

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA – UFU
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA



**Modelagem pseudoinversa e Análise de
efeitos dos parâmetros no Desempenho
da Máquina de Relutância Variável 6/4
e 8/6**

Ana Camila Ferreira Mamede

Uberlândia
2021

Ana Camila Ferreira Mamede

**Modelagem pseudoinversa e Análise de
efeitos dos parâmetros no Desempenho
da Máquina de Relutância Variável 6/4
e 8/6**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Área de concentração: Projetos de Máquinas Elétricas, Elementos Finitos, Modelagem.

Orientador: José Roberto Camacho, PhD. Prof.

Uberlândia
2021

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

M264 2021	<p>Mamede, Ana Camila Ferreira, 1991- Modelagem pseudoinversa e Análise de efeitos dos parâmetros no Desempenho da Máquina de Relutância Variável 6/4 e 8/6 [recurso eletrônico] / Ana Camila Ferreira Mamede. - 2021.</p> <p>Orientador: José Roberto Camacho. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Pós-graduação em Engenharia Elétrica. Modo de acesso: Internet. Disponível em: http://doi.org/10.14393/ufu.te.2021.164 Inclui bibliografia.</p> <p>1. Engenharia elétrica. I. Camacho, José Roberto, 1954- , (Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia. Pós-graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDU: 621.3</p>
--------------	--

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:

Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091

Ana Camila Ferreira Mamede

**Modelagem pseudoinversa e Análise de
efeitos dos parâmetros no Desempenho
da Máquina de Relutância Variável 6/4
e 8/6**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Área de concentração: Projetos de Máquinas Elétricas, Elementos Finitos, Modelagem.

Uberlândia, 11 de Março de 2021

Banca Examinadora:

José Roberto Camacho, PhD. Prof. –
FEELT/UFU

Rui Esteves Araújo, PhD – FEUP/UPorto

Darizon Alves de Andrade, PhD –
FEELT/UFU

Igor Santos Peretta, PhD – FEELT/UFU

Renato Jayme Dias, Dr. – IFG



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Elétrica				
Defesa de:	Tese de Doutorado, 282, PPGEELT				
Data:	Onze de março de dois mil e vinte e um	Hora de início:	11:00	Hora de encerramento:	15:00
Matrícula do Discente:	11623EEL005				
Nome do Discente:	Ana Camila Ferreira Mamede				
Título do Trabalho:	Modelagem pseudoinversa e análise de efeitos dos parâmetros no desempenho da máquina de relutância variável 6/4 e 8/6				
Área de concentração:	Sistemas de energia elétrica				
Linha de pesquisa:	Eletricidade rural e fontes alternativas de energia				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Título: Elementos Finitos e Métodos Matemáticos Aplicados às Máquinas Elétricas. Agência Financiadora: Não há. Início: 01/03/2017. Término __/__/__ No. do Projeto na agência: __ __Professor Coordenador: José Roberto Camacho.				

Reuniu-se por meio de videoconferência, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, assim composta: Professores Doutores: Darizon Alves de Andrade - FEELT/UFU; Igor Santos Peretta- FEELT/UFU; Renato Jayme Dias - IFG; Rui Esteves Araújo - UPORTO; José Roberto Camacho - FEELT/UFU, orientador(a) do(a) candidato(a).

Iniciando os trabalhos, o presidente da mesa, Dr. José Roberto Camacho, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato(a), agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado(a).

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Darizon Alves de Andrade, Professor(a) do Magistério Superior**, em 11/03/2021, às 16:17, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Igor Santos Peretta, Professor(a) do Magistério Superior**, em 11/03/2021, às 16:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **José Roberto Camacho, Professor(a) do Magistério Superior**, em 11/03/2021, às 16:24, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Rui Manuel Esteves Araújo, Usuário Externo**, em 11/03/2021, às 16:55, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Renato Jayme Dias, Usuário Externo**, em 11/03/2021, às 17:24, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **2559184** e o código CRC **27E5845C**.

*À minha família, pelo apoio, confiança e carinho
em todos os momentos da minha caminhada.*

Agradecimentos

Aos meus pais, Márcia Mamede e Luiz Mamede, pelo carinho, paciência e compreensão, pelos primeiros e mais importantes ensinamentos e por serem grandes mestres e exemplos.

Às minhas irmãs, Mariana Mamede e Ana Luíza Mamede, minha família e amigos, pelo amor, compreensão, companhia e apoio.

Aos companheiros do Rotaract Club de Goiandira e Rotaract Club do Porto, pela amizade, companheirismo e crescimento pessoal, proporcionados pelo serviço à comunidade.

Ao Prof. PhD José Roberto Camacho, mestre durante a graduação, mestrado e doutorado, pelo grande incentivo, motivação, orientação, compreensão, confiança, generosidade e amizade transmitidos a mim durante todos esses anos de trabalho.

Ao Prof. PhD Rui Esteves Araújo, pelo acolhimento na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto - Portugal, pela orientação, pela oportunidade e por todas as contribuições a este trabalho.

Aos membros da banca examinadora, Professores PhD Darizon Alves de Andrade, PhD Igor Santos Peretta e Dr. Renato Jayme Dias, pelo tempo despendido na leitura deste trabalho e pelas importantes sugestões apontadas.

Aos colegas do Núcleo de Pesquisa e Extensão em Energias Alternativas da Universidade Federal de Uberlândia, pelo acolhimento, convívio, companheirismo, ensinamentos e amizades compartilhados durante o período do mestrado e doutorado.

Ao Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia, pelo apoio, orientação e incentivo, em especial à Cinara Fagundes, Patrícia Fernandes, Caio Siqueira e Caio Guimarães, pela simpatia e prontidão nos procedimentos junto à secretaria do programa.

À Universidade Federal de Uberlândia, pelo acolhimento, apoio técnico e estrutural, por todas as oportunidades durante a graduação, mestrado e doutorado.

À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelos recursos destinados ao desenvolvimento deste trabalho de pesquisa no Brasil e em Portugal.

*"Ao dormir,
não respondo por mim.
Porém, acordado,
Não sonho, eu luto.
Minha vida será escrita,
Não por ilusões e devaneios,
Mas por suor e coragem.
Não nasci pronto,
Quem nasceu?
Poderia passar a vida,
Perdendo-me em inveja
Daqueles que caminham
Em terra macia.
Contudo, calço meus pés
Com o que a vida me oferece
E caminho no asfalto quente.
Quando se for o calçado,
Caminharei descalço,
Quando se for a sola,
Caminharei em carne.
Só nunca, em hipótese alguma,
Cessarei meus passos,
Pois, ainda que não atinja
O destino planejado,
Estarei muito mais distante
De onde comecei a caminhada."
(Rafa Lima)*

Resumo

Mamede, A. C. F. **Modelagem pseudoinversa e Análise de efeitos dos parâmetros no Desempenho da Máquina de Relutância Variável 6/4 e 8/6.** 136 p. Tese – Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Uberlândia, Março 2021 .

A aplicação de máquinas de relutância variável tem aumentado consideravelmente em aplicações industriais, sistemas de energia eólica e veículos elétricos. Isso ocorreu porque suas principais desvantagens, como a oscilação no torque, foram superadas devido à pesquisa contínua e suas vantagens, como construção simples e robusta, capacidade de operar em altas e variadas velocidades, insensibilidade a altas temperaturas e tolerância a faltas, tornaram a máquina de relutância variável a máquina certa para muitas aplicações. No entanto, algumas dificuldades são enfrentadas para executar bons projetos, como a não linearidade inerente do motor e a modelagem. Este trabalho explora a teoria, funcionamento e procedimentos de projeto nos primeiros capítulos. Em termos práticos é realizado a análise de sensibilidade do desempenho e a modelagem da máquina, ambos baseados na variação de parâmetros geométricos e nos resultados obtidos através de simulações de elementos finitos. O objetivo desse estudo é fornecer dados consistentes sobre quais dimensões devem ser alteradas para aplicações específicas, de modo a fundamentar escolhas feitas na etapa de projeto e otimização. Uma abordagem analítica utilizando a pseudoinversa de Moore-Penrose é proposta para modelar as características da máquina de relutância variável. No entanto, a modelagem proposta pode ser generalizada e utilizada para modelar qualquer sistema físico, desde que seja possível obter dados experimentais/computacionais a partir dele. Para organizar o conjunto de dados da modelagem e realizar a análise de sensibilidade foi utilizado métodos de planejamento de experimentos, que é um ramo da estatística aplicada utilizado para conduzir estudos científicos de um sistema, processo ou produto. Para atestar a qualidade da modelagem proposta um modelo utilizando rede neural artificial foi treinado com o mesmo conjunto de dados e seus resultados para predição de valores é comparado ao modelo pseudoinverso e

aos valores obtidos por simulação de elementos finitos. Os resultados obtidos comprovam a viabilidade e qualidade do modelo proposto.

Palavras-chave: Máquina de relutância variável. Procedimentos de projeto. Análise de elementos finitos. Pseudoinversa de Moore-Penrose. Modelagem.

Abstract

Mamede, A. C. F. **Pseudoinverse Modeling and Parameters Effect Analysis on Performance and Modeling of Switched Reluctance Machine 6/4 and 8/6.** 136 p. Ph.D. Thesis – Faculty of Electrical Engineering, Federal University of Uberlândia, Março 2021 .

The switched reluctance machine has gained much interest in industrial applications, wind power systems and electric vehicles. This happened because, its main disadvantages, such as the ripple in the torque, were overcome due to continuous research, and its advantages, such as simple and robust construction, ability to operate at high speeds and variable speeds, insensitivity to high temperatures and fault tolerance, have made the switched reluctance machine the right machine for many applications. However, some difficulties are faced to execute good designs, such as the inherent non-linearity of the machine and the modeling. This work explores the theory, operation and design procedures in the first chapters. In practical terms, performance sensitivity analysis and machine modeling is performed, both based on the variation of geometric parameters and the results obtained through finite element simulations. The purpose of this study is to provide consistent data on which dimensions must be changed for specific applications, in order to support choices made in the design and optimization stage. An analytical approach using the Moore-Penrose pseudo-inverse is proposed to model the characteristics of the switched reluctance machine. However, the proposed modeling can be generalized and used to model any physical system, as long as it is possible to obtain experimental/computational data from it. To organize the modeling data set and perform the sensitivity analysis, methods of design of experiments were used, which is a branch of applied statistics used to conduct scientific studies of a system, process or product. To certify the quality of the proposed modeling, a model using artificial neural network was trained with the same data set and its results for values prediction are compared to the pseudo-inverse model and the values obtained by finite element simulation. The results obtained prove

the feasibility and quality of the proposed model.

Keywords: Switched reluctance motors. Design procedures. Finite element analysis. Moore-Penrose pseudoinverse. Modeling.

Lista de ilustrações

Figura 2.1 – Operação de uma MRV. (a) Fase c alinhada. (b) Fase a alinhada. Adaptado de Krishnan (2001)	30
Figura 2.2 – Solenoide e suas características. (a) Solenoide. (b) Gráfico fluxo vs. força magnetomotriz. Fonte: Krishnan (2001)	31
Figura 2.3 – Corrente de uma MRV de 15kW, 1500 rpm, em função do fluxo concatenado, sendo o ângulo de posição do rotor γ um parâmetro. Quando os polos estão na posição alinhada, o comportamento da máquina é não linear. Quando os polos estão desalinhados o comportamento da MRV é bastante linear. Fonte: Pyrhonen, Jokinen e Hrabovcova (2014)	33
Figura 2.4 – Configuração básica de MRV com dois polos (KRISHNAN, 2001).	34
Figura 2.5 – Perfil de indutância típico(KRISHNAN, 2001).	35
Figura 2.6 – Curvas de magnetização para o caso (a) linear e (b) não linear (DONCKER; PULLE; VELTMAN, 2011).	37
Figura 2.7 – Classificação das MRVs	37
Figura 2.8 – (a) MRV radial. (b) MRV axial múltiplas camadas.	38
Figura 2.9 – Seção transversal e perfil de indutância e torque de um MRVM monofásico 4/4.	39
Figura 2.10–MRV bifásico típico (TORKAMAN; AFJEI, 2012).	40
Figura 2.11–MRV trifásico típico (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2014).	41
Figura 2.12–Operação da MRV de (a) duas fases, e (b) três fases.Fonte: Doncker, Pulle e Veltman (2011).	41
Figura 2.13–Exemplo de MRV com quatro fases (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2014).	42
Figura 2.14–Produção de torque eletromagnético em um MoRV com (a) 4 fases e (b) 5 fases. Fonte: Pyrhonen, Jokinen e Hrabovcova (2014)	42
Figura 2.15–Estrutura de MRV Linear trifásico com 6 polos no translador (KRISHNAN, 2001).	43
Figura 2.16–Artigos e patentes da MRV (MATVEEV, 2006).	45

Figura 3.1 – Dimensões em uma MRV.	49
Figura 3.2 – Arcos polares possíveis para o rotor e estator de uma (a) MRV trifásica 6/4; (b) MRV de quatro fases 8/6. Adaptado de Miller e R. (1993). . .	53
Figura 3.3 – Característica B-H do material <i>M-19 Steel</i>	54
Figura 3.4 – Circuito magnético da MRV.	56
Figura 3.5 – Fluxo concatenado versus corrente de excitação para posição alinhada e desalinhada do rotor. Fonte: Krishnan (2001).	59
Figura 4.1 – Lâminas do estator e do rotor do MoRV 6/4.	64
Figura 4.2 – Perfil de indutância do MoRV 6/4.	65
Figura 4.3 – Perfil de torque do MoRV 6/4.	65
Figura 4.4 – Lâminas do estator e do rotor do MoRV 8/6.	66
Figura 4.5 – Perfil de indutância do MoRV 8/6.	67
Figura 4.6 – Perfil de torque do MoRV 8/6.	67
Figura 4.7 – Pontos de coleta de B no MoRV 6/4.	67
Figura 4.8 – Pontos de coleta de B no MoRV 8/6.	68
Figura 4.9 – Influência da variação de β_s no torque e fluxo concatenado dos MoRV 6/4 e 8/6.	69
Figura 4.10–Influência da variação de β_r no torque e fluxo concatenado dos MoRV 6/4 e 8/6.	70
Figura 4.11–Influência da variação de c_s no torque e fluxo concatenado dos MoRV 6/4 e 8/6.	71
Figura 4.12–Influência da variação de c_r no torque e fluxo concatenado dos MoRV 6/4 e 8/6.	73
Figura 4.13–Influência da variação de D_i no torque e fluxo concatenado dos MoRV 6/4 e 8/6.	74
Figura 4.14–Influência da variação do diâmetro externo no torque e fluxo concatenado dos MoRV 6/4 e 8/6.	75
Figura 4.15–Influência da variação do entreferro no torque e fluxo concatenado dos MoRV 6/4 e 8/6.	76
Figura 4.16–Influência da variação do número de espiras no torque e fluxo concatenado dos MoRV 6/4 e 8/6.	77
Figura 4.17–Gráfico de pareto dos efeitos padronizados para o torque médio do MoRV 6/4.	80
Figura 4.18–Gráfico normal de efeitos padronizados para o torque médio do MoRV 6/4.	81
Figura 4.19–Gráfico de pareto dos efeitos padronizados para o torque médio do MoRV 8/6.	81
Figura 4.20–Gráfico normal de efeitos padronizados para o torque médio do MoRV 8/6.	82

Figura 4.21–Gráfico de pareto dos efeitos padronizados para a perda total do MoRV 6/4.	83
Figura 4.22–Gráfico normal de efeitos padronizados para a perda total do MoRV 6/4.	83
Figura 4.23–Gráfico de pareto dos efeitos padronizados para a perda total do MoRV 8/6.	84
Figura 4.24–Gráfico normal de efeitos padronizados para a perda total do MoRV 8/6.	84
Figura 5.1 – Amostragem de um exemplo hipotético e curvas dos polinômios inter- poladores obtidos.	93
Figura 6.1 – Fluxograma da abordagem proposta.	98
Figura 6.2 – Estrutura da rede neural artificial.	104
Figura 6.3 – Teste de predição de T_m dos modelos PI e RNA para 50 MRVs 6/4. . .	109
Figura 6.4 – Teste de predição de T_m dos modelos PI e RNA para 50 MRVs 8/6. . .	109

Lista de tabelas

Tabela 2.1 – Aplicações da MRV.	44
Tabela 3.1 – Correspondência dos parâmetros livres para máquinas tradicionais e MRV.	48
Tabela 3.3 – Equações do circuito magnético: comprimento, area da seção transversal e densidades de fluxo.	56
Tabela 4.1 – Resumo das dimensões e características do MoRV 6/4.	64
Tabela 4.2 – Resumo das dimensões e características do MoRV 8/6.	66
Tabela 4.3 – Resultados da variação de β_s	68
Tabela 4.4 – Resultados da variação de β_r	70
Tabela 4.5 – Resultados da variação de c_s	72
Tabela 4.6 – Resultados da variação de c_r	72
Tabela 4.7 – Resultados da variação de D_i	73
Tabela 4.8 – Resultados da variação de k_{Do}	74
Tabela 4.9 – Resultados da variação de g	76
Tabela 4.10 – Resultados da variação de NT	77
Tabela 4.11 – Detalhes das máquinas analisadas.	79
Tabela 5.1 – Medidas obtidas para um experimento hipotético.	93
Tabela 5.2 – Resultados obtidos.	93
Tabela 5.3 – Exemplos de matriz de potência com 3 variáveis, graus polinomiais variando de 0 a 3 e soma máxima igual a 3.	95
Tabela 6.1 – Matriz de variáveis (Var) para para um exemplo fatorial completo 2^3	99
Tabela 6.2 – Matriz de potências, matriz \mathfrak{B} e valores dos coeficientes para o exemplo.	100
Tabela 6.3 – Níveis de variáveis selecionadas para o modelo do MoRV 6/4.	104
Tabela 6.4 – Tempos de simulação para construção do banco de dados.	105
Tabela 6.5 – Valores de erro e resíduo para o MoRV 6/4.	105
Tabela 6.6 – Resumo do erro calculado nos 30 testes para os modelos PI-BBD, PI-CCD, RNA-BBD e RNA-CCD do MoRV 6/4.	106
Tabela 6.7 – Níveis de variáveis selecionadas para o modelo do MoRV 8/6.	106

Tabela 6.8 – Tempos de simulação para construção do banco de dados do MoRV 8/6.	107
Tabela 6.9 – Valores de erro e resíduo para o MoRV 8/6.	107
Tabela 6.10–Resumo do erro calculado nos 30 testes para os modelos PI-BBD, PI- CCD, RNA-BBD e RNA-CCD do MoRV 8/6.	107
Tabela 6.11–Resumo do erro calculado nos 50 testes para o MoRV 6/4 e MoRV 8/6.	110
Tabela B.1–Coeficientes do modelo PI-BBD da MRV 6/4.	130
Tabela B.2–Coeficientes do modelo PI-BBD da MRV 8/6.	131
Tabela C.1–Teste de predição dos modelos PI-BBD, PI-CCD, RNA-BBD e RNA- CCD para 30 MRVs 6/4	132
Tabela C.2–Teste de predição dos modelos PI-BBD, PI-CCD, RNA-BBD e RNA- CCD para 30 MRVs 8/6	133
Tabela D.1–50 testes de predição dos Modelo PI e RNA para a MRV 6/4.	135
Tabela D.2–50 testes de predição dos Modelo PI e RNA para a MRV 8/6.	136

Sumário

1	Introdução	18
1.1	Considerações Iniciais	18
1.2	Contextualização	20
1.3	Objetivos	23
1.4	Contribuições da Tese	24
1.5	Estrutura da Tese	25
2	Máquina de Relutância Variável	27
2.1	Introdução	27
2.2	Considerações sobre a MRV e Operação Elementar	27
2.3	Princípios de operação da MRV	30
2.4	Relação entre a indutância e posição do rotor	34
2.5	Influência da Indutância Linear e Não Linear	36
2.6	Configurações das MRV	37
2.6.1	MRV Rotativo	38
2.6.2	MRV Linear	42
2.7	Estado atual, Aplicações e Perspectivas para a MRV	43
2.8	Conclusão	46
3	Procedimentos de Projeto de MRV	47
3.1	Introdução	47
3.2	Considerações sobre a MRV e Máquinas tradicionais	47
3.3	Valores iniciais	49
3.3.1	Diâmetro interno, externo, do eixo e Comprimento do núcleo	50
3.3.2	Entreferro	51

3.3.3	Seleção do número de fases e número de polos	51
3.3.4	Arcos polares do rotor e do estator	52
3.4	Projeto preliminar	54
3.5	Cálculo do Torque Médio	58
3.6	Cálculo de Perdas	59
3.7	Verificação de projeto	60
3.8	Conclusão	60
4	Influência das dimensões no desempenho da MRV e Análise dimen-	
	sional de efeitos	62
4.1	Introdução	62
4.2	Considerações sobre a simulação/MEF	63
4.3	Motores Simulados	63
4.3.1	MoRV 6/4	63
4.3.2	MoRV 8/6	64
4.4	Análise da influência das dimensões geométricas	65
4.4.1	Arco polar do estator (β_s)	68
4.4.2	Arco polar do rotor (β_r)	70
4.4.3	Culatra do estator (c_s)	71
4.4.4	Culatra do rotor (c_r)	72
4.4.5	Diâmetro interno (D_i)	73
4.4.6	Diâmetro externo (D_0)	74
4.4.7	Entreferro (g)	75
4.4.8	Número de espiras (NT)	77
4.5	Análise dimensional de efeitos	78
4.5.1	Efeitos no torque médio	80
4.5.2	Efeitos na perda total	82
4.6	Conclusão	85
5	Teoria da Modelagem	86
5.1	Introdução	86
5.2	A Pseudoinversa de Moore-Penrose	87
5.2.1	Propriedades básicas	87
5.2.2	Cálculo da pseudoinversa de Moore-Penrose	89
5.2.3	Aplicações	90

5.3	Caso unidimensional	92
5.4	Matriz de potências	93
5.5	Conclusão	95
6	Modelagem Pseudoinversa proposta	96
6.1	Introdução	96
6.2	Modelo PI proposto	97
6.3	Considerações sobre o modelo da MRV	100
6.3.1	Modelagem Rede Neural Artificial	102
6.4	Resultados principais	103
6.4.1	Modelagem do MoRV 6/4	103
6.4.2	Modelagem do MoRV 8/6	106
6.5	Verificação	108
6.6	Conclusão	110
7	Conclusões	111
7.1	Considerações gerais	111
7.2	Sugestões para trabalhos futuros	114
	Referências	115
	 Apêndices	 127
	APÊNDICE A Publicações	128
	APÊNDICE B Modelos obtidos	130
	APÊNDICE C Testes para escolha do modelo	132
	APÊNDICE D Conjunto de MRVs para teste de predição dos modelos	134

Introdução

1.1 Considerações Iniciais

A construção básica da Máquina de Relutância Variável (MRV) foi apresentada em 1838 por Robert Davidson na Escócia (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2014), a primeira patente baseada neste conceito foi registrada em 1839 (TAYLOR, 1839). A MRV também é conhecida como Máquina de Relutância Chaveada (*Switched reluctance machine*, em inglês), uma referência à sua dependência do chaveamento eletrônico de fases para operar. Apesar de ser uma das máquinas mais antigas conhecidas e apresentar inúmeras vantagens, como confiabilidade, robustez e simplicidade de construção, o uso da MRV foi inviável por várias décadas devido a inexistência de tecnologia capaz de efetuar o seu controle de modo satisfatório (MILLER; R., 1993; ARKADAN; KIELGAS, 1994).

As dificuldades inerentes à complexidade de acionamento começaram a ser superadas durante a década de 70, quando do desenvolvimento tecnológico dos sistemas digitais e dispositivos de eletrônica de potência, tornando a MRV competitiva (ARKADAN; KIELGAS, 1994). A partir de então, o desenvolvimento tem sido contínuo, particularmente no campo da tecnologia de controle. O desenvolvimento da eletrônica de potência e de técnicas de controle mais eficazes permitiu a aplicação das máquinas de relutância variável na faixa de potência de algumas centenas de quilowatts (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2014).

As características de magnetização da MRV são intrinsecamente não lineares devido à estrutura duplamente saliente, ao entreferro não uniforme, ao circuito magnético altamente saturado, a histerese magnética e aos efeitos das correntes de Foucault (SUSITRA; PARAMASIVAM, 2014). O fluxo concatenado e torque são funções não lineares da corrente e posição do rotor e dificultam a modelagem da MRV. O conhecimento sobre os valores de indutância, fluxo e torque produzidos pode ser obtido através de métodos de identificação direta, modelagem analítica, método de elementos finitos e algoritmos de aproximação inteligente. Cada uma dessas abordagens tem suas vantagens e desvanta-

gens e é adequada para diferentes fins. Modelos analíticos também podem usar dados experimentais e de simulações de elementos finitos como entrada para obter resultados mais precisos, como em (CHI; LIN; CHEN, 2005).

Para a correta operação do Motor de Relutância Variável (MoRV) é necessário que o pulso de corrente ocorra no momento adequado, tanto o momento como a duração do pulso de corrente definem o torque, a eficiência e outras características de desempenho do motor (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2014). A duração excessiva do pulso de corrente pode ocasionar a produção de torque negativo, já uma largura de pulso reduzida pode diminuir consideravelmente a eficiência da máquina. Não existe uma relação clara entre a corrente de fase e o torque em um motor de relutância, como há, por exemplo, em motores de corrente contínua. Logo, a produção de um torque suave requer um controle inteligente capaz de detectar a posição do rotor e comandar o controle de forma adequada (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2014).

Como o projeto da MRV para uma aplicação específica é um compromisso entre vários critérios de desempenho, a melhoria de um parâmetro de desempenho pode resultar na degradação de outros recursos importantes (BALAJI; KAMARAJ, 2012). Conseqüentemente, o projetista deve procurar soluções que sejam viáveis para todos os parâmetros de desempenho. Para lidar com esse impasse e obter um projeto eficiente, é necessário conhecer a influência de cada parâmetro no desempenho da máquina, tornando o projeto da MRV mais rápido e eficiente.

Dessa maneira, é realizado, neste trabalho, um estudo de influência das dimensões no desempenho da MRV. Este estudo é feito em duas etapas, na primeira os parâmetros são variados individualmente e os resultados são mostrados a partir de gráficos de torque e fluxo concatenado e valores de torque médio e densidade de fluxo; já na segunda etapa um estudo estatístico de análise dimensional de efeitos mostra qual dimensão tem um efeito maior sobre as variáveis de desempenho analisadas. A análise dimensional de efeitos é feita através de um método de planejamento de experimentos (*Design de Experimentos - DOE*), que é um ramo da estatística aplicada que se dedica a investigar os efeitos das variáveis de entrada na variável resposta medida (DURAKOVIC, 2017).

A partir desse estudo, foi proposta uma abordagem analítica para a modelagem das características de desempenho da MRV. A modelagem proposta utiliza a pseudoinversa (PI) de Moore-Penrose para calcular os coeficientes do modelo e os dados utilizados na modelagem são obtidos a partir de simulações de elementos finitos. Além disso, a modelagem apresentada utiliza métodos de DOE para seleção e organização do conjunto de dados utilizado na modelagem. Destaca-se que a modelagem PI proposta pode ser usada para qualquer sistema físico, desde que seja possível obter dados experimentais/computacionais a partir dele. A modelagem PI usa o conjunto de dados para obter os coeficientes do modelo, dessa forma a qualidade do modelo está diretamente vinculada

à qualidade dos dados e como este abrange todo o domínio do problema. A quantidade de dados, sua distribuição e como são obtidos devem ser determinados de acordo com o tipo de problema que representam. Como a MRV é conhecida por sua não linearidade, foi necessário novamente usar as técnicas de planejamento de experimentos para conduzir o estudo e estabelecer o conjunto de dados que representasse as características da MRV sem sobrecarregar o modelo. O mesmo conjunto de dados será usado para treinar uma rede neural artificial (RNA) e os resultados serão comparados com os do modelo PI para comprovar e validar a versatilidade da modelagem proposta.

1.2 Contextualização

Devido às suas características, a MRV é ideal para aplicações aeroespaciais pois pode trabalhar como motor e como gerador. Assim, em (RADUN, 1992), a MRV é utilizada como motor/gerador de partida para motores a jato, inicialmente é usado para partir o motor a jato e finalizada a partida seu modo de operação é alterado e ele passa a trabalhar como gerador fornecendo energia elétrica para a aeronave. Outra aplicação aeroespacial é a bomba de lubrificação/combustível para um motor de turbina a gás de 5 HP (FERREIRA et al., 1994).

Além disso, a MRV também ganhou espaço no desenvolvimento de veículos elétricos, as vantagens do uso da MRV em veículos elétricos são citadas por Rahman et al. (2000). Em (HUSAIN; ISLAM, 1999; RAHMAN; SCHULZ, 2002) e (UEMATSU; WALLACE, 1995) são estudados o projeto de MRV para tração e propulsão de veículos. Por último, em (XUE et al., 2010) o projeto de uma MRV instalado dentro da roda é otimizado.

A capacidade da MRV de trabalhar com velocidades variáveis, juntamente com seu baixo custo, confiabilidade, alta eficiência e alto torque de partida contribuíram para sua aplicação em geração eólica. A faixa de operação da MRV para velocidade é mais ampla do que a dos geradores de indução e síncrono (MCSWIGGAN; XU; LITTLER, 2007; CHEN, 2008). Alguns trabalhos que estudam o comportamento do gerador de relutância variável em situações de velocidade variável são apresentados em (MCSWIGGAN; XU; LITTLER, 2007; BARROS; FILHO, 2015; OGAWA; YAMAMURA; ISHIDA, 2006) e (CARDENAS et al., 2005).

Desde o final dos anos 70, a MRV tem sido alvo de um grande volume de estudos, proporcionando um desenvolvimento consistente de métodos e técnicas de projeto, modelagem e controle do mesmo.

As dificuldades de modelagem da MRV são causadas principalmente pela não linearidade da máquina. O fluxo concatenado e torque são funções não lineares da corrente e posição do rotor e podem ser previstos através de métodos de identificação direta, modelagem analítica, método de elementos finitos e algoritmos de aproximação inteligente (S;

KUMAR; JAYAKUMAR, 2016). Os métodos de identificação diretos são medidas obtidas durante o funcionamento da máquina através de sensores, como em (KUCUK et al., 2009). Na modelagem analítica, o perfil de torque e o fluxo concatenado é calculado através de expressões matemáticas que relacionam as dimensões geométricas da máquina (RADUN, 2000; RADUN, 1999; MAMEDE, 2016) ou empregam circuitos equivalentes magnéticos (KRISHNAN, 2001) ou utilizam outros métodos como séries de Fourier (HUR; KIM; HYUN, 2003).

Nos métodos de identificação direta o valor da indutância, fluxo e torque são obtidos em várias posições sob condições estáticas ou dinâmicas (LOVATT; STEPHENSON, 1992; GOBBI; SAHOO; VEJIAN, 2008). Essas medidas são adquiridas através de uma série de testes de rotor bloqueado, que além de levar muito tempo também exigem o desenvolvimento de equipamentos de teste personalizados, aumentando o custo e a complexidade da implementação (AGUADO-ROJAS; MAYA-ORTIZ; ESPINOSA-PÉREZ, 2018). Logo, como essas medidas são obtidas em um ambiente dinâmico, a precisão é alta. As técnicas de medição são geralmente usadas para validação de outros métodos de modelagem, uma série de artigos foi publicada ao longo do tempo para esse fim (GOBBI; SAHOO; VEJIAN, 2008; KRISHNAN; MATERU, 1989; CHEOK; ERTUGRUL, 2001). Outros trabalhos apresentam várias técnicas de medição (LOVATT; STEPHENSON, 1992; WALLIVADEKAR et al., 1996; ZHANG; CASSANI; WILLIAMSON, 2010). Alguns estudos apresentam a medição experimental como parte de um modelo analítico (FAHIMI et al., 1998; SONG; ZHANG; GE, 2015).

Desde que as dimensões geométricas da MRV sejam conhecidas, os valores das características podem ser facilmente encontrados em simulações baseadas em qualquer software de Método dos Elementos Finitos (MEF). O método dos elementos finitos é capaz de levar em conta todas as peculiaridades da MRV, como não linearidades, saturação magnética, efeitos da saturação nas pontas dos polos, espraiamento de fluxo, entre outros, mas sua precisão depende dos dados inseridos pelo usuário, como as dimensões geométricas da máquina, propriedades do material do circuito magnético e a escolha dos elementos utilizados (AGUADO-ROJAS; MAYA-ORTIZ; ESPINOSA-PÉREZ, 2018). Logo, o MEF é o método que apresenta maior precisão em relação às medidas reais da MRV e é utilizado em inúmeros trabalhos, como (ARUMUGAM et al., 1985; SRINIVAS; ARUMUGAM, 2005; OHYAMA et al., 2006; SOARES; BRANCO, 2001; MAMEDE, 2016), tanto para o processo de projeto da máquina, como para parâmetro de comparação e medidas de base para outros modelos. No entanto, devido às tolerâncias de fabricação e à variação de parâmetros, o perfil de indutância da fase pode diferir substancialmente dos dados do projeto e também variar em até 10% de uma máquina para outra com o mesmo projeto e classificação (TANDON; RAJARATHNAM; EHSANI, 1996).

Outros pesquisadores usaram o MEF para estudar mudanças de projeto, diferentes topologias (LOW; LIN; CHEN, 1995; SHETH; RAJAGOPAL, 2004; SUNDARAM; NA-

VANEETHAN; VASANTHAKUMAR, 2009) e diferentes condições operacionais (FAIZ; PAKDELIAN, 2006). O MEF também é amplamente utilizado por outros modelos analíticos, como parâmetro de comparação, medidas básicas e dados de treinamento. No entanto, o uso do MEF é inviável em algumas situações devido ao tempo demandado para executar a simulação e obtenção de resultados.

Na modelagem analítica, o perfil de torque da máquina é derivado de expressões analíticas do fluxo concatenado da MRV (S; KUMAR; JAYAKUMAR, 2016). Sua principal vantagem em relação aos métodos de aproximação inteligente, como redes neurais artificiais e lógica *fuzzy*, é que é mais fácil realizar diferenciação e integração que grandes treinamentos e isso facilita a análise da MRV (CHEN et al., 2009). No entanto, muitas vezes para obter uma boa precisão, é necessário executar um grande número de operações, tornando o custo computacional de alguns modelos analíticos tão altos quanto o MEF.

Uma expressão matemática que modela a máquina pode ser obtida a partir da geometria da máquina (HOSSAIN; HUSAIN, 2002), da análise de campo magnético (RADUN, 2000), do circuito equivalente magnético (KRISHNAN, 2001), de métodos numéricos de ajuste de curvas (FAIZ; PAKDELIAN, 2006), de séries de Fourier (ANDRADE; KRISHNAN, 2001) ou funções trigonométricas (CHI; LIN; CHEN, 2005). As expressões matemáticas do modelo também podem usar dados experimentais e de MEF como entrada e, dessa forma, obter resultados mais precisos (FAHIMI et al., 1998; SONG; ZHANG; GE, 2015; CHI; LIN; CHEN, 2005).

Recentemente, algoritmos de aproximação inteligente como lógica *fuzzy* e redes neurais artificiais que são adequados para a modelagem de sistemas não lineares, foram utilizados para estimar ou modelar as características da MRV. Em (RAMAMURTHY; SCHUPBACH; BALDA, 2001; LU; KEYHANI; FARDOUN, 2003), uma rede neural artificial é usada para a modelagem de uma MRV. Em (SUSITRA; PARAMASIVAM, 2014), técnicas baseadas em regressão não linear multivariada e ANFIS (*Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System*) são usadas para modelar o fluxo concatenado de uma MRV. Recentemente, estudos usaram a máquina de vetores de suporte por mínimos quadrados para estabelecer um modelo para a MRV, que apresenta excelentes habilidades de generalização e erros reduzidos (S; KUMAR; JAYAKUMAR, 2016; DING; LIANG, 2010; ZHONG et al., 2016).

A precisão desses métodos é condicionada principalmente por dados observacionais adquiridos por medição direta ou MEF. Como os dados anteriores do sistema estão disponíveis e são usados para determinar o modelo, a generalização é possível em sistemas inteligentes (S; KUMAR; JAYAKUMAR, 2016). No entanto, apesar da precisão relativamente alta, o elevado número de amostras de dados necessários e o tempo considerável para treinar a rede são uma desvantagem dos métodos inteligentes.

A maioria dos estudos sobre a MRV, como a otimização de projeto, exigem uma modelagem que reproduza fielmente as características de fluxo e torque da máquina,

caso contrário os resultados são comprometidos. Portanto, as funções de modelagem devem apresentar precisão satisfatória e por esse motivo o método dos elementos finitos é massivamente utilizado, apesar de seu alto custo computacional, a possibilidade de estimar os parâmetros antes do protótipo, o tornam extremamente atrativo.

A pseudoinversa de Moore-Penrose possui uma poderosa capacidade de resolução e pode ser amplamente aplicada em novas estruturas e problemas, cuja solução é desafiadora para métodos convencionais (CHEN; FENG, 2014). Zhao e Guan (2005) utilizaram a inversa de Moore-Penrose para obter a solução das equações cinemáticas de restrição para estruturas treliçadas. Já (LUO; LU, 2006) utilizou a inversa generalizada para obter as soluções da equação de equilíbrio e de compatibilidade de conjuntos estruturais. Em (CHEN; FENG, 2014) os autores apresentam um método de simetria para calcular a matriz pseudoinversa utilizando a teoria de grupos, os resultados apresentados para estruturas simétricas com geometrias complexas são viáveis e rápidos. Kechroud, Paulides e Lomonova (2011) utilizam a pseudoinversa para o cálculo dos pesos da rede neural *b-spline* como parte da otimização do projeto de um motor de relutância variável. Em (SILVA et al., 2014) a pseudoinversa de Moore-Penrose é a solução para o controle de trajetória de um robô.

A análise de sensibilidade é um estudo útil para qualquer projetista de motores, é importante entender a necessidade de um estudo desse tipo no contexto de uma aplicação prática. Para cada sistema de acionamento de uma MRV, existem vários parâmetros geométricos e de projeto que afetam o desempenho dos acionamentos elétricos de maneira diferente. Vários estudos analíticos foram propostos para a MRV usando técnicas de análise de sensibilidade (BESMI, 2016; MA; QU, 2015). Alguns trabalhos se preocupam em investigar a sensibilidade do desempenho da MRV em relação às suas dimensões, como (BESMI, 2016) que fez um estudo para melhoria da ondulação do torque através da variação de parâmetros geométricos da MRV a partir de resultados da simulação de elementos finitos. Já (de C. Teixeira et al., 2007) analisou o efeito da variação das dimensões em relação a perdas no cobre, ganhos na massa da máquina, ondulação e valor do torque, utilizando para isso o método analítico de modelagem proposto por (KRISHNAN, 2001).

Para lidar com a análise de sensibilidade para um grande número de variáveis de entrada foi utilizado uma metodologia matemática chamada planejamento de experimentos (DOE). No planejamento de experimentos, um pesquisador possui várias variáveis que podem ser controladas e o objetivo é determinar como e quanto cada variável afeta uma ou mais medidas (SALTELLI et al., 2008). O DOE é um ramo da estatística aplicada usado para conduzir estudos científicos de um sistema, processo ou produto no qual variáveis de entrada são manipuladas para investigar seus efeitos na variável de resposta medida (DURAKOVIC, 2017). Nas últimas duas décadas, o DOE tem sido uma ferramenta muito útil tradicionalmente usada para melhorar a qualidade e a confiabilidade do produto (DURAKOVIC; BASIC, 2013). O uso do DOE foi expandido em muitos setores como parte

do processo de tomada de decisão, seja no desenvolvimento de novos produtos, nos processos de fabricação ou na melhoria. Ele não é usado apenas em áreas de engenharia, mas também em administração, marketing, hospitais, produtos farmacêuticos (PAULO; SANTOS, 2017), indústria de alimentos (YU; LOW; ZHOU, 2018), energia e arquitetura (SCHLUETER; GEYER, 2018) e cromatografia (HIBBERT, 2012). O DOE é aplicável a processos físicos, bem como a modelos de simulação por computador (GARUD; KARIMI; KRAFT, 2017).

A crescente aplicabilidade da MRV e as diferentes propostas quanto a modelagem da máquina, bem como as decisões empíricas tomadas na etapa de projeto e a influência dos parâmetros no desempenho da máquina, justificam o estudo apresentado neste trabalho.

1.3 Objetivos

Os principais objetivos deste trabalho são determinar a influência das dimensões da MRV em determinadas características de desempenho da máquina e determinar um modelo preciso e de baixo custo computacional da MRV em relação às suas dimensões. O primeiro disponibiliza aos projetistas dados consistentes sobre quais dimensões devem ser adequadas para aplicações específicas, e o segundo fornece aos pesquisadores da MRV possibilidades de otimização, entre outros.

Alguns questionamentos orientaram esta pesquisa, são eles:

- ❑ Muitas dimensões da MRV são determinadas de forma empírica, como saber quais os melhores valores para cada uma?
- ❑ Qual a influência de cada dimensão no desempenho da MRV?
- ❑ Há uma maneira de quantificar as características da MRV de forma precisa e rápida?

Para responder estas questões e atingir o objetivo principal deste trabalho, os seguintes objetivos específicos foram determinados:

- ❑ Compreensão do funcionamento da MRV;
- ❑ Estudo de metodologias de projeto de MRV e intervalos indicados para cada parâmetro;
- ❑ Desenvolvimento de *script* para desenho automatizado e simulação da MRV em software de elementos finitos e um para coleta de dados no *Octave*;
- ❑ Estudo dos métodos e técnicas de previsão de desempenho e modelagem da MRV;
- ❑ Estudo da sensibilidade dos parâmetros de desempenho às variações das dimensões para uma MRV de três fases e uma MRV de quatro fases;

- ❑ Estudo de método estatístico para analisar os dados obtidos no item anterior;
- ❑ Compreensão das características da pseudoinversa de Moore-Penrose;
- ❑ Desenvolvimento de método para a modelagem da MRV baseado em dados de simulações de elementos finitos;
- ❑ Estudo de métodos de planejamento de experimentos para a escolha do conjunto de dados apropriados;
- ❑ Testes da modelagem proposta;
- ❑ Identificação das aptidões do método e propostas de melhorias e trabalhos futuros.

1.4 Contribuições da Tese

As principais contribuições deste trabalho são:

- ❑ Descrição dos procedimentos de projeto da MRV e compilação da contribuição de diversos autores na área;
- ❑ Descrição da abordagem da influência geométrica analisando o comportamento das grandezas de saída (fluxo concatenado e torque) da MRV, através da simulação de elementos finitos para dois motores, um MoRV 6/4 de três fases e um MoRV 8/6 de quatro fases. Este estudo abrange o efeito de oito dimensões no desempenho da máquina, que são analisadas individualmente para determinar sua influência no valor médio do torque e na saturação;
- ❑ Apresentação de uma nova perspectiva para avaliar o desempenho da MRV através da construção e análise de gráficos de desempenho, que ajudam o projetista a entender quais dimensões geométricas devem ser modificadas para aplicações específicas;
- ❑ Apresentação da análise dimensional dos efeitos das dimensões no torque médio e perdas totais da MRV, através da metodologia matemática de planejamento de experimentos (*Design of experiments-DOE*);
- ❑ Apresentação da modelagem pseudoinversa proposta para a MRV, juntamente com um exemplo numérico geral e todas as etapas para modelagem da MRV. Novamente utilizou-se de duas técnicas de DOE, dessa vez para a organização do banco de dados.

1.5 Estrutura da Tese

Com a finalidade de alcançar os objetivos propostos, esta tese é estruturada da seguinte maneira:

Capítulo 1. Introdução

Este capítulo tem por objetivo apresentar inicialmente, as motivações e os objetivos da tese. Além disso, apresenta-se uma breve revisão bibliográfica contextualizando o trabalho.

Capítulo 2. Máquina de Relutância Variável

Este capítulo apresenta o modo de operação elementar da MRV através do eletromagnetismo, os princípios de operação e as expressões matemáticas derivadas. Além disso, apresenta algumas especificidades da MRV, a relação entre a produção de torque, fluxo, indutância e modo de operação da máquina. As principais topologias da MRV são brevemente apresentadas. Por fim, apresenta-se um resumo sobre o estado atual e as perspectivas para MRV, citando várias aplicações.

Capítulo 3. Procedimentos de Projeto da MRV

Este capítulo apresenta detalhadamente os procedimentos de projeto da MRV e as orientações quanto a determinação dos parâmetros geométricos da máquina.

Capítulo 4. Influência das dimensões no desempenho da MRV e Análise dimensional de efeitos

Neste capítulo é apresentada uma nova perspectiva para avaliar o desempenho da MRV em relação a variação das suas dimensões geométricas. São apresentados resultados gráficos e numéricos de simulações de elementos finitos para duas máquinas, um MoRV 6/4 de três fases e um MoRV 8/6 de quatro fases. Apresentamos também a análise dimensional dos efeitos das dimensões no torque médio e perdas totais da MRV, através da metodologia matemática de planejamento de experimentos e software estatístico.

Capítulo 5. Teoria da Modelagem

Este capítulo mostra considerações sobre a teoria da modelagem utilizada para a MRV. Para isso, algumas propriedades da pseudoinversa de Moore-Penrose são explanadas, um caso unidimensional e os desenvolvimentos para o caso multidimensional são apresentados.

Capítulo 6. Modelagem Pseudoinversa proposta

Neste capítulo o método de modelagem proposto para a modelagem da MRV é apresentado e exemplificado. A escolha do método para organização do conjunto de dados de treinamento é mostrada detalhadamente. Os resultados da modelagem dos MoRV 6/4 e 8/6 são apresentados e discutidos.

Capítulo 7. Conclusões

Este capítulo exhibe considerações conclusivas sobre o trabalho, com o intuito de sumarizar as suas principais contribuições e apontar eventuais necessidades de investigações futuras na área de pesquisa em foco.

Referências Bibliográficas

Por fim, é apresentado o material bibliográfico utilizado no desenvolvimento desta tese de doutorado.

Apêndices

O Apêndice A mostra as publicações da autora durante o período do doutorado, enquanto o Apêndice B mostra os coeficientes dos modelos do MoRV 6/4 e MoRV 8/6. O Apêndice C contém as máquinas testadas para a escolha do conjunto de dados e modelo das MRVs. O conjunto de MoRVs utilizadas para o teste de predição dos modelos obtidos é apresentado no Apêndice D.

Máquina de Relutância Variável

2.1 Introdução

As Máquinas de Relutância Variável (MRV) devido à sua simplicidade de construção e baixo custo têm ganhado importância e aplicações em diversos campos. A MRV têm inúmeras vantagens inerentes a ela, como a simples construção com a ausência de bobinas no rotor, tolerância à falta de fases, robustez, baixo custo de produção, aplicações de alta velocidade e velocidade variável, possibilidade de operação em altas temperaturas e variações intensas de temperatura (AHN, 2011).

Esse capítulo apresenta as principais características da MRV, suas vantagens e desvantagens, o princípio de operação e as expressões matemáticas derivadas para expressar o torque e sua relação com a indutância e o modo de operação da máquina. Além disso, as configurações da MRV são apresentadas brevemente, enumerando as diferenças e vantagens de cada uma. No final do capítulo, são apresentados o estado atual, as aplicações industriais, comerciais, automotivas e domésticas da MRV e as perspectivas para a máquina de relutância variável.

2.2 Considerações sobre a MRV e Operação Elementar

A MRV é uma máquina duplamente saliente, ou seja, com polos no estator e no rotor, essa estrutura contribui para a produção de um alto torque de saída. Em um Motor de Relutância Variável (MoRV), o torque é produzido pela tendência de alinhamento dos polos, o rotor tende a se mover para uma posição onde a relutância é minimizada e assim a indutância da bobina excitada é maximizada. Embora a estrutura da MRV seja duplamente saliente, não há enrolamento ou imãs permanentes no rotor (LAWRENSON et al., 1980), simplificando a estrutura da máquina e contribuindo para o baixo custo de fabricação. As vantagens da MRV em relação às máquinas tradicionais são apresentadas

a seguir (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2014):

- ❑ Inexistência de enrolamentos no rotor, a construção é simples e fácil e as perdas reduzidas;
- ❑ O momento de inércia do rotor é baixo, proporciona uma grande taxa de aceleração à máquina e melhora a dinâmica de um acionamento elétrico controlado;
- ❑ Construção simples, com enrolamentos concentrados em volta dos polos do estator e laminação simplificada;
- ❑ As perdas na MRV são inferiores à de uma máquina de indução correspondente;
- ❑ A maioria das perdas ocorre no estator e, portanto, o resfriamento do motor é mais fácil e uma maior capacidade de carga é alcançada;
- ❑ Os grandes espaços livres no rotor permitem uma ventilação eficiente em toda a máquina;
- ❑ O torque é independente da direção da corrente de fase, dando assim mais graus de liberdade para o controle e permitindo, para algumas aplicações, reduzir o número de componentes nos conversores;
- ❑ A máquina pode produzir um torque muito alto em baixas velocidades de rotação e com um rotor estável em baixa corrente;
- ❑ A constante da máquina de uma MRV é maior que a de uma máquina de indução;
- ❑ Em caso de falha, a tensão de circuito aberto e a corrente de curto-circuito são baixas;
- ❑ Tolerância a falta de fase. Geralmente, como as bobinas são eletricamente separadas umas das outras problemas com falhas em uma fase não afeta as outras fases da máquina;
- ❑ Alta relação de torque por volume, que possibilita construção de máquinas com menores dimensões;
- ❑ Operação com velocidade variável de maneira econômica;
- ❑ Velocidades de rotação extremamente altas são possíveis;
- ❑ Elevado rendimento;

A constante de máquina (C) expressa a magnitude da potência interna da máquina pelo volume do rotor (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2014). A constante de máquina da MRV pode, para algumas faixas de potência, ser notavelmente superior

à constante de máquina de uma máquina de indução. Segundo Lawrenson (1992) a constante de máquina de uma MRV na faixa de $11kW$ é cerca de 40% maior que a constante de máquina de um motor de indução.

As características apresentadas acima conferem a máquina de relutância variável robustez, confiabilidade, baixo custo e operação em altas velocidades. Tudo isto junto com uma alta constante de máquina fazem da MRV interessante para inúmeras aplicações, como aplicações com velocidades extremamente altas em indústrias têxteis e aplicações aeroespaciais, trens, veículos elétricos, mineração e eletrodomésticos (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2014; DONCKER; PULLE; VELTMAN, 2011).

As principais desvantagens da MRV são:

- ❑ Alta ondulação no torque;
- ❑ Devido à natureza pulsante do torque produzido, que é acompanhada por grandes forças mecânicas radiais que causam vibrações e podem contribuir para as emissões acústicas de ruído;
- ❑ O tipo de controle utilizado pode acentuar problemas de vibração e ruídos;
- ❑ Perdas de atrito e ventilação são elevadas para altas velocidades, devido ao rotor saliente;
- ❑ Necessidade de conversor eletrônico de potência para funcionar, aumentando o custo total da aplicação.

Em baixas velocidades a ondulação no torque pode ser restrita a 5–10% ou menos, porém em altas velocidades a restrição é impraticável.

Atualmente, os melhores acionamentos produzem um valor muito baixo de oscilação de torque em baixas velocidades. O fato é que o torque mais suave é necessário apenas em baixas velocidades, quando as cargas são mais vulneráveis aos efeitos nocivos da oscilação do torque (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2014). Além disso, devido às características não lineares da MRV não há rotinas de cálculos convencionais para as características de desempenho da MRV, tornando seu projeto dependente da análise de elementos finitos, por exemplo. Outra desvantagem é que a MRV não pode operar sem um conversor eletrônico de potência e, portanto, deve ser projetada em conjunto com seu conversor. Métodos de controle bem ajustados podem reduzir a ondulação no torque consideravelmente, para isso utilizam as curvas de magnetização da máquina que são individuais (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2014).

O princípio operacional da MRV baseia-se na tendência de um circuito magnético de minimizar sua relutância. Quando o circuito magnético de um indutor possui uma parte móvel capaz de variar a indutância de uma bobina, sempre que a bobina for excitada, o

circuito magnético irá tender para a situação em que a energia magnética armazenada é mínima, ou seja, a situação de relutância mínima (situação de maior estabilidade) (MILLER; R., 1993).

Os polos do rotor tendem a se alinhar aos polos diametricamente opostos do estator sempre que estes forem excitados por uma corrente, uma vez que em um circuito magnético a parte rotativa prefere vir para a posição de mínima relutância no instante da excitação (KRISHNAN, 2001). Enquanto dois polos do rotor estão alinhados a dois polos do estator, um outro conjunto de polos do rotor está desalinhado a um outro conjunto de polos do estator, assim esse conjunto de polos do estator é excitado para trazer os polos do rotor para o alinhamento (KRISHNAN, 2001). E assim, sequencialmente, a corrente na MRV é comutada e o rotor é girado.

A Figura 2.1 apresenta uma MRV típica com 6 polos no estator e 4 polos no rotor, considere que os polos do rotor r_1 e r'_1 e os polos do estator c e c' estão alinhados. Aplicando uma corrente na fase a , um fluxo é estabelecido através dos polos a e a' do estator e r_2 e r'_2 do rotor, que tende a puxar os polos do rotor r_2 e r'_2 para os polos do estator a e a' . Quando eles estiverem alinhados a corrente na fase a é desligada e a fase b é excitada (KRISHNAN, 2001).

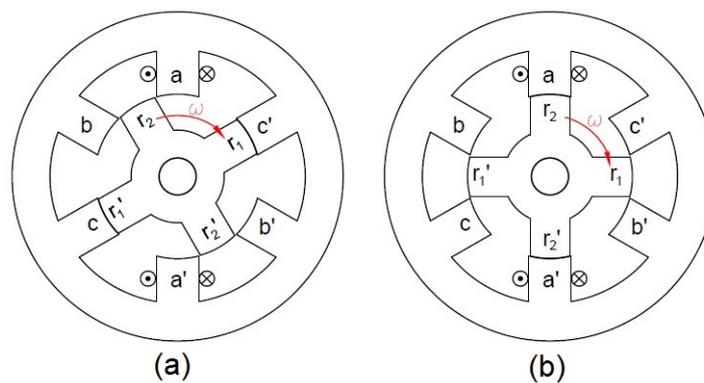


Figura 2.1 – Operação de uma MRV. (a) Fase c alinhada. (b) Fase a alinhada. Adaptado de Krishnan (2001)

2.3 Princípios de operação da MRV

A produção de torque em uma máquina a relutância variável é explicada pelo princípio elementar de conversão eletromecânica de energia em um solenoide. O solenoide, mostrado na Figura 2.2, tem N espiras e quando excitado pela corrente i produz um fluxo Φ na bobina. Ao aumentarmos a corrente de excitação, a armadura irá se mover em direção a parte fixa, denominada culatra (KRISHNAN, 2001). A Figura 2.2 apresenta o gráfico do fluxo concatenado versus a força magneto-motriz aplicada a bobina para duas posições

da armadura, x_1 e x_2 , onde $x_1 > x_2$. A energia elétrica de entrada pode ser escrita como:

$$W_e = \int e i dt = \int i dt \frac{dN\Phi}{dt} = \int N i d\Phi = \int F d\Phi \quad (2.1)$$

Onde e é o valor instantâneo da tensão induzida e F a força magneto-motriz.

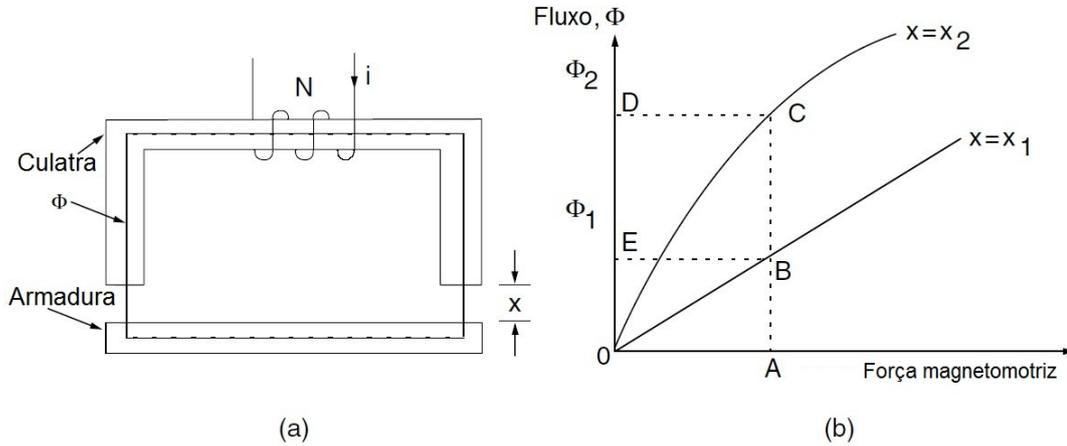


Figura 2.2 – Solenoide e suas características. (a) Solenoide. (b) Gráfico fluxo vs. força magnetomotriz. Fonte: Krishnan (2001)

De acordo com o princípio da conservação de energia, a energia não pode ser criada nem destruída, mas somente transformada de uma forma em outra. Assim, aplicando este princípio a sistemas eletromecânicos, quando a energia elétrica é armazenada principalmente em campos magnéticos, nesses sistemas a energia de entrada é igual a energia armazenada no sistema. A energia elétrica de entrada é igual a soma da energia armazenada no campo, W_c , da energia convertida em trabalho mecânico, W_m e da energia perdida, em forma de calor por exemplo, que não se transformou em trabalho mecânico W_p . Em um sistema magnético perfeito, sem perdas, a energia elétrica de entrada é dada pela Equação (2.2).

$$W_e = W_c + W_m \quad (2.2)$$

Quando nenhum trabalho mecânico foi feito, mantendo constante a posição x_1 por exemplo, a energia armazenada no campo é igual a energia elétrica de entrada dada pela Equação (2.1). Isso correspondente a área $OBE O$ na Figura 2.2b. A mudança no valor da energia no campo, chamada coenergia, é dada pela área $OBAO$ e matematicamente expressa por $\int \Phi dF$. Logo, para a posição x_2 a energia armazenada no campo corresponde a área $OCDO$ e a coenergia pela área $OCAO$. A mudança no valor da energia pode ser escrita por:

$$\delta W_e = \delta W_c + \delta W_m \quad (2.3)$$

Para uma corrente de excitação constante i_1 , dada pelo ponto de operação A na Figura 2.2b, as energias podem ser derivadas como:

$$\delta W_e = \int_{\phi_1}^{\phi_2} F_1 d\phi = F_1(\phi_2 - \phi_1) = \text{area}(BCDEB) \quad (2.4)$$

$$\delta W_c = \delta W_c|_{x=x_2} - \delta W_c|_{x=x_1} = \text{area}(OCDO) - \text{area}(OBEO) \quad (2.5)$$

Usando as equações anteriores, o incremento na energia mecânica é dado por:

$$\delta W_m = \delta W_e - \delta W_c = \text{area}(OBCO) \quad (2.6)$$

A área $OBCO$ corresponde a área entre as duas curvas para uma força magnetomotriz. Logo, no caso de uma máquina rotativa, o incremento na energia mecânica pode ser escrito em termos do torque eletromagnético e uma mudança na posição do rotor:

$$\delta W_m = T_e \delta \theta \quad (2.7)$$

Onde T_e é o torque eletromagnético e $\delta \theta$ o incremento no ângulo do rotor. Consequentemente, o torque eletromagnético é dado por:

$$T_e = \frac{\delta W_m}{\delta \theta} \quad (2.8)$$

Para o caso de excitação constante, o incremento de trabalho mecânico feito é igual a taxa de mudança da coenergia W'_t , que é simplesmente o complemento da energia armazenada no campo. A expressão para o incremento do trabalho mecânico e cálculo da coenergia são apresentados nas Equação (2.9) e Equação (2.10), respectivamente.

$$\delta W_m = \delta W'_t \quad (2.9)$$

$$W'_t = \int \Phi dF = \int \Phi d(Ni) = \int (N\Phi) di = \int \lambda(\theta, i) idi = \int L(\theta, i) idi \quad (2.10)$$

A indutância L e o fluxo concatenado λ são funções da posição do rotor e da corrente na Equação (2.10). Essa mudança no valor da coenergia acontece entre duas posições do rotor, θ_1 e θ_2 , logo o torque no entreferro, em função da coenergia, pode ser representado como uma função da posição do rotor e da corrente de excitação.

$$T_e = \frac{\delta W_m}{\delta \theta} = \frac{\delta W'_t}{\delta \theta} = \frac{\delta W'_t(i, \theta)}{\delta \theta} \Bigg|_{i=\text{constante}} \quad (2.11)$$

Se a indutância varia linearmente com a posição do rotor para uma dada corrente, o que geralmente não ocorre na prática, então o torque pode ser derivado como:

$$T_e = \frac{dL(\theta, i)}{d\theta} \cdot \frac{i^2}{2} \quad (2.12)$$

Onde:

$$\frac{dL(\theta, i)}{d\theta} = \left. \frac{L(\theta_2, i) - L(\theta_1, i)}{\theta_2 - \theta_1} \right|_{i=\text{constante}} \quad (2.13)$$

Em uma máquina de relutância variável a indutância não é constante e varia continuamente com a posição do rotor. Desse modo, uma MRV não terá um circuito equivalente em estado permanente como os motores de corrente contínua e alternada (KRISHNAN, 2001).

A indutância do circuito magnético da MRV depende do ângulo do rotor e da corrente do estator, tornando complexo o cálculo do torque. A saturação excessiva do circuito magnético em certas posições do rotor e com altas correntes do estator, indicam a relação de dependência entre corrente no estator, posição do rotor e fluxo concatenado. A Figura 2.3 apresenta essa relação de dependência.

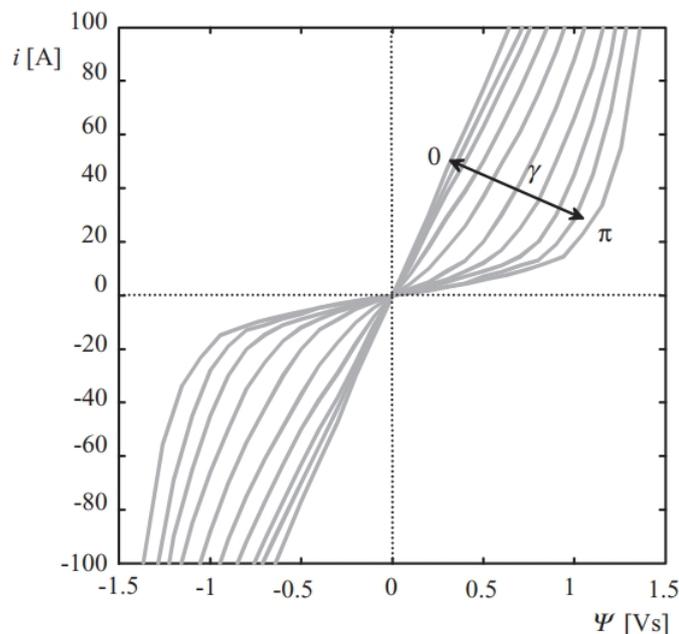


Figura 2.3 – Corrente de uma MRV de 15kW, 1500 rpm, em função do fluxo concatenado, sendo o ângulo de posição do rotor γ um parâmetro. Quando os polos estão na posição alinhada, o comportamento da máquina é não linear. Quando os polos estão desalinhados o comportamento da MRV é bastante linear. Fonte: Pyrhonen, Jokinen e Hrabovcova (2014)

A demonstração feita acima foi feita por Krishnan (2001) e segundo ele, a Equação (2.12) tem as seguintes implicações:

- O torque é proporcional ao quadrado da corrente, conseqüentemente a corrente pode ser unipolar para produzir um torque unidirecional. Isso representa uma vantagem considerável frente às tradicionais máquinas de corrente alternada, pois é utilizado um reduzido número de dispositivos de potência no conversor, diminuindo o custo

do acionamento da MRV. Além disso, como o torque é proporcional ao quadrado da corrente, essa máquina se assemelha a um motor CC série e conseqüentemente tem um alto conjugado de partida.

- A MRV pode operar como gerador se a corrente for aplicada durante o período de decréscimo da indutância. A direção da rotação de uma MRV pode ser alterada com uma simples mudança na sequência de excitação do estator. Logo, a MRV pode funcionar nos quatro quadrantes de operação com um conversor adequado.
- Torque e velocidade controláveis podem ser obtidos utilizando um conversor controlável no acionamento. Esta máquina precisa de um conversor para funcionar, ela não pode ser ligada diretamente à rede, assim em aplicações de velocidade constante seu uso é caro em comparação com motores de indução e síncronos, tornando-o inviável. Por causa de sua dependência de um conversor de potência, a MRV é amplamente utilizada em aplicações de velocidade variável.
- O valor da indutância mútua entre os enrolamentos de fase em uma MRV é muito pequeno e praticamente nulo, para todos os efeitos práticos é considerada desprezível. Uma vez que o acoplamento mútuo é desprezível, cada fase é eletricamente independente das outras. Esta é uma característica única da MRV e traz vantagens consideráveis como: um curto-circuito em uma fase não tem efeito sobre as outras fases, se uma fase for danificada as outras fases continuam funcionando e o motor também, uma vez que a tensão necessária é a mesma antes e depois da falha. Essa independência das fases da MRV é uma vantagem muito grande e imprescindível em muitas aplicações.

Portanto, pode-se concluir que o motor a relutância variável é semelhante ao motor de passo, exceto por possuir menor número de polos, maior ângulo de passo, usualmente tem um dente por polo e alta capacidade de potência de saída. No entanto, essa comparação não deve ser levada muito adiante devido à não linearidade do circuito magnético.

2.4 Relação entre a indutância e posição do rotor

Como demonstrado anteriormente, o torque depende da relação entre fluxo, posição do rotor e corrente. Logo, para uma melhor compreensão das possibilidades de controle e limitações de acionamento do MoRV, é relevante um estudo mais aprofundado da relação entre a indutância e posição do rotor.

Um perfil de indutância típico, indutância da fase versus posição do rotor, é mostrado na Figura 2.5 para um valor de corrente fixo. A indutância apresentada corresponde a indutância própria da bobina de uma fase do estator, negligenciando o espalhamento do fluxo e a saturação do material. O formato do perfil de indutância é determinado pelos

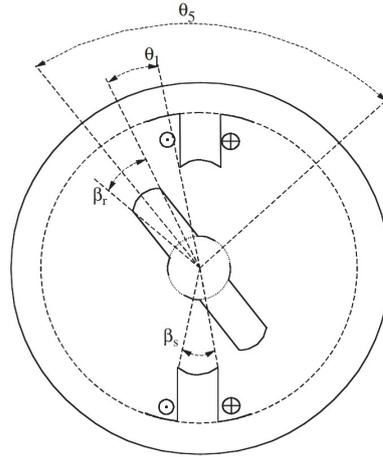


Figura 2.4 – Configuração básica de MRV com dois polos (KRISHNAN, 2001).

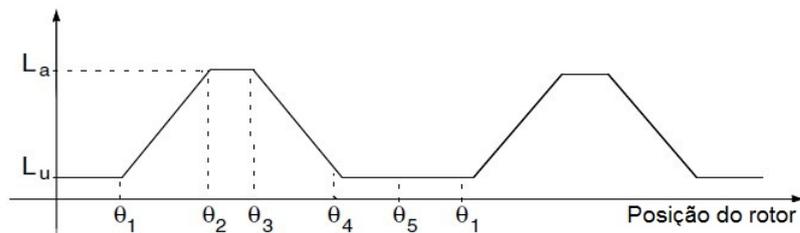


Figura 2.5 – Perfil de indutância típico (KRISHNAN, 2001).

arcos polares do rotor e do estator e pelo número de polos do rotor. Na Figura 2.4 o arco polar do rotor é maior que o arco polar do estator, o que acontece normalmente em MRVs.

A partir da Figura 2.4, os seguintes ângulos podem ser definidos:

$$\theta_1 = \frac{1}{2} \left[\frac{2\pi}{N_r} - (\beta_s + \beta_r) \right] \quad (2.14)$$

$$\theta_2 = \theta_1 + \beta_s \quad (2.15)$$

$$\theta_3 = \theta_2 + (\beta_r - \beta_s) \quad (2.16)$$

$$\theta_4 = \theta_3 + \beta_s \quad (2.17)$$

$$\theta_5 = \theta_4 + \theta_1 = \frac{2\pi}{N_r} \quad (2.18)$$

Onde β_s e β_r são o arco polar do estator e do rotor, respectivamente, e N_r é o número de polos do rotor.

Segundo Krishnan (2001), quatro intervalos são identificados no perfil de indutância, e são descritos a seguir. No intervalo de $0 - \theta_1$, os polos do estator e do rotor não estão sobrepostos, e o fluxo é determinado principalmente pelas linhas de fluxo que passam pelo ar, assim o valor da indutância é mínimo e praticamente constante (KRISHNAN, 2001). Logo, essas regiões não contribuem para a produção de torque. A indutância nessa região

é conhecida como indutância desalinhada L_u . O mesmo acontece no intervalo $\theta_4 - \theta_5$.

Na região $\theta_1 - \theta_2$, os polos do estator e do rotor estão se sobrepondo, assim as linhas de fluxo estão passando pelas lâminas do estator e do rotor. Logo, o valor da indutância cresce à medida que a sobreposição dos polos aumenta. Uma corrente de excitação aplicada a bobina nesta região produz torque positivo. Isso acontece até que os polos estejam totalmente sobrepostos.

Durante período $\theta_2 - \theta_3$, o movimento do rotor não altera a sobreposição total dos polos do rotor e do estator, logo não altera o fluxo estabelecido e, assim, o valor da indutância, conhecida como indutância alinhada L_a . Nesta região, mesmo com a presença de corrente, a produção de torque é nula, uma vez que não há alteração no valor da indutância/fluxo. Esta característica é útil para o chaveamento da corrente, pois fornece tempo para a corrente ser extinta antes da etapa de decrescimento da indutância, prevenindo produção de torque negativo (KRISHNAN, 2001).

No intervalo $\theta_3 - \theta_4$, o polo do rotor está se desalinhando do polo do estator. Esta região se assemelha a região $\theta_1 - \theta_2$, mas o decrescimento da indutância com o movimento do rotor contribuem para a inclinação negativa do perfil de indutância. A aplicação de corrente na máquina nesta região produz torque negativo, e a máquina irá operar no modo gerador, isto é, a geração de energia elétrica através da entrada de energia mecânica na MRV (KRISHNAN, 2001). Logo, para operação da máquina como motor não poderá existir corrente de excitação nesta região.

O perfil ideal de indutância mostrado na Figura 2.5 é impossível de ser encontrado em uma máquina real devido à saturação. A saturação faz com que o perfil de indutância seja mais curvo perto do valor máximo e isso reduz o valor do torque, logo a saturação da máquina além de um determinado ponto reduz o torque e a potência produzidos pela máquina (KRISHNAN, 2001), contradizendo uma situação ideal. Portanto, existe um limite de operação para a máquina a relutância variável, no qual um aumento da saturação da máquina, ou corrente de excitação, além desse ponto produz um ganho mínimo no torque e potência de saída.

Para correntes retangulares, o torque é produzido por um pequeno período em forma de pulso, causando um alto valor de *ripple* no torque. Isso pode causar vários problemas, como ruídos audíveis, fadiga no eixo e possíveis oscilações de velocidade. A ondulação no torque pode ser minimizada através do projeto da máquina de modo que a sobreposição do perfil de indutância de duas fases sucessivas se dê durante o fim de uma e início da outra. Para que isso aconteça, deve ser feita uma escolha ótima do número de polos do rotor e do estator e dos valores de seus arcos polares (KRISHNAN, 2001).

2.5 Influência da Indutância Linear e Não Linear

O processo de projetar uma máquina com um conjugado que se aproxima do valor máximo de T_e está fundamentalmente relacionado à forma das curvas de fluxo concatenado versus corrente (DONCKER; PULLE; VELTMAN, 2011). A Figura 2.6 mostra o fluxo concatenado versus a corrente em uma fase para duas posições do rotor e para os casos linear e não linear.

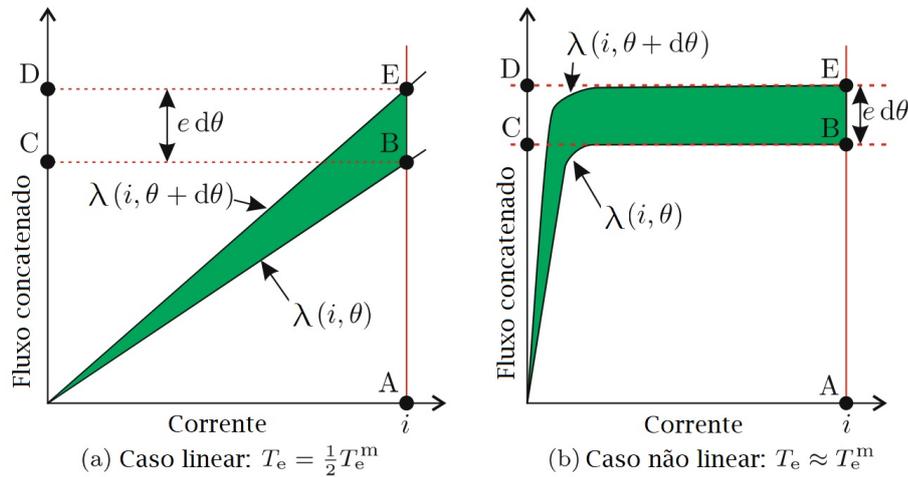


Figura 2.6 – Curvas de magnetização para o caso (a) linear e (b) não linear (DONCKER; PULLE; VELTMAN, 2011).

Para o caso linear, o torque de saída é igual a metade do valor máximo T_e . A energia correspondente ao torque máximo é dada pela área $BCDE$, assim como a energia entregue pela fonte. Sob condições de corrente constante, como assumido aqui, a área $BCDE$ é o dobro da área $0BE0$ corresponde a mudança na co-energia e relacionada ao torque desenvolvido. Assim, o torque de saída será igual a metade do valor máximo.

Se a máquina for projetada para atingir um alto nível de saturação magnética, como mostrado na Figura 2.6b, pode ser observado que o valor da energia e co-energia para os dois casos são muito diferentes. Sob as condições apresentadas, para o caso não linear a mudança na co-energia, área destacada no gráfico, aproxima-se do valor máximo de energia entregue pela fonte. Isso significa que o torque de saída atinge o valor máximo. Portanto, devido à essa característica, as máquinas de relutância são projetadas para operar com um nível substancial de saturação magnética, isso significa que as curvas de magnetização serão altamente não lineares (DONCKER; PULLE; VELTMAN, 2011).

2.6 Configurações das MRV

As máquinas de relutância variável são classificadas como mostrado na Figura 2.7. A classificação inicial é feita com base na natureza do movimento, rotativo ou linear.

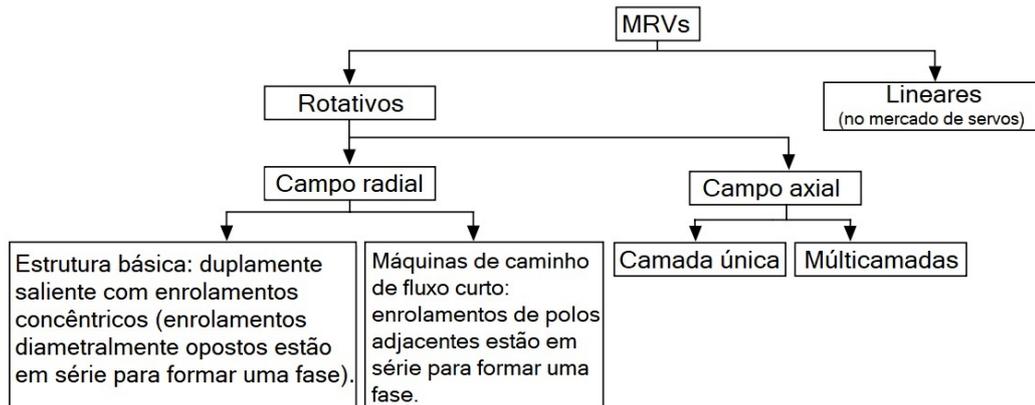


Figura 2.7 – Classificação das MRVs

A MRV é uma máquina duplamente saliente, isso quer dizer que tanto o estator como o rotor tem polos salientes. Além disso, ambos são laminados o que significa o empilhamento das laminas de aço de alta qualidade magnética e alto rendimento. As bobinas são colocadas em cada um dos polos do estator, as fases são formadas por um ou mais pares de polos diametralmente opostos e são excitados de modo a produzir um fluxo magnético dentro da máquina. Como demonstrado nas seções anteriores o valor do torque e da potência de um MoRV é influenciado diretamente pelo número de polos e arcos polares do rotor e do estator. Além disso, o custo de uma MRV é uma combinação do custo da máquina e do conversor, assim quanto maior o número de fases mais alto o custo da máquina. Portanto a escolha da topologia adequada para cada aplicação deve ser feita cuidadosamente.

2.6.1 MRV Rotativo

De acordo com a Figura 2.7, as MRV rotativas são classificadas de acordo com o caminho do campo magnético e sua direção em relação ao comprimento axial da máquina. Se o caminho do campo magnético é perpendicular ao eixo da máquina, que também pode ser visto ao longo do raio do estator e do rotor, a MRV é classificado como campo radial. Quando o caminho do fluxo é ao longo da direção axial, a máquina é chamada de MRV de campo axial (KRISHNAN, 2001). A Figura 2.8 apresenta exemplos dessas suas topologias.

A desvantagem da configuração axial de múltiplas camadas é que as lâminas do estator devem ser colocadas uma sobre a outra, diferentemente do simples empilhamento de lâminas da configuração radial. As configurações do conversor e controle, a teoria, o princípio e operação são os mesmos para ambas as configurações de MRV (KRISHNAN, 2001).

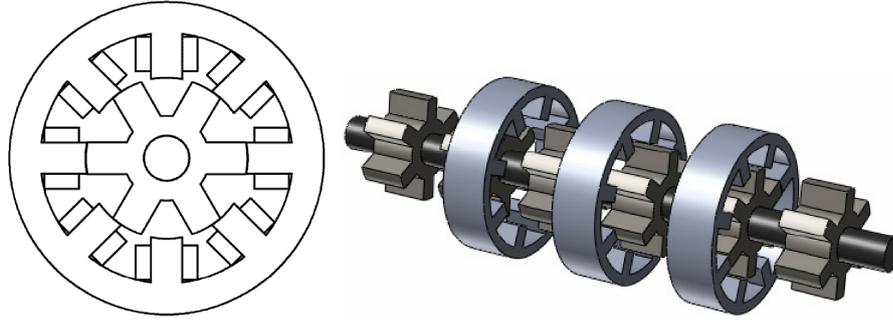


Figura 2.8 – (a) MRV radial. (b) MRV axial múltiplas camadas.

2.6.1.1 MRV Monofásica

As MRVs monofásicas são interessantes por possuir uma forte semelhança com os motores de indução monofásicos e motores universais e por compartilharem também seu baixo custo de fabricação (KRISHNAN, 2001). Aplicações de alta velocidade são particularmente atraentes para esta topologia de MRV.

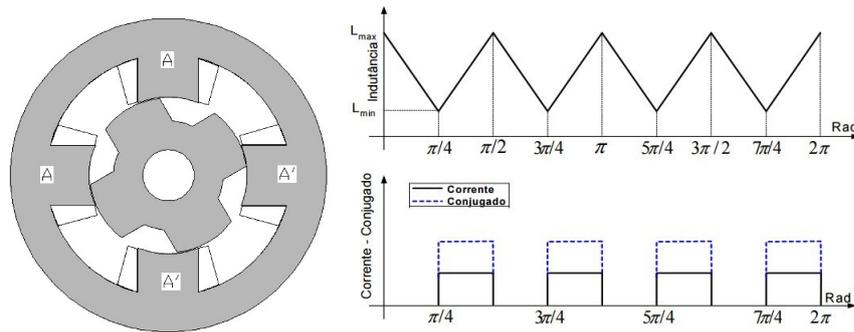


Figura 2.9 – Seção transversal e perfil de indutância e torque de um MRVM monofásico 4/4.

Em um motor de relutância variável monofásico (MRVM) o número de fases se reduz a unidade e a quantidade de polos no estator e no rotor, geralmente, são iguais. As características construtivas são similares aos demais MRV, porém o controle dessa máquina é muito mais simples, uma vez que é necessário controlar apenas uma fase (MAMEDE; CAMACHO; ANDRADE, 2016). As configurações típicas deste tipo de máquina são 2/2, 4/4, 6/6 e 8/8 polos no estator e no rotor. Quando os polos do rotor e do estator se alinham, a corrente é desligada e o rotor continua a se mover devido à energia cinética armazenada. Quando os polos estão desalinhados o enrolamento do estator é energizado novamente produzindo torque eletromagnético. A Figura 2.9 mostra um MRVM 4/4 e seu perfil ideal de indutância, os pulsos de corrente e conjugado ideais produzidos por um motor com essa configuração.

A Figura 2.9 ilustra um problema com a operação de um MRVM, existem regiões onde

o conjugado produzido é nulo, e a consequência disto é a impossibilidade da máquina ser acionada nessas posições caso não seja utilizado algum artifício apropriado. Essas posições são quando os polos do rotor e do estator estão alinhados ou o rotor está em uma posição na qual o torque produzido é menor que o torque de partida da carga (KRISHNAN, 2001). Este problema é superado com o uso de artifícios que causam saturação magnética assimétrica no rotor e no estator, como a utilização de ímãs permanentes, bobina de partida, bobinas auxiliares, entre outros (COSTA, 2004).

Como a produção de conjugado positivo em um MRVM não é contínua, sendo composto por uma série de pulsos equidistantes. Conseqüentemente, uma carga acionada por um motor com esta característica deve ser insensível a estas variações, ou seja, a carga deve ser capaz de acelerar na região de conjugado positivo e permanecer em movimento na região de conjugado nulo, até a próxima região de conjugado positivo (COSTA, 2004).

2.6.1.2 MRV Multifásicas

A MRV bifásica compartilha com a MRVM uma grande desvantagem que é o alto *ripple* no torque, no entanto, para esta máquina essa desvantagem se torna um inconveniente devido ao aumento no custo do inversor por possuir uma fase a mais. Além disso, a MRV bifásica também tem problemas de partida em determinadas posições.

Assim, alterações nesta máquina são estudadas de modo a reduzir o *ripple* no torque e garantir a partida do motor em qualquer posição. A Figura 2.10 mostra um MoRV bifásico típico com dois polos no rotor e quatro polos no estator.

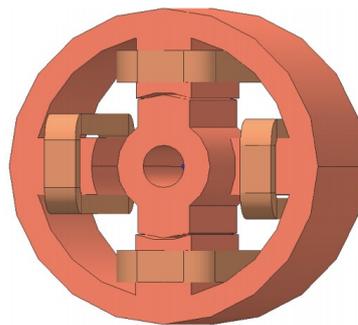


Figura 2.10 – MRV bifásico típico (TORKAMAN; AFJEI, 2012).

De um modo geral, a vantagem de um MoRV bifásico é que é possível garantir a partida própria do motor. O campo magnético rotativo produzido por um motor bifásico fornece conjugado de partida para uma velocidade zero, o que não é possível para um MRVM (TORKAMAN; AFJEI, 2012). Mudanças no formato dos polos dos rotores, como degraus e inclinações, apresentam resultados satisfatórios e promissores no desempenho do motor, possibilitando a competição com motores bifásicos convencionais (TORKAMAN; AFJEI, 2012).

O MoRV trifásico é uma topologia bastante utilizada, pois oferece uma boa relação entre partida própria da máquina, ondulação no torque e custo do inversor. A topologia mais popular do MoRV trifásico possui seis polos no estator e quatro polos no rotor é apresentada na Figura 2.11. A Figura 2.12 mostra a forma de onda do torque por fase e o pulso de corrente em uma MRV de duas e de três fases.

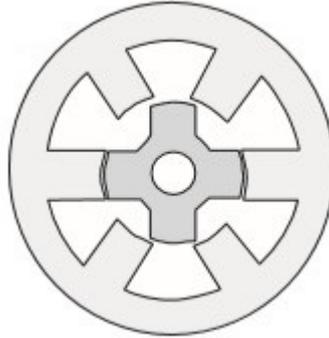


Figura 2.11 – MRV trifásico típico (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2014).

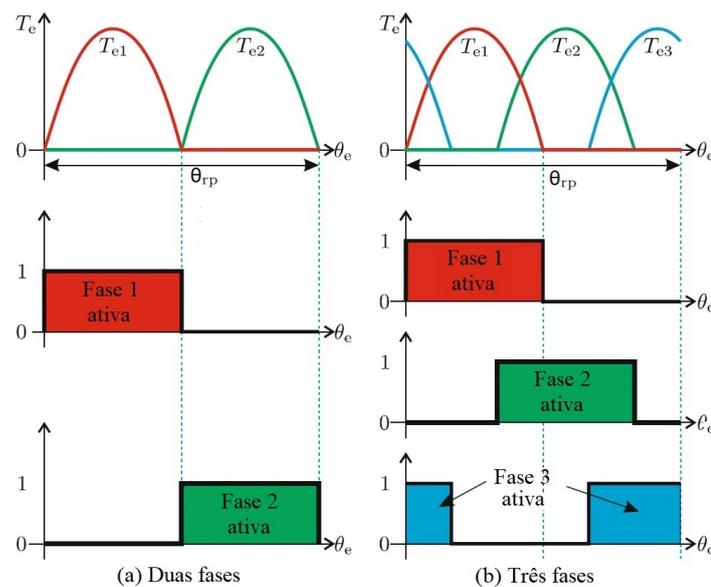


Figura 2.12 – Operação da MRV de (a) duas fases, e (b) três fases. Fonte: Doncker, Pulle e Veltman (2011).

Essa máquina ainda possui uma ondulação considerável no torque, que pode ser reduzida a partir de um projeto otimizado. Os polos do rotor e do estator a serem magnetizados devem estar no início da sobreposição, a fim de produzir torque em todas as posições do rotor (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2014).

Para garantir torque contínuo, suave e sem dificultar o perfil da corrente de fase, o motor deve ter pelo menos quatro fases (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2014).

A MRV de quatro fases é conhecida por fornecer torque contínuo e suave, com reduzida ondulação, vide Figura 2.14.a . Uma topologia típica desta MRV com oito polos no estator e seis polos no rotor é apresentada na Figura 2.13. O alto número de dispositivos eletrônicos e conexões nesta máquina é sua maior desvantagem, limitando a MRV tetrafásica a um campo de aplicação específico (WANG, 2014). Isso acontece devido ao alto custo do conversor, fazendo com que o custo total da máquina seja alto, tornando-a inviável para muitas aplicações.

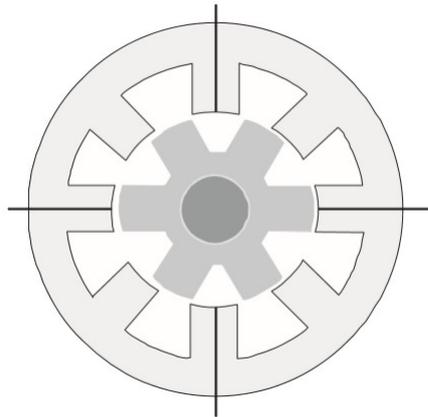


Figura 2.13 – Exemplo de MRV com quatro fases (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2014).

A Figura 2.14 mostra o torque eletromagnético para um MoRV de quatro e cinco fases.

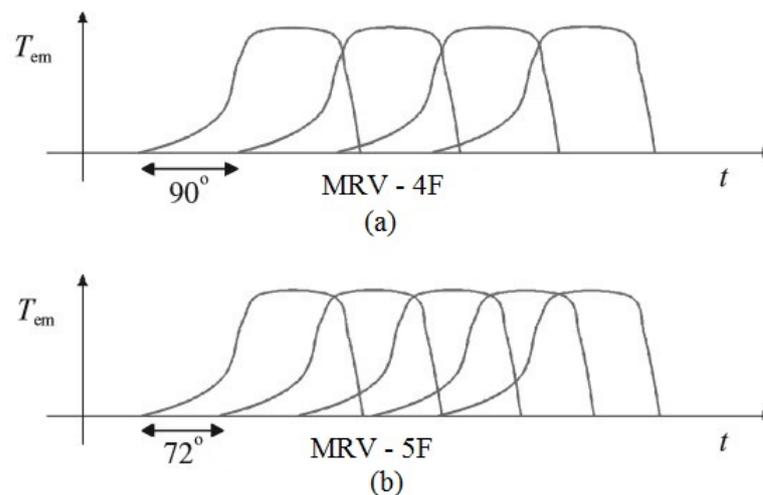


Figura 2.14 – Produção de torque eletromagnético em um MoRV com (a) 4 fases e (b) 5 fases. Fonte: Pyrhonen, Jokinen e Hrabovcova (2014)

A partir das Figuras 2.12 e 2.14, é possível concluir que quanto maior o número de fases em um MoRV mais fácil é obter um torque contínuo e suave, no entanto mais dispositivos

sas deslizantes e futuramente sistemas de levitação para transporte urbano (KRISHNAN, 2001).

2.7 Estado atual, Aplicações e Perspectivas para a MRV

Desde a primeira aplicação industrial de uma MRV nos anos 1970, muitas pesquisas e patentes surgiram, principalmente nos últimos 20-25 anos. A Figura 2.16 apresenta o número de patentes e artigos sobre MRV durante os anos de 1980 a 2000, observe-se o crescente interesse pela máquina. Durante este período, os maiores detentores de patente são a Emerson Electric (16% do total), a General Electric (7%) e a Sekogiken (6%) (MATVEEV, 2006).

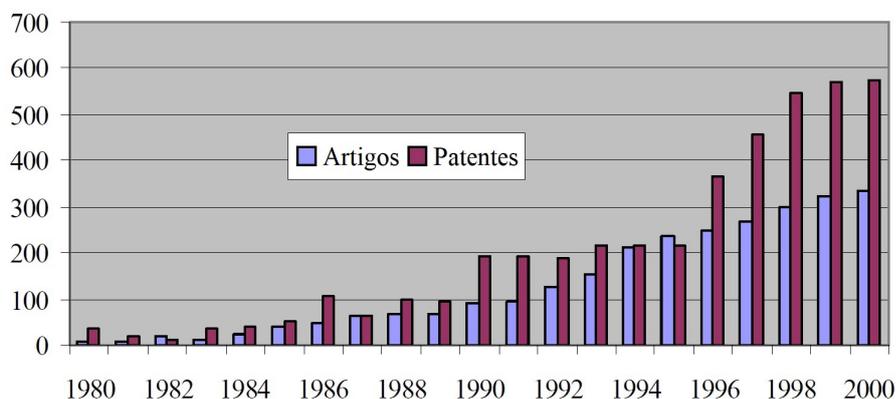


Figura 2.16 – Artigos e patentes da MRV (MATVEEV, 2006).

A Tabela 2.1 lista algumas aplicações das máquinas de relutância variável em quatro principais setores do comércio. A lista certamente é incompleta uma vez que alguns exemplos não são publicamente conhecidos. Aplicações aeroespaciais e militares geralmente não são divulgadas.

A MRV é ideal para aplicações aeroespaciais, tais como motor/gerador de partida para motores a jato (RADUN, 1992). A MRV pode ser usada inicialmente para partir o motor a jato e operar a 27000 rpm e, finalizada a partida a MRV é alterada para trabalhar como gerador fornecendo energia elétrica para a aeronave. A faixa de velocidade do gerador é 27000 rpm a 50000 rpm . A MRV é adequada para aplicações onde é integralmente montado sobre o motor a jato, para isso deve ter elevada capacidade térmica e habilidade para operar, tanto como motor como gerador, com uma ou mais fases em curto-circuito. Esta MRV é geralmente desenvolvida com um alto número de fases independentes, para que o curto-circuito em algumas fases não impeça o funcionamento da mesma. A faixa de potência para essa aplicação foi inicialmente de 30 kW e depois estendida para 250

Tabela 2.1 – Aplicações da MRV.

Aplicação	Empresa
Aplicações industriais	
Acionamentos industriais 7,5-22 kW	Allenwest, Reino Unido
Unidades industriais de uso geral 4-43 kW	Oulton, Task Drives, Reino Unido
Bomba de propulsão 11kW	General Motors, EUA
Acionamentos industriais 9-140 kW	Sicme Motori, Italia
Máquinas de tecelagem	SRDL, Reino Unido; Picanol, Bélgica
Unidades de mineração 35-300kW	British Jeffrey Diamond, Reino Unido; SRDL, Reino Unido
Empilhadeira/paleteira manual 1.8 kW	Radio Energie, França
Aplicações comerciais	
Centrífugas	Beckman Instruments Inc., Reino Unido
Ferramentas Elétricas	Kaskod, Russia
Ventiladores	AMETEK Lamb Electric, EUA
Compressores	Compare Broomwade, Reino Unido; Emotron a/b, Suécia
Bombas	Emotron a/b, Suécia
Atuador de porta	Besam a/b, Suécia
Unidade de impressora	Hewlett-Packard, EUA
Aplicações automotivas	
Unidades de veículos elétricos	Aisin Seiki, Japão
Sistemas de ar condicionado para trens	Normalair Garret, Reino Unido; SRDL, Reino Unido
Controle de cruzeiro automotivo	DANA Corp., EUA
Land Rover Defender 110	Nidec SR Drives, Japão
Aplicações domésticas	
Máquinas de lavar, processadores de alimentos, aspiradores de pó	SRDL, Reino Unido
Outras aplicações	
10-1500 W	Magna Physics, EUA
Unidades de posicionamento 3,5-11 kW	MACCON, Alemanha
6-18 kW	T-Gidropress, Rússia
Várias aplicações	Mavrik Motors, EUA
Motores de alta velocidade e controladores	AMC NEC/Densei, EUA
Unidades de baixa velocidade 250 kW	Electro Magnetix Ltd., Reino Unido

kW . Outra aplicação aeroespacial é a bomba de lubrificação/combustível para um motor de turbina a gás de 5 HP (FERREIRA et al., 1994).

Além disso, a MRV também ganhou espaço no desenvolvimento de veículos automotivos elétricos e híbridos. A utilização de um gerador elétrico ligado ao eixo das rodas, ou do gerador instalado dentro da roda (XUE et al., 2010), possibilita que a geração de energia elétrica através do torque disponibilizado pelo movimento das rodas, assim as baterias podem ser recarregadas e o sistema elétrico do carro alimentado (COELHO et al., 2011). Em (WANG et al., 2005) tem-se a proposta de aplicação de uma MRV tetrafásica, de potência 50 kW em veículos elétricos híbridos, sendo o controle do mesmo implementado por meio de um DSP. Ainda dentro da área automotiva, destacam-se diversos estudos, (KIYOTA; CHIBA, 2012; XUE et al., 2010; RILEY et al., 2014; ARYANEZHAD, 2015; SUN et al., 2016; RAFAJDUS et al., 2015), que abordam além de aplicações para os MRV para tração elétrica, técnicas de otimização para se obter o torque médio máximo, frenagem regenerativa e redução de perdas (FILHO, 2017).

Em 2013, no salão do automóvel de Genebra, a empresa Land Rover apresentou o resultado obtido em suas pesquisas referentes a veículos elétricos, no qual substituiu o motor diesel e a caixa de câmbio do modelo Land Rover Defender 110 por um MoRV de 70kW, o qual é alimentado por uma bateria de 27kWh, possibilitando uma autonomia em torno de 80km quando completamente carregado, e uma velocidade máxima próxima a 110km/h. Visto à aplicação do veículo em situações típicas off-road e baixa velocidade, o mesmo pode ser utilizado por até 8 horas (DRIVES&CONTROLS, 2013). Para aplicações em veículos elétricos a MRV oferece inúmeras vantagens como alto torque de partida para a aceleração inicial, alta densidade de torque e eficiência para operar em velocidades variáveis, contribuindo para prolongar a vida útil da bateria.

As vantagens da MRV, juntamente com o baixo custo e confiabilidade da MRV, vem fazendo desta um promissor substituto da máquina de indução para aplicação em geração eólica. O grande intervalo de variação do vento faz necessário o uso de uma caixa de câmbio para realizar as regulagens na velocidade da máquina de indução. Assim o uso do gerador de relutância variável reduziria custos e aumentaria a eficiência do sistema de geração eólica.

A Tabela 2.1 e os exemplos citados acima mostram as aplicações da MRV tem aumentado, no entanto a lista de aplicações é menor se comparada a lista de aplicações do motor de indução por exemplo, apesar da quantidade extraordinária de pesquisas publicadas sobre as MRVs. Uma das características interessantes da tabela é a grande variedade de aplicações, o que confirma a versatilidade da MRV e apoia a ideia de que o lento progresso comercial se deve à falta de investimento e ferramentas, e não a qualquer limitação técnica inerente (MATVEEV, 2006).

A indústria, em geral, está relutante em implementar as MRV. Para empresas maio-

res que produzem suas próprias máquinas e controladores em grandes volumes, a razão geralmente são os altos custos envolvidos na mudança de procedimentos de produção. As empresas menores, por outro lado, acham muitas vezes difícil desenvolver MRV sem infringir um dos muitos projetos patenteados. Outro obstáculo é que, em todo o mundo, apenas alguns engenheiros entendem a arte de projetar MRV e seus controladores que são comercialmente viáveis. Tal situação muitas vezes limita o uso da MRV à aplicações especiais, onde os custos de desenvolvimento e suporte podem ser absorvidos por um projeto maior (MATVEEV, 2006).

No entanto, as MRVs oferecem alguns benefícios que garantem que o seu uso comercial irá acontecer mais cedo ou mais tarde. Entre essas características estão aquelas apresentadas no início deste capítulo.

2.8 Conclusão

Neste capítulo apresentou-se a teoria referente ao funcionamento da máquina de relutância variável, seus princípios de operação, expressões matemáticas, vantagens e desvantagens. Além disso, a relação entre indutância e posição do rotor e a influência da saturação na produção do torque mostra como a não-linearidade está presente no funcionamento da MRV. O entendimento desse conceito é muito importante para a execução do projeto, modelagem e controle da MRV. Além disso, foram apresentadas as principais configurações da MRV, um resumo sobre seu estado atual, perspectivas e algumas aplicações.

O Capítulo 3 apresenta os procedimentos de projeto da MRV.

Procedimentos de Projeto de MRV

3.1 Introdução

As máquinas de relutância variável diferem tanto estruturalmente como por suas características de desempenho das máquinas elétricas tradicionais, no entanto há algumas similaridades. Uma diferença crucial da MRV quando comparada com máquinas tradicionais é que o estator e o rotor tem números diferentes de polos e não pode operar sem um conversor eletrônico (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2014). Diversos fatores devem ser levados em consideração durante o dimensionamento, como a escolha de valores adequados de densidade de fluxo no núcleo, entreferro, arcos polares.

A análise de desempenho da MRV requer as dimensões das lâminas do rotor e do estator, detalhes dos enrolamentos, número de polos e arcos polares (KRISHNAN, 2001). Assim, um dimensionamento aproximado serve de ponto de partida para a análise da MRV e a obtenção de um projeto final melhorado. O ponto de partida para projetar uma máquina é a obtenção da equação de saída de potência da MRV, este capítulo apresenta esse processo. Além disso, outras variáveis da máquina são determinadas, como número de polos, arcos polares do rotor e estator, comprimento do núcleo, diâmetro interno, culatra do rotor e do estator, número de espiras por fase, entreferro.

3.2 Considerações sobre a MRV e Máquinas tradicionais

A teoria geral que governa o projeto de uma máquina elétrica inclui estudos nas áreas do eletromagnetismo, arranjos dos enrolamentos, comportamento do circuito magnético, indutâncias e resistência dos enrolamentos (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2014). O processo de projetar uma máquina elétrica leva em consideração todos esses estudos e o conhecimento empírico adquirido ao longo dos anos pelos projetistas e pesquisadores.

O projeto de uma máquina elétrica se inicia pela definição de certas características básicas, como o tipo de máquina, o tipo de construção, a potência nominal, a velocidade nominal de rotação, número de pares de polos, frequência de operação, tensão nominal, número de fases, entre outros (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2014).

No projeto de máquinas há um número considerável de parâmetros livres. A tarefa de encontrar uma solução ideal se torna extremamente complexa a não ser que o número desses parâmetros seja de alguma forma limitado (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2014). Muitos parâmetros livres variam apenas ligeiramente e, portanto, podem ser considerados constantes. Para uma máquina tradicional, segundo Pyrhonen, Jokinen e Hrabovcova (2014), dez parâmetros podem ser considerados como parâmetros livres, a Tabela 3.1 associa os parâmetros livres das máquinas tradicionais com os parâmetros livres da máquina de relutância variável.

Tabela 3.1 – Correspondência dos parâmetros livres para máquinas tradicionais e MRV.

Parâmetros livres	
Máquina tradicional	MRV
Diâmetro externo do estator	Diâmetro externo do estator
Comprimento da pilha do estator	Comprimento da pilha
Largura da ranhura do estator	Arco polar do estator
Altura da ranhura do estator	Culatra do estator
Diâmetro do entreferro	Diâmetro interno
Comprimento do entreferro	Comprimento do entreferro
Valor de pico da densidade de fluxo do entreferro	Valor de pico da densidade de fluxo do entreferro
Largura da ranhura do rotor	Arco polar do rotor
Altura da ranhura do rotor	Culatra do rotor
Número de pares de polos	Número de pares de polos
Frequência	Frequência

Frequentemente, o projeto de máquinas inclui a seleção de parâmetros baseados em tabelas que fornecem dados empíricos sobre as máquinas assíncronas, síncronas, de corrente contínua e de dupla saliência. Essas tabelas fornecem uma faixa de valores empiricamente definidas de densidade de fluxo e de corrente, por exemplo, para várias tipos de máquinas e que podem ser aplicadas na fase preliminar de projeto (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2014). Essa situação se repete para a MRV, alguns de seus parâmetros são selecionados em uma faixa de valores definidas empiricamente por estudos anteriores.

O projeto da MRV é, aparentemente, similar ao projeto das máquinas tradicionais, mas diverge em vários pontos devido às características ímpares da MRV. Algumas características, de fato, simplificam o projeto, como a ausência de bobinas no rotor, ausência de escovas, o espaço vazio entre os polos do estator e rotor favorecem a ventilação. No entanto, outras características como a saturação excessiva para algumas posições do rotor,

a não linearidade da indutância, a pulsação do torque, a produção de torque negativo e a dificuldade de modelar a MRV tornam esse processo melindroso.

3.3 Valores iniciais

Para projetar uma máquina para uma aplicação específica é preciso conhecer suas características, que formarão as especificações da MRV. As especificações de projeto da MRV são a potência de saída em W , a velocidade nominal n em rpm, a corrente de pico permitida em A e a tensão de alimentação disponível para o sistema. A partir desses dados, o torque mecânico da máquina é fixo e calculado através da equação 3.1.

$$T_{mec} = \frac{P_{saída}}{2\pi \frac{n}{60}} \quad (3.1)$$

A Figura 3.1 apresenta todas as dimensões que devem ser determinadas para a construção de uma MRV e que serão descritas a seguir, onde:

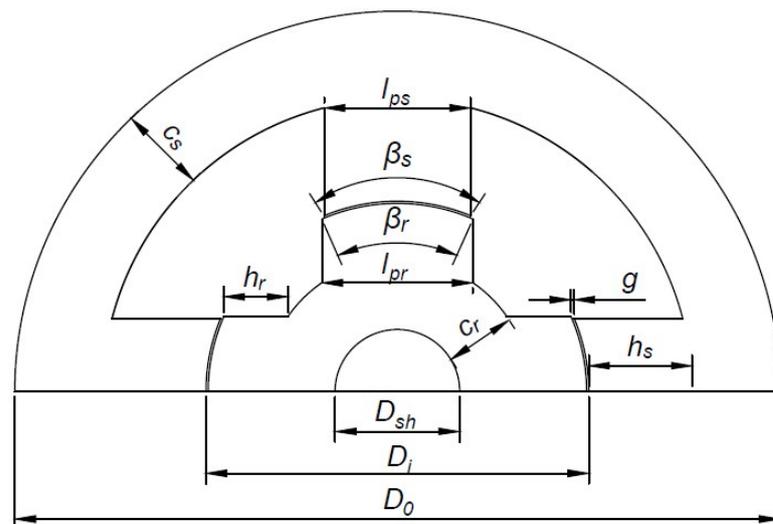


Figura 3.1 – Dimensões em uma MRV.

- β_s : arco polar do estator;
- β_r : arco polar do rotor;
- l_{ps} : largura do polo do estator;
- l_{pr} : largura do polo do rotor;
- c_s : culatra do estator;
- c_r : culatra do rotor;
- h_{ps} : altura do polo do estator;
- h_{pr} : altura do polo do rotor;

D_{sh} : diâmetro do eixo;
 D_i : diâmetro interno;
 D_o : diâmetro externo;
 g : comprimento do entreferro.

3.3.1 Diâmetro interno, externo, do eixo e Comprimento do núcleo

O ponto de partida para projetar uma máquina é obter a equação de saída da mesma. Para a MRV, esse processo é apresentado por (KRISHNAN, 2001) e a partir da equação de saída o diâmetro interno da máquina é determinado. No entanto, a equação de saída obtida por (KRISHNAN, 2001) apresenta uma série de parâmetros que devem ser determinados arbitrariamente para que o cálculo do diâmetro interno seja possível (como comprimento do núcleo, eficiência, ciclo de trabalho, carga elétrica específica, entre outros), o que torna o processo um pouco obscuro. Esse processo pode ser simplificado usando tabelas apresentadas por padrões internacionais como (IEC60072-1, 1991), que determinam valores típicos de estrutura para todas as máquinas rotativas.

Assim, os valores iniciais para a carcaça, diâmetro interno, diâmetro externo, diâmetro do eixo e comprimento do núcleo são selecionados a partir de tabelas que relacionam a potência de saída, velocidade nominal e tamanho da carcaça, ou quadro, (TC) presentes em (IEC60072-1, 1991). Esses valores podem ser ajustados no final do processo de dimensionamento. O diâmetro externo é, então, calculado por

$$D_o = (TC - x) \cdot 2 \quad (3.2)$$

onde x corresponde ao valor do pé da máquina usualmente adotado como $3mm$, e utilizado para a montagem da máquina. Normalmente, o valor do diâmetro interno corresponde a 0,4 a 0,7 vezes o tamanho do diâmetro externo (MILLER; R., 1993).

O diâmetro interno é inicialmente definido como TC , mas pode ser alterado de acordo com a necessidade da aplicação e limitações construtivas. Para (KRISHNAN, 2001), o comprimento do núcleo é determinado como um múltiplo do diâmetro interno pela equação 3.3. O valor de k_L é decidido pela natureza da aplicação do motor e limitação de espaço. Para aplicações não-servo, o intervalo de k_L é dado pela equação 3.4 e para aplicações servo pela equação 3.5.

$$L = k_L \cdot D_i \quad (3.3)$$

$$0,25 < k_L < 0,7 \quad (3.4)$$

$$1,0 < k_L < 3,0 \quad (3.5)$$

Portanto, como o quadro já foi escolhido, o limite superior do comprimento do núcleo já está definido e o limite inferior pode ser determinado pelas equações acima.

3.3.2 Entreferro

Para máquinas de relutância comutada, o comprimento do entreferro determina o valor do torque de saída e a exigência de tensão-corrente no acionamento do motor. No entanto, o entreferro não pode ser tão pequeno quanto possível devido a restrições de fabricação, e deve ser proporcional ao tamanho do motor (WANG, 2013). Para Krishnan (2001), o valor do entreferro deve ser escolhido de acordo com o tamanho da máquina, para máquinas pequenas, com potência inferior a $1,0 \text{ cv}$, o entreferro deve variar de $0,18$ a $0,25 \text{ mm}$. Máquinas com potência superiores a $1,0 \text{ cv}$ podem ter o entreferro a partir de $0,3$ a $0,5 \text{ mm}$ (KRISHNAN, 2001). Para outros autores, o comprimento do entreferro deve ser selecionado entre $0,5$ e 1% do diâmetro do rotor (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2014; MILLER; R., 1993).

3.3.3 Seleção do número de fases e número de polos

O número de fases de uma MRV é geralmente determinado através de fatores como capacidade direcional, confiabilidade, custo e operação em alta velocidade, descritos abaixo.

1. *Capacidade de partida:* em um MoRV monofásico, por exemplo, o custo com o controle é baixo, porém existem regiões em que o torque produzido é nulo e a consequência disso é a impossibilidade de a máquina partir nessas posições se nenhum artifício é usado, como um ímã permanente.
2. *Capacidade direcional:* em algumas aplicações, é necessário alterar a direção de operação do MoRV e isso determina o número mínimo de fases para essa aplicação. Por exemplo, uma máquina $4/6$ é capaz de fornecer somente rotação unidirecional, enquanto uma $6/4$ é capaz de operar em duas direções de rotação. O primeiro caso é uma máquina bifásica e o segundo caso é um MoRV trifásico (KRISHNAN, 2001).
3. *Custo:* o custo de um MoRV relaciona o custo do próprio motor e o custo de seu conversor; portanto, um alto número de fases demanda um alto número de dispositivos de potência no conversor, aumentando o custo total da aplicação e restringindo seu uso para alguns aplicações.

4. *Ondulação no torque*: um número maior de fases tende a fornecer uma menor ondulação no torque de saída, o MoRV de quatro fases é conhecida por fornecer torque contínuo e suave. No entanto, o número de fases não é o único fator relevante para a ondulação no torque, o controle eficiente está diretamente relacionado à ondulação no torque de saída de um MoRV.
5. *Confiabilidade*: um número maior de fases significa maior confiabilidade porque uma falha em uma ou mais fases não impedirá a máquina de continuar operando. Esse fator pode ser altamente relevante em aplicações críticas, onde a segurança dos seres humanos ou a conclusão bem-sucedida da missão é o fator predominante (KRISHNAN, 2001).
6. *Densidade de energia*: um número maior de fases tende a fornecer uma densidade de energia mais alta na máquina.
7. *Operação eficiente em alta velocidade*: a eficiência é aprimorada reduzindo a perda do núcleo em alta velocidade, diminuindo o número de fases do estator e diminuindo o número de comutações de fase por revolução (KRISHNAN, 2001). Em operações de alta velocidade, é necessário manter o tamanho do motor menor, o que requer uma grande redução de perdas para manter a robustez térmica (KRISHNAN, 2001).

Os fatores limitantes na seleção dos polos são o número de dispositivos de potência do conversor e o custo associado ao acionamento de portas e fontes de alimentação lógicas e o requisito de controle em termos de pequenos tempos de subida e descida das correntes de fase (KRISHNAN, 2001). As topologias 6/4 e 8/6, três e quatro fases, respectivamente, são comuns na indústria porque são econômicas, mas outras topologias são possíveis. Um aumento no número de fases melhora a precisão operacional do motor e a qualidade do torque, mas simultaneamente a estrutura e o controle dos conversores ficam mais complicados (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2014). Muitas aplicações, como ventiladores ou bombas e até propulsão de veículos, podem suportar ondulações de torque de comutação mais altas, por exemplo, em comparação com servos de posição.

A frequência do estator para uma fase é determinada pela velocidade máxima da máquina e pelo número de pólos do rotor. Ao aumentar o número de polos do rotor, a frequência no estator aumenta proporcionalmente, resultando em maiores perdas no núcleo e maior tempo de condução para fornecer a elevação e a queda da corrente em comparação à um MoRV com um menor número de pólos do rotor (KRISHNAN, 2001). Portanto, a seleção do número de fases e do número de pólos está diretamente relacionada aos requisitos de aplicação e ao orçamento disponível.

3.3.4 Arcos polares do rotor e do estator

Os valores dos arcos polares do estator e do rotor são escolhidos para garantir a partida própria da máquina e para moldar o perfil de torque do motor (KRISHNAN, 2001). Esses requisitos são inseridos no projeto da MRV oferecendo um limite inferior e superior para os valores dos arcos polares. Essas restrições são detalhadas em (LAWRENSON et al., 1980; KRISHNAN, 2001; MILLER; R., 1993) e brevemente descritas aqui.

Para garantir a partida adequada da máquina e evitar a ocorrência de correntes parasitas devido ao efeito de dispersão do fluxo magnético, o arco polar do rotor deve ser maior que o arco polar do estator (LAWRENSON et al., 1980; KRISHNAN, 2001).

$$\beta_r \geq \beta_s \quad (3.6)$$

Krishnan (2001) mostrou que o valor mínimo para os arcos polares é definido de acordo com o número de polos da máquina pela equação 3.7.

$$\min(\beta_s, \beta_r) = \frac{4\pi}{N_s \cdot N_r} \quad (3.7)$$

O ângulo entre os cantos dos pólos adjacentes do rotor deve ser maior que o arco polar do estator ou haverá uma sobreposição dos pólos do estator e rotor na posição não alinhada (VIJAYRAGHAVAN, 2001). Isso implica que o valor mínimo da indutância será maior, reduzindo a diferença entre os valores máximo e mínimo, o que leva a uma redução no valor do torque. Essa relação é apresentada na equação 3.8.

$$\frac{2\pi}{N_r} - \beta_r > \beta_s \quad (3.8)$$

As condições apresentadas nas equações 3.6, 3.7 e 3.8 podem ser representados graficamente em um triângulo de possibilidades. É necessário que os valores dos arcos polares da máquina estejam dentro deste triângulo (VIJAYRAGHAVAN, 2001). A Figura 3.2 mostra o triângulo de possibilidades para uma MRV 6/4 e uma MRV 8/6. Por exemplo, para uma MRV 8/6, se $\beta_s = 20^\circ$ então $20^\circ \leq \beta_r \leq 40^\circ$. O triângulo de possibilidades restringe as combinações possíveis dos arcos polares do estator e do rotor, mas não fornece a melhor solução (RIBA; GARCIA; ROMERO, 2016).

Um valor ótimo pode ser encontrado para os arcos polares. Esse valor ideal produz a relação máxima de indutância e simultaneamente o torque médio máximo. Além disso, vários outros fatores que afetam a operação da máquina devem ser levados em consideração, como a oscilação do torque, o conjugado de partida e os efeitos da saturação e, portanto, nenhuma solução geral pode ser alcançada (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2014). Alguns autores se dedicaram a otimizar os valores dos arcos polares (NAAYAGI; KAMARAJ, 2005; XUE et al., 2010; SHETH; RAJAGOPAL, 2003).

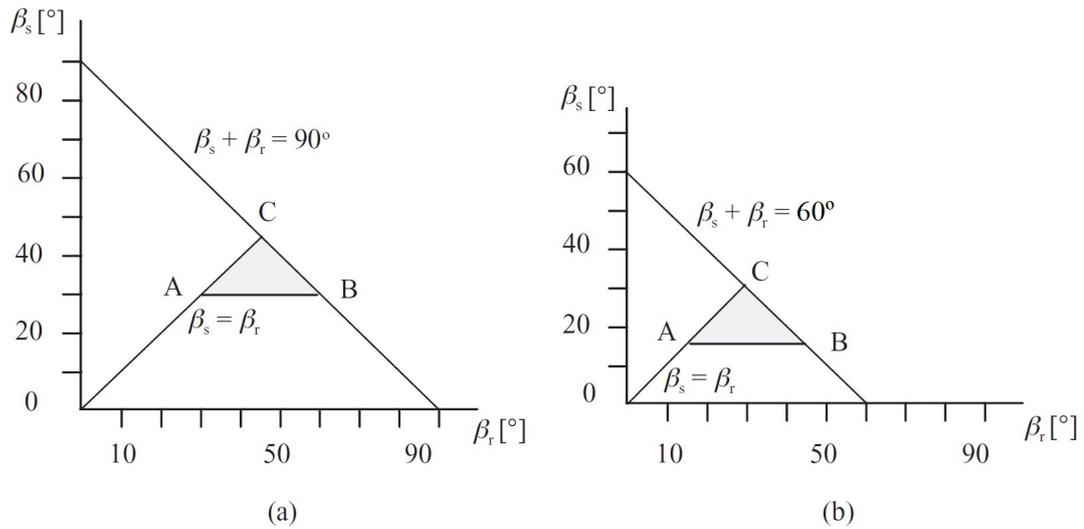


Figura 3.2 – Arcos polares possíveis para o rotor e estator de uma (a) MRV trifásica 6/4; (b) MRV de quatro fases 8/6. Adaptado de Miller e R. (1993).

3.4 Projeto preliminar

Com as dimensões definidas anteriormente, as outras dimensões da Figura 3.1 podem ser calculadas como mostrado a seguir. Para começar, é necessário ter acesso às características B-H do material usado para as lâminas do estator e rotor, um exemplo é mostrado na Figura 3.3. A partir da curva, o ponto "joelho" é determinado e usado para limitar a densidade do fluxo dentro do motor. A MRV é projetado para atingir a saturação, uma máquina saturada tem o potencial de converter aproximadamente duas vezes mais energia que a máquina não saturada nas mesmas dimensões e corrente de pico (RADUN, 1995). Assim, o valor da densidade do fluxo é definido para maximizar a densidade de energia e o desempenho da máquina. Assumindo que a densidade do fluxo no pólo do estator B_s seja igual a B_{max} , o restante da máquina pode ser projetada estimando-se o valor da densidade do fluxo nos outros pontos.

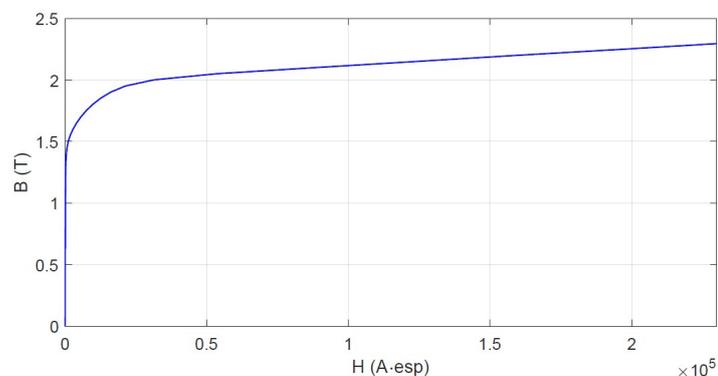


Figura 3.3 – Característica B-H do material *M-19 Steel*.

A largura do pólo do estator (l_{ps}) é determinada pelo arco polar do estator e pelo valor do diâmetro interno da seguinte maneira:

$$l_{ps} = D_i \cdot \text{sen} \left(\frac{\beta_s}{2} \right) \quad (3.9)$$

A culatra do estator (c_s) deve ser larga o suficiente para suportar metade da densidade de fluxo que passa pelo polo do estator. Logo, a culatra do estator deve ser no mínimo metade da largura do polo do estator. No entanto, para melhorar a robustez e minimizar a vibração e ruídos sonoros um fator adicional deve ser considerado. Assim, o valor da culatra deve estar no intervalo:

$$l_{ps} > c_s \geq 0,5l_{ps} \quad (3.10)$$

Em seguida, a altura do estator (h_s) pode ser calculada como

$$h_s = \frac{D_0 - D_i - 2c_s}{2} \quad (3.11)$$

Já a culatra do rotor (c_r) não precisa ser tão grande como a do estator e também não precisa ser igual ao valor mínimo, que é igual ao valor mínimo da culatra do estator. A culatra do rotor, em termos da largura do polo do estator, pode ser definida no intervalo dado a seguir:

$$0,5l_{ps} < c_r < 0,75l_{ps} \quad (3.12)$$

Segundo Vijayraghavan (2001), garantir a densidade de fluxo na culatra do estator B_y como aproximadamente metade do valor de B_{max} e a densidade de fluxo no rotor B_{rc} como aproximadamente 80% do valor máximo é uma boa prática em projetos de MRV, pois reduz o ruído acústico na máquina. Isso significa escolher o valor de c_s igual ao valor de l_{ps} , limite superior da equação 3.10 e c_r igual a $0,625 \cdot l_{ps}$. Esses valores podem ser adotados em um projeto preliminar, mas podem ser otimizados devido à sua influência no volume e no custo da máquina.

A altura do polo do rotor (h_r) pode ser determinada da seguinte forma:

$$h_r = \frac{D_i - 2g - D_{sh} - 2c_r}{2} \quad (3.13)$$

Com essas dimensões, o próximo passo é o projeto das bobinas e, para isso, é necessário analisar o circuito magnético da MRV, mostrado na Figura 3.4. As relutâncias do polo do estator, culatra do estator, polo do rotor, núcleo do rotor e entreferro são representados por \mathfrak{R}_s , \mathfrak{R}_y , \mathfrak{R}_r , \mathfrak{R}_{rc} e \mathfrak{R}_g , respectivamente. A relutância equivalente do circuito magnético equivalente \mathfrak{R}_{eq} na Figura 3.4 é obtida como

$$\mathfrak{R}_{eq} = 2 \cdot (\mathfrak{R}_s + \mathfrak{R}_r + \mathfrak{R}_g) + \frac{\mathfrak{R}_{rc} + \mathfrak{R}_y}{2} \quad (3.14)$$

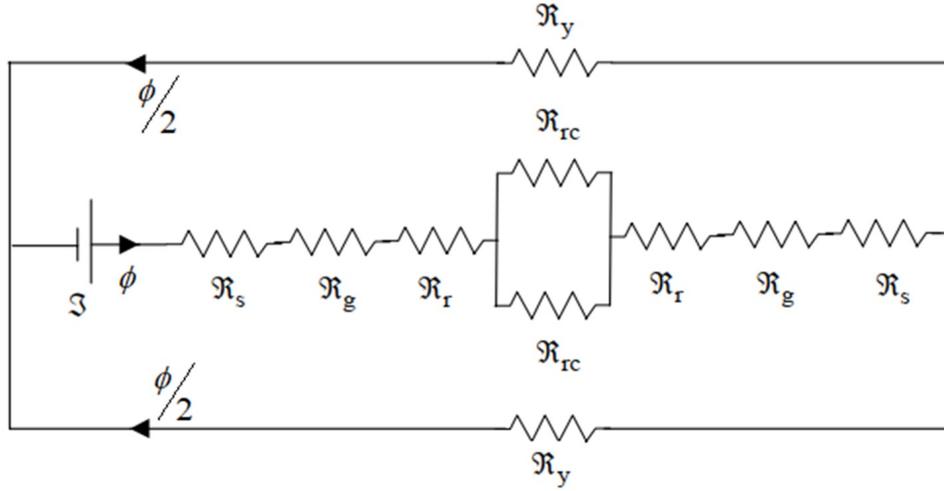


Figura 3.4 – Circuito magnético da MRV.

Tabela 3.3 – Equações do circuito magnético: comprimento, área da seção transversal e densidades de fluxo.

Parte	Comprimento	Seção transversal	Densidade de fluxo
Polo do estator	$l_s = h_s + \frac{c_s}{2}$	$A_s = \frac{D_i}{2} \cdot L \cdot \beta_s$	$B_s = B_{max}$
Culatra do estator	$l_y = \pi \cdot \frac{D_o - c_s}{2}$	$A_y = c_s \cdot L$	$B_y = \frac{B_s}{2}$
Polo do rotor	$l_r = \frac{(D_i - D_{sh})}{4} + \frac{(h_r - g)}{2}$	$A_r = \left(\frac{D_i}{2} - g\right) \cdot L \cdot \beta_r$	$B_r = \frac{B_s \cdot A_s}{A_r}$
Culatra do rotor	$l_{cr} = \pi \left(\frac{(D_i - D_{sh})}{4} - \frac{(h_r - g)}{2}\right)$	$A_{cr} = \left(\frac{(D_i - D_{sh})}{2} - h_r - g\right) \cdot L$	$B_{cr} = 0.8 \cdot B_s$
Entreferro	$l_g = g$	$A_g = \frac{A_s + A_r}{2}$	$B_g = \frac{B_s \cdot A_s}{A_g}$

A relutância \mathfrak{R} em uma seção específica pode ser calculada pela equação 3.15, onde H é a intensidade do campo magnético, l é o comprimento médio do caminho na seção, B é a densidade de fluxo, A é a área da seção e ϕ é o fluxo na seção.

$$\mathfrak{R} = \frac{H \cdot l}{B \cdot A} = \frac{H \cdot l}{\phi} \quad (3.15)$$

A equação do circuito magnético da indutância alinhada pode ser escrita como

$$\mathfrak{S}_{alig} = NT \cdot i = \mathfrak{R}_{eq} \cdot \phi \quad (3.16)$$

onde NT é o número de espiras por fase. As equações para calcular o comprimento das seções, área da seção transversal e o respectivo valor de B são mostradas na Tabela 3.3. Observe que alguns valores de densidade de fluxo seguem as indicações de (KRISHNAN, 2001; VIJAYRAGHAVAN, 2001). O valor de H para cada seção é obtido através da curva B-H do material magnético ao estimar o valor de B para cada seção. Sugerimos o uso de um algoritmo de interpolação.

Agora, o total de amperes-espira \mathfrak{S} requeridos para a operação da máquina em carga

máxima pode ser calculado. A equação do circuito magnético é escrita como

$$\mathfrak{S} = NT \cdot i = 2(H_s \cdot l_s + H_r \cdot l_r + H_g \cdot l_g) + \frac{H_{rc} \cdot l_{rc}}{2} + \frac{H_y \cdot l_y}{2} \quad (3.17)$$

Como o valor da corrente de pico permitida na máquina foi determinado no início do projeto, o valor do número de espiras NT pode ser calculado através da equação 3.17. O número de espiras deve ser um número inteiro e par. O valor da corrente corrigida é então calculado através da seguinte equação:

$$i_p^* = \frac{\mathfrak{S}}{NT} \quad (3.18)$$

A área do condutor pode ser calculada a partir do número de fases q , do valor da corrente de pico i_p e densidade de corrente J . O valor máximo admissível de J é determinado pelo tipo de máquina e pelo método de resfriamento empregado (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2014; KRISHNAN, 2001). Normalmente, o valor adotado para a MRV durante o projeto preliminar é $J = 6,0A/mm^2$.

$$a_c = \frac{i_p}{J\sqrt{q}} \quad (3.19)$$

A seção dos condutores normalizados é obtida selecionando-se a seção mais próxima, mas maior que o valor obtido na equação 3.19. O diâmetro do condutor d_w , incluindo o isolamento, é dado por

$$d_w = \sqrt{\frac{4a_c}{\pi}} + 0,1mm. \quad (3.20)$$

Como a bobina deve ser colocada entre dois pólos consecutivos do estator, é necessário garantir que elas possam ser acomodadas e, se necessário, alterar as dimensões do estator e, para isso, os próximos cálculos são necessários. Assumindo que é necessária uma ranhura de h_{wedge} para manter as espiras no lugar, o comprimento do arco do estator t_s no ponto mais próximo do enrolamento até o centro do eixo do motor é dado por

$$t_s = \left(\frac{D_i}{2} + h_{wedge} \right) \beta_s \quad (3.21)$$

O cálculo das ranhuras que mantêm os enrolamentos no lugar leva ao cálculo de um passo modificado dos polos do estator λ_s como,

$$\lambda_s = \frac{\pi(D_i + 2h_{wedge})}{N_s}. \quad (3.22)$$

A altura máxima h_w da bobina que pode ser acomodada, incluindo o espaço necessário para colocar os isoladores que mantêm os enrolamentos no lugar, é dada por

$$h_w = h_s - h_{wedge}. \quad (3.23)$$

O número de camadas que podem ser acomodadas na altura de ranhura disponível é dado pela equação 3.24, onde f_f representa o fator de campo e é aproximadamente igual a 0,95. O valor de N_v é arredondado para o número inteiro inferior mais próximo.

$$N_v = \frac{h_w \cdot f_f}{d_w} \quad (3.24)$$

Agora, o número de camadas horizontais necessárias para o enrolamento é dado pela equação 3.25 e esse valor é arredondado para o número inteiro superior mais próximo.

$$N_h = \frac{NT}{2N_v} + 1 \quad (3.25)$$

A largura da bobina W_t é dada por

$$W_t = \frac{d_w \cdot N_h}{f_f} \quad (3.26)$$

O espaço entre as duas pontas dos polos do estator é dado por

$$Z = \lambda_s - t_s \quad (3.27)$$

A folga entre os enrolamentos no furo é dada por

$$Cl = Z - 2W_t \quad (3.28)$$

Este valor deve ser positivo e de preferência superior a 3 mm. Naturalmente, a folga real entre os enrolamentos será ligeiramente maior que a folga calculada no furo. Se o valor da folga for aceitável, o projetista poderá prosseguir com a análise, caso contrário, um condutor de tamanho diferente poderá ser escolhido e a folga poderá ser verificada novamente.

3.5 Cálculo do Torque Médio

Assumindo que a curva de fluxo concatenado versus corrente está disponível e a corrente I_p é mantida constante entre as posições alinhada e desalinhada do rotor, o torque médio pode ser calculado como se segue (KRISHNAN, 2001). Vide Figura 3.5. A área entre as duas curvas é chamada de δW_m , e corresponde ao trabalho feito por ciclo da máquina, que pode ser calculado a partir das coenergias, como mostra a equação 3.29.

$$\delta W_m = W'_t \text{ alinhado} - W'_t \text{ desalinhado} \quad (3.29)$$

Existem inúmeras maneiras para o cálculo de δW_m . A integração trapezoidal, desde que considerado um número razoável de pontos na curva, oferece bons resultados.

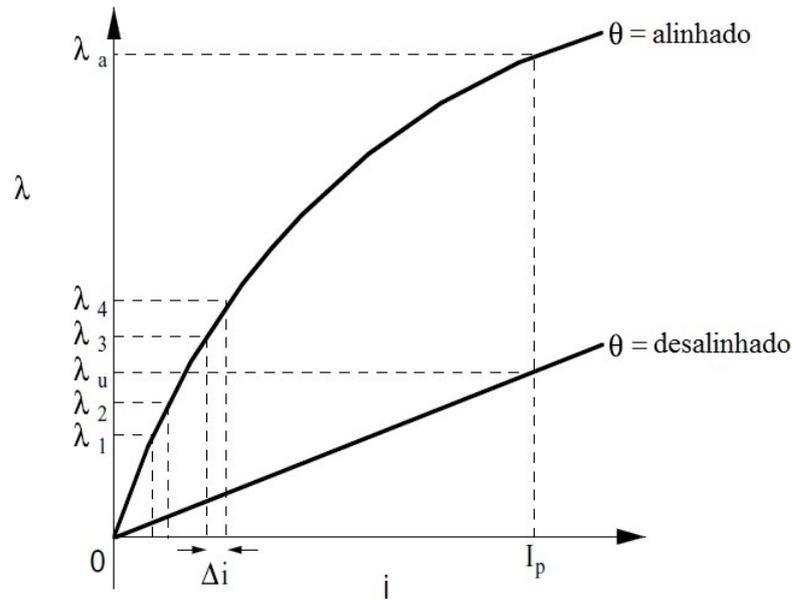


Figura 3.5 – Fluxo concatenado versus corrente de excitação para posição alinhada e desalinhada do rotor. Fonte: Krishnan (2001).

O torque médio é

$$T_m = \frac{\text{Trabalho total/revolução}}{2 \cdot \pi} \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} \text{Trabalho total/revolução} &= \delta W_m \times \text{Número de ciclos/revolução} \\ &= \delta W_m \times q N_r \\ &= \delta W_m \times \frac{N_s}{2} N_r \end{aligned} \quad (3.31)$$

As variáveis utilizadas acima foram definidas nas seções anteriores. Substituindo a equação (3.31) na equação (3.30) têm-se como resultado a definição do cálculo de torque.

$$\begin{aligned} T_m &= \frac{\delta W_m N_s N_r}{4\pi} \\ T_m &= \frac{(W'_t \text{ alinhado} - W'_t \text{ desalinhado}) N_s N_r}{4\pi} \quad N \cdot m \end{aligned} \quad (3.32)$$

3.6 Cálculo de Perdas

As perdas na MRV são compostas por perdas no cobre e no núcleo. As perdas de cobre aparecem apenas no estator, pois não há enrolamentos no rotor e podem ser calculadas por

$$P_{cu} = q \cdot I^2 \cdot R_s, \quad (3.33)$$

onde R_s é a resistência por fase do enrolamento do estator e I é o valor eficaz da corrente fornecida por

$$I = \frac{i_p}{\sqrt{q}}. \quad (3.34)$$

Portanto, as perdas no cobre podem ser calculada pela equação 3.35.

$$P_{cu} = i_p^2 \cdot R_s \quad (3.35)$$

A resistência de uma fase pode ser calculada em termos da resistividade específica ρ , do comprimento médio do enrolamento l_m e da área da seção transversal do condutor a_c :

$$R_s = \frac{\rho \cdot l_m}{a_c} \cdot NT. \quad (3.36)$$

O comprimento médio de uma espira é dado pela equação 3.37.

$$l_m = 2L + 4W_t + 2D_i \cdot \text{sen} \left(\frac{\beta_s}{2} \right) \quad (3.37)$$

As perdas no ferro podem ser divididas em duas parcelas principais, perdas por histerese e perdas por correntes de Foucault. As perdas do núcleo são difíceis de prever na MRV devido à presença de densidades de fluxo com várias frequências nos segmentos do estator. Além disso, essas densidades de fluxo não são senoides puras nem constantes (LAWRENSON et al., 1980; MATERU; KRISHNAN, 1992). Existem dois trabalhos que lideram o cálculo das perdas no núcleo, o desenvolvido por Materu e Krishnan (1992) e o desenvolvido por Hayashi e Miller (1995).

O método proposto por (MATERU; KRISHNAN, 1992) é mais simples e fornece uma boa estimativa das perdas no núcleo, mas não separa claramente as perdas por histerese e as perdas por correntes de Foucault. Os fabricantes das lâminas de aço do núcleo fornecem dados que mostram a variação da perda do núcleo (em watts por libra ou quilograma) em função da densidade de fluxo e frequência (MATERU; KRISHNAN, 1992). Uma vez conhecidas a densidade do fluxo e o peso do ferro para cada parte da máquina, esses dados podem ser usados para calcular as perdas no núcleo.

3.7 Verificação de projeto

O próximo passo é estimar o valor médio do torque e verificar se ele corresponde às especificações iniciais; se o valor obtido não for aceitável, é necessário modificar o projeto da MRV. O torque médio pode ser calculado a partir dos valores das co-energias, de acordo com a equação 3.32, para isso é necessário conhecer o valor do fluxo concatenado na posição alinhada e desalinhada para a corrente de pico. Estes valores podem ser determinados analiticamente através de diferentes métodos, como os apresentados por (KRISHNAN, 2001) e (RADUN, 2000), ou podem ser obtidos através de uma simulação de elementos

finitos. Como existem vários softwares de simulação de elementos finitos gratuitos e rápidos disponíveis, é altamente recomendável usá-los para o cálculo das características da MRV.

A análise de outras características da MRV, como cálculo de perdas no cobre, no núcleo, por correntes parasitas e histerese, é detalhada por (KRISHNAN, 2001; VIJAYRAGHAVAN, 2001; SHETH; RAJAGOPAL, 2006; MATERU; KRISHNAN, 1992; HAYASHI; MILLER, 1995), no entanto, elas também podem ser obtidas através da simulação de elementos finitos. Assim, dados suficientes estão disponíveis para estimar a eficiência e outros parâmetros da MRV. O controle pode ser projetado e o restante das características da MRV determinadas.

3.8 Conclusão

Os procedimentos de projeto da máquina de relutância variável são explanados detalhadamente nesse capítulo, apresentado o resumo das contribuições de vários autores. No início, é apresentada uma comparação da MRV com as máquinas tradicionais. Posteriormente, são apresentados os procedimentos de projeto da MRV e podemos observar que os autores às vezes discordam dos valores e procedimentos. Muitas dimensões são escolhidas através de intervalos, e essa escolha geralmente é feita de forma subjetiva e empírica.

Por isso, todas essas orientações podem tornar o processo de projeto da MRV um tanto complexo para projetistas iniciantes, principalmente por desconhecer como cada dimensão influencia o desempenho da máquina. Esses fatos justificaram o estudo apresentado no próximo capítulo, que é um estudo da influência das dimensões nas grandezas de torque e fluxo concatenado e uma análise dimensional de efeitos das dimensões no desempenho da MRV.

Influência das dimensões no desempenho da MRV e Análise dimensional de efeitos

4.1 Introdução

O método convencional para o projeto de MRV tem como finalidade maximizar o torque médio estático ou minimizar a ondulação do torque através da otimização da geometria da máquina e estratégias de controle (ALJAISM, 2007). No entanto, para que uma MRV seja viável comercialmente é necessário atender não apenas aos requisitos de torque, mas também minimizar o custo total do motor e do conversor.

A partir dos procedimentos de projeto da máquina de relutância variável apresentados no Capítulo 3, pode-se observar que há uma série de parâmetros livres e, além disso, uma boa parte das dimensões da máquina são escolhidas através de um intervalo determinado empiricamente. Dessa forma, para cumprir os requisitos definidos na etapa inicial do projeto é necessário determinar como cada parâmetro atua sobre o desempenho da máquina e, assim fundamentar as escolhas de um projeto para uma dada aplicação.

Este capítulo tem como objetivo fazer uma análise de sensibilidade do desempenho da MRV em relação aos seus parâmetros. Essa análise foi realizada em duas etapas, na primeira os parâmetros são variados individualmente e os resultados são mostrados a partir de gráficos de torque e fluxo concatenado e valores de torque médio e densidade de fluxo; já na segunda etapa um estudo estatístico de análise dimensional de efeitos mostra qual dimensão tem um efeito maior sobre as variáveis de desempenho analisadas.

4.2 Considerações sobre a simulação/MEF

O projeto de uma MRV depende, em grande parte, do cálculo de fluxos magnéticos. Neste processo de cálculo, a forma do circuito magnético e as indutâncias em diferentes posições do rotor são determinados (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2014). Esta tarefa se torna um desafio devido a não-linearidade do material magnético do motor e ao fato da saturação da máquina mudar a cada posição do rotor, assim é difícil empregar um método analítico que contemple todas essas características. O uso de métodos computacionais como os elementos finitos facilitam esse processo ao mesmo tempo que contribuem para a confiabilidade dos resultados.

O chamado Método dos Elementos Finitos (MEF) consiste em diferentes métodos numéricos que aproximam a solução de problemas de valor de fronteira descritos tanto por equações diferenciais ordinárias quanto por equações diferenciais parciais através da subdivisão da geometria do problema em elementos menores, chamados elementos finitos, nos quais a aproximação da solução exata pode ser obtida por interpolação de uma solução aproximada pela solução do sistema de equações gerado pelo equacionamento de cada elemento.

A simulação computacional foi realizada através do método dos elementos finitos, utilizando o *software* FEMM, um programa amplo e de fácil utilização que possibilita a obtenção de inúmeros resultados, tanto gráficos como numéricos. Paralelamente ao FEMM, foi utilizado o *software* Octave para executar os scripts de simulação dos motores.

4.3 Motores Simulados

Nesta parte do trabalho são analisadas duas máquinas quanto à influência de seus parâmetros construtivos em seu desempenho. O MoRV 8/6 é estudada tal e qual foi projetada em (FILHO et al., 2016), já o MoRV 6/4 é adaptada da anterior, mudando-se apenas o número de polos e valor dos arcos polares. A MRV utilizada como base para os estudos deste trabalho foi projetada por (FILHO et al., 2016), é um motor 8/6, de quatro fases, com potência nominal de $2,2kW(3cv)$ e corrente nominal de 10A, a qual foi desenvolvida na mesma faculdade que dá suporte à essa pesquisa.

4.3.1 MoRV 6/4

O MoRV 6/4 utilizado foi adaptado do MoRV apresentada por (FILHO et al., 2016). Para isso, alterou-se o número de polos e o valor dos arcos polares do estator e do rotor, as outras dimensões foram mantidas. Para a escolha do valor dos arcos polares, utilizou-se os critérios apresentados no Capítulo 3, assim, através do triângulo de possibilidades e seguindo o padrão adotado nas referências (SOARES; BRANCO, 2001; KENTLI; CALIK,

2011; JAHAN; SHARIFIAN; FEYZI, 2011; SIADATAN et al., 2016), os valores adotados para os arcos polares foram: $\beta_s = 30^\circ$ e $\beta_r = 32^\circ$.

A Tabela 4.1 apresenta o resumo das dimensões e características do MoRV 6/4, enquanto a Figura 4.1 mostra as lâminas do estator e do rotor com algumas dimensões indicadas em *mm*.

Tabela 4.1 – Resumo das dimensões e características do MoRV 6/4.

Parâmetro	Unidade	Valor
N_s	unidades	6
N_r	unidades	4
β_s	graus	30
β_r	graus	32
D_i	mm	91,1
D_0	mm	160
L	mm	63
l_{ps}	mm	17,8
l_{pr}	mm	18,3
c_s	mm	12,45
c_r	mm	13
h_s	mm	22
h_r	mm	15
D_{sh}	mm	34,5
NT	unidades	62
a_c	mm	1,6281
Material magnético do núcleo	-	$M - 19$

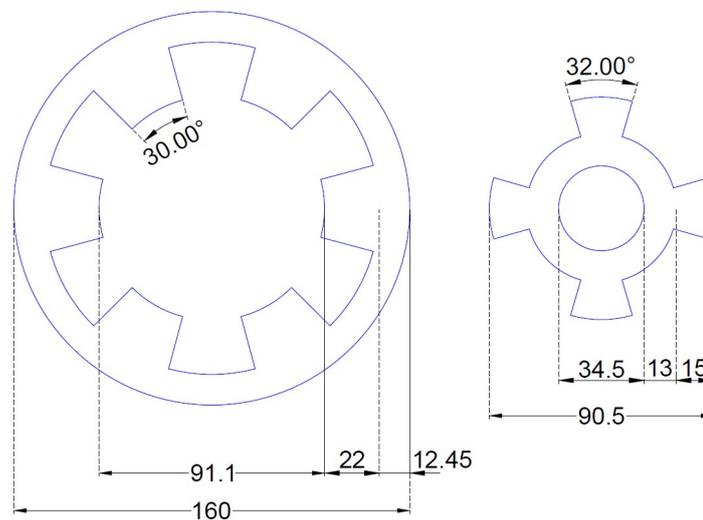


Figura 4.1 – Lâminas do estator e do rotor do MoRV 6/4.

A Figura 4.2 apresenta a curva tridimensional da indutância versus a corrente versus a posição do rotor do MoRV 6/4. A Figura 4.3 mostra a curva de torque versus a posição do rotor para diferentes valores de corrente.

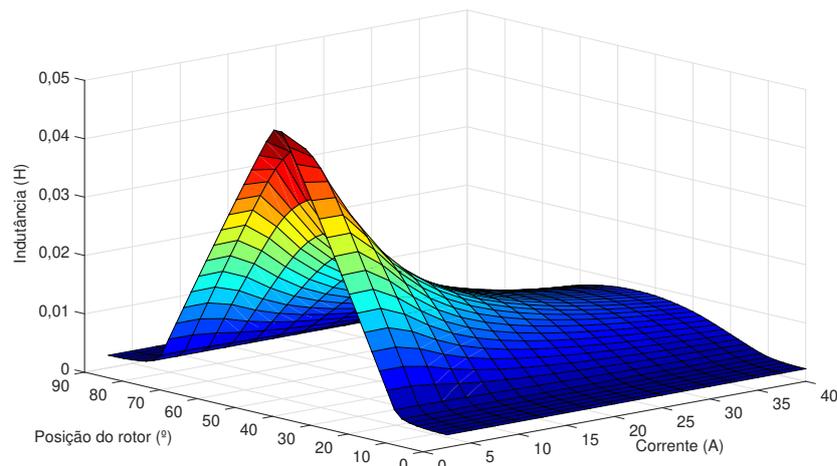


Figura 4.2 – Perfil de indutância do MoRV 6/4.

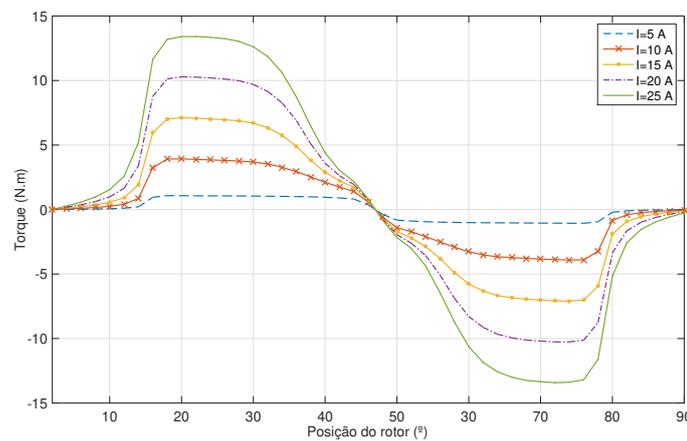


Figura 4.3 – Perfil de torque do MoRV 6/4.

4.3.2 MoRV 8/6

A Tabela 4.2 apresenta as principais dimensões e características da máquina projetada por (FILHO et al., 2016) e utilizada neste estudo sem alterações. O MoRV tem quatro fases, oito pólos no estator e seis no rotor. A Figura 4.4 mostra as lâminas do estator e do rotor com algumas dimensões indicadas em *mm*.

A Figura 4.5 apresenta a curva tridimensional da indutância versus a corrente versus a posição do rotor do MoRV 8/6. A Figura 4.6 mostra a curva de torque versus a posição do rotor para diferentes valores de corrente.

Tabela 4.2 – Resumo das dimensões e características do MoRV 8/6.

Parâmetro	Unidade	Valor
N_s	unidades	8
N_r	unidades	6
β_s	graus	22,5
β_r	graus	24,5
D_i	mm	91,1
D_0	mm	160
L	mm	63
l_{ps}	mm	17,8
l_{pr}	mm	18,3
c_s	mm	12,45
c_r	mm	13
h_s	mm	22
h_r	mm	15
D_{sh}	mm	34,5
NT	unidades	62
a_c	mm	1,6281
Material magnético do núcleo	-	$M - 19$

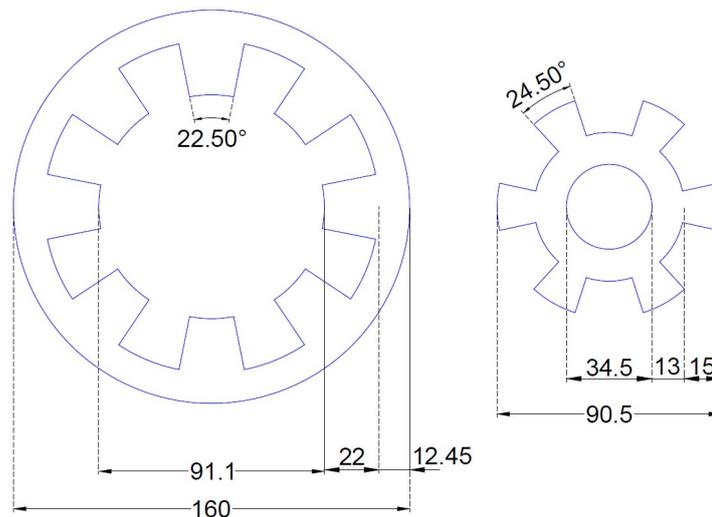


Figura 4.4 – Lâminas do estator e do rotor do MoRV 8/6.

4.4 Análise da influência das dimensões geométricas

Nesta Seção apresenta-se os parâmetros físicos variados e os resultados obtidos para cada alteração, para os dois motores apresentados acima. Cada dimensão alterada assumirá três valores de acordo com os intervalos indicados na etapa de projeto, o valor mínimo, o valor médio e o valor máximo. Para as dimensões que são funções de outras dimensões, como a culatra do estator (c_s), culatra do rotor (c_r), comprimento do núcleo (L) e o diâmetro externo (D_0), os gráficos serão apresentados em função do intervalo indicado. Para avaliar a influência de cada dimensão individualmente, as outras dimensões do motor serão mantidas fixas.

Os resultados apresentados são os gráficos de fluxo concatenado e torque e a saturação

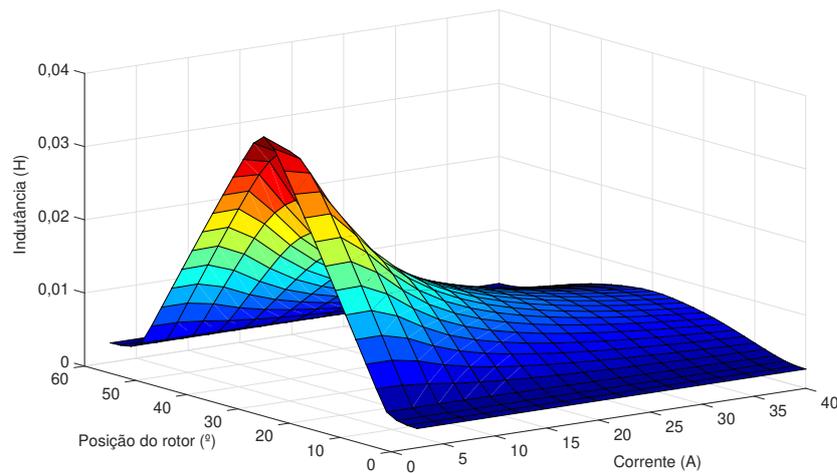


Figura 4.5 – Perfil de indutância do MoRV 8/6.

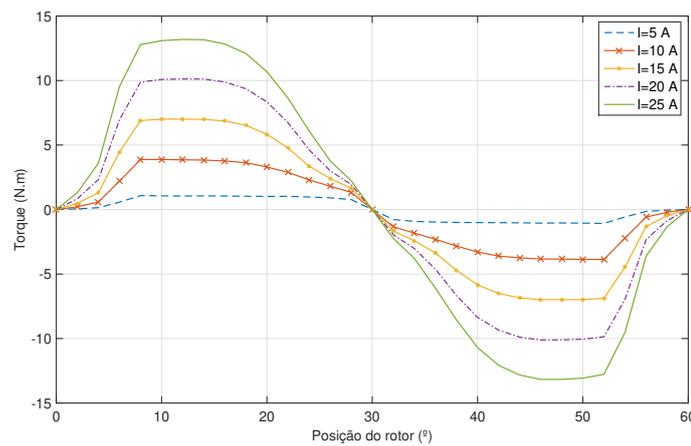
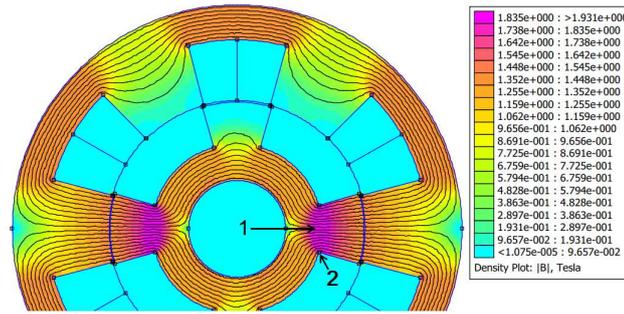
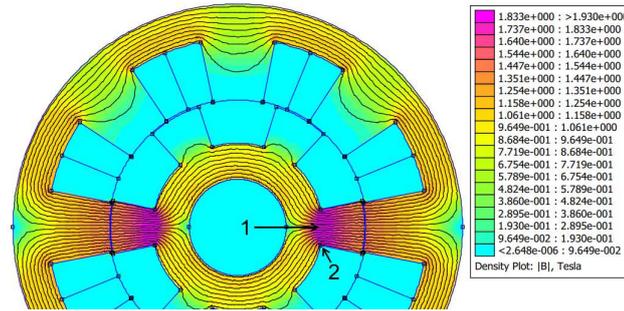


Figura 4.6 – Perfil de torque do MoRV 8/6.

magnética do motor. Os gráficos do fluxo concatenado e perfil de torque abrangem metade do ângulo de passo (θ_{rp}) para uma fase, assim será apresentada a parte positiva do torque estático, durante o período de funcionamento como motor da MRV. Os resultados serão analisados individualmente. A saturação magnética do motor foi analisada através do valor absoluto de B (densidade de fluxo em T) em dois pontos do MoRV, onde são observados os valores mais altos de B na máquina. Esses pontos são apresentados nas Figuras 4.7 e 4.8.


 Figura 4.7 – Pontos de coleta de B no MoRV 6/4.

 Figura 4.8 – Pontos de coleta de B no MoRV 8/6.

4.4.1 Arco polar do estator (β_s)

Para esta simulação todas as dimensões da MRV apresentadas nas Tabelas 4.1 e 4.2 são mantidas, e os arcos polares assumem o valor mínimo, médio e máximo definidos na etapa de projeto. Através do triângulo de possibilidades apresentado na Figura 3.2, o intervalo de escolha para os arcos polares do estator são:

$$30^\circ \leq \beta_s^{6/4} \leq 45^\circ \quad (4.1)$$

$$15^\circ \leq \beta_s^{8/6} \leq 30^\circ \quad (4.2)$$

Portanto, para o MoRV 6/4, os valores de β_s analisados são: 30° , $37,5^\circ$ e 45° . Para o MoRV 8/6 esses valores são: 15° , $22,5^\circ$ e 30° . A Figura 4.9 apresenta os gráficos de fluxo concatenado e torque para o semicírculo positivo de uma fase do MoRV e a Tabela 4.3 os valores de torque médio e densidade de fluxo.

 Tabela 4.3 – Resultados da variação de β_s .

Variável	MoRV 6/4			MoRV 8/6		
	$\beta_s = 30^\circ$	$\beta_s = 37,5^\circ$	$\beta_s = 45^\circ$	$\beta_s = 15^\circ$	$\beta_s = 22,5^\circ$	$\beta_s = 30^\circ$
Torque médio ($N \cdot m$)	3,280	3,367	3,360	3,956	4,966	5,029
$ B_1 $ (T)	1,935	1,936	1,940	1,720	1,966	1,965
$ B_2 $ (T)	2,772	2,790	2,795	2,421	2,776	2,797

A partir dos gráficos apresentados na Figura 4.9, pode-se observar que o aumento do arco polar do estator causa um aumento do valor de fluxo na posição desalinhada,

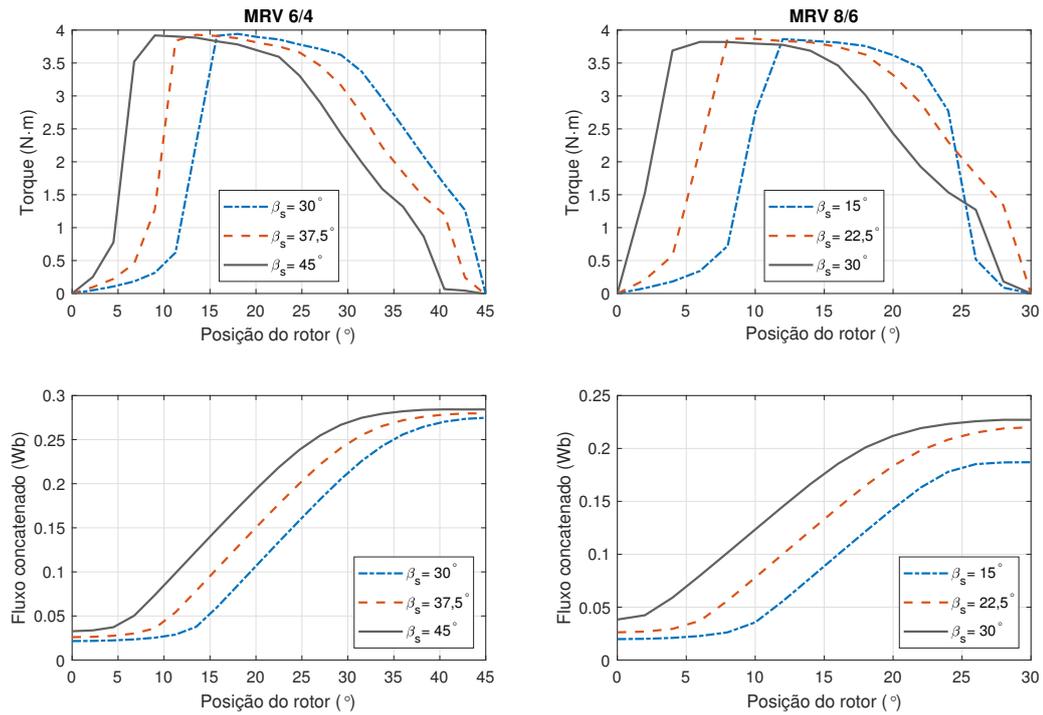


Figura 4.9 – Influência da variação de β_s no torque e fluxo concatenado dos MoRV 6/4 e 8/6.

devido a maior área de contato com o polo do rotor e a redução do espriamento de fluxo magnético.

A zona de torque efetiva corresponde à região na qual a máquina é capaz de produzir torque efetivo, para uma MRV este valor é menor que o arco polar do estator β_s , mas maior que o ângulo de condução de energia ϵ (VIJAYRAGHAVAN, 2001). O valor de ϵ pode ser calculado pela equação 4.3.

$$\epsilon = \frac{2\pi}{\frac{N_s}{2} N_r}. \quad (4.3)$$

Portanto, quanto maior o valor de β_s maior o período de produção de torque positivo, consequentemente há uma mudança significativa na forma do perfil de torque. Para motores com mais de três fases, quando ocorre a sobreposição de fases no funcionamento do motor, este valor influencia o torque total e a ondulação do torque. Para motores de uma e duas fases, o valor do arco polar do estator influenciará diretamente o valor do torque médio disponível para a carga.

Os resultados apresentados na Tabela 4.3 confirmam os comentários realizados, com o aumento de β_s há o crescimento do torque médio e dos valores de B . No entanto, esse crescimento não é linear, para os valores superiores da faixa analisada o crescimento do torque foi muito pequeno. A forma do torque e do fluxo concatenado também muda.

Assim, a escolha do valor do arco polar do estator deve levar em consideração o espaço entre os pólos, para acomodar as bobinas, o valor do torque médio desenvolvido e a forma do perfil de torque, uma vez que o torque total de uma MRV é a soma dos torques de suas fases. De um modo geral, a forma do perfil de torque/fluxo influenciará o valor total de torque e ondulação, sendo também fundamental para o controle da máquina.

4.4.2 Arco polar do rotor (β_r)

Como o valor de β_s é fixo, o intervalo para a escolha do arco polar do rotor é então determinado pela linha inferior do triângulo de possibilidades mostrado na Figura 3.2, apresentado da seguinte forma nas equações 4.4 e 4.5.

$$30^\circ \leq \beta_r^{6/4} \leq 60^\circ \quad (4.4)$$

$$22,5^\circ \leq \beta_r^{8/6} \leq 37,5^\circ. \quad (4.5)$$

Os gráficos de fluxo concatenado e torque são apresentados na Figura 4.10. A Tabela 4.4 apresenta os valores do torque médio e B .

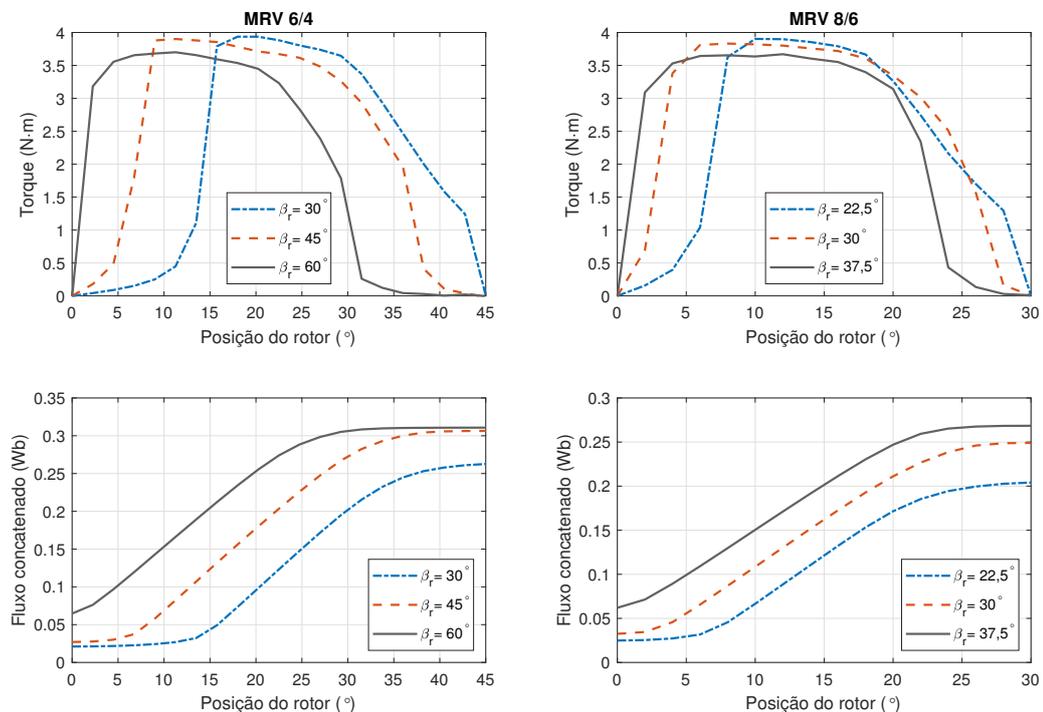


Figura 4.10 – Influência da variação de β_r no torque e fluxo concatenado dos MoRV 6/4 e 8/6.

Os gráficos apresentados na Figura 4.10 mostram o mesmo fenômeno apresentado na variação de β_s , que é o aumento do fluxo na posição desalinhada com o aumento de β_r .

Tabela 4.4 – Resultados da variação de β_r .

Variável	MoRV 6/4			MoRV 8/6		
	$\beta_r = 30^\circ$	$\beta_r = 45^\circ$	$\beta_r = 60^\circ$	$\beta_r = 22,5^\circ$	$\beta_r = 30^\circ$	$\beta_r = 37,5^\circ$
Torque médio ($N \cdot m$)	3,160	3,538	3,200	4,722	5,358	5,05
$ B_1 $ (T)	1,957	1,580	1,223	1,966	1,881	1,649
$ B_2 $ (T)	2,781	2,343	2,061	2,712	2,649	2,371

Além disso, observa-se que quanto maior a diferença entre β_r e β_s maior a região onde não há produção de torque, o que ocasiona a redução do valor do torque médio. Assim, observa-se que para as máquinas estudadas não é interessante ter um valor muito alto de β_r pois resulta em uma região considerável onde não há produção de torque, vide curva do torque para $\beta_r = 60^\circ$ e $\beta_r = 37,5^\circ$ dos MoRV 6/4 e 8/6, respectivamente. Isso se reflete nos valores de torque apresentados na Tabela 4.4 quando para valores altos de β_r há uma redução no valor do torque médio desenvolvido e a redução de B indica uma grande redução na saturação magnética da MRV.

4.4.3 Culatra do estator (c_s)

A culatra do estator deve ser escolhida de acordo com a largura do polo do estator, que por sua vez é determinada pelo arco polar do estator. O intervalo de escolha para c_s é apresentado na equação 3.10. Assim, os valores escolhidos para a culatra do estator neste estudo são de acordo com a constante que multiplica l_{ps} , logo assumem os valores de 0,5, 0,75 e 1, tanto para o MoRV 6/4 como para o MoRV 8/6.

A Figura 4.11 apresenta os gráficos de torque e fluxo concatenado para a variação de c_s e a Tabela 4.5 os valores de torque médio e B .

Tabela 4.5 – Resultados da variação de c_s .

Variável	MoRV 6/4			MoRV 8/6		
	$c_s = 0,5$	$c_s = 0,75$	$c_s = 1,0$	$c_s = 0,5$	$c_s = 0,75$	$c_s = 1,0$
Torque médio ($N \cdot m$)	3,259	3,318	3,332	4,859	4,974	4,99
$ B_1 $ (T)	1,924	1,943	1,949	1,866	1,962	1,949
$ B_2 $ (T)	2,702	2,820	2,934	2,609	2,781	2,729

Para a variação da culatra do estator, observa-se que há uma ligeira variação no valor do fluxo na posição alinhada, o que também causa uma pequena alteração no perfil do torque. Para o MoRV 6/4, a curva do torque de $c_s = 0,75$ e $c_s = 1$ são praticamente iguais, assim como os valores apresentados na Tabela 4.5. Este comportamento se repete para o MoRV 8/6, as curvas e os valores são muito próximos.

Logo, a culatra do estator tem pequena influência no fluxo concatenado e torque produzido por uma MRV, assim, do ponto de vista do volume/massa do estator e dos resultados apresentados é interessante ter um valor menor de c_s .

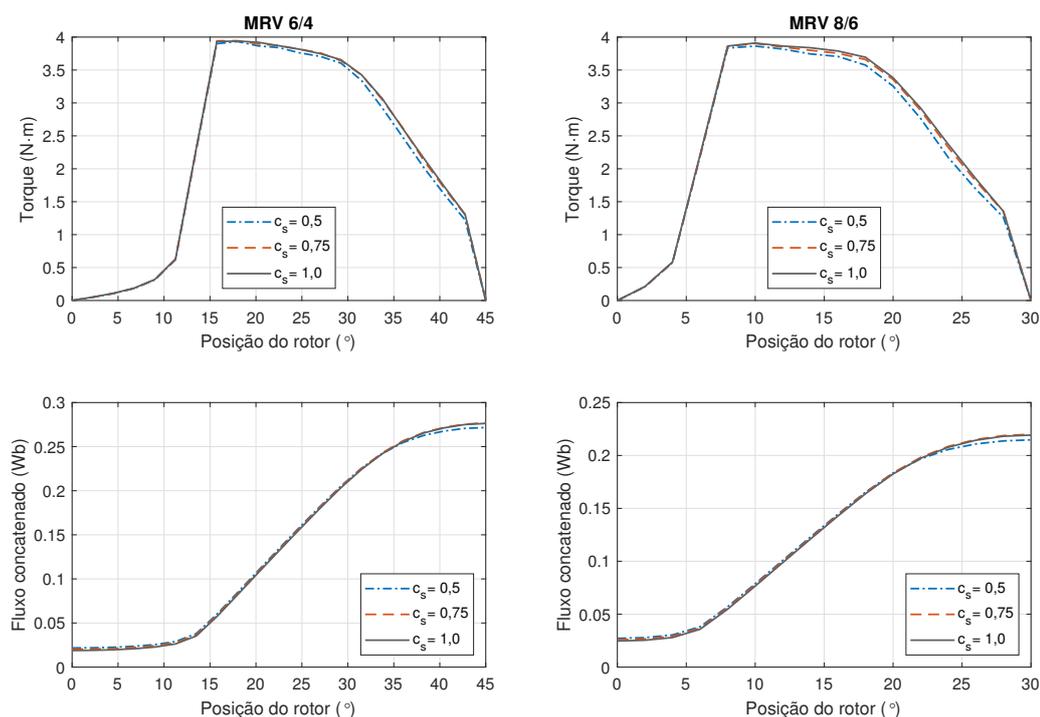


Figura 4.11 – Influência da variação de c_s no torque e fluxo concatenado dos MoRV 6/4 e 8/6.

4.4.4 Culatra do rotor (c_r)

A culatra do rotor deve ser escolhida dentro do intervalo apresentado na equação 3.12. No entanto, como sua influência na vibração é conhecida este parâmetro será analisado com um intervalo maior, o mesmo da culatra do estator, apresentado na equação 3.10. Seguindo o mesmo padrão da culatra do estator, os valores analisados serão de acordo com l_{ps} , e assumem os valores de 0,5, 0,75 e 1, tanto para o MoRV 6/4 como para o MoRV 8/6. Os efeitos da variação de c_r no torque e fluxo concatenado são apresentados na Figura 4.12 e os valores do torque e B para cada variação são apresentados na Tabela 4.6.

Tabela 4.6 – Resultados da variação de c_r .

Variável	MoRV 6/4			MoRV 8/6		
	$c_r = 0,5$	$c_r = 0,75$	$c_r = 1,0$	$c_r = 0,5$	$c_r = 0,75$	$c_r = 1,0$
Torque médio ($N \cdot m$)	3,214	3,446	3,387	4,577	4,995	5,309
$ B_1 $ (T)	1,939	1,818	1,650	1,952	1,939	1,865
$ B_2 $ (T)	2,745	2,627	2,430	2,759	2,779	2,596

A partir da Figura 4.12 observa-se que a culatra do rotor tem significativa influência sobre o perfil de torque e sobre o valor máximo do fluxo concatenado, logo como o torque médio relaciona a diferença entre o fluxo na posição alinhada e desalinhada, a culatra do

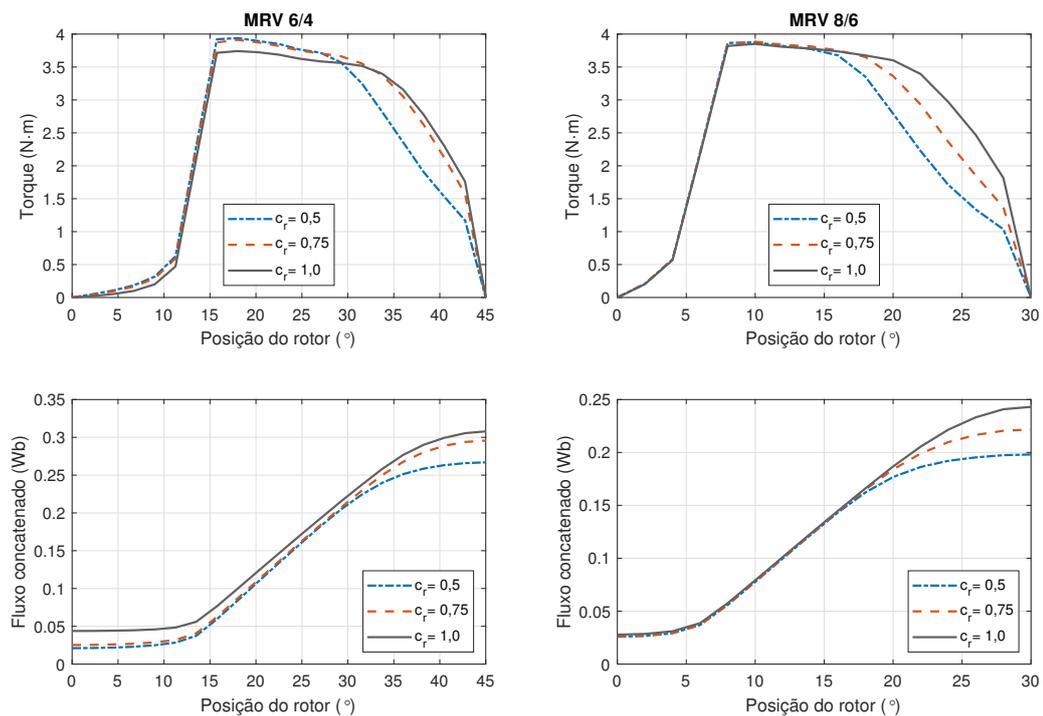


Figura 4.12 – Influência da variação de c_r no torque e fluxo concatenado dos MoRV 6/4 e 8/6.

rotor também tem forte influência no valor do torque médio, vide Tabela 4.6. Isso significa que com um valor de culatra mais alto, uma maior quantidade de energia é transferida do estator ao rotor e ao eixo do motor, por isso o aumento significativo do torque.

Além disso, observa-se também que a variação da culatra do rotor teve efeito mais significativo no MoRV 8/6. De acordo com os valores apresentados na Tabela 4.6 houve um aumento de aproximadamente 9,13% no valor do torque médio para $c_r = 0,75$ em relação a $c_r = 0,5$, enquanto que para o MoRV 6/4 este aumento ficou em torno de 7,22%.

4.4.5 Diâmetro interno (D_i)

O diâmetro interno é uma das primeiras dimensões determinadas para uma MRV. Para entender como D_i afeta o desempenho da MRV, seu valor será gradualmente modificado em $\pm 10\%$. A figura 4.13 mostra o fluxo concatenado e torque nessas condições. A Tabela 4.7 mostra os valores médios de torque e B .

Pode ser visto na Figura 4.13 que o valor do diâmetro interno interfere na inclinação da curva de crescimento do fluxo concatenado e, conseqüentemente, no valor máximo atingido pelo torque, conforme evidenciado pela Figura 4.13. Além disso, percebe-se que não há uma diferença significativa entre os valores máximo e mínimo do fluxo concatenado, mas ainda assim o valor médio do torque mudou em torno de 5%, isso ocorre porque a

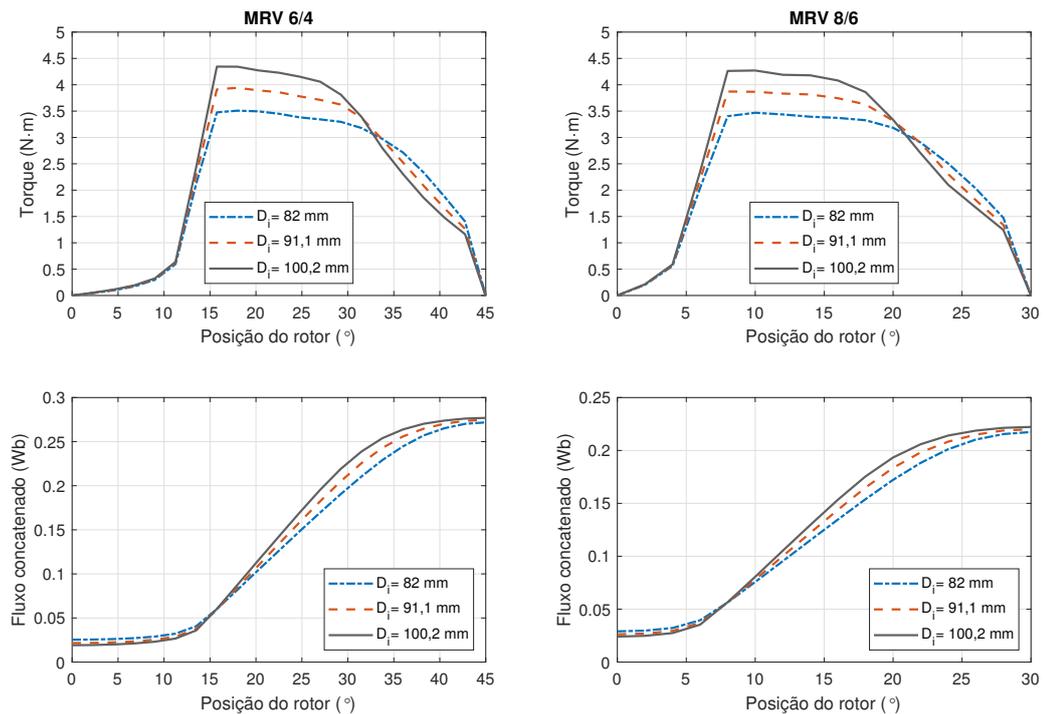


Figura 4.13 – Influência da variação de D_i no torque e fluxo concatenado dos MoRV 6/4 e 8/6.

Tabela 4.7 – Resultados da variação de D_i .

Variável	MoRV 6/4			MoRV 8/6		
	$D_i = 82$	91,1	100,2	$D_i = 82$	91,1	100,2
Torque médio ($N \cdot m$)	3,109	3,280	3,416	4,702	4,966	5,187
$ B_1 $ (T)	1,919	1,935	1,948	1,934	1,966	1,982
$ B_2 $ (T)	2,659	2,772	2,798	2,694	2,776	2,683

saturação/potência desenvolvida pela máquina também mudou.

4.4.6 Diâmetro externo (D_0)

O diâmetro externo é determinado de acordo com o tamanho da carcaça definido no início do projeto ou como um múltiplo do diâmetro interno. Normalmente, o diâmetro interno é de 0,4 a 0,7 vezes o valor do diâmetro externo. Os valores de k_{D_0} adotados neste estudo serão 0,4, 0,55 e 0,7, valores típicos de acordo com (MILLER; R., 1993). Os efeitos da variação de D_0 no torque e fluxo concatenado são apresentados na Figura 4.14 e os valores do torque médio e B são apresentados na Tabela 4.8.

É evidente da Figura 4.14 que o valor de D_0 exerce uma influência efetivamente pequena sobre o fluxo concatenado e torque nas máquinas estudadas, isso ocorre pois a área de contato entre o estator e o rotor não foi alterada, assim a variação de D_0 tem efeito apenas no espalhamento de fluxo e na saturação magnética.

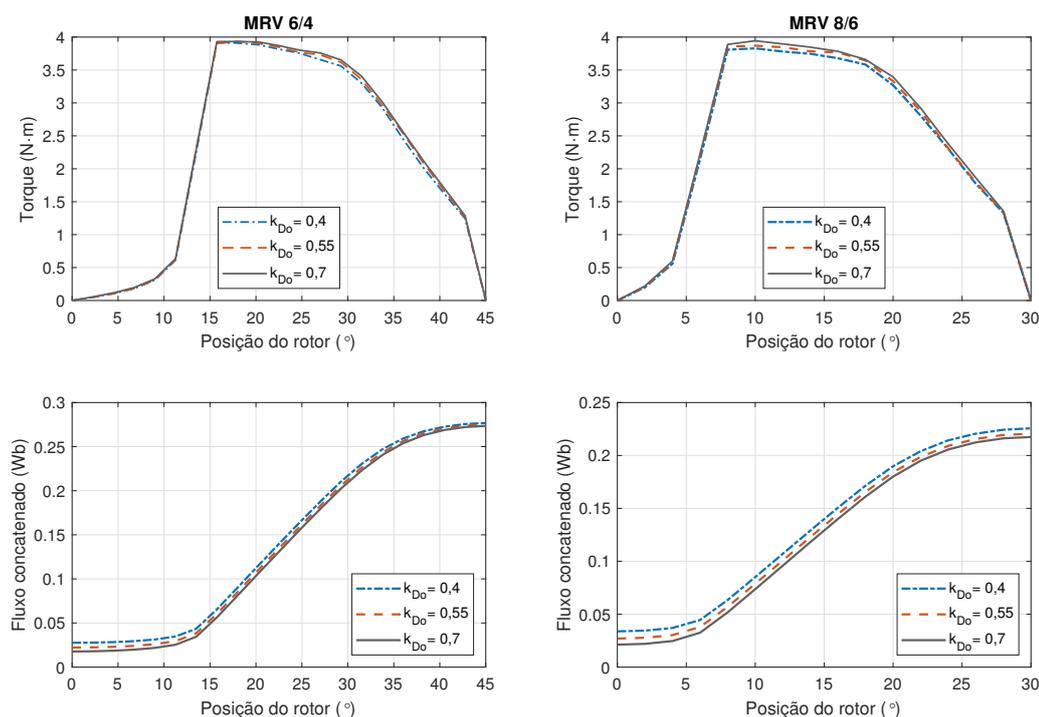


Figura 4.14 – Influência da variação do diâmetro externo no torque e fluxo concatenado dos MoRV 6/4 e 8/6.

Tabela 4.8 – Resultados da variação de k_{D_0} .

Variável	MoRV 6/4			MoRV 8/6		
	$k_{D_0} = 0,4$	$0,55$	$0,7$	$k_{D_0} = 0,4$	$0,55$	$0,7$
Torque médio ($N \cdot m$)	3,226	3,277	3,312	4,893	4,959	5,023
$ B_1 $ (T)	1,875	1,924	1,957	1,939	1,943	1,977
$ B_2 $ (T)	2,523	2,709	2,958	2,517	2,715	2,820

Observamos na Tabela 4.8 uma variação relativamente pequena nos valores de torque para a variação do diâmetro externo. No entanto, é um equívoco pensar que quanto menor o diâmetro externo melhor, pois o valor do diâmetro externo limita a variação de outros parâmetros da máquina, principalmente do número de espiras uma vez que o espaço destinado aos enrolamentos é determinado pela altura do polo do estator (h_s), pela culatra do estator (c_s), pelo arco polar do estator (β_s) e por D_0 .

Portanto, a escolha de D_0 deve ser pautada na quantidade de espiras, no tamanho da carcaça utilizada e no local de instalação.

4.4.7 Entreferro (g)

O comprimento do entreferro de uma MRV deve ser determinado de acordo com sua faixa de potência (KRISHNAN, 2001). Para as MRVs apresentadas nas Tabelas 4.1 e 4.2, esse valor deve ser escolhido entre $0,3 \text{ mm}$ e $0,5 \text{ mm}$. Assim sendo, nessa análise o

entreferro assume os seguintes valores: 0,3 mm, 0,4 mm e 0,5 mm. A sensibilidade do torque e do fluxo concatenado quanto a variação do entreferro é apresentada na Figura 4.15 e os valores do torque e B são apresentados na Tabela 4.9.

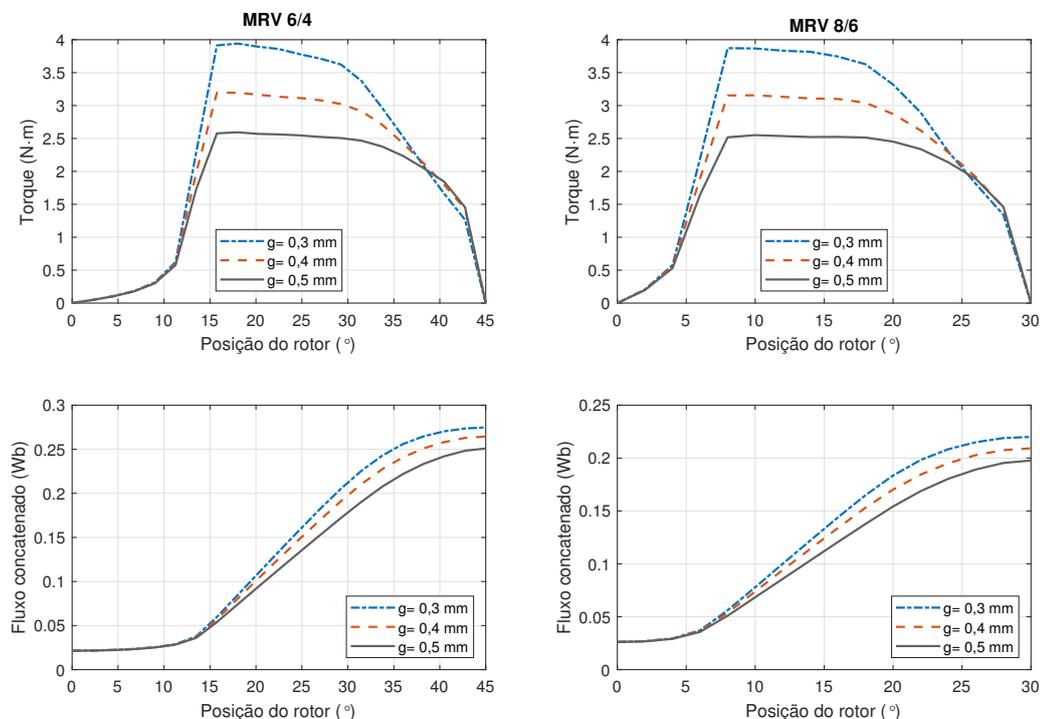


Figura 4.15 – Influência da variação do entreferro no torque e fluxo concatenado dos MoRV 6/4 e 8/6.

Tabela 4.9 – Resultados da variação de g .

Variável	MoRV 6/4			MoRV 8/6		
	$g = 0,3 \text{ mm}$	$0,4 \text{ mm}$	$0,5 \text{ mm}$	$g = 0,3 \text{ mm}$	$0,4 \text{ mm}$	$0,5 \text{ mm}$
Torque médio ($N \cdot m$)	3,322	2,895	2,509	5,024	4,338	3,732
$ B_1 $ (T)	1,935	1,861	1,775	1,966	1,883	1,795
$ B_2 $ (T)	2,772	2,666	2,544	2,776	2,683	2,541

Através dos gráficos apresentados na Figura 4.15 observa-se que o valor do entreferro tem influência direta no valor máximo atingido pelo torque, quanto menor o entreferro maior o valor máximo de torque e torque médio. Isso acontece pois quanto menor o comprimento do entreferro menor a relutância do mesmo, ou seja, menor a resistência para passagem de fluxo do estator para o rotor, assim o valor do fluxo concatenado aumenta. Logo, a relação do fluxo na posição alinhada em relação a posição desalinhada também aumenta e por consequência o valor do torque.

A Tabela 4.9 mostra os valores do torque e saturação magnética para a variação do comprimento do entreferro. Com um aumento de 0,1 mm no entreferro, o valor do torque médio reduz cerca de 12,85% para o MoRV 6/4 e 13,65% para o MoRV 8/6. Portanto,

o valor do entreferro de uma MRV deve ser o mínimo permitido por suas características construtivas.

4.4.8 Número de espiras (NT)

O número de espiras de uma bobina da MRV leva em consideração a intensidade do campo magnético dentro da máquina. Além disso, deve-se considerar quanto espaço a bobina ocupará e adicionar um fator de ocupação, para garantir que as espiras sejam bem acomodadas. Se isso for feito, pode ser necessário reduzir o número de espiras ou pode ser possível inserir mais espiras naquele espaço. A Figura 4.16 mostra os gráficos de fluxo concatenado e torque para uma variação de $\pm 20\%$ no valor de NT e os valores de torque e B são apresentados na Tabela 4.10.

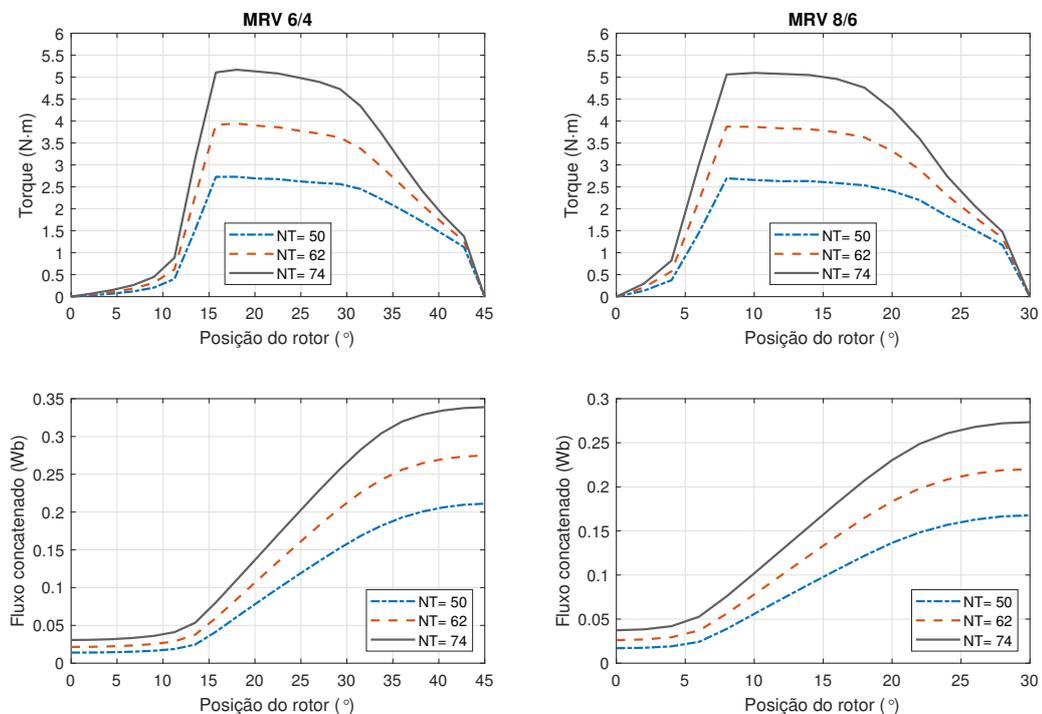


Figura 4.16 – Influência da variação do número de espiras no torque e fluxo concatenado dos MoRV 6/4 e 8/6.

Tabela 4.10 – Resultados da variação de NT .

Variável	MoRV 6/4			MoRV 8/6		
	$NT = 50$	$NT = 62$	$NT = 74$	$NT = 50$	$NT = 62$	$NT = 74$
Torque médio ($N \cdot m$)	2,376	3,280	4,204	3,594	4,966	6,365
$ B_1 $ (T)	1,865	1,940	1,978	1,897	1,966	2,002
$ B_2 $ (T)	2,652	2,772	2,853	2,663	2,776	2,855

A partir dos gráficos apresentados, observa-se que o número de espiras interfere tanto no valor do fluxo concatenado nas posições alinhadas quanto nas desalinhadas, mas em

proporções diferentes. E isso também influencia o valor médio do torque, a redução de 20% no número de espiras causou uma redução de 27,6% no valor médio do torque tanto para o MoRV 6/4 quanto para o MoRV 8/6. O aumento de 20% em NT aumentou em 28,17% o valor médio do torque para as duas máquinas.

Em termos de saturação, podemos ver que a variação é pequena, o aumento de 20% no número de espiras causou uma elevação menor que 3% no valor de B . Portanto, respeitando as limitações na fonte de alimentação elétrica do MoRV e o espaço para acomodar a bobina, o número de espiras pode ser alterado para atingir o valor de torque desejado, por exemplo.

4.5 Análise dimensional de efeitos

A seção anterior apresentou como a variação de cada dimensão afetou os gráficos de fluxo concatenado e torque e o nível de saturação na MRV isoladamente. Esta seção fará uso de ferramentas estatísticas para fazer uma análise global e mostrar o efeito da variação de uma dimensão em relação às outras na saída, concluindo o estudo apresentado anteriormente.

Planejamento de experimentos (*Design of Experiments* - DOE) é uma metodologia matemática usada para planejar e conduzir experimentos, bem como analisar e interpretar dados obtidos a partir deles. É um ramo da estatística aplicada utilizado para conduzir estudos científicos de um sistema, processo ou produto no qual variáveis de entrada são manipuladas para investigar seus efeitos na variável de resposta medida (DURAKOVIC, 2017).

Existem vários métodos de DOE, como um-fator-de-cada-vez, que foi um método muito popular, no qual uma variável/fator é testada por vez, enquanto as outras variáveis são fixadas, exceto a variável investigada (DURAKOVIC, 2017). Essa abordagem pode ser um problema nos casos em que o experimento é complexo, dispendioso ou que demanda um longo tempo para ser concluído. Dessa maneira, outros métodos foram desenvolvidos ao longo do tempo, como planejamento fatorial, planejamento composto central, planejamento quadrado latino entre outros. Cada método tem suas particularidades, como quantidade de fatores, níveis de fatores e número de experimentos necessários, e é isso que determina a escolha de um método para um experimento específico. Alguns métodos, como um-fator-de-cada-vez, por exemplo, se tornarão impraticáveis quando mais variáveis de projeto forem consideradas, uma vez que o número de experimentos aumenta exponencialmente com o número de variáveis de projeto (MA; QU, 2015).

Em um experimento, um fator é uma variável independente do processo e os níveis são as várias divisões dos fatores. Por exemplo, em um experimento para se estudar o efeito de 4 fertilizantes e 3 variedades de feijão na produção, tem-se dois fatores: ferti-

Tabela 4.11 – Detalhes das máquinas analisadas.

Variável de projeto	MoRV 6/4		MoRV 8/6	
	Valor de referência	Intervalo	Valor de referência	Intervalo
β_s [°]	30	30-45	22,5	15-30
β_r [°]	32	30-45	22,5	15-30
c_s [mm]	12,45	8,8864-17,7727	12,45	8,8864-17,7727
c_r [mm]	13	8,8864-13,3295	13	8,8864-13,3295
D_i [mm]	91,1	82-100,2	91,1	82-100,2
D_0 [mm]	160	140-190	160	140-190
g [mm]	0,4	0,3-0,5	0,4	0,3-0,5
NT	62	56-68	62	56-68

lizante, com 4 níveis, e variedae, com 3 níveis. Como o projeto de máquinas elétricas geralmente envolve um grande número de variáveis de projeto e, como a relação entre variáveis geralmente não é linear, um experimento de três níveis é mais apropriado porque permite uma melhor avaliação da curvatura na relação fator-resposta (MA; QU, 2015; JONES; NACHTSHEIM, 2011). Portanto, com a intenção de reduzir o custo computacional, será usada uma nova classe de três níveis, conhecida como projeto de triagem definitiva (*Definitive Screening Design - DSD*), capaz de capturar a não linearidade e identificar os principais efeitos ativos com um baixo número de experimentos (JONES; NACHTSHEIM, 2011).

Jones e Nachtsheim (2011) propuseram uma nova classe de projetos de três níveis que fornece estimativas dos efeitos principais que não são influenciados por nenhum efeito de segunda ordem, exigem apenas uma execução a mais que o dobro do número de fatores e evitam confundir qualquer par de efeitos de segunda ordem. O número de experimentos necessários é muito baixo em comparação com outros métodos, mesmo se todas as variáveis de projeto da MRV forem consideradas o número total de experimentos não inviabiliza sua aplicação, e esse foi um fator decisivo na escolha dessa classe de DOE. Para m fatores, apenas $2m + 1$ experimentos são necessários, o que é muito menor do que a quantidade de experimentos necessários para outras classes, como 3^m experimentos exigidos para planejamentos fatoriais e $2^m + 2m + 1$ experimentos para planejamento composto central. Assim, o custo computacional da análise a seguir pode ser substancialmente reduzido.

Serão analisados os efeitos nas variáveis β_s , β_r , c_s , c_r , D_i , D_0 , L e g totalizando 17 experimentos realizados para cada MoRV. As respostas escolhidas para analisar o desempenho do MoRV são o torque médio e as perdas na máquina. Os experimentos serão realizados através de simulações de elementos finitos executadas no software FEMM. As máquinas estudadas são as máquinas apresentadas na seção 4.3 e a Tabela 4.11 apresenta a faixa adotada para cada variável de projeto.

Para realizar esses experimentos, serão utilizados três softwares: Minitab, Octave e FEMM. A princípio, o Minitab é responsável por projetar o experimento, definindo quais máquinas serão simuladas. Alguns scripts foram desenvolvidos no Octave para

executar as operações relacionadas a simulação de elementos finitos, cálculo de grandezas e armazenamento de dados. Para começar, um script é responsável pelo desenho, inserção dos materiais e movimentação do rotor no software FEMM, responsável pelas simulações de elementos finitos. Os resultados obtidos pelo FEMM são recebidos pelo Octave, que calcula o torque médio e armazena os resultados em planilhas. Por fim, o Minitab recebe os dados calculados pelo Octave e calcula os resultados estatísticos e gráficos do experimento. Estes resultados são apresentados a seguir.

4.5.1 Efeitos no torque médio

Os efeitos das alterações nos parâmetros geométricos podem ser determinados de várias maneiras, nessa seção serão mostrados os resultados estatísticos obtidos no Minitab. O gráfico de Pareto é uma importante ferramenta de qualidade e permite a visualização dos efeitos classificados pela magnitude de sua contribuição (JURAN, 1998). As Figuras 4.17 e 4.19 mostram o gráfico de Pareto dos efeitos padronizados do torque médio para o MoRV 6/4 e MoRV 8/6, respectivamente. O gráfico de Pareto mostra os valores absolutos dos efeitos padronizados, do maior para o menor efeito. Efeitos padronizados são estatísticas t que testam a hipótese nula de que o efeito é zero. O nível de significância, denotado por α , é definido como 0.05.

Nas Figuras 4.17 e 4.19, podemos determinar quais fatores causam maior impacto no valor médio do torque, no entanto, não é possível saber como cada dimensão afeta a resposta. O gráfico normal de efeitos padronizados, mostrados nas Figuras 4.18 e 4.20, mostra quais efeitos são positivos e negativos. Efeitos positivos aumentam a resposta quando o fator muda de baixo para alto. Efeitos negativos diminuem a resposta quando o valor do fator muda de baixo para alto. Os efeitos mais distantes de 0 são mais estatisticamente significativos.

Através dos resultados apresentados nas Figuras 4.17, 4.19, 4.18 e 4.20, é possível tirar conclusões importantes sobre a influência das dimensões no valor médio do torque para cada máquina. Para o MoRV 6/4, os parâmetros significativos são o número de espiras, o entreferro, o arco polar do rotor e a culatra do estator. A relação entre os arcos polares determinam o intervalo de produção de torque e, portanto, o valor médio do torque (veja a Seção 2.4). O número de espiras, por sua vez é um parâmetro fundamental e diretamente proporcional a quantidade de energia convertida por uma máquina, no entanto seu valor deve ser escolhido cuidadosamente devido à questão de espaço para acomodação de mais espiras e ao aumento das perdas e consequente redução no rendimento.

O comprimento do entreferro influencia diretamente a quantidade de fluxo que sai do estator e chega ao rotor e afeta negativamente o valor do torque médio, conforme mostrado na Figura 4.18, ou seja, à medida que o entreferro aumenta o valor do torque diminui. No MoRV 6/4 essa não é a única dimensão com efeito negativo, o diâmetro externo também

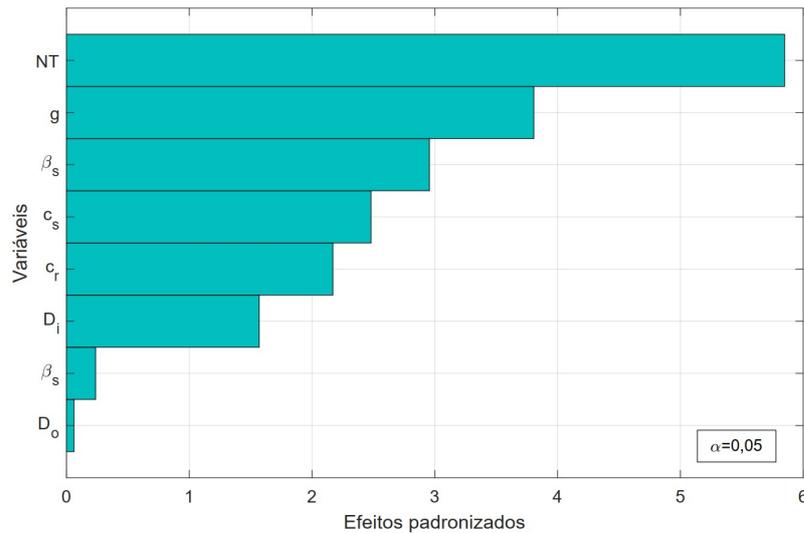


Figura 4.17 – Gráfico de pareto dos efeitos padronizados para o torque médio do MoRV 6/4.

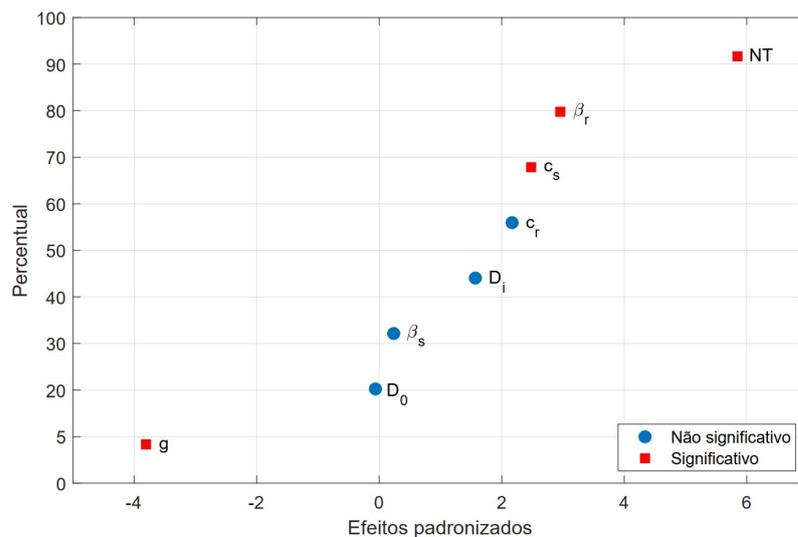


Figura 4.18 – Gráfico normal de efeitos padronizados para o torque médio do MoRV 6/4.

afeta negativamente o valor do torque médio, mas é o efeito com menor magnitude como mostra a Figura 4.17. As outras dimensões do MoRV 6/4 tem efeitos positivos mas são de menor magnitude e considerados não significativos para o torque médio.

Já para o MoRV 8/6, há cinco dimensões com efeitos significativos: β_r , NT, g, D_i e β_s . As três primeiras dimensões com mais influencia no valor médio do torque do MoRV 8/6 coincidem com as do MoRV 6/4, mas não na mesma ordem. Os gráficos e tabelas da Seção 4.4 já mostravam que os efeitos das dimensões não eram os mesmos para as duas máquinas e os resultados apresentados nesta seção corroboram isso e a necessidade dessas topologias serem estudadas separadamente. De menor importância, mas ainda significativo, o diâmetro interno e o arco polar do estator também desempenham papéis importantes no

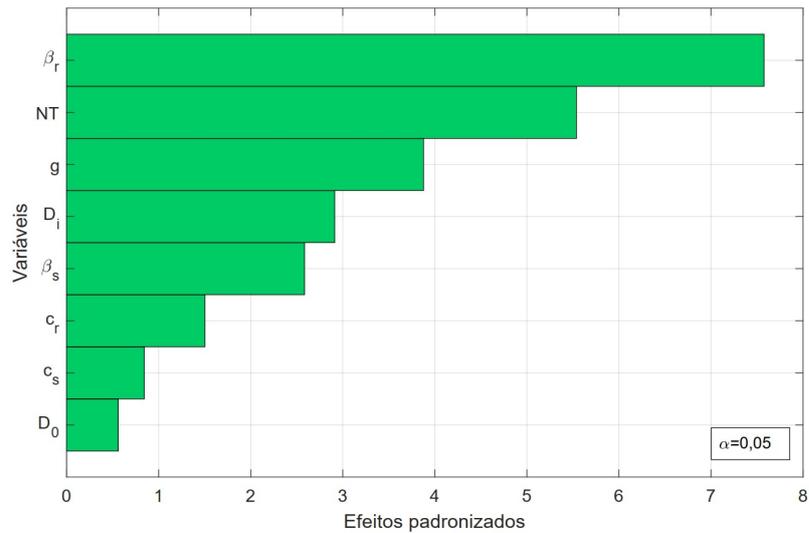


Figura 4.19 – Gráfico de pareto dos efeitos padronizados para o torque médio do MoRV 8/6.

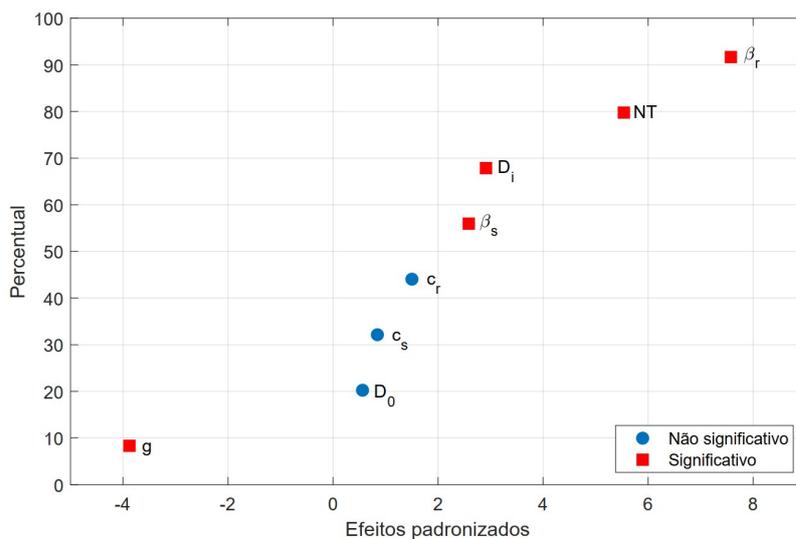


Figura 4.20 – Gráfico normal de efeitos padronizados para o torque médio do MoRV 8/6.

MoRV 8/6. Assim como na MoRV 6/4, o entreferro também afeta negativamente o valor do torque médio da MoRV 8/6. Dos cinco fatores significativos apresentados na Figura 4.20, apenas o entreferro afeta negativamente o valor médio do torque.

4.5.2 Efeitos na perda total

Ao projetar uma máquina, o projetista não deve se preocupar apenas com a potência e o torque desenvolvidos, a quantidade de perdas e a eficiência costumam ser fatores decisivos para a escolha da máquina. Portanto, é importante saber como cada dimensão influencia o valor das perdas totais, que é a soma das perdas nos enrolamentos e no

núcleo. As perdas foram calculadas conforme apresentado no Capítulo 3 e em (MATERU; KRISHNAN, 1992), perdas mecânicas não são consideradas.

As Figuras 4.21 e 4.23 mostram o gráfico de Pareto dos efeitos padronizados para as perdas dos MoRV 6/4 e 8/6, respectivamente. Já as Figuras 4.22 e 4.24 apresentam o gráfico normal dos efeitos padronizados para essas máquinas.

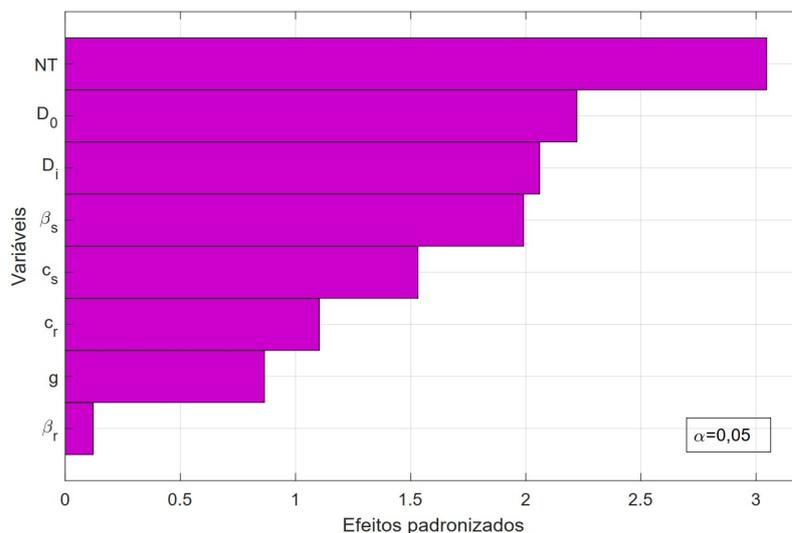


Figura 4.21 – Gráfico de pareto dos efeitos padronizados para a perda total do MoRV 6/4.

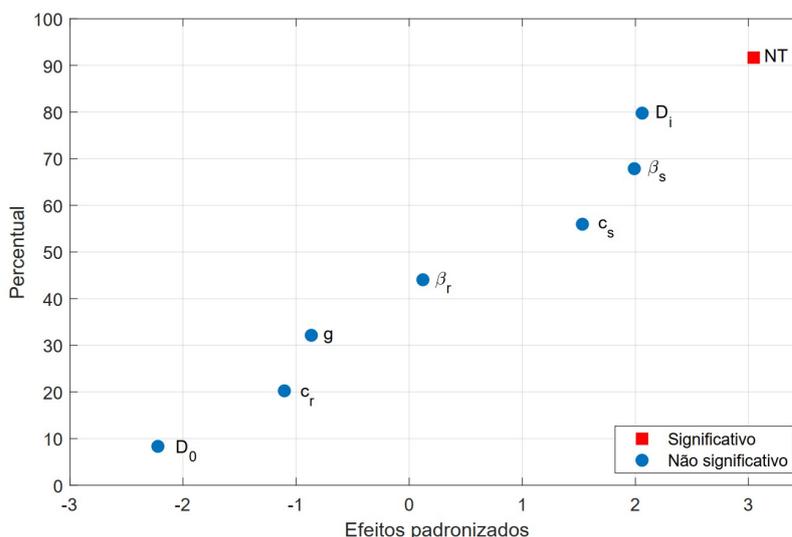


Figura 4.22 – Gráfico normal de efeitos padronizados para a perda total do MoRV 6/4.

De acordo com os gráficos apresentados nas Figuras 4.21 e 4.23, o número de espiras é o parâmetro com maior impacto no valor das perdas. Essa é uma relação óbvia, uma vez que as perdas na máquina são compostas em sua maior parte pelas perdas no cobre. Assim, quanto maior o número de espiras maior o valor de perdas na máquina sendo esse

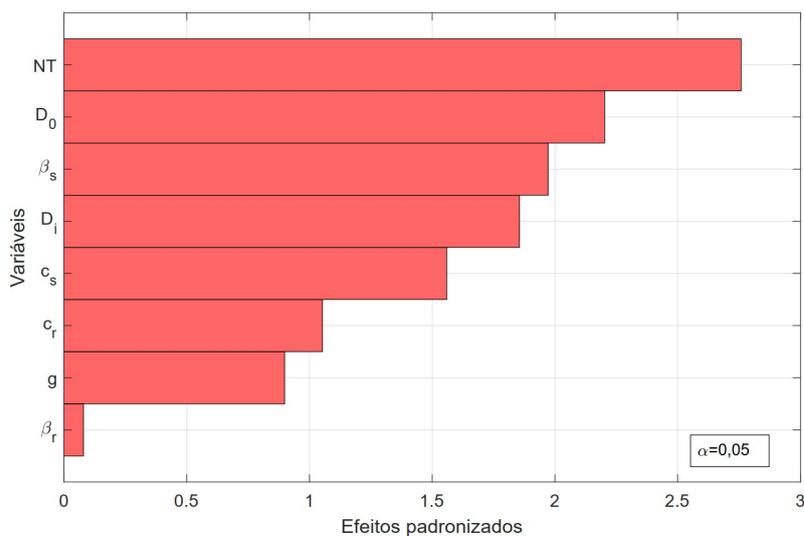


Figura 4.23 – Gráfico de pareto dos efeitos padronizados para a perda total do MoRV 8/6.

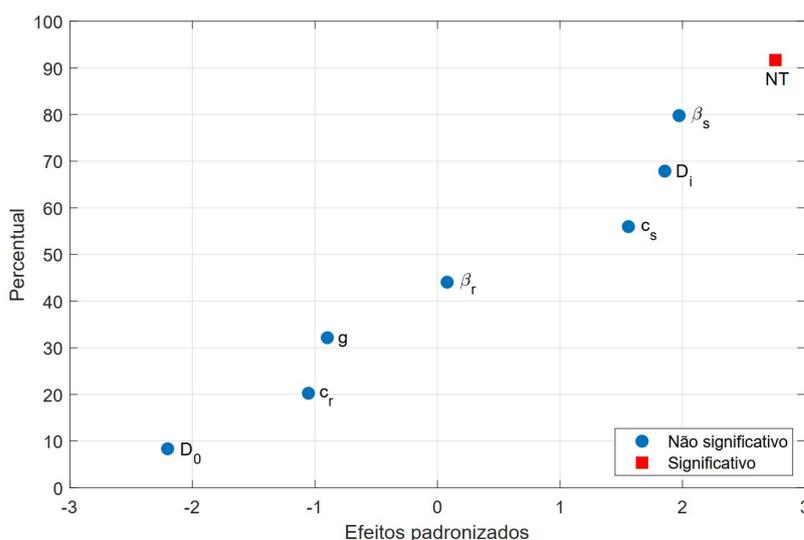


Figura 4.24 – Gráfico normal de efeitos padronizados para a perda total do MoRV 8/6.

o efeito mais significativo para as duas topologias de MRV como mostra as Figuras 4.22 e 4.24. A dimensão com segundo maior efeito é o diâmetro externo e através das Figuras 4.22 e 4.24 sabemos que D_0 afeta negativamente o valor de perdas. Quando o valor de D_0 aumenta o valor das perdas totais diminuem, logo maiores valores do diâmetro externo deixam o MoRV mais eficiente.

Para o MoRV 6/4 o parâmetro com o terceiro e quarto maior efeito são o diâmetro interno e o arco polar do estator, respectivamente. Já para o MoRV 8/6 o arco polar do estator vem em terceiro e o diâmetro interno em quarto lugar. A influencia desses parâmetros nas perdas é direta, uma vez que os enrolamentos de fase estão concentrados nos pólos do estator e a largura do polo do estator é definida pelo valor do arco polar e

do diâmetro interno de acordo com a equação 3.9. Essas dimensões apresentam efeito positivo, quanto maior o valor de β_s e D_i maior o comprimento médio da espira e maior o valor das perdas.

As outras dimensões têm um impacto menor no valor das perdas, principalmente porque causam mudanças em apenas uma parte das perdas, perdas no cobre ou perdas no núcleo, portanto o efeito total é menor. Assim, as dimensões que afetam o enrolamento são mais significativas porque as perdas no cobre representam a grande maioria das perdas de uma máquina elétrica. Além disso, as dimensões do rotor apresentam menor influência no valor das perdas totais pois uma das características da MRV são as perdas reduzidas no rotor pela ausência de enrolamentos, ímãs permanentes e gaiola de esquilo. As perdas da MRV são baixas e concentradas no estator.

4.6 Conclusão

Inicialmente, esse capítulo apresentou considerações sobre o MEF e características das duas MRVs analisadas. A seguir, oito dimensões dessas máquinas foram variadas de acordo com os limites sugeridos no Capítulo 3 e os resultados apresentados são a curva do fluxo concatenado e torque para uma fase da máquina, o valor médio do torque e a densidade de fluxo em dois pontos da máquina. Todos esses resultados são obtidos através de simulações de elementos finitos. Observa-se que o desempenho da máquina é sensível à variação das dimensões, porém em diferentes proporções e maneiras.

Dessa maneira, para delinear de forma mais incisiva a influência dessas dimensões foi utilizado um método de planejamento de experimentos conhecido como projeto de triagem definitiva, que através de uma série de simulações e cálculos performados por software estatístico quantificou e classificou os efeitos das dimensões no valor de torque médio e perdas da máquina.

Os resultados deste capítulo são uma ferramenta importante para o projetista, pois permite relacionar os efeitos das dimensões geométricas às equações analíticas do projeto através de gráficos e determinar como e quanto cada parâmetro afeta as respostas do MoRV. Este estudo permite, além do entendimento da influência dos parâmetros no desempenho, a redução de parâmetros e a simplificação da modelagem, reduzindo também seu custo computacional. No Capítulo 6, esse estudo será utilizado para reduzir o custo computacional da modelagem do torque médio.

Teoria da Modelagem

5.1 Introdução

O desempenho da máquina de relutância variável depende fortemente do seu projeto e controle, o que permite reduzir a ondulação no torque e melhorar as características torque-velocidade (SOMESAN; PADURARIU; VIOREL, 2013). Portanto, é importante desenvolver um modelo matemático simples e preciso, que facilite o processo de projeto e o controle em tempo real da MRV (SOMESAN; PADURARIU; VIOREL, 2013).

Muitos trabalhos que lidam com a modelagem matemática da MRV foram publicados nos últimos anos. Alguns deles, como (RADUN, 2000; RADUN, 1999; MAMEDE, 2016), discutem modelos analíticos baseados em dados da geometria da MRV, enquanto outros se dedicam a modelos que empregam circuitos equivalentes magnéticos (KRISHNAN, 2001). Outros modelos são baseados na análise de elementos finitos (SOARES; BRANCO, 2001; MAMEDE, 2016), apresentando ótimos resultados. Recentemente alguns trabalhos utilizam lógica *fuzzy* e redes neurais artificiais para o cálculo das características da MRV (MAMEDE; CAMACHO; ARAUJO, 2018; BAJEC; ZIDARIC; MILJAVEC, 2011; LU; KEYHANI; FARDOUN, 2003; KUCUK et al., 2009). A precisão desses modelos depende fortemente da quantidade e qualidade de dados utilizadas para o treinamento, que são na maioria das vezes obtidos através de simulações de elementos finitos ou medição direta.

Nas últimas décadas, a pseudo-inversa de Moore-Penrose encontrou uma ampla gama de aplicações em muitas áreas da ciência e se tornou uma ferramenta útil para pesquisadores que lidam, por exemplo, com problemas de otimização, análise de dados, solução de equações lineares, etc (BARATA; HUSSEIN, 2011).

Este trabalho propõe o uso da pseudo-inversa para a modelagem do desempenho da MRV. Até o momento, não foi encontrado trabalhos com essa mesma abordagem para a MRV. Neste capítulo, será apresentada a pseudo-inversa e suas propriedades, assim como ela é aplicada para a modelagem de sistemas.

5.2 A Pseudoinversa de Moore-Penrose

A definição clássica sobre a inversa de uma matriz é que uma matriz A tem inversa A^{-1} somente se for quadrada e ter determinante diferente de zero, ou seja, A é não singular e suas linhas e colunas são linearmente independentes (BEN-ISRAEL; GREVILLE, 2003). Nos últimos anos, sentiu-se necessidade em várias áreas da matemática de algum tipo de inversão parcial de uma matriz singular ou mesmo retangular (BEN-ISRAEL; GREVILLE, 2003). Uma matriz é dita inversa generalizada se caracterizada pelas seguintes condições: (i) existe para uma classe de matrizes maior que a classe de matrizes não singulares, (ii) satisfaz algumas propriedades da inversa usual, e (iii) se reduz à inversa usual se A é não singular (BEN-ISRAEL; GREVILLE, 2003). Alguns autores utilizam o termo pseudoinversa ao invés de inversa generalizada.

A inversa generalizada é utilizada em várias áreas, como sistemas de mínimos quadrados inconsistentes, autovalores e autovetores, estatística, otimização, entre outros. Indiscutivelmente, a inversa generalizada mais importante é a inversa de Moore-Penrose, ou pseudoinversa (PI) de Moore-Penrose, em homenagem as contribuições de dois matemáticos, Moore em 1920 e Penrose em 1955 (MACAUSLAND, 2014). Assim como a inversa generalizada, a pseudoinversa de Moore-Penrose permite construir uma matriz inversa para qualquer matriz, mas a pseudoinversa também produz uma matriz única. As propriedades da pseudoinversa de Moore-Penrose serão apresentadas a seguir.

A pseudoinversa de Moore-Penrose é sem dúvida a principal inversa generalizada de matrizes, porém as equações de Penrose podem ser usadas para definir outras inversas generalizadas, as quais não tem garantia de unicidade, mas podem ser úteis em diversas aplicações (ZONTINI, 2014).

5.2.1 Propriedades básicas

Em 1920, Moore (1920) definiu uma inversa generalizada e provou sua unicidade. Em 1955, Penrose (1955) mostrou que para toda matriz $A \in \mathbb{M}_{n,m}$ existe uma única matriz $X \in \mathbb{M}_{n,m}$ que satisfaz as equações:

$$AXA = A; \quad (5.1)$$

$$XAX = X; \quad (5.2)$$

$$(AX)^* = AX; \quad (5.3)$$

$$(XA)^* = XA. \quad (5.4)$$

Onde A^* é a transposta conjugada da matriz A . As equações (5.1)-(5.4) são conhecidas como equações de Penrose. A matriz X que satisfaz as equações de Penrose coincide com a inversa generalizada definida por Moore e, por este motivo, ficou conhecida como pseudoinversa de Moore-Penrose e será denotada por $X := A^\dagger$.

O conceito de pseudoinversa de Moore-Penrose é útil para a resolução de problemas de otimização lineares, ou seja, para determinação da melhor aproximação em termos de mínimos quadrados à solução de sistemas lineares (BARATA; HUSSEIN, 2011). Nesta seção, serão apresentados resultados sobre a existência e unicidade da pseudoinversa, além de outras propriedades básicas. Outros desenvolvimentos da teoria das pseudoinversas de Moore-Penrose, demonstrações e suas aplicações são encontrados em (BEN-ISRAEL; GREVILLE, 2003; BARATA; HUSSEIN, 2011; MACAUSLAND, 2014; ZONTINI, 2014) e nas referências originais (MOORE, 1920; PENROSE, 1955; PENROSE, 1956).

Teorema 1 *Para qualquer $A \in \mathbb{C}_{n,m}$ existe uma matriz $A^\dagger \in \mathbb{C}_{m,n}$ que satisfaz as equações de Penrose.*

Prova: A demonstração deste teorema é longa e não está incluída neste trabalho, mas pode ser tomada como conjectura. Uma versão da demonstração pode ser encontrada em (BEN-ISRAEL; GREVILLE, 2003).

Teorema 2 *Para uma matriz $A \in \mathbb{M}_{n,m}$ existe uma única matriz $A^\dagger \in \mathbb{M}_{m,n}$.*

Prova: Suponha que existe duas matrizes, B e C que satisfazem as quatro condições de Penrose (5.1-5.4), então:

$$B = BAB \quad (5.2)$$

$$= (A^*B^*)B \quad (5.3)$$

$$= (A^*C^*A^*)B^*B \quad (5.1)$$

$$= (CA)(A^*B^*B^*) \quad (5.3)$$

$$B = CAB \quad (5.2)$$

E para C :

$$C = CAC \quad (5.2)$$

$$= C(C^*A^*) \quad (5.4)$$

$$= CC^*(A^*B^*A^*) \quad (5.1)$$

$$= (CA)(B) \quad (5.4)$$

$$C = CAB \quad (5.2)$$

Com isto temos que $B = C$ e, portanto, a pseudoinversa é única. O teorema a seguir apresenta diversas propriedades interessantes da pseudoinversa de Moore-Penrose.

Teorema 3 *Seja $A \in \mathbb{M}_{n,m}$ e $A^\dagger \in \mathbb{M}_{m,n}$ a sua pseudoinversa. Então, são válidas as seguintes propriedades:*

1. $(A^\dagger)^\dagger = A$;
2. Se A é inversível, então $A^\dagger = A^{-1}$;
3. $(A^\dagger)^T = (A^T)^\dagger$ (comutatividade com transposição);
4. $\overline{A^\dagger} = \overline{A}^\dagger$ (comutatividade com conjugação);
5. $(A^\dagger)^* = (A^*)^\dagger$ (comutatividade com adjunto);
6. $(\alpha A)^\dagger = \alpha^\dagger A^\dagger$, em que $\alpha \in \mathbb{C}$ e $\alpha^\dagger = \begin{cases} \frac{1}{\alpha}, & \text{se } \alpha \neq 0 \\ 0, & \text{se } \alpha = 0 \end{cases}$;
7. $(AA^*)^\dagger = (A^*)^\dagger A^\dagger$ e $(A^*A)^\dagger = A^\dagger (A^*)^\dagger$;
8. $A^\dagger = (A^*A)^\dagger A^* = A^*(AA^*)^\dagger$;
9. $A^* = A^*AA^\dagger = A^\dagger AA^*$;
10. Se $\text{posto}(A) = n$, então $A^\dagger A = I_n$ e se $\text{posto}(A) = m$, então $AA^\dagger = I_m$.

A demonstração dessas propriedades pode ser encontrada em (BOOS, 2015).

5.2.2 Cálculo da pseudoinversa de Moore-Penrose

Apesar de extremamente rica do ponto de vista teórico, a matriz pseudo-inversa é, em geral, não utilizada na prática, visto que calculá-la pode ser demorado computacionalmente. De fato, é comparável ao custo de computar inversas de matrizes, algo que também não é recomendado. Mesmo assim, ao longo dos anos e com o avanço da computação, diversos métodos foram desenvolvidos, visando novas abordagens na busca por calcular a pseudo-inversa de maneira mais barata e segura computacionalmente (BOOS, 2015).

Os principais métodos diretos para o cálculo da pseudoinversa de Moore-Penrose são a decomposição de posto completo, a decomposição em valores singulares, a decomposição QR, a fatoração de Cholesky, a ortonormalização de Gram-Schmidt, métodos de recursão com matrizes particionadas, entre outros. Estes métodos são métodos diretos baseados na decomposição de matrizes e são amplamente estudados, excelentes referências detalham, demonstram e exemplificam estes métodos - vide (BEN-ISRAEL; GREVILLE, 2003), (BARATA; HUSSEIN, 2011), (MACAUSLAND, 2014), (ZONTINI, 2014) - e por essa razão esse detalhamento não será feito neste trabalho.

Comumente, os métodos iterativos para aproximar a inversa de Moore-Penrose são baseados nas equações de Penrose (5.1)-(5.4). Um método iterativo para computar A^\dagger é um conjunto de instruções para gerar uma sequência $\{X_k : k = 1, 2, \dots\}$ convergindo para A^\dagger . As instruções especificam como selecionar a aproximação inicial X_0 , como proceder

de X_k para X_{k+1} para cada k , e quando parar, tendo obtido uma aproximação razoável de A^\dagger (BEN-ISRAEL; GREVILLE, 2003).

A taxa de convergência dos métodos iterativos é determinada em termos da sequência correspondente de resíduos $\{R_k : k = 0, 1, 2, \dots\}$

$$R_k = P_{R(A)} - AX_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (5.5)$$

que converge para 0 com $X_k \rightarrow A^\dagger$. $P_{R(A)}$ é o projetor ortogonal em A . Um método iterativo é dito ser um método de ordem p , para alguns $p > 1$, se houver uma constante positiva c tal que

$$\|R_{k+1}\| \leq c\|R_k\|^p, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (5.6)$$

para qualquer norma de matriz multiplicativa.

Em analogia com o caso não singular, consideramos métodos iterativos do tipo

$$X_{k+1} = X_k + C_k R_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (5.7)$$

onde $\{C_k : k = 1, 2, \dots\}$ é uma sequência de matrizes adequada, R_k o resíduo na iteração k e X_0 a aproximação inicial.

Da maneira como exposto acima o método não é viável, pois calcular $P_{R(A)}$ é comparável a calcular A^\dagger . Portanto, C_k precisa ser escolhido de maneira estratégica para evitar o cálculo de $P_{R(A)}$. Essa dificuldade será superada se C_k for escolhido como $C_k = C_k P_{R(A)}$, assim tem-se

$$C_k R_k = C_k (P_{R(A)} - AX_k) \quad (5.8)$$

$$= C_k P_{R(A)} - C_k AX_k \quad (5.9)$$

$$= C_k - C_k AX_k \quad (5.10)$$

$$= C_k (I - AX_k), \quad (5.11)$$

e assim

$$X_{k+1} = X_k + C_k (I - AX_k). \quad (5.12)$$

C_k pode ser determinado de várias maneiras, algumas são apresentadas e tem convergência comprovada por Zontini (2014). Outros métodos iterativos são apresentados e comprovados em (PETKOVIĆ; STANIMIROVIĆ, 2011; PETKOVIĆ; STANIMIROVIĆ, 2014; ZONTINI, 2014).

Computacionalmente, a pseudoinversa de Moore-Penrose pode ser obtida pelo Matlab/Octave através da função `pinv`, que usa a decomposição de valores singulares para formar a pseudoinversa de A .

5.2.3 Aplicações

Além dos usos em estatística e matemática, a inversa generalizada é aplicada em diversos campos como programação linear, projeto de controle e identificação, engenharia civil, engenharia elétrica, entre outros. Hangai (1981) desenvolveu um método de incremento generalizado para analisar geometricamente estruturas não lineares. Sun e Yeh (2000) descreveram um procedimento utilizando inversa generalizada para minimizar uma função multiobjetivo e resolver um problema de gerenciamento de recursos hídricos. A PI já foi utilizada para obter a solução das equações cinemáticas de restrição para estruturas treliçadas (ZHAO; GUAN, 2005), obter as soluções da equação de equilíbrio e de compatibilidade de conjuntos estruturais (LUO; LU, 2006), para calcular os pesos da rede neural *b-spline* como parte da otimização do projeto de um motor de relutância variável (KECHROUD; PAULIDES; LOMONOVA, 2011) e para fazer o controle da trajetória de um robô (SILVA et al., 2014).

A aplicação mais natural da pseudoinversa de Moore-Penrose é em sistemas de equações lineares $Ax = b$ com $A \in \mathbb{C}^{n \times m}$. Em um sistema $Ax = b$ a solução x depende diretamente do conjunto imagem de A , ou seja, se $b \in \mathcal{R}(A)$ então existe algum vetor x tal que $Ax = b$ e o sistema possui solução, porém ainda assim é possível que essa solução não seja única, nesse caso a solução do sistema é definida por

$$x = \arg \min_{Az=b} \|z\| \quad (5.13)$$

para alguma norma $\|\cdot\|$. Por questões geométricas a norma utilizada com maior frequência é a norma euclidiana $\|\cdot\|_2$.

No caso em que $b \notin \mathcal{R}(A)$, não há solução do sistema, então a ideia é encontrar algum vetor $x \in \mathbb{C}^n$ que minimiza o erro em algum sentido. Para tanto, definindo o resíduo do sistema pela equação 5.14, a solução do sistema é definida pela equação 5.15.

$$R = Ax - b \quad (5.14)$$

$$x = \arg \min_{z \in \mathbb{C}^n} \|Az - b\|. \quad (5.15)$$

A solução do sistema é $A^\dagger b$ para qualquer matriz A , já quando A é quadrada e não singular a pseudoinversa de Moore-Penrose coincide com a inversa comum A^{-1} . Quando A é quadrada e não singular, a solução do sistema é dada por $A^{-1}b$, já quando A é retangular ou até singular, a inversa de Moore-Penrose A^\dagger é indicada e além de fornecer uma solução única fornece a melhor aproximação em termos de mínimos quadrados à solução de sistemas lineares (ZONTINI, 2014; BARATA; HUSSEIN, 2011).

Teorema 4 $x_0 = A^\dagger b$ é a melhor aproximação da solução de $Ax = b$.

Prova: Para qualquer $x \in \mathbb{C}^n$,

$$Ax - b = A(x - A^\dagger b) + (I - AA^\dagger)(-b) \quad (5.16)$$

onde $I - AA^\dagger$ é um projetor ortogonal em $N(A^*)$, que como apresentado por MacAusland (2014) também é um projetor em $N(A^\dagger)$, então o somatório do lado direito é de vetores ortogonais. Usando o teorema de Pitágoras com a norma, pode-se deduzir que

$$\|Ax - b\|^2 = \|A(x - A^\dagger b)\|^2 + \|(I - AA^\dagger)(-b)\|^2 \quad (5.17)$$

$$= \|A(x - x_0)\|^2 + \|Ax_0 - b\|^2 \quad (5.18)$$

$$= \|Ax_0 - b\|^2. \quad (5.19)$$

Assim pode-se dizer que a norma do vetor residual é mínima quando $x = x_0$.

Esse teorema permite afirmar que $A^\dagger b$ é a única solução de mínimos quadrados ou a solução de mínimos quadrados de norma mínima (MACAUSLAND, 2014).

5.3 Caso unidimensional

Uma opção clássica e simples para obter a função de um conjunto de dados são os polinômios interpoladores. No entanto, algumas características dos polinômios interpoladores indicam que eles devem ser usados com cuidado. Uma dessas características é que aumentar o grau do polinômio contribui pouco para reduzir o erro de aproximação e tende a tornar a oscilação surpreendentemente grande e outra é quando o erro aumenta nas partes próximas às duas extremidades, o que é chamado de fenômeno de Runge (YANG et al., 2005). Assim, é necessário limitar a ordem do polinômio para garantir a qualidade da interpolação. Para um caso geral onde um conjunto de $n + 1$ pontos distintos $(x_i, y_i), i = 0, 1, 2, \dots, n, n + 1$, o polinômio $P(x)$ terá grau inferior ou igual a n e pode ser escrito da seguinte forma $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ (QUARTERONI; SALERI, 2006). Os coeficientes $a_i, i = 0, 1, 2, \dots, n$ da função polinomial deste conjunto de dados podem ser obtidos através da resolução do sistema linear apresentado na equação 5.20.

$$\begin{bmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 & \cdots & x_0^n \\ 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \cdots & x_n^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

A equação 5.20 é para uma função com uma variável, para um problema com mais de uma variável independente, caso multidimensional, é necessário lidar com graus combinatórios para resolver o problema.

A construção do problema do tipo $Ax = b$ será apresentado de forma simplificada e exemplificado a seguir. A próxima seção apresenta as adaptações realizadas para o problema de modelagem da MRV.

O polinômio interpolador deve ter grau inferior ou igual a n para um problema com $n + 1$ pontos. Para reduzir erros e simplificar a solução, a ordem do polinômio deve ser a menor possível. Assim sendo, o usuário deve escolher a ordem do polinômio através da análise do comportamento dos dados e dos erros.

Exemplo: Considere que um experimento foi realizado e os resultados são apresentados na Tabela 5.1. A função solução de tal sistema é $f(x) = 0.01 + 0.03x^2 + 0.04x^4$ e o intervalo de x é $[-5, 5]$. A Tabela 5.2 apresentam os resultados obtidos para o polinômio interpolador de grau 2, 3 e 4, e a Figura 5.1 apresenta a amostragem que gerou a Tabela 5.1 e a curva dos polinômios interpoladores obtidos.

Tabela 5.1 – Medidas obtidas para um experimento hipotético.

x	$f(x)$	x	$f(x)$
-5,0000	25,7600	0,5556	0,0231
-3,8889	9,6125	1,6667	0,4020
-2,7778	2,6230	2,7778	2,6230
-1,6667	0,4020	3,8889	9,6125
-0,5556	0,0231	5,0000	25,7600

Tabela 5.2 – Resultados obtidos.

Grau	Coeficientes					Resíduo
	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	
$n = 2$	0,0654	0	1,0423	-	-	0,0654
$n = 3$	-2,9324	0	1,0423	0	-	0,0654
$n = 4$	0,0100	0	0,0300	0	0,0400	$9,5756 \cdot 10^{-31}$

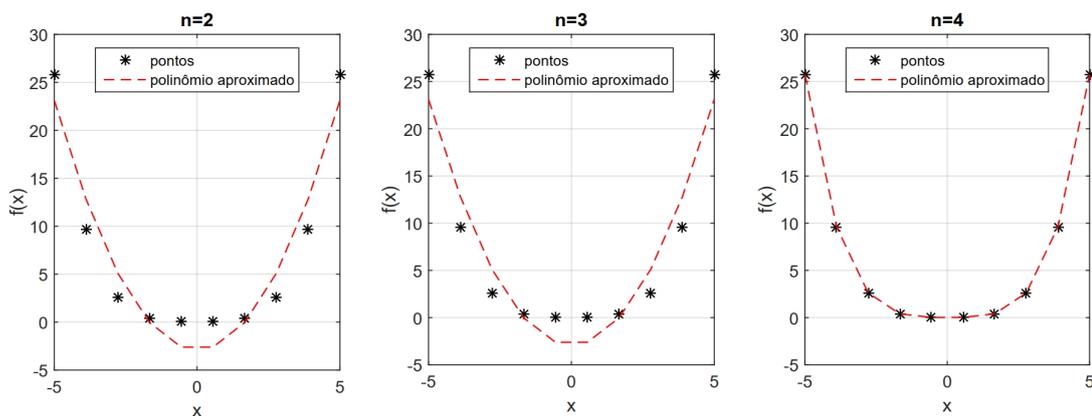


Figura 5.1 – Amostragem de um exemplo hipotético e curvas dos polinômios interpoladores obtidos.

Através dos resultados apresentados observa-se a importância da escolha correta do grau do polinômio interpolador para a correta aproximação da função solução.

5.4 Matriz de potências

O método utilizado para a obtenção da matriz de potência é o mesmo apresentado por Peretta (2015) e usa a ideia de partição inteira para formar uma lista com graus combinatórios em função do número de variáveis independentes. A ideia da partição inteira é uma forma de representar números inteiros positivos como uma soma de números inteiros positivos. Por exemplo, um particionamento completo do número 4 resulta no conjunto:

$$\begin{aligned} &4, \\ &3 + 1, \\ &2 + 2, \\ &2 + 1 + 1, \\ &1 + 1 + 1 + 1 \end{aligned}$$

O Algoritmo 1 (adaptado do algoritmo de Matriz de Potências (PERETTA, 2015)) apresenta um esquema para gerar uma lista com sequências de permutação de zero até um grau predeterminado, respeitando o número de variáveis independentes consideradas. Cada sequência dessa lista representa a distribuição de graus a polinômios. Este algoritmo utiliza outro algoritmo que pode ser encontrado em (PERETTA, 2015), para limitar o número de partes com que um inteiro pode ser representado.

A saída do Algoritmo 1 é chamada de matriz de potências e é utilizada, principalmente, para manter o controle da ordem dos polinômios multivariados. A Tabela 5.3 apresenta um exemplo de matriz de potências com 3 variáveis, grau máximo igual a 3 e soma máxima igual a 3. A matriz de potências da tabela tem 20 linhas.

A fórmula para calcular o número de linhas da matriz de potências, todas as possibilidades de combinação de valores é

$$N^* = \frac{(n + D)!}{n!D!} \quad (5.21)$$

onde n é o grau máximo desejado e D é o número de variáveis.

5.5 Conclusão

Este capítulo apresenta a teoria referente a pseudoinversa de Moore-Penrose utilizada na modelagem proposta neste trabalho. Algumas propriedades são explicadas, um caso unidimensional é exemplificado e o conceito de matriz de potências é introduzido. Apresentando assim os desdobramentos necessários para o caso multidimensional da modelagem da MRV apresentado no próximo capítulo.

Algoritmo 1 Matriz de potências Escreve em *pows* os *n*-graus polinomiais para *D* variáveis.

Entrada: $n > 0 \wedge D > 0$

```

1:  $q \leftarrow 0$ 
2:  $ipow \leftarrow \{0, 0, \dots, 0\}$  (garantir comprimento:v)
3:  $pows[q][\dots] \leftarrow ipow$ 
4:  $q \leftarrow q + 1$ 
5: para  $p \leftarrow 1$  até  $n$  faça
6:    $ipow \leftarrow particaointeira(p, D)$ 
7:    $r \leftarrow 0$ 
8:   para  $i \leftarrow 0$  até  $ipow.size() - 1$  faça
9:      $aux \leftarrow ipow[i][\dots]$ 
10:     $pwall[r][\dots] \leftarrow aux$ 
11:     $r \leftarrow r + 1$ 
12:    enquanto ainda há uma permutação válida para aux faça
13:       $pwall[r][\dots] \leftarrow proxima\ permutacao(aux)$ 
14:       $r \leftarrow r + 1$ 
15:    fim enquanto
16:  fim para
17:  para  $i \leftarrow 0$  até  $r - 1$  faça
18:     $pows[q + 1][\dots] \leftarrow pwall[i][\dots]$ 
19:  fim para
20:   $q \leftarrow q + r$ 
21: fim para

```

Tabela 5.3 – Exemplos de matriz de potência com 3 variáveis, graus polinomiais variando de 0 a 3 e soma máxima igual a 3.

Matriz de potência		
0	0	0
1	0	0
2	0	0
3	0	0
0	1	0
1	1	0
2	1	0
0	2	0
1	2	0
0	3	0
0	0	1
1	0	1
2	0	1
0	1	1
1	1	1
0	2	1
0	0	2
1	0	2
0	1	2
0	0	3

Modelagem Pseudoinversa proposta

6.1 Introdução

Ao longo deste trabalho foi apresentado as principais características da MRV no Capítulo 2 e os procedimentos de projeto tradicionais no Capítulo 3. Já no Capítulo 4 foi apresentado a influência de uma série de parâmetros geométricos da MRV no torque de saída da máquina e fluxo concatenado produzido por fase para um MoRV 6/4 e um MoRV 8/6. Os resultados apresentados mostram que alguns parâmetros tem forte influência sobre a forma do torque e outros sobre o valor do torque, um dos motivos que justificam a modelagem da MRV.

Um modelo é uma representação matemática de um sistema físico, biológico ou de dados. Modelos são essenciais para entender corretamente, prever e controlar o comportamento de um sistema (PERETTA, 2015). A modelagem é responsável por estabelecer conexões e interações entre as partes independentes e dependentes de um sistema, detectando alguma lei física subjacente que seja obedecida pelo sistema (PERETTA, 2015).

A abordagem clássica para a modelagem de sistemas é aplicar técnicas de regressão de algum tipo em um conjunto de medidas para recuperar uma função matemática que poderia explicar esse conjunto de dados (PERETTA, 2015). Geralmente, isso pode ser feito usando duas abordagens, interpolação e ajuste de curvas. O primeiro determina funções que passam exatamente por todos os pontos, e o segundo funções que são um "bom ajuste" para os pontos, mas que não necessariamente passam por eles (GRIFFITHS; SMITH, 1991). Em alguns casos, os dados podem ter precisão/confiabilidade/incerteza diferentes e é necessário usar o método dos mínimos quadrados ponderados para processar esses dados (YANG et al., 2005). Existem várias técnicas para interpolação e ajuste de curvas que são detalhadas em livros sobre métodos numéricos como (YANG et al., 2005; GRIFFITHS; SMITH, 1991).

Esse trabalho propõe a modelagem da MRV com base em seus parâmetros geométricos, utilizando para isso simulações de elementos finitos para obtenção dos dados e a

pseudoinversa de Moore-Penrose para calcular os coeficientes do modelo. Este capítulo apresenta o método proposto, seus detalhes e aplicação para a modelagem do MoRV 6/4 e 8/6. O modelo PI gerado será comparado à um modelo gerado a partir de Rede Neural Artificial (RNA), um método reconhecidamente eficiente e preciso para modelagem de sistemas, dessa maneira procura-se validar e comprovar a capacidade do método de modelagem proposto. Ao final, a capacidade de predição dos modelos gerados será avaliada através de um novo conjunto de testes aleatórios.

6.2 Modelo PI proposto

O método proposto para a modelagem da MRV se baseia na determinação de uma função matemática que explique o comportamento de um conjunto finito de dados obtidos através de experimentos. O primeiro passo é determinar as variáveis e como elas serão organizadas para cobrir o domínio do problema e fornecer um bom modelo. A partir disso, um problema do tipo $Ax = b$ é caracterizado e os coeficientes do modelo podem ser obtidos.

Os coeficientes do modelo podem ser facilmente obtidos através da resolução do sistema linear do tipo $Ax = b$. A escolha do grau polinomial deve ser baseada em uma análise prévia dos dados, no número de variáveis independentes e no número de amostras ou medições disponíveis, prestando atenção ao comportamento do erro e aos limites da computação numérica. Para a resolução deste sistema e cálculo dos coeficientes a matriz pseudoinversa de Moore-Penrose (A^\dagger) será utilizada, uma vez que a matriz de dados gerada pode ser singular e/ou retangular e que a PI garante que o resultado obtido é único e a melhor aproximação da solução em relação à norma euclidiana.

Para estabelecer um modelo, a primeira coisa a fazer é selecionar quais variáveis serão analisadas e qual grandeza de saída será modelada. Assim, a quantidade e distribuição de pontos necessários para representar o modelo podem ser definidas e os dados obtidos. Um modelo deve ser determinado para cada grandeza de saída. Com as variáveis definidas, é possível obter a matriz de potências conforme o processo apresentado no Algoritmo 1. A matriz de potências juntamente com a matriz de variáveis formarão a chamada matriz base \mathfrak{B} . Como o vetor *Grandeza* foi determinado na etapa de simulação de elementos finitos e com a matriz \mathfrak{B} definida, a pseudoinversa de Moore-Penrose pode ser usada para obter os coeficientes e a função do modelo PI pode ser determinada. Assim, ao aplicar a função modelo ao banco de dados, os valores podem ser comparados com os valores medidos, gerando métricas de avaliação e comparação, como o erro médio quadrático e resíduo R , definido na equação 5.14.

A Figura 6.1 apresenta o fluxograma da modelagem proposta.

Para a construção da matriz \mathfrak{B} deve-se, primeiramente, determinar quantas variáveis

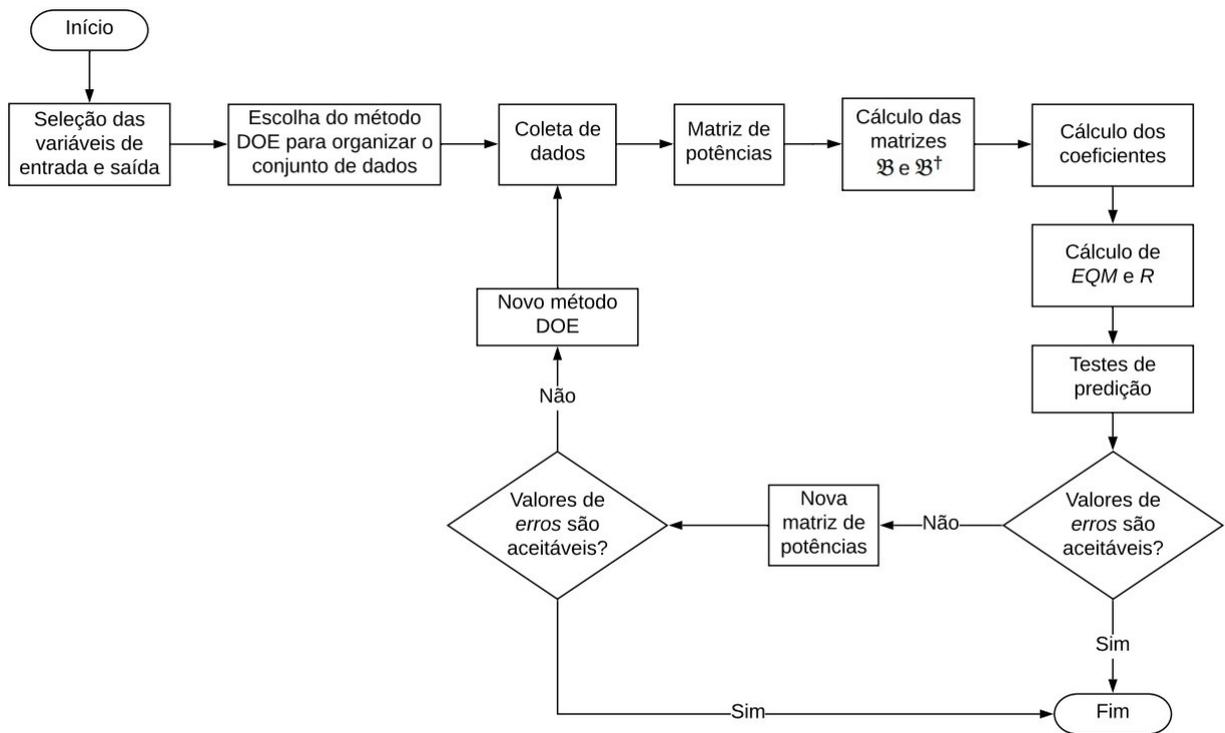


Figura 6.1 – Fluxograma da abordagem proposta.

serão utilizadas na modelagem. Para isso, o estudo de sensibilidade às dimensões apresentado no Capítulo 4 é de suma importância, pois permite reduzir o número de variáveis do modelo. Depois disso, é necessário saber quantos valores de cada variável serão analisados. Para determinar um modelo de um sistema, é necessário conhecer as condições de contorno de seu domínio, ou seja, determinar o valor mínimo e máximo para cada variável. Logo, a recomendação inicial é usar dois níveis para cada variável e aumentar esse número de acordo com o comportamento do sistema. No entanto, o uso de apenas dois níveis limita a capacidade do modelo de obter boas aproximações para novos valores e, no caso da MRV, principalmente, a não linearidade da máquina acentua ainda mais esse problema.

A maneira mais simples de determinar a matriz variável é usar o planejamento fatorial completo para organizar os pontos no banco de dados. Em um planejamento fatorial completo o número de linhas na matriz pode ser determinado por v^D , onde D é o número de variáveis e v o número de níveis usados para cada variável.

A matriz de potências P será determinada de acordo com o número de variáveis (D), o grau polinomial pré-determinado (n) e a soma máxima dos graus para cada linha. Como essas características são conhecidas apenas durante a execução e são específicas para cada aplicação, neste trabalho seus valores serão determinados por meio de observação empírica. Por exemplo, um problema com 3 variáveis ($D = 3$) e 3 níveis ($v = 3$), terá grau máximo igual a $v - 1 = 2$ e pode ter soma máxima igual a 3 (caso $x^0 + x^1 + x^2$), para

essas condições a matriz de potências terá 17 linhas e 3 colunas. No entanto, dependendo do problema, a soma máxima igual a 2 pode ser utilizada, assim a matriz de potências terá 10 linhas 3 colunas e o custo computacional da modelagem será reduzido.

A matriz \mathfrak{B} é, então, obtida através da equação 6.1, onde q é o número de linhas da matriz Var , D o número de variáveis e s o número de linhas da matriz potências.

$$\mathfrak{B} = \left(\prod_{k=1}^D (Var_{ik})^{P_{jk}} \right)_{q \times s}, \quad (6.1)$$

isto é,

$$\begin{bmatrix} \prod_{k=1}^D (var_{1k})^{p_{1k}} & \cdots & \prod_{k=1}^D (var_{1k})^{p_{sk}} \\ \vdots & \prod_{k=1}^D (var_{ik})^{p_{jk}} & \vdots \\ \prod_{k=1}^D (var_{qk})^{p_{1k}} & \cdots & \prod_{k=1}^D (var_{qk})^{p_{sk}} \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

Os coeficientes do modelo são obtidos através do uso da pseudoinversa para solucionar o seguinte sistema

$$Coeficientes = \mathfrak{B}^\dagger \cdot Saida \quad (6.3)$$

Assim, o modelo é definido e é possível calcular o valor de saída para um novo conjunto de valores de variáveis (X) através da equação 6.4.

$$Saida' = \sum_{u=1}^s \left(Coeficientes_{s_u} \cdot \prod_{k=1}^D (X_{1k})^{p_{uk}} \right) \quad (6.4)$$

Exemplo numérico

Se $[x, y, z]$ são as três variáveis de um problema, cada um assume valor alto e baixo (dois níveis), a matriz das variáveis Var para um experimento fatorial completo terá $2^3 = 8$ linhas. T é a saída do experimento. Os valores de $[x, y, z]$ e os valores de resposta do experimento são mostrados na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 – Matriz de variáveis (Var) para para um exemplo fatorial completo 2^3 .

x	y	z	T
-1	-1	-1	-3
1	-1	-1	0
-1	1	-1	-1
1	1	-1	2
-1	-1	1	-1
1	-1	1	2
-1	1	1	1
1	1	1	6

Um problema com 3 variáveis e dois níveis ($v = 2$), terá um grau máximo igual a $v - 1 = 1$ e pode ter uma soma máxima igual a 2 e 3, essa é uma escolha do usuário. Com soma máxima igual a 2, a matriz de potência terá 7 linhas e 3 colunas e com soma

máxima igual a 3, a matriz P terá 8 linhas e 3 colunas. Como a diferença é pequena, escolhemos para este exemplo a soma máxima igual a 3. Com os dados da Tabela 6.1 e a matriz de potência, a matriz \mathfrak{B} é calculada através da equação 6.1.

Tabela 6.2 – Matriz de potências, matriz \mathfrak{B} e valores dos coeficientes para o exemplo.

Matriz de potência	Matriz \mathfrak{B}	Coeficientes
0 0 0	1 -1 -1 1 -1 1 1 -1	0.75
1 0 0	1 1 -1 -1 -1 -1 1 1	1.75
0 1 0	1 -1 1 -1 -1 1 -1 1	1.25
1 1 0	1 1 1 1 -1 -1 -1 -1	0.25
0 0 1	1 -1 -1 1 1 -1 -1 1	1.25
1 0 1	1 1 -1 -1 1 1 -1 -1	0.25
0 1 1	1 -1 1 -1 1 -1 1 -1	0.25
1 1 1	1 1 1 1 1 1 1 1	0.25

Os coeficientes são obtidos usando a equação 6.3. A matriz de potência, matriz \mathfrak{B} e os coeficientes calculados para este exemplo são mostrados na Tabela 6.2. Para este modelo, o valor do erro quadrático médio (EQM) e do resíduo médio (R) são iguais a 0,00 e 1,00, respectivamente. O cálculo detalhado de \mathfrak{B} é apresentado abaixo na equação 6.5.

$$\mathfrak{B} = \begin{bmatrix} (-1^0)(-1^0)(-1^0) & (-1^1)(-1^0)(-1^0) & \dots & (-1^0)(-1^1)(-1^1) & (-1^1)(-1^1)(-1^1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ (1^0)(1^0)(-1^0) & (1^1)(1^0)(-1^0) & \dots & (1^0)(1^1)(-1^1) & (1^1)(1^1)(1^1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ (1^0)(1^0)(1^0) & (1^1)(1^0)(1^0) & \dots & (1^0)(1^1)(1^1) & (1^1)(1^1)(1^1) \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

Através da equação 6.5 e Tabela 6.2, é fácil concluir que a matriz de potência com soma máxima igual a 2 e 7 linhas não teria a oitava linha da matriz P na Tabela 6.2, cuja soma é igual a 3. Portanto, para esta matriz P a matriz \mathfrak{B} não teria a oitava coluna e teríamos um vetor coeficiente com as 7 primeiras linhas mostradas na Tabela 6.2. Este modelo teria $EQM = 0,0625$ e $R = 1,00$, mostrando menos precisão do que o modelo definido inicialmente.

6.3 Considerações sobre o modelo da MRV

O desempenho da MRV depende fortemente do seu projeto e controle, o que permite uma ondulação reduzida no torque e características aprimoradas de torque-velocidade (SOMESAN; PADURARIU; VIOREL, 2013). Para estudos anteriores a construção da máquina, o desempenho da MRV deve ser calculado por meio de algum tipo de modelagem, como calculos analíticos, simulações de elementos finitos ou outros. A análise de

desempenho da MRV requer as dimensões das lâminas do rotor e do estator, detalhes dos enrolamentos, número de polos e arcos polares (KRISHNAN, 2001). A modelagem proposta neste trabalho é baseada nas dimensões geométricas da MRV e as dimensões escolhidas são baseadas nos estudos de sensibilidade e efeitos realizados no Capítulo 4.

Os resultados apresentados mostram que as dimensões afetam o desempenho de cada topologia de diferentes maneiras e em diferentes magnitudes, há dimensões com alto impacto e dimensões com pequena influência nos parâmetros analisados, logo utilizá-las nesta etapa significa um aumento expressivo no custo computacional. Dessa forma, como a variável escolhida para modelagem é o torque médio, optou-se por excluir da modelagem as dimensões com menor influência no valor médio do torque para o MoRV 6/4 e MoRV 8/6. A partir das Figuras 4.17 e 4.19, observa-se como as dimensões afetam diferentemente cada máquina, e entre as três dimensões menos significativas o diâmetro externo (D_0) é a única que coincide para as duas MRVs. Logo, optou-se por excluir da modelagem apenas o diâmetro externo (D_0), que é o parâmetro com menor efeito para ambas as máquinas. Assim, a modelagem apresentada para o torque médio contemplará sete (7) variáveis - β_s , β_r , c_s , c_r , D_i , g e NT .

Após escolher as variáveis de projeto, a próxima etapa na determinação de um modelo é definir o intervalo de cada uma dessas variáveis e definir um critério para organizar esses dados e conduzir os experimentos para obter as respostas. Existem vários métodos de *Design of Experiments* (DOE) bastante úteis nessas situações. O método adequado é escolhido de acordo com as características do problema.

O projeto de máquinas elétricas geralmente envolve um grande número de variáveis de projeto e, como o relacionamento entre variáveis geralmente não é linear, um experimento de três níveis é mais apropriado, pois permite uma melhor avaliação da curvatura na relação fator-resposta (MA; QU, 2015; JONES; NACHTSHEIM, 2011). Logo, a escolha do método DOE para organizar a distribuição de pontos no conjunto de dados deve levar em consideração a qualidade do modelo, em termos de precisão, predição e custo computacional.

A escolha do método baseia-se na comparação de resultados. Os métodos usados nesta etapa são o projeto de Box-Behnken (BBD) e o projeto composto central (CCD). Um modelo PI com um conjunto de dados BBD e um para o conjunto de dados CCD são gerados e, em seguida, os modelos são testados para prever valores aleatórios de resposta para 30 MRVs. O DSD utilizado no Capítulo 4, apesar do baixo número de experimentos, não apresenta bons resultados para a modelagem proposta.

BBD são uma classe de projetos de segunda ordem rotativos ou quase rotativos, baseados em projetos fatoriais incompletos de três níveis (FERREIRA et al., 2007). Os CCDs são projetos fatoriais completos ou fatoriais fracionários com pontos centrais e um grupo de pontos axiais adicionais (BEZERRA et al., 2008). Uma comparação entre o BBD e ou-

tros projetos de superfície de resposta demonstrou que o BBD é geralmente mais eficiente e econômico do que o CCD e os projetos fatoriais completos de três níveis, principalmente para um grande número de variáveis (BEZERRA et al., 2008; FERREIRA et al., 2007).

Como foram escolhidas 7 variáveis de projeto para modelagem, serão necessários apenas 62 experimentos para realizar um BBD contra 88 experimentos exigidos pelo CCD de face centrada. A matriz BBD e CCD usada para o conjunto de dados são as disponíveis no software Minitab e os detalhes da escolha do método para cada MRV são apresentados nas seções a seguir.

Para realizar todas as operações necessárias para a modelagem, foram desenvolvidos os seguintes *scripts* e funções no *Octave*:

- `geral_MRV.m`, uma função que tem como dados de entrada as variáveis e executa o desenho e a simulação de elementos finitos da MRV;
- `Dados_main.m`, este *script* utiliza a matriz variáveis, obtida através do Minitab, e a função `geral_MRV.m` para obter os resultados das simulações das MRVs e organizar os resultados em vetores, além de salvar todos os resultados em planilhas;
- `contagem.m`, essa função é responsável pela construção da matriz de potências;
- `funcaoModelo.m`, uma função responsável por realizar a operação descrita na equação 6.4;
- `GeraModelo.m`, esse *script* é responsável pelo cálculo dos coeficientes do modelo, equação 6.3, utilizando para isso a função `contagem.m` e o banco de dados resultante do *script* `Dados_main.m`. As métricas de avaliação e comparação também são obtidas por este *script*;

Todas as simulações deste trabalho foram executadas em um computador Intel Core i7 - 6500U CPU @2.60GHz, 8GB de memória RAM, rodando Windows 10 64 bits. Os conjuntos de dados BBD e CCD serão utilizados para treinar redes neurais artificiais (RNA) e definir modelos para o MoRV 6/4 e MoRV 8/6. Os resultados serão comparados com os modelos definidos pela pseudoinversa para provar a versatilidade da modelagem proposta.

6.3.1 Modelagem Rede Neural Artificial

Com a finalidade de validar e comprovar a capacidade da modelagem PI proposta para a MRV nesse trabalho, seus resultados e sua performance serão comparadas à modelagem gerada a partir da Rede Neural Artificial (RNA), um método reconhecidamente eficiente, preciso e muito utilizado para modelagem de sistemas.

A Rede Neural Artificial (RNA) pode ser usada como uma alternativa à modelagem baseada em regressão polinomial. A RNA é capaz de modelar qualquer função não linear contínua desde que receba dados de treinamento adequados (MARAN et al., 2013; BURDEN; WINKLER, 2008). RNAs podem ser desenvolvidas e usadas para reconhecimento de padrões, compactação de imagens, previsão de mercado de ações, remédios, ruídos eletrônicos, segurança, predição, otimização, memória associativa e controle, etc. A maioria dessas aplicações usa redes com centenas de neurônios distribuídos em várias camadas e treinados com algum tipo de algoritmo de retropropagação.

Os dados de entrada e os valores objetivo correspondentes formam um conjunto de dados que são usados para treinar a rede até que ela possa associar os dados de entrada aos dados de objetivo específicos (BAJEC; ZIDARIC; MILJAVEC, 2011). O algoritmo de retropropagação tenta minimizar a diferença entre as saídas desejadas e as saídas obtidas pela rede neural, atualizando os pesos para diminuir o erro. Redes multicamadas adequadamente treinadas tendem a dar respostas razoáveis quando são apresentados a entradas desconhecidas (BEALE; DEMUTH, 2010). Essa propriedade de generalização permite obter bons resultados com um conjunto de dados de treinamento reduzido, sem todas as combinações possíveis de entrada/saída. No entanto, eles enfrentam algumas desvantagens, como sobreajuste (*overfitting*), sobre-treinamento (*overtraining*) e podem perder sua capacidade de prever bem, a validação dos modelos pode ser problemática e a otimização da arquitetura de rede às vezes consome tempo (BURDEN; WINKLER, 2008).

Para superar a questão do excesso de ajustes nas RNAs, algumas técnicas de regularização podem ser empregadas, como a regularização de Levenberg-Marquardt e Bayesian. Levenberg-Marquardt foi desenvolvido especialmente para uma convergência mais rápida nos algoritmos de retropropagação (KAYRI, 2016). A regularização Bayesian tem uma função objetivo que inclui a soma residual de quadrados e a soma de pesos quadrados para minimizar os erros de estimativa e obter um bom modelo generalizado (KAYRI, 2016).

Neste trabalho, o *Matlab R2018a* com a *toolbox* de Rede Neural (BEALE; DEMUTH, 2010) foi usado para programar a RNA. O algoritmo de treinamento escolhido foi a regularização Bayesian, pois mostra melhores habilidades de previsão e oferece modelos robustos (KAYRI, 2016). A estrutura da RNA é mostrada na Figura 6.2 e possui sete neurônios na camada de entrada, dez na camada oculta e um na camada de saída.

6.4 Resultados principais

6.4.1 Modelagem do MoRV 6/4

Nesta seção, apresenta-se detalhes da implementação da modelagem do MoRV 6/4. A saída escolhida para a modelagem é o torque médio do MoRV e seu valor será obtido

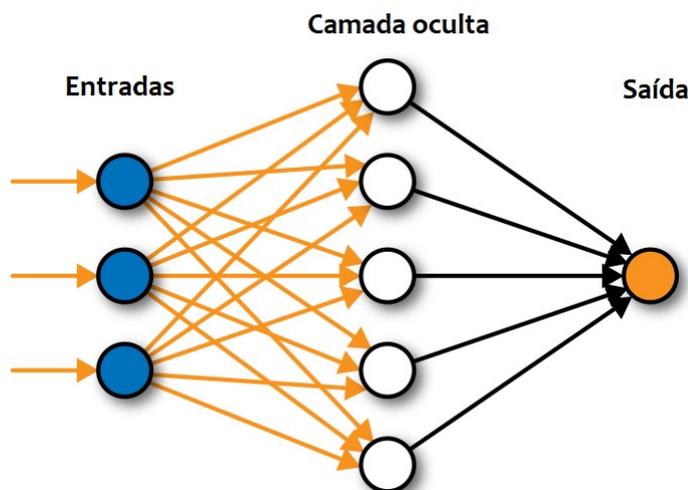


Figura 6.2 – Estrutura da rede neural artificial.

por meio de simulações de elementos finitos realizadas no software FEMM 4.2 (Finite Element Method Magnetics) em paralelo com o *Octave*. Um script foi desenvolvido no *Octave* para executar a simulação de elementos finitos de forma automática, recebendo as dimensões da máquina, fazendo o desenho do estator, rotor e bobinas e o processamento de dados. Determinadas quais as variáveis utilizadas para a modelagem, este programa foi executado para obter as grandezas de desempenho desejados.

As variáveis analisadas neste trabalho são β_s , β_r , c_s , c_r , D_i , g e NT , totalizando sete variáveis. Os motivos de escolha destas variáveis já foram apresentados e fundamentados. As matrizes BBD e CCD usadas para o banco de dados são as disponíveis no software Minitab e os níveis de cada variável de projeto para a modelagem do MoRV 6/4 são apresentados na Tabela 6.3. A culatra do estator e do rotor são dados em termos da largura do polo do estator.

Tabela 6.3 – Níveis de variáveis selecionadas para o modelo do MoRV 6/4.

Variáveis	Unidade	Níveis		
		-1	0	1
β_s	grau	30	37,5	45
β_r	grau	30	37,5	45
c_s	mm	0,50	0,75	1,00
c_r	mm	0,50	0,625	0,75
D_i	mm	82	91,1	100,2
g	mm	0,3	0,4	0,5
NT	unidades	56	62	68

Assim, através do Minitab uma matriz com 62 linhas e 7 colunas é construída pelo BBD e uma matriz com 88 linhas é construída pelo CCD, essas matrizes contém os dados dos motores que serão utilizados para construir os bancos de dados da modelagem. Antes da execução das simulações de elementos finitos deve ser escolhido quais serão as grandezas

de saída, um modelo deve ser determinado para cada uma. A grandeza escolhida para modelagem nesse trabalho é o torque médio e seu valor será obtido através de simulações de elementos finitos.

O *script* `Dados_main.m` executa as simulações de elementos finitos dos motores do conjunto de dados. As simulações de elementos finitos são realizadas através do *software* FEMM, um programa amplo, simples e gratuito, que faz simulações de elementos finitos em duas dimensões e fornece inúmeros resultados, tanto gráficos como numéricos. Para calcular o valor do torque médio é necessário determinar o valor do fluxo concatenado para as posições alinhada e desalinhada para vários valores de corrente até o valor nominal da corrente, assim a co-energia será calculada através da integração trapezoidal pelo Octave e o valor do torque médio obtido, como foi demonstrado na Seção 3.5.

A Tabela 6.4 mostra o tempo total de simulação para popular o conjunto de dados BBD e CCD e tempo médio para a simulação de um motor do MoRV 6/4. Observe, mais uma vez, que a escolha das variáveis é muito importante com relação ao custo computacional, um número elevado de variáveis pode significar dias de simulações.

Com os bancos de dados finalizados os modelos podem ser determinados. Os coeficientes do modelo PI podem ser obtidos através da equação (6.3), essa operação é realizada no *script* `GeraModelo.m`. O modelo RNA é definido a partir da *toolbox* do *Matlab*. PI-BBD e RNA-BBD são os modelos obtidos através do banco de dados gerados pelo BBD. O conjunto de dados CCD é utilizado para calcular os modelos PI-CCD e RNA-CCD. O erro quadrático médio (EQM), o resíduo médio (R) e o tempo gasto para determinar os modelos PI-BBD, PI-CCD, RNA-BBD e RNA-CCD são apresentados na Tabela 6.5. O vetor dos coeficientes dos modelos tem 36 linhas e devido à sua extensão são apresentados no Apêndice B.

Tabela 6.4 – Tempos de simulação para construção do banco de dados.

Tempo (<i>min</i>)	BBD	CCD
Total	242,0161	340,7754
Médio	3,9035	3,8725

Tabela 6.5 – Valores de erro e resíduo para o MoRV 6/4.

Modelo	EQM	R	Tempo (s)
PI-BBD	$3,13 \cdot 10^{-3}$	0,9892	0,9801
PI-CCD	$9,33 \cdot 10^{-3}$	0,9789	1,2603
RNA-BBD	$2,61 \cdot 10^{-2}$	0,9577	10,1813
RNA-CCD	$1,18 \cdot 10^{-17}$	0,9999	16,7946

De acordo com a Tabela 6.5, os modelos gerados pelo conjunto de dados BBD apresentam melhores resultados e, para finalizar o processo de escolha, os dois modelos serão usados para prever o valor do torque médio para 30 MRVs, um com todos os parâmetros

em valor alto, um com o valor baixo do intervalo e o restante gerado aleatoriamente. Os valores de torque calculados pelos modelos FEMM, PI-BBD, PI-CCD, RNA-BBD e RNA-CCD e os valores de erro em relação ao valor calculado por elementos finitos são mostrados no Apêndice C. A Tabela 6.6 mostra o valor do erro médio, desvio padrão, o valor mínimo e máximo para os testes do MoRV 6/4.

Tabela 6.6 – Resumo do erro calculado nos 30 testes para os modelos PI-BBD, PI-CCD, RNA-BBD e RNA-CCD do MoRV 6/4.

Parâmetros	PI-BBD	PI-CCD	RNA-BBD	RNA-CCD
Média ($ \text{Erro} (\%) $)	1,5819	3,4666	2,6286	2,5260
Desvio padrão (%)	1,0949	1,8678	1,9848	2,0939
Menor erro (%)	0,0088	0,0606	0,0656	$1,08 \cdot 10^{-7}$
Maior erro (%)	4,3519	6,8889	7,1955	8,5279

Os valores apresentados pela Tabela 6.6 mostram que os modelos determinados, para um mesmo conjunto de dados teste, pelo PI são mais precisos que os modelos gerados pela RNA para o cálculo do torque médio. Além disso, os modelos gerados pelo conjunto de dados BBD mostraram maior precisão na previsão do torque médio do MoRV e um tempo de simulação substancialmente menor que o conjunto de dados CCD. Portanto, com a intenção de reduzir o custo computacional sem comprometer a qualidade do modelo, os projetos Box-Behnken (BBD) são a melhor opção para organizar a matriz do conjunto de dados para os modelos PI e RNA do MoRV 6/4. A matriz de potências e o vetor coeficientes do modelo PI-BBD para o torque médio são apresentados no Apêndice B.

6.4.2 Modelagem do MoRV 8/6

Os detalhes da implementação da modelagem do MoRV 8/6 serão apresentados nesta seção. Essa modelagem seguiu os mesmos passos da modelagem anterior e serão apresentados de forma sucinta. As variáveis consideradas neste modelo são β_s , β_r , c_s , c_r , D_i , g e NT , as mesmas utilizadas no estudo anterior. Os valores utilizados para cada uma dessas variáveis são apresentados na Tabela 6.7 a seguir.

Tabela 6.7 – Níveis de variáveis selecionadas para o modelo do MoRV 8/6.

Variáveis	Unidade	Níveis		
		-1	0	1
β_s	grau	15	22,5	30
β_r	grau	15	22,5	30
c_s	mm	0,50	0,75	1,00
c_r	mm	0,50	0,625	0,75
D_i	mm	82	91,1	100,2
g	mm	0,3	0,4	0,5
NT	unidades	56	62	68

As matrizes que dão origem aos bancos de dados são construídas através do Minitab e utilizadas para o cálculo do torque médio a partir da simulação de elementos finitos. A matriz construída pelo BBD possui 62 linhas e 7 colunas e a matriz CCD 88 linhas. Essas matrizes juntamente com o valor do torque médio formarão os bancos de dados da modelagem PI e RNA. O tempo total de simulação do banco de dados e o tempo médio para cada motor são apresentados na Tabela 6.8 para os conjuntos de dados construídos.

Tabela 6.8 – Tempos de simulação para construção do banco de dados do MoRV 8/6.

Tempo (<i>min</i>)	BBD	CCD
Total	294,7212	384,0925
Médio	4,7536	4,3647

Com os bancos de dados finalizados a modelagem do MoRV 8/6 pode ser realizada. O vetor de coeficientes dos modelos PI são obtidos no *script* `GeraModelo.m` e tem 36 linhas tanto para o modelo PI-BBD quanto para o modelo PI-CCD. Os bancos de dados BBD e CCD são utilizados para o treinamento das redes neurais e assim os modelos baseados em inteligência artificial são obtidos. O erro quadrático médio (EQM), o resíduo médio (R) e o tempo gasto para determinar os modelos PI-BBD, PI-CCD, RNA-BBD e RNA-CCD para o MoRV 8/6 são apresentados na Tabela 6.9 a seguir.

Tabela 6.9 – Valores de erro e resíduo para o MoRV 8/6.

Modelo	EQM	R	Tempo (s)
PI-BBD	$7,87 \cdot 10^{-3}$	0,9904	0,9756
PI-CCD	$8,82 \cdot 10^{-3}$	0,9927	1,1927
RNA-BBD	$9,04 \cdot 10^{-16}$	0,9999	4,4106
RNA-CCD	$1,59 \cdot 10^{-18}$	0,9999	5,6582

Observando a Tabela 6.9 é possível notar que os modelos definidos possuem valores de erro quadrático médio e resíduo muito próximos e que a modelagem PI é mais rápida que a modelagem RNA, conforme esperado. Assim, para auxiliar a escolha da base dados os quatro modelos definidos serão utilizados para prever o valor do torque médio para 30 MRVs gerados de forma randômica dentro dos intervalos apresentados na Tabela 6.7. Os valores de torque médio calculados pelo FEMM, PI-BBD, PI-CCD, RNA-BBD e RNA-CCD são mostrados no Apêndice C. A Tabela 6.10 apresenta o erro médio, desvio padrão, o valor mínimo e máximo dos testes realizados para o MoRV 8/6.

Os valores de erros apresentados na Tabela 6.10 mostram que o modelo PI-BBD apresentou a melhor precisão para este conjunto de motores teste, apresentando o menor valor de erro médio. O modelo RNA-CCD apresenta erro médio levemente maior que o modelo PI-BBD, no entanto o seu tempo de simulação é 30% maior e isso inviabiliza a sua escolha. Os valores de erro do modelo PI-CCD e RNA-BBD são muito próximos, sendo o modelo definido pelo banco de dados BBD ligeiramente melhor que o modelo definido

Tabela 6.10 – Resumo do erro calculado nos 30 testes para os modelos PI-BBD, PI-CCD, RNA-BBD e RNA-CCD do MoRV 8/6.

Parâmetros	PI-BBD	PI-CCD	RNA-BBD	RNA-CCD
Média ($ \text{Erro} (\%) $)	1,4377	2,1578	1,9119	1,7638
Desvio padrão (%)	1,4223	1,7420	1,5416	1,3705
Menor erro (%)	0,1372	0,0449	0,0476	$3,93 \cdot 10^{-9}$
Maior erro (%)	6,2963	6,8611	5,4848	5,4440

pelo CCD. Assim, além do BBD possuir um custo computacional muito menor que o CCD ele também gera modelos mais precisos para a predição de torque médio do MoRV 8/6. Portanto, o banco de dados BBD é o escolhido para as próximas etapas desse estudo. A matriz de potências e o vetor coeficientes do modelo PI-BBD para o torque médio são apresentados no Apêndice B.

6.5 Verificação

Modelos são essenciais para entender corretamente, prever e controlar o comportamento de um sistema (PERETTA, 2015). Um modelo impreciso não será capaz de executar essas atividades de modo satisfatório. Logo, para atestar a eficiência dos modelos PI e RNA determinados nas seções anteriores são executados 50 testes randômicos para comparar a capacidade de predição dos modelos.

A princípio, é necessário construir uma matriz teste de motores. As dimensões destes motores serão determinadas de forma randômica utilizando a função `rand` do Matlab/Octave, que retorna um número aleatório com distribuição uniforme dentro do intervalo de cada variável determinado anteriormente. Nenhuma restrição é imposta nesta etapa, pois como o modelo foi obtido considerando todas as combinações possíveis de variáveis, espera-se que ele entregue um resultado satisfatório para qualquer combinação, mesmo que o MoRV gerada desobedeça às restrições de fabricação. O intervalo usado para as variáveis garante que é possível desenhar as laminas e simular computacionalmente o MoRV, embora algumas geometrias desobedeçam às recomendações de projeto e fabricação.

A métrica de comparação utilizada é a comparação entre o valor calculado pela função modelo e o valor obtido através da simulação de elementos no FEMM. Para executar os testes e calcular o erro foi implementado um *script* chamado `TesteModelo.m`. A Tabela D.1, no Apêndice D, apresenta os motores 6/4 testados e o respectivo valor de erro. A Figura 6.3 mostra graficamente os valores do torque médio obtidos pelo FEMM e pelos modelos PI e RNA para as 50 máquinas testadas. Já a Tabela D.2, no Apêndice D, mostram os detalhes do conjunto de máquinas testes do MoRV 8/6 e a Figura 6.4 ilustra graficamente os valores de T_m obtidos pelos modelos.

A Tabela 6.11 apresenta o erro médio, o desvio padrão, o valor mínimo e o valor

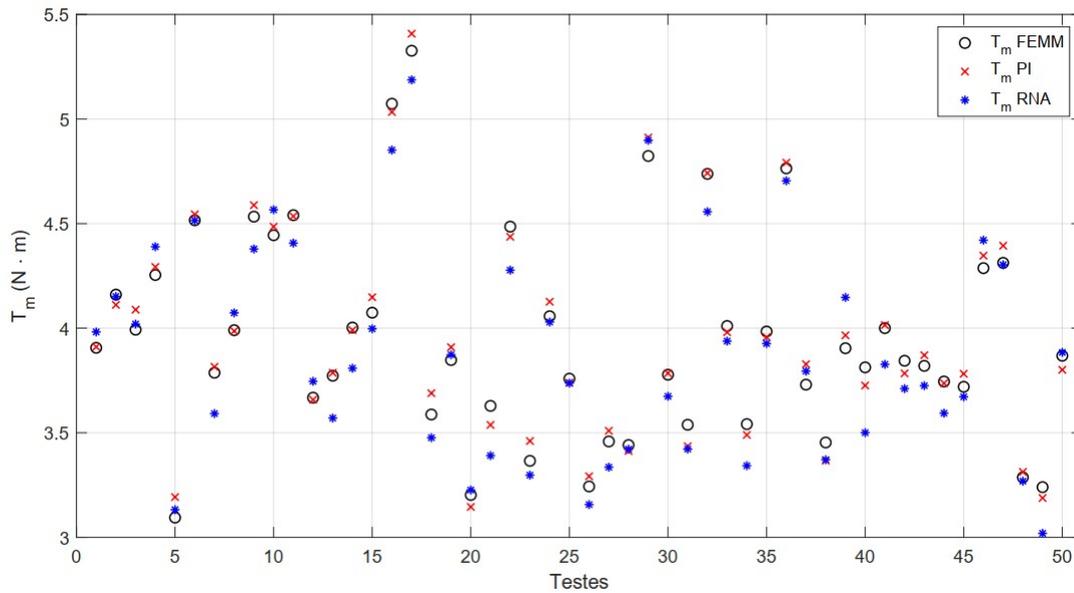


Figura 6.3 – Teste de predição de T_m dos modelos PI e RNA para 50 MRVs 6/4.

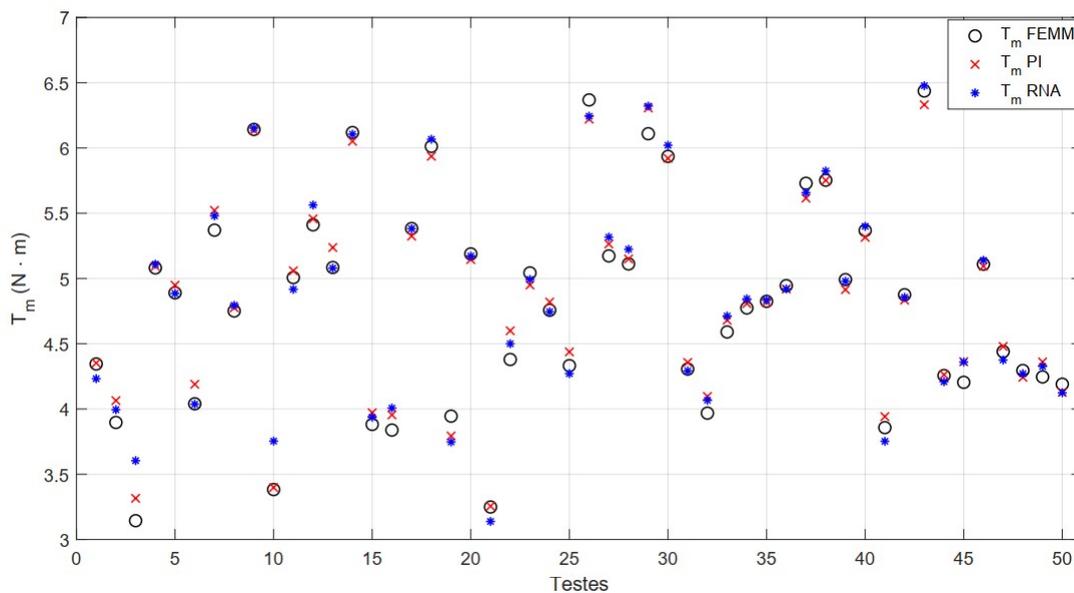


Figura 6.4 – Teste de predição de T_m dos modelos PI e RNA para 50 MRVs 8/6.

máximo do erro para os testes dos MoRV 6/4 e 8/6. Os resultados mostraram a pseudoinversa tem uma capacidade de modelagem maior que a RNA para o torque médio tanto para o MoRV 6/4 quanto para o MoRV 8/6. Ainda assim, os resultados apresentados pela modelagem RNA são bons e mostram que ambos os modelos têm uma alta capacidade de generalização, mesmo usando um banco de dados de treinamento reduzido. Outra vantagem apresentada pelo modelo PI é que seu tempo de cálculo é muito baixo, uma vez que consiste em um cálculo de uma única etapa, diferente da RNA que requer um grande número de cálculos iterativos.

Tabela 6.11 – Resumo do erro calculado nos 50 testes para o MoRV 6/4 e MoRV 8/6.

Parâmetro	MoRV 6/4		MoRV 8/6	
	PI	RNA	PI	RNA
Média ($ \text{Erro} (\%) $)	1,3057	2,7468	1,6789	1,9664
Desvio padrão (%)	0,848	1,9357	1,353	1,8651
Menor erro (%)	0,0805	0,023	0,0231	0,0357
Maior erro (%)	3,1746	8,1898	5,4498	8,6111

O tempo médio gasto para calcular o valor do torque médio para cada motor testado é de 0,0011 *s*, enquanto que o tempo médio para a simulação de elementos finitos, apresentado nas Tabela 6.4 e 6.8, é em média 4,5 *min*. Considerando o tempo necessário para obter a função modelo apresentado nas Tabelas 6.5 e 6.9, o tempo necessário para modelar o MoRV foi consideravelmente baixo, uma vez que o banco de dados é, geralmente, necessário para outras técnicas de modelagem.

6.6 Conclusão

Neste capítulo foi apresentada a modelagem pseudoinversa proposta para a MRV e seus resultados. Inicialmente a modelagem PI foi apresentada de forma geral e através de um exemplo numérico para facilitar sua compreensão. A modelagem PI proposta pode ser aplicada a qualquer sistema desde que seja possível obter dados experimentais do mesmo, e essa é uma das principais contribuições deste trabalho.

A seguir são apresentadas as considerações sobre a modelagem do MoRV 6/4 e 8/6. A saída escolhida para a modelagem foi o torque médio e as variáveis de entrada são as 7 dimensões da máquina com maior impacto sobre o torque conforme os resultados apresentados no Capítulo 4. Como se trata de um número razoável de variáveis e o modelo PI é gerado a partir de uma única iteração, foi necessário realizar alguns testes de modo a garantir a qualidade do conjunto de dados e um reduzido número de experimentos. Escolhido o conjunto de dados para ambas as máquinas foi realizado um conjunto de testes aleatórios para atestar a robustez do modelo PI obtido.

Os resultados obtidos comprovam a qualidade do modelo definido para o torque médio. Os valores de erro são baixos e menores que os obtidos pelo modelo RNA, se aproximando mais do valor real calculado pelo MEF. Além disso, o tempo necessário para obter o modelo PI e para o cálculo do torque médio é muito pequeno, o que torna a modelagem PI ainda mais atrativa. Portanto, a robustez e capacidade de generalização do modelo PI foram comprovadas pelos resultados apresentados neste capítulo.

Conclusões

7.1 Considerações gerais

Este documento apresenta uma proposta para a modelagem da máquina de relutância variável, detalha seu projeto e analisa a sensibilidade de seu desempenho à variação das dimensões físicas. Inicialmente, o estudo da MRV foi contextualizado e justificado no capítulo introdutório. O Capítulo 2 prioriza o estudo teórico da MRV, apresentando o princípio de operação básico e as expressões matemáticas que descrevem seu funcionamento. Além disso, a relação do perfil de indutância com a produção de torque e modo de operação do motor é elucidado e as vantagens e desvantagens da MRV são elencadas. O estado atual, aplicações e perspectivas para a MRV são apresentados.

A seguir, no Capítulo 3, é apresentada uma metodologia efetiva e direta para o projeto da MRV, detalhando os intervalos de escolha das dimensões e como essa escolha é feita, muitas vezes, de forma subjetiva e empírica. Esse fato justifica o estudo apresentado no Capítulo 4, que se dedica a mostrar a influência das dimensões no desempenho da MRV. Para isso duas topologias diferentes de MRV são escolhidas, um MV 6/4 de três fases e um MV 8/6 de quatro fases. Oito dimensões dessas máquinas foram variadas de acordo com seus limites inferior e superior, calculados a partir do apresentado no Capítulo 3. São apresentados os gráficos de torque e fluxo concatenado para uma fase da máquina, o valor do torque médio obtido e saturação/densidade de fluxo através de simulações de elementos finitos. A partir dos gráficos pode-se observar que o desempenho da máquina é sensível à variação das dimensões, mas em proporções e maneiras diferentes, isso justifica a segunda parte dos resultados do capítulo, que é uma análise dimensional de efeitos dos parâmetros na performance da MRV. Para isso, utilizamos o projeto de triagem definitiva (DSD), uma classe de planejamento de experimentos que permite analisar os efeitos de cada fator com um número reduzido de simulações. O impacto das oito dimensões no valor do torque médio e das perdas nas MRVs são analisados, os experimentos foram realizados através de simulações de elementos finitos e a análise foi realizada por software

estatístico.

O Capítulo 4 mostra através de resultados práticos que as dimensões afetam o desempenho de cada topologia de MRV de diferentes maneiras e magnitudes, há dimensões com alto impacto e dimensões com pequena influência nos parâmetros analisados. As três dimensões com maior impacto sobre o valor do torque médio são o número de espiras, o arco polar do rotor e o entreferro, no entanto a ordem de importância e magnitude são diferentes para o MoRV 6/4 e MoRV 8/6. Os parâmetros com maior impacto sobre o valor das perdas são o número de espiras e o diâmetro externo, tanto para o MoRV 6/4 quanto para o MoRV 8/6, e devem ser escolhidos cuidadosamente pois podem comprometer o rendimento da máquina. Esses resultados mostram que mudanças nas dimensões devem ser feitas com cuidado e que o estudo apresentado no Capítulo 4 complementa os procedimentos de projeto apresentados no Capítulo 3. Os resultados deste estudo são uma ferramenta importante para o projetista, pois permite relacionar os efeitos das dimensões geométricas às equações analíticas do projeto através de gráficos e determinar como e quanto cada parâmetro afeta as respostas do MoRV. Este estudo permite, além do entendimento da influência dos parâmetros no desempenho, a redução de parâmetros e a simplificação da modelagem, reduzindo também seu custo computacional.

O Capítulo 5 apresenta a teoria referente a modelagem proposta para a MRV, as principais características da pseudoinversa de Moore-Penrose, exemplificando um caso unidimensional e apresentando as adaptações para um caso multivariado. A modelagem proposta para a MRV é apresentada detalhadamente e exemplificada no Capítulo 6. O desempenho do MoRV, em específico o valor do torque médio, é modelado em relação às dimensões geométricas da máquina usando dados empíricos obtidos através da simulação de elementos finitos. Nesta etapa, os resultados apresentados no Capítulo 4 justificam a exclusão de uma variável, o diâmetro externo, que apresenta baixa influência sobre o valor do torque médio. Como o modelo PI é gerado a partir de uma única iteração, a escolha do conjunto de dados é muito importante para a qualidade do modelo. Dois tipos de planejamento de experimentos foram testados para a organização do conjunto de dados, o projeto de Box-Behnken e o projeto composto central. Para escolher o método apropriado, foram realizados testes com MRVs gerados aleatoriamente e o conjunto de dados escolhido foi o BBD para ambas as máquinas modeladas.

Para atestar a robustez da modelagem PI, seu desempenho é comparado ao modelo gerado por rede neural artificial, uma poderosa ferramenta de modelagem massivamente utilizada na ciência. Os modelos PI e RNA são obtidos a partir do mesmo conjunto de dados e comparados em termos de capacidade de predição para o conjunto de testes da MRV, isto é, a finalidade é determinar qual modelo mais se aproxima do valor real de torque médio, obtido na simulação de elementos finitos. O conjunto de testes da MRV é definido aleatoriamente dentro do intervalo de dimensões geométricas definidas inicialmente. Os resultados apresentados mostram que o modelo PI para predição de

torque médio é mais robusto que o modelo RNA, apresentando menores valores de erro em relação ao valor calculado pelo FEMM, tanto para o MoRV 6/4 quanto para o MoRV 8/6. Para o MoRV 6/4 o valor do erro médio foi igual a 1,3057% e para o MoRV 8/6 igual a 1,6789%.

Os resultados obtidos mostram que a modelagem proposta apresentou boa precisão para o cálculo do torque médio em função de 7 (sete) variáveis. Além disso, o tempo necessário para obter o modelo PI é muito pequeno, pois não inclui operações iterativas como o treinamento executado no modelo RNA e outros. Destaca-se que o tempo gasto para calcular o valor do torque médio de uma MRV através do modelo determinado é de 0,0011 s enquanto que o tempo gasto para determinar a mesma variável através da simulação de elementos finitos é, em média, 4,5 *min*. Assim, fica comprovado que a modelagem proposta tem potencial para ser utilizada em outros estudos da máquina de relutância variável, alguns deles sugeridos na próxima seção.

Portanto, a modelagem PI proposta nesse trabalho usada em conjunto com o método DOE é uma ferramenta poderosa para modelagem, especialmente quando existe um número elevado de variáveis, pois permite obter modelos precisos com baixo custo computacional, uma vez que a PI é muito rápida e um método como BBD reduz substancialmente o conjunto de dados. A modelagem PI proposta pode ser usada para outros estudos sobre a máquina de relutância variável, incluindo mais parâmetros e modelando outras características da máquina, como ondulação de torque, vibrações e ruído acústico. No entanto, a aplicação da modelagem PI não se limita à MRV e pode ser aplicada a qualquer sistema.

A modelagem da MRV pode ser expandida ao usarmos a modelagem PI proposta para determinar modelos/funções de outras variáveis da máquina. Dessa maneira a otimização multiobjetivo da MRV seria feita rapidamente. No entanto, isso teria um custo computacional elevado devido a dificuldade para redução de variáveis uma vez que os resultados apresentados pela análise dimensional de efeitos mostra como as variáveis impactam de maneiras diferentes as respostas da máquina. Assim, destaca-se a importância do conhecimento de como cada variável impacta o desempenho da máquina para a tomada de decisões de modo a reduzir os custos e otimizar os projetos de máquinas de relutância variável.

Logo, as principais contribuições desse trabalho são o estudo de influência e análise dimensional de efeitos dos parâmetros no desempenho de duas topologias diferentes de MRV e a modelagem pseudoinversa apresentada e comprovada como uma poderosa ferramenta de modelagem de sistemas. O primeiro traz resultados fundamentais para respaldar escolhas feitas na etapa de projeto da MRV e pode simplificar a modelagem da MRV ao permitir a retirada de variáveis com baixo impacto na variável modelada. A modelagem PI, por sua vez, quando vinculada a um conjunto de dados adequado fornece ótimos

resultados de maneira rápida e com baixo custo computacional.

7.2 Sugestões para trabalhos futuros

As sugestões para trabalhos futuros relacionados com esta pesquisa são:

- ❑ Fazer a análise dimensional de efeitos para outras topologias de MRV;
- ❑ Determinar modelos para outras grandezas de saída da MRV;
- ❑ Fazer a otimização multiobjetivo do projeto da MRV através das funções modelos obtidas;
- ❑ Desenvolver o acionamento e controle da MRV;
- ❑ Fazer a análise dimensional de efeitos para as variáveis de acionamento e controle da MRV;
- ❑ Modelar a ondulação do torque da MRV;
- ❑ Reduzir a ondulação no torque com a otimização das dimensões e do acionamento;
- ❑ Aplicar a modelagem pseudoinversa proposta a outros problemas de engenharia.
- ❑ Desenvolvimento de software acadêmico a partir dos resultados apresentados neste trabalho, utilizando a modelagem proposta para determinar o desempenho e auxiliar o projeto da MRV.

Referências

AGUADO-ROJAS, M.; MAYA-ORTIZ, P.; ESPINOSA-PÉREZ, G. On-line estimation of switched reluctance motor parameters. **International Journal of Adaptive Control and Signal Processing**, Wiley, v. 32, n. 6, p. 950–966, abr. 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/acs.2877>>.

AHN, J.-W. Switched reluctance motor. In: **Torque Control**. InTech, 2011. Disponível em: <<https://doi.org/10.5772/10520>>.

ALJAISM, W. A. **Switched Reluctance Motor: Design, Simulation and Control**. Tese (Doutorado) — University of Western Sydney, 2007.

ANDRADE, D. A.; KRISHNAN, R. Characterization of switched reluctance machines using fourier series approach. In: **Conference Record of the 2001 IEEE Industry Applications Conference. 36th IAS Annual Meeting (Cat. No.01CH37248)**. [s.n.], 2001. v. 1, p. 48–54 vol.1. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/IAS.2001.955391>>.

ARKADAN, A. A.; KIELGAS, B. W. Switched reluctance motor drive systems dynamic performance prediction and experimental verification. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 9, n. 1, p. 36–44, Mar 1994. ISSN 0885-8969. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/60.282474>>.

ARUMUGAM, R. et al. Magnetic field analysis of a switched reluctance motor using a two dimensional finite element model. **IEEE Trans. Magn.**, Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 21, n. 5, p. 1883–1885, sep 1985. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/tmag.1985.1063910>>.

ARYANEZHAD, M. 85A novel designing approach to dual rotor switched reluctance motor based electric vehicles. In: **2015 30th International Power System Conference (PSC)**. [s.n.], 2015. p. 54–59. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/IPSC.2015.7827726>>.

BAJEC, P.; ZIDARIC, B.; MILJAVEC, D. Artificial neural network modeling of synchronous reluctance motor. In: **Progress In Electromagnetics Research Symposium**. [S.l.: s.n.], 2011. p. 1854–1858.

BALAJI, M.; KAMARAJ, V. Evolutionary computation based multi-objective pole shape optimization of switched reluctance machine. **International Journal of**

- Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier BV, v. 43, n. 1, p. 63–69, Dec. 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2012.05.011>>.
- BARATA, J. C. A.; HUSSEIN, M. S. The moore–penrose pseudoinverse: A tutorial review of the theory. **Brazilian Journal of Physics**, Springer Nature, v. 42, n. 1-2, p. 146–165, dec 2011. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s13538-011-0052-z>>.
- BARROS, T. A. S.; FILHO, E. R. Direct power control for switched reluctance generator in wind energy. **IEEE Latin America Transactions**, Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 13, n. 1, p. 123–128, jan 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/tla.2015.7040638>>.
- BEALE, M. T. H. M. H.; DEMUTH, H. B. **Neural Network Toolbox 7 User's Guide**. Natic, USA, 2010.
- BEN-ISRAEL, A.; GREVILLE, T. N. **Generalized Inverses: Theory and Applications (CMS Books in Mathematics)**. [S.l.]: Springer, 2003.
- BESMI, M. R. Geometry design of switched reluctance motor to reduce the torque ripple by finite element method and sensitive analysis. **Journal of Electric Power & Energy Conversion Systems**, v. 1, n. 1, p. 23–31, 2016. ISSN 2345-4830. Disponível em: <http://jepecs.shahed.ac.ir/article_67.html>.
- BEZERRA, M. A. et al. Response surface methodology (RSM) as a tool for optimization in analytical chemistry. **Talanta**, Elsevier BV, v. 76, n. 5, p. 965–977, sep 2008. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.talanta.2008.05.019>>.
- BOOS, E. **Métodos Iterativos para a Pseudo-Inversa de Moore-Penrose e Aplicações na Resolução de Sistemas Lineares**. 2015.
- BURDEN, F.; WINKLER, D. Bayesian regularization of neural networks. In: **Methods in Molecular Biology**TM. Humana Press, 2008. p. 23–42. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-1-60327-101-1_3>.
- CARDENAS, R. et al. Control of a switched reluctance generator for variable-speed wind energy applications. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 20, n. 4, p. 781–791, dec 2005. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/tec.2005.853733>>.
- CHEN, H. Implementation of a three-phase switched reluctance generator system for wind power applications. In: **2008 14th Symposium on Electromagnetic Launch Technology**. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2008. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/elt.2008.104>>.
- CHEN, H. et al. A new analytical model for switched reluctance motors. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 45, n. 8, p. 3107–3113, 2009. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/tmag.2009.2015876>>.
- CHEN, Y.; FENG, J. Efficient method for moore-penrose inverse problems involving symmetric structures based on group theory. **Journal of Computing in Civil Engineering**, American Society of Civil Engineers (ASCE), v. 28, n. 2, p. 182–190, mar 2014. Disponível em: <[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CP.1943-5487.0000266](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CP.1943-5487.0000266)>.

CHEOK, A.; ERTUGRUL, N. Computer-based automated test measurement system for determining magnetization characteristics of switched reluctance motors. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 50, n. 3, p. 690–696, jun. 2001. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/19.930441>>.

CHI, H.-P.; LIN, R.-L.; CHEN, J.-F. Simplified flux-linkage model for switched-reluctance motors. **IEE Proceedings - Electric Power Applications**, Institution of Engineering and Technology (IET), v. 152, n. 3, p. 577, 2005. Disponível em: <<https://doi.org/10.1049/ip-epa:20045207>>.

COELHO, A. et al. Experimental performance comparison between singlephase and three-phase switched reluctance generator. In: **XI Brazilian Power Electronics Conference**. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2011. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/cobep.2011.6085327>>.

COSTA, R. S. **Análise, Projeto e Construção do motor monofásico à relutância chaveado: Uma solução eficiente para cargas de potência fracionária**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2004.

de C. Teixeira, V. S. et al. Influence of the switched reluctance machines design parameters on its steady-state operation characteristics. In: **2007 International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)**. [S.l.: s.n.], 2007. p. 1455–1459.

DING, W.; LIANG, D. Least square support vector machine network-based modeling for switched reluctance starter/generator. **International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics**, IOS Press, v. 33, n. 1-2, p. 403–413, out. 2010. ISSN 1875-8800. Disponível em: <<http://doi.org/10.3233/JAE-2010-1139>>.

DONCKER, R. D.; PULLE, D. W.; VELTMAN, A. **Advanced electrical drives: analysis, modeling, control**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2011.

DRIVES&CONTROLS. **Switched reluctance motors power electric Land Rovers**. 2013. Disponível em: <http://drivesncontrols.com/news/fullstory.php/aid/3872/Switched_reluctance_motors_power_electric_Land_Rovers.html>.

DURAKOVIC, B. Design of experiments application, concepts, examples: State of the art. **Periodicals of Engineering and Natural Sciences (PEN)**, International University of Sarajevo, v. 5, n. 3, dez. 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.21533/pen.v5i3.145>>.

DURAKOVIC, B.; BASIC, H. Continuous quality improvement in textile processing by statistical process control tools: A case study of medium-sized company. **Periodicals of Engineering and Natural Sciences (PEN)**, International University of Sarajevo, v. 1, n. 1, 2013. Disponível em: <<https://doi.org/10.21533/pen.v1i1.15>>.

FAHIMI, B. et al. A new approach to model switched reluctance motor drive application to dynamic performance prediction, control and design. In: **PESC 98 Record. 29th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference (Cat. No.98CH36196)**. [s.n.], 1998. v. 2, p. 2097–2102. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/pesc.1998.703469>>.

- FAIZ, J.; PAKDELIAN, S. Finite element analysis of switched reluctance motor under dynamic eccentricity fault. In: **2006 12th International Power Electronics and Motion Control Conference**. [s.n.], 2006. p. 1042–1046. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/epepemc.2006.4778538>>.
- FERREIRA, C. et al. Design and implementation of a five horsepower switched reluctance, fuel-lube, pump motor drive for a gas turbine engine. In: **Proceedings of 1994 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition - ASPEC'94**. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 1994. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/apec.1994.316419>>.
- FERREIRA, S. et al. Box-Behnken design: An alternative for the optimization of analytical methods. **Analytica Chimica Acta**, Elsevier BV, v. 597, n. 2, p. 179–186, aug 2007. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.aca.2007.07.011>>.
- FILHO, M. J. de M. **Desenvolvimento de plataforma de acionamento digital para motor a relutância variável 8/6**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2017.
- FILHO, M. J. M. et al. Projeto de máquina a relutância variável 8/6 e impacto do ângulo do polo do rotor em seu desempenho. In: **XXI Congresso Brasileiro de Automática - CBA 2016**. [S.l.: s.n.], 2016. p. 1644–1649.
- GARUD, S. S.; KARIMI, I. A.; KRAFT, M. Design of computer experiments: A review. **Computers & Chemical Engineering**, Elsevier BV, v. 106, p. 71–95, nov. 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2017.05.010>>.
- GOBBI, R.; SAHOO, N. C.; VEJIAN, R. Experimental investigations on computer-based methods for determination of static electromagnetic characteristics of switched reluctance motors. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 57, n. 10, p. 2196–2211, out. 2008. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/tim.2008.922095>>.
- GRIFFITHS, D. V.; SMITH, I. M. **Numerical Methods for Engineers: A Programming Approach**. [S.l.]: CRC-Press, 1991. ISBN 0849386101.
- HANGAI, Y. Application of the generalized inverse to the geometrically nonlinear problems. **Solid Mech. Arch.**, v. 6, n. 1, p. 129–165, 1981.
- HAYASHI, Y.; MILLER, T. A new approach to calculating core losses in the SRM. **IEEE Transactions on Industry Applications**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 31, n. 5, p. 1039–1046, 1995. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/28.464517>>.
- HIBBERT, D. B. Experimental design in chromatography: A tutorial review. **Journal of Chromatography B**, Elsevier BV, v. 910, p. 2–13, dez. 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jchromb.2012.01.020>>.
- HOSSAIN, S. A.; HUSAIN, I. A geometry based simplified analytical model of switched reluctance machines for real-time controller implementation. In: **2002 IEEE 33rd Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference. Proceedings (Cat. No.02CH37289)**. [s.n.], 2002. v. 2, p. 839–844. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/psec.2002.1022558>>.

- HUR, J.; KIM, C.-C.; HYUN, D.-S. Modeling of switched reluctance motor using fourier series for performance analysis. **Journal of Applied Physics**, AIP Publishing, v. 93, n. 10, p. 8781–8783, may 2003. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.1556987>>.
- HUSAIN, I.; ISLAM, M. S. Design, modeling and simulation of an electric vehicle system. In: **SAE Technical Paper Series**. SAE International, 1999. Disponível em: <<https://doi.org/10.4271/1999-01-1149>>.
- IEC60072-1. **IEC 60072-1: Dimensions and output series for rotating electrical machines - Part 1: Frame numbers 56 to 400 and flange numbers 55 to 1080**. [S.l.], 1991.
- JAHAN, T.; SHARIFIAN, M. B. B.; FEYZI, M. R. Static characteristics of switched reluctance motor 6/4 by finite element analysis. **Australian Journal of Basic and Applied Sciences**, v. 5, n. 9, p. 1403–1411, 2011.
- JONES, B.; NACHTSHEIM, C. J. A class of three-level designs for definitive screening in the presence of second-order effects. **Journal of Quality Technology**, Informa UK Limited, v. 43, n. 1, p. 1–15, jan. 2011. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/00224065.2011.11917841>>.
- JURAN, J. M. **Juran's Quality Handbook**. [S.l.]: McGraw-Hill Professional, 1998. ISBN 007034003X.
- KAYRI, M. Predictive abilities of bayesian regularization and levenberg–marquardt algorithms in artificial neural networks: A comparative empirical study on social data. **Mathematical and Computational Applications**, MDPI AG, v. 21, n. 2, p. 20, may 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.3390/mca21020020>>.
- KECHROUD, A.; PAULIDES, J. J. H.; LOMONOVA, E. A. B-spline neural network approach to inverse problems in switched reluctance motor optimal design. **IEEE Transactions on Magnetics**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 47, n. 10, p. 4179–4182, oct 2011. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/TMAG.2011.2151183>>.
- KENTLI, F.; CALIK, H. Matlab-simulink modelling of 6/4 srm with static data produced using finite element method. **Acta Polytechnica Hungarica**, v. 8, n. 6, p. 23–42, 2011.
- KIYOTA, K.; CHIBA, A. Design of switched reluctance motor competitive to 60-kw ipmsm in third-generation hybrid electric vehicle. **IEEE Transactions on Industry Applications**, IEEE, v. 48, n. 6, p. 2303–2309, 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/TIA.2012.2227091>>.
- KRISHNAN, R. **Switched Reluctance Motor Drives: Modeling, Simulation, Analysis, Design, and Applications**. Boca Raton, FL: CRC Press, 2001. ISBN 0849308380.
- KRISHNAN, R.; MATERU, P. Measurement and instrumentation of a switched reluctance motor. In: **Conference Record of the IEEE Industry Applications Society Annual Meeting**. IEEE, 1989. v. 1, p. 116–121. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/ias.1989.96639>>.

- KUCUK, F. et al. Artificial neural network based torque calculation of switched reluctance motor without locking the rotor. **Journal of Applied Physics**, AIP Publishing, v. 105, n. 7, p. 07F103, apr 2009. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.3062962>>.
- LAWRENSEN, P. A brief status review of switched reluctance drives. **EPE journal**, Taylor & Francis, v. 2, n. 3, p. 133–144, 1992. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/09398368.1992.11463293>>.
- LAWRENSEN, P. J. et al. Variable-speed switched reluctance motors. **IEE Proceedings B-Electric Power Applications**, v. 127, n. 4, p. 253–265, jul. 1980. ISSN 0143-7038. Disponível em: <<https://doi.org/10.1049/ip-b:19800034>>.
- LOVATT, H. C.; STEPHENSON, J. M. Measurement of magnetic characteristics of switched-reluctance motors. In: **International Conference on Electric Machines**. [S.l.: s.n.], 1992. p. 465–469.
- LOW, T. S.; LIN, H.; CHEN, S. X. Analysis and comparison of switched reluctance motors with different physical sizes, using a 2D finite element method. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 31, n. 6, p. 3503–3505, 1995. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/20.489550>>.
- LU, W.; KEYHANI, A.; FARDOUN, A. Neural network-based modeling and parameter identification of switched reluctance motors. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 18, n. 2, p. 284–290, June 2003.
- LUO, Y.; LU, J. Geometrically non-linear force method for assemblies with infinitesimal mechanisms. **Computers & Structures**, Elsevier BV, v. 84, n. 31-32, p. 2194–2199, dec 2006. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2006.08.063>>.
- MA, C.; QU, L. Multiobjective optimization of switched reluctance motors based on design of experiments and particle swarm optimization. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 30, n. 3, p. 1144–1153, set. 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/TEC.2015.2411677>>.
- MACAUSLAND, R. **The Moore-Penrose Inverse and Least Squares**. 2014. Disponível em: <<http://buzzard.ups.edu/courses/2014spring/420projects/math420-UPS-spring-2014-macausland-pseudo-inverse.pdf>>.
- MAMEDE, A. C. F. **Projeto iterativo, simulação, análise e otimização de máquina a relutância variável monofásica**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2016.
- MAMEDE, A. C. F.; CAMACHO, J. R.; ANDRADE, D. A. Design procedures and analysis for single-phase variable reluctance motors. **The Renewable Energy & Power Quality Journal (RE&PQJ)**, n. 14, may 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.24084/repqj14.273>>.
- MAMEDE, A. C. F.; CAMACHO, J. R.; ARAUJO, R. E. Switched reluctance machine modeling through multilayer neural networks. **Renewable Energy and Power Quality Journal (RE&PQJ)**, v. 1, n. 16, p. 674–679, abr. 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.24084/repqj16.430>>.

MARAN, J. P. et al. Artificial neural network and response surface methodology modeling in mass transfer parameters predictions during osmotic dehydration of carica papaya l. **Alexandria Engineering Journal**, Elsevier BV, v. 52, n. 3, p. 507–516, sep 2013. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.aej.2013.06.007>>.

MATERU, P.; KRISHNAN, R. Estimation of switched reluctance motor losses. **IEEE Transactions on Industry Applications**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 28, n. 3, p. 668–679, 1992. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/28.137456>>.

MATVEEV, A. **Development of Methods, Algorithms and Software for Optimal Design of Switched Reluctance Drivers**. Tese (Doutorado) — Technische Universiteit Eindhoven, 2006.

MCSWIGGAN, D.; XU, L.; LITTLER, T. Modelling and control of a variable-speed switched reluctance generator based wind turbine. In: **2007 42nd International Universities Power Engineering Conference**. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2007. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/upec.2007.4468990>>.

MILLER, T. J. E.; R., J. H. J. **Switched Reluctance Motors and Their Control (Monographs in electrical and electronic engineering)**. [S.l.]: Magna Physics Pub, 1993. ISBN 1881855023.

MIRANDA, B. B. **Contribuições ao projeto do motor linear a relutância variável**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2017.

MOORE, E. H. On the reciprocal of the general algebraic matrix. **Bulletin of American Mathematical Society**, p. 394–395, 1920.

NAAYAGI, R.; KAMARAJ, V. Optimum pole arcs for switched reluctance machine with reduced ripple. In: **International Conference on Power Electronics and Drives Systems, 2005**. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2005. v. 1, p. 761–764. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/peds.2005.1619787>>.

OGAWA, K.; YAMAMURA, N.; ISHIDA, M. Study for small size wind power generating system using switched reluctance generator. In: **2006 IEEE International Conference on Industrial Technology**. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2006. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/icit.2006.372468>>.

OHYAMA, K. et al. Design using finite element analysis of switched reluctance motor for electric vehicle. In: **Information and Communication Technologies, 2006. ICTTA '06. 2nd**. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2006. v. 1, p. 727–732. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/ictta.2006.1684462>>.

PAULO, F.; SANTOS, L. Design of experiments for microencapsulation applications: A review. **Materials Science and Engineering: C**, Elsevier BV, v. 77, p. 1327–1340, ago. 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.msec.2017.03.219>>.

PENROSE, R. A generalized inverse for matrices. **Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society**, Cambridge University Press (CUP), v. 51, n. 03, p. 406–413, jul 1955. Disponível em: <<https://doi.org/10.1017/S0305004100030401>>.

PENROSE, R. On best approximate solutions of linear matrix equations. **Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society**, Cambridge University Press (CUP), v. 52, n. 01, p. 17–19, jan 1956. Disponível em: <<https://doi.org/10.1017/S0305004100030929>>.

PERETTA, I. S. **Evolution of differential models for concrete systems through Genetic Programming**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2015.

PETKOVIĆ, M. D.; STANIMIROVIĆ, P. S. Iterative method for computing the moore–penrose inverse based on penrose equations. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, Elsevier BV, v. 235, n. 6, p. 1604–1613, jan 2011. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.cam.2010.08.042>>.

PETKOVIĆ, M. D.; STANIMIROVIĆ, P. S. Two improvements of the iterative method for computing moore–penrose inverse based on penrose equations. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, Elsevier BV, v. 267, p. 61–71, sep 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.cam.2014.01.034>>.

PYRHONEN, J.; JOKINEN, T.; HRABOVCOVA, V. **Design of Rotating Electrical Machines**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2014. ISBN 0470695161.

QUARTERONI, A.; SALERI, F. **Scientific Computing with MATLAB and Octave (Texts in Computational Science and Engineering)**. [S.l.]: Springer, 2006. ISBN 354032612X.

RADUN, A. V. High-power density switched reluctance motor drive for aerospace applications. **IEEE Transactions on Industry Applications**, Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 28, n. 1, p. 113–119, 1992. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/28.120219>>.

RADUN, A. V. Design considerations for the switched reluctance motor. **IEEE Transactions on Industry Applications**, Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 31, n. 5, p. 1079–1087, 1995. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/28.464522>>.

RADUN, A. V. Analytical calculation of the switched reluctance motor's unaligned inductance. **IEEE Transactions on Magnetics**, Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 35, n. 6, p. 4473–4481, 1999. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/20.809140>>.

RADUN, A. V. Analytically computing the flux linked by a switched reluctance motor phase when the stator and rotor poles overlap. **IEEE Trans. Magn.**, Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 36, n. 4, p. 1996–2003, jul 2000. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/20.875277>>.

RAFAJDUS, P. et al. Efficiency and losses analysis in switched reluctance motors for electric vehicles. In: **2015 Intl Aegean Conference on Electrical Machines Power Electronics (ACEMP), 2015 Intl Conference on Optimization of Electrical Electronic Equipment (OPTIM) 2015 Intl Symposium on Advanced Electromechanical Motion Systems (ELECTROMOTION)**. [s.n.], 2015. p. 705–710. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/OPTIM.2015.7426966>>.

- RAHMAN, K.; SCHULZ, S. Design of high-efficiency and high-torque-density switched reluctance motor for vehicle propulsion. **IEEE Transactions on Industry Applications**, Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 38, n. 6, p. 1500–1507, nov 2002.
- RAHMAN, K. M. et al. Advantages of switched reluctance motor applications to ev and hev: design and control issues. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 36, n. 1, p. 111–121, Jan 2000. ISSN 0093-9994. Disponível em: <<http://doi.org/10.1109/28.821805>>.
- RAMAMURTHY, S. S.; SCHUPBACH, R. M.; BALDA, J. C. Artificial neural networks based models for the multiply excited switched reluctance motor. In: **APEC 2001. Sixteenth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (Cat. No.01CH37181)**. [s.n.], 2001. v. 2, p. 1109–1115. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/APEC.2001.912505>>.
- RIBA, J.-R.; GARCIA, A.; ROMERO, I. An educational tool to assist the design process of switched reluctance machines. **International Journal of Electrical Engineering & Education**, SAGE Publications, v. 54, n. 1, p. 35–56, jul. 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/0020720916659502>>.
- RILEY, C. et al. Simulation based design of reluctance motors for traction applications in hybrid and electric vehicles. In: IET. **7th IET International Conference on Power Electronics, Machines and Drives (PEMD 2014)**. 2014. p. 1–6. Disponível em: <<https://doi.org/10.1049/cp.2014.0316>>.
- S, J. E.; KUMAR, S. S.; JAYAKUMAR, J. Torque modeling of switched reluctance motor using LSSVM-DE. **Neurocomputing**, Elsevier BV, v. 211, p. 117–128, oct 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.neucom.2016.02.076>>.
- SALTELLI, A. et al. **Global Sensitivity Analysis: The Primer**. [S.l.]: Wiley-Interscience, 2008. ISBN 0470059974.
- SCHLUETER, A.; GEYER, P. Linking BIM and design of experiments to balance architectural and technical design factors for energy performance. **Automation in Construction**, Elsevier BV, v. 86, p. 33–43, fev. 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.autcon.2017.10.021>>.
- SHETH, N.; RAJAGOPAL, K. Optimum pole arcs for a switched reluctance motor for higher torque with reduced ripple. In: **2003 IEEE International Magnetics Conference (INTERMAG)**. [s.n.], 2003. p. CP–06. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/INTMAG.2003.1230356>>.
- SHETH, N. K.; RAJAGOPAL, K. R. Torque profiles of a switched reluctance motor having special pole face shapes and asymmetric stator poles. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 40, n. 4, p. 2035–2037, 2004. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/TMAG.2004.829841>>.
- SHETH, N. K.; RAJAGOPAL, K. R. Estimation of core loss in a switched reluctance motor based on actual flux variations. In: **2006 International Conference on Power Electronic, Drives and Energy Systems**. IEEE, 2006. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/PEDES.2006.344365>>.

- SIADATAN, A. et al. Thermal stability analysis of 6/4 switch reluctance motor using finite element method. In: **2016 International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM)**. [s.n.], 2016. p. 382–387. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/SPEEDAM.2016.7525809>>.
- SILVA, J. L. N. et al. Proposta de planejamento e controle de trajetória para manipuladores industriais. In: **Anais do XX Congresso Brasileiro de Automática**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 3954–3961.
- SOARES, F.; BRANCO, P. J. C. Simulation of a 6/4 switched reluctance motor based on matlab/simulink environment. **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**, v. 37, n. 3, p. 989–1009, Jul 2001. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/7.953252>>.
- SOMESAN, L.-E.; PADURARIU, E.; VIOREL, I.-A. Two simple analytical models, direct and inverse, for switched reluctance motors. **Progress In Electromagnetics Research**, EMW Publishing, v. 29, p. 279–291, 2013. Disponível em: <<https://doi.org/10.2528/pierm12103001>>.
- SONG, S.; ZHANG, M.; GE, L. A new fast method for obtaining flux-linkage characteristics of srm. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 62, n. 7, p. 4105–4117, 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/tie.2015.2390147>>.
- SRINIVAS, K. N.; ARUMUGAM, R. Analysis and characterization of switched reluctance motors: Part i - dynamic, static, and frequency spectrum analyses. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 41, n. 4, p. 1306–1320, 2005. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/tmag.2004.843334>>.
- SUN, M. et al. Design and optimization of switched reluctance motor for propulsion system of small electric vehicle. In: **2016 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC)**. [s.n.], 2016. p. 1–5. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/VPPC.2016.7791657>>.
- SUN, N. Z.; YEH, W. W. A generalized inverse procedure for model structure identification. In: **Joint Conf. on Water Resource Engineering and Water Resources Planning and Management**. [s.n.], 2000. Disponível em: <[https://doi.org/10.1061/40517\(2000\)17](https://doi.org/10.1061/40517(2000)17)>.
- SUNDARAM, M.; NAVANEETHAN, P.; VASANTHAKUMAR, M. Magnetic analysis and comparison of switched reluctance motors with different stator pole shapes using a 3D finite element method. In: **2009 International Conference on Control, Automation, Communication and Energy Conservation**. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1–4.
- SUSITRA, D.; PARAMASIVAM, S. Non-linear flux linkage modeling of switched reluctance machine using mvnlr and anfis. **Journal of Intelligent Fuzzy Systems**, IOS Press, v. 26, n. 2, p. 759–768, 2014. ISSN 1064-1246. Disponível em: <<https://doi.org/10.3233/IFS-130766>>.
- TANDON, P.; RAJARATHNAM, A. V.; EHSANI, M. Self-tuning control of a switched reluctance motor drive with shaft position sensor. In: **IAS '96. Conference Record of the 1996 IEEE Industry Applications Conference Thirty-First IAS Annual Meeting**. [s.n.], 1996. v. 1, p. 101–108. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/IAS.1996.557003>>.

W. H. Taylor. **Obtaining motive power**. 1839. 8255.

TORKAMAN, H.; AFJEI, E. Comparison of three novel types of two-phase switched reluctance motors using finite element method. **Progress In Electromagnetics Research**, EMW Publishing, v. 125, p. 151–164, 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.2528/pier12010407>>.

UEMATSU, T.; WALLACE, R. Design of a 100 kW switched reluctance motor for electric vehicle propulsion. In: **Proceedings of 1995 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition - APEC'95**. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 1995. v. 1, p. 411–415. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/apec.1995.468981>>.

VIJAYRAGHAVAN, P. **Design of Switched Reluctance Motors and Development of a Universal Controller for Switched Reluctance and Permanent Magnet Brushless DC Motor Drives**. Tese (Doutorado) — Virginia Polytechnic Institute and State University, 2001.

WALIVADEKAR, V. N. et al. Pc based data acquisition system for measurement of switched reluctance motor (srm). In: **Proceedings of International Conference on Power Electronics, Drives and Energy Systems for Industrial Growth**. [s.n.], 1996. v. 2, p. 957–963. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/PEDES.1996.536401>>.

WANG, H. **Simulation of Switched Reluctance Motor and Control Based on MATLAB Environment**. Dissertação (Mestrado) — University of Alberta, 2014.

WANG, S. et al. Implementation of a 50-kW four-phase switched reluctance motor drive system for hybrid electric vehicle. **IEEE Transactions on Magnetics**, IEEE, v. 41, n. 1, p. 501–504, 2005. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/TMAG.2004.838985>>.

WANG, Y. **Switched Reluctance Motor Analysis and Design for a Lunar Roving Vehicle**. Dissertação (Mestrado) — McGill University, 2013.

XUE, X. D. et al. Multi-objective optimization design of in-wheel switched reluctance motors in electric vehicles. **IEEE Trans. Ind. Electron.**, Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 57, n. 9, p. 2980–2987, sep 2010. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/tie.2010.2051390>>.

YANG, W. Y. et al. **Applied Numerical Methods Using MATLAB**. [S.l.]: Wiley-Interscience, 2005. ISBN 0471698334.

YU, P.; LOW, M. Y.; ZHOU, W. Design of experiments and regression modelling in food flavour and sensory analysis: A review. **Trends in Food Science & Technology**, Elsevier BV, v. 71, p. 202–215, jan. 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.tifs.2017.11.013>>.

ZHANG, P.; CASSANI, P. A.; WILLIAMSON, S. S. An accurate inductance profile measurement technique for switched reluctance machines. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 57, n. 9, p. 2972–2979, 2010. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/TIE.2010.2048831>>.

ZHAO, M.; GUAN, F. Kinematic analysis of deployable toroidal spatial truss structures for large mesh antenna. **Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures**, v. 46, n. 3, p. 195–204, dez. 2005.

ZHONG, R. et al. Accurate model of switched reluctance motor based on indirect measurement method and least square support vector machine. **IET Electric Power Applications**, Institution of Engineering and Technology (IET), v. 10, n. 9, p. 916–922, nov. 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1049/iet-epa.2016.0112>>.

ZONTINI, D. D. **Métodos Computacionais para Inversas Generalizadas**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Paraná, 2014.

Apêndices

Publicações

Lista de trabalhos publicados durante o período do doutorado como autor principal:

1. MAMEDE, A. C. F.; CAMACHO, J. R.; ARAUJO, R. E. Moore-Penrose Pseudoinverse and Artificial Neural Network modeling in performance prediction of Switched Reluctance Machine. **COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering**, v. 39, n. 6, p. 1411-1430, nov. 2020.
2. MAMEDE, A. C. F.; CAMACHO, J. R.; ARAUJO, R. E. Review of Rotary Switched Reluctance Machine Design and Effect Analysis. In: **Modelling and Control of Switched Reluctance Machines**. Ed. IntechOpen, p. 59-80, 2020.
3. MAMEDE, A. C. F.; CAMACHO, J. R.; ARAUJO, R. E. Effects Analysis of Design Parameters on Three-phase 6/4 and Four-phase 8/6 Switched Reluctance Machines Performance. In: **2020 International Conference on Electrical Machines (ICEM)**, 2020.
4. MAMEDE, A. C. F.; CAMACHO, J. R.; ARAUJO, R. E. A survey of the modeling of switched reluctance machines and their applications. **U.Porto Journal of Engineering**, v. 6, n. 1, p. 26-36, abr. 2020.
5. MAMEDE, ANA CAMILA F.; CAMACHO, JOSÉ ROBERTO ; ARAÚJO, RUI ESTEVES . Influence of Geometric Dimensions on the Performance of Switched Reluctance Machine. **Machines**, v. 7, p. 71, nov. 2019.
6. MAMEDE, A. C. F.; CAMACHO, J. R. Evolutionary Algorithms for Optimization of 4/4 Single Phase Switched Reluctance Machine. **IEEE Latin America Transactions**, v. 16, n. 6, p. 1684-1691, jun. 2018.

7. MAMEDE, A. C. F.; CAMACHO, J. R.; ARAUJO, R. E. Switched Reluctance Machine Modeling through Multilayer Neural Networks. **Renewable Energy And Power Quality Journal (RE&PQJ)**, 2018. v. 1, n. 16, p. 674-679, abr. 2018.
8. MAMEDE, A. C. F.; CAMACHO, J. R.; ARAUJO, R. E. Switched Reluctance Machine Modeling through Multilayer Neural Networks. In: **International Conference On Renewable Energies And Power Quality (ICREPQ'18)**, 2018. p. 674-679.
9. MAMEDE, A. C. F.; CAMACHO, J. R.; MALAGOLI, J. A. Design and Finite Element Analysis for the Single-Phase Variable Reluctance Motor. **IEEE Latin America Transactions**, v. 14, n. 8, p. 3636-3642, aug. 2016.

Lista de trabalhos publicados em colaboração durante o doutorado:

1. PEREIRA, M.; MAMEDE, A.; ARAUJO, R. E. Switched Reluctance Motor Drives: Fundamental Control Methods. In: **Modelling and Control of Switched Reluctance Machines**. Ed. IntechOpen, 2020, p. 171-190.
2. SOBRINHO, A. M.; CAMACHO, J. R.; MALAGOLI, J. A.; MAMEDE, A. C. F. Optimization of Losses in a Three-Phase Transformer design with Inrush Current Analysis. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, v. 29, p. 778-795, dez. 2018.
3. MIRANDA, B. B. ; CAMACHO, J. R.; MAMEDE, A. C. F. Design, Simulation and Performance of a Four Phases Linear Variable Reluctance Motor. In: **International Conference On Renewable Energies And Power Quality (ICREPQ'17)**, p. 443-448, 2017.
4. MIRANDA, B. B. ; CAMACHO, J. R.; MAMEDE, A. C. F. Design, Simulation and Performance of a Four Phases Linear Variable Reluctance Motor. **Renewable Energy And Power Quality Journal (RE&PQJ)**, 2017. v. 1, n. 15, p. 443-448, 2017.
5. SOBRINHO, A. M.; CAMACHO, J. R.; MALAGOLI, J. A.; MAMEDE, A. C. F. Analysis of the Maximum Inrush Current in the Otimal Design of a Single Phase Transformer. **IEEE Latin America Transactions**, v. 14, n. 12, p. 4706-4713, dez. 2016.

APÊNDICE **B**

Modelos obtidos

Tabela B.1 – Coeficientes do modelo PI-BBD da MRV 6/4.

Matriz de potências								Coeficientes do modelo
0	0	0	0	0	0	0	0	-3,173331
1	0	0	0	0	0	0	0	0,132421
2	0	0	0	0	0	0	0	-0,002458
0	1	0	0	0	0	0	0	0,080112
1	1	0	0	0	0	0	0	0,000922
0	2	0	0	0	0	0	0	-0,00371
0	0	1	0	0	0	0	0	-1,482024
1	0	1	0	0	0	0	0	0,005112
0	1	1	0	0	0	0	0	0,08533
0	0	2	0	0	0	0	0	-3,226288
0	0	0	1	0	0	0	0	-4,259999
1	0	0	1	0	0	0	0	0,038745
0	1	0	1	0	0	0	0	0,067326
0	0	1	1	0	0	0	0	3,295192
0	0	0	2	0	0	0	0	-2,542987
0	0	0	0	1	0	0	0	0,006263
1	0	0	0	1	0	0	0	-0,000099
0	1	0	0	1	0	0	0	0,000441
0	0	1	0	1	0	0	0	0,007042
0	0	0	1	1	0	0	0	0,023684
0	0	0	0	2	0	0	0	-0,000242
0	0	0	0	0	1	0	0	-0,01944
1	0	0	0	0	1	0	0	0,043289
0	1	0	0	0	1	0	0	-0,05958
0	0	1	0	0	1	0	0	-1,980951
0	0	0	1	0	1	0	0	-4,833198
0	0	0	0	1	1	0	0	0,026723
0	0	0	0	0	2	0	0	0,790928
0	0	0	0	0	0	1	0	0,001678
1	0	0	0	0	0	1	0	-0,0001
0	1	0	0	0	0	1	0	0,001439
0	0	1	0	0	0	1	0	0,030878
0	0	0	1	0	0	1	0	0,040853
0	0	0	0	1	0	1	0	0,000198
0	0	0	0	0	1	1	0	-0,025481
0	0	0	0	0	0	2	0	-0,000174

Tabela B.2 – Coeficientes do modelo PI-BBD da MRV 8/6.

Matriz de potências	Coeficientes do modelo
0 0 0 0 0 0 0	-1,238066
0 0 0 0 0 0 0	0,167502
0 0 0 0 0 0 0	-0,006352
0 0 0 0 0 0 0	0,030343
0 0 0 0 0 0 0	0,00521
0 0 0 0 0 0 0	-0,006601
0 0 0 0 0 0 0	0,032097
0 0 0 0 0 0 0	0,000388
0 0 0 0 0 0 0	0,02183
0 0 0 0 0 0 0	-0,391842
0 0 0 0 0 0 0	-5,138056
0 0 0 0 0 0 0	0,08249
0 0 0 0 0 0 0	0,009241
0 0 0 0 0 0 0	0,218086
0 0 0 0 0 0 0	0,68309
0 0 0 0 0 0 0	0,006134
0 0 0 0 0 0 0	-0,000476
0 0 0 0 0 0 0	0,001345
0 0 0 0 0 0 0	0,001521
0 0 0 0 0 0 0	0,022337
0 0 0 0 0 0 0	-0,000271
0 0 0 0 0 0 0	2,162808
0 0 0 0 0 0 0	0,070605
0 0 0 0 0 0 0	-0,265245
0 0 0 0 0 0 0	-0,629737
0 0 0 0 0 0 0	-4,924108
0 0 0 0 0 0 0	0,029278
0 0 0 0 0 0 0	0,675777
0 0 0 0 0 0 0	-0,041237
0 0 0 0 0 0 0	0,000095
0 0 0 0 0 0 0	0,003937
0 0 0 0 0 0 0	0,002842
0 0 0 0 0 0 0	0,062078
0 0 0 0 0 0 0	0,000363
0 0 0 0 0 0 0	-0,039606
0 0 0 0 0 0 0	0,00001

Testes para escolha do modelo

Tabela C.1 – Teste de predição dos modelos PI-BBD, PI-CCD, RNA-BBD e RNA-CCD para 30 MRVs 6/4

β_s	β_r	c_s	c_r	D_i	g	NT	Torque médio ($N \cdot m$)				
							FEMM	PI-BBD	PI-CCD	RN-BBD	RN-CCD
30	30	0,5	0,5	82	0,3	56	2,878	2,772	2,984	2,815	2,633
45	45	1	0,75	100,2	0,5	68	4,999	5,217	4,844	5,051	5
38,087	40,472	0,59	0,667	87,487	0,434	65	4,028	3,999	3,934	3,901	3,897
30,49	38,418	0,835	0,721	84,33	0,335	68	4,77	4,835	4,781	4,766	4,66
38,762	31,617	0,94	0,727	99,885	0,369	65	4,233	4,354	4,434	4,537	4,426
30,338	36,379	0,581	0,579	96,884	0,419	60	3,387	3,365	3,486	3,251	3,34
38,978	37,064	0,85	0,674	85,254	0,319	62	4,281	4,393	4,353	4,205	4,245
34,794	37,963	0,704	0,664	93,622	0,314	57	3,906	3,929	3,96	3,724	3,999
37,971	34,878	0,806	0,527	96,924	0,494	65	3,737	3,802	3,894	3,527	3,766
33,998	32,305	0,721	0,571	96,175	0,319	62	3,782	3,862	3,982	3,753	3,816
37,771	44,155	0,979	0,66	91,594	0,476	62	4,005	4,118	3,981	4,068	4,106
30,018	36,937	0,731	0,607	92,96	0,484	61	3,371	3,415	3,527	3,255	3,334
37,071	30,537	0,861	0,544	96,017	0,457	60	3,106	3,146	3,32	3,133	3,074
39,111	32,877	0,622	0,685	90,618	0,369	58	3,501	3,5	3,58	3,394	3,523
32,83	34,313	0,789	0,523	98,698	0,454	60	3,293	3,364	3,515	3,163	3,208
37,838	44,906	0,553	0,555	93,782	0,445	63	3,783	3,673	3,596	3,77	3,689
36,726	35,488	0,814	0,691	83,997	0,381	57	3,518	3,583	3,658	3,414	3,304
37,273	35,902	0,871	0,668	91,563	0,473	63	3,785	3,883	3,924	3,685	3,853
32,888	31,847	0,574	0,552	88,596	0,398	57	3,019	2,986	3,152	2,869	2,83
34,229	38,079	0,75	0,674	85,442	0,428	57	3,386	3,429	3,506	3,268	3,197
37,356	42,795	0,636	0,719	91,752	0,325	62	4,454	4,452	4,278	4,416	4,315
39,315	38,606	0,966	0,514	83,924	0,334	58	3,66	3,631	3,701	3,644	3,513
42,907	44,017	0,93	0,747	95,262	0,313	65	5,564	5,585	5,195	5,276	5,407
35,979	32,009	0,97	0,508	96,298	0,336	63	3,663	3,658	3,801	3,909	3,722
37,007	39,723	0,922	0,507	87,484	0,367	60	3,75	3,794	3,826	3,712	3,723
31,35	31,676	0,84	0,535	96,378	0,407	60	3,302	3,278	3,443	3,26	3,146
32,215	30,825	0,781	0,713	91,013	0,4	59	3,272	3,291	3,442	3,335	3,288
39,915	40,947	0,992	0,723	94,129	0,426	58	3,976	4,068	3,974	3,974	3,971
38,702	30,255	0,932	0,531	95,997	0,486	63	3,207	3,17	3,351	3,3	3,292
38,285	39,449	0,808	0,508	90,815	0,342	67	4,419	4,515	4,473	4,383	4,441

Tabela C.2 – Teste de predição dos modelos PI-BBD, PI-CCD, RNA-BBD e RNA-CCD para 30 MRVs 8/6

β_s	β_r	c_s	c_r	D_i	g	NT	Torque médio ($N \cdot m$)				
							FEMM	PI-BBD	PI-CCD	RN-BBD	RN-CCD
15	15	0,5	0,5	82	0,3	56	2,985	2,797	3,069	2,996	2,985
30	30	1	0,75	100,2	0,5	68	6,495	6,727	6,362	6,736	6,495
28,737	26,884	0,828	0,74	96,566	0,385	58	5,645	5,603	5,422	5,648	5,52
25,182	26,367	0,697	0,686	82,65	0,487	66,5	5,407	5,343	5,201	5,497	5,32
29,254	15,517	0,691	0,61	96,987	0,364	64,5	3,899	3,795	3,961	4,113	4,012
22,347	21,684	0,855	0,662	95,933	0,338	66	5,799	5,809	5,774	5,771	5,761
18,358	26,27	0,753	0,564	99,468	0,418	60,5	4,803	4,89	4,88	4,841	4,945
18,653	28,939	0,599	0,588	97,302	0,463	59,5	4,524	4,536	4,526	4,607	4,77
20,275	27,463	0,775	0,647	86,57	0,395	63,5	5,358	5,401	5,243	5,47	5,332
29,011	16,949	0,735	0,643	82,982	0,456	62,5	3,543	3,593	3,719	3,672	3,59
26,915	19,669	0,583	0,633	82,217	0,333	60,5	4,337	4,467	4,529	4,485	4,397
25,339	26,223	0,542	0,613	92,957	0,431	59,5	5,032	4,987	4,931	5,02	4,952
27,388	23,076	0,54	0,75	86,168	0,331	67	6,167	6,19	5,937	6,296	5,936
16,253	16,998	0,696	0,544	90,26	0,466	61,5	3,376	3,323	3,491	3,255	3,318
28,04	23,696	0,573	0,638	86,802	0,328	58	4,987	4,973	4,931	5,097	4,82
28,501	20,539	0,891	0,528	90,934	0,368	62	4,514	4,546	4,619	4,699	4,415
16,447	16,98	0,979	0,736	89,094	0,381	59	3,769	3,628	3,762	3,697	3,675
20,298	27,318	0,522	0,504	92,469	0,347	57	4,785	4,747	4,773	4,689	5,015
24,717	21,764	0,649	0,637	85,076	0,447	64	4,722	4,759	4,761	4,753	4,72
17,753	20,528	0,891	0,657	95,554	0,438	58,5	3,98	4,013	4,124	3,93	3,976
22,302	21,538	0,654	0,612	83,477	0,456	67,5	4,844	4,869	4,883	4,868	4,957
26,923	24,665	0,906	0,595	91,255	0,464	62,5	4,998	5,023	4,993	4,975	4,907
28,14	23,253	0,794	0,656	91,698	0,488	60,5	4,533	4,619	4,61	4,593	4,47
18,458	27,665	0,613	0,549	85,781	0,395	60	4,582	4,559	4,523	4,511	4,528
16,667	18,871	0,798	0,603	98,469	0,388	68	4,868	4,808	4,912	4,701	4,873
18,327	16,762	0,66	0,575	86,773	0,443	63,5	3,623	3,636	3,802	3,552	3,693
18,56	21,883	0,774	0,741	95,293	0,416	62	4,851	4,858	4,844	4,843	4,828
24,361	25,188	0,684	0,599	91,485	0,398	59	5,017	4,965	4,936	4,988	4,933
28,7	26,943	0,631	0,525	99,982	0,478	56,5	4,544	4,5	4,495	4,301	4,445
25,819	16,602	0,748	0,664	88,104	0,328	64,5	4,261	4,433	4,554	4,277	4,295

Conjunto de MRVs para teste de predição dos modelos

Tabela D.1 – 50 testes de predição dos Modelo PI e RNA para a MRV 6/4.

β_s	β_r	c_s	c_r	D_i	g	NT	Torque médio (T_m)			Erro (%)	
							FEMM	PI	RNA	PI	RNA
42,574	43,521	0,995	0,613	82,632	0,357	58	3,907	3,911	3,983	-0,118	-1,948
44,632	43,159	0,677	0,541	82,615	0,406	67	4,161	4,112	4,152	1,173	0,21
34,901	43,716	0,856	0,624	83,056	0,389	62	3,993	4,089	4,02	-2,396	-0,672
41,539	36,159	0,936	0,514	94,097	0,352	66	4,255	4,293	4,39	-0,908	-3,18
41,334	31,65	0,721	0,509	99,696	0,402	58	3,095	3,193	3,133	-3,175	-1,224
43,997	44,757	0,852	0,674	84,363	0,489	68	4,517	4,545	4,516	-0,623	0,023
38,145	38,103	0,801	0,697	88,758	0,389	57	3,787	3,816	3,592	-0,75	5,158
31,841	42,204	0,616	0,745	99,236	0,476	64	3,991	3,987	4,074	0,106	-2,08
40,287	41,951	0,878	0,633	98,612	0,446	65	4,534	4,589	4,379	-1,212	3,407
42,784	32,626	0,73	0,692	91,165	0,325	67	4,445	4,486	4,567	-0,919	-2,745
40,952	44,327	0,805	0,72	93,031	0,381	61	4,541	4,535	4,407	0,122	2,942
43,478	33,399	0,915	0,526	99,614	0,456	64	3,668	3,658	3,746	0,268	-2,128
34,448	34,684	0,777	0,638	89,726	0,488	65	3,773	3,787	3,571	-0,378	5,362
36,269	35,536	0,619	0,521	93,656	0,333	64	4,003	3,991	3,809	0,31	4,86
32,028	38,256	0,839	0,514	100,097	0,459	67	4,074	4,149	3,998	-1,819	1,887
34,573	41,699	0,775	0,622	96,966	0,33	67	5,074	5,034	4,852	0,781	4,364
35,27	38,02	0,986	0,687	97,984	0,304	68	5,327	5,408	5,188	-1,532	2,616
43,616	36,862	0,78	0,684	94,652	0,491	60	3,588	3,69	3,477	-2,843	3,099
43,4	35,79	0,957	0,682	100,089	0,477	61	3,848	3,909	3,873	-1,594	-0,661
38,587	30,14	0,511	0,55	98,456	0,307	57	3,203	3,146	3,227	1,783	-0,737
41,554	42,249	0,651	0,607	96,42	0,491	59	3,629	3,538	3,391	2,502	6,55
43,456	42,654	0,745	0,622	94,382	0,475	67	4,486	4,438	4,278	1,078	4,636
31,652	35,157	0,791	0,567	83,19	0,42	62	3,366	3,461	3,298	-2,822	2,035
33,896	33,663	0,83	0,678	89,925	0,311	61	4,057	4,127	4,03	-1,712	0,681
41,029	38,343	0,554	0,709	84,17	0,316	58	3,759	3,739	3,738	0,524	0,575
34,162	40,637	0,762	0,533	86,67	0,432	57	3,244	3,292	3,157	-1,495	2,675
40,66	39,021	0,81	0,552	82,836	0,394	58	3,459	3,51	3,336	-1,476	3,56
32,671	33,62	0,935	0,649	94,725	0,461	60	3,442	3,413	3,422	0,836	0,585
44,168	41,888	0,937	0,6	96,9	0,301	64	4,824	4,912	4,899	-1,831	-1,556
42,917	34,9	0,701	0,582	94,275	0,334	59	3,778	3,785	3,674	-0,191	2,736
39,65	42,321	0,556	0,595	95,896	0,438	58	3,539	3,436	3,422	2,9	3,283
41,118	41,306	0,901	0,639	97,643	0,416	65	4,738	4,742	4,558	-0,081	3,813
44,328	39,417	0,595	0,705	94,201	0,438	63	4,011	3,981	3,939	0,744	1,803
41,864	36	0,601	0,512	95,677	0,384	59	3,542	3,49	3,343	1,455	5,617
36,299	32,578	0,671	0,722	82,781	0,351	64	3,985	3,957	3,927	0,683	1,449
30,597	37,948	0,802	0,734	85,734	0,305	66	4,765	4,792	4,705	-0,573	1,248
33,289	43,274	0,907	0,513	92,942	0,485	64	3,73	3,828	3,795	-2,62	-1,728
32,952	41,942	0,588	0,553	82,594	0,419	61	3,454	3,367	3,371	2,506	2,386
33,224	43,704	0,518	0,596	93,172	0,433	68	3,905	3,966	4,147	-1,581	-6,223
38,738	38,412	0,564	0,501	86,138	0,474	67	3,813	3,726	3,501	2,276	8,19
34,772	33,927	0,715	0,575	85,907	0,378	66	4,001	4,015	3,827	-0,365	4,333
40,284	35,307	0,622	0,74	85,502	0,432	63	3,845	3,784	3,711	1,565	3,465
35,58	40,615	0,939	0,587	95,619	0,469	61	3,82	3,871	3,725	-1,339	2,477
35,595	36,649	0,537	0,596	95,66	0,381	62	3,746	3,737	3,594	0,232	4,048
36,1	31,516	0,647	0,62	90,014	0,361	64	3,72	3,782	3,672	-1,676	1,29
40,255	32,316	0,752	0,744	82,297	0,343	67	4,288	4,347	4,421	-1,395	-3,121
39,109	35,24	0,899	0,632	98,224	0,4	65	4,313	4,395	4,304	-1,904	0,209
43,14	31,4	0,652	0,552	86,981	0,37	60	3,287	3,313	3,269	-0,794	0,553
30,779	31,179	0,597	0,504	88,398	0,478	65	3,24	3,189	3,02	1,6	6,818
43,799	40,738	0,54	0,623	82,479	0,349	62	3,869	3,801	3,885	1,74	-0,415

Tabela D.2 – 50 testes de predição dos Modelo PI e RNA para a MRV 8/6.

β_s	β_r	c_s	c_r	D_i	g	NT	Torque médio (T_m)			Erro (%)	
							FEMM	PI	RNA	PI	RNA
20,071	18,552	0,593	0,613	84,631	0,397	65	4,345	4,353	4,228	-0,172	2,705
25,446	20,004	0,644	0,646	87,902	0,467	60	3,897	4,065	4,111	-4,299	-5,484
22,798	16,152	0,63	0,514	86,805	0,436	60	3,144	3,316	3,13	-5,45	0,473
29,244	26,61	0,877	0,66	90,007	0,436	60	5,081	5,095	5,033	-0,264	0,958
20,888	24,08	0,646	0,562	95,593	0,455	64	4,89	4,949	4,917	-1,202	-0,537
21,174	17,297	0,87	0,708	82,352	0,329	61	4,04	4,19	4,088	-3,703	-1,176
16,605	24,942	0,908	0,739	83,8	0,346	66	5,371	5,523	5,318	-2,829	0,983
21,516	20,255	0,504	0,72	93,344	0,356	60	4,751	4,776	4,733	-0,514	0,388
24,722	28,818	0,999	0,724	94,676	0,361	61	6,142	6,134	6,108	0,132	0,566
16,354	25,293	0,571	0,733	83,327	0,497	58	3,383	3,399	3,092	-0,465	8,612
18,575	29,769	0,898	0,712	98,097	0,369	57	5,007	5,059	4,902	-1,041	2,108
19,817	26,142	0,645	0,667	98,386	0,468	66	5,411	5,457	5,42	-0,852	-0,16
25,446	18,132	0,61	0,707	88,141	0,307	67	5,085	5,238	5,207	-3,008	-2,398
26,986	28,544	0,641	0,579	83,814	0,321	64	6,119	6,052	6,087	1,094	0,52
26,07	19,661	0,891	0,651	82,124	0,498	62	3,882	3,972	4,189	-2,318	-7,911
25,347	18,645	0,773	0,586	84,03	0,475	63	3,839	3,955	3,991	-3,03	-3,96
22,335	27,091	0,759	0,595	83,23	0,348	61	5,383	5,325	5,379	1,088	0,083
20,731	24,905	0,587	0,69	83,722	0,342	67	6,013	5,937	5,931	1,263	1,365
16,209	15,65	0,724	0,623	91,417	0,442	68	3,945	3,794	3,824	3,847	3,086
28,211	26,166	0,954	0,605	90,86	0,373	58	5,189	5,145	5,085	0,838	1,995
16,513	20,821	0,537	0,573	83,717	0,49	59	3,249	3,256	3,128	-0,199	3,74
25,533	18,596	0,653	0,74	85,542	0,359	62	4,38	4,6	4,624	-5,024	-5,578
21,659	29,938	0,653	0,61	84,82	0,459	63	5,043	4,95	4,993	1,839	0,993
20,935	18,368	0,71	0,568	86,487	0,345	68	4,757	4,82	4,683	-1,324	1,564
23,946	16,188	0,95	0,645	100,159	0,411	67	4,333	4,438	4,382	-2,437	-1,143
24,784	29,876	0,715	0,67	90,433	0,321	61	6,369	6,221	6,282	2,317	1,355
24,614	22,556	0,803	0,735	93,918	0,45	64	5,173	5,265	5,333	-1,764	-3,085
20,695	25,682	0,682	0,631	93,629	0,473	65	5,112	5,15	5,114	-0,747	-0,036
29,686	29,636	0,67	0,573	89,912	0,346	65	6,11	6,307	6,127	-3,232	-0,278
24,486	27,172	0,916	0,613	100,136	0,459	66	5,936	5,921	6,021	0,256	-1,426
18,723	22,979	0,901	0,596	84,306	0,444	63	4,306	4,358	4,252	-1,191	1,271
23,645	16,203	0,591	0,604	94,21	0,488	68	3,969	4,097	4,067	-3,23	-2,487
24,724	21,994	0,984	0,524	100,121	0,478	63	4,591	4,68	4,658	-1,949	-1,473
28,238	23,086	0,722	0,636	93,287	0,38	58	4,775	4,808	4,834	-0,711	-1,254
22,943	23,398	0,953	0,604	85,345	0,358	59	4,825	4,82	4,883	0,112	-1,206
18,829	20,373	0,77	0,702	87,554	0,358	64	4,946	4,919	4,78	0,53	3,34
24,67	29,703	0,594	0,526	92,74	0,321	59	5,73	5,616	5,824	1,989	-1,646
22,028	28,629	0,773	0,605	82,171	0,397	67	5,754	5,752	5,823	0,024	-1,213
22,304	27,839	0,559	0,654	94,722	0,402	57	4,992	4,915	4,951	1,539	0,814
22,986	28,129	0,894	0,665	93,046	0,38	58	5,368	5,315	5,327	0,986	0,775
16,637	24,519	0,706	0,521	84,294	0,48	63	3,858	3,942	3,733	-2,193	3,236
24,568	28,472	0,708	0,656	94,97	0,462	58	4,876	4,835	4,853	0,844	0,465
24,56	29,254	0,802	0,62	93,786	0,319	62	6,437	6,332	6,402	1,638	0,55
17,349	26,614	0,585	0,554	92,765	0,434	59	4,257	4,263	4,078	-0,139	4,202
24,387	18,762	0,922	0,566	95,209	0,333	60	4,205	4,363	4,342	-3,767	-3,265
20,447	28,119	0,63	0,65	89,234	0,339	58	5,11	5,094	5,056	0,316	1,058
21,72	19,033	0,59	0,639	88,524	0,481	67	4,441	4,48	4,466	-0,878	-0,567
15,401	19,837	0,913	0,639	97,647	0,334	59	4,295	4,243	4,311	1,21	-0,378
22,379	21,991	0,809	0,511	96,638	0,375	57	4,246	4,361	4,331	-2,705	-1,999
17,05	19,496	0,518	0,691	92,521	0,388	60	4,19	4,129	4,087	1,471	2,476