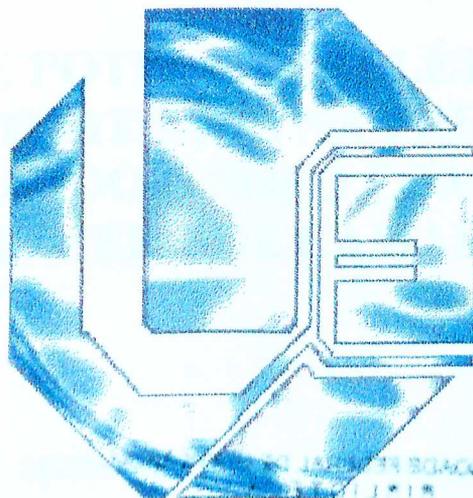


UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

MOU
621.3
5993n
TES/mem



**RESISTÊNCIA E POTENCIAIS ELÉTRICOS PARA UM
ATERRAMENTO SITUADO NA PRIMEIRA CAMADA
CONSIDERANDO O SOLO COM QUALQUER
NÚMERO DE CAMADAS**

KAISSON TEODORO DE SOUZA

JULHO

2003

**RESISTÊNCIA E POTENCIAIS ELÉTRICOS PARA UM
ATERRAMENTO SITUADO NA PRIMEIRA CAMADA
CONSIDERANDO O SOLO COM QUALQUER
NÚMERO DE CAMADAS**

AUTOR:

KAISSON TEODORO DE SOUZA

Dissertação apresentada por **Kaiison Teodoro de Souza** à
Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos
necessários para a obtenção do título de Mestre em Engenharia
Elétrica.

Prof. Luciano Martins Neto, Dr.

Orientador



Prof. Alcimar Barbosa, Dr.

Coordenador do Curso de Pós-Graduação

“O caminho da sabedoria é não ter medo de errar”

“Aos meus pais Alzira e Ivânio e aos meus irmãos pelo apoio, carinho e amor a mim dedicados, essenciais para o desenvolvimento desta dissertação.”

AGRADECIMENTOS

Ao professor Luciano Martins Neto pela sabedoria, orientação e atenção dispensadas a este trabalho.

Ao meu pai Ivânio Manoel de Souza pelo apoio na realização dos ensaios experimentais.

Aos amigos e colegas do curso de pós-graduação pela colaboração, amizade e companheirismo.

Ao conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ) pelo apoio financeiro.

RESUMO

SOUZA, KAISSON T.; Resistência e Potenciais Elétricos Para Um Aterramento Situado na Primeira Camada Considerando o Solo com Qualquer Número de Camadas. Uberlândia-MG, UFU, 2003.

Este trabalho apresenta um método matemático que possibilita o cálculo da resistência e potenciais elétricos considerando o solo com qualquer número de camadas horizontais para um aterramento localizado na primeira camada. Através dos equacionamentos deste método de cálculo é desenvolvido um programa computacional que permite obter os valores teóricos da resistência de aterramento e dos potenciais de superfície. Para tornar-se possível a validação do método são feitas comparações dos resultados teórico-experimentais. Ainda, são feitos estudos para diversas condições de resistividades e espessuras de um solo com três camadas horizontais, como exemplo aplicativo.

Palavras-chave:

Aterramentos Elétricos, Resistência de Aterramento, Potenciais de Superfície, Estratificação do Solo

ABSTRACT

SOUZA, KAISSON T.; Resistance and Potentials Electric for a Grounding Located in the First Layer Considering the Soil with Any Number of Layers. Uberlândia-MG, UFU, 2003.

This work presents a mathematical method that facilitates the calculation of the resistance and electric potentials considering the soil with any number of horizontal layers for an grounding located in the first layer. Through the equation of this calculation method a program the computer is developed, that allows to obtain the theoretical values of the grounding resistance and of the surface potentials. To become possible á validation of the method they are made comparisons of the theoretical-experimental results. Still, they are made studies for several resistivity conditions and thickness of a soil with three horizontal layers, as example application.

Key words:

Electric Grounding, Resistance of Grounding, Surface Potentials, Resistivity of the soil

SUMÁRIO

➤ **CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO**

1.1 - O Aterramento Elétrico.....	01
1.2 - Justificativa do Trabalho.....	02
1.3 - Objetivo.....	03
1.4 – Desenvolvimento do Trabalho.....	04

➤ **CAPÍTULO II – MODELAGEM MATEMÁTICA PARA O CÁLCULO DA RESISTÊNCIA E POTENCIAIS ELÉTRICOS DE UM ATERRAMENTO**

2.1 - Introdução.....	05
2.2 - Potencial de uma Fonte de Puntual de Corrente Elétrica em um Solo Homogêneo.	07
2.3 - Cálculo da Resistência e Potenciais de um Aterramento Elétrico para o solo Homogêneo.....	10
2.4 - Método Matemático para o Cálculo da Resistência e Potenciais Elétricos Considerando o Solo com Qualquer Número de Camadas Horizontais e o Aterramento Situado na 1ª Camada.....	15

➤ **CAPÍTULO III – RESULTADOS EXPERIMENTAIS**

3.1 - Considerações Iniciais.....	37
3.2 - Construção do Aterramento.....	38

3.3 - Medição da Resistividade Aparente do Solo e Estratificação em Camadas Horizontais.....	39
3.4 - Medição da Resistência de Aterramento.....	41
3.5 - Medição dos potenciais de Superfície do Solo.....	43
3.6 - Ensaio Experimentais e seus Resultados.....	44
3.6.1 - Ensaio 01.....	44
3.6.2 - Ensaio 02.....	48
3.6.3 - Ensaio 03.....	52
3.6.4 - Ensaio 04.....	56
3.6.5 - Ensaio 05.....	60
3.6.6 - Ensaio 06.....	64
3.6.7 - Ensaio 07.....	68

➤ **CAPÍTULO IV – COMPARAÇÃO TEÓRICO-EXPERIMENTAL**

4.1 - Considerações Iniciais.....	73
4.2 - Simulações Computacionais e Confrontação Teórico-Experimental.....	73
4.2.1 - Simulação 01.....	74
4.2.2 - Simulação 02.....	75
4.2.3 - Simulação 03.....	76
4.2.4 - Simulação 04.....	77
4.2.5 - Simulação 05.....	78
4.2.6 - Simulação 06.....	79
4.2.7 - Simulação 07.....	80

➤ **CAPÍTULO V – SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS DE CASOS TEÓRICOS**

5.1 -	Considerações Iniciais.....	82
5.2 -	Simulações de Casos Teóricos.....	82
5.2.1 -	Simulação do Caso 01.....	83
5.2.2 -	Simulação do Caso 02.....	84
5.2.3 -	Simulação do Caso 03.....	85
5.2.4 -	Simulação do Caso 04.....	86
5.2.5 -	Simulação do Caso 05.....	87
5.2.6 -	Simulação do Caso 06.....	88
5.2.7 -	Simulação do Caso 07.....	89
5.2.8 -	Simulação do Caso 08.....	90
5.2.9 -	Simulação do Caso 09.....	91
5.2.10 -	Simulação do Caso 10.....	92
5.3 -	Análise dos Casos Teóricos.....	93

➤ **CAPÍTULO VI – CONCLUSÕES FINAIS**

	Conclusões Finais.....	94
--	------------------------	----

➤ **APÊNDICE..... 96**

➤ **REFÊRENCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... 98**

CAPITULO I

Introdução

1.1 – O ATERRAMENTO ELÉTRICO

É indiscutível a real necessidade de um bom sistema de aterramento elétrico. Devida a sua vasta utilização, o aterramento elétrico assume um papel significativo em um circuito elétrico, podendo atuar de forma diferente em função de sua aplicação. Em redes de distribuição monofilar onde o solo torna-se um condutor de retorno para a corrente elétrica, o aterramento está permanentemente presente no circuito na frequência industrial, ou ainda, o aterramento elétrico pode participar do circuito elétrico apenas em períodos transitórios, como é o caso do aterramento de pára-raios, no qual a corrente de descarga atmosférica escoar para o solo. Um outro importante papel de certos aterramentos elétricos é proporcionar segurança às pessoas e animais e ainda dar proteção às instalações elétricas, como por exemplo, o aterramento elétrico de carcaça de motores elétricos, que proporciona a proteção contra eventuais acidentes devido à uma possível falha da isolação do equipamento. Além destas aplicações, o aterramento elétrico na eletrônica define uma referência de potencial para os circuitos.

1.2 – JUSTIFICATIVA DO TRABALHO

São diversas as grandezas físicas envolvidas em um aterramento elétrico. A resistência aterramento, tensões de passo e de toque, indutância dos condutores enterrados, capacitância do aterramento, e resistividade elétrica do solo, se apresentam no aterramento, e dependendo da sua aplicação, elege-se o grau de importância de cada uma das grandezas. Por exemplo, em aterramentos de linhas monofilares, com retorno pelo solo, a resistência de aterramento e as tensões de passo e de toque são as grandezas importantes. Já no aterramento de um pára-raios, dependendo das suas dimensões, os efeitos indutivos e resistivos são de grande importância.

Porém, em qualquer aplicação, a resistividade elétrica do solo é importante, e esta não se traduz apenas por um único valor, uma vez que dificilmente encontra-se um solo onde o seu comportamento resistivo é uniforme ao longo de toda área de atuação do aterramento. Em geral o comportamento do solo quanto à resistividade elétrica é representada por modelos, onde o mais comum é a distribuição do solo em camadas horizontais, cada uma com uma certa espessura e um certo valor de resistividade elétrica.

Definido um determinado aterramento elétrico, ou seja, conhecidas às posições dos condutores enterrados e as diversas dimensões envolvidas, qualquer processo matemático que calcula a resistência e os potenciais elétricos do aterramento, necessariamente depende do número e das espessuras e resistividades das camadas horizontais que representam o solo quanto à sua resistividade elétrica. Por exemplo, se as resistividades elétricas das camadas possuírem valores muito próximos, a ponto de se poder considerar um único valor de resistividade ao longo de toda a área de atuação do aterramento, existe o processo clássico de cálculo das grandezas anteriormente mencionadas, para o solo homogêneo, referências [1], [2] e [3]. Se o solo pode ser representado, com boa precisão, por duas camadas horizontais,

também existe o processo clássico de cálculos das referidas grandezas, referências [1], [2] e [6].

Quando o solo precisa ser representado por três ou mais camadas horizontais, existem algumas alternativas onde se procura reduzi-lo a duas camadas. Existe um processo de associação de camadas que realmente não tem muita serventia, e geralmente é aplicado de forma errônea. Embora seja citada nas bibliografias [5] e [8], lamentavelmente sem nenhuma restrição quanto à sua aplicação, esta associação só tem sentido em determinados casos bem específicos. Uma forma mais acertada de transportar um solo de “n” camadas ($n \geq 3$) apenas para duas camadas, se refere à eliminação de certas camadas. Neste caso, a eliminação se faz, de modo que, a situação com duas camadas se torne conservativa para os resultados numéricos a serem obtidos.

Assim, para que os cálculos da resistência e dos potenciais de um aterramento se tornem mais precisos, quando o solo apresenta três ou mais camadas horizontais, se faz necessário pesquisar o assunto, e procurar desenvolver novos processos de cálculo, tentando incluir todas as camadas representativas do solo. Verifica-se em algumas referências bibliográficas, como [4], [5], [9] e [13], métodos de cálculo que levam em consideração a modelagem do solo em “n” camadas.

1.3 – OBJETIVO

Pretende-se, futuramente, desenvolver uma modelagem matemática que permite calcular a resistência e os potenciais elétricos de um aterramento, considerando o solo representado por “n” camadas horizontais, onde n é qualquer número inteiro. Porém este trabalho é árduo e demorado, exigindo técnicas computacionais, principalmente simbólicas.

Para dar início ao trabalho, seguindo uma metodologia apropriada e que permita desenvolvê-lo sistematicamente, esta dissertação tem como objetivo desenvolver uma modelagem matemática inicial, para calcular a resistência e os potenciais elétricos para um solo de qualquer número de camadas, porém restringindo-se ao aterramento pertencer apenas à primeira camada. Para ilustrar a modelagem, desenvolve-se um programa computacional que permite fazer os cálculos anteriormente propostos e confrontá-los com resultados experimentais.

1.4 – DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO

O trabalho será apresentado segundo os objetivos mencionados anteriormente e contém a seguinte formação:

- O capítulo II apresenta a modelagem matemática para o cálculo da resistência e potenciais elétricos de um aterramento situado na primeira camada do solo.
- O capítulo III apresenta a metodologia utilizada para obtenção dos valores, experimentais, assim como os resultados experimentais das medições efetuadas em solos com diferentes características.
- O capítulo IV é feito às comparações teóricas-experimentais entre os resultados obtidos em campo, e aqueles resultantes de simulações.
- No capítulo V são apresentados resultados teóricos da resistência de aterramento, a partir do método apresentado no capítulo II.
- O capítulo VI apresenta as conclusões finais sobre o trabalho e sugestões para trabalhos futuros nesta área.

CAPITULO II

Modelagem Matemática para o Cálculo da Resistência e Potenciais Elétricos de um Aterramento

2.1 – INTRODUÇÃO

Admitindo-se uma massa metálica, enterrada no solo, a qual é injetada uma certa intensidade de corrente I , como mostra a figura (2.1), a mesma se transfere para o solo seguindo caminhos de potenciais decrescentes. Admitindo-se a corrente invariante no tempo, ou a corrente alternada em uma frequência onde o efeito resistivo do solo é predominante sobre eventuais efeitos capacitivo e indutivo, e ainda admitindo-se a resistividade da massa metálica desprezível em relação a resistividade do solo, tem-se particularmente duas superfícies equipotenciais externas, a primeira formada por toda a superfície lateral da massa metálica enterrada, e a segunda pela superfície equipotencial de potencial nulo (remota).

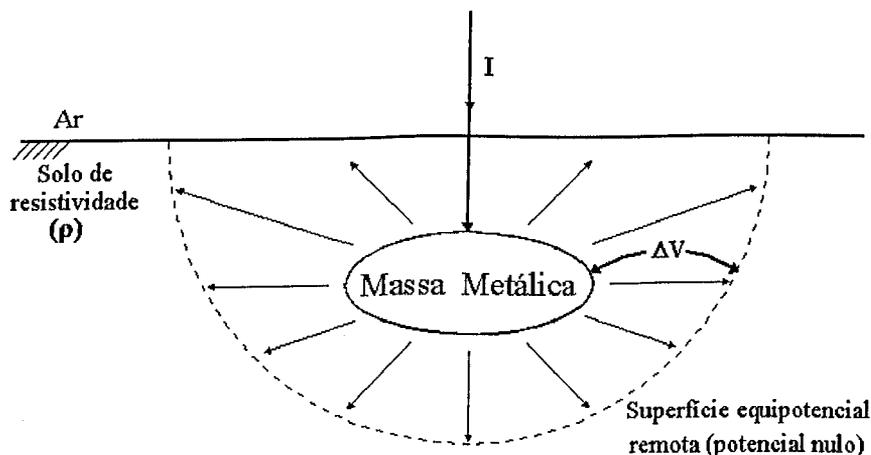


Figura (2.1) – Massa metálica enterrada no solo.

A resistência elétrica total oferecida à passagem desta corrente elétrica, desde um ponto no interior da massa metálica até uma superfície remota no solo, pode ser decomposta em três partes ligadas em série. A primeira componente que a corrente elétrica enfrenta é a interna à massa metálica. A segunda corresponde ao contato entre a massa metálica e o solo. A última é a parcela oferecida pelo solo à passagem de corrente elétrica no volume de terra, compreendido entre a superfície externa da massa metálica e a superfície remota, representada na figura (2.1).

Analisando-se a contribuição de cada parcela para a determinação da resistência total, tem-se que:

_ A primeira parcela pode ser desprezada, pois o material condutor (cobre ou alumínio) utilizado na construção da massa metálica possui uma resistividade muito pequena comparada com o menor valor de resistividade do solo. Assim, seriam necessárias dimensões impraticáveis de massa metálica, para que sua resistência pudesse ser considerável.

_ A segunda parcela, a resistência elétrica de contato, depende do grau de compactação do solo em torno da massa metálica, e seu valor está relacionado com a forma construtiva do aterramento. Portanto o valor desta parcela tem um caráter estritamente prático.

_ A terceira parcela, a resistência elétrica do solo, depende das dimensões e geometria do volume de terra compreendido entre a superfície externa da massa metálica e a superfície remota, bem como, o comportamento do solo quanto a resistividade elétrica.

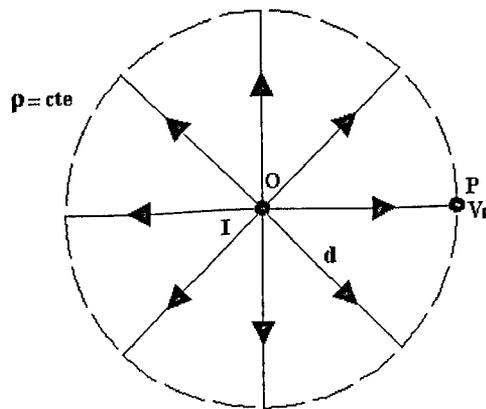
Portanto, pode-se afirmar que, do ponto de vista teórico, a resistência de aterramento é a terceira parcela da resistência total. Na prática, a resistência de aterramento deve ser considerada a teórica acrescida de uma estimativa experimental da resistência de contato. Neste trabalho para efeito de cálculo, é considerada apenas a resistência teórica.

Da figura (2.1) e das considerações feitas no início deste item, para calcular a resistência teórica basta relacionar a diferença de potencial ΔV e a corrente elétrica I . Para se

obter esta relação, se faz necessário estabelecer inicialmente o potencial elétrico (V) produzido por uma fonte de corrente elétrica (I), em função desta, ou seja, obter V(I).

2.2 – POTENCIAL DE UMA FONTE PUNTUAL DE CORRENTE ELÉTRICA EM UM SOLO HOMOGÊNEO

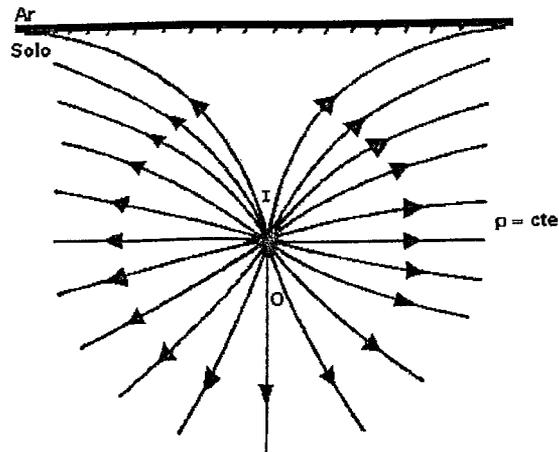
Seja um ponto “O” imerso em um solo infinito e homogêneo de resistividade constante emanando uma corrente elétrica I. Considerando o comportamento puramente resistivo, o potencial V_p produzido pela corrente elétrica I no ponto P, figura (2.2), é dado pela expressão (2.1), onde d é a distância entre os pontos O e P, considerando o potencial igual a zero em pontos infinitamente afastados em relação ao ponto O, apêndice A.



Figura(2.2) – Linhas de Correntes Elétricas no solo infinito.

$$V_p = \frac{\rho I}{4\pi d} \quad (2.1)$$

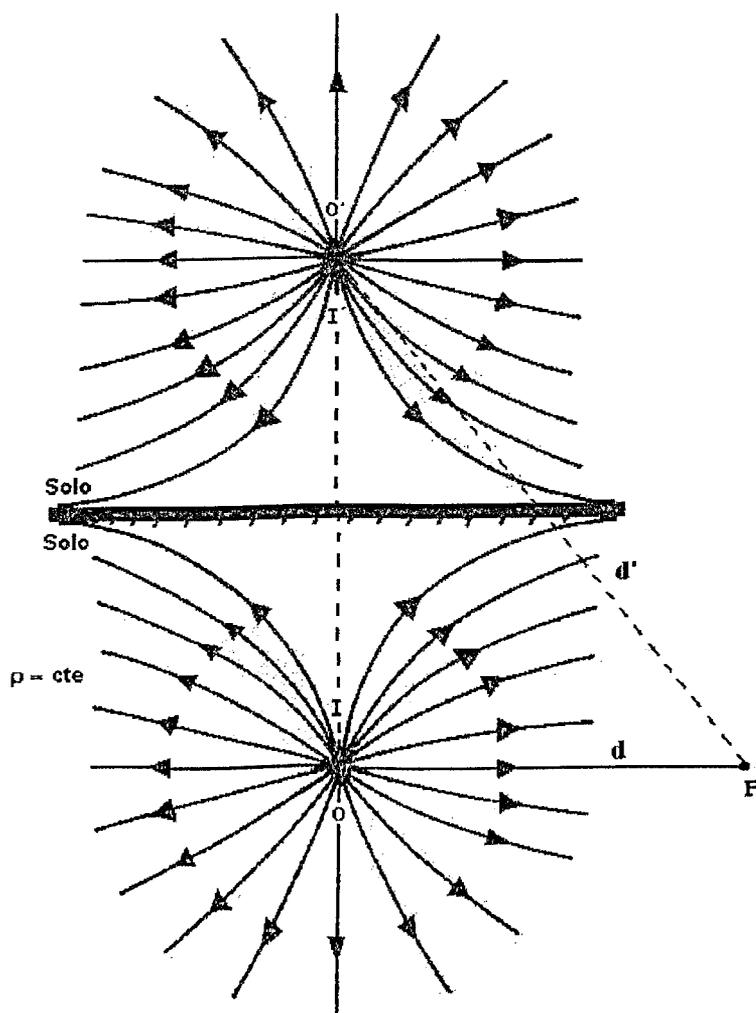
A superfície do solo é uma fronteira entre um material condutor(o solo) e um material isolante (ar), forçando as linhas de campo elétrico que saem do ponto O adquirirem o aspecto mostrado na figura(2.3).



Figura(2.3) – Linhas de Correntes Elétricas com relação à superfície

Para levar em consideração o efeito da superfície do solo, pode-se usar o método das imagens, no qual substitui um meio formado por ar e solo, por um meio formado apenas por solo, como mostra a figura (2.4).

As linhas de campo elétrico se comportam como se houvesse uma fonte de corrente pontual simétrica em relação a superfície do solo, como ilustra a figura(2.4).



Figura(2.4) – Método das Imagens

O comportamento é idêntico a uma imagem real simétrica da fonte de corrente pontual. Portanto, o potencial de um ponto P qualquer em relação ao infinito pode ser obtido através da superposição dos potenciais produzidos pelas fontes I em O e O'. Assim da expressão(2.1) vem:

$$V_p = \frac{\rho l}{4\pi} \left[\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} \right] \tag{2.2}$$

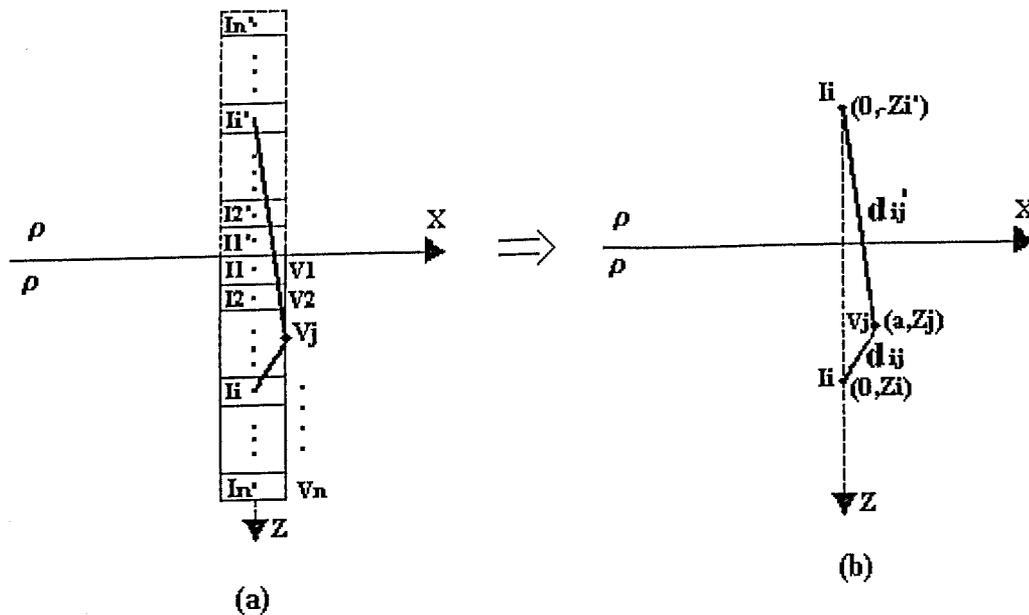
onde:

d e d' são distâncias do ponto P aos pontos O e O', respectivamente.

2.3 – CÁLCULO DA RESISTÊNCIA E POTENCIAIS DE UM ATERRAMENTO ELÉTRICO PARA O SOLO HOMOGÊNEO

Para o desenvolvimento do método de cálculo a seguir, será utilizado como exemplo uma haste cilíndrica vertical de raio “a” fincada em um solo de resistividade ρ .

Aplicando o método das imagens, e em seguida dividindo a haste e sua imagem em n partes iguais, considere que para cada parte existe uma fonte puntual de corrente no seu ponto central (I_i e I_i'), conforme mostra a figura (2.5(a)).



Figura(2.5) – Método equipotencialidade

De acordo com a expressão (2.2), o potencial V_j na superfície externa do elemento j devido a fonte puntual de corrente I_i no elemento i e sua imagem é dado por (2.3).

$$V_j = \frac{\rho}{4\pi} I_i \left[\frac{1}{\sqrt{(z_j - z_i)^2 + a^2}} + \frac{1}{\sqrt{(z_j + z_i)^2 + a^2}} \right]$$

ou

$$V_j = \frac{\rho}{4\pi} I_i \left[\frac{1}{d_{ij}} + \frac{1}{d'_{ij}} \right] \quad (2.3)$$

onde:

d_{ij} = distância entre o objeto I_i e o ponto j ;

d'_{ij} = distância entre a imagem I_i e o ponto j .

O potencial V_j , no ponto j , devido a todas as fontes de corrente e suas imagens é dado por (2.4).

$$V_j = \frac{\rho}{4\pi} \sum_{i=1}^n I_i \left[\frac{1}{d_{ij}} + \frac{1}{d'_{ij}} \right] \quad (2.4)$$

Como a superfície da haste deve ser equipotencial, atribui-se um valor constante para V_j . Assim por questão de simplicidade, arbitra-se o potencial V_j como sendo $\frac{\rho}{4\pi}$.

$$V_j = \frac{\rho}{4\pi} \quad (2.5)$$

Substituindo a expressão (2.5) na (2.4), tem-se:

$$\sum_{i=1}^n I_i \left[\frac{1}{d_{ij}} + \frac{1}{d'_{ij}} \right] = 1 \quad (2.6)$$

Fazendo:

$$a_{ji} = \left[\frac{1}{d_{ij}} + \frac{1}{d'_{ij}} \right] \quad (2.7)$$

a expressão (2.6) pode ser escrita da forma (2.8):

$$\sum_{i=1}^n I_i a_{ji} = 1 \quad (2.8)$$

Nesta última expressão, variando j de 1 a n , tem-se um sistema com n equações com as fontes puntuais de corrente de I_1 a I_n como incógnitas. Matricialmente o conjunto das n equações pode ser escrito como (2.9):

$$[A] \cdot [I] = 1 \quad (2.9)$$

onde: $[A]$ é a matriz formada pelo termos a_{ji} .

Resolvendo a expressão matricial (2.9), obtém-se a distribuição de corrente " I_1, I_2, \dots, I_n " na haste. Por somatória, obtém-se a corrente injetada no solo.

$$I_{total} = \sum_{i=1}^n I_i$$

A resistência de aterramento da haste é dada pela relação entre o potencial na superfície externa da haste, neste caso $\frac{\rho}{4\pi}$, e a corrente I_{total} , ou seja (2.10).

$$R_{haste} = \frac{\rho}{4\pi} \frac{1}{\sum_{i=1}^n I_i} \quad (2.10)$$

A escolha do número de divisões “n” da haste é determinada em função da condição de equipotencialidade da sua superfície externa. Inicialmente adotando-se um valor arbitrário para “n”, de (2.9) obtém-se a matriz [I], ou seja, a distribuição de corrente “I₁, I₂, I₃, ..., I_n”. Para verificar se a condição de equipotencialidade está sendo satisfeita, aplicando-se a distribuição “I₁, I₂, I₃, ..., I_n”, na expressão (2.2), pode-se obter os potenciais produzidos por esta distribuição nos pontos intermediários j₁, como indica a figura (2.6). Assim tem-se (2.11).

$$V_{j1} = \sum_{i=1}^n I_i a_{ji} \quad (2.11)$$

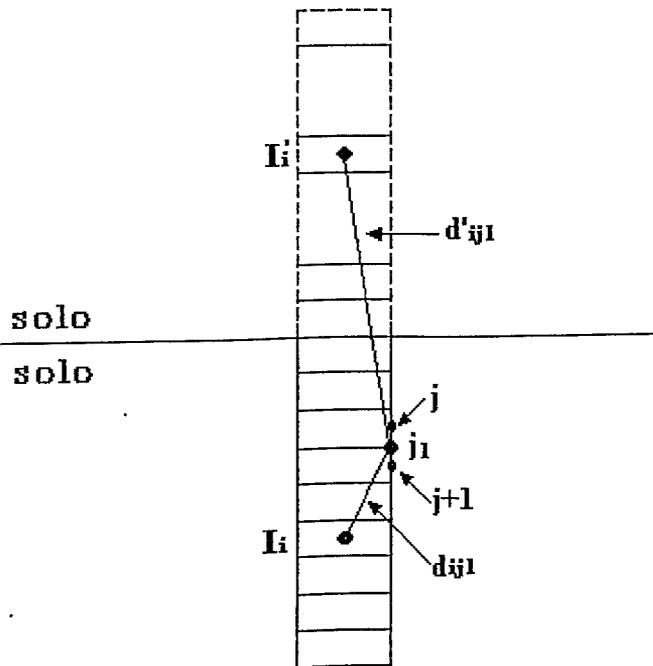
onde:

$$a_{ji} = \left[\frac{1}{d_{ij1}} + \frac{1}{d'_{ij1}} \right] \quad (2.12)$$

e :

d_{ij1} é a distância entre a fonte pontual de corrente I_i e um ponto genérico j na superfície externa da haste, situada entre dois pontos j adjacentes.

d'_{ij1} é a distância entre a imagem da fonte pontual de corrente I_i e o ponto genérico j na superfície externa da haste, situada entre dois pontos j adjacentes.



Figura(2.6) – Ponto genérico j_1 entre dois pontos j adjacentes

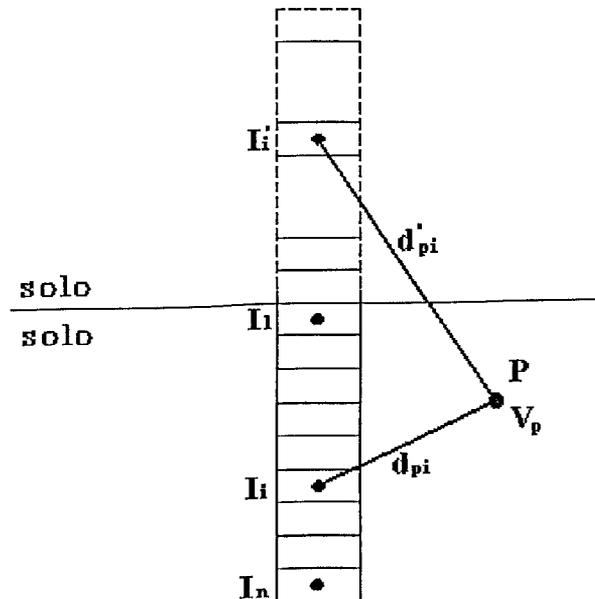
Variando a posição j_1 desde o início até o final da haste, obtém-se os valores dos potenciais intermediários, que para satisfazerem plenamente a condição de equipotencialidade devem possuir o valor unitário. O fato do processo de cálculo ser numérico, o valor unitário deve ser observado dentro de uma certa precisão. Portanto, ao se adotar um determinado erro como aceitável, se o valor arbitrário adotado para “n” resultar em valores de potenciais intermediários dentro da precisão, pode-se considerar “n” como o valor adequado para a segmentação da haste. Caso contrário, se faz necessário aumentar o valor de “n”.

Com o valor adequado de “n”, e a respectiva distribuição de correntes “ $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$ ”, aplicando-se a expressão (2.2) obtém-se o potencial em qualquer ponto P, quer no interior ou na superfície do solo produzido pelo aterramento, através de (2.13).

$$V_p = \frac{\rho}{4\pi} \sum I_i a_{pi} \tag{2.13}$$

onde:

$$a_{pi} = \frac{1}{d_{pi}} + \frac{1}{d'_{pi}}$$

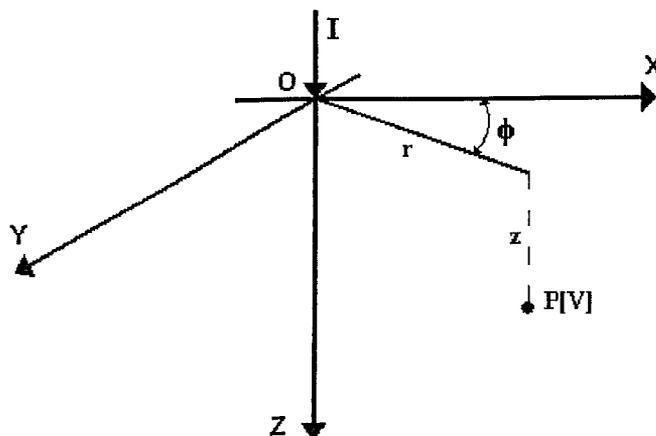


Figura(2.7) – Potencial no ponto P produzido pela haste vertical.

2.4 – MÉTODO MATEMÁTICO PARA O CÁLCULO DA RESISTÊNCIA E POTENCIAIS ELÉTRICOS CONSIDERANDO O SOLO COM QUALQUER NÚMERO DE CAMADAS HORIZONTAIS E O ATERRAMENTO SITUADO NA PRIMEIRA CAMADA

Como visto no solo homogêneo, para se obter a resistência e os potenciais elétricos em um aterramento, se faz necessário estabelecer o potencial em um ponto qualquer do solo produzido por uma fonte puntual de corrente. O solo heterogêneo não é exceção.

Considerando o solo representado por um modelo constituído de camadas horizontais com resistividades e espessuras conhecidas, uma fonte de corrente é colocada na origem de um sistema de coordenadas XYZ, como indica a figura (2.8).



Figura(2.8) – Fonte puntual de corrente

Para obter o potencial V_p em qualquer ponto $P(xyz)$, devido a esta fonte puntual, se faz necessário resolver a equação de Poisson (2.14):

$$\frac{\partial^2 V_p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_p}{\partial z^2} = -\frac{\rho_c}{\epsilon} + \mu\epsilon \frac{\partial^2 V_p}{\partial t^2} \quad (2.14)$$

onde:

V_p é o potencial em um ponto qualquer P;

ρ_c é a densidade volumétrica da carga;

μ e ϵ são a permeabilidade magnética e constante dielétrica do solo, respectivamente.

Da equação (2.14), três hipóteses são inicialmente consideradas em função do objetivo que pretende-se atingir:

A primeira hipótese refere-se à densidade volumétrica de cargas(ρ_c). Como pretende-se verificar o efeito apenas da fonte de corrente em um ponto qualquer do solo, considera-se o mesmo descarregado eletrostaticamente. Assim $\rho_c = 0$.

A segunda refere-se ao efeito da variação da corrente no tempo. Como o objetivo é obter apenas o efeito resistivo da distribuição de corrente no solo, considera-se o potencial e a corrente invariante no tempo, o que significa $\frac{\partial V}{\partial t} = 0$.

Reescrevendo a equação (2.14), tem-se (2.15):

$$\frac{\partial^2 V_p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_p}{\partial z^2} = 0 \quad (2.15)$$

Passando a equação (2.15) para coordenadas cilíndricas, tem-se (2.16):

$$\frac{\partial^2 V_p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_p}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V_p}{\partial z^2} = 0 \quad (2.16)$$

A terceira hipótese está relacionada com o modelo adotado para o solo. A disposição do solo em camadas horizontais, implica em uma simetria cilíndrica em torno do eixo Z e, portanto, as variações no ângulo ϕ são nulas. Assim a equação (2.16), transforma-se em (2.17).

$$\frac{\partial^2 V_p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_p}{\partial r} + \frac{\partial^2 V_p}{\partial z^2} = 0 \quad (2.17)$$

Utilizando o método da separação de variáveis, obtém-se a solução da equação (2.17), como sendo o produto de duas funções, uma em "r", $R(r)$, e outra em "z", $Z(z)$, (2.18).

$$V_p = V_p(r, z) = R(r).Z(z) \quad (2.18)$$

Resolvendo as derivadas de V_p em relação a “r” e “z”, obtidos a partir da equação (2.18), em (2.17), tem-se (2.19):

$$\frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R(r)}{\partial r} + \frac{R(r)}{Z(z)} \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} = 0 \quad (2.19)$$

Fazendo:

$$\frac{1}{Z(z)} \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} = m^2 \quad (2.20)$$

a equação (2.19), pode ser reescrita como (2.21):

$$\frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R(r)}{\partial r} + R(r)m^2 = 0 \quad (2.21)$$

Fazendo a mudança de variável de “r” para “mr” na equação (2.21), tem-se a equação diferencial de Bessel, equação (2.22).

$$\frac{\partial^2 R(mr)}{\partial (mr)^2} + \frac{1}{mr} \frac{\partial R(mr)}{\partial (mr)} + R(mr) = 0 \quad (2.22)$$

Portanto, a equação original de Laplace se separa em duas, a primeira em função de “z”, (2.20), a qual a solução é a função (2.23), e a segunda em função de “r”, a equação (2.22), a qual a solução é a função (2.24).

$$Z(z) = Ae^{-mz} + Be^{mz} \quad (2.23)$$

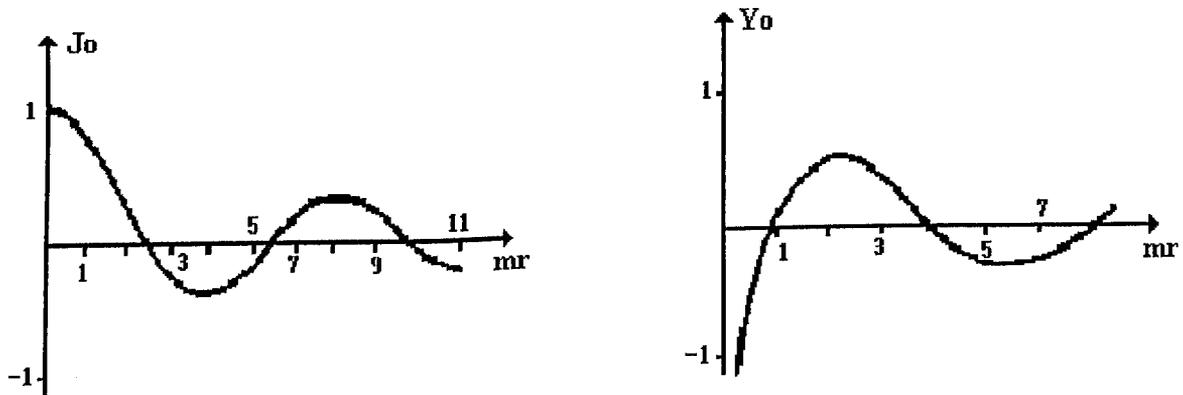
$$R(mr) = A_m J_0(mr) + B_m Y_0(mr) \quad (2.24)$$

onde:

A, B são constantes;

A_m, B_m são funções de m ;

$J_0(mr)$ e $Y_0(mr)$ são as funções de Bessel de ordem zero, mostradas na figura (2.9).



Figura(2.9) – Gráficos das funções de Bessel

Substituindo-se as equações (2.23) e (2.24) na equação (2.18) tem-se:

$$V_p = [A_m J_0(mr) + B_m Y_0(mr)][Ae^{-mz} + Be^{mz}] \quad (2.25)$$

Através da figura (2.9), verifica-se que para valores de “ mr ” tendendo a zero a função $J_0(mr)$ tende a 1 e a função $Y_0(mr)$ tende a infinito, e conseqüentemente, o potencial V_p tende também a infinito. O que contraria a condição física de se ter um valor finito e determinado para o potencial em pontos que possuem “ mr ” próximos de zero. Assim para qualquer tipo de heterogeneidade deve-se adotar $B_m = 0$. Portanto a equação (2.25), torna-se (2.26):

$$V_p = A_m J_0(mr)[Ae^{-mz} + Be^{mz}] \quad (2.26)$$

Considerando diversos valores para A_m , A e B , tem-se diversas expressões para V_p e a solução geral deve ser a somatória destas diversas expressões. A solução geral mais abrangente se encontra quando considera-se infinitos valores para A_m , A e B ; solução esta que pode ser expressa na forma (2.27).

$$V_p = \int_0^{\infty} [A'(m)e^{-mz} + B'(m)e^{mz}] J_0(mr) dm \quad (2.27)$$

A equação (2.27) representa o potencial em um ponto qualquer de um solo heterogêneo de dimensões infinitas e camadeamento horizontal, devido a uma fonte de corrente I .

Para uma melhor visualização física de (2.27), pode-se obter inicialmente o potencial para o caso particular do solo homogêneo, de resistividade ρ . Observando a figura (2.8), e aplicando (2.1), obtém-se o potencial V_p , no ponto P produzido por I , (2.28).

$$V_p = \frac{\rho I}{4\pi\sqrt{z^2 + r^2}} \quad (2.28)$$

Do cálculo integral diferencial conhece-se o resultado da integral expressa em (2.29).

$$\int_0^{\infty} e^{-mz} J_0(mr) dm = \frac{1}{\sqrt{z^2 + r^2}} \quad \text{para } (z \geq 0) \quad (2.29)$$

De (2.28) e (2.29) tem-se (2.30).

$$V_p = \frac{\rho I}{4\pi} \int_0^{\infty} e^{-mz} J_0(mr) dm \quad (2.30)$$

A expressão (2.30) representa o potencial V_p no ponto P produzido pela fonte de corrente I, em um solo homogêneo de resistividade “ ρ ”. Ela é equivalente a expressão (2.28), porém expressa na forma (2.27), observando as seguintes igualdades:

$$\begin{cases} A'(m) = \frac{\rho I}{4\pi} \\ B'(m) = 0 \end{cases}$$

Considerando agora um solo heterogêneo, e aplicando-se o mesmo raciocínio anterior, pode-se escrever (2.31):

$$V_p = \frac{\rho I}{4\pi} \int_0^{\infty} [e^{-mz} + A(m)e^{-mz} + B(m)e^{mz}] J_0(mr) dm \quad (2.31)$$

Nota-se que (2.31) é a expressão para o solo heterogêneo expressa na forma (2.27), observando as igualdades:

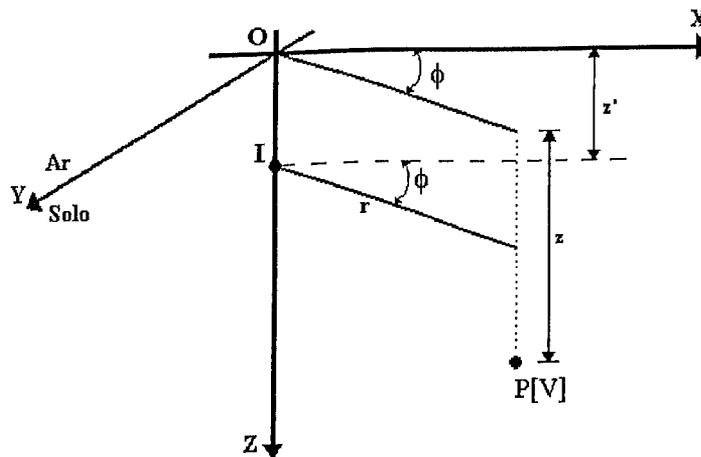
$$\begin{cases} A'(m) = \frac{\rho I}{4\pi} [1 + A(m)] \\ B'(m) = \frac{\rho I}{4\pi} B(m) \end{cases}$$

O potencial V_p da expressão (2.31) pode ser interpretado fisicamente como sendo aquele no ponto P pertencente a um solo heterogêneo, produzido por uma fonte de corrente I pertencente a um solo homogêneo de resistividade “ ρ ”. As funções $A(m)$ e $B(m)$ devem representar a parcela de heterogeneidade que superposta ao solo homogêneo de resistividade

“ ρ ” resulta no solo heterogêneo a ser considerado. Admitindo o solo representado por camadas horizontais, e considerando a resistividade “ ρ ” de (2.31) como sendo a da primeira camada, ou seja, “ $\rho = \rho_1$ ”, tem-se a expressão (2.32), que representa o potencial em um ponto P do solo heterogêneo produzido pela fonte de corrente I localizada na sua primeira camada.

$$V_p = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_0^{\infty} [e^{-mz} + A(m)e^{-mz} + B(m)e^{mz}] J_0(mr) dm \quad (2.32)$$

Para deixar mais genérica a expressão (2.32), admite-se uma fonte de corrente fora da origem do sistema de coordenadas XYZ, por exemplo no ponto (0,0,z’), como mostra a figura (2.10).

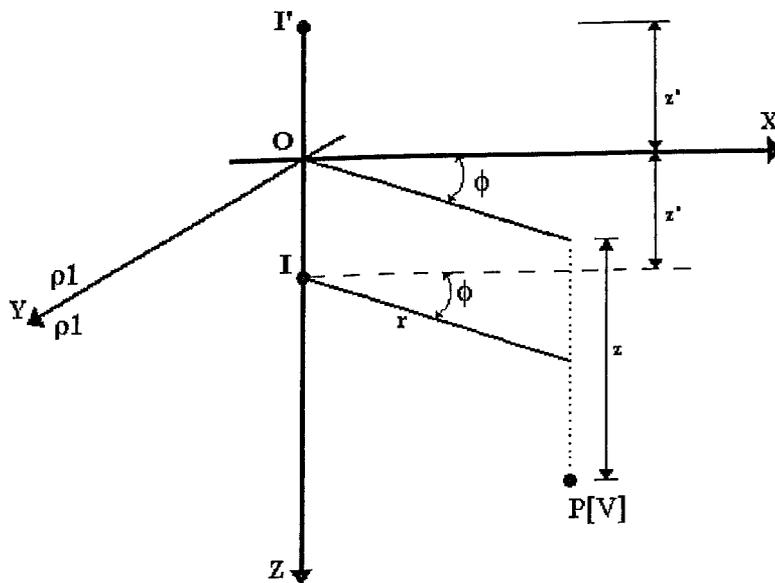


Figura(2.10) – Fonte puntual de corrente deslocada do centro do sistema XYZ

A equação(2.32), transforma-se em (2.33).

$$V_p = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_0^{\infty} [e^{-m|z-z'|} + A(m)e^{-m(z-z')} + B(m)e^{m(z-z')}] J_0(mr) dm \quad (2.33)$$

Para levar em consideração o efeito da superfície do solo, adota-se o método das imagens, como ilustra a figura (2.11).



Figura(2.11) – Método das imagens

Aplicando-se a equação (2.33) para as fontes pontuais de corrente objeto e imagem, obtém-se o potencial em um ponto P da primeira camada do solo heterogêneo, camada esta onde se localiza a fonte pontual de corrente I, através da equação (2.34).

$$V_1 = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_0^{\infty} [e^{-m|z-z'|} + e^{-m(z+z')} + A_1 e^{-m(z-z')} + B_1 e^{m(z-z')} + C_1 e^{-m(z+z')} + D_1 e^{m(z+z')}] J_0(mr) dm \quad (2.34)$$

onde : $e^{-m|z-z'|}$; $e^{-m(z+z')}$ são os dois primeiros termos da integral, que indicam que fonte de corrente I e o ponto P estão na mesma camada horizontal, ou seja, na primeira camada do solo, e A_1 , B_1 , C_1 , D_1 são termos da integral que caracterizam a heterogeneidade do solo, com o ponto P na primeira camada.

Para determinar o potencial em um ponto P, pertencente a uma camada qualquer “j”, exceto na primeira camada ($j \neq 1$), devido a fonte pontual de corrente I localizada na primeira camada, a equação (2.34) pode ser reescrita como sendo (2.35) simplesmente eliminando os

dois primeiros termos da integral, pois não existe a condição da fonte I e o ponto P estarem na mesma camada.

$$V_j = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_0^\infty [A_j e^{-m(z-z')} + B_j e^{m(z-z')} + C_j e^{-m(z+z')} + D_j e^{m(z+z')}] J_0(mr) dm \quad (2.35)$$

onde : V_j é o potencial em um ponto qualquer da camada j , onde ($j \neq 1$), devido a uma fonte de corrente situada na primeira camada, e A_j ; B_j ; C_j ; D_j são os termos da integral, que caracterizam a heterogeneidade do solo, com o ponto P na camada de ordem “ j ”, onde ($j \neq 1$).

Para resolver (2.34) e (2.35) se faz necessário obter as funções A_1 , B_1 , C_1 , D_1 e A_j , B_j , C_j e D_j . Isto se faz aplicando-se as condições de contorno nas diversas camadas do solo.

A primeira condição refere-se ao fato de não existir componente do campo elétrico na superfície do solo na direção do eixo Z. Isto ocorre devido ao ar ser isolante e o solo condutor.

Assim, tem-se:

$$\left. \frac{\partial V_1}{\partial z} \right|_{z=0} = 0$$

Os dois primeiros termos da integral da equação (2.32) satisfazem esta condição. Para os quatro últimos termos, tem-se (2.36):

$$-A_1 e^{mz'} + B_1 e^{-mz'} - C_1 e^{-mz'} + D_1 e^{mz'} = 0 \quad (2.36)$$

Assim, para que a condição (2.36) seja satisfeita, tem-se:

$$A_1 = D_1 \text{ e } B_1 = C_1.$$

A segunda condição refere-se ao fato de quando z tender a infinito adota-se como referencial o potencial nulo ($V_n = 0$). Para satisfazer esta condição, conclui-se que não deve existir a integral que possui exponencial positiva em z . Assim B_n e D_n são nulos. Reunindo estas condições, pode-se escrever as equações dos potenciais nas diversas camadas, expressões (2.37) a (2.39).

$$V_1 = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_0^{\infty} \left\{ e^{-m|z-z'|} + e^{-m(z+z')} + A_1 [e^{-m(z-z')} + e^{m(z+z')}] + B_1 [e^{m(z-z')} + e^{-m(z+z')}] \right\} J_0(mr) dm \quad (2.37)$$

$$V_j = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_0^{\infty} [A_j e^{-m(z-z')} + B_j e^{m(z-z')} + C_j e^{-m(z+z')} + D_j e^{m(z+z')}] J_0(mr) dm \quad (2.38)$$

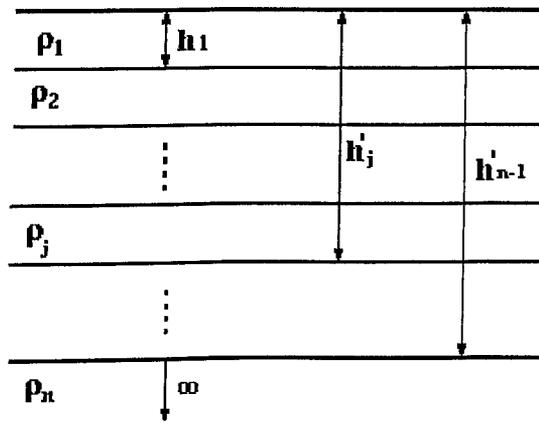
$$V_n = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_0^{\infty} [A_n e^{-m(z-z')} + C_n e^{-m(z+z')}] J_0(mr) dm \quad (2.39)$$

As expressões (2.37) a (2.39), podem ser reescritas na forma (2.40) a (2.42):

$$V_1 = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_0^{\infty} \left\{ e^{mz'} [e^{-mz} + A_1 (e^{-mz} + e^{mz})] + e^{-mz'} [e^{-mz} + B_1 (e^{-mz} + e^{mz})] \right\} J_0(mr) dm \quad (2.40)$$

$$V_j = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_0^{\infty} [e^{mz'} (A_j e^{-mz} + D_j e^{mz}) + e^{-mz'} (C_j e^{mz} + B_j e^{-mz})] J_0(mr) dm \quad (2.41)$$

$$V_n = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_0^{\infty} (e^{mz'} A_n e^{-mz} + e^{-mz'} C_n e^{-mz}) J_0(mr) dm \quad (2.42)$$



Figura(2.12) – Estratificação do solo em “n” camadas horizontais

A terceira condição de contorno refere-se aos pontos situados na superfície que separa duas camadas adjacentes. O potencial deve ser o mesmo quando calculado através da expressão de V_j , como pela expressão de V_{j+1} . Matematicamente esta condição pode ser expressa como (2.43).

$$V_j = V_{j+1} \Big|_{z = h_j} \quad (2.43)$$

_ Para $j = 1$, tem-se (2.44):

$$V_1 = V_2 \Big|_{z = h_1} \quad (2.44)$$

Aplicando-se (2.44) em (2.40) e (2.41), tem-se (2.45):

$$e^{mz'} [e^{-mhl} + A_1(e^{-mhl} + e^{mhl})] + e^{-mz'} [e^{-mhl} + B_1(e^{-mhl} + e^{mhl})] = e^{mz'} (A_2 e^{-mhl} + D_2 e^{mhl}) + e^{-mz'} (C_2 e^{-mhl} + B_2 e^{mhl}) \quad (2.45)$$

_ Para $1 < j < n$, tem-se (2.46):

$$V_j = V_{j+1} \Big|_{z = h'_j} \quad (2.46)$$

Aplicando-se (2.46) em (2.41), tem-se (2.47):

$$e^{mz'} (A_j e^{-mh'_j} + D_j e^{mh'_j}) + e^{-mz'} (C_j e^{-mh'_j} + B_j e^{mh'_j}) =$$

$$e^{mz'} (A_{j+1} e^{-mh'_j} + D_{j+1} e^{mh'_j}) + e^{-mz'} (C_{j+1} e^{-mh'_j} + B_{j+1} e^{mh'_j}) \quad (2.47)$$

_ Para $j = n-1$, tem-se (2.48):

$$V_{n-1} = V_n \Big|_{z = h'_{n-1}} \quad (2.48)$$

Aplicando-se (2.48) em (2.41) e (2.42), tem-se (2.49):

$$e^{mz'} (A_{n-1} e^{-mh'_{n-1}} + D_{n-1} e^{mh'_{n-1}}) + e^{-mz'} (C_{n-1} e^{-mh'_{n-1}} + B_{n-1} e^{mh'_{n-1}}) =$$

$$e^{mz'} A_n e^{-mh'_{n-1}} + e^{-mz'} C_n e^{-mh'_{n-1}} \quad (2.49)$$

A quarta condição de contorno leva em consideração que a densidade de corrente nos pontos da superfície que separa duas camadas adjacentes deve ser a mesma se calculada

através de V_j ou de V_{j+1} . Portanto, pode-se escrever a expressão (2.50), a qual ρ_j e ρ_{j+1} são as resistividades das camadas genéricas j e $j+1$.

$$\frac{1}{\rho_j} \frac{\partial V_j}{\partial z} \Big|_{z=h'_j} = \frac{1}{\rho_{j+1}} \frac{\partial V_{j+1}}{\partial z} \Big|_{z=h'_j} \quad (2.50)$$

_ Para $j = 1$, tem-se (2.51):

$$\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial V_1}{\partial z} \Big|_{z=h_1} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial V_2}{\partial z} \Big|_{z=h_1} \quad (2.51)$$

Aplicando-se (2.51) em (2.40) e (2.41), tem-se (2.52):

$$\begin{aligned} \rho_2 \{ e^{mz'} [-e^{-mhl} + A_1(-e^{-mhl} + e^{mhl})] + e^{-mz'} [-e^{-mhl} + B_1(-e^{-mhl} + e^{mhl})] \} = \\ \rho_1 [e^{mz'} (-A_2 e^{-mhl} + D_2 e^{mhl}) + e^{-mz'} (-C_2 e^{-mhl} + B_2 e^{mhl})] \end{aligned} \quad (2.52)$$

_ Para $1 < j < n$, tem-se (2.53):

$$\frac{1}{\rho_j} \frac{\partial V_j}{\partial z} \Big|_{z=h'_j} = \frac{1}{\rho_{j+1}} \frac{\partial V_{j+1}}{\partial z} \Big|_{z=h'_j} \quad (2.53)$$

Aplicando-se (2.53) em (2.41), tem-se (2.54):

$$\rho_{j+1}[e^{mz'}(-A_j e^{-mh'_j} + D_j e^{mh'_j}) + e^{-mz'}(-C_j e^{-mh'_j} + B_j e^{mh'_j})] = \quad (2.54)$$

$$\rho_j[e^{mz'}(-A_{j+1} e^{-mh'_j} + D_{j+1} e^{mh'_j}) + e^{-mz'}(-C_{j+1} e^{-mh'_j} + B_{j+1} e^{mh'_j})]$$

_ Para $j = n-1$, tem-se (2.55):

$$\frac{1}{\rho_{n-1}} \frac{\partial V_{n-1}}{\partial z} \Big|_{z = h'_{n-1}} = \frac{1}{\rho_n} \frac{\partial V_n}{\partial z} \Big|_{z = h'_{n-1}} \quad (2.55)$$

Aplicando-se (2.55) em (2.41) e (2.42), tem-se (2.56):

$$\rho_n[e^{mz'}(-A_{n-1} e^{-mh_{n-1}} + D_{n-1} e^{mh_{n-1}}) + e^{-mz'}(-C_{n-1} e^{-mh_{n-1}} + B_{n-1} e^{mh_{n-1}})] = \quad (2.56)$$

$$\rho_{n-1}(-e^{mz'} A_n e^{-mh_{n-1}} - e^{-mz'} C_n e^{-mh_{n-1}})$$

Como as funções de “m”, $A_1, B_1, A_j, B_j, C_j, D_j, (1 < j < n), A_n$ e C_n , devem apenas caracterizar a heterogeneidade do solo, elas devem ser invariante com a posição da fonte de corrente (z'). Observando as expressões (2.45), (2.47), (2.49), (2.52), (2.54) e (2.56), esta condição ocorre quando se iguala os termos do primeiro e segundo membro que estão multiplicados por $e^{mz'}$, o mesmo ocorrendo com os termos que multiplicam $e^{-mz'}$. Desta forma obtém-se as expressões:

$$e^{-mh_1} + A_1(e^{-mh_1} + e^{mh_1}) = A_2 e^{-mh_1} + D_2 e^{mh_1} \quad (2.57)$$

$$e^{-mh_1} + B_1(e^{-mh_1} + e^{mh_1}) = C_2 e^{-mh_1} + B_2 e^{mh_1} \quad (2.58)$$

$$A_j e^{-mh'_j} + D_j e^{mh'_j} = A_{j+1} e^{-mh'_j} + D_{j+1} e^{mh'_j} \quad (2.59)$$

$$C_j e^{-mh'_j} + B_j e^{mh'_j} = C_{j+1} e^{-mh'_j} + B_{j+1} e^{mh'_j} \quad (2.60)$$

$$A_{n-1} e^{-mh'_{n-1}} + D_{n-1} e^{mh'_{n-1}} = A_n e^{-mh'_{n-1}} \quad (2.61)$$

$$C_{n-1} e^{-mh'_{n-1}} + B_{n-1} e^{mh'_{n-1}} = C_n e^{-mh'_{n-1}} \quad (2.62)$$

$$\rho_2(-e^{-mhl} - A_1 e^{-mhl} + A_1 e^{mhl}) = \rho_1(-A_2 e^{-mhl} + D_2 e^{mhl}) \quad (2.63)$$

$$\rho_2(-e^{-mhl} - B_1 e^{-mhl} + B_1 e^{mhl}) = \rho_1(-C_2 e^{-mhl} + B_2 e^{mhl}) \quad (2.64)$$

$$\rho_{j+1}(-A_j e^{-mh'_j} + D_j e^{mh'_j}) = \rho_j(-A_{j+1} e^{-mh'_j} + D_{j+1} e^{mh'_j}) \quad (2.65)$$

$$\rho_{j+1}(-C_j e^{-mh'_j} + B_j e^{mh'_j}) = \rho_j(-C_{j+1} e^{-mh'_j} + B_{j+1} e^{mh'_j}) \quad (2.66)$$

$$\rho_n(-A_{n-1} e^{-mh'_{n-1}} + D_{n-1} e^{mh'_{n-1}}) = -\rho_{n-1} A_n e^{-mh'_{n-1}} \quad (2.67)$$

$$\rho_n(-C_{n-1} e^{-mh'_{n-1}} + B_{n-1} e^{mh'_{n-1}}) = -\rho_{n-1} C_n e^{-mh'_{n-1}} \quad (2.68)$$

Nota-se que as expressões (2.57) a (2.68) formam dois sistemas de equações exatamente iguais, [(2.57), (2.59), (2.61), (2.63), (2.65) e (2.67)] e [(2.58), (2.60), (2.62), (2.64), (2.66) e (2.68)]. Desta forma, pode-se adotar as igualdades, (2.69):

$$\begin{aligned}
 A_1 &= B_1 \\
 A_j &= C_j \quad (\text{para } 1 < j < n) \\
 B_j &= D_j \quad (\text{para } 1 < j < n) \\
 A_n &= C_n
 \end{aligned}
 \tag{2.69}$$

Do primeiro sistema de equações, chamando de:

$$\begin{aligned}
 E_1 &= e^{-2mh_1}; \\
 E'_j &= e^{-2mh'_j}; \\
 E'_{n-1} &= e^{-2mh'_{n-1}},
 \end{aligned}$$

obtém-se o sistema (2.70):

_ Para $j = 1$:

$$\begin{aligned}
 E_1 + A_1(E_1 + 1) &= A_2E_1 + D_2 \\
 \rho_2(-E_1 - A_1E_1 + A_1) &= \rho_1(-A_2E_1 + D_2)
 \end{aligned}$$

_ Para $1 < j < n$:

$$\begin{aligned}
 A_jE'_j + D_j &= A_{j+1}E'_j + D_{j+1} \\
 \rho_{j+1}(-A_jE'_j + D_j) &= \rho_j(-A_{j+1}E'_j + D_{j+1})
 \end{aligned}
 \tag{2.70}$$

_ Para $j = n-1$:

$$\begin{aligned}
 A_{n-1}E'_{n-1} + D_{n-1} &= A_nE'_{n-1} \\
 \rho_n(-A_{n-1}E'_{n-1} + D_{n-1}) &= -\rho_{n-1}A_nE'_{n-1}
 \end{aligned}$$

No momento em que se deseja uma modelagem completa considerando as fontes e corrente e potenciais em qualquer ponto de um solo heterogêneo formada por camadas horizontais, as equações (2.37) a (3.39) devem ser utilizadas aplicando-se a condição de igualdade (2.69). Desta maneira, reescrevendo as equações (2.37) a (2.39), tem-se (2.71) a (2.73):

$$V_1 = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_0^{\infty} \left\{ e^{-m|z-z'|} + e^{-m(z+z')} + A_1 [(e^{-m(z-z')} + e^{-m(z+z')}) + (e^{m(z-z')} + e^{m(z+z')})] \right\} J_0(mr) dm \quad (2.71)$$

$$V_j = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_0^{\infty} [A_j (e^{-m(z-z')} + e^{-m(z+z')}) + B_j (e^{m(z-z')} + e^{m(z+z')})] J_0(mr) dm \quad (2.72)$$

$$V_n = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_0^{\infty} [A_n (e^{-m(z-z')} + e^{-m(z+z')})] J_0(mr) dm \quad (2.73)$$

Para resolver as equações (2.71) a (2.73) se faz necessário ter as funções A_1 , A_j e B_j , onde $(1 < j < n)$, e A_n , que são obtidas resolvendo o sistema (2.70). Porém nesta dissertação, como já mencionado anteriormente, o objetivo é obter uma modelagem que representa um caso particular onde o aterramento pertence a primeira camada. Desta forma deseja-se conhecer os potenciais de pontos pertencentes a primeira camada (V_1), e portanto apenas a expressão (2.71) deve ser resolvida.

Para resolver a integral em (2.71), se faz necessário obter A_1 resolvendo o sistema (2.70). A solução deste sistema é dado pelo algoritmo de Sunde [1], que por facilidade é apresentando a seguir:

“ Em um solo heterogêneo formado por “n” camadas horizontais, pode-se escrever”:

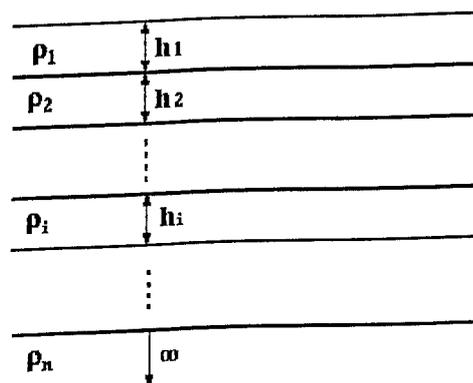
$$K'_{n-1} = \frac{\rho_n - \rho_{n-1}}{\rho_n + \rho_{n-1}} \quad (2.74)$$

$$N'_i = \frac{1 + K'_i e^{-2mhi}}{1 - K'_i e^{-2mhi}} \quad (2.75)$$

$$K'_{i-1} = \frac{\rho_i N'_i - \rho_{i-1}}{\rho_i N'_i + \rho_{i-1}} \quad (2.76)$$

Fazendo i variar de $n-1$ até 1 , demonstra-se (2.76):

$$A_1 = \frac{1}{2} [N'_1 - 1] \quad (2.77)$$



Figura(2.13) – Estratificação do solo em “n” camadas horizontais

Definindo r_i como sendo a relação entre as espessuras da camada i (h_i) e da primeira camada (h_1), figura (2.13), tem-se (2.78):

$$r_i = \frac{h_i}{h_1} \quad (2.78)$$

Substituindo (2.78) em (2.75), tem-se (2.79):

$$N'_i = \frac{1 + K'_i e^{-2mr_i h_1}}{1 - K'_i e^{-2mr_i h_1}} \quad (2.79)$$

como $E_1 = e^{-2mh_1}$, tem-se de (2.79) a expressão (2.80):

$$N'_i = \frac{1 + K'_i E_1^{r_i}}{1 - K'_i E_1^{r_i}} \quad (2.80)$$

Observando (2.76) e (2.80), conclui-se que N'_i , e em particular N'_1 , tem como variável a grandeza E_1 , sendo todos os outros termos, ou seja, ρ_i e h_i , apenas parâmetros que caracterizam o solo heterogêneo.

De (2.77) e (2.71), tem-se (2.81):

$$V_1 = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_0^\infty \left\{ e^{-m|z-z'|} + e^{-m(z+z')} + \frac{1}{2}(N'_1 - 1)[(e^{-m(z-z')} + e^{-m(z+z')}) + (e^{m(z-z')} + e^{m(z+z')})] \right\} J_0(mr) dm \quad (2.81)$$

Como N'_1 é função de E_1 , pode-se decompô-lo em um polinômio de ordem κ , da forma (2.82):

$$N'_1 = X_0 + X_1 E_1 + X_2 E_1^2 + \dots + X_\kappa E_1^\kappa \quad (2.82)$$

onde X_i são as raízes do polinômio.

Pelo próprio algoritmo de Sunde nota-se que para “m” tendendo a infinito N'_1 tende a 1, portanto em (2.82) o valor de X_0 deve ser igual a 1, uma vez que para esta condição E_1 tende a zero. Assim a expressão (2.82) pode ser reescrita como (2.83):

$$N'_1 - 1 = \sum_{i=1}^k X_i E_1^i \quad (2.83)$$

Para cada valor atribuído a E_1 , obtém-se pelo algoritmo de Sunde o valor N'_1 . Adotando-se κ valores para E_1 pode-se montar o sistema de equações (2.84), onde E_{1j} é o j-ésimo valor de E_1 .

$$\begin{cases} X_1 E_{11} + X_2 E_{11}^2 + \dots + X_k E_{11}^k = N'_1(E_{11}) - 1 \\ X_1 E_{12} + X_2 E_{12}^2 + \dots + X_k E_{12}^k = N'_1(E_{12}) - 1 \\ \vdots \\ \vdots \\ X_1 E_{1\kappa} + X_2 E_{1\kappa}^2 + \dots + X_k E_{1\kappa}^k = N'_1(E_{1\kappa}) - 1 \end{cases} \quad (2.84)$$

Com “m” variando entre zero e infinito, tem-se E_1 , variando entre 1 e 0. A partir desta condição, os valores mais indicados para variar segue a formação de (2.85):

$$E_{1j} = \frac{j}{k} \quad (2.85)$$

onde j varia de 1 a κ .

Substituindo (2.85) em (2.81) tem-se o novo sistema de equações (2.86).

$$X_1 \left(\frac{j}{k}\right) + X_2 \left(\frac{j}{k}\right)^2 + \dots + X_k \left(\frac{j}{k}\right)^k = N_1 \left(\frac{j}{k}\right) - 1 \quad (2.86)$$

Resolvendo o sistema de equações (2.86) obtém-se os coeficientes X_i (i variando de 1 a k).

Substituindo (2.83) em (2.81), tem-se (2.87):

$$V_1 = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_0^\infty \left\{ e^{-m|z-z'|} + e^{-m(z+z')} + \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^k X_i E_1^i \right) \left[(e^{-m(z-z')} + e^{-m(z+z')}) + (e^{m(z-z')} + e^{m(z+z')}) \right] \right\} J_0(mr) dm \quad (2.87)$$

Reescrevendo a (2.87), tem-se (2.88):

$$V_1 = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \left\{ \int_0^\infty e^{-m|z-z'|} J_0(mr) dm + \int_0^\infty e^{-m(z+z')} J_0(mr) dm + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k X_i \int_0^\infty E_1^i \left[(e^{-m(z-z')} + e^{-m(z+z')}) + (e^{m(z-z')} + e^{m(z+z')}) \right] J_0(mr) dm \right\} \quad (2.88)$$

onde: $E_1^i = e^{-2mih_1}$

Aplicando-se a expressão (2.29) em (2.88), obtém-se o potencial em qualquer ponto da primeira camada devido a uma fonte de corrente também na primeira camada.

$$V_1 = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \left\{ \frac{1}{\sqrt{r^2 + (z \pm z')^2}} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k X_i \left[\frac{1}{\sqrt{r^2 + (z+z'+2ih)^2}} + \frac{1}{\sqrt{r^2 + (-z+z'+2ih)^2}} + \frac{1}{\sqrt{r^2 + (z-z'+2ih)^2}} + \frac{1}{\sqrt{r^2 + (-z-z'+2ih)^2}} \right] \right\} \quad (2.89)$$

Através da expressão (2.89) , monta-se a matriz a_{ji} e utilizando o método de cálculo apresentado no item (2.3) determina-se o valor da resistência de aterramento e os potenciais de superfície.

CAPITULO III

Resultados Experimentais

3.1 – CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Para que os resultados teóricos, determinados a partir do método apresentado no capítulo II sejam validados, é necessário compará-los com valores experimentais obtidos através de medições de aterramentos construídos.

Pretende-se apresentar como exemplos experimentais a medição da resistência e dos potenciais de superfície de um aterramento formado por uma haste vertical cravada em diversos tipos de solos. Para a confrontação teórico-experimental, se faz necessário conhecer a estratificação do solo em camadas horizontais. Para tanto, uma primeira etapa consiste na medição da resistividade aparente do solo e sua estratificação. A segunda etapa corresponde à medição da resistência de aterramento e dos potenciais de superfície.

Deve-se ressaltar que neste trabalho, as medições foram efetuadas utilizando-se um terrômetro digital de quatro pontas da marca MEGABRÁS e modelo MTD-20KW.

A seguir são descritas as metodologias de construção e de medições do aterramento, bem como os resultados obtidos.

3.2 – CONSTRUÇÃO DO ATERRAMENTO

O aterramento consiste de apenas uma haste vertical, do tipo Copperweld, com diâmetro de 12,70 mm, e com sua extremidade superior na superfície do solo.

Em todas as medições a haste vertical deve pertencer apenas a primeira camada do solo, sendo portanto, o seu comprimento função da espessura da referida camada. Esta condição deve ser satisfeita para que a modelagem desenvolvida no capítulo II seja aplicada. A configuração do aterramento experimental está representada na figura (3.1).

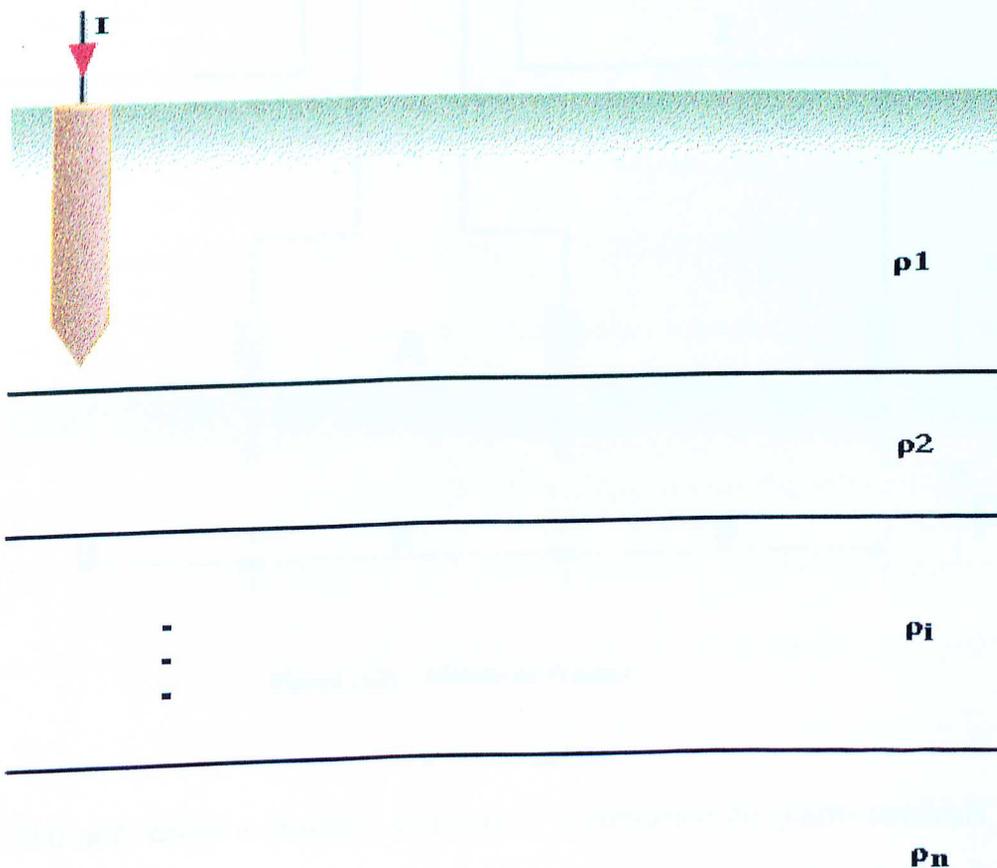


Figura (3.1) – Configuração do Aterramento experimental.

3.3 – MEDIÇÃO DA RESISTIVIDADE APARENTE DO SOLO E ESTRATIFICAÇÃO EM CAMADAS HORIZONTAIS

Para realizar as medições de resistividade utiliza-se o método de Wenner, referência [3]. O método utiliza quatro eletrodos alinhados, igualmente espaçados, cravados a uma mesma profundidade, conforme ilustra a figura (3.2).

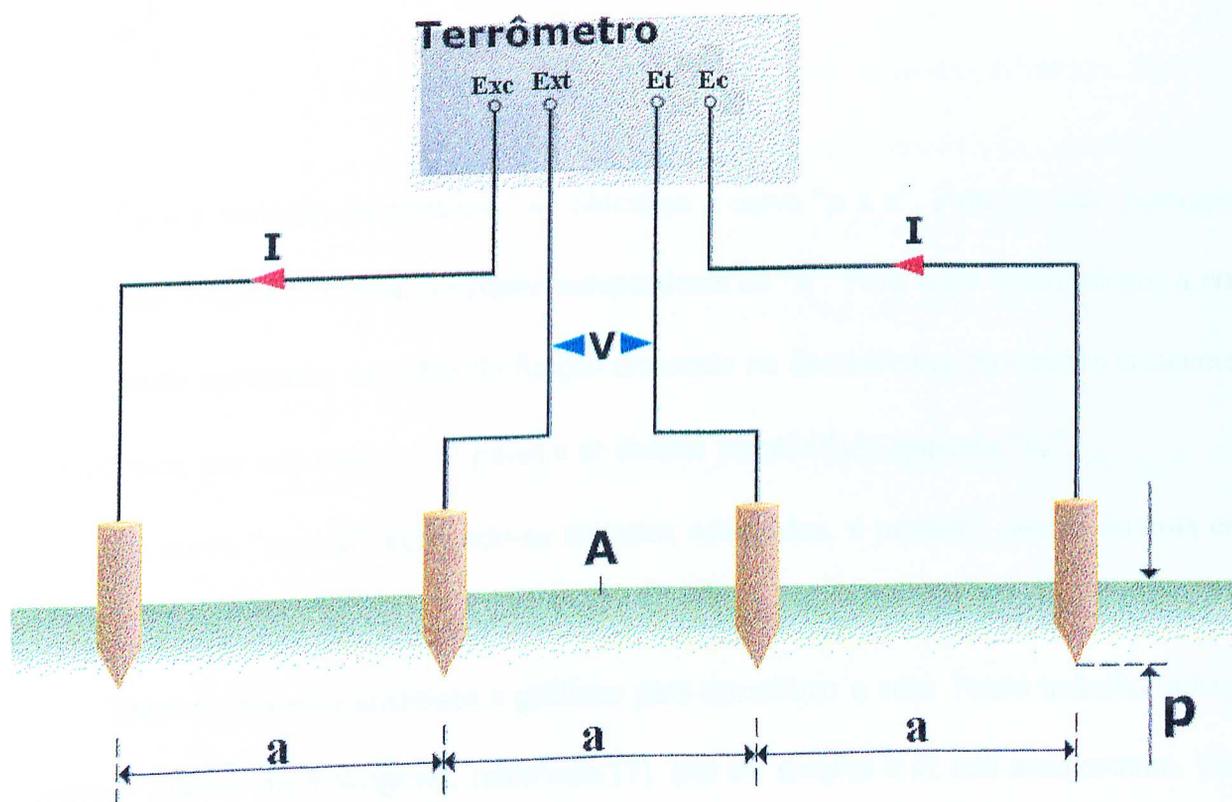


Figura (3.2) – Método de Wenner.

O aparelho que realiza a medição, terrômetro, é composto de quatro terminais, sendo os dois externos, E_{xc} e E_c , e dois internos, E_{xt} e E_t , figura (3.2)

Através dos eletrodos externos denominados de eletrodos de corrente, injeta-se uma corrente elétrica I no solo. Esta corrente elétrica se espalha pelo solo produzindo uma diferença de potencial V entre os dois eletrodos internos, denominados eletrodos de tensão. Na realidade o terrômetro é constituído de uma ponte para medir resistência elétrica, onde sua

leitura apresenta a resistência equivalente à relação V/I . Tomando-se como ponto central e fixo “A”, figura (3.2), realizam-se as medições para diferentes espaçamentos “a” entre hastes, obtendo-se a relação V/I para cada valor de “a”. O método de Wenner mostra a relação existente entre as grandezas: resistividade do solo “ ρ ”, distância “a” e a relação “ V/I ”, através da expressão (3.1).

$$\rho = 2\pi a \frac{V}{I} \quad (3.1)$$

Com a variação da distância “a” obtém-se a curva “ ρ x a”. Para um solo homogêneo esta função assume um valor constante independente de “a”. Para solos heterogêneos a curva “ ρ x a” pode apresentar aspectos de função crescente ou decrescentes ou trechos crescentes e decrescentes, por este motivo “ ρ ” passa a se chamar resistividade aparente “ ρ_a ”.

Da curva “ ρ_a x a”, aplicando-se métodos adequados, é possível, dentro de uma certa precisão, estratificar o solo em camadas horizontais, cada uma com resistividade constante.

Existem métodos analíticos e gráficos para estratificar o solo. Neste trabalho utiliza-se o método gráfico do Yokogawa, referência [3], por ser simples e de uso mais comum. Tanto os métodos analíticos e gráficos possuem um certo grau de imprecisão, pois sempre se resumem em ajustes de curvas, porém, o mais grave é que nenhum deles têm condições de fornecer o grau de imprecisão cometido em uma determinada estratificação. Desta forma se faz necessário utilizar um processo adicional para a determinação dessa imprecisão. Um conhecido processo, aplicado computacionalmente através de um programa chamado **AFERE**, referência [18], permite obter rapidamente a aferição dos valores de estratificação obtidos. Este programa consiste em calcular inicialmente a curva “ ρ_a x a” através dos valores da resistividade e espessura de cada camada, obtidos da estratificação feita. Os valores

calculados são comparados com aqueles pertencentes a curva “ $\rho_a \times a$ ” *medida*. Estas comparações indicam o desvio percentual entre as curvas “ $\rho_a \times a$ ” *calculada* e *medida*, tendo como valores aceitáveis uma faixa de variação em torno de mais ou menos dez por cento.

3.4 – MEDIÇÃO DA RESISTÊNCIA DE ATERRAMENTO

A resistência de aterramento é medida utilizando dois eletrodos auxiliares, sendo um móvel, para a medição de potencial, e outro fixo para manter o retorno da corrente elétrica. Este último deve ser colocado remotamente em relação ao aterramento principal, isto é, deve estar a uma distância do aterramento principal tal que as áreas de atuação de ambos não se interceptam, conforme ilustra a figura (3.3).

O terrômetro anteriormente apresentado também pode ser utilizado para esta medição.

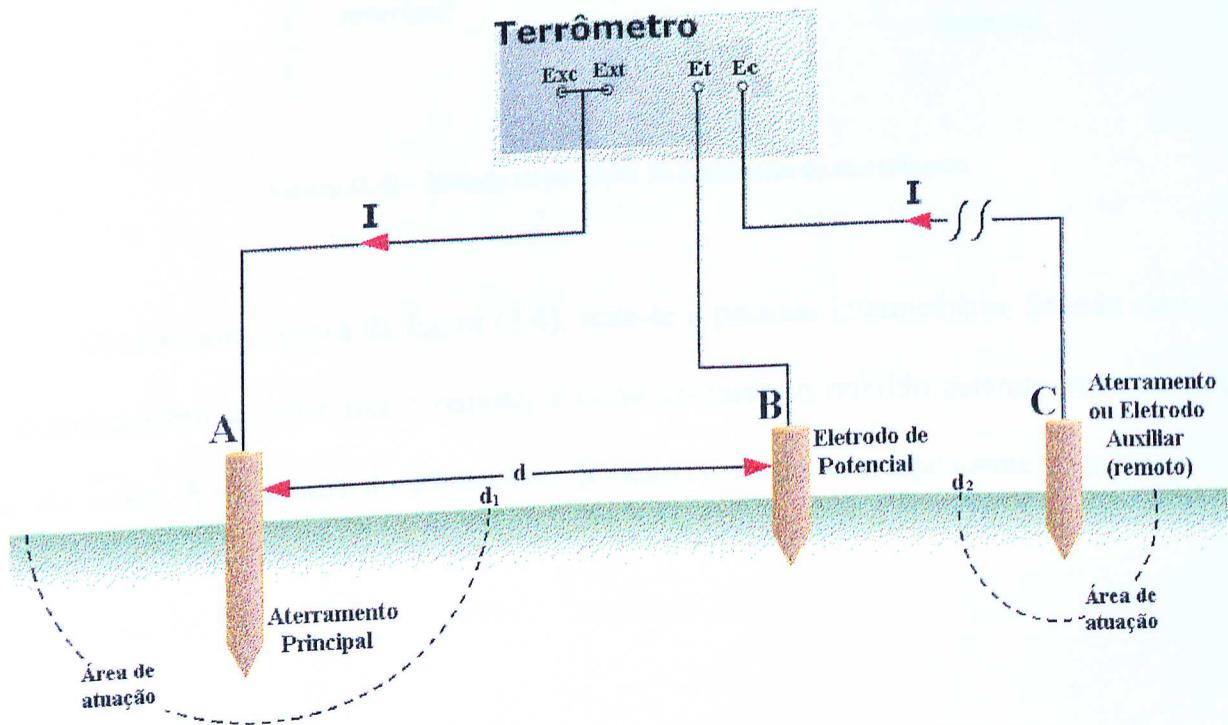


Figura (3.3) – Método de medição de resistência de aterramento.

Liga-se o aterramento principal aos bornes previamente curto-circuitados **Exc** e **Ext**, o eletrodo fixo remoto ao borne **Ec** e o eletrodo de potencial ao borne **Et**. O eletrodo de potencial é cravado em distâncias (d) cada vez maiores em relação ao aterramento principal, até aproximar-se do eletrodo fixo remoto. Para cada distância “ d ”, o terrômetro fornece o valor da resistência entre os terminais A e B, e desta forma levanta-se a curva desta resistência em função de “ d ”, figura (3.4).

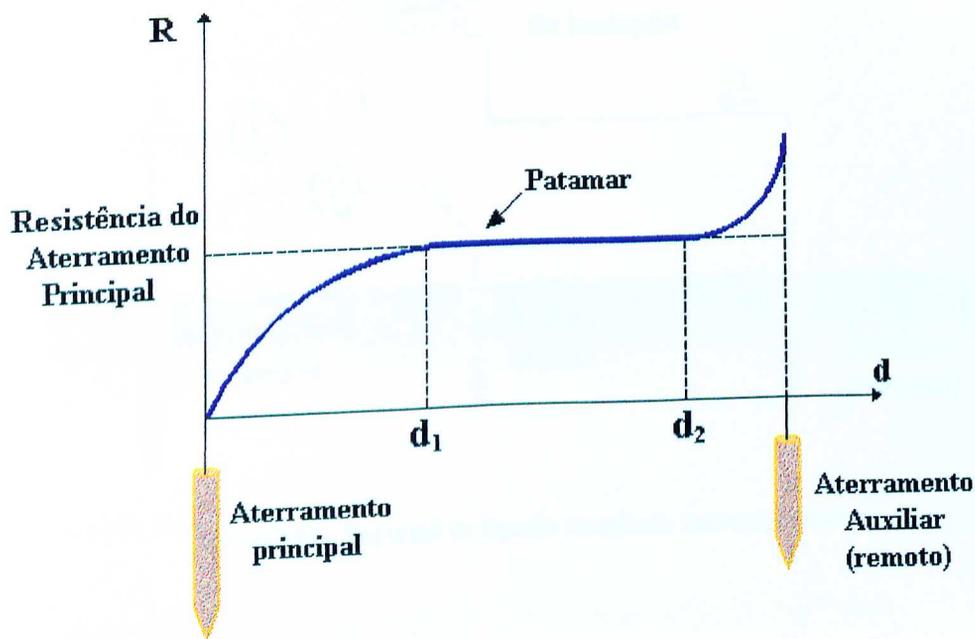


Figura (3.4) – Método de medição de resistência de aterramento.

Observando a curva da figura (3.4), nota-se o patamar intermediário, ficando claro que se o aterramento auxiliar fixo é remoto, a curva apresenta o referido patamar, caso contrário ele não existe. A resistência do aterramento principal é o valor correspondente ao patamar.

3.5 – MEDIÇÃO DOS POTENCIAIS DE SUPERFÍCIE DO SOLO

Para se medir os potenciais de superfície, empregam-se um transformador de isolamento e dois eletrodos auxiliares, onde um é móvel (eletrodo de potencial) e outro colocado remotamente, para retorno da corrente, conforme ilustra a figura (3.5).

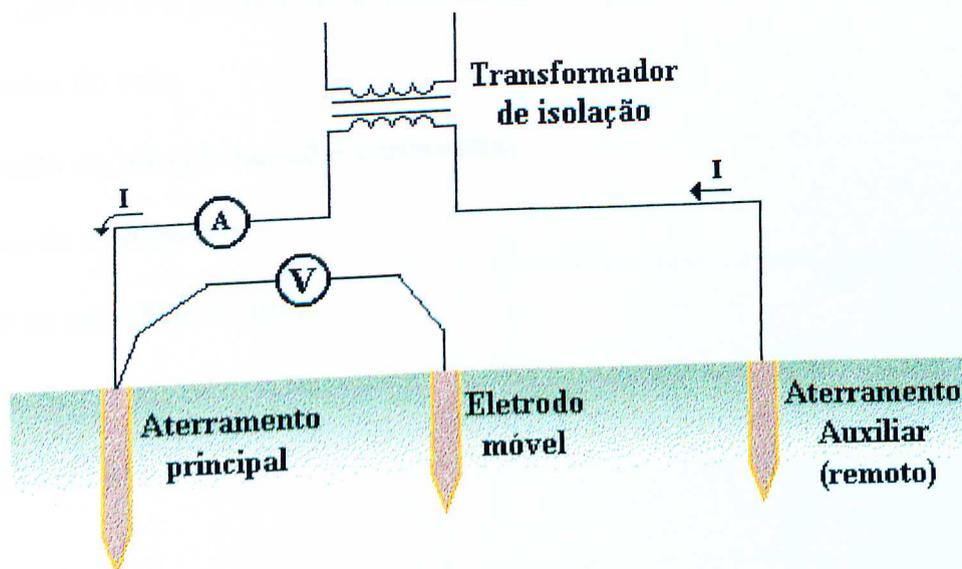


Figura (3.5) – Esquema de ligação do método volt-amperímetro.

O eletrodo móvel é deslocado no sentido do aterramento principal para o eletrodo remoto. Em cada ponto que ele é fincado, tem-se sua distância em relação ao aterramento principal e o valor da tensão no voltímetro V. Assim pode-se levantar a curva característica “V x d”. Se o eletrodo fixo estiver realmente colocado remotamente em relação ao aterramento principal, observa-se a região na qual a tensão medida permanece constante, isto significa que os dois aterramentos, principal e remoto, não possuem região de interferência. Neste instante mede-se a corrente injetada através do amperímetro A.

3.6 – ENSAIOS EXPERIMENTAIS E SEUS RESULTADOS

Foram efetuados sete ensaios experimentais com uma haste vertical em solos de resistividades elétricas diferentes, porém mantendo-se sempre a condição da mesma pertencer a primeira camada.

Em cada um dos ensaios são apresentados os seguintes resultados:

- Característica do solo;
- Estratificação do solo em camadas horizontais;
- Resistência de aterramento;
- Potenciais na superfície do solo.

3.6.1 – ENSAIO 01

Característica do Solo

Este ensaio foi realizado em um solo com característica argilosa e com um certo nível de umidade considerável.

Estratificação do solo

Os valores obtidos para ρ_a , através da expressão (3.1), utilizando o método Wenner, encontram-se na tabela (3.1) e no gráfico da figura (3.6).

Espaçamento a(m)	Leitura V/I(Ω)	Cálculo $\rho_a(\Omega.m)$
0,5	43,4	136,34
1,0	23,5	147,65
2,0	13,4	168,40
4,0	6,6	165,87
8,0	2,31	116,11

Tabela (3.1) – Resistividade aparente do solo, ensaio 01.

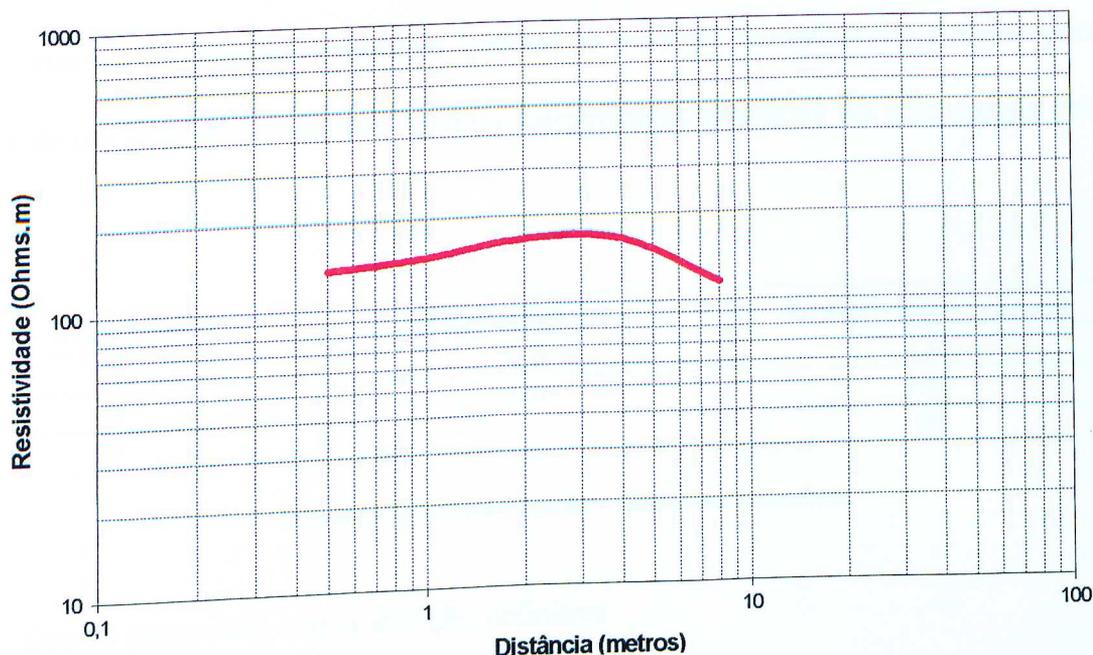


Figura (3.6) – Curva de variação da resistividade aparente do solo, ensaio 01.

De posse da curva apresentada na figura (3.6) e aplicando-se o método gráfico Yokogawa, obtém-se a estratificação do solo com os valores indicados na tabela (3.2):

Camada	Espessura (m)	Resistividade($\Omega.m$)
1	0,6	130
2	5,8	195
3	-	45

Tabela (3.2) – Estratificação pelo método de Yokogawa.

Introduzindo no programa “Afere”, referência [18], os resultados das tabelas (3.1) e (3.2), obtém-se a resistividade aparente calculada e o desvio percentual entre as curvas de variação da resistividade experimental, figura.(3.6), e teórica. Os resultados são apresentados na tabela (3.3):

Ponto	Distância (m)	pa(medido) ($\Omega.m$)	pa(calculado) ($\Omega.m$)	Desvio percentual (%)
1	0,5	136,34	136,93	0,44
2	1,0	147,65	153,16	3,73
3	2,0	168,40	172,17	2,24
4	4,0	165,87	173,92	4,85
5	8,0	116,11	136,83	17,84

Tabela (3.3) – Desvio percentual da estratificação.

Através do próprio programa “Afere” é possível minimizar os desvios percentuais através de um processo iterativo. Assim a estratificação definitiva do solo é dada pela tabela (3.4):

Camada	Espessura (m)	Resistividade ($\Omega.m$)
1	0,6	135
2	5,4	180
3	-	40

Tabela (3.4) – Estratificação – resultados definitivos.

Desvio percentual com a aferição definitiva:

Ponto	Distância (m)	$\rho_a(\text{medido})$ ($\Omega.m$)	$\rho_a(\text{calculado})$ ($\Omega.m$)	Desvio percentual (%)
1	0,5	136,34	140,7	2,74
2	1,0	147,65	151,73	2,76
3	2,0	168,40	164,25	-2,46
4	4,0	165,87	160,18	-3,43
5	8,0	116,11	119,72	3,11

Tabela (3.5) – Desvio percentual com a aferição definitiva.

Resistência de aterramento

O aterramento principal consiste de uma haste vertical de comprimento igual a 0,47 m (tipo copperweld), com diâmetro de 12,70 mm, e com o seu topo na superfície do solo. O eletrodo remoto está colocado a 65m da haste. Aplicando o método de medição da resistência descrito no item (3.4), tem-se o resultado apresentado na figura (3.7)

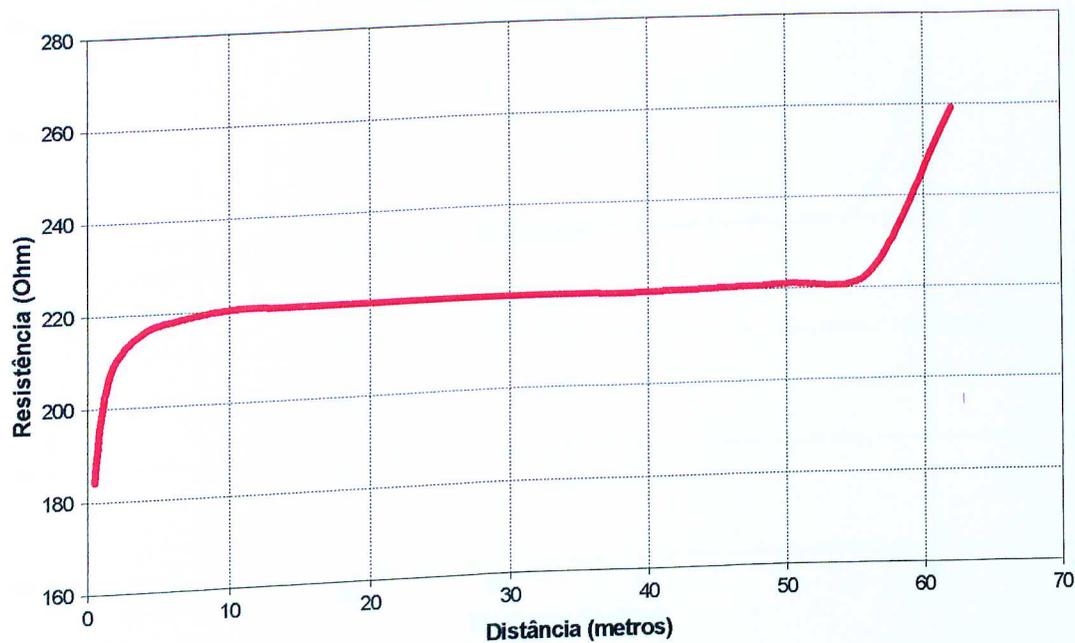


Figura (3.7) – Resistência de aterramento.

Pela figura (3.7), obtém-se o valor da resistência de aterramento apresentado na tabela

(3.6):

Resistência (medida) Ω	220
-------------------------------	-----

Tabela (3.6) – Resistência medida.

Potenciais na Superfície do Solo

É injetada no solo uma corrente elétrica de 365 mA, através do aterramento principal, e em seguida é levantada a curva dos potenciais de superfície, conforme o procedimento apresentado no item (3.5). Os resultados estão indicados na curva da figura (3.8).

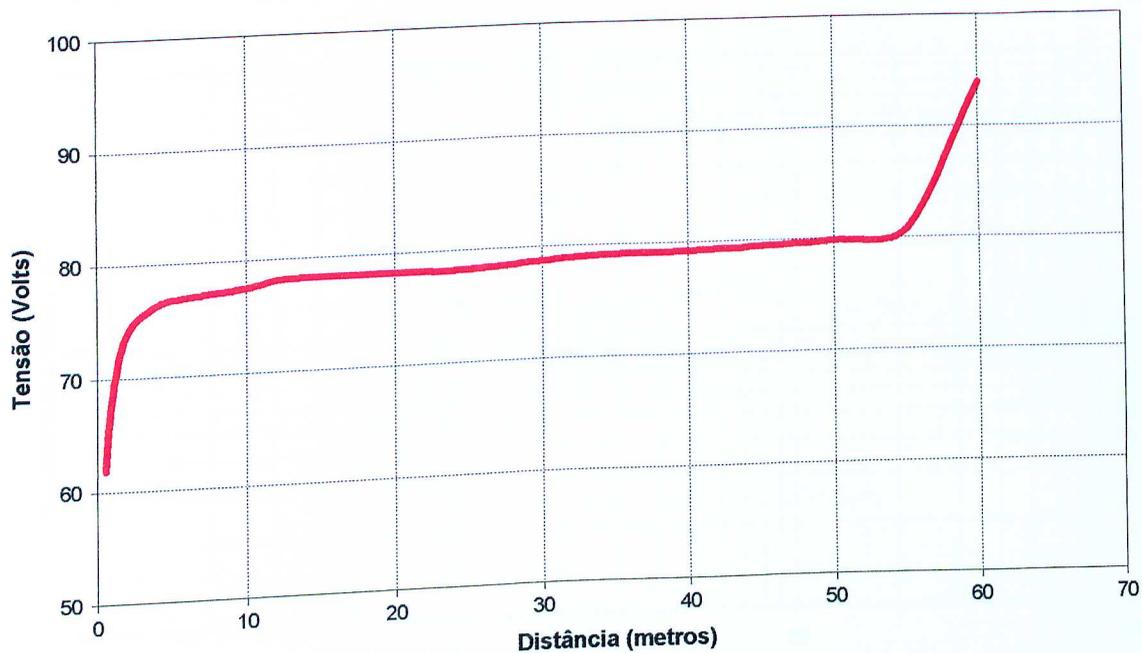


figura (3.8) – Potenciais na superfície do solo.

3.6.2 – ENSAIO 02

Características do Solo

Este ensaio foi realizado em um solo também com característica argilosa, porém com uma inversão na curva da resistividade aparente.

Estratificação do solo

Os valores obtidos para ρ_a , através da expressão (3.1), utilizando o método Wenner, encontram-se na tabela (3.7) e no gráfico da figura (3.9).

Espaçamento a(m)	Leitura V/I(Ω)	Cálculo $\rho_a(\Omega.m)$
0,5	45,3	142,28
1,0	20,5	131,31
2,0	10,3	129,43
4,0	5,1	128,17
8,0	3,14	157,83

Tabela (3.7) – Resistividade aparente do solo, ensaio 02.

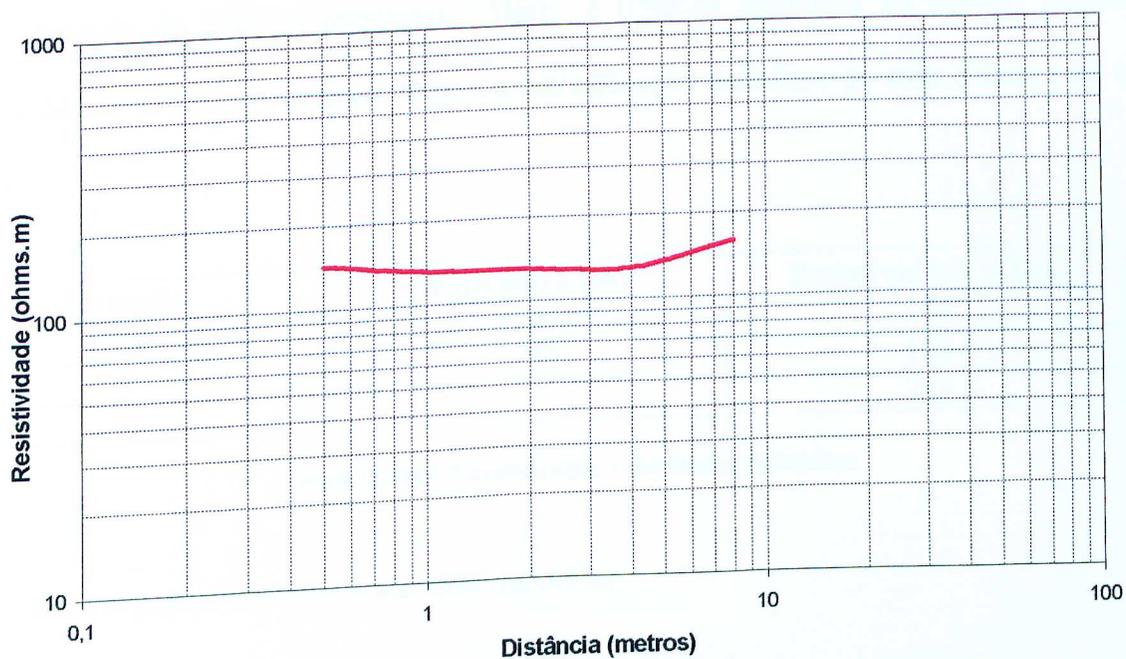


Figura (3.9) – Curva de variação da resistividade aparente do solo, ensaio 02.

De posse da curva apresentada na figura (3.9) e aplicando-se o método gráfico Yokogawa, obtém-se a estratificação do solo com os valores indicados na tabela (3.8):

Camada	Espessura (m)	Resistividade($\Omega.m$)
1	0,80	145
2	3,70	97
3	-	285

Tabela (3.8) – Estratificação pelo método de Yokogawa.

Introduzindo no programa “Afere” os resultados das tabelas (3.7) e (3.8), obtém-se a resistividade aparente calculada e o desvio percentual entre as curvas de variação da resistividade experimental, figura.(3.9), e teórica. Os resultados são apresentados na tabela (3.9):

Ponto	Distância (m)	$\rho_a(\text{medido})$ ($\Omega.m$)	$\rho_a(\text{calculado})$ ($\Omega.m$)	Desvio percentual (%)
1	0,5	142,28	141,34	-0,68
2	1,0	131,31	130,12	-0,91
3	2,0	129,43	114,75	-11,34
4	4,0	128,17	118,45	-7,58
5	8,0	157,83	154,35	-2,20

Tabela (3.9) – Desvio percentual da estratificação.

Através do próprio programa “Aferê” é possível minimizar os desvios percentuais através de um processo iterativo. Assim a estratificação definitiva do solo é dada pela tabela (3.10):

Camada	Espessura (m)	Resistividade ($\Omega.m$)
1	0,90	145
2	3,70	100
3	-	285

Tabela (3.10) – Estratificação – resultados definitivos.

Desvio percentual com a aferição definitiva:

Ponto	Distância (m)	ρ_a (medido) ($\Omega.m$)	ρ_a (calculado) ($\Omega.m$)	Desvio percentual (%)
1	0,5	142,28	142,48	0,12
2	1,0	131,31	133,75	1,86
3	2,0	129,43	119,55	-7,64
4	4,0	128,17	121,64	-5,10
5	8,0	157,83	156,18	-1,05

Tabela (3.11) – Desvio percentual com a aferição definitiva.

Resistência de aterramento

O aterramento principal consiste de uma haste vertical de comprimento igual a 0,38 m (tipo copperweld), com diâmetro de 12,70 mm, e com o seu topo na superfície do solo. O eletrodo remoto está colocado a 65 m da haste. Aplicando o método da resistência descrito no item (3.4), tem-se o resultado apresentado na figura (3.10).

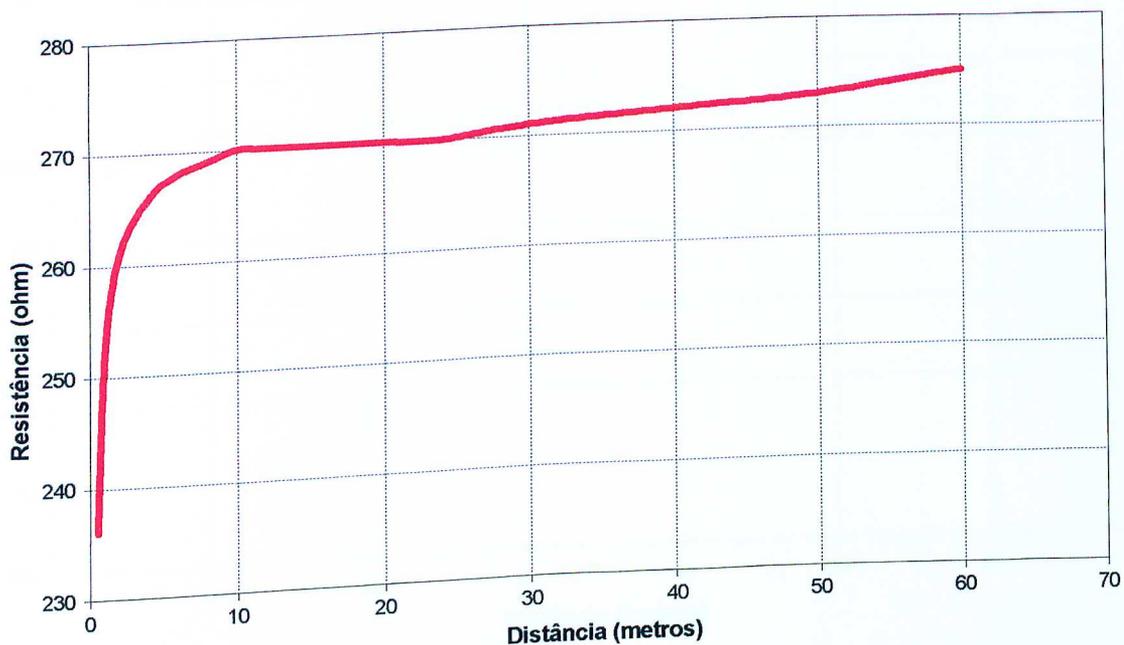


Figura (3.10) – Resistência de aterramento.

Pela figura (3.10), obtém-se o valor da resistência de aterramento apresentado na tabela (3.12).

Resistência (medida) Ω	270
---	-----

Tabela (3.12) – Resistência medida.

Potenciais na Superfície do Solo

É injetada no solo uma corrente elétrica de 765 mA, através do aterramento principal, e em seguida é levantada a curva dos potenciais de superfície, conforme o procedimento apresentado no item (3.5). Os resultados estão indicados na curva da figura (3.11).

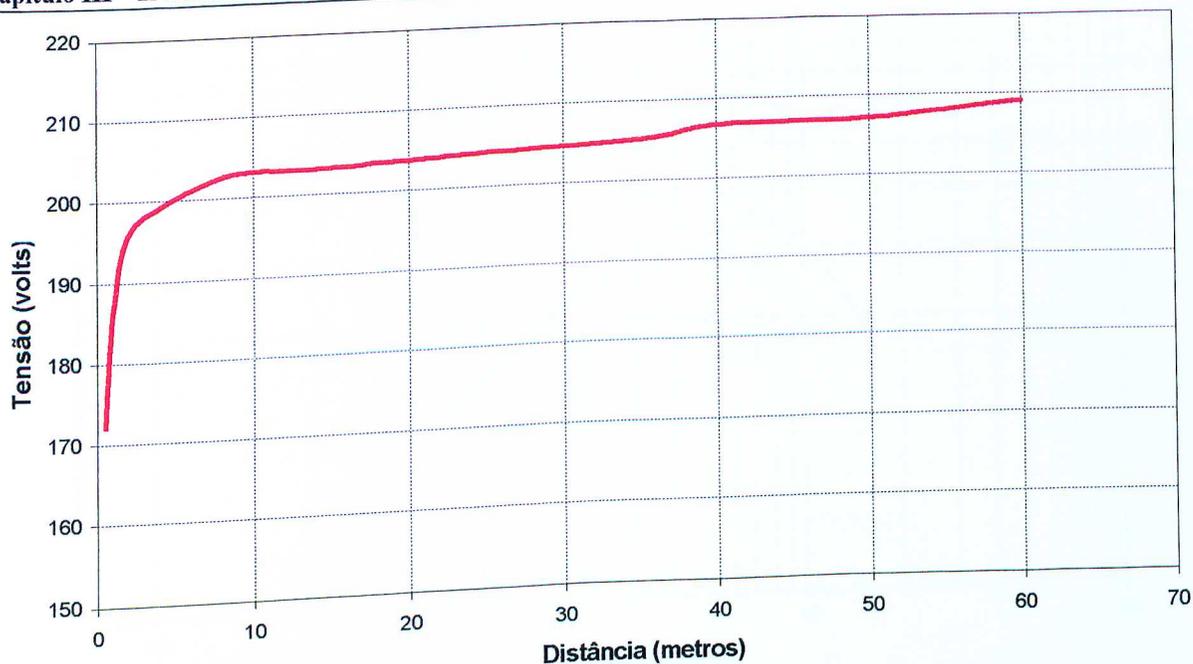


Figura (3.11) – Potenciais na superfície do solo.

3.6.3 – ENSAIO 03

Características do Solo

Este ensaio foi realizado em um solo com característica argilosa, com um comportamento da resistividade aparente bem diferente dos dois ensaios anteriores.

Estratificação do solo

Os valores obtidos para ρ_a , através da expressão (3.1), utilizando o método Wenner, encontram-se na tabela (3.13) e no gráfico da figura (3.12).

Espaçamento a(m)	Leitura V/I(Ω)	Cálculo $\rho_a(\Omega.m)$
0,5	55,0	172,80
1,0	38,70	243,20
2,0	26,80	336,80
4,0	15,55	389,60
8,0	8,90	447,40
16,0	2,80	281,50

Tabela (3.13) – Resistividade aparente do solo, ensaio 03.



Figura (3.12) – Curva de variação da resistividade aparente do solo, ensaio 03.

De posse da curva apresentada na figura (3.12) e aplicando-se o método gráfico Yokogawa, obtém-se a estratificação do solo com os valores indicados na tabela (3.14):

Camada	Espessura (m)	Resistividade($\Omega.m$)
1	0,48	150
2	13	450
3	-	24

Tabela (3.14) – Estratificação pelo método de Yokogawa.

Introduzindo no programa “Afere” os resultados das tabelas (3.13) e (3.14), obtém-se a resistividade aparente calculada e o desvio percentual entre as curvas de variação da resistividade experimental, figura.(3.12), e teórica. Os resultados são apresentados na tabela (3.15):

Ponto	Distância (m)	pa(medido) ($\Omega.m$)	pa(calculado) ($\Omega.m$)	Desvio percentual (%)
1	0,5	172,80	181,54	5,07
2	1,0	243,20	245,83	1,1
3	2,0	336,80	327,84	-2,65
4	4,0	389,60	388,87	-0,17
5	8,0	447,40	394,45	-11,83
6	16,0	281,50	288,36	2,45

Tabela (3.15) – Desvio percentual da estratificação.

Através do próprio programa “Afer” é possível minimizar os desvios percentuais através de um processo iterativo. Assim estratificação definitiva do solo é dada pela tabela (3.16):

Camada	Espessura (m)	Resistividade ($\Omega.m$)
1	0,5	150
2	13	470
3	-	20

Tabela (3.16) – Estratificação – resultados definitivos.

Desvio percentual com a aferição definitiva:

Ponto	Distância (m)	ρ_a (medido) ($\Omega.m$)	ρ_a (calculado) ($\Omega.m$)	Desvio percentual (%)
1	0,5	172,80	182,70	5,74
2	1,0	243,20	249,71	2,69
3	2,0	336,80	336,3	-0,15
4	4,0	389,60	402,20	3,25
5	8,0	447,40	409,9	-8,32
6	16,0	281,50	298,7	6,12

Tabela (3.17) – Desvio percentual com a aferição definitiva.

Resistência de aterramento

O aterramento principal consiste de uma haste vertical de comprimento igual a 0,38 m (tipo copperweld), com diâmetro de 12,70 mm, e com o seu topo na superfície do solo. O eletrodo remoto está colocado a 65 m da haste. Aplicando o método de medição da resistência descrito no item (3.4), tem-se o resultado apresentado na figura (3.13):

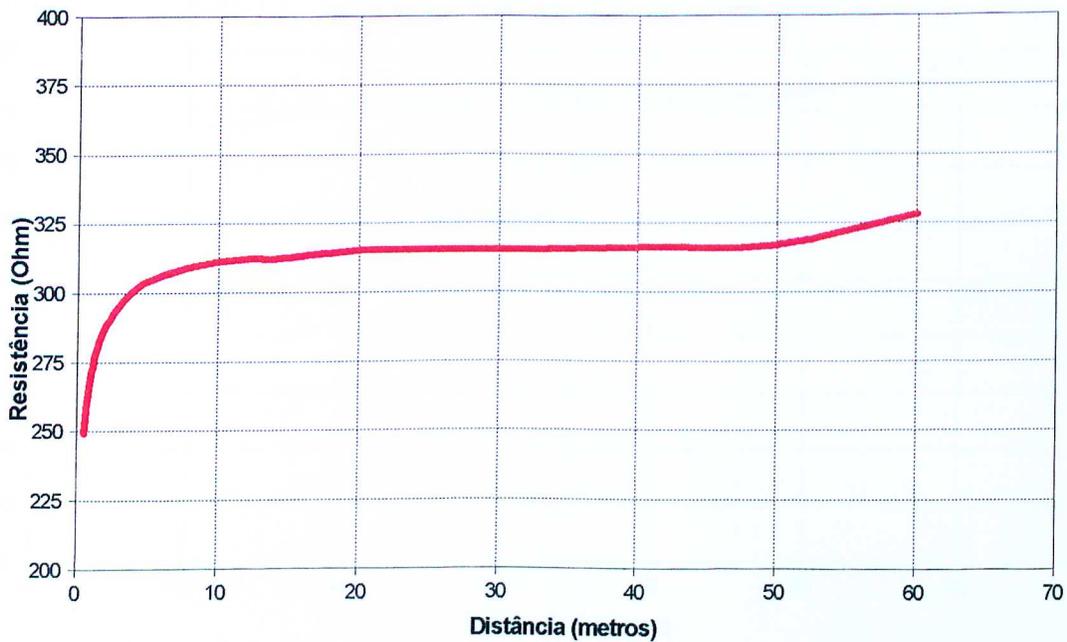


Figura (3.13) – Resistência de aterramento.

Pela figura (3.13), obtém-se o valor da resistência de aterramento apresentado na tabela (3.18):

Resistência (medida) Ω	315
---	------------

Tabela (3.18) – Resistência medida.

Potenciais na Superfície do Solo

É injetada no solo uma corrente elétrica de 585 mA, através do aterramento principal. Em seguida é levantada a curva dos potenciais de superfície, conforme o procedimento apresentado no item (3.5). Os resultados estão indicados na curva da figura (3.14).

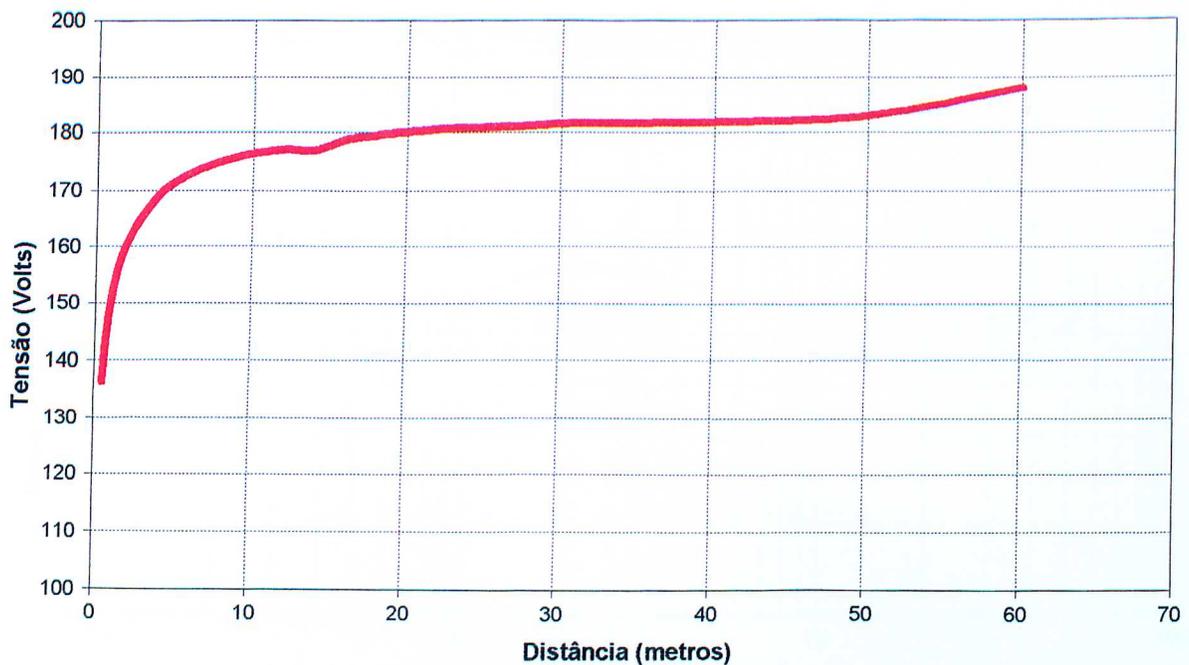


Figura (3.14) – Potenciais na superfície do solo.

3.6.4 – ENSAIO 04

Característica do Solo

Este ensaio foi realizado em um solo com característica argilosa e com um comportamento da curva da resistividade aparente similar a do primeiro ensaio.

Estratificação do solo

Os valores obtidos para ρ_a , através da expressão (3.1), utilizando método Wenner, encontram-se na tabela (3.19) e no gráfico da figura (3.15):

Espaçamento a(m)	Leitura V/I(Ω)	Cálculo $\rho_a(\Omega.m)$
0,5	33,80	106,20
1,0	19,40	121,90
2,0	11,80	148,30
4,0	5,28	132,70
8,0	2,18	109,60

Tabela (3.19) – Resistividade aparente do solo, ensaio 04.

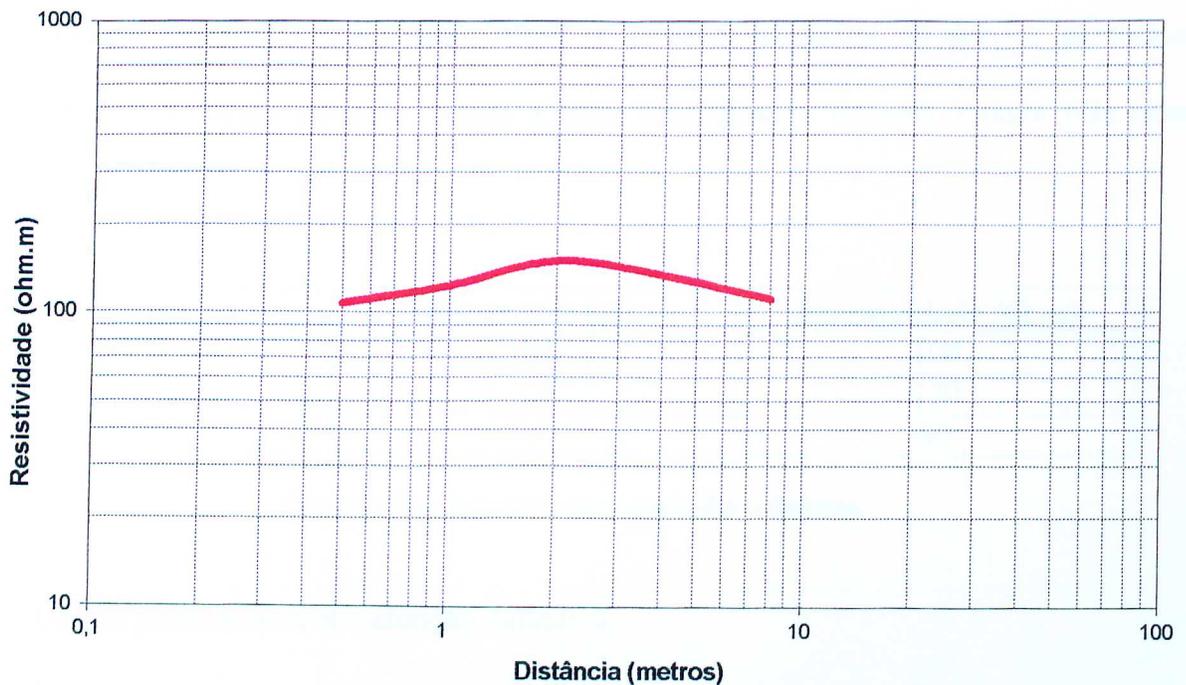


Figura (3.15) – Curva de variação da resistividade aparente do solo, ensaio 04.

De posse da curva apresentada na figura (3.15) e aplicando-se o método gráfico Yokogawa, obtém-se a estratificação do solo com os valores indicados na tabela (3.20):

Camada	Espessura (m)	Resistividade(Ω.m)
1	0,6	80
2	3,0	160
3	-	75

Tabela (3.20) – Estratificação pelo método de Yokogawa.

Introduzindo no programa “Afer” os resultados das tabelas (3.19) e (3.20), obtém-se a resistividade aparente calculada e o desvio percentual entre as curvas de variação da resistividade experimental, figura.(3.15), e teórica. Os resultados são apresentados na tabela (3.21):

Ponto	Distância (m)	$\rho_a(\text{medido})$ (Ω.m)	$\rho_a(\text{calculado})$ (Ω.m)	Desvio percentual (%)
1	0,5	106,20	87,27	-17,81
2	1,0	121,90	104,59	-14,20
3	2,0	148,30	125,48	-15,38
4	4,0	132,70	127,78	-3,71
5	8,0	109,60	104,24	-4,86

Tabela (3.21) – Desvio percentual da estratificação.

Através do próprio programa “Afere” é possível minimizar os desvios percentuais através de um processo iterativo. Assim a nova estratificação do solo é dada pela tabela (3.22):

Camada	Espessura (m)	Resistividade ($\Omega.m$)
1	0,6	100
2	3,0	170
3	-	80

Tabela (3.22) – Estratificação – resultados definitivos.

Desvio percentual com a aferição definitiva:

Ponto	Distância (m)	ρ_a (medido) ($\Omega.m$)	ρ_a (calculado) ($\Omega.m$)	Desvio percentual (%)
1	0,5	106,20	106,94	0,72
2	1,0	121,90	123,16	1,93
3	2,0	148,30	141,19	-4,78
4	4,0	132,70	138,60	4,44
5	8,0	109,60	110,50	0,85

Tabela (3.23) – Desvio percentual com da aferição definitiva.

Resistência de aterramento

O aterramento principal consiste de uma haste vertical de comprimento igual a 0,38 m (tipo copperweld), com diâmetro de 12,70 mm, e com o seu topo na superfície do solo. O eletrodo remoto está colocado a 65m da haste. Aplicando o método de medição da resistência descrito no item (3.4), tem-se o resultado apresentado na figura (3.16):

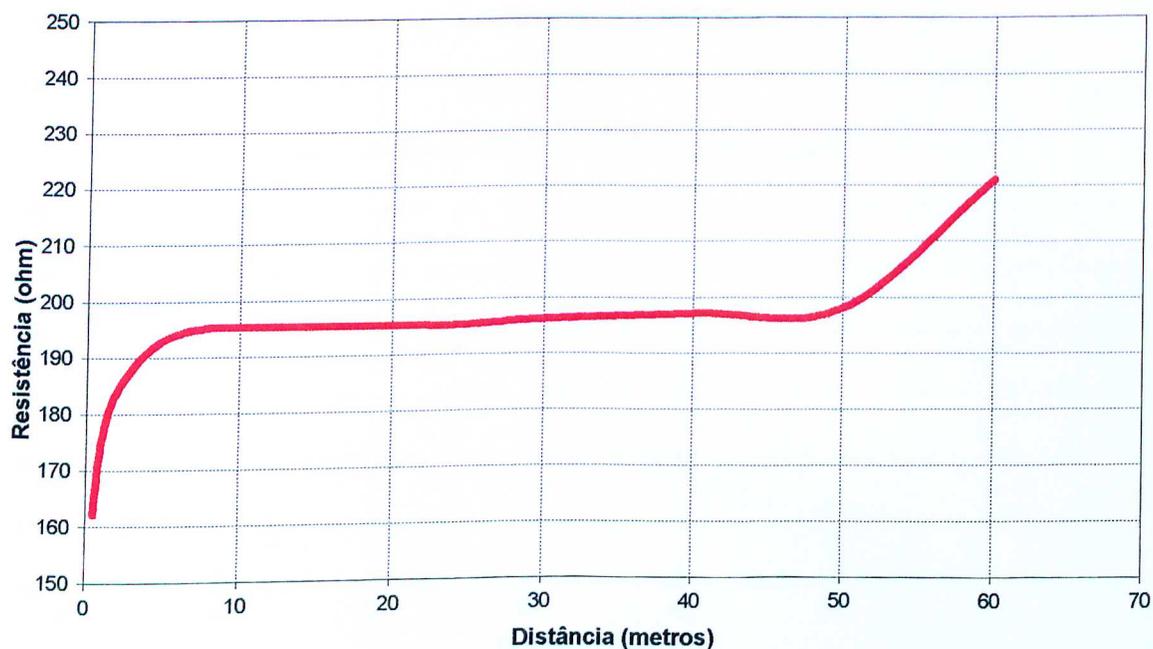


Figura (3.16) – Resistência de aterramento.

Pela figura (3.16), obtém-se um valor da resistência de aterramento apresentado na tabela (3.24):

Resistência (medida) Ω	195
---	-----

Tabela (3.24) – Resistência medida.

Potenciais na Superfície do Solo

É injetada no solo uma corrente elétrica de 885mA, através do aterramento principal. Em seguida é levantada a curva dos potenciais de superfície, conforme o procedimento apresentado no item (3.5). Os resultados estão indicados na curva da figura (3.17).

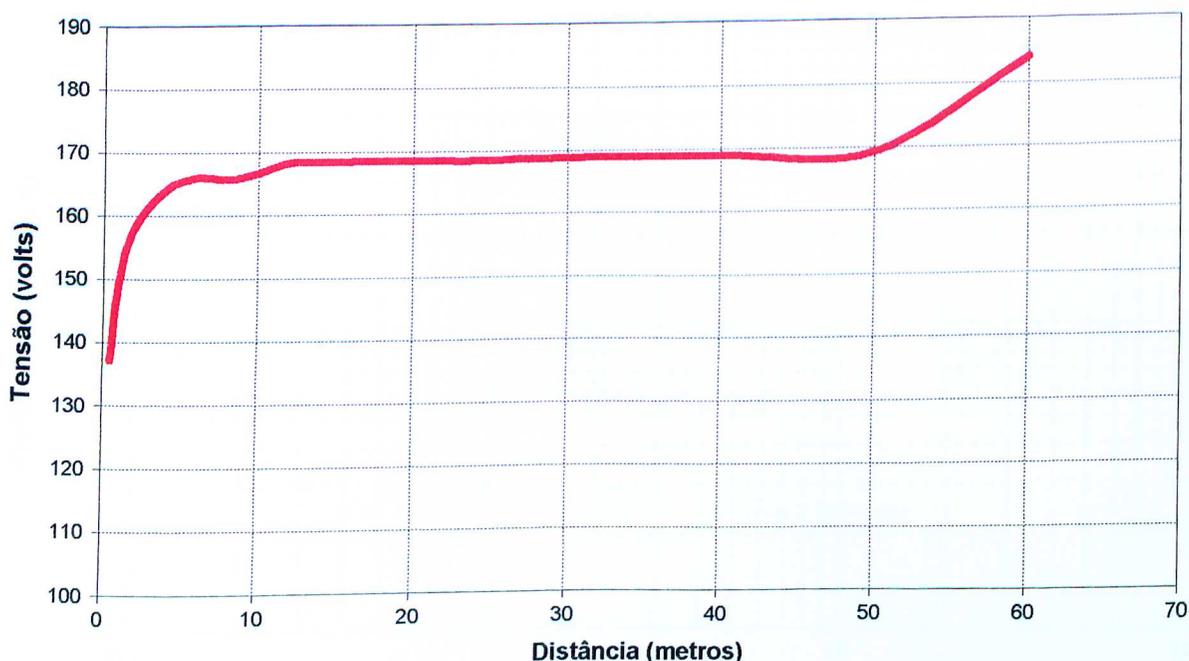


Figura (3.17) – Potenciais na superfície do solo.

3.6.5 – ENSAIO 05

Características do Solo

Este ensaio foi realizado em um solo com característica argilosa, porém com valores de resistividade aparente bem superiores aos ensaios anteriores.

Estratificação do solo

Os valores obtidos para ρ_a , através da expressão (3.1), utilizando método Wenner, encontram-se na tabela (3.25) e no gráfico (3.18):

Espaçamento a(m)	Leitura V/I(Ω)	Cálculo $\rho_a(\Omega.m)$
0,5	125,04	392,85
1,0	92,3	579,94
2,0	76,8	965,1
4,0	39,8	1000,28
8,0	18,5	929,91

Tabela (3.25) – Resistividade aparente do solo, ensaio 05.

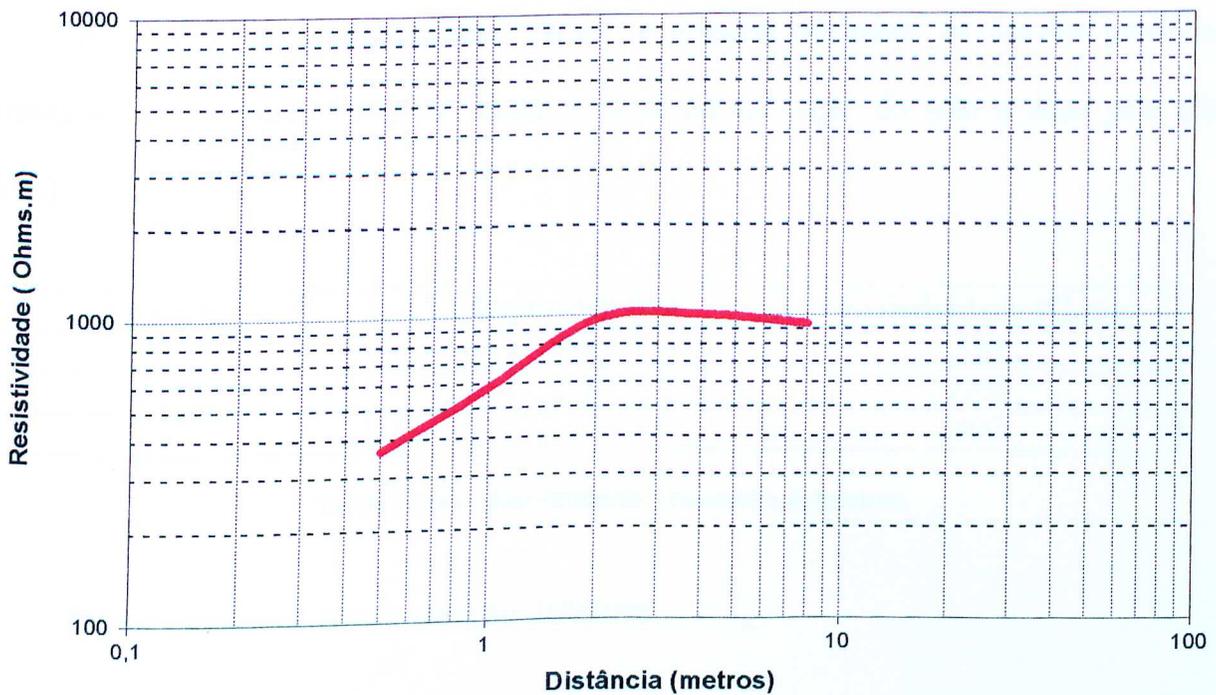


Figura (3.18) – Curva de variação da resistividade aparente do solo, ensaio 05.

De posse da curva apresentada na figura (3.18) e aplicando-se o método gráfico Yokogawa, obtêm-se a estratificação do solo como os valores indicados na tabela (3.26):

Camada	Espessura (m)	Resistividade($\Omega.m$)
1	0,6	300
2	4,0	2170
3	-	650

Tabela (3.26) – Estratificação pelo método de Yokogawa.

Introduzindo no programa “Aferê” os resultados das tabelas (3.25) e (3.26), obtêm-se a resistividade aparente calculada e o desvio percentual entre as curvas de variação da resistividade experimental, figura.(3.18), e teórica. Os resultados são apresentados na tabela (3.27):

Ponto	Distância (m)	$\rho_a(\text{medido})$ ($\Omega.m$)	$\rho_a(\text{calculado})$ ($\Omega.m$)	Desvio percentual (%)
1	0,5	392,85	368,89	- 6,10
2	1,0	579,94	551,35	- 4,93
3	2,0	965,1	854,90	- 11,42
4	4,0	1000,28	1102,75	10,24
5	8,0	929,91	1045,61	12,38

Tabela (3.27) – Desvio percentual da estratificação.

Através do próprio programa “Afere” é possível minimizar os desvios percentuais através de um processo iterativo. Assim a nova estratificação do solo é dada pela tabela (3.28):

Camada	Espessura (m)	Resistividade ($\Omega.m$)
1	0,6	320
2	2,5	2200
3	-	400

Tabela (3.28) – Estratificação – resultados definitivos.

Desvio percentual com a aferição definitiva:

Ponto	Distância (m)	ρ_a (medido) ($\Omega.m$)	ρ_a (calculado) ($\Omega.m$)	Desvio percentual (%)
1	0,5	392,85	391,90	- 0,24
2	1,0	579,94	580,67	- 0,13
3	2,0	965,1	882,95	- 8,51
4	4,0	1000,28	1078,15	7,78
5	8,0	929,91	885,40	- 4,79

Tabela (3.29) – Desvio percentual com a aferição definitiva.

Resistência de aterramento

O aterramento principal consiste de uma haste vertical de comprimento igual a 0,45 m (tipo copperweld), com diâmetro de 12,7 mm, e com o seu topo na superfície do solo. O eletrodo remoto está colocado a 65m da haste. Aplicando o método da resistência descrito no item (3.4), tem-se o resultado apresentado na figura (3.19):

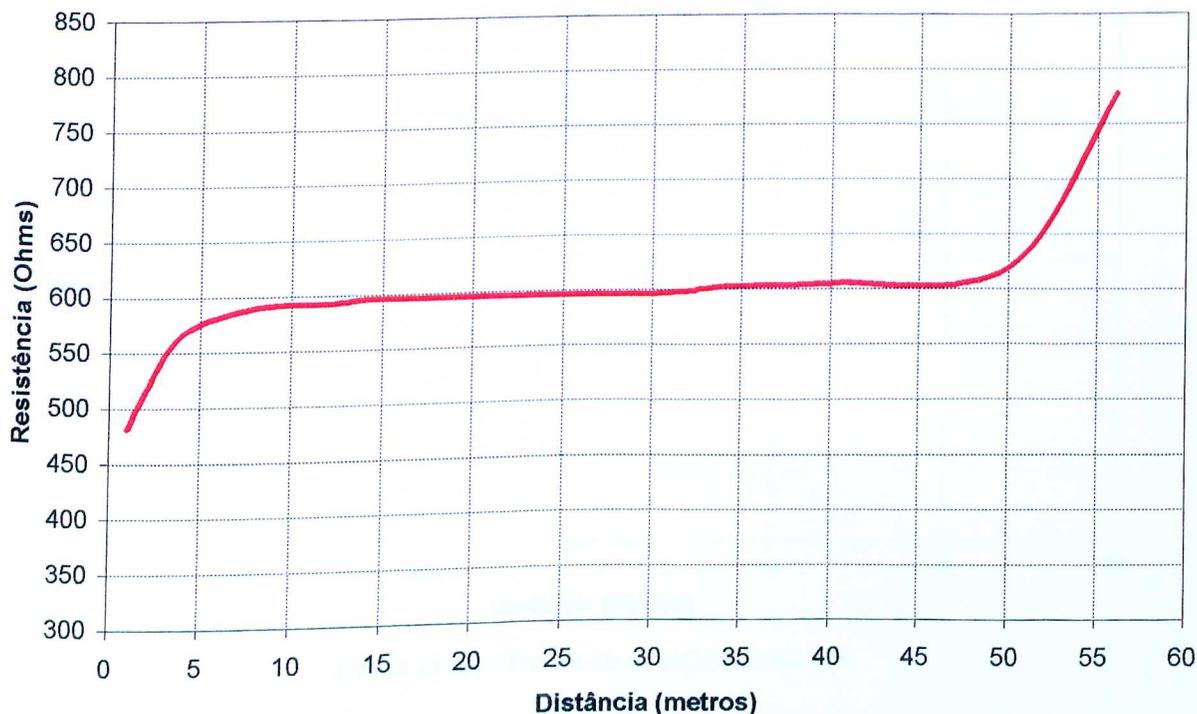


Figura (3.19) – Resistência de aterramento.

Pela figura (3.19), obtém-se o valor da resistência de aterramento apresentado na tabela (3.30):

Resistência (medida) Ω	600
---	-----

Tabela (3.30) – Resistência medida.

Potenciais na Superfície do Solo

É injetada no solo uma corrente elétrica de 98,0 mA, através do aterramento principal. Em seguida é levantada a curva dos potenciais de superfície, conforme o procedimento apresentado no item (3.5). Os resultados estão indicados na curva da figura (3.20):

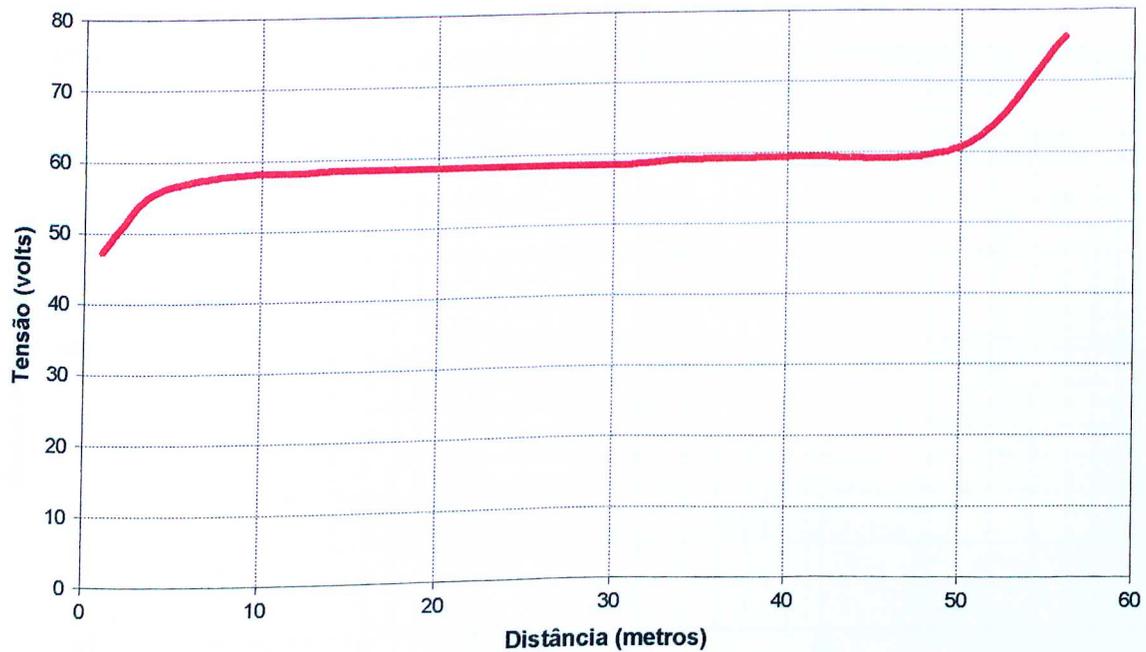


Figura (3.20) – Potenciais na superfície do solo.

3.6.6 – ENSAIO 06

Característica do Solo

Este ensaio foi realizado em um solo com característica argilosa e com valores de resistividade aparente bem superiores aos ensaios anteriores.

Estratificação do solo

Os valores obtidos para ρ_a , através da expressão (3.1), utilizando o método Wenner, encontram se na tabela (3.31) e no gráfico da figura (3.21):

Espaçamento a(m)	Leitura V/I(Ω)	Cálculo $\rho_a(\Omega.m)$
0,5	406	1275,48
1,0	230	1445,13
2,0	151	1897,52
4,0	74,9	1882,44
8,0	24,2	1216,42

Tabela (3.31) – Resistividade aparente do solo, ensaio 06.

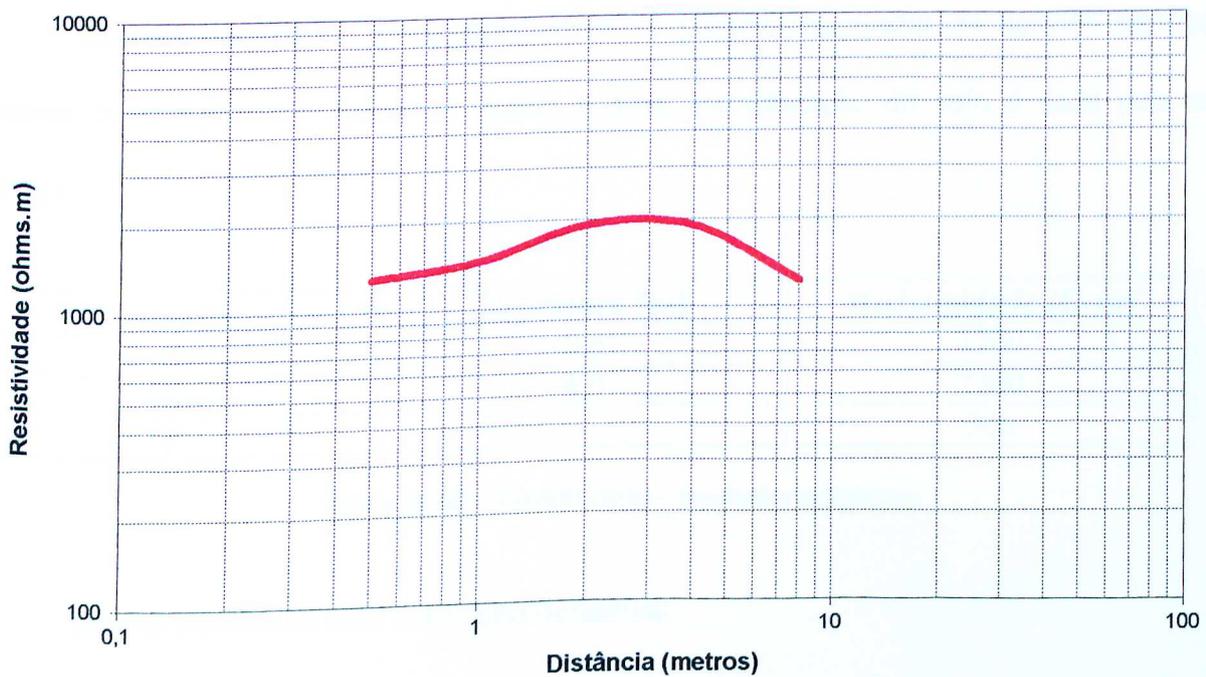


Figura (3.21) – Curva de variação da resistividade aparente do solo, ensaio 06.

De posse da curva apresentada na figura (3.21) e aplicando o método gráfico Yokogawa, obtém-se a estratificação do solo como os valores indicados na tabela (3.32):

Camada	Espessura (m)	Resistividade($\Omega.m$)
1	0,6	1000
2	4,5	2200
3	-	550

Tabela (3.32) – Estratificação pelo método de Yokogawa.

Introduzindo no programa “Afer” os resultados das tabelas (3.31) e (3.32), obtém-se a resistividade aparente calculada e o desvio percentual entre as curvas de variação da resistividade aparente calculada e o desvio percentual entre as curvas de variação da resistividade experimental, figura.(3.21), e teórica. Os resultados são apresentados na tabela (3.33):

Ponto	Distância (m)	pa(medido) ($\Omega.m$)	pa(calculado) ($\Omega.m$)	Desvio percentual (%)
1	0,5	1275,48	1103,64	-13,47
2	1,0	1445,13	1354,82	-6,25
3	2,0	1897,52	1680,79	-11,42
4	4,0	1882,44	1776,72	-5,62
5	8,0	1216,42	1366,44	12,33

Tabela (3.33) – Desvio percentual da estratificação.

Através do próprio programa “Afer” é possível minimizar os desvios percentuais através de um processo iterativo. Assim a nova estratificação do solo é dada pela tabela (3.34):

Camada	Espessura (m)	Resistividade ($\Omega.m$)
1	0,6	1200
2	4,0	2200
3	-	500

Tabela (3.34) – Estratificação – resultados definitivos.

Desvio percentual com a aferição definitiva:

Ponto	Distância (m)	ρ_a (medido) ($\Omega.m$)	ρ_a (calculado) ($\Omega.m$)	Desvio percentual (%)
1	0,5	1275,48	1295,47	1,57
2	1,0	1445,13	1521,22	5,27
3	2,0	1897,52	1784,84	-5,94
4	4,0	1882,44	1759,24	-6,54
5	8,0	1216,42	1219,28	0,24

Tabela (3.35) – Desvio percentual com a aferição definitiva.

Resistência de aterramento

O aterramento principal consiste de uma haste vertical de comprimento igual a 0,38 m (tipo copperweld), com diâmetro de 12,7 mm, e com o seu topo na superfície do solo. O eletrodo remoto está colocado a 65m da haste. Aplicando o método de medição da resistência descrito no item (3.4), tem-se o resultado apresentado na figura (3.22):

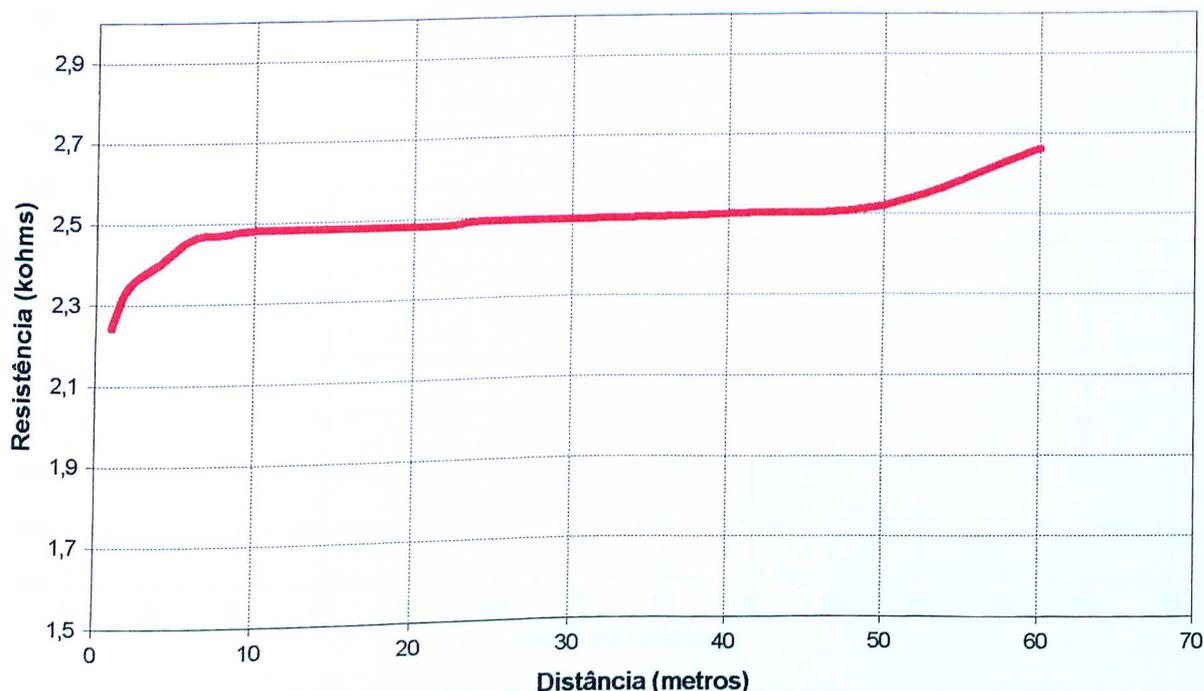


Figura (3.22) – Resistência de aterramento.

Pela figura (3.22), obtém-se o valor da resistência de aterramento apresentado na tabela (3.36):

Resistência (medida) Ω	2480
---	------

Tabela (3.36) – Resistência medida.

Potenciais na Superfície do Solo

É injetada no solo uma corrente elétrica de 140 mA, através do aterramento principal. Em seguida é levantada a curva dos potenciais de superfície, conforme o procedimento apresentado no item (3.5). Os resultados estão indicados na curva da figura (3.23).

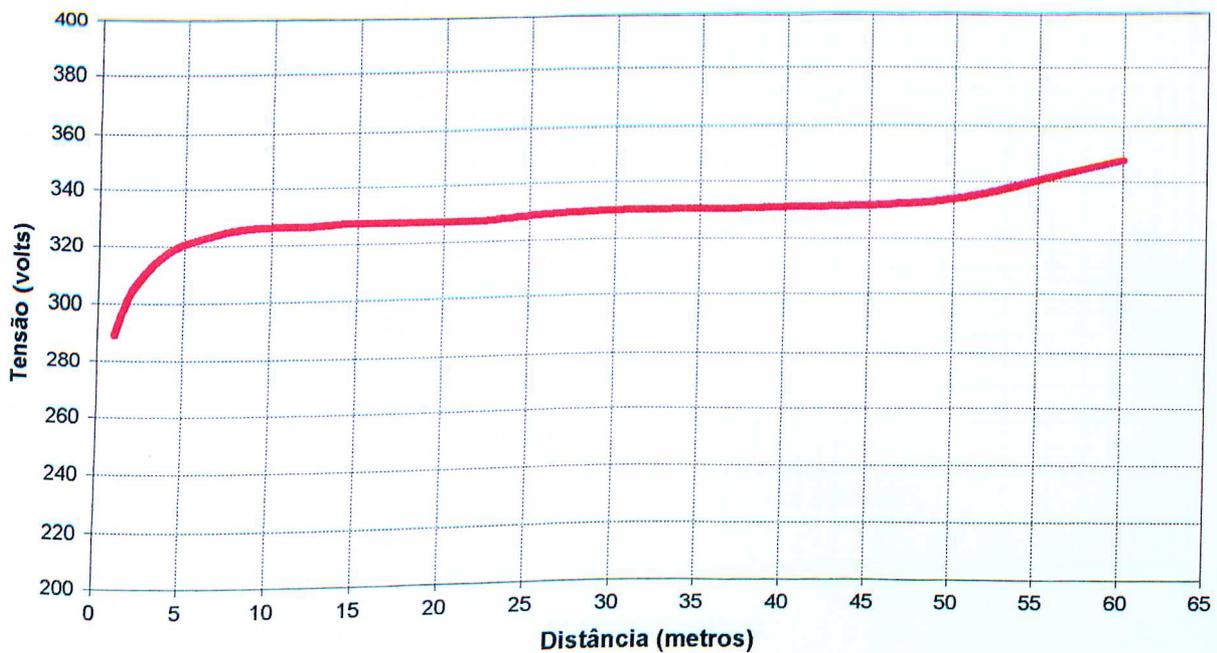


Figura (3.23) – Potenciais na superfície do solo.

3.6.7 – ENSAIO 07

Característica do Solo

Este ensaio foi realizado em um solo com característica arenosa, e os valores da resistividade aparente são compatíveis com os ensaios anteriores.

Estratificação do solo

Os valores obtidos para ρ_a , através da expressão (3.1), utilizando o método Wenner, encontram-se na tabela (3.37) e no gráfico da figura (3.24):

Espaçamento a(m)	Leitura V/I(Ω)	Cálculo $\rho_a(\Omega.m)$
0,5	208,0	653,45
1,0	135,0	848,23
2,0	82,2	1032,95
4,0	51,2	1286,80
8,0	27,1	1362,2
16,0	9,70	975,15,

Tabela (3.37) – Resistividade aparente do solo, ensaio 07.

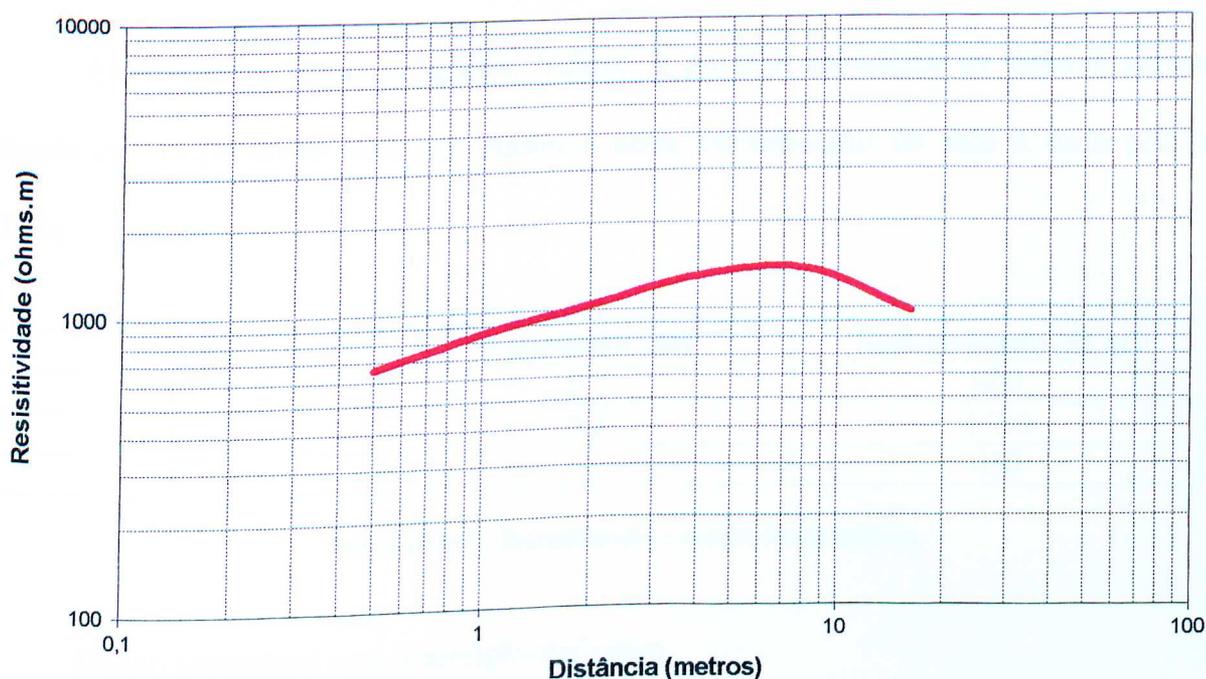


Figura (3.24) – Curva de variação da resistividade aparente do solo, ensaio 07.

De posse da curva apresentada na figura (3.24) e aplicando o método gráfico Yokogawa, obtém-se a estratificação do solo como os valores na tabela (3.38):

Camada	Espessura (m)	Resistividade($\Omega.m$)
1	0,7	650
2	12	1300
3	-	650

Tabela (3.38) – Estratificação pelo método de Yokogawa.

Introduzindo no programa “Afere” os resultados das tabelas (3.37) e (3.38), obtém-se a resistividade aparente calculada e o desvio percentual entre as curvas de variação da resistividade experimental, figura.(3.24), e teórica. Os resultados são apresentados na tabela (3.39):

Ponto	Distância (m)	$\rho_a(\text{medido})$ ($\Omega.m$)	$\rho_a(\text{calculado})$ ($\Omega.m$)	Desvio percentual (%)
1	0,5	653,45	692,08	5,91
2	1,0	848,23	813,72	-4,07
3	2,0	1032,95	1009,56	-2,26
4	4,0	1286,80	1164,66	-9,49
5	8,0	1362,2	1206,76	-11,41
6	16,0	975,15,	1077,67	10,51

Tabela (3.39) – Desvio percentual da estratificação.

Através do próprio programa “Afere” é possível minimizar os desvios percentuais através de um processo iterativo. Assim a nova estratificação do solo é dada pela tabela (3.40):

Camada	Espessura (m)	Resistividade ($\Omega.m$)
1	0,7	600
2	9,5	1500
3	-	450

Tabela (3.40) – Estratificação – resultados definitivos.

Desvio percentual com a aferição definitiva:

Ponto	Distância (m)	$\rho_a(\text{medido})$ ($\Omega.m$)	$\rho_a(\text{calculado})$ ($\Omega.m$)	Desvio percentual (%)
1	0,5	653,45	650,89	-0,39
2	1,0	848,23	800,21	-5,66
3	2,0	1032,95	1050,66	1,71
4	4,0	1286,80	1260,06	-2,08
5	8,0	1362,2	1280,61	-5,99
6	16,0	975,15,	985,89	1,1

Tabela (3.41) – Desvio percentual com a aferição definitiva.

Resistência de aterramento

O aterramento principal consiste de uma haste vertical de comprimento igual a 0,47 m (tipo copperweld), com diâmetro de 12,70 mm, e com o seu topo na superfície do solo. O eletrodo remoto está colocado a 65m da haste. Aplicando o método de medição da resistência descrito no item (3.4), tem-se o resultado apresentado na figura (3.25):

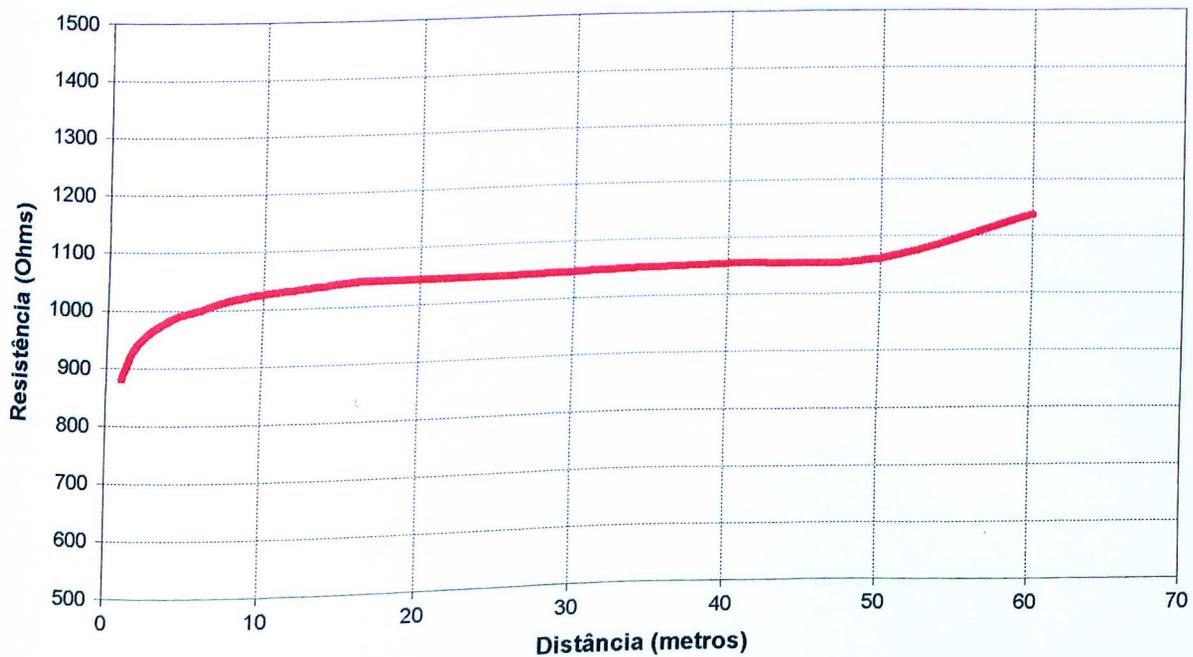


Figura (3.25) – Resistência de aterramento.

Pela figura (3.25), obtém-se o valor da resistência de aterramento apresentado na tabela (3.42):

Resistência (medida) Ω	1041
---	------

Tabela (3.42) – Resistência medida.

Potenciais na Superfície do Solo

É injetada no solo uma corrente elétrica de 206 mA, através do aterramento principal. Em seguida é levantada a curva dos potenciais de superfície, conforme o procedimento apresentado no item (3.5). Os resultados estão indicados na curva da figura (3.26).

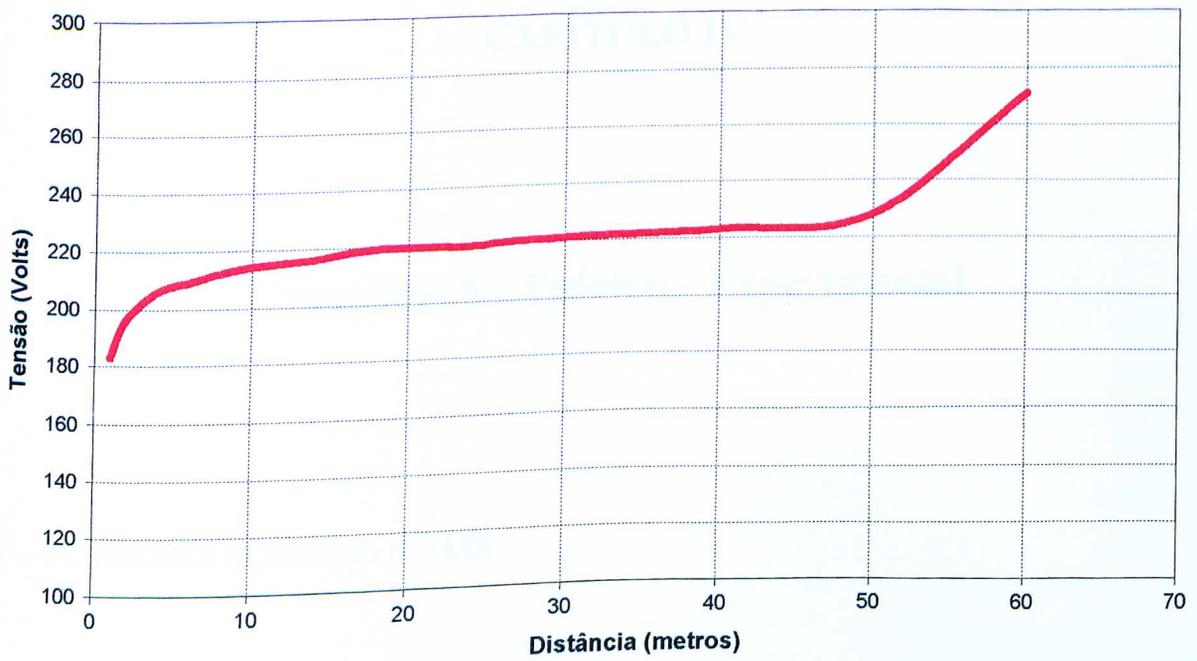


Figura (3.26) – Potenciais na superfície do solo.

CAPITULO IV

Comparação Teórico - Experimental

4.1 – CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O intuito do presente capítulo é confrontar os resultados teóricos, obtidos a partir do método de “n” camadas apresentado no capítulo II, com os resultados experimentais, obtidos no capítulo III. Os resultados teóricos foram obtidos a partir de simulações computacionais, baseadas nas equações desenvolvidas no capítulo II.

4.2 – SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS E CONFRONTAÇÃO TEÓRICO-EXPERIMENTAL

Para cada ensaio realizado, cujos resultados estão apresentados no capítulo III, são realizadas as simulações computacionais utilizando a modelagem para o solo heterogêneo desenvolvida no capítulo II, através de um programa implementado no Matlab. O programa foi basicamente desenvolvido aplicando-se o fluxograma apresentando na figura (4.1):

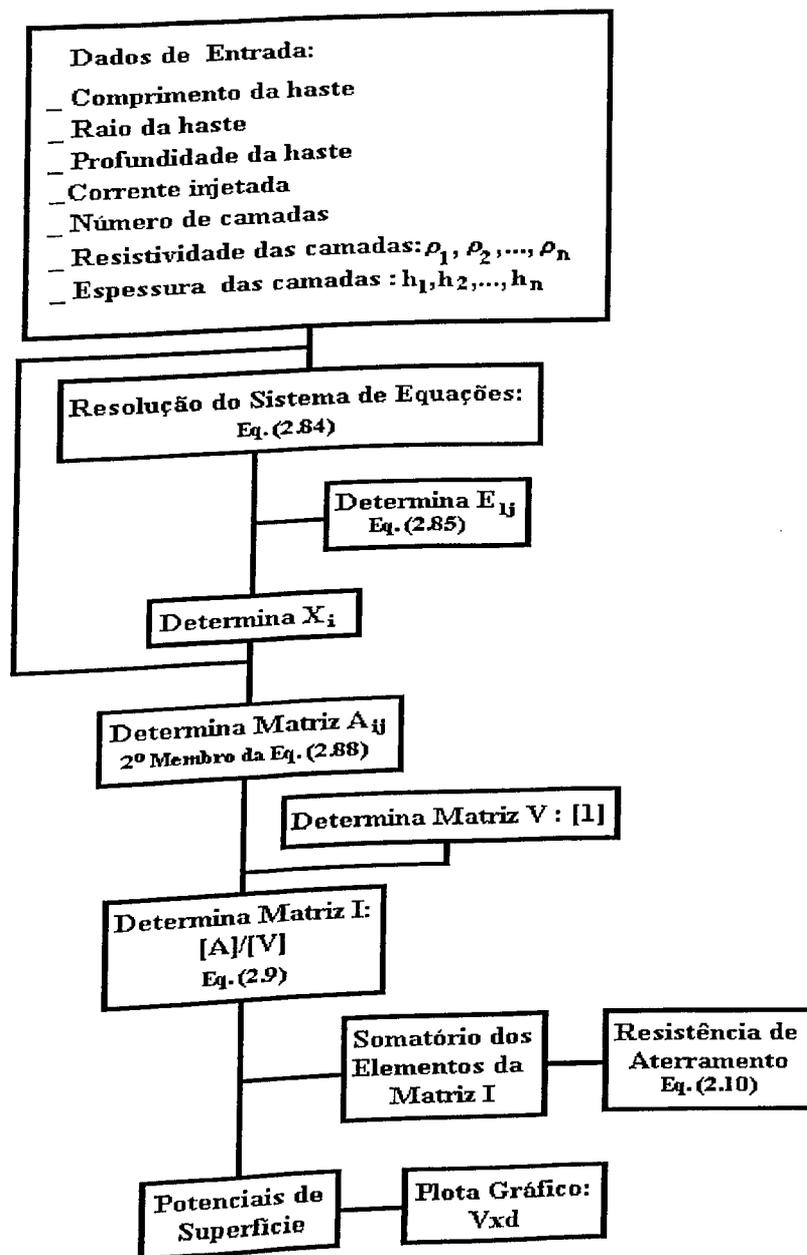


Figura (4.1) – Fluxograma do programa que determina a resistência de aterramento e os potenciais na superfície.

4.2.1 – SIMULAÇÃO 01

Considerando o solo do ensaio 01 representado pela estratificação indicada na tabela (3.4), e a haste vertical de 0,47 m com 12,70 mm de diâmetro, foram calculadas as grandezas: resistência de aterramento e os potenciais de superfície. Para o cálculo dos referidos potenciais, a corrente injetada no solo através da haste vertical é de 365 mA.

A tabela (4.1) apresenta os valores da resistência de aterramento, medido (tabela (3.6)) e calculado.

$R_{at}(\text{medida}) \Omega$	$R_{at}(\text{calculada}) \Omega$
220	214,87

Tabela (4.1) – Resistência de aterramento medida e calculada.

O gráfico (4.2) apresenta a curva teórica dos potenciais de superfície, juntamente com a curva experimental já apresentada na figura (3.8):

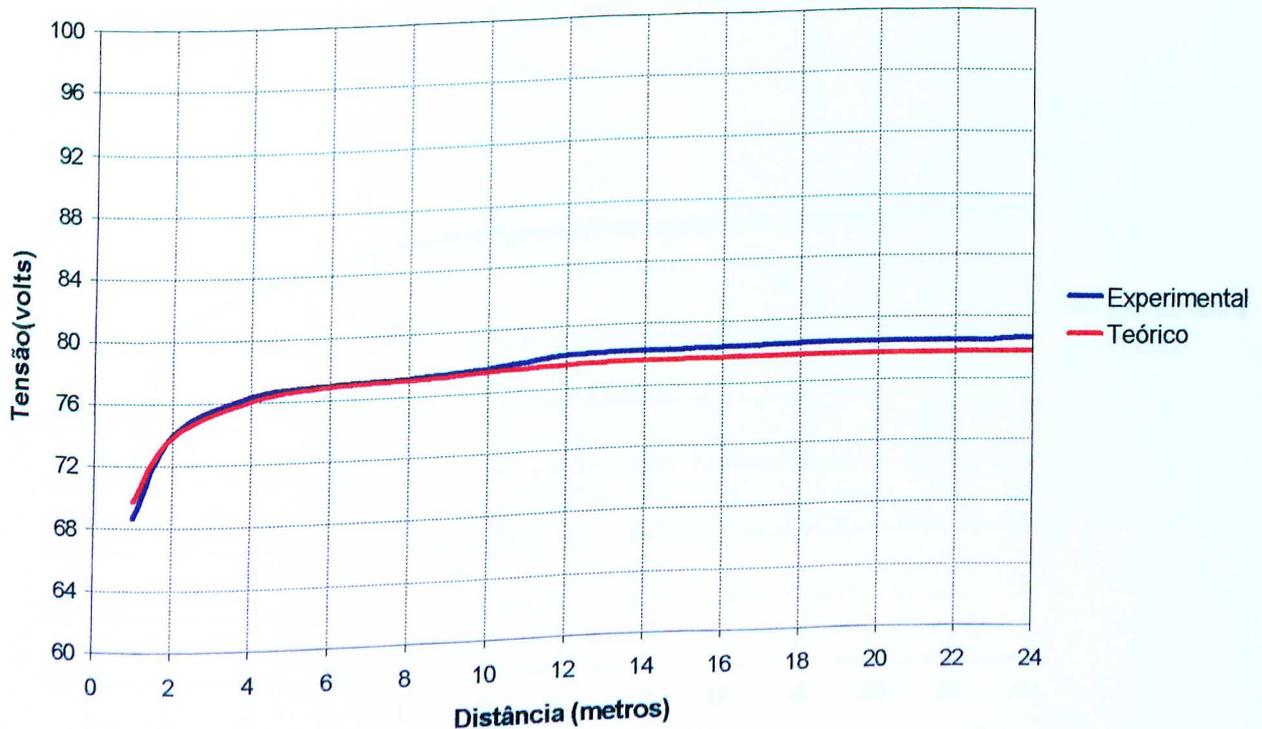


Figura (4.2) – Potenciais medidos e simulados na superfície do solo, ensaio 01.

4.2.2 – SIMULAÇÃO 02

Considerando o solo do ensaio 02 representado pela estratificação indicada na tabela (3.10), e a haste vertical de 0,38 m com 12,70 mm de diâmetro, foram calculadas as grandezas: resistência de aterramento e os potenciais de superfície. Para o cálculo dos referidos potenciais, a corrente injetada no solo através da haste vertical é de 765 mA.

A tabela (4.2) apresenta os valores da resistência de aterramento, medido (tabela (3.12)) e calculado:

$R_{at}(\text{medida}) \Omega$	$R_{at}(\text{calculada}) \Omega$
270	267,27

Tabela (4.2) – Resistência de aterramento medida e calculada.

O gráfico (4.3) apresenta a curva teórica dos potenciais de superfície, juntamente com a curva experimental já apresentada na figura (3.11):

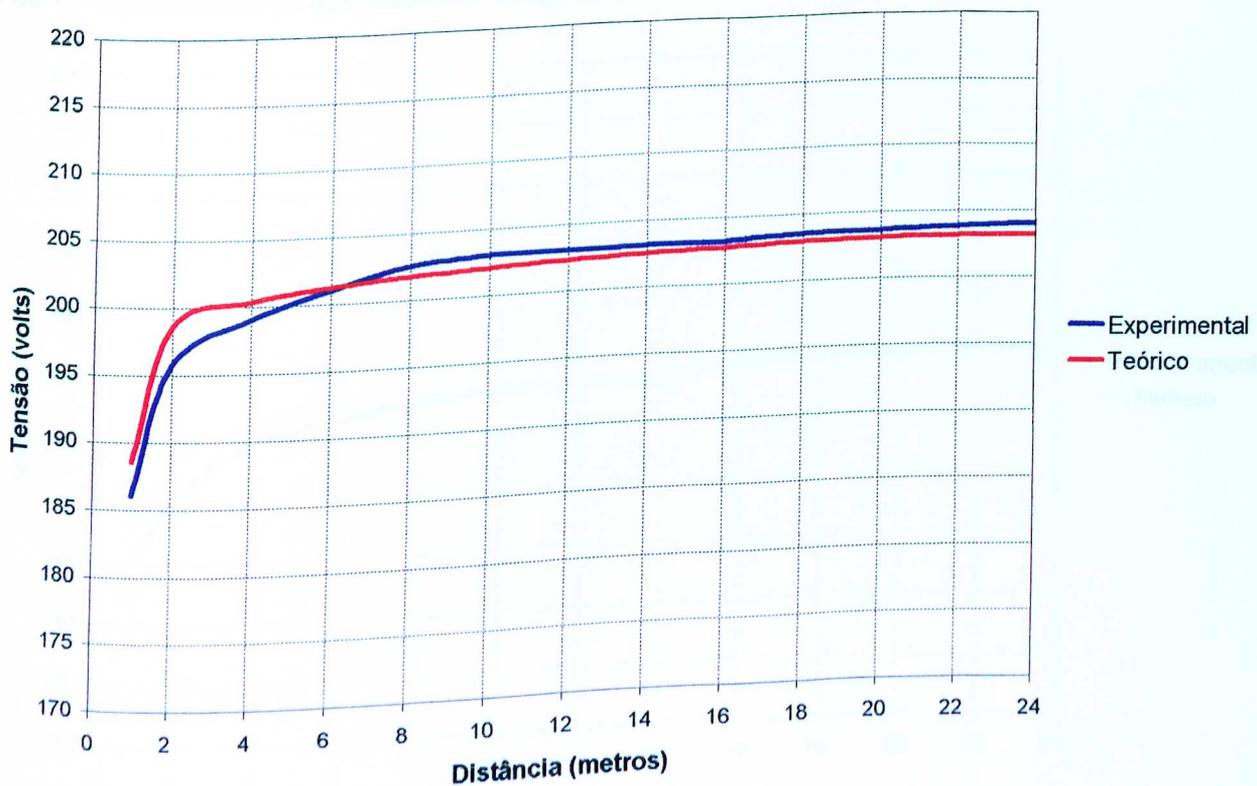


Figura (4.3) – Potenciais medidos e simulados na superfície do solo,ensaio 02.

4.2.3 – SIMULAÇÃO 03

Considerando o solo do ensaio 03 representado pela estratificação indicada na tabela (3.16), e a haste vertical de 0,38 m com 12,70 mm de diâmetro, foram calculadas as grandezas: resistência de aterramento e os potenciais de superfície. Para o cálculo dos referidos potenciais, a corrente injetada no solo através da haste vertical é de 585 mA.

A tabela (4.3) apresenta os valores da resistência de aterramento, medido (tabela (3.18)) e calculado:

$R_{at}(\text{medida}) \Omega$	$R_{at}(\text{calculada}) \Omega$
315	305,72

Tabela (4.3) – Resistência de aterramento medida e calculada.

O gráfico (4.4) apresenta a curva teórica dos potenciais de superfície, juntamente com a curva experimental já apresentada na figura (3.14).

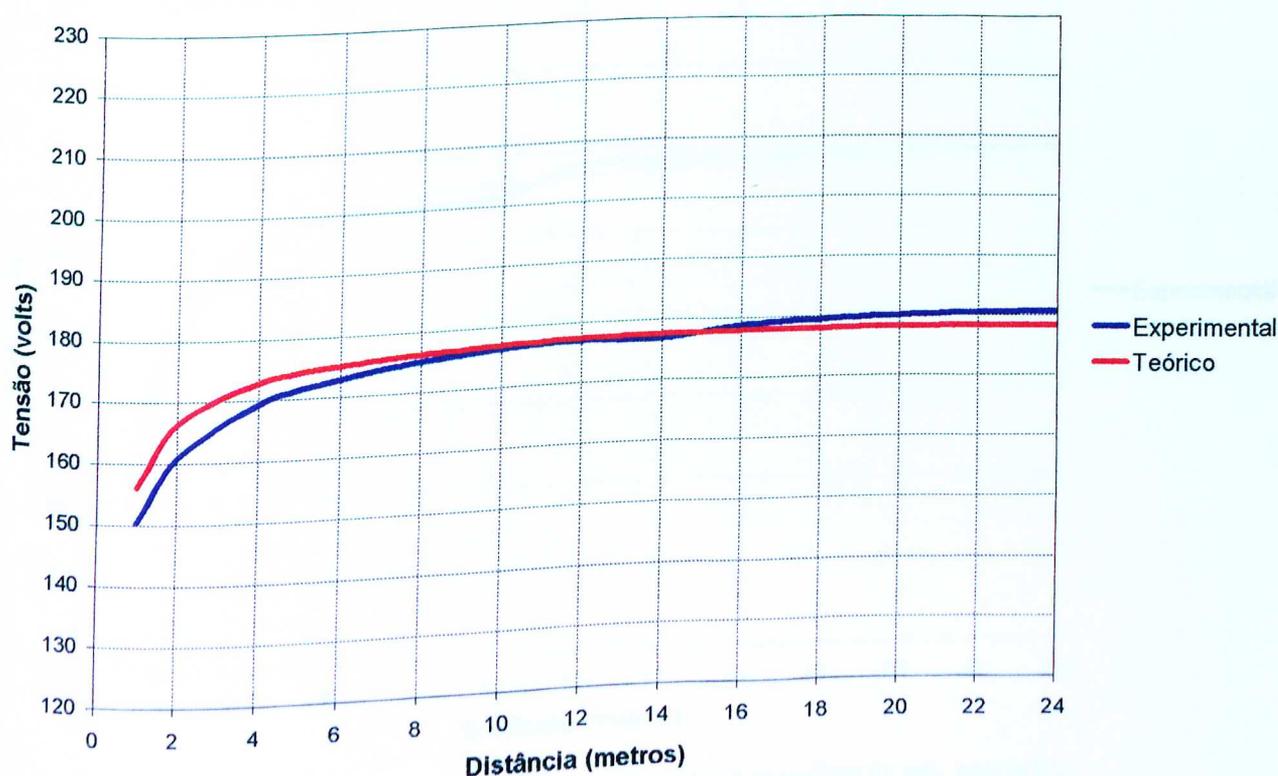


Figura (4.4) – Potenciais medidos e simulados na superfície do solo, ensaio 03.

4.2.4 – SIMULAÇÃO 04

Considerando o solo do ensaio 04 representado pela estratificação indicada na tabela (3.22), e a haste vertical de 0,38 m com 12,70 mm de diâmetro, foram calculadas as grandezas: resistência de aterramento e os potenciais de superfície. Para o cálculo dos referidos potenciais, a corrente injetada no solo através da haste vertical é de 885 mA.

A tabela (4.4) apresenta os valores da resistência de aterramento, medido (tabela (3.24)) e calculado:

$R_{at}(\text{medida}) \Omega$	$R_{at}(\text{calculada}) \Omega$
195	191,94

Tabela (4.4) – Resistência de aterramento medida e calculada.

O gráfico (4.5) apresenta a curva teórica dos potenciais de superfície, juntamente com a curva experimental já apresentada na figura (3.17).

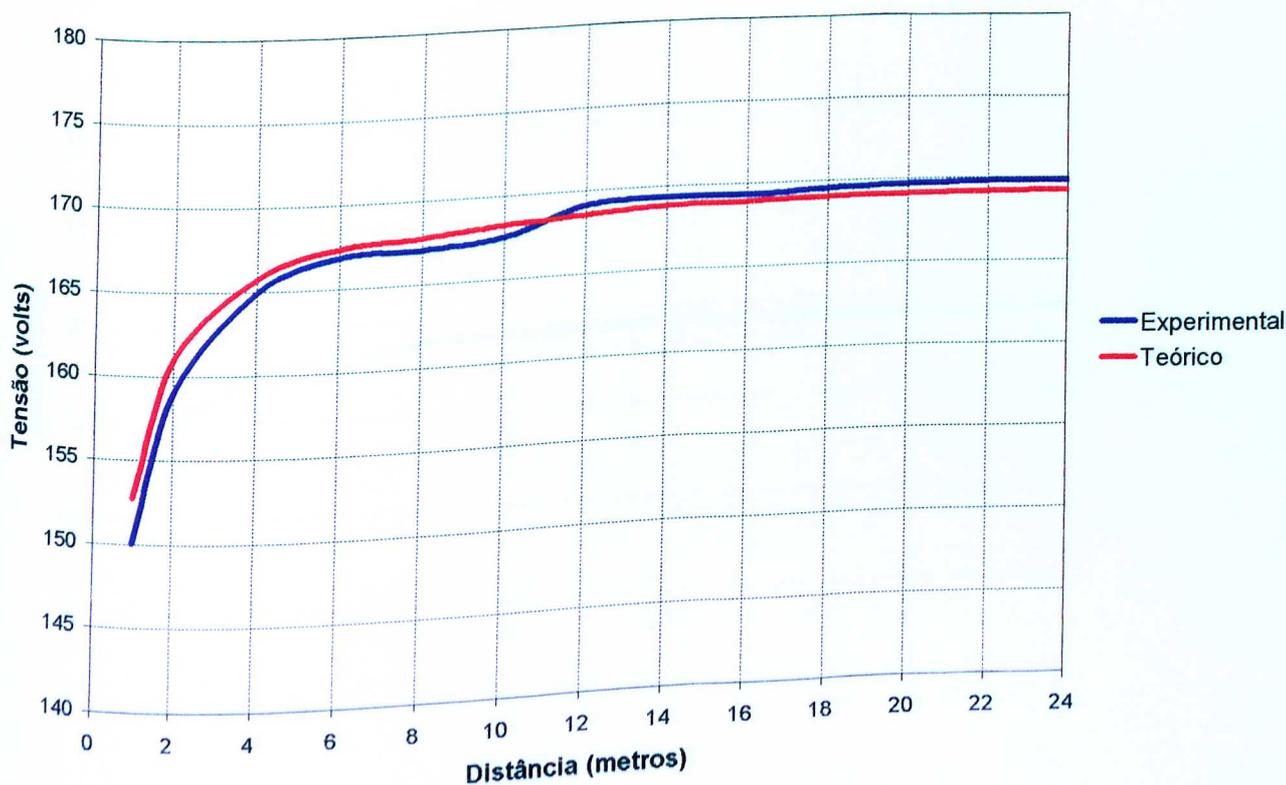


Figura (4.5) – Potenciais medidos e simulados na superfície do solo, ensaio 04.

4.2.5 – SIMULAÇÃO 05

Considerando o solo do ensaio 05 representado pela estratificação indicada na tabela (3.28), e a haste vertical de 0,45 m com 12,70 mm de diâmetro, foram calculadas as grandezas: resistência de aterramento e os potenciais de superfície. Para o cálculo dos referidos potenciais, a corrente injetada no solo através da haste vertical é de 98 mA.

A tabela (4.5) apresenta os valores da resistência de aterramento, medido (tabela (3.30)) e calculado:

$R_{at}(\text{medida}) \Omega$	$R_{at}(\text{calculada}) \Omega$
600	582,24

Tabela (4.5) – Resistência de aterramento medida e calculada.

O gráfico (4.6) apresenta a curva teórica dos potenciais de superfície, juntamente com a curva experimental já apresentada na figura (3.20).

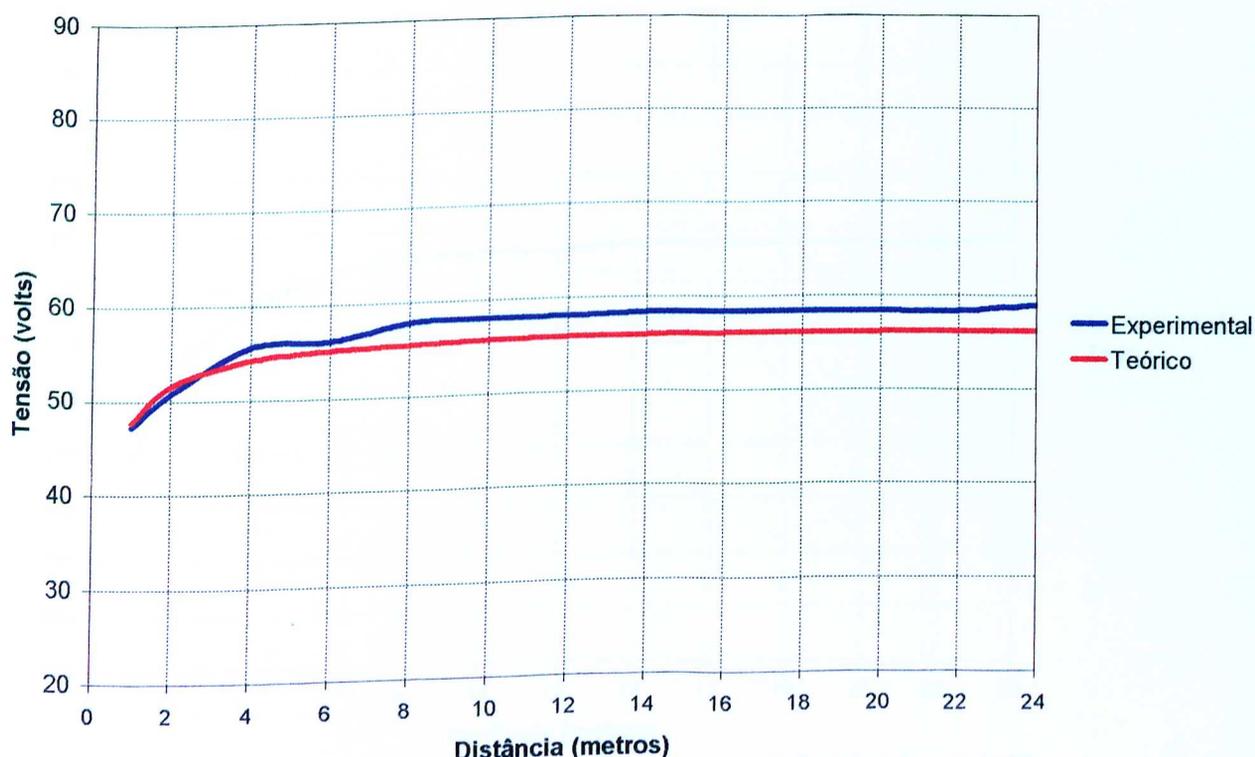


Figura (4.6) – Potenciais medidos e simulados na superfície do solo, ensaio 05.

4.2.6 – SIMULAÇÃO 06

Considerando o solo do ensaio 06 representado pela estratificação indicada na tabela (3.34), e a haste vertical de 0,38 m com 12,70 mm de diâmetro, foram calculadas as grandezas: resistência de aterramento e os potenciais de superfície. Para o cálculo dos referidos potenciais, a corrente injetada no solo através da haste vertical é de 140 mA.

A tabela (4.6) apresenta os valores da resistência de aterramento, medido (tabela (3.36)) e calculado:

$R_{at}(\text{medida}) \Omega$	$R_{at}(\text{calculada}) \Omega$
2480	2307

Tabela (4.6) – Resistência de aterramento medida e calculada.

O gráfico (4.7) apresenta a curva teórica dos potenciais de superfície, juntamente com a curva experimental já apresentada na figura (3.23):

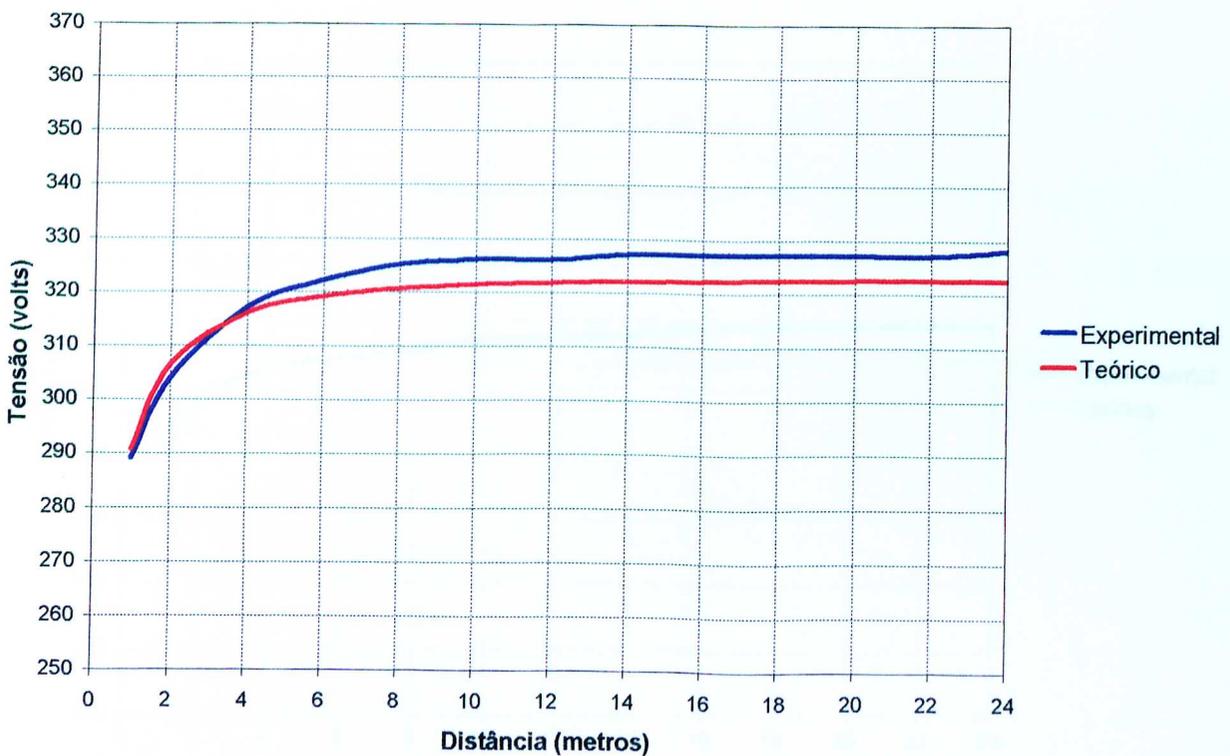


Figura (4.7) – Potenciais medidos e simulados na superfície do solo, ensaio 06.

4.2.7 – SIMULAÇÃO 07

Considerando o solo do ensaio 07 representado pela estratificação indicada na tabela (3.40), e a haste vertical de 0,47 m com 12,70 mm de diâmetro, foram calculadas as grandezas: resistência de aterramento e os potenciais de superfície. Para o cálculo dos referidos potenciais, a corrente injetada no solo através da haste vertical é de 206 mA.

A tabela (4.7) apresenta os valores da resistência de aterramento, medido (tabela (3.42)) e calculado:

$R_{at}(\text{medida}) \Omega$	$R_{at}(\text{calculada}) \Omega$
1041	1013,8

Tabela (4.7) – Resistência de aterramento medida e calculada.

O gráfico (4.8) apresenta a curva teórica dos potenciais de superfície, juntamente com a curva experimental já apresentada figura (3.26).

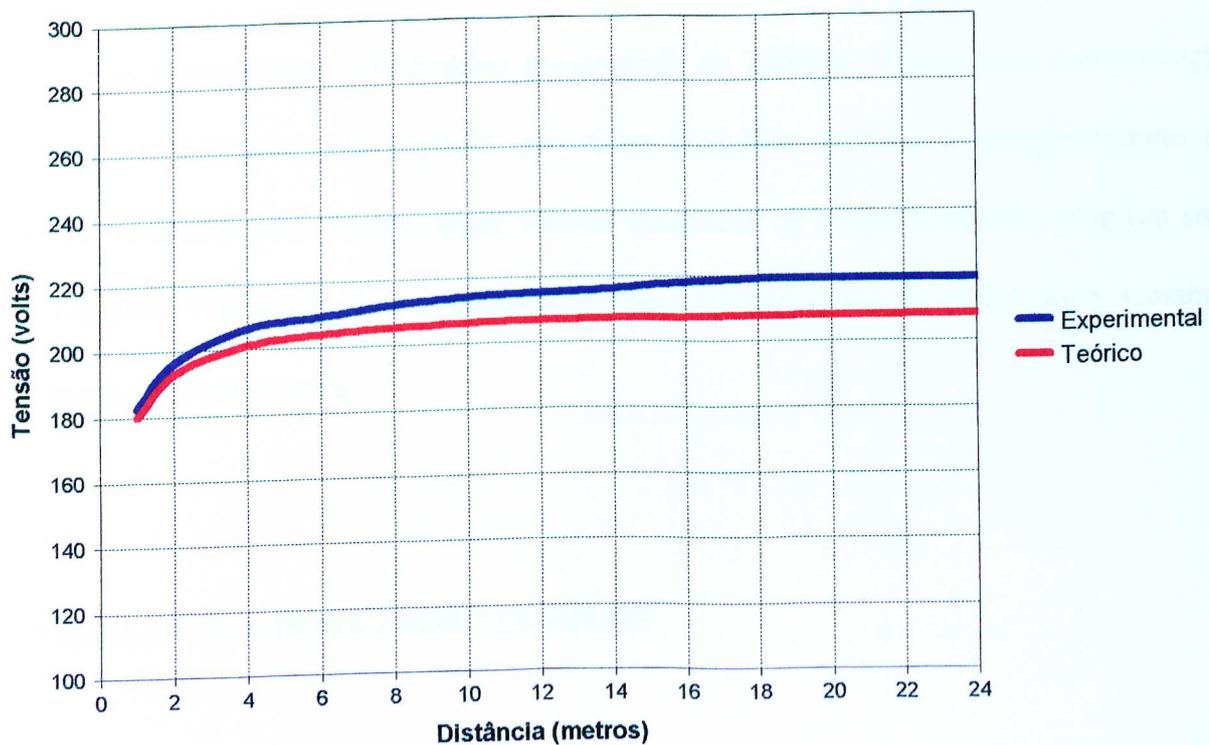


Figura (4.8) – Potenciais medidos e simulados na superfície do solo, ensaio 07.

CAPITULO V

Simulações Computacionais de Casos Teóricos

5.1 – CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Como a modelagem matemática apresentada no capítulo II teve uma comprovação experimental satisfatória, este capítulo tem como finalidade verificar o comportamento da resistência de aterramento de uma haste vertical localizada na primeira camada, para um solo de três camadas. Para tanto, foram feitas simulações computacionais de vários casos, variando as resistividades e espessuras.

5.2 – SIMULAÇÕES DOS CASOS TEÓRICOS

O aterramento elétrico utilizado nas simulações foi constituído por uma haste vertical de 0,5 metros de comprimento e 12,7 milímetros de diâmetro, cravada em um solo de três camadas horizontais, cujo valor da resistividade elétrica da primeira camada " ρ_1 " é de 100 $\Omega.m$ e de espessura " h_1 " igual à 0,5 metros. As resistividades da segunda e terceira camadas são determinadas a partir da relação " ρ_1/ρ_2 " e " ρ_2/ρ_3 " respectivamente, e a espessura da segunda camada " h_2 " é obtida da relação " h_2/h_1 ".

5.2.1 – SIMULAÇÃO DO CASO 01

Foram simulados vários casos com a relação “ ρ_1/ρ_2 ” constante, variando apenas a relação “ ρ_2/ρ_3 ” e mantendo a espessura da segunda camada igual a da primeira “ $h_2 = h_1$ ”. As variações da resistência de aterramento para cada caso, são mostradas na figura (5.1).

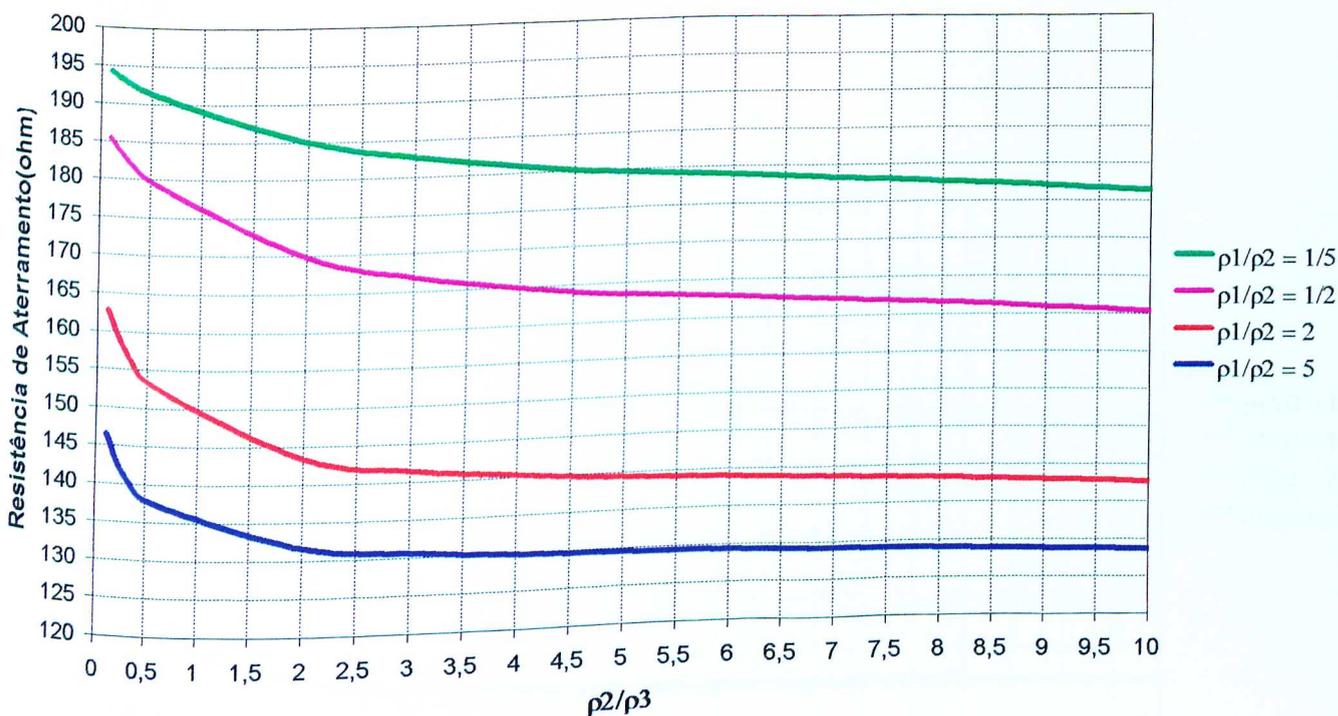


Figura (5.1) – Resistência de Aterramento em função da relação “ ρ_2/ρ_3 ”, para “ $h_2 = h_1$ ”, $h_1 = 0,5$ m.

5.2.2 – SIMULAÇÃO DO CASO 02

Foram simulados vários casos com a relação “ ρ_1/ρ_2 ” constante, variando apenas a relação “ ρ_2/ρ_3 ” e mantendo a espessura da segunda camada duas vezes maior que a da primeira “ $h_2 = 2h_1$ ”. As variações da resistência de aterramento para cada caso, são mostradas na figura (5.2).

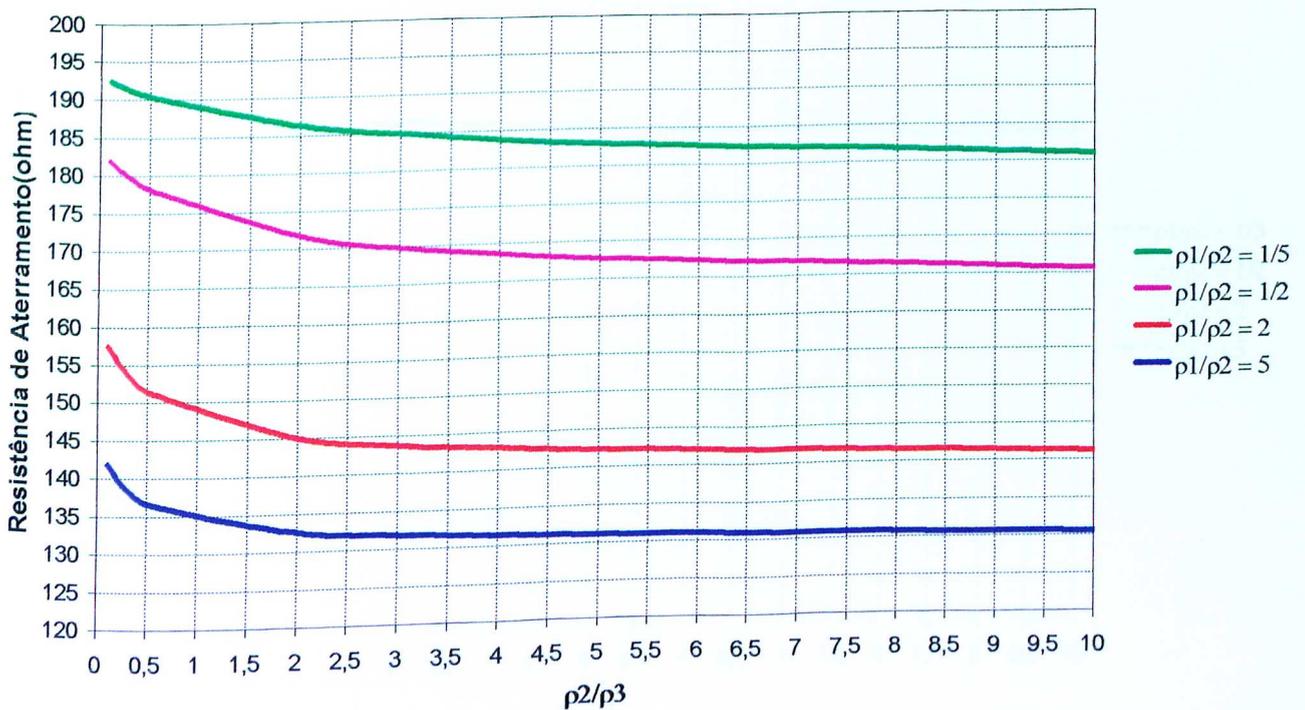


Figura (5.2) – Resistência de Aterramento em função da relação “ ρ_2/ρ_3 ”, para “ $h_2 = 2h_1$ ”, $h_1 = 0,5$ m.

5.2.3 – SIMULAÇÃO DO CASO 03

Foram simulados vários casos com a relação “ ρ_1/ρ_2 ” constante, variando apenas a relação “ ρ_2/ρ_3 ” e mantendo a espessura da segunda camada três vezes maior que a da primeira “ $h_2 = 3h_1$ ”. As variações da resistência de aterramento para cada caso, são mostradas na figura (5.3):

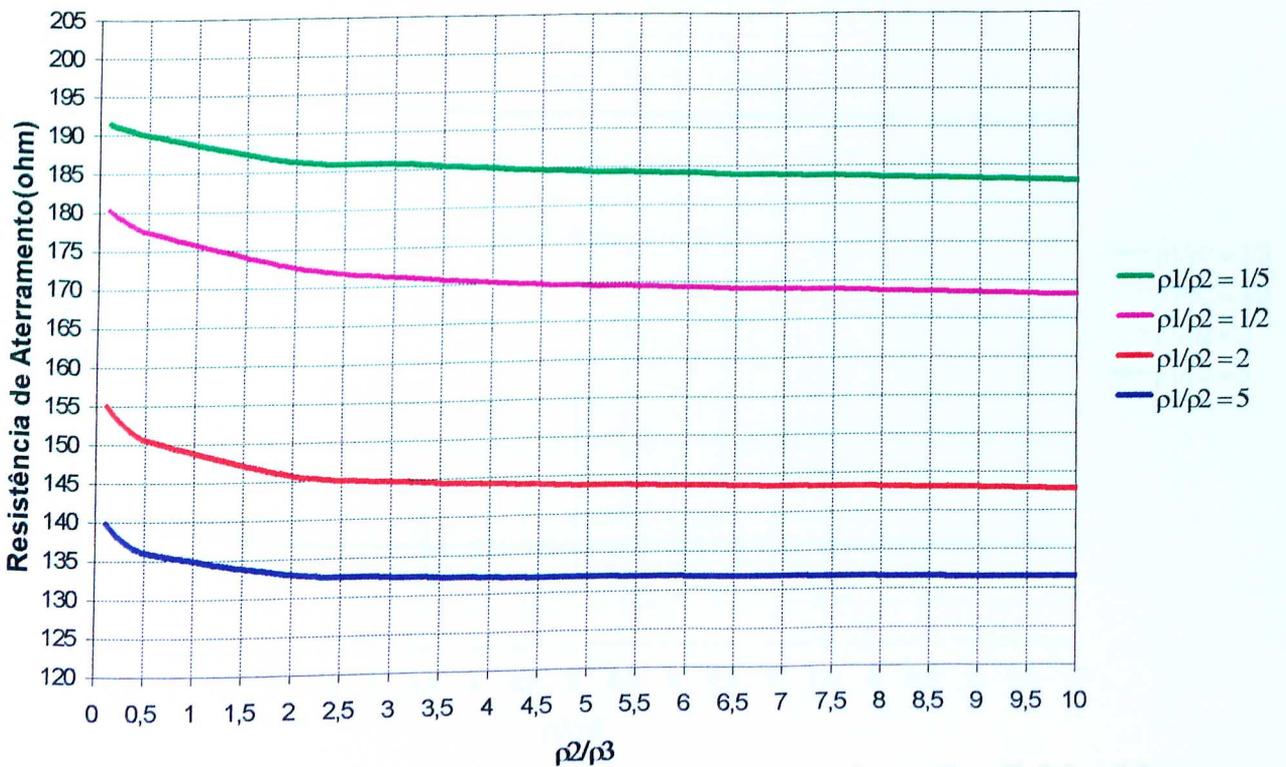


Figura (5.3) – Resistência de Aterramento em função da relação “ ρ_2/ρ_3 ”, para “ $h_2 = 3h_1$ ”, $h_1 = 0,5$ m.

5.2.4 – SIMULAÇÃO DO CASO 04

Foram simulados vários casos com a relação “ ρ_1/ρ_2 ” constante, variando apenas a relação “ ρ_2/ρ_3 ” e mantendo a espessura da segunda camada quatro vezes maior que a da primeira “ $h_2 = 4h_1$ ”. As variações da resistência de aterramento para cada caso, são mostradas na figura (5.4).

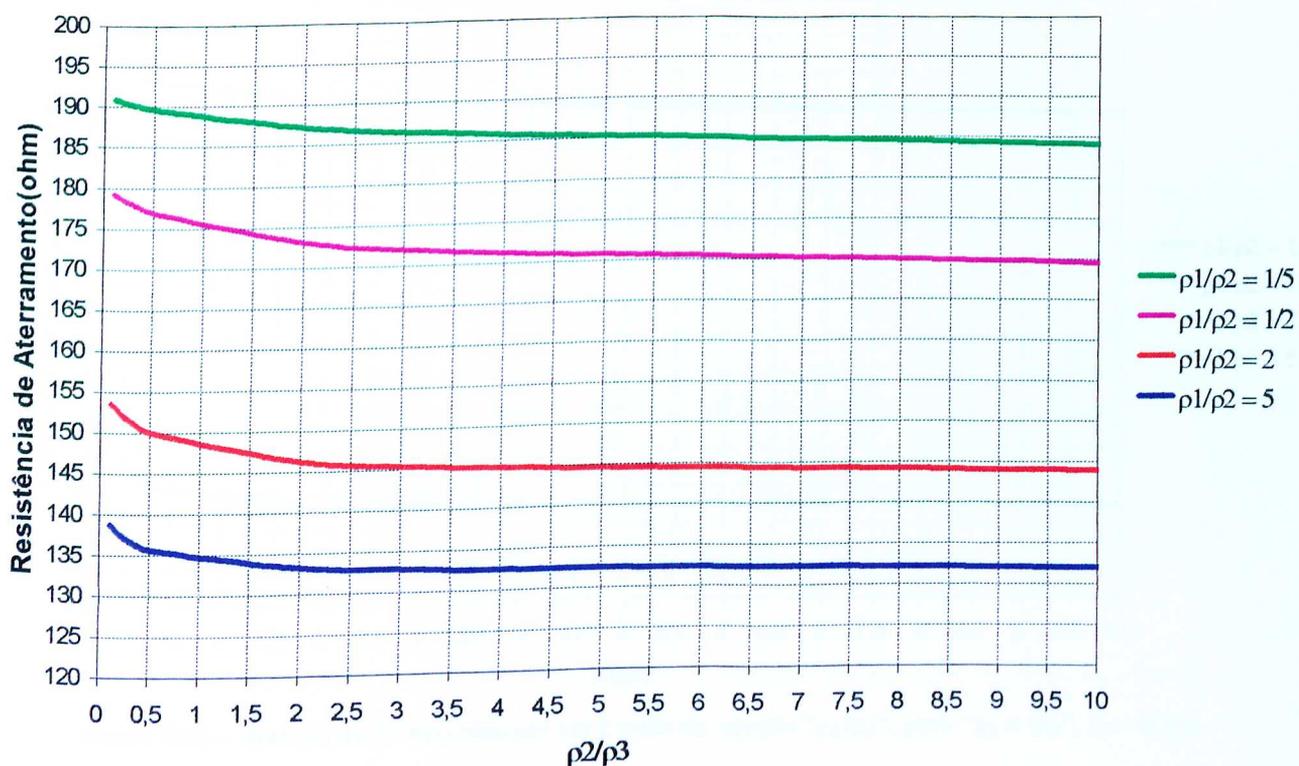


Figura (5.4) – Resistência de Aterramento em função da relação “ ρ_2/ρ_3 ”, para “ $h_2 = 4h_1$ ”, $h_1 = 0,5$ m.

5.2.5 – SIMULAÇÃO DO CASO 05

Foram simulados vários casos com a relação “ ρ_1/ρ_2 ” constante, variando apenas a relação “ ρ_2/ρ_3 ” e mantendo a espessura da segunda camada cinco vezes maior que a da primeira “ $h_2 = 5h_1$ ”. As variações da resistência de aterramento para cada caso, são mostradas na figura (5.5).

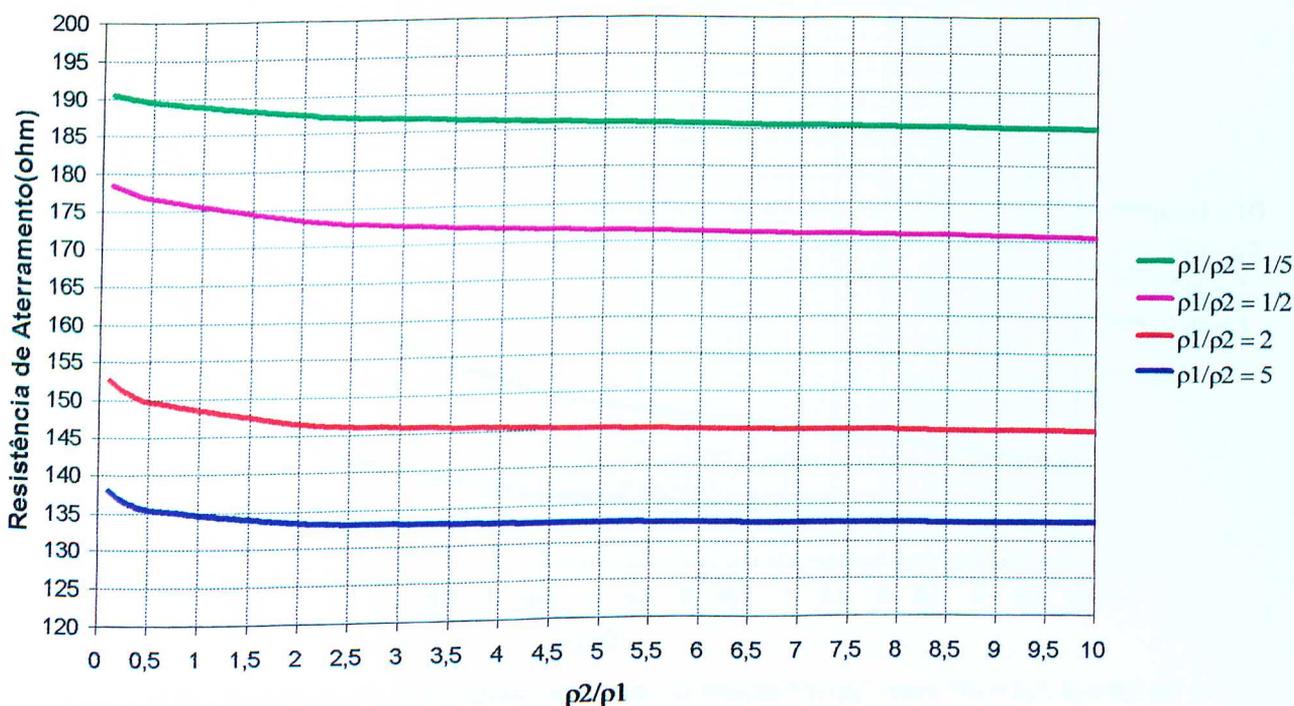


Figura (5.5) – Resistência de Aterramento em função da relação “ ρ_2/ρ_3 ”, para “ $h_2 = 5h_1$ ”, $h_1 = 0,5$ m.

5.2.6 – SIMULAÇÃO DO CASO 06

Foram simulados vários casos com a relação “ ρ_2/ρ_3 ” constante, variando apenas a relação “ ρ_1/ρ_2 ” e mantendo a espessura da segunda camada igual a da primeira “ $h_2 = h_1$ ”. As variações da resistência de aterramento para cada caso, são mostradas na figura (5.6).

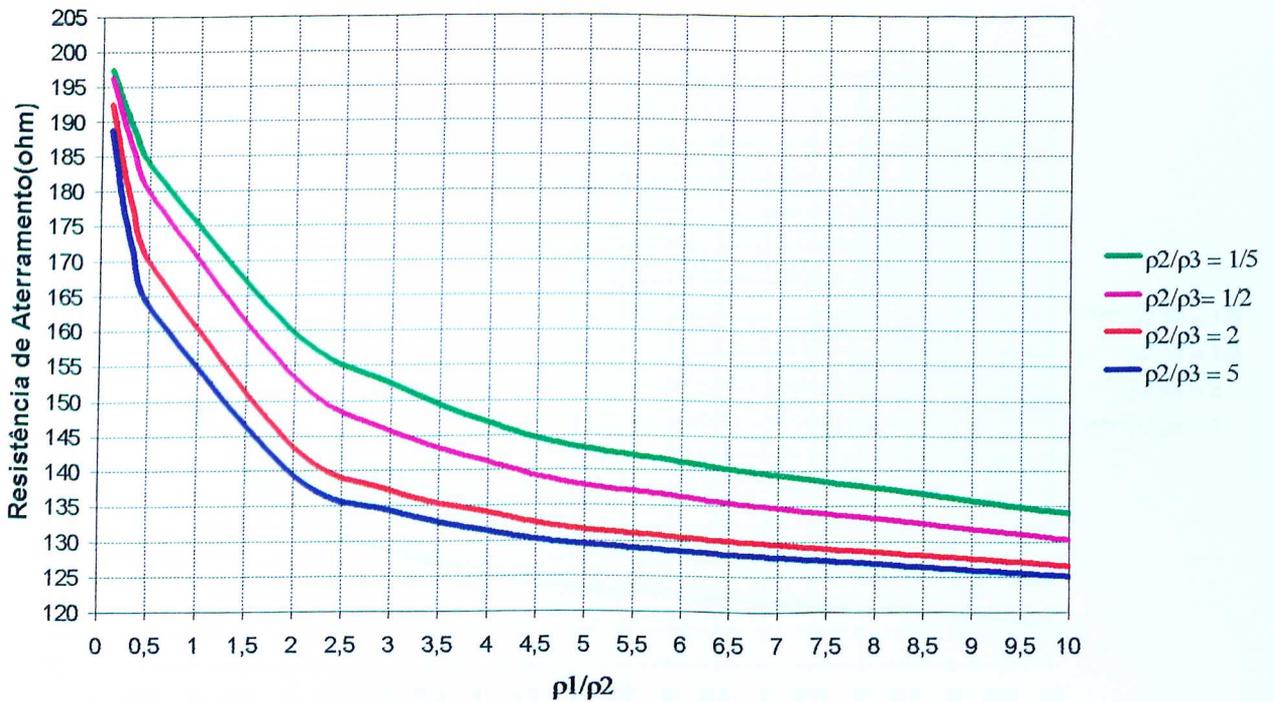


Figura (5.6) – Resistência de Aterramento em função da relação “ ρ_1/ρ_2 ”, para “ $h_2 = h_1$ ”, $h_1 = 0,5$ m.

5.2.7 – SIMULAÇÃO DO CASO 07

Foram simulados vários casos com a relação “ ρ_2/ρ_3 ” constante, variando apenas a relação “ ρ_1/ρ_2 ” e mantendo a espessura da segunda camada duas vezes maior que a da primeira “ $h_2 = 2h_1$ ”. As variações da resistência de aterramento para cada caso, são mostradas na figura (5.7).

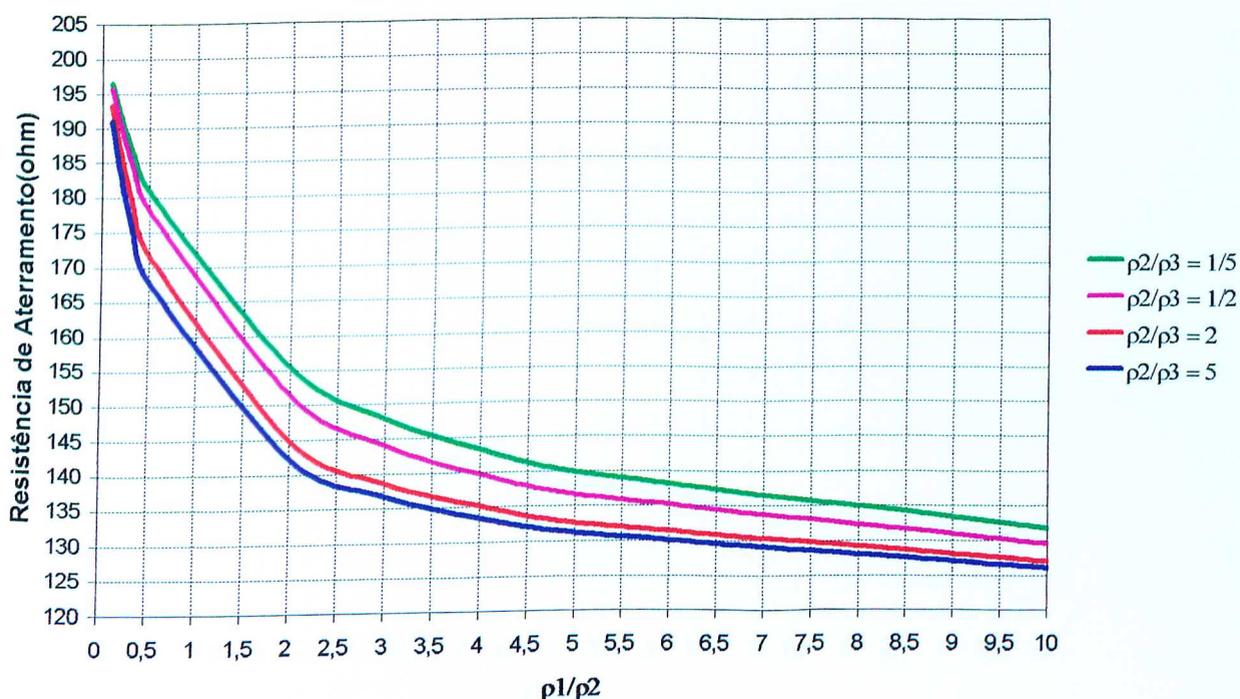


Figura (5.7) – Resistência de Aterramento em função da relação “ ρ_1/ρ_2 ”, para “ $h_2 = 2h_1$ ”, $h_1 = 0,5$ m.

5.2.8 – SIMULAÇÃO DO CASO 08

Foram simulados vários casos com a relação “ ρ_2/ρ_3 ” constante, variando apenas a relação “ ρ_1/ρ_2 ” e mantendo a espessura da segunda camada três vezes maior do que a da primeira “ $h_2 = 3h_1$ ”. As variações da resistência de aterramento para cada caso, são mostradas na figura (5.8).

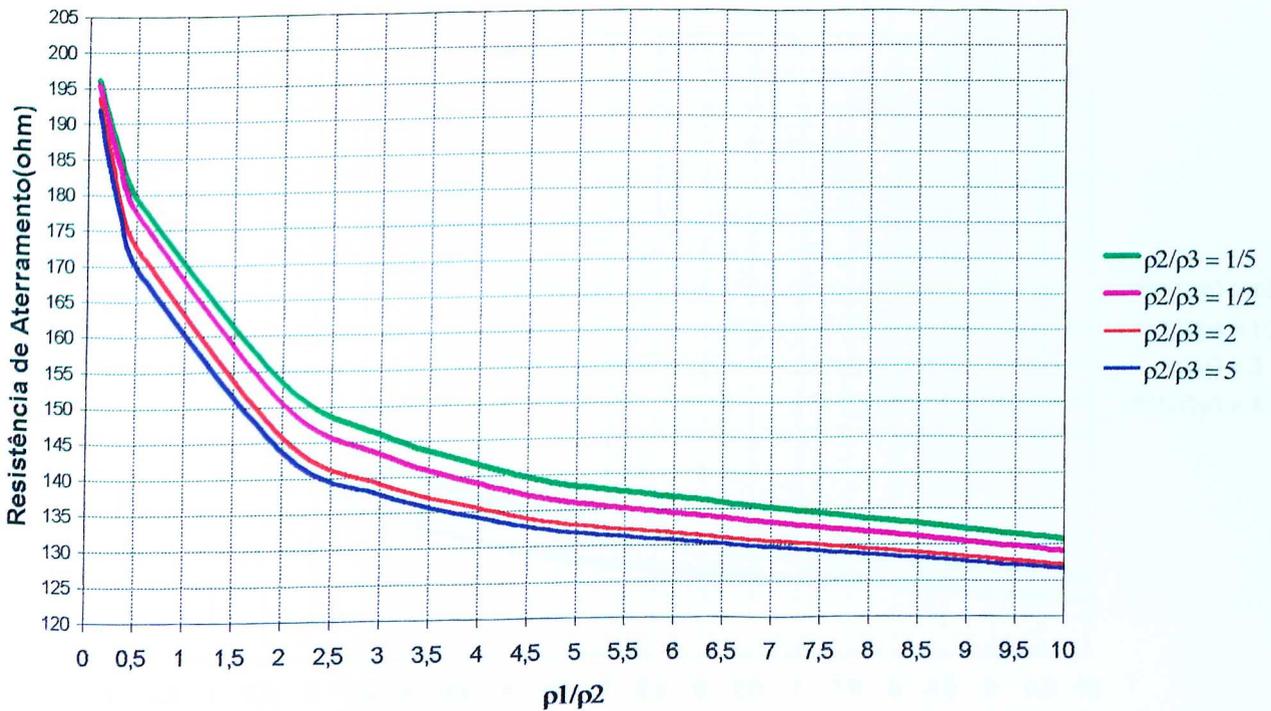


Figura (5.8) – Resistência de Aterramento em função da relação “ ρ_1/ρ_2 ”, para “ $h_2 = 3h_1$ ”, $h_1 = 0,5$ m.

5.2.9 – SIMULAÇÃO DO CASO 09

Foram simulados vários casos com a relação “ ρ_2/ρ_3 ” constante, variando apenas a relação “ ρ_1/ρ_2 ” e mantendo a espessura da segunda camada quatro vezes maior do que a da primeira “ $h_2 = 4h_1$ ”. As variações da resistência de aterramento para cada caso, são mostradas na figura (5.9).

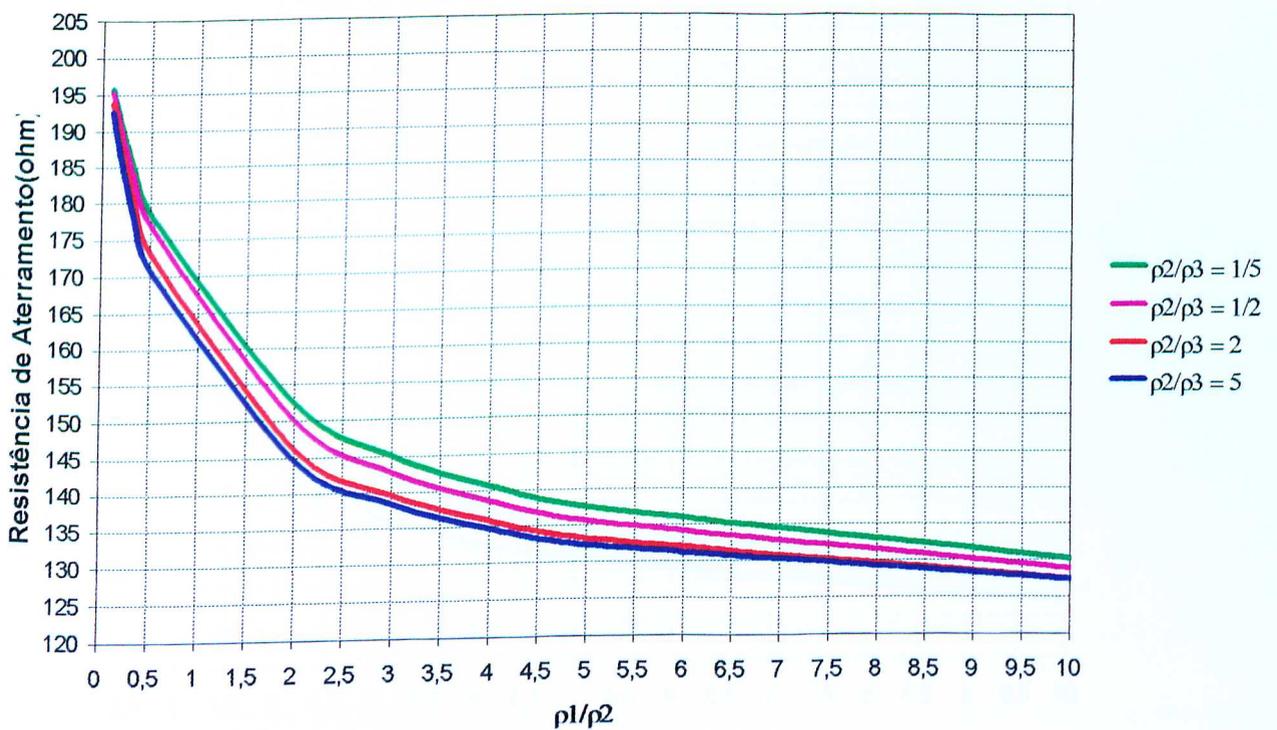


Figura (5.9) – Resistência de Aterramento em função da relação “ ρ_1/ρ_2 ”, para “ $h_2 = 4h_1$ ”, $h_1 = 0,5$ m.

5.2.10 - SIMULAÇÃO DO CASO 10

Foram simulados vários casos com a relação “ ρ_2/ρ_3 ” constante, variando apenas a relação “ ρ_1/ρ_2 ” e mantendo a espessura da segunda camada cinco vezes maior do que a da primeira “ $h_2 = 5h_1$ ”. As variações da resistência de aterramento para cada caso, são mostradas na figura (5.10).

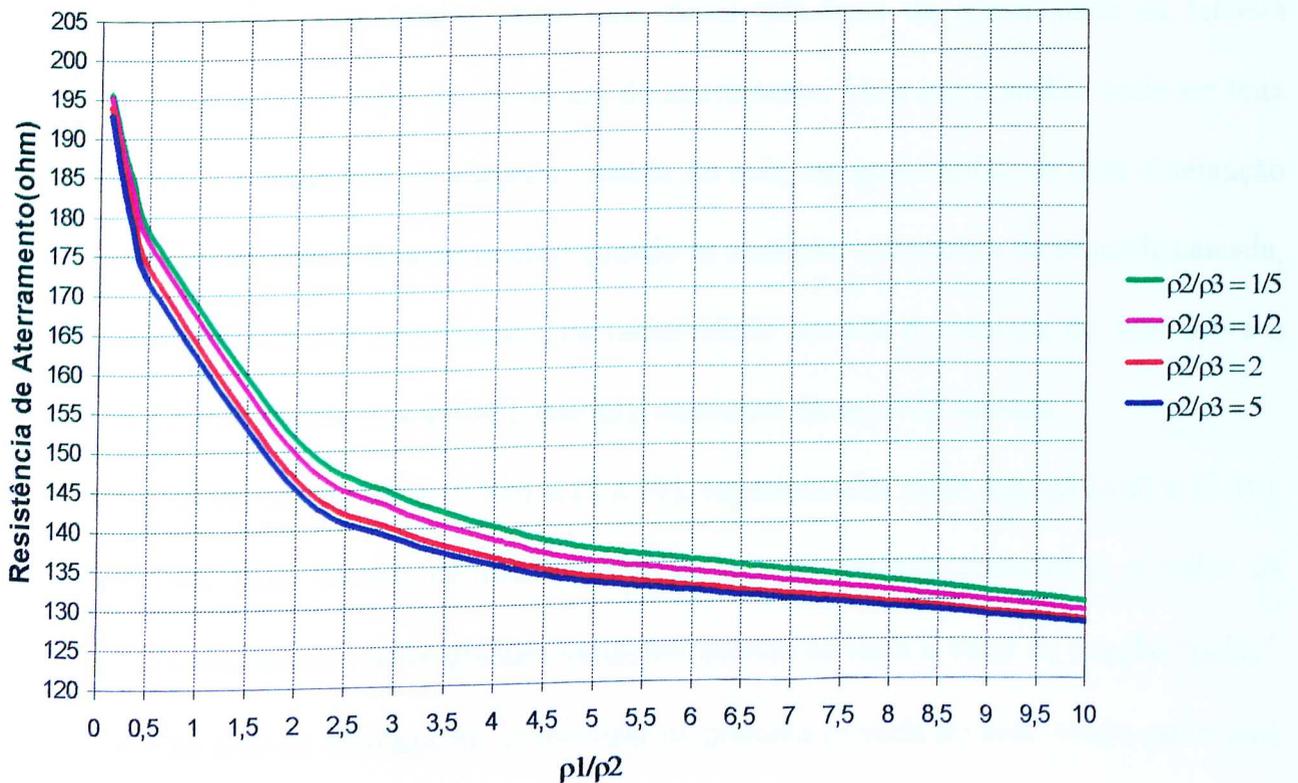


Figura (5.10) – Resistência de Aterramento em função da relação “ ρ_1/ρ_2 ”, para “ $h_2 = 5h_1$ ”, $h_1 = 0,5$ m.

5.3 – ANÁLISE DOS CASOS TEÓRICOS

Dos casos apresentados nos itens (5.2.1) a (5.2.10), podem ser feitas algumas considerações a respeito do comportamento da resistência de aterramento.

Para os casos dos itens (5.2.1) a (5.2.5), representados pelas figuras (5.1) a (5.5), quando se analisa o valor da resistência de aterramento com a variação da relação “ ρ_2/ρ_3 ”, verifica-se uma variação acentuada desta resistência até valores próximos ao da relação “ $\rho_2/\rho_3=3$ ”, ou seja, neste trecho existe uma maior influência da resistividade da terceira camada do solo sobre o valor da resistência de aterramento. Uma outra análise pode ser feita quando se varia a espessura da segunda camada do solo, na qual verifica-se uma diminuição na variação da resistência de aterramento quando se aumenta a espessura da segunda camada, ou seja, há uma redução na influência da resistividade terceira da camada do solo sobre a resistência de aterramento quando se aumenta a espessura da segunda camada.

Para os casos dos itens (5.2.6) a (5.2.10), representados pelas figuras (5.6) a (5.10), verifica-se que, para valores de resistividade da terceira camada constantes, o valor da resistência de aterramento sofre grandes variações quando se varia o valor da relação “ ρ_1/ρ_2 ”. Isto se deve ao fato do aterramento se localizar na primeira camada do solo, tendo assim uma maior influência da resistividade da segunda camada sobre os valores da resistência de aterramento. Quando se analisa o comportamento da resistência de aterramento com o aumento da espessura, observa-se uma redução na influência da resistividade da terceira camada, fazendo com que a modelagem do solo aproxime-se de um solo de duas camadas.

CAPITULO VI

Conclusões Finais

Dentro do proposto por este trabalho, foi desenvolvido um método de cálculo matemático para determinar a resistência e os potenciais elétricos, devido a um aterramento situado na primeira camada do solo, sendo este solo constituído por qualquer número de camadas horizontais. Este método permite analisar com maiores detalhes a influência das resistividades das “n” camadas sobre os valores da resistência e os potenciais de superfície.

Com o intuito de validar este método foram feitas medições de campo, cujos resultados se encontram no capítulo III. Tais resultados experimentais foram confrontados posteriormente com resultados teóricos, obtidos a partir de simulações computacionais utilizando as expressões matemáticas já desenvolvidas. Analisando estes resultados expostos no capítulo IV, tabelas (4.1) a (4.7) e figuras (4.2) a (4.8), observa-se uma ligeira diferença percentual entre os valores teórico-experimentais obtidos para a resistência de aterramento e os potenciais de superfície. Essa diferença percentual ficou abaixo de 10% para todos ensaios realizados, isto significa sob o ponto de vista de precisão, que o método matemático apresentado é bastante razoável para aplicações práticas.

Analisando-se os resultados apresentados no capítulo V, figuras (5.1) a (5.10), fica evidente a influência das várias camadas horizontais sobre a resistência de aterramento.

Para os casos onde as relações “ ρ_1/ρ_2 ” são constantes, figuras (5.1) a (5.5), verifica-se uma grande influência da terceira camada sobre a resistência de aterramento, principalmente para valores de resistividades da terceira camada maiores do que a segunda camada. Dentro

desta mesma análise observa-se que, a medida que a espessura da segunda camada aumenta, tem-se uma menor participação das camadas inferiores sobre os valores calculados, fazendo com que a modelagem do solo aproxime-se para duas camadas.

Para os casos onde as relações “ ρ_2/ρ_3 ” são constantes, figuras (5.6) a (5.10), observa-se uma maior contribuição da resistividade da segunda camada na variação dos valores da resistência de aterramento, quando se varia a relação “ ρ_1/ρ_2 ”. Da mesma forma que ocorre nos casos onde a relação “ ρ_1/ρ_2 ” são constantes, a medida que se aumenta a espessura da segunda camada o solo tende a uma modelagem de duas camadas.

Este estudo nos permite verificar a verdadeira influência as camadas horizontais inferiores àquela onde o aterramento se localiza. Portanto para aterramentos elétricos que penetram em várias camadas do solo torna-se necessário uma modelagem do solo em “n” camadas.

Esta dissertação pode ser considerada como uma etapa inicial de um trabalho mais amplo, cujo objetivo é modelar o aterramento elétrico para qualquer número de camadas, sendo que o mesmo poderá penetrar mais de uma camada. Os bons resultados obtidos servem de incentivo para a continuidade do trabalho na direção percorrida por esta dissertação.

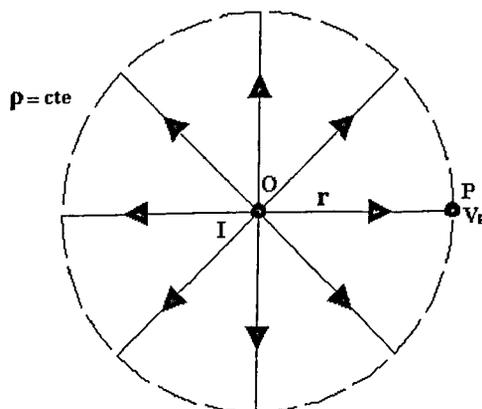
Como sugestões para trabalhos futuros, além do anteriormente apresentada, pode-se citar:

- Implementação da programação simbólica para facilitar o desenvolvimento computacional das equações.
- Desenvolvimento de um programa computacional para o cálculo de um aterramento elétrico formado por diversas hastes verticais e cabos horizontais.

Apêndice

POTENCIAL DE UMA FONTE PUNTUAL DE CORRENTE ELÉTRICA EM UM SOLO HOMOGÊNEO

Seja um ponto "O" imerso em um solo infinito e homogêneo de resistividade constante emanando uma corrente elétrica I . O fluxo resultante de corrente diverge radialmente, conforme a figura (A.1).



Figura(A.1) – Linhas de Correntes Elétricas no solo infinito.

O campo elétrico E_p no ponto P é dado pela expressão (A.1):

$$E_p = \rho J_p \quad (A.1)$$

onde: J_p é a densidade de corrente no ponto P.

A densidade de corrente é a mesma sobre a superfície da esfera de raio r , com centro no ponto "o" e que passa pelo ponto P.

$$J_p = \frac{I}{4\pi r^2} \quad (\text{A.2})$$

portanto,

$$E_p = \rho \frac{I}{4\pi r^2} \quad (\text{A.3})$$

O potencial do ponto P, em relação a um ponto no infinito é dado por (A.4):

$$V_p = \int_r^\infty E dr \quad (\text{A.4})$$

onde: dr é a variação infinitesimal na direção radial ao longo do raio r .

$$V_p = \int_r^\infty \frac{\rho I}{4\pi r^2} dr$$

portanto,

$$V_p = \frac{\rho I}{4\pi r} \quad (\text{A.5})$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] – E. D. Sunde, Earth Conduction Effects in Transmission Systems, Donver Publications, inc., New York, 1968.
- [2] – G. F. Tagg, Earth Resistance, Book, Geroge Newnes Limeted, London, 1964.
- [3] – Martins Neto, Luciano, Apostila de Aterramentos Elétricos, Universidade Federal de Uberlândia, 1993.
- [4] – M. Chamma, R. J. Cardoso, F.S. Ribeiro e G. Gambirasio. O método dos elementos finitos no modelamento de sistemas de aterramento em solos de múltiplas camadas. IX Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, 1987. Belo Horizonte-MG.
- [5] – Copel, Manual de Aterramento, Departamento de Linhas de Transmissão, Curitiba, 1990.
- [6] – Cesar Mota de Paula, Samuel, Análise dos Métodos de Cálculo de Resistência e Potenciais de Aterramentos Elétricos, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Fevereiro 1996.

- [7] – M. M. A. Salama, M.M.EI Sherbiny, Y.L.Chow, **A Formula for Resistance of Substation Grounding in Two-Layer Soil**, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol.10, n.3, p. 1255-1262, julho 1995.
- [8] –Kinderman, G., **Aterramento Elétrico**, 4o ed., Editora Sagra – DC Luzzatto, Porto Alegre, 1992.
- [9] – Takeniko Takahashi, Member, IEEE, Taro Kawase, Member IEEE, **Calculation of Earth Resistance for a Deep-Driven Rod in a Multi-Layer Earth Structure**, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 6, n. 2, p.608-614, Abril 1991.
- [10] – K. A. Ewy, H. A. Smolleck, **A Graphical Explanation of the Resistance and Surface-Potencial Calculations for Grounding Systems in Two-Layer**, Vol. PAS-103, n. 3, p. 631-637, Março 1984.
- [11] – Hayt, Willian H., Jr., **Eletromagnetismo** 3.ed., Tradução por Paulo Cesar Pfaltzgraff Ferreira, Rio de janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda, 1983.
- [12] - A. P. Meliopoulos, E. B. Joy, **Analysis of Grounding Systems**, IEEE Transactions on Power Apparatus and Sytems, Vol. PAS-100, n.3, p. 1039-1048, Março 1981.
- [13] – Ma. J., Dawalibi, P.; Southey, R.D., **On the Equivalence of Uniform and Two-Layer Soils to Multilayer Soils in the Analysis of Grounding Systems**, IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution, Vol. 143 Issue. 1 , p. 49 –55, Janeiro 1996.

- [14] - Colominas, I., Navarrina, F., Casteleiro, **A Numerical Formulation for Grounding Analysis in Stratified Soils**, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 17 Issue. 2 , p. 587 –595, Abril 2002.
- [15] - Rong Zeng, Jinliang He, ZANJI Wang, Yanqing Gao, Weimin Sun, Qi Su, **Analysis on Influence of Long Vertical Grounding Electrodes on Grounding System for Substation**, International Conference on Power System Technology, 2000, Proceedings. PowerCon 2000, Vol. 3 , p.1475 –1480, Dezembro 2000.
- [16] - Xiyuang Pan, Rong Zeng, Jinliang He, Yanqing Gao, Weimin Sun, Qi Su, **Multi-Layer Soil Structure Analysis for Substation and Power Generating Station Sites**, International Conference on Power System Technology, 2000, Proceedings. PowerCon 2000, Vol. 3, p. 1481 –1486, Dezembro 2000.
- [17] – Hanselman Duane, Littlefield Bruce, **The Student Edition of Matlab**, 5o ed., Prentice Hall, inc, 1997.
- [18] – Martins Neto, Luciano, **Manual do Programa AFERE**, Unversidade Federal de Uberlândia, 1993.
- [19] – Y. L. Chow, M. M. A., Salama. **A Simplifield Methol for Calculating the Substations Grounding Grid Resistance**, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 9, No 2, p. 736-742, Abril, 1994.

- [20] – Farid Dawalibi, Member IEEE, Dinkar Mukhedkar, seniorMember IEEE, **Optimum Design of Substation Grounding in a Two-Layer Earth Structure**, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Part I, II and III, Vol., PAS-94, n.2, p.272-272, Abril 1994.
- [21] – Chow, Y.L., Elsherbiny, M.M., Salama, M.M.A., **Surface Voltages and Resistance of Grounding Systems of Grid and Rods in Two-Layer Earth by the Rapid Galerkin's Moment Method**, IEEE Power Delivery, Vol. 12 Issue. 1, p. 179-185, Janeiro 1997.
- [22] – ANSI/IEEE Std 80. **Guide for Safety in AC Substation Grounding**.1986. Revision of IEEE.