UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

PABLO HENRIQUE SANTOS FIGUEIREDO

O problema da divisibilidade infinita do espaço: um exame da Geometria segundo Hume

UBERLÂNDIA
2020

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

PABLO HENRIQUE SANTOS FIGUEIREDO

Linha de Pesquisa: Lógica, Conhecimento e Ontologia

Orientador: PROF. DR. MARCOS CÉSAR SENEDA

O problema da divisibilidade infinita do espaço: um exame da Geometria segundo Hume

Dissertação apresentada no segundo semestre de 2020 ao PPGFIL-UFU como requisito para conclusão de curso. A banca foi composta pela Professora Doutora Andrea Cachel e pelo Professor Doutor Anselmo Tadeu Ferreira.

UBERLÂNDIA
2020

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Filosofia
Av. João Naves de Ávila, 2121, Bloco 1U, Sala 1U117 - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-MG, CEP 38400-902
Telefone: 3239-4558 - www.posfil.ifilo.ufu.br - posfil@fafcs.ufu.br

ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Filosofia				
Defesa de:	Dissertação de Mestrado Acadêmico, 012 SEI, PPGFIL				
Data:	Quinze de dezembro de dois mil e vinte	Hora de início:	14:00	Hora de encerramento:	17:00
Matrícula do Discente:	11812FIL010				
Nome do Discente:	Pablo Henrique Santos Figueiredo				
Título do Trabalho:	Da divisibilidade infinita do espaço: um exame da Geometria segundo Hume				
Área de concentração:	Filosofia				
Linha de pesquisa:	Metafísica e Epistemologia				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Espaço e imaginação: problemas e fontes da filosofa de Kant				

Reuniu-se sala web conferência Meet Google, do PPGFIL da Universidade Federal de Uberlândia, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Filosofia, assim composta: Professores Doutores: Andréa Cachel - UEL; Anselmo Tadeu Ferreira - UFU; Marcos César Seneda - UFU orientador(a) do(a) candidato(a).

Iniciando os trabalhos o(a) presidente da mesa, Dr(a). Marcos César Seneda, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato(a), agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado(a).

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.

Documento assinado eletronicamente por **Andrea Cachel**, **Usuário Externo**, em 15/12/2020, às 17:15, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

Documento assinado eletronicamente por **Marcos Cesar Seneda**, **Professor(a) do Magistério Superior**, em 15/12/2020, às 17:15, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

Documento assinado eletronicamente por **Anselmo Tadeu Ferreira**, **Membro de Comissão**, em 15/12/2020, às 20:11, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **2454195** e o código CRC **08216A80**.

Referência: Processo nº 23117.074829/2020-99 SEI nº 2454195

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

FICHA BIBLIOGRÁFICA

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

F475 Figueiredo, Pablo Henrique Santos, 1989-

2020 O problema da divisibilidade infinita do espaço [recurso eletrônico] : um exame da Geometria segundo Hume / Pablo Henrique Santos Figueiredo. - 2020.

Orientador: MARCOS CÉSAR SENEDA. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Pós-graduação em Filosofia.
Modo de acesso: Internet.
Disponível em: http://doi.org/10.14393/ufu.di.2021.57
Inclui bibliografia.
Inclui ilustrações.

1. Filosofia. I. SENEDA, MARCOS CÉSAR ,1968-, (Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia. Pós-graduação em Filosofia. III. Título.

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:

Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

À educação de qualidade,
sem a qual não estaríamos aqui.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Agradecimentos

Primeiramente, agradeço aos meus pais, cujos sacrifícios tornaram possível a jornada que me trouxe até este momento.

Aos amigos que me apoiaram e ouviram meus lamentos sobre a dificuldade de se fazer um trabalho sério e de qualidade.

Ao meu orientador, cujas orientações sempre ajudaram a tornar meu percurso mais acessível, sempre me permitindo liberdade, mas sempre me puxando de volta para a realidade.

Por último, agradeço minha esposa e companheira, que me apoia diariamente, que atura minhas sandices, que me ajuda a me reencontrar sempre que me perco e que fez de mim o pai das duas crianças mais lindas do mundo.

Obrigado a todos.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Resumo

O conceito de espaço apresentado por Hume estabelece sua fundação sobre a disposição dos pontos sensíveis indivisíveis, dos quais nos tornamos cientes a partir do *princípio da cópia*. Para melhor compreensão, este princípio será devidamente apresentado, demonstrando como, a partir dele e da *distinção de razão*, a mente tem acesso às ideias simples por um exercício de atenção da *imaginação*. É neste primeiro momento em que são estabelecidos os alicerces para que Hume responda os questionamentos sobre seu conceito de espaço e de infinito. A seguir, faremos uma breve jornada pela filosofia antiga e moderna, para trazer ao debate alguns dos conceitos de espaço e de infinito construídos nos períodos anteriores ao de Hume. O espaço, para ele, é constituído de pontos sensíveis indivisíveis e esta definição oferece diversos problemas para o funcionamento adequado da geometria euclidiana. De modo semelhante, procuraremos mostrar que seu próprio conceito é julgado insatisfatoriamente construído, como apontam alguns comentadores que consideram Hume como um mau matemático ou como negligente ao adotar um conceito de espaço que, segundo suas alegações, não é apoiado pelo princípio da cópia. Ao salvar a validade de seus conceitos, ele lança dúvidas sobre a validade da geometria euclidiana, uma vez que os pontos indivisíveis dos quais o espaço é formado invalidam alguns de seus principais teoremas, como o da bissecção e o teorema de Pitágoras. Hume soluciona este dilema apresentando um novo critério de comparação pelo qual é possível atestar a igualdade ou desigualdade de objetos geométricos. Além disso, procuraremos mostrar que este método proposto por Hume nos permite também corrigir, sempre que necessário, os nossos juízos concernentes à igualdade ou desigualdade entre objetos geométricos comparados.

Palavras-chave: Hume. Princípio da cópia. Distinção de razão. Espaço. Infinito.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Abstract

The conception of space presented by Hume establishes his foundations over the disposition of the indivisibles sensible points, from which we became aware of the *copy principle*. For a better understanding, this principle shall be properly presented, demonstrating how, from it and from the *distinction of reason*, the mind get access to the simple ideas, through an *imagination's* attention exercise. It is at this first moment that the bedrock for Hume to respond the questions pointed about your concept of space and infinity are settled down. Next, we'll take a brief journey through ancient and modern Philosophy, so we can bring to the debate some of the conceptions of space and infinity built in periods prior to Hume's. The space, according to him, is built up of indivisible sensible points and this definition brings us several issues to the proper functioning of the Euclidian geometry. Similarly, we'll try to show that his own concept is judged as unsatisfactorily constructed, as pointed up by some commentators that consider Hume as a bad mathematician or as overlooking by adopting a concept of space that, according to those commentators' allegations, it's not supported by the *copy principle*. By saving the validity of his concepts, Hume casts doubts on the validity of the Euclidean geometry, since the indivisible points of which the space is compounded invalidate some of the main theorems of that geometry, just as the bisection and the Pythagorean theorem. Hume solves this dilemma bringing up this whole new comparison criteria, from which it is possible to test the equality or the inequality of geometric objects. Moreover, we'll try to show that this method proposed by Hume allow us to correct, every time that it becomes necessary, our judges concerning the equality or the inequality between geometric objects compared.

Keywords: Hume. Copy principle. Distinction of reason. Space. Infinity.

Sumário

Introdução

Não deve haver discórdia sobre a alegação de que os tópicos abordados pela filosofia são, além de importantes, bastante variados. Com mais de dois mil anos de existência, a filosofia tem tratado dos mais diversos tópicos sob diversas perspectivas e, desta forma, sempre surgem novas formas de se pensar, tanto os problemas antigos quanto os novos. A Teoria do Conhecimento, ou seja, a epistemologia, é a área responsável por trabalhar a origem das ideias, a forma como as obtemos e operamos e, em suma, a forma como adquirimos conhecimento. Dos vários tópicos que sempre acabam voltando para ocupar o pensamento dos filósofos de todas as épocas, dois deles serão abordados nesta pesquisa, a saber, o espaço e o infinito. Estes dois temas ocupam um importante espaço do percurso histórico da filosofia, sendo abordados desde a antiguidade até a contemporaneidade. Nossa jornada acontecerá focada no período da filosofia moderna, mais especificamente, no período filosófico de David Hume. Nosso ponto de partida será o *Tratado da Natureza Humana*[1] de Hume, uma obra complexa, composta por três grandes livros, cada um voltado para um amplo aspecto da *natureza humana*. A intenção de Hume com esta obra é apresentar um sistema epistemológico que consiga ser aplicado em qualquer ambiente e sob qualquer circunstância. O modo encontrado por Hume para conseguir atingir seu objetivo é construir sua epistemologia em torno de informações que podem ser testadas e verificadas. Tais informações são as chamadas percepções da mente, que é toda informação que a mente pode perceber. O primeiro livro carrega o subtítulo de *Of The Understanding* e, como o nome sugere, aborda a forma como a mente se relaciona com o conhecimento, como ela adquire as ideias e como ocorrem as relações presentes na mente. O cerne da pesquisa que se segue se encontra nas duas primeiras partes deste livro e é nelas que encontramos os fundamentos para o conhecimento segundo Hume e algumas das consequências desses fundamentos, seja para a filosofia, seja para a geometria.

Para facilitar nossa compreensão, o tema foi dividido em três grandes momentos, todos dotados de imensa importância para o bom entendimento do tema proposto. O primeiro momento é voltado para a construção dos princípios e fundamentos centrais necessários para o avanço seguro da pesquisa. É aqui que seremos apresentados ao *princípio da cópia*,

[1] O *Tratado da Natureza Humana* será referido no decorrer desta pesquisa apenas como *Tratado*, e todas as citações extraídas dele serão apresentadas em concordância com a forma canônica de citações desta obra, que será com as iniciais do título da obra e a numeração do Livro, Parte, Seção e Parágrafo, resultando, por exemplo, no seguinte formato: TNH 1.1.1.1.

extremamente fundamental para o pensamento de Hume, à *distinção de ideias*, que resolve um grande problema relacionado ao advento das ideias simples, e à *imaginação*, dotada de imensa liberdade e responsável por operar as ideias que habitam a mente humana. A relação destes três pontos do pensamento humiano é responsável por construir todo o conhecimento que será abordado no decorrer desta pesquisa. Sumariamente, é o *princípio da cópia* que nos fornece segurança para afirmarmos se alguma ideia encontra ou não seu referencial diretamente na sensibilidade, nos mostrando se aquela ideia pode ou não ser considerada como válida, como não fantasiosa.

O segundo momento é construído em torno dos conceitos históricos de espaço e tempo que, de uma forma ou de outra, influenciaram o pensamento humiano. A primeira etapa tratará de como Aristóteles e Zenão são responsáveis pela introdução de dois conceitos distintos de espaço e de infinito no pensamento antigo. Ainda que eles não sejam os primeiros a debaterem o tema, o debate entre eles nos apresenta estes quatro conceitos, dois de espaço e dois de infinito, de um modo que podemos considerá-los como sendo relacionados como influentes sobre o pensamento humiano. Os paradoxos da *Flecha*, da *dicotomia* e de *Aquiles* serão os principais a serem abordados neste momento, mostrando a forma como, tentando negá-los, Zenão descreveu os conceitos de espaço e de infinito. A forma como Aristóteles responde a estes mesmos paradoxos irá reforçar a importância das definições presentes no pensamento do eleata. Em seguida, Bayle fará sua participação mais robusta, mostrando como cada uma dessas definições apresentadas pelos filósofos antigos cai por terra diante de certas perspectivas. Sua presença será necessária para fazer a conexão entre o pensamento de Hume e o pensamento de Aristóteles e Zenão, mas também será responsável por trazer para o debate uma terceira noção de espaço, distinta das anteriores e dotada de sua própria relevância. A forma como Hume recebe cada uma destas definições também será abordada neste momento, mostrando, não só como ele sorveu deste debate, mas também como ele mesmo refuta cada uma das definições apresentadas até então e forneceu uma que é baseada nas premissas de sua epistemologia. É aqui, portanto, que seremos apresentados ao conceito de espaço humiano, construído a partir da disposição dos pontos perceptíveis, sejam eles coloridos ou tangíveis.

O terceiro e último momento se dedica às consequências do pensamento de Hume para a geometria euclidiana e ao modo com que ele evita que ela seja considerada inútil ou inválida. A primeira parte deste último trecho se dedicará aos ataques sofridos pelo pensamento humiano, principalmente por parte de Kemp Smith, Flew e Fogelin. Como veremos, o primeiro deles acusa Hume de adotar conceitos que são inadequados entre si, ao passo que os outros dois acusam-no de ser negligente e desconhecedor dos conceitos matemáticos. A resposta de Hume para essas acusações nos levará ao próximo passo, que é o efeito que seu pensamento causa na geometria euclidiana, passando pelo que Badici chamou de *incompatibilidade profunda*. A solução humiana para estes dilemas estará na última etapa do trabalho, mostrando como ele consegue manter a validade de seu próprio conceito de espaço, apoiado sobre o *princípio da cópia*, ao mesmo tempo que mantém a validade da geometria euclidiana, sem que haja necessidade de se executar qualquer projeto radical de reforma da geometria.

Assim, estas três etapas se propõem a formar um conjunto coeso que tem o intuito de demonstrar como o pensamento de Hume aborda a origem de nossas ideias. Mais precisamente, nosso intuito será o de abordar a origem de nossa ideia de espaço, a partir do nosso aparelho sensível, responsável por nos transmitir as impressões que deixam as ideias copiadas em nossa mente. Isto significa que deveremos obedecer ao *princípio da cópia* e demonstrar como a finita capacidade de nossa mente nos impede de formar qualquer ideia que seja dotada de qualquer qualidade que se proponha ser infinita. Nossa jornada, que se inicia agora, deverá nos mostrar se foi possível ou não alcançar nossos objetivos de forma elucidativa e assertiva.

1. Mente, concepção e limites

O presente capítulo tem o objetivo geral de apresentar a relação existente entre a mente, as formas pelas quais as ideias são concebidas e os limites que confinam a mente e sua liberdade de operação. Para isto o primeiro passo é entender como a mente adquire as ideias e como estas se relacionam com as impressões. Embora seja um tema relativamente básico e amplamente divulgado entre os leitores de Hume, sua exposição neste momento é de suma importância, uma vez que esta relação é fundamental não apenas para a teoria do conhecimento de Hume, mas também para os fins desta pesquisa. O segundo momento deste capítulo tem o objetivo de aprofundar o entendimento de alguns conceitos fundamentais apresentados por Hume, mas principalmente a relação entre a imaginação e os *minima sensibilia* e como esta relação determina, por si só, alguns limites a serem respeitados pela mente dentro da epistemologia proposta pelo autor. O terceiro item deste capítulo trabalha a relação existente entre o *princípio da cópia* e o espaço humiano. O quarto item trata da forma com que Hume refuta a existência de ideias gerais abstratas e das consequências dessa refutação. O quinto e último item faz uso das relações apresentadas anteriormente para dar curso a uma questão importante para esta pesquisa: a impossibilidade de se conceber o infinito. Será o momento para mostrar como as relações que foram elencadas anteriormente impedem, dentro da concepção de Hume, que a mente humana possa adquirir qualquer ideia adequada do infinito.

1.1 A afecção e a relação impressão-ideia

Antes de prosseguir em direção ao objeto central desta pesquisa, a relação entre a teoria do conhecimento de David Hume e a geometria euclidiana, é importante termos em mente alguns aspectos fundamentais de sua epistemologia. Começaremos com a forma como a mente adquire suas ideias e como ela afeta nossa capacidade de conhecer, de formar conhecimento. Embora amplamente conhecido e debatido, este assunto tem importância vital para o entendimento do objeto a ser trabalhado. Hume estabelece, logo no início do *Tratado,* um aspecto de extrema importância para sua filosofia ao afirmar que “toda ideia simples tem uma impressão simples a que ela se assemelha; e toda impressão simples, uma ideia correspondente” (TNH 1.1.1.5). Esta relação entre pares associados permeia toda a obra de Hume e dela derivam diversas outras características fundamentais, as quais serão abordadas adequadamente no decorrer do texto. Para iniciarmos, podemos resumir esta citação nos seguintes termos: não há nenhuma ideia simples na mente que não tenha sido impressa anteriormente. Ou seja, as impressões provocam, na mente, as ideias. É sobre esta relação que se funda sua teoria do conhecimento e dela origina seu primeiro par fundamental: impressões, com elevados graus de força e vivacidade; e ideias, com menores graus de força e vivacidade, se comparadas às impressões. Mais uma vez, temos que impressões deixam na mente cópias enfraquecidas de si mesmas, às quais chamamos de ideias, e que as representam identicamente em todos os aspectos com exceção dos graus de força e vivacidade. Considerando este primeiro aspecto, esta relação entre impressões e ideias, não há nenhuma ideia simples na mente que não tenha sido, em algum momento, experimentada anteriormente.

Cabe aqui uma breve explanação. A teoria do conhecimento de Hume é construída em torno de uma concepção empirista radical do conhecimento e, assim sendo, recusa crédito ao que quer que seja que se apoie em princípios que não podem ser experimentados, ou seja, testados pela mente. Hume é enfático ao afirmar que as ideias são oriundas das impressões, mas só se ocupa desta digressão até alcançar a sensibilidade. Por se tratar de uma epistemologia baseada na sensibilidade e, portanto, por construir o mundo a partir das impressões recebidas pela mente, Hume não se dispõe a discutir sobre a origem das impressões sensíveis. Ele afirma que "podemos observar que todos os filósofos admitem, e aliás é bastante óbvio por si só, que nada jamais está presente à mente além de suas percepções, isto é, suas impressões e ideias; e que só conhecemos os objetos externos pelas percepções que eles ocasionam(TNH 1.2.6.7). Ou seja, ele se propõe a trabalhar com a informação já recebida pela sensibilidade, sem impetrar uma busca metafísica pelas origens das impressões. Isto pode ser reforçado pela afirmação, feita pelo próprio Hume, de que

> como nada jamais está presente à mente além das percepções, e como todas as ideias são derivadas de algo anteriormente presente à mente, segue-se que nos é impossível sequer conceber ou formar uma ideia de alguma coisa especificamente diferente de ideias e impressões"[2] (TNH 1.2.6.8).

Em outras palavras, Hume deixa claro que, para ele, qualquer busca por qualquer percepção que não seja uma impressão ou uma ideia será infrutífera, uma vez que não há nada além destas duas percepções. Desta forma, ele reitera seu compromisso com a ordem estabelecida para a aquisição de ideias, a saber, que elas representam impressões que são anteriores a elas e cujas diferenças se resumem aos graus de força e vivacidade. Para defender

[2] O crédito das traduções é de Débora Danowski.

sua perspectiva sobre este tema, Hume exemplifica esta incapacidade de se conceber os supostos objetos externos da seguinte maneira:

> dirijamos nossa atenção para fora de nós mesmos tanto quanto possível; lancemos nossa imaginação até os céus, ou até os limites extremos do universo. Na realidade, jamais avançamos um passo sequer além de nós mesmos, nem somos capazes de conceber um tipo de existência diferente das percepções que apareceram dentro desses estreitos limites. Tal é o universo da imaginação, e não possuímos nenhuma ideia senão as que ali se produzem. (TNH 1.2.6.8).

A sugestão de Hume é que façamos um exercício de imaginação, a saber, que tentemos nos afastar de nós mesmos e, consequentemente, de nossas próprias sensações. O resultado de tal exercício é a descoberta de que não conseguimos nos projetar para além das nossas próprias percepções, isto é, não conseguimos, por mais livre que seja a imaginação, extrapolar os limites de aquisição de ideias e descobrir algo que não esteja ao alcance de nossa sensibilidade nem que seja algo além de uma impressão ou uma ideia. Ele ainda afirma que só conhecemos aquilo que se encontra dentro dos limites da sensibilidade, de modo que não há nada que possa ser descoberto que esteja além desse limite. Tal é a importância desta incursão de Hume, para mostrar que, caso encontrássemos algo que não fosse uma impressão ou ideia, a epistemologia por ele proposta estaria em sérias dificuldades, já que seu par fundamental, impressões e ideias, deixaria de figurar como a origem do nosso conhecimento, dando lugar ao que quer que possa haver antes das impressões. Embora amplamente comentado, este assunto não pode deixar de compor esta pesquisa, uma vez que este limite afetará a forma com que nossas ideias podem ser operadas pela mente.

Outro aspecto a ser examinado aqui diz respeito às ideias simples. Hume apresenta uma primeira definição a respeito do que é simples e do que é complexo em termos de percepções da mente a partir do seguinte trecho:

> Convém observar ainda uma segunda divisão entre nossas percepções, que se aplica tanto às impressões como às ideias. Trata-se da divisão em SIMPLES e COMPLEXAS. Percepções simples, sejam elas impressões ou ideias, são aquelas que não admitem nenhuma distinção ou separação. As complexas são o contrário dessas, e podem ser distinguidas em partes. Embora uma cor, um sabor e um aroma particulares sejam todos qualidades unidas nesta maçã, é fácil perceber que elas não são a mesma coisa, sendo ao menos distinguíveis umas das outras. (TNH 1.1.1.2)

Desta forma, Hume divide as percepções da mente em duas naturezas além das impressões e ideias. Seriam como aspectos ou apresentações daquelas impressões ou ideias e exprimem a forma como a mente pode concebê-las e operá-las. A divisão, embora simplista, deixa claro que impressões e ideias simples são aquelas que não possuem partes que podem ser distinguidas e separadas, ao passo que as ideias que aceitam serem divididas, possuindo partes que possam ser distinguidas, são impressões ou ideias complexas. Este trecho é comentado por Gerhard Streminger, que destaca que "[...]apenas uma cor, sabor ou cheiro particulares podem ser exemplos de percepções simples"[3] (STREMINGER, 1980, p. 96), excluindo, desta forma, toda e qualquer ideia que não se encaixe nestes termos do rol das ideias simples. Embora válida, esta definição apresentada por Streminger é, no mínimo, insuficiente, uma vez que o uso de Hume para as percepções simples pode variar de acordo com o contexto. Marina Frasca-Spada destaca esta variabilidade do uso do termo *simples* da seguinte maneira:

> De fato, a ideia de uma montanha de ouro é formada pela imaginação a partir das ideias, adquiridas separadamente ao serem extraídas de diferentes ideias complexas, de montanha e de ouro; a de um cavalo alado, das ideias de asas e de cavalos e assim por diante. Nestas passagens Hume certamente não está alegando que as ideias de montanha e ouro, asas e cavalos, etc. sejam elas mesmas simples[4]. De fato, ao desconstruir a ideia de substância como 'nada além de uma coleção de ideias simples, unidas pela imaginação e com um nome particular designado a elas', ele [Hume] retorna ao exemplo da montanha de ouro novamente como um exemplo de uma sustância, e afirma explicitamente que ela mesmo é complexa, sendo composta de ideias como "a cor amarela, o peso, a maleabilidade, a fusibilidade [...] dissolubilidade em água régia"(t16).
>
> Tendo em mente as cores, que são o exemplo favorito de Hume para a simplicidade, para os propósitos do debate, podemos considerar a cor amarelo do ouro como sendo simples; talvez também possamos dizer o mesmo do peso. Porém, maleabilidade, fusibilidade e, pior ainda, solubilidade em água régia evidentemente incluem elementos que podem ser concebidos separadamente, e assim são definitivamente estranhos. Assim, da mesma forma que a ideia de ouro é complexa, assim deve ocorrer, em um certo sentido, com as ideias de algumas de suas qualidades, quanto mais óbvio são as ideias de pavimento, paredes, rubis, montanhas, etc., muito embora cada uma delas possa desempenhar, em ocasiões particulares, a parte de componentes de ideias mais complexas (Frasca-Spada, 2007, p. 04).

Considerando os apontamentos de Frasca-Spada, podemos notar que as ideias complexas podem ser formadas de ideias mais simples, ou seja, com um número cada vez menor de partes componentes, assim como é com o Pégaso, o cavalo alado da mitologia, que

[3] No original: *[...]only a particular colour, taste, and smell can be an example of a simple perception.*

[4] Embora, em relação a este aspecto as ideias sejam derivadas de ideias complexas, elas mesmas não são ideias simples, podendo cada uma delas se distinguir em novas ideias *mais simples*, ou seja, compostas por um número menor de ideias.

é composto a partir das ideias complexas de cavalo e de asas. Neste sentido, estas últimas ideias desempenham um papel de ideias *mais simples* em relação ao próprio Pégaso. Ela acompanha esta linha de raciocínio para reforçar que as ideias complexas admitem distinções e separações, ou seja, são aquelas que podem ser objeto de um processo de desconstrução. Ela menciona, em seguida, o trecho do *Tratado* em que Hume destaca algumas das características da ideia de ouro e segue afirmando que não necessariamente todas as ideias derivadas de uma ideia primária seriam ideias simples, mas que ainda assim, em determinados contextos, podem apresentar-se e desempenhar um papel de ideias simples ou, para promover menos confusão, ideias menos complexas. Este trabalho que Frasca-Spada realiza, ao explicitar este aspecto das ideias, deixa claro que, embora a definição de Hume possa ser considerada simplista, suas consequências excedem sua simplicidade aparente.

De tudo isto, podemos seguir o tema reforçando que as ideias simples podem ser obtidas diretamente das impressões simples que tenham afetado a sensibilidade, mas também por meio da imaginação, que separa todas as ideias que são distintas até que não seja mais possível prosseguir com as separações. O grande dilema que surge desta limitação, deste limiar para se dividir, é uma limitação da própria forma de conhecer, mas este tema será melhor explorado logo a seguir[5].

1.2 A imaginação e os *minima sensibilia*

Ora, este cuidado que Hume (assim como esta pesquisa) tem, ao dar ênfase no fato de que toda ideia simples representa uma impressão simples, tem sua origem na forma como a imaginação é capaz de trabalhar as ideias presentes na mente. É importante frisar que Hume divide as ideias em duas categorias distintas, cada uma dotada de características próprias que lhes conferem diferentes capacidades na mente. Sobre este assunto, Hume afirma o seguinte:

> Pela experiência vemos que, quando uma determinada impressão esteve na mente, ela ali reaparece sob a forma de uma ideia, o que pode se dar de duas maneiras diferentes: ou ela retém, em sua nova aparição, um grau considerável de sua vividez original, constituindo-se em uma espécie de intermediário entre uma impressão e uma ideia; ou perde inteiramente aquela vividez, tornando-se uma perfeita ideia[6]. A faculdade pela qual repetimos nossas impressões da primeira maneira se chama MEMÓRIA, e a outra, IMAGINAÇÃO (TNH 1.1.3.1).

---

[5] Antecipando o tema, se a imaginação não será mais capaz de identificar diferenças e operar separações ela não poderá conhecer nada além deste ponto específico e por tal razão aquilo que conhecemos se limita àquilo que podemos distinguir, notar como distintos.

[6] Ao usar o termo "perfeita ideia" Hume se refere ao fato de ser uma ideia completamente formada, acabada, ou seja, destituída de sua capacidade de afetar os sentidos.

Desta forma, podemos afirmar, sem prejuízo, que uma ideia que se apresenta à memória conserva seus graus de força e vivacidade, se apresentando à mente na medida em que obedece à cronologia de sua afecção. O fato de conservarem seus graus de força e vivacidade com maior intensidade garante um aspecto mais vívido às ideias que se apresentam à memória, permitindo que a mente as perceba desta forma. Isto implica que as ideias que se apresentam à memória são contextualizadas, ou, em outras palavras, quando vêm à mente trazem consigo o contexto de sua afecção e, portanto, as outras ideias que estavam presentes naquele evento em questão. Sendo assim, elas se comportam como uma espécie de videoclipe, trazendo à mente toda uma cadeia de ideias ordenadas do mesmo modo de quando foram experimentadas enquanto impressões. As ideias da imaginação, por sua vez, são ideias cujos graus de força e vivacidade se encontram diminuídos o bastante para que elas se apresentem à mente isoladamente, ou seja, sem estarem vinculadas a outras ideias ou a um contexto específico. Sendo assim, se as ideias da memória são como videoclipes, as da imaginação são como fotografias e, como tal, podem ser recortadas e coladas em ordens diversas às de sua afecção. Isto é possível em virtude do fato de serem ideias cujos graus de força e vivacidade foram diluídos, removendo delas a ordenação de afecção. Esta diluição dos graus de força e vivacidade das ideias da imaginação, afirma Hume, fornece à mente a "[...] liberdade que tem a imaginação de transpor e transformar suas ideias" (TNH 1.1.3.4), isto é, não somente as ideias da imaginação se apresentam isoladas de algum contexto, como também são passíveis de serem manipuladas, modificando sua composição, a ponto de novas ideias serem obtidas a partir disso. Aqui reside um aspecto de elevada importância dentro da epistemologia humiana, a saber, que a imaginação é dotada de ampla liberdade e de que ela não é, por ausência de termo mais adequado, uma *faculdade* depositária, mas sim operacional. Seneda (2013), destaca que "neste sentido, embora utilize vicariamente o termo *faculdade*, a memória e a imaginação jamais poderiam ser assim compreendidas, pois não designam esferas potencialmente já construídas para operarem com conteúdos a serem dados" (Seneda, 2013. p. 7). Desta forma, podemos observar, com segurança, que não há este aspecto de depósito de ideias, quer seja na memória ou na imaginação: sua força está em sua capacidade de operação. Este aspecto não depositário da memória e da imaginação, conforme indicado por Seneda, não são concebidos como *loci* já definidos ontologicamente, ou seja, não são existências anteriores à experiência e sequer existem como uma partição física da mente para o armazenamento das percepções recebidas. Isto significa que a imaginação vai além de apresentar à mente ideias cujos graus de força e vivacidade estejam diluídos, conferindo-lhe uma capacidade, dentre tantas outras, de operar[7] com essas ideias com extrema liberdade. Tal liberdade, aliada a este aspecto operacional, permite que Hume afirme que “sempre que a imaginação percebe uma diferença entre ideias, ela pode facilmente produzir uma separação” (TNH 1.1.3.4)[8]. Este aspecto foi mencionado anteriormente neste texto e sendo ele dotado de tamanha importância, será preciso nos determos aqui por um instante.

Assim, conforme mencionado anteriormente, a mente humana percebe as impressões e as ideias e conhece que ambas podem ser tanto simples quanto complexas. Percebemos a diferença entre as impressões, que são sentidas, e as ideias, que são pensadas e podemos notar, como é alegado por Hume, que “cada um, por si mesmo, percebe a diferença entre sentir e pensar” (TNH. 1.1.1.1). Um breve exercício pode dar mais significado a esta afirmação: quando uma lembrança invade nossos pensamentos e toma as rédeas de nossa atenção, podemos *quase* sentir o evento lembrado, seja ele um café da tarde na casa dos avós ou sobre seu primeiro vídeo game. Ainda que aquela memória *quase* nos arraste[9], podemos, sem dificuldade, perceber que se trata de uma memória e, portanto, de um pensamento. Por outro lado, quando ganhamos um abraço ou promovemos um encontro entre o dedo mínimo do pé com a quina de algum móvel percebemos, de imediato, que sentimos aquele evento e não qualquer outra coisa senão uma sensação[10]. Outra diferença que somos capazes de perceber é o caráter composto de algumas ideias e simples de outras, mas só podemos fazer algo a partir desta diferença graças ao trabalho da imaginação, que nos permite separar as ideias componentes sempre que alguma distinção for identificada naquela ideia.[11]

---

[7] A capacidade de compor ou decompor ideias é mais uma das características operacionais da imaginação e ela garante os outros aspectos operacionais, todos apoiados, direta ou indiretamente, nesta capacidade de distinguir as ideias destituídas de seus graus de força e vivacidade e, portanto, de seu contexto.

[8] De fato, o que a mente faz nesses casos é separar as ideias distintas, assim como separamos a cor de uma maçã da própria maçã. Retomaremos este assunto mais adiante.

[9] Há outro aspecto que, embora importante para o quadro geral da epistemologia humiana não se mostra de tamanha importância para os propósitos desta pesquisa, a saber, a capacidade que uma percepção, seja impressão ou ideia, tem de levar a mente de um ponto a outro, da mesma forma que somos levados a crer na chuva vindoura quando nos deparamos com nuvens negras durante uma tarde quente. Tal capacidade é chamada *inferência*, mas suas nuances ficarão para outra oportunidade, em uma outra pesquisa em que o hábito esteja entre as principais personagens.

[10] O material editorial da edição de David Fate Norton e Mary J.Norton apresenta ainda a seguinte nota: “O reconhecimento da diferença entre ‘sentir e pensar’, em termos semelhantes aos utilizados por Hume, não era incomum. Malebranche disse que ‘percepções sensíveis… são muito mais vívidas… que as percepções que tenho quando penso’, enquanto Locke sugeriu que todos são “invencivelmente conscientes de si mesmos de uma diferente percepção, quando ele olha para o Sol durante o dia e quando pensa nele durante a noite’” (Norton & Norton, 2007, aparato de notas: p. 696).

[11] Este aspecto da separabilidade das ideias é comentado na edição de Norton & Norton, no aparato editorial, quando eles destacam o contexto histórico deste aspecto. O texto diz: “A liberdade da imaginação era amplamente aclamada. Bacon disse que ‘a Imaginação, não sendo atada às leis da matéria, pode arbitrariamente unir o que a natureza separou e separar o que a natureza uniu, e assim fazer uniões e divórcios ilegais das coisas’; Watts, que ‘ se as Ideias são modificadas, aumentadas, diminuídas, multiplicadas ou unidas e misturadas

Compreender tal capacidade de separação da imaginação é fundamental para o entendimento da argumentação de Hume a respeito da natureza do espaço, já que é nesta capacidade que se apoiam os argumentos a respeito das ideias simples e minúsculas, bem como da definição de espaço.

Levando em consideração as características apresentadas da memória e da imaginação, podemos agora tratar da existência de ideias complexas – advindas da memória ou da imaginação – e ideias simples – advindas da imaginação. Sob a tutela do *Tratado*, podemos afirmar que as ideias complexas podem ser adquiridas por meio de impressões e apresentadas à mente pela memória, mas também podem ser construídas a partir de composições feitas pela imaginação. Hume alega que "já observamos que todos os objetos diferentes são distinguíveis, e que todos os objetos distinguíveis são separáveis pelo pensamento e imaginação" (TNH 1.1.7.3) e isto significa que, para ele, toda e qualquer distinção percebida autoriza a imaginação a efetuar divisões e separações naquela ideia. A liberdade quase ilimitada que a imaginação tem de operar suas ideias, conforme alegou Hume, fornece a ela a capacidade de compor e de decompor ideias, formando ideias complexas[12], que podem ou não serem remetidas a alguma impressão originária em particular, ou referindo-se a ideias simples que sempre remetem a impressões originárias. Entender como a mente opera as ideias, por meio da imaginação, e as separa em ideias simples, nos permitirá acompanhar o raciocínio de Hume na elaboração de sua teoria do espaço formado por pontos sensíveis indivisíveis.

Alguém, despido dos conceitos humianos, pode alegar que esta liberdade da imaginação é geradora de divisões infinitas, permitindo que qualquer ideia seja dividida tendo como único limite a vontade arbitrária daquele que opera as divisões. Hume se antecipa a estas críticas fazendo uso de alguns recursos condizentes com sua própria teoria. Em primeiro lugar, a divisão pode de fato acontecer, se bem que não ilimitadamente, mas somente nos casos em que a imaginação é capaz de identificar diferenças, ou seja, notar que uma determinada ideia é composta. Isto pode ser notado em qualquer ideia composta, seja ela apresentada pela memória ou pela imaginação. Um carro, por exemplo, pode ser reduzido, por exercício da imaginação, a aglutinados de diversas de suas partes ou a diversas ideias mais simples. A imaginação pode, percebendo diferenças no carro, separar as ideias que compõem

---

em Formas e Qualidades diferentes das que tivemos em nossas primeiras Percepções delas, isto é chamado de i*maginação,* ou *Poder da Fantasia.* (Norton & Norton, 2007, aparato de notas: p. 699).

[12] A imaginação pode compor ideias compostas de quaisquer combinações de ideias simples e compostas (contanto que a ideia formada seja concebível), mas também pode decompô-las a partir da separação de outras ideias complexas em ideias complexas menores ou em ideias simples.

a ideia do veículo nas ideias de lataria e rodas; a lataria pode ser separada em vidros e metais; os metais, em portas e carenagem, e assim por diante. Tudo o que a imaginação precisa para isto é ter acesso a estas ideias e perceber as diferenças que existem entre elas.

Reforçando a ideia que sublinha este pensamento, é importante lembrar que, para Hume, a mente sempre é capaz de operar qualquer separação contanto que ela seja capaz de identificar qualquer diferença. Thomas Holden, acompanhando o raciocínio de Hume, utiliza-se de argumentos que acentuam esta perspectiva, a saber:

> As partes de um dado contínuo físico - um corpo, por exemplo - são cada qual uma existência diferente. Elas existem independentemente do todo, e independentemente de todas as outras partes não envolvidas[13], e elas existem antes de qualquer ato positivo de divisão. As partes estão todas inseridas na arquitetura do todo: a divisão meramente as separa ou revela, ela não as cria novamente (Holden, 2002, p. 7).

Assim, conforme destacado por Holden e dentro da perspectiva de Hume, as divisões que a imaginação faz são, na verdade, separações de partes componentes já presentes na ideia dividida antes mesmo de a divisão ocorrer. Segundo esta tese, as partes, mesmo as mais diminutas, na verdade já existem antes mesmo que a divisão ocorra. Podemos pensar em uma casa, por exemplo, e imaginar que os tijolos que fazem parte da edificação já estão presentes nela antes que qualquer parede seja demolida, de modo que a demolição só faz separar partes que já existiam anteriormente. O mesmo raciocínio se aplica às diversas ideias que se apresentam à mente, e esta validade se apoia, também, sobre o fato de a imaginação, segundo Hume, operar com dois limites principais: a fonte – nada tem acesso à mente sem ter sido provocado por uma impressão – e a lógica – nenhuma ideia, nem mesmo as mais fantasiosas, pode desobedecer ao princípio da não contradição.

O primeiro destes limites, a fonte, é responsável por restringir a mente de ter acesso a impressões deveras pequenas ou distantes e acaba por obrigar a imaginação a trabalhar com um mínimo perceptível[14] – lembrando que todas as ideias foram formadas por impressões. Este mínimo perceptível é demonstrado no *Tratado* por meio do já citado argumento do grão de areia. Nas palavras de Hume,

---

[13] As “outras partes não envolvidas” são partes de outros contínuos físicos, ou corpos, que não fazem parte do corpo em questão.

[14] Alguns autores, como Andrea Cachel, por exemplo, preferem a expressão *mínimo sensível*. Defendo o uso do termo *perceptível* apoiado no fato de que a mente *percebe* a experiência sensível, tanto no sentido de receber a informação proveniente dos sentidos quanto de se tornar ciente dela na mente.

> a imaginação atinge um mínimo e é capaz de gerar uma ideia da qual não pode conceber nenhuma subdivisão, isto é, que não pode ser diminuída sem ser aniquilada. Quando alguém me fala da milésima e da décima milésima parte de um grão de areia, faço uma ideia distinta desses números e de suas diferentes proporções, mas as imagens que formo em minha mente para representar essas próprias coisas em questão não diferem em nada uma da outra, e tampouco são inferiores à imagem pela qual represento o próprio grão de areia, que supostamente excede a ambas em tamanha proporção (TNH 1.2.1.3).

Analisando este trecho, é possível notar que Hume considera a existência de uma ideia mínima que não pode ser dividida pela imaginação, ou seja, uma ideia da qual nossa mente não consegue formar imagem alguma de qualquer suposta divisão. Isto implica que, mesmo com o advento de ferramentas que ampliem nossa capacidade sensível ao ponto de que seja possível dividir, de fato, algum corpo minúsculo e percebermos esta divisão, bem como as partes recém separadas, ainda assim a sua premissa manteria sua validade, uma vez que Hume não estabelece uma medida para estes corpos minúsculos, mas sim que nossa mente chegará, por meio da imaginação, a uma ideia que não pode ser dividida sem ser aniquilada. O exemplo do grão de areia em si representa esta capacidade que a mente tem de entender a proporção matemática entre o grão e suas supostas partes, mas isto não nos fornece a capacidade de imaginar, ou seja, de compor imagens que representem adequadamente estas proporções. Este trecho culmina na máxima de Hume de que "tudo que é composto de partes é distinguível nessas partes, e tudo que é distinguível é separável" (TNH 1.2.1.3). Desta forma, sendo a imaginação incapaz de prosseguir com distinções e separações além de um determinado ponto, é possível afirmar que, dentro da epistemologia humiana, a mente se encontra encarcerada dentro dos limites das dimensões minúsculas. Hume faz uso de um exemplo empírico dos *minima sensibilia* e de como a mente humana pode concebê-lo. Trata-se do célebre exemplo da mancha de tinta. No trecho em questão, Hume diz:

> Fazei uma pequena mancha de tinta sobre uma folha de papel, fixai nela os olhos e afastai-vos gradativamente, até uma distância em que finalmente não mais a enxergueis. É claro que, no momento que precedeu seu desaparecimento, a imagem ou impressão era perfeitamente indivisível (TNH 1.2.1.4).

O exemplo citado nos sugere um exercício empírico de nos afastarmos, gradativamente, de uma mancha feita em um papel. Conforme nos afastamos, nossa percepção da mancha se torna cada vez menor até o ponto onde nossa sensibilidade não pode mais ser afetada pela mancha de tinta. O efeito imediato deste exemplo é que não podemos ser afetados por impressões que são menores que um certo limite. Além disso, considerando que nossas ideias se comportam de forma semelhante às impressões, não somos capazes de trabalhar com nenhuma ideia que seja deveras diminuta. Desta forma, a imaginação, conforme o exercício da mancha de tinta, se encontra encarcerada nos limites do que é concebível, ou seja, do que pode ser percebido pela mente, e não pode operar com nenhum objeto que seja deveras diminuto, impossibilitando que haja divisões infinitas, já que elas exterminariam a ideia dividida.

O segundo limite, a lógica, se apoia sobre a afirmação feita por Hume de que "o que se passa com as ideias da imaginação passa-se igualmente com as impressões dos sentidos" (TNH 1.2.1.4). Quando alego que a lógica é um limite para a imaginação estou me referindo ao fato de que ela, a imaginação, não pode, a despeito de sua liberdade quase ilimitada, conceber ideias que sejam ofensivas ao princípio da não contradição, como veremos mais adiante. Assim, da mesma forma que a imaginação esbarra em um limite último para notar diferenças e operar separações, a sensibilidade se torna incapaz de perceber qualquer impressão sensível que esteja além de um determinado patamar de pequenez. Isto se deve ao fato de que ele apoia sua epistemologia sobre a sensibilidade, colocando as impressões como fonte de cópias idênticas a elas mesmas, mas com reduzidos graus de força e vivacidade. Desta forma, podemos afirmar que tudo o que há em uma cópia deve haver também naquilo que deu origem a esta cópia. Sendo assim, Hume afirma que

> é uma máxima estabelecida da metafísica que tudo que a mente concebe claramente inclui a ideia da existência possível, ou, em outras palavras, que nada que imaginamos é absolutamente impossível[15]. Como podemos formar a ideia de uma montanha de ouro, concluímos que uma montanha assim pode realmente existir. Não somos capazes, porém, de formar a ideia de uma montanha sem um vale, e por isso a vemos como impossível[16].(TNH 1.2.2.8)

Assim sendo, a imaginação e sua imensa liberdade e capacidade de operar ideias serve como um meio de aferir a possibilidade de existências de ideias, uma vez que aquilo que não pode ser imaginado por ferir a lógica não pode ser encontrado na natureza. Como Hume descreve no trecho acima, por termos acesso a ideias como a de montanha e a de ouro podemos, por exercício da imaginação, criar a ideia clara e distinta de uma montanha de ouro e conceder a ela o status de existência possível, mesmo que jamais alguém se depare com uma montanha que seja, de fato, feita de ouro. Por outro lado, abordando a relação entre a

[15] É muito importante ter em mente que existe diferenças entre *possível* e *provável*. *Possível* envolve a capacidade de existir ou não, quanto *provável* envolve a capacidade de se provar a existência do que quer que seja que esteja em questão.
[16] Destaques presentes no original.

imaginação e o princípio da não contradição, se alguém tenta imaginar uma montanha sem vale, logo se encontra diante de uma dificuldade intransponível: a própria montanha já torna o vale necessário. Tentar formar tal ideia é equivalente a imaginar uma moeda que só tem um lado. Por intermédio da imaginação podemos focar a atenção em um aspecto da ideia (somente a montanha ou somente um lado da moeda), mas a ideia não se altera, tampouco sua definição. Isto serve para demonstrar que a imaginação tem na lógica um limite objetivo e que este limite nos impede de conceber ideias de um modo imperioso: não se trata de uma norma que pode ou não ser seguida, mas sim de um limite real imposto à imaginação pela própria natureza da mente e das ideias.

1.3 O princípio da cópia e o espaço

Há um princípio fundamental que é amplamente conhecido por aqueles que estão familiarizados com os textos de Hume. Trata-se do *princípio da cópia*, que pode ser notado na base da epistemologia humiana e que permeia toda sua filosofia. Este princípio, estabelecido logo no início do *Tratado* determina o conhecimento humano como fruto da relação entre as impressões e a sensibilidade. De modo sumário, este princípio surge como tal quando Hume afirma que “todas as nossas ideias simples, em sua primeira aparição, derivam de impressões simples, que lhes correspondem e que elas representam com exatidão” (TNH 1.1.1.7). Antes de mais nada, é importante estabelecer que Hume destaca que esta relação invariável entre impressões e ideias só ocorre desta forma direta quando se tratam de percepções simples. Assim sendo, Hume estabelece que “toda ideia simples tem uma impressão simples a que ela se assemelha; e toda impressão simples, uma ideia correspondente” (TNH 1.1.1.5). Mais uma vez esta relação estabelecida entre impressões e ideias é evocada e isto não é em vão. Conforme mencionado anteriormente, este é um princípio de suma importância para a epistemologia humiana e, sem dúvida, é um pilar de sustentação para sua obra. O segundo trecho citado (TNH 1.1.1.5) se aprofunda no princípio da cópia e esclarece que as ideias simples[17] se assemelham com as impressões simples que lhes deram origem. Embora em um primeiro momento possa passar despercebido, aqui se funda mais uma característica do empirismo de Hume: impressões e ideias simples se assemelham. Este aspecto é destacado por Hume ao mencionar que “a primeira circunstância que me chama a atenção é a grande semelhança entre nossas impressões e ideias em todos os pontos, exceto nos graus de força e vividez” (TNH 1.1.1.3), o que, por sua vez, se mostra como o ponto inicial do *princípio da*

[17] Vale lembrar que ideias simples podem se originar diretamente de impressões simples ou indiretamente de impressões complexas com o intermédio da imaginação.

cópia. Um leitor descomprometido pode se deixar levar a crer que o trabalho apresentado por Hume nas primeiras páginas do *Tratado* não passa de mera redundância, mas basta uma leitura mais cuidadosa para que se possa entender que a novidade estabelecida é que Hume, percebendo que algumas ideias não podiam ser remontadas às suas impressões originárias, estabelece a máxima já mencionada de que toda ideia simples é uma representação de uma impressão simples. No trecho em questão (TNH 1.1.1.4), Hume alega ter se deixado levar e reformula sua afirmação inicial de que todas as ideias são cópias exatas de impressões. Seu raciocínio segue da seguinte maneira:

> Observo que muitas de nossas ideias complexas jamais tiveram impressões que lhes correspondessem, e que muitas de nossas impressões complexas nunca são copiadas de maneira exata como ideias. Posso imaginar uma cidade como a Nova Jerusalém, pavimentada de ouro e com seus muros cobertos de rubis, mesmo que nunca tenha visto uma cidade assim. Eu vi Paris; mas afirmarei por isso que sou capaz de formar daquela cidade uma ideia que represente perfeitamente todas as suas ruas e casas, em suas proporções reais e corretas? (TNH 1.1.1.4).

Neste trecho, Hume menciona duas cidades como exemplo e trata das diferenças naturais entre elas. Primeiramente, ao falar da *Nova Jerusalém*, ele descreve uma cidade coberta de ouro e pedras preciosas e afirma jamais ter visto tal cidade, mas ainda assim é capaz de formar uma imagem dela em sua mente. Se todas as ideias fossem, de fato, cópias das impressões, tal cidade jamais poderia ter sido imaginada, a não ser que ela tivesse sido experimentada desta maneira. Na realidade, nada que não tenha sido experimentado pela mente poderia ser imaginado. Se assim fosse, toda ideia presente na mente deveria encontrar seu referencial imediato nas impressões, seja a mítica cidade de *Nova Jerusalém*, a vila dos *hobbits* ou a cidade de *Valfenda*[18]; sejam criaturas como os *taheen*[19], ou os ciclopes da mitologia grega. Ou seja, nada que habita a fantasia da mente humana deveria estar lá se todas as ideias fossem cópias exatas das impressões. Ele também menciona já ter visto a cidade de *Paris*, mas questiona se isto basta para que ele seja capaz de formar em sua mente uma ideia que faça jus a tal cidade, para representar em sua mente todas as ideias que compõem a ideia daquela cidade e todas as impressões que foram adquiridas em sua visita. A questão que Hume propõe pode ser aplicada a várias impressões complexas, não somente de uma cidade, mas também de algo menor como um quarto de uma casa, ou qualquer outro cômodo, de modo que nos resta repetir o questionamento de Hume: somos capazes de formar uma ideia

[18] Os *hobbits* e a cidade de *Valfenda* são criações literárias presentes na obra de J. R. R. Tolkien chamada *O Senhor dos Anéis*

[19] *Taheens* são criaturas presentes na obra de Stephen King, mais precisamente na *Torre Negra*.

que represente as impressões complexas que nossa mente recebe? Mesmo se tratarmos de impressões ainda menores, como a da mesa na qual me apoio e sobre a qual repousam meus materiais de pesquisa, nossa mente enfrentará dificuldades para representar tal impressão complexa com exatidão. Todo este percurso serve para demonstrar os motivos que levaram Hume a propor uma adequação muito bem vinda e necessária em sua máxima de que as ideias são cópias das impressões. Na verdade, mesmo após esta adequação, as ideias continuam sendo cópias das impressões, mas agora há uma distinção qualitativa entre as percepções simples e complexas. No que diz respeito a esta diferença qualitativa, Hume afirma que:

> A ideia do vermelho que formamos no escuro e a impressão que atinge nossos olhos à luz do sol diferem somente em grau, não em natureza. É impossível provar, por uma enumeração exaustiva de todos os casos, que isso se dá com todas as nossas impressões e ideias simples. Qualquer pessoa pode se convencer disso, examinando tantas quantas queira. Mas se alguém negar essa semelhança universal, o único meio que vejo de o convencer é pedindo-lhe que mostre uma impressão simples que não tenha uma ideia correspondente, ou uma ideia simples que não tenha uma impressão correspondente. Se ele não responder a esse desafio – e com certeza não conseguirá fazê-lo – poderemos, com base em seu silêncio e em nossa própria observação, ter por estabelecida nossa conclusão (TNH 1.1.1.5).

Vimos que nossa mente é incapaz de representar impressões complexas com fidelidade e agora é preciso destacar que a filosofia de Hume não se constrói diretamente sobre percepções complexas, mas sim sobre percepções simples. Como destacado por Hume no trecho supracitado, ideias simples são cópias exatas de impressões simples, como acontece com as cores, por exemplo. Não há qualquer diferença, além dos graus de força e vividez, entre a ideia de uma cor, levada à mente pela memória ou pela imaginação, formada no escuro de um quarto daquela que nosso aparelho sensível capta à luz do sol. Da mesma forma se comportam as ideias de odores específicos, como o da maçã verde, por exemplo. Lembrar de tal odor, portanto formar na mente a ideia dele, só difere de sentir aquele odor específico nos graus de força e vividez daquelas percepções. Hume descreve, no trecho em questão, que dada a vastidão de ideias simples, um exame de todas estas a fim de provar a validade desta afirmação seria impossível. Para solucionar o impasse, sua sugestão é que, quem quer que seja que discorde desta conclusão que apresente qualquer ideia simples que foge à regra aqui estabelecida, de que toda ideia simples representa com exatidão uma impressão simples. Confiante de que nenhum exemplo será apresentado, Hume descreve que as percepções simples permanecem fiéis à máxima de que ideias são copiadas das impressões. Esta máxima da epistemologia humiana vem para estabelecer que nossas ideias se originam de impressões e que, quando se trata de percepções simples, esta relação pode ser claramente encontrada neste breve, porém muito eficaz, exame. É da distinção entre percepções simples e complexas que o princípio da cópia estabelece sua força.

1.4 A refutação das ideias gerais abstratas e a distinção de razão

E se considerarmos a existência de ideias abstratas? Mais que isto, e se considerarmos ideias que se pretendam universais, tais como as ideias gerais abstratas, propostas por John Locke? Como o princípio da cópia se sustentaria? Primeiramente, ideias abstratas são ideias que são extraídas de outras por um processo mental de abstração. Ideias gerais abstratas, por sua vez, são ideias abstratas que se pretendem universais, ou seja, que tem o intuito de representar completamente a multiplicidade de um dado conjunto de ideias. O termo *homem* por exemplo pode representar a ideia geral abstrata de *ser humano* e também de *ser humano do sexo masculino*. Nas duas acepções o termo se propõe a representar a multiplicidade de entes diferentes, de diversos tamanhos, pesos, etnias, profissões e assim por diante. Locke, autor responsável pelo termo *ideias gerais abstratas*, afirma que a obtenção de tais ideias é suportada pela distinção entre o que ele chama de qualidades primárias e secundárias. Sobre isto, ele descreve em sua obra a existência de dois tipos distintos de qualidades, a saber, primárias e secundárias e defende, em poucas linhas, que estas qualidades se distinguem pela necessidade de existência de cada uma dessas qualidades, ou seja, em quão necessária é aquela qualidade para a definição de uma dada ideia. As chamadas qualidades primárias seriam aquelas que definem um objeto em termos gerais, como a definição de uma figura geométrica qualquer. Por outro lado, as mencionadas qualidades secundárias seriam as características *descartáveis* de uma ideia, como sua cor, textura, peso e outras características como estas. As ideias gerais abstratas seriam estas ideias despidas de suas qualidades secundárias, restando apenas aquilo que é essencial para cada uma delas.

Segundo Dale Jacquette, Hume pretende levantar uma argumentação deixando de lado o exemplo empírico da mancha de tinta e utilizando-se de uma "premissa que ele (Hume) acredita que mesmo os matemáticos infinitistas são compelidos a aceitar" (JACQUETTE, 1994, p. 226). Ele afirma que, além do já mencionado exemplo da mancha de tinta, Hume utiliza-se de outra abordagem, na *Investigação Acerca do Entendimento Humano*[20], para apoiar sua alegação a respeito do mínimo perceptível. Ao contrário do que é exposto no

[20] Doravante tratada por *Investigação*. Será utilizada, para citações, a abreviação EHU e o padrão (Abreviação, data, seção, parágrafo), como no exemplo (EHU, 2007, I, 1). Todas as traduções da *Investigação* são nossas.

Tratado, Hume faz uso de um argumento que depende "menos diretamente da sensação e nos dados empíricos da experiência fenomenológica, mas deriva diretamente da refutação de Berkeley das ideias gerais abstratas" (JACQUETTE, 1994, p. 229).

Em termos gerais, o objetivo de Berkeley com seu argumento era refutar a teoria das qualidades primárias e secundárias dos objetos proposta por Locke. Assim sendo, Jacquette afirma que "a tese da divisibilidade infinita fornece uma oportunidade para o cético[21] levantar dificuldades a respeito do raciocínio abstrato na metafísica do espaço e do tempo" (JACQUETTE, 1994, p. 229), mas Hume se defende destas dificuldades afirmando que "todas as ideias de quantidade, sobre as quais os matemáticos raciocinam, são nada além de particulares… e consequentemente, não podem ser infinitamente divisíveis" (Jacquette, 1994, p. 229 citando *Investigação* 158 nota 1. Texto suprimido por Jacquette). Ainda na *Investigação*, Hume alega, a respeito das ideias abstratas, que não parece impossível

> evitar estes absurdos e contradições, se admitirmos que não existe tal coisa como as ideias abstratas ou gerais, propriamente falando; mas que todas as ideias gerais são, na realidade, ideias particulares anexadas a um termo geral, que evoca, em certas ocasiões, a outros particulares que se parecem, em certas circunstâncias, com a ideia presente na mente (EHU, 2007, XII, 20, nota C).

Isto significa que, para Hume, as ideias gerais abstratas são frutos de uma aplicação de um termo a uma ideia particular de modo a fazê-lo representar, por suas semelhanças e/ou diferenças, um dado conjunto de ideias. Imagine um polígono. Nada garante que o polígono imaginado por uma pessoa é do mesmo conjunto que o imaginado por outra, posto que posso ter imaginado um octógono enquanto outros podem ter imaginado triângulos, retângulos, pentágonos e assim por diante. Entretanto, embora se refiram a polígonos, cada um desses termos está associado a um conjunto de ideias que são representadas por tal termo. Este é o modo como as ideias adquirem um sentido mais amplo e representativo de um conjunto de ideias dentro da filosofia humiana.

Esta preocupação de Hume com a refutação das ideias abstratas ou gerais ocorre em virtude da possibilidade de os defensores da divisibilidade infinita argumentarem que se trata de ideias abstratas, ou que a divisão infinita é possível em termos de potência, mas não de ato.

[21] Um dos temas abordados por Dale Jacquette no artigo em questão diz respeito ao ceticismo pirroniano e à refutação oferecida por Hume a este tipo de ceticismo. Esta refutação de Hume se apoia, principalmente sobre o argumento de que estes céticos tentam destruir a razão por meio de argumentos e raciocínios, ou seja, destruir a razão utilizando a razão.

George S. Pappas destaca a importância que a refutação das ideias abstratas desempenha na filosofia humiana ao afirmar que "Hume precisa negar tais ideias se ele quer se defender de uma rápida e fácil refutação de um dos mais importantes e essenciais elementos de seu trabalho" (Pappas, 1989, p. 348)[22], uma vez que a existência de ideias abstratas levaria à ruína o princípio da cópia e, portanto, tudo aquilo que se constrói a partir dele. Antecipando-se a qualquer argumento similar, Hume defende que a visibilidade ou tangibilidade da extensão, ou seja, sua capacidade de afetar a mente e ser percebida, não pode ser posta à parte das ideias presentes na mente. Sendo assim, Hume afirma que

> uma extensão, que não tangível ou visível, não pode ser concebida: e uma extensão tangível ou visível, que não é nem sólida nem macia, preta nem branca, está igualmente além do alcance da concepção humana. Deixe qualquer homem tentar conceber um triângulo em geral, que não seja isósceles ou escaleno, nem tenha nenhum comprimento ou proporção dos lados; e ele irá perceber rapidamente o absurdo de todas as noções escolásticas a respeito da abstração e das ideias gerais[23] (EHU, 2007, XII, 15).

Sendo as ideias gerais abstratas, portanto, apenas ideias particulares vinculadas a um termo geral capaz de evocar ou representar diversas ideias distintas agrupadas em virtude de uma ou mais semelhanças, qualquer argumentação que se apoie em ideias que se suponham abstratas para defender a possibilidade de divisões infinitas se mostra infundada e infrutífera. Após todo este percurso, é possível afirmar com segurança que, dentro da perspectiva da epistemologia de Hume, não podemos conceber qualquer ideia adequada do infinito, seja por composição, por divisão ou por abstração, e esta impossibilidade se ergue sobre a multiplicidade das partes componentes no caso de uma ideia infinitamente divisível e do fato de que existem ideias minúsculas que não podem ser divididas, servindo de limite final para as divisões impostas a qualquer ideia que seja.

Hume, na *Investigação*, defende que tanto as qualidades secundárias quanto as qualidades primárias dos objetos são recebidas pela sensibilidade e que desprezar umas nos obrigaria a desprezar as outras também. Para Hume, os defensores da teoria das ideias gerais abstratas defendem a validade das qualidades primárias dos objetos isoladas das secundárias alegando que estas qualidades são abstraídas dos objetos, ou seja, que elas estão presentes nos

---

[22] No original: "Hume needs to deny such ideas if he is to fend off a quick and easy refutation of one of the most important and essential elements in his overall work"

[23] Hume mantém a validade de ideias que representam grupos de ideias semelhantes, mas sua validade e aquisição passam a ser de responsabilidade da imaginação que, por um exercício de sua liberdade, traz à mente apenas a semelhança presente entre as ideias comparadas.

objetos e não na mente, enquanto as qualidades secundárias estariam presentes apenas na mente humana. Este processo de abstração remove dos objetos estas ditas qualidades secundárias, ou seja, suas qualidades sensíveis, e obriga a mente a conceber uma ideia que não tem cor, extensão, textura, etc. Sobre esta abstração, Hume defende que conceber uma ideia sem suas características sensíveis excede a capacidade da imaginação de operar as ideias, o que torna todo o processo de abstração impossível. Basta tentar imaginar, por exemplo, uma linha sem extensão ou uma superfície sem largura ou comprimento para entender o caminho proposto por Hume: a imaginação é incapaz de tal proeza.

Ao alegar que "todas as ideias gerais são [...] ideias particulares anexadas a um termo geral" Hume, simultaneamente, desacredita as chamadas ideias gerais abstratas e salva o efeito que tais ideias se propunham a causar, o de representar um dado conjunto de ideias. A refutação vem por meio do fato de que são ideias particulares anexadas a um termo geral, ou seja, que elegemos arbitrariamente um termo ao qual será anexado um significado geral, mas não há nenhum grau de abstração. Hume defende que esta anexação e significação ocorra por um processo de atenção, promovido pela imaginação, naquilo que ele chama de *distinção de razão*. Este princípio, a distinção de razão, é apresentado por Hume, no *Tratado*, logo após sua crítica às ideias gerais abstratas e é definido como a separação na mente, por meio da imaginação, daquilo que não é separável de fato. Hume diz que

> é certo que a mente jamais teria sonhado em distinguir uma figura de um corpo figurado – uma vez que na realidade, estes não são nem distinguíveis, nem separáveis – se não houvesse observado que, mesmo nessa simplicidade, poderiam estar contidas várias semelhanças e relações diferentes (TNH 1.1.7.18).

Antes de prosseguir é preciso compreender o trecho supracitado. Quando Hume fala sobre "distinguir uma figura de um corpo figurado" ele está se referindo a separar de um corpo qualquer a sua forma. Esta separação ocorreria diretamente sobre as ideias ou sobre as impressões, mas em virtude da refutação das ideias abstratas e da incapacidade de a mente conceber uma ideia desprovida de suas características sensíveis, esta é uma tarefa que não pode ser cumprida. A mente, porém, é portadora de uma ferramenta que, como já afirmamos anteriormente, é dotada de imensa liberdade e que, nesta liberdade, consegue apresentar à mente novas perspectivas sobre as ideias: assim é a *imaginação*. Hume não pretende separar das ideias nada que não possa ser separado, mas o princípio da *distinção de razão* permite que a mente consiga observar determinados aspectos sem a necessidade de ater a atenção aos outros. Isto é, a mente, por meio da *distinção de razão* pode ser levada a considerar apenas um aspecto isoladamente, a despeito da união inexorável entre certas ideias, tal como ocorre com a forma de um círculo e a cor que o preenche. Ele mesmo alega que a mente observa que "mesmo nessa simplicidade, poderiam estar contidas várias semelhanças e relações diferentes". Desta alegação é possível notar que, mesmo em ideias menores, é possível que a mente consiga identificar semelhanças e diferenças e operar as ideias a partir destes aspectos. Justifico o uso do termo "ideias menores" ao invés de "ideias simples" dada a natureza do debate, já que uma verdadeira ideia simples já foi processada com base na *distinção de razão*. Considerando este trecho, podemos entender que a premissa de Hume não se apoia em uma tentativa de separar das ideias aquilo que não pode ser separado, como separar a forma do triângulo do próprio triângulo, por exemplo, mas sim em voltar nossa atenção para um determinado aspecto das ideias. Hume torna as coisas mais compreensíveis quando alega que

> quando se nos apresenta um globo de mármore branco, recebemos apenas a impressão de uma cor branca disposta em uma certa forma, não sendo capazes de separar nem distinguir a cor da forma. Mas, observando, em seguida, um globo de mármore negro e um cubo de mármore branco, e comparando-os com nosso primeiro objeto, encontramos duas semelhanças separadas, naquilo que antes parecia, e realmente é, completamente inseparável. Com a prática, começamos a distinguir a forma da cor por meio de uma distinção de razão. (TNH 1.1.7.18)

O exemplo se inicia apresentando a nós um objeto qualquer, no caso, um globo de mármore branco e destaca que o que vem à mente é uma imagem que não pode ser separada em um número maior de ideias: é um globo de mármore branco e só. Até este momento nossa mente não é capaz de identificar nenhuma diferença ou característica a ser separada e mantemos na mente esta mesma imagem. Em seguida ele nos pede para observar um globo de mármore negro e um cubo de mármore branco e é aqui que a *distinção de razão* começa a operar. Hume alega que nesta comparação "encontramos duas semelhanças separadas, naquilo que antes parecia, e realmente é, completamente inseparável" e é esta compreensão das semelhanças – e também das diferenças – o produto da *distinção de razão*. Desta forma, enquanto havia na mente apenas a ideia de um globo de mármore branco nossa imaginação não possuía qualquer distinção para nos indicar, mas isto só ocorria em virtude da ausência de outra imagem a ser comparada. Quando imaginamos o globo de mármore negro e o globo de mármore branco somos levados a perceber as semelhanças entre estas ideias distintas e a perceber, também, em cada uma destas ideias, aspectos que, embora não sejam separáveis nas ideias em si, podem ser separados na imaginação. É evidente que esta separação difere da separação entre ideias separáveis[24], como é o caso de uma quimera em que cada parte pertence a um animal distinto ou mesmo o caso de uma mesa cujas pernas podem ser separadas do tampo, tanto na imaginação quanto nas ideias em si. Esta separação ocorre apenas em um nível de atenção. Ao pensarmos nos três objetos apresentados por Hume identificamos entre eles as seguintes semelhanças: entre o globo de mármore branco e o globo de mármore negro identificamos que a forma é semelhante, muito embora a cor seja distinta; entre o globo de mármore branco e o cubo de mármore branco identificamos que a cor é a semelhante, muito embora a forma seja distinta. Este processo acontece de forma parecida com o da distinção de ideias, em que a imaginação identifica diferenças e opera separações, mas aqui a imaginação identifica as semelhanças e as compreende como distintas dos corpos em si. O mesmo movimento acontece com todas as ideias que são inseparáveis e apoia a refutação de que não somos capazes de conceber ideias abstratas, muito menos ideias gerais abstratas. Mesmo que eu me esforce muito jamais serei capaz de imaginar uma parede sem cor – muito menos sem solidez – mas, dirigindo minha atenção à forma da parede ou a qualquer outra coisa que a defina como tal, consigo considerá-la separada da cor. O contrário também é válido: dirigindo minha atenção à cor da parede posso considerá-la separada dela, mesmo que não seja separada de fato.

A *distinção de razão* é, portanto, uma ferramenta da mente humana que permite maiores graus de compreensão das ideias que habitam a mente, bem como de suas relações e aspectos próprios. Ela, ao mesmo tempo que reforça nossa incapacidade de notar aquilo que Locke chamou de qualidades secundárias, nos permite identificar, entre diferentes ideias, semelhanças que podem nos auxiliar a agrupá-los em classes que podem ser nomeadas arbitrariamente. Quando falamos de um triângulo, por exemplo, nos referimos a todos eles, mas o fazemos, pois, a *distinção de razão* nos permite considerar apenas os aspectos semelhantes entre eles. O mesmo vale para toda ideia que recebe um significado geral, como homem, carro, mamífero, inglês e por aí o raciocínio segue. Estes termos não são abstrações, mas, como foi afirmado anteriormente, são particulares aos quais é anexado um sentido amplo, geral. É da observação entre as semelhanças destes particulares que podemos

[24] Apesar da repetição (separação difere da separação entre ideias separáveis), é importante notar que este trecho se refere à distinção, e, portanto, à separação de ideias que podem ser separadas na sensibilidade, como a de um celular e sua capa de proteção, ou das pernas de uma mesa e do tampo. Ideias inseparáveis, conforme trabalhado no texto, são aquelas que não podem ser separadas, como a forma de uma parede da cor daquela parede, por exemplo. Se podemos falar destas ideias como se fossem separadas é unicamente em virtude da distinção de razão.

agrupá-los a despeito de suas diferenças e independentemente de estas semelhanças serem ou não separáveis das ideias.

1.5 O inconcebível infinito

Retomando brevemente, Hume declara, sem rodeios, que “todos concordam que a mente tem uma capacidade limitada e nunca consegue formar uma concepção adequada do infinito” (TNH 1.2.1.2). Esta limitação da mente, já explorada anteriormente, se apoia sobre a incapacidade da imaginação de extrapolar determinados limites, dentre eles, os limites empíricos para a aquisição de ideias deveras diminutas, mas é preciso explorar melhor este limite em questão. Em termos práticos, a mente não consegue formar a ideia de infinito de forma adequada e, assim sendo, é incapaz de operá-la. Como afirma Hume, para concebermos uma ideia adequada “precisamos de uma ideia distinta que represente todas as suas partes” (TNH 1.2.1.5), algo que não pode ser alcançado quando se trata de uma ideia infinita, posto que suas partes seriam incontáveis. Caso seja necessário supor qualquer parte ou fazer alguma concessão para podermos conceber tal ideia, ela não poderá ser considerada uma ideia adequada. Como veremos no capítulo 2, o infinito, segundo Aristóteles (Física, Livro III), existe enquanto potência e de duas maneiras distintas: por adição de partes, quando se trata de números, e por divisão de grandezas, considerando o espaço como grandeza contínua. Nos dois casos a quantidade de partes da ideia em questão deve ser infinita, já que se fala em divisão ou adição infinita e, sendo infinitas, a mente jamais poderia conhecer todas as suas partes, já que não é possível computar as partes infinitas e, assim, trabalhar com esta ideia. Hume nega, portanto, que o infinito, seja qual for, possa ser concebido, bem como a validade de qualquer ideia que se proponha a ter qualidades ou quantidades infinitas. A mente não pode “em razão do enorme número e da imensa multiplicidade dessas partes” (TNH 1.2.1.5) conceber a ideia de infinito, seja por afecção ou por composição da imaginação.

É importante lembrar que, para Hume, conceber uma ideia significa formar na mente uma imagem que a represente em todas as suas características. Isto é apontado por Hume quando o debate esbarra no fato de que, para ele, “o único defeito de nossos sentidos é que eles nos fornecem imagens desproporcionais das coisas e representam como pequeno e simples[25] aquilo que é, na verdade, grande e composto de um vasto número de partes.” (TNH 1.2.1.5). Tal defeito nos faz formar imagens que não representam as devidas proporções de alguma impressão. O olho pode, num momento, observar o sol e a lua e, assim, nos levar a

[25] Hume utiliza o termo *uncompounded*, que pode ser traduzido por *não composto*.

imaginar que o primeiro é menor que o segundo, ainda que isto não seja verdadeiro. Com o passar do tempo, este defeito de nossa mente é constantemente corrigido pela experiência que nos ensina que os corpos distantes parecem menores do que realmente são e, assim, conseguimos manter a vida cotidiana sem as dificuldades provocadas por esta inadequação dos sentidos. Ao mencionar este defeito da sensibilidade, ele pretende expor como o senso comum, aliado a tal falha dos sentidos, acaba por ser levado ao erro de crer que sempre haverá objetos cada vez menores, o que levaria à um raciocínio infinitista. Isto ocorre em um caminho oposto ao da comparação entre o sol e a lua. Alguém pode ser levado a pensar que, se o sol parece menor que a lua, embora seja muitas vezes maior, as coisas menores, como um grão de areia, também possam se comportar de forma semelhante e serem compostas por partes muitas vezes menores do que podemos perceber. Embora possa parecer um raciocínio sensato, a experiência mostra que, dentro do quadro epistemológico de Hume, nossa mente chegará a um termo do qual não se pode conceber qualquer divisão, tornando o raciocínio uma falácia. Além disto, segundo Hume, este processo de divisão progressiva das ideias deixaria a mente diante de um impasse: ou ela não concebe as ideias ou ela não consegue operá-las. Os dois casos devem ser o suficiente para impedir qualquer sustentação, dentro da epistemologia humiana, das divisões ao infinito. Sobre isto é necessário destacar que, conforme afirmado anteriormente, conceber uma ideia adequadamente consiste em ter uma ideia clara e distinta de cada uma de suas partes o que, segundo Hume, "de acordo com o sistema da infinita divisibilidade é totalmente impossível, e de acordo com o sistema das partes indivisíveis, ou átomos, é extremamente difícil em virtude do vasto número e da multiplicidade destas partes" (TNH 1.2.1.5). Isto é, se aceitarmos que as ideias podem ser divididas infinitamente, aceitamos uma impossibilidade, face ao advento do *minima sensibilia* e, por outro lado, se aceitamos as partes indivisíveis, conhecer um número infinito delas só seria possível diante de capacidades da mente e tempo infinitos, considerando o incontável número de partes existentes. Este aspecto é fundamental em sua tese da impossibilidade de concepção do infinito, uma vez que já estabelece a incapacidade da mente de operar qualquer ideia que se proponha dotada de qualquer característica infinita.

Além disso, como é destacado por Andrea Cachel, a ocorrência de dois pressupostos de Hume fornecem suporte para a não divisibilidade infinita do espaço, a saber: a finitude da mente e o argumento de que algo que é infinitamente divisível deve ser composto de um número infinito de partes, já que "estabelecer um limite para o número de partes é estabelecer um limite para a própria divisão" (Cachel, 2017, p. 19). Esta finitude da mente se refere ao fato de que a mente, mesmo por intermédio da imaginação, não consegue computar todas as partes de um dado corpo no caso de uma eventual divisão ao infinito. Afirmar isto significa estabelecer que nem mesmo a imaginação consegue conceber uma ideia adequada de qualquer objeto composto por infinitas partes. Disto podemos afirmar novamente que a imaginação, com sua quase ilimitada capacidade de operação, percebendo diferenças entre ideias é capaz de separá-las, isto é, sempre que a diferença for percebida a imaginação poderá separar, ainda que apenas mentalmente, aquelas ideias distintas. Este limitador da imaginação, o ato de perceber diferenças entre ideias, se torna também um limite para as divisões que se propõe serem infinitas. Cachel utiliza o exemplo de Hume do grão de areia e descreve que "embora um grão de areia seja proporcionalmente maior que a sua divisão, as *ideias* de grão de areia e da milésima parte de um grão de areia não podem se diferir, justamente porque a milésima parte é menor que o mínimo sensível" (Cachel, 2017, p. 19). Esta distinção entre o grão de areia e sua milésima parte se destaca pelo fato de a mente ter uma capacidade limitada e não poder ir além de graus de extrema pequenez. Hume usa este exemplo para demonstrar que, embora nossa mente possa formar imagens de objetos diminutos, como o grão de areia, não podemos fazer justiça às proporções reais destes objetos, muito menos de suas supostas partes. Segundo ele, "as imagens que formo em minha mente para representar estas próprias coisas em questão não diferem nada uma da outra" (TNH 1.2.1.3), já que a ideia concebida na mente referente à milésima parte de um grão de areia é, na verdade, uma ideia distinta dos números e das proporções relacionadas a esta ideia. Este trecho requer nossa atenção: é preciso ter em mente que Hume trata das ideias como imagens que se apresentam à mente e é por esta razão que não conseguimos representar adequadamente as proporções das ideias minúsculas, como o grão de areia e suas partes, mas podemos compreender a proporção existente entre elas. Aqui Hume deixa a entender que ele reconhece a matemática como uma ciência plenamente capaz de divisões ilimitadas, mas é importante ter em mente que não se trata de uma ciência empírica, da qual se ocupa a epistemologia humiana. Desta forma, Cachel também destaca o fato de que não só nossas ideias não podem ser divididas para além de um determinado limite, mas também nossas impressões, e afirma que "a defesa de um mínimo perceptível, portanto, se aplica tanto às ideias como às impressões" (CACHEL, 2017, p. 21). Além disso, ela destaca que,

> tanto as partes diminutas quanto o objeto extremamente pequeno estão no limite da percepção e a composição do objeto pequeno a partir de partes que, do ponto de vista da sua percepção se assemelham a ele, trata-se simplesmente da composição de uma ideia na qual se estabelece uma

> proporcionalidade pressuposta pela razão e não diretamente pelos sentidos (CACHEL, 2017. p. 21).

Desta forma, como destacado por Cachel, “da consideração de que as ideias representam adequadamente todas as partes da extensão” (CACHEL, 2017, p. 21-2), Hume afirma que a extensão não pode ser dividida infinitamente. Para suportar esta alegação, Hume evoca a relação existente entre ideias e impressões[26] a fim de demonstrar como, mesmo para a imaginação, algumas relações não podem ser desconsideradas. A respeito disso, Hume afirma que “quando as ideias representam adequadamente seus objetos, todas as relações, contradições e concordâncias entre elas (ideias) são aplicáveis também a estes (objetos)[27]” (TNH 1.2.2.1). Ou seja, se estamos nos referindo a ideias adequadas, que são aquelas ideias cujas partes são conhecidas além de qualquer grau de suposição, podemos estabelecer que todas as relações existentes entre estas ideias adequadas são aplicáveis também aos seus objetos, a saber, às impressões às quais elas se referem. Esta afirmação surge como um fundamento de importância singular na teoria do conhecimento de Hume, uma vez que estabelece, em termos práticos, que aquilo que é aplicável às ideias, também deverá ser aplicável aos objetos representados por tais ideias, e o mesmo vale para suas respectivas relações. Desta forma, Hume é assertivo ao dizer que

> nossas ideias são representações adequadas das mais diminutas partes da extensão[28]; e não obstante todas as divisões e subdivisões que possam ter sido necessárias para se chegar a estas partes, elas jamais poderão se tornar inferiores a algumas ideias que formamos. A consequência evidente disso é que tudo o que parece impossível e contraditório pela comparação entre essas ideias tem de ser realmente impossível e contraditório, sem escapatória (TNH 1.2.2.1).

Objetivamente falando, Hume determina um vínculo entre as ideias e suas relações que é inabalável e inalterável dentro das condições da mente humana. Ao citar sobre a impossibilidade de se imaginar uma montanha sem vale (TNH 1.2.2.8[29]**)**, Hume já determina a relação existente entre ideias que não podemos conceber e as impressões originárias, mesmo como frutos da fantasia, por ferirem os princípios da lógica, conforme dito anteriormente. A

---

[26] Hume defende, em diversos momentos do Tratado, que as ideias e as impressões apresentam entre si uma relação invariável. Ele afirma que “todas as ideias e impressões simples se assemelham; e como as complexas são formadas delas (ideias simples) podemos afirmar que em geral estas duas espécies de percepções são exatamente correspondentes” (TNH 1.1.1.6).

[27] Os termos entre parênteses foram inseridos por mim no intuito de facilitar o entendimento do leitor.

[28] Ou seja, podemos chamar de ideia adequada aquela que pode ser representada pela mente em todas as suas partes e aspectos.

[29] O trecho em questão se encontra inserido no debate a respeito dos limites da imaginação e de como a nossa capacidade de conceber ou não determinadas ideias serve como critério de validação para a possibilidade ou impossibilidade de tais ideias serem encontradas em um exame das impressões.

argumentação de Cachel refere-se a como a representação adequada das partes da extensão é fundamental para o entendimento por parte da mente e diz que “a adequação, no entanto, é compreendida como circunscrita ao mínimo sensível, ou seja, se chegamos à milésima parte de algo por várias divisões (feitas, ao que parece, pela razão, e não pelos sentidos) isso não faz com que essa parte seja inferior àquelas ideias indivisíveis que possuímos em nossa percepção” (CACHEL, 2017, p. 22). Isto quer dizer que, ainda que possamos dividir algo diversas vezes e ainda que isto possa sugerir que a divisão pode continuar ilimitadamente, a mente irá se deparar com um obstáculo intransponível, com uma ideia que não pode ser diminuída sem ser aniquilada. Considerando que aquilo que se aplica às ideias também deve se aplicar às impressões, se segue que, conforme afirmado por Cachel, “se for possível evidenciar a contradição da divisibilidade infinita da ideia de uma extensão finita, poder-se-á estabelecer que em realidade uma extensão finita não pode ser dividida infinitamente” (CACHEL, 2017, p. 22). Assim, seguindo a definição de Hume de que tudo o que se aplica às ideias também é aplicável às impressões, não será possível, em momento algum, conceber uma ideia distinta qualquer que seja menor que àquelas que foram chamadas de *minima sensibilia* e muito menos perceber qualquer impressão que seja ainda menor.

Este capítulo seguiu o percurso sugerido pelo título, buscando explorar a mente, a forma como concebemos as ideias e os limites que são oferecidos pela própria mente para a aquisição de conhecimentos. São momentos fundamentais para a pesquisa, já que é a partir destes princípios e preceitos que seremos capazes de compreender a perspectiva de Hume a respeito de seu conceito de espaço e ao modo pelo qual ele refuta a possibilidade de se dividir a extensão infinitamente. Sendo assim, o próximo capítulo deverá abordar algumas definições de infinito e de espaço, de modo a nos levar ao pensamento de Hume sobre o tema.

2. Percepção, espaço e infinito

O capítulo anterior apresentou uma série de princípios e preceitos da filosofia humiana, de modo a nos fornecer solo fértil para prosseguirmos com o debate a respeito do modo como Hume refuta a possibilidade de se dividir o espaço infinitamente. Antecipando argumentações contrárias, este capítulo apresentará algumas das noções de infinito e de espaço existentes, mais precisamente aquelas que foram apresentadas por Zenão, Aristóteles e Bayle. Feito isso, nosso próximo passo será o de demonstrar como Hume trabalha com cada uma dessas definições e como ele encaminha o debate, seguindo e obedecendo ao mais fundamental de seus princípios empíricos, o *princípio da cópia*.

2.1 O infinito e o espaço clássico

Um dos maiores colaboradores no sentido de expor as perspectivas sobre os conceitos de espaço, tempo e infinito na antiguidade foi Zenão de Eleia. O eleata foi discípulo de Parmênides e a ele são atribuídos quatro paradoxos a respeito do movimento – o da *dicotomia*, o de *Aquiles e a tartaruga* (também conhecido por paradoxo de *Aquiles*), o da *flecha* e o do *estádio.* Aristóteles, rivalizando com o pensamento de Zenão, na *Física*, foi o grande responsável pela sobrevivência dos paradoxos. Posto isto, podemos falar sobre os três primeiros paradoxos: *dicotomia, Aquiles* e *flecha*. Justifico a escolha destes paradoxos por sua potência frente ao pensamento de Aristóteles, mas também por serem mais impactantes quanto à definição de infinito e de espaço que pode ser extraída deles.

O primeiro paradoxo do movimento, chamado de *dicotomia,* é, basicamente, uma construção a partir de repetidas divisões de uma extensão qualquer ao meio. Aristóteles descreve este paradoxo da seguinte maneira: "O primeiro (paradoxo do movimento de Zenão) afirma a não existência do movimento com base no fato de que o que está em movimento deve primeiro atingir a metade do percurso antes de atingir o objetivo" (*Física*, 239b11*).* Em suma, se Gandalf cavalgando Scadufax, alegadamente o mais veloz cavalo de toda a Terra Média, precisa ir de Edoras a Minas Tirith e o percurso dura três dias a cavalo, antes de atingir seu objetivo final, na capital de Gondor[30], terá de atingir seu ponto médio. Sendo este ponto médio um novo objetivo, antes de atingir sua nova meta um novo ponto médio deverá ser

[30] Gandalf e Scadufax são personagens da obra de J.R.R Tolkien, *O Senhor dos Anéis*, bem como os locais citados neste trecho, a saber, Edoras, Minas Tirith, Gondor e Terra Média.

alcançado tornando-se um novo objetivo que, por sua vez, terá um novo ponto médio, e assim sucessivamente até que os três dias de jornada sejam reduzidos a um movimento que sequer pôde ser iniciado se considerarmos que a metade de qualquer distância deverá ser percorrida antes de se percorrer o todo. Paralelamente à distância, o tempo gasto no processo também acompanha as divisões e, sendo assim, qualquer trajeto a ser percorrido será dividido em infinitas frações, todas servindo como ponto final de um trajeto e ponto médio de um trajeto com a metade de sua extensão e duração. Aristóteles aponta na *Física* (III, 263a 15) que mesmo com divisões infinitas, a relação direta entre distância e tempo faz com que cada fração da distância corresponda a uma fração equivalente do tempo, tornando, desta forma, o movimento possível. Além disto, é neste ponto do trabalho que Aristóteles apresenta a distinção entre grandezas contínuas e grandezas discretas, tema que será abordado em breve.

O segundo paradoxo do movimento, também conhecido por paradoxo de Aquiles, é descrito por Simplício da seguinte maneira:

> O segundo argumento foi chamado de "Aquiles", consequentemente pelo fato de que Aquiles foi tomado como uma personagem nele, e o argumento alega que é impossível para ele ultrapassar a tartaruga quando estiver perseguindo-a. Pois será necessário ultrapassar algo antes de ultrapassar a tartaruga, alcançando primeiro o limite de onde a fuga se iniciou. No tempo gasto para atingir tal ponto, a tartaruga terá avançado um certo intervalo, ainda que seja menor que o seu perseguidor avançou … novamente, durante o tempo gasto percorrendo a nova distância coberta pela tartaruga, uma nova distância terá sido percorrida por ela … Assim, cada vez que Aquiles percorrer o intervalo aberto pela tartaruga, mesmo sendo mais lenta, ela já terá percorrido uma nova distância[31] (Simplício (b) On Aristotele's Physics, 1014.10)

O paradoxo de Aquiles e a tartaruga reside no seguinte: o mais lento na corrida jamais será alcançado pelo mais rápido, pois o que persegue deve sempre começar por atingir o ponto donde partiu o que foge. Assim, Aquiles, em uma corrida, oferece à tartaruga uma vantagem, digamos, de 10 metros, e permite que ela inicie a corrida à sua frente. Ao fazer isto ele se condena a jamais alcançar tartaruga. Segundo o pensamento de Zenão, Aquiles não alcançará a tartaruga não por ser mais lento que ela, mas por ser obrigado a percorrer a distância que o separa da tartaruga em um determinado tempo. Neste mesmo tempo a tartaruga terá se movido mais adiante, digamos, um (1) metro, e, embora a distância tenha sido reduzida, Aquiles terá que repetir o processo e, novamente, cobrir a distância que o separa da tartaruga. Novamente a distância será reduzida por Aquiles, mas a tartaruga terá novamente avançado, digamos, dez (10) centímetros. Este processo sempre se repetirá e

[31] Com o propósito de facilitar a leitura e o entendimento, o texto foi traduzido e adaptado, trocando, sempre que possível, perseguidor e fugitivo por Aquiles e a tartaruga, respectivamente.

Aquiles jamais alcançará a tartaruga, já que sempre terá de percorrer infinitos pontos entre seu ponto de partida e seu objetivo. Este paradoxo tem por objetivo provar a impossibilidade do movimento em um espaço concebido como uma extensão que possa ser infinitamente divisível, ou seja, como um espaço contínuo.

Ao abordar o terceiro paradoxo, o da *flecha*, Aristóteles diz: "O terceiro é … que a flecha em voo está em repouso, cujo resultado segue-se da suposição de que o tempo é composto de momentos … ele disse que se tudo que ocupa um espaço igual a si está em repouso, e que se o que está em movimento está sempre em um instante, a flecha disparada está, portanto, sem movimento" (*Física,* III, 239b 30). Desta forma, observando a descrição dada, percebe-se que Zenão antecipava a existência ou a possibilidade de existência de unidades discretas, neste caso, do tempo. Suas alegações sustentam que, tomados particularmente cada um dos instantes, a flecha disparada estará em repouso – imóvel – posto que, segundo a definição apresentada, o corpo que está em repouso ocupa um espaço igual a si mesmo num determinado instante e que o tempo é formado de instantes, tornando possível o argumento de Zenão de que a flecha, em momentos isolados, está em repouso a despeito do aparente movimento. Esta crítica se sustenta na perspectiva de que espaço e tempo são grandezas discretas, ou seja, que sua existência ocorre a partir de pontos atômicos – tanto do espaço quanto do tempo – e que se comportam como os pontos matemáticos: são indivisíveis. O grande problema apresentado por este paradoxo é: como o movimento pode existir se em cada instante particular a flecha se encontra em repouso? O grande trunfo deste paradoxo é apresentar a noção de espaço e tempo discretos no contexto histórico da antiguidade filosófica.

O último paradoxo do movimento é o do *estádio*. Este paradoxo se apresenta como um argumento contrário ao espaço e tempo enquanto grandezas discretas, atômicas – razão pela qual não iremos nos ater a ele. Dos três primeiros paradoxos podemos obter as seguintes conclusões, considerando a forma como os conceitos de espaço (e também o tempo, embora ele não seja tema desta pesquisa) e infinito eram definidos à época de Zenão: dos paradoxos da *dicotomia* e de *Aquiles* é possível perceber a existência daquilo que Aristóteles chamou de espaço e tempo contínuos – que aceitam a divisibilidade ao infinito, conforme iremos observar logo adiante –; e do paradoxo da *flecha* podemos notar a presença do que foi chamado posteriormente de espaço e tempo discretos, ou seja, construídos a partir de unidades discretas e indivisíveis. Este percurso dos paradoxos sobreviveu até o nosso tempo, em grande parte, graças aos esforços de Aristóteles para refutá-los em seu tempo. Parte deste esforço será reproduzido aqui para que seja possível entender a perspectiva de Aristóteles a respeito do espaço, tempo e infinito e, de certa forma, termos um vislumbre a respeito de como os antigos observavam tais questões.

No início do Livro III da *Física*, Aristóteles alega que "o movimento parece estar entre as coisas contínuas e o infinito manifesta-se primeiramente no contínuo. Por isso, muitas vezes acontece, àqueles que definem o contínuo, de fazer uso do infinito na sua definição, sendo o contínuo divisível ao infinito[32]." (*Física* 200b 15-20). Deste trecho podemos apontar duas coisas: que a primeira aparição, ou o primeiro contato do homem com o infinito acontece por intermédio do contínuo, das grandezas contínuas; e que o próprio contínuo é infinito. No Livro III da *Física*, Aristóteles descreve diversas das concepções do infinito que eram presentes em seu tempo, algumas das quais já fomos apresentados pelos paradoxos de Zenão. Falarei brevemente de algumas delas para fins de contextualização. O infinito, segundo a concepção dos pitagóricos e dos platônicos é um princípio independente, dotado de substância própria (*Física*, 203a4). Para Anaxágoras e Demócrito (*Física*, 203a16) os elementos eram infinitos em número e este infinito existia por contato: composto de partes homogêneas de acordo com o primeiro e composto por formas atômicas de acordo com o segundo[33]. A respeito destas perspectivas, Aristóteles defende que o infinito não pode ser um princípio ou uma fonte: tudo é uma fonte ou derivado de uma fonte e não pode haver fonte para o infinito, pois isto seria um limite.

A respeito de qualquer crença a respeito do infinito, Aristóteles afirma:

> Os argumentos mais plausíveis para a existência de algo infinito são cinco: os argumentos (i) sobre o tempo, uma vez que ele é infinito; (ii) da divisão de magnitudes (pois os matemáticos também fazem uso do infinito); (iii) do incessante vir a ser e deixar de ser[34], isto é, se há um finito do qual algo deva vir a ser para ser subtraído ; (iv) de que o que é limitado sempre encontra um limite em relação a algo, assim, então não pode haver limites últimos, uma vez que uma coisa sempre deve atingir um limite em relação a outra; (v) acima de tudo e mais decisivamente, do argumento que torna uma dificuldade comum a todos os pensadores: por não cessarem, em nosso pensamento, os números e as magnitudes matemáticas e aquilo que está fora do céu são pensados como infinitos (Física, III, 203b 15-25).

Seguindo este raciocínio, a crença no infinito, de acordo com Aristóteles, pode advir: (i) do tempo, já que os gregos acreditavam que o tempo jamais cessava, sempre havendo mais tempo, independentemente de quanto tempo já havia passado, sendo, desta forma, infinito; (ii)

[32] Este assunto foi indicado no trecho dos paradoxos de Zenão, mais precisamente nos paradoxos do *estádio* e de *Aquiles*.
[33] Ou simplesmente *contínuo* e *discreto* respectivamente.
[34] Ou também geração e corrupção

das divisões de magnitudes, já que a crença aceita por Aristóteles era de que o espaço se trata de uma grandeza contínua, ou seja, que possa ser dividida sem ser aniquilada. Isto só é possível pois uma grandeza contínua, quando dividida, origina uma nova grandeza contínua que, independentemente de seu tamanho, também pode ser dividida dando origem a uma nova grandeza infinita e assim sucessivamente; (iii) pela geração e corrupção, que são eternas e incessantes, de modo que algo sempre virá a ser uma coisa distinta da que é atualmente e o que é atualmente foi algum ente distinto anteriormente e assim por diante; (iv) do fato de que aquilo que é limitado encontra seu limite em alguma coisa diferente de si, posto que, desta forma, todas as coisas encontram seu limite em outras, que, por sua vez, encontram limites em outras e assim indefinidamente; (v) dos números e das magnitudes matemáticas que são incontáveis e infindáveis, jamais cessando sua existência.

Em seguida Aristóteles afirma que:

> devemos começar com a distinção das várias formas em que o termo ‘infinito’ é empregado: em uma forma, é aplicado ao que é incapaz de ser percorrido, por não ser de sua natureza ser percorrido[35] (assim como é da natureza da voz ser invisível); em outro sentido, é aplicado ao que admite ser percorrido, mas que só aceita ser percorrido com dificuldade ou que gera um processo infindável para ser transpassado. Além disto, tudo o que é infinito deve ser também a respeito da adição, da divisão ou de ambos. (Física, III, 204a 3-7)

Assim, o conceito de infinito deve ser aplicado em uma destas formas: sendo infinito por não ser passível de ser percorrido, no sentido de que não há um fim para o percurso, tal como um percurso em círculo, e; o que permite ser percorrido, gerando um processo indeterminado/indefinido ou que dificilmente se pode percorrer por completo, como qualquer percurso deveras extenso, tal como uma reta traçada ao infinito, ou ainda o que naturalmente aceita ser percorrido, mas não foi percorrido de fato ou para o qual não se encontrou um fim. Além disto, diz Aristóteles, qualquer coisa que se pretenda infinita deve também ser infinita em relação à adição, à subtração ou a ambos, isto é, que todas as coisas que são infinitas devem ser passíveis de adição infinita, subtração infinita – e sem aniquilação – ou ainda ambos. Posto isto, é possível notar a forma como o conceito de infinito se apresentava à época de Aristóteles e a forma como ele guia estes conceitos para mais perto de sua linha de pensamento, seja negando a possibilidade de o espaço ser discreto ou seja afirmando que o infinito deve ser contínuo.

---

[35] O termo *percorrer* é utilizado no sentido de atravessar, ou seja, de passar por toda a extensão daquilo que está sendo percorrido.

Na busca pela definição de infinito fornecida por Aristóteles, chegamos ao capítulo 5 do Livro III da *Física*, local em que se encontra um debate sobre a natureza do infinito e sobre a possibilidade de ele ser uma substância, negando que seja uma grandeza o múltiplo. Este debate, embora tenha extrema importância para o texto aristotélico, será de menor utilidade nesta pesquisa, sendo de maior importância entender e, talvez, catalogar as formas em que o infinito e o espaço eram pensados na antiguidade. Sendo assim, o debate deste importante capítulo será abordado com menor minúcia, porém respeitando a importância histórica da obra. Sendo assim, logo nas primeiras frases do capítulo nos deparamos com a seguinte afirmação: "é impossível que o infinito possa ser uma coisa que é em si mesma infinita, separável dos objetos" (*Física,* III, 204a 8-9). Tal afirmação exclui a possibilidade de existência do infinito como um ente dotado de existência própria, isto é, que existe sem exigir uma anexação a algum outro objeto ou corpo. Sendo o infinito um atributo essencial dos números e da magnitude, o próprio infinito não pode ser uma substância ou princípio, a menos que os números e os atributos também sejam. Se fosse um corpo, deveria atender ao fato que um corpo infinito deve ser ou composto ou simples. Considerando que os elementos são finitos em número, o corpo infinito não pode ser composto. Um corpo composto deve ter mais de um elemento e os contrários devem se balancear. Sendo assim, caso algum elemento venha a ter um grau a menos que o outro em potência, o que for infinito irá sobrepujar e aniquilar o outro. Por outro lado, afirma Aristóteles, é impossível que ambos sejam infinitos, uma vez que "corpo" é aquilo que tem extensão em todas as direções e "<u>infinito" é aquilo que é ilimitadamente extenso</u> e, desta forma, um corpo infinito se estenderia em todas as direções *ad infinitum*. Nem pode o corpo infinito ser simples e uno, pois, ou (a) está acima e além dos elementos ou (b) não pode ser classificado como tal. Este corpo infinito não pode existir e a prova é que ele jamais foi encontrado junto aos elementos. A matéria pode ser decomposta em seus elementos componentes, mas nada se decompõe em um infinito. Além disto, nenhum dos elementos pode ser infinito, pois o Todo não pode ser ou vir a ser nenhum dos elementos.

Ainda assim, não podemos dizer que, para Aristóteles o infinito não existe de forma alguma. Ocorre que a negação absoluta do infinito não pode ser levada adiante, como afirma o próprio Aristóteles, quando diz o seguinte: "pois se não há, irrestritamente, o infinito é claro que resultaria em muitas coisas impossíveis. Haveria um princípio e um fim para o tempo, e as magnitudes não poderiam ser divididas em magnitudes, e os números não seriam infinitos" (*Física*, 206a9-12). Ou seja, ele se utiliza das consequências absurdas para os padrões de sua filosofia para ilustrar o que aconteceria se por acaso o infinito não existisse. Como solucionar este problema? Como se desviar de todas a coisas que o infinito não é? Após negar a impossibilidade do infinito, Aristóteles afirma que “um árbitro é necessário e que em um sentido o infinito existe e em outros sentidos não existe. ‘Existir’, portanto, deve significar ‘existir potencialmente’ ou ‘existir de fato’” (*Física*, 206a13-15). Para resolver a peleja sobre a existência ou não do infinito, ele evoca a diferença entre potencialidade a atualidade como árbitro e conclui que o infinito existe em uma destas duas formas: em potência e em ato. Ele segue afirmando que “tem sido estabelecido que as magnitudes não são operações infinitas atuais; mas que são infinitas na divisão [...] daí resta que o infinito existe enquanto potência” (*Física*, 206a15-18). Assim, podemos notar que, além de negar que o infinito possa existir de fato, Aristóteles descreve que o infinito existe potencialmente, como apontado pela divisão infinita de grandezas. É importante, no entanto, notar a distinção apontada por Aristóteles no que diz respeito ao termo *potência*. Nas palavras dele, “não devemos tomar o ‘enquanto potência’ aqui do mesmo modo em que, se for possível que algo se torne uma estátua, este algo irá se tornar uma estátua de fato e supor que há um infinito que virá a ser de fato” (*Física*, III, 206a 18-21). Isto é, quando se fala em *potência* é necessário entender que a *potência* para o infinito do tempo difere da *potência* do mármore para a estátua. Quanto ao tempo, a potência é no sentido de que existe e existirá, num sentido de que o tempo percorrerá e ainda haverá tempo a percorrer. Quanto ao mármore, sua potência pode ser atualizada por meio do trabalho do artesão que transforma o bloco em estátua. Só pode ser infinito aquilo que não é completo, uma vez que o que for completo tem limites e o que tem limites não pode ser infinito. Resulta disto que o Todo é completo e finito, já que para ser completo é preciso ter todas as partes e a contagem de partes só é possível em se tratando de partes finitas.

Aristóteles alega que “a existência do infinito se mostra, em um sentido no caso do tempo e da raça humana, e noutro no caso da divisão de magnitudes” (*Física*, III 206a 24-26) e disto podemos perceber a distinção entre estes dois modos do infinito se mostrar. No caso do tempo e da raça humana, pode-se notar o infinito no passar das coisas que, incessantemente, sucedem umas às outras. Ainda que cada coisa que suceda e que seja sucedida na série seja finita, a própria sequência não é, permanecendo sempre em constante movimento. Por outro lado, a divisão das magnitudes demonstra outra forma de se encontrar o infinito, a saber, pelo fato de que as grandezas contínuas sempre aceitam divisões, uma vez que, nas palavras de Aristóteles, “nas magnitudes, aquilo que é tomado, persiste” (*Física,* III, 206b). Isto é, pela própria natureza das grandezas contínuas, sempre que uma divisão ocorre restam segmentos contínuos capazes de aceitar novas divisões, uma vez que a divisão de grandezas contínuas não aniquila o segmento dividido. Isto significa que, sempre que houver uma divisão em uma magnitude qualquer, o divisor destas magnitudes pertencerá tanto ao primeiro segmento quanto ao segundo[36].

Vimos, portanto, que Aristóteles, além de descrever as formas em que o infinito foi considerado em seu tempo, descreveu também a forma como ele considerou essa divisão válida, a saber, potencialmente. Trata-se, desta forma, de um infinito potencial no sentido de um processo de vir a ser, nunca se tornando de fato atual. Por outro lado, pela subtração o número jamais pode ser inferior ao um, à unidade, o que ocorre pelo fato de os números representarem uma pluralidade das unidades, e, sempre que se operam subtrações, se atinge a unidade mínima dos números. Quanto às magnitudes, o processo do infinito potencial segue o caminho oposto: não existe infinito por adição de partes, mas sim por divisão das magnitudes. Adicionar partes a uma magnitude faz com que ela supere suas dimensões originais, mas a adição repetida não pode ser ilimitada, já que o próprio universo é finito – e assim é impossível que haja qualquer dimensão que possa receber infinitas partes. Porém, a divisão das magnitudes sempre origina novas magnitudes que, por sua vez, também podem ser divididas e também originarão novas magnitudes. Embora este processo possa ser repetido ilimitadamente, a atualização deste infinito cessa no momento em que as divisões cessam e, assim, este também é um infinito que existe apenas enquanto potência. Em virtude destas divisões, alguém poderia sugerir que em algum momento a divisão cessasse em razão da escassez de extensão resultante das divisões. Embora este pensamento pareça razoável, tal limite não é verificável na teoria aristotélica em virtude da natureza do espaço: ele é contínuo. O tempo, e também a vida dos homens, é potencialmente infinito no sentido em que o tempo acontece em sucessão constante, sempre surgindo com o desaparecimento de seu antecessor. Cada uma destas definições apresenta considerável importância para esta pesquisa e elas chegaram ao nosso tempo devido ao elevado grau de importância de cada uma delas para o desenvolvimento histórico da filosofia.

2.2 Bayle e os três tipos de espaço

Se Aristóteles foi o responsável pela sobrevivência dos paradoxos de Zenão, Pierre Bayle foi um dos responsáveis por compilar estes paradoxos, e também as definições de espaço presentes nele, e torná-los conhecidos por Hume. Como veremos, Bayle tratou de três

[36] Caso um segmento A-B qualquer seja dividido no ponto médio C, serão obtidos dois segmentos distintos, A-C e C-B, dos quais o fato de divisão C participa de ambos simultaneamente.

concepções distintas de espaço e suas consequências e nosso trabalho será revisitar este argumento, já que é direta ou indiretamente dele que a concepção de espaço de Hume toma forma. Sua abordagem se inicia na nota F do verbete de Zenão de Eléia, onde ele menciona que a sobrevivência da filosofia de Zenão se deve ao impacto que ela causou em sua época, inclusive deixando Aristóteles incomodado o bastante para dedicar uma considerável parte da *Física* somente para contestar e negar a validade dos paradoxos do eleata.

O primeiro paradoxo apresentado por Bayle é o da *flecha* e ele alega que "para entendermos melhor esta objeção devemos tomar nota de dois princípios que não podem ser negados: o primeiro é que um corpo não pode estar em dois lugares ao mesmo tempo; o segundo é que duas partes do tempo não podem coexistir" (Bayle, 2007, p. 608-9). A validade do primeiro princípio dispensa verificação, posto que basta nosso exercício de atenção para percebemos que, de fato, um corpo não pode estar em dois lugares simultaneamente[37]. O segundo princípio, que afirma que duas partes do tempo não podem coexistir, embora evidente para alguns, carece de um pouco mais de trabalho para garantir sua compreensão adequada. Bayle faz uso do seguinte exemplo para tornar mais claro o entendimento:

> o que serve para segunda e terça-feira no que toca à sucessão, serve para cada porção do tempo. Uma vez que é impossível que segunda e terça existam juntos, e de que é necessário que a segunda deixe de existir antes que a terça comece a existir, não há qualquer parte do tempo que possa coexistir com outra; cada uma deve começar a existir quando sua predecessora tiver deixado de existir; e cada uma deve deixar de existir antes que a próxima possa começar a existir" (Bayle, 2007, p. 609).

Com base no exemplo de Bayle, podemos explorar todas as sequências temporais, não importando a duração de suas partes componentes, para percebermos que não há exemplo que ofenda esta premissa, de que uma porção do tempo deve se encerrar antes de a próxima começar a existir. Sejam anos, meses, semanas, dias, horas ou segundos ou qualquer uma de suas frações, a regra permanece: uma unidade de tempo só pode surgir quando sua parte antecessora deixar de existir. De modo semelhante, Hume diz que

> uma propriedade inseparável do tempo, e que constitui de certa maneira sua essência, é que suas partes são todas sucessivas, nenhuma delas podendo coexistir com outra, ainda que sejam contíguas. A mesma razão pela qual o ano de 1737 não pode coincidir com o presente ano de 1738 faz com que todo momento deva ser distinto de outro, isto é, deva ser posterior ou anterior a ele. (TNH 1.2.2.4)

[37] E o raciocínio vai além: afirmar que um corpo está em mais de um lugar em um mesmo tempo é tão absurdo quanto afirmar que um corpo está e não está em um dado lugar em um dado tempo.

Este trecho demonstra a importância dada a este aspecto do tempo para o paradoxo da flecha, ao reforçar as premissas aceitas por Zenão, demonstra também a relação existente entre os escritos de Bayle e Hume, posta a semelhança entre seus argumentos. Há, portanto, uma necessidade ontológica para este segundo princípio apontado por Bayle, necessidade que foi exposta nos trechos recém citados. Uma vez estabelecida a validade e a importância de cada um dos dois princípios apontados por Bayle podemos seguir adiante com o seu trabalho sobre o paradoxo da flecha - e consequentemente sobre a definição de espaço e tempo que pode ser obtida a partir dele. Assim sendo, a explicação de Bayle conclui que o tempo não é infinitamente divisível e que cada parte do tempo é em si, simples e indivisível, sendo perfeitamente distinta do passado e do futuro, não contendo nada além do tempo presente. (Bayle, 2007, p. 609). Desta forma, se aceitarmos os princípios apresentados por Bayle, deveremos aceitar também os paradoxos de Zenão, posto que é neles que os apontamentos do eleata se apoiam.

Voltando ao paradoxo e tendo este debate em mente, podemos notar que a declaração de Zenão, de que uma flecha em movimento está parada, pode não parecer tão absurda assim. Se cada um dos momentos do tempo é único e só se inicia após o término do momento que lhe é imediatamente anterior, podemos notar que, tomados individualmente, a flecha de fato estará imóvel em cada momento. Analogamente ao tempo, o espaço também se comporta de forma semelhante e podemos notar que em cada momento a flecha ocupa o mesmo lugar, ou seja, um espaço idêntico a ela mesma e, assim sendo, mais uma vez notamos a flecha em repouso, ainda que haja um aparente movimento. Afirmar que existem estas unidades distintas e indivisíveis formando o espaço e o tempo é o mesmo que dizer que o espaço e o tempo não podem ser divididos indiscriminadamente, posto que, cedo ou tarde, estes pontos fundamentais do espaço e do tempo irão aparecer para participar das divisões como as partículas últimas desta série finita de divisões.

O segundo paradoxo abordado por Bayle se inicia da seguinte maneira: “se há movimento, aquilo que se move deve passar de um lugar para outro; pois todo movimento compreende duas extremidades, *terminum à quo* e *terminum ad quem*, o lugar de onde se parte e o lugar de onde se vem” (Bayle, 2007, p. 609). Ou seja, havendo movimento ele deve ser esta passagem de um lugar para outro, o corpo em movimento deve deixar o local em que se encontra e se deslocar para outro local, onde atualmente ele não se encontra. Sendo assim, o movimento sempre se inicia em um ponto e se encerra em outro, a origem e o destino. Bayle segue afirmando que “estas duas extremidades são separadas por espaços que contém uma infinidade de partes, uma vez que a matéria é infinitamente divisível; é, portanto, impossível para o corpo que é movido proceder de uma extremidade para a outra" (Bayle, 2007, p. 609). Imediatamente percebemos que, para os fins deste paradoxo, presume-se o espaço como sendo uma grandeza contínua, ou seja, que aceita divisões ao infinito. Além disto, notamos a consequência de tal abordagem do espaço: o espaço entre as duas extremidades se torna impossível de ser percorrido dada a sua infinita quantidade de partes. Ora, basta percorrer o espaço que, simultaneamente, percorre-se todas as suas infinitas partes, certo? Esta seria uma resposta plausível, caso não tivéssemos aceitado como princípios válidos que um corpo não pode ocupar dois lugares simultaneamente e que duas partes do tempo não podem coexistir. Estes mesmos princípios impedem que um corpo esteja, por exemplo, ao mesmo tempo no primeiro e no segundo metro de uma jornada de deslocamento; tampouco pode este corpo estar nos centímetros 10 e 20 simultaneamente; muito menos poderá este corpo estar simultaneamente nos centímetros 1 e 2; de forma alguma este corpo poderá estar ao mesmo tempo nos milímetros 0,5 e 0,6: o corpo só pode ocupar uma porção do espaço em uma porção do tempo. Sobre este aspecto, Bayle alega que

> o espaço intermediário é composto de uma infinidade de partes, através das quais deve-se percorrer sucessivamente, uma após a outra, sem sequer ser capaz de tocar a que está à frente ao mesmo tempo em que toca a de trás: desta forma, para percorrer um pé de matéria, isto é, alcançar do início da primeira polegada até o final da vigésima, seria necessário um tempo infinito, pois os espaços que o corpo é sucessivamente obrigado a percorrer entre as duas extremidades, sendo infinitos em números, é claro que eles não podem ser percorridos em um tempo menor que o infinito, a menos que se pretenda que o corpo em movimento está em diversos lugares simultaneamente, o que é falso e impossível (Bayle, 2007, p. 609).

Caso as premissas de Zenão sejam consideradas válidas, a preocupação com o efeito destes paradoxos também é válida. De fato, tomando como verdadeiras as premissas, somos obrigados a aceitar sua conclusão de que, neste caso, há a impossibilidade do movimento. Considerando o que Bayle disse até este ponto a respeito do paradoxo do movimento, temos os seguintes pontos a se considerar: 1) o movimento, se existe, é a passagem de um ponto para outro, e; 2) o espaço que separa as extremidades é composto por uma infinidade de partes. Associado a isto temos os dois princípios previamente levantados por Bayle, a saber, 3) que um corpo não pode estar em mais de um lugar em um mesmo momento e que 4) duas ou mais partes do tempo não podem coexistir. Os dois princípios – 3 e 4 – associados às duas premissas – 1 e 2 – obrigam à conclusão de que não podemos percorrer qualquer distância, já que não podemos ocupar mais de um espaço em uma unidade de tempo, da mesma forma que não podem duas unidades de tempo existirem simultaneamente. Este paradoxo, que é construído sobre a premissa de um espaço contínuo, infinitamente divisível, nos impede de sequer iniciar o movimento, mas caso ele pudesse se iniciar ele jamais poderia se concluir, posto que suas infinitas partes demandam um tempo infinito para serem percorridas.

A terceira objeção é o paradoxo de Aquiles e ele se assemelha com o anterior, porém nas palavras de Bayle, "é mais adaptado ao estilo declamatório" (Bayle, 2007, p. 609). Inicialmente, este chamado estilo declamatório pode ser entendido como uma forma dialética, um discurso direcionado a um interlocutor de modo a garantir que ele possa acompanhar as premissas e a conclusão. Dito isto, Bayle afirma que "ele (o paradoxo) tende a mostrar que o corpo mais rápido em movimento perseguindo o corpo mais lento jamais irá alcançá-lo" (Bayle, 2007, p. 609). Podemos extrair deste trecho o que é o objetivo e a descrição do próprio paradoxo, a saber, provar que uma distância a ser percorrida jamais será completamente percorrida, em face da sua infinita quantidade de partes e do constante movimento do corpo perseguido.

Como descrito na seção anterior, o paradoxo de Aquiles consiste em uma corrida entre uma tartaruga, notadamente um dos mais lentos animais a andar sobre a terra, e Aquiles, de alígeros pés, tido como um dos homens mais rápidos de toda a Grécia. Na ocasião, é dada à tartaruga uma vantagem em termos de distância, de modo a compensar a grande diferença de velocidade entre os dois. Esta distância seria percorrida com facilidade por Aquiles se não fosse o espaço uma grandeza contínua, infinitamente divisível. Ainda que nossa mente nos leve a recusar crédito ao paradoxo e constantemente nos afirme que a tartaruga será ultrapassada muito em breve, precisamos sempre nos ater às premissas de um argumento se queremos provar que suas conclusões são erradas. Sendo assim, iniciada a corrida, Aquiles começa a cobrir a distância dada como vantagem inicial para a tartaruga, e assim o faz, mas ao chegar naquele ponto deve iniciar uma nova caçada pela tartaruga que, embora lenta, já se moveu mais adiante. Este processo se repete indefinidas vezes sempre da mesma forma: Aquiles percorre a distância inicial e a tartaruga percorre uma nova distância, sempre mantendo algum trecho a ser percorrido pelo herói que, embora veloz, jamais poderá alcançar a tartaruga.

Embora haja a quarta objeção, a saber, um paradoxo sobre as contradições do movimento, ele não desempenha um papel de grande impacto para os fins do recorte desta pesquisa e, portanto, não será abordado aqui. Destes três paradoxos obtemos duas definições a respeito da natureza do espaço: ele é discreto segundo o paradoxo da flecha e é contínuo segundo os outros dois paradoxos. Isto demonstra que a definição de espaço avança desde a antiguidade sem apresentar consideráveis mudanças, sendo estas duas as mais notáveis até a modernidade. Bayle apresenta um terceiro tipo de espaço, que não é nem contínuo nem discreto, e é deste espaço de que falaremos adiante.

Na nota G o próprio Bayle fala da existência de três concepções distintas do espaço. Em seu entendimento, Zenão, a fim de provar que não há movimento, deveria ter usado o seguinte argumento: "a extensão não pode ser composta por pontos Matemáticos, nem por átomos e nem por partes infinitamente divisíveis e, portanto, sua existência é impossível. A consequência parece certa, pois é impossível conceber mais do que estes três modos de composição da extensão" (Bayle, 2007, p. 610). Partindo dos paradoxos, Zenão provou que, seja o espaço contínuo ou discreto, o movimento é impossível pelas consequências que cada uma destas naturezas de espaço traz consigo. Bayle levanta, e derruba logo em seguida, uma terceira concepção de espaço, a de que ele é composto por pontos matemáticos, pensamento recorrente em ascensão na filosofia moderna àquele tempo. Em suma, o espaço composto por pontos matemáticos é exatamente o que o nome descreve. Ele não é nem composto por pontos atômicos indivisíveis nem por partes infinitamente divisíveis: ele é composto por pontos matemáticos. Pontos matemáticos não possuem caráter de existência própria e é sobre este aspecto que Bayle segue seu argumento, alegando que:

> algumas palavras devem bastar para os pontos matemáticos; pois um homem de capacidade média pode compreender com uma mais elevada evidência, se ele for um pouco atencioso, que uma série de nadas de extensão postos juntos jamais formará uma extensão. Consulte o primeiro livro de filosofia escolástica que vier às mãos e você encontrará nele as mais convincentes razões, apoiadas por diversas demonstrações geométricas, contra a existência de tais pontos. (Bayle, 2007, p. 610)

A retórica de Bayle aqui é direcionada para ridicularizar a ideia de que o espaço possa vir a ser composto por pontos matemáticos. Sua alegação sugere que mesmo aqueles cuja mente não seja brilhante podem entender este argumento, ao qual ele chama de mais elevada evidência, de que os pontos matemáticos, independentemente de quantos deles sejam aglutinados, jamais poderão compor qualquer extensão que seja. Isto se apoia sobre o fato de que pontos matemáticos tem, individualmente, extensão igual a zero, ou seja, eles não possuem qualquer extensão individualmente. Se é fato que os pontos matemáticos não possuem extensão, como parece ser amplamente aceito pela comunidade científica, é, no mínimo, absurdo supor que cinco deles possuem maior extensão do que um. Desta forma, a despeito de qualquer quantidade deles que possamos vir a amontoar, a extensão resultante sempre será igual a zero. Aqui vamos além do que Bayle alega e podemos observar que mesmo que estes pontos matemáticos existam, sua natureza de extensão vazia jamais poderia resultar em qualquer extensão positiva.

O título da seção prometia os três espaços de Bayle e fomos apresentados a cada um deles - o espaço discreto, o contínuo e o composto por pontos matemáticos. O raciocínio de Bayle, no entanto, nos leva a negar a existência de cada um destes espaços, seja pelas consequências paradoxais de suas definições – como a impossibilidade de haver movimento – ou seja pela impossibilidade de se compor qualquer extensão – como ocorre com os pontos matemáticos. Como mencionado anteriormente, Bayle tem grande importância para Hume na tratativa do espaço, posto que, além de resumir as principais concepções existentes até o momento, ele serve como degrau para que o próprio Hume estabeleça uma perspectiva própria para a concepção do espaço, seja ela direta ou indiretamente ligada às que foram apresentadas até o momento.

2.3 O espaço de Hume

Hume sorveu e tomou como base o conhecimento e os textos de diversos autores para fundar sua teoria do conhecimento e não seria diferente em relação ao conceito de espaço. Um dos maiores colaboradores, se podemos chamá-los desta maneira, foi Pierre Bayle. De modo semelhante a Bayle, Hume descreve e nega as formas clássicas do conceito de espaço, trazidas à modernidade por Aristóteles graças ao seu trabalho com os paradoxos de Zenão. Hume descreve e também recusa validar o conceito de espaço formado por pontos matemáticos, mas diferente de Bayle, ele conclui pela existência de um quarto modo de concepção do espaço, baseado em sua epistemologia e, portanto, no princípio da cópia.

Não há, no *Tratado*, uma coleção de argumentos contrários à existência do espaço enquanto grandeza contínua, não objetivamente, de forma focada e direcionada para esta finalidade. Contudo, a própria epistemologia humiana é construída em torno de aspectos que negam que o espaço possa vir a ser uma grandeza contínua. Com isso em mente, é possível seguir o fluxo do texto e apontar alguns momentos importantes em que esta concepção de espaço é negada e sua possibilidade é refutada. Hume inicia a segunda Seção da segunda Parte do *Tratado* com o seguinte argumento: “quando as ideias representam adequadamente seus objetos, todas as relações, contradições e concordâncias entre elas são aplicáveis a estes”

(TNH 1.2.2.1)[38]. Como foi debatido anteriormente nesta pesquisa, isto significa que tudo o que posso afirmar a respeito das ideias presentes na mente também pode ser afirmado a respeito das impressões que elas representam. Assim, considerando que o espaço contínuo, conforme mencionado anteriormente nesta pesquisa, é aquele que aceita uma série de divisões ao infinito, podemos observar o raciocínio de Hume, que afirma que

> tudo que é suscetível de ser infinitamente dividido contém um número infinito de partes. Se assim não fosse, a divisão seria abruptamente interrompida pelas partes indivisíveis, a que logo chegaríamos. Portanto, se qualquer extensão finita é infinitamente divisível, não pode ser contraditório supor que uma extensão finita contém um número infinito de partes; e vice-versa, se for contraditório supor que uma extensão finita contém um número infinito de partes, nenhuma extensão finita pode ser infinitamente divisível. (TNH 1.2.2.2)

O que é dito por Hume no trecho recém citado é, em suma, que aquilo que é infinitamente divisível é, necessariamente, composto por um número sem fim de partes e é evidente que deva ser assim pois, de outra forma, o raciocínio incorreria em uma contradição ao se deparar com as partes que não podem ser divididas e que, portanto, servem como um limite para as divisões, supostamente infinitas até este momento. Então, para prosseguir com o argumento precisamos aceitar esta premissa, a saber, conceder que aquilo que é infinitamente divisível é composto por infinitas partes. Uma vez aceita a premissa, nos deparamos com seus desdobramentos, sendo o mais notável a alegação de que uma extensão finita contém um número infinito de partes. Ora, acompanhando o raciocínio de Hume, que segue as premissas de um espaço contínuo infinitamente divisível, chegamos ao resultado estapafúrdio de que um corpo finito é infinito. Não é necessário qualquer malabarismo dialético para fazer com que este argumento seja compreendido e que, assim, seja aceito que não podemos conceber um corpo finito sendo composto por um número infinito de partes. Hume desmantela a validade deste suposto espaço contínuo utilizando o seguinte argumento:

> Em primeiro lugar, tomo a menor ideia que consigo formar de uma parte da extensão; e, certo de que não existe nada menor que essa ideia, concluo que tudo que descubro por meio dela tem se ser uma qualidade real da extensão. Repito, então, essa ideia uma, duas, três vezes, e assim por diante, e vejo que a ideia composta de extensão produzida por essa repetição aumenta sempre, tornando-se duas, três, quatro vezes maior etc., expandindo-se até finalmente atingir um tamanho considerável, que pode ser maior ou menor, conforme eu repita mais ou menos vezes a mesma ideia. Quando suspendo a adição de partes, a ideia para de aumentar. Em troca, percebo claramente que, se

[38] Tal é a importância deste aspecto que a pesquisa me obriga a repetir a citação apresentada no Capítulo 1 da presente dissertação.

> prosseguisse ao infinito com a adição, a ideia de extensão também se tornaria infinita. De tudo isso, concluo que a ideia de um número infinito de partes e a ideia de uma extensão infinita são numericamente idênticas; que nenhuma extensão finita é capaz de conter um número infinito de partes; e consequentemente, que nenhuma extensão finita é infinitamente divisível.[39]

Acompanhando o argumento e considerando as premissas de Hume, se promovermos a busca por esta menor parte da extensão, esta ideia que não pode ser dividida sem ser aniquilada, este *minima sensibilia*, certamente iremos encontrá-la. Evidentemente, se tudo o que posso descobrir a respeito das ideias simples também é válido para as ideias complexas, tudo aquilo que for descoberto, a partir destes menores fragmentos de extensão, sobre a natureza da ideia de espaço, também será aplicável às impressões que deram origem a tais ideias. Assim, ao repetir aquela menor ideia obtida por diversas vezes, de modo a conseguir um conjunto de ideias simples contíguas, percebo que a ideia que passo a ter em mente cresce de acordo com o número de vezes que repito aquela ideia menor e que, ao deixar de repetir aquela ideia inicial, a ideia resultante deixa de crescer. Em uma relação de dupla implicação, percebo que, se a ideia cresce de acordo com o número de repetições e deixa de crescer quando as repetições cessam, a ideia tende a crescer indefinidamente sempre que as repetições acontecerem indefinidas vezes, dando origem a uma ideia composta por um número infinito de partes. Sendo o oposto também verdadeiro, ao considerar a ideia de um número infinito de partes como válida, devo considerar também como sendo válida a ideia de uma extensão infinita. A real dificuldade em aceitar a existência de tais características infinitas é negar suas conclusões paradoxais – tais como uma extensão finita ser infinitamente divisível e ou ser composta por um número infinito de partes – sem negar suas premissas.

A ideia de espaço composto por pontos matemáticos também é objeto de recusa por parte de Hume e, embora não haja um grande debate a respeito do assunto no *Tratado*, é de elevada importância que o tema seja abordado aqui, a fim de removermos esta possibilidade da mesa de uma vez por todas. Assim, a breve abordagem humiana sobre os pontos se inicia da seguinte maneira:

> Sustentou-se frequentemente nas escolas que a extensão deve ser divisível ao infinito, porque o sistema dos pontos matemáticos é absurdo; e que esse sistema é absurdo porque um ponto matemático é uma não-entidade e, consequentemente, jamais poderia, por sua conjunção com outros pontos, formar uma existência real. (TNH 1.2.4.3)

[39] Há, no *Tratado*, uma nota mencionando a diferença entre parte *alíquotas* e partes *proporcionais*. Este tema será abordado no decorrer do Capítulo 3 e, portanto, não será explorado aqui.

Embora esta não seja a crítica de Hume, esta é uma afirmação que deve ser levada em consideração sempre que nos pomos a pensar acerca de se o espaço é ou não formado por pontos matemáticos. Ao afirmar que eles são não-entidades, afirma-se que eles não são dotados de existência perceptível, isto é, que eles não podem ser encontrados a partir da sensibilidade. Em suma, os pontos matemáticos são concessões racionais a respeito do espaço geométrico teórico e não objetos passíveis de serem captados pelo aparelho sensível, esperando para serem experimentados pela mente humana. Desta forma, se eles sequer existem fisicamente, é absurdo esperar, assim como foi apontado por Bayle nesta pesquisa, que uma conjunção de um número qualquer de pontos matemáticos possa resultar em uma extensão qualquer. Ademais, fosse a extensão composta por pontos matemáticos, teríamos que enfrentar o problema da penetração dos pontos, apresentado por Hume quando ele afirma que "se a extensão fosse composta de pontos matemáticos, seria necessária uma *penetração*." (TNH 1.2.4.4). Norton & Norton comentam que "segundo Chambers a penetração é 'a ação pela qual uma Coisa entra em outra, ou toma o mesmo lugar'[...]" (Norton & Norton, 2007, Anotações dos Editores, p. 717). Isto significa que, havendo penetração, teremos duas possibilidades distintas, a saber, que um dos corpos seja aniquilado ou que os dois ocupem o mesmo espaço simultaneamente. O subtítulo do *Tratado* é "uma tentativa de introduzir o método experimental de raciocínio nos assuntos morais" e expõe a olhos vistos a influência que Hume recebeu de Isaac Newton para escrever, fazendo alusão aos escritos newtonianos. O próprio método experimental, mencionado no subtítulo, foi apresentado à comunidade científica por Newton no *Principia*[40] e é a ele que Hume se refere. Assim, a influência dos escritos newtonianos não pode ser negada no *Tratado* e podemos, sem prejuízo, afirmar que a terceira Lei de Newton era conhecida por Hume. Considerando estes aspectos, podemos afirmar, sem dificuldade, que estas consequências da penetração apontadas por Norton & Norton, por si só, já tornam impossível que a extensão seja composta por pontos matemáticos, uma vez que, como é estabelecido pela Terceira Lei de Newton, dois corpos não podem ocupar o mesmo espaço simultaneamente.

---

[40] *Philosophiae naturalis principia mathematica* em latim ou *Princípios Matemáticos da Filosofia Natural* em portugês. Nesta obra, Isaac Newton apresenta ao mundo aquilo que foi chamado posteriormente de as Três Leis de Newton e também o chamado método experimental que, resumidamente, é um método que tende a ser aplicado sob quaisquer que sejam as circunstâncias, posto que se apoia em princípios válidos que não dependem de condições específicas. O artigo *Kant and Hume on Causality* destaca que "é claro, portanto, que Hume vê o todo das leis do movimento de Newton como proposições empíricas indutivamente derivadas, as quais (enganosamente) parecem ser derivadas da razão simplesmente pelo fato de que a constante e regular experiência na qual elas são de fato baseadas ser tão penetrante."(De Pierris e Friedman, 2018). Desta forma, assim como Newton deriva as Leis do movimento a partir da experiência, Hume pretende derivar as Leis do conhecimento humano da experiência e, portanto, da sensibilidade.

A definição de Hume, embora textualmente distinta da apresentada anteriormente, corrobora a conclusão de que a penetração é um problema a ser resolvido. Ele diz: “suponhamos que dois corpos que não contêm nenhum espaço vazio dentro de seus perímetros aproximem-se um do outro, unindo-se de tal maneira que o corpo resultante de sua união não seja mais extenso que qualquer um dos dois” (TNH 1.2.4.5). Isto é, caso dois corpos sólidos se penetrem, ou um penetre no outro, o resultado não poderá ser um corpo que supere qualquer um dos participantes em extensão. Se temos dois cubos sólidos, plenamente preenchidos, de 1 cm^3 e fazemos com que se toquem, iniciando assim o processo de penetração, o resultado não poderá ser a soma do volume de ambos, mas sim um único corpo cujo volume seja 1 cm^3. Evidentemente, se os corpos não podem ocupar simultaneamente o mesmo espaço e se o espaço ocupado após a penetração permanece o mesmo de um dos corpos, podemos concluir que um dos cubos foi aniquilado no processo. O mesmo se aplicaria aos pontos matemáticos caso eles fossem os componentes primários da extensão e, portanto, o espaço não poderia ser concebido desta forma.

Resta, portanto, o espaço composto por pontos físicos indivisíveis, tal qual o espaço discreto apresentado no paradoxo da Flecha. Vimos até aqui o modo pelo qual Hume descarta cada um dos tipos de espaço que lhe foram apresentados, mas isto não significa que ele compartilhe do pensamento de Bayle e recuse o status de existência ao conceito de espaço. Considerando nosso percurso até o momento, podemos distinguir a recusa de Hume quanto ao espaço contínuo, ao espaço formado por pontos matemáticos e ao espaço discreto, ao passo que percebemos que sempre há um retorno àquelas ideias menores e indivisíveis que compõem toda a extensão. Se estas ideias não são os pontos físicos do espaço discreto, o que são? É importante ressaltar que, embora pareça ser um discurso de aceitação da ideia de um espaço discreto, este não é exatamente o objetivo ou a perspectiva de Hume. Seu intento vai além e podemos perceber parte de seu conceito de espaço no seguinte trecho:

> Ao abrir meus olhos e dirigir o olhar para os objetos à minha volta, percebo vários corpos visíveis; quando novamente os fecho, e considero a distância entre esses corpos, adquiro a ideia de extensão. Como toda ideia é derivada de uma impressão que lhe é exatamente similar, as impressões similares a essa ideia de extensão devem ser ou bem sensações derivadas da visão, ou bem impressões internas oriundas dessas sensações. (TNH 1.2.3.2)

O exercício proposto aqui é, em primeiro lugar, o de captar as impressões da visão que podem ser percebidas em um determinado local, tal como um escritório. Uma vez recebidas as impressões dos objetos no referido local, passa a ser possível, ainda que somente com base nas ideias formadas daquele local, considerar a distância que há entre cada objeto e, a partir de tal consideração, adquirir a ideia de extensão. Isto é, neste caso, obtemos a ideia de extensão com base nas percepções visíveis que afetam nosso aparelho perceptível e é somente a partir de então que podemos considerar alguma ideia ou noção de extensão. Como o próprio Hume destaca no trecho acima, obedecendo ao princípio da cópia, a ideia de extensão obtida a partir deste exercício só pode ter sido obtida a partir da visão, uma vez que, nas palavras de Hume, “nossas impressões internas são as paixões, emoções, desejos e aversões – e acredito que ninguém jamais afirmará que alguma delas é o modelo de que deriva a ideia de espaço” (TNH 1.2.3.3).

Munido do princípio da cópia Hume constrói sua epistemologia e sobre ela funda grande parte, senão o todo, da *Natureza Humana*. O conceito de espaço, por exemplo, também se pauta por esta relação inexorável e se constrói a partir dela. Vejamos o que Hume diz a respeito do espaço:

> a ideia de espaço é transmitida à mente por dois sentidos, a visão e o tato; nada jamais parecerá extenso se não for visível ou tangível. A impressão composta que representa a extensão consiste em várias impressões menores, que são indivisíveis ao olhar ou ao tato, e que podem ser denominadas impressões de átomos ou corpúsculos dotados de cor e solidez. (TNH 1.2.3.15)

Comparando esta definição da ideia de espaço com a máxima de que todas as ideias são cópias das impressões, um leitor descuidado pode ser levado a crer que Hume se sujeita a um impasse insolúvel: ou me deparo com a impressão que deu origem à ideia de extensão ou o princípio da cópia se mostra inválido. Para podermos evitar este desconforto, precisamos sempre ter em mente que o princípio da cópia se funda na relação entre impressões e ideias simples. A partir desta perspectiva podemos afirmar, claramente, que qualquer busca por uma única impressão, ou uma impressão simples, que dê origem à ideia de espaço é infrutífera. É possível que alguém sugira, então, que passemos a buscar a impressão complexa que origina a ideia de espaço, já que o próprio Hume afirma, conforme o trecho recém citado, que há uma “impressão composta” responsável por representar a extensão e que é constituída de diversas impressões menores. Esta afirmação de que a extensão é constituída por uma impressão complexa que, por sua vez, é composta por impressões menores, pode levar o leitor a entender que a ideia de extensão pode ser rastreada até uma impressão complexa específica, assim como podemos fazer com a ideia de uma casa, por exemplo. O fato é que, dentro da epistemologia humiana, não podemos encontrar tal impressão. Em outras palavras, se buscarmos por uma impressão complexa da extensão, da mesma forma que podemos buscar por uma impressão complexa de um carro, por exemplo, jamais conseguiremos encontrar o referencial da ideia complexa de extensão. Esta impossibilidade de se encontrar a suposta impressão complexa que dá origem à ideia de extensão reside no fato de que Hume descreve a ideia de extensão se originando de átomos ou corpúsculos indivisíveis dotados de cor e de solidez que compõem "a impressão composta que representa a extensão" (TNH 1.2.3.15). Ou seja, não poderemos encontrar, em um exercício de digressão às mais simples impressões, uma impressão que seja ela mesma responsável por imprimir na mente uma ideia de extensão. Num tal exercício iremos nos deparar, na medida do possível, com estes corpúsculos componentes de uma tal extensão.

O que são, portanto, estes tais componentes da "impressão composta que representa a extensão"? O próprio Hume se ocupa deste tema e afirma que "nosso sistema de espaço e tempo possui duas partes intimamente ligadas" (TNH 1.2.4.1), assunto do qual trataremos agora. Antes de seguirmos, é necessário ter em mente que Hume se apoia no princípio da cópia para poder considerar a existência de qualquer conhecimento válido, ou seja, cujos termos apresentem significados que possam ser rastreados até as impressões, proporcionando, desta forma, melhor entendimento da questão, seja ela qual for. Com isto em mente, podemos seguir para estas duas partes do sistema do espaço e tempo mencionadas por Hume. Assim sendo, ele alega que a primeira destas partes se apoia em uma cadeia de raciocínios. Vejamos a seguir tal raciocínio:

> A capacidade da mente não é infinita; consequentemente, nenhuma ideia de extensão ou de duração consiste em um número infinito de partes ou ideias inferiores, mas sim em um número finito de partes ou ideias simples e indivisíveis. É possível, portanto, que o espaço e o tempo existam em conformidade com essa ideia. E, se isso é possível, é certo que eles realmente existem em conformidade com ela, uma vez que sua divisibilidade infinita é inteiramente impossível e contraditória. (TNH 1.2.4.1)

Ao alegar que a mente não é dotada de capacidades infinitas, Hume levanta uma séria dificuldade para os que teorizam a favor da divisibilidade infinita do espaço e do tempo. Esta dificuldade foi descrita no próprio trecho e se constrói do fato de que, sendo limitada a capacidade da mente, não somos capazes de operar ideias compostas por infinitas partes. Obviamente esta dificuldade se alia ao fato de que, para Hume, só podemos ter uma ideia adequada se conhecemos todas as partes que compõem aquela ideia, ou do contrário, só teríamos suposições, convenções ou concessões e nenhuma delas poderia ser considerada uma ideia adequada. É importante ter em mente que as ideias simples são criadas na mente humana com base nas impressões simples, assim como em algumas impressões e ideias complexas. A limitação de capacidade que nossa mente apresenta sempre nos obriga a trabalhar com estas ideias mínimas e isto leva à afirmação de Hume de que as ideias do espaço e do tempo são compostas por “um número finito de partes ou ideias simples e indivisíveis”[41]. Isto significa que a mente humana opera com aquela informação que lhe é passível de ser compreendida e, sendo assim, ainda que houvesse partículas menores no “mundo exterior”, com o perdão da palavra, nossa mente não seria capaz de compreender e operar com tais partículas. Ele segue o tema discorrendo sobre a possibilidade de o espaço e tempo existirem em conformidade com a definição de que a mente não consegue conceber ideias compostas por infinitas partes. O argumento pode ser visto por outro ângulo: espaço e tempo existem, pois, somos capazes de adquirir ideias que os representem e a divisibilidade infinita do espaço e tempo é, como alega Hume, “inteiramente impossível e contraditória”. Assim, espaço e tempo de fato existem em conformidade com a limitada capacidade da mente de operar ideias infinitamente pequenas ou infinitamente numéricas. Toda esta primeira parte do que Hume chama de sistema do espaço e do tempo se refere à incapacidade que a mente tem de operar ideias relacionadas ao infinito e de como nossas ideias do espaço e tempo são compostas com base nesta incapacidade.

Dito isto, temos que a segunda parte deste sistema se apoia nas consequências desta limitação da mente. Sobre isto, Hume alega que “as partes a que se reduzem as ideias de espaço e de tempo são, em última análise, indivisíveis; e essas partes indivisíveis, não sendo nada em si mesmas, serão inconcebíveis se não estiverem preenchidas por algo real e existente" (TNH 1.2.4.2). Ao afirmar que estas partes componentes do espaço e do tempo são indivisíveis, Hume reforça sua conclusão de que a mente não opera com infinitas parcelas, seja do espaço ou seja do tempo. Isto ocorre pelo fato de que, se são indivisíveis, não podem ser infinitamente divisíveis. Ainda que se empreenda uma série de divisões e que esta série seja muito extensa, cedo ou tarde a mente irá se deparar com uma destas partículas indivisíveis e a série de divisões será forçada a se encerrar. Ele alega que estas partes indivisíveis não são “nada em si mesmas” e que sua concepção está vinculada ao preenchimento “por algo real e existente”. Este preenchimento é vital para a possibilidade de

[41] Hume não se propõe a um processo investigativo sobre a origem das impressões, sobre o que podemos chamar de mundo externo. É essencial manter isto em mente pois, sendo empirista, Hume acredita na informação que se encontra na mente humana e que pode ser aferida usando as impressões como gabarito. Isto não significa que não existem partículas inferiores àquelas que podemos imaginar ou alcançar com base no exercício da mancha de tinta, mas sim que a capacidade limitada da mente humana nos impede de sequer considerar seriamente estas eventuais partículas ainda menores.

construção da ideia de espaço, uma vez que é isto que torna estas partículas perceptíveis, ou seja, capazes de afetar nosso aparelho sensível. Este aspecto já havia sido antecipado por Hume no trecho em que ele afirma que “a ideia de espaço é transmitida à mente por dois sentidos, a visão e o tato; nada jamais parecerá extenso se não for visível ou tangível.”(TNH 1.2.3.15), deixando claro seu compromisso com seu empirismo ao reforçar que conhecemos a partir da sensibilidade. Isto significa que o que quer que seja, que participe da composição das ideias de espaço e de tempo, se resume a partículas indivisíveis e que são dotadas de cor ou solidez – característica necessária para torná-las perceptíveis –, o que reforça a conclusão da primeira parte deste sistema de ideias do espaço e do tempo, a saber, que a ideia de espaço não é infinitamente divisível. Ao alegar que são estas ideias indivisíveis que compõem nossa concepção de espaço e de tempo, Hume estabelece um afastamento da abstração, ou seja, das ideias abstratas e da diferenciação proposta por Locke entre as qualidades primárias e as qualidades secundárias das ideias. Este aspecto, o do afastamento das ideias abstratas, também é característico do pensamento de Hume, e foi abordado anteriormente neste texto. Com esta definição ampliada de como as ideias de espaço e tempo são compostas, ou seja, que tipo de ideias menores as compõem, o trabalho de Hume se torna menos suscetível aos apontamentos que surgirão como possíveis brechas ou falhas em sua filosofia.

Ainda assim resta saber como é composto o espaço humiano. Sabemos que é composto por unidades sensíveis indivisíveis, mas não sabemos como estas unidades se associam dando origem à ideia de espaço. Pois bem, Hume descreve a gênese de seu conceito de extensão da seguinte maneira:

> A visão da mesa à minha frente é suficiente para me dar a ideia de extensão. Essa ideia, portanto, é obtida de alguma impressão, que ela representa, e que aparece neste momento aos sentidos. Mas meus sentidos me transmitem somente as impressões de pontos coloridos, dispostos de uma certa maneira. Se há alguma coisa a mais a que o olho é sensível, gostaria que me fosse apontada; se isso não for possível, poderemos concluir com segurança que a ideia de extensão não é senão uma cópia desses pontos coloridos, e do modo como aparecem. (TNH 1.2.3.4. Grifo nosso.)

Utilizando-se de recursos empíricos, Hume descreve o modo pelo qual construímos o conceito de extensão. Ao declarar que a mesa diante de si é o bastante para fornecer a ideia de extensão, ele quer dizer que é a partir dos objetos que podem ser sentidos pela mente humana que podemos obter a ideia de extensão. Anteriormente (TNH 1.2.3.2), ele havia afirmado que é da consideração da distância entre os corpos percebidos que chegamos à ideia de extensão.

Este ciclo serve para demonstrar o comprometimento de Hume com sua própria teoria. Indo adiante no trecho recém citado, percebemos que ele alega que só podemos perceber os pontos coloridos – os *minima sensibilia* – e a disposição de tais pontos. Novamente, tendo o princípio da cópia como guia, é sempre a partir da existência de pontos sensíveis – sejam coloridos e/ou tangíveis – e de como eles se apresentam que podemos dizer que conhecemos a ideia de espaço. Embora possa ser cansativa esta constante repetição de como a ordenação dos pontos sensíveis participa da concepção da ideia de espaço, isto deixa claro o quão importante este aspecto é para o tema da pesquisa.

Com a finalidade de melhor explicar este processo de concepção, Hume diz:

> Suponha que naquele objeto extenso, ou composição de pontos coloridos, dos quais inicialmente recebemos a ideia de extensão, os pontos sejam da cor púrpura; segue-se que em cada repetição daquela ideia nós não apenas colocaríamos os pontos na mesma ordem em relação aos outros, mas também eles seriam preenchidos com aquela exata cor, com a qual já estamos familiarizados. Mas após termos experimentado as outras cores do violeta, verde, vermelho, branco, preto e todas as diferentes composições destas, e encontrando uma semelhança na disposição dos pontos coloridos, dos quais eles são compostos, nós omitimos as peculiaridades da cor, o tanto quanto possível, e encontramos uma ideia abstrata meramente na disposição dos pontos, ou do modo de aparência, como qual eles concordam (TNH 1.2.3.5).

Trocando em miúdos, a ideia de extensão nos é fornecida pela disposição dos objetos em um determinado lugar, tal como uma mesa, por exemplo. Estes objetos são perceptíveis à visão por serem dotados de cor, seja ela qual for, e esta cor é fornecida pelos pontos coloridos dos quais o objeto em questão é composto. O que Hume sugere no trecho supracitado é que, por exercício da imaginação, nossa atenção seja concentrada em um simples ponto, por exemplo, de coloração púrpura. Com este ponto púrpura em mente, ele propõe que esta ideia do ponto colorido seja repetida diversas vezes e que em cada uma das vezes os pontos sejam colocados em uma certa ordenação – a mesma pela qual nosso aparelho sensível foi afetado –, e que sejam todos dotados daquela mesma cor púrpura. Conforme adquire-se experiência de outras colorações, e, portanto, de outros pontos coloridos, se torna possível notar a existência de uma semelhança nativa da disposição dos pontos coloridos que compõem o objeto em questão, a saber, a relação de contiguidade e a disposição dos pontos coloridos. Uma vez que nos tornamos capazes de observar tal semelhança, passamos a ser capazes de omitir, o tanto quanto possível, as idiossincrasias das cores de modo a direcionar nossa atenção, tal qual é com a distinção de razão, apenas para um aspecto da percepção, a saber, à disposição dos pontos ou seu modo de aparência. Isto reforça a definição de que a ideia de espaço, segundo Hume, advém desta disposição das percepções pelo campo visual e que é a partir da consideração das características comuns ali presentes que podemos dizer que há uma ideia de espaço.

Não é surpresa alguma que o conceito de espaço humiano tenha sua gênese a partir de uma relação empírica, que ele seja construído com base nas impressões que recebemos, tampouco que o trabalho de Hume seja direcionado a preservar a validade de seus preceitos mais fundamentais, tal qual é o princípio da cópia. Percebemos, portanto, que o trabalho exposto no *Tratado* é exatamente este, a saber, de provar que podemos conhecer com base em nossas experiências sensíveis e adquirir, por este percurso, conhecimento seguro e passível de ser conferido. Vimos que, a despeito das três definições do conceito de espaço, apresentadas por Bayle, Hume propõe a existência e atesta a validade de uma quarta variação que, embora similar à concepção clássica de espaço discreto, se mostra fundamentalmente distinta de suas predecessoras ao se apoiar sobre a disposição dos pontos coloridos que participam da composição da extensão. Daqui em diante, nosso trabalho será direcionado para a conclusão da pesquisa ao passarmos a observar o modo como alguns críticos da teoria humiana se opõem ao seu posicionamento e como esta oposição afeta sua epistemologia. A resposta de Hume virá para resolver – ao menos é o que se espera – tais dificuldades e as consequências de todo este trabalho na própria geometria euclidiana.

3. Hume, espaço e geometria

A teoria da não divisibilidade infinita de Hume tem sido alvo de críticas desde sua apresentação no *Tratado*. Diversos comentadores criticaram o posicionamento de Hume pelas mais diversas razões e tem sido assim desde então. O amplo leque de críticas é composto por abordagens que vão das mais simples alegações a respeito da estrutura do contínuo até as mais engenhosas críticas matemáticas à definição de espaço oferecida por Hume. Embora este amplo rol de críticas ocupe um espaço de notável importância para a história do empirismo humiano, o tempo necessário para tratar com a devida importância cada uma das críticas não é compatível com o tempo disponível para esta dissertação. Assim sendo, o foco será em um conjunto de comentadores que participam do grupo que atribui a Hume a característica de ser um mau matemático, como é o caso de Antony Flew e Robert Fogelin, mas também será abordada a crítica de Kemp Smith à relação "princípio da cópia-conceito de espaço", mas cada coisa a seu tempo.

3.1 As "brechas" do conceito de espaço de Hume

Sendo Hume um autor exponencial em se tratando de temas da filosofia moderna, não há nada mais natural que haja ataques ao seu sistema, vindos dos mais variados ângulos: desde apontamentos sobre a firmeza – ou a falta de – dos argumentos, como é o caso de Kemp Smith, sobre princípios adotados por Hume, sobre ainda críticas mais severas às provas matemáticas usadas por ele para contestar a divisibilidade infinita, além de variadas acusações de que seus conhecimentos em matemática seriam questionáveis, como propõem Flew e Fogelin.

Iniciaremos com a abordagem de Norman Kemp Smith, que critica o conceito de espaço e, de certa forma, coloca em dúvida o princípio da cópia de Hume, algo que, como vimos, é um dos mais fundamentais pilares de sua epistemologia. Após descrever a trajetória do raciocínio de Hume para a aquisição da ideia de espaço e apoiado na objetividade conferida pelo princípio da cópia, Kemp Smith afirma que a conclusão de Hume a respeito desta ideia é consistente, mas destaca que só é assim "[...] deixando de lado sua inconsistência fundamental ao aceitar ideias que, embora 'baseadas nelas' [nas impressões], não são elas mesmas rastreáveis até as impressões" (Kemp Smith, 1941, p. 190)[42]. Ora, se Kemp Smith tem razão e há uma inconsistência neste processo de aquisição da ideia de espaço, Hume seria

[42] No original: "[…] leaving aside his fundamental inconsistency in allowing of ideias which, though 'based on', are not themselves traceable to, impressions".

obrigado a escolher entre manter seu princípio fundamental ou descartar a própria concepção de espaço. A crítica de Kemp Smith, porém, ao invés de apontar uma fraqueza estrutural na filosofia humiana acaba por reforçar a importância do princípio da cópia e o peso de sua concepção de espaço. Observe que o que é alegado por Kemp Smith é que Hume faz uso de ideias que não passariam pelo crivo do princípio da cópia, já que não somos capazes de encontrar a impressão complexa que dá origem à ideia de espaço. De fato, não concebemos a ideia complexa de espaço a partir de uma impressão complexa, mas sim de impressões simples, pontos sensíveis que, com base em sua disposição, nos fornecem a ideia de espaço. A crítica de Kemp Smith traz consigo uma inconsistência: ele alega que, embora a ideia de espaço seja baseada em impressões, estas impressões não podem ser encontradas. Aqui, ou há má vontade da parte dele em não perceber que são as impressões simples que levam à mente a ideia de espaço, ou ele mesmo não percebeu que ideias apoiadas em impressões são certamente rastreáveis até sua origem. De fato, ele parece não ter percebido aqui que o elo perdido, que respeita o princípio da cópia e que forma a ideia complexa de espaço, são estas ideias simples originadas daqueles pontos sensíveis, táteis e coloridos, de tal modo que sua busca não deve ser por uma impressão complexa, mas sim por impressões simples[43] . É o mesmo princípio utilizado para encontrar as ideias que compõem uma ideia complexa fantasiosa, tal como a ideia de um Hipogrifo, tema tratado no capítulo anterior. O princípio da cópia já foi exaustivamente explorado e demonstrado nesta pesquisa – o suficiente para assegurar sua validade.

Se, de um lado, temos Kemp Smith, que se preocupa com a validade do conceito de espaço, no sentido de que ele poderia oferecer risco à firmeza do princípio da cópia, do outro, encontramos comentadores que se opõem mais severamente ao que foi descrito por Hume. Examinaremos as considerações de dois destes comentadores, contrários ao pensamento humiano no que tange à infinita divisibilidade, a saber, Anthony Flew e Robert Fogelin.

[43] Hume alega que a ideia de extensão é complexa e se forma a partir das impressões complexas da disposição dos pontos coloridos e tangíveis. Neste sentido, não há uma impressão complexa de extensão da mesma forma que há a impressão complexa de um carro. Este tema foi abordado no capítulo anterior e se encontra, no *Tratado*, em TNH 1.2.3.5. De modo semelhante, vale destacar o trabalho de Lorne Falkenstein ao afirmar que o que caracteriza todas as ideias de espaço e tempo "não é uma única impressão distinta qualquer, nem mesmo uma coleção de tais impressões, mas sim os modos de repouso ou a 'disposição', como Hume coloca, das impressões e de suas partes" (Falkenstein, 2009, p. 180)

Em seu artigo *Infinite Divisibility in Hume's Treatise*[44], Flew descreve os equívocos que, segundo sua perspectiva, o raciocínio de Hume contém a respeito da infinita divisibilidade, e que acabam por torná-lo ineficaz[45]. Segundo Flew,

> Hume inicia seu argumento ao apresentar dois princípios fundamentais. Em ambos ele erra ao considerá-los óbvios: embora um seja verdadeiro, certamente, apenas em sua própria interpretação altamente artificial, enquanto o outro é irremediavelmente falso, certamente eles são fundamentais (Flew, 1967, p. 459).

Assim, podemos perceber, logo de início, que, no entendimento de Flew, o argumento de Hume se apoia em dois princípios, dos quais um Flew considera como sendo verdadeiro, e o outro como sendo falso sem ressalvas. O que é verdadeiro só encontra sua validade, segundo ele, em uma perspectiva artificial, isto é, não natural e, portanto, subjetiva. O outro, que é fundamentalmente falso, não encontra validade sob nenhuma perspectiva. A opinião de Flew segue com a descrição destes princípios, sendo o primeiro apoiado sobre a alegação de Hume de que "a capacidade da mente é limitada, e não pode jamais atingir uma completa e adequada concepção do infinito" (TNH 1.2.1.2). Flew ressalta o seguinte: "este princípio, como Laird nos recorda, é parente do nono axioma dado no Capítulo VII da Parte IV da *Lógica* de Port-Royal: 'É da natureza de um espírito finito não ser capaz de compreender o infinito'[46]" (Flew, 1967, p. 459). Ou seja, ele nos indica que Hume se serve de um princípio da *Lógica* de Port-Royal para sustentar suas próprias premissas e afirmar que não se pode conceber o infinito. Seguindo o argumento, Flew afirma que "não há dificuldade insuperável a respeito de aprender os usos ordinários das palavras *infinito* e *infinidade*, e podemos perfeitamente bem entender o que significa falar de uma série sendo infinita ou seguindo em direção ao infinito" (Flew, 1967, p. 459). Neste trecho, Flew indica que podemos compreender, sem grandes dificuldades, o que se pretende dizer com os termos *infinito* e *infinidade*, a despeito do que é defendido por Hume. Não deve ser tema de discórdia afirmar que podemos compreender um termo qualquer e que podemos fazer uso dele em nossas conversas e debates sem prejuízo na compreensão. Além disso, ele afirma que

> Hume não está interpretando a expressão atingir uma completa e adequada concepção de uma forma tão deliberadamente simplória. Pois ele iguala conceber com imaginar, e se engana ao afirmar que imaginar – ou ser capaz

[44] Trabalho mencionado por Rosemary Newman como sendo um "exame elucidativo da perspectiva de Hume sobre a infinita divisibilidade" (Newman, 1981, p. 5).

[45] Segundo Newman, embora Flew aponte o que ele considera como falhas da filosofia e do método de Hume, ele "não oferece qualquer razão do porquê Hume ter baseado seus argumentos em um princípio errôneo" (Newman, 1981, p. 6).

[46] Esta citação se encontra no texto de Antony Flew e se refere ao trecho mencionado da *Lógica* de Port-Royal, e que se encontra em Laird, p.67, conforme indica Flew.

> de imaginar – é sempre formar – ou, de certa forma, ser capaz de formar – imagem ou imagens mentais apropriadas (Flew, 1967, p. 459).

Neste trecho ele aponta que o pensamento humiano segue sob a sombra do fato de que, para Hume, aquilo que concebemos forma imagens em nossa mente, de tal modo que as ideias se apresentam à mente de forma objetiva, originando imagens. Sempre que algum termo é mencionado, nossa mente o compreende e nos apresenta uma imagem para representá-lo. Se menciono *feijão*, essa menção gera, na mente de quem recebe este termo e já o conhece, uma imagem que o representa. Não se trata de um discurso a respeito da natureza dos universais dos medievais, mas sim de uma questão de representatividade. Se menciono *feijão* e recebo em minha mente a imagem de uma panela cheia de feijões cozidos é só porque esta foi a imagem que minha mente elegeu para representar a ideia em questão. Se alguém ouve o termo que mencionei e imagina feijões crus, é só porque a mente deste alguém escolheu esta imagem específica para representar a ideia que o termo *feijão* provocou na mente. Não há diferença qualitativa entre os termos, a não ser que eu venha a mencioná-los de forma mais específica, como *feijão cru ou cozido*, por exemplo.

Além disto, Flew retoma a seguinte alegação de Hume (a qual já foi por nós discutida anteriormente), a de que "é uma máxima estabelecida da metafísica que *tudo que a mente concebe claramente inclui a ideia da existência possível*, ou, em outras palavras, que *nada que imaginamos é absolutamente impossível*" (TNH 1.2.2.8), e ressalta que ela pode levar o leitor a "a sugerir que sempre que Hume conecta duas cláusulas fazendo uso da expressão *ou, em outras palavras* ele estará, ao menos em concordância com a concepção comumente aceita de seus termos componentes, os considerando como não equivalentes" (Flew, 169, p. 459). De acordo com a crítica empreendida por Flew, o uso que Hume faz deste conectivo vai contra o sentido usualmente aplicado à expressão em questão. Se há um problema neste uso, ele se inicia, segundo Flew, quando Hume fala sobre "uma imagem ou ideia" (TNH 1.1.7.10)[47], o que coloca imagem e ideia como equivalentes para a mente. Embora Flew mencione outros trechos, deles não nos ocuparemos agora, uma vez que o que se encontra em jogo é a afirmação de que *imagem* e *ideia* representam a mesma coisa. Não há muita novidade aqui, principalmente se considerarmos que esta é uma alegação do próprio Hume, de que "por

[47] A discussão no trecho em questão é sobre a generalização de ideias, mais precisamente, de como conferimos um sentido mais amplo às ideias que temos na mente. Neste processo, Hume alega que o significado de uma ideia de amplo sentido não pode se apoiar sobre uma imagem ou ideia. Marina Frasca-Spada destaca que Flange, "autor do mais detalhado estudo sobre ideias relativas em Hume, concorda que que o principal sentido de 'ideia' nos escritos de Hume é 'imagem'" (Frasca-Spada, 2008, p. 300)

ideias quero dizer as imagens fracas delas (as impressões)[48] no pensamento" (TNH 1.1.1.1). O raciocínio de Flew continua e aponta o que já estava explícito no pensamento humiano, mas sob a luz de um posicionamento descrente: "Uma vez que conceber é identificado com imaginar, e uma vez que ambos são sempre pensados em termos de formar imagens mentais, 'alcançar uma completa e adequada concepção do infinito' seria ter uma ideia ou imagem clara e distinta do infinito" (Flew, 1967, p. 460). Já havia sido estabelecido que pensar, imaginar e ter uma ideia provocam na mente um mesmo efeito: o de formar uma imagem mental do que estiver em questão. Durante o percurso do *Tratado*, inúmeras vezes foi defendido por Hume que uma ideia adequada é aquela da qual concebemos (e pela qual, portanto, imaginamos) todas as suas partes. Assim, a conclusão que se obtém é que se não conhecemos todas as partes de uma ideia, não podemos considerá-la como uma ideia adequada. Se este raciocínio é verdadeiro, como as premissas humianas sugerem sê-lo, uma ideia composta por um número infinito de partes é inconcebível, uma vez que jamais poderíamos formar uma imagem que representasse todas as suas partes[49].

Flew escreve um parágrafo para afirmar que, embora seja verdadeira dentro dos termos de Hume, esta conclusão é inválida. Ele alega que Hume

> ao apontar para o fato de que nossas capacidades mentais são limitadas neste sentido, não entendeu a inteiramente argumentação de que não podemos "formar uma completa e adequada concepção do infinito…": uma conclusão que, deve-se notar, deveria envergonhar alguém que se proponha a desenvolver um extenso argumento acerca desta mesma noção de infinito supostamente inadequada (Flew, 1967, p. 460).

A partir deste trecho, Hume passa ser considerado uma pessoa que não domina bem os recursos da matemática, e que faz uso de uma concepção de infinito considerada inválida. Caso Flew tenha razão e seja aceito que Hume não faz uso de uma definição válida do conceito de *infinito*, todo o conhecimento construído em torno deste conceito se mostra vazio e infundado. Desta forma, Flew afirma que "o segundo dos fundamentos de Hume, embora alegadamente óbvio, é na verdade falso" (Flew, 1967, p. 460). O segundo fundamento ao qual ele se refere é o que afirma que "o que quer que seja capaz de ser dividido ao infinito deve consistir de um número infinito de partes" (TNH 1.2.1.2), e ele seria falso pelo fato de que Hume não trabalha com um conceito adequado de infinito. A certeza de Hume é atacada quando ele é acusado de não ter entendido corretamente as implicações de seu próprio texto, e

[48] Logo nas primeiras linhas do *Tratado* Hume afirma a existência dessas duas percepções da mente com as quais estamos familiarizados, as *impressões* e as *ideias*, sendo estas cópias daquelas.
[49] Podemos sugerir, para um momento futuro, uma discussão a respeito do termo, de como ele pode ser utilizado em conversas e debates cotidianos, mas é pouco provável que se sustente seu uso, dentro da epistemologia humiana, durante um exame filosófico ou científico.

de não notar que há um abismo entre o conceito de infinito utilizado por ele e aquele que é aceito pela matemática. Flew faz uso de um argumento que pretende atacar a arquitetura dos objetos de modo a nos provar que a perspectiva humiana é nada coesa. Ele alega que Hume negligencia o fato de que "dizer que algo é divisível em uma certa quantidade de partes não é dizer que este algo consiste – ou seja, que já esteja dividido – daquele número de partes" (Flew, 1967, p. 460). Ou seja, para Flew, dizer que algo pode ser dividido em um número x de partes não significa afirmar que aquele algo é composto por aquele número x de partes. Para sustentar esta alegação, ele afirma que "um bolo pode ser dividido em uma vasta gama de números diferentes de fatias iguais sem ser constituído, embora já havendo sido dividido, de qualquer número em particular de tais fatias" (Flew, 1967, p. 460). Sendo assim, sua alegação é que um corpo pode ser dividido em um número qualquer de partes iguais e ainda assim não ser composto necessariamente daquele número de partes, sendo a divisão inteiramente arbitrária. Não importa se o bolo foi dividido em 2 ou em 20 fatias de tamanhos iguais: ele permanecerá não sendo constituído de qualquer um destes números de partes. O argumento, supomos, deve ser válido também para todo tipo de quitutes e quitandas, tais como tortas, docinhos e salgados. Dentro da perspectiva de Flew, este argumento é, de fato, muito forte e elegante. Dentro da perspectiva de Hume, como veremos mais adiante, nele não se encontra qualquer fundamento. Ainda assim, esta é a primeira grande crítica de Flew contra o pensamento de Hume no que tange à não divisibilidade infinita do espaço, a saber, que Hume não compreende adequadamente a estrutura dos corpos.

A segunda grande crítica de Flew é voltada para o fato de que Hume não dominava adequadamente os conhecimentos matemáticos e, por essa razão, acabou por não compreender a distinção natural entre os tipos de infinitos, muito embora o percurso do pensamento humiano sugira que ele tenha tido acesso aos textos de Aristóteles. A crítica se encontra encerrada no seguinte trecho: "dizer que algo pode ser dividido infinitamente não é dizer que este algo pode ser dividido em um número infinito de partes. Pelo contrário, é dizer que este algo pode ser dividido, e subdividido, e sub-subdividido quantas vezes se queira: infinitamente, sem limites" (Flew 1967, p. 460). Esta afirmação encontra sua validade na anterior, de que o número de partes no qual divido um corpo qualquer não faz com que tal corpo seja composto por tais partes. De modo análogo, a presente afirmação pretende sustentar que os corpos podem ser divididos infinitamente sem serem compostos por infinitas partes. Para Flew, há uma divergência na abordagem da aplicação do termo *infinito*: Hume considera como algo que vá, de fato, ser infinito, enquanto Flew considera que a divisão pode acontecer sem limites, arbitrada apenas pela vontade de quem opera as divisões. Ao afirmar que uma divisão sempre resulta em algo que possa ser novamente dividido, Flew esbarra na definição de infinito proposta por Aristóteles no tocante ao espaço. Para o filósofo grego, o espaço contínuo é *potencialmente* divisível ao infinito, não o sendo de fato. Ao citar Hume, alegando que "é certo que temos uma ideia de extensão, pois de que outra forma falaríamos e pensaríamos sobre ela?" (Flew, 1967, p. 463, citando TNH 1.2.2.9), Flew parece acreditar que Hume pressupõe a existência de um infinito atual para afirmar que uma divisão atualmente infinita não possa existir, uma vez que falamos e pensamos a respeito de tal infinito. Se fosse assim, Hume estaria fadado ao fracasso e à auto contestação. A despeito de sua crença, de que Hume negligencia a distinção entre os tipos de infinito, o próprio Flew menciona que, conforme apontado por Kemp Smith, o autor do *Tratado* sorveu dos escritos de Bayle para conhecer os tipos de infinito examinados até aquele momento, tornando esta acusação textualmente vazia. Além disto, o infinito não pode ser considerado uma ideia, ao menos não uma que seja adequada, por não sermos capazes de compreender a totalidade de suas partes. A extensão, embora seja composta de incalculáveis partes, nos permite a compreensão de sua totalidade, mesmo com nossa capacidade mental limitada e finita.

O posicionamento de Flew se constrói, portanto, sobre a alegação de que Hume não se ocupa, tampouco se preocupa, com a distinção existente entre o infinito *atual* e o infinito *potencial*. Para Flew este é um erro execrável, uma vez que demonstra pouco domínio sobre as nuances que diferem os dois tipos de infinito. A fim de não cair no mesmo infortúnio de que Flew acusa Hume, vamos nos ater a estes dois tipos de infinito e tentar entender o que os distingue. Primeiramente, o infinito atual é aquele que existe de fato, que pode ser constatado, notado e apontado objetivamente. Seria algo semelhante ao conjunto dos números naturais: são formados por um conjunto de algarismos e não há limite para sua composição, sempre sendo possível eleger um número ainda maior que o anterior. Este tipo de infinito presume a *existência real*, se é que podemos usar este termo, daquilo que se propõe infinito, bem como de seu caráter infinitista. Objetivamente falando, não somente a existência do objeto como também sua infinitude devem existir de fato. Por outro lado, o infinito potencial é aquele cuja existência se resume a termos potenciais, assim como é sugerido por Aristóteles, na *Física,* na descrição do espaço contínuo: ele pode ser dividido quantas vezes se julgar necessário, mas sempre resultará em uma nova parte que aceita uma nova divisão e assim por diante. O infinito potencial não presume a existência real das partes, tampouco que as partes divididas compõem o todo, mas sim que são obtidas a partir dele por um processo arbitrariamente infinito de divisão.

Desta forma, observamos o modo com que Flew faz suas considerações sobre aquilo que ele considerou como sendo inválido ou falho na argumentação de Hume. Em uma crítica mais voltada para a arquitetura dos objetos a serem divididos, ele nega que as partes nas quais um corpo pode ser dividido não existem *a priori* da divisão, sendo criadas conforme as divisões ocorrem. Fogelin, que também teceu acusações sobre a forma como Hume trata os princípios matemáticos envolvidos na concepção do infinito, seguirá por um trajeto diverso. A maior dessas críticas, como veremos, é que Hume não consegue entender adequadamente os princípios matemáticos, algo que poderemos observar a partir de agora.

Robert Fogelin também elege Hume como uma pessoa que não domina o conhecimento matemático e tece, em seu artigo *Hume and Berkeley on the Proofs of Infinite Divisibility*, duas acusações contra o empirista escocês: uma de que o espaço não pode ser composto por partes indivisíveis, e outra de que o argumento da adição utilizado por Hume negligencia a distinção entre partes *alíquotas* e partes *proporcionais*. Como ele destaca, “[...] desde a antiguidade, filósofos tem apresentado argumentos, alguns a um elevado nível de sofisticação, a favor e contra a possibilidade da infinita divisibilidade em vários domínios” (Fogelin, 1988, p. 50), sendo Epicuro o mais antigo dos contrários à divisibilidade infinita mencionados por ele. Uma vez que Epicuro é o mais ancestral deles, Fogelin afirma que os argumentos de vários filósofos, dentre eles Hume, são influenciados pelos mais antigos argumentos neste sentido. O texto de Fogelin cita a seguinte passagem de *De Rerum Natura*, de Tito Lucrécio:

> Além disso, se não há uma coisa menor, todos os corpos minúsculos serão compostos de infinitas partes, já que é certo que a metade sempre terá uma metade, nem haverá algo para estabelecer um limite. Que diferença então haverá entre a soma das coisas e das coisas menores? Não haverá diferença, pois embora a soma do todo seja infinita, as coisas que são minúsculas ainda serão compostas da mesma forma por infinitas partes. (Fogelin, 1988, p. 51, citando Lucrécio, 1947, p. 615-618 – o sublinhado é nosso).

Fogelin cita este trecho, tendo em mente o que os defensores da não divisibilidade poderiam usar contra aqueles que acreditam que é possível dividir algo infinitamente, numa tentativa de redução ao absurdo. Assim, o argumento é que, caso a extensão fosse infinitamente divisível, suas partes deveriam também sê-lo, e igualmente o seriam as partes que compõem aquelas partes, e assim sucessivamente em uma progressão ilimitada. Se fosse de outra forma, não seria infinito e haveria um mínimo que serviria de limite para as divisões. Assim, como destaca Fogelin, todas as coisas seriam do mesmo tamanho, uma vez que não poderíamos diferenciar entre os tamanhos de seus infinitos - supostamente não pode haver um infinito maior que outro – e, portanto, todas as coisas deveriam ser igualmente extensas. Fogelin afirma que “o argumento, é claro, erra o alvo uma vez que os que acreditam na infinita divisibilidade negam que a linha seja composta de partes fundamentais – uma linha é divisível todo o caminho para baixo sem ponto de parada” (Fogelin, 1988, p. 51). Ou seja, ele havia iniciado o argumento e citado o trecho de *De Rerum Natura* com o intuito de estabelecer um ponto de partida para os defensores da não infinita divisibilidade, e agora aponta sua argumentação para defender que eles simplesmente atiram contra o vazio, uma vez que os defensores da infinita divisibilidade não aceitam a noção de espaço discreto, algo que ele parece acreditar que Hume desconhece ou ignora. Ele continua seu texto e afirma que a argumentação de Epicuro diz que, conforme já estabelecido por Hume, “uma extensão composta de infinitas extensões infinitas deve constituir uma extensão infinita” (Fogelin, 1988, p. 51). Desta forma, caso Hume tenha razão e a extensão for formada por partes indivisíveis, a somatória destas partes resultaria em uma extensão infinita. Se considerarmos uma régua escolar de 30 centímetros, podemos perceber que nela existem marcações de centímetros e de milímetros, mas que não há marcação inferior às últimas. Em uma analogia com a régua, se Hume está certo e há um limite perceptível, podemos ignorar a existência de porções ainda menores da extensão; para os propósitos deste exemplo, os pontos indivisíveis que formam a extensão seriam os milímetros inteiros. Assim, em um centímetro seriam encontrados dez milímetros (e a soma dos milímetros em um centímetro seria igual a dez milímetros, jamais ultrapassando isso sem extrapolar o próprio centímetro), ou seja, as partes fundamentais da régua seriam os milímetros. Se eles são as partes fundamentais da régua e aceito a premissa de que posso somá-los infinitamente, seu resultado não seria nada além de absurdo, uma vez que consideraria a existência de partes que não participam da régua.

A resposta de Fogelin vem da seguinte forma:

> é verdade que se pegarmos uma extensão finita (não importando quão pequena seja) e a repetirmos ad infinitum, nós iremos obter uma extensão infinita. Isto, entretanto, está um pouco fora do ponto, pois a prova da infinita divisibilidade depende da possibilidade de sempre construir extensões finitas cada vez menores, como na sequência [½, ¼, ⅛, etc.] cuja soma se aproxima, mas nunca excede, a 1. (Fogelin, 1988, p. 51)

Este trecho demonstra como o próprio Fogelin concorda com o fato de que a somatória de um número infinito de partes da extensão, ainda que muito minúsculas, resultará em uma extensão infinita. A argumentação de Hume determina, basicamente, que a adição de infinitas partes deve resultar em uma extensão infinita. Embora concorde com a conclusão, Fogelin acredita que as premissas que levam até este ponto negligenciam o fato de que a infinita divisibilidade faz uso das partes *proporcionais* e não das *alíquotas*, algo que se encontra subjacente à acusação de Flew a respeito da distinção entre os dois tipos de infinito. Sumariamente, uma divisão que ocorre em partes *alíquotas* é aquela que resulta em partes de tamanhos idênticos. Por outro lado, as partes *proporcionais* seguem dividindo cada parte como sendo uma proporção cada vez menor do todo, jamais atingindo um valor igual a 0 e cuja soma se aproxima, mas jamais excede a 1. Neste caso, podemos entender a dinâmica da divisão observando a sequência das frações proporcionais: 1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32, 1/64 e etc. Se aplicarmos este raciocínio ao exemplo da régua escolar de 30 centímetros, poderíamos tomar um único milímetro dividindo-o ao meio. O resultado disso, que seria ½ milímetro, poderia ser novamente dividido ao meio, resultando em ¼ de milímetro. Este novo trecho poderia ser novamente dividido ao meio, resultando em ⅛ de milímetro. Este fluxo de divisões pode ser levado tão longe quanto se queira, mas cada parte da sequência representará uma determinada proporção do todo e, embora a divisão possa seguir indefinidamente seu resultado jamais atingirá 0, da mesma forma que a soma dessas partes jamais excederá 1. Para Fogelin, Hume desconhece ou despreza esta perspectiva ao negar a possibilidade de se dividir a extensão ao infinito.

Até o momento foram apresentados filósofos que, como Flew e Fogelin, levantam acusações contra Hume que, se sustentadas, provariam que ele desconhece ou não domina adequadamente preceitos matemáticos relativamente fundamentais, sendo, portanto, um mau matemático. As alegações destes comentadores sugerem que ou Hume negligenciava a matemática intencionalmente, ou que ele simplesmente não a dominava o suficiente para entender as nuances destacadas por eles. Há também aqueles que, como Kemp Smith, defendem que há certa discordância entre aspectos fundamentais da teoria de Hume e que elas devem ser resolvidas a fim de salvar a filosofia humiana. Assim há os que atacam a filosofia de Hume e os que atacam a matemática de Hume.

As respostas para as acusações aqui levantadas serão relativamente breves, uma vez que já foram amplamente trabalhadas no decorrer desta pesquisa. Assim, primeiramente falaremos de Flew, que destaca a negligência de Hume com a distinção do infinito potencial e do infinito atual – ao afirmar que ele não nota que, quando se fala sobre o assunto, se refere à divisão em partes *proporcionais* e não em partes *alíquotas* [50] – e como esta negligência afeta a

[50] Se se trata de partes alíquotas, ou seja, partes de dimensões idênticas, a divisão não pode acontecer, seja potencialmente ou de fato. Se se trata de partes proporcionais a divisão pode acontecer infinitamente, tanto em potência quanto em ato. A grande questão a ser levada em consideração aqui é que, para Hume, não conhecemos além de um determinado grau de pequenez e, sendo assim, ainda que haja algo menor do que as menores

validade de seu raciocínio. É seguro afirmar que Flew, ou ignora o fato de que o próprio Hume destaca que o infinito, independente de qual seja, não pode ser concebido adequadamente, seja em virtude de sua grande extensão ou do grande número de suas partes, ou simplesmente age de má fé e acusa o empirista escocês de um delito que ele sabe não ter sido cometido. O primeiro movimento de defesa humiano será o seguinte: "é universalmente aceito que a capacidade da mente é limitada e não consegue jamais atingir uma concepção completa e adequada do infinito: e ainda que não fosse aceito, seria suficientemente evidente a partir da mais simples observação e experiência" (TNH 1.1.2.2). Ou seja, Hume indica que há uma limitação na própria estrutura da mente humana que impossibilita a concepção adequada do infinito, seja ele potencial ou atual. Desta forma é irrelevante qualquer distinção entre os dois tipos de infinito.

Embora seja suficiente a resposta anterior, Hume se estende no argumento e afirma que "também é óbvio que o que quer que seja capaz de ser dividido infinitamente deve consistir de um número infinito de partes e que é impossível estabelecer qualquer limite para o número de partes sem limitar, ao mesmo tempo, a própria divisão" (TNH 1.1.2.2). Então, nossa mente, se não fosse incapaz de conceber uma ideia adequada do infinito, teria de se digladiar com este paradoxo, com o fato de que não haveria um mínimo indivisível ou que este mínimo indivisível seria divisível. O indivisível, por definição, não pode ser dividido de forma alguma e isto faz com que reste a alternativa de que não há um mínimo indivisível. No *Tratado*, ao mencionar que não podemos conceber nenhuma ideia que seja inferior àquele mínimo que concebemos, Hume afirma que

> para formar uma noção correta desses animais, precisamos ter uma ideia distinta que represente todas as suas partes – o que, de acordo com o sistema da divisibilidade infinita, é inteiramente impossível; e, de acordo com o das partes indivisíveis ou átomos, é extremamente difícil, em razão do enorme número e da imensa multiplicidade dessas partes (TNH 1.2.1.5).

Embora possa parecer algo velado, podemos notar que este trecho aborda a distinção que Flew acusa Hume de não ter percebido, a saber, a distinção entre o espaço contínuo e o espaço discreto. Indo por partes, o primeiro aspecto a se destacar é que Hume alega que, para se ter uma noção correta de algo, é preciso ter cada uma de suas partes representadas por ideias distintas, singulares. Isto é, só podemos considerar uma noção como sendo adequada se conhecemos adequadamente suas partes componentes. Hume emenda alegando que esta tarefa

impressões e ideias que percebemos, não podemos jamais operar com tais ideias, posto que nossa mente jamais conseguiria sequer conceber tal percepção inferior a um mínimo. Retomaremos o tema em breve.

é impossível dentro do sistema da divisibilidade infinita, que não é senão o espaço contínuo e seu infinito potencial, e que é algo que dificilmente pode ser alcançado em um sistema atômico, pontual, discreto, dado o enorme número de suas partes. Evidentemente, parte do trabalho de Hume é provar que existe este mínimo indivisível e que ele é perceptível. Já foi amplamente debatido que a epistemologia humiana é empirista e se constrói sobre a máxima de que só conhecemos o que percebemos. Sendo assim, mesmo que haja algo ainda menor que aquele mínimo perceptível, ele não existe empiricamente, ele não existe de modo que possa ser percebido pelo aparelho sensível humano, sendo, desta forma, algo que, ainda que venha a existir, não produzirá qualquer sensação na mente humana. Desse modo, conforme descrito por Hume, havendo um mínimo, nenhuma divisão poderá ser infinita, uma vez que, longa ou curta, tal divisão irá tropeçar no limite imposto pelos *minima sensibilia*. Por conseguinte, nem pode não haver um mínimo indivisível nem pode este mínimo ser dividido, e assim este argumento é facilmente descartado, tendo em vista que a arquitetura de qualquer corpo é, para Hume, composta daquelas partes mínimas a que a mente tem acesso e cuja divisão é inconcebível.

O argumento de Fogelin, por sua vez, alega que Hume negligencia a distinção entre as partes alíquotas e as partes proporcionais, mas isto pode ser refutado com a seguinte nota presente no *Tratado*:

> Foi-me objetado que a divisibilidade infinita supõe apenas um número infinito de partes proporcionais, e não de partes alíquotas, e que um número infinito de partes proporcionais não compõe uma extensão infinita. Mas esta distinção não tem nenhum valor[51]. Quer se denominem as tais partes alíquotas, quer proporcionais, elas não podem ser inferiores àquelas partes minúsculas que concebemos; e, portanto, sua conjunção não pode formar uma extensão menor. (TNH 1.2.2.2)

Em outras palavras, se dividirmos qualquer extensão fazendo uso das partes *alíquotas*, logo iríamos nos deparar com os *minima sensibilia*, aquela ideia da qual a mente não consegue, nem por força da fantasia, extrair qualquer divisão. Assim, se a divisão de uma extensão qualquer for feita em partes iguais, elas serão limitadas por um mínimo perceptível e, sendo limitadas, a divisão não poderá ocorrer indefinidamente. Por outro lado, se tomarmos como base uma divisão que ocorra em partes *proporcionais*, seguindo o padrão anteriormente apontado por Fogelin, seguindo por frações cuja próxima divisão da série seja pela metade da

---

[51] No original, o trecho seguinte – "Mas esta distinção não tem nenhum valor" – se encontra redigido do seguinte modo, a saber, "But this distinction is entirely frivolous", o qual pode ser traduzido por "Mas esta distinção é inteiramente frívola".

atual, jamais poderíamos atingir o limite, jamais haveria um termo para a divisão que não fosse a vontade arbitrária daquele que divide. Se fosse assim, nem seria a divisão limitada e nem a soma de suas infinitas partes resultaria em um valor maior que o original. O argumento de Fogelin é compreensível, mas também é mal direcionado. Como o próprio Hume aponta, a mente é limitada e jamais poderá atingir uma ideia, se é que algo assim possa ser chamado de ideia, que se encontre abaixo dos limites perceptíveis pela mente humana. É interessante destacar que não é uma negação sobre a possibilidade de se existir algo inferior às menores ideias que conseguimos formar, mas sim que não conseguimos conceber ideias além de um determinado grau de pequenez. Se não for possível conceber imagens de ideias menores que os *minima sensibilia*, sejam elas feitas por partes *alíquotas* ou *proporcionais*, então nenhuma divisão poderá acontecer indefinidamente, sempre vindo a ser limitada por nossa capacidade de perceber tais sensações. O exemplo do grão de areia de Hume explica bem este aspecto ao afirmar que, ainda que possamos compreender a proporção que a matemática enuncia ao falar da milésima ou da décima milésima parte de um grão de areia, nossa mente não é capaz de formar ideias ou imagens que representem adequadamente estas proporções. Ou seja, essas imagens trazidas à mente não seriam distintas, mas, se viessem a ser, não representariam adequadamente as ideias que se pretende representar[52].

3.2 O efeito "Hume" na geometria euclidiana"

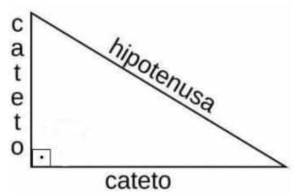
Um dos objetivos de Hume no *Tratado* é provar que conhecemos a partir da relação existente entre impressões e ideias. Durante o percurso da obra, Hume acaba por demonstrar, dentro das concepções de sua epistemologia, uma definição do conceito de espaço inteiramente a partir de pontos físicos indivisíveis. Desta forma, é preciso considerar também as consequências deste espaço puntiforme sobre a geometria euclidiana, uma vez que esta definição não está de acordo com o que é aceito pelos geômetras. Para que estas consequências sejam bem entendidas, é vital saber que a geometria euclidiana se apoia em uma concepção de espaço contínuo, semelhante ao que foi definido por Aristóteles na *Física*. Este caráter contínuo do espaço permite que, dentre outras coisas, ele possa ser objeto de divisões que se direcionem ao infinito. Isto ocorre porque um segmento de reta qualquer, quando participa do espaço contínuo, ao ser dividido, dá origem a dois segmentos distintos, mas que compartilham entre si o ponto em que a divisão aconteceu. Em suma, se uma reta AB é dividida no ponto médio C, ela originará duas retas distintas – AC e CB – que compartilham

[52] Este debate se encontra em TNH 1.2.1.3 e foi citado no item 1.2 da presente dissertação.

entre si o ponto de divisão C. A consequência embutida neste raciocínio é que cada divisão sempre deixará alguma extensão, que é passível de uma nova divisão, que por sua vez resultará em nova extensão passível de nova divisão e assim indefinidamente. Esta é a base da *teoria da divisibilidade infinita*. Sendo assim, se o espaço é, de fato, construído por grandezas contínuas, ele pode ser dividido indefinidamente, cessando suas divisões somente quando a divisão for interrompida arbitrariamente.

Com isto em mente é possível entender teoremas como o da bissecção e o de Pitágoras que, dentre muitos outros, se apoiam sobre a divisibilidade infinita para garantir sua efetividade. O teorema da bissecção define que qualquer reta pode ser dividida ao meio, dando origem a duas outras retas iguais entre si. Desta forma, uma reta composta por quatro unidades de medida daria origem a duas retas compostas por duas unidades de medida, ao passo que outra reta, que seja composta por três unidades de medida, daria origem a duas retas compostas por 1,5 unidades de medida cada. Sabendo que o espaço pode ser dividido indiscriminadamente, qualquer que seja a unidade de medida utilizada, o resultado sempre será possível. Podemos perceber que as divisões em questão são *proporcionais*, e não *alíquotas*.

De modo semelhante, o teorema de Pitágoras prevê que qualquer triângulo retângulo apresenta uma relação necessária entre os lados adjacentes ao ângulo reto, os catetos, e a diagonal oposta ao mesmo ângulo, a hipotenusa. Esta relação é descrita da seguinte forma: a soma dos quadrados dos catetos equivale ao quadrado da hipotenusa ($a^2+b^2=h^2$), conforme apresentada no diagrama abaixo.



Um triângulo retângulo composto por lados de três e quatro unidades de medida terá a hipotenusa igual a cinco unidades de medida, da mesma forma que um triângulo retângulo composto por lados de uma unidade de medida cada terá a hipotenusa igual a 1,414213... Tendo em mente que o espaço euclidiano é contínuo, nenhum desses teoremas encontra qualquer dificuldade para ser testado, posto que as divisões não dependem de qualquer dimensão para serem possíveis. Mas o que aconteceria se o espaço não fosse contínuo, se fosse puntiforme como é o de Hume? Uma das consequências de o espaço ser formado por pontos físicos indivisíveis é que, conforme vimos anteriormente, a divisão de uma extensão, quaisquer que sejam suas dimensões, não pode se repetir indefinidamente. Em algum momento, se a divisão for repetida vezes o bastante, ela irá se deparar com aquilo que ficou conhecido como *minima sensibilia*: a unidade sensível e indivisível da qual o espaço é composto. Isto não é um problema em muitos dos casos, mas para o teorema da bissecção e o de Pitágoras é algo que lança sombras sobre sua validade.

A relação estabelecida entre estes teoremas – da bissecção e de Pitágoras – fomenta o que Emil Badici, em seu artigo *On the Compatibility between Euclidean Geometry and Hume's Denial of Infinite Divisibility,* batizou de *Tese da Incompatibilidade Profunda*[53] que, resumidamente, é a tese que afirma que há uma profunda incompatibilidade entre a geometria euclidiana e a epistemologia humiana. Segundo Badici, Dale Jacquette afirma que

> Berkeley e Hume deveriam rejeitar tanto a bissecção quanto a bipartição de quaisquer segmentos de linha pela seguinte razão. Considere um segmento de linha qualquer. Se ele é finitamente divisível, deve conter ou um número par ou um número ímpar de indivisíveis. Se ele contém um número par de indivisíveis ele pode ser bipartido, mas não bisseccionado, uma vez que ele não tem um ponto médio para ser bissectado. Se ele contém um número ímpar de partes, então ele pode ser bissectado, mas não bipartido, uma vez que ele não poderia ser dividido em dois subsegmentos iguais. (Badici, 2008, p. 233)[54]

Em outras palavras, o trecho presente pode ser explicado da seguinte forma: se (a) o espaço é composto por pontos físicos indivisíveis (b) deve haver um número finito de partes (c) e cada corpo deve ser composto ou por um número par ou por um número ímpar de partes. Se este segmento em particular tiver um número par de partes indivisíveis ele não poderá ser bipartido, ou seja, partido em dois em seu ponto médio. Por outro lado, este mesmo segmento não poderá ser partido ao meio em duas partes iguais. Observando por outro ângulo, se o segmento for composto por um número ímpar de partes indivisíveis ele poderá ser bissectado, partido em duas seções iguais, mas não poderá ser partido ao meio. Ora, lendo descuidadamente este trecho – e também essa explicação – pode-se entender erroneamente que se trata de um mero jogo de linguagem, completamente vazio e desprovido de real sentido. Porém, observando com cuidado, poderemos entender a distinção entre bipartir e bissectar, principalmente considerando a existência de partes indivisíveis na equação.

---

[53] No original *Deep Incompatibility thesis.*

[54] A origem deste pensamento pode ser rastreada até Dale Jacquette que afirma: "se a extensão é finitamente divisível apenas em um número finito de sensíveis inextensos indivisíveis, então um dado segmento de linha finitamente extenso deve conter um número par ou um número ímpar de indivisíveis" (Jacquette, 2001, p. 179)

Segundo Badici, “um segmento de linha pode ser bipartido se ele pode ser dividido em duas partes iguais que são separadas no espaço. A bissecção de um segmento de linha é obtida quando o segmento de linha é cruzado por outra linha exatamente em seu ponto médio” (Badici, 2008, 242). Desta forma, o segmento de reta que é composto por um número par de indivisíveis pode ser bipartido, mas não bissectado, ao passo que o oposto ocorre com um segmento de reta composto por um número ímpar de partes, podendo ser bissectado, mas não bipartido. Em outras palavras, começando pelo teorema da bissecção, podemos afirmar que sua validade permanece inalterada sempre que for aplicado a uma reta composta por um número par destes pontos físicos indivisíveis, mas perece diante de retas compostas de um número ímpar de pontos físicos indivisíveis. No começo da seção, para exemplificar o teorema da bissecção dentro do espaço contínuo euclidiano, a reta composta por três unidades de medida, quando dividida por este teorema, resultaria em duas retas compostas por 1,5 unidades de medida, mas este resultado é impossível se o espaço for composto por unidades indivisíveis, uma vez que dependeria da divisão de uma unidade indivisível. O mais provável é que o ponto médio deixe de participar das retas restantes, dando origem a duas retas compostas por uma unidade de medida e um ponto físico indivisível que não faz parte de nenhuma das retas restantes. O mesmo se aplica a toda e qualquer reta composta por um número ímpar de indivisíveis, já que todo e qualquer número ímpar que for dividido por dois resultará em uma fração terminada em ½, o que impede sua validade por presumir a divisão de um ponto físico indivisível, algo que, por definição, é impossível. Por outro lado, se este segmento fosse constituído por quatro unidades indivisíveis ele poderia ser bissectado, sem dificuldade ou impedimento, em dois segmentos iguais de contendo duas unidades indivisíveis cada. O raciocínio segue seu rumo e mantém sua validade para toda reta ou segmento de reta composto por um número par de partes indivisíveis. A bipartição, por sua vez, presume partir em duas partes iguais um segmento de linha qualquer. Novamente, conforme mencionado no início da seção, no espaço geométrico euclidiano a divisão de uma reta contendo três unidades indivisíveis poderia acontecer irrestritamente, mas isso não se aplica ao espaço discreto, formado por partes indivisíveis. Sendo assim, a bipartição presume fazer uso de um ponto médio para dividir um segmento de reta, algo plenamente possível com retas compostas por um número ímpar de partes indivisíveis e absolutamente impossível com um número par de partes indivisíveis. Desta forma, uma reta 123 pode ser partida no ponto 2 e dar origem a dois segmentos, 1 e 3. uma reta 1234 não poderia ser partida com base na bipartição, uma vez que não há ponto médio. Se houvesse, ele estaria entre os pontos 2 e 3, mas em se tratando de pontos indivisíveis, não há nada entre eles e, portanto, não se pode bipartir qualquer reta composta por um número par de pontos indivisíveis.

Para Badici "a negação da infinita divisibilidade requer uma revisão radical da geometria euclidiana" (Badici, 2008, p. 233), uma vez que a incompatibilidade profunda criada por esta negação levaria qualquer um que esteja comprometido com a tese de que o espaço é composto por pontos indivisíveis a ter de escolher entre abandonar a geometria euclidiana ou reformá-la radicalmente. Ele segue afirmando que

> seria uma tarefa difícil deixar claro o que significa uma revisão da geometria euclidiana ser radical. Em qualquer caso, a rejeição de teoremas centrais como o de Pitágoras contaria como uma revisão radical da geometria. Uma vez que Hume indubitavelmente rejeita a infinita divisibilidade, a incompatibilidade profunda o levaria a executar uma revisão mais radical da geometria do que ele está disposto a admitir. Quando escreveu os Comentários Filosóficos, Berkeley levou a incompatibilidade profunda a sério e pensou que seu comprometimento com os indivisíveis iria lhe exigir que ele rejeitasse a geometria euclidiana e a substituísse pela geometria discreta (Badici, 2008, p. 233).

Assim sendo, embora Badici mencione uma reforma radical da geometria, ele não consegue explicar o que seria uma tal reforma, alegando apenas sua necessidade perante as dificuldades que ela apresenta, como mencionado anteriormente. Ele exemplifica que a rejeição dos principais teoremas da geometria, como é o caso do teorema de Pitágoras, já contaria como uma reforma radical da geometria. Como ele mesmo menciona, Hume é empirista e comprometido com a tese da não divisibilidade infinita, e isto faria com que ele tivesse que pôr em andamento um projeto de reforma da geometria que seria mais radical do que ele poderia querer, e talvez até mesmo aceitar. Badici menciona a obra de Berkeley para deixar claro que, em uma situação semelhante à de Hume, Berkeley escolheu dar voz a uma geometria que seria diferente da euclidiana, a geometria discreta. Para deixar ainda mais claro sua teoria sobre a incompatibilidade profunda, Badici cita a seguinte passagem de Douglas Jesseph, *Berkeley's Philosophy of Mathematics*:

> Se aceitarmos a doutrina dos mínimos sensíveis, a maior parte dos teoremas da geometria seriam literalmente falsos, não apenas aqueles sobre linhas e figuras particulares empregados em uma prova mas, por não ser possível estabelecer uma proporção irracional entre quaisquer duas coleções de mínimos, também aqueles sobre quaisquer linhas ou figuras imagináveis ou perceptíveis que elas possam representar (Jesseph [1993, p. 77] apud Badici, 2008, p. 233).

Badici ainda cita Dale Jacquette e Mark Pressman como comentadores que sustentam a incompatibilidade existente entre os mínimos indivisíveis e a geometria euclidiana. Os trechos citados são os que se seguem:

> Ao negar isto (bissecção e bipartição), Hume se afasta da geometria clássica contínua em direção a uma geometria discreta berkeleyana, algo que ele não reconhece ou tenta desenvolver em nenhum lugar… Da perspectiva da crítica do infinito de Hume, os teoremas da geometria clássica contínua são apenas aproximadamente verdadeiros (Jacquette [2001, p.178-79] apud Badici, 2008, p. 234).
>
> Ou o teorema de Pitágoras… falha, ou a tese de Hume de que os segmentos contêm um número finito de pontos falha (Pressman [1997, p. 239] apud Badici, 2008, p. 234).

Esta coleção de trechos serve para demonstrar que Badici tem razão no tocante à incompatibilidade entre os pontos indivisíveis e a geometria euclidiana, e deixa claro o comprometimento de Hume com estes pontos indivisíveis. Assim sendo, ele considera que este comprometimento o leva para longe de teoremas centrais e fundamentais da geometria euclidiana – vide os recém citados teoremas da bissecção e da bipartição. Nenhuma destas perspectivas, Jesseph, Jacquette e Pressman, seria de fato negativa ao pensamento de Hume, se ele mesmo não tivesse, em diversos pontos de sua obra, se apoiado ou referido à parte dos conhecimentos da geometria euclidiana como sendo verdadeiros. Badici faz uso de um apanhado de excertos do *Tratado*, reproduzidos a seguir, para fomentar esta preocupação de Hume com a geometria euclidiana. Os trechos em questão são:

> Assim, se mencionamos a palavra triângulo e formamos a ideia de um triângulo equilátero particular que lhe corresponda, e se depois afirmamos que os três ângulos de um triângulo são iguais entre si, os outros casos individuais de triângulos escalenos e isósceles, que a princípio negligenciamos, imediatamente se amontoam à nossa frente, fazendo-nos perceber a falsidade desta proposição, que, entretanto, é verdadeira em relação à ideia que havíamos formado (Hume [TNH 1.1.7.8] apud Badici, 2008, p.232).
>
> É partindo da ideia de um triângulo que descobrimos a relação de igualdade que existe entre seus três ângulos e dois retos; e essa relação fica invariável enquanto nossa ideia permanece a mesma (Hume [TNH 1.3.1.1] apud Badici, 2008, p.232).
>
> Ao mesmo tempo, podemos descobrir a razão pela qual a geometria carece de evidência nesse único ponto, enquanto todos os seus outros raciocínios

> merecem nosso mais completo assentimento e aprovação[55] (Hume [TNH 1.2.4.32] apud Badici, 2008, p.232).

Estes trechos foram apontados por Badici com o intuito exato de demonstrar que, embora Hume esteja profundamente comprometido com o espaço formado por pontos físicos indivisíveis, ele poderia incorrer em uma contradição interna e acabar sendo obrigado a abandonar sua concepção de espaço ou todos os argumentos que foram embasados em exemplos ou premissas da geometria euclidiana.

O teorema de Pitágoras também tem sua validade desafiada quando se leva em conta o espaço enquanto construído por pontos físicos indivisíveis. Isto ocorre pela própria natureza do teorema. A citação da alegação de Pressman sobre a invalidade do teorema de Pitágoras perante os pontos indivisíveis é comentada por Badici, que alega que a razão para uma tal invalidação do teorema de Pitágoras é que

> um triângulo com lados consistindo de 100 indivisíveis deve ter, de acordo com o teorema de Pitágoras, a hipotenusa consistindo de 14142135… indivisíveis. Entretanto, nenhum segmento de linha pode consistir de 141,42135… indivisíveis, pois isto significaria que os indivisíveis têm partes (Badici, 2008, p. 234).

Relembrando, o teorema de Pitágoras descreve matematicamente a proporção natural existente entre os lados de um triângulo retângulo e sua diagonal na forma de $h^2=a^2+b^2$. Como citado anteriormente, se um triângulo retângulo apresentar lados com três e quatro unidades de medida, independentemente da unidade adotada, a hipotenusa será composta por cinco unidades de medida. O real problema para este teorema surge sempre que nos deparamos com triângulos retângulos cuja proporção entre os lados e a diagonal resulta em números irracionais, tal como ocorre com um triângulo retângulo cujos lados apresentem uma unidade de medida e a diagonal corresponda a 1,4142135... unidades de medida. É válido lembrar que, neste momento, o espaço levado em consideração é o espaço físico humiano, composto por pontos físicos indivisíveis o que, por definição, torna impossível que haja qualquer lado composto por qualquer fração, racional ou não, de pontos indivisíveis, uma vez que eles não têm partes ou não podem ser fracionados.

[55] O argumento de Hume segue no sentido de demonstrar a razão pela qual a geometria falha e, desta forma, ele afirma: “Pois é evidente, já que não há ideia de quantidades infinitamente divisíveis, que não se pode imaginar um absurdo mais evidente que esse, que o esforço de se provar isto por meio de ideias que são diretamente opostas a este sentido” (TNH 1.2.4.32). Ou seja, para Hume, é absurdo querer, a partir de ideias indivisíveis, provar a certeza da geometria infinitista euclidiana.

Hume, porém, não pretende participar de nenhum projeto radical de reforma da geometria euclidiana, tampouco abandonar sua concepção de espaço para poder manter a validade de sua teoria ao mesmo tempo em que mantém a validade da geometria euclidiana. Berkeley, que se viu em situação semelhante a esta de Hume – comprometido com os pontos indivisíveis e preocupado com a validade da geometria euclidiana –, propôs uma solução nas obras *Princípios* e *Analista*: a teoria da generalidade representativa. Em suma, as linhas percebidas imediatamente através da sensibilidade não desempenham o papel de objetos geométricos, mas sim de representações de outras linhas que não são de fato percebidas. A intenção por trás desta teoria é a de refutar esta incompatibilidade profunda, mas, nas palavras de Badici, "falha em refutar a perspectiva da incompatibilidade profunda" (Badici, 2008, p. 235), uma vez que torna possível apenas tratar os teoremas da geometria euclidiana enquanto "falsos mas úteis em solos instrumentais (como aproximações das relações entre figuras geométricas)" (Badici, 2008, p. 234). Embora frequentemente pareçam concordar em alguns aspectos, a tratativa de Hume para este dilema é notavelmente distinta da de Berkeley.

Conforme vimos anteriormente, embora alguns autores defendam que Hume, para manter sua teoria do espaço formado por pontos físicos indivisíveis, deva abandonar a geometria euclidiana ou reformá-la, ele não opta por nenhuma destas alternativas. Conforme é mencionado por Badici, em seu artigo *A geometria finita de Hume: uma resposta a Mark Pressman*, por exemplo, Lorne Falkenstein defende que o teorema de Pitágoras é compatível com a negativa da incompatibilidade profunda, ou seja, sua validade permanece sem ser afetada por ela. No texto mencionado, Falkenstein afirma que "Pressman ignora que há uma terceira alternativa. Esta é a alternativa que, em um espaço finitamente divisível, só é possível certos tipos de triângulos existirem" (Falkenstein, 2000, p. 183). Os triângulos aos quais ele se refere são aqueles em que os lados sejam comensuráveis com os lados, como acontece com o triângulo de lados 3, 4 e 5 mencionado anteriormente. A premissa de Falkenstein se constrói, portanto, sobre o argumento de que não há triângulos retângulos para todas as conjunturas de lados, ou seja, nas palavras de Badici "isto é possível se abandonarmos a premissa de que para quaisquer dois números naturais, n e m, haja um triângulo retângulo cujos dois lados na esquerda e na direita daquele ângulo reto consistam de n e m indivisíveis, respectivamente" (Badici, 2008, p. 235). Esta alternativa não parece ser coerente, uma vez que parece pouco provável que, de fato, haja tal restrição natural para a construção de triângulos retângulos. Além disto, esta suposta solução só apresentaria resultado perante o problema do teorema de Pitágoras, mantendo a incompatibilidade no tocante ao teorema da bisseção.

3.3 A Manutenção da Geometria Euclidiana

Diversos aspectos foram apresentados por Hume em seus textos, desde o modo como obtemos as ideias das quais falamos, pensamos e raciocinamos, até a forma como estas mesmas ideias se comportam e se relacionam na mente humana. Como enuncia o título desta dissertação, o intuito aqui é fazer uma análise da geometria euclidiana a partir da ótica de Hume, o que vem sendo feito desde o capítulo 2. Como vimos na seção anterior, de acordo com Badici, há uma incompatibilidade profunda entre a geometria euclidiana e a tese de que o espaço não é contínuo, mas sim discreto e formado por pontos indivisíveis. Como apontado, esta incompatibilidade levaria qualquer filósofo que se coloque como um defensor da teoria dos pontos indivisíveis a um dilema de grandes proporções, uma vez que as duas teorias não poderiam coexistir. Berkeley propôs, como vimos, a geometria discreta como substituta para a geometria euclidiana, de modo a conseguir se manter fiel aos pontos físicos indivisíveis e, ao mesmo tempo, salvar a geometria como uma ferramenta útil em solos instrumentais.

Hume, entretanto, se esquiva da incompatibilidade profunda de uma maneira distinta e original. O ponto central de sua defesa da coexistência dos pontos físicos indivisíveis e da validade da geometria euclidiana é a distinção que ele faz entre dois padrões distintos de igualdade: um que é preciso e um que é impreciso. É da distinção natural existente entre estes dois padrões[56] que Hume constrói a validade de sua teoria do espaço no que diz respeito à geometria euclidiana. Como é usual no *Tratado*, Hume busca expor, ou mesmo supor, questões que poderiam ser levantadas contra seus escritos no corpo do próprio texto. Ele não foge deste método ao defender a não divisibilidade infinita do espaço. Após uma descrição da incapacidade de se estabelecer que o espaço é infinitamente divisível, Hume questiona o que querem dizer os matemáticos "quando afirmam que uma linha ou superfície é IGUAL a, ou MAIOR ou MENOR que as outras?"[57] (TNH 1.2.4.18). Isto é, o intuito dele é saber qual é o tipo de padrão de igualdade que os matemáticos usam, ou seja, como eles podem aferir e garantir a validade de suas informações a respeito da igualdade ou não de objetos geométricos. Hume alega que é escasso o número de matemáticos "que defendem a hipótese dos pontos indivisíveis; ainda assim eles têm a mais rápida e justa resposta para a atual pergunta. Eles apenas precisam responder[58] que as linhas ou superfícies são iguais quando o

[56] Déborah Danowski traduz o termo "standard" como critério. Faremos uso da tradução apresentada no texto.
[57] Destaques presentes na tradução de Débora Danowski.
[58] No original: they only need to reply. Esta expressão pode ser traduzida como eles apenas precisam responder, mas também pode ser traduzida como eles apenas precisam replicar, no sentido de reproduzir. Este último sentido indica que não há preocupação com a busca pela resposta e sua compreensão, mas apenas a preocupação com ter uma resposta disponível para quando a pergunta surgir.

número de pontos em cada uma for igual" (TNH 1.2.4.19). Desta forma, ainda que haja poucos matemáticos que concordem com o advento dos pontos indivisíveis, todos parecem concordar que a igualdade é determinada em termos objetivos, enumerando a totalidade dos pontos componentes nos objetos comparados e, desta forma, declarando-os como iguais ou como distintos. Parece evidente a validade de uma tal resposta, de modo que, de fato, parece sensato decidir se duas retas são iguais pela contagem dos pontos que compõem cada uma das retas comparadas. Em resposta a esta definição, Hume afirma que "esta resposta é *justa*, tanto quanto óbvia; ainda assim posso afirmar que este padrão de igualdade é inteiramente *inútil*, nunca é de uma tal comparação que determinamos objetos como sendo iguais ou desiguais em relação uns aos outros" (TNH 1.2.4.19) Em outras palavras, o que Hume quer dizer com esta afirmação é que, embora este padrão de igualdade, baseado na numeração dos pontos componentes dos objetos comparados, seja exato, sua exatidão é ideal, jamais podendo ser alcançada em sua totalidade. Esta alegação encontra-se na seguinte afirmação de Hume:

> pois os pontos que participam da composição de qualquer linha ou superfície, seja percebida pela visão ou pelo toque, são tão pequenos e tão confundido uns com os outros, que é totalmente impossível para a mente computar seus números, e uma tal comparação jamais nos fornecerá um padrão pelo qual possamos julgar as proporções. Ninguém jamais será capaz de determinar, por uma exata enumeração, que uma polegada tem menos pontos que um pé, ou um pé tenha menos pontos que um côvado ou qualquer outra medida maior (TNH 1.2.4.19).

Desta forma, o mais objetivo e exato método de comparação de linhas e superfícies é inútil para os propósitos de comparação de objetos reais. Não há dúvida alguma que em um enunciado que já diga quantos pontos existem em cada reta seja plenamente possível fazer uso de um tal padrão exato de igualdade. Por outro lado, um enunciado destes seria algo desse tipo: *uma reta com dez pontos é igual a uma reta com dez pontos?* Não é necessário muito esforço para perceber que esta pergunta é tão correta quanto tautológica, mas é exatamente isto que se propõe ao dizer que suas retas são iguais se são compostas por um número idêntico de pontos. Sendo assim, o fato de esta *definição* de igualdade estar correta de acordo com este padrão preciso, ela, a definição, não é viável para a mente na condição de critério verificável, uma vez que é improvável que alguém seja capaz de computar precisamente a quantidade de pontos presentes em uma linha. O mais viável para este padrão é que se façam conjecturas a respeito desta enumeração, mas isto deixaria completamente desarmada a precisão que se espera deste padrão preciso de igualdade.

Esta definição, exata e inútil, ainda sofre mais um golpe, segundo Hume. Ele afirma que para aqueles "que imaginam que a extensão é divisível *in infinitum*, é impossível fazer uso desta resposta, ou estabelecer a igualdade de qualquer linha ou superfície por uma enumeração de suas partes componentes" (TNH 1.2.4.20). Considerando que, conforme trabalhamos durante o percurso desta pesquisa, uma extensão que seja infinitamente divisível é composta por um número infinito de partes, a alegação supracitada é nada mais que correta. Se a extensão é infinitamente divisível, e caso se pretenda fazer uso de um padrão de igualdade baseado na enumeração das partes componentes, então seria necessário estabelecer um limite para a divisão ou especular uma quantidade de pontos de um determinado tamanho para que possamos comparar, mas isto também seria o mesmo que estabelecer uma limitação para o processo de divisão. Assim, ou se defende a extensão como sendo infinitamente divisível, abandonando o padrão exato de igualdade, ou se defende o padrão exato de igualdade, deixando de lado a crença na extensão contínua. Seja qual for a decisão tomada, o resultado não se altera, uma vez que, nas palavras de Hume

> segundo sua hipótese, tanto as figuras menores como as maiores contêm um número infinito de partes, e uma vez que números infinitos, propriamente falando, não podem ser nem iguais nem desiguais entre si, a igualdade ou a desigualdade entre suas porções quaisquer do espaço jamais pode depender da proporção entre o número de suas partes. Pode-se bem dizer que a desigualdade entre um côvado e uma jarda consiste na diferença entre os números de pés de que são compostos; e a desigualdade entre um pé e uma jarda, na diferença entre os números de polegadas. Mas, como a quantidade que chamamos de uma polegada em um caso é supostamente igual à que chamamos de polegada no outro, e como é impossível para a mente encontrar tal igualdade prosseguindo ao infinito com essas referências a quantidades inferiores, é evidente que, ao final, devemos fixar algum critério de igualdade que não seja uma enumeração das partes (TNH 1.2.4.20).

Sendo assim, para Hume, aqueles que defendem que o espaço seja contínuo, ou seja, infinitamente divisível, não poderão fazer uso desta definição exata e precisa do padrão de igualdade, uma vez que o próprio infinito não pode ser igual ou desigual em comparação a outro infinito. Se dois segmentos de retas, compostos por infinitos pontos, são comparados, e se iremos utilizar o padrão preciso de igualdade para sanar a dúvida a respeito de sua igualdade ou desigualdade, nossa resposta não poderá ser tão precisa quanto o próprio padrão sugere, uma vez que não somos capazes de contar a quantidade total de pontos que existem em um segmento de reta infinitamente divisível, posto que eles são infinitos. Quando Hume alude à diferença entre um côvado e uma jarda, assim como entre uma jarda e um pé, ele menciona que são utilizadas medidas comparativas que são supostamente iguais, ou, em outras palavras, há uma concessão sobre qual unidade é componente de qual outra, e sobre o fato de que as unidades componentes são consideradas como iguais. Isto é, se a diferença entre um côvado e uma jarda é o número de pés que faltam para aquele que é menor, a jarda, alcançar o maior, o côvado, só podemos afirmar com precisão sobre quantos pés faltam para uma jarda se tornar tão grande quanto um côvado, supondo ou imaginando que cada pé é igual, que é, portanto, composto do mesmo número de partes, sejam elas polegadas ou centímetros. Não parece saudável, para a manutenção de um padrão preciso de igualdade, que seu uso seja baseado em concessões e suposições, pois, sendo assim, a exatidão que a contagem de partes poderia vir a garantir para uma comparação seria completamente enfraquecida ao ser tomada por suposições a respeito de quantos pontos participam de cada segmento infinitamente divisível.

Hume comenta em seguida que há quem afirme "que a igualdade é mais bem definida pela *congruência*, e que duas figuras são iguais quando, ao colocarmos uma sobre a outra, todas as suas partes se correspondem e se tocam mutuamente" (TNH 1.2.4.21). Em outras palavras, na comparação de dois objetos geométricos, para considerar se são iguais ou desiguais, devemos sobrepor os objetos comparados e deveremos considerar como sendo iguais os casos em que todas as partes de um objeto encontrem correspondência no outro objeto, e vice-versa, e se toquem mutuamente, ou seja reciprocamente. Hume vai além e diz o seguinte:

> A fim de julgar essa definição, consideremos que, como a igualdade é uma relação, ela não é, estritamente falando, uma propriedade contida nas figuras mesmas, surgindo somente pela comparação que a mente faz entre elas. Se, portanto, ela consiste nessa aplicação imaginária e nesse contato mútuo entre as partes, devemos ao menos ter uma noção distinta dessas partes, e devemos conceber seu contato (TNH 1.2.4.21).

O argumento de comparação, desta vez, se baseia no contato entre as partes, mais precisamente, se baseia no contato mútuo entre todas as partes dos objetos comparados. Assim, para comparar duas páginas de um mesmo jornal fazendo uso deste método, devemos sobrepor uma a outra de modo que todas as suas partes se toquem. Se houver esta reciprocidade entre as partes, poderemos considerar como sendo iguais as duas páginas, mas se não houver reciprocidade, deveremos considerar as páginas como sendo desiguais. Como podemos, de alguma forma, comparar cada uma das partes a fim de saber se há contato mútuo? A fim de solucionar este dilema, Hume alega que "nessa concepção, teríamos que reduzir essas partes à menor dimensão concebível – pois o contato entre partes grandes nunca tornaria essas figuras iguais" (TNH 1.2.4.21). Em outras palavras, considerando que as partes grandes de dois objetos comparados não podem nos fornecer um padrão de igualdade, para conseguir uma comparação fidedigna seria necessário que cada uma das partes de um dos objetos em questão fosse comparada com sua suposta contraparte do outro objeto. Se conseguirmos reduzir a este mínimo, conseguiremos comparar adequadamente os objetos, parte a parte. Nem tudo são flores. Hume segue alegando que mesmo esta comparação é inviável. Ele diz que "as menores partes que podemos conceber são justamente os pontos matemáticos; e, consequentemente, esse critério de igualdade é o mesmo que aquele derivado da igualdade entre o número de pontos, que já mostramos ser um critério correto, porém inútil" (TNH 1.2.4.21).

Como o próprio Hume diz sobre este tema, "devemos, portanto, buscar a solução da presente dificuldade em outro canto" (TNH 1.2.4.21). Este outro canto a que ele se refere é o que foi mencionado anteriormente como sendo um padrão impreciso de igualdade. Embora seja impreciso por definição, ele se constrói de forma a ser muito mais útil para nossa mente do que o padrão preciso de igualdade. Fazendo uso de sua retórica, Hume menciona que

> há muitos filósofos que se recusam a apontar um critério de igualdade, afirmando, em vez disso, que basta apresentar dois objetos iguais para que tenhamos uma noção correta dessa proporção. Sem a percepção dos objetos, dizem eles, qualquer definição é infrutífera; e quando percebemos os objetos não temos mais necessidade de definições (TNH 1.2.4.22).

Desta forma, de acordo com Hume, há aqueles que defendam que nenhuma definição para aferirmos a igualdade ou desigualdade entre dois objetos é, de algum modo, necessária. Esta alegação se baseia no fato de que, para estes filósofos, é da comparação entre os objetos que a mente pode atestar sua igualdade ou desigualdade. Em outras palavras, percebemos os objetos e, imediatamente[59], conseguimos falar sobre a igualdade ou desigualdade resultante de uma tal comparação. Desta forma, nenhuma definição é útil sem que possamos perceber os objetos, e nenhuma definição é necessária quando percebemos os objetos.

Sobre o segundo padrão de igualdade, Hume afirma que "a única noção útil de igualdade ou desigualdade deriva da aparência una e global, bem como da comparação entre objetos particulares" (TNH 1.2.4.22). Considerando que se trata de uma epistemologia fortemente baseada na experiência sensível, não é de se estranhar que Hume defenda que um

[59] Por imediatamente quero dizer de forma instantânea e sem o intermédio de qualquer ferramenta ou definição.

critério adequado de verificação de igualdade entre objetos geométricos seja baseado na sensibilidade[60]. Ele defende que

> é evidente que o olho, ou antes a mente, é com frequência capaz de determinar, de uma só vez, as proporções dos corpos, declarando-os iguais, maiores ou menores uns em relação aos outros, sem ter de examinar ou comparar o número de suas partes diminutas. Tais juízos não são apenas comuns, mas, em muitos casos, são também certos e infalíveis. Quando se apresentam as medidas de uma jarda e de um pé, a mente não tem como questionar se a primeira é mais comprida que a segunda... (TNH 1.2.4.22).

Aqui fica claro o posicionamento empirista de Hume, mesmo em relação a um tema que possa parecer não ser empírico. Entretanto, como todas as ideias ganham acesso à mente humana a partir de alguma impressão primária, ele é plenamente capaz de afirmar que podemos, com um golpe de vista, perceber se os objetos comparados são iguais ou não, se são maiores ou menores uns em relação aos outros. Isto é, com uma olhadela, sem intermédio de qualquer ferramenta para podermos comparar, é possível determinar sobre as dimensões dos corpos que se apresentam à mente sem se preocupar com qualquer contagem de partes, sejam elas finitas ou não. O próprio Hume afirma que estes juízos são comuns, uma vez que não é necessário qualquer método complexo de verificação e, além disso, estes juízos, em sua maioria, são certos e infalíveis. O exemplo que é dado fala sobre a diferença entre jardas e pés e pretende mostrar o quão fácil é, para a mente, comparar e determinar se os objetos são ou não iguais, se são maiores ou se são menores. Um quilômetro é maior que um metro e esta é uma comparação que pode ser feita numericamente ou empiricamente. Um metro é maior que um centímetro e é tão fácil determinar qual é maior quanto foi no exemplo anterior. Este raciocínio se aplica a todo e qualquer objeto comparado, o que faz com que este método seja acessível e, frequentemente, correto.

A sequência de exemplos dada, a respeito da diferença entre quilômetros, metros e centímetros serve para demonstrar sobre a assertividade desta informação, mas deixa uma dúvida pairando no ar: como comparar objetos diminutos? Como o próprio Hume afirma “nossos juízos nesses casos são tão passíveis de dúvidas e erros quantos os juízos acerca de qualquer outro assunto” (TNH 1.2.4.23) e, embora possa se esperar que ele venha a sugerir que seja descartado este método de comparação, seu pensamento continua voltado para este método empírico de comparação. Ele defende que “frequentemente corrigimos nossa primeira

---

[60] Andrea Cachel afirma que “Hume está mostrando que a geometria se funda na percepção, tendo em vista que suas entidades básicas não são conceitos abstratos” (Cachel, 2017, p. 26).

opinião mediante uma revisão e uma reflexão, declarando serem iguais certos objetos que antes havíamos considerado desiguais; ou vendo como menor um objeto que nos parecera maior que outro" (TNH1.2.4.23). Devemos notar que, ao invés de descartar o método e buscar um novo, Hume sugere que sejam feitas correções, mas não no método, e sim nos próprios juízos. Percebendo que podemos errar em nossos juízos, como quando não sabemos se uma pessoa que se encontra distante de nós é alta ou baixa, podemos estimar novamente o juízo, fornecendo a ele uma nova descrição. Desta forma, aquela pessoa que foi considerada baixa passa a ser considerada alta a partir do momento em que nossa sensibilidade se torna capaz de nos fornecer impressões mais adequadas, de modo a nos permitir uma análise melhor e, portanto, um juízo melhor, mais assertivo. O argumento de Hume se estende e ele afirma que "é frequente descobrirmos nosso erro por uma justaposição dos objetos; ou, quando isso é impraticável, pela utilização de uma medida comum e invariável, que aplicamos sucessivamente a cada um deles, informando-nos, assim, sobre suas diferentes proporções" (TNH 1.2.4.23). Ou seja, quando há dúvida, ou quando por qualquer outra razão for necessário, podemos colocar os objetos em justaposição, de modo a comparar se a aparência dessa justaposição pede ou não revisão nossos juízos anteriores. Nos casos em que isto não é possível, como para medir se um campo de futebol é maior que o outros, por exemplo, podemos fazer uso de ferramentas de aferição para podermos emitir juízos corretos ou revisar juízos anteriores. Uma régua não é necessária para indicar se uma folha de papel tamanho A4 é maior que outra, mas pode ser necessária para dizer se o lápis azul é maior ou menor que o vermelho. Desta forma, esta nossa aferição pode ser reformada sempre que se mostrar necessário, e esta frequente correção faz com que, cada vez mais, sejamos capazes de emitir juízos mais precisos e exatos, sem que seja necessário contar as partes componentes ou estar sempre atrelado ao uso de ferramentas de medida. Como o próprio Hume afirma, "e mesmo essa correção é suscetível a novas correções, e a diferentes graus de exatidão, de acordo com a natureza do instrumento pelo qual nos medimos os corpos e o cuidado que empregamos na comparação" (TH1.2.4.23).

Em termos mais diretos, Hume defende que haja uma diferença entre os dois tipos de padrão de igualdade que vai além da própria exatidão de cada um, mas que se atém à utilidade deles. Lembrando que o padrão preciso de igualdade se mostra válido em sua definição, que prevê uma forma de se definir se dois copos são *exatamente* iguais, seja por sobreposição, contagem de partes ou qualquer outro método que lhe seja útil, se mostra também inviável pela quantidade imensa, incontável, mas nunca infinita, de partes que compõe cada corpo comparado. Por outro lado, o padrão impreciso de igualdade nos fornece uma forma de comparar os objetos que, como o próprio nome diz, é *imprecisa*, incapaz de definir com exatidão se dois corpos são iguais ou não, mas apresenta a viabilidade da fluidez que a própria definição apresenta. A igualdade ou desigualdade dos corpos é definida apenas pela aparência percebida, mas pode ser corrigida por instrumentos de medição, por observações a partir de novas perspectivas e até mesmo pelo acúmulo de experiências que a mente obtém com o passar do tempo.

Toda esta exegese de se diferenciar dois padrões distintos de igualdade[61] tem o objetivo de mostrar como Hume se esquiva dos problemas apresentados pela incompatibilidade profunda levantada por Badici anteriormente, e é nisso que nos deteremos agora. Na condição de empirista, não surpreende que Hume veja o mundo a partir do padrão impreciso de igualdade, uma vez que para ele só conhecemos pelas aparências que percebemos. Mas, como é possível que a adoção deste padrão de igualdade lhe permita manter a validade da geometria euclidiana e a existência dos pontos físicos indivisíveis simultaneamente? Como mostrado anteriormente, a incompatibilidade profunda foi apoiada, principalmente, sobre dois teoremas da geometria euclidiana, a saber, o da bisseção e o de Pitágoras. A incompatibilidade se constrói sobre o fato de que, havendo um número finito de partes e que elas sejam, portanto, indivisíveis, estes teoremas não poderiam ser livremente aplicados, o que levaria Hume a abandonar ou a geometria euclidiana ou sua concepção de espaço formado por pontos físicos indivisíveis. Ao adotar o padrão impreciso de igualdade, Hume afirma que "o acréscimo ou a subtração de uma dessas partes minúsculas não é discernível nem pela aparência dos corpos nem pela medição." (TNH 1.2.4.24). A defesa de Hume, de que a geometria deva se apoiar neste padrão de igualdade, pode ser vista mais claramente quando ele afirma que "como a própria ideia de igualdade é a de uma aparência particular corrigida por justaposição ou por uma medida comum" (TNH 1.2.4.24), "temos de continuar recorrendo ao julgamento fraco e falível que produzimos baseado na aparência dos objetos, e que corrigimos por meio de um compasso ou uma medida comum" (TNH 1.2.4.29). Como vimos, para Hume os juízos de igualdade baseados apenas nas aparências "não são apenas comuns, mas, em muitos casos, são também certos e infalíveis" (TNH 1.2.4.22), e, além disto, conforme dito anteriormente, eles podem ser revistos e corrigidos "mediante uma

[61] Vale mencionar Miren Boehm, que alega que "embora, em sua discussão sobre a geometria, ele se ocupe em grande parte com as ideias, Hume não apenas *examina* nossas ideias de igualdade, linhas retas, etc., da perspectiva de sua lógica ou ciência da cognição, mas ele implanta seu exame destas ideias para desafiar os matemáticos, e mais que isso, para fazer tremer as fundações da geometria" (Boehm, 2013, p. 8).

reflexão, declarando serem iguais certos objetos que antes víamos como desiguais; ou vendo como menor um objeto que nos parecera maior que outro" (TNH 1.2.4.23).

Outro aspecto que demonstra a preocupação de Hume com o tipo de padrão de igualdade que a geometria euclidiana deve usar surge quando ele afirma que "o critério original de uma linha reta, na realidade, não passa de uma certa aparência geral" (TNH 1.2.4.30). Esta discussão, a respeito de linhas retas, vem à tona quando ele passa a questionar todos os aspectos que uma possível escolha pelo padrão preciso de igualdade poderia provocar. Segundo Hume, quando "os matemáticos pretendem dar uma definição exata de uma reta quando dizem que *é o caminho mais curto entre dois pontos*" (TNH 1.2.4.26), eles mais observam uma propriedade das retas do que de fato a definem. Além disto, para ele, a definição de uma reta não pode ser fornecida em termos explicativos, mas sim demonstrada pela própria reta. Se a definição de reta for, de fato, *o caminho mais curto entre dois pontos*, não poderíamos, por exemplo, afirmar "que o caminho mais reto é sempre o mais curto" (TNH 1.2.4.26), pois isto seria o mesmo que dizer "o caminho mais curto é sempre o mais curto" (TNH 1.2.4.26). O mesmo problema se aplica às superfícies quando os matemáticos as definem "como produzidas pelo deslocamento de uma reta"(TNH 1.2.4.28), uma vez que esta definição de superfície plana se apoia na definição anterior de reta e acaba sendo uma "descrição circular, pois explica uma coisa por ela mesma"(TNH 1.2.4.28). Hume afirma que "como o critério último para estas figuras não é derivado senão dos sentidos e da imaginação, é absurdo falar de qualquer perfeição que ultrapasse a capacidade de julgamento dessas faculdades" (TNH 1.2.4.29). Desse modo, remove, segundo seu entendimento, o caráter de exatidão almejado pela geometria euclidiana, mas lhe fornece um novo caráter, capaz de suportar as nuances dos objetos geométricos, permitindo que suas correções possam ocorrer mais livremente, proporcionando assim um menor grau de exatidão, mas com critérios e padrões de igualdade capazes de serem aferidos, seja pela sensibilidade, seja pela imaginação. Este aspecto é de uma importância ampla dentro do pensamento de Hume, uma vez que, para ele, se o padrão preciso de igualdade fosse adotado, ele coincidiria, conforme notou Badici, com a definição de que "duas retas são iguais se, e apenas se, elas consistirem do mesmo número de indivisíveis" (Badici, 2008, p. 235), uma teoria refutada por Hume ao afirmar que "por dizerem respeito a objetos tão minúsculos, elas não são propriamente demonstrações, uma vez que são construídas sobre ideias inexatas e sobre máximas que não são precisamente verdadeiras" (TNH 1.2.4.17).

O terceiro capítulo, conforme anunciado, apresentou o objeto central da discussão proposta pelo título da pesquisa: um exame da geometria euclidiana levando em consideração a não divisibilidade do espaço. Como exposto, Hume encontrou um meio seguro de manter seu comprometimento com a teoria dos pontos físicos indivisíveis, refutando a possibilidade de se dividir o espaço indefinidamente, já que tais divisões terminariam por aniquilar os átomos sensíveis dos quais a sensibilidade humana se serve para construir o que conhecemos. Ao mesmo tempo, em oposição àquilo que é proposto por muitos comentadores, mostramos como Hume evita as críticas ao seu sistema atômico, ao passo que consegue manter a validade da geometria euclidiana, sem a necessidade de adoção de artifícios e convenções, como proposto por Berkeley, por exemplo. Assim sendo, podemos, sem qualquer dúvida ou receio, afirmar que, dentro dos pressupostos adotados por Hume, a divisão infinita do espaço é não só impossível, como também é inconcebível.

Conclusão

Esta dissertação foi elaborada e se desenvolveu em torno de um aspecto da epistemologia de David Hume: o fato de que não podemos dividir infinitamente o espaço. É evidente que não é tão simples assim e que há muito mais do que este aspecto em jogo. Sendo assim, para que tenha sido possível completar esta tarefa, a pesquisa foi dividida em três partes, sendo cada uma separada em cada um dos capítulos, mas que são conectadas entre si pelo fio condutor do *princípio da cópia*. Como foi trabalhado durante o texto, este princípio é fundamental e permeia toda a epistemologia humiana, interligando todos os temas abordados aqui, ainda que indiretamente. Hume é assertivo em relação ao seu posicionamento sobre o espaço e como ele é construído, bem como em relação à indivisibilidade das ideias que compõem a noção de espaço. Foi apontada uma consequência para a geometria como sendo resultante deste posicionamento humiano, uma consequência tão importante que acabou se tornando um novo objetivo para a pesquisa: o efeito dos pontos indivisíveis na geometria euclidiana. Porém, vamos parte a parte.

No primeiro capítulo desta pesquisa foram apresentados os principais conceitos a serem utilizados durante o texto. São princípios e fundamentos básicos da filosofia de Hume e, desta forma, merecem o devido zelo e respeito se nossa proposta é trabalhar dentro dos preceitos humianos. Este capítulo leva o nome de *Mente, concepção e limites* e trabalha o que o nome propõe. Inicialmente, trata-se de uma estruturação do modo como a mente funciona e de como temos acesso às ideias, ou melhor, de como as ideias são inseridas na mente. O primeiro item do capítulo, *A afecção e a relação impressão-ideia*, trata exatamente do modo pelo qual nossa mente se torna ciente das ideias. Neste momento, é explicado que a mente *percebe* dois tipos de sensações, que diferem entre si pelos graus de força e vivacidade. Estas duas percepções recebem os nomes de *impressões* e *ideias*, sendo as últimas cópias das primeiras. Ou seja, as impressões, quando se fazem perceber, afetam nossa mente deixando nela cópias de si mesmas, idênticas em todos os aspectos com exceção dos graus de força e vivacidade. As ideias, sendo estas cópias enfraquecidas das impressões, só passam a habitar a mente humana após a experimentação das impressões que lhes deram origem, de modo que não há na mente humana nada que não tenha sido impresso anteriormente ali. Há aqui uma relação de referência entre as duas: nenhuma impressão afeta e mente sem deixar uma ideia e nenhuma ideia habita a mente sem ter sido impressa anteriormente. Evidentemente, embora seja verdadeira, esta afirmação deve ser feita com ressalvas, uma vez que há uma nova dicotomia nas percepções da mente. De fato, na epistemologia humiana, só existem, enquanto percepções da mente, as impressões e as ideias, mas tanto umas quanto as outras são divididas em percepções simples e complexas. Seriam como aspectos ou apresentações daquelas impressões ou ideias e exprimem a forma como a mente pode concebê-las e operá-las. A divisão, embora simplista, deixa claro que qualquer ideia ou impressão que possa ser distinta ou separada, ou seja, que possua partes que podem ser separadas, é uma percepção simples, ao passo que, se ela aceitar qualquer grau de distinção e ou separação, passa a ser considerada uma percepção complexa. Esta distinção é de suma importância, uma vez que ela é responsável por dar especificidade para a premissa de Hume de que toda ideia é cópia de uma impressão e que a representa com exatidão. Perante as ideias fantasiosas, como as de quimeras, cavalos alados e cidades míticas, a afirmação de Hume pereceria se não houvesse sido refraseada de modo a deixá-la mais objetiva e específica. É, portanto, a distinção entre ideias simples e complexas que permite que Hume defenda que todas as ideias *simples* encontram seu referencial em alguma impressão *simples*, deixando as ideias *complexas* fora deste exame referencial, desta busca pela impressão originária. Neste momento já é possível notar a presença do *princípio da cópia* e de como ele é construído. O percurso dos outros itens do Capítulo 1 segue a mesma linha de trabalho e função. O item *A imaginação e os minima sensibilia* se ocupa de demonstrar como foi construída a noção de *minima sensibilia*, o mínimo perceptível sobre o qual se apoia a filosofia empírica de Hume, e de como a *imaginação* é fundamental neste processo, bem como ela é importante em tantos outros processos mentais. O *princípio da cópia* recebe maior atenção e dedicação em um item chamado *O princípio da cópia e o espaço*, onde a relação entre estes dois tópicos é trabalhada, mostrando como o primeiro se associa ao segundo, tornando possível construir a ideia de espaço que seja compatível com os princípios humianos. O tema foi levado ao ponto em que se mostrou necessário falar das ideias abstratas e este tema foi abordado no item *A refutação das ideias gerais abstratas e a distinção de razão.* Como o título do item indica, neste momento foi trabalhada a refutação das ideias gerais abstratas, demonstrando como a mente dispensa tais ideias, e também a chamada *distinção de razão*, outro aspecto de suma importância para a epistemologia humiana. A refutação de Hume, como vimos, se apresentou pela negativa de que existem ideias abstratas, e que sempre que nos referimos a um termo que se pretenda universal, nos referimos, na verdade, a algum termo que foi eleito pela mente para representar um dado conjunto de ideias. Ao ouvir o termo *cadeira,* a mente é levada a imaginar uma cadeira que, embora não seja universal, representa a ideia que o termo *cadeira* evoca. A cadeira que se apresenta em cada mente não é necessariamente a mesma, mas entre si representam, pelas semelhanças que as definem, um conjunto maior de cadeiras. Isto é possível pelo mesmo exercício de atenção que a imaginação desempenha ao operar a chamada *distinção de razão*. Esta distinção é o trabalho da imaginação para separar, nas ideias, aquilo que é inseparável nas impressões, tal como fazemos com as cores de figuras geométricas, por exemplo. O que a mente faz para separar o inseparável, para separar a figura do objeto figurado, é voltar sua atenção aos aspectos que são semelhantes. Podemos separar o vermelho de um triângulo vermelho, quando o comparamos com um quadrado vermelho, simplesmente voltando nossa atenção para a cor, que é o que eles têm de semelhante entre si. Da mesma forma, podemos separar a forma do triângulo vermelho, se o colocarmos lado a lado com um triângulo verde pelo mesmo exercício de atenção do exemplo anterior. Este aspecto permeia a filosofia de Hume e nos permite trabalhar com ideias que são simples em grande escala, nos permite trabalhar com ideias que não poderíamos separar na sensibilidade, como o isolamento de uma única ideia simples. Nem separamos a ideia das restantes nem deixamos de perceber as restantes: simplesmente voltamos nossa atenção para um aspecto e desprezamos o resto. O capítulo 1 se encerra com o item *O inconcebível infinito* e não há surpresa em relação ao título. Este momento foi utilizado para trabalhar o fato de que a mente humana, dentro dos preceitos de Hume, é incapaz de conceber o infinito. É a limitada capacidade da mente que serve como limitador para que obtenhamos qualquer ideia adequada do infinito, sendo, portanto, impossível concebê-lo e operá-lo.

Após este percurso de princípios e preceitos fundamentais para esta pesquisa, avançamos para o Capítulo 2, cujo nome é *Percepção, espaço e infinito*, e nele trabalhamos com maior profundidade os conceitos históricos de espaço e de infinito, passando por importantes momentos da filosofia clássica de Aristóteles e Zenão e encerrando em Hume, logo após uma passagem fundamental por Pierre Bayle. No item *O infinito e o espaço clássico* foi trabalhado o modo como Aristóteles foi responsável pela sobrevivência da filosofia de Zenão, bem como de seus paradoxos a respeito do movimento. Estes paradoxos foram oferecidos pelo discípulo de Parmênides para mostrar que, independentemente de qual tipo de concepção do espaço se tenha em mente, o movimento se torna impossível, seja pela impossibilidade de se estar em mais de um lugar em um só momento ou pela impossibilidade de duas frações do tempo coexistirem. Aristóteles, por sua vez, se ocupa de demonstrar como estes paradoxos podem ser refutados e de como o movimento é possível. Sua intenção não era a mera refutação de Zenão, mas sim a manutenção de sua própria filosofia, descrita na *Física*.

Zenão, neste processo, apresenta os fundamentos do espaço contínuo, infinitamente divisível, no paradoxo de *Aquiles* e do espaço discreto, formado por porções indivisíveis, no paradoxo da *Flecha*. Aristóteles, por sua vez, descreve como o *infinito potencial* se difere do *infinito atual*, e analisa como, a despeito do espaço contínuo, infinitamente divisível, o movimento é possível. No próximo item, *Bayle e os três espaços*, apresentamos o modo como Bayle trabalha os conceitos de espaço apresentados por Zenão através dos paradoxos. Em sua obra, Bayle traz uma abordagem histórica a respeito de quem foi Zenão de Eléia e de como ele construiu seus paradoxos. Ele aborda as premissas de que o eleata faz uso em seu pensamento e descreve os dois tipos de espaço apresentados ali, a saber, o espaço contínuo e o espaço discreto. Após este processo, desta abordagem dos fundamentos para Zenão formular os paradoxos, Bayle refuta a validade deles, e ainda alega a existência de um terceiro tipo de concepção do espaço, ao qual ele irá igualmente recusar qualquer validade. Este terceiro tipo de espaço é o espaço formado por pontos matemáticos, mas, segundo ele, este espaço seria formado por pontos completamente desprovidos de extensão, de modo que, ainda que fossem infinitos, a associação de diversos destes pontos jamais poderia produzir uma ideia de extensão da qual pudéssemos fazer uso. No item final deste capítulo, *O espaço de Hume,* Hume faz sua própria análise de cada um destes três tipos de espaço refutados por Bayle e concorda com sua decisão de que nenhum deles é válido. Ao contrário do que fez Bayle, Hume considera a existência de um quarto tipo de espaço, um que seja possível a partir de suas premissas fundamentais. Para ele, este conceito de espaço é formado a partir dos *minima sensibilia*, pontos sensíveis coloridos ou tangíveis, e de como a mente percebe a *disposição* deles. Portanto, para Hume, é da percepção do *modo* como as impressões se apresentam à mente que a imaginação é capaz de extrair a ideia complexa do espaço. Esta concepção é inteiramente apoiada na crença de Hume de que toda ideia simples representa adequadamente uma impressão simples e é, portanto, compatível com o tão fundamental *princípio da cópia*.

Embora Hume pareça ser consistente, alguns comentadores não concordam com este conceito de espaço. O capítulo 3, o último desta pesquisa, que leva o nome de *Hume, espaço e geometria*, traz o debate dos comentadores que alegam que o trabalho de Hume não é adequado, seja por inconsistências internas ou por efeitos externos de sua definição de espaço. O impacto da definição de Hume na geometria euclidiana também é apontado no segundo momento e, no momento final, apontamos a forma como Hume mantém a validade da geometria euclidiana e de sua própria filosofia. Por partes, o primeiro item trabalha exatamente o que o título, *As "brechas" do conceito de espaço de Hume*, indica. Alguns comentadores foram responsáveis por apontamentos sobre as possíveis falhas do pensamento de Hume em relação ao conceito de espaço. As supostas falhas vão desde a possível inconsistência apontada por Kemp Smith entre o conceito humiano de espaço e o princípio da cópia até acusações de que Hume não dominava os conceitos fundamentais para se tratar de ideias como as de infinito e de espaço, levando-o a cometer atrocidades contra o pensamento matemático e invalidando seu próprio argumento, como foi sugerido por Anthony Flew e Robert Fogelin. Neste mesmo item foram apontadas as adequações de Hume e o modo como ele viria a responder a estas acusações, sem abrir mão de nenhum fundamento aceito por ele. O segundo momento deste capítulo leva o nome de *O efeito "Hume" na geometria euclidiana* e trabalha o modo como o advento do conceito de espaço de Hume afeta a geometria euclidiana, mais especificamente nos teoremas de *Pitágoras* e da *bisseção*. Emil Badici apresentou o que ele batizou de *tese da incompatibilidade profunda*, que seria a incompatibilidade que o conceito de espaço humiano, apoiado pelo *princípio da cópia*, teria com os recém citados teoremas da geometria euclidiana. De fato, se fosse levada a fundo, esta incompatibilidade levaria a geometria euclidiana ao fracasso de muitos de seus teoremas, dada a invalidação deles por parte do espaço humiano. Hume, porém, parece já ter percebido este problema e descreve dois padrões de igualdade que são distintos entre si. Este tema é abordado no último item da pesquisa, cujo título é *A manutenção da geometria euclidiana*. A despeito do que fez George Berkeley, que ao se deparar com esta incompatibilidade sugeriu que se utilizasse a geometria discreta, Hume propõe uma mudança no modo como comparamos objetos geométricos, ou seja, no tipo de padrão que utilizamos para conferir se dois objetos são iguais ou desiguais. O padrão utilizado pela geometria é o chamado padrão preciso de igualdade e se mostra como sendo a comparação da exata quantidade de pontos em quaisquer dois objetos para determinar se são iguais ou não. Indubitavelmente este padrão é preciso; indubitavelmente este padrão é inútil, segundo Hume. Não somo capazes de computar o número total de pontos que participam da composição de um dado objeto geométrico formado no espaço discreto e jamais seria possível comparar o número de pontos em duas coleções de pontos infinitos. Para salvar a geometria e seu próprio conceito de espaço, Hume apresenta o padrão impreciso de igualdade, pelo qual passamos a comparar dois objetos pela aparência unificada dos pontos, ou seja, de como eles se apresentam à nossa mente. Embora este padrão seja, claramente, menos preciso que o anterior, sua utilidade supera em muito a de seu antecessor, uma vez que é plenamente possível comparar, pela aparência, dois objetos distintos. Além disto, a maleabilidade deste padrão ajuda, em muito, na manutenção de juízos a respeito da igualdade de objetos, uma vez que, por meio de uma reflexão ou comparação, podemos, sem prejuízo, reformular nossos juízos sempre que nossa percepção é corrigida.

Considerando nossa proposta inicial, examinar a possibilidade de se dividir o espaço infinitamente e os efeitos disso na geometria euclidiana, cada um dos três capítulos desta pesquisa foi construído de modo a demonstrar que a epistemologia humiana, seguindo seus próprios princípios e preceitos, consegue sustentar de forma satisfatória a perspectiva de Hume a respeito do infinito, do espaço e da divisão infinita do espaço. A pesquisa apresentou o modo pelo qual nossa mente adquire conhecimentos, recebendo as impressões a partir da sensibilidade e operando as cópias que elas deixam na mente. Estas cópias chamadas de ideias e são operadas, com maior ou menor liberdade, enquanto ideias da imaginação e da memória, respectivamente. Sempre sob a luz do *princípio da cópia*, observamos Hume construir o edifício de conhecimento que é este percurso, tornando-o sólido e firme. Cada uma das operações da mente, ele afirmou, obedece aos mesmos princípios, de sempre estarem fidelizados às suas origens, sempre sob os limites da imaginação e sempre obedecendo os princípios que a lógica estabelece. Com isso em mente, passamos por momentos da história da filosofia em que os conceitos de espaço e de infinito foram trabalhados, servindo de base não apenas para Hume, mas para toda a filosofia que se construiu sobre estes temas. Vimos o modo como Hume conhece cada um desses conceitos e como ele os incorpora ao seu pensamento e os desenvolve de modo a se tornarem adequados aos princípios estabelecidos no *Tratado*. Por fim, observamos como alguns comentadores sugeriram que Hume estaria enganado a respeito de seus próprios princípios e sobre alguns princípios da matemática. A solução de Hume para estas acusações e o efeito de sua filosofia para a geometria euclidiana também foram abordados na reta final, completando o ciclo proposto no começo deste trabalho e encerrando esta jornada.

Referências Bibliográficas

Referências primárias

HUME, David. *A Treatise of Human Nature*. Edited by David Fate Norton, Mary J. Norton. New York: Oxford University Press, 2000.

______. *A Treatise of Human Nature*. Editado por L.A. Selby-Bigge. Oxford: The Clarendon Press, 1967.

______. *Resumo de um Tratado da Natureza Humana*. Tradução de Rachel Gutiérrez e José Sotero Caio, ed. bilíngue. Porto Alegre: Edições Paraula, 1995.

______. *Tratado da Natureza Humana: Uma tentativa de introduzir o método experimental de raciocínio nos assuntos morais.* Tradução de Débora Danowski. São Paulo: Editora UNESP - Imprensa Oficial do Estado, 2001.

______. *Enquiries Concerning Human Understanding and Concerning the Principles of Morals.* Reprinted from the posthumous edition of 1777 and edited with introduction, comparative table of contents, and analytical index by L. A. Selby-Bigge. 3° ed. Oxford: Clarendon Press, 2008. https://doi.org/10.1093/oseo/instance.00046349

______. *An Enquiry concerning Human Uderstanding*. Stephen Buckle (ed.). Cambridge, Cambridge University Press, 2007.

______. *Investigações sobre o entendimento humano e sobre os princípios da moral.* Tradução de José Oscar de Almeida Marques. São Paulo: Ed. da Unesp, 2004.

Referências secundárias

ARISTOTLE. Physics, Book III. In: *Complete Works of Aristotle, Vol. 2: The Revised Oxford Translation*. Ed. By Jonathan Barnes. Princeton: Princeton University Press, 2014

BADICI, Emil. *On the Compatibility between Euclidean Geometry and Hume's Denial of Infinite Divisibility.* Hume Studies, Volume 34, Number 2, p. 231–244, nov. 2008. https://doi.org/10.1353/hms.0.0022

BAXTER, Donald L. M. *Hume on Infinite Divisibility*. History of Philosophy Quarterly vol. 5, p. 133-140, abr. 1988.

______. Hume on Infinite Divisibility. Reprinted in: *David Hume: Critical Assessments*, vol. 3. London: Routledge, 1995.

______. Hume's Theory of Space and Time in Its Skeptical Context. In: NORTON, David Fate; TAYLOR, Jacqueline. *The Cambridge Companion to Hume*, 2nd Ed. Cambridge:

Cambridge University Press, 2009. p. 105-146. https://doi.org/10.1017/CCOL9780521859868.004

BAYLE, Pierre. *The Dictionary Historical and Critical of Mr. Pierre Bayle*. Digital reprint of the 1734 edition. Cust, Kenneth F. T. This edition published by Philosophical Services, 2007.

BERKELEY, George. *A Treatise Concerning the Principle of Human knowledge*. Oxford Philosophical Texts, ed. Jonathan Dancyu. Oxford, 1998.

BOEHM, Miren. Hume's Foundational Project in the Treatise. *European Journal of Philosophy*. Vol. 24, Number 1 (August, 2013), p. 55-77. https://doi.org/10.1111/ejop.12056

BRACKEN, Harry M. Hume on the 'Distinction of Reason' in: *Hume Studies* Volume X, Number 2 (November, 1984), 90-109.

CACHEL, Andrea. A ideia de espaço no *Tratado da Natureza Humana*, de Hume. *Philósophos - Revista De Filosofia*, 22(1), 11-36. https://doi.org/10.5216/phi.v22i1.40949

COVENTRY, Angela M. *Hume: a guide for the perplexed.* Londres: Continuum, 2007.

______. *Compreender Hume*. Tradução de Hélio Magri Filho. Petrópolis: Vozes, 2011.

DE PIERRIS, Graciela. *Hume on space, geometry, and diagrammatic reasoning*. Synthese 186, 169–189 (2012). https://doi.org/10.1007/s11229-012-0071-5

DE PIERRIS, G.; FRIEDMAN, M. "Kant and Hume on Causality", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Winter 2018 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = https://plato.stanford.edu/archives/win2018/entries/kant-hume-causality/.

FALKENSTEIN, Lorne. The Ideas of Space and Time and Spatial and Temporal Ideas in Treatise 1.2. In: AINSLIE, Donald C.; BUTLER, Annemarie (ed). *The Cambridge Companion to Hume's Treatise*. New York: Cambridge University Press, 2015. p.31-68. https://doi.org/10.1017/CCO9781139016100.005

______. Hume's Finite Geometry: A Reply to Mark Pressman. *Hume Studies*. Volume XXVI, Number 1, p. 183-186, abr. 2000. https://doi.org/10.1353/hms.2011.0301

______. Hume on Manners of Disposition and the Ideas of Space and Time. *Archiv für Geschichte der Philosophie.* Volume 79: Issue 2. https://doi.org/10.1515/agph.1997.79.2.179 publicado online em 23/07/2009.

FLEW, Antony. Hume on Space and Geometry: One Reservation. *Hume Studies*. Volume VIII, Number 1, p. 62-65, abr. 1982. https://doi.org/10.1353/hms.2011.0523

FOGELIN, Robert. Hume and Berkeley on the Proofs of Infinite Divisibility. *The Philosophical Review*, 97.1, p. 47–69, jan.1988. https://doi.org/10.2307/2185099

FRASCA-SPADA, Marina. Hume on simple perceptions. In: MAZZA, E.; RONCHETTI, E. (eds). *New Essays on David Hume.* Milan: Franco Angeli, 2007.

JACQUETTE, Dale. David Hume on Infinite Divisibility and Sensible Extensionless Indivisibles. *Journal of the History of Philosophy*, v. 34, n. 1, p. 61-78, Jan. 1996. https://doi.org/10.1353/hph.1996.0016

______. Infinite Divisibility in Hume's First Enquiry. *Hume Studies*, Volume XX, Number 2, p. 219-240, nov. 1994.

______. *David Hume's critique of infinity.* Boston: Köln, Brill, 2000. https://doi.org/10.1163/9789004247550

KEMP SMITH, Norman *The Philosophy of David Hume.* London: Macmillan, 1941. https://doi.org/10.1057/9780230511170

LOCKE, John. *Ensaio Acerca do Entendimento Humano.* Tradução de Anoar Aiex. São Paulo: Nova Cultural, 1999.

NEWMAN, Rosemary. Hume on Space and Geometry: A Rejoinder to Flew's 'One Reservation'. *Hume Studies*, Volume VIII, Number 1, p. 66-69, abr. 1982. https://doi.org/10.1353/hms.2011.0556

______. Hume on space and geometry. *Hume Studies*. Volume VII, Number 1, 1-31, abr. 1981.

PAPPAS, George. Abstract General Ideas in Hume. *Hume Studies*. Volume XV, Number 2, 339-352, nov. 1989. https://doi.org/10.1353/hms.2011.0436

PRESSMAN, H. Mark. Hume on Geometry and Infinite Divisibility in the Treatise. *Hume Studies*. Volume XXIII, Number 2, p. 227-244, nov., 1997.

RADCLIFFE, Elizabeth S. *A Companion to Hume*. Oxford: Blackwell Publishing, 2008. https://doi.org/10.1002/9780470696583

SENEDA, Marcos César. A aquisição da memória e da imaginação na filosofia experimental de David Hume. *Síntese*, Belo Horizonte, v. 40, n. 126, 2013. https://doi.org/10.20911/21769389v40n126p5-23/2013

STREMINGER, Gerhard. Hume's Theory of Imagination. *Hume Studies*, v. VI, n. II, p. 91-118, November, 1980. https://doi.org/10.1353/hms.2011.0637