

DENNER MIRANDA BORGES

**DESENVOLVIMENTO DE UMA METODOLOGIA
DE ANÁLISE DA ESTABILIDADE DE SISTEMAS
AEROVISCOELÁSTICOS EMPREGANDO
O MÉTODO DOUBLET LATTICE**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
2019**

DENNER MIRANDA BORGES

**DESENVOLVIMENTO DE UMA METODOLOGIA DE ANÁLISE
DA ESTABILIDADE DE SISTEMAS AEROVISCOELÁSTICOS
EMPREGANDO O MÉTODO DOUBLET LATTICE**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações

Orientador: Prof. Dr. Antônio Marcos Gonçalves de Lima

Co-orientador: Prof. Dr. Tobias Morais

**UBERLÂNDIA – MG
2019**

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

B732 2019	<p>Borges, Denner Miranda, 1993- Desenvolvimento de uma metodologia de análise da estabilidade de sistemas aeroviscoelásticos empregando o método Doublet Lattice [recurso eletrônico] / Denner Miranda Borges. - 2019.</p> <p>Orientador: Antônio Marcos Gonçalves de Lima. Coorientador: Tobias Morais Souza. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Pós-graduação em Engenharia Mecânica. Modo de acesso: Internet. Disponível em: http://dx.doi.org/10.14393/ufu.di.2019.2374 Inclui bibliografia. Inclui ilustrações.</p> <p>1. Engenharia mecânica. I. Lima, Antônio Marcos Gonçalves de , 1971-, (Orient.). II. Souza, Tobias Morais , -, (Coorient.). III. Universidade Federal de Uberlândia. Pós-graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDU: 621</p>
--------------	---

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:
Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/307

09/12/2019

SEI/UFU - 1569791 - Ata de Defesa - Pós-Graduação



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
 Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
 Av. João Naves de Ávila, nº 2121, Bloco 1M, Sala 212 - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-MG, CEP 38400-902
 Telefone: (34) 3239-4282 - www.posgrad.mecanica.ufu.br - secposmec@mecanica.ufu.br



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Mecânica				
Defesa de:	Dissertação de Mestrado Acadêmico/ 556/ COPEM				
Data:	vinte e sete de setembro de dois mil e dezenove	Hora de início:	09:00	Hora de encerramento:	[11:10]
Matrícula do Discente:	11722EMC003				
Nome do Discente:	Denner Miranda Borges				
Título do Trabalho:	Desenvolvimento de uma metodologia de análise da estabilidade de sistemas aeroviscoelásticos empregando o método Doublet Lattice				
Área de concentração:	Mecânica dos Sólidos e Vibrações				
Linha de pesquisa:	Dinâmica de Sistemas Mecânicos				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Bolsa Pesquisador Mineiro e Bolsa PQ-2				

Reuniu-se na Sala 1M206 - Bloco 1M, Campus Santa Mônica, da Universidade Federal de Uberlândia, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, assim composta: Professores Doutores: Tobias Souza Morais (co-orientador) - FEMEC/UFU; Francisco José de Souza - FEMEC/UFU; Roberto Gil Annes da Silva - ITA e Antônio Marcos Gonçalves de Lima - FEMEC/UFU orientador(a) do(a) candidato(a).

Iniciando os trabalhos o(a) presidente da mesa, Dr(a). Antônio Marcos Gonçalves de Lima, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato(a), agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado.

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Antonio Marcos Gonçalves de Lima, Professor(a) do Magistério Superior**, em 27/09/2019, às 11:22, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Tobias Souza Morais, Professor(a) do Magistério Superior**, em 27/09/2019, às 11:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Francisco José de Souza, Professor(a) do Magistério Superior**, em 27/09/2019, às 11:24, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **ROBERTO Gil Annes da SILVA, Usuário Externo**, em 27/09/2019, às 11:27, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1569791** e o código CRC **2319FC6A**.

*A Deus, toda minha família, amigos, colegas de trabalho e da faculdade, e qualquer outro que de algum modo contribuiu no caminho trilhado nesta faculdade.
Sem vocês nada seria possível.*

AGRADECIMENTOS

É com imensa satisfação que expresso aqui meu profundo agradecimento a todos que tornaram a realização deste trabalho possível.

Agradeço especialmente à minha família, mãe, pai, irmão, avó, tias e tios que tanto me incentivaram e apoiaram neste longo caminho trilhado. Para meus pais, Edilamar e Mauro, só posso agradecer e retribuir da melhor maneira possível pela paciência, carinho e confiança em mim depositados.

Aos meus amigos e colegas, tanto aqueles que caminharam juntos ao longo da etapa da graduação e da pós, quanto aos de longa data. Agradeço a todos pelos bons momentos e pelas experiências e conhecimentos trocados, que certamente contribuíram para minha formação e neste trabalho. Um agradecimento especial aos meus amigos André Garcia, Leandro Leão, Vitor Taha, e Leonardo Sicchieri por esta jornada ao longo da pós-graduação.

A todos os amigos do LMEst que auxiliaram na execução deste trabalho, e aos demais que trabalham para manter a excelência e qualidade deste laboratório.

Aos meus orientadores Prof. Antônio Marcos e Prof. Tobias Morais, pela disponibilidade, paciência e atenção dispensadas nos desafios para concluir este trabalho.

A Universidade Federal de Uberlândia e a Faculdade de Engenharia Mecânica, em especial a todos os professores, técnicos e colaboradores do Curso de Engenharia Aeronáutica, que tanto contribuíram para minha formação pessoal e profissional, e aos órgãos de fomento CAPES e CNPQ, por tornar possível a realização deste trabalho.

*“When everything seems to be against you, remember that an airplane takes-off
against the wind, not with it.”*

BORGES, D. M. **Desenvolvimento de uma metodologia de análise da estabilidade de sistemas aeroviscoelásticos empregando o método Doublet Lattice**. 2019. 126 f. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

RESUMO

O *flutter* é um fenômeno aeroelástico que está sempre em atenção no projeto de aeronaves. A constante busca por soluções aeroelásticas de alto desempenho torna o *flutter* uma métrica importante nos requisitos de otimização do projeto. Neste sentido, a indústria aeronáutica tem visado soluções para fornecer um desempenho aeroelástico ótimo, por meio da supressão do fenômeno por vias de controle ativo ou passivo. O uso de técnicas de controle passivo comumente envolve a aplicação de materiais que sejam benéficos ao desempenho aerodinâmico e estrutural. De tal maneira, o emprego de materiais viscoelásticos pode ser uma solução viável para aumentar a eficiência aeroelástica do sistema, devido à sua grande capacidade de amortecimento estrutural.

O foco deste trabalho foi o desenvolvimento de uma metodologia de análise da estabilidade de sistemas de interesse aeronáutico e implementação do método *doublet lattice* (DLM) como uma ferramenta de cálculo, para prover estimativas com baixo custo computacional de cargas aerodinâmicas complexas para superfícies sustentadoras. Além do mais, o trabalho apresenta uma contribuição ao estudo de sistemas aeroviscoelásticos, empregando a modelagem aerodinâmica pelo DLM, para estudar a viabilidade de aplicação de materiais viscoelásticos no controle aeroelástico de sistemas estruturais representativos de asas, do tipo placas sanduíches finas, sujeitas a fluxos subsônicos. A influência do tratamento viscoelástico para a estrutura proposta é avaliada, bem como a influência de parâmetros operacionais e ambientais sobre a velocidade crítica de *flutter*.

Palavras-chave: aerodinâmica não-estacionária, método doublet-lattice, controle aerolástico, aeroviscoelasticidade, flutter.

BORGES, D. M. **Development of a methodology to study the stability of aero-viscoelastic systems using the Doublet Lattice method.** 2019. 126 s. Master thesis, Federal University of Uberlândia, Uberlândia.

ABSTRACT

In aeronautical industry the flutter phenomenon has a great importance and need to be investigated, since it can lead to catastrophes. Thus, the constant requirements for high-performance structures turns flutter a design metric for the optimization of aeroelastic performance. In this sense, the current solutions for optimal aeroelastic performance, involves passive or active aeroelastic control. Commonly, the techniques for passive control involves the use of anisotropic materials to affect aerodynamic and structural performance in a beneficial way. In order to achieve flutter suppression, the use of viscoelastic materials aims to improve aeroelastic performance, due to its high structural damping.

The focus of this work was developed a methodology to study aeronautical structures using an implemented Doublet-Lattice Method (DLM) program to provide unsteady aerodynamics loads at a low computational cost. The program aims to be a reliable tool to investigate the feasibility of the application of viscoelastic materials in flutter suppression. A plate-like wing model is used to investigate the influence of viscoelastic treatment, on the form of a sandwich plate, in the aeroelastic stability considering subsonic flow. Finally, the influence of the viscoelastic treatment on the proposed structure was evaluated as well as the influence of environmental and operational parameters in the critical flutter velocity.

Keywords: unsteady aerodynamics, doublet lattice method, aeroelastic control, aero-viscoelasticity, flutter.

Lista de Símbolos

Sistema de coordenadas

x, y, z	Sistema de coordenadas global
ξ, η, ζ	Sistema de coordenadas do painel

Símbolos romanos

\hat{V}_0	Velocidade normal unitária induzida em um ponto
\bar{U}	Componente de velocidade normalizado
L	Força de sustentação
q	Pressão dinâmica
M_∞	Número de Mach da corrente livre
U_∞	Velocidade da corrente livre
a	Velocidade do som
C_l	Coefficiente total de sustentação
R	Raio hiperbólico
i	Unidade imaginária
A_Ψ	Intensidade da fonte dipolo (potencial de aceleração)
w_N	Componente normal do campo de velocidade
K	Função kernel
K_1	Componente planar da função kernel
K_2	Componente não-planar da função kernel
r	Raio cilíndrico
I_1, I_2	Integrais de aproximação da função kernel
k	Frequência reduzida
k_1	Frequência reduzida modificada
u	Componente x do campo de velocidade
u_1	Variável de integração
I_0	Integral (Eq. 3.28)
J_0	Integral (Eq. 3.29)
a_n	Termos da aproximação de Laschka
c	Corda, ou corda média
Δc_p	Coefficiente de pressão
Δx_s	Corda do painel emissor

P_1, P_2	Polinômios de aproximação do kernel (planar, não-planar)
F	Integral (Eq. 3.47)
S	Área da superfície sustentadora
h	Deformação no plano médio (Eq. 3.51)
w	Grau de liberdade de deslocamento transversal
L_a	Sustentação gerada nos pontos de controle aerodinâmicos
h_a	Deslocamentos interpolados dos pontos de controle aerodinâmicos
q	Coordenada modal
V	Velocidade de operação
b	Semicorda
u, v, w	Campo de deslocamentos da estrutura viscoelástica
T	Potencial de energia cinética
G	Módulo Complexo (Eq. 6.20)

Símbolos gregos

Γ_n	Circulação gerada devido a um vórtice
α	Ângulo de ataque
ϕ	Velocidade potencial
Ψ	Potencial de aceleração
λ	Variável de integração na direção da corda
τ	Tempo de perturbação, ou retardo
β	Fator de Prandtl-Glauert
ω	Frequência de oscilação
Γ_r, Γ_s	Ângulos de diedro no ponto de recebimento e envio
ρ	Densidade específica
θ_x	Grau de liberdade de rotação no eixo x
θ_y	Grau de liberdade de rotação no eixo y
δ	Deslocamentos nodais
ε	Deformação
Π	Potencial de energia de deformação

Vetores e Matrizes

$d\vec{l}$	Vetor da linha de vórtice na Lei de Biot-Sarvat
$d\vec{r}$	Vetor distância ao ponto de análise na Lei de Biot-Sarvat
$d\vec{V}$	Vetor de velocidade induzida resultante
N_r, N_s	Vetores normais à superfície sustentadora
$\{\Phi_j\}$	Vetor coluna da matriz modal
$[A_{ij}]$	Matriz dos coeficientes aerodinâmicos
$[D_{rs}]$	Matriz de fatores de <i>downwash</i>
$[M_S]$	Matriz de massa da estrutura
$[K_S]$	Matriz de rigidez da estrutura
$[Q_j]$	Matriz de esforços aerodinâmicos generalizada
$[M_q]$	Matriz de massa modal
$[K_q]$	Matriz de rigidez modal

Lista de Abreviações

AAWC	Controle aeroelástico ativo de asas (<i>active aeroelastic wing control</i>)
AIC	Matriz de coeficientes de influência aerodinâmicos (<i>aerodynamic influence coefficients</i>)
AR	Razão de aspecto (<i>aspect ratio</i>)
CFD	Dinâmica dos fluidos computacional (<i>Computational Fluid Dynamics</i>)
DLM	Método Doublet Lattice (<i>Doublet Lattice Method</i>)
EBM	Fabricação por feixe de elétrons (<i>electron beam freeform fabrication</i>)
FAA	Agência Reguladora da Aviação Civil Norte Americana (<i>Federal Aviation Administration</i>)
FGM	Materiais de propriedades variáveis (<i>functionally graded materials</i>)
FRF	Função de Resposta em Frequência
GAM	Matriz de esforços aerodinâmicos generalizada (<i>generalized aerodynamics matrix</i>)
LMEst	Laboratório de Mecânica de Estruturas
MEF	Método de Elementos Finitos
NASA	Agência Espacial Norte Americana (<i>National Aeronautics and Space Administration</i>)
UFU	Universidade Federal de Uberlândia
VLM	Método Vortex Lattice (<i>Vortex Lattice Method</i>)

Lista de Figuras

Figura 1.1 - Diagrama de Collar para aeroelasticidade (extraído de Hodges e Pierce, 2011)....	2
Figura 1.2 - Queda do monoplaneo construído pelo Professor Langley no rio Potomac, 1903. (extraído de Langley, 1911).....	2
Figura 1.3 - Modelo experimental de <i>flutter</i> para ensaio em túnel de vento. (extraído de NASA Aeroelasticity Handbook, 2006).....	4
Figura 2.1 - Malha de painéis aerodinâmicos para uma aeronave comercial utilizando o DLM (extraído de Wright e Cooper, 2008).....	8
Figura 2.2 - Aeronave experimental X-29, com conceito de enflechamento negativo. (cortesia da NASA).	13
Figura 2.3 - Seções transversais de reforçadores aeronáuticos com variação de material, usando aço e liga de cobre. Variação ao longo do comprimento (esquerda) e variação ao longo da espessura (direita) (extraído de Dunning <i>et al</i> , 2014).....	14
Figura 2.4 - Aplicação de materiais viscolásticos em componentes aeronáuticos, como a fuselagem. (extraído do site da EAR Global ¹)	16
Figura 3.1 - Esquema do vórtice ferradura no cálculo da velocidade induzida.....	19
Figura 3.2 - Definição das propriedades geométricas da superfície.....	21
Figura 3.3 - Asa planar discretizada em 44 painéis.....	23
Figura 3.4 - Comparação das curvas de C_L ao longo da envergadura para a asa plana retangular.....	23
Figura 3.5 - Planificação da asa enflechada usada para simulação (adaptado de Roskan, 1985).	24
Figura 3.6 - Comparação das curvas de C_L ao longo da envergadura para a asa enflechada avaliada.....	25
Figura 3.7 - Comparação da distribuição de pressão na asa enflechada: XFLR5 (a) e código (b).....	26
Figura 3.8 - Derivação de um dipolo a partir de dois escoamentos tipo fonte iguais e opostos (extraído de Giesing, 1987).....	29
Figura 3.9 - Discretização da geometria da superfície sustentadora sobre as coordenadas locais dos painéis.	34

Figura 3.10 - Variação incremental do kernel planar ao longo da linha de dipolos do painel.	42
Figura 3.11 - Resultados referência de Rodden <i>et al</i> (1999) para: (a) parte real e (b) parte imaginária da função kernel, AR=10,0 e (c) parte real e (d) parte imaginária da presente implementação.....	43
Figura 3.12 - Sobreposição dos resultados para a parte imaginária da função kernel obtidos por Rodden <i>et al.</i> (1999) e do presente trabalho, AR=10,0.....	44
Figura 3.13 - Geometria de asa planar verificada por Blair (1994).....	45
Figura 3.14 - Discretização da geometria verificada por Blair (1994) pelo presente código...	46
Figura 4.1 - Elemento finito de placa retangular.....	49
Figura 4.2 - Esquema de aproximação dos pontos de controle aos nós da malha estrutural. (extraído de Silva, 2018)	51
Figura 4.3 - Fluxograma do método p-k.....	56
Figura 5.1 - Representação esquemática da estruturação do programa AEROSOLVER.	62
Figura 5.2 - Detalhamento esquemático do módulo <i>struct</i>	62
Figura 5.3 - Detalhamento esquemático dos módulos <i>aero</i> e <i>aero_mesh</i>	63
Figura 5.4 - Comparação do 1º modo do programa Aerosolver (esquerda) e Femap® (direita).	65
Figura 5.5 - Comparação do 2º modo do programa Aerosolver (esquerda) e Femap® (direita).	66
Figura 5.6 - Comparação do 3º modo do programa Aerosolver (esquerda) e Femap® (direita).	66
Figura 5.7 - Comparação do 4º modo do programa Aerosolver (esquerda) e Femap® (direita).	66
Figura 5.8 - Diagramas v-g obtidos para o modelo de asa representativa da NASA.	68
Figura 5.9 - Representação esquemática da geometria de asa utilizada na validação do Nastran.....	69
Figura 5.10 - Comparação do digrama v-g, para evolução do amortecimento.....	71
Figura 5.11 - Comparação do diagrama v-g, para a evolução das frequências naturais.....	71
Figura 6.1 - Cinemática da deformação do elemento de placa sanduíche (adaptado de Filho, 2019).....	75
Figura 6.2 - Ilustração esquemática da estrutura tratada com material viscoelástico.....	82
Figura 6.3 - Função de Resposta em Frequência (FRF) para o sistema viscoelástico.....	84

Figura 6.4 - Fluxograma representativo para a análise modal através da atualização do módulo complexo.	84
Figura 6.5 - Representação dos dois primeiros modos de vibrar complexos da estrutura viscoelástica. Primeiro modo de flexão (esquerda) e segundo modo de torção (direita).	85
Figura 6.6 - Fluxograma do método p-k modificado para inclusão do comportamento viscoelástico no sistema.....	87
Figura 6.7 - Diagramas v-g obtidos para o modelo aeroviscoelástico <i>plate like wing</i>	88
Figura 6.8 - Influência da espessura da camada viscoelástica nas velocidades críticas de <i>flutter</i> para o modelo de placa representativa em estudo.	90
Figura 6.9 - Influência da temperatura de operação nas velocidades críticas de <i>flutter</i> para o modelo de placa representativa em estudo.	91

Lista de Tabelas

Tabela 3.1 - Propriedades geométricas e condições do escoamento para asa plana retangular.	22
Tabela 3.2 - Comparação entre os valores dos coeficientes totais de sustentação (C_L) para a asa planar.....	23
Tabela 3.3 - Dados aerodinâmicos de entrada.....	24
Tabela 3.4 - Comparação entre os coeficientes totais de sustentação (C_l) para a asa enflechada.	25
Tabela 3.5 - Coeficientes da aproximação de Laschka (L11).	33
Tabela 3.6 - Parâmetros de configuração para verificação da função kernel.....	41
Tabela 3.7 - Parâmetros de configuração para segunda verificação da função kernel.....	43
Tabela 3.8 - Comparação dos coeficientes de pressão complexos computados nos pontos de controle dos painéis, para aproximação quártica e parabólica.	46
Tabela 3.9 - Comparação dos coeficientes complexos de pressão calculados.	46
Tabela 5.1 - Propriedades físicas e geométricas da placa de policarbonato.....	64
Tabela 5.2 - Comparação das frequências naturais para a placa de policarbonato em estudo.	65
Tabela 5.3 - Comparação das velocidades e frequências de <i>flutter</i> obtidas para o modelo de asa representativa da NASA.	67
Tabela 5.4 - Propriedades mecânicas do alumínio 6061-T6.	70
Tabela 5.5 - Parâmetros aerodinâmicos para simulação.....	70
Tabela 5.6 - Comparação das frequências naturais para o modelo de placa em alumínio.	70
Tabela 5.7 - Comparação das velocidades e frequências de <i>flutter</i> para o modelo de asa representativa em alumínio.....	72
Tabela 6.1 - Propriedades geométricas da placa sanduíche representativa.	82
Tabela 6.2 - Propriedades mecânicas da placa sanduíche representativa.....	82
Tabela 6.3 - Frequências associadas ao pico da FRF para o sistema viscoelástico.....	83
Tabela 6.4 - Comparação das frequências naturais obtidas da solução modal para a placa representativa (<i>plate like wing</i>) pura e com tratamento viscoelástico.	86
Tabela 6.5 - Comparação entre as velocidades e frequências de <i>flutter</i> para a estrutura com e sem tratamento viscoelástico.	89

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 OBJETIVOS	5
1.2 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	6
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
2.1 CONTROLE AEROELÁSTICO	11
2.1.1 Uso de materiais viscoelásticos para o controle aeroelástico	15
3 MODELAGEM AERODINÂMICA	18
3.1 MÉTODO VLM.....	19
3.1.1 Definição da geometria.....	21
3.1.2 Resultados e Verificação	22
3.2 MÉTODO DLM.....	26
3.2.1 Soluções elementares do Potencial Aerodinâmico Linearizado.....	27
3.2.2 Equação integral para um arranjo de dipolos e sua função kernel derivada.....	29
3.2.3 Implementação do DLM.....	33
3.2.4 Condições de contorno	39
3.3 VERIFICAÇÃO DO CÓDIGO DLM.....	41
3.3.1 Verificação da Função Kernel	41
3.1.2 Asa Retangular	45
4 MODELAGEM AEROELÁSTICA.....	48
4.1 MODELO DE ELEMENTOS FINITOS	48
4.2 ACOPLAMENTO DO MODELO ESTRUTURAL E AERODINÂMICO	49
4.3 MATRIZES GENERALIZADAS	51
4.4 MÉTODOS DE SOLUÇÃO DE <i>FLUTTER</i>	53
4.4.1. Método p-k	53
4.4.2. Interpolação das Matrizes Aerodinâmicas Generalizadas	56
5 IMPLEMENTAÇÃO AEROELÁSTICA COMPUTACIONAL.....	60
5.1 PROGRAMA <i>AEROSOLVER</i>	60
5.2 ESTRUTURAÇÃO DO PROGRAMA	61

5.2.1	Módulo <i>struct</i>	62
5.2.1	Módulos <i>aero</i> e <i>aero_mesh</i>	62
5.3	RESULTADOS PARA CASOS SELECIONADOS	64
5.3.1	Modelo experimental da NASA	64
5.3.2	Modelo NASTRAN	69
6	CONTROLE AEROELÁSTICO	73
6.1	MODELO DE PLACA SANDUÍCHE VISCOELÁSTICA	74
6.1.1	Amortecimento viscoelástico	80
6.2	MODELO AEROVISCOELÁSTICO	81
6.2.1	Avaliação dos modos complexos	82
6.2.2	Avaliação da estabilidade aeroelástica	86
6.2.3	Avaliação da influência de parâmetros ambientais e operacionais	89
7	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS DE TRABALHOS FUTUROS .	93
	Referências	97
	Apêndice A	103
	Apêndice B	105

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Os problemas que envolvem a interação de estruturas e cargas provenientes da fluidodinâmica estão largamente presentes na natureza e em diversas áreas da engenharia. O conhecimento da dinâmica de interação entre um fluido e uma estrutura é de grande importância para se adotar medidas que visam a melhor performance de processos que operam nestas condições, onde é necessária uma resposta mais precisa.

Especialmente nas áreas aeronáutica e aeroespacial, a classe de fenômenos resultantes da interação entre os campos da aerodinâmica, elasticidade e da dinâmica estrutural é conhecido por aeroelasticidade, sendo de grande relevância na indústria aeronáutica seja no projeto de componentes estruturais de aeronaves e/ou em palhetas de turbinas e compressores de motores. Não somente na área aeronáutica, a dinâmica de interação entre um fluido e uma estrutura é alvo de estudo em diversas outras aplicações, como no projeto de pontes e prédios sujeitos a condições adversas de vento, carros de competição, turbinas eólicas, *risers* de exploração de petróleo, dentre outras aplicações onde o estudo e conhecimento dos fenômenos aeroelásticos também se fazem necessários.

Usualmente os fenômenos aeroelásticos são classificados como sendo estáticos ou dinâmicos (WRIGHT; COOPER, 2008). A representação mais usual da interdisciplinaridade desta classe de fenômenos é através do famoso diagrama de Collar, que representa a interação dos campos da elasticidade dos materiais, da aerodinâmica e da dinâmica de estruturas.

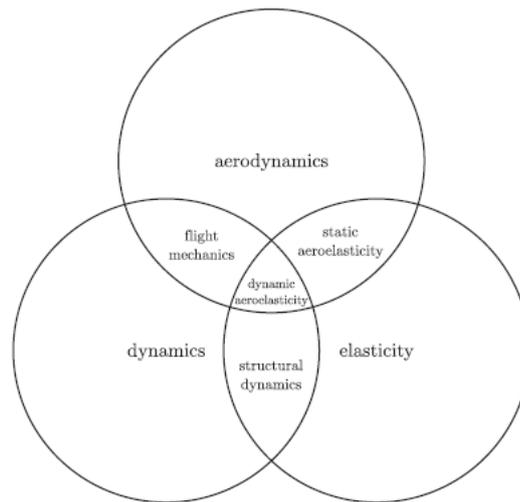


Figura 1.1 - Diagrama de Collar para aeroelasticidade (extraído de Hodges e Pierce, 2011).

A aeroelasticidade estática considera os efeitos do carregamento aerodinâmico estacionário, onde potenciais fenômenos desastrosos como a divergência e reversão de comandos são considerados. Entretanto, devido às condições de cargas e esforços aerodinâmicos não-estacionários que uma aeronave está sujeita, a análise puramente estática é limitada, devendo ser contemplados também os efeitos transientes do carregamento.

A primeira aeronave a colocar em evidência esses problemas, foi construída pelo Prof. Samuel Langley em 1903 (LANGLEY, 1911). O avião monoplano sofreu uma divergência torcional catastrófica na asa, e caiu no rio Potomac, próximo a Washington. Desde então, este tipo de fenômeno vem sendo estudado e compreendido por estudiosos e pesquisadores, a fim de promover maior segurança em voo, melhorias estruturais e contínuo avanço no desempenho das aeronaves.

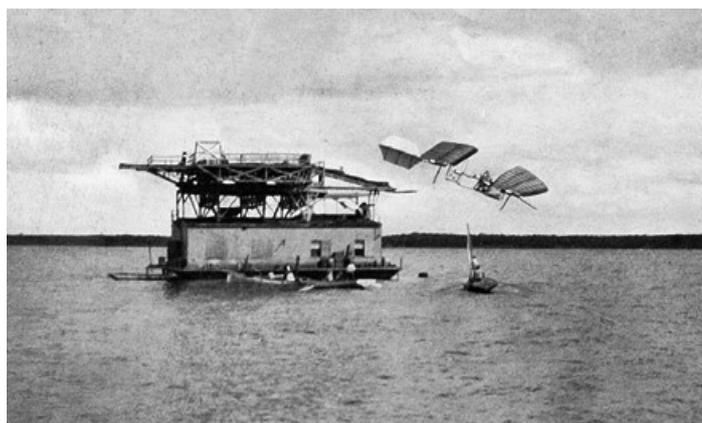


Figura 1.2 - Queda do monoplano construído pelo Professor Langley no rio Potomac, 1903. (extraído de Langley, 1911).

A aeroelasticidade dinâmica é centrada nos fenômenos resultantes dos efeitos não permanentes do carregamento aerodinâmico, dentre os quais estão o *buffeting*, instabilidades geradas devido a cargas de rajada de vento e o *flutter*. Sem dúvidas, o fenômeno de maior interesse e mais estudado é o *flutter*, principalmente nos estágios iniciais de projeto de uma aeronave. A principal dificuldade na busca pela predição do *flutter* é a natureza transiente das forças e momentos aerodinâmicos gerados devido à oscilação da aeronave, e como tal movimento afeta as forças resultantes, principalmente em regime transônico (WRIGHT; COOPER, 2008).

Com o avanço histórico das aeronaves a partir da Segunda Guerra Mundial, uma série de melhorias na aerodinâmica e principalmente na relação peso e potência dos motores, possibilitou o desenvolvimento de aeronaves cada vez mais leves e com velocidades cada vez maiores de operação, o que acentuou o problema das instabilidades aeroelásticas geradas. Avanços significativos a partir desta data foram realizados nas análises aeroelásticas, como a adoção representativa dos gráficos V-g, e o refino nos métodos aerodinâmicos suportado por melhorias nos ensaios em túnel de vento (GARRICK; REED, 1981).

Após a Segunda Guerra, o desenvolvimento acelerado da computação possibilitou que modelos matemáticos, que anteriormente requeriam um grande esforço de cálculo, tornassem-se executáveis, possibilitando a solução de problemas aeroelásticos computacionalmente caros, evitando, em muitos casos, a realização de experimentação em túnel de vento.

Com o advento do transporte a jato a velocidades transônicas, uma nova classe de problemas aeroelásticos foi posta em desafio, muitos dos quais permanecem até os dias atuais. Grande parte desses fenômenos ocorre devido à formação de ondas de choque locais, que corroboram para geração de instabilidades. O uso de asas enflechadas para o transporte em altas velocidades se mostrou fundamental para tratar as instabilidades geradas nas aeronaves operando sob essas condições. Ademais, a utilização de asas com seção típica fina, que também eram necessárias para o transporte a jato, compuseram as dificuldades encontradas para suprir os limites de rigidez necessários para evitar instabilidades como o *flutter*. De tal maneira, modelos computacionais mais elaborados foram desenvolvidos para prever o comportamento aeroelástico e o *flutter* de estruturas e geometrias mais complexas, como asas enflechadas e com grande alongamento.

Foi a partir da década de 1950, com o advento de técnicas computacionais como o método dos elementos finitos, que a análise de estruturas complexas se tornou aplicável. Na aerodinâmica, a utilização de métodos numéricos, para ambos escoamentos estacionários e não-estacionários, como a utilização do método dos painéis, possibilitou a análise de configurações variadas de geometrias de aeronaves, com enflechamento, afilamento, e ainda com adição de superfícies de controle. Sua flexibilidade e eficiência tornaram esses métodos uma ferramenta padrão no projeto e construção de aeronaves desde então.



Figura 1.3 - Modelo experimental de *flutter* para ensaio em túnel de vento. (extraído de NASA Aeroelasticity Handbook, 2006).

Embora o fenômeno de *flutter* seja historicamente bem documentado, diversos estudos têm se concentrado na melhoria da predição da instabilidade e na análise de incertezas, principalmente em regimes transônicos, ou ainda no seu controle e prevenção, por meio de técnicas ativas e/ou passivas. O uso de técnicas de controle moderno aplicadas no problema aeroelástico, área denominada Aeroservoelasticidade, apresenta constantes avanços devido à melhoria da eletrônica e dos sistemas digitais, sendo uma das principais frentes de trabalho no problema de controle ativo. Por outro lado, a abordagem de controle passivo, pode ser entendida como a aplicação de técnicas de construção estrutural que alteram a resposta da estrutura, sem que seja necessário o suprimento de energia externa para que a resposta do sistema seja alterada.

Neste sentido, os avanços nas técnicas de construção e fabricação, aliados ao uso de novos materiais, principalmente os compósitos de fibra de carbono, têm possibilitado o avanço e entendimento de técnicas passivas para o controle do *flutter*. Uma das áreas que têm recebido grande atenção é o conceito de *aeroelastic tailoring*, que consiste em tratar o arranjo construtivo estrutural, de modo a otimizar a eficiência aeroelástica do sistema. Os materiais viscoelásticos que alteram as características de rigidez, massa e amortecimento do sistema, também vêm sendo

aplicados no controle passivo de vibrações, bem como os estudos em novos materiais que variam suas propriedades espacialmente, chamados FGM (*functionally graded materials*), de forma a obter características mecânicas benéficas (GUPTA; TALHA, 2015).

Frente às técnicas mais abordadas para o controle passivo das instabilidades geradas pelo *flutter*, ainda reside a dificuldade da modelagem aerodinâmica não-estacionária. Embora o advento de supercomputadores, e da computação paralela, propiciou o uso de modelos mais bem elaborados de fluidodinâmica computacional (CFD) para simulações fluido-estrutura, o seu uso ainda é limitado principalmente devido ao alto custo computacional requerido, dependendo da complexidade geométrica das configurações de aeronaves. Assim, as análises aeroelásticas iniciais no projeto de aeronaves, recaem sobre modelos aerodinâmicos como o DLM (*doublet lattice method*). Esses modelos residem hoje nos principais códigos comerciais e programas para projeto de aeronaves, e sem dúvida permanecerão por um bom tempo como padrão na indústria aeronáutica (BLAIR, 1994).

1.1 OBJETIVOS

O enfoque primário deste trabalho é desenvolver um código próprio que estabeleça as bases para uma ferramenta capaz de prover estimativas a baixo custo computacional para a obtenção de cargas aerodinâmicas complexas, além da solução de problemas aeroelásticos do tipo painéis sanduíches planos por meio do método DLM.

A ausência de uma modelagem mais avançada e dedicada para a aerodinâmica, em muitos dos casos, reside na compreensão e na dificuldade inerentes à matemática não-estacionária dos métodos. De tal maneira, o presente trabalho objetivou preencher essa lacuna, propondo a implementação do DLM como ferramenta de uso para as pesquisas correntes no LMEst/UFU, visando o controle aeroelástico de estruturas aeronáuticas.

Foi apresentado de forma segmentada, os passos necessários para realização de uma modelagem aeroelástica, bem como validações dos métodos, e das análises efetuadas, frente à resultados da literatura, e de códigos comerciais renomados. Por fim, um estudo de caso para o controle passivo aeroelástico, empregando materiais viscoelásticos, foi abordado.

1.2 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação foi segmentada de forma a possibilitar a compreensão gradativa, através de seus capítulos, da modelagem aerodinâmica e de sua aplicação nas análises aeroelásticas, e futura aplicação no controle passivo.

No Capítulo 1, foi apresentado um breve histórico dos problemas aeroelásticos usualmente abordados para aeronaves, em especial o fenômeno do *flutter*, bem como os avanços computacionais que culminaram no desenvolvimento da aeroelasticidade computacional.

No Capítulo 2 é realizada uma extensiva pesquisa bibliográfica acerca dos métodos a serem implementados, bem como o estado da arte nas pesquisas envolvendo aeroelasticidade e controle passivo e ativo de vibrações, além de trabalhos semelhantes efetuados na área.

No Capítulo 3, o método Doublet Lattice e sua formulação é apresentado. Além disso, também é apresentado e formulado o método Vortex Lattice para escoamentos estacionários. A verificação e validação de ambos os métodos é apresentada ao final do capítulo.

No Capítulo 4, é desenvolvida a teoria pertinente para solução aeroelástica, e os métodos usuais utilizados, abordando o acoplamento aerodinâmico e estrutural, o modelo de elemento finitos utilizado, e construção do problema aeroelástico.

No Capítulo 5, é descrito a implementação computacional do programa desenvolvido em ambiente de programação MATLAB para realização das análises aeroelásticas de interesse desta dissertação, e os fluxogramas de processo para solução de tais problemas. São efetuadas verificações do código de elementos finitos efetuado, além da verificação de casos selecionados da literatura e de códigos comerciais para solução aeroelástica.

No Capítulo 6, é discutida a viabilidade de utilização de materiais viscoelásticos para o controle aeroelástico, abordando a formulação base para estruturas de placas sanduíche e sua implementação junto à metodologia aerodinâmica desenvolvida. Para tanto é apresentando um estudo de caso, aplicando o método DLM na construção de placas sanduiches viscoelásticas, modelada em elementos finitos.

No Capítulo 7 são discutidas as considerações finais pertinentes, e contribuições do trabalho desenvolvido, bem como apresentadas sugestões de trabalhos futuros.

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O estudo de sistemas aeroelásticos não é novo. Os problemas relacionados às instabilidades aeroelásticas estão presentes desde os primórdios da construção aeronáutica. Sem dúvidas, o *flutter* é o problema mais estudado e documentado. Inicialmente, os métodos de estudo de *flutter* concentravam-se na solução, principalmente, de sistemas binários, e configurações simples como seções típicas representativas. Uma vasta bibliografia acerca destes estudos é encontrada na literatura em trabalhos como (Scanlan and Rosenbaum, 1960; Fung, 1969; Hancock *et al.*, 1985; Niblett, 1998; Bisplinghoff *et al.*, 1996; Hodges and Pierce, 2002; Dowell *et al.*, 2004).

Modelos aerodinâmicos não-estacionários são necessários para representar a aerodinâmica de uma estrutura flexível, onde efeitos aeroelásticos estão presentes (divergência, *flutter*, rajada, etc). O nível de sofisticação destes modelos depende da complexidade da configuração da aeronave, da dinâmica esperada do sistema, do envelope de voo, incluindo regimes transônicos, e da fase de projeto da aeronave (WRIGHT, COOPER, 2008). Atualmente, os métodos mais utilizados, e inclusive requeridos por órgãos certificadores da aviação, como o FAA (*Federal Aviation Administration*), vide Part 25.341 e 25.629, são: teoria das faixas não-estacionária, e o método dos painéis tridimensional. O método dos painéis é largamente utilizado na indústria aeronáutica, onde efeitos de compressibilidade podem ser incluídos, se necessário. Entretanto para regimes transônicos, particularmente na predição do *flutter*, o método não é totalmente preciso, devendo ser realizadas correções nos resultados aerodinâmicos através da experimentação por túnel de vento, ou métodos avançados de CFD.

A teoria das faixas é um modelo aerodinâmico relativamente simples e de representação básica, embora possam ser feitas correções para levar em conta os efeitos de ponta de asa. O método segue sendo utilizado para as fases iniciais de projeto, e em configurações de baixa complexidade. Os resultados para a teoria das faixas não-estacionária são dependentes da frequência reduzida, e dos deslocamentos e rotações associados ao modelo estrutural. Usualmente as equações são tratadas no domínio da frequência, usualmente na base modal, para prover o acoplamento estrutural/aerodinâmico.

Para configurações mais complexas, presentes na maior parte das aeronaves comerciais, as forças aerodinâmicas são usualmente calculadas através do método dos painéis não estacionário, especificamente através do DLM (*doublet lattice method*). O DLM foi introduzido primeiramente por Albano e Rodden (1969), e desde então se tornou uma ferramenta padrão nas análises aeroelásticas de configurações variadas de aeronaves. Mesmo com o avanço da capacidade computacional, possibilitando um tempo de análise mais viável para CFD, as análises aeroelásticas por meio do DLM são virtualmente aplicadas a todas as aeronaves comerciais projetadas. A habilidade de geração de múltiplas superfícies sustentadoras, e principalmente na interferência entre estas (como em asas, cauda, winglets, fuselagem e motores), possibilita uma complexa diversidade nas geometrias analisadas.

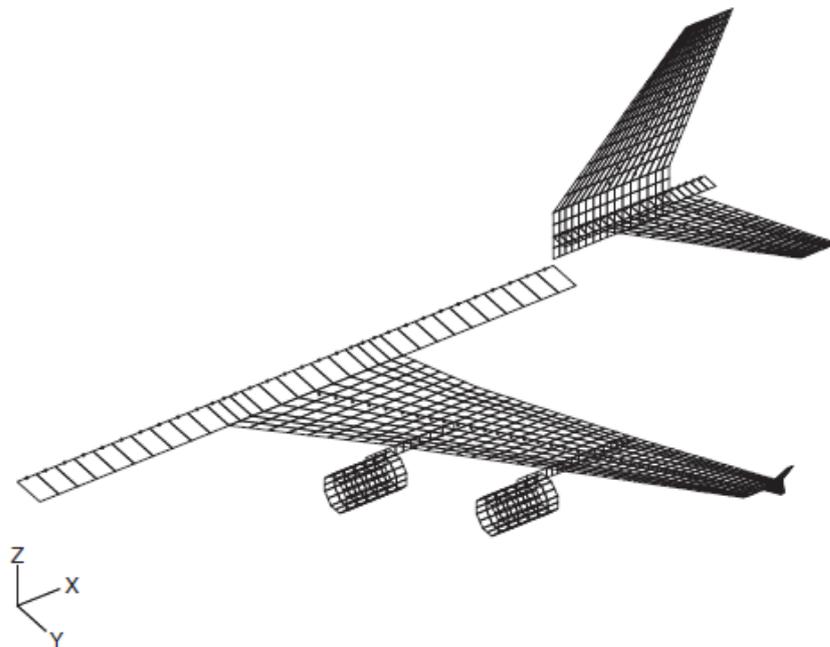


Figura 2.1 - Malha de painéis aerodinâmicos para uma aeronave comercial utilizando o DLM (extraído de Wright e Cooper, 2008).

Albano e Rodden (1969) propuseram o DLM como uma extensão do método *vortex lattice* para escoamentos em regime permanente, desenvolvido por Hedman (1965). O método consiste em subdividir uma superfície sustentadora finita em regiões menores, denominadas elementos, ou painéis, com pontos notáveis de cálculo, os chamados pontos de controle. Esta metodologia de discretização permite a solução de campos de pressão em configurações complexas, adotando distribuições constantes de circulação em cada painel. A Teoria da Linha sustentadora de Prandtl, é estendida para o cálculo dos chamados *horseshoe vortex* que são representados em cada painel (KAFTZ, PLOKIN, 2004). Semelhantemente, o DLM utiliza o mesmo esquema de discretização, porém, como o interesse está na modelagem transiente dos campos de pressão em cada painel, a matemática utilizada se difere da formulação mais simplista de escoamentos permanentes. Blair (1994) apresenta um compilado histórico de todo o desenvolvimento matemático do DLM. É apresentada a formulação para o campo potencial oscilatório, induzido por dipolos de pressão, baseado na teoria do potencial aerodinâmico linearizado.

Inicialmente, o DLM foi proposto para solução de superfícies planares, isto é, contidas em um único plano. Kalman *et al* (1971), estenderam a utilização para inclusão de superfícies tridimensionais e com interferência como empenagens em “T”, e em (RODDEN *et al*, 1972), realizaram melhorias no cálculo da função kernel, para solução de descontinuidades provocadas pelo uso de múltiplas superfícies coplanares, como no caso de asas/empenagem horizontal. Com o avanço do desempenho das aeronaves, a utilização de asas de alto alongamento/razão de aspecto (AR – *aspect ratio*), foi necessária para suprir as demandas de eficiência e de baixo consumo de combustível. Originalmente, o DLM propõe uma aproximação parabólica dos dipolos de pressão, ao longo da envergadura de cada painel. Esta aproximação se mostrou ineficiente para casos em que a razão de aspecto dos painéis se tornava elevada, o que acarretava a necessidade de mais painéis na discretização das superfícies, encarecendo o custo computacional do método. Rodden *et al* (1998) propuseram o uso de uma aproximação quártica para os dipolos de pressão dos painéis, o que acarretou a relaxação do número de painéis usados para configurações de alta razão de aspecto. Em trabalho seguinte, Rodden *et al* (1999) realizaram um estudo de convergência e melhorias na aproximação da função kernel para configurações não-planares, o que permitia a relaxação da razão de aspecto dos painéis consideravelmente (até a ordem 10). A aproximação quártica é hoje utilizada mundialmente, e

compõe a base de programas de solução aeroelástica na indústria aeronáutica, como no MSC/Nastran, e posteriormente no Femap®.

Diversas modificações foram propostas para o DLM na literatura, principalmente para correção dos efeitos relativos a escoamentos transônicos. Giesing *et al* (1976), apresentam um método para modificar a matriz de coeficientes de influência aerodinâmica para o cálculo de *flutter* a velocidades supercríticas. McCain (1984) utiliza dados experimentais extraídos de ensaios em túnel de vento para correção dos valores nas matrizes aerodinâmicas, e posterior comparação experimental, concluindo que o procedimento fornece melhorias na acurácia do método, porém encarece consideravelmente o custo computacional. Palacios *et al* (2001), apresentam estratégias para correção das matrizes aerodinâmicas através da linearização de modelos CFD, que promoveram consideráveis resultados na redução de tempo computacional utilizando esta abordagem. Neto *et al* (2014) propõem uma metodologia para alteração nos pontos de controle e de distribuição da linha de dipolos, usualmente adotados fixos por regra (1/4 -3/4 da corda), para melhor posicionamento dos mesmos onde satisfaçam a condição de contorno de escoamento tangente à superfície. Esta metodologia se mostra eficaz na correção dos efeitos aerodinâmicos para uma ampla faixa de condições de operação.

No cerne das modificações propostas no DLM, encontra-se o fato da dificuldade na predição do *flutter* em condições críticas de operação, como velocidades transônicas ou configurações com alto ângulo de ataque, onde as suposições de linearidade adotadas no método tendem a divergir. Neste sentido, as modificações geralmente são feitas para corrigir discrepâncias na modelagem, abrangendo uma gama maior de condições de operação. Embora o uso do método seja majoritariamente aplicado à modelagem de superfícies sustentadoras como asas e empenagens, exemplos podem ser vistos em outras aplicações, como descrito por Gangwani (1982) para determinar o carregamento não-estacionário induzido no movimento de rotores.

A modelagem aerodinâmica não-estacionária permite obter o carregamento oscilatório necessário para prover as cargas aerodinâmicas generalizadas associadas a um deslocamento estrutural, ou a um determinado modo de movimento. Dentre os métodos mais utilizados para a solução do problema de *flutter*, estão os métodos de sintonização de frequência. Hassig (1971) descreve que os métodos 'k' e 'p-k' são os mais abordados na indústria aeronáutica, devido a sua simplicidade e eficiência na solução da modelagem aeroelástica inerentemente não linear,

devido a dependência do carregamento aerodinâmico da frequência reduzida e do número de Mach. Ambos os métodos são baseados na hipótese de que o comportamento aerodinâmico pode ser descrito como uma resposta harmônica, fato que beneficia também a aplicação do DLM, uma vez que sua formulação base assume a hipótese harmônica. Os métodos tendem a ser robustos e apontar a mesma solução para a velocidade crítica, apesar de que no método ‘k’ o comportamento subcrítico não deve ser assumido como real, uma vez que o amortecimento adotado na solução é fictício. Neste sentido, embora seja computacionalmente vantajoso, sua aplicação é restrita para casos pouco complexos e modelagens menos refinadas. Neste ponto, o método ‘p-k’ adota uma condição mais realista para o amortecimento subcrítico, sendo atualmente o padrão utilizado na indústria aeronáutica.

2.1 CONTROLE AEROELÁSTICO

O desenvolvimento de aeronaves envolve o cuidadoso projeto estrutural, onde o *flutter* é um fator limitante. Muito além da predição de fenômenos aeroelásticos, os requisitos modernos de projetos de aeronaves visam o aumento do desempenho das estruturas, propiciando soluções que visem alta performance e baixo peso. Neste sentido, duas correntes para o controle do *flutter* vem sendo desenvolvidas nas últimas décadas.

O controle ativo de sistemas aeroelásticos, área conhecida por Aeroservoelasticidade, têm por objetivo a modificação do comportamento aeroelástico através da introdução deliberada de forças de controle, usualmente obtidas através de plantas, com leis de controle bem estabelecidas (LAZARUS *et al*, 1995). O controle ativo de instabilidades é uma técnica altamente competitiva para supressão de instabilidades aeroelásticas, uma vez que a estrutura não necessita necessariamente ser modificada quanto às características geométricas, o que implicaria em evitar um potencial aumento no peso, caso tal controle não fosse adotado. O controle aeroelástico ativo vêm sendo aprimorado constantemente, uma vez que as técnicas de controle digital moderno e a eletrônica evoluem rapidamente. Uma série de trabalhos envolvendo a tecnologia de controle aeroelástico ativo de asas (*AAW – active aeroelastic wing control*) é investigada na literatura (MILLER, 1988; ANDERSON *et al*, 1997; PENDETLON *et al*, 2000; REICH *et al*, 2004).

Uma outra abordagem para o controle de instabilidades aeroelásticas é através do chamado controle passivo. Embora o conceito de controle passivo não seja novo, sua aplicação para o controle aeroelástico vêm sendo explorada mais intensamente nas últimas décadas, devido

à crescente aplicabilidade de novos materiais, especialmente os materiais compósitos, na área aeronáutica e aeroespacial. O controle passivo pode ser definido como a aplicação de técnicas de construção estrutural que alteram a resposta da estrutura, sem que seja necessário o suprimento de energia externa para que a resposta do sistema seja alterada. Neste contexto, o uso de materiais com características que beneficiem o desempenho aeroelástico de sistemas, como materiais compósitos, materiais viscoelásticos e ainda novos materiais como os FGM (*functionally graded materials*), tem especial relevância neste tópico.

A busca pela melhor relação peso-eficiência é um dos principais focos no projeto de estruturas aeronáuticas. Segundo Shirk *et al* (1986), embora o peso seja crucial no projeto estrutural aeronáutico, o real objetivo é a busca pela melhor eficiência, que envolve como restrições além do peso, alcance da aeronave, carga de transporte, e manobras de voo. Neste sentido, a mitigação do fenômeno de *flutter* através do arranjo e enrijecimento estrutural, por vias de controle passivo, pode ser vista como uma espécie de malha de controle pré-programada para modificar o comportamento do sistema. O uso de materiais compósitos são um dos principais pilares neste tipo de modelagem, em especial na área denominada *aeroelastic tailoring*. Shirk *et al* (1986) provêm a definição histórica para o termo como sendo “a incorporação de rigidez direcional no projeto estrutural aeronáutico para o controle das deformações aeroelásticas, estáticas e dinâmicas, de modo a afetar o desempenho aerodinâmico e estrutural de aeronaves de forma benéfica”. Embora o conceito de *tailoring* seja mais antigo, e possa ser estendido a outros materiais, como na disposição e alinhamento das fibras em madeiras, investigado por Munk (1949) para hélices, foi a partir de meados da década de 1980 com o uso crescente de materiais compósitos, que o conceito de rigidez direcional, devido a característica anisotrópica dos compósitos, que a área começou a ser investigada mais fortemente em aplicações aeroelásticas.

Shirk *et al* (1986) descrevem o desenvolvimento histórico da aplicação de compósitos no controle aeroelástico, sua fundamentação, e perspectivas futuras. Os autores constatarem que o controle aeroelástico através dos coeficientes de acoplamento flexo-torção é favorável para o enrijecimento de asas com enflechamento negativo, útil na prevenção do fenômeno de divergência. Uma das aeronaves a incorporar a metodologia de *aeroelastic tailoring* é o X-29, aeronave experimental da NASA, desenvolvida para testar configurações de enflechamento negativo que forneciam grande capacidade de manobra, porém acentuavam problemas de controle e estabilidade.



Figura 2.2 - Aeronave experimental X-29, com conceito de enflechamento negativo. (cortesia da NASA).

Stanford *et al* (2014) estudaram a sequência de empilhamento de laminados compósitos para uma estrutura caixão completa fabricada por técnicas avançadas de laminação, comumente denominados *tow-steered composites*. Guimarães (2016) em estudo semelhante investigou os efeitos de laminados com deposição paralela e curvilínea sobre o *flutter* de painéis, via modelagem pela teoria do pistão e utilizando o método de Rayleigh-Ritz.

Werter e Breuker (2016) aplicaram uma metodologia para otimização de asas completas constituídas por material compósito, utilizando a velocidade de *flutter* e o peso da estrutura como métricas para a otimização aeroelástica. Os autores concluíram que o uso direcional dos laminados incorre em uma drástica redução de peso, combinados com um melhor desempenho aeroelástico promovido pelo aumento na velocidade de *flutter*. Ademais, os autores também concluem que cuidados adicionais devem ser tomados no caso de asas com alto alongamento, que resultam em grandes deformações.

Além do uso de materiais compósitos na técnica de *aeroelastic tailoring*, os recentes avanços dos métodos de fabricação, como o EBM (*electron beam freeform fabrication*), e manufatura aditiva, vêm propiciado o uso de materiais disruptivos, dentre eles os FGM. Os FGM são materiais que possuem variação contínua de propriedades mecânicas, especialmente variando a distribuição de dois ou mais materiais. Segundo Dunning *et al* (2014), os FGM oferecem duas grandes vantagens nos projetos de aeronaves, a saber: primeiro, eles possibilitam mudanças contínuas nas propriedades mecânicas da estrutura (módulo de elasticidade, densidade, resistência a fadiga, etc), possibilitando que propriedades locais sejam ajustadas; segundo, eles possibilitam mudanças na rigidez estrutural sem necessariamente alterar a forma e geometria da estrutura, como por exemplo acréscimos na espessura.



Figura 2.3 - Seções transversais de reforçadores aeronáuticos com variação de material, usando aço e liga de cobre. Variação ao longo do comprimento (esquerda) e variação ao longo da espessura (direita) (extraído de Dunning *et al*, 2014).

O uso de FGM's configura-se como o estado da arte para estruturas aeronáuticas de alta performance. Apesar do seu potencial uso, poucos trabalhos são desenvolvidos na literatura, devido principalmente a restrições de validação experimental para estruturas mais complexas. Dunning *et al* (2014) exploram as aplicações dos FGM na otimização aeroelástica de placas estruturais representativas de asas, onde são avaliadas as velocidades de *flutter* e divergência e o critério de falha por Von Misses, como métricas para o problema de otimização, resolvido por um algoritmo genético.

Jutte *et al* (2014) avaliam uma série de técnicas para o estudo de asas completas, como o uso de laminados compósitos curvilíneos, reforçadores curvilíneos e, por fim, o uso de FGM. Os autores focam a aplicação de FGM no revestimento, nas longarinas e nas nervuras do modelo de asa estudado. Eles concluem que para o caso numérico avaliado, a otimização aponta que o uso local dos FGM se mostrou mais benéfico, principalmente nas áreas de maiores concentração de tensão. Eles ainda citam que a variação bilinear das propriedades usadas no trabalho, pode ser alterada para considerar casos onde mais de dois materiais sejam usados na fabricação.

Mais recentemente, no caminho do estado da arte no controle aeroelástico, são consideradas também abordagens híbridas, ou seja, que fazem uso de metodologias de controle ativo e passivo. Alyanak e Pendleton (2016) avaliam o uso do controle ativo via AAW e pela metodologia de *aeroelastic tailoring*, para configurações de asas em lambda e com alto alongamento. Foi avaliado que a utilização do *tailoring* propiciou um cumprimento aos requisitos de *flutter*, e dos critérios de falha estrutural, o que aliado à aplicação do controle AAW permite o uso de asas com alto alongamento e extremamente flexíveis, mantendo a capacidade de manobra da aeronave dentro dos limites de projeto.

Em ambas as abordagens citadas, o interesse final é obter uma configuração que forneça a melhor relação entre os parâmetros avaliados, por exemplo, peso, velocidade de *flutter*, ou algum critério de falha, para tanto, abordagens de otimização se fazem necessárias. O uso de abordagens de otimização vem sendo constantemente expandido para diversas áreas, e não diferente, sua utilização em problemas na engenharia representa uma grande parcela. Na área aeronáutica, especificamente na otimização estrutural, diversas publicações têm buscado aliar o uso de controle aeroelástico passivo, de modo a beneficiar o desempenho estrutural dos sistemas. Pode-se citar como trabalhos notáveis na área Schmit (1981), Ashley (1982), e Lansing *et al* (1977).

2.1.1 Uso de materiais viscoelásticos para o controle aeroelástico

O uso de materiais viscoelásticos na atenuação de vibrações e ruído em sistemas de engenharia é bastante difundido na literatura. Dentre suas principais aplicações estão as áreas automotiva, de construção civil, robótica, e mais especialmente a aeronáutica e aeroespacial. Embora o principal contexto de aplicação dos materiais viscoelásticos seja na redução de ruído e mitigação de vibrações, sua aplicação no controle passivo de instabilidades como o caso do *flutter*, não é abrangente na literatura aberta. Uma das principais dificuldades na modelagem dos materiais viscoelásticos está na sua sensibilidade às variações de temperatura e frequência de excitação, o que acarreta uma série de dificuldades na sua modelagem matemática.

Nashif *et al* (1985) abordam a teoria da aplicação de materiais viscoelásticos no controle de vibrações e ruído, além da revisão histórica da utilização de tais materiais na engenharia. Os autores também descrevem a influência de parâmetros ambientais e operacionais que afetam significativamente a eficiência de tais materiais.

Lima (2003) aborda os principais métodos de inclusão dos efeitos causados pelos materiais viscoelásticos na modelagem de sistemas estruturais como placas e vigas, através da modelagem por elementos finitos. Também é abordada uma revisão dos modelos reológicos disponíveis na literatura para caracterização do comportamento viscoelástico no domínio do tempo e da frequência.

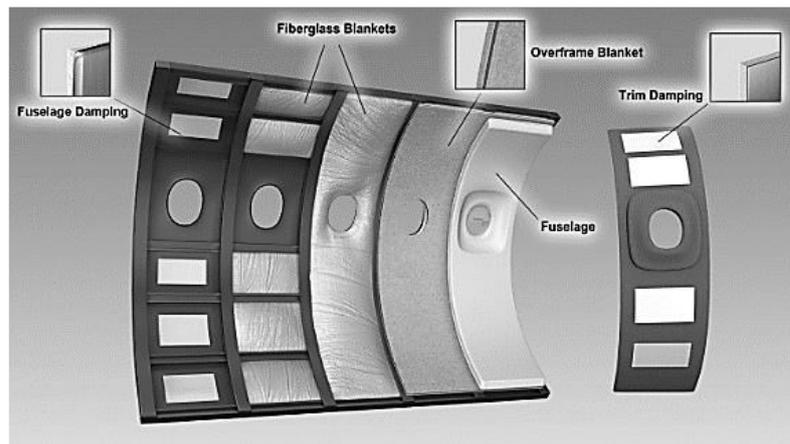


Figura 4 - Aplicação de materiais viscolásticos em componentes aeronáuticos, como a fuselagem. (extraído do site da EAR Global¹)

No contexto da aplicação de materiais viscoelásticos formando estruturas sanduíches, o trabalho de Silva (2017) aborda a modelagem por elementos finitos estocásticos para a avaliação de sistemas viscoelásticos sujeitos a grandes deslocamentos e na presença de incertezas, cobrindo uma ampla avaliação de interesse para estruturas do tipo sanduíches viscoelásticas.

Embora não numerosos, trabalhos sobre o uso de materiais viscoelásticos na supressão do *flutter*, também são encontrados na literatura. Merret (2010) realiza uma investigação analítica do efeito elástico e viscoelástico para o *flutter* de painéis. É realizada uma comparação entre os modelos de cálculo da velocidade crítica para o domínio do tempo, e também na frequência, para estruturas elásticas e com tratamento viscoelástico. Martins (2014) estuda a influência do amortecimento viscoelástico para sistemas simplificados como seções típicas com amortecimento viscoelástico introduzido nas molas de suspensão do aerofólio. São realizadas avaliações paramétricas para determinação dos efeitos sobre a velocidade de *flutter*, dos parâmetros geométricos e da temperatura de operação do material viscoelástico.

Neste sentido, o estudo de sistemas aeroelásticos com a introdução das propriedades relativas aos materiais viscoelásticos, pode ser denominado Aeroviscoelasticidade. Uma série de trabalhos envolvendo a supressão de instabilidades, relativas à modelagem viscoelástica, vêm sendo desenvolvido no LMEst/UFU e encontra-se disponível na literatura. A dissertação de Cunha Filho (2015) aborda o estudo da instabilidade aeroelástica para o *flutter* de painéis usando tratamentos viscoelásticos superficiais. Neste caso, a modelagem aerodinâmica não-estacionária é feita através da Teoria do Pistão para escoamentos supersônicos.

¹ Disponível em: < <https://earglobal.com/en/aircraft/applications/fuselage/>>. Acesso em ago. 2019.

Cunha Filho *et al* (2018) também abordam a redução de modelos aeroviscoelásticos, por meio da redução para base modal do sistema dinâmico, utilizando a teoria do pistão para modelagem aerodinâmica não-estacionária, na predição e estudo das fronteiras do *flutter* de painéis aeronáuticos reforçados sob escoamento supersônico.

Em ambas as abordagens utilizando materiais viscoelásticos para o controle passivo de vibrações, especialmente na supressão do *flutter*, percebe-se que majoritariamente os estudos se focam no desenvolvimento de metodologias e modelos matemáticos para caracterização do comportamento dinâmico dos sistemas aeroviscoelásticos com o uso de modelos aerodinâmicos menos refinados. O uso de metodologias mais completas, como o DLM ainda é pouco, ou não explorado para sistemas aeroviscoelásticos na redução de instabilidades aeroelásticas. Existe uma série de características inerentes a estruturas viscoelásticas que afetam a geração do carregamento não-estacionário obtido pelo DLM.

Portanto, uma das principais contribuições advindas com o desenvolvimento deste trabalho é o desenvolvimento e implementação do método DLM para o estudo da estabilidade aeroelástica de sistemas aeroviscoelásticos em regime subsônico.

CAPÍTULO III

MODELAGEM AERODINÂMICA

O *flutter* é um fenômeno altamente destrutivo que requer atenção especial em projetos de aeronaves, sendo notável que a aerodinâmica não-estacionária é um dos pontos de maior dificuldade na modelagem desse tipo de instabilidade. Com o advento da era digital, foi possível tratar com maior complexidade a matemática e os cálculos envolvidos, devido ao auxílio dos computadores modernos. Neste âmbito, o desenvolvimento do Método *Doublet Lattice* (DLM) propiciou uma fonte confiável e altamente eficaz nos estágios iniciais de desenvolvimento de aeronaves para análises aeroelásticas. Ainda hoje com o advento de supercomputadores, e a crescente expansão da capacidade de cálculo computacional, o DLM é largamente utilizado como ferramenta de cálculo na indústria aeronáutica, principalmente na fase preliminar de projeto aerodinâmico. Blair (1994) afirma que mesmo com o refino de técnicas avançadas de CFD (*Computational Fluid Dynamics*), é improvável que o uso de métodos linearizados como o DLM seja substituído.

O desenvolvimento do DLM foi uma confluência de importantes conceitos que emergiram em torno da teoria do potencial aerodinâmico linearizado. É importante se atentar ao fato das restrições de viscosidade e compressibilidade em escoamentos transônicos na sua formulação. Inicialmente o DLM foi publicado por Albano e Rodden (1969), como uma extensão para escoamentos não-estacionários do método dos painéis para escoamentos estacionários, desenvolvido por Hedman (1965), denominado *Vortex Lattice Method* (VLM). O VLM em sua forma moderna provê a base para cálculo da parte estacionária que surge das equações do DLM, uma vez que sua solução se torna mais atrativa do ponto de vista físico e computacional, do que avaliando a integral originada na formulação (RODDEN *et al.*, 1998).

Neste contexto, este capítulo é dedicado à fundamentação teórica e implementação dos modelos aerodinâmicos utilizados nesta dissertação, e representam grande parte do esforço que foi empreendido para o desenvolvimento deste trabalho.

3.1 MÉTODO VLM

O VLM é um dos métodos mais simples desenvolvido para modelagem de escoamentos aerodinâmicos, respeitando as restrições de viscosidade e compressibilidade. É uma ferramenta de cálculo aerodinâmico preliminar que pode ser usada para diversas superfícies sustentadoras, tais como asas e empenagens. A modelagem empregada neste trabalho, segue a sugerida no livro de Katz e Plotkin (2004). O VLM representa uma superfície como uma “grade” (*lattice*) de vórtices ferradura de cavalo, similares aos vórtices que se superpõem aditivamente na Teoria da Linha Sustentadora de Prandtl. As velocidades induzidas por cada vórtice ferradura em um ponto específico, denominado **ponto de controle**, são calculadas utilizando a Lei de Biot-Savart. Um somatório de todas as velocidades atuantes nos pontos de controle, produzem um conjunto de equações algébricas lineares que satisfazem as condições de contorno do escoamento na superfície. As intensidades dos vórtices gerados, relacionam-se a circulação da asa, através do Teorema de Kutta-Jukoviski.

No VLM a superfície é discretizada em uma série de painéis, de modo que cada painel é idealizado contendo um vórtice ferradura com a linha finita posicionada a um quarto da corda do painel ($1/4c$), e o ponto de controle em três quartos da corda ($3/4c$). O cálculo da velocidade induzida no ponto de controle de cada painel é efetuado avaliando a influência de cada “perna” do vórtice ferradura (duas linhas semi-finitas, e uma finita) na velocidade de *downwash*, pela Lei de Biot-Savart.

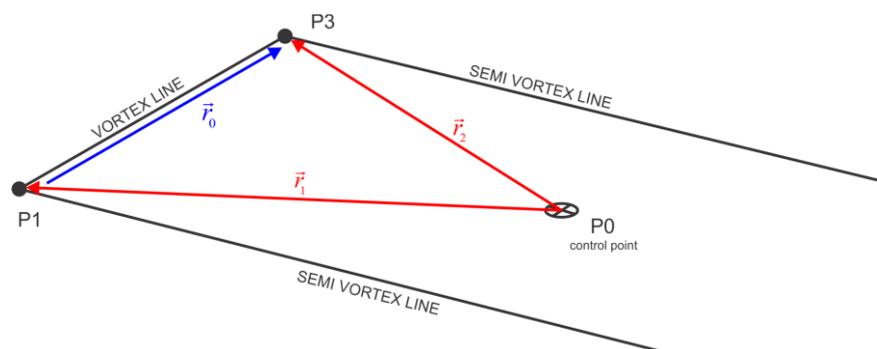


Figura 3.1 - Esquema do vórtice ferradura no cálculo da velocidade induzida.

Na Figura 3.1 é apresentado um esquema de como é utilizado o vórtice ferradura no cálculo da velocidade induzida no ponto de controle (P0). Os vetores \vec{r}_1 e \vec{r}_2 representam a distância dos pontos de construção do vórtice ferradura (P1,P3), que coincidem com a envergadura de cada painel, ao ponto de controle. O vetor \vec{r}_0 representa o comprimento da linha finita do vórtice ferradura. A velocidade induzida em um ponto devido a circulação gerada pela vorticidade (Γ_n) é obtida através da Lei de Biot-Savart, segundo a equação abaixo:

$$d\vec{V} = \frac{\Gamma_n (\vec{dl} \times d\vec{r})}{4\pi r^3} \quad (3.1)$$

onde $d\vec{l}$ é o segmento da linha de vórtice, $d\vec{r}$ o vetor distância até o ponto de análise.

A velocidade normal unitária (\hat{V}_0) induzida no ponto de controle devido a parcela das três contribuições, avaliada segundo a Eq. (3.1) é dada por:

$$\hat{V}_0 = \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{r_1 \times r_2}{|r_1 \times r_2|^2} \left[\frac{r_0 \cdot r_1}{|r_1|} - \frac{r_0 \cdot r_2}{|r_2|} \right] - \frac{r_1 \times r_0}{|r_1| r_1 \cdot r_0} \left(\frac{r_0 \times r_1}{|r_1|} \right) - \frac{r_2 \times r_0}{|r_2| r_2 \cdot r_0} \left(\frac{r_0 \times r_2}{|r_2|} \right) \right\} \quad (3.2)$$

ou ainda de forma simplificada,

$$\hat{V}_0 = \hat{V}_{12} + \hat{V}_{10} + \hat{V}_{20} \quad (3.3)$$

Neste caso, assume-se que a velocidade da corrente livre é constante e igual em cada painel, de tal modo aplicada as condições de contorno de divergência nula, ou seja escoamento tangente ($\hat{V} \cdot \hat{n} = 0$) e a condição de Kutta, obtêm-se um sistema linear com n equações e n incógnitas, de acordo com o número de painéis usado na discretização. De tal modo que:

$$\sum_{i=1}^n \left[V_i + V_\infty \left(\alpha - \frac{dz}{dx} \right) \right] = 0 \quad (3.4)$$

Reescrevendo em termos da circulação $V_i = \Gamma_i \hat{V}_i$, o sistema linearizado de equações é dado como:

$$\Gamma_i = \{\bar{U}\} [A_{ij}]^{-1} \quad (3.5)$$

onde $[A_{ij}]^{-1}$ é a matriz de coeficientes de influência aerodinâmica (AIC), e $\{\bar{U}\}$ é o vetor das componentes de velocidade normalizado.

Portanto, conhecidas as condições de contorno de inclinação, dz/dx , provenientes do formato do aerofólio ou de um diedro na asa, e de ângulo de ataque (α), segundo a Eq. (3.4), é possível relacionar a distribuição de sustentação, e a sustentação total gerada pela superfície, através do Teorema de Kutta-Jukoviski:

$$L = \rho_{\infty} U_{\infty} \Gamma \tag{3.6}$$

3.1.1 Definição da geometria

O código VLM foi implementado em linguagem MATLAB® e segmentado de forma que possa efetuar separadamente as análises estacionárias para uma dada configuração de geometria. De tal modo que para escoamentos estacionários, ou seja, com frequência reduzida nula, o código é puramente o método VLM. A definição da geometria e da malha aerodinâmica é feita através de uma rotina separada, seguindo o esquema da Fig. 3.2. A mesma rotina é utilizada posteriormente, bem como o mesmo esquema de discretização para o DLM.

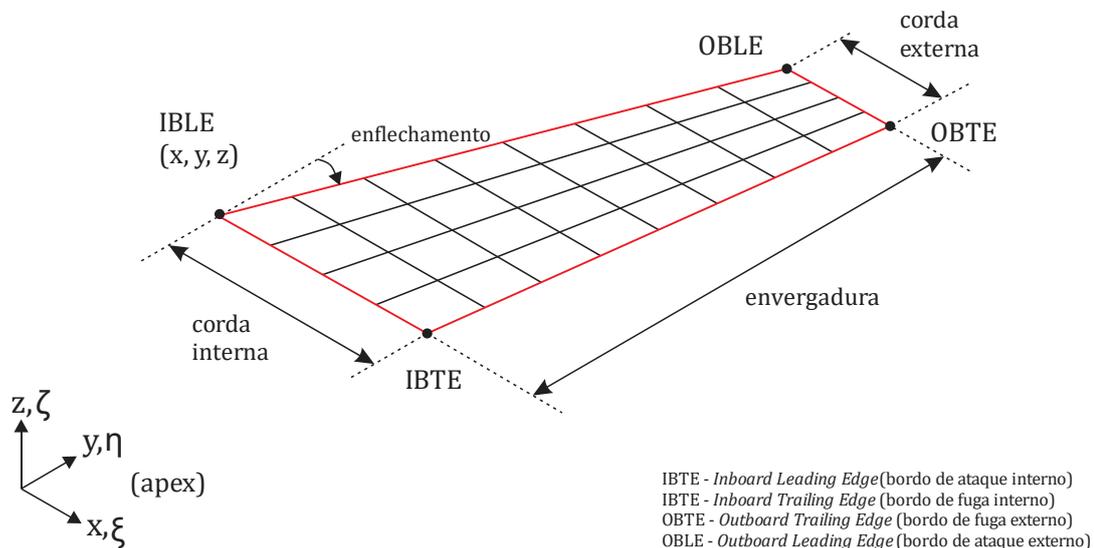


Figura 3.2 - Definição das propriedades geométricas da superfície.

Todos os dados referentes à geometria dos painéis como a posição dos pontos em 1/4 da corda, posição do ponto de controle à 3/4, área, diedro, enflechamento e a corda média aerodinâmica, são arquivados para cada painel, e posteriormente utilizados nos cálculos necessários. O esquema de discretização do código permite que sejam adicionadas múltiplas superfícies sustentadoras, como empenagens horizontal e vertical, e ainda a inclusão de efeitos causados pelo diedro da asa. No entanto para as análises aeroelásticas empregadas em conjunto com o DLM, apenas superfícies planares, ou seja, contidas em um plano, são avaliadas.

3.1.2 Resultados e Verificação

O código VLM implementado foi verificado através de uma ferramenta código de cálculo aerodinâmico, o XFLR5. O programa é uma derivação do já conhecido XFOIL, desenvolvido pelo Prof. Mark Drela, do *Massachusetts Institute of Technology* (MIT). O XFLR5 estende a análise de asas e aerofólios a geometrias tridimensionais, como é o caso do VLM. Por se tratar de uma ferramenta já bem-conceituada, embora apresente algumas limitações, o código é extremamente útil para geração de cargas e momentos em asas e empenagens. Os casos selecionados para validação são apresentados a seguir. Foram utilizados os mesmos parâmetros físicos e geométricos de entrada para o código VLM e o XFLR5.

- *Asa plana retangular*

Foi avaliada uma geometria de asa plana retangular com enflechamento nulo. Em ambas as simulações são válidas as condições da Teoria de Aerofólios Finos para o perfil NACA0012 no XFLR5. As dimensões físicas e condições aerodinâmicas são apresentadas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Propriedades geométricas e condições do escoamento para asa plana retangular.

Parâmetros	Valores
Envergadura	6,10 (m)
Corda	1,83 (m)
Densidade atmosférica	1,225 (kg/m ³)
Mach	0,146
Velocidade	50,0 (m/s)

Em ambas simulações foram utilizados 44 painéis, 22 na direção da envergadura e 2 na direção da corda. A asa é considerada simétrica em relação plano vertical, de tal modo apenas a metade direita é simulada, provendo melhor custo computacional. A Fig. 3.3 ilustra a malha regular utilizada neste trabalho, com enfoque na linha a (1/4c) e no ponto de controle (3/4c).

Nesta aplicação, foram analisadas cinco condições, com ângulo de ataque variando de 1° a 5°. Em todas as condições considera-se que o ângulo de deslizamento (*sideslip*) é nulo. O coeficiente de sustentação (C_L) é obtido através da normalização pela pressão dinâmica $q = 0,5\rho V^2$ para cada divisão ao longo da envergadura, de acordo com as forças obtidas da solução do sistema linear, conforme as Eqs. (3.5) e (3.6).

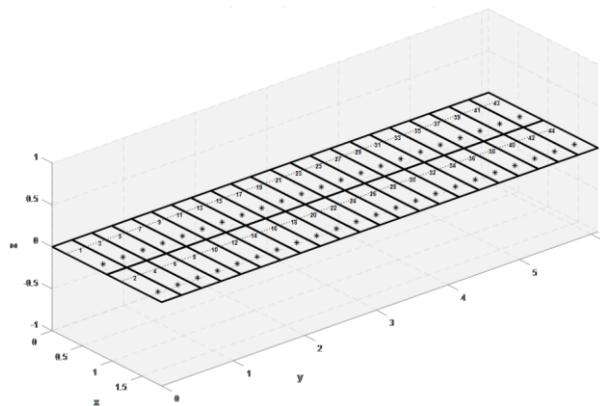


Figura 3.3 - Asa planar discretizada em 44 painéis.

A Figura 3.4 mostra os resultados das curvas dos coeficientes locais de sustentação obtidos para as condições descritas acima e a Tabela 3.2 mostra os coeficientes de sustentação total obtidos. Nota-se de imediato uma boa correlação entre os resultados obtidos pelo programa desenvolvido neste trabalho e pelo código tomado como sendo a referência nesta fase.

Tabela 3.2 - Comparação entre os valores dos coeficientes totais de sustentação (C_L) para a asa planar.

Ângulo de ataque (α)	XFLR5	Presente Trabalho
1°	0,060	0,0596
2°	0,119	0,1193
3°	0,179	0,1789
4°	0,238	0,2385
5°	0,297	0,2981

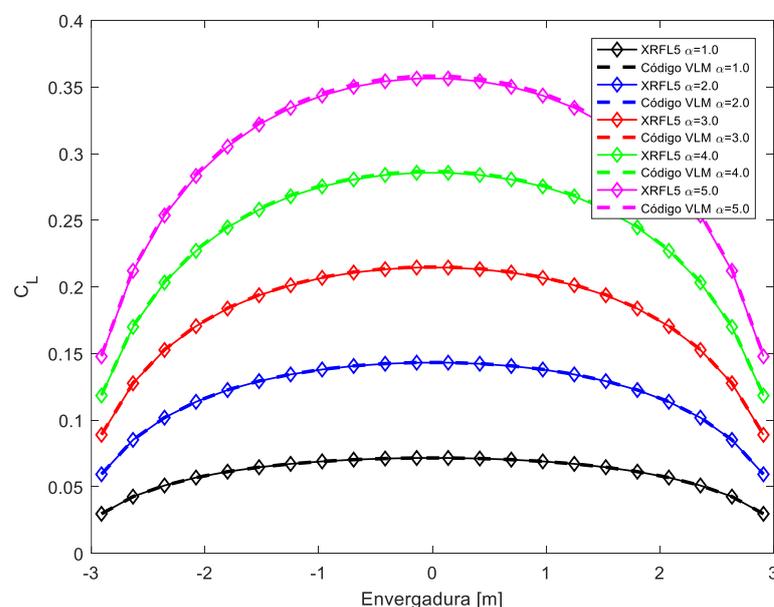


Figura 3.4 - Comparação das curvas de C_L ao longo da envergadura para a asa plana retangular

- *Asa com afilamento e enflechamento*

A fim de avaliar também geometrias mais elaboradas, foi proposto um modelo de asa de grande alongamento, enflechada e afilada, típica de jatos comerciais, descrita por Roskam (1985). A Fig. 3.5 ilustra a asa utilizada com as dimensões apresentas em pés.

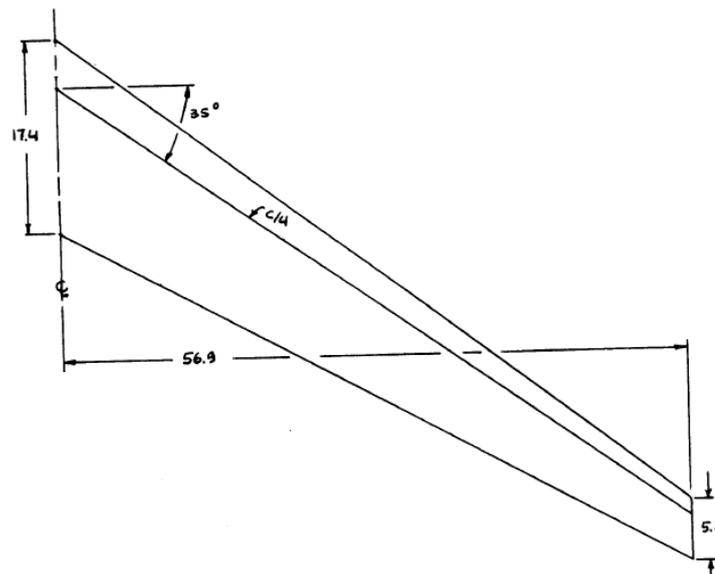


Figura 3.5 - Planificação da asa enflechada usada para simulação (adaptado de Roskam, 1985).

As informações aerodinâmicas de entrada utilizadas no código implementado neste trabalho e no XFLR5, são apresentadas na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 - Dados aerodinâmicos de entrada.

Parâmetros	Valores
Densidade atmosférica	1,225 (kg/m ³)
Mach	0,583
Velocidade	200,0 (m/s)

Em ambas as simulações realizadas no XFLR5 e no código do trabalho, foram utilizados 520 painéis, 26 na direção da envergadura e 10 na direção da corda, onde também é considerada a simetria da asa. A Fig. 3.6 apresenta os resultados obtidos para a configuração de asa avaliada, em diferentes condições de ângulo de ataque.

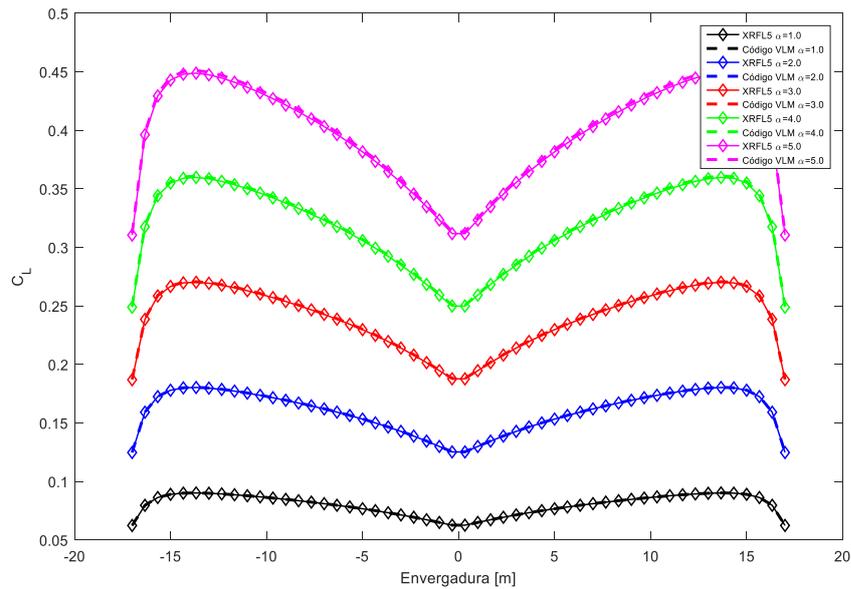


Figura 3.6 - Comparação das curvas de C_L ao longo da envergadura para a asa enflechada avaliada.

Na Fig. 3.7 é apresentado o resultado para a distribuição do coeficiente de pressão na superfície da asa, em cada painel, para um ângulo de ataque de 5° . Nota-se que a distribuição está em concordância com os resultados obtidos pelo XFLR5, bem como os valores obtidos.

Os coeficientes de sustentação total obtidos nesta configuração, para as condições avaliadas são apresentados na Tabela 3.4.

Tabela 3.4 - Comparação entre os coeficientes totais de sustentação (C_L) para a asa enflechada.

Ângulo de ataque (α)	XFLR5	Presente Trabalho
1°	0,078	0,0782
2°	0,156	0,1564
3°	0,234	0,2346
4°	0,312	0,3128
5°	0,390	0,3911

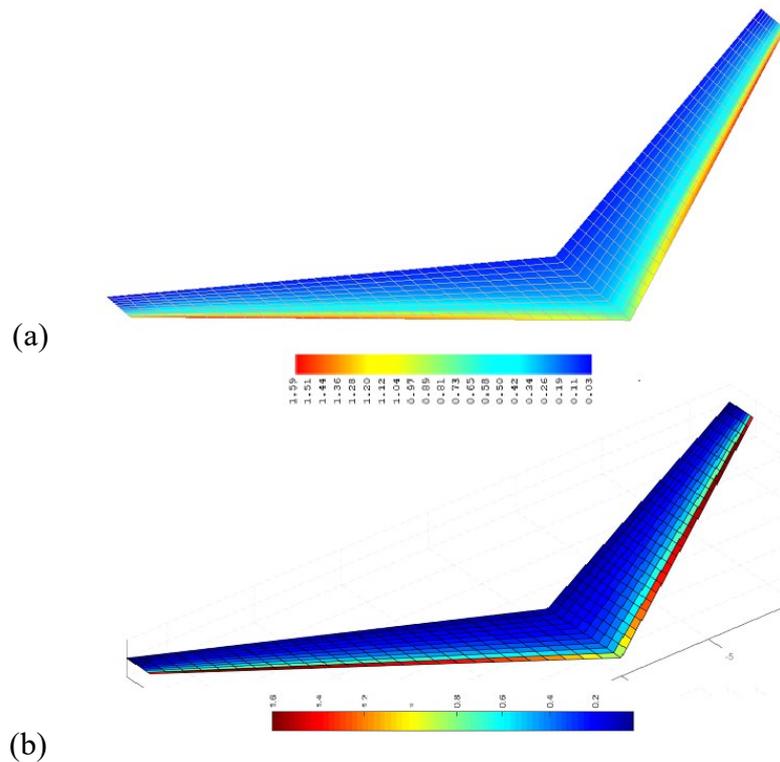


Figura 3.7 - Comparação da distribuição de pressão na asa enflechada: XFLR5 (a) e código (b).

Portanto, os resultados obtidos para as duas configurações de asa avaliadas, demonstram que a implementação do código VLM foi bem-sucedida. Os aspectos referentes à aerodinâmica estacionária do método serão futuramente adicionados na modelagem não-estacionária do DLM, necessária para a realização das análises aeroelásticas.

3.2 MÉTODO DLM

O DLM é um método numérico baseado na equação para o potencial aerodinâmico linearizado, e nos equacionamentos para uma superfície sustentadora oscilatória, que foi introduzido inicialmente por Albano e Rodden (1969) e posteriormente refinado por Rodden *et al.* (1998). O DLM é extensivamente utilizado para realização de análise aeroelásticas, ou quando a abordagem por métodos sofisticados de CFD torna-se dispendiosa. O método permite o cálculo de cargas aerodinâmicas não-estacionárias, e pode ser aplicado virtualmente a qualquer configuração de superfícies sustentadoras de aeronaves. Devido a isto, seu uso se torna extremamente eficaz nos estágios iniciais de projeto, principalmente na análise de *flutter*, onde não há definição exata da geometria da aeronave.

O embasamento teórico e matemático completo para a construção do DLM estende-se além dos objetivos desta dissertação. Os leitores que queiram detalhes mais profundos são encorajados a verificar o compilado histórico apresentado por Blair (1994). Entretanto, esta seção é dedicada ao entendimento da formulação base do DLM, e foi utilizada como um guia pelo autor para implementação e compreensão do método.

3.2.1 Soluções elementares do Potencial Aerodinâmico Linearizado

O ponto de partida para elaboração do método é baseado nas equações diferenciais parciais, para o comportamento de pequenas perturbações no potencial de velocidade ϕ em um escoamento invíscido, irrotacional e incompressível, linearizado em torno do escoamento paralelo e uniforme, com velocidade U_∞ ao longo do eixo x :

$$(1 - M_\infty^2) \tilde{\phi}_{xx} + \tilde{\phi}_{yy} + \tilde{\phi}_{zz} - \frac{2U_\infty}{a_\infty^2} \tilde{\phi}_{xt} - \frac{1}{a_\infty^2} \tilde{\phi}_{tt} = 0 \quad (3.7)$$

onde $M_\infty = U_\infty / a_\infty$ é o número de Mach para a velocidade do som correspondente a_∞ . Salienta-se que a notação $\tilde{\phi}$, denomina as perturbações do campo potencial linearizado em torno de U_∞ . Nas próximas subseções a notação é ocultada a fim de simplificação.

O DLM emprega a linearidade das equações diferenciais parciais para a solução de problemas complexos, através da superposição de soluções aerodinâmicas elementares (escoamentos fonte, sumidouro e vórtice). Para pequenas perturbações em torno do escoamento U_∞ ao longo do eixo x , o potencial de aceleração de Prandtl (Ψ) é relacionado ao campo de velocidade potencial através da derivada material:

$$\Psi(x, y, z, t) = \left[\frac{\partial}{\partial t} + U_\infty \frac{\partial}{\partial x} \right] \phi(x, y, z, t) \quad (3.8)$$

que fornece através da relação inversa:

$$\phi(x, y, z, t) = \frac{1}{U_\infty} \int_{-\infty}^x \Psi \left(\lambda, y, z, t - \frac{x - \lambda}{U_\infty} \right) d\lambda \quad (3.9)$$

onde, λ é a variável de integração.

Pode ser verificado que o potencial de aceleração satisfaz o potencial aerodinâmico linearizado definido na Eq. (3.7), e admite as mesmas soluções elementares. A definição de um potencial de aceleração, do tipo “fonte” pode ser tida como:

$$\Psi_{\text{fonte}}(x, y, z, \xi, \eta, \zeta, t) = \frac{1}{R} f_{\Psi}(t - \tau) \quad (3.10)$$

onde (ξ, η, ζ) são coordenadas locais da fonte em um ponto no espaço (x, y, z) , f_{Ψ} é a intensidade relativa da fonte, dada em função do atraso entre a recepção e a emissão como:

$$\tau = \frac{-M_{\infty}(x - \xi) + R}{a_{\infty}\beta_{\infty}^2} \quad (3.11)$$

onde $R = [(x - \xi)^2 + \beta_{\infty}^2(y - \eta)^2 + \beta_{\infty}^2(z - \zeta)^2]^{1/2}$ é o raio hiperbólico, e $\beta_{\infty}^2 = 1 - M_{\infty}^2$ é o fator de Prandtl-Glauert. O parâmetro τ também é conhecido como tempo de retardo.

A análise é restrita a soluções harmônicas senoidais na forma $\Psi = A_{\Psi} \exp(i\omega t)$, onde A_{Ψ} é a amplitude, ω a frequência de oscilação e i , a unidade imaginária. A função fonte de aceleração potencial pode ser escrita da forma:

$$\Psi_{\text{fonte}} = \frac{A_{\Psi}}{R} \exp[i\omega(t - \tau)] = \frac{A_{\Psi}}{R} \exp(-i\omega\tau) \exp(i\omega t) = \bar{\Psi}_{\text{fonte}} \exp(i\omega t)$$

onde $\bar{\Psi}_{\text{fonte}}(x, y, z, \xi, \eta, \zeta)$ é o módulo. Portanto, utilizando a Eq. (3.11), obtêm-se:

$$\bar{\Psi}_{\text{fonte}} = \frac{A_{\Psi}}{R} \exp\left[\frac{i\omega}{a_{\infty}\beta_{\infty}^2} [M_{\infty}(x - \xi) - R]\right] \quad (3.12)$$

A Eq. (3.12) é a solução para uma fonte oscilatória em movimento harmônico, em termos da pressão. Na sequência do desenvolvimento é necessário formular uma solução elementar para a Eq. (3.7) que possa gerar um diferencial de pressão. Para tanto, é introduzido o conceito do escoamento aerodinâmico elementar do tipo **dipolo** (*doublet*), construído por uma superimposição de dois escoamentos tipo fonte, infinitesimalmente adjacentes de intensidades iguais, porém opostas.

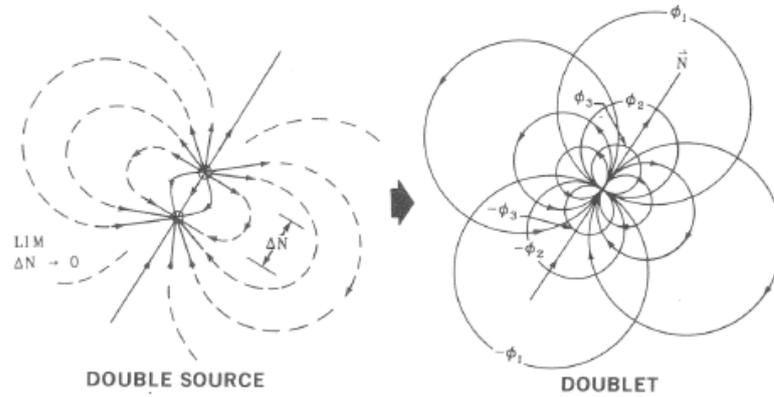


Figura 3.8 - Derivação de um dipolo a partir de dois escoamentos tipo fonte iguais e opostos (extraído de Giesing, 1987).

Matematicamente, isto é equivalente a derivada direcional da expressão para a solução da fonte Ψ_{fonte} ao longo de um vetor \vec{N}_s que separa os escoamentos tipo fonte e sumidouro. Na prática, o vetor \vec{N}_s é o vetor normal à superfície sustentadora no ponto de coordenadas locais (ξ, η, ζ) , resultando em:

$$\Psi_{dipolo} \equiv \bar{\Psi}_{dipolo} \exp(i\omega t) = \frac{\partial \Psi_{fonte}}{\partial N_s} \quad (3.13)$$

com módulo dado por,

$$\bar{\Psi}_{dipolo} = \frac{\partial}{\partial N_s} \left\{ \frac{A_\Psi}{R} \exp \left[\frac{i\omega}{a_\infty \beta_\infty^2} [M_\infty (x - \xi) - R] \right] \right\} \quad (3.14)$$

3.2.2 Equação integral para um arranjo de dipolos e sua função kernel derivada

A Eq. (3.14) é a solução elementar desejada. Nesta seção a derivação da fórmula integral para o *normalwash* induzido por um arranjo contínuo de dipolos de aceleração potencial, é utilizado para modelar a pressão diferencial gerada por uma superfície sustentadora de uma asa. Uma descrição mais completa desta seção é vista no trabalho de Vivian e Andrews (1965).

A substituição da Eq. (3.14) na Eq. (3.9), permite expressar a magnitude do potencial velocidade induzido por um dipolo de aceleração potencial, segundo:

$$\bar{\phi}(x, y, z, \xi, \eta, \zeta) = -\frac{A_\Psi}{U_\infty} \frac{\partial}{\partial N_s} \exp \left[\frac{i\omega}{U_\infty} (x - \xi) \right] \int_{-\infty}^{x-\xi} \frac{1}{R'} \exp \left\{ i\omega \left[\frac{\lambda}{U_\infty} + \frac{M_\infty \lambda}{a_\infty \beta_\infty^2} - \frac{R'}{a_\infty \beta_\infty^2} \right] \right\} d\lambda \quad (3.15)$$

onde a medida do raio R' no integrando, é uma função da variável de integração λ ,

$$R' \equiv \left[\lambda^2 + \beta_\infty^2 (y - \eta)^2 + \beta_\infty^2 (z - \zeta)^2 \right]^{1/2} \quad (3.16)$$

A componente da velocidade normal \bar{w}_N induzida em um ponto (x, y, z) é obtida a partir do potencial de velocidade por diferenciação ao longo do vetor normal à superfície \bar{N}_r .

$$\bar{w}_N(x, y, z, \xi, \eta, \zeta) = -\frac{A_\Psi}{U_\infty} \frac{\partial}{\partial N_r} \frac{\partial}{\partial N_s} \exp \left[\frac{i\omega}{U_\infty} (x - \xi) \right] \int_{-\infty}^{x-\xi} \frac{1}{R'} \exp \left\{ i\omega \left[\frac{\lambda}{U_\infty} + \frac{M_\infty \lambda}{a_\infty \beta_\infty^2} - \frac{R'}{a_\infty \beta_\infty^2} \right] \right\} d\lambda \quad (3.17)$$

As derivadas direcionais podem ser decompostas como:

$$\frac{\partial}{\partial N_s} = \cos \Gamma_s \frac{\partial}{\partial z} - \sin \Gamma_s \frac{\partial}{\partial y} \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial}{\partial N_r} = \cos \Gamma_r \frac{\partial}{\partial z} - \sin \Gamma_r \frac{\partial}{\partial y} \quad (3.19)$$

onde Γ_s e Γ_r denotam os ângulos entre a superfície e o plano xy no ponto de envio (s) e no ponto de recebimento (r), respectivamente. Nota-se que a componente $\exp \left[i\omega (x - \xi) / U_\infty \right]$ foi retirada da integral, uma vez que é independente das direções normais \bar{N}_s e \bar{N}_r .

Pode-se demonstrar que o diferencial de pressão induzido por um elemento infinitesimal do arranjo de dipolos de aceleração potencial é relacionado com sua intensidade A_Ψ como:

$$\Delta \bar{p} = 4\pi \rho_\infty A_\Psi d\xi d\sigma \quad (3.20)$$

com ξ e σ as coordenadas tangenciais. Substituindo a Eq. (3.20) na expressão para a magnitude da velocidade normal dada na Eq. (3.17), e integrando sobre um arranjo de área S , de dipolos de pressão e dividindo por U_∞ , obtêm-se a equação integral desejada na forma adimensional:

$$\frac{\bar{w}_N}{U_\infty} = \frac{-1}{4\pi \rho_\infty U_\infty^2} \iint_S \Delta \bar{p}(\xi, \eta, \zeta) K(x - \xi, y - \eta, z - \zeta) d\xi d\sigma \quad (3.21)$$

A Eq. (3.21) foi simplificada pela introdução da chamada **função kernel** (K), dada por:

$$K(x_0, y_0, z_0) \equiv \exp\left[\frac{i\omega x_0}{U_\infty}\right] \frac{\partial}{\partial N_r} \frac{\partial}{\partial N_s} \int_{-\infty}^{x_0} \frac{1}{R'} \exp\left[i\omega \frac{\lambda - M_\infty R'}{U_\infty \beta_\infty^2}\right] d\lambda \quad (3.22)$$

onde por conveniência adota-se o sistema de coordenadas relativo (x_0, y_0, z_0) , entre os sistemas de coordenadas fixo e local, denotado por: $x_0 \equiv x - \xi$; $y_0 \equiv y - \eta$; $z_0 \equiv z - \zeta$.

A formulação integral da Eq. (3.21) relaciona o diferencial de pressão $\Delta \bar{p}$ gerado por uma superfície sustentadora fina, modelada como um arranjo de dipolos de aceleração potencial, com velocidade normal a superfície \bar{w}_N (definido como *normalwash*) em um ponto receptor sobre a superfície. A dificuldade remanescente consiste na avaliação do kernel que tem um comportamento singular quando o ponto receptor se aproxima do arranjo de dipolos do modelo. Vivian e Andrews (1965) demonstram que a função kernel pode ser expressa na forma:

$$K(x_0, y_0, z_0) = \exp\left[\frac{-i\omega x_0}{U_\infty}\right] \frac{K_1 T_1 + K_2 T_2}{r^2} \quad (3.23)$$

$$\text{onde } r \equiv (y_0^2 + z_0^2)^{1/2}, \quad T_1 = \cos(\Gamma_r - \Gamma_s), \quad T_2 = \left[\frac{z_0}{r} \cos \Gamma_r - \frac{y_0}{r} \sin \Gamma_r \right] \left[\frac{z_0}{r} \cos \Gamma_s - \frac{y_0}{r} \sin \Gamma_s \right].$$

Landahl (1967) propõe uma expressão simplificada para os termos K_1 e K_2 , na forma:

$$K_1 = I_1 + \frac{M_\infty r}{R} \frac{\exp(-ik_1 u_1)}{(1+u_1^2)^{1/2}} \quad (3.24)$$

$$K_2 = -3I_2 - \frac{ik_1 M_\infty^2 r^2}{R^2} \frac{\exp(-ik_1 u_1)}{(1+u_1^2)^{1/2}} - \frac{M_\infty r}{R} \left[(1+u_1^2) \frac{\beta_\infty^2 r^2}{R^2} + \frac{M_\infty r u_1}{R} + 2 \right] \frac{\exp(-ik_1 u_1)}{(1+u_1^2)^{3/2}} \quad (3.25)$$

$$\text{onde } k_1 = \frac{\omega r}{U_\infty}, \quad u_1 = \frac{M_\infty R - x_0}{\beta_\infty^2 r}, \quad I_1(u_1, k_1) = \int_{u_1}^{\infty} \frac{\exp(-ik_1 u_1)}{(1+u^2)^{3/2}}, \quad I_2(u_1, k_1) = \int_{u_1}^{\infty} \frac{\exp(-ik_1 u_1)}{(1+u^2)^{5/2}}.$$

Novamente o raio hiperbólico em termo das coordenadas relativas é $R = (x_0^2 + \beta_0^2 r^2)^{1/2}$

. As integrais I_1 e I_2 são avaliadas numericamente. A integração por partes leva a:

$$I_1(u_1, k_1) = \exp(-ik_1 u_1) \left\{ 1 - \frac{u_1}{(1+u_1^2)^{1/2}} - ik_1 I_0(u_1, k_1) \right\} \quad (3.26)$$

$$3I_2(u_1, k_1) = \exp(-ik_1 u_1) \left\{ \begin{array}{l} (2 + ik_1 u_1) \left[1 - \frac{u_1}{(1+u_1^2)^{1/2}} \right] \\ - \frac{u_1}{(1+u_1^2)^{3/2}} - ik_1 I_0(u_1, k_1) + k_1^2 J_0(u_1, k_1) \end{array} \right\} \quad (3.27)$$

Sendo I_0 e J_0 as integrais:

$$I_0(u_1, k_1) \equiv \exp(ik_1 u_1) \int_{u_1}^{\infty} \left[1 - \frac{u}{(1+u^2)^{1/2}} \right] \exp(-ik_1 u) du \quad (3.28)$$

$$J_0(u_1, k_1) \equiv \exp(ik_1 u_1) \int_{u_1}^{\infty} \left[1 - \frac{u}{(1+u^2)^{1/2}} \right] u \exp(-ik_1 u) du \quad (3.29)$$

Laschka (1963) propôs uma aproximação com acurácia de I_0 e J_0 para $u_1 \geq 0$.

$$I_0(u_1, k_1) \approx \sum_{n=1}^{11} \frac{a_n \exp(-ncu_1)}{n^2 c^2 + k_1^2} (nc - ik_1) \quad (3.30)$$

$$J_0(u_1, k_1) \approx \sum_{n=1}^{11} \frac{a_n \exp(-ncu_1)}{n^2 c^2 + k_1^2} \left\{ \begin{array}{l} n^2 c^2 - k_1^2 + ncu_1 (n^2 c^2 - k_1^2) \\ - ik_1 [2nc + u_1 (n^2 c^2 - k_1^2)] \end{array} \right\} \quad (3.31)$$

onde $c = 0,372$ e os coeficientes a_n são dados na Tabela 3.5. Vale ressaltar que o erro induzido por essa aproximação não excede os 0,135%.

Tabela 3.5 - Coeficientes da aproximação de Laschka (L11).

n	coeficientes a_n
1	0,24186198
2	-2,7918027
3	24,991079
4	-111,59196
5	271,43549
6	-305,75288
7	-41,183630
8	545,98537
9	-644,78155
10	328,72755
11	-64,279511

Para avaliar as integrais I_1 e I_2 no intervalo $u_1 < 0$, é utilizada a simetria da formulação, onde a barra indica o complexo conjugado:

$$\begin{aligned}
 I_1(u_1, k_1) &= 2 \operatorname{Re} I_1(0, k_1) - \bar{I}_1(-u_1, k_1) & (a) \\
 I_2(u_1, k_1) &= 2 \operatorname{Re} I_2(0, k_1) - \bar{I}_2(-u_1, k_1) & (b)
 \end{aligned}
 \tag{3.32}$$

3.2.3 Implementação do DLM

De modo geral o DLM consiste em um procedimento numérico-computacional para solução da equação integral (3.21). A componente da velocidade normal (*normalwash*) é um parâmetro conhecido a partir das condições de contorno discutidas mais à frente. O parâmetro não conhecido é a diferença de pressão Δp sobre a superfície sustentadora. De modo não-trivial a função da pressão recai sobre o integrando. Neste sentido, a formulação do DLM é estendida à discretização da superfície em elementos trapezoidais, denominados painéis. Em cada painel, a função de pressão não conhecida é idealizada por uma aproximação, inicialmente proposta parabólica (ALBANO e RODDEN, 1969) e posteriormente refinada para quártica (RODDEN *et al*, 1998), através de uma **linha de dipolos potenciais** (*doublets line*), com coeficientes não conhecidos a serem determinados.

Albano e Rodden (1969) propuseram uma extensão ao VLM, subdividindo a área da asa em painéis alinhados na direção da corda em relação ao vento relativo, onde a pressão total resultante em cada painel é considerada constante.

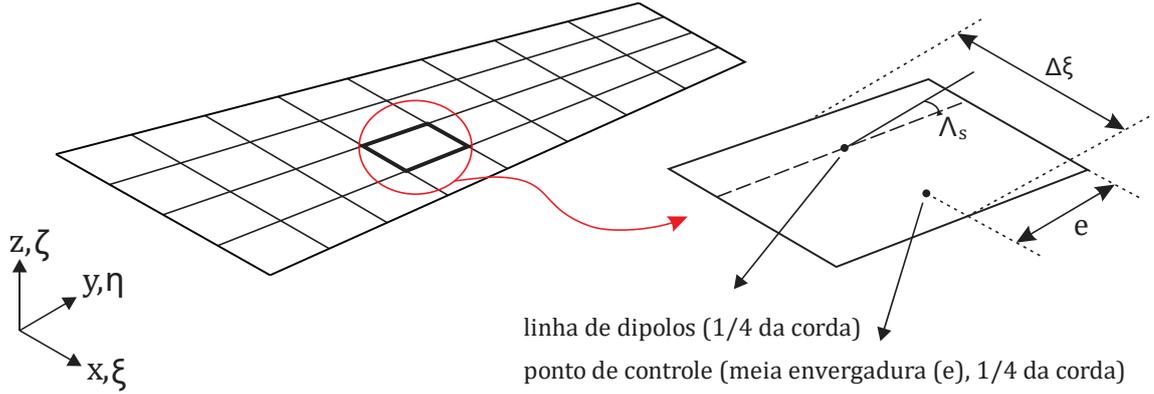


Figura 3.9 - Discretização da geometria da superfície sustentadora sobre as coordenadas locais dos painéis.

Neste sentido, a Eq. (3.21) para o *normalwash* induzido em um painel receptor (r) é dado como a soma das contribuições de cada painel emissor, de tal modo que,

$$\bar{w}_N = \sum_s -\Delta\bar{c}_{p,s} \frac{\Delta x_s}{8\pi} \iint_s K(x-\xi, y-\eta, z-\zeta) d\xi d\sigma, \quad (3.33)$$

onde Δx_s é a corda do painel emissor, e o coeficiente de pressão adimensional é dado por:

$$\Delta\bar{c}_{p,s} = \frac{\Delta\bar{p}_s}{\frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2} \quad (3.34)$$

O *normalwash* é avaliado no **ponto de controle** ou **ponto de colocação**, posicionado semelhantemente ao VLM a três quartos da corda do painel (3/4c) e na meia envergadura. A escolha para posicionamento é baseada em empirismos e definida por vezes como uma regra (regra 1/4 - 3/4) que leva a resultados ótimos e satisfaz a condição de Kutta no bordo de fuga, como demonstrado pelo teorema de Pistolesi.

A Eq. (3.33) para o DLM pode ser definida então como um sistema linear, com o número de equações igual ao número de painéis usados na discretização da forma:

$$\{\bar{w}_N\} = [D]\{\Delta\bar{c}_p\} \quad (3.35)$$

onde D é a matriz quadrada complexa relacionando a diferença de pressão, ou pressão de sustentação, devido a influência do *normalwash* de um painel a outro. Além disso, a Eq. (3.35) pode ser reescrita na forma da influência dos painéis receptores (r) e emissores (s) como:

$$\bar{w}_N = \sum_{s=1}^{n_{tot}} D_{rs} \Delta \bar{c}_{p,s} \quad (3.36)$$

A matriz D_{rs} , quadrada de tamanho $n_{tot} \times n_{tot}$ igual ao número total de painéis, também é conhecida como **matriz de fatores de downwash**, cuja relação inversa utilizada para determinar a distribuição de pressão oscilatória sobre a superfície $[AIC] = [D_{rs}]^{-1}$ é conhecida como a **matriz de coeficientes de influência aerodinâmicos** (*aerodynamics influence coefficients*).

A componente estacionária dos fatores de *downwash* D_{rs} , pode ser computada através da função kernel derivada. Uma vez que a Eq. (3.33) é dependente da frequência reduzida k e do número de Mach, pode ser demonstrado que para escoamentos estacionários, ou seja, com frequência reduzida nula, o DLM converge para o VLM.

Albano e Rodden (1969) e Rodden *et al.* (1998) afirmam que a fim de garantir a melhoria e a convergência dos resultados em frequências próximas a zero, é interessante subtrair a parte estacionária das equações dos fatores de *downwash*, restringindo-se apenas à parte incremental oscilatória, denominada D_{rs}' . A contribuição estacionária é então somada posteriormente com os resultados derivados do VLM.

Dessa forma, a parte estacionária pode ser definida como sendo, $K_0 \equiv \lim_{\omega \rightarrow 0} K$, e em baixa frequência no limite para a função Kernel K , definida na Eq. (3.23), tem-se os termos:

$$K_{10} = \lim_{\omega \rightarrow 0} K_1 = 1 + \frac{x_0}{R} \quad (3.37)$$

$$K_{20} = \lim_{\omega \rightarrow 0} K_2 = -2 - \frac{x_0}{R} \left(2 + \frac{\beta_\infty^2 r^2}{R^2} \right) \quad (3.38)$$

Neste ponto, a versão original do método proposto por Albano e Rodden (1969) admite que a forma da pressão distribuída ao longo da linha de dipolos assume uma distribuição parabólica para realizar o ajuste do numerador do integrando da função kernel da Eq. (3.23). Posteriormente, Rodden *et al.* (1998) desenvolveram uma versão melhorada que possibilita a aproximação quadrática ou quártica da linha de dipolos, o que garante maior estabilidade e melhorias para o método, principalmente em configurações específicas de geometrias de asas enflechadas com alto alongamento e condições de altas frequências reduzidas.

Neste trabalho, ambos os métodos foram implementados e as diferenças nos resultados são apontadas de forma sucinta. Embora haja um ganho computacional através da utilização do método de aproximação quártica em alguns casos (onde é necessário maior refinamento se utilizada uma aproximação parabólica), a utilização de uma aproximação parabólica não compromete a eficácia do DLM para geometrias mais simples, com baixo AR, e menores valores de frequência reduzida.

3.2.3.1 Aproximação parabólica

Na aproximação parabólica, o ajuste é realizado sobre a linha de dipolos em cada elemento de coordenada $\bar{\eta}$ ao longo da envergadura do painel (e). Assim, a parte incremental oscilatória é definida como:

$$D_{rs}' = \frac{\Delta x_s}{8\pi} \int_{-e}^e \frac{P(\bar{\eta})}{r^2} d\bar{\eta} \quad (3.39)$$

onde $P(\bar{\eta})$ é definido como a aproximação parabólica,

$$P(\bar{\eta}) = A\bar{\eta} + B\bar{\eta} + C \approx (K_1 T_1 + K_2 T_2) \exp\left[\frac{-i\omega(\bar{x} - \bar{\eta} \tan \Lambda_s)}{U_\infty}\right] - (K_{10} T_1 + K_{20} T_2) \quad (3.40)$$

A sobrebarra indica que as coordenadas são expressas no plano do elemento emissor, relativo ao centro da linha de dipolos (ξ_c, η_c, ζ_c) . As seguintes definições são válidas para ambas aproximações parabólica e quártica:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= x - \xi_c & \bar{\xi} &= \xi - \xi_c \\ \bar{y} &= (y - \eta_c) \cos \Gamma_s + (z - \zeta_c) \sin \Gamma_s & \bar{\eta} &= (\eta - \eta_c) \cos \Gamma_s + (\zeta - \zeta_c) \sin \Gamma_s \\ \bar{z} &= (z - \zeta_c) \cos \Gamma_s - (y - \eta_c) \sin \Gamma_s & \bar{\zeta} &= (\zeta - \zeta_c) \cos \Gamma_s - (\eta - \eta_c) \sin \Gamma_s \end{aligned}$$

em que Γ_s e Λ_s são, respectivamente, os ângulos de diedro e de enflechamento do painel emissor.

Torna-se conveniente, distinguir os termos planares e não planares da função kernel, a fim de melhorar os resultados para configurações distintas, por exemplo, para aeronaves com superfícies sustentadoras com interferência, como empenagens “T”. Embora este trabalho se

limite a análise planar de superfícies, isto é, contidas em apenas um plano, a implementação foi realizada de modo generalista, de modo a facilitar uma futura modificação. Deste modo os fatores de *downwash* podem ser descritos como:

$$D_{rs} = D_{0rs} + D_{1rs} + D_{2rs} \quad (3.41)$$

onde os sub-índices $0rs$, $1rs$, e $2rs$, denotam as componentes estacionária, planar não-estacionária e não-planar não-estacionária, respectivamente. Os termos da Eq. (3.41) sem derivação são:

$$D_{0rs} = \frac{\Delta x_s}{8\pi} \int_{-e}^e \left(\frac{K_{10} T_1}{r^2} + \frac{K_{10} T_2^*}{r^4} \right) \quad (3.42)$$

$$D_{1rs} = \frac{\Delta x_s}{8\pi} \int_{-e}^e \frac{P_1(\bar{\eta})}{r^2} d\bar{\eta} \quad (3.43)$$

$$D_{2rs} = \frac{\Delta x_s}{8\pi} \int_{-e}^e \frac{P_2(\bar{\eta})}{r^4} d\bar{\eta} \quad (3.44)$$

onde: $P_1(\bar{\eta}) = A_1 \bar{\eta}^2 + B_1 \bar{\eta} + C \approx \left\{ K_1 \exp \left[-i\omega \frac{(\bar{x} - \bar{\eta} \tan \Lambda_s)}{U_\infty} \right] - K_{10} \right\} T_1$, e

$$P_2(\bar{\eta}) = A_2 \bar{\eta}^2 + B_2 \bar{\eta} + C \approx \left\{ K_2 \exp \left[-i\omega \frac{(\bar{x} - \bar{\eta} \tan \Lambda_s)}{U_\infty} \right] - K_{20} \right\} T_2^*$$

com o parâmetro $T_2^* = r^2 T_2$ introduzido a fim de adequar posteriormente as equações com aproximação quártica.

Os coeficientes A_1, B_1, C_1 e A_2, B_2, C_2 da aproximação parabólica são obtidos a partir dos valores do numerador da função kernel em três pontos, localizados sobre a linha de dipolos, a saber: $\bar{\eta} = -e$ (ponto interno), $\bar{\eta} = 0$ (meia envergadura) e $\bar{\eta} = +e$ (externo).

$$A_1 = [P_1(+e) - 2P_1(0) + P_1(-e)]/2e^2 \quad A_2 = [P_2(+e) - 2P_2(0) + P_2(-e)]/2e^2$$

$$B_1 = [P_1(+e) - P_1(-e)]/2e \quad A_2 = [P_2(+e) - P_2(-e)]/2e$$

$$C_1 = P_1(0) \quad C_2 = P_2(0)$$

Substituindo os coeficientes nas Eqs. (3.43) e (3.44), e integrando por partes, obtém-se a derivação final para as equações de aproximação parabólica dos coeficientes de *downwash*:

$$D_{1rs} = \frac{\Delta x_s}{8\pi} \left\{ \left[(\bar{y}^2 - \bar{z}^2) A_1 + \bar{y} B_1 + C_1 \right] F + \left(\frac{1}{2} B_1 + \bar{y} A_1 \right) \log \left[\frac{(\bar{y} - e)^2 + \bar{z}^2}{(\bar{y} + e)^2 + \bar{z}^2} \right] + 2e A_1 \right\} \quad (3.45)$$

$$D_{2rs} = \frac{\Delta x_s}{16\pi \bar{z}^2} \left\{ \begin{aligned} & \left[(\bar{y}^2 - \bar{z}^2) A_2 + \bar{y} B_2 + C_2 \right] F \\ & + \frac{1}{(\bar{y} + e)^2 + \bar{z}^2} \left[\left[(\bar{y}^2 + \bar{z}^2) \bar{y} + (\bar{y}^2 + \bar{z}^2) e \right] A_2 + (\bar{y}^2 + \bar{z}^2 + \bar{y}e) B_2 + (\bar{y} + e) C_2 \right] \\ & - \frac{1}{(\bar{y} - e)^2 + \bar{z}^2} \left[\left[(\bar{y}^2 + \bar{z}^2) \bar{y} - (\bar{y}^2 + \bar{z}^2) e \right] A_2 + (\bar{y}^2 + \bar{z}^2 - \bar{y}e) B_2 + (\bar{y} - e) C_2 \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.46)$$

onde a avaliação da integral denotada por F é:

$$F = \int_{-e}^e \frac{d\bar{\eta}}{(\bar{y} - \bar{\eta})^2 + \bar{z}^2} = \frac{1}{|\bar{z}|} \tan^{-1} \left[\frac{2e|\bar{z}|}{\bar{y}^2 + \bar{z}^2 - e^2} \right] \quad (3.47)$$

contendo o intervalo do arco tangente $[0, \pi]$.

3.2.3.2 Aproximação quártica

Na aproximação quártica proposta por Rodden *et al.* (1998), um esquema polinomial de quarto grau é utilizado para a interpolação da linha de dipolos à um quarto da corda de cada painel, alterando à forma dos integrandos P_1 e P_2 das Eqs. (3.43) e (3.44).

Este tipo de interpolação permite maior flexibilidade na análise para superfícies específicas como asas com alto alongamento e enflechadas, uma vez que a configuração da malha neste tipo de geometria tende a aumentar a razão de aspecto dos painéis, principalmente aqueles localizados nas extremidades das superfícies sustentadoras. Rodden *et al.* (1999) relatam que nesta situação a perda de acurácia do método pode ser contornada mantendo o AR dos painéis por volta de três, o que leva a um maior refino na malha aerodinâmica, encarecendo computacionalmente o método. Também é relatado que a análise para altos valores de frequência reduzida requer que mais divisões ao longo da corda sejam necessárias na discretização, afetando também o AR dos painéis.

A utilização do refinamento no método permite o relaxamento do AR para ordem de 10, segundo Rodden et al. (1999). Embora a melhoria no método por uma função de aproximação de maior ordem reduza significativamente o esforço computacional em alguns casos, sua implementação se torna mais difícil. Para o caso de geometrias mais simples, como asas sem enflechamento e baixo AR, a abordagem clássica produz resultados com acurácia suficiente. A matemática envolvida na derivação das fórmulas de aproximação quárticas estão além do escopo desenvolvido neste trabalho. No entanto, um compilado das fórmulas utilizadas para aproximação dos integrandos mostrados nas Eqs. (3.43) e (3.44), e utilizadas na implementação do método é disponibilizado no Apêndice A. As fórmulas seguem a padronização já vista na subseção anterior, e a abordagem de aproximação é feita semelhantemente para os fatores de *downwash* planares e não-planares.

3.2.3.3 Comentários gerais

Um cuidado especial deve ser tomado ao avaliar-se casos não-planares onde $\bar{z} \rightarrow 0$. Logo, é necessário avaliar o comportamento da Eq. (3.47), de modo que as não singularidades geradas sejam devidamente tratadas. Uma revisão completa pode ser vista no trabalho de Rodden *et al.* (1999) e Mangler (1952).

A formulação apresentada ao longo desta seção permitiu a implementação do código para a construção da matriz AIC, necessária para calcular o carregamento aerodinâmico não-estacionário. As Eqs. (3.41) e suas derivadas permitem o cálculo dos fatores de *downwash*, com sua devida aproximação (parabólica ou quártica). A Eq. (3.42) que relaciona a parte estacionária derivada do método é posteriormente acrescentada aos cálculos a partir dos resultados obtidos pelo VLM. Por fim a distribuição de pressão oscilatória é obtida a partir do sistema linear gerado pela Eq. (3.36). O carregamento aerodinâmico gerado então, é dependente exclusivamente do número de Mach M_∞ , da frequência reduzida k , e da geometria da superfície.

3.2.4 Condições de contorno

Uma vez que a Eq. (3.35) depende da componente da velocidade normal (*normalwash*), para solução do carregamento aerodinâmico, é necessário resolver a condição de contorno da equação do potencial aerodinâmico linearizado dado pela Eq. (3.7), de modo que:

$$\tilde{\phi}|_{ff} = 0 \quad e \quad \frac{\partial S}{\partial t} + \nabla \tilde{\phi} \cdot \nabla S = 0 \quad (3.48)$$

onde ff , denota a condição de campo distante (*far field*), implicitamente satisfeita devido a que perturbação induzida pelos dipolos decresce com a distância. Assume-se que a deformação para uma superfície sustentadora considerada fina é:

$$S(x, y, z, t) = h_0(x, y, z) - h(x, y, z) \pm h_t(x, y, z) = 0 \quad (3.49)$$

onde $h(x, y, z, t)$ denota o deformação dependente do tempo no plano médio, e $h_0(x, y, z)$ e $h_t(x, y, z)$, denotam o plano médio e o envelope de espessura respectivamente, ambos assumidos invariantes no tempo. Substituindo a Eq. (3.49) na Eq. (3.48), têm-se:

$$w_N = \frac{\partial h}{\partial t} + U_\infty \frac{\partial h}{\partial x} \quad (3.50)$$

Em análises de *flutter* para geometrias de aeronaves arbitrárias, comumente as deformações no plano médio são obtidas pela análise modal da estrutura, combinada com métodos computacionais em dinâmica de estruturas, como o método de elementos finitos. Para geometrias de asas simples é possível representar a deformação da superfície como funções polinomiais de ordem arbitrária (n_x, n_y, n_z) nas dimensões da estrutura (X, Y, Z).

Nos próximos capítulos, o acoplamento entre as deformações modais da estrutura é realizado através de um ajuste entre as deformações modais nos nós da malha de elementos finitos. Isso possibilita uma análise acoplada da dinâmica da estrutura, com as condições de contorno planares requeridas pelo DLM.

Assim, a deformação no plano médio da superfície é expressa como:

$$h(x, y, z, t) = \left[\sum_{j=0}^{n_x} \sum_{k=0}^{n_y} \sum_{l=0}^{n_z} a_{jkl} X^j Y^k Z^l \right] \exp(i\omega t) \quad (3.51)$$

Através da substituição na Eq. (3.50):

$$w_N = \left\{ i\omega \left[\sum_{j=0}^{n_x} \sum_{k=0}^{n_y} \sum_{l=0}^{n_z} a_{jkl} X^j Y^k Z^l \right] + U_\infty \left[\sum_{i=0}^{n_x} \sum_{j=0}^{n_y} \sum_{k=0}^{n_z} j a_{jkl} X^{j-1} Y^k Z^l \right] \right\} \exp(i\omega t) \quad (3.52)$$

com módulo complexo \bar{w}_N na forma $w_N = \bar{w}_N \exp(i\omega t)$.

A Eq. (3.52) representa o *normalwash* induzido pela deformação de uma superfície fina, através da interpolação polinomial das coordenadas cartesianas nos pontos (X,Y,Z).

3.3 VERIFICAÇÃO DO CÓDIGO DLM

Um dos objetivos principais deste trabalho foi a implementação e compreensão do DLM como ferramenta de estudo e aplicação para as linhas de pesquisa em desenvolvimento no LMEst/UFU. Para tanto, um código completo para geração dos esforços aerodinâmicos e análises aeroelásticas foi implementado. De modo a validar a modelagem não-estacionária pelo DLM como uma ferramenta confiável para a análise aeroelástica, alguns casos presentes na literatura foram avaliados.

3.3.1 Verificação da Função Kernel

A primeira análise é verificar o correto comportamento da função kernel, apresentada na Seção 3.2.2, para as aproximações realizadas. Desta forma, é conveniente avaliar a função ao longo de apenas um painel, considerado emissor e receptor. Rodden *et al.* (1996) avaliaram a componente planar da função kernel para múltiplas configurações de razão de aspecto (AR), a fim de testar a adequabilidade do método. Foi demonstrado que uma aproximação quártica permite o relaxamento da razão de aspecto dos painéis, sem aumentar o número de painéis necessários na discretização.

Foi avaliado uma configuração de painel com corda fixa de $c=1,0$ e variado a envergadura para obter um $AR=1,0$ até $AR=5,0$. O problema é adimensionalizado segundo aos dados da Tabela 3.6. A Fig. 3.10 apresenta os resultados obtidos avaliando-se duas configurações de razão de aspecto ($AR=1,0$ e $AR=5,0$), confrontadas com a publicação original de Rodden *et al.* (1996) para a função kernel planar. Na publicação original, não são apresentadas as partes imaginárias para a função kernel, porém neste trabalho optou-se por representá-las a fim de exemplificar as diferenças envolvidas no uso da aproximação quártica e parabólica.

Tabela 3.6 - Parâmetros de configuração para verificação da função kernel.

Parâmetros	Valores
Mach	0,8
Frequência reduzida k	1,0
Comprimento de referência b	0,5

Na Fig. (3.10) é calculada a função kernel exata para o caso de um painel único. Nota-se que o uso da implementação quártica, principalmente para representação da parte real da função, possibilita o relaxamento da razão de aspectos dos painéis, fato que não é obtido por uma aproximação parabólica, levando à necessidade de maior refino na malha aerodinâmica.

Foi avaliado outro caso, semelhante ao investigado por Rodden *et al.* (1999), a fim de prover uma melhor verificação, principalmente da parte imaginária da função kernel. Neste caso os resultados foram obtidos para um único painel de corda $c=0,2$ e razão de aspecto $AR=10,0$. Os parâmetros adimensionais usados na simulação são apresentados na Tabela 3.7.

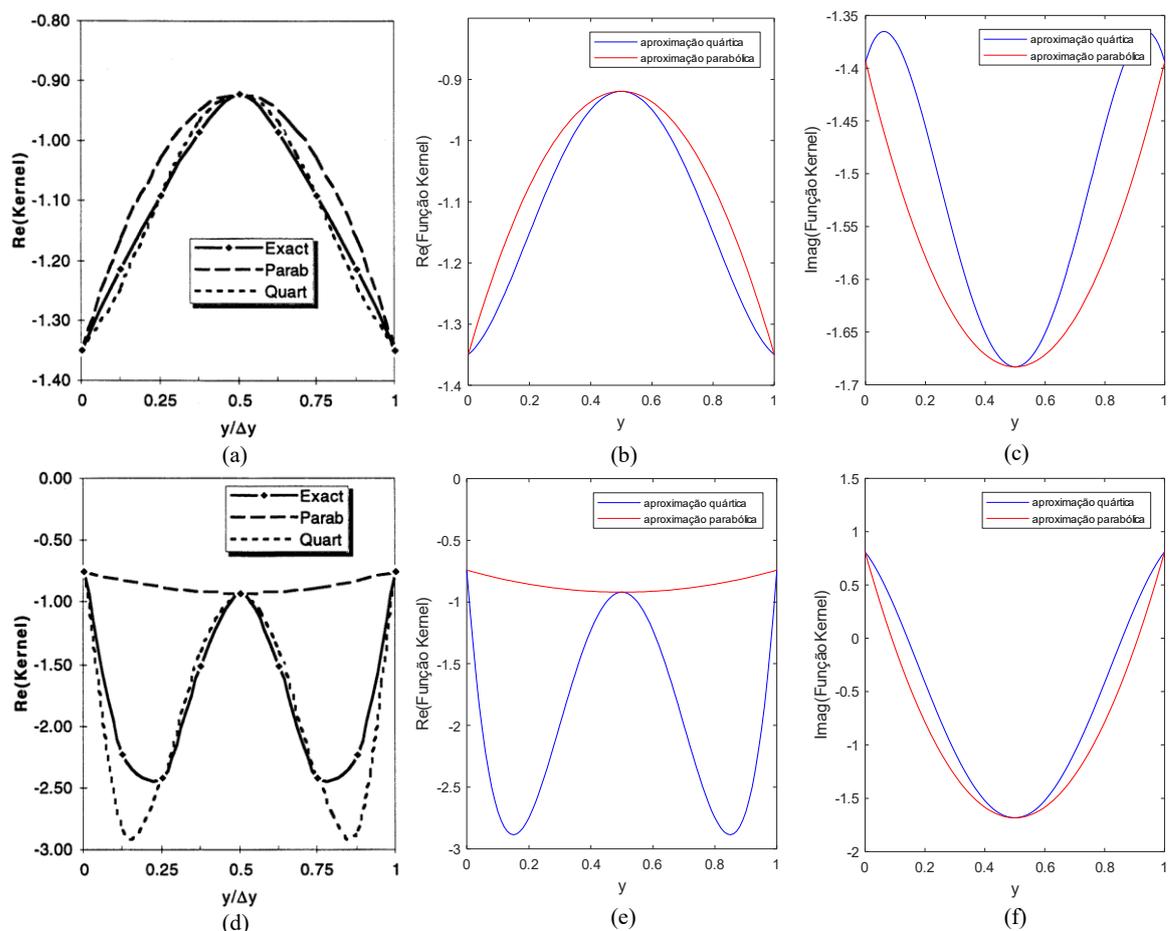


Figura 3.10 - Variação incremental do kernel planar ao longo da linha de dipolos do painel.
 (a) Resultados referência de Rodden *et al* (1996) para a parte real da função kernel, $AR=1,0$.
 (b) Parte real e (c) parte imaginária da presente implementação da função kernel, $AR=1,0$.
 (d) Resultados referência de Rodden *et al* (1996) para a parte real da função kernel, $AR=5,0$.
 (e) Parte real e (f) parte imaginária da presente implementação da função kernel, $AR=5,0$.

Tabela 3.7 - Parâmetros de configuração para segunda verificação da função kernel.

Parâmetros	Valores
Mach	0,8
Frequência reduzida k	2,0
Comprimento de referência b	3,5

A Fig. 3.11 mostra os resultados obtidos por Rodden *et al.* (1999) para a configuração descrita acima com razão de aspecto $AR=10,0$. Nos resultados originais também é apresentada a curva exata do cálculo da função kernel. Novamente os resultados apresentados estão em grande concordância com os obtidos.

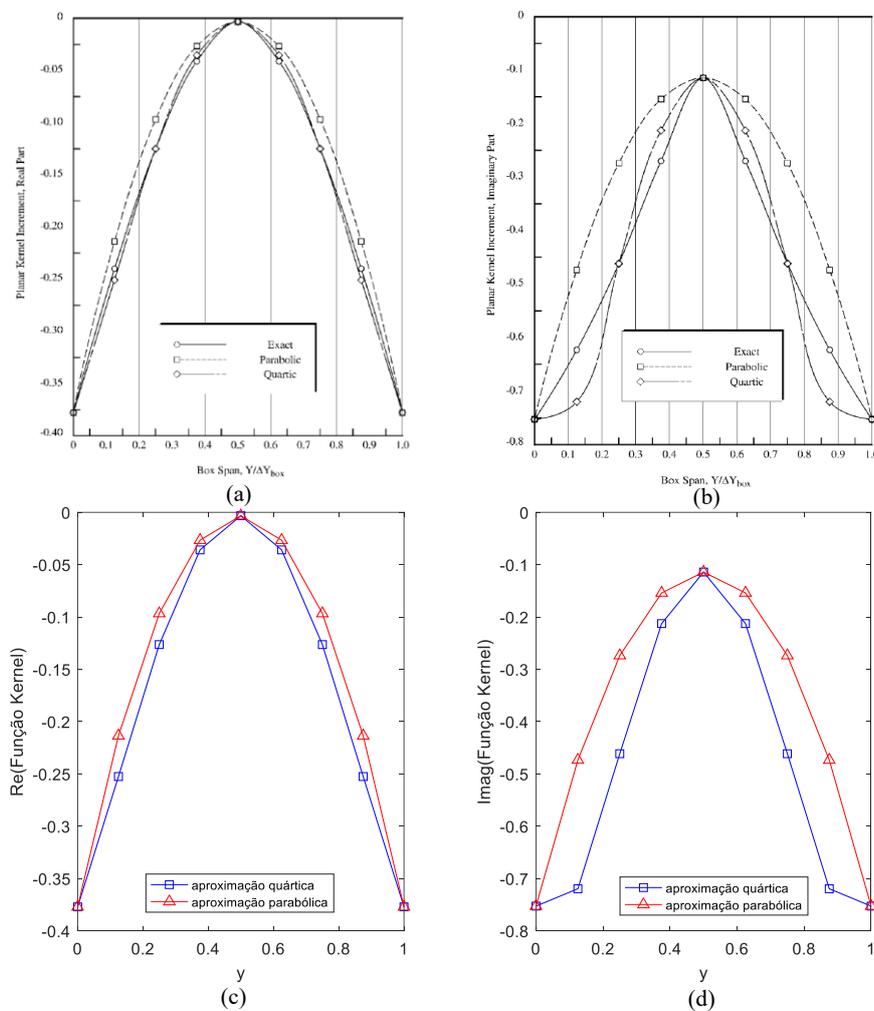


Figura 3.11 - Resultados referência de Rodden *et al* (1999) para: (a) parte real e (b) parte imaginária da função kernel, $AR=10,0$ e (c) parte real e (d) parte imaginária da presente implementação.

Fica evidente nas configurações com alta razão de aspecto, que o uso da aproximação quártica sob uma parabólica, provê um impacto significativo na aproximação da função kernel, sobretudo na parte imaginária. A Fig. 3.12 apresenta a parte imaginária da função kernel para o caso estudado por Rodden *et al.* (1999), sobreposta ao da presente implementação, com 9 pontos distribuídos ao longo da envergadura do painel, a fim de melhor comparação.

Os resultados obtidos para as implementações quártica e parabólica, estão em grande concordância com os exibidos na literatura pertinente ao método DLM. Na próxima seção, uma verificação dos coeficientes de pressão complexos, e o carregamento aerodinâmico provido pela matriz de coeficientes de influência aerodinâmica é avaliado.

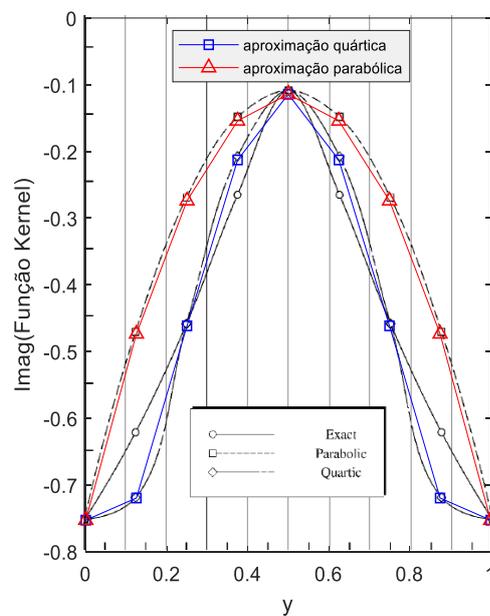


Figura 3.12 - Sobreposição dos resultados para a parte imaginária da função kernel obtidos por Rodden *et al.* (1999) e do presente trabalho, AR=10,0.

3.1.2 Asa Retangular

A validação do carregamento aerodinâmico não-estacionário é realizada por meio da comparação com a geometria alar, descrita por Blair (1994). Trata-se de uma geometria quadrada simples, a fim de efetuar a verificação da matriz de coeficiente de influência aerodinâmicos (AIC) para uma quantidade limitada de painéis. Alguns pontos de atenção devem ser notados nestes resultados. Blair (1994) descreve no compilado que os resultados do código exemplo, utilizando implementação parabólica da função kernel, limita a análise subtraindo a parte estacionária do cálculo. De tal forma, deve-se atentar nesta verificação, que a parte estacionária da função kernel é subtraída.

A geometria descrita para verificação, é considerada oscilatória em modo *plunge* de corpo rígido, de amplitude unitária, com frequência reduzida $k=1,0$ e Mach 0,5. Todos os parâmetros foram mantidos os mesmos utilizados por Blair na verificação. Uma representação esquemática da geometria avaliada é apresentada na Fig. 3.13. Nesta configuração, é considerada a simetria da geometria sobre o plano vertical (x-z), e são utilizados 3 painéis na direção da corda, e da envergadura, totalizando 9 painéis. Deste modo, apenas a metade direita é avaliada, tomando vantagem da simetria. A Fig. 3.14 apresenta a geometria da asa discretizada pelo código DLM implementado, e a numeração dos painéis.

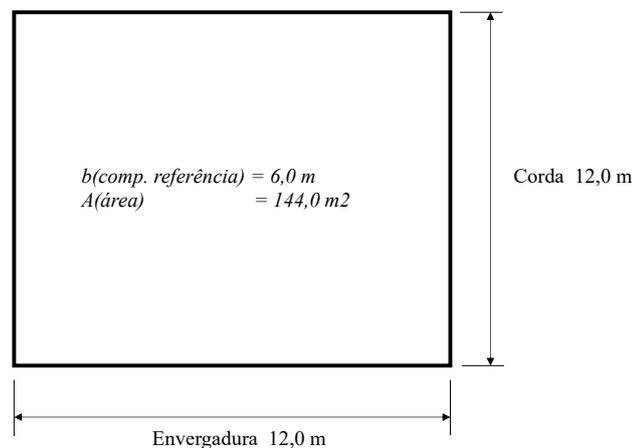


Figura 3.13 - Geometria de asa planar verificada por Blair (1994).

A Tabela 3.8 compara os coeficientes de pressão complexos $\Delta \bar{c}_p$, calculados segundo a Eq. (3.35), para os pontos de controle da malha aerodinâmica. O cálculo é realizado utilizando ambas as aproximações parabólicas e quárticas, embora os resultados originais obtidos por Blair (1994) mostrem apenas os resultados da aproximação parabólica. Também são apresentados na

Tabela 3.9 os resultados referentes aos coeficientes complexos de sustentação para cada painel, normalizados pela área.

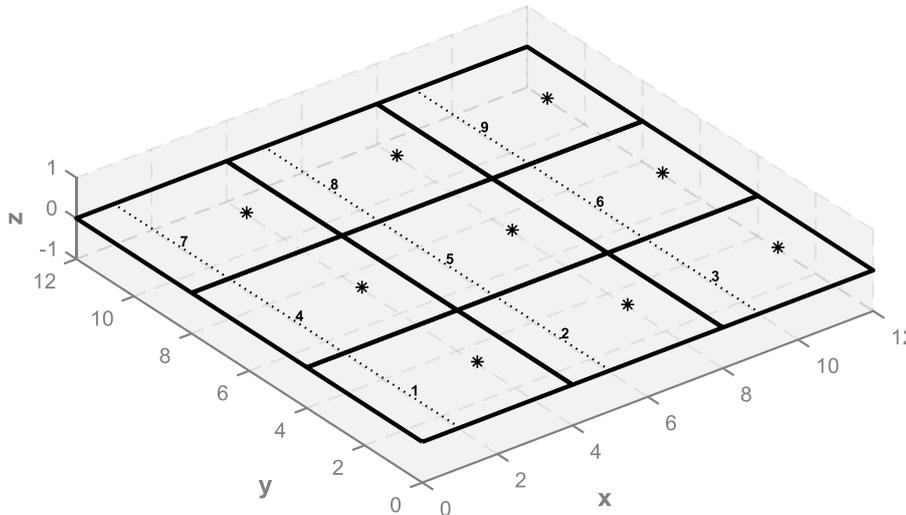


Figura 3.14 - Discretização da geometria verificada por Blair (1994) pelo presente código.

Tabela 3.8 - Comparação dos coeficientes de pressão complexos computados nos pontos de controle dos painéis, para aproximação quártica e parabólica.

Painel	$\Delta \bar{c}_p$ Blair (1994)	$\Delta \bar{c}_p$ presente (parabólica)	$\Delta \bar{c}_p$ presente (quártica)
1	-3,8736 + 1,1745i	-3,8736 + 1,1745i	-3,5194 + 1,0961i
2	-3,8862 + 2,4495i	-3,8862 + 2,4495i	-3,5519 + 2,3119i
3	-0,5490 + 6,2682i	-0,5490 + 6,2682i	-0,5610 + 5,7936i
4	-3,6234 + 1,0281i	-3,6234 + 1,0281i	-3,3065 + 0,9618i
5	-3,6405 + 2,1530i	-3,6405 + 2,1530i	-3,3429 + 2,0434i
6	-0,5914 + 5,8092i	-0,5915 + 5,8092i	-0,5991 + 5,3863i
7	-2,8893 + 0,7119i	-2,8893 + 0,7119i	-2,6648 + 0,6674i
8	-2,8983 + 1,4663i	-2,8983 + 1,4663i	-2,6908 + 1,4079i
9	-0,5829 + 4,5474i	-0,5829 + 4,5474i	-0,5857 + 4,2488i

Tabela 3.9 - Comparação dos coeficientes complexos de sustentação calculados.

C_L Blair (1994)	C_L presente (parabólica)	C_L presente (quártica)
-2,5038 + 2,8453i	-2,5038 + 2,8453i	-2,3136 + 2,6575i
amplitude = 3,7901	amplitude = 3,79014	amplitude = 3,5235
fase = 131,3471°	fase = 131,3471°	fase = 131,0423°

Os resultados obtidos pela presente implementação do código DLM, estão em muito boa concordância com os destacados por Blair (1994). Foram mostrados também os resultados

obtidos utilizando a implementação quártica, que diferem ligeiramente dos originais relatados, principalmente devido a baixa discretização utilizada para verificação. Entretanto os resultados aqui apresentados estão em perfeita concordância com os reportados por Da Ronch e Cavagna (2007), para o mesmo caso computando a aproximação quártica.

CAPÍTULO IV

MODELAGEM AEROELÁSTICA

Os fenômenos aeroelásticos estão presentes em vários ramos da engenharia, em especial na aeronáutica. Dentre os usualmente classificados, a aeroelasticidade dinâmica, é uma ciência multidisciplinar que envolve disciplinas como dinâmica de estruturas, elasticidade de materiais, e aerodinâmica. A solução de problemas aeroelásticos envolve resolver a dinâmica do sistema, com os efeitos provenientes destes campos de modo acoplado. Foi a partir do uso de técnicas computacionais modernas, tanto para aerodinâmica, quanto para dinâmica estrutural, que a melhoria nos resultados e o uso de geometrias com maior grau de complexidade foi possível. Neste âmbito, a aeroelasticidade computacional se tornou uma disciplina padrão na indústria aeronáutica, e no desenvolvimento de novos projetos.

Este capítulo é dedicado à modelagem aeroelástica dos fenômenos dinâmicos, em especial o *flutter*. Uma atenção à modelagem aerodinâmica não-estacionária, discutida no capítulo anterior, foi especialmente útil na elaboração de um programa para análise aeroelástica. De tal maneira é possível estabelecer um total controle sobre todos os aspectos do problema, seja desde a fundamentação aerodinâmica, e aproximações realizadas até a modelagem da dinâmica estrutural via elementos finitos, e seu acoplamento. Neste capítulo serão abordados aspectos relativos à construção do problema aeroelástico para estruturas generalizadas, acoplamento estrutural e aerodinâmico, e construção dos esforços generalizados.

4.1 MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

Neste trabalho foi implementado o modelo de placas finas retangulares via método dos elementos finitos (MEF), uma vez que superfícies sustentadoras representativas de asas, podem

ser modeladas por essa abordagem. Neste caso, foi utilizado a teoria clássica de Kirchoff-Love para determinar as forças e momentos atuantes na placa e além disso, o elemento utilizado é uma placa retangular com quatro nós nas extremidades (i, j, k, l). A cada nó estão associados três graus de liberdade (gdl's), a saber: w (deslocamento transversal na direção z), θ_x (rotação sobre o eixo x) e θ_y (rotação sobre o eixo y).

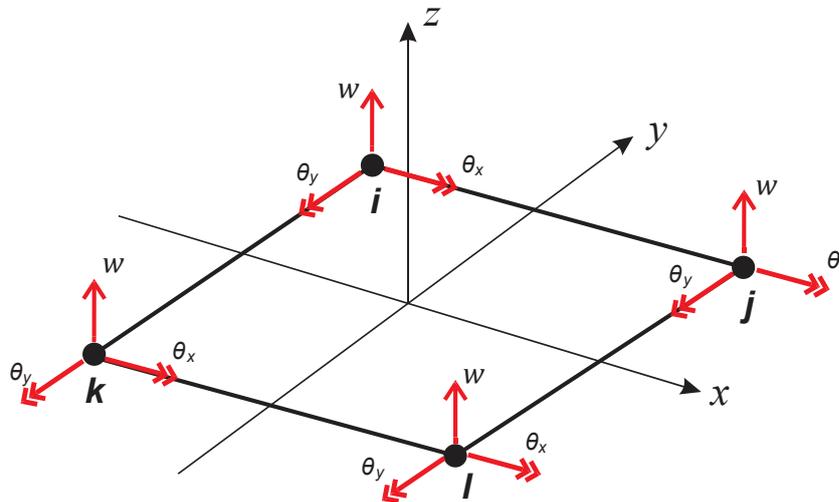


Figura 4.1 - Elemento finito de placa retangular.

São utilizadas aproximações bidimensionais de terceira ordem para o deslocamento transversal, $w(x, y)$, e as matrizes de massa e rigidez elementares são obtidas através das expressões das energias cinética e de deformação para o caso de flexão e extensão no plano. Maiores detalhes da modelagem de placas finas são encontrados no trabalho de (REDDY, 1993; HUTTON, 2004). O desenvolvimento das matrizes de massa e rigidez utilizadas no código de elementos finitos é apresentado no Apêndice B.

4.2 ACOPLAMENTO DO MODELO ESTRUTURAL E AERODINÂMICO

O acoplamento entre os modelos aerodinâmico e estrutural permite a avaliação de estruturas simplificadas como placas e vigas, porém, representativas de estruturas aeronáuticas como asas, painéis e estabilizadores. É possível avaliar ambas a aeroelasticidade estática e dinâmica, usando os métodos de VLM e DLM, respectivamente. Em estruturas complexas, o acoplamento entre o deslocamento estrutural e dos painéis é obtido usualmente através de interpolações via *splines*. Uma abordagem interessante é considerar a deformação no plano médio da estrutura e aproximar esta através de polinômios de ordem genérica nas direções do plano, conforme discutido no Capítulo 3, Eq. (3.51).

Usualmente as condições necessárias para uma análise aeroelástica dinâmica provém da avaliação da equação do movimento do sistema aeroelástico, considerada as cargas aerodinâmicas não-estacionárias obtidas de algum método, como o DLM para geometrias tridimensionais complexas. O modelo de EFs fornece os deslocamentos e acelerações nos nós, considerando um carregamento externo, F , da forma (ignorando o amortecimento estrutural):

$$\{F\} = [M_S]\{\ddot{\delta}\} + [K_S]\{\delta\} \quad (4.1)$$

onde o subíndice S, denota as matrizes referentes à estrutura, e δ os deslocamentos nodais.

Tomando algumas frequências harmônicas definidas por ω (e por consequência, as frequências reduzidas, k), o vetor de forças atuantes sobre o ponto de controle de cada painel é definido em termos dos coeficientes de influência aerodinâmica provenientes do DLM, tal que:

$$\{L_a\} = q_\infty [S]\{w_N\}[AIC]\{h_a\}^T \quad (4.2)$$

onde $[AIC]$ é matriz de coeficientes de influência aerodinâmicos, $\{h_a\}$ é o vetor de deslocamentos aproximados nos pontos de controle dos painéis, $[S]$ é o vetor de áreas, e q_∞ a pressão dinâmica.

O *downwash* representado pelos deslocamentos nos pontos de controle é avaliado segundo a Eq. (3.50), da seguinte forma:

$$\{w_N\} = \frac{\partial h_a}{\partial x} + ikh_a \quad (4.3)$$

O carregamento aerodinâmico não-estacionário é, *a priori*, calculado a partir das deformações modais da estrutura, considerando as aproximações polinomiais obtidas na malha estrutural da geometria, segundo a matriz de transformação, $T_{as} = T_{\text{interp}}(T_{\text{spline}})$. Assim a deformação assumida nos pontos de controle da malha aerodinâmica $h_a(x_a, y_a)$ é dada por:

$$h_a(x_a, y_a) = T_{as} h_{\text{modal}}(x, y) \quad (4.4)$$

onde,

$$T_{\text{interp}} = \sum_{j=0}^{nx} \sum_{k=0}^{my} a_{jk} X_a^j Y_a^k \quad (4.5)$$

As constantes de aproximação das formas modais a_{jk} são obtidas através da construção da matriz de interpolação da deformação nos nós da malha estrutural no plano médio, T_{spline} , conhecida a solução modal da estrutura através do código de elementos finitos, tem-se:

$$a_{jk} = [T_{spline}]^{-1} h_{modal} \tag{4.6}$$

com:

$$[T_{spline}(x, y)] = \sum_{j=0}^{nx} \sum_{k=0}^{ny} X^j Y^k \tag{4.7}$$

A Figura 4.2 ilustra um esquema de interpolação dos nós da malha estrutural para os pontos de controle da malha aerodinâmica, através da interpolação dos pontos nodais da malha estrutural, onde a matriz T_{spline} pode ser vista como a matriz de *splines*, cujos coeficientes são obtidos pelas funções de interpolação utilizadas, nas aproximações dos nós dos elementos.

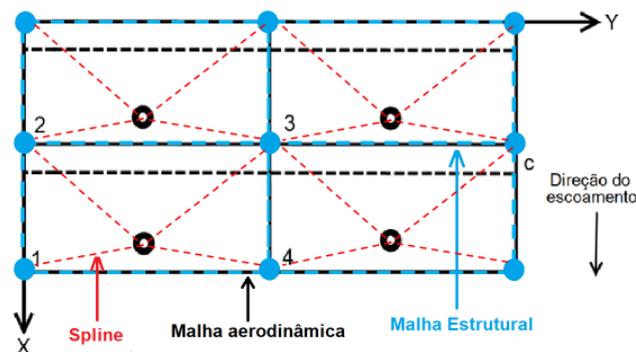


Figura 4.2 - Esquema de aproximação dos pontos de controle aos nós da malha estrutural. (extraído de Silva, 2018)

4.3 MATRIZES GENERALIZADAS

A fim de resolver as equações do sistema aeroelástico para o problema de *flutter*, se torna interessante a transformação da equação da dinâmica do movimento para um sistema modal. Uma vez que no *flutter* ocorre a aproximação das frequências naturais da estrutura, é conveniente avaliar a evolução da instabilidade modo a modo.

Aplicando a transformação das deformações modais da estrutura, segundo a Eq (4.4), têm-se que o carregamento aerodinâmico calculado nos pontos definidos por uma malha aerodinâmica é dado por:

$$\{L_a\} = q_\infty \{T_{as}\}^T [S] \{w_N\} [AIC] \{T_{as}\} \{h_{\text{modal}}\} \quad (4.8)$$

Semelhantemente, o carregamento aerodinâmico generalizado, Q_j , ou seja, o carregamento reduzido na j -ésima base modal, é dado por:

$$[Q_j] = \{\Phi_j\}^T \{T_{as}\}^T [S] \{w_N\} [AIC] \{T_{as}\} \{h_{\text{modal}}\} \{\Phi_j\} \quad (4.9)$$

onde Φ_j representa o j -ésimo modo de vibrar da estrutura, obtido através da solução de autovalor e autovetor do código de EFs. A Eq. (4.9) representa o cálculo da chamada **matriz aerodinâmica generalizada (GAM)**.

A equação do movimento generalizada é expressa em termos das coordenadas modais q , uma vez que $\delta = \Phi q$, onde Φ é a matriz modal. Logo, a Eq. (4.1) pode ser expressa como:

$$[M_q] \{\ddot{q}\} + [K_q] \{q\} = \frac{\rho V^2}{2} [Q] \{q\} \quad (4.10)$$

onde pode-se notar que da transformação, $\{q\} = \{h_{\text{modal}}\}$.

A matriz de esforços aerodinâmicos generalizados (GAM) é uma matriz complexa em função do Mach e da frequência reduzida, derivada da matriz (AIC), e reduzida na base modal. A análise aeroelástica pressupõe que o carregamento complexo pode ser separado nos termos reais e imaginários, denotando, respectivamente, a influência aerodinâmica no amortecimento e na rigidez do sistema. Desta forma, a Eq. (4.10) pode ser reescrita em termos da parte real e imaginária da matriz, Q , como sendo:

$$[M_q] \{\ddot{q}\} + [K_q] \{q\} = \frac{\rho V}{2} [Q_I] \{\dot{q}\} + \frac{\rho V^2}{2} [Q_R] \{q\} \quad (4.11)$$

A Eq. (4.11) é a equação aeroelástica do sistema descrito em coordenadas modais. Pode ser representada na forma aeroelástica clássica descrita por Wright e Cooper (2008) como:

$$\mathbf{A} \ddot{q} + \rho V \mathbf{B} \dot{q} + (\rho V^2 \mathbf{C} + \mathbf{E}) q = 0 \quad (4.12)$$

onde \mathbf{A} é a matriz de massa modal, \mathbf{B} a matriz de amortecimento aerodinâmico devido ao escoamento, \mathbf{C} a matriz de rigidez aerodinâmica e \mathbf{E} a matriz de rigidez estrutural, com os termos aerodinâmicos sendo dependentes da frequência reduzida.

Uma vez que as matrizes de amortecimento e rigidez aerodinâmicas são dependentes e variáveis com a frequência reduzida, a solução do sistema aeroelástico é obtida através de métodos iterativos já bem estabelecidos na literatura, como os métodos 'k' e 'p-k' (HASSIG, 1971). Entretanto, vale ressaltar que apesar das diferenças e peculiaridades de cada método, ambos consistem em tratar o problema aeroelástico como um problema de acoplamento de frequências, assumindo que o comportamento aerodinâmico é dependente de uma resposta harmônica. Esta é uma boa previsão para a velocidade de *flutter* do sistema, e de fato leva os dois métodos a apresentarem a mesma velocidade para a condição de *flutter*, porém as diferenças na sua formulação levam a comportamentos diferentes para velocidades subcríticas. (WRIGHT; COOPER, 2008).

4.4 MÉTODOS DE SOLUÇÃO DE *FLUTTER*

Como discutido na seção anterior, a hipótese de movimento harmônico simples possui suas vantagens e desvantagens. Apesar de que a modelagem da aerodinâmica não-estacionária não é trivial em sua formulação e execução, a hipótese de movimento harmônico assumido se mostrou extremamente adequada e assertiva para escoamentos subsônicos e com restrições de compressibilidade. De fato, a formulação do DLM estimulou análises muito mais complexas em geometrias tridimensionais e em diferentes configurações, além das análises típicas de *flutter*.

Dentre os métodos mais conhecidos, o método p-k foi desenvolvido inicialmente pelos britânicos em meados da década de 1980, e se tornou um dos mais difundidos métodos para solução de *flutter* na indústria aeronáutica. Virtualmente todas as aeronaves desenvolvidas a partir dessa época foram projetadas utilizando-se o método p-k (ANDRIANNE, 2016). Embora o método k, também conhecido como V-g, seja mais eficiente em tempo computacional, sua utilização ainda é restrita para análises mais simplistas, uma vez que para a solução do sistema aeroelástico é admitido um amortecimento artificial que represente um movimento harmônico simples, não tendo significado físico fora da condição de *flutter*.

4.4.1. Método p-k

O método p-k propõe a solução do problema do amortecimento adotando uma solução mais real e física, principalmente nas condições subcríticas. O ponto inicial consiste em tratar

a equação aeroelástica (4.10) como um problema de autovalores não linear, assumindo que $p \equiv d/dt$, então $\ddot{q} = p^2 q$:

$$\left(p^2 [M_q] + [K_q] - \frac{\rho V^2}{2} [Q(k)] \right) \{q\} = 0 \quad (4.13)$$

Para solução não trivial, é avaliado o chamado determinante de *flutter*, na forma:

$$\left| p^2 [I] + [M_q]^{-1} \left([K_q] - \frac{\rho V^2}{2} [Q(k)] \right) \right| = 0 \quad (4.14)$$

A Eq. (4.14) apresenta duas incógnitas a serem resolvidas, p e k , necessitando outra equação para sua solução. De tal forma, p^2 é um autovalor da matriz dada por:

$$[M_q]^{-1} \left([K_q] - \frac{\rho V^2}{2} [Q(k)] \right) \quad (4.15)$$

onde $k = \omega b/V$. Lembrando que a parte imaginária do autovalor é a frequência, têm-se que a segunda equação necessária é:

$$\text{Im}(p) = k \frac{V}{b} \quad (4.16)$$

O problema consiste em determinar um autovalor e uma frequência que satisfaça ambas as Eqs. (4.14) e (4.16). A solução para estas equações é obtida de modo iterativo, onde inicialmente é estimado um valor para a frequência k , usualmente baseado nas frequências naturais da estrutura, e então calculando p do problema de autovalor da Eq. (4.14). Os valores de p e k devem então satisfazer as Eqs. (4.14) e (4.16), caso contrário, o valor de k é alterado até que ocorra a convergência do cálculo.

Usualmente, para facilitar a solução do determinante de *flutter*, reescreve-o na forma do espaço de estados, fazendo com que a ordem do sistema dobre, assim a Eq. (4.14) se torna:

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M_q]^{-1} \left([K_q] - \frac{\rho V^2}{2} [\text{Re}(Q)] \right) & -[M_q]^{-1} \left(-\frac{1}{2k} \rho \left(\frac{b}{2} \right) V [\text{Im}(Q)] \right) \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

A solução do problema dado pela Eq. (4.17) gera autovalores na forma:

$$p = \omega \left(\frac{g}{2} \pm i \right) \quad (4.18)$$

onde $\omega = \text{Im}(p)$, e $g = \frac{2\text{Re}(p)}{\text{Im}(p)}$.

Neste caso, o amortecimento g obtido é considerado uma solução mais real, uma vez que o amortecimento é considerado pequeno e é obtido da igualdade das partes imaginárias, atendendo a equação modificada do método p-k. A convergência para os valores k obtidos deve atender um critério de parada avaliado pelo erro absoluto entre as frequências, de forma que:

$$\begin{aligned} \left| k_s^{(j)} - k_s^{(j-1)} \right| < \varepsilon &\quad \rightarrow k_s^{(j-1)} < 1 \\ \left| k_s^{(j)} - k_s^{(j-1)} \right| < \varepsilon k_s^{(j-1)} &\quad \rightarrow k_s^{(j-1)} \geq 1 \end{aligned} \quad (4.19)$$

onde o sobrescrito j representa a j -ésima iteração, e o subscrito s é a frequência reduzida avaliada por modo, e ε o valor da tolerância, via de regra utilizado 0,001 (RODDEN; JOHNSON, 1994).

O procedimento completo do método p-k é ilustrado graficamente pelo fluxograma da Figura 4.3. Basicamente a etapa de convergência é realizada para cada frequência associada ao número de modos avaliados, e para cada velocidade analisada.

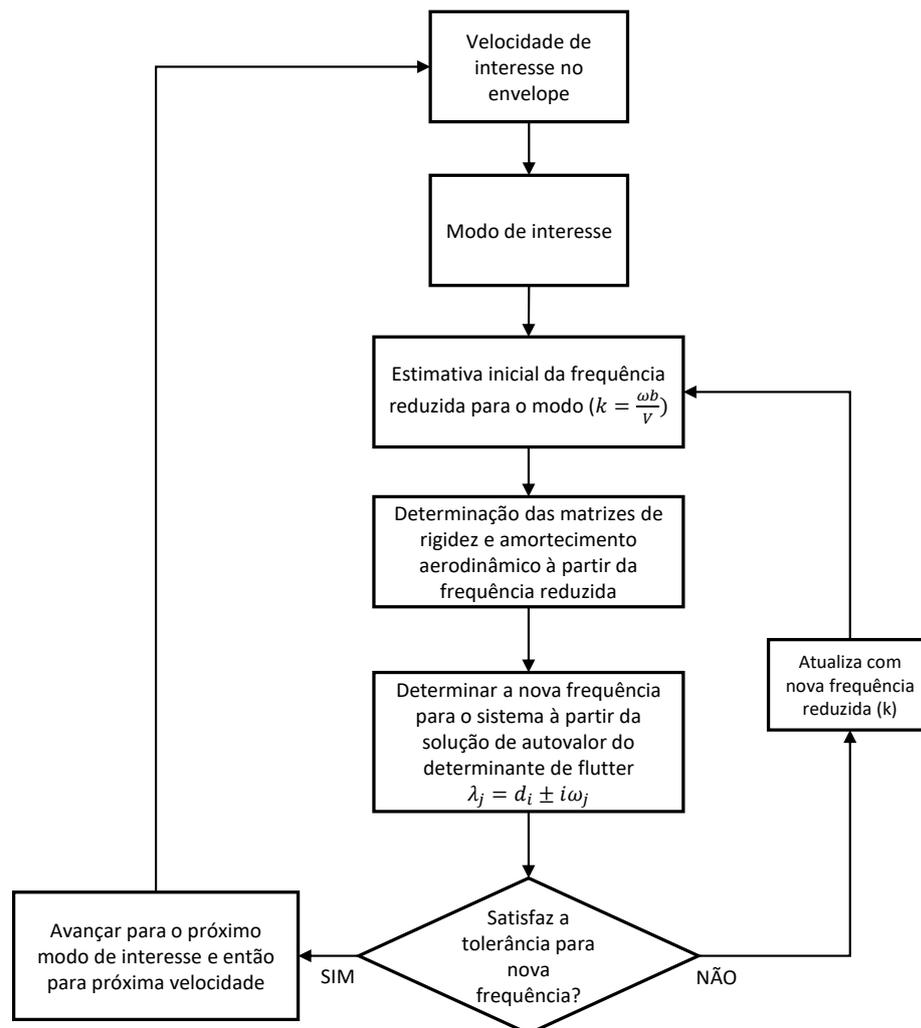


Figura 4.3 - Fluxograma do método p-k.

O método p-k embora seja computacionalmente mais caro, produz resultados que convergem rapidamente para o autovalor correto. Por considerar um amortecimento mais realista seu comportamento subcrítico é válido para todas velocidades avaliadas, não apenas para a velocidade de *flutter*. De tal modo, o método é um compromisso. Via de regra, quando a velocidade do cálculo é mais importante, a tendência é que o método k seja utilizado. Porém em análises mais precisas e configurações complexas, o método p-k é o mais adequado, principalmente no contexto da indústria aeronáutica (HODGES e PIERCE, 2011).

4.4.2. Interpolação das Matrizes Aerodinâmicas Generalizadas

Em uma análise típica de *flutter*, o cálculo das matrizes aerodinâmicas generalizadas representa grande parte do esforço computacional requerido para a solução. Como debatido ao longo deste trabalho, estas matrizes são dependentes da frequência reduzida e do número de

Mach, sendo calculadas para valores discretos desses parâmetros. Em uma análise via métodos de acoplamento de frequência, como por exemplo o método p-k, são avaliados outros valores de velocidade, portanto, frequências reduzidas diferentes daquelas previamente calculadas para as matrizes aerodinâmicas.

Estes valores intermediários são usualmente obtidos através de uma interpolação dos valores disponíveis calculados. Essa abordagem tem sido implementada em vários códigos comerciais para solução aeroelástica, como o ZAERO, e o Nastran. Dentre os métodos mais utilizados para interpolação das matrizes aerodinâmicas, estão as *splines* linear e de superfície, que podem ser vistos em detalhe no guia de análise aeroelástica do Nastran (RODDEN; JOHNSON, 1994).

Uma maneira alternativa, abordada neste trabalho, à utilização de interpolações nas matrizes aerodinâmicas, Q , é a transformação para o domínio temporal via **aproximação de Roger** (ROGER, 1977). A aproximação de Roger é bastante utilizada em análises aeroelásticas envolvendo controle ativo e modelagem de superfícies de controle em asas e empenagens, uma vez que a transformação para o domínio temporal permite calcular o atraso aerodinâmico da resposta do sistema, via aproximação das matrizes aerodinâmicas através do método de mínimos quadrados e o uso de múltiplos estados de atraso.

A utilização da aproximação de Roger se mostrou uma alternativa eficiente para a interpolação das matrizes aerodinâmicas. Embora as análises efetuadas não se estendam ao domínio temporal, a formulação do atraso aerodinâmico na aproximação se mostra mais fidedigno à modelagem aeroelástica, do que a utilização de interpolações arbitrárias. De tal modo também é possível comparar os resultados via essa abordagem com os usualmente obtidos por interpolações. A próxima seção é dedicada a uma breve descrição da formulação da aproximação de Roger utilizada.

4.4.1.1 Aproximação de Roger

As forças aerodinâmicas não-estacionárias computadas para dados valores de k e do número de Mach, são transformadas para o domínio temporal através de uma função de transferência e expressas em razões polinomiais na variável s , que permitem a variação das forças aerodinâmicas calculadas. Para tanto é considerada a função:

$$\hat{Q}(k) = A_0 + A_1(ik) + A_2(ik)^2 + \sum_{m=3}^6 \frac{A_m(ik)}{(ik + \beta_{m-2})}, \quad (4.20)$$

para ser um ajuste adequado para as matrizes aerodinâmicas generalizadas Q , as partes real e imaginária de Q , são dadas como:

$$\begin{aligned} Q_R &= A_0 - A_2 k^2 + A_2 (ik)^2 + \frac{k^2 A_3}{k^2 + \beta_1^2} + \frac{k^2 A_4}{k^2 + \beta_2^2} + \frac{k^2 A_5}{k^2 + \beta_3^2} + \frac{k^2 A_6}{k^2 + \beta_4^2} \\ Q_I &= A_1 k + \frac{\beta_1 k A_3}{k^2 + \beta_1^2} + \frac{\beta_2 k A_4}{k^2 + \beta_2^2} + \frac{\beta_3 k A_5}{k^2 + \beta_3^2} + \frac{\beta_4 k A_6}{k^2 + \beta_4^2} \end{aligned} \quad (4.21)$$

As matrizes são calculadas para valores discretos da frequência reduzida k . Para cada valor de frequência reduzida, funções de erro real e imaginárias são determinadas a partir das Eqs. (4.21), dadas como:

$$\begin{aligned} E_{R,j} &= Q_{R,j} + [B_{R,j}] \{C\} \\ E_{I,j} &= Q_{I,j} + [B_{I,j}] \{C\} \end{aligned} \quad (4.22)$$

onde:

$$\begin{aligned} [B_{R,j}] &= \begin{bmatrix} -1 & 0 & k_j^2 & \frac{-k_j^2}{k_j^2 + \beta_1^2} & \frac{-k_j^2}{k_j^2 + \beta_2^2} & \frac{-k_j^2}{k_j^2 + \beta_3^2} & \frac{-k_j^2}{k_j^2 + \beta_4^2} \end{bmatrix}, \\ [B_{I,j}] &= \begin{bmatrix} 0 & -k_j & 0 & \frac{-\beta_1 k_j}{k_j^2 + \beta_1^2} & \frac{-\beta_2 k_j}{k_j^2 + \beta_2^2} & \frac{-\beta_3 k_j}{k_j^2 + \beta_3^2} & \frac{-\beta_4 k_j}{k_j^2 + \beta_4^2} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad \{C\} = \begin{Bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ \vdots \\ A_6 \end{Bmatrix}.$$

O sobrescrito j refere-se à frequência reduzida particular k_j em que a matriz Q é calculada. Define-se a função de erro complexo como sendo $E_j = E_{R,j} + iE_{I,j}$, onde um ajuste via mínimos quadrados para os N pontos avaliados de frequência reduzida é dado como:

$$\frac{\partial}{\partial C} \sum_{j=1}^N (E_j \times \bar{E}_j) \quad (4.23)$$

onde \bar{E}_j é o complexo conjugado de E_j . Realizando essa diferenciação nas equações de erro (Eqs. (4.22), os coeficientes de ajuste $\{C\}$ são obtidos segundo:

$$C = \left[\sum_{j=1}^N \left(\{B_{R,j}\} [B_{R,j}] + \{B_{I,j}\} [B_{I,j}] \right) \right]^{-1} \sum_{i=1}^N \left(Q_{R,j} \{B_{R,j}\} + Q_{I,j} \{B_{I,j}\} \right) \quad (4.24)$$

Uma vez que $k = \omega b/V$, fazendo $s = i\omega$ e $ik = s(b/V)$, e substituindo essa relação na Eq. (4.20), resulta em:

$$\hat{Q}(k) = A_0 + A_1 \left(\frac{b}{V} \right) s + A_2 \left(\frac{b}{V} \right)^2 s^2 + \sum_{m=3}^6 \frac{A_m s}{\left(s + \frac{V}{b} \beta_{m-2} \right)} \quad (4.25)$$

O parâmetro β_{m-2} é calculado na faixa de frequências de interesse, e é obtido por experiência como sendo (ABEL, 1979),

$$\beta_{m-2} = -1,7k_{\max} \frac{n}{(n+1)^2} \quad (4.26)$$

onde n representa o número de estados aerodinâmicos de atraso utilizados.

A Eq. (4.25) representa a aproximação de Roger no domínio temporal para as matrizes generalizadas Q , sendo expandida em até quatro estados aerodinâmicos de atraso. A forma da equação é usada para ajustar todo o movimento da superfície sustentadora, de superfícies de controle, e modelagem de forças de rajada.

Vale salientar que a formulação da aproximação utilizada neste trabalho é descrita em detalhes no trabalho de Roger (1977), e nos relatórios técnicos da agência espacial americana (NTRS – NASA) (ABEL, 1979; TIFFANY E ADAMS JR.; 1988).

CAPÍTULO V

IMPLEMENTAÇÃO AEROELÁSTICA COMPUTACIONAL

Este capítulo é dedicado à documentação do programa desenvolvido para solução aeroelástica, denominado *AEROSOLVER*, e análise dos resultados gerados para casos selecionados. Como nota preliminar, a escolha da linguagem de programação utilizada, foi o ambiente de programação Matlab®. Por ser uma linguagem científica de grande acesso e com inúmeras funções bem desenvolvidas, o Matlab é uma escolha padrão no meio acadêmico. Entretanto, seu custo computacional é relativamente alto comparado a linguagens compiladas, como C e Fortran, ou ainda linguagens orientadas à objetos, como o Python. No âmbito deste trabalho, o desenvolvimento em Matlab está consoante com as pesquisas em curso no LMEst, para interação e troca de informações entre as pesquisas desenvolvidas.

5.1 PROGRAMA *AEROSOLVER*

O objetivo primário deste trabalho foi desenvolver um programa capaz de modelar as características da aerodinâmica não-estacionária via DLM, para configurações arbitrárias de geometrias, e posterior análise aeroelástica completa. Neste sentido, o programa desenvolvido aborda todos os aspectos de um problema aeroelástico, desde a dinâmica estrutural fornecida pelo MEF, quanto à geração de cargas aerodinâmicas complexas, para análise e validação frente a ferramentas comerciais, possibilitando total entendimento e controle sobre o problema.

Grande parte do tempo empreendido neste trabalho foi dedicado à construção e entendimento da modelagem aerodinâmica não-estacionária. Frente a isso, o programa *AEROSOLVER*, foi validado com análises provenientes da literatura e em softwares conhecidos como o Nastran. Isto possibilitou a verificação de parâmetros importantes a serem usados para

otimização aeroelástica, por meio de controle passivo, abordado nesta dissertação. Nas seções seguintes, é apresentada a estruturação do programa, bem como uma visão geral dos processos para solução aeroelástica.

5.2 ESTRUTURAÇÃO DO PROGRAMA

O programa desenvolvido foi estruturado por módulos de modo que análises separadas possam ser efetuadas, com geometrias distintas. De tal modo foi possível validar os resultados caso a caso e para cada módulo. Os três módulos principais que fazem parte da biblioteca do programa são as pastas: *struct*, *aero* e *aero_mesh*.

O módulo *struct* agrupa todas as sub-rotinas referentes a dinâmica estrutural do problema. Neste módulo é implementado o código de MEF para a modelagem de placas finas, provendo toda resposta estrutural do sistema. Já o módulo *aero* agrupa as sub-rotinas referentes a modelagem aerodinâmica. Neste módulo estão os códigos para modelagem dos métodos VLM e DLM. Os resultados para ambos os códigos foram validados a parte e apresentados conforme discutido no Capítulo 3. Este módulo de construção do programa é o mais complexo e envolve toda a formulação do DLM discutida anteriormente.

Por fim, o módulo *aero_mesh* agrupa as sub-rotinas referentes a geração da malha aerodinâmica, conforme os aspectos discutidos no Capítulo 3. Este módulo agrupa toda a informação dos painéis utilizados na discretização da geometria das superfícies sustentadoras e foi construído de modo generalista para possibilitar a inclusão de configurações completas de aeronaves (asa e empenagens) para trabalhos futuros. Neste módulo também é explorado a variação da construção da malha aerodinâmica (regular, não-regular). Nas subseções seguintes são esquematizados os detalhes referentes à cada módulo.

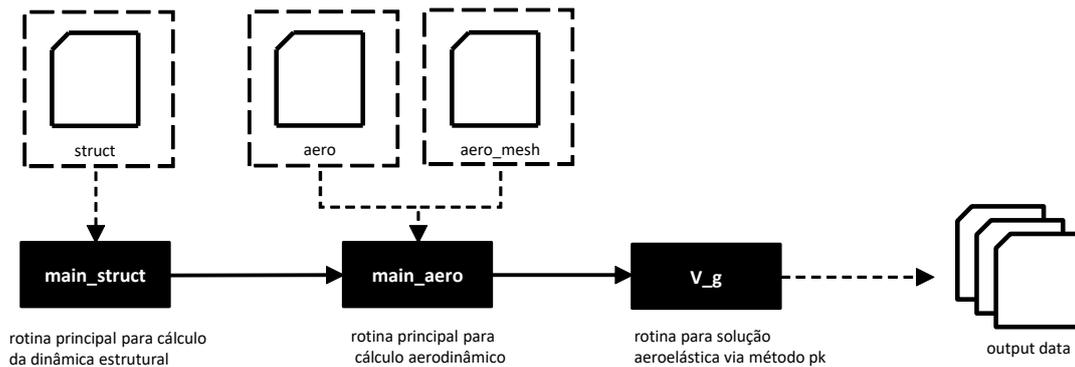


Figura 5.1 - Representação esquemática da estruturação do programa AEROSOLVER.

5.2.1 Módulo *struct*

O módulo *struct* gera os resultados para análise dinâmica estrutural de placas finas pelo método dos elementos finitos. As informações geradas pelo código são arquivadas para serem utilizadas pelo módulo de solução aerodinâmica. São arquivados os dados referentes à malha de EFs, dos deslocamentos modais e frequências naturais da estrutura provenientes da análise modal desta, para cada modo avaliado. O código de elementos finitos implementado foi validado confrontando os resultados de softwares comerciais, como o Femap®, e seus resultados são apresentados posteriormente. A Figura 5.2 ilustra um detalhamento esquemático do fluxo de processo do módulo.

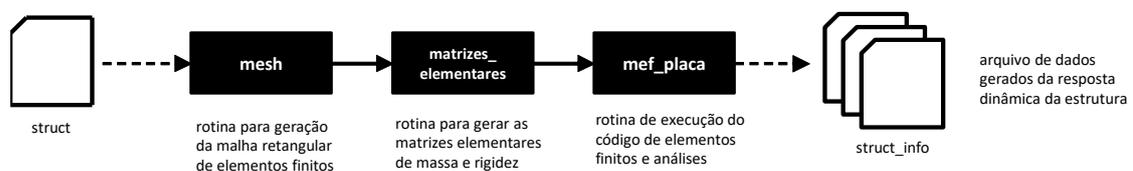


Figura 5.2 - Detalhamento esquemático do módulo *struct*.

5.2.1 Módulos *aero* e *aero_mesh*

Os módulos *aero* e *aero_mesh* compreendem toda a formulação aerodinâmica discutida no Capítulo 3. Estes módulos compreendem a maior parte do esforço empregado neste trabalho para solução de problemas aeroelásticos, e é composto por sub-rotinas dedicadas a realizar o cálculo de vários aspectos do problema. Estes módulos foram implementados de modo a serem executados separadamente do problema aeroelástico, facilitando assim o cálculo e validação dos métodos DLM e VLM implementados, fornecendo apenas o carregamento aerodinâmico estacionário ou não-estacionário.

Inicialmente são definidos os parâmetros aerodinâmicos de operação pela rotina de entrada. Nesta rotina são definidas as frequências reduzidas a serem avaliadas, o Mach, o modo de discretização da malha aerodinâmica e a definição da geometria da superfície. Definidos os parâmetros de entrada, as matrizes de influência aerodinâmica são computadas para cada frequência reduzida especificada, através da definição dos pontos de interesse (linha de dipolos para o DLM e pontos do vórtice ferradura para o VLM) na rotina de cálculo da matriz AIC. Os dados dos painéis usados na discretização provêm do módulo *aero_mesh*, e são carregados para efetuar os cálculos necessários. Caso a frequência reduzida seja nula, apenas o método VLM é executado. Os resultados obtidos separadamente para os códigos VLM e DLM foram validados conforme apresentado no Capítulo 3. Um esquema é apresentado na Fig. 5.3 da descrição dos módulos aerodinâmicos em questão.

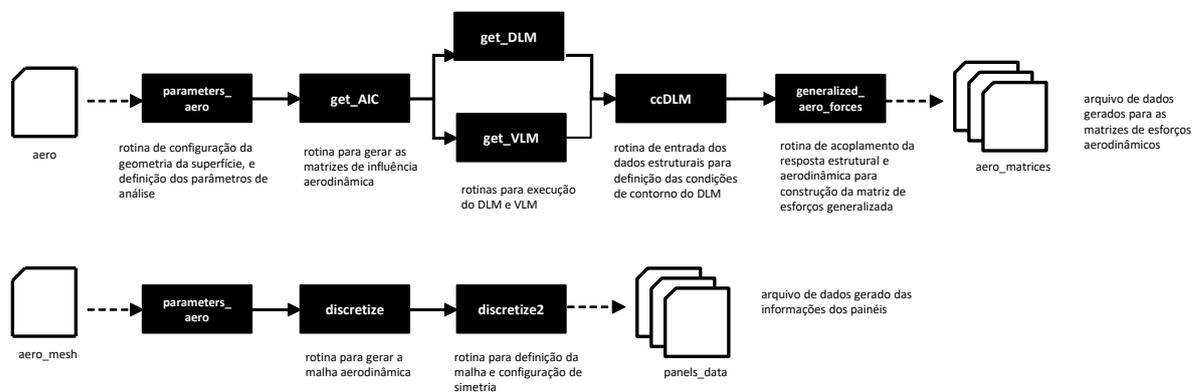


Figura 5.3 - Detalhamento esquemático dos módulos *aero* e *aero_mesh*.

A fim de prosseguir para a análise aeroelástica, as matrizes aerodinâmicas generalizadas são computadas. A rotina de cálculo das matrizes generalizadas utiliza a interpolação dos deslocamentos modais advindos da dinâmica estrutural da placa, para realizar a redução para base modal, e consequente formulação das equações generalizadas do movimento. Na rotina de formulação das matrizes aerodinâmicas generalizadas também é aplicada a aproximação de Roger discutida anteriormente no Capítulo 4.

As análises aeroelásticas são efetuadas pela rotina “V-g” como mostrado na Fig. 5.1. Esta rotina incorpora o método p-k para solução do problema e utiliza a aproximação de Roger na interpolação das matrizes aerodinâmicas para a faixa de velocidades avaliadas. Por fim, os arquivos de saída, contendo as velocidades, frequências, e amortecimento são gerados e utilizados para construção dos diagramas v-g.

5.3 RESULTADOS PARA CASOS SELECIONADOS

Esta seção é dedicada ao estudo de casos selecionados para verificação do programa implementado de solução aeroelástica. São avaliados dois modelos aeroelásticos de placas representativas de asas (*plate like wing model*): um modelo experimental de placa em policarbonato, construído pela NASA e descrito no trabalho de Conyers *et al* (2010), e uma geometria de asa criada para simulação no software Femap®, que emprega como código solver o Nastran. Ambos os modelos são descritos em detalhes nas subseções seguintes.

5.3.1 Modelo experimental da NASA

O modelo de placa fina investigado neste trabalho, consiste em um estudo realizado pela NASA para verificação das propriedades aeroelásticas de estruturas quando apresentam perda de material, como em furos e buracos. No estudo feito por Conyers *et al* (2010), é avaliada uma placa fina de policarbonato na condição engastada-livre, com e sem um furo no túnel de vento, a fim de se determinar as velocidades e frequências de *flutter*. Também são mostrados os resultados experimentais para as frequências naturais da placa em questão, que serão usados como fonte de verificação do código de elementos finitos implementado. As propriedades físicas e geométricas da placa utilizada são apresentadas na Tabela 5.1 a seguir:

Tabela 5.1 - Propriedades físicas e geométricas da placa de policarbonato.

Parâmetros	Valores
Envergadura	0,3048 (m)
Corde	0,1524 (m)
Espessura	0,001588 (m)
Módulo de Young, E	2,4 (GPa)
Densidade, ρ	1217 (kg/m ³)
Coefficiente de Poisson, ν	0,33

5.3.1.1 Verificação da dinâmica estrutural

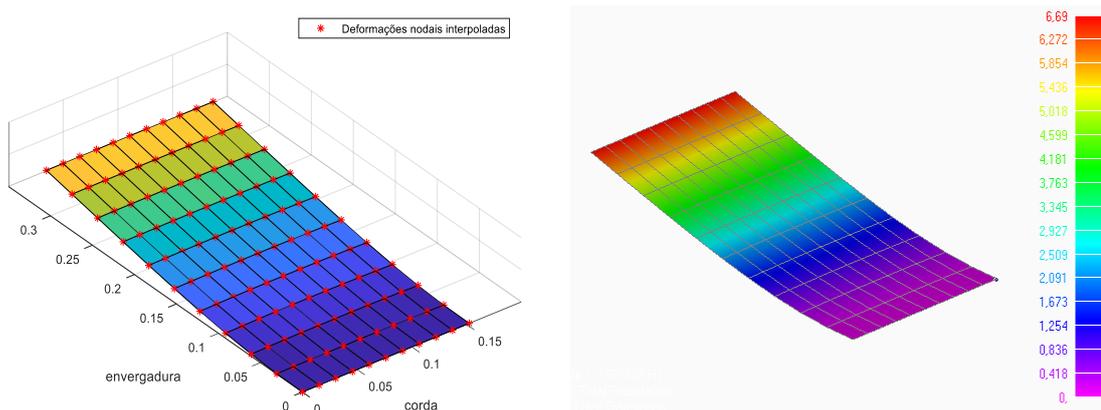
A fim de validar o modelo de EFs da placa, inicialmente é realizada a análise puramente estrutural. A Tabela 5.2 apresenta os valores experimentais obtidos no trabalho de Conyers *et al* (2010), e os valores obtidos da análise modal pelo Femap®, para efeito de comparação com os resultados do módulo *struct* do programa implementado Aerosolver.

Tabela 5.2 - Comparação das frequências naturais para a placa de policarbonato em estudo.

Modo	Experimental (Conyers, 2010)	FEMAP®	AEROSOLVER
1	4,13 Hz	3,99 Hz	3,99 Hz
2	17,25	16,95	16,98
3	24,38	24,86	24,92
4	54,25	55,33	55,44
5	69,00	69,84	70,04

Nota-se uma boa correlação entre os resultados obtidos pelo presente código com dados da literatura. Foi considerado na análise estrutural, uma malha regular de 10 EFs na corda e 10 EFs na envergadura, totalizando 100 EFs em ambas as simulações. A maior diferença encontrada de 1,5% é relativa à frequência mais alta comparada ao resultado experimental.

Uma vez que os deslocamentos modais são de grande interesse para interpolação dos pontos aerodinâmicos (pontos de controle), também foram avaliadas as quatro primeiras formas modais de interesse da estrutura. As Figs. 5.4 a 5.7 apresentam as formas modais obtidas neste trabalho em comparação com os resultados do Femap®.

**Figura 5.4** - Comparação do 1º modo do programa Aerosolver (esquerda) e Femap® (direita).

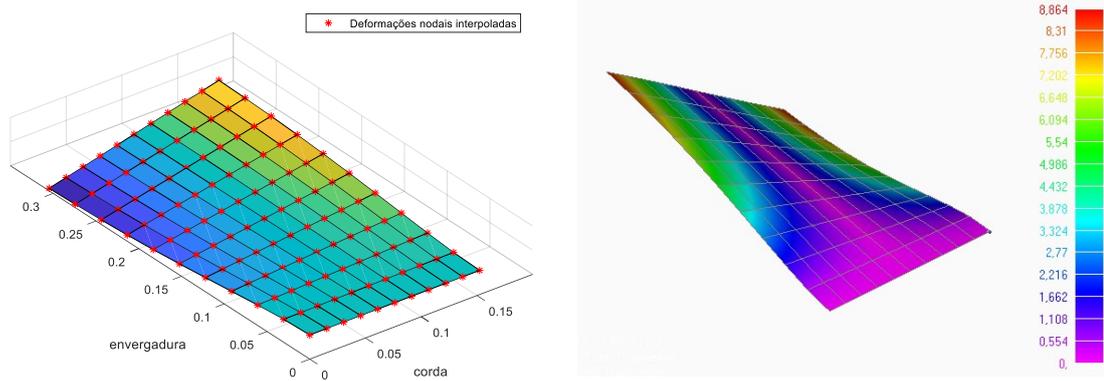


Figura 5.5 - Comparação do 2º modo do programa Aerosolver (esquerda) e Femap® (direita).

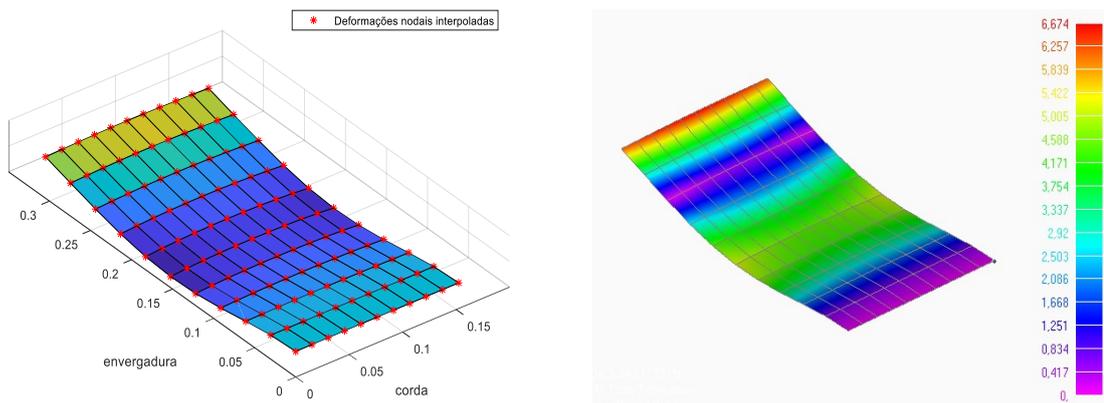


Figura 5.6 - Comparação do 3º modo do programa Aerosolver (esquerda) e Femap® (direita).

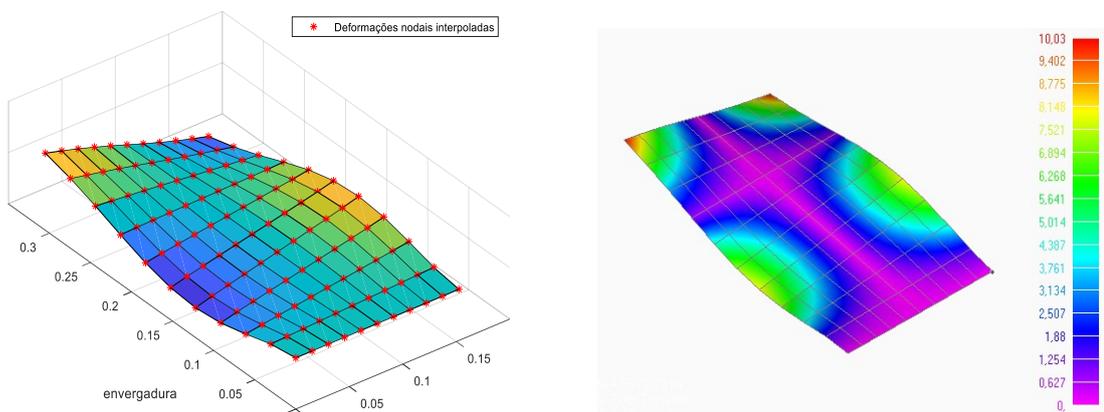


Figura 5.7 - Comparação do 4º modo do programa Aerosolver (esquerda) e Femap® (direita).

Nota-se também das figuras anteriores os pontos de deformação modal interpolados segundo a matriz de transformação de splines, segundo a Eq. (4.7), de tal forma a obter as constantes de aproximação modal (ver Eq. (4.6)). Portanto, essa verificação permite visualizar

a qualidade do ajuste dos polinômios usados na interpolação das formas modais da estrutura. No presente caso foram utilizados polinômios de sexto grau para ambas as direções da placa.

Nota-se que o ajuste para esta configuração representativa (asas retangulares, sem afilamento e enflechamento) é consistente, e produz uma boa aproximação da forma modal da geometria. Entretanto é importante ressaltar que esta aproximação discutida no Capítulo 4 apresenta limitações, e deve ser avaliada em partes, por exemplo, para geometrias mais complexas.

5.3.1.2 Verificação das velocidades de flutter

No trabalho de Conyers et al (2010), foram obtidas experimentalmente as velocidades e as frequências de *flutter* para o modelo representativo de asa em estudo. A determinação do *flutter* também foi avaliada através de um código DLM próprio, baseado nos códigos originais desenvolvidos por Rodden (1998) e Blair (1994). Neste caso, o código DLM utilizado faz uso de uma aproximação quártica, conforme discutida no Capítulo 3.

O método utilizado para solução aeroelástica foi o método p-k, discutido no Capítulo 4. São utilizados 100 painéis na simulação, para uma faixa de velocidades de 0 a 25m/s, considerando-se para cálculo das matrizes aerodinâmicas o número de Mach igual a 0,25. A interpolação das matrizes aerodinâmicas generalizadas, é feita através da aproximação de Roger, utilizando-se dois estados de atraso aerodinâmico. Para este caso são avaliadas frequências reduzidas de 0 a 5, igualmente espaçadas de 0,1.

A Tabela 5.3 mostra os resultados obtidos pelo código AEROSOLVER, e os resultados experimentais e teóricos do trabalho de Conyers *et al* (2010) verificados para as velocidades (U_f) e frequências (ω_f) de *flutter*, do modelo de asa representativa avaliado.

Tabela 5.3 - Comparação das velocidades e frequências de *flutter* obtidas para o modelo de asa representativa da NASA.

Flutter	Teórico (Conyers, 2010)	Experimental (Conyers, 2010)	AEROSOLVER
U_f	20,8 m/s	20,05 m/s	19,3 m/s
ω_f	10,3 Hz	11,5 Hz	12,47 Hz

A concordância obtida nos resultados para as velocidades críticas de *flutter* é boa, apresentando um erro de 3,47% entre o resultado obtido pelo presente código e o experimental. Maiores discrepâncias são encontradas nas frequências críticas de *flutter*, o que pode ser observado também no resultado teórico obtido por Conyers (2010). Possíveis fontes de discrepâncias podem se encontrar na modelagem do método p-k, principalmente nos processos de interpolação das matrizes aerodinâmicas. Este trabalho adotou um esquema de interpolação diferente do usual utilizado, adotando a aproximação de Roger. Embora este esquema seja bastante utilizado para análises envolvendo controle ativo, sua abordagem aplicada apenas a análise aeroelástica, e interpolação das matrizes generalizadas, difere dos métodos comuns, inclusive dos utilizados pelo Nastran.

A representação gráfica por meio dos diagramas v-g é apresentada na Fig. 5.8, para os resultados obtidos no presente trabalho. Como simplificação, são apresentados apenas o primeiro e segundo modos, referente a flexão e torção respectivamente.

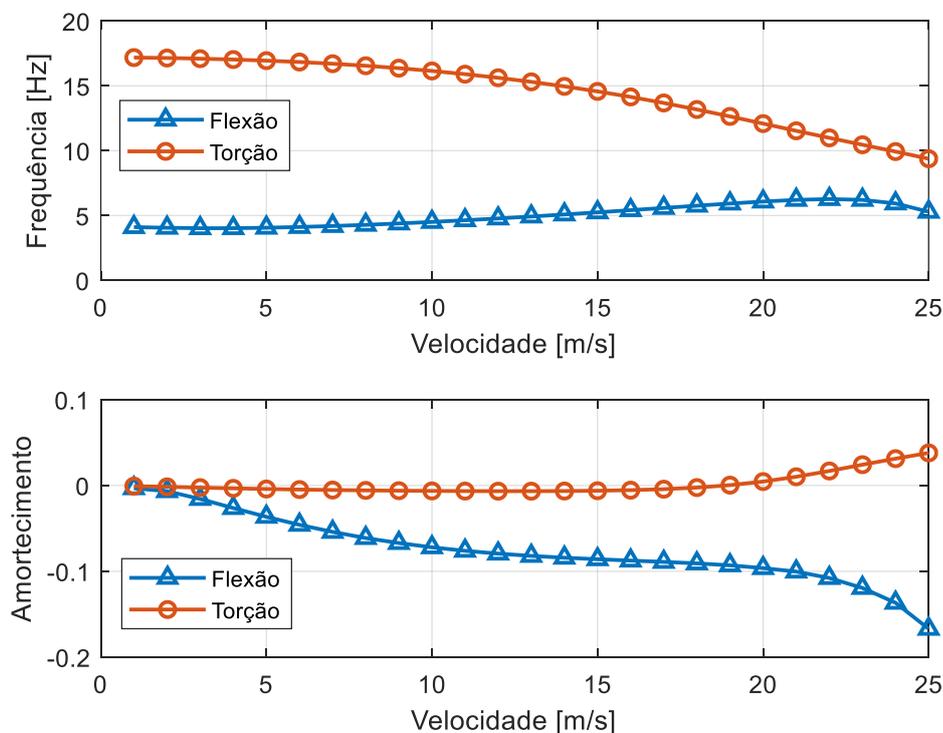


Figura 5.8 - Diagramas v-g obtidos para o modelo de asa representativa da NASA.

A Figura 5.8 ilustra graficamente o ponto crítico para velocidade de *flutter* onde o amortecimento é nulo, e se torna positivo, segundo a convenção adotada pelo método p-k. Também se nota graficamente a evolução das frequências referentes aos modos de flexão e torção da placa representativa em estudo.

5.3.2 Modelo NASTRAN

Para comparar os resultados obtidos no desenvolvimento do presente trabalho, frente a códigos comerciais de simulação aeroelástica, como o Femap®, foi validada uma geometria de asa utilizando o conceito *plate wing model*, similar ao da subseção anterior. Para tal, um modelo de placa é representado como uma superfície sustentadora, por exemplo uma asa.

A análise pelo Femap®, emprega como solver o Nastran. O Nastran foi desenvolvido em 1960 pela NASA como um código solver de elementos finitos, e posteriormente foi incorporada a metodologia de painéis para solução aeroelástica empregando o DLM. O Nastran é sem dúvida o solver mais utilizado na indústria aeronáutica para solução de problemas aeroelásticos, abrangendo uma gama de aplicações de interesse no projeto aeronáutico.

A geometria investigada pelo solver é similar a apresentada na subseção anterior. É avaliada uma asa cantilever (engastada-livre) sem enflechamento, e sem afilamento. Vale ressaltar que embora a implementação do código DLM, no programa deste trabalho, permita explorar as condições de carregamento para variadas geometrias alares (enflechadas, afiladas, não-simétricas), a análise aeroelástica para estas configurações é limitada devido ao código de elementos finitos. Foi adotado um código de elementos finitos básico para placas retangulares. Futuras modificações no código de análise estrutural, permitirão uma análise mais abrangente de geometrias.

A Figura 5.9 ilustra o desenho esquemático da geometria de asa utilizada nas simulações no Femap® e no programa desenvolvido.

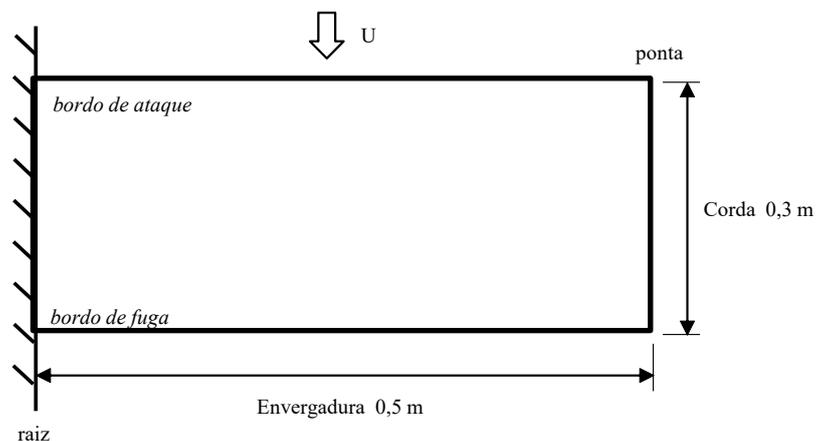


Figura 5.9 - Representação esquemática da geometria de asa utilizada na validação do Nastran.

O material da placa é o alumínio aeronáutico 6061-T6, com 1,5 mm de espessura, e propriedades estabelecidas segundo a ASM (Aerospace Specifications Materials), dados pela Tabela 5.4.

Tabela 5.4 - Propriedades mecânicas do alumínio 6061-T6.

Parâmetros	Valores
Módulo de Young, E	68,9 (GPa)
Módulo cisalhante, G	25,8 (GPa)
Densidade, ρ	2700 (kg/m ³)
Coefficiente de Poisson, ν	0,34

Em ambos os programas são utilizadas as configurações aerodinâmicas da Tabela 5.5.

Tabela 5.5 - Parâmetros aerodinâmicos para simulação.

Parâmetros	Valores
Número de painéis (corda)	12
Número de painéis (envergadura)	12
Mach	0,25
Densidade padrão	1,225 (kg/m ³)
Velocidades	0 - 50 (m/s)
Método de <i>flutter</i>	“p-k”

Similarmente ao caso apresentado anteriormente, é feita uma verificação das frequências naturais da placa, avaliadas através da solução modal, para o modelo no Femap® e no programa desenvolvido, para fins de comparação do modelo estrutural. Os resultados são apresentados na Tabela 5.6.

Tabela 5.6 - Comparação das frequências naturais para o modelo de placa em alumínio.

Modo	FEMAP®	AEROSOLVER
1	5,10 Hz	5,12 Hz
2	18,27	18,51
3	31,43	31,79
4	60,56	61,83
5	85,85	87,77

Novamente os resultados obtidos para a análise modal da estrutura estão em grande concordância com os correspondentes obtidos pelo Femap®. Maiores diferenças são obtidas para frequências mais elevadas, o que pode ser justificado pela construção do modelo de EFs

utilizando o código comercial, uma vez que este é mais abrangente e generalista do que o modelo implementando neste trabalho, com três gdl's por nó.

Na Figura 5.10 é apresentado o gráfico do diagrama v-g, da evolução do amortecimento em função da velocidade, para os dois primeiros modos avaliados, de flexão e torção respectivamente, confrontados com a solução obtida pelo solver SOL 145 do Femap®. Na Fig. 5.11 é apresentada a evolução da frequência em função da velocidade, para o caso avaliado:

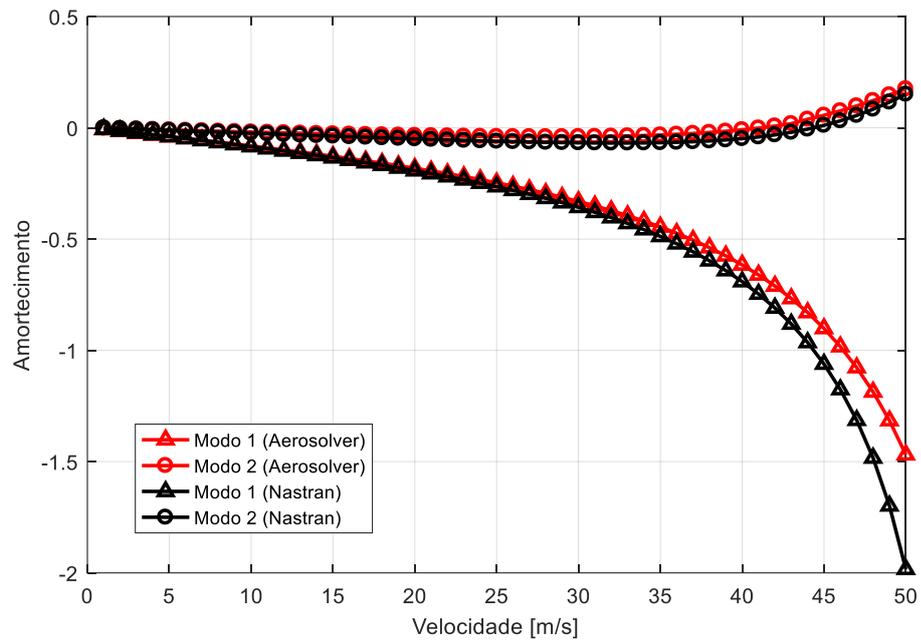


Figura 5.10 - Comparação do digrama v-g, para evolução do amortecimento.

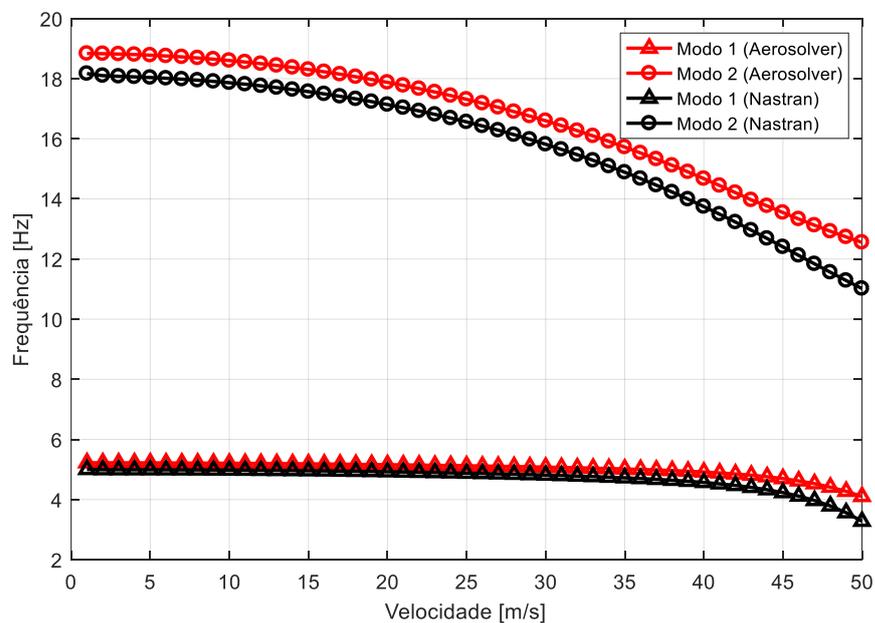


Figura 5.11 - Comparação do diagrama v-g, para a evolução das frequências naturais.

As velocidades e frequências de *flutter* obtidas nas duas simulações são apresentadas na Tabela 5.7.

Tabela 5.7 - Comparação das velocidades e frequências de *flutter* para o modelo de asa representativa em alumínio.

Flutter	FEMAP®	AEROSOLVER
U_f	44 m/s	43 m/s
ω_f	12,68 Hz	14,21 Hz

Os resultados apresentados estão em boa concordância com os obtidos pelo Femap®. Nota-se que uma pequena diferença é apresentada na evolução das frequências naturais, o que acarreta uma diferença na frequência crítica de *flutter*. Também é notado que a evolução do amortecimento na Fig. 5.10 é ligeiramente divergente após a condição crítica, no entanto, para velocidades subcríticas a concordância obtida é muito boa. As velocidades de *flutter* apresentadas na Tabela 5.7, obtidas na condição de amortecimento nulo, estão concordantes, conforme esperado na boa representação da evolução do amortecimento para o segundo modo (torção), que é o modo instável.

De modo geral, as simulações conduzidas no programa desenvolvido, estão conforme o esperado para a condição crítica de *flutter*. As diferenças obtidas são justificáveis pelo esquema de implementação usado na solução aeroelástica. Conforme discutido na seção anterior, a aproximação de Roger foi usada para a interpolação das matrizes aerodinâmicas generalizadas, diferentemente dos esquemas lineares e por *splines* usados no solver Nastran. Embora outras diferenças possam estar presentes na implementação do método p-k entre os dois programas, a convergência para o resultado das velocidades críticas é evidente.

CAPÍTULO VI

CONTROLE AEROELÁSTICO

O controle de instabilidades aeroelásticas é uma questão de grande interesse na indústria aeronáutica, principalmente no projeto de estruturas mais eficientes, seguras e confortáveis, e com menor densidade estrutural aliada à sua resistência. O uso de técnicas de controle passivo, aliado ao emprego de novos materiais, têm propiciado o crescente aumento no desempenho aeroelástico de estruturas aeronáuticas. Pode-se entender o controle passivo, como uma série de técnicas de construção estrutural e aplicação de materiais, benéficos ao comportamento dinâmico de um sistema, sem que haja o suprimento de fontes externas de energia.

Diversas técnicas de controle passivo vêm sendo exploradas e utilizadas no controle de instabilidades aeroelásticas, em especial na prevenção do *flutter*. Uma revisão destas técnicas é abordada no Capítulo 2. Dentre as técnicas conhecidas de controle passivo de vibrações, está o emprego de materiais viscoelásticos.

Os materiais viscoelásticos historicamente vêm sendo empregados em uma infinidade de aplicações, nas mais diversas áreas da engenharia. Dentre os seus principais usos, pode-se citar a indústria automotiva, e aeronáutica. A principal finalidade do uso desses materiais, ainda se concentra na mitigação de vibrações e ruído. Uma das grandes dificuldades no emprego de viscoelásticos reside na sua modelagem matemática, e compreensão dos efeitos associados à inclusão do amortecimento adicional em sistemas dinâmicos, uma vez que suas propriedades dependem fortemente de fatores ambientais e operacionais.

Embora o uso de materiais viscoelásticos na redução de ruído e vibrações, seja um conceito já bem explorado, suas aplicações no controle de instabilidades aeroelásticas, como o

flutter, não são numerosas na literatura, e os trabalhos desenvolvidos nessa abordagem muitas vezes relatam instabilidades supersônicas, como o *flutter* de painéis, ou teorias aerodinâmicas menos refinadas.

Neste sentido, como contribuição, este trabalho procurou estudar a viabilidade do emprego dos materiais viscoelásticos na supressão do flutter de painéis em regime subsônico, utilizando a modelagem aerodinâmica não-estacionária implementada via DLM. Uma notável contribuição ao estudo dos materiais viscoelásticos, e modelagem computacional por meio do MEF foi desenvolvida ao longo dos anos no LMEst (CUNHA FILHO, 2015), (LIMA *et al*, 2009), (CUNHA FILHO, 2019), (LIMA; FARIA; RADE, 2010), (LIMA *et al*, 2010).

Este capítulo apresenta uma breve revisão sobre o modelo de placa sanduíche utilizado neste trabalho, desenvolvido por Filho (2019).

6.1 MODELO DE PLACA SANDUÍCHE VISCOELÁSTICA

A representação da dinâmica estrutural da placa sanduíche viscoelástica é apresentada em detalhes em Filho (2019). A teoria utilizada é designada de *Layerwise – First Order Shear Deformation Theory* (FARIA, 2010). Nesta teoria, os deslocamentos das camadas elásticas (base e restringente) são definidos segundo as suposições feitas pela teoria de placas finas de Kirchhoff-Love (TIMOSHENKO; WOINOWSKY-KRIEGER, 1959).

Na formulação, é admitido que o deslocamento transversal e as rotações associadas, são iguais para todas as camadas. A partir do campo de deslocamentos, uma relação cinemática entre as camadas externas é feita supondo a condição de não-deslizamento. A Fig. 6.1 ilustra as relações cinemáticas presentes na modelagem de placas sanduíches viscoelásticas. O campo de deslocamentos descritos pela *Layerwise Theory*, é dado como:

$$\{U^{(k)}\} = \begin{Bmatrix} u^{(k)}(x, y, z, t) \\ v^{(k)}(x, y, z, t) \\ w^{(k)}(x, y, z, t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_0^{(k)}(x, y, t) - (z - z^{(k)}) \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial x} \\ v_0^{(k)}(x, y, t) - (z - z^{(k)}) \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial y} \\ w(x, y, t) \end{Bmatrix} \quad (6.1)$$

onde $k=1,2,3$ faz referência às camadas de base, viscoelástica e restringente, respectivamente.

Para simplificar a escrita, os desenvolvimentos seguintes são realizados apenas para o plano yz, sendo o desenvolvimento para o plano xz análogo ao apresentado.

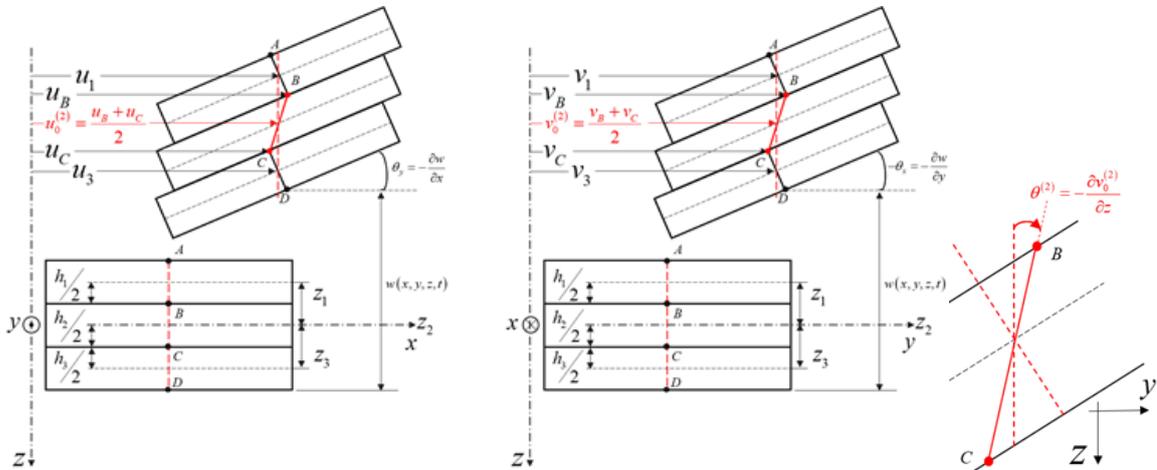


Figura 6.1 - Cinemática da deformação do elemento de placa sanduíche (adaptado de Filho, 2019).

Segundo a Fig. 6.1, têm-se que a condição de não deslizamento entre as camadas pode ser notada segundo as cotas v_b e v_c , que são simplesmente os deslocamentos das camadas 1 e 3 avaliados para, $z^{(1)} = -(h_1 + h_2)/2$ e $z^{(3)} = (h_3 + h_2)/2$, respectivamente. Percebe-se ainda que, pelo fato de a referência do sistema estar posicionada exatamente sobre a linha neutra da camada viscoelástica, tem-se que $z^{(2)} = 0$, logo o deslocamento da camada viscoelástica pode ser descrito pela equação:

$$v^{(2)}(x, y, z, t) = v_0^{(2)}(x, y, t) + z\theta^{(2)}(x, y, t) = v_0^{(2)}(x, y, t) + z \frac{\partial v_0^{(2)}(x, y, t)}{\partial z} \quad (6.2)$$

O termo $v^{(2)}$, descreve o deslocamento da camada viscoelástica sobre a linha neutra e pode ser definido como sendo uma relação cinemática entre as camadas (1) e (3). Portanto avalia-se, $v^{(1)}(x, y, -h/2, t)$ e $v^{(3)}(x, y, h/2, t)$:

$$\begin{aligned} v^{(1)}\left(x, y, -\frac{h_2}{2}, t\right) &= v_B = v_1(x, y, t) - \frac{h_1}{2} \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial y} \\ v^{(3)}\left(x, y, \frac{h_2}{2}, t\right) &= v_C = v_3(x, y, t) + \frac{h_3}{2} \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial y} \end{aligned} \quad (6.3)$$

É possível agora obter o campo de deslocamento sobre a linha neutra da camada viscoelástica pela Eq. (6.4):

$$\begin{aligned}
 v_0^{(2)}(x, y, t) &= \frac{v_1(x, y, t) + v_3(x, y, t)}{2} + \frac{h_3 - h_1}{4} \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial y} = \dots \\
 &\dots \frac{1}{2} \left[v_1(x, y, t) + v_3(x, y, t) + \frac{h_3 - h_1}{2} \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial y} \right]
 \end{aligned} \quad (6.4)$$

O outro termo do campo de deslocamento da camada viscoelástica, é responsável pelo cisalhamento ao longo da espessura, e pode ser definido pelas observações feitas na Fig.(6.1), admitindo pequenos deslocamentos:

$$\frac{\partial v_0^{(2)}(y, t)}{\partial z} \approx \frac{(v_C - v_B)}{h_2} \quad (6.5)$$

Utilizando as relações de v_b e v_c , têm-se a expressão:

$$\frac{\partial v_0^{(2)}(x, y, t)}{\partial z} = \frac{1}{h_2} \left(v_3(x, y, t) - v_1(x, y, t) + \frac{h_3 + h_1}{2} \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial y} \right) \quad (6.6)$$

Introduzindo as Eqs. (6.4) e (6.6) na Eq. (6.2), define-se o campo de deslocamento da camada viscoelástica na direção y , em função dos graus de liberdade das camadas de base e restrigente. De maneira análoga, têm-se o deslocamento da direção x . Portanto, o deslocamento total da camada viscoelástica é dado como:

$$\begin{aligned}
 v^{(2)}(x, y, z, t) &= \frac{1}{2} \left[v_1(x, y, t) + v_3(x, y, t) + \frac{d_1}{2} \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial y} \right] + \dots \\
 &\dots \frac{z_2}{h_2} \left[v_3(x, y, t) - v_1(x, y, t) + \frac{d_2}{2} \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial y} \right] \quad (a) \\
 u^{(2)}(x, y, z, t) &= \frac{1}{2} \left[u_1(x, y, t) + u_3(x, y, t) + \frac{d_1}{2} \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial y} \right] + \dots \\
 &\dots + \frac{z_2}{h_2} \left[u_3(x, y, t) - u_1(x, y, t) + \frac{d_2}{2} \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial y} \right] \quad (b) \\
 w^{(3)}(x, y, z, t) &= w(x, y, t) \quad (c)
 \end{aligned} \quad (6.7)$$

onde $d_1 = h_3 - h_1$ e $d_2 = h_1 + h_3$. Para os deslocamentos das camadas externas elásticas, têm-se que estes são expressos pelas equações:

$$U^{(1)} = \begin{Bmatrix} u^{(1)}(x, y, z, t) \\ v^{(1)}(x, y, z, t) \\ w^{(1)}(x, y, z, t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_0^{(1)}(x, y, t) - (z - z^{(1)}) \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial x} \\ v_0^{(1)}(x, y, t) - (z - z^{(1)}) \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial y} \\ w(x, y, t) \end{Bmatrix} \quad (6.8)$$

$$U^{(3)} = \begin{Bmatrix} u^{(3)}(x, y, z, t) \\ v^{(3)}(x, y, z, t) \\ w^{(3)}(x, y, z, t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_0^{(3)}(x, y, t) - (z - z^{(3)}) \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial x} \\ v_0^{(3)}(x, y, t) - (z - z^{(3)}) \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial y} \\ w(x, y, t) \end{Bmatrix} \quad (6.9)$$

A partir dos deslocamentos das camadas externas, o potencial de energia cinética para cada uma destas, pode ser calculado para determinação das matrizes de massa elementar:

$$T^{(1)} = \frac{1}{2} \int_V \rho_1 \left(\frac{dU^{(1)}}{dt} \right)^2 dV \quad (a)$$

$$T^{(2)} = \frac{1}{2} \int_V \rho_2 \left(\frac{dU^{(2)}}{dt} \right)^2 dV \quad (b) \quad (6.10)$$

$$T^{(3)} = \frac{1}{3} \int_V \rho_3 \left(\frac{dU^{(3)}}{dt} \right)^2 dV \quad (c)$$

onde $\rho_{1,2,3}$ são as densidades específicas dos materiais das camadas.

A fim de obter-se as expressões das energias de deformação para cada camada, o que possibilita a formulação da matriz de rigidez elementar da placa sanduíche, são calculadas as deformações associadas a cada camada, segundo a seguinte equação:

$$\{\epsilon^{(j)}\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^{(j)} \\ \epsilon_{yy}^{(j)} \\ 2\epsilon_{xy}^{(j)} \end{Bmatrix} = \{\epsilon_m^{(j)}\} + z \{\epsilon_f^{(j)}\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_j}{\partial x} \\ \frac{\partial v_j}{\partial y} \\ \frac{\partial u_j}{\partial y} + \frac{\partial v_j}{\partial x} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ -2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (6.11)$$

onde $j=1,3$ referência apenas as camadas elásticas. O equacionamento para deformação da camada viscoelástica se difere devido aos efeitos presentes no material. A lei constitutiva para as camadas elásticas, provenientes da relação tensão e deformação é dada por:

$$\{\sigma^{(j)}\} = E_j [\bar{E}] \{\varepsilon^{(j)}\} = E_j \frac{1}{(1-\nu_j^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu_j & 0 \\ \nu_j & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu_j}{2} \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

onde E_j é o módulo de elasticidade de cada camada, e ν_j é o coeficiente de Poisson. Por fim, o potencial da energia de deformação das camadas elásticas pode ser determinado, como sendo:

$$\Pi^{(j)} = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon^{(j)}\}^T \{\sigma^{(j)}\} dV \quad (6.13)$$

Substituindo as Eqs. (6.11) e (6.12) na Eq. (6.13), obtêm-se as parcelas da energia de deformação, relacionada aos efeitos de membrana, isto é, devido a deformação planar, e a parcela relativa aos efeitos de flexão.

$$\begin{aligned} \Pi^{(j)} = \Pi_m^{(j)} + \Pi_f^{(j)} = & \frac{1}{2} E_j h_j \int_A \{\varepsilon_m^{(j)}\}^T [\bar{E}] \{\varepsilon_m^{(j)}\} dA + \dots \\ & \dots + \frac{1}{2} E_j \frac{h_j^3}{12} \int_A \{\varepsilon_f^{(j)}\}^T [\bar{E}] \{\varepsilon_f^{(j)}\} dA \end{aligned} \quad (6.14)$$

O processo de obtenção das matrizes de rigidez elementares é classicamente obtido através da derivação da Eq. (6.14) em relação às coordenadas generalizadas utilizadas, ou no caso da formulação por EFs, aos graus de liberdade associados a cada nó do elemento.

Para o desenvolvimento da camada viscoelástica, é utilizado o modelo de Módulo Complexo. No Módulo Complexo, a Lei de Hooke generalizada é utilizada para o cálculo dos potenciais de energia, e é definida segundo:

$$\{\sigma^{(2)}\} = G(\omega, T) [\bar{G}] \{\varepsilon^{(2)}\} = G(\omega, T) \begin{bmatrix} \frac{2}{1-\nu_2} & \frac{2\nu_2}{1-\nu_2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2\nu_2}{1-\nu_2} & \frac{2}{1-\nu_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \{\varepsilon^{(2)}\} \quad (6.15)$$

Neste caso, o termo fatorado da matriz é $G(\omega, T)$, pois suas propriedades são determinadas por ajustes numéricos nos valores experimentais medidos para o módulo cisalhante do material. Resta definir o campo de deformação da camada viscoelástica:

$$\{\varepsilon^{(2)}\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(2)} \\ \varepsilon_{yy}^{(2)} \\ 2\varepsilon_{xy}^{(2)} \\ 2\varepsilon_{xz}^{(2)} \\ 2\varepsilon_{yz}^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (u_1 + u_3) + \frac{d_1}{4} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{z}{h_2} \frac{\partial}{\partial x} (u_3 - u_1) + \frac{zd_2}{2h_2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} (v_1 + v_3) + \frac{d_1}{4} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{z}{h_2} \frac{\partial}{\partial y} (v_3 - v_1) + \frac{zd_2}{2h_2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} (u_1 + u_3) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (v_1 + v_3) + \frac{d_1}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \dots \\ \dots + \frac{z}{h_2} \left(\frac{\partial}{\partial y} (u_3 - u_1) + \frac{\partial}{\partial x} (v_3 - v_1) + d_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \\ \frac{1}{h_2} \left(u_3 - u_1 + \frac{d_3}{2} \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{h_2} \left(v_3 - v_1 + \frac{d_3}{2} \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{Bmatrix} \quad (6.16)$$

onde h_2 é a espessura da camada viscoelástica e $d_3 = h_1 + 2h_2 + h_3$ é parâmetro advindo da fatoração do termo l/h_2 . De tal modo, os efeitos referentes à membrana, flexão, e cisalhamento da camada viscoelástica são:

$$\{\varepsilon^{(2)}\} = \{\varepsilon_m^{(2)}\} + \frac{z}{h_2} \{\varepsilon_f^{(2)}\} + \frac{1}{h_2} \{\varepsilon_c^{(2)}\} \quad (6.17)$$

onde,

$$\{\varepsilon_m^{(2)}\} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (u_1 + u_3) + \frac{d_1}{4} \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} (v_1 + v_3) + \frac{d_1}{4} \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} (u_1 + u_3) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (v_1 + v_3) + \frac{d_1}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \{\varepsilon_c^{(2)}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ u_3 - u_1 + \frac{d_3}{2} \frac{\partial w}{\partial x} \\ v_3 - v_1 + \frac{d_3}{2} \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix}$$

$$\{\varepsilon_f^{(2)}\} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial}{\partial x}(u_3 - u_1) + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial}{\partial y}(v_3 - v_1) + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \frac{\partial}{\partial y}(u_3 - u_1) + \frac{\partial}{\partial x}(v_3 - v_1) + d_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}$$

Por fim, o potencial de energia viscoelástica é calculado como:

$$\Pi^{(2)} = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon^{(2)}\}^T \{\sigma^{(2)}\} dV = \frac{1}{2} G(\omega, T) \int_V \{\varepsilon^{(2)}\}^T [\bar{G}] \{\varepsilon^{(2)}\} dV \quad (6.18)$$

A Eq. (6.18) resulta em três componentes de energia de deformação, que resultaram nas matrizes adicionais de rigidez, introduzidas devido à camada viscoelástica, sendo:

$$\Pi^{(2)} = \Pi_m^{(2)} + \Pi_f^{(2)} + \Pi_c^{(2)} \quad (6.19)$$

Cada um dos potenciais é traduzido nas matrizes elementares de rigidez para os efeitos de membrana, flexão e cisalhante, da camada viscoelástica, como segue:

$$\begin{aligned} \Pi_m^{(2)} &= \frac{1}{2} G(\omega, T) h_2 \int_A \{\varepsilon_m^{(2)}\}^T [\bar{G}] \{\varepsilon_m^{(2)}\} dA = \frac{1}{2} \{q_t\}^T [K_m^{(2)}] \{q_t\} \\ \Pi_f^{(2)} &= \frac{1}{2} G(\omega, T) \frac{h_2}{12} \int_A \{\varepsilon_f^{(2)}\}^T [\bar{G}] \{\varepsilon_f^{(2)}\} dA = \frac{1}{2} \{q_t\}^T [K_f^{(2)}] \{q_t\} \\ \Pi_c^{(2)} &= \frac{1}{2} G(\omega, T) \frac{1}{h_2} \int_A \{\varepsilon_c^{(2)}\}^T [\bar{G}] \{\varepsilon_c^{(2)}\} dA = \frac{1}{2} \{q_t\}^T [K_c^{(2)}] \{q_t\} \end{aligned}$$

6.1.1 Amortecimento viscoelástico

Definidas as propriedades de massa e rigidez para as equações do movimento da placa sanduíche viscoelástica, é necessário caracterizar o efeito dissipativo do amortecimento viscoelástico. O modelo empregado neste trabalho é o Módulo Complexo, similar ao desenvolvido por Lima (2003) para o domínio da frequência. De modo simplificado o módulo complexo reflete os efeitos característicos apresentados na transição do estado vítreo, para

baixas temperaturas, até o estado de borracha do material, para temperaturas mais elevadas, onde é levado em conta o Princípio da Superposição Frequência-Temperatura.

Uma discussão aprofundada sobre o assunto pode ser vista em Lima (2003) e Lima *et al* (2010). A expressão seguinte representa o módulo complexo como função da frequência e da temperatura para grande parte dos materiais viscoelásticos lineares, inclusive para o utilizado no estudo a seguir.

$$G(\omega, T_v) = 0.4307 + \frac{1200}{1 + 3.24 \left(\frac{i\omega_r}{1543000} \right)^{-0.18} + \left(\frac{i\omega_r}{1543000} \right)^{-0.6847}} \quad (6.20)$$

onde $\omega_r = \alpha(T_v)\omega$ é a frequência reduzida α e da temperatura de operação T_v , com o fator,

$$\alpha(T_v) = 10^{\left(-3758.4 \left(\frac{1}{T_v} - 0.00345 \right) - 225.06 \log(0.00345 T_v) + 0.23273(T_v - 290) \right)}.$$

6.2 MODELO AEROVISCOELÁSTICO

A grande dificuldade na elaboração de sistemas aeroviscoelásticos está na sensibilidade do material viscoelástico a parâmetros como a frequência e temperatura de operação. Esta dependência resulta que as matrizes de rigidez, introduzidas na seção anterior, são dependentes destes parâmetros e são alteradas a cada ciclo, o que pode encarecer a solução do problema.

Os estudos desenvolvidos no LMEst por Filho (2019), buscaram reduzir o tempo computacional agregado a solução de problemas aeroviscoelásticos, por meio de redução de modelos e leis de recorrência na formulação viscoelástica. Esta abordagem se provou muito útil, principalmente na solução no domínio do tempo. Uma vez que este trabalho foi focado no desenvolvimento de uma modelagem aerodinâmica mais complexa, os resultados são apresentados apenas no domínio da frequência, porém ressalta-se que no estudo de sistemas aeroviscoelásticos, o entendimento do efeito do amortecimento causado pela estrutura híbrida, deve também ser abordado no domínio temporal.

O estudo de caso proposto para avaliação do modelo aeroviscoelástico consiste em uma placa representativa (*plate like wing*) sanduíche de três camadas, e de dimensões semelhantes ao caso avaliado na Seção 5.3.2 a fim de comparar o ganho na velocidade de *flutter* para a estrutura tratada. As camadas base e restrigente são de alumínio da série 6000, e a camada

viscoelástica do material 3M ISD112. As propriedades geométricas e físicas de cada camada são descritas nas Tabelas 6.1 e 6.2.

Tabela 6.1 - Propriedades geométricas da placa sanduíche representativa.

Camada	Corda (mm)	Envergadura (mm)	Espessura (mm)
Base	300	500	1,5
Viscoelástica	300	500	0,25
Restringente	300	500	0,5

Tabela 6.2 - Propriedades mecânicas da placa sanduíche representativa.

Camada	Módulo Elasticidade (GPa)	Coefficiente de Poisson	Densidade (kg/m ³)
Base	68,9	0,34	2700
Viscoelástica	-	0,49	1600
Restringente	68,9	0,34	2700

As propriedades mecânicas e físicas da camada base foram mantidas as mesmas da estrutura investigada no Capítulo 5. Nas análises foi considerada a temperatura de operação de 20°C. Foi utilizada na discretização, uma malha de 12x12 elementos tanto para a estrutura como para os painéis aerodinâmicos, de modo que os pontos de controle aerodinâmicos coincidam na posição (1/4 – 3/4) da corda e envergadura de cada elemento.

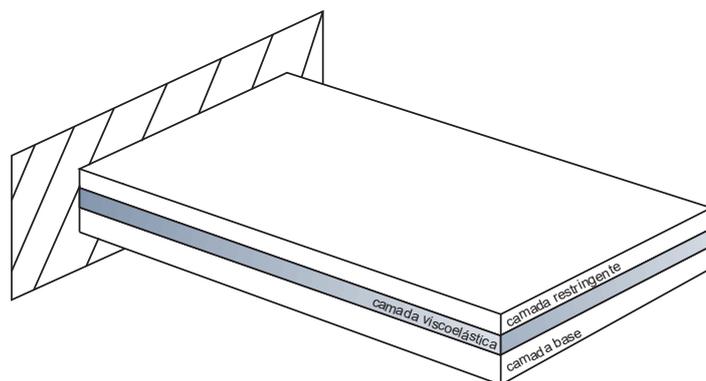


Figura 6.2 - Ilustração esquemática da estrutura tratada com material viscoelástico.

6.2.1 Avaliação dos modos complexos

Uma vez que a obtenção das cargas aerodinâmicas complexas pelo DLM leva em conta a deformação modal da estrutura, é importante ressaltar que os autovetores obtidos no caso de estruturas híbridas com material viscoelástico, são complexos. Isto significa que a interpretação física dos modos de uma estrutura viscoelástica, não é trivial como o caso de modos reais. Pode-se dizer que os modos complexos são funções periódicas no espaço. Logo, torna-se conveniente

avaliar a influência dos mesmos, resultantes do problema de autovalor e autovetor, para a estrutura sanduíche viscoelástica.

Para realizar a análise modal corretamente sobre a estrutura viscoelástica, uma vez que as matrizes de rigidez são dependentes da frequência de operação da mesma, foi previamente obtida sua resposta harmônica a fim de determinar os picos de ressonância correspondentes as frequências naturais do sistema. Determinadas as frequências pela FRF do sistema, a análise modal foi realizada para cada uma das frequências obtidas, assim o módulo complexo (Eq. 6.20) é sintonizado para a frequência de operação, até que um critério de convergência para as frequências naturais seja estabelecido. A Fig. 6.3 ilustra o gráfico da FRF obtido para a análise da estrutura viscoelástica, considerando um impacto unitário na borda da extremidade livre da placa (posição $x=0,5m$, $y=0,3m$). Foi avaliada uma banda de frequências de 0-500 Hz, compreendendo as quatro primeiras frequências naturais do sistema. A Tabela 6.3 apresenta os valores das frequências referentes aos picos da FRF.

Tabela 6.3 - Frequências associadas ao pico da FRF para o sistema viscoelástico.

Modo	Frequência
1	21,51 Hz
2	34,52
3	74,29
4	145,3

De tal maneira, as frequências naturais são ajustadas por um processo iterativo envolvendo o módulo complexo para determinar a análise modal da estrutura, obtendo um problema de autovalor e autovetor para cada modo avaliado, em função da mudança no módulo complexo para cada frequência. Realizada esta avaliação, cada modo da estrutura viscoelástica é avaliado pela solução de autovetores do problema, dependente das matrizes de massa e rigidez da estrutura elástica, e do material viscoelástico. A Fig. 6.4 apresenta um fluxograma esquemático da avaliação efetuada.

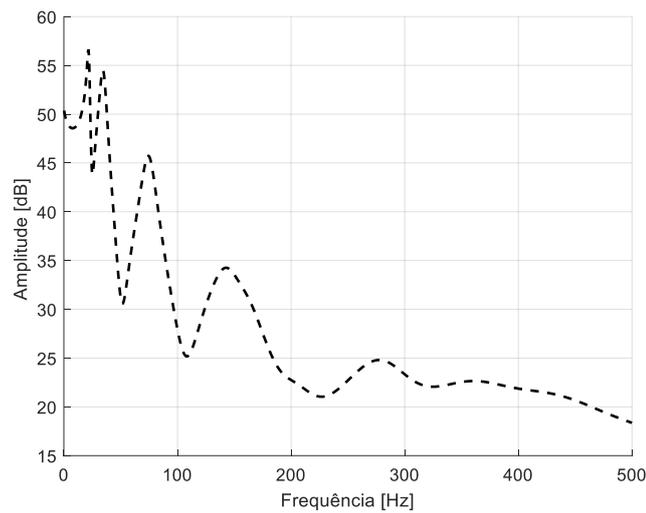


Figura 6.3 - Função de Resposta em Frequência (FRF) para o sistema viscoelástico.

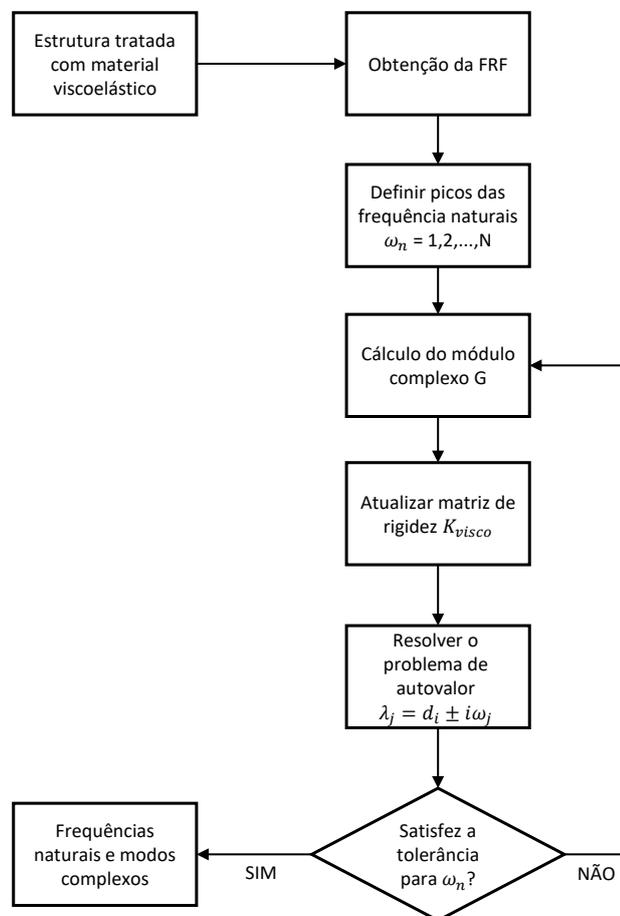


Figura 6.4 - Fluxograma representativo para a análise modal através da atualização do módulo complexo.

A Figura 6.5 ilustra a representação das partes reais e imaginárias dos dois primeiros modos complexos avaliados pelo modelo aeroviscoelástico em estudo.

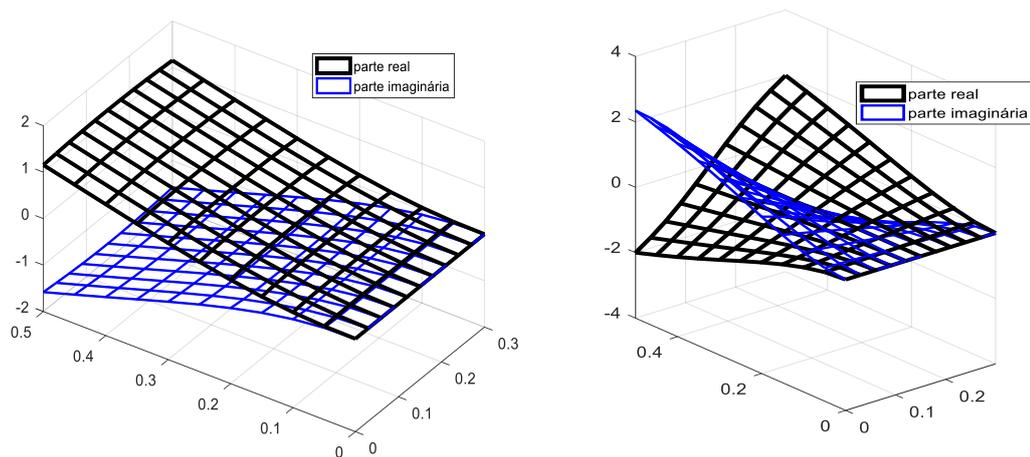


Figura 6.5 - Representação dos dois primeiros modos de vibrar complexos da estrutura viscoelástica. Primeiro modo de flexão (esquerda) e segundo modo de torção (direita).

Nota-se que a parte imaginária dos modos complexos representam a defasagem no deslocamento modal da estrutura, diferindo ligeiramente em amplitude. A informação da estrutura requerida para a geração do carregamento complexo pelo DLM, consiste no deslocamento transversal associado a cada nó da malha estrutural, avaliados em cada modo. O deslocamento modal obtido para uma estrutura viscoelástica, agora, passa a ser complexo.

A obtenção de um deslocamento modal complexo, afeta diretamente a geração das matrizes aerodinâmicas generalizadas, conforme visto no Capítulo 4. Retomando a Eq. (4.9), para a obtenção da matriz aerodinâmica reduzida no espaço modal, verifica-se que os termos $\{w_N\}$ e $\{h_{\text{modal}}\}$ são diretamente dependentes da interpolação da malha aerodinâmica sobre a malha estrutural,

$$[Q_j] = \{\Phi_j\} \{T_{as}\}^T [S] \{w_N\} [AIC] \{T_{as}\} \{h_{\text{modal}}\} \{\Phi_j\}.$$

O vetor do *normalwash* (w_n) é obtido segundo a Eq. (4.3), a partir da avaliação das condições de contorno sobre a superfície sustentadora oscilatória, e é de fato complexo. A principal diferença está na obtenção do deslocamento modal (h_{modal}) interpolado para os pontos de controle da malha aerodinâmica. Dado que a informação do deslocamento nos nós da malha estrutural passa a ser complexa, este vetor interpolado também passa a ser complexo. Esta alteração não muda o fato de que o carregamento aerodinâmico seja complexo, porém anteriormente, a parte imaginária era exclusivamente definida pelos termos complexos da matriz AIC e do vetor *normalwash*.

De fato, a inclusão de modos complexos na dinâmica do sistema irá acarretar uma mudança no carregamento aerodinâmico, não somente pela mudança da amplitude modal induzida na nova dinâmica do sistema viscoelástico, mas também pela parte imaginária inerente à solução modal da estrutura viscoelástica.

6.2.2 Avaliação da estabilidade aeroelástica

A resposta aeroelástica do novo sistema é obtida de modo análogo as análises aeroelásticas da estrutura puramente elástica, como apresentado no Capítulo 5. O método para obtenção das velocidades e frequências críticas de *flutter*, consiste novamente no método p-k. Porém são realizadas modificações para que o comportamento viscoelástico dependente da frequência de operação da estrutura, também sejam incorporados no método de modo iterativo.

A Tabela 6.4 apresenta uma comparação das quatro primeiras frequências naturais da estrutura viscoelástica em estudo, frente à estrutura apresentada no Capítulo 5.3.2.

Tabela 6.4 - Comparação das frequências naturais obtidas da solução modal para a placa representativa (*plate like wing*) pura e com tratamento viscoelástico.

Modo	Placa elástica (ω_n)	Placa com visco. (ω_n)
1	5,12 Hz	20,13 Hz
2	18,51	32,26
3	31,79	69,18
4	61,83	120,58

Percebe-se que a nova dinâmica causada pelo acréscimo de massa e rigidez devido à aplicação do tratamento viscoelástico, afeta drasticamente as frequências naturais do sistema. De tal maneira é esperado que também ocorra uma mudança na resposta aeroelástica do sistema.

Uma vez que no método p-k as frequências e o amortecimento obtidos para as velocidades e os modos de interesse, são determinados de modo iterativo para a convergência dos resultados, também deve-se levar em conta que as matrizes de rigidez relativas à camada viscoelástica são afetadas pela frequência de operação. Isto acarreta o fato de que para cada passo durante o processo iterativo, as matrizes de rigidez do sistema são variáveis, e auto dependentes da frequência reduzida, o que encarece o cálculo computacional. Porém esta análise pode ser convenientemente incorporada ao método p-k, para obter a convergência dos valores das matrizes de rigidez do modelo viscoelástico.

É interessante comentar que os parâmetros advindos do modelo estrutural, agora formado por uma placa viscoelástica sanduíche, são facilmente exportados para construção das matrizes aerodinâmicas generalizadas, conforme comentado na seção anterior, de modo que os módulos do programa construído, apresentado no início do Capítulo 5, não sofram alterações e possam trabalhar conjuntamente. Entretanto, um novo esquema do método p-k foi implementado para incorporar as mudanças devido ao uso da estrutura viscoelástica.

A Figura 6.6 ilustra o fluxograma do método p-k alterado, utilizado na realização das análises aeroelásticas no domínio da frequência, para o modelo aeroviscoelástico em estudo.

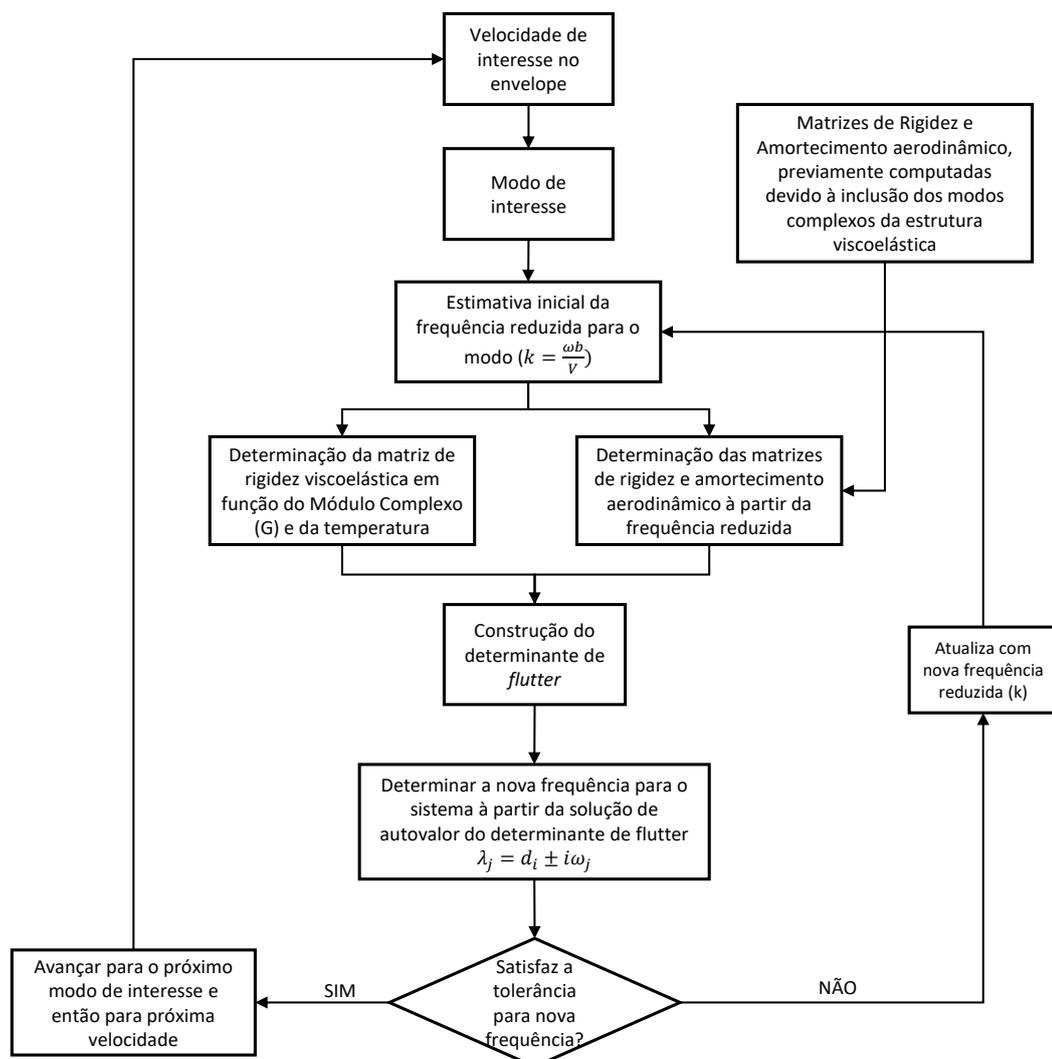


Figura 6.6 - Fluxograma do método p-k modificado para inclusão do comportamento viscoelástico no sistema.

A principal diferença na modificação do método p-k implementado está no fato de que as matrizes de rigidez são variáveis de acordo com a frequência avaliada, e calculadas segundo o módulo complexo (Eq. 6.20). De tal modo um passo a mais é adicionado ao método para realizar o cálculo do efeito dissipativo do material viscoelástico através do módulo complexo.

A Fig. 6.7 apresenta os diagramas v-g para os dois primeiros modos (flexão e torção) obtidos para a configuração de asa representativa (*plate like wing*) tratada com um núcleo de material viscoelástico e uma camada elástica restringente, conforme as dimensões e propriedades apresentadas nas Tabelas. 6.1 e 6.2.

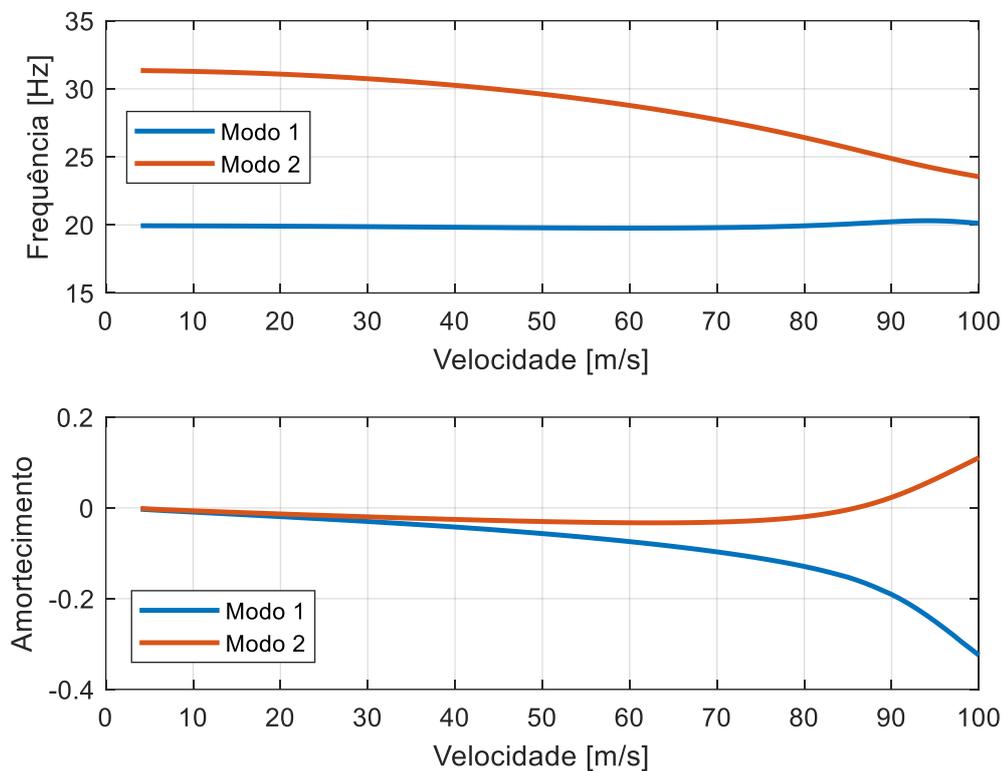


Figura 6.7 - Diagramas v-g obtidos para o modelo aeroviscoelástico *plate like wing*.

A velocidade e a frequência de *flutter* obtidas são mostradas na Tabela 6.5, em comparação com os resultados obtidos para a estrutura sem tratamento.

Tabela 6.5 - Comparação entre as velocidades e frequências de *flutter* para a estrutura com e sem tratamento viscoelástico.

	Placa elástica	Placa com tratamento
U_f	43 m/s	86 m/s
ω_f	14,21 Hz	25,51 Hz

O ganho na velocidade crítica é grande para a mesma configuração geométrica da placa representativa, onde considerando a estrutura elástica pura, passa de 43 m/s para 86 m/s. O tratamento viscoelástico na estrutura altera consideravelmente a dinâmica do sistema, afetando conseqüentemente a resposta aeroelástica. Entende-se que a adição de massa e rigidez à estrutura devido ao tratamento viscoelástico é em grande parte responsável pela mudança da dinâmica do sistema. No entanto uma parcela do ganho em desempenho aeroelástico está associado ao efeito dissipativo do material viscoelástico, onde a frequência de operação irá impactar em um ganho no amortecimento total gerado no sistema.

6.2.3 Avaliação da influência de parâmetros ambientais e operacionais

A resposta do sistema aeroviscoelástico é intrinsecamente depende de condições de operação, como a frequência, e de parâmetros ambientais, como a temperatura. Ambos fatores interferem na rigidez e na dissipação do material viscoelástico, influenciando nas velocidades críticas da estrutura. De tal maneira, se torna interessante avaliar como esses fatores afetam a resposta da estrutura em estudo, principalmente devido à nova abordagem da inclusão da modelagem aerodinâmica não-estacionária pelo DLM.

6.2.3.1 Influência da espessura da camada viscoelástica

A primeira avaliação realizada é sobre a influência da espessura da camada viscoelástica da estrutura sanduíche. A camada elástica restringente induz deformações cisalhantes na camada viscoelástica durante as deformações de flexão da placa, provocando o efeito dissipativo no material. A Fig. 43 ilustra os resultados obtidos para o modelo de placa sanduíche variando-se a espessura da camada viscoelástica. As velocidades críticas de *flutter* são obtidas através da modelagem aeroviscoelástica, considerando o carregamento aerodinâmico não-estacionário.

Os demais parâmetros físicos e geométricos são mantidos constantes conforme apresentados nas Tabelas 6.1 e 6.2. A espessura da camada viscoelástica foi avaliada entre 0,10mm até 2,0mm.

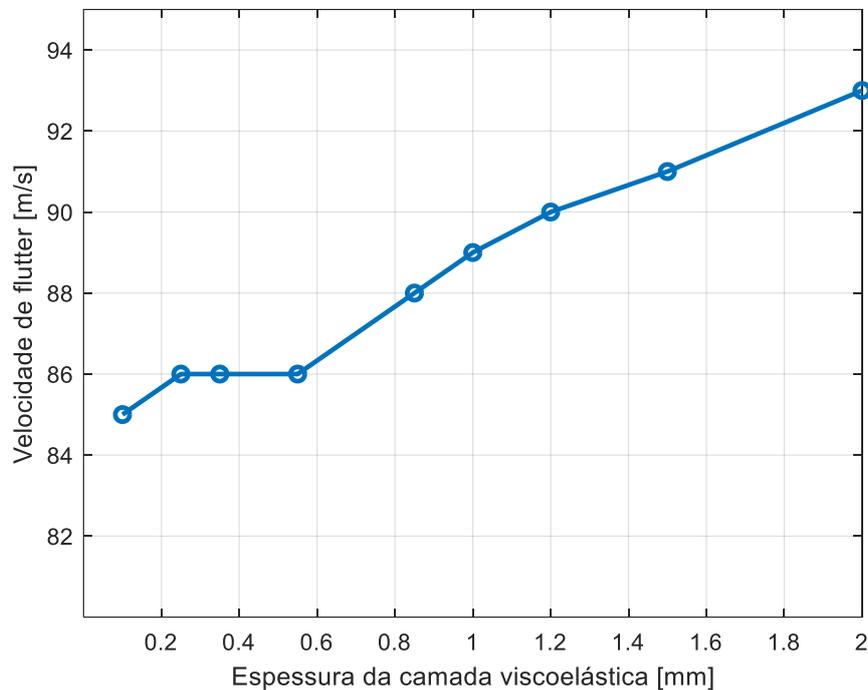


Figura 6.8 - Influência da espessura da camada viscoelástica nas velocidades críticas de *flutter* para o modelo de placa representativa em estudo.

Nota-se que a velocidade crítica de *flutter* cresce diretamente com o aumento da espessura da camada viscoelástica. No entanto, os ganhos na velocidade crítica de *flutter* são acentuados, isto é, não há grandes diferenças relativas utilizando uma camada consideravelmente fina, variando entre 0,1mm e 2mm. Um maior acréscimo na velocidade crítica é notado para espessuras superiores a 1mm.

Com o aumento da espessura da camada viscoelástica, um maior nível de deformação cisalhante é induzido, acarretando numa maior dissipação da vibração induzida. Cabe-se ressaltar que o aumento no peso total da estrutura é também um fator impactante e deve ser levado em conta, uma vez que o acréscimo na espessura induz um aumento proporcional no volume total de material aplicado.

6.2.3.2 Influência da temperatura de operação

A temperatura é um dos parâmetros ambientais que influencia criticamente o desempenho dos materiais viscoelásticos. Como a característica dissipativa dos materiais, neste trabalho abordado pelo módulo complexo, é diretamente influenciada pela temperatura de operação, uma análise acerca dos efeitos da temperatura na resposta aeroelástica do sistema é interessante. A Fig. 6.9 ilustra os resultados obtidos para o modelo aeroviscoelástico em estudo, variando-se a temperatura de operação. Nesta análise os parâmetros físicos e geométricos são mantidos iguais aos apresentados nas Tabelas 6.1 e 6.2, e a temperatura de operação é variada entre 0°C até 65°C.

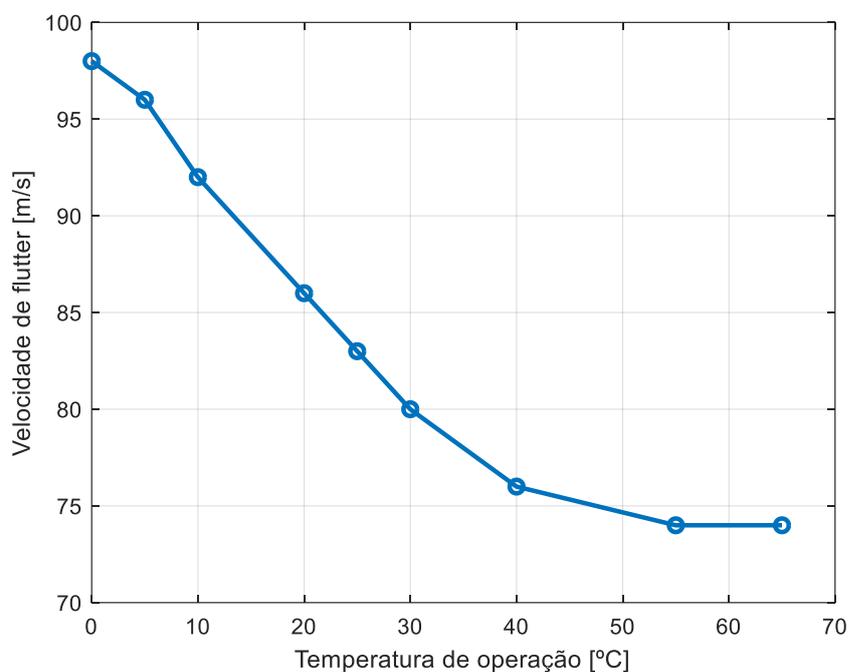


Figura 6.9 - Influência da temperatura de operação nas velocidades críticas de *flutter* para o modelo de placa representativa em estudo.

O caso de variação da temperatura sofre as mudanças mais abruptas no comportamento aeroelástico. Percebe-se pelo gráfico que para baixas temperaturas de operação o comportamento do material viscoelástico sofre com a transição vítrea, causando um enrijecimento na estrutura, o que altera significativamente a rigidez total da placa sanduíche, acarretando o aumento da velocidade de *flutter*. O oposto é observado quando o material opera a altas temperaturas, onde o fator de perda (capacidade de amortecimento) do material viscoelástico é afetado, reduzindo a eficiência na dissipação e provocando um retardo do *flutter*.

Portanto, percebe-se que o uso de tratamentos viscoelásticos afeta significativamente o comportamento e desempenho aeroelástico do sistema. Para o caso em estudo, sob as condições avaliadas, foi possível obter um aumento na velocidade crítica de *flutter* de aproximadamente o dobro, considerando a estrutura puramente elástica sem tratamento. Além disso, as análises demonstram que a variação na camada viscoelástica é considerável, porém não se mostrou tão sensível quanto à variação na temperatura de operação. Para o caso da variação na camada viscoelástica o aumento é proporcional ao acréscimo na espessura do material. Já no caso da temperatura, para baixas temperaturas ocorre um aumento na velocidade crítica, devido ao aumento na rigidez do material, do contrário para temperaturas altas, o ganho na velocidade é reduzido.

CAPÍTULO VII

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS DE TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho representa uma contribuição ao estudo da viabilidade de aplicação de materiais viscoelástico para o controle aeroelástico de sistemas estruturais do tipo painéis sanduíches finos sujeitos a fluxos subsônicos. Para tanto, foi desenvolvido e implementado o método *doublet lattice* para a modelagem da aerodinâmica não-estacionária, pertinente à realização das análises aeroelásticas importantes no escopo deste trabalho. .

Uma revisão bibliográfica acerca do estudo da aeroelasticidade dinâmica, em especial o fenômeno de *flutter*, bem como o atual estado de desenvolvimento das pesquisas relacionadas a área foi apresentado num primeiro momento. Foi visto que métodos como o *doublet lattice* ainda são extremamente eficazes comparados às metodologias mais refinadas de CFD, sendo uma das principais ferramentas de uso na indústria aeronáutica para análises aeroelásticas. Embora o estudo do *flutter* seja bem documentado e estudado, suas dificuldades atuais residem na predição do fenômeno em regimes transônicos e ainda no seu controle e prevenção, seja por meios ativos ou passivos.

Uma das dificuldades apresentadas na abordagem aerodinâmica não-estacionária está na sua caracterização e correta modelagem matemática. Neste sentido, o desenvolvimento e implementação do método *doublet lattice*, objetivou suprir as deficiências em uma modelagem mais refinada para geometrias complexas, procurando unir conhecimentos às atuais linhas de pesquisa vigentes no LMEst/UFU. O objetivo primário foi estabelecer uma ferramenta capaz de fornecer estimativas a baixo custo computacional para obtenção de cargas aerodinâmicas complexas para solução de problemas aeroelásticos incorporando os materiais viscoelásticos.

O estudo foi composto basicamente de cinco etapas. Na primeira etapa, uma pesquisa bibliográfica para contextualização da aplicação de técnicas na aeroelasticidade computacional, e o corrente estado da arte para o controle aeroelástico de estruturas aeronáuticas, como o uso de novos materiais, técnicas avançadas de eletrônica para controle ativo, e ainda hibridismo entre técnicas passivas e ativas. A segunda etapa, o método *doublet lattice* para a modelagem aerodinâmica não-estacionária foi discutido e implementado com as melhorias propostas na literatura ao longo do seu desenvolvimento. Todo o procedimento para a implementação do método, bem como a implementação conjunta do *vortex lattice* para escoamentos estacionários, foi verificada utilizando-se os resultados disponíveis na literatura e códigos comerciais. Os resultados obtidos para ambos os métodos estão em grande concordância com os apresentados para casos semelhantes na literatura e os obtidos em programas dedicados, demonstrando a correta implementação e validade dos códigos implementados.

Na etapa posterior foi implementada uma metodologia para solução aeroelástica, através do acoplamento entre os modelos aerodinâmico e estrutural, modelada segundo o MEF para placas finas. Esta etapa compreende a implementação de métodos usuais de acoplamento de frequências, especificamente o método p-k. A penúltima etapa correspondeu a implementação computacional de um programa geral, denominado neste trabalho por Aerosolver, para análise aeroelástica completa de estruturas representativas de superfícies sustentadoras, por meio de placas (*plate like wing model*). Os resultados obtidos na construção do programa mostraram estar em grande concordância com códigos renomados da área e que aplicam o mesmo método de solução por meio do *doublet lattice*, como o Nastran. O trabalho propôs uma contribuição à formulação das matrizes aerodinâmicas generalizadas, através da aplicação de um esquema de aproximação usualmente trabalhado no domínio do tempo para controle ativo (aproximação de Roger), na interpolação e aproximação das matrizes aerodinâmicas geradas. Esta aplicação se mostrou bastante útil em contraste das usualmente utilizadas para interpolação das matrizes por meio de esquemas polinomiais, convergindo igualmente para as mesmas condições críticas de instabilidade.

Na última etapa, foi aplicado o uso de materiais viscoelásticos para melhoria nas condições críticas de *flutter*. O desenvolvimento matemático e computacional da modelagem da estrutura viscoelástica, bem como sua aplicação no controle passivo aeroelástico é uma das linhas de pesquisa correntes no LMEst/UFU. O uso desses materiais foi de tal forma abordado em uma série de trabalhos desenvolvidos visando ganho de eficiência aeroelástica do sistema.

Entretanto, a modelagem aerodinâmica usualmente aplicada é mais simplista e direcionada a estruturas menos complexas. O presente trabalho procurou vincular o uso da modelagem aerodinâmica desenvolvida pelo método *doublet lattice* com o uso de estruturas sanduíches viscoelásticas. Neste caso, a obtenção de modos complexos imaginários afeta diretamente a obtenção do carregamento aerodinâmico não-estacionário. Neste sentido, o trabalho procurou oferecer uma contribuição ao estudo de sistemas aeroviscoelásticos por meio do método *doublet lattice*, fato possível devido ao total entendimento e desenvolvimento desta metodologia.

Foi visto no estudo de caso que a utilização de materiais viscoelásticos pode melhorar significativamente a eficiência aeroelástica do sistema. De tal modo, foi possível demonstrar que a aplicação do material viscoelástico modificou fortemente a dinâmica do sistema, influenciando benéficamente na ocorrência de *flutter*. Foram também investigados aspectos a respeito da sensibilidade dos materiais quanto à temperatura de operação e espessuras de camadas. Novamente, mesmo com a variação destes parâmetros, verificou-se que a aplicação destes materiais é benéfica na supressão do *flutter*. Entretanto, deve-se atentar também para as questões do peso adicionado à estrutura, devido ao aumento no volume de material usado, de modo que o compromisso geral seja benéfico. Cabe ressaltar também que toda a abordagem realizada foi efetuada no domínio da frequência, e que estudos posteriores para caracterizar precisamente a influência do amortecimento acrescentando pelo material viscoelástico devem ser realizados no domínio do tempo. Entende-se que em grande parte a mudança na dinâmica do sistema é devido ao acréscimo de rigidez e massa a estrutura, no entanto quantificar a contribuição do amortecimento viscoelástico é um ponto de extremo interesse na abordagem aeroviscoelástica.

O presente trabalho aponta abaixo uma série de melhorias para o refino do programa e do código do método *doublet lattice* implementado:

- Estender a modelagem aerodinâmica não-estacionária para inclusão de efeitos não-planares, para o caso de estruturas contidas fora do plano, como estabilizadores verticais, permitindo a diversificação nas geometrias avaliadas. Esta modificação é de fácil implementação e prontamente apoiada na base da construção do código;
- Implementação de um código melhorado de elementos finitos que permita a análise de placas finas com afinamento e refino de malha, permitindo a análise de

configurações elaboradas de asas/empenagens em conjunto com a discretização implementada para a malha aerodinâmica;

- Implementar um esquema melhorado de interpolação da malha aerodinâmica e estrutural, por meio de matrizes de transformação, possibilitando a diversificação e relaxação na quantidade de elementos da malha aerodinâmica estrutural;
- Realização de experimentos com estruturas viscoelásticas para determinar a validação dos modelos numéricos utilizados.

Além das melhorias no programa implementado, que possibilitarão um uso mais geral e aplicado a estruturas industriais, também são apontadas futuras perspectivas de pesquisa para aplicação da metodologia, e a exploração de novas técnicas, como:

- Avaliar a influência real do amortecimento viscoelástico na construção dos sistemas aeroviscoelásticos pela abordagem com o DLM, transformando e avaliando a influência do carregamento no domínio do tempo;
- Abordagem de outras técnicas de controle passivo aeroelástico, principalmente com a utilização da otimização por disposição de camadas de materiais compósitos, e ainda o uso de novos materiais disruptivos como os FGM;
- Investigar efeitos não-lineares provenientes em primeira parte da estrutura, e posteriormente das condições do carregamento não-estacionário, provendo uma faixa maior de investigação para o método;
- Investigar aspectos relacionados à quantificação de incertezas, tanto na parte estrutural quanto na parte aerodinâmica, como por exemplo nas aproximações numéricas efetuadas para a função kernel, e para parâmetros geométricos da estrutura
- Estudar modelos de correção do carregamento não-estacionário através de melhorias no DLM, por meio de experimentação em túnel de vento, ou métodos avançados de CFD.

Referências

ABEL, Irving. An analytical technique for predicting the characteristics of a flexible wing equipped with an active flutter-suppression system and comparison with wind-tunnel data. **NASA Technical Paper 1367**, 1979.

AFONSO, Frederico et al. Performance based multidisciplinary design optimization of morphing aircraft. **Aerospace Science and Technology**, v. 67, p. 1-12, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2017.03.029>

ALBANO, Edward; RODDEN, William P. A doublet-lattice method for calculating lift distributions on oscillating surfaces in subsonic flows. **AIAA journal**, v. 7, n. 2, p. 279-285, 1969. <https://doi.org/10.2514/3.5086>

ALYANAK, Edward J.; PENDLETON, Ed. Aeroelastic tailoring and active aeroelastic wing impact on a lambda wing configuration. **Journal of Aircraft**, p. 11-19, 2016. <https://doi.org/10.2514/1.C033040>

ANDERSEN, G.; FORSTER, E.; KOLONAY, R. Multiple control surface utilization in active aeroelastic wing technology. **Journal of aircraft**, v. 34, n. 4, p. 552-557, 1997. <https://doi.org/10.2514/2.2208>

ANDREWS, L. V.; VIVIAN, H. T. Unsteady aerodynamics for advanced configurations. Part 1- application of the subsonic kernel function to nonplanar lifting surfaces (Pressure distributions and aerodynamic forces equations for thin nonplanar lifting surface in simple harmonic motion at subsonic speeds- digital computer program in Fortran IV). **1965. 120 P**, 1965.

ANDRIANNE, T. Aeroelasticity and Experimental Aerodynamics, Lecture 4, Université de Liège. **Notas de Aula**, 2016.

ASHLEY, Holt. On making things the best-aeronautical uses of optimization. **Journal of Aircraft**, v. 19, n. 1, p. 5-28, 1982. <https://doi.org/10.2514/3.57350>

BADCOCK, Kenneth; WOODGATE, Mark. Prediction of bifurcation onset of large order aeroelastic models. In: **49th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 16th AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Conference, 10th AIAA Non-Deterministic Approaches Conference, 9th AIAA Gossamer Spacecraft Forum, 4th AIAA Multidisciplinary Design Optimization Specialists Conference**. 2008. p. 1820. <https://doi.org/10.2514/6.2008-1820>

BISPLINGHOFF, R. L.; ASHLEY, H. RL “Halfman, Aeroelasticity”. 1996.

BLAIR, MAX. A compilation of the mathematics leading to the doublet-lattice method. **Airforce Wright Laboratory (Final Report, Aug.- Nov. 1994)**. 1994.

CASTRO, Saullo GP et al. Flutter of stiffened composite panels considering the stiffener's base as a structural element. **Composite Structures**, v. 140, p. 36-43, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.12.056>

CONYERS, Howard J.; DOWELL, Earl H.; HALL, Kenneth C. Aeroelastic studies of a rectangular wing with a hole: correlation of theory and experiment. **SSTI-8080-0045**, 2010.

CUNHA FILHO, A. G. **A influência do amortecimento viscoelástico na estabilidade aeroelástica de painéis aeronáuticos**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, 2015.

Cunha-Filho, A. G., Briend, Y. P. J., De Lima, A. M. G., & Donadon, M. V. An efficient iterative model reduction method for aeroviscoelastic panel flutter analysis in the supersonic regime. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 104, p. 575-588, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2017.11.018>

CUNHA-FILHO, A. G.; LIMA, A. M. G.; DONADON, M. V.; LEÃO, L. S. *Flutter suppression of plates using passive constrained viscoelastic layers*. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 79, p. 99-111, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2016.02.025>

DA RONCH, Andrea; CAVAGNA, Luca. A Doublet-Lattice Method for Calculating Lift Distributions on Planar and Non-Planar Configurations in Subsonic Flows. 2007.

DALMIŞ, Mevlüt Burak; YAMAN, Kemal. Numerical and Experimental Investigations of Cantilever Rectangular Plate Structure on Subsonic Flutter. **International Journal of Aerospace and Mechanical Engineering**, v. 9, n. 11, p. 2031-2038, 2017.

Dowell, E.H., Clark, R., Cox, D., Curtiss, H.C., Edwards, J.W., Hall, K.C., Peters, D.A., Scanlon, R., Simiu, E., Sisto, F. and Strganac, T.W. **A Modern Course in Aeroelasticity – Solid Mechanics and Its applications**, 4th revised and enlarged edn, Springer, 2004.

DUNNING, Peter D. et al. Aeroelastic tailoring of a plate wing with functionally graded materials. In: **55th AIAA/ASME/ASCE/AHS/SC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference**. 2014. p. 0344. <https://doi.org/10.2514/6.2014-0344>

ESKANDARY, K. et al. Nonlinear aeroelastic analysis of high-aspect-ratio wings in low subsonic flow. **Acta Astronautica**, v. 70, p. 6-22, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2011.07.017>

FARIA, A. W. *Modélisation par éléments finis de plaques composites: contribution a l'étude de l'amortissement, endommagement et prise en compte d'incertitudes (phd thesis)*. Uberlândia: Universidade Federal de Uberlândia, 2010.

FILHO, André Garcia Cunha, *Abordagem transiente sobre os efeitos do amortecimento viscoelástico na estabilidade aeroelástica de estruturas aeronáuticas*. **Tese de Doutorado**, Universidade Federal de Uberlândia, 2019.

FUNG, Yuan Cheng. **An introduction to the theory of aeroelasticity**. Courier Dover Publications, 2008.

GANGWANI, Santu T. A doublet lattice method for the determination of rotor induced empennage vibration airloads. **Analysis description and program documentation**. 1982.

GARRICK, I. E.; REED III, Wilmer H. Historical development of aircraft flutter. **Journal of Aircraft**, v. 18, n. 11, p. 897-912, 1981. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2011.07.017>

GIESING, J. P.; KALMAN, T. P.; AND RODDEN, W. P.; **Correction Factor Techniques for Improving Aerodynamic Prediction Methods**. NASA-CR-144967, 1976.

GUIMARÃES, Thiago Augusto Machado e. **Contribuição ao estudo do comportamento dinâmico e aeroelástico de laminados compósitos de rigidez variável**. Tese de doutorado, Universidade Federal de Uberlândia 2016.

GUPTA, Ankit; TALHA, Mohammad. Recent development in modeling and analysis of functionally graded materials and structures. **Progress in Aerospace Sciences**, 2015, 79: 1-14. <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2015.07.001>

HANCOCK, G. J.; WRIGHT, J. R.; SIMPSON, A. On the teaching of the principles of wing flexure-torsion flutter. **The Aeronautical Journal**, v. 89, n. 888, p. 285-305, 1985.

HASSIG, Hermann J. An approximate true damping solution of the flutter equation by determinant iteration. **Journal of Aircraft**, v. 8, n. 11, p. 885-889, 1971. <https://doi.org/10.2514/3.44311>

HEDMAN, S. G. Vortex lattice method for calculation of quasi steady state loadings on thin elastic wings. **Aeronautical Research Institute of Sweden Rept**, v. 105, 1965.

HODGES, Dewey H.; PIERCE, G. Alvin. **Introduction to structural dynamics and aeroelasticity**. cambridge university press, 2011.

HUTTON, David V.; WU, Jianhua. **Fundamentals of finite element analysis**. New York: McGraw-hill, 2004.

J. P. Giesing. Basic principles and double lattice applications in potential aerodynamics. In L. Morino, editor, **Computational Methods in Potential Aerodynamics**. Springer-Verlag, Computational Mechanics Centre, Southampton, 1987.

JUTTE, Christine V. et al. Aeroelastic tailoring of the NASA common research model via novel material and structural configurations. In: **52nd Aerospace Sciences Meeting**. 2014. p. 0598. <https://doi.org/10.2514/6.2014-0598>

KALMAN, T. P.; RODDEN, W. P.; GIESING, J. P. Application of the doublet-lattice method to nonplanar configurations in subsonic flow. **Journal of Aircraft**, v. 8, n. 6, p. 406-413, 1971. <https://doi.org/10.2514/3.59117>

KATZ, Joseph; PLOTKIN, Allen. **Low-speed aerodynamics**. 2004.

LANGLEY, Samuel Pierpont; MANLY, Charles Matthews. **Langley Memoir of Mechanical Flight, Pt. I. 1887 to 1896**. Smithsonian institution, 1911.

LANSING, Warner; LERNER, Edwin; TAYLOR, Ronald F. **Applications of structural optimization for strength and aeroelastic design requirements**. Advisory Group For Aerospace Research And Development Neuilly-Sur-Seine (France), 1978.

LASCHKA, Boris. Das Potential und das Geschwindigkeitsfeld der harmonisch schwingenden tragenden Fläche bei Unterschallströmung. **ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik**, v. 43, n. 7-8, p. 325-333, 1963. <https://doi.org/10.1002/zamm.19630430704>

LAZARUS, Kenneth B.; CRAWLEY, Edward E.; LIN, Charrissa Y. Fundamental mechanisms of aeroelastic control with control surface and strain actuation. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 18, n. 1, p. 10-17, 1995. <https://doi.org/10.2514/3.56650>

LIMA, A. M. G. de; RADE, D. A.; BOUHADDI, N. Optimization of viscoelastic systems combining robust condensation and metamodeling. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 32, n. SPE, p. 485-495, 2010. <https://doi.org/10.1590/S1678-58782010000500008>

LIMA, A. M. G.; FARIA, A. W.; RADE, D. A. Sensitivity analysis of frequency response functions of composite sandwich plates containing viscoelastic layers. **Composite Structures**, v. 92, n. 2, p. 364-376, 2010. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2009.08.017>

LIMA, A.M.G. **Modelagem numérica e avaliação experimental de materiais viscoelásticos aplicados ao controle passivo de vibrações mecânicas**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, 2003.

LIMA, A.M.G.; DIACENCO, A. A.; CÔRREA, E. O. Finite Element Modeling of Composite Sandwich Plates with Viscoelastic Layers. In: **20th International Congress of Mechanical Engineering (COBEM)**, Gramado, RS, 2009.

MANGLER, K. W.; SPENCER, BFR. Some remarks on muthopp's subsonic lifting surface theory (Multhopp method and alternative method for subsonic lifting surface theory applied to spanwise integration of downwash). **1952. 10 P**, 1952.

MARQUES, S. et al. CFD based aeroelastic stability predictions under the influence of structural variability. **AIAA Paper**, v. 2324, p. 2009, 2009.

MARQUES, Simao et al. How structural model variability influences transonic aeroelastic stability. **Journal of Aircraft**, v. 49, n. 5, p. 1189-1199, 2012. <https://doi.org/10.2514/1.C031103>

MARTINS, P. C. O. M. **Estudo da influência do amortecimento viscoelástico no fenômeno aeroelástico de flutter**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, 2014.

MCCAIN, W. E.: Comparison of Measured and Calculated Airloads on an Energy Efficient Transport Wing Model Equipped with Oscillating Control Surfaces. **22nd Aerospace Sciences Meeting**, 1984. <https://doi.org/10.2514/6.1984-301>

MERRETT, C. G.; HILTON, H. H. Elastic and viscoelastic panel *flutter* in incompressible, subsonic and compressible flows. **Journal of Aeroelasticity and Structural Dynamics**, v. 2, n. 1, 2010.

MILLER, Gerald D. **Active flexible wing (AFW) technology**. Rockwell International Los Angeles Ca North American Aircraft Operations, 1988.

MUNK, Max M. **Propeller containing diagonally disposed fibrous material**. U.S. Patent n. 2,484,308, 11 out. 1949.

NASHIF, A.; JONES, D.; HANDERSON, J. **Vibration Damping**. New York: John Wiley & Sons. 1985.

- NETO, Antônio B. Guimarães; DA SILVA, Roberto GA; PAGLIONE, Pedro. Control-point-placement method for the aerodynamic correction of the vortex-and the doublet-lattice methods. **Aerospace Science and Technology**, v. 37, p. 117-129, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2014.05.007>
- Niblett, L.T. A guide to classical flutter. **Aeronautical Journal**, 92, 339–54, 1998. <https://doi.org/10.1017/S0001924000016432>
- PALACIOS, R; Climent, H.; Karlsson, A.; Winzell, B. Assessment of strategies for correcting linear unsteady aerodynamics using CFD or experimental results. 2001.
- PENDLETON, Edmund W. et al. Active aeroelastic wing flight research program: technical program and model analytical development. **Journal of Aircraft**, v. 37, n. 4, p. 554-561, 2000. <https://doi.org/10.2514/2.2654>
- RAMSEY, John K. **NASA aeroelasticity handbook volume 2: design guides part 2**. 2006.
- REDDY, Junuthula Narasimha. An introduction to the finite element method. **New York**, 1993.
- REICH, Gregory W.; RAVEH, Daniella; ZINK, Scott. Application of active-aeroelastic-wing technology to a joined-wing sensorcraft. **Journal of aircraft**, v. 41, n. 3, p. 594-602, 2004. <https://doi.org/10.2514/1.78>
- RODDEN, W. P.; GIESING, J. P.; KALMAN, T. P. Refinement of the nonplanar aspects of the subsonic doublet-lattice lifting surface method. **Journal of Aircraft**, v. 9, n. 1, p. 69-73, 1972. <https://doi.org/10.2514/3.44322>
- RODDEN, W. P.; TAYLOR, P. F.; MCINTOSH, S. C. Further refinement of the subsonic doublet-lattice method. **Journal of Aircraft**, v. 35, n. 5, p. 720-727, 1998. <https://doi.org/10.2514/2.2382>
- RODDEN, W. P.; TAYLOR, P. F.; MCINTOSH, S. C. Further refinement of the nonplanar aspects of the subsonic doublet-lattice lifting surface method. In: **ICAS PROCEEDINGS**. 1996. p. 1786-1799.
- RODDEN, William P. et al. Further convergence studies of the enhanced doublet-lattice method. **Journal of aircraft**, v. 36, n. 4, p. 682-688, 1999. <https://doi.org/10.2514/2.2511>
- RODDEN, William P.; JOHNSON, Erwin H. **MSC/NASTRAN aeroelastic analysis: user's guide; Version 68**. MacNeal-Schwendler Corporation, 1994.
- RODDEN, William P.; TAYLOR, Paul F.; MCINTOSH, Samuel C. Improvements to the Doublet-Lattice Method in MCS/NASTRAN. **MacNeal-Schwendler Corp., Technical Rept., Los Angeles**, 1999.
- ROGER, Kenneth. Airplane math modeling methods for active control design. **AGARD-CP-288**, 1977.
- ROSKAM, Jan. **Airplane design**. DARcorporation, 1985.
- SCANLAN, Robert H.; ROSENBAUM, Robert. **Introduction to the study of Aircraft Vibration and Flutter**. Dover Publications, 1960.

SCHMIT, Lucien A. Structural synthesis-its genesis and development. **AIAA Journal**, v. 19, n. 10, p. 1249-1263, 1981. <https://doi.org/10.2514/3.7859>

SCHUSTER, David M.; LIU, Danny D.; HUTTSELL, Lawrence J. Computational aeroelasticity: success, progress, challenge. **Journal of Aircraft**, v. 40, n. 5, p. 843-856, 2003. <https://doi.org/10.2514/2.6875>

SHIRK, Michael H.; HERTZ, Terrence J.; WEISSHAAR, Terrence A. Aeroelastic tailoring-theory, practice, and promise. **Journal of Aircraft**, v. 23, n. 1, p. 6-18, 1986. <https://doi.org/10.2514/3.45260>

SILVA, L. A. **Modelagem aeroviscoelástica de painéis sanduíches planos via método dos painéis**. 2018. 107p. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil.

SILVA, V. A. da C. **Modelagem estocástica de estruturas sanduíches não-lineares contendo amortecimento viscoelástico**. Tese de doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, 2017.

STANFORD, Bret K.; JUTTE, Christine V.; WU, K. Chauncey. Aeroelastic benefits of tow steering for composite plates. **Composite Structures**, v. 118, p. 416-422, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.08.007>

STANFORD, Bret; BERAN, Philip. Direct flutter and limit cycle computations of highly flexible wings for efficient analysis and optimization. **Journal of Fluids and Structures**, v. 36, p. 111-123, 2013. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2012.08.008>

TIFFANY, Sherwood H.; and ADAMS, William M., Jr.: Nonlinear Programming Extensions to Rational Function Approximation Methods for Unsteady Aerodynamic Forces. **NASA TP-2776**, 1988. <https://doi.org/10.2514/6.1987-854>

TIMOSHENKO, Stephen P.; WOINOWSKY-KRIEGER, Sergius. **Theory of plates and shells**. McGraw-hill, 1959.

WERTER, N. P. M.; DE BREUKER, R. A novel dynamic aeroelastic framework for aeroelastic tailoring and structural optimisation. **Composite Structures**, v. 158, p. 369-386, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.09.044>

WRIGHT, J.R, COOPER, J.E. **Introduction to aircraft aeroelasticity and loads**. John Wiley & Sons, 2008. <https://doi.org/10.2514/4.479359>

Apêndice A

Na seção 3.2.3.2 foi apresentada a aproximação parabólica para o numerador da função kernel (Eq. 3.23). Para aumentar o refino de aproximações coplanares, Rodden *et al* (1972), propuseram aplicar separadamente a aproximação para os termos planares e não-planares K_1 e K_2 do kernel. Os valores limitantes estacionários K_{01} e K_{02} são subtraídos da solução, e a parte estacionária exata dos fatores de *downwash* estacionários D_{0rs} , é computada usando o *Vortex Lattice Method*, conforme a Eq. (3.41).

A aproximação parabólica, conforme vista é limitada a configurações mais simples, ou então é consideravelmente mais cara em termos computacionais, requerendo maior refino. De tal maneira, a aproximação quártica é mais eficiente, quebrando as limitações de malha mais refinada. Seu desenvolvimento é semelhante a parabólica, assim a Eq. (3.42) é descrita como:

$$D_{1rs} = \frac{\Delta x_s}{8\pi} \int_{-e}^e \frac{P_1(\bar{\eta})}{r^2} d\bar{\eta} \quad (\text{A.1})$$

$$\text{onde: } P_1(\bar{\eta}) = A_1 \bar{\eta}^2 + B_1 \bar{\eta} + C_1 + D_1 \bar{\eta}^3 + E_1 \bar{\eta}^4 \approx \left\{ K_1 \exp \left[-i\omega \frac{(\bar{x} - \bar{\eta} \tan \Lambda_s)}{U_\infty} \right] - K_{10} \right\} T_1, \text{ e}$$

$$D_{2rs} = \frac{\Delta x_s}{8\pi} \int_{-e}^e \frac{P_2(\bar{\eta})}{r^4} d\bar{\eta} \quad (\text{A.2})$$

$$\text{onde: } P_2(\bar{\eta}) = A_2 \bar{\eta}^2 + B_2 \bar{\eta} + C_2 + D_2 \bar{\eta}^3 + E_2 \bar{\eta}^4 \approx \left\{ K_2 \exp \left[-i\omega \frac{(\bar{x} - \bar{\eta} \tan \Lambda_s)}{U_\infty} \right] - K_{20} \right\} T_2^*$$

e os termos,

$$A_1 = [P_1(-e) - 16P_1(-e/2) + 30P_1(0) - 16P_1(+e/2) + P_1(+e)] / 6e^2 \quad A_2 = [P_2(-e) - 16P_2(-e/2) + 30P_2(0) - 16P_2(+e/2) + P_2(+e)] / 6e^2$$

$$B_1 = [P_1(-e) - 2P_1(-e/2) + 8P_1(+e/2) - P_1(+e)] / 6e \quad B_2 = [P_2(-e) - 2P_2(-e/2) + 8P_2(+e/2) - P_2(+e)] / 6e$$

$$C_1 = P_1(0) \quad C_2 = P_2(0)$$

$$D_1 = [-P_1(-e) - 2P_1(-e/2) + 2P_1(+e/2) - P_1(+e)] / (3e^3/2) \quad D_2 = [-P_2(-e) - 2P_2(-e/2) + 2P_2(+e/2) - P_2(+e)] / (3e^3/2)$$

$$E_1 = [P_1(-e) - 4P_1(-e/2) + 6P_1(0) - 4P_1(+e/2) + P_1(+e)] / (3e^4/2) \quad E_2 = [P_2(-e) - 4P_2(-e/2) + 6P_2(0) - 4P_2(+e/2) + P_2(+e)] / (3e^4/2)$$

Substituindo a aproximação refinada nos termos D_{1rs} e D_{2rs} da Eq. (3.41) e integrando por partes, obtêm-se:

$$D_{1rs} = \frac{\Delta x_s}{8\pi} \left\{ \left[(\bar{y}^2 - \bar{z}^2) A_1 + \bar{y} B_1 + C_1 + \bar{y} (\bar{y}^2 - 3\bar{z}^2) D_1 + (\bar{y}^4 - 6\bar{y}^2\bar{z}^2 + \bar{z}^4) E_1 \right] F \right. \\ \left. + \left[\bar{y} A_1 + \frac{1}{2} B_1 + \frac{1}{2} (3\bar{y}^2 - \bar{z}^2) D_1 + 2\bar{y} (\bar{y}^2 - \bar{z}^2) E_1 \right] \log \left[\frac{(\bar{y} - e)^2 + \bar{z}^2}{(\bar{y} + e)^2 + \bar{z}^2} \right] \right. \\ \left. + 2e \left[A_1 + 2\bar{y} D_1 + (3\bar{y}^2 - \bar{z}^2 + \frac{1}{3} e^2) E_1 \right] \right\} \quad (\text{A.3})$$

$$D_{2rs} = \frac{\Delta x_s}{16\pi\bar{z}^2} \left\{ \left[(\bar{y}^2 - \bar{z}^2) A_2 + \bar{y} B_2 + C_2 + \bar{y} (\bar{y}^2 - 3\bar{z}^2) D_2 + (\bar{y}^4 + 6\bar{y}^2\bar{z}^2 - 3\bar{z}^4) E_2 \right] F \right. \\ \left. + \frac{1}{(\bar{y} + e)^2 + \bar{z}^2} \left[\left[(\bar{y}^2 + \bar{z}^2) \bar{y} + (\bar{y}^2 - \bar{z}^2) e \right] A_2 + (\bar{y}^2 + \bar{z}^2 + \bar{y}e) B_2 + (\bar{y} + e) C_2 \right. \right. \\ \left. \left. + \left[\bar{y}^4 - \bar{z}^4 + (\bar{y}^2 - 3\bar{z}^2) \bar{y}e \right] D_2 + \left[(\bar{y}^4 - 2\bar{y}^2\bar{z}^2 - 3\bar{z}^4) \bar{y} + (\bar{y}^4 - 6\bar{y}^2\bar{z}^2 + \bar{z}^4) e \right] E_2 \right] \right. \\ \left. - \frac{1}{(\bar{y} + e)^2 + \bar{z}^2} \left[\left[(\bar{y}^2 + \bar{z}^2) \bar{y} + (\bar{y}^2 - \bar{z}^2) e \right] A_2 + (\bar{y}^2 + \bar{z}^2 - \bar{y}e) B_2 + (\bar{y} - e) C_2 \right. \right. \\ \left. \left. + \left[\bar{y}^4 - \bar{z}^4 - (\bar{y}^2 - 3\bar{z}^2) \bar{y}e \right] D_2 + \left[(\bar{y}^4 - 2\bar{y}^2\bar{z}^2 - 3\bar{z}^4) \bar{y} - (\bar{y}^4 - 6\bar{y}^2\bar{z}^2 + \bar{z}^4) e \right] E_2 \right] \right. \\ \left. + \bar{z}^2 \log \left[\frac{(\bar{y} - e)^2 + \bar{z}^2}{(\bar{y} + e)^2 + \bar{z}^2} \right] D_2 + 4\bar{z}^2 \left[e + \bar{y} \log \left[\frac{(\bar{y} - e)^2 + \bar{z}^2}{(\bar{y} + e)^2 + \bar{z}^2} \right] \right] E_2 \right\} \quad (\text{A.4})$$

onde a avaliação da integral denotada por F é:

$$F = \int_{-e}^e \frac{d\bar{\eta}}{(\bar{y} - \bar{\eta})^2 + \bar{z}^2} = \frac{1}{|\bar{z}|} \tan^{-1} \left[\frac{2e|\bar{z}|}{\bar{y}^2 + \bar{z}^2 - e^2} \right] \quad (\text{A.5})$$

O procedimento é análogo ao descrito na seção 3.2.3.2 para a aproximação parabólica, os coeficientes A_1, B_1, C_1, D_1, E_1 e A_2, B_2, C_2, D_2, E_2 da aproximação quártica, são obtidos a partir dos valores do numerador da função kernel em cinco pontos, localizados sobre a linha de dipolos, a saber: $\bar{\eta} = -e$ (ponto interno), $\bar{\eta} = -e/2$ (meio-interno), $\bar{\eta} = 0$ (meia envergadura) $\bar{\eta} = +e/2$ (meio-externo) e $\bar{\eta} = +e$ (externo).

Apêndice B

Na seção 4.1 foi apresentado o elemento finito quadrangular utilizado para discretização da placa fina do modelo *plate like wing* utilizado. A obtenção das matrizes elementares de massa e rigidez do elemento, é feita através de métodos de energia, conforme visto nas referências (REDDY, 1993; HUTTON, 2004). São válidas as considerações de placa fina para a formulação.

A energia potencial total, incluindo a energia potencial elástica e o trabalho do carregamento externo, é expressa segundo:

$$U = \frac{D}{2} \int_0^a \int_0^b \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy - \int_0^a \int_0^b wp dx dy \quad (\text{B.1})$$

onde $w = w(x, y)$, a e b são os comprimentos elementares, e D o coeficiente de rigidez à flexão da placa, dado por:

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu)}$$

É admitida uma aproximação bidimensional de terceira ordem para aproximação dos deslocamentos nos nós, da forma:

$$\begin{aligned} \tilde{w}(x, y) = & c_1 + c_2 + c_3 y + c_4 x^2 + c_5 xy + c_6 y^2 + c_7 x^3 + c_8 x^2 y + \dots \\ & \dots + c_9 xy^2 + c_{10} y^3 + c_{11} x^3 y + c_{12} xy^3 \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Realizando a derivação parcial do campo de deslocamentos nas coordenadas x e y , obtêm-se as rotações θ_y e θ_x respectivamente, de modo que:

$$\tilde{\theta}_y(x, y) = - \frac{\partial \tilde{w}(x, y)}{\partial x} \quad (\text{B.3})$$

$$\tilde{\theta}_x(x, y) = \frac{\partial \tilde{w}(x, y)}{\partial y} \quad (\text{B.4})$$

Resultando, na forma matricial, em:

$$\begin{Bmatrix} \tilde{w}(x,y) \\ \tilde{\theta}_x(x,y) \\ \tilde{\theta}_y(x,y) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & x^2 & xy & y^2 & x^3 & x^2y & xy^2 & y^3 & x^3y & xy^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & x & 2y & 0 & x^2 & 2xy & 3y^2 & x^3 & 3xy^2 \\ 0 & -1 & 0 & -2x & -y & 0 & -3x^2 & -2xy & -y^2 & 0 & -3x^2y & -y^3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ \vdots \\ c_{11} \\ c_{12} \end{Bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

Para determinação das doze constantes impõe-se que as aproximações utilizadas devem fornecer os valores dos deslocamentos em rotações nodais, quando avaliadas nas coordenadas referentes aos quatro nós (i, j, k, l). De tal modo, obtêm-se uma matriz de avaliação nas coordenadas conhecidas no nó, do tamanho do número de graus de liberdade por elemento.

$$[A_{(12 \times 12)}] = \begin{Bmatrix} \tilde{w}^j(x_i, y_i) \\ \tilde{\theta}_x^i(x_i, y_i) \\ \tilde{\theta}_y^i(x_i, y_i) \\ \vdots \\ \tilde{w}^l(x_l, y_l) \\ \tilde{\theta}_x^l(x_l, y_l) \\ \tilde{\theta}_y^l(x_l, y_l) \end{Bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

Reescrevendo a Eq.(B.2) na forma matricial, têm-se:

$$\tilde{w}(x, y) = [P(x, y)]\{C\} \quad (\text{B.7})$$

onde,

$$P(x, y) = [1 \quad x \quad y \quad x^2 \quad xy \quad y^2 \quad x^3 \quad x^2y \quad xy^2 \quad y^3 \quad x^3y \quad xy^3]$$

$$\{C\} = \{c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4 \quad c_5 \quad c_6 \quad c_7 \quad c_8 \quad c_9 \quad c_{10} \quad c_{11} \quad c_{12}\}^T$$

Define-se que o deslocamento transversal aproximado em qualquer ponto dentro do elemento finito elaborado, é descrito como:

$$\tilde{w}(x, y) = [N(x, y)]_{(1 \times 12)} \{\delta_e\}_{(12 \times 1)} \quad (\text{B.8})$$

onde $\{\delta_e\}$ é o vetor do campo de deslocamento elementar associado a cada grau de liberdade por nó, e $[N(x, y)]$ é a **matriz de funções de forma** que indica que os campos de

deslocamentos e os campos de rotações sobre o elemento são expressos como combinações lineares de deslocamentos e rotações dos quatros nós do elemento, sendo dada por:

$$[N(x, y)] = [P(x, y)][A]^{-1} \quad (\text{B.9})$$

B.1 Matrizes de massa e rigidez elementar

Do princípio da energia potencial (Eq. B.1) e pela aproximação dada pela Eq. (B.2), pode-se expressar as derivadas parciais que aparecem na equação da energia potencial em função de N e δ , da seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 [N(x, y)]}{\partial x^2} \{\delta_e\} = [N_{xx}(x, y)] \{\delta_e\} \quad (\text{B.10a})$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 [N(x, y)]}{\partial y^2} \{\delta_e\} = [N_{yy}(x, y)] \{\delta_e\} \quad (\text{B.10b})$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 [N(x, y)]}{\partial y^2} \{\delta_e\} = [N_{yy}(x, y)] \{\delta_e\} \quad (\text{B.10c})$$

A energia potencial é escrita como:

$$U^e = \frac{1}{2} \{\delta_e\} [K_e] \{\delta_e\} \quad (\text{B.11})$$

onde:

$$[K_e]_{(12 \times 12)} = D \int_0^a \int_0^b \left([N_{xx}]^T [N_{xx}] + [N_{yy}]^T [N_{yy}] + 2\nu [N_{xx}]^T [N_{yy}] + 2(1-\nu) [N_{xy}]^T [N_{xy}] \right) dx dy \quad (\text{B.12})$$

é a **matriz de rigidez elementar** da placa plana fina.

Para obtenção da matriz de massa elementar da placa, parte-se da energia cinética associada ao sistema, que pode ser expressa como sendo:

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{\delta}_e\}^T [M_e] \{\dot{\delta}_e\} \quad (\text{B.13})$$

onde $\{\dot{\delta}_e\}$ é o vetor do campo de velocidades associado aos deslocamentos nodais, e

$$[M_e]_{(12 \times 12)} = \rho h \int_0^a \int_0^b [N]^T [N] dx dy \quad (\text{B.14})$$

é a **matriz de massa elementar** da placa fina.