

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

DURAN SILVA VASCONCELOS

CÓDIGO COMPUTACIONAL PARA CÁLCULO DE DERIVADAS DE
ESTABILIDADE DE AERONAVES CONVENCIONAIS

Uberlândia, MG
2020

DURAN SILVA VASCONCELOS

CÓDIGO COMPUTACIONAL PARA CÁLCULO DE DERIVADAS DE
ESTABILIDADE DE AERONAVES CONVENCIONAIS

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao
Curso de Graduação em Engenharia Aeronáutica
da Universidade Federal de Uberlândia, como
requisito parcial para a obtenção do título de
bacharel em Engenharia Aeronáutica.

Orientador: Prof. Msc. Felipe Machini Malachias
Marques

Uberlândia, MG
2020

*Dedico este trabalho ao meu pai, Maciel, à
minha mãe, Simone, e à minha irmã, Iasmin.*

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer, ao professor mestre Felipe Machini, a oportunidade, o apoio e, sobretudo, a orientação durante o processo de construção deste trabalho e nas aulas de Mecânica do Voo, base do projeto apresentado neste estudo.

Aos meus pais, Maciel e Simone, agradeço o amor incondicional, os ensinamentos e o exemplo.

Aos amigos que me apoiaram e contribuíram para elaboração deste trabalho. Além de tornarem melhor a jornada da graduação.

À Universidade Federal de Uberlândia, sobretudo a Faculdade de Engenharia Mecânica, agradeço a oportunidade de ter acesso à estrutura de produção de conhecimentos em engenharia e a possibilidade de convivência com um corpo docente qualificado durante o processo de formação em Engenharia Aeronáutica.

RESUMO

VASCONCELOS, D. S. *Código computacional para cálculo de derivadas de estabilidade de aeronaves convencionais*. 2020. 63 fl. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Aeronáutica) — Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia

Este trabalho propõe uma rotina computacional para determinar derivadas de estabilidade longitudinais e latero-direcionais. A metodologia é baseada na literatura clássica de mecânica do voo e controle de aeronaves e pode ser empregada em aeronaves convencionais que operam em regime subsônico. O desenvolvimento do código foi através do *software* MATLAB® devido à sua ampla difusão nas áreas de engenharia e ensino. O código apresentado utiliza os dados de entrada de geometria e condição de voo e tem, como saída, as derivadas de estabilidade da aeronave. Compararam-se os resultados da metodologia adotada com o *software* Datcom e com os valores encontrados na literatura, para a aeronave monomotor Cessna 182. A partir das análises, verificou-se que os resultados tiveram uma variabilidade de 0,6% a 163%, e 1,3% a 41,2% se comparados com o DATCOM e a literatura, respectivamente.

Palavras-chave: derivadas de estabilidade, longitudinais, latero-direcionais, aeronave convencional, voo subsônico, estimação de parâmetros de aeronaves.

ABSTRACT

VASCONCELOS, D. S. *Computational code for estimating longitudinal and laterodirectional stability derivatives of conventional subsonic aircraft*. 2020. 63 pp. Final project (under graduation Aeronautics Engineering) — Universidade Federal de Uberlândia, Brazil.

This work proposes a computational routine for determining derivatives of longitudinal and latero-directional stability. The methodology is based on the classic literature on flight mechanics and aircraft control and can be used in conventional models that operate in subsonic regimes. The code was developed using the MATLAB® software due to its wide dissemination in the areas of engineering and teaching. The presented code uses the input data of geometry and flight condition and has as output the derivatives of aircraft stability. The results of the methodology adopted were compared with the Datcom software and with the values found in the literature, for the single-engine aircraft Cessna 182. From the analysis, it was found that the results varied from 0.6% to 163%, and 1.3% to 41.2% if compared with DATCOM and the literature, respectively.

Keywords: stability derivatives, longitudinal, lateral-directional, conventional aircraft, subsonic flight, aircraft parameter estimation.

LISTA DE QUADROS

TABELA 1	Dados experimentais, baixas velocidades NACA dados de aerofólios	17
TABELA 2	Valores estimados das derivadas de estabilidade do Cessna 182	51
TABELA 3	Teste de volatilidade 1 e 2	52

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1	Propriedades geométricas para asa e estabilizadores e controle	18
QUADRO 2	Propriedades geométricas para estabilizador e asa	19
QUADRO 3	Coefficientes de estabilidade e controle	20
QUADRO 4	Relação das forças e momentos com as variáveis de estado de equilíbrio	23
QUADRO 5	Relação das forças e momentos com as variáveis de estado perturbado	24
QUADRO 6	Superfícies que influenciam cada derivada	24–5
QUADRO 7	Nome e variáveis de entrada e saída das funções do programa desenvolvido no projeto	48–9
QUADRO 8	Dados de condições de voo	50

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1	Curva $C_L \times \alpha$	21
FIGURA 2	Geometria para determinação de <i>downwash</i>	22
FIGURA 3	Curva de sustentação para números de Mach pequenos	26
FIGURA 4	Fator de alongamento de asa, fator de afilamento de asa, fator de posicionamento de estabilizador horizontal	27
FIGURA 5	Parâmetros geométricos de localização do estabilizador horizontal	28
FIGURA 6	Método para estimar o fator de eficiência de Oswald	29
FIGURA 7	Definição dos centros aerodinâmicos dimensionais e adimensionais	30
FIGURA 8	Localização do centro aerodinâmico das superfícies de sustentação	31
FIGURA 9	Centro aerodinâmico, constante de transformação K1	31
FIGURA 10	Centro aerodinâmico, constante de transformação K2	32
FIGURA 11	Constante de correção da contribuição da asa para C_{m_q}	35
FIGURA 12	Fator de interferência corpo-asa para a derivada de derrapagem	38
FIGURA 13	Fator empírico para estimar a derivada de derrapagem	39
FIGURA 14	Geometria para determinar a posição do estabilizador vertical em relação ao centro de gravidade da aeronave	41
FIGURA 15	Geometria para definir medidas relevantes para a derivada de derrapagem	42
FIGURA 16	Fluxograma de etapas do programa computacional	46
FIGURA 17	Estrutura geral do código	47

LISTA DE ABREVIATURA E SIGLAS

α	Ângulo de ataque da aeronave
ε	Ângulo de <i>downwash</i> no estabilizador horizontal
$\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$	Coefficiente angular da equação <i>downwash</i>
λ	Afilamento
A	Alongamento
\bar{c}	Corda média aerodinâmica da aeronave
CAD	Computer aided design (desenho assistido por computador)
C_L	Coefficiente de sustentação
C_{L_0}	Coefficiente linear da equação do coeficiente de sustentação
C_D	Coefficiente de arrasto
C_M	Coefficiente do momento aerodinâmico da aeronave
D	Força de arrasto
H	Empenagem Horizontal
e	Fator de eficiência de Oswald
k	Razão de C_{l_α} por 2π
L	Força de sustentação
S	Área
M	Número de Mach
t/c	Proporção de espessura para asa ou superfície de cauda
\bar{V}_H	Volume de cauda horizontal
x_{ach}	Distância do nariz da aeronave ao centro aerodinâmico da empenagem horizontal
x_{CG}	Distância do CG ao nariz da aeronave
b	Referência de envergadura
C_t	Corda na ponta
C_r	Corda na raiz
C_{D_α}	Varição do coeficiente de arrasto com o ângulo de ataque
C_{L_α}	Varição do coeficiente de sustentação com o ângulo de ataque
C_{m_α}	Varição do coeficiente de momento de arfagem com o ângulo de ataque
W	Peso da aeronave
\bar{q}	Pressão dinâmica de escoamento livre
V, U_1	Velocidade real da aeronave
n_H	Taxa de pressão dinâmica na cauda para escoamento livre

K_{WB}	Fator empírico de correção para efeitos do corpo na curva de sustentação da asa
d	Diâmetro da fuselagem ou largura na corda da raiz da asa
β	Fator de correção de compressibilidade
B	Fator de correção de compressibilidade considerando enflechamento
K_A	Fator de correção para o alongamento
K_λ	Fator de correção para o afilamento
K_H	Fator de correção da posição da cauda horizontal
h_H	Distância definida na figura 5
l_H	Distância definida na figura 5
$\frac{dC_m}{dC_L}$	Margem estática
\bar{X}_{ac}	Posição do centro aerodinâmico
\bar{c}	Corda média geométrica (m. g. c)
\bar{X}_g	Posição do centro de gravidade
\bar{X}_{cg}	Posição do centro de gravidade como uma fração de \bar{c}
$\Delta\bar{X}_{acB}$	Mudança do centro aerodinâmico da asa devido à influência da fuselagem
C_{D_u}	Variação do coeficiente de arrasto com a velocidade
C_{L_u}	Variação do coeficiente de sustentação com a velocidade
C_{m_u}	Variação do coeficiente de momento de arfagem com a velocidade
C_{D_q}	Variação do coeficiente de arrasto com a taxa de arfagem
C_{L_q}	Variação do coeficiente de sustentação com a taxa de arfagem
C_{m_q}	Variação do coeficiente de momento de arfagem com a taxa de arfagem
$C_{D_{\dot{\alpha}}}$	Variação do coeficiente de arrasto com a taxa de ângulo de ataque
$C_{L_{\dot{\alpha}}}$	Variação do coeficiente de sustentação com a taxa de ângulo de ataque
$C_{m_{\dot{\alpha}}}$	Variação do coeficiente de momento de arfagem com a taxa de ângulo de ataque
β	Ângulo de derrapagem
Γ	Diedro
C_{l_β}	Variação do coeficiente de momento de rolagem com o ângulo de derrapagem
Λ	Ângulo de enflechamento
C_{y_β}	Variação do coeficiente de força lateral com o ângulo de derrapagem
C_{n_β}	Variação do coeficiente momento de guinada com o ângulo de derrapagem
C_{l_p}	Variação do coeficiente de momento de rolagem com a taxa de rolagem
C_{y_p}	Variação do coeficiente de força lateral com a taxa de rolagem
C_{n_p}	Variação do coeficiente momento de guinada com a taxa de rolagem
C_{l_r}	Variação do coeficiente de momento de rolagem com a taxa de guinada

C_{y_r}	Varição do coeficiente de força lateral com a taxa de guinada
C_{n_r}	Varição do coeficiente momento de guinada com a taxa de guinada
cl_{α}	Varição do coeficiente de sustentação com a variação do ângulo de ataque para o aerofólio.
$X_{\bar{c}/4}$	Posição do quarto de corda no eixo X
$X_{\bar{c}}$	Posição da corda média aerodinâmica (m. g. c) no eixo X
$Y_{\bar{c}}$	Posição da corda média aerodinâmica (m. g. c) no eixo Y
$Z_{\bar{c}}$	Posição da corda média aerodinâmica (m. g. c) no eixo Z
X_{LE}	Posição do bordo de ataque no eixo X
f	Matriz de estrutura de dados
l_f	Distância do nariz a ponta de asa seguindo a linha da semicorda

LISTA DE SUBSCRITOS

<i>T</i>	Ponta
<i>R</i>	Raiz
<i>LE</i>	Bordo de ataque
<i>c/4</i>	Quarto de corda
<i>c/2</i>	Semicorda
<i>W</i>	Asa
<i>WB</i>	Asa e corpo
<i>H</i>	Estabilizador horizontal
<i>c. g.</i>	Centro de gravidade
<i>a. c.</i>	Centro aerodinâmico
<i>V</i>	Estabilizador vertical
<i>eff</i>	Efetivo
<i>B</i>	Fuselagem

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	15
1 FUNDAMENTOS TEÓRICOS	17
1.1 Aerofólio	17
1.2 Parâmetros geométricos	18
1.2.1 Asa e estabilizadores	18
1.2.2 Fuselagem	19
1.3 Coeficientes	20
1.4 Características aerodinâmicas das superfícies de sustentação e da fuselagem	20
1.4.1 Curva de Sustentação: $C_L \times \alpha$	21
1.4.2 Centro aerodinâmico: X_{ac}	21
1.4.3 Ângulo de ataque com sustentação nula: α_0	21
1.4.4 Downwash e sua taxa de variação com o ângulo de ataque: $(d\varepsilon/d\alpha)$	22
1.5 Derivadas de estabilidade	23
1.6 Derivadas do ângulo de ataque	25
1.6.1 Variação do coeficiente de sustentação com o ângulo de ataque: C_{L_α}	25
1.6.2 Variação do coeficiente de arrasto com o ângulo de ataque: C_{D_α}	28
1.6.3 Variação do coeficiente de momento de arfagem com o ângulo de ataque: C_{m_α}	29
1.7 Derivadas de velocidade	33
1.7.1 Variação do coeficiente de momento de arfagem com a velocidade: C_{L_u}	33
1.7.2 Variação do coeficiente de momento de arfagem com a velocidade: C_{m_u}	33
1.8 Derivadas da taxa de arfagem	33
1.8.1 Variação do coeficiente de sustentação com a taxa de arfagem: C_{L_q}	33
1.8.2 Variação do coeficiente de momento de arfagem com a taxa de arfagem: C_{m_q}	34
1.9 Derivadas da taxa de variação do ângulo de ataque	36
1.9.1 Variação do coeficiente de sustentação com a taxa de variação do ângulo de ataque, C_{L_α}	36
1.9.2 Variação do coeficiente de momento de arfagem com a taxa de variação de ângulo de ataque: C_{m_α}	36
1.10 Derivadas do ângulo de derrapagem	37
1.10.1 Variação do coeficiente de força lateral com o ângulo de derrapagem: C_{y_β}	37
1.10.2 Variação do coeficiente do momento de rolagem com o ângulo de derrapagem: C_{l_β}	39
1.10.3 Variação do coeficiente do momento de guinada com o ângulo de derrapagem: C_{n_β}	41
1.11 Derivadas da taxa de rolagem	42
1.11.1 Variação do coeficiente de força lateral com a taxa de rolagem: C_{y_p}	42

1.11.2	<i>Varição do coeficiente de momento de rolagem com a taxa de rolagem: C_{l_p}</i>	42
1.11.3	<i>Varição do coeficiente de momento de guinada com a taxa de rolagem: C_{n_p}</i>	43
1.12	Derivadas da taxa de guinada	44
1.12.1	<i>Varição do coeficiente de força lateral com a taxa de guinada: C_{y_r}</i>	44
1.12.2	<i>Varição do coeficiente de momento de rolagem com a taxa de guinada: C_{l_r}</i>	44
1.12.3	<i>Varição do coeficiente de momento de guinada com a taxa de guinada: C_{n_r}</i>	45
2	MATLAB®: METODOLOGIA DE FUNCIONAMENTO	46
2.1	Metodologia e considerações	46
2.2	Estrutura do código	47
3	ANÁLISE DOS RESULTADOS	50
3.1	Parâmetros geométricos da aeronave Cessna 182	50
3.2	Condições de voo	50
3.3	Análise de resultados	50
3.4	Teste de volatilidade	52
3.4.1	<i>Conclusões</i>	53
	CONCLUSÃO	54
	REFERÊNCIAS	56
	APÊNDICE	58

INTRODUÇÃO

Um dos importantes aspectos associados ao projeto e desenvolvimento de aeronaves é a estimação de suas derivadas de estabilidade e controle. As derivadas estimadas em voo, através de técnicas de estimação de parâmetros, são importantes para que sejam determinadas as características aerodinâmicas de aeronaves novas e ainda não completamente testadas, sendo úteis na validação dos parâmetros preditos, na atualização do modelo de simulador de voo, na avaliação de qualidades de voo, na expansão do envelope de voo, no desenvolvimento ou refinamento de leis de controle de voo e na investigação de acidentes.

— OLIVEIRA e GOES, 2008

Em 1976, a McDonnell Douglas Corporation começou a automatizar os métodos contidos no USAF *Stability and Control* Datcom consolidando o *software* Datcom Digital em 1978, escrito em linguagem FORTRAN IV. O desenvolvimento deste *software* buscava suprir a necessidade de estimativas rápidas e econômicas de estabilidade aerodinâmica e características de controle, que são substanciais em operações de projeto preliminar. De acordo com Williams (1979), os procedimentos de cálculo manual, podem exigir despesas de horas de trabalho significativas.

Neste trabalho é desenvolvido um código computacional que estima as derivadas de estabilidade para aeronaves convencionais utilizando o *software* MATLAB® (MATrix LABoratory). Este *software*, criado no fim dos anos 1970 por Cleve Moler, foi escolhido por ser amplamente utilizado nas áreas de engenharia aeronáutica e educacional, além de possuir um ambiente simples e fácil de usar. É um sistema interativo em que o elemento básico de informação é uma matriz que não requer dimensionamento, permitindo a resolução de problemas numéricos em um tempo menor do que se gastaria para escrever um programa semelhante em linguagem Fortran, Basic ou C. (COSTA, 2016).

A base teórica aplicada no programa computacional deste projeto foi desenvolvida de acordo com os procedimentos clássicos de estimativa de forças e momentos aerodinâmicos encontrados na literatura. Para isso utilizou-se como bibliografia o livro *Methods for estimating stability and control derivatives of conventional subsonic airplanes* (ROSKAM, 1971c). Este livro se baseia no estudo clássico da aeronave.

A literatura utiliza como base dados empíricos obtidos em experimentos e o Component Build-up Method em que as forças e momentos da aeronave vêm da contribuição de cada componente estrutural como asa, estabilizador horizontal, estabilizador vertical, etc.

Pretende-se validar a implementação do modelo computacional através da comparação entre os valores das derivadas longitudinais e latero-direcionais obtidos pelas seguintes três fontes de dados: o código desenvolvido no projeto, a literatura de Roskam (2001) e o *software* Datcom (Data Compendium), utilizando a aeronave Cessna 182 como objeto de estudo. O código servirá como apoio para os discentes do curso de Engenharia Aeronáutica que cursam a disciplina de Mecânica do Voo e Controle de Aeronaves.

A pesquisa aqui apresentada teve como objetivo geral explorar o desenvolvimento de um código em linguagem MATLAB® para determinar as derivadas longitudinais e latero-direcionais de uma aeronave. Como objetivo específico, espera-se obter os parâmetros geométricos da aeronave a partir do modelo em CAD; realizar a simulação da aeronave com duas ferramentas distintas: MATLAB® e Datcom; comparar os resultados do MATLAB com os resultados do Datcom e com os presentes em Roskam (2001); testar a volatilidade para as derivadas obtidas; enfim, elaborar um manual para o programa desenvolvido.

Este estudo se estrutura em três capítulos. O capítulo 1 apresenta a fundamentação teórica. O capítulo 2 expõe a metodologia da implementação do sistema computacional. O capítulo 3 discorre sobre resultados obtidos através da metodologia computacional e apresenta sua análise. A conclusão vislumbra possibilidades de trabalho.

1 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Este capítulo contempla uma revisão bibliográfica a respeito das derivadas de estabilidade, com ênfase na terminologia dos parâmetros necessários para a aplicação da metodologia implementada no *software* MATLAB®. A base teórica, e a metodologia de cálculo demonstrada neste capítulo são fundamentalmente baseadas nos livros *Methods for estimating stability and control derivatives of conventional subsonic airplanes* (ROSKAM, 1971c) e *Airplane flight dynamics and automatic flight controls – part i and ii* (ROSKAM, 2001). Deduções matemáticas, assim como maiores aprofundamentos teóricos, estão fora do escopo deste trabalho. Para maiores esclarecimentos sugere-se consultar as referências citadas. É importante evidenciar que a metodologia é válida para aeronaves em regime subsônico e utiliza como base o Componet Build-up Method em que as contribuições de cada componente estrutural formam as forças e momentos da aeronave.

1.1 Aerofólio

O aerofólio é um corpo de forma destinada a produzir uma força aerodinâmica normal à direção do movimento relativo, como uma asa, uma empenagem, etc. (DUTRA, 1979). O aerofólio define características aerodinâmicas de grande influência na estabilidade e controle da aeronave. Informações mais detalhadas sobre aerofólios podem ser obtidas através da NACA (National Advisory Committee for Aeronautics).

O parâmetro mais relevante do aerofólio para este trabalho é a derivada relativa à variação do coeficiente de sustentação com o ângulo de ataque, c_{l_α} . Alguns exemplos são demonstrados na tabela 1.

TABELA 1. Dados experimentais de aerofólios NACA sob baixas velocidades

Airfoil	α_0 (deg)	\bar{c}_{m_0}	c_{l_α} (1/deg)	\bar{x}_{ac}	$\alpha_{c_{l_{max}}}$ (deg)	$c_{l_{max}}$	α^* (deg)
0006	0	0	0.108	0.250	9.0	0.92	9.0
0009	0	0	0.109	0.250	13.4	1.32	11.4
1408	0.8	-0.023	0.109	0.250	14.0	1.35	10.0
1410	-1.0	-0.020	0.108	0.247	14.3	1.50	11.0
1412	-1.1	-0.025	0.108	0.252	15.2	1.58	12.0
2412	-2.0	-0.047	0.105	0.247	16.8	1.68	9.5
2415	-2.0	-0.049	0.106	0.246	16.4	1.63	10.0
2418	-2.3	-0.050	0.103	0.241	14.0	1.47	10.0
2421	-1.8	-0.040	0.103	0.241	16.0	1.47	8.0
2424	-1.8	-0.040	0.098	0.231	16.0	1.29	8.4

FONTE: adaptada de Roskam (2001, s. p.39)

1.2 Parâmetros geométricos

Os aerofólios são integrados nas superfícies de sustentação, e assim, é determinado, para cada superfície, parâmetros geométricos e características aerodinâmicas de estabilidade e controle. Esta seção está dividida em duas subseções. A primeira se refere aos parâmetros geométricos da asa, estabilizador horizontal e estabilizador vertical. A segunda é relativa aos da fuselagem.

1.2.1 Asa e estabilizadores

A geometria das superfícies de sustentação tem grande importância na determinação das características aerodinâmicas da aeronave (ROSKAM, 2001). O quadro 1 define as propriedades geométricas para asa e estabilizadores, utilizados em análises de estabilidade e controle:

QUADRO 1. Propriedades geométricas para asa e estabilizadores e controle

PARÂMETRO	EQUAÇÃO	
Afilamento	$\lambda = \frac{C_t}{C_r}$	(1.1)
Alongamento	$A = \frac{b^2}{S} = 2 \frac{b}{(C_r(1 + \lambda))}$	(1.2)
Área	$S = \frac{b}{2} C_r (1 + \lambda)$	(1.3)
Tamanho da corda média geométrica (m. g. c)	$\bar{c} = \frac{2}{3} C_r \frac{(1 + \lambda + \lambda^2)}{1 + \lambda}$	(1.4)
Localização lateral da corda média geométrica (m. g. c)	$y_{mgc} = b \frac{1 + 2\lambda}{6(1 + \lambda)}$	(1.5)
Localização longitudinal da corda média geométrica (m. g. c)	$X_{mgc} = b \frac{1 + 2\lambda}{6(1 + \lambda)} * \tan \Lambda_{LE}$	(1.6)
Ângulo de enflechamento no quarto de corda	$\tan \Lambda_{\frac{c}{4}} = \tan \Lambda_{LE} - \frac{1 - \lambda}{A(1 + \lambda)}$	(1.7)
Ângulo de enflechamento no meio da corda	$\tan \Lambda_{\frac{c}{2}} = \tan \Lambda_{LE} - \frac{2(1 - \lambda)}{A(1 + \lambda)}$	(1.8)

FONTE: dados da pesquisa

Elaboração: Duran Silva Vasconcelos (2020)

Onde b é a envergadura, C_t é a corda na ponta, e C_r é a corda na raiz da superfície.

Também é necessário definir, para a asa e o estabilizador horizontal, o ângulo de diedro e o parâmetro Z_w , que se define pela distância entre a linha de centro até o quarto de corda da raiz exposta.

1.2.2 Fuselagem

A fuselagem é uma estrutura de forma aproximadamente aerodinâmica que abriga a tripulação, passageiros ou carga, e à qual são fixadas as asas, as superfícies da cauda, e onde são montados os motores da maioria das aeronaves (ANTAS, 1979). Esta estrutura tem grande influência em características aerodinâmicas, principalmente na contribuição para contabilizar o arrasto, e também na posição do centro aerodinâmico da aeronave. Devido à complexidade estrutural, sua geometria transversal é muitas vezes aproximada de um círculo. O quadro 2 define as propriedades geométricas para asa e estabilizadores, utilizados em análises de estabilidade e controle.

QUADRO 2. Propriedades geométricas para estabilizador e asa

PARÂMETRO	SIGLA
Comprimento	L
Área	S
Área transversal média	S_o
Área lateral	S_s
Diâmetro médio	d
Diâmetro máximo	d_{max}
Diâmetro no bordo de ataque da asa	h_1
Diâmetro no bordo de ataque do estabilizador horizontal	h_2
Diâmetro a um quarto de seu comprimento total (partindo do nariz)	h_{1f}
Diâmetro a três quartos de seu comprimento total (partindo do nariz)	h_{2f}
Largura máxima	W_{max}
Profundidade da fuselagem na região do estabilizador vertical	h_y
Altura máxima na área de interseção com a asa (partindo do solo)	d_1

FONTE: dados da pesquisa

Elaboração: Duran Silva Vasconcelos (2020)

1.3 Coeficientes

Os coeficientes aerodinâmicos são números adimensionais que caracterizam as propriedades de força e momento aerodinâmico entre corpo e fluido. Tratando-se de estabilidade e controle de uma aeronave, os coeficientes adimensionais mais presentes acerca deste ponto são apresentados no quadro 3.

QUADRO 3. Coeficientes de estabilidade e controle

COEFICIENTE	EQUAÇÃO	
Coeficiente de sustentação	$C_L = \frac{L}{(\bar{q} S)}$	(1.9)
Coeficiente de arrasto:	$C_D = \frac{D}{(\bar{q} S)}$	(1.10)
Coeficiente de derrapagem:	$C_y = \frac{F_{Ay}}{(\bar{q} S)}$	(1.11)
Coeficiente de momento de rolagem:	$C_l = \frac{L_A}{(\bar{q} S b)}$	(1.12)
Coeficiente de momento de arfagem:	$C_m = \frac{M_A}{(\bar{q} S \bar{c})}$	(1.13)
Coeficiente de momento de guinada:	$C_n = \frac{N_A}{(\bar{q} S b)}$	(1.14)

FONTE: dados da pesquisa

Elaboração: Duran Silva Vasconcelos (2020)

Em que, L é a sustentação, \bar{q} é a pressão dinâmica, D é o arrasto, F_{Ay} é a força lateral aplicada, L_A é a componente no eixo X de momento aerodinâmico, M_A é a componente no eixo Y de momento aerodinâmico e N_A é a componente no eixo Z de momento aerodinâmico.

Estas características são aplicadas a uma variedade de superfícies de controle como: asa, estabilizador horizontal, estabilizador vertical, canard etc. (ROSKAM, 2001). Para distinguir as características aerodinâmicas das superfícies relevantes neste trabalho, utiliza-se dos subscritos: W para a asa, H para o estabilizador vertical, V para o estabilizador vertical e B para a fuselagem.

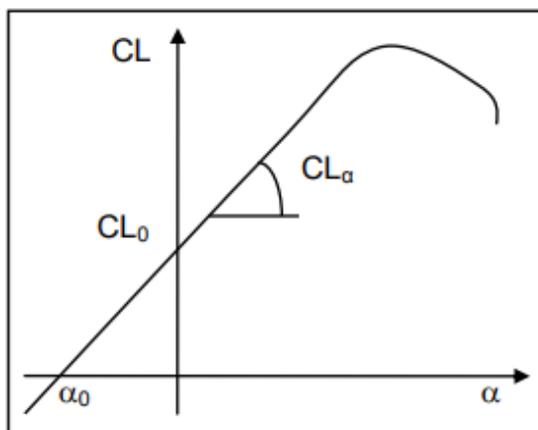
1.4 Características aerodinâmicas das superfícies de sustentação e da fuselagem

Nesta seção são apresentadas as características de maior importância acerca de predição e análise de estabilidade e controle de uma aeronave.

1.4.1 Curva de Sustentação: $C_L \times \alpha$

A figura 1 representa um esboço da curva $C_L \times \alpha$. O parâmetro C_{L_0} é o coeficiente de sustentação para ângulo de ataque nulo da aeronave e o C_{L_α} é a inclinação da curva $C_L \times \alpha$ da aeronave (RODRIGO, 2009).

FIGURA 1. Curva $C_L \times \alpha$



FONTE: adaptada de Rodrigo (2009, p.1)

A curva de sustentação depende do alongamento, ângulo de enflechamento, número de Mach, afilamento e da curva de sustentação do aerofólio.

1.4.2 Centro aerodinâmico: X_{ac}

O centro aerodinâmico é definido como o ponto em que não há variação do coeficiente de momento de arfagem com o ângulo de ataque, ou seja, o ponto onde $C_{m_\alpha} = 0$. As características de influência sobre este parâmetro são alongamento, ângulo de enflechamento, número de Mach, afilamento e da curva de sustentação do aerofólio.

1.4.3 Ângulo de ataque com sustentação nula: α_0

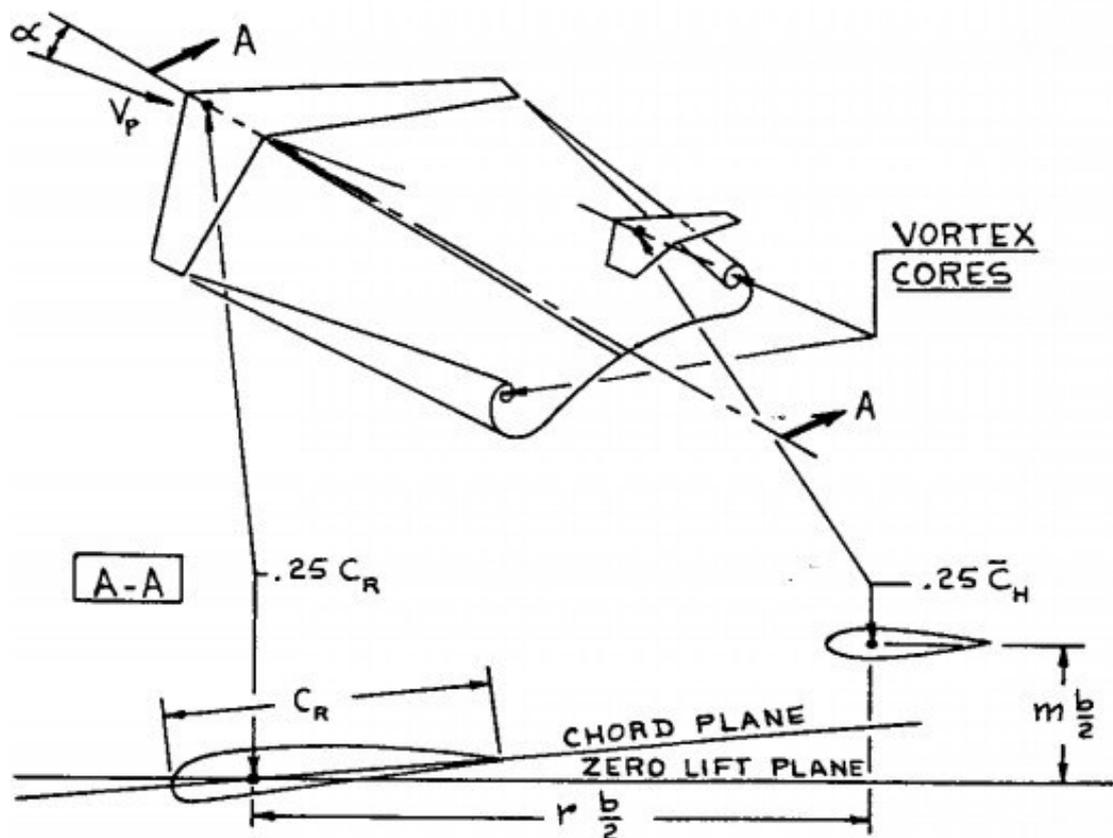
O ângulo de ataque da plataforma é definido como o ângulo entre corda na raiz (C_r) e a direção da velocidade do escoamento incidente. Obter o ângulo cuja sustentação é nula implica em determinar o ângulo de ataque em que a sustentação total gerada pela superfície seja igual a zero. Este parâmetro é fundamental para determinar o ângulo de incidência para voo de cruzeiro e aterrissagem. Os parâmetros utilizados para determinar o ângulo de ataque com

sustentação nula (α_0) são: ângulo de enflechamento, torção, afilamento e da curva de sustentação do aerofólio.

1.4.4 *Downwash e sua taxa de variação com o ângulo de ataque: ($d\varepsilon/d\alpha$)*

Este parâmetro possui diferentes metodologias de cálculo para voo subsônico, transônico e supersônico. Esta seção discute apenas as características do voo subsônico. O *downwash* na parte traseira da asa é uma consequência do sistema de vórtices representado na figura 2. Devido à diferença de pressão gerada pela interação da geometria do aerofólio com o escoamento, uma camada de vórtice é gerada atrás da asa. Esta camada de vórtice é desviada para baixo (*downwash*) pela camada limite e pelos vórtices de ponta que, juntos, constituem o sistema de vórtice de asa (ROSKAM, 2001)

FIGURA 2. Geometria para determinação de *downwash*



FONTE: adaptado de Roskam (2001, s. p.52)

A figura 2 demonstra a influência dos efeitos de vórtice da asa sobre o estabilizador horizontal. A taxa de variação do *downwash* com o ângulo de ataque é denominada gradiente de *downwash* ($d\varepsilon/d\alpha$).

1.5 Derivadas de estabilidade

As derivadas de estabilidade advêm da linearização das equações de movimento da aeronave que são compostas pelas forças e momentos aerodinâmicos. A forma aproximada de como cada força e momento estão relacionados com as variáveis de estado é demonstrada nos quadros 4 e 5, para o estado de equilíbrio e perturbado, respectivamente.

QUADRO 4. Relação das forças e momentos com as variáveis de estado de equilíbrio

Variable	all = 0	α	β	δ_a	δ_e	δ_r
$F_{Ax_{1s}}$	drag at zero value for all variables	induced drag	negligible for small: β	negligible for small: δ_a	negligible for small: δ_e	negligible for small: δ_r
$F_{Ay_{1s}}$	zero	negligible for small: α	side force due to: β	zero	zero	side force due to: δ_r
$F_{Az_{1s}}$	lift at zero value for all variables	lift due to: α	negligible for small: β	negligible	lift due to: δ_e	negligible
$L_{A_{1s}}$	zero	rolling moment due to sideslip is affected by: α	rolling moment due to: β	rolling moment due to: δ_a	zero	rolling moment due to: δ_r
$M_{A_{1s}}$	pitching moment at zero value for all variables	pitching moment due to: α	negligible for small: β	negligible	pitching moment due to: δ_e	negligible
$N_{A_{1s}}$	zero	yawing moment due to sideslip is affected by: α	yawing moment due to: β	yawing moment due to: δ_a	zero	yawing moment due to: δ_r

FONTE: Roskam (2001, s. p.67)

QUADRO 5. Relação das forças e momentos com as variáveis de estado perturbado

Variable	Direct Variables								Derived Variables				Control Variables			
	u	v	w	p	q	r	\dot{v}	\dot{w}	$\beta = \frac{v}{U_1}$	$\alpha = \frac{w}{U_1}$	$\dot{\beta} = \frac{\dot{v}}{U_1}$	$\dot{\alpha} = \frac{\dot{w}}{U_1}$	δ_a	δ_e	δ_r	δ_f
f_{A_x}	$\frac{\partial F_{A_x}}{\partial u}$		$\frac{\partial F_{A_x}}{\partial w}$		$\frac{\partial F_{A_x}}{\partial q}$			$\frac{\partial F_{A_x}}{\partial w}$		$\frac{\partial F_{A_x}}{\partial \alpha}$		$\frac{\partial F_{A_x}}{\partial \dot{\alpha}}$		$\frac{\partial F_{A_x}}{\partial \delta_e}$		$\frac{\partial F_{A_x}}{\partial \delta_f}$
f_{A_y}		$\frac{\partial F_{A_y}}{\partial v}$		$\frac{\partial F_{A_y}}{\partial p}$		$\frac{\partial F_{A_y}}{\partial r}$	$\frac{\partial F_{A_y}}{\partial \dot{v}}$		$\frac{\partial F_{A_y}}{\partial \beta}$		$\frac{\partial F_{A_y}}{\partial \dot{\beta}}$		$\frac{\partial F_{A_y}}{\partial \delta_a}$		$\frac{\partial F_{A_y}}{\partial \delta_r}$	
f_{A_z}	$\frac{\partial F_{A_z}}{\partial u}$		$\frac{\partial F_{A_z}}{\partial w}$		$\frac{\partial F_{A_z}}{\partial q}$			$\frac{\partial F_{A_z}}{\partial w}$		$\frac{\partial F_{A_z}}{\partial \alpha}$		$\frac{\partial F_{A_z}}{\partial \dot{\alpha}}$		$\frac{\partial F_{A_z}}{\partial \delta_e}$		$\frac{\partial F_{A_z}}{\partial \delta_f}$
l_A		$\frac{\partial L_A}{\partial v}$		$\frac{\partial L_A}{\partial p}$		$\frac{\partial L_A}{\partial r}$	$\frac{\partial L_A}{\partial \dot{v}}$		$\frac{\partial L_A}{\partial \beta}$		$\frac{\partial L_A}{\partial \dot{\beta}}$		$\frac{\partial L_A}{\partial \delta_a}$		$\frac{\partial L_A}{\partial \delta_r}$	
m_A	$\frac{\partial M_A}{\partial u}$		$\frac{\partial M_A}{\partial w}$		$\frac{\partial M_A}{\partial q}$			$\frac{\partial M_A}{\partial w}$		$\frac{\partial M_A}{\partial \alpha}$		$\frac{\partial M_A}{\partial \dot{\alpha}}$		$\frac{\partial M_A}{\partial \delta_e}$		$\frac{\partial M_A}{\partial \delta_f}$
n_A		$\frac{\partial N_A}{\partial v}$		$\frac{\partial N_A}{\partial p}$		$\frac{\partial N_A}{\partial r}$	$\frac{\partial N_A}{\partial \dot{v}}$		$\frac{\partial N_A}{\partial \beta}$		$\frac{\partial N_A}{\partial \dot{\beta}}$		$\frac{\partial N_A}{\partial \delta_a}$		$\frac{\partial N_A}{\partial \delta_r}$	

FONTE: Roskam (2001, s. p.126)

Os espaços em branco no quadro 5 indicam que não há efeito de uma variável sobre a outra. As perturbações são assumidas considerando um espaço de equilíbrio simétrico.

A partir desta seção serão discutidas as derivadas de estabilidade de uma aeronave convencional subsônica. Exceto quando explicitado, toda a metodologia de cálculo e base teórica é fundamentada em Roskam (1971c). O quadro 6 explicita as derivadas que serão estimadas neste trabalho e as superfícies que tem contribuição direta para contabilizá-las.

QUADRO 6. Superfícies que influenciam cada derivada

DERIVADA DE ESTABILIDADE	ASA	ESTABILIZADOR HORIZONTAL	ESTABILIZADOR VERTICAL	FUSELAGEM
C_{L_α}	x	x		
C_{D_α}	x			
C_{m_α}	x	x		x
C_{L_u}				
C_{m_u}	x			
C_{L_q}	x	x		

Continua...

Continuação do QUADRO 6

DERIVADA DE ESTABILIDADE	ASA	ESTABILIZADOR HORIZONTAL	ESTABILIZADOR VERTICAL	FUSELAGEM
$C_{m_{\dot{\alpha}}}$	X	X		
$C_{L_{\dot{\alpha}}}$	X	X		
$C_{m_{\ddot{\alpha}}}$	X	X		
$C_{y_{\beta}}$	X		X	X
$C_{l_{\beta}}$	X	X	X	
$C_{n_{\beta}}$	X		X	X
C_{y_p}			X	
C_{l_p}	X	X	X	
C_{n_p}	X		X	
C_{y_r}			X	
C_{l_r}	X		X	
C_{n_r}	X		X	

FONTE: dados da pesquisa

Elaboração: Duran Silva Vasconcelos (2020)

1.6 Derivadas do ângulo de ataque

1.6.1 Variação do coeficiente de sustentação com o ângulo de ataque: $C_{L_{\alpha}}$

Esta derivada pode ser calculada através da Eq. (1.15):

$$C_{L_{\alpha}} = C_{L_{\alpha_{WB}}} + C_{L_{\alpha_H}} n_H \frac{S_H}{S} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \quad (1.15)$$

Em que $C_{L_{\alpha_{WB}}}$ e $C_{L_{\alpha_H}}$ são as derivadas relativas à contribuição da asa com influência da fuselagem e do estabilizador horizontal, respectivamente. Para voos com número de Mach maior que 0.6, seus valores podem ser estimados através da Eq. (1.16):

$$C_{L_{\alpha}} = 2\pi \frac{A}{2 + \sqrt{(A^2) \frac{\beta^2}{k^2} \left(1 + \frac{\tan^2 \Lambda_c}{\beta^2}\right) + 4}} \quad (1.16)$$

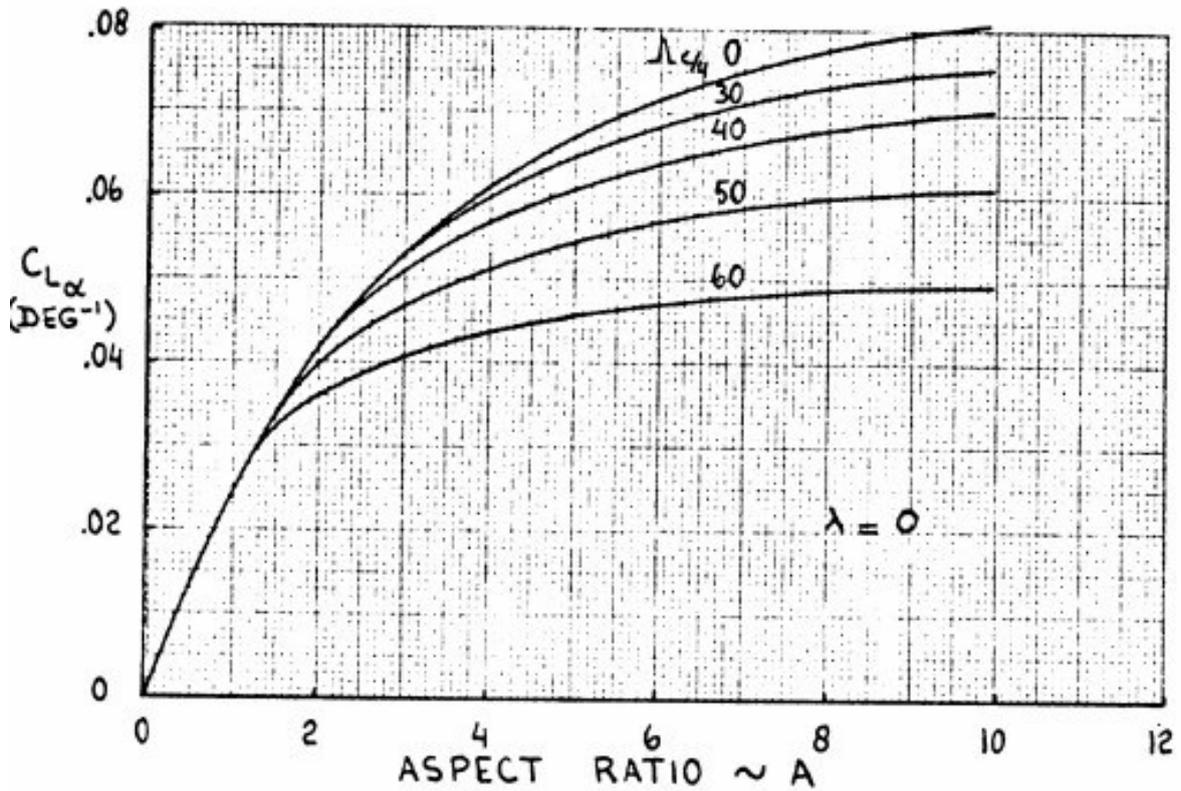
Onde:

$$\beta = \sqrt{1 - M^2} \quad (1.17)$$

O fator k é definido como a razão da curva de sustentação do aerofólio por 2π .

Para voos com número de Mach menores que 0.6, o valor de $C_{L\alpha}$ também pode ser estimado (vide figura 1 no APÊNDICE). A figura 3 demonstra um exemplo, extraído de Roskam (1971c), para um valor de afilamento igual a zero.

FIGURA 3. Curva de sustentação para números de Mach pequenos



FONTE: adaptada de Roskam (1971c)

A razão de pressão dinâmica do estabilizador horizontal pode ser assumida com o intervalo:

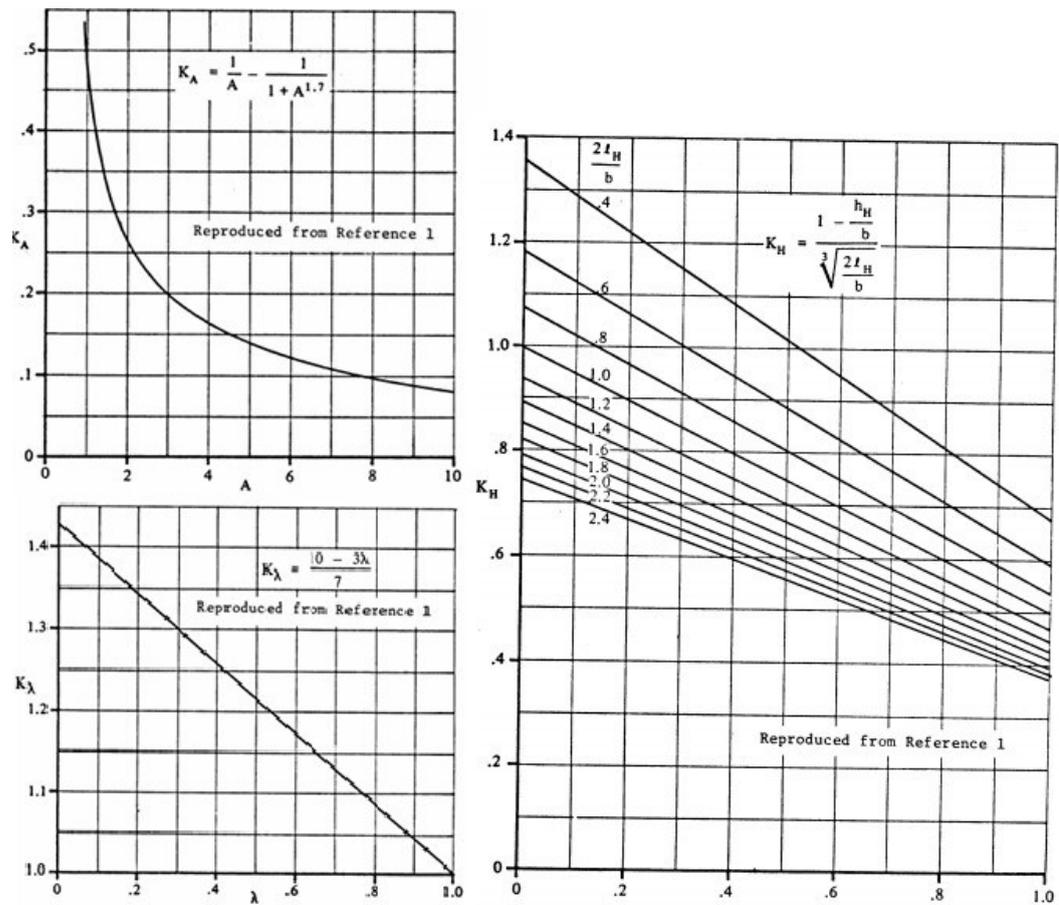
$$0.9 < n_H < 1.0$$

A taxa de *downwash* para o estabilizador horizontal, $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$, pode ser determinada através da seguinte metodologia:

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha_M} = \frac{d\varepsilon}{d\alpha_{M=0}} \frac{C_{L\alpha} W_M}{C_{L\alpha} W_{M=0}} \quad (1.18)$$

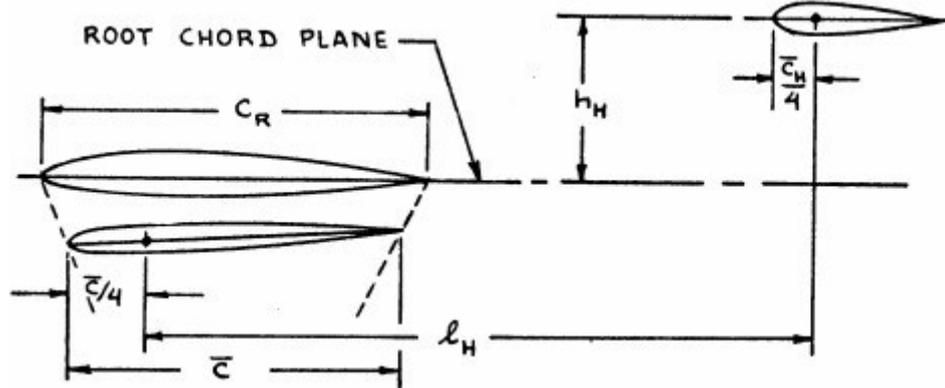
O gradiente de *downwash* ($\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$) para velocidades baixas é obtido através das variáveis K_A , K_λ e K_H , que podem ser estimadas pela figura 4. Os parâmetros h_H e l_H são definidos pela distância entre o quarto de corda da asa e do estabilizador horizontal no eixo Z e X respectivamente, como demonstrado na figura 5.

FIGURA 4. Fator de alongamento de asa, fator de afilamento de asa, fator de posicionamento de estabilizador horizontal



FONTE: adaptada de Roskam (1971c)

FIGURA 5. Parâmetros geométricos de localização do estabilizador horizontal



FONTE: adaptada de Roskam (1971c)

1.6.2 Variação do coeficiente de arrasto com o ângulo de ataque: C_{D_α}

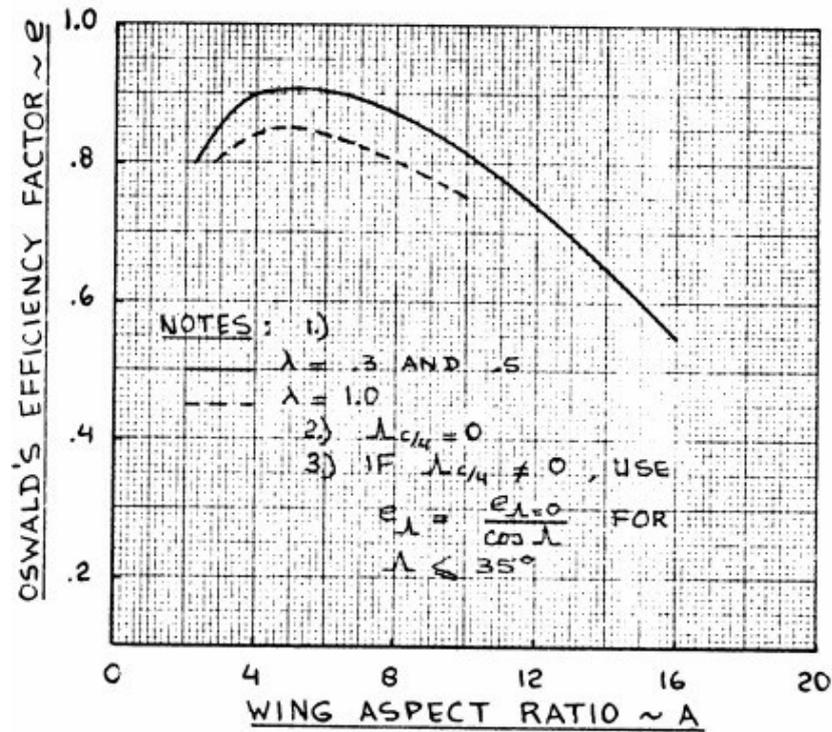
Esta derivada é geralmente negligenciável em análises de estabilidade dinâmica. Entretanto, pode ser relevante para problemas de estabilidade e controle em voos com baixas velocidades. Uma metodologia aplicável para estimar esta variável, em voos subsônicos, é definida pela Eq. (1.19).

$$C_{D_\alpha} = \frac{\partial \bar{C}_{D_0}}{\partial \alpha} + \frac{2 C_L C_{L_\alpha}}{\pi A e} \quad (1.19)$$

O termo $\frac{\partial \bar{C}_{D_0}}{\partial \alpha}$ representa a mudança do perfil de arrasto com o ângulo de ataque. Esta contribuição é muitas vezes pequena e complexa de ser estimada. Para o propósito de análise de design preliminar é aceitável considerá-lo nulo.

O parâmetro e é denominado fator de eficiência de Oswald e pode ser estimado através da figura 6. As variáveis de influência sobre o parâmetro são geométricas, especificamente, alongamento e o enflechamento a um quarto da corda média aerodinâmica.

FIGURA 6. Método para estimar o fator de eficiência de Oswald



FONTE: Roskam (1971c)

1.6.3 Variação do coeficiente de momento de arfagem com o ângulo de ataque: C_{m_α}

Considera-se que, para todos os valores subsônico de número de Mach, esta derivada pode ser estimada através da Eq. (1.20).

$$C_{m_\alpha} = \frac{dC_m}{dC_L} C_{L_\alpha} \quad (1.20)$$

Onde a margem estática, $\frac{dC_m}{dC_L}$ é definida como:

$$\frac{dC_m}{dC_L} = \bar{X}_{cg} - \bar{X}_{ac} \quad (1.21)$$

A Eq. (1.22) pode ser utilizada para determinar o centro aerodinâmico da aeronave, \bar{X}_{ac} .

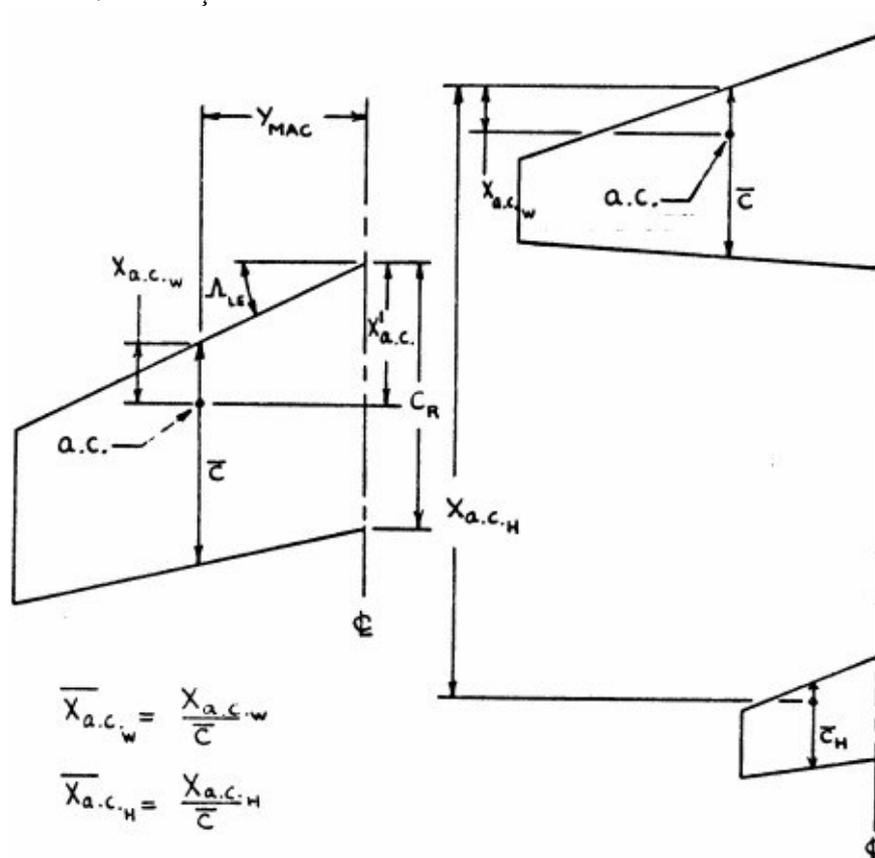
$$\bar{X}_{ac} = \frac{\bar{X}_{acWB} + \frac{C_{L\alpha H}}{C_{L\alpha WB}} n_H \frac{S_H}{S} \bar{X}_{acH} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)}{1 + \frac{C_{L\alpha H}}{C_{L\alpha WB}} n_H \frac{S_H}{S} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)} \quad (1.22)$$

O parâmetro $\bar{X}_{ac_{WB}}$ pode ser obtido através da Eq. (1.23).

$$\bar{X}_{ac_{WB}} = \bar{X}_{ac_W} + \Delta\bar{X}_{ac_B} \quad (1.23)$$

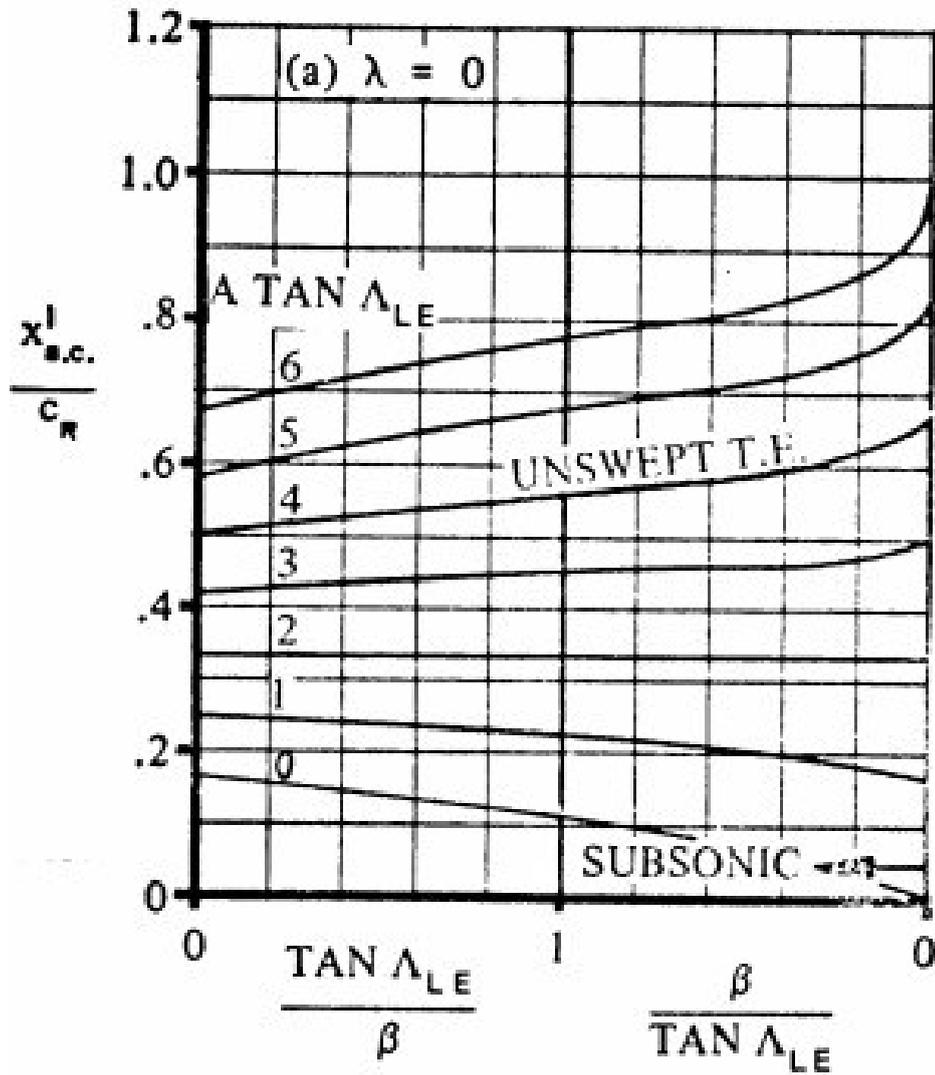
Os centros aerodinâmicos adimensionais $\bar{X}_{ac_{WB}}$ e \bar{X}_{ac_H} são definidos pela da figura 7. Os valores numéricos dos parâmetros citados nesta seção podem ser obtidos através das figuras 8, 9 e 10. A figura 8 e a 10 demonstram apenas a parte referente ao cálculo para afilamento nulo, mais informações podem ser obtidas na seção 3 de Roskam (1971c).

FIGURA 7. Definição dos centros aerodinâmicos dimensionais e adimensionais



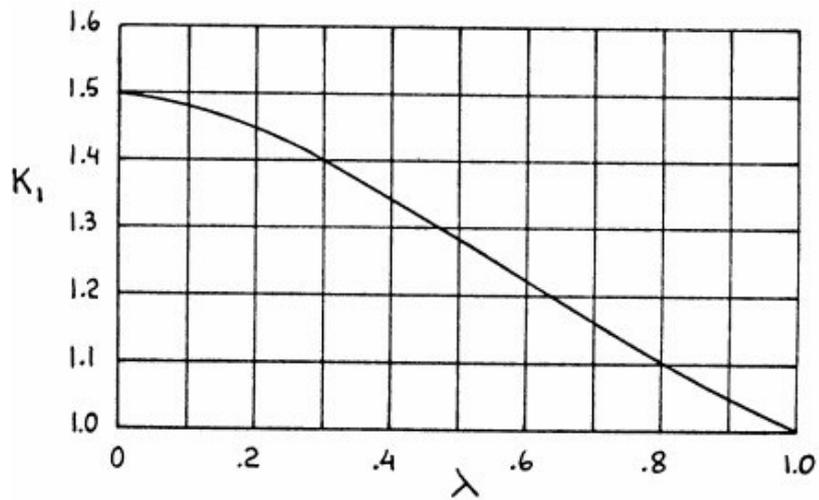
FONTE: Roskam (1971c)

FIGURA 8. Localização do centro aerodinâmico das superfícies de sustentação



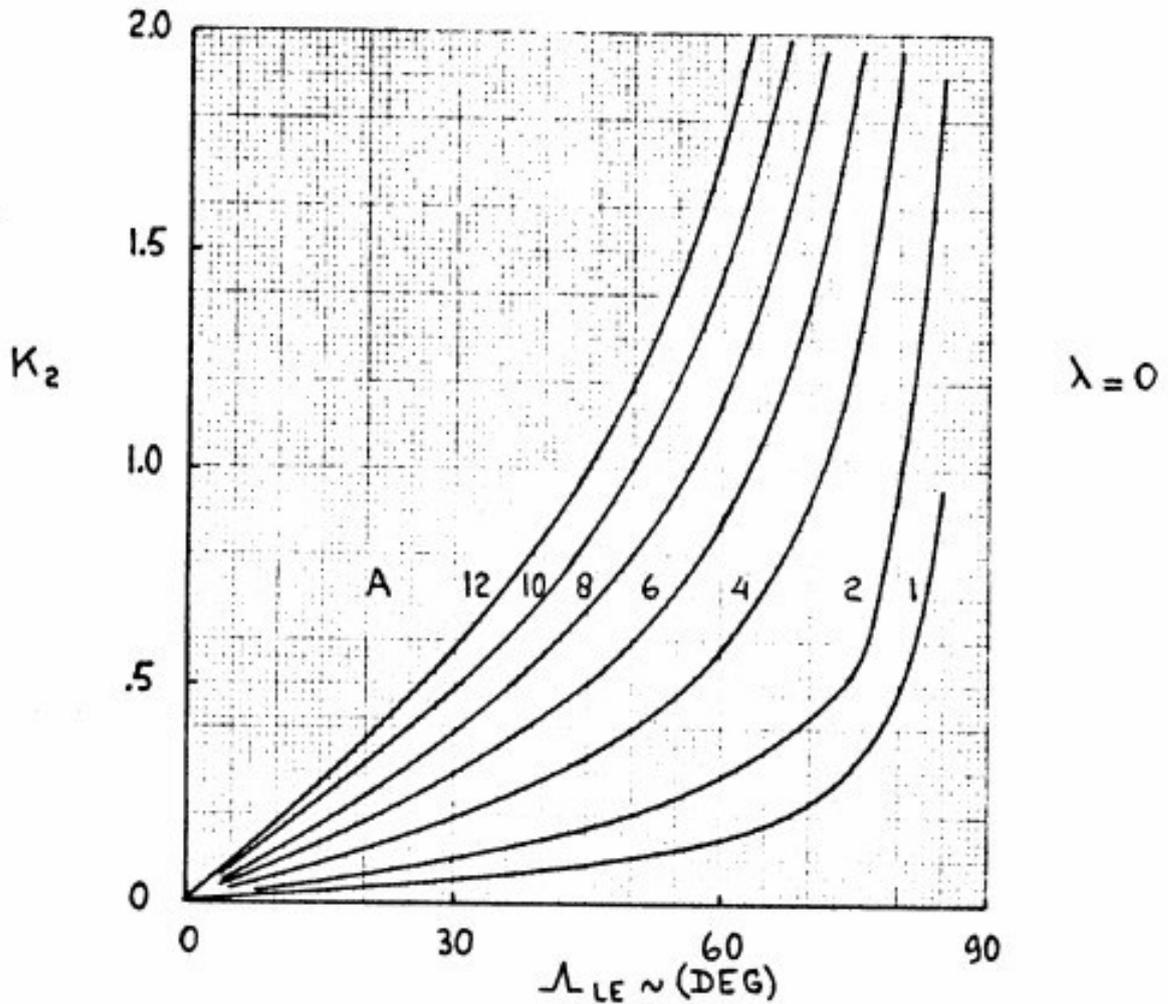
FONTE: adaptada de Roskam (1971c)

FIGURA 9. Centro aerodinâmico, constante de transformação K1



FONTE: adaptada de Roskam (1971c)

FIGURA 10. Centro aerodinâmico, constante de transformação K2



FONTE: adaptada de Roskam (1971c)

A metodologia para estimar \bar{X}_{acWB} e \bar{X}_{acH} é dividida em dois passos.

Passo 1. Determinar X'_{ac}/C_R para o estabilizador horizontal e para a asa de acordo com

a figura 8.

Passo 2. Converter X'_{ac}/C_R para X_{ac} através da Eq. (1.24).

$$\bar{X}_{ac} = K_1 \left(\frac{X'_{ac}}{C_R} - K_2 \right) \quad (1.24)$$

Os fatores K_1 e K_2 são definidos pela figura 9 e pela figura 10 respectivamente. O parâmetro $\Delta\bar{X}_{acB}$ é muitas vezes pequeno e possui uma metodologia complexa de estimar seu valor. Por isso, sua formulação matemática não será demonstrada neste projeto; métodos para estimá-lo aparecem na seção 3 de Roskam (1971c).

1.7 Derivadas de velocidade

A derivada relativa à variação do coeficiente de arrasto com a velocidade é comumente negligenciável para números de Mach subsônicos. Portanto, não será discutida neste trabalho.

1.7.1 Variação do coeficiente de sustentação com a velocidade: C_{L_u}

Para números de Mach menores que 0.8, esta derivada pode ser obtida através da Eq. (1.25).

$$C_{L_u} = \frac{M^2}{1-M^2} C_L \quad (1.25)$$

1.7.2 Variação do coeficiente de momento de arfagem com a velocidade: C_{m_u}

A derivada C_{m_u} surge fisicamente a partir das mudanças em C_{m_0} e no centro aerodinâmico com o número de Mach. Dentro do intervalo subsônico, mudanças no C_{m_0} com o número de Mach são negligenciáveis. Assim, o cálculo de C_{m_u} pode ser realizado através da Eq. (1.26).

$$C_{m_u} = -C_L \frac{\partial \bar{X}_{acW}}{\partial M} \quad (1.26)$$

Onde, $\frac{\partial \bar{X}_{acW}}{\partial M}$, pode ser estimado através da simulação gráfica da curva $\bar{X}_{acW} \times M$.

1.8 Derivadas da taxa de arfagem

A derivada relativa à variação do coeficiente de arrasto com a taxa de arfagem variável é geralmente negligenciável para voos subsônicos e não será discutida neste trabalho.

1.8.1 Variação do coeficiente de sustentação com a taxa de arfagem: C_{L_q}

Esta variável é definida pela soma da contribuição da asa e do estabilizador horizontal. Os efeitos de influência da fuselagem são pequenos e negligenciáveis, podendo ser definida pela Eq. (1.27).

$$C_{L_q} = C_{L_{qw}} + C_{L_{qH}} \quad (1.27)$$

A metodologia de cálculo da contribuição da asa de acordo com Toll (1948) e Fisher (1949), que demonstram que:

$$C_{L_{qwM}} = \frac{A+2 \cos \Lambda_c}{A B+2 \cos \Lambda_c} C_{L_{qwM=0}} \quad (1.28)$$

Onde,

$$C_{L_{qwM=0}} = \left(\frac{1}{2} + 2 \frac{X_W}{\bar{c}} \right) C_{L_{\alpha W M=0}} \quad (1.29)$$

A variável X_W é definida pela distância entre o centro de gravidade da aeronave e o centro aerodinâmico da asa. O valor de $C_{L_{\alpha W}}$ é determinado na seção 1.7.1.

A contribuição do estabilizador horizontal, de acordo com Roskam (1971a) pode ser definida através da Eq. (1.30).

$$C_{L_{qH M}} = 2 C_{L_{\alpha H M}} n_H \bar{V}_H \quad (1.30)$$

O valor do coeficiente de volume do estabilizador horizontal, \bar{V}_H , pode ser estimado por meio da Eq. (1.31).

$$\bar{V}_H = \frac{X_H}{\bar{c}} \frac{S_H}{S} \quad (1.31)$$

O parâmetro X_H é definido como a distância entre o centro de gravidade da aeronave e o centro aerodinâmico do estabilizador horizontal. Muitas vezes é aceitável utilizar X_H como a distância entre o quarto de corda geométrico da asa e o quarto geométrico de corda do estabilizador horizontal.

1.8.2 Variação do coeficiente de momento de arfagem com a taxa de arfagem: C_{m_q}

A derivada C_{m_q} pode ser obtida através da soma das contribuições da asa e do estabilizador horizontal. A contribuição da fuselagem é geralmente pequena (ROSKAM, 1971c).

$$C_{m_q} = C_{m_{qW}} + C_{m_{qH}} \quad (1.32)$$

A contribuição da asa para a derivada C_{m_q} pode ser obtida através da Eq. (1.33), demonstrada em Toll (1948) e em Fisher (1949).

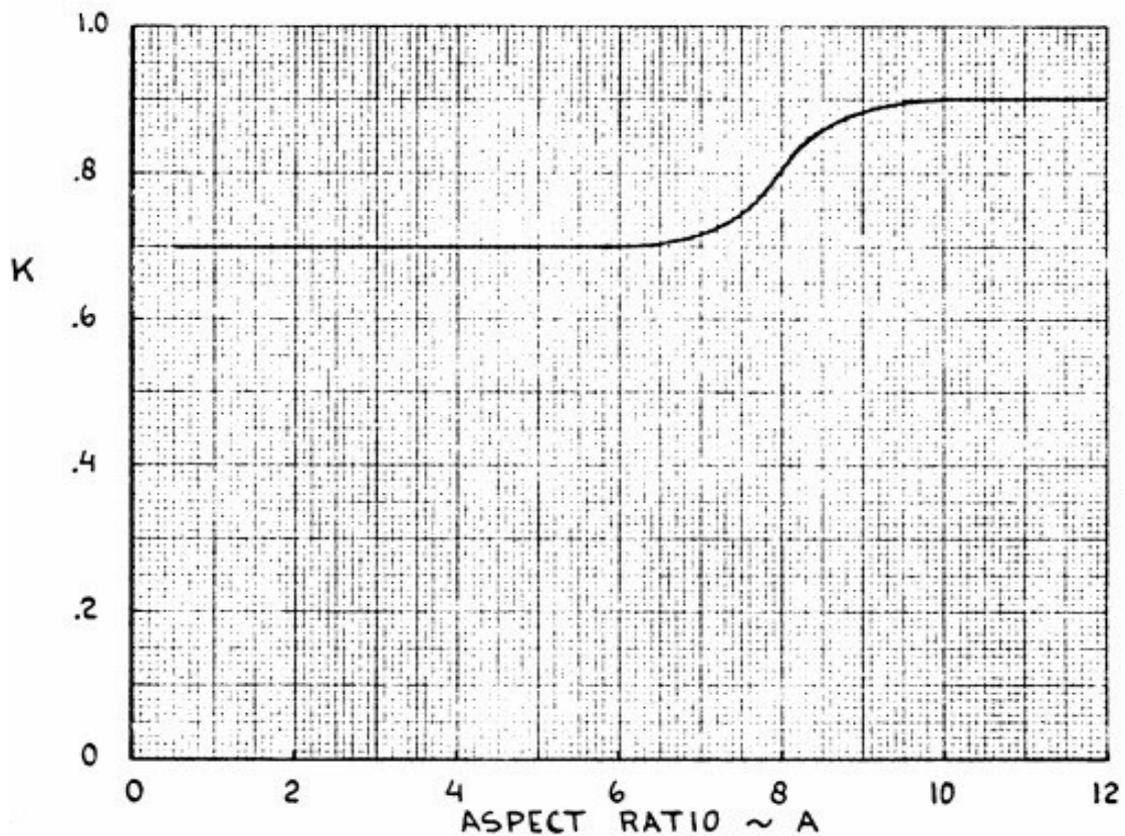
$$C_{m_{qW|M}} = C_{m_{qW|M=0}} \left[\frac{\left(\frac{A^3 \tan^2 \Lambda_c}{A B + 6 \cos \Lambda_c} + \frac{3}{B} \right)}{\frac{A^3 \tan^2 \Lambda_c}{A + 6 \cos \Lambda_c} + 3} \right] \quad (1.33)$$

Em que,

$$C_{m_{qW|M=0}} = -K C_{L_{\alpha V}} \cos \Lambda_c \left[A \frac{\left[2 \left(\frac{X_W}{c} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{X_W}{c} \right) \right]}{A + 2 \cos \Lambda_c} + \frac{1}{24} \frac{A^3 \tan^2 \Lambda_c}{A + 6 \cos \Lambda_c} + \frac{1}{8} \right] \quad (1.34)$$

Na Eq. (1.34), o termo K é definido pela figura 11.

FIGURA 11. Constante de correção da contribuição da asa para C_{m_q}



FONTE: Roskam (1971c)

A contribuição do estabilizador horizontal pode ser obtida através da Eq. (1.35).

$$C_{m_{qH}} = -2 C_{L_{\alpha_H}} n_H \bar{V}_H \frac{X_H}{\bar{c}} \quad (1.35)$$

1.9 Derivadas da taxa de variação do ângulo de ataque

Métodos para computar o efeito da taxa de variação do ângulo de ataque, $\dot{\alpha}$, para uma aeronave arbitrária ainda não estão disponíveis. Por isso, utiliza-se neste trabalho o método chamado *lag-of-downwash*. Neste método, é assumido que o *downwash* atrás da asa (ou outra superfície de sustentação) depende principalmente da força dos vórtices de ponta de asa nas proximidades da cauda horizontal.

A derivada relativa à variação do coeficiente de arrasto com a taxa de ângulo de ataque variável é negligenciável para voos subsônicos. Por isso, não pertence ao escopo deste trabalho.

1.9.1 Variação do coeficiente de sustentação com a taxa de variação do ângulo de ataque, $C_{L_{\dot{\alpha}}}$

Esta variável é definida pela soma da contribuição da asa e do estabilizador horizontal. Os efeitos de influência da fuselagem são pequenos e negligenciáveis. Pode ser definida pela Eq. (1.36).

$$C_{L_{\dot{\alpha}}} = C_{L_{\dot{\alpha}_W}} + C_{L_{\dot{\alpha}_H}} \quad (1.36)$$

A literatura Roskam (1971a) demonstra que não há uma formula explícita disponível para o cálculo da contribuição da asa para $C_{L_{\dot{\alpha}}}$, portanto, será considerada apenas a contribuição do estabilizador horizontal, $C_{L_{\dot{\alpha}_H}}$.

Para o cálculo da contribuição do estabilizador horizontal, a Eq. (1.37) pode ser utilizada.

$$C_{L_{\dot{\alpha}_H}} = 2 C_{L_{\alpha_H}} n_H \bar{V}_H \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \quad (1.37)$$

1.9.2 Variação do coeficiente de momento de arfagem com taxa de variação de ângulo de ataque: $C_{m_{\dot{\alpha}}}$

Esta derivada pode ser expressa através da Eq. (1.38).

$$C_{m_{\dot{\alpha}}} = C_{m_{\dot{\alpha}_W}} + C_{m_{\dot{\alpha}_H}} \quad (1.38)$$

De acordo com Roskam (1971c) exceto para asas triangulares, não há métodos de estimação de $C_{m_{\alpha W}}$ disponíveis. Por isso, a derivada relativa à variação do coeficiente de momento de arfagem com a taxa de variação de ângulo de ataque, $C_{m_{\alpha}}$, será contabilizada pela contribuição do estabilizador horizontal, podendo ser definida como:

$$C_{m_{\alpha H}} = -2 C_{L_{\alpha H}} n_H \bar{V}_H \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \frac{x_H}{\bar{c}} \quad (1.39)$$

1.10 Derivadas do ângulo de derrapagem

Exceto quando indicado, o método desta seção tem como base em Hoak (1975).

1.10.1 Variação do coeficiente de força lateral com o ângulo de derrapagem: $C_{y_{\beta}}$

Para aeronaves convencionais, esta derivada pode ser estimada através da Eq. (1.40).

$$C_{y_{\beta}} = C_{y_{\beta W}} + C_{y_{\beta B}} + C_{y_{\beta V}} \quad (1.40)$$

A contribuição da asa, $C_{y_{\beta W}}$, é significativa apenas em casos em que o ângulo diedro, Γ , da asa é diferente de zero. Neste caso, a Eq. (1.41) é sugerida.

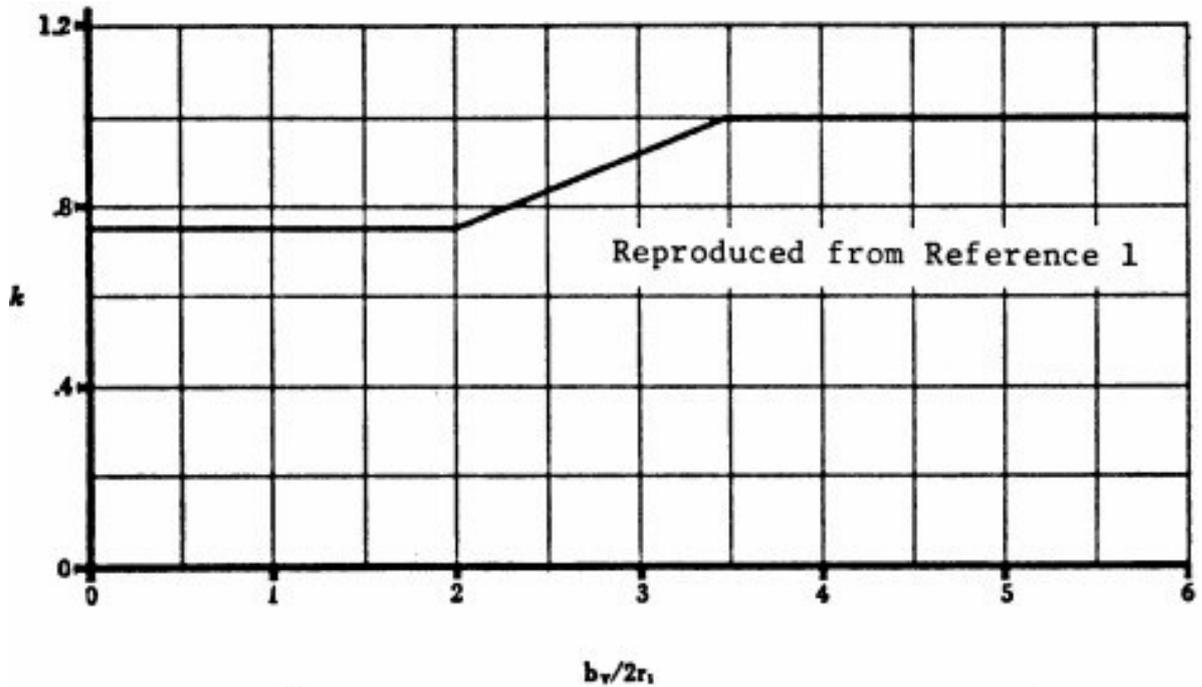
$$C_{y_{\beta W}} = -0.0001 |\Gamma| 57.3 \quad (1.41)$$

Para a contribuição da fuselagem, $C_{y_{\beta B}}$, pode ser estimado de acordo com a Eq. (1.42).

$$C_{y_{\beta B}} = -2 K_i \frac{S_0}{S} \quad (1.42)$$

O fator K_i é determinado através da figura 12 e S_0 é a área transversal da fuselagem no ponto onde o escoamento deixa de ser potencial. Uma explicação mais detalhada desse parâmetro pode ser encontrada em Roskam (1971c).

FIGURA 13. Fator empírico para estimar a derivada de derrapagem



FONTE: Roskam (1971c)

A variação da sustentação com o ângulo de ataque do estabilizador vertical, $C_{L_{\varphi}}$, pode ser estimada através da Eq. (1.16) definida na seção 1.7.1 deste trabalho. Entretanto, é necessário que o alongamento utilizado seja o alongamento efetivo, que pode ser calculado através da Eq. (1.45).

$$A_{V_{eff}} = \left(\frac{A_{V(B)}}{A_V} \right) \left(1 + K_{H_H} \left(\frac{A_{V(HB)}}{A_{V(B)}} - 1 \right) \right) \quad (1.45)$$

A definição e a metodologia para estimar as variáveis presentes na Eq. (1.45) são descritas na seção 7.1 de Roskam (1971c).

1.10.2 Variação do coeficiente do momento de rolagem com o ângulo de derrapagem: $C_{l_{\beta}}$

Para aeronaves convencionais, esta derivada pode ser estimada através da Eq. (1.46).

$$C_{l_{\beta}} = C_{l_{\beta_{WB}}} + C_{l_{\beta_H}} + C_{l_{\beta_V}} \quad (1.46)$$

Define-se a contribuição da asa por meio da Eq. (1.47).

$$C_{l_{\beta_{WB}}} = 57.3 \left[C_{L_{WB}} \left\{ \left(\frac{C_{l_{\beta}}}{C_{L_{\Lambda \frac{c}{2}}}} \right) K_{M_{\Lambda}} K_f + \left(\frac{C_{l_{\beta}}}{C_{L_{\Lambda}}}} \right) \right\} + \Gamma \left\{ \frac{C_{l_{\beta}}}{\Gamma} K_{M_{\Gamma}} + \frac{\Delta C_{l_{\beta}}}{\Gamma} \right\} + (\Delta C_{l_{\beta}})_{Z_W} + \theta \tan \frac{\Lambda c}{4} \left(\frac{\Delta C_{l_{\beta}}}{(\theta \tan \frac{\Lambda c}{4})} \right) \right] \quad (1.47)$$

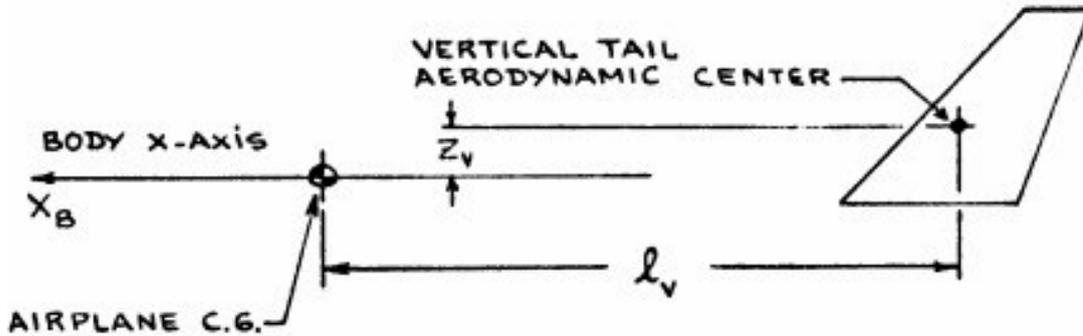
Onde $C_{L_{WB}}$ é o coeficiente de sustentação da aeronave no estado de equilíbrio; $\frac{C_{l_{\beta}}}{C_{L_{\Lambda \frac{c}{2}}}}$ é a contribuição de giro da asa; $K_{M_{\Lambda}}$ é o fator de correção de compressibilidade devido à rotação; K_f é o fator de correção em razão da influência da fuselagem; $\frac{C_{l_{\beta}}}{C_{L_{\Lambda}}}$ é a contribuição do alongamento; Γ é o ângulo de diedro; $\frac{C_{l_{\beta}}}{\Gamma}$ é o efeito de diedro; $K_{M_{\Gamma}}$ é o fator de correção de compressibilidade em virtude do diedro; $\frac{\Delta C_{l_{\beta}}}{\Gamma}$ é o efeito de corpo-induzido na asa; $(\Delta C_{l_{\beta}})_{Z_W}$ é outro efeito de corpo-induzido na asa; θ é a torção da asa e $\frac{\Delta C_{l_{\beta}}}{(\theta \tan \frac{\Lambda c}{4})}$ é o fator de correção da asa por causa da torção. A metodologia para estimar estes parâmetros é encontrada em Roskam (1971c).

A contribuição do estabilizador vertical, $C_{l_{\beta_V}}$, pode ser estimada a partir da Eq. (1.48):

$$C_{l_{\beta_V}} = C_{y_{\beta_V}} \frac{Z_V \cos \alpha - l_V \sin \alpha}{b} \quad (1.48)$$

As distâncias Z_V e l_V são definidas de acordo com a figura 14.

FIGURA 14. Geometria para determinar a posição do estabilizador vertical em relação ao centro de gravidade da aeronave



FONTE: Roskam (1971c)

1.10.3 Variação do coeficiente do momento de guinada com o ângulo de derrapagem: C_{n_β}

A derivada relativa à variação do coeficiente do momento de guinada com o ângulo de derrapagem pode ser estimada por meio da Eq. (1.49):

$$C_{n_\beta} = C_{n_{\beta_W}} + C_{n_{\beta_B}} + C_{n_{\beta_V}} \quad (1.49)$$

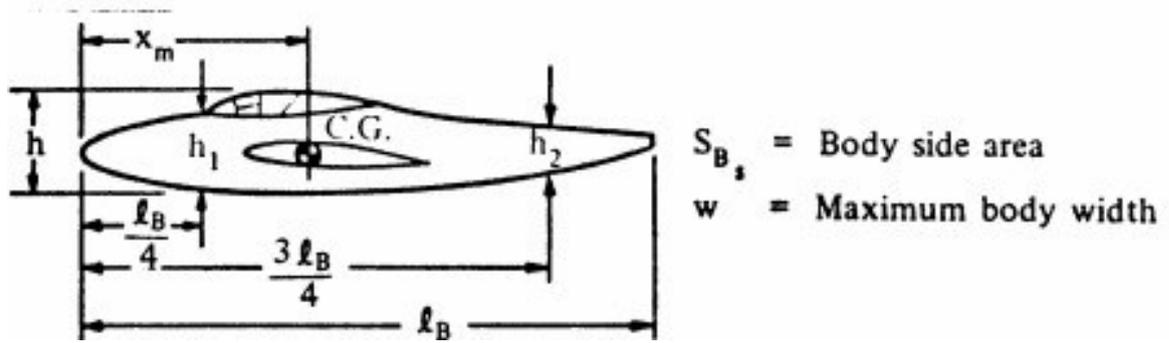
A contribuição da asa $C_{n_{\beta_W}}$ é muito pequena, exceto para ângulos de ataque muito altos. Na maior parte dos casos, esta derivada é negligenciável (ROSKAM, 1971c). Nesse sentido, a derivada relativa à variação do coeficiente do momento de guinada com o ângulo de derrapagem, C_{n_β} , será contabilizada pelas contribuições da empenagem vertical e da fuselagem.

A contribuição da fuselagem, $C_{n_{\beta_B}}$, incluindo a interferência dos efeitos da asa no corpo, pode ser estimada através da Eq. (1.50).

$$C_{n_{\beta_B}} = -57.3 K_N K_{R_l} \frac{S_{B_S}}{S} \frac{l_B}{b} \quad (1.50)$$

Onde, K_N é um fator empírico para os efeitos de fuselagem e asa, K_{R_l} é o fator do Número de Reynolds para a fuselagem. Na seção 7 de Roskam (1971c) é demonstrada a metodologia de cálculo para estimar ambos os fatores. Enquanto, S_{B_S} e l_B são definidos na figura 15.

FIGURA 15. Geometria para definir medidas relevantes para a derivada de derrapagem



FONTE: adaptada de Roskam (1971c)

A contribuição do estabilizador vertical pode ser estimada a partir da Eq. (1.51)

$$C_{n\beta_V} = -C_{y\beta_V} \left(\frac{iy\cos\alpha - Zy\sin\alpha}{b} \right) \quad (1.51)$$

1.11 Derivadas da taxa de rolagem

1.11.1 Variação do coeficiente de força lateral com a taxa de rolagem: C_{y_p}

De acordo com Roskam (1971c) esta derivada é geralmente negligenciada e a contribuição do estabilizador vertical é geralmente o fator de maior importância. Por este motivo, C_{y_p} é considerada aproximadamente igual à contribuição do estabilizador vertical, que pode ser definida como:

$$C_{y_p} \approx C_{y_{pV}} = 2 \left(\frac{Zy\cos\alpha - iy\sin\alpha}{b} \right) C_{y\beta_V} \quad (1.52)$$

1.11.2 Variação do coeficiente de momento de rolagem com a taxa de rolagem: C_{l_p}

Esta derivada pode ser estimada a partir da Eq. (1.53).

$$C_{l_p} = C_{l_{pWB}} + C_{l_{pH}} + C_{l_{pV}} \quad (1.53)$$

A contribuição da asa com o corpo é definida pela Eq. (1.54).

$$C_{l_{pWB}} = \left(\frac{\beta C_{l_p}}{k} \right) \frac{k}{\beta} \quad (1.54)$$

Em que, $\left(\frac{\beta C_{l_p}}{k} \right)$ é o amortecimento de rolagem e k é taxa de inclinação média da curva de sustentação na seção da asa. A seção 8 de Roskam (1971c) demonstra métodos de estimação destes parâmetros.

A contribuição do estabilizador horizontal pode ser definida pela Eq. (1.55).

$$C_{l_{pH}} = 0.5 (C_{l_p})_H \frac{s_H}{s} \left(\frac{b_H}{b} \right)^2 \quad (1.55)$$

Onde, $(C_{l_p})_H$ é a contribuição do estabilizador horizontal para C_{l_p} com base na geometria de referência.

Estima-se a contribuição do estabilizador vertical por meio da Eq. (1.56)

$$C_{l_{pV}} = 2 \left(\frac{z_V}{b} \right)^2 C_{y\beta_V} \quad (1.56)$$

1.11.3 Variação do coeficiente de momento de guinada com a taxa de rolagem: C_{n_p}

A contribuição do estabilizador horizontal para a derivada relativa à variação do coeficiente de momento de guinada com a taxa de rolagem, C_{n_p} , pode ser negligenciada. Esta derivada pode ser estimada de forma aproximada pela soma das contribuições da asa e do estabilizador vertical, como demonstrado na Eq. (1.57).

$$C_{n_p} = C_{n_{pW}} + C_{n_{pV}} \quad (1.57)$$

A contribuição da asa pode ser estimada com a Eq. (1.58).

$$C_{n_p} = -C_{l_{pW}} \tan \alpha - \left[-C_{l_p} \tan \alpha - \left(\frac{C_{n_p}}{C_L} \right)_{C_{LM}=0} C_L \right] + \left(\frac{\Delta C_{n_p}}{\theta} \right) \theta + \left(\frac{\Delta C_{n_p}}{\alpha_{\delta_f} \delta_f} \right) \alpha_{\delta_f} \delta_f \quad (1.58)$$

Onde $C_{l_{pW}}$ é a contribuição da asa, α é o ângulo de ataque, C_L é o coeficiente de sustentação da aeronave, $\left(\frac{C_{np}}{C_L}\right)_{C_{LM}=0}$ é a inclinação da curva de momento de guinada e rolagem com a sustentação nula, $\left(\frac{\Delta C_{np}}{\theta}\right)$ é o efeito linear da torção da asa, θ é ângulo de torção da asa, $\left(\frac{\Delta C_{np}}{\alpha_{\delta_f} * \delta_f}\right)$ é o efeito de deflexão simétrica dos flaps, α_{δ_f} é o efeito de sustentação bidimensional, δ_f é a deflexão ao longo do sentido do escoamento do flap em graus.

Roskam (1971c) demonstra métodos de estimação desses parâmetros. A contribuição do estabilizador vertical pode ser estimada como:

$$C_{n_{pV}} = -\frac{2}{b} (l_V \cos \alpha + Z_V \sin \alpha) \left(\frac{Z_V \cos \alpha - l_V \sin \alpha}{b} \right) C_{y_{\beta V}} \quad (1.59)$$

1.12 Derivadas da taxa de guinada

1.12.1 Variação do coeficiente de força lateral com a taxa de guinada: C_{y_r}

De acordo com Roskam (1971c), essa derivada possui pequena importância para análises de estabilidade e controle de uma aeronave. Pode ser definida como aproximação da contribuição do estabilizador horizontal, como demonstrado por meio da Eq. (1.60).

$$C_{y_r} \approx C_{y_{rV}} \quad (1.60)$$

A contribuição do estabilizador vertical pode ser estimada como:

$$C_{y_{rV}} = -\frac{2}{b} (l_V \cos \alpha + Z_V \sin \alpha) C_{y_{\beta V}} \quad (1.61)$$

1.12.2 Variação do coeficiente de momento de rolagem com a taxa de guinada: C_{l_r}

Esta derivada pode ser estimada através da Eq. (1.62)

$$C_{l_r} = C_{l_{rW}} + C_{l_{rV}} \quad (1.62)$$

A variação da derivada de guinada da asa, C_{l_r} , com o coeficiente de sustentação é dado

w

por:

$$C_{l_{rW}} = C_L \left(\frac{C_{l_r}}{C_L} \right)_{C_L=0M} + \left(\frac{\Delta C_{l_r}}{\Gamma} \right) \Gamma + \left(\frac{\Delta C_{l_r}}{\Theta} \right) \Theta + \left(\frac{\Delta C_{l_r}}{\alpha_{\delta_f} \delta_f} \right) \alpha_{\delta_f} \delta_f \quad (1.63)$$

Onde, $\left(\frac{C_{l_r}}{C_L} \right)_{C_L=0M}$ é o ângulo da curva de momento de rolagem e arfagem com sustentação nula, $\left(\frac{\Delta C_{l_r}}{\Gamma} \right)$ é o incremento de C_{l_r} devido ao diedro, $\left(\frac{\Delta C_{l_r}}{\Theta} \right)$ é o incremento de C_{l_r} devido à torção, $\left(\frac{\Delta C_{l_r}}{\alpha_{\delta_f} \delta_f} \right)$ é o efeito de deflexão simétrica do flap, α_{δ_f} é o efeito de sustentação bidimensional, δ_f é a deflexão ao longo do sentido do escoamento do flap em graus. Roskam (1971c) demonstra métodos de estimação desses parâmetros.

A contribuição do estabilizador vertical é dada pela Eq. (1.64).

$$C_{l_{rV}} = -\frac{2}{b^2} (l_V \cos \alpha + Z_V \sin \alpha) (Z_V \cos \alpha - l_V \sin \alpha) C_{y_{\beta_V}} \beta \quad (1.64)$$

1.12.3 Variação do coeficiente de momento de guinada com a taxa de guinada: C_{n_r}

A derivada relativa à variação do coeficiente de momento de guinada com a taxa de guinada, C_{n_r} , pode ser contabilizada através da soma das contribuições da asa e do estabilizador vertical, como definido através da Eq. (1.65).

$$C_{n_r} = C_{n_{rW}} + C_{n_{rV}} \quad (1.65)$$

A contribuição da asa pode ser estimada com:

$$C_{n_{rW}} = \left(\frac{C_{n_r}}{C_L^2} \right) C_L^2 + \left(\frac{C_{n_r}}{\bar{C}_{D_0}} \right) \bar{C}_{D_0} \quad (1.66)$$

Os parâmetros $\left(\frac{C_{n_r}}{C_L^2} \right)$ e $\left(\frac{C_{n_r}}{\bar{C}_{D_0}} \right)$ são definidos na secção 9 e \bar{C}_{D_0} é definido na secção 1.1 de Roskam (1971c). Por fim, a contribuição vertical pode ser estimada por meio da Eq. (1.67).

$$C_{n_{rV}} = \frac{2}{b^2} (l_V \cos \alpha + Z_V \sin \alpha)^2 C_{y_{\beta_V}} \quad (1.67)$$

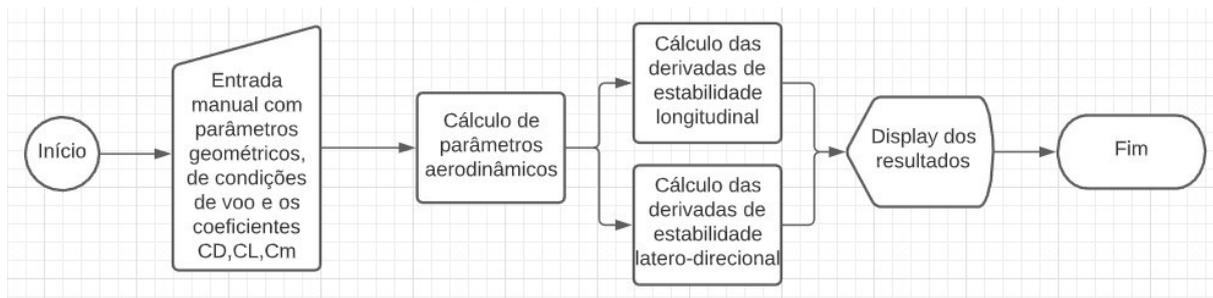
2 MATLAB®: METODOLOGIA DE FUNCIONAMENTO

Este capítulo demonstra a metodologia da implementação do sistema computacional. O código é disponibilizado na plataforma GitHub e pode ser acessado através do link <https://github.com/DuranVasconcelos/Derivadas-de-Estabilidade>. Os métodos aplicados para o desenvolvimento da ferramenta são fundamentados nos mesmos livros citados no capítulo 1.

2.1 Metodologia e considerações

O fluxograma apresentado na figura 16 resume as ações executadas pelo programa no ambiente do MATLAB®.

FIGURA 16. Fluxograma de etapas do programa computacional



FONTE: dados da pesquisa

Elaboração: Duran Silva Vasconcelos

As informações de entrada e saída são separadas através do sistema de matrizes de estrutura, que agrupa dados relacionados, utilizando recipientes de dados chamados de campos. As informações relativas à asa são referenciadas com o campo “a”, a fuselagem “b” e aos estabilizadores horizontal e vertical, os campos “h” e “v”, respectivamente. Após a execução do código espera-se estimar os valores das derivadas de estabilidade e a contribuição de cada superfície, os campos referenciados às derivadas são: “alpha”, para as derivadas relativas ao ângulo de ataque, “u” as de velocidade, “q” as de momento de arfagem, “dalpha” as de taxa de variação de ângulo de ataque, “B” as de ângulo de derrapagem, “p” as de momento de rolagem e “r” as de momento de guinada.

Com exceção dos parâmetros: K_N , $\frac{C_{Lr}}{C_L} \Big|_{CL=0, M=0}$, $\frac{\Delta C_{Lr}}{\alpha \delta_f \delta_f}$, $\frac{C_{nr}}{C_L^2}$, e a segunda forma de estimação de C_{yp} ,

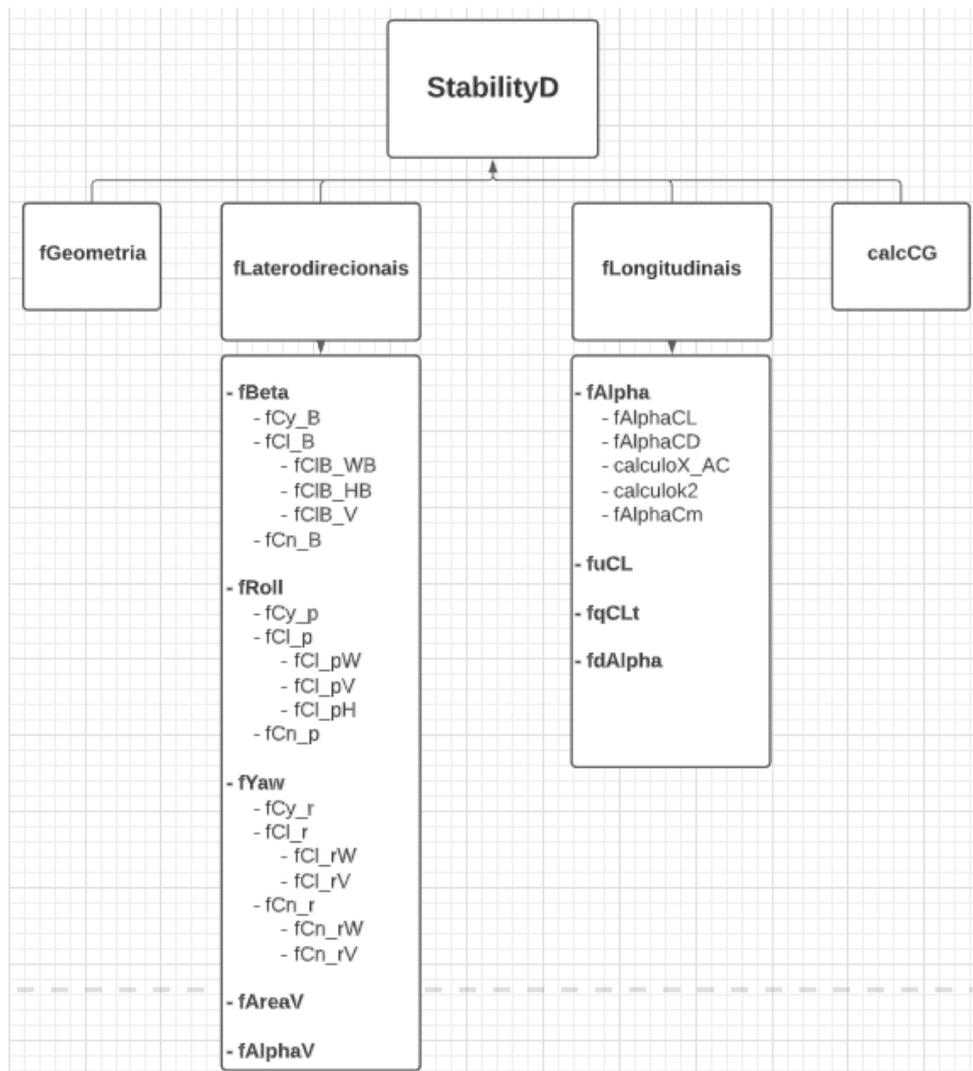
todos os parâmetros estimados por meios gráficos na metodologia do livro *Methods for estimating stability and control derivatives of conventional subsonic airplanes* (ROSKAM,

1971c) são simulados no código de forma automatizada. Os parâmetros não simulados podem ser definidos através do apêndice.

2.2 Estrutura do código

O arquivo que contém o algoritmo desenvolvido no projeto denomina-se “StabilityD” e é estruturado em um sistema de funções dentro de funções, como mostrado na figura 17. O quadro 7 apresenta o nome e as variáveis de entrada e saída de cada função que realiza um procedimento de cálculo, ou seja, as funções designadas apenas a organização do projeto, “fLaterodirecionais”, “fLongitudinais”, “fYaw”, fRoll, “fBeta”, “fAlpha”, “fuCL” e “fdAlpha”, não são apresentadas no quadro.

FIGURA 17. Estrutura geral do código



FONTE: dados da pesquisa

Elaboração: Duran Silva Vasconcelos (2020)

QUADRO 7. Nome e variáveis de entrada e saída das funções do programa desenvolvido no projeto.

Função	Variáveis de entrada	Variáveis de saída
fGeometria	$S, b, C_t, C_r, X_{LE}, \Lambda_{LE}$	$A, \lambda, \bar{c}, X_{\bar{c}/4}, X_{\bar{c}}, Y_{\bar{c}}, Z_{\bar{c}}, \Lambda_{\bar{c}/4}, \Lambda_{\bar{c}/2}$
calcCG	\bar{X}_{cg_c}, \bar{c}	\bar{X}_{cg}
fAlphaCL	$S, b, A, \lambda, \bar{c}, \beta, d, n_H, h_H, \Lambda_{\bar{c}/4}, \Lambda_{\bar{c}/2}$	$C_{L\alpha}, l_H, \frac{d\varepsilon}{d\alpha}, C_{L\alpha WB}$
fAlphaCm	$\bar{X}_{cg_c}, X_{ac}, C_{L\alpha}$	$C_{m\alpha}$
calculoX_AC	$A, \lambda, \Lambda_{\bar{c}/4}, \beta$	$\frac{X'_{ac}}{C_R}$
calculok2	$A, \lambda, \Lambda_{\bar{c}/4}, n_H, \Lambda_{LE}, C_{L\alpha WB}, f$	X'_{ac}, \bar{X}_{ac}
fAlphaCD	$C_L, A, C_{L\alpha}$	$C_{D\alpha}$
fuCL	M, C_L, \bar{X}_{ac}	$C_{L_u}, C_{m_u}, C_{D_u}$
fqCLt	$M, \bar{X}_{ac}, \bar{X}_{cg}, S, n_H, \bar{c}, C_{L\alpha}$	$C_{L_q}, C_{m_q}, C_{D_q}, \bar{V}_h$
fdAlpha	$C_{L\alpha}, n_H, \bar{V}_h, \frac{d\varepsilon}{d\alpha}, \bar{X}_{ac}, \bar{X}_{cg}$	$C_{L\alpha'}, C_{m\alpha'}, C_{D\alpha'}$
fCy_B	$Z_w, \Gamma, S, S_0, b, D_1, \Lambda_{\bar{c}/4}, C_{L\alpha}$	$C_{y\beta}$
fCn_B	$\bar{X}_{cg}, L, b, S, h_1 f, h_2 f, h, W_{max}, K_n, R_l, \alpha, Z_{\bar{c}}$	$C_{n\beta}$
fCIB_WB	$A, \lambda, \Lambda_{\bar{c}/4}, n_H, \Lambda_{LE}, C_L, X_{LE}, \bar{c}, S_0, d, \Gamma, Z_w$	$C_{l\beta WB}, l_{f_w}$
fCIB_HB	$A, \lambda, \Lambda_{\bar{c}/4}, n_H, \Lambda_{LE}, C_L, X_{LE}, \bar{c}, S_0, d, \Gamma, Z_w$	$C_{l\beta HB}, l_{f_h}$
fCIB_V	$C_L, \bar{X}_{cg}, b, \alpha, \bar{X}_{ac}, l, Z_{\bar{c}}$	$C_{l\beta V}$
fCl_B	$C_L, C_{l\beta V}, C_{l\beta HB}, C_{l\beta WB}, C_{y\beta}$	$C_{l\beta}, l$
fCy_p	$\bar{X}_{cg}, \bar{X}_{ac}, Z_{\bar{c}}, \alpha, b$	C_{y_p}
fCl_pW	$A, \lambda, \Lambda_{\bar{c}/4}, \beta, c_{l\alpha}$	$C_{l_p W}$
fCl_pH	$A, \lambda, \Lambda_{\bar{c}/4}, \beta, c_{l\alpha}$	$C_{l_p H}$
fCl_pV	$C_{y\beta}, Z_{\bar{c}}, b$	$C_{l_p V}$
fCl_p	$C_{l_p W}, C_{l_p H}, C_{l_p V}$	C_{l_p}
fCn_p	$A, \lambda, \Lambda_{\bar{c}/4}, \beta, \theta, l, Z_{\bar{c}}, C_{y\beta}, \alpha$	C_{n_p}

Continua...

Continuação do QUADRO 7

Função	Variáveis de entrada	Variáveis de saída
fCy_r	$l, Z_{\bar{c}}, C_{y\beta}, \alpha, b, \beta$	C_{y_r}
fCl_rW	$A, \lambda, \Lambda_{\bar{c}/4}, M, b, \Gamma, \theta$	C_{l_rW}
fCl_rV	$l, Z_{\bar{c}}, C_{y\beta}, \alpha, b$	C_{l_rV}
fCl_r	C_{l_rV}, C_{l_rW}	C_{l_r}
fCn_rW	$C_L, A, \lambda, \Lambda_{\bar{c}/4}, C_{D\alpha}, \bar{X}_{cg}, \bar{X}_{ac}$	C_{n_rW}
fCn_rV	$l, Z_{\bar{c}}, C_{y\beta}, \alpha, b$	C_{n_rV}
fCn_r	C_{n_rW}, C_{n_rV}	C_{n_r}

FONTE: dados da pesquisa

Elaboração: Duran Silva Vasconcelos (2020)

3 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Este capítulo demonstra resultados obtidos através da metodologia computacional proposta para o projeto aqui apresentado. Os parâmetros de entrada são referentes à aeronave Cessna 182. Os dados de saída são analisados através da comparação com os resultados obtidos pelo apêndice B de Roskam (2001) e pelo *software* Datcom.

3.1 Parâmetros geométricos da aeronave Cessna 182

Os parâmetros geométricos foram obtidos através do *software* Catia, utilizando um modelo em CAD da aeronave. Estes parâmetros foram inseridos nos códigos dos *softwares* MATLAB® e Datcom.

3.2 Condições de voo

As condições de voo foram definidas através do apêndice B de Roskam (2001). O quadro a seguir demonstra os valores assumidos.

QUADRO 8. Dados de condições de voo

COND IÇ ÃO DE VO O	CRUZE IRO
Altitude, h (ft)	5000
Número de Mach, M	0,201
TAS, U1 (ft/sec)	220,1
C.G, localização, fração de \bar{c}	26,4
Ângulo de ataque α (deg)	0

FONTE: dados de Roskam (2001)

Elaboração: Duran Silva Vasconcelos

3.3 Análise de resultados

A partir da simulação computacional do modelo nos *softwares* MATLAB® e Datcom estimaram-se os valores das derivadas de controle longitudinal e latero-direcional da aeronave Cessna 182. Os valores obtidos pelo programa computacional desenvolvido neste projeto em MATLAB® foram comparados com os valores de Roskam (2001) e com os obtidos pelo *software* Datcom. Os resultados obtidos estão apresentados na tabela 2.

TABELA 2. Valores estimados das derivadas de estabilidade do Cessna 182

Derivadas de estabilidade longitudinal					
	Matlab (rad^{-1})	Roskam (2001) (rad^{-1})	Variação (%) Roskam (2001)	Datcom (rad^{-1})	Variação (%) Datcom
Derivadas do ângulo de ataque					
CD	0,143	0,121	18,2%	0,189	24,4%
CL	4,886	4,410	10,8%	4,890	0,1%
Cm	-0,360	-0,613	41,2%	-0,188	91,6%
Derivadas de velocidade					
CD	-	0,000	-	-	-
CL	0,000	0,000	-	-	-
Cm	0,000	0,000	-	-	-
Derivadas de momento de arfagem					
CD	-	0,000	-	-	-
CL	4,341	3,900	11,3%	5,182	16,2%
Cm	-15,917	-12,400	28,4%	-13,855	14,9%
Derivadas da taxa de variação do ângulo de ataque					
CD	-	-	-	-	-
CL	1,488	1,700	12,5%	2,220	33,0%
Cm	-7,176	-7,270	1,3%	-6,586	9,0%
Derivadas de estabilidade latero-direcional					
	Matlab (rad^{-1})	Roskam (2001) (rad^{-1})	Variação (%) Roskam (2001)	Datcom (rad^{-1})	Variação (%) Datcom
Derivadas do ângulo de derrapagem					
Cy	-0,336	-0,393	14,6%	-0,349	3,8%
Cl	-0,095	-0,092	2,8%	-0,065	46,1%
Cn	-0,059	-0,059	0,3%	-0,022	167,7%
Derivadas da taxa de rolagem					
Cy	-0,057	-0,075	23,9%	-0,0650	12,2%
Cl	-0,364	-0,484	24,8%	-0,448	18,8%
Cn	-0,030	-0,028	7,6%	-0,024	24,6%
Derivadas da taxa de guinada					
Cy	0,116	0,267	56,6%	-	-
Cl	0,097	0,080	21,6%	0,078	24,8%
Cn	-0,126	-0,094	34,5%	-0,047	169,8%

FONTE: dados da pesquisa

Elaboração: Duran Silva Vasconcelos (2020)

Comparando os resultados obtidos para os dois *softwares* computacionais, nota-se que os resultados obtidos pelo *software* MATLAB® se aproximam mais daqueles obtidos por Roskam (2001) que apresentou uma variação entre 0,3% e 56,6%. Comparando com os resultados obtidos pelo Datcom obteve-se uma variação entre 0,1% e 169,8%.

3.4 Teste de volatilidade

Com o intuito de justificar a variação dos resultados demonstrados na tabela 2, realizaram-se dois testes de volatilidade. O primeiro, aumentando o valor em 10% das seguintes propriedades geométricas: envergadura, corda na raiz, corda na ponta, enflechamento e localização do bordo de ataque da asa, e dos estabilizadores, e as propriedades da fuselagem citadas no quadro 2; o segundo, alterando apenas as propriedades da asa, também em 10%. Os resultados obtidos são apresentados na tabela 3.

TABELA 3. Teste de volatilidade 1 e 2

Derivadas de estabilidade longitudinal					
	Matlab (rad⁻¹)	Teste 1 (rad⁻¹)	Variação Teste 1	Teste 2 (rad⁻¹)	Variação Teste 2
Derivadas do ângulo de ataque					
CD	0,143	0,143	0,2%	0,141	1,4%
CL	4,886	4,883	0,1%	4,801	1,7%
Cm	-0,360	-0,357	0,9%	-0,383	6,4%
Derivadas de velocidade					
CD	0,000	0,000	-	0,000	-
CL	0,000	0,000	-	0,000	-
Cm	0,000	0,000	-	0,000	-
Derivadas de momento de arfagem					
CD	0,000	0,000	-	0,000	-
CL	4,341	4,334	0,2%	3,111	28,3%
Cm	-15,917	-15,921	0,0%	-9,892	37,9%
Derivadas da taxa de variação do ângulo de ataque					
CD	0,000	0,000	-	0,000	-
CL	1,488	1,513	1,7%	1,088	26,9%
Cm	-7,176	-7,297	1,7%	-5,003	30,3%
Derivadas de estabilidade latero-direcional					
	Matlab (rad⁻¹)	Teste 1 (rad⁻¹)	Variação Teste 1	Teste 2 (rad⁻¹)	Variação Teste 2
Derivadas do ângulo de derrapagem					
Cy	-0,336	-0,341	1,6%	-0,329	2,0%
Cl	-0,095	-0,106	11,9%	-0,091	4,2%
Cn	-0,059	-0,058	1,2%	-0,054	8,5%
Derivadas da taxa de rolagem					
Cy	-0,054	-0,060	10,2%	-0,045	17,0%
Cl	-0,364	-0,367	0,9%	-0,358	1,7%
Cn	-0,036	-0,030	17,5%	-0,031	13,3%
Derivadas da taxa de guinada					
Cy	0,116	0,120	3,6%	0,079	31,8%
Cl	0,097	0,097	0,1%	0,096	1,4%
Cn	-0,126	-0,128	1,2%	-0,104	17,6%

FONTE: dados da pesquisa

Elaboração: Duran Silva Vasconcelos (2020)

3.4.1 Conclusões

Os resultados do teste volatilidade 1 indicam que as derivadas longitudinais são pouco afetadas pela alteração dos dados de entrada citados na seção 1.4, apresentando uma variação média de 0,7%, enquanto nas latero-direcionais houve uma variação média de 5,4%. Em contrapartida, no teste 2 as derivadas longitudinais apresentaram uma variação média de 19%, e as latero-direcionais 11%.

Os resultados do segundo teste indicam que as derivadas longitudinais relacionadas ao de momento de arfagem e a taxa de variação do ângulo de ataque são mais voláteis quando a alteração ocorre apenas na asa. Ambas são contabilizadas a partir da soma das contribuições da asa e do estabilizador horizontal, e são dependentes do coeficiente de volume do estabilizador horizontal, \bar{V}_h , como demonstrado no quadro 7. A propriedade, \bar{V}_h , definida pela eq.(1.31), devido à proporcionalidade do aumento das superfícies no teste 1, teve seu valor alterado em 0%, enquanto no teste 2, que não possui proporcionalidade na alteração, o valor foi alterado em 41%.

As variações mais expressivas entre as derivadas latero-direcionais são as derivadas $C_{l\beta}$, C_{y_p} , C_{n_p} , C_{y_r} e C_{n_r} , que, como demonstrado no quadro 7, dependem em comum da variável l_v que é definida como a distância entre o \bar{X}_{cg} da aeronave e o \bar{X}_{ac} do estabilizador vertical. No primeiro teste \bar{X}_{cg} , \bar{X}_{ac} e l_v tiveram seus valores alterados em 11%, 9% e 9%, respectivamente. Enquanto no teste dois os valores foram alterados em 11%, 0% e 4,6%.

É importante citar que a variável que possui maior variação, C_{y_r} , além de sofrer influência dos parâmetros já citados, também depende diretamente da envergadura da asa, justificando sua volatilidade a alterações da geometria da asa.

Conclui-se que o algoritmo é mais volátil a mudanças locais, em apenas uma superfície do que a alterações em escala. Portanto, os parâmetros geométricos de entrada devem ser definidos com maior precisão para que os valores de variação sejam razoáveis.

Também é possível concluir que as duas derivadas latero-direcionais de maior variação na tabela 2, possuem uma volatilidade relativamente alta, e que ambas dependem de uma relação com \bar{X}_{cg} da aeronave e o \bar{X}_{ac} do estabilizador vertical.

CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi desenvolvido um programa computacional em linguagem MATLAB® cuja função é estimar as derivadas de estabilidade longitudinais e latero-direcionais de uma aeronave convencional subsônica. A metodologia utilizada no programa foi descrita em Roskam (1971a, b e c), que de forma resumida foi executada em três partes. Primeiramente, definição de parâmetros geométricos de entrada e de condição de voo. Em seguida, definição de uma série de formulações matemáticas e considerações. Por fim, a análise de resultados via comparação de resultados obtidos em MATLAB®, Datcom e os presentes no apêndice B de Roskam (2001).

Os dados geométricos foram definidos com base no modelo em CAD, da aeronave Cessna 182. Os parâmetros de condição de voo adotados para voo reto nivelado, foram definidos com base no apêndice B de Roskam (2001). Quando comparados os resultados das derivadas de estabilidade longitudinal, obtidos em MATLAB® e a os presentes em Roskam (2001), notou-se uma variação entre 0,3% e 56,6%. Para a comparação com os obtidos em Datcom foi encontrada uma faixa de variação maior, entre 0,1% e 169,8%. Essa variação encontrada pode ser justificada por se utilizarem parâmetros de entrada diferentes e metodologia de processamento de dados distinta; exemplo seria a influência da utilização de modelos de viscosidade na metodologia usada pelo Datcom.

A metodologia de definição da geometria da fuselagem é uma das diferenças entre os *softwares*. No Datcom, é necessário seccionar o corpo e descrever os pontos de altura máxima e mínima em um sistema cartesiano, além da distância entre a linha de centro e a largura da fuselagem. Quanto ao método da literatura, define a fuselagem através dos diâmetros a um terço e três quartos do comprimento total e nos pontos do bordo de ataque da asa e do estabilizador vertical.

Outra justificativa para a variação nos resultados entre as três fontes de dados pode ser obtida através do teste de volatilidade que demonstra a tendência de variação dos resultados por meio de uma alteração nos parâmetros de entrada. O teste 1 demonstrou que o acréscimo de 10% nas variáveis geométricas de entrada de todas as superfícies de sustentação resulta em variação de 0,1% a 17,5%. Enquanto no teste 2, em que ocorre o acréscimo de 10% apenas para os parâmetros geométricos de entrada referentes à asa, obteve-se variação entre 1,4% e 37,9%.

Ainda como justificativas para a variação entre fontes, cabe citar a perda de precisão na obtenção dos parâmetros de estimação das derivadas através dos gráficos. Pode ocorrer devido

a erros grosseiros na leitura dos dados ou até dentro do programa, em que se perde precisão durante o processo de simulação dos gráficos executado pelo algoritmo.

Pode-se concluir que o código desenvolvido é validável para estimar as derivadas de estabilidade de acordo com a metodologia descrita em Roskam (1971c), apresentando uma variação média de 19,4% com a literatura. Em segundo lugar, notou-se que, ao se compararem os resultados entre o programa em MATLAB® e o Datcom, a variação pode ser consideravelmente alta para as derivadas latero-direcionais C_{n_β} e C_{n_r} , relativas à variação do coeficiente de momento de guinada, e a derivada longitudinal, C_{m_α} .

Entretanto, a variação média apresentada foi de 43,8%. Dessa forma, considerando os resultados obtidos, pode-se concluir que estimar as derivadas de estabilidade de uma aeronave através do programa computacional desenvolvido no projeto aqui apresentado é viável para realizar predição de características aerodinâmicas. Para trabalhos futuros, pode-se realizar a automatização de uma metodologia de estimação das derivadas de controle para uma aeronave convencional subsônica, utilizando a linguagem MATLAB®. Além disso, pode-se explorar os parâmetros propulsivos do problema, incluir análises de estabilidade estática e dinâmica ou até um projeto para aeronaves supersônicas ou transônicas. Por fim, este trabalho pode auxiliar na predição de características aerodinâmicas através de um *software* difundido na área acadêmica e de engenharia, além de ser base para investigar e explorar métodos de estimação de derivadas de estabilidade.

REFERÊNCIAS

- ANTAS, Luiz Mendes. *Glossário de termos técnicos*. São Paulo: Traço, 1979.
- COSTA, C. *Introdução ao MATLAB IFSP* — Instituto Federal de São Paulo, 2016.
- DUTRA, Luiz Costa e Silva. *Glossário aerotécnico: inglês-português*. São Paulo: Traço, 1979.
- FISHER, L. R. Approximate corrections for the effects of compressibility on the subsonic stability derivatives of swept wings. *NACA Technical Note*, Langley, n. 1.854, April 1949.
- HOAK, D. E; ELLISON, D.E et al. *USAF stability and control Datcom* — Flight Control Division; Air Force Flight Dynamix Laboratory, Wright Patterson Air Force Base, Ohio, 45433, 1975
- MATHWORKS®. MATLAB®. *Manual*. Disponível em:
[http://www.mathworks.com/help/releases/R2013b/pdf_doc/MATLAB® /getstart.pdf](http://www.mathworks.com/help/releases/R2013b/pdf_doc/MATLAB%20/getstart.pdf)
 (Novembro 10, 2013A).
- MOLER, C. *The Growth of MATLAB®*. Arq. pdf. Arquivado do original (PDF) em 11 de abril de 2009.
- NATIONAL ADVISORY COMMITTEE FOR AERONAUTICS/NACA
- OLIVEIRA, Marcelo Fernandes; GOES, Luiz . Estimação paramétrica de derivadas de estabilidade e controle de vôo da aeronave xavante at-26 usando modelo global (6 dof) não-linear. Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2008.
- RODRIGO M.; MOTA R. Elaboração e validação de código computacional para cálculo das derivadas de estabilidade estáticas longitudinais de uma aeronave regional. São Paulo, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2009.
- ROSKAM, J.; MULALLY, R.; SAPP, C. W. Handbook for Estimating Roll Rate Stability Derivatives of Rigid Airplanes. *CRES-FRL Report 69-006*, The University of Kansas, 1968.
- ROSKAM, J. *Flight dynamics of rigid and elastic airplanes*. Boulder, Lawrence, Kansas, 1971a.
- ROSKAM, D. *Methods for estimating stability and control derivatives of conventional subsonic airplanes*. Kansas: published by the author, 1971c.
- ROSKAM, D. *Airplane flight dynamics and automatic flight controls* — part I and II. Lawrence (KS): DARcorporation, 2001.
- TOLL, T. A.; QUEIJO, M. J. Approximate relations and charts for low speed stability derivates of swept wings. *NACA technical Note*, Langley, n. 1.581; May 1948.
- VASCONCELOS, Duran Silva. Derivadas de estabilidade. Disponível em:
<https://github.com/DuranVasconcelos/Derivadas-de-Estabilidade>.

WILLIAMS, John E.; VUKELICH, Steven R. *The USAF stability and control digital. Datcom* — volume I, Users manual. AFFDL-TR-79-3032, v. I, Nov. 1979.

Bibliografia consultada

GREEN, S. I. *Wing tip vortices*. Amsterdam: Kluwer, 1995.

PERKINS, C. D.; HAGE, R. E. *Airplane performance, stability and control*. New York, John Wiley & Sons, 1949.

RODRIGUES, L. E. M. J. *Fundamentos da engenharia aeronáutica* — aplicações ao projeto SAE-AeroDesign. São Paulo: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, 2009.

RODRIGUES, L. E. M. J. *Fundamentos da engenharia aeronáutica*. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

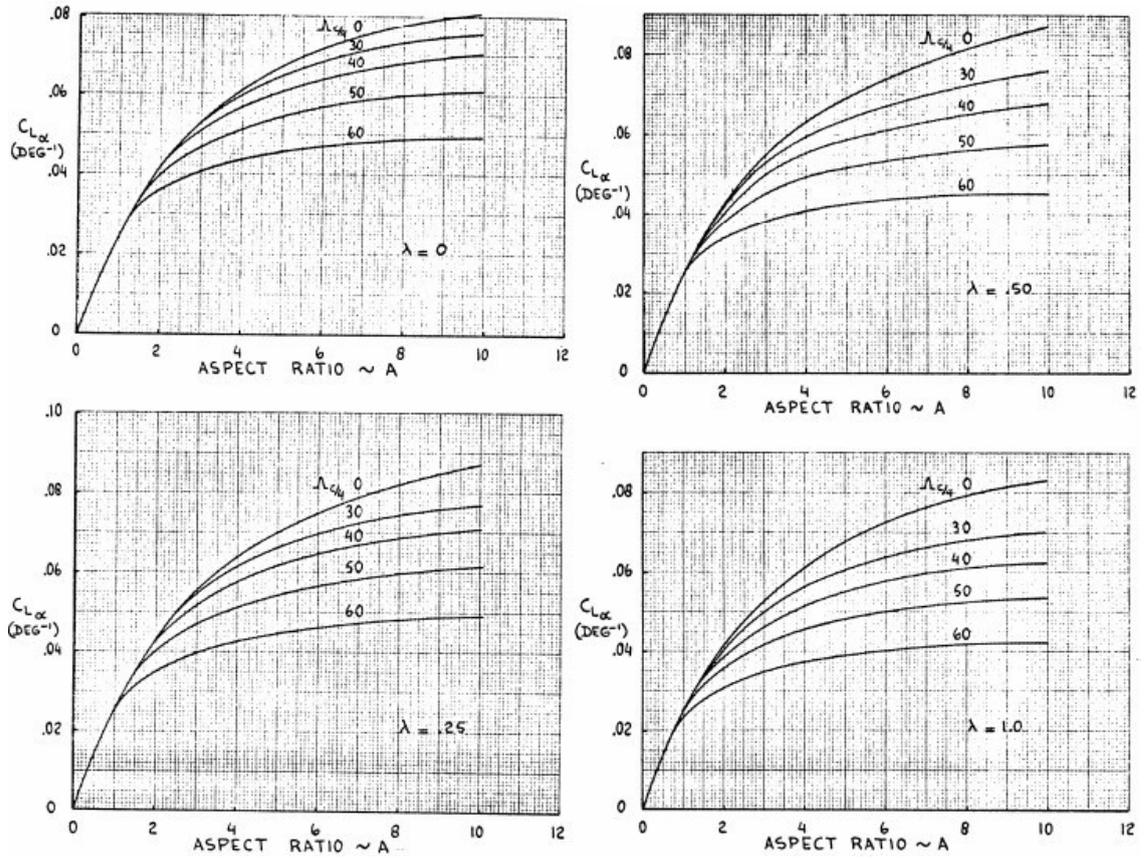
SADRAEY, M. H. *Aircraft design, a systems engineering approach*. Chichester: John Wiley & Sons, 2013.

ROSKAM, J. *Method for computing drag polar for subsonic airplanes*. Kansas: published by the author, 1971b.

APÊNDICE

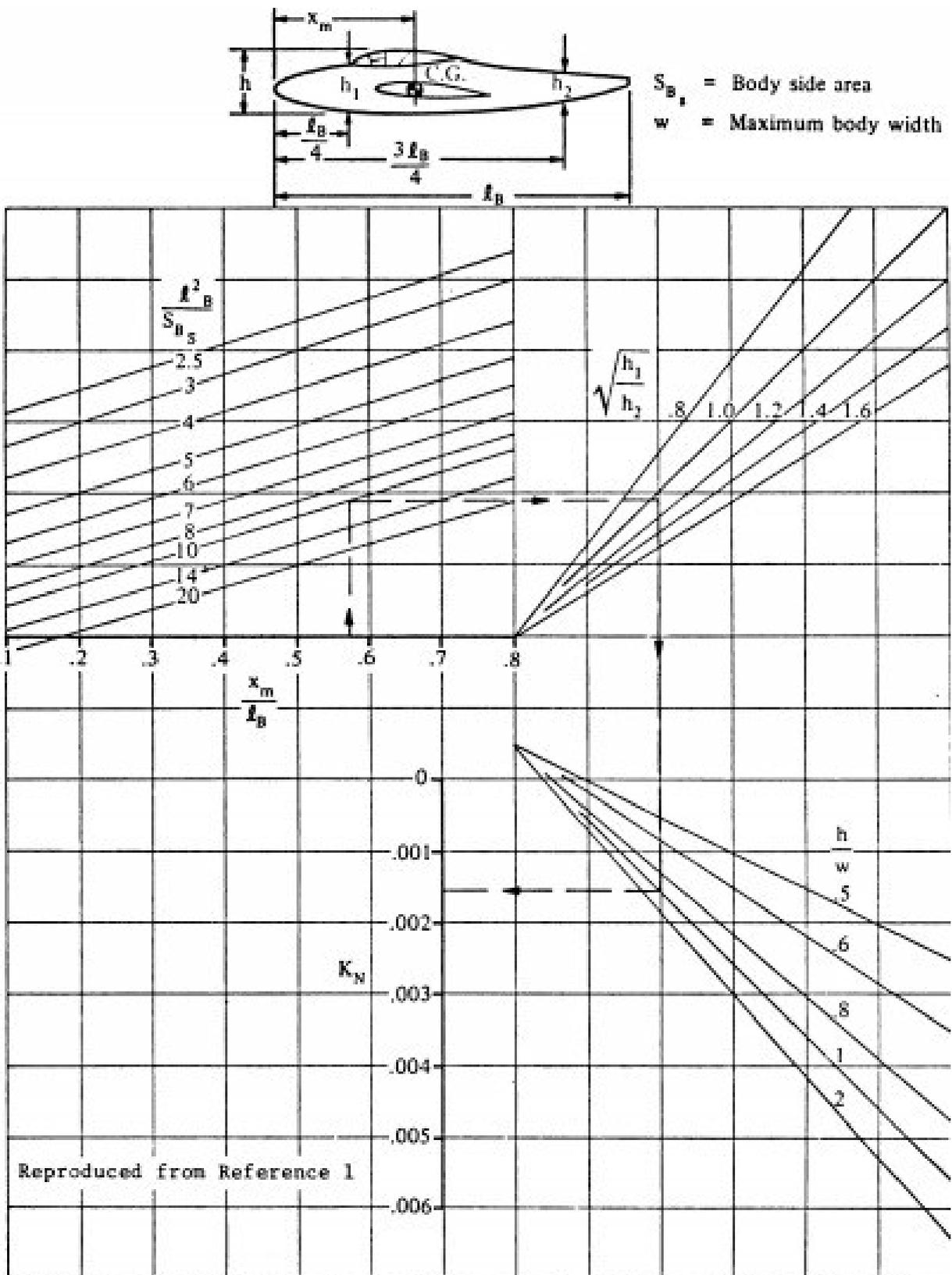
Figuras com parâmetros importantes para a definição das derivadas

Figura 1. Curva de sustentação para número de Mach baixo



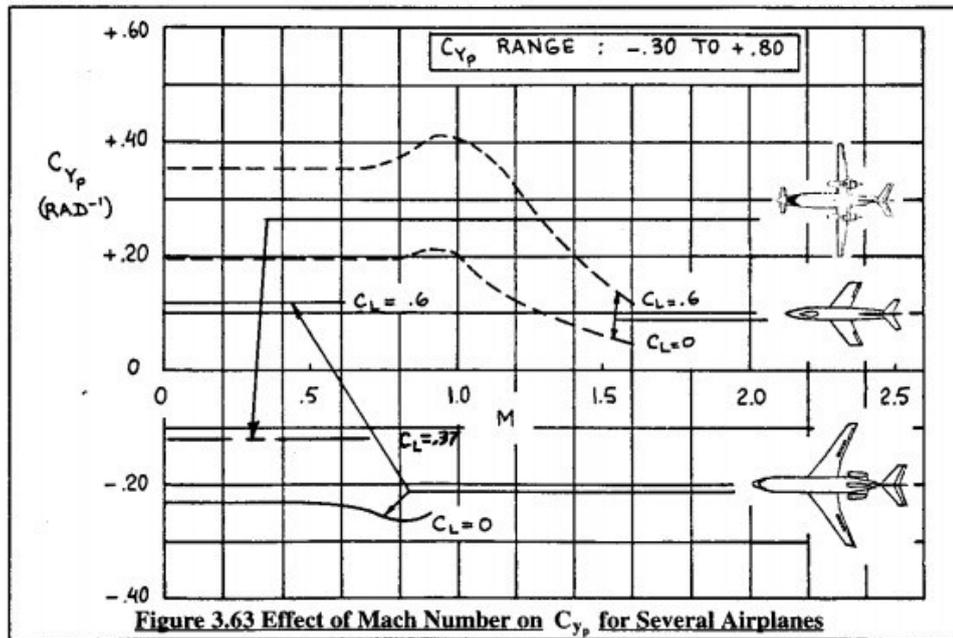
FONTE: Roskam (1971)

Figura 2. Fator empírico, K_N , relacionado a derivada $C_{D\beta}$ para o efeito de interferência (corpo+Asa-corpo).



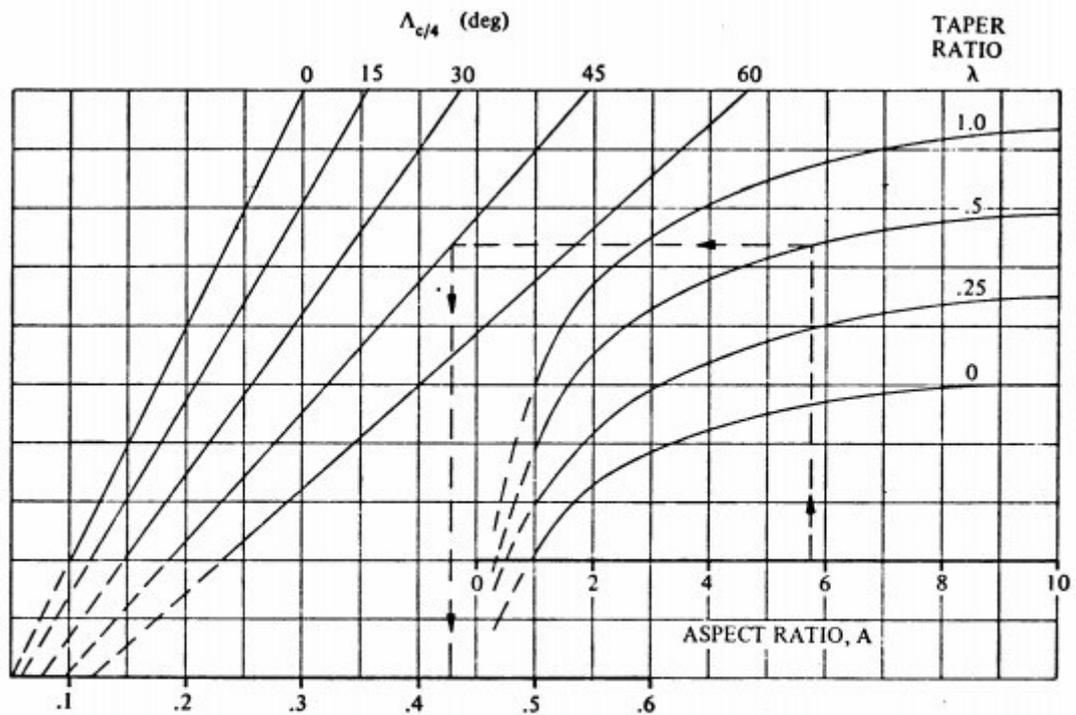
FONTE: Roskam (1971)

Figura 3. Efeito do número de Mach em C_{yp} para aviões em geral.



FONTE: Roskam (2001)

Figura 4. Derivada de guinada para asa C_{lr} , $\frac{C_{lr}}{C_L}$, C_L em 0° , $M=0$

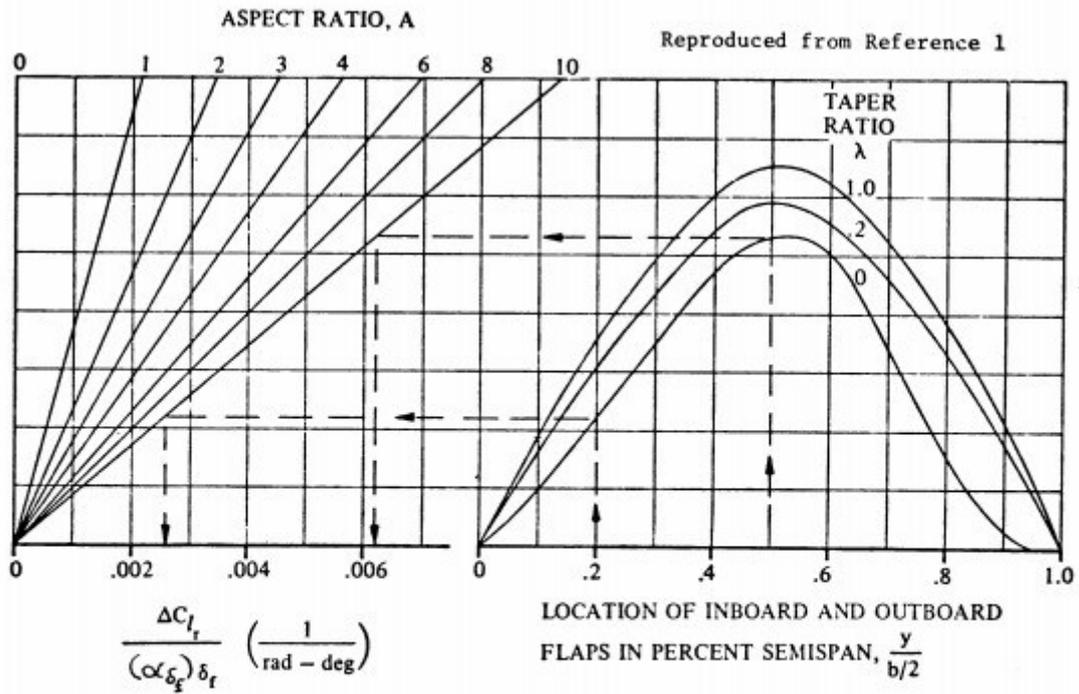


Reproduced from Reference 1

$$\left(\frac{C_{lr}}{C_L} \right)_{C_L=0, M=0} \text{ (per rad)}$$

FONTE: adaptada de Roskam (1971)

Figura 5. Efeito dos flaps em $C_{Lr}' \frac{\Delta C_{Lr}}{\alpha_{\delta_f} \delta_f}$



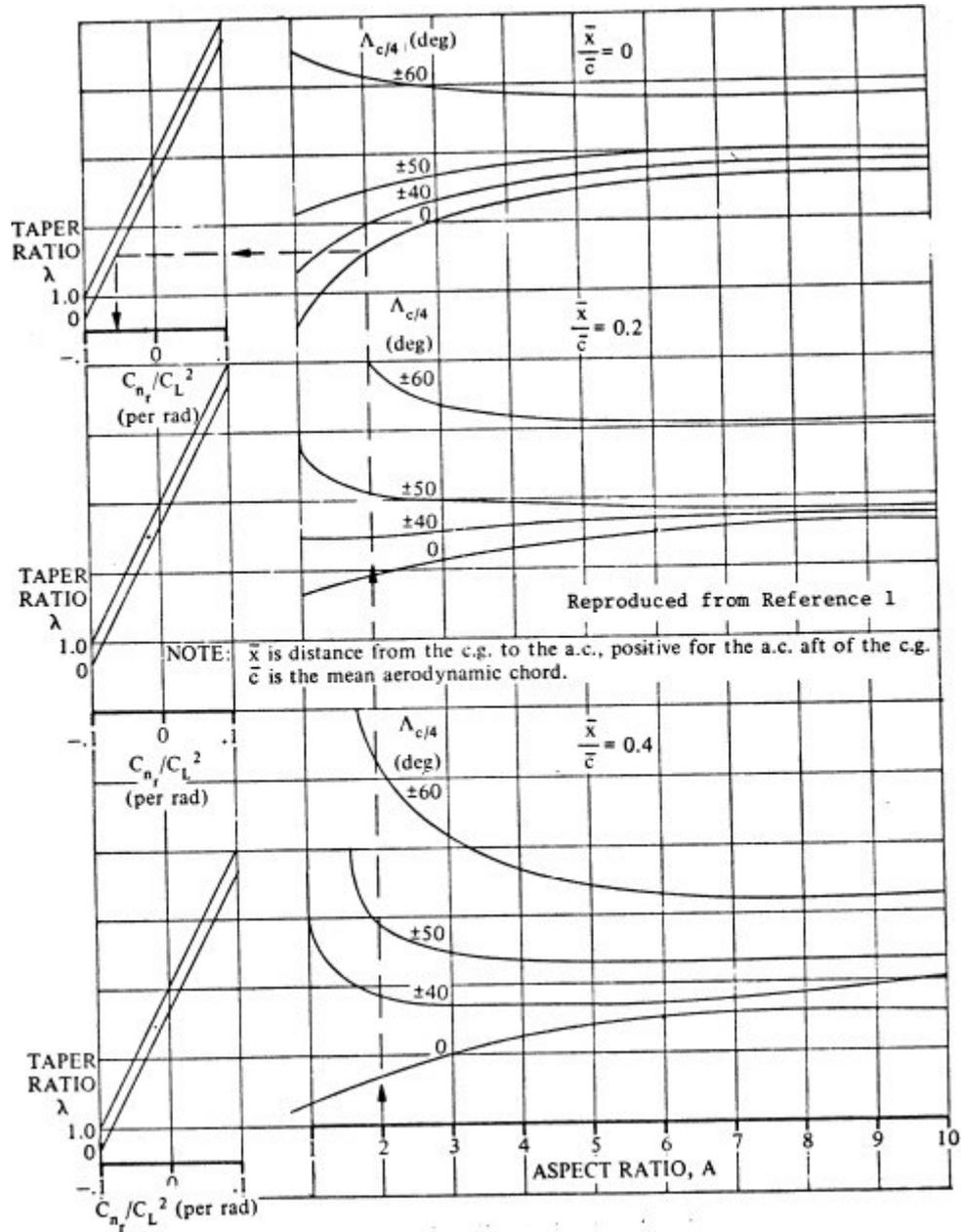
NOTE:

ΔC_{Lr} per radian
 δ_f in degrees

NOTE: $\frac{\Delta C_{Lr}}{(\alpha_{\delta_f}) \delta_f} = \left[\frac{\Delta C_{Lr}}{(\alpha_{\delta_f}) \delta_f} \right]_{\text{outboard}} - \left[\frac{\Delta C_{Lr}}{(\alpha_{\delta_f}) \delta_f} \right]_{\text{inboard}}$

FONTE: Roskam (1971)

Figura 6. Parâmetro de influência de arrasto e sustentação no amortecimento de guinada para baixas velocidades, $\frac{C_{n_r}}{C_L^2}$.



FONTE: Roskam (1971)

