

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

MON
6.52.782.50
M386m
TES/MEM

MODELAGEM DE TRANSPORTADOR VIBRATÓRIO
LINEAR COM EXCITAÇÃO ELETROMAGNÉTICA:
APLICAÇÃO A CASOS REAIS



Dissertação apresentada à Universidade Federal de Uberlândia por
ROBERTO DE SOUZA MARTINS para obtenção do Título de Mestre em
Engenharia Mecânica.

Aprovada em 26/03/97.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. João Carlos Mendes Carvalho (Orientador)	UFU
Prof. Dr. Marcus Antonio Viana Duarte	UFU
Prof. Dr. Vicente Lopes Júnior	UNESP/FEIS

00882

Dedico à minha família, Maria Jose e Tiago,
e aos meus pais, Valter e Lavínia.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor João Carlos Mendes Carvalho, pela sua orientação e apoio durante este trabalho.

Ao Professor Marcus Antônio Viana Duarte, pelo apoio em diversas ocasiões.

Ao Professor Vicente Lopes Júnior pela participação na Banca Examinadora.

Às Empresas Norma Equipamentos Ltda. e IMAEV - Indústria de Máquinas e Equipamentos Vibratórios Ltda, pelo empréstimo dos transportadores vibratórios.

À Família Souza Martins da qual faço parte.

À Família Silva Cassiano onde me acolheram com carinho.

Ao CNPq, pela bolsa de estudo.

À FAPEMIG, pelo financiamento do projeto onde foi possível a compra de equipamentos por mim utilizados.

Ao curso de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e ao Departamento de Engenharia Mecânica desta Universidade, onde todos os trabalhos foram realizados.

Aos meus amigos e colegas, que de uma forma ou de outra, contribuíram com este trabalho.

SUMÁRIO

RESUMO	v
ABSTRACT	vi
LISTA DE FIGURAS	vii
INTRODUÇÃO	01
CAPÍTULO 1 – Introdução aos Transportadores Vibratórios	04
1.1 Histórico	04
1.2 Tipos de Transportadores Vibratórios	06
1.3 Classificação	07
1.4 Transportadores Vibratórios Lineares	08
1.4.1 Transportador vibratório linear com imposição da força	11
1.4.2 Transportador vibratório linear com imposição do deslocamento	16
CAPÍTULO 2 – Modelo Matemático de Transportador Vibratório	22
2.1 Introdução	22
2.2 Equacionamento Geral de um Transportador Vibratório	24
2.3 Modelo de um Transportador Vibratório com Excitação Real	33

CAPÍTULO 3 – Experimentos com Transportadores Vibratórios	
Lineares Comerciais	40
3.1 Classificação dos Transportadores Vibratórios Utilizados	41
3.2 Descrição das Pistas e Peças	43
3.2.1 Pista P1	43
3.2.2 Pista P2	44
3.2.3 Peças	44
3.3 Sistema de Aquisição da Aceleração das Pistas	45
3.4 Sistema Utilizado para Medir a Velocidade Média de Transporte	47
3.5 Aquisição da Aceleração e da Velocidade Média	48
3.5.1 Testes com o TV1 e a pista P1	49
3.5.2 Testes com o TV2 e a pista P2	60
CAPÍTULO 4 – Simulação do Movimento da Peça	66
4.1 Programa Computacional	66
4.2 Simulações Realizadas com o TV1	69
4.3 Simulações Realizadas com o TV2	77
CONCLUSÕES	82
BIBLIOGRAFIA	84
ANEXO – Equacionamento de um Transportador Vibratório Linear com Excitação Senoidal	88

MARTINS, R. S. "Modelagem de Transportadores Vibratório Lineares com Excitação Eletromagnética: Aplicação a Casos Reais", Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 1997.

RESUMO

Os transportadores vibratórios são excelentes para seleção e orientação de peças de formas simples ou complexas. Sua eficiência é traduzida pela velocidade de transporte do material sobre sua pista, que é função principalmente da inclinação da pista, do coeficiente de atrito entre o material e a pista e do excitador (amplitude, frequência e ciclo de excitação). Este trabalho inicia-se com uma breve apresentação dos tipos e classificação dos transportadores vibratórios, bem como uma revisão das publicações a respeito dos transportadores vibratórios lineares com imposição da força e imposição do deslocamento. Em seguida é apresentado a modelagem matemática do movimento da peça sobre a pista de transporte, permitindo calcular sua velocidade média. Este equacionamento é geral, podendo ser aplicado a qualquer tipo de ciclo de excitação, inclusive em ciclos reais, que é utilizado neste trabalho. O ciclo de movimentação utilizado na modelagem matemática é obtido de transportadores vibratórios lineares comerciais com excitação eletromagnética. O procedimento experimental para obter a movimentação da pista e a velocidade média de transporte de algumas peças é apresentado. A análise do movimento da pista é realizada, onde observa-se que a mesma não é senoidal. A simulação do movimento da peça é apresentada e sua velocidade média é calculada comparando-se com a velocidade média real.

Palavras-chave: Transportadores Vibratórios, Alimentadores e Manipulação de Materiais.

MARTINS, R. S. "Modelling of Linear Vibratory Feeders with Sinusoidal Excitation: Application in Real Cases", Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 1997.

ABSTRACT

Vibratory feeders are excellent for selecting and orienting parts with simple or complex shape. Its efficiency is traduced by the transport velocity of parts on its track, that mainly is function of the track slope, the friction between the parts and the track and the exciter (amplitude, frequence and excitation wave). This work begins with a brief presentation of the vibratory feeders, and a review about linear vibratory feeders with imposed force and imposed displacement. The mathematic modelling of parts movement on the track is presented, allowing to calculate its velocity. This modelling is general, it can be applied in all excitation wave, and in real waves too, used in this work. The real cycles used in this work is taked of commercial linear vibratory feeders with eletromagnetical exciter. The experimental apparatus and results of the mean conveying velocity are shown. The experimental results show that track movement is not sinusoidal. The theoritical and experimental mean conveying velocity are presebted.

Keys-word: Vibratory Feeders, Feeders, Materials Handling

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Tipos de transportadores vibratórios.	06
Figura 1.2: Modos de aplicação da força	09
Figura 1.3: Configuração típica de um transportador com excitação eletromagnética.	09
Figura 1.4: Diagrama da transição entre os quatro modos de movimento	10
Figura 1.5: Esquemas de transportadores vibratórios lineares com força imposta.	11
Figura 1.6: Configuração típica de um transportador com excitação senoidal.	12
Figura 1.7: Movimento combinado entre deslizamento e salto (Taniguchi et all, 1963).	13
Figura 1.8: Comparação entre os perfis de velocidade triangular e senoidal (Winkler, 1978).	14
Figura 1.9: Comparação da velocidade e deslocamento da pista e da peça, na direção normal à pista, com excitação triangular e senoidal (Winkler, 1979).	15
Figura 1.10: Comparação do parâmetro de transporte para excitação triangular e senoidal (Winkler, 1979).	16
Figura 1.11: Perfil de aceleração retangular aproximado, proposto por Morcos (1969).	17
Figura 1.12: Regiões de deslocamento para o coeficiente $\lambda=3/4$ (Morcos, 1970).	18
Figura 1.13: Perfil de deslocamento da pista e da massa (Carvalho, 1991).	20
Figura 1.14: Resultados teórico e experimentais para $\mu=0.5$ (Carvalho, 1991).	21
Figura 2.1: Sistema de coordenadas utilizadas.	23
Figura 2.2: Forças atuantes em uma massa sobre a pista de um transportador vibratório.	24
Figura 2.3: Esquema da excitação da pista.	33
Figura 2.4: Diagrama de corpo livre da massa.	34
Figura 2.5: Diagrama de corpo livre da massa deslizando para trás.	35
Figura 2.6: Diagrama de corpo livre da massa deslizando para frente.	37
Figura 3.1 : Transportadores vibratórios utilizados nos testes.	40

Figura 3.2 : Gráfico para identificação da frequência natural do TV1.	41
Figura 3.3 : Gráfico para identificação da frequência natural do TV2.	42
Figura 3.4 : Pista P1.	43
Figura 3.5 : Pista P2.	44
Figura 3.6 : Esquema do sistema de aquisição da aceleração.	46
Figura 3.7 : Esquema do sistema para medição da velocidade.	47
Figura 3.8 : Tipo de distribuição para a velocidade média com 200 amostras.	48
Figura 3.9 : Pontos onde se localizaram as medições na pista P1.	49
Figura 3.10 : Aceleração conforme a posição do acelerômetro na pista.	50
Figura 3.11: Localização dos acelerômetros na base da pista.	51
Figura 3.12: Aceleração conforme a posição do acelerômetro na base da pista.	51
Figura 3.13: Trajetória da aceleração com $\alpha=0$ e força de excitação a 40 e 60%.	53
Figura 3.14: Trajetória da aceleração com $\alpha=4$ e força de excitação a 40 e 60%.	54
Figura 3.15: Perfis de aceleração, velocidade e deslocamento em x e y, com $\alpha=0$ e força a 40%, no ponto 1.	55
Figura 3.16: Perfis de aceleração, velocidade e deslocamento em x e y, com $\alpha=0$ e força a 60%, no ponto 1.	55
Figura 3.17: Perfis de aceleração, velocidade e deslocamento em x e y, com $\alpha=0$ e força a 40%, no ponto 3.	56
Figura 3.18: Perfis de aceleração, velocidade e deslocamento em x e y, com $\alpha=0$ e força a 60%, no ponto 3.	56
Figura 3.19: Perfis de aceleração, velocidade e deslocamento em x e y, com $\alpha=4^\circ$ e força a 40%, no ponto 1.	57
Figura 3.20: Perfis de aceleração, velocidade e deslocamento em x e y, com $\alpha=4^\circ$ e força a 60%, no ponto 1.	57
Figura 3.21: Perfis de aceleração, velocidade e deslocamento em x e y, com $\alpha=4^\circ$ e força a 40%, no ponto 3.	58
Figura 3.22: Perfis de aceleração, velocidade e deslocamento em x e y, com $\alpha=4^\circ$ e força a 60%, no ponto 3.	58
Figura 3.23: Posição dos acelerômetros na pista P2.	60

Figura 3.24: Diferença de aceleração entre os pontos 1, 2 e 3.	61
Figura 3.25: Trajetória de aceleração da pista com 0 e 30%.	62
Figura 3.26: Perfis de aceleração, velocidade e deslocamento em x e y, com 0% de força no ponto 1.	63
Figura 3.27: Perfis de aceleração, velocidade e deslocamento em x e y, com 30% de força no ponto 1.	63
Figura 3.28: Perfis de aceleração, velocidade e deslocamento em x e y, com 0% de força no ponto 3.	64
Figura 3.29: Perfis de aceleração, velocidade e deslocamento em x e y, com 30% de força no ponto 3.	64
Figura 4.1: (a) Fluxograma do programa de simulação do movimento da peça.	67
Figura 4.1: (b) Fluxograma do programa de simulação do movimento da peça.	68
Figura 4.2: Modos de movimento da peça para 50% de força de excitação, $\alpha=0$, $\mu=0.465$, no ponto 2 de P1.	69
Figura 4.3: Perfil de deslocamento, em x e y, variando α e a força de excitação no ponto 1, para $\mu=0.386$.	70
Figura 4.4: Perfil de deslocamento, em x e y, variando α e a força de excitação no ponto 1, para $\mu=0.465$.	71
Figura 4.5: Perfil de deslocamento da peça e da pista, em x e y, com força a 50%, $\mu=0.465$ e $\alpha=0$, nos pontos 1 e 3 da pista P1.	72
Figura 4.6: Velocidade média de transporte em função da amplitude de deslocamento para $\mu=0.396$, no ponto 1.	73
Figura 4.7: Velocidade média de transporte em função da amplitude de deslocamento para $\mu=0.396$, no ponto 2.	74
Figura 4.8: Velocidade média de transporte em função da amplitude de deslocamento para $\mu=0.386$, no ponto 2.	75
Figura 4.9: Velocidade média de transporte em função da amplitude de deslocamento para $\mu=0.465$, no ponto 2.	76
Figura 4.10: Modos de movimento da peça, com 20% da força, com $\mu=0.466$.	77
Figura 4.11: Perfis de deslocamento em x e y, da pista e da peça, com $\mu=0.410$.	78
Figura 4.12 Perfis de deslocamento em x e y, da pista e da peça, com $\mu=0.453$.	78

Figura 4.13: Perfis de deslocamento em x e y, da pista e da peça, com $\mu=0.466$.	79
Figura 4.14: Velocidade média de transporte em função da amplitude de deslocamento para $\mu=0,410$.	80
Figura 4.15: Velocidade média de transporte em função da amplitude de deslocamento para $\mu=0,453$.	80
Figura 4.16: Velocidade média de transporte em função da amplitude de deslocamento para $\mu=0,466$.	80

INTRODUÇÃO

O aumento da produtividade é um objetivo constante do setor produtivo. Para atingi-lo, tem-se estudados novas técnicas de produção e melhoramento das técnicas existentes, entre outras.

Já foi comprovado por vários estudos que um fator limitante do aumento da produtividade é o tempo morto entre os postos de trabalho. Assim, pode-se afirmar que a produtividade está diretamente relacionada com a eficiência da unidade de transporte e/ou da transferência de componentes (JACQMART, 1984).

Desta forma, é necessário desenvolver sistemas de alimentação que facilitem a ligação entre a área de armazenagem (estoque) e o posto de trabalho e entre postos de trabalho, respeitando a quantidade de produtos/componentes necessários para a produção, na posição e orientação devidas e no ponto certo.

Os sistemas que melhor preenchem estas qualidades de alimentação são os transportadores vibratórios: seja o transportador vibratório circular utilizado na seleção e orientação de peças de formas simples ou complexas, a partir de um volume a granel, seja o transportador vibratório linear, que é responsável pela transferência de peça (ou objetos). Isto é mais evidente ainda quando o posto de trabalho é automatizado.

Estes transportadores são utilizados para o transporte de grande variedade de materiais: pós, grãos, peças rígidas ou deformáveis. Possuem vantagens de serem auto-limpantes e não apresentarem bloqueio de peças sobre a pista. Além disso, podem combinar o transporte de peças com operações tão diversas quanto o resfriamento, a lavagem, a secagem, o rebarbamento, etc., destas mesmas peças.

Este tipo de transportador utiliza o movimento oscilatório para o transporte de produtos, onde o atrito entre a peça e a pista é o responsável pela transferência do movimento do transportador aos produtos a serem transportados.

A eficiência dos transportadores vibratórios está diretamente relacionada com a sua velocidade de transporte. Embora desde o final do século XIX inúmeros trabalhos teóricos e práticos têm sido desenvolvidos com o objetivo de identificar os parâmetros que influenciam nesta velocidade, ainda não se conseguiu obter dados suficientes que permitam prevê-la durante a fase de projeto. Assim, muitos autores fazem simplificações nos modelos teóricos para o cálculo da velocidade média de transporte porque é muito difícil descrever o comportamento do retorno da peça à pista em vibração; escrever as equações do deslocamento e da deformação das molas (flexão e torção); a relação entre os modos de vibração do transportador e o movimento da peça; o limite entre os coeficientes de atrito estático e dinâmico, entre outras.

Estas dificuldades fazem com que os transportadores vibratórios comerciais, segundo informações dos fabricantes, tenham seu projeto e construção baseados principalmente em resultados práticos.

Este trabalho, tem como objetivo verificar o comportamento real da pista de transportadores vibratórios lineares comerciais, excitado por sistema eletromagnético com forma de onda senoidal, comparando com as publicações da área que supõem que a pista tem um comportamento senoidal puro.

A partir do comportamento real da pista, será aplicado um modelo matemático que leva em consideração os modos de movimento da peça: repouso relativo, deslizamento para trás, deslizamento para frente e salto, para o cálculo da velocidade média de transporte da peça, permitindo comparar com a velocidade média real, obtida nos ensaios com os transportadores comerciais.

A partir dos resultados obtidos, será proposto novas considerações e estudos que permitam prever a velocidade de transporte dos transportadores vibratórios excitados por sistemas eletromagnéticos.

No primeiro Capítulo faz-se uma breve apresentação dos tipos e classificação dos transportadores vibratórios, bem como uma revisão das

publicações a respeito de transportadores vibratórios lineares excitados por imposição da força e imposição do deslocamento.

A modelagem matemática do movimento da peça sobre a pista de transporte, permitindo calcular sua velocidade média é apresentada no Capítulo 2. Este equacionamento é genérico, e pode ser aplicado para qualquer tipo de excitação, inclusive em ciclos reais, como o utilizado neste trabalho.

O Capítulo 3 descreve a parte experimental dos trabalhos desenvolvidos. Inclui a descrição dos transportadores vibratórios utilizados, o tipo de pista e o procedimento para obtenção do coeficiente de atrito. Também são apresentados o perfil das curvas de aceleração real da pista e suas trajetórias.

No Capítulo 4 é apresentado a aplicação do modelo matemático ao perfil real de excitação, a obtenção do perfil de velocidade e deslocamento das peças, bem como a comparação entre a velocidade média simulada e a velocidade média real.

Nas conclusões são apresentadas as análises dos resultados obtidos.

O Anexo 1 apresenta o modelo matemático de um transportador vibratório com excitação senoidal.

CAPÍTULO 1

OS TRANSPORTADORES VIBRATÓRIOS

1.1 - Histórico

Inicialmente, a produção industrial consistia na execução e montagem de um produto por um só homem, conhecido como especialista. Nesta época, o especialista tinha que executar todas as fases da produção, desde transporte da matéria-prima, do estoque ao posto de trabalho, até dar a ela o tratamento final. Por este motivo, a produção era limitada pela disponibilidade do especialista e não pela demanda do produto.

Em virtude do aumento da demanda e da exigência da qualidade dos produtos, tornou-se necessário o desenvolvimento de novos métodos de produção, incluindo aí os sistemas automatizados.

O tempo de espera de um produto na linha de produção equivale a processo não produtivo. Desta forma, tem-se procurado reduzir este tempo através de novos métodos da organização da produção, como também através da utilização da otimização dos meios de transporte/alimentação de peças e/ou produtos.

Para que ocorra o aumento da produção devido a alimentação de peças, é necessário que unidade de transporte e/ou unidade de transferência, apresente o material no posto de trabalho com posição e orientação corretas, no local desejado e no momento certo. Assim, este sistema deve possuir qualidades

como precisão, produtividade, flexibilidade e confiabilidade (Froment and Lesage, 1984):

– **Precisão:** refere-se ao posicionamento final da peça. Este deve ocorrer dentro de certa tolerância, desde que esta não afete a próxima fase da produção. A precisão é função, essencialmente, das qualidades mecânicas e eletrônicas da unidade de alimentação.

– **Produtividade:** representa a rapidez com que se alimenta as peças dentro das necessidades da linha de produção. Está diretamente ligada a redução do tempo de produção.

– **Flexibilidade:** está ligada a capacidade da unidade de alimentação de se adaptar a diferentes tipos e posicionamentos da peça em sua posição final.

– **Confiabilidade** é sinônimo de riscos de pane reduzido.

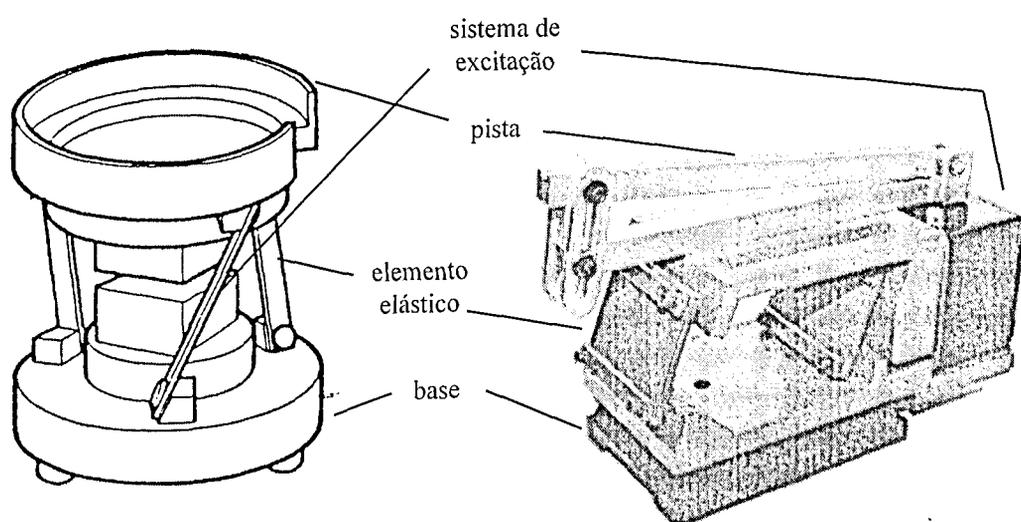
Estas qualidades justificam a aplicação cada vez maior dos transportadores vibratórios, visto que eles respondem de maneira adequada a estes requisitos. Além disto, eles tem custos reduzidos e fácil manutenção.

Estes transportadores são utilizados para o transporte de grande variedade de materiais: pós, grãos, peças rígidas ou deformáveis, sendo que, como dito anteriormente, eles possuem vantagens de serem auto-limpantes e não apresentarem bloqueio de peças sobre a pista, podendo combinar o transporte de peças com outras operações.

1.2 - Tipos de Transportadores Vibratórios

A existência do transporte de materiais na indústria, utilizando a vibração, é conhecido a muitos anos. Tem-se notícias que os transportadores vibratórios são empregados desde o início do século XX nas minas de carvão (Gaberson, 1982).

Os transportadores vibratórios são compostos por um sistema de excitação, uma pista, um elemento elástico e base (figura 1.1).



(a) Transportador vibratório circular

(b) Transportador vibratório linear

Figura 1.1: Tipos de transportadores vibratórios.

O sistema de excitação é o responsável pela produção do movimento oscilatório da pista, provocando a movimentação da peça. A excitação pode ser produzida através das seguintes fontes: eletromagnética, pneumática, hidráulica, centrífuga e biela-manivela.

O elemento elástico, geralmente é constituído por molas de lâmina de aço ou plásticas, que sustentam a pista.

A base normalmente é projetada para isolar a vibração do transportador dos equipamentos do posto de trabalho.

As pistas são construídas de acordo com o tipo de transportador vibratório e com a aplicação. Podem ser projetadas para transportar uma ou muitas peças, com ou sem inclinação em relação a horizontal, com coeficiente de atrito diferenciado (para frente e para trás), podendo ser cilíndricas ou retas, caracterizando o tipo de transportador vibratório.

Assim, os transportadores vibratórios podem ser divididos em dois tipos básicos: *transportador vibratório circular* (figura 1.1a) e *transportador vibratório linear* (figura 1.1b).

Os transportadores vibratórios lineares são indicados para o transporte de materiais entre dois pontos. Enquanto que os transportadores vibratórios circulares são utilizados para seleção e orientação de peças a partir de um volume a granel.

1.3 - Classificação

Além da classificação dos transportadores vibratórios em função do seu tipo de pista, eles também são classificados como transportadores de força imposta, e transportadores de deslocamento imposto. No transportador de força imposta, o movimento da pista é realizado pela imposição de uma força que pode ser provocada, por exemplo, através de um campo eletromagnético gerado pelo excitador ou através de uma força centrífuga provocada pelo desbalanceamento de massas. No transportador de deslocamento imposto, como o próprio nome já diz, o excitador impõe um movimento definido à pista.

Existem outras formas de classificar os transportadores vibratórios, que levam em consideração suas outras características:

- Segundo a ressonância: de Hickerson (1967), Parameswaran (1979) e Colijin (1984), se a razão entre os transportadores com frequência de excitação, N , e frequência natural, N_o , for igual ou próximo a unidade, ele é um *transportador ressonante*, caso contrário será *não-ressonante*;
- Segundo o ciclo de excitação: *senoidal, triangular, retangular, elipsoidal, ...*;
- Segundo a fonte de excitação: *eletromagnética, pneumática, hidráulica, centrífuga, biela-manivela, ...*; e,
- Segundo a quantidade de graus de liberdade: podem ser classificados como de *um grau de liberdade* (Taillard, 1981; Okabe, 1981) ou de *dois graus de liberdade* (Yokoyama, 1980).

1.4 - Transportadores Vibratórios Lineares

O transportador vibratório linear é o mais antigo equipamento que utiliza as oscilações mecânicas para permitir o transporte de material. As primeiras notícias da utilização datam do início do século XX nas minas de carvão. Estes eram construídos em aço e excitados por um sistema biela-manivela de retorno rápido, a baixa frequência e com grande amplitude, afim de produzir os elevados esforços necessários para o transporte dos produtos (Gutman, 1968).

Nos transportadores vibratórios lineares a força de excitação pode ser aplicada de dois modos: na direção longitudinal à pista, ficando a pressão do material sempre constante à pista (figura 1.2a), ou em uma direção inclinada em relação à pista, fazendo com que a pressão varie (figura 1.2b).

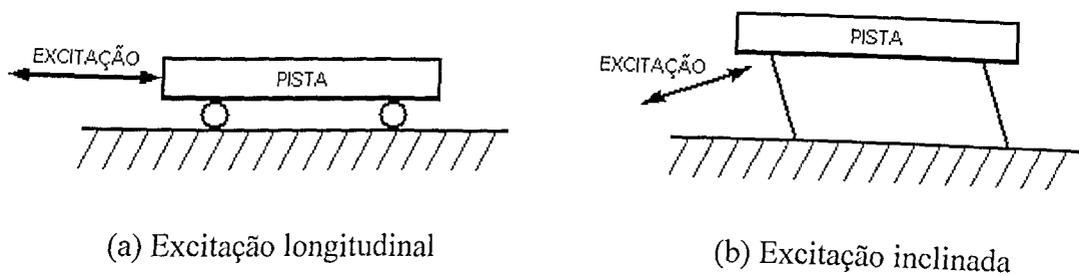


Figura 1.2: Modos de aplicação da força

Nos transportadores com excitação longitudinal à pista, o material sobre ela movimentada apenas por deslizamento, enquanto que, ao aplicar a força de excitação em plano inclinado, a peça pode mover-se através de pequenos saltos. Neste trabalho trataremos da excitação inclinada em relação à pista.

Nos sistemas em que a força é aplicada em uma direção inclinada em relação a horizontal, com ângulo β , a aceleração da pista pode ser decomposta em duas componentes, uma na direção longitudinal à pista e a outra, na direção normal, podendo a pista ser inclinada de um ângulo α , em relação a horizontal (figura 1.3).

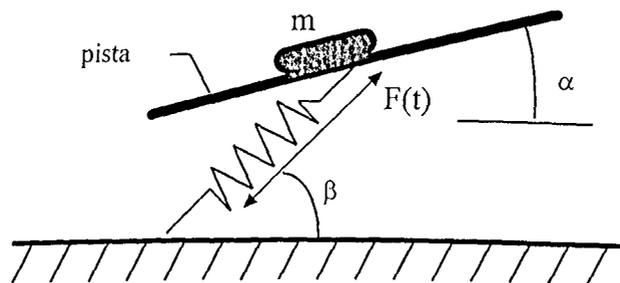


Figura 1.3: Configuração típica de um transportador com excitação eletromagnética.

A aceleração normal à pista provoca uma variação da força normal, podendo a peça (massa m) decolar da pista, fase em que é denominada de salto. Em função das condições iniciais do movimento da peça, tem-se nesta fase, uma melhor eficiência de transporte.

Esta possibilidade do movimento da peça através de pequenos saltos, constitui um importante progresso no estudo dos transportadores vibratórios. Vários trabalhos foram realizados através da variação de certos parâmetros (frequência, coeficiente de atrito, ângulo de aplicação da força, ângulo de inclinação da pista), dentre os quais pode-se citar: Berry, 1958; Taniguchi et al, 1963; Morcos and Massoud, 1969; Sakaguchi and Taniguchi, 1970; Gladwell and Mansour, 1971; Gaberson, 1972 a,b;

No estudo do movimento de uma peça localizada sobre a pista de transporte, pode-se verificar quatro modos distintos de movimento, são eles:

- a) *Salto*: ocorre quando a peça se descola da pista;
- b) *Deslizamento para trás*: a peça desliza para trás em relação à pista;
- c) *Deslizamento para frente*: a peça desliza para frente em relação à pista; e,
- d) *Repouso relativo*: a peça se move grudada à pista, sem deslizamento.

A figura 1.4 apresenta um diagrama que mostra as transições possíveis entre os quatro modos do movimento.

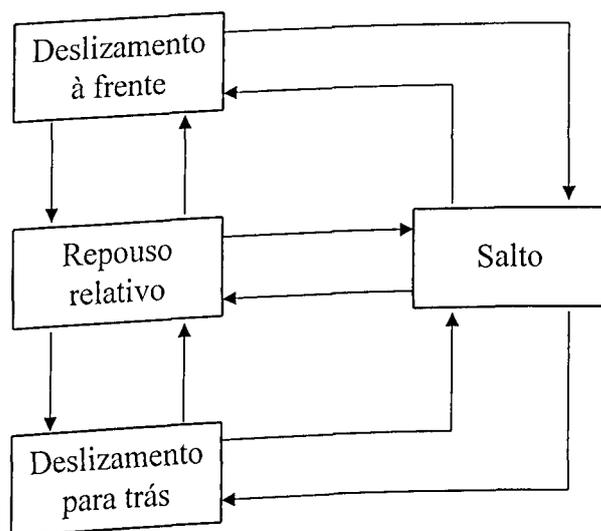
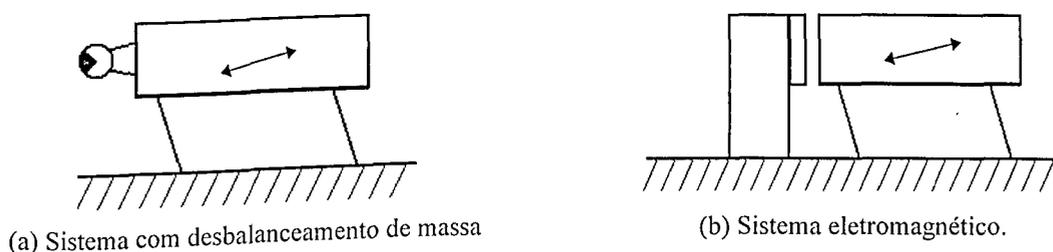


Figura 1.4: Diagrama da transição entre os quatro modos de movimento

1.4.1 - Transportador vibratório linear com imposição de força

A imposição da força em um transportador vibratório linear pode ser obtida, por exemplo, através de um sistema de desbalanceamento de massa (figura 1.5a) ou através de um sistema eletromagnético (figura 1.5b).



(a) Sistema com desbalanceamento de massa

(b) Sistema eletromagnético.

Figura 1.5: Esquema de transportadores vibratórios lineares com força imposta.

O sistema com desbalanceamento de massa produz uma força de excitação rotativa de amplitude constante que pode causar um movimento circular ou quase circular da pista (Parameswaran and Ganapathy, 1979). No sistema com excitação eletromagnética, a excitação ocorre em função do campo eletromagnético gerado pelo excitador. Este campo provoca uma força variável com forma de onda senoidal, triangular, retangular ou outras. Segundo consideração de vários autores, quando a excitação possui forma de onda senoidal, a pista também tem um comportamento senoidal.

A figura 1.6 apresenta uma configuração típica de transportador vibratório com excitação senoidal utilizado por muitos autores para desenvolvimento de seus modelos matemáticos, entre eles: Taniguchi et al (1963), Sakaguchi e Taniguchi (1970), Gladwell e Mansour (1971) e Gaberson (1972 a e b). A seguir serão apresentados alguns resultados obtidos sobre os transportadores vibratórios.

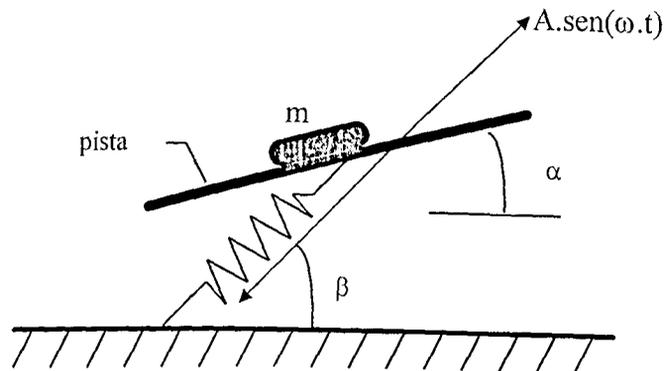


Figura 1.6: Configuração típica de um transportador com excitação senoidal.

Taniguchi et all (1963), utilizando uma excitação senoidal, sugeriu um perfil de movimentação da massa em um ciclo como mostrado na figura 1.7. Este perfil apresenta a combinação entre o movimento de deslizamento e salto para a massa da seguinte forma:

- entre θ_1 e θ_2 , a massa está saltando, e o efeito do impacto no retorno à pista, em θ_2 , é ignorado;
- entre θ_2 e θ_3 , a condição $\dot{x}_{\text{massa}} > \dot{x}_{\text{pista}}$ ocorre, e a velocidade da massa é reduzida pelo efeito da força de atrito;
- em θ_3 , a velocidade relativa reduz para zero; e,
- entre θ_3 e θ_4 , $\dot{x}_{\text{massa}} < \dot{x}_{\text{pista}}$, indicando que a massa desliza para trás, até iniciar a nova fase de salto.

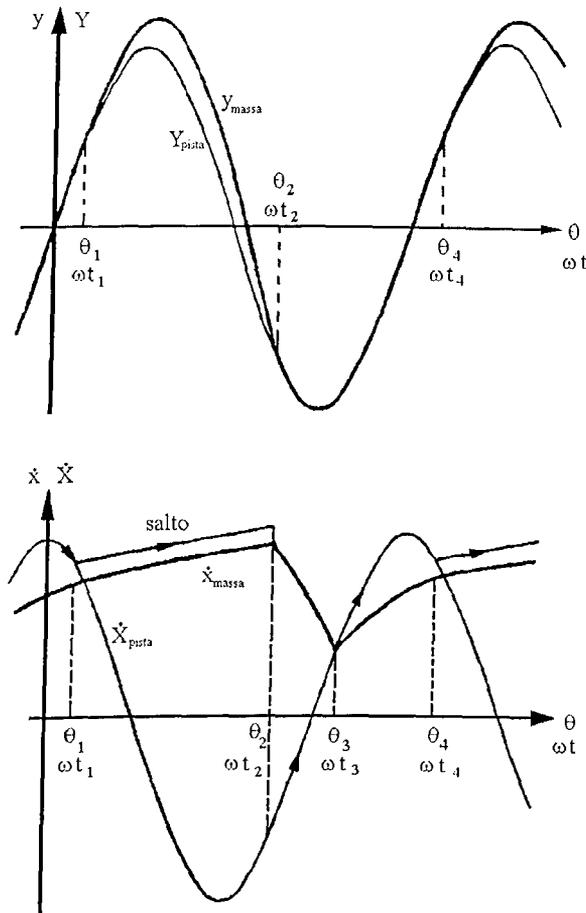


Figura 1.7: Movimento combinado entre deslizamento e salto (Taniguchi et all, 1963)

Os resultados experimentais deste modo de movimento obtido por Taniguchi et all, quando comparado com os resultados teóricos não foram bem correlacionados, e eles citam como justificativa a ausência da consideração do impacto da peça com a pista, a massa ser considerada pontual, desconsiderando a sua forma e na fase de vôo e a ausência da resistência do ar.

Winkler (1978 e 1979), realiza uma análise, através de simulações computacionais, entre o perfil de velocidade triangular (linha cheia) e senoidal (linha pontilhada), mostrados na figura 1.8, para o transporte de uma massa onde há a composição do movimento através de deslizamento e saltos.

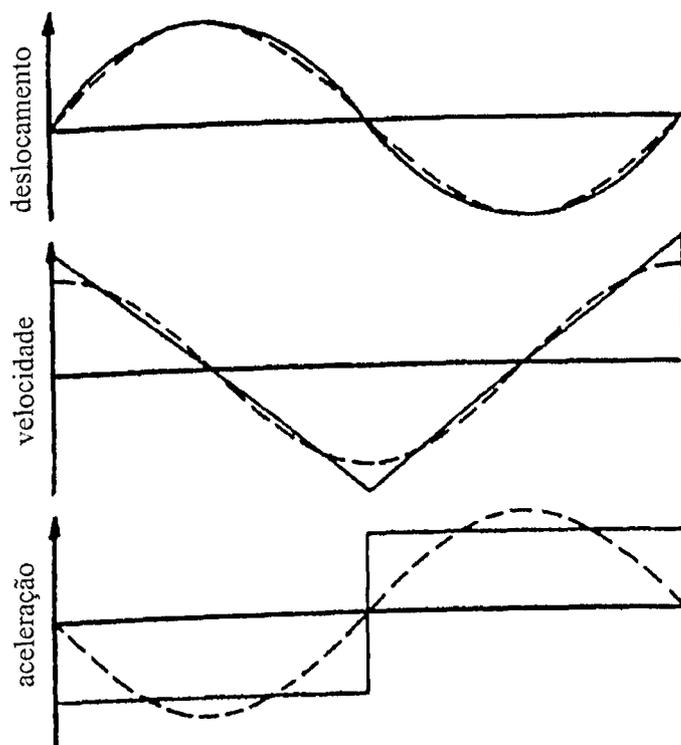


Figura 1.8: Comparação entre os perfis de velocidade triangular e senoidal (Winkler, 1978).

Na figura 1.9, Winkler apresenta o deslocamento e velocidade da pista e da massa, na direção normal à pista, com excitação triangular (figura 1.9a) e senoidal (figura 1.9b). De acordo com seus estudos, para o mesmo parâmetro de aceleração A , a excitação triangular apresenta uma maior eficiência no transporte da massa. O coeficiente A , é a razão entre a amplitude de aceleração ($\dot{\omega}$) e aceleração da gravidade (g). Esta figura, também apresenta a consideração a respeito da velocidade de impacto, quando do retorno da massa à pista em vibração, onde ele diz que a massa sofre uma súbita mudança de velocidade (Δw), passando a ter a mesma velocidade normal da pista.

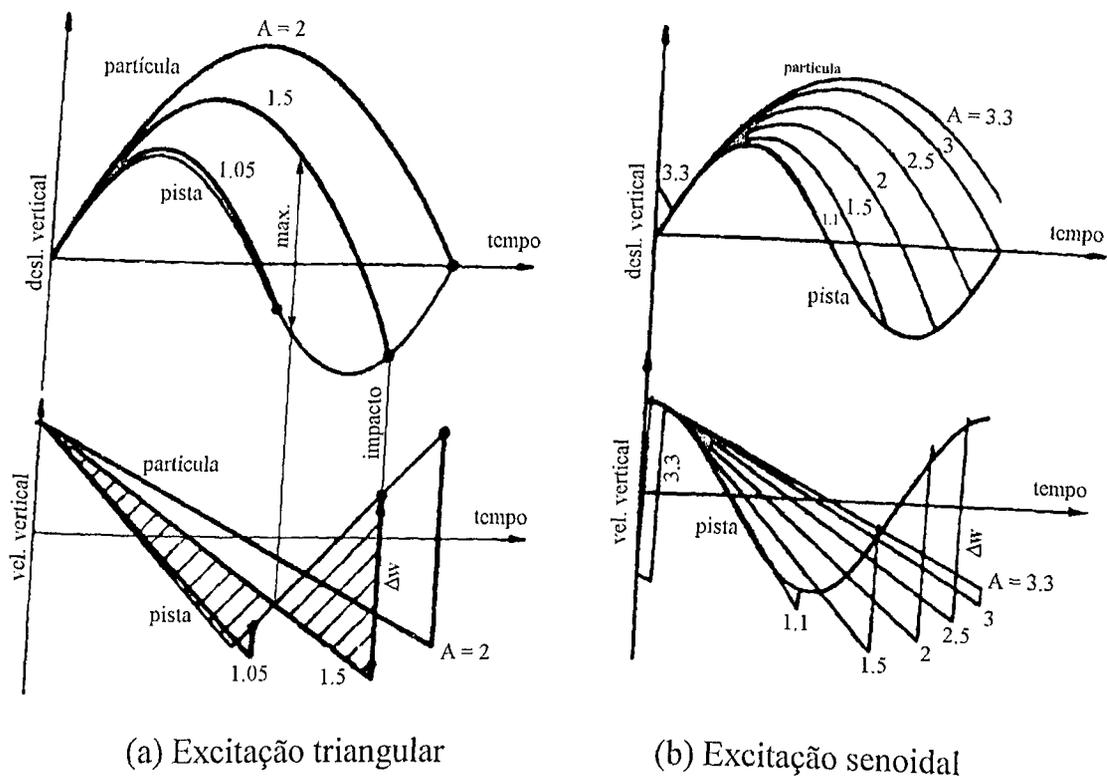


Figura 1.9: Comparação da velocidade e deslocamento da pista e da peça, na direção normal à pista, com excitação triangular e senoidal (Winkler, 1979).

A figura 1.10 apresenta uma comparação entre os dois perfis de excitação em relação ao parâmetro de transporte, $V=v/u$, onde v é o valor médio da velocidade horizontal da pista e u a amplitude da velocidade horizontal da pista.

Winkler conclui que é necessário realizar um estudo mais detalhado em relação ao retorno da peça à pista, após o salto, sobre a influência da inclinação da pista e sobre a consideração da diferença entre o coeficiente de atrito estático e dinâmico.

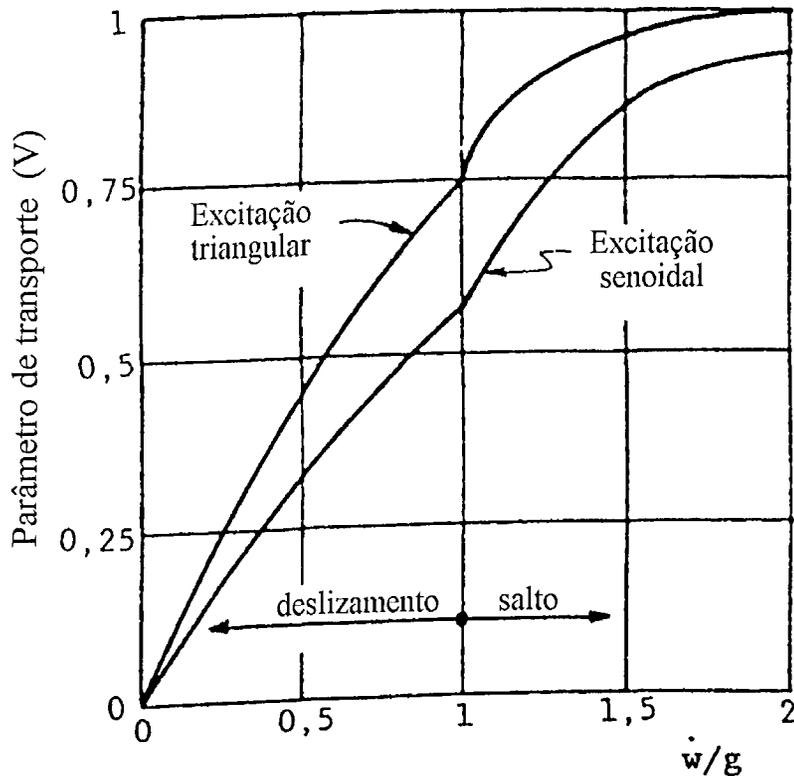


Figura 1.10: Comparação do parâmetro de transporte para excitação triangular e senoidal (Winkler, 1979).

1.4.2 - Transportador vibratório linear com imposição do deslocamento

Neste tipo de transportador vibratório, a imposição do deslocamento pode ser obtido através de um mecanismo de quatro barras, de um sistema pneumático ou hidráulico entre outros.

O sistema mais utilizado neste caso é o mecanismo de quatro barras, na forma do sistema biela-manivela. Com este sistema é possível aplicar à pista um perfil senoidal e uma composição ou aproximação de outros perfis, como o triangular e o retangular.

Morcos (1969) propôs um perfil retangular para a aceleração da pista, obtido através de um mecanismo biela-manivela, apresentado na figura 1.11, onde a_1 e a_2 são os limites máximos de aceleração e desaceleração da pista.

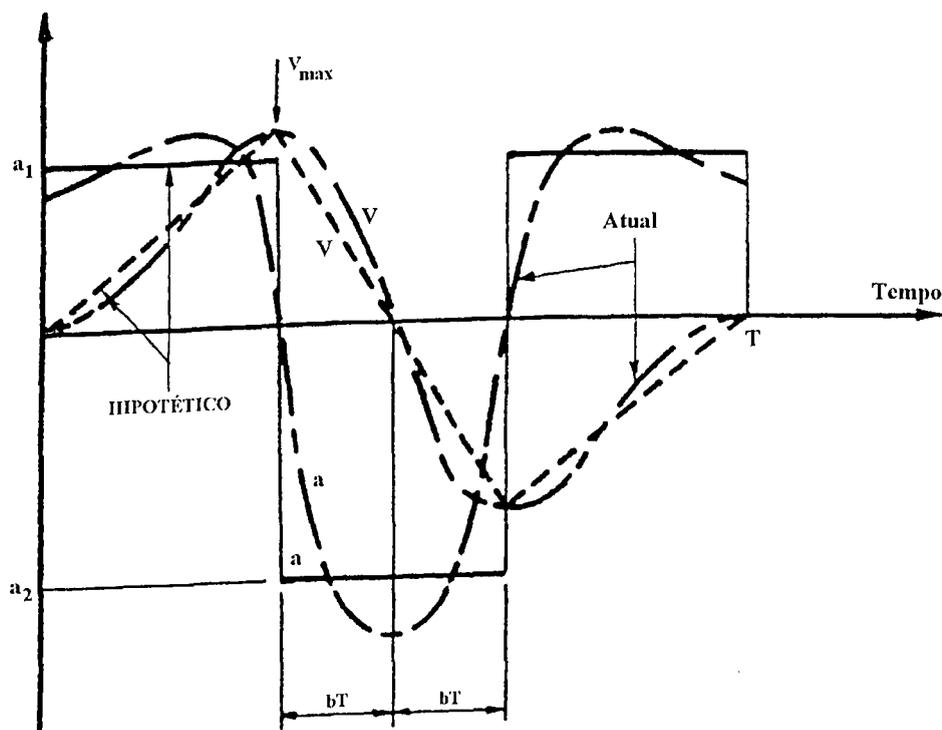
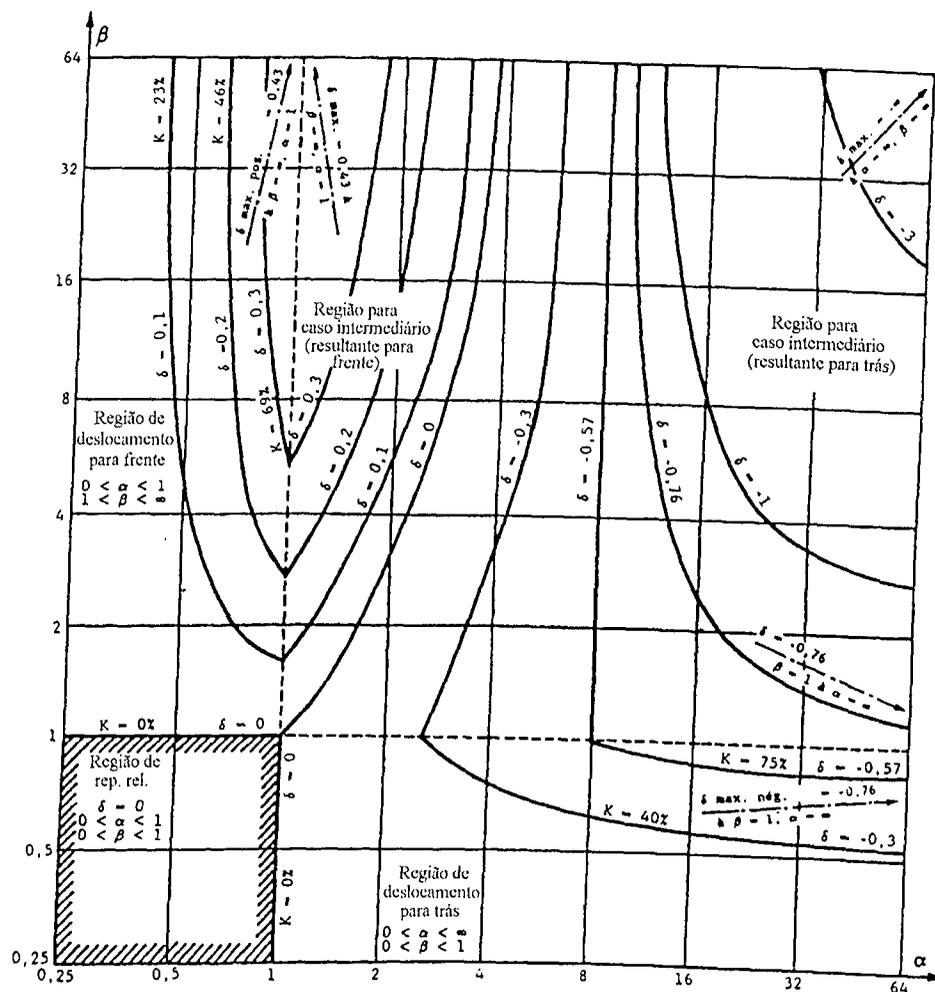


Figura 1.11: Perfil de aceleração retangular aproximado, proposto por Morcos (1969).

Em outro artigo, Morcos (1970) faz a mesma hipótese utilizando um ciclo de aceleração com componentes longitudinal e normal à pista.

Neste caso, a peça também se movimenta através de saltos. Definindo vários parâmetros, ele obteve vários gráficos onde são apresentados os modos de deslocamento da massa. A figura 1.12 exemplifica um desses gráficos.



$2a_1, a_2$: aceleração máxima e mínima da pista
 c_1, c_2 : Aceleração máxima e mínima da massa
 T : Período do ciclo de movimento da pista.
 Δ : Deslocamento da massa em relação a pista, por ciclo.
 $\delta = 2\Delta/c_1 \cdot T^2$: Deslocamento adimensional da massa.
 $\delta_{max} = -1/(\lambda(\lambda+1))$: Deslocamento adimensional máximo da massa no movimento para trás.
 $\delta_{max} = \lambda/(\lambda+1)$: Deslocamento adimensional máximo da massa no movimento para frente.
 $K = \delta/\delta_{max}$: Índice de performance
 $\beta = (a_2/c_2)$; $\alpha = (a_1/c_1)$; $\lambda = (c_1/c_2)$: Coeficientes adimensionais

Figura 1.12: Regiões de deslocamento para o coeficiente $\lambda=3/4$ (Morcos, 1970).

Mais recentemente, Carvalho (1991) propõe um modelo de transportador vibratório excitado por um sistema de quatro barras, tendo as seguintes considerações:

- a) o movimento da peça contém saltos sem que ocorra repique quando do seu retorno à pista: o movimento através de saltos permite um deslocamento eficiente da peça e a ausência do repique conduz a uma operação estável.
- b) a priori, a peça permanece em contato com a pista somente para ser acelerada. Durante a fase de contato, a peça jamais deve deslizar para trás. Se ocorrer o deslizamento para trás, ele deve ser de tal forma que não comprometa a performance do movimento.
- c) o excitador utilizado é do tipo deslocamento imposto. Esta restrição elimina o efeito da variação da carga sobre a pista vibrante.

A partir do movimento imposto à peça, obtém-se o movimento da pista e, conseqüentemente, é obtido o mecanismo que descreve este movimento.

Na figura 1.13, são apresentados tanto a trajetória da pista, como a da peça, tendo sido decomposto em quatro períodos:

- período 1: entre t_0 e t_1 . Fase de aceleração da pista (para frente). A massa acelera junto à pista sem deslizamento;
- período 2: entre t_1 e t_2 . Desaceleração da pista e vôo da massa, com condições iniciais de t_1 ;
- em t_2 , onde finaliza o período 2 e inicia o 3, corresponde a máxima altura atingida pela massa;
- período 3: entre t_1 e t_3 . Aceleração da pista no retorno. A massa continua em vôo com as condições iniciais de t_1 ; e,
- período 4: entre t_3 e t_4 . Desaceleração do retorno da pista. A massa apresenta um pequeno deslocamento para a frente, que não compromete a performance do sistema.

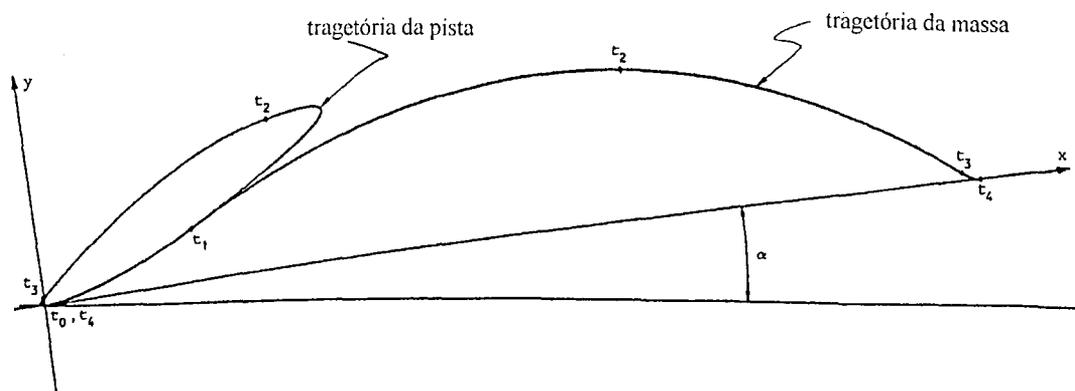


Figura 1.13: Perfil de deslocamento da pista e da massa (Carvalho, 1991).

Nos resultados experimentais obtidos com a construção de um protótipo, Carvalho chega a resultados que apresentam boa correlação com os resultados teóricos, mesmo com inclinação da pista. A figura 1.14 apresenta alguns desses resultados para diferentes inclinações da pista e coeficiente de atrito $\mu=0.5$, onde o linha representa os resultados teóricos e o sinal '+' os dados experimentais.

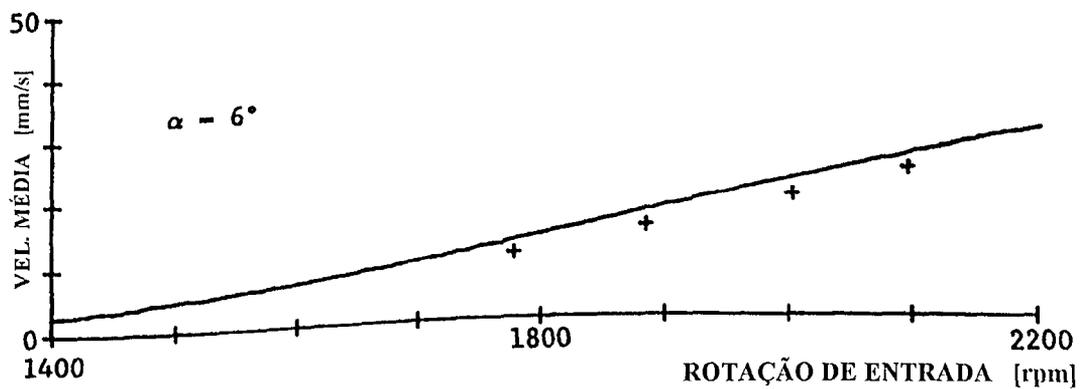
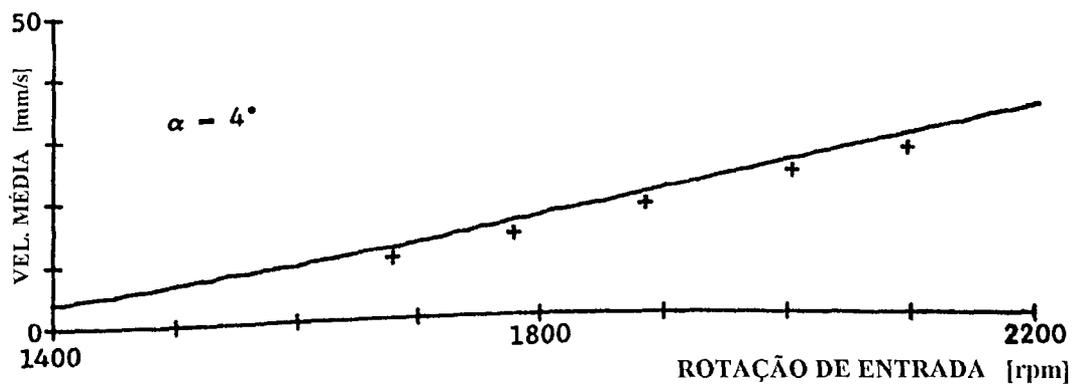
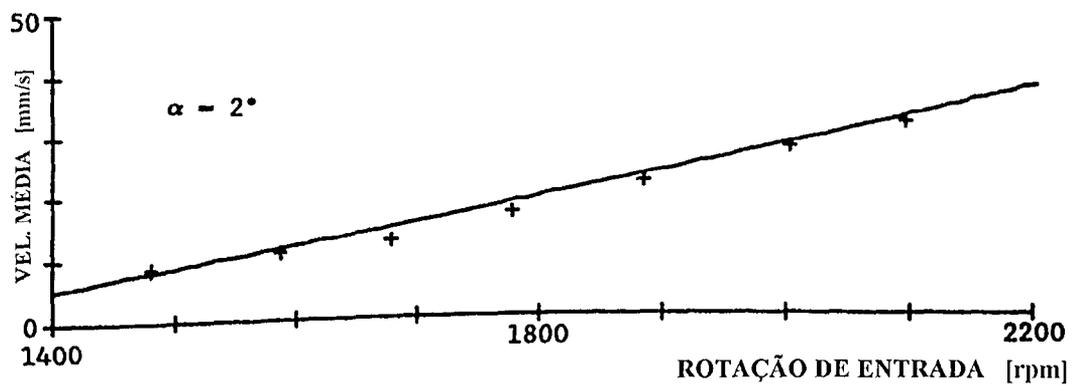
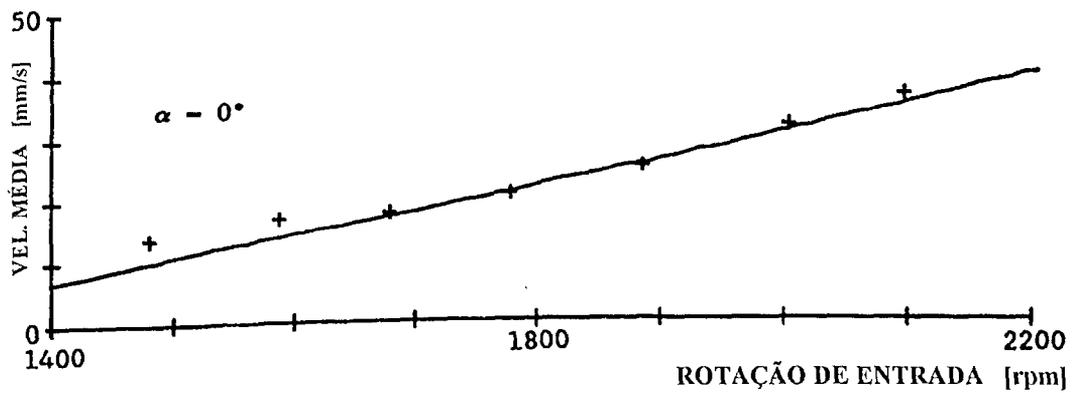


Figura 1.14: Resultados teórico e experimentais para $\mu=0.5$ (Carvalho, 1991).

CAPÍTULO 2

MODELAGEM MATEMÁTICA DE TRANSPORTADOR VIBRATÓRIO

2.1 - Introdução

As características de movimento de uma massa sobre a pista de um transportador vibratório, podem ser equacionadas através de uma análise convencional da dinâmica do movimento.

Os transportadores vibratórios utilizam um movimento oscilatório para o transporte de materiais sobre sua pista, onde o atrito entre esta e o material é o responsável pela transmissão do movimento do transportador ao material a transportar.

Durante a revisão dos trabalhos sobre transportadores vibratórios notou-se que muitos consideram um movimento senoidal puro para a pista, quando esta é acionado com um excitador com forma de onda senoidal.

Neste trabalho, a excitação da pista é provocada pela imposição da força através de um excitador eletromagnético, sendo aplicada em uma direção β em relação a horizontal (figura 2.1). Esta forma de aplicação da força de excitação faz com que o movimento da massa possa ocorrer pela composição de saltos e deslizamento.

Inicialmente será obtido o equacionamento geral de um transportador vibratório, com as condições de início e término de cada modo de movimento da peça sobre a pista, e posteriormente o equacionamento do movimento da peça utilizando a movimentação real da pista. O Anexo A apresenta o equacionamento considerando a excitação senoidal puro da pista.

O sistema de eixos apresentado na figura 2.1 está fixo no espaço, e a ele se referem os componentes de aceleração, velocidade e deslocamento da pista e da massa.

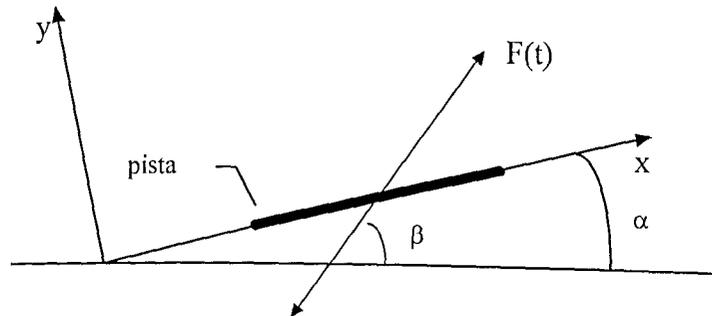


Figura 2.1: Sistema de coordenadas utilizadas

- Notação: – O ponto sobre uma letra representa a derivada em relação ao tempo: um ponto representa a derivada primeira (velocidade); dois pontos a derivada segunda (aceleração).
- Os componentes da aceleração, velocidade e deslocamento da pista é representado pelo índice “t”, enquanto que da massa, pelo índice “m”.

Certas simplificações se tornam necessárias para a construção do modelo:

- a massa é considerada como uma massa pontual, e não sofre rolamento sobre a pista;
- o coeficiente de atrito entre a massa e a pista é regido pela Lei de Coulomb, sendo oposto ao movimento entre ambas;
- o coeficiente de atrito utilizado nas equações é o estático;
- o movimento da pista não é afetado pelo movimento da peça; e,
- a resistência do ar não interfere no movimento da peça e da pista.

2.2 - Equacionamento Geral para um Transportador Vibratório

As forças atuantes em uma massa, m , localizada sobre a pista de um transportador vibratório, com inclinação α em relação a horizontal, e coeficiente de atrito μ é apresentada na figura 2.2.

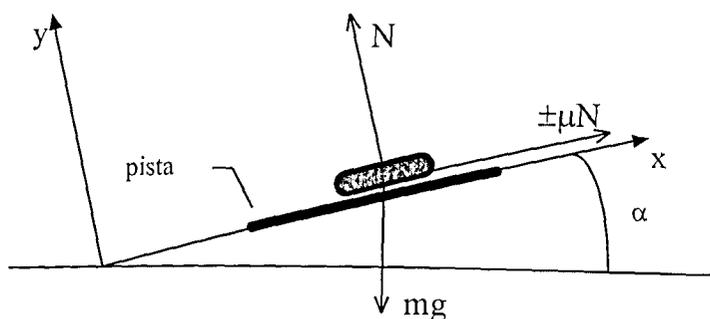


Figura 2.2: Forças atuantes em uma massa sobre a pista de um transportador vibratório.

As equações que governam o movimento da massa são:

$$m \cdot \ddot{x}_m = -m \cdot g \cdot \text{sen} \alpha \pm \mu \cdot N \quad (1)$$

$$m \cdot \ddot{y}_m = -m \cdot g \cdot \text{cos} \alpha + N \quad (2)$$

Desta forma, caso a massa comece a deslizar para trás, a equação (1) fica;

$$\ddot{x}_{mr} = -g \cdot \text{sen} \alpha + \mu \cdot \frac{N}{m} \quad (3)$$

onde \ddot{x}_{mr} é a aceleração da massa deslizando para trás.

E se ela desliza para frente;

$$\ddot{x}_{ma} = -g \cdot \text{sen} \alpha - \mu \cdot \frac{N}{m} \quad (4)$$

onde \ddot{x}_{ma} é a aceleração da massa deslizando para frente.

Supondo em que um tempo inicial, t_0 , a massa esteja localizada sobre a pista e em repouso relativo, ou seja;

$$\dot{x}_m = \dot{x}_t \quad \text{e} \quad \dot{y}_m = \dot{y}_t \quad \text{para } t=t_0 \quad (5)$$

Este modo continuará até que a condição (6) seja violada.

$$\ddot{x}_{ma} \leq \ddot{x}_t \leq \ddot{x}_{mr} \quad (6)$$

Para provar isto, primeiro considera-se o caso em que a pista está estacionária e a peça permanece em contato com ela. Assim, se a pista é inclinada e a peça começa a deslizar para trás, sua velocidade torna-se negativa ($\dot{x}_m < 0$), e:

$$\ddot{x}_{mr} = -g \cdot \text{sen} \alpha + \mu \cdot \frac{N}{m} \quad (7)$$

Para a velocidade da massa tornar-se negativa, partindo do repouso, é necessário que \ddot{x}_m também seja negativa, tal que a peça somente moverá se:

$$g \cdot \text{sen} \alpha > \mu \cdot \frac{N}{m} \quad (8)$$

Esta é a condição inicial de movimento da massa quando a pista está estacionária.

Agora, supondo que a pista está em movimento, e as condições (5) são válidas.

Para que a massa se mova com deslizamento para frente, é necessário que:

$$\dot{x}_m > \dot{x}_t \quad (9)$$

e

$$\ddot{x}_{ma} = -g \cdot \text{sen} \alpha - \mu \cdot \frac{N}{m} \quad (10)$$

Mas, se a massa desliza para frente, partindo do repouso, então $\ddot{x}_m > \ddot{x}_t$, tal que a condição de início deste movimento fica:

$$\ddot{x}_t < -g \cdot \text{sen} \alpha - \mu \cdot \frac{N}{m} = \ddot{x}_{ma} \quad (11)$$

Do mesmo modo, se a massa desliza para trás, partindo do repouso:

$$\dot{x}_m < \dot{x}_t \quad (12)$$

e

$$\ddot{x}_{mr} = -g \cdot \text{sen} \alpha + \mu \cdot \frac{N}{m} \quad (13)$$

e, se moverá para trás somente quando a:

$$\ddot{x}_t > -g \cdot \text{sen} \alpha + \mu \cdot \frac{N}{m} = \ddot{x}_{mr} \quad (14)$$

Das condições (11) e (14), fica comprovado a condição (6), que apresenta os limites para o repouso relativo.

Da equação (2), pode-se verificar que a peça permanece em contato com a pista, isto é:

$$\ddot{y}_m = \ddot{y}_t \quad , \quad \dot{y}_m = \dot{y}_t \quad e \quad y_m = y_t \quad (15)$$

e, conseqüentemente, $N > 0$.

Como citado no Capítulo 1, existem quatro modos de movimento para a massa: *repouso relativo*, *deslizamento para frente*, *deslizamento para trás* e *salto*. A seguir serão analisados cada um desses modos e descritas as condições de existência. Em todos estes modos, deve-se assumir o tempo inicial como t_0 .

a) *Repouso Relativo*

Neste modo, a massa moverá junto à pista com a mesma velocidade. As condições para que este modo se inicie são:

$$\begin{aligned} N &> 0 \\ \dot{x}_m &= \dot{x}_t \\ \dot{y}_m &= \dot{y}_t \end{aligned} \quad (16)$$

e que deverá continuar enquanto as relações seguintes forem válidas:

$$\ddot{x}_t - \left(\mu \cdot \frac{N}{m} - g \cdot \text{sen } \alpha \right) \leq 0$$

$$\ddot{x}_t + \left(\mu \cdot \frac{N}{m} + g \cdot \text{sen} \alpha \right) \geq 0 \quad (17)$$

Se qualquer das condições (17) for violada, muda-se o modo de movimento.

As equações que governam o movimento da massa neste modo são:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_m &= \ddot{x}_t \\ \dot{x}_m &= \dot{x}_t \\ x_m &= x_{m_0} + (x_t - x_{t_0}) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \ddot{y}_m &= \ddot{y}_t \\ \dot{y}_m &= \dot{y}_t \\ y_m &= y_t \end{aligned} \quad (19)$$

b) *Deslizamento para trás*

As condições necessárias para que a peça comece a deslizar para trás em relação à pista são:

$$\begin{aligned} N &> 0 \\ \ddot{x}_t - \left(\mu \cdot \frac{N}{m} - g \cdot \text{sen} \alpha \right) &> 0 \end{aligned} \quad (20)$$

Este modo continua até que a condição (21) seja violada:

$$\dot{x}_m - \dot{x}_t < 0 \quad (21)$$

Para este modo, tem-se as seguintes equações do movimento:

$$\begin{aligned}\ddot{x}_m &= \mu \cdot \frac{N}{m} - g \cdot \text{sen } \alpha \\ \dot{x}_m &= \dot{x}_{m_0} + \int_{t_0}^t \ddot{x}_m \cdot dt \\ x_m &= x_{m_0} + \int_{t_0}^t \dot{x}_m \cdot dt\end{aligned}\quad (22)$$

$$\begin{aligned}\ddot{y}_m &= \ddot{y}_t \\ \dot{y}_m &= \dot{y}_t \\ y_m &= y_t\end{aligned}\quad (23)$$

c) *Deslizamento para frente*

As condições para início deste modo de movimento são:

$$\begin{aligned}N &> 0 \\ \ddot{x}_t + \left(\mu \cdot \frac{N}{m} + g \cdot \text{sen } \alpha \right) &< 0\end{aligned}\quad (24)$$

A continuidade deste modo se dará enquanto a relação (25) for verificada:

$$\dot{x}_m - \dot{x}_t > 0\quad (25)$$

Assim, as equações deste modo ficam:

$$\ddot{x}_m = -g \cdot \sin \alpha - \mu \cdot \frac{N}{m}$$

$$\dot{x}_m = \dot{x}_{m_0} + \int_{t_0}^t \ddot{x}_m \cdot dt$$

$$x_m = x_{m_0} + \int_{t_0}^t \dot{x}_m \cdot dt \quad (26)$$

$$\ddot{y}_m = \ddot{y}_t$$

$$\dot{y}_m = \dot{y}_t$$

$$y_m = y_t \quad (27)$$

d) *Salto*

Neste modo, a massa perde o contato com a pista. Para iniciar este modo de movimento, deve-se ocorrer a seguinte condição:

$$N = 0 \quad (28)$$

Este modo termina quando a condição (29) não for verdadeira.

$$y_m - y_t > 0 \quad (29)$$

ou seja, quando a massa entrar em contato com a pista novamente.

As equações do movimento da massa quando ela está em salto são:

$$\ddot{x}_m = -g \cdot \text{sen } \alpha$$

$$\dot{x}_m = \dot{x}_{m_0} + \int_{t_0}^t \ddot{x}_m \cdot dt = \dot{x}_{m_0} - g \cdot \text{sen } \alpha \cdot (t - t_0)$$

$$x_m = x_{m_0} + \int_{t_0}^t \dot{x}_m \cdot dt = x_{m_0} + \dot{x}_{m_0} \cdot (t - t_0) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \text{sen } \alpha \cdot (t - t_0)^2 \quad (30)$$

$$\ddot{y}_m = -g \cdot \text{cos } \alpha$$

$$\dot{y}_m = \dot{y}_{m_0} + \int_{t_0}^t \ddot{y}_m \cdot dt = \dot{y}_{m_0} - g \cdot \text{cos } \alpha \cdot (t - t_0)$$

$$y_m = y_{m_0} + \int_{t_0}^t \dot{y}_m \cdot dt = y_{m_0} + \dot{y}_{m_0} \cdot (t - t_0) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \text{cos } \alpha \cdot (t - t_0)^2 \quad (31)$$

A tabela 2.1 apresenta de forma condensada as condições em que se inicia os modos de movimento, bem como as condições de continuidade e as equações de movimento da massa nestes mesmos modos.

Tabela 2.1: Equações e condições de início e término dos modos de movimento para o caso geral.

	Repouso relativo	Deslizamento para trás	Deslizamento à frente	Salto
Condições de início do movimento	$\dot{x}_m = \dot{x}_t$ $\dot{y}_m = \dot{y}_t$	$N > 0$ $\ddot{x}_t - \left(\mu \cdot \frac{N}{m} - g \cdot \text{sen } \alpha \right) > 0$	$N > 0$ $\ddot{x}_t + \left(\mu \cdot \frac{N}{m} + g \cdot \text{sen } \alpha \right) < 0$	$N = 0$
Condições de continuidade do movimento	$N > 0$ $\ddot{x}_t - \left(\mu \cdot \frac{N}{m} - g \cdot \text{sen } \alpha \right) \leq 0$ $\ddot{x}_t + \left(\mu \cdot \frac{N}{m} + g \cdot \text{sen } \alpha \right) \geq 0$	$\dot{x}_m - \dot{x}_t < 0$	$\dot{x}_m - \dot{x}_t > 0$	$y_m - y_t > 0$
Equações de movimento da massa	$\ddot{x}_m = \ddot{x}_t$ $\dot{x}_m = \dot{x}_t$ $x_m = x_{m_0} + (x_t - x_{t_0})$ $\ddot{y}_m = \ddot{y}_t$ $\dot{y}_m = \dot{y}_t$ $y_m = y_t$	$\ddot{x}_m = \mu \cdot \frac{N}{m} - g \cdot \text{sen } \alpha$ $\dot{x}_m = \dot{x}_{m_0} + \int_{t_0}^t \ddot{x}_m \cdot dt$ $x_m = x_{m_0} + \int_{t_0}^t \dot{x}_m \cdot dt$ $\ddot{y}_m = \ddot{y}_t$ $\dot{y}_m = \dot{y}_t$ $y_m = y_t$	$\ddot{x}_m = -\mu \cdot \frac{N}{m} - g \cdot \text{sen } \alpha$ $\dot{x}_m = \dot{x}_{m_0} + \int_{t_0}^t \ddot{x}_m \cdot dt$ $x_m = x_{m_0} + \int_{t_0}^t \dot{x}_m \cdot dt$ $\ddot{y}_m = \ddot{y}_t$ $\dot{y}_m = \dot{y}_t$ $y_m = y_t$	$\ddot{x}_m = -g \cdot \text{sen } \alpha$ $\dot{x}_m = \dot{x}_{m_0} - g \cdot \text{sen } \alpha \cdot (t - t_0)$ $x_m = x_{m_0} + \dot{x}_{m_0}(t - t_0) - \frac{1}{2} g \text{sen } \alpha (t - t_0)^2$ $\ddot{y}_m = -g \cdot \text{cos } \alpha$ $\dot{y}_m = \dot{y}_{m_0} - g \cdot \text{cos } \alpha \cdot (t - t_0)$ $y_m = y_{m_0} + \dot{y}_{m_0}(t - t_0) - \frac{1}{2} g \text{cos } \alpha (t - t_0)^2$

2.3 - Modelo de um Transportador Vibratório com Excitação Real

Para atingir os objetivos propostos neste trabalho, o equacionamento do movimento da peça, apresentada no item 2.2, é aplicado ao transportador com excitação eletromagnética.

A seguir serão detalhadas as equações para a aplicação ao perfil real de excitação obtido de transportadores vibratórios comerciais.

Neste caso, a força de excitação eletromagnética aplica uma força variável, $F(t)$, e periódica, de período T e frequência $f=1/T$, à pista. Conforme pode ser visto na figura 2.3, esta força é aplicada em uma direção β com a horizontal, tendo a pista uma inclinação α .

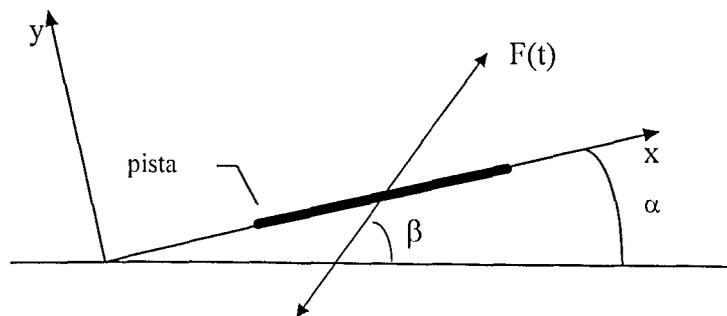


Figura 2.3: Esquema da excitação da pista.

Por ser um caso particular do equacionamento geral, o modelo com excitação real possui os mesmos modos de movimento (repouso relativo, deslocamento para trás, deslocamento para frente e salto), obedecendo as condições de início e término.

Notação: - o índice 'p' representa a excitação real obtida através da instrumentação da pista do transportador vibratório.

A instrumentação dos transportadores vibratórios comerciais permitiu obter as acelerações normal e longitudinal à pista. Em seguida estas acelerações foram integradas utilizando-se o método dos trapézios, obtendo-se a velocidade e o deslocamento da pista.

A partir do equacionamento geral apresentado anteriormente, pode-se obter as equações do movimento para o caso real. Das equações (1) e (2), pode-se obter a relação N/m (figura 2.4).

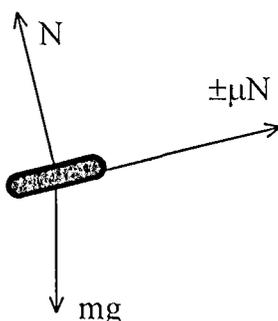


Figura 2.4: Diagrama de corpo livre da massa.

$$m \cdot \ddot{x}_m = -m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha \pm \mu \cdot N \quad (1)$$

$$m \cdot \ddot{y}_m = -m \cdot g \cdot \text{cos } \alpha + N \quad (2)$$

$$\frac{N}{m} = \ddot{y}_m + g \cdot \text{cos } \alpha \quad (32)$$

Conhecendo o movimento da pista, e as condições de início e término para cada modo de movimento, pode-se escrever as equações de movimento da massa para estes modos.

a) *Repouso relativo*

Neste modo, a massa move-se junto à pista, sem deslizamento, portanto:

$$\begin{aligned}\ddot{x}_m &= \ddot{x}_p \\ \dot{x}_m &= \dot{x}_p \\ x_m &= x_{m_0} + (x_p - x_{p_0})\end{aligned}\tag{33}$$

$$\begin{aligned}\ddot{y}_m &= \ddot{y}_p \\ \dot{y}_m &= \dot{y}_p \\ y_m &= y_p\end{aligned}\tag{34}$$

b) *Deslizamento para trás*

No deslizamento para trás, a massa mantém contato constante com a pista, possuindo a mesma aceleração, velocidade e deslocamento desta, na direção y . Assim, as equações da massa nesta direção ficam:

$$\begin{aligned}\ddot{y}_m &= \ddot{y}_p \\ \dot{y}_m &= \dot{y}_p \\ y_m &= y_p\end{aligned}\tag{34}$$

Considerando o diagrama de corpo livre da massa, quando esta está deslizando para trás, mostrado na figura 2.5,

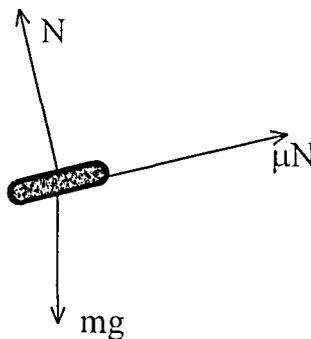


Figura 2.5: Diagrama de corpo livre da massa deslizando para trás.

a equação (1) fica;

$$\ddot{x}_m = -g \cdot \text{sen} \alpha + \mu \cdot \frac{N}{m} \quad (35)$$

enquanto que na direção 'y' se mantém.

Para encontrar a equação da aceleração da massa na direção do eixo 'x', deve-se aplicar as equações (32) e (34a) na equação (35), obtendo:

$$\ddot{x}_m = g \cdot (\mu \cdot \text{cos} \alpha - \text{sen} \alpha) + \mu \cdot \ddot{y}_p \quad (36)$$

Integrando a equação (36), entre t_0 e t , tem-se a velocidade da massa na direção x:

$$\dot{x}_m = \dot{x}_{m_0} + g \cdot (\mu \cdot \text{cos} \alpha - \text{sen} \alpha)(t - t_0) + \mu \cdot (\dot{y}_p - \dot{y}_{p_0}) \quad (37)$$

Integrando a equação (37), entre t_0 e t , encontra-se a expressão que descreve o deslocamento da massa para a condição de deslizamento para trás.

$$x_m = x_{m_0} + \mu \cdot (y_p - y_{p_0}) + [\dot{x}_{m_0} - \mu \cdot \dot{y}_{p_0}] \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\mu \cdot \text{cos} \alpha - \text{sen} \alpha) \cdot (t - t_0)^2 \quad (38)$$

c) Deslizamento para frente

Da mesma forma que no deslizamento para trás, na direção 'y' a massa possui o mesmo movimento da pista, ou seja:

$$\begin{aligned}
\ddot{y}_m &= \ddot{y}_p \\
\dot{y}_m &= \dot{y}_p \\
y_m &= y_p
\end{aligned}
\tag{34}$$

O diagrama de corpo livre da massa fica com o seguinte aspecto:

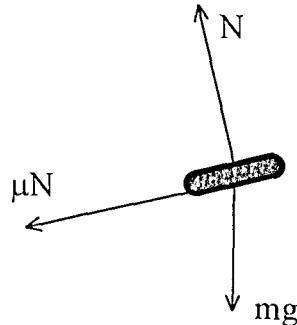


Figura 2.6: Diagrama de corpo livre da massa deslizando para frente.

Assim, a equação (1) fica:

$$\ddot{x}_m = -g \cdot \text{sen } \alpha - \mu \cdot \frac{N}{m}
\tag{39}$$

Substituindo as equações (32) e (34a) na equação (39), encontra-se a equação da aceleração da massa na direção x.

$$\ddot{x}_m = -g \cdot (\mu \cdot \cos \alpha + \text{sen } \alpha) - \mu \cdot \ddot{y}_p
\tag{40}$$

Integrando a equação (40), entre t_0 e t , obtém-se a equação da velocidade na direção x, deste modo de movimento.

$$\dot{x}_m = \dot{x}_{m_0} - g \cdot (\mu \cdot \cos \alpha + \text{sen } \alpha)(t - t_0) - \mu \cdot (\dot{y}_p - \dot{y}_{p_0})
\tag{41}$$

Integrando a equação (41), entre t_0 e t , encontra-se a equação da massa deslizando para frente, na direção x .

$$x_m = x_{m_0} - \mu \cdot (y_p - y_{p_0}) + [\dot{x}_{m_0} + \mu \cdot \dot{y}_{p_0}] \cdot (t - t_0) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\mu \cdot \cos \alpha + \sin \alpha) \cdot (t - t_0)^2 \quad (42)$$

d) *Salto*

Neste caso, as equações são as mesmas do equacionamento geral, ou seja:

$$\ddot{x}_m = -g \cdot \sin \alpha \quad (43)$$

$$\ddot{y}_m = -g \cdot \cos \alpha \quad (44)$$

$$\dot{x}_m = \dot{x}_{m_0} - g \cdot \sin \alpha \cdot (t - t_0) \quad (45)$$

$$\dot{y}_m = \dot{y}_{m_0} - g \cdot \cos \alpha \cdot (t - t_0) \quad (46)$$

$$x_m = x_{m_0} + \dot{x}_{m_0} \cdot (t - t_0) - \frac{1}{2} g \cdot \sin \alpha \cdot (t - t_0)^2 \quad (47)$$

$$y_m = y_{m_0} + \dot{y}_{m_0} \cdot (t - t_0) - \frac{1}{2} g \cdot \cos \alpha \cdot (t - t_0)^2 \quad (48)$$

A tabela 2.2, apresenta as equações do movimento da massa para o caso de se conhecer as acelerações reais, nas direções normal e longitudinal à pista.

Tabela 2.2: Equações e condições de movimento do modelo.

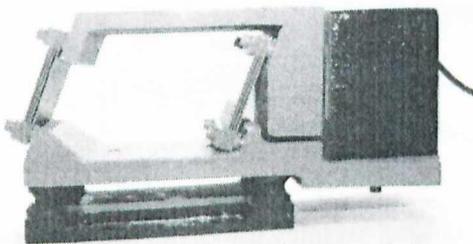
	Repouso relativo	Deslizamento para trás	Deslizamento à frente	Salto
Condições de início do movimento	$\dot{x}_m = \dot{x}_p$ $\dot{y}_m = \dot{y}_p$	$N > 0$ $\ddot{x}_p - \left(\mu \cdot \frac{N}{m} - g \cdot \text{sen } \alpha \right) > 0$	$N > 0$ $\ddot{x}_p + \left(\mu \cdot \frac{N}{m} + g \cdot \text{sen } \alpha \right) < 0$	$N = 0$
Condições de continuidade do movimento	$N > 0$ $\ddot{x}_p - \left(\mu \cdot \frac{N}{m} - g \cdot \text{sen } \alpha \right) \leq 0$ $\ddot{x}_p + \left(\mu \cdot \frac{N}{m} + g \cdot \text{sen } \alpha \right) \geq 0$	$\dot{x}_m - \dot{x}_p < 0$	$\dot{x}_m - \dot{x}_p > 0$	$y_m - y_p > 0$
Equações de movimento da massa	$\ddot{x}_m = \ddot{x}_p$ $\dot{x}_m = \dot{x}_p$ $x_m = x_{m_0} + (x_p - x_{p_0})$	$\ddot{x}_m = g \cdot (\mu \cdot \cos \alpha - \text{sen } \alpha) + \mu \cdot \ddot{y}_p$ $\dot{x}_m = \dot{x}_{m_0} + g \cdot (\mu \cdot \cos \alpha - \text{sen } \alpha)(t - t_0) + \mu \cdot (\dot{y}_p - \dot{y}_{p_0})$ $x_m = x_{m_0} + \mu \cdot (y_p - y_{p_0}) + [\dot{x}_{m_0} - \mu \cdot \dot{y}_{p_0}] \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\mu \cdot \cos \alpha - \text{sen } \alpha) \cdot (t - t_0)^2$	$\ddot{x}_m = -g \cdot (\mu \cdot \cos \alpha + \text{sen } \alpha) - \mu \cdot \ddot{y}_p$ $\dot{x}_m = \dot{x}_{m_0} - g \cdot (\mu \cdot \cos \alpha + \text{sen } \alpha)(t - t_0) - \mu \cdot (\dot{y}_p - \dot{y}_{p_0})$ $x_m = x_{m_0} - \mu \cdot (y_p - y_{p_0}) + [\dot{x}_{m_0} + \mu \cdot \dot{y}_{p_0}] \cdot (t - t_0) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\mu \cdot \cos \alpha + \text{sen } \alpha) \cdot (t - t_0)^2$	$\ddot{x}_m = -g \cdot \text{sen } \alpha$ $\dot{x}_m = \dot{x}_{m_0} - g \cdot \text{sen } \alpha \cdot (t - t_0)$ $\dot{x}_m = x_{m_0} + \dot{x}_{m_0} (t - t_0) - \frac{1}{2} g \text{sen } \alpha (t - t_0)^2$
		$\ddot{y}_m = \ddot{y}_p$ $\dot{y}_m = \dot{y}_p$ $y_m = y_p$	$\ddot{y}_m = -g \cdot \cos \alpha$ $\dot{y}_m = \dot{y}_{m_0} - g \cdot \cos \alpha \cdot (t - t_0)$ $\dot{y}_m = y_{m_0} + \dot{y}_{m_0} (t - t_0) - \frac{1}{2} g \cos \alpha (t - t_0)^2$	

CAPÍTULO 3

EXPERIMENTOS COM TRANSPORTADORES VIBRATÓRIOS LINEARES COMERCIAIS

Neste capítulo, descreve-se os transportadores vibratórios e os procedimentos utilizados na obtenção dos perfis de movimento das pistas (perfil de aceleração, velocidade e deslocamento) e da velocidade média de transporte de uma peça sobre a pista.

Para realização dos testes, utilizou-se dois transportadores vibratórios lineares fornecidos por indústrias de transportadores vibratórios, os quais passam a ser identificados pelas siglas TV1 e TV2, mostrados na figura 3.1 (a) e (b), respectivamente.



(a) Transportador Vibratório (TV1)



(b) Transportador Vibratório (TV2).

Figura 3.1: Transportadores vibratórios utilizados nos testes.

Os testes e as simulações foram realizados no Laboratório de Automação e Robótica do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia.

3.1 - Classificação dos Transportadores Vibratórios Utilizados

Segundo a classificação apresentada no capítulo 2, os transportadores TV1 e TV2 recebem as seguintes classificações:

- segundo a fonte de excitação: possuem fonte de excitação eletromagnética, com alimentação da rede;
- segundo o ciclo de excitação: a alimentação da fonte provoca uma variação senoidal na bobina do excitador, possuindo assim, um ciclo de excitação senoidal;
- segundo o número de graus de liberdade: possuem apenas um grau de liberdade, pois o tipo de mola utilizado (lâminas sobrepostas) permite o movimento em apenas uma direção.
- segundo a ressonância: a rede que alimenta o excitador possui frequência média de 60 Hz, ou seja $N=60$. De acordo os dados adquiridos, pode-se identificar as frequências naturais dos transportadores. Estes dados foram obtidos posicionando o acelerômetro na direção do movimento, com o sistema completo, ou seja a pista e o transportador, medindo-se a resposta à excitação impulsiva.

- para o TV1: segundo o gráfico da figura 3.2, a frequência natural de TV1 $N_0=64$ Hz. Assim, $N/N_0=0.94$.

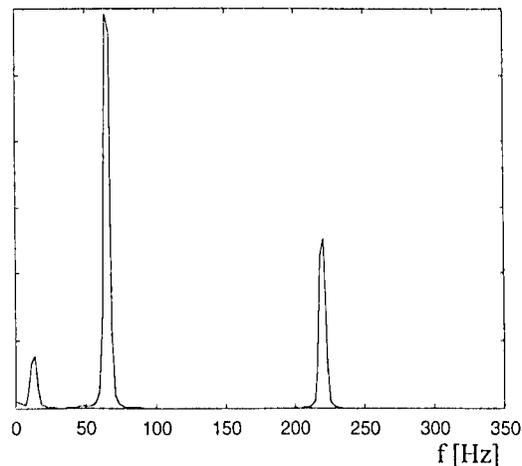


Figura 3.2: Gráfico para identificação da frequência natural do TV1.

- TV2: do mesmo modo, $N_0 = 59$ Hz e $N/N_0 = 1.02$

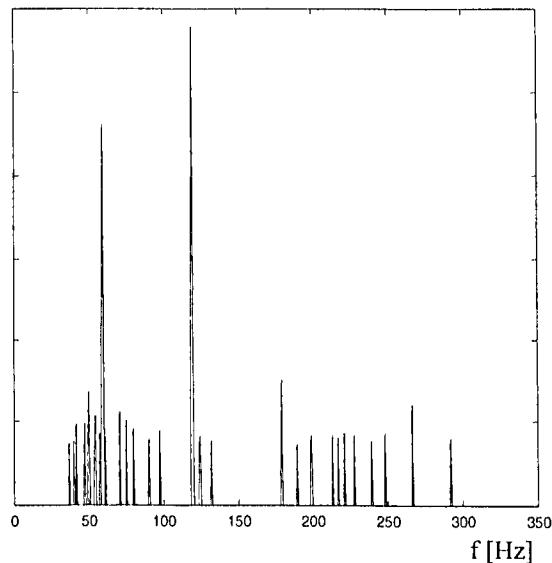


Figura 3.3: Gráfico para identificação da frequência natural do TV2.

Assim, temos que TV1 e TV2 são transportadores vibratórios ressonantes. Nas figuras 3.2 e 3.3, nota-se também, que estes transportadores possuem harmônicos da frequência de 60 Hz, que podem influenciar muito no movimento da pista. Isto é mais evidente no TV2, onde o segundo harmônico, em 120 Hz, possui a maior amplitude.

Outra característica comum a ambos, é em relação a sua unidade de controle. Ela permite variar a amplitude de deslocamento da pista, no entanto a frequência de excitação não pode ser variada. Isto não permitiu verificar a influência da frequência de excitação no movimento da pista e do material sobre esta. A variação da amplitude é realizada por um seletor com 10 posições, onde foram realizado os testes. Para isso, o seletor varia a intensidade da força imposta a base da pista, através da variação da voltagem imposta a bobina do excitador. Para cada posição foi atribuído uma porcentagem de 10% do total da força disponível.

3.2 - Descrição das Pistas e Peças

Devido às dimensões dos transportadores vibratórios não foi possível trabalhar com a mesma pista para a realização dos testes. Isto se deve à capacidade de carga de cada um. Assim, foi construída uma pista para cada transportador, de acordo com suas capacidades, que serão descritas separadamente. Estas pistas foram fabricadas no Setor de Oficina Mecânica do Departamento de Engenharia Mecânica desta Universidade e passam a ser identificadas pelas siglas P1 e P2.

Como característica geral para ambas as pistas, e segundo as considerações necessárias para desenvolvimento das equações apresentadas no Capítulo 2, as pistas devem manter-se como um corpo rígido, para transmitir o mesmo movimento em todos os seus pontos.

3.2.1 - Pista P1

Na figura 3.4 é apresentada a pista P1, utilizada no TV1. Esta pista foi construída de forma a possibilitar a realização de testes com diferentes graus de inclinação em relação a horizontal (α). Isto permitiu verificar a influência deste ângulo na velocidade de transporte da peça.

Para medir α foi instalado um transferidor com resolução de 1/3 de grau na lateral da base da pista.



Figura 3.4: Pista P1.

A dimensão útil da pista é de 315 mm, e total de 340 mm. Ela foi construída em alumínio para evitar um peso excessivo, sendo que a seção da base e da pista é de 20x22 mm.

3.2.2 - Pista P2

Devido à baixa capacidade de carga do TV2, não foi possível construir uma pista que permitisse a variação de inclinação de α . Desta forma, mesmo a pista tendo sido construída em alumínio, teve-se que projetá-la com o menor peso possível sem comprometer a rigidez. Mesmo assim, o transportador não permitia atingir uma carga maior que 30% da disponível em seu controle. Acima deste valor, a amplitude de deslocamento da parte móvel excedia a distância entre esta e a bobina, ocorrendo choque entre ambas.

Seu comprimento total é de 65 mm, sendo a parte útil de 60 mm, onde foram realizados os testes de velocidade média

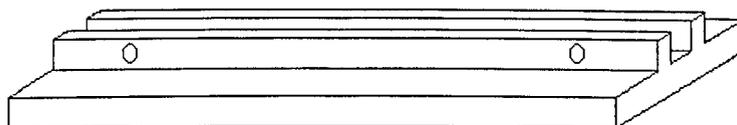


Figura 3.5: Pista P2.

3.2.3 - Peças

Afim de obter diferentes coeficientes de atrito, foram fabricadas cinco peças. Destas, quatro foram utilizadas com a pista P1 e três com P2.

Estas peças foram construídas na forma de um tronco de cone, visando minimizar o atrito lateral, já que no modelo ele não é considerado. O diâmetro médio das peças é de 5 mm, enquanto sua altura é de 4 mm.

O coeficiente de atrito estático, necessário à simulação do modelo matemático, foi determinado através da tangente do ângulo de inclinação máximo em que a peça continuava parada sobre a pista. Foram realizadas 100 medidas para cada peça, de onde se retirou o valor médio.

Para a pista P1, têm-se os seguintes valores para o coeficiente de atrito estático (tabela 1):

Tabela 3.1: Coeficiente de atrito estático das peças com P1.

	Pista P1 μ	Desvio padrão
Alumínio	0.465	0.037
Latão	0.439	0.043
Aço1	0.396	0.047
Aço2	0.386	0.033

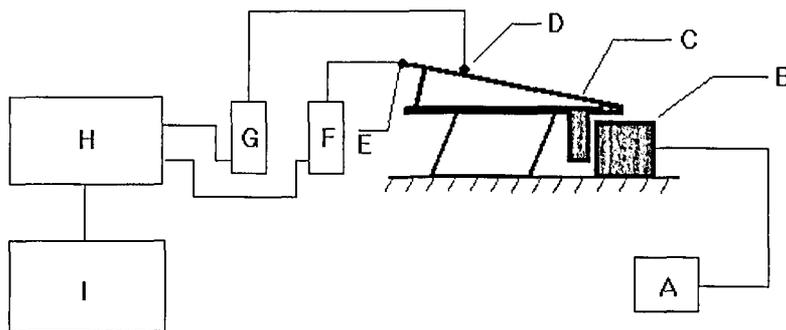
enquanto que de P2, está mostrado na tabela 2.

Tabela 3.2: Coeficiente de atrito estático das peças com P2.

	Pista P2 μ	Desvio padrão
Latão	0.410	0.039
Aço2	0.466	0.040
Aço3	0.451	0.032

3.3 - Sistema de Aquisição da Aceleração da Pista

A figura 3.6 apresenta um esquema do sistema de aquisição de sinais utilizado nesta fase dos trabalhos.



- | | |
|--|-----------------------------------|
| A - Comando eletrônico do transportador vibratório | E - Acelerômetro para a direção x |
| B - Bobina | F e G - Condicionadores |
| C - Pista | H - Analisador de sinais |
| D - Acelerômetro para a direção y | I - Microcomputador |

Figura 3.6: Esquema do sistema de aquisição de sinais

Os sinais da aceleração foram adquiridos utilizando um analisador de sinais de dois canais (H). Diante da necessidade de obter a aceleração longitudinal e normal à pista, fez-se uso de dois acelerômetros (D e E), onde o acelerômetro 'D' captava a aceleração na direção normal à pista, e o acelerômetro 'E' na direção longitudinal. Os condicionadores (G e F) são utilizados para amplificar e condicionar o sinal vindo do acelerômetro. A aquisição foi realizada no domínio do tempo, simultaneamente para os dois canais, sendo que o analisador terminava a aquisição após obter a média de 200 amostras. Os sinais foram amostrado com intervalos de 7.8×10^{-5} s, apresentando por volta de 215 pontos por período e , num total de 2048 pontos (de acordo com Bendat and Pierson (1986), um sinal fica bem amostrado com um mínimo de 10 pontos por período), obtendo-se aproximadamente 10 períodos, onde foi possível verificar a sua periodicidade . Posteriormente, os sinais foram armazenados em um microcomputador (I).

Foi realizada a aquisição do sinal da aceleração da pista, ao que, posteriormente, utilizando o método dos trapézios para integração numérica, foi possível obter a velocidade e o deslocamento. Estas integrações foram realizadas com a utilização do software MATLAB.

3.4 - Sistema Utilizado para Medir a Velocidade Média de Transporte

Para medir a velocidade média de transporte definiu-se uma distância entre dois pontos da pista (a e b). Em cada ponto foi instalado um sensor óptico que, por sua vez, estava conectado a um dos canais de um osciloscópio digital de dois canais, conforme esquema da figura 3.7. Quando da passagem da peça à frente do sensor 'a', este provocava um pico no sinal A do osciloscópio, o mesmo ocorrendo com o sensor 'b'. A aquisição do osciloscópio ocorria simultaneamente para os dois canais, então a diferença entre os dois picos é o tempo em que a peça levou para percorrer a distância entre os dois sensores, podendo assim determinar a velocidade média.

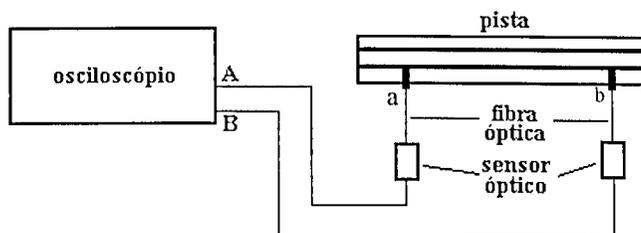


Figura 3.7: Esquema do sistema para medição da velocidade

Sendo o valor de apenas uma amostra não suficiente para estimar a velocidade média real, foi necessário a realização de vários testes para cada caso.

Após a realização de um teste com 200 amostragens, foi possível identificar que a frequência de distribuição das amostras é governada pela distribuição gaussiana (figura 3.8). Assim, neste trabalho utilizou-se de 25 a 30 amostras para determinação da velocidade média de transporte

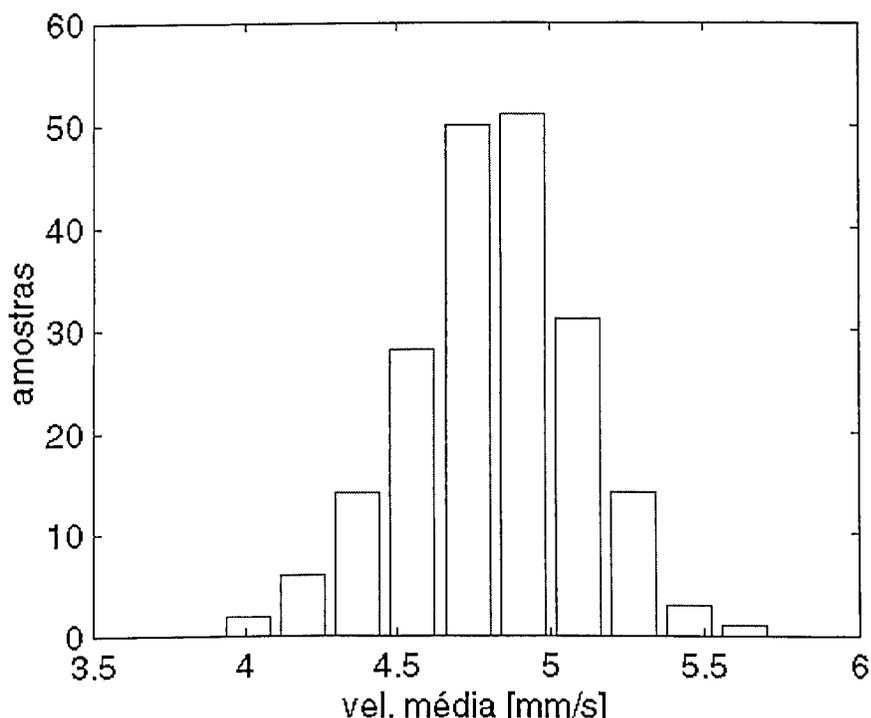


Figura 3.8: Tipo de distribuição para a velocidade média com 200 amostras.

3.5 - Aquisição da Aceleração e da Velocidade Média

Os testes realizados para aquisição da aceleração da pista e da velocidade de transporte de uma peça sobre essa, foram realizados variando-se alguns parâmetros: para o TV1, variou-se a amplitude de deslocamento, inclinação da pista e o coeficiente de atrito entre pista e peça; enquanto que para o TV2, os parâmetros foram a amplitude e o coeficiente de atrito.

Para realização dos testes, a linha horizontal foi tomada como referência para a medição da inclinação da pista. Para isto, o nivelamento dos transportadores foi obtido com nível de precisão de 0.01 mm/m.

3.5.1 - Testes com o TV1 e a pista P1

Após a montagem do transportador vibratório TV1, verificou-se que a máxima amplitude admissível era de aproximadamente 0.4 mm, estando na faixa entre 60 e 80%, da força de excitação disponível na unidade de controle. Entre estes valores, ocorria choque entre a base da pista e a bobina do excitador. Assim, ficou-se limitado a adquirir a aceleração variando entre 10% e 70% da força.

Durante os primeiros testes, notou-se que a pista apresentava diferentes amplitudes de aceleração conforme a posição dos acelerômetros ao longo dela. Isto ocorria na direção normal à pista, direção y, enquanto que na direção longitudinal, direção x, a amplitude se mantinha constante.

Como o objetivo era de se obter a velocidade média de transporte, os testes foram realizados em três setores diferentes da pista P1 (figura 3.9): setor 1 - localiza-se no início da pista, perto da região de aplicação da força de excitação; setor 2 - no meio da pista; e, setor 3 - na ponta da pista. A distância que a peça percorria para o cálculo da velocidade média, tinha 30 mm para esquerda e 30 mm para a direita da posição do acelerômetro. Na figura 3.9 estas distâncias são identificadas pelas letras 'a' e 'b', e representam a posição onde foram instalados os sensores ópticos. Os números 1, 2 e 3, são as posições onde foram fixados o acelerômetro para a medição da aceleração normal.

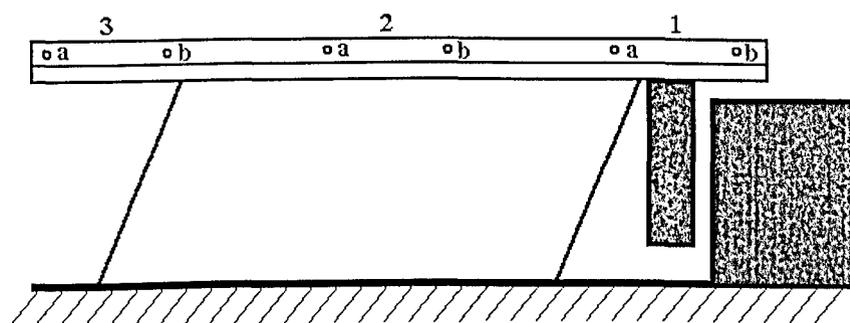


Figura 3.9: Pontos onde se localizaram as medições na pista P1.

A figura 3.10, exemplifica a diferença de amplitude de aceleração, na direção y, entre os três pontos (1, 2 e 3), para uma mesma força de excitação.

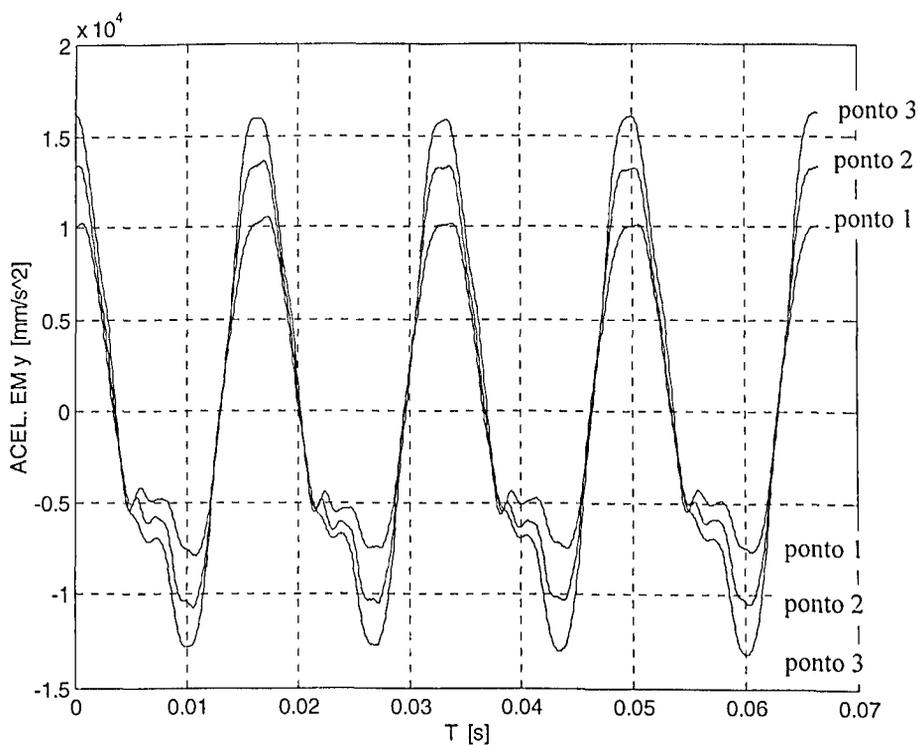


Figura 3.10 - Aceleração conforme a posição do acelerômetro na pista.

Assim, para identificar a fonte desta diferença, analisou-se o movimento da base em que a pista foi fixada, e que recebia a força de excitação. Esta análise foi realizada obtendo a aceleração na direção y nos dois extremos da pista, identificados pelos pontos F e T, na figura 3.11.

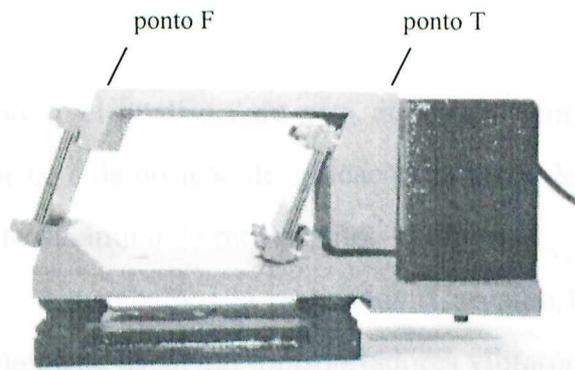


Figura 3.11: Localização dos acelerômetros na base da pista.

No resultado obtido, figura 3.12, a base da pista apresenta um movimento diferenciado entre os pontos F e T, permitindo-se concluir que o movimento diferenciado do pista tem origem no próprio TV1.

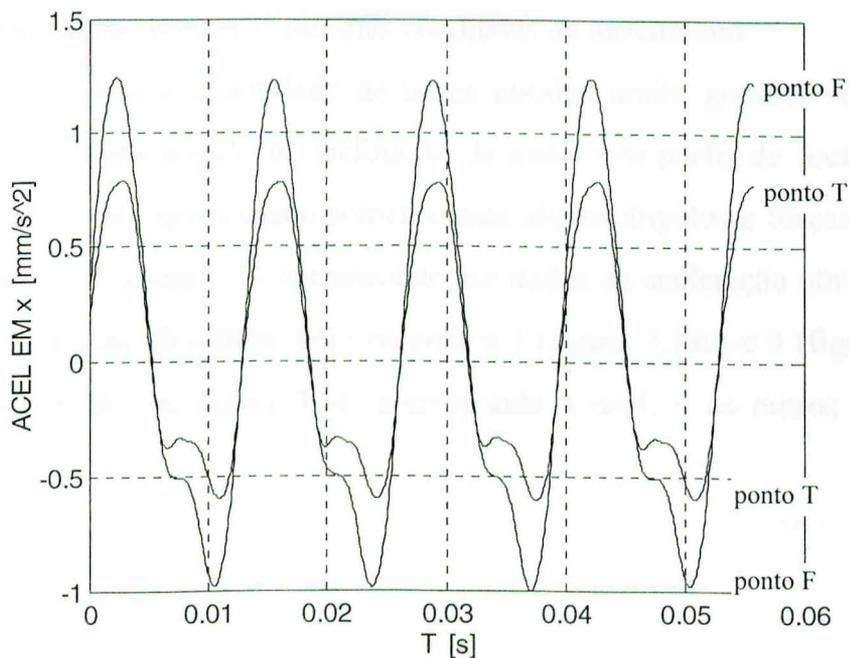


Figura 3.12: Aceleração conforme a posição do acelerômetro na base da pista

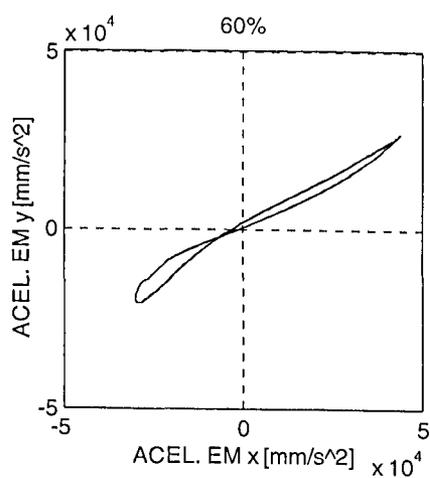
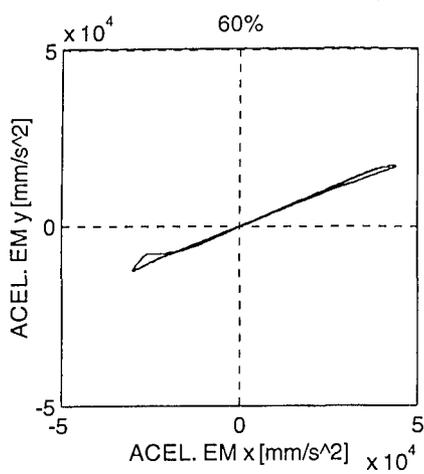
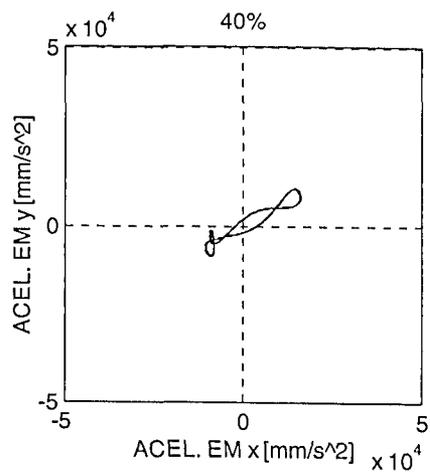
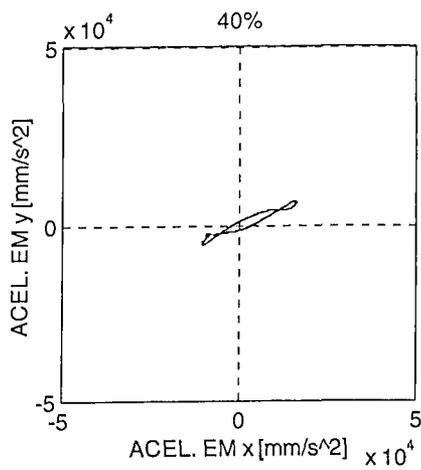
Uma possível análise para esta diferença vem da distribuição de massa do apoio da pista, e da posição de aplicação da força de excitação, gerando um desbalanceamento dinâmico do movimento.

A partir dos trabalhos já realizados (Carvalho,1991) , o ângulo de inclinação máximo da pista, usual em transportadores vibratórios, é de 8° . Assim, limitou-se a realizar a aquisição da aceleração com até 9° .

Os testes foram realizados fixando o ângulo de inclinação da pista desejado e, posteriormente, realizando a aquisição para todas as posições do seletor de controle de amplitude, com o acelerômetro no ponto 1, e sucessivamente, para os pontos 2 e 3. Após isto, mudava-se α , procedendo como anteriormente, até $\alpha=9^\circ$.

Para se obter a velocidade média, os testes foram realizados do mesmo modo. Os resultados serão apresentados no capítulo 4, junto com as simulações realizadas com as mesmas condições de movimento.

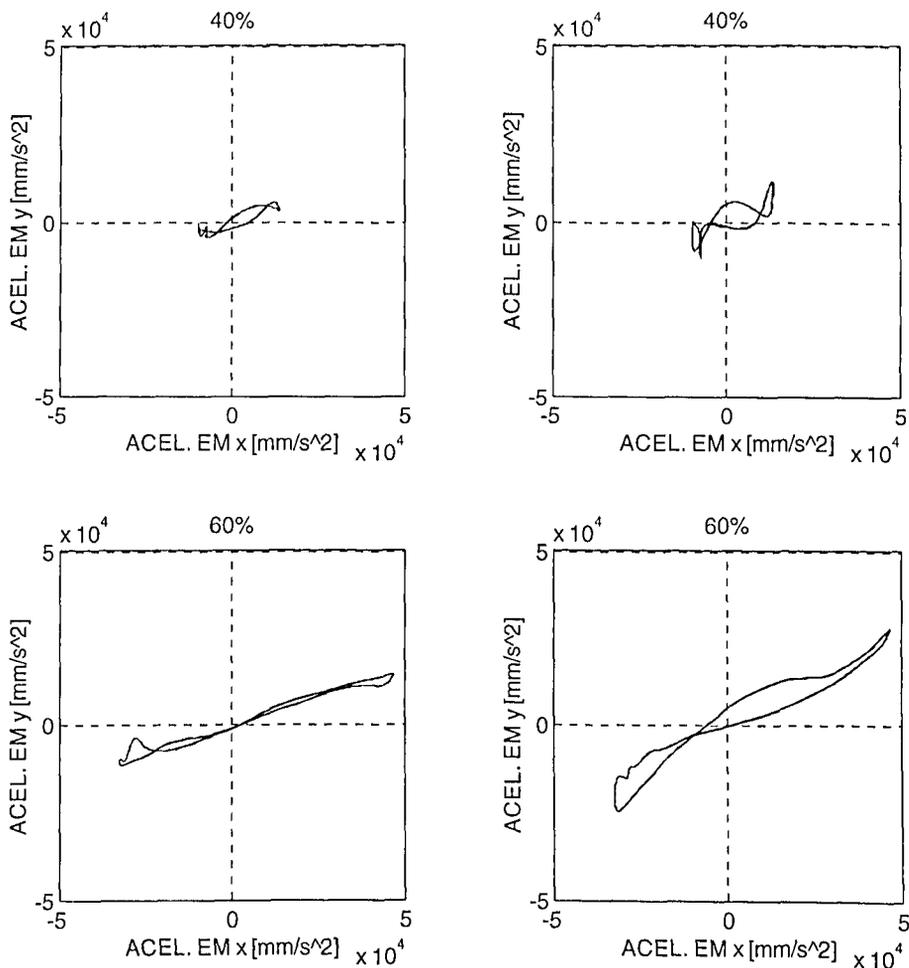
Sendo a quantidade de testes obtidos muito grande, visto que se realizava, para cada ângulo de inclinação da pista, sete perfis de aceleração por ponto da pista, será apresentado somente para alguns ângulos e forças. Os perfis apresentados na figuras 3.13 corresponde aos dados da aceleração obtido quando $\alpha=0$ e a força com 40 e 60%, para os pontos 1 (figura 3.13a) e 3 (figura 3.13b). Do mesmo modo, na figura 3.14, corresponde a $\alpha=4$, e os outros valores se mantém.



(a) Ponto 1

(b) Ponto 3

Figura 3.13: Trajetória da aceleração com $\alpha=0$ e força de excitação a 40 e 60%.



(a) Ponto 1

(b) Ponto 3

Figura 3.14: Trajetória da aceleração com $\alpha=4^\circ$ e força de excitação a 40 e 60%.

Decompondo-se as acelerações em x e y, e integrando-as, uma vez para obter a velocidade e duas para o deslocamento, pode-se representá-los em função do tempo. A figura 3.15 representa a aceleração, velocidade e deslocamento, com $\alpha=0$ e força a 40%, no ponto 1 da pista. Na figura 3.16, apresenta-se os gráficos anteriores mudando a força para 60%. O mesmo é realizado para o ponto 3, representado nas figuras 3.17 e 3.18. Do mesmo modo, os gráficos das figuras 3.19 à 3.22 representam o movimento da pista para $\alpha=4^\circ$, força a 40% e 60% no ponto 1 (figuras 3.19 e 3.20) e no ponto 3 (figuras 3.21 e 3.22).

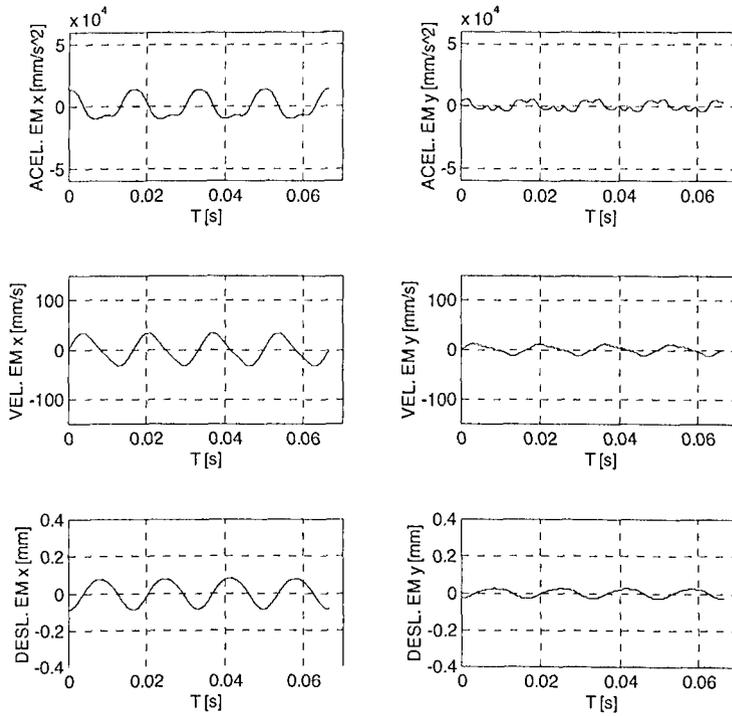


Figura 3.15: Perfis de aceleração, velocidade e deslocamento em x e y, com $\alpha=0$ e força a 40%, no ponto 1.

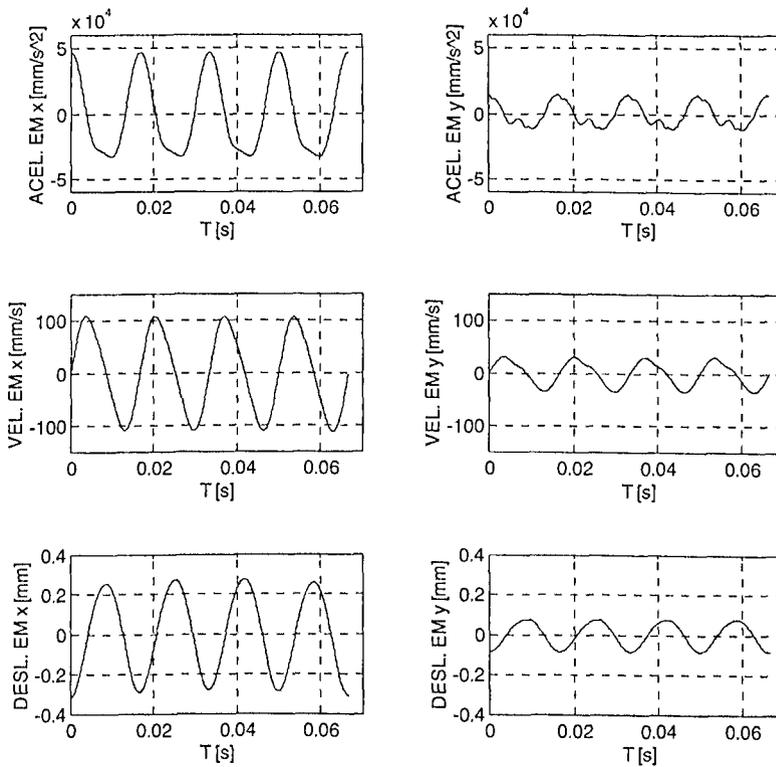


Figura 3.16: Perfis de aceleração, velocidade e deslocamento em x e y, com $\alpha=0$ e força a 60%, no ponto 1.

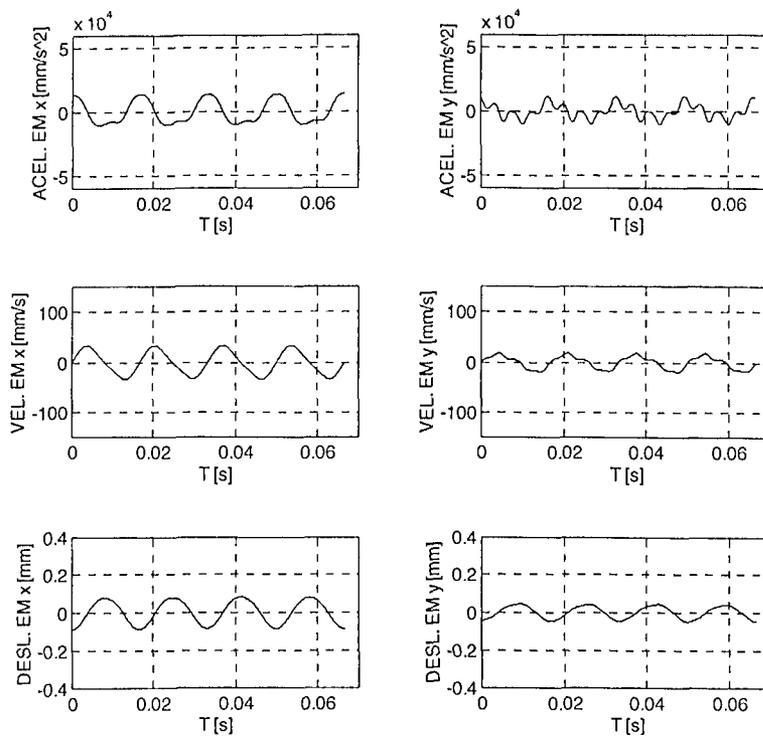


Figura 3.17: Perfis de aceleração, velocidade e deslocamento em x e y, com $\alpha=0$ e força a 40%, no ponto 3.

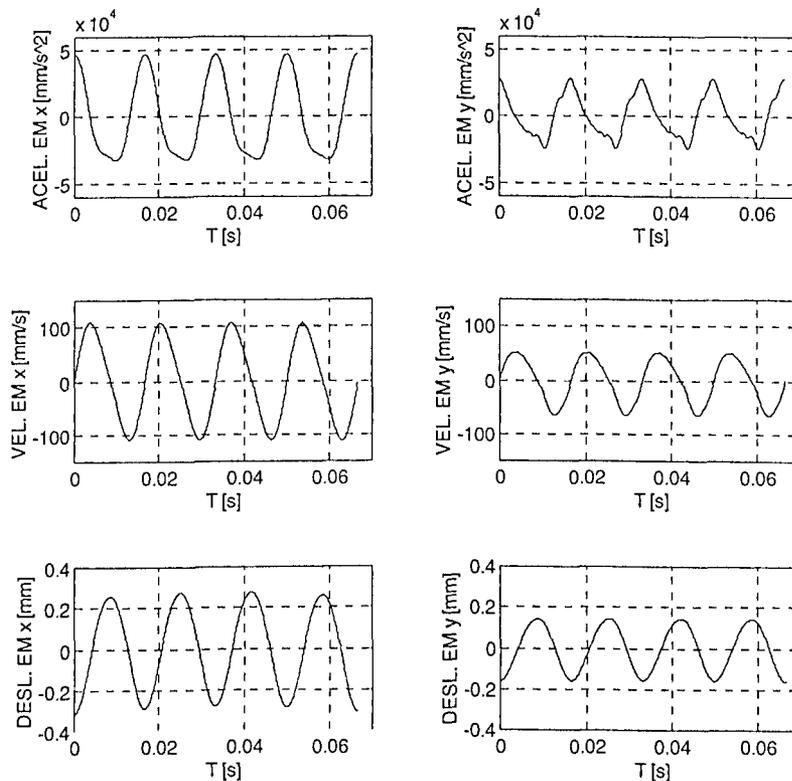


Figura 3.18: Perfis de aceleração, velocidade e deslocamento em x e y, com $\alpha=0$ e força a 60%, no ponto 3.

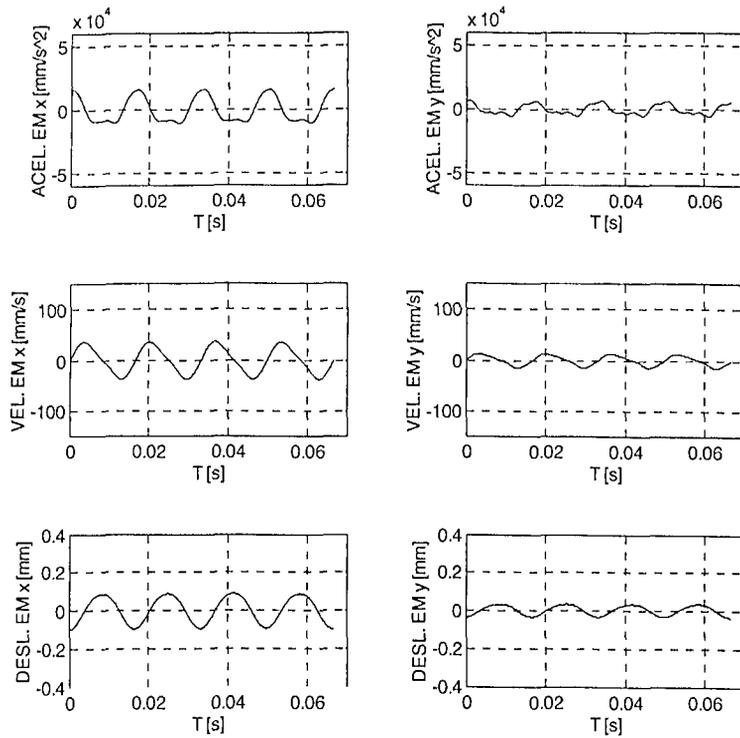


Figura 3.19: Perfis de aceleração, velocidade e deslocamento em x e y, com $\alpha=4$ e força a 40%, no ponto 1.

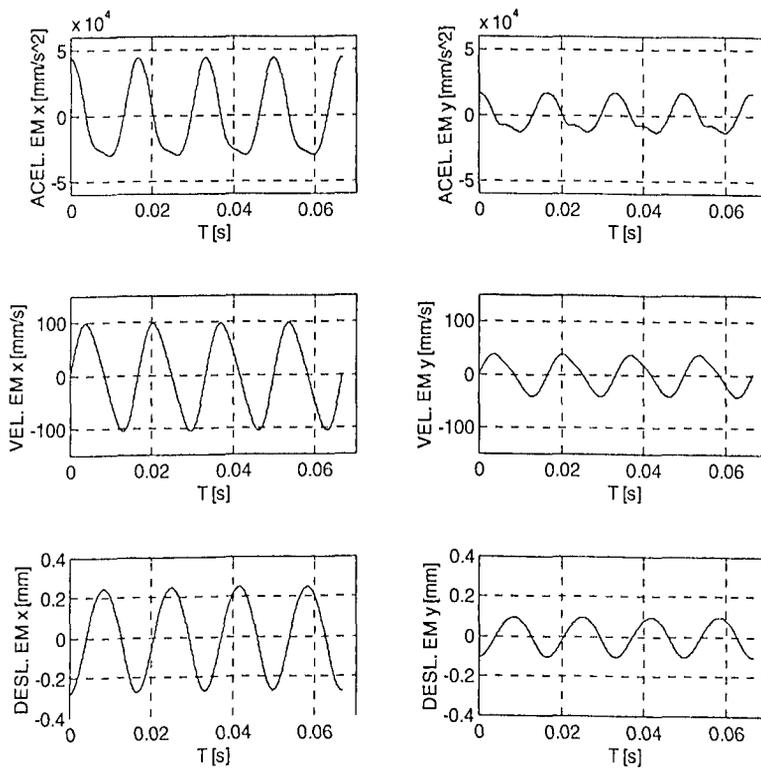


Figura 3.20: Perfis de aceleração, velocidade e deslocamento em x e y, com $\alpha=4$ e força a 60%, no ponto 1.

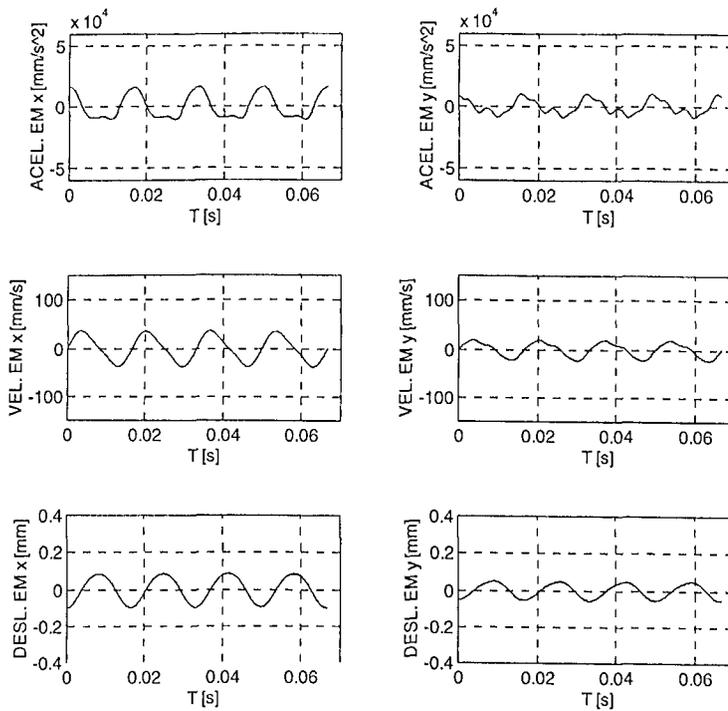


Figura 3.21: Perfis de aceleração, velocidade e deslocamento em x e y, com $\alpha=4$ e força a 40%, no ponto 3.

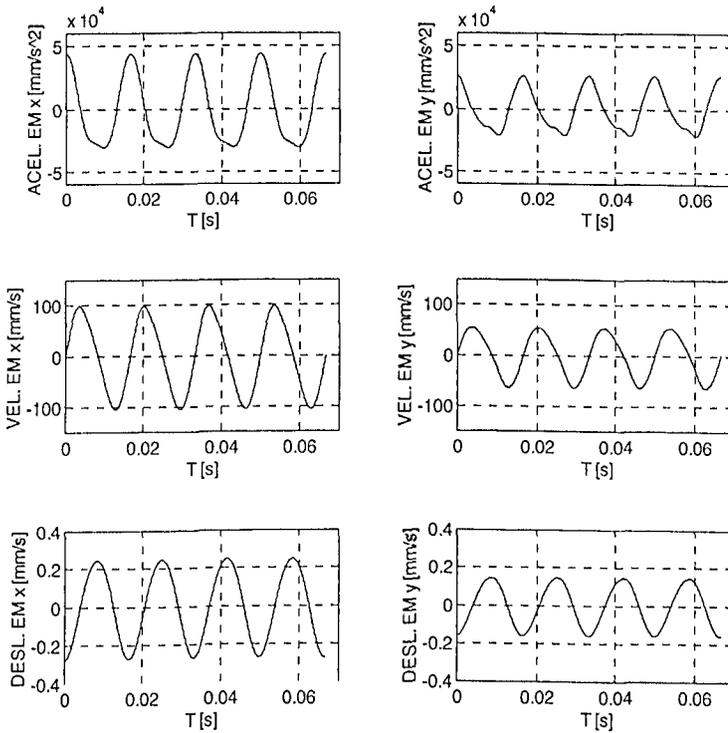


Figura 3.22: Perfis de aceleração, velocidade e deslocamento em x e y, com $\alpha=4$ e força a 60%, no ponto 3.

Na figura 3.13a, pode-se verificar que o perfil de aceleração da pista, com $\alpha=0$ e para o ponto 1, quando do aumento da força de 40% para 60%, aproxima-se de uma trajetória senoidal, visto que esta seria uma linha reta. O mesmo pode ser confirmado verificando-se os gráficos do movimento da pista em x e y, das figuras 3.15 (40%) e 3.16 (60%). Neste caso, o movimento passa de um movimento periódico complexo, para um movimento quase senoidal, tanto para a aceleração, quanto para a velocidade e o deslocamento. O mesmo tende a ocorrer para o ponto 3, com a pista sem inclinação, mas neste caso não é evidente, como pode ser observado na figura 3.13b, pois a aceleração passa a ocorrer ao redor de uma linha de referência que representaria o movimento senoidal. Verificando o movimento em x e y para este caso, nas figuras 3.17 e 3.18, nota-se que o movimento em x aproxima-se de um movimento senoidal, ficando a diferença ocasionada pelo movimento em y.

Inclinando a pista a 4° , o movimento para o ponto 1 sofre uma pequena variação, em relação ao movimento da pista sem inclinação, quando do aumento da força, visível na figura 3.14a. Dos gráficos das figuras 3.19 e 3.20, nota-se que o movimento em x aproxima-se de um movimento senoidal, como no caso anterior, enquanto que em y não.

Igualmente ao ponto 1, para o ponto 3 (figura 3.14b), o movimento distancia ainda mais de um movimento senoidal, em relação a pista sem inclinação, em função do movimento em y (figuras 3.21 e 3.22).

3.5.2 - Testes com o TV2 e a Pista P2

Como mencionado anteriormente, os testes com este transportador foram realizados variando a força de excitação, entre 0 e 30% do valor disponível na unidade de controle. Isto porque o limite admissível para a amplitude de deslocamento da pista de, aproximadamente de 0.06 mm, era atingido entre 30% e 40%.

A pista P2 apresenta um comprimento útil de 65 mm, e o cálculo da velocidade média realizou-se em uma distância de 60 mm. Os resultados serão apresentados no capítulo 4.

Diante da diferença de movimento apresentado por TV1, realizou-se a mesma análise para o TV2. Para isto, os acelerômetros foram posicionados em três pontos, ao longo do comprimento da pista (ponto 1, 2 e 3), mostrados na figura 3.23. Nos pontos 1 e 3 foram posicionados os sensores ópticos para medir o tempo em que as peças percorriam o percurso, obtendo a velocidade média.

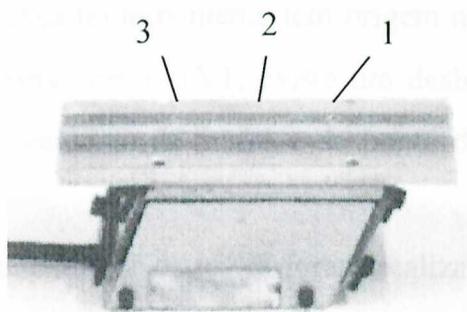


Figura 3.23: Posição dos acelerômetros na pista P2.

Após a aquisição, notou-se que o mesmo ocorria também para este, ou seja, na direção x, o perfil de aceleração se mantinha constante enquanto na direção y, ocorria variação conforme o posicionamento ao longo da pista. A

figura 3.24 apresenta um período do perfil de aceleração da pista na direção y, nos pontos 1, 2 e 3

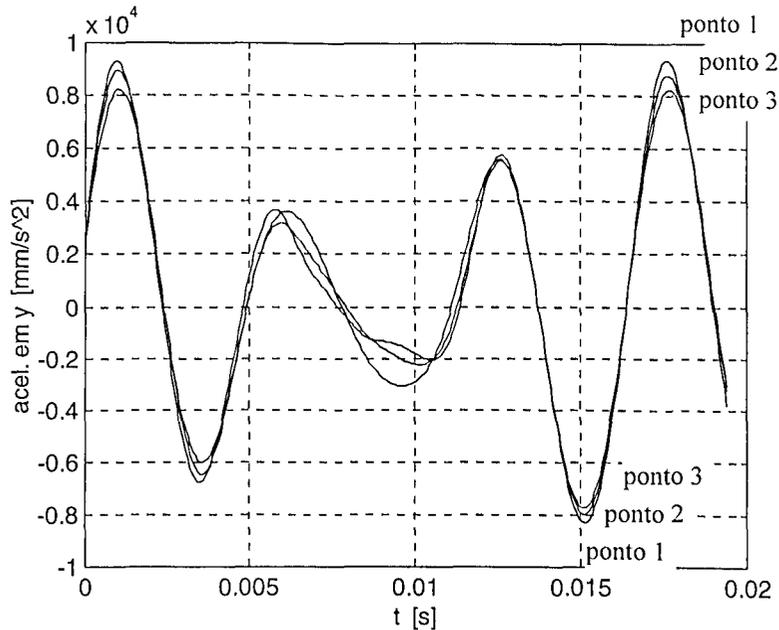
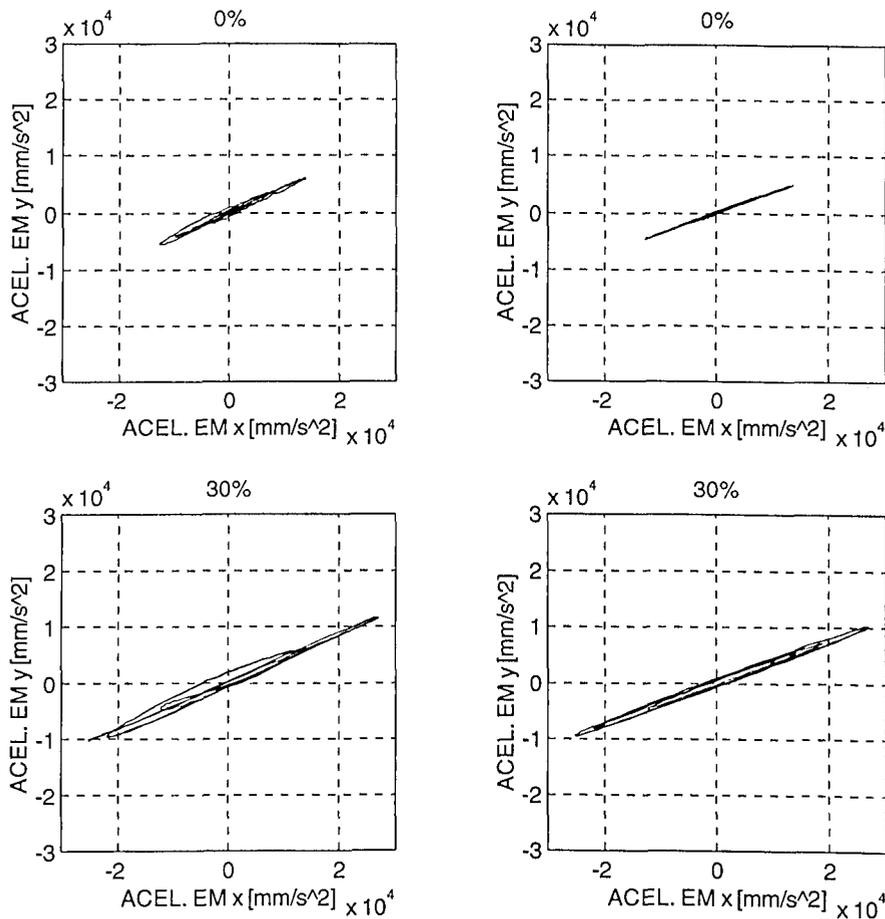


Figura 3.24: Diferença de aceleração entre os pontos 1, 2 e 3.

Esta diferença no movimento tem origem no próprio transportador, pois, como também ocorre com o TV1, existe um desbalanceamento dinâmico em função do desbalanceamento de massa e do ponto de aplicação da força de excitação.

Neste transportador os testes foram realizados variando-se a força de excitação e o coeficiente de atrito. Assim, após o nivelamento da pista em relação à horizontal, realizado do mesmo modo que no TV1, e posicionamento dos acelerômetros no ponto 1, realizou-se a aquisição da aceleração com a força entre 0 e 30%. O mesmo foi realizado para as posições 2 e 3. Neste transportador, mesmo com o controle na posição 0%, apresentava movimento da pista onde foi possível realizar testas.

Na figura 3.25, são apresentados os perfis de aceleração da pista, com 0 e 30% de força, para os pontos 1 (figura 3.25a) e 3 (figura 3.25b).



(a) ponto 1

(b) ponto 3

Figura 3.25: Trajetória de aceleração da pista com 0 e 30%.

Da mesma forma que para o transportador vibratório TV1, realizou-se a decomposição da aceleração em x e y e, posteriormente, integrou-as obtendo-se a velocidade e o deslocamento. Nos gráficos das figuras 3.26 à 3.29, é apresentado o movimento da pista em x e y, em função do tempo.

Na figura 3.26 apresenta-se a aceleração, velocidade e deslocamento com a força a 0% e acelerômetros no ponto 1. No mesmo ponto 1, mas com força a 30%, o resultado é apresentado na figura 3.27. Mudando os acelerômetros para o ponto 3, com 0% de força de excitação, o resultado é apresentado na figura 3.28, enquanto que com 30%, na figura 3.29.

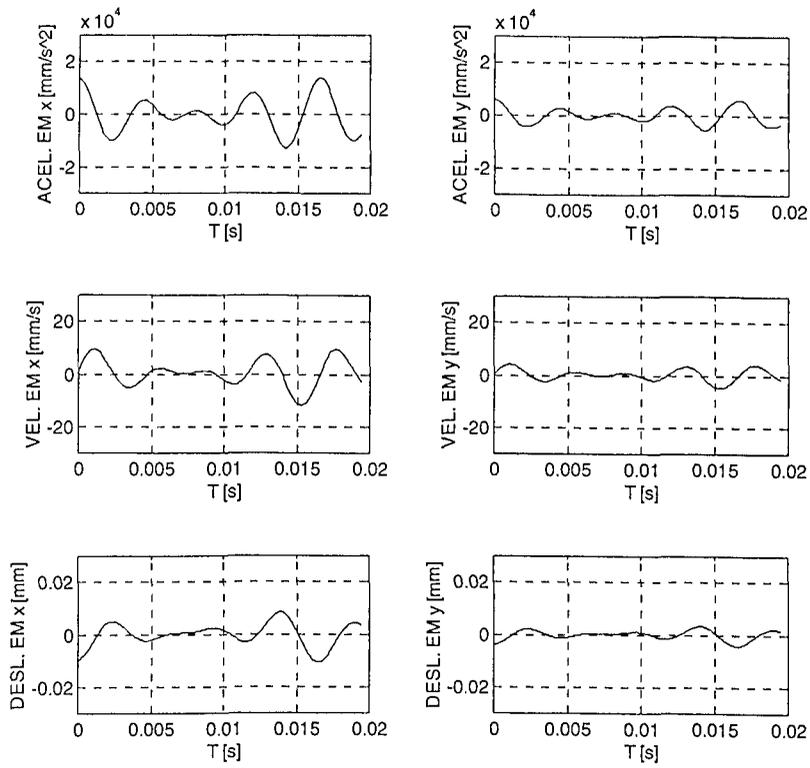


Figura 3.26: Perfis de aceleração, velocidade e deslocamento, com 0% de força no ponto 1.

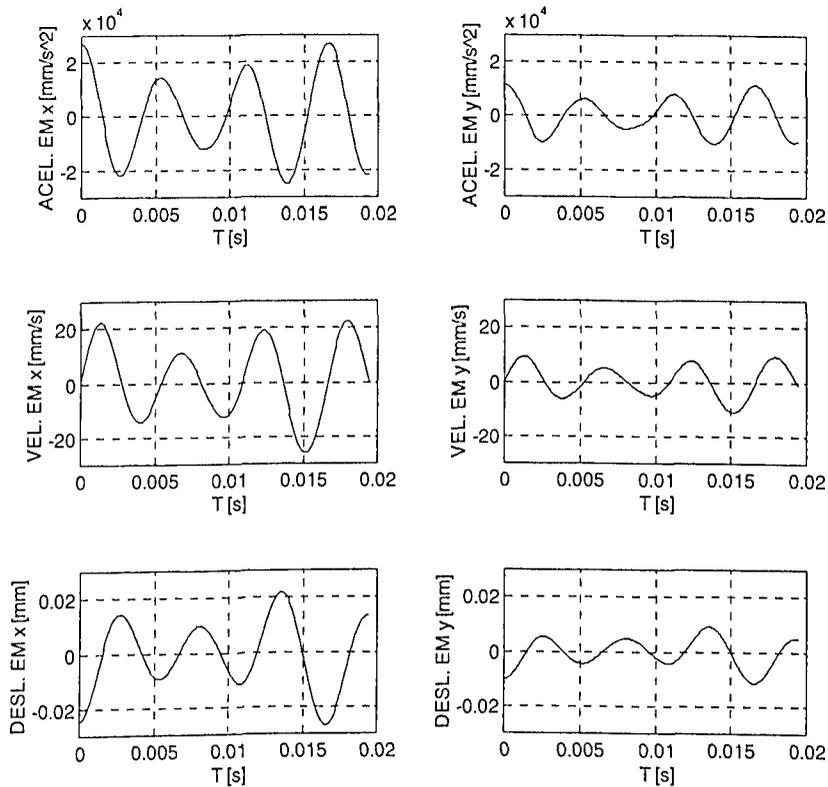


Figura 3.27: Perfis de aceleração, velocidade e deslocamento, com 30% de força no ponto 1.

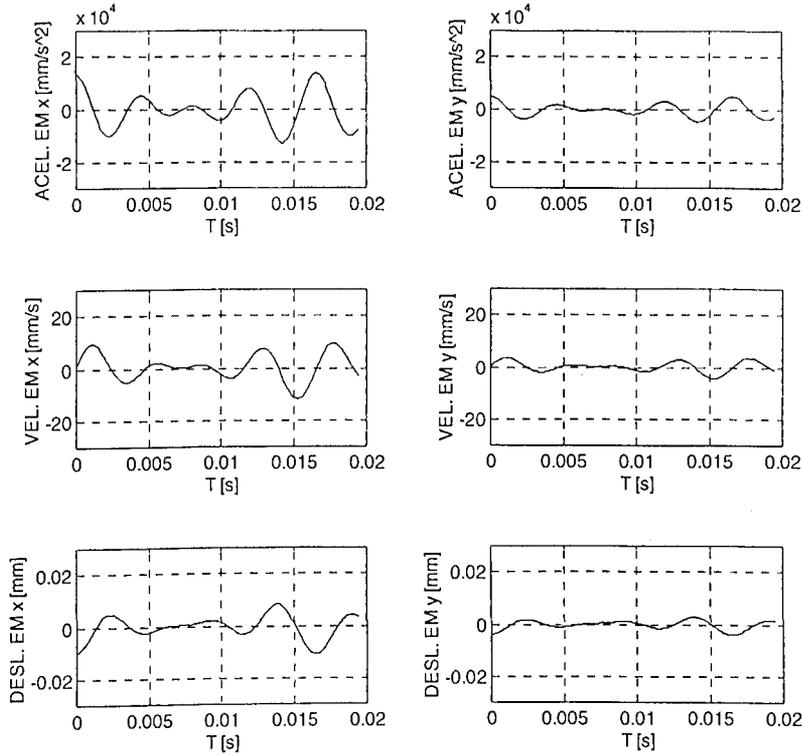


Figura 3.28: Perfis de aceleração, velocidade e deslocamento, com 0% de força no ponto 3.

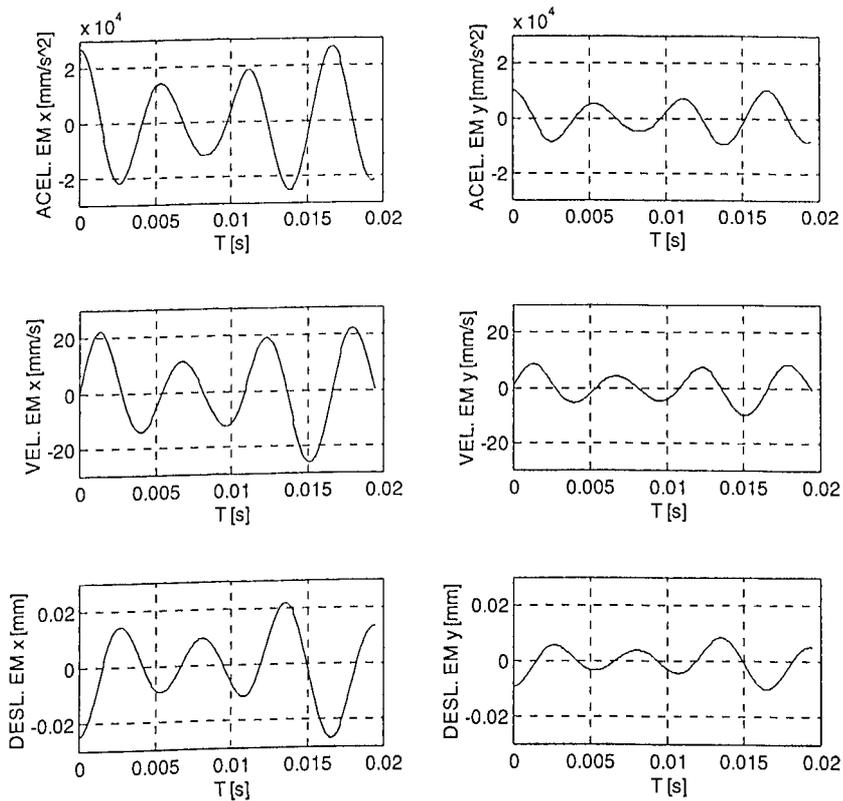


Figura 3.29: Perfis de aceleração, velocidade e deslocamento, com 30% de força no ponto 3.

Nas figuras 3.26 à 3.29, pode-se verificar que o movimento da pista apresentado, em todos os casos, não se comporta como um movimento senoidal puro. Porém, são movimentos periódicos, com período 0.01667, ou frequência de 60 Hz. Isto ocorre devido ao modo de aplicação da força pelo excitador. Este aplica a força em apenas um sentido, ou seja, ele puxa a base da pista e solta, voltando a puxar apenas no outro ciclo, enquanto isso, a mola provoca os picos menores.

CAPÍTULO 4

SIMULAÇÃO DO MOVIMENTO DA PEÇA

Neste capítulo, apresenta-se os resultados da velocidade média de transporte, experimental e simulada, de uma peça localizada sobre a pista dos transportadores vibratórios lineares utilizados no desenvolvimento deste trabalho. A velocidade experimental foi obtida de acordo com o descrito no capítulo 3. Enquanto que, a velocidade teórica através da simulação computacional das equações apresentadas no capítulo 2, a partir da aceleração, velocidade e deslocamento reais dos transportadores TV1 e TV2. Será apresentado também o perfil de deslocamento desta mesma peça.

As simulações realizaram-se com a utilização do programa computacional MATLAB, em um microcomputador compatível IBM PC, pentium 100 Mhz, com 32 MB de memória RAM.

4.1 - Programa Computacional

Para realização das simulações, desenvolveu-se um programa computacional que, utilizando as equações do modelo e a movimentação real de um transportador, calcula a movimentação de uma peça sobre a pista, e conseqüentemente, a velocidade média de transporte.

Os parâmetros necessários para execução do programa, são:

- vetores de aceleração, velocidade e deslocamento reais da pista;
- intervalo de tempo entre cada medida;
- coeficiente de atrito estático entre peça e pista;
- ângulo de inclinação da pista; e,

- condições iniciais da peça.

A figura 4.1 apresenta o fluxograma do programa utilizado para a simulação.

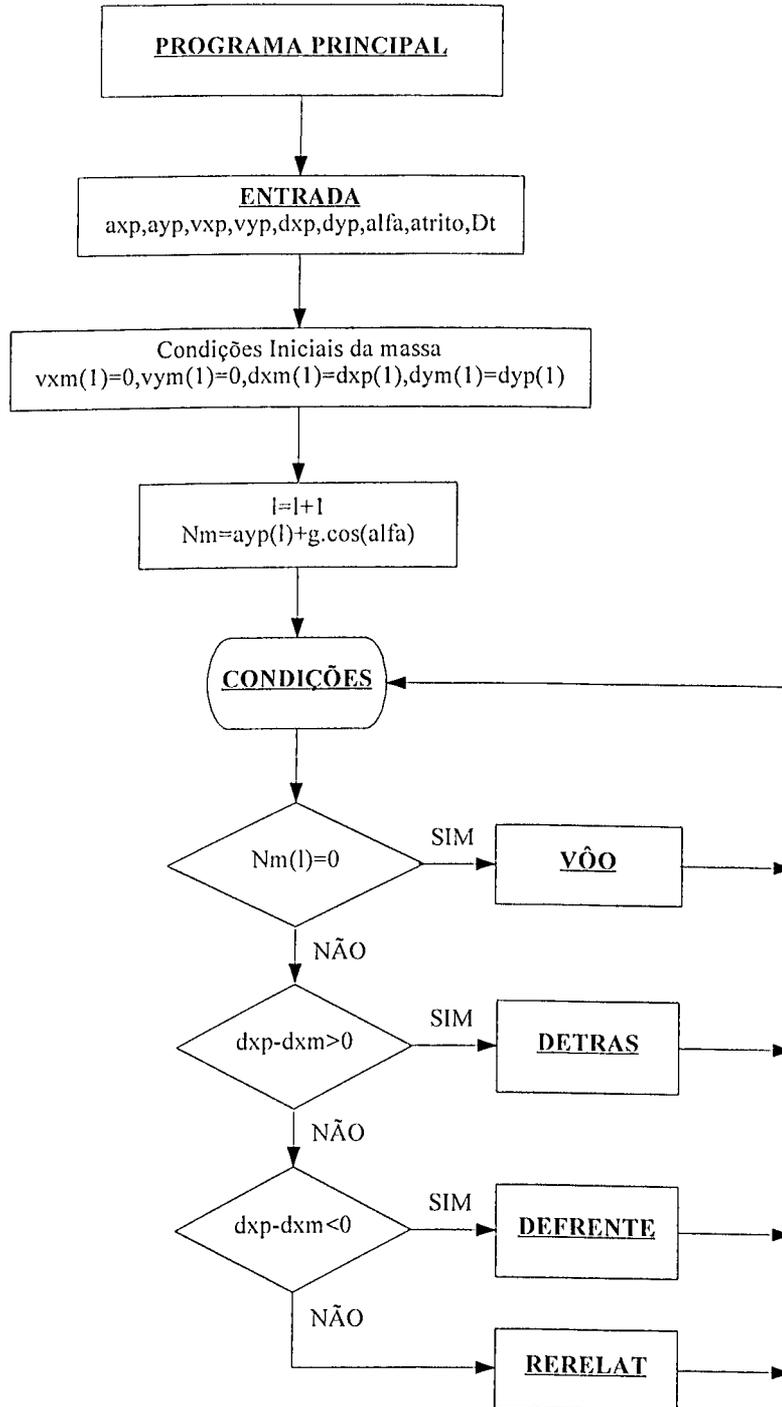


Figura 4.1: (a) Fluxograma do programa de simulação do movimento da peça.

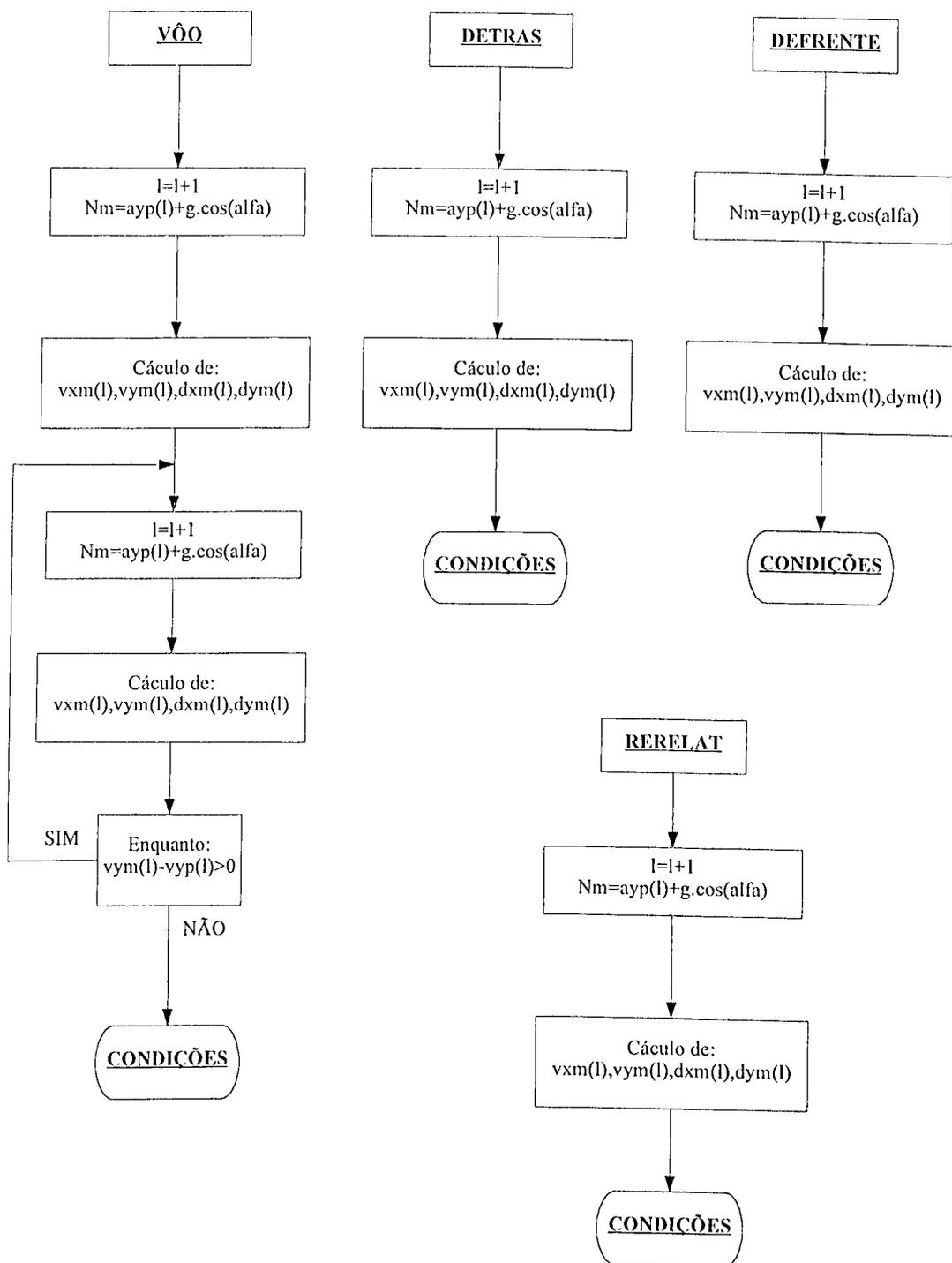


Figura 4.1: (b) Fluxograma do programa de simulação do movimento da peça.

As simulações foram realizadas com os dados de TV1 e TV2, variando-se alguns parâmetros necessários para execução do programa, obtendo-se diferentes condições de movimentação da peça.

4.2 - Simulações realizadas com o TV1

Conforme dito no capítulo 3, realizou-se testes com este transportador para diferentes ângulos de inclinação da pista, coeficiente de atrito e força de excitação.

O transporte da peça pode ocorrer de dois modos: através apenas de deslizamento, ou pela composição entre saltos e deslizamentos. Neste transportador observou-se que a peça começava a ser transportada através de saltos, quando a força de excitação atingia 40%. Neste ponto, a aceleração normal à pista ultrapassava a aceleração da gravidade. Na figura 4.2, apresenta-se um ciclo de excitação obtido por simulação, onde é possível identificar as fases do movimento.

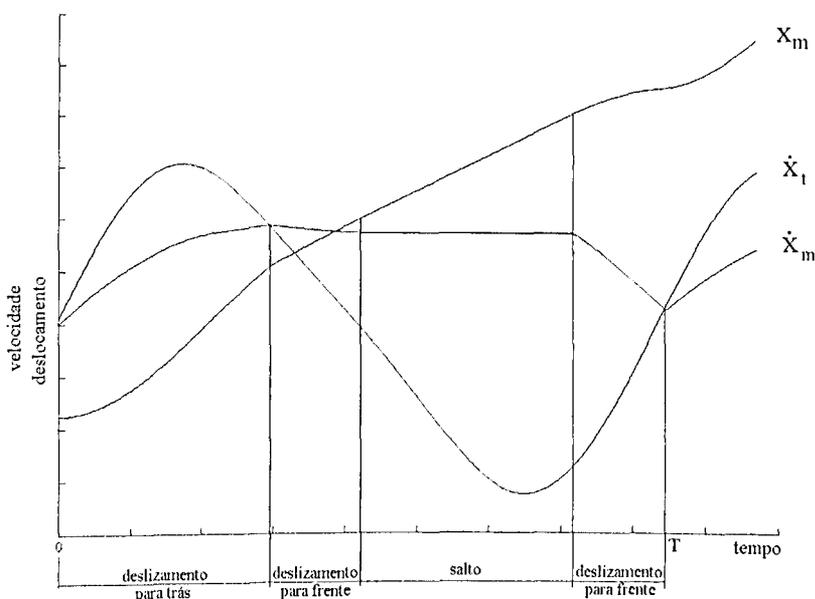


Figura 4.2: Modos de movimento da peça para 50% de força de excitação, $\alpha=0$, $\mu=0.465$, no ponto 2 de P1.

As figuras 4.3 e 4.4, apresentam perfis de deslocamento da pista (experimental) e da peça (simulado) com diferentes parâmetros, plotados em função do tempo.

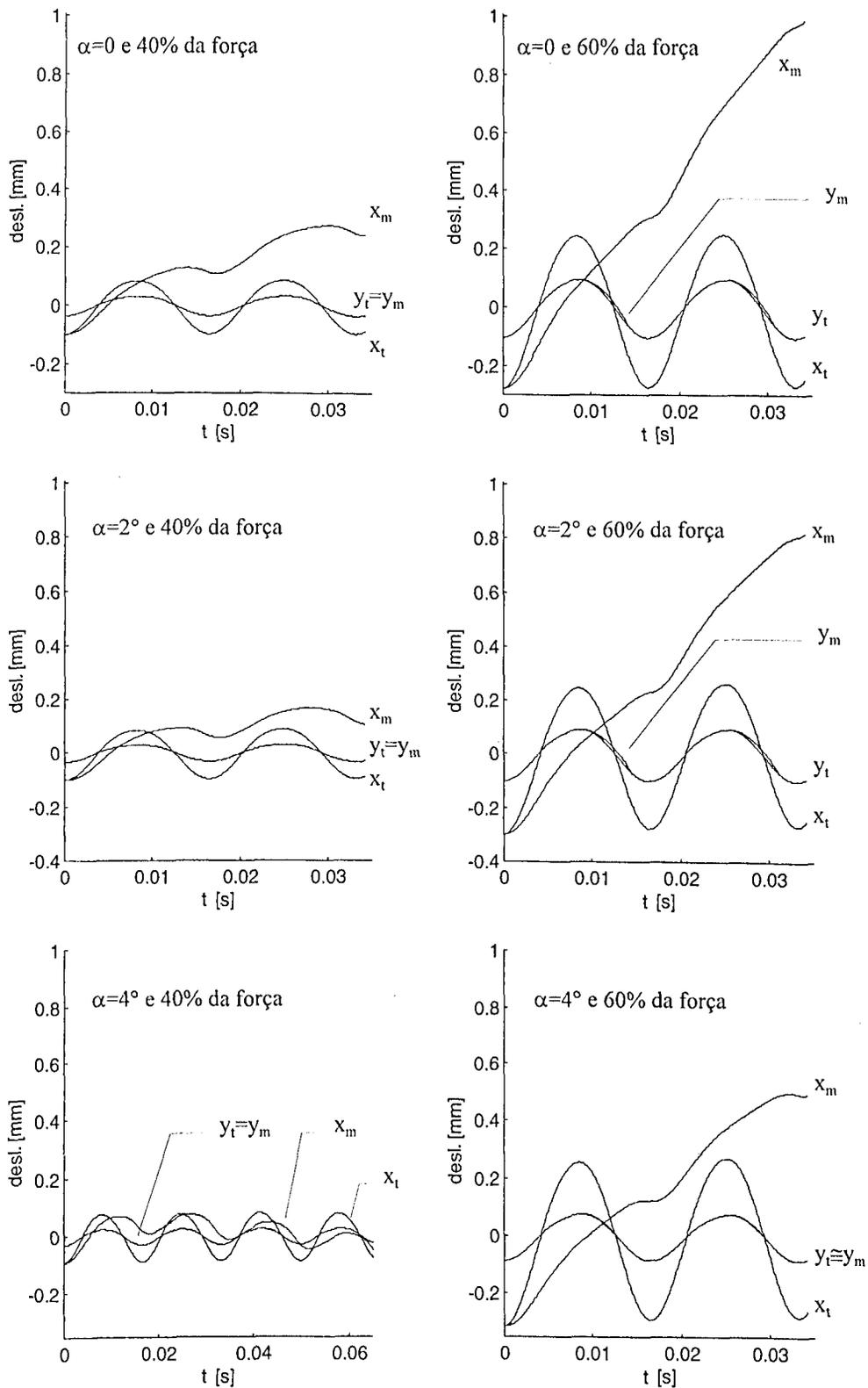


Figura 4.3: Perfil de deslocamento, em x e y, variando α e a força de excitação no ponto 1, para $\mu=0.386$.

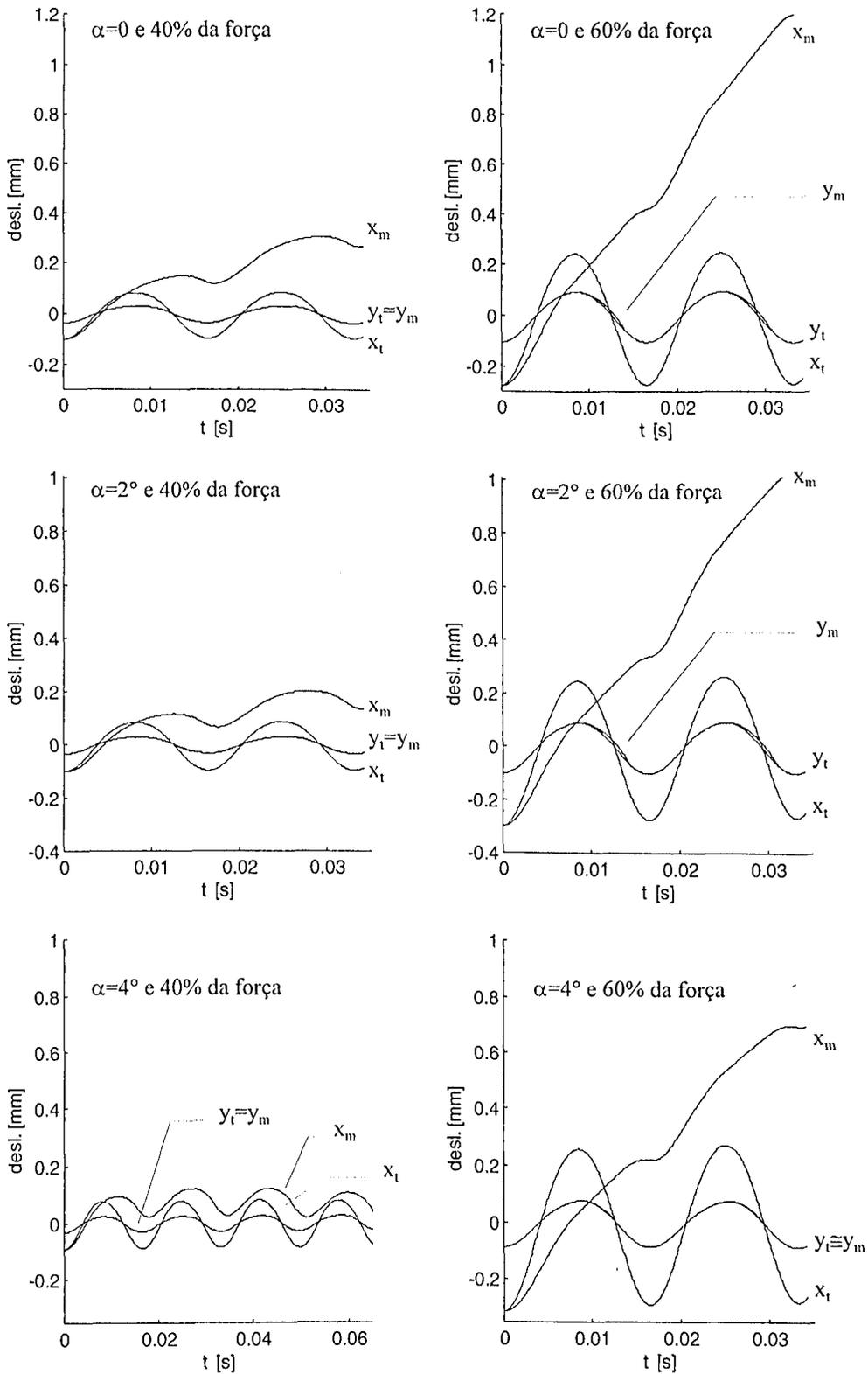


Figura 4.4: Perfil de deslocamento, em x e y, variando α e a força de excitação no ponto 1, para $\mu=0.465$.

Nas figuras 4.3 e 4.4 verifica-se a influência do aumento da amplitude no deslocamento da peça. Como exemplo, na figura 4.3 com $\alpha=0$, quando ocorre o aumento da força de excitação de 40% para 60%, e conseqüentemente, o aumento da amplitude, o deslocamento da peça, na direção x, aumenta significativamente, para um mesmo intervalo de tempo.

Mantendo a força de excitação constante verifica-se nestas mesmas figuras que, com o aumento do ângulo de inclinação da pista, o deslocamento da peça na direção x diminui, chegando até a deslocar-se para trás, como é o caso da força a 40% e $\alpha=4^\circ$. Verifica-se, também, que o aumento de α diminui a fase de salto da peça. Aumentando o coeficiente de atrito, verifica-se que o deslocamento em x da peça aumenta, como era de se esperar, pois o movimento é função direta deste. Comparando-se as figuras 4.3 e 4.4 para $\alpha=2^\circ$, tem-se um exemplo onde se observa este fato.

Na figura 4.5, apresenta-se o perfil de deslocamento da pista e da peça, para o ponto 1 e 3 da pista P1.

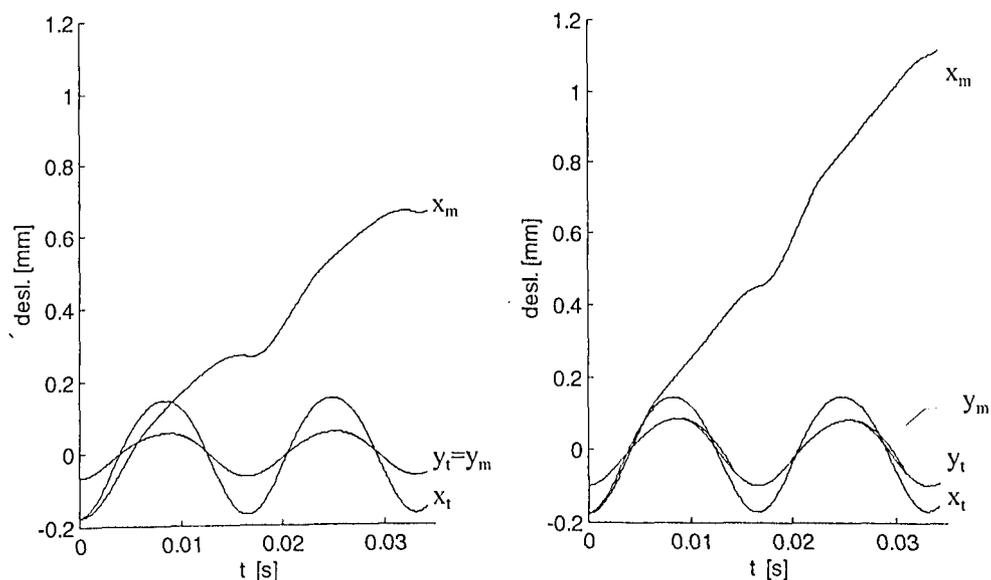


Figura 4.5: Perfil de deslocamento da peça e da pista, em x e y, com força a 50%, $\mu=0.465$ e $\alpha=0$, nos pontos 1 e 3 da pista P1.

Nesta figura pode-se observar que o aumento da amplitude da pista que ocorre do ponto 1 para o 3, provoca um aumento significativo no deslocamento da peça na direção x em um mesmo intervalo de tempo.

Nos gráficos das figuras 4.6 à 4.9, são apresentados os resultados teóricos e experimentais da velocidade média de transporte, obtidas para o TVI. Cada figura corresponde a um mesmo coeficiente de atrito e um mesmo ponto da pista. Em cada gráfico de uma mesma figura, varia-se a amplitude de deslocamento com a mesmo ângulo de inclinação da pista.

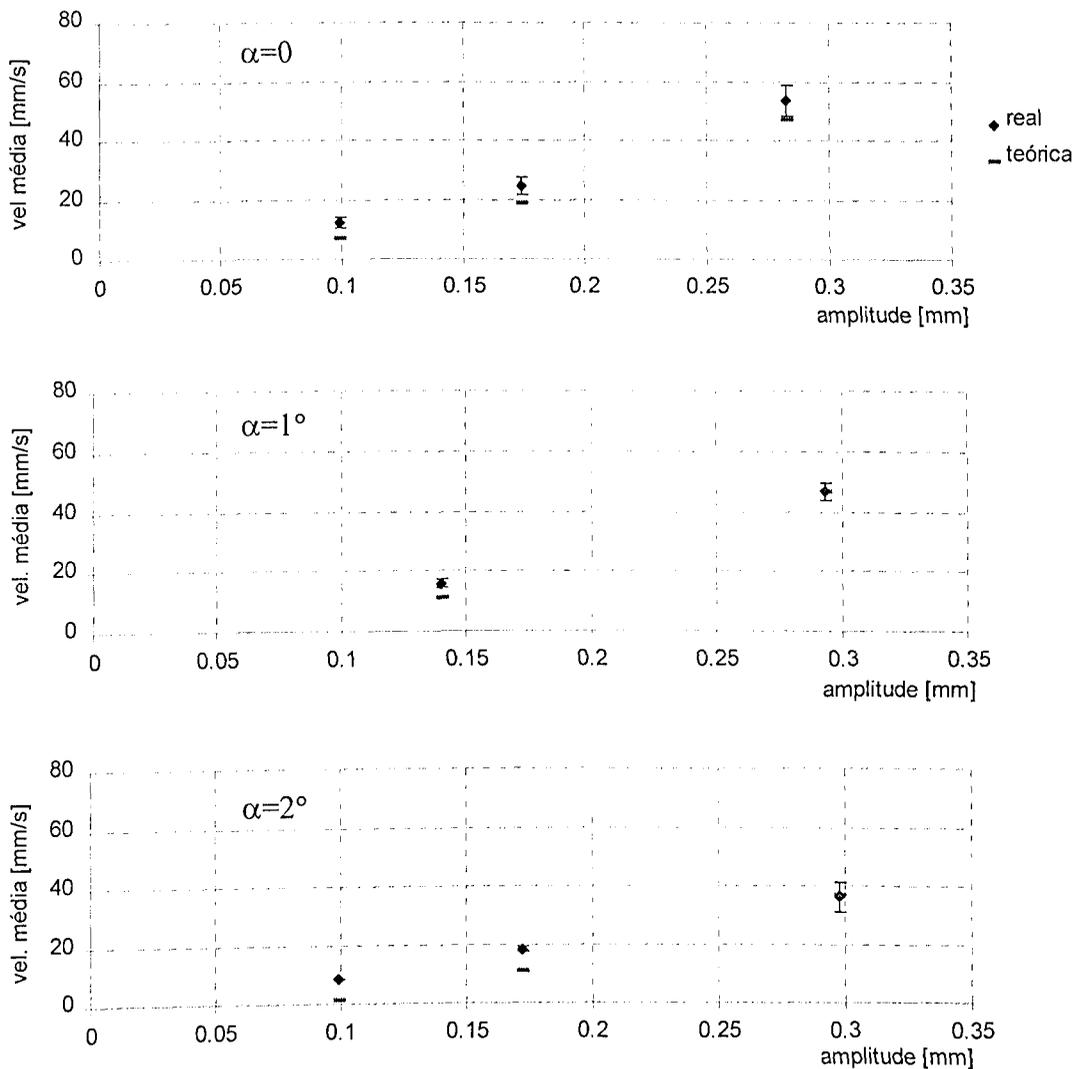


Figura 4.6: Velocidade média de transporte em função da amplitude de deslocamento para $\mu=0.396$, no ponto 1.

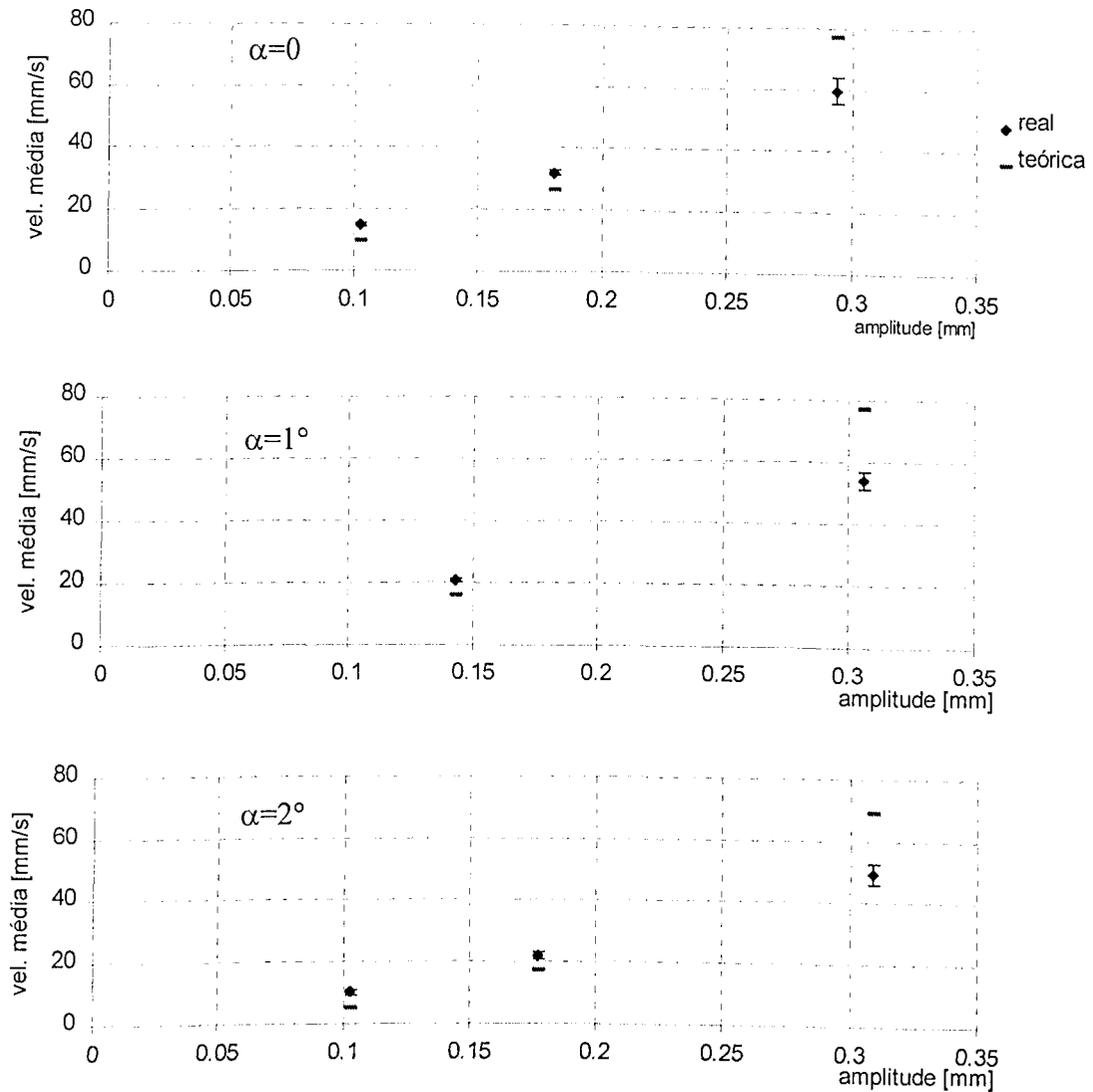


Figura 4.7: Velocidade média de transporte em função da amplitude de deslocamento para $\mu=0.396$, no ponto 2.

Verificando os gráficos das figuras 4.6 e 4.7, nota-se que, utilizando a mesma peça e para um mesmo ângulo de inclinação da pista, mas em pontos diferentes desta, a velocidade média varia, em função da diferença de movimento, observada no capítulo 3.

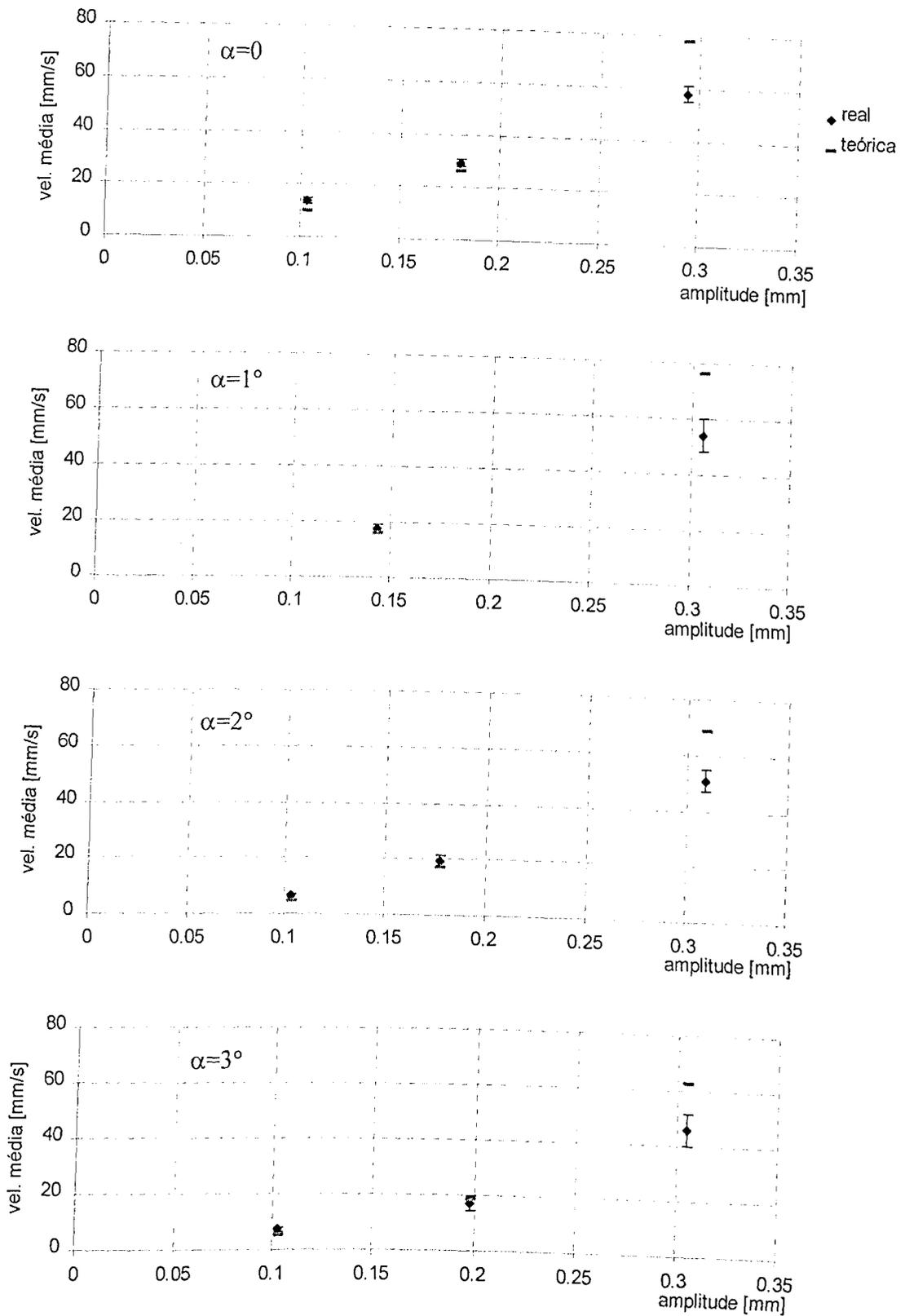


Figura 4.8: Velocidade média de transporte em função da amplitude de deslocamento para $\mu=0.386$, no ponto 2.

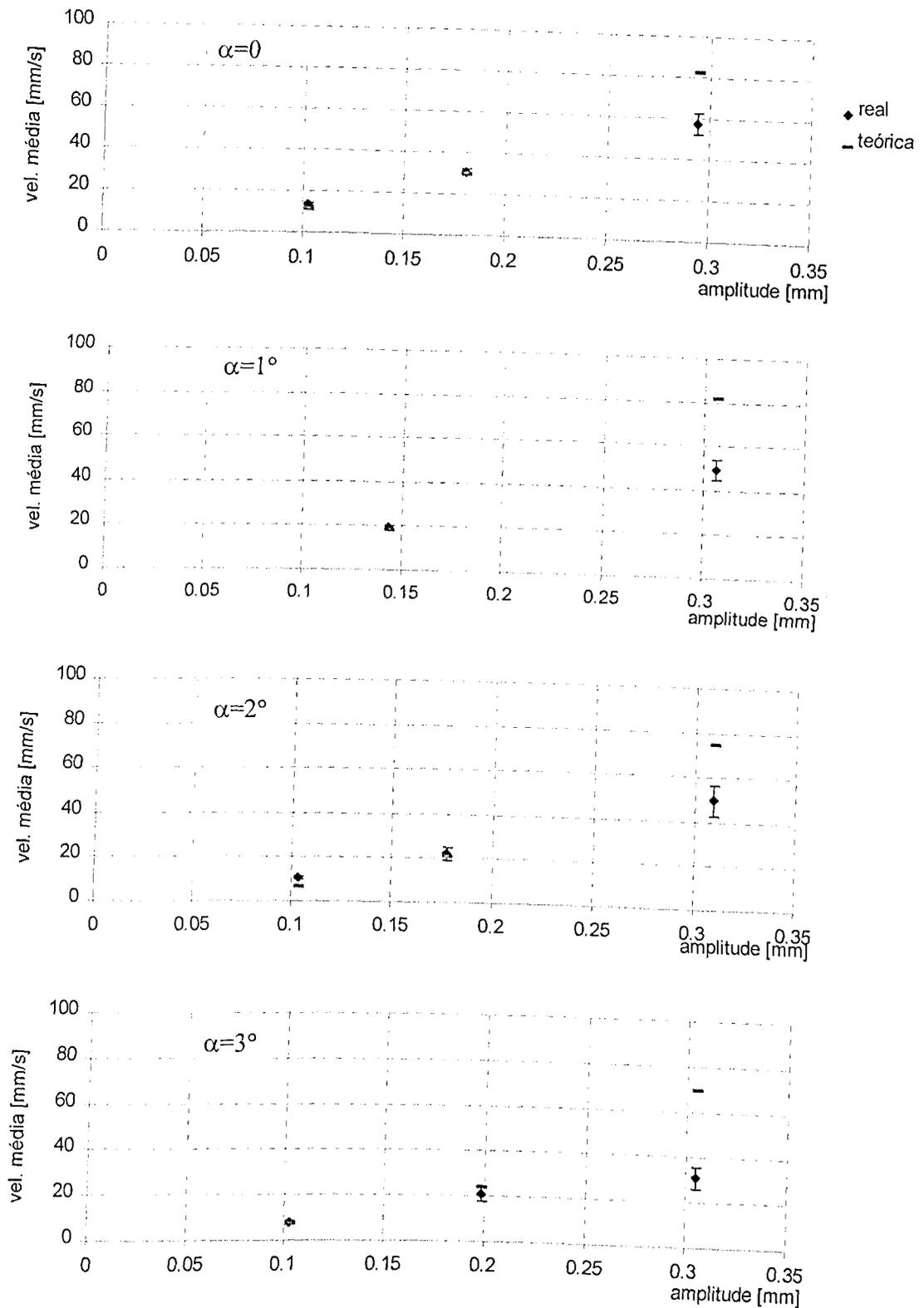


Figura 4.9: Velocidade média de transporte em função da amplitude de deslocamento para $\mu=0.465$, no ponto 2.

Nos gráficos apresentados nas figuras 4.6 à 4.9, comparando-se os valores das velocidades experimentais e teóricas, verifica-se que apresentam uma boa correlação quando a amplitude se situa entre 0.1 e 0.2 mm. Para valores próximos a 0.3 mm, esta verificação nem sempre é verdadeira. Isto se deve ao fato que nesta amplitude o movimento da peça se torna muito instável devido ao repique desta quando do retorno à pista após a fase de salto, sendo que isto não é considerado no modelo.

4.3 - Simulações Realizadas com o TV2

No dados obtidos no capítulo 3, verificou-se que a aceleração em y deste transportador, ultrapassava a aceleração da gravidade poucas vezes. Desta forma, o transporte das peças ocorreram, quase sempre, por deslizamento. A figura 4.10 apresenta um exemplo dos modos de movimento da peça observado neste transportador.

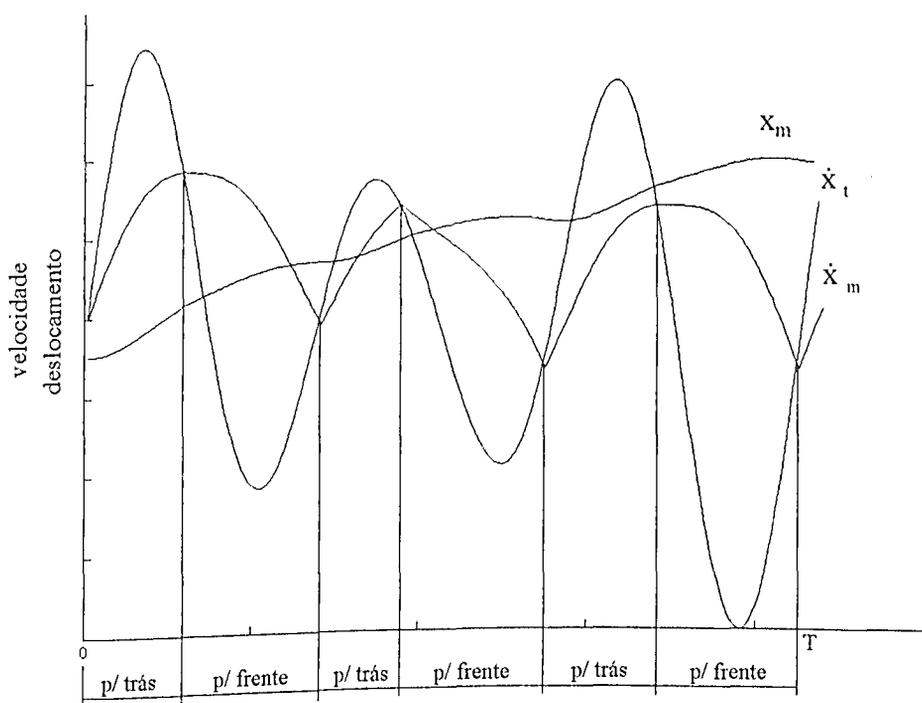


Figura 4.10: Modos de movimento da peça, com 20% da força, $\mu=0.466$.

Considerando, que com o TV1 a aceleração utilizada para simulação foi obtida no ponto médio do percurso em que a velocidade média foi medida, para o TV2, realizou-se do mesmo modo, ou seja, utilizou-se o movimento do ponto 2 de P2, visto que este é o ponto médio deste percurso.

As figuras 4.11 à 4.13, apresentam os perfis de deslocamento da pista e da peça com força de excitação a 0 e 30%, para diferentes coeficientes de atrito.

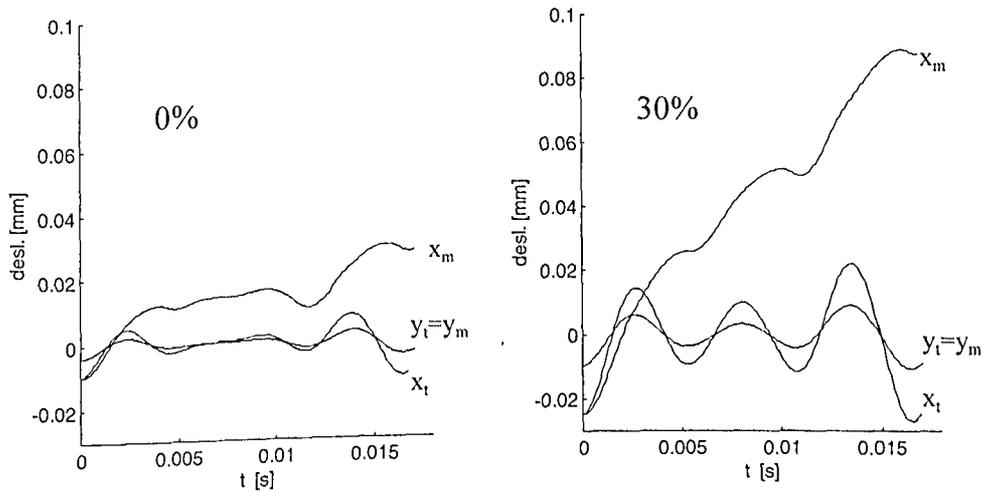


Figura 4.11: Perfis de deslocamento em x e y, da pista e da peça, com $\mu=0.410$.

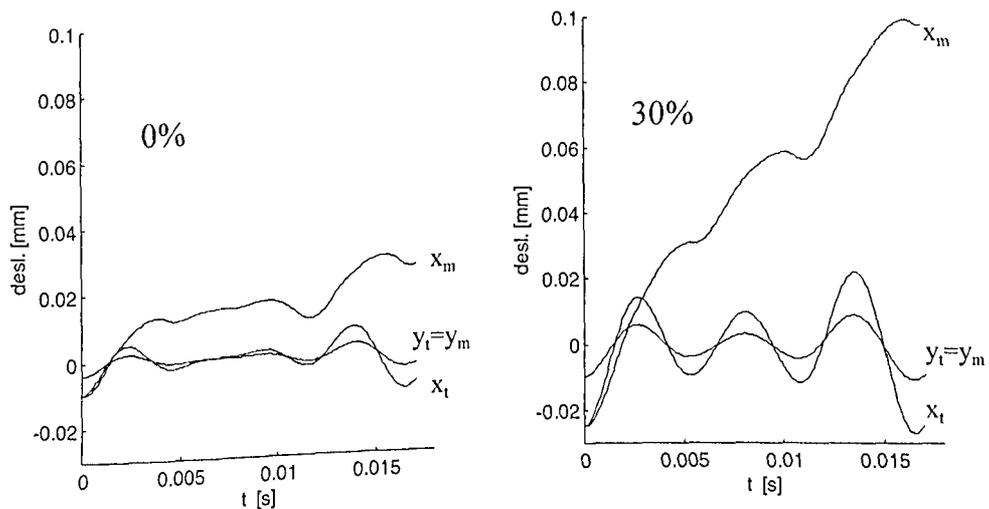


Figura 4.12 Perfis de deslocamento em x e y, da pista e da peça, com $\mu=0.453$.

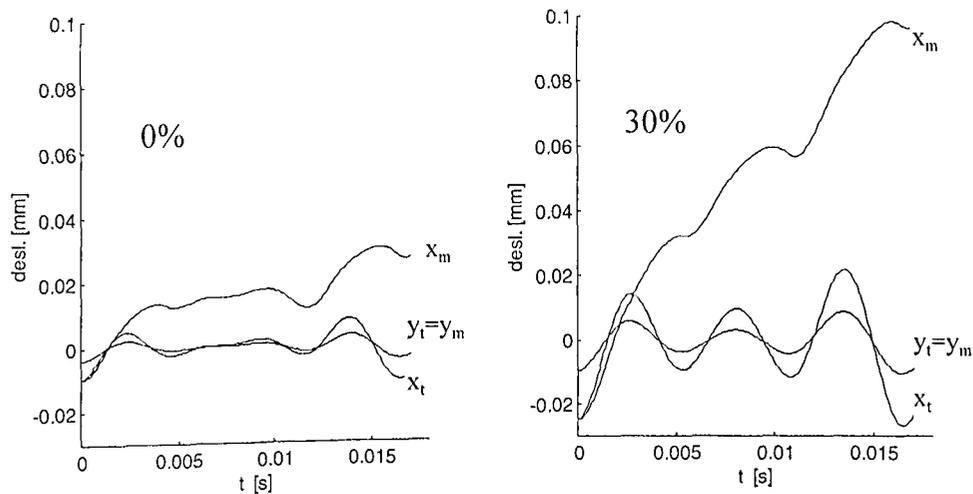


Figura 4.13: Perfis de deslocamento em x e y, da pista e da peça, com $\mu=0.466$.

Apesar da pequena diferença entre os coeficientes de atrito das peças, comparando-se as figuras 4.11 com 4.12 e 4.13, nota-se que o aumento deste, aumenta o deslocamento em x da peça. Pode-se notar também que nestes gráficos, as peças movem-se apenas por deslizamento, mesmo com a máxima amplitude de deslocamento possível da pista (30%), visto que o deslocamento em y da pista e da peça são os mesmos.

Nas figuras 4.14 à 4.16, são apresentados os resultados teóricos e experimentais da velocidade média de transporte, obtidas com o TV2. Para cada figura, o coeficiente de atrito é constante, variando apenas a amplitude de deslocamento a pista.

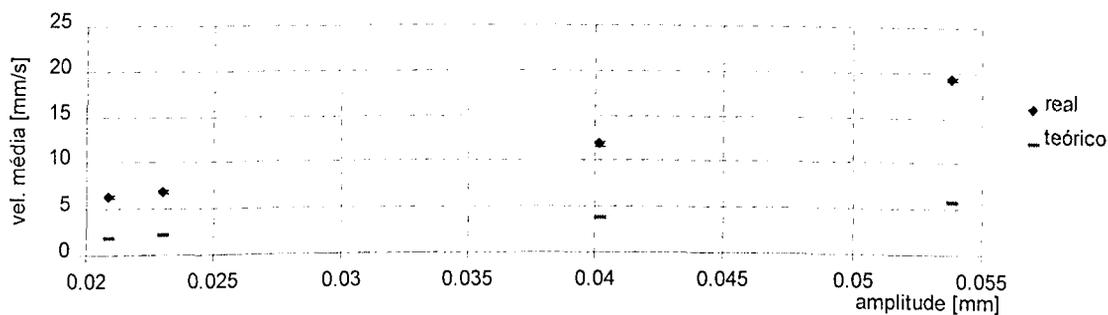


Figura 4.14: Velocidade média de transporte em função da amplitude de deslocamento para $\mu=0,410$.

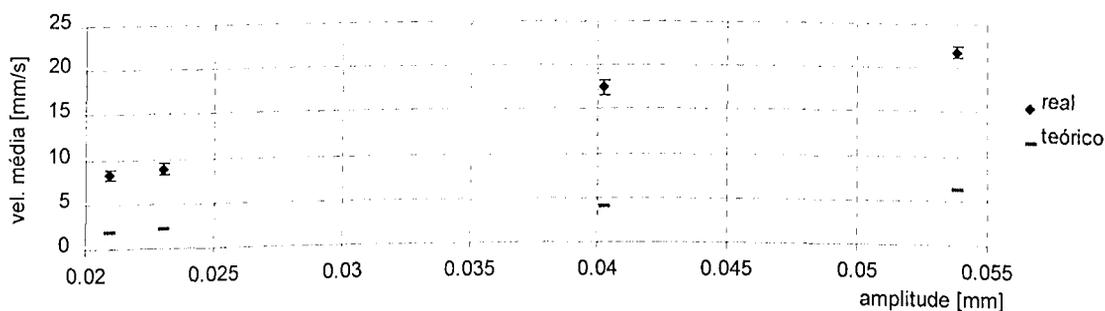


Figura 4.15: Velocidade média de transporte em função da amplitude de deslocamento para $\mu=0,453$.

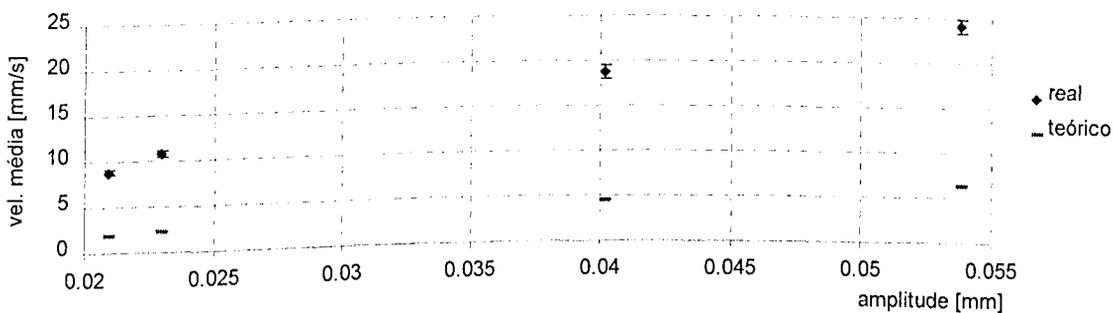


Figura 4.16: Velocidade média de transporte em função da amplitude de deslocamento para $\mu=0,466$.

Visualizando os gráficos apresentados nas figuras 4.14 à 4.16, nota-se que os valores das velocidade médias experimentais e teóricos, são muito diferentes.

Um dos motivos pode ser devido ao fato de se considerar apenas o atrito estático, desconsiderando o atrito dinâmico, visto que para este transportador, a peça move-se apenas por deslizamento.

CONCLUSÕES

Os transportadores vibratórios constituem um excelente sistema de seleção e alimentação de peças, principalmente nas unidades automatizadas. Pois, além de transportarem uma grande variedade de materiais, tais como: grãos, pós, peças rígidas ou deformáveis e de combinar diversas operações juntamente com o transporte, eles possuem qualidades como: precisão, produtividade, flexibilidade e confiabilidade.

Neste trabalho foi analisado o transportador vibratório linear, considerando-se o comportamento real da pista. Os estudos foram realizados com dois transportadores vibratórios comerciais.

Através de instrumentação adequada dos transportadores obteve-se o perfil de aceleração normal e longitudinal à pista. Utilizando o método dos trapézios, foi obtido sua velocidade e deslocamento.

Ficou comprovado através dos ensaios experimentais que o perfil de excitação real da pista, apesar de ser periódica, difere de uma excitação senoidal pura, considerada nos diversos trabalhos já publicados. Este fato pode justificar, em parte, a grande diferença entre os resultados experimentais e teóricos já obtidos nestes trabalhos.

A partir deste movimento real da pista, foi aplicado um modelo matemático que considera os quatro modos de movimento da peça: repouso relativo, deslizamento para trás, deslizamento para frente e salto. Neste modelo, foi considerado que a peça ao retornar à pista, após o salto, não repica, passando a ter a mesma velocidade normal instantânea da pista.

Com a simulação deste modelo foi possível obter a velocidade média de transporte teórica da peça, permitindo sua comparação com a velocidade média real, obtida através dos ensaios com os transportadores vibratórios.

A comparação entre os resultados teóricos e experimentais da velocidade média de transporte, obteve boa correlação quando a amplitude de deslocamento da pista se situava entre 0.1 e 0.2 mm. Quando fora deste intervalo, nem sempre esta verificação era verdadeira.

Dos resultados obtidos, pode-se concluir que para um mesmo coeficiente de atrito e condições de excitação (frequência e amplitude), quanto maior o ângulo de inclinação da pista, menor o tempo de vôo, reduzindo a velocidade média de transporte da peça.

Diante desta verificação, torna-se necessário realizar uma análise mais detalhada do movimento da peça. Para isto, deve-se construir um transportador vibratório onde se possa controlar as características da excitação da pista (forma, amplitude e frequência), permitindo estabelecer critérios de cálculo e limite de funcionamento ótimo dos transportadores.

Deve-se incluir nesta análise um estudo sobre a deformação das molas, a diferença entre o coeficiente de atrito estático e dinâmico e do comportamento da peça após o salto, aplicando estas análises ao modelo matemático de movimentação da peça.

De posse disto, deve-se realizar uma comparação entre a excitação senoidal pura, que é mais utilizada, com outros modos, para identificar as vantagens de cada um.

BIBLIOGRAFIA

BENDAT, J. S.; PIERSOL, A. G. (1986)

“Random Data; Analysis and Measurement Procedures”, 2º Ed., John Wiley & Sons, 1986.

BERRY, P. E. (1958)

“Research on Oscillating Conveyors”, J. Agric. Eng. Res. 3(3), 1958, pp. 249- 259.

BERRY, P. E. (1959)

“Basic Theory of Low-acceleration Oscillating Conveyors”, J. Agric. Eng. Res. 4(3), 1959, pp. 204-213.

BOOTH, J. H.; McCALLION, H. , (1964)

“On Predicting the Mean Conveying Velocity of a Vibrating Conveyor”, Proc. Inst. Mech. Engineers, 178(20), 1964, pp. 521-538.

CARVALHO, J. C. M.; DAHAN, M. (1990)

“Modelling a vibratory feeder: a new viewpoint”, IASTED Int. Symp. on Applied Modelling and Simulation, Lugano, Suissa, 18-21 junho 1990, pp. 127-130.

CARVALHO, J. C. M. (1991)

“Transporteur Vibrants à Déplacement Imposé: Modélisation et Applications”, Tese de Doutorado. Univ. de Franche-Comté, França, julho 1991.

CARVALHO, J. C. M.; DAHAN, M. (1991 a)

“A new structure for vibratory feeders”, Proc. 13th. CanCan, Winnipeg, Canada, 2-6 junho 1991, pp. 296- 297.

CARVALHO, J. C. M.; DAHAN, M. (1991 b)

“Transporteurs vibrants excités par des mécanismes plans à quatre barres”, Proc. COMEFIN 3, Brasov, Romênia, junho 1991, pp.: 243-248.

CARVALHO, J. C. M.; DAHAN, M. (1991 c)

“Bols vibrants à excitation imposée”, Proc 8th. IFFTOMM, Praga, Tchechoslovaquia, 26-31 agosto 1991.

CARVALHO, J. C. M.; DAHAN, M. (1991d)

“A new structural conception for bowl feeders”, Proc XI COBEM 91, São Paulo SP, 11-13 dez. 1991, pp.: 497-500.

CARVALHO, J. C. M.; DAHAN, M. (1992)

“Transportadores vibrantes a deslocamento imposto”, Proc. II Cong. Eng. Mecânica Norte-Nordeste - CEM/NNE 92, João Pessoa Pb, 17-19 junho 1992.

COLIJIN, H. (1984)

“Selecting and Applying Vibrations Conveyors”, Plant Engineering, 38(17), 1984, pp. 60-61.

DAHAN, M.; CARVALHO, J. C. M. (1992)

“Perirobotique: alimentateurs vibrants d’une nouvelle conception”, R.A.I.R.O. APII, vol. 26, n°. 1, 1992, pp.: 41-48.

DOEBELIN, E. O. (1990)

“Measurement Systems: Application and Design”, 4° Ed., MacGraw-Hill Inc.

FROMENT, B.; LESAGE, J. J. (1984)

“Productique - Les Techniques de l’Usinage Flexible”, Dunod, Paris, 1984.

GABERSON, H. A. (1972 a)

“Particle Motion on Oscillating Conveyors - The Equations of Motion and the Rules for Predicting Motion Form Transitions - Part I”, Trams. ASME, J. of Engng. for Industry, feb. 1972, pp. 50-56.

GABERSON, H. A. (1972 b)

“Particle Motion on Oscillating Conveyors - Practical Solutions to the Equations of the Motion and the Extension of the Theory to Beds of Granular Material - Part II”, *Trans. ASME, J. of Engng for Industry*, feb. 1972, pp. 57-63.

GLADWELL, G. M. L.; MANSOUR, W. N. (1971)

“Simulation of Vibratory Feeders”, *Computer Aided Engrg. Symp.*, Univ. of Waterloo, 1971, pp. 215-249.

GUTMAN, I. (1968)

Industrial Uses of Mechanical Vibrations”, Business Book, London, 1968

HICKERSON, W. L. (1967)

“Vibrating Conveyor and Feeder Systems”, *ASME*, n° 67, VIBR-40, 1967.

JACQMART, S. (1984)

“Système Flexible d’Alimentation pour Robots d’Assemblage”, Thèse Docteur Ingénieur, Univ. de Franche-Comté, Besançon.

MEYER, P. L. (1969)

“Probabilidade: Aplicações à Estatística”, *Livros Técnicos e Científicos Ed.*, 1969.

MORCOS, W. A.; MASSOUD, M. F. (1968)

“On the Design of Oscillating Conveyors”, *Transactions ASME, Journal of Engineering for Industry*, May 1968, pp. 353-356.

MORCOS, W. A. (1970)

“On the Design of Oscillating Conveyors”, *Transactions ASME, Journal of Engineering for Industry*, vol 22, n° 1, Feb. 1970, pp. 53-61.

OKABE, S.; KAMIYA, Y.; TSUJIKADO, K.; YOKOYAMA, Y. (1985)

Vibratory Feeding by Non-sinusoidal Vibration, Optimal Wave Form”, *Trans. ASME, J. Vibr. Acoust. Stress Rel. Des.* 170(2), 1985, pp. 88-195.

PARAMESWARAN, M. A.; GANAPATHY, S. (1979)

“Vibratory Conveying - Analysis and Design: a Review”, *Mechanism and Machine Theory*, vol 14, 1979, pp. 88-97.

- POVIDAYLO, V. A. (1959)
 “Design Calculations and Construction of Vibratory Hoppers”, *Machines and Tooling*, 30(2), 1959, pp. 5-9.
- POVIDAYLO, V. A. (1960)
 “Optimum Vibratory Feeder Operating Conditions”, *Machines and Tooling*, 31(5), 1960, pp. 2-6.
- REDFORD, A. H.; BOOTHROYD, G. (1967)
 “Vibratory Feeding”, *Proc. Inst. Mech. Engineers*, 182(6), 1967, pp.135-152.
- SAKAGUCHI, K; TANIGUCHI, O. (1970)
 “Studies on Vibratory Feeders”, *Bull, Japan Soc. Mech. Eng.*, 20(143), 1970, 881-887.
- TAILLARD, P.; BERGER, J. (1981)
 “Alimentateur Vibrant”, *Rapport d'étude ENSMM/SORMEL, Besançon*, 1981
- TANIGUCHI, O.; SAKATA, M.; SUZUKI, Y.; OSANAI, Y. (1963)
 “Studies of Vibratory Feeder”, *Bull, Japan Soc. Mech. Eng.*, 6(21), 1963, pp. 37-43.
- WINKLER, G. (1978)
 “Analysing the Vibrating Conveyor”, *Int. J. Mech. Sciences*, vol. 21, 1978, pp: 561-570.
- WINKLER, G. (1979)
 “Analysing the Hopping Conveyor”, *Int. J. Mech. Sciences*, vol. 21, 1978, pp: 651-658.
- YOKOYAMA, Y.; OKABE, S.; SHIOZAWA, A. WATANABE, M. (1980)
 “The Balanced Vibration Feeder and its Application for Automated Assembly System”, *4th Int. Conf. on Production Engrg.*, Tokyo, Japan, 1980, pp 907-912.

ANEXO

EQUACIONAMENTO DE UM TRANSPORTADOR VIBRATÓRIO LINEAR COM EXCITAÇÃO SENOIDAL

A forma de excitação mais utilizada nas publicações a respeito de transportadores vibratórios, é a excitação senoidal pura. Neste anexo, apresenta-se o equacionamento de um transportador com este tipo de excitação.

O esquema da figura A.1 representa o um transportador vibratório com excitação senoidal.

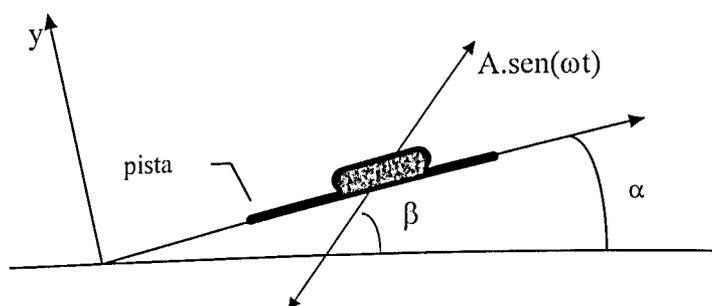


Figura A.1: Esquema da excitação senoidal.

A aplicação da excitação se dá em uma direção inclinada de β em relação a horizontal, enquanto que α , representa o ângulo de inclinação da pista, também em relação a horizontal.

Decompondo a aceleração, velocidade e deslocamento aplicados à pista, tem-se:

$$\ddot{x}_t = -A \cdot \omega^2 \cdot \cos(\beta - \alpha) \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \quad (\text{A.1})$$

$$\dot{x}_t = A \cdot \omega \cdot \cos(\beta - \alpha) \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (\text{A.2})$$

$$x_t = A \cdot \cos(\beta - \alpha) \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \quad (\text{A.3})$$

$$\ddot{y}_t = -A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}(\beta - \alpha) \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \quad (\text{A.4})$$

$$\dot{y}_t = A \cdot \omega \cdot \text{sen}(\beta - \alpha) \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (\text{A.5})$$

$$y_t = A \cdot \text{sen}(\beta - \alpha) \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \quad (\text{A.6})$$

De acordo com o equacionamento geral que descreve os quatro modos de movimento de uma peça sobre a pista de um transportador vibratório, tem-se para a excitação senoidal:

a) *Repouso relativo*

As equações do movimento da massa em repouso relativo são as mesmas da pista.

$$\ddot{x}_m = \ddot{x}_t \therefore$$

$$\ddot{x}_m = -A \cdot \omega^2 \cdot \cos(\beta - \alpha) \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \quad (\text{A.7})$$

$$\dot{x}_m = \dot{x}_t \therefore$$

$$\dot{x}_m = A \cdot \omega \cdot \cos(\beta - \alpha) \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (\text{A.8})$$

$$x_m = x_{m_0} + (x_t - x_{t_0}) \therefore$$

$$x_m = x_{m_0} + A \cdot \cos(\beta - \alpha) \cdot [\text{sen}(\omega \cdot t) - \text{sen}(\omega \cdot t_0)] \quad (\text{A.9})$$

$$\ddot{y}_m = \ddot{y}_t \therefore$$

$$\ddot{y}_m = -A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}(\beta - \alpha) \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \quad (\text{A.10})$$

$$\dot{y}_m = \dot{y}_t \therefore$$

$$\dot{y}_m = A \cdot \omega \cdot \text{sen}(\beta - \alpha) \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (\text{A.11})$$

$$y_m = y_t \therefore$$

$$y_m = A \cdot \text{sen}(\beta - \alpha) \cdot [\text{sen}(\omega \cdot t) - \text{sen}(\omega \cdot t_0)] \quad (\text{A.12})$$

b) *Deslizamento para trás*

Deslizando para trás, na direção y, a peça tem as seguintes equações:

$$\ddot{y}_m = \ddot{y}_t \therefore$$

$$\ddot{y}_m = -A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}(\beta - \alpha) \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \quad (\text{A.13})$$

$$\dot{y}_m = \dot{y}_t \therefore$$

$$\dot{y}_m = A \cdot \omega \cdot \text{sen}(\beta - \alpha) \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (\text{A.14})$$

$$y_m = y_t \therefore$$

$$y_m = y_{m_0} + A \cdot \text{sen}(\beta - \alpha) \cdot [\text{sen}(\omega \cdot t) - \text{sen}(\omega \cdot t_0)] \quad (\text{A.15})$$

Das relações (A.13), (A.16) e (A.17):

$$\ddot{x}_m = -g \cdot \text{sen} \alpha + \mu \cdot \frac{N}{m} \quad (\text{A.16})$$

$$\ddot{y}_m = -g \cdot \cos \alpha + \frac{N}{m} \quad (\text{A.17})$$

pode-se escrever a aceleração da massa na direção x.

$$\ddot{x}_m = g \cdot (\mu \cdot \cos \alpha - \text{sen} \alpha) + \mu \cdot A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}(\beta - \alpha) \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \quad (\text{A.18})$$

Integrando a equação (A.18), entre t_0 e t , tem-se a velocidade da massa:

$$\begin{aligned} \dot{x}_m = \dot{x}_{m_0} + g \cdot (\mu \cdot \cos \alpha - \operatorname{sen} \alpha)(t - t_0) + \\ + \mu \cdot A \cdot \omega \cdot \operatorname{sen}(\beta - \alpha) \cdot [\cos(\omega \cdot t) - \cos(\omega \cdot t_0)] \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

Integrando a equação (A.19), entre t_0 e t , encontra-se o deslocamento.

$$\begin{aligned} x_m = x_{m_0} + \mu \cdot A \cdot \operatorname{sen}(\beta - \alpha) \cdot [\operatorname{sen}(\omega \cdot t) - \operatorname{sen}(\omega \cdot t_0)] + \\ + [\dot{x}_{m_0} - \mu \cdot A \cdot \omega \cdot \operatorname{sen}(\beta - \alpha) \cdot \cos(\omega \cdot t_0)] \cdot (t - t_0) + \\ + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\mu \cdot \cos \alpha - \operatorname{sen} \alpha) \cdot (t - t_0)^2 \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

c) *Deslizamento à frente*

Igualmente ao caso anterior, na direção y:

$$\begin{aligned} \ddot{y}_m = \ddot{y}_t \therefore \\ \ddot{y}_m = -A \cdot \omega^2 \cdot \operatorname{sen}(\beta - \alpha) \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot t) \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_m = \dot{y}_t \therefore \\ \dot{y}_m = A \cdot \omega \cdot \operatorname{sen}(\beta - \alpha) \cdot \cos(\omega \cdot t) \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

$$\begin{aligned} y_m = y_t \therefore \\ y_m = y_{m_0} + A \cdot \operatorname{sen}(\beta - \alpha) \cdot [\operatorname{sen}(\omega \cdot t) - \operatorname{sen}(\omega \cdot t_0)] \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

Na direção x, das relações (A.17), (A.21) e (A.24):

$$\ddot{x}_m = -g \cdot \text{sen } \alpha - \mu \cdot \frac{N}{m} \quad (\text{A.24})$$

encontra-se a equação da aceleração da massa:

$$\ddot{x}_m = -g \cdot (\mu \cdot \text{cos } \alpha + \text{sen } \alpha) - \mu \cdot A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}(\beta - \alpha) \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \quad (\text{A.25})$$

Integrando a equação (A.25), entre t_0 e t :

$$\begin{aligned} \dot{x}_m = \dot{x}_{m_0} - g \cdot (\mu \cdot \text{cos } \alpha + \text{sen } \alpha)(t - t_0) - \\ - \mu \cdot A \cdot \omega \cdot \text{sen}(\beta - \alpha) \cdot [\text{cos}(\omega \cdot t) - \text{cos}(\omega \cdot t_0)] \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

Integrando a equação (A.26), entre t_0 e t , encontra-se a equação de deslocamento.

$$\begin{aligned} x_m = x_{m_0} - \mu \cdot A \cdot \text{sen}(\beta - \alpha) \cdot [\text{sen}(\omega \cdot t) - \text{sen}(\omega \cdot t_0)] + \\ + [\dot{x}_{m_0} + \mu \cdot A \cdot \omega \cdot \text{sen}(\beta - \alpha) \cdot \text{cos}(\omega \cdot t_0)] \cdot (t - t_0) - \\ - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\mu \cdot \text{cos } \alpha + \text{sen } \alpha) \cdot (t - t_0)^2 \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

e) *Salto*

As equações são as mesmas do equacionamento geral, que correspondem as equações de queda livre

$$\ddot{x}_m = -g \cdot \text{sen } \alpha \quad (\text{A.28})$$

$$\ddot{y}_m = -g \cdot \text{cos } \alpha \quad (\text{A.29})$$

$$\dot{x}_m = \dot{x}_{m_0} - g \cdot \text{sen } \alpha \cdot (t - t_0) \quad (\text{A.30})$$

$$\dot{y}_m = \dot{y}_{m_0} - g \cdot \text{cos } \alpha \cdot (t - t_0) \quad (\text{A.31})$$

$$x_m = x_{m_0} + \dot{x}_{m_0} \cdot (t - t_0) - \frac{1}{2} g \cdot \text{sen } \alpha \cdot (t - t_0)^2 \quad (\text{A.32})$$

$$y_m = y_{m_0} + \dot{y}_{m_0} \cdot (t - t_0) - \frac{1}{2} g \cdot \text{cos } \alpha \cdot (t - t_0)^2 \quad (\text{A.33})$$