

SISBI/UFU



1000215033

MON  
621.81  
55932  
TES/mem

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**IDENTIFICAÇÃO DE FALHAS EM EIXOS DE ROTORES  
FLEXÍVEIS UTILIZANDO TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Uberlândia por:

**Ricardo Corrêa Simões**

como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica

Aprovada por:

Prof. Dr. Valder Steffen Jr. (UFU) - Orientador

Prof. Dr. Francisco Paulo Lépore Neto (UFU)

Profa. Dra. Elaine Gomes Assis (Uniminas)

Prof. Dr. Milton Dias Junior (Unicamp)

Uberlândia, 31 de outubro de 2002



**ALUNO: Ricardo Corrêa Simões**

**NÚMERO DE MATRÍCULA: 5002605-1**

**ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: Mecânica dos Sólidos e Vibrações**

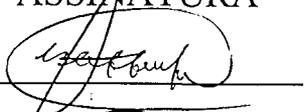
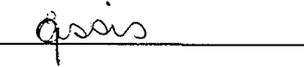
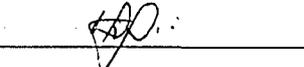
**PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA: NÍVEL MESTRADO**

**TÍTULO DA DISSERTAÇÃO:**

**“Identificação de Falhas em Eixos de Rotores Flexíveis Utilizando Técnicas de Otimização”**

**ORIENTADOR: Prof. Dr. Valder Steffen Jr**

A Dissertação foi **APROVADA** em reunião pública, realizada no Anfiteatro do Bloco X do Campus Santa Mônica, em 31 de outubro de 2002, às 14:00 horas, com a seguinte Banca Examinadora:

NOME		ASSINATURA
Valder Steffen Jr, Prof. Dr.	UFU	
Francisco Paulo Lépre Neto, Prof. Dr	UFU	
Elaine Gomes Assis, Prof <sup>a</sup> . Dr <sup>a</sup> .	UNIMINAS	
Milton Dias, Prof. Dr.	UNICAMP	

Uberlândia, 31 de outubro de 2002.

"Again I saw that under the sun,  
the race is not to the swift,  
nor the battle to the strong,  
nor bread to the wise,  
nor riches to the intelligent,  
nor favor to the man of skill;  
but time and chance  
happen to them all."

## **Agradecimentos**

Ao professor Valder Steffen Jr pela dedicação e disposição mostrada para com este trabalho, por sua orientação e visão do que deveria ser feito e principalmente pela crença em nosso sucesso.

Ao Professor Francisco Lépure e a turma da disciplina Dinâmica de Máquinas Rotativas pela ajuda na instrumentação da bancada de rotores.

À Elaine G. Assis e José Eduardo S. Oliveira pela ajuda com os códigos em Fortran.

Ao pessoal da oficina mecânica pelos trabalhos de usinagem feitos no rotor.

À toda minha família pelo apoio que eles sempre me deram.

À Capes (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo apoio financeiro a minha dissertação.

## Sumário

1 - Introdução.	1
2 - Modelagem Matemática de Rotores Flexíveis – Revisão.	4
2.1 - Rotor sem falha.	4
2.1.1 - O elemento de disco.	4
2.1.2 - O elemento de eixo.	6
2.1.2.1 - Energia cinética do eixo.	6
2.1.2.2 - Energia de deformação do eixo.	11
2.2 - Rotor com falha.	17
2.2.1 - Energia de deformação do elemento de eixo contendo uma falha.	18
2.3 - Excitação por desbalanceamento.	20
2.4 - Equação do movimento.	23
3 - Técnicas de identificação usando métodos de Otimização.	24
3.1 - Identificação de falhas em rotores.	24
3.2 - Problemas inversos em engenharia.	25
3.3 - Otimização em engenharia.	25
3.3.1 - Categorias de otimização.	26
3.3.1.1 - Busca do mínimo baseada no cálculo matemático.	26
3.3.1.2 - Busca Aleatória.	27
3.4 - Algoritmos genéticos.	29
3.4.1 - Representação genética.	31
3.4.1.1 - Codificação binária.	32
3.4.1.2 - Codificação por números de pontos flutuantes	34
3.4.2 - Função de seleção.	34
3.4.2.1 - Método da roleta.	34
3.4.2.2 - Métodos de ranqueamento.	35
3.4.3 - Operadores genéticos.	36
3.4.3.1 - Cruzamento.	36
3.4.3.1.1 - Cruzamento binário.	36
3.4.3.1.2 - Cruzamento aritmético.	37
3.4.3.1.3 - Cruzamento heurístico.	38

3.4.3.2 - Mutação.	38
3.4.3.2.1 - Mutação binária.	38
3.4.3.2.2 - Mutação uniforme.	39
3.4.3.2.3 - Mutação de fronteira.	39
3.4.3.2.4 - Mutação não uniforme.	39
3.4.4 - População inicial, critério de parada e função de aptidão.	40
3.5 - Estratégia de utilização dos algoritmos genéticos para a identificação de falhas em máquinas rotativas.	40
4 - Comportamento Dinâmico de Rotores Flexíveis com Falhas.	42
4.1 - Comportamento dinâmico de rotores flexíveis.	42
4.2 - Comportamento dinâmico de rotores com falhas.	44
4.2.1 - Rotor de Jeffcott com falha	44
4.2.2 - Rotor vertical de três discos com falha.	51
5 - Identificação de Falhas em Eixos de Rotores Flexíveis.	60
5.1 - Resultados de simulações computacionais.	60
5.1.1 - Resultados obtidos através do método dos algoritmos genéticos	60
5.1.2 - Resultados obtidos através do método do recozimento simulado.	65
5.1.3 - Resultados obtidos através de métodos de otimização clássica.	66
5.1.4 - Rotor contendo duas falhas ao longo do eixo.	66
5.2 - Bancada experimental.	69
6 - Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros.	75
7 - Referências Bibliográficas.	78

## Lista de Figuras

Figura	Página
2.1 - Sistema de coordenadas.	5
2.2 - Graus de liberdade do modelo de elementos finitos do eixo.	7
2.3 - Seção transversal do eixo.	12
2.4 - Posição angular da trinca.	17
2.5 - Rotor com falha.	18
2.6 - Massa excêntrica.	21
3.1 - Fluxograma da resolução de um problema inverso utilizando algoritmos genéticos	25
3.2 - Algoritmo do programa "Simulated Annealing".	30
3.3 - Representação esquemática de um algoritmo genético simples.	31
3.4 - Representação de um cromossomo no código binário.	32
3.5 - Roleta.	35
3.6 - Esquema do cruzamento binário.	37
4.1 - Diagrama de Campbell de um rotor.	42
4.2 - Resposta ao desbalanceamento num rotor.	43
4.3 - Rotor de Jeffcott.	44
4.4 - Primeira e segunda frequências naturais do rotor de Jeffcott em função da posição da falha $L_d = 0,05m$ e $\xi = 0,5$ .	45
4.5 - Terceira e quarta frequências naturais do rotor de Jeffcott em função da posição da falha, $L_d = 0,05m$ e $\xi = 0,5$ .	45
4.6 - Primeira e segunda frequências naturais do rotor de Jeffcott em função da severidade da falha, $p = 1$ $L_d = 0,05m$ .	46
4.5 - Terceira e quarta frequências naturais do rotor de Jeffcott em função da severidade da falha, $p = 1$ $L_d = 0,05m$ .	46
4.8 - Primeira e segunda frequências naturais do rotor de Jeffcott em função do comprimento da falha, $p = 1$ e $\xi = 0.5$ .	47

4.9 - Terceiro modo do rotor de Jeffcott operando a 900 rpm em função da posição da falha, $L_d = 0,05\text{m}$ e $\xi = 0,5$ .	47
4.10 - Terceiro modo do rotor de Jeffcott operando a 900 rpm em função da severidade da falha, $L_d = 0,05\text{m}$ e $p = 10$ .	48
4.11 - Resposta ao desbalanceamento do rotor de Jeffcott em função da posição da falha, $\xi = 0,5$ e $L_d = 0,05\text{m}$ . Excitação e resposta no nó 11.	49
4.12 - Resposta ao desbalanceamento do rotor de Jeffcott em função da severidade da falha, $p = 1$ e $L_d = 0,05\text{m}$ . Excitação e resposta no nó 11.	49
4.13 - Modelo de elementos finitos do rotor vertical de três discos.	51
4.14 - Primeira e segunda frequências naturais do rotor vertical de três discos em função da posição da falha, $L_d = 0,01\text{m}$ e $\xi = 0,5$ .	52
4.15 - Terceira e quarta frequências naturais do rotor vertical de três discos em função da posição da falha, $L_d = 0,01\text{m}$ e $\xi = 0,5$ .	53
4.16 - Quinta e sexta frequências naturais do rotor vertical de três discos em função da posição da falha, $L_d = 0,01\text{m}$ e $\xi = 0,5$ .	53
4.17 - Primeira e segunda frequências naturais do rotor vertical de três discos em função da severidade da falha, $L_d = 0,01\text{m}$ e $p = 10$ .	54
4.18 - Terceira e quarta frequências naturais do rotor vertical de três discos em função da severidade da falha, $L_d = 0,01\text{m}$ e $p = 10$ .	54
4.19 - Quinta e sexta frequências naturais do rotor vertical de três discos em função da severidade da falha, $L_d = 0,01\text{m}$ e $p = 10$ .	55
4.20 - Quinta e sexta frequências naturais do rotor vertical de três discos em função do comprimento do elemento com falha, $p = 10$ e $\xi = 0,5$ .	55
4.21 - Quinto modo do rotor vertical de três discos (operando a 2800 rpm) em função da posição da falha, $L_d = 0,01\text{m}$ e $\xi = 0,5$ .	56
4.22 - Quinto modo do rotor vertical de três discos (operando a 2800 rpm) em função da severidade da falha, $L_d = 0,01\text{m}$ e $p = 10$ .	56
4.23 - Resposta ao desbalanceamento do rotor vertical de três discos em função da posição da falha, $\xi = 0,5$ e $L_d = 0,01\text{m}$ . Excitação e resposta no nó 4.	57
4.24 - Ampliação da figura 4.23 na região da terceira velocidade crítica.	58
4.25 - Resposta ao desbalanceamento do rotor vertical de três discos em função da severidade da falha, $p = 10$ e $L_d = 0,01\text{m}$ . Excitação e resposta no nó 4.	58

4.26 - Ampliação da figura 4.25 na região da terceira velocidade crítica.	59
5.1 - Resposta ao desbalanceamento do rotor de Jeffcott em função dos parâmetros da falha, excitação e resposta no nó 11.	62
5.2 - Diagrama de Campbell em função dos parâmetros da falha, 5 <sup>a</sup> e 6 <sup>a</sup> frequências naturais do rotor.	63
5.3 - Resposta ao desbalanceamento do rotor em função dos parâmetros da falha, excitação e resposta no nó 4	63
5.4 - Resposta ao desbalanceamento do rotor em função dos parâmetros da falha, parâmetros identificados via recozimento simulado. Excitação e resposta no nó 4.	65
5.5 - Resposta ao desbalanceamento do rotor em função dos parâmetros da falha, rotor contendo duas falhas ao longo do eixo, utilizando algoritmos genéticos como ferramenta de otimização. Excitação e resposta no nó 4.	66
5.6 - Resposta ao desbalanceamento do rotor em função dos parâmetros da falha, rotor contendo duas falhas ao longo do eixo, utilizando o recozimento simulado como ferramenta de otimização. Excitação e resposta no nó 4.	68
5.7 - Bancada experimental.	69
5.8 - Mancal superior do rotor.	70
5.9 - Sistema de aquisição de dados.	71
5.10 - F.R.F. do rotor operando a 1920 rpm.	72
5.11 - F.R.F. do rotor operando a 2700 rpm.	72
5.12 - F.R.F. do rotor operando a 3360 rpm.	73
5.13 - F.R.F. do rotor com suas extremidades apoiadas em duas superfícies rígidas.	74

## Lista de tabelas

Tabela	Página
4.1 - Velocidades críticas do rotor de Jeffcott em função de $p$ e $\xi$ .	48
4.2 - Propriedades geométricas do rotor vertical de três discos.	52
4.3 - Propriedades físicas dos mancais.	52
4.4 - Velocidades críticas do rotor vertical de três discos em função de $p$ e $\xi$ .	57
5.1 - Resultados de simulações obtidos para o rotor de Jeffcott.	61
5.2 - Resultados de simulações obtidos para o rotor vertical de três discos.	62
5.3 - Resultados de simulações obtidos para o rotor vertical de três discos, utilizando apenas as frequências na formulação da função objetivo.	64
5.4 - Resultados de simulações obtidas para o rotor vertical de três discos, utilizando apenas a resposta ao desbalanceamento na formulação da função objetivo.	64
5.5 - Resultados de simulações obtidos para o rotor vertical de três discos, utilizando o recozimento simulado como ferramenta de otimização.	65
5.6 - Resultados de simulações obtidos para o rotor vertical de três discos com duas falhas no eixo, utilizando algoritmos genéticos como ferramenta de otimização.	67
5.7 - Resultados de simulações obtidos para o rotor vertical de três discos com duas falhas no eixo, utilizando o recozimento simulado como ferramenta de otimização.	67

## Simbologia

$a$	-	Quantidade devida o cisalhamento da seção transversal do eixo.
$bw$	-	<i>Backward whirl</i> (precessão inversa).
$[C]$	-	Matriz giroscópica de um elemento de eixo.
$[C_G]$	-	Matriz giroscópica global.
$d$	-	distância de $m_u$ ao centro geométrico do elemento na qual está contida.
$d_m$	-	Resposta ao desbalanceamento do modelo.
$d_s$	-	Resposta ao desbalanceamento do sistema.
$[D_G]$	-	Matriz de amortecimento global.
$E$	-	Módulo de Elasticidade.
$F_0$	-	Força axial agindo no eixo do rotor.
$F_{EXCT}$	-	Vetor das forças de excitação.
$F_i$	-	$i$ -ésimo esforço generalizado.
$F_{obj}$	-	Valor da função objetivo.
$fw$	-	<i>Forward whirl</i> (precessão direta).
$G$	-	Módulo de elasticidade transversal do aço.
$[G_D]$	-	Matriz giroscópica do disco.
$I$	-	Momento de inércia de área da seção transversal da viga.
$I_0$	-	Tensor de inércia do disco em relação ao ponto O.
$I_d$	-	Momento de inércia de área da seção transversal do elemento danificado.
$I_{Dx}, I_{Dy}, I_{Dz}$	-	Momento de inércia de massa do disco nas direções x, y e z.
$[K_c]$	-	Matriz de rigidez clássica de um elemento de viga.
$[K_{cd}]$	-	Matriz de rigidez do elemento danificado.
$[K_G]$	-	Matriz de rigidez global.
$L$	-	Comprimento de um elemento de eixo.
$L_d$	-	Comprimento do elemento de eixo danificado.
$q_G$	-	vetor de deslocamento de todos os nós do rotor.
$q_i$	-	$i$ -ésima coordenada generalizada.
$m_D$	-	Massa do disco.
$m_u$	-	Massa excêntrica.
$[M]$	-	Matriz de massa clássica de um elemento de eixo.

$[M_s]$	-	Matriz de massa secundária de um elemento de eixo.
$[M_D]$	-	Matriz de massa do disco.
$[M_G]$	-	Matriz de massa global.
$N_1, N_2$	-	funções de forma cúbicas para um elemento de viga.
$O$	-	Centro do disco.
$p$	-	posição da falha ao longo do eixo
$R_0$	-	Referencial fixo
$R_1$	-	Referencial Móvel.
$S$	-	Área da seção transversal do eixo.
$S_{dr}$	-	Área reduzida da seção transversal danificada.
$S_m$	-	Modos de vibração do modelo.
$S_r$	-	Área reduzida da seção transversal.
$S_s$	-	Modos de vibração do sistema.
$T$	-	Energia cinética.
$T_D$	-	Energia cinética do disco.
$T_s$	-	Energia cinética do eixo.
$T_u$	-	Energia cinética devido ao desbalanceamento.
$u$	-	Coordenada ao longo do eixo X
$U$	-	Energia de deformação.
$U_d$	-	Energia de deformação de um elemento de eixo danificado
$U_s$	-	Energia de Deformação de um elemento de eixo.
$V_{C_m}$	-	Velocidades críticas do modelo.
$V_{C_s}$	-	Velocidades críticas do sistema.
$V_p$	-	Variáveis de projeto.
$X, Y, Z$	-	Sistema de eixo do referencial fixo.
$x, y, z$	-	Sistema de eixo do referencia móvel.
$w$	-	Coordenada ao longo do eixo Z.
$w_q$	-	Coefficiente de ponderação dos valores das frequências naturais.
$w_r$	-	Coefficiente de ponderação dos valores das velocidades críticas.
$w_s$	-	Coefficiente de ponderação dos valores dos modos de vibração.
$w_t$	-	Coefficiente de ponderação dos valores das respostas ao desbalanceamento.

$\alpha$	-	Ângulo de defasagem entre a massa excêntrica e referencial 0.
$\delta$	-	Vetor de deslocamento para um elemento de eixo.
$\delta u$	-	Vetor de deslocamento na direção X.
$\delta w$	-	Vetor de deslocamento na direção Z.
$\varepsilon$	-	Deformação de um ponto da seção transversal do eixo.
$\phi$	-	Ângulo de rotação em torno do eixo y.
$\nu$	-	Coefficiente de Poisson do aço.
$\theta$	-	Ângulo de rotação em torno do eixo x.
$\rho$	-	Densidade do material do eixo.
$\sigma$	-	Tensão devido a deformação $\varepsilon$ .
$\omega_m$	-	Frequências naturais do modelo.
$\omega_s$	-	Frequências naturais do sistema.
$\vec{\omega}_{R_1/R_0}$	-	Velocidade angular instantânea no referencial xyz.
$\vec{\omega}_{R_1/R_0}^{R_1}$	-	Velocidade angular instantânea no referencial XYZ.
$\Omega$	-	Velocidade de rotação do rotor.
$\xi$	-	Severidade da falha.
$\psi$	-	Ângulo de rotação em torno do eixo z.

Simões, R. C., 2002, "Identificação de Falhas em Eixos de Rotores Flexíveis Utilizando Técnicas de Otimização", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Minas Gerais.

## Resumo

Esta dissertação apresenta um estudo sobre o problema da identificação de falhas em eixos de máquinas rotativas utilizando técnicas de otimização. O princípio básico adotado neste trabalho foi o de que a presença da falha no eixo da máquina altera sua energia de deformação e, conseqüentemente, também altera seu comportamento vibratório.

Formulou-se então uma estratégia de identificação de falhas baseada na minimização de um funcional formado pela diferença das características dinâmicas do sistema real e do modelo do rotor, ambos com falhas. As variáveis a serem otimizadas são os parâmetros que representam a falha (severidade, posição e comprimento). As características dinâmicas do rotor foram calculadas através do método dos elementos finitos. Utilizou-se um modelo simples para representar a falha, onde fenômenos não lineares foram desprezados.

Métodos de otimização pseudo-aleatórios foram escolhidos para a tarefa de otimização devido à robustez apresentada por estes métodos na resolução de problemas inversos complexos, tal como o que é aqui estudado. O método dos algoritmos genéticos foi a principal técnica de otimização empregada nesta dissertação. Entretanto, o método do recozimento simulado também foi utilizado com sucesso.

Simulações computacionais foram realizadas e os resultados apresentaram boa aproximação entre os parâmetros da falha identificados pela metodologia desenvolvida e os parâmetros previamente estabelecidos.

---

*Palavras chaves: Rotores flexíveis, identificação de falhas, técnicas de otimização, algoritmos genéticos.*

Simões, R. C., 2002, "Fault Identification in Shafts of Flexible Rotors by Using Optimization Techniques", M. Sc. Dissertation, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Minas Gerais.

## Abstract

This thesis presents a study about the problem of fault identification in rotating machinery, by using optimization techniques. The basics of this work is to consider that the rotor faults entails strain energy change and, consequently, the vibratory behaviour of the system is also changed.

The fault identification strategy used in this contribution is based on the minimization of a functional formed by the difference between the dynamic characteristics of the real system and those obtained from the rotor model, the both entail the cracks. The variables to be optimized are the faults parameters (severity , position and fault length). The dynamic characteristics were calculated through the finite element method. A simple model was used to represent the fault in such a way that it's non-linear behaviour was not taken into account.

Pseudo-random optimization methods were chosen in this work, due to their robustness in solving complex inverse problems. Genetics Algorithms were the most important optimization strategy used in this thesis. However, simulated annealing was also successfully used.

Simulation results demonstrate that the methodology developed is very effective in identifying parameters of flexible rotors.

---

*Key Words: Flexible rotors, fault identification, optimization techniques, genetic algorithms.*

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

As máquinas rotativas são equipamentos utilizados em vários tipos de indústrias, dentre as quais se destacam os setores petroquímico, aeronáutico e de geração de energia. Os rotores utilizados nos setores petroquímico e aeronáutico operam em altas velocidades e possuem pequenas ou médias dimensões. Já os rotores empregados na indústria de geração de energia (hidroelétricas) operam em baixas rotações e possuem grandes dimensões.

A tendência atual no projeto moderno de máquinas rotativas, particularmente de turbomáquinas, é que estas alcancem altas velocidades de operação. Os avanços na área de materiais, tais como o surgimento de novas ligas e materiais compostos, que possuem uma alta relação resistência/peso, permitem que as máquinas rotativas apresentem uma boa faixa de velocidade de operação e, ainda assim, sejam confiáveis. Entretanto estes materiais são susceptíveis ao aparecimento de falhas. Isto leva a uma perda das propriedades mecânicas do material, reduzindo sua resistência à fadiga e, conseqüentemente, podendo causar a quebra da máquina ou de seus componentes.

Uma quebra repentina em qualquer dos tipos de equipamentos mencionados pode provocar grandes perdas econômicas, inconvenientes aos usuários de serviços, ou até perdas de vidas humanas, dependendo do equipamento em questão. Segundo Muszynka (1982), na indústria de prestação de serviço dos EUA durante o período de 1972 a 1982, pelo menos 28 falhas em rotores podem ser atribuídas a trincas em seus eixos. Para se evitar tais problemas é desejável que se possua um aparato que possa informar sobre a existência de falhas nas máquinas, bem como sobre a evolução destas ao longo do tempo de utilização do equipamento, monitorando-o.

Devido à inconstância dos ciclos climáticos e a necessidade de preservação ecológica, haverá em um futuro breve um aumento de usinas de geração termelétricas em contraponto ao modelo brasileiro de geração de energia elétrica até aqui adotado, modelo este que privilegia as usinas hidroelétricas. As turbinas que fornecem a energia cinética ao gerador das termelétricas são classificadas como rotores flexíveis, isto é, o eixo possui uma baixa relação diâmetro/comprimento, além de operar acima da primeira ou segunda velocidade crítica; enquanto as turbinas das plantas hidroelétricas são classificadas como rotores rígidos, possuem uma alta

relação diâmetro/comprimento e operam a baixa rotação. O aparecimento de trincas em rotores flexíveis é um fator crítico, configurando urgência para a indústria nacional no sentido de desenvolver tecnologias de identificação de falhas em rotores. Quanto mais prematura puder ser tal identificação, melhor.

A partir do início da década de 70 começa a surgir um grande número de publicações sobre rotores que apresentam eixos com falhas (cracks), principalmente falhas transversais. Vários autores propõem modelos matemáticos para representar o problema: Gasch (1976), Henry e Okah-Avae (1976) e Mayes e Davies (1976). Nelson e Nataraj (1986) utilizam o método dos elementos finitos (M.E.F.) para trabalhar com rotores de maior complexidade de modelagem, abrindo espaço para o estudo de máquinas rotativas industriais sujeitas a falhas. Cheng e Ku (1991) simulam o comportamento dinâmico de um rotor com falhas utilizando o M.E.F., considerando que a presença da falha introduz modificações na energia de deformação do eixo e, conseqüentemente, na matriz de rigidez do elemento no qual a falha está localizada.

As falhas transversais, que são as mais pesquisadas, são caracterizadas por trincas que se localizam ao longo da seção transversal do eixo. Por se tratar de defeitos que podem ocasionar um grande número de quebras em rotores, sua detecção, ainda no estágio inicial, é de fundamental importância para evitar a quebra. O mecanismo de abertura e fechamento da trinca devido à rotação do eixo é chamado de "breathing" (respiração). O *breathing* introduz não linearidade nas propriedades do rotor e altera a rigidez do eixo periodicamente com a rotação. Nelson e Nataraj (1986) usam séries de Fourier truncadas para representar matematicamente este fenômeno. Bachschmid e Tanzi (2001) afirmam, em trabalho recente, que o mecanismo do *breathing* e as propriedades vibratórias de um rotor com *crack* são influenciadas pela tensão de origem térmica, que podem surgir durante transientes térmicos quando as condições de operação do equipamento mudam. O fenômeno do *breathing* não é abordado nesta dissertação.

Neste trabalho, para a caracterização da presença de falhas, a metodologia utilizada consiste em avaliar a alteração da rigidez no eixo causada pela presença destas, e então obter as propriedades dinâmicas do rotor utilizando suas equações do movimento, considerando a influência da rigidez modificada. Num primeiro momento, este trabalho procurará avaliar o comportamento dinâmico de rotores flexíveis com a presença de falha, ou seja, é verificada a influência desta nas frequências naturais de vibração, nos modos próprios de vibrar e na resposta ao desbalanceamento. Em seguida as falhas são caracterizadas de acordo com sua posição, severidade e comprimento, características estas que devem ser identificadas.

Como estratégia de identificação de falhas são utilizados os algoritmos genéticos, enquanto técnica capaz de resolver um problema de otimização envolvendo a minimização de um funcional que expressa a diferença entre o comportamento dinâmico do sistema com falha e o modelo que caracteriza tal sistema. Os algoritmos genéticos (G.As.) são algoritmos de busca baseados nos princípios da seleção natural e da genética. A função de adaptação é escrita com base em aspectos do comportamento dinâmico do sistema, sensíveis a modificação em decorrência da existência da falha. A escolha de um método pseudo aleatório de otimização em detrimento de um método clássico se deve à natureza do problema. Michalewicz (1994) afirma que os algoritmos genéticos são utilizados para resolver problemas “difíceis”, com funções objetivo que não possuem propriedades como continuidade, diferenciabilidade e não satisfazem as condições de Lipschitz.

No capítulo 2 são apresentadas as formulações matemáticas para um rotor flexível utilizando-se o método dos elementos finitos. O modelo matemático para representar a falha também é apresentado neste capítulo, bem como a resolução do problema que caracteriza a análise do comportamento dinâmico do rotor.

O capítulo 3 apresenta a estratégia de identificação adotada, baseada em técnicas de otimização utilizando algoritmos genéticos. É feita uma breve explanação sobre a técnica de G.As empregada, com vistas à otimização de uma função multi-objetivo.

No capítulo 4 será estudado o comportamento dinâmico de um rotor flexível contendo uma ou mais falhas ao longo do eixo.

O capítulo 5 apresenta os resultados de identificação de falhas. Serão apresentados nesta fase apenas resultados de simulações computacionais. Tais resultados são também analisados neste capítulo. É feita uma descrição da bancada experimental a ser utilizada na futura validação da metodologia desenvolvida.

O capítulo 6 apresenta as conclusões desta dissertação de mestrado e algumas propostas para trabalhos futuros.

Finalmente, o capítulo 7 traz a lista de referências bibliográficas utilizada.

## Capítulo 2

### Modelagem Matemática de Rotores Flexíveis – Revisão

#### 2.1- Rotor sem falha.

Para o caso do rotor sem falha, será feita uma apresentação sucinta da formulação das equações do movimento pelo método dos elementos finitos. Foram utilizadas basicamente as referências Lalanne e Ferraris (1998) Berthier et all (1983).

Os rotores flexíveis são sistemas dinâmicos cujos modelos matemáticos são compostos basicamente pela combinação de elementos como discos rígidos, eixos flexíveis e mancais.

As equações do movimento para os elementos de rotor podem ser obtidas aplicando-se a equação de Lagrange, equação (2.1), nas expressões que fornecem as energias cinética e potencial dos elementos.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = F_i \quad (2.1)$$

onde  $q_i$  é a  $i$ -ésima coordenada generalizada,  $F_i$  é o  $i$ -ésimo esforço generalizado,  $T$  e  $U$  são as energias cinética e potencial, respectivamente.

#### 2.1.1 - O elemento de disco.

Um elemento de disco é assumido como sendo rígido, portanto caracteriza-se por possuir apenas energia cinética.

O disco mostrado na figura 2.1, Lalanne e Ferraris (1998), pode ter seus movimentos completamente descritos utilizando-se dois sistemas de coordenadas,  $R_0$  formado pelos eixos  $X, Y, Z$  e  $R_1$  formado pelos eixos  $x, y, z$  que são os sistemas de coordenadas inercial e móvel, respectivamente.

O sistema de coordenadas móvel  $xyz$  está relacionado com o sistema de coordenadas fixo  $XYZ$  através do conjunto de ângulos  $\theta$ ,  $\phi$  e  $\psi$ . A primeira rotação do referencial móvel é feita em torno do eixo  $Z$ , caracterizando o ângulo  $\psi$ . Então, gira-se o sistema de coordenadas de um

ângulo  $\theta$  em torno do novo eixo  $x$  chamado de  $x_1$ . Por último, gira-se o referencial móvel de  $\phi$  em torno do eixo  $y$ .

A velocidade angular instantânea no referencial  $xyz$  então é dada por:

$$\vec{\omega}_{R_1/R_0} = \dot{\psi} \vec{k} + \dot{\theta} \vec{i} + \dot{\phi} \vec{j} \quad (2.2)$$

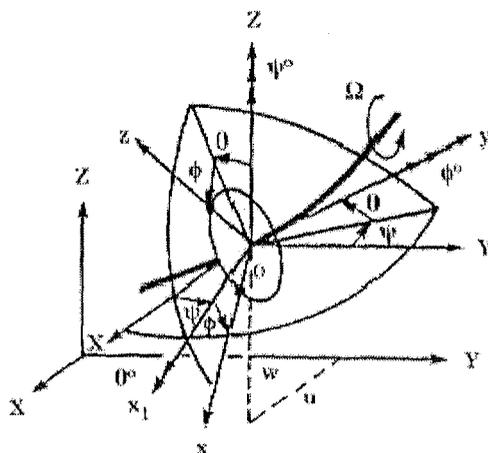


Figura 2.1 - Sistema de coordenadas.

Como a energia cinética do disco é calculada em relação ao referencial fixo  $R_0$ , então é necessário conhecer-se a velocidade angular instantânea do disco neste referencial, que é dada pela seguinte expressão:

$$\vec{\omega}_{R_1/R_0} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\psi} \cos \theta \sin \phi + \dot{\theta} \cos \phi \\ \dot{\phi} + \dot{\psi} \sin \theta \\ \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi + \dot{\theta} \sin \phi \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

sendo  $u$  e  $w$  as coordenadas do centro do disco (O) no referencial  $R_0$ , para os eixos  $X$  e  $Z$  respectivamente, e a coordenada ao longo de  $Y$  é considerada constante. A massa do disco é  $m_D$  e seu tensor de inércia em O, com as direções principais de inércia coincidindo com os eixos  $x, y, z$  é dado por:

$$I_{/O} = \begin{bmatrix} I_{Dx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{Dy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dz} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Então a energia cinética do disco é fornecida pela seguinte expressão:

$$T_D = \frac{1}{2}m_D(\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2}(I_{Dx}\omega_x^2 + I_{Dy}\omega_y^2 + I_{Dz}\omega_z^2) \quad (2.5)$$

Para se obter a equação (2.5) foi considerado que o disco é simétrico ( $I_{Dx} = I_{Dz}$ ), os ângulos  $\theta$  e  $\psi$  são pequenos e a velocidade de rotação do disco é constante ( $\dot{\phi} = \Omega$ ). Substituindo-se a equação (2.3) na equação (2.5), após as simplificações adotadas tem-se uma nova expressão para a energia cinética do disco.

$$T_D = \frac{1}{2}m_D(\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2}I_{Dx}(\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) + I_{Dy}\Omega\dot{\psi}\theta + \frac{1}{2}I_{Dy}\Omega^2 \quad (2.6)$$

onde o terceiro termo do segundo membro da equação acima representa o efeito giroscópico. O último termo do segundo membro da equação é uma constante, que representa a energia de rotação do disco em torno do seu próprio eixo de rotação.

Aplicando-se a equação de Lagrange, equação (2.1), na equação (2.6), obtém-se a matriz de massa do disco ( $M_D$ ) e giroscópica do disco ( $G_D$ ).

$$M_D = \begin{bmatrix} m_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{Dx} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$G_D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{Dy} \\ 0 & 0 & -I_{Dy} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

### 2.1.2 - O elemento de eixo.

O eixo é uma viga de seção circular e comprimento  $l$ , que possui energia cinética e energia potencial elástica (energia de deformação).

#### 2.1.2.1 - Energia cinética do eixo.

A energia cinética de um eixo de comprimento  $l$ , é dada por:

$$T_s = \frac{\rho I}{2} \int_0^l \{(\dot{\theta})^2 + (\dot{\psi})^2\} dy + \frac{\rho S}{2} \int_0^l \{(i\dot{u})^2 + (\dot{w})^2\} dy - 2\rho I \Omega \int_0^l \psi \dot{\theta} dy + \rho I L \Omega^2 \quad (2.9)$$

onde  $\rho$  é a densidade volumétrica do material,  $S$  é a área da seção transversal da viga e  $I$  é o momento de inércia de área da seção transversal da viga.

Para que se possa trabalhar com rotores que apresentem um nível mais elevado de complexidade, é desejável o uso de uma técnica numérica que possa discretizar o modelo contínuo. O método dos elementos finitos (M.E.F.) é um dos métodos de discretização mais utilizados na engenharia. No modelo de elementos finitos usual para o eixo de um rotor, cada elemento possui 2 nós e cada nó tem 4 graus de liberdade, sendo 2 translações ( $u, w$ ) e 2 rotações ( $\theta, \psi$ ), conforme mostrado na figura 2.2.

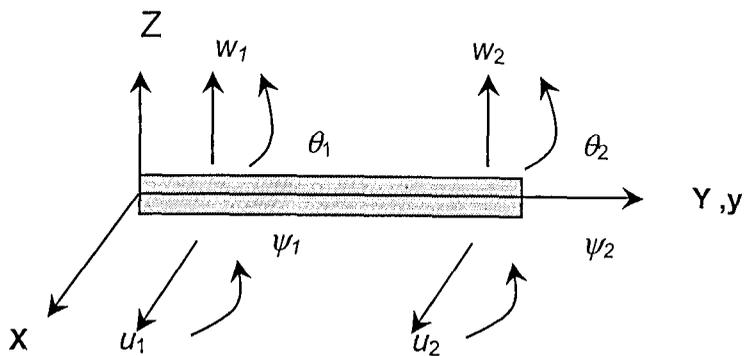


Figura 2.2 – Graus de liberdade do modelo de elementos finitos do eixo.

O vetor de deslocamento para um elemento de eixo é dado por:

$$\delta = [u_1, w_1, \theta_1, \psi_1, u_2, w_2, \theta_2, \psi_2]^T \quad (2.10)$$

que inclui os deslocamentos  $\delta u$  e  $\delta w$  correspondentes aos movimentos nas direções X e Z respectivamente, que são dados por:

$$\delta u = [u_1, \psi_1, u_2, \psi_2]^T \quad (2.11)$$

$$\delta w = [w_1, \theta_1, w_2, \theta_2]^T \quad (2.12)$$

Os deslocamentos  $u$  e  $w$  podem ser aproximados por:

$$u = N_1(y)\delta u \quad (2.13)$$

e

$$w = N_2(y)\delta w \quad (2.14)$$

onde  $N_1$  e  $N_2$  são funções de forma expressas por equações polinomiais cúbicas, dadas por:

$$N_1 = \left[ 1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3}; -y + \frac{2y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2}; \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3}; \frac{y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2} \right] \quad (2.15)$$

e

$$N_2 = \left[ 1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3}; y - \frac{2y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2}; \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3}; -\frac{y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2} \right] \quad (2.16)$$

As rotações são dados por:

$$\psi = -\frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.17)$$

e

$$\theta = \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.18)$$

Substituindo-se as derivadas das equações (2.13), (2.14), (2.17) e (2.18) na equação (2.9), obtém-se a expressão da energia cinética para um elemento de viga de comprimento  $L$ .

$$\begin{aligned} T_s = & \frac{\rho S}{2} \int_0^L [\delta \dot{u}^T N_1^T N_1 \delta \dot{u} + \delta \dot{w}^T N_2^T N_2 \delta \dot{w}] dy + \frac{\rho I}{2} \int_0^L \left[ \delta \dot{u}^T \frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_1}{dy} \delta \dot{u} + \delta \dot{w}^T \frac{dN_2^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} \delta \dot{w} \right] + \\ & + \rho I_p \Omega \int_0^L \delta \dot{u}^T \frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} \delta w dy + \rho I L \Omega^2 \end{aligned} \quad (2.19)$$

Substituindo-se as equações (2.15), (2.16) e suas derivadas na equação acima, tem-se:

$$T_s = \frac{1}{2} \delta \dot{u}^T M_1 \delta \dot{u} + \frac{1}{2} \delta \dot{w}^T M_2 \delta \dot{w} + \frac{1}{2} \delta \dot{u}^T M_3 \delta \dot{u} + \frac{1}{2} \delta \dot{w}^T M_4 \delta \dot{w} + \Omega \delta \dot{u}^T M_5 \delta \dot{w} + \rho I L \Omega^2 \quad (2.20)$$

onde  $M_1$  e  $M_2$  são as matrizes de massa clássica,  $M_3$  e  $M_4$  são as matrizes de inércia rotatória e  $M_5$  aparece devido ao efeito giroscópico, sendo que o último termo é uma constante que não influencia na obtenção das equações do movimento do rotor. As matrizes  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$ ,  $M_4$  e  $M_5$  são dadas por:

$$M_1 = \frac{\rho S L}{420} \begin{bmatrix} 156 & -22L & 54 & 13L \\ -22L & 4L^2 & -13L & -3L^2 \\ 54 & -13L & 156 & 22L \\ 13L & -3L^2 & 22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$M_2 = \frac{\rho S L}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156L & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$M_3 = \frac{\rho I}{30L} \begin{bmatrix} 36 & -3L & -36 & -3L \\ -3L & 4L^2 & 3L & -L^2 \\ 36 & 3L & 36 & 3L \\ -3L & -L^2 & 3L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$M_4 = \frac{\rho I}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 3L & -36 & 3L \\ 3L & 4L^2 & -3L & -L^2 \\ -36 & -3L & 36 & -3L \\ 3L & -L^2 & -3L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$M_5 = \frac{\rho I_P}{30L} \begin{bmatrix} -36 & -3L & 36 & -3L \\ 3L & 4L^2 & -3L & -L^2 \\ 36 & 3L & -36 & 3L \\ 3L & -L^2 & -3L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Sendo que as matrizes  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$ ,  $M_4$  e  $M_5$  são provenientes das seguintes integrações:

$$M_1 = \rho S \int_0^L [N_1^T N_1] dy \quad (2.26)$$

$$M_2 = \rho S \int_0^L [N_2^T N_2] dy \quad (2.27)$$

$$M_3 = \rho I \int_0^L \left[ \frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_1}{dy} \right] dy \quad (2.28)$$

$$M_4 = \rho I \int_0^L \left[ \frac{dN_2^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} \right] dy \quad (2.29)$$

$$M_5 = \rho I_p \int_0^L \left[ \frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} \right] dy \quad (2.30)$$

Aplicando-se a equação de Lagrange na expressão da energia cinética do eixo dada pela equação (2.20) obtém-se a matriz de massa clássica,  $M$ , relacionada com  $M_1$  e  $M_2$ , a matriz da massa secundária,  $M_S$ , relacionada com  $M_3$  e  $M_4$ , e a matriz giroscópica,  $C$ , relacionada com  $M_5$ :

$$M = \frac{\rho S L}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 0 & 13L & -3L^2 & 0 \\ -22L & 0 & 0 & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & -3L^2 \\ -54 & 0 & 0 & -13L & 156 & 0 & 0 & 22L \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 0 & 156 & -22L & 0 \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & 0 & -22L & 4L^2 & 0 \\ 13L & 0 & 0 & -3L^2 & 22L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

$$M_s = \frac{\rho I \Omega}{15L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

$$C = \frac{\rho I \Omega}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 3L & 0 & 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & L^2 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 3L & 0 & 0 & L^2 & -3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

### 2.1.2.2 - Energia de deformação do eixo.

A deformação de um ponto  $B(x,z)$  contido na seção transversal da viga mostrada na figura 3 é dada por:

$$\varepsilon = -x \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} - z \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u^*}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w^*}{\partial y} \right)^2 \quad (2.34)$$

A equação acima pode ser separada em uma parcela linear e outra não linear:

$$\varepsilon = \varepsilon_l + \varepsilon_{nl} \quad (2.35)$$

Sendo que  $\varepsilon_l$  é igual aos dois primeiros termos do segundo membro da equação (2.34) e  $\varepsilon_{nl}$  é igual aos dois últimos termos da equação (2.34) e corresponde à parcela não linear da equação.

A energia de deformação de uma viga submetida a uma tensão  $\sigma$  é dada pela seguinte expressão:

$$U_1 = \frac{1}{2} \int_V \varepsilon' \sigma \, d\tau \quad (2.36)$$

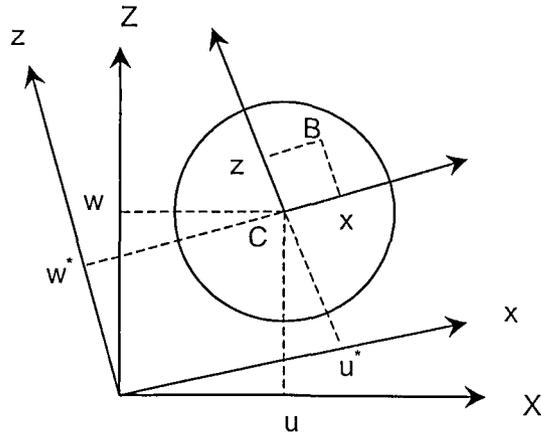


Figura 2.3 – Seção transversal do eixo.

onde “t” denota a transposição do vetor  $\varepsilon$ ,  $\sigma$  é o vetor de esforços e  $\tau$  é o volume da viga considerada. A relação entre tensão e deformação é dada por:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (2.37)$$

Substituindo-se a equação (2.37) na equação (2.36) tem-se:

$$U_1 = \frac{E}{2} \int_V \varepsilon' \cdot \varepsilon \, d\tau \quad (2.38)$$

substituindo-se a equação (2.35) na equação (2.38) obtém-se:

$$U_1 = \frac{E}{2} \int_V (\varepsilon_I + 2\varepsilon_I \varepsilon_{II} + \varepsilon_{II}) \quad (2.39)$$

Devido a simetria da seção transversal do eixo em relação a x e z, tem-se que:

$$\int_V \varepsilon_{II} \varepsilon_I = 0 \quad (2.40)$$

e o terceiro termo da integral da equação (2.39) é um termo de segunda ordem e pode ser desprezado. Considerando-se esta simplificação e substituindo-se o valor de  $\varepsilon_1$  na equação (2.39), tem-se:

$$U_1 = \int_0^L \int_S \left( -x \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} - z \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 dS dy \quad (2.41)$$

Após manipulação algébrica obtém-se:

$$U_1 = \int_0^L \int_S \left[ x^2 \left( \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + z^2 \left( \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 + 2xz \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right] dS dy \quad (2.42)$$

Devido a simetria da seção transversal do eixo em relação a  $x$  e  $z$ , a integral do terceiro termo entre colchetes na equação acima é nula. Os momentos de inércia de área em relação aos eixos  $x$  e  $z$  são dados respectivamente por:

$$I_x = \int_S z^2 ds \quad (2.43)$$

$$I_z = \int_S x^2 ds \quad (2.44)$$

Substituindo-se as equações (2.43) e (2.44) na equação (2.42), esta se torna:

$$U_1 = \frac{E}{2} \int_0^L \left[ I_z \left( \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + I_x \left( \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy \quad (2.45)$$

Se o eixo é submetido a uma força axial constante, existe uma segunda parcela para a energia de deformação do eixo dada por:

$$U_2 = \int_0^L \frac{F_0}{2} (\varepsilon_l + \varepsilon_{nl}) d\tau \quad (2.46)$$

devido a simetria da seção transversal do eixo em relação a  $x$  e  $z$ , a integral do primeiro termo entre parênteses na equação acima é nulo. Substituindo-se o valor de  $\varepsilon_{nl}$  na equação acima tem-se:

$$U_2 = \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[ \left( \frac{\partial u^*}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w^*}{\partial y} \right)^2 \right] dy \quad (2.47)$$

A energia total de deformação do eixo  $U_s$  é dada pela soma das parcelas  $U_1$  e  $U_2$ :

$$U_s = \frac{E}{2} \int_0^L \left[ I_z \left( \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + I_x \left( \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy + \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[ \left( \frac{\partial u^*}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w^*}{\partial y} \right)^2 \right] dy \quad (2.48)$$

As coordenadas  $u^*$  e  $w^*$  são coordenadas dependentes do tempo, mas podem ser reescritas em função de  $u$  e  $w$  como é mostrado na figura 2.3.

$$u^* = u \cos \Omega t - w \sin \Omega t \quad (2.49)$$

$$w^* = u \sin \Omega t + w \cos \Omega t \quad (2.50)$$

Substituindo-se as derivadas de  $u^*$  e  $w^*$  na equação (2.48), tem-se:

$$U_s = \frac{E}{2} \int_0^L \left[ I_z \left( \cos \Omega t \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \sin \Omega t \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + I_x \left( \sin \Omega t \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \cos \Omega t \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy + \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[ \left( \cos \Omega t \frac{\partial u}{\partial y} - \sin \Omega t \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left( \sin \Omega t \frac{\partial u}{\partial y} + \cos \Omega t \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] dy \quad (2.51)$$

Para eixos de seção transversal circular,  $I_x = I_y = I$ . Após algumas simplificações algébricas para a equação acima tem-se a expressão final para a energia de deformação do eixo.

$$U_s = \frac{E \cdot I}{2} \int_0^L \left[ \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy + \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] dy \quad (2.52)$$

Desprezando-se os esforços axiais ( $F_0 = 0$ ), a equação acima é simplificada.

$$U_s = \frac{E \cdot I}{2} \int_0^L \left[ \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy \quad (2.53)$$

Substituindo-se as derivadas das equações (2.13) e (2.14) na equação (2.53), obtém-se a energia de deformação de um elemento de eixo de comprimento  $L$  escrita de acordo com o método dos elementos finitos.

$$U_s = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[ \delta u^T \frac{d^2 N_1^T}{dy^2} \frac{d^2 N_1}{dy^2} \delta u + \delta w^T \frac{d^2 N_2^T}{dy^2} \frac{d^2 N_2}{dy^2} \delta w \right] dy \quad (2.54)$$

Após integrar a equação acima tem-se:

$$U_s = \frac{1}{2} \delta u^T K_1 \delta u + \frac{1}{2} \delta w^T K_2 \delta w \quad (2.55)$$

onde  $K_1$  e  $K_2$  são matrizes dadas por:

$$K_1 = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & -6L & -12 & -6L \\ -6L & 4L^2 & 6L & 2L^2 \\ -12 & 6L & 12 & 6L \\ -6L & 2L^2 & 6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

$$K_2 = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

obtidas a partir da integração das seguintes equações:

$$K_1 = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[ \frac{d^2 N_1^T}{dy^2} \frac{d^2 N_1}{dy^2} \right] dy \quad (2.58)$$

$$K_2 = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[ \frac{d^2 N_2^T}{dy^2} \frac{d^2 N_2}{dy^2} \right] dy \quad (2.59)$$

Aplicando a equação de Lagrange na expressão da energia de deformação dada pela equação (2.55), tem-se:

$$\frac{\partial U}{\partial \delta} = K_c \delta \quad (2.60)$$

onde  $K_c$  é matriz de rigidez clássica, dada por:

$$K_c = \frac{EI}{(1+a)L^3} \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & (4+a)L^2 & 0 & 0 & -6L & (4+a)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (4+a)L^2 & 6L & 0 & 0 & (4+a)L^2 \\ -12 & 0 & -0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & (2-a)L^2 & 0 & 0 & -6L & (2-a)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (2-a)L^2 & 6L & 0 & 0 & (2-a)L^2 \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

onde,

$$a = \frac{12EI}{GS_r L^2} \quad (2.62)$$

e

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.63)$$

onde  $S_r$  é a área reduzida da seção transversal do elemento e  $G$  é o módulo transversal de elasticidade do material do eixo. Estas equações levam em conta o cisalhamento da seção transversal do eixo, tratando-se portanto de uma viga de Timoshenko.

## 2.2 - Rotor com falha.

A existência de uma trinca num eixo faz com que a seção transversal na qual esta se encontra seja diminuída. A consequência direta disto é a diminuição do momento de inércia de área desta parte do eixo e a correspondente queda da rigidez do eixo, provocando alteração no comportamento dinâmico do rotor. A diminuição na rigidez do eixo relaciona-se diretamente com a profundidade da falha: trincas com pequenas profundidades produzem alterações quase imperceptíveis no comportamento do rotor. Outro fator importante é a localização desta falha ao longo do eixo, havendo posições nas quais a presença da trinca altera de maneira mais significativa o comportamento da máquina.

Durante um ciclo de uma rotação, os momentos de inércia  $I_x$  e  $I_z$  da seção transversal que contém a falha irão variar entre um valor máximo e um valor mínimo, dependendo da posição angular na qual a falha se localiza, figura 2.4. Dependendo de algumas condições de funcionamento do rotor (velocidade de rotação, tipo de carregamento, etc), a falha poderá se encontrar totalmente fechada para uma posição angular do eixo e totalmente aberta para outra. Este fenômeno de abertura e fechamento da trinca é conhecido como *breathing* (respiração).

As variações de inércia relacionadas à existência da trinca no eixo introduzem não-linearidades no sistema. A modelagem matemática destas não linearidades, principalmente do *breathing*, é uma tarefa complexa e vêm sendo assunto de pesquisa científica desde a década de 70. O modelo matemático-computacional utilizado para representar a falha neste trabalho despreza as não-linearidades citadas acima.

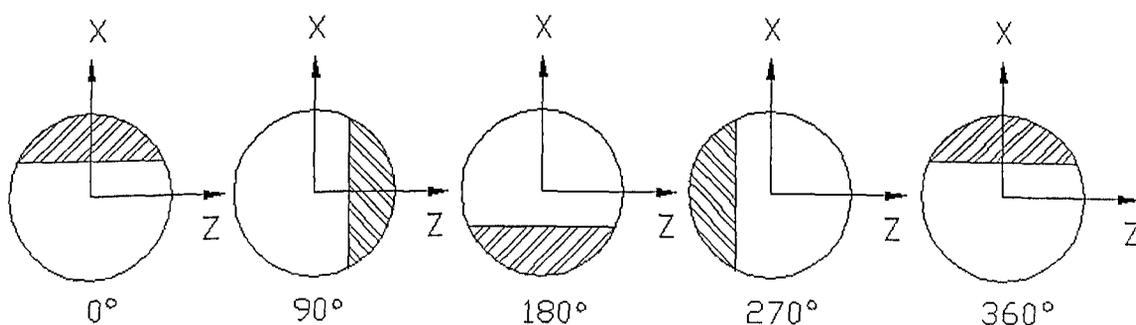


Figura 2.4 – Posição angular da Trinca.

No tipo de modelagem aqui adotado, supõe-se a existência de uma região com falha no intervalo delimitado por  $a$  e  $b$  na figura 2.5, sendo que o dano é considerado uniforme por unidade de comprimento. Como a falha está localizada apenas num pequeno comprimento do eixo, seus efeitos sobre a alteração da energia cinética do eixo são considerados mínimos e,

por isso, desprezados. Assim, a existência da falha exercerá influência apenas sobre a energia de deformação do eixo.

### 2.2.1 - Energia de deformação do elemento de eixo contendo uma falha.

A energia de deformação  $U_d$  de um elemento de eixo contendo uma falha uniforme no intervalo  $(a,b)$  pode ser escrita como:

$$U_d = \frac{E \cdot I_d}{2} \int_0^{L_d} \left[ \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy \quad (2.64)$$

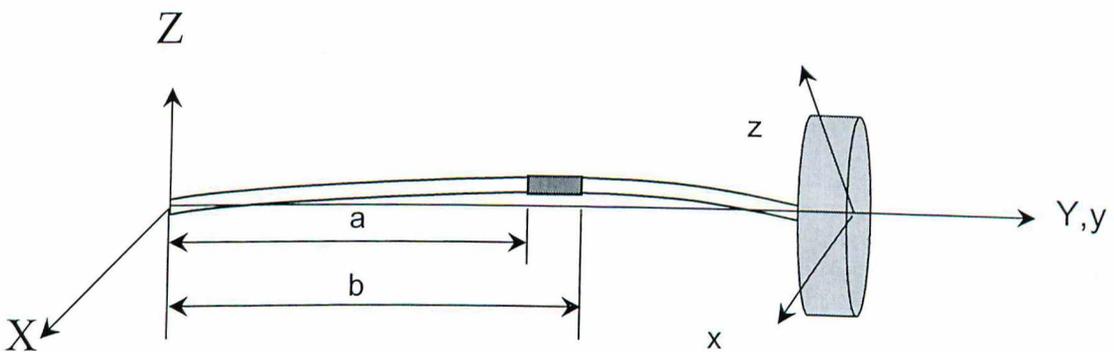


Figura 2.5 – Rotor com falha

A constante  $I_d$  tem significado físico semelhante ao momento de inércia  $I$  e mede a deterioração das propriedades do material do eixo dentro da região do dano. Esta equação reflete a capacidade de armazenamento de energia de deformação desta região. As constantes  $I_d$  e  $I$  estão relacionadas por:

$$I_d = \xi I \quad (2.65)$$

onde  $\xi$  é um valor entre 0 e 1. O momento de inércia  $I_d$  é um valor médio da inércia da seção danificada do eixo ao longo de um período de rotação, já que o valor real deste varia ao longo deste período.

Escrevendo-se a energia de deformação para um elemento com falha usando a formulação por elementos finitos, tem-se:

$$U_d = \frac{EI_d}{2} \int_0^{L_d} \left[ \delta u^T \frac{d^2 N_1^T}{dy^2} \frac{d^2 N_1}{dy^2} \delta u + \delta w^T \frac{d^2 N_2^T}{dy^2} \frac{d^2 N_2}{dy^2} \delta w \right] dy \quad (2.66)$$

onde  $L_d$  é o comprimento do elemento que contém a falha. Integrando a equação acima obtém-se:

$$U_d = \frac{1}{2} \delta u^T K_{d1} \delta u + \frac{1}{2} \delta w^T K_{d2} \delta w \quad (2.67)$$

onde  $K_{d1}$  e  $K_{d2}$  são matrizes dadas por:

$$K_{d1} = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & -6L & -12 & -6L \\ -6L & 4L^2 & 6L & 2L^2 \\ -12 & 6L & 12 & 6L \\ -6L & 2L^2 & 6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

$$K_{d2} = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

Aplicando a equação de Lagrange na equação representativa da energia de deformação quando se considera dano, equação (2.67), tem-se:

$$\frac{\partial U_d}{\partial \delta} = K_{cd} \delta \quad (2.70)$$

onde  $K_{cd}$  é a matriz de rigidez do elemento com dano, que é dada por:

$$K_{cd} = \frac{EI_d}{(1+a_d)L^3} \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & (4+a_d)L^2 & 0 & 0 & -6L & (4+a_d)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (4+a_d)L^2 & 6L & 0 & 0 & (4+a_d)L^2 \\ -12 & 0 & -6L & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & (2-a_d)L^2 & 0 & 0 & -6L & (2-a_d)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (2-a_d)L^2 & 6L & 0 & 0 & (2-a_d)L^2 \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

onde,

$$a_d = \frac{12EI_d}{GS_{dr}L^2} \quad (2.72)$$

e  $S_{dr}$  é a área reduzida da seção transversal danificada.

O modelo de falha utilizado neste trabalho, então, pode ser caracterizado por três parâmetros: diminuição na inércia da seção do elemento que contém a falha, posição e comprimento deste elemento. Estes três parâmetros formam o vetor de variáveis de projeto dado por:

$$V_p = [\xi, p, L_d] \quad (2.73)$$

### 2.3 - Excitação por desbalanceamento

A excitação por desbalanceamento geralmente é a fonte mais comum de excitação em máquinas rotativas. A força de desbalanceamento é originada por massas excêntricas que podem se encontrar localizadas em vários pontos e posições angulares diferentes ao longo do rotor. Uma massa excêntrica de valor  $m_u$  é representada na figura 2.6 e está situada a uma distância  $d$  do centro geométrico do elemento na qual está contida. A massa permanece sempre no plano formado pelos eixos  $x$  e  $z$  e sua coordenada ao longo do eixo  $y$  é constante.

As coordenadas da massa excêntrica no sistema de referência  $R_0$  são dadas por:

$$OD = \begin{bmatrix} u + d \sin \Omega t \\ cte \\ w + d \cos \Omega t \end{bmatrix} \quad (2.74)$$

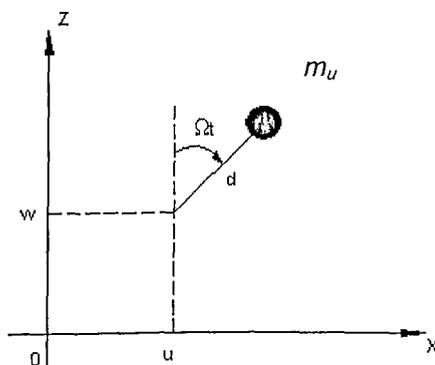


Figura 2.6 – Massa excêntrica.

A velocidade da massa excêntrica é obtida derivando a equação acima em relação ao tempo.

$$V = \frac{dOD}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{u} + d\Omega \cos \Omega t \\ 0 \\ \dot{w} - d\Omega \sin \Omega t \end{bmatrix} \quad (2.75)$$

Então a energia cinética devida ao desbalanceamento pode ser escrita por:

$$T_u = \frac{1}{2} m_u \left[ (\dot{u} + d\Omega \cos \Omega t)^2 + (\dot{w} - d\Omega \sin \Omega t)^2 \right] \quad (2.76)$$

Após desenvolver-se algebricamente a expressão acima tem-se:

$$T_u = \frac{m_u}{2} \left( \dot{u}^2 + \dot{w}^2 + \Omega^2 d^2 + 2\Omega d\dot{u} \cos \Omega t - 2\Omega d\dot{w} \sin \Omega t \right) \quad (2.77)$$

Aplicando-se a equação (2.1) na equação (2.77), para as coordenadas  $u$  e  $w$ , respectivamente, obtém-se:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_u}{\partial \dot{u}} \right) - \frac{\partial T}{\partial u} = m_u \ddot{u} - m_u d\Omega^2 \sin \Omega t \quad (2.78)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_u}{\partial \dot{w}} \right) - \frac{\partial T}{\partial w} = m_u \ddot{w} - m_u d\Omega^2 \cos \Omega t \quad (2.79)$$

Geralmente os rotores reais apresentam desbalanceamento distribuído ao longo de seu eixo, ou seja, os desbalanceamentos se encontram em planos diferentes, e também estes podem se encontrar desfasados um em relação ao outro. Então é recomendável introduzir um ângulo  $\alpha$  de defasagem da massa excêntrica em relação ao eixo z. Com isso, as equações (2.78) e (2.79) serão alteradas para:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_u}{\partial \dot{u}} \right) - \frac{\partial T}{\partial u} = m_u \ddot{u} - m_u d \Omega^2 \sin(\Omega t + \alpha) \quad (2.80)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_w}{\partial \dot{w}} \right) - \frac{\partial T}{\partial w} = m_w \ddot{w} - m_w d \Omega^2 \cos(\Omega t + \alpha) \quad (2.81)$$

Usando a propriedade de adição de arcos dos senos e cossenos, as equações (2.80) e (2.81) tornam-se:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_u}{\partial \dot{u}} \right) - \frac{\partial T}{\partial u} = m_u \ddot{u} - m_u d \Omega^2 (\sin \Omega t \cos \alpha + \cos \Omega t \sin \alpha) \quad (2.82)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_w}{\partial \dot{w}} \right) - \frac{\partial T}{\partial w} = m_w \ddot{w} - m_w d \Omega^2 (\cos \Omega t \cos \alpha + \sin \Omega t \sin \alpha) \quad (2.83)$$

Escrevendo-se as duas equações na forma matricial tem-se:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_u}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T_u}{\partial q_i} = \begin{bmatrix} m_u & 0 \\ 0 & m_w \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{w} \end{Bmatrix} - m_u d \Omega^2 \begin{Bmatrix} \sin \Omega t \cos \alpha + \cos \Omega t \sin \alpha \\ -\sin \alpha \sin \Omega t + \cos \Omega t \cos \alpha \end{Bmatrix} \quad (2.84)$$

Então a força de desbalanceamento originada pela massa  $m_u$  é dada por:

$$\begin{Bmatrix} F_u \\ F_w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_u d \cos \alpha \\ -m_u d \sin \alpha \end{Bmatrix} \Omega^2 \sin \Omega t + \begin{Bmatrix} m_u d \sin \alpha \\ m_u d \cos \alpha \end{Bmatrix} \Omega^2 \cos \Omega t \quad (2.85)$$

## 2.4 - Equação do movimento

Se  $q_G = \{u_1, w_1, \theta_1, \psi_1, u_2, w_2, \theta_2, \psi_2, \dots, u_n, w_n, \theta_n, \psi_n\}$  é o vetor que descreve todos os deslocamentos do rotor com  $n$  nós, então as forças e os deslocamentos deste rotor podem ser relacionados pela equação abaixo.

$$M_G \ddot{q}_G + (C_G + D_G) \dot{q}_G + K_G q_G = F_{EXCT} \quad (2.86)$$

onde  $M_G$  é matriz de massa global do rotor obtida a partir de todos os seus elementos,  $C_G$  é a matriz giroscópica global do rotor,  $D_G$  é a matriz de amortecimento global do rotor,  $K_G$  é a matriz de rigidez global do rotor e  $F_{EXCT}$  é o vetor das forças de excitação que atuam no rotor. Este vetor das forças de excitação pode conter uma ampla gama de forças, tais como forças constantes (como a força devido a ação da gravidade), forças devido ao desbalanceamento, forças assíncronas e forças harmônicas fixas no espaço, dentre outras.

## Capítulo 3

### Técnicas de Identificação Usando Métodos de Otimização

#### 3.1 - Identificação de falhas em rotores.

Os métodos clássicos de identificação de trincas em estrutura, tais como, ultra som, a radiação infravermelha, etc, têm provado não serem adequados para a identificação de falhas em rotores, devido à existência de altos níveis de ruídos nas medições feitas em ambientes industriais. Além disso, as técnicas citadas acima, para serem aplicadas, necessitam em geral que o maquinário esteja fora de operação, o que ocasionaria prejuízo financeiro. Como os padrões de vibração refletem as variações das propriedades mecânicas de um sistema, então eles podem ser um meio para a identificação e localização de trincas em rotores. Para He et al (2001), a detecção e localização de trincas em eixos de rotores pode ser considerada como um problema inverso, ou seja; os parâmetros que caracterizam a falha são desconhecidos a priori, devendo ser obtidos a partir de relações de entrada – saída do sistema em estudo.

#### 3.2 - Problemas inversos em engenharia.

Pode-se dizer que as técnicas computacionais para a solução de problemas inversos compreendem, no contexto deste trabalho, dois ingredientes principais : um programa computacional para a análise dinâmica do rotor e um programa de otimização não linear. Estes dois programas têm que operar de maneira acoplada. Embora existam várias opções para formular o problema dinâmico aqui colocado, escolheu-se, neste caso, o método dos elementos finitos, conforme apresentado no capítulo 2 desta dissertação. Semelhantemente, muitas alternativas existem quanto às técnicas de otimização a serem implementadas computacionalmente.

A maior dificuldade de se resolver problemas inversos está entretanto em se encontrar um procedimento iterativo robusto o bastante para lidar com mínimos locais e, ainda assim, prosseguir na busca da solução. Técnicas de otimização baseadas em cálculos matemáticos como aqueles que envolvem o gradiente apresentam uma convergência rápida quando se tem uma função bem definida e bem comportada matematicamente. O problema é que, no caso dos problemas inversos reais, estas características são (apenas) raramente encontradas.

Então, torna-se interessante o uso de uma técnica de otimização que não necessite de qualquer argumentação matemática, além das saídas fornecidas pelo programa de análise utilizado. Assim, formula-se uma função objetivo que, quando minimizada, retorna os parâmetros desconhecidos do sistema. Os algoritmos genéticos apresentam tal vantagem, pois baseiam sua busca pelo ótimo unicamente no valor da função objetivo. É importante salientar que este método não investe o processo de busca num único ponto, mas num conjunto de pontos (população) que evolui ao longo de várias iterações (gerações) de acordo com operadores previamente definidos. O valor da função a ser otimizada é conhecido como função de adaptação dentro da linguagem dos algoritmos genéticos.

O problema inverso, então, pode ser visto como a minimização de uma função formada pela diferença entre as saídas do sistema real, que são medidas, e as saídas do modelo, estas calculadas pelo programa de análise. Cada conjunto de saídas do modelo será gerado por uma configuração de projeto e, ao final do processo de otimização, espera-se que a configuração ótima seja aquela que melhor represente as características reais do sistema. A figura 3.1 representa esquematicamente o processo de resolução de um problema inverso usando os algoritmos genéticos.

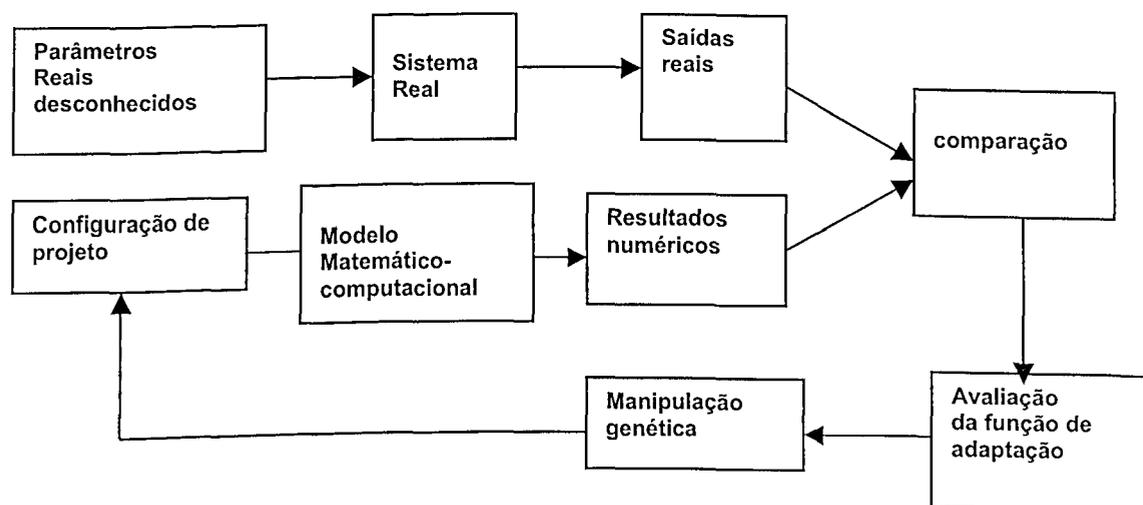


Figura 3.1 – Fluxograma da resolução de um problema inverso utilizando algoritmos genéticos.

### 3.3 - Otimização em engenharia.

Otimizar, de maneira bastante resumida, é fazer algo que já existe de uma forma mais eficiente. Alguém concebe um novo projeto e a otimização o melhora, de acordo com algum critério de desempenho. Em um processo ou projeto qualquer de engenharia, sempre estão

envolvidas uma ou mais variáveis de projeto, das quais dependerá o desempenho final do mesmo. Em contra partida, o desempenho do projeto também pode conter mais de um objetivo (custo, comportamento dinâmico, segurança), e tais objetivos podem ser conflitantes entre si. Cada conjunto de variáveis possíveis de serem usadas fornecerá um resultado diferente, dentro dos quais se encontrará o melhor possível, atendidas as funções de restrição do problema. O teste de todas as configurações possíveis seria impossível na maioria dos casos, mesmo usando computadores de grande desempenho. Então, otimização, também, pode ser definida como um método que busca a melhor configuração de um projeto, sem ter que testar todas as possibilidades envolvidas.

### **3.3.1 - Categorias de otimização.**

Haupt e Haupt (1998) dividem os problemas de otimização em seis categorias:

1. Que envolve uma função matemática a ser extremizada (maximizada ou minimizada), por tentativa e erro.
2. De uma variável ou de múltiplas variáveis.
3. Estática ou dinâmica.
4. De variáveis discretas ou de variáveis contínuas.
5. Com restrição ou sem restrição.
6. Busca do mínimo baseada em cálculo matemático ou busca aleatória.

Em muitos casos, uma forma de otimização pode pertencer simultaneamente a mais de uma categoria. Por exemplo, um dado processo de otimização pode usar um método aleatório, possuir variáveis contínuas e também restrições.

Interessa mais ao escopo desta dissertação um detalhamento maior sobre as duas vertentes mencionadas na categoria 6 acima.

#### **3.3.1.1 - Busca do mínimo baseada no cálculo matemático.**

Os métodos clássicos de otimização partem de um ponto inicial de projeto e se deslocam ao longo do espaço de projeto baseados em cálculos matemáticos que geralmente usam o gradiente da função a ser extremizada. Apresentam uma rápida convergência, mas nem sempre são eficientes na busca do mínimo, dependendo da natureza da função. A superfície de projeto, superfície esta formada por todos os valores possíveis da função, pode conter vários mínimos e a solução alcançada dependerá do ponto de partida inicial. Além disso

a solução poderá não corresponder ao mínimo global da função. Além do problema da existência de mínimos locais, os métodos clássicos são dependentes da existência das derivadas da função que se está otimizando. Em muitos casos a função a ser otimizada apresenta descontinuidades, não é derivável em todo o domínio ou é multimodal. Pelas razões apresentadas anteriormente, os métodos baseados no cálculo somente são robustos para uma gama restrita de problemas.

### 3.3.1.2 - Busca aleatória.

Os métodos de busca aleatória usam leis probabilísticas para encontrarem o conjunto de variáveis que minimizarão a função objetivo. São métodos que tendem a ser lentos, uma vez que exigem considerável esforço computacional, mas apresentam uma boa possibilidade de encontrar o mínimo global. Os dois métodos de busca pseudo-aleatória de maior sucesso são os Algoritmos Genéticos e o *Simulated Annealing* (recozimento simulado), ambos baseados em processos que ocorrem na natureza.

O *Simulated Annealing* é baseado num método numérico simples proposto por Metropolis em 1953 para representar o estado de equilíbrio de átomos a uma dada temperatura. Neste algoritmo  $\Delta E_n$  representa a energia de um sistema de átomos a uma dada temperatura *Temp*. A cada novo passo do algoritmo, é dado um deslocamento aleatório a um átomo, o que resulta em uma nova energia  $\Delta E_n$  para o sistema. Se esta nova energia é menor ou igual a zero, o deslocamento é aceito, caso contrário, a probabilidade da nova configuração ser aceita é dada por:

$$P(\Delta E_n) = e^{\left(\frac{-\Delta E_n}{K_b \cdot Temp}\right)} \quad (3.1)$$

Um número aleatório *nrand* (0,1) é gerado. Se *nrand* for menor ou igual à probabilidade dada pela equação acima, a nova configuração é aceita, se não, a configuração anterior é utilizada para iniciar o próximo passo. A escolha da função de probabilidade descrita pela equação (3.1), se deve ao fato de que o sistema evolui segundo uma distribuição Boltzman.

O parâmetro  $K_b$  é a constante de Boltzman, convenientemente tomada igual a um nos processos de otimização e *Temp* é um parâmetro chamado de temperatura. Se *Temp* tiver magnitude muito superior ao desvio padrão da função no intervalo, quase todos os pontos são aceitos. Mas se *Temp* for igual a zero, o método parte para uma busca aleatória do mínimo da função. Então, uma boa estimativa para o valor da variável *Temp* é aquela que oferece uma

aceitação de  $\pm 50\%$  das novas configurações. Isto é alcançado quando  $Temp$  é aproximadamente igual ao desvio padrão da função objetivo no intervalo estudado.

Pode-se fazer uma analogia entre os parâmetros acima citados e os que são utilizados no processo de otimização. A energia do sistema de átomos representa a função de custo, a configuração atômica representa as variáveis de projeto e a temperatura é análoga a um parâmetro de controle.

O *Simulated Annealing* faz uma analogia com o processo de recozimento utilizado na metalurgia, onde os metais são aquecidos a altas temperaturas, o que ocasiona elevação da quantidade de energia interna e choques violentos entre os átomos. Se o metal for resfriado de forma brusca, a microestrutura tende a um estado randomicamente instável, Masters (1993), porém, se o sistema é resfriado de forma lenta, o sistema procurará um ponto de equilíbrio caracterizado por uma microestrutura ordenada e estável. Kirkpatrick et al (1983) propuseram um método de otimização utilizando o "simulated annealing" (S.A.), onde a função objetivo é definida no domínio discreto. Corona et al (1987) propuseram algumas modificações no algoritmo do S.A. para utilizá-lo no domínio contínuo. Também foram propostas modificações para que o número de pontos aceitos fosse por volta de 50% dos pontos visitados. Masters (1993) propôs um algoritmo onde os parâmetros de controle que representam a temperatura inicial e a temperatura final estão relacionados, respectivamente, ao máximo desvio padrão permitido à perturbação randômica e a ordem de magnitude desejada na localização do melhor ponto. Nesta analogia entre o recozimento e o processo de otimização, a temperatura é o parâmetro que define a vizinhança na qual as buscas serão realizadas.

Assis (1999) utilizou em sua tese de doutorado um algoritmo que combina os algoritmos propostos por Masters (1993) e Corona (1987), com o intuito de melhorar a performance global. Inicialmente são definidos os parâmetros de controle, quais sejam: temperatura inicial, temperatura final, número de iterações em cada temperatura, número máximo de avaliações da função objetivo e tolerância para a função objetivo. A configuração inicial das variáveis de projeto é tomada como centro de busca e como primeira configuração ótima; e o valor da função objetivo correspondente, como o valor ótimo desta função. Posteriormente, as variáveis são aleatoriamente alteradas dentro do intervalo de busca do domínio  $(x_{min}, x_{max})$ , definindo, assim, uma nova configuração que possui um novo valor para a função objetivo. Se este novo valor da função objetivo for inferior ao valor anterior, esta configuração é tomada como o centro de busca e o ótimo da função objetivo é atualizado. Neste caso, o número de avaliações para esta temperatura é aumentado. Caso contrário, se o valor da função objetivo for maior que o da anterior, então a probabilidade desta configuração ser aceita como o novo centro de busca é dada pela equação (3.1.). Atendido o número máximo de iterações para esta temperatura, ela é reduzida de um fator  $r_t$  ( $0 < r_t < 1$ ), e o algoritmo é reiniciado, tendo como centro de busca o

melhor ponto já determinado. O algoritmo é finalizado quando o valor da função objetivo for menor do que a tolerância admitida, ou quando o número máximo de avaliações do objetivo for atingido, ou ainda se o número de temperaturas alcançar o limite máximo permitido. A figura 3.2 mostra o esquema do algoritmo utilizado por Assis (1999).

### 3.4 - Algoritmos genéticos.

Os algoritmos genéticos pertencem a uma classe de métodos chamados evolutivos. Os programas de evolução são algoritmos probabilísticos que mantêm uma população de indivíduos para cada iteração, sendo que cada indivíduo representa uma solução em potencial para o problema em questão. Cada solução é avaliada para medir um grau de adaptação (valor da função objetivo). Em uma nova iteração, uma nova população é formada a partir da seleção dos indivíduos mais aptos da população anterior. Alguns membros da nova população sofrem transformações através de operadores “genéticos” para se transformarem em novas soluções. A mutação é uma transformação de baixa probabilidade de ocorrência, que forma um novo indivíduo através de uma pequena mudança ocorrida em um indivíduo anterior. O *crossover* (cruzamento) forma dois novos indivíduos a partir de dois outros indivíduos já existentes. Após algumas gerações espera-se que a população de indivíduos convirja para uma população que represente a melhor solução para o problema.

O método dos algoritmos genéticos foi desenvolvido por Holland (1975) e popularizado por um de seus alunos, Goldberg (1989). Os G.A.s (*Genetic Algorithms*) são algoritmos estocásticos que se baseiam na hereditariedade e na seleção natural do mais apto (darwinismo). A linguagem usada nos G.A.s. foi emprestada da genética; assim, uma solução para o problema é chamada de indivíduo, genótipo ou cromossomo. Os cromossomos são formados por genes, os genes são formados por partes unitárias chamadas alelos. Cada população de indivíduos é chamada de geração. A estrutura de um G.A. é descrita por Joines et al (1995), conforme os seis itens abaixo:

1. Criação de uma população inicial de tamanho fixo.
2. Função de Adaptação
3. Função de seleção.
4. Operadores genéticos.
5. Representação genética ou codificação.
6. Critério de parada.

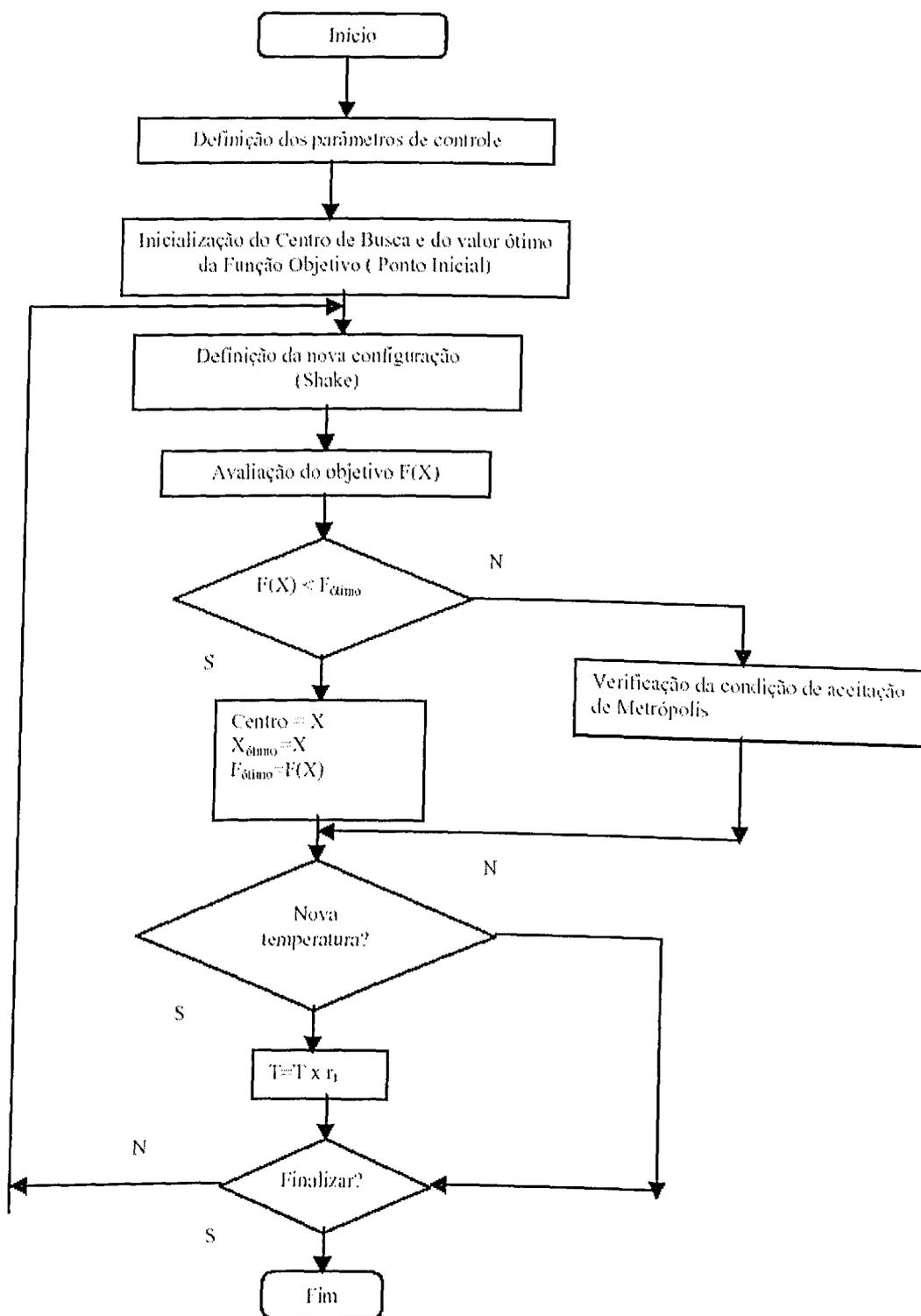


Figura 3.2 – Algoritmo do programa “Simulated Annealing”.

O fluxograma da figura 3.3 mostra o esquema de funcionamento de um algoritmo genético simples.

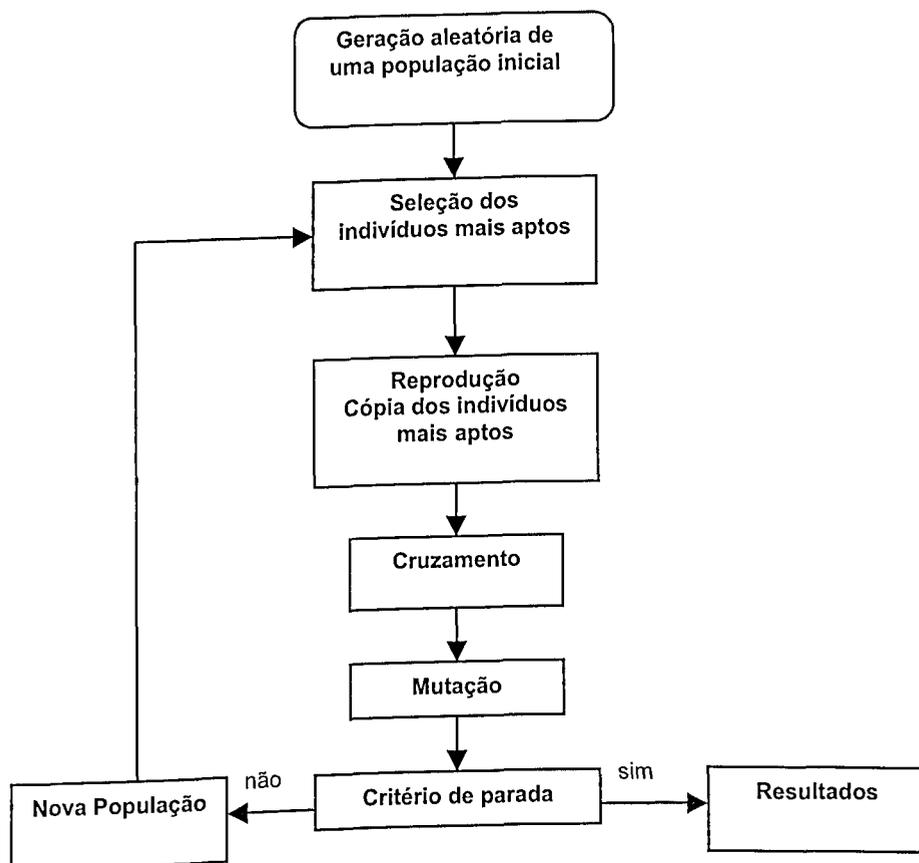


Figura 3.3 - Representação esquemática de um algoritmo genético simples.

### 3.4.1 - Representação genética.

Os G.A.s. não trabalham diretamente com as variáveis de projeto, mas sim com códigos que representam estas variáveis. Portanto, o primeiro aspecto a definir num programa de G.A. é o tipo de codificação a ser utilizado. Como já foi dito antes, cada indivíduo é formado por genes, que podem pertencer a “alfabetos” diferentes. Um alfabeto pode ser formado por dígitos binários, números de pontos flutuantes, números inteiros, símbolos, matrizes, etc.

A primeira codificação desenvolvida foi a de dígitos binários, por Holland. Michalewicz (1994) trabalhou extensivamente comparando resultados entre a codificação binária e a codificação de ponto flutuante. Os resultados mostraram que o ponto flutuante é mais eficiente e produz melhores resultados.

### 3.4.1.1 - Codificação binária.

Os genes que formam o indivíduo são compostos por uma sequência de bits 0 ou 1, como é mostrado na figura 3.4

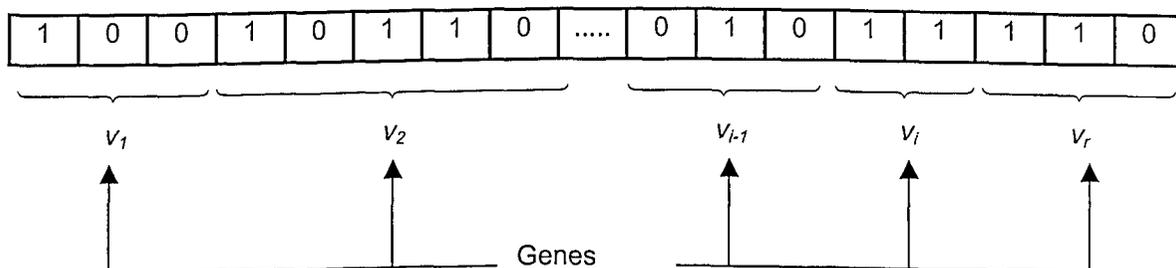


Figura 3.4 - Representação de um cromossomo no código binário.

Os tamanhos dos genes são determinados pela precisão das variáveis de projeto. Supondo-se que deseja-se otimizar uma função  $f_G$  com  $l$  variáveis de seis casas de precisão decimal:

$$\text{minimizar}(f_G) = \text{maximizar}(-f_G) \quad (3.2a)$$

$$f_G(v_1, v_2, \dots, v_l) : \mathfrak{R}^l \rightarrow \mathfrak{R} \quad (3.2b)$$

onde cada variável  $v_i$  pode assumir valores dentro do domínio:

$$\mathcal{D}_i = [a_i, b_i] \subseteq \mathfrak{R} \quad (3.3a)$$

e que:

$$f_G(v_1, v_2, \dots, v_l) > 0 \text{ para todo } v_i \in \mathcal{D}_i \quad (3.3b)$$

Então, para se atingir a precisão requerida, o domínio  $\mathcal{D}_i$  tem que ser dividido por  $(b_i - a_i)10^6$ .

Denota-se por  $m_i$  o menor inteiro que satisfaça a inequação abaixo:

$$(b_i - a_i) \cdot 10^6 \leq 2^{m_i} - 1 \quad (3.4)$$

onde  $m_i$  é o tamanho da cadeia binária de cada variável  $v_i$ .

O somatório de todos os tamanhos  $m_i$  das variáveis  $v_i$  que formam o indivíduo define a quantidade  $Q$  de alelos do cromossomo deste indivíduo:

$$Q = \sum_{i=1}^r m_i \quad (3.5)$$

Os indivíduos codificados são utilizados nas operações de reprodução, cruzamento e mutação. Para a avaliação da função de adaptação do indivíduo, ele deve ser decodificado. Portanto, é necessário transformar o código binário da variável para seu valor real. Tal transformação segue a seguinte fórmula:

$$decimal(bit_n, bit_{n-1}, \dots, bit_2, bit_1, bit_0)_2 = \left( \sum_{i=0}^n bit_i \cdot 2^i \right)_{10} \quad (3.6)$$

onde  $n$  é o número de alelos do gene. Assim, por exemplo, uma variável de projeto que é representada pelo código binário de 10 alelos 0001010111, utilizando a equação (3.6) terá seu valor real dado por:

$$decimal(0001010111)_2 = \left( \sum_{i=0}^{10} bit_i \cdot 2^i \right) = 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^7 = 167 \quad (3.7)$$

É necessário saber quanto o valor decimal corresponde ao valor real da variável  $v_i$  definida no domínio  $\mathcal{D}_i$ . A transformação de um valor decimal para um valor real é dada por:

$$x_i = a_i + decimal(00\dots100)_2 \cdot \frac{b_i - a_i}{2^{m_i} - 1} \quad (3.8)$$

Se o gene utilizado como exemplo na equação (3.7) representar uma variável no domínio real dentro do intervalo  $[-6,6]$  então seu valor real segundo a equação (3.8) será:

$$x_i = -6 + decimal(0001010111)_2 \cdot \frac{6 - (-6)}{2^{10} - 1} = -4.041 \quad (3.9)$$

Os códigos binários apresentam grandes possibilidades de codificação para parâmetros, porém apresentam a desvantagem de que, quando trabalham com problemas

envolvendo muitas variáveis que requerem alta precisão numérica, necessitam de cromossomos muito grandes para representar o indivíduo. Este ponto faz com que a eficiência do procedimento seja comprometida.

### 3.4.1.2 - Codificação por números de pontos flutuantes.

Neste tipo de codificação o indivíduo é representado por um cromossomo na forma de um vetor  $\chi_i$ , formado por números reais  $r_i$  definidos no domínio  $\mathcal{D}_i = [a_i, b_i]$ :

$$\chi_i = [r_1, r_2, r_3, \dots, r_l, \dots, r] \quad (3.10)$$

onde  $l$  é a quantidade de variáveis de projeto. Logo, não há necessidade de se passar para outra base numérica no caso da codificação de ponto flutuante.

### 3.4.2 - Função de seleção.

A seleção dos indivíduos que vão ser copiados para a próxima geração exerce um papel extremamente importante nos G.A.s. A seleção probabilística é feita com base na aptidão do indivíduo, de tal forma que os mais aptos tenham aumentadas suas chances de serem escolhidos. Existem vários processos de seleção, dentre os quais podem ser citados: roleta e suas variações, escalonamento, torneio, técnicas elitistas, métodos de ranqueamento.

#### 3.4.2.1 - Método da roleta.

O método da roleta, desenvolvido por Holland (1975), foi o primeiro método de seleção utilizado neste tipo de algoritmo. A probabilidade  $P_i$  de cada indivíduo ser escolhido é dada por:

$$P_i = \frac{F_i}{\sum_{j=1}^{tp} F_j} \quad (3.11)$$

onde  $F_i$  é a aptidão do indivíduo e  $tp$  é o tamanho da população. Após ter feito o cálculo da probabilidade de cada indivíduo, pode-se construir uma roleta, como é mostrado na figura 3.5

Torna-se óbvio que os indivíduos mais aptos ocuparão um espaço maior na roleta. O sorteio pela roleta pode ser feito calculando a probabilidade cumulativa  $q_i$  de cada indivíduo, dada por:

$$q_i = \sum_{j=1}^i P_j \quad (3.12)$$

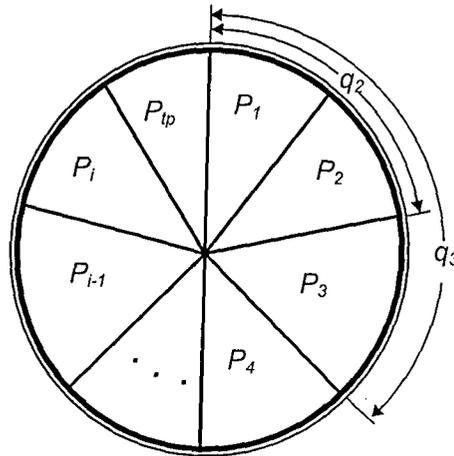


Figura 3.5 - Roleta

onde  $i$  é o índice do indivíduo. Para selecionar ou extinguir o primeiro indivíduo gera-se um número aleatório  $nrand_1$  entre 0 e 1. Se  $nrand_1$  for menor que  $q_1$ , então o indivíduo é selecionado, caso isso não ocorra, seleciona-se o  $i$ -ésimo indivíduo que obedeça a seguinte inequação:

$$q_{i-1} < nrand_1 < q_i \quad (3.13)$$

Para cada seleção é gerado um número aleatório  $nrand_i$  e o processo descrito acima é repetido, até que se complete o número de seleções preestabelecido.

### 3.4.2.2 - Métodos de ranqueamento.

Os métodos de ranqueamento calculam a função de avaliação de todos os indivíduos e os organizam segundo uma ordem (*ranking*). A técnica estipula uma probabilidade  $P_R$  que permite aos melhores indivíduos serem selecionados. Se  $P_R$  for 0.3, então 30% da população é selecionada e o resto dos indivíduos são eliminados. Assim é garantido que os 30% selecionados serão os indivíduos que apresentam o melhor valor da função de adaptação.

Um ranqueamento geométrico normalizado é proposto por Joines e Houck (1994), onde a probabilidade  $P_i$  de cada indivíduo é dada por:

$$P_i = q'(1-q)^{r-1} \quad (3.14)$$

onde

$$q' = \frac{q}{1-(1-q)^p} \quad (3.15)$$

e  $q$  é a probabilidade de selecionar o melhor indivíduo,  $r$  é o *ranking* do indivíduo (sendo que o *ranking* do melhor indivíduo é um (1)) e  $tp$  é o tamanho da população. Os indivíduos da população que apresentarem os maiores ranqueamentos geométricos serão selecionados.

### 3.4.3 - Operadores genéticos

Os operadores genéticos são utilizados para criar novos indivíduos a partir de indivíduos que já existem, garantindo assim a diversidade genética das novas populações e a possibilidade de surgir um novo indivíduo que represente uma melhor solução para o problema. Basicamente há dois tipos diferentes de operadores genéticos: o *crossover* (cruzamento) e a mutação. A forma de aplicação desses dois tipos de operadores depende do tipo de codificação do cromossomo.

#### 3.4.3.1 - Cruzamento.

Na operação de cruzamento, como o próprio nome sugere, são produzidos dois novos indivíduos através da troca de informações de outros dois já existentes. Os dois indivíduos que originarão os novos serão extintos, para que o tamanho da população se mantenha constante. Serão detalhados o cruzamento binário, para codificações binárias, e os cruzamentos aritméticos e heurísticos para números de ponto flutuante.

##### 3.4.3.1.1 - Cruzamento binário.

Primeiramente se deve escolher os pares de cromossomo que cruzarão entre si. Um procedimento possível é usar a probabilidade cumulativa  $q_i$  definida na equação (3.12). Gera-

se um número aleatório  $nrand$  entre 0 e 1, o primeiro indivíduo que apresentar  $q_i > nrand$  será escolhido. Para a escolha do par gera-se um novo número aleatório e repete-se o procedimento. Escolhidos os pares, o próximo passo é escolher a posição na qual os alelos vão ser trocados. Então, gera-se um número aleatório  $r$  entre 1 e  $m_i - 1$ , onde  $m_i$  é o tamanho do cromossomo. Os novos indivíduos,  $I1'$  e  $I2'$ , serão formados a partir dos indivíduos  $I1$  e  $I2$ , segundo a seguinte regra:

$$i1'_i = \begin{cases} i1_i, & \text{se } i < r \\ i2_i, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.16a)$$

$$i2'_i = \begin{cases} i2_i, & \text{se } i < r \\ i1_i, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.16b)$$

onde  $i1_i$ ,  $i2_i$ ,  $i1'_i$  e  $i2'_i$  representam, respectivamente os alelos dos cromossomos  $I1$ ,  $I2$ ,  $I1'$  e  $I2'$ . A figura 3.6 mostra esquematicamente o que ocorre no cruzamento binário.

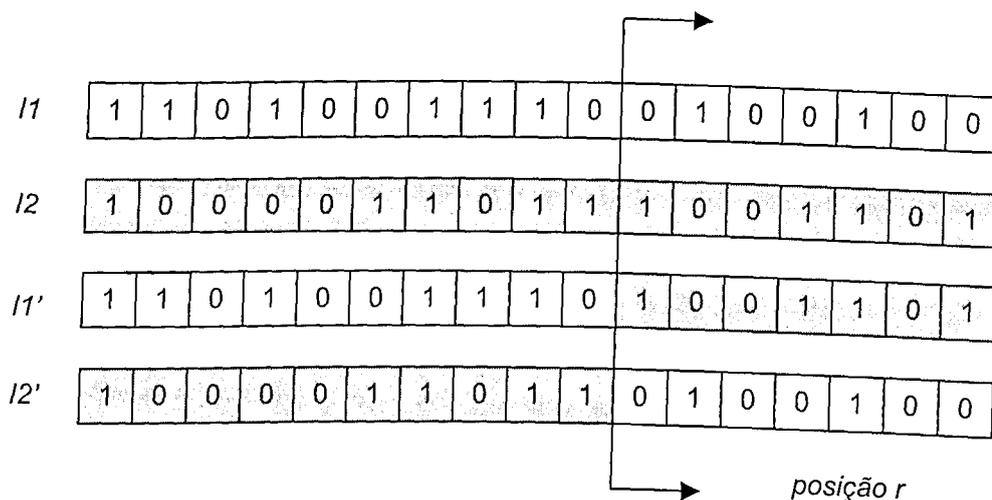


Figura 3.6 - Esquema do cruzamento binário.

#### 3.4.3.1.2 - Cruzamento aritmético.

O cruzamento aritmético produz dois novos indivíduos através da combinação complementar linear dos pais. Se um casal é formado pelos vetores de números reais  $I1$  e  $I2$ , definidos no domínio  $\mathcal{D}_i = [a_i, b_i]$ , os filhos deste casal serão dados por:

$$I1' = r \cdot I1 + (1-r) \cdot I2 \quad (3.17a)$$

$$I2' = r \cdot I2 + (1-r) \cdot I1 \quad (3.17b)$$

onde  $r$  é um número gerado aleatoriamente entre 0 e 1.

#### 3.4.3.1.3 - Cruzamento heurístico.

O cruzamento heurístico produz um novo indivíduo através da extrapolação linear de dois indivíduos, também formados por números reais como no caso anterior. Este é o único operador que utiliza informação sobre a aptidão dos indivíduos. O outro indivíduo gerado é cópia do indivíduo mais apto do par:

$$I1' = I1 + r(I1 + I2) \quad (3.18a)$$

$$I2' = I1' \quad (3.18b)$$

onde  $r$  é um número gerado aleatoriamente entre 0 e 1. Para que  $I1'$  seja viável é necessário que todas as suas variáveis estejam dentro do domínio preestabelecido,  $I1'_i \in [a_i, b_i]$ . Caso contrário, gera-se um novo número  $r$  até se encontrar um  $A'$  viável. Se após um certo número de tentativas não se encontrar um indivíduo viável, os dois filhos serão as cópias exatas dos pais.

#### 3.4.3.2 - Mutação.

No processo de mutação, altera-se uma pequena porcentagem dos alelos dos indivíduos já existentes. A mutação tende a fazer com que o processo de otimização não convirja de maneira prematura, mantendo o espaço de busca maior e acrescentando diversidade ao processo. Serão apresentados os seguintes tipos de mutação: mutação binária, mutação uniforme, mutação de fronteira e mutação não uniforme. O primeiro caso de mutação se aplica a números binários e, os demais, a números de ponto flutuante.

##### 3.4.3.2.1 - Mutação binária.

A mutação binária transforma o alelo 1 em 0 e vice-versa, seguindo a seguinte regra:

$$v'_i = \begin{cases} 1 - v_i, & \text{se } r(0,1) < P_m \\ v_i, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.19)$$

onde  $v_i$  representa um alelo,  $r$  é um número aleatório entre 0 e 1 e  $P_m$  é a probabilidade do alelo sofrer mutação.

#### 3.4.3.2.2 - Mutação uniforme.

A mutação uniforme escolhe aleatoriamente uma variável na posição  $j$  (entre um e o tamanho do cromossomo) e redefine aleatoriamente o valor desta variável entre seus limites superior e inferior:

$$v'_i = \begin{cases} r(a_i, b_i), & \text{se } i = j \\ v_i, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.20)$$

onde  $r(a_i, b_i)$  é um número aleatório compreendido no domínio  $\mathcal{D}_i = [a_i, b_i]$ .

#### 3.4.3.2.3 - Mutação de fronteira.

A mutação de fronteira escolhe aleatoriamente uma variável na posição  $j$  (entre um e o tamanho do cromossomo) e redefine o valor desta variável para o valor do limite inferior ou superior do seu domínio, de acordo com o número aleatório  $r$  situado entre 0 e 1:

$$v'_i = \begin{cases} a_i, & \text{se } i = j, r < 0.5 \\ b_i, & \text{se } i = j, r \geq 0.5 \\ v_i, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.21)$$

#### 3.4.3.2.4 - Mutação não uniforme.

A mutação de fronteira escolhe aleatoriamente uma variável na posição  $j$  (entre um e o tamanho do cromossomo) e redefine seu valor para um número aleatório não uniforme:

$$v'_i = \begin{cases} v_i + (b_i - v_i) \cdot f(G), & \text{se } r_1 < 0.5 \\ v_i - (v_i - a_i) \cdot f(G), & \text{se } r_1 \geq 0.5 \\ v_i, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.22a)$$

onde

$$f(G) = \left( r_2 \cdot \left( 1 - \frac{G}{G_{\max}} \right) \right)^b \quad (3.22b)$$

e  $r_1$ ,  $r_2$  são números aleatórios entre 0 e 1,  $G$  é o número da geração atual,  $G_{\max}$  é o número máximo de gerações e  $b$  é um parâmetro de forma.

#### 3.4.4 - População inicial, critério de parada e função de aptidão.

A população inicial fornece aos G.A.s. um espaço inicial de busca. O método mais usual para formar esta população é gerar indivíduos aleatoriamente dentro do espaço de projeto. Entretanto, indivíduos potencialmente mais aptos podem ser intencionalmente colocados na população inicial e o restante da população ser gerado aleatoriamente.

O critério de parada determina quando o processo de busca é interrompido e retorna a solução do problema. O critério mais utilizado é especificar um número máximo de gerações. Outros critérios de parada possíveis envolvem a convergência dos resultados. Como o algoritmo força a maior parte da população a tender para um indivíduo comum, então, quando as somas dos desvios entre as soluções se torna menor que uma tolerância especificada, o algoritmo pode ser interrompido. Também a falta de melhora no valor da aptidão do melhor indivíduo ao longo das gerações (estagnação), pode servir como critério de parada.

O método comporta a formulação dos mais diferentes tipos de função de adaptação, desde que estas tenham solução dentro do intervalo estabelecido para as variáveis envolvidas.

### 3.5 - Estratégia de utilização dos algoritmos genéticos para a identificação de falhas em máquinas rotativas.

A metodologia de identificação das falhas implementada neste trabalho consiste do seguinte:

- obter um modelo matemático-computacional do rotor flexível com falha.
- determinar o comportamento dinâmico do sistema com a falha.

- obter uma função multi-objetivo capaz de caracterizar o comportamento dinâmico do sistema, envolvendo frequências naturais, velocidades críticas, respostas ao desbalanceamento e modos próprios.
- usar algoritmos genéticos para testar diferentes tipos de falhas (posição, tamanho e severidade), minimizando um erro entre a configuração “medida” e a configuração “simulada com falha”, até se obter a convergência.

Obs: O método do recozimento simulado pode ser usado, alternativamente, no esquema de identificação apresentado. Métodos clássicos foram testados sem sucesso. Além destes mencionados, outros métodos não foram testados nesta dissertação.

Na primeira parte do trabalho as “características dinâmicas medidas” ainda são calculadas através de simulação computacional, a partir de um modelo de elementos finitos, conhecendo-se, “a priori”, a configuração a ser identificada. Para validar a metodologia experimentalmente as características dinâmicas deverão ser obtidas através de medições feitas numa bancada de rotor.

A função objetivo utilizada é expressa pelo funcional abaixo.

$$\begin{aligned}
 Fobj = & \sum_{j=1}^6 w_j^q \cdot \left( \sum_{i=1}^n (\omega_i^S - \omega_i^m)^2 \right)_j + \sum_{i=1}^3 w_j^r \left( (Vc^S - Vc^m)^2 \right)_j + \sum_{j=1}^6 w_j^s \cdot \left( \sum_{i=1}^l (S_i^S - S_i^m)^2 \right)_j + \\
 & + w^f \cdot \sum_{i=1}^k (d^S - d^m)^2
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

onde  $\omega^S$  são vetores de comprimento  $n$  que representam os valores das seis primeiras velocidades de precessão do sistema,  $S^S$  são vetores de comprimento  $l$  que representam os valores dos seis primeiros modos de vibração do sistema,  $d^S$  é o vetor que contém a resposta ao desbalanceamento do sistema real e  $Vc^S$  são as três primeiras velocidades críticas do sistema.

As variáveis  $\omega^m$ ,  $S^m$ ,  $d^m$  e  $Vc^m$  representam as mesmas propriedades dinâmicas para o modelo matemático-computacional e  $w_j^q$ ,  $w_j^r$ ,  $w_j^s$  e  $w^f$  são coeficientes de ponderação que multiplicam cada parte integrante do funcional. Os coeficientes de ponderação são utilizados com o objetivo de dar às diferentes características dinâmicas do rotor uma mesma ordem de grandeza numérica, evitando assim que algumas características possam assumir um papel mais relevante que outras no processo de otimização.

Procurou-se, dentro do possível, incluir no critério a ser minimizado, vários aspectos relevantes do comportamento dinâmico de rotores, partindo da experiência adquirida nas simulações computacionais apresentadas no capítulo 4 desta dissertação.

## Capítulo 4

### Comportamento Dinâmico de Rotores Flexíveis com Falhas.

#### 4.1 - Comportamento dinâmico de rotores flexíveis.

Pode-se chamar de comportamento dinâmico de uma estrutura o conjunto de características que descrevem o movimento desta estrutura quando esta é solicitada por uma força. De posse da equação do movimento da estrutura pode-se prever como esta se moverá ao longo do tempo. A equação do movimento geral de um rotor é dada pela equação (2.86), e esta se diferencia das equações das estruturas não rotacionais pela presença da matriz giroscópica  $C_G$ .

As frequências naturais e modos próprios do rotor podem ser obtidos através da equação (2.86) quando a força de excitação  $F_{EXCT}$  é nula. Devido a presença da matriz  $C_G$ , para cada velocidade de rotação haverá um conjunto diferente de frequências naturais e modos próprios. Traçando as frequências naturais do rotor em função da velocidade de rotação obtém-se uma curva conhecida como diagrama de Campbell, figura 4.1. As curvas ascendentes da figura são as velocidades de precessão direta e as curvas descendentes são as velocidades de precessão inversa.

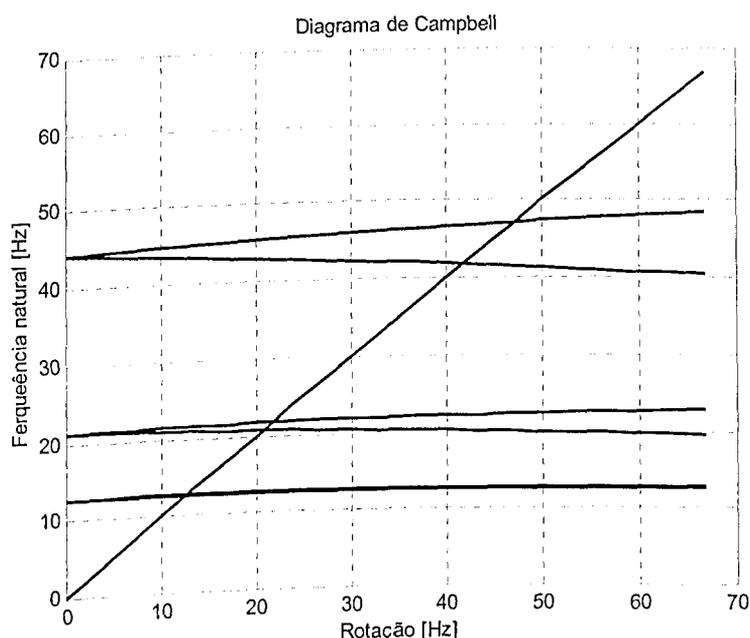


Figura 4.1 – Diagrama de Campbell de um rotor.

O diagrama de Campbell é útil para determinar as velocidades críticas do rotor, velocidades nas quais as frequências naturais são coincidentes com a velocidade de rotação, como é mostrado na figura 4.1 pela interseção da reta  $\Omega = \omega$  com as curvas que representam a variação das frequências naturais em relação à velocidade de rotação. Deve-se sempre evitar operar a máquina em uma de suas velocidades críticas (ou muito próximo delas), pois nestas ocorre o máximo deslocamento do rotor.

Outra característica do comportamento dinâmico de rotores aqui abordada é a resposta ao desbalanceamento. A resposta ao desbalanceamento fornece o deslocamento de um ponto do rotor em função da velocidade de rotação, figura 4.2. Para um rotor simétrico (rigidez dos mancais iguais nas direções  $x$  e  $z$ ) os máximos deslocamentos ocorrerão no cruzamento da reta ( $\Omega = \omega$ ) da figura 4.1 com as curvas de precessão diretas. Isto porque o desbalanceamento somente excita as frequências de precessão diretas em rotores simétricos. Já nos rotores assimétricos (rigidez dos mancais diferentes nas direções  $x$  e  $z$ ) o desbalanceamento excita tanto as frequências de precessão diretas, como também as frequências de precessão inversas, Lalanne e Ferraris (1997).

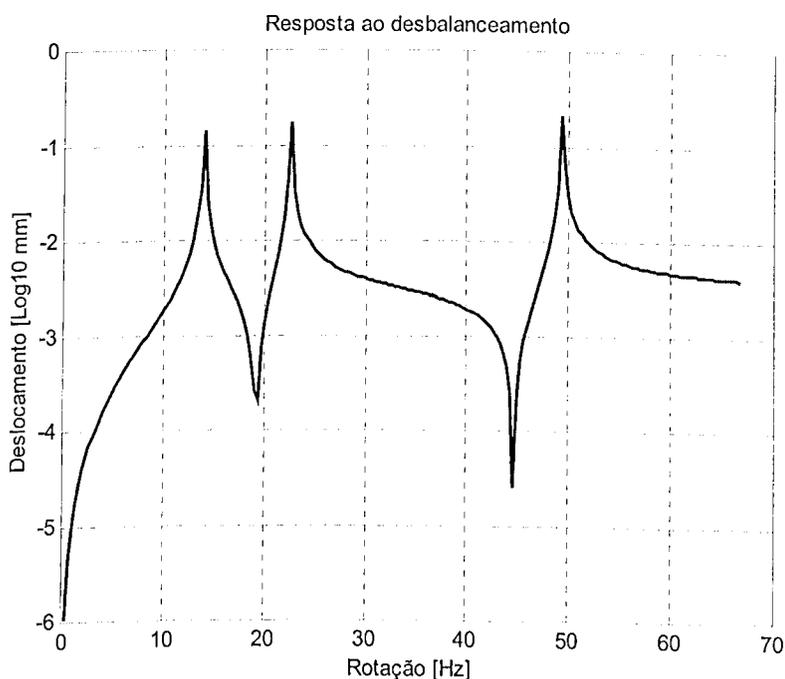


Figura 4.2 – Resposta ao desbalanceamento num rotor.

## 4.2 - Comportamento dinâmico de rotores com falhas.

A presença de uma trinca no eixo do rotor causa diminuição na rigidez do eixo, modificando sua energia de deformação. É esperada, como primeira consequência devido a diminuição da rigidez do eixo, que haja uma queda nas frequências naturais do rotor, bem como no valor das velocidades críticas.

### 4.2.1 - Rotor de Jeffcott com falha.

Para se verificar as mudanças introduzidas pela presença da falha no comportamento dos rotores, comparou-se as características dinâmicas, acima citadas, de um rotor de Jeffcott, figura 4.3, para diferentes parâmetros de falha. A obtenção das características dinâmicas do rotor foi feita através do programa de elementos finitos Monorotor, desenvolvido por Lalanne e sua equipe no Laboratoire de Mécanique des Structures do INSA de Lyon - França. A discretização do modelo de elementos finitos utilizou 10 elementos de eixo.

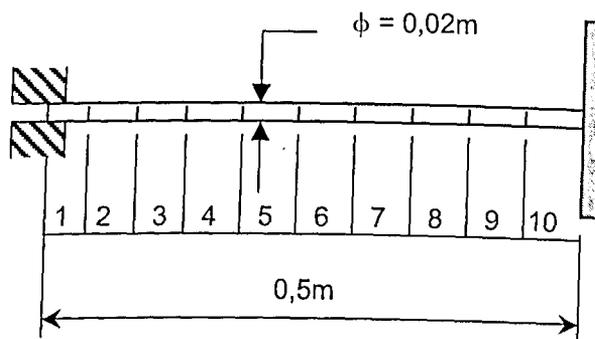


Figura 4.3 – Rotor de Jeffcott.

#### Dados do rotor:

Massa do disco:  $M_d = 1,401 \text{ Kg}$ .

Momento de Inércia de massa:  $I_D = 0,0136 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$ .

Momento de Inércia de massa polar:  $I_P = 0,0271 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$ .

Módulo de Elasticidade:  $E = 2,07 \times 10^{11} \text{ Pa}$ .

Módulo Transversal de Elasticidade:  $G = 7,96 \times 10^{10} \text{ Pa}$ .

Densidade:  $\rho = 7680 \text{ Kg/m}^3$ .

Desbalanceamento:  $f_u = 0,0097 \text{ Kg}\cdot\text{m}$ .

Nas figuras 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7 podem ser vistas as velocidades de precessão do rotor de Jeffcott em função dos parâmetros  $\xi$  e  $p$ . A figura 4.8 mostra as velocidades de precessão do

rotor em função do comprimento da falha; as figuras 4.9 e 4.10 mostram o terceiro modo de vibração do rotor em função da localização e da severidade da falha , respectivamente.

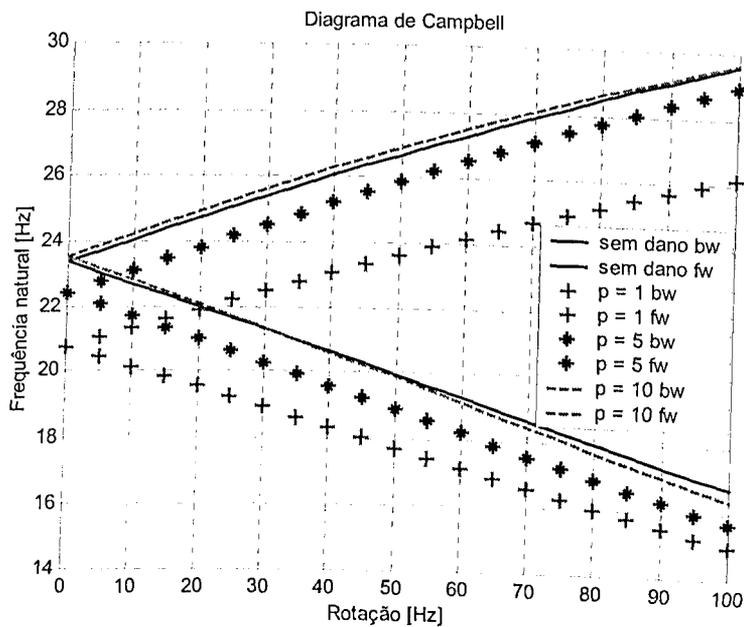


Figura 4.4 – Primeira e segunda frequências naturais do rotor de Jeffcott em função da posição da falha,  $L_d = 0,05m$  e  $\xi = 0,5$ .

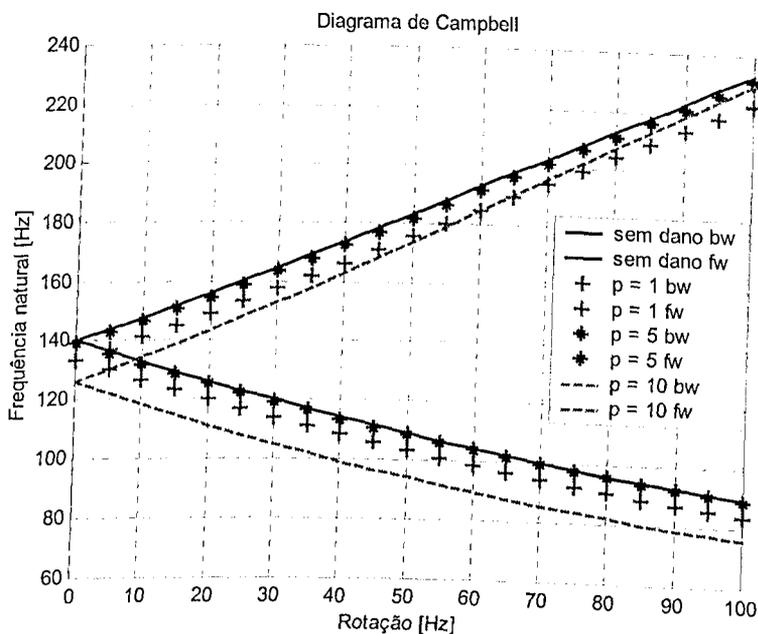


Figura 4.5 – Terceira e quarta frequências naturais do rotor de Jeffcott em função da posição da falha,  $L_d = 0,05m$  e  $\xi = 0,5$ .

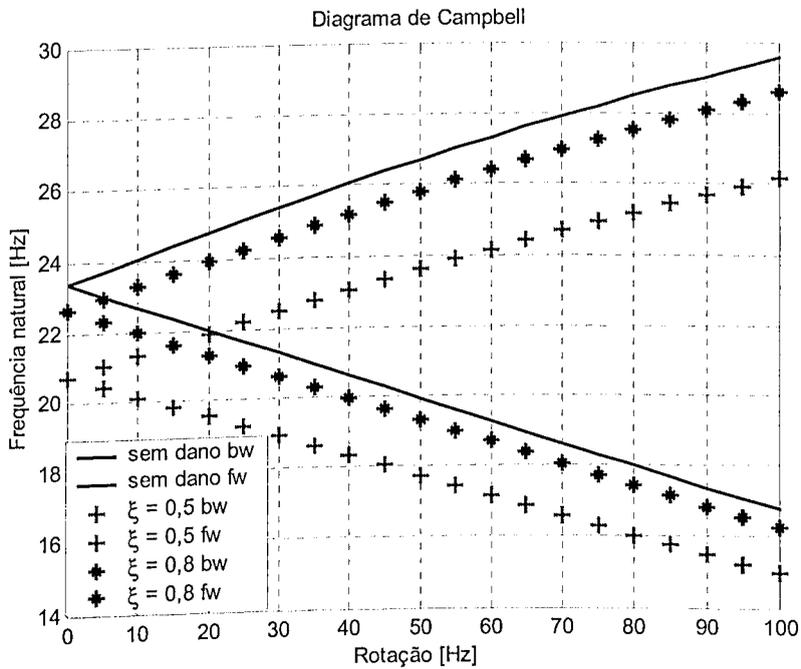


Figura 4.6 – Primeira e segunda frequências naturais do rotor de Jeffcott em função da severidade da falha,  $p = 1$   $L_d = 0,05m$ .

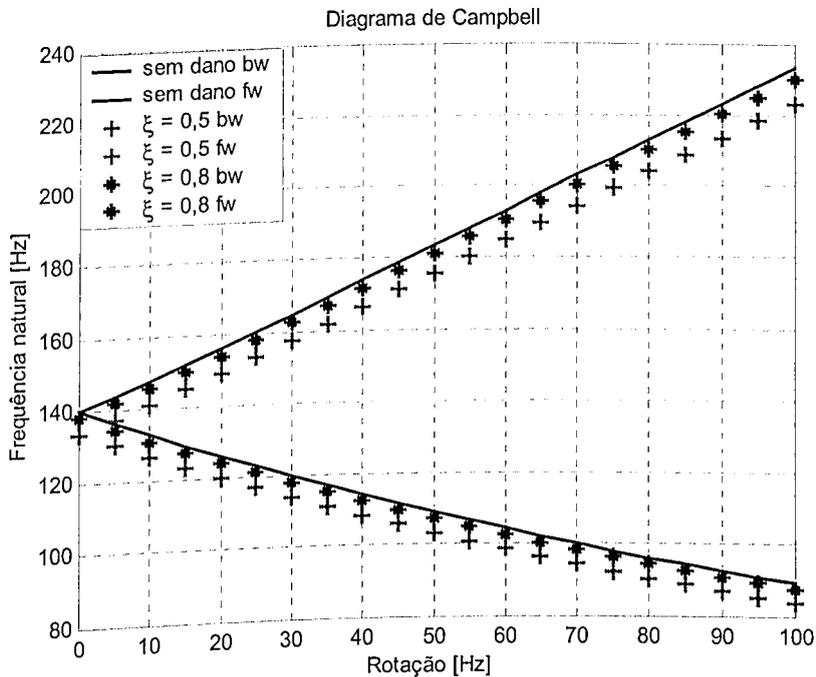


Figura 4.7 – Terceira e quarta frequências naturais do rotor de Jeffcott em função da severidade da falha,  $p = 1$   $L_d = 0,05m$ .

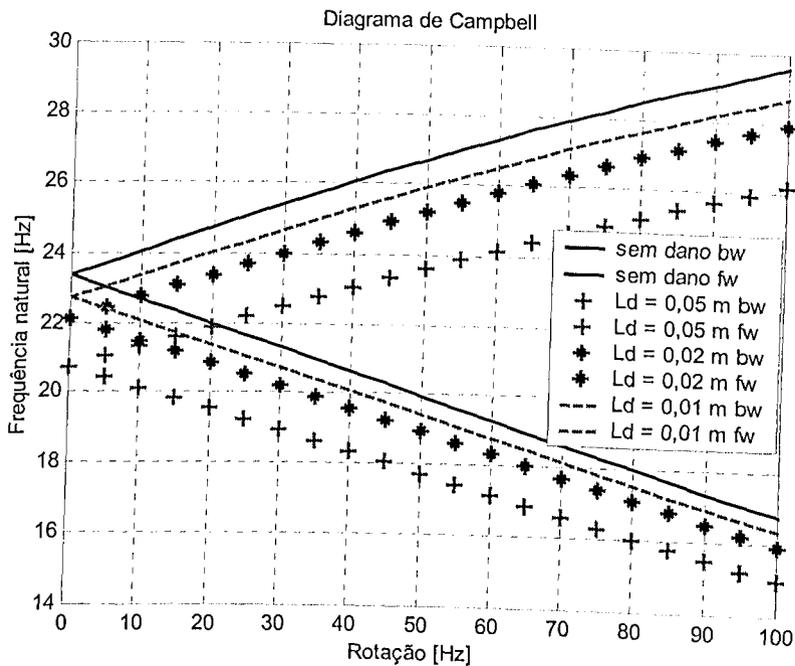


Figura 4.8 – Primeira e segunda frequências naturais do rotor de Jeffcott em função do comprimento da falha,  $p = 1$  e  $\xi = 0,5$ .

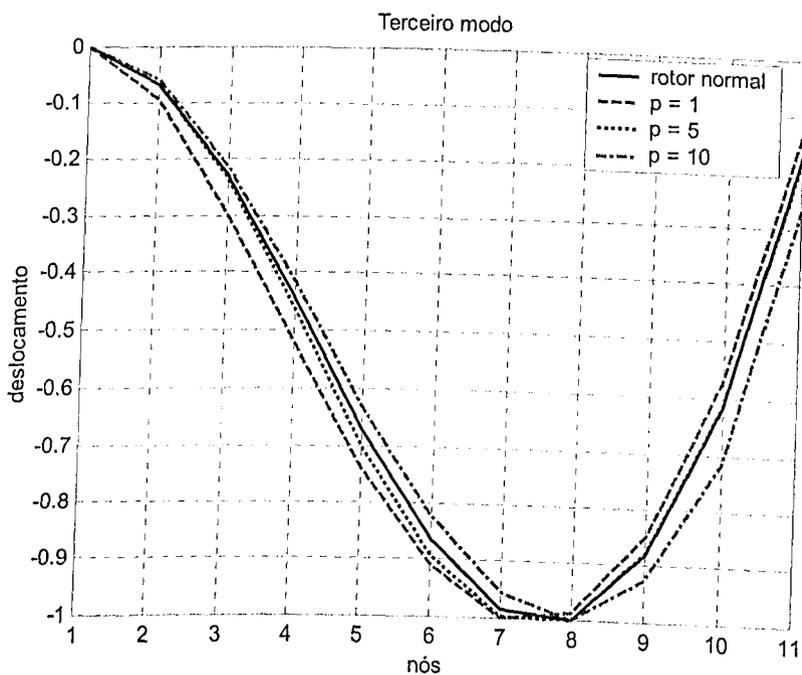


Figura 4.9 - Terceiro modo do rotor de Jeffcott operando a 900 rpm em função da posição da falha,  $L_d = 0,05m$  e  $\xi = 0,5$ .

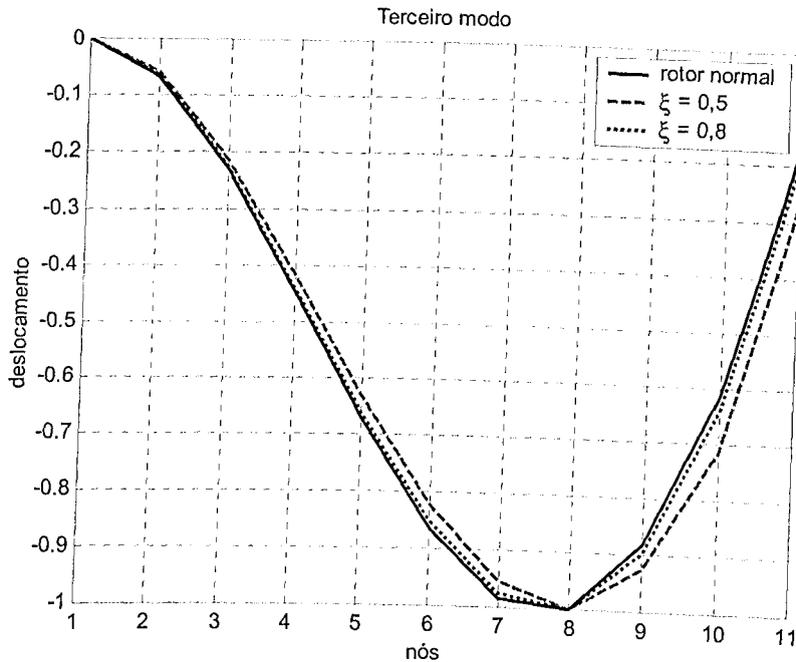


Figura 4.10 - Terceiro modo do rotor de Jeffcott operando a 900 rpm em função da severidade da falha,  $L_d = 0,05m$  e  $p = 10$ .

As figuras 4.11 e 4.12 mostram a resposta ao desbalanceamento do rotor em função dos parâmetros  $p$  e  $\xi$ , respectivamente. A tabela 4.1 fornece o valor da primeira velocidade crítica deste rotor em função dos parâmetros  $p$  e  $\xi$ .

Tabela 4.1 – Velocidades críticas do rotor de Jeffcott em função de  $p$  e  $\xi$ .

Velocidades Críticas (Hz)			
Severidade do dano $\xi$	Posição do dano		
	$p = 1$	$p = 5$	$p = 10$
0,5	22,01	24,16	25,05
0,8	24,18	24,81	25,06
1	25,06		

Cabe salientar que para  $p = 10$  (falha localizada no último elemento de eixo do rotor em balanço), a identificação dos parâmetros que representam a falha não é possível utilizando valores da primeira velocidade crítica (tabela 4.1). Isto se deve ao forma do primeiro modo de vibração deste sistema para as condições de contorno consideradas.

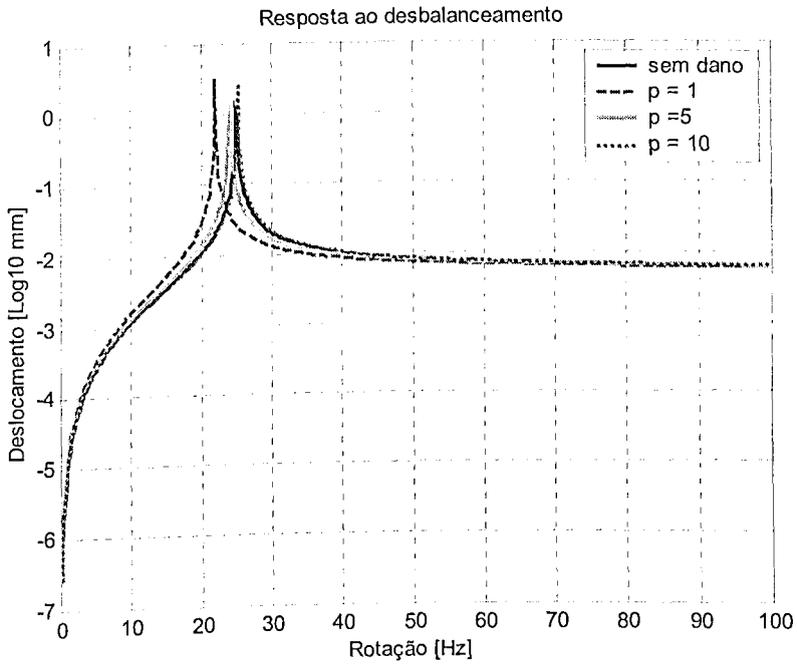


Figura 4.11 – Resposta ao desbalanceamento do rotor de Jeffcott em função da posição da falha,  $\xi = 0,5$  e  $L_d = 0,05m$ . Excitação e resposta no nó 11.

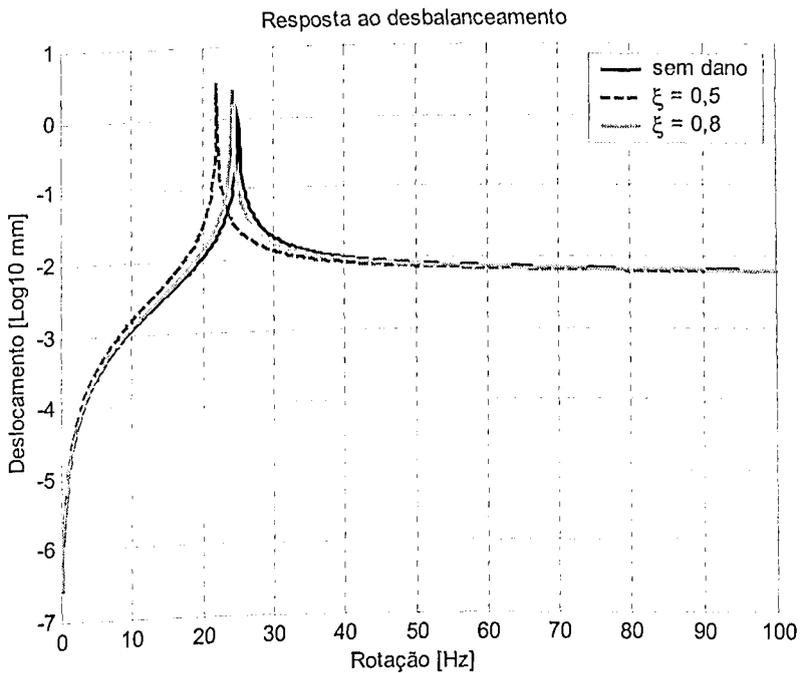


Figura 4.12 – Resposta ao desbalanceamento do rotor de Jeffcott em função da severidade da falha,  $p = 1$  e  $L_d = 0,05m$ . Excitação e resposta no nó 11.

Da análise dos gráficos e tabela acima apresentados pode-se concluir que, dos três parâmetros de falha estudados, o de maior influência sobre as características dinâmicas do rotor de Jeffcott é a posição da falha. Comparando as figuras 4.4 e 4.5, observa-se que a presença da falha junto ao engaste causa maior alteração na primeira e segunda frequências naturais do rotor. Já a presença da falha junto à extremidade em balanço exerce maior influência sobre a terceira e quarta frequências naturais do rotor.

A sensibilidade à presença da falha para uma determinada frequência natural do rotor depende da localização desta. Isto porque, dependendo da localização da falha ao longo do eixo do rotor, ela afetará de maneira mais significativa o modo de vibração relativo à frequência que sofreu maior alteração. Como para a primeira e segunda frequências somente há um nó junto ao engastamento, a posição  $p = 1$  será mais crítica. Já para a terceira e quarta frequências naturais, há também um nó próximo à extremidade em balanço do rotor, fazendo com que, das posições de falhas testadas, a posição corresponde a  $p = 10$  foi a mais crítica. Caso fosse conhecida a localização da falha *a priori*, as frequências que não são afetadas por esta poderiam ser retiradas do funcional.

Comparando-se as figuras 4.6 e 4.8 nota-se que a influência da severidade (profundidade) da falha e a influência do comprimento da falha sobre as frequências do rotor, são aproximadamente iguais.

#### 4.2.2 - Rotor vertical de três discos com falha.

Com o objetivo de verificar as alterações introduzidas pela presença da trinca em rotores de maior complexidade, também foi estudado o comportamento dinâmico de um rotor vertical, suportado por mancais nas suas extremidades e contendo três discos, como é mostrado na figura 4.13. Este rotor representa o modelo de uma bancada que se encontra no Laboratório de Sistemas Mecânicos da Faculdade de Engenharia Mecânica da UFU.

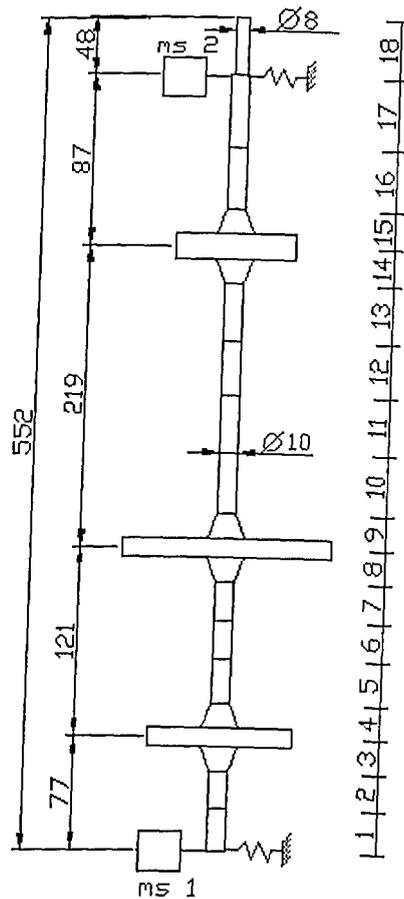


Figura 4.13 - Modelo de elementos finitos do rotor vertical de três discos.

A discretização de elementos finitos utilizou 18 elementos de eixo e mais dois elementos de massas suplementares, para representar a massa de cada mancal. A massa suplementar do mancal inferior vale 0,818 Kg e a massa suplementar do mancal superior vale 0,735 Kg. As propriedades geométricas dos discos são dadas pela tabela 4.2 e as propriedades físicas dos mancais são dadas pela tabela 4.3.

Tabela 4.2 - Propriedades geométricas do rotor vertical de três discos.

Disco	Massa(Kg)	$I_D$ (Kg*m <sup>2</sup> )	$I_P$ (Kg*m <sup>2</sup> )	Diâmetro externo (m)	Espessura (m)
Inferior	0,963	0,0008	0,0017	0,12	0,011
Central	1,51	0,0021	0,0043	0,15	0,011
Superior	0,784	0,0004	0,0008	0,09	0,016

Tabela 4.3 - Propriedades físicas dos mancais.

Mancal	$K_{xx}$ (N/m)	$K_{zz}$ (N/m)
Inferior	18774	18774
Superior	24774	24774

Os gráficos e tabelas a seguir mostram as alterações ocorridas no comportamento dinâmico do rotor descrito pelo modelo na figura 4.13, variando os parâmetros que representam a falha no eixo . As figuras 4.14, 4.15 e 4.16 mostram a variação das frequências naturais do rotor em função do parâmetro  $p$ ; as figuras 4.17, 4.18 e 4.19 mostram a variação das frequências naturais em função do parâmetro  $\xi$  e a figura 4.20 mostra a variação da frequência em função do comprimento do elemento com falha.

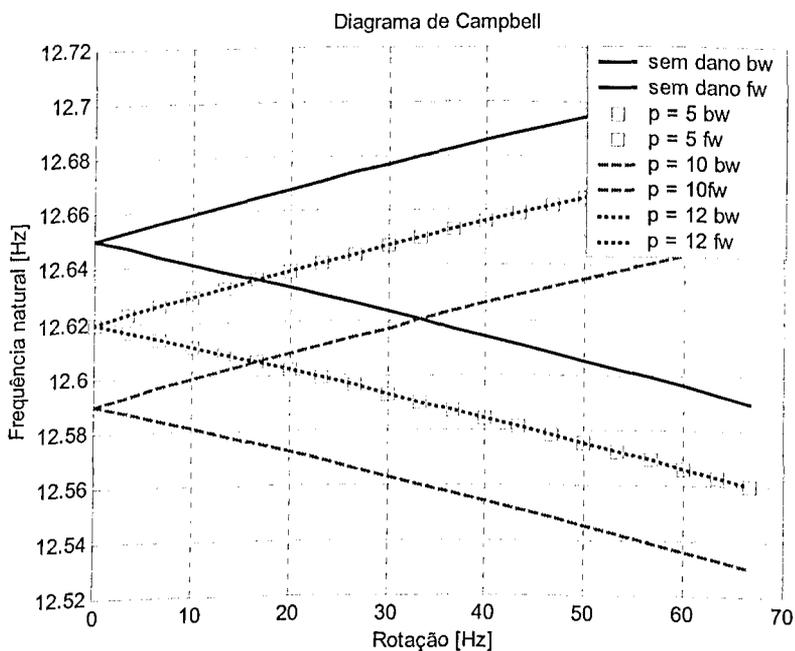


Figura 4.14 – Primeira e segunda frequências naturais do rotor vertical de três discos em função da posição da falha,  $L_d = 0,01m$  e  $\xi = 0,5$ .

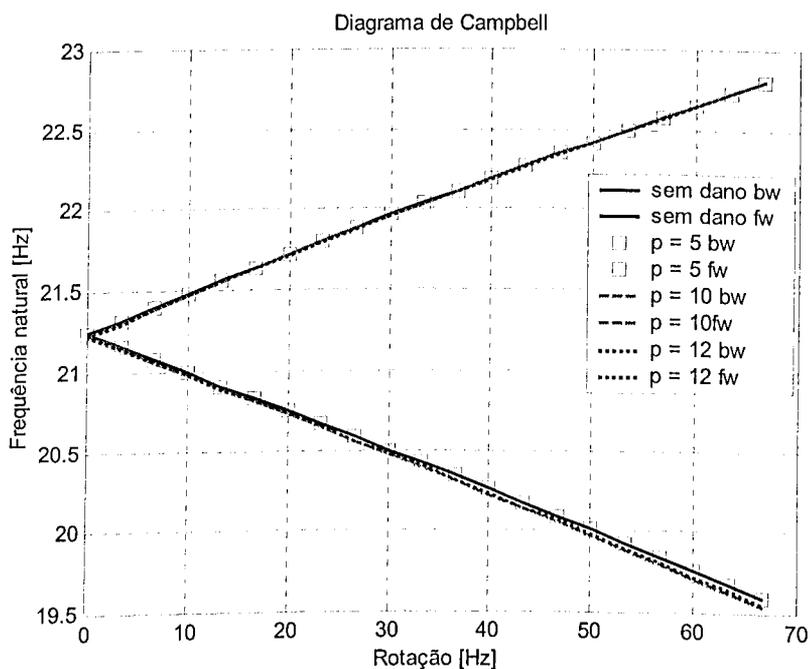


Figura 4.15 – Terceira e quarta frequências naturais do rotor vertical de três discos em função da posição da falha,  $L_d = 0,01\text{m}$  e  $\xi = 0,5$ .

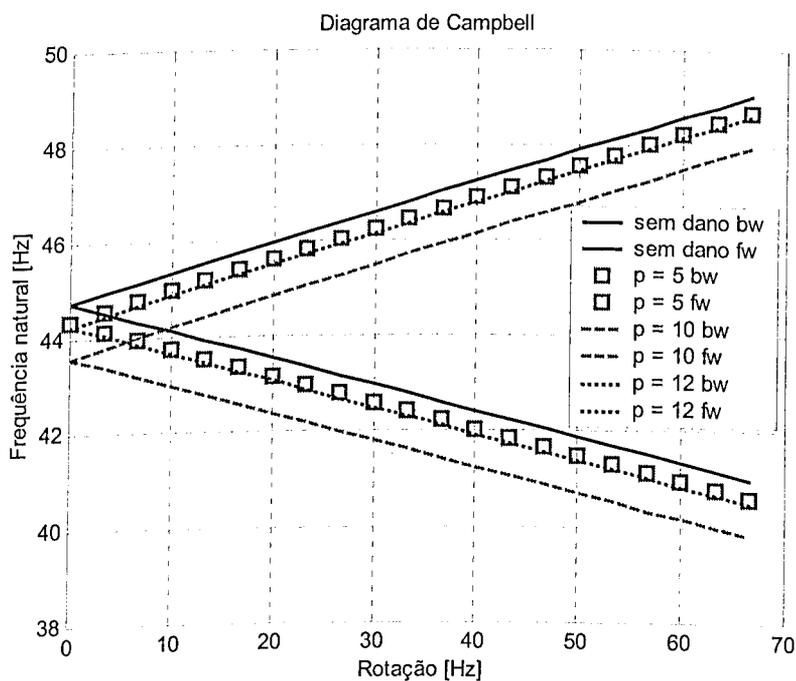


Figura 4.16 – Quinta e sexta frequências naturais do rotor vertical de três discos em função da posição da falha,  $L_d = 0,01\text{m}$  e  $\xi = 0,5$ .

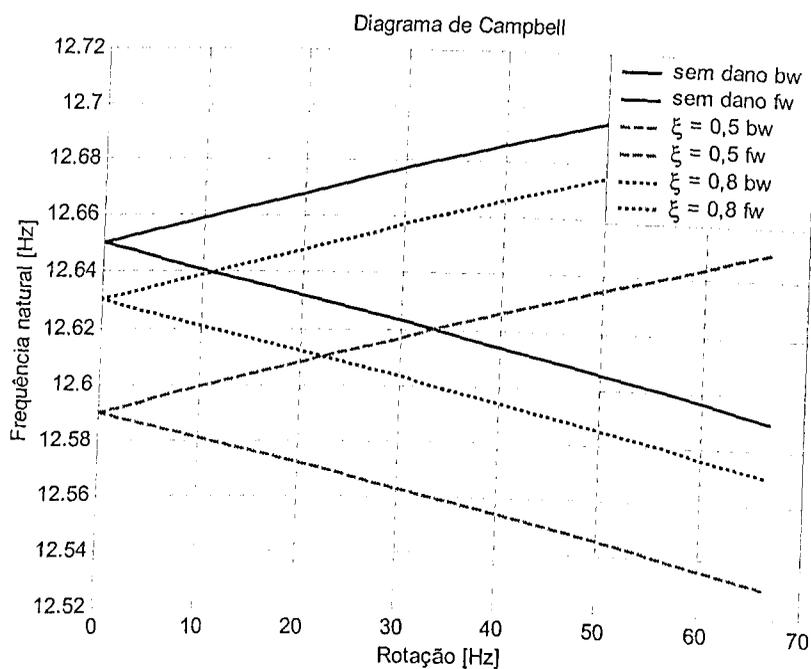


Figura 4.17– Primeira e segunda frequências naturais do rotor vertical de três discos em função da severidade da falha,  $L_d = 0,01\text{m}$  e  $\rho = 10$ .

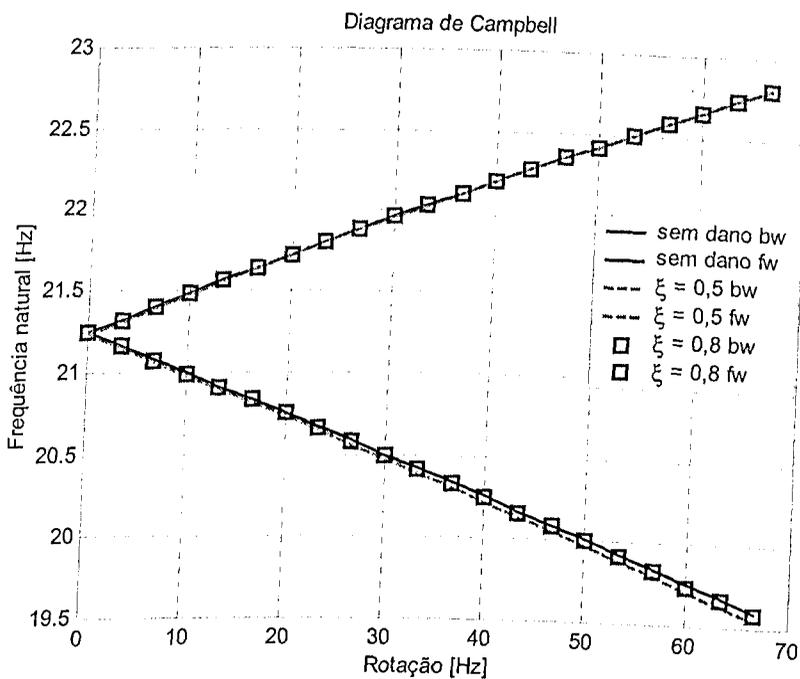


Figura 4.18 – Terceira e quarta frequências naturais do rotor vertical de três discos em função da severidade da falha,  $L_d = 0,01\text{m}$  e  $\rho = 10$ .

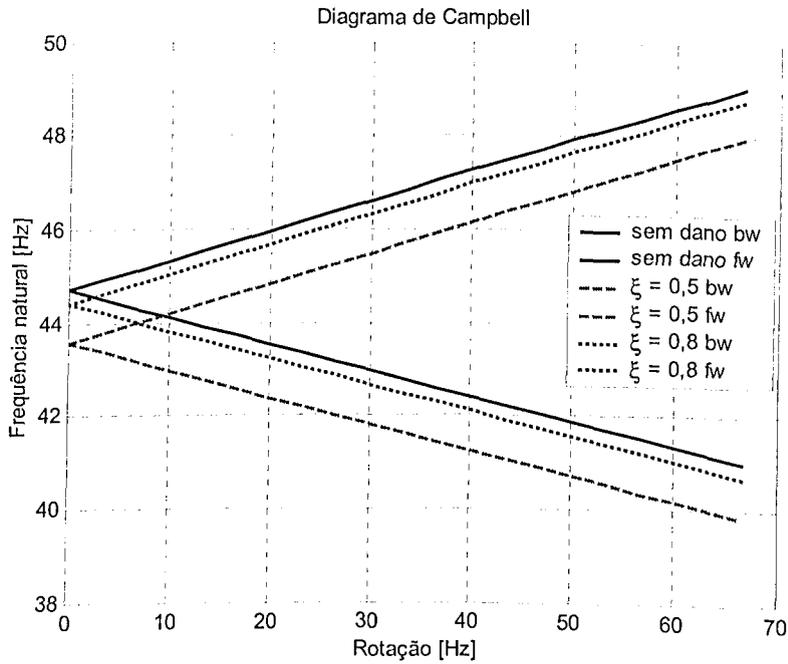


Figura 4.19 – Quinta e sexta frequências naturais do rotor vertical de três discos em função da severidade da falha,  $L_d = 0,01$  m e  $p = 10$ .

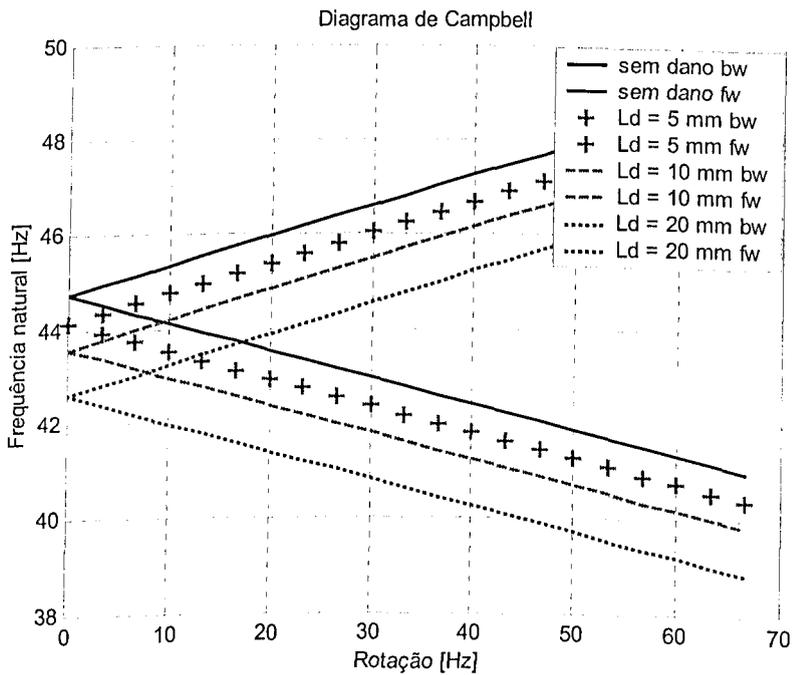


Figura 4.20 – Quinta e sexta frequências naturais do rotor vertical de três discos em função do comprimento do elemento com falha,  $p = 10$  e  $\xi = 0,5$ .

As figuras 4.21 e 4.22 mostram, respectivamente, as modificações do quinto modo do rotor em função da posição da falha e da severidade da falha.

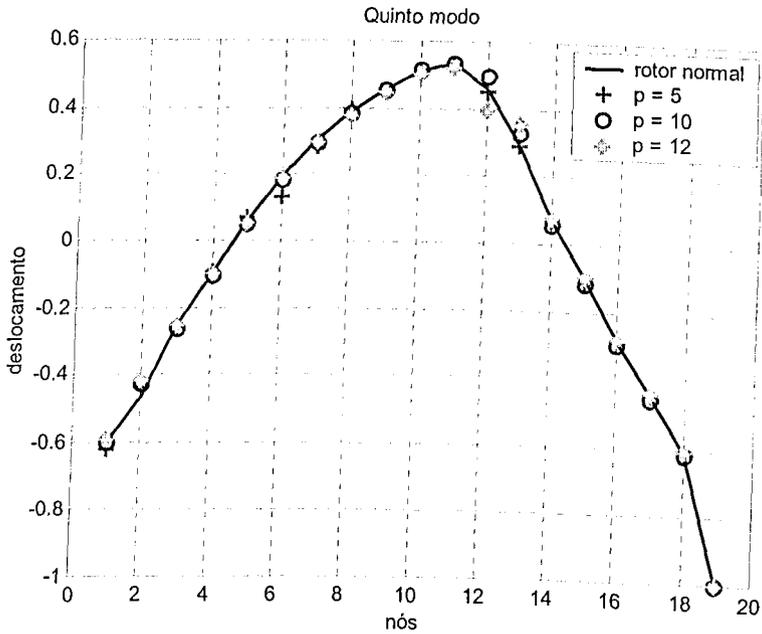


Figura 4.21 – Quinto modo do rotor vertical de três discos (operando a 2800 rpm) em função da posição da falha,  $L_d = 0,01m$  e  $\xi = 0,5$ .

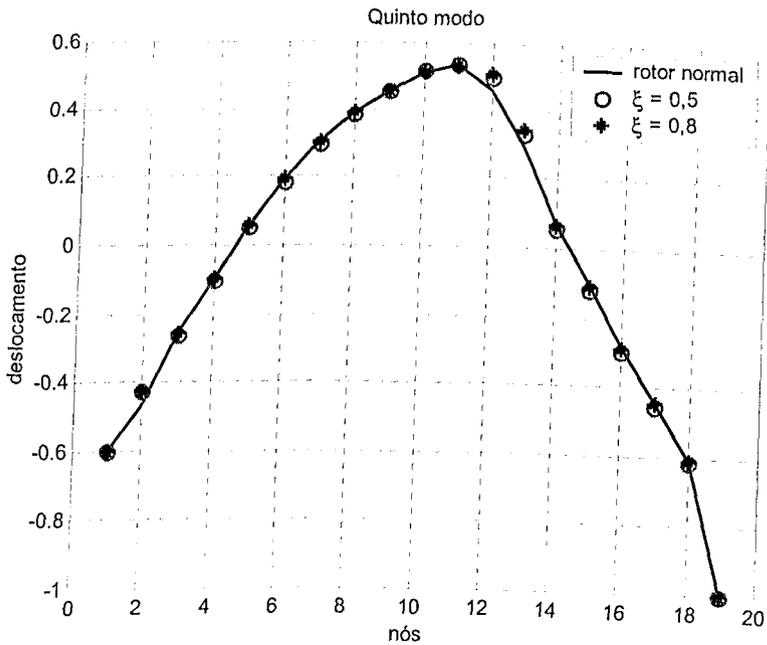


Figura 4.22 – Quinto modo do rotor vertical de três discos (operando a 2800 rpm) em função da severidade da falha,  $L_d = 0,01m$  e  $p = 10$ .

A tabela 4.4 fornece o valor da terceira velocidade crítica do rotor analisado neste sub-capítulo em função dos parâmetros  $p$  e  $\xi$ .

Tabela 4.4 - Velocidades críticas do rotor vertical de três discos em função de  $p$  e  $\xi$ .

Velocidades Críticas (Hz)			
Severidade do dano $\xi$	Posição do dano		
	$p = 5$	$p = 10$	$p = 12$
0,5	49,02	48,18	48,84
0,8	49,31	49,09	49,29
1	49,41		

As figuras 4.23 e 4.25 mostram, respectivamente, as alterações causadas pela presença da falha na resposta ao desbalanceamento do rotor

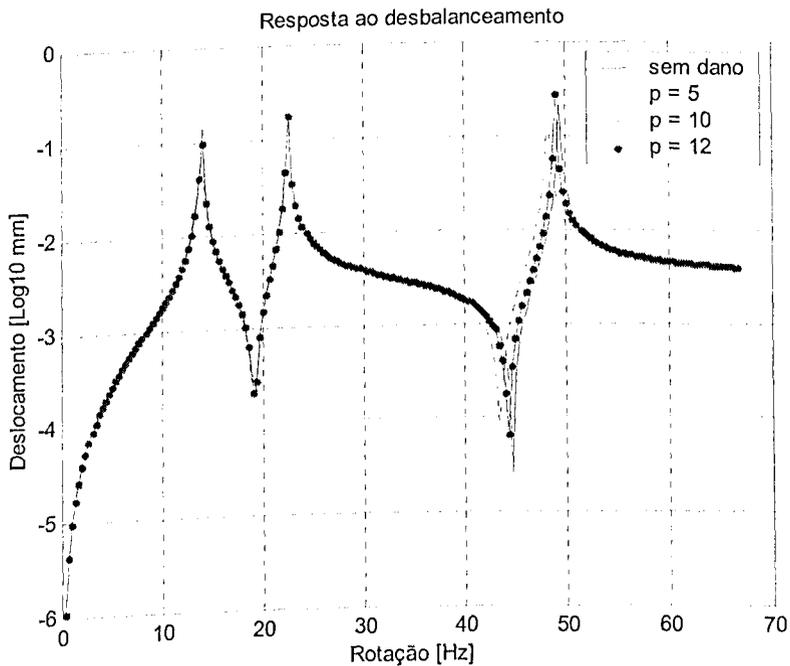


Figura 4.23 - Resposta ao desbalanceamento do rotor vertical de três discos em função da posição da falha,  $\xi = 0,5$  e  $L_d = 0,01m$ . Excitação e resposta no nó 4.

A análise do comportamento dinâmico mostrado pelas figuras e tabelas tanto para o rotor de Jeffcott como para o outro rotor considerado, mostra que a falha introduzida provoca alterações em diferentes aspectos à dinâmica do sistema. Assim tais alterações foram observadas nas suas frequências naturais e velocidades críticas, nas respostas ao desbalanceamento e nos modos próprios de vibração. Isto já é indicação segura de que um critério para identificação de falhas baseado unicamente na alteração de frequências é certamente insuficiente. Este

aspecto há de ser considerado ao se formular a estratégia para identificação de falhas adotada neste trabalho.

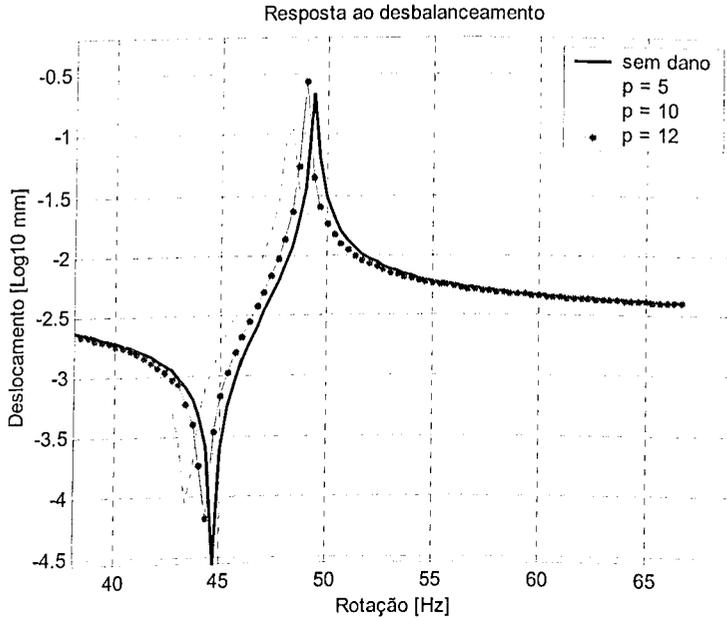


Figura 4.24 - Ampliação da figura 4.23 na região da terceira velocidade crítica.

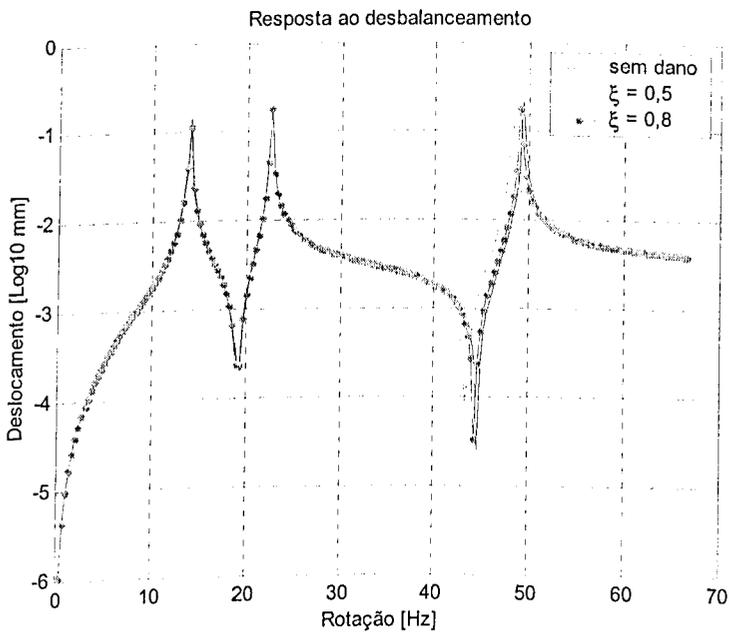


Figura 4.25 - Resposta ao desbalanceamento do rotor vertical de três discos em função da severidade da falha,  $p = 10$  e  $L_d = 0,01m$ . Excitação e resposta no nó 4.

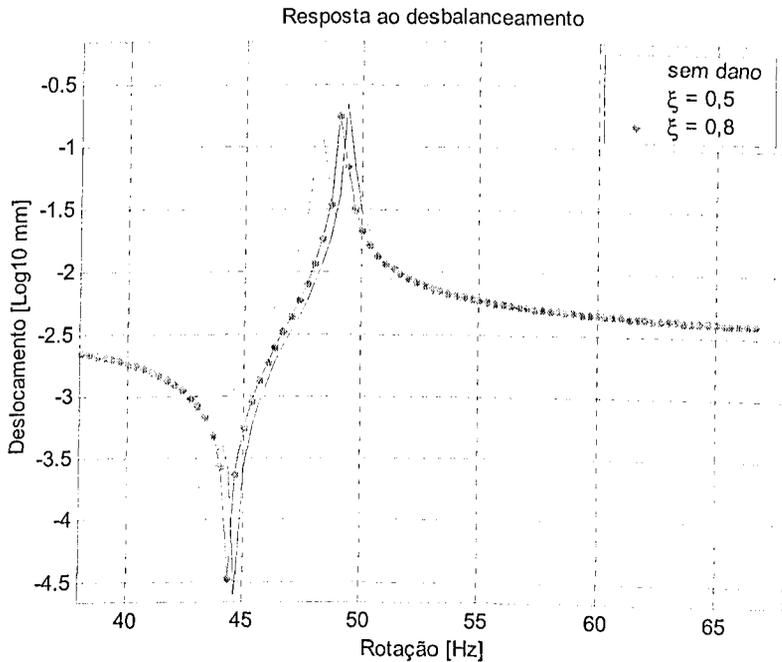


Figura 4.26 - Ampliação da figura 4.25 na região da terceira velocidade crítica.

O comportamento dinâmico deste último tipo de rotor analisado é menos sensível a presença da falha. Isto se deve ao fato deste ser uma estrutura mais complexa que o primeiro rotor (rotor de Jeffcott).

Observando-se as figuras 4.14 a 4.19 nota-se que a falha não introduz alterações significativas na primeira, segunda, terceira e quarta frequências naturais do rotor. Já na quinta e sexta frequências naturais ocorrem alterações perceptíveis. Analisando a figura 4.21 nota-se que entre os nós 10 e 11 (elemento 10) se encontra um ponto de máximo deslocamento para o quinto modo e na figura 4.13 vê-se que elemento 10 é adjacente ao disco central do rotor. Isto justifica o fato da quinta e sexta frequências naturais serem mais sensíveis a uma falha localizada no décimo elemento de eixo.

Os modos próprios da estrutura são poucos sensíveis a presença da falha, como pode ser visto na figura 4.21 e na figura 4.22, mas o estudo do modos da estrutura é importante para se analisar porque a estrutura é mais sensível a presença da falha em determinadas posições.

A resposta ao desbalanceamento do rotor apresenta aspectos semelhantes aos das frequências naturais, só pode-se perceber alterações na terceira velocidade crítica, que corresponde à sexta frequência natural.

## Capítulo 5

### Identificação de Falhas em Eixos de Rotores Flexíveis.

Neste capítulo serão apresentados os resultados do processo para a identificação dos parâmetros característicos da falha, obtidos através de simulações computacionais, empregando-se os métodos de otimização descritos no capítulo anterior. Também será descrita a bancada experimental que se encontra no Laboratório de Sistemas Mecânicos da Femec-UFU, bem como os problemas que inviabilizaram a realização da validação experimental da metodologia aqui proposta.

#### 5.1 - Resultados de simulações computacionais.

As simulações numéricas foram feitas com a proposta inicial de se testar a eficiência dos métodos de otimização em identificar e localizar a falha, e também com o objetivo de conhecer o esforço computacional exigido pelos métodos testados.

##### 5.1.1 - Resultados obtidos através do método dos algoritmos genéticos.

Os algoritmos genéticos apresentam robustez para lidar com uma grande gama de problemas de otimização, como já foi discutido no capítulo 4. Esta foi a principal razão do método ter sido escolhido como a principal ferramenta de trabalho desta dissertação. Optou-se por utilizar um programa de algoritmos genéticos já disponível. O programa utilizado foi o GAOT Version 5 (The genetic Algorithm optimization Toolbox for matlab 5) . O GAOT foi desenvolvido por Joines no College of Engineering – North Carolina State University – EUA, Houck et all (1995). O GAOT é um software de livre acesso, dispondo-se dos códigos fontes do mesmo. Além disso, tal programa mostrou eficiência em várias outras aplicações, Assis e Steffen (2002).

Deve-se fornecer ao programa um vetor com as variáveis a serem otimizadas (aqui  $V_p = [\xi, \rho, L_d]$ ) e a função objetivo, que será maximizada. Como neste trabalho deseja-se minimizar o funcional, então, maximiza-se -  $F_{obj}$ .

A função objetivo a ser minimizada é dada pela equação (3.23) e é mostrada novamente a seguir:

$$\begin{aligned}
 Fobj = & \sum_{j=1}^6 w_j^q \cdot \left( \sum_{i=1}^n (\omega_i^s - \omega_i^m)^2 \right)_j + \sum_{i=1}^3 w_j^r \left( (Vc^s - Vc^m)^2 \right)_j + \sum_{j=1}^6 w_j^s \cdot \left( \sum_{i=1}^l (S_i^s - S_i^m)^2 \right)_j + \\
 & + w^f \cdot \sum_{i=1}^k (d^s - d^m)^2
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

Os pesos (coeficientes de ponderação) das funções que formam a função objetivo são frações do valor numérico destas funções. Os pesos das frequências  $w_j^q$  são frações do primeiro valor do vetor que fornece as frequências naturais do rotor. O peso da resposta ao desbalanceamento  $w^f$  é uma fração do valor máximo da resposta ao desbalanceamento para todas as velocidades de operação. Os pesos das velocidades  $w_j^r$  são frações da respectiva velocidade crítica. Para o peso dos modos  $w_j^s$  foi adotado um valor igual a 10.

A tabela 5.1 mostra os resultados obtidos para as simulações feitas com o rotor de Jeffcott, mostrado na figura 4.3. O número de indivíduos de cada população foi de 500 e número máximo de gerações foi 20, o tempo de cada simulação foi, na média, 2 horas e 30 minutos, operando em um microcomputador Athlon 1200 Mhz.

Tabela 5.1 – Resultados de simulações obtidos para o rotor de Jeffcott.

Número da simulação	Parâmetros Prestabelecidos			Parâmetros Identificados			Valor Final da Função Objetivo
	$\xi$	p	$L_d(m)$	$\xi$	p	$L_d(m)$	
1	0,8	5	0,05	0,788	5	0,046	0,0036
2	0,8	9	0,05	0,787	9	0,056	0,049
3	0,8	10	0,02	0,825	10	0,022	0,0043
4	0,5	10	0,02	0,522	10	0,022	0,0072
5	0,8	5	0,02	0,882	5	0,037	0,047
6	0,8	1	0,02	0,809	1	0,020	0,0022

A tabela 5.2 mostra os resultados obtidos para as simulações feitas com o rotor de 3 discos, mostrado na figura 4.13. Utilizou-se uma população de 1000 indivíduos e 15 como o número máximo de gerações. O tempo médio de execução de cada simulação foi de aproximadamente 3 horas, operando em um microcomputador Athlon 1200 MHz. A figura 5.1 mostra a resposta ao desbalanceamento para o caso em que os valores dos parâmetros foram preestabelecidos e para os parâmetros identificados, conforme a simulação nº 3 da tabela 5.1.

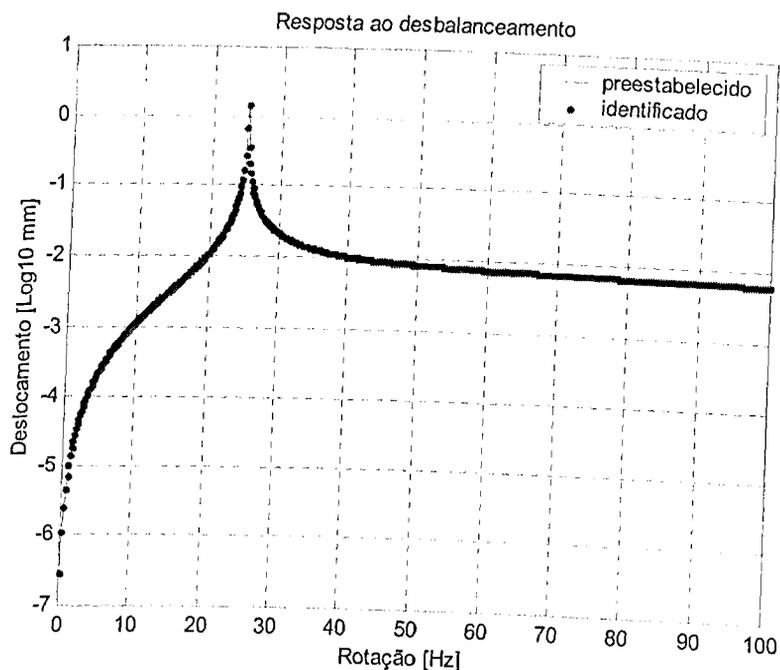


Figura 5.1 - Resposta ao desbalanceamento do rotor de Jeffcott em função dos parâmetros da falha, excitação e resposta no nó 11.

Tabela 5.2 – Resultados de simulações obtidos para o rotor vertical de três discos.

Número da Simulação	Parâmetros Preestabelecidos			Parâmetros Identificados			Valor Final da Função Objetivo
	$\xi$	$p$	$L_d(m)$	$\xi$	$p$	$L_d(m)$	
1	0,5	6	0,02	0,45	6	0,017	0,0756
2	0,5	13	0,02	0,423	13	0,015	0,0918
3	0,5	17	0,02	0,542	17	0,024	0,0857
4	0,8	4	0,02	0,836	4	0,026	0,089
5	0,8	11	0,02	0,894	11	0,04	0,077
6	0,8	11	0,02	0,894	11	0,017	0,077
7	0,5	5	0,002	0,51	5	0,0021	$6,5 \cdot 10^{-5}$
8	0,5	10	0,002	0,55	10	0,0025	$1,1 \cdot 10^{-4}$

As figuras 5.2 e 5.3 apresentam, respectivamente, as frequências naturais (5ª e 6ª) e a resposta ao desbalanceamento para o rotor em função dos parâmetros preestabelecidos e identificados na simulação 8 da tabela 5.2 .

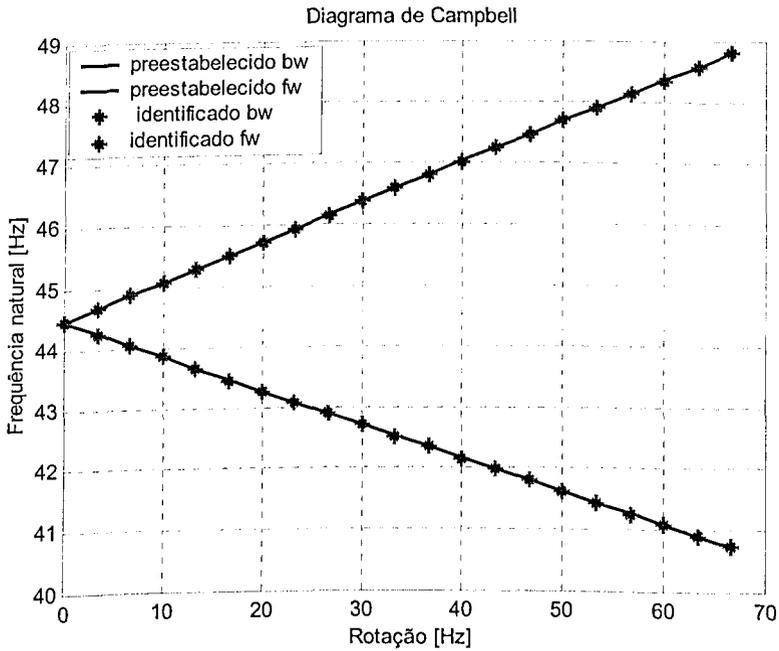


Figura 5.2 - Diagrama de Campbell em função dos parâmetros da falha, 5ª e 6ª frequências naturais do rotor.

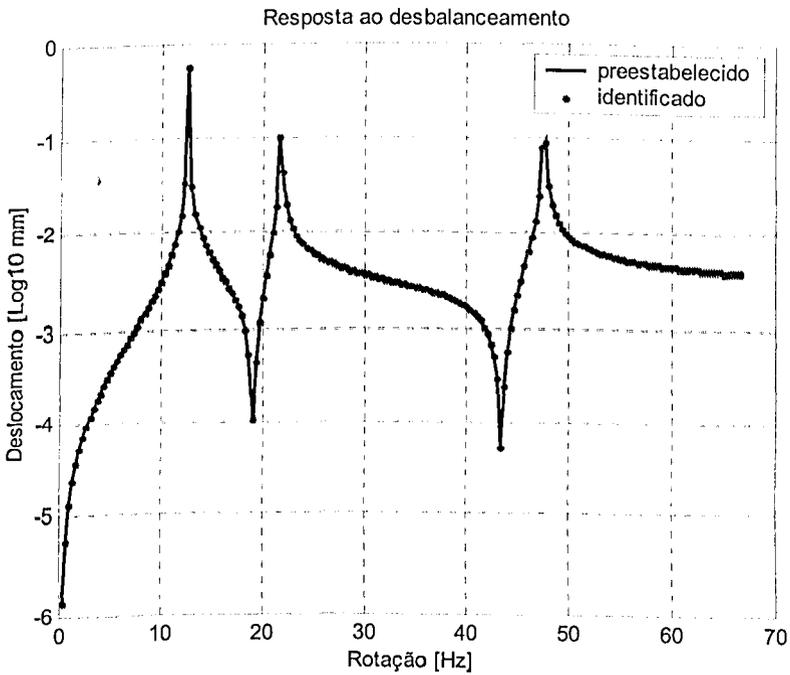


Figura 5.3 - Resposta ao desbalanceamento do rotor em função dos parâmetros da falha, excitação e resposta no nó 4.

Com o objetivo de confirmar o melhor desempenho da metodologia ao usar uma função multi-objetivo envolvendo vários aspectos do comportamento dinâmico do rotor, foram feitas algumas simulações, nas quais utilizou-se somente uma das características dinâmicas do rotor para formular a função objetivo. Na tabela 5.3 estão os resultados obtidos para as simulações que utilizaram apenas as frequências na formulação da função objetivo. A tabela 5.4 apresenta os resultados obtidos com o uso apenas da resposta ao desbalanceamento na formulação da função.

Tabela 5.3 - Resultados de simulações obtidos para o rotor vertical de três discos, utilizando apenas as frequências na formulação da função objetivo.

Número da Simulação	Parâmetros Preestabelecidos			Parâmetros Identificados			Valor Final da Função Objetivo
	$\xi$	$\rho$	$L_d(m)$	$\xi$	$\rho$	$L_d(m)$	
1	0,5	10	0,005	0,62	10	0,008	$4,2 \cdot 10^{-4}$
2	0,5	5	0,005	0,58	5	0,007	$2,6 \cdot 10^{-6}$
3	0,8	5	0,005	0,80	5	0,005	$1,2 \cdot 10^{-7}$
4	0,8	10	0,005	0,84	10	0,007	$2,6 \cdot 10^{-7}$

5.4 - Resultados de simulações obtidos para o rotor vertical de três discos, utilizando apenas a resposta ao desbalanceamento na formulação da função objetivo.

Número da Simulação	Parâmetros Preestabelecidos			Parâmetros Identificados			Valor Final da Função Objetivo
	$\xi$	$\rho$	$L_d(m)$	$\xi$	$\rho$	$L_d(m)$	
1	0,5	10	0,005	0,539	10	0,006	$2,2 \cdot 10^{-6}$
2	0,5	5	0,005	0,534	5	0,006	$1,6 \cdot 10^{-6}$
3	0,8	10	0,005	0,841	10	0,007	$6,7 \cdot 10^{-5}$
4	0,8	5	0,005	0,835	13	0,010	$1,1 \cdot 10^{-5}$

Tudo indica que a inclusão do maior número possível de características dinâmicas do sistema na formulação da função objetivo favorece o funcionamento satisfatório da metodologia desenvolvida. Por outro lado, ao restringir a função objetivo a apenas uma característica dinâmica (frequência natural ou resposta ao desbalanceamento, conforme nos exemplos apresentados) a precisão dos resultados é afetada.

### 5.1.2 - Resultados obtidos através do método do recozimento simulado.

Foram feitas algumas simulações utilizando o *simulated annealing*, por este ser, também, um método de otimização pseudo-aleatório. Deseja-se comparar seu desempenho frente aos algoritmos genéticos. Utilizou-se 300 como o número máximo de avaliações da função objetivo e o tempo medido das simulações foi de 40 minutos. Usando o mesmo equipamento anteriormente mencionado. Os resultados obtidos são mostrados na tabela 5.5. A figura 5.4 mostra a resposta ao desbalanceamento do sistema para o caso em que os valores dos parâmetros foram preestabelecidos e para os parâmetros identificados conforme a simulação nº 3 da tabela 5.5.

5.5 - Resultados de simulações obtidos para o rotor vertical de três discos, utilizando o recozimento simulado como ferramenta de otimização.

Número da Simulação	Parâmetros Preestabelecidos			Parâmetros Identificados			Valor Final da Função Objetivo
	$\xi$	$\rho$	$L_d(m)$	$\xi$	$\rho$	$L_d(m)$	
1	0,5	5	0,005	0,51	5	0,005	0,002
2	0,5	10	0,005	0,5	5	0,007	0,035
3	0,8	10	0,005	0,74	10	0,004	0,026
4	0,8	5	0,005	0,831	5	0,006	0,01

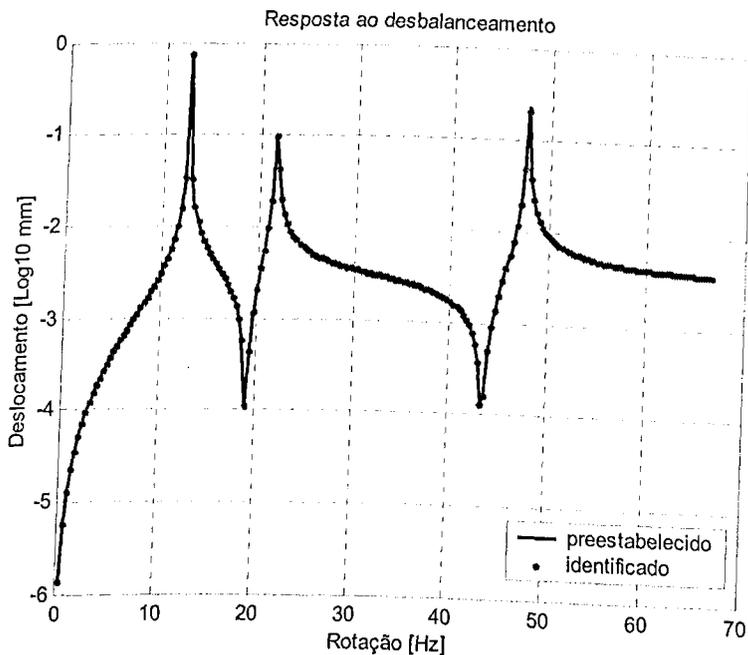


Figura 5.4 - Resposta ao desbalanceamento do rotor em função dos parâmetros da falha, parâmetros identificados via recozimento simulado. Excitação e resposta no nó 4

### 5.1.3 - Resultados obtidos através de métodos de otimização clássica.

Foram feitas algumas tentativas de identificação de falhas através de técnicas de otimização clássica, utilizando o método do BFGS (Broydon-Fletcher-Goldfarb-Shanno). Detalhes sobre o método podem ser encontrados em Vanderplaats (1999). Após algumas iterações não houve melhora no valor das variáveis e o programa tomou o ponto inicial como sendo o valor ótimo. Este resultado aponta para a necessidade de se empregar métodos pseudo-randômicos nos tipos de problemas enfocados nesta dissertação.

### 5.1.4 - Rotor contendo duas falhas ao longo do eixo.

Finalmente pretende-se mostrar que a metodologia desenvolvida é capaz de identificar a ocorrência de duas falhas simultâneas no mesmo eixo flexível. A tabela 5.6 mostra os resultados obtidos usando algoritmos genéticos e a tabela 5.7 mostra os resultados obtidos usando o recozimento simulado. A figura 5.5 mostra a resposta ao desbalanceamento do sistema para o caso em que os valores dos parâmetros foram preestabelecidos e para os parâmetros identificados conforme a simulação nº 3 da tabela 5.6.

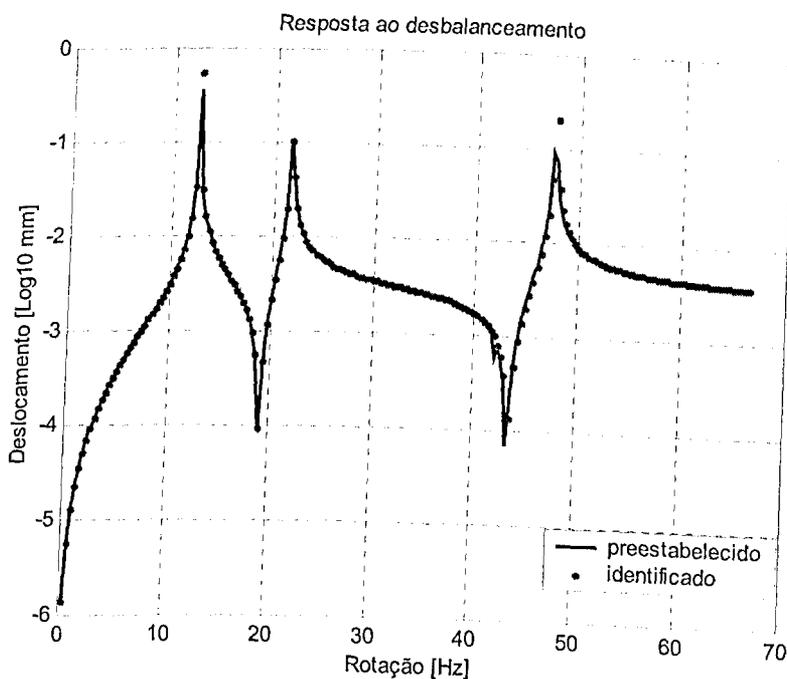


Figura 5.5 - Resposta ao desbalanceamento do rotor em função dos parâmetros da falha, rotor contendo duas falhas ao longo do eixo, utilizando algoritmos genéticos como ferramenta de otimização. Excitação e resposta no nó 4.

Tabela 5.6 - Resultados de simulações obtidos para o rotor vertical de três discos, com duas falhas no eixo, utilizando algoritmos genéticos como ferramenta de otimização.

Número da Simulação		Parâmetros da falha						Valor Final da Função Objetivo
		Falha 1			Falha 2			
		$\xi$	$\rho$	$L_d(m)$	$\xi$	$\rho$	$L_d(m)$	
1	Preestabelecido	0,5	6	0,003	0,8	12	0,003	$1,7 \cdot 10^{-4}$
	Identificado	0,53	6	0,0035	0,82	12	0,0034	
2	Preestabelecido	0,5	5	0,003	0,8	10	0,003	0,004
	Identificado	0,7	5	0,006	0,78	10	0,0035	
3	Preestabelecido	0,5	5	0,005	0,5	13	0,005	0,0058
	Identificado	0,64	5	0,0035	0,5	13	0,0044	

Tabela 5.7 - Resultados de simulações obtidos para o rotor vertical de três discos com duas falhas no eixo, utilizando o recozimento simulado como ferramenta de otimização.

Número da Simulação		Parâmetros da falha						Valor Final da Função Objetivo
		Falha 1			Falha 2			
		$\xi$	$\rho$	$L_d(m)$	$\xi$	$\rho$	$L_d(m)$	
1	Preestabelecido	0,5	6	0,003	0,8	12	0,003	0,011
	Identificado	0,7	6	0,008	0,82	12	0,002	
2	Preestabelecido	0,5	5	0,003	0,8	10	0,003	0,262
	Identificado	0,88	2	0,006	0,77	10	0,007	
3	Preestabelecido	0,5	5	0,005	0,5	13	0,005	0,0284
	Identificado	0,67	5	0,006	0,59	13	0,007	

A figura 5.6 mostra a resposta ao desbalanceamento do sistema para o caso em que os valores dos parâmetros foram preestabelecidos e para os parâmetros identificados conforme a simulação nº 3 da tabela 5.7.

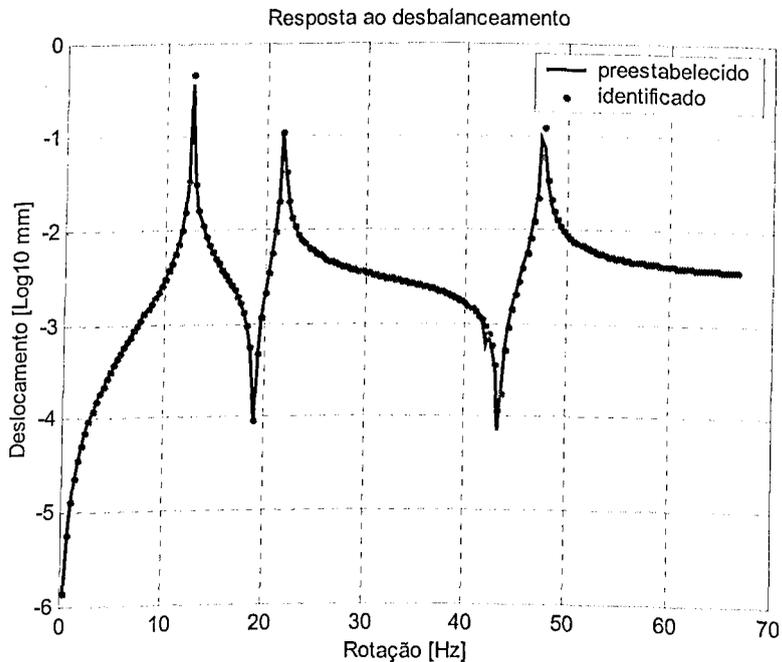


Figura 5.6 - Resposta ao desbalanceamento do rotor em função dos parâmetros da falha, rotor contendo duas falhas ao longo do eixo, utilizando o recozimento simulado como ferramenta de otimização. Excitação e resposta no nó 4.

Analisando os resultados obtidos nas simulações, nota-se que a identificação da falha se torna uma tarefa mais difícil, com resultados menos precisos, à medida que o rotor considerado é uma estrutura mais complexa. Ou seja, os parâmetros de falha estimados para o rotor de Jeffcott são mais precisos do que os parâmetros estimados para o rotor de três discos.

A localização da falha ao longo do eixo foi o parâmetro estimado com maior precisão na maioria das simulações feitas, o que comprova as análises feitas, no capítulo anterior. A falha não afeta significativamente os modos de vibração do rotor, entretanto, se esta estiver localizada em uma posição crítica para um dado modo, a frequência natural relativa a este modo será a mais afetada.

Os parâmetros obtidos com o uso de somente uma característica dinâmica na formulação da função objetivo foram menos precisos do que aqueles obtidos utilizando simultaneamente várias características. Isto pode ser explicado pelo fato de certas características dinâmicas do rotor serem insensíveis para uma determinada configuração de falha, ao passo que outras características são mais sensíveis para a mesma configuração.

A identificação conjunta de duas falhas no eixo mostrou-se ser uma tarefa mais árdua. O número de parâmetros a ser estimado foi dobrado em relação ao caso em que apenas uma falha foi considerada, o que tornou o processo de otimização menos preciso.

O uso do *Simulated Annealing* apresentou bons resultados, pois os parâmetros foram estimados com precisão próxima àquela apresentada pelos Algoritmos Genéticos, entretanto o *Simulated Annealing* tem um custo computacional menor que os Algoritmos Genéticos.

## 5.2 - Bancada experimental.

A bancada experimental de rotores do Laboratório de Sistemas Mecânicos, figura 5.7, é constituída por um rotor vertical flexível, com três discos, fixado em suas extremidades por dois rolamentos auto-compensadores. Os rolamentos se encontram alojados dentro de dois cubos, estes ligados à estrutura principal onde o rotor está inserido, por seis molas helicoidais em cada extremidade. A tensão nas molas pode ser ajustada girando-se os parafusos mostrados na figura 5.8.

O rotor é acionado por um motor elétrico de corrente contínua de 90 Watts de potência, que pode operar até uma velocidade de 7000 rpm. A variação da rotação do motor é feita pela mudança dos valores da corrente e tensão elétrica que o alimentam.

Antes de realizar os ensaios experimentais num rotor com eixo contendo uma trinca transversal, decidiu-se por fazer ensaios preliminares usando um rotor cujo eixo estivesse isento de tal defeito. O objetivo foi o de averiguar se as características dinâmicas fornecidas pelo modelo de elementos finitos apresentavam uma boa aproximação dos valores experimentais medidos na bancada.

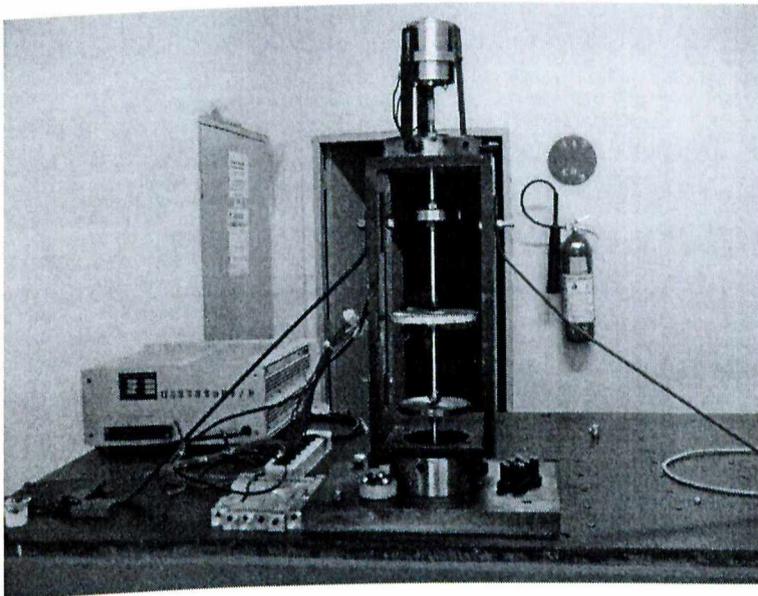


Figura 5.7 - Bancada experimental.

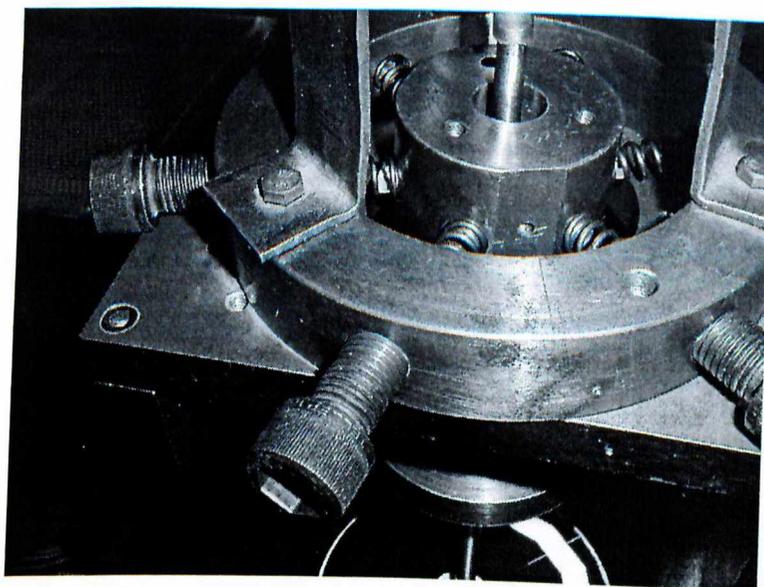


Figura 5.8. – Mancal superior do rotor.

A determinação do diagrama de Campbell do rotor foi feita através das funções de resposta em frequência do rotor operando em diferentes velocidades. Para obter as F.R.F.'s. (funções de resposta em frequência) excitou-se o rotor em um dos seus discos, usando um martelo de impacto. Após os sinais serem condicionados, as F.R.F.'s. são obtidas em um analisador de sinais Scientific-Atlanta SD 380. A figura 5.9 apresenta um esquema do aparato experimental utilizado.

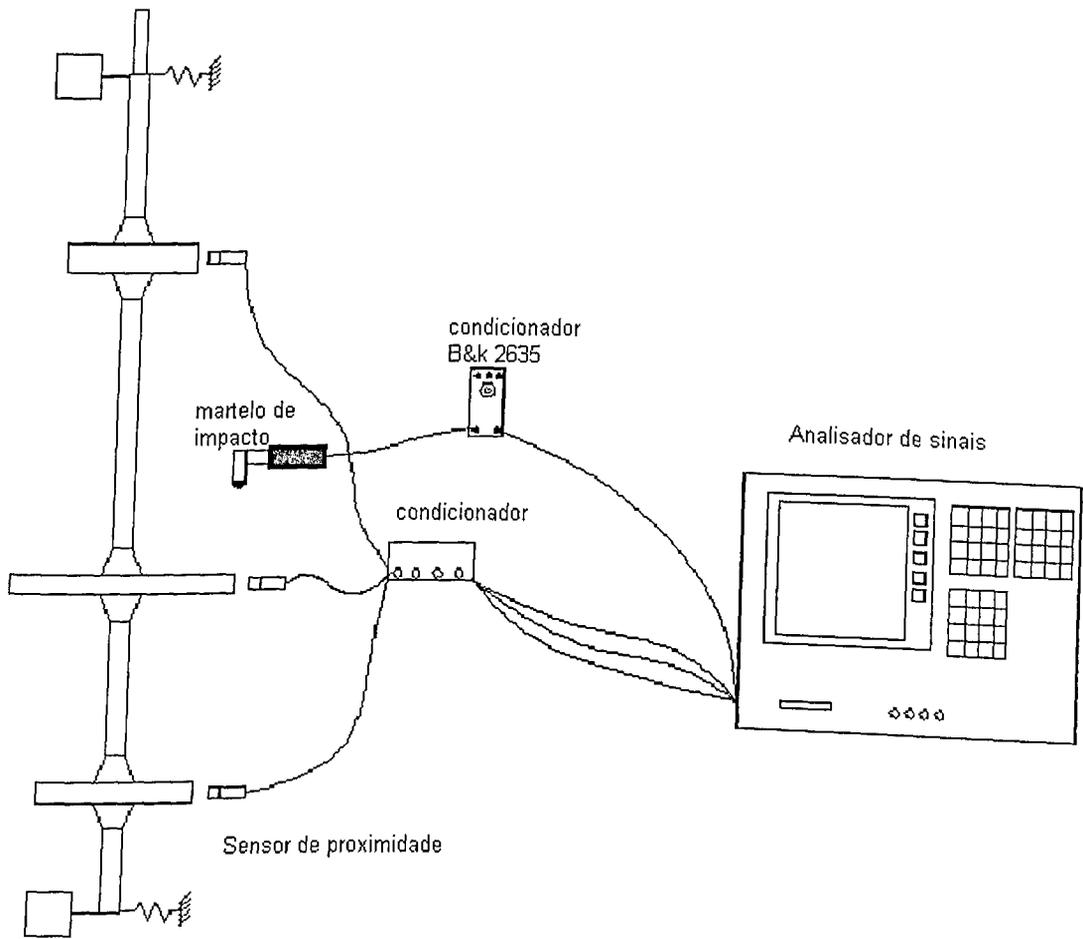


Figura 5.9 – Sistema de aquisição dados.

Foram realizados dez ensaios no disco superior do rotor para se obter cada F.R.F. As figuras 5.10, 5.11 e 5.12 mostram as F.R.F.'s obtidas experimentalmente para o rotor operando a 1920, 2700 e 3360 rpm, respectivamente.

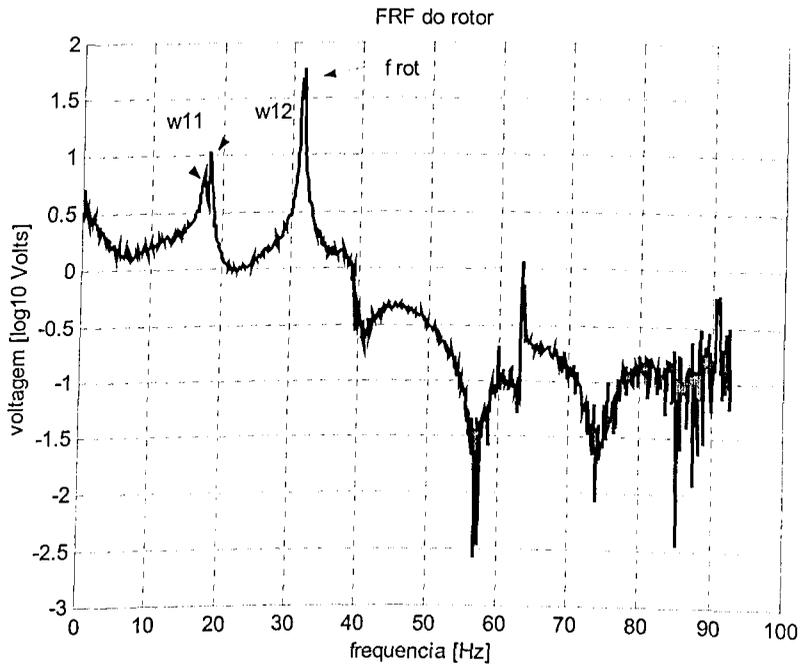


Figura 5.10 – F.R.F. do rotor operando a 1920 rpm.

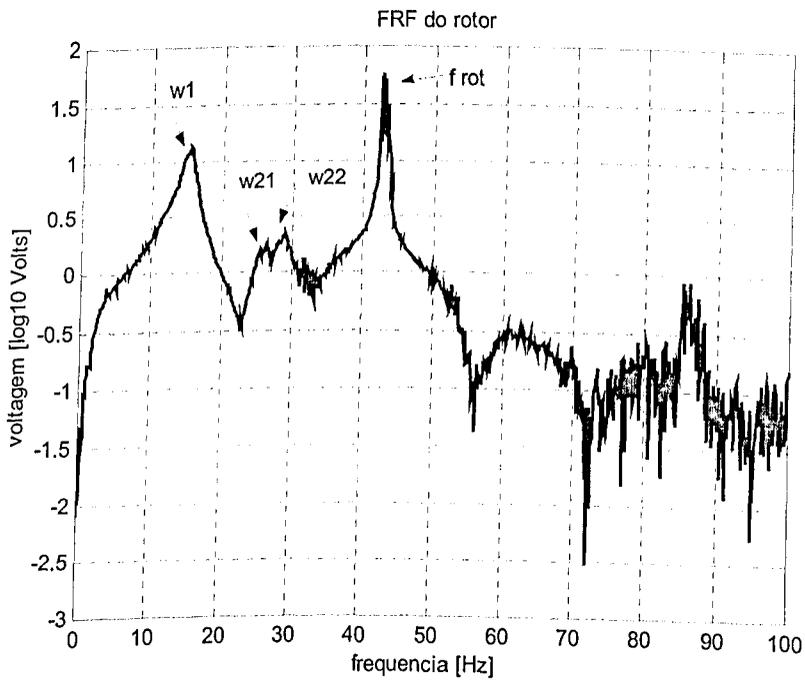


Figura 5.11 – F.R.F. do rotor operando a 2700 rpm.

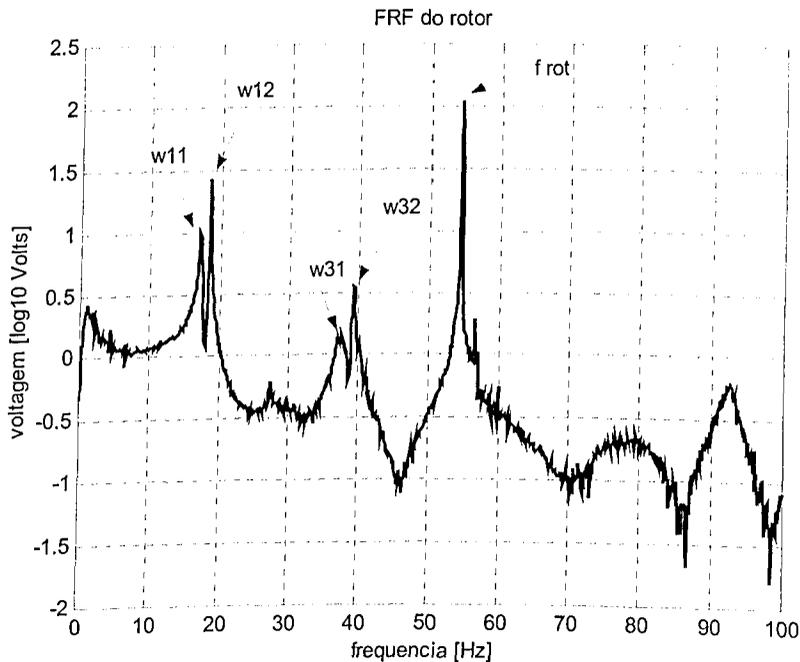


Figura 5.12 – F.R.F. do rotor operando a 3360 rpm.

A primeira frequência natural de precessão inversa do rotor ( $\omega_{11}$ ) com este operando a 1920 rpm ( $f_{rot} = 32$  Hz) foi de 17.5 Hz e a primeira frequência natural de precessão direta ( $\omega_{12}$ ) foi de 18.3 Hz. A segunda frequência natural do rotor não foi identificada, assim também como a terceira, como pode ser bem notado na figura 5.10

Para o rotor operando a 2700 rpm ( $f_{rot} = 45$  Hz), a primeira frequência natural foi de 15 Hz e não houve separação entre a precessão direta e a precessão reversa. A segunda frequência natural de precessão inversa ( $\omega_{21}$ ) está próxima de 26 Hz e a segunda frequência natural de precessão direta ( $\omega_{22}$ ) está próxima de 28 Hz, mas não é possível ter uma boa estimativa do valor destas frequências. As terceiras frequências naturais de precessão direta e inversa não puderam ser identificadas no ensaio.

Para o rotor operando a 3360 rpm ( $f_{rot} = 56$  Hz),  $\omega_{11}$  foi de 17.2 Hz e  $\omega_{12}$  foi de 18.5 Hz. A segunda frequência natural do rotor não foi identificada, a terceira frequência natural de precessão inversa ( $\omega_{31}$ ) foi de aproximadamente 37.5 Hz e a direta ( $\omega_{32}$ ) de aproximadamente 40 Hz.

Os valores apresentaram uma grande discordância com as frequências obtidas através do modelo de elementos finitos. O fato mais provável ao qual se deve o não aparecimento da segunda e terceira frequências naturais em alguns ensaios, é a dissipação de energia de vibração nos mancais, causada pelo atrito entre a região de encaixe das molas helicoidais com os cubos, particularmente no mancal inferior. O rotor foi retirado da estrutura onde estava

inserido e apoiou-se suas extremidades em duas superfícies rígidas. Realizou-se este ensaio para investigar a influência dos mancais na dissipação de energia. A figura 5.13 mostra a F.R.F obtida, onde se pode notar que não há mais a dissipação de energia nas altas frequências, apresentada quando o rotor estava montado em sua estrutura original. Devido os problemas acima relatados decidiu-se não realizar a validação experimental das técnicas de identificação implementadas, ficando esta etapa para um futuro próximo.

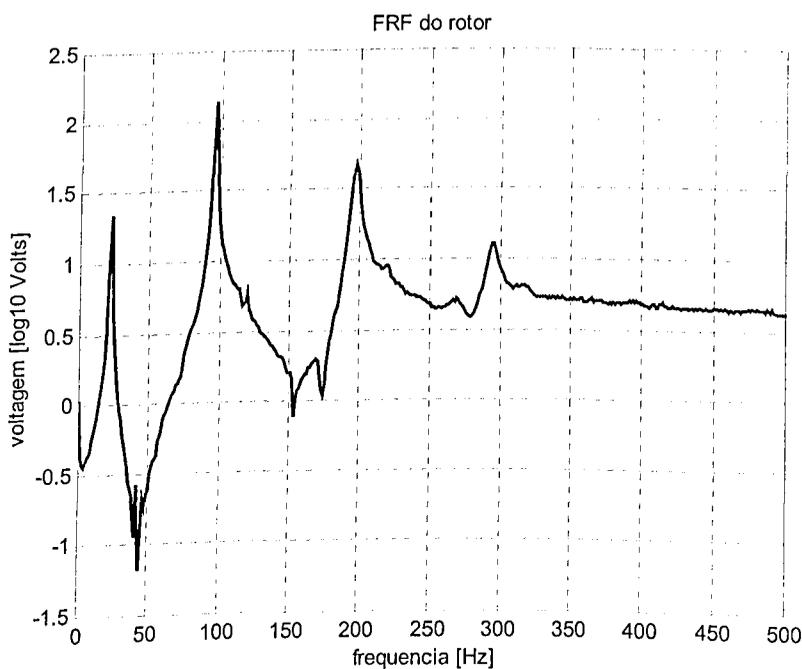


Figura 5.13 - F.R.F. do rotor com suas extremidades apoiadas em duas superfícies rígidas.

## Capítulo 6

### Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

Este trabalho propôs uma metodologia para identificação e localização de falhas em eixos de rotores flexíveis utilizando-se técnicas de otimização. O conceito básico utilizado nesta dissertação foi o de que a presença de uma falha no eixo do rotor introduz modificações na energia de deformação do mesmo e, conseqüentemente, no seu comportamento vibratório. Partindo deste princípio, elaborou-se a seguinte estratégia para identificar e localizar as falhas, no eixo do rotor:

- Obter um modelo matemático-computacional do rotor com falha utilizando o método dos elementos finitos.
- Obter as características do comportamento dinâmico do sistema.
- Formular uma função objetivo baseada na diferença entre as características dinâmicas do modelo e do sistema real.
- Minimizar a função objetivo utilizando métodos pseudo-aleatórios, onde as variáveis de projeto a serem otimizadas são os parâmetros característicos da falha (severidade, posição, tamanho).

A modelagem da falha via elementos finitos considerou que a presença desta diminui o momento de inércia de área do elemento na qual esta está localizada. Os fenômenos não lineares introduzidos no sistema pela presença da falha no eixo foram desprezados neste trabalho.

Foi feito um estudo das alterações introduzidas pela falha no comportamento dinâmico do rotor. Analisando-se tipos distintos de rotores foi possível notar que alguns são mais sensíveis a falha. Assim, o rotor de Jeffcott mostrou-se bastante sensível à falha introduzida no eixo. Dos parâmetros característicos da falha, a posição mostrou-se ser o mais influente. A severidade, ligada à profundidade da falha, e o comprimento desta apresentaram influências da mesma ordem de grandeza sobre as alterações provocadas no comportamento dinâmico do rotor.

Os parâmetros característicos da falha identificados no caso do rotor de Jeffcott apresentaram uma boa proximidade em relação aos valores dos parâmetros preestabelecidos. O parâmetro  $p$ , posição da falha, foi identificado com sucesso em todas as simulações para este rotor, o que comprova o fato de que a posição da falha ao longo do eixo é mesmo o fator mais relevante para sua caracterização. Os valores encontrados para a severidade da falha

apresentaram uma aproximação razoável em relação aos valores preestabelecidos. Na média, as discordâncias são menores que 5 %. O parâmetro de comprimento do elemento com falha foi o que apresentou as maiores discrepâncias em relação aos valores preestabelecidos para as falhas simuladas. Inicialmente esperava-se que os erros relacionados à identificação da severidade e do comprimento da falha fossem próximos, pois a análise do comportamento dinâmico do modelo mostrava que as alterações nele introduzidas por estes dois fatores em separado são bastantes próximas. Entretanto, o processo de identificação desenvolvido mostrou que a determinação do comprimento da falha foi a que representou maior dificuldade.

Os resultados das simulações obtidos para o rotor vertical de três discos apresentam aspectos similares aos resultados obtidos para o rotor de Jeffcott. O parâmetro  $p$  foi o que teve melhor aproximação em relação aos parâmetros preestabelecidos, seguido por  $\xi$  e  $L_d$ , sendo que  $L_d$  foi o que apresentou novamente os maiores erros dentre os três parâmetros identificados. É provável que os maiores erros de identificação encontrados no caso do rotor com três discos, se deve também ao fato deste sistema apresentar um comportamento dinâmico bem mais complexo e menos sensível ao tipo de falha introduzida, ao ser comparado com o rotor de Jeffcott.

Os parâmetros identificados utilizando-se uma função multi-objetivo, formada por várias características do comportamento dinâmico do rotor, mostraram-se melhores do que aqueles que foram obtidos usando apenas uma característica dinâmica na formulação da função objetivo. Além disso, os resultados obtidos utilizando a resposta ao desbalanceamento foram melhores do que os resultados obtidos utilizando as frequências naturais do rotor, ou seja, usando informações sobre o rotor livre de excitação.

Quanto às técnicas de otimização utilizadas, optou-se pela utilização de métodos robustos, tendo em vista que seriam usados na solução de problemas inversos. A escolha recaiu portanto nos algoritmos genéticos, embora se tenha ainda utilizado o método do recozimento simulado (*simulated annealing*). Ressalta-se que geralmente os problemas inversos da dinâmica envolvem a presença de mínimos locais no espaço de busca, aspecto que fortalece a escolha acima descrita.

O método do *simulated annealing* apresentou resultados pouco inferiores aos apresentados pelos algoritmos genéticos. Porém esta técnica de otimização demanda menor esforço computacional que os algoritmos genéticos, podendo tornar-se uma ferramenta com bom potencial de uso para a tarefa aqui proposta. As técnicas de otimização clássica não tiveram desempenho satisfatório.

Um ponto que merece destaque é o fato da metodologia desenvolvida ser capaz de identificar os parâmetros relacionados a duas falhas simultâneas ao longo do eixo. Embora os resultados, exceto para a posição da falha, não tenham sido tão precisos quanto aqueles

obtidos na identificação dos parâmetros relacionados a apenas uma falha ao longo do eixo, a metodologia mostrou-se satisfatória.

A verificação experimental da metodologia foi inviabilizada devido a problemas técnicos observados na bancada de testes reservada para esta dissertação. Assim, não seria possível a utilização das informações do comportamento dinâmico do sistema, particularmente nas terceira, quarta, quinta e sexta frequências naturais, consideradas muito importantes no processo de identificação. Os reparos necessários na bancada remeteram esta etapa para um futuro próximo.

Esta dissertação resultou num trabalho científico apresentado no II Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - CONEM 2002, realizado em João Pessoa - Paraíba, de 12 a 16 de Agosto de 2002. O título deste trabalho é : " SOBRE O PROBLEMA DA IDENTIFICAÇÃO DE FALHAS EM MÁQUINAS ROTATIVAS", sendo autores Ricardo C. Simões e Valder Steffen Jr.

#### **Sugestões para trabalhos futuros.**

- Desenvolver um modelo para a falha que inclua as não linearidades intrínsecas ao problema estudado nesta dissertação.
- Analisar com o necessário detalhamento o fenômeno do "breathing" em eixos flexíveis com "cracks".
- Substituir as características dinâmicas do modelo calculadas via elementos finitos (através de parâmetros de falhas previamente estabelecidos), por características dinâmicas do sistema real, medidas experimentalmente em laboratório.
- Fazer um ajuste nos valores de rigidez e de amortecimento do modelo matemático-computacional com os dados obtidos experimentalmente, através de medições no rotor sem falha, antes de realizar o experimento com o eixo do rotor contendo falha. Isto garantirá a utilização de um modelo previamente ajustado, garantindo que a etapa seguinte de ajuste será dedicada exclusivamente à falha.

## Capítulo 7

### Referências Bibliográficas

Assis, E. G., 1999, "Uso de Técnicas de Otimização para Auxiliar o Projeto e Identificar Parâmetros de Máquinas Rotativas", Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Maio.

Assis, E. G. and Steffen Jr., V., 2002, "Inverse Problems in Rotor Dynamics Using Optimization Techniques", Proc. of the 6th International Conference on Rotor Dynamics-IFTToMM, Sydney, Australia, September 30 to October 4, pp. 815-821.

Bachschnid, N. and Tanzi, E., 2001, " Vibration Pattern Related to Transverse Cracks in Rotors" XVI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Vol 10, pp. 505-511.

Berthier, P., Ferraris, G. and Lalanne, M., 1983, "Prediction of Critical Speeds, Unbalance And Nonsynchronous Forced Response in Rotors", Shock and Vibr. Bull., part 4, 103-111.

Corona, A., Marchesi, M., Martini, C. and Ridella, S., 1987, "Minimizing Multimodal Function Of Continuous Variables with the Simulated Annealing Algorithm" ACM Transaction on Mathematical Software, Vol 13, nº 3, September, pp. 262-280.

Cheng, L. M. and Ku, D. M., 1991, "Whirl Speeds and Unbalance Response of a Shaft-Disk System with Flaws," The International Journal of Analytical And Experimental Modal Analysis, Vol 6, No 4, pp. 279-289.

Goldberg, D. E., 1989, "Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning", Addison-Wesley Publishing Company, Inc. USA.

Gasch, R., 1976, "Dynamic Behaviour of a Simple Rotor with a Cross-Sectional Crack," Institution of Mechanical Engineers Conference Publication, Vibration in Rotating Machinery, Paper No. C178/76, pp. 123-128.

- He, Y., Guo. D. and Chu, F., 2001, "Using Genetic Algorithms To Detect and Configure Shaft Crack For Rotor-Bearing System", *Computer Methods in Applied Mechanics And Engineering*, 190 (2001) 5895-5906.
- Henry, T. A. and Okah-Avae, B. E., 1976, "Vibration in Cracked Shafts," *Institution of Mechanical Engineers Conference Publication, Vibration in Rotating Machinery*, Paper No. C178/76, pp. 15-19.
- Haupt, R. L. and Haupt, S. E., 1998, "Practical Genetic Algorithms", John Wiley and Sons, New York.
- Holland, J. H., 1975, "Adaptation in Natural and Artificial Systems", University of Michigan Press, Ann Arbor.
- Houck, C., Joines, J. and Kay. M., 1995 "A Genetic Algorithm for Function Optimization: A Matlab Implementation" Technical Report NCSU-IE, Technical Report 95-09, North Carolina State University.
- Joines, J., and Houck, C., 1994, "On the Use of Non-stationary Penalty Functions To Solve Constrained Optimization Problems with Genetic Algorithms", in 1994 IEEE International Symposium Evolutionary Computation, Orlando, Florida, pp. 579-584.
- Kirkpatrick, S., Gellat Jr, C. D. and Vecchi, M. P., 1983 "Optimization by Simulated Annealing", *Science*, 13 May 1983, Vol 220, n° 4598, pp. 671-680.
- Lalanne, M. and Ferraris, G., 1998, "Rotordynamics Prediction in Engineering," 2nd Edition, John Wiley and Sons, New York.
- Masters, T. 1993, "Practical Neural Network Recipes in C++", Academic Press.
- Mayes, I. W. and Davies, W. G. R., 1976, "The Vibration Behaviour of a Rotating Shaft System Containing a Transverse Crack," *Institution of Mechanical Engineers Conference Publication, Vibration in Rotating Machinery*, Paper No. C178/76, pp. 53-64.
- Michalewicz, Z., 1994, "Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs;" Third Edition, AI Series, Springer-Verlag, New York.

Muszyńska, A., 1982, "Shaft Crack Detection," Seventh Machinery Dynamics Seminar, Canada.

Nelson, H. D. and Nataraj, C., 1986, "The Dynamics of a Rotor System with a Cracked Shaft," ASME Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, Vol 108, pp. 189-196.

Vanderplaats, G., 1999, "Numerical Optimization Techniques for Engineering Design" Third Edition, Vanderplaats Research & Development, Inc., Colorado Springs.