	5,64
AGM1F	{1, 971; 2, 498; 3, 659}	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$8, 14 \cdot 10^{-4}$	$5, 47 \cdot 10^{-5}$	0,86	5,58
AGMctb	{1, 958; 2, 534; 3, 675}	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$7, 82 \cdot 10^{-4}$	$2, 27 \cdot 10^{-5}$	0,84	5,69
AGMctbF	{1, 966; 2, 546; 3, 635}	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$7, 61 \cdot 10^{-4}$	$2, 11 \cdot 10^{-6}$	0,88	5,61
AGM2	{1, 970; 2, 535; 3, 630}	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$5, 11 \cdot 10^{-11}$	0,86	5,59
AGM2F	{1, 970; 2, 535; 3, 630}	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$7, 59 \cdot 10^{-4}$	$1, 03 \cdot 10^{-16}$	0,86	5,69

<sup>a</sup>  $T$  é o tempo gasto para realizar a estimativa do respectivo conjunto de amostras para os testes MLEl e MLEh. Para os testes realizados com os EAs,  $T$  é o tempo médio de estimativa do conjunto de amostras, i.e., o tempo médio para as 51 execuções independentes de estimativas (com  $Gmax$  gerações, cada execução) realizadas para cada conjunto de amostras.

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 6.9 – Resultados dos testes com os estimadores de parâmetros de canais usando os EAs; com o simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  ajustado para  $\theta = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$

Teste	$\hat{\theta} = \{\hat{\alpha}, \hat{\kappa}, \hat{\mu}\}$	$LQ$	$Fit(\hat{\theta})$	$UQ$	$IQR$	$p\text{-value}$	$T[s]^a$
21º conjunto de amostras							
MLEl	{3, 494; 1, 273; 6, 396}	—	$2,04 \cdot 10^{-3}$	—	—	0,85	53,96
MLEh	{3, 188; 3, 465; 4, 417}	—	$2,36 \cdot 10^{-3}$	—	—	0,07	9,92
GA	{3, 406; 1, 119; 6, 854}	$2,20 \cdot 10^{-3}$	$2,35 \cdot 10^{-3}$	$2,57 \cdot 10^{-3}$	$3,68 \cdot 10^{-4}$	0,31	42,66
DER1	{3, 372; 1, 237; 6, 870}	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,02 \cdot 10^{-3}$	$2,31 \cdot 10^{-3}$	$3,42 \cdot 10^{-4}$	0,77	5,39
DER1F	{3, 509; 1, 438; 5, 972}	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$3,12 \cdot 10^{-16}$	0,92	5,60
DEb1	{3, 509; 1, 438; 5, 975}	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$3,79 \cdot 10^{-7}$	0,92	5,69
DEb1F	{3, 509; 1, 438; 5, 972}	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,17 \cdot 10^{-7}$	0,92	5,63
DEb2	{3, 509; 1, 438; 5, 972}	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,12 \cdot 10^{-9}$	0,92	5,47
DEb2F	{3, 509; 1, 438; 5, 972}	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,34 \cdot 10^{-16}$	0,92	5,59
DEctb	{3, 458; 1, 424; 6, 171}	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,01 \cdot 10^{-3}$	$4,56 \cdot 10^{-5}$	0,96	5,53
DEctbF	{3, 509; 1, 438; 5, 972}	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$7,30 \cdot 10^{-16}$	0,92	5,66
AGM1	{3, 509; 1, 438; 5, 973}	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$5,97 \cdot 10^{-7}$	0,92	5,79
AGM1F	{3, 533; 1, 557; 5, 689}	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,57 \cdot 10^{-3}$	$6,03 \cdot 10^{-4}$	0,83	5,92
AGMctb	{3, 523; 1, 545; 5, 741}	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,03 \cdot 10^{-3}$	$6,26 \cdot 10^{-5}$	0,86	5,79
AGMctbF	{3, 512; 1, 429; 5, 980}	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,12 \cdot 10^{-3}$	$1,55 \cdot 10^{-4}$	0,92	5,70
AGM2	{3, 509; 1, 438; 5, 972}	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,19 \cdot 10^{-9}$	0,92	5,76
AGM2F	{3, 509; 1, 438; 5, 972}	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$3,36 \cdot 10^{-16}$	0,92	5,87
482º conjunto de amostras							
MLEl	{3, 494; 1, 273; 6, 396}	—	$2,04 \cdot 10^{-3}$	—	—	0,02	53,96
MLEh	{3, 188; 3, 465; 4, 417}	—	$9,51 \cdot 10^{-3}$	—	—	0,00	9,92
GA	{3, 666; 1, 009; 6, 086}	$8,06 \cdot 10^{-3}$	$8,21 \cdot 10^{-3}$	$8,60 \cdot 10^{-3}$	$5,40 \cdot 10^{-4}$	0,06	36,70
DER1	{3, 525; 0, 955; 6, 759}	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,94 \cdot 10^{-3}$	$8,94 \cdot 10^{-3}$	$1,09 \cdot 10^{-3}$	0,58	5,45
DER1F	{3, 385; 0, 711; 7, 945}	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$9,19 \cdot 10^{-16}$	0,36	5,91
DEb1	{3, 386; 0, 712; 7, 938}	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$3,69 \cdot 10^{-6}$	0,36	5,69
DEb1F	{3, 385; 0, 711; 7, 945}	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,88 \cdot 10^{-3}$	$3,06 \cdot 10^{-5}$	0,36	5,83
DEb2	{3, 385; 0, 711; 7, 945}	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$2,03 \cdot 10^{-12}$	0,36	5,74
DEb2F	{3, 385; 0, 711; 7, 945}	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$5,38 \cdot 10^{-16}$	0,36	5,84
DEctb	{3, 406; 0, 697; 7, 887}	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,91 \cdot 10^{-3}$	$6,26 \cdot 10^{-5}$	0,44	5,38
DEctbF	{3, 385; 0, 711; 7, 945}	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$6,92 \cdot 10^{-16}$	0,36	6,03
AGM1	{3, 385; 0, 711; 7, 945}	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$6,29 \cdot 10^{-9}$	0,36	5,98
AGM1F	{3, 385; 0, 711; 7, 945}	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,95 \cdot 10^{-3}$	$1,06 \cdot 10^{-4}$	0,36	6,06
AGMctb	{3, 378; 0, 727; 7, 934}	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,86 \cdot 10^{-3}$	$9,32 \cdot 10^{-6}$	0,33	5,64
AGMctbF	{3, 382; 0, 714; 7, 950}	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,87 \cdot 10^{-3}$	$1,96 \cdot 10^{-5}$	0,35	5,88
AGM2	{3, 385; 0, 711; 7, 945}	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$4,23 \cdot 10^{-12}$	0,36	5,81
AGM2F	{3, 385; 0, 711; 7, 945}	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$9,26 \cdot 10^{-16}$	0,36	6,29
309º conjunto de amostras							
MLEl	{3, 494; 1, 273; 6, 396}	—	$2,04 \cdot 10^{-3}$	—	—	0,36	53,96
MLEh	{3, 188; 3, 465; 4, 417}	—	$3,97 \cdot 10^{-3}$	—	—	0,00	9,92
MLEu	{-75, 9; -496; 708}	—	—	—	—	—	50,51
GA	{3, 093; 0, 565; 10, 35}	$2,52 \cdot 10^{-3}$	$2,63 \cdot 10^{-3}$	$2,85 \cdot 10^{-3}$	$3,29 \cdot 10^{-4}$	0,06	42,56
DER1	{3, 393; 0, 543; 8, 743}	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,31 \cdot 10^{-3}$	$2,54 \cdot 10^{-3}$	$2,64 \cdot 10^{-4}$	0,80	5,30
DER1F	{3, 548; 0, 556; 7, 981}	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$3,42 \cdot 10^{-16}$	0,88	6,56
DEb1	{3, 548; 0, 556; 7, 982}	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,32 \cdot 10^{-3}$	$4,76 \cdot 10^{-5}$	0,88	6,13
DEb1F	{3, 548; 0, 556; 7, 981}	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$3,96 \cdot 10^{-9}$	0,88	6,55
DEb2	{3, 548; 0, 556; 7, 981}	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$3,74 \cdot 10^{-14}$	0,88	6,15
DEb2F	{3, 548; 0, 556; 7, 981}	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$1,92 \cdot 10^{-16}$	0,88	6,43
DEctb	{3, 570; 0, 573; 7, 842}	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,31 \cdot 10^{-3}$	$4,08 \cdot 10^{-5}$	0,83	5,79
DEctbF	{3, 548; 0, 556; 7, 981}	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$3,99 \cdot 10^{-16}$	0,88	6,67
AGM1	{3, 548; 0, 556; 7, 981}	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$7,41 \cdot 10^{-8}$	0,88	6,34
AGM1F	{3, 548; 0, 566; 7, 951}	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,71 \cdot 10^{-3}$	$4,43 \cdot 10^{-4}$	0,88	6,52
AGMctb	{3, 545; 0, 550; 8, 012}	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,28 \cdot 10^{-3}$	$7,37 \cdot 10^{-6}$	0,89	6,17
AGMctbF	{3, 548; 0, 556; 7, 981}	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$8,55 \cdot 10^{-9}$	0,88	6,51
AGM2	{3, 548; 0, 556; 7, 981}	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$5,13 \cdot 10^{-13}$	0,88	6,34
AGM2F	{3, 548; 0, 556; 7, 981}	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,12 \cdot 10^{-16}$	0,88	6,79

<sup>a</sup>  $T$  é o tempo gasto para realizar a estimativa do respectivo conjunto de amostras para os testes MLEl e MLEh. Para os testes realizados com os EAs,  $T$  é o tempo médio de estimativa do conjunto de amostras, i.e., o tempo médio para as 51 execuções independentes de estimativas (com  $Gmax$  gerações, cada execução) realizadas para cada conjunto de amostras.

Fonte: Elaborada pelo autor

observou-se que para a configuração  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$  o algoritmo MLE realizou 313 estimações fisicamente inaceitáveis, i.e., 62,8% do total dos conjuntos de amostras estimados. E para a configuração  $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$  realizou apenas estimativas aceitáveis. Essas variações na quantidade de estimativas fisicamente aceitáveis ilustram que a escolha dos pontos iniciais  $\boldsymbol{\theta}_0$  pode redundar estimativas inconsistentes dos parâmetros de desvanecimento. Desta feita, observa-se que a convergência do algoritmo MLE depende dos pontos de busca iniciais escolhidos.

Semelhante ao que ocorreu nos testes realizados para o canal  $\alpha - \eta - \mu$ , os testes aqui mostrados com os estimadores EAs para o canal  $\alpha - \kappa - \mu$  demonstram a capacidade dos EAs estimarem em 100% dos casos valores dentro das restrições do problema (ALMEIDA; KAGAN, 2011).

### 6.3.2.2 Análise Estatística

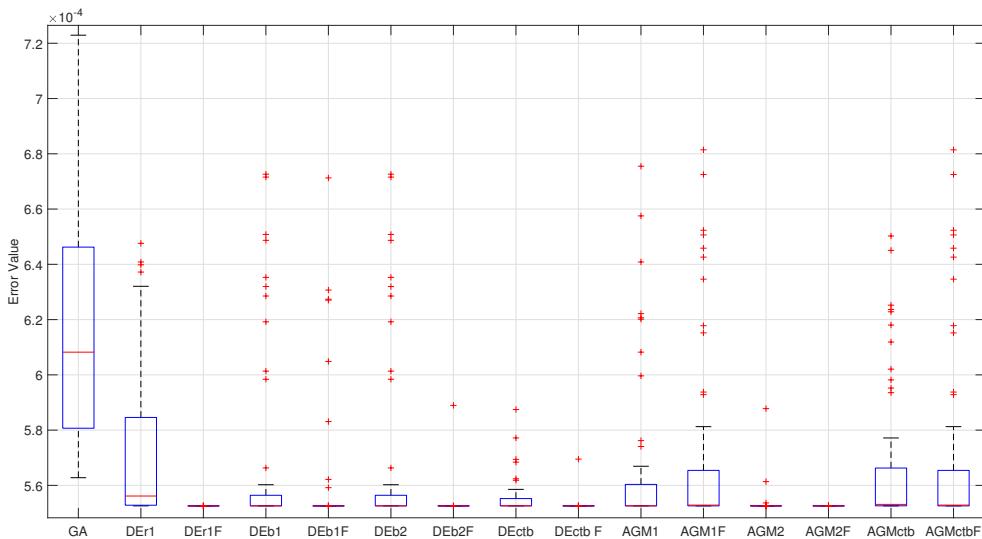
A análise estatística dos resultados obtidos pelos EAs propostos será realizada por meio de boxplot e dos testes não paramétricos de Wilcoxon e de Friedman. Para tal, cada experimento de estimativa (com  $G_{max} = 3.000$  gerações cada) foi repetido 51 vezes independentemente.

A robustez das estratégias utilizadas no EA proposto para estimação de parâmetros é medida através do método  $IQR$  registrados nas Tabelas 6.8 e 6.9 (CAI et al., 2019; SELVIN, 2019). A Figura 6.6 apresenta o boxplot das estimativas realizadas pelos EAs propostos, registradas na Tabela 6.8 considerando-se o 494º conjunto de amostras. Para uma visualização mais detalhadas dos boxplots vistos na Figura 6.6, a Figura 6.7 mostra os boxplots das estratégias DE, e a Figura 6.8 os boxplots das estratégias DE-AGM.

Nos testes registrados na Tabela 6.8 e nos boxplot plotados na Figura 6.6, percebe-se que os DEs propostos apresentam elevada robustez. A estratégia DE que apresentou a pior robustez foi a DE/rand/1/bin, não obstante, os valores do  $IQR$  obtidos são compatíveis com a taxa de erro esperada, i.e., o valor do menor  $Fit(\cdot)$  obtido pelo algoritmo MLE está acima da estimativa mediana e acima do  $IQR$ , que caracteriza a robustez do algoritmo. Para exemplificar, considerando o 494º conjunto de amostras, a menor  $Fit(\cdot)$  obtida pelo algoritmo MLE é  $6,321529 \cdot 10^{-4}$  (MLEl), valor esse acima do  $IQR$  do teste DER1 ( $UQ = 5,845866 \cdot 10^{-4}$ ) e, por conseguinte, do  $Fit(\cdot)$  da estimativa mediana. Observando os resultados do teste GA na Tabela 6.8, verifica-se que o GA apresenta robustez satisfatória, porém pior que a apresentada pelos demais EAs.

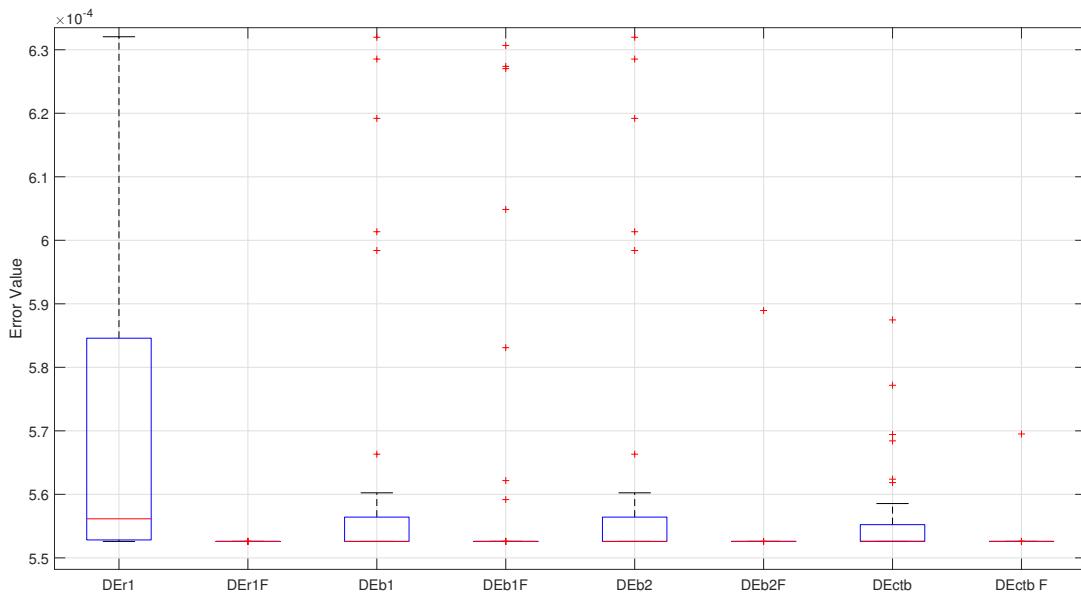
Os resultados vistos na Tabela 6.9, indicam mais uma vez que as estratégias DEs testadas apresentam maior robustez que o GA. E, novamente, o teste DER1 apresentou o pior resultado entre os DEs, apesar de sua robustez ser satisfatória. Seja o exemplo do teste DER1 para o 482º conjunto de amostras (Tabela 6.9), não obstante o valor do menor  $IQR$  (teste MLEl) estar abaixo do  $LQ$  do teste DER1, o boxplot do teste DER1 situa-se abaixo da estimativa realizada para o 482º conjunto de amostras, MLEh. Ou seja, o valor

Figura 6.6 – Boxplots dos testes MLE, GA, DER1, DER1F, DEb1, DEb1F, DEctb, DEctbf, AGM1, AGM1F, AGMctb, AGMctbf, AGM2 e AGM2F, para o 494º conjunto de amostras gerado pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  configurado para  $\theta = \{2; 2; 4\}$  (Tabela 6.8).



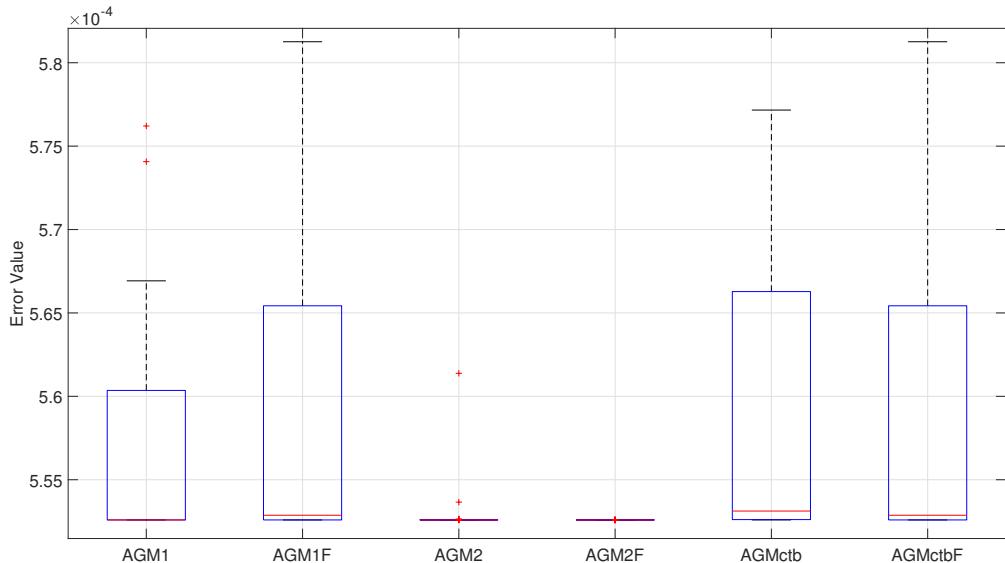
Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 6.7 – Boxplots dos testes DER1, DER1F, DEb1, DEb1F, DEctb, DEctbf, para o 494º conjunto de amostras gerado pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  configurado para  $\theta = \{2; 2; 4\}$  (Tabela 6.8).



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 6.8 – Boxplots dos testes AGM1, AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2 e AGM2F, para o 494º conjunto de amostras gerado pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$  (Tabela 6.8).



Fonte: Elaborada pelo autor

da  $Fit(\cdot)$  apresentada pela MLEh está acima do  $UQ$  do teste DEr1, que apresentou maior  $IQR$  entre os EAs propostos, indicando uma ótima robustez. Para o 21º conjunto de amostras (Tabela 6.9), a estimativa obtida com o EA que apresentou o maior  $IQR$  foi pelo teste AGM1F. Além disso, o valor da  $Fit(\cdot)$  para o teste MLEl situou-se abaixo da  $Fit(\cdot)$  para o valor mediano estimado no teste AGM1F, e entre os valores  $LQ$  e  $UQ$  para o teste AGM1F. Portanto, o teste realizado pelos EAs propostos que apresentou a pior robustez apresenta um  $IQR$  compatível com a  $Fit(\cdot)$  obtida pelos parâmetros estimados no teste MLEl.

A elevada robustez dos EAs propostos é verificada também no 309º conjunto de amostras (Tabela 6.9). Para esse conjunto de amostras, o algoritmo MLE estimou  $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{-75, 89; -496, 42; 707.75\}$ , os parâmetros com valores negativos  $\hat{\alpha} = -75, 89$  e  $\hat{\kappa} = -496, 42$  invalidam a estimativa. Portanto, para efeito de comparação entre o MLE e os EAs propostos, foram consideradas as amostras em que o MLE provedeu estimativas válidas (testes MLEl e MLEh). Nesses testes, verifica-se que os valores de  $Fit(\cdot)$ ,  $LQ$  e  $UQ$  obtidos pelos EAs foram muito próximos dos  $Fit(\cdot)$  (MSE) apresentados por MLEl e MLEh.

A Tabela 6.10 mostra os resultados das comparações pareadas feitas com o teste de Wilcoxon para o 494º, 63º e para o 329º conjunto de amostras gerados pelo simulador ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ . Para o 494º conjunto de amostras, o teste DEr1F supera os demais algoritmos, e há um sucesso dos testes que usam a técnica  $F$  adaptativo: DEb1F vs DEb1, DEb2F vs DEb2 e DEctbF vs DEctb. Nota-se que as comparações AGM1F vs

AGM1 e AGM2F vs AGM2 não fornecem resultados estatisticamente significativos uma vez que o  $p$ -value assintótico é maior que 0,05. Os resultados da Tabela 6.10 para o 63º conjunto de amostras revela a superioridade do teste AGMctbF sobre os demais. Mais uma vez, nota-se a superioridade dos algoritmos que usam a técnica  $F$  adaptativo sobre os similares que não fazem uso dessa técnica: DEr1F vs DEr1, DEctbF vs DEctb, e AGM2F vs AGM2. Por apresentar valor de  $p$ -value assintótico maior que 0,05, os seguintes testes pareados não apresentam resultados estatisticamente significativos: DEb1F vs DEb1, DEb2F vs DEb2 e AGM1F vs AGM1. Além disso, o 63º conjunto de amostras revela a superioridade do teste DEb2F sobre os demais testes (Tabela 6.10), e também é verificada a superioridade dos algoritmos com a técnica  $F$  adaptativo sobre os algoritmos que não fazem uso dessa técnica.

Os resultados das comparações pareadas feitas com o teste de Wilcoxon para o 21º, 482º e para o 309º conjunto de amostras gerados pelo simulador ajustado para pelo simulador ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$ , são vistos na Tabela 6.11. O teste AGMctbF ocupou o primeiro posto nos três conjuntos de amostras analisados. É possível verificar também que, como nos testes realizados para as amostras geradas pelo simulador ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ , os algoritmos que fizeram uso da técnica  $F$  variável superaram seus pares que não utilizaram a técnica mencionada.

A Tabela 6.12 mostra os resultados do teste de Friedman para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ . O teste de Friedman computou  $p$ -value=0. Considerando o 494º conjunto de amostras, a classificação vista na Tabela 6.12 indica que o algoritmo DE/rand/1/bin com  $F$  adaptativo (teste DEr1F) supera os outros algoritmos. O GA apresentou o pior desempenho de todos. Com exceção do algoritmo DE-AGM/IEG/1, os DEs e os DE-AGMs com  $F$  adaptativo superaram suas respectivas versões que utilizaram o parâmetro  $F$  fixo. Já se for considerado o 63º conjunto de amostras, a classificação vista na Tabela 6.12 indica que o algoritmo DE-AGM/DE/c-t-IEG/1 com  $F$  adaptativo (teste AGMctbF) supera os demais algoritmos. O teste DEb2F apresentou o pior desempenho de todos. Com exceção dos algoritmo DE-AGM/IEG/1 (teste AGM1) e do DE/best/1/bin (teste DEb1), os DEs e DE-AGMs com  $F$  adaptativo superaram suas respectivas versões que utilizaram o parâmetro  $F$  fixo. E, se o 329º conjunto de amostras for considerado, o vencedor é o algoritmo DE/best/2/bin com  $F$  adaptativo (teste DEb2F). Novamente, os DEs e DE-AGMs com  $F$  adaptativo superaram suas respectivas versões que utilizaram o parâmetro  $F$  fixo, excluindo-se o algoritmo DE-AGM/IEG/1.

A Tabela 6.13 mostra os resultados do teste de Friedman para o 21º, 482º e para o 309º conjunto de amostras gerados pelo simulador ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$ . O teste de Friedman computou  $p$ -value=0. O algoritmo DE/best/2/bin com  $F$  adaptativo (teste DEb2F) ocupou a primeira posição nos testes realizados com o 21º e para o 309º conjunto de amostras. E, para o 482º conjunto de amostras, o primeiro posto ficou para o algoritmo DE/c-t-b/1/bin com  $F$  adaptativo (teste DEctbF). Novamente, os algoritmos

Tabela 6.10 – Resultados obtidos pelo teste de Wilcoxon entre os EAs propostos, para as estimativas feitas com os conjuntos de amostras gerados pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$  ajustado para  $\theta = \{2; 2; 4\}$

494º conjunto de amostras		63º conjunto de amostras						329º conjunto de amostras					
DEr1Fvs	R <sup>+</sup>	R <sup>-</sup>	p-value A, <sup>a</sup>	AGMctbFvs	R <sup>+</sup>	R <sup>-</sup>	p-value A, <sup>a</sup>	DEb2Fvs	R <sup>+</sup>	R <sup>-</sup>	p-value A, <sup>a</sup>	DEb2Fvs	R <sup>+</sup>
GA	1.326	0	0	GA	1.326	0	0	GA	1.326	0	0	GA	1.326
DEr1	1.270	5	0	DEr1	1.257	18	0	DEr1	1315,5	10,5	0	DEr1	1315,5
DEb1	1.240,5	85,1	0	DEr1F	688,5	637,5	0,807455	DEr1F	734,5	540,5	0,346605	DEb1	1.240,5
DEb1F	904,5	370,5	0,01	DEb1	942	333	0,00332	DEb1	1.240,5	85,5	0	DEb1F	942
DEb2	1.240,5	85,5	0	DEb1F	904,5	370,5	0,009816	DEb1F	942	333	0,003164	DEb2	1.240,5
DEb2F	688,5	637,5	0,81	DEb2	942	333	0,00332	DEb2	1.240,5	85,5	0	DEctb	1.257
DEctb	1.247,5	27,5	0	DEb2F	1.326	0	0	DEctb	1.257	18	0	DEctbF	688,5
DEctbf	688,5	637,5	0,81	DEctb	1.273,5	52,5	0	DEctbf	688,5	637,5	0,807455	AGM1	1062
AGM1	1.176	150,00	0,00	DEctbf	688,5	637,5	0,807455	AGM1	1062	264	0,000181	AGM1F	916
AGM1F	1.236	39	0	AGM1	916	410	0,017493	AGM1F	1.199,5	126,5	0	AGMctb	831
AGMctb	865	410	0,03	AGM1F	1.123	203	0,000015	AGMctb	831	495	0,114238	AGMctbf	637,5
AGMctbf	637,50	637,50	1,00	AGMctb	687	588	0,629334	AGMctbf	637,5	637,5	0,996149	AGM2	1.315,5
AGM2	1.270	5	0	AGM2	1.148,5	126,5	0,000001	AGM2	1.199,5	10,5	0	AGM2F	1.199,5
AGM2F	1.236	39	0	AGM2F	1.123	203	0,000015	AGM2F	1.199,5	126,5	0		
DEb1F vs DEb1	860	415	0,03	DEr1F vs DEr1	1.267	59	0	DEr1F vs DEr1	1.154	121	0,000001		
DEb2FvsDEb2	1.167	108	0	DEb1F vs DEb1	723,5	551,5	0,403145	DEb1FvsDEb1	858,5	467,5	0,065546		
DEctbf vs DEctb	1.199,5	75,5	0	DEb2F vs DEb2	0	1.326	1	DEctbf vs DEctb	1.207	68	0		
AGM1F vs AGM1	505,5	820,5	1	DEctbf vs DEctb	1.223,5	102,5	0	AGM1FvsAGM1	509	817	1		
AGMctbfFvsAGMctb	865	410	0,026993	AGM1F vs AGM1	387,5	887,5	1	AGMctbfFvsAGMctb	831	495	0,114238	AGM2FvsAGM2	813,5
AGM2FvsAGM2	650,5	624,5	0,896189	AGM2FvsAGM2	817	509	0,145664	AGM2FvsAGM2	813,5	461,5	0,088418		

a *p*-value assintótico

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 6.11 – Resultados obtidos pelo teste de Wilcoxon entre os EAs propostos, para as estimativas feitas com os conjuntos de amostras gerados pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$

21 <sup>o</sup> conjunto de amostras			482 <sup>o</sup> conjunto de amostras			309 <sup>o</sup> conjunto de amostras					
AGMctbFvs	R <sup>+</sup>	R <sup>-</sup>	p-value A, <sup>a</sup>	AGMctbFvs	R <sup>+</sup>	R <sup>-</sup>	p-value A, <sup>a</sup>	AGMctbFvs	R <sup>+</sup>	R <sup>-</sup>	p-value A, <sup>a</sup>
GA	1.326	0	0	GA	1.326	0	0	GA	1.326	0	0
DEr1	1.273,5	1,5	0	DEr1	1.308	18	0	DEr1	1.315,5	10,5	0
DEr1F	688,5	637,5	0,807455	DEr1F	688,5	637,5	0,807455	DEr1F	738	588	0,479134
DEb1	1.221	105	0	DEb1	1148,5	126,5	0,000001	DEb1	1123	203	0,000016
DEb1F	1.042,5	232,5	0,000089	DEb1F	1.062	264	0,000177	DEb1F	942	333	0,003237
DEb2	1.221	105	0	DEb2	1.148,5	126,5	0,000001	DEb2	1.123	203	0,000016
DEb2F	637,5	637,5	0,996149	DEb2F	688,5	637,5	0,807455	DEb2F	637,5	637,5	0,996149
DEctb	1.324,5	1,5	0	DEctb	1.308	18	0	DEctb	1.308	18	0
DEctbF	637,5	637,5	0,996149	DEctbF	637,5	637,5	0,996149	DEctbF	637,5	637,5	0,996149
AGM1	1.123	203	0,000015	AGM1	993	333	0,001949	AGM1	977,5	297,5	0,001013
AGM1F	1.221	105	0	AGM1F	1.148,5	126,5	0,000001	AGM1F	993	333	0,001925
AGMctb	1.011	264	0,000253	AGMctb	823,5	451,5	0,068406	AGMctb	831	495	0,114238
AGM2	1.315,5	10,5	0	AGM2	1.236	39	0	AGM2	1.236	39	0
AGM2F	1.221	105	0	AGM2F	1.148,5	126,5	0,000001	AGM2F	993	333	0
DEr1FvsDER1	1.243,5	31,5	0	DEr1F vs DER1	1.277,0	49	0	DEr1FvsDER1	1.262	64	0
DEb1FvsDEb1	753,5	521,5	0,25845	DEb1FvsDEb1	712	614	0,642267	DEb1FvsDEb1	731	544	0,363612
DEb2F vs DEb2	1.221	105	0	DEb2FvsDEb2	1160,50	165,50	0,000003	DEb2F vs DEb2	1.123	203	0,000016
DEctbF vs DEctb	1.324,5	1,5	0	DEctbF vs DEctb	1.308	18	0	DEctbF vs DEctb	1.308	18	0
AGM1F vs AGM1	380	946	1	AGM1F vs AGM1	411	915	1	AGM1F vs AGM1	714	612	0,629285
AGM2FvsAGM2	647,5	627,5	0,919265	AGM2FvsAGM2	580,5	694,5	1	AGM2FvsAGM2	942,5	332,5	0,003114

<sup>a</sup> p-value assintótico

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 6.12 – Classificações médias obtidas por cada EA proposto no teste de Friedman para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ .  $p$ -value calculado pelo teste de Friedman: 0.

494º conjunto de amostras		63º conjunto de amostras		329º conjunto de amostras	
Algoritmo	Classificação	Algoritmo	Classificação	Algoritmo	Classificação
DEr1F	4,3137	AGMctbF	4,9608	DEb2F	4,549
AGMctbF	4,3137	DEr1F	5,1373	AGMctbF	4,549
DEb2F	4,4902	DEctbF	5,1471	DEctbF	4,7745
DEctbF	4,5098	AGMctb	5,2157	DEr1F	5,2157
AGMctb	5,5098	AGM1	6,2941	AGMctb	5,3529
DEb1F	6,2549	DEb1F	6,6176	DEb1F	6,7451
AGM1	8,2353	DEb1	6,9118	AGM1	7,2451
DEb1	8,6471	DEb2	6,9118	AGM1F	8,5392
DEb2	8,6471	AGM1F	7,8627	AGM2F	8,5392
DEctb	9,0196	AGM2F	7,8627	DEb1	9,0098
AGM1F	10,0294	AGM2	8,6176	DEb2	9,0098
AGM2F	10,0294	DEctb	9,3824	DEctb	10,0098
AGM2	10,6961	DEr1	11,1765	AGM2	10,8137
DEr1	11,3627	GA	12,9412	DEr1	11,6078
GA	13,9412	DEb2F	14,9608	GA	14,0392

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 6.13 – Classificações médias obtidas por cada EA proposto no teste de Friedman para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 4, 5\}$ .  $p$ -value calculado pelo teste de Friedman: 0.

21º conjunto de amostras		482º conjunto de amostras		309º conjunto de amostras	
Algoritmo	Classificação	Algoritmo	Classificação	Algoritmo	Classificação
DEb2F	4,2843	DEctbF	4,7549	DEb2F	5,1275
DEctbF	4,2843	AGMctbF	4,7549	DEctbF	5,1275
AGMctbF	4,2843	DEb2F	4,9118	AGMctbF	5,1275
DEr1F	4,4314	DEr1F	4,951	DEr1F	5,549
AGMctb	6,2941	AGMctb	5,7549	AGMctb	6,0784
DEb1F	7,1373	AGM1	6,7059	DEb1F	7,2941
AGM1	7,1373	DEb1F	7,8039	AGM1F	7,3235
DEb1	8,451	DEb1	8,4118	AGM2F	7,3235
DEb2	8,451	DEb2	8,4118	AGM1	7,3333
AGM1F	8,9608	AGM1F	8,7745	DEb1	8,4412
AGM2F	8,9608	AGM2F	8,7745	DEb2	8,4412
AGM2	10,6569	AGM2	9,6961	AGM2	10,0196
DEctb	10,9118	DEctb	10,6176	DEctb	10,8235
DEr1	11,8333	DEr1	11,8922	DEr1	12,0098
GA	13,9216	GA	13,7843	GA	13,9804

Fonte: Elaborada pelo autor

que empregaram a técnicas  $F$  adaptativo suplantaram seus pares, a exceção do algoritmo DE-AGM/IEG/1 (teste AGM1) para o 21º e para o 482º conjuntos de amostras.

Os testes não paramétricos de Wilcoxon e de Friedman realizados para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$  revelam que o pior desempenho ficou para o GA que perdeu quase todos os embates. A exceção fica para o 63º conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ , onde o GA galgou a penúltima colocação entre os 15 algoritmos testados. Por fim, é visto que os resultados apresentados pelo teste de Friedman (Tabelas 6.13 e 6.12) corroboram os resultados apresentados pelo teste de Wilcoxon (Tabelas 6.10 e 6.11).

### 6.3.2.3 Desempenho de Erro

Como visto nos testes registrados na Tabela 6.8, os menores valores de  $Fit(\cdot)$  obtidos pelo algoritmo MLE foram com o teste MLEl no 494º conjunto de amostras e com o teste BATI no 63º e no 329º conjunto de amostras. É observado, ainda, que esses valores de  $Fit(\cdot)$  são maiores que o maior valor mediano encontrado nas estimativas realizadas pelos EAs, que foi para o GA. Já a estratégia que obteve os menores valores de  $Fit(\cdot)$  foi com o teste AGM2F, algoritmo DE-AGM/IEG/2 com a técnica  $F$  adaptativo. Esse comportamento também foi observado nas outras estimações realizadas com os conjuntos de amostras gerados pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$ .

Os resultados vistos na Tabela 6.9 indicam que, para todos os conjuntos de amostras considerados, o menor valor de  $Fit(\cdot)$  obtido pelo algoritmo MLE foi para os testes MLEl, valor esse muito próximo dos maiores valores encontrados pelos testes realizados com os EAs propostos, que foi para os testes GA. E, os valores encontrados para os testes MLEl, foram todos ligeiramente superiores aos maiores valores encontrados nos testes realizados com os DEs propostos, que foram para os testes DEr1.

### 6.3.2.4 Qualidade de Ajuste

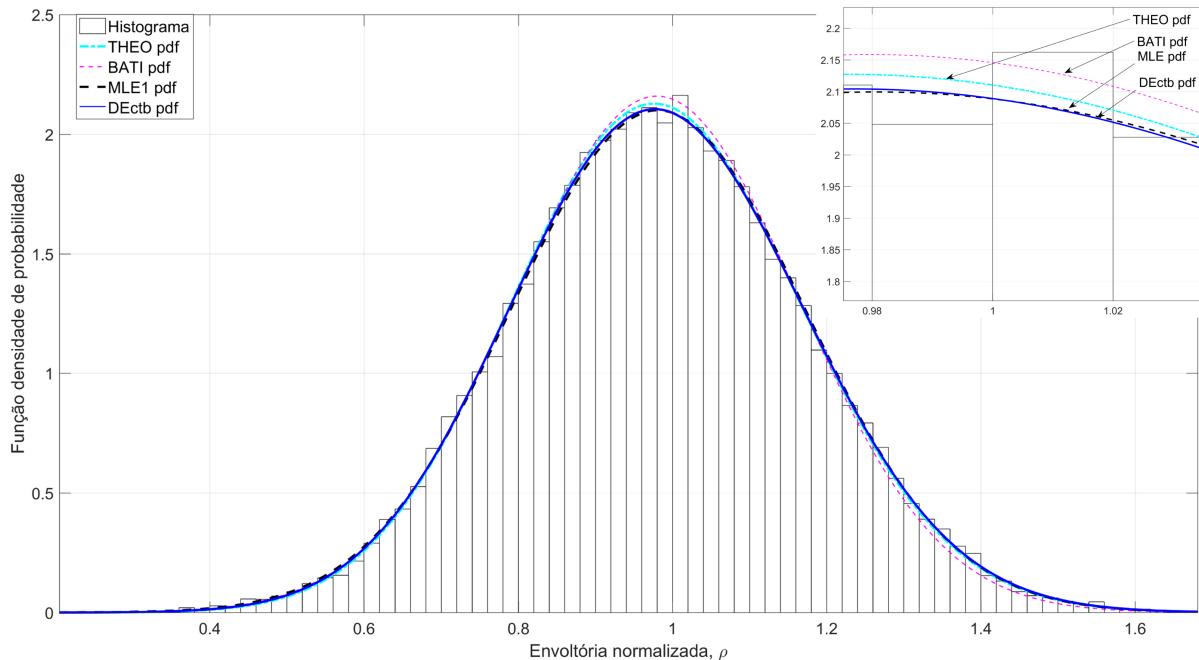
Ao analisar os testes realizados na Tabela 6.8, todas as estimativas realizadas com os DEs e DE-AGMs obtiveram um alto grau de sucesso no teste de KS, ou seja,  $H_0$  era verdadeiro e apresentou  $p - value > 0,05$ , indicando excelentes resultados para o teste de GOF (ver Anexo A.1.1) (COGLIATTI; SOUZA, 2013; FRANK; MASSEY, 1951; RENNÓ; SOUZA; YACOUB, 2018; SOUZA; RIBEIRO; GUIMARÃES, 2015). Por outro lado, os testes de KS realizados para as estimativas realizadas com o 494º conjunto de amostras pelo teste MLEl e com o 63º conjunto de amostras estimado pelo GA, obtiveram  $p - value < 0,05$ , não garantindo um resultado excelente.

Conforme observado nos testes realizados na Tabela 6.8, todas as estimativas realizadas com os EAs e relatadas na Tabela 6.9 obtiveram sucesso no teste de KS, ou seja, apresentaram  $p - value > 0,05$  e, como tal, obtiveram excelentes resultados no teste de GOF

(COGLIATTI; SOUZA, 2013; FRANK; MASSEY, 1951; RENNÓ; SOUZA; YACOUB, 2018; SOUZA; RIBEIRO; GUIMARÃES, 2015).

Todos os testes realizados neste estudo com o estimador EA proposto apresentaram um alto nível de conformidade entre a pdf e a CDF obtidas dos conjuntos de amostras e dos parâmetros estimados, o que corrobora a qualidade do ajuste entre os sinais simulados e entre a distribuição  $\alpha - \kappa - \mu$  em função dos parâmetros estimados. Para ilustrar esse fato, considerando o 494º conjunto de amostras gerado pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  proposto configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ , as Figuras 6.9 e 6.10 mostram, respectivamente, a qualidade de ajuste entre as pdfs e CDFs obtidas para THEO ( $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ ); teste BATI ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{2, 2959; 2, 4253; 2, 8383\}$ ); teste MLEl ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{1, 9718; 11, 3087; 1, 1289\}$ ); e DEctb ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{1, 9577; 2, 9699; 3, 2391\}$ ). Destaca-se aqui o alto nível de conformidade entre as curvas pdf e CDF obtidas para BATI, THEO, MLEl, DEctb e as obtidas no 494º conjunto de amostras do simulador.

Figura 6.9 – pdfs do canal  $\alpha - \kappa - \mu$  para parâmetros teóricos, THEO ( $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ ); teste BATI ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{2, 2959; 2, 4253; 2, 8383\}$ ); teste MLEl ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{1, 9718; 11, 3087; 1, 1289\}$ ); e DEctb ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{1, 9577; 2, 9699; 3, 2391\}$ )

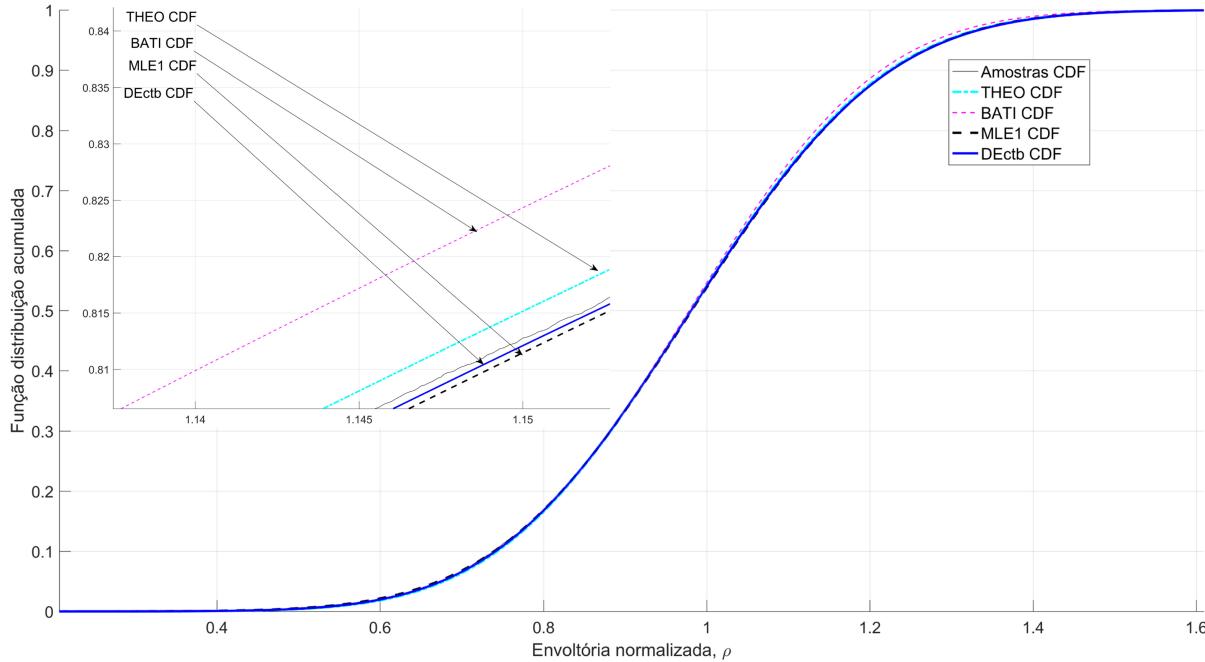


Fonte: Elaborada pelo autor

### 6.3.2.5 Tempo de Estimação

A partir das Tabelas 6.8 e 6.9 foram plotadas as Figuras 6.11 e 6.12 que visam prover uma comparação visual entre os tempos de estimação dos EAs propostos e do algoritmo MLE tradicional. Nesses gráficos, o tempo médio de 51 execuções independentes para

Figura 6.10 – CDFs do canal  $\alpha - \kappa - \mu$  para parâmetros teóricos, THEO ( $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ ); teste BATI ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{2, 2959; 2, 4253; 2, 8383\}$ ); teste MLEl ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{1, 9718; 11, 3087; 1, 1289\}$ ); e DEctb ( $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{1, 9577; 2, 9699; 3, 2391\}$ )



Fonte: Elaborada pelo autor

cada EA e os tempos necessários para executar o algoritmo MLE são representados para as estimativas dos conjuntos de amostras analisados.

O maior tempo médio,  $T$ , para as estimativas realizadas pelo algoritmo MLE, para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ , foi de 82,76 s para o teste MLEl, e o menor foi de 7,60 s para o teste MLEh (Tabela 6.8 e Figura 6.11). Nesse caso, como dito anteriormente, o teste MLEl refere-se às estimativas realizadas com o 494º conjunto de amostras; o teste MLEh refere-se às estimativas realizadas com o 63º conjunto de amostras; e o teste MLEu refere-se às estimativas realizadas com o 329º conjunto de amostras. Observa-se que as estimativas com o GA demandou tempo muito maior que todos os outros algoritmos de estimação analisados. Já considerando-se os estimadores DEs e DE-AGMs propostos, o maior tempo médio de simulação foi de 6,52 s para o teste AGM2F (63º conjunto de amostras) que é 1,17 vezes mais rápido que o menor tempo médio demandado pelo algoritmo MLE, e 1,65 vezes mais rápido que o tempo médio demandado pelo algoritmo MLE.

Por outro lado, ao se considerar os 500 conjuntos de amostras gerados pelo simulador configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$ , o tempo médio,  $T$  foi de 19,38 s. Como visto na Figura 6.12 e na Tabela 6.9, o GA proposto apresentou um  $T$  bem acima do apresentado pelo algoritmo MLE. Considerando os estimadores DEs e DE-AGMs propostos, o maior tempo médio de simulação foi de 6,79 s para o teste AGM2F (309º conjunto de amostras),

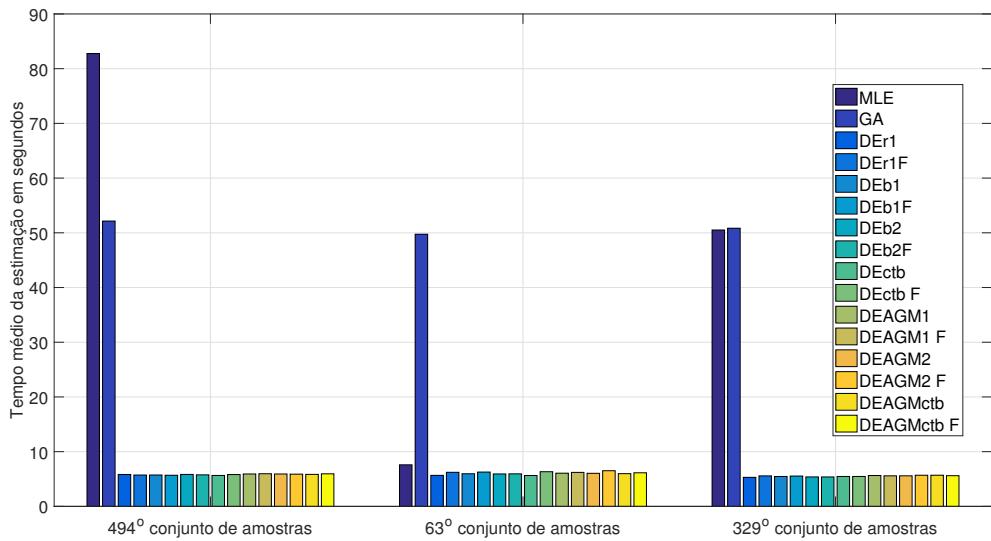


Figura 6.11 – Tempo médio da estimação para os testes MLE, GA, DER1, DER1F, DEB1, DEB1F, DEctb, DEctbF, AGM1, AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2, e AGM2F para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador de desvane- cimento  $\alpha - \kappa - \mu$  configurado para  $\theta = \{2; 2; 4\}$

Fonte: Elaborada pelo autor

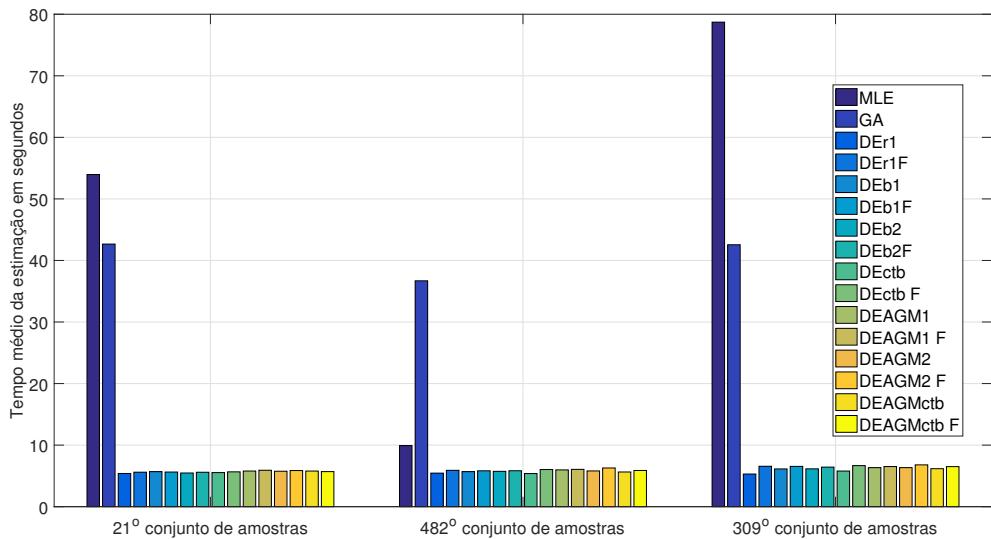


Figura 6.12 – Tempo médio da estimação para os testes MLE, GA, DER1, DER1F, DEB1, DEB1F, DEctb, DEctbF, AGM1, AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2, e AGM2F para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador de desvane- cimento  $\alpha - \kappa - \mu$  configurado para  $\theta = \{3.5, 0.7, 7.5\}$

Fonte: Elaborada pelo autor

esse tempo é 2,85 vezes menor que o tempo médio do algoritmo MLE, e 1,46 vezes mais rápido que o menor tempo médio ( $T=9,92\text{ s}$ ) obtido pelo algoritmo MLE em um conjunto de amostras (no caso, o de número 63 referente ao teste MLEh).

Como averiguado nos testes registrados na Seção 6.3.1.5, em relação às complexidades temporais, o GA apresenta eficiência computacional menor do que dos tradicionais DEs e dos DE-AGMs. Esse fato pode ser confirmado nas Figuras 6.11 e 6.12 e nas Tabelas 6.8 e 6.9, onde o tempo de estimação do GA é maior que o apresentado pelos DEs tradicionais e pelos DE-AGMs. Das Figuras 6.11 e 6.12 e das Tabelas 6.8 e 6.9, observa-se, novamente, que os tempos médios de estimação estão em linha com a afirmação dada em (CAI et al., 2019) de que a complexidade de tempo dos DE-AGMs é computacionalmente eficiente quando comparada aos DEs tradicionais.

## 6.4 Conclusão

Uma vez que o desempenho dos EAs depende da escolha da  $\text{Fit}(\cdot)$ , na Seção 6.2 foram testadas três opções para servir como  $\text{Fit}(\cdot)$  para a estimação dos parâmetros de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ . Devido à sua simplicidade matemática, e como visto nos teste das Tabelas 6.1 e 6.2, o cálculo da  $\text{Fit}(\cdot)$  pela Equação (6.3) que descreve o MSE é mais rápida que o cálculo das funções de máxima verossimilhança (Equações (3.6) e (3.5)) que caracterizam a  $\text{Fit}_L(\cdot)$ ; ou que o cálculo da  $\text{Fit}_{CDF}(\cdot)$ . Por ser comparativamente mais rápida que as outras funções testadas, o que impacta profundamente no tempo de execução dos algoritmos, a  $\text{Fit}_{pdf}(\cdot)$  calculada pela Equação (6.3) foi escolhida como a  $\text{Fit}(\cdot)$  para os EAs propostos neste trabalho. O uso dessa  $\text{Fit}_{pdf}(\cdot)$  e os EAs propostos para a estimação dos parâmetros de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ , constituem-se em contribuições deste trabalho de doutoramento.

Como esperado, foi comprovado neste capítulo, através de testes de desempenho comparativos, que os EAs propostos para a estimação dos parâmetros de desvanecimento dos canais  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  apresentam baixo tempo de execução, que sempre encontram uma solução respeitando as restrições do problema, e que apresentem desempenho compatível ou superior ao tradicional método de estimação de parâmetros MLE. A partir dos testes realizados neste capítulo será feita a seguir uma análise comparativa entre às estratégias utilizadas nos EAs para a estimação de parâmetros propostos dando destaque às estratégias de melhor desempenho nos testes realizados.

Como visto na Seção 6.3 e pelos resultados explicitados nas Tabelas 6.3 e 6.4, observa-se que os DEs e DE-AGMs propostos para a estimação dos parâmetros de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  apresenta um alto nível de robustez, tempo de estimação menor e  $\text{Fit}(\cdot)$  compatível com o apresentado pelo tradicional método de estimação MLE. A Tabela 6.14 foi concebida a partir das Tabelas 6.3, 6.4 e 6.7. A Tabela 6.14 mostra os testes que obtiveram as três primeiras posições para os melhores resultados para robustez (menores

valores de  $IQR$ , e valores mais altos para as percentagens  $LQ < Fit(\cdot)$  e  $UQ < Fit(\cdot)$ ), desempenho de erro (mais baixos valores de  $Fit(\cdot)$ ), menores tempos de simulação, e os três primeiros postos obtidos no teste de Friedman. Conforme visto na Tabela 6.14 os testes que obtiveram os menores valores de  $IQR$  equivalem às estratégias que apresentaram maior robustez: DE/best/1/bin (teste DEb1), DE/best/1/bin com  $F$  adaptativo (teste DEb1F) e DE-AGM/2/bin com  $F$  adaptativo (AGM2F teste) para as estimativas de conjuntos de amostras gerados pelo simulador proposto configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ . Para o conjuntos de amostras gerados pelo simulador proposto configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$ , as estratégias foram: DE/rand/1/bin com  $F$  adaptativo (teste DEr1F), DE/best/1/bin (teste DEb1) e DE/ctb/1/bin com  $F$  adaptativo (teste DEctbF).

O bom desempenho dos algoritmos que usam a técnica com  $F$  adaptativo também foi verificado nos testes não paramétricos de Friedman e Wilcoxon registrados nas Tabelas 6.5, 6.6, 6.7, 6.10, 6.11, 6.12, e 6.13. Observando o teste de Wilcoxon, em todos os embates dos algoritmos com sua versão que utiliza a técnica com  $F$  adaptativo, estes últimos ou ganharam ou o teste de Wilcoxon não forneceu resultados estatisticamente significativos. E, pela classificação fornecida pelo teste de Friedman, observa-se, mais uma vez, a coesão entre os resultados apresentados entre os boxplots e os testes não paramétricos, onde se destacam os DEs e DE-AGMs e a técnica com  $F$  adaptativo.

Tabela 6.14 – Análise de desempenho do algoritmo de estimação de parâmetros proposto nos testes registrados nas Tabelas 6.3, 6.4 e 6.7

Simulador $\alpha - \eta - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{2, 2, 1\}$					
$Fit(\cdot)$	$LQ < Fit(\cdot)$	$UQ < Fit(\cdot)$	$IQR$	Friedman	$T[s]$
DEr1F	DEb1	Todos menos o GA	DEr1F	DEb1	DEr1F
DEb1F	DEb1F		DEb1F	DEb2	DEb1F
DEctbF	DEctbF		AGM2F	AGM2	DEctbF
	DEb2F				
Simulador $\alpha - \eta - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$					
$Fit(\cdot)$	$LQ < Fit(\cdot)$	$UQ < Fit(\cdot)$	$IQR$	Friedman	$T[s]$
DEr1F	DEr1F	Todos menos o GA	DEr1F	DEb1F	DEr1F
DEb1	DEb1		DEb1	DEctbF	DEb1
DEctbF	DEb1F		DEctbF	DEb2F	DEb1F
	DEb2				
	DEb2F				
	DEctb				
	DEctbF				
	AGM1F				
	AGMctbF				
	AGM2F				

Fonte: Elaborada pelo autor

Como vistos na Tabelas 6.3 e 6.4, o teste que obteve os melhores resultados em robustez (menores valores de  $IQR$ , e maiores valores para as porcentagens  $LQ < Fit$  e  $UQ < Fit$ ) foi o teste DEctb para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ , e o teste DEb1 para  $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$ . Os testes que apresentaram melhores performance de erro (menores valores da  $Fit(\cdot)$ ) foram os DEs. E, quanto ao tempo de estimação (menores valores), para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$  o melhor teste foi o DER1, e para  $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$  foi o teste DEctb.

As estratégias DE/rand/1/bin com  $F$  adaptativo (teste DER1F), DE/best/1/bin com  $F$  adaptativo (teste DEb1F) e DE/c-t-b/1/bin com  $F$  adaptativo (teste DEctbF) foram as três que obtiveram os melhores resultados de desempenho de erro (menores  $Fit(\cdot)$ ) considerando-se as estimativas das amostras geradas pelo simulador proposto configurado tanto para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ , como para  $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$  (Tabela 6.14). Mais uma vez, nota-se o bom desempenho dos DEs com a técnica  $F$  adaptativo. A coluna  $T$  (Tabela 6.14) registra que as estratégias DE/rand/1/bin com  $F$  adaptativo (DER1F) e DE/best/2/bin com  $F$  adaptativo (teste DEb2F) estão entre as três que demandaram menos tempo de execução em todos os testes realizados no presente estudo. Considerando-se as estimativas das amostras geradas pelo simulador proposto configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ , a outra estratégia que completa o pódio é a DE/best/1/bin com a técnica  $F$  adaptativo (DEb1F); e a DE/c-t-b/1/bin com a técnica  $F$  adaptativo (teste DEctbF) considerando as estimativas das amostras geradas pelo simulador proposto configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$ .

Levando em consideração os EAs propostos para a estimação dos parâmetros de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$ , verificou-se que esses EAs apresentam resultados compatíveis com os tradicionais algoritmos de estimação MLE. A Tabela 6.15 apresenta sucintamente a análise de desempenho do algoritmo de estimação de parâmetros proposto nos testes registrados nas Tabelas 6.8, 6.9, 6.12, e 6.13. Além do mais, a Tabela 6.15 mostra os testes que obtiveram as duas primeiras posições para os melhores resultados para robustez (menores valores de  $IQR$ , e valores mais altos para as percentagens  $LQ < Fit(\cdot)$  e  $UQ < Fit(\cdot)$ ), desempenho de erro (mais baixos valores de  $Fit(\cdot)$ ), menores tempos de simulação, e os três primeiros postos obtidos no teste de Friedman. Pelos resultados apresentados ao longo deste estudo e resumidos nas Tabelas 6.8 e 6.9, não obstante os DEs apresentarem tempos de execução muito próximos, há de se destacar as estratégias DE/best/1/bin (teste DEb1) e DE/c-t-b/1/bin (teste DEctb) que figuraram como os dois melhores testes nos quesitos robustez e desempenho de erro, apresentando os menores valores de  $Fit(\cdot)$ , bem como, apresentaram a robustez mais elevadas. Como visto na Figura 6.7 e nas Tabelas 6.8, 6.9, e 6.15, todas os estimadores DEs e DE-AGMs apresentam uma robustez e tempo de execução visivelmente melhores do que os apresentados pelo GA. As estratégias DE-AGM/IEG/2 com a técnica  $F$  adaptativo (teste AGM2F), DE/best/2/bin com a técnica  $F$  adaptativo (teste DEb2F), e DE/c-t-b/1/bin com a técnica  $F$  adaptativo (teste DEctbF) apresentaram a robustez mais elevada entre os EAs estudados.

Como visto na Seção 6.3.2.5, nas Figuras 6.11 e 6.12; e nas Tabelas 6.8 e 6.9; os GAs

apresentam menor eficiência computacional quando comparado com os DEs e DE-AGMs. Os testes registrados na Seção 6.3.2.5 (6.11 e 6.12; e nas Tabelas 6.8 e 6.9) corroboram com o que foi dito em (CAI et al., 2019); os testes indicam que a complexidade de tempo dos DE-AGMs é computacionalmente eficiente quando comparada aos tradicionais DEs. Observa-se desses testes que os tempos de execução dos DEs são muito próximos, com destaque para as estratégias DE/rand/1/bin (teste DEr1), que apareceu 5 vezes (em 6 possíveis) entre os dois primeiros, e DE/c-t-b/1/bin (teste DEctb), que apareceu 4 vezes. Como era esperado, devido ao aumento do peso computacional ao se adicionar mais linhas de códigos, as estratégias que utilizam o GA demandaram maior tempo de execução. Tendo em vista a relação entre tempo de estimação, desempenho de erro e robustez, é perceptível que os DEs com a técnica  $F$  adaptativo apresentam o melhor desempenho, ou seja, menor tempo de estimativa, maior robustez e menores valores de  $Fit(\cdot)$ , vide Tabelas 6.15, 6.8 e 6.9 e Seção 6.3.2. Apesar de apresentar desempenhos muito próximos, no geral,

Tabela 6.15 – Análise de desempenho do algoritmo de estimação de parâmetros proposto nos testes registrados nas Tabelas 6.8, 6.9, 6.12, e 6.13.

NCA <sup>a</sup>	$LQ$	$Fit(\hat{\theta})$	$UQ$	$IQR$	Friedman	$T$
Simulador de desvanecimento $\alpha - \kappa - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{2, 2, 4\}$						
494	DEctbF AGM2F	DEb2F AGM2F	DEb2F AGM2F	DEb2F AGM2F	DEr1F AGMctbF DEctb DEb2F	DEb1F
63	DEctbF AGM2F	DEctbF AGM2F	DEctbF AGM2F	DEctbF AGM2F	AGMctbF DER1F	DEr1 DEctb
329	DEctbF AGM2F	DEb2F DEctbF	DEb2F AGM2F	DEb2F AGM2F	DEb2F AGMctbF	DEr1 DEb2F
Simulador de desvanecimento $\alpha - \kappa - \mu$ ajustado para $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$						
21	DEctbF AGM2F	DEb2F AGM2F	DEb2F AGM2F	DEb2F DER1F AGM2F	DEb2F DEctbF AGMctbF DEr1F	DEr1 DEb2
482	DEctbF AGM2F	DEctbF AGM2F	DEb2F AGM2F	DEb2F DEctbF	DEctbF AGMctbF DEb2F	DEr1 DEctb
309	DEctbF AGM2F	DEb2F AGM2F	DEb2F AGM2F	DEb2F AGM2F	DEb2F DEctbF AGMctbF DEr1F	DEr1 DEctb

<sup>a</sup> Número do conjunto de amostras

a estratégia proposta do AGM/IEG/2 com a técnica  $F$  adaptativo apresentou o melhor desempenho, ao contrário do DE tradicional, que apresentou o pior desempenho nos testes realizados.

Os resultados alcançados para o estimador de parâmetros  $\alpha - \eta - \mu$  desenvolvido com o DE tradicional foram publicados no artigo (LEMOS; VEIGA; FASOLO, 2021a). As Seções 6.2 e 6.3.1 expandem esses resultados apresentando novos estimadores GA e DE-AGM, e, em seguida, comparando esses com o estimador baseado no DE. Já os resultados obtidos na Seção 6.3.2 que analisa os EAs propostos para a estimação dos parâmetros de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  foram apresentados no artigo (LEMOS; VEIGA; FASOLO, 2021b). A Seção 6.3.2 expande os resultados apresentados no artigo (LEMOS; VEIGA; FASOLO, 2021b) ao apresentar e comentar os resultados obtidos dos testes não paramétricos de Wilcoxon e Friedman, complementando assim a análise estatística realizada.

# CAPÍTULO 7

## Conclusão

### 7.1 Introdução

O presente capítulo inicia-se com a Seção 7.2 que aborda as principais contribuições oriundas do presente trabalho, elencando os aspectos relevantes, entraves e aprendizados adquiridos. Na Seção 7.3 são apresentadas as divulgações científicas advindas do presente trabalho. Este capítulo é finalizado com Seção 7.4 onde são propostos possíveis norteadores para trabalhos futuros.

### 7.2 Principais Contribuições

Vários foram os caminhos percorridos e entraves que surgiram até a consolidação das técnicas propostas. A revisão bibliográfica proporcionou sinais norteadores que auxiliaram, de forma decisiva, na escolha dos simuladores e algoritmos mais adequados.

O uso dos EAs, especialmente dos DEs e DE-AGMs, para a estimação de parâmetros permitiu criar estimadores de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  com desempenho superior, ou no mínimo, semelhante aos tradicionais estimadores MLE. Os inovadores simuladores de canais desvanecidos  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  propostos no presente trabalho permitiram expandir a faixa de geração para o parâmetro de desvanecimento  $\mu$ .

Os principais objetivos tencionados, a saber, a concepção de algoritmos para a estimação de parâmetros  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  que apresentem baixo tempo de execução, que não ultrapassassem os limites do problema (i.e., que estimassem parâmetros fisicamente aceitáveis) e que apresentassem desempenho compatível com o tradicional estimador MLE e; a concepção de simuladores de desvanecimento para esses canais móveis que gerassem dados experimentais para servir como sinal de entrada para os estimadores propostos. Esses alvos foram alcançados, destarte, abriu-se inúmeras possibilidades e caminhos para seguir.

Os simuladores de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  configuram umas das mais relevantes contribuições apresentadas neste documento. Tais simuladores mostraram-se

capazes de gerar amostras com elevadas eficiência e qualidade de ajuste (validada através do teste de KS). Através deles é possível ver a influência dos parâmetros  $\alpha$ ,  $\eta$ ,  $\kappa$  e  $\mu$  de desvanecimento, da velocidade da estação móvel, e de outros entraves do sinal transmitido. E, por meio da escolha dos valores dos parâmetros  $\alpha$ ,  $\eta$ ,  $\kappa$  e  $\mu$  de desvanecimento foi possível simular outros canais móveis aproximados de forma exata pelas distribuições  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ .

A concepção do simulador de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  foi baseada no modelo de Clarke e Gans. A inovação que ele trás de expandir a faixa de geração para o parâmetro de desvanecimento  $\mu$ , só foi possível ao se utilizar o gerador semi-Gaussiana positiva para obter os valores fracionários de  $\mu = 0,25$  (equivalente à meio *cluster*) no simulador  $\alpha - \eta - \mu$ , e ao se utilizar o gerador Hoyt para gerar os *clusters* inteiros (valores de  $\mu = m/2, m \in \mathbb{N}^*$ , múltiplos inteiros de 0,5). De forma semelhante, a concepção do simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$ , que também se baseou no modelo de Clarke e Gans, inovou ao utilizar o gerador semi-Gaussiana positiva para obter os valores fracionários de  $\mu = 0,5$  (equivalente à meio *cluster*) e o gerador Rice para simular os *clusters* inteiros (valores de  $\mu = m, m \in \mathbb{N}^*$ , múltiplos inteiros de 1). Essas contribuições são significativas, pois à medida que a faixa de geração do parâmetro  $\mu$  se expande, constitui uma melhoria em relação aos simuladores atuais.

A proposta de algoritmos de estimação dos parâmetros de desvanecimento dos canais  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  baseados nos EAs é talvez a contribuição mais relevante do presente trabalho. Foi verificado através de testes comparativos que os EAs propostos para estimar os parâmetros de desvanecimento que descrevem os canais móveis  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ , quando comparado ao tradicional algoritmo de estimação MLE, sempre encontram uma solução dentro dos limites do problema com uma velocidade computacional significativamente melhor. Foi comprovado ainda que os EAs propostos apresentam elevada robustez e possuem desempenho em termos de erro e qualidade de ajuste, semelhante ou superior ao apresentado pelo tradicional MLE.

Apesar dos EAs serem reconhecidamente indicados para problemas de otimização, a inovação proposta neste trabalho de doutoramento é o seu uso para a estimação dos parâmetros de desvanecimento dos canais móveis  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ . A concepção dos EAs propostos que apresentam desempenho igual ou superior aos tradicionais MLEs, porém com tempo de estimação menor, só foi possível pela adoção da correta  $Fit(\cdot)$ , que no caso foi a minimização do MSE e se constitui em mais uma contribuição. O cálculo da  $Fit(\cdot)$  pela Equação (6.3) que descreve o MSE é bem mais simples matematicamente e mais rápida que, por exemplo, o cálculo das funções de máxima verossimilhança (Equações (3.5)) e (3.6).

A excelente qualidade de ajuste apresentada pelos EAs propostos para a estimação dos parâmetros de desvanecimento dos canais  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  foi verificada quantitivamente pelo teste de KS. O fato do algoritmo MLE ter encontrado parâmetros de desvanecimento

com valores negativos implica que esse algoritmo nem sempre garante a estimativa de parâmetros fisicamente aceitáveis, extrapolando o problema. Por outro lado, como visto nos testes realizados, os EAs sempre garantem estimativas fisicamente aceitáveis.

Foram realizados testes nos EAs propostos para a estimação dos parâmetros de desvanecimento dos canais  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  que consideraram a relação entre o tempo de simulação, o desempenho do erro (explicitado pela  $Fit(\cdot)$ ) e a robustez (explicitada pelo boxplot, e pelos testes não paramétricos de Wilcoxon e de Friedman). Esses testes mostraram que muito poucas vezes o MLE obteve melhores resultados do que os DEs e DE-AGMs propostos. Uma vez que o MLE analisado usa pontos de busca iniciais,  $\boldsymbol{\theta}_0$ , pode ocorrer que a escolha correta desses valores faça com que a estimativa seja a solução ótima ou algo próximo da solução ótima. No entanto, encontrar os valores de  $\boldsymbol{\theta}_0$  que levam à solução ótima é outro problema de otimização. Esses testes realizados demonstraram ainda que a proposta de inserir a técnica  $F$  adaptativo nos DEs e DE-AGMs trouxe um aumento significativo na robustez e no desempenho de erro desses estimadores de parâmetros. Por outro lado, os GAs apresentaram os tempos de execução mais elevados e os menores valores de robustez entre os EAs avaliados. Além disso, a nova estratégia de mutação proposta neste estudo, DE-AGM/IEG/2 se mostrou muito eficiente e competitiva entre os EAs analisados.

Outra contribuição à comunidade acadêmica é a apresentação dos procedimentos de forma documentada, com fundamentação matemática e codificação própria através desta obra. Além disso, como detalhado na Seção 7.3, foram apresentadas em congresso as contribuições originais simuladores de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  vistas no Capítulo 5 (FASOLO et al., 2018a; FASOLO et al., 2018b). Por fim, foram publicados, em revistas qualificadas nas áreas de matemática e engenharias IV, artigos que versam sobre os algoritmos EAs propostos para a estimação dos parâmetros de desvanecimento dos canais móveis  $\alpha - \eta - \mu$  (LEMOS; VEIGA; FASOLO, 2021a) e  $\alpha - \kappa - \mu$  (LEMOS; VEIGA; FASOLO, 2021b).

## 7.3 Trabalhos Publicados Pelo Autor

Este trabalho produziu as divulgações científicas citadas nas seções seguintes.

### 7.3.1 Revistas

1. LEMOS, C. P.; VEIGA, A. C. P.; FASOLO, S. A. A differential evolution algorithm for estimating mobile channel parameters  $\alpha - \eta - \mu$ . **Expert Systems with Applications**, v. 168, p. 114357, 2021. ISSN 0957-4174. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417420310393>>.

Nesse artigo foram publicados os resultados alcançados para o estimador de parâmetros  $\alpha - \eta - \mu$  desenvolvido com o DE tradicional proposto no Capítulo 6, e o simulador de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  proposto no Capítulo 5.

Os revisores dessa revista destacaram a qualidade e a importância do artigo para a comunidade acadêmica. Este fato demonstra a relevância e auspiciosidade do trabalho.

2. \_\_\_\_\_. Estimation of  $\alpha - \kappa - \mu$  mobile fading channel parameters using evolutionary algorithms. **Telecommunication Systems**, Springer Science and Business Media LLC, p. 1–23, jan 2021. ISSN 1018-4864. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007%2Fs11235-020-00743-0>>.

Nesse artigo foram publicados os resultados alcançados para o estimador de parâmetros  $\alpha - \kappa - \mu$  desenvolvido com os EAs (GA, DEs e DE-AGMs) propostos nos Capítulo 6.

Os revisores dessa revista enalteceram o caráter acadêmico e a exposição do trabalho que explora os EAs (GA, DEs e DE-AGMs). Indo além, foi dito que o artigo preenche a lacuna de informação na literatura que faz a ponte entre teoria e prática.

### 7.3.2 Evento

Os simuladores de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  propostos no Capítulo 5 foram apresentados na ENCOM 2018 - VIII Conferência Nacional em Comunicações, Redes e Segurança da Informação, através dos artigos abaixo listados:

1. FASOLO, S. A. et al. Simulador para sinais com desvanecimento rápido para o modelo  $\alpha - \eta - \mu$ . In: **ENCOM 2018 - VIII Conferência Nacional em Comunicações, Redes e Segurança da Informação**. [s.n.], 2018. Disponível em: <[https://iecom.org.br/encom2018/others/anais\\_encom2018.pdf](https://iecom.org.br/encom2018/others/anais_encom2018.pdf)>.
2. \_\_\_\_\_. Simulador para sinais com desvanecimento rápido para o modelo  $\alpha - \kappa - \mu$ . In: **ENCOM 2018 - VIII Conferência Nacional em Comunicações, Redes e Segurança da Informação**. [s.n.], 2018. Disponível em: <[https://iecom.org.br/encom2018/others/anais\\_encom2018.pdf](https://iecom.org.br/encom2018/others/anais_encom2018.pdf)>.

## 7.4 Trabalhos Futuros

Ao aprofundar os estudos, é possível o desenvolvimento de algoritmos que permitam a criação de geradores  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  mais eficientes e rápidos, bem como geradores de outros canais baseados em outras distribuições como a  $\alpha - \eta - \kappa - \mu$ . Assim, um bom aspecto para trabalhos futuros é o desenvolvimento de simuladores de desvanecimento

$\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  que considerem o efeito Doppler e que sejam capazes de gerar amostras para qualquer valor de  $\alpha$ ,  $\eta$ , e  $\mu$ ; ou para qualquer valor de  $\alpha$ ,  $\kappa$ , e  $\mu$  conforme o simulador.

Outra sugestão para futuras pesquisas é o uso dos EAs!s para canais  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ , propostos neste trabalho, na estimação dos parâmetros de desvanecimento de canais rádios móveis reais, usando análise de medidas de sinais de recepção obtidas em campo. Essas estimativas poderiam ser utilizadas para o testar o desempenho do sistema de comunicação móvel de quinta geração (5G) e, principalmente, na geração de parâmetros para o desenvolvimento do projeto do futuro 6G.

Como todos os algoritmos bio-inspirados, os EAs abordados no presente estudo não garantem a solução ótima, podendo ficar presos em eventuais mínimos locais. Futuras pesquisas podem ser realizadas para aumentar a chance de se aproximar da solução ótima. Inicialmente pode-se buscar novas topologias populacionais. Pode-se ainda testar, mesclar, ou criar novos algoritmos bio-inspirados que aumentem a pressão seletiva entre pais e descendentes. E, como é difícil encontrar os parâmetros ótimos de configuração do algoritmo, pode ser interessante implementar estratégias auto adaptativas para encontrá-los. Buscando melhorar a capacidade de convergência, rapidez e robustez dos estimadores EAs, serão investigadas no futuro outras técnicas adaptativas ou auto adaptativas, e técnica de escolha dos indivíduos para a próxima geração conforme sua característica de busca no mínimo local ou de buscas mais amplas que escapem do mínimo local.

As possibilidades de aplicação das técnicas propostas são diversas. Além disso, os conceitos utilizados na proposição dos EAs e nos simuladores de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  podem ser utilizados na simulação e estimação de parâmetros de outros canais, como o  $\alpha - \eta - \kappa - \mu$ , ou para outras distribuições que modelem outros fenômenos físicos.

As técnicas propostas se apresentam promissoras e se espera que diversos outros trabalhos possam surgir nos próximos anos.



---

## Referências

- ABD-ELFATTAH, A. Goodness of fit test for the generalized rayleigh distribution with unknown parameters. **Journal of Statistical Computation and Simulation**, 2010.
- ABDULJABBAR, D.; HASHIM, S.; SALLEHUDDIN, R. Nature-inspired optimization algorithms for community detection in complex networks: a review and future trends. **Telecommunication Systems**, n. 74, p. 225–252, Jun. 2020.
- ABRANOWITZ, M.; STEGUN, I. **Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables**. [S.l.]: Dover Publications, 1972.
- AL-DABBAGH, R. D. et al. Algorithmic design issues in adaptive differential evolution schemes: Review and taxonomy. **Swarm and Evolutionary Computation**, v. 43, p. 284 – 311, 2018. ISSN 2210-6502. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2210650217305837>>.
- ALDALGAMOUNI, T. et al. Capacity analysis of  $\alpha - \eta - \mu$  channels over different adaptive transmission protocols. **IET Communications**, v. 17, n. 7, 2017.
- ALI, M.; TÖRN, A. Population set-based global optimization algorithms: some modifications and numerical studies. **Computers & Operations Research**, v. 31, n. 10, p. 1703–1725, 2004. ISSN 0305-0548.
- ALMEIDA, C. F. M.; KAGAN, N. Aplicação de algoritmos genéticos e teoria dos conjuntos fuzzy no dimensionamento de sistemas de monitoração para redes de transmissão de energia elétrica. **Revista Controle & Automação**, v. 21, n. 4, p. 363–378, 2011. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/ca/v21n4/a04v21n4.pdf>>.
- ANJOS, A. A. dos et al. Higher order statistics for the  $\alpha - \eta - \kappa - \mu$  fading model. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 66, n. 6, p. 3002 – 3016, 2018.
- AWAD, N. H. et al. An efficient differential evolution algorithm for stochastic opf based active-reactive power dispatch problem considering renewable generators. **Applied Soft Computing**, v. 76, p. 445 – 458, 2019. ISSN 1568-4946.
- BADARNEH, O. Error rate analysis of m-ary phase shift keying in  $\alpha - \eta - \mu$  fading channels subject to additive laplacian noise. **IEEE Communications Letters**, v. 19, n. 7, 2015.

- BAIN, L. J.; ENGELHARDT, M. **Statistical analysis of reliability and life-testing models : theory and methods.** 2 ed.. ed. [S.l.]: CRC Press, 1991.
- BATISTA, F. P. **Estimação de Parâmetros por Máxima Verossimilhança para Ambientes Generalizados do Canal sem Fio.** Dissertação (Mestrado) — Instituto Nacional de Telecomunicações, 2015.
- BATISTA, F. P.; SOUZA, R. A. A.; RIBEIRO, A. M. O. Maximum likelihood estimator for the  $\alpha - \kappa - \mu$  fading environment. In: IEEE (Ed.). **2016 IEEE Wireless Communications and Networking Conference.** [S.l.]: IEEE, 2016. p. 1–6.
- BATISTA, F. P.; SOUZA, R. A. A. de; RIBEIRO, A. M. O. Maximum likelihood estimator for the  $\alpha - \eta - \mu$  fading environment. In: IEEE (Ed.). **IEEE Radio and Wireless Week (RWW2016).** [S.l.]: IEEE, 2016. p. 133–136.
- BRAUN, W. D. A physical mobile radio channel. **IEEE Trans. Veh. Technol.**, v. 40, p. 472–482, 1991.
- BUSH, J. G. et al. Modified cramer-von mises and anderson-darling tests for weibull distributions with unknown location and scale parameters. **Communications in Statistics - Theory and Methods**, v. 2:21, 2465-2476, 1983. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1080/03610928308828613>>.
- CAI, Y. et al. Differential evolution with adaptive guiding mechanism based on heuristic rules. **IEEE Access**, v. 7, p. 58023–58040, 2019. ISSN 2169-3536.
- \_\_\_\_\_. Neighborhood guided differential evolution. **Soft Computing**, v. 21, n. 16, p. 4769–4812, Aug. 2017. ISSN 1433-7479. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s00500-016-2088-z>>.
- CHRISTANTO, G. Time complexity analysis of the implementation of sorting algorithms. 04 2019.
- CLARKE, R. H. A statistical theory of mobile-radio reception. **Bell Systems Technical Journal**, v. 47, n. 6, p. 957–1000, 1968.
- COGLIATTI, R.; SOUZA, R. A. A. A near-100% efficient algorithm for generating  $\alpha - \kappa - \mu$  and  $\alpha - \eta - \mu$  variates. In: IEEE (Ed.). **Vehicular Technology Conference (VTC Fall), 2013 IEEE 78th.** [S.l.: s.n.], 2013. p. 1–5.
- COGLIATTI, R.; SOUZA, R. A. A.; YACOUB, M. D. Practical, highly efficient algorithm for generating  $\kappa - \mu$  and  $\eta - \mu$  variates and a near-100% efficient algorithm for generating  $\alpha - \mu$  variates. **IEEE Communications Letters**, v. 16, n. 11, p. 1768–1771, 2012.
- COSTA, D. B. **Contribuições Teóricas para Ambientes Generalizados do Canal sem Fio.** Tese (Tese de Doutorado) — UNICAMP - Universidade Estadual de Campinas; Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, 2008.
- DAS, S.; MULLICK, S. S.; SUGANTHAN, P. Recent advances in differential evolution – an updated survey. **Swarm and Evolutionary Computation**, v. 27, p. 1–30, 2016. ISSN 2210-6502. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2210650216000146>>.

- DAS, S.; SUGANTHAN, P. N. Differential evolution: a survey of the state-of-the-art. **IEEE transactions on evolutionary computation**, v. 15, n. 1, 2011.
- DEGROOT, M. H.; SCHERVISH, M. J. **Probability and Statistics**. 4. ed. Pearson Education, Inc., 2012. ISBN 978-0-321-50046-5. Disponível em: <<https://www.pearson.com/us/higher-education/program/De-Groot-Probability-and-Statistics-Classic-Version-4th-Edition/PGM2043173.html?tab=resources>>.
- DERRAC, J. et al. A practical tutorial on the use of nonparametric statistical tests as a methodology for comparing evolutionary and swarm intelligence algorithms. **Swarm and Evolutionary Computation**, v. 1, n. 1, p. 3–18, 2011. ISSN 2210-6502. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2210650211000034>>.
- DUQUE, R. S. **Estatísticas de Ordem Superior para a Distribuição  $\kappa - \mu$** . Dissertação (Mestrado) — Instituto Nacional de Telecomunicações de Santa Rita do Sapucaí, 2003.
- EIBEN, A.; SMITH, J. **Introduction to Evolutionary Computing**. 2 nd. ed. [S.l.]: Springer, 2015. ISBN 978-3-662-44873-1.
- ESTY, W.; BANFIELD, J. The box-percentile plot. v. 8, n. 17, p. 1–14, 2003.
- FASOLO, S. A.; DUQUE, R. S. Fading channel simulator for hoyt distribution. In: COMMUNICATIONS 5th MPRG-Virginia Tech Symposium on W. P. (Ed.). **15th MPRG-Virginia Tech Symposium on Wireless Personal Communications**. [S.l.: s.n.], 2005.
- FASOLO, S. A. et al. Simulador para sinais com desvanecimento rápido para o modelo  $\alpha - \eta - \mu$ . In: **ENCOM 2018 - VIII Conferência Nacional em Comunicações, Redes e Segurança da Informação**. [s.n.], 2018. Disponível em: <[https://iecom.org.br/encom2018/others/anais\\_encom2018.pdf](https://iecom.org.br/encom2018/others/anais_encom2018.pdf)>.
- \_\_\_\_\_. Simulador para sinais com desvanecimento rápido para o modelo  $\alpha - \kappa - \mu$ . In: **ENCOM 2018 - VIII Conferência Nacional em Comunicações, Redes e Segurança da Informação**. [s.n.], 2018. Disponível em: <[https://iecom.org.br/encom2018/others/anais\\_encom2018.pdf](https://iecom.org.br/encom2018/others/anais_encom2018.pdf)>.
- FERNANDES, F. **Testes de Ajuste a Distribuições Estatísticas e Métodos para Estimação dos Parâmetros em Análises de Fiabilidade**. Dissertação (Trabalho Final de Mestrado para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica) — ISEL - Instituto Superior de Engenharia de Lisboa; Área Departamental de Engenharia Mecânica, 2013.
- FERNANDES, G. et al. A comprehensive survey on network anomaly detection. **Telecommunication Systems**, n. 70, p. 447–489, Mar. 2019.
- FONTÁN, F. P.; ESPÍNERA, P. M. **Modeling the Wireless Propagation Channel: A Simulation Approach with MATLAB**. [S.l.]: John Wiley & Sons Ltd, 2008.
- FRAIDENRAICH, G. **Distribuições e Estatísticas de Ordem Superior para o Canal Sem Fio**. Tese (Tese de Doutorado) — FEEC, UNICAMP, 2006.

FRAIDENRAICH, G.; YACOUB, M. The  $\alpha - \eta - \mu$  and  $\alpha - \kappa - \mu$  fading distributions. In: IEEE (Ed.). **IEEE Ninth International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications**. [S.l.: s.n.], 2006. p. 16 – 20.

FRANK, J.; MASSEY, J. The kolmogorov-smirnov test for goodness of fit. **Journal of the American Statistical Association**, Taylor & Francis, v. 46, n. 253, p. 68–78, 1951. Disponível em: <<https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/01621459.1951.10500769>>.

FREITAS, W. H. M. et al. The complex  $\alpha - \mu$  fading channel with ofdm application. **International Journal of Antennas and Propagation**, 2017.

GÄMPERLE, R.; MÜLLER, S.; KOUMOUTSAKOS, P. A parameter study for differential evolution. **Advances in intelligent systems, fuzzy systems, evolutionary computation**, v. 10, 2002.

GANS, M. J. A power spectral theory of propagation in the mobile radio environment. **IEEE Trans. on Vehicular Tech.**, VT-21, p. 27–38, 1972.

GARCÍA, S. et al. A study on the use of non-parametric tests for analyzing the evolutionary algorithms' behaviour: a case study on the cec'2005 special session on real parameter optimization. **Journal of Heuristics**, v. 15, p. 617–644, May 2008.

GENTLE, J. E. **Randon Number Generation and Monte Carlo Methods**. 2 ed.. ed. [S.l.]: Springer-Verlag, 2003.

GIBBONS, J.; CHAKRABORTI, S. **Nonparametric Statistical Inference**. CRC Press, 2010. ISBN 9781439896129. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=kh3SBQAAQBAJ>>.

GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning**. [S.l.]: Addison Wesley, 1989.

HE, H.; ZHAO, C. Cooperative spectrum sensing over generalized fading channels based on energy detection. **CoRR**, abs/1705.06989, 2017. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1705.06989>>.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in Natural and Artificial Systems**. [S.l.]: University of Michigan Press, 1975.

HOYT, R. S. Probability functions for the modulus and angle of the normal complex variate. **Bell Syst. Tech. J.**, v. 26, p. 318–359, 1947.

INC., T. M. **gammainc**: Incomplete gamma function. 2018. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/gammainc.html>>.

JÚNIOR, J. S. **Análise de estimadores para canais com desnaecimento rápido e não seletivo em frequência modelados de acordo com as distribuições  $\kappa - \mu$  e  $\eta - \mu$** . Dissertação (Mestrado) — Instituto Nacional de Telecomunicações, 2006.

KELTON, A. M. L. . W. D. **Simulations Modeling and Analysis**. 3<sup>rd</sup>. [S.l.]: McGraw-Hill Higher Education, 2000.

- KOBAYASHI, H.; MARK, B.; TURIN, W. **Probability, Random Processes, and Statistical Analysis: Applications to Communications, Signal Processing, Queueing Theory and Mathematical Finance.** [S.l.]: Cambridge University Press, 2012.
- KRZYWINSKI, M.; ALTMAN, N. Visualizing samples with box plots. v. 11, p. 119–120, February 2014.
- LEI, H. et al. Secrecy capacity analysis over  $\alpha - \mu$  fading channels. **IEEE Communications Letters**, v. 21, n. 6, p. 1445–1448, 2017.
- LEMOS, C. P. **Análise de Desempenho de Técnicas para Transmissão Digital em Canal com Desvanecimento Lento e Não Seletivo em Freqüência Modelado com a Distribuição  $\eta - \mu$ .** Dissertação (Mestrado) — Instituto Nacional de Telecomunicações de Santa Rita do Sapucaí, 2003.
- LEMOS, C. P.; SOUZA, R. A.; FASOLO, S. A. Performance analysis of binary and quaternary modulations on a non-homogeneous environment and frequency-nonselective fading channel with and without diversity. In: COMMUNICATIONS, M. T. S. on W. P. (Ed.). **MPRG/Virginia Tech Symposium on Wireless Personal Communications.** [S.l.: s.n.], 2003.
- LEMOS, C. P.; VEIGA, A. C. P.; FASOLO, S. A. A differential evolution algorithm for estimating mobile channel parameters  $\alpha - \eta - \mu$ . **Expert Systems with Applications**, v. 168, p. 114357, 2021. ISSN 0957-4174. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417420310393>>.
- \_\_\_\_\_. Estimation of  $\alpha - \kappa - \mu$  mobile fading channel parameters using evolutionary algorithms. **Telecommunication Systems**, Springer Science and Business Media LLC, p. 1–23, jan 2021. ISSN 1018-4864. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007%2Fs11235-020-00743-0>>.
- LEON-GARCIA, A. **Probability, Statistics, and Random Processes for Electrical Engineering.** Third. Upper Saddle River, NJ: Pearson/Prentice Hall, 2008. ISBN 9780131471221 0131471228.
- LIANG, Y.; LEUNG, K.-S. Genetic algorithm with adaptive elitist-population strategies for multimodal function optimization. **Applied Soft Computing**, v. 11, n. 2, p. 2017 – 2034, 2011. ISSN 1568-4946. The Impact of Soft Computing for the Progress of Artificial Intelligence. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1568494610001535>>.
- LOBO, F. G.; GOLDBERG, D. E.; PELIKAN, M. Time complexity of genetic algorithms on exponentially scaled problems. In: **Proceedings of the 2nd Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation.** San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 2000. (GECCO'00), p. 151–158. ISBN 1558607080.
- MATHEMATICA, W. **Wolfram Language & System Documentation Center: FindMaximum.** Wolfram Mathematica, 2019. 4-31 p. Disponível em: <<https://reference.wolfram.com/language/ref/FindMaximum.html>>.
- MOUALEU, J. M. et al. Performance analysis of digital communication systems over  $\alpha - \kappa - \mu$  fading channels. v. 23, n. 1, p. 192–195, Jan 2019. ISSN 2373-7891.

- NAKAGAMI, M. The m-distribution: A general formula of intensity distribution of rapid fading, in statistical methods in radio wave propagation. **Oxford Pergamon Press**, p. 3–36, 1960.
- NETO, J. V. et al. Boxplot: um recurso gráfico para a análise e interpretação de dados quantitativos. v. 26, n. 76, p. 1–6, 2017. ISSN 1981-3708. Disponível em: <<https://www.robrac.org.br/seer/index.php/ROBRAC/article/view/1132>>.
- NOPIAH, Z. et al. Time complexity analysis of the genetic algorithm clustering method. In: . [S.l.: s.n.], 2010. p. 171–176.
- OLUSEGUN, O. J.; TOYIN, O. E.; ADEREMI, A. Programming development of kolmogorov-smirnov goodness-of-fit testing of data normality as a microsoft excel(r) library function. **Journal of Software & Systems Development**, 2015.
- OSSANA, J. J. A model for mobile radio fading due to building reflexions: Theoretical and experimental fading waveform power spectra. **Bell Systems Technical Journal**, v. 43, n. 6, p. 2935–2971, 1964.
- PAIVA, R. P. P. C. e. **Identificação neuro-difusa, aspectos de interpretabilidade**. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Ciências e Tecnologia Universidade de Coimbra, Coimbra, Portugal, 1999.
- PANIC, S. et al. **Fading and Interference Mitigation in Wireless Communications**. [S.l.: s.n.], 2013.
- PAPOULIS, A.; PILLAI, S. U. **Probability, random variables. and stochastic processes**. [S.l.]: McGraw-Hill, 2002.
- PARIS, J. F. Nakagami-q (hoyt) distribution function with applications. **Electron. Lett.**, v. 45, n. 4, p. 210–211, 2009.
- PÄTZOLD, M. **Mobile radio channels**. 2nd.. ed. [S.l.: s.n.], 2012.
- PAULA, A. F. de. **Inspirações pensamentos ações**. [S.l.]: Edição do autor, 2017. ISBN 978-85-923309-0-3.
- PROAKIS, J. G. **Digital Communications**. 4 th. ed. [S.l.]: McGraw Hill, 2001.
- RAPPAPORT, T. **Comunicações sem fio: princípios e práticas**. 2<sup>a</sup>. ed. [S.l.]: Pearson Prentice Hall, 2009.
- RAYLEIGH, L. On the resultant of a large number of vibrations of the same pitch and of arbitrary phase. **Philos. Mag.**, v. 10, n. 60, p. 73–78, 1880.
- RENNÓ, V.; SOUZA, R.; YACOUB, M. D. On the generation of  $\alpha - \eta - \kappa - \mu$  samples with applications. In: **2017 IEEE 28th Annual International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications (PIMRC)**. [S.l.]: IEEE, 2018.
- RIBEIRO, A. M. O. **Contribuições à caracterização estatística do canal de radio móvel e estimativa de parâmetros por máxima verossimilhança**. Tese (PhD dissertation) — Universidade Estadual de Campinas, 2013.

- RICE, S. O. Mathematical analysis of random noise. **Bell Syst. Tech. J.**, v. 23, p. 282–332, 1944.
- SALAHAT, E.; HAKAM, A. Performance analysis of alpha-eta-mu and alpha-kappa-mu generalized mobile fading channels. In: VDE (Ed.). **European Wireless 2014 20th European Wireless Conference**. [S.l.: s.n.], 2014.
- SALAHAT, E.; QASAIMEH, M. Unified analytical modeling of the error rates and the ergodic channel capacity in  $\eta - \mu$  generalized fading channels with integer  $\mu$  and maximal ratio combining receiver. In: **2017 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)**. [S.l.: s.n.], 2017. p. 1217–1221.
- SALAMEH, H. A. B. et al. End-to-end performance analysis with decode-and-forward relays in multihop wireless systems over  $\alpha - \eta - \mu$  fading channels. p. 1–9.
- SELVIN, S. **The Joy of Statistics: A Treasury of Elementary Statistical Tools and their Applications**. [S.l.]: Oxford University Press, 2019.
- SHESKIN, D. **Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures: Third Edition**. CRC Press, 2003. ISBN 9781420036268. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=bmwhcJqq01cC>>.
- SIMON, M.; ALOUINI, M. **Digital Communications over Fading Channels: A Unified Approach to Performance Analysis**. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 2000.
- SIVANANDAM, S.; DEEPA, S. N. **Introduction to Genetic Algorithms**. [S.l.]: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008. ISBN 978-3-540-73190-0.
- SKLAR, B. **Digital Communications - Fundamentals and Applications**. [S.l.]: Prentice Hall PTR, 2001.
- SMITH, J. I. A computer generated multipath fading simulation for mobile radio. **IEEE Trans. on Vehicular Tech**, VT-24, p. 39–40, 1975.
- SOUZA, R.; RIBEIRO, A.; GUIMARÃES, D. On the efficient generation of  $\alpha - \kappa - \mu$  and  $\alpha - \eta - \mu$  white samples with applications. **International Journal of Antennas and Propagation**, v. 2015, p. 1–13, 2015.
- SOUZA, R. A. **Análise de Desempenho de Técnicas de Comunicação Digital Em Canais Com Distribuição  $\kappa - \mu$ , Desvanecimento Lento e Não Seletivo Em Freqüência**. Dissertação (Mestrado) — Instituto Nacional de Telecomunicações de Santa Rita do Sapucaí, 2002.
- STEPHENS, M. A. Edf statistics for goodness of fit and some comparisons. **Journal of the American Statistical Association**, 1974.
- STORN, R.; PRICE, K. Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. **Journal of global optimization**, v. 11, n. 4, 1997.
- THIRUMALAI, C. S.; MANICKAM, V.; BALAJI, R. Data analysis using box and whisker plot for lung cancer. In: IEEE (Ed.). **International Conference on Innovations in Power and Advanced Computing Technologies [i-PACT2017]**. [S.l.: s.n.], 2017.

- TOMASSINI, M. A survey of genetic algorithms. **Centro Svizzero Di Calcolo**, 1995.
- WHITLEY, D. A genetic algorithm tutorial. v. 4, p. 65–85, 1994.
- WU, X. et al. (Ed.). **Information Processing with Evolutionary Algorithms From Industrial Applications to Academic Speculations**. [S.l.]: Springer, London, 2005. ISBN 978-1-84628-117-4.
- YACOUB, M. D. **Foundations of Mobile Radio Engineering**. [S.l.: s.n.], 1993.
- \_\_\_\_\_. General fading distributions. **Revista Da Sociedade Brasileira de Telecomunicações**, v. 17, p. 1–13, 2002.
- \_\_\_\_\_. The  $\alpha - \mu$  distribution: A physical fading model for the stacy distribution. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, v. 56, n. 1, p. 27–34, 2007.
- \_\_\_\_\_. The  $\kappa - \mu$  distribution and the  $\eta - \mu$  distribuition. **IEEE Antennas and Propagation Magazine**, v. 49, n. 1, 2007.
- \_\_\_\_\_. The  $\alpha - \eta - \kappa - \mu$  fading model. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 64, n. 8, p. 3597–3610, 2016.
- YACOUB, M. D.; BAUTISTA, J. E. V.; GUEDES, L. G. de R. On higher order statistics of the nakagami-m distribution. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, v. 48, n. 3, p. 790–794, May 1999. ISSN 0018-9545.
- YIN, X.; CHENG, X. **Propagation Channel Characterization, Parameter Estimation, and Modeling for Wireless Communications**. [S.l.: s.n.], 2016. ISBN 9781118188231.

## Apêndices



# APÊNDICE A

---

## Resultados das estimações realizadas com os EAs propostos

Este apêndice apresenta os resultados (valores da  $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  de cada estimação) obtidos pelos algoritmos de estimação de parâmetros de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  propostos baseados nos EAs. Tanto os boxplot quanto os testes não paramétricos de Wilcoxon e de Friedman vistos na Seção 6.3, foram computados a partir das tabelas vistas neste apêndice, as quais que mostram os resultados das  $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  para cada uma das execuções dos EAs de estimação avaliados, o valor médio, a mediana e o desvio padrão obtido entre esses valores.

Para os ensaios realizados com os algoritmos de estimação de parâmetros de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  propostos baseados nos EAs, foram analisados 101 conjuntos de amostras. Nesses testes, cada estimação realizada com os EAs propostos (com  $N_{\text{Exec}} = 5$  execuções com  $G_{\max} = 700$  gerações cada) foi repetida 41 vezes para computar os boxplots de cada amostra estimada, e para realizar os testes não paramétricos de Wilcoxon e de Friedman (Seção 6.3.1) (ESTY; BANFIELD, 2003; KRZYWINSKI; ALTMAN, 2014; SELVIN, 2019; THIRUMALAI; MANICKAM; BALAJI, 2017). Esses testes foram realizados com base nas Tabelas A.1, A.2, A.3, A.4, A.5, A.6, A.7, A.8, A.9, A.10, A.11, e A.12.

Tabela A.1 –  $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  mediana das estimativas feitas nos testes GA, DEr1, DDer1F, DEb1, e DEb1F para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador  $\alpha - \eta - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ .

NCA <sup>1</sup>	GA	DEr1	DEr1F	DEb1	DEb1F
1	$5,70 \cdot 10^{-4}$	$5,39 \cdot 10^{-4}$	$5,39 \cdot 10^{-4}$	$5,39 \cdot 10^{-4}$	$5,39 \cdot 10^{-4}$
2	$4,28 \cdot 10^{-4}$	$3,92 \cdot 10^{-4}$	$3,92 \cdot 10^{-4}$	$3,06 \cdot 10^{-4}$	$3,92 \cdot 10^{-4}$
3	$5,20 \cdot 10^{-4}$	$4,96 \cdot 10^{-4}$	$4,96 \cdot 10^{-4}$	$4,96 \cdot 10^{-4}$	$4,96 \cdot 10^{-4}$
4	$3,11 \cdot 10^{-4}$	$2,94 \cdot 10^{-4}$	$2,94 \cdot 10^{-4}$	$2,94 \cdot 10^{-4}$	$2,94 \cdot 10^{-4}$

Continua na próxima página...

Tabela A.1 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	GA	DER1	DER1F	DEb1	DEb1F
5	$4,57 \cdot 10^{-4}$	$4,46 \cdot 10^{-4}$	$4,46 \cdot 10^{-4}$	$4,46 \cdot 10^{-4}$	$4,46 \cdot 10^{-4}$
6	$4,37 \cdot 10^{-4}$	$4,07 \cdot 10^{-4}$	$4,07 \cdot 10^{-4}$	$4,07 \cdot 10^{-4}$	$4,07 \cdot 10^{-4}$
7	$4,00 \cdot 10^{-4}$	$3,88 \cdot 10^{-4}$	$3,88 \cdot 10^{-4}$	$3,88 \cdot 10^{-4}$	$3,88 \cdot 10^{-4}$
8	$3,85 \cdot 10^{-4}$	$3,69 \cdot 10^{-4}$	$3,69 \cdot 10^{-4}$	$3,69 \cdot 10^{-4}$	$3,69 \cdot 10^{-4}$
9	$4,60 \cdot 10^{-4}$	$4,48 \cdot 10^{-4}$	$4,48 \cdot 10^{-4}$	$3,61 \cdot 10^{-4}$	$4,48 \cdot 10^{-4}$
10	$6,38 \cdot 10^{-4}$	$6,08 \cdot 10^{-4}$	$6,08 \cdot 10^{-4}$	$6,08 \cdot 10^{-4}$	$6,08 \cdot 10^{-4}$
11	$4,00 \cdot 10^{-4}$	$3,73 \cdot 10^{-4}$	$3,73 \cdot 10^{-4}$	$3,73 \cdot 10^{-4}$	$3,73 \cdot 10^{-4}$
12	$3,68 \cdot 10^{-4}$	$3,50 \cdot 10^{-4}$	$3,50 \cdot 10^{-4}$	$3,50 \cdot 10^{-4}$	$3,50 \cdot 10^{-4}$
13	$4,68 \cdot 10^{-4}$	$4,36 \cdot 10^{-4}$	$4,36 \cdot 10^{-4}$	$3,68 \cdot 10^{-4}$	$4,36 \cdot 10^{-4}$
14	$4,37 \cdot 10^{-4}$	$3,98 \cdot 10^{-4}$	$3,98 \cdot 10^{-4}$	$3,98 \cdot 10^{-4}$	$3,98 \cdot 10^{-4}$
15	$4,09 \cdot 10^{-4}$	$3,94 \cdot 10^{-4}$	$3,94 \cdot 10^{-4}$	$3,94 \cdot 10^{-4}$	$3,94 \cdot 10^{-4}$
16	$6,00 \cdot 10^{-4}$	$5,87 \cdot 10^{-4}$	$5,87 \cdot 10^{-4}$	$5,87 \cdot 10^{-4}$	$5,87 \cdot 10^{-4}$
17	$4,91 \cdot 10^{-4}$	$4,85 \cdot 10^{-4}$	$4,85 \cdot 10^{-4}$	$4,85 \cdot 10^{-4}$	$4,85 \cdot 10^{-4}$
18	$4,51 \cdot 10^{-4}$	$4,20 \cdot 10^{-4}$	$4,20 \cdot 10^{-4}$	$2,88 \cdot 10^{-4}$	$4,20 \cdot 10^{-4}$
19	$5,26 \cdot 10^{-4}$	$5,03 \cdot 10^{-4}$	$5,03 \cdot 10^{-4}$	$5,03 \cdot 10^{-4}$	$5,03 \cdot 10^{-4}$
20	$3,15 \cdot 10^{-4}$	$3,02 \cdot 10^{-4}$	$3,02 \cdot 10^{-4}$	$3,02 \cdot 10^{-4}$	$3,02 \cdot 10^{-4}$
21	$4,78 \cdot 10^{-4}$	$4,63 \cdot 10^{-4}$	$4,63 \cdot 10^{-4}$	$4,63 \cdot 10^{-4}$	$4,63 \cdot 10^{-4}$
22	$4,99 \cdot 10^{-4}$	$4,86 \cdot 10^{-4}$	$4,86 \cdot 10^{-4}$	$4,86 \cdot 10^{-4}$	$4,86 \cdot 10^{-4}$
23	$4,20 \cdot 10^{-4}$	$3,98 \cdot 10^{-4}$	$3,98 \cdot 10^{-4}$	$2,88 \cdot 10^{-4}$	$3,98 \cdot 10^{-4}$
24	$4,14 \cdot 10^{-4}$	$3,87 \cdot 10^{-4}$	$3,87 \cdot 10^{-4}$	$3,87 \cdot 10^{-4}$	$3,87 \cdot 10^{-4}$
25	$4,19 \cdot 10^{-4}$	$3,94 \cdot 10^{-4}$	$3,94 \cdot 10^{-4}$	$3,94 \cdot 10^{-4}$	$3,94 \cdot 10^{-4}$
26	$4,25 \cdot 10^{-4}$	$4,12 \cdot 10^{-4}$	$4,12 \cdot 10^{-4}$	$4,12 \cdot 10^{-4}$	$4,12 \cdot 10^{-4}$
27	$5,85 \cdot 10^{-4}$	$5,70 \cdot 10^{-4}$	$5,70 \cdot 10^{-4}$	$5,70 \cdot 10^{-4}$	$5,70 \cdot 10^{-4}$
28	$4,77 \cdot 10^{-4}$	$4,56 \cdot 10^{-4}$	$4,56 \cdot 10^{-4}$	$4,56 \cdot 10^{-4}$	$4,56 \cdot 10^{-4}$
29	$2,98 \cdot 10^{-4}$	$2,81 \cdot 10^{-4}$	$2,81 \cdot 10^{-4}$	$2,81 \cdot 10^{-4}$	$2,81 \cdot 10^{-4}$
30	$4,84 \cdot 10^{-4}$	$4,66 \cdot 10^{-4}$	$4,66 \cdot 10^{-4}$	$4,66 \cdot 10^{-4}$	$4,66 \cdot 10^{-4}$
31	$3,21 \cdot 10^{-4}$	$3,09 \cdot 10^{-4}$	$3,09 \cdot 10^{-4}$	$3,09 \cdot 10^{-4}$	$3,09 \cdot 10^{-4}$
32	$4,88 \cdot 10^{-4}$	$4,62 \cdot 10^{-4}$	$4,62 \cdot 10^{-4}$	$4,62 \cdot 10^{-4}$	$4,62 \cdot 10^{-4}$
33	$4,12 \cdot 10^{-4}$	$3,93 \cdot 10^{-4}$	$3,93 \cdot 10^{-4}$	$3,93 \cdot 10^{-4}$	$3,93 \cdot 10^{-4}$
34	$5,76 \cdot 10^{-4}$	$5,37 \cdot 10^{-4}$	$5,37 \cdot 10^{-4}$	$4,90 \cdot 10^{-4}$	$5,37 \cdot 10^{-4}$
35	$5,26 \cdot 10^{-4}$	$5,15 \cdot 10^{-4}$	$5,15 \cdot 10^{-4}$	$5,15 \cdot 10^{-4}$	$5,15 \cdot 10^{-4}$
36	$4,56 \cdot 10^{-4}$	$4,42 \cdot 10^{-4}$	$4,42 \cdot 10^{-4}$	$4,42 \cdot 10^{-4}$	$4,42 \cdot 10^{-4}$
37	$4,23 \cdot 10^{-4}$	$4,05 \cdot 10^{-4}$	$4,05 \cdot 10^{-4}$	$4,05 \cdot 10^{-4}$	$4,05 \cdot 10^{-4}$
38	$3,50 \cdot 10^{-4}$	$3,30 \cdot 10^{-4}$	$3,30 \cdot 10^{-4}$	$3,30 \cdot 10^{-4}$	$3,30 \cdot 10^{-4}$
39	$2,52 \cdot 10^{-4}$	$2,36 \cdot 10^{-4}$	$2,36 \cdot 10^{-4}$	$2,36 \cdot 10^{-4}$	$2,36 \cdot 10^{-4}$
40	$8,59 \cdot 10^{-4}$	$8,47 \cdot 10^{-4}$	$8,47 \cdot 10^{-4}$	$8,47 \cdot 10^{-4}$	$8,47 \cdot 10^{-4}$

Continua na próxima página...

Tabela A.1 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	GA	DER1	DER1F	DEb1	DEb1F
41	$3,78 \cdot 10^{-4}$	$3,57 \cdot 10^{-4}$	$3,57 \cdot 10^{-4}$	$2,93 \cdot 10^{-4}$	$3,57 \cdot 10^{-4}$
42	$5,46 \cdot 10^{-4}$	$5,25 \cdot 10^{-4}$	$5,25 \cdot 10^{-4}$	$5,25 \cdot 10^{-4}$	$5,25 \cdot 10^{-4}$
43	$3,98 \cdot 10^{-4}$	$3,68 \cdot 10^{-4}$	$3,68 \cdot 10^{-4}$	$3,68 \cdot 10^{-4}$	$3,68 \cdot 10^{-4}$
44	$4,62 \cdot 10^{-4}$	$4,47 \cdot 10^{-4}$	$4,47 \cdot 10^{-4}$	$4,47 \cdot 10^{-4}$	$4,47 \cdot 10^{-4}$
45	$4,05 \cdot 10^{-4}$	$3,92 \cdot 10^{-4}$	$3,92 \cdot 10^{-4}$	$3,92 \cdot 10^{-4}$	$3,92 \cdot 10^{-4}$
46	$2,91 \cdot 10^{-4}$	$2,78 \cdot 10^{-4}$	$2,78 \cdot 10^{-4}$	$2,78 \cdot 10^{-4}$	$2,78 \cdot 10^{-4}$
47	$6,63 \cdot 10^{-4}$	$6,52 \cdot 10^{-4}$	$6,52 \cdot 10^{-4}$	$6,52 \cdot 10^{-4}$	$6,52 \cdot 10^{-4}$
48	$3,29 \cdot 10^{-4}$	$3,12 \cdot 10^{-4}$	$3,12 \cdot 10^{-4}$	$3,12 \cdot 10^{-4}$	$3,12 \cdot 10^{-4}$
49	$4,67 \cdot 10^{-4}$	$4,56 \cdot 10^{-4}$	$4,56 \cdot 10^{-4}$	$4,56 \cdot 10^{-4}$	$4,56 \cdot 10^{-4}$
50	$5,86 \cdot 10^{-4}$	$4,60 \cdot 10^{-4}$	$5,73 \cdot 10^{-4}$	$3,50 \cdot 10^{-4}$	$3,50 \cdot 10^{-4}$
51	$4,61 \cdot 10^{-4}$	$4,28 \cdot 10^{-4}$	$4,28 \cdot 10^{-4}$	$4,28 \cdot 10^{-4}$	$4,28 \cdot 10^{-4}$
52	$7,38 \cdot 10^{-4}$	$7,16 \cdot 10^{-4}$	$7,16 \cdot 10^{-4}$	$5,70 \cdot 10^{-4}$	$7,16 \cdot 10^{-4}$
53	$4,41 \cdot 10^{-4}$	$3,95 \cdot 10^{-4}$	$3,95 \cdot 10^{-4}$	$3,95 \cdot 10^{-4}$	$3,95 \cdot 10^{-4}$
54	$2,97 \cdot 10^{-4}$	$2,83 \cdot 10^{-4}$	$2,83 \cdot 10^{-4}$	$2,83 \cdot 10^{-4}$	$2,83 \cdot 10^{-4}$
55	$3,46 \cdot 10^{-4}$	$3,32 \cdot 10^{-4}$	$3,32 \cdot 10^{-4}$	$3,32 \cdot 10^{-4}$	$3,32 \cdot 10^{-4}$
56	$2,35 \cdot 10^{-4}$	$2,18 \cdot 10^{-4}$	$2,18 \cdot 10^{-4}$	$2,18 \cdot 10^{-4}$	$2,18 \cdot 10^{-4}$
57	$5,12 \cdot 10^{-4}$	$4,97 \cdot 10^{-4}$	$4,97 \cdot 10^{-4}$	$4,97 \cdot 10^{-4}$	$4,97 \cdot 10^{-4}$
58	$4,03 \cdot 10^{-4}$	$3,79 \cdot 10^{-4}$	$3,79 \cdot 10^{-4}$	$3,79 \cdot 10^{-4}$	$3,79 \cdot 10^{-4}$
59	$3,99 \cdot 10^{-4}$	$3,82 \cdot 10^{-4}$	$3,82 \cdot 10^{-4}$	$3,82 \cdot 10^{-4}$	$3,82 \cdot 10^{-4}$
60	$5,55 \cdot 10^{-4}$	$5,34 \cdot 10^{-4}$	$5,34 \cdot 10^{-4}$	$5,34 \cdot 10^{-4}$	$5,34 \cdot 10^{-4}$
61	$4,87 \cdot 10^{-4}$	$3,14 \cdot 10^{-4}$	$4,67 \cdot 10^{-4}$	$2,82 \cdot 10^{-4}$	$2,82 \cdot 10^{-4}$
62	$4,53 \cdot 10^{-4}$	$4,35 \cdot 10^{-4}$	$4,35 \cdot 10^{-4}$	$4,35 \cdot 10^{-4}$	$4,35 \cdot 10^{-4}$
63	$3,98 \cdot 10^{-4}$	$3,86 \cdot 10^{-4}$	$3,86 \cdot 10^{-4}$	$3,86 \cdot 10^{-4}$	$3,86 \cdot 10^{-4}$
64	$6,40 \cdot 10^{-4}$	$6,18 \cdot 10^{-4}$	$6,18 \cdot 10^{-4}$	$6,18 \cdot 10^{-4}$	$5,23 \cdot 10^{-4}$
65	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,26 \cdot 10^{-4}$	$5,26 \cdot 10^{-4}$	$4,36 \cdot 10^{-4}$	$5,26 \cdot 10^{-4}$
66	$4,03 \cdot 10^{-4}$	$3,77 \cdot 10^{-4}$	$3,77 \cdot 10^{-4}$	$3,77 \cdot 10^{-4}$	$3,77 \cdot 10^{-4}$
67	$6,93 \cdot 10^{-4}$	$6,83 \cdot 10^{-4}$	$6,83 \cdot 10^{-4}$	$5,20 \cdot 10^{-4}$	$6,83 \cdot 10^{-4}$
68	$5,09 \cdot 10^{-4}$	$4,92 \cdot 10^{-4}$	$4,92 \cdot 10^{-4}$	$4,92 \cdot 10^{-4}$	$4,92 \cdot 10^{-4}$
69	$2,98 \cdot 10^{-4}$	$2,79 \cdot 10^{-4}$	$2,79 \cdot 10^{-4}$	$2,79 \cdot 10^{-4}$	$2,79 \cdot 10^{-4}$
70	$4,48 \cdot 10^{-4}$	$4,08 \cdot 10^{-4}$	$4,08 \cdot 10^{-4}$	$4,08 \cdot 10^{-4}$	$4,08 \cdot 10^{-4}$
71	$4,33 \cdot 10^{-4}$	$4,20 \cdot 10^{-4}$	$4,20 \cdot 10^{-4}$	$4,20 \cdot 10^{-4}$	$4,20 \cdot 10^{-4}$
72	$4,05 \cdot 10^{-4}$	$3,93 \cdot 10^{-4}$	$3,93 \cdot 10^{-4}$	$3,93 \cdot 10^{-4}$	$3,93 \cdot 10^{-4}$
73	$4,00 \cdot 10^{-4}$	$3,19 \cdot 10^{-4}$	$2,95 \cdot 10^{-4}$	$2,95 \cdot 10^{-4}$	$2,95 \cdot 10^{-4}$
74	$4,04 \cdot 10^{-4}$	$3,90 \cdot 10^{-4}$	$3,90 \cdot 10^{-4}$	$3,90 \cdot 10^{-4}$	$3,90 \cdot 10^{-4}$
75	$5,33 \cdot 10^{-4}$	$5,02 \cdot 10^{-4}$	$5,02 \cdot 10^{-4}$	$4,14 \cdot 10^{-4}$	$5,02 \cdot 10^{-4}$
76	$5,83 \cdot 10^{-4}$	$5,60 \cdot 10^{-4}$	$5,60 \cdot 10^{-4}$	$5,16 \cdot 10^{-4}$	$5,60 \cdot 10^{-4}$

Continua na próxima página...

Tabela A.1 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	GA	DER1	DER1F	DEb1	DEb1F
77	$4,28 \cdot 10^{-4}$	$4,10 \cdot 10^{-4}$	$4,10 \cdot 10^{-4}$	$4,10 \cdot 10^{-4}$	$4,10 \cdot 10^{-4}$
78	$3,83 \cdot 10^{-4}$	$3,69 \cdot 10^{-4}$	$3,69 \cdot 10^{-4}$	$3,69 \cdot 10^{-4}$	$3,69 \cdot 10^{-4}$
79	$5,69 \cdot 10^{-4}$	$5,59 \cdot 10^{-4}$	$5,59 \cdot 10^{-4}$	$5,59 \cdot 10^{-4}$	$5,59 \cdot 10^{-4}$
80	$4,70 \cdot 10^{-4}$	$4,37 \cdot 10^{-4}$	$4,37 \cdot 10^{-4}$	$4,37 \cdot 10^{-4}$	$4,37 \cdot 10^{-4}$
81	$5,05 \cdot 10^{-4}$	$4,73 \cdot 10^{-4}$	$4,73 \cdot 10^{-4}$	$4,73 \cdot 10^{-4}$	$4,73 \cdot 10^{-4}$
82	$4,47 \cdot 10^{-4}$	$4,11 \cdot 10^{-4}$	$4,19 \cdot 10^{-4}$	$4,19 \cdot 10^{-4}$	$4,19 \cdot 10^{-4}$
83	$4,91 \cdot 10^{-4}$	$4,71 \cdot 10^{-4}$	$4,71 \cdot 10^{-4}$	$4,71 \cdot 10^{-4}$	$4,71 \cdot 10^{-4}$
84	$5,94 \cdot 10^{-4}$	$5,71 \cdot 10^{-4}$	$5,71 \cdot 10^{-4}$	$5,71 \cdot 10^{-4}$	$5,71 \cdot 10^{-4}$
85	$4,56 \cdot 10^{-4}$	$4,35 \cdot 10^{-4}$	$4,35 \cdot 10^{-4}$	$4,35 \cdot 10^{-4}$	$4,35 \cdot 10^{-4}$
86	$5,85 \cdot 10^{-4}$	$5,65 \cdot 10^{-4}$	$5,65 \cdot 10^{-4}$	$5,34 \cdot 10^{-4}$	$5,65 \cdot 10^{-4}$
87	$5,39 \cdot 10^{-4}$	$5,31 \cdot 10^{-4}$	$5,31 \cdot 10^{-4}$	$5,31 \cdot 10^{-4}$	$5,31 \cdot 10^{-4}$
88	$3,86 \cdot 10^{-4}$	$3,71 \cdot 10^{-4}$	$3,71 \cdot 10^{-4}$	$3,71 \cdot 10^{-4}$	$3,71 \cdot 10^{-4}$
89	$4,87 \cdot 10^{-4}$	$4,64 \cdot 10^{-4}$	$4,64 \cdot 10^{-4}$	$4,31 \cdot 10^{-4}$	$4,64 \cdot 10^{-4}$
90	$2,82 \cdot 10^{-4}$	$2,72 \cdot 10^{-4}$	$2,72 \cdot 10^{-4}$	$2,72 \cdot 10^{-4}$	$2,72 \cdot 10^{-4}$
91	$3,84 \cdot 10^{-4}$	$3,58 \cdot 10^{-4}$	$3,58 \cdot 10^{-4}$	$3,58 \cdot 10^{-4}$	$3,58 \cdot 10^{-4}$
92	$4,43 \cdot 10^{-4}$	$4,18 \cdot 10^{-4}$	$4,18 \cdot 10^{-4}$	$4,18 \cdot 10^{-4}$	$4,18 \cdot 10^{-4}$
93	$5,87 \cdot 10^{-4}$	$5,73 \cdot 10^{-4}$	$5,73 \cdot 10^{-4}$	$5,73 \cdot 10^{-4}$	$5,73 \cdot 10^{-4}$
94	$5,11 \cdot 10^{-4}$	$4,96 \cdot 10^{-4}$	$4,96 \cdot 10^{-4}$	$4,96 \cdot 10^{-4}$	$4,96 \cdot 10^{-4}$
95	$4,37 \cdot 10^{-4}$	$4,22 \cdot 10^{-4}$	$4,22 \cdot 10^{-4}$	$4,22 \cdot 10^{-4}$	$4,22 \cdot 10^{-4}$
96	$3,26 \cdot 10^{-4}$	$3,13 \cdot 10^{-4}$	$3,13 \cdot 10^{-4}$	$3,13 \cdot 10^{-4}$	$3,13 \cdot 10^{-4}$
97	$3,82 \cdot 10^{-4}$	$3,62 \cdot 10^{-4}$	$3,62 \cdot 10^{-4}$	$3,62 \cdot 10^{-4}$	$3,62 \cdot 10^{-4}$
98	$4,85 \cdot 10^{-4}$	$4,74 \cdot 10^{-4}$	$4,74 \cdot 10^{-4}$	$4,74 \cdot 10^{-4}$	$4,74 \cdot 10^{-4}$
99	$5,20 \cdot 10^{-4}$	$5,02 \cdot 10^{-4}$	$5,02 \cdot 10^{-4}$	$4,41 \cdot 10^{-4}$	$5,02 \cdot 10^{-4}$
100	$4,11 \cdot 10^{-4}$	$3,82 \cdot 10^{-4}$	$3,82 \cdot 10^{-4}$	$3,82 \cdot 10^{-4}$	$3,82 \cdot 10^{-4}$
101	$7,19 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
Média	$4,61 \cdot 10^{-4}$	$4,38 \cdot 10^{-4}$	$4,41 \cdot 10^{-4}$	$4,24 \cdot 10^{-4}$	$4,36 \cdot 10^{-4}$
Mediana	$4,51 \cdot 10^{-4}$	$4,20 \cdot 10^{-4}$	$4,22 \cdot 10^{-4}$	$4,12 \cdot 10^{-4}$	$4,20 \cdot 10^{-4}$
$\sigma$	$1,07 \cdot 10^{-4}$	$1,07 \cdot 10^{-4}$	$1,08 \cdot 10^{-4}$	$1,04 \cdot 10^{-4}$	$1,07 \cdot 10^{-4}$

<sup>1</sup> Número do conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \eta - \mu$

Tabela A.2 –  $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  mediana das estimativas feitas nos testes DEb2, DEb2F, DEctb, DEctbF, e AGM1 para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador  $\alpha - \eta - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ .

NCA <sup>1</sup>	DEb2	DEb2F	DEctb	DEctbF	AGM1
1	$5,39 \cdot 10^{-4}$				
2	$3,92 \cdot 10^{-4}$				
3	$4,96 \cdot 10^{-4}$				
4	$2,94 \cdot 10^{-4}$				
5	$4,46 \cdot 10^{-4}$				
6	$4,07 \cdot 10^{-4}$				
7	$3,88 \cdot 10^{-4}$				
8	$3,69 \cdot 10^{-4}$				
9	$4,48 \cdot 10^{-4}$				
10	$6,08 \cdot 10^{-4}$				
11	$3,73 \cdot 10^{-4}$				
12	$3,15 \cdot 10^{-4}$	$3,50 \cdot 10^{-4}$	$3,50 \cdot 10^{-4}$	$3,50 \cdot 10^{-4}$	$3,50 \cdot 10^{-4}$
13	$4,36 \cdot 10^{-4}$				
14	$3,98 \cdot 10^{-4}$				
15	$3,94 \cdot 10^{-4}$				
16	$5,87 \cdot 10^{-4}$				
17	$4,85 \cdot 10^{-4}$				
18	$3,21 \cdot 10^{-4}$	$4,20 \cdot 10^{-4}$	$4,20 \cdot 10^{-4}$	$4,20 \cdot 10^{-4}$	$4,20 \cdot 10^{-4}$
19	$5,03 \cdot 10^{-4}$				
20	$3,02 \cdot 10^{-4}$				
21	$4,63 \cdot 10^{-4}$				
22	$4,69 \cdot 10^{-4}$	$4,86 \cdot 10^{-4}$	$4,86 \cdot 10^{-4}$	$4,86 \cdot 10^{-4}$	$4,86 \cdot 10^{-4}$
23	$3,05 \cdot 10^{-4}$	$3,98 \cdot 10^{-4}$	$3,98 \cdot 10^{-4}$	$3,98 \cdot 10^{-4}$	$3,98 \cdot 10^{-4}$
24	$3,87 \cdot 10^{-4}$				
25	$3,94 \cdot 10^{-4}$				
26	$4,12 \cdot 10^{-4}$				
27	$4,68 \cdot 10^{-4}$	$5,70 \cdot 10^{-4}$	$5,70 \cdot 10^{-4}$	$5,70 \cdot 10^{-4}$	$5,70 \cdot 10^{-4}$
28	$4,56 \cdot 10^{-4}$				
29	$2,81 \cdot 10^{-4}$				
30	$4,66 \cdot 10^{-4}$				
31	$3,09 \cdot 10^{-4}$				
32	$4,62 \cdot 10^{-4}$				

Continua na próxima página...

Tabela A.2 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	DEb2	DEb2F	DEctb	DEctbF	AGM1
33	$3,93 \cdot 10^{-4}$				
34	$5,11 \cdot 10^{-4}$	$5,37 \cdot 10^{-4}$	$5,37 \cdot 10^{-4}$	$5,37 \cdot 10^{-4}$	$5,37 \cdot 10^{-4}$
35	$5,15 \cdot 10^{-4}$				
36	$4,42 \cdot 10^{-4}$				
37	$4,05 \cdot 10^{-4}$				
38	$3,30 \cdot 10^{-4}$				
39	$2,36 \cdot 10^{-4}$				
40	$8,47 \cdot 10^{-4}$				
41	$3,08 \cdot 10^{-4}$	$3,57 \cdot 10^{-4}$	$3,57 \cdot 10^{-4}$	$3,57 \cdot 10^{-4}$	$3,57 \cdot 10^{-4}$
42	$5,25 \cdot 10^{-4}$				
43	$3,68 \cdot 10^{-4}$				
44	$4,47 \cdot 10^{-4}$				
45	$3,92 \cdot 10^{-4}$				
46	$2,78 \cdot 10^{-4}$				
47	$6,52 \cdot 10^{-4}$				
48	$3,12 \cdot 10^{-4}$				
49	$4,56 \cdot 10^{-4}$				
50	$3,64 \cdot 10^{-4}$	$5,73 \cdot 10^{-4}$	$5,73 \cdot 10^{-4}$	$5,73 \cdot 10^{-4}$	$5,73 \cdot 10^{-4}$
51	$4,28 \cdot 10^{-4}$				
52	$5,81 \cdot 10^{-4}$	$7,16 \cdot 10^{-4}$	$7,16 \cdot 10^{-4}$	$5,70 \cdot 10^{-4}$	$7,16 \cdot 10^{-4}$
53	$3,95 \cdot 10^{-4}$				
54	$2,83 \cdot 10^{-4}$				
55	$3,32 \cdot 10^{-4}$				
56	$2,18 \cdot 10^{-4}$				
57	$4,97 \cdot 10^{-4}$				
58	$3,79 \cdot 10^{-4}$				
59	$3,82 \cdot 10^{-4}$				
60	$5,34 \cdot 10^{-4}$				
61	$2,85 \cdot 10^{-4}$	$2,82 \cdot 10^{-4}$	$4,67 \cdot 10^{-4}$	$2,82 \cdot 10^{-4}$	$4,67 \cdot 10^{-4}$
62	$4,35 \cdot 10^{-4}$				
63	$3,86 \cdot 10^{-4}$				
64	$6,18 \cdot 10^{-4}$				
65	$4,94 \cdot 10^{-4}$	$5,26 \cdot 10^{-4}$	$5,26 \cdot 10^{-4}$	$5,26 \cdot 10^{-4}$	$5,26 \cdot 10^{-4}$
66	$3,77 \cdot 10^{-4}$				
67	$5,77 \cdot 10^{-4}$	$6,83 \cdot 10^{-4}$	$6,83 \cdot 10^{-4}$	$6,83 \cdot 10^{-4}$	$6,83 \cdot 10^{-4}$
68	$4,92 \cdot 10^{-4}$				

Continua na próxima página...

Tabela A.2 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	DEb2	DEb2F	DEctb	DEctbF	AGM1
69	$2,79 \cdot 10^{-4}$				
70	$4,08 \cdot 10^{-4}$				
71	$4,20 \cdot 10^{-4}$				
72	$3,93 \cdot 10^{-4}$				
73	$2,96 \cdot 10^{-4}$	$2,95 \cdot 10^{-4}$	$3,70 \cdot 10^{-4}$	$2,95 \cdot 10^{-4}$	$3,70 \cdot 10^{-4}$
74	$3,90 \cdot 10^{-4}$				
75	$4,24 \cdot 10^{-4}$	$5,02 \cdot 10^{-4}$	$5,02 \cdot 10^{-4}$	$4,14 \cdot 10^{-4}$	$5,02 \cdot 10^{-4}$
76	$5,60 \cdot 10^{-4}$				
77	$4,10 \cdot 10^{-4}$				
78	$3,69 \cdot 10^{-4}$				
79	$5,59 \cdot 10^{-4}$				
80	$4,37 \cdot 10^{-4}$				
81	$4,73 \cdot 10^{-4}$				
82	$3,38 \cdot 10^{-4}$	$4,19 \cdot 10^{-4}$	$4,19 \cdot 10^{-4}$	$4,19 \cdot 10^{-4}$	$4,19 \cdot 10^{-4}$
83	$4,71 \cdot 10^{-4}$				
84	$5,71 \cdot 10^{-4}$				
85	$4,35 \cdot 10^{-4}$				
86	$5,65 \cdot 10^{-4}$				
87	$5,31 \cdot 10^{-4}$				
88	$3,71 \cdot 10^{-4}$				
89	$4,64 \cdot 10^{-4}$				
90	$2,72 \cdot 10^{-4}$				
91	$3,58 \cdot 10^{-4}$				
92	$4,18 \cdot 10^{-4}$				
93	$5,73 \cdot 10^{-4}$				
94	$4,96 \cdot 10^{-4}$				
95	$4,22 \cdot 10^{-4}$				
96	$3,13 \cdot 10^{-4}$				
97	$3,62 \cdot 10^{-4}$				
98	$4,74 \cdot 10^{-4}$				
99	$4,42 \cdot 10^{-4}$	$5,02 \cdot 10^{-4}$	$5,02 \cdot 10^{-4}$	$5,02 \cdot 10^{-4}$	$5,02 \cdot 10^{-4}$
100	$3,82 \cdot 10^{-4}$				
101	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
Média	$4,28 \cdot 10^{-4}$	$4,39 \cdot 10^{-4}$	$4,42 \cdot 10^{-4}$	$4,37 \cdot 10^{-4}$	$4,42 \cdot 10^{-4}$
Mediana	$4,18 \cdot 10^{-4}$	$4,20 \cdot 10^{-4}$	$4,22 \cdot 10^{-4}$	$4,20 \cdot 10^{-4}$	$4,22 \cdot 10^{-4}$

Continua na próxima página...

Tabela A.2 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	DEb2	DEb2F	DEctb	DEctbF	AGM1
$\sigma$	$1,04 \cdot 10^{-4}$	$1,09 \cdot 10^{-4}$	$1,07 \cdot 10^{-4}$	$1,06 \cdot 10^{-4}$	$1,07 \cdot 10^{-4}$

Tabela A.3 –  $Fit(\hat{\theta})$  mediana das estimativas feitas nos testes AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2, e AGM2F para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador  $\alpha - \eta - \mu$  ajustado para  $\theta = \{2; 2; 1\}$ .

NCA <sup>1</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
1	$5,39 \cdot 10^{-4}$				
2	$3,92 \cdot 10^{-4}$				
3	$4,96 \cdot 10^{-4}$				
4	$2,94 \cdot 10^{-4}$				
5	$4,46 \cdot 10^{-4}$				
6	$4,07 \cdot 10^{-4}$				
7	$3,88 \cdot 10^{-4}$				
8	$3,69 \cdot 10^{-4}$				
9	$4,48 \cdot 10^{-4}$				
10	$6,08 \cdot 10^{-4}$				
11	$3,73 \cdot 10^{-4}$				
12	$3,50 \cdot 10^{-4}$				
13	$4,36 \cdot 10^{-4}$				
14	$3,98 \cdot 10^{-4}$				
15	$3,94 \cdot 10^{-4}$				
16	$5,87 \cdot 10^{-4}$				
17	$4,85 \cdot 10^{-4}$				
18	$4,20 \cdot 10^{-4}$				
19	$5,03 \cdot 10^{-4}$				
20	$3,02 \cdot 10^{-4}$				
21	$4,63 \cdot 10^{-4}$				
22	$4,86 \cdot 10^{-4}$				
23	$3,98 \cdot 10^{-4}$				
24	$3,87 \cdot 10^{-4}$				
25	$3,94 \cdot 10^{-4}$				
26	$4,12 \cdot 10^{-4}$				

Continua na próxima página...

<sup>1</sup> Número do conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \eta - \mu$

Tabela A.3 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
27	$5,70 \cdot 10^{-4}$				
28	$4,56 \cdot 10^{-4}$				
29	$2,81 \cdot 10^{-4}$				
30	$4,66 \cdot 10^{-4}$				
31	$3,09 \cdot 10^{-4}$				
32	$4,62 \cdot 10^{-4}$				
33	$3,93 \cdot 10^{-4}$	$3,94 \cdot 10^{-4}$	$3,93 \cdot 10^{-4}$	$3,93 \cdot 10^{-4}$	$3,93 \cdot 10^{-4}$
34	$5,37 \cdot 10^{-4}$				
35	$5,15 \cdot 10^{-4}$				
36	$4,42 \cdot 10^{-4}$				
37	$4,05 \cdot 10^{-4}$				
38	$3,30 \cdot 10^{-4}$				
39	$2,36 \cdot 10^{-4}$				
40	$8,47 \cdot 10^{-4}$				
41	$3,57 \cdot 10^{-4}$				
42	$5,25 \cdot 10^{-4}$				
43	$3,68 \cdot 10^{-4}$				
44	$4,47 \cdot 10^{-4}$				
45	$3,92 \cdot 10^{-4}$				
46	$2,78 \cdot 10^{-4}$				
47	$6,52 \cdot 10^{-4}$				
48	$3,12 \cdot 10^{-4}$				
49	$4,56 \cdot 10^{-4}$				
50	$5,73 \cdot 10^{-4}$	$5,73 \cdot 10^{-4}$	$5,73 \cdot 10^{-4}$	$5,73 \cdot 10^{-4}$	$3,79 \cdot 10^{-4}$
51	$4,28 \cdot 10^{-4}$				
52	$7,16 \cdot 10^{-4}$				
53	$3,95 \cdot 10^{-4}$				
54	$2,83 \cdot 10^{-4}$				
55	$3,32 \cdot 10^{-4}$				
56	$2,18 \cdot 10^{-4}$				
57	$4,97 \cdot 10^{-4}$				
58	$3,79 \cdot 10^{-4}$				
59	$3,82 \cdot 10^{-4}$				
60	$5,34 \cdot 10^{-4}$				
61	$3,39 \cdot 10^{-4}$	$4,67 \cdot 10^{-4}$	$3,57 \cdot 10^{-4}$	$4,67 \cdot 10^{-4}$	$2,87 \cdot 10^{-4}$
62	$4,35 \cdot 10^{-4}$				

Continua na próxima página...

Tabela A.3 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
63	$3,86 \cdot 10^{-4}$				
64	$6,18 \cdot 10^{-4}$				
65	$5,26 \cdot 10^{-4}$				
66	$3,77 \cdot 10^{-4}$				
67	$6,83 \cdot 10^{-4}$				
68	$4,92 \cdot 10^{-4}$				
69	$2,79 \cdot 10^{-4}$				
70	$4,08 \cdot 10^{-4}$				
71	$4,20 \cdot 10^{-4}$				
72	$3,93 \cdot 10^{-4}$				
73	$2,96 \cdot 10^{-4}$	$3,70 \cdot 10^{-4}$	$2,95 \cdot 10^{-4}$	$3,70 \cdot 10^{-4}$	$2,99 \cdot 10^{-4}$
74	$3,90 \cdot 10^{-4}$				
75	$5,02 \cdot 10^{-4}$	$5,02 \cdot 10^{-4}$	$5,02 \cdot 10^{-4}$	$5,02 \cdot 10^{-4}$	$4,92 \cdot 10^{-4}$
76	$5,60 \cdot 10^{-4}$				
77	$4,10 \cdot 10^{-4}$				
78	$3,69 \cdot 10^{-4}$				
79	$5,59 \cdot 10^{-4}$				
80	$4,37 \cdot 10^{-4}$				
81	$4,73 \cdot 10^{-4}$				
82	$4,19 \cdot 10^{-4}$	$4,19 \cdot 10^{-4}$	$4,19 \cdot 10^{-4}$	$4,19 \cdot 10^{-4}$	$3,72 \cdot 10^{-4}$
83	$4,71 \cdot 10^{-4}$				
84	$5,71 \cdot 10^{-4}$				
85	$4,35 \cdot 10^{-4}$				
86	$5,65 \cdot 10^{-4}$				
87	$5,31 \cdot 10^{-4}$				
88	$3,71 \cdot 10^{-4}$				
89	$4,64 \cdot 10^{-4}$				
90	$2,72 \cdot 10^{-4}$				
91	$3,58 \cdot 10^{-4}$				
92	$4,18 \cdot 10^{-4}$				
93	$5,73 \cdot 10^{-4}$				
94	$4,96 \cdot 10^{-4}$				
95	$4,22 \cdot 10^{-4}$	$4,23 \cdot 10^{-4}$	$4,22 \cdot 10^{-4}$	$4,22 \cdot 10^{-4}$	$4,22 \cdot 10^{-4}$
96	$3,13 \cdot 10^{-4}$				
97	$3,62 \cdot 10^{-4}$				
98	$4,74 \cdot 10^{-4}$				

Continua na próxima página...

Tabela A.3 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
99	$5,02 \cdot 10^{-4}$				
100	$3,82 \cdot 10^{-4}$				
101	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
Média	$4,40 \cdot 10^{-4}$	$4,42 \cdot 10^{-4}$	$4,40 \cdot 10^{-4}$	$4,42 \cdot 10^{-4}$	$4,37 \cdot 10^{-4}$
Mediana	$4,20 \cdot 10^{-4}$	$4,23 \cdot 10^{-4}$	$4,20 \cdot 10^{-4}$	$4,22 \cdot 10^{-4}$	$4,20 \cdot 10^{-4}$
$\sigma$	$1,08 \cdot 10^{-4}$	$1,07 \cdot 10^{-4}$	$1,08 \cdot 10^{-4}$	$1,07 \cdot 10^{-4}$	$1,08 \cdot 10^{-4}$

Tabela A.4 –  $Fit(\hat{\theta})$  mediana das estimativas feitas nos testes GA, DER1, DER1F, DEb1, e DEb1F para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador  $\alpha - \eta - \mu$  ajustado para  $\theta = \{13; 7; 7, 75\}$ .

NCA <sup>1</sup>	GA	DER1	DER1F	DEb1	DEb1F
1	$4,70 \cdot 10^{-2}$	$4,63 \cdot 10^{-2}$	$4,63 \cdot 10^{-2}$	$4,63 \cdot 10^{-2}$	$4,63 \cdot 10^{-2}$
2	$4,72 \cdot 10^{-2}$	$4,35 \cdot 10^{-2}$	$4,34 \cdot 10^{-2}$	$4,34 \cdot 10^{-2}$	$4,34 \cdot 10^{-2}$
3	$9,64 \cdot 10^{-2}$	$9,26 \cdot 10^{-2}$	$9,26 \cdot 10^{-2}$	$9,26 \cdot 10^{-2}$	$9,26 \cdot 10^{-2}$
4	$6,96 \cdot 10^{-2}$	$6,81 \cdot 10^{-2}$	$6,84 \cdot 10^{-2}$	$6,84 \cdot 10^{-2}$	$6,65 \cdot 10^{-2}$
5	$5,16 \cdot 10^{-2}$	$4,97 \cdot 10^{-2}$	$4,97 \cdot 10^{-2}$	$4,97 \cdot 10^{-2}$	$4,97 \cdot 10^{-2}$
6	$8,68 \cdot 10^{-2}$	$8,39 \cdot 10^{-2}$	$8,39 \cdot 10^{-2}$	$8,39 \cdot 10^{-2}$	$8,39 \cdot 10^{-2}$
7	$8,22 \cdot 10^{-2}$	$8,05 \cdot 10^{-2}$	$8,05 \cdot 10^{-2}$	$8,05 \cdot 10^{-2}$	$8,05 \cdot 10^{-2}$
8	$1,17 \cdot 10^{-1}$	$1,13 \cdot 10^{-1}$	$1,13 \cdot 10^{-1}$	$1,13 \cdot 10^{-1}$	$1,13 \cdot 10^{-1}$
9	$4,31 \cdot 10^{-2}$	$4,27 \cdot 10^{-2}$	$4,27 \cdot 10^{-2}$	$4,27 \cdot 10^{-2}$	$4,27 \cdot 10^{-2}$
10	$5,17 \cdot 10^{-2}$	$4,99 \cdot 10^{-2}$	$4,99 \cdot 10^{-2}$	$4,99 \cdot 10^{-2}$	$4,99 \cdot 10^{-2}$
11	$9,88 \cdot 10^{-2}$	$9,33 \cdot 10^{-2}$	$9,33 \cdot 10^{-2}$	$9,33 \cdot 10^{-2}$	$9,33 \cdot 10^{-2}$
12	$6,64 \cdot 10^{-2}$	$6,48 \cdot 10^{-2}$	$6,48 \cdot 10^{-2}$	$6,48 \cdot 10^{-2}$	$6,48 \cdot 10^{-2}$
13	$4,02 \cdot 10^{-2}$	$3,91 \cdot 10^{-2}$	$3,91 \cdot 10^{-2}$	$3,91 \cdot 10^{-2}$	$3,91 \cdot 10^{-2}$
14	$5,01 \cdot 10^{-2}$	$4,75 \cdot 10^{-2}$	$4,75 \cdot 10^{-2}$	$4,75 \cdot 10^{-2}$	$4,75 \cdot 10^{-2}$
15	$5,35 \cdot 10^{-2}$	$5,05 \cdot 10^{-2}$	$5,05 \cdot 10^{-2}$	$5,05 \cdot 10^{-2}$	$5,05 \cdot 10^{-2}$
16	$5,34 \cdot 10^{-2}$	$5,22 \cdot 10^{-2}$	$5,22 \cdot 10^{-2}$	$5,22 \cdot 10^{-2}$	$5,22 \cdot 10^{-2}$
17	$3,97 \cdot 10^{-2}$	$3,89 \cdot 10^{-2}$	$3,89 \cdot 10^{-2}$	$3,89 \cdot 10^{-2}$	$3,89 \cdot 10^{-2}$
18	$4,46 \cdot 10^{-2}$	$4,42 \cdot 10^{-2}$	$4,42 \cdot 10^{-2}$	$4,42 \cdot 10^{-2}$	$4,42 \cdot 10^{-2}$
19	$7,51 \cdot 10^{-2}$	$7,16 \cdot 10^{-2}$	$7,16 \cdot 10^{-2}$	$7,16 \cdot 10^{-2}$	$7,16 \cdot 10^{-2}$
20	$8,96 \cdot 10^{-2}$	$8,74 \cdot 10^{-2}$	$8,74 \cdot 10^{-2}$	$8,74 \cdot 10^{-2}$	$8,74 \cdot 10^{-2}$
21	$7,31 \cdot 10^{-2}$	$7,16 \cdot 10^{-2}$	$7,16 \cdot 10^{-2}$	$7,16 \cdot 10^{-2}$	$7,16 \cdot 10^{-2}$

Continua na próxima página...

<sup>1</sup> Número do conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \eta - \mu$

Tabela A.4 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	GA	DER1	DER1F	DEb1	DEb1F
22	$8,59 \cdot 10^{-2}$	$8,29 \cdot 10^{-2}$	$8,29 \cdot 10^{-2}$	$8,29 \cdot 10^{-2}$	$8,29 \cdot 10^{-2}$
23	$9,30 \cdot 10^{-2}$	$9,13 \cdot 10^{-2}$	$9,13 \cdot 10^{-2}$	$9,13 \cdot 10^{-2}$	$9,13 \cdot 10^{-2}$
24	$4,78 \cdot 10^{-2}$	$4,51 \cdot 10^{-2}$	$4,51 \cdot 10^{-2}$	$4,51 \cdot 10^{-2}$	$4,51 \cdot 10^{-2}$
25	$6,34 \cdot 10^{-2}$	$6,22 \cdot 10^{-2}$	$6,22 \cdot 10^{-2}$	$6,22 \cdot 10^{-2}$	$6,22 \cdot 10^{-2}$
26	$8,96 \cdot 10^{-2}$	$8,60 \cdot 10^{-2}$	$8,60 \cdot 10^{-2}$	$8,60 \cdot 10^{-2}$	$8,60 \cdot 10^{-2}$
27	$5,57 \cdot 10^{-2}$	$5,25 \cdot 10^{-2}$	$5,25 \cdot 10^{-2}$	$5,25 \cdot 10^{-2}$	$5,25 \cdot 10^{-2}$
28	$5,76 \cdot 10^{-2}$	$5,56 \cdot 10^{-2}$	$5,56 \cdot 10^{-2}$	$5,56 \cdot 10^{-2}$	$5,56 \cdot 10^{-2}$
29	$6,58 \cdot 10^{-2}$	$6,42 \cdot 10^{-2}$	$6,39 \cdot 10^{-2}$	$6,39 \cdot 10^{-2}$	$6,39 \cdot 10^{-2}$
30	$6,83 \cdot 10^{-2}$	$6,68 \cdot 10^{-2}$	$6,68 \cdot 10^{-2}$	$6,68 \cdot 10^{-2}$	$6,68 \cdot 10^{-2}$
31	$8,55 \cdot 10^{-2}$	$8,07 \cdot 10^{-2}$	$8,07 \cdot 10^{-2}$	$8,07 \cdot 10^{-2}$	$8,07 \cdot 10^{-2}$
32	$7,71 \cdot 10^{-2}$	$7,61 \cdot 10^{-2}$	$7,61 \cdot 10^{-2}$	$7,61 \cdot 10^{-2}$	$7,61 \cdot 10^{-2}$
33	$8,14 \cdot 10^{-2}$	$7,68 \cdot 10^{-2}$	$7,67 \cdot 10^{-2}$	$7,67 \cdot 10^{-2}$	$7,67 \cdot 10^{-2}$
34	$1,03 \cdot 10^{-1}$	$1,01 \cdot 10^{-1}$	$1,02 \cdot 10^{-1}$	$1,02 \cdot 10^{-1}$	$1,00 \cdot 10^{-1}$
35	$1,06 \cdot 10^{-1}$	$1,05 \cdot 10^{-1}$	$1,05 \cdot 10^{-1}$	$1,05 \cdot 10^{-1}$	$1,05 \cdot 10^{-1}$
36	$8,61 \cdot 10^{-2}$	$8,52 \cdot 10^{-2}$	$8,52 \cdot 10^{-2}$	$8,52 \cdot 10^{-2}$	$8,52 \cdot 10^{-2}$
37	$1,09 \cdot 10^{-1}$	$1,08 \cdot 10^{-1}$	$1,08 \cdot 10^{-1}$	$1,08 \cdot 10^{-1}$	$1,08 \cdot 10^{-1}$
38	$5,12 \cdot 10^{-2}$	$4,94 \cdot 10^{-2}$	$4,93 \cdot 10^{-2}$	$4,93 \cdot 10^{-2}$	$4,93 \cdot 10^{-2}$
39	$5,52 \cdot 10^{-2}$	$5,41 \cdot 10^{-2}$	$5,41 \cdot 10^{-2}$	$5,41 \cdot 10^{-2}$	$5,41 \cdot 10^{-2}$
40	$4,72 \cdot 10^{-2}$	$4,61 \cdot 10^{-2}$	$4,63 \cdot 10^{-2}$	$4,63 \cdot 10^{-2}$	$4,48 \cdot 10^{-2}$
41	$5,33 \cdot 10^{-2}$	$4,98 \cdot 10^{-2}$	$4,98 \cdot 10^{-2}$	$4,98 \cdot 10^{-2}$	$4,98 \cdot 10^{-2}$
42	$7,81 \cdot 10^{-2}$	$7,72 \cdot 10^{-2}$	$7,72 \cdot 10^{-2}$	$7,72 \cdot 10^{-2}$	$7,66 \cdot 10^{-2}$
43	$3,07 \cdot 10^{-2}$	$2,68 \cdot 10^{-2}$	$2,68 \cdot 10^{-2}$	$2,68 \cdot 10^{-2}$	$2,68 \cdot 10^{-2}$
44	$4,86 \cdot 10^{-2}$	$4,57 \cdot 10^{-2}$	$4,57 \cdot 10^{-2}$	$4,57 \cdot 10^{-2}$	$4,57 \cdot 10^{-2}$
45	$4,85 \cdot 10^{-2}$	$4,62 \cdot 10^{-2}$	$4,62 \cdot 10^{-2}$	$4,62 \cdot 10^{-2}$	$4,62 \cdot 10^{-2}$
46	$6,01 \cdot 10^{-2}$	$5,91 \cdot 10^{-2}$	$5,91 \cdot 10^{-2}$	$5,91 \cdot 10^{-2}$	$5,91 \cdot 10^{-2}$
47	$4,69 \cdot 10^{-2}$	$4,54 \cdot 10^{-2}$	$4,53 \cdot 10^{-2}$	$4,53 \cdot 10^{-2}$	$4,53 \cdot 10^{-2}$
48	$6,93 \cdot 10^{-2}$	$6,85 \cdot 10^{-2}$	$6,85 \cdot 10^{-2}$	$6,85 \cdot 10^{-2}$	$6,85 \cdot 10^{-2}$
49	$7,39 \cdot 10^{-2}$	$7,28 \cdot 10^{-2}$	$7,28 \cdot 10^{-2}$	$7,28 \cdot 10^{-2}$	$7,25 \cdot 10^{-2}$
50	$7,78 \cdot 10^{-2}$	$7,56 \cdot 10^{-2}$	$7,55 \cdot 10^{-2}$	$7,55 \cdot 10^{-2}$	$7,55 \cdot 10^{-2}$
51	$7,51 \cdot 10^{-2}$	$7,41 \cdot 10^{-2}$	$7,41 \cdot 10^{-2}$	$7,41 \cdot 10^{-2}$	$7,41 \cdot 10^{-2}$
52	$5,39 \cdot 10^{-2}$	$5,24 \cdot 10^{-2}$	$5,23 \cdot 10^{-2}$	$5,23 \cdot 10^{-2}$	$5,23 \cdot 10^{-2}$
53	$6,77 \cdot 10^{-2}$	$6,52 \cdot 10^{-2}$	$6,52 \cdot 10^{-2}$	$6,52 \cdot 10^{-2}$	$6,52 \cdot 10^{-2}$
54	$5,81 \cdot 10^{-2}$	$5,42 \cdot 10^{-2}$	$5,42 \cdot 10^{-2}$	$5,42 \cdot 10^{-2}$	$5,42 \cdot 10^{-2}$
55	$1,02 \cdot 10^{-1}$	$9,98 \cdot 10^{-2}$	$9,97 \cdot 10^{-2}$	$9,97 \cdot 10^{-2}$	$9,97 \cdot 10^{-2}$
56	$5,76 \cdot 10^{-2}$	$5,43 \cdot 10^{-2}$	$5,43 \cdot 10^{-2}$	$5,43 \cdot 10^{-2}$	$5,43 \cdot 10^{-2}$
57	$7,68 \cdot 10^{-2}$	$7,58 \cdot 10^{-2}$	$7,58 \cdot 10^{-2}$	$7,58 \cdot 10^{-2}$	$7,58 \cdot 10^{-2}$

Continua na próxima página...

Tabela A.4 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	GA	DER1	DER1F	DEb1	DEb1F
58	$8,94 \cdot 10^{-2}$	$8,89 \cdot 10^{-2}$	$8,89 \cdot 10^{-2}$	$8,89 \cdot 10^{-2}$	$8,89 \cdot 10^{-2}$
59	$7,32 \cdot 10^{-2}$	$7,05 \cdot 10^{-2}$	$7,04 \cdot 10^{-2}$	$7,04 \cdot 10^{-2}$	$7,04 \cdot 10^{-2}$
60	$1,06 \cdot 10^{-1}$	$1,05 \cdot 10^{-1}$	$1,05 \cdot 10^{-1}$	$1,05 \cdot 10^{-1}$	$1,05 \cdot 10^{-1}$
61	$5,89 \cdot 10^{-2}$	$5,84 \cdot 10^{-2}$	$5,84 \cdot 10^{-2}$	$5,84 \cdot 10^{-2}$	$5,84 \cdot 10^{-2}$
62	$4,19 \cdot 10^{-2}$	$4,04 \cdot 10^{-2}$	$4,03 \cdot 10^{-2}$	$4,03 \cdot 10^{-2}$	$3,92 \cdot 10^{-2}$
63	$4,08 \cdot 10^{-2}$	$3,93 \cdot 10^{-2}$	$3,91 \cdot 10^{-2}$	$3,91 \cdot 10^{-2}$	$3,91 \cdot 10^{-2}$
64	$9,91 \cdot 10^{-2}$	$9,80 \cdot 10^{-2}$	$9,80 \cdot 10^{-2}$	$9,80 \cdot 10^{-2}$	$9,80 \cdot 10^{-2}$
65	$6,86 \cdot 10^{-2}$	$6,67 \cdot 10^{-2}$	$6,66 \cdot 10^{-2}$	$6,66 \cdot 10^{-2}$	$6,66 \cdot 10^{-2}$
66	$7,94 \cdot 10^{-2}$	$7,64 \cdot 10^{-2}$	$7,64 \cdot 10^{-2}$	$7,64 \cdot 10^{-2}$	$7,64 \cdot 10^{-2}$
67	$7,04 \cdot 10^{-2}$	$6,72 \cdot 10^{-2}$	$6,72 \cdot 10^{-2}$	$6,72 \cdot 10^{-2}$	$6,72 \cdot 10^{-2}$
68	$5,71 \cdot 10^{-2}$	$5,65 \cdot 10^{-2}$	$5,65 \cdot 10^{-2}$	$5,65 \cdot 10^{-2}$	$5,65 \cdot 10^{-2}$
69	$6,51 \cdot 10^{-2}$	$6,32 \cdot 10^{-2}$	$6,32 \cdot 10^{-2}$	$6,32 \cdot 10^{-2}$	$6,32 \cdot 10^{-2}$
70	$6,46 \cdot 10^{-2}$	$6,41 \cdot 10^{-2}$	$6,41 \cdot 10^{-2}$	$6,41 \cdot 10^{-2}$	$6,41 \cdot 10^{-2}$
71	$5,39 \cdot 10^{-2}$	$5,27 \cdot 10^{-2}$	$5,29 \cdot 10^{-2}$	$5,29 \cdot 10^{-2}$	$5,29 \cdot 10^{-2}$
72	$3,09 \cdot 10^{-2}$	$2,99 \cdot 10^{-2}$	$2,99 \cdot 10^{-2}$	$2,99 \cdot 10^{-2}$	$2,99 \cdot 10^{-2}$
73	$6,17 \cdot 10^{-2}$	$6,10 \cdot 10^{-2}$	$6,10 \cdot 10^{-2}$	$6,10 \cdot 10^{-2}$	$6,10 \cdot 10^{-2}$
74	$7,27 \cdot 10^{-2}$	$7,09 \cdot 10^{-2}$	$7,09 \cdot 10^{-2}$	$7,09 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$
75	$5,75 \cdot 10^{-2}$	$5,63 \cdot 10^{-2}$	$5,63 \cdot 10^{-2}$	$5,63 \cdot 10^{-2}$	$5,63 \cdot 10^{-2}$
76	$1,12 \cdot 10^{-1}$	$1,10 \cdot 10^{-1}$	$1,09 \cdot 10^{-1}$	$1,09 \cdot 10^{-1}$	$1,09 \cdot 10^{-1}$
77	$8,77 \cdot 10^{-2}$	$8,35 \cdot 10^{-2}$	$8,35 \cdot 10^{-2}$	$8,35 \cdot 10^{-2}$	$8,35 \cdot 10^{-2}$
78	$7,48 \cdot 10^{-2}$	$7,23 \cdot 10^{-2}$	$7,23 \cdot 10^{-2}$	$7,23 \cdot 10^{-2}$	$7,23 \cdot 10^{-2}$
79	$3,82 \cdot 10^{-2}$	$3,76 \cdot 10^{-2}$	$3,76 \cdot 10^{-2}$	$3,76 \cdot 10^{-2}$	$3,76 \cdot 10^{-2}$
80	$6,24 \cdot 10^{-2}$	$5,99 \cdot 10^{-2}$	$5,99 \cdot 10^{-2}$	$5,99 \cdot 10^{-2}$	$5,99 \cdot 10^{-2}$
81	$7,03 \cdot 10^{-2}$	$6,76 \cdot 10^{-2}$	$6,76 \cdot 10^{-2}$	$6,76 \cdot 10^{-2}$	$6,76 \cdot 10^{-2}$
82	$1,01 \cdot 10^{-1}$	$9,82 \cdot 10^{-2}$	$9,82 \cdot 10^{-2}$	$9,82 \cdot 10^{-2}$	$9,82 \cdot 10^{-2}$
83	$5,79 \cdot 10^{-2}$	$5,56 \cdot 10^{-2}$	$5,55 \cdot 10^{-2}$	$5,55 \cdot 10^{-2}$	$5,55 \cdot 10^{-2}$
84	$8,04 \cdot 10^{-2}$	$7,79 \cdot 10^{-2}$	$7,79 \cdot 10^{-2}$	$7,79 \cdot 10^{-2}$	$7,79 \cdot 10^{-2}$
85	$1,13 \cdot 10^{-1}$	$1,12 \cdot 10^{-1}$	$1,12 \cdot 10^{-1}$	$1,12 \cdot 10^{-1}$	$1,12 \cdot 10^{-1}$
86	$6,94 \cdot 10^{-2}$	$6,88 \cdot 10^{-2}$	$6,88 \cdot 10^{-2}$	$6,88 \cdot 10^{-2}$	$6,88 \cdot 10^{-2}$
87	$5,88 \cdot 10^{-2}$	$5,44 \cdot 10^{-2}$	$5,44 \cdot 10^{-2}$	$5,44 \cdot 10^{-2}$	$5,44 \cdot 10^{-2}$
88	$5,06 \cdot 10^{-2}$	$4,92 \cdot 10^{-2}$	$4,92 \cdot 10^{-2}$	$4,92 \cdot 10^{-2}$	$4,92 \cdot 10^{-2}$
89	$8,68 \cdot 10^{-2}$	$8,48 \cdot 10^{-2}$	$8,48 \cdot 10^{-2}$	$8,48 \cdot 10^{-2}$	$8,48 \cdot 10^{-2}$
90	$8,17 \cdot 10^{-2}$	$7,87 \cdot 10^{-2}$	$7,87 \cdot 10^{-2}$	$7,87 \cdot 10^{-2}$	$7,87 \cdot 10^{-2}$
91	$5,77 \cdot 10^{-2}$	$5,62 \cdot 10^{-2}$	$5,62 \cdot 10^{-2}$	$5,62 \cdot 10^{-2}$	$5,62 \cdot 10^{-2}$
92	$4,92 \cdot 10^{-2}$	$4,77 \cdot 10^{-2}$	$4,77 \cdot 10^{-2}$	$4,77 \cdot 10^{-2}$	$4,77 \cdot 10^{-2}$
93	$8,33 \cdot 10^{-2}$	$8,28 \cdot 10^{-2}$	$8,28 \cdot 10^{-2}$	$8,28 \cdot 10^{-2}$	$8,28 \cdot 10^{-2}$

Continua na próxima página...

Tabela A.4 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	GA	DER1	DER1F	DEb1	DEb1F
94	$9,03 \cdot 10^{-2}$	$8,72 \cdot 10^{-2}$	$8,71 \cdot 10^{-2}$	$8,71 \cdot 10^{-2}$	$8,71 \cdot 10^{-2}$
95	$5,62 \cdot 10^{-2}$	$5,56 \cdot 10^{-2}$	$5,56 \cdot 10^{-2}$	$5,56 \cdot 10^{-2}$	$5,56 \cdot 10^{-2}$
96	$5,64 \cdot 10^{-2}$	$5,60 \cdot 10^{-2}$	$5,60 \cdot 10^{-2}$	$5,60 \cdot 10^{-2}$	$5,60 \cdot 10^{-2}$
97	$6,68 \cdot 10^{-2}$	$6,56 \cdot 10^{-2}$	$6,56 \cdot 10^{-2}$	$6,56 \cdot 10^{-2}$	$6,50 \cdot 10^{-2}$
98	$5,83 \cdot 10^{-2}$	$5,64 \cdot 10^{-2}$	$5,64 \cdot 10^{-2}$	$5,64 \cdot 10^{-2}$	$5,64 \cdot 10^{-2}$
99	$5,56 \cdot 10^{-2}$	$5,48 \cdot 10^{-2}$	$5,48 \cdot 10^{-2}$	$5,48 \cdot 10^{-2}$	$5,48 \cdot 10^{-2}$
100	$6,29 \cdot 10^{-2}$	$6,01 \cdot 10^{-2}$	$6,00 \cdot 10^{-2}$	$6,00 \cdot 10^{-2}$	$6,00 \cdot 10^{-2}$
101	$7,25 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
Média	$6,86 \cdot 10^{-2}$	$6,67 \cdot 10^{-2}$	$6,66 \cdot 10^{-2}$	$6,66 \cdot 10^{-2}$	$6,66 \cdot 10^{-2}$
Mediana	$6,64 \cdot 10^{-2}$	$6,48 \cdot 10^{-2}$	$6,48 \cdot 10^{-2}$	$6,48 \cdot 10^{-2}$	$6,48 \cdot 10^{-2}$
$\sigma$	$1,97 \cdot 10^{-2}$	$1,95 \cdot 10^{-2}$	$1,95 \cdot 10^{-2}$	$1,95 \cdot 10^{-2}$	$1,95 \cdot 10^{-2}$

Tabela A.5 –  $Fit(\hat{\theta})$  mediana das estimativas feitas nos testes DEb2, DEb2F, DEctb, DEctbF, e AGM1 para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador  $\alpha - \eta - \mu$  ajustado para  $\theta = \{13; 7; 7, 75\}$ .

NCA <sup>1</sup>	DEb2	DEb2F	DEctb	DEctbF	AGM1
1	$4,63 \cdot 10^{-2}$				
2	$4,34 \cdot 10^{-2}$	$4,34 \cdot 10^{-2}$	$4,35 \cdot 10^{-2}$	$4,34 \cdot 10^{-2}$	$4,35 \cdot 10^{-2}$
3	$9,26 \cdot 10^{-2}$	$9,26 \cdot 10^{-2}$	$9,26 \cdot 10^{-2}$	$9,26 \cdot 10^{-2}$	$9,27 \cdot 10^{-2}$
4	$6,72 \cdot 10^{-2}$	$6,84 \cdot 10^{-2}$	$6,84 \cdot 10^{-2}$	$6,65 \cdot 10^{-2}$	$6,84 \cdot 10^{-2}$
5	$4,97 \cdot 10^{-2}$	$4,97 \cdot 10^{-2}$	$4,98 \cdot 10^{-2}$	$4,97 \cdot 10^{-2}$	$4,98 \cdot 10^{-2}$
6	$8,39 \cdot 10^{-2}$				
7	$8,05 \cdot 10^{-2}$				
8	$1,13 \cdot 10^{-1}$				
9	$4,27 \cdot 10^{-2}$				
10	$4,99 \cdot 10^{-2}$				
11	$9,33 \cdot 10^{-2}$				
12	$6,48 \cdot 10^{-2}$	$6,48 \cdot 10^{-2}$	$6,50 \cdot 10^{-2}$	$6,48 \cdot 10^{-2}$	$6,49 \cdot 10^{-2}$
13	$3,91 \cdot 10^{-2}$	$3,91 \cdot 10^{-2}$	$3,92 \cdot 10^{-2}$	$3,90 \cdot 10^{-2}$	$3,91 \cdot 10^{-2}$
14	$4,75 \cdot 10^{-2}$	$4,75 \cdot 10^{-2}$	$4,76 \cdot 10^{-2}$	$4,75 \cdot 10^{-2}$	$4,76 \cdot 10^{-2}$
15	$5,05 \cdot 10^{-2}$	$5,05 \cdot 10^{-2}$	$5,06 \cdot 10^{-2}$	$5,05 \cdot 10^{-2}$	$5,05 \cdot 10^{-2}$
16	$5,22 \cdot 10^{-2}$	$5,22 \cdot 10^{-2}$	$5,22 \cdot 10^{-2}$	$5,16 \cdot 10^{-2}$	$5,22 \cdot 10^{-2}$

Continua na próxima página...

<sup>1</sup> Número do conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \eta - \mu$

Tabela A.5 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	DEb2	DEb2F	DEctb	DEctbF	AGM1
17	$3,89 \cdot 10^{-2}$				
18	$4,42 \cdot 10^{-2}$				
19	$7,16 \cdot 10^{-2}$	$7,16 \cdot 10^{-2}$	$7,17 \cdot 10^{-2}$	$7,16 \cdot 10^{-2}$	$7,16 \cdot 10^{-2}$
20	$8,74 \cdot 10^{-2}$				
21	$7,16 \cdot 10^{-2}$				
22	$8,29 \cdot 10^{-2}$				
23	$9,13 \cdot 10^{-2}$				
24	$4,51 \cdot 10^{-2}$	$4,51 \cdot 10^{-2}$	$4,52 \cdot 10^{-2}$	$4,51 \cdot 10^{-2}$	$4,52 \cdot 10^{-2}$
25	$6,22 \cdot 10^{-2}$				
26	$8,60 \cdot 10^{-2}$	$8,60 \cdot 10^{-2}$	$8,61 \cdot 10^{-2}$	$8,60 \cdot 10^{-2}$	$8,61 \cdot 10^{-2}$
27	$5,25 \cdot 10^{-2}$	$5,25 \cdot 10^{-2}$	$5,26 \cdot 10^{-2}$	$5,25 \cdot 10^{-2}$	$5,25 \cdot 10^{-2}$
28	$5,56 \cdot 10^{-2}$				
29	$6,39 \cdot 10^{-2}$	$6,39 \cdot 10^{-2}$	$6,42 \cdot 10^{-2}$	$6,39 \cdot 10^{-2}$	$6,44 \cdot 10^{-2}$
30	$6,68 \cdot 10^{-2}$				
31	$8,07 \cdot 10^{-2}$				
32	$7,61 \cdot 10^{-2}$				
33	$7,67 \cdot 10^{-2}$	$7,67 \cdot 10^{-2}$	$7,68 \cdot 10^{-2}$	$7,67 \cdot 10^{-2}$	$7,68 \cdot 10^{-2}$
34	$1,00 \cdot 10^{-1}$	$1,00 \cdot 10^{-1}$	$1,02 \cdot 10^{-1}$	$1,00 \cdot 10^{-1}$	$1,02 \cdot 10^{-1}$
35	$1,05 \cdot 10^{-1}$				
36	$8,52 \cdot 10^{-2}$				
37	$1,08 \cdot 10^{-1}$				
38	$4,93 \cdot 10^{-2}$	$4,93 \cdot 10^{-2}$	$4,94 \cdot 10^{-2}$	$4,93 \cdot 10^{-2}$	$4,94 \cdot 10^{-2}$
39	$5,41 \cdot 10^{-2}$				
40	$4,51 \cdot 10^{-2}$	$4,63 \cdot 10^{-2}$	$4,63 \cdot 10^{-2}$	$4,48 \cdot 10^{-2}$	$4,63 \cdot 10^{-2}$
41	$4,98 \cdot 10^{-2}$	$4,98 \cdot 10^{-2}$	$4,99 \cdot 10^{-2}$	$4,98 \cdot 10^{-2}$	$4,99 \cdot 10^{-2}$
42	$7,72 \cdot 10^{-2}$	$7,72 \cdot 10^{-2}$	$7,72 \cdot 10^{-2}$	$7,66 \cdot 10^{-2}$	$7,72 \cdot 10^{-2}$
43	$2,68 \cdot 10^{-2}$				
44	$4,57 \cdot 10^{-2}$	$4,57 \cdot 10^{-2}$	$4,58 \cdot 10^{-2}$	$4,57 \cdot 10^{-2}$	$4,57 \cdot 10^{-2}$
45	$4,62 \cdot 10^{-2}$				
46	$5,91 \cdot 10^{-2}$				
47	$4,53 \cdot 10^{-2}$	$4,53 \cdot 10^{-2}$	$4,54 \cdot 10^{-2}$	$4,53 \cdot 10^{-2}$	$4,54 \cdot 10^{-2}$
48	$6,85 \cdot 10^{-2}$				
49	$7,28 \cdot 10^{-2}$				
50	$7,55 \cdot 10^{-2}$	$7,55 \cdot 10^{-2}$	$7,56 \cdot 10^{-2}$	$7,55 \cdot 10^{-2}$	$7,56 \cdot 10^{-2}$
51	$7,41 \cdot 10^{-2}$				
52	$5,23 \cdot 10^{-2}$	$5,23 \cdot 10^{-2}$	$5,25 \cdot 10^{-2}$	$5,23 \cdot 10^{-2}$	$5,24 \cdot 10^{-2}$

Continua na próxima página...

Tabela A.5 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	DEb2	DEb2F	DEctb	DEctbF	AGM1
53	$6,52 \cdot 10^{-2}$	$6,52 \cdot 10^{-2}$	$6,53 \cdot 10^{-2}$	$6,52 \cdot 10^{-2}$	$6,53 \cdot 10^{-2}$
54	$5,42 \cdot 10^{-2}$				
55	$9,97 \cdot 10^{-2}$	$9,97 \cdot 10^{-2}$	$9,98 \cdot 10^{-2}$	$9,97 \cdot 10^{-2}$	$9,97 \cdot 10^{-2}$
56	$5,43 \cdot 10^{-2}$				
57	$7,58 \cdot 10^{-2}$				
58	$8,89 \cdot 10^{-2}$				
59	$7,04 \cdot 10^{-2}$	$7,04 \cdot 10^{-2}$	$7,05 \cdot 10^{-2}$	$7,04 \cdot 10^{-2}$	$7,05 \cdot 10^{-2}$
60	$1,05 \cdot 10^{-1}$				
61	$5,84 \cdot 10^{-2}$				
62	$4,03 \cdot 10^{-2}$	$4,03 \cdot 10^{-2}$	$4,04 \cdot 10^{-2}$	$3,92 \cdot 10^{-2}$	$4,04 \cdot 10^{-2}$
63	$3,92 \cdot 10^{-2}$	$3,91 \cdot 10^{-2}$	$3,94 \cdot 10^{-2}$	$3,91 \cdot 10^{-2}$	$3,94 \cdot 10^{-2}$
64	$9,80 \cdot 10^{-2}$				
65	$6,66 \cdot 10^{-2}$	$6,66 \cdot 10^{-2}$	$6,69 \cdot 10^{-2}$	$6,66 \cdot 10^{-2}$	$6,70 \cdot 10^{-2}$
66	$7,64 \cdot 10^{-2}$	$7,64 \cdot 10^{-2}$	$7,65 \cdot 10^{-2}$	$7,64 \cdot 10^{-2}$	$7,65 \cdot 10^{-2}$
67	$6,72 \cdot 10^{-2}$				
68	$5,65 \cdot 10^{-2}$				
69	$6,32 \cdot 10^{-2}$				
70	$6,41 \cdot 10^{-2}$				
71	$5,29 \cdot 10^{-2}$				
72	$2,99 \cdot 10^{-2}$				
73	$6,10 \cdot 10^{-2}$				
74	$7,08 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$	$7,09 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$	$7,09 \cdot 10^{-2}$
75	$5,63 \cdot 10^{-2}$				
76	$1,09 \cdot 10^{-1}$	$1,09 \cdot 10^{-1}$	$1,10 \cdot 10^{-1}$	$1,09 \cdot 10^{-1}$	$1,11 \cdot 10^{-1}$
77	$8,35 \cdot 10^{-2}$				
78	$7,23 \cdot 10^{-2}$	$7,23 \cdot 10^{-2}$	$7,24 \cdot 10^{-2}$	$7,23 \cdot 10^{-2}$	$7,24 \cdot 10^{-2}$
79	$3,76 \cdot 10^{-2}$				
80	$5,99 \cdot 10^{-2}$				
81	$6,76 \cdot 10^{-2}$	$6,76 \cdot 10^{-2}$	$6,77 \cdot 10^{-2}$	$6,76 \cdot 10^{-2}$	$6,76 \cdot 10^{-2}$
82	$9,82 \cdot 10^{-2}$	$9,82 \cdot 10^{-2}$	$9,83 \cdot 10^{-2}$	$9,82 \cdot 10^{-2}$	$9,82 \cdot 10^{-2}$
83	$5,55 \cdot 10^{-2}$	$5,55 \cdot 10^{-2}$	$5,64 \cdot 10^{-2}$	$5,55 \cdot 10^{-2}$	$5,61 \cdot 10^{-2}$
84	$7,79 \cdot 10^{-2}$				
85	$1,12 \cdot 10^{-1}$				
86	$6,88 \cdot 10^{-2}$				
87	$5,44 \cdot 10^{-2}$				
88	$4,92 \cdot 10^{-2}$				

Continua na próxima página...

Tabela A.5 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	DEb2	DEb2F	DEctb	DEctbF	AGM1
89	$8,48 \cdot 10^{-2}$	$8,48 \cdot 10^{-2}$	$8,53 \cdot 10^{-2}$	$8,48 \cdot 10^{-2}$	$8,49 \cdot 10^{-2}$
90	$7,87 \cdot 10^{-2}$				
91	$5,62 \cdot 10^{-2}$				
92	$4,77 \cdot 10^{-2}$				
93	$8,28 \cdot 10^{-2}$				
94	$8,72 \cdot 10^{-2}$	$8,71 \cdot 10^{-2}$	$8,89 \cdot 10^{-2}$	$8,71 \cdot 10^{-2}$	$8,89 \cdot 10^{-2}$
95	$5,56 \cdot 10^{-2}$				
96	$5,60 \cdot 10^{-2}$				
97	$6,55 \cdot 10^{-2}$	$6,56 \cdot 10^{-2}$	$6,56 \cdot 10^{-2}$	$6,56 \cdot 10^{-2}$	$6,56 \cdot 10^{-2}$
98	$5,64 \cdot 10^{-2}$				
99	$5,48 \cdot 10^{-2}$				
100	$6,00 \cdot 10^{-2}$	$6,00 \cdot 10^{-2}$	$6,01 \cdot 10^{-2}$	$6,00 \cdot 10^{-2}$	$6,01 \cdot 10^{-2}$
101	$7,06 \cdot 10^{-2}$				
Média	$6,66 \cdot 10^{-2}$	$6,66 \cdot 10^{-2}$	$6,67 \cdot 10^{-2}$	$6,66 \cdot 10^{-2}$	$6,67 \cdot 10^{-2}$
Mediana	$6,48 \cdot 10^{-2}$	$6,48 \cdot 10^{-2}$	$6,50 \cdot 10^{-2}$	$6,48 \cdot 10^{-2}$	$6,49 \cdot 10^{-2}$
$\sigma$	$1,95 \cdot 10^{-2}$	$1,95 \cdot 10^{-2}$	$1,95 \cdot 10^{-2}$	$1,95 \cdot 10^{-2}$	$1,96 \cdot 10^{-2}$

Tabela A.6 –  $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  mediana das estimativas feitas nos testes AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2, e AGM2F para os conjuntos de amostras gerados pelo simulador  $\alpha - \eta - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$ .

NCA <sup>1</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
1	$4,63 \cdot 10^{-2}$				
2	$4,34 \cdot 10^{-2}$	$4,35 \cdot 10^{-2}$	$4,34 \cdot 10^{-2}$	$4,34 \cdot 10^{-2}$	$4,34 \cdot 10^{-2}$
3	$9,26 \cdot 10^{-2}$	$9,28 \cdot 10^{-2}$	$9,26 \cdot 10^{-2}$	$9,26 \cdot 10^{-2}$	$9,26 \cdot 10^{-2}$
4	$6,84 \cdot 10^{-2}$	$6,84 \cdot 10^{-2}$	$6,84 \cdot 10^{-2}$	$6,84 \cdot 10^{-2}$	$6,77 \cdot 10^{-2}$
5	$4,97 \cdot 10^{-2}$	$4,98 \cdot 10^{-2}$	$4,97 \cdot 10^{-2}$	$4,97 \cdot 10^{-2}$	$4,97 \cdot 10^{-2}$
6	$8,39 \cdot 10^{-2}$				
7	$8,05 \cdot 10^{-2}$				
8	$1,13 \cdot 10^{-1}$				
9	$4,27 \cdot 10^{-2}$				
10	$4,99 \cdot 10^{-2}$				
11	$9,33 \cdot 10^{-2}$	$9,34 \cdot 10^{-2}$	$9,33 \cdot 10^{-2}$	$9,33 \cdot 10^{-2}$	$9,33 \cdot 10^{-2}$

Continua na próxima página...

<sup>1</sup> Número do conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \eta - \mu$

Tabela A.6 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
12	$6,48 \cdot 10^{-2}$	$6,51 \cdot 10^{-2}$	$6,48 \cdot 10^{-2}$	$6,48 \cdot 10^{-2}$	$6,48 \cdot 10^{-2}$
13	$3,91 \cdot 10^{-2}$	$3,92 \cdot 10^{-2}$	$3,91 \cdot 10^{-2}$	$3,91 \cdot 10^{-2}$	$3,91 \cdot 10^{-2}$
14	$4,75 \cdot 10^{-2}$	$4,76 \cdot 10^{-2}$	$4,75 \cdot 10^{-2}$	$4,75 \cdot 10^{-2}$	$4,75 \cdot 10^{-2}$
15	$5,05 \cdot 10^{-2}$				
16	$5,22 \cdot 10^{-2}$				
17	$3,89 \cdot 10^{-2}$				
18	$4,42 \cdot 10^{-2}$				
19	$7,16 \cdot 10^{-2}$	$7,20 \cdot 10^{-2}$	$7,16 \cdot 10^{-2}$	$7,16 \cdot 10^{-2}$	$7,16 \cdot 10^{-2}$
20	$8,74 \cdot 10^{-2}$				
21	$7,16 \cdot 10^{-2}$				
22	$8,29 \cdot 10^{-2}$				
23	$9,13 \cdot 10^{-2}$	$9,14 \cdot 10^{-2}$	$9,13 \cdot 10^{-2}$	$9,13 \cdot 10^{-2}$	$9,13 \cdot 10^{-2}$
24	$4,51 \cdot 10^{-2}$	$4,52 \cdot 10^{-2}$	$4,51 \cdot 10^{-2}$	$4,51 \cdot 10^{-2}$	$4,51 \cdot 10^{-2}$
25	$6,22 \cdot 10^{-2}$				
26	$8,60 \cdot 10^{-2}$	$8,62 \cdot 10^{-2}$	$8,60 \cdot 10^{-2}$	$8,60 \cdot 10^{-2}$	$8,60 \cdot 10^{-2}$
27	$5,25 \cdot 10^{-2}$	$5,26 \cdot 10^{-2}$	$5,25 \cdot 10^{-2}$	$5,25 \cdot 10^{-2}$	$5,25 \cdot 10^{-2}$
28	$5,56 \cdot 10^{-2}$				
29	$6,39 \cdot 10^{-2}$	$6,45 \cdot 10^{-2}$	$6,39 \cdot 10^{-2}$	$6,39 \cdot 10^{-2}$	$6,40 \cdot 10^{-2}$
30	$6,68 \cdot 10^{-2}$				
31	$8,07 \cdot 10^{-2}$				
32	$7,61 \cdot 10^{-2}$				
33	$7,67 \cdot 10^{-2}$	$7,74 \cdot 10^{-2}$	$7,67 \cdot 10^{-2}$	$7,67 \cdot 10^{-2}$	$7,67 \cdot 10^{-2}$
34	$1,01 \cdot 10^{-1}$	$1,02 \cdot 10^{-1}$	$1,02 \cdot 10^{-1}$	$1,02 \cdot 10^{-1}$	$1,01 \cdot 10^{-1}$
35	$1,05 \cdot 10^{-1}$				
36	$8,52 \cdot 10^{-2}$				
37	$1,08 \cdot 10^{-1}$				
38	$4,93 \cdot 10^{-2}$	$4,94 \cdot 10^{-2}$	$4,93 \cdot 10^{-2}$	$4,93 \cdot 10^{-2}$	$4,94 \cdot 10^{-2}$
39	$5,41 \cdot 10^{-2}$				
40	$4,63 \cdot 10^{-2}$	$4,63 \cdot 10^{-2}$	$4,63 \cdot 10^{-2}$	$4,63 \cdot 10^{-2}$	$4,57 \cdot 10^{-2}$
41	$4,98 \cdot 10^{-2}$	$5,00 \cdot 10^{-2}$	$4,98 \cdot 10^{-2}$	$4,98 \cdot 10^{-2}$	$4,98 \cdot 10^{-2}$
42	$7,72 \cdot 10^{-2}$				
43	$2,68 \cdot 10^{-2}$	$2,69 \cdot 10^{-2}$	$2,68 \cdot 10^{-2}$	$2,68 \cdot 10^{-2}$	$2,68 \cdot 10^{-2}$
44	$4,57 \cdot 10^{-2}$	$4,59 \cdot 10^{-2}$	$4,57 \cdot 10^{-2}$	$4,57 \cdot 10^{-2}$	$4,57 \cdot 10^{-2}$
45	$4,62 \cdot 10^{-2}$	$4,64 \cdot 10^{-2}$	$4,62 \cdot 10^{-2}$	$4,62 \cdot 10^{-2}$	$4,62 \cdot 10^{-2}$
46	$5,91 \cdot 10^{-2}$				
47	$4,54 \cdot 10^{-2}$	$4,55 \cdot 10^{-2}$	$4,54 \cdot 10^{-2}$	$4,54 \cdot 10^{-2}$	$4,54 \cdot 10^{-2}$

Continua na próxima página...

Tabela A.6 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
48	$6,85 \cdot 10^{-2}$				
49	$7,28 \cdot 10^{-2}$				
50	$7,55 \cdot 10^{-2}$	$7,56 \cdot 10^{-2}$	$7,55 \cdot 10^{-2}$	$7,55 \cdot 10^{-2}$	$7,56 \cdot 10^{-2}$
51	$7,41 \cdot 10^{-2}$				
52	$5,23 \cdot 10^{-2}$	$5,26 \cdot 10^{-2}$	$5,23 \cdot 10^{-2}$	$5,23 \cdot 10^{-2}$	$5,23 \cdot 10^{-2}$
53	$6,52 \cdot 10^{-2}$	$6,53 \cdot 10^{-2}$	$6,52 \cdot 10^{-2}$	$6,52 \cdot 10^{-2}$	$6,52 \cdot 10^{-2}$
54	$5,42 \cdot 10^{-2}$	$5,43 \cdot 10^{-2}$	$5,42 \cdot 10^{-2}$	$5,42 \cdot 10^{-2}$	$5,42 \cdot 10^{-2}$
55	$9,97 \cdot 10^{-2}$	$9,98 \cdot 10^{-2}$	$9,97 \cdot 10^{-2}$	$9,97 \cdot 10^{-2}$	$9,98 \cdot 10^{-2}$
56	$5,43 \cdot 10^{-2}$				
57	$7,58 \cdot 10^{-2}$				
58	$8,89 \cdot 10^{-2}$				
59	$7,04 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$	$7,04 \cdot 10^{-2}$	$7,04 \cdot 10^{-2}$	$7,05 \cdot 10^{-2}$
60	$1,05 \cdot 10^{-1}$				
61	$5,84 \cdot 10^{-2}$				
62	$4,03 \cdot 10^{-2}$	$4,04 \cdot 10^{-2}$	$4,03 \cdot 10^{-2}$	$4,03 \cdot 10^{-2}$	$4,03 \cdot 10^{-2}$
63	$3,91 \cdot 10^{-2}$	$3,95 \cdot 10^{-2}$	$3,91 \cdot 10^{-2}$	$3,91 \cdot 10^{-2}$	$3,92 \cdot 10^{-2}$
64	$9,80 \cdot 10^{-2}$				
65	$6,66 \cdot 10^{-2}$	$6,70 \cdot 10^{-2}$	$6,66 \cdot 10^{-2}$	$6,66 \cdot 10^{-2}$	$6,66 \cdot 10^{-2}$
66	$7,64 \cdot 10^{-2}$	$7,66 \cdot 10^{-2}$	$7,64 \cdot 10^{-2}$	$7,64 \cdot 10^{-2}$	$7,64 \cdot 10^{-2}$
67	$6,72 \cdot 10^{-2}$	$6,74 \cdot 10^{-2}$	$6,72 \cdot 10^{-2}$	$6,72 \cdot 10^{-2}$	$6,72 \cdot 10^{-2}$
68	$5,65 \cdot 10^{-2}$				
69	$6,32 \cdot 10^{-2}$				
70	$6,41 \cdot 10^{-2}$				
71	$5,29 \cdot 10^{-2}$				
72	$2,99 \cdot 10^{-2}$				
73	$6,10 \cdot 10^{-2}$				
74	$7,09 \cdot 10^{-2}$				
75	$5,63 \cdot 10^{-2}$				
76	$1,09 \cdot 10^{-1}$	$1,11 \cdot 10^{-1}$	$1,09 \cdot 10^{-1}$	$1,09 \cdot 10^{-1}$	$1,10 \cdot 10^{-1}$
77	$8,35 \cdot 10^{-2}$				
78	$7,23 \cdot 10^{-2}$	$7,24 \cdot 10^{-2}$	$7,23 \cdot 10^{-2}$	$7,23 \cdot 10^{-2}$	$7,23 \cdot 10^{-2}$
79	$3,76 \cdot 10^{-2}$				
80	$5,99 \cdot 10^{-2}$	$6,00 \cdot 10^{-2}$	$5,99 \cdot 10^{-2}$	$5,99 \cdot 10^{-2}$	$5,99 \cdot 10^{-2}$
81	$6,76 \cdot 10^{-2}$	$6,77 \cdot 10^{-2}$	$6,76 \cdot 10^{-2}$	$6,76 \cdot 10^{-2}$	$6,76 \cdot 10^{-2}$
82	$9,82 \cdot 10^{-2}$	$9,84 \cdot 10^{-2}$	$9,82 \cdot 10^{-2}$	$9,82 \cdot 10^{-2}$	$9,82 \cdot 10^{-2}$
83	$5,55 \cdot 10^{-2}$	$5,67 \cdot 10^{-2}$	$5,55 \cdot 10^{-2}$	$5,55 \cdot 10^{-2}$	$5,56 \cdot 10^{-2}$

Continua na próxima página...

Tabela A.6 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
84	$7,79 \cdot 10^{-2}$				
85	$1,12 \cdot 10^{-1}$				
86	$6,88 \cdot 10^{-2}$				
87	$5,44 \cdot 10^{-2}$	$5,45 \cdot 10^{-2}$	$5,44 \cdot 10^{-2}$	$5,44 \cdot 10^{-2}$	$5,44 \cdot 10^{-2}$
88	$4,92 \cdot 10^{-2}$				
89	$8,48 \cdot 10^{-2}$	$8,54 \cdot 10^{-2}$	$8,48 \cdot 10^{-2}$	$8,48 \cdot 10^{-2}$	$8,48 \cdot 10^{-2}$
90	$7,87 \cdot 10^{-2}$				
91	$5,62 \cdot 10^{-2}$				
92	$4,77 \cdot 10^{-2}$				
93	$8,28 \cdot 10^{-2}$				
94	$8,73 \cdot 10^{-2}$	$8,89 \cdot 10^{-2}$	$8,71 \cdot 10^{-2}$	$8,89 \cdot 10^{-2}$	$8,73 \cdot 10^{-2}$
95	$5,56 \cdot 10^{-2}$				
96	$5,60 \cdot 10^{-2}$				
97	$6,56 \cdot 10^{-2}$				
98	$5,64 \cdot 10^{-2}$				
99	$5,48 \cdot 10^{-2}$				
100	$6,00 \cdot 10^{-2}$	$6,02 \cdot 10^{-2}$	$6,00 \cdot 10^{-2}$	$6,00 \cdot 10^{-2}$	$6,00 \cdot 10^{-2}$
101	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
Média	$6,66 \cdot 10^{-2}$	$6,68 \cdot 10^{-2}$	$6,66 \cdot 10^{-2}$	$6,67 \cdot 10^{-2}$	$6,66 \cdot 10^{-2}$
Mediana	$6,48 \cdot 10^{-2}$	$6,51 \cdot 10^{-2}$	$6,48 \cdot 10^{-2}$	$6,48 \cdot 10^{-2}$	$6,48 \cdot 10^{-2}$
$\sigma$	$1,95 \cdot 10^{-2}$	$1,96 \cdot 10^{-2}$	$1,95 \cdot 10^{-2}$	$1,95 \cdot 10^{-2}$	$1,95 \cdot 10^{-2}$

Os dados contidos nas Tabelas A.7, A.8, A.9, A.10, A.11 e A.12 foram utilizadas para a construção dos boxplots vistos nas Figuras 6.1 e 6.2.

Tabela A.7 –  $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  mediana das estimativas feitas nos testes GA, DER1, DER1F, DEb1, e DEb1F para o 101º conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \eta - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ .

Execução <sup>2</sup>	GA	DER1	DER1F	DEb1	DEb1F
1	$7,18 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
2	$7,31 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
3	$7,17 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$6,96 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
4	$6,80 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$

Continua na próxima página...

<sup>1</sup> Número do conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \eta - \mu$

Tabela A.7 – continuação da página anterior.

Execução <sup>2</sup>	GA	DEr1	DER1F	DEb1	DEb1F
5	$7,11 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$6,72 \cdot 10^{-4}$
6	$7,17 \cdot 10^{-4}$	$7,05 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$
7	$7,32 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,60 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
8	$7,09 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
9	$7,25 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$
10	$7,32 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,90 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
11	$7,19 \cdot 10^{-4}$	$7,24 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
12	$7,14 \cdot 10^{-4}$	$6,56 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,63 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
13	$7,06 \cdot 10^{-4}$	$7,05 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
14	$7,32 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
15	$7,25 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
16	$7,12 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,63 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
17	$7,07 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,98 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
18	$7,42 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,59 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$
19	$7,41 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
20	$7,09 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
21	$7,08 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
22	$7,09 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
23	$7,22 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
24	$7,08 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
25	$7,08 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
26	$7,11 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
27	$7,23 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
28	$7,08 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
29	$7,37 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
30	$7,38 \cdot 10^{-4}$	$6,57 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
31	$7,32 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
32	$7,39 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
33	$7,37 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,93 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
34	$7,22 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
35	$7,10 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
36	$7,19 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
37	$7,23 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,56 \cdot 10^{-4}$
38	$7,23 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
39	$7,20 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
40	$7,10 \cdot 10^{-4}$	$6,73 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$

Continua na próxima página...

Tabela A.7 – continuação da página anterior.

Execução <sup>2</sup>	GA	DER1	DER1F	DEb1	DEb1F
41	$7,18 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
Média	$7,20 \cdot 10^{-4}$	$6,93 \cdot 10^{-4}$	$6,99 \cdot 10^{-4}$	$6,89 \cdot 10^{-4}$	$6,99 \cdot 10^{-4}$
Mediana	$7,19 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
$\sigma$	$1,27 \cdot 10^{-5}$	$2,16 \cdot 10^{-5}$	$1,52 \cdot 10^{-5}$	$2,18 \cdot 10^{-5}$	$1,56 \cdot 10^{-5}$

Tabela A.8 –  $\hat{Fit}(\hat{\theta})$  mediana das estimativas feitas nos testes DEb2, DEb2F, DEctb, DEctbF, e AGM1 para o 101º conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \eta - \mu$  ajustado para  $\theta = \{2; 2; 1\}$ .

Execução <sup>2</sup>	DEb2	DEb2F	DEctb	DEctbF	AGM1
1	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,92 \cdot 10^{-4}$
2	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
3	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
4	$7,00 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
5	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,72 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,09 \cdot 10^{-4}$
6	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,05 \cdot 10^{-4}$
7	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,05 \cdot 10^{-4}$
8	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
9	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
10	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,05 \cdot 10^{-4}$
11	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
12	$6,78 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
13	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
14	$6,65 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,05 \cdot 10^{-4}$
15	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,66 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$6,91 \cdot 10^{-4}$
16	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,29 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
17	$6,56 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,00 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
18	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
19	$6,65 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
20	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,95 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,05 \cdot 10^{-4}$
21	$6,60 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
22	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,05 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
23	$7,04 \cdot 10^{-4}$				

Continua na próxima página...

<sup>2</sup> Número da execução independente do algoritmo de estimação

Tabela A.8 – continuação da página anterior.

Execução <sup>2</sup>	DEb2	DEb2F	DEctb	DEctbF	AGM1
24	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,06 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
25	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
26	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
27	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,08 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
28	$6,83 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
29	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,17 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
30	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
31	$6,69 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
32	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
33	$6,90 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
34	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,08 \cdot 10^{-4}$
35	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,65 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
36	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
37	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,56 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
38	$7,01 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
39	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
40	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
41	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
Média	$6,96 \cdot 10^{-4}$	$6,99 \cdot 10^{-4}$	$7,03 \cdot 10^{-4}$	$7,02 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
Mediana	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
$\sigma$	$1,58 \cdot 10^{-5}$	$1,56 \cdot 10^{-5}$	$9,77 \cdot 10^{-6}$	$1,10 \cdot 10^{-5}$	$3,01 \cdot 10^{-6}$

Tabela A.9 –  $Fit(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  mediana das estimativas feitas nos testes AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2, e AGM2F para o 101º conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha-\eta-\mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 1\}$ .

Execução <sup>2</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
1	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,05 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
2	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
3	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,58 \cdot 10^{-4}$
4	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,90 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
5	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,05 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
6	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,05 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$

Continua na próxima página...

<sup>2</sup> Número da execução independente do algoritmo de estimação

Tabela A.9 – continuação da página anterior.

Execução <sup>2</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
7	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
8	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
9	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
10	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,05 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
11	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
12	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
13	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
14	$6,57 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
15	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,05 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
16	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,06 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
17	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,84 \cdot 10^{-4}$
18	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
19	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
20	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,80 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
21	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,05 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
22	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
23	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,05 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
24	$6,96 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,86 \cdot 10^{-4}$
25	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
26	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
27	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,05 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
28	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
29	$7,18 \cdot 10^{-4}$	$7,05 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
30	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,05 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
31	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,14 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
32	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,83 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
33	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
34	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$6,63 \cdot 10^{-4}$
35	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
36	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
37	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
38	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
39	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,08 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
40	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
41	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,05 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
Média	$7,03 \cdot 10^{-4}$	$7,05 \cdot 10^{-4}$	$7,02 \cdot 10^{-4}$	$7,00 \cdot 10^{-4}$	$7,01 \cdot 10^{-4}$

Continua na próxima página...

Tabela A.9 – continuação da página anterior.

Execução <sup>2</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
Mediana	$7,04 \cdot 10^{-4}$				
$\sigma$	$7,88 \cdot 10^{-6}$	$1,63 \cdot 10^{-6}$	$9,15 \cdot 10^{-6}$	$1,34 \cdot 10^{-5}$	$1,03 \cdot 10^{-5}$

Tabela A.10 –  $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  mediana das estimativas feitas nos testes GA, DER1, DER1F, DEb1, e DEb1F para o 101º conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \eta - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7,75\}$ .

Execução <sup>2</sup>	GA	DER1	DER1F	DEb1	DEb1F
1	$7,09 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
2	$7,26 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
3	$7,23 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
4	$7,26 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
5	$7,18 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
6	$7,47 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
7	$7,22 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
8	$7,56 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
9	$7,25 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
10	$7,49 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
11	$7,49 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
12	$7,21 \cdot 10^{-2}$	$7,08 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
13	$7,10 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
14	$7,29 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
15	$7,44 \cdot 10^{-2}$	$7,08 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
16	$7,14 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
17	$7,45 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
18	$7,30 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
19	$7,22 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
20	$7,25 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
21	$7,09 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
22	$7,32 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
23	$7,89 \cdot 10^{-2}$	$7,09 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
24	$7,27 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
25	$7,24 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$

Continua na próxima página...

<sup>2</sup> Número da execução independente do algoritmo de estimação

Tabela A.10 – continuação da página anterior.

Execução <sup>2</sup>	GA	DER1	DER1F	DEb1	DEb1F
26	$7,11 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
27	$7,39 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
28	$7,19 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
29	$7,13 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
30	$7,17 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
31	$7,20 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
32	$7,16 \cdot 10^{-2}$	$7,17 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
33	$7,63 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
34	$7,38 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
35	$7,28 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
36	$7,56 \cdot 10^{-2}$	$7,09 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
37	$7,10 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
38	$7,29 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
39	$7,28 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
40	$7,12 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
41	$7,13 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
Média	$7,29 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
Mediana	$7,25 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
$\sigma$	$1,72 \cdot 10^{-3}$	$1,72 \cdot 10^{-4}$	$5,44 \cdot 10^{-15}$	$5,68 \cdot 10^{-6}$	$2,15 \cdot 10^{-14}$

Tabela A.11 –  $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  mediana das estimativas feitas nos testes DEb2, DEb2F, DEctb, DEctbF, e AGM1 para o 101º conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \eta - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$ .

Execução <sup>2</sup>	DEb2	DEb2F	DEctb	DEctbF	AGM1
1	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
2	$7,06 \cdot 10^{-2}$				
3	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
4	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,14 \cdot 10^{-2}$
5	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,09 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
6	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$
7	$7,06 \cdot 10^{-2}$				
8	$7,06 \cdot 10^{-2}$				

Continua na próxima página...

<sup>2</sup> Número da execução independente do algoritmo de estimação

Tabela A.11 – continuação da página anterior.

Continua na próxima página...

Tabela A.11 – continuação da página anterior.

Execução <sup>2</sup>	DEb2	DEb2F	DEctb	DEctbF	AGM1
$\sigma$	$1,67 \cdot 10^{-6}$	$1,67 \cdot 10^{-6}$	$8,95 \cdot 10^{-5}$	$3,96 \cdot 10^{-15}$	$4,82 \cdot 10^{-4}$

Tabela A.12 –  $Fit(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  mediana das estimativas feitas nos testes AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2, e AGM2F para o 101º conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \eta - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{13; 7; 7, 75\}$ .

Execução <sup>2</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
1	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
2	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,10 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
3	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
4	$7,06 \cdot 10^{-2}$				
5	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
6	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,08 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$
7	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,09 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
8	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,41 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,08 \cdot 10^{-2}$
9	$7,06 \cdot 10^{-2}$				
10	$7,06 \cdot 10^{-2}$				
11	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,08 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,08 \cdot 10^{-2}$
12	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,09 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$
13	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,09 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
14	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,09 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
15	$7,06 \cdot 10^{-2}$				
16	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,09 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
17	$7,06 \cdot 10^{-2}$				
18	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$
19	$7,06 \cdot 10^{-2}$				
20	$7,06 \cdot 10^{-2}$				
21	$7,06 \cdot 10^{-2}$				
22	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,09 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
23	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$
24	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
25	$7,06 \cdot 10^{-2}$				
26	$7,06 \cdot 10^{-2}$				

Continua na próxima página...

<sup>2</sup> Número da execução independente do algoritmo de estimação

Tabela A.12 – continuação da página anterior.

Execução <sup>2</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
27	$7,06 \cdot 10^{-2}$				
28	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,11 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
29	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,08 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
30	$7,06 \cdot 10^{-2}$				
31	$7,06 \cdot 10^{-2}$				
32	$7,06 \cdot 10^{-2}$				
33	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,08 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
34	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,13 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
35	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$
36	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,08 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
37	$7,06 \cdot 10^{-2}$				
38	$7,06 \cdot 10^{-2}$				
39	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
40	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
41	$7,06 \cdot 10^{-2}$				
Média	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,08 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
Mediana	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
$\sigma$	$1,50 \cdot 10^{-6}$	$5,41 \cdot 10^{-4}$	$2,47 \cdot 10^{-9}$	$2,22 \cdot 10^{-9}$	$3,62 \cdot 10^{-5}$

Para computar os testes não paramétricos de Wilcoxon e de Friedman, bem como para computar o boxplot com os algoritmos de estimação de parâmetros de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  propostos baseados nos EAs, cada conjunto de amostras analisado foi estimado 51 vezes de forma independente, com  $Gmax = 3.000$  gerações cada (ver Seção 6.3.2) (ESTY; BANFIELD, 2003; KRZYWINSKI; ALTMAN, 2014; SELVIN, 2019; THIRUMALAI; MANICKAM; BALAJI, 2017). Os boxplot e os testes não paramétricos de Wilcoxon e de Friedman foram realizados para os conjuntos de amostras 494<sup>o</sup>, 63<sup>o</sup>, e 329<sup>o</sup> gerados pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ ; e para os conjuntos de amostras 21<sup>o</sup>, 482<sup>o</sup>, e 309<sup>o</sup> gerados pelo simulador de desvanecimento  $\alpha - \kappa - \mu$  configurado para  $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$ . Esses testes foram realizados com base nas Tabelas A.13, A.14, A.15, A.16, A.17, A.18, A.19, A.20, A.21, A.22, A.23, A.24, A.25, A.26, A.27, A.28, A.29, e A.30.

<sup>2</sup> Número da execução independente do algoritmo de estimação

Tabela A.13 –  $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  mediana das estimativas feitas nos testes GA, DER1, DER1F, DEb1, e DEb1F para o 494º conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ .

NCA <sup>1</sup>	GA	DER1	DER1F	DEb1	DEb1F
1	$5,76 \cdot 10^{-4}$	$5,60 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
2	$6,01 \cdot 10^{-4}$	$6,37 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,35 \cdot 10^{-4}$	$4,07 \cdot 10^{-3}$
3	$6,34 \cdot 10^{-4}$	$5,57 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
4	$6,08 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
5	$5,83 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
6	$7,15 \cdot 10^{-4}$	$5,56 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
7	$5,90 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,19 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
8	$5,79 \cdot 10^{-4}$	$5,62 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,55 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
9	$5,65 \cdot 10^{-4}$	$5,80 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
10	$5,70 \cdot 10^{-4}$	$6,48 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,51 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
11	$6,73 \cdot 10^{-4}$	$5,55 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,49 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
12	$6,68 \cdot 10^{-4}$	$6,41 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,05 \cdot 10^{-4}$
13	$5,97 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
14	$5,82 \cdot 10^{-4}$	$5,91 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
15	$7,05 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
16	$5,73 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
17	$6,37 \cdot 10^{-4}$	$5,54 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
18	$5,80 \cdot 10^{-4}$	$5,54 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
19	$6,41 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,27 \cdot 10^{-4}$
20	$5,71 \cdot 10^{-4}$	$5,54 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,29 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
21	$6,19 \cdot 10^{-4}$	$6,22 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,66 \cdot 10^{-4}$	$6,31 \cdot 10^{-4}$
22	$5,84 \cdot 10^{-4}$	$5,56 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
23	$5,96 \cdot 10^{-4}$	$5,61 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,01 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
24	$6,58 \cdot 10^{-4}$	$5,98 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,98 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
25	$6,40 \cdot 10^{-4}$	$5,79 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
26	$6,68 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
27	$6,15 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
28	$7,23 \cdot 10^{-4}$	$6,31 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,71 \cdot 10^{-4}$
29	$5,73 \cdot 10^{-4}$	$1,49 \cdot 10^{-3}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,55 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
30	$6,82 \cdot 10^{-4}$	$6,40 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
31	$5,94 \cdot 10^{-4}$	$5,86 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
32	$7,61 \cdot 10^{-4}$	$5,62 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$

Continua na próxima página...

Tabela A.13 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	GA	DER1	DER1F	DEb1	DEb1F
33	$5,76 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,59 \cdot 10^{-4}$
34	$6,23 \cdot 10^{-4}$	$5,62 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
35	$5,90 \cdot 10^{-4}$	$5,57 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
36	$5,96 \cdot 10^{-4}$	$7,78 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
37	$6,41 \cdot 10^{-4}$	$6,32 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
38	$6,48 \cdot 10^{-4}$	$5,78 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
39	$6,02 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,73 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
40	$5,63 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,83 \cdot 10^{-4}$
41	$6,12 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,60 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
42	$6,02 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
43	$5,77 \cdot 10^{-4}$	$5,98 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,72 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
44	$5,78 \cdot 10^{-4}$	$5,54 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
45	$5,71 \cdot 10^{-4}$	$5,56 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,57 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
46	$6,34 \cdot 10^{-4}$	$5,56 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,62 \cdot 10^{-4}$
47	$6,83 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
48	$7,65 \cdot 10^{-4}$	$5,66 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,27 \cdot 10^{-4}$
49	$6,57 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
50	$6,08 \cdot 10^{-4}$	$5,57 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,32 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
51	$6,30 \cdot 10^{-4}$	$5,55 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
Média	$6,22 \cdot 10^{-4}$	$5,93 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,70 \cdot 10^{-4}$	$6,30 \cdot 10^{-4}$
Mediana	$6,08 \cdot 10^{-4}$	$5,56 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
$\sigma$	$5,04 \cdot 10^{-5}$	$1,34 \cdot 10^{-4}$	$5,47 \cdot 10^{-19}$	$3,49 \cdot 10^{-5}$	$4,92 \cdot 10^{-4}$

Tabela A.14 –  $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  mediana das estimativas feitas nos testes DEb2, DEb2F, DEctb, DEctbf, e AGM1 para o 494º conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ .

NCA <sup>1</sup>	DEb2	DEb2F	DEctb	DEctbf	AGM1
1	$5,53 \cdot 10^{-4}$				
2	$6,35 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
3	$5,53 \cdot 10^{-4}$				
4	$5,53 \cdot 10^{-4}$				
5	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,59 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,75 \cdot 10^{-4}$

Continua na próxima página...

<sup>1</sup> Número do conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$

Tabela A.14 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	DEb2	DEb2F	DEctb	DEctbF	AGM1
6	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,87 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
7	$6,19 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
8	$5,55 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
9	$5,53 \cdot 10^{-4}$				
10	$6,51 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
11	$6,49 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$7,81 \cdot 10^{-4}$
12	$5,53 \cdot 10^{-4}$				
13	$5,53 \cdot 10^{-4}$				
14	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,62 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
15	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,61 \cdot 10^{-4}$
16	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,59 \cdot 10^{-4}$
17	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,68 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,21 \cdot 10^{-4}$
18	$5,53 \cdot 10^{-4}$				
19	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,55 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
20	$6,29 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
21	$5,66 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
22	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,58 \cdot 10^{-4}$
23	$6,01 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
24	$5,98 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,57 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
25	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,08 \cdot 10^{-4}$
26	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,57 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
27	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,00 \cdot 10^{-4}$
28	$5,53 \cdot 10^{-4}$				
29	$5,55 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,22 \cdot 10^{-4}$
30	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,58 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
31	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,56 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,76 \cdot 10^{-4}$
32	$5,53 \cdot 10^{-4}$				
33	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,55 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
34	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,70 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
35	$5,53 \cdot 10^{-4}$				
36	$5,53 \cdot 10^{-4}$				
37	$5,53 \cdot 10^{-4}$				
38	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,77 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
39	$6,73 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,69 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
40	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,67 \cdot 10^{-4}$
41	$5,60 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,58 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$

Continua na próxima página...

Tabela A.14 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	DEb2	DEb2F	DEctb	DEctbF	AGM1
42	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,41 \cdot 10^{-4}$
43	$6,72 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
44	$5,53 \cdot 10^{-4}$				
45	$5,57 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,20 \cdot 10^{-4}$
46	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,89 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
47	$5,53 \cdot 10^{-4}$				
48	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,62 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
49	$5,53 \cdot 10^{-4}$				
50	$6,32 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
51	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,74 \cdot 10^{-4}$
Média	$5,70 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,55 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,71 \cdot 10^{-4}$
Mediana	$5,53 \cdot 10^{-4}$				
$\sigma$	$3,49 \cdot 10^{-5}$	$5,09 \cdot 10^{-6}$	$6,73 \cdot 10^{-6}$	$2,37 \cdot 10^{-6}$	$4,24 \cdot 10^{-5}$

Tabela A.15 –  $Fit(\hat{\theta})$  mediana das estimativas feitas nos testes AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2, e AGM2F para o 494º conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$  ajustado para  $\theta = \{2; 2; 4\}$ .

NCA <sup>1</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
1	$5,59 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,59 \cdot 10^{-4}$
2	$5,53 \cdot 10^{-4}$				
3	$5,53 \cdot 10^{-4}$				
4	$5,67 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,67 \cdot 10^{-4}$
5	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,54 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
6	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,61 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
7	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,55 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
8	$5,55 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,62 \cdot 10^{-4}$	$5,55 \cdot 10^{-4}$
9	$5,81 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,58 \cdot 10^{-4}$	$5,81 \cdot 10^{-4}$
10	$5,53 \cdot 10^{-4}$				
11	$5,53 \cdot 10^{-4}$				
12	$5,55 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,18 \cdot 10^{-4}$	$5,55 \cdot 10^{-4}$
13	$5,53 \cdot 10^{-4}$				
14	$5,53 \cdot 10^{-4}$				

Continua na próxima página...

<sup>1</sup> Número do conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$

Tabela A.15 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
15	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,88 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,55 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
16	$5,55 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,56 \cdot 10^{-4}$	$5,55 \cdot 10^{-4}$
17	$5,53 \cdot 10^{-4}$				
18	$5,60 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,60 \cdot 10^{-4}$
19	$5,54 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,54 \cdot 10^{-4}$
20	$6,81 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,81 \cdot 10^{-4}$
21	$5,53 \cdot 10^{-4}$				
22	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,25 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
23	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,67 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
24	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,77 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
25	$5,53 \cdot 10^{-4}$				
26	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,24 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
27	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,56 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
28	$6,35 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,35 \cdot 10^{-4}$
29	$5,54 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,64 \cdot 10^{-4}$	$5,54 \cdot 10^{-4}$
30	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,94 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
31	$5,93 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,50 \cdot 10^{-4}$	$5,93 \cdot 10^{-4}$
32	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,54 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
33	$5,53 \cdot 10^{-4}$				
34	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,62 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
35	$6,52 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,45 \cdot 10^{-4}$	$6,52 \cdot 10^{-4}$
36	$6,15 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,60 \cdot 10^{-4}$	$6,15 \cdot 10^{-4}$
37	$5,59 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,59 \cdot 10^{-4}$
38	$6,51 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,02 \cdot 10^{-4}$	$6,51 \cdot 10^{-4}$
39	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,95 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
40	$5,94 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,94 \cdot 10^{-4}$
41	$6,72 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,72 \cdot 10^{-4}$
42	$5,53 \cdot 10^{-4}$				
43	$5,55 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,55 \cdot 10^{-4}$
44	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,23 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
45	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,57 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
46	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,12 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
47	$6,43 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,43 \cdot 10^{-4}$
48	$5,53 \cdot 10^{-4}$				
49	$6,18 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,55 \cdot 10^{-4}$	$6,18 \cdot 10^{-4}$
50	$6,46 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$6,46 \cdot 10^{-4}$

Continua na próxima página...

Tabela A.15 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
51	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,98 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
Média	$5,72 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,69 \cdot 10^{-4}$	$5,72 \cdot 10^{-4}$
Mediana	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$
$\sigma$	$3,67 \cdot 10^{-5}$	$5,05 \cdot 10^{-6}$	$5,47 \cdot 10^{-19}$	$2,74 \cdot 10^{-5}$	$3,67 \cdot 10^{-5}$

Tabela A.16 –  $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  mediana das estimativas feitas nos testes GA, DER1, DER1F, DEb1, e DEb1F para o 63º conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ .

NCA <sup>1</sup>	GA	DER1	DER1F	DEb1	DEb1F
1	$1,65 \cdot 10^{-3}$	$2,34 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,18 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
2	$1,51 \cdot 10^{-3}$	$1,57 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
3	$2,03 \cdot 10^{-3}$	$1,53 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
4	$1,52 \cdot 10^{-3}$	$1,47 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
5	$1,45 \cdot 10^{-3}$	$1,47 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,72 \cdot 10^{-3}$
6	$1,53 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,05 \cdot 10^{-3}$
7	$1,95 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$
8	$1,75 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
9	$1,60 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,20 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
10	$1,52 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
11	$1,64 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,47 \cdot 10^{-3}$
12	$1,64 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
13	$1,63 \cdot 10^{-3}$	$1,51 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
14	$1,62 \cdot 10^{-3}$	$1,95 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$
15	$1,63 \cdot 10^{-3}$	$2,39 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
16	$1,51 \cdot 10^{-3}$	$1,45 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
17	$1,62 \cdot 10^{-3}$	$1,55 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
18	$1,69 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
19	$1,62 \cdot 10^{-3}$	$1,69 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,34 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
20	$1,59 \cdot 10^{-3}$	$2,09 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
21	$1,61 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$
22	$1,57 \cdot 10^{-3}$	$1,63 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,23 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$
23	$1,48 \cdot 10^{-3}$	$1,54 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$

Continua na próxima página...

<sup>1</sup> Número do conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$

Tabela A.16 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	GA	DER1	DER1F	DEb1	DEb1F
24	$1,46 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
25	$1,51 \cdot 10^{-3}$	$1,73 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,16 \cdot 10^{-3}$
26	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,47 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
27	$1,83 \cdot 10^{-3}$	$1,48 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
28	$2,07 \cdot 10^{-3}$	$1,47 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
29	$1,46 \cdot 10^{-3}$	$1,87 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,30 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
30	$1,51 \cdot 10^{-3}$	$1,94 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
31	$1,53 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
32	$1,76 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
33	$1,57 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,91 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
34	$1,78 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
35	$1,80 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
36	$2,24 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
37	$1,79 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
38	$1,77 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
39	$1,71 \cdot 10^{-3}$	$1,50 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
40	$1,57 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,87 \cdot 10^{-3}$	$1,53 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
41	$1,64 \cdot 10^{-3}$	$1,77 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
42	$1,80 \cdot 10^{-3}$	$2,18 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
43	$1,61 \cdot 10^{-3}$	$1,94 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
44	$1,69 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
45	$1,62 \cdot 10^{-3}$	$2,17 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,46 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
46	$1,67 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
47	$1,79 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
48	$1,85 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,54 \cdot 10^{-3}$
49	$1,58 \cdot 10^{-3}$	$1,45 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
50	$1,50 \cdot 10^{-3}$	$1,46 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
51	$1,66 \cdot 10^{-3}$	$1,77 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,52 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
Média	$1,67 \cdot 10^{-3}$	$1,61 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$1,53 \cdot 10^{-3}$	$1,49 \cdot 10^{-3}$
Mediana	$1,63 \cdot 10^{-3}$	$1,47 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
$\sigma$	$1,68 \cdot 10^{-4}$	$2,76 \cdot 10^{-4}$	$6,06 \cdot 10^{-5}$	$2,50 \cdot 10^{-4}$	$1,96 \cdot 10^{-4}$

<sup>1</sup> Número do conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$

Tabela A.17 –  $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  mediana das estimativas feitas nos testes DEb2, DEb2F, DEctb, DEctbF, e AGM1 para o 63º conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ .

NCA <sup>1</sup>	DEb2	DEb2F	DEctb	DEctbF	AGM1
1	$2,18 \cdot 10^{-3}$	$3,64 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,41 \cdot 10^{-3}$
2	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,41 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
3	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$4,06 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
4	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,57 \cdot 10^{-3}$	$1,45 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
5	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,49 \cdot 10^{-3}$	$1,48 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
6	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,33 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
7	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,73 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
8	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,54 \cdot 10^{-3}$	$1,45 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
9	$2,20 \cdot 10^{-3}$	$2,95 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
10	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,88 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
11	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$3,69 \cdot 10^{-3}$	$2,09 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
12	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$3,39 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
13	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,20 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
14	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,70 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
15	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$7,03 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
16	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,58 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
17	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$7,45 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
18	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,09 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,47 \cdot 10^{-3}$
19	$2,34 \cdot 10^{-3}$	$4,84 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
20	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$4,82 \cdot 10^{-3}$	$1,47 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
21	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$3,28 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
22	$2,23 \cdot 10^{-3}$	$4,22 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
23	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,41 \cdot 10^{-3}$	$1,45 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
24	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,74 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
25	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$3,05 \cdot 10^{-3}$	$1,77 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
26	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$3,48 \cdot 10^{-3}$	$1,45 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
27	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,91 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
28	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$6,05 \cdot 10^{-3}$	$1,46 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$
29	$2,30 \cdot 10^{-3}$	$5,20 \cdot 10^{-3}$	$1,63 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
30	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$4,65 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
31	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,96 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
32	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$8,71 \cdot 10^{-3}$	$2,20 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$

Continua na próxima página...

Tabela A.17 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	DEb2	DEb2F	DEctb	DEctbF	AGM1
33	$1,91 \cdot 10^{-3}$	$2,56 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
34	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$3,77 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
35	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$4,39 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
36	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,93 \cdot 10^{-3}$	$1,57 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,84 \cdot 10^{-3}$
37	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,41 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
38	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$3,54 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
39	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,58 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
40	$1,53 \cdot 10^{-3}$	$3,79 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
41	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$6,19 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
42	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$4,36 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
43	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$3,01 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,45 \cdot 10^{-3}$
44	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,30 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
45	$1,46 \cdot 10^{-3}$	$1,10 \cdot 10^{-2}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$
46	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$3,28 \cdot 10^{-3}$	$1,45 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
47	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$3,62 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,16 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
48	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$6,64 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
49	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,47 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
50	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$6,41 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$
51	$1,52 \cdot 10^{-3}$	$4,53 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,71 \cdot 10^{-3}$
Média	$1,53 \cdot 10^{-3}$	$3,84 \cdot 10^{-3}$	$1,48 \cdot 10^{-3}$	$1,45 \cdot 10^{-3}$	$1,47 \cdot 10^{-3}$
Mediana	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$3,28 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
$\sigma$	$2,50 \cdot 10^{-4}$	$1,89 \cdot 10^{-3}$	$1,47 \cdot 10^{-4}$	$1,02 \cdot 10^{-4}$	$1,51 \cdot 10^{-4}$

Tabela A.18 –  $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  mediana das estimativas feitas nos testes AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2, e AGM2F para o 63º conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ .

NCA <sup>1</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
1	$1,43 \cdot 10^{-3}$				
2	$1,43 \cdot 10^{-3}$				
3	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$
4	$1,43 \cdot 10^{-3}$				
5	$1,43 \cdot 10^{-3}$				

Continua na próxima página...

<sup>1</sup> Número do conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$

Tabela A.18 – continuação da página anterior.

Continua na próxima página...

Tabela A.18 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
42	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,46 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$
43	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
44	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
45	$1,47 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,49 \cdot 10^{-3}$	$1,47 \cdot 10^{-3}$
46	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,60 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
47	$1,46 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,46 \cdot 10^{-3}$
48	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,74 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$
49	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
50	$2,39 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,55 \cdot 10^{-3}$	$2,39 \cdot 10^{-3}$
51	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
Média	$1,49 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,49 \cdot 10^{-3}$	$1,49 \cdot 10^{-3}$
Mediana	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$
$\sigma$	$2,19 \cdot 10^{-4}$	$5,70 \cdot 10^{-6}$	$2,19 \cdot 10^{-19}$	$1,42 \cdot 10^{-4}$	$2,19 \cdot 10^{-4}$

Tabela A.19 –  $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  mediana das estimativas feitas nos testes GA, DEr1, DEr1F, DEb1, e DEb1F para o 329º conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ .

NCA <sup>1</sup>	GA	DEr1	DEr1F	DEb1	DEb1F
1	$8,78 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
2	$8,08 \cdot 10^{-4}$	$7,64 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$8,54 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
3	$8,95 \cdot 10^{-4}$	$8,29 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,99 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
4	$9,69 \cdot 10^{-4}$	$8,33 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
5	$8,02 \cdot 10^{-4}$	$7,62 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
6	$7,87 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$8,24 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
7	$8,76 \cdot 10^{-4}$	$8,17 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,69 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
8	$7,68 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$8,85 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
9	$8,64 \cdot 10^{-4}$	$7,60 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
10	$8,95 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
11	$9,05 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$8,62 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
12	$8,66 \cdot 10^{-4}$	$8,03 \cdot 10^{-4}$	$8,99 \cdot 10^{-4}$	$7,61 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
13	$9,23 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,60 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
14	$9,04 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$9,01 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$

Continua na próxima página...

<sup>1</sup> Número do conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$

Tabela A.19 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	GA	DER1	DER1F	DEb1	DEb1F
15	$7,68 \cdot 10^{-4}$	$2,06 \cdot 10^{-3}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$8,82 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
16	$7,93 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$9,03 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
17	$8,22 \cdot 10^{-4}$	$8,75 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,62 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
18	$8,25 \cdot 10^{-4}$	$8,75 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
19	$8,19 \cdot 10^{-4}$	$7,85 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
20	$8,62 \cdot 10^{-4}$	$7,95 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,60 \cdot 10^{-4}$	$9,20 \cdot 10^{-4}$
21	$9,13 \cdot 10^{-4}$	$8,56 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
22	$7,84 \cdot 10^{-4}$	$8,04 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,69 \cdot 10^{-4}$	$7,99 \cdot 10^{-4}$
23	$8,23 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,61 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
24	$8,24 \cdot 10^{-4}$	$8,16 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$9,02 \cdot 10^{-4}$
25	$8,00 \cdot 10^{-4}$	$1,46 \cdot 10^{-3}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
26	$9,04 \cdot 10^{-4}$	$7,62 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
27	$8,97 \cdot 10^{-4}$	$7,83 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
28	$8,96 \cdot 10^{-4}$	$1,06 \cdot 10^{-3}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
29	$9,72 \cdot 10^{-4}$	$7,60 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
30	$7,80 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$9,03 \cdot 10^{-4}$
31	$8,80 \cdot 10^{-4}$	$7,78 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
32	$7,68 \cdot 10^{-4}$	$1,17 \cdot 10^{-3}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
33	$7,77 \cdot 10^{-4}$	$8,07 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
34	$8,92 \cdot 10^{-4}$	$2,11 \cdot 10^{-3}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
35	$7,66 \cdot 10^{-4}$	$7,77 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
36	$8,93 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
37	$8,00 \cdot 10^{-4}$	$7,63 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
38	$8,87 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$8,31 \cdot 10^{-4}$
39	$8,60 \cdot 10^{-4}$	$7,85 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,64 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
40	$7,88 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
41	$8,36 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$9,04 \cdot 10^{-4}$
42	$8,39 \cdot 10^{-4}$	$7,86 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
43	$7,64 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
44	$9,69 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
45	$8,73 \cdot 10^{-4}$	$9,57 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$8,71 \cdot 10^{-4}$
46	$8,03 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,68 \cdot 10^{-4}$	$1,40 \cdot 10^{-3}$
47	$9,03 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
48	$8,32 \cdot 10^{-4}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$8,63 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
49	$7,77 \cdot 10^{-4}$	$7,60 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,62 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
50	$1,00 \cdot 10^{-3}$	$7,60 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$8,69 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$

Continua na próxima página...

Tabela A.19 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	GA	DER1	DER1F	DEb1	DEb1F
51	$8,23 \cdot 10^{-4}$	$7,83 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$8,17 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
Média	$8,50 \cdot 10^{-4}$	$8,85 \cdot 10^{-4}$	$7,65 \cdot 10^{-4}$	$7,78 \cdot 10^{-4}$	$7,88 \cdot 10^{-4}$
Mediana	$8,39 \cdot 10^{-4}$	$7,64 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
$\sigma$	$6,08 \cdot 10^{-5}$	$3,18 \cdot 10^{-4}$	$2,54 \cdot 10^{-5}$	$4,23 \cdot 10^{-5}$	$9,70 \cdot 10^{-5}$

Tabela A.20 –  $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  mediana das estimativas feitas nos testes DEb2, DEb2F, DEctb, DEctbF, e AGM1 para o 329º conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ .

NCA <sup>1</sup>	DEb2	DEb2F	DEctb	DEctbF	AGM1
1	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,81 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
2	$8,54 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
3	$7,99 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
4	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,95 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
5	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,60 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,78 \cdot 10^{-4}$
6	$7,59 \cdot 10^{-4}$				
7	$7,69 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,60 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
8	$8,85 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
9	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,86 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
10	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,73 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
11	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,60 \cdot 10^{-4}$
12	$7,61 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,67 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
13	$7,60 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
14	$9,01 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
15	$8,82 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,60 \cdot 10^{-4}$
16	$9,03 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
17	$7,62 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,60 \cdot 10^{-4}$
18	$7,59 \cdot 10^{-4}$				
19	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,63 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
20	$7,60 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,67 \cdot 10^{-4}$
21	$7,59 \cdot 10^{-4}$				
22	$7,69 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$8,67 \cdot 10^{-4}$
23	$7,61 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$

Continua na próxima página...

<sup>1</sup> Número do conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$

Tabela A.20 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	DEb2	DEb2F	DEctb	DEctbF	AGM1
24	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,62 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
25	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
26	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,60 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
27	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,63 \cdot 10^{-4}$
28	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
29	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
30	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,60 \cdot 10^{-4}$	$9,65 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
31	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,63 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
32	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,61 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,79 \cdot 10^{-4}$
33	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,83 \cdot 10^{-4}$
34	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
35	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,81 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
36	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,61 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
37	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$8,40 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,84 \cdot 10^{-4}$
38	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
39	$7,64 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
40	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,61 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$8,76 \cdot 10^{-4}$
41	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
42	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
43	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,97 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
44	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,80 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
45	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
46	$7,68 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,61 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
47	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$8,34 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
48	$8,63 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
49	$7,62 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,60 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
50	$8,69 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,60 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$8,13 \cdot 10^{-4}$
51	$8,17 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$8,06 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
Média	$7,78 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,67 \cdot 10^{-4}$	$7,63 \cdot 10^{-4}$	$7,67 \cdot 10^{-4}$
Mediana	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
$\sigma$	$4,23 \cdot 10^{-5}$	$2,19 \cdot 10^{-19}$	$1,79 \cdot 10^{-5}$	$2,88 \cdot 10^{-5}$	$2,34 \cdot 10^{-5}$

<sup>1</sup> Número do conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$

Tabela A.21 –  $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  mediana das estimativas feitas nos testes AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2, e AGM2F para o 329º conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{2; 2; 4\}$ .

NCA <sup>1</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
1	$7,60 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,60 \cdot 10^{-4}$	$7,60 \cdot 10^{-4}$
2	$7,59 \cdot 10^{-4}$				
3	$7,62 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$8,33 \cdot 10^{-4}$	$7,62 \cdot 10^{-4}$
4	$7,75 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,75 \cdot 10^{-4}$
5	$7,60 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,60 \cdot 10^{-4}$
6	$7,59 \cdot 10^{-4}$				
7	$7,59 \cdot 10^{-4}$				
8	$7,59 \cdot 10^{-4}$				
9	$7,63 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$9,17 \cdot 10^{-4}$	$7,63 \cdot 10^{-4}$
10	$7,59 \cdot 10^{-4}$				
11	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$8,98 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
12	$7,74 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,74 \cdot 10^{-4}$	$7,74 \cdot 10^{-4}$
13	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$8,97 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
14	$7,59 \cdot 10^{-4}$				
15	$7,59 \cdot 10^{-4}$				
16	$7,59 \cdot 10^{-4}$				
17	$7,61 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,88 \cdot 10^{-4}$	$7,61 \cdot 10^{-4}$
18	$8,65 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$8,17 \cdot 10^{-4}$	$8,65 \cdot 10^{-4}$
19	$7,61 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,61 \cdot 10^{-4}$
20	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,66 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,64 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
21	$7,59 \cdot 10^{-4}$				
22	$7,63 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,63 \cdot 10^{-4}$
23	$7,59 \cdot 10^{-4}$				
24	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,63 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
25	$8,55 \cdot 10^{-4}$	$7,66 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,62 \cdot 10^{-4}$	$8,55 \cdot 10^{-4}$
26	$7,59 \cdot 10^{-4}$				
27	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$9,01 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
28	$8,17 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,84 \cdot 10^{-4}$	$8,17 \cdot 10^{-4}$
29	$7,59 \cdot 10^{-4}$				
30	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,60 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
31	$8,27 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$8,27 \cdot 10^{-4}$
32	$7,59 \cdot 10^{-4}$				

Continua na próxima página...

Tabela A.21 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
33	$7,60 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,61 \cdot 10^{-4}$	$7,60 \cdot 10^{-4}$
34	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
35	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,60 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
36	$9,11 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$9,11 \cdot 10^{-4}$
37	$8,96 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,86 \cdot 10^{-4}$	$8,96 \cdot 10^{-4}$
38	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,84 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
39	$7,60 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,66 \cdot 10^{-4}$	$7,60 \cdot 10^{-4}$
40	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,60 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
41	$7,62 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,62 \cdot 10^{-4}$
42	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$8,21 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
43	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
44	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
45	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,71 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
46	$7,61 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$8,21 \cdot 10^{-4}$	$7,61 \cdot 10^{-4}$
47	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
48	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,75 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
49	$7,61 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,61 \cdot 10^{-4}$
50	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$8,08 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
51	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,60 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
Média	$7,72 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,80 \cdot 10^{-4}$	$7,72 \cdot 10^{-4}$
Mediana	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	$7,60 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$
$\sigma$	$3,52 \cdot 10^{-5}$	$1,33 \cdot 10^{-6}$	$2,19 \cdot 10^{-19}$	$4,09 \cdot 10^{-5}$	$3,52 \cdot 10^{-5}$

Tabela A.22 –  $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  mediana das estimativas feitas nos testes GA, DEr1, DEr1F, DEb1, e DEb1F para o 21º conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$ .

NCA <sup>1</sup>	GA	DEr1	DEr1F	DEb1	DEb1F
1	$2,20 \cdot 10^{-3}$	$2,75 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
2	$2,47 \cdot 10^{-3}$	$2,02 \cdot 10^{-3}$	$2,13 \cdot 10^{-3}$	$2,99 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
3	$2,23 \cdot 10^{-3}$	$1,99 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
4	$2,00 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
5	$2,23 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$

Continua na próxima página...

<sup>1</sup> Número do conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$

Tabela A.22 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	GA	DER1	DER1F	DEb1	DEb1F
6	$2,02 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,03 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
7	$3,39 \cdot 10^{-3}$	$2,02 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,99 \cdot 10^{-3}$
8	$2,14 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
9	$2,03 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
10	$2,62 \cdot 10^{-3}$	$2,61 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,89 \cdot 10^{-3}$
11	$2,33 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,06 \cdot 10^{-3}$
12	$2,21 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
13	$2,65 \cdot 10^{-3}$	$2,77 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
14	$2,29 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,98 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
15	$2,10 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,51 \cdot 10^{-3}$	$2,21 \cdot 10^{-3}$
16	$2,73 \cdot 10^{-3}$	$1,99 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
17	$2,53 \cdot 10^{-3}$	$1,99 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,85 \cdot 10^{-3}$	$2,48 \cdot 10^{-3}$
18	$2,48 \cdot 10^{-3}$	$2,25 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
19	$2,57 \cdot 10^{-3}$	$2,46 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
20	$2,11 \cdot 10^{-3}$	$2,00 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
21	$2,07 \cdot 10^{-3}$	$2,04 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
22	$2,40 \cdot 10^{-3}$	$2,38 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,01 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
23	$2,10 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
24	$2,34 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
25	$2,79 \cdot 10^{-3}$	$2,34 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
26	$2,81 \cdot 10^{-3}$	$4,32 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$
27	$2,55 \cdot 10^{-3}$	$2,24 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
28	$2,15 \cdot 10^{-3}$	$2,20 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$5,13 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
29	$2,15 \cdot 10^{-3}$	$2,01 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$
30	$3,23 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$6,20 \cdot 10^{-3}$
31	$2,31 \cdot 10^{-3}$	$2,69 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
32	$2,39 \cdot 10^{-3}$	$2,20 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
33	$2,54 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,33 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
34	$2,03 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
35	$2,31 \cdot 10^{-3}$	$2,02 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
36	$2,58 \cdot 10^{-3}$	$2,36 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
37	$2,46 \cdot 10^{-3}$	$3,01 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,73 \cdot 10^{-3}$
38	$2,52 \cdot 10^{-3}$	$2,04 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
39	$2,29 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
40	$2,74 \cdot 10^{-3}$	$2,12 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,78 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
41	$2,20 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$

Continua na próxima página...

Tabela A.22 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	GA	DER1	DER1F	DEb1	DEb1F
42	$2,46 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
43	$2,35 \cdot 10^{-3}$	$2,65 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,03 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
44	$2,26 \cdot 10^{-3}$	$2,07 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,15 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
45	$2,46 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
46	$3,00 \cdot 10^{-3}$	$2,11 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
47	$2,87 \cdot 10^{-3}$	$2,77 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
48	$2,56 \cdot 10^{-3}$	$2,00 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
49	$2,01 \cdot 10^{-3}$	$2,00 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
50	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,24 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,80 \cdot 10^{-3}$
51	$2,81 \cdot 10^{-3}$	$2,48 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
Média	$2,42 \cdot 10^{-3}$	$2,21 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,13 \cdot 10^{-3}$	$2,14 \cdot 10^{-3}$
Mediana	$2,35 \cdot 10^{-3}$	$2,02 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
$\sigma$	$3,09 \cdot 10^{-4}$	$4,08 \cdot 10^{-4}$	$2,27 \cdot 10^{-5}$	$5,03 \cdot 10^{-4}$	$6,31 \cdot 10^{-4}$

Tabela A.23 –  $Fit(\hat{\theta})$  mediana das estimativas feitas nos testes DEb2, DEb2F, DEctb, DEctbF, e AGM1 para o 21º conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$  ajustado para  $\theta = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$ .

NCA <sup>1</sup>	DEb2	DEb2F	DEctb	DEctbF	AGM1
1	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
2	$2,99 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,99 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
3	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,00 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
4	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,09 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
5	$1,97 \cdot 10^{-3}$				
6	$2,03 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
7	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,02 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
8	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,07 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
9	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,02 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
10	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,65 \cdot 10^{-3}$
11	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
12	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,03 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
13	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,08 \cdot 10^{-3}$
14	$2,98 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$

Continua na próxima página...

<sup>1</sup> Número do conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$

Tabela A.23 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	DEb2	DEb2F	DEctb	DEctbF	AGM1
15	$2,51 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
16	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,21 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
17	$2,85 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,00 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
18	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,02 \cdot 10^{-3}$
19	$1,97 \cdot 10^{-3}$				
20	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,30 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
21	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,01 \cdot 10^{-3}$
22	$2,01 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
23	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,02 \cdot 10^{-3}$
24	$1,97 \cdot 10^{-3}$				
25	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,99 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
26	$1,97 \cdot 10^{-3}$				
27	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,04 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
28	$5,13 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
29	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
30	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,80 \cdot 10^{-3}$
31	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,02 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
32	$1,97 \cdot 10^{-3}$				
33	$2,33 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
34	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,99 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
35	$1,97 \cdot 10^{-3}$				
36	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,32 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
37	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,05 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
38	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$
39	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,25 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
40	$2,78 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
41	$1,97 \cdot 10^{-3}$				
42	$1,97 \cdot 10^{-3}$				
43	$2,03 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,00 \cdot 10^{-3}$
44	$2,15 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
45	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
46	$1,97 \cdot 10^{-3}$				
47	$1,97 \cdot 10^{-3}$				
48	$1,97 \cdot 10^{-3}$				
49	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
50	$1,97 \cdot 10^{-3}$				

Continua na próxima página...

Tabela A.23 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	DEb2	DEb2F	DEctb	DEctbF	AGM1
51	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,95 \cdot 10^{-3}$
Média	$2,13 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,01 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,02 \cdot 10^{-3}$
Mediana	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
$\sigma$	$5,03 \cdot 10^{-4}$	$2,19 \cdot 10^{-18}$	$8,99 \cdot 10^{-5}$	$2,19 \cdot 10^{-18}$	$1,99 \cdot 10^{-4}$

Tabela A.24 –  $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  mediana das estimativas feitas nos testes AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2, e AGM2F para o 21º conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$ .

NCA <sup>1</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
1	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,04 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
2	$2,43 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,43 \cdot 10^{-3}$
3	$1,97 \cdot 10^{-3}$				
4	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,01 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
5	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
6	$1,99 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,08 \cdot 10^{-3}$	$1,99 \cdot 10^{-3}$
7	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
8	$2,84 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,84 \cdot 10^{-3}$
9	$1,97 \cdot 10^{-3}$				
10	$1,97 \cdot 10^{-3}$				
11	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,19 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
12	$1,97 \cdot 10^{-3}$				
13	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,14 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
14	$2,35 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,35 \cdot 10^{-3}$
15	$1,97 \cdot 10^{-3}$				
16	$2,13 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,13 \cdot 10^{-3}$
17	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,67 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
18	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,54 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$
19	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,56 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
20	$3,01 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,25 \cdot 10^{-3}$	$3,01 \cdot 10^{-3}$
21	$2,36 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$2,36 \cdot 10^{-3}$
22	$1,97 \cdot 10^{-3}$				
23	$2,07 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,07 \cdot 10^{-3}$

Continua na próxima página...

<sup>1</sup> Número do conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$

Tabela A.24 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
24	$2,90 \cdot 10^{-3}$	$2,14 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,90 \cdot 10^{-3}$
25	$1,99 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,45 \cdot 10^{-3}$	$1,99 \cdot 10^{-3}$
26	$2,29 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$2,29 \cdot 10^{-3}$
27	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
28	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,02 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
29	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
30	$2,89 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,47 \cdot 10^{-3}$	$2,89 \cdot 10^{-3}$
31	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
32	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,36 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
33	$2,02 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,02 \cdot 10^{-3}$
34	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,37 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,32 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
35	$2,78 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,78 \cdot 10^{-3}$
36	$2,10 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,99 \cdot 10^{-3}$	$2,10 \cdot 10^{-3}$
37	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
38	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
39	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
40	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
41	$2,79 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,79 \cdot 10^{-3}$
42	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
43	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
44	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,99 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
45	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
46	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,12 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
47	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
48	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
49	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,14 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
50	$2,34 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,02 \cdot 10^{-3}$	$2,34 \cdot 10^{-3}$
51	$2,26 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,26 \cdot 10^{-3}$
Média	$2,13 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,06 \cdot 10^{-3}$	$2,13 \cdot 10^{-3}$
Mediana	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$
$\sigma$	$2,99 \cdot 10^{-4}$	$6,39 \cdot 10^{-5}$	$2,19 \cdot 10^{-18}$	$1,82 \cdot 10^{-4}$	$2,99 \cdot 10^{-4}$

<sup>1</sup> Número do conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$

Tabela A.25 –  $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  mediana das estimativas feitas nos testes GA, DEr1, DEr1F, DEb1, e DEb1F para o 482º conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$ .

NCA <sup>1</sup>	GA	DEr1	DEr1F	DEb1	DEb1F
1	$8,20 \cdot 10^{-3}$	$8,08 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$9,38 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
2	$8,07 \cdot 10^{-3}$	$8,44 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$9,96 \cdot 10^{-3}$
3	$8,01 \cdot 10^{-3}$	$7,90 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
4	$8,21 \cdot 10^{-3}$	$7,86 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
5	$9,12 \cdot 10^{-3}$	$8,34 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,89 \cdot 10^{-3}$
6	$8,71 \cdot 10^{-3}$	$8,97 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
7	$7,91 \cdot 10^{-3}$	$7,90 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$9,06 \cdot 10^{-3}$
8	$8,39 \cdot 10^{-3}$	$9,05 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,97 \cdot 10^{-3}$	$7,96 \cdot 10^{-3}$
9	$9,40 \cdot 10^{-3}$	$7,95 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,90 \cdot 10^{-3}$
10	$8,22 \cdot 10^{-3}$	$8,70 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
11	$8,82 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
12	$8,21 \cdot 10^{-3}$	$7,89 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$8,09 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
13	$8,18 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
14	$9,29 \cdot 10^{-3}$	$9,13 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
15	$8,63 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
16	$7,97 \cdot 10^{-3}$	$7,95 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$1,01 \cdot 10^{-2}$	$1,00 \cdot 10^{-2}$
17	$8,20 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
18	$9,18 \cdot 10^{-3}$	$8,10 \cdot 10^{-3}$	$8,39 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
19	$8,60 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$8,12 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
20	$8,19 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
21	$8,87 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
22	$8,19 \cdot 10^{-3}$	$9,98 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
23	$9,23 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
24	$8,60 \cdot 10^{-3}$	$7,87 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,92 \cdot 10^{-3}$	$1,59 \cdot 10^{-2}$
25	$8,74 \cdot 10^{-3}$	$7,86 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
26	$8,06 \cdot 10^{-3}$	$7,94 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
27	$8,15 \cdot 10^{-3}$	$7,86 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
28	$8,19 \cdot 10^{-3}$	$1,05 \cdot 10^{-2}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$8,19 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
29	$8,06 \cdot 10^{-3}$	$9,16 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
30	$7,91 \cdot 10^{-3}$	$8,18 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$8,05 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
31	$8,27 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,86 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
32	$8,47 \cdot 10^{-3}$	$7,86 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$

Continua na próxima página...

Tabela A.25 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	GA	DER1	DER1F	DEb1	DEb1F
33	$8,14 \cdot 10^{-3}$	$8,65 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$9,62 \cdot 10^{-3}$
34	$8,49 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
35	$7,96 \cdot 10^{-3}$	$9,80 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
36	$8,00 \cdot 10^{-3}$	$7,93 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
37	$9,54 \cdot 10^{-3}$	$9,61 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
38	$8,28 \cdot 10^{-3}$	$9,15 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$9,34 \cdot 10^{-3}$
39	$8,02 \cdot 10^{-3}$	$8,88 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$9,19 \cdot 10^{-3}$
40	$8,11 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$9,70 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
41	$8,21 \cdot 10^{-3}$	$8,87 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$1,00 \cdot 10^{-2}$
42	$8,02 \cdot 10^{-3}$	$9,29 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,93 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
43	$8,35 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$9,98 \cdot 10^{-3}$
44	$8,32 \cdot 10^{-3}$	$1,06 \cdot 10^{-2}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
45	$8,00 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
46	$8,03 \cdot 10^{-3}$	$9,15 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,93 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
47	$8,79 \cdot 10^{-3}$	$7,96 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
48	$8,23 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
49	$8,27 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$1,55 \cdot 10^{-2}$
50	$8,09 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
51	$8,04 \cdot 10^{-3}$	$8,96 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
Média	$8,38 \cdot 10^{-3}$	$8,39 \cdot 10^{-3}$	$7,86 \cdot 10^{-3}$	$7,99 \cdot 10^{-3}$	$8,44 \cdot 10^{-3}$
Mediana	$8,21 \cdot 10^{-3}$	$7,94 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
$\sigma$	$4,19 \cdot 10^{-4}$	$7,52 \cdot 10^{-4}$	$7,62 \cdot 10^{-5}$	$4,54 \cdot 10^{-4}$	$1,63 \cdot 10^{-3}$

Tabela A.26 –  $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  mediana das estimativas feitas nos testes DEb2, DEb2F, DEctb, DEctbF, e AGM1 para o 482º conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$ .

NCA <sup>1</sup>	DEb2	DEb2F	DEctb	DEctbF	AGM1
1	$9,38 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$8,25 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
2	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
3	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$1,01 \cdot 10^{-2}$
4	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
5	$7,85 \cdot 10^{-3}$				

Continua na próxima página...

<sup>1</sup> Número do conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$

Tabela A.26 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	DEb2	DEb2F	DEctb	DEctbF	AGM1
6	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
7	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,86 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
8	$7,97 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
9	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$8,49 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
10	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
11	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$1,01 \cdot 10^{-2}$
12	$8,09 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
13	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
14	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,88 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
15	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$9,64 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
16	$1,01 \cdot 10^{-2}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
17	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$9,09 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
18	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,88 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$8,10 \cdot 10^{-3}$
19	$8,12 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$9,39 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
20	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
21	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,89 \cdot 10^{-3}$
22	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
23	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
24	$7,92 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$8,04 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
25	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
26	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
27	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,92 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
28	$8,19 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
29	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
30	$8,05 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,86 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
31	$7,86 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
32	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
33	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,87 \cdot 10^{-3}$
34	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
35	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
36	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$8,12 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
37	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$8,81 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
38	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,92 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
39	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
40	$9,70 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
41	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,98 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$

Continua na próxima página...

Tabela A.26 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	DEb2	DEb2F	DEctb	DEctbF	AGM1
42	$7,93 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
43	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
44	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,98 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
45	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,88 \cdot 10^{-3}$
46	$7,93 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$8,22 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
47	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
48	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
49	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
50	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
51	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,86 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
Média	$7,99 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$8,00 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,94 \cdot 10^{-3}$
Mediana	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
$\sigma$	$4,54 \cdot 10^{-4}$	$9,14 \cdot 10^{-7}$	$3,92 \cdot 10^{-4}$	0,00	$4,41 \cdot 10^{-4}$

Tabela A.27 –  $Fit(\hat{\theta})$  mediana das estimativas feitas nos testes AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2, e AGM2F para o 482º conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$  ajustado para  $\theta = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$ .

NCA <sup>1</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
1	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
2	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$9,27 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
3	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$8,14 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
4	$8,03 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$8,03 \cdot 10^{-3}$
5	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
6	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
7	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
8	$7,90 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,89 \cdot 10^{-3}$	$7,90 \cdot 10^{-3}$
9	$8,33 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,88 \cdot 10^{-3}$	$8,33 \cdot 10^{-3}$
10	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$9,51 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
11	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
12	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
13	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
14	$7,85 \cdot 10^{-3}$				

Continua na próxima página...

<sup>1</sup> Número do conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$

Tabela A.27 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
15	$1,02 \cdot 10^{-2}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$1,02 \cdot 10^{-2}$
16	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
17	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,90 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
18	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
19	$8,51 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$8,92 \cdot 10^{-3}$	$8,51 \cdot 10^{-3}$
20	$8,49 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$8,49 \cdot 10^{-3}$
21	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
22	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,89 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
23	$7,87 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,87 \cdot 10^{-3}$
24	$1,02 \cdot 10^{-2}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$8,20 \cdot 10^{-3}$	$1,02 \cdot 10^{-2}$
25	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
26	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,89 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
27	$1,02 \cdot 10^{-2}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$1,02 \cdot 10^{-2}$
28	$7,86 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,86 \cdot 10^{-3}$
29	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,90 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
30	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
31	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
32	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
33	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
34	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
35	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,86 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
36	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
37	$8,69 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$8,69 \cdot 10^{-3}$
38	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,86 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
39	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
40	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
41	$7,98 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,98 \cdot 10^{-3}$
42	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
43	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
44	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
45	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
46	$7,86 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,86 \cdot 10^{-3}$
47	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
48	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,91 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
49	$8,64 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$8,64 \cdot 10^{-3}$
50	$9,36 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$8,68 \cdot 10^{-3}$	$9,36 \cdot 10^{-3}$

Continua na próxima página...

Tabela A.27 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
51	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$8,26 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$
Média	$8,09 \cdot 10^{-3}$	$7,88 \cdot 10^{-3}$	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$7,94 \cdot 10^{-3}$	$8,09 \cdot 10^{-3}$
Mediana	$7,85 \cdot 10^{-3}$				
$\sigma$	$6,00 \cdot 10^{-4}$	$2,32 \cdot 10^{-4}$	0,00	$2,77 \cdot 10^{-4}$	$6,00 \cdot 10^{-4}$

Tabela A.28 –  $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  mediana das estimativas feitas nos testes GA, DER1, DER1F, DEb1, e DEb1F para o 309º conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$ .

NCA <sup>1</sup>	GA	DER1	DER1F	DEb1	DEb1F
1	$2,36 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,52 \cdot 10^{-3}$
2	$2,54 \cdot 10^{-3}$	$2,39 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
3	$2,76 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,62 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
4	$2,77 \cdot 10^{-3}$	$2,52 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,57 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
5	$2,64 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,34 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
6	$2,54 \cdot 10^{-3}$	$3,14 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
7	$3,00 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
8	$2,29 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
9	$2,59 \cdot 10^{-3}$	$2,33 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
10	$2,62 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$3,99 \cdot 10^{-3}$	$5,05 \cdot 10^{-3}$
11	$3,60 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,35 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
12	$2,60 \cdot 10^{-3}$	$3,93 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
13	$2,66 \cdot 10^{-3}$	$2,67 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
14	$2,61 \cdot 10^{-3}$	$2,34 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
15	$3,36 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,63 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
16	$2,66 \cdot 10^{-3}$	$2,58 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,32 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
17	$2,39 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
18	$3,83 \cdot 10^{-3}$	$2,29 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
19	$2,65 \cdot 10^{-3}$	$2,38 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
20	$2,60 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$1,17 \cdot 10^{-2}$
21	$2,51 \cdot 10^{-3}$	$2,62 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
22	$2,78 \cdot 10^{-3}$	$2,28 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$5,03 \cdot 10^{-3}$
23	$2,63 \cdot 10^{-3}$	$2,33 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$3,32 \cdot 10^{-3}$

Continua na próxima página...

<sup>1</sup> Número do conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$

Tabela A.28 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	GA	DER1	DER1F	DEb1	DEb1F
24	$3,48 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
25	$2,52 \cdot 10^{-3}$	$2,28 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
26	$2,63 \cdot 10^{-3}$	$2,51 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,45 \cdot 10^{-3}$	$2,96 \cdot 10^{-3}$
27	$2,29 \cdot 10^{-3}$	$2,30 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
28	$2,69 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,30 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
29	$2,87 \cdot 10^{-3}$	$2,31 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$4,82 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
30	$3,16 \cdot 10^{-3}$	$3,40 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
31	$3,02 \cdot 10^{-3}$	$2,54 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
32	$2,52 \cdot 10^{-3}$	$3,42 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
33	$4,18 \cdot 10^{-3}$	$2,53 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,28 \cdot 10^{-3}$
34	$3,15 \cdot 10^{-3}$	$2,29 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,29 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
35	$2,31 \cdot 10^{-3}$	$4,36 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
36	$2,39 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
37	$2,76 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,77 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
38	$2,60 \cdot 10^{-3}$	$3,60 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,28 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
39	$2,94 \cdot 10^{-3}$	$2,31 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
40	$2,72 \cdot 10^{-3}$	$2,32 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$5,13 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
41	$2,52 \cdot 10^{-3}$	$4,65 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
42	$2,42 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$3,13 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
43	$3,05 \cdot 10^{-3}$	$2,31 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$4,51 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
44	$2,39 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
45	$3,29 \cdot 10^{-3}$	$2,85 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$4,69 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
46	$2,45 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,28 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
47	$2,47 \cdot 10^{-3}$	$2,30 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
48	$2,58 \cdot 10^{-3}$	$2,35 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,28 \cdot 10^{-3}$
49	$2,57 \cdot 10^{-3}$	$2,29 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
50	$2,66 \cdot 10^{-3}$	$2,94 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
51	$2,69 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$5,22 \cdot 10^{-3}$
Média	$2,75 \cdot 10^{-3}$	$2,56 \cdot 10^{-3}$	$2,28 \cdot 10^{-3}$	$2,55 \cdot 10^{-3}$	$2,66 \cdot 10^{-3}$
Mediana	$2,63 \cdot 10^{-3}$	$2,31 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
$\sigma$	$3,94 \cdot 10^{-4}$	$5,50 \cdot 10^{-4}$	$6,99 \cdot 10^{-5}$	$7,17 \cdot 10^{-4}$	$1,47 \cdot 10^{-3}$

<sup>1</sup> Número do conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$

Tabela A.29 –  $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  mediana das estimativas feitas nos testes DEb2, DEb2F, DEctb, DEctbF, e AGM1 para o 309º conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$ .

NCA <sup>1</sup>	DEb2	DEb2F	DEctb	DEctbF	AGM1
1	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$4,80 \cdot 10^{-3}$
2	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
3	$2,62 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,28 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
4	$2,57 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,29 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,31 \cdot 10^{-3}$
5	$2,34 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
6	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,87 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,29 \cdot 10^{-3}$
7	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,33 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
8	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,28 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
9	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
10	$3,99 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
11	$2,35 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,76 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
12	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,57 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
13	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
14	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,32 \cdot 10^{-3}$
15	$2,63 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
16	$2,32 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,28 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
17	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
18	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,58 \cdot 10^{-3}$
19	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
20	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,36 \cdot 10^{-3}$
21	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
22	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
23	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
24	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,36 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
25	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$4,31 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
26	$2,45 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,28 \cdot 10^{-3}$
27	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
28	$2,30 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
29	$4,82 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,64 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,34 \cdot 10^{-3}$
30	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,34 \cdot 10^{-3}$
31	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
32	$2,27 \cdot 10^{-3}$				

Continua na próxima página...

Tabela A.29 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	DEb2	DEb2F	DEctb	DEctbF	AGM1
33	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
34	$2,29 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,31 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
35	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$3,80 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
36	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,28 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
37	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
38	$2,28 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,29 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
39	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
40	$5,13 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
41	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,44 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
42	$3,13 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$3,10 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
43	$4,51 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
44	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,31 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$3,39 \cdot 10^{-3}$
45	$4,69 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,29 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
46	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
47	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,41 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
48	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,28 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
49	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
50	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,75 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
51	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,28 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
Média	$2,55 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,41 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,35 \cdot 10^{-3}$
Mediana	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
$\sigma$	$7,17 \cdot 10^{-4}$	$2,19 \cdot 10^{-18}$	$3,82 \cdot 10^{-4}$	$2,19 \cdot 10^{-18}$	$3,85 \cdot 10^{-4}$

Tabela A.30 –  $\text{Fit}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  mediana das estimativas feitas nos testes AGM1F, AGMctb, AGMctbF, AGM2, e AGM2F para o 309º conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$  ajustado para  $\boldsymbol{\theta} = \{3, 5; 0, 7; 7, 5\}$ .

NCA <sup>1</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
1	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,28 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$4,26 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
2	$2,70 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,70 \cdot 10^{-3}$
3	$3,12 \cdot 10^{-3}$	$2,29 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$4,05 \cdot 10^{-3}$	$3,12 \cdot 10^{-3}$
4	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,28 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
5	$2,47 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,47 \cdot 10^{-3}$

Continua na próxima página...

<sup>1</sup> Número do conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$

Tabela A.30 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
6	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
7	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
8	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
9	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
10	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
11	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,74 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
12	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,29 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
13	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
14	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,28 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
15	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,61 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
16	$2,35 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,35 \cdot 10^{-3}$
17	$2,52 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,52 \cdot 10^{-3}$
18	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
19	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
20	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,43 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
21	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
22	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
23	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
24	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
25	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
26	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
27	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,30 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
28	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
29	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
30	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
31	$2,28 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,28 \cdot 10^{-3}$
32	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
33	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,33 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
34	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,28 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
35	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
36	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,29 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
37	$2,27 \cdot 10^{-3}$				
38	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,30 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
39	$5,12 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$5,12 \cdot 10^{-3}$
40	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,28 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
41	$2,27 \cdot 10^{-3}$				

Continua na próxima página...

Tabela A.30 – continuação da página anterior.

NCA <sup>1</sup>	AGM1F	AGMctb	AGMctbF	AGM2	AGM2F
42	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,29 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
43	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
44	$2,93 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$3,42 \cdot 10^{-3}$	$2,93 \cdot 10^{-3}$
45	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
46	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
47	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
48	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
49	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,28 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
50	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
51	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,48 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
Média	$2,37 \cdot 10^{-3}$	$2,28 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,39 \cdot 10^{-3}$	$2,37 \cdot 10^{-3}$
Mediana	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$
$\sigma$	$4,25 \cdot 10^{-4}$	$2,29 \cdot 10^{-5}$	$2,19 \cdot 10^{-18}$	$4,02 \cdot 10^{-4}$	$4,25 \cdot 10^{-4}$

<sup>1</sup> Número do conjunto de amostras gerado pelo simulador  $\alpha - \kappa - \mu$



## Anexos



# ANEXO A

---

## **Testes e Gráficos Estatísticos Utilizados**

Neste anexo os principais testes e gráficos utilizados para a análise estatística dos testes realizados neste trabalho são apresentados sucintamente. Exorta-se ao leitor buscar maiores informações nas referências indicadas.

Este anexo inicia-se na Seção A.1.1 onde é apresentado o teste de KS, o qual é aplicado nos experimentos vistos no Capítulo 5 que propõe simuladores que geram aleatoriamente sinais desvanecidos modelados pelas distribuições  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ . E, no Capítulo 6, o teste de KS é utilizado para atestar a qualidade de ajuste obtida pelos algoritmos baseados nos EAs propostos para a estimativa dos parâmetros de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$ .

Em seguida, são apresentados os testes de Wilcoxon (Seção A.1.2) e Friedman (Seção A.1.3) e o boxplot (Seção A.2). Tais testes e o boxplot serão utilizados na análise estatística dos EAs de estimativa de parâmetros de desvanecimento  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  propostos (Seções 6.3.1.2 e 6.3.2.2, e Apêndice A ).

### **A.1 Testes Não Paramétricos**

#### **A.1.1 Teste de Kolmogorov-Smirnov (KS)**

O teste de GOF de KS verifica a aderência da amostra gerada com a distribuição teórica hipotética, determinando se uma sequência de dados pode ser derivada de uma dada distribuição hipotética ou não. Em outras palavras, o teste de KS é realizado de forma que a CDF empírica (das amostras) e a CDF da distribuição hipotética são comparadas. O teste de GOF é desenvolvido para testar a hipótese nula,  $H_0$ , de que uma determinada amostra aleatória foi extraída de uma população que segue uma distribuição teórica especificada (DEGROOT; SCHERVISH, 2012; GIBBONS; CHAKRABORTI, 2010; KOBAYASHI; MARK; TURIN, 2012; SHESKIN, 2003). O que se pretende saber com o teste de GOF é se a distribuição de probabilidade considerada em  $H_0$  é um modelo probabilístico adequado à população amostrada.

Como visto em (LEON-GARCIA, 2008), uma abordagem alternativa ao teste de hipóteses é não definir o nível de significância,  $\alpha_s$ , antes do tempo e, portanto, não decidir sobre uma região de rejeição. Em vez disso, com base na média dos valores observados,  $\bar{X}_n$ , faz-se a pergunta: “Assumindo que a hipótese  $H_0$  é verdadeira, qual é a probabilidade de que a estatística assumiria um valor como extremo ou mais extremo que  $\bar{X}_n$ ?”. Nomina-se essa probabilidade de  $p$  – value da estatística de teste, ou nível descritivo, ou ainda probabilidade de significância e pode ser compreendida como sendo a probabilidade de se obter uma estatística de teste igual ou mais extrema que aquela observada em uma amostra, sob a hipótese nula. Assim, uma outra interpretação para o  $p$  – value, é que esse é o menor nível de significância com que se rejeitaria  $H_0$ ; e, um  $p$  – value pequeno significa que a probabilidade de obter um valor da estatística de teste como o observado é muito improvável, levando assim à rejeição de  $H_0$ , já um  $p$  – value perto de um não haveria razão para rejeitar  $H_0$ .

O teste de GOF de KS, em alusão aos matemáticos russos Andrei N. Kolmogorov e Nicolai V. Smirnov, consiste em encontrar a distância máxima,  $D_{obs}$  (denominada distância de Kolmogorov, Equação (A.1)), entre a CDF empírica, ou da amostra, do inglês *empirical cumulative distribution function* (ECDF),  $F_n(x)$ , e a CDF teórica  $F_0(x)$ , como ilustrado na Figura A.1 (GENTLE, 2003; PAPOULIS; PILLAI, 2002).

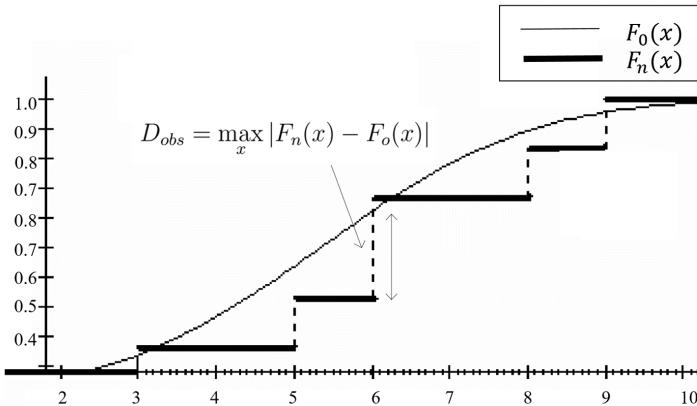
$$D_{obs} = \max_x |F_n(x) - F_0(x)| \quad (\text{A.1})$$

Então, calculada a estatística do teste de KS,  $D_{obs}$ , em termos do nível de significância,  $\alpha_s$ , decide-se (PAPOULIS; PILLAI, 2002):

$$\text{Aceitar } H_0 \text{ se: } D_{obs} < \sqrt{-\frac{1}{2n} \ln \left( \frac{\alpha_s}{2} \right)} \quad (\text{A.2})$$

Observa-se que quanto maior for o tamanho da amostra  $n$ , menor será o erro no teste (PAPOULIS; PILLAI, 2002). Sendo que, para uma amostra de tamanho  $n$ , a função  $F_n(x)$  expressa a soma das frequências relativas dos dados com valores menores ou iguais a  $x$ . Assim, para cada  $-\infty < x < \infty$  fixo,  $F_n(x)$  é uma v.a. função de  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , ou seja, é uma estatística (STEPHENS, 1974).

É sugerido em (OLUSEGUN; TOYIN; ADEREMI, 2015) o uso do teste de KS para amostras pequenas, sendo assim adequado para dados de engenharia onde a disponibilidade de amostras grandes pode ser proibitivo por razões econômicas. Para um elevado valor de  $n$  ( $n \rightarrow \infty$ ),  $D_{obs}$  tenderá a 0 se  $H_0$  for verdadeiro; e tenderá ao  $\max |F_n(x) - F_0(x)|$  se  $H_1$  for verdadeiro ( $H_1$  é a hipótese não nula, i.e. a hipótese contrária à  $H_0$ ). Assim, uma vez obtida  $D_{obs}$ , que é uma v.a., essa será confrontada com um valor teórico ( $D_{cr}$ ), e assim ter-se-á condições de se afirmar que a distribuição testada se ajusta à amostra empírica, com o nível de confiança requerido. Ou seja, deve-se rejeitar  $H_0$  se  $D_{obs} > D_{cr}$ . A constante  $D_{cr}$  é determinada em termos do nível de significância,  $\alpha_s$ , e da distribuição

Figura A.1 – Teste de KS de uma ECDF,  $F_n(x)$ , com a CDF teórica,  $F_0(x)$ .

Fonte: Adaptado de (DEGROOT; SCHERVISH, 2012)

de  $D_{obs}$  como (OLUSEGUN; TOYIN; ADEREMI, 2015):

$$\alpha_s = P [D_{obs} > D_{cr} | H0] \cong 2 \exp (-2nD_{cr}^2) \quad (\text{A.3})$$

Enquanto a estatística do teste Chi-quadrado é obtida de forma aproximada, a estatística  $D_{obs}$  do teste de KS é obtida de forma rigorosa, sendo assim mais precisa. Essa vantagem é tanto mais nítida quanto menor for a dimensão da amostra (ABD-ELFATTAH, 2010; FERNANDES, 2013; OLUSEGUN; TOYIN; ADEREMI, 2015; PAPOULIS; PILLAI, 2002; STEPHENS, 1974). O teste de KS, ao contrário do teste do Chi-quadrado, não se aplica a dados qualitativos nem a variáveis discretas, pois os valores críticos para esse teste só são exatos caso a distribuição em teste seja contínua (ABD-ELFATTAH, 2010; FERNANDES, 2013; OLUSEGUN; TOYIN; ADEREMI, 2015; PAPOULIS; PILLAI, 2002; STEPHENS, 1974). Assim, o teste de KS exige distribuições populacionais contínuas e completamente especificadas (o que não sucede com o teste do Chi-quadrado), bem como um maior esforço computacional. Além disto, o teste de KS só pode ser aplicado quando a distribuição indicada na hipótese nula está completamente especificada, diferentemente do teste do Chi-quadrado que não exige o conhecimento completo da distribuição supracitada.

Não obstante, o teste de KS apresenta a vantagem de não depender da classificação de dados, que além de ser arbitrária essa classificação envolve perdas de informação. O teste de KS é exato (ou seja, o risco  $\alpha_s$  está definido rigorosamente) quando a função  $F_0(x)$  se encontra perfeitamente especificada e, em particular, quando se conhecem os seus respectivos parâmetros. O teste de KS, no entanto, pode ser utilizado quando os parâmetros de  $F_0(x)$  são estimados a partir da amostra. Porém, nessas circunstâncias deverá ter-se em conta que o nível de significância com que se realiza o teste é menor do que aquele que é especificado e que a potência do teste também diminui de uma quantidade não-conhecida. Observa-se ainda que, para uma distribuição contínua à uma amostra, o teste do Chi-quadrado promove a agregação dos dados em classes, sendo por

isso mais adequado utilizar o teste de KS (ABD-ELFATTAH, 2010; OLUSEGUN; TOYIN; ADEREMI, 2015; FERNANDES, 2013; PAPOULIS; PILLAI, 2002; STEPHENS, 1974).

O teste de KS é um valoroso teste utilizado em vários estudos para a validação da qualidade de ajuste em ambientes como os descritos pelas distribuições  $\alpha - \eta - \mu$  e  $\alpha - \kappa - \mu$  (COGLIATTI; SOUZA, 2013; FRANK; MASSEY, 1951; GENTLE, 2003; RENNÓ; SOUZA; YACOUB, 2018; YIN; CHENG, 2016). Ele proporciona o  $p$ -value que é a probabilidade de obter o efeito observado, uma vez que a hipótese nula é verdadeira. Os testes de KS que resultarem em  $p$ -value  $> 0.05$ , indicam excelentes resultados de teste de GOF (COGLIATTI; SOUZA, 2013; FRANK; MASSEY, 1951; GENTLE, 2003; RENNÓ; SOUZA; YACOUB, 2018).

### A.1.2 Teste de Wilcoxon

O teste de Wilcoxon signed ranks (doravante teste de Wilcoxon) é um teste de pares não paramétrico indicado para detectar diferenças significativas entre os resultados de dois algoritmos (DERRAC et al., 2011; GARCÍA et al., 2008; GIBBONS; CHAKRABORTI, 2010; SHESKIN, 2003). Ou seja, como uma tentativa de detectar diferenças significativas entre duas médias amostrais, esse teste busca decidir se duas amostras representam duas populações diferentes. A hipótese nula,  $H_0$ , indica que não há diferenças significativas entre o desempenho dos algoritmos indicando uma igualdade entre eles. Já a hipótese contrária,  $H_1$  indica que a existência de diferenças significativas entre os algoritmos avaliados (DERRAC et al., 2011; GARCÍA et al., 2008; GIBBONS; CHAKRABORTI, 2010; SHESKIN, 2003).

Sendo  $d_i$  a diferença entre o desempenho dos dois algoritmos na  $i$ -ésima saída de  $n$  problemas, essas diferenças são classificadas conforme seu valor absoluto. À diferença de menor valor é atribuído o primeiro posto, e assim por diante. Havendo empate para uma determinada classificação ( $rank(d_i)$ ) é atribuída a média das classificações envolvidas. Define-se ainda que o número de vezes que o primeiro algoritmo supera o segundo é dado por  $R^+$ , e  $R^-$  é o contrário (DERRAC et al., 2011; GARCÍA et al., 2008):

$$R^+ = \sum_{d_i > 0} rank(d_i) + 0,5 \cdot \sum_{d_i = 0} rank(d_i) \quad (\text{A.4})$$

$$R^- = \sum_{d_i < 0} rank(d_i) + 0,5 \cdot \sum_{d_i = 0} rank(d_i) \quad (\text{A.5})$$

Sendo  $\alpha_s$  o nível de significância, se  $p$ -value  $\geq \alpha_s$ , não se considera que haja diferença no desempenho dos algoritmos testados. Portanto, se  $p$ -value  $< \alpha_s$  e  $R^+ > R^-$ , então o primeiro algoritmo mostra uma melhoria significativa em relação ao segundo, com um nível de significância  $\alpha_s$ ; já se  $p$ -value  $< \alpha_s$  e  $R^+ < R^-$ , o segundo algoritmo supera o primeiro, com um nível de significância  $\alpha_s$ ; e se  $p$ -value  $\geq \alpha_s$ , as comparações não fornecem

resultados estatisticamente significativos (DERRAC et al., 2011; GARCÍA et al., 2008; GIBBONS; CHAKRABORTI, 2010; SHESKIN, 2003).

O cálculo do  $p$ -value é realizado pela aproximação normal para a estatística  $T$  de Wilcoxon (DERRAC et al., 2011; GARCÍA et al., 2008). Sendo  $T$  o menor valor entre  $R^+$  e  $R^-$ , se  $T$  for menor ou igual ao valor da distribuição de Wilcoxon para  $n$  graus de liberdade,  $H_0$  é rejeitada, significando que um determinado algoritmo supera o outro com o  $p$ -value associado (DERRAC et al., 2011; GARCÍA et al., 2008). Os testes de Wilcoxon e Friedman aplicados neste estudo foram realizados no software KEEL.

### A.1.3 Teste de Friedman

Apesar de seguro e robusto, o teste de Wilcoxon não é indicado quando se deseja realizar comparações entre mais de 2 algoritmos. Nessas condições, o teste pode resultar na perda de controle sobre a taxa de erro familiar (ou, em inglês *family-wise error*), o que pode levar a falsas descobertas entre todas as hipóteses (DERRAC et al., 2011). Então, optou-se por aplicar o teste de Friedman para detectar diferenças entre o comportamento de dois ou mais algoritmos (DERRAC et al., 2011; GARCÍA et al., 2008; GIBBONS; CHAKRABORTI, 2010; SHESKIN, 2003). Nesse caso, atribui-se uma classificação a cada algoritmo: a classificação mais baixa é o algoritmo de melhor desempenho (DERRAC et al., 2011; GARCÍA et al., 2008; GIBBONS; CHAKRABORTI, 2010; SHESKIN, 2003).

O teste de Friedman equivale-se à análise de variância de medidas repetidas (DERRAC et al., 2011; GARCÍA et al., 2008). Conforme o artigo (GARCÍA et al., 2008), o teste de Friedman é uma tentativa de responder ao questionamento: em um conjunto de  $k \geq 2$  amostras, pelo menos duas das amostras representam populações com diferentes valores medianos? A hipótese  $H_0$  indica que há igualdade de medianas entre as populações analisadas; por conseguinte, a negação da hipótese nula,  $H_1$ , não é direcional. Para computar o teste de Friedman, (DERRAC et al., 2011) apresentou o seguinte procedimento:

1. Converter os resultados originais para classificações.
2. Reunir os resultados observados para cada par algoritmo/problema.
3. Para cada problema  $i$ , classificar os valores de 1 (melhor resultado) a  $k$  (pior resultado). Denominar tais classificações como  $r_{i,j}$  ( $i \leq j \leq k$ ).
4. Para cada algoritmo  $j$ , calcular a média das classificações obtidas em todos os problemas para obter a classificação final  $R_j = \frac{1}{n} \sum_i r_{i,j}$
5. Classificar os algoritmos para cada problema separadamente: o algoritmo de melhor desempenho deve ocupar o 1º posto e assim por diante. Novamente, em caso de empate, recomenda-se o cálculo das classificações médias.

Assim, sob  $H_0$ , que afirma que todos os algoritmos se comportam de forma semelhante (portanto, suas classificações  $R_j$  devem ser iguais), a estatística de Friedman  $F_f$  pode ser calculada como apresentado por (DERRAC et al., 2011):

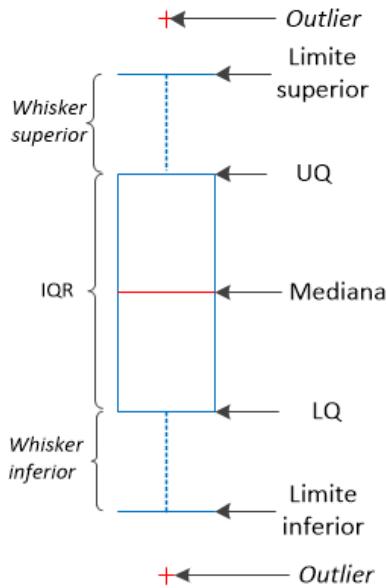
$$F_f = \frac{12 \cdot n}{k(k+1)} \left[ \sum_j R_j^2 - \frac{k(k+1)^2}{4} \right] \quad (\text{A.6})$$

A estatística de Friedman  $F_f$  é distribuída conforme a distribuição Chi-quadrado com  $k - 1$  graus de liberdade, quando (como regra geral)  $n > 10$  e  $k > 5$ . Para um número menor de algoritmos e problemas, valores críticos exatos foram calculados (DERRAC et al., 2011; GARCÍA et al., 2008).

## A.2 Boxplot

O boxplot é um tipo de gráfico usado regularmente em pesquisas científicas que resume dados para exibir informações como mediana, quartis, *outliers* e valores de ponto máximo e mínimo (ver Figura A.2) (ESTY; BANFIELD, 2003; KRZYWINSKI; ALTMAN, 2014; NETO et al., 2017; SELVIN, 2019; THIRUMALAI; MANICKAM; BALAJI, 2017). A

Figura A.2 – Elenco de informações contidas no boxplot.



Fonte: Adaptado de (NETO et al., 2017)

mediana, representada pela linha dentro da caixa, é o segundo quartil, ou seja, é o local onde ocorre a divisão da metade superior (ou 50%) da metade inferior da amostra. As medidas de dispersão são caracterizadas pelo quartil superior, do inglês *upper quartile* (*UQ*), que é onde se localiza 75% dos valores maiores; e pelo quartil inferior, do inglês *lower quartile* (*LQ*), que é onde se localiza os 25% dos menores valores. Sendo o intervalo

interquartílico, do inglês *inter-quartile range (IQR)*, definido como a diferença entre  $UQ$  e  $LQ$ , quanto menor for este intervalo mais robusto será o algoritmo.

O limite inferior, representado pelo tamanho ou extremidade do *whisker*, é o valor mínimo do conjunto de dados, até 1,5 vezes o  $IQR$  excluindo os *outliers* e/ou extremos. O limite superior, representado pelo tamanho ou extremidade do *whisker*, é o valor máximo do conjunto de dados, até 1,5 vezes o  $IQR$  excluindo os *outliers* e/ou extremos. E, os *outliers* são os valores atípicos, ou seja, os valores acima e/ou abaixo de 1,5 vezes o  $IQR$  (ESTY; BANFIELD, 2003; KRZYWINSKI; ALTMAN, 2014; NETO et al., 2017; SELVIN, 2019; THIRUMALAI; MANICKAM; BALAJI, 2017).