

TES/ME/M

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE UM JATO COMPRESSÍVEL DE AR
INCIDENTE SOBRE UMA PLACA PLANA AQUECIDA**

Dissertação apresentada
à Universidade Federal de Uberlândia por:

JORGE WILSON PEREIRA DA SILVA

Como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em
Engenharia Mecânica

DIRBI/UFU



1000189111

Aprovada por:

Prof. Dr. Milton Biage - (UFU) - Orientador
Prof. Dr. Ricardo Fortes de Miranda - (UFU)
Prof. Dr. Marcos Antonio de Souza Barrozo - (UFU)
Prof. Dr. Sergio Said Mansur – (UNESP/FEIS)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
 COORDENAÇÃO DO CURSO DE PÓS GRADUAÇÃO
 EM ENGENHARIA MECÂNICA
 Av. João Naves de Ávila 2160 Campus Santa Mônica Uberlândia - MG 38408-100
 Fone: 0342394149- FAX: 034 2394282

ALUNO: JORGE WILSON PEREIRA DA SILVA

NÚMERO DE MATRÍCULA: 5962605-1

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos

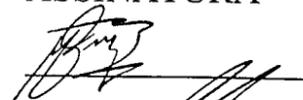
PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA: NÍVEL MESTRADO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO:

Simulação Numérica de Um Jato Compressível de Ar Incidente Sobre Uma Placa Plana Aquecida

ORIENTADOR: Prof. Dr. Milton Biage

A Dissertação foi **APROVADA** em reunião pública, realizada no Anfiteatro da Biblioteca do Campus Santa Mônica, em 30 de Abril de 1999, as 15 horas, com a seguinte Banca Examinadora:

NOME		ASSINATURA
Milton Biage, Prof. Dr.	UFU	
Ricardo Fortes de Miranda, Prof. Dr.	UFU	
Marcos Antônio Souza Barrozo, Prof. Dr.	UFU	
Sérgio Said Mansur, Prof. Dr.	UNESP	

Uberlândia, 30 de Abril de 1999.

FU-00010302-4
 0003.094.60
 UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
 Biblioteca
 00007/00 ex. 1
 03.02.99 DA/33

Dedico este trabalho aos meus pais, Wilson Peres da Silva e Maria Julia Pereira da Silva, por me darem a vida e a oportunidade de aprender e a minha esposa, Vanusa, e minha filhinha, Sara, que me apoiaram com paciência e amor.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer em primeiro lugar a Deus, meu Senhor que me capacitou a terminar este trabalho.

Gostaria de agradecer aos colegas, amigos e professores do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, em especial:

- Ao meu orientador Milton Biage, pela sua dedicação, amizade e pelos conhecimentos transmitidos.
- Aos colegas Paulo, Adriana e Marco Antônio, pelo apoio técnico durante a execução do trabalho e pelo companheirismo.
- As secretárias Janete, Marta e Baltazar, pessoas prestativas que me assistiram durante todo o meu trabalho neste departamento.

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE UM JATO COMPRESSÍVEL DE AR INCIDENTE SOBRE UMA PLACA PLANA AQUECIDA

SUMÁRIO

LISTA DE SÍMBOLOS	vii
LISTA DE FIGURAS	x
LISTA DE TABELAS	xxii
Resumo	xxiii
Abstract	xxiv
1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 - Considerações Gerais	1
1.2 - Níveis de Formulação dos Modelos	2
1.2.1 - Problemas Elípticos, Parabólicos e Hiperbólicos	3
1.2.2 - Consistência, Estabilidade e Convergência	5
1.3 - Jatos Impingentes	6
1.4 - Objetivos da Pesquisa	12
2 - FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	13
2.1 - Obtenção das Equações Locais Instantâneas no Volume de Controle e na Fronteira	13
2.2 - Definição do Vetor Normal e da Velocidade de Deslocamento a Superfície do Elemento	18
2.3 - Forma vetorial das equações Instantâneas de Conservação Aplicadas ao Domínio	21
2.4 - Adimensionalização das Equações de Conservação	23
2.5 - Jatos Impingentes	29
2.5.1 - Equações de Conservação Utilizadas no Programa Computacional	30
2.5.2 - Equações de Interface	31
2.5.3 - Condições de Contorno e Iniciais	31
2.6 - Transformação de Coordenadas	42
2.6.1 - Sistema de Coordenadas Retangulares Alternativas	50

"O Senhor é o meu Pastor e nada me faltará."

Salmos 23-1

2.6.2 - Sistemas de Coordenadas Curvilíneas	50
3 - MÉTODO NUMÉRICO	52
3.1 - Discretização Temporal das Equações de Conservação	52
3.2 - Discretização Espacial das Equações de Conservação	54
3.2.1 - Polinômios de Chebyshev	55
3.2.1.1 - Diferenciação no Espaço Chebyshev	58
3.3 - Técnicas de Filtragem	65
3.4 - Sensor	68
4 - RESULTADOS E ANÁLISE	69
4.1 - Introdução	69
4.2 - Análise dos Resultados	74
4.2.1 - Aspectos de Análise de Estruturas de Jatós Encontrados na Literatura	74
4.2.2 - Análise das Estruturas dos Jatós Obtidos na Simulação Numérica	79
4.2.3 - Análise do Número de Nusselt Local	91
5 - CONCLUSÃO	172
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	175

LISTA DE SÍMBOLOS

$A_1^*(t^*)$	Superfície do elemento de controle 1.	
$A_2^*(t^*)$	Superfície do elemento de controle 2.	
C_{ij}	Coeficientes para a transformada de Chebyshev.	
c_{pk}	Capacidade calorífica a pressão constante, por unidade de massa.	$[L^2/tT]$
d^*	Densidade do Fluido	$[M/L^3]$
d_b^*	Diâmetro do bocal	$[L]$
$(D_N)_{ij}$	Matriz dos coeficientes de Chebyshev para derivação.	
E_k^*	Energia total do fluido, por unidade de massa.	$[L^2/t^2]$
E_{ik}^*	Energia interna do fluido.	$[L^2/t^2]$
E	Vetor contendo os termos convectivo e difusivos na direção x.	
e	Energia adimensional, nas figuras	
f_{ex}	Frequência de excitação	$[t^{-1}]$
F	Vetor contendo os termos convectivo e difusivos na direção y.	
\hat{f}_k	Coeficientes da expansão da função f no espaço Fourier ou Chebyshev.	
$\hat{f}_k^{(1)}$	Coeficientes da expansão da primeira derivada da função f no espaço Chebyshev.	
F_N	Operador de filtragem.	
\hat{G}_j	Coeficientes complexos da função g_j no espaço Chebyshev.	
\hat{g}_j	Coeficientes complexos da função g_j no espaço Fourier.	
h_k^*	Coeficiente de película	$[M/t^3T]$
J^*	Vetor fluxo convectivo.	$[M/tL^2]$
k_k^*	Condutividade térmica.	$[ML/t^3T]$
Lx_T	Comprimento do domínio na direção x.	$[L]$
Ly_T	Comprimento do domínio na direção y.	$[L]$
P_k^*	Pressão do fluido.	$[M/Lt^2]$
\bar{q}_k	Vetor fluxo de calor.	$[M/t^3]$
\bar{q}_{cond}	Vetor fluxo de calor condutivo.	$[M/t^3]$
\bar{q}_{conv}	Vetor fluxo de calor convectivo.	$[M/t^3]$

R	Constante universal dos gases.	$[ML^2/t^2Tmol]$
r_b	Raio do bocal	[L]
S	Vetor contendo os termos fontes das equações de conservação.	
t^*	Tempo.	[t]
\hat{V}	Perturbação aleatória.	
U_{∞}^*	Campo de velocidade de entrada.	[L/t]
u_k^*	Componente do vetor velocidade na direção x.	[L/t]
\vec{V}_k^*	Vetor velocidade.	[L/t]
v_k^*	Componente do vetor velocidade na direção y.	[L/t]
$V_1^*(t^*)$	Volume de contorno 1	$[L^3]$
$V_2^*(t^*)$	Volume de contorno 2	$[L^3]$
V	Volume	$[L^3]$
x	Coordenada cartesiana.	[L]
y	Coordenada cartesiana.	[L]
w^*	Profundidade do elemento de controle	[L]
w_k^*	Componente do vetor velocidade na direção z.	[L/t]
z^*	Coordenada cartesiana	

Símbolos Gregos

δ_0	Espessura inicial da camada de mistura.	[L]
δ_{ij}	Delta de Kronecker.	
γ	Coefficiente de expansão térmica.	[adimensional]
λ_a	Comprimento de onda mais amplificado.	[ciclos/t]
η	Dimensão para a malha retangular	[L]
μ_k	Viscosidade.	[M/Lt]
θ_k	Temperatura dimensional.	[T]
ρ_k	Densidade dimensional.	$[M/L^3]$
ρ_{∞}	Parâmetro utilizado na adimensionalização da densidade.	$[M/L^3]$
ξ	Dimensão para a malha retangular	[L]
σ	Função filtro.	
τ	Tensor tensão.	$[M/t^2L]$

Outros Símbolos

Δx_e^*	Espessura do elemento de controle que coincide com o método espectral	$[L^2/t^2]$
----------------	---	-------------

Sobrescrito

\wedge	Espaço Transformado.
*	Variável dimensional.
\rightarrow	Vetor.

Subscrito

i, j	Direções cartesianas.
k	Subdomínio.
∞	Propriedades da corrente livre.

Números Adimensionais

Ma	Número de Mach.
Nu	Número de Nusselt
Pe	Número de Peclet.
Pr	Número de Prandtl.
Re	Número de Reynolds.
St	Número de Strouhal
We	Número de Weber

Operadores Matemáticos

e^x	Função exponencial de x.
∂	Derivada parcial.
$\vec{\nabla}$	Nabla, vetor operador diferencial.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Diagrama esquemático de jatos impingentes (Detalhes geométricos).	8
Figura 2.1 - Procedimento de subdivisão do domínio $V_T^*(t^*)$ em subdomínios $V_1^*(t^*)$ e $V_2^*(t^*)$.	13
Figura 2.2 - Posição do Vetor Unitário Normal \bar{n}_k^* na superfície η .	19
Figura 2.3 - Esquema bidimensional para o problema de jato incidindo sobre uma placa plana.	29
Figura 2.4 - Esquema bidimensional para o problema jato incidente sobre uma placa, dando ênfase as condições de contorno para as diferentes regiões do esquema mostrado.	32
Figura 2.5 - Esquema ilustrativo para o balanço de energia na interface placa-jato para o caso da condição de temperatura constante na placa (θ_k^* constante).	37
Figura 2.6 - Esquema ilustrativo para o balanço de energia na interface placa-jato para o caso da condição de calor gerado por efeito Joule constante na placa (q_j constante).	39
Figura 2.7 - Condições de Dirichlet para o problema em questão.	45
Figura 2.8 - Malha alternativa do sistema, para o plano computacional: η e ξ são as coordenadas auxiliares.	50
Figura 2.9 - Malha do plano físico representativo de um jato de ar bidimensional sobre uma placa.	51

Figura 3.1 - Malha retangular usada no problema, gerada pelas equações (3.25) e (3.26).	61
Figura 3.2 - Comportamento das funções filtros. \square Lanczos; Δ Raised cosine; ∇ Sharpined raised cosine; \diamond Exponential cut-off (com escala de corte em $\pi/2$); \circ Exponential cut-off (com escala de corte em $\pi/3$), com fase = $i\pi/N$.	66
Figura 4.1 - Campo de Escoamento de Jatos Impingentes	75
Figura 4.2 - Esquema bidimensional para o problema jato incidente sobre uma placa, dando ênfase as condições de contorno para as diferentes regiões do esquema mostrado	79
Figura 4.3A - Evolução do campo de densidade. (a) $t^*=0,0062s$, (b) $t^*=0,0188s$, (c) $t^*=0,0312s$, (d) $t^*=0,0625s$, (e) $t^*=0,0938s$, (f) $t^*=0,1250s$, (g) $t^*=0,1875s$ e (h) $t^*=0,2500s$. $Re=3,174 \times 10^4$, $Ma=0,1152$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K.	99
Figura 4.3B - Evolução do campo de densidade. (a) $t^*=0,3125s$, (b) $t^*=0,3750s$, (c) $t^*=0,4375s$, (d) $t^*=0,5000s$, (e) $t^*=0,5625s$, (f) $t^*=0,6250s$, (g) $t^*=0,6875s$ e (h) $t^*=0,7500s$. $Re=3,174 \times 10^4$, $Ma=0,1152$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K.	100
Figura 4.3C - Evolução do campo de densidade. (a) $t^*=0,8125s$, (b) $t^*=0,8750s$, (c) $t^*=0,9375s$, (d) $t^*=1,0000s$, (e) $t^*=1,0625s$, (f) $t^*=1,1250s$, (g) $t^*=1,1875s$ e (h) $t^*=1,2500s$. $Re=3,174 \times 10^4$, $Ma=0,1152$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K.	101
Figura 4.4A - Evolução do campo de energia. (a) $t^*=0,0062s$, (b) $t^*=0,0188s$, (c) $t^*=0,0312s$, (d) $t^*=0,0625s$, (e) $t^*=0,0938s$, (f) $t^*=0,1250s$, (g) $t^*=0,1875s$ e (h) $t^*=0,2500s$. $Re=3,174 \times 10^4$, $Ma=0,1152$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K.	102

Figura 4.4B – Evolução do campo de energia. (a) $t^*=0,3125s$, (b) $t^*=0,3750s$, (c) $t^*=0,4375s$, (d) $t^*=0,5000s$, (e) $t^*=0,5625s$, (f) $t^*=0,6250s$, (g) $t^*=0,6875s$ e (h) $t^*=0,7500s$. $Re=3,174 \times 10^4$, $Ma=0,1152$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K.

103

Figura 4.4C – Evolução do campo de energia. (a) $t^*=0,8125s$, (b) $t^*=0,8750s$, (c) $t^*=0,9375s$, (d) $t^*=1,0000s$, (e) $t^*=1,0625s$, (f) $t^*=1,1250s$, (g) $t^*=1,1875s$ e (h) $t^*=1,2500s$. $Re=3,174 \times 10^4$, $Ma=0,1152$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K.

104

Figura 4.5A – Evolução das linhas de corrente. (a) $t^*=0,0062s$, (b) $t^*=0,0188s$, (c) $t^*=0,0312s$, (d) $t^*=0,0625s$, (e) $t^*=0,0938s$, (f) $t^*=0,1250s$, (g) $t^*=0,1875s$ e (h) $t^*=0,2500s$. $Re=3,174 \times 10^4$, $Ma=0,1152$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K.

105

Figura 4.5B – Evolução das linhas de corrente. (a) $t^*=0,3125s$, (b) $t^*=0,3750s$, (c) $t^*=0,4375s$, (d) $t^*=0,5000s$, (e) $t^*=0,5625s$, (f) $t^*=0,6250s$, (g) $t^*=0,6875s$ e (h) $t^*=0,7500s$. $Re=3,174 \times 10^4$, $Ma=0,1152$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K.

106

Figura 4.5C – Evolução das linhas de corrente. (a) $t^*=0,8125s$, (b) $t^*=0,8750s$, (c) $t^*=0,9375s$, (d) $t^*=1,0000s$, (e) $t^*=1,0625s$, (f) $t^*=1,1250s$, (g) $t^*=1,1875s$ e (h) $t^*=1,2500s$. $Re=3,174 \times 10^4$, $Ma=0,1152$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K.

107

Figura 4.6A – Evolução do campo de densidade. (a) $t^*=0,0025s$, (b) $t^*=0,0075s$, (c) $t^*=0,0125s$, (d) $t^*=0,0250s$, (e) $t^*=0,0375s$, (f) $t^*=0,0500s$, (g) $t^*=0,0750s$ e (h) $t^*=0,1000s$. $Re=7,936 \times 10^4$, $Ma=0,2880$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K.

108

Figura 4.6B – Evolução do campo de densidade. (a) $t^*=0,1250s$, (b) $t^*=0,1500s$, (c) $t^*=0,1750s$, (d) $t^*=0,2000s$, (e) $t^*=0,2250s$, (f) $t^*=0,2500s$, (g)

$t^*=0,2750s$ e (h) $t^*=0,3000s$. $Re=7,936 \times 10^4$, $Ma=0,2880$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K.

109

Figura 4.6C – Evolução do campo de densidade. (a) $t^*=0,3250s$, (b) $t^*=0,3500s$, (c) $t^*=0,3750s$, (d) $t^*=0,4000s$, (e) $t^*=0,4250s$, (f) $t^*=0,4500s$, (g) $t^*=0,4750s$ e (h) $t^*=0,5000s$. $Re=7,936 \times 10^4$, $Ma=0,2880$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K.

110

Figura 4.7A – Evolução do campo de energia. (a) $t^*=0,0025s$, (b) $t^*=0,0075s$, (c) $t^*=0,0125s$, (d) $t^*=0,0250s$, (e) $t^*=0,0375s$, (f) $t^*=0,0500s$, (g) $t^*=0,0750s$ e (h) $t^*=0,1000s$. $Re=7,936 \times 10^4$, $Ma=0,2880$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K.

111

Figura 4.7B – Evolução do campo de energia. (a) $t^*=0,1250s$, (b) $t^*=0,1500s$, (c) $t^*=0,1750s$, (d) $t^*=0,2000s$, (e) $t^*=0,2250s$, (f) $t^*=0,2500s$, (g) $t^*=0,2750s$ e (h) $t^*=0,3000s$. $Re=7,936 \times 10^4$, $Ma=0,2880$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K.

112

Figura 4.7C – Evolução do campo de energia. (a) $t^*=0,3250s$, (b) $t^*=0,3500s$, (c) $t^*=0,3750s$, (d) $t^*=0,4000s$, (e) $t^*=0,4250s$, (f) $t^*=0,4500s$, (g) $t^*=0,4750s$ e (h) $t^*=0,5000s$. $Re=7,936 \times 10^4$, $Ma=0,2880$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K.

113

Figura 4.8A – Evolução das linhas de corrente. (a) $t^*=0,0025s$, (b) $t^*=0,0075s$, (c) $t^*=0,0125s$, (d) $t^*=0,0250s$, (e) $t^*=0,0375s$, (f) $t^*=0,0500s$, (g) $t^*=0,0750s$ e (h) $t^*=0,1000s$. $Re=7,936 \times 10^4$, $Ma=0,2880$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K.

114

Figura 4.8B – Evolução das linhas de corrente. (a) $t^*=0,1250s$, (b) $t^*=0,1500s$, (c) $t^*=0,1750s$, (d) $t^*=0,2000s$, (e) $t^*=0,2250s$, (f) $t^*=0,2500s$, (g) $t^*=0,2750s$ e (h) $t^*=0,3000s$. $Re=7,936 \times 10^4$, $Ma=0,2880$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K.

115

Figura 4.8C – Evolução das linhas de corrente. (a) $t^*=0,3250s$, (b) $t^*=0,3500s$, (c) $t^*=0,3750s$, (d) $t^*=0,4000s$, (e) $t^*=0,4250s$, (f) $t^*=0,4500s$, (g) $t^*=0,4750s$ e (h) $t^*=0,5000s$. $Re=7,936 \times 10^4$, $Ma=0,2880$, $T_p=1000K$, $T_\infty=300K$. 116

Figura 4.9A – Evolução do campo de densidade. (a) $t^*=0,0008s$, (b) $t^*=0,0025s$, (c) $t^*=0,0042s$, (d) $t^*=0,0083s$, (e) $t^*=0,0125s$, (f) $t^*=0,0167s$, (g) $t^*=0,0250s$ e (h) $t^*=0,0333s$. $Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=1000K$, $T_\infty=300K$. 117

Figura 4.9B – Evolução do campo de densidade. (a) $t^*=0,0417s$, (b) $t^*=0,0500s$, (c) $t^*=0,0583s$, (d) $t^*=0,0667s$, (e) $t^*=0,0750s$, (f) $t^*=0,0833s$, (g) $t^*=0,0917s$ e (h) $t^*=0,1000s$. $Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=1000K$, $T_\infty=300K$. 118

Figura 4.9C – Evolução do campo de densidade. (a) $t^*=0,1083s$, (b) $t^*=0,1167s$, (c) $t^*=0,1250s$, (d) $t^*=0,1333s$, (e) $t^*=0,1417s$, (f) $t^*=0,1500s$, (g) $t^*=0,1583s$ e (h) $t^*=0,1667s$. $Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=1000K$, $T_\infty=300K$. 119

Figura 4.10A – Evolução do campo de energia. (a) $t^*=0,0008s$, (b) $t^*=0,0025s$, (c) $t^*=0,0042s$, (d) $t^*=0,0083s$, (e) $t^*=0,0125s$, (f) $t^*=0,0167s$, (g) $t^*=0,0250s$ e (h) $t^*=0,0333s$. $Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=1000K$, $T_\infty=300K$. 120

Figura 4.10B – Evolução do campo de energia. (a) $t^*=0,0417s$, (b) $t^*=0,0500s$, (c) $t^*=0,0583s$, (d) $t^*=0,0667s$, (e) $t^*=0,0750s$, (f) $t^*=0,0833s$, (g) $t^*=0,0917s$ e (h) $t^*=0,1000s$. $Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=1000K$, $T_\infty=300K$. 121

Figura 4.10.C – Evolução do campo de energia. (a) $t^*=0,1083s$, (b) $t^*=0,1167s$, (c) $t^*=0,1250s$, (d) $t^*=0,1333s$, (e) $t^*=0,1417s$, (f) $t^*=0,1500s$, (g) $t^*=0,1583s$ e (h) $t^*=0,1667s$. $Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=1000K$, $T_\infty=300K$. 122

$t^*=0,1583s$ e (h) $t^*=0,1667s$. $Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=1000K$, $T_\infty=300K$. 122

Figura 4.11A – Evolução das linhas de corrente. (a) $t^*=0,0008s$, (b) $t^*=0,0025s$, (c) $t^*=0,0042s$, (d) $t^*=0,0083s$, (e) $t^*=0,0125s$, (f) $t^*=0,0167s$, (g) $t^*=0,0250s$ e (h) $t^*=0,0333s$. $Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=1000K$, $T_\infty=300K$. 123

Figura 4.11B – Evolução das linhas de corrente. (a) $t^*=0,0417s$, (b) $t^*=0,0500s$, (c) $t^*=0,0583s$, (d) $t^*=0,0667s$, (e) $t^*=0,0750s$, (f) $t^*=0,0833s$, (g) $t^*=0,0917s$ e (h) $t^*=0,1000s$. $Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=1000K$, $T_\infty=300K$. 124

Figura 4.11C – Evolução das linhas de corrente. (a) $t^*=0,1083s$, (b) $t^*=0,1167s$, (c) $t^*=0,1250s$, (d) $t^*=0,1333s$, (e) $t^*=0,1417s$, (f) $t^*=0,1500s$, (g) $t^*=0,1583s$ e (h) $t^*=0,1667s$. $Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=1000K$, $T_\infty=300K$. 125

Figura 4.12A – Evolução do campo de densidade. (a) $t^*=0,0006s$, (b) $t^*=0,0019s$, (c) $t^*=0,0031s$, (d) $t^*=0,0062s$, (e) $t^*=0,0094s$, (f) $t^*=0,0125s$, (g) $t^*=0,0188s$ e (h) $t^*=0,0250s$. $Re=3,1744 \times 10^5$, $Ma=1,1521$, $T_p=1000K$, $T_\infty=300K$. 126

Figura 4.12B – Evolução do campo de densidade. (a) $t^*=0,0312s$, (b) $t^*=0,0375s$, (c) $t^*=0,0438s$, (d) $t^*=0,0500s$, (e) $t^*=0,0562s$, (f) $t^*=0,0650s$, (g) $t^*=0,0688s$ e (h) $t^*=0,0750s$. $Re=3,1744 \times 10^5$, $Ma=1,1521$, $T_p=1000K$, $T_\infty=300K$. 127

Figura 4.12C – Evolução do campo de densidade. (a) $t^*=0,0812400s$, (b) $t^*=0,0875s$, (c) $t^*=0,0938s$, (d) $t^*=0,1000s$, (e) $t^*=0,1062s$, (f) $t^*=0,1125s$, (g) $t^*=0,1188s$ e (h) $t^*=0,1250s$. $Re=3,1744 \times 10^5$, $Ma=1,1521$, $T_p=1000K$, $T_\infty=300K$. 128

Figura 4.13A – Evolução do campo de energia. (a) $t^* = 0,0006s$, (b) $t^* = 0,0019s$, (c) $t^* = 0,0031s$, (d) $t^* = 0,0062s$, (e) $t^* = 0,0094s$, (f) $t^* = 0,0125s$, (g) $t^* = 0,0188s$ e (h) $t^* = 0,0250s$. $Re = 3,1744 \times 10^5$, $Ma = 1,1521$, $T_p = 1000$ K, $T_\infty = 300$ K. 129

Figura 4.13B – Evolução do campo de energia. (a) $t^* = 0,0312s$, (b) $t^* = 0,0375s$, (c) $t^* = 0,0438s$, (d) $t^* = 0,0500s$, (e) $t^* = 0,0562s$, (f) $t^* = 0,0650s$, (g) $t^* = 0,0688s$ e (h) $t^* = 0,0750s$. $Re = 3,1744 \times 10^5$, $Ma = 1,1521$, $T_p = 1000$ K, $T_\infty = 300$ K. 130

Figura 4.13C – Evolução do campo de energia. (a) $t^* = 0,0812400s$, (b) $t^* = 0,0875s$, (c) $t^* = 0,0938s$, (d) $t^* = 0,1000s$, (e) $t^* = 0,1062s$, (f) $t^* = 0,1125s$, (g) $t^* = 0,1188s$ e (h) $t^* = 0,1250s$. $Re = 3,1744 \times 10^5$, $Ma = 1,1521$, $T_p = 1000$ K, $T_\infty = 300$ K. 131

Figura 4.14A – Evolução das linhas de corrente. (a) $t^* = 0,0006s$, (b) $t^* = 0,0019s$, (c) $t^* = 0,0031s$, (d) $t^* = 0,0062s$, (e) $t^* = 0,0094s$, (f) $t^* = 0,0125s$, (g) $t^* = 0,0188s$ e (h) $t^* = 0,0250s$. $Re = 3,1744 \times 10^5$, $Ma = 1,1521$, $T_p = 1000$ K, $T_\infty = 300$ K. 132

Figura 4.14B – Evolução das linhas de corrente. (a) $t^* = 0,0312s$, (b) $t^* = 0,0375s$, (c) $t^* = 0,0438s$, (d) $t^* = 0,0500s$, (e) $t^* = 0,0562s$, (f) $t^* = 0,0650s$, (g) $t^* = 0,0688s$ e (h) $t^* = 0,0750s$. $Re = 3,1744 \times 10^5$, $Ma = 1,1521$, $T_p = 1000$ K, $T_\infty = 300$ K. 133

Figura 4.14C – Evolução das linhas de corrente. (a) $t^* = 0,0812400s$, (b) $t^* = 0,0875s$, (c) $t^* = 0,0938s$, (d) $t^* = 0,1000s$, (e) $t^* = 0,1062s$, (f) $t^* = 0,1125s$, (g) $t^* = 0,1188s$ e (h) $t^* = 0,1250s$. $Re = 3,1744 \times 10^5$, $Ma = 1,1521$, $T_p = 1000$ K, $T_\infty = 300$ K. 134

Figura 4.15A – Evolução do campo de densidade. (a) $t^* = 0,0008s$, (b) $t^* = 0,0025s$, (c) $t^* = 0,0042s$, (d) $t^* = 0,0083s$, (e) $t^* = 0,0125s$, (f) $t^* = 0,0167s$, (g) $t^* = 0,0250s$ e (h) $t^* = 0,0333s$. $Re = 2,3808 \times 10^5$, $Ma = 0,8641$, $T_p = 800$ K, $T_\infty = 300$ K. 135

Figura 4.15B – Evolução do campo de densidade. (a) $t^* = 0,0417s$, (b) $t^* = 0,0500s$, (c) $t^* = 0,0583s$, (d) $t^* = 0,0667s$, (e) $t^* = 0,0750s$, (f) $t^* = 0,0833s$, (g) $t^* = 0,0917s$ e (h) $t^* = 0,1000s$. $Re = 2,3808 \times 10^5$, $Ma = 0,8641$, $T_p = 800$ K, $T_\infty = 300$ K. 136

Figura 4.15C – Evolução do campo de densidade. (a) $t^* = 0,1083s$, (b) $t^* = 0,1167s$, (c) $t^* = 0,1250s$, (d) $t^* = 0,1333s$, (e) $t^* = 0,1417s$, (f) $t^* = 0,1500s$, (g) $t^* = 0,1583s$ e (h) $t^* = 0,1667$. $Re = 2,3808 \times 10^5$, $Ma = 0,8641$, $T_p = 800$ K, $T_\infty = 300$ K. 137

Figura 4.16A – Evolução do campo de energia. (a) $t^* = 0,0008s$, (b) $t^* = 0,0025s$, (c) $t^* = 0,0042s$, (d) $t^* = 0,0083s$, (e) $t^* = 0,0125s$, (f) $t^* = 0,0167s$, (g) $t^* = 0,0250s$ e (h) $t^* = 0,0333s$. $Re = 2,3808 \times 10^5$, $Ma = 0,8641$, $T_p = 800$ K, $T_\infty = 300$ K. 138

Figura 4.16B – Evolução do campo de energia. (a) $t^* = 0,0417s$, (b) $t^* = 0,0500s$, (c) $t^* = 0,0583s$, (d) $t^* = 0,0667s$, (e) $t^* = 0,0750s$, (f) $t^* = 0,0833s$, (g) $t^* = 0,0917s$ e (h) $t^* = 0,1000s$. $Re = 2,3808 \times 10^5$, $Ma = 0,8641$, $T_p = 800$ K, $T_\infty = 300$ K. 139

Figura 4.16C – Evolução do campo de energia. (a) $t^* = 0,1083s$, (b) $t^* = 0,1167s$, (c) $t^* = 0,1250s$, (d) $t^* = 0,1333s$, (e) $t^* = 0,1417s$, (f) $t^* = 0,1500s$, (g) $t^* = 0,1583s$ e (h) $t^* = 0,1667$. $Re = 2,3808 \times 10^5$, $Ma = 0,8641$, $T_p = 800$ K, $T_\infty = 300$ K. 140

Figura 4.17A – Evolução das linhas de corrente. (a) $t^* = 0,0008s$, (b) $t^* = 0,0025s$, (c) $t^* = 0,0042s$, (d) $t^* = 0,0083s$, (e) $t^* = 0,0125s$, (f) $t^* = 0,0167s$, (g) $t^* = 0,0250s$ e (h) $t^* = 0,0333s$. $Re = 2,3808 \times 10^5$, $Ma = 0,8641$, $T_p = 800$ K, $T_\infty = 300$ K. 141

- Figura 4.17B** – Evolução das linhas de corrente. (a) $t^*=0,0417s$, (b) $t^*=0,0500s$, (c) $t^*=0,0583s$, (d) $t^*=0,0667s$, (e) $t^*=0,0750s$, (f) $t^*=0,0833s$, (g) $t^*=0,0917s$ e (h) $t^*=0,1000s$. $Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=800$ K, $T_\infty=300$ K. 142
- Figura 4.17C** – Evolução das linhas de corrente. (a) $t^*=0,1083s$, (b) $t^*=0,1167s$, (c) $t^*=0,1250s$, (d) $t^*=0,1333s$, (e) $t^*=0,1417s$, (f) $t^*=0,1500s$, (g) $t^*=0,1583s$ e (h) $t^*=0,1667$. $Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=800$ K, $T_\infty=300$ K. 143
- Figura 4.18A** – Evolução do campo de densidade. (a) $t^*=0,0008s$, (b) $t^*=0,0025s$, (c) $t^*=0,0042s$, (d) $t^*=0,0083s$, (e) $t^*=0,0125s$, (f) $t^*=0,0167s$, (g) $t^*=0,0250s$ e (h) $t^*=0,0333s$. $Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=600K$, $T_\infty=300K$. 144
- Figura 4.18B** – Evolução do campo de densidade. (a) $t^*=0,0417s$, (b) $t^*=0,0500s$, (c) $t^*=0,0583s$, (d) $t^*=0,0667s$, (e) $t^*=0,0750s$, (f) $t^*=0,0833s$, (g) $t^*=0,0917s$ e (h) $t^*=0,1000s$. $Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=600$ K, $T_\infty=300$ K. 145
- Figura 4.18C** – Evolução do campo de densidade. (a) $t^*=0,1083s$, (b) $t^*=0,1167s$, (c) $t^*=0,1250s$, (d) $t^*=0,1333s$, (e) $t^*=0,1417s$, (f) $t^*=0,1500s$, (g) $t^*=0,1583s$ e (h) $t^*=0,1667$. $Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=600$ K, $T_\infty=300$ K. 146
- Figura 4.19A** – Evolução do campo de energia. (a) $t^*=0,0008s$, (b) $t^*=0,0025s$, (c) $t^*=0,0042s$, (d) $t^*=0,0083s$, (e) $t^*=0,0125s$, (f) $t^*=0,0167s$, (g) $t^*=0,0250s$ e (h) $t^*=0,0333s$. $Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=600K$, $T_\infty=300K$. 147
- Figura 4.19B** – Evolução do campo de energia. (a) $t^*=0,0417s$, (b) $t^*=0,0500s$, (c) $t^*=0,0583s$, (d) $t^*=0,0667s$, (e) $t^*=0,0750s$, (f) $t^*=0,0833s$, (g)

- $t^*=0,0917s$ e (h) $t^*=0,1000s$. $Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=600$ K, $T_\infty=300$ K. 148
- Figura 4.19C** – Evolução do campo de energia. (a) $t^*=0,1083s$, (b) $t^*=0,1167s$, (c) $t^*=0,1250s$, (d) $t^*=0,1333s$, (e) $t^*=0,1417s$, (f) $t^*=0,1500s$, (g) $t^*=0,1583s$ e (h) $t^*=0,1667$. $Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=600$ K, $T_\infty=300$ K. 149
- Figura 4.20A** – Evolução das linhas de corrente. (a) $t^*=0,0008s$, (b) $t^*=0,0025s$, (c) $t^*=0,0042s$, (d) $t^*=0,0083s$, (e) $t^*=0,0125s$, (f) $t^*=0,0167s$, (g) $t^*=0,0250s$ e (h) $t^*=0,0333s$. $Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=600K$, $T_\infty=300K$. 150
- Figura 4.20B** – Evolução das linhas de corrente. (a) $t^*=0,0417s$, (b) $t^*=0,0500s$, (c) $t^*=0,0583s$, (d) $t^*=0,0667s$, (e) $t^*=0,0750s$, (f) $t^*=0,0833s$, (g) $t^*=0,0917s$ e (h) $t^*=0,1000s$. $Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=600$ K, $T_\infty=300$ K. 151
- Figura 4.20C** – Evolução das linhas de corrente. (a) $t^*=0,1083s$, (b) $t^*=0,1167s$, (c) $t^*=0,1250s$, (d) $t^*=0,1333s$, (e) $t^*=0,1417s$, (f) $t^*=0,1500s$, (g) $t^*=0,1583s$ e (h) $t^*=0,1667$. $Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=600$ K, $T_\infty=300$ K. 152
- Figura 4.21A** – Evolução do Número de Nusselt e da Condutividade Térmica para o Caso 1 ($Re=3,174 \times 10^4$, $Ma=0,1152$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0062s$ (b) $t^*=0,0625s$, (c) $t^*=0,1250s$, (d) $t^*=0,2500s$, (e) $t^*=0,3750s$, (f) $t^*=0,5000s$, (g) $t^*=0,6250s$ e (h) $t^*=0,7500s$ 153
- Figura 4.21B** – Evolução do Número de Nusselt e da Condutividade Térmica para o Caso1. ($Re=3,174 \times 10^4$, $Ma=0,1152$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0500s$, (b) $t^*=1,0000s$, (c) $t^*=1,1250s$ e (d) $t^*=1,2500s$. 154

- Figura 4.22A** – Evolução do Número de Nusselt e da Condutividade Térmica para o Caso 2 ($Re=7,936 \times 10^4$, $Ma=0,2880$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0025s$, (b) $t^*=0,0250s$, (c) $t^*=0,0500s$, (d) $t^*=0,1000s$, (e) $t^*=0,1500s$, (f) $t^*=0,2000s$, (g) $t^*=0,2500s$ e (h) $t^*=0,3000s$. 155
- Figura 4.22B** – Evolução do Número de Nusselt e da Condutividade Térmica para o Caso2 ($Re=7,936 \times 10^4$, $Ma=0,2880$, $T_p=1000K$, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,3500s$, (b) $t^*=0,4000s$, (c) $t^*=0,4500s$ e (d) $t^*=0,5000s$ 156
- Figura 4.23A** – Evolução do Número de Nusselt e da Condutividade Térmica para o Caso 3 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0008s$, (b) $t^*=0,0083s$, (c) $t^*=0,0167s$, (d) $t^*=0,0333s$, (e) $t^*=0,0500s$, (f) $t^*=0,0667s$, (g) $t^*=0,0833s$ e (h) $t^*=0,1000s$. 157
- Figura 4.23B** – Evolução do Número de Nusselt e da Condutividade Térmica para o Caso3. ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,1167s$ (b) $t^*=0,1333s$, (c) $t^*=0,1500s$ e (d) $t^*=0,1667s$. 158
- Figura 4.24A** – Evolução do Número de Nusselt e da Condutividade Térmica para o Caso4. ($Re=3,1744 \times 10^5$, $Ma=1,1521$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0006s$, (b) $t^*=0,0062s$, (c) $t^*=0,0125s$, (d) $t^*=0,0250s$, (e) $t^*=0,0375s$, (f) $t^*=0,0500s$, (g) $t^*=0,0625s$ e (h) $t^*=0,0750s$. 159
- Figura 4.24B** – Evolução do Número de Nusselt e da Condutividade Térmica para o Caso4. ($Re=3,1744 \times 10^5$, $Ma=1,1521$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0875s$, (b) $t^*=0,1000s$, (c) $t^*=0,1125s$ e (d) $t^*=0,1250s$. 160
- Figura 4.25A** – Evolução do Número de Nusselt e da Condutividade Térmica para o Caso 5 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=800$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0008s$, (b) $t^*=0,0083s$, (c) $t^*=0,0167s$, (d) $t^*=0,0333s$, (e) $t^*=0,0500s$, (f) $t^*=0,0667s$, (g) $t^*=0,0833s$ e (h) $t^*=0,1000s$. 161

- Figura 4.25B** – Evolução do Número de Nusselt e da Condutividade Térmica para o Caso 5. ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=800$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,1167s$ (b) $t^*=0,1333s$, (c) $t^*=0,1500s$ e (d) $t^*=0,1667s$. 162
- Figura 4.26A** – Evolução do Número de Nusselt e da Condutividade Térmica para o Caso 6 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=600$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0008s$, (b) $t^*=0,0083s$, (c) $t^*=0,0167s$, (d) $t^*=0,0333s$, (e) $t^*=0,0500s$, (f) $t^*=0,0667s$, (g) $t^*=0,0833s$ e (h) $t^*=0,1000s$. 163
- Figura 4.26B** – Evolução do Número de Nusselt e da Condutividade Térmica para o Caso 6. ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=600$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,1167s$ (b) $t^*=0,1333s$, (c) $t^*=0,1500s$ e (d) $t^*=0,1667s$. 164
- Figura 4.27** – Evolução do Número de Nusselt para o caso1 ($Re=3,174 \times 10^4$) 165
- Figura 4.28** – Evolução do Número de Nusselt para o caso2 ($Re=7,936 \times 10^4$) 165
- Figura 4.29** – Evolução do Número de Nusselt para o caso3 ($Re=2,3808 \times 10^5$) 166
- Figura 4.30** – Evolução do Número de Nusselt para o caso4 ($Re=3,1744 \times 10^5$) 166
- Figura 4.31** – Evolução do Número de Nusselt para o caso5 ($Re=2,3808 \times 10^5$) 167
- Figura 4.32** – Evolução do Número de Nusselt para o caso6 ($Re=2,3808 \times 10^5$) 167
- Figura 4.33** – Evolução do Número de Nusselt em função de Reynolds para o tempo dimensional de 0,050 segundos 168
- Figura 4.34** – Evolução do Número de Nusselt em função de Reynolds para o tempo dimensional de 0,100 segundos 168

- Figura 4.35** – Evolução do Número de Nusselt em função de Reynolds para o tempo dimensional de 0,125 segundos 169
- Figura 4.36** – Perfis do Número de Nusselt para diferentes temperaturas da placa, para $t^*=0,0083$ segundos, para $Re=2,3808 \times 10^5$ e $Ma=0,8641$. 170
- Figura 4.37** – Perfis do Número de Nusselt para diferentes temperaturas da placa, para $t^*=0,083$ segundos, para $Re=2,3808 \times 10^5$ e $Ma=0,8641$. 170
- Figura 4.38** – Perfis do Número de Nusselt para diferentes temperaturas da placa, para $t^*=0,1667$ segundos, para $Re=2,3808 \times 10^5$ e $Ma=0,8641$. 171

LISTA DE TABELAS

- Tabela 2.1** - Valores de ψ_k^* , J_k^* , Φ_k^* e Φ_i^* para as leis de conservação. 14
- Tabela 4.1** – Características do escoamento utilizadas para a simulação. 73
- Tabela 4.2** – Dimensões características do conjunto estudado. 74

Silva, J. W. P., 1999, "Simulação Numérica de Um Jato Compressível de Ar Incidente Sobre Uma Placa Plana Aquecida", Universidade Federal de Uberlândia, MG.

Resumo

Neste trabalho, estudou-se os efeitos de um jato incidente sobre uma placa plana aquecida, utilizando a técnica de elementos espectrais. Sabe-se que jatos incidindo sobre superfícies sólidas aquecidas produzem altas taxas de transferência de calor ou de massa e, por isso, são largamente empregados nas indústrias envolvendo processos químicos. O uso de jatos em processos de aquecimento, resfriamento ou secagem são encontrados em várias aplicações, dentre as quais destacam-se: secagem de papel e tecido; têmpera de vidro; aquecimento e resfriamento de metais; resfriamento de palhetas de turbinas e de componentes eletrônicos e combustão em meio catalítico. Neste estudo, o escoamento do jato foi considerado bidimensional, turbulento e compressível. Desenvolveu-se um programa computacional capaz de descrever o comportamento qualitativo das estruturas do escoamento e levantar informações quantitativas sobre os parâmetros de troca de calor entre a placa aquecida e o fluido, em função das condições de aquecimento da placa e dos parâmetros geométricos que caracterizam o domínio do escoamento. Os resultados apresentados descrevem o comportamento do número de Nusselt local para distribuições uniformes de temperaturas na placa aquecida. Adicionalmente, realizou-se uma análise detalhada sobre as estruturas que predominam no escoamento. Constatou-se que mesmo para escoamentos com grandes números de Reynolds e de Mach, as estruturas predominantes são de grandes escalas, e completamente coerentes, mesmo para canais estreitos de descargas do escoamento, onde o fluido encontra-se bastante confinado.

Palavras Chave: Escoamentos de jatos, Escoamentos turbulentos e compressíveis, simulação numérica, método de elementos espectrais.

Silva, J. W. P., 1999, "Numeric Simulation of Compressible Jets of Air Impinging on a Heated Flat Plate" Federal University of Uberlândia, MG

Abstract

In this work it was studied the effects of an impinging jet on a heated flat plate, using the technique of spectral elements. It is known that the impinging jets on heated solid surfaces produces high rates of transfer of heat or of mass and that, they are used broadly in the industries involving chemical processes. The use of jets in the processes of heating, cooling or drying is found in several applications, in which are stand out: drying of paper and fabric; glass temper; heating and cooling of metals; cooling of blades of turbines and of electronic components and combustion in a catalytic lit. In this study, the flow of the jet was considered two-dimensional, turbulent and compressive. A computational code was developed that was capable to describe the qualitative behavior of the flow structures and to give some quantitative information of the heat transfer parameters between the heated flat plate and the fluid, in function of the conditions of heating of the plate and of the geometric parameters that characterizes the flow domain. The presented results describe the behavior of the local Nusselt number in function uniform distribution temperatures, in the heat flat plate that was fixed on the flat plate. In addition, it took place a detailed analysis of the structures that prevail in the flow. It was verified that even for flow with great numbers of Reynolds and of Mach, the predominant structures are large scales, and completely coherent, even for narrow channels of discharges of the flow, where the fluid is quite confined.

Keywords: jet flow, turbulent and compressible flow, numerical simulation, spectral element method.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 – Considerações Gerais

O uso de técnicas numéricas para a solução de complexos problemas da engenharia e da física é, hoje, uma realidade, graças ao desenvolvimento de computadores de alta velocidade e de grande capacidade de armazenamento. Em função dessa disponibilidade computacional, que cresce exponencialmente, o desenvolvimento de algoritmos para a solução dos mais diversos problemas tem recebido enorme atenção dos analistas numéricos.

Uma grande revolução acontecida no campo da fabricação de equipamentos computacionais foi o aparecimento das estações de trabalho. Atualmente, elas apresentam-se com capacidade de armazenamento e velocidade de processamento que permitem a solução de quase todos os problemas numéricos de interesse da engenharia. Seus preços, por outro lado, são extremamente baixos, quando comparados com os dos supercomputadores. Mesmo para os grandes problemas, que representam uma pequena parcela dos problemas cotidianos de engenharia e que fogem da capacidade das estações, praticamente todos os procedimentos de cálculo podem ser nelas realizados, deixando-se para os supercomputadores apenas as execuções finais em malha refinada. Além disso, as estações possuem capacidades gráficas que permitem que os resultados sejam imediatamente visualizados e interpretados.

Em resumo, tem tornado cada vez mais fácil, tanto no meio acadêmico-científico como no industrial, o uso de técnicas numéricas para solução de problemas de engenharia, uma vez que os custos para a aquisição dos equipamentos necessários são cada vez menores.

Estes fatos têm facilitado consideravelmente o estudo de problemas em dinâmica dos fluidos, com ou sem transferência de calor, os quais exigem, na grande maioria das vezes, o uso de malhas refinadas para obter resultados que contribuem

para a compreensão de fenômenos físicos de pequenas escalas. O problema a ser estudado enquadra-se perfeitamente dentro desta perspectiva.

A proposta deste trabalho é de resolver escoamentos de jatos impingentes sobre placas sólidas, utilizando o método dos elementos espectrais, aplicado em coordenadas curvilíneas. O trabalho proposto tem dois objetivos básicos: o primeiro constitui em apresentar a potencialidade da técnica de elementos espectrais para solução do referido problema; e o segundo constitui em obter resultados que permitam compreender os vários aspectos dinâmicos da estrutura de jatos impingentes. A dificuldade para atingir estes objetivos básicos na solução do problema será discutido ao longo das subseções seguintes.

1.2 - Níveis de Formulação dos Modelos

A obtenção da solução de qualquer problema físico requer a habilidade da criação do modelo matemático correspondente. O modelo matemático deve ser tal que possa ser resolvido com tempos computacionais não-proibitivos e que os resultados obtidos representem adequadamente o fenômeno físico em questão. Obviamente atingir estes objetivos não é uma tarefa muito fácil.

Para a obtenção do sistema de equações que compõem o determinado modelo matemático, a decisão mais importante a ser tomada relaciona-se ao nível de complexidade, no qual os balanços de conservação são aplicados. Por exemplo, no caso extremo, onde os balanços de conservação são aplicados em nível molecular, origina-se um sistema de equações de conservação para cada molécula. Por outro lado, se os balanços de conservação são aplicados sobre volumes de controle, que dependendo da técnica numérica a ser utilizada, a sua dimensão pode coincidir com a dimensão do domínio de estudo, obtém-se um sistema de equações de conservação para o referido domínio. Entre estes dois casos extremos de formulação existe uma gama considerável de formas intermediárias de abordagem, onde o grau de complexibilidade da solução varia de forma significativa, dependendo do nível de informação que se propõe obter sobre o comportamento físico do problema.

Em particular, existem dois níveis de formulações intermediários, os quais permitem atingir interessantes interpretações físicas, onde as dimensões espaciais características do domínio e o tempo característico do problema possibilitam atender

aos interesses com relação ao aspecto físico e também com as exigências impostas pela técnica numérica empregada no problema. Estes são:

- ◆ balanços onde $t_m \leq T \leq t_t$ e $L_m \leq L \leq L_t$.
- ◆ balanços onde $T \geq t_t$ e $L \geq L_t$.

onde T é o tempo médio sobre os quais os balanços de conservação são realizados; t_m é o tempo entre as colisões moleculares; t_t é a escala de tempo da turbulência residual; L é o comprimento médio sobre os quais os balanços são realizados; L_m é o caminho livre médio das moléculas; L_t é a escala de comprimento da turbulência residual.

1.2.1 - Problemas Elípticos, Parabólicos e Hiperbólicos

A classificação dos problemas em elípticos, parabólicos e hiperbólicos pode ser feita utilizando-se a relação entre os coeficientes da equação diferencial parcial que governa o fenômeno. Portanto, esse tipo de classificação é puramente matemática. Considerando-se, ainda, que os problemas de transferência de calor e mecânica dos fluidos são governados por sistemas de equações diferenciais parciais, a classificação do sistema é sempre mista. Por exemplo, as equações de conservação para escoamentos compressíveis formam um sistema de equações de carácter misto hiperbólico/parabólico, se os termos transientes são mantidos, e de carácter misto elíptico/hiperbólico, se os mesmos são desprezados. É mais didático não classificar o sistema de equações como um todo, mas sim, apontar o carácter das equações, uma vez que na maioria das soluções numéricas empregadas, o procedimento utilizado conduz à solução das equações de conservação com características parabólicas no tempo e elípticas no espaço (Maliska, 1995).

Do ponto de vista numérico, é importante reconhecer as características das equações para que se possa tirar vantagens computacionais, como tempo de computação e armazenamento das variáveis. É interpretando corretamente as características do sistema de equações diferenciais parciais (EDP) que se pode otimizar o procedimento de solução, utilizando uma técnica computacional mais adaptada, com maior velocidade de cálculo e menor espaço de armazenamento. Por exemplo, se o sistema de EDPs que rege o problema for parabólico no tempo ou no

espaço, sua solução pode ser obtida pelo processo de marcha em uma determinada coordenada (temporal ou espacial).

Procurando compatibilizar o caráter do sistema de equações de conservação que rege o problema com a intrínseca definição matemática, pode-se dizer que problemas hiperbólicos e parabólicos permitem o procedimento de marcha, enquanto os elípticos não o permitem. Problemas de marcha são aqueles que não necessitam de condições de contorno a jusante, isto é, dependem apenas de informações a montante. Os termos convectivos das equações de Navier-Stokes são termos parabólicos, sendo fácil entender que, se não existir outro meio de transporte da propriedade presente na equação, não será possível que informações a jusante sejam transmitidas a montante, uma vez que as informações da convecção viajam apenas no sentido da velocidade e levadas por ela.

A diferença entre a marcha parabólica e a marcha hiperbólica é que a primeira se dá ao longo de uma coordenada, e a segunda ao longo das características físicas do problema. A dificuldade da marcha hiperbólica está no fato de que, geralmente, não se sabe as condições de contorno do problema elíptico na(s) outra(s) direção(ões). Quando isso acontece, torna-se mais fácil tratar o problema elípticamente em todas as direções (Maliska 1995).

Por outro lado, os problemas elípticos são aqueles nos quais as informações físicas transmitem-se em todas as direções das coordenadas. Efeitos difusivos e de pressão são efeitos elípticos, os quais, se presentes nas equações que regem o problema, requerem o estabelecimento de condições de contorno em ambos os sentidos da coordenada em consideração. Ou seja, esses efeitos viajam também no sentido contrário ao da velocidade, conferindo características elípticas ao escoamento.

É fácil entender fisicamente que em um dado meio, quando acontecer uma elevação de temperatura em algum ponto, o calor se transmitirá em todas as direções, de acordo com o valor da condutividade térmica. A difusão de calor, bem como a de massa e de quantidade de movimento, são fenômenos elípticos e, portanto, requerem as condições de contorno em toda a fronteira do domínio. Também é fácil perceber que uma perturbação de pressão em um ponto do domínio se transmitirá em todas as direções. Basta jogar uma pedra na água e verificar que não existe direção preferencial para a propagação da perturbação.

Observa-se, ainda, que os termos difusivos possuem derivadas de segunda ordem, requerendo, portanto, condições de contorno nos dois extremos do domínio de solução no eixo considerado.

As considerações acima permitem afirmar que o estudo de jatos impingentes, o qual é objeto de análise neste estudo, constitui um problema que apresenta caráter elíptico em algumas regiões e hiperbólico em outras. Assim, a grande dificuldade na solução deste problema é especificar adequadamente as condições de contorno e iniciais para o campo de pressão, que se não assumidas de forma consistente, desestabilizará a solução ao longo do tempo.

1.2.2 - Consistência, Estabilidade e Convergência

Em geral, os problemas práticos de interesse da engenharia e da física dão origem a sistemas de equações complexos, cujos comportamentos matemáticos são pouco conhecidos. Por exemplo, quando tem-se um problema governado por uma única equação, sendo esta linear, existem ferramentas matemáticas que permitem constatar se uma determinada aproximação numérica é estável e convergente. Quando trabalha-se com sistemas de equações não-lineares, resolvidas, em geral, de forma seqüencial, onde acoplamentos delicados estão presentes, é difícil provar matematicamente que uma aproximação numérica é estável e convergente.

Um dos requisitos fundamentais de uma aproximação numérica é que as equações diferenciais obtidas na discretização do problema reproduzam com fidelidade as soluções das equações diferenciais parciais, quando os tamanhos das malhas espaciais e temporais tendem a zero. Isto é, os erros de truncamento devem tender a zero quando a malha tender a um número infinito de pontos. A aproximação numérica que possuir esta característica é dita consistente. Aparentemente, esta é uma questão óbvia, mas existem aproximações nas quais os erros de truncamento crescem com o refinamento da malha. Felizmente, todo modelo numérico desenvolvido, a partir das equações na forma conservativa usando volumes finitos, é consistente.

Outra característica desejada é que a solução numérica a ser obtida seja a solução exata das equações discretizadas, ou seja, que as equações algébricas discretizadas sejam estáveis. Contudo, diversos fatores interferem na estabilidade destas equações, entre eles podem estar: erros de arredondamento de máquina, que

vão se acumulando e podem desestabilizar a solução; e dificuldades de acoplamentos entre as variáveis, fazendo com que algumas variáveis evoluam mais rapidamente do que outras, provocando instabilidades. A questão da instabilidade das equações algébricas que definem o problema físico, constitui a maior dificuldade na obtenção da solução numérica. Entretanto, se é realizada uma análise detalhada sobre as características matemáticas das EDPs que regem o problema, o controle sobre a estabilidade das equações algébricas correspondentes será consideravelmente mais fácil.

Portanto, consistência e estabilidade são condições necessárias e suficientes para a convergência. A solução numérica é convergente quando é estável e tende para a solução das equações diferenciais quando a malha é refinada

1.3- Jatos Impingentes

Procurou-se abordar nas subseções anteriores, alguns aspectos sobre os vários fatores que tornam complexa a solução de problemas em dinâmica dos fluidos. Como neste estudo serão analisados jatos impingentes sobre placas totalmente aquecidas, e em altas velocidades, os seus comportamentos físicos são diferenciados em várias regiões do escoamento: perto da placa aquecida ocorrem fortes gradientes de pressão e de temperatura, caracterizando o problema nesta região como elíptico; contudo, nas regiões mais distantes da placa aquecida, o escoamento tem um caráter hiperbólico. Portanto, se forem considerados estes aspectos do escoamento, este problema em estudo apresenta um alto grau de instabilidade, sendo a sua convergência difícil nas regiões de comportamento hiperbólico, devido à baixa dissipação viscosa. Por isto, é necessário utilizar procedimentos de filtragem, cujo controle é difícil, pois, se utilizado em excesso, pode mascarar as oscilações físicas presentes no escoamento.

Mais recentemente, os trabalhos publicados indicam um crescente interesse no estudo de jatos líquidos incidentes. As pesquisas apresentadas na literatura têm se preocupado em analisar as características de transferência de calor e massa, tanto em um conjunto de jatos incidentes, como em único jato, além de analisar a influência da forma com que o fluido utilizado é descartado para o ambiente.

Jatos incidindo sobre superfícies sólidas aquecidas produzem altas taxas de transferência de calor ou de massa e, por isso, são largamente empregados nas

indústrias envolvendo processos químicos. O uso de jatos em processos de aquecimento, resfriamento ou secagem são encontrados em várias aplicações, dentre as quais destacam-se:

- secagem de papel e tecido;
- têmpera de vidro;
- aquecimento e resfriamento de metais;
- resfriamento de palhetas de turbinas e de componentes eletrônicos;
- combustão em meio catalítico;

Uma revisão sobre escoamentos de jatos incidentes revela a existência de um grande número de trabalhos que investigam os vários aspectos da estrutura do escoamento. Os resultados destes trabalhos de pesquisa estão resumidos nos artigos publicados por Martin (1977) e no trabalho de Downs e James (1987). Os trabalhos citados incluem descrições das diversas variáveis que influenciam a troca de calor ou de massa para jatos. Estes parâmetros incluem efeitos geométricos que estão mostrados na Figura 1.1, tais como:

- diâmetro do jato, (d_b);
- distância entre o bocal do jato à placa sólida de incidência, "spacing", (L);
- forma da seção transversal do jato; (cilíndrica, oval, planar, etc.)
- número de Reynolds, (Re);
- intensidade de turbulência;
- efeitos da temperatura da placa sólida, (T_p);
- ângulo de incidência do jato em relação à placa;
- curvatura da superfície;
- rugosidade da superfície da placa aquecida;
- comprimento da placa, (L_p);
- espessura da região de expansão do jato, (Ly_1);

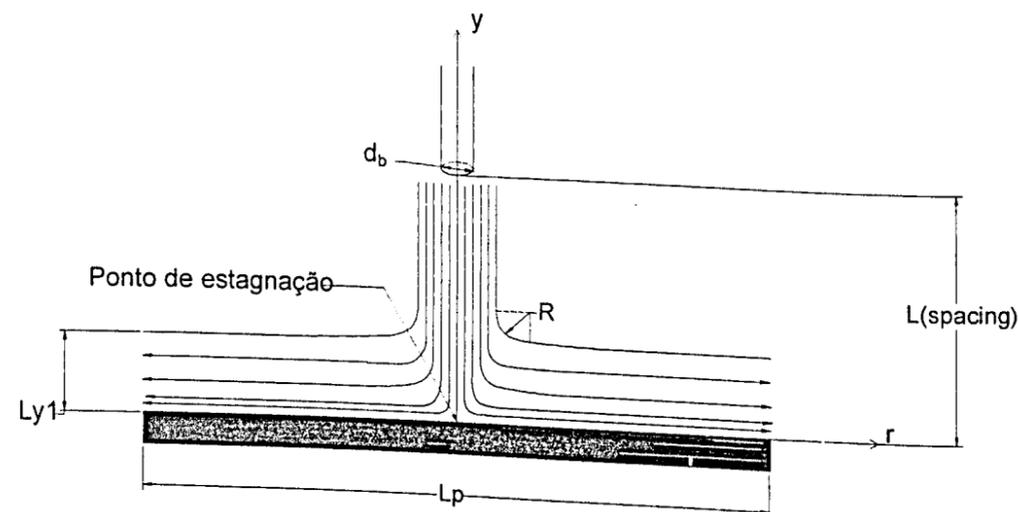


Figura 1.1 - Diagrama esquemático de jatos impingentes (Detalhes geométricos).

Stevens e Webb (1991) estudaram a troca de calor em jatos líquidos (Figura 1.1), analisando os efeitos causados pela variação da razão entre o diâmetro do jato (d_b) e a distância do bocal do jato à placa sólida (L), e a razão (r/d_b) entre a distância radial do ponto de estagnação (r) e o diâmetro do jato (d_b), estabelecendo-se um conjunto de correlações entre o número de Nusselt e estes parâmetros geométricos. Neste trabalho, percebeu-se que o número de Nusselt varia proporcionalmente a $Re^{1/3}$, onde Re é o número de Reynolds baseado no diâmetro do jato, definido na equação que se segue:

$$Re = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d \cdot \nu} \quad (1.1)$$

onde Q é a taxa de escoamento volumétrica, d_b é o diâmetro do jato (supondo jato cilíndrico) e ν é a viscosidade cinemática.

Na região de $0 \leq r/d_b \leq 0.75$, o coeficiente de transferência de calor local manteve-se constante. A variação da distância do bocal à placa pouco interferiu no coeficiente de troca de calor. Perceberam, também, que o diâmetro do bocal tem influência sobre o coeficiente de transferência de calor e que esta dependência foi estabelecida em termos do gradiente da velocidade da corrente livre, e nestes casos, o termo v/d_b foi introduzido na correlação, onde v é a velocidade de corrente livre e d_b é o diâmetro do bocal.

Zumbrunnem e Aziz (1993) investigaram a troca de calor em jatos líquidos pulsantes, também conhecidos como intermitentes. Tais jatos intermitentes podem ser caracterizados pelo número de Strouhal que é dado pela equação abaixo:

$$St_w = \frac{d_b \cdot f_{ex}}{\bar{V}_N} \quad (1.2)$$

onde d_b é o diâmetro do bocal, f_{ex} é a frequência de força de excitação dos jatos pulsantes e \bar{V}_N é a velocidade média aritmética na saída do bocal. Nesse trabalho, estudou-se os efeitos provocados pela intermitência dos jatos sobre a transferência de calor convectivo. Dentre as variáveis analisadas, podem-se destacar o tempo, a frequência dos pulsos e a velocidade do jato. O principal resultado obtido foi que a intermitência dos jatos pode aumentar a transferência de calor convectivo, se a frequência dos pulsos for suficientemente alta ($f \approx 86$ Hz), e que quanto maior for a amplitude do pulso de excitação do jato, menor será os efeitos turbulentos e a intensidade de troca de térmica.

Liu et al. (1993) examinaram os efeitos da tensão superficial entre o ar e o jato líquido, a qual pode provocar mudanças sobre a forma da superfície livre do jato, sobre o gradiente de velocidade radial e sobre a zona de estagnação da camada limite, Figura 1.1. O número de Weber representa a relação entre a magnitude da tensão de superfície e da pressão dinâmica e é dado pela seguinte equação:

$$We_d = \frac{\rho u_i^2 d_b}{\sigma} \quad (1.3)$$

onde d_b é o diâmetro do bocal do jato, ρ é a densidade do líquido, σ é a tensão superficial ar líquido, no caso a água e u_i é a velocidade de entrada do jato.

Dentre os resultados obtidos nesse estudo, destaca-se, de uma forma geral, a verificação do aumento significativo de pressão na região de estagnação para We infinito. Contudo para jatos pequenos ($r/d_b < 0.25$) e turbulentos o efeito da tensão superficial pode ser negligenciada.

O estudo de jatos líquidos tem sido motivado por aplicações no resfriamento de componentes eletrônicos, com altas taxas de geração de calor, incidindo em pequenas superfícies aquecidas (Slayzak et al., 1994 a,b e Womac et al., 1993). Os resultados ressaltam que o máximo coeficiente de troca térmica é encontrado para jatos circulares e para $Re \cong 4000$, onde Re é dado pela equação (1.1).

Apesar do grande número de publicações relacionadas com jatos incidentes, os efeitos da presença de um dispositivo que gera uma componente de velocidade rotacional no vetor velocidade do jato foram pouco explorados. Nestes jatos espiralados, presentes em combustores, a componente circunferencial de velocidade é introduzido com o objetivo de homogeneizar a mistura e estabilizar a chama. Também, em muitas aplicações, jatos provenientes de combustores são utilizados diretamente no aquecimento de chapas para tratamento térmico, sendo necessário o conhecimento dos coeficientes médios e locais de troca de calor, para o projeto destes equipamentos.

Martin (1977), em seu extenso trabalho de revisão, menciona, sem apresentar dados numéricos, que a presença da componente circunferencial na velocidade de um jato incidente não produz alterações significativas na troca de calor ou de massa. No entanto, Ward e Mahmood (1982), apresentam conclusões opostas às de Martin (1977), indicando que a presença do escoamento espiralado reduz, significativamente, a troca de calor ou de massa. Este último trabalho é limitado, pois, apresenta resultados de troca de calor local para apenas um valor do número de Reynolds do jato. Adicionalmente, neste trabalho é apresentada uma correlação para o número de Nusselt médio em função da distância adimensional do jato à placa, do número de Prandtl, do número de Reynolds e da intensidade do escoamento espiralado. A precisão desta correlação deve ser verificada, visto que ela foi construída com dados de apenas dois valores do número de Reynolds (Duarte e Azevedo, 1995).

Os resultados obtidos na solução numérica da difusão de chamas contracorrente foram usados por cientistas, na investigação do controle químico dos limites de extinção da chama, na caracterização de processos de combustão ocorridos em chamas turbulentas e no estudo de formação de poluentes (Peters, 1984). Experimentalmente, estas chamas podem ser produzidas quando as ondas de reação estabilizam-se próximo ao ponto de estagnação de dois jatos, neste ponto o combustível é injetado por um jato ascendente e o oxidante (ar) é injetado por um jato descendente, contracorrente ao jato de combustível.

Tsuji e Yamaoka (1969) investigaram a difusão de chamas em contracorrente, nas quais o combustível está sendo emitido através das paredes de um cilindro poroso que por sua vez, está inserido dentro de uma corrente de ar. Uma linha de livre estagnação, paralela ao eixo do cilindro, forma-se na frente da superfície porosa. Nestes casos, a combustão ocorre dentro de uma fina zona da chama, próxima ao ponto de estagnação, onde o combustível e o oxidante estão colocados em proporções estequiométricas e a modelagem de ambas as configurações experimentais podem ser simplificadas, cuja solução restringe-se a um sistema acoplado não linear, com dois pontos de valores de contorno. Percebeu-se, neste estudo, que a zona de chama estabiliza-se na frente do cilindro poroso. Um segundo resultado tirado foi que a difusão contracorrente de chamas pode ser utilizada para estudos de caracterização das condições de extinção de chamas e para determinar taxas de reações do sistema.

Apesar da forma extremamente simples deste problema, a determinação da estrutura de escoamento é difícil. A dificuldade ocorre devido aos termos químicos dependerem exponencialmente da temperatura e ao acoplamento não linear do fluido com o campo de solução termoquímico.

Comentou-se, ao longo desta subseção alguns problemas típicos de jatos impingentes estudados por outros autores, os quais apresentam fortes relações com problemas tecnológicos. Contudo, pretendeu-se, ao longo desta descrição, evidenciar os vários fatores que interferem na estrutura do escoamento e, principalmente, na caracterização da troca de calor entre a placa e o escoamento. Esta revisão é bastante limitada, contudo, ela permitirá situar o leitor dentro do contexto da pesquisa realizada.

1.4 – Objetivos da Pesquisa

O presente trabalho teve como objetivo principal estudar os efeitos de um jato incidente sobre uma placa plana aquecida, utilizando a técnica de elementos espectrais.

No estudo pretende-se, num primeiro passo, testar o comportamento do método de elementos espectrais, quando se utiliza coordenadas curvilíneas. Não foi introduzida nenhuma discussão na introdução sobre a técnica de elementos espectrais, pois esta encontra-se bem detalhada em Silva Júnior, 1998.

Em nosso estudo, o escoamento do jato é considerado compressível e de alta velocidade e, numa etapa posterior, pretende-se evoluir o Código Computacional desenvolvido neste estudo, para simular escoamentos reativos em combustão pré-misturada de H₂-ar em um meio catalítico. Pretende-se, também, observar o comportamento qualitativo da estrutura do escoamento de um jato incidente sobre uma placa plana aquecida e levantar informações quantitativas sobre os parâmetros de troca de calor entre a placa aquecida e o fluido, em função da temperatura da placa e dos parâmetros geométricos da placa.

Nesta etapa da pesquisa, serão estudadas as estruturas dos escoamentos, em função da temperatura da placa sólida de incidência do jato e dos números de Reynolds e de Mach. De forma semelhante será observado o comportamento dos parâmetros de troca de calor em função, também, da temperatura da placa sólida e dos números de Reynolds e Mach.

CAPÍTULO II

FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

2.1 - Obtenção das Equações Locais Instantâneas no Volume de Controle e na Fronteira

O modelo matemático apresentado à seguir representa o conjunto de equações diferenciais parciais que descrevem o comportamento instantâneo do escoamento no domínio considerado, quando acoplado com as condições de contorno e iniciais.

Para que a técnica Espectral seja aplicada em um volume finito, torna-se necessário obter equações locais instantâneas, tanto para o volume de controle, como para a fronteira deste volume. Isto é obtido, considerando-se um volume geométrico ou não, $V_T^*(t^*)$, que é dividido em dois volumes de controle $V_1^*(t^*)$ e $V_2^*(t^*)$, os quais apresentam superfícies de contorno $A_1^*(t^*)$ e $A_2^*(t^*)$, respectivamente. Estes dois volumes são conectados por uma superfície de interface denominada de $A_i^*(t^*)$, que pode ser móvel ou não. O esquema do volume geométrico está apresentado na Figura 2.1.

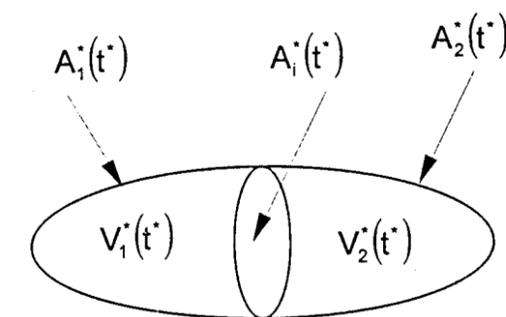


Figura 2.1 - Subdivisão do domínio $V_T^*(t^*)$ em subdomínios $V_1^*(t^*)$ e $V_2^*(t^*)$.

Conforme descrito em Silva Júnior (1998), a equação da conservação generalizada que permite descrever os balanços de massa, da quantidade de movimento linear e da energia total, é dada na seguinte forma:

$$\sum_{k=1,2} \frac{d}{dt} \int_{V_k^*} \rho_k^* \psi_k^* dV = - \sum_{k=1,2} \int_{A_k^*} \rho_k^* \psi_k^* (\vec{v}_k^* \cdot \vec{n}_k^*) dA^* + \sum_{k=1,2} \int_{V_k^*} \rho_k^* \Phi_k^* dV - \sum_{k=1,2} \int_{A_k^*} \vec{n}_k^* J_k^* dA^* + \int_{A_i^*} \Phi_i^* dA^* \quad (2.1)$$

onde \vec{n}_k^* é o vetor unitário normal a superfície do volume de controle no subdomínio k, direcionado para fora do domínio e \vec{v}_k^* é o vetor velocidade do fluido no subdomínio k. Para cada lei de conservação, os valores de ψ_k^* , J_k^* , Φ_k^* e Φ_i^* estão dados na Tabela 2.1, abaixo:

Tabela 2.1 - Valores de ψ_k^* , J_k^* , Φ_k^* e Φ_i^* para as leis de conservação.

Balço	ψ_k^*	J_k^*	Φ_k^*	Φ_i^*
Mássico	1	0	0	0
Q. d. M. Linear	$ \vec{v}_k^* $	$-(\bar{T}_{ij})_k$	F_k^*	0
Energia Total	$U_k^* + \frac{1}{2}(\vec{v}_k^*)^2$	$\vec{q}_k^* - (\bar{T}_{ij})_k \cdot \vec{v}_k^*$	$F_k^* \cdot \vec{v}_k^*$	0

Na Tabela 2.1, k pode assumir os valores 1 e 2 os quais representam o índice que define dois subdomínios adjacentes, i pode ser x e y representando os índices do laço interno do "loop" do espaço, j também pode ser x e y representando os índices do "loop" para o laço externo do espaço, F_k^* é a força devido ao campo gravitacional no subdomínio k, U_k^* é a energia interna no subdomínio k, \vec{v}_k^* é o vetor velocidade no subdomínio k, \vec{q}_k^* e $(\bar{T}_{ij})_k$ são, respectivamente, o vetor fluxo de calor por unidade de área no subdomínio k e o tensor tensão devido à viscosidade molecular, definido como:

$$(\bar{T}_{ij})_k = -P_k^* \cdot \delta_{ij}^* + (\tau_{ij})_k \quad (2.2)$$

onde P_k^* é o campo de pressão, e δ_{ij}^* é o delta de kronecker, que é definido como:

$$\delta_{ij}^* = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j \\ 0 & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (2.3)$$

$(\tau_{ij})_k$ representa os Tensores de Reynolds, dados por:

$$(\tau_{ij})_k = \mu_k^* \left[\frac{\partial u_i^*}{\partial x_j^*} + \frac{\partial u_j^*}{\partial x_i^*} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_l^*}{\partial x_l^*} \right]; \quad (i, j, l = 1, 2, 3) \quad (2.4)$$

onde μ_k^* é a viscosidade dinâmica, u_i^* , $i = 1, 2$ e 3 são as componentes do vetor velocidade no elemento considerado, nas direções x_i^* , $i = 1, 2$ e 3 representando as direções x^* , y^* e z^* , respectivamente.

Por sua vez, o vetor fluxo de calor por unidade de área é dado por:

$$\vec{q}_k^* = q_{xk}^* \vec{i} + q_{yk}^* \vec{j} + q_{zk}^* \vec{k} \quad (2.5)$$

Como neste problema não há reação química, o único fluxo de calor significativo é o calor difusivo, então, por esse motivo, tem-se:

$$\vec{q}_k^* = -k_k^* (\vec{\nabla}^* \theta_k^*) = -k_k^* \left(\frac{\partial \theta_k^*}{\partial x^*} \vec{i} + \frac{\partial \theta_k^*}{\partial y^*} \vec{j} + \frac{\partial \theta_k^*}{\partial z^*} \vec{k} \right) \quad (2.6)$$

onde θ_k^* é o campo de temperatura e k_k^* é o coeficiente de condutividade térmica do fluido e k representa a subdomínio de aplicação das equações.

E ainda tem-se que a influência do campo gravitacional é dada por:

$$F_k^* = \rho_k^* g_{ik}^* \quad (2.7)$$

sendo g_{ik}^* a força gravitacional local na direção i (onde i pode ser x, y ou z).

Conforme descrito em Silva Júnior (1998), a regra de Leibnitz possibilita transformar a taxa total de mudança no tempo de uma integral de volume de uma variável, em uma soma de uma integral de volume da taxa de mudança local da variável e uma integral de superfície do produto da variável pela componente normal da velocidade da superfície. Esta regra é escrita à seguir:

$$\frac{d}{dt} \int_{V^*(t)} f(x^*, y^*, z^*, t^*) dV^* = \int_{V^*(t)} \frac{\partial f}{\partial t^*} dV^* + \iint_{A^*(t)} f(\mathbf{v}_a^* \cdot \mathbf{n}) dA^* \quad (2.8)$$

onde $A^*(t^*) = A_k^*(t^*) + A_i^*(t^*)$ e $(\mathbf{v}_a^* \cdot \mathbf{n})$ é a velocidade de deslocamento da superfície do volume.

O Teorema da Divergência possibilita transformar uma integral de superfície do produto escalar entre um vetor unitário normal a superfície e um vetor ou tensor, em uma integral de volume do produto escalar entre o vetor gradiente e um vetor ou tensor:

$$\iint_{A^*(t^*)} \mathbf{n} \cdot \mathbf{B}^* dA^* = \int_{V^*(t^*)} \nabla \cdot \mathbf{M} dV^* \quad (2.9)$$

Aplicando-se a regra de Leibnitz ao primeiro termo do lado esquerdo da igualdade da equação (2.1) e o Teorema da Divergência ao primeiro e ao terceiro termo do lado direito da igualdade, também da equação (2.1), obtêm-se as seguintes equações:

✓ Equação local instantânea aplicada a cada volume:

$$\frac{\partial(\rho_k^* \psi_k^*)}{\partial t^*} + (\bar{\nabla}^* (\rho_k^* \psi_k^*)) \bar{v}_k^* + \bar{\nabla}^* \cdot \mathbf{J}_k^* - \rho_k^* \Phi_k^* = 0 \quad (2.10)$$

✓ Condição de Salto instantânea na interface entre os volumes:

$$\sum_{k=1,2} (\dot{m}_k^* \psi_k^* + \bar{n}_k^* \mathbf{J}_k^* + \Phi_i^*) = 0 \quad (2.11)$$

onde:

$$\dot{m}_k^* = \rho_k^* (\bar{v}_k^* - \bar{v}_i^*) \cdot \bar{n}_k^* \quad (2.12)$$

Desta forma, aplicando-se os valores da Tabela 2.1 na equação (2.10) obtêm-se as equações de conservação de massa, quantidade de movimento linear e energia total descritas à seguir:

◆ Equação do Balanço de Massa Total

$$\frac{\partial \rho_k^*}{\partial t^*} + \frac{\partial(\rho_k^* v_{xk}^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\rho_k^* v_{yk}^*)}{\partial y^*} + \frac{\partial(\rho_k^* v_{zk}^*)}{\partial z^*} = 0 \quad (2.13)$$

◆ Equação do Balanço do Momento Linear

Componente x:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho_k^* v_{xk}^*)}{\partial t^*} + \frac{\partial(\rho_k^* (v_{xk}^*)^2)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\rho_k^* v_{xk}^* v_{yk}^*)}{\partial y^*} + \frac{\partial(\rho_k^* v_{xk}^* v_{zk}^*)}{\partial z^*} + \frac{\partial(P_k^*)}{\partial x^*} \\ - \left\{ \frac{\partial(\tau_{xx}^*)_k}{\partial x^*} + \frac{\partial(\tau_{xy}^*)_k}{\partial y^*} + \frac{\partial(\tau_{xz}^*)_k}{\partial z^*} \right\} = \rho_k^* g_{xk}^* \end{aligned} \quad (2.14)$$

Componente y:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho_k^* v_{yk}^*)}{\partial t^*} + \frac{\partial(\rho_k^* v_{yk}^* v_{xk}^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\rho_k^* (v_{yk}^*)^2)}{\partial y^*} + \frac{\partial(\rho_k^* v_{yk}^* v_{zk}^*)}{\partial z^*} + \frac{\partial(P_k^*)}{\partial y^*} \\ - \left\{ \frac{\partial(\tau_{yx}^*)_k}{\partial x^*} + \frac{\partial(\tau_{yy}^*)_k}{\partial y^*} + \frac{\partial(\tau_{yz}^*)_k}{\partial z^*} \right\} = \rho_k^* g_{yk}^* \end{aligned} \quad (2.15)$$

Componente z:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho_k^* v_{zk}^*)}{\partial t^*} + \frac{\partial(\rho_k^* v_{zk}^* v_{xk}^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\rho_k^* v_{zk}^* v_{yk}^*)}{\partial y^*} + \frac{\partial(\rho_k^* (v_{zk}^*)^2)}{\partial z^*} + \frac{\partial(P_k^*)}{\partial z^*} \\ - \left\{ \frac{\partial(\tau_{zx}^*)_k}{\partial x^*} + \frac{\partial(\tau_{zy}^*)_k}{\partial y^*} + \frac{\partial(\tau_{zz}^*)_k}{\partial z^*} \right\} = \rho_k^* g_{zk}^* \end{aligned} \quad (2.16)$$

♦ Equação do Balanço de Energia Total

$$\frac{\partial(\rho_k^* E_k^*)}{\partial t^*} + \frac{\partial(\rho_k^* E_k^* v_{xk}^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\rho_k^* E_k^* v_{yk}^*)}{\partial y^*} + \frac{\partial(\rho_k^* E_k^* v_{zk}^*)}{\partial z^*} + \bar{\nabla}^* \cdot (\mathbf{q}_k^*) - \bar{\nabla}^* \cdot ((\bar{\mathbf{T}}_{ij}^*)_k \bar{\mathbf{v}}_k^*) = \rho_k^* (v_{xk}^* g_{xk}^* + v_{yk}^* g_{yk}^* + v_{zk}^* g_{zk}^*) \quad (2.17)$$

onde o termo $\bar{\nabla}^* \cdot ((\bar{\mathbf{T}}_{ij}^*)_k \bar{\mathbf{v}}_k^*)$ é dado por:

$$\bar{\nabla}^* \cdot ((\bar{\mathbf{T}}_{ij}^*)_k \bar{\mathbf{v}}_k^*) = \frac{\partial(-P_k^* v_{xk}^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(-P_k^* v_{yk}^*)}{\partial y^*} + \frac{\partial(-P_k^* v_{zk}^*)}{\partial z^*} + \frac{\partial((\tau_{xx}^*)_k v_{xk}^* + (\tau_{xy}^*)_k v_{yk}^* + (\tau_{xz}^*)_k v_{zk}^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial((\tau_{yx}^*)_k v_{xk}^* + (\tau_{yy}^*)_k v_{yk}^* + (\tau_{yz}^*)_k v_{zk}^*)}{\partial y^*} + \frac{\partial((\tau_{zx}^*)_k v_{xk}^* + (\tau_{zy}^*)_k v_{yk}^* + (\tau_{zz}^*)_k v_{zk}^*)}{\partial z^*} \quad (2.18)$$

e onde E_k^* , contido na eq. (2.17), representa o campo de energia total, definido como:

$$E_k^* = E_{ik}^* + \frac{1}{2} |V_k^*|^2 \quad (2.19)$$

onde E_{ik}^* é a energia interna.

2.2 – Definição do Vetor Normal e da Velocidade de Deslocamento da Superfície do Elemento

Para obter as equações de interface, faz-se necessário definir o vetor normal à superfície do elemento, como ilustrado na figura abaixo:

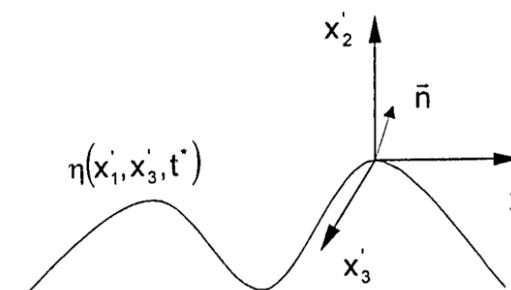


Figura 2.2 - Posição do Vetor Unitário Normal \bar{n}_k^* na superfície η .

onde $\eta(x_1, x_3, t^*)$ é a interface entre os volumes de controle $V_1^*(t^*)$ e $V_2^*(t^*)$, que pode assumir uma forma qualquer, \bar{n}_k^* é o vetor unitário normal à superfície do volume e x_i^* , com $i = 1, 2$ e 3 , representa um sistema de eixos posicionado de tal forma que a coordenada x_2^* seja sempre normal à superfície do volume considerado. Desta forma, a superfície do volume de controle é definida como segue-se:

$$f(x_1^*, x_2^*, x_3^*, t^*) = \eta(x_1^*, x_3^*, t^*) - x_2^* \quad (2.20)$$

O vetor unitário normal à interface $f(x_1^*, x_2^*, x_3^*, t^*)$ pode ser definido como:

$$\bar{n}_k^* = \frac{\bar{\nabla}^* f}{|\bar{\nabla}^* f|} \quad (2.21)$$

Tem-se, ainda, que:

$$\bar{\nabla}^* f = \frac{\partial(f)}{\partial x_1^*} \bar{i} + \frac{\partial(f)}{\partial x_2^*} \bar{j} + \frac{\partial(f)}{\partial x_3^*} \bar{k} \quad (2.22)$$

Desenvolvendo-se a equação (2.21), a partir das equações (2.20) e (2.22), obtém-se:

$$\bar{n}_k^* = \frac{\bar{\nabla}^* f}{|\bar{\nabla}^* f|} = \frac{1}{A} \left(\frac{\partial \eta}{\partial x_1^*} \right) \bar{i} - \frac{1}{A} \bar{j} + \frac{1}{A} \left(\frac{\partial \eta}{\partial x_3^*} \right) \bar{k} \quad (2.23)$$

onde A é dado por:

$$A = |\bar{\nabla} f| = \left[\left(\frac{\partial \eta}{\partial x_1^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial x_3^*} \right)^2 + 1 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.24)$$

Considerando-se que o método proposto permite ser aplicado para diferentes formas de superfícies e ainda para superfícies móveis ao longo do tempo, pode-se então, definir a velocidade da superfície como segue-se:

$$\bar{v}_A \cdot \bar{n}_k^* = \frac{-\partial f / \partial t^*}{|\bar{\nabla} f|} \quad (2.25)$$

Portanto, usando-se as equações (2.21), (2.24) e (2.25), tem-se:

$$\bar{v}_A \cdot \bar{n}_k^* = \frac{-\partial \eta / \partial t^*}{A} \quad (2.26)$$

onde \bar{v}_A é o vetor que representa a velocidade da superfície.

A técnica numérica utilizada para resolver o problema definido nesta formulação deverá considerar que a superfície $\eta(x_1^*, x_3^*, t^*)$ seja conhecida. Esta formulação apresenta duas grandes vantagens:

- ❖ Ela permite obter soluções para problemas com interfaces móveis;
- ❖ As equações de conservação para a interface permitem a propagação de fenômenos descontínuos, como choques e ignições, em escoamentos compressíveis, reativos ou não.

2.3 - Forma Vetorial das Equações Instantâneas de Conservação Aplicadas ao Domínio

Os problemas de dinâmica dos fluidos envolvem equações que devem ser bem definidas, com todos os termos significativos expressos em sua forma conservativa. Isto deve-se ao fato que a solução obtida neste estudo envolve a simulação de escoamentos compressíveis turbulentos, em baixos números de Mach e altos números de Reynolds que, normalmente, podem propiciar fenômenos de instabilidades tanto espaciais quanto temporais.

A forma mais apropriada das equações governantes para aplicação de uma técnica numérica qualquer é sua forma vetorial, portanto, elas serão escritas a seguir nesta forma.

$$\frac{\partial W^*}{\partial t^*} + \frac{\partial J^*}{\partial x^*} + \frac{\partial F^*}{\partial y^*} + \frac{\partial G^*}{\partial z^*} = S^* \quad (2.27)$$

onde W^* é o vetor variável a ser determinado; J^* , F^* e G^* são vetores que representam a soma entre o fluxo convectivo e os termos viscosos, respectivamente, nas direções x^* , y^* e z^* .

Os termos W^* , J^* , F^* , G^* e S^* são definidos como segue:

$$W^* = \begin{Bmatrix} \rho_k^* \\ \rho_k^* v_{xk}^* \\ \rho_k^* v_{yk}^* \\ \rho_k^* v_{zk}^* \\ \rho_k^* E_k^* \end{Bmatrix} \quad (2.28)$$

$$J^* = \begin{Bmatrix} \rho_k^* v_{xk}^* \\ \rho_k^* (v_{xk}^*)^2 + P_k^* - (\tau_{xx}^*)_k \\ \rho_k^* v_{xk}^* v_{yk}^* - (\tau_{xy}^*)_k \\ \rho_k^* v_{xk}^* v_{zk}^* - (\tau_{xz}^*)_k \\ \rho_k^* v_{xk}^* E_k^* + P_k^* v_{xk}^* - ((\tau_{xx}^*)_k v_{xk}^* + (\tau_{xy}^*)_k v_{yk}^* + (\tau_{xz}^*)_k v_{zk}^*) + q_{xk}^* \end{Bmatrix} \quad (2.29)$$

$$F^* = \left\{ \begin{array}{c} \rho_k^* v_{yk}^* \\ \rho_k^* v_{xk}^* v_{yk}^* - (\tau_{xy}^*)_k \\ \rho_k^* (v_{yk}^*)^2 + P_k^* - (\tau_{yy}^*)_k \\ \rho_k^* v_{yk}^* v_{zk}^* - (\tau_{yz}^*)_k \\ \rho_k^* v_{yk}^* E_k^* + P_k^* v_{yk}^* - ((\tau_{yx}^*)_k v_{xk}^* + (\tau_{yy}^*)_k v_{yk}^* + (\tau_{yz}^*)_k v_{zk}^*) + q_{yk}^* \end{array} \right\} \quad (2.30)$$

$$G^* = \left\{ \begin{array}{c} \rho_k^* v_{zk}^* \\ \rho_k^* v_{xk}^* v_{zk}^* - (\tau_{xz}^*)_k \\ \rho_k^* v_{yk}^* v_{zk}^* - (\tau_{yz}^*)_k \\ \rho_k^* (v_{zk}^*)^2 + P_k^* - (\tau_{zz}^*)_k \\ \rho_k^* v_{zk}^* E_k^* + P_k^* v_{zk}^* - ((\tau_{xz}^*)_k v_{xk}^* + (\tau_{yz}^*)_k v_{yk}^* + (\tau_{zz}^*)_k v_{zk}^*) + q_{zk}^* \end{array} \right\} \quad (2.31)$$

$$S^* = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \rho_k^* g_{xk}^* \\ \rho_k^* g_{yk}^* \\ \rho_k^* g_{zk}^* \\ \rho_k^* (v_{xk}^* g_{xk}^* + v_{yk}^* g_{yk}^* + v_{zk}^* g_{zk}^*) \end{array} \right\} \quad (2.32)$$

onde, nas equações (2.27) à (2.32), o índice k, com k=1 ou 2, representa o volume, entre dois subvolumes adjacentes, para o qual estas equações estão sendo aplicadas.

Para a interface, aplica-se as equações de conservação dadas pela equação (2.11), a qual representa a condição de salto instantânea entre os volumes. As equações de interface, estão mostradas abaixo:

✓ Conservação da Massa

$$\sum_{k=1,2} (\rho_k^* (\bar{v}_k^* - \bar{v}_i^*) \cdot \bar{n}_k^*) = 0 \quad (2.33)$$

✓ Conservação da Quantidade de Movimento

$$\sum_{k=1,2} ((\rho_k^* (\bar{v}_k^* - \bar{v}_i^*) \cdot \bar{n}_k^*) \bar{v}_k^* - \bar{n}_k^* \cdot (\bar{T}_{ij}^*)_k) = 0 \quad (2.34)$$

✓ Conservação de Energia

$$\sum_{k=1,2} ((\rho_k^* (\bar{v}_k^* - \bar{v}_i^*) \cdot \bar{n}_k^*) E_k^* + \bar{n}_k^* \cdot \bar{q}_k^* - \bar{n}_k^* \cdot (\bar{T}_{ij}^*)_k \bar{v}_k^*) = 0 \quad (2.35)$$

2.4 - Adimensionalização das Equações de Conservação

As equações governantes são colocadas na sua forma adimensional, com a finalidade de deixá-las em função dos parâmetros característicos do escoamento, tais como os números de : Reynolds, Mach, Schimdt, Prandtl, Peclet.

Uma vantagem adicional em utilizar-se as equações adimensionais está no fato de que as variáveis do escoamento são normalizadas, possibilitando, assim, que os seus valores fiquem entre limites prescritos.

Assim, os seguintes grupos adimensionais foram utilizados na parametrização das equações aplicadas aos domínios e nas fronteiras destes:

$$x = \frac{x^*}{Lx_T^*/2}; \quad y = \frac{y^*}{Ly_T^*/2}; \quad z = \frac{z^*}{Lz_T^*/2}; \quad d_b = \frac{d_b^*}{Lx_T^*/2}; \quad (2.36,37,38,39)$$

$$v_{xk} = \frac{v_{xk}^*}{U_\infty^*}; \quad v_{yk} = \frac{v_{yk}^*}{U_\infty^*}; \quad v_{zk} = \frac{v_{zk}^*}{U_\infty^*} \quad (2.40,41,42)$$

$$t = \frac{t^* \cdot U_\infty^*}{Lx_T^*/2} \quad (2.43)$$

$$E_k = \frac{E_k^*}{U_\infty^{*2}}; \quad q_k = \frac{q_k^* \cdot cp_k^* \cdot Lx_T^*}{k_\infty^* \cdot U_\infty^{*2}}; \quad (2.44,45)$$

$$\rho_k = \frac{\rho_k^*}{\rho_\infty^*}; \quad k_k = \frac{k_k^*}{k_\infty^*}; \quad \mu_k = \frac{\mu_k^*}{\mu_\infty^*} \quad (2.46,47,48)$$

$$P_k = \frac{P_k^*}{\rho_\infty^* \cdot U_\infty^{*2}}; \theta_k = \frac{\theta_k^*}{\theta_\infty^*} \quad (2.49,50)$$

No problema em estudo, considerando unicamente escoamento de gases, o efeito do campo de força gravitacional foi considerado desprezível. Portanto, os grupos adimensionais citados acima permitem obter os seguintes balanços de conservação: massa, quantidade de movimento e energia, todos em sua forma adimensional:

- Balanço da Conservação de Massa:

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_k \cdot v_{xk})}{\partial x} + \frac{Lx_T^*}{Ly_T^*} \cdot \frac{\partial(\rho_k \cdot v_{yk})}{\partial y} + \frac{Lx_T^*}{Lz_T^*} \cdot \frac{\partial(\rho_k \cdot v_{zk})}{\partial z} = 0 \quad (2.51)$$

- Balanço da Conservação de Quantidade de Movimento:

- Componente x:

$$\frac{\partial(\rho_k \cdot v_{xk})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_k \cdot (v_{xk})^2)}{\partial x} + \frac{Lx_T^*}{Ly_T^*} \cdot \frac{\partial(\rho_k \cdot v_{xk} \cdot v_{yk})}{\partial y} + \frac{Lx_T^*}{Lz_T^*} \cdot \frac{\partial(\rho_k \cdot v_{xk} \cdot v_{zk})}{\partial z} + \frac{\partial(P_k)}{\partial x} - \left\{ \frac{\partial(\tau_{xx})_k}{\partial x} + \frac{Lx_T^*}{Ly_T^*} \cdot \frac{\partial(\tau_{xy})_k}{\partial y} + \frac{Lx_T^*}{Lz_T^*} \cdot \frac{\partial(\tau_{xz})_k}{\partial z} \right\} = 0 \quad (2.52)$$

- Componente y:

$$\frac{\partial(\rho_k \cdot v_{yk})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_k \cdot v_{yk} \cdot v_{xk})}{\partial x} + \frac{Lx_T^*}{Ly_T^*} \cdot \frac{\partial(\rho_k \cdot (v_{yk})^2)}{\partial y} + \frac{Lx_T^*}{Lz_T^*} \cdot \frac{\partial(\rho_k \cdot v_{yk} \cdot v_{zk})}{\partial z} + \frac{Lx_T^*}{Ly_T^*} \cdot \frac{\partial(P_k)}{\partial y} - \left\{ \frac{\partial(\tau_{yx})_k}{\partial x} + \frac{Lx_T^*}{Ly_T^*} \cdot \frac{\partial(\tau_{yy})_k}{\partial y} + \frac{Lx_T^*}{Lz_T^*} \cdot \frac{\partial(\tau_{yz})_k}{\partial z} \right\} = 0 \quad (2.53)$$

- Componente z:

$$\frac{\partial(\rho_k \cdot v_{zk})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_k \cdot v_{zk} \cdot v_{xk})}{\partial x} + \frac{Lx_T^*}{Ly_T^*} \cdot \frac{\partial(\rho_k \cdot v_{zk} \cdot v_{yk})}{\partial y} + \frac{Lx_T^*}{Lz_T^*} \cdot \frac{\partial(\rho_k \cdot (v_{zk})^2)}{\partial z} + \frac{Lx_T^*}{Lz_T^*} \cdot \frac{\partial(P_k)}{\partial z} - \left\{ \frac{\partial(\tau_{zx})_k}{\partial x} + \frac{Lx_T^*}{Ly_T^*} \cdot \frac{\partial(\tau_{zy})_k}{\partial y} + \frac{Lx_T^*}{Lz_T^*} \cdot \frac{\partial(\tau_{zz})_k}{\partial z} \right\} = 0 \quad (2.54)$$

- Balanço da Conservação de Energia:

$$\frac{\partial(\rho_k \cdot E_k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_k \cdot E_k \cdot v_{xk})}{\partial x} + \frac{Lx_T^*}{Ly_T^*} \cdot \frac{\partial(\rho_k \cdot E_k \cdot v_{yk})}{\partial y} + \frac{Lx_T^*}{Lz_T^*} \cdot \frac{\partial(\rho_k \cdot E_k \cdot v_{zk})}{\partial z} + \bar{\nabla}(\bar{q}_k) + \frac{\partial(P_k \cdot v_{xk})}{\partial x} + \frac{Lx_T^*}{Ly_T^*} \cdot \frac{\partial(P_k \cdot v_{yk})}{\partial y} + \frac{Lx_T^*}{Lz_T^*} \cdot \frac{\partial(P_k \cdot v_{zk})}{\partial z} - \left\{ \frac{\partial((\tau_{xx})_k \cdot v_{xk} + (\tau_{xy})_k \cdot v_{yk} + (\tau_{xz})_k \cdot v_{zk})}{\partial x} + \left(\frac{Lx_T^*}{Ly_T^*} \right) \cdot \frac{\partial((\tau_{yx})_k \cdot v_{xk} + (\tau_{yy})_k \cdot v_{yk} + (\tau_{yz})_k \cdot v_{zk})}{\partial y} + \left(\frac{Lx_T^*}{Lz_T^*} \right) \cdot \frac{\partial((\tau_{zx})_k \cdot v_{xk} + (\tau_{zy})_k \cdot v_{yk} + (\tau_{zz})_k \cdot v_{zk})}{\partial z} \right\} = 0 \quad (2.55)$$

onde $\bar{\nabla}(\bar{q}_k)$ é dado por:

$$\bar{\nabla}(\bar{q}_k) = \left(\frac{1}{Lx_T^*} \cdot \frac{\partial q_{xk}}{\partial x} + \frac{Lx_T^*}{Ly_T^{*2}} \cdot \frac{\partial q_{yk}}{\partial y} + \frac{Lx_T^*}{Lz_T^{*2}} \cdot \frac{\partial q_{zk}}{\partial z} \right) \quad (2.56)$$

As componentes do tensor tensão devido à viscosidade molecular, nas formas adimensionais, são definidas como segue:

$$\tau_{xx} = \frac{2}{3 \cdot Re^*} \cdot \mu_k \cdot \left[2 \cdot \frac{d_b^*}{Lx_T^*} \cdot \frac{\partial v_{xk}}{\partial x} - \frac{d_b^*}{Ly_T^*} \cdot \frac{\partial v_{yk}}{\partial y} - \frac{d_b^*}{Lz_T^*} \cdot \frac{\partial v_{zk}}{\partial z} \right] \quad (2.57)$$

$$\tau_{yy} = \frac{2}{3 \cdot Re^*} \cdot \mu_k \cdot \left[2 \cdot \frac{d_b^*}{Ly_T^*} \cdot \frac{\partial v_{yk}}{\partial y} - \frac{d_b^*}{Lx_T^*} \cdot \frac{\partial v_{xk}}{\partial x} - \frac{d_b^*}{Lz_T^*} \cdot \frac{\partial v_{zk}}{\partial z} \right] \quad (2.58)$$

$$\tau_{zz} = \frac{2}{3 \cdot Re^*} \cdot \mu_k \cdot \left[2 \cdot \frac{d_b^*}{Lz_T^*} \cdot \frac{\partial v_{zk}}{\partial z} - \frac{d_b^*}{Lx_T^*} \cdot \frac{\partial v_{xk}}{\partial x} - \frac{d_b^*}{Ly_T^*} \cdot \frac{\partial v_{yk}}{\partial y} \right] \quad (2.59)$$

$$\tau_{xy} = \frac{1}{Re^*} \cdot \mu_k \cdot \left[\frac{d_b^*}{Ly_T^*} \cdot \frac{\partial v_{xk}}{\partial y} + \frac{d_b^*}{Lx_T^*} \cdot \frac{\partial v_{yk}}{\partial x} \right] \quad (2.60)$$

$$\tau_{xz} = \frac{1}{Re^*} \cdot \mu_k \cdot \left[\frac{d_b^*}{Lz_T^*} \cdot \frac{\partial v_{xk}}{\partial z} + \frac{d_b^*}{Lx_T^*} \cdot \frac{\partial v_{zk}}{\partial x} \right] \quad (2.61)$$

$$\tau_{yz} = \frac{1}{Re^*} \cdot \mu_k \cdot \left[\frac{d_b^*}{Lz_T^*} \cdot \frac{\partial v_{yk}}{\partial z} + \frac{d_b^*}{Ly_T^*} \cdot \frac{\partial v_{zk}}{\partial y} \right] \quad (2.62)$$

As componentes do fluxo de calor, nas formas adimensionais, são definidas como segue:

$$q_{xk} = -\frac{2 \cdot d_b^*}{Pe^*} \cdot k_k \cdot \frac{\partial \theta_k}{\partial x} \quad (2.63)$$

$$q_{yk} = -\frac{2 \cdot d_b^*}{Pe^*} \cdot k_k \cdot \frac{\partial \theta_k}{\partial y} \quad (2.64)$$

$$q_{zk} = -\frac{2 \cdot d_b^*}{Pe^*} \cdot k_k \cdot \frac{\partial \theta_k}{\partial z} \quad (2.65)$$

sendo que o número de Peclet é dado por:

$$Pe^* = \frac{1}{Re^* \cdot Pr^*} \quad (2.66)$$

onde o número de Prandtl é definido por:

$$Pr^* = \frac{cp_\infty^* \cdot \mu_\infty^*}{k_\infty^*} \quad (2.67)$$

e o número de Reynolds é dado por:

$$Re^* = \frac{\rho_\infty^* \cdot U_\infty^* \cdot d_b^*}{\mu_\infty^*} \quad (2.68)$$

onde d_b^* é o diâmetro do bocal.

Aplicando-se o procedimento de item 2.3, para as equações (2.51) a (2.55), obtém-se as seguintes equações sob a forma vetorial:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial J}{\partial x} + \frac{Lx_T^*}{Ly_T^*} \cdot \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{Lx_T^*}{Ly_T^*} \cdot \frac{\partial G}{\partial z} = 0 \quad (2.69)$$

Os termos W, J, F e G são definidos como segue:

$$W = \begin{Bmatrix} \rho_k \\ \rho_k \cdot v_{xk} \\ \rho_k \cdot v_{yk} \\ \rho_k \cdot v_{zk} \\ \rho_k \cdot E_k \end{Bmatrix} \quad (2.70)$$

$$J = \begin{Bmatrix} \rho_k \cdot v_{xk} \\ \rho_k \cdot (v_{xk})^2 + P_k - (\tau_{xx})_k \\ \rho_k \cdot v_{xk} \cdot v_{yk} - (\tau_{xy})_k \\ \rho_k \cdot v_{xk} \cdot v_{zk} - (\tau_{xz})_k \\ \rho_k \cdot v_{xk} \cdot E_k + P_k \cdot v_{xk} - ((\tau_{xx})_k \cdot v_{xk} + (\tau_{xy})_k \cdot v_{yk} + (\tau_{xz})_k \cdot v_{zk}) + q_{xk} \end{Bmatrix} \quad (2.71)$$

$$F = \begin{Bmatrix} \rho_k \cdot v_{yk} \\ \rho_k \cdot v_{xk} \cdot v_{yk} - (\tau_{xy})_k \\ \rho_k \cdot (v_{yk})^2 + P_k - (\tau_{yy})_k \\ \rho_k \cdot v_{yk} \cdot v_{zk} - (\tau_{yz})_k \\ \rho_k \cdot v_{yk} \cdot E_k + P_k \cdot v_{yk} - ((\tau_{yx})_k \cdot v_{xk} + (\tau_{yy})_k \cdot v_{yk} + (\tau_{yz})_k \cdot v_{zk}) + q_{yk} \end{Bmatrix} \quad (2.72)$$

$$G = \left\{ \begin{array}{l} \rho_k \cdot v_{zk} \\ \rho_k \cdot v_{xk} \cdot v_{zk} - (\tau_{xz})_k \\ \rho_k \cdot v_{yk} \cdot v_{zk} - (\tau_{yz})_k \\ \rho_k \cdot (v_{zk})^2 + P_k - (\tau_{zz})_k \\ \rho_k \cdot v_{zk} \cdot E_k + P_k \cdot v_{zk} - ((\tau_{xz})_k \cdot v_{xk} + (\tau_{yz})_k \cdot v_{yk} + (\tau_{zz})_k \cdot v_{zk}) + q_{zk} \end{array} \right\} \quad (2.73)$$

Para obter o fechamento do sistema de equações, faz-se necessário estabelecer uma relação entre as variáveis termodinâmicas P_k , ρ_k , θ_k e E_k , assim como estabelecer uma relação entre os parâmetros de transporte μ_k e k_k , em função da temperatura. Para isto, utilizou-se a equação de estado para gases perfeitos, permitindo o completo equacionamento do problema:

$$P_k \cdot V_k = n_k \cdot R \cdot \theta_k \rightarrow P_k = \rho_k \cdot R \cdot \theta_k \rightarrow P_k = \rho_k \cdot (\gamma_k - 1) \left(E_k - \frac{(v_{xk}^2 + v_{yk}^2)}{2} \right) \quad (2.74)$$

e aplica-se as seguintes relações termodinâmicas:

$$E_k = c_{vk} \cdot \theta_k; \gamma_k = \frac{c_{pk}}{c_{vk}}; c_{vk} = \frac{R}{\gamma_k - 1} \text{ e } c_{pk} = \frac{\gamma_k \cdot R}{\gamma_k - 1} \quad (2.75,76,77,78)$$

onde c_{vk} é o calor específico a volume constante, c_{pk} é o calor específico a pressão constante, γ_k é o coeficiente de expansão térmica e R é a constante particular do gás. Nas condições normais de temperatura e pressão para o ar, $R = 287 \cdot (\text{m}^2/\text{s}^2 \cdot \text{K})$ e $\gamma_k = 1.4$ (condição de gás perfeito, ideal).

Para calcular-se as propriedades de transporte em função da temperatura ao longo do escoamento, utilizou-se a fórmula de Sutherland para a viscosidade dinâmica e para a condutividade térmica, dadas por (White, 1988):

$$\mu_k = c_1 \frac{\theta_k^{3/2}}{\theta_k + c_2} \text{ e } k_k = s_1 \frac{\theta_k^{3/2}}{\theta_k + s_2} \quad (2.79,80)$$

onde c_1 , c_2 , s_1 e s_2 são constantes para o gás em questão (no caso o ar). Assim, assume-se os seguintes valores: $c_1 = 1.458 \times 10^{-6} [\text{Kg}/\text{ms}\sqrt{\text{K}}]$, $c_2 = 110.4[\text{K}]$,

$$s_1 = 2,863 \times 10^{-2} \left[\frac{\text{Kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2 \cdot \text{K}^{3/2}} \right] \text{ e } s_2 = 194.5[\text{K}].$$

2.5 – Jatos Impingentes

O problema em questão consiste em um jato axial de ar proveniente da descarga de um tubo cilíndrico de diâmetro d_b^* , sendo d_b^* o diâmetro do bocal, que incide perpendicularmente sobre uma placa plana aquecida. A distância ente o bocal e a placa plana aquecida é representada pelo comprimento característico $Ly_T^* = Ly_1^* + Ly_2^*$. Na Figura 2.3 mostra-se os detalhes geométricos do problema em questão.

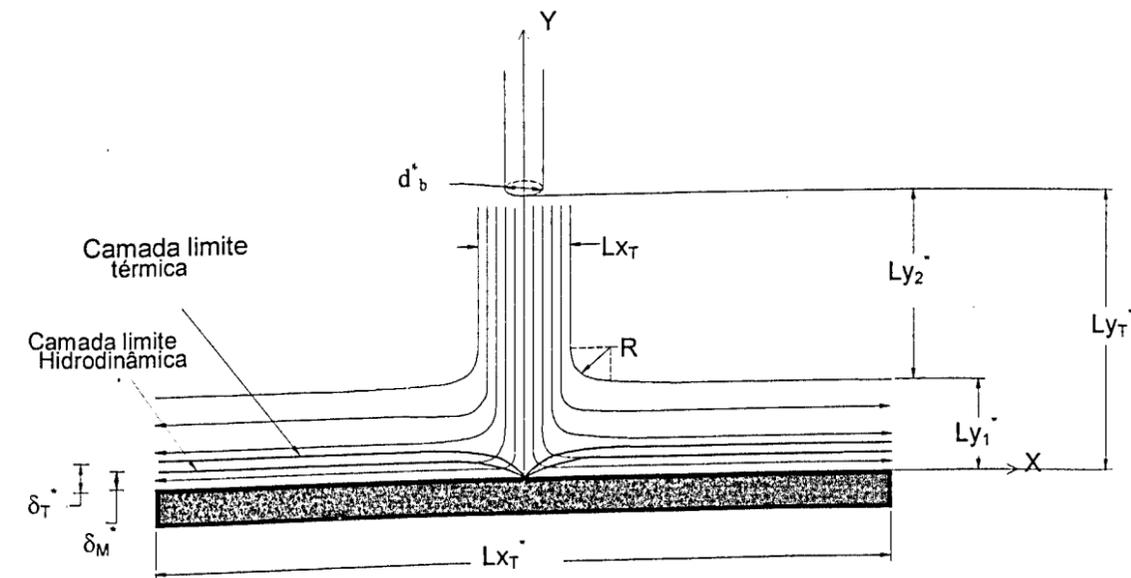


Figura 2.3 - Esquema bidimensional para o problema de jato incidindo sobre uma placa.

Este jato incide sobre uma placa plana de espessura infinitesimal e comprimento Lx_1^* .

A estrutura física do escoamento é caracterizada de forma que, na região próxima à placa, tem-se a formação das camadas limites hidrodinâmica e térmica, de dimensões δ_M^* e δ_T^* , respectivamente, em todas as direções. A Figura. 2.3 evidencia este aspecto do escoamento. Também na Figura 2.3, percebe-se que, devido ao choque do jato com a placa, ocorre o espalhamento do fluxo de forma simétrica. A

espessura Ly_2 é suficientemente grande para que haja uma região de escoamento livre nesta região. O limite externo do domínio do escoamento é uma parede sólida, a qual se encontra bastante distante da placa refletora, assim, pode-se afirmar que este aspecto não interfere na estrutura do escoamento nas proximidades da placa refletora.

Uma região importante quando se fala em jatos impingentes é a região envolvendo o ponto de estagnação, gerado devido ao espalhamento simétrico do escoamento que, na Figura 2.3, equivale ao ponto de coordenadas (0,0), ou seja, a origem dos sistema de eixos. Neste ponto, tem-se uma forte inflexão das linhas de corrente, ocasionando instabilidades, as quais serão objeto de discussões quando da apresentação dos resultados.

2.5.1- Equações de Conservação Utilizadas no Programa Computacional

Para que haja a aplicação de jatos em determinadas áreas, necessita-se, à priori, de uma série de cálculos envolvendo as equações de conservação e equações de estado, juntamente, com as condições de contorno e iniciais. A seguir, mostra-se as equações vetoriais de conservação adimensionalizadas em coordenadas retangulares e para o caso bidimensional, o qual será objeto de estudo nesta pesquisa.

A equação de geração dos vetores W, J e F é:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial J}{\partial x} + \frac{Lx_T}{Ly_T} \cdot \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad (2.81)$$

Os termos W, J e F são definidos como segue:

$$W = \begin{Bmatrix} \rho_k \\ \rho_k \cdot v_{xk} \\ \rho_k \cdot v_{yk} \\ \rho_k \cdot E_k \end{Bmatrix} \quad (2.82)$$

$$J = \begin{Bmatrix} \rho_k \cdot v_{xk} \\ \rho_k \cdot (v_{xk})^2 + P_k - (\tau_{xx})_k \\ \rho_k \cdot v_{xk} \cdot v_{yk} - (\tau_{xy})_k \\ \rho_k \cdot v_{xk} \cdot E_k + P_k \cdot v_{xk} - ((\tau_{xx})_k \cdot v_{xk} + (\tau_{xy})_k \cdot v_{yk} + (\tau_{xz})_k \cdot v_{zk}) + q_{xk} \end{Bmatrix} \quad (2.83)$$

$$F = \begin{Bmatrix} \rho_k \cdot v_{yk} \\ \rho_k \cdot v_{xk} \cdot v_{yk} - (\tau_{xy})_k \\ \rho_k \cdot (v_{yk})^2 + P_k - (\tau_{yy})_k \\ \rho_k \cdot v_{yk} \cdot E_k + P_k \cdot v_{yk} - ((\tau_{yx})_k \cdot v_{xk} + (\tau_{yy})_k \cdot v_{yk} + (\tau_{yz})_k \cdot v_{zk}) + q_{yk} \end{Bmatrix} \quad (2.84)$$

2.5.2 - Equações de Interface

Para a interface, aplica-se as equações de conservação dadas pela equação (2.11) adimensionalizadas, como mostrado abaixo:

- ✓ Conservação da Massa

$$\sum_{k=1,2} (\rho_k \cdot (\vec{v}_k - \vec{v}_i) \cdot \vec{n}_k) = 0 \quad (2.85)$$

- ✓ Conservação da Quantidade de Movimento

$$\sum_{k=1,2} ((\rho_k \cdot (\vec{v}_k - \vec{v}_i) \cdot \vec{n}_k) \cdot \vec{v}_k - \vec{n}_k \cdot (\vec{T}_{ij})_k) = 0 \quad (2.86)$$

- ✓ Conservação de Energia

$$\sum_{k=1,2} ((\rho_k \cdot (\vec{v}_k - \vec{v}_i) \cdot \vec{n}_k) \cdot E_k + \vec{n}_k \cdot \vec{q}_k - \vec{n}_k \cdot (\vec{T}_{ij})_k \cdot \vec{v}_k) = 0 \quad (2.87)$$

2.5.3 - Condições de Contorno e Iniciais

Para realizar-se os cálculos com as equações de conservação acima citadas, deve-se definir as condições de contorno e condições iniciais que completam as informações necessárias.

Como pode-se ver na Figura 2.4, temos definidas algumas regiões onde ocorrem diferentes condições de contorno que são: a região de entrada do bocal ($y^* = Ly_T^*$), a região de escoamento paralelo ao eixo y^* , compreendendo $Ly_2^* \leq y^* \leq Ly_T^*$, uma região na qual o escoamento muda de direção, compreendida, também, em $Ly_2^* \leq Y \leq Ly_T^*$, a região de escoamento paralelo ao eixo x^* , compreendida em $y < Ly_2^*$ e interface placa-jato $y^* = 0$.

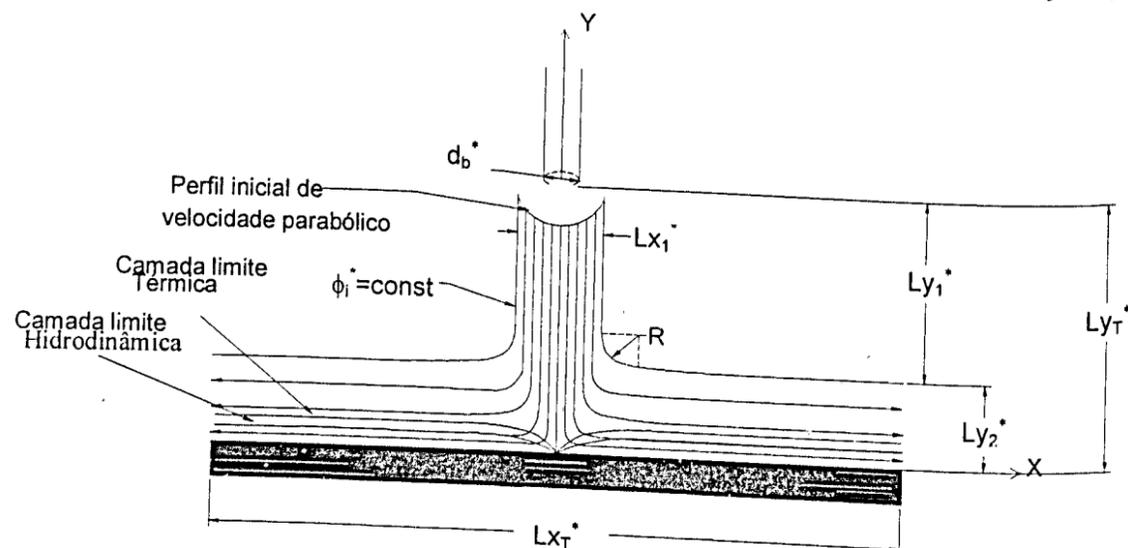


Figura 2.4 - Esquema bidimensional para o jato incidente sobre uma placa, dando ênfase às condições de contorno para as diferentes regiões do problema físico.

Portanto, as seguintes condições de contorno serão aplicadas, as quais são adimensionalizadas utilizando os grupos já especificados pelas equações (2.36) e (2.50).

(i) Entrada do Bocal

Esta região consiste, basicamente, no que se denominou anteriormente de bocal.

Nesta região define-se um perfil parabólico para o vetor velocidade, dado pela equação adimensional de um escoamento completamente desenvolvido, denominado de Hagen-Poiseuille (White 1988):

$$\bar{V}_k = \frac{Re^*}{2 \cdot d_b^*} \cdot \frac{(Lx_T^*)^2}{Ly_T^*} \cdot \frac{-dP_k/dy}{4} \cdot (r_b^2 - r^2) \quad (2.88)$$

onde a adimensionalização da equação (2.88) é feita utilizando-se as equações (2.37), (2.48), (2.49) e os seguintes termos adicionais:

$$r_b = \frac{r_b^*}{Lx_T^*/2}; \quad r^* = \frac{r^*}{Lx_T^*/2} \quad (2.89,90)$$

Como o problema será resolvido de forma bidimensional, caracterizando um escoamento num plano, a eq. (2.88) poderá ser:

$$\bar{V}_k = \frac{Re^*}{2 \cdot d_b^*} \cdot \frac{(Lx_T^*)^2}{Ly_T^*} \cdot \frac{-dP_k/dy}{4} \cdot (r_b^2 - x^2) \quad (2.91)$$

Onde P_k é o campo de pressão, x e y são as coordenadas correspondentes aos eixos, conforme a Figura. 2.4, r_b^* corresponde ao raio do bocal e μ_k é a viscosidade do fluido.

Esta equação representa a distribuição de velocidade para escoamento laminar em um tubo e tem a forma característica parabólica. Por isso, ela é conhecida como a parabolóide de Poiseuille.

Considera-se, também, nesta região um perfil uniforme para a temperatura e a pressão, do tipo $\theta_k^* = \theta_\infty^*$ e $P_k^* = P_\infty^*$, respectivamente. Similarmente, adota-se as propriedades físicas uniformes para essa região: $k_k^* = k_\infty^*$, $cp_k^* = cp_\infty^*$ e $\mu_k^* = \mu_\infty^*$. Contudo, a densidade ρ_∞^* é determinada pela equação de estado (2.74) modificada, dada como:

$$\rho_{\infty}^* = \frac{P_{\infty}^*}{(\gamma_{\infty}^* - 1) \cdot \left(E_{\infty}^* - \frac{(v_{xk}^{*2} + v_{yk}^{*2})}{2} \right)} \quad (2.92)$$

onde P_{∞}^* , E_{∞}^* e γ_{∞}^* são a pressão, a energia total e o coeficiente de expansão térmica, respectivamente.

Contudo, com o intuito de simular a turbulência residual no escoamento, é introduzido um ruído branco sobreposto às condições de entrada definidas acima, cuja amplitude obedece a distribuição espacial Gaussiana. Também, com o objetivo de verificar o efeito na troca de calor na parede da placa refletora, introduz-se sobre o perfil de velocidade uma função pulsante. Assim, definem-se as seguintes condições de contorno em $y = Ly_1^* + Ly_2^*$:

- $V_y(x, Ly_1^* + Ly_2^*, t) = \bar{V}_y + f(x_i) \cdot (\varepsilon_1 \cdot \hat{V}(x_i) - \varepsilon_2 \cdot \tilde{V}(x_i));$
- $V_x(x, Ly_1^* + Ly_2^*, t) = f(x_i) \cdot \varepsilon_1 \cdot \hat{V}(x_i);$
- $\theta(x, Ly_1^* + Ly_2^*, t) = \theta_{\infty} + f(x_i) \cdot \varepsilon_3 \cdot \hat{V}(x_i)$ e
- $P(x, Ly_1^* + Ly_2^*, t) = P_{\infty} + f(x_i) \cdot (\varepsilon_4 \cdot \hat{V}(x_i) - \varepsilon_5 \cdot \tilde{V}(x_i))$

(ii) Nas regiões envolvendo as bordas externas do escoamento, assume-se as seguintes condições de contorno:

$$\phi_i = \text{constante} \quad (2.93)$$

onde ϕ_i representa as componentes do vetor velocidade \vec{V} , a temperatura ou a pressão ou qualquer outra propriedade física adimensional, que seja necessário fixar no contorno.

(iii) Região da Interface Placa-Jato

Nesta região, assume-se que as componentes do vetor velocidade sejam nulas e o campo de pressão é ajustado iterativamente no tempo. Contudo, o campo de temperatura é definido através de dois procedimentos, os quais serão explicitados à seguir.

Primeiro, cabe salientar, para melhor definição das condições de contorno na região de interface placa-jato, que pode ocorrer, dependendo da situação (resfriamento ou aquecimento da placa), trocas de calor entre a placa (condução/joule) e o jato (convecção).

Antes de especificar os casos a serem estudados, faz-se necessária a definição do número de Nusselt, que representa a relação da transferência de calor por convecção e por condução, em um determinado ponto na interface fluido-placa.

Assim, o número de Nusselt, definido por parâmetros dimensionais, é dado por:

$$Nu^* = \frac{h_k^* \cdot x^*}{k_k^*} \quad (2.94)$$

onde x^* é a dimensão geométrica característica do sistema considerado, k_k^* é a condutividade térmica do fluido e h_k^* é o coeficiente de transferência de calor médio por convecção, dado na forma dimensional por:

$$h_k^* = \frac{1}{Lx_T^*} \int_{\frac{Lx_T^*}{2}}^{\frac{Lx_T^*}{2}} h_{xk}^* dx^* \quad (2.95)$$

sendo h_{xk}^* o coeficiente de película local dado por:

$$h_{xk}^* = - \frac{k_k^* \cdot \left(\frac{\partial \theta_k^*}{\partial y^*} \right)_{y^*=0}}{\theta_w^* - \theta_{\infty}^*} \quad (2.96)$$

Utilizando os grupos adimensionais dados pelas equações (2.37), (2.47), (2.50) e definindo o seguinte grupo adimensional:

$$h_k = \frac{h_k^*}{k_k^* / Lx_T^*} \quad (2.97)$$

Desta forma, obtém-se as seguintes formas adimensionais para as equações (2.94), (2.95) e (2.96):

$$Nu = \frac{h_k \cdot x}{k_k} \Rightarrow Nu^* = \frac{1}{2} Nu \quad (2.98)$$

onde Nu é o número de Nusselt, dado por parâmetros adimensionais. Assim, as eqs. (2.94) e (2.98) devem conduzir aos mesmos resultados.

$$h_k = \frac{1}{2} \cdot \int_0^1 h_{xk} \cdot dx \quad (2.99)$$

$$h_{xk} = -\frac{2 \cdot Lx_T^*}{Ly_T^*} \cdot \frac{k_k \cdot \left(\frac{\partial \theta_k}{\partial y} \right)_{y=0}}{(\theta_w - 1)} \quad (2.100)$$

Como pôde ser observado ao longo da descrição apresentada até o momento, o problema consiste, basicamente, no estudo das propriedades de transferência de calor, para um jato incidente sobre uma placa aquecida. Dependendo da aplicação prática, a distribuição de temperatura na placa pode assumir diferentes formas. Por isso, será analisado o comportamento do número de Nusselt para duas situações distintas: a primeira considerando a temperatura da placa, θ_w^* , constante, e a segunda, onde o fluxo de calor gerado por efeito Joule, q_w^* , na placa seja constante.

- ◆ Primeiro caso: Condição de Temperatura da superfície (θ_w^*) constante na placa.

O esquema básico da troca de calor na interface placa-jato está ilustrado na Figura 2.5. Algumas simplificações são realizadas. A espessura da placa é considerada

muito menor que o comprimento e a largura da placa e a face inferior da placa é mantida isolada. Assim, o fluxo de calor é conduzido unicamente para o fluido.

Portanto, fazendo-se um balanço de energia na interface placa-jato tem-se:

$$q_{\text{cond}}^* = q_{\text{conv}}^* \quad (2.101)$$

onde q_{cond}^* é o fluxo de calor dimensional transmitido por condução pela placa aquecida ou resfriada que atinge um determinado ponto do fluido na interface:

$$q_{\text{cond}}^* = k_k^* \cdot \frac{\partial \theta_k^*}{\partial y^*} \quad (2.102)$$

e q_{conv}^* é o fluxo de calor convectivo dimensional absorvido ou liberado pelo jato.

Assim,

$$q_{\text{conv}}^* = h_k^* \cdot (\theta_w^* - \theta_\infty^*) \quad (2.103)$$

onde h_k^* é o coeficiente convectivo médio, dado pela equação (2.95), θ_w^* é a temperatura da placa e θ_∞^* é a temperatura de entrada do ar no bocal do jato.

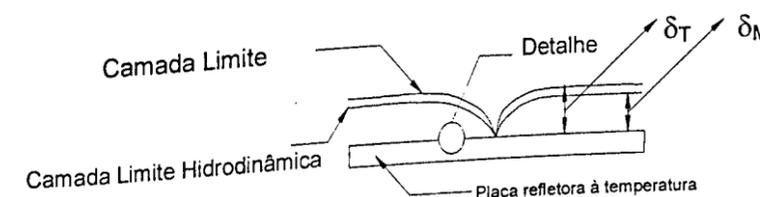
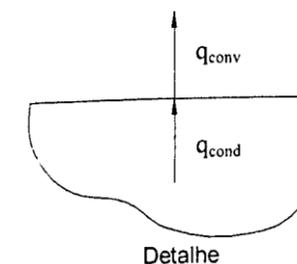


Figura 2.5 - Esquema ilustrativo para o balanço de energia na interface placa-jato, para o caso da condição de temperatura constante na placa (θ_w^* constante).

Colocando-se, agora, as equações (2.101), (2.102) e (2.103) nas formas adimensionais, tem-se, respectivamente, as seguintes equações:

$$q_{\text{cond}} = q_{\text{conv}} \quad (2.104)$$

$$q_{\text{cond}} = \frac{2}{E_c^*} \cdot k_k \cdot \frac{\partial \theta_k}{\partial y} \quad (2.105)$$

$$q_{\text{conv}} = \frac{2}{E_c^*} \cdot h_k \cdot (\theta_w - 1) \quad (2.106)$$

onde E_c^* representa o número adimensional de Eckert, dado por:

$$E_c^* = \frac{U_\infty^{*2}}{c_{p_\infty} \cdot \theta_\infty^*} \quad (2.107)$$

Então, estabelecendo a igualdade entre as eqs. (2.105) e (2.106) conforme consta na eq. (2.104) e reajustando tem-se:

$$\frac{h_k}{k_k} = \frac{\partial \theta_k / \partial y}{(\theta_w - 1)} \quad (2.108)$$

donde obtém-se o número de Nusselt local, que estabelece uma relação entre calor conduzido pela placa aquecida até a fronteira com o fluido e o calor absorvido por convecção pelo fluido, o qual é definido como segue:

$$Nu = \frac{h_k \cdot x}{k_k} = \frac{\left(\frac{\partial \theta_k}{\partial y} \right) \cdot x}{\theta_w - 1} \quad (2.109)$$

- ♦ Segundo caso: Condição de fluxo de calor constante gerado na placa através de efeito Joule (q_j^*).

Para estudar este caso, faz-se necessário determinar uma equação que represente um balanço de energia entre a difusão de calor ao longo da placa, o calor absorvido pelo fluido e o calor gerado por efeito Joule na placa.

Para tal, faz-se um balanço de energia em um elemento infinitesimal do volume de controle na placa, onde Δx_e^* é a espessura do elemento, que concorda com o método espectral (técnica numérica empregada), E_s^* é a espessura da placa e w^* é a profundidade da placa, conforme mostrado na Figura 2.6.

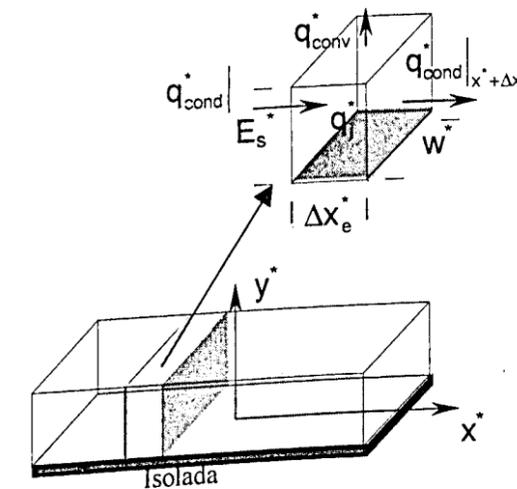


Figura 2.6 - Esquema ilustrativo para o balanço de energia na interface placa-jato, para o caso da condição de calor gerado por efeito Joule constante na placa (q_j constante).

A placa refletora é esquematizada de tal forma que as dissipações de calor nas extremidades da placa na direção z e na sua superfície inferior são desprezíveis (isolada). Também, considera-se que a espessura e^* é muito menor com relação ao comprimento z da placa. Assim, a difusão de calor na placa ocorre exclusivamente na direção x . Portanto, o balanço de energia então fica:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Fluxo de Calor} \\ \text{que Sai do} \\ \text{Elem. Infinitesimal} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Fluxo de Calor} \\ \text{que Entra no} \\ \text{Elem. Infinitesimal} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Fluxo de Calor} \\ \text{que é Gerado dentro} \\ \text{do Elem. Infinitesimal} \end{array} \right\} \quad (2.110)$$

A eq. (2.110) pode ser então escrita na sua forma dimensional como:

$$q_{\text{cond}} \Big|_{x+\Delta x} \cdot E_s \cdot w + q_{\text{conv}} \cdot w \cdot \Delta x_e = q_{\text{cond}} \Big|_x \cdot E_s \cdot w + q_j \cdot E_s \cdot w \cdot \Delta x_e \quad (2.111)$$

onde q_{conv} é o calor por convecção no fluido já definido na equação (2.103) e q_{cond} é o calor devido a condução na placa que é dado por:

$$q_{\text{cond}} = k_p \cdot \left[\frac{\partial \theta_k}{\partial x} \right]_{\text{saída ou entrada}} \quad (2.112)$$

onde k_p é a condutividade térmica da placa.

O calor gerado pelo efeito Joule por unidade de volume é dado em sua forma dimensional por:

$$q_j = \frac{R_s \cdot I^2}{E_s \cdot w \cdot \Delta x_e} \quad (2.113)$$

onde R_s é a resistência elétrica do condutor [ohm-Ω] e I é a corrente elétrica transmitida [Ampères-A].

Sabe-se que, nas unidades internacionais, $1\Omega \cdot (1A)^2 = 1 \frac{J}{s}$. Desta forma, a equação (2.111) fica:

$$e \cdot \frac{\partial^2 \theta_w}{\partial x^2} + \frac{h_{xk}}{k_p} \cdot (\theta_w - \theta_\infty) = E_s \cdot \frac{q_j}{k_p} \quad (2.114)$$

onde k_p é a condutividade térmica da placa e h_{xk} é o coeficiente de transferência de calor por convecção.

A equação (2.114) é, então, adimensionalizada através dos grupos adimensionais dados pelas equações (2.36), (2.47), (2.50), (2.97) e pelos grupos adimensionais à seguir:

$$E_s = \frac{E_s}{L X_T} \quad (2.115)$$

$$w = \frac{w}{L X_T} \quad (2.116)$$

$$k_p = \frac{k_p}{k_\infty} \quad (2.117)$$

Assim, obtém-se:

$$E_s \cdot \frac{\partial^2 \theta_w}{\partial X^2} + \frac{h_{xk}}{4 \cdot k_p} \cdot (\theta_w - 1) = \frac{1}{4 \cdot w \cdot k_p} \cdot \frac{R_s \cdot I^2}{k_\infty \cdot \theta_\infty \cdot \Delta X_e} \quad (2.118)$$

e definindo um fluxo de calor adimensional gerado na placa pelo efeito Joule, como segue:

$$q_j = \frac{R_s \cdot I^2}{k_\infty \cdot \theta_\infty \cdot \Delta X_e} \quad (2.119)$$

Então a equação (2.118), então, fica:

$$E_s \cdot \frac{\partial^2 \theta_w}{\partial X^2} + \frac{h_{xk}}{4 \cdot k_k} \cdot (\theta_w - 1) = \frac{q_j}{4 \cdot w \cdot k_k} \quad (2.120)$$

A equação (2.120) é uma equação diferencial ordinária de segunda ordem, cuja solução será obtida numericamente, juntamente com a equação (2.100).

2.6-Transformação de Coordenadas

Como observado nas seções anteriores, trata-se, neste trabalho, do estudo das características de transferência de calor em um jato incidente, a alta velocidade, sobre uma placa aquecida. Para tal, deve-se proceder uma série de cálculos, para resolver as equações de conservação (massa, quantidade de movimento e energia), que são acopladas pelas condições de contorno e iniciais, além das equações de interface. Contudo, existe um problema, para que estes cálculos sejam realizados, faz-se necessário a montagem prévia de uma malha estruturada sobre o domínio em questão. Esta discretização estruturada caracteriza-se pelo fato dos volumes elementares serem formados por linhas (ou superfícies) curvilíneas. Então é necessário, dependendo da geometria do domínio de cálculo, gerar um sistema de coordenadas curvilíneas que se adapte a esta geometria.

Um outro problema está no fato que as equações de balanço estão definidas em coordenadas retangulares que se aplicadas no sistema de coordenadas curvilíneas, podem acarretar erros de aproximação a níveis inaceitáveis. Por isto, faz-se necessário trabalhar com um domínio físico e outro computacional, sendo, o primeiro, um sistema de coordenadas curvilíneas e, o segundo, um sistema de coordenadas cartesianas. O último sistema relaciona-se com o primeiro através de equações elípticas, descrevendo as características das linhas de corrente do escoamento e a forma da fronteira.

A utilização de uma discretização estruturada, isto é, os volumes elementares compostos por linhas curvilíneas (ou superfícies), depende da possibilidade de gerar um sistema de coordenadas curvilíneas que se adapte à esta. A primeira questão que surge é quanto à natureza do sistema coordenado: ortogonal ou não ortogonal. A grande vantagem do sistema ortogonal está na aplicação das condições de contorno que envolvem a derivada normal da função na fronteira. Neste caso a derivada normal da função é relacionada apenas a uma das coordenadas, simplificando consideravelmente o processo, além disso, os termos da equação diferencial que envolvem as componentes g_{ik} do tensor métrico, com i diferente de k , anulam-se, resultando em uma equação mais simples de ser discretizada e implementada

computacionalmente (Maliska, 1997). As desvantagens do seu uso surgem, principalmente, pela dificuldade de geração da mesma e pela perda de generalidade do modelo numérico. Em tratando-se de malhas tridimensionais é difícil de obtê-las ortogonalmente. Contudo, sistemas de coordenadas com ortogonalidade na fronteira e sem restrições no interior do domínio são atraentes por permitirem flexibilidade do algoritmo e, ao mesmo tempo, facilitar a aplicação das condições de contorno.

Obter um sistema de coordenadas significa determinar as funções $\xi = \xi(x, y, z)$, $\eta = \eta(x, y, z)$ e $\gamma = \gamma(x, y, z)$ que satisfarão todas as propriedades matemáticas de uma transformação de coordenadas. Por exemplo, duas superfícies de ξ , η ou γ de valores diferentes não podem se cruzar; isto é, o mesmo ponto (x, y, z) não podem dar origem a dois valores de ξ , η ou γ .

Existem muitos métodos automáticos para geração de malhas disponíveis na literatura. Fundamentalmente, eles podem ser classificados em algébricos ou diferenciais. Os algébricos empregam diferentes tipos de interpolações e são bastante versáteis e rápidos. Os diferenciais são mais gerais, mas, em contrapartida, apresentam tempo de computação sensivelmente maior e uma maior elaboração matemática (Anderson, 1995 e Maliska 1997).

A motivação para o uso de equações elípticas para a geração de malhas reside no fato destes sistemas apresentarem, como soluções, harmônicas, que observam o princípio do máximo e o mínimo valor que ocorrem sobre as fronteiras. Isto garante que o jacobiano das transformações não se anule no domínio, devido à presença de um máximo ou de um mínimo. O princípio de máximo, também, unicidade das funções $\xi = \xi(x, y, z)$, $\eta = \eta(x, y, z)$ e $\gamma = \gamma(x, y, z)$; isto é, duas superfícies coordenadas de mesmo valor nunca se interceptarão o que é um requisito obrigatório quando malhas estruturadas estão sendo usadas.

Assim, o sistema gerador resultante é

$$\nabla^2 \eta = 0 \text{ e } \nabla^2 \xi = 0 \quad (2.121, 122)$$

onde ∇^2 é o Laplaciano definido como segue:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \dots \quad (2.123)$$

Na solução das equações acima não serão utilizadas condições de contorno de derivada nula por tornarem a solução do sistema de equações mais difícil e computacionalmente mais lento. Adota-se, então, condições de contorno de Dirichlet em todas as fronteiras dadas à seguir:

- Para a variável ξ , tem-se:

$$\xi = \xi_1 = \text{constante em } \Gamma_1$$

$$\xi = \xi_N = \text{constante em } \Gamma_3$$

$$\xi \Rightarrow \text{distribuição específica em } \Gamma_2$$

$$\xi \Rightarrow \text{distribuição específica em } \Gamma_4$$

- Para η , tem-se:

$$\eta = \eta_1 = \text{constante em } \Gamma_4$$

$$\eta = \eta_M = \text{constante em } \Gamma_2$$

$$\eta \Rightarrow \text{distribuição especificada em } \Gamma_1$$

$$\eta \Rightarrow \text{distribuição especificada em } \Gamma_3$$

As condições de Dirichlet são mostradas na Figura 2.7 abaixo, para meio domínio, uma vez que o mesmo é simétrico.

Com as condições de contorno dadas acima, o sistema de coordenadas resultante não será ortogonal. Especificar uma dada distribuição de ξ , ou ξ_1 em Γ_2 e Γ_4 é equivalente a estabelecer o ponto de saída de Γ_4 e o ponto de chegada em Γ_2 , de uma determinada isoterma. Claramente, esta condição de contorno não é equivalente à derivada nula em Γ_2 e Γ_4 , o que originaria uma malha ortogonal.

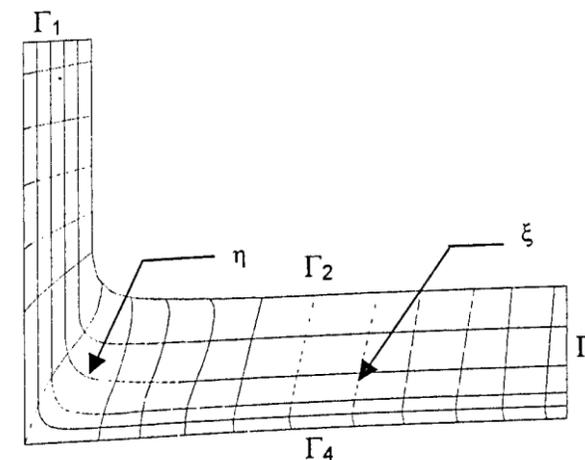


Figura 2.7 – Condições de Dirichlet para o problema em questão.

A equação de Laplace dá origem a coordenadas que apresentam uma maior uniformidade na malha. Longe das fronteiras, portanto, sem o efeito das condições de contorno, a tendência é a obtenção de quadriláteros curvilíneos formados pelas linhas ξ e η . Em superfícies convexas, a tendência é concentração das linhas coordenadas, enquanto nas côncavas ocorre o contrário, isto é, a dispersão das linhas coordenadas. Portanto, se necessário concentrar linhas em uma região específica, por exemplo, próximo da superfície côncava, termos fonte devem ser introduzidos nas equações elípticas. O sistema gerador, com a inclusão de termos fonte para permitir a concentração de linhas onde for requerido, tem a seguinte forma:

$$\nabla^2 \xi = P(\xi, \eta) \text{ e } \nabla^2 \eta = Q(\xi, \eta) \quad (2.124, 125)$$

O uso de equações diferenciais elípticas harmônicas apresentam soluções que garantem que duas linhas nunca se interceptarão. Assim, uma malha gerada por duas equações diferenciais elípticas harmônicas, descrevendo o comportamento de duas funções ortogonais, resulta em um campo de linhas similares às linhas de corrente e linhas equipotenciais num escoamento potencial. As equações diferenciais que descrevem estas funções são:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = P(\xi, \eta) \quad (2.126)$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = Q(\xi, \eta) \quad (2.127)$$

onde $P(\xi, \eta)$ e $Q(\xi, \eta)$ são os termos fontes do sistema gerador, que permitem a concentração de linhas onde for requerido. Existem várias expressões que podem ser usadas para P e Q . Uma delas, proposta por Thompson (1974), tem a seguinte forma:

$$P(\xi, \eta) = -\sum_{j=1}^N a_j \cdot \text{sign}(\xi - \xi_j) \cdot \exp^{-c_j |\xi - \xi_j|} - \sum_{i=1}^M b_i \cdot \text{sign}(\xi - \xi_i) \cdot \exp^{-d_i \cdot \left\{ (\xi - \xi_i)^2 + (\eta - \eta_i)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}} \quad (2.128)$$

$$Q(\xi, \eta) = -\sum_{j=1}^N a'_j \cdot \text{sign}(\eta - \eta_j) \cdot \exp^{-c'_j |\eta - \eta_j|} - \sum_{i=1}^M b'_i \cdot \text{sign}(\eta - \eta_i) \cdot \exp^{-d'_i \cdot \left\{ (\eta - \eta_i)^2 + (\xi - \xi_i)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}} \quad (2.129)$$

onde ξ_j são as linhas para as quais todas as outras linhas ξ serão atraídas e (ξ_i, η_i) são os pontos para os quais as linhas ξ serão atraídas. O primeiro termo da equação de P e Q é, portanto, responsável pela atração entre linhas coordenadas e o segundo termo pela atração das linhas aos pontos escolhidos. Como pode-se perceber, o primeiro termo possui um exponencial, cujo expoente negativo é a diferença entre o valor da linha coordenada a ser atraída e da linha coordenada que atrai. Este número cresce à medida que aumenta a distância entre estas linhas, o que significa que o termo decresce com o aumento da distância. Portanto, as linhas próximas daquela que atrai experimentam mais atração que as distantes. O coeficiente c_j pode ser ajustado para aumentar ou diminuir a atração.

Para o segundo termo, ocorre um comportamento semelhante. Neste caso, o parâmetro que dá a força de atração é a distância entre os pontos que estão na linha a ser atraída e os pontos que atraem.

As equações (2.126) e (2.127) caracterizam a transformação de um sistema computacional de coordenadas (η, ξ) , para um sistema físico de coordenadas (x, y) . Nestas equações, x e y são as variáveis independentes e η e ξ são as variáveis dependentes. No entanto, necessita-se das equações nas formas invertidas, ou seja, onde x e y sejam as variáveis dependentes e η e ξ sejam as variáveis independentes.

Para obter a mudança de sistemas de coordenadas, aplica-se os operadores de transformação de sistemas coordenados para as derivadas de segunda ordem de uma função ϕ . Estes operadores são dados pelas equações (2.130) e (2.131).

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) \cdot \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \cdot \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} \right) \cdot \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} \right) \cdot \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta \cdot \partial \xi} \right) \cdot \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \cdot \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \quad (2.130)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) \cdot \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} \right) + \left(\frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \cdot \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} \right) \cdot \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} \right) \cdot \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta \cdot \partial \xi} \right) \cdot \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \cdot \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} \right) \quad (2.131)$$

onde ϕ é a variável a ser transformada de coordenada.

Adicionando-se as equações (2.130) e (2.131) obtém-se o operador de transformação de segunda ordem para o Laplaciano, escrito abaixo:

$$\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} \right) \cdot \underbrace{\left[\left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} \right)^2 \right]}_{\alpha'} + \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} \right) \cdot \underbrace{\left[\left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2 \right]}_{\gamma'} + 2 \cdot \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta \cdot \partial \xi} \right) \cdot \underbrace{\left[\left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \cdot \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \cdot \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} \right) \right]}_{\beta'} + \left(\frac{1}{J^2} \right) \cdot \left[P(\xi, \eta) \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + Q(\xi, \eta) \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right] = 0 \quad (2.132)$$

Abaixo, tem-se as equações auxiliares de transformação que serão usadas no procedimento a seguir. Estas equações são as seguintes:

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{J} \cdot \frac{\partial y}{\partial \eta} \quad (2.133)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = -\frac{1}{J} \cdot \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad (2.134)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial y} = -\frac{1}{J} \cdot \frac{\partial x}{\partial \eta} \quad (2.135)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{1}{J} \cdot \frac{\partial x}{\partial \xi} \quad (2.136)$$

onde J é o Jacobiano da transformação. A expressão do Jacobiano é escrita como:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \eta} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{vmatrix} = J \quad (2.137)$$

Para obter-se a inversão da equação (2.126) aplica-se o operador definido pela equação (2.132), considerando-se que a função ϕ seja a coordenada x . Em seguida, realiza-se a transformação inversa dos membros dos coeficientes α , β e γ , usando as equações (2.133), (2.134), (2.135) e (2.136). A equação (2.138) é a equação inversa da equação (2.125), obtida pela transformação descrita de forma semelhante a realizada para obter a inversa para a equação (2.127).

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} \right) \cdot \underbrace{\left[\left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 \right]}_{\alpha} + \left(\frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} \right) \cdot \underbrace{\left[\left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2 \right]}_{\gamma} + \\ & + 2 \cdot \left(\frac{\partial^2 x}{\partial \eta \cdot \partial \xi} \right) \cdot \underbrace{\left[\left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right) \cdot \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right) + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \cdot \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right) \right]}_{\beta} + \left(\frac{1}{J^2} \right) \cdot \left[P(\xi, \eta) \cdot \frac{\partial x}{\partial \xi} + Q(\xi, \eta) \cdot \frac{\partial x}{\partial \eta} \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.138)$$

Assim, a função ϕ na equação (2.132), agora, é substituída por y e os membros são transformados de forma semelhante ao procedimento realizado para obter a equação (2.138). Esta transformação é escrita abaixo:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} \right) \cdot \underbrace{\left[\left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 \right]}_{\alpha} + \left(\frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} \right) \cdot \underbrace{\left[\left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2 \right]}_{\gamma} + \\ & + 2 \cdot \left(\frac{\partial^2 y}{\partial \eta \cdot \partial \xi} \right) \cdot \underbrace{\left[\left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right) \cdot \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right) + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \cdot \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right) \right]}_{\beta} + \left(\frac{1}{J^2} \right) \cdot \left[P(\xi, \eta) \cdot \frac{\partial y}{\partial \xi} + Q(\xi, \eta) \cdot \frac{\partial y}{\partial \eta} \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.139)$$

As equações (2.138) e (2.139) podem ser escritas de forma compacta como segue-se:

$$\alpha \cdot \left(\frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} \right) - 2 \cdot \beta \cdot \left(\frac{\partial^2 x}{\partial \eta \cdot \partial \xi} \right) + \gamma \cdot \left(\frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} \right) + \left(\frac{1}{J^2} \right) \cdot \left[P(\xi, \eta) \cdot \frac{\partial y}{\partial \xi} + Q(\xi, \eta) \cdot \frac{\partial y}{\partial \eta} \right] = 0 \quad (2.140)$$

$$\alpha \cdot \left(\frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} \right) - 2 \cdot \beta \cdot \left(\frac{\partial^2 y}{\partial \eta \cdot \partial \xi} \right) + \gamma \cdot \left(\frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} \right) + \left(\frac{1}{J^2} \right) \cdot \left[P(\xi, \eta) \cdot \frac{\partial y}{\partial \xi} + Q(\xi, \eta) \cdot \frac{\partial y}{\partial \eta} \right] = 0 \quad (2.141)$$

onde,

$$\alpha = \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 \quad (2.142)$$

$$\beta = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right) \cdot \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right) + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \cdot \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right) \quad (2.143)$$

$$\gamma = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2 \quad (2.144)$$

As soluções das equações (2.140) e (2.141) permitem o cálculo das coordenadas (x, y) referentes aos pontos da malha no plano físico, como função dos correspondentes pontos da malha no plano computacional (η, ξ) .

2.6.1 - Sistema de Coordenadas Retangulares Alternativas

Com base nas informações dos valores dos contornos no plano físico e no conhecimento das regiões mais importantes do sistema, gera-se uma malha retangular refinada em determinadas regiões, utilizando-se o método das diferenças finitas.

O objetivo principal desta malha é de servir para o cálculo das propriedades do escoamento em coordenadas retangulares (plano computacional), para que, em seguida, tais valores sejam convertidos para valores segundo a malha real (plano físico).

A malha obtida está demonstrada na Figura 2.8 abaixo.

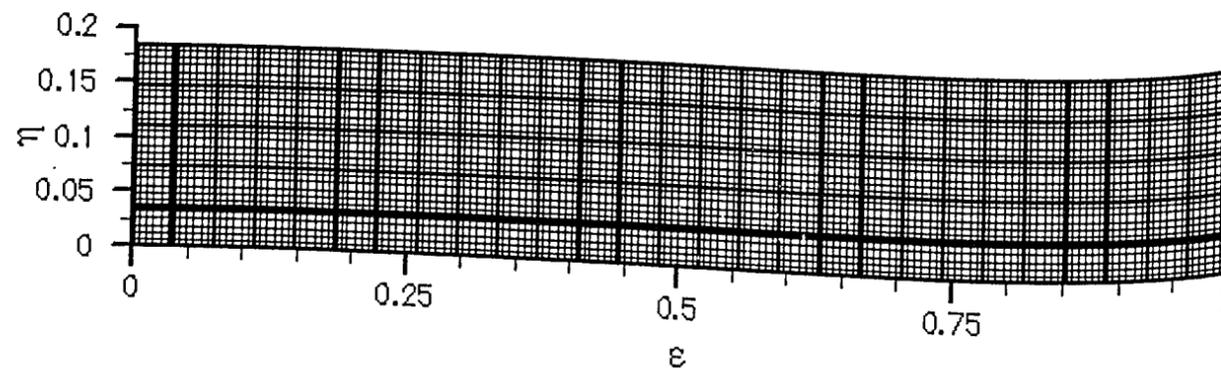


Figura 2.8 - Malha alternativa do sistema plano computacional: η e ξ são as coordenadas auxiliares.

2.6.2 - Sistemas de Coordenadas Curvilíneas

O problema em questão consiste em um jato de ar incidente sobre uma placa fixa funcionando como anteparo. Assim, a malha do plano físico deverá ser elaborada na forma mais aproximada possível da estrutura do escoamento, seguindo, se possível, as linhas de corrente do escoamento. Esta malha representando o plano físico é mostrada na Figura 2.9. As coordenadas x, y , mostradas na Figura 2.9, representam o sistema de coordenadas curvilíneas.

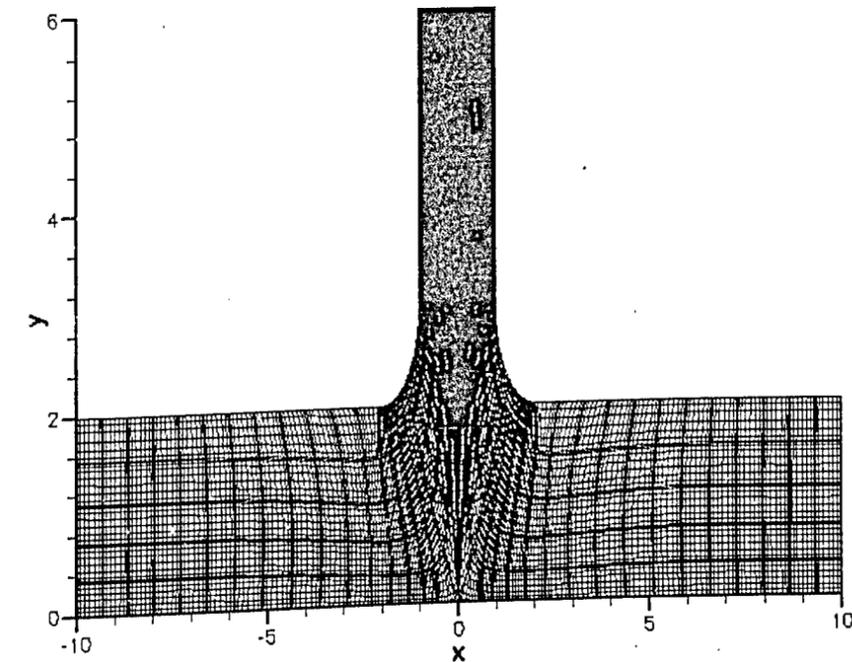


Figura 2.9 – Malha do plano físico representativo de um jato de ar bidimensional sobre uma placa.

Pode-se perceber, na Figura 2.9, que existe uma irregularidade bastante acentuada nas interfaces dos elementos, nas regiões do domínio caracterizadas por grandes curvaturas. É por este motivo que se utiliza a malha alternativa (plano computacional), correlacionada com a malha real através de equações elípticas. Assim, realiza-se os cálculos do escoamento no plano cartesiano, utilizando-se equações de conservação bem mais simples e, posteriormente, transforma-se as propriedades do escoamento, determinadas no plano computacional, para o plano físico, utilizando-se os parâmetros de transformações que relacionam as duas malhas, como está descrito nos próximos parágrafos.

CAPÍTULO III

MÉTODO NUMÉRICO

Para a solução da maioria dos problemas de dinâmica dos fluidos é necessária a resolução de um sistema de equações diferenciais parciais não lineares. A resolução deste sistema só se torna possível através de métodos numéricos apropriados. Alguns aspectos importantes sobre os métodos numéricos mais utilizados na literatura foram discutidos em Fernandes (1998) e Silva Júnior (1998). Para escolher uma das técnicas existentes, deve-se levar em consideração aspectos físicos importantes do problema.

Na maioria das aplicações do método espectral para a solução de equações diferenciais parciais, apenas a discretização espacial é espectral. Sendo assim, para se obter uma solução estacionária estável, separa-se completamente as discretizações no tempo e no espaço. Primeiro discretiza-se os termos espaciais, obtendo-se, desta forma, uma equação diferencial ordinária, onde o tempo é a variável independente.

Neste Capítulo, serão apresentados os esquemas de discretização espacial e temporal utilizados para a solução das equações de conservação dadas no Capítulo II. O método numérico utilizado para discretização espacial das equações é o método de elementos espectrais da colocação, com polinômios de Chebyshev, cujos coeficientes no espaço transformado podem ser calculados através de transformada rápida de Fourier ou através da técnica de multiplicação de matrizes. Sendo assim, tanto o sistema Chebyshev, quanto o sistema Fourier serão apresentados. O método de Runge-Kutta é aplicado para a discretização temporal das equações de conservação e será tratado no item 3.1. Também serão resumidamente abordadas as técnicas de filtragem utilizadas para a simulação do problema.

3.1 – Discretização Temporal das Equações de Conservação

Considerando-se as equações de conservação na forma vetorial, dadas pela equação (2.81), é possível definir uma função $P(W_e)$ que caracteriza a projeção espectral no espaço, obtida a partir do cálculo das derivadas espaciais, tal como:

$$P(W_e) = \frac{\partial J}{\partial x} + \frac{Lx_T}{Ly_T} \frac{\partial F}{\partial y} \quad (3.1)$$

Desta forma, é possível escrever a seguinte equação diferencial ordinária linear:

$$\frac{d(W_e)}{dt} = P(W_e) \quad (3.2)$$

Para a resolução da equação diferencial ordinária linear (3.2), cuja variável independente é o tempo, utilizou-se o método de Runge-Kutta de ordem s , proposto por Jameson et al. (1981), onde a discretização no tempo é obtida por passo de tempo subdividido em estágios. O algoritmo está descrito abaixo:

$$\begin{aligned} &W_f = W^n \\ &\text{para } k=s, (s-1), \dots, 1 \\ &\quad \text{para } e=1, 2, \dots, NE \\ &\quad \quad W_{ef} = W_e^n + \frac{1}{k} \Delta t P(W_{ef}) \\ &\quad \text{fim - para} \\ &\quad W_f = \text{Uni_elementos } (W_{ef}) \\ &\text{fim para} \\ &W^{n+1} = W_f \end{aligned} \quad (3.3)$$

onde W^n é o vetor contendo os valores transientes das equações de conservação no instante $t = nt$ e W_f é um vetor auxiliar contendo os valores transientes das equações de conservação no passo k de Runge-Kutta. O termo $\text{Uni_elementos } (W_{ef})$ é uma função que une os campos dos elementos, para formar os campos resultantes do domínio, a partir das equações de interface, em um certo passo de Runge-Kutta, dadas pelas equações (2.85) a (2.88).

3.2 – Discretização Espacial das Equações de Conservação

Como visto na introdução, para a discretização espacial das equações de conservação foi utilizado o método espectral da colocação aplicado a cada elemento do domínio. Como funções tentativas foram utilizados os polinômios ortogonais de Chebyshev, os quais apresentam a vantagem de não exigirem periodicidade das condições de contorno. Além disso, são fáceis de serem implementados computacionalmente.

A solução aproximada para uma dada função f pode ser representada por uma expansão em séries discretas, dada abaixo:

$$f^n = \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} \hat{f}_k \phi_k \quad (3.4)$$

onde ϕ_k são as funções tentativas que, neste trabalho, são os polinômios de Chebyshev e \hat{f}_k são os coeficientes da série. Em geral, para uma série truncada, $k < \infty$, f^n não satisfaz completamente a equação (3.2), isto é, existe um resíduo que é diferente de zero:

$$\frac{\partial f^n}{\partial t} - P(f^n) \neq 0 \quad (3.3)$$

Portanto, segundo a aproximação MWR (“Método dos Resíduos Ponderados”):

$$\int_0^L \left[\frac{\partial f^n}{\partial t} - P(f^n) \right] \psi_k dx = 0 \quad (3.4)$$

onde as funções testes ψ_k determinam o peso do resíduo. Portanto, as funções teste e tentativa devem satisfazer a uma condição de ortogonalidade.

No método da colocação, as funções testes são funções Delta Dirac transladadas: $\psi_j(x) = \delta(x - x_j)$, onde x_j são os pontos de colocação. De acordo com a equação (3.4), a equação diferencial é satisfeita em cada ponto da colocação, sendo

assim:

$$\left. \frac{\partial f^n}{\partial t} - P(f^n) \right|_{x=x_j} = 0 \quad (3.5)$$

Existem duas maneiras de calcular os coeficientes de Chebyshev, \hat{f}_k . Uma é utilizando uma forma matricial e a outra a partir do algoritmo para Transformada Rápida de Fourier. Estes dois tipos de solução produzem bons resultados e serão apresentados ao longo das próximas seções.

3.2.1 – Polinômios de Chebyshev

Os polinômios de Chebyshev são auto funções de um problema singular de Sturm-Liouville (Canuto et al., 1988):

$$\begin{cases} -(pf')' + qf = \lambda wf & \text{em } (-1,1) \\ + \text{ condições de contorno para } f \end{cases} \quad (3.6)$$

com $p = (1-x^2)^{1/2}$, $q = 0$ e $w = (1-x^2)^{1/2}$ e $f = T_k(x)$, obtém-se:

$$\left(\sqrt{1-x^2} T_k'(x) \right)' + \frac{k^2}{\sqrt{1-x^2}} T_k(x) = 0 \quad (3.7)$$

Para qualquer k par, T_k é par e se k é ímpar, T_k é ímpar. T_k é tal que $T_k(1) = 1$, assim:

$$T_k(x) = \cos k\theta \quad \text{onde } \theta = \arccos x \quad (3.8)$$

Os polinômios de Chebyshev não são nada mais que funções cossenos, depois de uma mudança de variável dependente. Esta propriedade é a razão da sua grande popularidade em aproximações numéricas de problemas com condições de contorno

não periódicas. A transformação $x = \cos\theta$ possibilita qualquer relação matemática. Assim, como demonstrado em Fernandes (1998), os resultados teóricos referentes às transformadas de Fourier podem ser adaptados rapidamente para o sistema Chebyshev.

A expansão de Chebyshev para uma função $f \in L_w^2(-1,1)$, onde L_w^2 é o espaço complexo de Hilbert, é dada por:

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \hat{f}_k T_k(x) \quad (3.9)$$

onde \hat{f}_k são os coeficientes de Chebyshev da expansão. Em outras palavras, \hat{f}_k é a função f transformada para o espaço Chebyshev, definida por:

$$\hat{f}_k = \frac{2}{\pi c_k} \int_{-1}^1 f(x) T_k(x) w(x) dx \quad (3.10)$$

onde $w(x)$ é a função peso e:

$$c_k = \begin{cases} 2 & \text{se } k = 0 \\ 1 & \text{se } k \geq 1 \end{cases} \quad (3.11)$$

Contudo, o interesse é pelas séries de Chebyshev discretas:

$$f(x_j) = \sum_{k=0}^N \tilde{f}_k T_k(x_j) \quad (3.12)$$

e pelos coeficientes discretos de Chebyshev da expansão de f :

$$\tilde{f}_k = \frac{1}{\gamma_k} \sum_{j=0}^N f(x_j) T_k(x_j) w_j \quad (3.24)$$

onde γ_k é um fator de normalização, dado por:

$$\gamma_k = \sum_{j=0}^N T_k^2(x_j) w_j \quad (3.14)$$

No método da colocação espectral, os nós ou pontos da malha devem satisfazer a equação diferencial (3.2). Os nós calculados pelas fórmulas do tipo Gauss exercem um importante papel no método da colocação, uma vez que eles são precisamente os pontos de colocação. Fórmulas explícitas para os pontos discretos de quadratura e as funções pesos discretas são:

• *Chebyshev – Gauss – Lobatto*

$$x_j = \cos \frac{\pi j}{N} \quad w_j = \begin{cases} \frac{\pi}{2N} & j = 0, N \\ \frac{\pi}{N} & 1 \leq j \leq N-1 \end{cases} \quad (3.15)$$

Os fatores de normalização γ_k introduzidos na equação (3.14) são dados por:

$$\begin{aligned} \gamma_k &= \frac{\pi}{2} c_k && \text{para } k < N \\ \gamma_N &= \frac{\pi}{2} && \text{para as fórmulas de Gauss e Gauss – Radau} \\ \gamma_N &= \pi && \text{para as fórmulas de Gauss – Lobatto} \end{aligned} \quad (3.29)$$

A distribuição de pontos de quadratura mais usada é a de Gauss-Lobatto, devido aos erros de “aliasing”, advindos da interpolação, serem de forma muito simples para essa distribuição.

3.2.2.1 – Diferenciação no Espaço Chebyshev

A derivada de uma função f , expandida em série de polinômios de Chebyshev

de acordo com as equações (3.9) e (3.10), pode ser formalmente representada como:

$$f' = \sum_{k=0}^{\infty} \hat{f}_k^{(1)} T_k \quad (3.17)$$

onde $\hat{f}_k^{(1)}$ são os coeficientes da expansão da primeira derivada da função f no espaço Chebyshev, que podem ser calculados por:

$$\hat{f}_k^{(1)} = \frac{2}{c_k} \sum_{\substack{p=k+1 \\ p+k \text{ impar}}}^{\infty} p \hat{f}_p \quad (3.18)$$

A equação (3.18) está demonstrada no trabalho de Fernandes (1998), através de relações de recorrência trigonométricas e de manipulações das propriedades do polinômio de Chebyshev. Uma outra equação, também utilizada para obter a diferenciação no espaço transformado, é (Canuto et al., 1988):

$$\hat{f}_k^{(1)} = \frac{(\hat{f}_{k+2}^{(1)} + 2(k+1)\tilde{f}_{k+1})}{c_k} \quad 0 \leq k \leq N-1 \quad (3.19)$$

A diferenciação usando polinômios de Chebyshev pode ser feita eficientemente por meio de uma transformada rápida. Os coeficientes discretos de Chebyshev, \tilde{f}_k , são calculados de acordo com a equação (3.13). Então a equação (3.18) ou (3.19) é usada para a diferenciação no espaço transformado, $\hat{f}_k^{(1)}$ e, finalmente, os valores de f' no espaço físico são calculados pela transformada inversa. Se a transformada de Chebyshev é calculada através de um algoritmo de FFT, o número total de operações necessárias para a diferenciação no espaço físico é $(5\log_2 N + 8 + 2q)N$, onde q é a ordem da derivada. (Canuto et al., 1988)

As equações (3.12) e (3.13) são as transformadas discretas de Chebyshev inversa e direta, respectivamente. Supondo que seja necessário calcular a transformada de Chebyshev para dois conjuntos reais de dados f_j^1 e f_j^2 , pode-se construir a função complexa g_j por:

$$g_j = \begin{cases} f_j^1 + if_j^2 & ; j = 0, 1, \dots, N \\ g_{2N-j} & ; j = N+1, N+2, \dots, 2N-1 \end{cases} \quad (3.20)$$

A função g_j dada desta forma, é uma função complexa e periódica de período $2N$. Sendo assim, pode-se aplicar um algoritmo de FFT complexo sobre esta função e obter \hat{g}_j , ou seja, os coeficientes complexos da função g_j no espaço Fourier. Os coeficientes transformados das funções reais f_j^1 e f_j^2 retornam na parte real e imaginária de \hat{g}_j , respectivamente. Para a conversão destes coeficientes do espaço Fourier para o espaço Chebyshev, deve-se aplicar a seguinte equação:

$$\hat{G}_j = \frac{1}{Nc_j} \hat{g}_j; \quad j = 0, 1, \dots, N \quad (3.21)$$

Assim, aplicando-se a equação (3.18) ou (3.19) nas partes real e imaginária de \hat{G}_j , separadamente, obtém-se os coeficientes $\hat{f}_j^{(1)}$ e $\hat{f}_j^{(1)2}$ das derivadas de f_j^1 e f_j^2 . Em seguida, aplica-se a FFT inversa, obtendo-se a função G_j no espaço físico, onde, nas partes real e imaginária estão os valores reais das derivadas de f_j^1 e f_j^2 .

Uma demonstração detalhada entre as Transformadas Complexas Rápida de Fourier (FFT) e de Chebyshev (TRC) é apresentada em Fernandes (1998). Uma outra maneira de calcular as derivadas no método espectral de colocação-Chebyshev é utilizando o método de multiplicação de matriz. Este procedimento é descrito abaixo (Canuto et al., 1998):

$$f'(x_i) = \sum_{j=0}^N (D_n)_{ij} f(x_j); \quad i = 0, 1, \dots, N \quad (3.22)$$

onde $(D_n)_{ij}$ é calculado pela diferenciação dos polinômios de Chebyshev, que para os pontos de quadratura de Gauss-Lobatto fornece:

$$(D_n)_{ij} = \begin{cases} \frac{\bar{c}_i(-1)^{i+j}}{\bar{c}_j(x_i - x_j)} & i = j \\ \frac{-x_j}{2(1-x_j^2)} & 1 \leq i = j \leq N-1 \\ \frac{2N^2 + 1}{6} & i = j = 0 \\ -\frac{2N^2 + 1}{6} & i = j = N \end{cases} \quad (3.23)$$

onde:

$$\bar{c}_j = \begin{cases} 2 & j = 0, N \\ 1 & 1 \leq j \leq N-1 \end{cases} \quad (3.24)$$

Fernandes (1998) comparou o tempo de processamento para o cálculo da derivadas de uma função senóide, utilizando as duas técnicas: transformada rápida de Chebyshev e multiplicação de matrizes. Observou-se que, à medida que aumenta-se o número de pontos, o tempo de processamento utilizado pela técnica TRC é substancialmente menor que o tempo utilizado pela técnica de multiplicação de matrizes. Sendo assim, conforme o número de pontos adotados para cada elemento do domínio, utiliza-se uma técnica ou outra. Para um baixo número de pontos de colocação (até 32 pontos) será utilizada a técnica de multiplicação de matriz, a qual apresenta melhor precisão e maior velocidade de cálculo que a técnica TRC. Como o número de pontos por elementos é baixo, utilizou-se neste trabalho somente a técnica de multiplicação de matrizes.

A Figura 3.1 ilustra uma malha bidimensional, onde o domínio de cálculo é subdividido em elementos que, por sua vez, contêm os pontos de quadratura de Gauss-Lobatto. Como ilustrado, a concepção de elementos espectrais permite o refinamento da malha em regiões estratégicas do domínio, além de melhorar consideravelmente a velocidade de processamento e possibilitar a implementação de processamento paralelo.

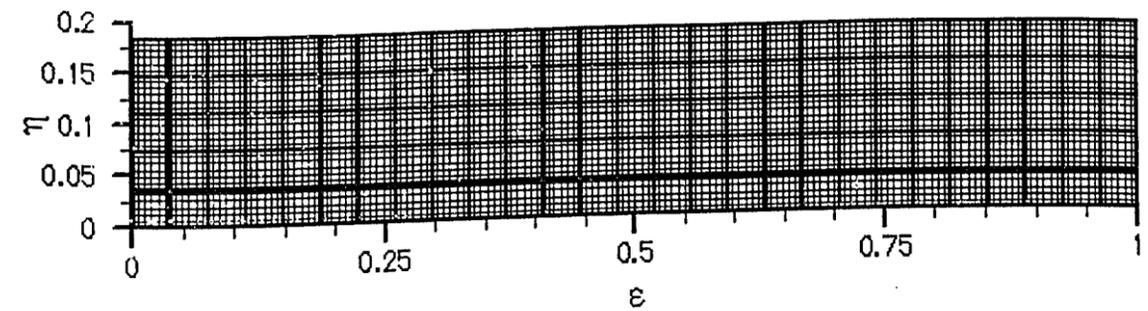


Figura 3.1 – Malha retangular usada no problema, gerada pelas equações (3.25) e (3.26).

A malha representada na Figura 3.1 é construída de acordo com a definição do número de elementos na direção x , Ne_x , do número de elementos na direção y , Ne_y e do número de pontos contidos em cada elemento, N_p . Os elementos apresentam dimensões diferenciadas na direção y , onde o menor elemento situa-se no centro da camada de mistura, enquanto que os maiores elementos situam-se próximos das bordas laterais do domínio. É mantida uma relação entre o maior e o menor elemento, sendo que esta relação diminuiu gradualmente para os elementos mais afastados do centro, de acordo com a equação abaixo:

$$Y_j = \begin{cases} \frac{2^{\frac{ml(2j-Ne_y)}{Ne_y}-1}}{2^{ml}-1} & \text{para } j = \left(\frac{Ne_y}{2} + 1\right), \dots, Ne_y \\ -Y_{(Ne_y-j+1)} & \text{para } j = 0, \dots, \frac{Ne_y}{2} \end{cases} \quad (3.25)$$

$$y_{ji} = (Y_{j+1} - Y_j) \frac{-\cos(i\pi/N_p) + 1}{2} + Y_j, \quad \text{para } i = 0, \dots, N_p \text{ e } j = 0, \dots, Ne_y \quad (3.26)$$

onde ml é o fator que representa o quanto a malha será refinada no centro e Y é um vetor que contém as coordenadas dos pontos iniciais e finais de cada elemento. O índice i relaciona-se a um ponto dentro do elemento, enquanto que o índice j refere-se ao elemento. Sendo assim, a coordenada do ponto de colocação na direção y é y_{ji} , a qual representa a coordenada do ponto i no elemento j .

A solução do problema constitui em assumir uma malha para o plano computacional conforme mostrado pela Figura 3.1. Conforme descrito na seção 2.6, a malha do plano computacional é gerada com base nas informações dos valores dos contornos no plano físico e no conhecimento das regiões mais importantes do sistema. Assim, gera-se uma malha retangular refinada em determinadas regiões, utilizando-se procedimento a cima descrito.

O objetivo principal desta malha é de servir para o cálculo das propriedades do escoamento em coordenadas retangulares (plano computacional), para que, em seguida, tais valores sejam convertidos para valores segundo a malha real (plano físico).

De uma forma geral, pode-se resumir o método explícito de solução das equações de conservação da seguinte forma:

- Em um primeiro passo, calcula-se as derivadas de primeira ordem que aparecem no tensor tensão e nos vetores fluxo de calor e fluxo de massa, os quais estão contidos nos vetores J e F, dados pelas equações (2.83) e (2.84). Em seguida, realiza-se as operações algébricas dos valores discretos das variáveis necessárias para a construção destes vetores. Para o cálculo das derivadas, utiliza-se o método de elementos espectrais da colocação, com polinômios de Chebyshev, com multiplicação de matrizes.
- A transformação das equações governantes para o espaço físico, Eq. (3.2), é expressa em termos da inversa métrica e Jacobiana J, dado por (Anderson, 1995):

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{1}{J} \left[\left(\frac{\partial}{\partial \xi} \right) \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right) - \left(\frac{\partial}{\partial \eta} \right) \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \right] \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{J} \left[\left(\frac{\partial}{\partial \eta} \right) \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right) - \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \right) \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right) \right] \quad (3.28)$$

- Então, determina-se as derivadas de primeira ordem dos vetores J e F. Este procedimento permite transformar o sistema de equações diferenciais parciais das equações de conservação em um sistema de equações diferenciais ordinárias dado pela equação (3.2).

- Finalmente, o sistema de equações diferenciais ordinárias resultantes é integrado no tempo utilizando a técnica de Runge-Kutta de ordem s, descrita no item 3.1.

As equações de conservação para as interfaces dos elementos são dadas pelas equações (2.85) a (2.88), as quais estão representadas na forma matricial através das equações (3.29) e (3.30), que são válidas tanto para a direção x, quanto para a direção y, substituindo o índice i pelo índice j. Contudo, para as interfaces na direção x, utiliza-se as equações (3.31) e (3.32) para descreverem a matriz A e o vetor B, respectivamente, enquanto, para as interfaces na direção y utiliza-se as equações (3.33) e (3.34).

$$A_i \begin{pmatrix} \rho_i \\ \rho_i u_i \\ \rho_i v_i \\ P_i \\ \rho_i E_i \\ \rho_i Y_{ki} \end{pmatrix} = B_{i+1}, \quad A_{i+1} \begin{pmatrix} \rho_{i+1} \\ \rho_{i+1} u_{i+1} \\ \rho_{i+1} v_{i+1} \\ P_{i+1} \\ \rho_{i+1} E_{i+1} \\ \rho_{i+1} Y_{ki+1} \end{pmatrix} = B_i \quad (3.29, 30)$$

$$A_L = \begin{bmatrix} u_L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u_L & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u_L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{(\gamma-1)}{2} & -\frac{(\gamma-1)}{2} & -1 & (\gamma-1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u_L & u_L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & u_L \end{bmatrix}, \quad L=i \text{ ou } L=i+1 \quad (3.31)$$

$$B_L = \begin{pmatrix} \rho_L u_L \\ \rho_L u_L u_L + P_L + (\Delta \tau_L)_{xx} \\ \rho_L u_L v_L + (\Delta \tau_L)_{xy} \\ 0 \\ \rho_L u_L E_L + u_L P_L + (\Delta u \tau_L)_{xx} + (\Delta v \tau_L)_{xy} + (\Delta q_L)_x \\ \rho_L u_L Y_{kL} + (\Delta J_{kL})_x + \Delta w_{kL} \end{pmatrix}, \quad L=i \text{ ou } L=i+1 \quad (3.32)$$

$$A_L = \begin{bmatrix} v_L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v_L & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{(\gamma-1)}{2} & -\frac{(\gamma-1)}{2} & -1 & (\gamma-1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & v_L & v_L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & v_L \end{bmatrix}, L=i \text{ ou } L=i+1 \quad (3.33)$$

$$B_L = \begin{pmatrix} \rho_L v_L \\ \rho_L u_L v_L + (\Delta\tau_L)_{xy} \\ \rho_L v_L v_L + P_L + (\Delta\tau_L)_{yy} \\ 0 \\ \rho_L v_L E_L + v_L P_L + (\Delta u\tau_L)_{xy} + (\Delta v\tau_L)_{yy} + (\Delta q_L)_y \\ \rho_L v_L Y_{kL} + (\Delta J_{kL})_y + \Delta w_{kL} \end{pmatrix} L=i \text{ ou } L=i+1 \quad (3.34)$$

onde:

$$(\Delta\tau_i)_w = \frac{1}{Re_{\delta 0}} (\tau_{wi+1} - \tau_{wi}), \quad (\Delta\tau_{i+1})_w = \frac{1}{Re_{\delta 0}} (\tau_{wi} - \tau_{wi+1}) \quad (3.35, 36)$$

$$(\Delta u\tau_i)_w = \frac{1}{Re_{\delta 0}} (u_{i+1}\tau_{wi+1} - u_i\tau_{wi}), \quad (\Delta u\tau_{i+1})_w = \frac{1}{Re_{\delta 0}} (u_i\tau_{wi} - u_{i+1}\tau_{wi+1}) \quad (3.37, 38)$$

$$(\Delta v\tau_i)_w = \frac{1}{Re_{\delta 0}} (v_{i+1}\tau_{wi+1} - v_i\tau_{wi}), \quad (\Delta v\tau_{i+1})_w = \frac{1}{Re_{\delta 0}} (v_i\tau_{wi} - v_{i+1}\tau_{wi+1}) \quad (3.39, 40)$$

$$(\Delta q_i)_w = \frac{1}{Pr} (q_{wi+1} - q_{wi}), \quad (\Delta q_{i+1})_w = \frac{1}{Pr} (q_{wi} - q_{wi+1}) \quad (3.41, 42)$$

$$(\Delta J_{ki})_w = \frac{1}{Re_{\delta 0} Sc} (J_{kwi+1} - J_{kwi}), \quad (\Delta J_{ki+1})_w = \frac{1}{Re_{\delta 0} Sc} (J_{kwi} - J_{kwi+1}) \quad (3.43, 44)$$

$$(\Delta w_{ki}) = (w_{ki+1} - w_{ki}), \quad (\Delta w_{ki+1}) = (w_{ki} - w_{ki+1}) \quad (3.45, 46)$$

As Eqs. (3.35) à (3.46) envolvem derivadas que deverão ser calculadas, primeiro no espaço computacional e, depois, transformadas para o espaço físico. Esta transformação será realizada aplicando-se as Eqs. (3.27) e (3.28).

Considera-se os valores das propriedades nos pontos de colocação adjacentes às interfaces de cada elemento, para calcular a matriz A e o vetor B, possibilitando

assim, determinar os valores das propriedades sobre a interface em relação a cada elemento, utilizando as equações (3.27) e (3.28). De posse de cada um dos valores nas interfaces entre dois elementos adjacentes, realiza-se uma média entre estes dois valores para determinar um único valor médio para a interface.

Este método explícito é muito simples e constitui uma forma direta de resolver as equações diferenciais parciais. Porém, ele apresenta dificuldades em controlar as instabilidades geradas neste tipo de solução.

3.3 – Técnicas de Filtragem

As funções ou derivadas de funções calculadas através de expansões em séries truncadas ou discretas apresentam um comportamento oscilatório nos pontos vizinhos às discontinuidades. Este comportamento oscilatório é denominado de fenômeno de Gibbs. Devido ao erro de interpolação, os valores das funções e de suas derivadas nos pontos extremos do domínio apresentam oscilações significativas.

Para escoamentos com altos números de Mach ocorrem choques que alteram bruscamente as propriedades do escoamento. Estas mudanças bruscas ocorrem em uma região extremamente pequena do escoamento, da ordem do caminho livre médio entre as moléculas. As transições ocorridas nas propriedades entre o pré-choque e o pós-choque podem ocorrer apenas entre dois pontos adjacentes da malha. Estas discontinuidades podem produzir oscilações espúrias, de pequenos comprimentos de onda, devido aos erros numéricos.

Para evitar a divergência da solução, procura-se eliminar estas oscilações, que são um fenômeno não característico do problema, através de um processo de filtragem, ou suavização. Algumas das funções aplicadas para o processo de filtragem ou suavização, utilizadas juntamente com os métodos espectrais para a simulação de problemas de dinâmica dos fluidos são (Canuto et al., 1988 e Fernandes, 1998):

• Lanczos:

$$\sigma(\theta) = \frac{\text{sen } \theta}{\theta} \quad (3.47)$$

- *raised cosine*

$$\sigma(\theta) = \frac{1}{2}(1 + \cos \theta) \quad (3.48)$$

- *Sharpened raised cosine*

$$\sigma(\theta) = \sigma_0^4 (35 - 84\sigma_0 + 70\sigma_0^2 - 20\sigma_0^3) \quad (3.49)$$

onde σ_0 é dado por: $\sigma_0 = \frac{1}{2}(1 + \cos \theta)$

- *exponential cut-off:*

$$\sigma(\theta) = \begin{cases} 1 & |\theta| \leq \theta_c \\ e^{-\alpha(|\theta| - \theta_c)^{\text{ordem}}} & \theta_c \leq \theta \leq \pi \end{cases} \quad (3.50)$$

onde α é um parâmetro de precisão de cálculo, θ_c é uma escala de corte e ordem é a potência que determina o quanto rapidamente decai a curva.

O comportamento das funções filtro, dadas pelas equações (3.47) a (3.50), está disposto na Figura 3.2, a qual foi obtida por Fernandes (1998).

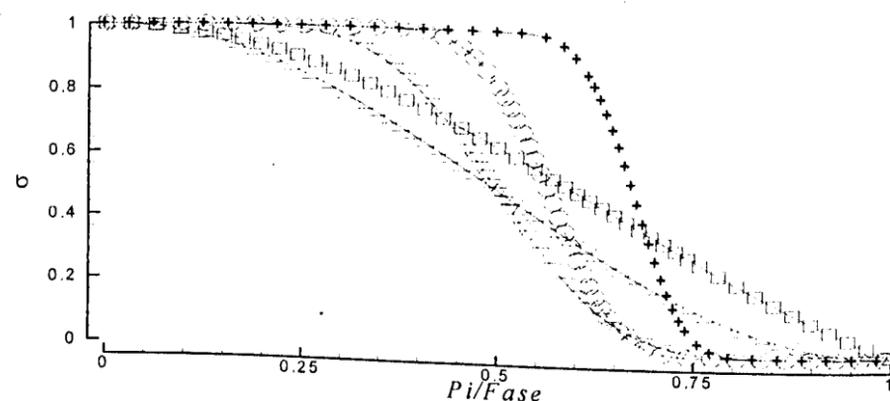


Figura 3.2 – Comportamento das funções filtros. □ Lanczos; Δ Raised cosine; ▽ Sharpened raised cosine; + Exponential cut-off (com escala de corte em $\pi/2$); ○ Exponential cut-off (com escala de corte em $\pi/3$). Com fase = $i\pi/N$. (Fernandes, 1998)

Fernandes (1998) descreve que existem dois caminhos para amenizar as oscilações espúrias presentes nos cálculos. Um primeiro caminho, trata-se em obter uma suavização da função através de uma integração singular, como segue:

$$S_N f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} K_N(x-y) f(y) dy \quad (3.51)$$

onde $S_N f(x)$ representa a função suavizada e K_N é uma matriz núcleo, dada por:

$$K_N(\xi) = 1 + 2 \sum_{k=1}^{N/2} \sigma_k \cos k\xi \quad (3.52)$$

Fernandes (1998) concluiu que, ao executar a equação (3.52), ocorre uma gradual redução das amplitudes dos comprimentos de onda de pequenos valores, tanto para os comprimentos de ondas referentes ao problema físico, quanto para aqueles originados através dos erros numéricos. Sendo assim, para que haja uma redução sistemática dos erros numéricos é necessário o conhecimento prévio da faixa de número de ondas correspondentes aos erros numéricos embutidos na função. A partir deste dado, pode-se adequar a banda de passagem do filtro para eliminar somente os ruídos. Porém, este controle só é possível com a utilização do filtro exponencial, dado pela equação (3.50).

Um segundo caminho, consiste em amenizar a presença do fenômeno de Gibbs através da execução de uma filtragem pura. Assim, dada uma função $f(x)$ qualquer, para se obter sua filtragem basta aplicar uma das funções de filtragem, dadas pelas equações (3.47) a (3.50), sobre os coeficientes de expansão da função:

$$F_N \hat{f}_k = \hat{f}_k \sigma_k \quad (3.53)$$

onde $F_N \hat{f}_k$ representa a função suavizada.

3.4 – Sensor

No presente trabalho foi utilizada uma técnica de sensor para detectar a presença do fenômeno de Gibbs. A escolha do sensor baseou-se nos trabalhos de Fernandes (1998) e Silva Júnior (1998). O sensor utiliza como critério os limites máximo e mínimo da variação da energia interna local do escoamento, estes limites são ajustáveis de acordo com o problema. Conseqüentemente, se a energia interna extrapola os valores determinados, uma suavização local é realizada sobre todas as variáveis primárias do problema.

Fernandes (1998) observou que os pontos da malha com valores instáveis, geralmente resultava num acréscimo ou decréscimo mais acentuado da energia interna que das outras variáveis. Este fato normalmente ocorre de forma descontínua com relação aos valores dos pontos das malhas adjacentes e em regiões onde não há nenhuma justificativa para acontecer tal fato.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS E ANÁLISE

4.1 – Introdução

Simulações numéricas obtidas utilizando somente o termo molecular dissipativo, sem a introdução dos termos dissipativos turbulentos, são chamadas de simulações numéricas diretas. Nas simulações numéricas diretas, a escala de corte definida pelo filtro característico da malha, deve igualar-se a escala de dissipação turbulenta bidimensional (Arpaci, 1984). Este fato induz que uma simulação direta, devido às suas limitações computacionais, só é possível quando se utiliza pequenos números de Reynolds, pois a escala de dissipação turbulenta diminui quando o número de Reynolds aumenta.

Devido a esta limitação imposta pelas escalas de dissipação turbulenta, pretende-se realizar, neste estudo, simulações de grandes escalas em altos números de Reynolds, sem usar uma parametrização para a escala de submalha, ou um modelo de turbulência. Para isto, faz-se necessário utilizar algum mecanismo para dissipar as pequenas escalas. Neste trabalho, utilizou-se um método de alisamento, explicado no item 3.3, que visa estabilizar o código numérico através da diminuição das altas frequências inseridas no problema, devido às imprecisões nos cálculos numéricos e aos efeitos de Gibbs (Canuto, 1968). Este alisamento também pode reduzir efeitos físicos reais, os quais são minimizados, pela utilização de um sensor que verifica automaticamente a intensidade das flutuações numéricas de cada variável e em função do nível de flutuação e demais características. Níveis de alisamento distintos são introduzidos para cada ponto. Este mecanismo de alisamento utilizado encontra-se descrito no Capítulo III e em Jameson et al, (1981).

Seguindo o procedimento descrito no parágrafo acima, acredita-se que é possível simular os campos de grandes escalas com significativa precisão, sendo este o caminho a ser seguido ao longo desta pesquisa, para simulações de escoamentos de jatos bidimensionais.

Mesmo em simulações de grandes escalas, torna-se necessário utilizar uma malha de cálculo bem refinada, para que seja minimizado os efeitos da negligência das tensões turbulentas. Como descrito no Capítulo III, a malha do domínio computacional (malha retangular) é obtida, fixando-se um determinado número de pontos, N_p , para cada elemento, os quais são distribuídos de uma forma conveniente, seguindo a técnica da colocação de Chebyshev-Lobatto. Neste trabalho, o número de pontos, N_p , foi fixado constante e igual a nove (9) para todos os elementos e para ambas direções; isto é, para x e y , respectivamente. Contudo, o código computacional permite fixar o número de elementos distintos para as direções x e y , que, respectivamente, são denominados de N_x e N_y ; e também definir dimensões diferenciadas para cada elemento, permitindo, assim, refinar a malha em pontos estratégicos do escoamento. Apesar desta técnica de elementos espectrais permitir refinar a malha em regiões localizadas, onde o escoamento apresenta uma estrutura com níveis intensos de flutuações, mesmo assim, não é possível fixar uma malha consideravelmente fina, devido às limitações do sistema computacional empregado. Portanto, procurou-se trabalhar com malhas tão refinadas quanto possível, cujo limite foi a capacidade computacional das máquinas utilizadas. Normalmente, a técnica de refinamento implementada no código computacional utilizado permite refinamento onde o menor elemento situa-se em uma determinada região específica do escoamento e os demais elementos aumentam proporcionalmente suas dimensões, tanto na direção x como na direção y , seguindo o procedimento dado pelas Eqs. (4.1) e (4.2), dadas abaixo (o mesmo procedimento aplica-se para a direção x):

$$Y_j = \begin{cases} \frac{2^{m_l \left(\frac{2j - N_y}{N_y} \right) - 1}}{2^{m_l} - 1} & \text{para } j = \left(\frac{N_y}{2} + 1 \right), \dots, N_y \\ -Y_{(N_y - j + 1)} & \text{para } j = 0, \dots, \frac{N_y}{2} \end{cases} \quad (4.1)$$

$$y_{ji} = (Y_{j+1} - Y_j) \frac{-\cos\left(\frac{i\pi}{N_p}\right) + 1}{2} + Y_j, \text{ para } i = 0, \dots, N_p \text{ e } j = 0, \dots, N_y \quad (4.2)$$

onde m_l é o fator que representa o quanto a malha será refinada no centro, Y é um vetor que contém as coordenadas dos pontos iniciais e finais de cada elemento, N_p é o número de pontos contidos em cada elemento, o índice i relaciona-se a um ponto dentro do elemento, enquanto que o índice j refere-se ao elemento. Sendo assim, a coordenada do ponto de colocação na direção y é y_{ij} , a qual representa a coordenada do ponto i no elemento j .

Contudo, no problema de jatos incidentes sobre placas, devido ao escoamento apresentar regiões com características distintas, com fortes gradientes e com pontos de descontinuidade, a técnica de refinamento de malha, mantendo relações proporcionais entre elementos, como dado pelas Eqs. (4.1) e (4.2), não é adequada para este estudo. Por este motivo, optou-se por trabalhar com uma malha com elementos uniformes, cujas equações de formação foram as equações (4.1) e (4.2), contudo, mantendo m_l igual a 1, e introduziu-se o refinamento de forma concomitante com o processo de transformação de coordenadas, item 2.6.

Utilizando-se o processo de refinamento, conforme dado pelas Eqs (2.128) e (2.129), definidas no processo de transformação de malhas, pode-se obter um refinamento mais acentuado e de forma não proporcional nas regiões críticas do escoamento. O ajuste realizado segundo este procedimento é feito pela manipulação dos coeficientes a_j , b_j , c_j e d_j , contidos nos termos de atração, dos termos $P(\xi, \eta)$ e $Q(\xi, \eta)$ que, por sua vez, estão explicitados nas equações (2.128) e (2.129). Com isso, ajustou-se tais parâmetros (a_j , b_j , c_j e d_j) e refinou-se a malha do plano físico na região central do escoamento do jato (próximo ao eixo y , Fig. 2.9) e na região próxima à placa (em $x \approx 0$, Fig. 2.9).

Para obter os resultados deste estudo usou-se um método de Elementos Espectrais da Colocação de Chebyshev, técnica explícita, conforme descrito no Capítulo III. Reafirmando neste capítulo o que já foi dito no Capítulo III, a maneira conveniente para assegurar uma solução estacionária e independente do passo de tempo em uma formulação explícita é separar completamente as discretizações do tempo e do espaço, conforme descrito pelas Eqs. (3.1) e (3.2). Neste esquema, inicialmente, aplica-se uma semi-discretização sobre as equações governantes, na qual somente as derivadas espaciais são aproximadas, resultando em equações diferenciais ordinárias que são, então, resolvidas por um procedimento de multi-estágio de passo de tempo. Neste trabalho foi aplicado o método de Runge-Kutta de ordem s , sugerido

por Jameson et al (1981). Assim, assumindo-se que as variáveis dependentes são conhecidas em cada ponto da malha, através da condição inicial, um sistema de equações diferenciais ordinárias é obtido separadamente para cada ponto. Os fluxos J e F, contidos na Eq. (3.1), envolvem ambos os termos, convectivos e difusivos, nas direções x e y, respectivamente. Estes fluxos são aproximados para cada ponto de colocação. As estimativas numéricas dos fluxos J e F, portanto, necessitam de uma aproximação da primeira derivada parcial da velocidade e temperatura para avaliar as componentes do tensor tensão e fluxo de calor. Usou-se a técnica de multiplicação de matrizes para determinar as derivadas (Fernandes, 1998). Este procedimento constitui uma maneira precisa e rápida de obter as derivadas de primeira ordem, quando se utiliza poucos pontos de colocação, como caracterizado no Capítulo III. Da mesma forma, usou-se este procedimento para calcular as derivadas dos fluxos J e F.

Neste estudo, as simulações sobre um jato incidente sobre uma placa plana aquecida foram realizadas, para 6 (seis) casos distintos e, em todos estes casos, usou-se uma malha com uma resolução média de (217x41), considerando-se a metade do domínio, e (324x41), considerando-se o domínio completo, pois, à princípio, o escoamento comporta-se de forma simétrica. Utilizou-se também, $N_{e_x}=27$, $N_{e_y}=5$ e $N_p=9$.

Na tabela 4.1 encontram-se resumidas as condições estabelecidas para cada caso analisado no âmbito deste trabalho, assim como, os valores dos números adimensionais de Reynolds e o Mach. A velocidade do som para o cálculo de número de Mach, para o ar nas condições do problema, foi calculada utilizando-se a seguinte equação:

$$Ma = \frac{U_{\infty}}{\sqrt{\gamma^* RT_{\infty}^*}} \quad (4.3)$$

Para o cálculo do número de Reynolds utilizou-se a equação (2.68) para cada caso, onde a densidade, a viscosidade na entrada são dadas também na tabela 4.1 e o diâmetro do bocal aplicado nesta equação é igual a 1 cm, conforme esquematizado na Tabela 4.2.

Tabela 4.1 – Valores das variáveis do programa e números adimensionais para cada caso calculado.

Casos	T_p (K)	T_{∞} (K)	U_{∞} (m/s)	ρ_{∞} (Kg/m ³)	$\mu_{\infty} \times 10^{-5}$ (Kg/m.s)	K_{∞} (Kg.m/s ³ .K)	$Re \cdot 10^5$	Ma_{∞}
1	1000	300	40	1,092	1,376	0,3009	0,3174	0,1152
2	1000	300	100	1,092	1,376	0,3009	0,7936	0,2880
3	1000	300	300	1,092	1,376	0,3009	2,3808	0,8641
4	1000	300	400	1,092	1,376	0,3009	3,1744	1,1521
5	800	300	300	1,092	1,376	0,3009	2,3808	0,8641
6	600	300	300	1,092	1,376	0,3009	2,3808	0,8641

Neste trabalho objetivou-se estudar o efeito da velocidade, assim como da temperatura da placa aquecida sobre a estrutura de formação de vórtices e a transferência de calor entre a placa aquecida e o jato de ar. Para isso, nos casos 1, 2, 3 e 4 procurou-se analisar o efeito da velocidade de entrada sobre as características antes mencionadas. Por outro lado, analisou-se também os casos 5 e 6 juntamente com os anteriores, com o intuito de obter informações para a discussão dos efeitos da temperatura da placa sobre a formação de vórtices e a transferência de calor.

Além disto, foram calculados valores do número de Nusselt local ($Nu=Nu(x)$) para a interface placa-jato, considerando-se a temperatura da placa (θ_w^* no Capítulo II, e agora T_p^*) constante. Apesar de, no Capítulo II, mencionar-se o cálculo do número de Nusselt para o caso em que a placa aquecida tenha um fluxo de calor por efeito Joule constante em seu interior, este caso não foi analisado neste estudo por absoluta falta de tempo.

Considerando que as formas e dimensões do problema, que define fisicamente as características do domínio do escoamento do jato, interferem de forma significativa na estrutura do escoamento, pretendia-se explorar estes aspectos com o intuito de verificar as suas influências, contudo isto não foi possível, também, por falta absoluta de tempo. Estudou-se um único caso, cujos aspectos geométricos estão evidenciados na Tabela 4.2. Os parâmetros geométricos $\frac{Ly_1^*}{d_b^*}$ e $\frac{Lx_1^*}{d_b^*}$ caracterizam os aspectos geométricos do domínio do jato, os quais interferem na estrutura do escoamento e coeficientes de troca de calor. Esta interferência manifesta-se em termos das distribuições dos gradientes das variáveis que caracterizam o escoamento: temperatura, velocidade e pressões.

Outro fator que interfere de forma significativa na estrutura de escoamento trata-se das características da distribuição de temperatura na placa aquecida e a própria

temperatura na qual a placa é mantida aquecida ou resfriada. Neste estudo, procurou-se trabalhar com a placa sólida aquecida em alta temperatura (conforme pode-se observar na Tabela 4.1), o que não é um estudo habitual para aplicações de jatos em processos industriais comuns, tais como: resfriamento de componentes eletrônicos, secagem de papel, têmpera de vidro, etc. Contudo, apesar que, neste estudo, pretendeu-se analisar o comportamento do jato de um escoamento homogêneo, somente com trocas de calor e quantidade de movimento, o intuito é evoluir o referido código para analisar escoamentos reativos em processos de combustão catalítica. Por este motivo, pretendeu-se estudar as características dinâmicas de jatos incidentes sobre placas aquecidas à altas temperaturas.

Nesta subseção procurou-se situar o leitor dentro do contexto numérico e físico do problema estudado. Nas próximas subseções serão analisadas os resultados obtidos.

Tabela 4.2 – Dimensões características do conjunto estudado.

Dimensões características	Correspondente em cm
Distância da placa ao jato (Ly_T^*)	6
Diâmetro do bocal do jato (d_b^*)	1
Altura da banda de expansão lateral (Ly_i^*)	2
Espessura da região de entrada do jato (Lx_i^*)	2
Comprimento da placa (Lx_T^*)	20
Raio de curvatura do contorno externo (R)	1
Espessura da placa (e)	Valor insignificante comparado com as outras dimensões
Profundidade da Placa (w)	Valor literal (caso bidimensional)
Razão Ly_2^*/d_b^*	2 (valor adimensional)
Razão Lx_i^*/d_b^*	20 (valor adimensional)

4.2 - Análise dos Resultados

4.2.1 – Aspectos de Análise de Estruturas de Jatos Encontrados na Literatura.

Como argumentado no item 1.3 do Capítulo I, jatos incidentes sobre superfícies aquecidas ou resfriadas são muitas vezes utilizados com o intuito de provocar aquecimentos ou resfriamentos de produtos industriais. Para tal objetivo são utilizados equipamentos que consistem de uma variedade de bocais cilíndricos ou em forma de

fendas, através do qual ar (ou outro fluido qualquer) incide verticalmente sobre a superfície de uma placa plana. Tais mecanismos permitem retirar ou ceder taxas relativamente altas de transferência de calor ou massa em pequenos percursos de escoamentos sobre a superfície. Exemplos de aplicações mais comuns destes mecanismos são soldagens de metais e de filmes plásticos, em têmpera de vidro, a secagem de têxteis, vinil, papel e filmes de materiais. Contudo, o objetivo deste estudo difere um pouco das aplicações descritas acima, pois concentrou-se na simulação de jatos de ar em altas velocidades, incidentes sobre placas planas em altas temperaturas, cujo intuito foi o de verificar os comportamentos das estruturas dinâmicas destes escoamentos turbulentos e compressíveis e o comportamento da troca de calor entre a placa e fluido. A escolha de escoamentos em alta velocidades incidentes sobre placas planas em altas temperaturas, como já explicado, deu-se pelo fato de que a pesquisa realizada constitui um primeiro passo para evoluir o Código Computacional, numa etapa posterior, para simular escoamentos reativos, envolvendo processos de combustão em meio catalítico.

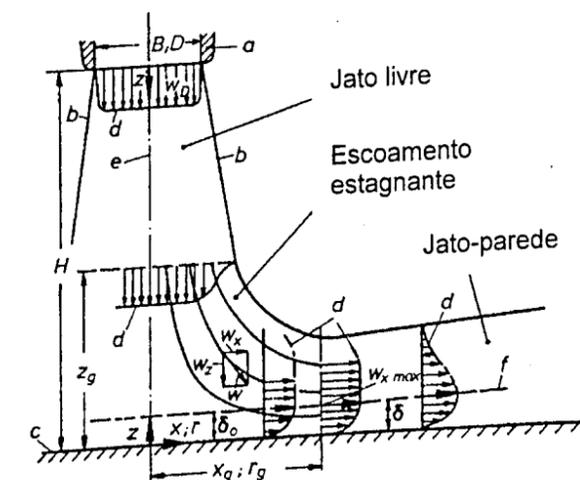


Figura 4.1 – Campo de escoamento de jatos incidentes.

Como já mencionado anteriormente, no Capítulo I, os comportamentos físicos destes tipos de escoamentos são diferenciados em várias regiões. Próximo à placa aquecida ocorrem fortes gradientes de pressão e de temperatura, existindo, assim, um alto grau de instabilidade. Entre outros autores, Schrader (1961) e Glaser (1961 e 1962) evidenciaram que a estrutura de escoamentos de jatos incidentes com bocais

cilíndricos ou em forma de fenda pode ser dividido em três regiões, com características diferentes: uma região de escoamento livre, uma região de escoamento estagnante e uma região de escoamento lateral (ou radial), externo à região de escoamento estagnante, também, denominada de região de jato de parede (Estes aspectos do escoamento são mostrados na Figura 4.1).

Martin (1977), analisou mais detalhadamente a estrutura de escoamento apresentada por Glaser (1962) sobre jatos livres, desenvolvendo-se a partir de um bocal com diâmetro d , cujas condições limites laterais externas são tecnicamente não realísticas. Devido a estas condições de jato livre, o escoamento de gás troca momento com o gás em repouso sobre o limite livre. A estrutura do jato caracteriza-se por um espalhamento linear na direção perpendicular à placa até uma certa distância da superfície sólida, a saber z_g , conforme esquematizado na Figura 4.1. Na direção paralela à placa sólida, direção de saída do jato, ocorre uma expansão do escoamento, fazendo com que o perfil de velocidade torna-se abaulado, assumindo uma forma quase parabólica, com velocidades nulas nas superfícies sólidas e livre do escoamento. A forma do perfil de velocidade ao longo de todo o escoamento depende levemente, do diâmetro do bocal e do número de Reynolds do escoamento. No estudo de Martin (1977), definiu-se a região central do jato como a zona central entre o bocal e a placa, seguindo o eixo vertical à placa sólida. Esta região é caracterizada pelo fato dos valores absolutos do campo de pressão entre o bocal e a placa diminuírem até 95% do valor máximo, o qual encontra-se próximo da injeção de gás no bocal e diminui gradativamente quando se desloca em direção à placa atingindo-se 5% do valor máximo na distância z_g da placa sólida. Seguindo esta definição, o autor sugere que o comprimento da região central deve ficar em torno de quatro vezes o diâmetro do bocal do jato. O escoamento estagnante inicia-se justamente numa região relativamente próxima da superfície sólida. Também, o autor sugere que esta região está compreendida numa zona de aproximadamente 1,2 vezes o diâmetro do bocal do jato, medida a partir da placa sólida, caracterizada na Figura 4.1 por z_g . Nesta região a componente de velocidade axial do jato é desacelerada e transforma-se numa componente de velocidade transversal, devido à aceleração do escoamento em direção à saída domínio. À partir do ponto de estagnação sobre o centro da placa sólida, seguindo a direção paralela à placa, existe um típico escoamento de camada limite, definida pela influência da viscosidade. Contudo, esta região é restringida em uma

camada extremamente fina, próxima da superfície sólida. Também foi observado, nesse estudo, que as componentes de velocidades são linearmente proporcionais à distância do ponto de estagnação. A espessura da camada limite permanece quase constante, indicando que as condições de escoamento estagnante ideal é atingida próximo da placa sólida, obtendo uma condição de escoamento quase paralelo na direção de saída do bocal.

Ainda com relação ao artigo de Martin (1977), é caracterizado que o número de Reynolds, na maioria das aplicações práticas são da ordem de 10^4 . Neste caso, a espessura da camada limite hidrodinâmica, na zona de estagnação, alcança a ordem de um centésimo do diâmetro do bocal. Devido à largura finita do jato e à troca de momento com a vizinhança externa a este (gás em repouso), a aceleração do escoamento estagnante deve-se transformar em desaceleração do escoamento de jato confinado entre a parede e o gás em repouso. Assim, a componente de velocidade paralela à parede, inicialmente, aumenta linearmente de zero até alcançar um valor máximo em uma certa distância paralela à placa, a partir do ponto de estagnação (denominada x_g na Figura 4.1) e, finalmente, esta componente de velocidade torna-se independente da direção perpendicular à placa, após uma região central completamente desenvolvida. Considerando-se que o efeito de estabilização da aceleração mantém a camada limite laminar na zona de estagnação, a transição para a turbulência normalmente ocorre na região após x_g (r_g), na região de escoamento em desaceleração do escoamento na região central da zona estagnante. A camada limite da parede e da corrente livre crescem juntos, formando o típico perfil jato de parede, onde a espessura da camada limite δ é definida na posição de máxima velocidade na direção x (Figura 4.1).

Os escoamentos incidentes para bocais de formas e dimensões diferentes, geralmente, apresentam as mesmas três regiões: jato livre, zona de estagnação e jato de parede.

As variáveis externas que influenciam a transferência de calor e massa em escoamentos impingentes são, por um lado, a taxa de transferência de massa e o estado do gás e por outro lado, a forma, o tamanho e a posição dos bocais (no caso de um conjunto de bocais), relativos um com os outros e, também, a forma, tamanho e, especialmente, a posição da placa sólida. Adicionalmente, as características dinâmicas, térmicas, e contornos materiais que definem os mecanismos físicos do

dispositivo, normalmente, são mantidos fixos para cada caso particular considerado. As condições de contorno dinâmicas são estabelecidas em torno de todo o domínio do escoamento e ainda de acordo com as características físicas particulares do mecanismo jato-placa. Na maioria dos casos, presume-se que todas as componentes de velocidade desaparecem sobre a superfície sólida (a superfície sólida encontra-se estática e é impermeável) e que a velocidade do gás na saída do bocal, encontra-se uniformemente distribuída sobre a seção transversal, exceto numa região muito próxima da parede, definida pela camada limite. Suposições que envolvem superfícies externas do jato, regiões estas definidas por um gás em repouso, certamente nunca poderá ser considerada em aplicações práticas. Contudo, esta consideração não impõe sérias restrições às características da estrutura de escoamento e os parâmetros de transferência de calor, desde que a velocidade de movimento do material não exceda a frações pequenas da velocidade de impacto do jato, em muitos casos.

A segunda consideração, a qual se caracteriza pelo fato da velocidade de saída do bocal (injeção do gás) ser igualmente distribuída em bocais usados em dispositivos industriais, também, não é tecnicamente viável. Neste caso, o perfil de velocidade na saída do bocal é considerado como um campo de velocidade completamente desenvolvido, com um perfil de velocidade parabólico, onde longos tubos ou dutos retangulares são usados antes do fluido ser injetado pelo bocal.

Uma completa descrição das condições de contorno dinâmicas, considerando os níveis de turbulência na saída do bocal, é necessária e pode influenciar consideravelmente a transferência de calor e massa na zona de estagnação. Contudo, o pré-estabelecimento deste fator torna difícil, pois os projetistas não têm parâmetros para definir os níveis de turbulência em cada projeto. Mas, este efeito pode facilmente ser definido em simulações numéricas, introduzindo níveis de flutuações residuais nos perfis das variáveis do problema, na saída do bocal. As condições limites térmicas e de pressão foram assumidas constantes na saída do bocal e de acordo com o estado do gás nas condições de injeção deste através do bocal. Sendo assim, o seu estado termodinâmico pode ser assumido arbitrariamente.

Procurou-se, ao longo desta subseção, descrever alguns aspectos da estrutura de escoamentos de jatos incidentes de bocais cilíndricos, com o intuito de situar o leitor sobre as características básicas de estruturas de escoamentos de jatos, como apresentadas na literatura atual. Este relato possibilita uma melhor compreensão sobre

os aspectos básicos da pesquisa desenvolvida neste estudo e evidencia os principais elementos que diferenciam a atual pesquisa com relação as demais relatadas na literatura especializada. Portanto, na próxima subseção será apresentada a descrição dos resultados qualitativos obtidos na simulação numérica do estudo realizado.

4.2.2 – Análise das Estruturas dos Jatos Obtidos na Simulação Numérica

No atual estudo realizou-se a simulação numérica de um escoamento de um jato incidente sobre uma placa plana, cujo domínio do escoamento é delimitado por um conduto cilíndrico que envolve todo o domínio. As características geométricas do escoamento, definidas para este estudo, foram determinadas de forma que a sua concepção física fosse completamente viável tecnicamente. Por este fato, o perfil de velocidade introduzido na entrada do domínio foi considerado parabólico, com velocidades nulas nas bordas externas.

Para que o leitor situe-se melhor no contexto dos resultados a serem apresentados, a Fig. 2.4 será repetida nesta subseção, como Fig. 4.2.

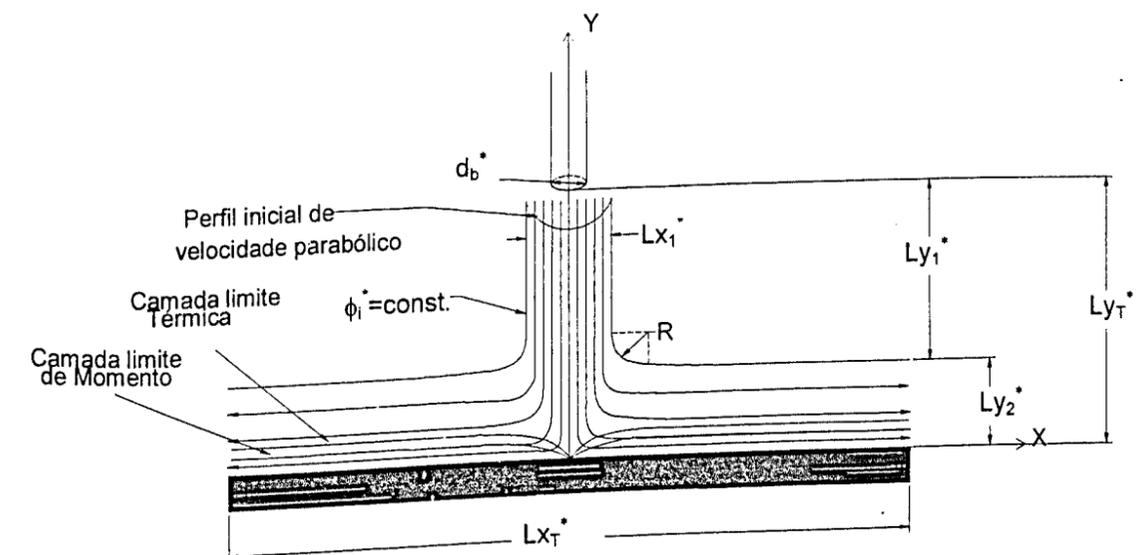


Figura 4.2 - Esquema bidimensional para o problema jato incidente sobre uma placa, dando ênfase às condições de contorno para as diferentes regiões do esquema mostrado.

Portanto, como pode ser observado na Fig. 4.2, a estrutura do escoamento estudado nesta pesquisa só terá a configuração de um jato livre, quando o parâmetro L_{Y2}^* for consideravelmente grande, de forma a permitir a expansão do fluido ao longo da direção paralela à placa. Adicionalmente, pode-se dizer que o raio de curvatura R ,

mostrado na Fig. 4.2, afeta de forma significativa a formação de vórtice no escoamento. Outro elemento que interfere na estrutura do escoamento é a temperatura da placa que, neste caso, é relativamente alta, causando uma forte estratificação do escoamento, permitindo, assim, a formação de vórtices coerentes com altas energias. Portanto, o que se observa é que a estrutura do escoamento, nesta configuração tecnicamente viável, depende significativamente de alguns parâmetros geométricos. Ainda pode-se dizer que a velocidade na qual o escoamento é injetado no conduto altera o confinamento do fluido e, conseqüentemente, sua estrutura nas regiões próximas da placa sólida aquecida. Também, um outro elemento que pode afetar a estrutura do escoamento e a intensidade dos parâmetros de trocas de calor é a turbulência residual do escoamento, introduzida no perfil de velocidade, no conduto vertical do mecanismo que define o domínio do jato. Entretanto, neste estudo não foi evidenciado este efeito.

Como a estrutura do escoamento no problema estudado depende de vários parâmetros, tais como as características geométricas, o número de Reynolds, o número de Mach e a temperatura de aquecimento da placa sólida, a pesquisa realizada, constitui uma etapa, onde somente efeitos de alguns parâmetros foram observados, tais como número de Mach, número de Reynolds e temperatura da placa. Os efeitos destes parâmetros sobre a estrutura do escoamento serão abordados nas Figuras de 4.3 à 4.20, as quais evidenciam as evoluções no tempo dos campos de densidade, de energia total e das linhas de corrente. Ainda, cabe ressaltar que um trabalho árduo e significativo foi desenvolvido para adequar o Código Computacional, que envolve a aplicação da técnica de elementos espectrais, para o domínio curvilíneo. Este trabalho é bastante original e dentro do nosso conhecimento, não foi ainda aplicado previamente. Portanto, pode-se dizer somente que a adequação deste Código Computacional constitui um trabalho longo e de significativa importância. Considerando este fato, pode-se dizer que os resultados físicos a serem apresentados têm como principal objetivo evidenciar a performance da técnica.

O jato de ar, conforme já mencionado, é considerado como um escoamento completamente desenvolvido, assumindo-se, assim, inicialmente um perfil parabólico de velocidade, cujas velocidades médias, nos casos estudados foram de 40, 100, 300 e 400 m/s, as quais correspondem respectivamente, aos casos 1, 2, 3 e 4. Contudo, os casos 5 e 6 foram realizados para a velocidade de 300m/s, mas com temperaturas na

placa sólida diferente dos outros casos. Detalhes sobre as diferenças básicas entre estes casos podem ser observadas na Tabela 4.1. A intenção de trabalhar com velocidades diferentes para os casos 1, 2, 3 e 4, e fixando os demais parâmetros, foi o de avaliar os efeitos do número de Reynolds e do número de Mach sobre a estrutura de formação de vórtices e sobre o perfil do número de Nusselt local, sendo que estes últimos serão abordados na seção seguinte.

As Figuras de 4.3 à 4.20 mostram a evolução do campo de densidade, energia e das linhas de corrente para os seis casos citados. Cada figura representa uma seqüência composta por três partes chamadas de A, B e C. Para cada caso, segue-se a seguinte ordem de apresentação: primeiro o campo de densidade, em seguida o campo de energia e por último as linhas de corrente. Quando se deseja referir aos gráficos individuais, e não a seqüência, utilizar-se-á a frase "no gráfico (a) da Figura 4.3A", por exemplo.

A análise a ser apresentada envolve as evoluções dos campos de densidade, de energia total e das linhas de correntes. As Figs. 4.3 à 4.5 ilustram a evolução destes campos para $Re=3,174 \times 10^4$, $Ma=0,1152$, $T_p=1000$ K e $T_\infty=300$ K. Em todos os gráficos (da Fig. 4.3A) observa-se uma região de baixa densidade ao longo da placa aquecida e uma distribuição de densidade com valores relativamente maiores, nas regiões distantes da placa e no duto vertical. Este fato pode ser explicado pelo baixo tempo de simulação, $t^*=0,0062$ segundos e, por isso, o escoamento do jato ainda não modificou substancialmente a estrutura imposta pelas condições iniciais. Além disso, a alta temperatura da placa aquecida impõe um alto gradiente negativo de densidade nas proximidades da mesma, dando origem à formação nítida de vórtices que expandem-se equilateralmente, formando estruturas muito parecidas com as apresentadas no trabalho de Garimella e Rice (1995). A formação destes vórtices deve-se, basicamente, a dois fatores: o choque do jato com a placa que causa uma forte desaceleração do escoamento nesta região e a intensa troca de calor com a placa aquecida.

Portanto, observa-se nitidamente na Fig. 4.3 que o campo de densidade evolui ao longo do tempo, formando, inicialmente, uma grande estrutura coerente que se propaga em direção à saída do domínio, quando o tempo transcorre. Este vórtice ocupa praticamente toda a região de escape do domínio do escoamento, o qual, claramente, propaga-se ao longo do canal de saída, até ocorrer a sua dissipação na saída do domínio. Este fato pode ser evidenciado ao longo das Figs. 4.3A e 4.3B. Após

este grande vórtice coerente escapar na saída do domínio (gráfico f da Fig. 4.3B), a estrutura do escoamento tende a evoluir para uma estrutura mais estável, os vórtices gerados são estruturas coerentes, contudo, de menores dimensões. À partir daí, o que se observa é a não formação de estruturas bem definidas como a original, o que mostra a tendência ao estabelecimento de um regime de escoamento permanente. Portanto, à medida que se transcorre o tempo de simulação, a estrutura do escoamento evolui cada vez mais para uma estrutura permanente, a qual pode ser definida de forma semelhante àquela descrita por Martin (1977), transcrita com detalhe na subseção anterior. Esta estrutura é dividida em três regiões, a saber: uma *região de escoamento confinado no domínio do conduto vertical*, diferente daquela observada no trabalho de Martin (1977), a qual corresponde a uma região de escoamento livre, uma *região de escoamento estagnante* e uma *região de camada limite, próxima da placa plana aquecida*. Estes aspectos são observados à partir do gráfico (f) da Fig. 4.3B e nos gráficos da Fig. 4.3C.

O que se observa na Fig. 4.3A, a qual evidencia a evolução do campo de densidade, é que, devido à alta temperatura da placa, o escoamento torna-se estratificado em todo o seu domínio. Mesmo na *região de escoamento confinado no domínio do conduto vertical*, observa-se que a densidade é menor na zona central e diminui gradativamente quando se aproxima da parede do conduto. Esta estrutura de escoamento evidenciada nesta região é consistente, pois, na região central do duto vertical, o escoamento desloca-se com uma velocidade maior que na zona próxima às bordas; conseqüentemente, o campo de pressão na região central, o qual apresenta variações similares ao campo de densidade, tende a apresentar menores valores na região central do conduto vertical que na zona próxima à parede. Entretanto, esta estrutura do campo de densidade só é observada quando a solução numérica obtida passa a corresponder a de um escoamento permanente. Neste estudo, não se observa mais na estrutura do escoamento a presença de grandes vórtices coerentes que, dependendo de sua posição no domínio, altera totalmente a estrutura dos campos das propriedades em todo domínio, devido à sua grande amplitude. Portanto, pode-se dizer que, quando a solução numérica obtida para o problema evolui para uma solução permanente, é passível de se afirmar que a estrutura permanente que caracteriza o escoamento é uma estrutura turbulenta, com finas escalas. Este aspecto do

escoamento pode ser observado nas figuras ilustrativas, presentes na Fig. 4.3B e 4.3C, onde as flutuações do campo de densidade apresentam características mais aleatórias.

Antes de caracterizar-se a região de estagnação na Fig. 4.3, é importante comentar sobre alguns aspectos geométricos do mecanismo que pode eventualmente causar o confinamento do escoamento, inibindo o desenvolvimento de jato livre. Por isso, um mecanismo físico com um contorno em forma de ângulo reto não foi definido, conforme sugerido por Maliska (1995), mas sim, um mecanismo com contornos curvilíneos, os quais, garantem uma maior representabilidade de jatos livres incidentes, mesmo sendo o escoamento interno a um conduto sólido. Assim, a estrutura do escoamento pode aproximar de certa forma daquela descrita por Martin (1977). Para tanto, basta fixar um raio de curvatura R relativamente grande e também, um Ly_2^* suficientemente grande (R e Ly_2^* estão evidenciados na Fig. 4.2).

A região de estagnação é caracterizada por micro e macro-estruturas, as quais apresentam elevados gradientes de densidade e energia. Tais estruturas são formadas pelos efeitos dinâmicos do escoamento incidente e pela alta troca de calor entre a placa e o jato de ar. Nesta região ocorre uma forte desaceleração da componente de velocidade transversal e um auto gradiente de temperatura, causado por uma intensa mistura que ocorre nesta zona do escoamento. Com relação aos campos de pressão ou densidade, estes dois efeitos interagem diferentemente e, dependendo da combinação de seus efeitos, os valores do campo de pressão podem crescer ou diminuir e conseqüentemente, os valores do campo de densidade, também, podem crescer ou diminuir. Contudo, o que se observa na Fig. 4.3A é que o campo de densidade tende a diminuir os seus valores, com relação, especialmente, aos valores deste campo na região externa à camada limite, mostrando que ocorre uma predominância do efeito de estratificação térmica na região de estagnação. Além disso, devido às fortes flutuações do escoamento, a troca de calor nesta região torna-se bem maior que em outras regiões. A região de estagnação envolve o ponto central que divide a placa sólida aquecida, o qual constitui um ponto estagnante, possibilitando que a estrutura do escoamento torne-se simétrica ao seu redor. Sobre este ponto estagnante, a velocidade do fluido torna-se excessivamente baixa, tendendo a zero, o que faz com que a troca de calor torne-se excessivamente baixa.

Em direção à saída do jato, ao longo da placa sólida aquecida, à partir do ponto estagnante, o escoamento inicia um processo de aceleração, onde a velocidade

transversal diminui em módulo e a componente de velocidade axial (paralela à placa) aumenta o seu módulo, formando camadas limites térmicas e hidrodinâmica bem definidas. Na região de camada limite o escoamento mantém-se altamente confinado, o que induz que ela se encontra em baixa velocidade e com características bem laminarizadas. Este aspecto é melhor observado nas Figs. 4.5B e 4.5C. As características do escoamento no duto de saída, na região externa à camada limite apresenta uma estrutura bastante perturbada, com fortes oscilações, devido a alta estratificação que o escoamento encontra-se submetido. Estes aspectos do escoamento podem ser observados no campo de densidade, mostrado em todos os gráficos das Figs 4.3B e 4.3C, onde faixas de escalas distintas de densidade podem ser observadas, com acentuadas variações. Também, observa-se claramente estes aspectos da estrutura do escoamento nas Figs. 4.4 e 4.5, correspondentes aos campos de energia e linhas de corrente.

Na Figura 4.4, evidencia-se a evolução do campo de energia, onde observa-se a mesma estrutura de vórtices mencionada na discussão da Fig. 4.3, contudo, vale ressaltar que, agora, a variável considerada é a energia total, que nada mais é do que a soma entre a energia interna e a energia cinética do fluido. Inicialmente, observa-se ao longo dos gráficos da Fig. 4.4A que existe um acúmulo de energia na região próxima da placa. Como já mencionado, o campo de energia total depende basicamente de dois fatores: da energia cinética e da energia interna.

Na região do jato próxima à placa sólida o escoamento desacelera significativamente, diminuindo a energia cinética. Contudo, o escoamento é submetido a uma forte transferência de calor da placa para a região do escoamento vizinha a esta placa, aumentando, com isso, a energia interna nesta zona. Portanto, o acúmulo de energia próximo da placa caracteriza uma predominância do aumento de energia interna sobre a diminuição da energia cinética, que pode ser explicado pelo fato que o ar que entra a uma temperatura baixa, choca-se com a placa a alta temperatura e, com isso, estabelecem-se altos gradientes de temperatura nas proximidades da placa.

Uma outra observação importante, referente à Fig. 4.4A, onde observa-se uma região formada pelos grandes vórtices e, nestes, evidencia-se a predominância de baixos níveis de energias, que podem ser explicados pela baixa velocidade de entrada do jato (40 m/s), a qual não conseguiu formar um escoamento que vencesse as forças viscosas e, conseqüentemente, promovesse uma mistura mais rápida da energia

liberada pela placa. Contudo, com a evolução no tempo (Fig. 4.4B e 4.4C) começa-se a observar o aumento dos níveis energéticos da região de estagnação. Isto deve-se à saída das grandes e lentas estruturas de vórtices (à partir do tempo de 0,625 segundos) e à formação de um escoamento mais laminarizado (“mais rápido”) e que, por isso, com velocidades maiores na região próxima da placa, provocam uma maior dissipação de calor da placa para o seio do fluido.

A Figura 4.5 (A, B e C), vem somar com os comentários até então feitos, pois, mostra-se claramente a estrutura de formação de vórtices, do seu início (tempo de 0,0062s, parte A) até a saída do grande vórtice inicial (tempo de 0,625 segundos, parte B). Analisando-se o intervalo de tempo de 0,625 até 1,250 segundos, constata-se que não houve formação de grandes estruturas de vórtices, a não ser pequenas inflexões pouco pronunciadas. Contudo, se esta figura for analisada juntamente com as Figs. 4.3 e 4.4, pode ser evidenciado que os três campos, densidade, energia e linhas de corrente, encontram-se perfeitamente acoplados.

Além disso, na Fig. 4.5, observou-se emparelhamentos de vórtices na parte A, gráficos (f) e (h), na parte B nos gráficos (a), (b) e (c). Tais vórtices emparelhados distanciam-se um do outro, conforme o jato evolui no tempo. Nesta figura, pode-se dizer, ainda, que, para os tempos mais evoluídos, ocorre uma laminarização das linhas de corrente na região próxima da placa, resultado do estabelecimento do escoamento e conseqüente aceleração das camadas de fluido próximo à placa.

As Figura 4.6, 4.7 e 4.8 ilustram a evolução dos campos de densidade, energia e linhas de corrente, para $Re=7,936 \times 10^4$, $Ma=0,2880$, $T_p=1000$ K e $T_\infty=300$ K. Como pode-se observar, a estrutura do escoamento desenvolve-se ao longo do tempo, de forma totalmente semelhante ao caso descrito anteriormente (caso 1), onde os números de $Re=3,174 \times 10^4$ e de $Ma=0,1152$ são relativamente menores. Para este caso, também houve a formação de grandes vórtices coerentes, os quais diferenciam-se dos vórtices apresentados no caso anterior (caso1) por ocuparem uma região mais estreita no canal de escape do escoamento. Além disso, pôde-se observar que tais vórtices possuem um movimento helicoidal intenso (o que não aconteceu no caso anterior, onde observava-se apenas uma tendência para uma expansão vertical), caracterizando uma estrutura de escoamento de grande escala e bastante coerente, parecida com as presentes nos tornados, claro, guardando-se as devidas proporções (isto pode ser observado nos gráficos da Fig. 4.6A)

A Fig. 4.6A, que representa o campo de densidade para o segundo caso, mostra que a evolução dos grandes vórtices se deu muito mais rapidamente se comparado com os tempos dimensionais do caso anterior. Por exemplo, nos gráficos correspondentes ao tempo $t^* = 0,125$ segundos para ambos os casos, gráfico (f) da Fig. 4.3A e gráfico (a) da Fig. 4.6B, observa-se que o vórtice coerente, no primeiro caso, encontra-se bem próximo à região central da placa sólida aquecida. Contudo, para o segundo caso, neste mesmo tempo dimensional, observa-se que o vórtice coerente encontra-se bem próximo à borda de escape do canal de saída do jato. Este fato evidencia que a perturbação coerente propaga-se com maior velocidade no caso 2 do que no caso 1, o que já era esperado, devido à maior velocidade imposta na entrada do jato. Ainda nesta figura, observa-se nitidamente que, para os últimos intervalos de tempo (Fig. 4.6C, gráfico (b) e seguintes), formou-se uma região de estagnação, que se estendeu sobre a placa, em toda a sua extensão, diferentemente do caso anterior, onde a região de estagnação localiza-se em uma pequena região, situada próxima do centro da placa. Neste caso, o escoamento não apresenta uma nítida separação entre a região de camada limite na parede do canal de saída e a região de estagnação, podendo, assim, sugerir que o escoamento, basicamente, é composto por duas regiões. A primeira região, constitui-se numa zona central com característica estável, envolvendo todo o centro do conduto central, estendendo até a placa aquecida e se prolongando na região próxima à esta placa, em direção à saída do canal, a qual se alarga quando se aproxima das extremidades de saída do canal. Uma segunda região, definida ao longo do canal de saída do jato, externa à primeira e superposta a esta, com características bem instáveis, onde se observa a tendência à formação de uma esteira e, possivelmente, o desenvolvimento de uma camada de mistura espacial, inibida, talvez, pelo processo de filtragem numérica introduzida no código computacional, como descrito no Capítulo III, ou pela falta da introdução nos cálculos de uma turbulência residual que possibilita o desenvolvimento de camadas de misturas espaciais (Silva Júnior, 1998 e Fernandes, 1998). Contudo, isto é um fato que deverá ser constatado nos próximos estudos. Estes aspectos desta estrutura do escoamento podem ser observados em todos os campos, tanto de densidade e energia total, como nas linhas de correntes.

A Figura 4.7, que representa o campo de energia para o caso 2, como mencionado no parágrafo anterior, mostra que esta propriedade se comporta de forma

semelhante ao campo de densidade, prevalecendo, então, os mesmos comentários feitos anteriormente.

Concluindo, pode-se dizer que para os tempos mais evoluídos (Fig. 4.7C), a região de estagnação estende-se longitudinalmente sobre a superfície da placa, constituindo, juntamente com a região de camada limite de parede, uma única região e, para o caso anterior, o que se verifica é que a região de estagnação estende-se verticalmente em torno da região central da placa. Este fato caracteriza a diferenciação básica entre estes dois casos, e sugere que, quando se aumenta o número de Reynolds e de Mach, ocorre uma tendência de confinamento de um escoamento potencial na região central do conduto vertical, interligada a uma região laminarizada, próxima à parede da placa.

As linhas de corrente mostradas na Figura 4.8 condizem com o que até então foi discutido, mostrando outra vez o acoplamento existente entre os campos tratados. Contudo, neste conjunto de gráficos é possível evidenciar de forma mais clara o comportamento instável da região de escoamento externa à região de parede, conforme mencionado acima.

As Figuras 4.9, 4.10 e 4.11 representam o caso 3, que possui as seguintes características: $Re = 2,3808 \times 10^5$, $Ma = 0,8641$, $T_p = 1000$ K e $T_\infty = 300$ K. Na Figura 4.9 observa-se que a propagação dos vórtices coerentes inicialmente formados (Fig. 4.9A) ocorre de forma ainda mais rápida que nos dois casos descritos anteriormente (1 e 2). Isto pode claramente ser observado, se forem comparados os gráficos (d) da Fig. 4.6A com o gráfico (g) da Fig. 4.9A, correspondentes a um mesmo tempo dimensional; isto é, 0,0250 segundos. No primeiro caso, o vórtice coerente ainda não atingiu a posição situada na metade do canal de saída, contudo, no segundo caso, o vórtice coerente já atingiu aproximadamente a posição situada em $\frac{3}{4}$ do canal de saída. Também, o vórtice coerente evidenciado na Fig. 4.9A encontra-se mais confinado no canal de saída do jato; isto é, ele se expande menos na direção vertical deste canal, talvez, devido à sua maior velocidade de propagação na direção paralela à placa, pois estes vórtices crescem quando se deslocam. Além disso, observa-se nas Figs 4.9B, e 4.9C, que, à medida que a estrutura do escoamento evolui ao longo do tempo, ocorre o aparecimento de uma região de baixa densidade, ocupando a região central do canal de incidência vertical, espalhando-se ao longo de uma região sobre a placa plana, ocupando a metade desta. Contudo, quando

gradiente axial de pressão (na direção paralela à placa sólida) conduz a bruscos aumentos no nível de turbulência, fator que aumenta de forma significativa o coeficiente de transferência de calor. Este aumento brusco ocorre para qualquer número de Reynolds, contudo, ela é mais acentuada para grandes números de Reynolds. Esta conclusão foram constatadas por vários pesquisadores, entre eles pode-se citar Petzold (1968), Dosdogru (1974), Gordon e Firat (1965 e 1966), Gordon e Cobonpue (1962) e por último Petzold e Wiss (1964). De uma forma geral, os resultados apresentados por estes pesquisadores, entre outros, concordam de forma satisfatória na região de parede. Contudo, grandes discrepâncias são constatadas na zona de estagnação, provavelmente, devido a diferentes níveis de turbulências introduzidos no escoamento pelos mecanismos de injeção do fluido, na região de injeção no bocal. Estas discrepâncias têm uma importância menor, quando se pretende obter o coeficiente de transferência de calor médio, determinado através de integração do coeficiente de transferência de calor local ao longo da placa. Este coeficiente de transferência de calor médio é o parâmetro de interesse em projetos técnicos.

No trabalho de Garimella e Rise (1995), observou-se que a distribuição do coeficiente de transferência de calor em relação à distância radial (tendo como referência o ponto de estagnação), possui forma de sino, com o ponto de máximo coeficiente de transferência de calor situado o ponto de estagnação. O coeficiente de transferência de calor no ponto de estagnação é independente da razão z/d para $1 \leq z/d \leq 4$. No presente trabalho, $\frac{Ly_2}{d_b} = 2$ que corresponde a z/d na referência citada.

Ainda, no trabalho de Garimella e Rise (1995), foi observado a influência do número de Reynolds sobre a distribuição do coeficiente de transferência de calor local para $z/d=1$ e $d=3.18\text{mm}$. O número de Reynolds variou entre 8500 a 23000, e como se esperava, obteve diferentes comportamentos das curvas para diferentes número de Reynolds. Para números de Reynolds grandes observou-se que a magnitude dos picos secundários foi maior que a do pico do ponto de estagnação, fato contrário ao ocorrido para número de Reynolds menores. Para todos os casos observou-se que o número de Nusselt aumenta com o aumento do número de Reynolds.

Os resultados deste trabalho são apresentados nas Figuras de 4.21 à 4.26 que mostram a evolução no tempo dos perfis do número de Nusselt adimensional (Nu) e da condutividade térmica adimensional (k), em função da posição adimensional x , que

representa todo o comprimento da placa sólida, para os seis casos estudados. Vale ressaltar que o número de Nusselt é dado por parâmetros adimensionais, conforme equação (2.98), donde pode-se chegar que o número de Nusselt definido por parâmetros adimensionais é igual ao dobro do número de Nusselt definido por parâmetros dimensionais ($Nu=2Nu^*$). Por este fato, deve-se multiplicar por 2, o número de Nusselt lido nas figuras para obter-se o Nusselt definido por parâmetros dimensionais.

Na Figura 4.21 está representada a evolução do número de Nusselt (definido por parâmetros adimensionais) e da condutividade térmica para o caso 1, onde $Re=3,174 \times 10^4$, $Ma=0,1152$, $T_p=1000\text{ K}$ e $T_\infty=300\text{ K}$. Observa-se a evolução dos perfis do número de Nusselt adimensional em função da posição adimensional x . Nesta figura constatou-se, de uma forma geral, as seguintes características:

- i. Com relação aos gráficos (a), (b), (c), (d) e (e), da Fig. 4.21A, observa-se baixos valores do número de Nusselt nas extremidades axiais do domínio (canal de saída do jato) e súbitos aumentos do número de Nusselt à partir de uma determinada posição axial sobre a placa. Esta posição de brusco aumento distancia-se do centro da placa quando se evoluiu no tempo. Contudo, ao comparar o comportamento destas curvas do número de Nusselt com as curvas dos campos de densidade ou de energia, verifica-se que o deslocamento do ponto de brusco aumento no número de Nusselt coincide com a frente de deslocamento de grandes vórtices coerentes. Por exemplo, se forem observados os gráficos (f) da Fig. 4.3A e (c) da Fig. 4.21A, que correspondem ao tempo dimensional de 0,125 segundos, verifica-se que o ponto da frente do grande vórtice em deslocamento coincide com o ponto de brusco aumento no número de Nusselt. Consequentemente, na região compreendida entre as duas frentes de deslocamento do grande vórtice coerente, a estrutura do escoamento é turbulenta, o que causa um aumento no coeficiente de troca de calor por convecção. Contudo, para este caso, o fator que causa um brusco aumento no número de Nusselt é a forte diminuição do coeficiente de condutividade térmica do fluido, devido à diminuição da temperatura na região compreendida entre as duas frentes dos vórtices que se deslocam em direção à saída do jato. Além disso, é importante observar que, como este grande vórtice coerente desloca-se em direção à saída

do canal de escape do jato com uma velocidade de propagação proporcional à velocidade de entrada do jato, da mesma forma, o ponto onde ocorre o brusco aumento do Nusselt também desloca-se em direção à saída do canal de escape do jato. Portanto, quando o grande vórtice atinge a saída deste canal, este brusco aumento no número de Nusselt desaparece;

- ii. Constata-se a presença de dois pontos de máximos que se encontram equidistantes e envolvendo o ponto de estagnação, sobre o qual um baixo número de Nusselt é verificado. Apesar da descrição que se apresenta até agora é concentrada apenas nos perfis contidos nos 5 (cinco) gráficos iniciais (a, b, c, d e e, da Fig. 4.21), diga-se de passagem, este comportamento se manifesta para toda soluções transientes, até a estrutura do escoamento tornar-se permanente;

Os comentários inerentes aos fatos descritos nos itens (i) e (ii), geralmente, manifestam em todos os casos analisados neste estudo. Em adição ao já dito nos dois itens acima, os baixos valores do número de Nusselt nas extremidades do domínio, quando o tempo de processamento ainda é pequeno, podem ser explicados pelo pequeno tempo em que o sistema encontra-se submetido ao escoamento do jato e por isso, não se conseguiu modificar as condições iniciais impostas pelo problema. No que diz respeito aos pontos de máximos números de Nusselt evidenciados acima, envolvendo o ponto de estagnação, pode-se dizer que eles ocorreram devido ao surgimento de fortes flutuações do escoamento nesta região, aumentando de forma significativa o coeficiente de transferência de calor por convecção, o que causa o aparecimento de altos valores do número de Nusselt. Como se sabe, também, a diminuição do fator de condutividade térmica do fluido causa um aumento no número de Nusselt, contudo, este fator não é o responsável pela presença dos picos envolvendo o ponto de estagnação, caso contrário, deveria-se observar um máximo valor do número de Nusselt sobre o ponto de estagnação, onde o fator de condutividade térmica atinge o seu menor valor. Este fato induz a dizer que o aumento do coeficiente de transferência de calor por convecção é o responsável pela presença destes picos. Entretanto, com relação à súbita elevação do número de Nusselt em determinadas posições sobre a placa, antes do escoamento atingir uma estrutura permanente, onde ocorre a interface entre uma região de alta troca de energia e uma outra de baixa, pode-se sugerir com forte intuição que este fator de condutividade

térmica é o responsável por esta descontinuidade no número de Nusselt, pois, a brusca mudança no fator de condutividade térmica, que coincide com o súbito aumento no número de Nusselt, permite sustentar esta conjectura. Quanto aos baixos valores do número de Nusselt sobre o ponto de estagnação, pode ser explicado pelo fato que nas proximidades deste ponto é formada por uma pequena região de estagnação que se caracteriza por possuir internamente baixas velocidades de movimentação do fluido, o que induz um baixo coeficiente de transferência calor por convecção. Este fato deve-se ao choque entre o jato e a placa, que se dá perpendicularmente e, por isso, uma porção do jato que incide próximo ao ponto de estagnação tenderá a se refletir verticalmente para cima, chocando-se com a porção descendente do jato neste instante, gerando com isso uma região amortecida que caracteriza a região de estagnação, onde o coeficiente de transferência de calor é fortemente reduzido.

À partir do gráfico (f) da Fig. 4.21A e também para todos os gráficos da Fig. 4.21B, observa-se o aparecimento de perfis do número de Nusselt que, ao contrário dos 5 (cinco) perfis comentados anteriormente, onde observou-se grandes inflexões nos perfis do número de Nusselt nas regiões extremas da placa, próximas da saída do canal de escape (cujo o fator responsável por este comportamento foi explicado acima), observa-se agora valores do número de Nusselt que variam cada vez menos, quando a estrutura do escoamento tende para uma estrutura permanente, onde se constata nas últimos gráficos da Fig. 4.21B que apenas pequenas inflexões sobre o número de Nusselt é observada, em toda à extensão da placa. No gráfico (d) da Figura 4.21B observa-se que os picos de máximo, citados anteriormente, praticamente desaparecem. Este fato pode ser explicado, se considerar que a estrutura do escoamento na região da camada limite (quando esta torna uma estrutura de escoamento permanente), o aspecto do escoamento é de um quase laminar, como pode ser constatado na Fig. 4.5 que representam as linhas de correntes. Isto induz um coeficiente de transferência de calor por convecção permanente, quase constante e menor que um que se poderia obter se o escoamento fosse turbulento. Devido a esta laminarização do escoamento na camada limite, o número de Nusselt diminui, como pode ser verificado nos gráficos (g) e (h) da Fig. 4.21B.

O comportamento do número de Nusselt descrito com relação à Fig. 4.21 que representa a evolução do número de Nusselt e da condutividade térmica para o caso 1, onde $Re=0,32 \times 10^5$, $Ma=0,1152$, $T_p=1000$ K e $T_\infty=300$ K é o mesmo para todas

evoluções do número de Nusselt apresentadas para os outros casos estudados, mostrados nas Figs. 4.22 a 4.26. Nota-se que as Figs. 4.22 a 4.24 representam a evolução do número de Nusselt para os casos 2, 3 e 4, que correspondem, respectivamente, a $Re=0,7936 \times 10^5$ e $Ma=0,2880$, $Re=2,3808 \times 10^5$ e $Ma=0,8641$ e $Re=3,1744 \times 10^5$ e $Ma=1,1521$. Consequentemente, observa-se que as Figs. 4.22 a 4.24 representam a evoluções do número de Nusselt quando o número de Reynolds aumenta (também, aumenta o número de Mach). O comportamento do número de Nusselt apresentado por estas figuras são praticamente similares ao comportamento descrito com relação à Fig. 4.21, apresentando somente algumas flutuações locais, causadas pela estrutura de camada de mistura em desenvolvimento espacial que se constitui quando o número de Reynolds aumenta. Contudo, um aspecto importante pode ser observado, o qual constitui no fato de que quando o número de Reynolds aumenta, o valor médio do número de Nusselt diminui. Este fato pode ser constatado quando se compara as Figs. 4.21 a 4.24, onde se observa que quanto maior o número de Reynolds menor se tornam os patamares atingidos pelo perfil do número de Nusselt local. Por exemplo, na Figura 4.22 observa-se uma grande diminuição dos níveis dos perfis do número de Nusselt, com relação aos níveis apresentados na Fig. 4.21 onde, nesta última, os níveis encontram-se em torno de 250 à 650 e na Fig. 4.22 os níveis se encontram em torno de 50 à 100.

Adicionalmente, observa-se também um estreitamento das regiões de picos que envolve o ponto de estagnação, quando o número de Reynolds aumenta e que o número de Nusselt (e o coeficiente de condutividade térmica adimensional) atinge um perfil quase constante em um tempo bem menor, também, quando o número de Reynolds aumenta. Este fato pode ser evidenciado nas Figs. 4.27 a 4.30.

O fato do número de Nusselt diminuir os seus níveis ao longo da placa pode ser compreendido, considerando-se que este parâmetro depende de dois fatores: do coeficiente de condutividade térmica e do coeficiente de transferência de calor por convecção. Observa-se que ao aumentar o número de Reynolds, maiores componentes de velocidade do escoamento na região da camada limite são obtidas, e também, esta região restringe-se em um espaço em torno da placa muito menor, sendo o escoamento da camada limite bem mais confinado. Este fato faz com que ocorra um aumento no coeficiente de transferência de calor por convecção. Por outro lado, ao aumentar o número de Reynolds, como já dito nos últimos parágrafos, o que causa um

aumento nas componentes de velocidades nas proximidades da placa sólida aquecida, conseqüentemente, é realizado um maior transporte de energia térmica da placa para o fluido, a qual é rapidamente dissipada para o escoamento externo, na região central do canal de saída do jato. Este aspecto do transporte de energia faz com que ocorra uma maior homogeneização de energia térmica no escoamento do jato no canal de saída deste, e, com isso, maiores temperaturas serão atingidas pelo fluido nas regiões da camada limite e, principalmente, nas zonas bem próximas da placa sólida. Com o aumento da temperatura nas proximidades da placa sólida, também ocorre um aumento na condutividade térmica do fluido nesta zona. Portanto, pode-se afirmar que, com o aumento no número de Reynolds, ocorre um aumento no coeficiente de transferência de calor por convecção e um aumento na condutividade térmica do fluido nas proximidades da placa sólida. Como estes dois fatores contribui com o número de Nusselt de forma diferente; ou seja, o aumento do coeficiente de transferência de calor por convecção faz com o número de Nusselt aumente e um aumento do coeficiente de condutividade térmica do fluido faz com o número de Nusselt diminua, conforme mostrado pela Eq. 2.109 que transposta para texto, dada pela Eq. 4.4. Portanto, o que deve ser observado é qual destes fatores interferem de forma mais intensa no número de Nusselt, quando o número de Reynolds aumenta.

$$Nu = \frac{h \cdot x}{k_k} = \frac{\left(\frac{\partial \theta}{\partial y}\right) \cdot x}{\theta_w - 1} \quad (4.4)$$

Portanto, observando-se as Figs. 4.21 a 4.24, como já mencionado anteriormente, constata-se que os níveis do número de Nusselt diminuem de forma substancial quando o número de Reynolds aumenta. Este fato é melhor constatado nas Figs. 4.33 a 4.35 que ilustram a evolução do número de Nusselt em função do número de Reynolds, para certos tempos adimensionais fixos. Contudo, o fato do número de Nusselt diminuir quando o número de Reynolds aumenta é contraditório com alguns comentários apresentados em algumas literaturas especializadas, como mencionado no início desta subseção. Por exemplo, no trabalho de Garimella e Rise (1995) foi observado a influência do número de Reynolds sobre a distribuição do coeficiente de transferência de calor. O número de Reynolds variou entre 8500 a 23000, e, como se

esperava, obteve-se diferentes comportamentos das curvas para diferentes número de Reynolds. Para números de Reynolds grandes observou-se que a magnitude dos picos secundários foi maior que a do pico do ponto de estagnação, fato contrário ao ocorrido para número de Reynolds menores. Para todos os casos observou-se que o número de Nusselt aumenta com o aumento do número de Reynolds.

A justificativa para esta contradição encontrada entre os resultados deste estudo, com relação à influência do número de Reynolds, com as conclusões obtidas por Garimella e Rise (1995) deve-se ao seguinte fato: Nos estudos destes autores deve ser destacado que as temperaturas da placa sólida foram consideravelmente mais baixas que as impostas na pesquisa atual. Assim, a influência da variação da condutividade térmica do fluido, em relação à variação do coeficiente de transferência de calor por convecção, torna-se insignificante, o que induz um aumento do número de Nusselt quando o número de Reynolds aumenta. Contudo, isto não é um caso semelhante ao estudo nesta pesquisa.

Por outro lado, quanto maior a temperatura da placa maiores são os patamares alcançados pelo perfil do número de Nusselt local. Este fato pode ser constatado ao se observar as Figs. 4.21, 4.25 e 4.26. Contudo, este aspecto do comportamento do número de Nusselt com temperatura da placa é melhor caracterizado nas Figs. 4.36 a 4.38. A influência do aumento da temperatura da placa sólida aquecida atua no sentido de aumentar a intensidade do número de Nusselt médio, pois, a diminuição da temperatura da placa faz com que ocorra uma diminuição da temperatura do fluido na região da camada limite, conseqüentemente, diminuindo a condutividade térmica do fluido; Isto causa um aumento no número de Nusselt. Por outro lado, a diminuição da temperatura da placa sólida deverá diminuir a energia que é absorvida pelo fluido, induzindo menores temperaturas no fluido nas proximidades da placa, mas, também, induzindo menores gradientes de temperatura, nas proximidades da placa. Assim, observando-se a Eq. 4.1, pode-se conjecturar que nas proximidades da placa ocorre uma diminuição no coeficiente de transferência de calor por convecção, o qual, em contrapartida, deverá interferir com maior intensidade no número de Nusselt que o aumento causado neste pela condutividade térmica do fluido. Finalmente, pode-se dizer que a temperatura da placa não causa grandes influências na evolução do comportamento do número de Nusselt, como pode ser constatado nas Figs. 4.27, 4.31 e 4.32 que representam a evolução do número de Nusselt para as mesmas condições, exceto à temperatura da placa.

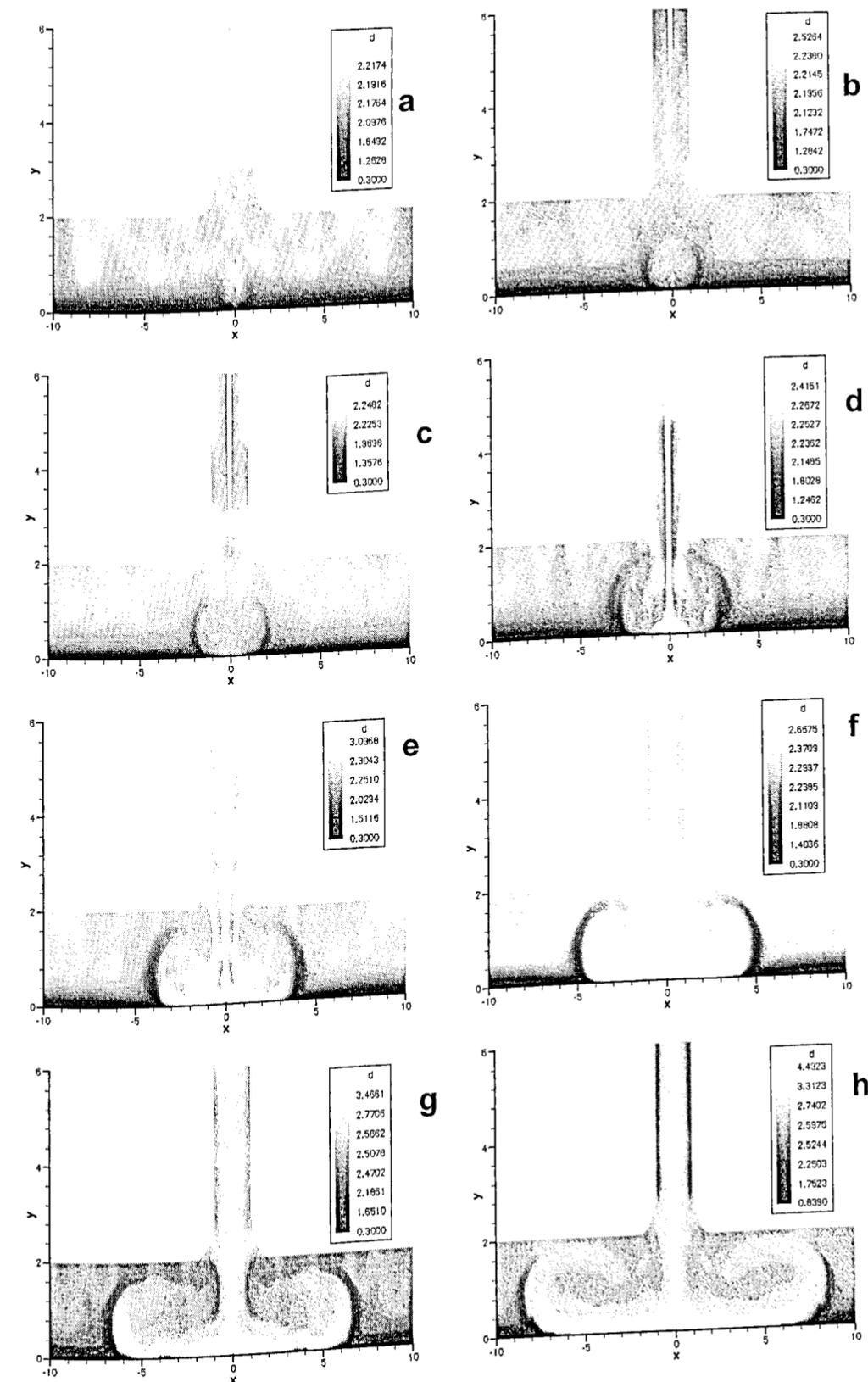


Figura 4.3A - Evolução do campo de densidade adimensional para o caso 1 ($Re=3,174 \times 10^4$, $Ma=0,1152$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0062s$ (b) $t^*=0,0188s$, (c) $t^*=0,0312s$, (d) $t^*=0,0625s$, (e) $t^*=0,0938s$, (f) $t^*=0,1250s$, (g) $t^*=0,1875s$ e (h) $t^*=0,2500s$.

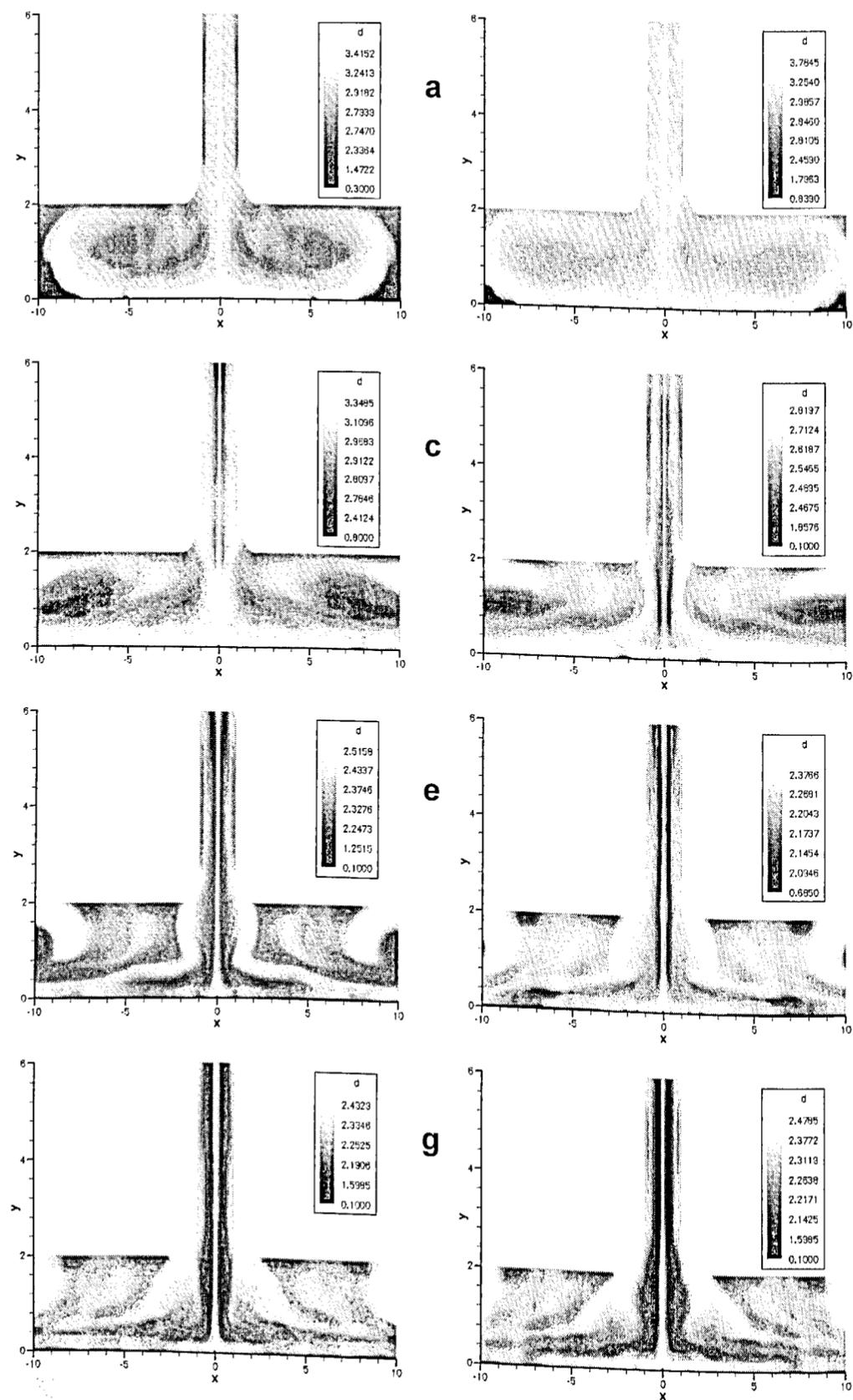


Figura 4.3B - Evolução do campo de densidade adimensional para o caso 1 ($Re=3,174 \times 10^4$, $Ma=0,1152$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,3125s$, (b) $t^*=0,3750s$, (c) $t^*=0,4375s$, (d) $t^*=0,5000s$, (e) $t^*=0,5625s$, (f) $t^*=0,6250s$, (g) $t^*=0,6875s$ e (h) $t^*=0,7500s$.

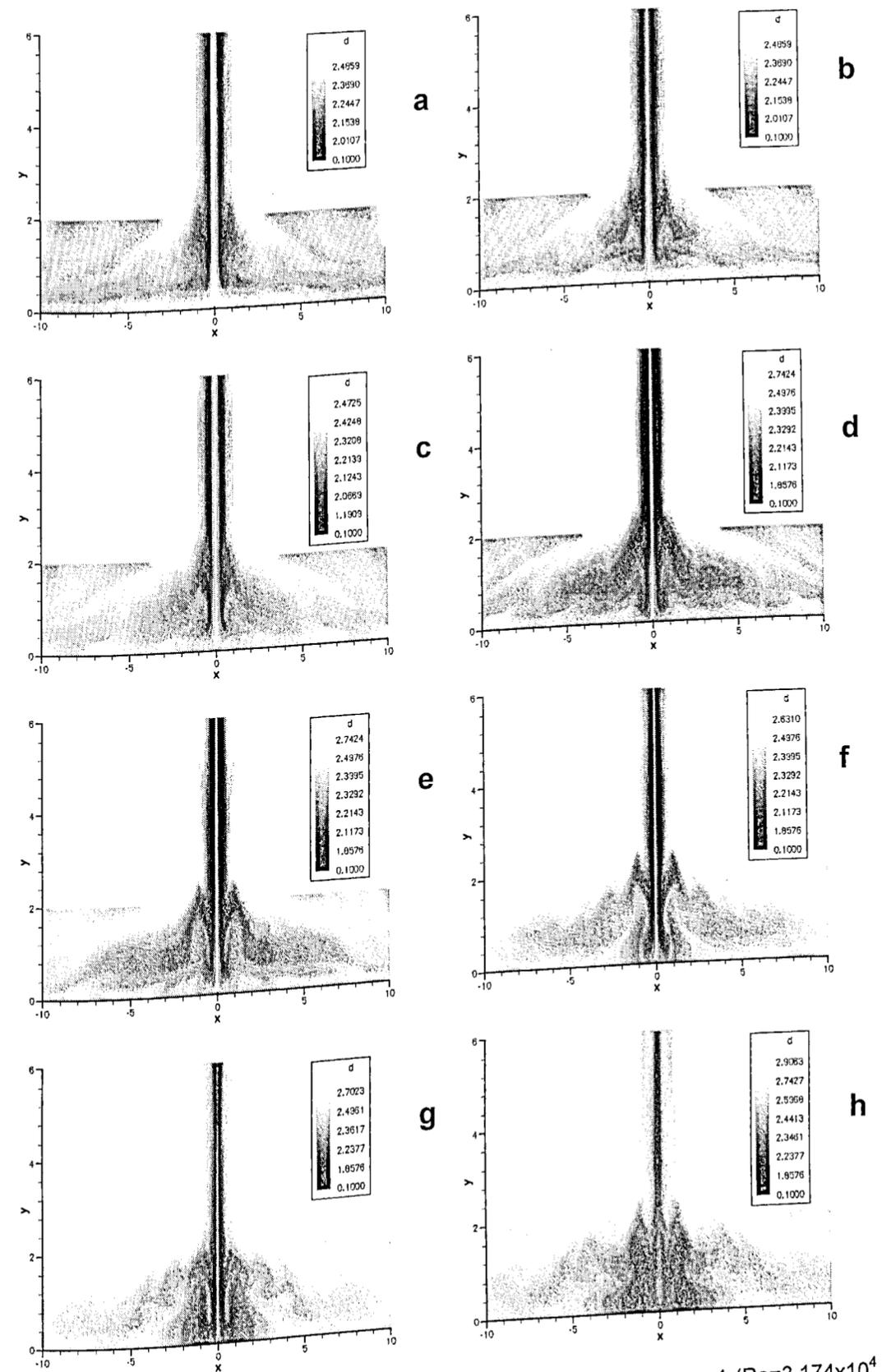


Figura 4.3C - Evolução do campo de densidade adimensional para o caso 1 ($Re=3,174 \times 10^4$, $Ma=0,1152$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,8125s$, (b) $t^*=0,8750s$, (c) $t^*=0,9375s$, (d) $t^*=1,0000s$, (e) $t^*=1,0625s$, (f) $t^*=1,1250s$, (g) $t^*=1,1875s$ e (h) $t^*=1,2500s$.

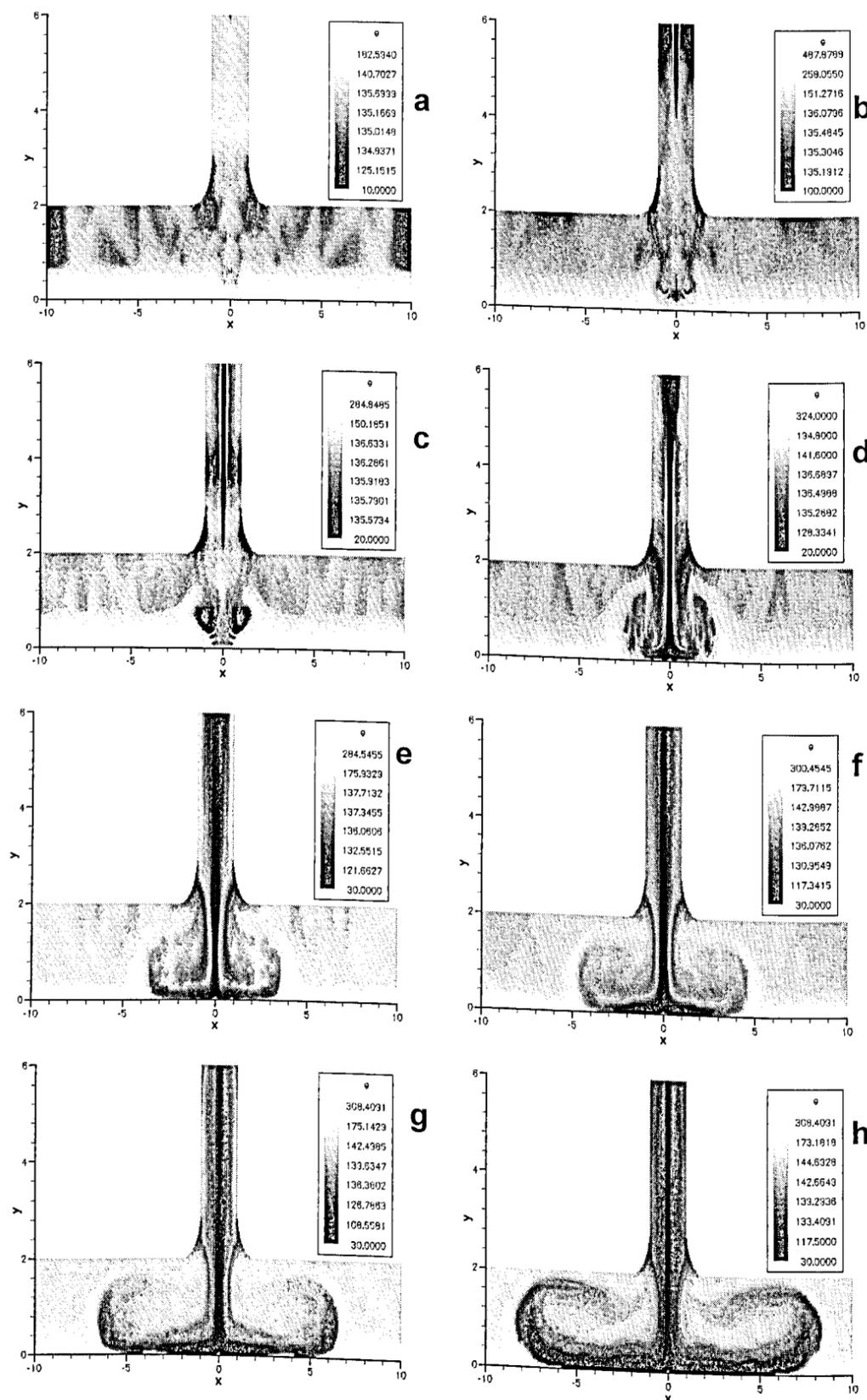


Figura 4.4A - Evolução do campo de energia adimensional para o caso 1 ($Re=3,174 \times 10^4$, $Ma=0,1152$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde: (a) $t^*=0,0062s$ (b) $t^*=0,0188s$, (c) $t^*=0,0312s$, (d) $t^*=0,0625s$, (e) $t^*=0,0938s$, (f) $t^*=0,1250s$, (g) $t^*=0,1875s$ e (h) $t^*=0,2500s$

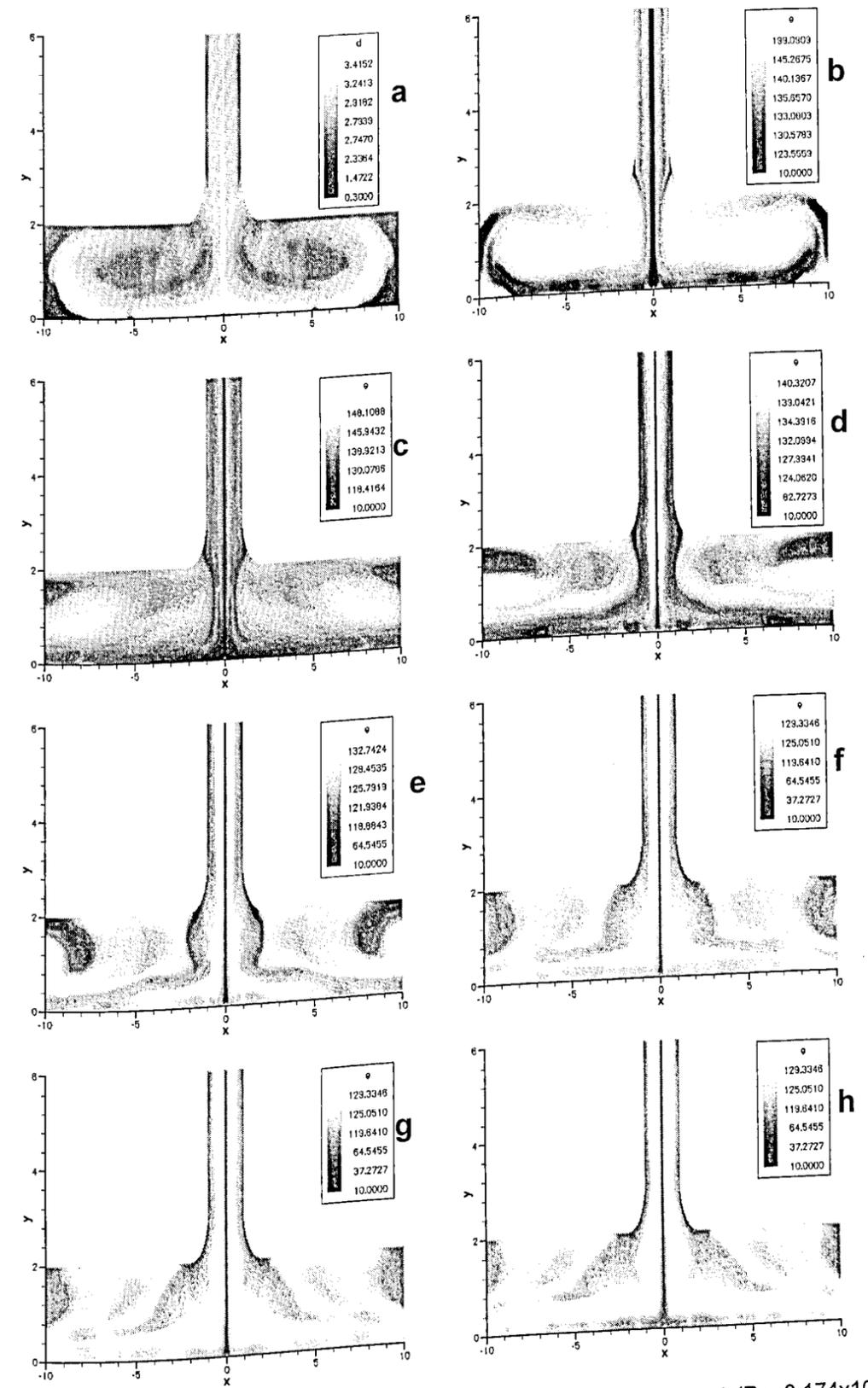


Figura 4.4B - Evolução do campo de energia adimensional para o caso 1 ($Re=3,174 \times 10^4$, $Ma=0,1152$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde: (a) $t^*=0,3125s$, (b) $t^*=0,3750s$, (c) $t^*=0,4375s$, (d) $t^*=0,5000s$, (e) $t^*=0,5625s$, (f) $t^*=0,6250s$, (g) $t^*=0,6875s$ e (h) $t^*=0,7500s$.

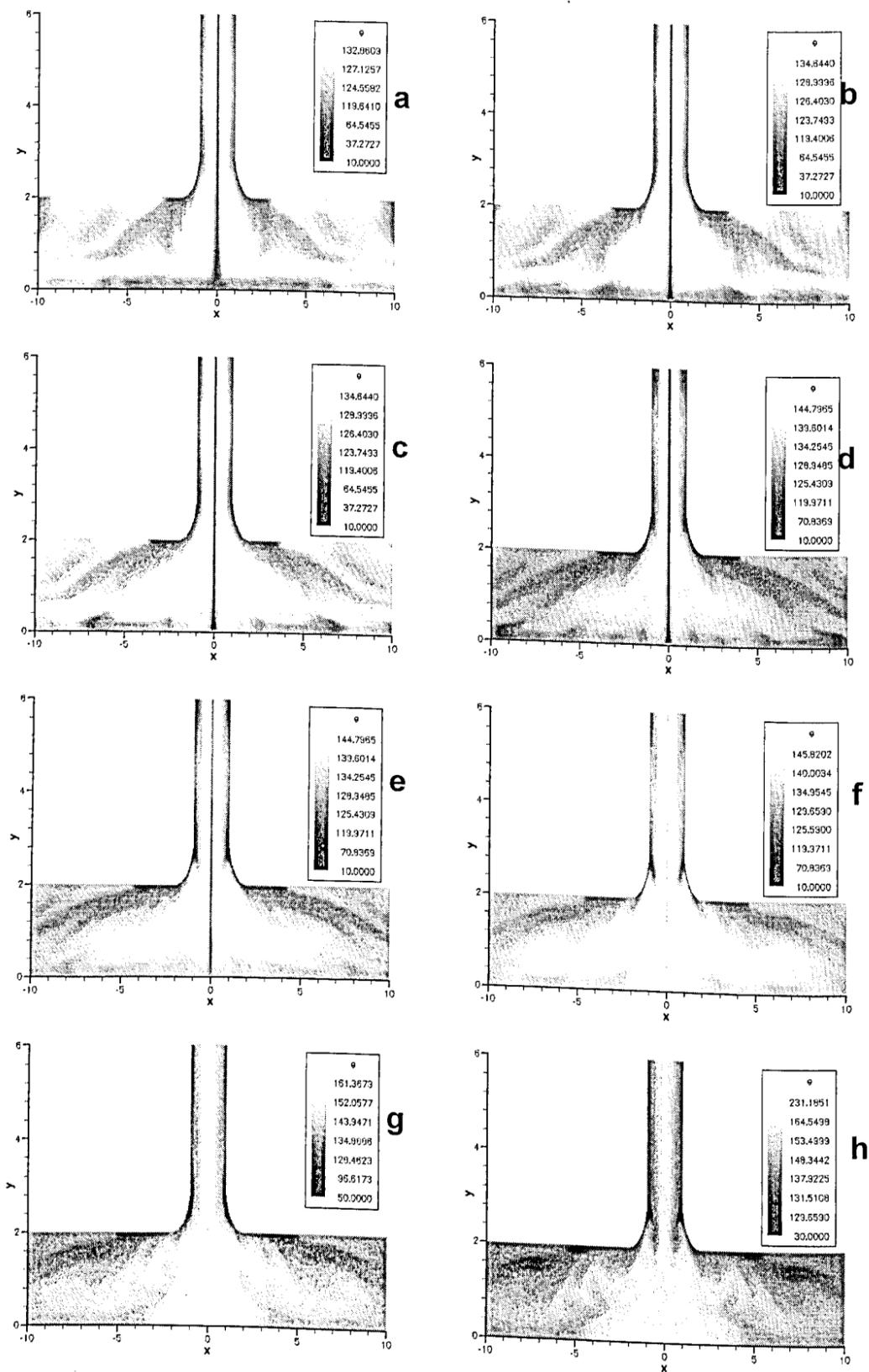


Figura 4.4C - Evolução do campo de energia adimensional para o caso 1 ($Re=3,174 \times 10^4$, $Ma=0,1152$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,8125s$, (b) $t^*=0,8750s$, (c) $t^*=0,9375s$, (d) $t^*=1,0000s$, (e) $t^*=1,0625s$, (f) $t^*=1,1250s$, (g) $t^*=1,1875s$ e (h) $t^*=1,2500s$.

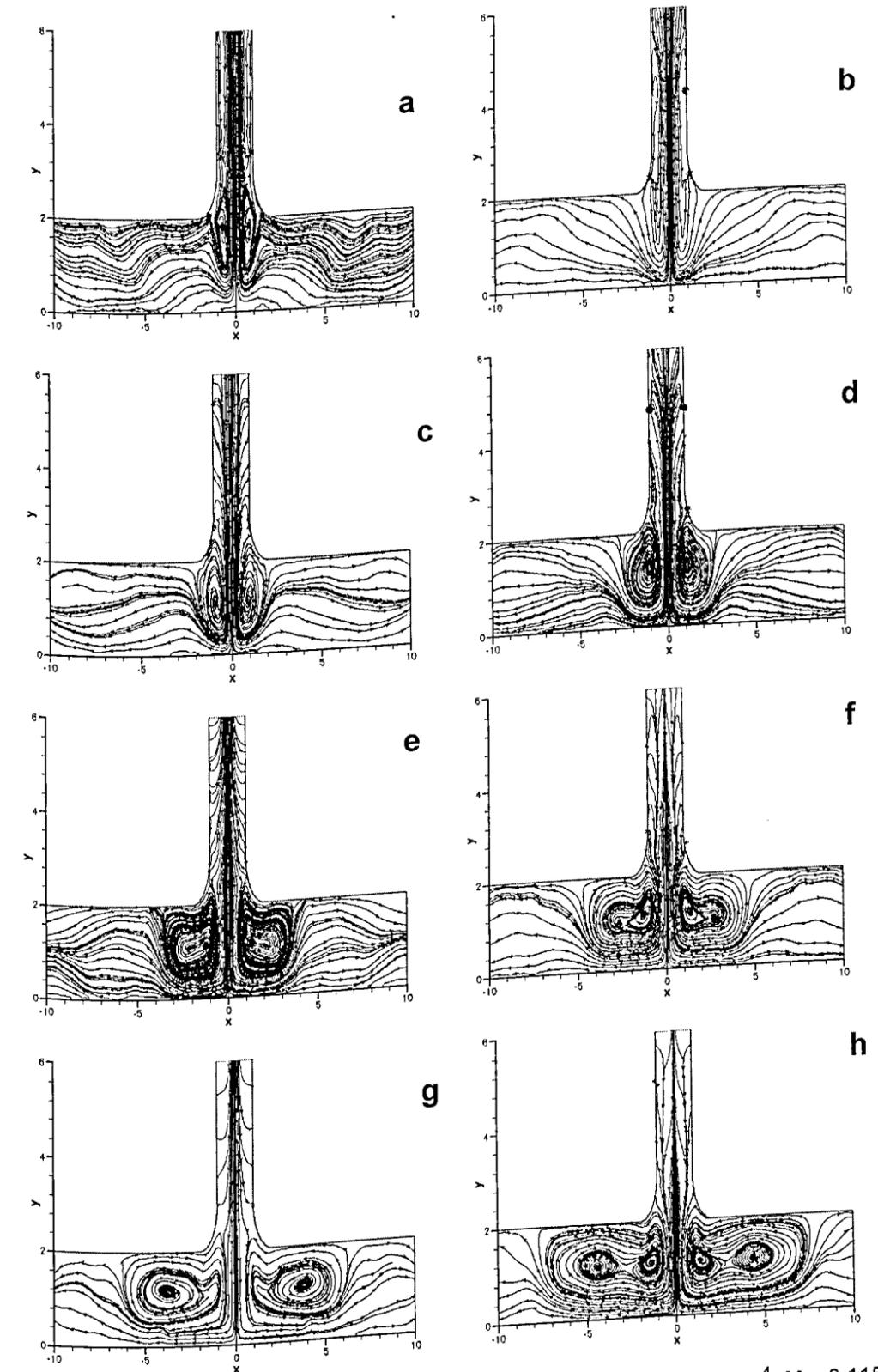


Figura 4.5A - Evolução das linhas de corrente para o caso 1 ($Re=3,174 \times 10^4$, $Ma=0,1152$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0062s$, (b) $t^*=0,0188s$, (c) $t^*=0,0312s$, (d) $t^*=0,0625s$, (e) $t^*=0,0938s$, (f) $t^*=0,1250s$, (g) $t^*=0,1875s$ e (h) $t^*=0,2500s$.

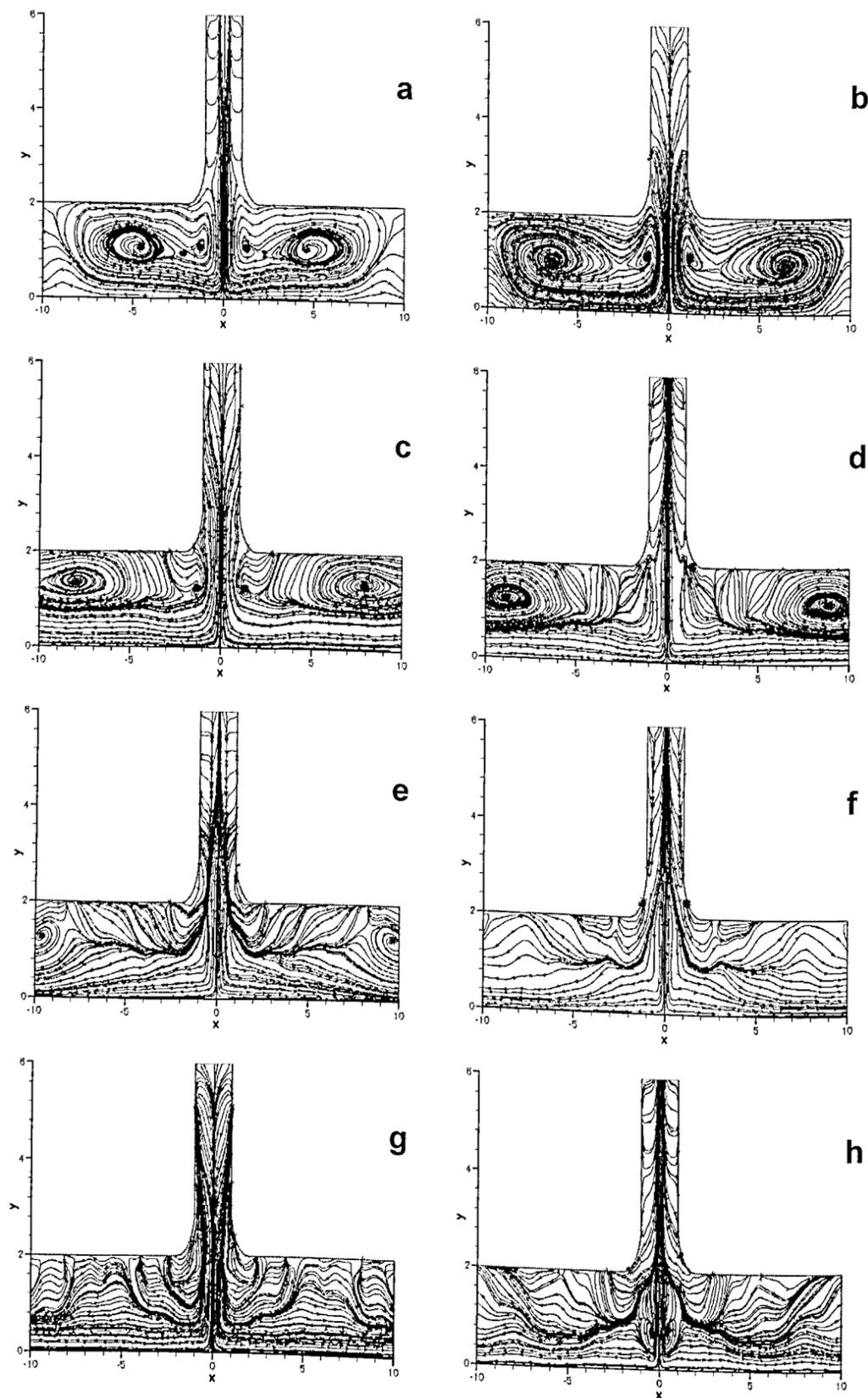


Figura 4.5B - Evolução das linhas de corrente para o caso 1 ($Re=3,174 \times 10^4$, $Ma=0,1152$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,3125$ s, (b) $t^*=0,3750$ s, (c) $t^*=0,4375$ s, (d) $t^*=0,5000$ s, (e) $t^*=0,5625$ s, (f) $t^*=0,6250$ s, (g) $t^*=0,6875$ s e (h) $t^*=0,7500$ s.

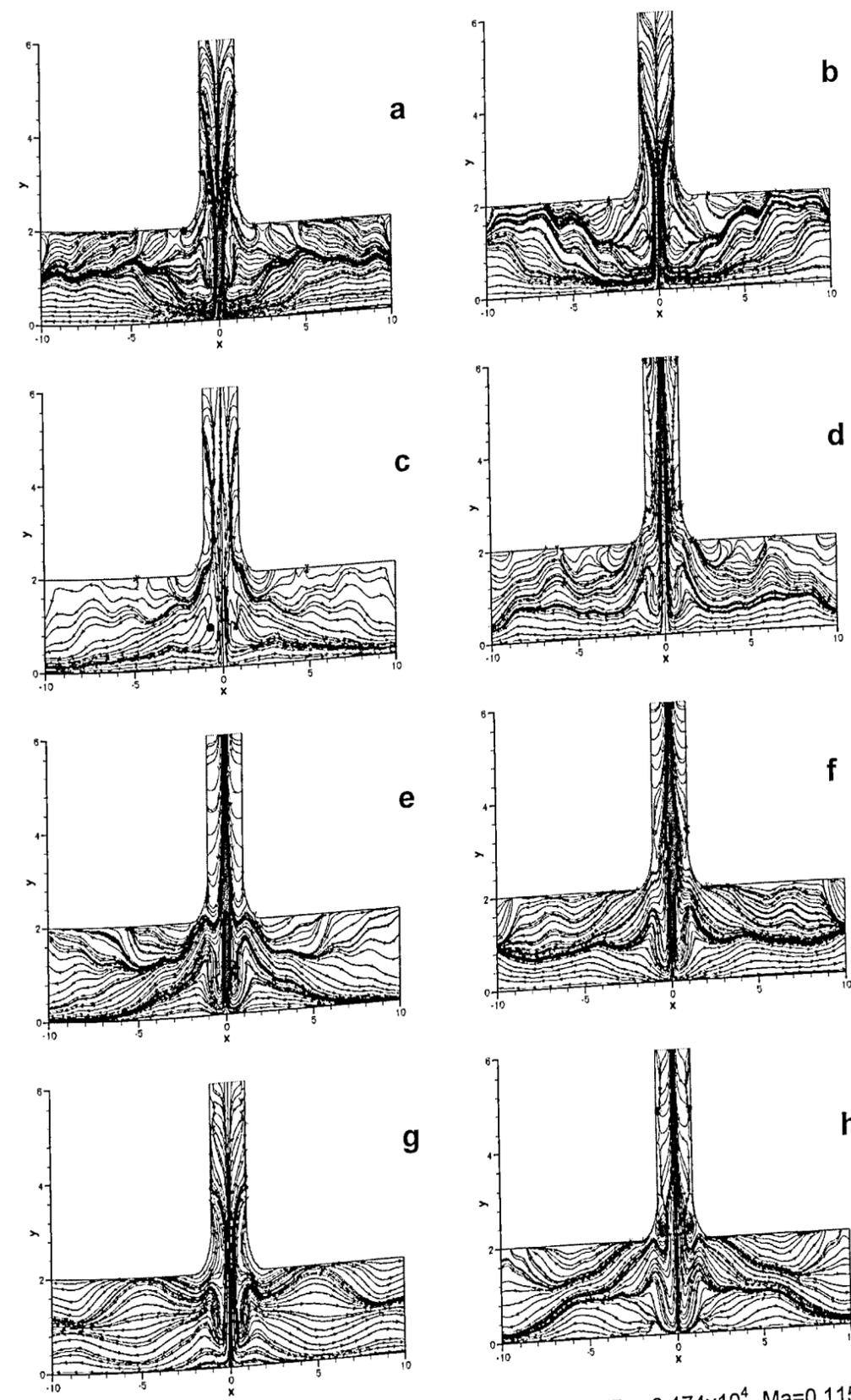


Figura 4.5C - Evolução das linhas de corrente para o caso 1 ($Re=3,174 \times 10^4$, $Ma=0,1152$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,8125$ s, (b) $t^*=0,8750$ s, (c) $t^*=0,9375$ s, (d) $t^*=1,0000$ s, (e) $t^*=1,0625$ s, (f) $t^*=1,1250$ s, (g) $t^*=1,1875$ s e (h) $t^*=1,2500$ s.

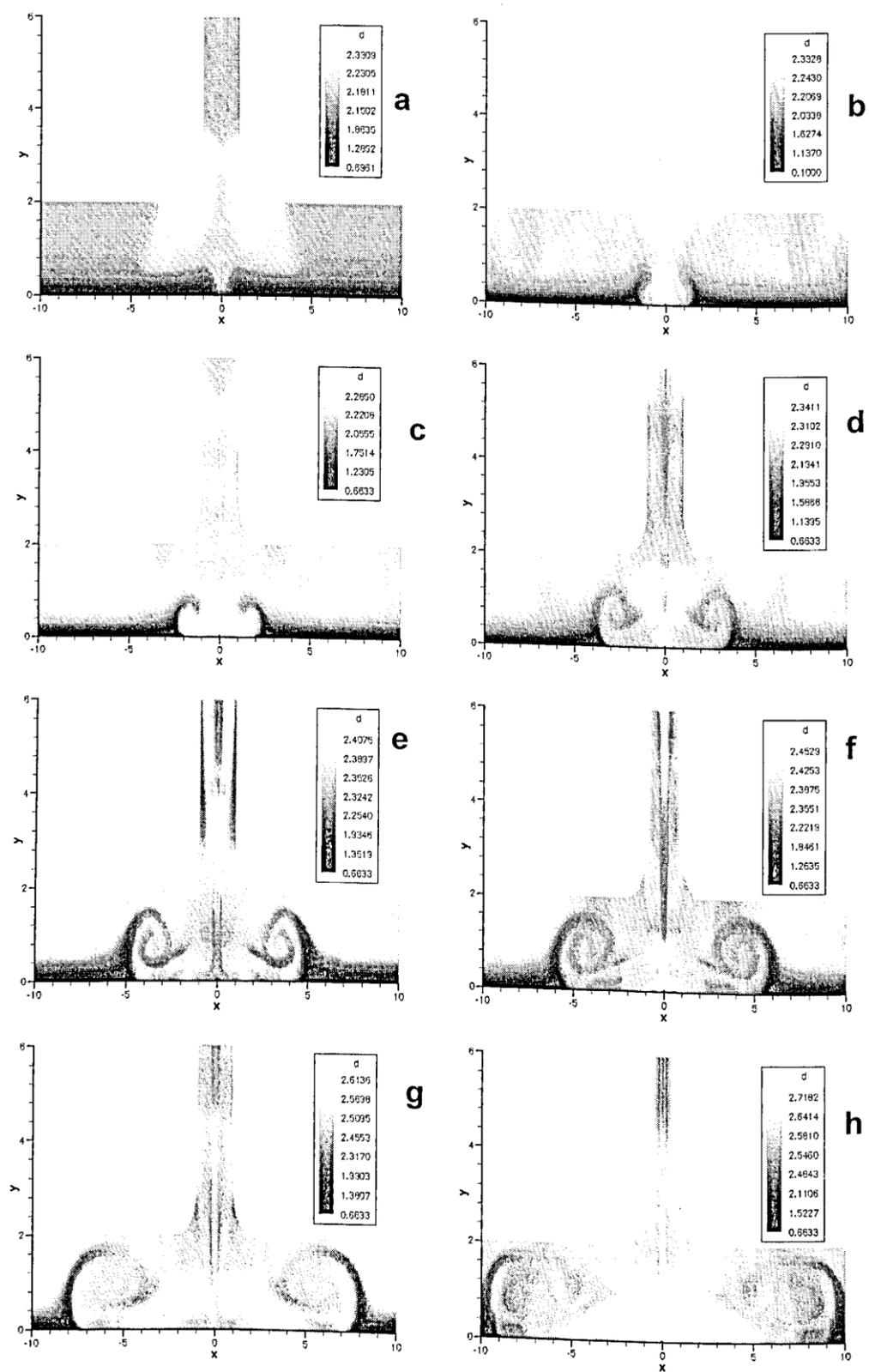


Figura 4.6A - Evolução do campo de densidade adimensional para o caso 2 ($Re=7,936 \times 10^4$, $Ma=0,2880$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0025s$ (b) $t^*=0,0075s$, (c) $t^*=0,0125s$, (d) $t^*=0,0250s$, (e) $t^*=0,0375s$, (f) $t^*=0,0500s$, (g) $t^*=0,0750s$ e (h) $t^*=0,1000s$.

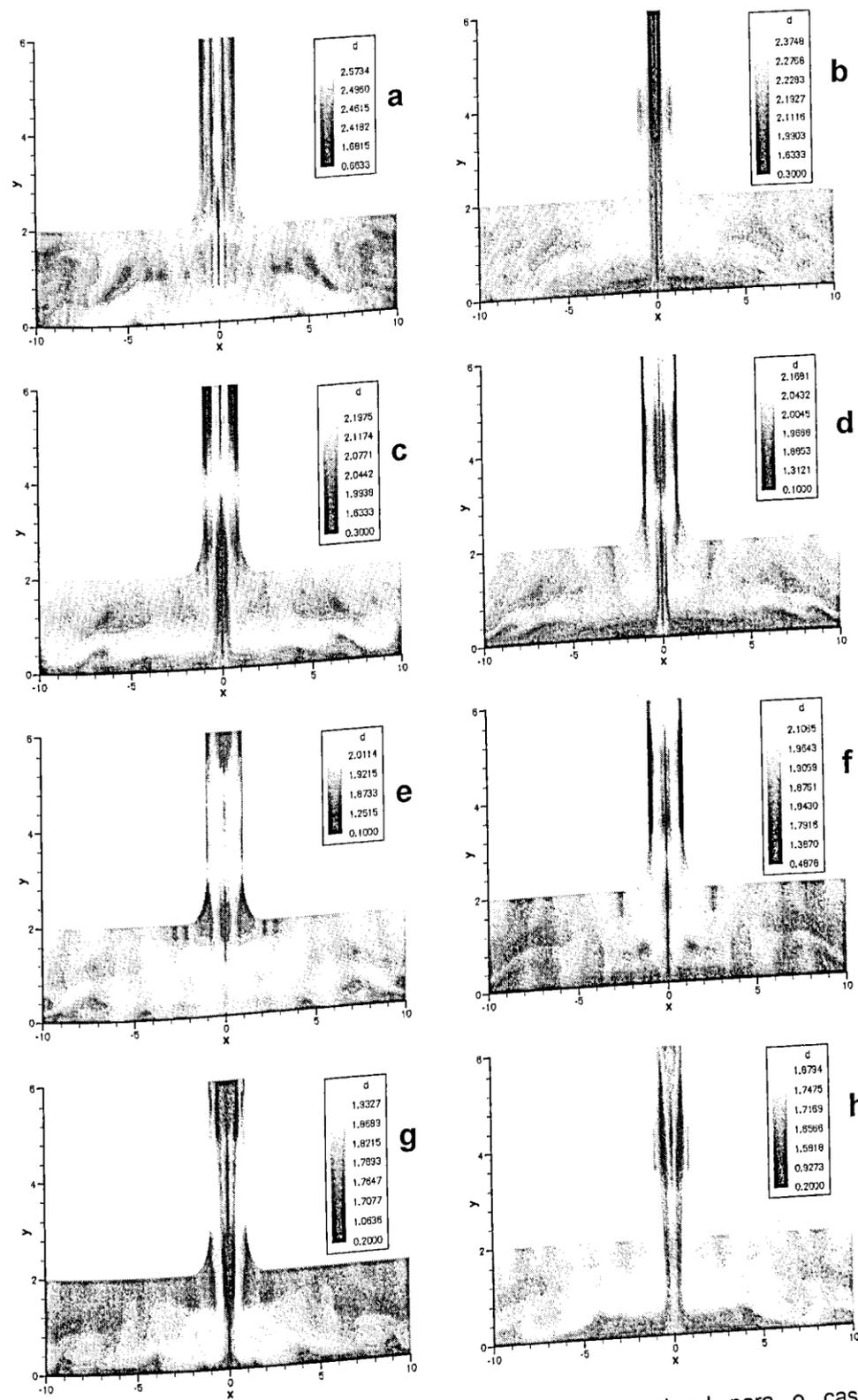


Figura 4.6B - Evolução do campo de densidade adimensional para o caso 2 ($Re=7,936 \times 10^4$, $Ma=0,2880$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,1250s$, (b) $t^*=0,1500s$, (c) $t^*=0,1750s$, (d) $t^*=0,2000s$, (e) $t^*=0,2250s$, (f) $t^*=0,2500s$, (g) $t^*=0,2750s$ e (h) $t^*=0,3000s$.

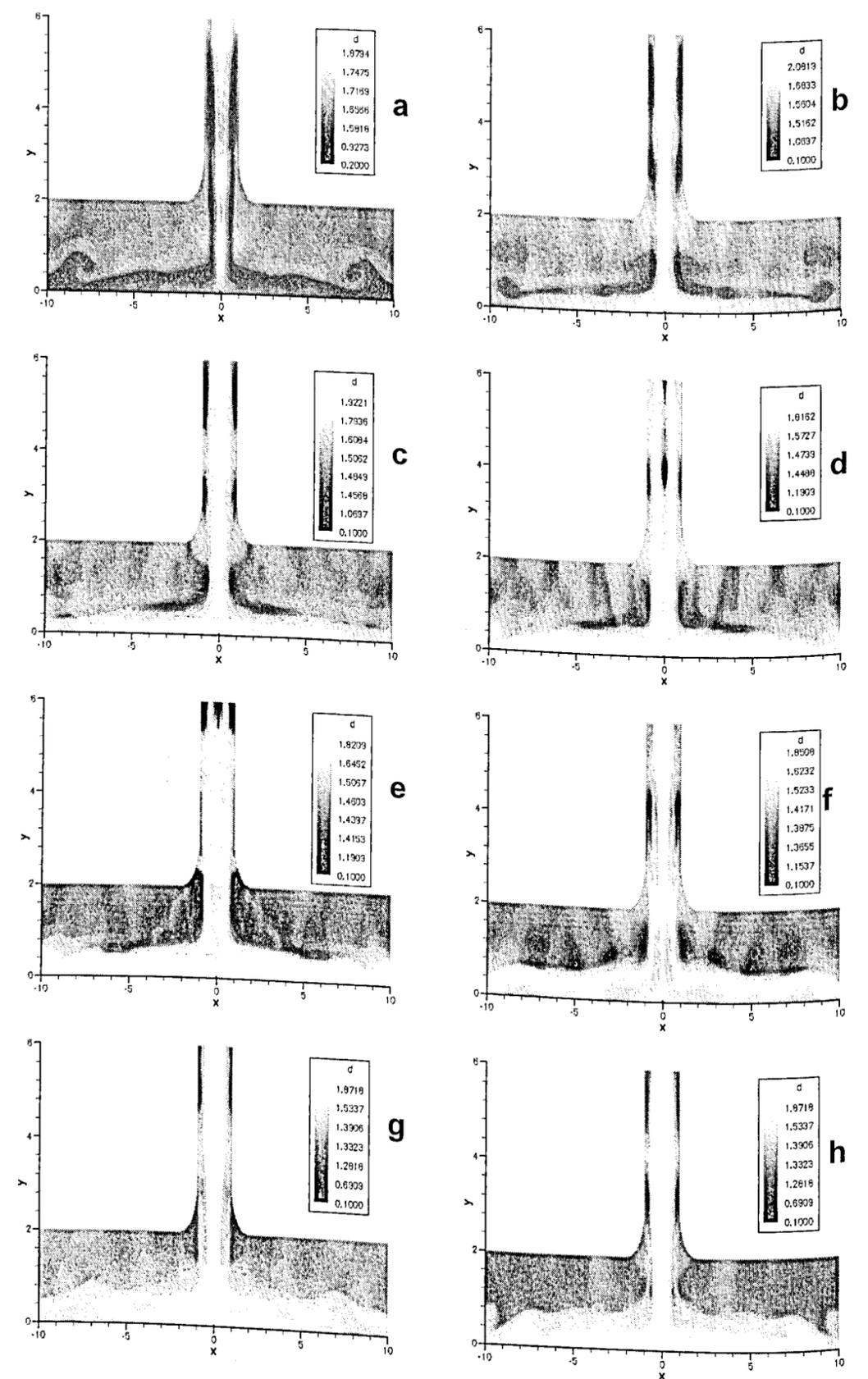


Figura 4.6C - Evolução do campo de densidade adimensional para o caso 2 ($Re=7,936 \times 10^4$, $Ma=0,2880$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,3250s$, (b) $t^*=0,3500s$, (c) $t^*=0,3750s$, (d) $t^*=0,4000s$, (e) $t^*=0,4250s$, (f) $t^*=0,4500s$, (g) $t^*=0,4750s$ e (h) $t^*=0,5000s$.

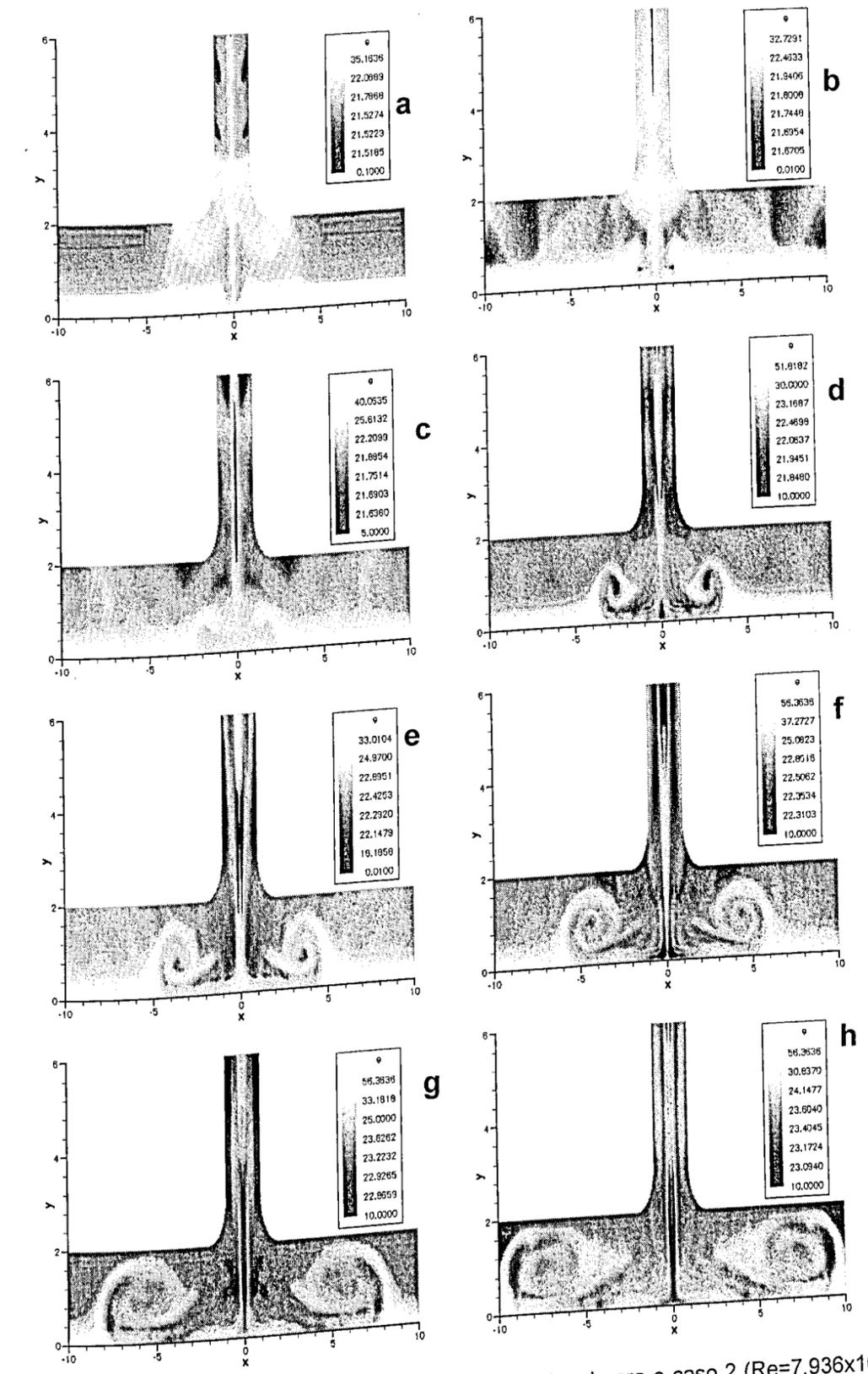


Figura 4.7A - Evolução do campo de energia adimensional para o caso 2 ($Re=7,936 \times 10^4$, $Ma=0,2880$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0025s$, (b) $t^*=0,0075s$, (c) $t^*=0,0125s$, (d) $t^*=0,0250s$, (e) $t^*=0,0375s$, (f) $t^*=0,0500s$, (g) $t^*=0,0750s$ e (h) $t^*=0,1000s$.

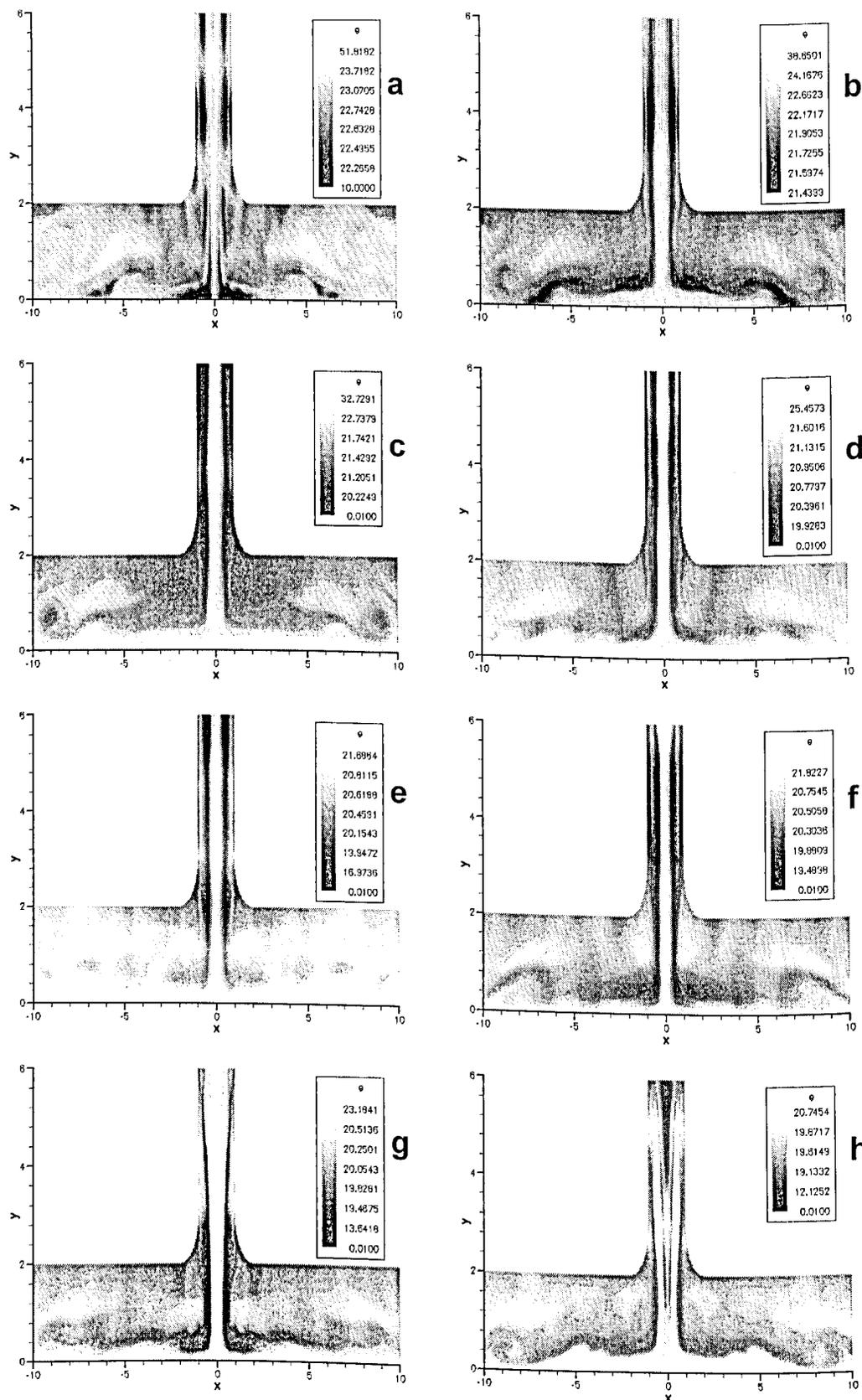


Figura 4.7B - Evolução do campo de energia adimensional para o caso 2 ($Re=7,936 \times 10^4$, $Ma=0,2880$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,1250s$, (b) $t^*=0,1500s$, (c) $t^*=0,1750s$, (d) $t^*=0,2000s$, (e) $t^*=0,2250s$, (f) $t^*=0,2500s$, (g) $t^*=0,2750s$ e (h) $t^*=0,3000s$.

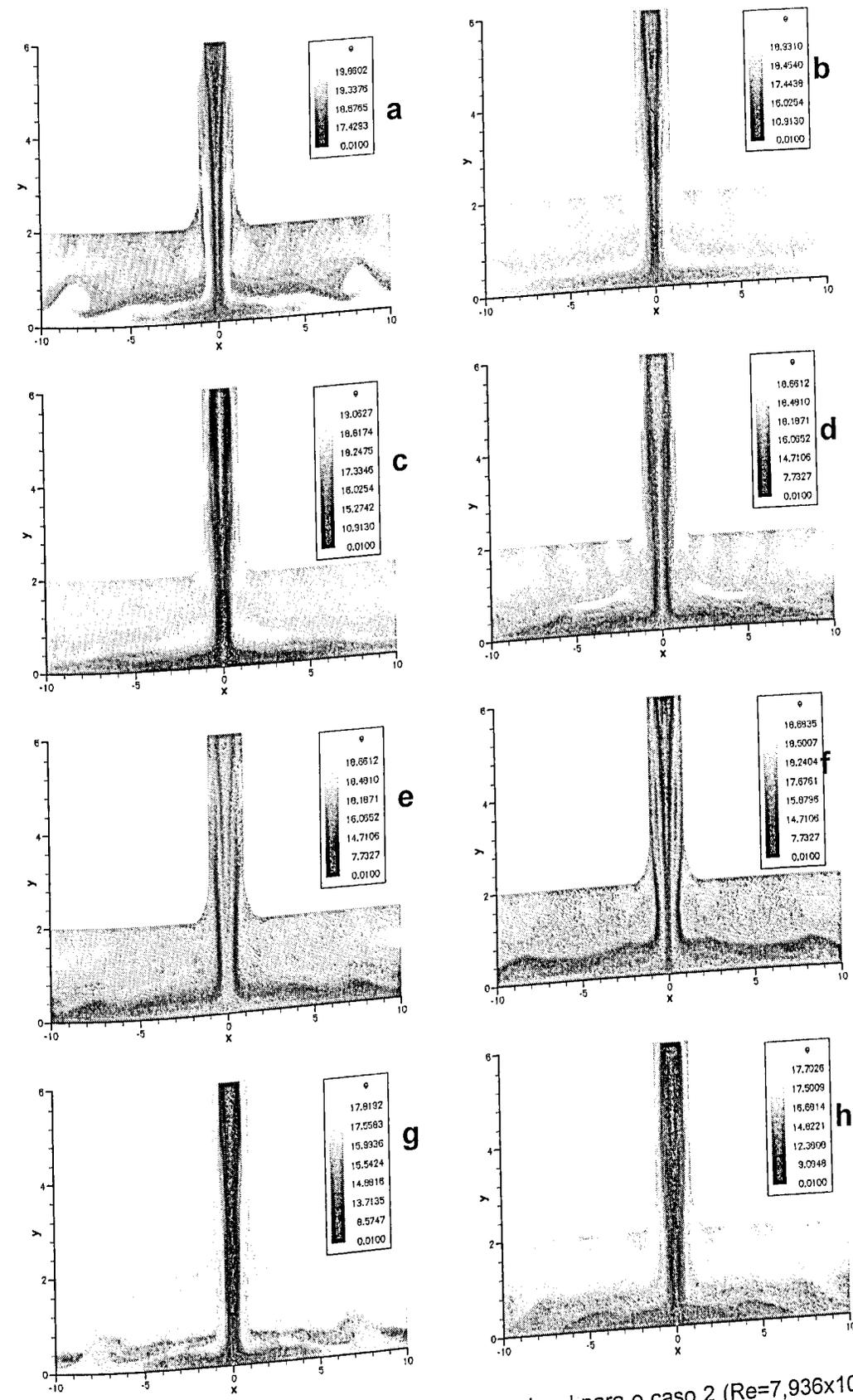


Figura 4.7C - Evolução do campo de energia adimensional para o caso 2 ($Re=7,936 \times 10^4$, $Ma=0,2880$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,3250s$, (b) $t^*=0,3500s$, (c) $t^*=0,3750s$, (d) $t^*=0,4000s$, (e) $t^*=0,4250s$, (f) $t^*=0,4500s$, (g) $t^*=0,4750s$ e (h) $t^*=0,5000s$.

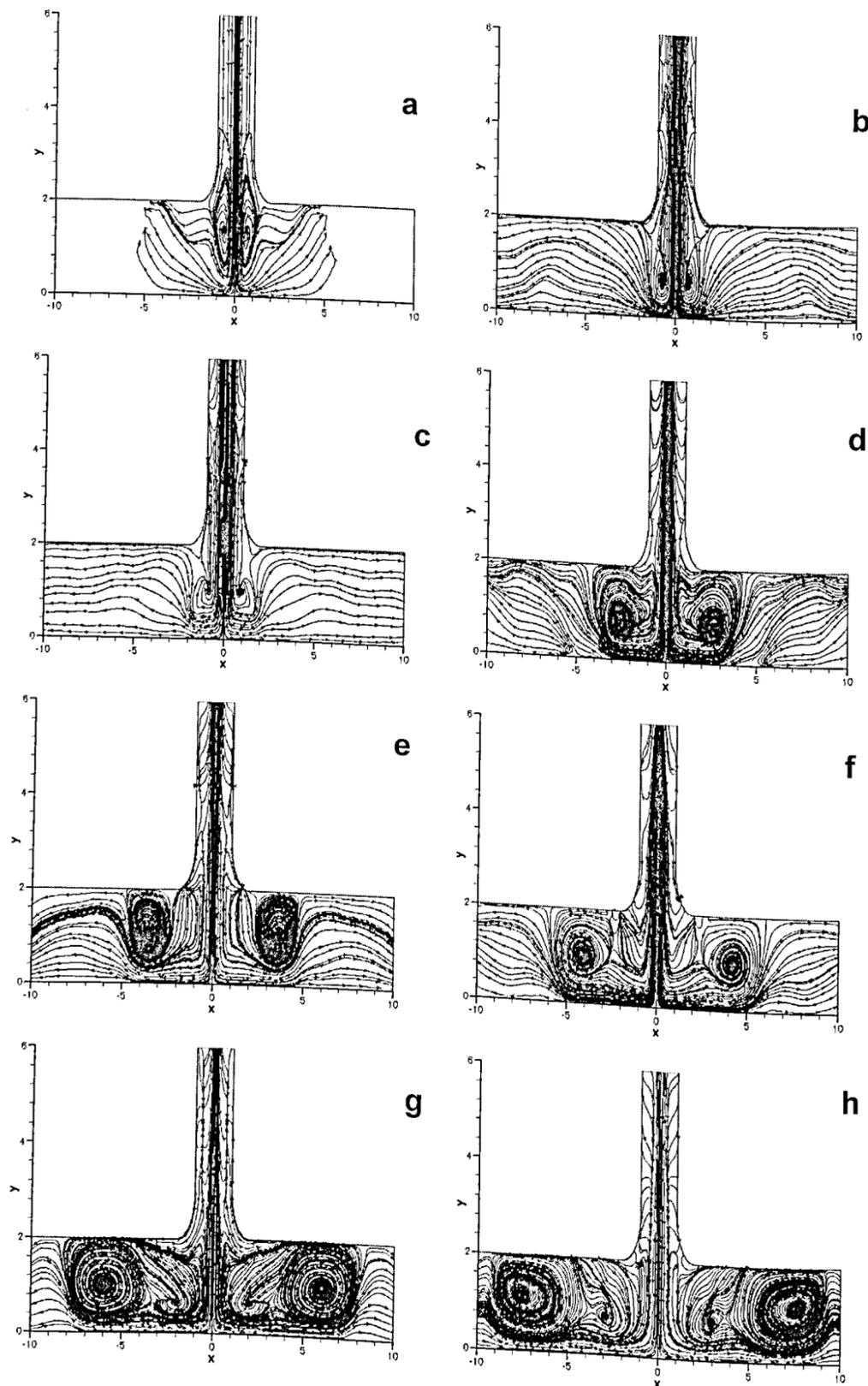


Figura 4.8A - Evolução das linhas de corrente para o caso 2 ($Re=7,936 \times 10^4$, $Ma=0,2880$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t=0,0025$ s (b) $t=0,0075$ s, (c) $t=0,0125$ s, (d) $t=0,0250$ s, (e) $t=0,0375$ s, (f) $t=0,0500$ s, (g) $t=0,0750$ s e (h) $t=0,1000$ s.

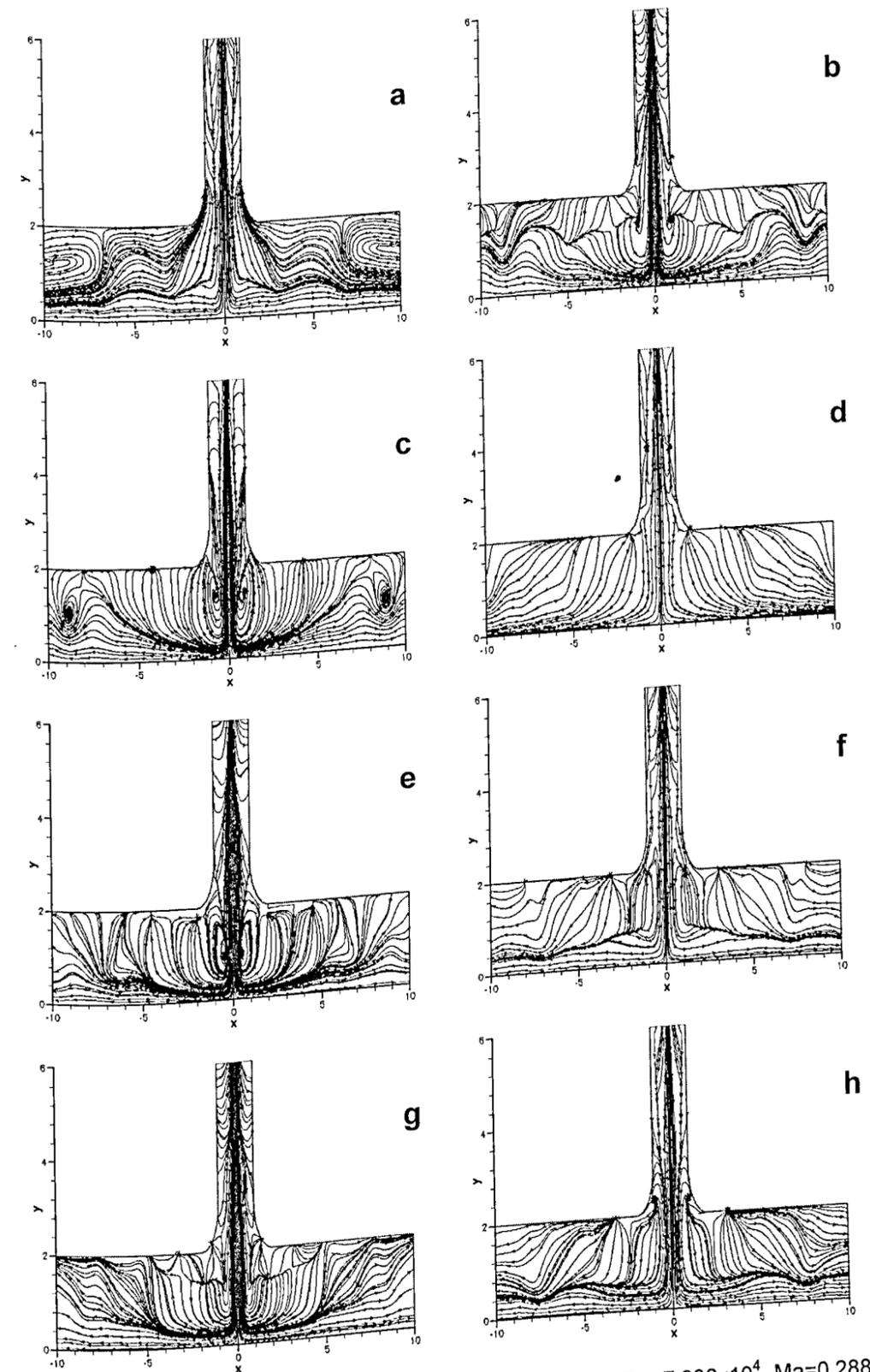


Figura 4.8B - Evolução das linhas de corrente para o caso 2 ($Re=7,936 \times 10^4$, $Ma=0,2880$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t=0,1250$ s, (b) $t=0,1500$ s, (c) $t=0,1750$ s, (d) $t=0,2000$ s, (e) $t=0,2250$ s, (f) $t=0,2500$ s, (g) $t=0,2750$ s e (h) $t=0,3000$ s.

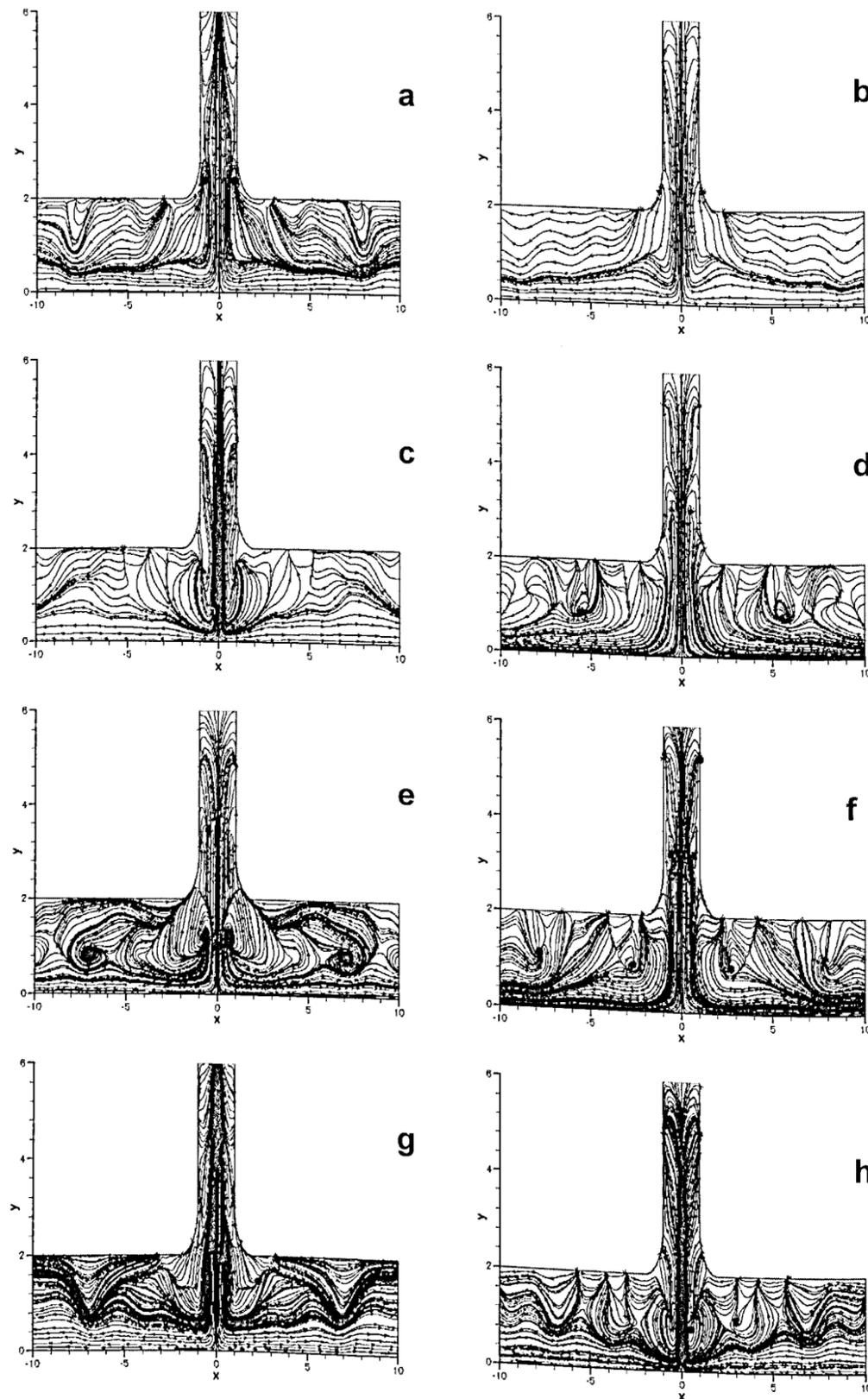


Figura 4.8C - Evolução das linhas de corrente para o caso 2 ($Re=7,936 \times 10^4$, $Ma=0,2880$, (e) $t^*=0,4250s$, (f) $t^*=0,4500s$, (g) $t^*=0,4750s$ e (h) $t^*=0,5000s$).

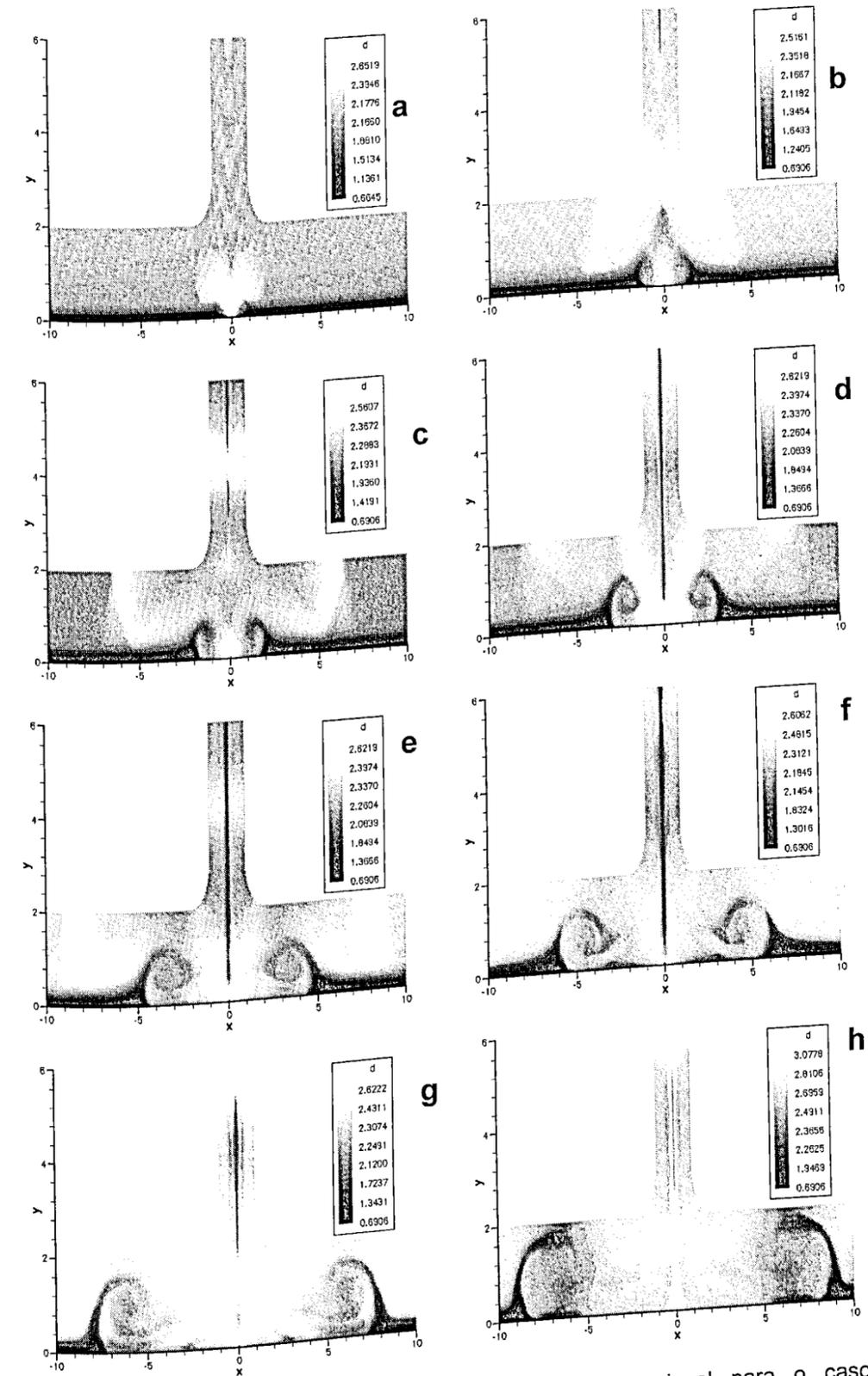


Figura 4.9A - Evolução do campo de densidade adimensional para o caso 3 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=1000 K$, $T_\infty=300 K$). Onde (a) $t^*=0,0008s$, (b) $t^*=0,0025s$, (c) $t^*=0,0042s$, (d) $t^*=0,0083s$, (e) $t^*=0,0125s$, (f) $t^*=0,0167s$, (g) $t^*=0,0250s$ e (h) $t^*=0,0333s$.

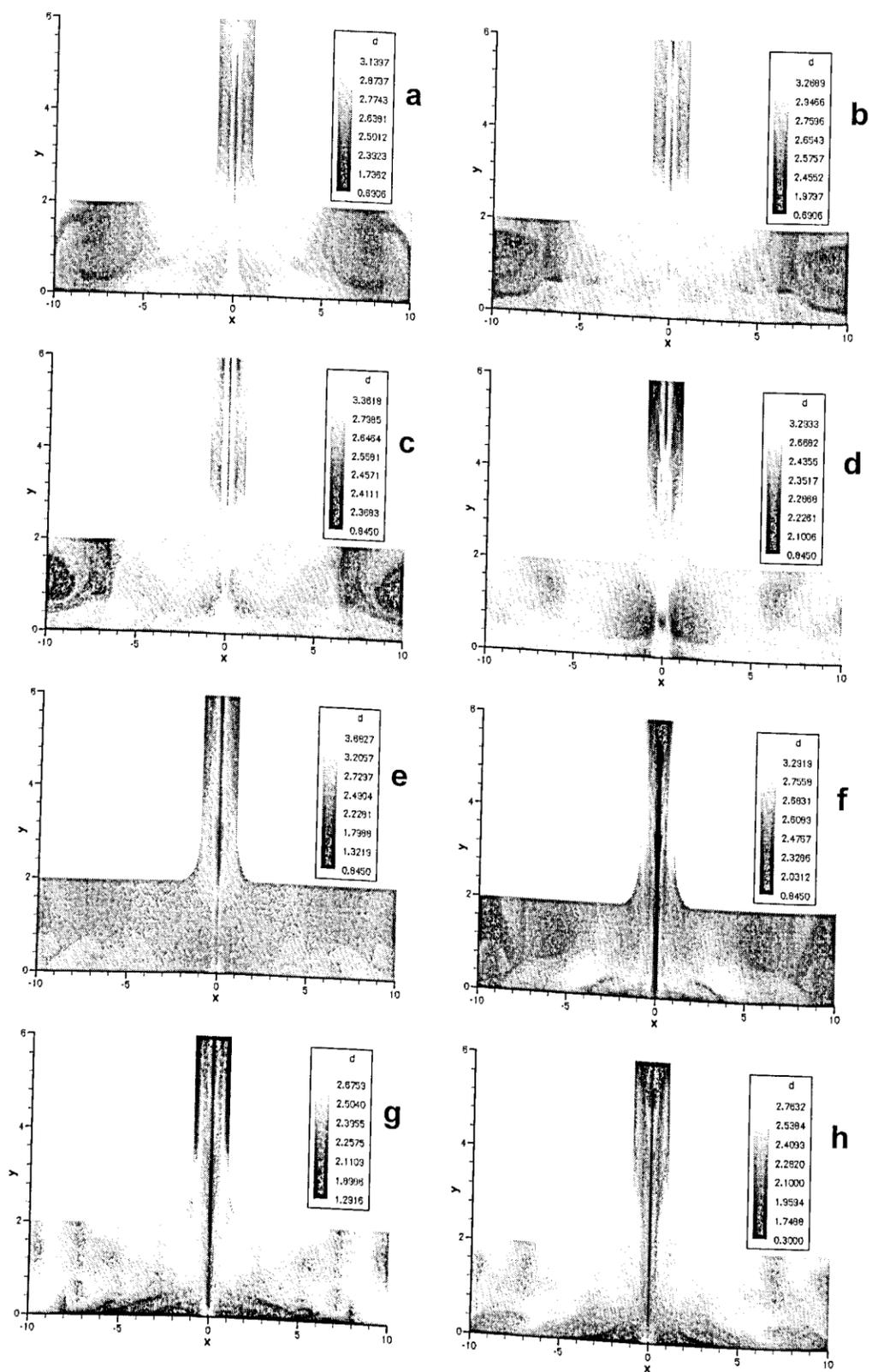


Figura 4.9B - Evolução do campo de densidade adimensional para o caso 3 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0417s$, (b) $t^*=0,0500s$, (c) $t^*=0,0583s$, (d) $t^*=0,0667s$, (e) $t^*=0,0750s$, (f) $t^*=0,0833s$, (g) $t^*=0,0917s$ e (h) $t^*=0,1000s$.

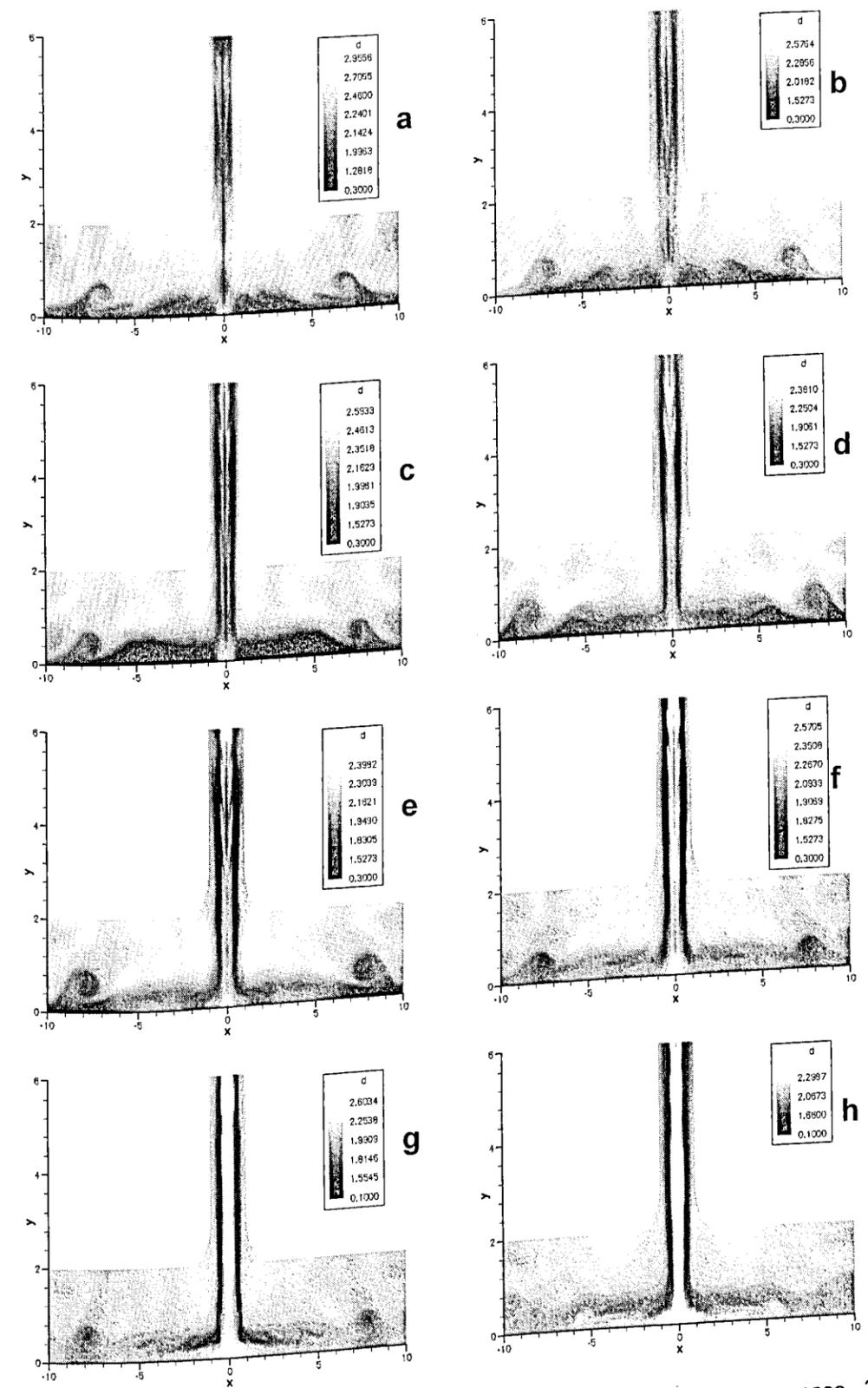


Figura 4.9C - Evolução do campo de densidade adimensional para o caso 3 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,1083s$, (b) $t^*=0,1167s$, (c) $t^*=0,1250s$, (d) $t^*=0,1333s$, (e) $t^*=0,1417s$, (f) $t^*=0,1500s$ (g) $t^*=0,1583s$, (h) $t^*=0,1667s$.

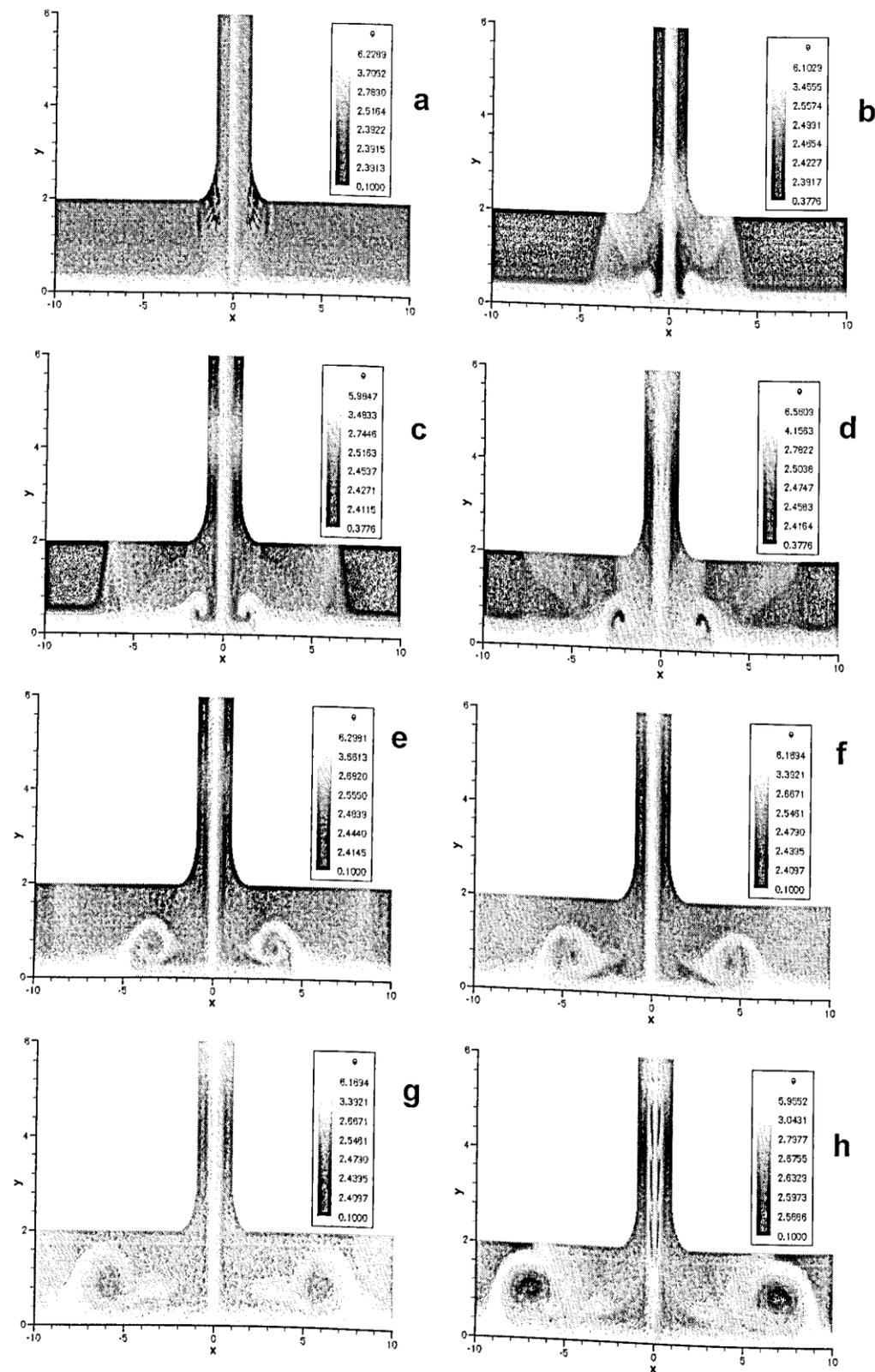


Figura 4.10A - Evolução do campo de energia adimensional para o caso 3 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0008s$, (b) $t^*=0,0025s$, (c) $t^*=0,0042s$, (d) $t^*=0,0083s$, (e) $t^*=0,0125s$, (f) $t^*=0,0167s$, (g) $t^*=0,0250s$ e (h) $t^*=0,0333s$.

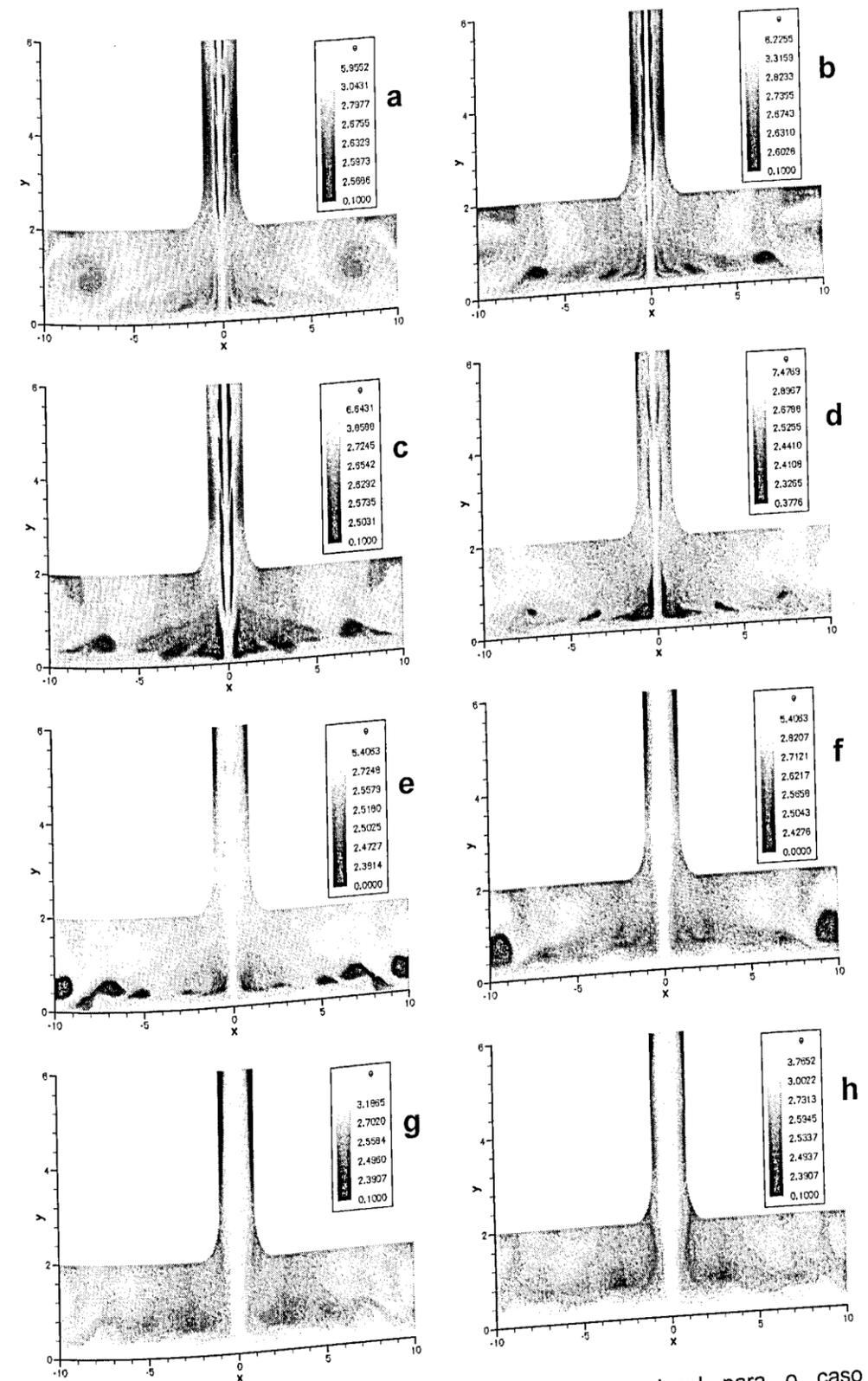


Figura 4.10B - Evolução do campo de energia adimensional para o caso 3 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0417s$, (b) $t^*=0,0500s$, (c) $t^*=0,0583s$, (d) $t^*=0,0667s$, (e) $t^*=0,0750s$, (f) $t^*=0,0833s$, (g) $t^*=0,0917s$ e (h) $t^*=0,1000s$.

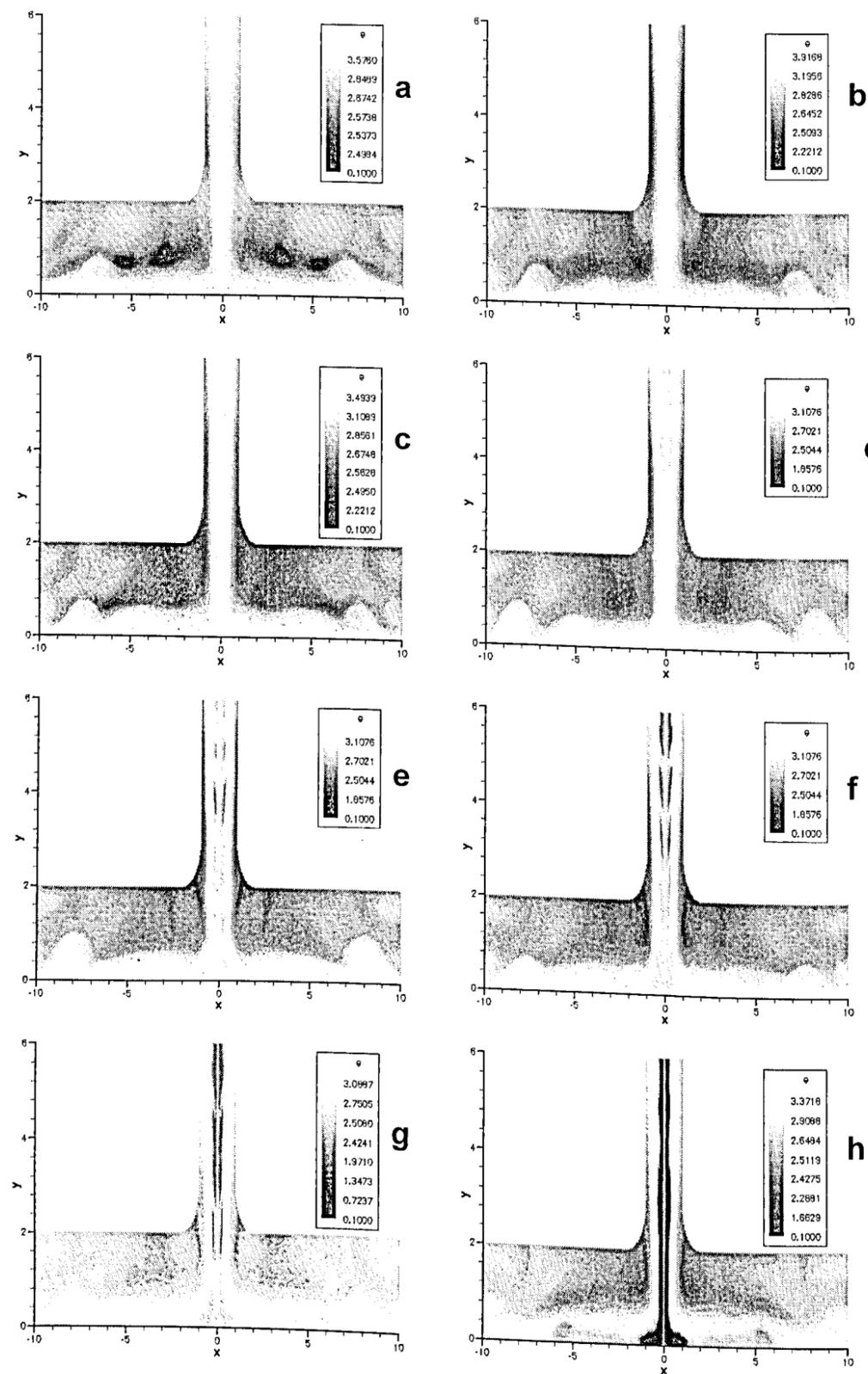


Figura 4.10C - Evolução do campo de energia adimensional para o caso 3 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,1083s$, (b) $t^*=0,1167s$, (c) $t^*=0,1250s$, (d) $t^*=0,1333s$, (e) $t^*=0,1417s$, (f) $t^*=0,1500s$, (g) $t^*=0,1583s$ e (h) $t^*=0,1667s$.

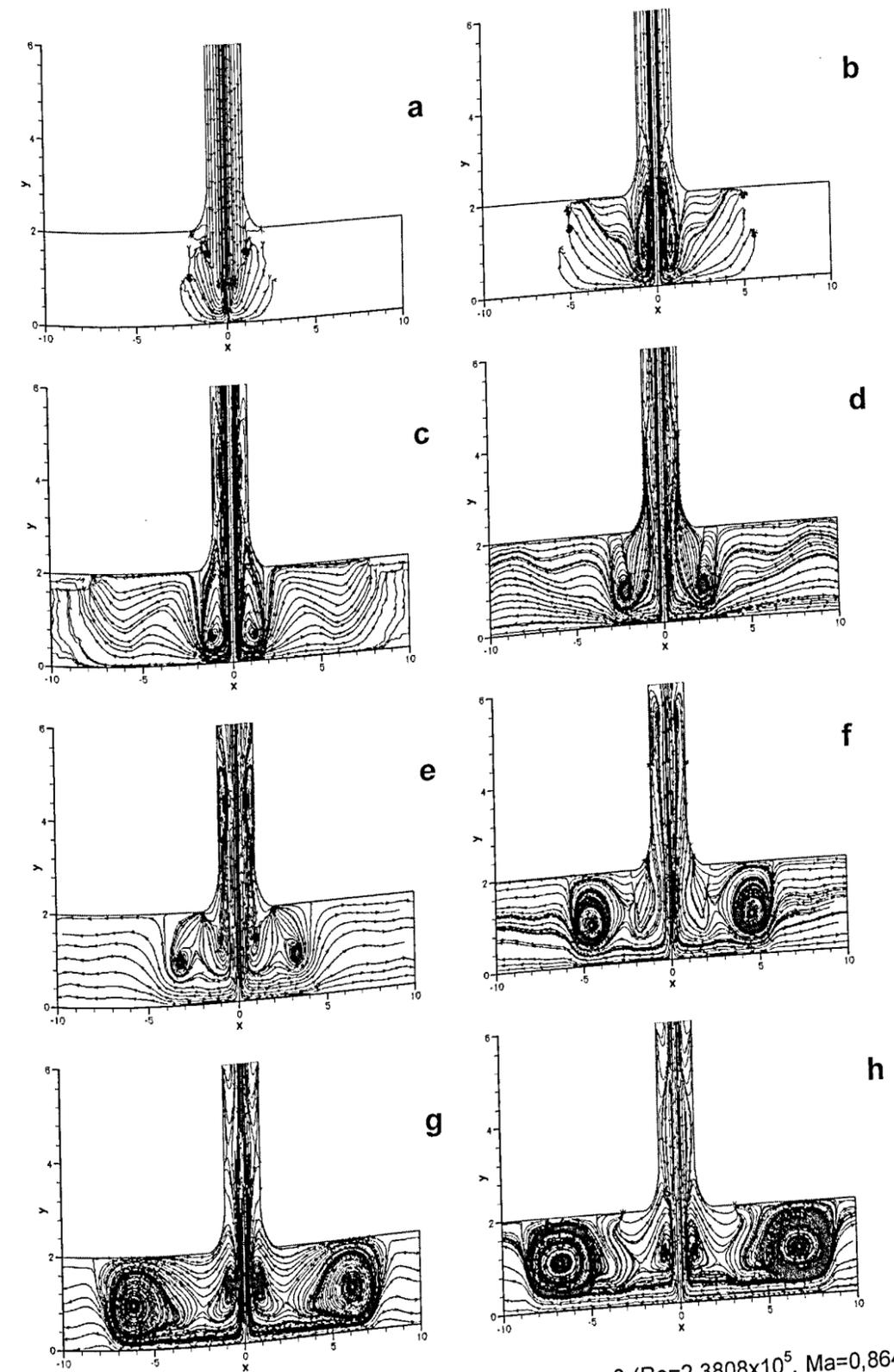


Figura 4.11A - Evolução das linhas de corrente para o caso 3 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0008s$, (b) $t^*=0,0025s$, (c) $t^*=0,0042s$, (d) $t^*=0,0083s$, (e) $t^*=0,0125s$, (f) $t^*=0,0167s$, (g) $t^*=0,0250s$ e (h) $t^*=0,0333s$.

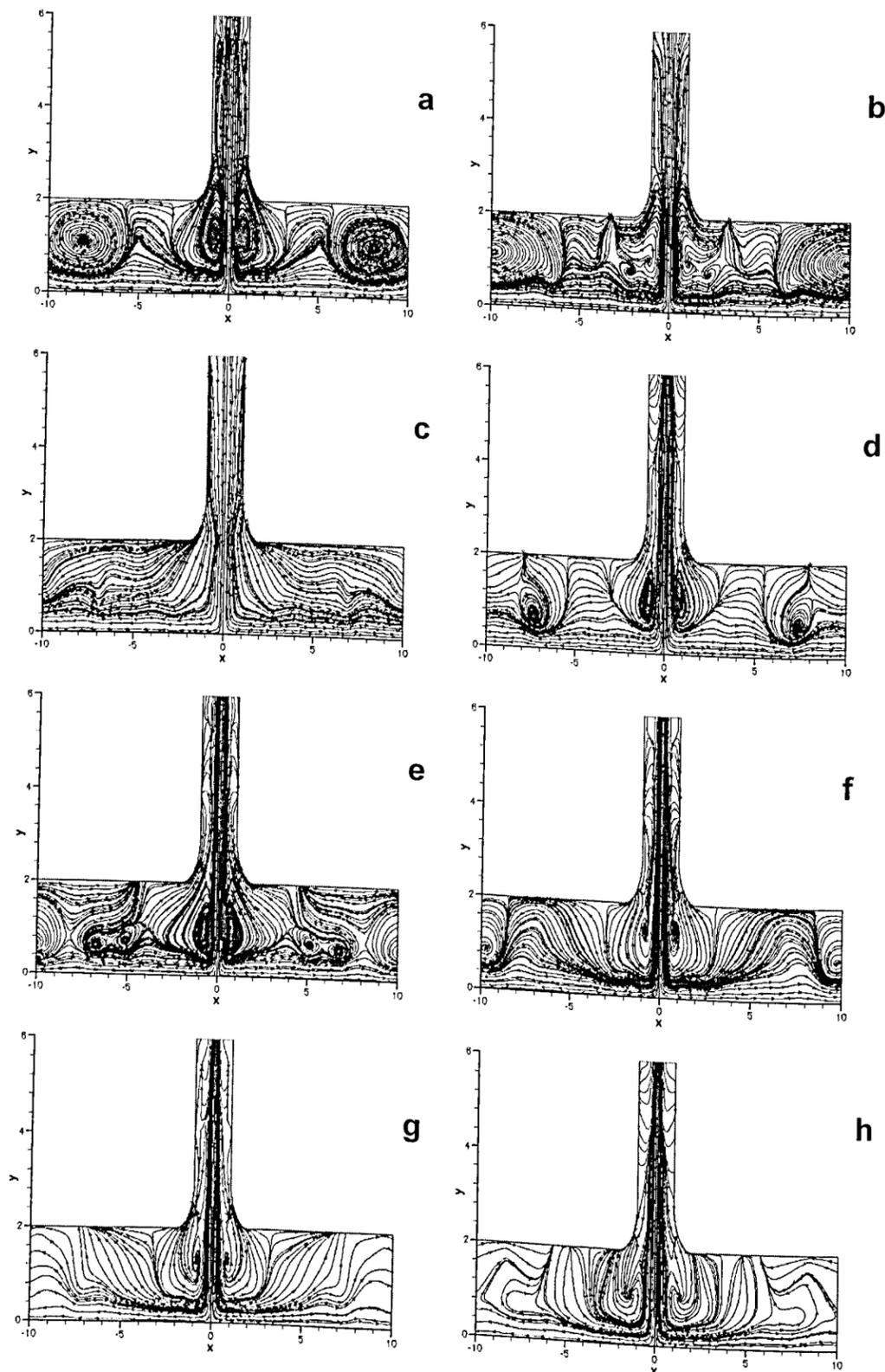


Figura 4.11B - Evolução das linhas de corrente para o caso 3 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0417s$, (b) $t^*=0,0500s$, (c) $t^*=0,0583s$, (d) $t^*=0,0667s$, (e) $t^*=0,0750s$, (f) $t^*=0,0833s$, (g) $t^*=0,0917s$ e (h) $t^*=0,1000s$.

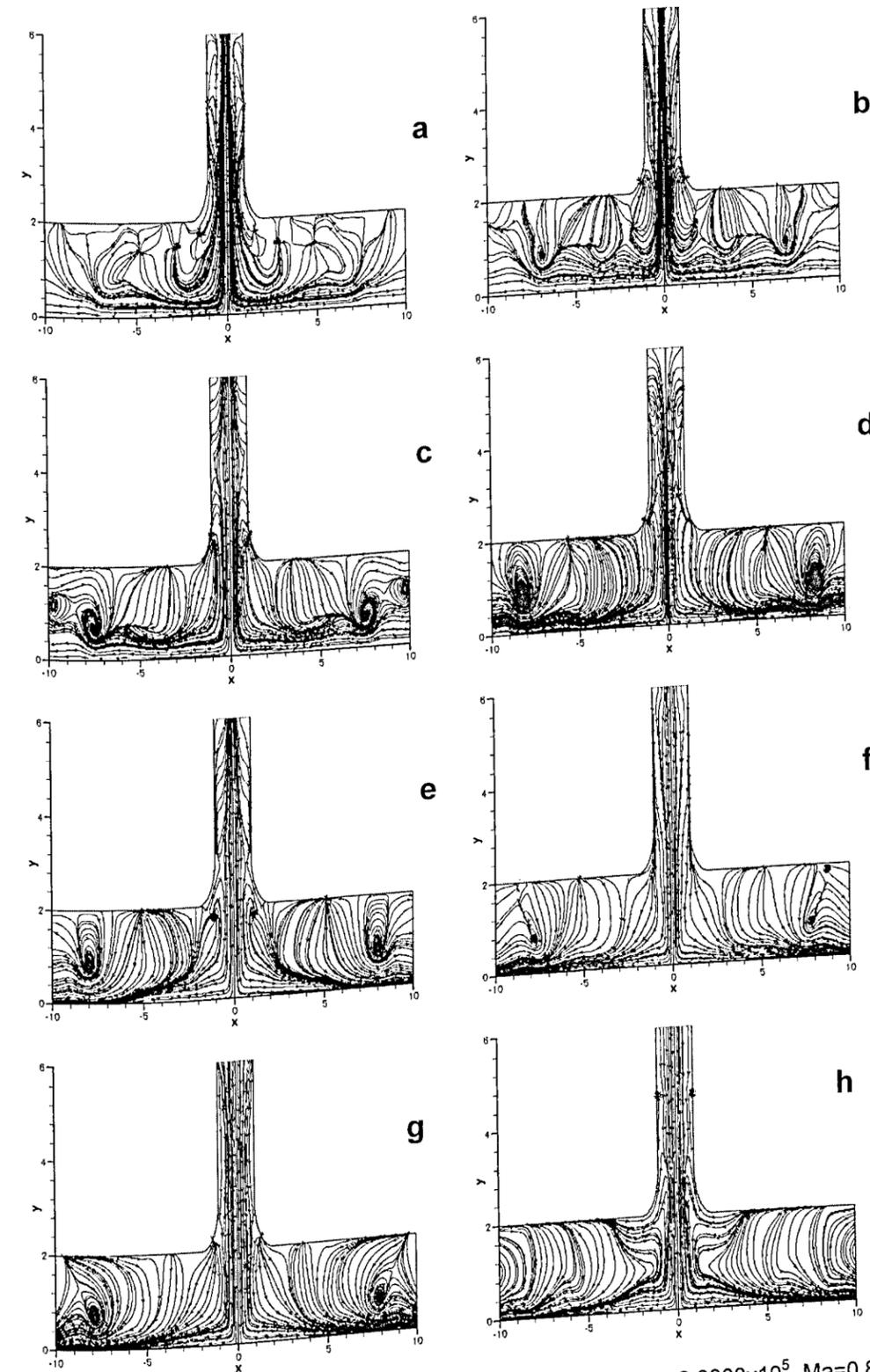


Figura 4.11C - Evolução das linhas de corrente para o caso 3 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,1083s$, (b) $t^*=0,1167s$, (c) $t^*=0,1250s$, (d) $t^*=0,1333s$, (e) $t^*=0,1417s$, (f) $t^*=0,1500s$, (g) $t^*=0,1583s$, (h) $t^*=0,1667s$.

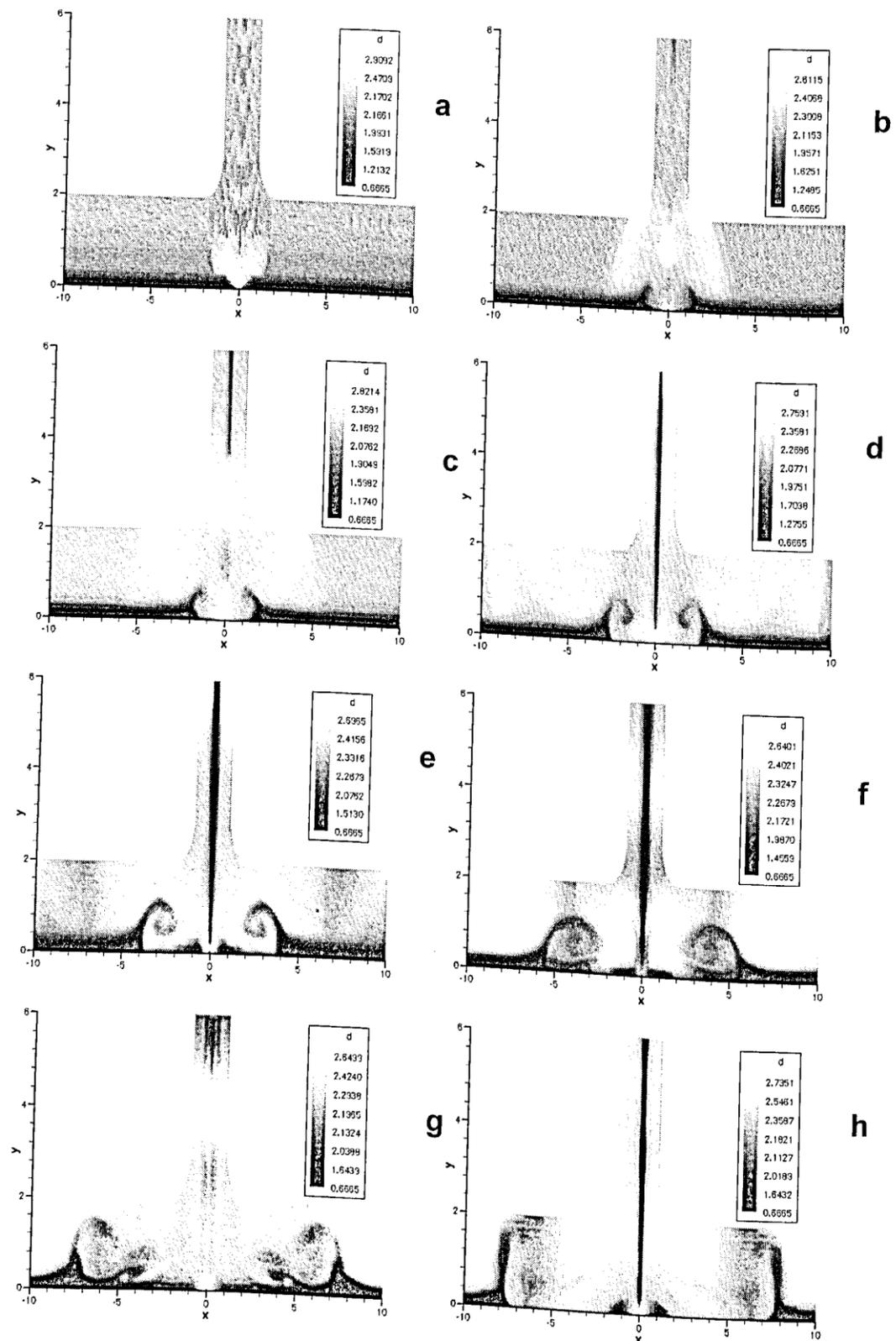


Figura 4.12A - Evolução do campo de densidade adimensional para o caso 4 ($Re=3,1744 \times 10^5$, $Ma=1,1521$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0006s$, (b) $t^*=0,0019s$, (c) $t^*=0,0031s$, (d) $t^*=0,0062s$, (e) $t^*=0,0094s$, (f) $t^*=0,0125s$, (g) $t^*=0,0188s$ e (h) $t^*=0,0250s$.

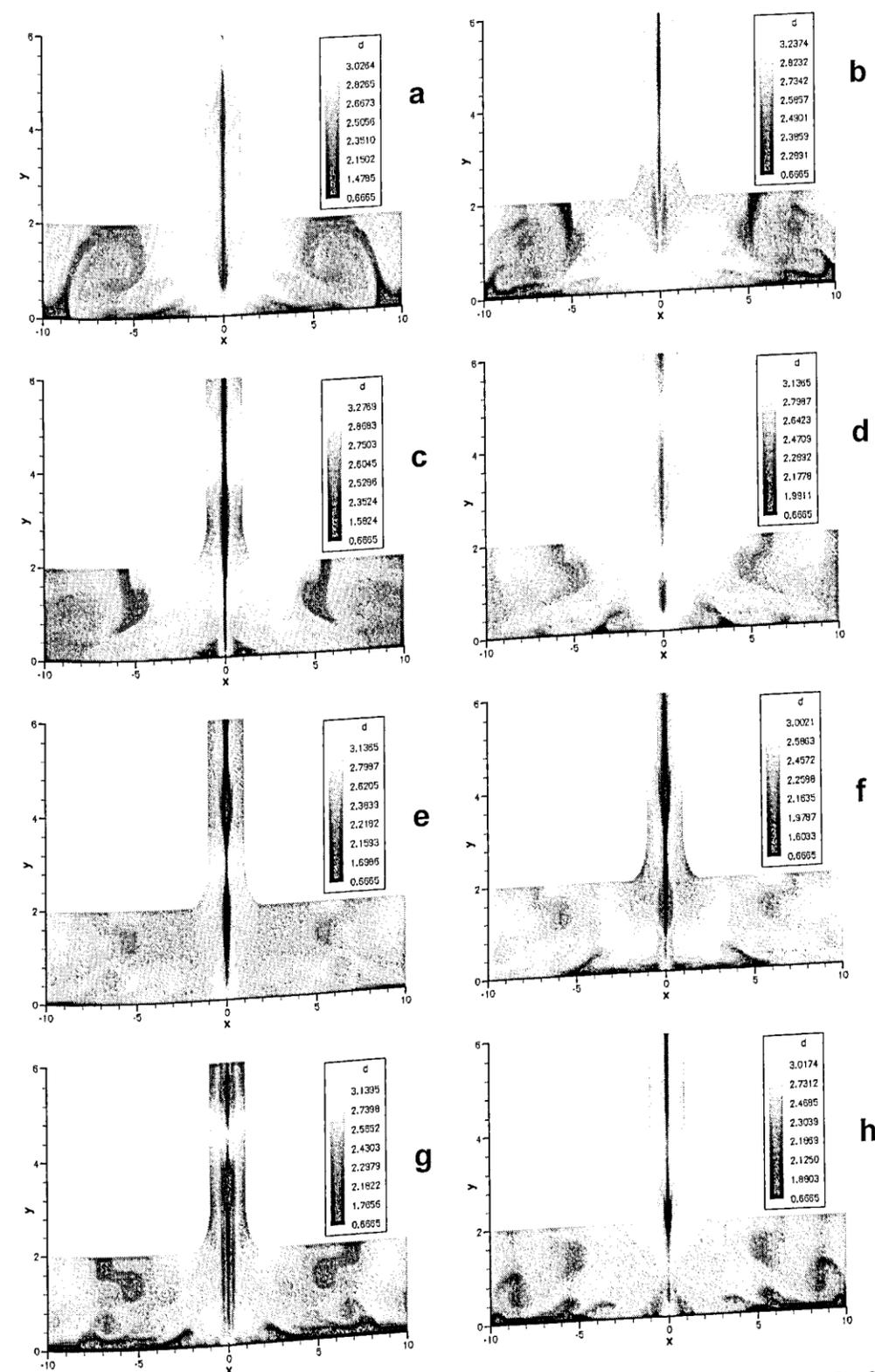


Figura 4.12B - Evolução do campo de densidade adimensional para o caso 4 ($Re=3,1744 \times 10^5$, $Ma=1,1521$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0312s$, (b) $t^*=0,0375s$, (c) $t^*=0,0438s$, (d) $t^*=0,0500s$, (e) $t^*=0,0562s$, (f) $t^*=0,0625s$, (g) $t^*=0,0688s$ e (h) $t^*=0,0750s$.

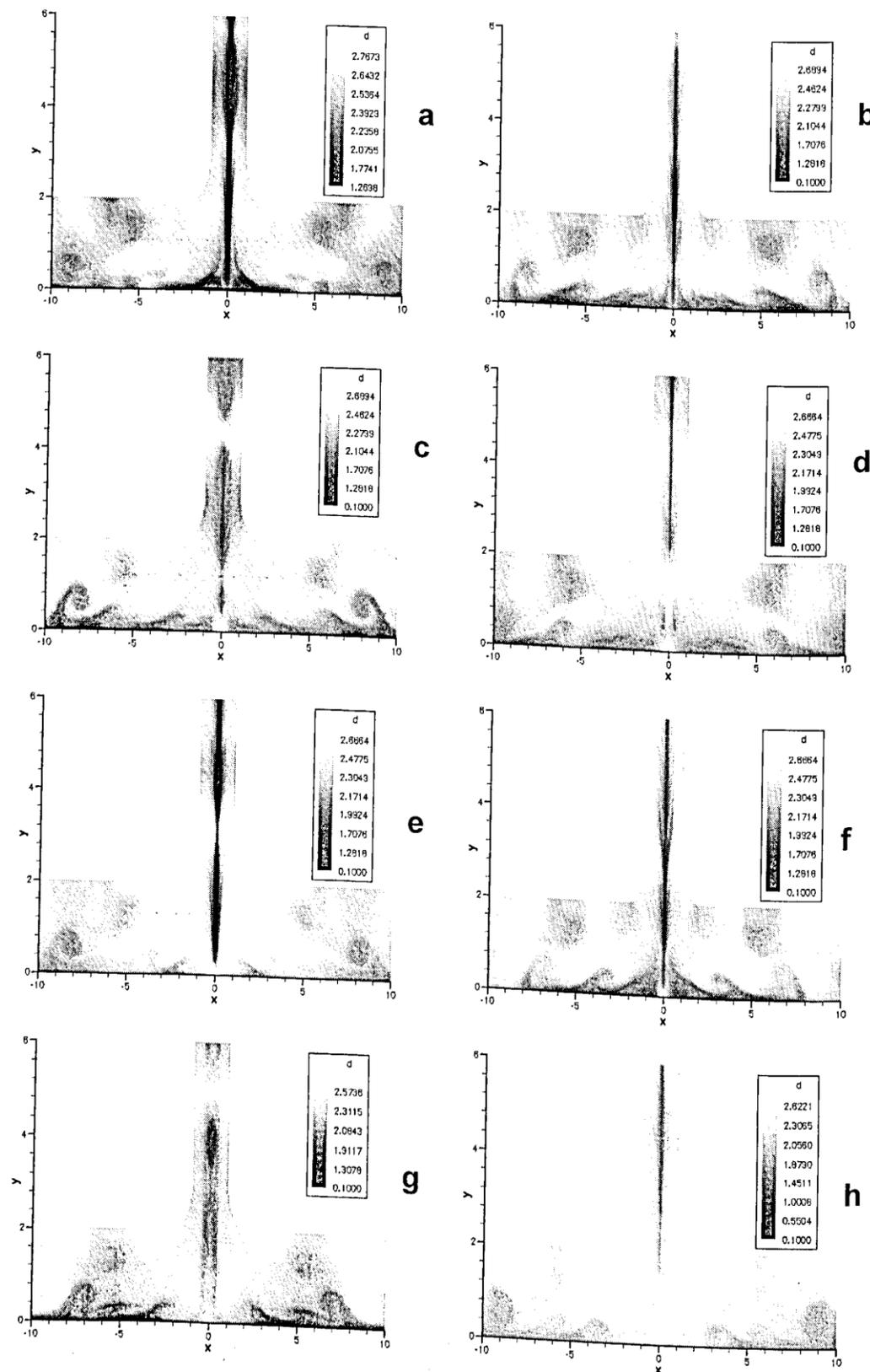


Figura 4.12C - Evolução do campo de densidade adimensional para o caso 4 ($Re=3,1744 \times 10^5$, $Ma=1,1521$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0812s$, (b) $t^*=0,0875s$, (c) $t^*=0,0938s$, (d) $t^*=0,1000s$, (e) $t^*=0,1062s$, (f) $t^*=0,1125s$, (g) $t^*=0,1188s$, (h) $t^*=0,1250s$.

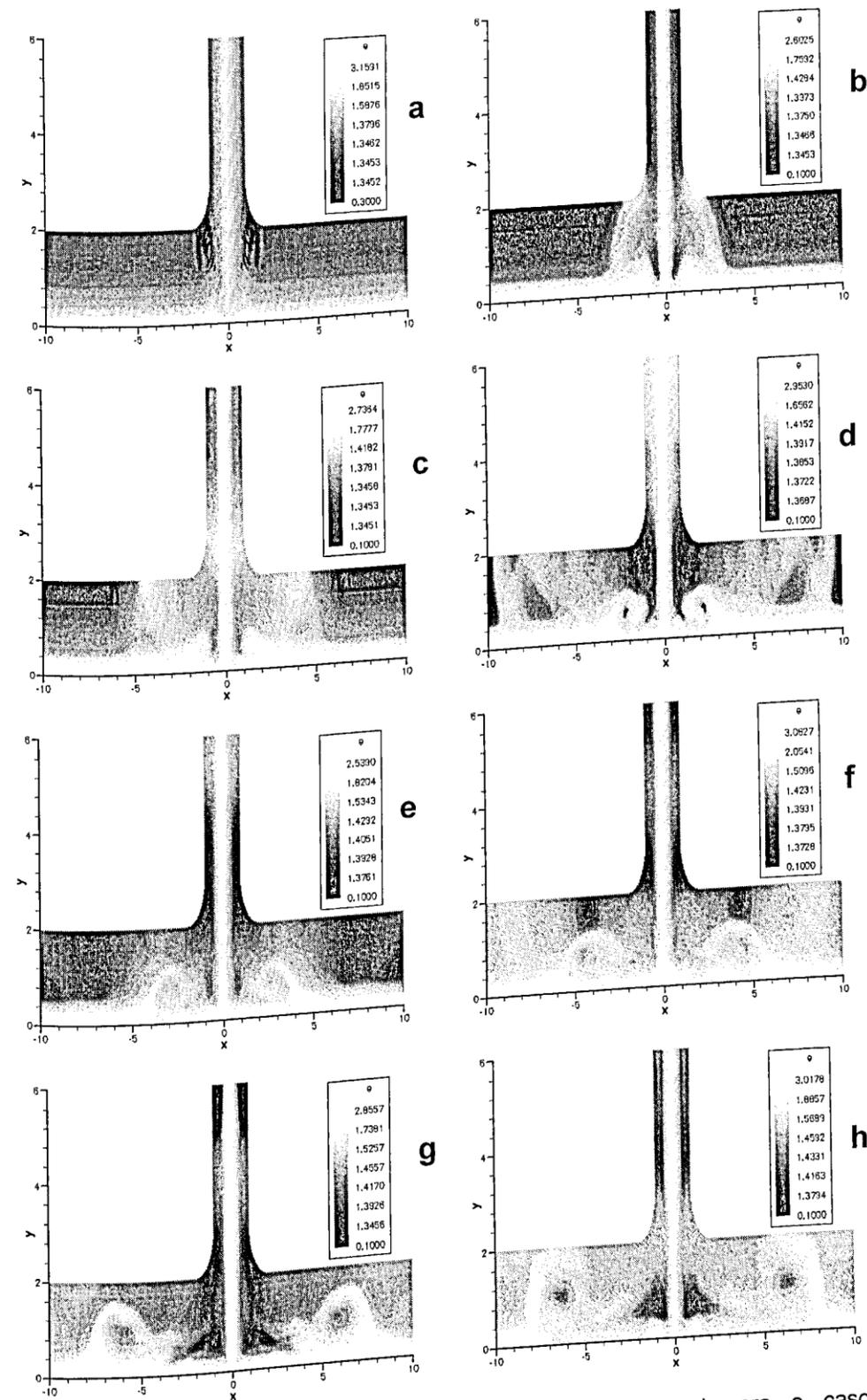


Figura 4.13A - Evolução do campo de energia adimensional para o caso 4 ($Re=3,1744 \times 10^5$, $Ma=1,1521$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0006s$, (b) $t^*=0,0019s$, (c) $t^*=0,0031s$, (d) $t^*=0,0062s$, (e) $t^*=0,0094s$, (f) $t^*=0,0125s$, (g) $t^*=0,0188s$ e (h) $t^*=0,0250s$.

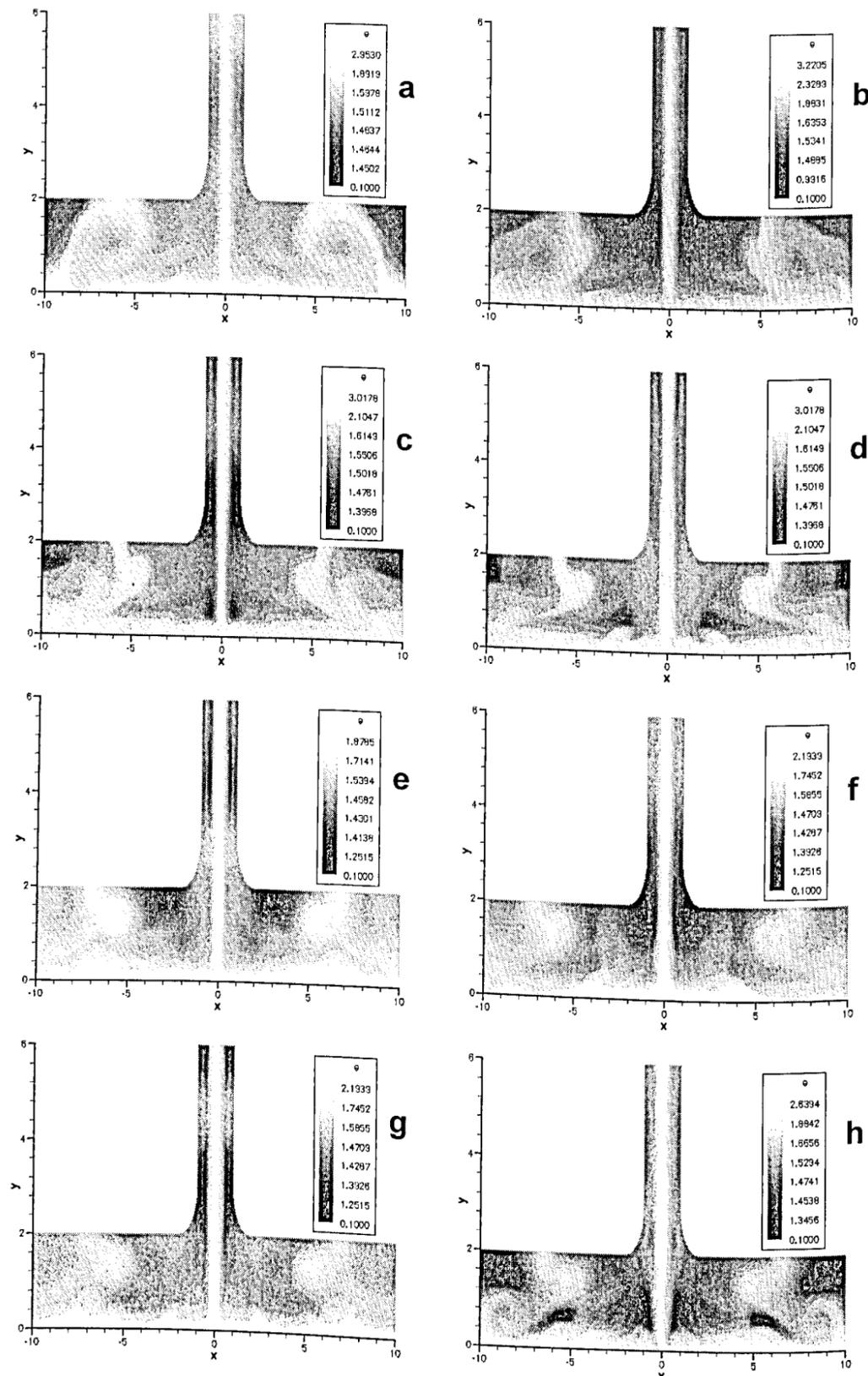


Figura 4.13B - Evolução do campo de energia adimensional para o caso 4 ($Re=3,1744 \times 10^5$, $Ma=1,1521$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t=0,0312s$, (b) $t=0,0375s$, (c) $t=0,0438s$, (d) $t=0,0500s$, (e) $t=0,0562s$, (f) $t=0,0625s$, (g) $t=0,0688s$ e (h) $t=0,0750s$.

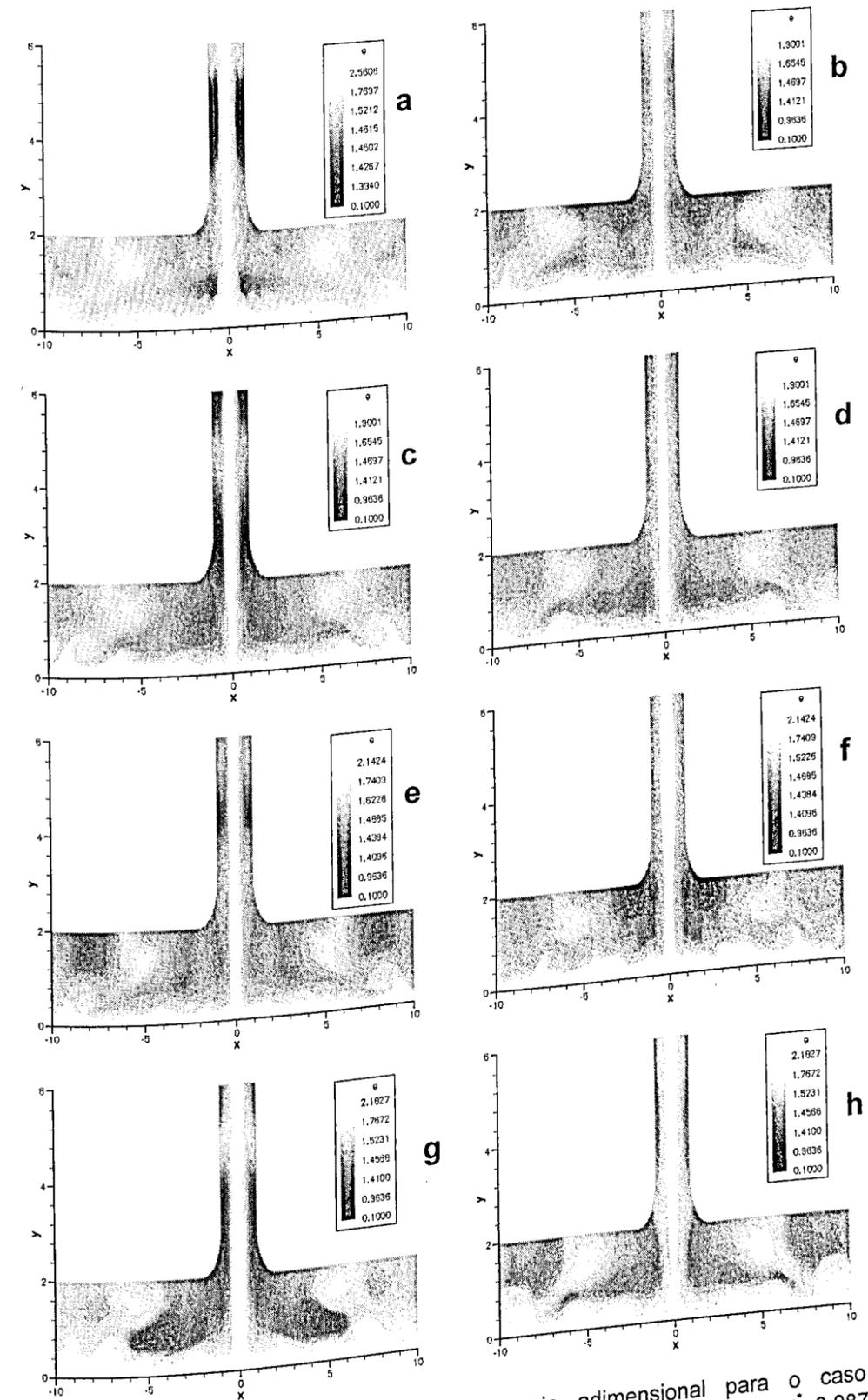


Figura 4.13C - Evolução do campo de energia adimensional para o caso 4 ($Re=3,1744 \times 10^5$, $Ma=1,1521$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t=0,0812s$, (b) $t=0,0875s$, (c) $t=0,0938s$, (d) $t=0,1000s$, (e) $t=0,1062s$, (f) $t=0,1125s$, (g) $t=0,1188s$ e (h) $t=0,1250s$.

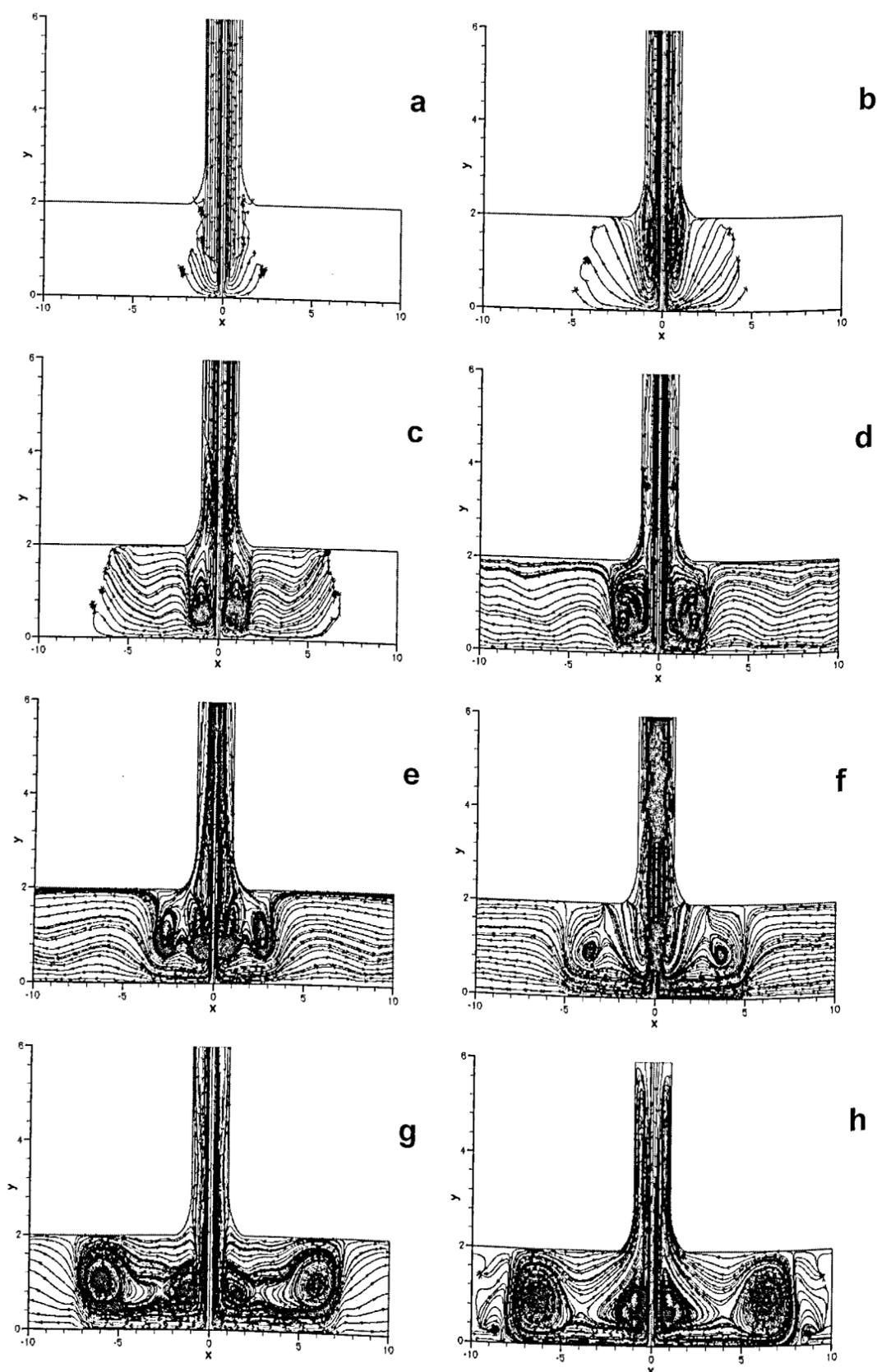


Figura 4.14A - Evolução das linhas de corrente para o caso 4 ($Re=3,1744 \times 10^5$, $Ma=1,1521$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0006s$, (b) $t^*=0,0019s$, (c) $t^*=0,0031s$, (d) $t^*=0,0062s$, (e) $t^*=0,0094s$, (f) $t^*=0,0125s$, (g) $t^*=0,0188s$ e (h) $t^*=0,0250s$.

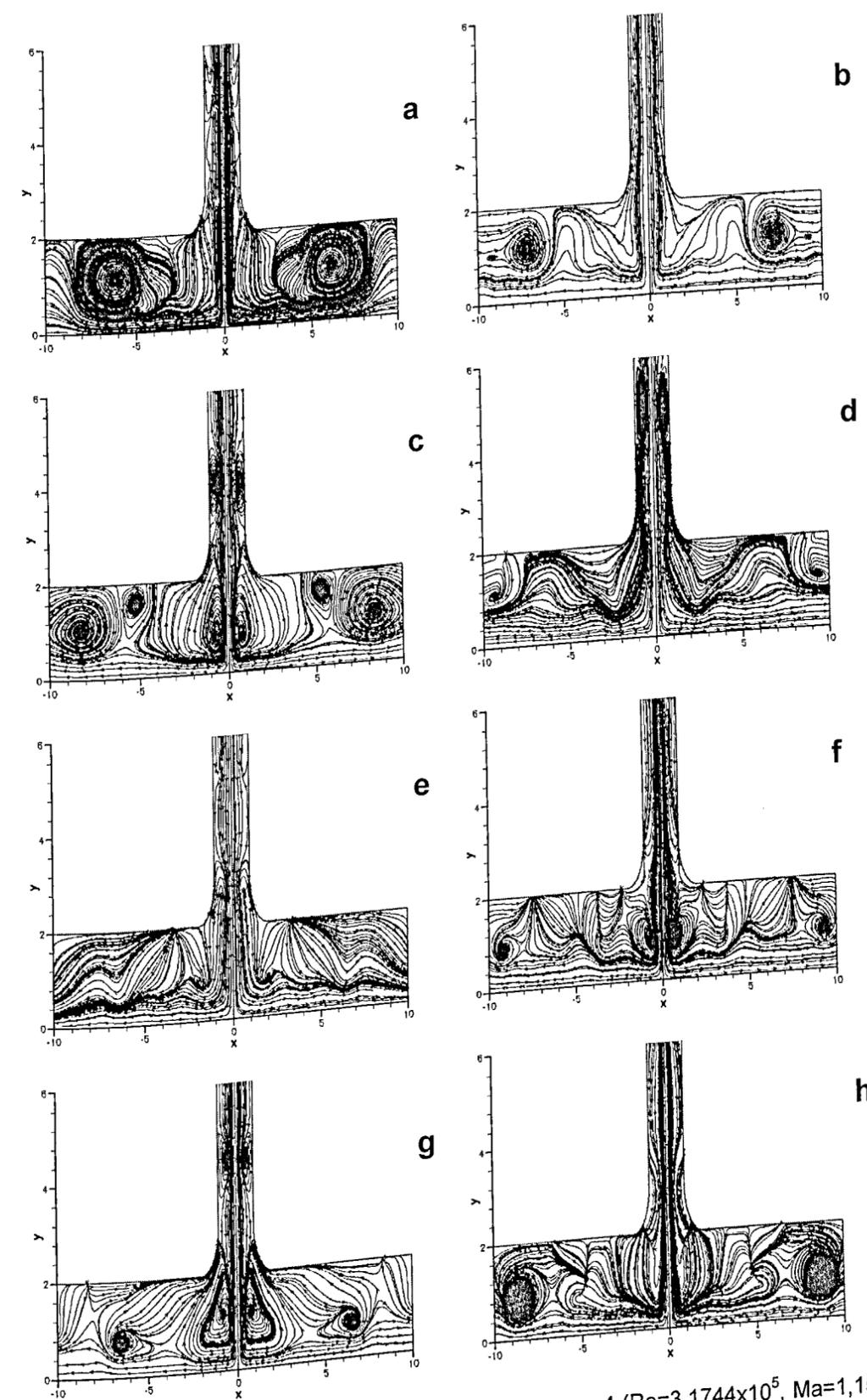


Figura 4.14B - Evolução das linhas de corrente para o caso 4 ($Re=3,1744 \times 10^5$, $Ma=1,1521$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0312s$, (b) $t^*=0,0375s$, (c) $t^*=0,0438s$, (d) $t^*=0,0500s$, (e) $t^*=0,0562s$, (f) $t^*=0,0625s$, (g) $t^*=0,0688s$ e (h) $t^*=0,0750s$.

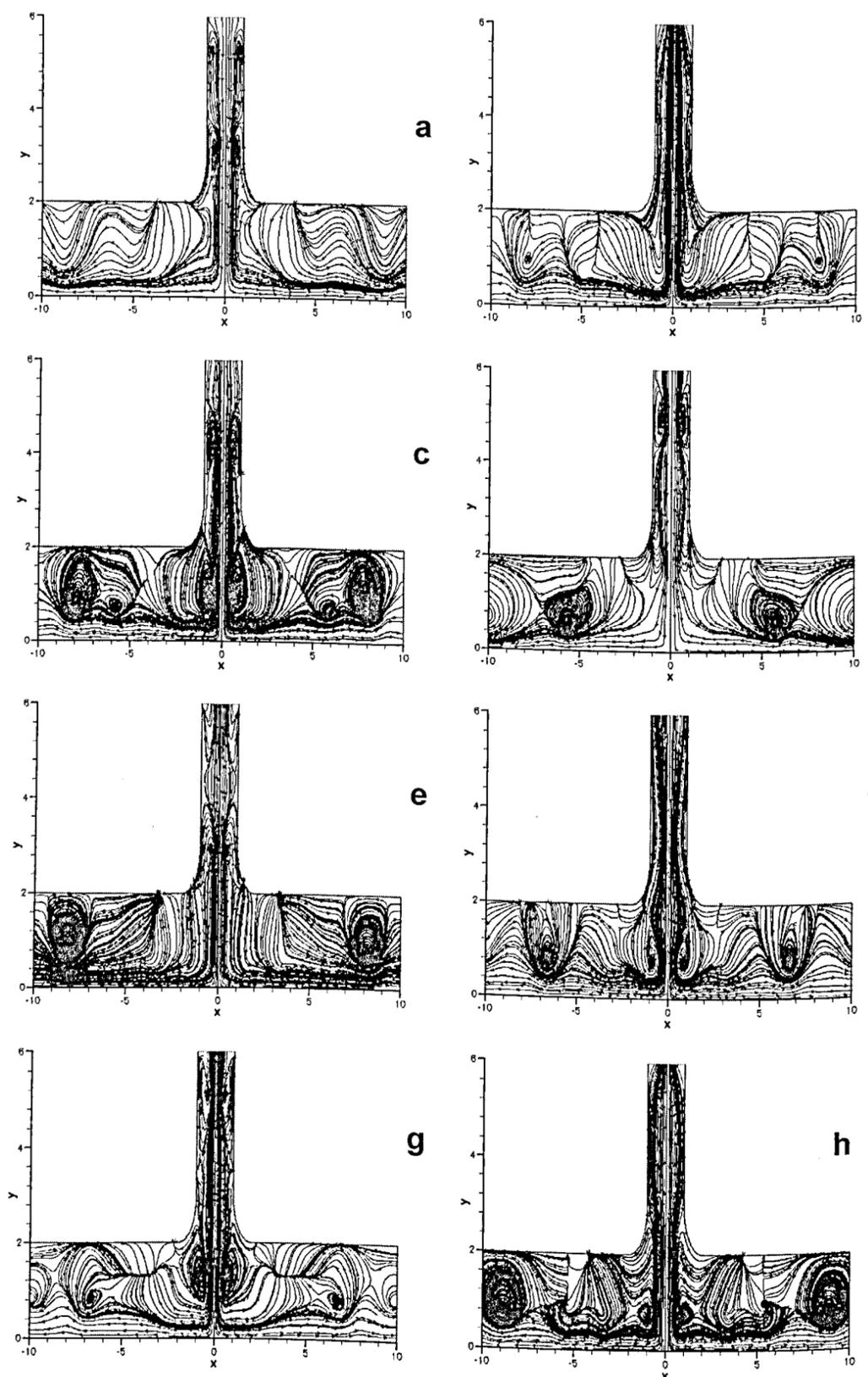


Figura 4.14C- Evolução das linhas de corrente para o caso 4 ($Re=3,1744 \times 10^5$, $Ma=1,1521$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t=0,0812s$, (b) $t=0,0875s$, (c) $t=0,0938s$, (d) $t=0,1000s$, (e) $t=0,1062s$, (f) $t=0,1125s$, (g) $t=0,1188s$, (h) $t=0,1250s$.

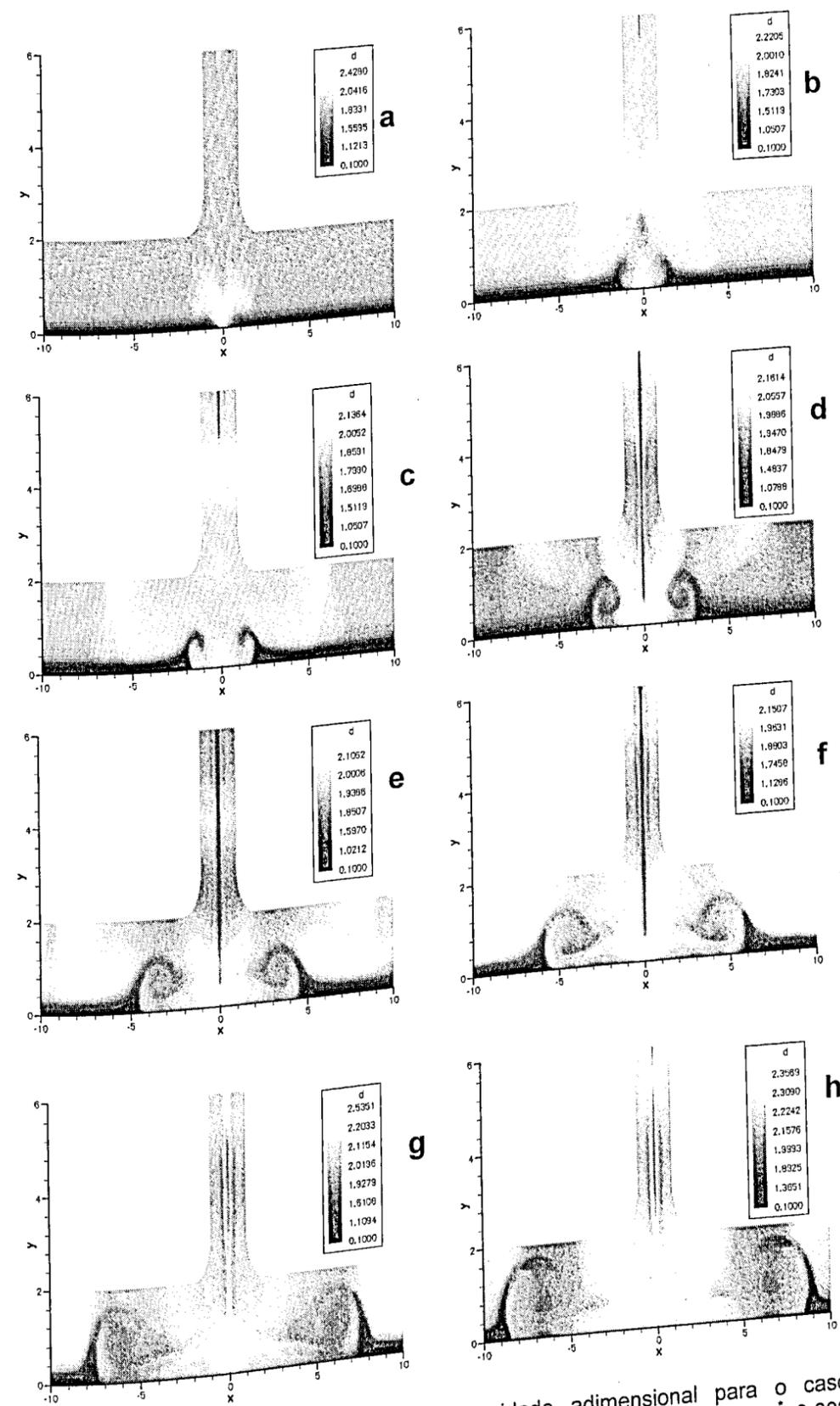


Figura 4.15A - Evolução do campo de densidade adimensional para o caso 5 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=800$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t=0,0008s$, (b) $t=0,0025s$, (c) $t=0,0042s$, (d) $t=0,0083s$, (e) $t=0,0125s$, (f) $t=0,0167s$, (g) $t=0,0250s$ e (h) $t=0,0333s$.

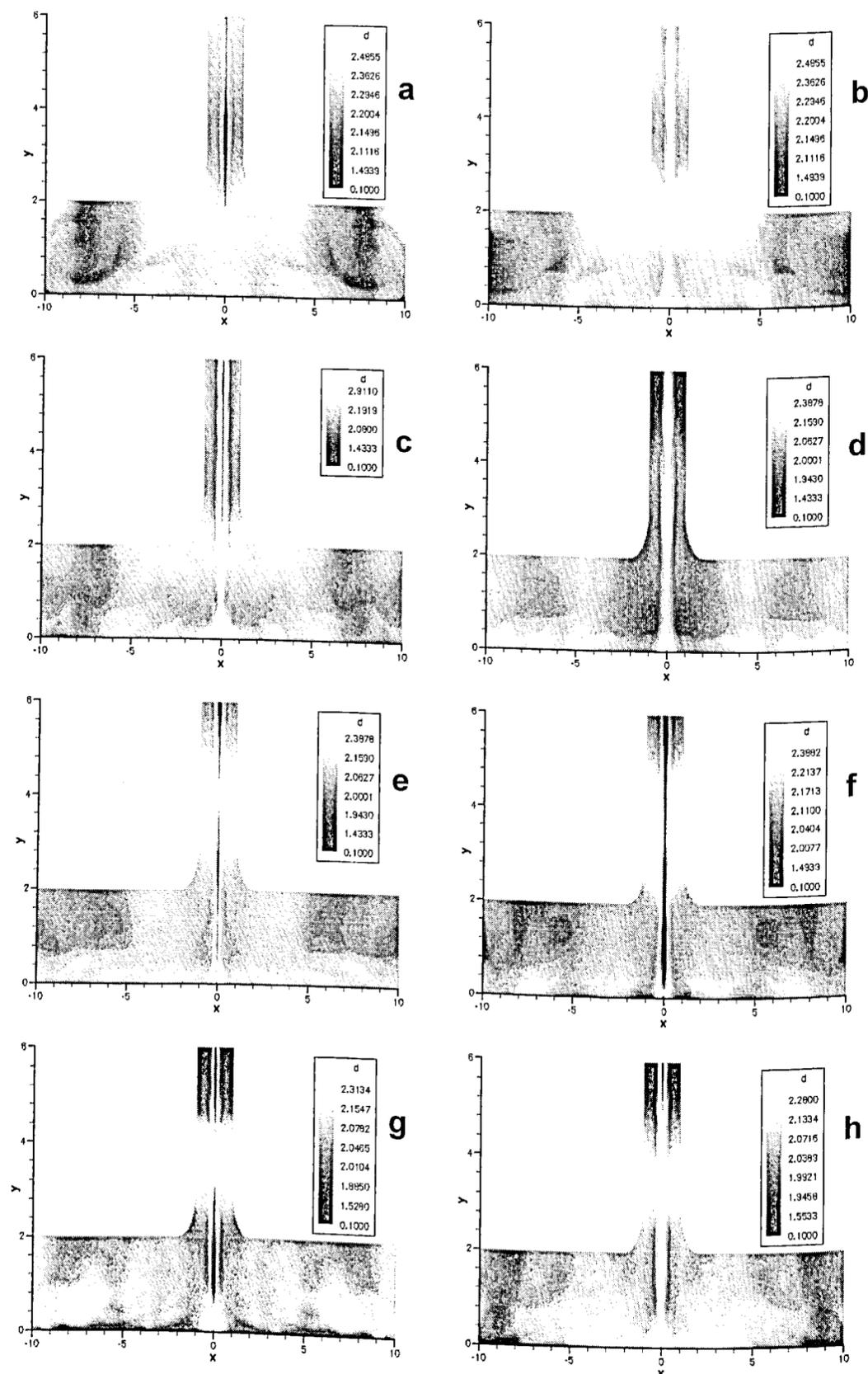


Figura 4.15B - Evolução do campo de densidade adimensional para o caso 5 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=800$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0417s$, (b) $t^*=0,0500s$, (c) $t^*=0,0583s$, (d) $t^*=0,0667s$, (e) $t^*=0,0750s$, (f) $t^*=0,0833s$, (g) $t^*=0,0917s$ e (h) $t^*=0,1000s$.

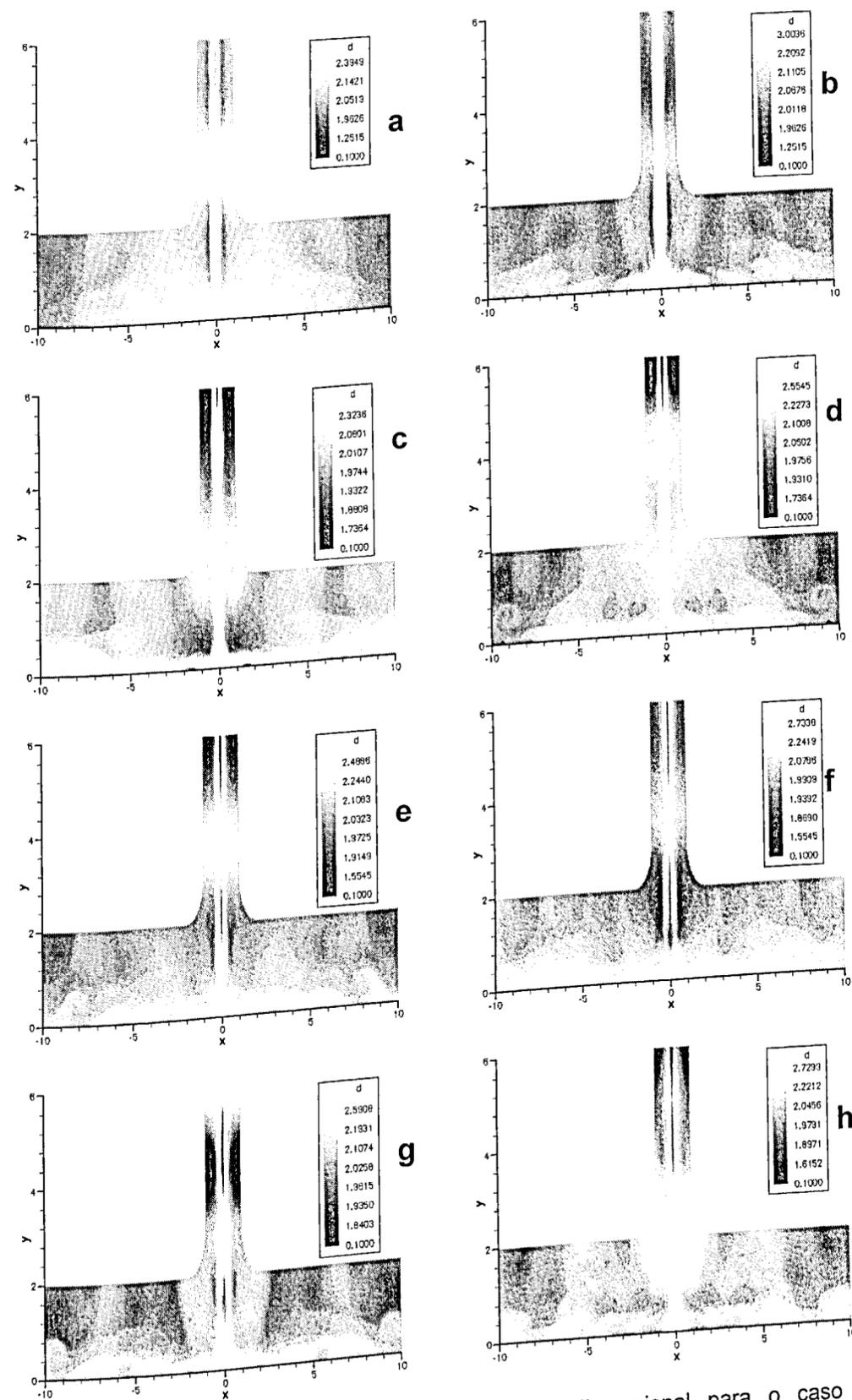


Figura 4.15C - Evolução do campo de densidade adimensional para o caso 5 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=800$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,1083s$, (b) $t^*=0,1167s$, (c) $t^*=0,1250s$, (d) $t^*=0,1333s$, (e) $t^*=0,1417s$, (f) $t^*=0,1500s$ (g) $t^*=0,1583s$ e (h) $t^*=0,1667s$.

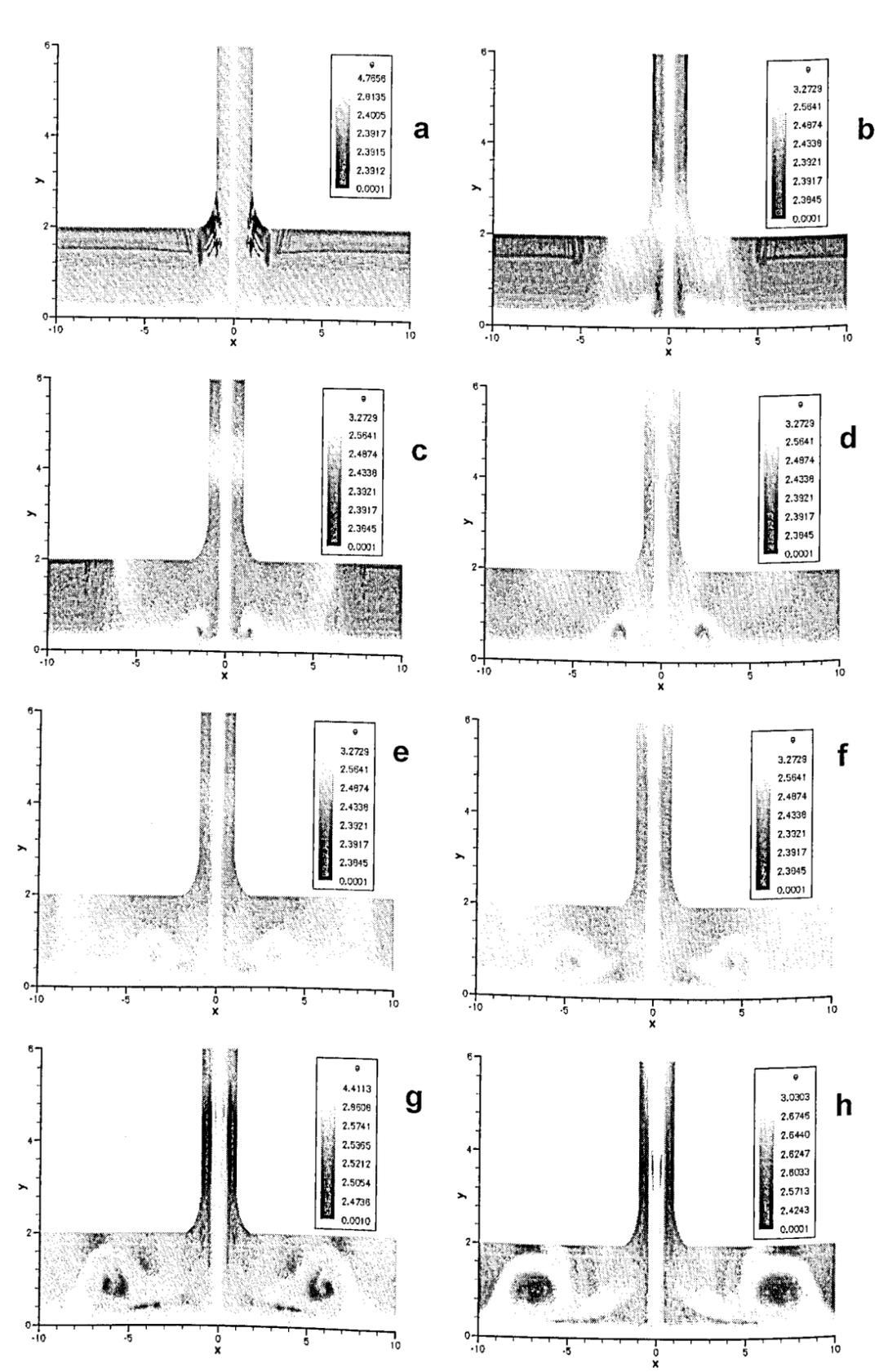


Figura 4.16A - Evolução do campo de energia adimensional para o caso 5 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=800$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t=0,0008s$, (b) $t=0,0025s$, (c) $t=0,0042s$, (d) $t=0,0083s$, (e) $t=0,0125s$, (f) $t=0,0167s$, (g) $t=0,0250s$ e (h) $t=0,0333s$.

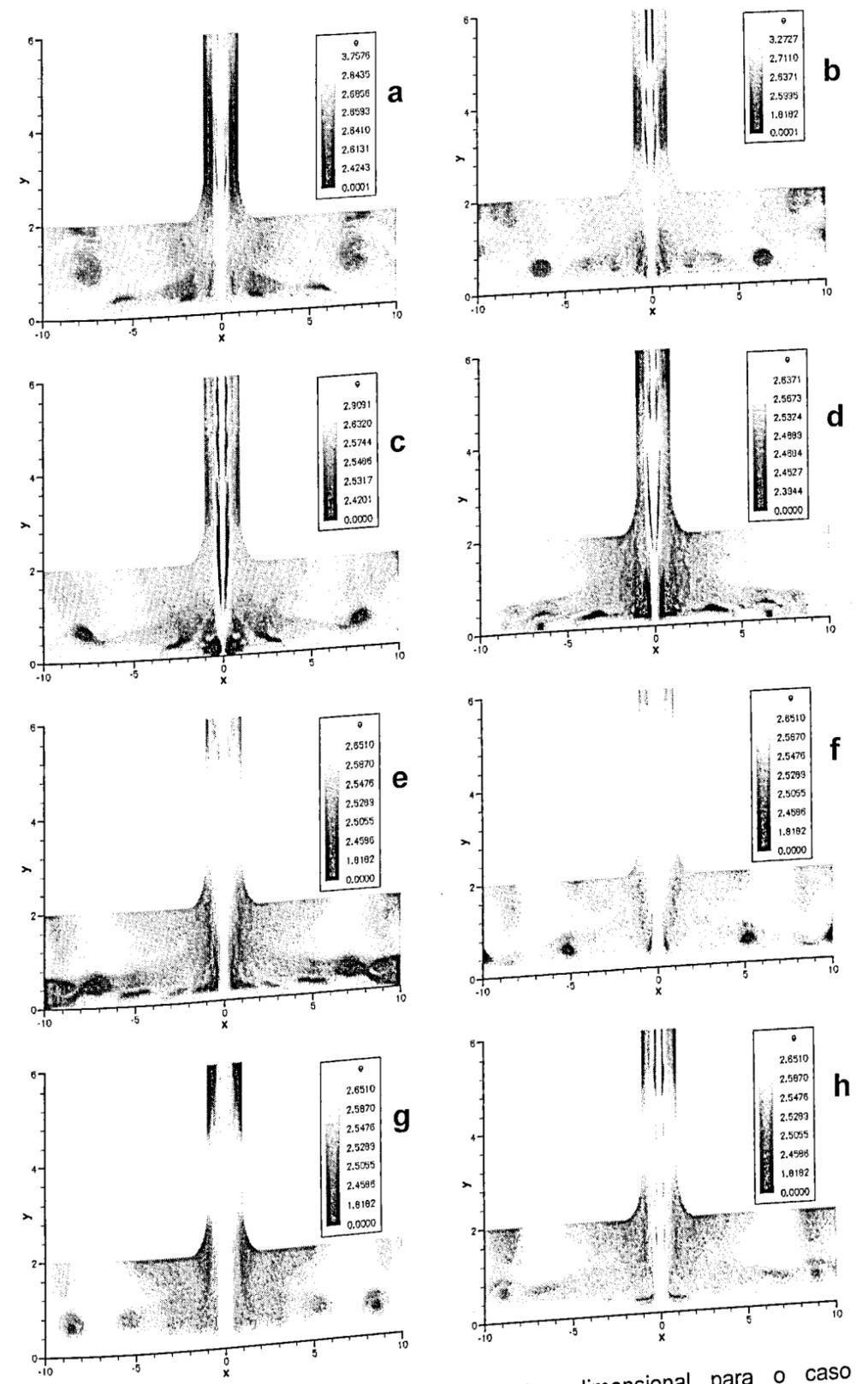


Figura 4.16B - Evolução do campo de energia adimensional para o caso 5 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=800$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t=0,0417s$, (b) $t=0,0500s$, (c) $t=0,0583s$, (d) $t=0,0667s$, (e) $t=0,0750s$, (f) $t=0,0833s$, (g) $t=0,0917s$ e (h) $t=0,1000s$.

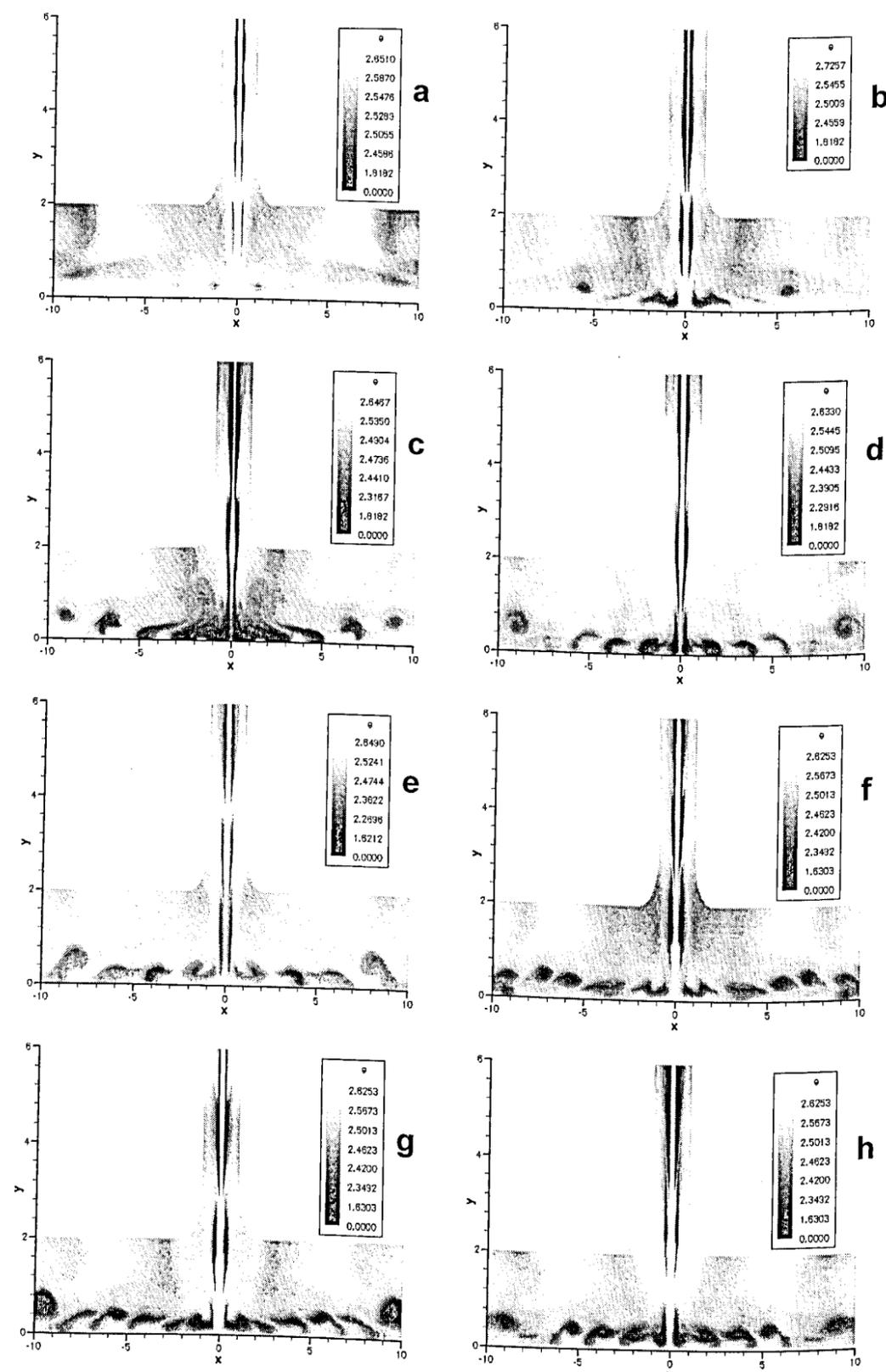


Figura 4.16C - Evolução do campo de energia adimensional para o caso 5 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=800$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,1083s$, (b) $t^*=0,1167s$, (c) $t^*=0,1250s$, (d) $t^*=0,1333s$, (e) $t^*=0,1417s$, (f) $t^*=0,1500s$ (g) $t^*=0,1583s$ e (h) $t^*=0,1667s$.

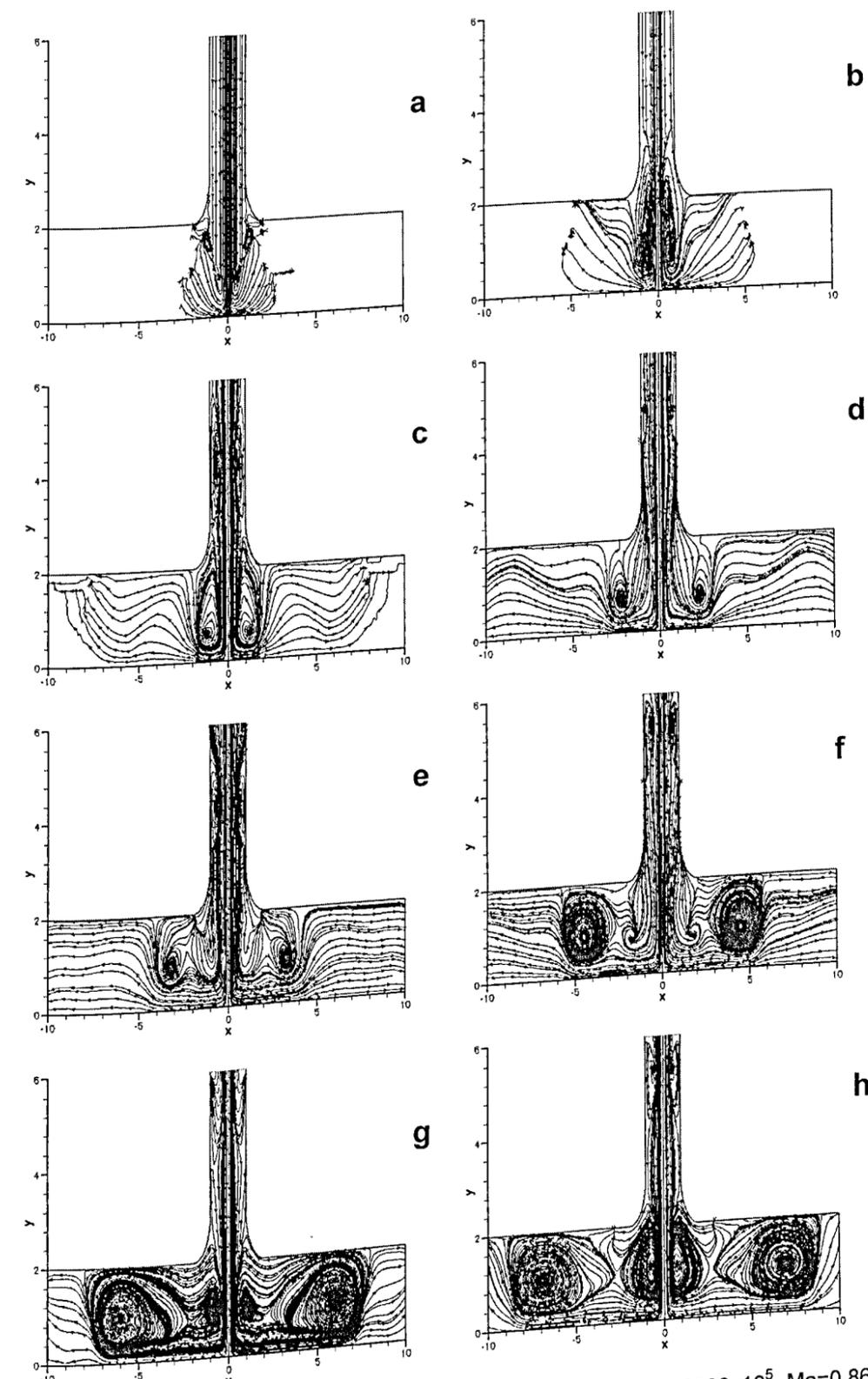


Figura 4.17A - Evolução das linhas de corrente para o caso 5 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=800$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0008s$, (b) $t^*=0,0025s$, (c) $t^*=0,0042s$, (d) $t^*=0,0083s$, (e) $t^*=0,0125s$, (f) $t^*=0,0167s$, (g) $t^*=0,0250s$ e (h) $t^*=0,0333s$.

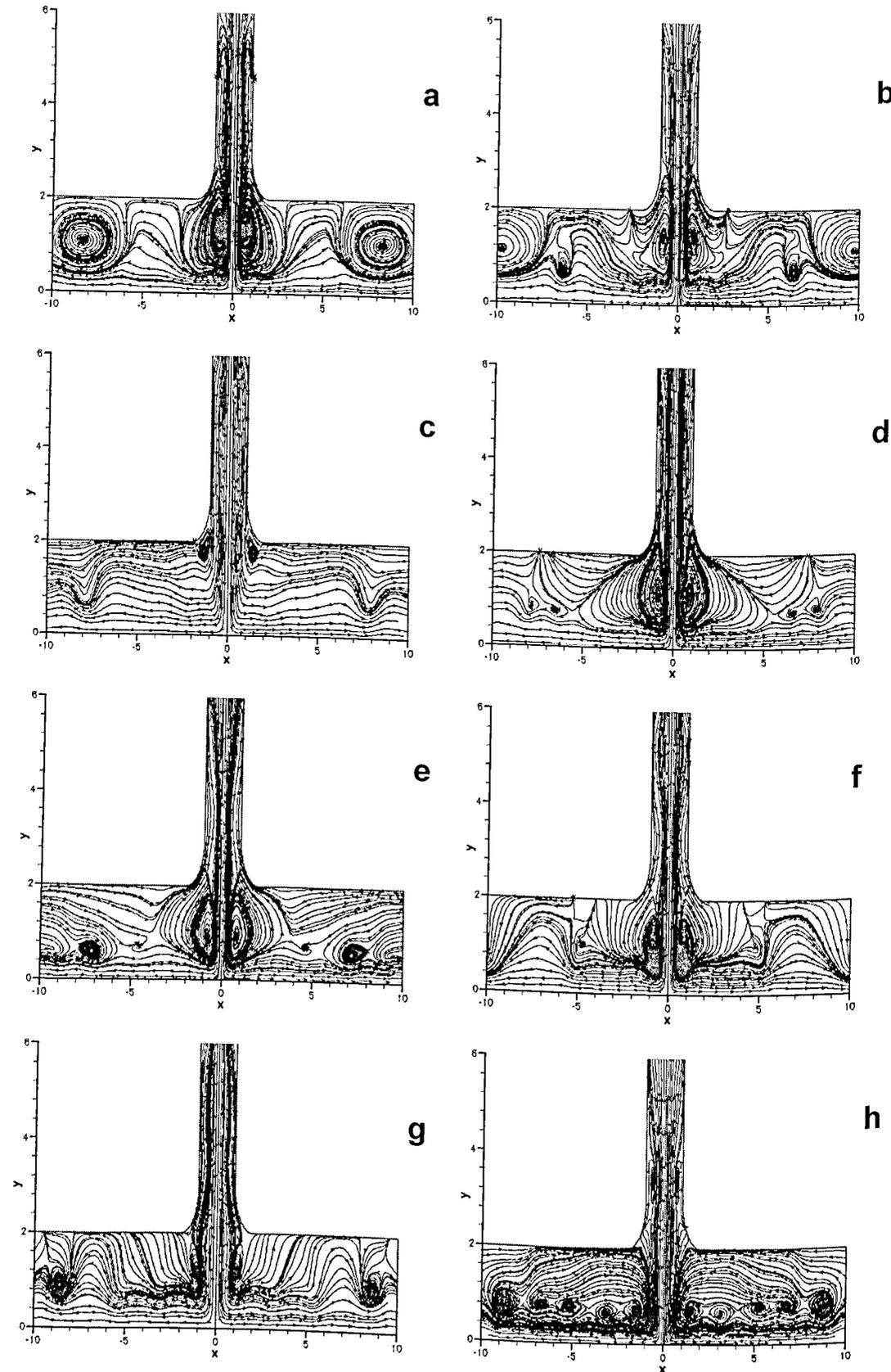


Figura 4.17B - Evolução das linhas de corrente para o caso 5 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=800$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t=0,0417$ s, (b) $t=0,0500$ s, (c) $t=0,0583$ s, (d) $t=0,0667$ s, (e) $t=0,0750$ s, (f) $t=0,0833$ s, (g) $t=0,0917$ s e (h) $t=0,1000$ s.

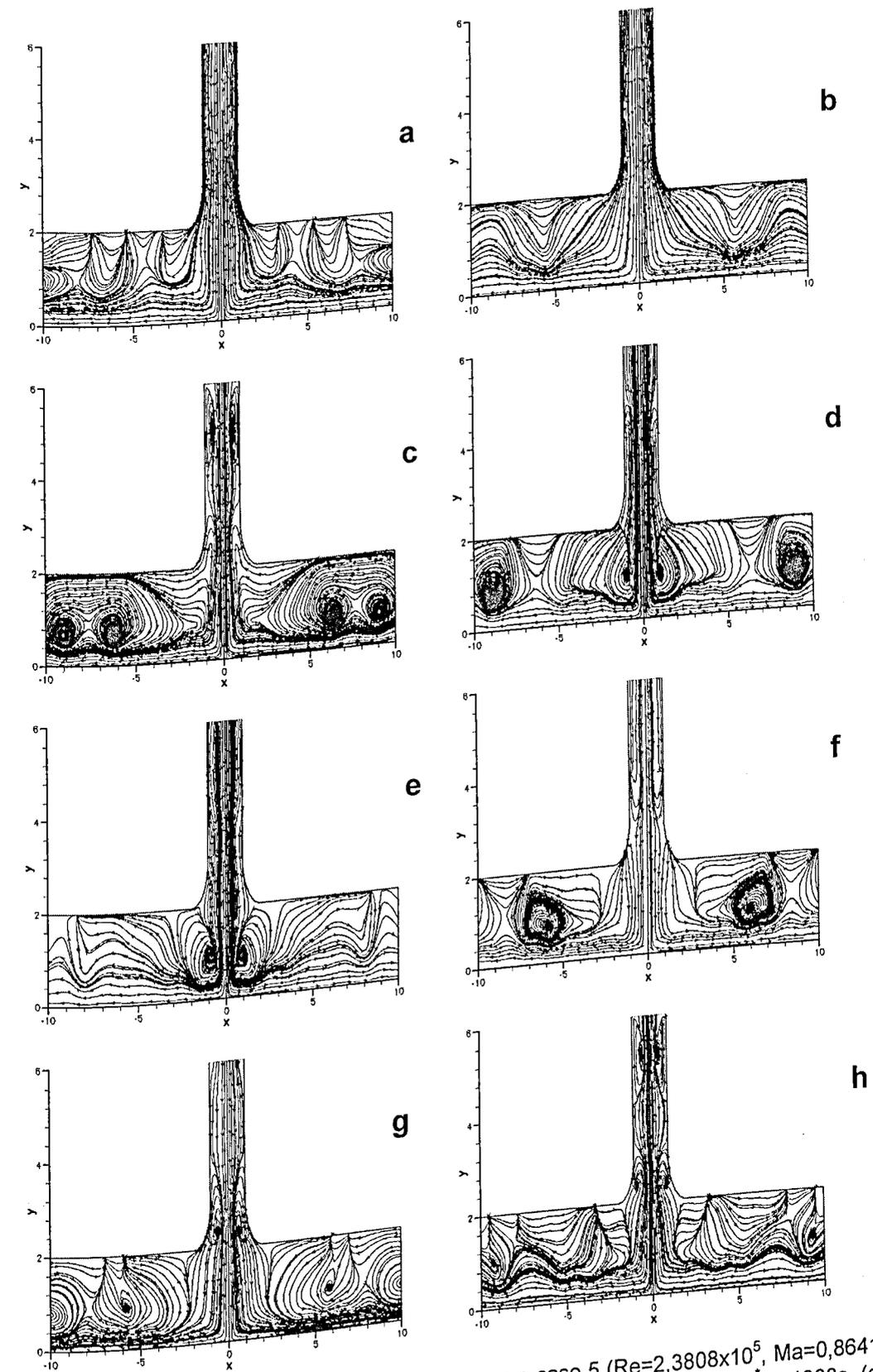


Figura 4.17C - Evolução das linhas de corrente para o caso 5 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=800$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t=0,1083$ s, (b) $t=0,1167$ s, (c) $t=0,1250$ s, (d) $t=0,1333$ s, (e) $t=0,1417$ s, (f) $t=0,1500$ s, (g) $t=0,1583$ s e (h) $t=0,1667$ s.

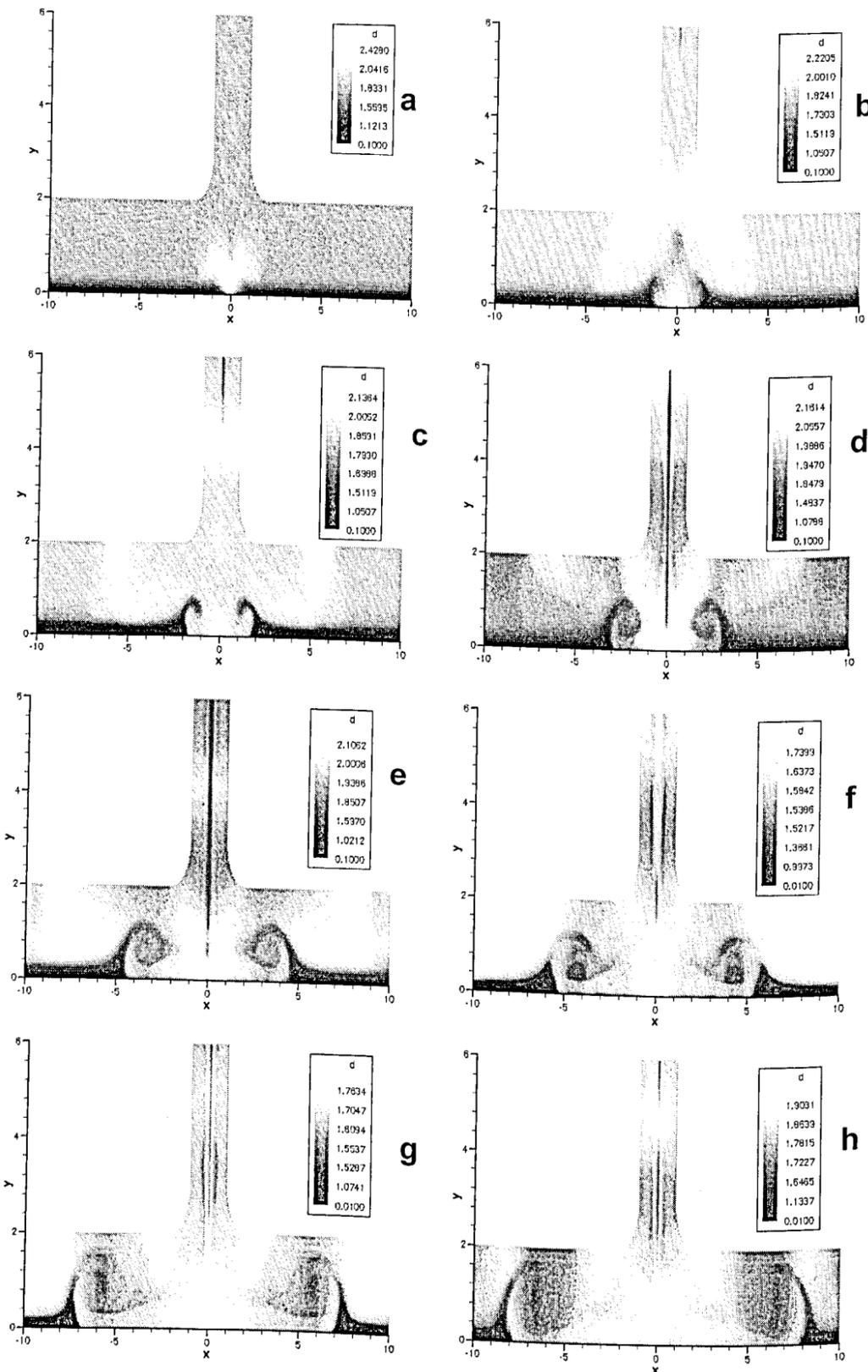


Figura 4.18A - Evolução do campo de densidade adimensional para o caso 6 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=600$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0008s$, (b) $t^*=0,0025s$, (c) $t^*=0,0042s$, (d) $t^*=0,0083s$, (e) $t^*=0,0125s$, (f) $t^*=0,0167s$, (g) $t^*=0,0250s$ e (h) $t^*=0,0333s$.

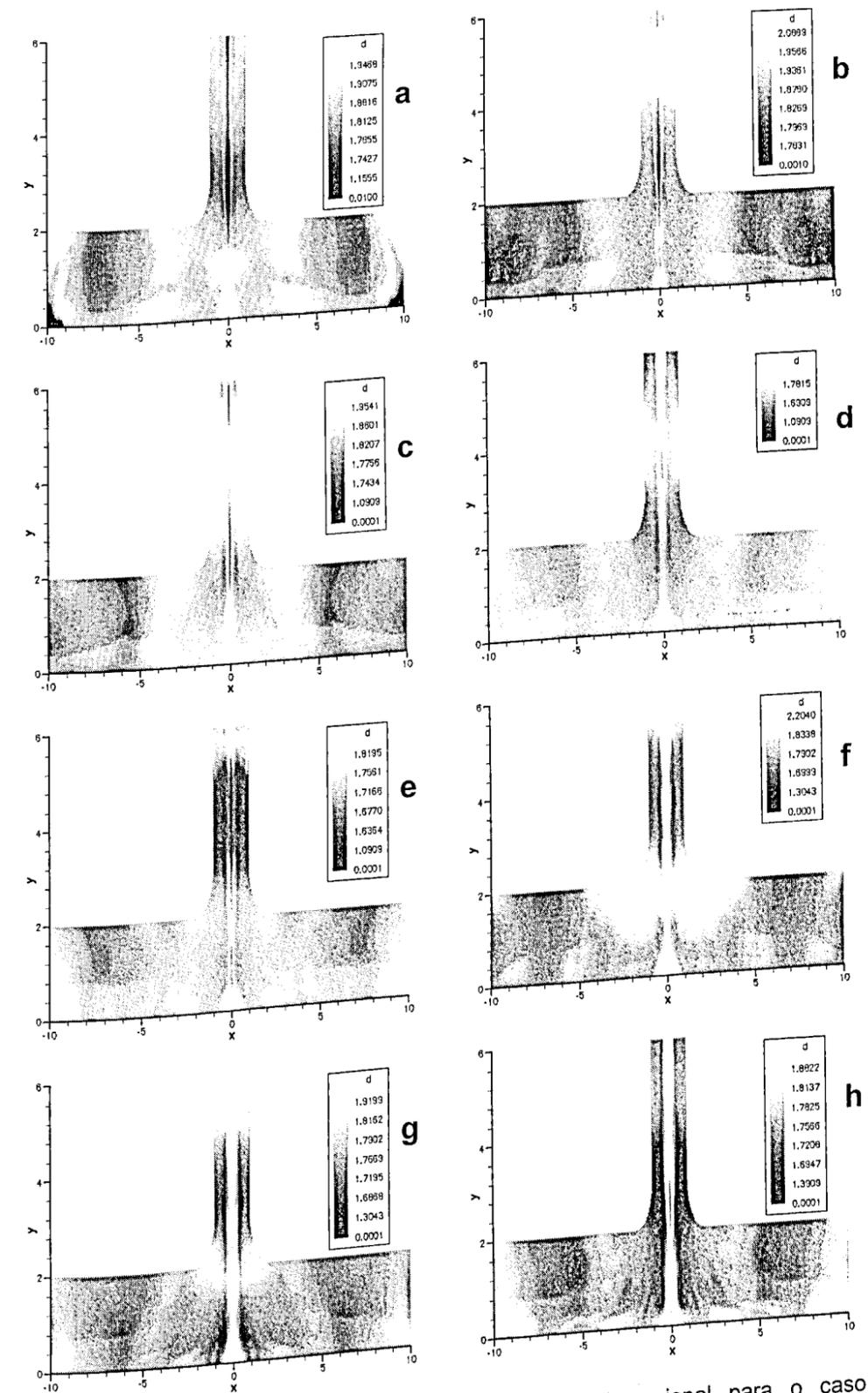


Figura 4.18B - Evolução do campo de densidade adimensional para o caso 6 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=600$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0417s$, (b) $t^*=0,0500s$, (c) $t^*=0,0583s$, (d) $t^*=0,0667s$, (e) $t^*=0,0750s$, (f) $t^*=0,0833s$, (g) $t^*=0,0917s$ e (h) $t^*=0,1000s$.

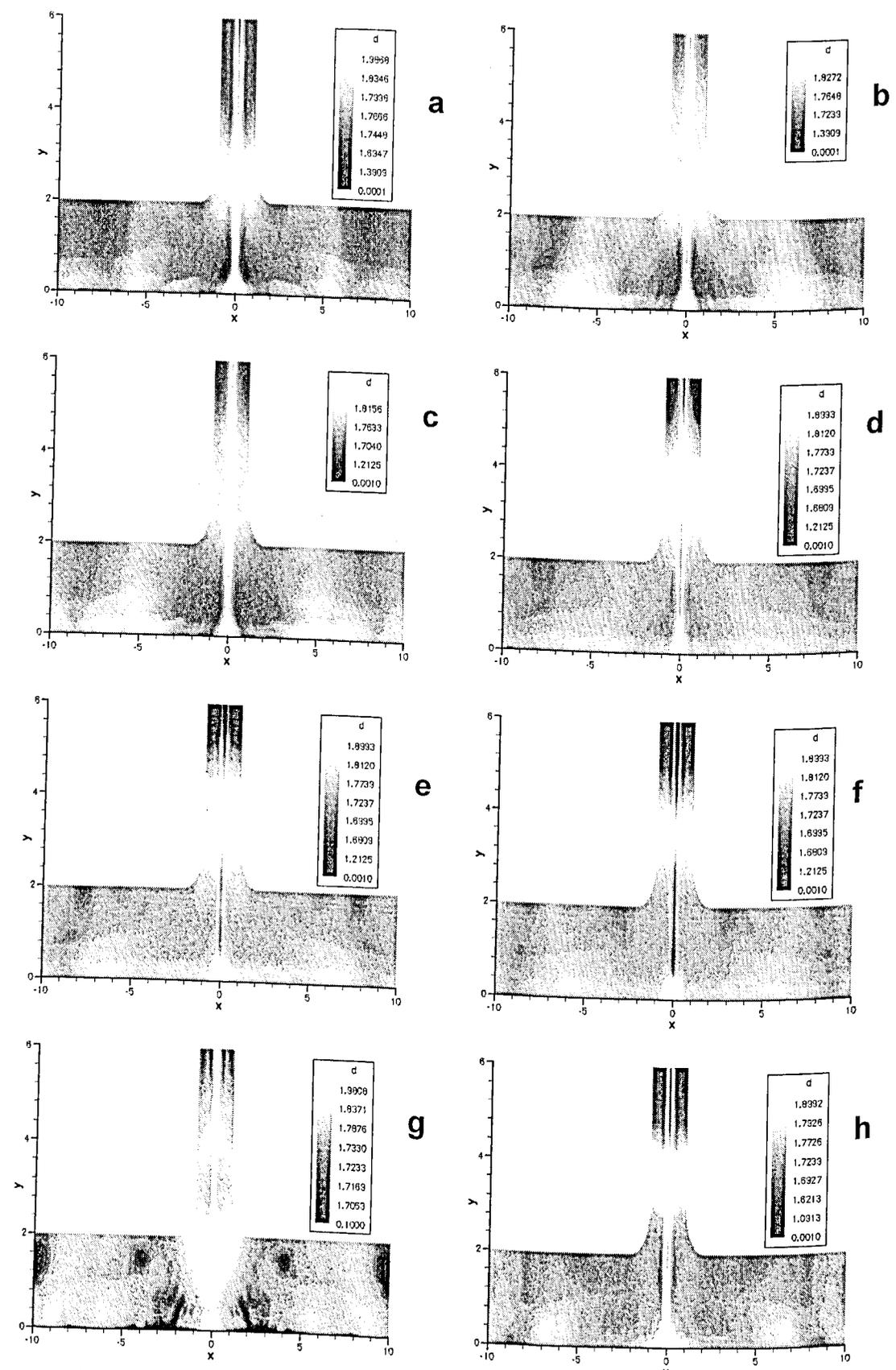


Figura 4.18C - Evolução do campo de densidade adimensional para o caso 6 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=600$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t=0,1083s$, (b) $t=0,1167s$, (c) $t=0,1250s$, (d) $t=0,1333s$, (e) $t=0,1417s$, (f) $t=0,1500s$ (g) $t=0,1583s$ e (h) $t=0,1667s$.

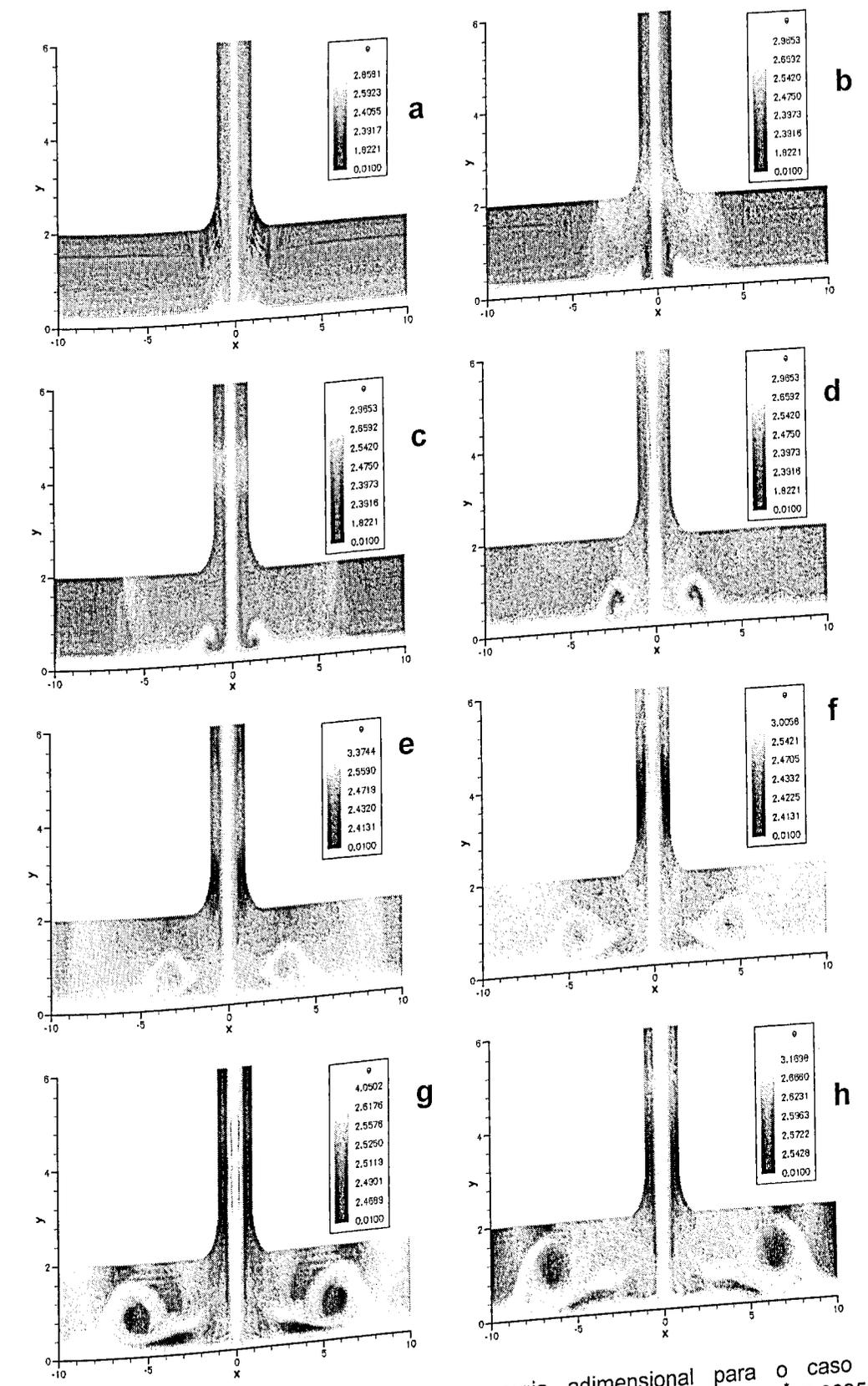


Figura 4.19A - Evolução do campo de energia adimensional para o caso 6 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=600$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t=0,0008s$, (b) $t=0,0025s$, (c) $t=0,0042s$, (d) $t=0,0083s$, (e) $t=0,0125s$, (f) $t=0,0167s$, (g) $t=0,0250s$ e (h) $t=0,0333s$.

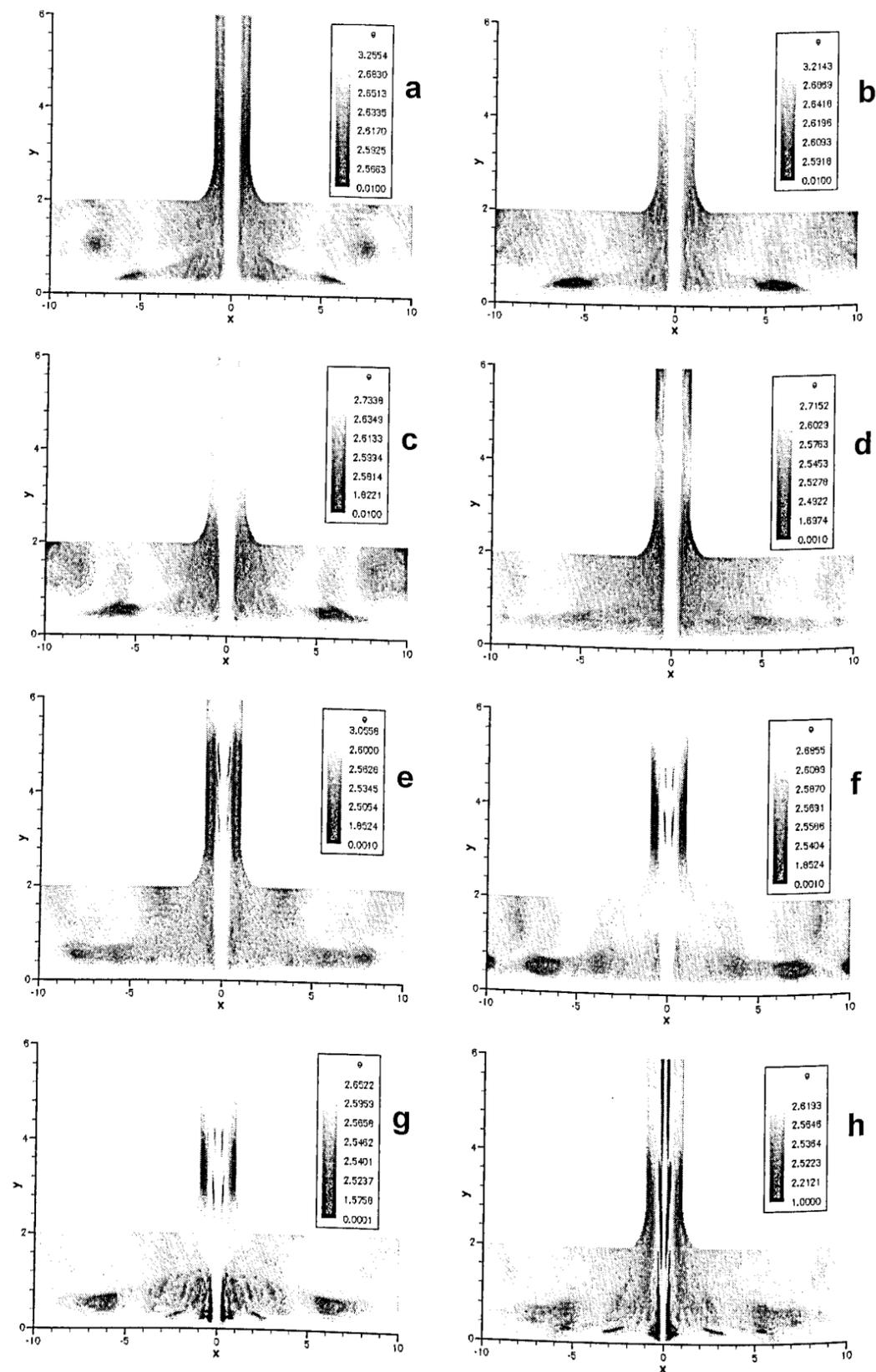


Figura 4.19B - Evolução do campo de energia adimensional para o caso 6 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=600$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0417s$, (b) $t^*=0,0500s$, (c) $t^*=0,0583s$, (d) $t^*=0,0667s$, (e) $t^*=0,0750s$, (f) $t^*=0,0833s$, (g) $t^*=0,0917s$ e (h) $t^*=0,1000s$.

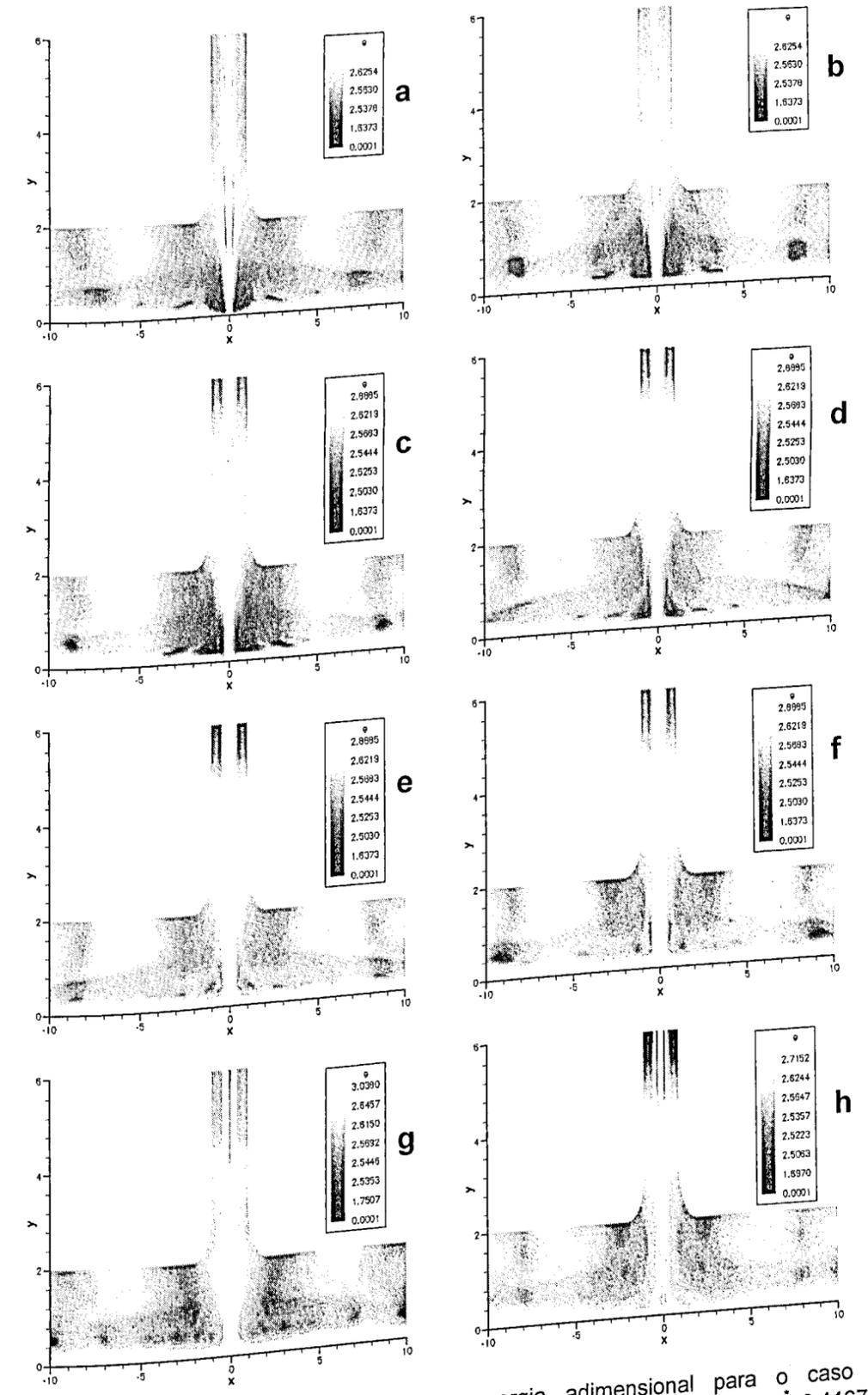


Figura 4.19C - Evolução do campo de energia adimensional para o caso 6 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=600$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,1083s$, (b) $t^*=0,1167s$, (c) $t^*=0,1250s$, (d) $t^*=0,1333s$, (e) $t^*=0,1417s$, (f) $t^*=0,1500s$ (g) $t^*=0,1583s$ e (h) $t^*=0,1667s$.

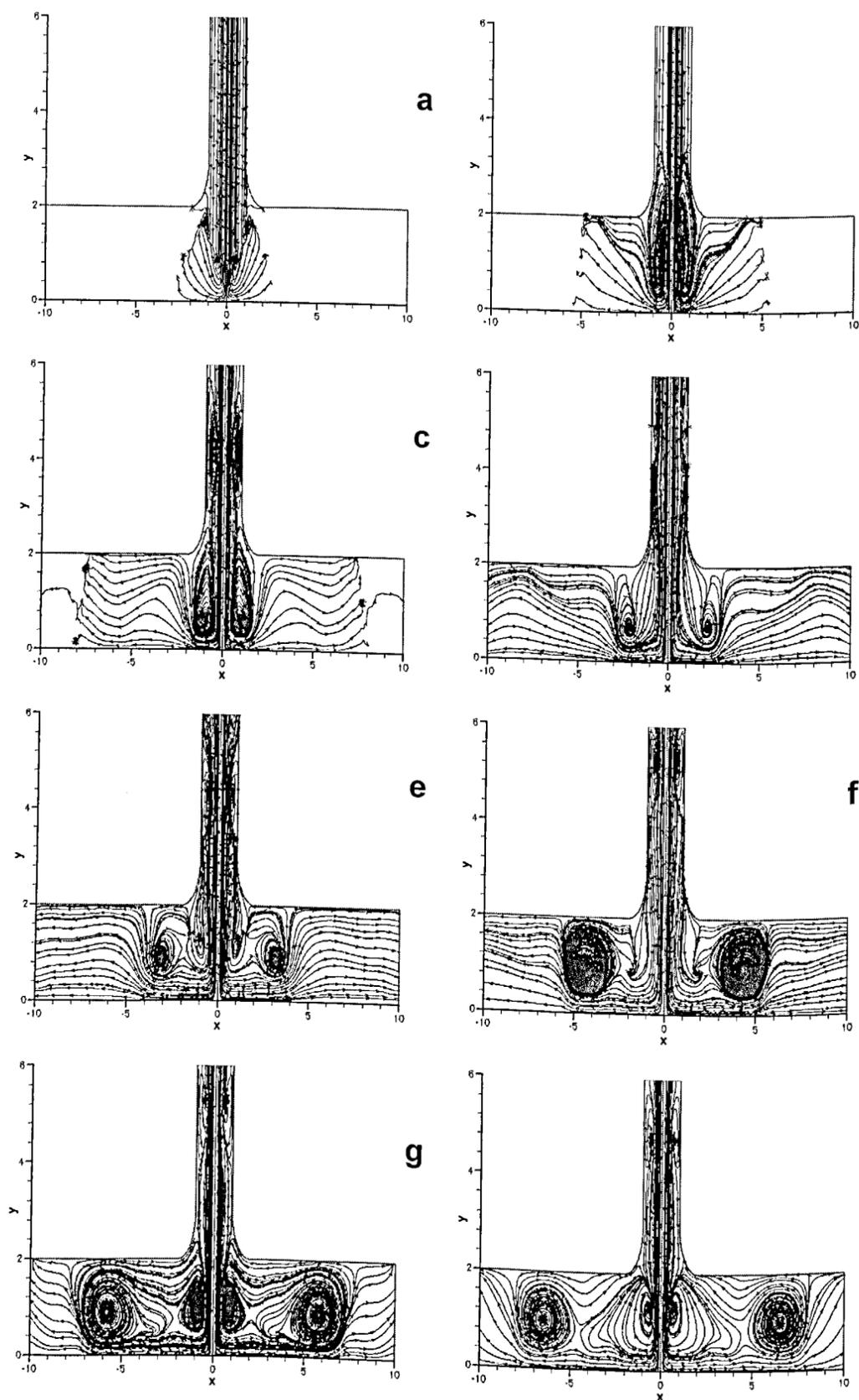


Figura 4.20A - Evolução das linhas de corrente para o caso 6 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=600$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t=0,0008$ s, (b) $t=0,0025$ s, (c) $t=0,0042$ s, (d) $t=0,0083$ s, (e) $t=0,0125$ s, (f) $t=0,0167$ s, (g) $t=0,0250$ s e (h) $t=0,0333$ s.

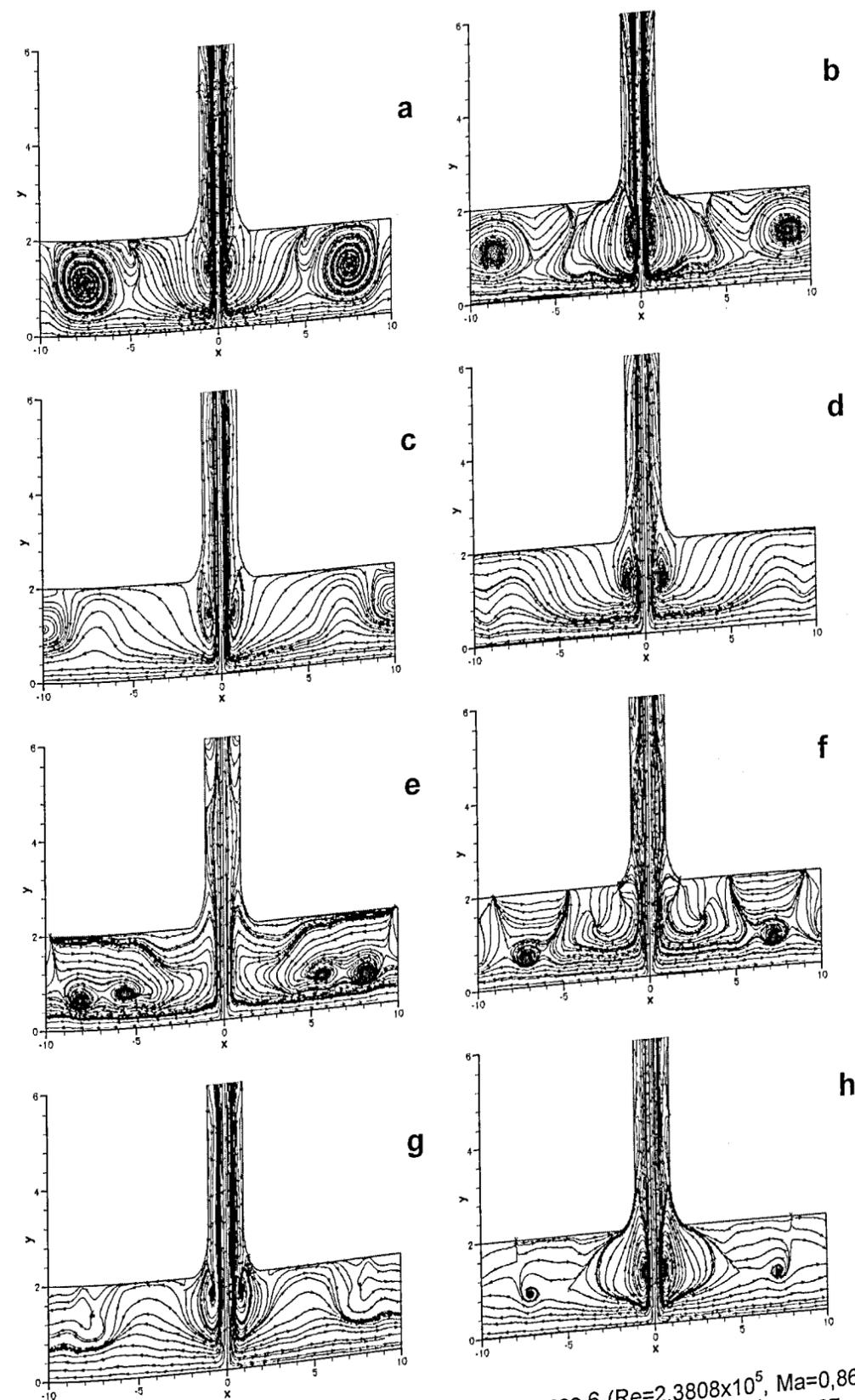


Figura 4.20B - Evolução das linhas de corrente para o caso 6 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=600$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t=0,0417$ s, (b) $t=0,0500$ s, (c) $t=0,0583$ s, (d) $t=0,0667$ s, (e) $t=0,0750$ s, (f) $t=0,0833$ s, (g) $t=0,0917$ s e (h) $t=0,1000$ s.

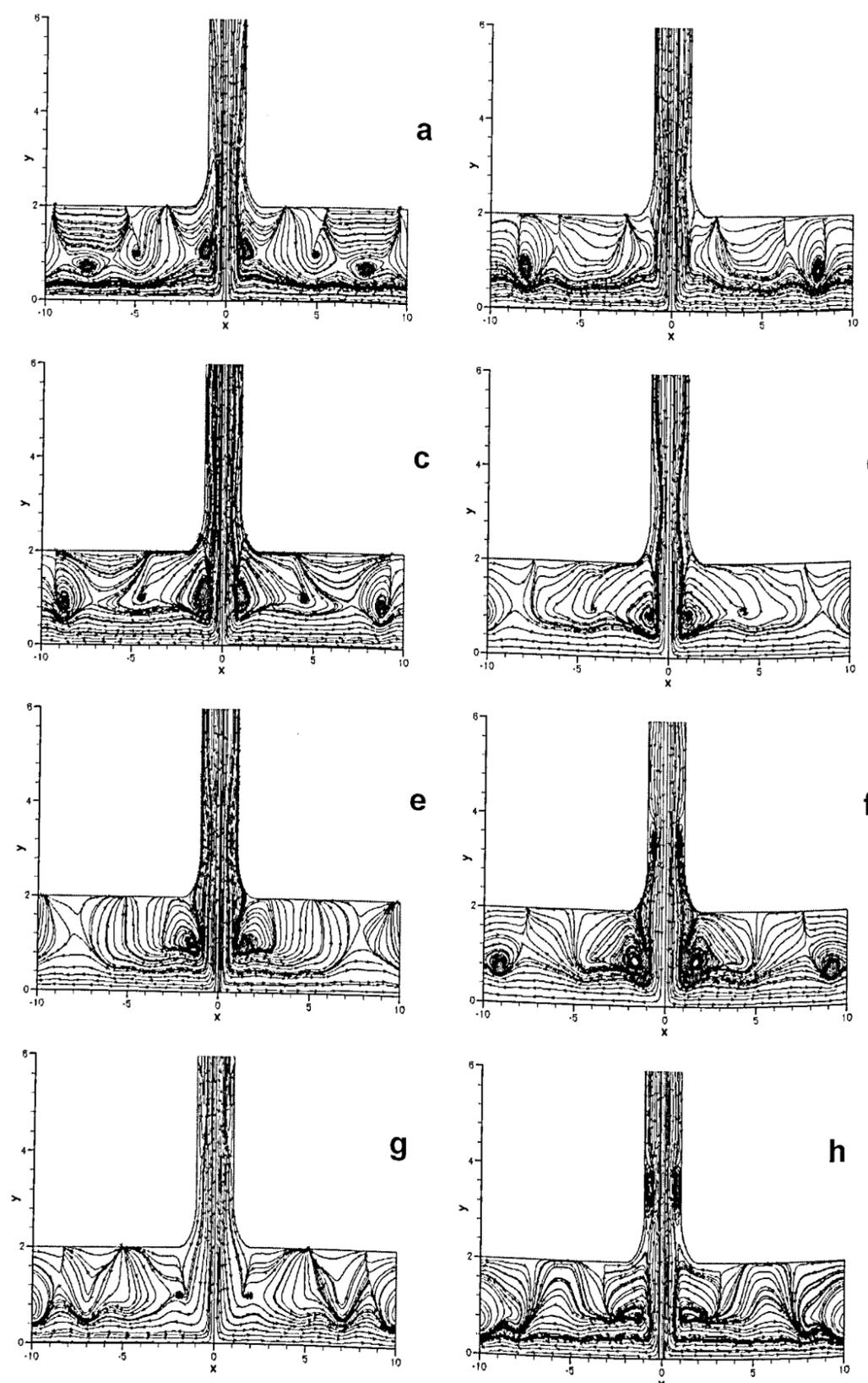


Figura 4.20C - Evolução das linhas de corrente para o caso 6 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=600$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t=0,1083$ s, (b) $t=0,1167$ s, (c) $t=0,1250$ s, (d) $t=0,1333$ s, (e) $t=0,1417$ s, (f) $t=0,1500$ s, (g) $t=0,1583$ s e (h) $t=0,1667$ s.

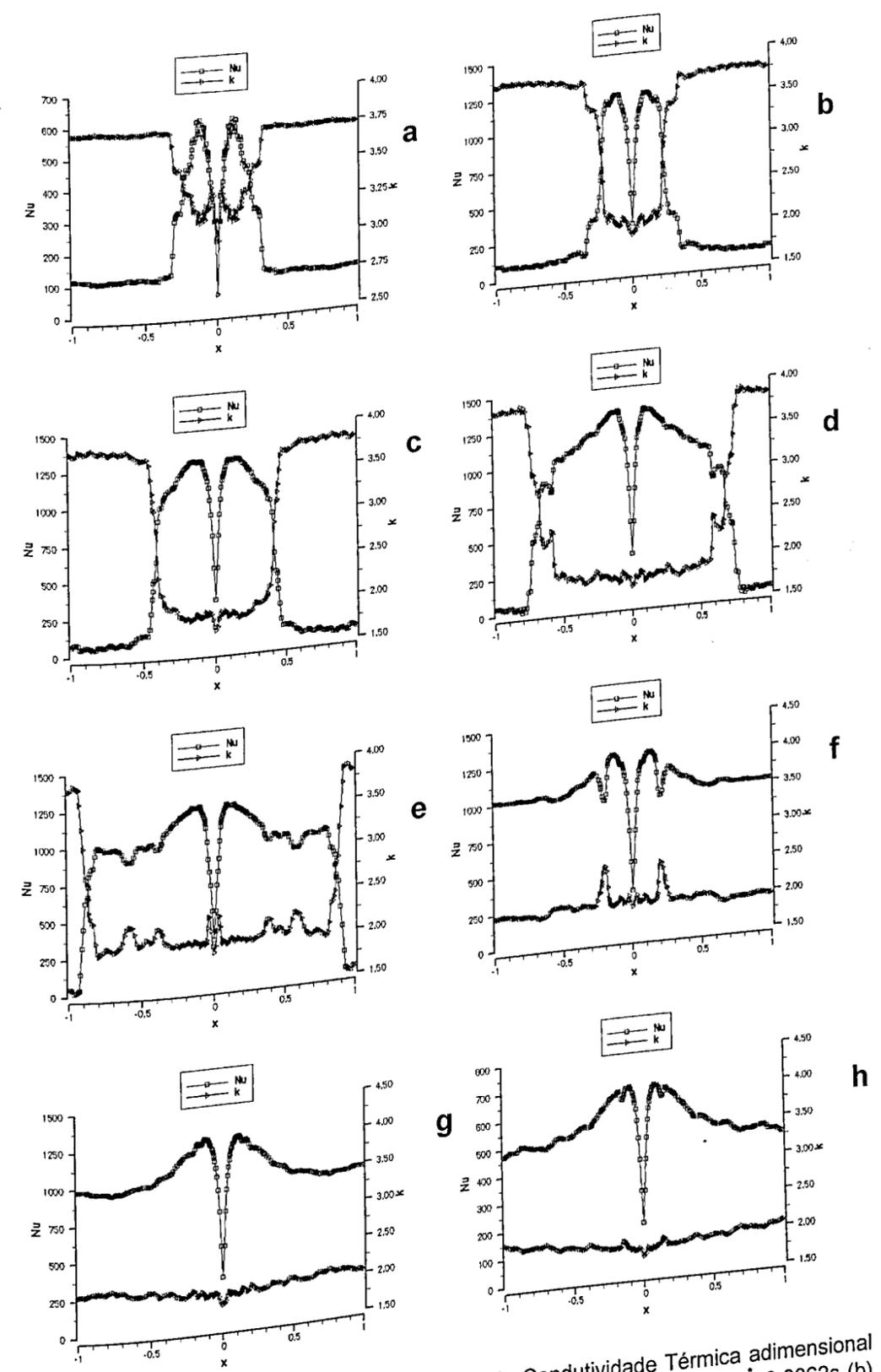


Figura 4.21A - Evolução do Número de Nusselt e da Condutividade Térmica adimensional para o Caso 1 ($Re=3,174 \times 10^4$, $Ma=0,1152$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t=0,0062$ s (b) $t=0,0625$ s, (c) $t=0,1250$ s, (d) $t=0,2500$ s, (e) $t=0,3750$ s, (f) $t=0,5000$ s, (g) $t=0,6250$ s e (h) $t=0,7500$ s

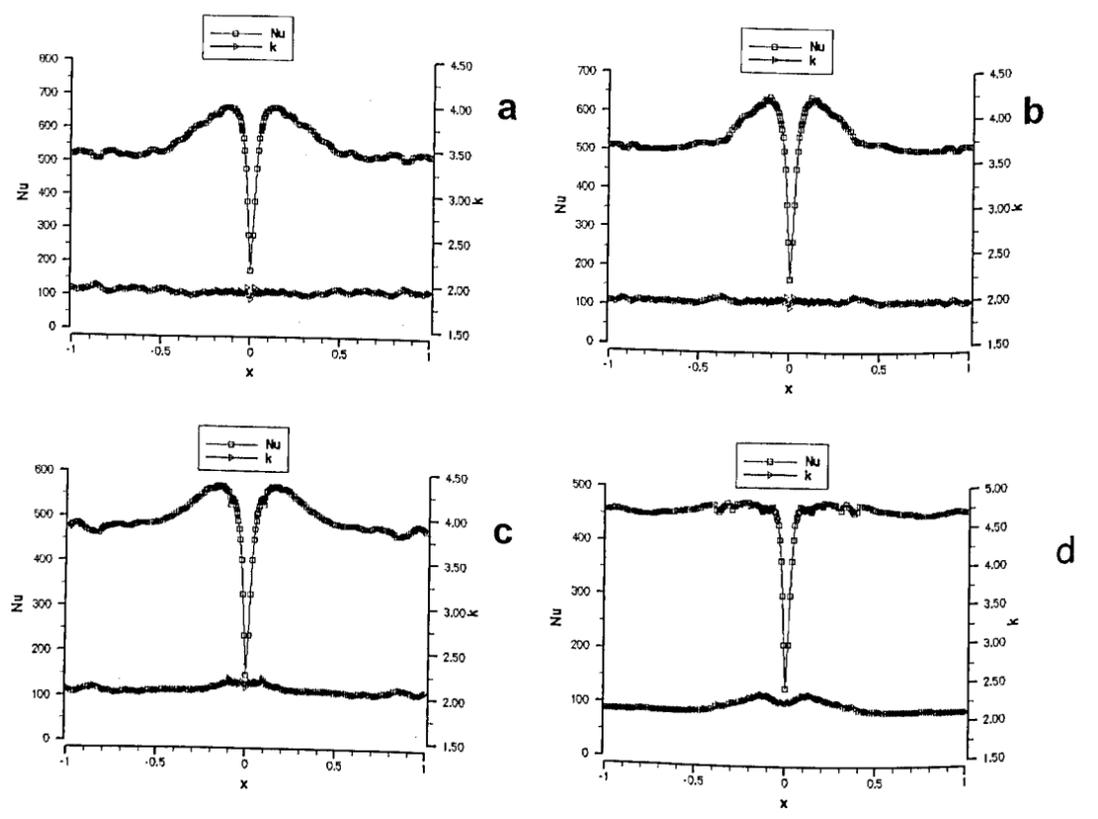


Figura 4.21B - Evolução do Número de Nusselt e da Condutividade Térmica adimensional para o Caso 1. ($Re=3,174 \times 10^4$, $Ma=0,1152$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t=0,0500$ s, (b) $t=1,0000$ s, (c) $t=1,1250$ s e (d) $t=1,2500$ s.

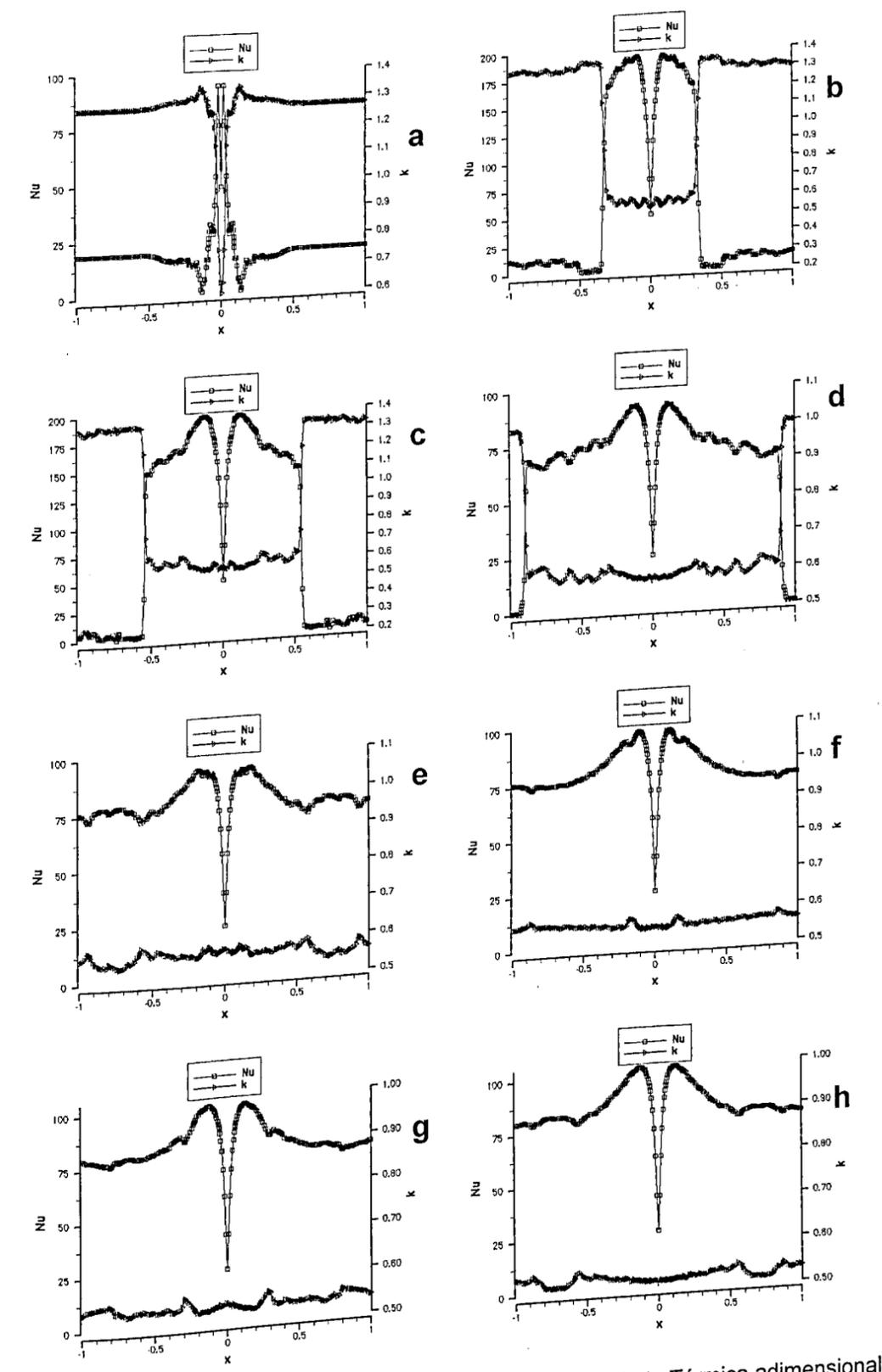


Figura 4.22A - Evolução do Número de Nusselt e da Condutividade Térmica adimensional para o Caso 2 ($Re=7,936 \times 10^4$, $Ma=0,2880$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t=0,0025$ s, (b) $t=0,0250$ s, (c) $t=0,0500$ s, (d) $t=0,1000$ s, (e) $t=0,1500$ s, (f) $t=0,2000$ s, (g) $t=0,2500$ s e (h) $t=0,3000$ s.

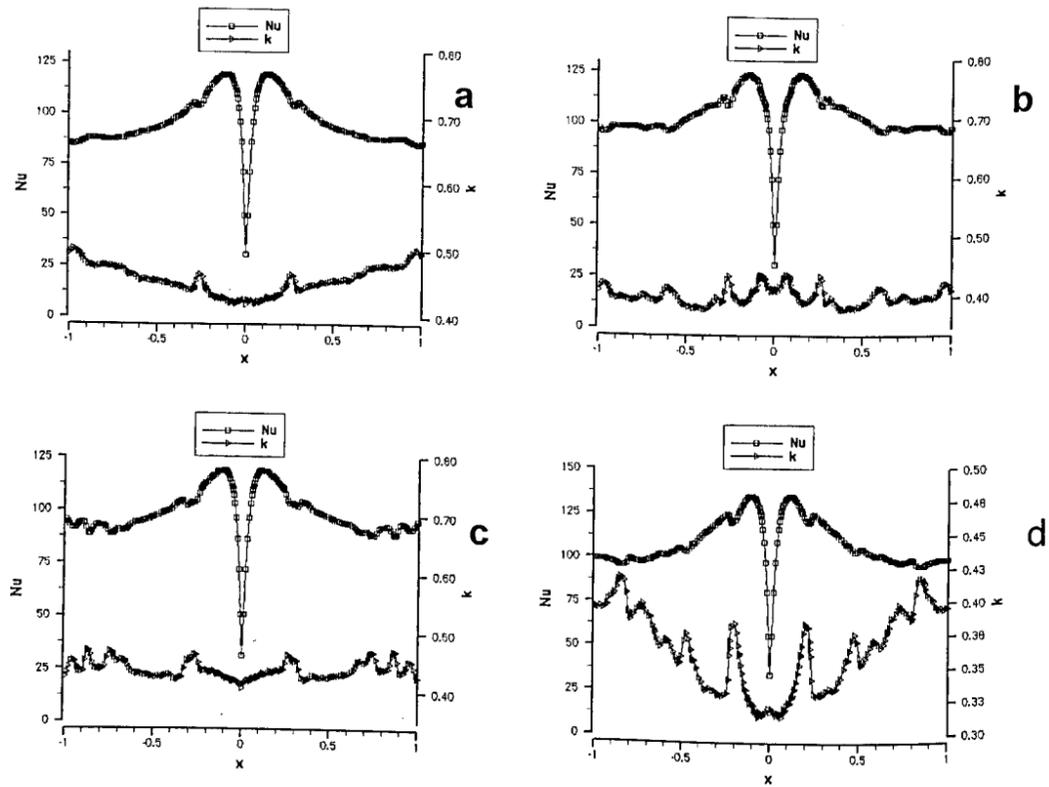


Figura 4.22B - Evolução do Número de Nusselt e da Condutividade Térmica adimensional para o Caso2 ($Re=7,936 \times 10^4$, $Ma=0,2880$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t=0,3500$ s, (b) $t=0,4000$ s, (c) $t=0,4500$ s e (d) $t=0,5000$ s

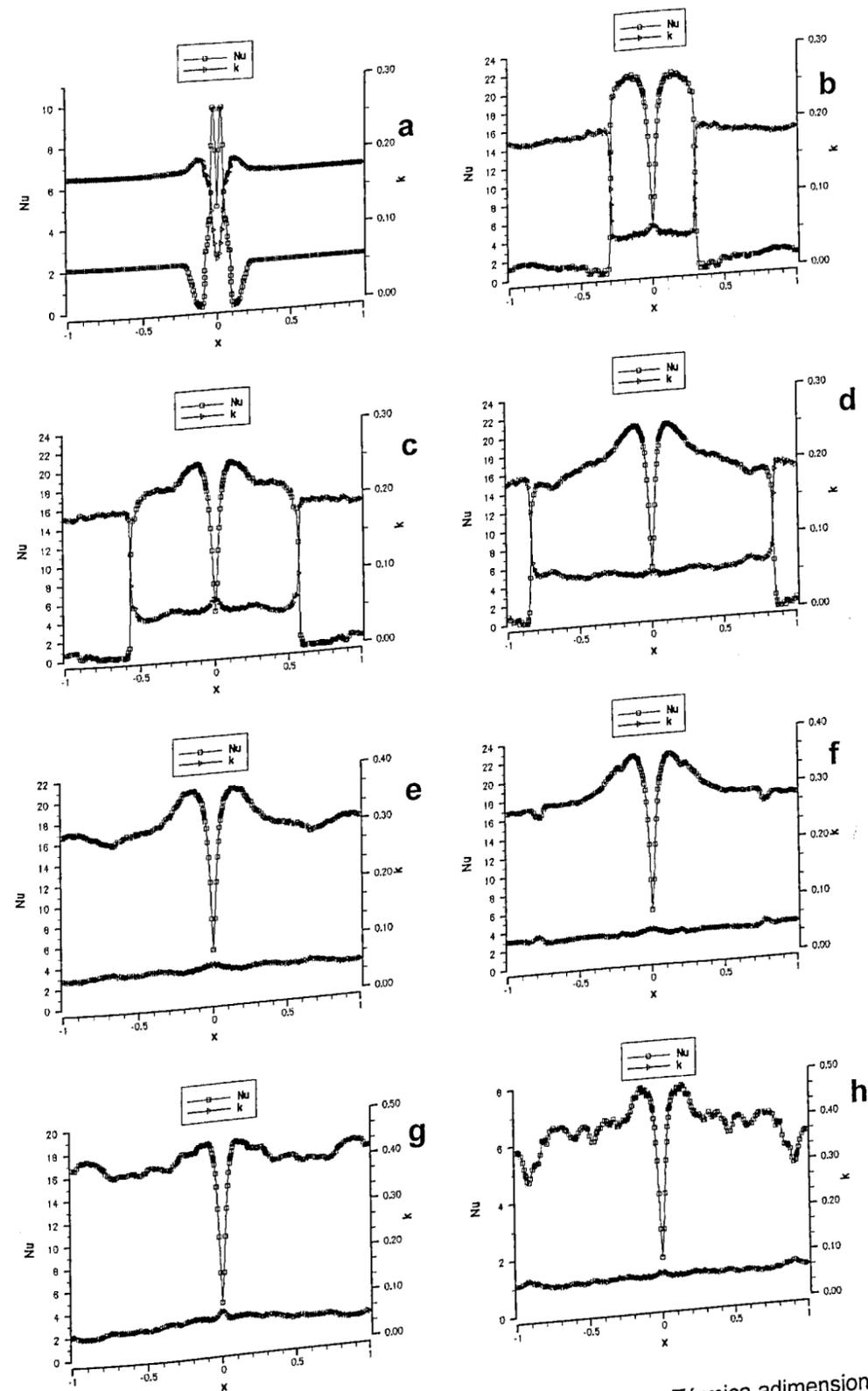


Figura 4.23A - Evolução do Número de Nusselt e da Condutividade Térmica adimensional para o Caso 3 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t=0,0008$ s, (b) $t=0,0083$ s, (c) $t=0,0167$ s, (d) $t=0,0333$ s, (e) $t=0,0500$ s, (f) $t=0,0667$ s, (g) $t=0,0833$ s e (h) $t=0,1000$ s.

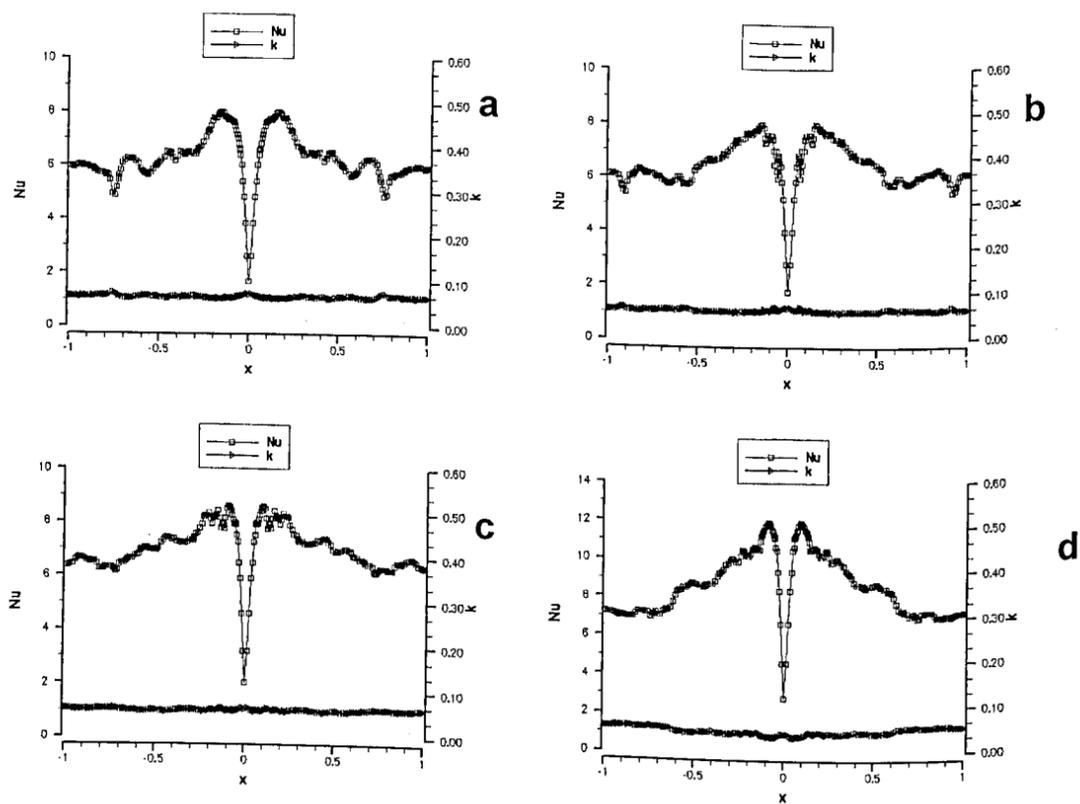


Figura 4.23B - Evolução do Número de Nusselt e da Condutividade Térmica adimensional para o Caso3. ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,1167s$ (b) $t^*=0,1333s$, (c) $t^*=0,1500s$ e (d) $t^*=0,1667s$.

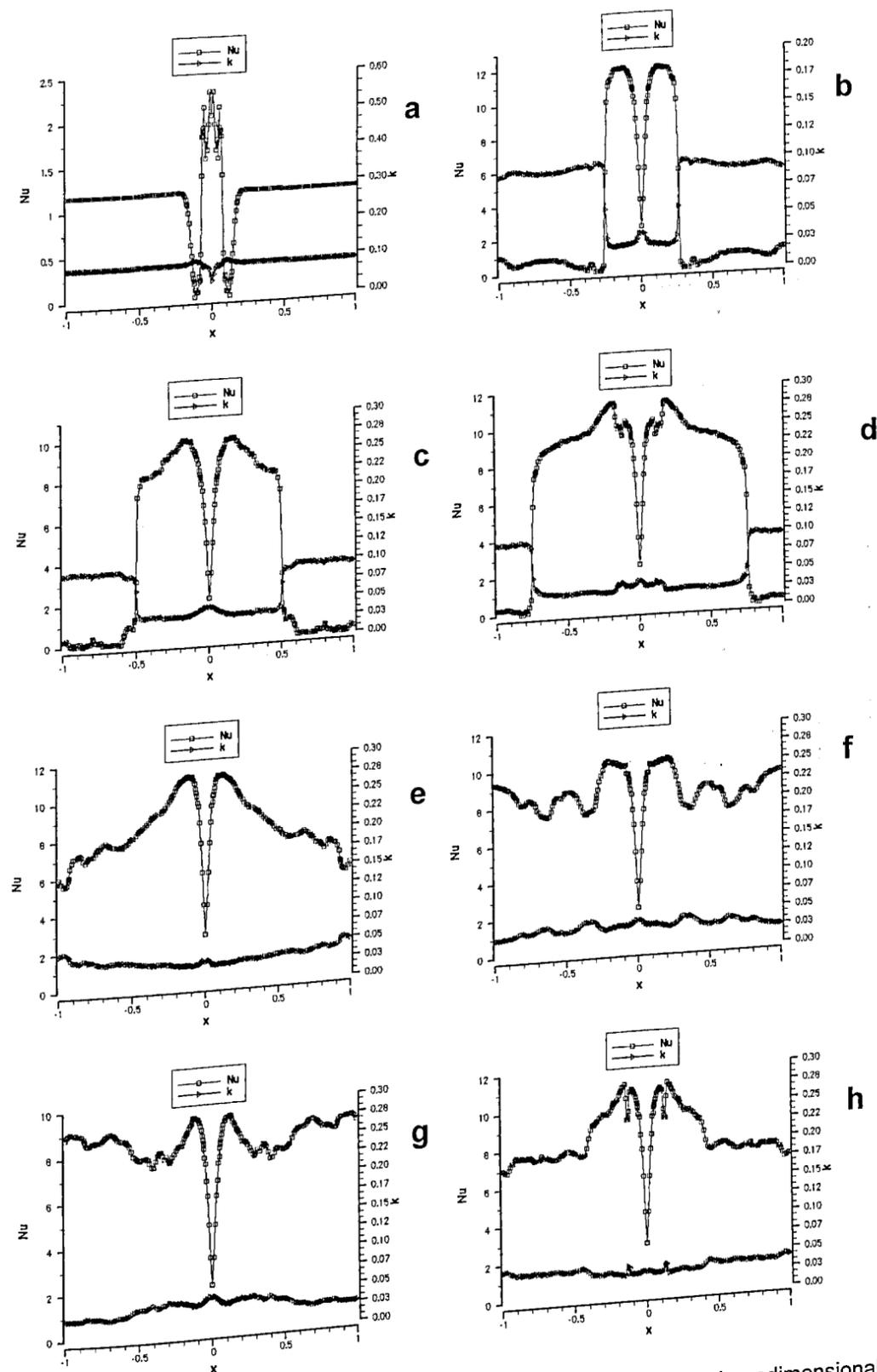


Figura 424A - Evolução do Número de Nusselt e da Condutividade Térmica adimensional para o Caso4. ($Re=3,1744 \times 10^5$, $Ma=1,1521$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0006s$, (b) $t^*=0,0062s$, (c) $t^*=0,0125s$, (d) $t^*=0,0250s$, (e) $t^*=0,0375s$, (f) $t^*=0,0500s$, (g) $t^*=0,0625s$ e (h) $t^*=0,0750s$.

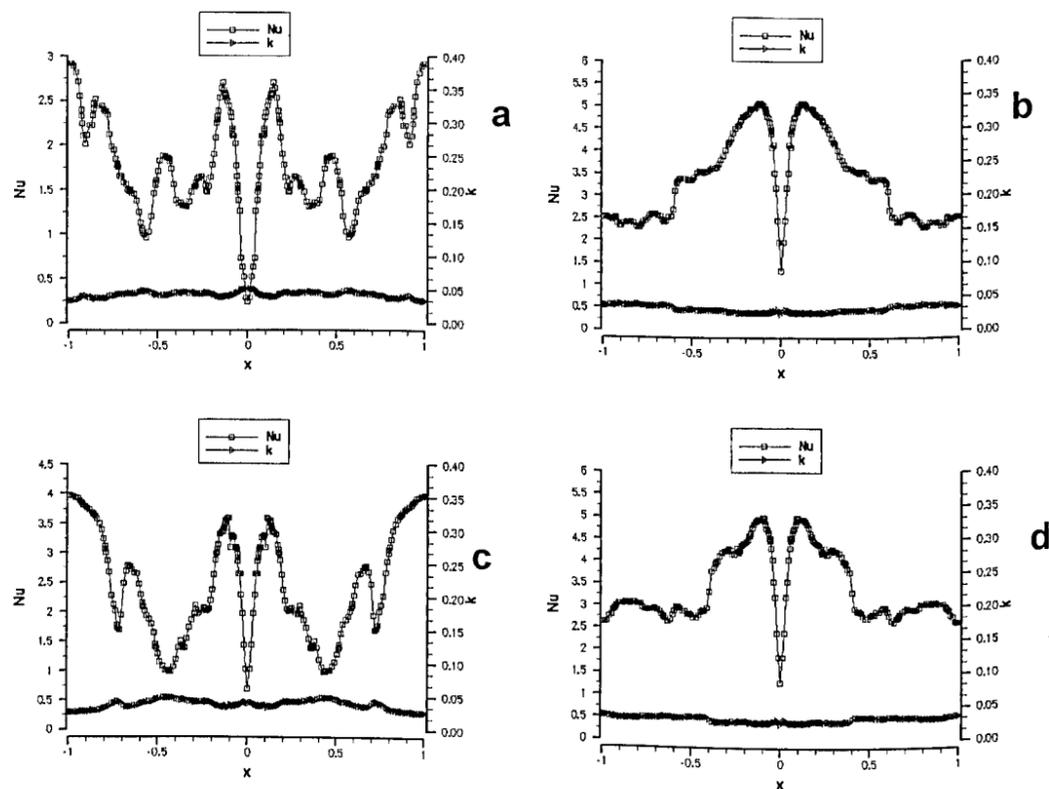


Figura 4.24B - Evolução do Número de Nusselt e da Condutividade Térmica adimensional para o Caso4. ($Re=3,1744 \times 10^5$, $Ma=1,1521$, $T_p=1000$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0875s$, (b) $t^*=0,1000s$, (c) $t^*=0,1125s$ e (d) $t^*=0,1250s$.

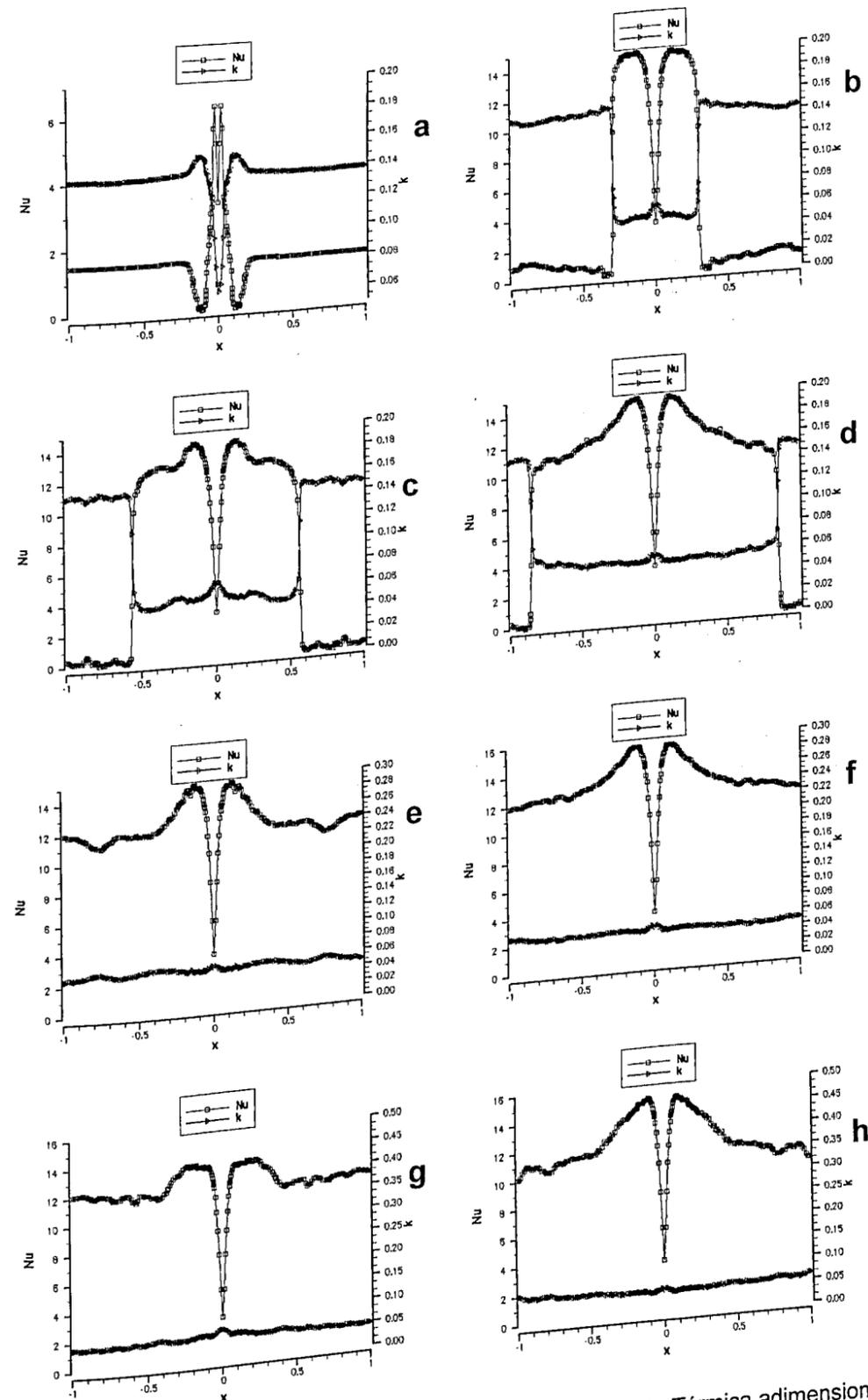


Figura 4.25A - Evolução do Número de Nusselt e da Condutividade Térmica adimensional para o Caso5. ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=800$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0008s$, (b) $t^*=0,0083s$, (c) $t^*=0,0167s$, (d) $t^*=0,0333s$, (e) $t^*=0,0500s$, (f) $t^*=0,0667s$, (g) $t^*=0,0833s$ e (h) $t^*=0,1000s$.

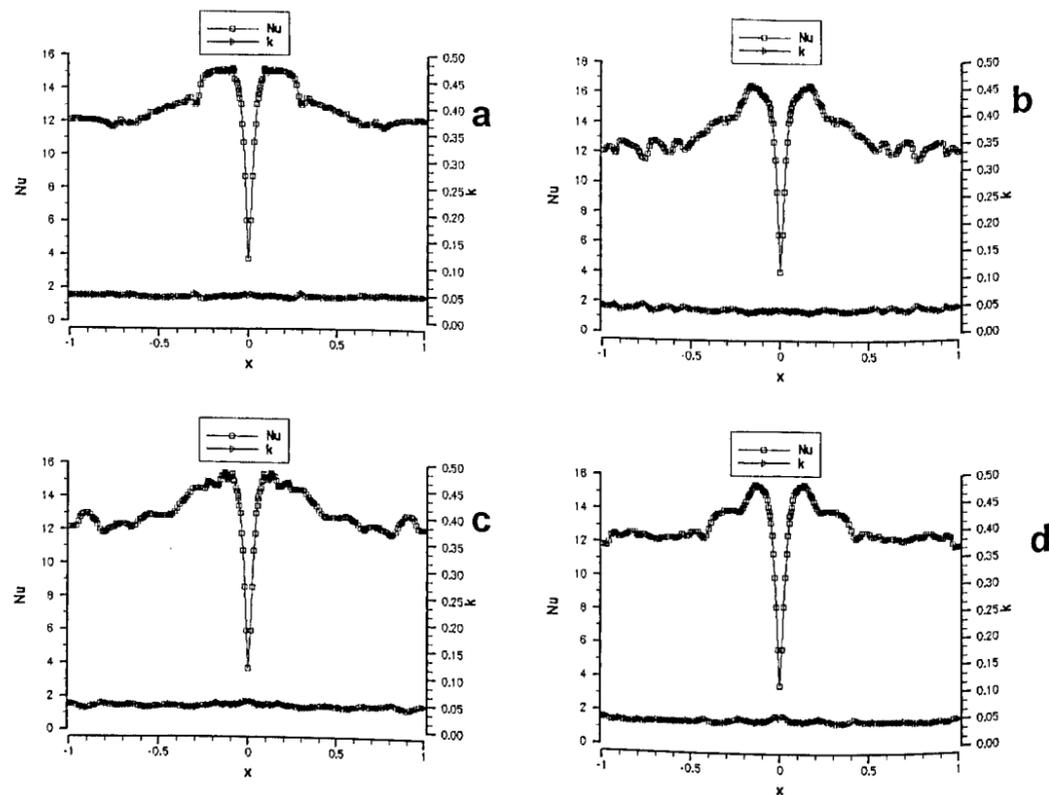


Figura 4.25B - Evolução do Número de Nusselt e da Condutividade Térmica adimensional para o Caso5. ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=800$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,1167s$, (b) $t^*=0,1333s$, (c) $t^*=0,1500s$ e (d) $t^*=0,1667s$.

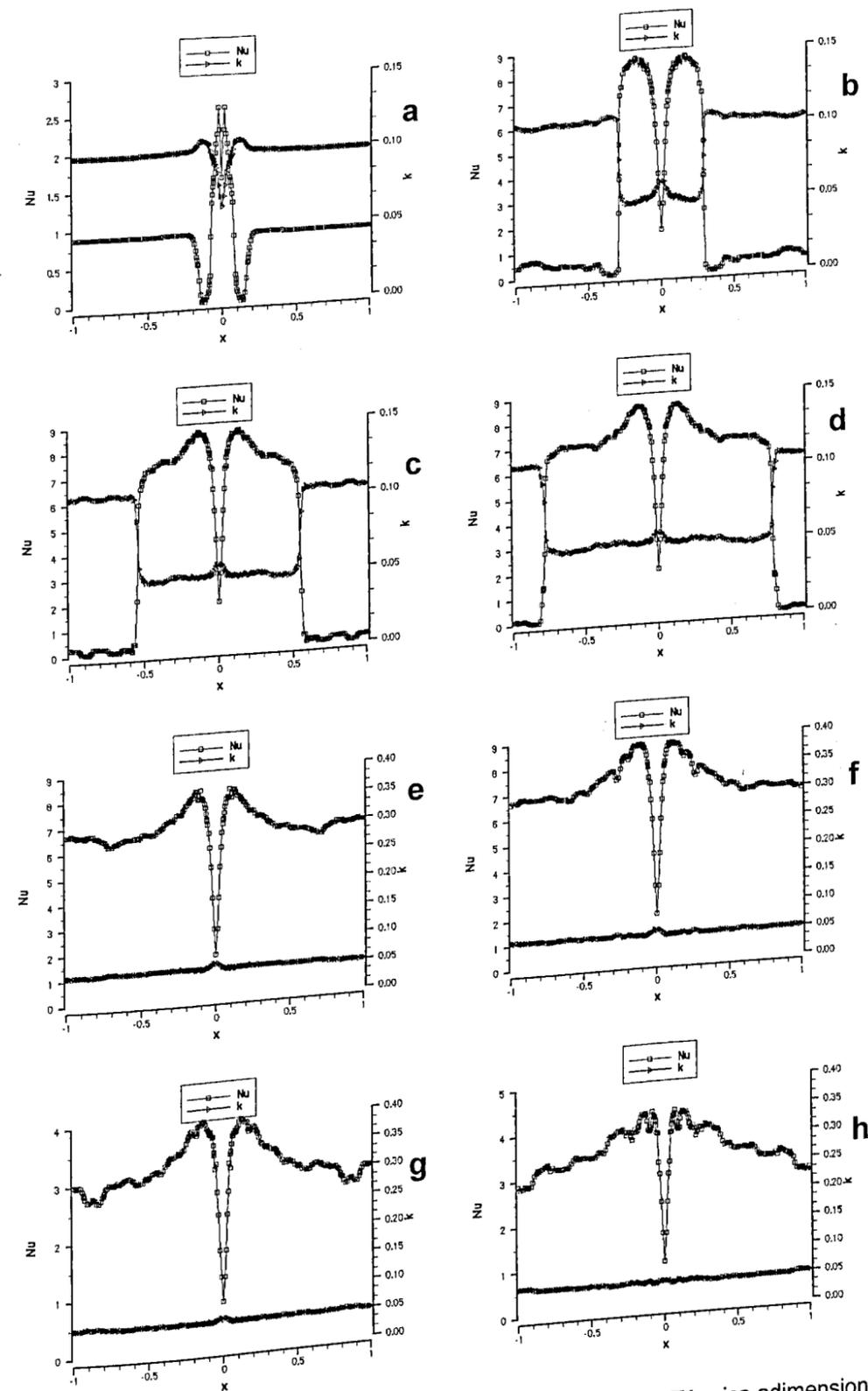


Figura 4.26A - Evolução do Número de Nusselt e da Condutividade Térmica adimensional para o Caso6. ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=600$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,0008s$, (b) $t^*=0,0083s$, (c) $t^*=0,0167s$, (d) $t^*=0,0333s$, (e) $t^*=0,0500s$, (f) $t^*=0,0667s$, (g) $t^*=0,0833s$ e (h) $t^*=0,1000s$.

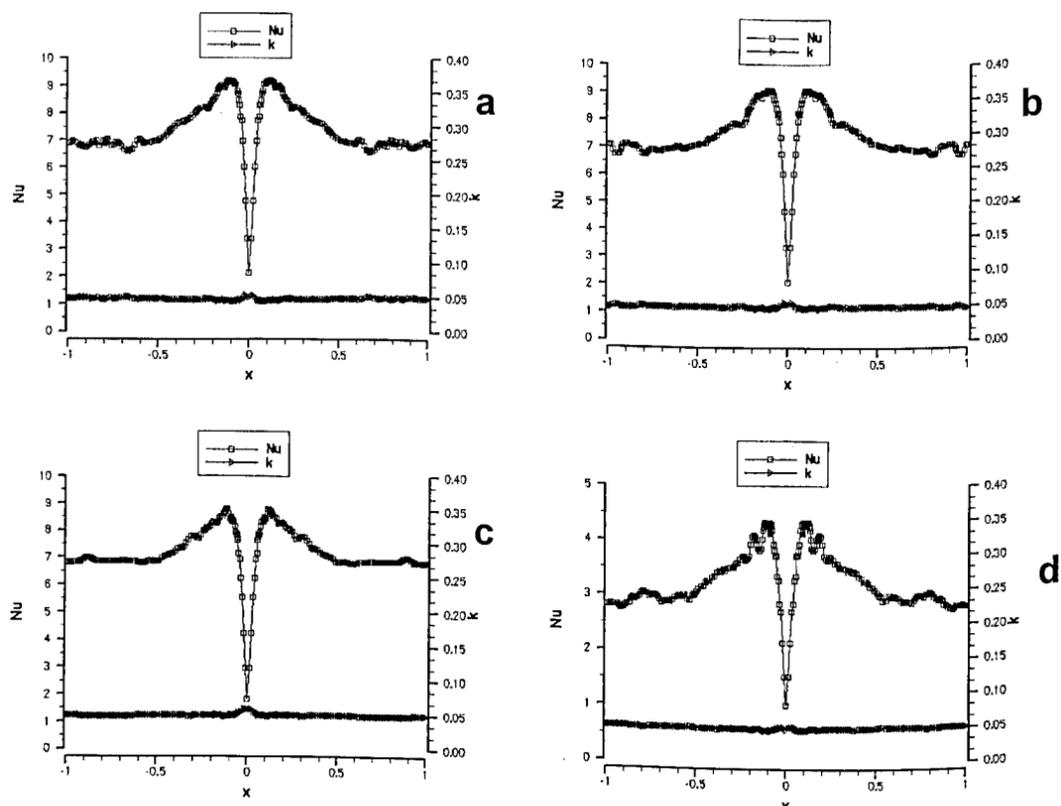


Figura 4.26B - Evolução do Número de Nusselt e da Condutividade Térmica adimensional para o Caso 6 ($Re=2,3808 \times 10^5$, $Ma=0,8641$, $T_p=600$ K, $T_\infty=300$ K). Onde (a) $t^*=0,1167s$, (b) $t^*=0,1333s$, (c) $t^*=0,1500s$ e (d) $t^*=0,1667s$.

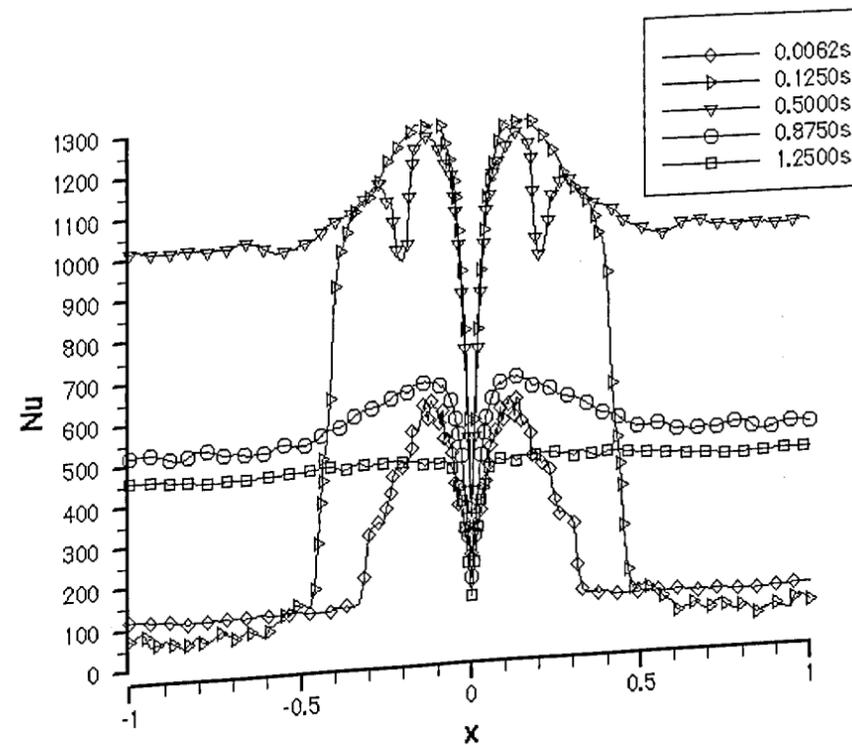


Figura 4.27 - Evolução do Número de Nusselt para o Caso 1 ($Re=3,174 \times 10^4$).

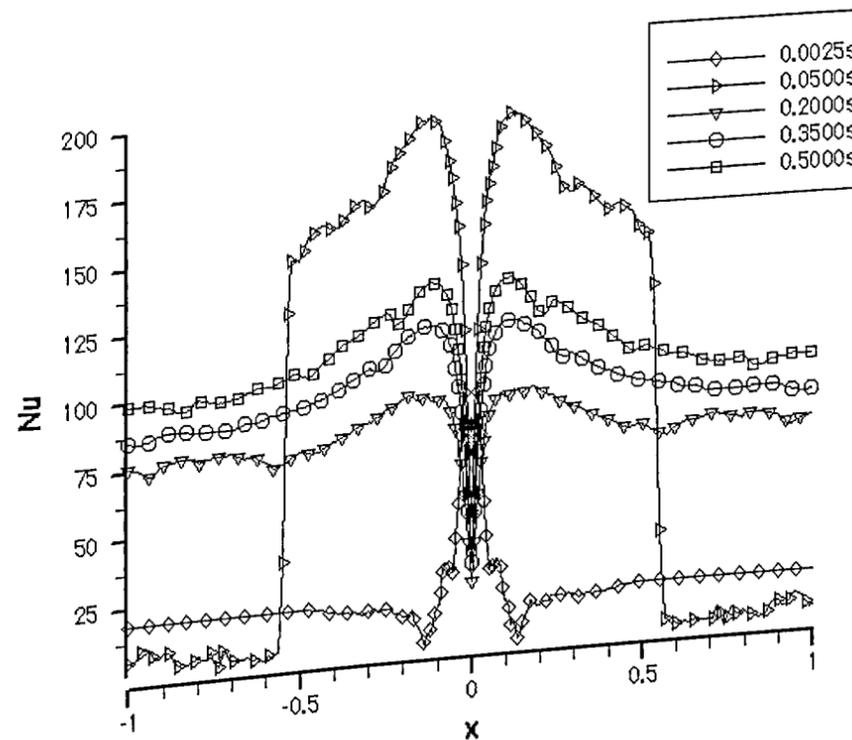


Figura 4.28 - Evolução do Número de Nusselt para o Caso 2 ($Re=7,936 \times 10^4$).

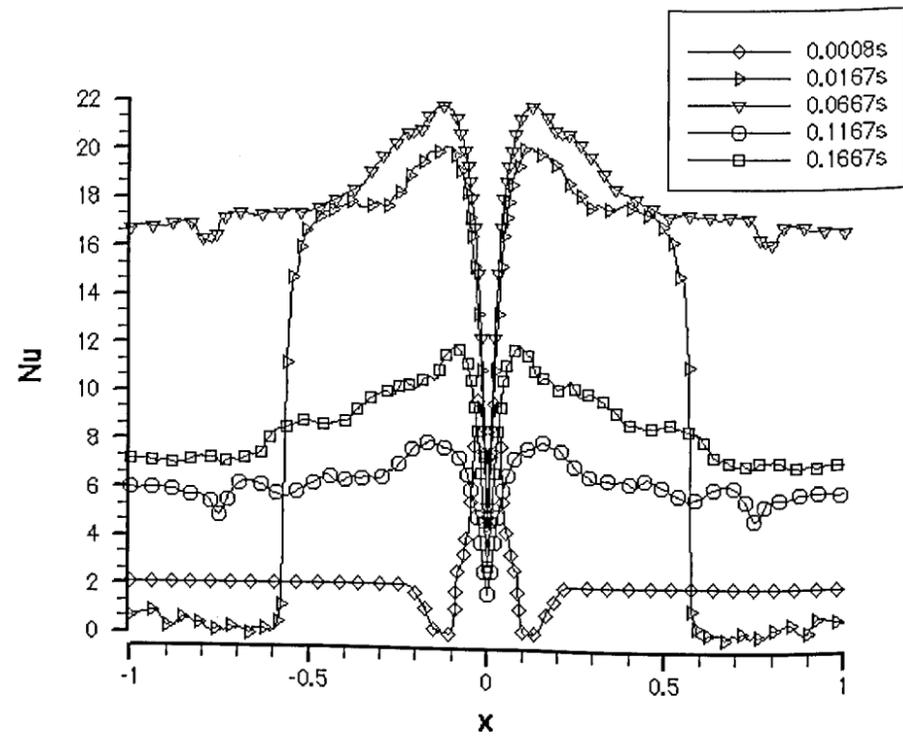


Figura 4.29 - Evolução do Número de Nusselt para o Caso 3 ($Re=2,3808 \times 10^5$).

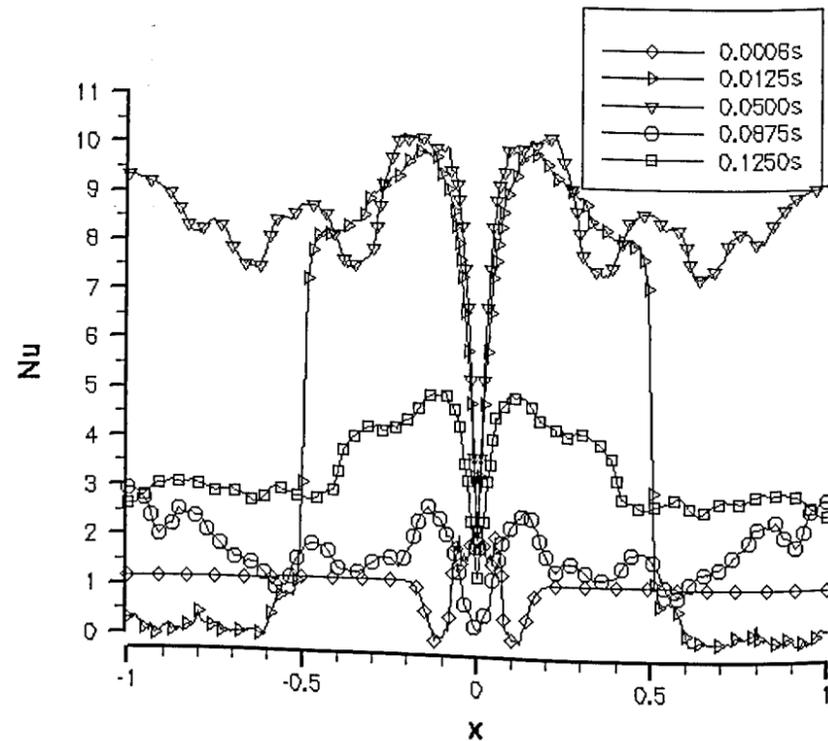


Figura 4.30 - Evolução do Número de Nusselt para o Caso 4 ($Re=3,1744 \times 10^5$).

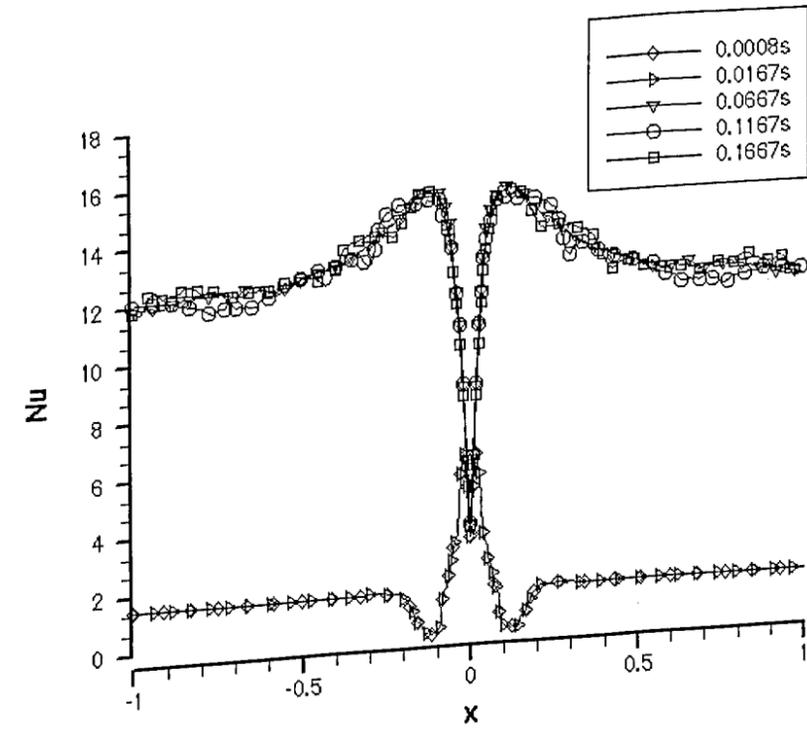


Figura 4.31 - Evolução do Número de Nusselt para o Caso 5 ($Re=2,3808 \times 10^5$).

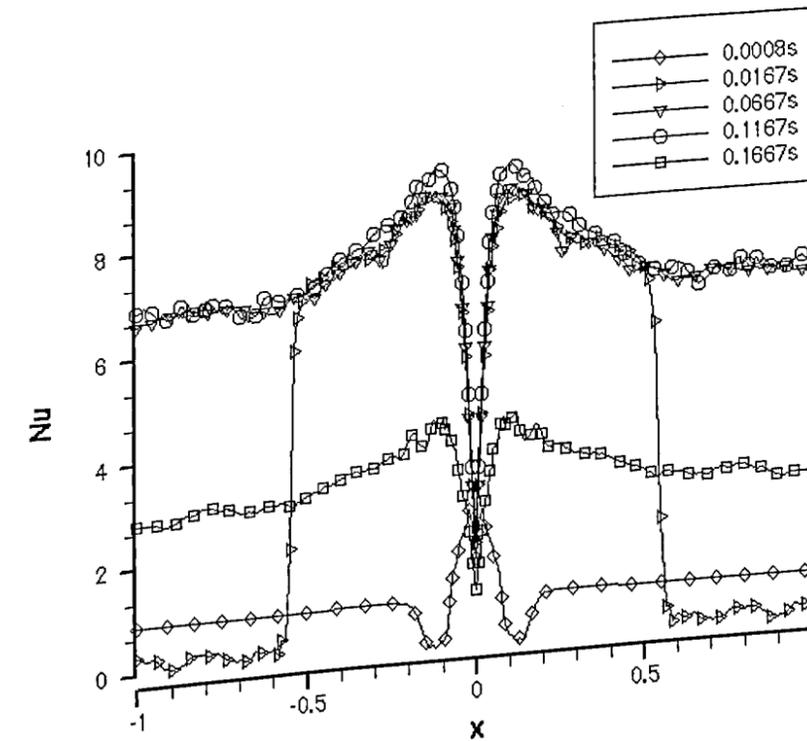


Figura 4.32 - Evolução do Número de Nusselt para o Caso 6 ($Re=2,3808 \times 10^5$).

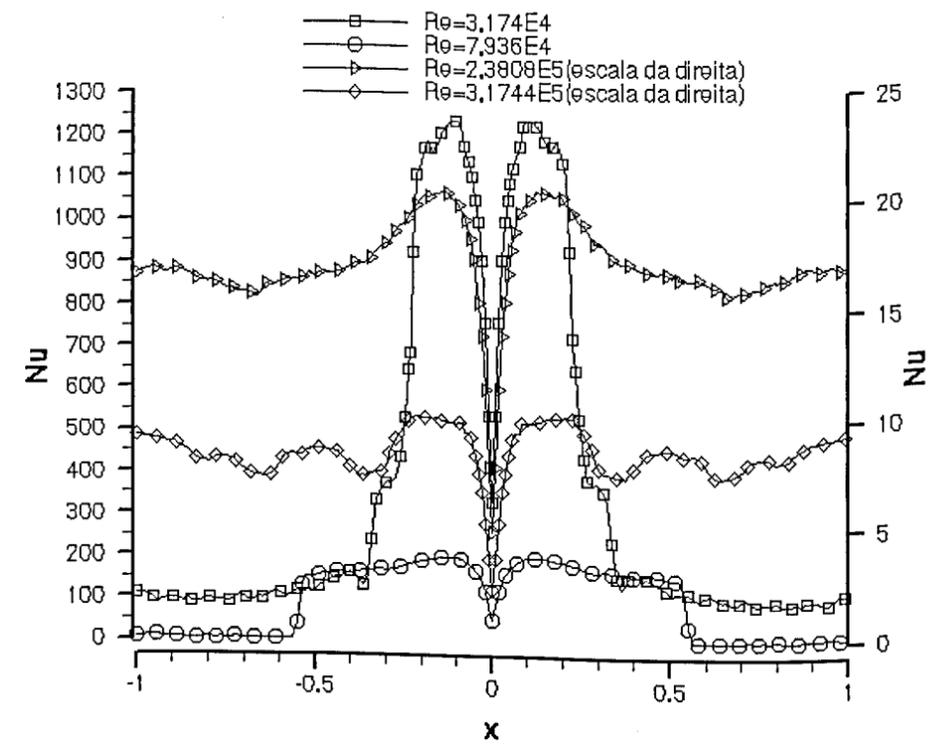


Figura 4.33 - Evolução do Número de Nusselt em função do número de Reynolds para o tempo dimensional de 0.050s.

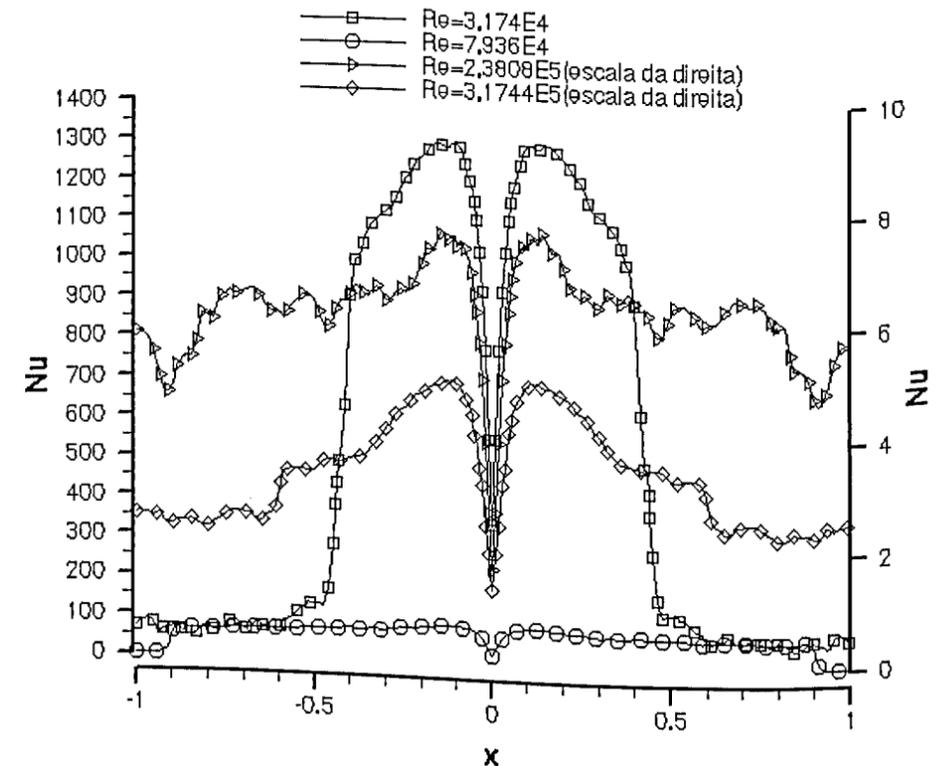


Figura 4.34 - Evolução do Número de Nusselt em função do número de Reynolds para o tempo dimensional de 0.100s.

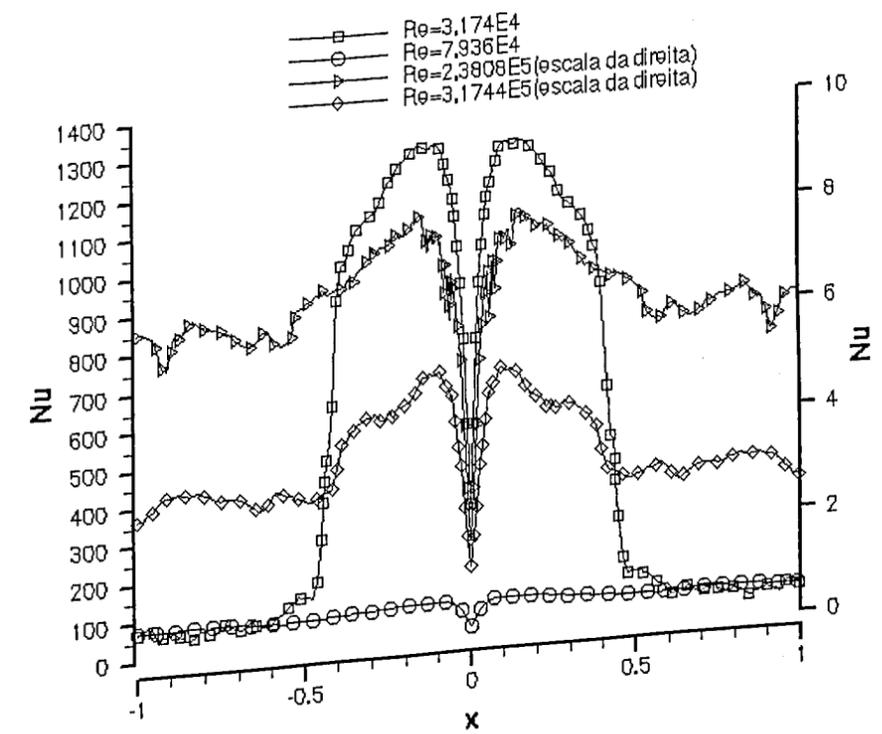


Figura 4.35 - Evolução do Número de Nusselt em função do número de Reynolds para o tempo dimensional de 0.125s.

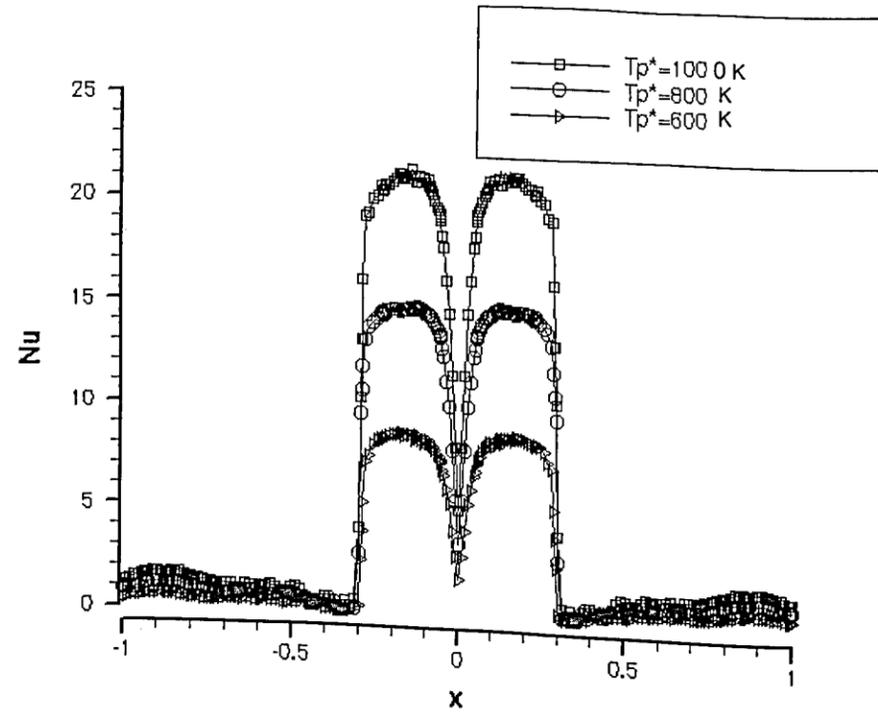


Figura 4.36 - Perfis do Número de Nusselt para diferentes temperaturas da placa, para $t^*=0,0083$ segundos, para $Re=2,3808 \times 10^5$ e $Ma=0,8641$

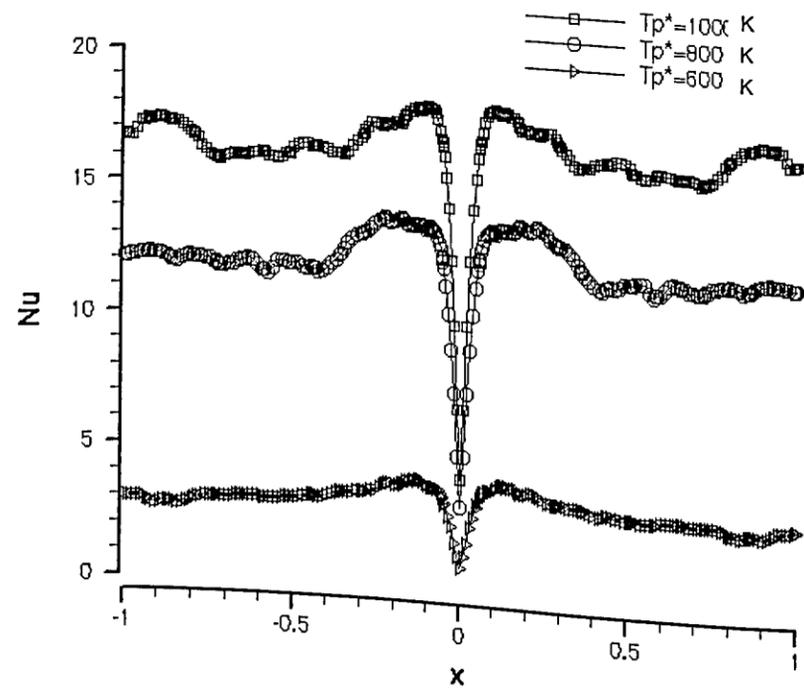


Figura 4.37 - Perfis do Número de Nusselt para diferentes temperaturas da placa, para $t^*=0,083$ segundos, para $Re=2,3808 \times 10^5$ e $Ma=0,8641$

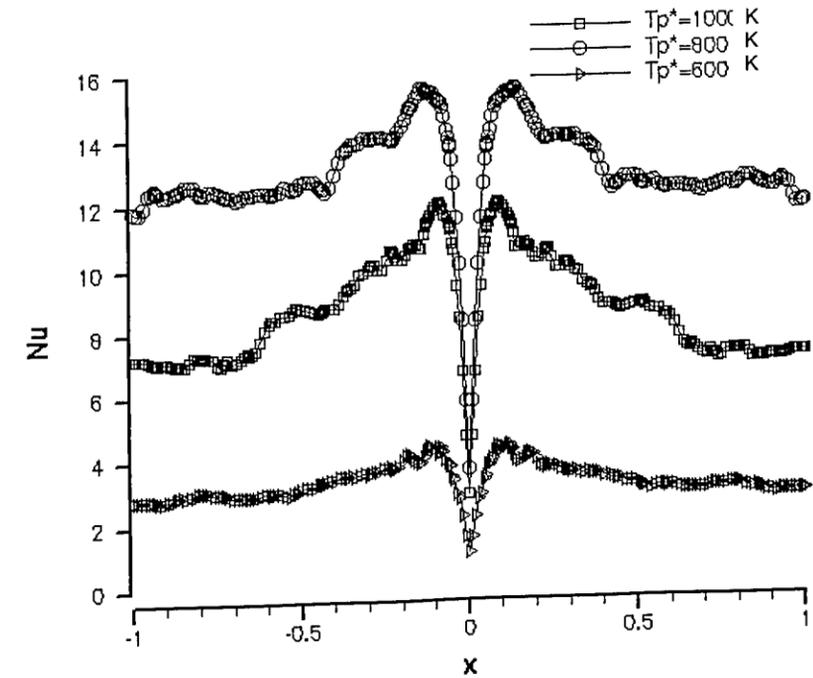


Figura 4.38 - Perfis do Número de Nusselt para diferentes temperaturas da placa, para $t^*=0,1667$ segundos, para $Re=2,3808 \times 10^5$ e $Ma=0,8641$

CAPÍTULO V

CONCLUSÃO

Foi realizada, nesta dissertação de mestrado, a simulação numérica de um jato compressível de ar incidente sobre uma placa plana aquecida. Para a modelagem do problema, utilizou-se as equações de conservação transientes bidimensionais, em suas formas conservativas. Utilizou-se o método de elementos espectrais para a discretização de problemas, aplicado em malhas com coordenadas curvilíneas. O uso desta técnica aplicada em malhas curvilínea constitui um trabalho original, o qual é uma continuação dos estudos de desenvolvimento da técnica do método de elementos espectrais, originalmente elaborado por Biage (1995). No trabalho de Fernandes (1998) desenvolveu-se a técnica do método espectral. Através desta técnica, possibilitou-se a obtenção das derivadas por transformada de Chebyshev. Nesse estudo, foi simulado de forma eficiente e com rapidez, escoamentos de cisalhamento livre, com camadas de misturas em desenvolvimento espaciais e temporais. Em paralelo, Silva Júnior (1998) simulou o mesmo problema que Fernandes (1998), contudo, utilizando-se o método de elementos espectrais, cujo algoritmo desenvolvido permitiu fixar elementos de tamanhos diferentes e com número de pontos diferentes em cada elemento, possibilitando, assim, refinar as malhas de cálculos em regiões do escoamento de maior interesse. Os resultados obtidos foram de boa qualidade e o Código Computacional desenvolvido mostrou ser bastante eficiente para simular escoamentos compressíveis supersônicos. Este mesmo Código Computacional foi aplicado por Faria (1998) para simular escoamentos supersônicos reativos, cujos resultados foram bastantes animadores. Em todos estes trabalhos, os resultados apresentados mostraram que os escoamentos estudados foram dominados por grandes estruturas coerentes, evidenciando, como esperado, que o método de elementos espectrais é pouco dissipativo, e por isso ele preserva intactas as estruturas coerentes.

Neste trabalho, o código computacional desenvolvido, teve como intuito qualificar o comportamento da técnica de elementos espectrais para simular escoamentos, cuja malha característica é em coordenadas curvilíneas. Para a resolução do sistema de equações diferenciais parciais, formado pelas equações governantes, foi utilizado o método de elementos espectrais, com polinômios de

Chebyshev, aliado ao esquema de integração temporal de Runge-Kutta. Portanto, obteve-se uma formulação discreta completamente explícita. O método espectral tem sido pouco utilizado para a resolução de problemas na área de dinâmica dos fluidos, devido ao pouco desenvolvimento de seus aspectos teóricos e a complexidade de implementação computacional. A técnica de elementos espectrais, da maneira como foi utilizada aqui, é bastante interessante, uma vez que esta permite o refinamento da malha em regiões estratégicas do escoamento.

O método espectral é uma técnica numérica de alta precisão, livre de dissipações numéricas, gerando com isso flutuações numéricas indesejáveis ao longo do tempo, podendo provocar, assim, divergências na solução. As técnicas espectrais aplicadas ao cálculo de derivadas, representam ótimas aproximações, contudo, em cálculos de derivadas de funções que apresentam descontinuidades, existe a geração de instabilidades oscilantes próximas aos pontos de descontinuidades, este fato é conhecido como fenômeno de *Gibbs*. Para amenizar este problema e estabilizar a solução, foram implementados procedimentos de filtragem e de suavização, com a ajuda de um sensor. Escolheu-se o filtro exponencial, devido à sua versatilidade, sendo possível variar a escala de corte, o que permite estabelecer um controle do nível de ruído do sinal que se deseja eliminar, sem entretanto, eliminar flutuações do fenômeno físico, as quais estão compreendidas no mesmo intervalo de comprimento de ondas dos ruídos

A implementação do método numérico para simular escoamentos em geometrias curvilíneas foi um trabalho bastante árduo, exigindo boa parte do tempo dedicado à execução deste trabalho, porém, o código numérico obtido, mostrou-se robusto e genérico, possibilitando o estudo de escoamentos de jatos incidentes sobre placas aquecidas, cuja dinâmica é bastante complicada. Porém, devido ao tempo elevado necessário à simulação deste problema, procurou-se analisar neste trabalho alguns aspectos importantes do fenômeno de transferência de calor, especialmente, a distribuição do número de Nusselt local e a evolução das estruturas de escoamento. Além disso, concentrou-se grande parte do estudo em analisar qualitativamente, o comportamento das grandes estruturas presentes no escoamento, as quais foram essencialmente coerentes. Nos resultados apresentados procurou analisar os aspectos da influência da distribuição de temperatura na placa e do número de Mach sobre as estruturas do escoamento e sobre o número de Nusselt.

Os resultados foram bastantes coerentes com os apresentados na literatura, o que permite afirmar que o método numérico de elementos espectrais pode ser aplicado com sucesso para simular escoamentos em geometria complexas.

Em todos os seis casos analisados observou-se a formação de grandes vórtices iniciais, oriundos do choque do jato com a placa e pela intensa troca de calor entre o jato e a placa aquecida.

Pode-se também dizer que, nos casos onde os números de Reynolds e de Mach são maiores e a temperatura da placa não assume valores tão altos (casos 3, 4 e 5), observa-se a formação de uma camada de mistura espacial bem definida.

A maior motivação deste trabalho foi compreender os aspectos físicos que governam o fenômeno de jatos internos em velocidades transônicas. Este é um problema riquíssimo, o qual envolve conhecimentos na área dinâmica dos fluidos, além de requerer técnicas de simulação precisas. Tem-se o conhecimento de que não foi possível explorar, nesta dissertação, todos os parâmetros que influenciam os escoamentos de jatos. Porém, acredita-se que foi gerado subsídios teóricos que permitiram a simulação deste problema utilizando técnicas de modelagem melhores. É possível, ainda, aperfeiçoar o método numérico utilizado, melhorando-se as técnicas de filtragem e desenvolvendo sensores mais eficazes. Com maiores recursos computacionais, pode-se melhorar a resolução da malha e simular diferentes situações, permitindo, assim, a obtenção de curvas que possam ser usadas em aplicações práticas. O campo é fértil e, com certeza, trabalhos melhores virão.

Referências Bibliográficas

- Anderson, J. D. R., 1995, "Computational Fluid Dynamics", McGraw-Hill, New-York.
- Arpaci, S. V., Larsen, S. P., 1984, "Convection Heat Transfer", Prentice Hall, Inc, Eglewood Cliffs, New Jersey.
- Bhansali, A. P. and Black, W. Z., 1996, " Local, Instantaneous Heat Transfer Coefficients for Jet Impingement on a Phase Change Surface " , Journal of Heat Transfer, Vol 118, pp 334-342.
- Biage, M., 1995, "Uma Nova Metodologia para a Técnica dos Elementos Espectrais", Relatório Interno, Universidade Federal de Uberlândia.
- Bird, R. B., Stewart, W. E. and Lightfoot, E. N.. "Transport Phenomena". Wiley, New York, 1960.
- Canuto, C., Hussaini, M. Y., Quarteroni, A. and Zang, T. A., 1998, " Spectral Methods in Fluid Dynamics". Springer-Verlag, 1988.
- Dosdogru, G. A ,1972, Dissertation, TH Darmstadt, synopsis in Chem.-Ing.-Tech. 44. 1340
- Downs, S. J., and James, E. H., 1987, " Jet Impingement Heat Transfer-A Literature Survey", ASME Paper No. 87-HT-35.
- Drost, M. K. and White, M. D., 113, " Numerical Predictions of Local Entropy Generation in Impinging Jet " , Journal of Heat Transfer, Vol 113, pp 823-829.
- Duarte, L. G. C. e Azevedo, L. F. A., 1995, " Transferência de Massa para Jatos Espiralados Incidentes ", RBCM – J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol XVII – nº 3, pp 322-330.

Faria, A. F., 1998, "Simulação Numérica da Ignição do Hidrogênio-Ar na Camada de Mistura Supersônica Transiente", Tese de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia.

Fernandes, M., 1998, "Simulação Numérica de Camadas de Mistura em Desenvolvimento Temporal e Espacial, Usando a Técnica Espectral da Colocação". Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia.

Francis, N. D. and Wepfer, W. J., 1995, " Jet Impingement Drying of a Moist Porous Solid ", Journal Heat Mass Transfer, Vol 39, pp 1911-1923.

Garimella, S. V. e Rice, R., A., 1995, " Confined and Submerged Liquid Jet Impingement Heat Transfer", Journal of Heat Transfer, Vol. 117, pp. 871-877.

Gau, C. and Chung, C. M., 1991, " Surface Curvature Effect on Slot-Air-Jet Impingement Cooling Flow and Heat Transfer Process " , Journal of Heat Transfer, Vol 113, pp 858-864.

Gharbi, A., Schiestel, R., Ruffin, E. and Anselmet, F., 1995, " Numerical Modeling of Variable Density Turbulent Jets " , Journal Heat Mass Transfer, Vol. 39, pp 1865-1882.

Glaser, H., 1962, Chem.-Ing.-Tech. Vol. 34, pp.200.

Glaser, H., 1963, Melliand Textilber. Vol. 44, pp.292 e 400.

Haji-Sheikii, A., Mashena, M., 1987, "Integral Solution of Diffusion Equation: Part 1 – General Solution." , Journal of Heat Transfer, Vol 109, pp 551-562.

Haji-Sheikii, A., 1988, " Heat Diffusion in Heterogeneous Bodies Using Heat-Flux-Conserving Basis Functions" , Journal Mass Transfer, Vol. 110, pp 276-282.

Haji-Sheikii, A., Beck, J. V., 1990, " Green's Function Partitioning in Galerkin-Based Integral Solution of the Diffusion Equation" , Journal of Heat Transfer, Vol 112, pp 28-34.

Haji-Sheikii, A., Yan, L. and Kinsey, S. P. , 1991, " A Single-Equation Solution for Conduction in Fins" , Journal Mass Transfer, Vol. 34, pp 159-165.

Jameson, A., Schmidt, H. and Turkel, E.. Numerical solution of the Euler equation by finite volume methods using Runge-Kutta time stepping schemes. *AIAA PAPER*, 81, 1259-1270, 1981.

K. Petzold, 1968, Dissertation, TU Dresden, synopsis in Luft-Koltech.5, 175 e 256.

K. Petzold, 1964, Wiss Z. Tech. Univ., Dresden 13, 1157.

K., Puri and K. Sechadri, 1986, "Combust Flame", Vol. 65, pp. 137.

Kaviany, M., 1987, " Boundary-Layer Treatment of Forced Convection Heat Transfer From a Semi-Infinite Flat Plate Embedded in Porous Media " , Journal of Heat Transfer, Vol 109, pp 345-349.

Keyes, D. E. and Smooke, M. D., 1987, " Flame Sheet Starting Estimates for Counterflow Diffusion Flame Problems" , Journal of Computational Physics, Vol. 73, pp 267-288.

Lienhard V, J. H. , Liu, X. and Gabour, L. A., 1992, " Splattering and Heat Transfer During Impingement of a Turbulent Liquid Jet " , Journal of Heat Transfer, Vol. 114, pp 362-372.

Liu, Tianshu and Sullivan, J. P., 1995, " Heat Transfer and Flow Structures in an Excited Circular Impinging Jet " , Journal Heat Mass Transfer, Vol 39, pp 3695-3706.

- Liu, X., Gabour, L. A. e Lienhard, J. H., 1993, "Stagnation-Point Heat Transfer During Impingement of Laminar Liquid Jets: Analysis Including Surface Tension", ASME J. Heat Transfer, pp. 99-105.
- Maliska, C. R., 1995, "Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional". Livros técnicos e científicos.
- Martin, H., 1977, "Heat and Mass Transfer Between Impinging Gas Jets and Solid Surfaces", in: Advances on Heat Transfer, pp. 1-60.
- Mladin, E. C. and Zumbrunnen, D. A., 1997, "Local Convective Heat Transfer to Submerged Pulsating Jets", Journal Heat Mass Transfer, Vol 40 nº 14, pp 3305-3321.
- Patankar, S., V., 1980, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, McGraw-Hill, New York, pp. 52-54 e 64-66.
- Peters, N., 1984, "Prog. Energy Combust. Sci.", Vol. 10, pp. 319.
- Puri, I. K. and Seshadri, K., 1986, "Extinction of Diffusion Flames Burning Diluted Methane and Diluted Propane in Diluted Air", Combustion and Flame, Vol. 65, pp 137-150.
- Gordon, R. e Akfirat, J. C., 1965, Int. J. Heat Mass transfer 8, 1261.
- Gordon, R. e Akfirat, J. C., 1966, J. Heat transfer 88, 101.
- Schlunder, E. U., 1974, in "VDI-Wärmeatlas, " 2nd ed., pp. A-28. Ver Deut. Ing., Dusseldorf.
- Schrader, H., 1961, VDI-Forschungs, pp. 484
- Silva Júnior, P. L.. "Simulação Numérica de escoamentos Turbulentos Compressíveis 1-D e 2-D, utilizando a técnica de Elementos Espectrais." Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, 1998.

- Silveira Neto, A. "Fundamentos da Turbulência nos Fluidos". Curso de Turbulência, Universidade Federal de Uberlândia, 1998.
- Slayzak, S., J., Viskanta, R., and Incropera, F. P., 1994a, "Effects of Interaction Between Adjoining Rows of Circular, Free-Surfaces Jets on Local Heat Transfer from the Impingement Surface", ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 116, pp. 88-95.
- Slayzak, S., J., Viskanta, R., and Incropera, F. P., 1994b, "Effects of Interaction Between Adjacent Free Surface Planar Jets on Local Heat Transfer from the Impingement Surface", Int. J., Heat Mass Transfer, Vol 37, pp. 269-282.
- Stevens, J. and Webb, B. W., 1991, "Local Heat Transfer Coefficients under an Axisymmetric, Single-Phase Liquid Jet", Journal of Heat Transfer, Vol 113, pp. 71-78.
- Takahashi, F., Mizomoto, M., 1988 "Structure of the Stabilizing Region of a Laminar Jet Diffusion Flame", Journal of Heat Transfer, Vol 110, pp 182-189.
- Trabold, T. A. and Obot., 1991, "Evaporation of Water With Single and Multiple Impinging Air Jets", Journal of Heat Transfer, Vol 113, pp 696-704.
- Tsuji, H and I. Yamaoka, 1969, "Twelfth Symposium International on Combustion, The combustion Institute", p. 997.
- Tsuji, H., 1982, "Counterflow Diffusion Flames", Prog. Energy Combust. Sci, Vol 8, pp 93-119.
- Vader, D. T., Incropera, F. P. and Viskanta, R., 1992, "Convective Nucleate Boiling on a Heated Surface Cooled by an Impinging, Planar Jet of Water", Journal of Heat Transfer, Vol 114, pp 152-160.
- Wolf, D. H., Viskanta, R. and Incropera, F. P., 1995, "Turbulence Dissipation in a Free-Surface Jet of Water and Its Effect on Local Impingement Heat Transfer From a Heated Surface: Part1 - Flow Structure", Journal of Heat Transfer, Vol 117, pp 85-94.

Young, D. D., Han, J. C. and Rivir, R. B., 1992, "Influence of Jet-Grid Turbulence on Flat Plate Turbulent Boundary Layer Flow and Heat Transfer", Journal of Heat Transfer, Vol 114, pp 65-72.

White, F. M. "Viscous Fluid Flow". McGraw-Hill, 1974

Ward, J. e Mahmood, M., 1982, "Heat Transfer a Turbulent Swirling Jet", Proc. 7th Int. Heat Mass Transfer Conference, pp. 401-408.

Womac, D. J., Ramadhyani, S., e Incropera, F. P., 1993, "Correlating Equations for Impingement Cooling of Small Heat Sources With Single Circular Liquid Jets", ASME J. Heat Transfer, pp. 88-95.

Zumbrunnen, D. A., Aziz, M., 1993, "Convective Heat Transfer Enhancement Due to Intermittence in an Impinging Jet", Journal of Heat Transfer, Vol. 115, pp 91-98.

Zumbrunnen, D. A., Balasubramanian, M., 1995, "Convective Heat Transfer Enhancement Due to gas Injection Into Impinging Liquid Jet", Journal of Heat Transfer, Vol. 117, pp 1011-1017.