

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

ANDRESSA CRISTIANE CORDEIRO E SILVA

***SOFTWARE* DIDÁTIVO PARA DIMENSIONAMENTO DE LAJES
MACIÇAS EM CONCRETO ARMADO**

Uberlândia-MG

2020

ANDRESSA CRISTIANE CORDEIRO E SILVA

***SOFTWARE DIDÁTICO PARA DIMENSIONAMENTO DE LAJES
MACIÇAS EM CONCRETO ARMADO***

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), do curso de graduação em Engenharia Civil, da Faculdade de Engenharia Civil (FECIV), da Universidade Federal de Uberlândia (UFU), sob orientação do Professor Doutor Antônio Carlos dos Santos.

Uberlândia-MG

2020

RESUMO

Há uma necessidade constante de facilitar e aprimorar o processo de aprendizagem. Nesse intuito, várias ferramentas estão sendo introduzidas como, por exemplo, os *softwares*. O objetivo desse trabalho é a criação de um *software* capaz de dimensionar lajes maciças retangulares e, além disso, produzir um relatório informando passo a passo como esse dimensionamento foi feito, para que o estudante possa aprender e reproduzir esse conhecimento. Facilitar o processo de aprendizagem é um trabalho constante e infindável, portanto, é necessário diversificar e utilizar todos os meios possíveis e imagináveis a fim de atingir essa meta.

PALAVRAS-CHAVE: *Software*. Didático. Dimensionamento. Lajes.

ABSTRACT

There is a constant need to facilitate and improve the learning process. To this end, several tools are being introduced, such as software programs. The objective of this work is the creation of a software capable of dimensioning solid rectangular slabs and, in addition, producing a report informing step by step how this dimensioning was done, so that the student can learn and reproduce this knowledge. Facilitating the learning process is a constant and endless work, therefore, it is necessary to diversify and use all possible and imaginable means in order to achieve this goal.

KEYWORDS: *Software. Didactic. Dimensioning. Slabs*

LISTA DE SÍMBOLOS

a_{sc}	área de aço comprimido por metro de laje
$a_{s,min}$	área de aço mínima por metro de laje
a_{st}	área de aço tracionado por metro de laje
b_w	largura da seção transversal
c	cobrimento da armadura em relação à face do elemento
d	altura útil
d'	altura útil do aço comprimido
e_{alv}	espessura da alvenaria
e_{contr}	espessura da camada de contra piso
e_{rev}	espessura da camada de revestimento da parede
$e_{rev.teto}$	espessura da camada de revestimento do teto
f_{cd}	resistência de cálculo à compressão do concreto
f_{ck}	resistência característica à compressão do concreto
f_{ctd}	resistência de cálculo à tração do concreto
f_{ctk}	resistência característica à tração do concreto
f_{ctm}	resistência média à tração do concreto
f_{yd}	resistência de cálculo ao escoamento do aço de armadura passiva
f_{yk}	resistência característica ao escoamento do aço de armadura passiva
h	espessura da laje
h_{par}	altura da parede
k	coeficiente

p	carregamento distribuído para lajes armadas em duas direções
$t1x$ e $t2x$	largura dos apoios das bordas da laje na direção do menor vão
$t1y$ e $t2y$	largura dos apoios das bordas da laje na direção do maior vão
x	posição da linha neutra
A_{sc}	área de aço comprimido
A_{st}	área de aço tracionado
E	módulo de elasticidade do aço
G	cargas distribuídas permanentes
G_{contr}	carga distribuída permanente devido ao contrapiso
G_{outros}	carga distribuída permanente sem definição
G_{par}	carga distribuída permanente devido à parede
G_{piso}	carga distribuída permanente devido ao piso
G_{pp}	carga distribuída permanente devido ao peso próprio
$G_{rev.teto}$	carga distribuída permanente devido ao revestimento de teto
L_{par}	comprimento da parede
L_{0x}	distância entre as faces de dois apoios consecutivos na direção do menor vão
L_{0y}	distância entre as faces de dois apoios consecutivos na direção do maior vão
L_x	vão efetivo na direção do menor vão
L_y	vão efetivo na direção do maior vão
M	momento fletor
M_{gd}	momento fletor positivo de cálculo devido às cargas permanentes
M'_{gd}	momento fletor negativo de cálculo devido às cargas permanentes
M_{gk}	momento fletor positivo característico devido às cargas permanentes

M'_{gk}	momento fletor negativo característico devido às cargas permanentes
$M_{máx}$	momento fletor solicitante máximo
M_{qd}	momento fletor positivo de cálculo devido às cargas acidentais
M'_{qd}	momento fletor negativo de cálculo devido às cargas acidentais
M_{qk}	momento fletor positivo característico devido às cargas acidentais
M'_{qk}	momento fletor negativo característico devido às cargas acidentais
M_{sd}	momento fletor solicitante de cálculo
$M_{sd,lim}$	momento fletor solicitante limite para armadura simples
M_{sk}	momento fletor solicitante característico
P_{par}	carga concentrada devido à parede
Q	cargas acidentais
R	reações de apoio
R_{cc}	força no concreto comprimido
R_{sc}	força nas barras de aço comprimido
R_{st}	força nas barras de aço tracionado
V	força cortante
V_{gd}	força cortante de cálculo devido as cargas permanentes
V_{gk}	força cortante característica devido as cargas permanentes
V_{qd}	força cortante de cálculo devido as cargas acidentais
V_{qk}	força cortante característica devido as cargas acidentais
V_{Rdl}	força cortante resistente de cálculo
V_{Sd}	força cortante solicitante de cálculo
V_{sk}	força cortante solicitante característica

α_c	coeficiente
β_x	razão entre a posição da linha neutra e a altura útil
$\beta_{x,máz}$	limite para redistribuição de momentos e condições de ductilidade
$\beta_{x,lim(2/3)}$	limite entre os domínios do estado limite último 2 e 3
$\beta_{x,lim(3/4)}$	limite entre os domínios do estado limite último 3 e 4
γ_c	coeficiente de ponderação da resistência do concreto
γ_f	coeficiente de ponderação das solicitações
γ_n	coeficiente adicional para lajes em balanço
γ_s	coeficiente de ponderação da resistência do aço
ϵ_{cc}	deformação específica do concreto comprimido
ϵ_{cu}	deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura
ϵ_{sc}	deformação específica do aço comprimido
ϵ_{st}	deformação específica do aço tracionado
ϵ_{yd}	deformação específica de cálculo de escoamento do aço
λ	coeficiente
μ	coeficiente
ν	coeficiente
ρ_l	taxa geométrica de armadura longitudinal de tração
σ_{cd}	tensão à compressão no concreto de cálculo
σ_{sc}	tensão à compressão no aço
σ_{st}	tensão à tração no aço
τ_{Rd}	tensão de cisalhamento resistente de cálculo

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	10
2.	REFERENCIAL TEÓRICO.....	10
2.1	O impacto do uso de novas tecnologias no ensino de Engenharia Civil	10
2.2	Definições	12
2.3	Lajes armadas em uma direção e em duas direções.....	13
2.4	<i>Microsoft Visual Studio</i>	13
3.	ETAPAS DO CÁLCULO REALIZADO PELO PROGRAMA.....	14
3.1	Propriedades geométricas	14
3.2	Cargas atuantes	18
3.3	Solicitações e resistências.....	24
3.4	Dimensionamento da armadura	36
3.5	Verificação da força cortante.....	44
3.6	Detalhamento	45
3.7	Relatório.....	45
4.	VERIFICAÇÃO E RESULTADOS.....	46
4.1	Exemplo 1: Cálculos dos momentos fletores e reações de apoio para laje retangular simplesmente apoiada em todo contorno com carga uniformemente distribuída	46
4.2	Exemplo 2: Cálculos dos momentos fletores e reações de apoio para laje retangular engastada em um dos lados com carga uniformemente distribuída.....	48
4.3	Exemplo 3: Cálculos dos momentos fletores e reações de apoio para laje retangular simplesmente apoiada nos quatro lados suportando uma parede.....	51
4.4	Exemplo 4: Dimensionamento das lajes de um pavimento de uma edificação residencial	54

5. CONCLUSÃO.....	95
REFERÊNCIAS	96

1. INTRODUÇÃO

Há uma necessidade constante de facilitar e aprimorar o processo de aprendizagem. Nesse intuito, várias ferramentas estão sendo introduzidas, como por exemplo, os softwares, que são capazes de automatizar e otimizar os cálculos, que são feitos cada vez mais rápidos e com maior exatidão.

Porém, a maioria desses softwares não deixa claro como os resultados foram obtidos. Na Engenharia Civil, como em várias outras áreas, os cálculos envolvem, quase sempre, equações e análises complexas, o que dificulta ainda mais o entendimento. Daí surge a necessidade de um software capaz não só de dimensionar as estruturas, mas também de detalhar como esse processo é feito.

O objetivo deste trabalho é a criação de um software capaz de realizar um detalhamento passo a passo de como é feito o cálculo de uma laje maciça retangular, para que o estudante tenha, além do resultado do dimensionamento, um roteiro a ser seguido, tornando-o apto a assimilar e reproduzir esse conhecimento.

O software foi desenvolvido com a ajuda de um IDE, do inglês *Integrated Development Environment*, ou, em português, Ambiente de Desenvolvimento Integrado, chamado *Microsoft Visual Studio*. Os IDEs são programas que possuem ferramentas que facilitam a criação de softwares. A linguagem de programação utilizada foi a C#.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 O impacto do uso de novas tecnologias no ensino de Engenharia Civil

De acordo com Branchier (2017), “o conhecimento aprofundado de softwares profissionais é instrução básica para a realização de um projeto de cálculo estrutural”. Além disso, esse conhecimento deve ser somado á compreensão dos métodos, processos e fundamentos teóricos que levam aos resultados obtidos por esses softwares. Essa compreensão permite ao engenheiro analisar esses resultados de forma crítica e, dessa forma, identificar possíveis erros e pontos que podem ser melhorados.

Portanto, para Branchier (2017), a introdução de programas computacionais na graduação em engenharia civil é fundamental para ajudar o estudante a abstrair e entender as mais avançadas formas de análise e dimensionamento de estruturas, uma vez que, por se tratarem de processos complexos, necessitam de tecnologias que facilitem o processo de aprendizagem.

Entretanto, de acordo com Azevedo (2000), a introdução de novas tecnologias não deve ocorrer em detrimento das matérias tradicionais. Dessa forma, deve-se procurar maneiras de, ao mesmo tempo, ajudar os estudantes a compreenderem o funcionamento de um software profissional e fazer com que fiquem familiarizados com o uso de tecnologias computacionais, sem que isso ocupe grande espaço na grade curricular e, assim, prejudique o ensino das matérias tradicionais.

Ainda de acordo com Azevedo (2000), já que as universidades necessitam utilizar programas de computador, torna-se necessário analisar entre duas situações distintas: utilizar programas desenvolvidos localmente ou utilizar softwares comerciais. Ambas as situações apresentam vantagens e desvantagens.

No primeiro caso, com programas desenvolvidos no ambiente universitário e baseados em modelos cientificamente bem fundamentados, há a vantagem de existirem no local, pessoas que criaram o código e podem explicar com maestria os cálculos que estão por trás de suas funcionalidades. A desvantagem nessa situação ocorre por esses programas serem, na maioria das vezes, mais simples e possuírem limitações em comparação com os softwares comerciais que abordam as mais diversas situações. Além disso, quase sempre, são desprovidos de interfaces gráficas bem elaboradas, complexas e apelativas, uma vez que isso exigiria um trabalho que vai além das funções de uma universidade.

Os softwares comerciais, como dito anteriormente, abordam uma infinidade de situações, e possuem volumosos documentos de apoio e, além disso, possuem uma interface gráfica que torna sua utilização fácil e atraente. Porém, nessa alternativa, não há como saber em detalhes todos os modelos implementados, o que torna o usuário inseguro acerca dos resultados obtidos.

Com esse tipo de programa torna-se difícil aos docentes e investigadores acrescentarem-lhes novas capacidades oriundas da investigação em curso e serem capazes de ensinar os fundamentos dos cálculos que são efetuados por trás de tão atraentes interfaces gráficas, pelo fato de não terem acesso às fontes do respectivo código. Mesmo nos casos em que essas fontes são divulgadas, torna-se muito difícil interpretar a totalidade das características de um

programa que, por ter sido desenvolvido por uma numerosa equipe, é normalmente muito extenso. Nestes casos é praticamente impossível fazer mais do que proceder à leitura da documentação, memorizar as sequências de operações relativas à utilização do programa e transmitir aos alunos apenas esta limitada faceta. (AZEVEDO, 2000, p. 2)

Outra discussão importante proposta por Modler (2005) retrata a diferença entre o uso de softwares como ferramenta de promoção de ensino e como ferramenta de construção do conhecimento.

Segundo Modler (2005), na primeira abordagem o docente divide seu trabalho com os recursos tecnológicos, estes trabalham como transmissores de conhecimento e seu papel é apenas de auxílio à instrução.

Neste processo de aprendizagem o aluno é parte passiva, apenas assimila um conhecimento já pronto e a figura do professor tem sua importância reduzida, uma vez que divide a sua função com o computador. Tal abordagem não estimula a formação de um indivíduo crítico e reflexivo e tende a ser repensada na medida em que não responde as exigências da sociedade moderna. (MODLER, 2005, p. 2)

Já na segunda abordagem, os recursos tecnológicos seriam usados para experimentação dos modelos teóricos propostos em sala de aula.

Nesse processo o professor deixa de ser a fonte única do conhecimento passando a ser o mediador e estimulador da aprendizagem, e o aluno por sua vez passa a desempenhar função ativa, sendo responsável pela formação de seu conhecimento. (MODLER, 2005, p. 3)

Levando em consideração todo esse contexto, a criação de um software capaz de demonstrar os resultados e detalhar todos os métodos teóricos utilizados nos cálculos para obtenção dos mesmos, torna-se extremamente atraente. Este tipo de programa incentiva a experimentação por parte dos estudantes, garantindo que esse conhecimento seja construído e não apenas repassado.

2.2 Definições

As lajes são elementos planos bidimensionais, nas quais, o comprimento e a largura, são da mesma ordem de grandeza e muito maiores que a terceira dimensão, a espessura. As lajes são também chamadas elementos de superfície, ou placas.

As ações atuantes em uma laje são geralmente perpendiculares à sua superfície. As lajes são projetadas para receber diretamente as cargas produzidas por pessoas, pisos, revestimentos,

móveis, paredes e demais carregamentos que sejam posicionados sobre elas, e distribuir essas cargas para vigas, pilares e, por fim, fundações.

Existem vários tipos de lajes, os principais são: laje maciça, laje nervurada e laje pré-fabricada. O programa descrito ao longo desse texto limitou-se a tratar apenas de lajes maciças de concreto armado em formato retangular ou quadrado. As lajes maciças são aquelas onde toda a espessura é composta por concreto, contendo armaduras longitudinais de flexão e eventualmente armaduras transversais. Usualmente, não são utilizadas lajes com armaduras transversais, apenas com armaduras de flexão.

2.3 Lajes armadas em uma direção e em duas direções

As lajes armadas em uma direção são aquelas que apresentam a razão entre seu lado maior e seu lado menor com valor superior a 2. Nesse tipo de laje, as solicitações na direção do menor vão são muito superiores às solicitações na direção do maior vão, portanto, estas podem ser desprezadas na hora do dimensionamento. Dessa forma, o menor vão é denominado de vão principal.

As lajes armadas em uma direção são calculadas geralmente conforme vigas de comprimento igual ao vão principal e largura de um metro. Ao adotar a largura igual a um metro, permite-se determinar a área de aço para cada metro de laje, o que facilita o detalhamento.

Nas lajes armadas em duas direções, são levadas em consideração as solicitações distribuídas ao longo dos dois lados, resultando em duas armaduras de flexão principais. As solicitações em lajes armadas em duas direções podem ser calculadas utilizando vários métodos, como a Teoria das Placas e Método das Charneiras plásticas. Por se tratarem de métodos complexos, frequentemente são utilizadas para a determinação das solicitações desse tipo de laje tabelas desenvolvidas por diversos autores com coeficientes que permitem o cálculo dos momentos fletores, forças cortantes e flechas.

2.4 *Microsoft Visual Studio*

O *Microsoft Visual Studio* é uma ferramenta que auxilia no desenvolvimento de softwares. Essas ferramentas são conhecidas como *Integrated Development Environment*, ou, em português, Ambiente de Desenvolvimento Integrado. Elas traduzem o código escrito pelo usuário em comandos de computador.

Através do *Microsoft Visual Studio*, de acordo com o objetivo do desenvolvedor do programa, é possível trabalhar em uma interface gráfica visual, criando um arquivo executável, onde podem ser inseridos parâmetros necessários para a execução de um código. Além disso, os resultados obtidos através da execução do código também podem ser expressos na interface.

3. ETAPAS DO CÁLCULO REALIZADO PELO PROGRAMA

O software permite dimensionar lajes maciças armadas tanto em uma direção, quanto em duas direções. Os dois dimensionamentos seguem o mesmo roteiro, dividido nas mesmas etapas, porém em cada etapa estão presentes as especificidades de cada tipo de laje. Já na primeira tela do programa é possível escolher entre os dois modelos, como mostra a Figura 1.

Figura 1 – Primeira tela do software



Fonte: Autor (2020)

Na tela seguinte há várias abas, cada aba representa uma etapa do cálculo de uma laje, e a última aba contém o relatório que detalha todas elas. O fluxograma mostrado no Apêndice A resume o roteiro seguido pelo programa no dimensionamento. Cada passo desse roteiro, tanto para lajes armadas em uma direção quanto em duas, será melhor explicado ao longo do texto.

3.1 Propriedades geométricas

Após escolher entre laje armada em uma ou duas direções, o usuário é redirecionado para a primeira aba do programa, denominada “PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS”, mostrada nas

Figuras 2 e 3. A primeira informação solicitada no quadro “Dados iniciais” é o tipo de laje, sendo estas classificadas em: “Laje de cobertura não em balanço”, “Laje de piso não em balanço”, “Laje em balanço”, “Garagem com veículos de peso $\leq 30\text{kN}$ ” e “Garagem com veículos de peso $> 30\text{kN}$ ”. Esse dado define a espessura mínima da laje, de acordo com o item 13.2.4.1 da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 74).

Figura 2 – Aba “PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS” para lajes armadas em uma direção

Laje armada em 1 direção

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS | CARGAS ATUANTES | SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS | DIMENSIONAMENTO MOMENTO POS

Dados iniciais

Tipo de laje: Laje de piso não em balanço | Classe de agressividade ambiental: Classe II

Propriedades Geométricas

h (cm)	10	c (cm)	2,5
d (cm)	7,25	d' (cm)	2,75
L0x (cm)	100	L0y (cm)	250
t1x (cm)	15	t1y (cm)	15
t2x (cm)	15	t2y (cm)	15
Lx (cm)	106,00	Ly (cm)	256,00
	Ly/Lx		2,42

Diagrama: Representação de uma laje retangular com dimensões L0x e L0y. As espessuras de reforço são indicadas como t1x, t2x, t1y e t2y.

Fonte: Autor (2020)

Figura 3 – Aba “PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS” para lajes armadas em duas direções

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS | CARGAS ATUANTES | SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS | DIMENSIONAMENTO MOI

Dados iniciais

Tipo de laje: Laje de piso não em balanço | Classe de agressividade ambiental: Classe II

Propriedades Geométricas

h (cm)	10	c (cm)	2,5
dx (cm)	7,25	d'x (cm)	2,75
dy (cm)	6,75	d'y (cm)	3,25
L0x (cm)	100	L0y (cm)	250
t1x (cm)	15	t1y (cm)	15
t2x (cm)	15	t2y (cm)	15
Lx (cm)	106,00	Ly (cm)	256,00
	Ly/Lx		2,42

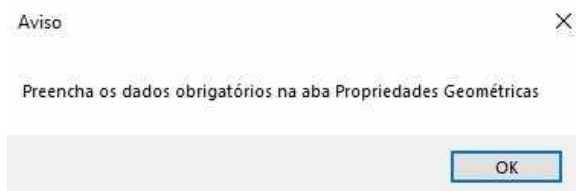
Diagrama: Representação de uma laje retangular com dimensões L0x e L0y. As espessuras de reforço são indicadas como t1x, t2x, t1y e t2y.

Fonte: Autor (2020)

A segunda informação solicitada nesse mesmo quadro é a classe de agressividade ambiental (CAA), definida conforme Tabela 6.1 da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 17). Esse dado é necessário para determinar o cobrimento mínimo da armadura de acordo com o ambiente em que a laje estará exposta. Os cobrimentos mínimos são mostrados na Tabela 7.2 da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 20).

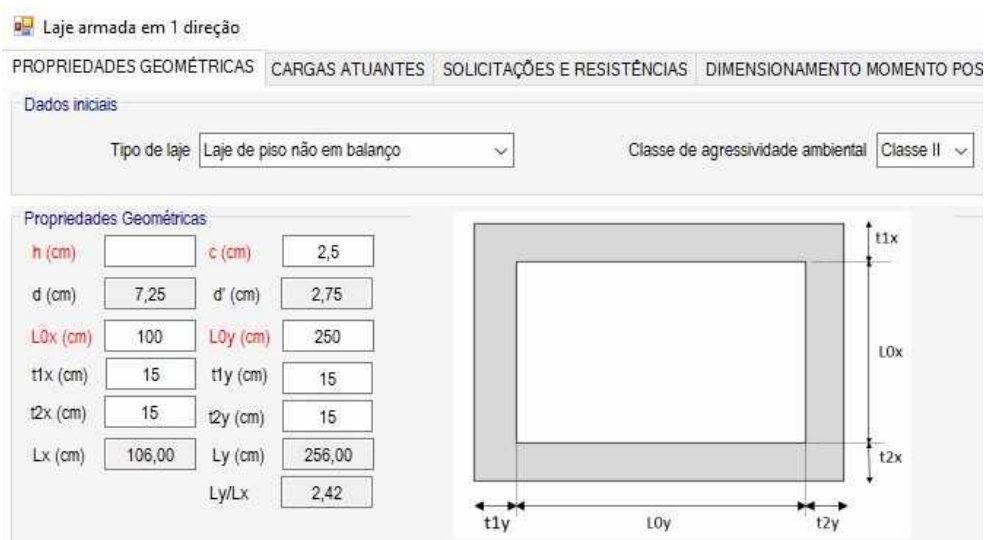
No quadro logo abaixo, ainda na primeira aba, o usuário deve inserir os seguintes dados: espessura (h), distância entre as faces de dois apoios consecutivos na direção do menor vão (L_{0x}), distância entre as faces de dois apoios consecutivos na direção do maior vão (L_{0y}), cobrimento nominal (c) e largura dos apoios (t_{1x} , t_{2x} , t_{1y} e t_{2y}). Os dados h , L_{0x} , L_{0y} e c são obrigatórios, pois sem eles é impossível dimensionar a laje. Assim, quando estes não são preenchidos, o software exibe um aviso escrito “Preencha os dados obrigatórios na aba Propriedades Geométricas” e assinala quais são esses dados, colorindo-os de vermelho, como mostrado nas Figuras 4 e 5.

Figura 4 – Aviso de dados obrigatórios



Fonte: Autor (2020)

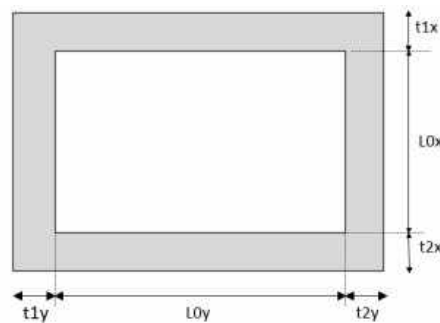
Figura 5 – Dados obrigatórios representados em vermelho



Fonte: Autor (2020)

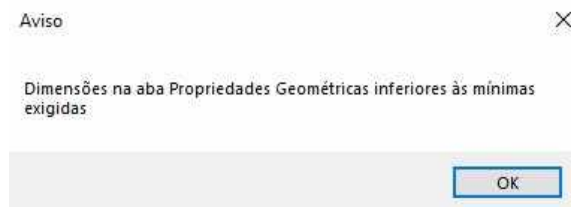
Lembrando que o software é didático, a Figura 6 exemplifica essas informações, auxiliando o estudante para que as preencha de forma correta. Além disso, caso a espessura ou o cobrimento tenham valores inferiores aos mínimos estabelecidos no quadro “Dados iniciais” é exibido o aviso “Dimensões na aba Propriedades Geométricas inferiores às mínimas exigidas” e é colorida de vermelho a dimensão que apresenta valor inferior ao mínimo, como demonstrado nas Figuras 7 e 8.

Figura 6 – Imagem presente na aba “PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS”



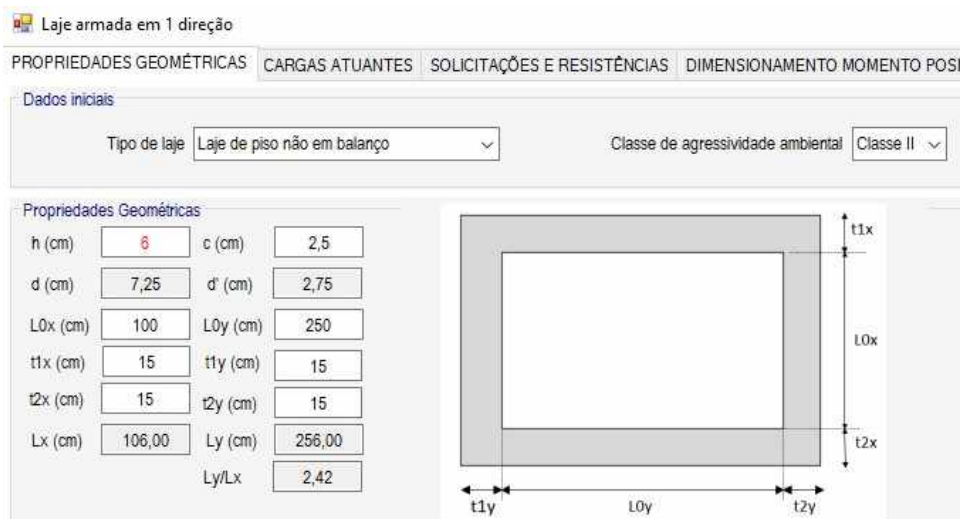
Fonte: Autor (2020)

Figura 7 – Aviso de dimensões inferiores às mínimas



Fonte: Autor (2020)

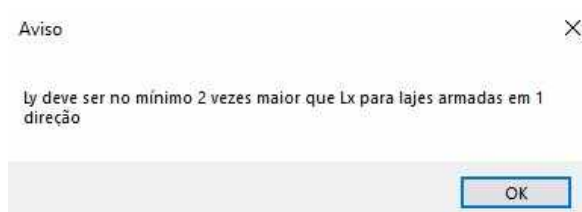
Figura 8 – Valor inferior ao mínimo expresso em vermelho



Fonte: Autor (2020)

Após o correto preenchimento dos quadros com essas informações o programa consegue calcular os vãos efetivos (L_x e L_y), conforme item 14.7.2.2 da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 95). Depois desses valores estabelecidos é importante calcular a razão entre eles (L_y/L_x). Caso esta apresente valor menor que 2, obrigatoriamente a laje deve ser armada em duas direções. Assim, o modelo de laje armada em uma direção exibe um aviso quando isso não é cumprido, com os seguintes dizeres “ L_y deve ser no mínimo 2 vezes maior que L_x para lajes armadas em 1 direção”, exposto na Figura 9.

Figura 9 – Aviso de L_y mínimo para lajes armadas em 1 direção



Fonte: Autor (2020)

Para calcular os demais valores, como a altura útil (d) e a altura útil do aço em compressão (d'), são necessários os demais dados, que devem ser preenchidos nas outras abas, e serão explicados ao longo do texto. Vale ressaltar, que o cálculo só é feito quando apertado o botão “CALCULAR”, presente na aba “DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR POSITIVO”, só então o programa exibe os resultados na tela.

3.2 Cargas atuantes

Esta aba apresenta diferenças entre os dois modelos do programa, pois a distribuição de alguns tipos de carregamentos é diferente, como exposto nas Figuras 10 e 11. Nessa etapa, o usuário deve inserir os dados necessários para calcular o valor das cargas atuantes e classificar as lajes de acordo com o tipo de apoio de suas bordas, para que então, a partir dessas cargas e da classificação, sejam determinados os momentos solicitantes utilizados no dimensionamento da armadura. Os pesos específicos dos materiais utilizados nos cálculos foram retirados da NBR 6120 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980).

Figura 10 – Aba “CARGAS ATUANTES” para lajes armadas em 1 direção

Laje armada em 1 direção

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENSÃO

Carregamentos

Peso próprio
Gpp (kN/m²)

Piso
Gpiso (kN/m²)

Contrapiso
e'contr. (cm)
Argamassa
Gcontr (kN/m²)

Revestimento de teto
e'rev.teto (cm)
Argamassa
Grev.teto (kN/m²)

Outros carregamentos permanentes distribuídos
G'outros (kN/m²)

Cargas acidentais
Local
Q (kN/m²)

Parede paralela a Lx
e'alv (cm)
h'par (m)
Lpar (m)
Tijolos
Revestimento
e'rev (cm)
Gpar (kN/m²)

Parede perpendicular a Lx
e'alv (cm)
h'par (m)
Tijolos
Revestimento
e'rev (cm)
Ppar (kN/m)
a (m) b (m)

Vinculações da laje na direção x:

Fonte: Autor (2020)

Figura 11 – Aba “CARGAS ATUANTES” para lajes armadas em 2 direções

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENSÃO

Carregamentos

Peso próprio
Gpp (kN/m²)

Piso
Gpiso (kN/m²)

Contrapiso
e'contr. (cm)
Argamassa
Gcontr (kN/m²)

Revestimento de teto
e'rev.teto (cm)
Argamassa
Grev.teto (kN/m²)

Soma dos carregamentos permanentes
G (kN/m²)

Paredes
e'alv (cm)
h'par (m)
Lpar (m)
Tijolos
Revestimento
e'rev (cm)
Gpar (kN/m²)

Outros carregamentos permanentes distribuídos
G'outros (kN/m²)

Cargas acidentais
Local
Q (kN/m²)

Vinculações da laje

Fonte: Autor (2020)

São considerados pelo programa dois tipos de cargas atuantes, as cargas permanentes (G) e as cargas acidentais (Q). As opções de cargas permanentes são: peso próprio, piso, contrapiso, revestimento de teto e paredes, com um campo extra, caso o usuário queira adicionar outro tipo de carregamento distribuído.

3.2.1 Peso próprio

Para o cálculo do peso próprio (G_{pp}) não é exigida a inserção de nenhuma informação a mais, já que apenas são necessários para determinar esse quantitativo, o peso específico do concreto e a espessura da laje, que já foi informada na etapa anterior. Multiplicando-se esses dados é calculado o valor do peso próprio em kN/m^2 .

3.2.2 Piso

Como existem diversos tipos de pisos e cada um apresenta um peso específico diferente, esse valor foi deixado livre para ser inserido pelo usuário de acordo com o tipo de revestimento por ele escolhido. O peso específico do piso (G_{piso}) deve ser fornecido em kN/m^2 para que fique compatível com as demais cargas atuantes. Caso não seja introduzido nenhum valor, o programa entende que esse tipo de carregamento não existe, ou seja, que possui valor nulo.

3.2.3 Contrapiso e Revestimento de teto

Para o cálculo do peso por metro quadrado de contrapiso (G_{contr}) e revestimento de teto ($G_{rev.teto}$), as informações a serem fornecidas são a espessura da camada e o tipo de argamassa utilizada. O usuário pode escolher entre duas opções de argamassa, “cimento e areia” e “cal, cimento e areia”. Ambas com peso específico definido conforme Tabela 1 da NBR 6120 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980, p. 2).

3.2.4 Paredes

Para lajes armadas em duas direções, independente do alinhamento da parede, seu peso é distribuído ao longo da superfície da laje de forma homogênea. Já para lajes armadas em uma direção, essa distribuição é diferente para paredes paralelas e para paredes perpendiculares à direção do vão principal (L_x).

Independente do modelo, o primeiro passo é calcular o peso por metro quadrado de parede, de acordo com sua espessura. Para determinar esse quantitativo, o usuário deve inserir a largura

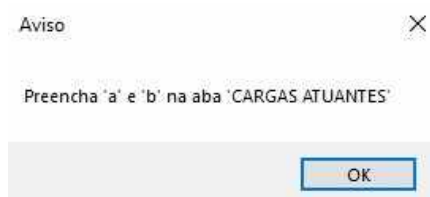
da alvenaria (e_{alv}), a espessura da camada de revestimento (e_{rev}), o tipo de tijolo empregado (“cerâmico furado” ou “cerâmico maciço”) e o tipo de argamassa de revestimento (“cimento e areia” ou “cal, cimento e areia”). Observa-se que nesse modelo, o peso da argamassa de assentamento é desconsiderado, porém esse método foi adotado no software a fim de facilitar os cálculos e porque seu peso não é significativo em comparação com os demais valores.

Para lajes armadas em duas direções, é necessário saber o peso da parede em kN. Portanto, os dados da altura da parede (h_{par}) e do comprimento da parede (L_{par}), também são solicitados. O mesmo acontece para lajes armadas em uma direção com parede paralela à direção do vão principal, nas quais o peso é distribuído ao longo de uma área adjacente à parede de largura igual a $2/3$ de L_x .

Já para lajes armadas em uma direção com parede perpendicular à direção do vão principal, como a força da parede (P_{par}) é considerada de forma concentrada na viga que representa a laje, os dados pedidos são, além dos já utilizados no cálculo do peso por metro quadrado de parede, a altura e as distâncias até os apoios (a e b), estas necessárias para determinar a posição da força ao longo da viga que representa a laje. O comprimento da parede é irrelevante nesse caso.

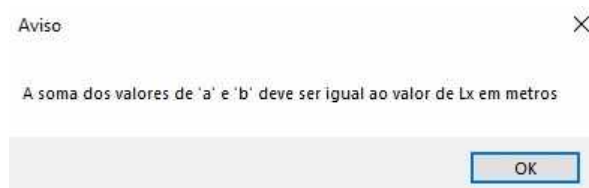
Caso qualquer valor solicitado das dimensões da parede for igual a zero, L_{par} , h_{par} ou e_{alv} , o valor da carga será nulo. Para lajes armadas em uma direção com parede perpendicular à direção do vão principal, caso a carga não seja nula, obrigatoriamente deve ser inserido os valores de a e b , pois é de extrema importância saber a distância da parede até os apoios para determinar o valor do momento solicitante. Portanto, caso não sejam fornecidos esses dados, é exibido o aviso “Preencha a e b na aba 'CARGAS ATUANTES'”, conforme Figura 12. Além disso, como a viga que representa a laje tem comprimento igual ao vão principal, a soma de a e b deve ser igual a L_x , assim, caso contrário, o programa dá o aviso “A soma dos valores de a e b deve ser igual ao valor de L_x em metros”, mostrado na Figura 13.

Figura 12 – Aviso de preencha a e b



Fonte: Autor (2020)

Figura 13 – Aviso de soma de a e b deve ser igual a L_x



Fonte: Autor (2020)

3.2.5 Outros tipos de carregamentos distribuídos

O campo G_{outros} foi adicionado para que o usuário possa inserir nele o valor de qualquer tipo de carregamento diferente das opções já oferecidas. Como por exemplo, um forro fixado à laje. Porém, esse carregamento deve ser distribuído ao longo da superfície da laje, carregamentos pontuais não são contemplados, já que seriam necessárias mais informações do que as solicitadas pelo programa.

3.2.6 Cargas acidentais

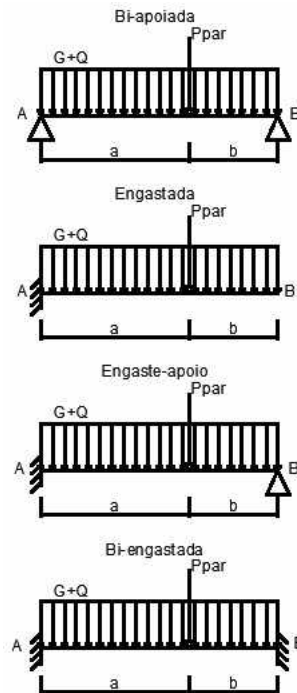
As cargas acidentais (Q) são aquelas que podem atuar sobre a estrutura da edificação em função de seu uso, conforme dito na NBR 6120 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980). Portanto, de acordo com o uso do local sob o qual a laje é utilizada como piso, há uma carga acidental mínima a ser considerada de acordo com a Tabela 2 dessa mesma norma.

Como a maioria das construções são residenciais e para que não fosse exibida uma lista muito extensa com todas as opções presentes na Tabela 2 da NBR 6120 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980, p. 3), optou-se por oferecer no programa apenas o uso residencial. Dessa forma, o usuário pode escolher entre os tipos de cômodos de uma casa ou apartamento, sendo eles: área de serviço, banheiro, copa, cozinha, despensa, lavanderia, sala, terraço sem acesso e terraço com acesso.

3.2.7 Tipo de laje de acordo com as vinculações de suas bordas

De acordo com os tipos de vinculações de suas bordas, as lajes armadas em uma direção podem ser: bi-apoiadas, engastadas, do tipo engaste-apoio e bi-engastadas, conforme Figura 14. Cabe ao usuário classificá-las corretamente, já que o programa não explica detalhadamente cada tipo de apoio e como eles funcionam, uma vez que isso exigiria uma extensa explicação que tiraria o seu foco.

Figura 14 – Vinculações de bordas para lajes armadas em 1 direção

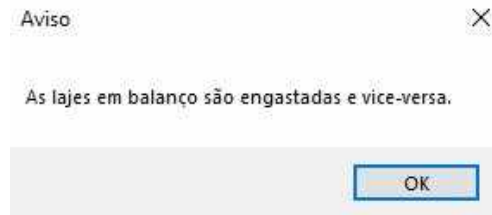


Fonte: Autor (2020)

A Figura 14, além de exemplificar esses tipos de lajes, também exemplifica para o usuário quais são os valores de a e b para cada tipo, facilitando o preenchimento desses dados. Portanto, para lajes bi-apoiadas, a e b representam a distância de P_{par} até os apoios A e B , respectivamente. Para lajes engastadas, a representa a distância de P_{par} até o engaste (A) e b a distância até a borda livre (B). Para lajes do tipo engaste-apoio, a é a distância de P_{par} até o engaste (A) e b a distância até o apoio (B). E, por fim, para lajes bi-engastadas, a e b representam a distância de P_{par} até os engastes A e B , respectivamente.

Caso a opção “Engastada” seja selecionada, obrigatoriamente a opção “Laje em balanço” deve ser escolhida na aba “PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS”, e vice-versa, uma vez que todas as lajes em balanço devem ser engastadas, e todas as lajes com uma borda engastada e as demais livres são em balanço. Se isso não for cumprido, o programa exibe o aviso "As lajes em balanço são engastadas e vice-versa", como exposto na Figura 15.

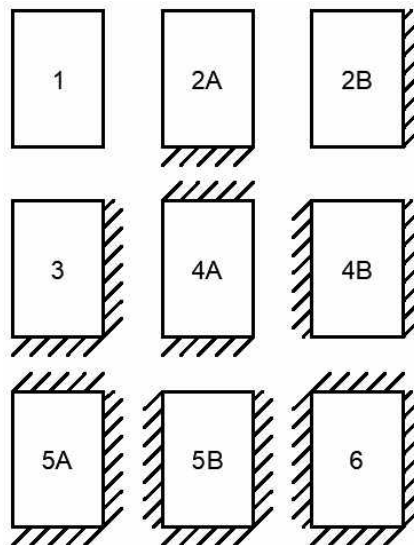
Figura 15 – Aviso de que lajes em balanço devem ser engastadas



Fonte: Autor (2020)

Para lajes armadas em duas direções, o usuário deve escolher entre os tipos de lajes fornecidos pelo programa, conforme Figura 16. Esses tipos foram escolhidos para que se pudesse usar na programação as tabelas para cálculo de momentos fletores e forças cortantes com carga uniforme de acordo com PINHEIRO (1994), presentes no Anexo A. Essas tabelas fornecem coeficientes, de acordo com o tipo de vinculação das bordas da laje e do valor da razão L_y/L_x . A partir deles, e do valor da carga atuante, são calculados os momentos fletores solicitantes e as forças cortantes solicitantes.

Figura 16 - Vinculações de bordas para lajes armadas em 2 direções



Fonte: Autor (2020)

3.3 Solicitações e resistências

Nesta terceira aba do programa, em seu primeiro quadro, são exibidos os valores dos momentos fletores e forças cortantes solicitantes característicos e de cálculo, conforme Figura 17 e 18. Os momentos e forças característicos são calculados de acordo com as cargas atuantes, e os momentos e forças de cálculo são determinados multiplicando-se esses valores pelos coeficientes presentes na Tabela 11.1 da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE

NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 65). Cabe ao usuário consultar a tabela e fornecer o valor do coeficiente de acordo com a situação e método de construção por ele pensado.

No segundo quadro dessa aba, o usuário deve escolher o tipo de concreto, e com isso determinar sua resistência característica à compressão (f_{ck}), e deve escolher o tipo de aço, determinando assim sua resistência característica ao escoamento (f_{yk}). Também devem ser fornecidos os valores dos coeficientes utilizados para calcular as resistências de cálculo. Estas são calculadas dividindo-se as resistências características pelos coeficientes fornecidos pela Tabela 12.1 da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 71).

Figura 17 – Aba “SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS” para lajes armadas em 1 direção

Laje armada em 1 direção

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS | CARGAS ATUANTES | SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS | DIMENSIONAMENTO

Solicitações

Momentos característicos	Momentos de cálculo	Forças cortantes características	Forças cortantes de cálculo
Mgk (kNm/m) 3,13	Mgd (kNm/m) 4,38	Vgk (kN/m) 12,33	Vgd (kN/m) 17,26
M'gk (kNm/m) 0,00	M'gd (kNm/m) 0,00	Vqk (kN/m) 0,80	Vqd (kN/m) 1,11
Mqk (kNm/m) 0,21	Mqd (kNm/m) 0,29	γ_f 1,4	
M'qk (kNm/m) 0,00	M'qd (kNm/m) 0,00		

Resistências

Concreto C25	f_{ck} (MPa) 25	γ_c 1,4	f_{cd} (MPa) 17,86
Aço CA-50	f_{yk} (MPa) 500	γ_s 1,15	f_{yd} (MPa) 434,78

Fonte: Autor (2020)

Figura 18 – Aba “SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS” para lajes armadas em 2 direções

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS | CARGAS ATUANTES | SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS | DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO | DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO

Solicitações em x

Momentos característicos	Momentos de cálculo	Forças cortantes características	Forças cortantes de cálculo	Coefficientes para cálculo dos momentos fletores ($M = \mu \cdot (p \cdot L_x^2) / 100$)
Mgk (kNm/m) 0,97	Mgd (kNm/m) 1,36	Vgk (kN/m) 3,66	Vgd (kN/m) 5,12	μ 12,50
M'gk (kNm/m) 0,00	M'gd (kNm/m) 0,00	Vqk (kN/m) 0,80	Vqd (kN/m) 1,11	μ'
Mqk (kNm/m) 0,21	Mqd (kNm/m) 0,29	γ_f 1,4		Coefficientes para cálculo das reações de apoio ($R = v \cdot (p \cdot L_x) / 10$)
M'qk (kNm/m) 0,00	M'qd (kNm/m) 0,00			v 5,00

Solicitações em y

Momentos característicos	Momentos de cálculo	Forças cortantes características	Forças cortantes de cálculo	Coefficientes para cálculo dos momentos fletores ($M = \mu \cdot (p \cdot L_x^2) / 100$)
Mgk (kNm/m) 0,24	Mgd (kNm/m) 0,34	Vgk (kN/m) 1,83	Vgd (kN/m) 2,56	μ 3,16
M'gk (kNm/m) 0,00	M'gd (kNm/m) 0,00	Vqk (kN/m) 0,40	Vqd (kN/m) 0,56	μ'
Mqk (kNm/m) 0,05	Mqd (kNm/m) 0,07			Coefficientes para cálculo das reações de apoio ($R = v \cdot (p \cdot L_x) / 10$)
M'qk (kNm/m) 0,00	M'qd (kNm/m) 0,00			v 2,50

Resistências

Concreto C25	f_{ck} (MPa) 25	γ_c 1,4	f_{cd} (MPa) 17,86
Aço CA-50	f_{yk} (MPa) 500	γ_s 1,15	f_{yd} (MPa) 434,78

Fonte: Autor (2020)

3.3.1 Solicitações

As solicitações são calculadas de maneira completamente diferente para lajes armadas em uma e em duas direções. Para lajes armadas em duas direções foram adotadas as tabelas já citadas anteriormente, presentes no Anexo A. E para lajes armadas em uma direção foram utilizadas as equações de equilíbrio de forças e momentos. Cada método de cálculo será explicado detalhadamente nos itens a seguir.

3.3.1.1 Momentos Fletores e Forças Cortantes para lajes armadas em uma direção

Os momentos fletores e forças cortantes solicitantes utilizados no dimensionamento da armadura são os máximos valores encontrados para essas solicitações. Para lajes armadas em uma direção, estes são calculados de acordo com as cargas atuantes e com os tipos de apoios da viga que representa a laje, de comprimento igual a L_x e largura de um metro. Para cada tipo de apoio e cada tipo de carga atuante (distribuída, pontual ou uma combinação das duas), o modelo e método variam, principalmente entre estruturas isostáticas e hiperestáticas.

As opções para estruturas isostáticas são: bi-apoiada e engastada. Já as opções para estruturas hiperestáticas são: engaste-apoio e bi-engastada. Caso a força P_{par} seja igual a zero, a carga será distribuída, caso contrário, a carga será uma combinação de distribuída com uma carga pontual igual a P_{par} . Não há possibilidade da atuação de apenas carregamento pontual, pois, mesmo que todos os outros tipos de carregamentos distribuídos sejam nulos, a laje ainda possui o seu peso próprio. O modelo de cálculo para cada tipo de vinculação de bordas de laje será exposto a seguir.

3.3.1.1.1 Laje bi-apoiada

Para todos os tipos de lajes, os momentos e reações são calculados separadamente para as cargas permanentes e cargas acidentais. Portanto, P_{par} é incluso no cálculo dos momentos e reações devido às cargas permanentes (G). Para lajes bi-apoiadas, se P_{par} possui valor nulo, o carregamento é uniformemente distribuído e o momento máximo se encontra no meio do vão. Dessa forma, as equações para cálculo do momento máximo e reações nos apoios são as equações 1 e 2, respectivamente. Nesse caso, a força cortante máxima é igual ao valor das reações no ponto A e B , que são iguais.

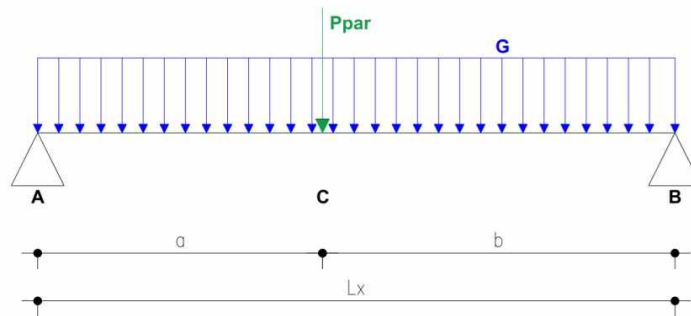
$$(1): M_{m\acute{a}x} = \frac{p \cdot L_x^2}{8}$$

$$(2): R = \frac{p \cdot L_x}{2}$$

$p = G$ ou $p = Q$.

Caso P_{par} seja diferente de zero, para determinar a força cortante máxima devido às cargas permanentes, deve-se calcular as reações no ponto A e no ponto B , R_A e R_B , respectivamente, para posteriormente compará-las. Já para o cálculo do momento fletor máximo, deve-se determinar em qual ponto da viga o momento devido à carga permanente é máximo e calculá-lo. Assim, nas linhas de programação, a viga que representa a laje foi dividida em dois trechos, do apoio A até o ponto de atuação de P_{par} (chamado de C), e de C até o outro apoio B , conforme Figura 19.

Figura 19 – Laje bi-apoiada para $P_{par} \neq 0$



Fonte: Autor (2020)

$$(3): R_A = \frac{G \cdot L_x}{2} + \frac{P_{par} \cdot b}{L_x}$$

$$(4): R_B = \frac{G \cdot L_x}{2} + \frac{P_{par} \cdot a}{L_x}$$

A força cortante máxima, $V_{m\acute{a}x}$, será o maior valor entre R_A e R_B .

No trecho AC , a equação de momento para uma distância igual a s a partir do apoio A é:

$$(5): M(s) = R_A \cdot s - \frac{G \cdot s^2}{2}$$

M = momento fletor.

A equação de força cortante é igual a derivada da equação de momento, assim:

$$(6): V(s) = R_A - G \cdot s$$

V = força cortante.

Para $V(s) = 0$, o momento é máximo, dessa forma:

$$(7): s_{m\acute{a}x} = \frac{R_A}{G}$$

$s_{m\acute{a}x}$ = ponto no qual o momento é máximo.

$$(8): M_{m\acute{a}x} = R_A \cdot s_{m\acute{a}x} - \frac{G \cdot s_{m\acute{a}x}^2}{2}$$

$M_{m\acute{a}x}$ = momento máximo.

Assim, as linhas de programação seguem a seguinte lógica, se $s_{m\acute{a}x}$ possui um valor que não está contido no trecho AC , ou seja, $s_{m\acute{a}x} < 0$ e $s_{m\acute{a}x} > a$, esse trecho não possui valor de pico e o momento máximo é igual ao momento no ponto C , já que o momento é crescente ao longo desse trecho.

No trecho CB , de acordo com a Figura 19, a equação de momento é:

$$(9): M(s) = R_A \cdot (a + s) - \left[G \cdot a \cdot \left(\frac{a}{2} + s \right) \right] - P_{par} \cdot s - \frac{G \cdot s^2}{2}$$

Já a equação de força cortante é:

$$(10): V(s) = R_A - G \cdot a - P_{par} - G \cdot s$$

Dessa forma, para $V(s) = 0$:

$$(11): s_{m\acute{a}x} = \frac{R_A - G \cdot a - P_{par}}{G}$$

$$(12): M_{m\acute{a}x} = R_A \cdot (a + s_{m\acute{a}x}) - \left[G \cdot a \cdot \left(\frac{a}{2} + s_{m\acute{a}x} \right) \right] - P_{par} \cdot s_{m\acute{a}x} - \frac{G \cdot s_{m\acute{a}x}^2}{2}$$

Seguindo a mesma lógica do trecho anterior, se $s_{m\acute{a}x}$ não está contido no intervalo CB , a equação de momento não possui valor de pico naquele trecho e o momento máximo é igual ao momento no ponto C , já que, nesse caso, os valores são decrescentes. Posteriormente, os momentos máximos em cada trecho são comparados e o momento fletor solicitante máximo característico na viga é igual ao maior valor entre eles. Vale lembrar que, nessa opção, só há

momento positivo, o momento negativo é nulo. Na convenção adotada, os momentos positivos tracionam em baixo e os momentos negativos em cima.

3.3.1.1.2 Laje engastada

As lajes engastadas só possuem momento negativo, e tanto o momento fletor máximo negativo, quanto à força cortante máxima, encontram-se no engaste. Dessa forma:

Para as cargas permanentes:

$$(13): M_{m\acute{a}x} = P_{par} \cdot a + \frac{G \cdot L_x^2}{2}$$

$$(14): V_{m\acute{a}x} = R_A = P_{par} + G \cdot L_x$$

Para as cargas acidentais:

$$(15): M_{m\acute{a}x} = \frac{Q \cdot L_x^2}{2}$$

$$(16): V_{m\acute{a}x} = R_A = Q \cdot L_x$$

Todas as solicitações de lajes em balanço devem ser multiplicadas por um coeficiente (γ_n), conforme Tabela 13.2 da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 74). Portanto, ao inserir a opção “laje em balanço”, na aba “PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS”, de acordo com a espessura da laje, o programa determina o valor desse coeficiente. Assim, o momento fletor solicitante máximo característico é igual a $M_{m\acute{a}x}$ multiplicado por γ_n e a força cortante solicitante máxima característica é igual a $V_{m\acute{a}x}$ multiplicada por γ_n .

3.3.1.1.3 Laje do tipo engaste-apoio

As lajes do tipo engaste-apoio possuem momentos positivos e negativos. Para calcular o momento no engaste, por se tratar de uma estrutura hiperestática, foram utilizadas as equações da Convenção de Grinter, então o primeiro passo seguido pelo programa, quando selecionada essa opção, é calcular esse momento. A partir desse valor, são determinadas as demais reações de apoio.

O momento fletor máximo negativo é igual ao momento no engaste, já para as forças cortantes, as reações nas extremidades A e B devem ser comparadas para determinar o seu

valor de máximo. As equações demonstradas a seguir, que são utilizadas nas linhas de programação, funcionam independentemente se P_{par} possui valor nulo ou não, uma vez que se P_{par} é igual a zero, as partes das equações em que ele está presente serão zeradas, dessa forma não interferindo no resultado.

Para cargas permanentes:

$$(17): M_A = \frac{G \cdot L_x^2}{8} + \frac{P_{par} \cdot a \cdot b}{2} \cdot \frac{L_x + b}{L_x^2}$$

$$(18): R_A = \frac{M_A + P_{par} \cdot b + \frac{G \cdot L_x^2}{2}}{L_x}$$

$$(19): R_B = G \cdot L_x + P_{par} - R_A$$

M_A = Reação de momento no ponto $A = M_{máx,neg}$;

$M_{máx,neg}$ = momento máximo negativo;

$V_{máx}$ = maior valor entre R_A e R_B .

Para cargas acidentais:

$$(20): M_A = \frac{Q \cdot L_x^2}{8}$$

$$(21): R_A = \frac{M_A + \frac{Q \cdot L_x^2}{2}}{L_x}$$

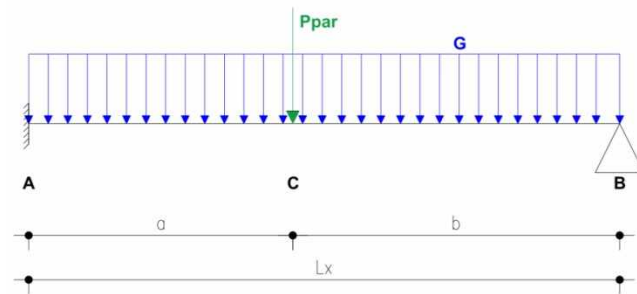
$$(22): R_B = Q \cdot L_x - R_A$$

$M_{máx,neg} = M_A$;

$V_{máx}$ = maior valor entre R_A e R_B .

Nas lajes do tipo engaste-apoio o maior valor de momento positivo não se encontra no meio do vão, portanto, para determinar sua posição, foi traçada uma equação de momento e derivando-a foi encontrada a equação da força cortante e, a partir dela, o ponto no qual o momento é máximo. Se $P_{par} = 0$, a viga que representa a laje possui apenas um trecho, se $P_{par} \neq 0$, a viga é dividida em dois trechos e para cada trecho é montada uma equação de momento, a fim de encontrar em qual ponto seu valor é máximo, conforme Figura 20.

Figura 20 – Laje do tipo engaste-apoio para $P_{par} \neq 0$



Fonte: Autor (2020)

Para $P_{par} = 0$:

$$(23): M(s) = R_A \cdot s - \frac{G \cdot s^2}{2} - M_A$$

$$(24): V(s) = R_A - G \cdot s$$

Se $V(x) = 0$,

$$(25): s_{m\acute{a}x, pos} = \frac{R_A}{G}$$

Assim,

$$(26): M_{m\acute{a}x, pos} = R_A \cdot s_{m\acute{a}x, pos} - \frac{G \cdot x_{m\acute{a}x, pos}^2}{2}$$

Substituindo G pelo valor de Q nas equações acima, encontra-se o momento máximo positivo devido às cargas acidentais.

Se $P_{par} \neq 0$, as linhas de programação seguem a logica demonstrada a seguir, testando para descobrir em qual trecho, demonstrados na Figura 20, encontra-se o ponto onde o momento positivo apresenta valor máximo.

No trecho AC :

$$(27): M(s) = R_A \cdot s - \frac{G \cdot s^2}{2}$$

$$(28): V(s) = R_A - G \cdot s$$

Para $V(s) = 0$,

$$(29): s_{m\acute{a}x,pos} = \frac{R_A}{G}$$

Assim,

$$(30): M_{m\acute{a}x,pos} = R_A \cdot s_{m\acute{a}x,pos} - \frac{G \cdot s_{m\acute{a}x,pos}^2}{2}$$

Se $s_{m\acute{a}x}$ não está no intervalo AC , ou seja, $s_{m\acute{a}x} < 0$ e $s_{m\acute{a}x} > a$, então o momento máximo nesse trecho é o momento no ponto C , seguindo a mesma linha de raciocínio utilizada para lajes bi-apoiadas. Dessa forma, prossegue-se o teste para o trecho seguinte.

No trecho BC :

$$(31): M(s) = R_A \cdot (a + s) - G \cdot a \cdot \left(\frac{a}{2} + s\right) - P_{par} \cdot s - \frac{G \cdot s^2}{2} - M_A$$

$$(32): V(s) = R_A - G \cdot a - P_{par} - G \cdot s$$

Para $V(s) = 0$,

$$(33): s_{m\acute{a}x,pos} = \frac{R_A - G \cdot a - P_{par}}{G}$$

Assim,

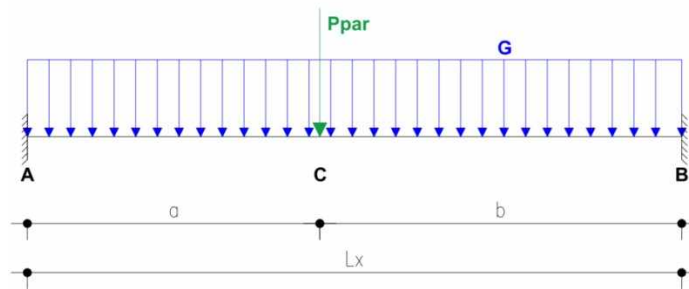
$$(34): M_{m\acute{a}x,pos} = R_A \cdot (a + s_{m\acute{a}x,pos}) - G \cdot a \cdot \left(\frac{a}{2} + s_{m\acute{a}x,pos}\right) - P_{par} \cdot s_{m\acute{a}x,pos} - \frac{G \cdot s_{m\acute{a}x,pos}^2}{2} - M_A.$$

Posteriormente os momentos máximos em cada trecho são comparados e o momento fletor solicitante máximo característico positivo é igual ao maior valor entre eles, e a partir dele será dimensionada a armadura positiva.

3.3.1.1.4 Laje bi-engastada

Nas lajes bi-engastadas, em ambas as extremidades, o valor de momento é diferente de zero, e apresenta sinal negativo, já que traciona em cima. A programação para lajes bi-engastadas foi feita seguindo a mesma linha de pensamento utilizada para lajes do tipo engaste-apoio. A diferença é que para as equações desse tipo de laje foi levado em consideração o valor de momento no ponto B , que não possui valor nulo, diferentemente do apresentado para lajes do tipo engaste-apoio. A Figura 21 ajuda a ilustrar como as equações apresentadas abaixo foram desenvolvidas.

Figura 21 – Laje bi-engastada para $P_{par} \neq 0$



Fonte: Autor (2020)

As equações para cálculo das reações são as seguintes, lembrando que estas valem independentemente se P_{par} possui valor nulo ou não.

Para as cargas permanentes:

$$(35): M_A = \frac{G \cdot L_x^2}{12} + \frac{P_{par} \cdot a \cdot b^2}{L_x^2}$$

$$(36): M_B = \frac{G \cdot L_x^2}{12} + \frac{P_{par} \cdot a^2 \cdot b}{L_x^2}$$

$$(37): R_A = \frac{M_A - M_B + P_{par} \cdot b + \frac{G \cdot L_x^2}{2}}{L_x}$$

$$(38): R_B = G \cdot L_x + P_{par} - R_A$$

Para as cargas acidentais:

$$(39): M_A = \frac{Q \cdot L_x^2}{12}$$

$$(40): M_B = \frac{Q \cdot L_x^2}{12}$$

$$(41): R_A = \frac{M_A - M_B + \frac{Q \cdot L_x^2}{2}}{L_x}$$

$$(42): R_B = Q \cdot L_x - R_A$$

$M_{\max, neg}$ = maior valor entre M_A e M_B ,

V_{\max} = maior valor entre R_A e R_B .

Já as equações utilizadas para encontrar o momento máximo positivo são as logo abaixo, estas seguindo a mesma lógica utilizada para lajes bi-apoiadas e do tipo engaste-apoio.

Se $P_{par} = 0$:

$$(43): M(s) = R_A \cdot s - \frac{p \cdot s^2}{2} - M_A$$

$$(44): V(s) = R_A - p \cdot s$$

$$(45): s_{máx,pos} = \frac{R_A}{G}$$

$$(46): M_{máx,pos} = R_A \cdot s_{máx,pos} - \frac{G \cdot s_{máx,pos}^2}{2}$$

$p = G$ ou Q .

Se $P_{par} \neq 0$:

Para o trecho AB ,

$$(47): (s) = R_A \cdot s - \frac{G \cdot s^2}{2}$$

$$(48): V(s) = R_A - G \cdot s$$

$$(49): s_{máx,pos} = \frac{R_A}{G}$$

$$(50): M_{máx,pos} = R_A \cdot s_{máx,pos} - \frac{G \cdot s_{máx,pos}^2}{2}$$

Se $s_{máx,pos} < 0$ e $s_{máx,pos} > a$, $M_{máx,pos} = M_C$.

Para o trecho BC ,

$$(51): M(s) = R_A \cdot (a + s) - G \cdot a \cdot \left(\frac{a}{2} + s\right) - P_{par} \cdot s - \frac{G \cdot s^2}{2} - M_A$$

$$(52): V(s) = R_A - G \cdot a - P_{par} - G \cdot s$$

$$(53): s_{máx,pos} = \frac{R_A - G \cdot a - P_{par}}{G}$$

$$(54): M_{máx,pos} = R_A \cdot (a + s_{máx,pos}) - G \cdot a \cdot \left(\frac{a}{2} + s_{máx,pos}\right) - P_{par} \cdot s_{máx,pos} - \frac{G \cdot s_{máx,pos}^2}{2} - M_A$$

Se $s_{máx,pos} < 0$ e $s_{máx,pos} > b$, $M_{máx,pos} = M_C$.

O momento fletor máximo característico positivo será igual ao maior valor de momento entre os trechos.

3.3.1.2 Momentos Fletores e Forças Cortantes para lajes armadas em duas direções

Para os cálculos dos momentos fletores e forças cortantes solicitantes das lajes armadas em duas direções, foram utilizados os coeficientes presentes nas tabelas apresentadas no Anexo A, de acordo PINHEIRO (1994). Com o valor da razão L_y/L_x , calculada na aba “PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS”, e conforme o tipo de laje escolhido na aba “CARGAS ATUANTES” (1, 2A, 2B, 3, 4A, 4B, 5A, 5B ou 6), o programa determina os coeficientes que são utilizados nas equações apresentadas abaixo, estas calculam os momentos no meio do vão e nos engastes e as reações de apoio nas bordas da laje.

$$(55): M = \mu \cdot \frac{p \cdot L_x^2}{100}$$

$$(56): R = \nu \cdot \frac{p \cdot L_x}{10}$$

M = momentos fletores;

R = reações de apoio;

p = G ou Q ;

μ = coeficiente para cálculo de momentos fletores;

ν = coeficiente para cálculo de reações de apoio.

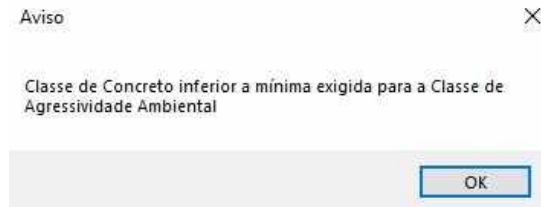
3.3.2 Resistências

Neste quadro o usuário deve escolher os tipos de concreto e aço utilizados na laje. Ao escolher entre as classes de concreto, do C25 ao C90, determina-se automaticamente sua resistência característica à compressão. Ao escolher entre os tipos de aço, CA-25, CA-50 e CA-60, conseqüentemente determina-se sua resistência ao escoamento do aço.

De acordo com a classe de agressividade ambiental informada na aba “PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS”, há uma classe de concreto mínima a ser adotada, conforme tabela 7.1 da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 18),

portanto, caso a classe de concreto escolhida não supra essa exigência, o aviso escrito “Classe de Concreto inferior à mínima exigida para a Classe de Agressividade Ambiental” aparece na tela, conforme Figura 22.

Figura 22 – Aviso de Classe de Concreto inferior à mínima exigida para a CAA



Fonte: Autor (2020)

3.4 Dimensionamento da armadura

Nas abas “DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR POSITIVO” e “DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR NEGATIVO”, as únicas informações que devem ser preenchidas pelo usuário são os diâmetros das barras de aço, conforme exposto nas Figuras 23, 24, 25 e 26. Se os diâmetros das barras de aço escolhidos forem superiores a $h/8$, contrariando o item 20.1 da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 169), o programa exibe o aviso "O diâmetro da barra de aço escolhido não pode ser maior que $h/8$. Escolha um diâmetro menor.", como demonstrado na Figura 27.

Figura 23 - Aba “DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR POSITIVO” para lajes armadas em 1 direção

Dimensionamento

$\beta_{xlim} (2/3)$	0,26	β_x	0,08	Diâmetro do aço da armadura principal de tração	5 mm	$a_{smin} (cm^2/m)$	1,50
$\beta_{xlim} (3/4)$	0,63	$x (cm)$	0,55	Diâmetro do aço da armadura de compressão	5 mm		
$\beta_x max$	0,45	Domínio:	2	Diâmetro do aço da armadura secundária	5 mm		

Resultados

$\beta_x \leq \beta_x max$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES

β_x	0,08	Domínio:	2
$x (cm)$	0,55		
Armadura Principal Positiva de Tração	$a_{st} (cm^2/m)$	1,53	$\phi 5 c/12 (1,63 cm^2/m)$
Armadura Secundária Positiva de Tração	(cm^2/m)	0,90	$\phi 5 c/21 (0,93 cm^2/m)$
Armadura Positiva de Compressão	$a_{sc} (cm^2/m)$	0,00	

Fonte: Autor (2020)

Figura 24 - Aba “DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR POSITIVO” para lajes armadas em 2 direções

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO

Dimensionamento armadura longitudinal

β_{xlim} (2/3) 0,26 $\beta_{x \max}$ 0,45
 β_{xlim} (3/4) 0,63 as_{min} (cm²/m) 1,51

Na direção x: β_x 0,03 Domínio: 2 x (cm) 0,19 Diâmetro do aço de tração 5 mm Diâmetro do aço de compressão 5 mm

Na direção y: β_x 0,01 Domínio: 2 x (cm) 0,05 Diâmetro do aço de tração 5 mm Diâmetro do aço de compressão 5 mm

CALCULAR

Resultados

Na direção x: $\beta_x \leq \beta_{x \max}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES
 β_x 0,03 Domínio: 2 x (cm) 0,19
 Armadura Positiva de Tração ast (cm²/m) 1,51 $\phi 5$ c/13 (1,51 cm²/m)
 Armadura Positiva de Compressão asc (cm²/m) 0,00

Na direção y: $\beta_x \leq \beta_{x \max}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES
 β_x 0,01 Domínio: 2 x (cm) 0,05
 Armadura Positiva de Tração ast (cm²/m) 1,51 $\phi 5$ c/13 (1,51 cm²/m)
 Armadura Positiva de Compressão asc (cm²/m) 0,00

Fonte: Autor (2020)

Figura 25 - Aba “DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR NEGATIVO” para lajes armadas em 1 direção

Laje armada em 1 direção

CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO

Dimensionamento

β_{xlim} (2/3) 0,26 β_x 0,08 Diâmetro do aço da armadura negativa de tração 5 mm as_{min} (cm²/m) 1,45
 β_{xlim} (3/4) 0,63 x (cm) 0,56 Diâmetro do aço da armadura negativa de compressão 5 mm
 $\beta_{x \max}$ 0,45 Domínio: 2

Resultados

$\beta_x \leq \beta_{x \max}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES

β_x 0,08 Domínio: 2 x (cm) 0,56

Armadura Negativa de Tração ast (cm²/m) 1,58 $\phi 5$ c/12 (1,63 cm²/m)
 Armadura Negativa de Compressão asc (cm²/m) 0,00

Fonte: Autor (2020)

Figura 26 - Aba “DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR NEGATIVO” para lajes armadas em 2 direções

Dimensionamento armadura longitudinal

$\beta_{xlim} (2/3)$ $\beta_{x \max}$
 $\beta_{xlim} (3/4)$ $as_{min} (cm^2/m)$

Na direção x: β_x Domínio: 2
 $x (cm)$ Diâmetro do aço de tração Diâmetro do aço de compressão

Na direção y: β_x Domínio: 2
 $x (cm)$ Diâmetro do aço de tração Diâmetro do aço de compressão

Resultados

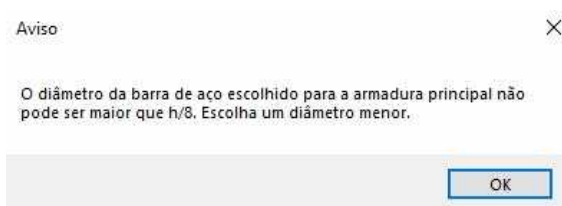
Na direção x: $\beta_x \leq \beta_{x \max}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES
 β_x Domínio: 2
 $x (cm)$

Na direção y: $\beta_x \leq \beta_{x \max}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES
 β_x Domínio: 2
 $x (cm)$

Armadura Negativa de Tração $ast (cm^2/m)$ $\phi 5 c/13 (1,51 cm^2/m)$ Armadura Negativa de Tração $ast (cm^2/m)$ $\phi 5 c/13 (1,51 cm^2/m)$
 Armadura Negativa de Compressão $asc (cm^2/m)$ Armadura Negativa de Compressão $asc (cm^2/m)$

Fonte: Autor (2020)

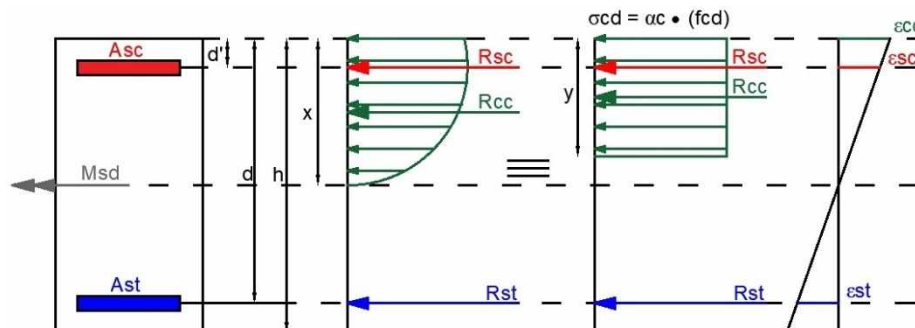
Figura 27 – Aviso diâmetro máximo das barras de aço



Fonte: Autor (2020)

A partir desses diâmetros que são calculadas as alturas úteis presentes na primeira aba. Nos demais campos são demonstrados os resultados do dimensionamento utilizando as informações já fornecidas. O dimensionamento é feito conforme demonstrado na Figura 28.

Figura 28 - Tensões, forças e deformações atuantes na seção transversal, com adequação do diagrama parábola-retângulo de acordo com item 17.2.2 da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 120)

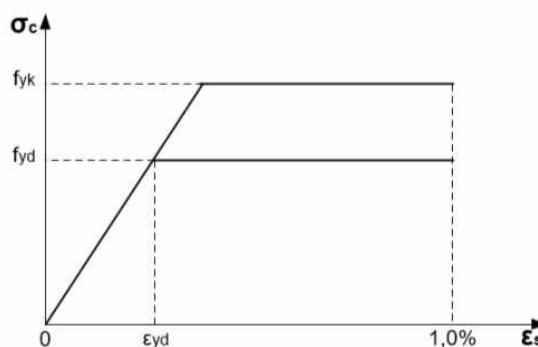


Fonte: Autor (2020)

- A_{sc} = Área de aço comprimida;
- A_{st} = Área de aço tracionada;
- R_{sc} = Força nas barras de aço comprimido;
- R_{cc} = Força no concreto comprimido;
- R_{st} = Força nas barras de aço tracionado;
- σ_{cd} = tensão no concreto de cálculo;
- ϵ_{cc} = deformação específica do concreto comprimido;
- ϵ_{sc} = deformação específica do aço comprimido;
- ϵ_{st} = deformação específica do aço tracionado;
- x = posição da linha neutra.

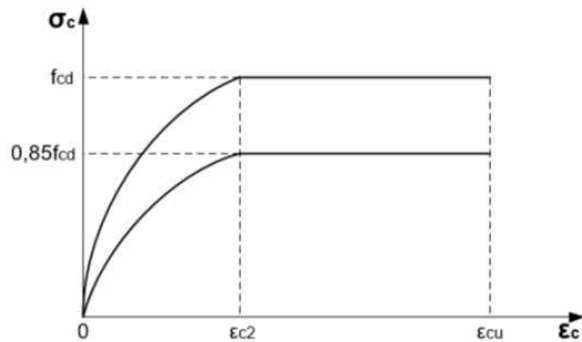
O primeiro passo do dimensionamento realizado pelo programa é determinar os valores da deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura (ϵ_{cu}) e da deformação no início do patamar de escoamento do aço de cálculo (ϵ_{yd}), calculados de acordo com os itens 8.2.10.1 e 8.3.6 da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014), respectivamente, e demonstrados na Figura 29 e Figura 30.

Figura 29 – Gráfico tensão-deformação do aço



Fonte: Associação Brasileira de Normas Técnicas (2014)

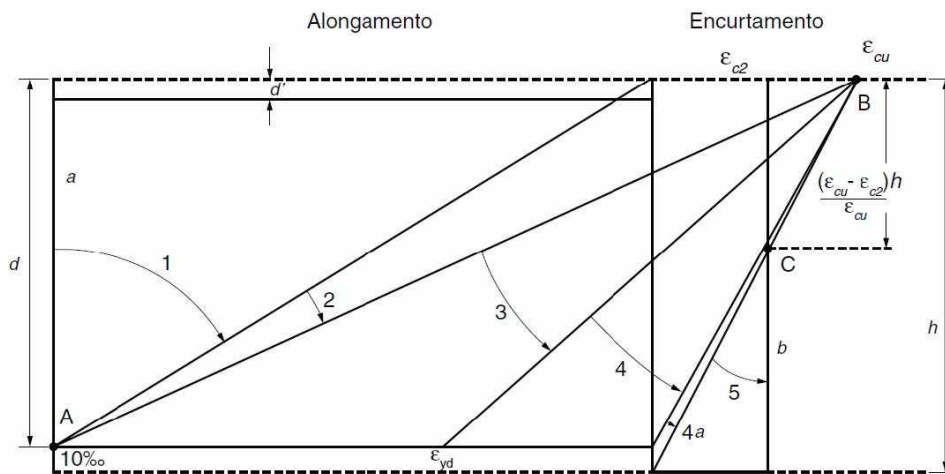
Figura 30 – Gráfico tensão-deformação do concreto



Fonte: Associação Brasileira de Normas Técnicas (2014)

Esses dados são utilizados para calcular os limites entre os domínios de estado-limite último da seção transversal, conforme Figura 31. De acordo com a Figura 28, Figura 31 e utilizando a equação de compatibilidade de deformações, foram montadas as equações para cálculo do limite entre os domínios 2 e 3 e o limite entre os domínios 3 e 4.

Figura 31 - Domínios de estado-limite último de uma seção transversal



Fonte: Associação Brasileira de Normas Técnicas (2014)

Equação de compatibilidade de deformações: $\frac{\epsilon_{cc}}{x} = \frac{\epsilon_{sc}}{x-d'} = \frac{\epsilon_{st}}{d-x}$

Para $\beta_x = x/d$,

$$(57): \frac{\epsilon_{cc}}{\beta_x} = \frac{\epsilon_{sc}}{\beta_x - \frac{d'}{d}} = \frac{\epsilon_{st}}{1 - \beta_x}$$

Assim,

$$(58): \frac{\varepsilon_{cc}}{\beta_x} = \frac{\varepsilon_{st}}{1-\beta_x}$$

$$(59): \beta_x = \frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{st} + \varepsilon_{cc}}$$

Limite entre os domínios 2 e 3 ($\beta_{x,lim(2/3)}$):

$$(60): \beta_{x,lim(2/3)} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + 10 \text{‰}}$$

Limite entre os domínios 3 e 4 ($\beta_{x,lim(3/4)}$):

$$(61): \beta_{x,lim(3/4)} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yd}}$$

Posteriormente, o programa determina o limite para redistribuição de momentos e condições de ductilidade ($\beta_{x,máx}$), de acordo com o item 14.6.4.3 da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 91). Quando ultrapassado este limite, deve ser dimensionada a armadura de compressão, a fim de proporcionar o adequado comportamento dútil da laje.

Com todos os limites estabelecidos é feito o cálculo da posição da linha neutra (x), sem correções nesse primeiro momento. Para o cálculo da posição da linha neutra foi empregada uma equação baseada em Carvalho e Figueiredo (2007), apresentada a seguir.

$$(62): x = \frac{d - \sqrt{d^2 - 2 \cdot \frac{M_{sd}}{b_w \alpha_c f_{cd}}}}{\lambda}$$

M_{sd} = momento solicitante de cálculo = $M_{gd} + M_{qd}$, para momento fletor positivo. E $M_{sd} = M'_{gd} + M'_{qd}$, para momento fletor negativo;

b_w = largura da seção transversal = adotada igual a um metro, para que fosse calculada a área de aço para cada metro de laje;

α_c = coeficiente calculado conforme item 17.2.2 da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 121);

λ = coeficiente calculado conforme item 17.2.2 da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 121).

Dividindo o valor encontrado para a posição da linha neutra (x) pelo valor da altura útil (d), calcula-se β_x . Comparando β_x com os valores de $\beta_{x,lim(2/3)}$ e $\beta_{x,lim(3/4)}$, determina-se o domínio de

estado-limite último da seção transversal. Todos esses dados, ainda sem a correção da posição da linha neutra, que deve ser aplicada caso β_x apresente valor superior a $\beta_{x,máx}$, são exibidos no primeiro quadro das abas de dimensionamento. Nesse quadro também é exibido o valor da área de aço mínima ($a_{s,min}$), calculada conforme itens 17.3.5.2.1 e 19.3.3.2 da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014).

Caso β_x possua valor inferior ou igual a $\beta_{x,máx}$, não é necessária correção da posição da linha neutra e, conseqüentemente, não é necessário dimensionar armadura de compressão, portanto, o programa escreve em sua tela, no segundo quadro, “ $\beta_x \leq \beta_{x,máx}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES”. Dessa forma, o valor de x calculado anteriormente é lançado na equação abaixo para determinar a área de aço. Posteriormente, essa área de aço calculada é comparada com a área de aço mínima, e o maior valor entre elas é o resultado do dimensionamento.

$$(63): a_{st} = \frac{b_w \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot \lambda \cdot x}{f_{yd}}$$

Caso β_x possua valor superior a $\beta_{x,máx}$ o programa escreve na tela “ $\beta_x > \beta_{x,máx}$ É UMA LAJE COM ARMADURA DUPLA”, e, conseqüentemente, deve ser dimensionada, além da armadura de tração, a armadura de compressão. Para isso, primeiro é calculado o momento solicitante limite para armadura simples ($M_{sd,lim}$), ou seja, o valor de momento para $\beta_x = \beta_{x,máx}$.

$$(64): M_{sd,lim} = b_w \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot \lambda \cdot x_{máx} \cdot \left(d - \frac{\lambda}{2} \cdot x_{máx} \right)$$

$x_{máx}$ = posição da linha neutra para $\beta_x = \beta_{x,máx}$.

Por conseguinte, a força nas barras de aço comprimidas (R_{sc}) é calculada através da equação a seguir.

$$(65): R_{sc} = \frac{M_{sd} - M_{sd,lim}}{d - d'}$$

Dessa forma, a força nas barras de aço tracionadas (R_{st}) é determinada através a equação abaixo.

$$(66): R_{st} = b_w \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot \lambda \cdot x_{máx} + R_{sc}$$

Assim sendo, levando em consideração o princípio básico de que a tensão é igual à razão entre a força e a área, para calcular a área de aço tracionada, basta dividir o valor de R_{st} pela

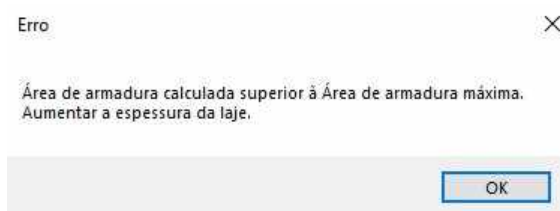
tensão nas barras de aço tracionadas (σ_{st}). Esta possui valor igual a f_{yd} , já que, nesse caso, a seção transversal está no domínio 3 e a deformação nas barras de aço possuem valores entre ε_{yd} e 10‰, conforme Figura 31.

Seguindo esse mesmo princípio, para calcular a área de aço comprimida, deve-se dividir o valor de R_{sc} pela tensão nas barras de aço comprimidas (σ_{sc}). Observando a Figura 31, não é possível logo de cara determinar o valor da deformação nas barras de aço comprimidas (ε_{sc}). Portanto, para determinar seu valor foi utilizada a equação de compatibilidade de deformações, já demonstrada anteriormente.

Se ε_{sc} possui valor superior ou igual ε_{yd} , então o valor de σ_{sc} é o mesmo de f_{yd} . Caso contrário, a deformação cresce proporcionalmente a tensão, através de um coeficiente igual ao módulo de elasticidade do aço (E), com o valor de 210 GPa, definido no item 8.3.5 da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 29). Assim, a tensão nas barras comprimidas é calculada através da Lei de Hooke.

Com os valores das áreas de aço dimensionados, estes são comparados com a área de aço mínima, já calculada anteriormente. Além disso, a soma das áreas de aço não pode ser superior a um valor máximo, definido no item 17.3.5.2.4 da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 132). Caso isso aconteça, o programa exibe o erro "Área de armadura calculada superior à área de armadura máxima. Aumentar espessura da laje.", conforme exposto na Figura 32. O segundo quadro das abas de dimensionamento mostra os resultados finais com todas as correções.

Figura 32 – Aviso área de aço superior ao valor máximo permitido



Fonte: Autor (2020)

Para as lajes armadas em uma direção, além da armadura principal, deve ser adotada uma armadura secundária, de acordo com os valores mínimos definidos na Tabela 19.1 da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 158).

3.5 Verificação da força cortante

O programa não dimensiona as armaduras transversais, portanto limitou-se apenas a fazer a verificação da força cortante. De acordo com o item 19.4.1 da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 158), o uso de armadura transversal é dispensado se a força cortante solicitante de cálculo (V_{Sd}) for menor ou igual à força cortante resistente de cálculo (V_{Rd1}). Sendo V_{Rd1} dada pela equação abaixo.

$$(67): V_{Rd1} = \tau_{Rd} \times k \times (1,2 + 40 \times \rho_1) \times b_w \times d$$

$$\tau_{Rd} = 0,25f_{ctd};$$

$$f_{ctd} = f_{ctkinf} / \gamma_c;$$

$$f_{ctkinf} = 0,7f_{ctm};$$

$$f_{ctm} = 0,3\sqrt[3]{f_{ck}^2};$$

γ_c = coeficiente de ponderação da resistência do concreto, conforme item 12.4.1 da NBR 6118;

$$\rho_1 = \frac{a_{st}}{b_w \times d}, \text{ não maior que } 0,02;$$

$$k = \begin{cases} |1|, & \text{se } 50\% \text{ da armadura inferior não chega aos apoios} \\ |1,6 - d|, & \text{para os demais casos, não menor que } |1|, d \text{ em m} \end{cases}$$

Portanto, o programa calcula V_{Rd1} e compara seu valor com a soma de V_{gd} e V_{qd} . Caso V_{Rd1} seja maior, exibe-se o erro " $V_{Sd} > V_{Rd1}$. Redimensionar seção.", exposto na Figura 33. Quando isso ocorre, o programa não exibe os resultados do dimensionamento na tela e o usuário deve preencher novamente os campos das propriedades geométricas até que a força cortante solicitante de cálculo seja menor ou igual a resistente.

Figura 33 – Erro de verificação da força cortante



Fonte: Autor (2020)

3.6 Detalhamento

Além de fornecer a área de aço em cm^2/m o programa também informa, de acordo com o diâmetro escolhido pelo usuário, qual deve ser o espaçamento entre as barras para suprir a área de aço calculada. Para isso, o primeiro passo é calcular o espaçamento máximo, conforme item 20.1 da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 169).

Posteriormente, esses dados são comparados com tabelas, elaboradas por Delalibera (2014), que fornecem a área de aço da seção transversal por metro de largura, de acordo com o diâmetro e espaçamento das barras, demonstradas no Anexo B. A NBR 6118 não fornece um valor mínimo de espaçamento, porém este deve permitir a passagem do vibrador para adequado adensamento do concreto, portanto, foi adotado o valor mínimo de 5 cm.

Caso o diâmetro escolhido pelo usuário não respeite os limites máximo e mínimo de espaçamento, o programa exibe a seguinte mensagem "Escolha outro diâmetro de aço para a armadura principal de tração na aba DIMENSIONAMENTO", conforme Figura 34.

Figura 34 – Erro no detalhamento



Fonte: Autor (2020)

3.7 Relatório

O objetivo do relatório é traduzir de forma simples e direta como foram feitos todos os cálculos necessários para o dimensionamento. Ele é separado em etapas assim como as abas do programa. Foram pensados dois modelos de relatório, um para lajes armadas em uma direção e outro para lajes armadas em duas direções.

Os dois modelos funcionam da seguinte forma, primeiro é expressa a explicação de como o cálculo de cada etapa é feito, seguida das equações utilizadas, por fim, são expostos os resultados. Os resultados são demonstrados através de variáveis que alteram a cada novo dimensionamento.

O relatório demonstra tanto o dimensionamento para momento fletor positivo quanto para momento fletor negativo, caso não haja momento fletor negativo, as variáveis para essa etapa não são preenchidas. Um modelo do relatório feito pelo software para laje armada em uma direção e outro para laje armada em duas direções podem ser conferidos no Apêndice B e Apêndice C.

4. VERIFICAÇÃO E RESULTADOS

Para verificação dos resultados obtidos pelo programa, estes foram comparados com os valores encontrados em exemplos de dimensionamento encontrados em livros e apostilas. Os exemplos e as comparações estão apresentados abaixo.

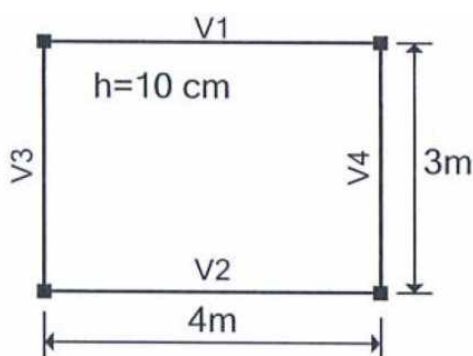
4.1 Exemplo 1: Cálculos dos momentos fletores e reações de apoio para laje retangular simplesmente apoiada em todo contorno com carga uniformemente distribuída

Laje retangular, demonstrada na Figura 35, com espessura de 10 cm. A laje corresponde ao piso de um dormitório de apartamento.

Tipos de carregamento:

- peso próprio = 2,5 kN/m²
- revestimento = 1,0 kN/m²;
- carga acidental = 2,0 kN/m².

Figura 35 – Exemplo 1



Fonte: Araújo (2010)

As Figuras 36 e 37 mostram como foi feita a entrada dos dados do Exemplo 1 no programa.

Figura 36 – Entrada de dados no programa para o Exemplo 1 na aba PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS

Fonte: Autor (2020)

Figura 37 – Entrada de dados no programa para o Exemplo 1 na aba CARGAS ATUANTES

Fonte: Autor (2020)

A Tabela 1 abaixo demonstra os resultados obtidos pelo programa para os momentos fletores e reações de apoio característicos.

Tabela 1 – Resultados obtidos pelo programa para o Exemplo 1

	M_{gk} (kNm/m)	M_{qk} (kNm/m)	M_{sk} (kNm/m)	V_{gk} (kN/m)	V_{qk} (kN/m)	V_{sk} (kN/m)
Direção x	2,10	0,90	3,00	3,28	1,41	4,69
Direção y	1,29	0,55	1,84	2,63	1,13	3,76

Fonte: Autor (2020)

A Tabela 2 a seguir expõe os resultados obtidos por Araújo (2010).

Tabela 2 – Resultados obtidos por Araújo (2010) para o Exemplo 1

	M_{sk} (kNm/m)	V_{sk} (kN/m)
Direção x	3,07	4,55
Direção y	1,99	3,95

Fonte: Autor (2020)

A Tabela 3 mostra a diferença dos resultados obtidos pelo programa e por Araújo (2010).

Tabela 3 – Diferença dos resultados obtidos pelo programa e por Araújo (2010) para o Exemplo 1

	M_{sk} (kNm/m)	M_{sk} (%)	V_{sk} (kN/m)	V_{sk} (%)
Direção x	0,07	2,28	0,14	3,08
Direção y	0,15	7,54	0,19	4,81

Fonte: Autor (2020)

4.2 Exemplo 2: Cálculos dos momentos fletores e reações de apoio para laje retangular engastada em um dos lados com carga uniformemente distribuída

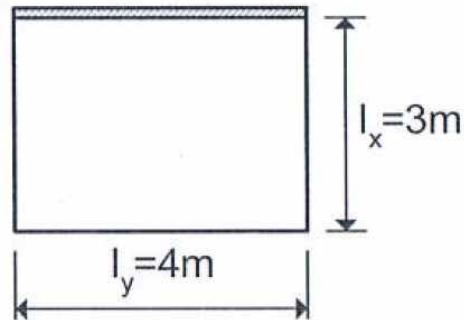
Laje retangular, demonstrada na Figura 38, com espessura de 10 cm. A laje corresponde ao piso de um dormitório de apartamento.

Tipos de carregamento:

- peso próprio = 2,5 kN/m²

- revestimento = 1,0 kN/m²;
- carga acidental = 2,0 kN/m².

Figura 38 – Exemplo 2



Fonte: Araújo (2010)

As Figuras 39 e 40 mostram como foi feita a entrada dos dados do Exemplo 2 no programa.

Figura 39 – Entrada de dados no programa para o Exemplo 2 na aba PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOI

Dados iniciais

Tipo de laje: Laje de piso não em balanço

Classe de agressividade ambiental: Classe II

Propriedades Geométricas

h (cm)	10	c (cm)	2,5
dx (cm)	7,25	d'x (cm)	2,75
dy (cm)	6,75	d'y (cm)	3,25
L0x (cm)	300	L0y (cm)	400
t1x (cm)	0	t1y (cm)	0
t2x (cm)	0	t2y (cm)	0
Lx (cm)	300,00	Ly (cm)	400,00
		Ly/Lx	1,33

Diagrama de uma laje armada em 2 direções com dimensões $L0x$, $L0y$, Lx , Ly , $t1x$, $t1y$, $t2x$, $t2y$.

Fonte: Autor (2020)

Figura 40 – Entrada de dados no programa para o Exemplo 2 na aba CARGAS ATUANTES

The screenshot shows a software window titled "Laje armada em 2 direções" with several tabs: "PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS", "CARGAS ATUANTES", "SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS", "DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO", and "DIMENS". The "CARGAS ATUANTES" tab is active, displaying input fields for various load parameters and a grid of room layouts.

Carregamentos

- Peso próprio: Gpp (kN/m²) = 2,50
- Piso: Gpiso (kN/m²) = 1
- Contrapiso e contr. (cm): []
- Argamassa: cimento e areia
- Gcontr (kN/m²) = 0,00
- Revestimento de teto e rev.teto (cm): []
- Argamassa: cal, cimento e areia
- Grev.teto (kN/m²) = 0,00
- Soma dos carregamentos permanentes: G (kN/m²) = 3,50

Paredes

- e'alv (cm): []
- h'par (m): []
- Lpar (m): []
- Tijolos: cerâmicos furados
- Revestimento: cal, cimento e areia
- e'rev (cm): []
- Gpar (kN/m²) = 0,00

Outros carregamentos permanentes distribuídos

- G'outros (kN/m²) = 0

Cargas acidentais

- Local: Dormitório
- Q (kN/m²) = 1,50

Vinculações da laje

- 2B

The grid shows a layout of rooms labeled 1, 2A, 2B, 3, 4A, 4B, 5A, 5B, and 6. Room 2B is highlighted with a hatched pattern, indicating its boundary conditions.

Fonte: Autor (2020)

A Tabela 4 abaixo demonstra os resultados obtidos pelo programa para os momentos fletores e reações de apoio característicos.

Tabela 4 – Resultados obtidos pelo programa para o Exemplo 2

	M_{gk} (kNm/m)	M_{qk} (kNm/m)	M_{sk} (kNm/m)	M'_{gk} (kNm/m)	M'_{qk} (kNm/m)	M'_{sk} (kNm/m)	V_{gk} (kN/m)	V_{qk} (kN/m)	V_{sk} (kN/m)	V'_{gk} (kN/m)	V'_{qk} (kN/m)	V'_{sk} (kN/m)
Direção x	1,52	0,65	2,17	3,30	1,41	4,71	3,30	1,41	4,71	4,83	2,07	6,90
Direção y	0,75	0,32	1,07	-	-	-	1,92	0,82	2,74	-	-	-

Fonte: Autor (2020)

A Tabela 5 a seguir expõe os resultados obtidos por Araujo (2010).

Tabela 5 – Resultados obtidos por Araujo (2010) para o Exemplo 2

	M_{sk} (kNm/m)	M'_{sk} (kNm/m)	V_{sk} (kN/m)	V'_{sk} (kN/m)
Direção x	2,21	4,73	4,05	7,23
Direção y	1,17	-	2,49	-

Fonte: Autor (2020)

A Tabela 6 mostra a diferença dos resultados obtidos pelo programa e por Araujo (2010).

Tabela 6 – Diferença dos resultados obtidos pelo programa e por Araujo (2010) para o Exemplo 2

	M_{sk} (kNm/m)	M_{sk} (%)	M'_{sk} (kNm/m)	M'_{sk} (%)	V_{sk} (kN/m)	V_{sk} (%)	V'_{sk} (kN/m)	V'_{sk} (%)
Direção x	0,04	1,81	0,02	0,42	0,66	16,30	0,33	4,56
Direção y	0,10	8,55	-	-	0,25	10,04	-	-

Fonte: Autor (2020)

4.3 Exemplo 3: Cálculos dos momentos fletores e reações de apoio para laje retangular simplesmente apoiada nos quatro lados suportando uma parede

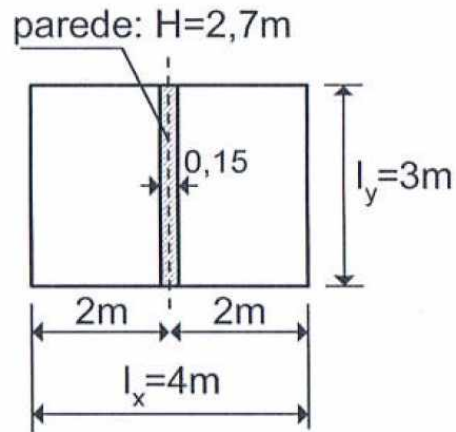
Laje retangular, demonstrada na Figura 41, com espessura de 10 cm. A laje corresponde ao piso de um dormitório de apartamento.

Tipos de carregamento:

- peso próprio = 2,5 kN/m²
- revestimento = 1,0 kN/m²;
- carga acidental = 2,0 kN/m²,
- peso da parede de 2,7 m de altura, 15 cm de espessura e 3 m de comprimento = 15,8 kN.

Obs: Considerou-se para este exemplo o peso da parede distribuído uniformemente sobre a laje, resultando em uma carga de $15,8/(3 \times 4) = 1,32$ kN/m². De acordo com Araujo (2010), essa consideração só pode ser feita em paredes fechadas e não danificadas por fissuração excessiva, uma vez que a maior parte da carga é transmitida à laje através de um efeito de arco, o que reduz os esforços solicitantes.

Figura 41 – Exemplo 3



Fonte: Araújo (2010)

As Figuras 42 e 43 mostram como foi feita a entrada dos dados do Exemplo 3 no programa.

Figura 42 – Entrada de dados no programa para o Exemplo 3 na aba PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS | CARGAS ATUANTES | SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS | DIMENSIONAMENTO MOI

Dados iniciais

Tipo de laje: Laje de piso não em balanço

Classe de agressividade ambiental: Classe II

Propriedades Geométricas

h (cm)	10	c (cm)	2,5
dx (cm)	7,25	d'x (cm)	2,75
dy (cm)	6,75	d'y (cm)	3,25
L0x (cm)	300	L0y (cm)	400
t1x (cm)	0	t1y (cm)	0
t2x (cm)	0	t2y (cm)	0
Lx (cm)	300,00	Ly (cm)	400,00
		Ly/Lx	1,33

Fonte: Autor (2020)

Figura 43 – Entrada de dados no programa para o Exemplo 3 na aba CARGAS ATUANTES

The screenshot shows the 'CARGAS ATUANTES' (Active Loads) tab of a software interface. It contains several input fields for defining loads and a grid diagram of the slab layout.

Carregamentos (Loads):

- Peso próprio (Self-weight): G_{pp} (kN/m²) = 2,50
- Piso (Floor): G_{piso} (kN/m²) = 1
- Contrapiso (Counter-slab): $e_{contr.}$ (cm) = [empty], Argamassa = cimento e areia, $G_{contr.}$ (kN/m²) = 0,00
- Revestimento de teto (Ceiling finish): $e_{rev.teto}$ (cm) = [empty], Argamassa = cal, cimento e areia, $G_{rev.teto}$ (kN/m²) = 0,00
- Soma dos carregamentos permanentes (Sum of permanent loads): G (kN/m²) = 4,82
- Paredes (Walls): e_{alv} (cm) = 15, h_{par} (m) = 2,70, L_{par} (m) = 3
- Tijolos (Bricks): cerâmicos furados
- Revestimento (Finish): cal, cimento e areia
- e_{rev} (cm) = [empty], G_{par} (kN/m²) = 1,32
- Outros carregamentos permanentes distribuídos (Other distributed permanent loads): G_{outros} (kN/m²) = 0
- Cargas acidentais (Accidental loads): Local = Dormitório, Q (kN/m²) = 1,50

Grid Diagram: A 3x3 grid of rectangular panels labeled 1, 2A, 2B, 3, 4A, 4B, 5A, 5B, and 6. Panels 2A, 2B, 4A, 4B, 5A, and 5B have hatched lines on their right and bottom edges, indicating boundary conditions.

Vinculações da laje (Slab connections): 1

Fonte: Autor (2020)

A Tabela 7 abaixo demonstra os resultados obtidos pelo programa para os momentos fletores e reações de apoio característicos.

Tabela 7 – Resultados obtidos pelo programa para o Exemplo 3

	M_{gk} (kNm/m)	M_{qk} (kNm/m)	M_{sk} (kNm/m)
Direção x	2,89	0,90	3,79
Direção y	1,77	0,55	2,32

Fonte: Autor (2020)

A Tabela 8 a seguir expõe os resultados obtidos por Araujo (2010).

Tabela 8 – Resultados obtidos por Araujo (2010) para o Exemplo 3

	M_{sk} (kNm/m)
Direção x	3,88
Direção y	2,51

Fonte: Autor (2020)

A Tabela 9 mostra a diferença dos resultados obtidos pelo programa e por Araujo (2010).

Tabela 9 – Diferença dos resultados obtidos pelo programa e por Araujo (2010) para o Exemplo 3

	M_{sk} (kNm/m)	M_{sk} (%)
Direção x	0,09	2,32
Direção y	0,19	7,57

Fonte: Autor (2020)

4.4 Exemplo 4: Dimensionamento das lajes de um pavimento de uma edificação residencial

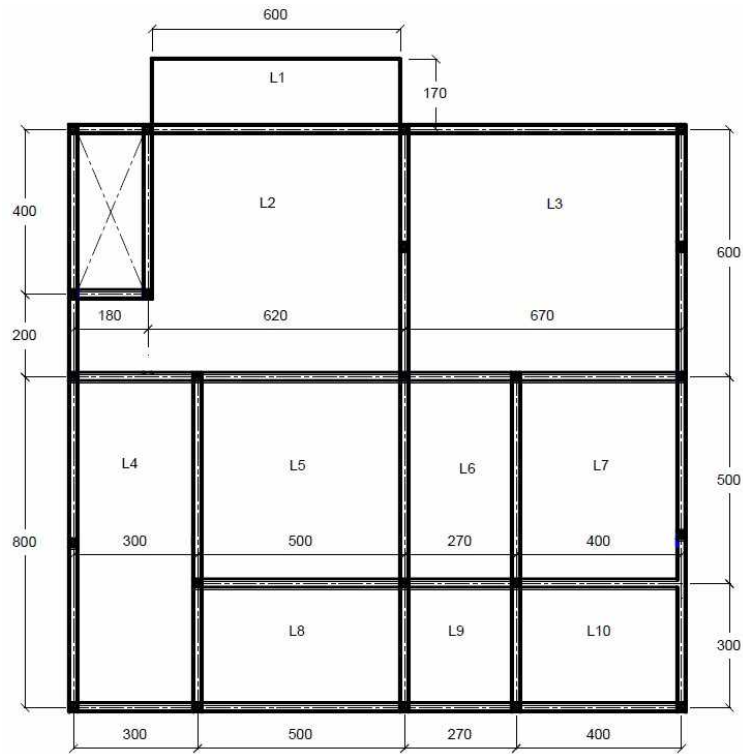
A Figura 44 mostra a planta arquitetônica do pavimento que foi calculado neste exemplo, a Figura 45 representa a planta de forma e a Figura 46 mostra a sobreposição das duas.

Figura 44 – Planta arquitetônica para o Exemplo 4



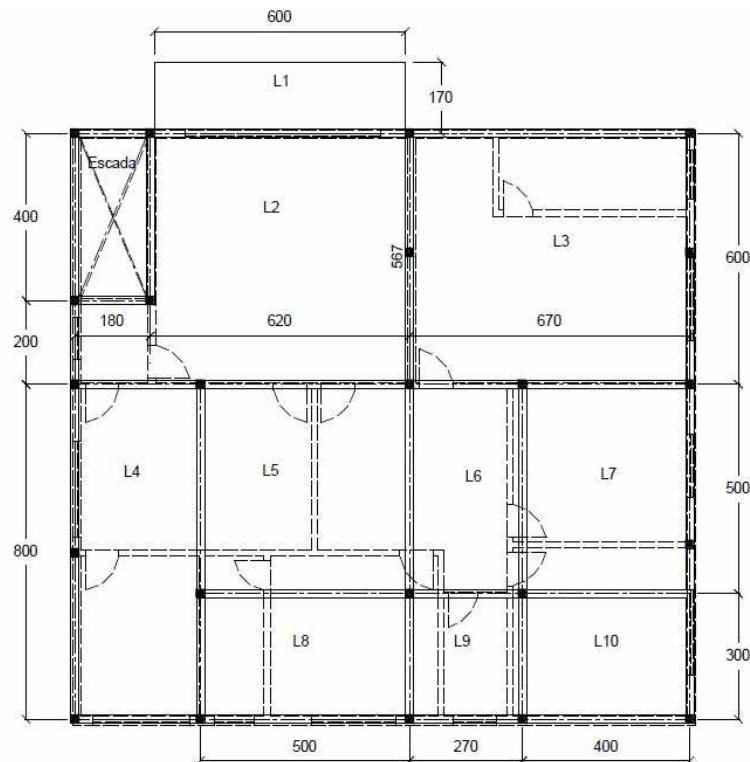
Fonte: Bastos (2015)

Figura 45 – Planta de forma para o Exemplo 4



Fonte: Bastos (2015)

Figura 46 – Sobreposição da planta arquitetônica na planta de forma para o Exemplo 4



Fonte: Bastos (2015)

Dados:

- espessura média do contrapiso ou camada de regularização com 3 cm, e peso específico da argamassa de 21 kN/m³;
- espessura média do revestimento da face inferior das lajes com 2 cm, e peso específico da argamassa de 19 kN/m³;
- considerado revestimento com piso cerâmico de 0,15 kN/m² em toda a área útil do apartamento;
- parede de bloco cerâmico com espessura de 9 cm x 19 cm x 19 cm, com peso específico (γ_{alv}) de 13 kN/m³;
- todas as paredes externas com espessura final de 23 cm e todas as paredes internas com espessura final de 13 cm;
- altura da parede de 2,8 m;
- laje L1 com acesso ao público ($q = 2,0$ kN/m²), demais lajes ver Tabela 2 da NBR 6120; - concreto C25 com brita 1 de granito, aços CA-50 e CA-60;
- todas as vigas com largura de 20 cm;
- classe II de agressividade ambiental;
- espessura mínima do cobrimento $c = 2,0$ cm, com $\Delta c = 5$ mm;
- coeficientes de ponderação $\gamma_c = \gamma_f = 1,4$; $\gamma_s = 1,15$.
- espessura das lajes: L1 = 11 cm; L2 = 12 cm; L3 = 13 cm; L4 = 9 cm; L5 = 10 cm; L6 = 8 cm; L7 = 10 cm; L8 = 9 cm; L9 = 8 cm; L10 = 9 cm.

As Figuras 47 a 56 mostram como foi feita a entrada de dados e os resultados obtidos para as propriedades geométricas das lajes.

Figura 47 – Resultados na aba PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS para a laje L1 do Exemplo 4

Laje armada em 1 direção

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POS

Dados iniciais

Tipo de laje Laje em balanço Classe de agressividade ambiental Classe II

Propriedades Geométricas

h (cm)	11	c (cm)	2,5
d (cm)	8,25	d' (cm)	2,75
L0x (cm)	160	L0y (cm)	600
t1x (cm)	0	t1y (cm)	0
t2x (cm)	20	t2y (cm)	0
Lx (cm)	163,30	Ly (cm)	600,00
		Ly/Lx	3,67

Fonte: Autor (2020)

Figura 48 – Resultados na aba PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS para a laje L2 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MO

Dados iniciais

Tipo de laje Laje de piso não em balanço Classe de agressividade ambiental Classe II

Propriedades Geométricas

h (cm)	12	c (cm)	2,5
dx (cm)	9,25	d'x (cm)	2,75
dy (cm)	8,75	d'y (cm)	3,25
L0x (cm)	580	L0y (cm)	600
t1x (cm)	20	t1y (cm)	20
t2x (cm)	20	t2y (cm)	20
Lx (cm)	587,20	Ly (cm)	607,20
		Ly/Lx	1,03

Fonte: Autor (2020)

Figura 49 – Resultados na aba PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS para a laje L3 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MO

Dados iniciais

Tipo de laje Laje de piso não em balanço Classe de agressividade ambiental Classe II

Propriedades Geométricas

h (cm)	13	c (cm)	2,5
dx (cm)	10,25	d'x (cm)	2,75
dy (cm)	9,75	d'y (cm)	3,25
L0x (cm)	580	L0y (cm)	650
t1x (cm)	20	t1y (cm)	20
t2x (cm)	20	t2y (cm)	20
Lx (cm)	587,80	Ly (cm)	657,80
		Ly/Lx	1,12

Fonte: Autor (2020)

Figura 50 – Resultados na aba PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS para a laje L4 do Exemplo 4

Laje armada em 1 direção

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POS

Dados iniciais

Tipo de laje Laje de piso não em balanço Classe de agressividade ambiental Classe II

Propriedades Geométricas

h (cm)	9	c (cm)	2,5
d (cm)	6,25	d' (cm)	2,75
L0x (cm)	280	L0y (cm)	780
t1x (cm)	20	t1y (cm)	20
t2x (cm)	20	t2y (cm)	20
Lx (cm)	285,40	Ly (cm)	785,40
		Ly/Lx	2,75

Fonte: Autor (2020)

Figura 51 – Resultados na aba PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS para a laje L5 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MO

Dados iniciais

Tipo de laje: Laje de piso não em balanço
Classe de agressividade ambiental: Classe II

Propriedades Geométricas

h (cm)	10	c (cm)	2,5
dx (cm)	7,25	d'x (cm)	2,75
dy (cm)	6,75	d'y (cm)	3,25
L0x (cm)	480	L0y (cm)	480
t1x (cm)	20	t1y (cm)	20
t2x (cm)	20	t2y (cm)	20
Lx (cm)	486,00	Ly (cm)	486,00
	Ly/Lx		1,00

Fonte: Autor (2020)

Figura 52 – Resultados na aba PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS para a laje L6 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MO

Dados iniciais

Tipo de laje: Laje de piso não em balanço
Classe de agressividade ambiental: Classe II

Propriedades Geométricas

h (cm)	8	c (cm)	2,5
dx (cm)	5,25	d'x (cm)	2,75
dy (cm)	4,75	d'y (cm)	3,25
L0x (cm)	250	L0y (cm)	480
t1x (cm)	20	t1y (cm)	20
t2x (cm)	20	t2y (cm)	20
Lx (cm)	254,80	Ly (cm)	484,80
	Ly/Lx		1,90

Fonte: Autor (2020)

Figura 53 – Resultados na aba PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS para a laje L7 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MO

Dados iniciais

Tipo de laje Classe de agressividade ambiental

Propriedades Geométricas

h (cm)	<input type="text" value="10"/>	c (cm)	<input type="text" value="2,5"/>
dx (cm)	<input type="text" value="7,25"/>	d'x (cm)	<input type="text" value="2,75"/>
dy (cm)	<input type="text" value="6,75"/>	d'y (cm)	<input type="text" value="3,25"/>
L0x (cm)	<input type="text" value="380"/>	L0y (cm)	<input type="text" value="480"/>
t1x (cm)	<input type="text" value="20"/>	t1y (cm)	<input type="text" value="20"/>
t2x (cm)	<input type="text" value="20"/>	t2y (cm)	<input type="text" value="20"/>
Lx (cm)	<input type="text" value="386,00"/>	Ly (cm)	<input type="text" value="486,00"/>
		Ly/Lx	<input type="text" value="1,26"/>

Fonte: Autor (2020)

Figura 54 – Resultados na aba PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS para a laje L8 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MO

Dados iniciais

Tipo de laje Classe de agressividade ambiental

Propriedades Geométricas

h (cm)	<input type="text" value="9"/>	c (cm)	<input type="text" value="2,5"/>
dx (cm)	<input type="text" value="6,25"/>	d'x (cm)	<input type="text" value="2,75"/>
dy (cm)	<input type="text" value="5,75"/>	d'y (cm)	<input type="text" value="3,25"/>
L0x (cm)	<input type="text" value="280"/>	L0y (cm)	<input type="text" value="480"/>
t1x (cm)	<input type="text" value="20"/>	t1y (cm)	<input type="text" value="20"/>
t2x (cm)	<input type="text" value="20"/>	t2y (cm)	<input type="text" value="20"/>
Lx (cm)	<input type="text" value="285,40"/>	Ly (cm)	<input type="text" value="485,40"/>
		Ly/Lx	<input type="text" value="1,70"/>

Fonte: Autor (2020)

Figura 55 – Resultados na aba PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS para a laje L9 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOI

Dados iniciais

Tipo de laje Laje de piso não em balanço Classe de agressividade ambiental Classe II

Propriedades Geométricas

h (cm)	8	c (cm)	2,5
dx (cm)	5,25	d'x (cm)	2,75
dy (cm)	4,75	d'y (cm)	3,25
L0x (cm)	250	L0y (cm)	280
t1x (cm)	20	t1y (cm)	20
t2x (cm)	20	t2y (cm)	20
Lx (cm)	254,80	Ly (cm)	284,80
		Ly/Lx	1,12

Fonte: Autor (2020)

Figura 56 – Resultados na aba PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS para a laje L10 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOI

Dados iniciais

Tipo de laje Laje de piso não em balanço Classe de agressividade ambiental Classe II

Propriedades Geométricas

h (cm)	9	c (cm)	2,5
dx (cm)	6,25	d'x (cm)	2,75
dy (cm)	5,75	d'y (cm)	3,25
L0x (cm)	280	L0y (cm)	380
t1x (cm)	20	t1y (cm)	20
t2x (cm)	20	t2y (cm)	20
Lx (cm)	285,40	Ly (cm)	385,40
		Ly/Lx	1,35

Fonte: Autor (2020)

A Tabela 10 mostra os resultados obtidos pelo software para os vãos efetivos e a classificação das lajes.

Tabela 10 – Resultados obtidos pelo programa para os vãos efetivos e classificação das lajes para o Exemplo 4

Lajes	h (cm)	L_x (cm)	L_y (cm)	L_y/L_x	Tipo	Observação
L1	11	163,30	600	3,67	-	Armada em 1 direção
L2	12	587,20	607,20	1,03	3	Armada em 2 direções
L3	13	587,80	657,80	1,12	3	Armada em 2 direções
L4	9	285,40	785,40	2,75	-	Armada em 1 direção
L5	10	486	486	1,00	6	Armada em 2 direções
L6	8	254,80	484,80	1,90	6	Armada em 2 direções
L7	10	386	486	1,26	5A	Armada em 2 direções
L8	9	285,40	485,40	1,70	5A	Armada em 2 direções
L9	8	254,80	284,80	1,12	5B	Armada em 2 direções
L10	9	285,40	385,40	1,35	3	Armada em 2 direções

Fonte: Autor (2020)

A Tabela 11 mostra o cálculo dos vãos efetivos e classificação das lajes de acordo com Bastos (2015).

Tabela 11 – Resultados obtidos por Bastos (2015) para os vãos efetivos e classificação das lajes

Laje	l_x (cm)	l_y (cm)	λ	Tipo	Observação
L1	163	600	3,68	-	laje armada em uma direção
L2	586	606	1,03	3	
L3	586	656	1,12	3	
L4	286	786	2,75	-	laje armada em uma direção
L5	486	486	1,00	6	
L6	256	486	1,90	6	
L7	386	486	1,26	5A	
L8	286	486	1,70	5A	
L9	256	286	1,12	5B	
L10	286	386	1,35	3	

Fonte: Bastos (2015)

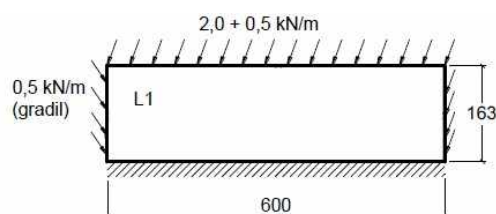
Ao comparar os resultados, percebe-se uma pequena diferença dos valores dos vãos efetivos para algumas lajes, essa diferença ocorreu porque Bastos (2015) adotou todas as lajes com 10 cm de espessura no pre-dimensionamento, e no software optou-se por usar a espessura efetiva.

As Figuras 59 a 69 mostram como foi feita a entrada de dados no programa para cálculo das cargas atuantes nas lajes e os resultados obtidos. Vale ressaltar que a laje em balanço L1 tem um gradil de parapeito ao longo de suas bordas livres, com carga adotada neste caso de 50 kgf/m = 0,5 kN/m. A carga do gradil apoiado sobre as duas bordas livres menores pode ser somada à carga total por m² de área da laje, com valor de: $2(0,5 \times 1,63) / (1,63 \times 6,0) = 0,17$ kN/m². Na Tabela 12, essa carga foi computada como carga de parede, porém no programa ela foi adicionada como G_{outros} .

A carga do gradil apoiado sobre a borda livre maior deve ser computada como força concentrada na extremidade livre da viga que representa a laje, juntamente com a carga uniformemente distribuída vertical de 2,0 kN/m, conforme item 2.2.1.5 da NBR 6120, de acordo com a Figura 57.

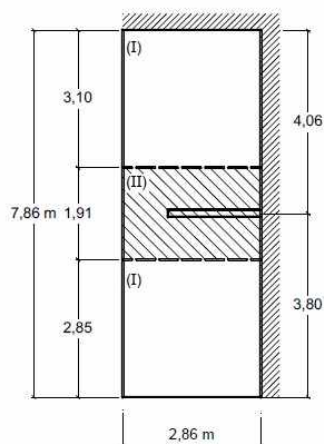
Além disso, a laje L4 foi dividida em três regiões, uma vez que a região central em torno da parede, com largura de $2/3L_x = 1,91$ m, deve ser reforçada. Portanto duas regiões da laje L4 não apresentam carga de parede e uma região apresenta, conforme Figura 58.

Figura 57 – Carga atuantes nas bordas da laje L1 do Exemplo 4



Fonte: Bastos (2015)

Figura 58 – Divisão da laje L4 do Exemplo 4



Fonte: Bastos (2015)

Figura 59 – Resultados na aba CARGAS ATUANTES para a laje L1 do Exemplo 4

Laje armada em 1 direção

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENSÃO

Carregamentos

Peso próprio
Gpp (kN/m²) 2,75

Piso
Gpiso (kN/m²) 0,15

Contrapiso
e'contr. (cm) 3
Argamassa cimento e areia
Gcontr (kN/m²) 0,63

Revestimento de teto
e'rev.teto (cm) 2
Argamassa cal, cimento e areia
Grev.teto (kN/m²) 0,38

Outros carregamentos permanentes distribuídos
G'outros (kN/m²) 0,17

Cargas acidentais
Local Área de serviço
Q (kN/m²) 2,00

Parede paralela a Lx
e'alv (cm)
h'par (m)
Lpar (m)
Tijolos cerâmicos furados
Revestimento cal, cimento e areia
e'rev (cm)
Gpar (kN/m²) 0,00

Parede perpendicular a Lx
e'alv (cm) 13
h'par (m) 1,479
Tijolos cerâmicos furados
Revestimento cal, cimento e areia
e'rev (cm)
Ppar (kN/m) 2,50
a (m) 1,633 b (m) 0

Vinculações da laje na direção X:
Engastada

Fonte: Autor (2020)

Figura 60 – Resultados na aba CARGAS ATUANTES para a laje L2 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMEN

Carregamentos

Peso próprio
Gpp (kN/m²) 3,00

Piso
Gpiso (kN/m²) 0,15

Contrapiso
e'contr. (cm) 3
Argamassa cimento e areia
Gcontr (kN/m²) 0,63

Revestimento de teto
e'rev.teto (cm) 2
Argamassa cal, cimento e areia
Grev.teto (kN/m²) 0,38

Soma dos carregamentos permanentes
G (kN/m²) 4,30

Paredes
e'alv (cm) 9
h'par (m) 2,80
Lpar (m) 0,90
Tijolos cerâmicos furados
Revestimento cal, cimento e areia
e'rev (cm) 2
Gpar (kN/m²) 0,14

Outros carregamentos permanentes distribuídos
G'outros (kN/m²) 0

Cargas acidentais
Local Sala
Q (kN/m²) 1,50

Vinculações da laje
3

Fonte: Autor (2020)

Figura 61 – Resultados na aba CARGAS ATUANTES para a laje L3 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMEN

Carregamentos

Peso próprio Gpp (kN/m ²)	3,25	Paredes e'alv (cm)	9	
Piso Gpiso (kN/m ²)	0,15	h'par (m)	2,80	
Contrapiso e'contr. (cm)	3	Lpar (m)	5,45	
Argamassa	cimento e areia	Tijolos	cerâmicos furados	
Gcontr (kN/m ²)	0,63	Revestimento	cal, cimento e areia	
Revestimento de teto e rev.teto (cm)	2	e'rev (cm)	2	
Argamassa	cal, cimento e areia	Gpar (kN/m ²)	0,76	
Grev.teto (kN/m ²)	0,38	Outros carregamentos permanentes distribuídos G'outros (kN/m ²)	0	
Soma dos carregamentos permanentes G (kN/m ²)	5,17	Cargas acidentais Local	Dormitório	
		Q (kN/m ²)	1,50	
		Vinculações da laje	3	

Fonte: Autor (2020)

Figura 62 – Resultados na aba CARGAS ATUANTES para as regiões (I) e (III) da laje L4 do Exemplo 4

Laje armada em 1 direção

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENSIO

Carregamentos

Peso próprio Gpp (kN/m ²)	2,25	Parede paralela a Lx e'alv (cm)	0	
Piso Gpiso (kN/m ²)	0,15	h'par (m)	0	
Contrapiso e'contr. (cm)	3	Lpar (m)	0	
Argamassa	cimento e areia	Tijolos	cerâmicos furados	
Gcontr (kN/m ²)	0,63	Revestimento	cal, cimento e areia	
Revestimento de teto e'rev.teto (cm)	2	e'rev (cm)	0	
Argamassa	cal, cimento e areia	Gpar (kN/m ²)	0,00	
Grev.teto (kN/m ²)	0,38	Parede perpendicular a Lx e'alv (cm)	0	
Outros carregamentos permanentes distribuídos G'outros (kN/m ²)	0	h'par (m)	0	
Cargas acidentais Local	Área de serviço	Tijolos	cerâmicos furados	
Q (kN/m ²)	2,00	Revestimento	cal, cimento e areia	
		e'rev (cm)	0	
		Ppar (kN/m)	0,00	
		a (m)	0	
		b (m)	0	
		Vinculações da laje na direção x:	Engaste-apoio	

Fonte: Autor (2020)

Figura 63 – Resultados na aba CARGAS ATUANTES para a região (II) da laje L4 do Exemplo 4

Laje armada em 1 direção

CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO

Carregamentos

Peso próprio
Gpp (kN/m²) 2,25

Piso
Gpiso (kN/m²) 0,15

Contrapiso
e'contr. (cm) 3
Argamassa cimento e areia
Gcontr (kN/m²) 0,63

Revestimento de teto
e'rev.teto (cm) 2
Argamassa cal, cimento e areia
Grev.teto (kN/m²) 0,38

Outros carregamentos permanentes distribuídos
G'outros (kN/m²) 0

Cargas acidentais
Local Área de serviço
Q (kN/m²) 2,00

Parede paralela a Lx
e'alv (cm) 9
h'par (m) 2,80
Lpar (m) 1,90
Tijolos cerâmicos furados
Revestimento cal, cimento e areia
e'rev (cm) 2
Gpar (kN/m²) 1,89

Parede perpendicular a Lx
e'alv (cm) 0
h'par (m) 0
Tijolos cerâmicos furados
Revestimento cal, cimento e areia
e'rev (cm) 0
Ppar (kN/m) 0,00
a (m) 0 b (m) 0

Vinculações da laje na direção x:
Engaste-apoio

Fonte: Autor (2020)

Figura 64 – Resultados na aba CARGAS ATUANTES para a laje L5 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMEN

Carregamentos

Peso próprio
Gpp (kN/m²) 2,50

Piso
Gpiso (kN/m²) 0,15

Contrapiso
e'contr. (cm) 3
Argamassa cimento e areia
Gcontr (kN/m²) 0,63

Revestimento de teto
e'rev.teto (cm) 2
Argamassa cal, cimento e areia
Grev.teto (kN/m²) 0,38

Soma dos carregamentos permanentes
G (kN/m²) 5,65

Paredes
e'alv (cm) 9
h'par (m) 2,80
Lpar (m) 8,70
Tijolos cerâmicos furados
Revestimento cal, cimento e areia
e'rev (cm) 2
Gpar (kN/m²) 1,99

Outros carregamentos permanentes distribuídos
G'outros (kN/m²) 0

Cargas acidentais
Local Cozinha
Q (kN/m²) 1,50

Vinculações da laje
6

Fonte: Autor (2020)

Figura 65 – Resultados na aba CARGAS ATUANTES para a laje L6 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMEN

Carregamentos

Peso próprio
Gpp (kN/m²) 2,00

Piso
Gpiso (kN/m²) 0,15

Contrapiso
e'contr. (cm) 3
Argamassa cimento e areia
Gcontr (kN/m²) 0,63

Revestimento de teto
e'rev.teto (cm) 2
Argamassa cal, cimento e areia
Grev.teto (kN/m²) 0,38

Soma dos carregamentos permanentes
G (kN/m²) 4,98

Paredes
e'alv (cm) 9
h'par (m) 2,80
Lpar (m) 4,15
Tijolos cerâmicos furados
Revestimento cal, cimento e areia
e'rev (cm) 2
Gpar (kN/m²) 1,82

Outros carregamentos permanentes distribuidos
G'outros (kN/m²) 0

Cargas acidentais
Local Sala
Q (kN/m²) 1,50

Vinculações da laje
6

Fonte: Autor (2020)

Figura 66 – Resultados na aba CARGAS ATUANTES para a laje L7 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMEN

Carregamentos

Peso próprio
Gpp (kN/m²) 2,50

Piso
Gpiso (kN/m²) 0,15

Contrapiso
e'contr. (cm) 3
Argamassa cimento e areia
Gcontr (kN/m²) 0,63

Revestimento de teto
e'rev.teto (cm) 2
Argamassa cal, cimento e areia
Grev.teto (kN/m²) 0,38

Soma dos carregamentos permanentes
G (kN/m²) 4,77

Paredes
e'alv (cm) 9
h'par (m) 2,80
Lpar (m) 3,86
Tijolos cerâmicos furados
Revestimento cal, cimento e areia
e'rev (cm) 2
Gpar (kN/m²) 1,11

Outros carregamentos permanentes distribuidos
G'outros (kN/m²) 0

Cargas acidentais
Local Dormitório
Q (kN/m²) 1,50

Vinculações da laje
5A

Fonte: Autor (2020)

Figura 67 – Resultados na aba CARGAS ATUANTES para a laje L8 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMEN

Carregamentos

Peso próprio
Gpp (kN/m²) 2,25

Piso
Gpiso (kN/m²) 0,15

Contrapiso
e'contr. (cm) 3
Argamassa cimento e areia
Gcontr (kN/m²) 0,63

Revestimento de teto
e'rev.teto (cm) 2
Argamassa cal, cimento e areia
Grev.teto (kN/m²) 0,38

Soma dos carregamentos permanentes
G (kN/m²) 4,53

Paredes
e'alv (cm) 9
h'par (m) 2,80
Lpar (m) 2,86
Tijolos cerâmicos furados
Revestimento cal, cimento e areia
e'rev (cm) 2
Gpar (kN/m²) 1,12

Outros carregamentos permanentes distribuidos
G'outros (kN/m²) 0

Cargas acidentais
Local Dormitório
Q (kN/m²) 1,50

Vinculações da laje
5A

Fonte: Autor (2020)

Figura 68 – Resultados na aba CARGAS ATUANTES para a laje L9 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMEN

Carregamentos

Peso próprio
Gpp (kN/m²) 2,00

Piso
Gpiso (kN/m²) 0,15

Contrapiso
e'contr. (cm) 3
Argamassa cimento e areia
Gcontr (kN/m²) 0,63

Revestimento de teto
e'rev.teto (cm) 2
Argamassa cal, cimento e areia
Grev.teto (kN/m²) 0,38

Soma dos carregamentos permanentes
G (kN/m²) 7,42

Paredes
e'alv (cm) 9
h'par (m) 2,80
Lpar (m) 5,72
Tijolos cerâmicos furados
Revestimento cal, cimento e areia
e'rev (cm) 2
Gpar (kN/m²) 4,26

Outros carregamentos permanentes distribuidos
G'outros (kN/m²) 0

Cargas acidentais
Local Banheiro
Q (kN/m²) 1,50

Vinculações da laje
5B

Fonte: Autor (2020)

Figura 69 – Resultados na aba CARGAS ATUANTES para a laje L10 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMEN

Carregamentos

Peso próprio
Gpp (kN/m²)

Paredes
e'alv (cm)
h'par (m)
Lpar (m)

Piso
Gpiso (kN/m²)

Tijolos

Revestimento

Contrapiso
e'contr. (cm)

Argamassa

e'rev (cm)
Gpar (kN/m²)

Revestimento de teto
e'rev.teto (cm)

Argamassa

G'outros (kN/m²)

Grev.teto (kN/m²)

Outros carregamentos permanentes distribuidos
G'outros (kN/m²)

Soma dos carregamentos permanentes
G (kN/m²)

Cargas acidentais
Local

Q (kN/m²)

Vinculações da laje

Fonte: Autor (2020)

A Tabela 12 mostra os resultados obtidos pelo software para as cargas atuantes das lajes.

Tabela 12 – Resultados obtidos pelo programa para as cargas atuantes das lajes do Exemplo 4 em kN/m²

Lajes	Peso próprio	Revestimento de teto	Piso + contrapiso	Parede	Permanente total (G)	Variável (Q)	Total (G+Q)
L1	2,75	0,38	0,78	0,17	4,08	2,00 ⁽¹⁾	6,08
L2	3,00	0,38	0,78	0,14	4,30	1,50	5,80
L3	3,25	0,38	0,78	0,76	5,17	1,50	6,67
L4 ⁽²⁾	2,25	0,38	0,78	-	3,41	2,00	5,41
	2,25	0,38	0,78	1,89	5,30	2,00	7,30
L5	2,50	0,38	0,78	1,99	5,65	1,50	7,15
L6	2,00	0,38	0,78	1,82	4,98	1,50	6,48
L7	2,50	0,38	0,78	1,11	4,77	1,50	6,27
L8	2,25	0,38	0,78	1,12	4,53	1,50	6,03

L9	2,00	0,38	0,78	4,26	7,42	1,50	8,92
L10	2,25	0,38	0,78	-	3,41	1,50	4,91

Fonte: Autor (2020)

- (1) Para que a laje L1 tivesse carga variável de 2,0 kN/m², seu uso foi adotado no programa como sendo área de serviço;
- (2) A primeira linha para a laje L4 refere-se às regiões (I) e (III) e a segunda linha refere-se à região (II).

A Tabela 13 mostra os resultados obtidos por Bastos (2015) para as cargas atuantes das lajes do Exemplo 4.

Tabela 13 – Resultados obtidos por Bastos (2015) para as cargas atuantes do Exemplo 4

Laje	h (cm)	Peso próprio	Revest. inferior	Piso ⁽¹⁾	Parede ⁽⁶⁾ (g _{par})	Perman. total (g _{tot})	Variável ⁽⁵⁾ (q)	Total (p = g _{tot} + q)
L1	11	2,75	0,38	0,78	0,17 ⁽³⁾	4,08	2,0	6,08
L2	12	3,00	0,38	0,78	0,21	4,37	1,5	5,87
L3	13	3,25	0,38	0,78	0,67	5,08	1,5	6,58
L4	9	2,25	0,38	0,78	-	3,41	2,0 ⁽²⁾	5,41
					1,65	5,06	2,0 ⁽²⁾	7,06
L5	10	2,50	0,38	0,78	1,74	5,40	1,5	6,90
L6	8	2,00	0,38	0,78	1,58	4,74	1,5	6,24
L7	10	2,50	0,38	0,78	0,97	4,63	1,5	6,13
L8	9	2,25	0,38	0,78	0,97	4,38	1,5	5,88
L9	8	2,00	0,38	0,78	3,70	6,86	1,5	8,36
L10	9	2,25	0,38	0,78	-	3,41	1,5	4,91

Fonte: Bastos (2015)

Comparando os resultados é possível perceber algumas diferenças nas cargas de parede calculadas pelo software e por Bastos (2015), essa diferença ocorreu, pois no cálculo feito por Bastos (2015), desconsiderou-se o peso do revestimento e foi considerado como se a parede fosse composta apenas por tijolos cerâmicos furados de peso específico igual a 13 kN/m³. No programa, além do peso específico dos tijolos com 9 cm de espessura, foi levado em conta o peso específico da camada de revestimento de cal, cimento e areia com 2 cm de cada lado e 19 kN/m³.

As Figuras 70 a 77 mostram como foi feita a entrada de dados para cálculo das solicitações das lajes armadas em duas direções e os resultados obtidos.

Figura 70 – Resultados na aba SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS para a laje L2 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS | CARGAS ATUANTES | SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS | DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO | DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO

Solicitações em x

Momentos característicos	Momentos de cálculo	Forças cortantes características	Forças cortantes de cálculo	Coeficientes para cálculo dos momentos fletores ($M = \mu (p \cdot Lx^2)/100$)	
Mgk (kNm/m) 4,24	Mgd (kNm/m) 5,93	Vgk (kN/m) 8,26	Vgd (kN/m) 11,56	μ 2,86	μ' 7,29
M'gk (kNm/m) 10,80	M'gd (kNm/m) 15,12	Vqk (kN/m) 2,88	Vqd (kN/m) 4,03	Coeficientes para cálculo das reações de apoio ($R = v (p \cdot Lx)/10$)	
Mqk (kNm/m) 1,48	Mqd (kNm/m) 2,07	$\gamma' f$ 1,4		v 2,24	v' 3,27
M'qk (kNm/m) 3,77	M'qd (kNm/m) 5,28				

Solicitações em y

Momentos característicos	Momentos de cálculo	Forças cortantes características	Forças cortantes de cálculo	Coeficientes para cálculo dos momentos fletores ($M = \mu (p \cdot Lx^2)/100$)	
Mgk (kNm/m) 3,97	Mgd (kNm/m) 5,56	Vgk (kN/m) 8,00	Vgd (kN/m) 11,20	μ 2,88	μ' 7,12
M'gk (kNm/m) 10,55	M'gd (kNm/m) 14,77	Vqk (kN/m) 2,79	Vqd (kN/m) 3,91	Coeficientes para cálculo das reações de apoio ($R = v (p \cdot Lx)/10$)	
Mqk (kNm/m) 1,39	Mqd (kNm/m) 1,94			v 2,17	v' 3,17
M'qk (kNm/m) 3,68	M'qd (kNm/m) 5,16				

Resistências

Concreto C25 f_{tk} (MPa) 25 γ_c 1,4 f_{td} (MPa) 17,86

Aço CA-50 f_{yk} (MPa) 500 γ_s 1,15 f_{yd} (MPa) 434,78

Fonte: Autor (2020)

Figura 71 – Resultados na aba SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS para a laje L3 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS | CARGAS ATUANTES | SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS | DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO | DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO

Solicitações em x

Momentos característicos	Momentos de cálculo	Forças cortantes características	Forças cortantes de cálculo	Coeficientes para cálculo dos momentos fletores ($M = \mu (p \cdot Lx^2)/100$)	
Mgk (kNm/m) 5,86	Mgd (kNm/m) 8,20	Vgk (kN/m) 10,66	Vgd (kN/m) 14,92	μ 3,28	μ' 8,03
M'gk (kNm/m) 14,34	M'gd (kNm/m) 20,08	Vqk (kN/m) 3,09	Vqd (kN/m) 4,33	Coeficientes para cálculo das reações de apoio ($R = v (p \cdot Lx)/10$)	
Mqk (kNm/m) 1,70	Mqd (kNm/m) 2,38	$\gamma' f$ 1,4		v 2,39	v' 3,51
M'qk (kNm/m) 4,16	M'qd (kNm/m) 5,82				

Solicitações em y

Momentos característicos	Momentos de cálculo	Forças cortantes características	Forças cortantes de cálculo	Coeficientes para cálculo dos momentos fletores ($M = \mu (p \cdot Lx^2)/100$)	
Mgk (kNm/m) 4,76	Mgd (kNm/m) 6,66	Vgk (kN/m) 9,64	Vgd (kN/m) 13,49	μ 2,66	μ' 7,41
M'gk (kNm/m) 13,25	M'gd (kNm/m) 18,55	Vqk (kN/m) 2,79	Vqd (kN/m) 3,91	Coeficientes para cálculo das reações de apoio ($R = v (p \cdot Lx)/10$)	
Mqk (kNm/m) 1,38	Mqd (kNm/m) 1,93			v 2,17	v' 3,17
M'qk (kNm/m) 3,84	M'qd (kNm/m) 5,38				

Resistências

Concreto C25 f_{tk} (MPa) 25 γ_c 1,4 f_{td} (MPa) 17,86

Aço CA-50 f_{yk} (MPa) 500 γ_s 1,15 f_{yd} (MPa) 434,78

Fonte: Autor (2020)

Figura 72 – Resultados na aba SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS para a laje L5 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS | CARGAS ATUANTES | SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS | DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO | DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO

Solicitações em x

Momentos característicos	Momentos de cálculo	Forças cortantes características	Forças cortantes de cálculo	Coefficientes para cálculo dos momentos fletores ($M = \mu (p \cdot Lx^2)/100$)
Mgk (kNm/m) 2,70	Mgd (kNm/m) 3,77	Vgk (kN/m) 6,87	Vgd (kN/m) 9,61	μ 2,02 μ' 5,15
M'gk (kNm/m) 6,87	M'gd (kNm/m) 9,62	Vqk (kN/m) 1,82	Vqd (kN/m) 2,55	Coefficientes para cálculo das reações de apoio ($R = v (p \cdot Lx)/10$)
Mqk (kNm/m) 0,72	Mqd (kNm/m) 1,00	$\gamma \cdot f$ 1,4		v <input type="text"/> v' 2,50
M'qk (kNm/m) 1,82	M'qd (kNm/m) 2,55			

Solicitações em y

Momentos característicos	Momentos de cálculo	Forças cortantes características	Forças cortantes de cálculo	Coefficientes para cálculo dos momentos fletores ($M = \mu (p \cdot Lx^2)/100$)
Mgk (kNm/m) 2,70	Mgd (kNm/m) 3,77	Vgk (kN/m) 6,87	Vgd (kN/m) 9,61	μ 2,02 μ' 5,15
M'gk (kNm/m) 6,87	M'gd (kNm/m) 9,62	Vqk (kN/m) 1,82	Vqd (kN/m) 2,55	Coefficientes para cálculo das reações de apoio ($R = v (p \cdot Lx)/10$)
Mqk (kNm/m) 0,72	Mqd (kNm/m) 1,00			v <input type="text"/> v' 2,50
M'qk (kNm/m) 1,82	M'qd (kNm/m) 2,55			

Resistências

Concreto	C25	fck (MPa) 25	γ_c 1,4	fcd (MPa) 17,86
Aço	CA-50	fyk (MPa) 500	γ_s 1,15	fyd (MPa) 434,78

Fonte: Autor (2020)

Figura 73 – Resultados na aba SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS para a laje L6 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS | CARGAS ATUANTES | SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS | DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO | DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO

Solicitações em x

Momentos característicos	Momentos de cálculo	Forças cortantes características	Forças cortantes de cálculo	Coefficientes para cálculo dos momentos fletores ($M = \mu (p \cdot Lx^2)/100$)
Mgk (kNm/m) 1,29	Mgd (kNm/m) 1,81	Vgk (kN/m) 4,67	Vgd (kN/m) 6,54	μ 3,99 μ' 8,24
M'gk (kNm/m) 2,66	M'gd (kNm/m) 3,73	Vqk (kN/m) 1,41	Vqd (kN/m) 1,97	Coefficientes para cálculo das reações de apoio ($R = v (p \cdot Lx)/10$)
Mqk (kNm/m) 0,39	Mqd (kNm/m) 0,54	$\gamma \cdot f$ 1,4		v <input type="text"/> v' 3,68
M'qk (kNm/m) 0,80	M'qd (kNm/m) 1,12			

Solicitações em y

Momentos característicos	Momentos de cálculo	Forças cortantes características	Forças cortantes de cálculo	Coefficientes para cálculo dos momentos fletores ($M = \mu (p \cdot Lx^2)/100$)
Mgk (kNm/m) 0,33	Mgd (kNm/m) 0,46	Vgk (kN/m) 3,17	Vgd (kN/m) 4,44	μ 1,01 μ' 5,72
M'gk (kNm/m) 1,85	M'gd (kNm/m) 2,59	Vqk (kN/m) 0,96	Vqd (kN/m) 1,34	Coefficientes para cálculo das reações de apoio ($R = v (p \cdot Lx)/10$)
Mqk (kNm/m) 0,10	Mqd (kNm/m) 0,14			v <input type="text"/> v' 2,50
M'qk (kNm/m) 0,56	M'qd (kNm/m) 0,78			

Resistências

Concreto	C25	fck (MPa) 25	γ_c 1,4	fcd (MPa) 17,86
Aço	CA-50	fyk (MPa) 500	γ_s 1,15	fyd (MPa) 434,78

Fonte: Autor (2020)

Figura 74 – Resultados na aba SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS para a laje L7 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO

Solicitações em x

Momentos característicos	Momentos de cálculo	Forças cortantes características	Forças cortantes de cálculo	Coeficientes para cálculo dos momentos fletores ($M = \mu (p \cdot Lx^2)/100$)
Mgk (kNm/m) 2,32	Mgd (kNm/m) 3,25	Vgk (kN/m) 5,81	Vgd (kN/m) 8,13	μ 3,27 μ' 8,77
M'gk (kNm/m) 6,24	M'gd (kNm/m) 8,73	Vqk (kN/m) 1,82	Vqd (kN/m) 2,55	Coeficientes para cálculo das reações de apoio ($R = v (p \cdot Lx)/10$)
Mqk (kNm/m) 0,73	Mqd (kNm/m) 1,02	γ_f 1,4		v 2,15 v' 3,15
M'qk (kNm/m) 1,96	M'qd (kNm/m) 2,74			

Solicitações em y

Momentos característicos	Momentos de cálculo	Forças cortantes características	Forças cortantes de cálculo	Coeficientes para cálculo dos momentos fletores ($M = \mu (p \cdot Lx^2)/100$)
Mgk (kNm/m) 1,87	Mgd (kNm/m) 2,62	Vgk (kN/m) 5,84	Vgd (kN/m) 8,17	μ 2,63 μ' 7,39
M'gk (kNm/m) 5,25	M'gd (kNm/m) 7,35	Vqk (kN/m) 1,84	Vqd (kN/m) 2,57	Coeficientes para cálculo das reações de apoio ($R = v (p \cdot Lx)/10$)
Mqk (kNm/m) 0,59	Mqd (kNm/m) 0,82			v v' 3,17
M'qk (kNm/m) 1,65	M'qd (kNm/m) 2,31			

Resistências

Concreto C25 f_{tk} (MPa) 25 γ_c 1,4 f_{cd} (MPa) 17,86

Aço CA-50 f_{yk} (MPa) 500 γ_s 1,15 f_{yd} (MPa) 434,78

Fonte: Autor (2020)

Figura 75 – Resultados na aba SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS para a laje L8 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO

Solicitações em x

Momentos característicos	Momentos de cálculo	Forças cortantes características	Forças cortantes de cálculo	Coeficientes para cálculo dos momentos fletores ($M = \mu (p \cdot Lx^2)/100$)
Mgk (kNm/m) 1,78	Mgd (kNm/m) 2,50	Vgk (kN/m) 5,14	Vgd (kN/m) 7,20	μ 4,84 μ' 10,34
M'gk (kNm/m) 3,81	M'gd (kNm/m) 5,34	Vqk (kN/m) 1,70	Vqd (kN/m) 2,39	Coeficientes para cálculo das reações de apoio ($R = v (p \cdot Lx)/10$)
Mqk (kNm/m) 0,59	Mqd (kNm/m) 0,83	γ_f 1,4		v 2,72 v' 3,98
M'qk (kNm/m) 1,26	M'qd (kNm/m) 1,77			

Solicitações em y

Momentos característicos	Momentos de cálculo	Forças cortantes características	Forças cortantes de cálculo	Coeficientes para cálculo dos momentos fletores ($M = \mu (p \cdot Lx^2)/100$)
Mgk (kNm/m) 0,82	Mgd (kNm/m) 1,15	Vgk (kN/m) 4,09	Vgd (kN/m) 5,73	μ 2,22 μ' 8,10
M'gk (kNm/m) 2,99	M'gd (kNm/m) 4,18	Vqk (kN/m) 1,36	Vqd (kN/m) 1,90	Coeficientes para cálculo das reações de apoio ($R = v (p \cdot Lx)/10$)
Mqk (kNm/m) 0,27	Mqd (kNm/m) 0,38			v v' 3,17
M'qk (kNm/m) 0,99	M'qd (kNm/m) 1,39			

Resistências

Concreto C25 f_{tk} (MPa) 25 γ_c 1,4 f_{cd} (MPa) 17,86

Aço CA-50 f_{yk} (MPa) 500 γ_s 1,15 f_{yd} (MPa) 434,78

Fonte: Autor (2020)

Figura 76 – Resultados na aba SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS para a laje L9 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções				
PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS	CARGAS ATUANTES	SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS	DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO	DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO
Solicitações em x				
Momentos característicos	Momentos de cálculo	Forças cortantes características	Forças cortantes de cálculo	Coefficientes para cálculo dos momentos fletores ($M = \mu (p \cdot Lx^2)/100$)
Mgk (kNm/m) 1,41	Mgd (kNm/m) 1,97	Vgk (kN/m) 6,12	Vgd (kN/m) 8,57	μ 2,92 μ' 6,84
M'gk (kNm/m) 3,30	M'gd (kNm/m) 4,61	Vqk (kN/m) 1,24	Vqd (kN/m) 1,73	Coefficientes para cálculo das reações de apoio ($R = v (p \cdot Lx)/10$)
Mqk (kNm/m) 0,28	Mqd (kNm/m) 0,40	γ_f 1,4		v μ μ'
M'qk (kNm/m) 0,67	M'qd (kNm/m) 0,93			v 3,24
Solicitações em y				
Momentos característicos	Momentos de cálculo	Forças cortantes características	Forças cortantes de cálculo	Coefficientes para cálculo dos momentos fletores ($M = \mu (p \cdot Lx^2)/100$)
Mgk (kNm/m) 0,91	Mgd (kNm/m) 1,27	Vgk (kN/m) 4,73	Vgd (kN/m) 6,62	μ 1,89 μ' 5,67
M'gk (kNm/m) 2,73	M'gd (kNm/m) 3,82	Vqk (kN/m) 0,96	Vqd (kN/m) 1,34	Coefficientes para cálculo das reações de apoio ($R = v (p \cdot Lx)/10$)
Mqk (kNm/m) 0,18	Mqd (kNm/m) 0,26			v μ μ'
M'qk (kNm/m) 0,55	M'qd (kNm/m) 0,77			v 2,50
Resistências				
Concreto C25	fck (MPa) 25	γ_c 1,4	fcd (MPa) 17,86	
Aço CA-50	fyk (MPa) 500	γ_s 1,15	fyd (MPa) 434,78	

Fonte: Autor (2020)

Figura 77 – Resultados na aba SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS para a laje L10 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções				
PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS	CARGAS ATUANTES	SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS	DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO	DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO
Solicitações em x				
Momentos característicos	Momentos de cálculo	Forças cortantes características	Forças cortantes de cálculo	Coefficientes para cálculo dos momentos fletores ($M = \mu (p \cdot Lx^2)/100$)
Mgk (kNm/m) 1,18	Mgd (kNm/m) 1,65	Vgk (kN/m) 3,88	Vgd (kN/m) 5,44	μ 4,24 μ' 9,65
M'gk (kNm/m) 2,68	M'gd (kNm/m) 3,75	Vqk (kN/m) 1,71	Vqd (kN/m) 2,39	Coefficientes para cálculo das reações de apoio ($R = v (p \cdot Lx)/10$)
Mqk (kNm/m) 0,52	Mqd (kNm/m) 0,73	γ_f 1,4		v μ μ'
M'qk (kNm/m) 1,18	M'qd (kNm/m) 1,65			v 3,99
Solicitações em y				
Momentos característicos	Momentos de cálculo	Forças cortantes características	Forças cortantes de cálculo	Coefficientes para cálculo dos momentos fletores ($M = \mu (p \cdot Lx^2)/100$)
Mgk (kNm/m) 0,68	Mgd (kNm/m) 0,95	Vgk (kN/m) 3,09	Vgd (kN/m) 4,32	μ 2,45 μ' 7,88
M'gk (kNm/m) 2,19	M'gd (kNm/m) 3,06	Vqk (kN/m) 1,36	Vqd (kN/m) 1,90	Coefficientes para cálculo das reações de apoio ($R = v (p \cdot Lx)/10$)
Mqk (kNm/m) 0,30	Mqd (kNm/m) 0,42			v μ μ'
M'qk (kNm/m) 0,96	M'qd (kNm/m) 1,35			v 3,17
Resistências				
Concreto C25	fck (MPa) 25	γ_c 1,4	fcd (MPa) 17,86	
Aço CA-50	fyk (MPa) 500	γ_s 1,15	fyd (MPa) 434,78	

Fonte: Autor (2020)

As Tabelas 14 a 16 mostram os resultados obtidos pelo software no cálculo das forças cortantes e momentos fletores para as lajes armadas em duas direções.

Tabela 14 – Resultados obtidos pelo programa para as forças cortantes características das lajes armadas em 2 direções para o Exemplo 4

Lajes	Direção x					Direção y				
	v	v'	V_{gk}	V_{qk}	V_{sk}	v	v'	V_{gk}	V_{qk}	V_{sk}
L2	2,24	3,27	8,26	2,88	11,14	2,17	3,17	8,00	2,79	10,79
L3	2,39	3,51	10,66	3,09	13,75	2,17	3,17	9,64	2,79	12,43
L5	-	2,50	6,87	1,82	8,69	-	2,50	6,87	1,82	8,69
L6	-	3,68	4,67	1,41	6,08	-	2,50	3,17	0,96	4,13
L7	2,15	3,15	5,81	1,82	7,63	-	3,17	5,84	1,84	7,68
L8	2,72	3,98	5,14	1,70	6,84	-	3,17	4,09	1,36	5,45
L9	-	3,24	6,12	1,24	7,36	1,71	2,50	4,73	0,96	5,69
L10	2,73	3,99	3,88	1,71	5,59	2,17	3,17	3,09	1,36	4,45

Fonte: Autor (2020)

Obs: Os valores apresentados na Tabela 14 representam as maiores reações de apoio calculadas, independente do sentido.

Tabela 15 – Resultados obtidos pelo programa para os momentos fletores característicos positivos das lajes armadas em 2 direções para o Exemplo 4

Lajes	Direção x				Direção y			
	μ	M_{gk}	M_{qk}	M_{sk}	μ	M_{gk}	M_{qk}	M_{sk}
L2	2,86	4,24	1,48	5,72	2,68	3,97	1,39	5,36
L3	3,28	5,86	1,70	7,56	2,66	4,76	1,38	6,14
L5	2,02	2,70	0,72	3,42	2,02	2,70	0,72	3,42
L6	3,99	1,29	0,39	1,68	1,01	0,33	0,10	0,43
L7	3,27	2,32	0,73	3,05	2,63	1,87	0,59	2,46
L8	4,84	1,78	0,59	2,37	2,22	0,82	0,27	1,09
L9	2,92	1,41	0,28	1,69	1,89	0,91	0,18	1,09
L10	4,24	1,18	0,52	1,70	2,45	0,68	0,30	0,98

Fonte: Autor (2020)

Tabela 16 – Resultados obtidos pelo programa para os momentos fletores característicos negativos das lajes armadas em 2 direções para o Exemplo 4

Lajes	Direção x				Direção y			
	μ'	M'_{gk}	M'_{qk}	M'_{sk}	μ'	M'_{gk}	M'_{qk}	M'_{sk}
L2	7,29	10,80	3,77	14,57	7,12	10,55	3,68	14,23
L3	8,03	14,34	4,16	18,50	7,41	13,25	3,84	17,09
L5	5,15	6,87	1,82	8,69	5,15	6,87	1,82	8,69
L6	8,24	2,66	0,80	3,46	5,72	1,85	0,56	2,41
L7	8,77	6,24	1,96	8,20	7,39	5,25	1,65	6,90
L8	10,34	3,81	1,26	5,07	8,10	2,99	0,99	3,98
L9	6,84	3,30	0,67	3,97	5,67	2,73	0,55	3,28
L10	9,65	2,68	1,18	3,86	7,88	2,19	0,96	3,15

Fonte: Autor (2020)

As Figuras 78 a 80 mostram como foi feita a entrada de dados e os resultados obtidos para o cálculo das solicitações das lajes armadas em 1 direção, lembrando que as mesmas são calculadas como viga. Um resumo dos resultados está presente na Tabela 17.

Figura 78 - Resultados na aba SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS para a laje L1 do Exemplo 4

The screenshot shows a software window titled 'Laje armada em 1 direção' with four tabs: 'PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS', 'CARGAS ATUANTES', 'SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS', and 'DIMENSIONAMENTO'. The 'SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS' tab is active, displaying the following data:

Solicitações		Resistências	
Momentos característicos	Momentos de cálculo	Forças cortantes características	Forças cortantes de cálculo
M _{gk} (kNm/m): 0,00	M _{gd} (kNm/m): 0,00	V _{gk} (kN/m): 12,83	V _{gd} (kN/m): 17,96
M' _{gk} (kNm/m): 13,33	M' _{gd} (kNm/m): 18,66	V _{qk} (kN/m): 4,57	V _{qd} (kN/m): 6,40
M _{qk} (kNm/m): 0,00	M' _{qd} (kNm/m): 0,00	γ _f : 1,4	
M' _{qk} (kNm/m): 3,73	M' _{qd} (kNm/m): 5,23		
Concreto: C25	f _{ck} (MPa): 25	γ _c : 1,4	f _{cd} (MPa): 17,86
Aço: CA-50	f _{yk} (MPa): 500	γ _s : 1,15	f _{yd} (MPa): 434,78

Fonte: Autor (2020)

Figura 79 - Resultados na aba SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS para região (I) e (III) da laje L4 do Exemplo 4

Laje armada em 1 direção

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO

Solicitações

Momentos característicos		Momentos de cálculo		Forças cortantes características		Forças cortantes de cálculo	
M _{gk} (kNm/m)	1,95	M _{gd} (kNm/m)	2,73	V _{gk} (kN/m)	6,08	V _{gd} (kN/m)	8,52
M' _{gk} (kNm/m)	3,47	M' _{gd} (kNm/m)	4,86	V _{qk} (kN/m)	3,57	V _{qd} (kN/m)	4,99
M _{qk} (kNm/m)	1,15	M _{qd} (kNm/m)	1,60	γ _f	1,4		
M' _{qk} (kNm/m)	2,04	M' _{qd} (kNm/m)	2,85				

Resistências

Concreto	C25	f _{ck} (MPa)	25	γ _c	1,4	f _{cd} (MPa)	17,86
Aço	CA-50	f _{yk} (MPa)	500	γ _s	1,15	f _{yd} (MPa)	434,78

Fonte: Autor (2020)

Figura 80 - Resultados na aba SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS para região (II) da laje L4 do Exemplo 4

Laje armada em 1 direção

CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENSIO

Solicitações

Momentos característicos		Momentos de cálculo		Forças cortantes características		Forças cortantes de cálculo	
M _{gk} (kNm/m)	3,04	M _{gd} (kNm/m)	4,25	V _{gk} (kN/m)	9,46	V _{gd} (kN/m)	13,24
M' _{gk} (kNm/m)	5,40	M' _{gd} (kNm/m)	7,56	V _{qk} (kN/m)	3,57	V _{qd} (kN/m)	4,99
M _{qk} (kNm/m)	1,15	M _{qd} (kNm/m)	1,60	γ _f	1,4		
M' _{qk} (kNm/m)	2,04	M' _{qd} (kNm/m)	2,85				

Resistências

Concreto	C25	f _{ck} (MPa)	25	γ _c	1,4	f _{cd} (MPa)	17,86
Aço	CA-50	f _{yk} (MPa)	500	γ _s	1,15	f _{yd} (MPa)	434,78

Fonte: Autor (2020)

Tabela 17 – Resultados obtidos pelo programa para os momentos fletores característicos e forças cortantes características das lajes armadas em 1 direção para o Exemplo 4

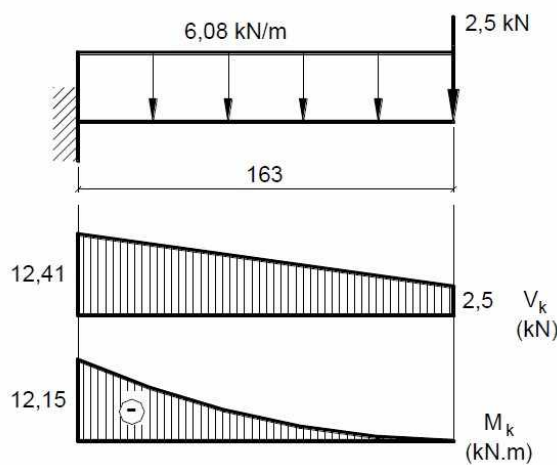
Lajes	V_{gk}	V_{qk}	V_{sk}	M_{gk}	M_{qk}	M_{sk}	M'_{gk}	M'_{qk}	M'_{sk}
L1	12,83	4,57	17,40	0,00	0,00	0,00	13,33	3,73	17,06
L4 ⁽¹⁾	6,08	3,57	9,65	1,95	1,15	3,10	3,47	2,04	5,51
	9,46	3,57	13,03	3,04	1,15	4,19	5,40	2,04	7,44

Fonte: Autor (2020)

(1) A primeira linha para laje L4 refere-se as regiões (I) e (III), a segunda linha refere-se a região (II)

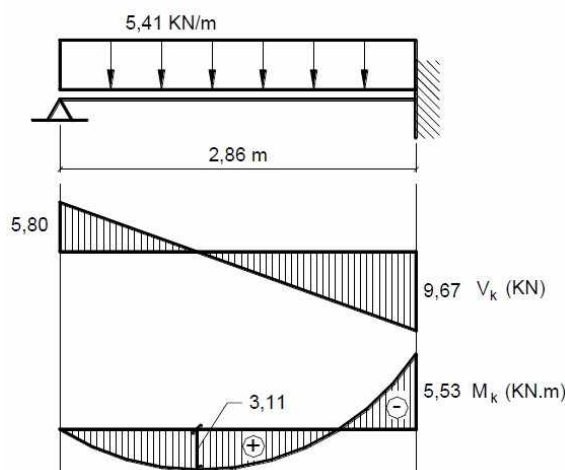
As Figuras 81 a 83 mostram os diagramas das forças cortantes e momentos fletores para as lajes armadas em uma direção de acordo com Bastos (2015). Os resultados obtidos por Bastos (2015) para as forças cortantes e momentos fletores característicos das lajes armadas em duas direções são demonstrados nas Tabelas 18 e 19, respectivamente.

Figura 81 – Diagramas de esforços para laje L1 do Exemplo 4 segundo Bastos (2015)



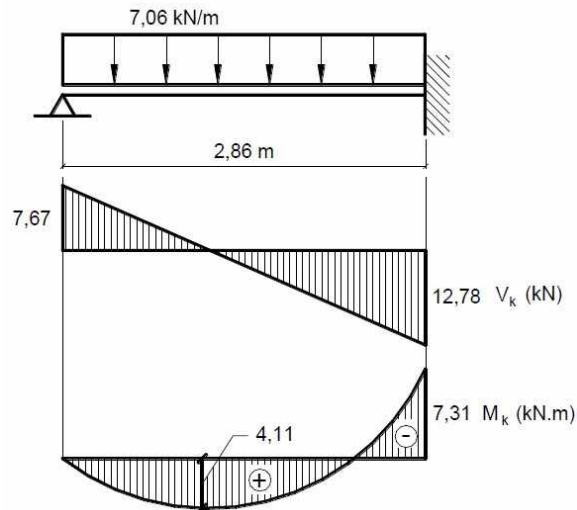
Fonte: Bastos (2015)

Figura 82 – Diagramas de esforços para as regiões (I) e (III) da laje L4 do Exemplo 4 segundo Bastos (2015)



Fonte: Bastos (2015)

Figura 83 – Diagramas de esforços para a região (II) da laje L4 do Exemplo 4 segundo Bastos (2015)



Fonte: Bastos (2015)

Tabela 18 – Resultados obtidos por Bastos (2015) para as forças cortantes características das lajes armadas em 2 direções para o Exemplo 4

Laje	Tipo	ℓ_x (m)	λ	P (kN/m ²)	v_x	v'_x	v_y	v'_y	V_x	V'_x	V_y	V'_y
L2	3	5,86	1,03	5,87	2,27	3,32	2,17	3,17	7,81	11,42	7,46	10,90
L3	3	5,86	1,12	6,58	2,36	3,46	2,17	3,17	9,10	13,34	8,37	12,22
L5	6	4,86	1,00	6,9	-	2,50	-	2,50	-	8,38	-	8,38
L6	6	2,56	1,90	6,24	-	3,68	-	2,50	-	5,88	-	3,99
L7	5A	3,86	1,26	6,13	2,13	3,13	-	3,17	5,04	7,41	-	7,50
L8	5A	2,86	1,70	5,88	2,72	3,98	-	3,17	4,57	6,69	-	5,33
L9	5B	2,56	1,12	8,11	-	3,21	1,71	2,50	-	6,66	3,55	5,19
L10	3	2,86	1,35	4,91	2,73	3,99	2,17	3,17	3,83	5,60	3,05	4,45

Fonte: Bastos (2015)

Tabela 19 – Resultados obtidos por Bastos (2015) para os momentos fletores característicos das lajes armadas em 2 direções para o Exemplo 4

Laje	Tipo	ℓ_x (m)	λ	P (kN/m ²)	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	M _x	M' _x	M _y	M' _y
L2	3	5,86	1,03	5,87	2,94	7,43	2,68	7,18	5,93	14,98	5,40	14,47
L3	3	5,86	1,12	6,58	3,19	7,87	2,67	7,36	7,21	17,78	6,03	16,63
L5	6	4,86	1,00	6,9	2,02	5,15	2,02	5,15	3,29	8,39	3,29	8,39
L6	6	2,56	1,90	6,24	3,99	8,24	1,01	5,72	1,63	3,37	0,41	2,34
L7	5A	3,86	1,26	6,13	3,23	8,81	2,64	7,36	2,95	8,05	2,41	6,72
L8	5A	2,86	1,70	5,88	4,84	10,34	2,22	8,10	2,33	4,97	1,07	3,90
L9	5B	2,56	1,12	8,11	2,87	6,76	1,91	5,65	1,53	3,59	1,02	3,00
L10	3	2,86	1,35	4,91	4,24	9,65	2,45	7,88	1,70	3,88	0,98	3,16

Fonte: Bastos (2015)

A Tabela 20 traz a diferença dos resultados obtidos pelo programa e por Bastos (2015) para as solicitações das lajes do Exemplo 4.

Tabela 20 - Diferença dos resultados obtidos pelo programa e por Bastos (2015) para as solicitações das lajes do Exemplo 4

Lajes	Direção x			Direção y		
	V_{sk} (%)	M_{sk} (%)	M'_{sk} (%)	V_{sk} (%)	M_{sk} (%)	M'_{sk} (%)
L1	0,15 ⁽¹⁾	-	0,29 ⁽¹⁾	-	-	-
L2	2,45	3,54	2,74	1,01	0,74	1,66
L3	3,07	4,85	4,05	1,72	1,82	2,77
L4	0,21	0,32	0,36	-	-	-
	1,96	1,95	1,78	-	-	-
L5	3,70	3,95	3,58	3,70	3,95	3,58
L6	3,40	3,07	2,67	3,51	4,88	2,99
L7	2,97	3,39	1,86	2,40	2,07	2,68
L8	2,24	1,72	2,01	2,25	1,87	2,05
L9	1,05	10,46	10,58	9,63	6,86	9,33
L10	0,17	0,00	0,51	0,00	0,00	0,32

Fonte: Autor (2020)

(1) Ao observar a Tabela 17 e a Figura 80, percebe-se uma grande diferença entre as solicitações encontradas pelo programa e por Bastos (2015) para a laje L1, porém o programa já calcula as solicitações com o coeficiente adicional para lajes em balanço de largura inferior a 19 cm, presente na Tabela 13.2 da NBR 6118:2014. Para lajes de 11 cm, esse coeficiente aumenta as solicitações da laje em 40%, portanto a diferença expressa na Tabela 20 foi calculada sobre o valor das solicitações sem o coeficiente adicional.

As Figuras 84 a 105 mostram como foi feita a entrada de dados no programa para cálculo da área de aço das lajes e os resultados obtidos.

Figura 84 – Resultados na aba DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR POSITIVO para a laje L1 do Exemplo 4

Laje armada em 1 direção

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS | CARGAS ATUANTES | SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS | **DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO** | DIMENS

Dimensionamento

β_{xlim} (2/3) β_x Diâmetro do aço da armadura principal de tração as_{min} (cm²/m)

β_{xlim} (3/4) x (cm) Diâmetro do aço da armadura de compressão

β_x max Domínio: 2 Diâmetro do aço da armadura secundária

CALCULAR

Resultados

$\beta_x \leq \beta_x$ max É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES

β_x Domínio: 2

x (cm)

Armadura Principal Positiva de Tração ast (cm²/m) $\phi 5$ c/11 (1,78 cm²/m)

Armadura Secundária Positiva de Tração (cm²/m) $\phi 5$ c/21 (0,93 cm²/m)

Armadura Positiva de Compressão asc (cm²/m)

Fonte: Autor (2020)

Figura 85 – Resultados na aba DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR NEGATIVO para a laje L1 do Exemplo 4

Laje armada em 1 direção

CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO

Dimensionamento

$\beta_{x\text{lim}} (2/3)$ 0,26 β_x 0,35 Diâmetro do aço da armadura negativa de tração 8 mm $a_{s\text{min}} (cm^2/m)$ 1,57

$\beta_{x\text{lim}} (3/4)$ 0,63 $x (cm)$ 2,82 Diâmetro do aço da armadura negativa de compressão 5 mm

$\beta_x \text{ max}$ 0,45 Domínio: 3

Resultados

$\beta_x \leq \beta_x \text{ max}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES

β_x 0,35 Domínio: 3

$x (cm)$ 2,82

Armadura Negativa de Tração $a_{st} (cm^2/m)$ 7,88 $\phi 8 \text{ c}/6 (8,38 \text{ cm}^2/m)$

Armadura Negativa de Compressão $a_{sc} (cm^2/m)$ 0,00

Fonte: Autor (2020)

Figura 86 – Resultados na aba DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR POSITIVO para a laje L2 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO

Dimensionamento armadura longitudinal

$\beta_{x\text{lim}} (2/3)$ 0,26 $\beta_x \text{ max}$ 0,45

$\beta_{x\text{lim}} (3/4)$ 0,63 $a_{s\text{min}} (cm^2/m)$ 1,68

Na direção x: β_x 0,08 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,74 Diâmetro do aço de tração 5 mm Diâmetro do aço de compressão 5 mm

Na direção y: β_x 0,08 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,73 Diâmetro do aço de tração 5 mm Diâmetro do aço de compressão 5 mm

Resultados

Na direção x: $\beta_x \leq \beta_x \text{ max}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES

β_x 0,08 Domínio: 2

$x (cm)$ 0,74

Armadura Positiva de Tração $a_{st} (cm^2/m)$ 2,06 $\phi 5 \text{ c}/9 (2,18 \text{ cm}^2/m)$

Armadura Positiva de Compressão $a_{sc} (cm^2/m)$ 0,00

Na direção y: $\beta_x \leq \beta_x \text{ max}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES

β_x 0,08 Domínio: 2

$x (cm)$ 0,73

Armadura Positiva de Tração $a_{st} (cm^2/m)$ 2,04 $\phi 5 \text{ c}/9 (2,18 \text{ cm}^2/m)$

Armadura Positiva de Compressão $a_{sc} (cm^2/m)$ 0,00

Fonte: Autor (2020)

Figura 87 – Resultados na aba DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR NEGATIVO para a laje L2 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO RELATÓRIO SOBRE

Dimensionamento armadura longitudinal

$\beta_{x\text{lim}} (2/3)$ 0,26 $\beta_{x\text{ max}}$ 0,45
 $\beta_{x\text{lim}} (3/4)$ 0,63 $as_{\text{min}} (cm^2/m)$ 1,65

Na direção x: β_x 0,22 Domínio: 2 $x (cm)$ 2,00 Diâmetro do aço de tração 6,3 mm Diâmetro do aço de compressão 5 mm

Na direção y: β_x 0,21 Domínio: 2 $x (cm)$ 1,95 Diâmetro do aço de tração 6,3 mm Diâmetro do aço de compressão 5 mm

Resultados

Na direção x: $\beta_x \leq \beta_{x\text{ max}}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES
 β_x 0,22 Domínio: 2 $x (cm)$ 2,00
 Armadura Negativa de Tração $ast (cm^2/m)$ 5,60 $\phi 6,3\text{ c}/5 (6,22\text{ cm}^2/m)$
 Armadura Negativa de Compressão $asc (cm^2/m)$ 0,00

Na direção y: $\beta_x \leq \beta_{x\text{ max}}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES
 β_x 0,21 Domínio: 2 $x (cm)$ 1,95
 Armadura Negativa de Tração $ast (cm^2/m)$ 5,45 $\phi 6,3\text{ c}/5 (6,22\text{ cm}^2/m)$
 Armadura Negativa de Compressão $asc (cm^2/m)$ 0,00

Fonte: Autor (2020)

Figura 88 – Resultados na aba DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR POSITIVO para a laje L3 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO

Dimensionamento armadura longitudinal

$\beta_{x\text{lim}} (2/3)$ 0,26 $\beta_{x\text{ max}}$ 0,45
 $\beta_{x\text{lim}} (3/4)$ 0,63 $as_{\text{min}} (cm^2/m)$ 1,77

Na direção x: β_x 0,09 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,88 Diâmetro do aço de tração 5 mm Diâmetro do aço de compressão 5 mm

Na direção y: β_x 0,08 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,75 Diâmetro do aço de tração 5 mm Diâmetro do aço de compressão 5 mm

CALCULAR

Resultados

Na direção x: $\beta_x \leq \beta_{x\text{ max}}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES
 β_x 0,09 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,88
 Armadura Positiva de Tração $ast (cm^2/m)$ 2,46 $\phi 5\text{ c}/7 (2,8\text{ cm}^2/m)$
 Armadura Positiva de Compressão $asc (cm^2/m)$ 0,00

Na direção y: $\beta_x \leq \beta_{x\text{ max}}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES
 β_x 0,08 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,75
 Armadura Positiva de Tração $ast (cm^2/m)$ 2,09 $\phi 5\text{ c}/9 (2,18\text{ cm}^2/m)$
 Armadura Positiva de Compressão $asc (cm^2/m)$ 0,00

Fonte: Autor (2020)

Figura 89 – Resultados na aba DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR NEGATIVO para a laje L3 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO RELATÓRIO SOBRE

Dimensionamento armadura longitudinal

$\beta_{x\text{lim}} (2/3)$ 0,26 $\beta_{x\text{ max}}$ 0,45
 $\beta_{x\text{lim}} (3/4)$ 0,63 $as_{min} (cm^2/m)$ 1,75

Na direção x: β_x 0,23 Domínio: 2 $x (cm)$ 2,33 Diâmetro do aço de tração 8 mm Diâmetro do aço de compressão 5 mm

Na direção y: β_x 0,21 Domínio: 2 $x (cm)$ 2,11 Diâmetro do aço de tração 6,3 mm Diâmetro do aço de compressão 5 mm

Resultados

Na direção x: $\beta_x \leq \beta_{x\text{ max}}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES
 β_x 0,23 Domínio: 2 $x (cm)$ 2,33
 Armadura Negativa de Tração $ast (cm^2/m)$ 6,50 $\phi 8\ c/7 (7,19\ cm^2/m)$
 Armadura Negativa de Compressão $asc (cm^2/m)$ 0,00

Na direção y: $\beta_x \leq \beta_{x\text{ max}}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES
 β_x 0,21 Domínio: 2 $x (cm)$ 2,11
 Armadura Negativa de Tração $ast (cm^2/m)$ 6,89 $\phi 6,3\ c/5 (6,22\ cm^2/m)$
 Armadura Negativa de Compressão $asc (cm^2/m)$ 0,00

Fonte: Autor (2020)

Figura 90 – Resultados na aba DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR POSITIVO para as regiões (I) e (III) da laje L4 do Exemplo 4

Laje armada em 1 direção

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENS

Dimensionamento

$\beta_{x\text{lim}} (2/3)$ 0,26 β_x 0,10 Diâmetro do aço da armadura principal de tração 5 mm $as_{min} (cm^2/m)$ 1,37
 $\beta_{x\text{lim}} (3/4)$ 0,63 $x (cm)$ 0,59 Diâmetro do aço da armadura de compressão 5 mm
 $\beta_{x\text{ max}}$ 0,45 Domínio: 2 Diâmetro do aço da armadura secundária 5 mm

CALCULAR

Resultados

$\beta_x \leq \beta_{x\text{ max}}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES
 β_x 0,10 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,59
 Armadura Principal Positiva de Tração $ast (cm^2/m)$ 1,66 $\phi 5\ c/11 (1,78\ cm^2/m)$
 Armadura Secundária Positiva de Tração $ast (cm^2/m)$ 0,90 $\phi 5\ c/21 (0,93\ cm^2/m)$
 Armadura Positiva de Compressão $asc (cm^2/m)$ 0,00

Fonte: Autor (2020)

Figura 91 – Resultados na aba DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR NEGATIVO para as regiões (I) e (III) da laje L4 do Exemplo 4

Laje armada em 1 direção

CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO

Dimensionamento

$\beta_{x\text{lim}} (2/3)$ 0,26 β_x 0,17 Diâmetro do aço da armadura negativa de tração 5 mm $as_{min} (cm^2/m)$ 1,37

$\beta_{x\text{lim}} (3/4)$ 0,63 $x (cm)$ 1,09 Diâmetro do aço da armadura negativa de compressão 5 mm

$\beta_x \text{ max}$ 0,45 Domínio: 2

Resultados

$\beta_x \leq \beta_x \text{ max}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES

β_x 0,17 Domínio: 2

$x (cm)$ 1,09

Armadura Negativa de Tração $ast (cm^2/m)$ 3,05 $\phi 5 \text{ c}/6 (3,27 \text{ cm}^2/m)$

Armadura Negativa de Compressão $asc (cm^2/m)$ 0,00

Fonte: Autor (2020)

Figura 92 – Resultados na aba DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR POSITIVO para a região (II) da laje L4 do Exemplo 4

Laje armada em 1 direção

CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO

Dimensionamento

$\beta_{x\text{lim}} (2/3)$ 0,26 β_x 0,13 Diâmetro do aço da armadura principal de tração 5 mm $as_{min} (cm^2/m)$ 1,37

$\beta_{x\text{lim}} (3/4)$ 0,63 $x (cm)$ 0,81 Diâmetro do aço da armadura de compressão 5 mm

$\beta_x \text{ max}$ 0,45 Domínio: 2 Diâmetro do aço da armadura secundária 5 mm

CALCULAR

Resultados

$\beta_x \leq \beta_x \text{ max}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES

β_x 0,13 Domínio: 2

$x (cm)$ 0,81

Armadura Principal Positiva de Tração $ast (cm^2/m)$ 2,27 $\phi 5 \text{ c}/8 (2,45 \text{ cm}^2/m)$

Armadura Secundária Positiva de Tração $asc (cm^2/m)$ 0,90 $\phi 5 \text{ c}/21 (0,93 \text{ cm}^2/m)$

Armadura Positiva de Compressão $asc (cm^2/m)$ 0,00

Fonte: Autor (2020)

Figura 93 – Resultados na aba DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR NEGATIVO para a região (II) da laje L4 do Exemplo 4

Laje armada em 1 direção

CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO

Dimensionamento

$\beta_{x\text{lim}} (2/3)$ 0,26 β_x 0,25 Diâmetro do aço da armadura negativa de tração 6,3 mm $as_{min} (cm^2/m)$ 1,38
 $\beta_{x\text{lim}} (3/4)$ 0,63 $x (cm)$ 1,54 Diâmetro do aço da armadura negativa de compressão 5 mm
 $\beta_x \text{ max}$ 0,45 Domínio: 2

Resultados

$\beta_x \leq \beta_x \text{ max}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES

β_x 0,25 Domínio: 2
 $x (cm)$ 1,54

Armadura Negativa de Tração $ast (cm^2/m)$ 4,30 $\phi 6,3 \text{ c}/7 (4,44 \text{ cm}^2/m)$
 Armadura Negativa de Compressão $asc (cm^2/m)$ 0,00

Fonte: Autor (2020)

Figura 94 – Resultados na aba DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR POSITIVO para a laje L5 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO

Dimensionamento armadura longitudinal

$\beta_{x\text{lim}} (2/3)$ 0,26 $\beta_x \text{ max}$ 0,45
 $\beta_{x\text{lim}} (3/4)$ 0,63 $as_{min} (cm^2/m)$ 1,51 **CALCULAR**

Na direção x: β_x 0,08 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,56 Diâmetro do aço de tração 5 mm Diâmetro do aço de compressão 5 mm
 Na direção y: β_x 0,09 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,60 Diâmetro do aço de tração 5 mm Diâmetro do aço de compressão 5 mm

Resultados

Na direção x: $\beta_x \leq \beta_x \text{ max}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES
 β_x 0,08 Domínio: 2
 $x (cm)$ 0,56
 Armadura Positiva de Tração $ast (cm^2/m)$ 1,56 $\phi 5 \text{ c}/12 (1,63 \text{ cm}^2/m)$
 Armadura Positiva de Compressão $asc (cm^2/m)$ 0,00

Na direção y: $\beta_x \leq \beta_x \text{ max}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES
 β_x 0,09 Domínio: 2
 $x (cm)$ 0,60
 Armadura Positiva de Tração $ast (cm^2/m)$ 1,69 $\phi 5 \text{ c}/11 (1,78 \text{ cm}^2/m)$
 Armadura Positiva de Compressão $asc (cm^2/m)$ 0,00

Fonte: Autor (2020)

Figura 95 – Resultados na aba DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR NEGATIVO para a laje L5 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

CARGAS ATUANTES | SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS | DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO | DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO | RELATÓRIO | SOBRE

Dimensionamento armadura longitudinal

$\beta_{x\text{lim}} (2/3)$ 0,26 $\beta_{x\text{ max}}$ 0,45
 $\beta_{x\text{lim}} (3/4)$ 0,63 $a_{s\text{min}} (cm^2/m)$ 1,47

Na direção x: β_x 0,21 Domínio: 2 $x (cm)$ 1,53
 Diâmetro do aço de tração 6,3 mm
 Diâmetro do aço de compressão 5 mm

Na direção y: β_x 0,21 Domínio: 2 $x (cm)$ 1,53
 Diâmetro do aço de tração 6,3 mm
 Diâmetro do aço de compressão 5 mm

Resultados

Na direção x: $\beta_x \leq \beta_{x\text{ max}}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES
 β_x 0,21 Domínio: 2 $x (cm)$ 1,53
 Armadura Negativa de Tração $a_{st} (cm^2/m)$ 4,26 $\phi 6,3 \text{ c/7 (4,44 } cm^2/m)$
 Armadura Negativa de Compressão $a_{sc} (cm^2/m)$ 0,00

Na direção y: $\beta_x \leq \beta_{x\text{ max}}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES
 β_x 0,21 Domínio: 2 $x (cm)$ 1,53
 Armadura Negativa de Tração $a_{st} (cm^2/m)$ 4,26 $\phi 6,3 \text{ c/7 (4,44 } cm^2/m)$
 Armadura Negativa de Compressão $a_{sc} (cm^2/m)$ 0,00

Fonte: Autor (2020)

Figura 96 – Resultados na aba DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR POSITIVO para a laje L6 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS | CARGAS ATUANTES | SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS | DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO | DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO

Dimensionamento armadura longitudinal

$\beta_{x\text{lim}} (2/3)$ 0,26 $\beta_{x\text{ max}}$ 0,45
 $\beta_{x\text{lim}} (3/4)$ 0,63 $a_{s\text{min}} (cm^2/m)$ 1,36

Na direção x: β_x 0,07 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,38
 Diâmetro do aço de tração 5 mm
 Diâmetro do aço de compressão 5 mm

Na direção y: β_x 0,02 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,10
 Diâmetro do aço de tração 5 mm
 Diâmetro do aço de compressão 5 mm

CALCULAR

Resultados

Na direção x: $\beta_x \leq \beta_{x\text{ max}}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES
 β_x 0,07 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,38
 Armadura Positiva de Tração $a_{st} (cm^2/m)$ 1,36 $\phi 5 \text{ c/14 (1,4 } cm^2/m)$
 Armadura Positiva de Compressão $a_{sc} (cm^2/m)$ 0,00

Na direção y: $\beta_x \leq \beta_{x\text{ max}}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES
 β_x 0,02 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,10
 Armadura Positiva de Tração $a_{st} (cm^2/m)$ 1,36 $\phi 5 \text{ c/14 (1,4 } cm^2/m)$
 Armadura Positiva de Compressão $a_{sc} (cm^2/m)$ 0,00

Fonte: Autor (2020)

Figura 97 – Resultados na aba DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR NEGATIVO para a laje L6 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO RELATÓRIO SOBRE

Dimensionamento armadura longitudinal

β_{xlim} (2/3) 0,26 $\beta_{x max}$ 0,45
 β_{xlim} (3/4) 0,63 $asmin$ (cm²/m) 1,29

Na direção x: β_x 0,15 Domínio: 2 x (cm) 0,81
 Diâmetro do aço de tração 5 mm
 Diâmetro do aço de compressão 5 mm

Na direção y: β_x 0,11 Domínio: 2 x (cm) 0,55
 Diâmetro do aço de tração 5 mm
 Diâmetro do aço de compressão 5 mm

Resultados

Na direção x: $\beta_x \leq \beta_{x max}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES
 β_x 0,15 Domínio: 2 x (cm) 0,81
 Armadura Negativa de Tração ast (cm²/m) 2,27 $\phi 5 c/8$ (2,45 cm²/m)
 Armadura Negativa de Compressão asc (cm²/m) 0,00

Na direção y: $\beta_x \leq \beta_{x max}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES
 β_x 0,11 Domínio: 2 x (cm) 0,55
 Armadura Negativa de Tração ast (cm²/m) 1,54 $\phi 5 c/12$ (1,63 cm²/m)
 Armadura Negativa de Compressão asc (cm²/m) 0,00

Fonte: Autor (2020)

Figura 98 – Resultados na aba DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR POSITIVO para a laje L7 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO

Dimensionamento armadura longitudinal

β_{xlim} (2/3) 0,26 $\beta_{x max}$ 0,45
 β_{xlim} (3/4) 0,63 $asmin$ (cm²/m) 1,51

Na direção x: β_x 0,07 Domínio: 2 x (cm) 0,50
 Diâmetro do aço de tração 5 mm
 Diâmetro do aço de compressão 5 mm

Na direção y: β_x 0,06 Domínio: 2 x (cm) 0,43
 Diâmetro do aço de tração 5 mm
 Diâmetro do aço de compressão 5 mm

CALCULAR

Resultados

Na direção x: $\beta_x \leq \beta_{x max}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES
 β_x 0,07 Domínio: 2 x (cm) 0,50
 Armadura Positiva de Tração ast (cm²/m) 1,51 $\phi 5 c/13$ (1,51 cm²/m)
 Armadura Positiva de Compressão asc (cm²/m) 0,00

Na direção y: $\beta_x \leq \beta_{x max}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES
 β_x 0,06 Domínio: 2 x (cm) 0,43
 Armadura Positiva de Tração ast (cm²/m) 1,51 $\phi 5 c/13$ (1,51 cm²/m)
 Armadura Positiva de Compressão asc (cm²/m) 0,00

Fonte: Autor (2020)

Figura 99 – Resultados na aba DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR NEGATIVO para a laje L7 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO RELATÓRIO SOBRE

Dimensionamento armadura longitudinal

$\beta_{x\text{lim}} (2/3)$ 0,26 $\beta_{x\text{ max}}$ 0,45
 $\beta_{x\text{lim}} (3/4)$ 0,63 $as_{\text{min}} (cm^2/m)$ 1,46

Na direção x: β_x 0,20 Domínio: 2 $x (cm)$ 1,43 Diâmetro do aço de tração 6,3 mm Diâmetro do aço de compressão 5 mm

Na direção y: β_x 0,16 Domínio: 2 $x (cm)$ 1,17 Diâmetro do aço de tração 5 mm Diâmetro do aço de compressão 5 mm

Resultados

Na direção x: $\beta_x \leq \beta_{x\text{ max}}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES β_x 0,20 Domínio: 2 $x (cm)$ 1,43 Armadura Negativa de Tração $ast (cm^2/m)$ 3,99 $\phi 6,3 c/7 (4,44 cm^2/m)$ Armadura Negativa de Compressão $asc (cm^2/m)$ 0,00

Na direção y: $\beta_x \leq \beta_{x\text{ max}}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES β_x 0,16 Domínio: 2 $x (cm)$ 1,17 Armadura Negativa de Tração $ast (cm^2/m)$ 3,28 $\phi 5 c/5 (3,92 cm^2/m)$ Armadura Negativa de Compressão $asc (cm^2/m)$ 0,00

Fonte: Autor (2020)

Figura 100 – Resultados na aba DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR POSITIVO para a laje L8 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO

Dimensionamento armadura longitudinal

$\beta_{x\text{lim}} (2/3)$ 0,26 $\beta_{x\text{ max}}$ 0,45
 $\beta_{x\text{lim}} (3/4)$ 0,63 $as_{\text{min}} (cm^2/m)$ 1,43

Na direção x: β_x 0,07 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,45 Diâmetro do aço de tração 5 mm Diâmetro do aço de compressão 5 mm

Na direção y: β_x 0,04 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,22 Diâmetro do aço de tração 5 mm Diâmetro do aço de compressão 5 mm

CALCULAR

Resultados

Na direção x: $\beta_x \leq \beta_{x\text{ max}}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES β_x 0,07 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,45 Armadura Positiva de Tração $ast (cm^2/m)$ 1,43 $\phi 5 c/13 (1,51 cm^2/m)$ Armadura Positiva de Compressão $asc (cm^2/m)$ 0,00

Na direção y: $\beta_x \leq \beta_{x\text{ max}}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES β_x 0,04 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,22 Armadura Positiva de Tração $ast (cm^2/m)$ 1,43 $\phi 5 c/13 (1,51 cm^2/m)$ Armadura Positiva de Compressão $asc (cm^2/m)$ 0,00

Fonte: Autor (2020)

Figura 101 – Resultados na aba DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR NEGATIVO para a laje L8 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO RELATÓRIO SOBRE

Dimensionamento armadura longitudinal

$\beta_{x\text{lim}} (2/3)$ 0,26 $\beta_{x\text{ max}}$ 0,45
 $\beta_{x\text{lim}} (3/4)$ 0,63 $as_{min} (cm^2/m)$ 1,37

Na direção x: β_x 0,16 Domínio: 2 $x (cm)$ 1,00 Diâmetro do aço de tração 5 mm Diâmetro do aço de compressão 5 mm

Na direção y: β_x 0,12 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,77 Diâmetro do aço de tração 5 mm Diâmetro do aço de compressão 5 mm

Resultados

Na direção x: $\beta_x \leq \beta_{x\text{ max}}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES β_x 0,16 Domínio: 2 $x (cm)$ 1,00

Armadura Negativa de Tração $ast (cm^2/m)$ 2,79 $\phi 5 c/7 (2,8 cm^2/m)$

Armadura Negativa de Compressão $asc (cm^2/m)$ 0,00

Na direção y: $\beta_x \leq \beta_{x\text{ max}}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES β_x 0,12 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,77

Armadura Negativa de Tração $ast (cm^2/m)$ 2,15 $\phi 5 c/9 (2,18 cm^2/m)$

Armadura Negativa de Compressão $asc (cm^2/m)$ 0,00

Fonte: Autor (2020)

Figura 102 – Resultados na aba DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR POSITIVO para a laje L9 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO

Dimensionamento armadura longitudinal

$\beta_{x\text{lim}} (2/3)$ 0,26 $\beta_{x\text{ max}}$ 0,45
 $\beta_{x\text{lim}} (3/4)$ 0,63 $as_{min} (cm^2/m)$ 1,36

Na direção x: β_x 0,07 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,38 Diâmetro do aço de tração 5 mm Diâmetro do aço de compressão 5 mm

Na direção y: β_x 0,06 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,27 Diâmetro do aço de tração 5 mm Diâmetro do aço de compressão 5 mm

CALCULAR

Resultados

Na direção x: $\beta_x \leq \beta_{x\text{ max}}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES β_x 0,07 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,38

Armadura Positiva de Tração $ast (cm^2/m)$ 1,36 $\phi 5 c/14 (1,4 cm^2/m)$

Armadura Positiva de Compressão $asc (cm^2/m)$ 0,00

Na direção y: $\beta_x \leq \beta_{x\text{ max}}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES β_x 0,06 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,27

Armadura Positiva de Tração $ast (cm^2/m)$ 1,36 $\phi 5 c/14 (1,4 cm^2/m)$

Armadura Positiva de Compressão $asc (cm^2/m)$ 0,00

Fonte: Autor (2020)

Figura 103 – Resultados na aba DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR NEGATIVO para a laje L9 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO RELATÓRIO SOBRE

Dimensionamento armadura longitudinal

$\beta_{x\text{lim}} (2/3)$ 0,26 $\beta_{x\text{ max}}$ 0,45
 $\beta_{x\text{lim}} (3/4)$ 0,63 $as_{min} (cm^2/m)$ 1,29

Na direção x: β_x 0,18 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,94 Diâmetro do aço de tração 5 mm Diâmetro do aço de compressão 5 mm

Na direção y: β_x 0,15 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,77 Diâmetro do aço de tração 5 mm Diâmetro do aço de compressão 5 mm

Resultados

Na direção x: $\beta_x \leq \beta_{x\text{ max}}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES β_x 0,18 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,94 Armadura Negativa de Tração $ast (cm^2/m)$ 2,62 $\phi 5 c/7 (2,8 cm^2/m)$ Armadura Negativa de Compressão $asc (cm^2/m)$ 0,00

Na direção y: $\beta_x \leq \beta_{x\text{ max}}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES β_x 0,15 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,77 Armadura Negativa de Tração $ast (cm^2/m)$ 2,14 $\phi 5 c/9 (2,18 cm^2/m)$ Armadura Negativa de Compressão $asc (cm^2/m)$ 0,00

Fonte: Autor (2020)

Figura 104 – Resultados na aba DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR POSITIVO para a laje L10 do Exemplo 4

Laje armada em 2 direções

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS CARGAS ATUANTES SOLICITAÇÕES E RESISTÊNCIAS DIMENSIONAMENTO MOMENTO POSITIVO DIMENSIONAMENTO MOMENTO NEGATIVO

Dimensionamento armadura longitudinal

$\beta_{x\text{lim}} (2/3)$ 0,26 $\beta_{x\text{ max}}$ 0,45
 $\beta_{x\text{lim}} (3/4)$ 0,63 $as_{min} (cm^2/m)$ 1,43

Na direção x: β_x 0,05 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,32 Diâmetro do aço de tração 5 mm Diâmetro do aço de compressão 5 mm

Na direção y: β_x 0,03 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,20 Diâmetro do aço de tração 5 mm Diâmetro do aço de compressão 5 mm

CALCULAR

Resultados

Na direção x: $\beta_x \leq \beta_{x\text{ max}}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES β_x 0,05 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,32 Armadura Positiva de Tração $ast (cm^2/m)$ 1,43 $\phi 5 c/13 (1,51 cm^2/m)$ Armadura Positiva de Compressão $asc (cm^2/m)$ 0,00

Na direção y: $\beta_x \leq \beta_{x\text{ max}}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES β_x 0,03 Domínio: 2 $x (cm)$ 0,20 Armadura Positiva de Tração $ast (cm^2/m)$ 1,43 $\phi 5 c/13 (1,51 cm^2/m)$ Armadura Positiva de Compressão $asc (cm^2/m)$ 0,00

Fonte: Autor (2020)

Figura 105 – Resultados na aba DIMENSIONAMENTO MOMENTO FLETOR NEGATIVO para a laje L10 do Exemplo 4

The screenshot shows a software interface for slab reinforcement design. The window title is "Laje armada em 2 direções". The interface is divided into several sections:

- Dimensionamento armadura longitudinal:**
 - $\beta_{x\text{lim}} (2/3)$: 0,26; $\beta_{x\text{max}}$: 0,45
 - $\beta_{x\text{lim}} (3/4)$: 0,63; $a_{s\text{min}} (\text{cm}^2/\text{m})$: 1,37
 - Na direção x: β_x : 0,12; Domínio: 2; x (cm): 0,75
 - Na direção y: β_x : 0,10; Domínio: 2; x (cm): 0,60
 - Diâmetro do aço de tração: 5 mm
 - Diâmetro do aço de compressão: 5 mm
- Resultados:**
 - Na direção x: $\beta_x \leq \beta_{x\text{max}}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES; β_x : 0,12; Domínio: 2; x (cm): 0,75
 - Na direção y: $\beta_x \leq \beta_{x\text{max}}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES; β_x : 0,10; Domínio: 2; x (cm): 0,60
 - Armadura Negativa de Tração: $a_{st} (\text{cm}^2/\text{m})$: 2,09; $\phi 5 \text{ c/9}$ (2,18 cm^2/m)
 - Armadura Negativa de Compressão: $a_{sc} (\text{cm}^2/\text{m})$: 0,00
 - Armadura Negativa de Tração: $a_{st} (\text{cm}^2/\text{m})$: 1,69; $\phi 5 \text{ c/11}$ (1,78 cm^2/m)
 - Armadura Negativa de Compressão: $a_{sc} (\text{cm}^2/\text{m})$: 0,00

Fonte: Autor (2020)

A Tabela 21 mostra os resultados encontrados pelo programa para as áreas de aço de cada laje do Exemplo 4, levando em consideração a área de aço mínima, sendo esta o maior valor entre a taxa de armadura mínima e a armadura determinada através do momento mínimo, conforme item 17.3.5.2.1 da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014).

Tabela 21 - Resultados obtidos pelo programa para as áreas de aço das lajes do Exemplo 4

Lajes	Momento fletor positivo		Momento fletor negativo	
	$a_{stx} (\text{cm}^2/\text{m})$	$a_{sty} (\text{cm}^2/\text{m})$	$a_{stx} (\text{cm}^2/\text{m})$	$a_{sty} (\text{cm}^2/\text{m})$
L1	1,65 ⁽¹⁾	0,90 ⁽²⁾	7,88	-
L2	2,06	2,04	5,60	5,45
L3	2,46	2,09	6,50	5,89
L4	1,66	0,90 ⁽²⁾	3,05	-
	2,27	0,90 ⁽²⁾	4,30	-
L5	1,56	1,69	4,26	4,26
L6	1,36 ⁽¹⁾	1,36 ⁽¹⁾	2,27	1,54

L7	1,51 ⁽¹⁾	1,51 ⁽¹⁾	3,99	3,28
L8	1,43 ⁽¹⁾	1,43 ⁽¹⁾	2,79	2,15
L9	1,36 ⁽¹⁾	1,36 ⁽¹⁾	2,62	2,14
L10	1,43 ⁽¹⁾	1,43 ⁽¹⁾	2,09	1,69

Fonte: Autor (2020)

(1) área de armadura mínima;

(2) armadura secundária para lajes armadas em 2 direções.

A Tabela 22 mostra os resultados obtidos por Bastos (2015) para o cálculo da área de aço das lajes do Exemplo 4, levando em consideração a área de aço mínima, sendo esta calculada apenas através da taxa de armadura mínima.

Tabela 22 - Resultados obtidos por Bastos (2015) para as áreas de aço das lajes do Exemplo 4

Lajes	Momento fletor positivo		Momento fletor negativo	
	a_{stx} (cm ² /m)	a_{sty} (cm ² /m)	a_{stx} (cm ² /m)	a_{sty} (cm ² /m)
L1	-	-	4,73	-
L2	2,10	1,91	5,24	5,07
L3	2,31	1,93	5,66	5,30
L4	1,61	-	2,65	-
	2,12	-	3,65	-
L5	1,48	1,48	3,67	3,67
L6	0,99	0,80 ⁽¹⁾	1,89	1,31
L7	1,32	1,03	3,52	2,82
L8	1,20	0,90 ⁽¹⁾	2,39	1,87
L9	0,93	0,80 ⁽¹⁾	2,01	1,68
L10	0,90 ⁽¹⁾	0,90 ⁽¹⁾	1,86	1,52

Fonte: Bastos (2015)

(1) área de armadura mínima.

Por fim, a Tabela 23 mostra as diferenças das áreas de aço encontradas pelo programa e por Bastos 2015.

Tabela 23 - Diferença dos resultados obtidos pelo programa e por Bastos (2015) para a área de aço das lajes do Exemplo 4

Lajes	Momento fletor positivo		Momento fletor negativo	
	a_{stx} (%)	a_{sty} (%)	a_{stx} (%)	a_{sty} (%)
L1	-	-	66,60 ⁽¹⁾	-
L2	1,90	6,81	6,87	7,50
L3	6,49	8,29	14,84	11,13
L4	3,11	-	15,09	-
	7,08	-	17,81	-
L5	5,41	14,19	16,08	16,08
L6	37,37 ⁽²⁾	70,00 ⁽²⁾	20,11	17,56
L7	14,39 ⁽²⁾	46,60 ⁽²⁾	13,35	3,28
L8	19,17 ⁽²⁾	58,89 ⁽²⁾	16,74	14,97
L9	46,24 ⁽²⁾	70,00 ⁽²⁾	30,35	27,38
L10	58,89 ⁽²⁾	58,89 ⁽²⁾	12,37	11,18

Fonte: Autor (2020)

- (1) A grande discrepância dos resultados obtidos por Bastos (2015) e pelo programa para as áreas de aço da laje L1, deve-se ao coeficiente adicional para cálculo das ações de lajes em balanço com espessura menor que 19 cm, adotado pelo programa, de acordo com a Tabela 13.2 da NBR 6118:2014, como já explicado anteriormente.
- (2) Como o método adotado por Bastos (2015) e pelo programa são diferentes para o cálculo da área de aço mínima, isso ocasionou um percentual de erro maior para as lajes nas quais foi necessário adotar a área de aço mínima.

5. CONCLUSÃO

As lajes são os primeiros elementos a serem dimensionados, pois recebem diretamente as cargas atuantes em uma edificação e distribuem para as vigas, pilares e fundações, portanto, seu cálculo deve ser bem feito e de acordo com as normas vigentes, logo, entender como esse processo funciona é fundamental para qualquer estudante de engenharia civil.

Através da verificação dos resultados, o software demonstrou-se satisfatório no dimensionamento de lajes, uma vez que apresentou margem de erro entre 0,00% e 30,35%. Essa margem de erro é justificada uma vez que cada autor adota um método de cálculo diferente.

Dimensionar estruturas é uma das maiores dificuldades dos estudantes e qualquer ferramenta que vise simplificar esse processo é bem vinda. Facilitar o processo de aprendizagem é um trabalho constante e infundável, portanto, é necessário diversificar e utilizar todos os meios possíveis e imagináveis a fim de atingir essa meta. Os softwares são ótimas opções e cumprem de forma satisfatória esse objetivo. Os *IDEs* são fáceis de usar e seu uso deve ser incentivado, pois, com isso, além de usufruírem dos programas já disponíveis, os estudantes podem criar novos conforme sua necessidade.

REFERÊNCIAS

BRANCHIER, Henrique Scalcon. **Contribuições dos softwares na aprendizagem de análise e cálculo de elementos estruturais**. 2017. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade do Vale do Taquari, Lajeado, 2017.

AZEVEDO, Álvaro F. M. A utilização de software comercial no ensino universitário. In: Congresso Nacional de Mecânica Aplicada e Computacional, 6., 2000, Aveiro. Universidade de Aveiro, 2000.

MODLER, Luís Eduardo Azevedo. Desenvolvimento de rotinas computacionais para solução de problemas relacionados à engenharia civil. In: Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, 33., 2005, Campina Grande. Campina Grande, 2005.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118:2014 Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6120:1980 Cargas para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro: ABNT, 1980.

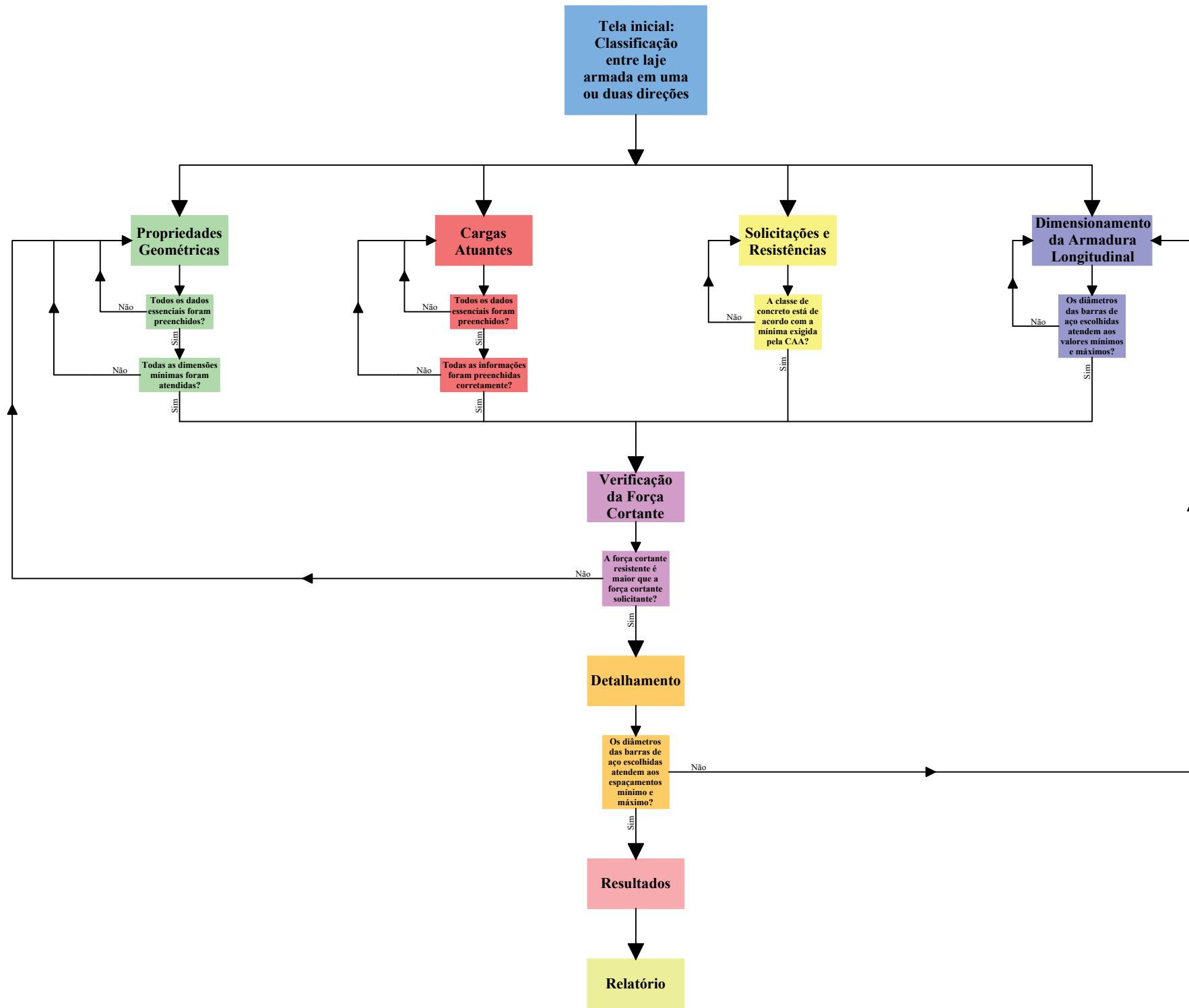
PINHEIRO, L. M. Concreto armado: tabelas e ábacos. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, Departamento de Engenharia de Estruturas, 1994.

CARVALHO, Roberto Chust. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo NBR 6118:2003** / Roberto Chust Carvalho, Jasson Rodrigues de Figueiredo Filho. – 3.ed. – São Carlos: EdUFSCar, 2007. 368p.

DELALIBERA, Rodrigo Gustavo. **Tabela 5 – Área da seção transversal de barras por metro de largura**. 2014. Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2014.

ARAÚJO, José Milton de. **Curso de concreto armado**. Rio Grande: Dunas, 2010. v.2, 3.ed.

BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. Lajes de concreto. 2015. Notas de aula – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2015.



APÊNDICE B

**EXEMPLO DE RELATÓRIO ELABORADO PELO
SOFTWARE PARA LAJES ARMADAS EM UMA
DIREÇÃO**

DADOS INICIAIS

Classe de Agressividade Ambiental (CAA) : Classe II (NBR 6118:2014 6.4.2)

Tipo de laje: Laje de piso não em balanço (NBR 6118:2014 13.2.4.1)

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS

h (cm) = 10	Espessura da laje
bw (cm) = 100	Largura da seção (imposto 100 cm, a fim de calcular a área de armadura por metro de laje)
$L0x$ (cm) = 100	Distância entre as faces de dois apoios consecutivos na direção do menor vão
$L0y$ (cm) = 250	Distância entre as faces de dois apoios consecutivos na direção do maior vão
c (cm) = 2,5	Cobrimento nominal
d (cm) = 7,25	Altura útil
d' (cm) = 2,75	Altura útil do aço em compressão

1º PASSO: DETERMINAR O VÃO EFETIVO (L_x e L_y) (NBR 6118:2014 14.6.2.4)

$$L_x = L0x + a1x + a2x$$

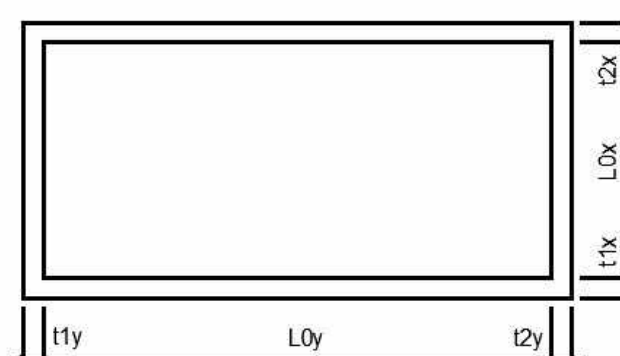
$$L_y = L0y + a1y + a2y$$

$$a1x \leq t1x/2 \text{ e } a1x \leq 0,3h$$

$$a1y \leq t1y/2 \text{ e } a1y \leq 0,3h$$

$$a2x \leq t2x/2 \text{ e } a2x \leq 0,3h$$

$$a2y \leq t2y/2 \text{ e } a1y \leq 0,3h$$



$$t1x \text{ (cm)} = 15$$

$$t1y \text{ (cm)} = 15$$

$$t2x \text{ (cm)} = 15$$

$$t2y \text{ (cm)} = 15$$

$$a1x \text{ (cm)} = 3,00$$

$$a1y \text{ (cm)} = 3,00$$

$$a2x \text{ (cm)} = 3,00$$

$$a2y \text{ (cm)} = 3,00$$

$$L_x \text{ (cm)} = 106,00$$

$$L_y \text{ (cm)} = 256,00$$

2º PASSO: CÁLCULO DA RELAÇÃO L_y/L_x

$$L_y/L_x = 2,42$$

CARGAS ATUANTES**3º PASSO : CÁLCULO DAS CARGAS ATUANTES NA LAJE**

CARGAS PERMANENTES (G) (NBR 6120:1980 2.1)

Peso próprio:

$$G_{pp} = \gamma_{conc} \cdot h$$

G_{pp} = carga distribuída devido ao peso próprio da laje

γ_{conc} = peso específico do concreto armado (25 kN/m³)

$$G_{pp} \text{ (kN/m}^2\text{)} = 2,50$$

Piso:

G_{piso} = carga distribuída devido ao peso do piso

$$G_{piso} \text{ (kN/m}^2\text{)} = 1$$

Contrapiso:

$$G_{contr} = \gamma_{contr} \cdot e_{contr}$$

G_{contr} = carga distribuída devido ao peso do contrapiso

γ_{contr} = peso específico da camada de contrapiso

e_{contr} = espessura do contrapiso

Argamassa do contrapiso: cimento e areia

$$G_{contr} \text{ (kN/m}^2\text{)} = 0,42$$

Revestimento de teto:

$$G_{rev.teto} = \gamma_{rev.teto} \cdot e_{rev.teto}$$

$G_{rev.teto}$ = carga distribuída devido ao peso do revestimento de teto

$\gamma_{rev.teto}$ = peso específico da camada de revestimento de teto

$e_{rev.teto}$ = espessura do revestimento de teto

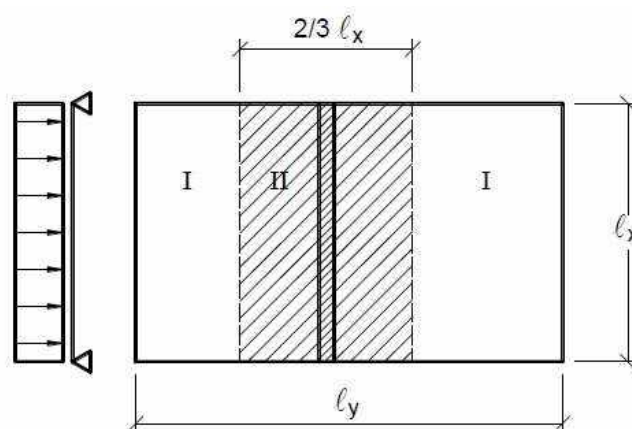
Argamassa do revestimento de teto: cal, cimento e areia

$$G_{rev.teto} \text{ (kN/m}^2\text{)} = 0,38$$

Paredes paralelas à direção do vão principal (L_x):

Nesse caso, deve-se considerar a carga da parede distribuída numa área adjacente à parede de largura igual a 2/3 de L_x .

(Bastos 2015)



$$G_{par} = P_{par} / (Lx \cdot 2/3Lx) = 3P_{par} / (2Lx^2) = 3(\gamma_{par} \cdot h_{par} \cdot L_{par}) / (2Lx^2)$$

G_{par} = carga distribuída devido ao peso das paredes

P_{par} = soma dos pesos das paredes paralelas ao vão principal que descarregam na laje

γ_{par} = peso específico por metro quadrado de parede

h_{par} = altura da parede

L_{par} = soma dos comprimentos de todas as paredes na direção paralela ao vão principal que descarregam na laje

$$\gamma_{par} = \gamma_{alv} \cdot e_{alv} + \gamma_{rev} \cdot e_{rev} \cdot 2$$

γ_{alv} = peso específico da alvenaria

e_{alv} = espessura da alvenaria

γ_{rev} = peso específico da argamassa de revestimento

e_{rev} = espessura da camada de revestimento

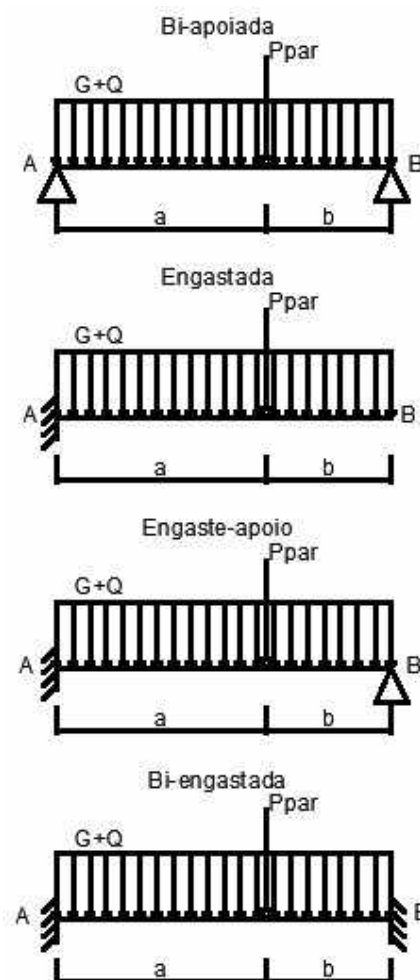
Tijolos: cerâmicos furados

Argamassa de revestimento: cal, cimento e areia

$$G_{par} \text{ (kN/m}^2\text{)} = 9,42$$

Paredes perpendiculares à direção do vão principal (Lx):

Nesse caso, deve-se considerar a carga da parede como uma força concentrada na viga que representa a laje, de largura $b_w=1m$. (Bastos 2015)



$$P_{par} = \gamma_{par} \cdot h_{par}$$

P_{par} = soma dos pesos das paredes perpendiculares ao vão principal que descarregam na laje

γ_{par} = peso específico por metro quadrado de parede

h_{par} = altura da parede

a = distância da força P_{par} até a extremidade A da viga que representa a laje

b = distância da força P_{par} até a extremidade B da viga que representa a laje

Tijolos: cerâmicos furados

Argamassa de revestimento: cal, cimento e areia

$$P_{par} \text{ (kN/m)} = 7,06$$

Outros carregamentos permanentes distribuídos:

G outros = carga distribuída devido ao peso de outros tipos de carregamentos

$$G \text{ outros (kN/m}^2\text{)} = 0$$

CARGAS ACIDENTAIS (Q) (NBR 6120:1980 2.2)

Local: Sala

$$Q \text{ (kN/m}^2\text{)} = 1,50$$

4º PASSO: DETERMINAR O TIPO DE LAJE DE ACORDO COM AS VINCULAÇÕES DE SUAS BORDAS

Laje: Engaste-apoio

SOLICITAÇÕES

5º PASSO: CÁLCULO DOS MOMENTOS FLETORES SOLICITANTES

MOMENTOS FLETORES CARACTERÍSTICOS

Para o cálculo dos momentos fletores solicitantes característicos considera-se a viga que representa a laje, de comprimento igual a L_x e largura b_w igual a 1 m. Para cada tipo de carregamento, distribuído, concentrado ou uma combinação dos dois, e para cada tipo de condição de apoio, existe um cálculo diferente. O momento solicitante característico é igual ao momento máximo resultante das cargas atuantes.

$$M_{gk} \text{ (kNm/m)} = 1,41$$

$$M'_{gk} \text{ (kNm/m)} = 3,23$$

$$M_{qk} \text{ (kNm/m)} = 0,12$$

$$M'_{qk} \text{ (kNm/m)} = 0,21$$

M_{gk} = momento característico máximo positivo devido ao carregamento permanente

M'_{gk} = momento característico máximo negativo devido ao carregamento permanente

M_{qk} = momento característico máximo positivo devido ao carregamento acidental

M'_{qk} = momento característico máximo negativo devido ao carregamento acidental

MOMENTOS FLETORES DE CÁLCULO

$$M_{sd} = M_{sk} \cdot \gamma_f$$

M_{sd} = momento solicitante de cálculo

γ_f = coeficiente de ponderação das ações (NBR 6118:2014 11.7.1)

Na direção x:

$$M_{gd} \text{ (kNm/m)} = 1,97$$

$$M'_{gd} \text{ (kNm/m)} = 4,52$$

$$M_{qd} \text{ (kNm/m)} = 0,17$$

$$M'_{qd} \text{ (kNm/m)} = 0,29$$

M_{gd} = momento de cálculo máximo positivo devido ao carregamento permanente
M'_{gd} = momento de cálculo máximo negativo devido ao carregamento permanente
M_{qd} = momento de cálculo máximo positivo devido ao carregamento accidental
M'_{qd} = momento de cálculo máximo negativo devido ao carregamento accidental

6º PASSO: CÁLCULO DAS FORÇAS CORTANTES SOLICITANTES

FORÇAS CORTANTES CARACTERÍSTICAS

A força cortante solicitante característica é igual a força cortante máxima resultante das cargas atuantes.

$$V_{gk} \text{ (kN/m)} = 15,38$$

$$V_{qk} \text{ (kN/m)} = 0,99$$

V_{gk} = força cortante característica máxima devido ao carregamento permanente
V_{qk} = força cortante característica máxima devido ao carregamento accidental

FORÇAS CORTANTES SOLICITANTES DE CÁLCULO

$$V_{sd} = V_{sk} \cdot \gamma_f$$

$$V_{gd} \text{ (kN/m)} = 21,53$$

$$V_{qd} \text{ (kN/m)} = 1,39$$

V_{gd} = força cortante de cálculo máxima devido ao carregamento permanente
V_{qd} = força cortante de cálculo máxima devido ao carregamento accidental

RESISTÊNCIAS

7º PASSO: CÁLCULO DAS RESISTÊNCIAS DO CONCRETO E DO AÇO

CONCRETO

f_{ck} = resistência à compressão do concreto aos 28 dias de idade em diante

Concreto: C25

$$f_{ck} \text{ (MPa)} = 25$$

f_{cd} = resistência à compressão de cálculo do concreto aos 28 dias de idade em diante

$$f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$$

γ_c = coeficiente de ponderação da resistência do concreto (NBR 6118:2014 12.4.1)

$$f_{cd} \text{ (MPa)} = 17,86$$

AÇO

f_{yk} = resistência ao escoamento do aço

Aço: CA-50

$$f_{yk} \text{ (MPa)} = 500$$

f_{yd} = resistência ao escoamento do aço de cálculo

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$$

γ_s = coeficiente de ponderação da resistência do aço (NBR 6118:2014 12.4.1)

$$f_{yd} \text{ (MPa)} = 434,78$$

DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA

a) A distribuição de tensões no concreto é feita de acordo com o diagrama parábola-retângulo, com tensão de pico igual a $0,85 f_{cd}$. Esse diagrama pode ser substituído pelo retângulo de profundidade $y = \lambda x$, onde o valor do parâmetro λ pode ser tomado igual a:

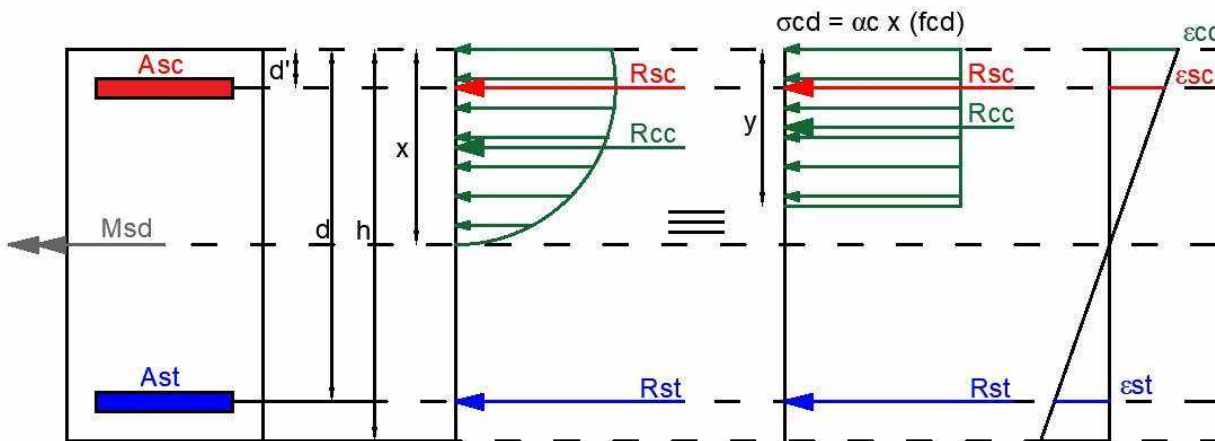
- $\lambda = 0,8$, para $f_{ck} \leq 50$ MPa; ou
- $\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400$, para $f_{ck} > 50$ MPa.

e onde a tensão constante atuante até a profundidade y pode ser tomada igual a:

- $\alpha_c f_{cd}$, no caso da largura da seção, medida paralelamente à linha neutra, não diminuir a partir desta para a borda comprimida;
- para concretos de classes até C50, $\alpha_c = 0,85$
- para concretos de classes de C50 até C90, $\alpha_c = 0,85 \cdot [1,0 - (f_{ck} - 50) / 200]$

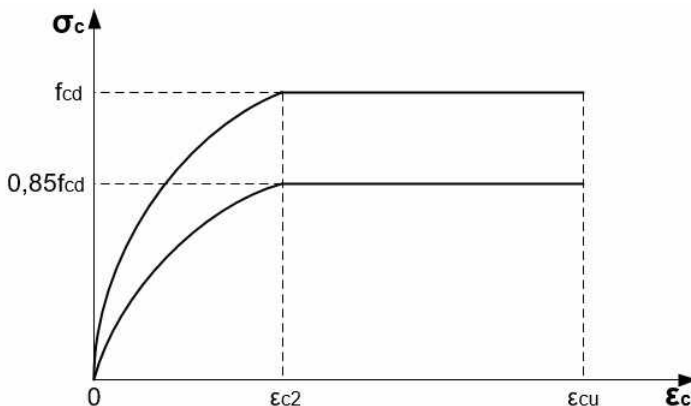
b) A tensão nas armaduras deve ser obtida a partir dos diagramas tensão-deformação, com valores de cálculo definidos no diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas. (NBR 6118:2014 17.2.2)

Tensões, forças e deformações atuantes na seção transversal, com adequação do diagrama parábola-retângulo de acordo com seção 17.2.2 da NBR 6118:2014:



- Asc = Área de armadura comprimida
- Ast = Área de armadura tracionada
- Rsc = Força nas barras de aço comprimidas
- Rcc = Força no concreto comprimido
- Rst = Força nas barras de aço tracionadas
- σ_{cd} = tensão no concreto de cálculo
- ϵ_{cc} = deformação no concreto comprimido
- ϵ_{sc} = deformação no aço comprimido
- ϵ_{st} = deformação no aço tracionado

Diagrama tensão-deformação idealizado do concreto:



ϵ_{c2} = deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico

ϵ_{cu} = deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura

Para concretos de classes até C50:

$$\epsilon_{c2} = 2,0\text{‰}$$

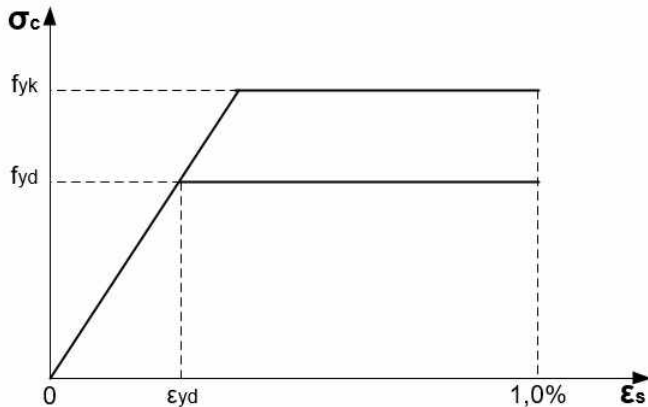
$$\epsilon_{cu} = 3,5\text{‰}$$

Para concretos de classes C55 até C90:

$$\epsilon_{c2} = 2,0\text{‰} + 0,085\text{‰} (f_{ck} - 50)^{0,53}$$

$$\epsilon_{cu} = 2,6\text{‰} + 35\text{‰} [(90 - f_{ck})/100]^{\wedge}$$

Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas:



ϵ_{yd} = deformação no início do patamar de escoamento do aço de cálculo

Para aços CA-25:

$$\epsilon_{yd} = 1,04\text{‰}$$

Para aços CA-50:

$$\epsilon_{yd} = 2,07\text{‰}$$

Para aços CA-60:

$$\epsilon_{yd} = 2,48\text{‰}$$

EQUAÇÕES UTILIZADAS PARA DETERMINAR A ÁREA DE AÇO DA SEÇÃO TRANSVERSAL

Equilíbrio da seção transversal:

$$\text{Equação 1: } \Sigma(F) = 0$$

$$R_{st} = R_{cc} + R_{sc}$$

$$R_{cc} = \sigma_{cd} \cdot (b_w \cdot y)$$

$$R_{cc} = (\alpha_c \cdot f_{cd}) \cdot (b_w \cdot \lambda \cdot x)$$

$$R_{st} = (\alpha_c \cdot f_{cd}) \cdot (b_w \cdot \lambda \cdot x) + R_{sc}$$

$$A_{st} \cdot \sigma_{st} = (\alpha_c \cdot f_{cd}) \cdot (b_w \cdot \lambda \cdot x) + A_{sc} \cdot \sigma_{sc}$$

$$\text{Equação 2: } \Sigma(M) = 0$$

$$M_{sd} = R_{cc} (d - \lambda/2 \cdot x) + R_{sc} (d - d')$$

$$M_{sd} = (\alpha_c \cdot f_{cd}) \cdot (b_w \cdot \lambda \cdot x) (d - \lambda/2 \cdot x) + A_{sc} \cdot \sigma_{sc} (d - d')$$

Para $R_{sc} = 0$,

$$M_{sd} = (\alpha_c \cdot f_{cd}) \cdot (b_w \cdot \lambda \cdot x) (d - \lambda/2 \cdot x)$$

M_{sd} = Momento solicitante de cálculo

Equação 3: Equação de compatibilidade de deformações

$$\epsilon_{cc} / x = \epsilon_{sc} / (x - d') = \epsilon_{st} / (d - x)$$

8º PASSO: PARÂMETROS PARA O DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA

$$\lambda = 0,80$$

$$\alpha_c = 0,85$$

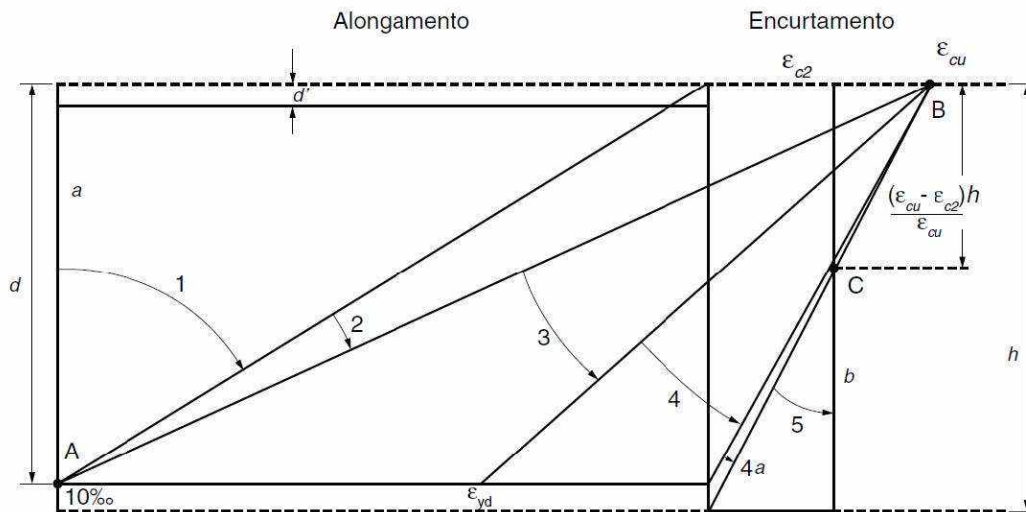
9º PASSO: CÁLCULO DAS DEFORMAÇÕES DO AÇO E DO CONCRETO:

$$\epsilon_{cu} (\%) = 3,50$$

$$\epsilon_{yd} (\%) = 2,07$$

10° PASSO: DETERMINAR OS LIMITES ENTRE OS DOMÍNIOS DO ELU

O estado-limite último é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos domínios definidos na Figura 2 (NBR 6118:2014 17.2.2 alínea "g")



LIMITE ENTRE OS DOMÍNIOS 2 E 3 E LIMITE ENTRE OS DOMÍNIOS 3 E 4:

$$\beta_{x\text{lim}} (2/3) = \epsilon_{cu} / (\epsilon_{cu} + 10\text{‰})$$

$$\beta_{x\text{lim}} (3/4) = \epsilon_{cu} / (\epsilon_{cu} + \epsilon_{yd})$$

$$\beta_x = x/d$$

$$\beta_{x\text{lim}} (2/3) = 0,26$$

$$\beta_{x\text{lim}} (3/4) = 0,63$$

11° PASSO: DETERMINAR O LIMITE PARA REDISTRIBUIÇÃO DE MOMENTOS E CONDIÇÕES DE DUTILIDADE

"A capacidade de rotação dos elementos estruturais é função da posição da linha neutra no ELU. Quanto menor for x/d , tanto maior será essa capacidade.

Para proporcionar o adequado comportamento dútil em vigas e lajes, a posição da linha neutra no ELU deve obedecer aos seguintes limites:

a) $x/d \leq 0,45$, para concretos com $f_{ck} \leq 50$ MPa;

b) $x/d \leq 0,35$, para concretos com 50 MPa $< f_{ck} \leq 90$ MPa." (NBR 6118:2014 14.6.4.3)

$$\beta_x \text{ máx} = 0,45$$

DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA PARA MOMENTO FLETOR POSITIVO

12° PASSO: CÁLCULO DA ÁREA DE AÇO MÍNIMA

A área de aço mínima pode ser calculada de duas formas, através do dimensionamento da seção a um momento fletor mínimo, ou respeitando as taxas mínimas de armadura presentes na Tabela 17.3 da NBR 6118:2014. Sendo a área mínima de aço igual ao maior valor encontrado entre essas duas formas.

MOMENTO FLETOR MÍNIMO

$$M_{d,\text{min}} = 0,8W_o \cdot f_{ctk,\text{sup}} \quad (\text{Momento fletor mínimo})$$

$W_o = I / a$	(Módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto)
$I = (b_w \cdot h^3) / 12$	(Momento de Inércia à flexão da seção transversal bruta de concreto)
$a = h / 2$	(Distância da linha neutra à fibra mais tracionada)
$f_{ctk,sup} = 1,3 f_{ct,m}$	(Resistência característica superior do concreto à tração)
$f_{ct,m} = 0,3 \cdot [f_{ck} ^ (2 / 3)]$	(Resistência média à tração do concreto)

$$M_{d,min} \text{ (kNm/m)} = 4,45$$

ARMADURA MÍNIMA DEVIDO AO MOMENTO FLETOR MÍNIMO

$$A_{s,min} = [(\alpha_c \cdot f_{cd}) \cdot (b_w \cdot \lambda \cdot x_{\text{mínimo}})] / f_{cd} \quad (\text{Armadura mínima})$$

$$x_{\text{mínimo}} = \{d - \sqrt{[d^2 - 2(M_{d,min}/(b_w \cdot \alpha_c \cdot f_{cd}))]} \} / \lambda \quad (\text{Posição da Linha Neutra para } M_{d,min})$$

$$A_{s,min} \text{ (cm}^2\text{/m)} = 1,45$$

TAXA DE ARMADURA MÍNIMA (Tabela 17.3 da NBR 6118:2014)

Para lajes armadas em uma direção:

$$\rho_s \geq \rho_{min} \quad (\text{Tabela 19.1 NBR 6118:2014})$$

$$A_{s,min} = \rho_{min} \cdot b_w \cdot h$$

$$A_{s,min} \text{ (cm}^2\text{/m)} = 1,50$$

ARMADURA MÍNIMA ADOTADA:

$$A_{s,min} \text{ (cm}^2\text{/m)} = 1,50 \quad (\text{maior valor entre os dois calculados})$$

13° PASSO: DETERMINAR A POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA (x) E O DOMÍNIO DO ELU

$$x = \{d - \sqrt{[d^2 - 2((M_{gd}+M_{qd})/(b_w \cdot \alpha_c \cdot f_{cd}))]} \} / \lambda$$

$$x \text{ (cm)} = 0,25$$

$$\beta_x = 0,03$$

$$\text{Domínio: } 2$$

14° PASSO: COMPARAÇÃO ENTRE OS VALORES CALCULADOS E O LIMITE PARA REDISTRIBUIÇÃO DE MOMENTOS

$$M_{d,lim} = (\alpha_c \cdot f_{cd}) \cdot (b_w \cdot \lambda \cdot x_{\text{máx}}) (d - \lambda/2 \cdot x_{\text{máx}})$$

$$x_{\text{máx}} = \beta_x \cdot x_{\text{máx}} \cdot d$$

$$M_{d,lim} \text{ (kNm/m)} = 23,55$$

$$(M_{gd} + M_{qd}) \leq M_{d,lim}$$

$\beta_x \leq \beta_x \text{ max}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES

15° PASSO: CALCULAR A ÁREA DE AÇO

Equação 2:

$$M_{sd} = R_{cc} (d - \lambda/2 \cdot x) + R_{sc} (d - d')$$

$$M_{sd} = M_{gd} + M_{qd}$$

$$R_{cc} (d - \lambda/2 \cdot x) = M_{sd}$$

$$R_{sc} (d - d') = 0$$

$$R_{cc} \text{ (kN/m)} = 29,93$$

$$R_{sc} \text{ (kN/m)} = 0$$

Equação 1:

$$R_{st} = R_{cc} + R_{sc}$$

$$R_{st} \text{ (kN/m)} = 29,93$$

Equação 3:

$$\epsilon_{cc} / x = \epsilon_{sc} / (x - d') = \epsilon_{st} / (d - x)$$

$$\epsilon_{yd} \leq \epsilon_{st} \leq 10\text{‰}$$

$$\epsilon_{sc} = 0$$

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad (E = \text{módulo de elasticidade})$$

$$\sigma_{st} = f_{yd}$$

$$\sigma_{sc} \text{ (kN/cm}^2\text{)} = 0$$

$$A_{st} = R_{st} / \sigma_{st}$$

$$A_{st} \text{ (cm}^2\text{/m)} = 0,69$$

$$A_{sc} = R_{sc} / \sigma_{sc}$$

$$A_{sc} \text{ (cm}^2\text{/m)} = 0$$

16° PASSO: CALCULAR A ÁREA DE AÇO DA ARMADURA SECUNDÁRIA POSITIVA DE TRAÇÃO ($A_{s \text{ sec}}$)

A armadura secundária positiva de tração é posicionada ao longo do maior vão, paralela a armadura principal.

$A_{s \text{ sec}} \geq 20\%$ da armadura principal

$$A_{s \text{ sec}} \geq 0,9 \text{ cm}^2\text{/m}$$

$$A_{s \text{ sec}} \geq 0,5 \rho_{\text{min}}$$

$$A_{s \text{ sec}} \text{ (cm}^2\text{/m)} = 0,90$$

RESULTADOS FINAIS

$$\beta_x = 0,03$$

$$x \text{ (cm)} = 0,25$$

$$\text{Domínio: } 2$$

$$A_{st} \leq A_{s, \text{min}}$$

$$A_{st} \text{ adotado} = \phi 5 \text{ c/13 (1,51 cm}^2\text{/m)}$$

$$A_{sc} \text{ adotado} = 0$$

$$A_{s \text{ sec}} \text{ adotado} = \phi 5 \text{ c/21 (0,93 cm}^2\text{/m)}$$

DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA PARA MOMENTO FLETOR NEGATIVO

17° PASSO: CÁLCULO DA ÁREA DE AÇO MÍNIMA

ARMADURA MÍNIMA DEVIDO AO MOMENTO FLETOR MÍNIMO

$$A_{s,min} \text{ (cm}^2\text{/m)} = 1,45$$

TAXA DE ARMADURA MÍNIMA (Tabela 17.3 da NBR 6118:2014)

$$\rho_s \geq 0,67\rho_{min} \quad (\text{Tabela 19.1 NBR 6118:2014})$$

$$A_{s,min} = 0,67 \cdot \rho_{min} \cdot b_w \cdot h$$

$$A_{s,min} \text{ (cm}^2\text{/m)} = 1,01$$

ARMADURA MÍNIMA ADOTADA:

$$A_{s,min} \text{ (cm}^2\text{/m)} = 1,45 \quad (\text{maior valor entre os dois calculados})$$

18° PASSO: DETERMINAR A POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA (x) E O DOMÍNIO DO ELU

$$x \text{ (cm)} = 0,56$$

$$\beta_x = 0,08$$

$$\text{Domínio: } 2$$

19° PASSO: COMPARAÇÃO ENTRE OS VALORES CALCULADOS E O LIMITE PARA REDISTRIBUIÇÃO DE MOMENTOS

$$M_{d,lim} \text{ (kNm/m)} = 23,55$$

$$(M'_{gd} + M'_{qd}) \leq M_{d,lim}$$

$\beta_x \leq \beta_x \text{ max}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES

20° PASSO: CALCULAR A ÁREA DE AÇO

Equação 2:

$$M'_{sd} = R_{cc} (d - \lambda/2 \cdot x) + R_{sc} (d - d')$$

$$M'_{sd} = M'_{gd} + M'_{qd}$$

$$R_{cc} (d - \lambda/2 \cdot x) = M'_{sd}$$

$$R_{sc} (d - d') = 0$$

$$R_{cc} \text{ (kN/m)} = 68,57$$

$$R_{sc} \text{ (kN/m)} = 0$$

Equação 1:

$$R_{st} = R_{cc} + R_{sc}$$

$$R_{st} \text{ (kN/m)} = 68,57$$

Equação 3:

$$\epsilon_{cc} / x = \epsilon_{sc} / (x - d') = \epsilon_{st} / (d - x)$$

$$\epsilon_{yd} \leq \epsilon_{st} \leq 10\text{‰}$$

$$\epsilon_{sc} = 0$$

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad (E = \text{módulo de elasticidade})$$

$$\sigma_{st} = f_{yd}$$

$$\sigma_{sc} \text{ (kN/cm}^2\text{)} = 0$$

$$A_{st} = R_{st} / \sigma_{st}$$

$$A_{st} \text{ (cm}^2\text{/m)} = 1,58$$

$$A_{sc} = R_{sc} / \sigma_{sc}$$

$$A_{sc} \text{ (cm}^2\text{/m)} = 0$$

RESULTADOS FINAIS

$$\beta_x = 0,08$$

$$x \text{ (cm)} = 0,56$$

$$\text{Domínio: } 2$$

$$A_{st} > A_{s,\min}$$

$$A_{st} \text{ adotado} = \phi 5 \text{ c/12 (1,63 cm}^2\text{/m)}$$

$$A_{sc} \text{ adotado} = 0$$

APÊNDICE C

**EXEMPLO DE RELATÓRIO ELABORADO PELO
SOFTWARE PARA LAJES ARMADAS EM DUAS
DIREÇÕES**

DADOS INICIAIS

Classe de Agressividade Ambiental (CAA) : Classe II (NBR 6118:2014 6.4.2)

Tipo de laje: Laje de piso não em balanço (NBR 6118:2014 13.2.4.1)

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS

h (cm) = 10	Espessura da laje
b_w (cm) = 100	Largura da seção (imposto 100 cm, a fim de calcular a área de armadura por metro de laje)
L_{0x} (cm) = 100	Distância entre as faces de dois apoios consecutivos na direção do menor vão
L_{0y} (cm) = 250	Distância entre as faces de dois apoios consecutivos na direção do maior vão
c (cm) = 2,5	Cobrimento nominal
d_x (cm) = 7,25	Altura útil na direção do menor vão
d_y (cm) = 6,75	Altura útil na direção do maior vão
d'_x (cm) = 2,75	Altura útil do aço em compressão na direção do menor vão
d'_y (cm) = 3,25	Altura útil do aço em compressão na direção do maior vão

1º PASSO: DETERMINAR O VÃO EFETIVO (L_x e L_y) (NBR 6118:2014 14.6.2.4)

$L_x = L_{0x} + a_{1x} + a_{2x}$

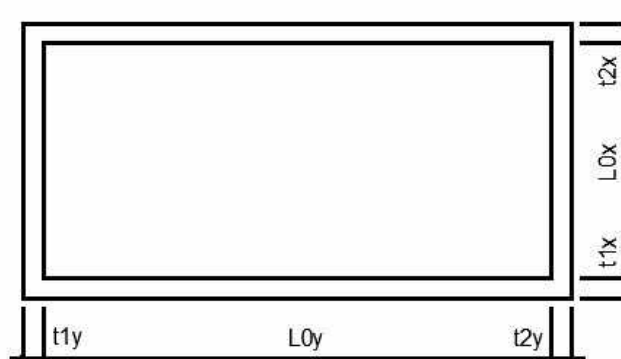
$L_y = L_{0y} + a_{1y} + a_{2y}$

$a_{1x} \leq t_{1x}/2$ e $a_{1x} \leq 0,3h$

$a_{1y} \leq t_{1y}/2$ e $a_{1y} \leq 0,3h$

$a_{2x} \leq t_{2x}/2$ e $a_{2x} \leq 0,3h$

$a_{2y} \leq t_{2y}/2$ e $a_{2y} \leq 0,3h$



t_{1x} (cm) = 15

t_{1y} (cm) = 15

t_{2x} (cm) = 15

t_{2y} (cm) = 15

a_{1x} (cm) = 3,00

a_{1y} (cm) = 3,00

a_{2x} (cm) = 3,00

a_{2y} (cm) = 3,00

L_x (cm) = 106,00

L_y (cm) = 256,00

2º PASSO: CÁLCULO DA RELAÇÃO L_y/L_x

$L_y/L_x = 2,42$

CARGAS ATUANTES**3º PASSO : CÁLCULO DAS CARGAS ATUANTES NA LAJE**

CARGAS PERMANENTES (G) (NBR 6120:1980 2.1)

Peso próprio:

$$G_{pp} = \gamma_{conc} \cdot h$$

G_{pp} = carga distribuída devido ao peso próprio da laje γ_{conc} = peso específico do concreto armado (25 kN/m³)

$$G_{pp} \text{ (kN/m}^2\text{)} = 2,50$$

Piso:

G_{piso} = carga distribuída devido ao peso do piso

$$G_{piso} \text{ (kN/m}^2\text{)} = 1$$

Contrapiso:

$$G_{contr} = \gamma_{contr} \cdot e_{contr}$$

G_{contr} = carga distribuída devido ao peso do contrapiso γ_{contr} = peso específico da camada de contrapisoe_{contr} = espessura do contrapiso

Argamassa do contrapiso: cimento e areia

$$G_{contr} \text{ (kN/m}^2\text{)} = 0,42$$

Revestimento de teto:

$$G_{rev.teto} = \gamma_{rev.teto} \cdot e_{rev.teto}$$

G_{rev.teto} = carga distribuída devido ao peso do revestimento de teto $\gamma_{rev.teto}$ = peso específico da camada de revestimento de tetoe_{rev.teto} = espessura do revestimento de teto

Argamassa do revestimento de teto: cal, cimento e areia

$$G_{rev.teto} \text{ (kN/m}^2\text{)} = 0,38$$

Paredes:

$$G_{par} = P_{par}/Alaje = \gamma_{par} \cdot h_{par} \cdot L_{par} / Alaje = \gamma_{par} \cdot h_{par} \cdot L_{par} / (L_x \cdot L_y)$$

G_{par} = carga distribuída devido ao peso das paredesP_{par} = soma dos pesos das paredes que descarregam na laje

Alaje = área da laje

 γ_{par} = peso específico por metro quadrado de paredeh_{par} = altura da paredeL_{par} = soma dos comprimentos de todas as paredes que descarregam na laje

$$\gamma_{par} = \gamma_{alv} \cdot e_{alv} + \gamma_{rev} \cdot e_{rev} \cdot 2$$

 γ_{alv} = peso específico da alvenariae_{alv} = espessura da alvenaria γ_{rev} = peso específico da argamassa de revestimentoe_{rev} = espessura da camada de revestimento

Tijolos: cerâmicos furados

Argamassa de revestimento: cal, cimento e areia

$$G_{par} \text{ (kN/m}^2\text{)} = 2,60$$

Outros carregamentos permanentes distribuídos:

G_{outros} = carga distribuída devido ao peso de outros tipos de carregamentos

$$G_{outros} \text{ (kN/m}^2\text{)} = 0$$

Soma dos carregamentos permanentes:

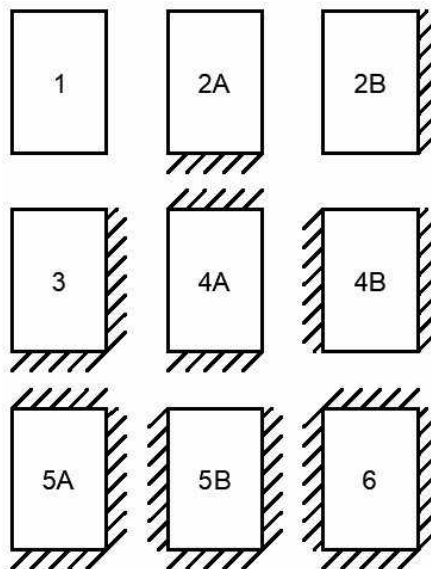
$$G \text{ (kN/m}^2\text{)} = 6,90$$

CARGAS ACIDENTAIS (Q) (NBR 6120:1980 2.2)

Local: Sala

Q (kN/m²) = 1,50

4° PASSO: DETERMINAR O TIPO DE LAJE DE ACORDO COM AS VINCULAÇÕES DE SUAS BORDAS (Tabelas de Lajes, PINHEIRO, 2007)



Laje: 6

SOLICITAÇÕES

5° PASSO: CÁLCULO DOS MOMENTOS FLETORES SOLICITANTES

MOMENTOS FLETORES CARACTERÍSTICOS

$M_{sk} = \mu (p \cdot Lx^2/100)$

M_{sk} = momento solicitante característico

μ = coeficiente (Tabelas de Lajes, PINHEIRO, 2007)

p = G ou Q

Na direção x:

M_{gk} (kNm/m) = 0,32

M'_{gk} (kNm/m) = 0,65

M_{qk} (kNm/m) = 0,07

M'_{qk} (kNm/m) = 0,14

Na direção y:

M_{gk} (kNm/m) = 0,07

M'_{gk} (kNm/m) = 0,44

M_{qk} (kNm/m) = 0,02

M'_{qk} (kNm/m) = 0,10

- M_{gk} = momento característico máximo positivo devido ao carregamento permanente
- M'_{gk} = momento característico máximo negativo devido ao carregamento permanente
- M_{qk} = momento característico máximo positivo devido ao carregamento acidental
- M'_{qk} = momento característico máximo negativo devido ao carregamento acidental

MOMENTOS FLETORES DE CÁLCULO

$M_{sd} = M_{sk} \cdot Y'f$

M_{sd} = momento solicitante de cálculo

Y'f = coeficiente de ponderação das ações (NBR 6118:2014 11.7.1)

Na direção x:

M_{gd} (kNm/m) = 0,45

Na direção y:

M_{gd} (kNm/m) = 0,10

$$M'_{gd} \text{ (kNm/m)} = 0,90$$

$$M'_{gd} \text{ (kNm/m)} = 0,62$$

$$M_{qd} \text{ (kNm/m)} = 0,10$$

$$M_{qd} \text{ (kNm/m)} = 0,02$$

$$M'_{qd} \text{ (kNm/m)} = 0,20$$

$$M'_{qd} \text{ (kNm/m)} = 0,13$$

M_{gd} = momento de cálculo máximo positivo devido ao carregamento permanente

M'_{gd} = momento de cálculo máximo negativo devido ao carregamento permanente

M_{qd} = momento de cálculo máximo positivo devido ao carregamento acidental

M'_{qd} = momento de cálculo máximo negativo devido ao carregamento acidental

6º PASSO: CÁLCULO DAS FORÇAS CORTANTES SOLICITANTES

FORÇAS CORTANTES SOLICITANTES CARACTERÍSTICAS

$$V_{sk} = v (p \cdot Lx/10)$$

V_{sk} = força cortante característica

v = coeficiente (Tabelas de Lajes, PINHEIRO, 2007)

p = G ou Q

Na direção x:

Na direção y:

$$V_{gk} \text{ (kN/m)} = 3,66$$

$$V_{gk} \text{ (kN/m)} = 1,83$$

$$V_{qk} \text{ (kN/m)} = 0,80$$

$$V_{qk} \text{ (kN/m)} = 0,40$$

V_{gk} = força cortante característica máxima devido ao carregamento permanente

V_{qk} = força cortante característica máxima devido ao carregamento acidental

FORÇAS CORTANTES SOLICITANTES DE CÁLCULO

$$V_{sd} = V_{sk} \cdot Y'f$$

Na direção x:

Na direção y:

$$V_{gd} \text{ (kN/m)} = 5,12$$

$$V_{gd} \text{ (kN/m)} = 2,56$$

$$V_{qd} \text{ (kN/m)} = 1,11$$

$$V_{qd} \text{ (kN/m)} = 0,56$$

V_{gd} = força cortante de cálculo máxima devido ao carregamento permanente

V_{qd} = força cortante de cálculo máxima devido ao carregamento acidental

RESISTÊNCIAS

7º PASSO: CÁLCULO DAS RESISTÊNCIAS DO CONCRETO E DO AÇO

CONCRETO

f_{ck} = resistência à compressão do concreto aos 28 dias de idade em diante

Concreto: C25

$$f_{ck} \text{ (MPa)} = 25$$

f_{cd} = resistência à compressão de cálculo do concreto aos 28 dias de idade em diante

$$f_{cd} = f_{ck} / Y'c$$

Y'c = coeficiente de ponderação da resistência do concreto (NBR 6118:2014 12.4.1)

$$f_{cd} \text{ (MPa)} = 17,86$$

AÇO

f_{yk} = resistência ao escoamento do aço

Aço: CA-50

f_{yk} (MPa) = 500

f_{yd} = resistência ao escoamento do aço de cálculo

$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$

γ_s = coeficiente de ponderação da resistência do aço (NBR 6118:2014 12.4.1)

f_{yd} (MPa) = 434,78

DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA

a) A distribuição de tensões no concreto é feita de acordo com o diagrama parábola-retângulo, com tensão de pico igual a 0,85 f_{cd} . Esse diagrama pode ser substituído pelo retângulo de profundidade $y = \lambda x$, onde o valor do parâmetro λ pode ser tomado igual a:

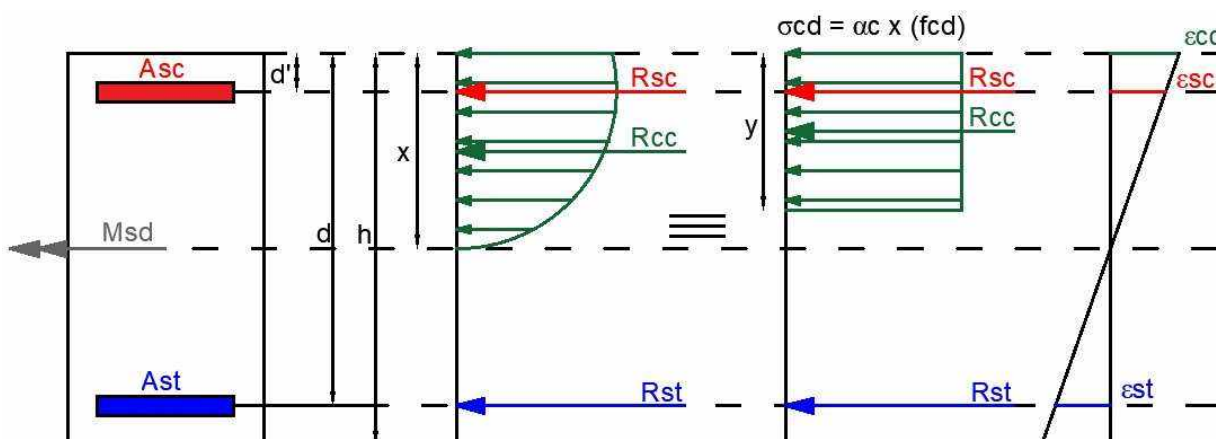
- $\lambda = 0,8$, para $f_{ck} \leq 50$ MPa; ou
- $\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400$, para $f_{ck} > 50$ MPa.

e onde a tensão constante atuante até a profundidade y pode ser tomada igual a:

- $\alpha_c f_{cd}$, no caso da largura da seção, medida paralelamente à linha neutra, não diminuir a partir desta para a borda comprimida;
- para concretos de classes até C50, $\alpha_c = 0,85$
- para concretos de classes de C50 até C90, $\alpha_c = 0,85 \cdot [1,0 - (f_{ck} - 50) / 200]$

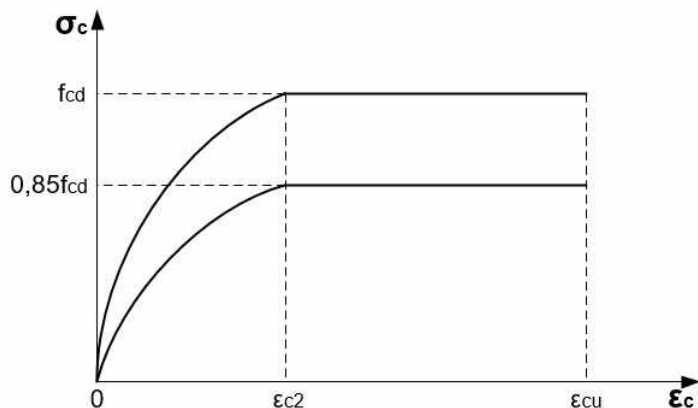
b) A tensão nas armaduras deve ser obtida a partir dos diagramas tensão-deformação, com valores de cálculo definidos no diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas. (NBR 6118:2014 17.2.2)

Tensões, forças e deformações atuantes na seção transversal, com adequação do diagrama parábola-retângulo de acordo com seção 17.2.2 da NBR 6118:2014:



- A_{sc} = Área de armadura comprimida
- A_{st} = Área de armadura tracionada
- R_{sc} = Força nas barras de aço comprimidas
- R_{cc} = Força no concreto comprimido
- R_{st} = Força nas barras de aço tracionadas
- σ_{cd} = tensão no concreto de cálculo
- ϵ_{cc} = deformação no concreto comprimido
- ϵ_{sc} = deformação no aço comprimido
- ϵ_{st} = deformação no aço tracionado

Diagrama tensão-deformação idealizado do concreto:



ϵ_{c2} = deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico

ϵ_{cu} = deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura

Para concretos de classes até C50:

$$\epsilon_{c2} = 2,0\text{‰}$$

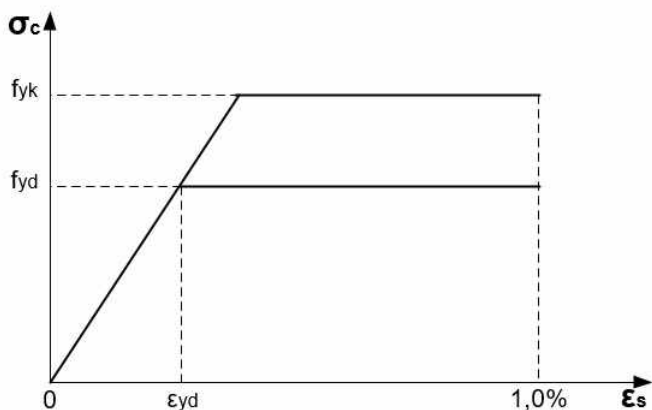
$$\epsilon_{cu} = 3,5\text{‰}$$

Para concretos de classes C55 até C90:

$$\epsilon_{c2} = 2,0\text{‰} + 0,085\text{‰} (f_{ck} - 50)^{0,53}$$

$$\epsilon_{cu} = 2,6\text{‰} + 35\text{‰} [(90 - f_{ck})/100]^{\wedge}$$

Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas:



ϵ_{yd} = deformação no início do patamar de escoamento do aço de cálculo

Para aços CA-25:

$$\epsilon_{yd} = 1,04\text{‰}$$

Para aços CA-50:

$$\epsilon_{yd} = 2,07\text{‰}$$

Para aços CA-60:

$$\epsilon_{yd} = 2,48\text{‰}$$

EQUAÇÕES UTILIZADAS PARA DETERMINAR A ÁREA DE AÇO DA SEÇÃO TRANSVERSAL

Equilíbrio da seção transversal:

Equação 1: $\Sigma(F) = 0$

$$R_{st} = R_{cc} + R_{sc}$$

$$R_{cc} = \sigma_{cd} \cdot (b_w \cdot y)$$

$$R_{cc} = (\alpha_c \cdot f_{cd}) \cdot (b_w \cdot \lambda \cdot x)$$

$$R_{st} = (\alpha_c \cdot f_{cd}) \cdot (b_w \cdot \lambda \cdot x) + R_{sc}$$

$$A_{st} \cdot \sigma_{st} = (\alpha_c \cdot f_{cd}) \cdot (b_w \cdot \lambda \cdot x) + A_{sc} \cdot \sigma_{sc}$$

Equação 2: $\Sigma(M) = 0$

$$M_{sd} = R_{cc} (d - \lambda/2 \cdot x) + R_{sc} (d - d')$$

$$M_{sd} = (\alpha_c \cdot f_{cd}) \cdot (b_w \cdot \lambda \cdot x) (d - \lambda/2 \cdot x) + A_{sc} \cdot \sigma_{sc} (d - d')$$

Para $R_{sc} = 0$,

$$M_{sd} = (\alpha_c \cdot f_{cd}) \cdot (b_w \cdot \lambda \cdot x) (d - \lambda/2 \cdot x)$$

M_{sd} = Momento solicitante de cálculo

Equação 3: Equação de compatibilidade de deformações

$$\epsilon_{cc} / x = \epsilon_{sc} / (x - d') = \epsilon_{st} / (d - x)$$

8º PASSO: PARÂMETROS PARA O DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA

$$\lambda = 0,80$$

$$\alpha_c = 0,85$$

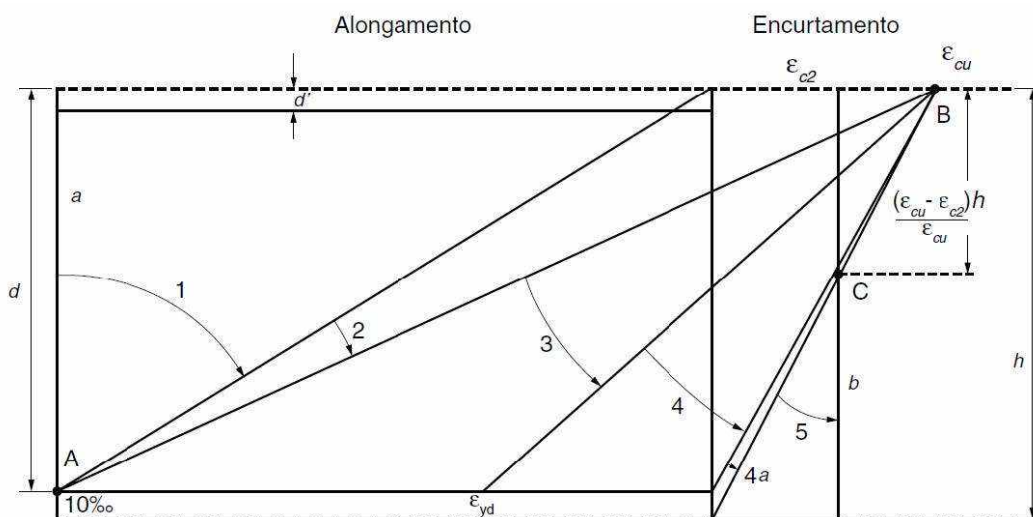
9º PASSO: CÁLCULO DAS DEFORMAÇÕES DO AÇO E DO CONCRETO:

$$\epsilon_{cu} (\%) = 3,50$$

$$\epsilon_{yd} (\%) = 2,07$$

10º PASSO: DETERMINAR OS LIMITES ENTRE OS DOMÍNIOS DO ELU

O estado-limite último é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos domínios definidos na Figura 2 (NBR 6118:2014 17.2.2 alínea "g")



LIMITE ENTRE OS DOMÍNIOS 2 E 3 E LIMITE ENTRE OS DOMÍNIOS 3 E 4:

$$\beta_{x\text{lim}} (2/3) = \epsilon_{cu} / (\epsilon_{cu} + 10\text{‰})$$

$$\beta_{x\text{lim}} (3/4) = \epsilon_{cu} / (\epsilon_{cu} + \epsilon_{yd})$$

$$\beta_x = x/d$$

$$\beta_{x\text{lim}} (2/3) = 0,26$$

$$\beta_{x\text{lim}} (3/4) = 0,63$$

11° PASSO: DETERMINAR O LIMITE PARA REDISTRIBUIÇÃO DE MOMENTOS E CONDIÇÕES DE DUTILIDADE

"A capacidade de rotação dos elementos estruturais é função da posição da linha neutra no ELU. Quanto menor for x/d , tanto maior será essa capacidade.

Para proporcionar o adequado comportamento dútil em vigas e lajes, a posição da linha neutra no ELU deve obedecer aos seguintes limites:

- a) $x/d \leq 0,45$, para concretos com $f_{ck} \leq 50$ MPa;
 b) $x/d \leq 0,35$, para concretos com 50 MPa $< f_{ck} \leq 90$ MPa." (NBR 6118:2014 14.6.4.3)

$$\beta_x \text{ máx} = 0,45$$

DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA PARA MOMENTO FLETOR POSITIVO

12° PASSO: CÁLCULO DA ÁREA DE AÇO MÍNIMA

A área de aço mínima pode ser calculada de duas formas, através do dimensionamento da seção a um momento fletor mínimo, ou respeitando as taxas mínimas de armadura presentes na Tabela 17.3 da NBR 6118:2014. Sendo a área mínima de aço igual ao maior valor encontrado entre essas duas formas.

MOMENTO FLETOR MÍNIMO

$$M_{d,\text{min}} = 0,8W_o \cdot f_{ctk,\text{sup}} \quad (\text{Momento fletor mínimo})$$

$$W_o = I / a \quad (\text{Módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto})$$

$$I = (b_w \cdot h^3) / 12 \quad (\text{Momento de Inércia à flexão da seção transversal bruta de concreto})$$

$$a = h / 2 \quad (\text{Distância da linha neutra à fibra mais tracionada})$$

$$f_{ctk,\text{sup}} = 1,3 f_{ct,m} \quad (\text{Resistência característica superior do concreto à tração})$$

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot [f_{ck}^{(2/3)}] \quad (\text{Resistência média à tração do concreto})$$

$$M_{d,\text{min}} (\text{kNm/m}) = 4,45$$

ARMADURA MÍNIMA DEVIDO AO MOMENTO FLETOR MÍNIMO

$$A_{s,\text{min}} = [(a_c \cdot f_{cd}) \cdot (b_w \cdot \lambda \cdot x_{\text{mínimo}})] / f_{cd} \quad (\text{Armadura mínima})$$

$$x_{\text{mínimo}} = \{d - \sqrt{[d^2 - 2(M_{d,\text{min}} / (b_w \cdot a_c \cdot f_{cd}))]}\} / \lambda \quad (\text{Posição da Linha Neutra para } M_{d,\text{min}})$$

$$d = (d_x + d_y) / 2 \quad (\text{Altura útil média})$$

$$A_{s,\text{min}} (\text{cm}^2/\text{m}) = 1,51$$

TAXA DE ARMADURA MÍNIMA (Tabela 17.3 da NBR 6118:2014)

Para lajes armadas em duas direções:

$$\rho_s \geq 0,67 \rho_{\text{min}} \quad (\text{Tabela 19.1 NBR 6118:2014})$$

$$A_{s,\text{min}} = 0,67 \cdot \rho_{\text{min}} \cdot b_w \cdot h$$

$$A_{s,\text{min}} (\text{cm}^2/\text{m}) = 1,01$$

ARMADURA MÍNIMA ADOTADA:

$$A_{s,\text{min}} (\text{cm}^2/\text{m}) = 1,51 \quad (\text{maior valor entre os dois calculados})$$

13° PASSO: DETERMINAR A POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA (x) E O DOMÍNIO DO ELU

Na direção x:

$$x = \{dx - \sqrt{[dx^2 - 2((Mgd+Mqd)/(bw \cdot ac \cdot fcd))]} \} / \lambda$$

$$x \text{ (cm)} = 0,06$$

$$\beta x = 0,01$$

Domínio: 2

Na direção y:

$$x = \{dy - \sqrt{[dy^2 - 2((Mgd+Mqd)/(bw \cdot ac \cdot fcd))]} \} / \lambda$$

$$x \text{ (cm)} = 0,02$$

$$\beta x = 0,00$$

Domínio: 2

14° PASSO: COMPARAÇÃO ENTRE OS VALORES CALCULADOS E O LIMITE PARA REDISTRIBUIÇÃO DE MOMENTOS

Na direção x:

$$Md,lim = (ac \cdot fcd) \cdot (bw \cdot \lambda \cdot x \text{ máx}) (dx - \lambda/2 \cdot x \text{ máx})$$

$$x \text{ máx} = \beta x \text{ máx} \cdot dx$$

$$Md,lim \text{ (kNm/m)} = 23,55$$

$$(Mgd + Mqd) \leq Md,lim$$

 $\beta x \leq \beta x \text{ máx}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES

Na direção y:

$$Md,lim = (ac \cdot fcd) \cdot (bw \cdot \lambda \cdot x \text{ máx}) (dy - \lambda/2 \cdot x \text{ máx})$$

$$x \text{ máx} = \beta x \text{ máx} \cdot dy$$

$$Md,lim \text{ (kNm/m)} = 20,42$$

$$(Mgd + Mqd) \leq Md,lim$$

 $\beta x \leq \beta x \text{ máx}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES

15° PASSO: CALCULAR A ÁREA DE AÇO

Na direção x:

Equação 2:

$$Msd = Rcc (dx - \lambda/2 \cdot x) + Rsc (dx - d'x)$$

$$Msd = Mgd + Mqd$$

$$Rcc (dx - \lambda/2 \cdot x) = Msd$$

$$Rsc (dx - d'x) = 0$$

$$Rcc \text{ (kN/m)} = 7,63$$

$$Rsc \text{ (kN/m)} = 0$$

Equação 1:

$$Rst = Rcc + Rsc$$

$$Rst \text{ (kN/m)} = 7,63$$

Equação 3:

$$\epsilon_{cc} / x = \epsilon_{sc} / (x - d'x) = \epsilon_{st} / (dx - x)$$

$$\epsilon_{yd} \leq \epsilon_{st} \leq 10\text{‰}$$

$$\epsilon_{sc} = 0$$

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad (E = \text{módulo de elasticidade})$$

$$\sigma_{st} = f_{yd}$$

$$\sigma_{sc} \text{ (kN/cm}^2\text{)} = 0$$

$$Ast = Rst / \sigma_{st}$$

Na direção y:

Equação 2:

$$Msd = Rcc (dy - \lambda/2 \cdot x) + Rsc (dy - d'y)$$

$$Msd = Mgd + Mqd$$

$$Rcc (dy - \lambda/2 \cdot x) = Msd$$

$$Rsc (dy - d'y) = 0$$

$$Rcc \text{ (kN/m)} = 1,88$$

$$Rsc \text{ (kN/m)} = 0$$

Equação 1:

$$Rst = Rcc + Rsc$$

$$Rst \text{ (kN/m)} = 1,88$$

Equação 3:

$$\epsilon_{cc} / x = \epsilon_{sc} / (x - d'y) = \epsilon_{st} / (dy - x)$$

$$\epsilon_{yd} \leq \epsilon_{st} \leq 10\text{‰}$$

$$\epsilon_{sc} = 0$$

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad (E = \text{módulo de elasticidade})$$

$$\sigma_{st} = f_{yd}$$

$$\sigma_{sc} \text{ (kN/cm}^2\text{)} = 0$$

$$Ast = Rst / \sigma_{st}$$

$$A_{st} \text{ (cm}^2\text{/m)} = 0,18$$

$$A_{st} \text{ (cm}^2\text{/m)} = 0,04$$

$$A_{sc} = R_{sc} / \sigma_{sc}$$

$$A_{sc} = R_{sc} / \sigma_{sc}$$

$$A_{sc} \text{ (cm}^2\text{/m)} = 0$$

$$A_{sc} \text{ (cm}^2\text{/m)} = 0$$

RESULTADOS FINAIS

Na direção x:

$$\beta_x = 0,01$$

$$x \text{ (cm)} = 0,06$$

Domínio: 2

$$A_{st} \leq A_{s,min}$$

$$A_{st} \text{ adotado} = \phi 5 \text{ c/13 (1,51 cm}^2\text{/m)}$$

$$A_{sc} \text{ adotado} = 0$$

Na direção y:

$$\beta_x = 0,00$$

$$x \text{ (cm)} = 0,02$$

Domínio: 2

$$A_{st} \leq A_{s,min}$$

$$A_{st} \text{ adotado} = \phi 5 \text{ c/13 (1,51 cm}^2\text{/m)}$$

$$A_{sc} \text{ adotado} = 0$$

DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA PARA MOMENTO FLETOR NEGATIVO

16° PASSO: CÁLCULO DA ÁREA DE AÇO MÍNIMA

ARMADURA MÍNIMA DEVIDO AO MOMENTO FLETOR MÍNIMO

$$A_{s,min} \text{ (cm}^2\text{/m)} = 1,45$$

TAXA DE ARMADURA MÍNIMA (Tabela 17.3 da NBR 6118:2014)

$$\rho_s \geq 0,67\rho_{min} \quad (\text{Tabela 19.1 NBR 6118:2014})$$

$$A_{s,min} = 0,67 \cdot \rho_{min} \cdot b_w \cdot h$$

$$A_{s,min} \text{ (cm}^2\text{/m)} = 1,01$$

ARMADURA MÍNIMA ADOTADA:

$$A_{s,min} \text{ (cm}^2\text{/m)} = 1,45 \quad (\text{maior valor entre os dois calculados})$$

17° PASSO: DETERMINAR A POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA (x) E O DOMÍNIO DO ELU

Na direção x:

$$x \text{ (cm)} = 0,13$$

$$\beta_x = 0,02$$

Domínio: 2

Na direção y:

$$x \text{ (cm)} = 0,09$$

$$\beta_x = 0,01$$

Domínio: 2

18° PASSO: COMPARAÇÃO ENTRE OS VALORES CALCULADOS E O LIMITE PARA REDISTRIBUIÇÃO DE MOMENTOS

Na direção x:

$$M_{d,lim} \text{ (kNm/m)} = 23,55$$

$$(M'_{gd} + M'_{qd}) \leq M_{d,lim}$$

$\beta_x \leq \beta_x \text{ max}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES

Na direção y:

$$M_{d,lim} \text{ (kNm/m)} = 21,57$$

$$(M'_{gd} + M'_{qd}) \leq M_{d,lim}$$

$\beta_x \leq \beta_x \text{ max}$ É UMA LAJE COM ARMADURA SIMPLES

19° PASSO: CALCULAR A ÁREA DE AÇO

Na direção x:

Equação 2:

$$M'sd = Rcc (dx - \lambda/2 \cdot x) + Rsc (dx - d'x)$$

$$M'sd = M'gd + M'qd$$

$$Rcc (dx - \lambda/2 \cdot x) = M'sd$$

$$Rsc (dx - d'x) = 0$$

$$Rcc \text{ (kN/m)} = 15,29$$

$$Rsc \text{ (kN/m)} = 0$$

Equação 1:

$$Rst = Rcc + Rsc$$

$$Rst \text{ (kN/m)} = 15,29$$

Equação 3:

$$\epsilon_{cc} / x = \epsilon_{sc} / (x - d'x) = \epsilon_{st} / (dx - x)$$

$$\epsilon_{yd} \leq \epsilon_{st} \leq 10\text{‰}$$

$$\epsilon_{sc} = 0$$

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad (E = \text{módulo de elasticidade})$$

$$\sigma_{st} = f_{yd}$$

$$\sigma_{sc} \text{ (kN/cm}^2\text{)} = 0$$

$$Ast = Rst / \sigma_{st}$$

$$Ast \text{ (cm}^2\text{/m)} = 0,35$$

$$Asc = Rsc / \sigma_{sc}$$

$$Asc \text{ (cm}^2\text{/m)} = 0$$

RESULTADOS FINAIS

Na direção x:

$$\beta_x = 0,02$$

$$x \text{ (cm)} = 0,13$$

$$\text{Domínio: } 2$$

$$Ast \leq A_{s,\min}$$

$$Ast \text{ adotado} = \phi 5 \text{ c/13 (1,51 cm}^2\text{/m)}$$

$$Asc \text{ adotado} = 0$$

Na direção y:

Equação 2:

$$M'sd = Rcc (dy - \lambda/2 \cdot x) + Rsc (dy - d'y)$$

$$M'sd = M'gd + M'qd$$

$$Rcc (dy - \lambda/2 \cdot x) =$$

$$Rsc (dy - d'y) =$$

$$Rcc \text{ (kN/m)} = 10,48$$

$$Rsc \text{ (kN/m)} = 0$$

$$\text{Equação 1: } \begin{matrix} M'sd \\ 0 \end{matrix}$$

$$Rst = Rcc + Rsc$$

$$Rst \text{ (kN/m)} = 10,48$$

Equação 3:

$$\epsilon_{cc} / x = \epsilon_{sc} / (x - d'y) = \epsilon_{st} / (dy - x)$$

$$\epsilon_{yd} \leq \epsilon_{st} \leq 10\text{‰}$$

$$\epsilon_{sc} = 0$$

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad (E = \text{módulo de elasticidade})$$

$$\sigma_{st} = f_{yd}$$

$$\sigma_{sc} \text{ (kN/cm}^2\text{)} = 0$$

$$Ast = Rst / \sigma_{st}$$

$$Ast \text{ (cm}^2\text{/m)} = 0,24$$

$$Asc = Rsc / \sigma_{sc}$$

$$Asc \text{ (cm}^2\text{/m)} = 0$$

Na direção y:

$$\beta_x = 0,01$$

$$x \text{ (cm)} = 0,09$$

$$\text{Domínio: } 2$$

$$Ast \leq A_{s,\min}$$

$$Ast \text{ adotado} = \phi 5 \text{ c/13 (1,51 cm}^2\text{/m)}$$

$$Asc \text{ adotado} = 0$$

ANEXO A

**TABELAS PARA CÁLCULO DOS MOMENTOS
FLETORES E REAÇÕES DE APOIO DE LAJES
ARMADAS EM DUAS DIREÇÕES**

Tabela 2.2a

REAÇÕES DE APOIO EM LAJES COM CARGA UNIFORME

$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	Tipo								$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$
	1		2A			2B			
	v_x	v_y	v_x	v_y	v'_y	v_x	v'_x	v_y	
1,00	2,50	2,50	1,83	2,75	4,02	2,75	4,02	1,83	1,00
1,05	2,62	2,50	1,92	2,80	4,10	2,82	4,13	1,83	1,05
1,10	2,73	2,50	2,01	2,85	4,17	2,89	4,23	1,83	1,10
1,15	2,83	2,50	2,10	2,88	4,22	2,95	4,32	1,83	1,15
1,20	2,92	2,50	2,20	2,91	4,27	3,01	4,41	1,83	1,20
1,25	3,00	2,50	2,29	2,94	4,30	3,06	4,48	1,83	1,25
1,30	3,08	2,50	2,38	2,95	4,32	3,11	4,55	1,83	1,30
1,35	3,15	2,50	2,47	2,96	4,33	3,16	4,62	1,83	1,35
1,40	3,21	2,50	2,56	2,96	4,33	3,20	4,68	1,83	1,40
1,45	3,28	2,50	2,64	2,96	4,33	3,24	4,74	1,83	1,45
1,50	3,33	2,50	2,72	2,96	4,33	3,27	4,79	1,83	1,50
1,55	3,39	2,50	2,80	2,96	4,33	3,31	4,84	1,83	1,55
1,60	3,44	2,50	2,87	2,96	4,33	3,34	4,89	1,83	1,60
1,65	3,48	2,50	2,93	2,96	4,33	3,37	4,93	1,83	1,65
1,70	3,53	2,50	2,99	2,96	4,33	3,40	4,97	1,83	1,70
1,75	3,57	2,50	3,05	2,96	4,33	3,42	5,01	1,83	1,75
1,80	3,61	2,50	3,10	2,96	4,33	3,45	5,05	1,83	1,80
1,85	3,65	2,50	3,15	2,96	4,33	3,47	5,09	1,83	1,85
1,90	3,68	2,50	3,20	2,96	4,33	3,50	5,12	1,83	1,90
1,95	3,72	2,50	3,25	2,96	4,33	3,52	5,15	1,83	1,95
2,00	3,75	2,50	3,29	2,96	4,33	3,54	5,18	1,83	2,00
> 2,00	5,00	2,50	5,00	2,96	4,33	4,38	6,25	1,83	> 2,00

Elaborada por L.M. Pinheiro, conforme o processo das áreas da NBR 6118.

$$v = v \frac{p l_x}{10}$$

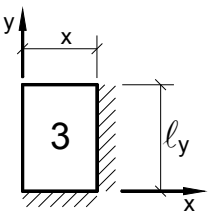
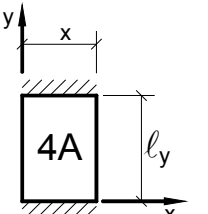
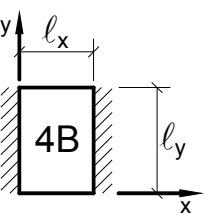
p = carga uniforme

 l_x = menor vão

(*) Alívios considerados pela metade, prevendo a possibilidade de engastes parciais.

Tabela 2.2b

REAÇÕES DE APOIO EM LAJES COM CARGA UNIFORME

$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	Tipo								$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$
									
	v_x	v'_x	v_y	v'_y	v_x	v'_y	v'_x	v_y	
1,00	2,17	3,17	2,17	3,17	1,44	3,56	3,56	1,44	1,00
1,05	2,27	3,32	2,17	3,17	1,52	3,66	3,63	1,44	1,05
1,10	2,36	3,46	2,17	3,17	1,59	3,75	3,69	1,44	1,10
1,15	2,45	3,58	2,17	3,17	1,66	3,84	3,74	1,44	1,15
1,20	2,53	3,70	2,17	3,17	1,73	3,92	3,80	1,44	1,20
1,25	2,60	3,80	2,17	3,17	1,80	3,99	3,85	1,44	1,25
1,30	2,63	3,90	2,17	3,17	1,88	4,06	3,89	1,44	1,30
1,35	2,73	3,99	2,17	3,17	1,95	4,12	3,93	1,44	1,35
1,40	2,78	4,08	2,17	3,17	2,02	4,17	3,97	1,44	1,40
1,45	2,84	4,15	2,17	3,17	2,09	4,22	4,00	1,44	1,45
1,50	2,89	4,23	2,17	3,17	2,17	4,25	4,04	1,44	1,50
1,55	2,93	4,29	2,17	3,17	2,24	4,28	4,07	1,44	1,55
1,60	2,98	4,36	2,17	3,17	2,31	4,30	4,10	1,44	1,60
1,65	3,02	4,42	2,17	3,17	2,38	4,32	4,13	1,44	1,65
1,70	3,06	4,48	2,17	3,17	2,45	4,33	4,15	1,44	1,70
1,75	3,09	4,53	2,17	3,17	2,53	4,33	4,18	1,44	1,75
1,80	3,13	4,58	2,17	3,17	2,59	4,33	4,20	1,44	1,80
1,85	3,16	4,63	2,17	3,17	2,63	4,33	4,22	1,44	1,85
1,90	3,19	4,67	2,17	3,17	2,72	4,33	4,24	1,44	1,90
1,95	3,22	4,71	2,17	3,17	2,78	4,33	4,26	1,44	1,95
2,00	3,25	4,75	2,17	3,17	2,83	4,33	4,28	1,44	2,00
> 2,00	4,38	6,25	2,17	3,17	5,00	4,33	5,00	1,44	> 2,00

Elaborada por L.M. Pinheiro, conforme o processo das áreas da NBR 6118.

$$v = v \frac{p l_x}{10}$$

p = carga uniforme

 l_x = menor vão

(*) Alívios considerados pela metade, prevendo a possibilidade de engastes parciais.

Tabela 2.2c

REAÇÕES DE APOIO EM LAJES COM CARGA UNIFORME

$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	Tipo								$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$
	v_x	v'_x	v'_y	v'_x	v_y	v'_y	v'_x	v'_y	
1,00	1,71	2,50	3,03	3,03	1,71	2,50	2,50	2,50	1,00
1,05	1,79	2,63	3,08	3,12	1,71	2,50	2,62	2,50	1,05
1,10	1,88	2,75	3,11	3,21	1,71	2,50	2,73	2,50	1,10
1,15	1,96	2,88	3,14	3,29	1,71	2,50	2,83	2,50	1,15
1,20	2,05	3,00	3,16	3,36	1,71	2,50	2,92	2,50	1,20
1,25	2,13	3,13	3,17	3,42	1,71	2,50	3,00	2,50	1,25
1,30	2,22	3,25	3,17	3,48	1,71	2,50	3,08	2,50	1,30
1,35	2,30	3,36	3,17	3,54	1,71	2,50	3,15	2,50	1,35
1,40	2,37	3,47	3,17	3,59	1,71	2,50	3,21	2,50	1,40
1,45	2,44	3,57	3,17	3,64	1,71	2,50	3,28	2,50	1,45
1,50	2,50	3,66	3,17	3,69	1,71	2,50	3,33	2,50	1,50
1,55	2,56	3,75	3,17	3,73	1,71	2,50	3,39	2,50	1,55
1,60	2,61	3,83	3,17	3,77	1,71	2,50	3,44	2,50	1,60
1,65	2,67	3,90	3,17	3,81	1,71	2,50	3,48	2,50	1,65
1,70	2,72	3,98	3,17	3,84	1,71	2,50	3,53	2,50	1,70
1,75	2,76	4,04	3,17	3,87	1,71	2,50	3,57	2,50	1,75
1,80	2,80	4,11	3,17	3,90	1,71	2,50	3,61	2,50	1,80
1,85	2,85	4,17	3,17	3,93	1,71	2,50	3,65	2,50	1,85
1,90	2,89	4,22	3,17	3,96	1,71	2,50	3,68	2,50	1,90
1,95	2,92	4,28	3,17	3,99	1,71	2,50	3,72	2,50	1,95
2,00	2,96	4,33	3,17	4,01	1,71	2,50	3,75	2,50	2,00
> 2,00	4,38	6,25	3,17	5,00	1,71	2,50	5,00	2,50	> 2,00

Elaborada por L.M. Pinheiro, conforme o processo das áreas da NBR 6118.

$$v = v' \frac{p l_x}{10}$$

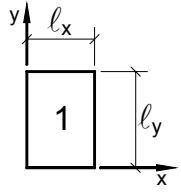
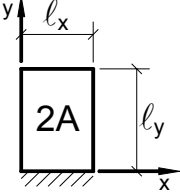
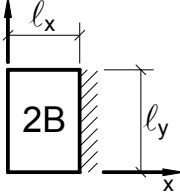
p = carga uniforme

 l_x = menor vão

(*) Alívios considerados pela metade, prevendo a possibilidade de engastes parciais.

Tabela 2.3a

MOMENTOS FLETORES EM LAJES COM CARGA UNIFORME

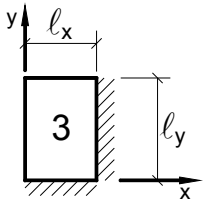
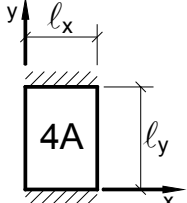
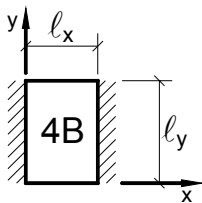
Tipo									Tipo
	$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	μ_x	μ_y	μ_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	
1,00	4,23	4,23	2,91	3,54	8,40	3,54	8,40	2,91	1,00
1,05	4,62	4,25	3,26	3,64	8,79	3,77	8,79	2,84	1,05
1,10	5,00	4,27	3,61	3,74	9,18	3,99	9,17	2,76	1,10
1,15	5,38	4,25	3,98	3,80	9,53	4,19	9,49	2,68	1,15
1,20	5,75	4,22	4,35	3,86	9,88	4,38	9,80	2,59	1,20
1,25	6,10	4,17	4,72	3,89	10,16	4,55	10,06	2,51	1,25
1,30	6,44	4,12	5,09	3,92	10,41	4,71	10,32	2,42	1,30
1,35	6,77	4,06	5,44	3,93	10,64	4,86	10,54	2,34	1,35
1,40	7,10	4,00	5,79	3,94	10,86	5,00	10,75	2,25	1,40
1,45	7,41	3,95	6,12	3,91	11,05	5,12	10,92	2,19	1,45
1,50	7,72	3,89	6,45	3,88	11,23	5,24	11,09	2,12	1,50
1,55	7,99	3,82	6,76	3,85	11,39	5,34	11,23	2,04	1,55
1,60	8,26	3,74	7,07	3,81	11,55	5,44	11,36	1,95	1,60
1,65	8,50	3,66	7,28	3,78	11,67	5,53	11,48	1,87	1,65
1,70	8,74	3,58	7,49	3,74	11,79	5,61	11,60	1,79	1,70
1,75	8,95	3,53	7,53	3,69	11,88	5,68	11,72	1,74	1,75
1,80	9,16	3,47	7,56	3,63	11,96	5,75	11,84	1,68	1,80
1,85	9,35	3,38	8,10	3,58	12,05	5,81	11,94	1,67	1,85
1,90	9,54	3,29	8,63	3,53	12,14	5,86	12,03	1,59	1,90
1,95	9,73	3,23	8,86	3,45	12,17	5,90	12,08	1,54	1,95
2,00	9,91	3,16	9,08	3,36	12,20	5,94	12,13	1,48	2,00
> 2,00	12,50	3,16	12,50	3,36	12,20	7,03	12,50	1,48	> 2,00

Valores extraídos de BARES (1972) e adaptados por L.M. Pinheiro.

$m = \mu \frac{p l_x^2}{100}$ $p =$ carga uniforme $l_x =$ menor vão

Tabela 2.3b

MOMENTOS FLETORES EM LAJES COM CARGA UNIFORME

Tipo											Tipo
	$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	
1,00	2,69	6,99	2,69	6,99	2,01	3,09	6,99	3,09	6,99	2,01	1,00
1,05	2,94	7,43	2,68	7,18	2,32	3,23	7,43	3,22	7,20	1,92	1,05
1,10	3,19	7,87	2,67	7,36	2,63	3,36	7,87	3,35	7,41	1,83	1,10
1,15	3,42	8,28	2,65	7,50	2,93	3,46	8,26	3,46	7,56	1,73	1,15
1,20	3,65	8,69	2,62	7,63	3,22	3,56	8,65	3,57	7,70	1,63	1,20
1,25	3,86	9,03	2,56	7,72	3,63	3,64	9,03	3,66	7,82	1,56	1,25
1,30	4,06	9,37	2,50	7,81	3,99	3,72	9,33	3,74	7,93	1,49	1,30
1,35	4,24	9,65	2,45	7,88	4,34	3,77	9,69	3,80	8,02	1,41	1,35
1,40	4,42	9,93	2,39	7,94	4,69	3,82	10,00	3,86	8,11	1,33	1,40
1,45	4,58	10,17	2,32	8,00	5,03	3,86	10,25	3,91	8,13	1,26	1,45
1,50	4,73	10,41	2,25	8,06	5,37	3,90	10,49	3,96	8,15	1,19	1,50
1,55	4,86	10,62	2,16	8,09	5,70	3,90	10,70	4,00	8,20	1,14	1,55
1,60	4,99	10,82	2,07	8,12	6,03	3,89	10,91	4,04	8,25	1,08	1,60
1,65	5,10	10,99	1,99	8,14	6,35	3,85	11,08	4,07	8,28	1,03	1,65
1,70	5,21	11,16	1,91	8,15	6,67	3,81	11,24	4,10	8,30	0,98	1,70
1,75	5,31	11,30	1,85	8,16	6,97	3,79	11,39	4,12	8,31	0,95	1,75
1,80	5,40	11,43	1,78	8,17	7,27	3,76	11,53	4,14	8,32	0,91	1,80
1,85	5,48	11,55	1,72	8,17	7,55	3,72	11,65	4,15	8,33	0,87	1,85
1,90	5,56	11,67	1,66	8,18	7,82	3,67	11,77	4,16	8,33	0,83	1,90
1,95	5,63	11,78	1,63	8,19	8,09	3,60	11,83	4,16	8,33	0,80	1,95
2,00	5,70	11,89	1,60	8,20	8,35	3,52	11,88	4,17	8,33	0,76	2,00
> 2,00	7,03	12,50	1,60	8,20	12,50	3,52	11,88	4,17	8,33	0,76	> 2,00

Valores extraídos de BARES (1972) e adaptados por L.M. Pinheiro.

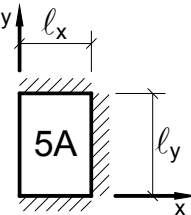
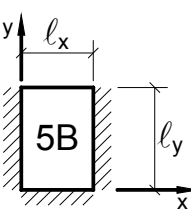
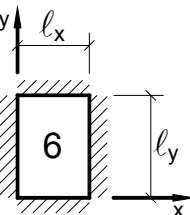
$$m = \mu \frac{p l_x^2}{100}$$

p = carga uniforme

 l_x = menor vão

Tabela 2.3c

MOMENTOS FLETORES EM LAJES COM CARGA UNIFORME

Tipo													Tipo
	$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y	
1,00	2,02	5,46	2,52	6,17	2,52	6,17	2,02	5,46	2,02	5,15	2,02	5,15	1,00
1,05	2,27	5,98	2,56	6,46	2,70	6,47	1,97	5,56	2,22	5,50	2,00	5,29	1,05
1,10	2,52	6,50	2,60	6,75	2,87	6,76	1,91	5,65	2,42	5,85	1,98	5,43	1,10
1,15	2,76	7,11	2,63	6,97	3,02	6,99	1,84	5,70	2,65	6,14	1,94	5,51	1,15
1,20	3,00	7,72	2,65	7,19	3,16	7,22	1,77	5,75	2,87	6,43	1,89	5,59	1,20
1,25	3,23	8,31	2,64	7,36	3,28	7,40	1,70	5,75	2,97	6,67	1,83	5,64	1,25
1,30	3,45	8,59	2,61	7,51	3,40	7,57	1,62	5,76	3,06	6,90	1,77	5,68	1,30
1,35	3,66	8,74	2,57	7,63	3,50	7,70	1,55	5,75	3,19	7,09	1,71	5,69	1,35
1,40	3,86	8,88	2,53	7,74	3,59	7,82	1,47	5,74	3,32	7,28	1,65	5,70	1,40
1,45	4,05	9,16	2,48	7,83	3,67	7,91	1,41	5,73	3,43	7,43	1,57	5,71	1,45
1,50	4,23	9,44	2,43	7,91	3,74	8,00	1,35	5,72	3,53	7,57	1,49	5,72	1,50
1,55	4,39	9,68	2,39	7,98	3,80	8,07	1,29	5,69	3,61	7,68	1,43	5,72	1,55
1,60	4,55	9,91	2,34	8,02	3,86	8,14	1,23	5,66	3,69	7,79	1,36	5,72	1,60
1,65	4,70	10,13	2,28	8,03	3,91	8,20	1,18	5,62	3,76	7,88	1,29	5,72	1,65
1,70	4,84	10,34	2,22	8,10	3,95	8,25	1,13	5,58	3,83	7,97	1,21	5,72	1,70
1,75	4,97	10,53	2,15	8,13	3,99	8,30	1,07	5,56	3,88	8,05	1,17	5,72	1,75
1,80	5,10	10,71	2,08	8,17	4,02	8,34	1,00	5,54	3,92	8,12	1,13	5,72	1,80
1,85	5,20	10,88	2,02	8,16	4,05	8,38	0,97	5,55	3,96	8,18	1,07	5,72	1,85
1,90	5,30	11,04	1,96	8,14	4,08	8,42	0,94	5,56	3,99	8,24	1,01	5,72	1,90
1,95	5,40	11,20	1,88	8,13	4,10	8,45	0,91	5,60	4,02	8,29	0,99	5,72	1,95
2,00	5,50	11,35	1,80	8,12	4,12	8,47	0,88	5,64	4,05	8,33	0,96	5,72	2,00
> 2,00	7,03	12,50	1,80	8,12	4,17	8,33	0,88	5,64	4,17	8,33	0,96	5,72	> 2,00

Valores extraídos de BARES (1972) e adaptados por L.M. Pinheiro.

$$m = \mu \frac{p l_x^2}{100}$$

p = carga uniforme

 l_x = menor vão

ANEXO B

**ÁREA DA SEÇÃO DE BARRAS DE AÇO PARA CADA
METRO DE LAJE**

**TABELA 5**
Área da seção de barras por metro de largura a_s (cm^2/m)

s (cm)	Diâmetros nominal – barras (mm)							s (cm)
	4,2	5	6,3	8	10	12,5	16	
5	2,78	3,92	6,22	10,06	15,70	24,54	40,20	5
5,5	2,53	3,56	5,65	9,15	14,27	22,31	36,55	5,5
6	2,32	3,27	5,18	8,38	13,08	20,45	33,50	6
6,5	2,14	3,02	4,78	7,74	12,08	18,88	30,92	6,5
7	1,99	2,80	4,44	7,19	11,21	17,53	28,71	7
7,5	1,85	2,61	4,15	6,71	10,47	16,36	26,80	7,5
8	1,74	2,45	3,89	6,29	9,81	15,34	25,13	8
8,5	1,64	2,31	3,66	5,92	9,24	14,44	23,65	8,5
9	1,54	2,18	3,46	5,59	8,72	13,63	22,33	9
9,5	1,46	2,06	3,27	5,29	8,26	12,92	21,16	9,5
10	1,39	1,96	3,11	5,03	7,85	12,27	20,10	10
10,5	1,32	1,87	2,96	4,79	7,48	11,69	19,14	10,5
11	1,26	1,78	2,83	4,57	7,14	11,15	18,27	11
11,5	1,21	1,70	2,70	4,37	6,83	10,67	17,48	11,5
12	1,16	1,63	2,59	4,19	6,54	10,23	16,75	12
12,5	1,11	1,57	2,49	4,02	6,28	9,82	16,08	12,5
13	1,07	1,51	2,39	3,87	6,04	9,44	15,46	13
13,5	1,03	1,45	2,30	3,73	5,81	9,09	14,89	13,5
14	0,99	1,40	2,22	3,59	5,61	8,76	14,36	14
14,5	0,96	1,35	2,14	3,47	5,41	8,46	13,86	14,5
15	0,93	1,31	2,07	3,35	5,23	8,18	13,40	15
15,5	0,90	1,26	2,01	3,25	5,06	7,92	12,97	15,5
16	0,87	1,23	1,94	3,14	4,91	7,67	12,56	16
16,5	0,84	1,19	1,88	3,05	4,76	7,44	12,18	16,5
17	0,82	1,15	1,83	2,96	4,62	7,22	11,82	17
17,5	0,79	1,12	1,78	2,87	4,49	7,01	11,49	17,5
18	0,77	1,09	1,73	2,79	4,36	6,82	11,17	18
18,5	0,75	1,06	1,68	2,72	4,24	6,63	10,86	18,5
19	0,73	1,03	1,64	2,65	4,13	6,46	10,58	19
19,5	0,71	1,01	1,59	2,58	4,03	6,29	10,31	19,5
20	0,70	0,98	1,56	2,52	3,93	6,14	10,05	20
20,5	0,68	0,96	1,52	2,45	3,83	5,99	9,80	20,5
21	0,66	0,93	1,48	2,40	3,74	5,84	9,57	21
21,5	0,65	0,91	1,45	2,34	3,65	5,71	9,35	21,5
22	0,63	0,89	1,41	2,29	3,57	5,58	9,14	22
22,5	0,62	0,87	1,38	2,24	3,49	5,45	8,93	22,5
23	0,60	0,85	1,35	2,19	3,41	5,33	8,74	23
23,5	0,59	0,83	1,32	2,14	3,34	5,22	8,55	23,5
24	0,58	0,82	1,30	2,10	3,27	5,11	8,38	24
24,5	0,57	0,80	1,27	2,05	3,20	5,01	8,20	24,5
25	0,56	0,78	1,24	2,01	3,14	4,91	8,04	25
25,5	0,55	0,77	1,22	1,97	3,08	4,81	7,88	25,5
26	0,53	0,75	1,20	1,93	3,02	4,72	7,73	26
26,5	0,52	0,74	1,17	1,90	2,96	4,63	7,58	26,5
27	0,51	0,73	1,15	1,86	2,91	4,54	7,44	27
27,5	0,51	0,71	1,13	1,83	2,85	4,46	7,31	27,5
28	0,50	0,70	1,11	1,80	2,80	4,38	7,18	28
28,5	0,49	0,69	1,09	1,76	2,75	4,31	7,05	28,5
29	0,48	0,68	1,07	1,73	2,71	4,23	6,93	29
29,5	0,47	0,66	1,05	1,71	2,66	4,16	6,81	29,5
30	0,46	0,65	1,04	1,68	2,62	4,09	6,70	30
30,5	0,46	0,64	1,02	1,65	2,57	4,02	6,59	30,5
31	0,45	0,63	1,00	1,62	2,53	3,96	6,48	31
31,5	0,44	0,62	0,99	1,60	2,49	3,90	6,38	31,5
32	0,43	0,61	0,97	1,57	2,45	3,83	6,28	32
32,5	0,43	0,60	0,96	1,55	2,42	3,78	6,18	32,5
33	0,42	0,59	0,94	1,52	2,38	3,72	6,09	33

Barras de aço Categoria CA-50Elaborada por *Rodrigo Gustavo Delalibera*, Engenheiro Civil