



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA



ESTUDO EXPERIMENTAL E NUMÉRICO DA OPERAÇÃO DE MOAGEM EM UM MOINHO DE BOLAS COM SUSPENSORES

Marcela Vieira Caixeta Machado

Uberlândia – MG
2020



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA



ESTUDO EXPERIMENTAL E NUMÉRICO DA OPERAÇÃO DE MOAGEM EM UM MOINHO DE BOLAS COM SUSPENSORES

Marcela Vieira Caixeta Machado

Orientadores:

Prof. Dr. Claudio Roberto Duarte

Prof. Dr. Marcos A. de Souza Barrozo

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Química.

Uberlândia – MG

2020

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

M149 Machado, Marcela Vieira Caixeta, 1991-
2020 Estudo experimental e numérico da operação de moagem em
um moinho de bolas com suspensores [recurso eletrônico] /
Marcela Vieira Caixeta Machado. - 2020.

Orientador: Claudio Roberto Duarte.

Coorientador: Marcos Antonio de Souza Barrozo.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Pós-
graduação em Engenharia Química.

Modo de acesso: Internet.

Disponível em: <http://doi.org/10.14393/ufu.te.2020.99>

Inclui bibliografia.

Inclui ilustrações.

1. Engenharia química. I. Duarte, Claudio Roberto ,1975-,
(Orient.). II. Barrozo, Marcos Antonio de Souza,1961-, (Coorient.).
III. Universidade Federal de Uberlândia. Pós-graduação em
Engenharia Química. IV. Título.

CDU: 66.0

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:
Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-graduação em:	Engenharia Química				
Defesa de:	Tese de Doutorado, 04/2020, PPGEQ				
Data:	21 de fevereiro de 2020	Hora de início:	08:30	Hora de encerramento:	11:25
Matrícula do Discente:	11613EQU007				
Nome do Discente:	Marcela Vieira Caixeta Machado				
Título do Trabalho:	Estudo experimental e numérico da operação de moagem em um moinho de bolas com suspensores				
Área de concentração:	Desenvolvimento de Processos Químicos				
Linha de pesquisa:	Processos de Separação				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Estudo experimental e numérico da dinâmica de partículas em um tambor rotatório				

Reuniu-se na Sala 1K228, *Campus* Santa Mônica, da Universidade Federal de Uberlândia, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Química, assim composta: Professores Doutores: Rodrigo Béttega - DEQ/UFSCar; Dyrney Araújo dos Santos - IQ/UFG; Cícero Naves de Ávila Neto - PPGEQ/UFU; Ricardo Amâncio Malagoni - FEQUI/UFU; Marcos Antonio de Souza Barrozo - PPGEQ/UFU, orientador e Claudio Roberto Duarte - PPGEQ/UFU, orientador da candidata. Ressalta-se que o Prof. Dr. Rodrigo Béttega participou da defesa por meio de videoconferência desde a cidade de São Carlos/SP e o Prof. Dr. Dyrney Araújo dos Santos desde a cidade de Goiânia/GO. Os demais membros da banca e a aluna participaram *in loco*.

Iniciando os trabalhos o presidente da mesa, Dr. Claudio Roberto Duarte, apresentou a Comissão Examinadora e a candidata, agradeceu a presença do público, e concedeu à Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação da Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovada.

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Claudio Roberto Duarte, Professor(a) do Magistério Superior**, em 21/02/2020, às 11:30, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marcos Antonio de Souza Barrozo, Professor(a) do Magistério Superior**, em 21/02/2020, às 11:30, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Dyrney Araújo dos Santos, Usuário Externo**, em 21/02/2020, às 11:30, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Rodrigo Béttega, Usuário Externo**, em 21/02/2020, às 11:31, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Cicero Naves de Avila Neto, Professor(a) do Magistério Superior**, em 21/02/2020, às 11:31, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Ricardo Amâncio Malagoni, Professor(a) do Magistério Superior**, em 21/02/2020, às 11:31, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1887875** e o código CRC **0E255122**.

“Toda a nossa ciência, comparada com a realidade, é primitiva e infantil – e, no entanto, é a coisa mais preciosa que temos.”

Albert Einstein (1879-1955)

Agradecimentos

Nada nesta vida pode ser alcançado sem se ter por perto pessoas especiais. Início agradecendo a Deus, por ter colocado tantas dessas pessoas em minha vida e por ter sempre me levantado nos momentos em que eu mais necessitava de força.

Agradeço aos meus pais, Roberto e Mara, por todo amor, incentivo e suporte durante esta jornada. Sempre me alegrou vê-los orgulhosos de mim e, hoje, este é o meu motivo para continuar e nunca decepcioná-los.

Agradeço ao meu noivo, Vitor Salomão, por sempre estar ao meu lado, demonstrando confiar no meu potencial mais do que eu mesma. Obrigada por cada palavra de apoio, por ser meu refúgio e meu melhor amigo.

Minha gratidão aos meus orientadores e amigos, Claudio Duarte e Marcos Barrozo, pela confiança em meu trabalho e por todos os ensinamentos transmitidos ao longo destes anos. Vocês são os meus exemplos de profissionais dedicados, competentes e humanos, e em quem eu me espelho para seguir minha carreira.

Agradeço aos meus amigos de laboratório que terão sempre um lugar especial em meu coração: Ana Paula Rehder, Angélica Reis, Argileu Mendes, Geraldo Nogueira, Glaucia Souza, Grazielle Santos, Grégori Ullmann, Janaina Miranda, Jeniffer Silveira, Marcus Paulo Martins, Marielle Franciscuetti (*in memoriam*), Natália Pazin, Raphael Santos, Rondinelli Lima, Rodolfo Brandão, Suélen Gonçalves, Thessa Fuzaro e Thaís Loggeto. Agradeço pelos cafézinhos após o almoço regados de longas discussões filosóficas, pelos momentos de confraternizações, de risadas, de lanches compartilhados, enfim pela presença amiga de cada um no meu cotidiano. Àqueles que já alcançaram voos em suas vidas profissionais: Isabela Resende, Larissa Demuner, Lidja Borel, Lina Ramadan, Márcio Pivello, Neiton Silva, Priscila Bernardes e Suellen Nascimento, deixo também meu agradecimento. Minha gratidão aos meus pupilos/alunos de iniciação científica Ignácio Medeiros, Vitor Straatmann e Arthur Henderson, por toda dedicação e compromisso com a pesquisa, pelas ideias e soluções propostas.

Agradeço ao professor Carlos Soares, da Faculdade de Odontologia da Universidade Federal de Uberlândia, pela solicitude em nos ajudar na realização de ensaios experimentais.

Meu agradecimento à CAPES, pela concessão da bolsa de estudos que, mesmo em tempos de contingenciamento de gastos federais, se mantém firme e se dedica à permanência de nossas bolsas. Também agradeço à Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia, na pessoa dos técnicos e professores, que contribuíram de alguma forma para a realização deste trabalho.

SUMÁRIO

RESUMO	i
ABSTRACT	ii
Lista de Figuras	iii
Lista de Tabelas	vi
Lista de Símbolos	vii
Capítulo 1 - Introdução	1
1.1. Objetivos	3
Capítulo 2 - Revisão Bibliográfica	4
2.1. Operação de moagem	4
2.1.1. Moinho de bolas	5
2.2. Colisão ou impacto	10
2.2.1. Colisões colineares de corpos rígidos	11
2.2.2. Perda de energia durante a colisão	13
2.3. Coeficiente de restituição	14
2.4. Coeficientes de atrito	19
2.4.1. Coeficiente de atrito estático	20
2.4.2. Coeficiente de atrito de rolamento	21
2.5. Abordagem numérica	23
2.5.1. Abordagem Euleriana	24
2.5.2. Abordagem Lagrangeana	26
2.5.3. Aplicabilidade da abordagem Lagrangeana a moinho de bolas	36
Capítulo 3 - Materiais e Métodos	38
3.1. Unidade experimental: moinho de bolas	38
3.2. Caracterização dos corpos moedores e do minério	39
3.3. Medida experimental dos parâmetros DEM	41
3.3.1. Coeficiente de restituição	42
3.3.2. Coeficiente de atrito estático	44
3.3.3. Coeficiente de atrito de rolamento	46
3.4. Moagem experimental do quartzito	47
3.5. Metodologia numérica utilizando a abordagem Lagrangeana (DEM)	48
3.5.1. Metodologia de calibração dos parâmetros DEM	49

3.5.2.	Calibração dos parâmetros do Modelo das Partículas Ligadas (BPM).....	52
3.5.3.	Número de colisões e energia de colisão	54
3.5.4.	Investigação da quantidade e dimensão dos suspensores no interior do moinho de bolas.....	55
3.5.5.	Moagem do quartzito utilizando o Modelo das Partículas Ligadas (BPM).....	60
Capítulo 4 - Resultados e Discussão.....		62
4.1.	Caracterização dos corpos moedores e do minério	62
4.2.	Resultados da medida experimental dos parâmetros DEM.....	63
4.2.1.	Coeficiente de restituição	63
4.2.2.	Coeficiente de atrito estático	71
4.2.3.	Coeficiente de atrito de rolamento	73
4.3.	Resultados Numéricos.....	73
4.3.1.	Resultados de calibração dos parâmetros DEM.....	73
4.3.2.	Resultados da calibração dos parâmetros do modelo BPM	76
4.3.3.	Resultados da análise de número de colisões e energia de colisão	77
4.3.4.	Investigação da quantidade e dimensão dos suspensores no interior do moinho de bolas.....	86
4.3.5.	Moagem experimental do quartzito.....	97
4.3.6.	Moagem utilizando o Modelo das Partículas Ligadas (BPM)	98
Capítulo 5 - Conclusões e Sugestões		100
5.1.	Conclusões	100
5.2.	Sugestões para trabalhos futuros	103
Referências bibliográficas		104

RESUMO

Em um moinho de bolas, a interação entre os corpos moedores e o material a ser moído vai determinar o desempenho da operação de moagem. A ocorrência dos eventos de quebra é resultado das inúmeras colisões entre os materiais e da energia envolvida nos impactos. A dinâmica do material particulado no interior do moinho pode ser melhor compreendida por meio de estudos experimentais e simulações numéricas. Com este propósito, a abordagem Lagrangeana (ou DEM) surge como uma ferramenta consolidada, mas envolve algumas limitações, como a necessidade de especificação de alguns parâmetros físicos que vão determinar a correta representação da dinâmica granular. Desta forma, o presente estudo realizou a medida experimental destes parâmetros, a saber o coeficiente de restituição e os coeficientes de atrito estático e de rolamento, e analisou a influência de diferentes condições de ensaio sobre estas medidas. Por meio de simulações numéricas DEM, foi investigado como os valores medidos dos parâmetros DEM influenciam no número de colisões e na energia de colisão entre os corpos de moagem no interior do moinho de bolas em diferentes condições experimentais e, conseqüentemente, como eles podem vir a afetar o resultado da simulação da operação de moagem. Observou-se que diferentes valores medidos dos parâmetros para uma mesma interação de pares de materiais permutados no papel partícula-superfície não foram iguais, com uma diferença máxima de 43,8%. Isto requer o correto entendimento da aplicação dos parâmetros nos cálculos do modelo DEM, já que os diferentes valores medidos destes parâmetros alteraram os valores resultantes de número de colisões e energia de colisão, o que pode afetar diretamente nas previsões de desempenho da operação de moagem dadas pela simulação numérica. Foi investigado também como as características de revestimento de um moinho de bolas, como a quantidade e a geometria dos suspensores podem afetar o número de colisões e a energia de colisão, definindo, assim, a sua influência sobre o desempenho da operação de moagem. Por fim, foi realizada a moagem de partículas de quartzito, tanto experimentalmente, quanto por meio de simulações numéricas, utilizando o Modelo das Partículas Ligadas (BPM). Em ambas as situações, foram empregadas as condições de máximo número de colisões e energia de colisão, e a condição otimizada destas duas respostas simultaneamente através da função desejabilidade. Constatou-se que a condição otimizada foi a que acarretou na melhor eficiência de quebra das partículas de quartzito (59,2%), ao invés de se utilizar apenas as condições máximas individuais de cada resposta “número de colisões” (38,7%) e “energia de colisão” (47,5%).

Palavras-chave: moinho de bolas, parâmetros DEM, abordagem Lagrangeana, DEM, colisões, energia de colisão, suspensores.

ABSTRACT

In a ball mill, the interaction between the grinding media and the material to be ground will determine the efficiency of the grinding operation. The occurrence of breakage events is the result of numerous collisions between materials and the energy involved in the impacts. The dynamics of particulate material inside the mill can be better understood through experimental studies and numerical simulations. For this purpose, the Lagrangean approach (or DEM) emerges as a consolidated tool, but involves some limitations, such as the need to specify some physical parameters that will determine the correct representation of the particular dynamics. Thus, the present study performed the experimental measurement of these DEM parameters, namely the restitution coefficient and static and rolling friction coefficients, and analyzed the influence of different test conditions on these measurements. Through DEM numerical simulations, it was investigated how the measured values of the DEM parameters influence the number of collisions and collision energy between the grinding media inside the ball mill under different experimental conditions and, consequently, how they can affect the simulation result of the grinding operation. It was observed that different measured parameter values for the same interaction alternating the role of each material on the particle-surface pairs were not the same, with a maximum deviation of 43,8%. This requires a deeper understanding of the parameters application in the DEM model calculations, because the different measured values of these parameters changed the results of number of collisions and collision energy, which may directly affect the predictions of milling performance by numerical simulations. It was also investigated how the liner design of a ball mill, such as the quantity and geometry of the lifters, can affect the number of collisions and collision energy, thus defining their influence on the performance of the grinding operation. Finally, quartzite particles were broken both experimentally and by numerical simulations using the Bonded Particle Model (BPM). In both situations, the conditions of maximum number of collisions and collision energy were employed, and the optimized condition of these two responses simultaneously through the desirability function. It was found that the optimized condition was the one that resulted in the best breaking efficiency of quartzite particles (59,2%), instead of using only the individual maximum conditions of each response “number of collisions” (38,7%) and “collision energy” (47,5%).

Keywords: ball mill, DEM parameters, Lagrangian approach, DEM, collision, energy collision, lifters.

Lista de Figuras

Figura 2.1: Moinho de bolas (METSO, 2005)	5
Figura 2.2: Regimes de escoamento de destaque na operação de moagem	6
Figura 2.3: Razão A/B do suspensor (METSO, 2005)	9
Figura 2.4: Etapas da colisão entre dois corpos A e B (Adaptado de HIBBELER, 2010).....	12
Figura 2.5: Metodologia de queda livre para determinação do coeficiente de restituição.	16
Figura 2.6: Forças envolvidas nos experimentos para a medição do coeficiente de atrito: a) plano horizontal e b) plano inclinado.	20
Figura 2.7: Forças atuantes sobre uma esfera em rolamento.....	22
Figura 2.8: Ciclo de cálculo simplificado do método DEM (Adaptado de RESENDE, 2017)...	27
Figura 2.9: Modelo de contato linear mola-amortecedor (Adaptado de CLEARY et al., 2000)	28
Figura 2.10: Ligação entre duas esferas através do Modelo das Partículas Ligadas (BPM) (Adaptado de JIMENEZ-HERRERA et al., 2018).....	34
Figura 3.1: Unidade experimental do moinho de bolas.....	39
Figura 3.2: Esferas de aço-cromo utilizadas como corpos moedores.....	40
Figura 3.3: Amostras de quartzito nas diferentes faixas de tamanho utilizadas.....	40
Figura 3.4: Ângulo de repouso medido das pilhas formadas de (a) esferas de aço-cromo de 20 mm e (b) partículas de quartzito.	41
Figura 3.5: Esquema do aparato experimental utilizado para a medição do coeficiente de restituição pela metodologia de queda livre.	43
Figura 3.6: Superfícies de impacto de aço-cromo para a medição do COR pela metodologia de queda-livre.	44
Figura 3.7: Superfície de impacto e esfera de quartzito para a medição do COR pela metodologia de queda livre.	44
Figura 3.8: Esquema do dispositivo utilizado para a medição do coeficiente de atrito estático (LIMA, 2017).	45

Figura 3.9: a) Aglomerado de esferas de aço-cromo e b) partícula de quartzito, ambos utilizados na medição do coeficiente de atrito estático	46
Figura 3.10: Dispositivo de lançamento utilizado na medição do coeficiente de atrito de rolamento.	46
Figura 3.11: Condição inicial da moagem, com esferas de aço-cromo e partículas de quartzito dispostos lado a lado.....	48
Figura 3.12: Metodologia de calibração dos parâmetros DEM na extremidade do moinho de bolas que não possui suspensores.	50
Figura 3.13: Prensa EMIC utilizada nos ensaios de compressão de partículas de quartzito.	52
Figura 3.14: a) Partícula de quartzito escolhida como modelo, b) geometria da partícula de quartzito construída em formato .stl, c) geometria preenchida com esferas primárias.	53
Figura 3.15: Detalhes do moinho cilíndrico utilizado nas simulações DEM.	54
Figura 3.16: Fluxograma da análise numérica da quantidade e dimensão dos suspensores no interior do moinho de bolas.	56
Figura 3.17: Condição inicial da moagem por simulação numérica: a) criação das partículas de quartzito com esferas primárias e b) partículas de quartzito e esferas de aço-cromo dispostos lado a lado.....	61
Figura 4.1: Coeficiente de restituição do aço-cromo para todas as combinações de diâmetros de partículas e espessuras das superfícies de impacto: análise da altura de soltura.	64
Figura 4.2: Coeficiente de restituição médio do aço-cromo para todas as combinações de diâmetros de partículas e espessuras das superfícies de impacto.	65
Figura 4.3: Coeficiente de restituição comparativo entre os pares de esfera-superfície de dimensões permutadas: a) dados experimentais, b) valores calculados pela Equação 2.12 (ZENER, 1941).....	67
Figura 4.4: Coeficiente de restituição medido entre o aço-cromo e o quartzito.....	69
Figura 4.5: Coeficiente de restituição do quartzito medido a diferentes alturas de soltura.....	71
Figura 4.6: Coeficiente de atrito estático considerando a) interações entre os mesmos materiais e b) interações entre os diferentes materiais	72
Figura 4.7: Comparação entre o resultado experimental e as simulações DEM que apresentaram o menor e o maior valor de SQ para as interações a) aço-cromo e aço-carbono e b) quartzito e aço-carbono	75

Figura 4.8: Comparação entre o resultado experimental e as simulações DEM que apresentaram o menor e o maior valor de SQ	77
Figura 4.9: Número total de colisões entre as esferas de mesmo diâmetro para o maior e o menor valor de COR obtidos experimentalmente.	78
Figura 4.10: Energia total de colisão entre as esferas de mesmo diâmetro para o maior e o menor valor de COR obtidos experimentalmente.	79
Figura 4.11: Número total de colisões entre esferas de diferentes diâmetros para os valores de COR obtidos experimentalmente.	81
Figura 4.12: Energia total de colisão entre esferas de diferentes diâmetros para os valores de COR obtidos experimentalmente.	82
Figura 4.13: Número total de colisões entre as esferas de mesmo diâmetro para o maior e o menor valor de CAE obtidos experimentalmente.....	84
Figura 4.14: Energia total de colisão entre as esferas de mesmo diâmetro para o maior e o menor valor de CAE obtidos experimentalmente.....	85
Figura 4.15: Número total de colisões e energia total da colisão obtidos na primeira etapa de análise da quantidade de suspensores.	87
Figura 4.16: Pontos de desejabilidade máxima e mínima e pontos máximos e mínimos de número de colisões e energia de colisão verificados isoladamente a partir dos modelos de regressão	89
Figura 4.17: Número total de colisões obtidos variando-se o número de suspensores e a altura dos mesmos no interior do moinho de bolas.	91
Figura 4.18: Energia total de colisão obtida variando-se o número de suspensores e a altura dos mesmos no interior do moinho de bolas	93
Figura 4.19: Número de colisões em função do número de suspensores (N/N_{max}) e do diâmetro da esfera (d).	94
Figura 4.20: Número de colisões e energia de colisão variando a razão d/D	97
Figura 4.21: Granulometria resultante da moagem experimental com as condições que forneceram o máximo número de colisão e a máxima energia de colisão.	98
Figura 4.22: Porcentagem de ligações rompidas entre as esferas primárias nos ensaios de moagem via simulação numérica através do modelo BPM.....	99

Lista de Tabelas

Tabela 2.1: Modelos teóricos para o cálculo do coeficiente de restituição (COR)	18
Tabela 2.2: Principais vantagens e limitações da simulação numérica (LAW; KELTON, 1991)	24
Tabela 2.3: Componentes que agem na ligação entre duas esferas (i e j)	35
Tabela 3.1: Condições utilizadas nas simulações numéricas executadas no software EDEM®	49
Tabela 3.2: Níveis do PCC utilizados na determinação dos parâmetros de interação partícula-parede entre o aço-cromo e o aço carbono adotados na simulação DEM.	51
Tabela 3.3: Níveis do PCC utilizados na determinação dos parâmetros de interação partícula-parede entre o quartzito e o aço carbono adotados na simulação DEM	51
Tabela 3.4: Níveis das variáveis do planejamento (2K) para a calibração dos parâmetros do Modelo das Partículas Ligadas (BPM)	53
Tabela 3.5: Combinação da quantidade e da dimensão dos suspensores estudados na segunda etapa da análise numérica do moinho de bolas de diâmetro 300 mm.	58
Tabela 4.1: Propriedades físicas das esferas de aço-cromo.	62
Tabela 4.2: Propriedades físicas das partículas de quartzito.	63
Tabela 4.3: Resultados da medida experimental do coeficiente de atrito de rolamento	73
Tabela 4.4: Valores de SQ e parâmetros DEM adotados nas simulações para as interações quartzito e aço-carbono	74
Tabela 4.5: Valores de SQ e parâmetros do modelo BPM adotados nas simulações de compressão uniaxial das partículas de quartzito.	76
Tabela 4.6: Valores de desejabilidade máxima e mínima, pontos máximos e mínimos observados isoladamente e os respectivos valores das variáveis independentes.....	90
Tabela 4.7: Condições estudadas para as razões d/D: moinho inicial e moinhos modificados	96

Lista de Símbolos

A_b	área da seção transversal da ligação (BPM)	$[M^0L^2T^0]$
B	altura do suspensor	$[M^0L^1T^0]$
D	diâmetro do tambor rotatório ou do moinho	$[M^0L^1T^0]$
d	diâmetro do corpo moedor	$[M^0L^1T^0]$
d_i	diâmetro do círculo inscrito à partícula	$[M^0L^1T^0]$
d_c	diâmetro do círculo circunscrito à partícula	$[M^0L^1T^0]$
Dist	distância	$[M^0L^1T^0]$
e	coeficiente de restituição	$[M^0L^0T^0]$
E	módulo de Young	$[M^1L^{-1}T^{-2}]$
E^*	módulo de Young equivalente	$[M^1L^{-1}T^{-2}]$
f	nível de enchimento do tambor ou do moinho	$[M^0L^0T^0]$
F	força aplicada	$[M^1L^1T^{-2}]$
F_{Cij}	força de contato entre as partículas i e j	$[M^1L^1T^{-2}]$
F_N	força normal	$[M^1L^1T^{-2}]$
F_T	força tangencial	$[M^1L^1T^{-2}]$
F_N^d	força normal de amortecimento	$[M^1L^1T^{-2}]$
F_T^d	força tangencial de amortecimento	$[M^1L^1T^{-2}]$
$F_T^{d,max}$	força tangencial máxima de amortecimento	$[M^1L^1T^{-2}]$
g	aceleração da gravidade	$[M^0L^1T^{-2}]$
G^*	módulo de cisalhamento equivalente	$[M^1L^{-1}T^{-2}]$
G	módulo de cisalhamento da partícula	$[M^1L^{-1}T^{-2}]$
H	altura do dispositivo rampa inclinada	$[M^0L^1T^0]$
H_0	altura de soltura	$[M^0L^1T^0]$
H_l	altura de ressalto	$[M^0L^1T^0]$
I	momento de inércia	$[M^1L^2T^0]$
I_P	impulso da força de compressão	$[M^1L^1T^{-1}]$
I_R	impulso da força de restauração	$[M^1L^1T^{-1}]$
J	momento polar de inércia	$[M^1L^2T^0]$

K	rigidez do modelo linear	$[M^1L^0T^{-2}]$
K_{sf}	coeficiente de troca de momento entre as fases	$[M^1L^0T^{-1}]$
L	comprimento do moinho	$[M^0L^1T^0]$
l	espessura da superfície de impacto (chapa)	$[M^0L^1T^0]$
m	massa da partícula	$[M^1L^0T^0]$
m^*	massa equivalente da partícula	$[M^1L^0T^0]$
M	momento	$[M^1L^1T^{-1}]$
N	número de suspensores no interior do moinho	$[M^0L^0T^0]$
N_{max}	número máximo de suspensores que podem ser acomodados no interior do moinho de bolas	$[M^0L^0T^0]$
N	vetor unitário normal	$[M^0L^0T^0]$
P	pressão	$[M^0L^{-1}T^{-2}]$
p	posição y da partícula	$[M^0L^1T^0]$
R	raio do tambor rotatório ou do moinho	$[M^0L^1T^0]$
R_b	raio de contato da cola (BPM)	$[M^0L^1T^0]$
R^*	raio de contato equivalente entre partículas	$[M^0L^1T^0]$
r	raio da partícula	$[M^0L^1T^0]$
r_{men}	raio da menor partícula do sistema	$[M^0L^1T^0]$
S	rigidez do modelo não-linear	$[M^1L^0T^{-2}]$
$\overline{\overline{T}}$	tensor tensão	$[M^1L^{-1}T^{-2}]$
T_R	tempo de Rayleigh	$[M^0L^0T^1]$
V	velocidade de impacto da partícula	$[M^0L^1T^{-1}]$
\vec{v}	vetor velocidade linear	$[M^0L^1T^{-1}]$
v	velocidade	$[M^0L^1T^{-1}]$
v^{rel}	velocidade relativa	$[M^0L^1T^{-1}]$
ω	velocidade angular	$[M^0L^0T^{-1}]$

Símbolos gregos

α	fração volumétrica	$[M^0L^0T^0]$
β	ângulo de inclinação do plano	$[M^1L^0T^{-1}]$
δ	sobreposição das partículas	$[M^0L^1T^0]$
ε	porosidade do leito de material	$[M^0L^0T^0]$
ζ	razão de amortecimento	$[M^0L^0T^0]$

θ_s	ângulo de repouso do material particulado	[$^{\circ}$]
λ	parâmetro inelástico	[$M^0L^0T^0$]
λ_A	coeficiente de amortecimento normal	[$M^1L^0T^{-1}$]
μ_K	coeficiente de atrito cinético	[$M^0L^0T^0$]
μ_S	coeficiente de atrito estático	[$M^0L^0T^0$]
μ_R	coeficiente de atrito de rolamento	[$M^0L^0T^0$]
σ	tensão normal	[$M^1L^{-1}T^{-2}$]
σ_{\max}	tensão normal máxima	[$M^1L^{-1}T^{-2}$]
ρ	densidade	[$M^1L^{-3}T^0$]
τ	tensão cisalhante	[$M^1L^{-1}T^{-2}$]
τ_{\max}	tensão cisalhante máxima	[$M^1L^{-1}T^{-2}$]
ν	razão de Poisson	[$M^0L^0T^0$]
ϕ	fator multiplicador do raio da cola (BPM)	[$M^0L^0T^0$]
Φ	esfericidade	[$M^0L^0T^0$]
ω_C	velocidade angular crítica de centrifugação	[$M^0L^0T^{-1}$]
$\vec{\omega}_C$	vetor velocidade angular	[$M^0L^0T^{-1}$]

Subscritos

0	antes da ocorrência do evento
1	após a ocorrência do evento
A	referente à partícula A
B	referente à partícula B
b	referente à entidade de ligação (<i>bond</i> , do BPM)
f	fase fluida
s	fase sólida
P	referente à partícula
S	referente à superfície
N	componente normal
T	componente tangencial
i	referente à partícula i
j	referente à partícula j

CAPÍTULO 1

Introdução

Na indústria mineral, um dos processos mais importantes empregados no beneficiamento de minérios é a cominuição, responsável por reduzir o tamanho de uma partícula. Este processo consiste na fragmentação do minério através de operações como a moagem, cuja execução é extremamente perdulária em termos de energia gasta (FIGUEIRA et al., 2004). Sendo o suprimento de energia um insumo estratégico em qualquer planta industrial, há uma busca contínua pelo entendimento da operação de moagem, de forma a melhorar o desempenho deste processo.

Dentre os equipamentos mais utilizados nos circuitos industriais de moagem, estão os moinhos de bolas. Constituem-se de cilindros rotatórios, no qual o material a ser moído vai ser esmagado pela ação dinâmica dos corpos moedores. A depender das características operacionais e geométricas dos moinhos de bolas, a carga de material pode assumir comportamentos diversos. A velocidade de rotação, o nível de enchimento, o tamanho dos corpos moedores, bem como a dimensão do moinho e o sistema de revestimento interno do equipamento são variáveis determinantes para definir os regimes de escoamento da carga (BERALDO, 1987). Moinhos de bolas são rotineiramente operados nos regimes de cascadeamento e catarateamento, sendo que a interação entre os corpos moedores e o material a ser moído é função destes regimes.

Os regimes cascadeamento e catarateamento caracterizam-se por promover a elevação da carga de material a maiores alturas e fornecer mais energia ao sistema. A eficiência de operação de um moinho de bolas depende, portanto, do monitoramento da dinâmica do material em seu interior. A quebra das partículas a serem moídas é resultado das inúmeras colisões entre si, com os corpos moedores e com a parede do moinho, e da energia de impacto com que ocorrem estas colisões (METZGER, GLASSER, 2013).

Apesar dos moinhos de bolas serem equipamentos simples, o correto dimensionamento dos mesmos é fundamental para aumentar a eficiência e reduzir os custos operacionais da moagem. Atualmente, o projeto de unidades de moagem é rotineiramente feito por meio de métodos empíricos somado à experiência prática de engenheiros. No entanto, com o intuito de

compreender a dinâmica do material no interior do moinho e as interações entre eles, fazem-se necessários estudos teóricos sobre estes equipamentos.

Neste sentido, as simulações numéricas surgem como uma ferramenta complementar aos estudos experimentais, superando, por exemplo, barreiras impostas por questões de segurança de operação (SANTOS, 2015). Dentre as técnicas numéricas de simulação que envolvem partículas, destacam-se as abordagens Euleriana e Lagrangeana. Na abordagem Euleriana, a fase particulada é tratada como contínua e a solução numérica é obtida através da resolução de um conjunto de equações diferenciais parciais ao longo do espaço e do tempo.

Já na abordagem Lagrangeana, o Método dos Elementos Discretos, também conhecido como DEM, é uma técnica consolidada para simular o comportamento de materiais particulados em diversos processos físicos. Originalmente proposta por Cundall e Strack (1979), a abordagem DEM é capaz de fornecer informações detalhadas a um nível microscópico de partículas, permitindo uma melhor compreensão do funcionamento do sistema. Neste método, o movimento de cada partícula é acompanhado individualmente, no qual o balanço de forças é aplicado, levando em consideração as interações com as demais partículas e com as paredes. A grande maioria dos estudos numéricos a respeito da operação de moagem empregam a abordagem DEM (WEERASEKARA et al., 2013; CLEARY; OWEN, 2019).

Embora o DEM forneça uma variedade de informações que normalmente são onerosas e difíceis de serem obtidas experimentalmente, este método possui algumas limitações. A primeira delas diz respeito à restrição no número de partículas, já que nesta abordagem o custo computacional é diretamente proporcional à quantidade de partículas no sistema (MARIGO; STITT, 2015). Outro desafio da metodologia DEM é a necessidade de especificação de parâmetros físicos de entrada nos modelos matemáticos, que estão relacionados às propriedades das partículas (razão de Poisson e módulo de cisalhamento) e às interações partícula-partícula e partícula-parede (coeficiente de restituição e coeficientes de atrito estático e de rolamento).

Os parâmetros de entrada na modelagem DEM podem ser determinados de duas maneiras: através de métodos de calibração (medida indireta) ou medida experimental (medida direta). Ambos os procedimentos apresentam suas particularidades: enquanto a calibração pode apresentar mais de um conjunto de valores capazes de representar o comportamento real do sistema (SILVERIO et al., 2014; CUNHA et al., 2016), a medida experimental torna-se uma alternativa, embora não sejam confirmadas na literatura a adequação desta metodologia para a previsão do comportamento *bulk* dos sistemas (COETZEE, 2017). A correta especificação dos parâmetros de entrada no modelo DEM é de suma importância, a fim de garantir que as

respostas fornecidas pela simulação numérica sejam concordantes com as observações experimentais.

Diante do exposto, os objetivos da presente tese são apresentados a seguir.

1.1. Objetivos

Esta tese tem como objetivo principal o estudo dos principais parâmetros da abordagem DEM, a investigação da influência destes e de características geométricas sobre a dinâmica da operação de moagem em um moinho de bolas.

Como objetivos específicos, seguem:

- medir experimentalmente os parâmetros de entrada na metodologia DEM para as interações entre as partículas e verificar como diferentes condições de ensaio podem vir a afetar na sua determinação;
- estudar como os parâmetros DEM podem vir a influenciar no desempenho da operação de moagem através das respostas de “número de colisões” e “energia de colisão” obtidas por meio de simulações numéricas;
- investigar como as condições operacionais e as características de revestimento de um moinho de bolas, a saber, a quantidade e a geometria dos suspensores, podem vir a afetar o desempenho da operação de moagem;
- realizar a moagem de partículas de quartzito, tanto experimentalmente, quanto por simulações numéricas, empregando as condições encontradas de máximo número de colisões e energia de colisão, situações estas favoráveis à moagem.

CAPÍTULO 2

Revisão Bibliográfica

Neste capítulo é apresentada uma revisão bibliográfica acerca da operação de moagem em moinhos de bolas e dos fenômenos envolvidos. Será abordado também um estudo referente aos parâmetros DEM necessários à utilização de técnicas de simulação computacional, os quais podem vir a influenciar nos resultados de simulação referentes à ocorrência dos eventos de quebra na operação de moagem.

2.1. Operação de moagem

Um dos processos industriais mais antigos, a moagem, também conhecida como cominuição, consiste de métodos específicos para a redução do tamanho de partículas. A depender da intensidade e do modo como a força é aplicada, os mecanismos de fragmentação são classificados em: compressão, impacto ou abrasão (WILLS; NAPIER-MUNN, 2006). A operação de moagem é executada de forma controlada, de modo a alcançar não somente um único tamanho de partícula, mas sim uma distribuição de tamanhos. A predominância de um ou outro mecanismo de quebra está relacionada à granulometria desejada e ao objetivo pré-determinado da operação.

No beneficiamento de minérios, a operação de moagem é responsável pela maior parte da energia consumida pela planta industrial. Por exemplo, na mineradora Erie Mining Co, em Minnesota (EUA), para reduzir a granulometria em 90% do tamanho original do minério de ferro, 80% da energia total consumida pela unidade industrial é destinada à fragmentação (FIGUEIRA et al., 2004). Além disso, a eficiência energética da moagem é da ordem de 3% em relação à área superficial adicional que é produzida através da redução de tamanho (BERALDO, 1987). Isto é explicado pelo fato de que a quebra do minério ocorre, principalmente, como resultado de choques sucessivos e aleatórios, sujeitos às leis de probabilidade, o que é alvo de diversas pesquisas ao longo dos anos.

No ambiente industrial, a operação de moagem é rotineiramente conduzida sob cálculos empíricos ou mesmo por conhecimentos práticos. Logo, um entendimento detalhado deste

processo, envolvendo as variáveis operacionais e o tipo de material a ser moído, ainda é um desafio.

2.1.1. Moinho de bolas

Haja vista a importância econômica da operação de moagem, o bom desempenho da instalação industrial vai depender dos equipamentos utilizados para este fim. Os moinhos de bolas estão entre os equipamentos mais utilizados em processos industriais, devido à sua simplicidade de operação e alta capacidade de processamento (BERALDO, 1987). São cilindros rotativos parcialmente preenchidos com os corpos de moagem e o material a ser moído (Figura 2.1). Quando é girado em torno de seu próprio eixo longitudinal, o material a ser moído vai ser esmagado pela ação dinâmica dos corpos moedores ou mesmo pelo contato dos mesmos com a parede interna do moinho.

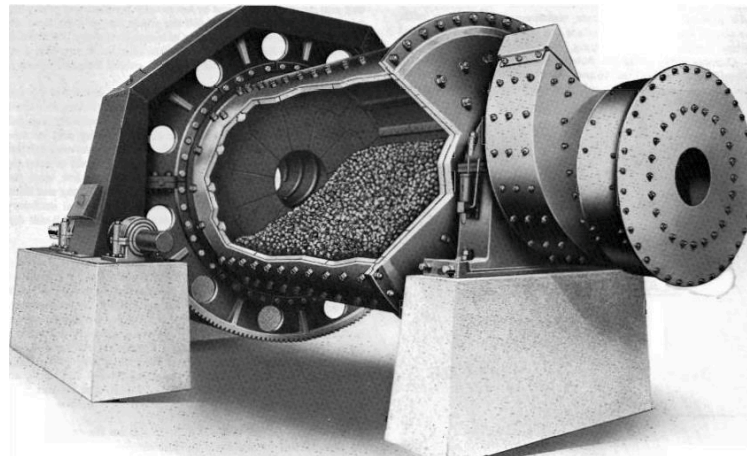


Figura 2.1: Moinho de bolas (METSO, 2005)

O moinho pode operar a seco ou a úmido, dependendo do processo subsequente ou da natureza do material a ser moído. Na moagem a úmido, o material é misturado com água formando uma polpa, o que facilita no transporte do mesmo e também auxilia na dissipação do calor. Por isso, segundo Chaves (2009), esta técnica consome 25% menos energia do que a moagem a seco. Já a moagem a seco é empregada quando a água pode reagir com o material a ser moído e apresenta a vantagem de promover menor desgaste abrasivo do revestimento interno do moinho e dos corpos moedores (FIGUEIRA et al., 2004).

A carga de corpos moedores é o componente do moinho que produz o trabalho útil de cominuição a partir do impacto e/ou escorregamento sobre o leito de material a ser moído. Os

corpos moedores normalmente são feitos de ferro fundido ou aço e devem ser grandes, duros e pesados em relação às partículas de minério. Na maioria dos casos, os corpos moedores têm o formato arredondado, mas não necessariamente esférico, devido ao elevado desgaste no ambiente interno do moinho (WILLS; NAPIER-MUNN, 2006).

A escolha do tamanho dos corpos moedores representa um impasse, já que duas condições se opõem: o aumento do tamanho favorece a tensão entre as superfícies de contato, permitindo a quebra de partículas maiores. Por outro lado, com a diminuição do tamanho, aumenta-se a área superficial disponível de atrito entre os corpos e o material menor, resultando em um aumento da capacidade de moagem (CHAVES, 2009). Assim sendo, é recomendável que a carga de corpos moedores seja composta por uma distribuição de tamanhos, de acordo com a granulometria de alimentação e do produto pretendido. A quantidade de corpos moedores, ou nível de enchimento, é expresso pela porcentagem do volume do moinho ocupado, o qual, na prática, não excede 50% do volume do moinho. O nível de enchimento também vai afetar diretamente o desempenho da moagem devido à sua dependência com a potência consumida e à ocorrência dos eventos de quebra em quantidade suficiente (MACHADO, 2016).

Por fim, a velocidade de rotação do moinho é uma variável de grande importância para o bom desempenho da operação de moagem, pois, combinado com a variável nível de enchimento, são determinantes para definir o comportamento da carga. À medida que se aumenta a velocidade de rotação, os corpos moedores e o material a ser moído são carregados pela parede interna do moinho, de forma que o contato dos mesmos com a carga de material abaixo resultará na ocorrência dos eventos de fragmentação. A carga do moinho pode assumir diferentes regimes de escoamento, dentre os quais se destacam o de cascadeamento, o de catarateamento e o de centrifugação (Figura 2.2) no estudo da operação de moagem.

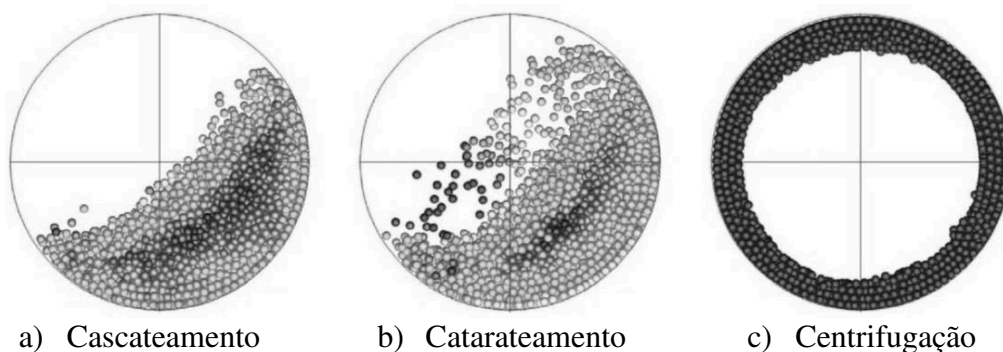


Figura 2.2: Regimes de escoamento de destaque na operação de moagem (Adaptado de YANG et al., 2008)

O regime de cascadeamento (ou cascata) é caracterizado pela superfície do leito em formato de “S” ou “feijão”, no qual a parede do tambor cilíndrico carrega as partículas até uma certa altura e depois estas rolam sobre o leito da carga (Figura 2.2a). Neste regime, quase não há impacto de alta energia entre os corpos moedores e o material a ser moído, provendo a quebra preferencialmente por abrasão. Logo, este regime é adequado para a obtenção de um produto final com uma granulometria mais fina. Já no regime de catarateamento (ou catarata), as partículas alcançam alturas mais elevadas e se desprendem do leito, sendo projetadas para o espaço livre do moinho, caindo diretamente sobre a carga de corpos moedores e material a ser moído localizado abaixo (Figura 2.2b). Este regime é apropriado para a fragmentação de um material mais grosso, já que privilegia a quebra por impacto e evita a produção de finos (FIGUEIRA et al., 2004). O catarateamento deve ser operado com cautela para que a queda das partículas ocorra sobre o leito de material a ser moído e não sobre o revestimento do moinho, o que levaria ao seu rápido desgaste e, conseqüentemente, reduziria a efetividade dos eventos de quebra.

No regime de centrifugação, as partículas acompanham o movimento da parede do tambor cilíndrico e aderem-se a ela, seguindo uma trajetória circular (Figura 2.2c). Neste ponto, a força centrífuga e a força gravitacional que atuam sobre a partícula entram em equilíbrio (SANTOS, 2015), e a velocidade na qual este regime é atingido, também conhecida por velocidade crítica para a centrifugação (ω_c), é dada pela Equação 2.1, sendo g a aceleração da gravidade e R o raio do moinho.

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{R}} \quad (2.1)$$

Segundo Watanabe (1999), nenhum evento de quebra acontece no regime de centrifugação, pois as partículas aderidas à parede do tambor não apresentam movimento relativo. Por esta razão, este regime deve ser evitado na operação de moagem. Tradicionalmente, na indústria mineral, a velocidade de rotação de um moinho é expressa como uma fração da velocidade crítica. Conforme Beraldo (1987), os moinhos operam a uma velocidade entre 60% e 85% da velocidade crítica.

A velocidade crítica de centrifugação foi alvo de diversos estudos, nos quais autores recomendaram modificações no formato da Equação (2.1), a fim de considerar as propriedades e as variáveis do sistema que poderiam influenciar no seu valor (ROSE; SULLIVAN, 1957; WALTON; BRAUN, 1993; RISTOW, 1998; WATANABE, 1999; JUAREZ et al., 2011).

Machado (2016) determinou as velocidades de transição entre os regimes de cascadeamento, catarateamento e centrifugação de esferas de moagem de diferentes tamanhos em um moinho de bolas com suspensores. A autora propôs a Equação 2.2 para a velocidade crítica de centrifugação com base nos seus resultados experimentais, nas seguintes faixas de aplicação: diâmetro dos corpos moedores (d : 20 - 40 mm), raio do moinho (R : 300 mm), nível de enchimento do moinho (f : 20 – 50%) e presença de 12 suspensores quadrados de tamanho 2 cm. O desvio máximo obtido entre os valores preditos pela Equação 2.2 e os observados experimentalmente foi de 1%.

$$\omega_c = \sqrt{\frac{4,86 g}{\left(1 - \frac{d}{R}\right)^{1,056} (1-f)^{0,098}}} \quad (2.2)$$

➤ Geometria de revestimento: suspensores

Uma importante característica construtiva dos moinhos de bolas é a utilização de sistemas de revestimentos internos. Normalmente, os revestimentos são fabricados de ligas metálicas ou borrachas e têm o intuito de proteger a parede interna do moinho contra o desgaste inerente aos mecanismos de fragmentação e reduzir o deslizamento entre a carga de corpos moedores e a parede do moinho (CHAVES, 2009). Ao mesmo tempo, o sistema de revestimento busca promover um melhor lançamento dos corpos moedores sobre a carga de material e, quando são empregados com esta finalidade, são chamados de suspensores ou “*lifters*”. Sem o efeito dos suspensores evitando o deslizamento, o moinho não é capaz de elevar a carga a alturas suficientes para promover a quebra por impacto, e a energia é consumida sem que haja quebra considerável (REZAEIZADEH et al., 2010).

A configuração do revestimento interno (material, geometria, número de suspensores e espaçamento entre eles), deve ser projetada de forma a garantir um bom desempenho da operação de moagem. Meaders e MacPherson (1964) desenvolveram um trabalho pioneiro, que destacou a influência da altura do suspensor e do espaçamento entre eles no desempenho de um moinho de bolas. Segundo os autores, o espaçamento ideal entre os suspensores deve ser de 3 a 5 vezes a altura do mesmo, que pode ser dado pela razão A/B apresentada pela Figura 2.3. No entanto, Rowland (1988) afirmou que o espaçamento entre os suspensores deve ser determinado pelo diâmetro da maior esfera de moagem, considerando um carregamento de diferentes

tamanhos de corpos moedores. Hong e Kim (2002) analisaram o efeito do número de suspensores e constataram que, com o seu aumento, a velocidade de rotação necessária à ocorrência do regime de catarateamento diminuiu significativamente.

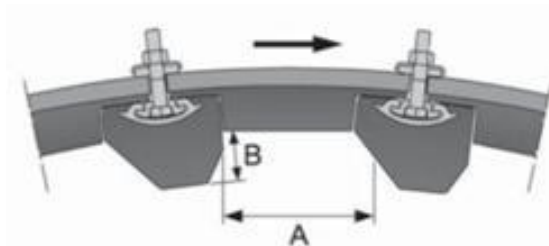


Figura 2.3: Razão A/B do susensor (METSO, 2005)

Meaders e MacPherson (1964) ainda afirmaram que a altura ótima dos suspensores depende da velocidade de rotação do moinho, de forma que revestimentos com suspensores menores devem ser operados a velocidades mais elevadas do que aqueles com suspensores maiores. De acordo com Powell (1991), a altura do susensor deve ser, no mínimo, igual ao raio da esfera utilizada como corpo moedor, para garantir a elevação do mesmo a uma altura suficiente para promover um impacto de alta energia sobre a carga de material a ser moído. Machado (2016) corroborou a influência da geometria do susensor ao verificar que esferas de moagem com raio maior que a altura do susensor eram elevadas a menores alturas de lançamento, retardando o aparecimento do regime de catarateamento, cujo movimento favorece a quebra das partículas por impacto.

Naturalmente, a proporção A/B (Figura 2.3) irá aumentar no transcorrer da vida útil do revestimento de suspensores, já que eles terão seu tamanho reduzido devido ao desgaste. Usman et al. (2017) estudaram, através de simulações numéricas e dados experimentais, os efeitos da geometria do susensor, imitando o desgaste ocorrido ao longo do tempo, e da velocidade do moinho no consumo de energia, na distribuição do tamanho do produto e na trajetória da carga no interior do moinho de bolas. Os autores ressaltaram a importância do estudo da trajetória da carga como resultado do formato dos suspensores, a fim de evitar o impacto dos corpos moedores sobre a parede do moinho, o que aumenta o desgaste do equipamento e diminui o desempenho da moagem.

2.2 Colisão ou impacto

O termo colisão (ou impacto) refere-se ao evento em que dois ou mais corpos entram em contato por um curto período de tempo, exercendo, uns sobre os outros, forças relativamente elevadas. Considerando a colisão entre dois corpos, a natureza da mesma pode ser classificada em: plástica (ou inelástica), quando toda a energia do sistema é dissipada; parcialmente elástica, quando parte da energia é dissipada; e elástica, quando nenhuma energia é dissipada. No entanto, colisões perfeitamente elásticas não ocorrem na realidade, pois sempre haverá dissipação de energia, mesmo que em ínfima magnitude, na forma de calor, som ou deformação dos corpos envolvidos na colisão (STRONGE, 2000). Uma medida da inelasticidade de dois corpos em colisão pode ser obtida através do coeficiente de restituição, que será melhor apresentado na Seção 2.3.

O evento de quebra no interior de um moinho de bolas é resultado do contato entre os corpos de moagem, a parede interna e o material a ser reduzido de tamanho. Assim, colisões podem ocorrer entre os próprios corpos de moagem, entre os corpos de moagem e a parede do moinho, entre os corpos de moagem e as partículas de minério, entre as partículas de minério e a parede do moinho e entre as próprias partículas de minério. Segundo Metzger e Glasser (2013), estas colisões podem ser separadas entre aquelas que não produzem quebra, ou contatos ineficientes entre os múltiplos corpos de moagem e a parede do moinho, e aquelas que produzem quebra, ou contatos eficientes entre as múltiplas partículas de minérios, e entre as partículas de minérios, os corpos de moagem e a parede do moinho. As colisões ineficientes e a produção indesejada de finos são provavelmente as principais contribuintes para a baixa eficiência dos moinhos de bolas.

A ocorrência da moagem depende de diversos fatores, tais como: a energia de impacto, do histórico de estresse do material, da distribuição de microfissuras, etc, e dos três mecanismos de fragmentação (abrasão, impacto e compressão). Na abrasão, a quebra resulta em muitas partículas de tamanho menor do que a partícula original, chamadas de finos, e em uma única partícula de tamanho semelhante à da partícula original. Enquanto que no impacto, uma partícula é reduzida em uma ampla faixa de tamanho de partículas filhas (*progênie*). (ALDRICH, 2013). Cada um destes mecanismos pode ocorrer simultaneamente dentro de um moinho de bolas, em decorrência das diferentes energias de impacto. Como já mencionado, a

intensidade do impacto vai depender dos regimes de fluxo do material no equipamento, os quais são dependentes das variáveis operacionais do processo.

Para que um moinho de bolas funcione eficientemente deve-se, portanto, ter o fluxo do meio de moagem monitorado para garantir que as colisões sejam eficientes (evitando contato com a parede interna e outros corpos de moagem) e energéticas (causam fratura no impacto). A detecção e a contabilização das colisões e da energia envolvida neste fenômeno ainda são um tanto limitadas no campo experimental. Logo, uma complementação por meio de simulações numéricas capazes de superar esta deficiência se faz necessária. Os estudos recentes acerca deste assunto serão apresentados na Seção 2.5.

Beinert et al. (2014) calcularam a energia de fratura dos corpos de moagem através de uma expressão analítica em função do diâmetro, da densidade e da velocidade de impacto dos mesmos. Além disso, os autores também calcularam o número de contatos por unidade de tempo (taxa de contato) em função da velocidade de rotação e do nível de enchimento do moinho, do diâmetro dos corpos de moagem e da porosidade do leito. Os resultados foram comparados com simulações numéricas e concluiu-se que os modelos analíticos são muito simplificados e podem não se ajustar a moinhos operados em outras condições, como, por exemplo, em via úmida.

2.2.1. Colisões colineares de corpos rígidos

Segundo Thornton (2015), “um corpo rígido é definido como um conjunto de partículas cujas distâncias relativas são restritas de modo a permanecerem absolutamente fixas”.

Na colisão de dois corpos rígidos, assume-se que:

- a duração do contato é suficientemente breve, de forma que não há mudanças na configuração do sistema nem no movimento dos corpos durante o impacto;
- os corpos são duros e a área de contato entre eles é pequena, o que resulta em elevadas tensões locais e deformações significativas somente em uma pequena região em torno da área de contato.

Considerando a colisão frontal de dois corpos rígidos, o mecanismo da colisão pode ser descrito em cinco etapas, conforme apresentado pela Figura 2.4.

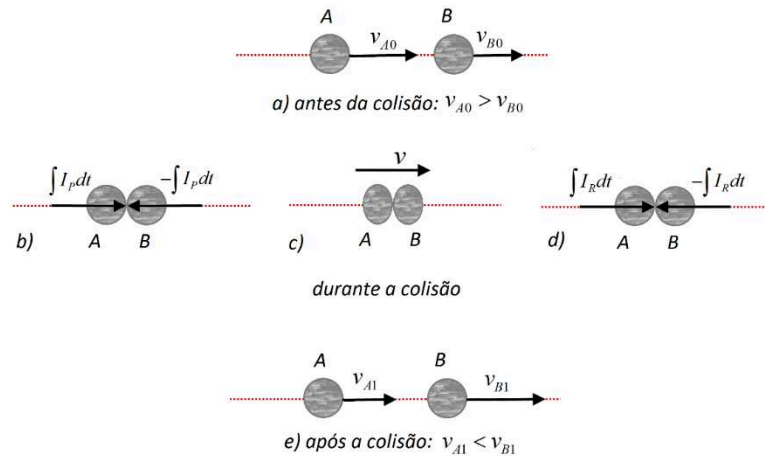


Figura 2.4: Etapas da colisão entre dois corpos A e B (Adaptado de HIBBELER, 2010).

Sejam dois corpos A e B se movendo na mesma direção antes da colisão (Figura 2.4a). No primeiro instante do impacto (Figura 2.4b), os corpos exercem um sobre o outro um impulso de compressão oposto e igual a $\int I_p dt$. A compressão aumenta até um valor máximo, instante em que o movimento relativo entre os corpos é zero e eles apresentam uma velocidade comum v (Figura 2.4c). Em seguida, um impulso de restauração afasta os corpos $\int I_R dt$ (Figura 2.4d), e estes retornam à sua forma original ou são deformados permanentemente. Por fim, os corpos perdem contato e se afastam (Figura 2.4e) (HIBBELER, 2010). Na realidade, quaisquer que sejam as propriedades dos corpos em colisão, o impulso de compressão sempre será maior do que o impulso de restauração ($\int I_p dt > \int I_R dt$).

Durante a colisão entre A e B, os impulsos de compressão e restauração são internos ao sistema e anulam-se. Logo, a quantidade de movimento do sistema é conservada, conforme mostra a Equação 2.3:

$$m_A v_{A0} + m_B v_{B0} = m_A v_{A1} + m_B v_{B1} \quad (2.3)$$

Aplicando o princípio do impulso e da quantidade de movimento a cada corpo A e B, durante a fase de compressão até alcançar a máxima deformação, no qual v é a velocidade de ambos os corpos, têm-se as Equações 2.4 e 2.5:

$$m_A v_{A0} - \int I_p dt = m_A v \quad (2.4)$$

$$m_B v_{B0} + \int I_P dt = m_B v \quad (2.5)$$

Durante a etapa de restauração, têm-se as Equações 2.6 e 2.7, para os corpos *A* e *B*, respectivamente:

$$m_A v - \int I_R dt = m_A v_{A1} \quad (2.6)$$

$$m_B v + \int I_R dt = m_B v_{B1} \quad (2.7)$$

A razão entre o impulso da força de restauração (I_R) e o impulso da força de compressão (I_P) define o coeficiente de restituição (COR) (Equações 2.8 e 2.9):

$$COR = \frac{\int I_R dt}{\int I_P dt} = \frac{m_A v - m_A v_{A1}}{m_A v_{A0} - m_A v} = \frac{v - v_{A1}}{v_{A0} - v} \quad (2.8)$$

$$COR = \frac{\int I_R dt}{\int I_P dt} = \frac{m_B v_{B1} - m_B v}{m_B v - m_B v_{B0}} = \frac{v_{B1} - v}{v - v_{B0}} \quad (2.9)$$

Eliminando a incógnita v das equações anteriores, o coeficiente de restituição pode ser expresso em termos das velocidades dos corpos *A* e *B* imediatamente antes e após o impacto, conforme mostrado na Equação 2.10:

$$COR = \frac{v_{B1} - v_{A1}}{v_{A0} - v_{B0}} \quad (2.10)$$

2.2.2. Perda de energia durante a colisão

Durante a colisão de dois corpos rígidos, uma tensão se desenvolve na região de contato e produz uma dissipação de energia cinética. Essa dissipação de energia pode ocorrer, principalmente, por meio de dois mecanismos simultâneos: propagação de ondas elásticas através dos corpos e deformação plástica. As ondas elásticas causam deformações elásticas nos corpos e são reversíveis e momentâneas. Parte dessas ondas se propagam através dos corpos,

até atingirem a interface oposta, e depois retornam ao ponto de impacto, onde causam uma dissipação adicional de energia (MUELLER et al., 2015). A propagação das ondas pelos corpos não ocorre de uma só vez, mas sucessivamente, sendo transmitida às camadas adjacentes.

Quando os corpos apresentam uma elevada energia cinética antes de se chocarem, as tensões produzidas pelo impacto excedem a tensão de deformação do material dos corpos. Dessa forma, a deformação plástica dos corpos ocorre permanente e irreversivelmente, como, por exemplo, na forma de trincas e fraturas dos corpos (GHADIRI et al., 2002). Apesar da deformação elástica ocorrer com maior frequência na colisão de corpos, a dissipação de energia por este mecanismo representa uma quantidade muito pequena quando comparada à perda de energia provocada pela deformação plástica (STRONGE, 2000).

A velocidade de incidência, a dimensão e as propriedades físicas dos corpos influenciam diretamente na dissipação de energia durante a colisão. Segundo Wu et al. (2005), a dimensão dos corpos em colisão irá influenciar na velocidade de propagação das ondas elásticas. Mueller et al. (2015) também verificaram que o choque entre corpos porosos apresenta maior dissipação de energia devido à um efeito de amortecimento. Isto porque, no instante do choque, os microporos são comprimidos e podem assumir áreas de contato microscopicamente maior, resultando em um aumento da energia dissipada.

Seifried et al. (2005) avaliaram o efeito de impactos repetidos com condições iniciais idênticas, no qual o histórico de deformação plástica da área de contato devido a impactos anteriores foi incluído. Os autores observaram que, no primeiro impacto, a deformação plástica foi elevada, já que 20 a 25% da energia cinética inicial foi perdida em deformação permanente. Durante os impactos subsequentes, a deformação plástica diminuiu e, depois de 5 impactos, nenhuma deformação plástica adicional foi observada.

2.3. Coeficiente de restituição

O coeficiente de restituição (COR) é uma medida da quantidade de energia cinética que é conservada após o choque entre as partículas. Várias são as definições encontradas na literatura para o cálculo do Coeficiente de Restituição, as quais diferem-se apenas pelas relações utilizadas para sua obtenção.

A definição mais antiga foi introduzida por Newton (1686, *apud* ANSARI et al., 2015), e é conhecida por coeficiente de restituição cinemático. Neste caso, a colisão normal de dois

corpos é descrita pela razão das velocidades relativas de ressalto e incidência dos mesmos, como já apresentado pela Equação 2.15. Outra definição é proposta por Poisson (1817, *apud* ANSARI et al., 2015), na qual o coeficiente de restituição é conhecido por cinético e é dado pela razão das forças atuantes nas fases de restituição e compressão. Por fim, proposto por Stronge (2000), o coeficiente de restituição energético é definido pelo trabalho feito pela componente normal na deformação do sistema. Stronge (2000) mostrou que estas definições são equivalentes, mas, em algumas circunstâncias, apresentam valores diferentes dependendo das características do impacto (condições de atrito, ângulo de incidência, etc).

Como o coeficiente de restituição é dado pela relação entre a energia cinética dos corpos antes e depois da colisão, ele pode assumir um valor entre 0 e 1, de acordo com a natureza das colisões:

- $COR = 0$ define uma colisão perfeitamente inelástica (ou plástica), em que ocorre a máxima redução possível de energia cinética após o impacto. Como a energia cinética está relacionada ao movimento relativo dos corpos, essa condição indica que os mesmos passam a se mover juntos após a colisão. Neste caso, o impulso de restituição é nulo $\int I_R dt = 0$;
- $0 < COR < 1$ determina uma colisão inelástica (ou parcialmente elástica), em que apenas parte da energia cinética presente antes do impacto é convertida em outras formas de energia e a outra parte é restituída aos corpos após o impacto. Este tipo de colisão é a que ocorre frequentemente em situações reais. Nesta situação, o impulso de deformação sempre será maior que o impulso de restituição $\left(\int I_P dt > \int I_R dt\right)$;
- $COR = 1$ estabelece uma colisão perfeitamente elástica, na qual toda a energia cinética é conservada e restaurada pelos corpos após o impacto. Assim, os impulsos de deformação e restituição são iguais $\left(\int I_P dt = \int I_R dt\right)$. Na prática, esta condição é ideal e não acontece em sistemas macroscópicos.

Diversos são os estudos encontrados na literatura que se dedicam a medir experimentalmente o valor do coeficiente de restituição. O método da queda-livre é o mais comumente utilizado devido à sua simplicidade, já que esta técnica é dependente apenas da gravidade para colisões normais (verticais) (Figura 2.5). A soltura de um corpo sobre outro a

uma dada altura e a determinação das velocidades antes do impacto e após o impacto definem a metodologia da queda-livre para o cálculo do COR.

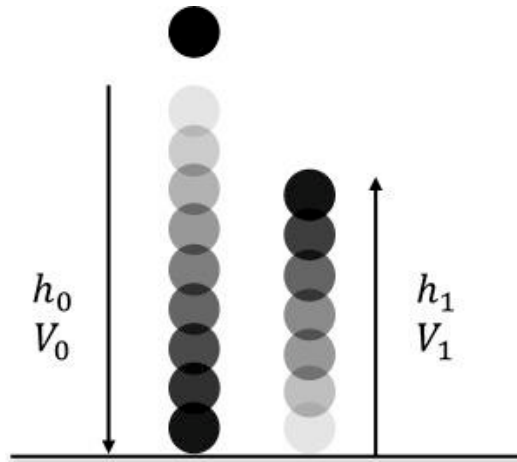


Figura 2.5: Metodologia de queda livre para determinação do coeficiente de restituição.

Segundo Foerster et al. (1994), para a determinação do COR por queda-livre, uma superfície plana pode ser considerada como uma partícula de raio infinito, de forma que o impacto possa ser analisado entre um corpo e uma superfície plana horizontal. Esta consideração é adequada pois o impacto do corpo em qualquer região da superfície reduziria a imprecisão da medida ao contrário do que seria se o impacto ocorresse entre dois corpos.

Como o coeficiente de restituição é uma medida da dissipação de energia, a espessura da superfície de impacto terá influência no valor do COR através da propagação de ondas elásticas. Nos trabalhos de Sondergaard et al. (1990) e Lima (2017), o COR foi medido pelo método de queda livre, no qual partículas esféricas se chocaram contra superfícies planas do mesmo material, conforme o conceito de raio infinito. Em ambos os trabalhos, para diversos valores de diâmetros de esferas (d) e espessuras das superfícies (l), os autores verificaram uma diminuição do COR com o aumento da razão d/l , no qual a dissipação de energia é maior.

Uchiyama et al. (2012) mediram o coeficiente de restituição de condritos (meteoritos rochosos) pelo método de queda livre. Os experimentos foram realizados com o impacto sobre uma camada de sílica porosa, buscando obter a velocidade de colagem (contato) e a taxa de dissipação de energia. Foi observada uma diminuição gradual no valor do COR com o aumento da rugosidade da superfície de impacto na camada de sílica. Esta constatação indica que as condições morfológicas da superfície de impacto também afetam o valor do COR.

A velocidade em que se encontra a partícula no momento do impacto também vai influenciar no valor do coeficiente de restituição. Segundo Sondergaard et al. (1990), a dependência do COR com a velocidade de impacto é fraca em baixas velocidades. Já em velocidades significativamente mais elevadas, a energia cinética é maior e capaz de promover a deformação plástica da superfície. Quando isto é alcançado, observa-se um aumento na dissipação de energia e, conseqüentemente, uma diminuição no valor do COR (SEIFRIED et al., 2005; HORABICK et al., 2017).

Dong e Moys (2003) mediram o coeficiente de restituição por queda livre de esferas de aço, malaquita e vidro, sobre superfícies de aço, borracha e ardósia. A velocidade de impacto foi variada alterando-se a altura de solturas das partículas. Os autores notaram que o COR diminuiu levemente com o aumento da velocidade de impacto, na faixa de velocidade investigada que é típica dos moinhos em operação (1 a 6 m/s). Eles consideraram esta observação uma boa justificativa para tratar o COR como um valor constante em moinhos.

Além da espessura da superfície e da velocidade de impacto, o coeficiente de restituição ainda é afetado pelas características físicas e geométricas dos corpos abandonados em queda livre. Aryaei et al. (2010) mediram o COR e a perda de energia no impacto em queda livre de esferas de diferentes tamanhos. Os autores verificaram que o aumento no tamanho da esfera levou a uma diminuição no valor do COR.

A técnica de queda-livre é preferencialmente aplicada para corpos com elevada esfericidade. Sabe-se que o estudo envolvendo a dinâmica de partículas irregulares (não-esféricas) é significativamente mais complicado do que para partículas esféricas. No caso da metodologia de queda livre, o impacto de partículas irregulares resultaria em trajetórias mais complexas, envolvendo a rotação dos corpos após o choque e dificultando a descrição do movimento (MARIGO e STITT, 2015).

A fim de reduzir as imprecisões na medida do COR de partículas irregulares, Li et al. (2004) monitoraram o experimento de queda-livre utilizando duas câmeras em diferentes ângulos, obtendo mais de uma visão do impacto. Wang et al. (2015) apresentaram um método para medir o COR de grãos de milho (irregulares) colidindo em uma parede obliquamente em três direções. Foi avaliado o efeito de três diferentes formatos e de cinco partes impactantes do grão utilizando-se uma câmera de alta velocidade e três espelhos.

Uma alternativa para medir o COR de partículas não-esféricas é suspendê-las em um pêndulo e liberar uma ou ambas as partículas de uma certa altura. Hlosta et al. (2018) mediram

o coeficiente de restituição de dez tipos diferentes de partículas, no qual pôde-se verificar a influência do formato, do tamanho e da densidade das mesmas. Os autores concluíram que o pêndulo foi um método adequado para materiais da indústria que geralmente tem formato irregular, mas consideraram difícil controlar o desvio dos corpos do plano de contato.

Ao longo dos anos, alguns autores desenvolveram modelos teóricos para o cálculo do COR (Tabela 2.1) considerando as propriedades e a geometria dos materiais, e a velocidade de impacto através de um parâmetro inelástico (λ).

Tabela 2.1: Modelos teóricos para o cálculo do coeficiente de restituição (COR)

Raman (1920) (apud Zener (1941))	$COR = \frac{(1 - 0,88\lambda)}{(1 + 0,88\lambda)}$	(2.11)
Zener (1941)	$COR = \frac{(1 - 0,84\lambda)}{(1 + 0,84\lambda)}$	(2.12)
Mueller et al. (2015)	$COR = \exp\left(-\frac{\pi \lambda}{\sqrt{4 - \lambda}}\right)$	(2.13)

Raman (1920) propôs uma equação semi-empírica baseada na teoria do impacto de Hertz que ajustou seus dados experimentais para valores de COR superiores a 0,5. Considerando que a energia cinética do impacto é dividida entre a criação de um campo de tensão hertziano e a propagação radial de ondas elásticas, Zener (1941) definiu e formulou um parâmetro de inelasticidade (λ) (Equação 2.14), no qual o COR pudesse ser calculado para diferentes combinações de materiais e razões de diâmetro de esfera e espessura da superfície.

$$\lambda = \left(\frac{\pi\rho_p}{\rho_s}\right)^{3/5} \frac{1}{4\sqrt{3}} \left(\frac{r}{l}\right)^2 \left[\frac{V^2\rho_s(1-\nu_s^2)}{E_s}\right]^{1/10} \left[1 + \frac{E_s(1-\nu_p^2)}{E_p(1-\nu_s^2)}\right]^{-2/5} \quad (2.14)$$

em que, a densidade (ρ), a razão de Poisson (ν), o módulo de Young (E), a velocidade de impacto da partícula (V), o raio da partícula (r) e espessura da superfície de impacto (l), os subscritos p e s se referem à partícula e à superfície, respectivamente.

A teoria de Zener (1941) mostra que o valor de COR se aproxima de zero apenas assintoticamente à medida que o valor de λ cresce. Zener (1941) desenvolveu ambas as Equações 2.11 e 2.12 em função de λ para representar, respectivamente, os dados experimentais apresentados pelo estudo de Raman (1920) e os dados experimentais obtidos em seu próprio estudo. Em ambos os trabalhos mencionados, os valores de COR foram obtidos avaliando-se o impacto em queda livre de esferas de aço sobre superfícies finas de vidro.

Mueller et al. (2015) propuseram uma expressão para o cálculo do COR (Equação 2.13), ainda em função do parâmetro de inelasticidade (λ), mas em um formato diferente das expressões desenvolvidas por Zener (1941). Os autores concluíram que a razão diâmetro da partícula/espessura da superfície não é o único fator que influencia consideravelmente na dissipação da energia de impacto. Apesar desta razão ser contabilizada quadraticamente no parâmetro de inelasticidade, a combinação dos diferentes materiais, cada qual com suas propriedades, é um fator significativo que atua sobre a energia cinética de impacto transmitida para a superfície através da propagação das ondas elásticas. Além disso, diferenças significativas entre os COR determinados experimentalmente e os COR calculados teoricamente foram verificadas pelos autores, e essas diferenças foram atribuídas às várias dissipações de energia adicionais que não foram consideradas pelo modelo.

2.4 Coeficientes de atrito

Quando dois corpos são postos em contato, sob a ação de uma força normal diferente de zero que age pressionando os corpos, duas manifestações exteriores podem ser observadas. Uma delas é a dissipação de energia, que pode ser, por exemplo, na forma de calor ou ruído, e a outra são mudanças das características físicas dos corpos através do processo de desgaste. Se a aplicação de uma força tangencial, que é paralela à superfície de contato, pode superar a força de atrito que se opõe a ela, o movimento entre os corpos (deslizamento) pode ocorrer. O desgaste será promovido pela resistência ao movimento de um corpo sobre outro, a depender das suas condições de atrito e das forças envolvidas.

A força de atrito é definida como “a força de resistência tangencial na interface entre dois corpos em que, sob a ação de uma força externa, um corpo se move ou tende a se mover em relação ao outro”. A partir daí, define-se o coeficiente de atrito como “a razão entre a força

de resistência ao movimento tangencial e a força normal que pressiona os corpos um contra o outro” (ASTM Standard G40-93, 1992).

Segundo Popov (2010), os primeiros estudos encontrados sobre o fenômeno do atrito são de autoria de Leonardo da Vinci (1452-1519), Guillaume Amontons (1663-1705) e Charles Augustin Coulomb (1736-1806), que formularam três leis clássicas do atrito em condições secas, as quais são descritas a seguir:

- a força de atrito é independente da área de contato entre os corpos;
- a força de atrito é proporcional à carga normal aplicada;
- a força de atrito independe da velocidade de deslizamento.

2.4.1. Coeficiente de atrito estático

O coeficiente de atrito estático representa o atrito oposto ao início do movimento relativo (iminente) entre os corpos. A Figura 2.6 apresenta os dois experimentos mais comumente utilizados para a medição do coeficiente de atrito: o plano horizontal (Figura 2.6a) e o plano inclinado (Figura 2.6b).

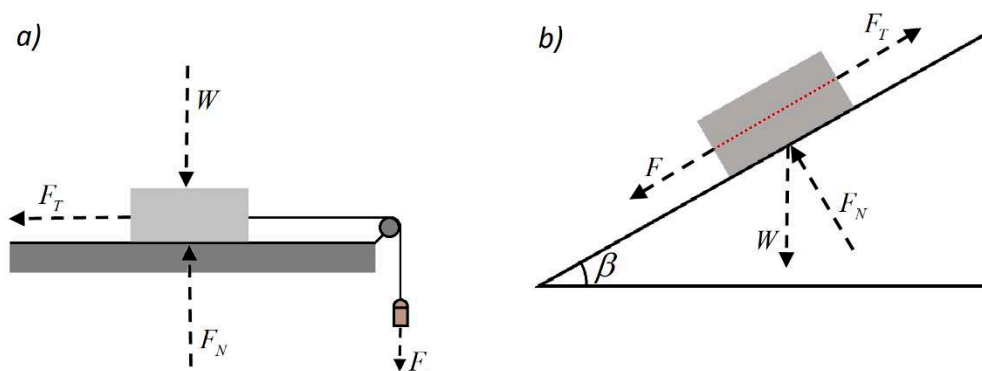


Figura 2.6: Forças envolvidas nos experimentos para a medição do coeficiente de atrito: a) plano horizontal e b) plano inclinado.

O coeficiente de atrito estático é representado por μ_s e, no plano horizontal e no plano inclinado, pode ser calculado conforme a lei de Coulomb, respectivamente, pelas Equações 2.15 e 2.16:

$$\mu_s = \frac{F_T}{F_N} = \frac{F_T}{mg} \quad (2.15)$$

$$\mu_s = \frac{F_T}{F_N} = \operatorname{tg} \beta \quad (2.16)$$

em que F_T é a força de resistência ao movimento (tangencial), F_N é a força normal, m é a massa do bloco, g a aceleração da gravidade e β o ângulo de inclinação do plano.

Similarmente, o coeficiente de atrito cinético, representado por μ_k , se relaciona à força de resistência após o início do movimento, quando a força de atrito estático já foi superada. De acordo com Popov (2010), o coeficiente de atrito cinético é aproximadamente igual ao coeficiente de atrito estático:

$$\mu_k \approx \mu_s \quad (2.17)$$

Ainda que os dispositivos para medir os coeficientes de atrito estático e cinético sejam relativamente simples, alguns parâmetros operacionais, como a aplicação da força normal e a rugosidade das superfícies, podem influenciar na determinação dos coeficientes. Segundo Maegawa et al. (2015), a superfície plana de contato pode ser considerada como deformável, e as porções ásperas da superfície deformam ligeiramente quando a força tangencial aplicada excede o limite de resistência superficial do material. Estas deformações localizadas manifestam-se como um aumento da energia interna que, de fato, faz a temperatura do bloco e da superfície subir. Além disso, segundo os autores, a área de contato interfacial aumenta linearmente com a carga normal.

A fim de medir o coeficiente de atrito estático de partículas com elevada esfericidade, alguns trabalhos optaram por colar as partículas umas nas outras, formando um aglomerado, com o intuito de promover o seu deslizamento sobre o plano inclinado (LI et al., 2005; CHEN et al., 2015). Se as medidas fossem realizadas com as partículas sozinhas, estas rolariam sobre o plano ao invés de deslizarem, fornecendo valores equivocados do coeficiente de atrito estático, e sendo influenciada por outro tipo de atrito, o de rolamento.

2.4.2. Coeficiente de atrito de rolamento

A resistência ao movimento de rolamento de partículas esféricas é definida como o atrito de rolamento. Considerando que um corpo irá se mover se houver uma força paralela (F) à superfície de contato e que existe uma força normal (F_N) atuando sobre o ponto de contato entre

a partícula e a superfície (Figura 2.7), o coeficiente de atrito de rolamento (μ_R) é dado pela Equação 2.18:

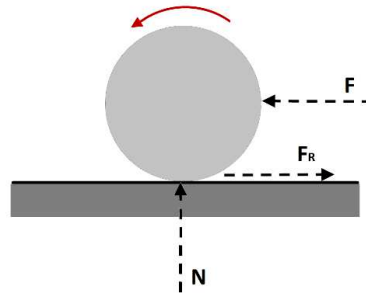


Figura 2.7: Forças atuantes sobre uma esfera em rolamento.

$$\mu_R = \frac{F_R}{F_N} \quad (2.18)$$

em que F_R é a força de resistência ao movimento (tangencial)

O atrito de rolamento desempenha um papel importante no comportamento mecânico de sistemas granulares como, por exemplo, na descarga de um recipiente, na formação de uma pilha de material, em tambores rotativos, entre outros (AI et al., 2011). A origem deste atrito na interação entre partículas pode ser resultado de dois mecanismos principais. O primeiro está relacionado à dissipação de energia no ponto de contato das partículas devido às irregularidades da superfície, microdeslizamento e adesão molecular, que resultam na desaceleração da velocidade de rolamento. Já o segundo diz respeito ao comportamento plástico das partículas, no qual, durante o rolamento, a região de contato é continuamente submetida a forças de expansão e compressão, causando a deformação plástica e, conseqüentemente, a dissipação de energia cinética (ZHENG et al., 2011).

O valor do coeficiente de atrito de rolamento geralmente apresenta-se em ordem de grandeza muito baixa, quando comparado ao coeficiente de atrito estático. No estudo de Zhou et al. (1999), foram encontrados valores de coeficiente de atrito de rolamento na ordem de 0.001 para esferas de vidro. Além disso, os autores verificaram que o ângulo de repouso das esferas de vidro aumenta com o aumento do coeficiente de atrito de rolamento.

2.5 Abordagem numérica

A simulação computacional surge com o intuito de fornecer um conhecimento mais detalhado sobre o comportamento de um sistema num determinado conjunto de condições. É uma técnica que envolve a elaboração de um modelo matemático para a descrição de um sistema real, a análise de suas características e a identificação de fenômenos e leis que regem tal sistema. Utilizando um código computacional desenvolvido, métodos numéricos são aplicados para resolver o conjunto de equações e obter a solução dos problemas analisados (SANTOS, 2008).

Em razão dos significantes progressos da tecnologia computacional nos últimos tempos, os processos de criação e análises de resultados da simulação numérica se tornaram muito menos onerosos e com tempos de resposta reduzidos em relação aos estudos experimentais. A seguir, a Tabela 2.2 lista as principais vantagens e limitações do uso da simulação numérica para a aplicação em sistemas de engenharia.

Numericamente, o escoamento granular no interior de um moinho de bolas pode ser representado através de uma modelagem monofásica ou multifásica. A modelagem monofásica, também conhecida como abordagem Lagrangeana, considera apenas a presença da fase sólida (corpos de moagem e material a ser moído), enquanto que a modelagem multifásica, conhecida também como abordagem Euleriana, considera a presença das fases sólida e fluida (corpos de moagem, material a ser moído e o ar). Estas duas aproximações ou metodologias serão detalhadas a seguir.

Tabela 2.2: Principais vantagens e limitações da simulação numérica (LAW; KELTON, 1991).

Vantagens	<ul style="list-style-type: none"> • Permite a representação de sistemas complexos ou muito difíceis de serem testados em laboratórios, e que podem causar danos, acidentes ou desastres ambientais; • elimina problemas técnicos e de viabilização econômica de experimentos em laboratório; • permite a replicação precisa dos ensaios, evitando, assim, erros sistemáticos inerentes às medidas experimentais; • flexibilidade na mudança de parâmetros e configurações do sistema; • é capaz de fornecer informações importantes do processo em regiões de difícil ou impossível medição experimental; • dependendo do problema a ser tratado, permite simular longos períodos em um tempo reduzido, fornecendo maior rapidez na aquisição de dados e, conseqüentemente, um maior número de análises.
Limitações	<ul style="list-style-type: none"> • Não é capaz de solucionar problemas por si só, o que requer uma comparação com dados experimentais; • é bastante dependente da validade do modelo matemático desenvolvido, ou seja, mesmo que seja feito um estudo detalhado dos dados de saída e seja obtida uma solução para o problema, nada adianta se o modelo criado não representa fielmente o sistema ou se os dados de entrada não são corretos; • não é uma técnica de otimização, ela só testa as alternativas dadas pelo usuário.

2.5.1. Abordagem Euleriana

Na abordagem Euleriana, que é a base da Fluidodinâmica Computacional (CFD), tanto a fase gasosa quanto a fase sólida são tratadas sob um ponto de vista Euleriano. Desta forma, apesar das partículas sólidas serem entidades individuais, o conjunto das fases dispersa e gasosa

é tratado como se fosse um meio contínuo e interpenetrante. Assim, é introduzindo o conceito de fração volumétrica das fases (α), cuja soma é igual a 1 (Equação 2.19).

$$\alpha_s + \alpha_f = 1 \quad (2.19)$$

em que os subscritos s e f denotam as fases sólidas e fluida, respectivamente.

Esta abordagem define um conjunto de equações diferenciais de conservação de quantidade de movimento, massa e energia desenvolvidas num volume de controle ocupado por ambas as fases, como expressado a seguir:

Conservação da massa na fase sólida

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_s \rho_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s) = 0 \quad (2.20)$$

Conservação da massa na fase fluida

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_f \rho_f) + \nabla \cdot (\alpha_f \rho_f \vec{v}_f) = 0 \quad (2.21)$$

Conservação da quantidade de movimento para a fase sólida

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_s \rho_s \vec{v}_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s \vec{v}_s) = -\alpha_s \nabla P - \nabla P_s - \nabla \cdot \overline{\overline{T}}_s + \alpha_s \rho_s \vec{g} + (K_{sf}(\vec{v}_f - \vec{v}_s)) \quad (2.22)$$

Conservação da quantidade de movimento para a fase fluida

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_f \rho_f \vec{v}_f) + \nabla \cdot (\alpha_f \rho_f \vec{v}_f \vec{v}_f) = -\alpha_f \nabla P - \nabla \cdot \overline{\overline{T}}_f + \alpha_f \rho_f \vec{g} + (K_{sf}(\vec{v}_s - \vec{v}_f)) \quad (2.23)$$

sendo ρ_s a massa específica da fase sólida, ρ_f a massa específica da fase fluida, \vec{v}_s o vetor velocidade da fase sólida, \vec{v}_f o vetor velocidade da fase fluida, P_s a pressão da fase sólida, P a pressão termodinâmica, $\overline{\overline{T}}_s$ o tensor tensão da fase sólida, $\overline{\overline{T}}_f$ o tensor tensão da fase fluida, g a aceleração da gravidade e K_{sf} o coeficiente de troca de *momentum* entre as fases.

A abordagem Euleriana apresenta-se como uma metodologia adequada na modelagem de escoamentos em equipamento em escala próxima à real por demandar menor custo computacional em comparação à modelagem Lagrangeana (SANTOS, 2015). No entanto, ainda

há, na literatura, um número restrito de trabalhos dedicados ao seu emprego no estudo de moinhos de bolas.

Weerasekara et al. (2014) buscaram entender o comportamento do fluxo de lama na bomba de descarga de um moinho de bolas, por meio de simulações em CFD e experimentos em laboratório. Os autores afirmaram que a simulação em CFD previu satisfatoriamente a velocidade e o formato de fluxo da carga. Segundo os autores, este trabalho pode ser considerado uma validação preliminar das técnicas de CFD, e ainda necessita de análises adicionais que incorporem a viscosidade da lama e efeitos de *scale-up* na modelagem.

Machado et al. (2017) estudaram o comportamento dinâmico dos corpos moedores no interior de um moinho de bolas com suspensores utilizando a abordagem Euleriana e observações experimentais. Neste trabalho, foi investigado como as condições de contorno na parede do moinho influenciaram na transição entre os regimes de cascadeamento, catarateamento e centrifugação dos corpos moedores.

2.5.2. Abordagem Lagrangeana

Na abordagem Lagrangeana, o comportamento das partículas sólidas em um escoamento é descrito individualmente através da aplicação do método DEM (*Discret Element Method*) ou Método dos Elementos Discretos. Esta metodologia, proposta por Cundall e Strack (1979), foi originalmente empregada para problemas que envolviam a fratura de rochas.

No Método dos Elementos Discretos (DEM), as partículas sólidas (fase dispersa) são consideradas corpos rígidos e distintos que se deslocam independentemente uns dos outros e interagem entre si. Sendo assim, a modelagem DEM baseia-se, essencialmente, no uso da Segunda Lei de Newton, para descrever a posição e a trajetória de cada partícula, e em uma lei de força-deslocamento, para quantificar as forças de interação/contato que causam o movimento das mesmas. Além disso, o método DEM inclui ainda modelos para forças de atrito, forças de campo (eletrostática, gravitacional e magnética) e pressão (SANTOS, 2015). A Figura 2.8 apresenta o algoritmo de cálculo simplificado do método DEM, no qual as etapas do ciclo se repetem a cada passo de tempo (*time-step*).

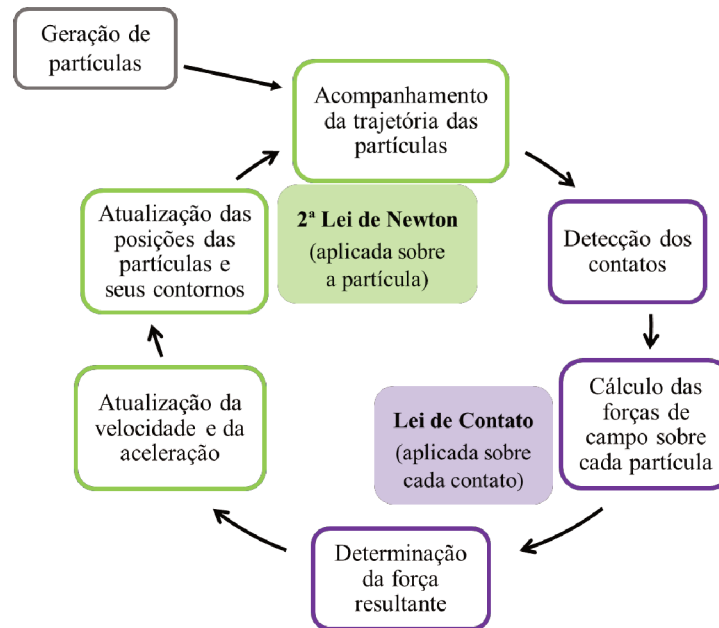


Figura 2.8: Ciclo de cálculo simplificado do método DEM (Adaptado de RESENDE, 2017)

A fim de simplificar a formulação estabelecida para o desenvolvimento do modelo pelo Método dos Elementos Discretos, algumas hipóteses são usualmente adotadas (JOHNSTONE, 2010):

- as partículas são assumidas como esféricas e rígidas;
- o contato acontece num ponto ou numa área infinitesimal entre cada partícula;
- durante o contato, é permitida a sobreposição (*overlap*) entre as partículas, cuja magnitude está relacionada com a força de contato através da lei de força-deslocamento. Estas sobreposições são pequenas em relação ao tamanho das partículas.

Na abordagem DEM, as equações governantes dos movimentos de translação e rotação de uma partícula de massa m e o seu momento de inércia I são baseados na Segunda Lei de Newton, e podem ser calculados como a seguir (GAO e SUN, 2011):

$$m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \sum_j \vec{F}_{c_{ij}} + m_i \vec{g} \quad (2.24)$$

$$I_i \frac{d\vec{\omega}_i}{dt} = -\sum_j r_{pi} \vec{n}_{ij} \times \vec{F}_{c_{ij}} \quad (2.25)$$

$$\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{v}_i \quad (2.26)$$

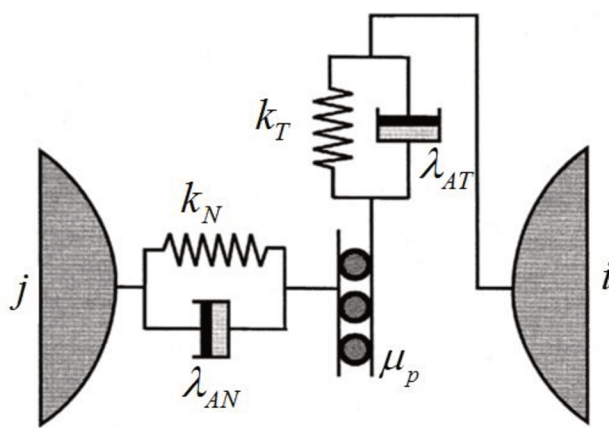
em que os subscritos i e j são utilizados para representar as partículas; \vec{v} e $\vec{\omega}$ os vetores velocidades linear e angular da partícula, respectivamente; \vec{g} a aceleração gravitacional; \vec{r} o vetor posição da partícula; r_p o raio da partícula; $\vec{F}_{C_{ij}}$ a força de contato entre as partículas i e j ; e \vec{n}_{ij} o vetor unitário normal ao longo da linha que une os centros das partículas i e j .

Quanto à lei de força-deslocamento, existem dois tipos básicos de modelos que são normalmente aplicados em simulações DEM: o modelo linear mola-amortecedor (*linear spring-dashpot model*) e o modelo não linear de Hertz-Mindlin. Eles se diferem pela forma com que a força de contato se relaciona com a deformação da partícula. Ambos os modelos serão melhor descritos a seguir:

❖ **Modelo linear mola-amortecedor:**

Proposto por Cundall e Strack (1979), este é o modelo de contato mais simples, que apresenta uma relação linear entre as forças de contato e a deformação devido à sobreposição das partículas.

As principais forças consideradas nesta modelagem são ilustradas pela Figura 2.9:



k_N e k_T são os coeficientes de rigidez da mola nas direções normal e tangencial, respectivamente;

λ_{AN} e λ_{AT} são os coeficientes de amortecimento nas direções normal e tangencial, respectivamente;

μ_p é o coeficiente de atrito.

Figura 2.9: Modelo de contato linear mola-amortecedor (Adaptado de CLEARY et al., 2000)

A força de contato resultante (F_C) é composta pela força de colisão normal (F_N) e pela força de colisão tangencial (F_T) que agem sobre a partícula:

$$F_C = F_N + F_T \tag{2.27}$$

no qual, a magnitude das forças de colisão normal e tangencial são dadas por:

$$F_N = \lambda_{AN} v_{Nij} - k_N \delta_N \quad (2.28)$$

$$F_T = \begin{cases} \mu_p F_N, & \text{se } |F_T| \leq \mu_p |F_N| \\ \lambda_{AT} v_T - k_T \delta_T, & \text{se } |F_T| > \mu_p |F_N| \end{cases} \quad (2.29)$$

em que $v_{N,ij}$ representa a velocidade relativa entre as partículas i e j e δ_N a sobreposição normal entre as mesmas. Nota-se que a força de colisão tangencial (F_T) é diretamente proporcional à força de colisão normal (F_N) e a constante de proporcionalidade é dada pelo coeficiente de atrito (μ_P).

Segundo Lima (2017), é possível estimar os valores dos coeficientes de rigidez da mola e de amortecimento através de propriedades dos materiais ou por ajuste. Além disso, o coeficiente de amortecimento normal pode ser obtido em função do coeficiente de restituição (e) referente à colisão entre as partículas através da Equação 2.30:

$$\lambda_{AN} = \sqrt{\frac{4m^*k_N}{1 + \left(\frac{\pi}{\ln e}\right)^2}} \quad (2.30)$$

no qual m^* é a massa equivalente das partículas i e j envolvidas na colisão, cujo valor é definido pela Equação 2.31:

$$m^* = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j} \quad (2.31)$$

Embora o modelo linear mola-amortecedor possua uma modelagem matemática bastante simples, ele pode ser aplicado em sistemas estáticos e dinâmicos e ainda apresentar uma alta estabilidade (PENG, 2014). Na literatura, são encontrados alguns trabalhos que utilizaram este modelo de contato para simular a colisão entre partícula e superfície, no qual a deformação é geralmente elástica e relativamente pequena.

Entretanto, o modelo linear considera constantes o coeficiente de restituição e a duração do contato, e alguns autores (DI MAIO; DI RENZO, 2005; KRUGGEL-EMDEN et al., 2007) já mostraram que ambos os parâmetros são dependentes das forças de contato. Além disso, o

modelo linear não é capaz de representar bem o contato entre as partículas quando as mesmas não são esféricas (PENG, 2014). Logo, diante deste inconveniente, Di Renzo e Di Maio (2004) e Di Maio e Di Renzo (2005) propuseram a combinação de dois modelos para representar o modelo de contato do DEM. Um deles é o modelo proposto por Hertz (1882) que, apesar de ser complexo e pouco aplicável, considera o formato das partículas a partir de um *clump*, e o outro é um modelo mais prático que foi desenvolvido por Mindlin e Deresiewicz (1953).

❖ Modelo de Hertz-Mindlin

O modelo de Hertz-Mindlin é baseado na teoria de Hertz para a direção normal e no modelo modificado de não-deslizamento de Mindlin para a direção tangencial (THORNTON, 2015). As forças de contato e a deformação devido à sobreposição estão não-linearmente relacionadas por valores de rigidez variáveis, pelas propriedades e formato das esferas em contato.

Neste modelo, a força normal (F_N) (Equação 2.32) é função da sobreposição normal (δ_N), do raio de contato equivalente (R^*) e do módulo de Young equivalente (E^*):

$$F_N = \frac{4}{3} E^* \delta_N^{3/2} \sqrt{R^*} \quad (2.32)$$

em que as Equações 2.33 e 2.34 definem o módulo de Young e o raio de contato equivalentes, respectivamente:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{(1-\nu_i)^2}{E_i} + \frac{(1-\nu_j)^2}{E_j} \quad (2.33)$$

$$R^* = \frac{r_i r_j}{r_i + r_j} \quad (2.34)$$

no qual E_i , ν_i , r_i e E_j , ν_j , r_j são, respectivamente, o módulo de Young, a razão de Poisson e o raio das partículas i e j no contato.

No modelo de Hertz, o efeito da dissipação de energia é incluído no termo que segue a lei do amortecimento viscoso (BORTOLOTTI et al., 2013). Assim, a força normal de

amortecimento (F_N^d) é dada em função da razão de amortecimento ζ , da rigidez normal S_N , da velocidade relativa normal (v_N^{rel}) e da massa equivalente (m^*):

$$F_N^d = -2\sqrt{\frac{5}{6}} \zeta \sqrt{S_N m^*} v_N^{rel} \quad (2.35)$$

$$S_N = 2E^* \sqrt{R^* \delta_N} \quad (2.36)$$

$$\zeta = \frac{\ln COR}{\sqrt{\ln^2 COR + \pi^2}} \quad (2.37)$$

Já a componente tangencial da força (F_T) (Equação 2.38) é dada em função das sobreposições tangencial (δ_T) e normal (δ_N), do raio de contato equivalente (R^*) e do módulo de cisalhamento equivalente (G^*):

$$F_T = -8\delta_T G^* \sqrt{R^* \delta_N} \quad (2.38)$$

$$\frac{1}{G^*} = \frac{2-\nu_i}{G_i} + \frac{2-\nu_j}{G_j} \quad (2.39)$$

no qual G_i e G_j são os módulos de cisalhamento das partículas i e j .

De maneira similar à força normal de amortecimento, a força tangencial de amortecimento (F_T^d) é dada conforme a Equação 2.40:

$$F_T^d = -2\sqrt{\frac{5}{6}} \zeta \sqrt{S_T m^*} v_T^{rel} \quad (2.40)$$

em que S_T é a rigidez tangencial e v_T^{rel} é a velocidade tangencial relativa.

Cabe lembrar que, conforme a limitação imposta pela lei de Coulomb (Equação 2.15), a máxima força tangencial possível é dada por:

$$F_T^{d,max} = \mu_S F_N \quad (2.41)$$

Apesar da ampla utilização do modelo de contato de Hertz-Mindlin em simulações DEM, o mesmo apresenta uma restrição ao considerar apenas as deformações puramente

elásticas e não considerar as perdas de energia por deformação plástica, que é o mecanismo de dissipação de energia mais efetivo (JOHNSTONE, 2010).

- Tempo de integração (*time-step*):

A escolha do passo de tempo é uma importante etapa nas simulações DEM, pois valores demasiadamente grandes de passos de tempo podem levar à instabilidade do sistema e a resultados fisicamente incoerentes (SANTOS, 2015). Assim, o valor de passo de tempo deve ser suficientemente pequeno a fim de garantir que não ocorra sobreposições excessivas das partículas e que o movimento das mesmas sofram perturbações apenas de suas vizinhas imediatas (THORNTON, 2015).

Usualmente, nas simulações DEM, o passo de tempo de Rayleigh (T_R) é utilizado como valor base, e uma fração deste valor é aplicada aos cálculos como uma estimativa do passo de tempo efetivo. Na literatura, recomenda-se a utilização de no máximo 20% de T_R (LIMA, 2017).

O tempo de Rayleigh é definido como o tempo que uma onda cisalhante (onda de Rayleigh) leva para se propagar através de uma partícula sólida. A Equação 2.42 apresenta a expressão matemática para o cálculo de T_R :

$$T_R = \frac{\pi r_{men}^2 \sqrt{\frac{\rho_p}{G}}}{0,1613 \nu_p + 0,8766} \quad (2.42)$$

sendo r_{men} o raio da menor partícula do sistema, ρ_p a densidade da partícula, G o módulo de cisalhamento e ν_p a razão de Poisson.

2.5.2.1. Parâmetros físicos DEM

Mesmo que a simulação DEM seja uma renomada ferramenta para a aplicação em diversos processos de engenharia, este método ainda envolve algumas limitações. Uma das principais dificuldades do método DEM é a necessidade da especificação de parâmetros de entrada que são requeridos pelo método numérico. Estes parâmetros estão relacionados às propriedades do material particulado, tais como o tamanho, a densidade, o módulo de cisalhamento e a razão de Poisson, bem como relacionados às interações partícula-partícula e

partícula-parede, como os coeficientes de restituição e de atrito estático e de rolamento. Muitos destes parâmetros são utilizados nos cálculos dos modelos de colisão e, por isso, exercem influência sobre a orientação e velocidade de cada partícula após os choques (BRANDÃO, 2017).

Normalmente, estes parâmetros são determinados por medida indireta, também conhecida como calibração, isto é, os valores dos parâmetros são alterados na simulação DEM até que a resposta coincida com as propriedades *bulk* do material, as quais foram medidas experimentalmente. No entanto, o ajuste dos parâmetros DEM por calibração pode levar a um conjunto de valores que não necessariamente têm um significado físico (CHUNG, OOI, 2008; COETZEE, 2017). Além disso, mesmo que os parâmetros ajustados por calibração apresentem um significado aceitável, alguns autores reportaram que mais de um conjunto de valores foram capazes de representar o comportamento *bulk*, levando à mesma resposta (SILVERIO et al., 2014; CUNHA et al., 2016). Por esta razão, não se pode garantir que os valores serão adequados para a implementação no modelo DEM de processos similares (MARIGO, STITT, 2015).

Por outro lado, os parâmetros DEM podem ser medidos experimentalmente de maneira direta e em nível individual. Entretanto, a metodologia de medida direta de alguns parâmetros ainda não é muito difundida, já que não são facilmente encontrados na literatura procedimentos padronizados o suficiente para este fim (COETZEE, 2017). Uma considerável vantagem da medida direta quando comparada à calibração é a certeza de estar aplicando o valor real e preciso do parâmetro com o seu autêntico significado físico nos cálculos DEM. Contudo, a aplicabilidade da medida direta não é muito satisfatória para partículas com formato irregular, devido à dificuldade de definir as características de partículas heterogêneas e complexas (MARIGO; STITT, 2015). Ainda assim, vale mencionar que, algumas vezes, os parâmetros determinados experimentalmente podem não representar o comportamento *bulk*, já que as medidas são comumente realizadas com uma única partícula, e não consideram o comportamento de toda a população de material (MACHADO, 2017).

Assim sendo, nota-se que é de extrema importância que os valores dos parâmetros sejam corretamente especificados ao modelo, a fim de assegurar que os resultados da simulação se aproximem ao máximo daqueles obtidos via ensaios experimentais, minimizando as discordâncias entre os dois procedimentos (CHUNG e OOI, 2008).

2.5.2.2. Modelo das partículas ligadas (*Bonded Particle Model -BPM*)

A fim de representar o fenômeno da quebra durante a moagem, Potyondy e Cundall (2004) desenvolveram um modelo das partículas ligadas (BPM, do inglês *Bonded Particle Model*) e o incorporaram à formulação DEM. O conceito do modelo BPM é baseado na união e ligação de partículas rígidas e esféricas em seus pontos de contato, podendo formar um corpo de formato arbitrário. As partículas ligadas (primárias) são conectadas por meio de ligações que podem ser vistas como um conjunto de molas elásticas uniformemente distribuídas que transfere movimento translacional e rotacional de uma partícula a outra (GHODKI et al., 2018). Os movimentos relativos das partículas constituintes podem levar à quebra ou à deformação das ligações, o que torna as partículas agrupadas quebráveis ou flexíveis.

No modelo BPM, o material em macroescala é sintetizado a partir das interações dos componentes em microescala. Assim, a formação das ligações entre as partículas pode ser comparada à adição de cimento entre os grãos de uma rocha. A deformação e a formação de danos sob carga crescente de um conjunto de partículas ligadas devem ser semelhantes ao de uma rocha, no qual ambos os sistemas evoluem gradualmente para um estado granular (POTYONDY, CUNDALL, 2004). O comportamento mecânico de um espécime agrupado pelo modelo BPM é descrito pelo movimento de cada partícula constituinte juntamente com as forças e os momentos que atuam em cada ligação. A Figura 2.10 ilustra uma ligação (cola) entre duas esferas (i e j), cujas forças (F_b) e momentos (M_b) incrementais que agem nesta ligação estão apresentados na Tabela 2.3:

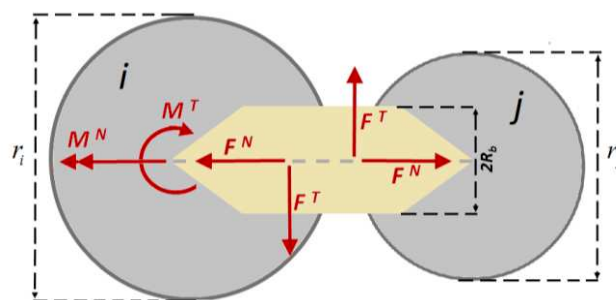


Figura 2.10: Ligação entre duas esferas através do Modelo das Partículas Ligadas (BPM)
(Adaptado de JIMENEZ-HERRERA et al., 2018).

Tabela 2.3: Componentes que agem na ligação entre duas esferas (i e j)

Força Normal	$\Delta F_b^N = -k_b^N A_b v^N \Delta t$	(2.43)
Força Tangencial	$\Delta F_b^T = -k_b^T A_b v^T \Delta t$	(2.44)
Momento Normal	$\Delta M_b^N = -k_b^T J w^N \Delta t$	(2.45)
Momento Tangencial	$\Delta M_b^T = -k_b^N I w^T \Delta t$	(2.46)

nos quais k_b^N e k_b^T são, respectivamente, as rigidez da cola nas direções normal e tangencial, e v^N , v^T , w^N e w^T são as velocidades lineares normal e tangencial, e as velocidades angulares normal e tangencial, respectivamente. I , J e A_b são, respectivamente, o momento de inércia, o momento polar de inércia e a área da seção transversal da ligação, cujas expressões são dadas por:

$$I = \frac{1}{4} \pi R_b^4 \quad (2.47)$$

$$J = \frac{1}{2} \pi R_b^4 \quad (2.48)$$

$$A_b = \pi R_b^2 \quad (2.49)$$

em que R_b é o raio de contato da ligação, que determina a área em que a ligação é formada e depende do diâmetro da menor esfera em contato. Se o raio de contato entre duas partículas se sobrepuserem durante a formação da ligação, então duas partículas serão unidas (EDEM Simulation, 2016). Vale mencionar que a força aplicada à entidade de ligação é incremental e é contabilizada a cada *time-step*. Isso significa que o modelo BPM pode representar a quebra como resultado de várias colisões ao longo do tempo (METZGER e GLASSER, 2012; 2013).

A intensidade com que a entidade de ligação mantém as esferas unidas pode resistir à um máximo de tensão normal (σ_{\max}) e cisalhante (τ_{\max}), que são dados por:

$$\sigma_{\max} = \frac{F_b^{N,total}}{A_b} + \frac{2M_b^N}{J} R_b \quad (2.50)$$

$$\tau_{\max} = \frac{F_b^{T,total}}{A_b} + \frac{2M_b^T}{J} R_b \quad (2.51)$$

Se as tensões normal ou cisalhante excederem os valores máximos definidos pelas Equações 2.50 e 2.51, respectivamente ($\sigma > \sigma_{\max}$ ou $\tau > \tau_{\max}$), então a ligação se rompe e a conexão entre as partículas é removida. Nota-se que ambos os valores limites não precisam ser excedidos para que a ligação se rompa, basta um.

Analogamente ao modelo de contato de Hertz-Mindlin, o modelo BPM exige a entrada de parâmetros mecânicos e propriedades da entidade de ligação, como as rigidez normal e tangencial, as tensões normal e cisalhante máximas e o fator de multiplicação do raio de ligação (ϕ), que define o próprio raio da cola ($R_b = \phi \min(r_i, r_j)$). A estimativa dos parâmetros de ruptura é uma tentativa de igualar a energia média necessária para fraturar as partículas. Visto que estudos experimentais não conseguem identificar estes parâmetros constitutivos por se tratarem de propriedades em microescala do material, uma abordagem de calibração é frequentemente utilizada para selecioná-los. Neste caso, a calibração envolve a variação dos parâmetros até que a resposta do modelo corresponda às respostas experimentais equivalentes (CHEHREGHANI et al., 2017). Testes de compressão uniaxial são normalmente empregados para reproduzir o comportamento de ruptura do material, através da análise dos dados de força aplicada por deformação resultante.

2.5.3. Aplicabilidade da abordagem Lagrangeana a moinho de bolas

A abordagem Lagrangeana já é uma ferramenta consolidada no estudo da operação de moagem, sendo capaz de fornecer informações a respeito da quantidade de colisões entre os corpos e da energia envolvida, das taxas da quebra do material, etc. Weerasekara et al. (2013) apresentaram uma revisão detalhada de como a metodologia DEM contribuiu para a ciência da moagem aplicada ao processamento mineral e à indústria agregada. Os autores ressaltaram alguns êxitos recentes do DEM como, por exemplo, o desenvolvimento do conceito de quebra incremental e a previsão de desgaste do revestimento do moinho. Os principais desafios da área também foram destacados pelos autores, como a lacuna ainda existente entre a utilização rotineira de modelos simplistas semi-empíricos na indústria e a aplicação dos resultados minuciosos e complexos das simulações DEM.

Geng et al. (2016) estudaram a mistura de partículas em um moinho de bolas com sensores adotando o DEM, que permitiu analisar a dinâmica das colisões, o comportamento

da mistura e o processo de moagem. Foram analisados os efeitos da granulometria irregular, do tamanho e da densidade das partículas, e da velocidade de rotação. Os autores verificaram que as colisões entre as partículas tendem a ser maiores especialmente para as de menor tamanho, que estão em maior quantidade e para as partículas mais densas.

Xu et al. (2018) utilizaram o DEM e um modelo de erosão para prever o desgaste do revestimento no interior de um moinho SAG, analisando os efeitos da velocidade de rotação e do formato dos suspensores. Os autores observaram que a taxa de desgaste aumentou com a velocidade de rotação e com a altura do suspensor.

Santhanam e Dreizin (2012) utilizaram a metodologia DEM para descrever a energia transferida dos corpos de moagem para o material a ser moído. Os coeficientes de atrito estático e de rolamento das esferas de aço foram obtidos a partir de calibração experimental dentro de um moinho com o respectivo modelo DEM. Os autores verificaram que a melhor combinação para os coeficientes de atrito estático e de rolamento para as esferas de aço foram de 0,30 e 0,05, respectivamente.

Barrios et al. (2013) mediram experimentalmente os parâmetros do modelo de contato DEM de pelotas de minério de ferro. Os resultados experimentais dos parâmetros foram aplicados à simulação DEM em um moinho de bolas considerando as pelotas moldadas como *clumps*, a fim de estimar sua forma natural, e como esferas individuais. Os autores verificaram, em uma análise qualitativa, que quando as pelotas foram descritas de forma simplista como esferas, a simulação DEM do comportamento de fluxo no moinho não mais correspondeu aos resultados experimentais.

Metzger e Glasser (2013) implementaram o modelo das “partículas ligadas” (BPM) juntamente com o DEM para analisar a quebra de partículas ligadas em aglomerados (materiais frágeis) dentro de um moinho de bolas. Foi analisado o efeito de variáveis como a força de ligação do aglomerado, o diâmetro dos corpos de moagem, o nível de enchimento e a velocidade de rotação. Os autores verificaram que a força de aglomeração e o diâmetro do meio de moagem afetaram a quebra significativamente, ao passo que o enchimento dos corpos de moagem teve um menor efeito.

Ghodki et al. (2018) utilizaram dos modelos BPM e DEM para entender as características de dinâmica de fluxo e ruptura de sementes de pimenta do reino em um moinho. Os parâmetros do modelo foram calibrados via teste de compressão de modo que as propriedades do material pudessem ser representadas. A validade dos parâmetros calibrados foi testada na simulação e mostraram boa concordância com as medidas experimentais, tanto qualitativa quanto quantitativamente.

CAPÍTULO 3

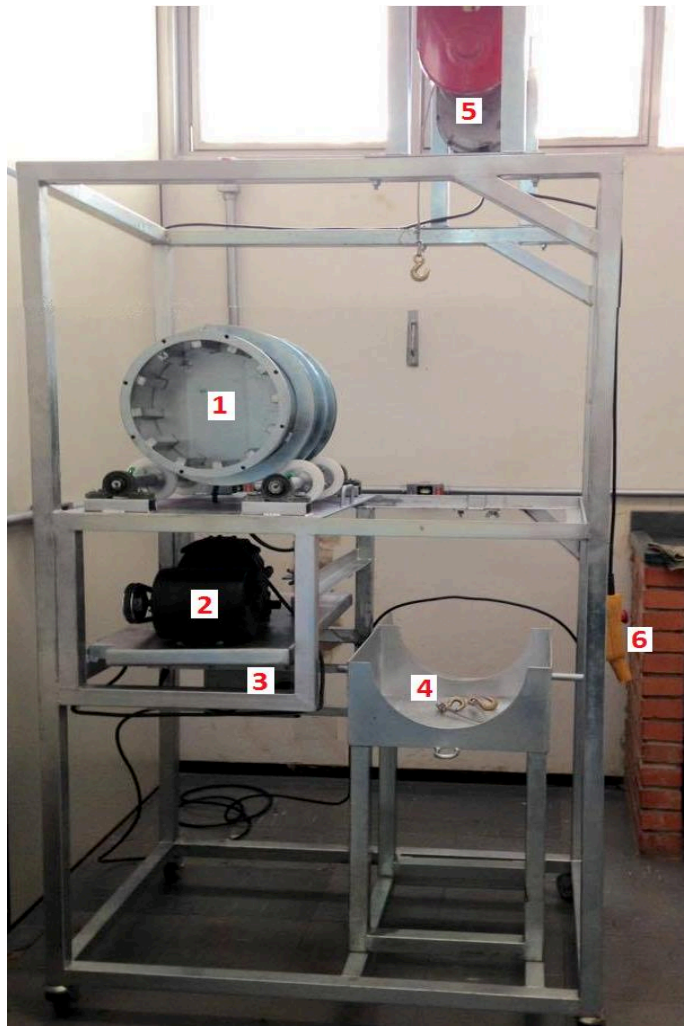
Materiais e Métodos

Este capítulo apresenta a caracterização do material utilizado neste trabalho e a unidade experimental, bem como as metodologias experimentais de determinação dos parâmetros de entrada no modelo DEM. Além disso, é apresentada a metodologia numérica utilizada no estudo do comportamento do material e da moagem.

3.1. Unidade experimental: moinho de bolas

Os experimentos deste trabalho foram conduzidos em uma unidade experimental localizada no Laboratório de Granulação da Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia (FEQUI/UFU). A Figura 3.1 mostra a unidade construída para os estudos experimentais. Esta unidade consiste de um moinho cilíndrico (item 1) operado na horizontal, no qual um motor elétrico de 1 cv (item 2) acoplado a um inversor de frequências (item 3) permitiu o controle e a variação da velocidade do moinho. Outro motor (item 5) é posicionado na parte superior da estrutura, com a finalidade de elevar e repousar o moinho no suporte logo abaixo do mesmo (item 4), facilitando o carregamento e o descarregamento do material no interior do equipamento. A operação deste último motor é possível através do manuseio de um controle (item 6).

O moinho cilíndrico (item 1) é fabricado em aço carbono e possui um diâmetro interno de 30 cm e um comprimento de 45 cm. Em seu interior, 12 suspensores quadrados (2 x 2 cm) foram fixados igualmente espaçados ao longo de 35 cm de seu comprimento, no qual 10 cm na extremidade do comprimento não possui suspensores. A parede frontal do moinho consiste de um vidro temperado, que possibilita a observação do movimento do material no interior do equipamento. A parede traseira é ajustável por uma rosca e, por isso, é móvel ao longo do eixo horizontal, o que permite a variação do comprimento do moinho.



- 1 - Moinho cilíndrico
- 2 - Motor de 1 cv
- 3 - Inversor de frequências
- 4 - Suporte para carregamento e descarregamento do moinho
- 5 - Motor para elevação do moinho
- 6 - Controle do motor para movimentação do moinho

Figura 3.1: Unidade experimental do moinho de bolas.

3.2. Caracterização dos corpos moedores e do minério

Os corpos moedores utilizados neste trabalho foram esferas de aço-cromo de diâmetros de 20, 25, 30, 35 e 40 mm, conforme apresentado pela Figura 3.2. Ao contrário das esferas de 20 e 25 mm, as esferas de 30, 35 e 40 mm não possuíam exatamente tais diâmetros, variando-se em torno de ± 1 mm, além de não serem perfeitamente esféricas e apresentarem algumas irregularidades. No entanto, neste trabalho, as mesmas serão tratadas como esferas conforme o seu diâmetro nominal.

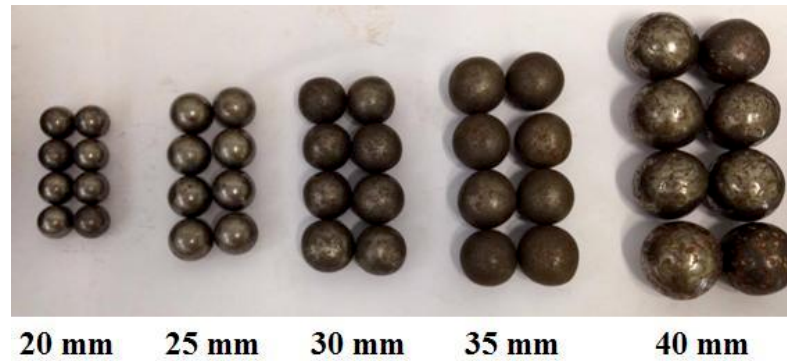


Figura 3.2: Esferas de aço-cromo utilizadas como corpos moedores.

O material escolhido para ser moído foram fragmentos de rochas de quartzito, com granulometria definida pelos seus diâmetros médios de peneira, os quais foram: 6,35; 9,52 e 12,7 mm (Figura 3.3).



Figura 3.3: Amostras de quartzito nas diferentes faixas de tamanho utilizadas.

As esfericidades das partículas de quartzito foram calculadas através da definição apresentada por Peçanha e Massarani (1986), cujo valor é dado pela razão entre o diâmetro do círculo inscrito (d_i) e o diâmetro do círculo circunscrito à partícula (d_c) (Equação 3.1). Para cada faixa de diâmetro médio, a esfericidade foi calculada para 32 partículas, através de análise de imagem utilizando-se o *software* ImageJ®.

$$\Phi = \frac{d_i}{d_c} \quad (3.1)$$

Para ambos os materiais, esferas de aço-cromo e partículas de quartzito, a densidade foi aferida pela técnica de picnometria líquida utilizando-se água. O testes foram realizados em triplicatas e utilizou-se a média dos resultados. Além disso, de posse dos valores de densidade

dos dois materiais, a porosidade do leito de partículas pôde ser medida diretamente, contabilizando-se o volume de água que preencheu os espaços vazios das partículas empacotadas.

O ângulo de repouso do leito dos materiais foi medido utilizando-se um container retangular, de geometria e dimensões idênticas àquelas apresentadas no trabalho de Zhou et al. (1999). A Figura 3.4 mostra as pilhas formadas após a retirada das comportas laterais das esferas de aço de diâmetro de 20 mm e das partículas de quartzito em uma combinação dos três tamanhos apresentados na Figura 3.3.



Figura 3.4: Ângulo de repouso medido das pilhas formadas de (a) esferas de aço-cromo de 20 mm e (b) partículas de quartzito.

A metodologia apresentada por Zhou et al. (1999) resulta na formação de uma pilha superior com duas inclinações externas e duas pilhas inferiores com duas inclinações internas. Assim, foram feitas medidas do ângulo de repouso externo (parte superior) e interno (parte inferior), tomando a média das medidas dos ângulos formados do lado esquerdo e direito. É adequado utilizar as médias das inclinações esquerda e direita, já que a medida do ângulo de repouso é difícil de ser feita com precisão e, assim, os erros podem ser diminuídos.

3.3. Medida experimental dos parâmetros DEM

Uma vez que a metodologia DEM requer a especificação de parâmetros físicos, a saber: o coeficiente de restituição, o coeficiente de atrito estático e o coeficiente de atrito de rolamento,

a determinação dos mesmos foi realizada experimentalmente, seguindo procedimentos padrões descritos na literatura. Neste estudo, a determinação experimental dos parâmetros foi efetuada considerando apenas as interações partícula-partícula dos materiais presentes no interior de um moinho de bolas.

3.3.1. Coeficiente de restituição

O coeficiente de restituição, denominado neste trabalho pela sigla COR, foi determinado pela metodologia de queda-livre, que consiste em abandonar uma partícula a uma determinada altura sobre uma superfície plana e assim medir a energia cinética antes e após o impacto. Neste ensaio, quando a partícula em queda atinge a superfície estacionária, apenas a partícula está em movimento e a velocidade da superfície permanece igual a zero. Dessa forma, a Equação 2.10 pode ser simplificada na forma da Equação 3.2:

$$COR = \frac{v_{A1}}{v_{A0}} \quad (3.2)$$

De acordo com Aryaei et al. (2010), a resistência do ar pode ser negligenciada, então o coeficiente de restituição pode ser reescrito e expresso pela Equação 3.3:

$$COR = \sqrt{\frac{H_1}{H_0}} \quad (3.3)$$

em que H_0 representa a altura em que a partícula é abandonada e H_1 a sua altura de ressalto, após o impacto.

Conforme o estudo de Marinack Jr. et al. (2013), o cálculo do coeficiente de restituição utilizando a equação das velocidades (Equação 3.2) levou a resultados de simulação com flutuações na ordem de 20%, enquanto que ao se utilizar a equação das alturas (Equação 3.3), as variações foram menores que 1%.

A Figura 3.5 ilustra o aparato experimental do sistema de queda livre utilizado neste trabalho. O sistema possui uma bomba a vácuo (1) que está conectada a uma haste universal (2) através de uma mangueira flexível (3), cujo bocal mantém a partícula (4) fixa pela ação de sucção. Quando o vácuo é interrompido, a partícula é despreendida e abandonada em queda livre

a uma altura H_0 , colidindo verticalmente sobre a superfície de impacto (5) e depois ressalta a uma altura H_1 .

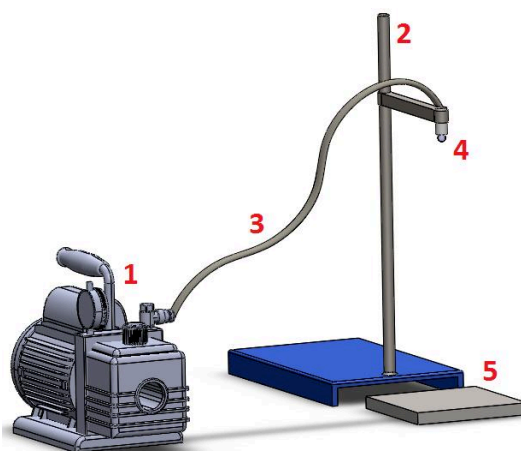


Figura 3.5: Esquema do aparato experimental utilizado para a medição do coeficiente de restituição pela metodologia de queda livre.

Uma câmera de alta velocidade (marca *Fastec*, modelo IL5) foi utilizada para capturar os momentos de soltura, colisão e ressalto da partícula, a uma velocidade de gravação de 500 *frames/s*. As filmagens foram submetidas à análise de imagem e, utilizando-se o *software MeasureTM*, foi possível obter as alturas de soltura (H_0) e de ressalto (H_1) da partícula. Deste modo, os valores dos coeficientes de restituição foram calculados a partir da Equação 3.3. Vale mencionar que apenas os ressaltos verticais foram considerados no cálculo do COR.

A movimentação vertical do bocal de sucção ao longo da haste universal permitiu que o coeficiente de restituição fosse analisado em diferentes alturas de soltura (H_0): 50, 100, 150 e 200 mm, a fim de verificar se a velocidade de impacto influencia na medida do mesmo.

A fim de representar as interações entre as partículas no interior de um moinho de bolas, o coeficiente de restituição foi determinado entre o aço-cromo consigo mesmo (corpo moedor), entre o quartzito consigo mesmo (material a ser moído) e entre o aço-cromo e o quartzito. A Figura 3.6 apresenta as superfícies de impacto de aço-cromo de espessuras iguais aos diâmetros das esferas apresentadas na Figura 3.2. Já a Figura 3.7 mostra a esfera de quartzito (diâmetro 33,6 mm) e a superfície plana de quartzito (espessura 20,6 mm).

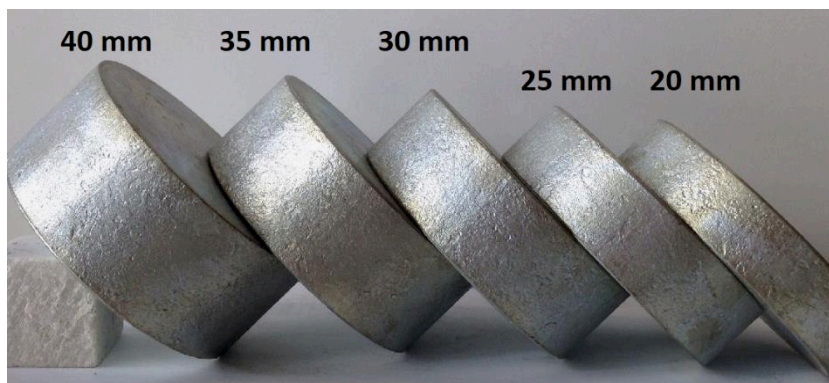


Figura 3.6: Superfícies de impacto de aço-cromo para a medição do COR pela metodologia de queda-livre.

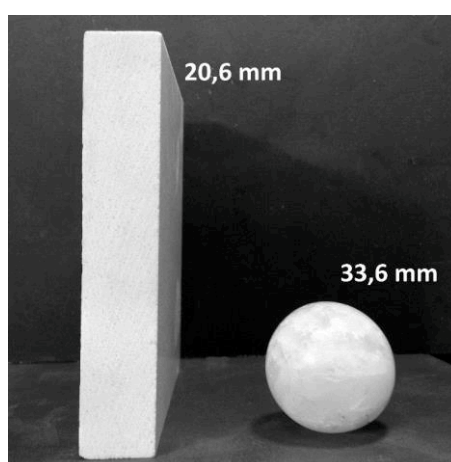


Figura 3.7: Superfície de impacto e esfera de quartzito para a medição do COR pela metodologia de queda livre.

Neste sentido, foram avaliadas as colisões entre as esferas e as superfícies, para todas as combinações possíveis de diâmetros de esferas e espessuras de superfícies, para os três tipos de interações entre os materiais mencionados anteriormente. Ou seja, o coeficiente de restituição foi analisado para pares esfera-superfície de mesma dimensão e para pares esfera-superfícies de diferentes dimensões. Todos os testes foram realizados com cinco repetições para cada altura de soltura (H_0) em todas as combinações de partícula-superfície.

3.3.2. Coeficiente de atrito estático

Para a determinação do coeficiente de atrito estático (μ_s) considerando as interações dos materiais estudados neste trabalho, utilizou-se de um plano com inclinação variável, de acordo com a metodologia definida pela ASTM G115-10 (2013). A Figura 3.8 ilustra o aparato

descrito anteriormente, que é composto por dois pistões hidráulicos, cuja finalidade era aumentar a inclinação do plano gradativamente e sem perturbações. Assim, o coeficiente de atrito estático é definido como a tangente do ângulo β (Equação 2.16) formado no momento em que uma partícula começa a deslizar sobre a superfície em que a mesma está depositada.

O coeficiente de atrito estático foi medido para as seguintes interações: aço-cromo consigo próprio (corpo moedor), quartzito consigo próprio (material a ser moído) e aço-cromo e quartzito. Para isto, buscando representar as três interações mencionadas, dois tipos de superfícies foram posicionadas e firmemente aderidas sobre o plano inclinado. A primeira delas consistiu de superfícies lisas e planas de aço-cromo e quartzito, as mesmas utilizadas no cálculo do coeficiente de restituição (Seção 3.3.1) e apresentadas pelas Figuras 3.6 e 3.7, respectivamente. O outro tipo de superfície utilizado era composto por uma monocamada de esferas de aço-cromo e por uma monocamada de partículas de quartzito. Em ambas as superfícies, as partículas foram aderidas em monocamadas de maneira aleatória. A justificativa de se utilizar superfícies compostas por monocamadas de partículas é a tentativa de assemelhar as interações entre os materiais à realidade do ambiente interno do moinho de bolas. Isto é, simular o comportamento *bulk* dos materiais durante suas interações utilizando-se um conjunto populacional dos mesmos.

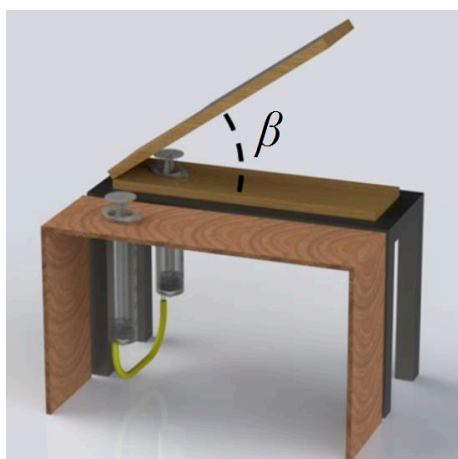


Figura 3.8: Esquema do dispositivo utilizado para a medição do coeficiente de atrito estático (LIMA, 2017).

Além dos arranjos das partículas aderidas à superfície do plano inclinado, as esferas de aço-cromo foram agrupadas (Figura 3.9a), visando impedir que as mesmas rolassem sobre a superfície à medida que a inclinação do plano aumentasse. Esta adaptação de agrupar as partículas esféricas foi também empregada nos trabalhos de Li et al. (2005) e Chen et al. (2015)

e, visto que é mais fácil que uma esfera role por um plano inclinado ao invés de deslizar. Já a partícula de quartzito (Figura 3.9b) foi utilizada individualmente, por não apresentar tendência ao rolamento devido ao seu formato irregular.



Figura 3.9: a) Aglomerado de esferas de aço-cromo e b) partícula de quartzito, ambos utilizados na medição do coeficiente de atrito estático

As medidas experimentais foram tomadas com o auxílio de uma câmera de alta velocidade, que permitiu uma maior precisão na medida do ângulo (β), cujo valor era aferido no momento em que as partículas começavam a se mover com o aumento da inclinação do plano. Para cada interação entre os materiais analisada, os testes foram realizados utilizando-se os dois tipos de superfícies mencionadas (plana e monocamadas), em um total de 10 repetições para cada condição.

3.3.3. Coeficiente de atrito de rolamento

O coeficiente de atrito de rolamento (μ_r) foi determinado conforme a metodologia descrita na ASTM G194-08 (2013), que consiste na utilização de um dispositivo de lançamento na forma de uma rampa inclinada, cujas dimensões são mostradas na Figura 3.10.

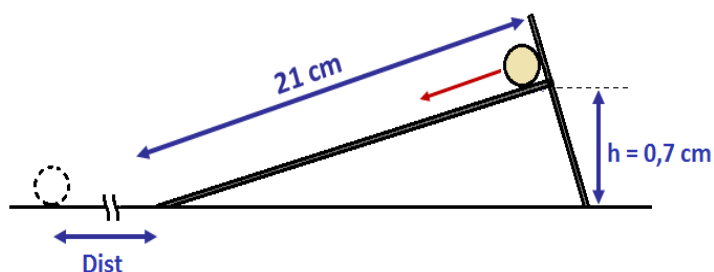


Figura 3.10: Dispositivo de lançamento utilizado na medição do coeficiente de atrito de rolamento.

Neste procedimento, a partícula esférica era colocada no ponto mais alto da rampa e, em seguida era abandonada, dando início ao movimento de rolamento. Depois de percorrer toda a rampa, a partícula continua rolando sobre a superfície plana, até cessar o movimento e retornar ao repouso. Assim, o valor do coeficiente de atrito de rolamento é obtido pela razão entre a altura da rampa (h) e a distância percorrida pela partícula ao deixar a rampa até atingir o repouso ($Dist$) (Equação 3.4). Vale mencionar que a trajetória da partícula deve ser retilínea após deixar a rampa e somente esta condição foi considerada na medida da distância percorrida $Dist$.

$$\mu_R = \frac{h}{Dist} \quad (3.4)$$

Neste trabalho, o coeficiente de atrito de rolamento foi medido considerando as interações aço-cromo consigo mesmo e aço-cromo e quartzito. Para isto, a superfície plana na qual a partícula percorre após deixar a rampa era feita de aço e com um 1 m de comprimento e as partículas abandonadas na rampa foram esferas de aço-cromo de 20 e 25 mm e uma esfera de quartzito de diâmetro 33,6 mm, que são as mesmas utilizadas no cálculo do coeficiente de restituição descrito anteriormente (Seção 3.3.1). O coeficiente de atrito de rolamento do quartzito consigo mesmo não foi determinado neste trabalho devido à dificuldade de se encontrar uma superfície plana de quartzito de comprimento suficientemente grande para o deslocamento da esfera após esta deixar a rampa inclinada.

3.4. Moagem experimental do quartzito

A fim de validar os resultados obtidos na simulação numérica (Seção 3.5), foram realizados testes experimentais de moagem do quartzito no moinho de bolas apresentado na Seção 3.1. Para isso, o moinho foi preenchido com 20% de seu volume total, sendo 10% composto pelos corpos moedores (esferas de aço-cromo de diâmetro 20 mm) e 10% de quartzito, com proporções idênticas dos três tamanhos estudados referentes aos diâmetros de peneira iguais a: 6,35, 9,52 e 12,70 mm. Os materiais foram inicialmente dispostos lado a lado, conforme mostra a Figura 3.11. Os testes foram realizados nas velocidades determinadas pelos resultados da simulação, e os mesmos foram executados durante 3 minutos, contando com 5 repetições em cada condição.



Figura 3.11: Condição inicial da moagem, com esferas de aço-cromo e partículas de quartzito dispostos lado a lado.

3.5. Metodologia numérica utilizando a abordagem Lagrangeana (DEM)

As simulações numéricas apresentadas neste trabalho utilizaram o Método dos Elementos Discretos (DEM) e foram realizadas por meio do *software* EDEM[®]. A Tabela 3.1 apresenta as condições utilizadas na execução das simulações numéricas.

A fim de garantir a estabilidade numérica, utilizou-se de passos de tempo equivalentes a 20% do tempo de Rayleigh. O tempo de Rayleigh é função das propriedades das partículas e, como neste trabalho foram simulados diversos tipos de partículas (quartzito e aço-cromo) em diferentes tamanhos, o passo de tempo variou para cada caso estudado.

Os valores de módulo de cisalhamento utilizados são 1000 vezes menores do que o valor apresentado na literatura e o valor medido experimentalmente. Segundo Zhou *et al.* (2002), a redução deste parâmetro em até mil vezes o seu valor original não acarreta em mudanças significativas no resultado da simulação. Logo, esta consideração foi adotada, a fim de reduzir o tempo de simulação, visto que o passo de tempo utilizado foi calculado com o tempo de Rayleigh, que é uma função do módulo de cisalhamento.

Tabela 3.1: Condições utilizadas nas simulações numéricas executadas no software EDEM®

Modelos	Hertz-Mindlin (sem deslizamento)
	Hertz-Mindlin with bonding
Tamanho da célula	3 R min
Passo de tempo (s)	20% do tempo de Rayleigh
Densidade (kg/m ³)	
Quartzito	2682,0
Aço-cromo	7803,0
Aço-carbono	7800,0
Razão de Poisson [-]	
Quartzito	0,14 ^(a)
Aço-cromo	0,28 ^(b)
Aço-carbono	0,29 ^(d)
Módulo de Cisalhamento (Pa)	
Quartzito	1,03 x 10 ⁷ ^(c)
Aço-cromo	2,03 x 10 ⁸ ^(b)
Aço-carbono	8,00 x 10 ⁷ ^(d)

(a) ASTM STP 169B (1978)

(b) Kruggel-Emden et al. (2007)

(c) Medido experimentalmente (Seção 3.5.2)

(d) Metals Handbook (1990).

3.5.1. Metodologia de calibração dos parâmetros DEM

Os valores dos parâmetros de interação partícula-parede foram determinados neste estudo através de uma metodologia de calibração, baseada no trabalho de Santhanam e Dreizin (2012). A Figura 3.12 ilustra a metodologia experimental utilizada na calibração dos parâmetros, que consiste em rastrear a posição vertical (em Y) da partícula esférica em rolamento na extremidade de 10 cm do moinho de bolas que não possui suspensores. A partícula é liberada da posição Y_0 igual a 15 cm (raio do moinho), delimitada pelo círculo pontilhado à esquerda (Figura 3.12a).

O movimento da partícula sofrerá várias oscilações ao longo do tempo, no qual as posição Y_i (máxima posição vertical que a partícula atinge até inverter o sentido do seu movimento, Figura 3.12b) será registrada com o auxílio de uma câmera de alta velocidade. Esta

metodologia foi aplicada utilizando uma esfera de aço-cromo de diâmetro 20 mm e uma esfera de quartzito de diâmetro de 33,6 mm, para representar, respectivamente, as interações entre o corpo moedor e a parede e entre o material a ser moído e a parede. Para cada condição, foram realizadas 10 repetições.

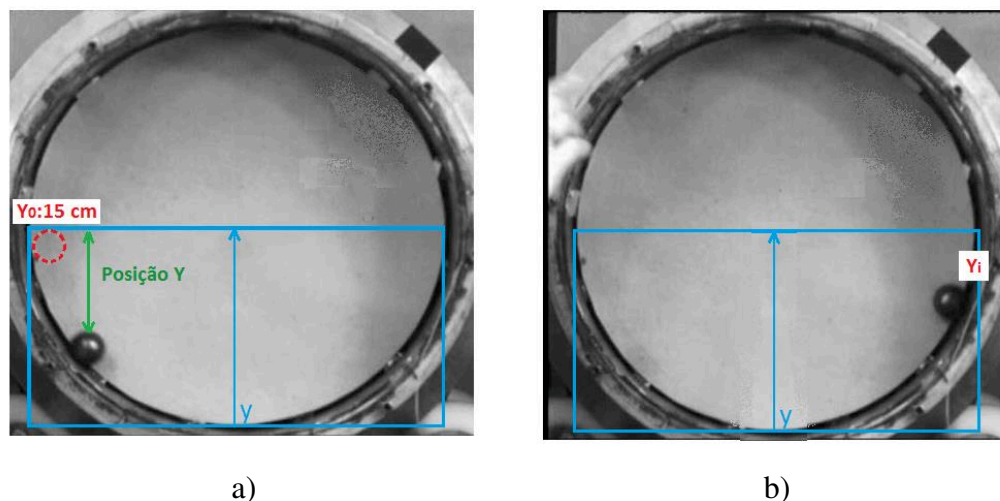


Figura 3.12: Metodologia de calibração dos parâmetros DEM na extremidade do moinho de bolas que não possui sensores.

Paralelamente aos estudos experimentais, foram realizadas simulações seguindo um Planejamento Composto Central (PCC) variando-se os valores de coeficiente de atrito estático e de rolamento nas simulações, com o objetivo de encontrar uma combinação destes coeficientes que melhor representassem o comportamento da partícula ao longo do tempo na metodologia experimental. Os valores adotados como níveis máximos e mínimos do PCC para o coeficiente de atrito estático foram escolhidos de acordo com os resultados da medida experimental deste parâmetro para as interações aço-cromo consigo mesmo e aço-cromo e quartzito. Já os valores adotados no PCC para o coeficiente de atrito de rolamento foram escolhidos com base em faixas de valores observados na literatura, as quais se encontram na ordem de 0,01. Vale reportar que os valores do coeficiente de restituição foram àqueles obtidos experimentalmente na Seção 3.3.1 do presente trabalho. As variáveis e seus respectivos níveis dos planejamentos (PCC) mencionados são mostrados pelas Tabelas 3.2 e 3.3.

Tabela 3.2: Níveis do PCC utilizados na determinação dos parâmetros de interação partícula-parede entre o aço-cromo e o aço carbono adotados na simulação DEM.

	Coefficiente de atrito estático (μ_s)	Coefficiente de atrito de rolamento (μ_R)
$-\alpha$	0,139	0,005
-1	0,170	0,030
0	0,320	0,150
+1	0,470	0,270
$+\alpha$	0,502	0,295

Tabela 3.3: Níveis do PCC utilizados na determinação dos parâmetros de interação partícula-parede entre o quartzito e o aço carbono adotados na simulação DEM

	Coefficiente de atrito estático (μ_s)	Coefficiente de atrito de rolamento (μ_R)
$-\alpha$	0,382	0,002
-1	0,440	0,010
0	0,580	0,030
+1	0,720	0,050
$+\alpha$	0,778	0,058

Para determinar a melhor combinação destes parâmetros, as curvas de posição da partícula ao longo do tempo obtidas nas simulações foram comparadas com as experimentais. Para quantificar o desvio das curvas, utilizou-se uma função baseada no método dos mínimos quadrados, apresentada pela Equação 3.5, em que o objetivo é a minimização da soma dos quadrados dos desvios (SQ):

$$SQ = \sum_{t=0}^t (p_{\text{exp}}(t) - p_{\text{sim}}(t))^2 \quad (3.5)$$

em que $p_{\text{exp}}(t)$ é a posição da partícula experimental no tempo t e $p_{\text{sim}}(t)$ é a posição da partícula obtida na simulação, no mesmo instante de tempo.

3.5.2. Calibração dos parâmetros do Modelo das Partículas Ligadas (BPM)

A utilização do modelo BPM para simular a fratura de rochas requer a especificação de parâmetros mecânicos e propriedades da entidade de ligação que representem o comportamento macroscópico de quebra destas partículas. A estimativa dos parâmetros de ruptura das partículas de quartzito foi realizada através de uma calibração, que envolveu a variação dos parâmetros do modelo até que a resposta numérica coincidissem com a resposta experimental. A metodologia de calibração consistiu de ensaios de compressão uniaxial, no qual foi possível obter a distribuição de forças aplicadas à partícula. A inclinação da curva que relaciona a força e a deformação possibilitou calcular o valor do módulo de cisalhamento das partículas de quartzito.

Os ensaios de compressão experimental foram realizados para dez partículas de quartzito de diâmetros médios de 6,35 mm a uma velocidade de carregamento de 1,5 mm/min. A Figura 3.13 mostra o equipamento utilizado nos ensaios de compressão, uma prensa EMIC.

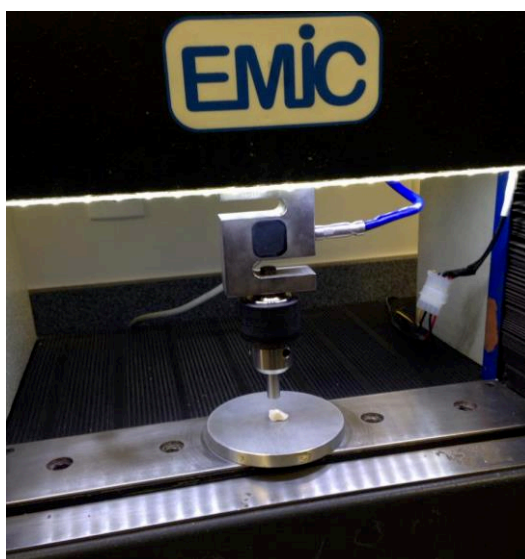


Figura 3.13: Prensa EMIC utilizada nos ensaios de compressão de partículas de quartzito.

Foi estabelecido um planejamento fatorial do tipo 2^K para simular os ensaios de compressão, com 3 variáveis sendo estudadas em 2 níveis, resultando em 8 simulações. As variáveis em questão foram: rigidez normal, rigidez cisalhante e esforço máximo normal/cisalhante, cujos níveis estão apresentados na Tabela 3.4. Vale mencionar que os valores dos níveis utilizados foram escolhidos por meio de testes preliminares. Apesar das variáveis esforço crítico normal e cisalhante serem distintas, foram adotados valores iguais para ambas, conforme as considerações descritas no trabalho de Potyondy e Cundall (2004), que

sugerem controlar as variáveis como uma razão do esforço normal sobre o esforço cisalhante e, neste caso, esta razão é igual a 1.

Tabela 3.4: Níveis das variáveis do planejamento (2^K) para a calibração dos parâmetros do Modelo das Partículas Ligadas (BPM)

Variável	Níveis	
	-1	+1
Rigidez Normal (Pa m^{-1})	$5,0 \times 10^7$	$1,0 \times 10^8$
Rigidez Cisalhante (Pa m^{-1})	$5,0 \times 10^7$	$1,0 \times 10^8$
Esforço Máximo Normal / Cisalhante (Pa)	$5,0 \times 10^6$	$1,0 \times 10^7$

A Equação 3.5 apresentada previamente foi utilizada para o cálculo do desvio entre as curvas, objetivando minimizar a soma dos quadrados dos desvios (SQ). A combinação dos parâmetros que apresentou o menor valor de SQ é aquela que reproduz o comportamento de ruptura do quartzito mais próximo ao real. A melhor combinação destes parâmetros foi determinada comparando-se as curvas de distribuição da força aplicada à partícula obtidas nas simulações com a experimental.

Para simular os ensaios de compressão, uma partícula de quartzito foi escolhida aleatoriamente para representar um formato padrão (Figura 3.14a) de todo o conjunto populacional. Esta partícula modelo foi reproduzida virtualmente através de um *software* CAD e a sua geometria pode ser exportada como um arquivo com extensão STL (*StereoLithographic Language*) (Figura 3.14b). Esta geometria 3D é então importada pelo *software* EDEM[®], no qual é preenchida por 62 esferas primárias com diâmetro de 0,003 m, conforme mostra a Figura 3.14c. A geometria atua como um molde para manter as partículas primárias confinadas até que elas sejam ligadas e o molde possa ser removido (METZGER, GLASSER, 2013).

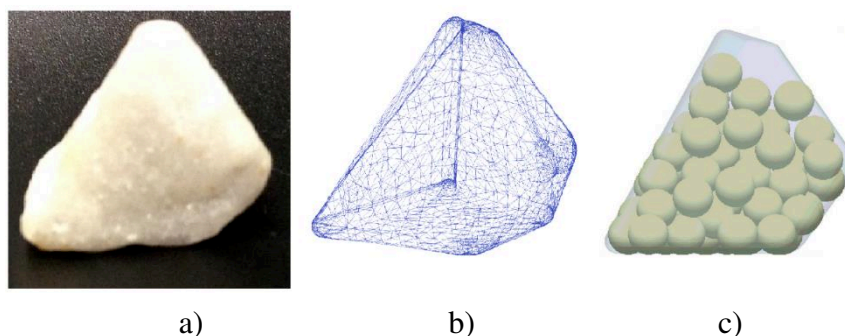


Figura 3.14: a) Partícula de quartzito escolhida como modelo, b) geometria da partícula de quartzito construída em formato “.stl”, c) geometria preenchida com esferas primárias.

3.5.3. Número de colisões e energia de colisão

Com o intuito de analisar como os parâmetros coeficiente de restituição (COR) e coeficiente de atrito estático influenciam na dinâmica dos corpos moedores no interior do moinho de bolas, foram realizadas simulações numéricas utilizando-se os respectivos valores medidos experimentalmente nas Seções 3.3.1 e 3.3.2, respectivamente. Para isto, um moinho cilíndrico (Figura 3.15), idêntico ao moinho experimental (diâmetro interno de 30 cm, comprimento de 10 cm e contendo 12 suspensores quadrados de dimensão 2 x 2 cm), foi utilizado como domínio computacional nas simulações.



Figura 3.15: Detalhes do moinho cilíndrico utilizado nas simulações DEM.

Uma vez que o movimento de todas as partículas é conhecido através da metodologia DEM, todas as colisões (partícula-partícula e partícula-parede) podem ser rastreadas. Logo, as informações do número de colisões e da energia dispendida nestas colisões foram extraídas como banco de dados de saída do EDEM após 20 segundos. Vale mencionar que a energia de colisão é dada pela soma das energias normal e tangencial perdidas durante a colisão. No entanto, como no método DEM as partículas são consideradas como corpos rígidos, a energia dispendida por deformação plástica não é contabilizada. Estas informações são determinantes para a ocorrência dos eventos de quebra na operação de moagem, já que uma grande quantidade de colisões com elevada energia é desejável para a fratura do material.

Assim, para a análise da influência do coeficiente de restituição, foram obtidas informações do número de colisões e da energia de colisão, para as interações do aço-cromo

consigo mesmo, considerando os pares de esferas de mesmo tamanho e de tamanhos diferentes. Para as interações entre esferas de mesmo tamanho, foi aplicado na simulação DEM o maior e o menor valor de coeficiente de restituição obtidos para cada par partícula-superfície de iguais dimensões obtidas previamente neste trabalho através da metodologia de queda-livre. Neste caso, o volume de esferas de mesmo tamanho que preencheu o moinho foi igual a 20% de seu volume total. Por outro lado, para as interações entre esferas de diferentes tamanhos, os valores de coeficiente de restituição aplicados à simulação foram aqueles determinados anteriormente para o par partícula-superfície considerando a permutação de dimensões entre eles. Nesta condição, o moinho também foi preenchido com 20% do seu volume total, sendo que cada tamanho de esfera ocupou 10%.

Já para a análise da influência do coeficiente de atrito estático, também foram coletadas as informações do número de colisões e da energia de colisão, para as interações do aço-cromo consigo mesmo, sendo aplicados na simulação DEM os valores deste coeficiente obtidos para a superfície lisa e para a superfície de monocamada de esferas. Logo, é possível verificar de que forma o coeficiente de atrito estático pode vir a influenciar no desempenho da operação de moagem, a depender da forma como este é estimado: considerando as condições *bulk* ou a nível de partícula. Neste sentido, o moinho foi preenchido com 20% de volume total, por cada diâmetro de esfera utilizado neste trabalho (20, 25, 30, 35 e 40 mm) consideradas individualmente.

Para a análise da influência de ambos os coeficientes, três velocidades de rotação 10, 30 e 50 rpm foram aplicadas, sendo que cada valor de velocidade corresponde à ocorrência de diferentes regimes de escoamento, os quais sejam: rolamento, cascadeamento e catarateamento, respectivamente.

3.5.4. Investigação da quantidade e dimensão dos suspensores no interior do moinho de bolas

Neste trabalho, foi investigado também como a quantidade e a dimensão dos suspensores influenciam na energia e no número de colisões das esferas de moagem no interior do moinho de bolas. Para isto, foram realizadas simulações numéricas DEM, cujas análises estão divididas em três etapas, conforme mostra o esquema da Figura 3.16.

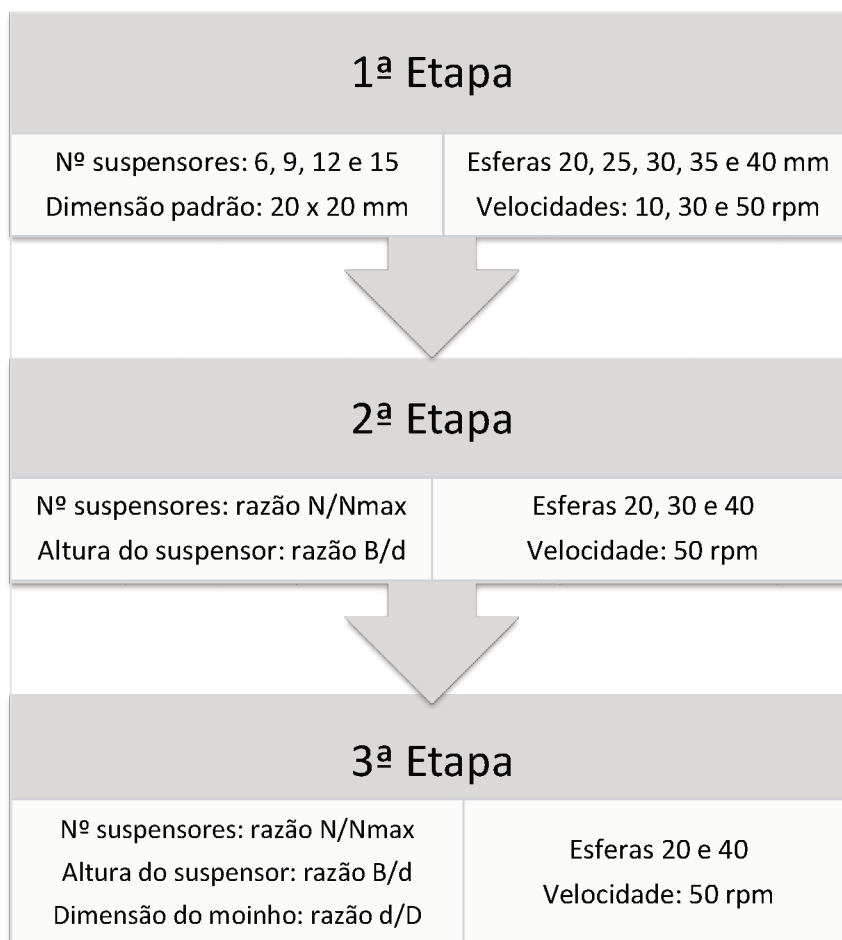


Figura 3.16: Fluxograma da análise numérica da quantidade e dimensão dos suspensores no interior do moinho de bolas.

A primeira etapa consistiu apenas em variar o número de suspensores em 6, 9, 12 e 15, todos igualmente espaçados, mantendo-se a geometria quadrada de dimensões 20 x 20 mm, idêntica à do moinho de bolas experimental. Foram utilizadas esferas de diâmetros 20, 25, 30, 35 e 40 mm, em velocidades de rotação 10, 30 e 50 rpm. Nesta etapa, foram estimados modelos de regressão polinomial de segunda ordem para as respostas número de colisões e energia de colisão. Os efeitos lineares, quadráticos e as interações das variáveis independentes (tamanho da esfera, velocidade de rotação e número de suspensores) para cada resposta foram determinados.

Com os modelos de regressão obtidos, foi utilizada a Função Desejabilidade (DERRINGER, SUICH, 1980) para a otimização simultânea das duas respostas número de colisões e energia de colisão. A Função Desejabilidade consiste em encontrar um conjunto de valores das variáveis independentes que maximizem ou minimizem uma ou mais respostas ao

mesmo tempo. Esta função é considerada uma das técnicas mais utilizadas na indústria em processos de otimização de múltiplas respostas, pois apresenta métodos fáceis de compreender e empregar (BURATTI et al., 2018). Neste trabalho, a Função Desejabilidade foi incorporada utilizando métodos de programação não-linear.

Já na segunda etapa, além do número de suspensores (N), foi avaliada também a dimensão dos mesmos, variando-se apenas a altura B, como mostrado na Figura 2.3. A quantidade de suspensores (N) foi alterada de acordo com a razão apresentada pela Equação 3.6, em valores iguais a 0,5, 0,75 e 1,0. Já a altura B do suspensor foi variada de acordo com a razão mostrada pela Equação 3.7, em valores iguais a 0,75, 1,0 e 1,25.

$$\frac{N}{N_{\max}} = \frac{\text{quantidade de suspensores}}{\text{quantidade máxima de suspensores dispostos no interior de um moinho, de forma que se acomode apenas uma partícula entre os mesmos}} \quad (3.6)$$

$$\frac{B}{d} = \frac{\text{altura do suspensor}}{\text{diâmetro da partícula}} \quad (3.7)$$

Nesta etapa, os diâmetros de esfera estudados foram de 20, 30 e 40 mm, e cada um deles definiu uma quantidade máxima de suspensores e diferentes dimensões dos mesmos no interior do moinho de bolas. É válido destacar que a quantidade máxima de suspensores (N_{max}) foi definida para cada uma das alturas dos suspensores analisadas, pois à medida que se aumenta a altura do suspensor, menor será quantidade máxima de suspensores que se acomodam no interior do moinho. Deste modo, à medida que se aumenta a altura do suspensor, menor é o espaçamento entre eles disponível para se acomodar apenas uma esfera. A Tabela 3.5 exemplifica todas as combinações estudadas de quantidade de suspensores e dimensão dos mesmos. Esta etapa contou com a confecção de 27 diferentes geometrias de moinhos de bolas.

Tabela 3.5: Combinação da quantidade e da dimensão dos suspensores estudados na segunda etapa da análise numérica do moinho de bolas de diâmetro 300 mm.

Diâmetro da esfera (mm)	B/d	B (mm)	Nmax	N/Nmax	N
20	0,75	15,0		1,00	21
	0,75	15,0	21	0,75	16
	0,75	15,0		0,50	11
	1,00	20,0		1,00	20
	1,00	20,0	20	0,75	15
	1,00	20,0		0,50	10
	1,25	25,0		1,00	19
	1,25	25,0	19	0,75	14
	1,25	25,0		0,50	10
30	0,75	22,5		1,00	16
	0,75	22,5	16	0,75	12
	0,75	22,5		0,50	8
	1,00	30,0		1,00	15
	1,00	30,0	15	0,75	11
	1,00	30,0		0,50	8
	1,25	37,5		1,00	14
	1,25	37,5	14	0,75	11
	1,25	37,5		0,50	7
40	0,75	30,0		1,00	12
	0,75	30,0	12	0,75	9
	0,75	30,0		0,50	6
	1,00	40,0		1,00	11
	1,00	40,0	11	0,75	8
	1,00	40,0		0,50	6
	1,25	50,0		1,00	10
	1,25	50,0	10	0,75	8
	1,25	50,0		0,50	5

Além disso, os resultados obtidos na segunda etapa foram tratados por meio de técnicas de regressão e a significância das variáveis (altura do suspensor B, número de suspensores N e diâmetro da esfera DE), foi investigada por análise de variância (ANOVA). Os termos não significativos foram eliminados e o modelo reduzido obtido foi ajustado com nível de significância de 10%.

Por fim, a terceira etapa buscou avaliar a relação entre o diâmetro da esfera (d) e o diâmetro do moinho (D), através da razão d/D , somente para a maior e a menor esferas de diâmetros 20 e 40 mm. Nas etapas anteriores, sendo o diâmetro do moinho constante e igual a 300 mm, a razão d/D era igual a 0,067 para a esfera de 20 mm e igual a 0,133 para a esfera de 40 mm. Nesta etapa, foram construídas novas geometrias de moinhos, alterando o valor do seu diâmetro, de modo que as razões d/D previamente utilizadas fossem alternadas com os tamanhos das esferas. Assim, a esfera de 20 mm foi analisada em um moinho de diâmetro de 150 mm (razão 0,133) e a esfera de 40 mm em um moinho de diâmetro 600 mm (razão 0,067).

Semelhantemente à segunda etapa, a terceira etapa também variou a quantidade e a dimensão dos suspensores, que foram determinados pelas razões N/N_{max} e B/d , dados pelas Equações 3.6 e 3.7, respectivamente. O volume das esferas em cada caso foi fixado em 20% do volume útil do moinho, considerando também o volume dos suspensores. Ainda, a velocidade de rotação foi ajustada a 65% da velocidade crítica de cada moinho, que corresponde à ocorrência do regime de catarateamento em todos os casos. A Tabela 3.6 mostra as combinações da quantidade dos suspensores e da dimensão dos mesmos, que contou com a confecção de 18 geometrias de moinhos de bolas.

Tabela 3.6: Combinação da quantidade e da dimensão dos suspensores estudados na terceira etapa da análise numérica do moinho de bolas de diâmetros 150 e 600 mm.

Diâmetro da esfera (mm)	Diâmetro do moinho (mm)	B/d	B (mm)	Nmax	N/Nmax	N		
20	150	0,75	15,0		1,00	9		
		0,75	15,0	9	0,75	7		
		0,75	15,0		0,50	5		
		1,00	20,0		1,00	8		
		1,00	20,0	8	0,75	6		
		1,00	20,0		0,50	4		
		1,25	25,0		1,00	7		
		1,25	25,0	7	0,75	5		
		1,25	25,0		0,50	4		
		40	600	0,75	30,0		1,00	28
				0,75	30,0	28	0,75	21
				0,75	30,0		0,50	14
1,00	40,0				1,00	27		
1,00	40,0			27	0,75	20		
1,00	40,0				0,50	14		
1,25	50,0				1,00	26		
1,25	50,0			26	0,75	20		
1,25	50,0				0,50	13		

3.5.5. Moagem do quartzito utilizando o Modelo das Partículas Ligadas (BPM)

Neste trabalho, foram realizadas simulações numéricas, a fim de representar o fenômeno de quebra das partículas de quartzito no moinho de bolas. Para isto, foi empregado o Modelo das Partículas Ligadas (BPM), que permite simular agregados de partículas que podem ser fragmentados pela aplicação de esforços mecânicos. As simulações dos ensaios de moagem do quartzito foram realizadas com base nos resultados da otimização simultânea por

Desejabilidade das variáveis número de colisões e energia de colisão, conforme descrito na primeira etapa da Seção 3.5.4.

Para a simulação dos ensaios de moagem, primeiramente, foram inseridas 80 geometrias de formato padrão da partícula de quartzito (Figura 3.14b) no interior da geometria do moinho de bolas, o que corresponde a um nível de enchimento de cerca de 10%. Cada uma destas geometrias de quartzito foi preenchida com 62 esferas primárias de diâmetro 0,003 m (Figura 3.17a). Após o preenchimento, são formadas as entidades de ligação nos pontos de contato entre as partículas primárias, no qual a combinação dos parâmetros da ligação inseridos no modelo BPM foi aquela que apresentou a menor soma dos quadrados dos desvios (SQ) em relação à curva de compressão experimental do quartzito (Seção 3.5.2). Logo, a combinação de parâmetros BPM utilizada é aquela que melhor reproduz o comportamento de ruptura das partículas de quartzito. Uma vez formadas as ligações, as geometrias que atuam como molde para as esferas primárias que se aglomeraram para formar as partículas de quartzito são retiradas, o que faz com que as partículas já ligadas sejam depositadas na parte inferior do moinho. As esferas de moagem de aço-cromo são criadas, em quantidade correspondente a um enchimento de 10%. As partículas de quartzito criadas e as esferas de moagem são dispostas separadamente lado a lado (Figura 3.17b). Por fim, é inserida a velocidade de rotação à geometria do moinho, no qual o mesmo é operado durante 3 minutos

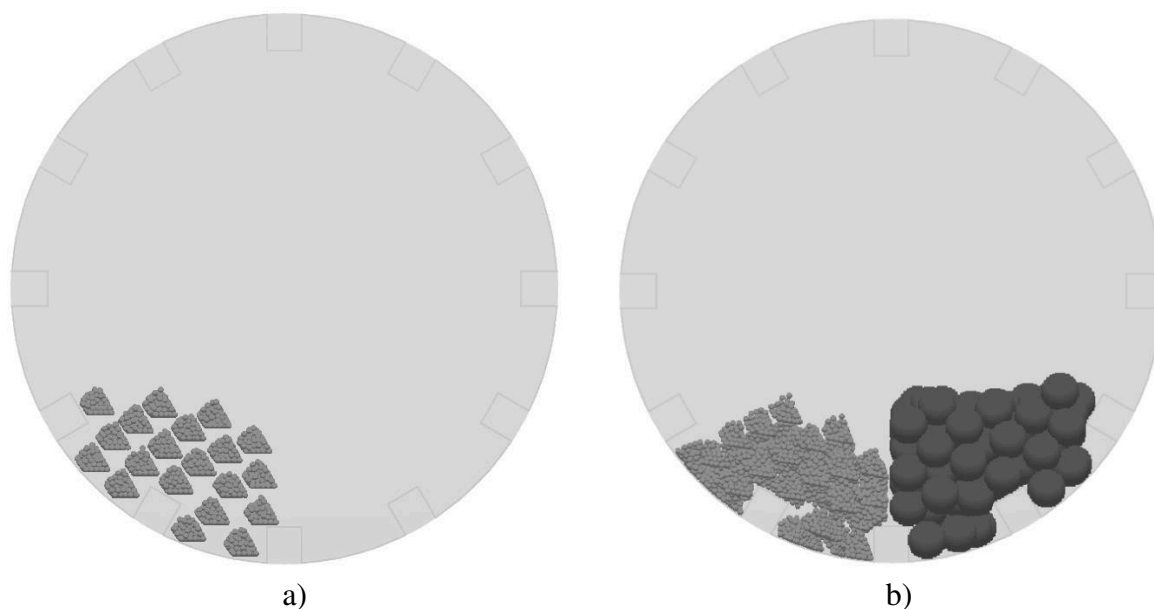


Figura 3.17: Condição inicial da moagem por simulação numérica: a) criação das partículas de quartzito com esferas primárias e b) partículas de quartzito e esferas de aço-cromo dispostos lado a lado.

CAPÍTULO 4

Resultados e Discussão

Neste capítulo são apresentados e discutidos os resultados referentes à metodologia experimental de determinação de parâmetros físicos dos materiais (parâmetros DEM), bem como os resultados das simulações numéricas empregando a abordagem DEM no estudo da dinâmica das partículas no interior de um moinho de bolas.

4.1. Caracterização dos corpos moedores e do minério

As Tabelas 4.1 e 4.2 apresentam, respectivamente, os valores medidos experimentalmente das propriedades físicas das esferas de aço-cromo (corpos moedores) e das partículas de quartzito (material a ser moído).

Tabela 4.1: Propriedades físicas das esferas de aço-cromo.

Esferas aço-cromo					
Diâmetro nominal (mm)	20	25	30	35	40
Porosidade do leito [-]	$0,394 \pm 0,021$	$0,397 \pm 0,019$	$0,412 \pm 0,023$	$0,418 \pm 0,024$	$0,448 \pm 0,027$
Ângulo de repouso [°]	Externo		$14,72 \pm 2,24$		
	Interno		$32,75 \pm 1,90$		
Densidade (kg/m ³)	7803 ± 96				

Percebe-se, por meio das Tabelas 4.1 e 4.2, que o ângulo de repouso externo medido para o quartzito foi notoriamente maior do que para as esferas de aço-cromo. Isto pode ser atribuído ao fato de que partículas irregulares, como o quartzito, possuem maior área superficial, o que inibe o seu movimento de rotação e escorregamento. Dessa forma, menos partículas deixam a pilha superior, aumentando o valor do ângulo de repouso.

Tabela 4.2: Propriedades físicas das partículas de quartzito.

Quartzito			
Diâmetro médio de peneira (mm)	6,35	9,52	12,7
Esfericidade [-]	$0,795 \pm 0,052$	$0,786 \pm 0,056$	$0,786 \pm 0,055$
Porosidade do leito [-]	$0,457 \pm 0,010$		
Ângulo de repouso [°]	Externo	$46,63 \pm 2,99$	
	Interno	$29,92 \pm 3,16$	
Densidade (kg/m ³)	2682 ± 114		

4.2. Resultados da medida experimental dos parâmetros DEM

4.2.1. Coeficiente de restituição

Neste trabalho, o coeficiente de restituição (COR) foi determinado a fim de representar as interações entre o corpo moedor com ele mesmo (aço-cromo), entre o corpo moedor com o material a ser moído (quartzito) e entre o quartzito com ele mesmo. Para isto, utilizou-se da metodologia de queda-livre com o auxílio de uma câmera de alta velocidade.

4.2.1.1. COR para o par aço-cromo e aço-cromo

A Figura 4.1 apresenta os valores medidos do COR para as cinco esferas de aço-cromo de diferentes diâmetros chocando-se sobre as cinco superfícies planas de mesmo material, em todas as combinações possíveis de tamanho do par partícula-superfície, a quatro diferentes alturas de soltura da partícula.

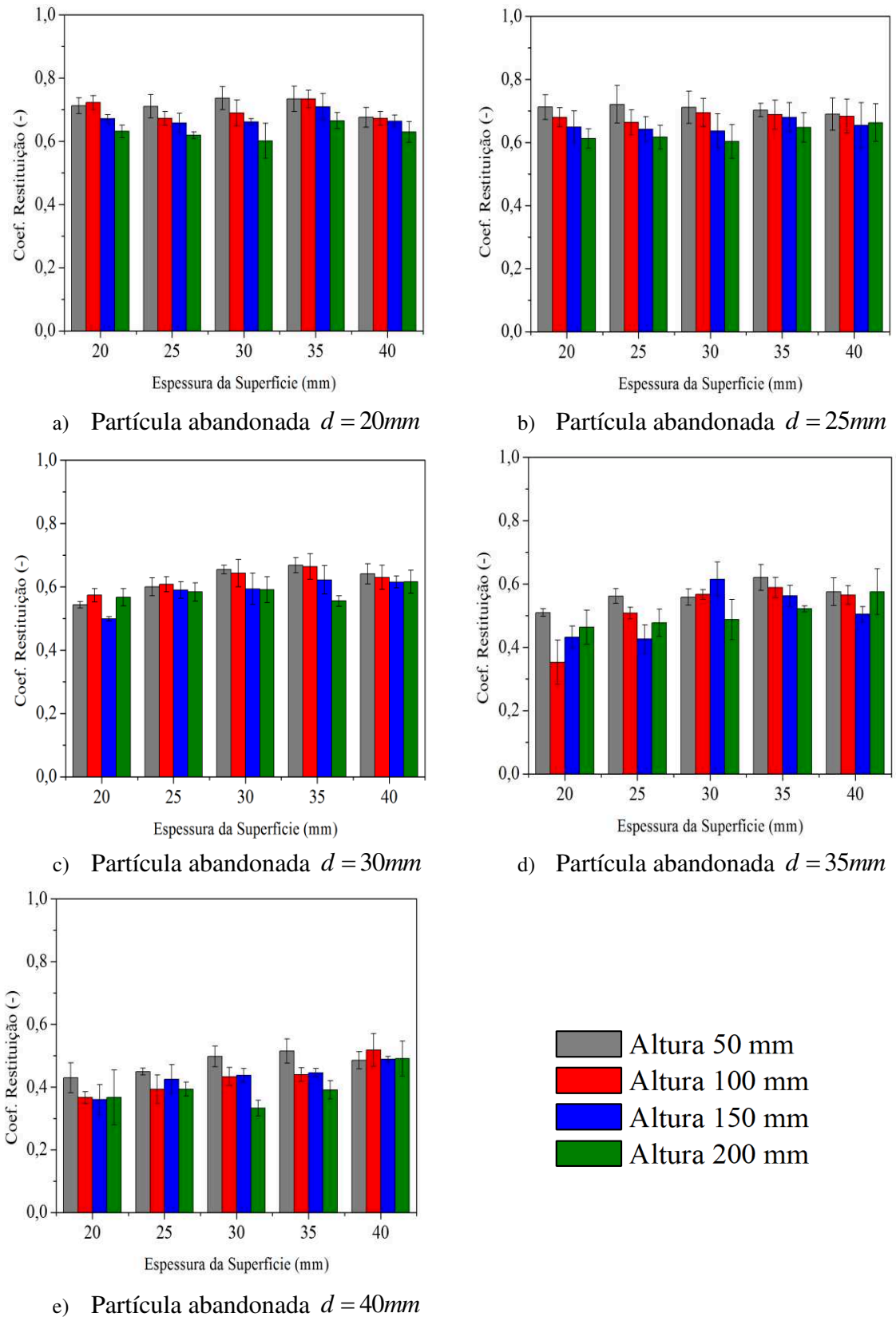


Figura 4.1: Coeficiente de restituição do aço-cromo para todas as combinações de diâmetros de partículas e espessuras das superfícies de impacto: análise da altura de soltura.

Na Figura 4.1, ao comparar-se os valores de COR para as quatro alturas de soldura em um mesmo par partícula-superfície, tem-se que o desvio máximo dos dados foi de 5,9%, o desvio mínimo foi de 1,6% e o desvio médio foi de 3,5%. Isto demonstra que a influência da velocidade de impacto através da variável altura de soldura sobre os COR do aço-cromo foi pequena. Como já constatado por alguns autores (MUELLER et al., 2015; WANG et al., 2015; HORABICK et al., 2017), o aumento da velocidade de impacto afetará o valor do COR, diminuindo-o. Neste trabalho, esta influência não foi observada pois, possivelmente, o intervalo de altura de soldura analisada não foi suficientemente amplo para tal.

A Figura 4.2 apresenta uma síntese dos cinco gráficos da Figura 4.1, com as médias dos valores do COR para as quatro alturas de soldura, já que não se observou diferenças significativas nos valores de COR para esta variável.

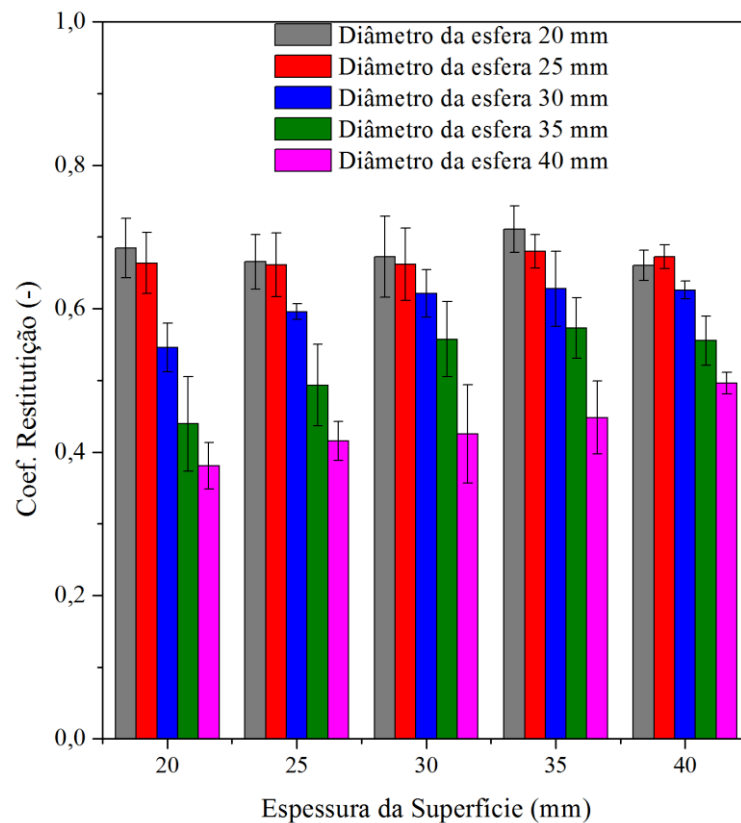


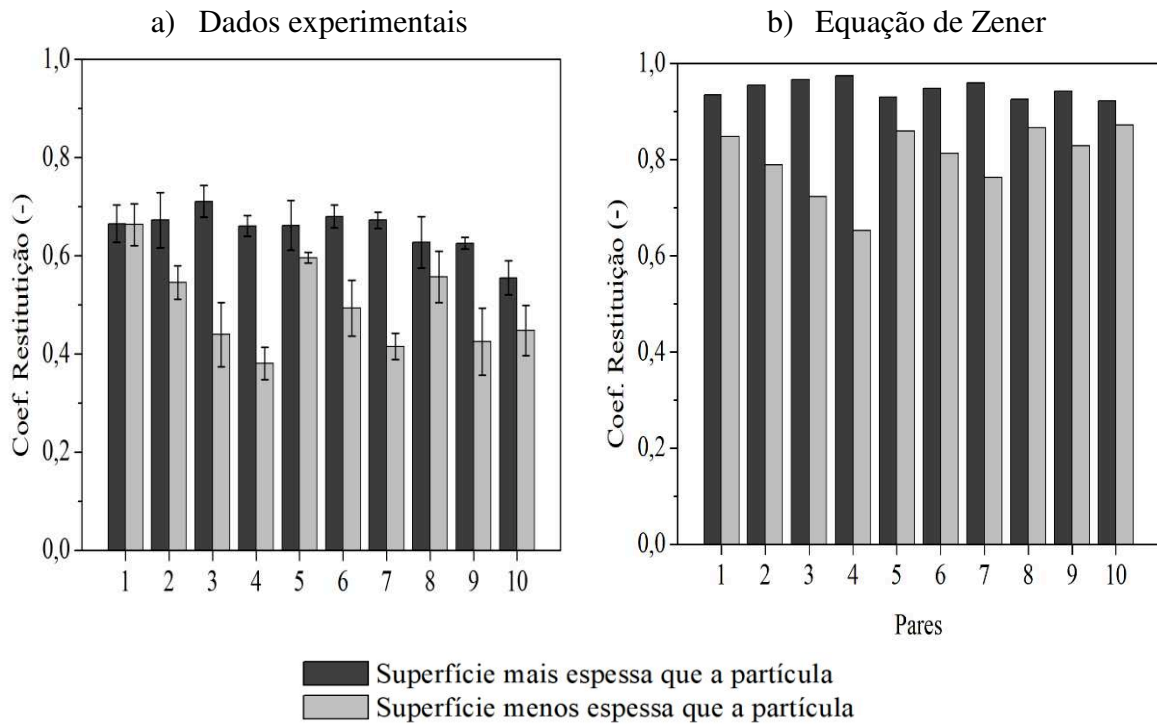
Figura 4.2: Coeficiente de restituição médio do aço-cromo para todas as combinações de diâmetros de partículas e espessuras das superfícies de impacto.

Analisando os resultados da Figura 4.2, percebe-se que existe uma influência significativa do tamanho das partículas na colisão com a superfície de impacto, no qual os valores do COR diminuem com o aumento do diâmetro das mesmas. Este resultado é sustentado

por Sondergaard et al. (1990) e Aryaei et al. (2010), cujos trabalhos reportaram que o aumento do tamanho das partículas pode levar a uma deformação plástica da superfície mais acentuada. Sendo a deformação plástica um dos principais mecanismos de dissipação de energia, apenas uma pequena parte dessa energia permanece para ser restaurada na restituição e ressalto da partícula, indicando uma diminuição no valor do COR.

Além disso, observa-se ainda na Figura 4.2 que, de forma geral, o valor do COR diminuiu gradativamente com a diminuição da espessura da superfície de impacto. Este comportamento está relacionado ao fato de que, em superfícies com espessuras suficientemente pequenas, a dissipação de energia na forma de ondas elásticas leva menos tempo para se propagar até a interface oposta da superfície. Assim, o retorno da energia até o ponto de impacto, na forma de ondas destrutivas, ocorre antes da finalização do contato partícula-superfície. Este retorno precoce das ondas destrutivas ao ponto de impacto vai causar perturbações na energia de restauração da partícula, diminuindo o valor do coeficiente de restituição (SONDERGAARD et al., 1990; MUELLER et al., 2015). Do mesmo modo, o comportamento oposto é verificado para as superfícies de elevada espessura, no qual a energia é restaurada ao ponto de impacto depois que o contato partícula-superfície já foi encerrado, de modo que o ressalto da partícula não sofre perturbações e o valor do COR não é afetado.

Com o propósito de verificar se o coeficiente de restituição é dependente do tamanho da partícula que é solta e da espessura da superfície de impacto, a Figura 4.3a apresenta uma comparação entre os valores do COR experimentais dos pares de esferas e superfícies de diferentes dimensões. Já a Figura 4.3b apresenta os valores de COR quando se aplica as mesmas condições (material, diâmetro de esfera e espessura da superfície) na Equação 2.12, proposta por Zener (1941). Em ambos os casos (experimental e teórico), a comparação é feita entre os pares considerando primeiro a partícula com menor diâmetro e a superfície com maior espessura (cinza escuro) e, posteriormente, a partícula com maior diâmetro e a superfície com menor espessura (cinza claro).



Pares	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Diâmetro - Espessura (mm)	20-25	20-30	20-35	20-40	25-30	25-35	25-40	30-35	30-40	35-40
	25-20	30-20	35-20	40-20	30-25	35-25	40-25	35-30	40-30	40-35

Figura 4.3: Coeficiente de restituição comparativo entre os pares de esfera-superfície de dimensões permutadas: a) dados experimentais, b) valores calculados pela Equação 2.12 (ZENER, 1941).

Na Figura 4.3, ao analisar o comportamento dos dados experimentais nos casos em que a espessura da superfície é maior do que o diâmetro da partícula (cinza escuro), é possível observar uma baixa variação dos dados, o que resulta em uma média dos valores de COR igual a $0,65 \pm 0,04$. Isto pode ser explicado pelo diâmetro da partícula que sempre será menor do que a espessura da superfície. Assim, independente da espessura da superfície, a partícula com menor dimensão que a superfície, provavelmente irá ressaltar antes da dissipação de energia na forma de ondas destrutivas atingir o ponto de impacto partícula-superfície. Desta forma, a deformação plástica permanece constante, uma vez que, foi observado, neste trabalho, que ela depende apenas do tamanho da partícula.

De maneira inversa, nas situações em que a espessura da superfície é menor do que o diâmetro da partícula (cinza claro), pode ser notado um comportamento relacionado à espessura da superfície e ao diâmetro da partícula. Logo, à medida que a diferença de valores entre estas duas dimensões (espessura e diâmetro) aumenta, o valor de COR diminui. Por exemplo, nos

dados experimentais, para o par número 1 (espessura subtraída do diâmetro é igual a 5 mm) o valor do COR é 0,66, enquanto que para o par número 4 (espessura subtraída do diâmetro é igual a 20 mm), o valor do COR é 0,38, o que representa uma redução de 42%. Esta diminuição observada no COR pode ser atribuída ao aumento do tamanho da partícula, que pode levar a uma deformação plástica da superfície mais efetiva e, logo, mais energia é dissipada. Este mesmo comportamento foi previamente apontado e discutido na Figura 4.2.

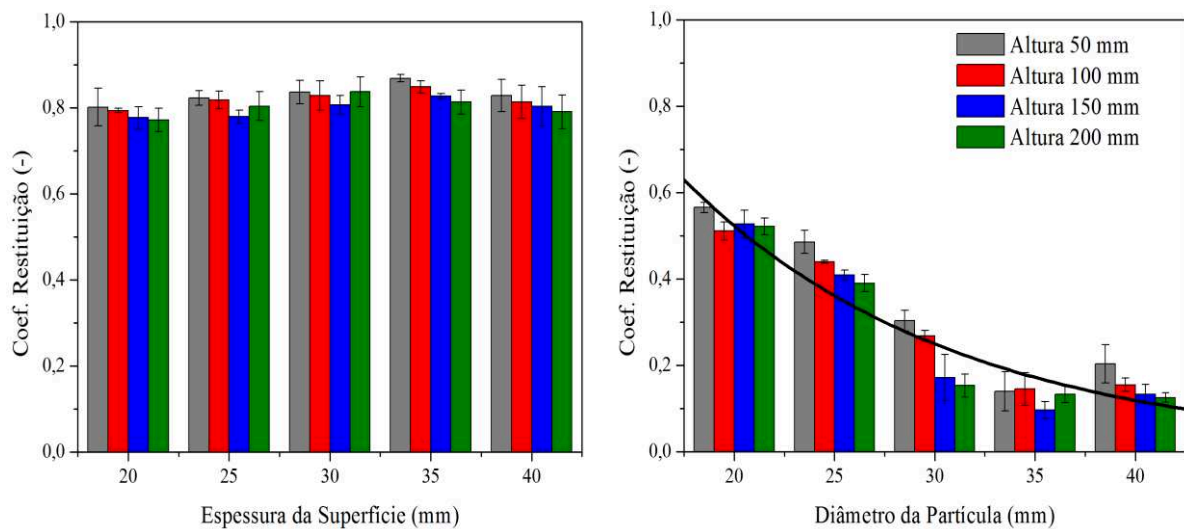
Verifica-se, ainda, através da Figura 4.3, que os valores de COR experimentais e aqueles calculados pela Equação 2.12 (ZENER, 1941) apresentam comportamentos semelhantes, em todas as condições em que os pares partícula-superfície foram permutados. No entanto, os valores de COR calculados (Figura 4.3b) são maiores em relação aos COR medidos experimentalmente (Figura 4.3a). De acordo com Mueller et al. (2015), a equação proposta por Zener (1941) não leva em consideração todas as formas de dissipação de energia como, por exemplo, a deformação plástica e, por isso, os valores de COR resultantes desta equação são superestimados. Além disso, a não idealidade das condições experimentais deste trabalho podem não ter sido consideradas no modelo de Zener (1941), já que as esferas aqui utilizadas, por serem empregadas no ambiente real de um moinho de bolas, apresentam imperfeições e deformidades consideráveis.

Ademais, quando os pares de esferas e superfícies são analisados individualmente, nota-se que há uma diferença entre os valores de COR dos pares permutados, tanto nos dados experimentais (Figura 4.3a), quanto nos valores teóricos de COR calculados pela equação de Zener (Figura 4.3b). Neste caso, a máxima diferença percentual entre os valores de COR experimentais foi observada para o par 4 partícula-superfície e foi igual a 43,8%. Esperava-se que os valores de COR fossem iguais ou, no mínimo, próximos, para os pares esfera-superfície de dimensões permutadas, visto que, na metodologia de queda-livre, considera-se que a superfície de impacto seja uma partícula de raio infinito, pois há apenas um ponto de contato no choque. Como o coeficiente de restituição é um importante parâmetro de entrada nas simulações DEM, uma cautelosa investigação é requerida. Na metodologia DEM, o COR partícula-partícula é considerado independente dos tamanhos das partículas envolvidas na colisão, isto é, o método desconsidera a possibilidade de existir a colisão entre duas partículas de diferentes tamanhos, permutando qual é a partícula em movimento e qual é a partícula parada, representada pela superfície de impacto. Como mostrado nos resultados deste trabalho, os valores de COR não são iguais quando é alterado o papel de cada partícula na colisão.

Portanto, é importante que seja feita uma análise mais cuidadosa e detalhada do equacionamento DEM para compreender como o parâmetro COR é introduzido nos cálculos do modelo.

4.2.1.2. COR para o par aço-cromo e quartzito

O coeficiente de restituição foi medido, também, para a colisão entre o aço-cromo (representando o corpo moedor) e o quartzito (representando o material a ser moído), a quatro diferentes alturas de soltura da partícula. A Figura 4.4a apresenta os valores de COR medidos, no qual a esfera de quartzito (diâmetro 33,6 mm) foi abandonada sobre as superfícies de aço-cromo de diferentes espessuras, enquanto que a Figura 4.4b apresenta os valores de COR no qual as esferas de aço-cromo de diferentes diâmetros foram abandonadas sobre a superfície plana de quartzito (espessura 20,6 mm).



a) Partícula esférica de quartzito e superfícies de aço-cromo de diferentes espessuras

b) Esferas de aço-cromo de diferentes diâmetros e superfície plana de quartzito

Figura 4.4: Coeficiente de restituição medido entre o aço-cromo e o quartzito.

Com base na Figura 4.4, não foi possível observar a influência da altura de soltura nos valores do COR, em ambos os casos analisados (Figuras 4.4a e 4.4b), dado que o desvio máximo dos dados foi de 6,5%, o desvio mínimo foi de 0,6% e o desvio médio foi de 2,6%. Assim, como verificado pelos resultados de COR do aço-cromo (Figura 4.1), o intervalo de altura de soltura analisado pode ter sido insuficiente para demonstrar a influência da velocidade de impacto.

Analisando os resultados da Figura 4.4a, observa-se que a influência das diferentes espessuras de superfícies de aço-cromo não é evidente. Esta observação sugere que a dissipação de energia ocorrida devido à deformação plástica das superfícies de aço-cromo pode não ter ocorrido ou ocorreu com a mesma magnitude em todos os casos. Como a deformação plástica da superfície é promovida, principalmente, pelo choque de partículas cada vez maiores, esta constatação não foi possível, pois a partícula de quartzito abandonada era a mesma, ou seja, de dimensão constante, em todas as situações. Provavelmente, a dissipação de energia deve ter se dado na deformação plástica da esfera de quartzito, pois, por ser de origem rochosa, este material é mais quebradiço e propenso a se deformar. Logo, já que a influência da altura de soldura e da espessura da superfície não foram notáveis, o valor médio do COR para uma partícula esférica de quartzito colidindo sobre superfície de aço-cromo foi igual a $0,814 \pm 0,021$.

Por outro lado, através da Figura 4.4b, é possível observar uma clara influência do diâmetro das esferas de aço-cromo colidindo na superfície de quartzito sobre o valor do COR. À medida que o diâmetro da partícula aumentou, o valor do COR diminuiu. Isto pode dever-se ao choque de esferas de aço-cromo cada vez maiores que promovem a deformação plástica da superfície de quartzito e, conseqüentemente, levam à formação ou ao crescimento de trincas internas no material. Este evento pode justificar a dissipação de energia durante a colisão, levando à diminuição no valor do COR (ARYAEI et al., 2010; MUELLER et al., 2015).

A mesma discussão originada pelos resultados encontrados na Figura 4.3 são confirmadas pelos resultados da Figura 4.4. Os valores do coeficiente de restituição encontrados não são os mesmos quando os pares partícula-superfície têm suas dimensões permutadas e, neste caso, em específico (Figura 4.4), são permutados também os materiais envolvidos na colisão. Assim, o COR é menor quando o quartzito é a superfície de impacto, pois este material é mais propício a sofrer deformação plástica com o aumento do tamanho da partícula que colide, em comparação às superfícies de aço-cromo. Novamente, estes resultados corroboram a necessidade de entender, sistematicamente, como o parâmetro COR é inserido no equacionamento DEM.

Além disso, a partir dos resultados visualizados do COR, medidos para as interações do aço-cromo consigo mesmo (Seção 4.2.1.1) e de aço-cromo com quartzito (Seção 4.2.1.2), pode-se verificar que a dissipação de energia devido ao choque na forma de deformação plástica, capaz de afetar o valor do coeficiente de restituição, ocorreu somente na superfície de impacto,

a depender da sua dimensão, material e do tamanho da partícula que se impacta sobre ela. A partícula que é abandonada não sofreu dissipação de energia na forma de deformação plástica que seja capaz de afetar significativamente o valor do coeficiente de restituição. Esta última observação é corroborada pela Figura 4.4a, na qual a partícula de quartzito é quem provavelmente sofre a deformação plástica e isto não foi contabilizado na medida do coeficiente de restituição, em que os valores apresentam-se praticamente constantes.

4.2.1.3. COR para o par quartzito e quartzito

A Figura 4.5 apresenta os valores do COR medidos considerando a colisão do quartzito com ele mesmo, a quatro diferentes alturas de soltura.

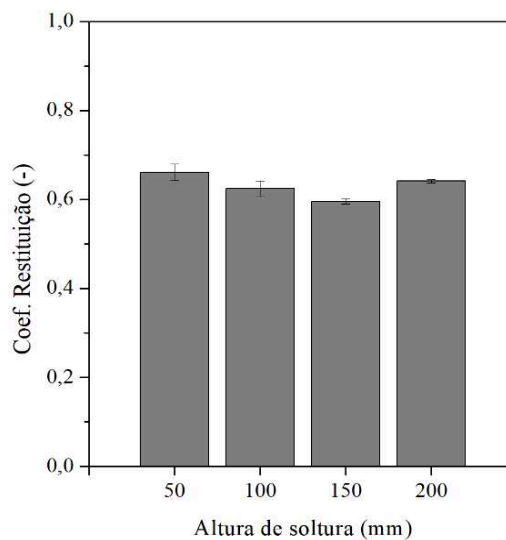


Figura 4.5: Coeficiente de restituição do quartzito medido a diferentes alturas de soltura.

É possível notar, através da Figura 4.5, que o intervalo de altura de soltura analisado não foi suficiente para mostrar a influência da velocidade de impacto. Logo, o valor médio de COR da interação quartzito-quartzito foi igual a $0,630 \pm 0,027$.

4.2.2. Coeficiente de atrito estático

A Figura 4.6 apresenta os valores de coeficiente de atrito estático medidos experimentalmente, considerando as interações dos materiais consigo mesmo e entre os

diferentes materiais, nos dois arranjos de superfícies avaliados. Verificou-se que, para ambas as interações aço-cromo e quartzito consigo próprios (Figura 4.6a), o coeficiente de atrito estático, quando avaliado sobre a superfície de partículas, que representa o comportamento *bulk*, resultou em valores superiores àqueles avaliados sobre a superfície lisa. Isto é devido à maior irregularidade superficial apresentada pelo arranjo de monocamadas de partículas, que promoveu uma maior dificuldade no deslocamento e, conseqüentemente, maior é o ângulo β em que a partícula começa a deslizar. Ademais, nota-se que os valores de coeficiente de atrito estático do quartzito consigo mesmo são maiores do que aqueles observados para o aço-cromo consigo mesmo, em ambas as condições de superfícies analisadas. Isto ocorre em virtude da maior rugosidade da partícula de quartzito considerada individualmente quando comparada à rugosidade da esfera de aço-cromo.

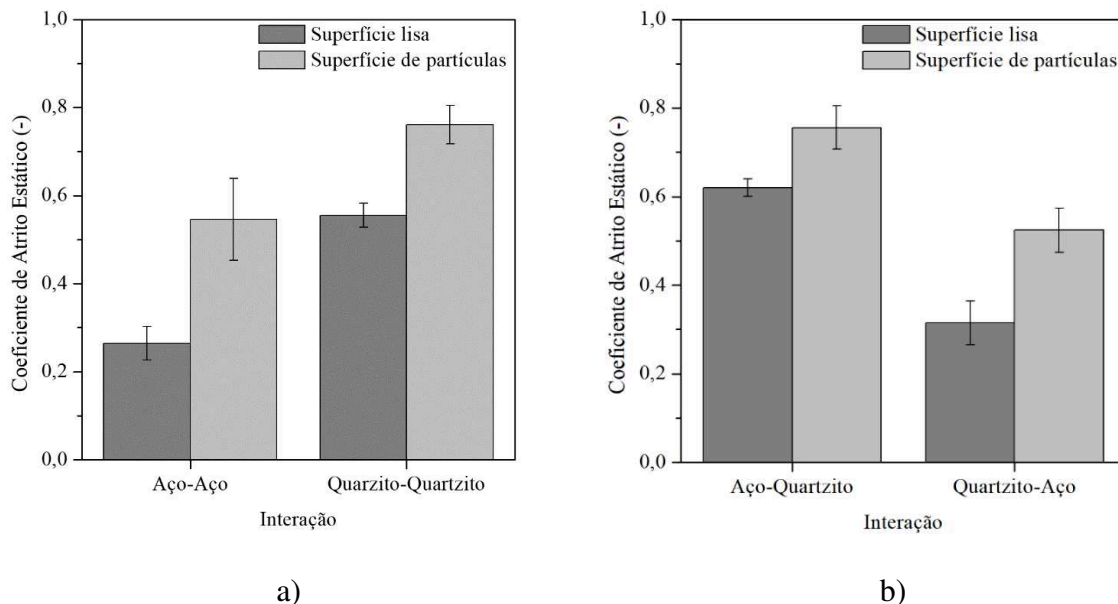


Figura 4.6: Coeficiente de atrito estático considerando a) interações entre os mesmos materiais e b) interações entre os diferentes materiais.

Analogamente, a Figura 4.6b apresenta os valores de coeficiente de atrito estático considerando as interações entre o aço-cromo e o quartzito, alternando-se o papel de cada material como partícula deslizando e superfície. Assim como observado na Figura 4.6a, os maiores valores de coeficiente de atrito estático são obtidos quando se utiliza a superfície de monocamadas de partículas, em razão da dificuldade de deslocamento sobre este arranjo de superfície irregular. Nota-se também que a superfície de quartzito, tanto na condição lisa quanto

na condição de monocamadas de partículas, é a que forneceu os maiores valores de coeficiente de atrito estático.

Além disso, a interação aço-cromo e quartzito através da medida do coeficiente de atrito estático mostrou um comportamento diferente, dependendo também do material da superfície analisada, sendo que as superfícies de quartzito forneceram os maiores valores deste coeficiente. Como já discutido sobre o coeficiente de restituição (Seção 3.2.1.1), esperava-se que os valores de coeficiente de atrito estático fossem iguais ou, no mínimo, semelhantes, para a interação aço-cromo e quartzito, independente do material da superfície. Tal constatação exige um estudo mais detalhado da aplicação deste parâmetro na metodologia DEM, já que esta considera a interação entre os materiais como generalizada, sem levar em conta as condições *bulk* e de rugosidade dos materiais em contato e da alternância entre diferentes materiais.

4.2.3. Coeficiente de atrito de rolamento

O coeficiente de atrito de rolamento (CAR) foi determinado através da metodologia retratada na Seção 3.3.3. Os resultados experimentais obtidos são apresentados na Tabela 4.3. Percebe-se um maior valor do coeficiente quando se utilizou a esfera de quartzito em relação às esferas de aço. Esta diferença se deve à maior irregularidade da superfície da esfera de quartzito, o que limitou o seu rolamento sobre a superfície.

Tabela 4.3: Resultados da medida experimental do coeficiente de atrito de rolamento.

Partícula	Superfície	CAR
Esfera aço-cromo 20 mm	Aço	0,0065 ± 0,0002
Esfera aço-cromo 25 mm	Aço	0,0048 ± 0,0001
Esfera quartzito 33,6 mm	Aço	0,0102 ± 0,0003

4.3. Resultados Numéricos

4.3.1. Resultados de calibração dos parâmetros DEM

A determinação dos parâmetros coeficiente de atrito estático e coeficiente de atrito de rolamento, a respeito da interação partícula-parede, foi realizada através da metodologia de calibração apresentada na Seção 3.5.1. Os parâmetros foram variados de acordo com um

Planejamento Composto Central (PCC), buscando-se encontrar a combinação destes que melhor se aproximasse dos dados experimentais. Com este intuito, o desvio entre a posição da partícula experimental e aquelas obtidas pelas simulações foram quantificados pela soma dos quadrados dos desvios (SQ), dado pela Equação 4.5, cujo objetivo foi sua minimização.

A Tabela 4.4 apresenta os valores das somas dos quadrados dos desvios para as interações: a) aço-cromo e aço-carbono e b) quartzito e aço-carbono. É possível observar, para ambas as interações, a simulação que apresentou a menor soma dos quadrados dos desvios (SQ) foi a simulação 7, enquanto que o maior SQ foi obtido pela simulação 8.

Tabela 4.4: Valores de SQ e parâmetros DEM adotados nas simulações para as interações quartzito e aço-carbono.

	Simulação	Coefficiente de atrito estático	Coefficiente de atrito de rolamento	SQ
a) Interação aço-cromo e aço-carbono	1	0,170	0,030	58,314
	2	0,170	0,270	67,414
	3	0,470	0,030	15,073
	4	0,470	0,270	105,719
	5	0,139	0,150	69,667
	6	0,502	0,150	79,108
	7	0,320	0,005	2,891
	8	0,320	0,295	109,185
b) Interação quartzito e aço-carbono	1	0,440	0,010	2,998
	2	0,440	0,050	1,854
	3	0,720	0,010	2,727
	4	0,720	0,050	23,440
	5	0,382	0,030	2,659
	6	0,778	0,030	20,993
	7	0,580	0,002	1,835
	8	0,580	0,058	56,110

A comparação das posições das partículas obtidas experimentalmente e pelas simulações 7 e 8 é apresentada pela Figura 4.7, para ambas as interações analisadas a) aço-cromo e aço-carbono e b) quartzito e aço-carbono. Pelas Figuras 4.7a e 4.7b, nota-se a semelhança entre as posições experimentais e as obtidas pela simulação 7, cujos valores dos parâmetros desta simulação são os que melhor representam a interação corpos moedores e parede do moinho (interação a: aço-cromo e aço-carbono), os quais sejam: coeficiente de atrito estático de 0,320 e coeficiente de atrito de rolamento de 0,005. Já para a interação do material a ser moído com a parede do moinho (interação b: quartzito e aço-carbono), os parâmetros que melhor representam esta interação são: coeficiente de atrito estático de 0,580 e coeficiente de atrito de rolamento de 0,002.

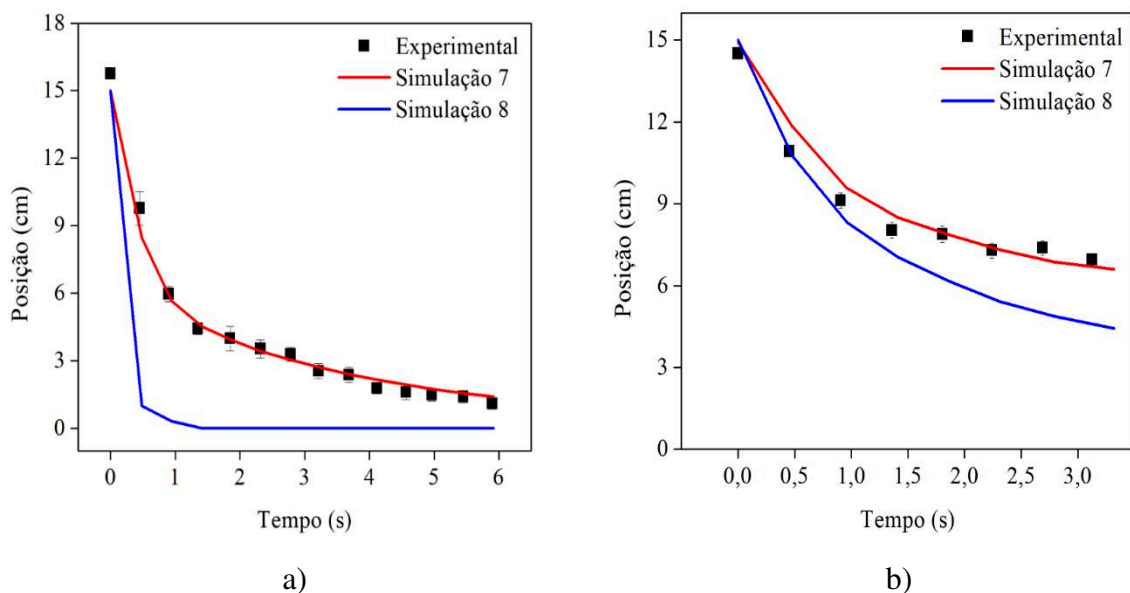


Figura 4.7: Comparação entre o resultado experimental e as simulações DEM que apresentaram o menor e o maior valor de SQ para as interações a) aço-cromo e aço-carbono e b) quartzito e aço-carbono.

4.3.2. Resultados da calibração dos parâmetros do modelo BPM

A fim de determinar os parâmetros do modelo BPM para representar o fenômeno de fragmentação das partículas de quartzito, foi feita uma calibração que envolveu a comparação dos resultados de compressão uniaxial simulados com aqueles obtidos experimentalmente, conforme apresentado na Seção 3.5.2. Os parâmetros foram variados de acordo com um planejamento fatorial (2^K), conforme mostra a Tabela 4.5, e a combinação destes parâmetros que forneceu resultados mais próximos dos resultados experimentais foi aquela com o menor valor da soma dos quadrados dos desvios (SQ).

Tabela 4.5: Valores de SQ e parâmetros do modelo BPM adotados nas simulações de compressão uniaxial das partículas de quartzito.

Simulação	Rigidez Normal (Pa m ⁻¹)	Rigidez Cisalhante (Pa m ⁻¹)	Esforço Crítico Normal / Cisalhante (Pa)	SQ
1	1,0 x 10 ⁸	1,0 x 10 ⁸	1,0 x 10 ⁷	675,55
2	1,0 x 10 ⁸	1,0 x 10 ⁸	5,0 x 10 ⁶	185,88
3	1,0 x 10⁸	5,0 x 10⁷	1,0 x 10⁷	28,63
4	1,0 x 10 ⁸	5,0 x 10 ⁷	5,0 x 10 ⁶	59,15
5	5,0 x 10 ⁷	1,0 x 10 ⁸	1,0 x 10 ⁷	542,37
6	5,0 x 10 ⁷	1,0 x 10 ⁸	5,0 x 10 ⁶	34,42
7	5,0 x 10 ⁷	5,0 x 10 ⁷	1,0 x 10 ⁷	460,02
8	5,0 x 10 ⁷	5,0 x 10 ⁷	5,0 x 10 ⁶	109,98

Analisando os dados mostrados na Tabela 4.5, nota-se que a simulação que apresentou a menor soma dos quadrados dos desvios (SQ) foi a simulação 3, enquanto que o maior valor de SQ foi apresentado pela simulação 1. A Figura 4.8 apresenta a comparação da força de reação da partícula à força de compressão aplicada sobre ela que foram verificadas experimentalmente e pelas simulações 1 e 3. Percebe-se uma boa concordância entre a força de compressão experimental e aquela fornecida pela simulação 3, o que aponta os valores dos parâmetros do modelo BPM desta simulação que melhor representaram o comportamento de quebra da partícula de quartzito. Logo, os valores dos parâmetros desta simulação (rigidez normal 1,0 x 10⁸, rigidez cisalhante 5,0 x 10⁷ e esforço crítico normal e cisalhante 1,0 x 10⁷) serão utilizados posteriormente nos testes de moagem via simulação computacional realizados neste trabalho.

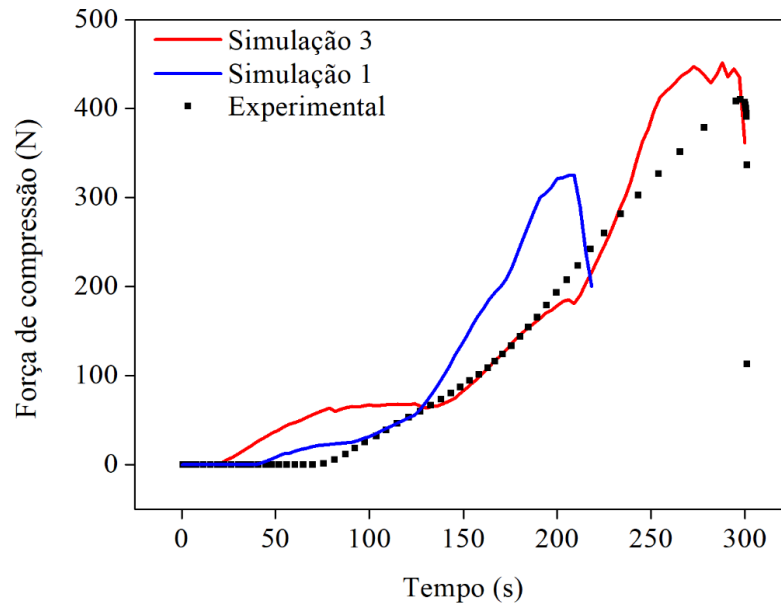


Figura 4.8: Comparação entre o resultado experimental e as simulações DEM que apresentaram o menor e o maior valor de SQ.

4.3.3. Resultados da análise de número de colisões e energia de colisão

Os valores medidos experimentalmente dos coeficientes de restituição e coeficiente de atrito estático foram aplicados às simulações numéricas DEM com o intuito de analisar como estes influenciam na dinâmica dos corpos de moagem no interior do moinho de bolas, através do número de colisões e da energia de colisão. Vale mencionar que o número de colisões é representado pela soma de todos os tipos de colisões que ocorrem no moinho de bolas (partícula-partícula e partícula-parede), ponderado pelo número total de partículas presentes no sistema. Além disso, a energia de colisão retrata a soma das energias normal e tangencial perdidas durante a colisão. Ambas as informações foram extraídas após 20 segundos de tempo real simulado, sob as seguintes velocidades de rotação: 10, 30 e 50 rpm.

4.3.3.1. Análise da influência do coeficiente de restituição

As Figuras 4.9 e 4.10 apresentam, respectivamente, o número total de colisões e a energia total de colisão, para as interações entre os corpos moedores de mesmo tamanho, no qual foram aplicados na simulação o menor e o maior valor de coeficiente de restituição (COR) obtidos experimentalmente na Seção 4.2.1.1. Nota-se que as simulações utilizando-se o maior COR exibiram uma maior quantidade de colisões, para todos os diâmetros de esfera analisados. Esta tendência é devido ao fato de que menos energia é dissipada por um alto valor de COR,

então as partículas têm mais energia disponível para se movimentarem dentro do moinho e, conseqüentemente, é possível que elas se colidam mais. Além disso, verifica-se que o número de colisões diminuiu com o aumento da dimensão da partícula. Isto ocorre porque, quanto menor a partícula, maior a área superficial disponível para as colisões, quando comparada com partículas maiores, em um mesmo volume (VAN PUYVELDE et al., 1999). Nota-se, também, que para um mesmo enchimento no interior do moinho, tem-se mais esferas pequenas do que esferas grandes, o que resulta diretamente em colisões adicionais, mesmo que o número de colisões seja ponderado pelo número total de partículas (GENG et al., 2016).

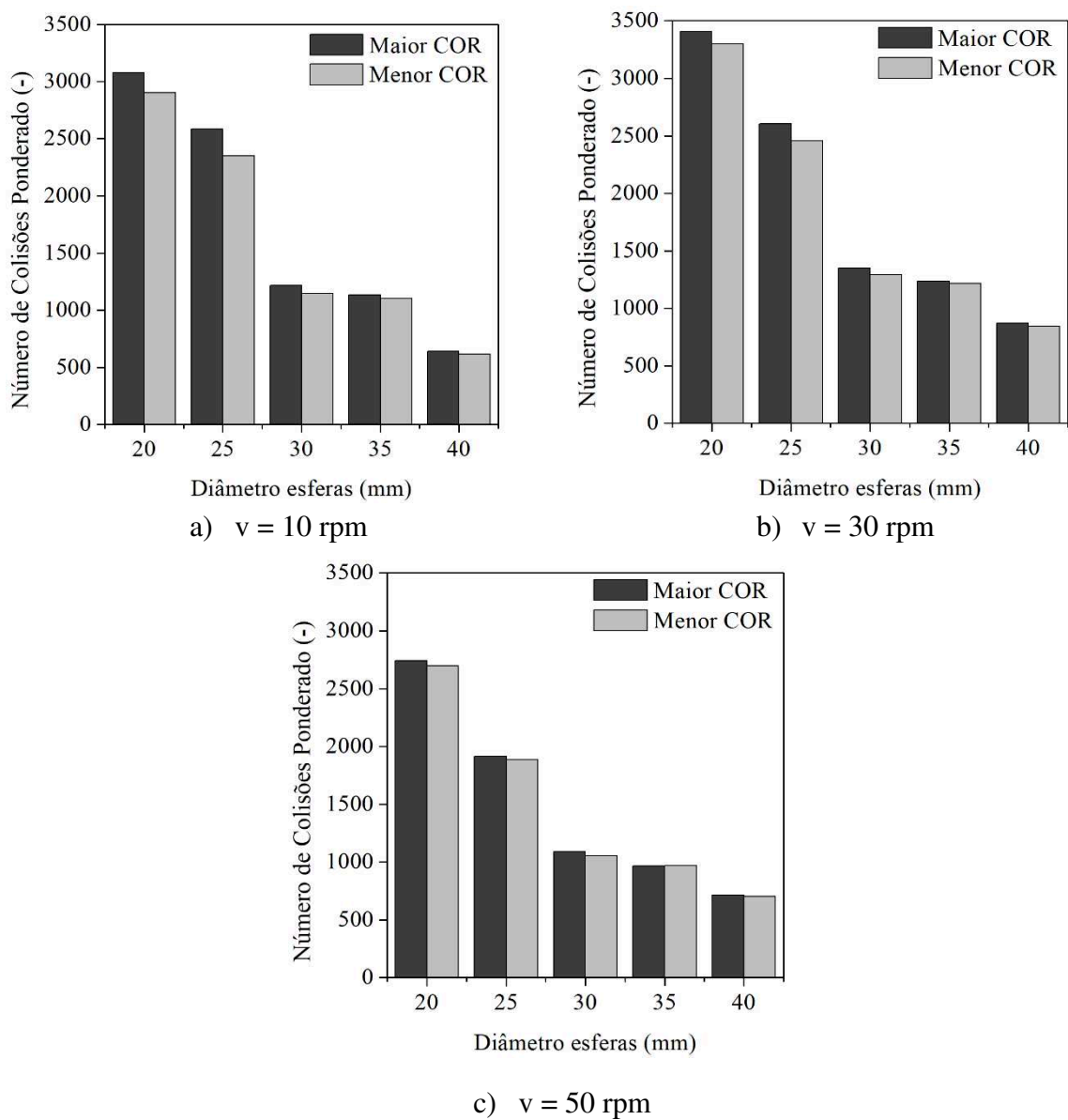


Figura 4.9: Número total de colisões entre as esferas de mesmo diâmetro para o maior e o menor valor de COR obtidos experimentalmente.

Com respeito à Figura 4.10, observa-se que o coeficiente de restituição não retratou uma influência significativa na energia de colisão entre os corpos moedores consigo mesmos e com a parede do moinho, já que a máxima diferença percentual encontrada para a energia de colisão de uma mesma esfera foi de 1,9%. Nota-se, também, que a dimensão da partícula parece não afetar a soma da energia total de colisão. Embora partículas grandes tendem a apresentar maior energia perdida na colisão devido à sua maior massa, com o aumento do diâmetro da partícula, a sua quantidade dentro do moinho diminui, para um mesmo volume considerado.

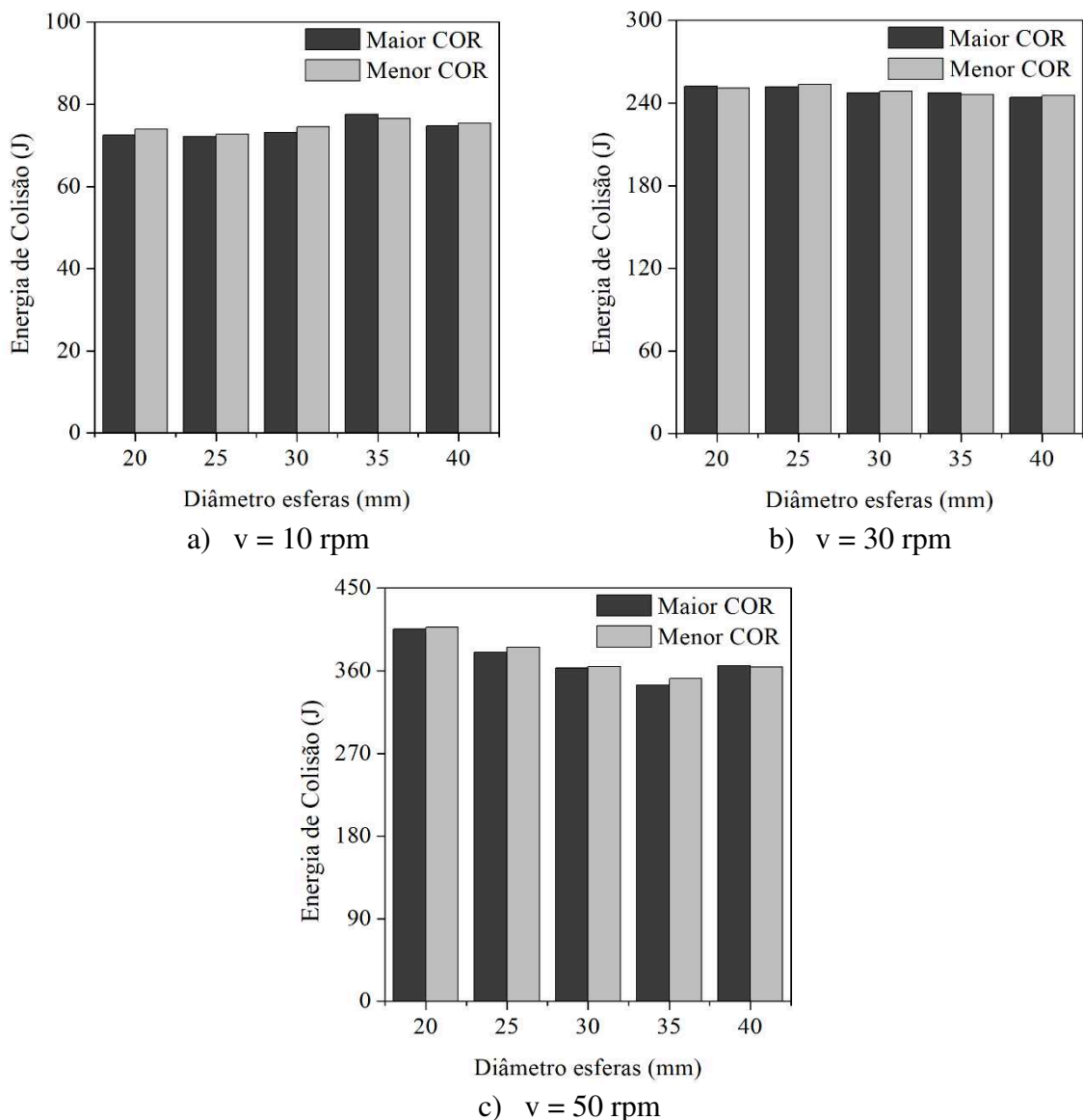


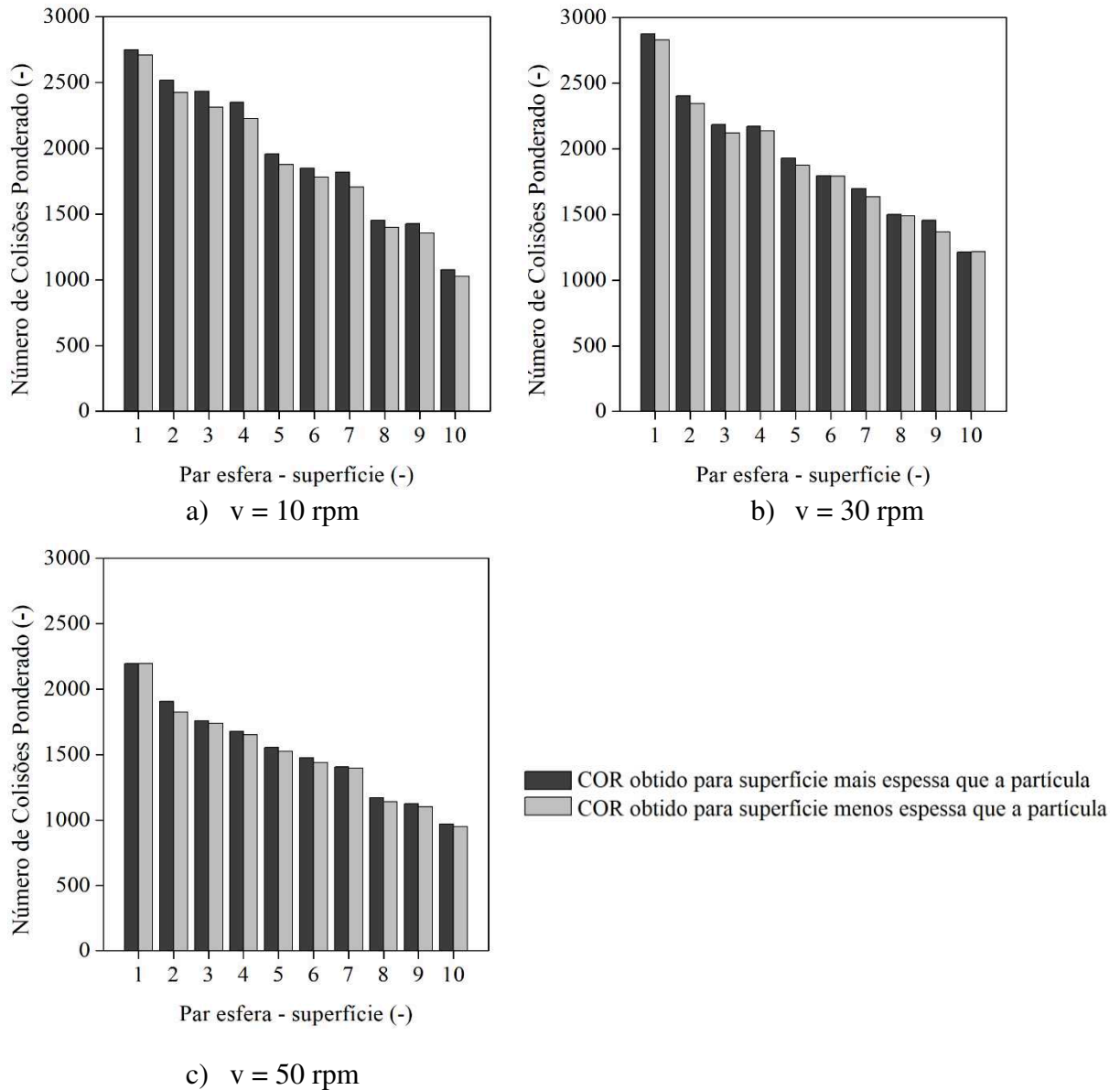
Figura 4.10: Energia total de colisão entre as esferas de mesmo diâmetro para o maior e o menor valor de COR obtidos experimentalmente.

Por outro lado, ainda sobre a Figura 4.10, a velocidade de rotação exerce uma clara influência na energia de colisão, visto que com o aumento da velocidade de rotação, a energia de colisão também aumentou. Por exemplo, em uma velocidade de 50 rpm todos os tamanhos de partículas encontram-se no regime de catarateamento, no qual as mesmas são lançadas em voo livre antes de caírem sobre o leito de partículas abaixo. Com o aumento da velocidade de rotação, os suspensores dentro do moinho carregam as partículas a maiores alturas, o que aumenta a energia de colisão. Por esta razão, o regime de catarateamento é preferencialmente aplicado na operação de moagem (MELLMANN, 2001; MACHADO et al., 2016).

O número de colisões e a energia de colisão extraídas para as interações entre os pares de esferas de diferentes tamanhos estão plotados nas Figuras 4.11 e 4.12, respectivamente. Como pode ser observado na Figura 4.11, com o aumento da dimensão das duas esferas que compõem o par, o número de colisões diminuiu como um resultado da menor área superficial disponível para contato apresentada por esferas grandes, em um mesmo volume (VAN PUYVELDE et al., 1999; GENG et al., 2016). Além disso, pode ser visto na Figura 4.11 que a velocidade rotacional tem uma sutil influência no número de colisões. Na velocidade de 10 rpm, todos os pares de esferas encontram-se em regime de rolamento, onde as partículas estão em contato o tempo todo. Aumentando a velocidade de rotação para 30 rpm, todos os pares de esferas estão no regime de cascadeamento, no qual o leito de esferas permanece compactado e partículas se movem mais devido à maior velocidade do moinho, o que aumentou o número de colisões. No entanto, na velocidade de 50 rpm, o número de colisões diminuiu, pois as esferas assumem o regime de catarateamento, no qual o leito não está mais compactado. Neste caso, algumas partículas são projetadas em voo livre e elas dificilmente se colidem, o que diminui os eventos de colisão.

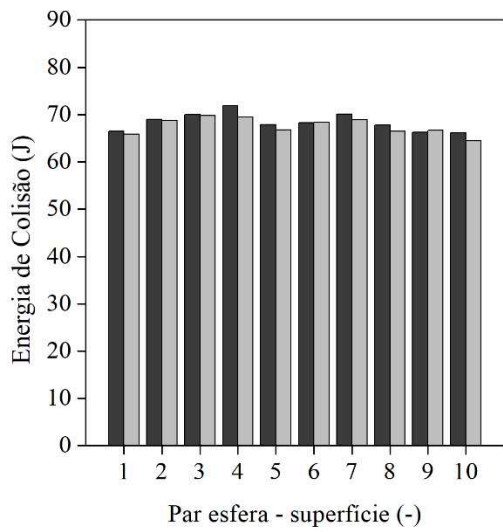
Como mostrado na Figura 4.11, é também possível notar que as simulações com o coeficiente de restituição obtido para a interação “superfície mais espessa que a partícula”, cujos valores são maiores, apresentaram um maior número de colisões do que aqueles com menor COR obtidos para a interação “superfície menos espessa que a partícula”. Estas mesmas observações já foram previamente discutidas pelos resultados apresentados na Figura 4.3. A maior e a menor diferença percentual encontrada entre os valores de número de colisões para um mesmo par de partículas foram de 9,1% e 0,4%, respectivamente. Mais uma vez, essas constatações destacam a importância de entender minuciosamente como o parâmetro COR é introduzido na modelagem DEM, já que, dependendo do valor de COR que é aplicado no

modelo, são verificadas diferentes quantidades de colisões, para um mesmo par de esferas. Desse modo, a predição do desempenho da operação de moagem através de simulações computacionais pela metodologia DEM é inteiramente dependente do correto ajuste dos parâmetros físicos DEM.

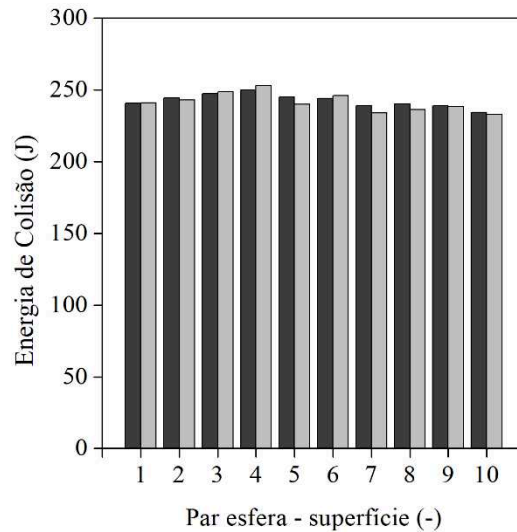


Pares	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Diâmetro-Espessura (mm)	20-25	20-30	20-35	20-40	25-30	25-35	25-40	30-35	30-40	35-40
	25-20	30-20	35-20	40-20	30-25	35-25	40-25	35-30	40-30	40-35

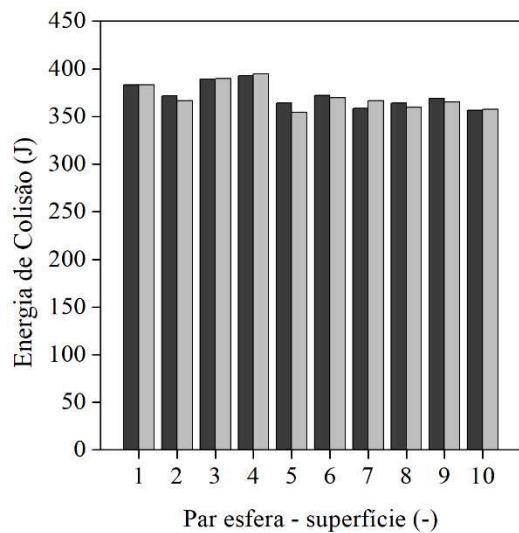
Figura 4.11: Número total de colisões entre esferas de diferentes diâmetros para os valores de COR obtidos experimentalmente.



a) $v = 10$ rpm



b) $v = 30$ rpm



$v = 50$ rpm

■ COR obtido para superfície mais espessa que a partícula
 ■ COR obtido para superfície menos espessa que a partícula

Pares	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Diâmetro-Espessura (mm)	20-25	20-30	20-35	20-40	25-30	25-35	25-40	30-35	30-40	35-40
	25-20	30-20	35-20	40-20	30-25	35-25	40-25	35-30	40-30	40-35

Figura 4.12: Energia total de colisão entre esferas de diferentes diâmetros para os valores de COR obtidos experimentalmente.

Analisando os dados da Figura 4.12, nota-se que as dimensões dos pares de partículas não afetam a energia de colisão. Nota-se, também, a energia de colisão não sofre uma influência acentuada dos valores de COR obtidos para os pares de partículas de dimensões permutadas, já que a maior diferença percentual encontrada entre os valores de energia de colisão para um

mesmo par de partículas foi de 6,6%. De outro modo, o aumento da velocidade de rotação levou a um aumento da energia de colisão, já que o movimento das partículas se torna mais intenso e o regime de catarateamento é alcançado, promovendo colisões mais energéticas. Todas estas observações para a energia de colisão verificadas na Figura 4.12 são as mesmas que aquelas discutidas na Figura 4.10.

4.3.3.2. Análise da influência do coeficiente de atrito estático

A influência do parâmetro coeficiente de atrito estático (CAE) sobre o número total de colisões e sobre a energia total perdida na colisão foi analisada, considerando as interações entre corpos moedores de mesmo tamanho, e estão apresentados nas Figuras 4.13 e 4.14, respectivamente. É válido lembrar que os valores de CAE analisados são aqueles que foram obtidos experimentalmente e estão apresentados na Seção 4.2.2, considerando a superfície lisa (0,265) e a superfície de monocamada de partículas (0,545), e com o intuito de analisar como a estimativa deste parâmetro pode vir a influenciar no desempenho da operação de moagem fornecido pela simulação DEM.

Analisando os gráficos da Figura 4.13, é possível notar que o coeficiente de atrito estático parece não influenciar significativamente no número de colisões, já que a maior diferença percentual entre o total de colisões dos dois valores de CAE analisados foi de 6,2%. Além disso, como já discutido anteriormente na análise das Figuras 4.9 e 4.11, percebe-se a diminuição do número de colisões com o aumento do tamanho da esfera e com o aumento da velocidade (50 rpm), no qual o leito de partículas assume o regime de catarateamento.

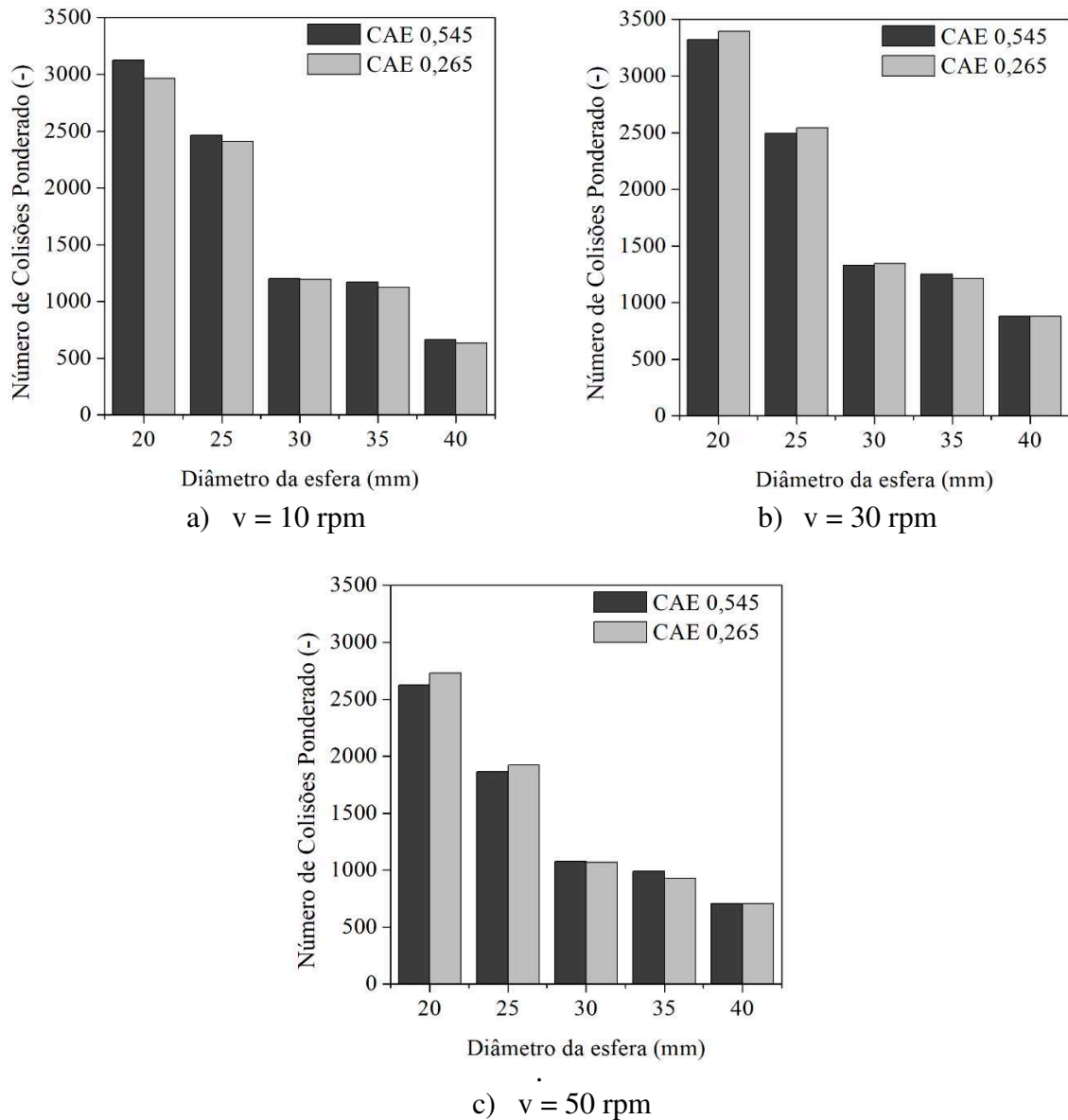


Figura 4.13: Número total de colisões entre as esferas de mesmo diâmetro para o maior e o menor valor de CAE obtidos experimentalmente.

Em relação à Figura 4.14, que ilustra a energia de colisão decorrente da influência do coeficiente de atrito estático, verifica-se uma maior energia de colisão para o maior CAE, cujo valor foi obtido para a condição de superfície em monocamada de partículas, que representa o comportamento *bulk*. O maior CAE expressa uma interação mais pronunciada entre as partículas, devido à maior rugosidade superficial das mesmas, que agem impedindo o deslizamento. Esta acentuada interação entre as partículas com elevado valor de CAE promove menor deslizamento nos contatos entre as mesmas no interior do moinho e, assim, elas são carregadas a maiores alturas e caem sobre o leito abaixo com maior energia. Novamente, como

já visualizado na análise da Figura 4.10, percebe-se que a energia de colisão sofreu influência direta da velocidade de rotação, que aumentou o seu valor, mas a energia não é afetada pela dimensão da partícula.

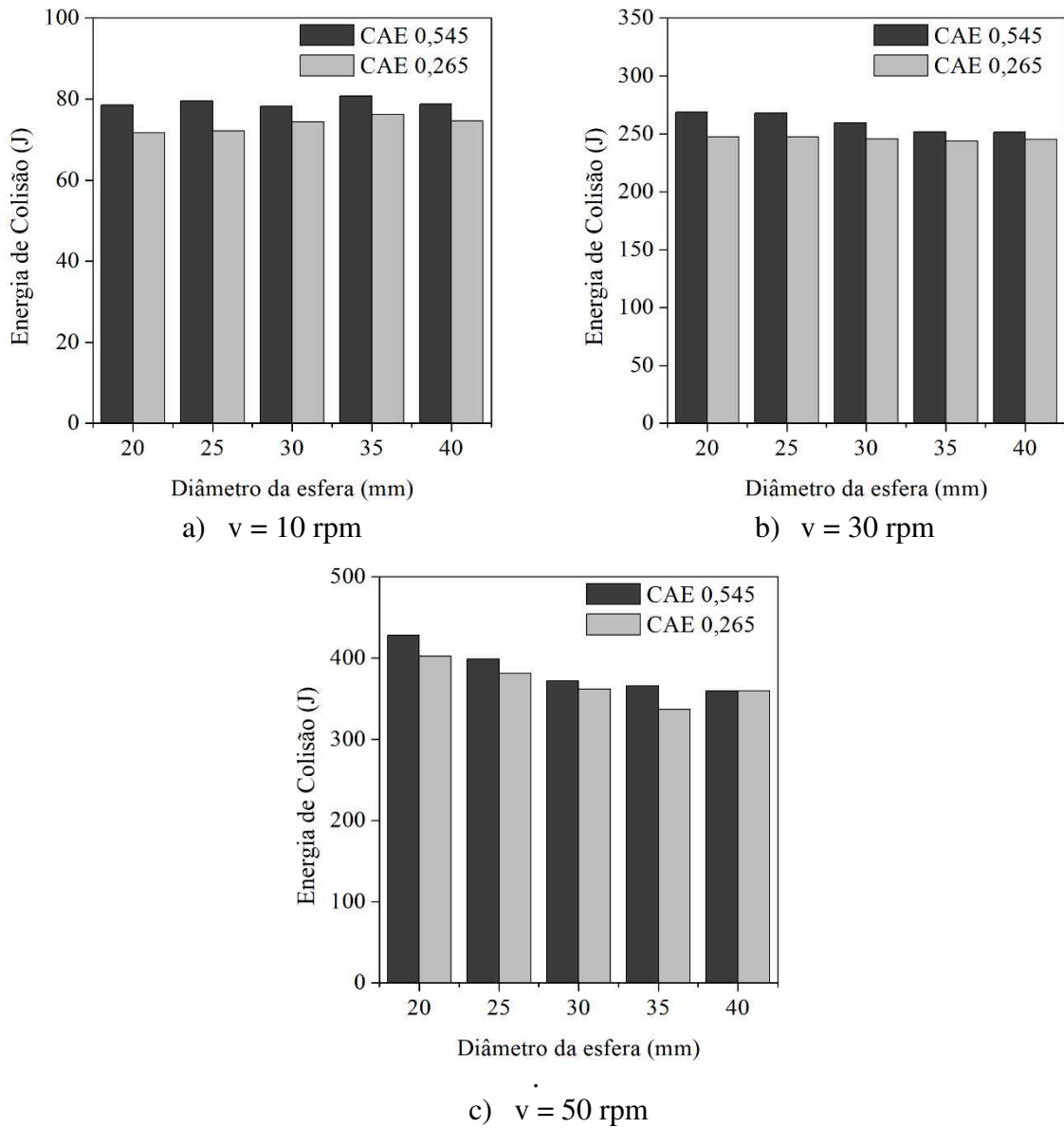


Figura 4.14: Energia total de colisão entre as esferas de mesmo diâmetro para o maior e o menor valor de CAE obtidos experimentalmente

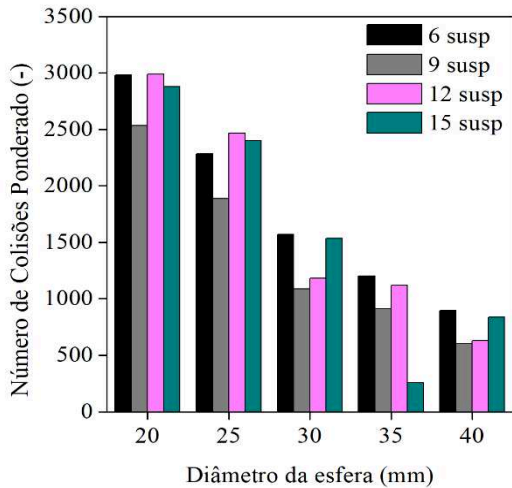
4.3.4. Investigação da quantidade e dimensão dos suspensores no interior do moinho de bolas.

O efeito da quantidade e da dimensão dos suspensores no interior do moinho de bolas foi avaliado através de três etapas, previamente descritas na Seção 3.5.4. A seguir, são apresentados os resultados numéricos referentes a cada uma das etapas.

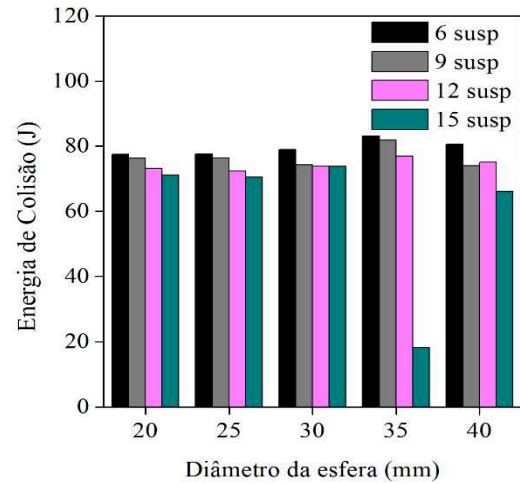
- 1ª Etapa:

A primeira etapa consistiu em analisar apenas a influência do número de suspensores no interior do moinho de bolas. A Figura 4.15 mostra os resultados de número de colisões e energia de colisão para 6, 9, 12 e 15 suspensores, para os cinco diâmetros de esfera disponíveis (20, 25, 30, 35 e 40 mm), em velocidades de rotação 10, 30 e 50 rpm. Os parâmetros DEM utilizados nesta etapa correspondem ao maior valor obtido experimentalmente para cada diâmetro de esfera apresentado nas Seções 4.2.1 e 4.2.2, respectivamente, para o COR e o CAE.

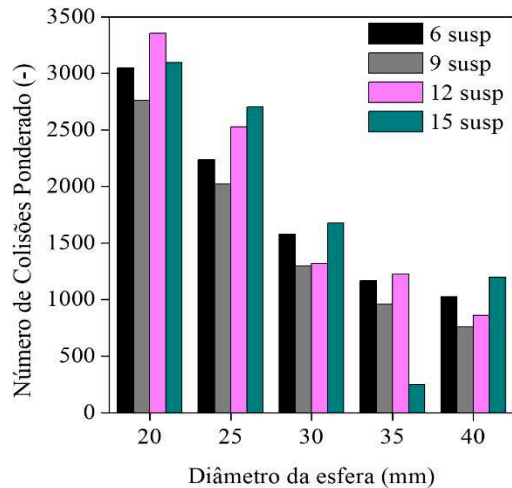
Observa-se que a influência do tamanho da esfera e da velocidade de rotação no número de colisões e na energia de colisão seguem a mesma tendência verificada nas seções anteriores deste trabalho. Além disso, não é possível notar um efeito ou uma tendência nítida da quantidade de suspensores sobre o número de colisões e na energia de colisão. Isso é confirmado, já que o desvio médio dos dados de número de colisões é de 12,6% e da energia de colisão é de 3,9%, comparando-se a quantidade de suspensores para uma mesma condição de diâmetro de esfera e velocidade de rotação. Vale destacar os resultados peculiares que são observados para a condição da esfera de 35 mm quando utilizou-se 15 suspensores no moinho de bolas, no qual os valores de número de colisões e energia de colisão são consideravelmente menores que os demais. Isto deve-se ao fato que as esferas de 35 mm ficaram presas no espaço entre os suspensores, imitando o regime de centrifugação, em que as mesmas têm seu movimento limitado e não interagem entre si.



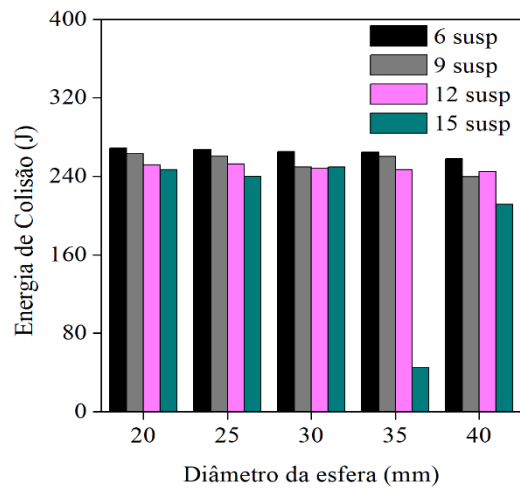
a) Número de colisões à $v = 10$ rpm



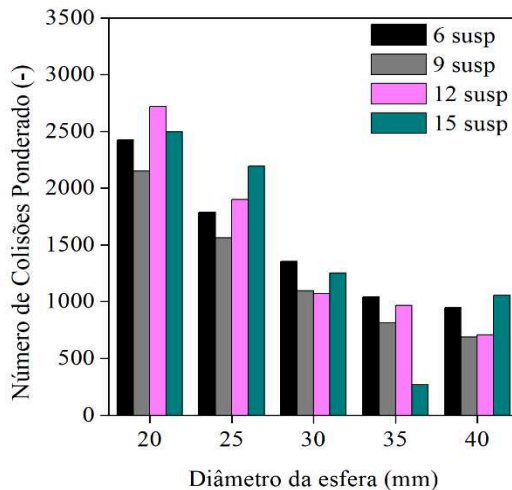
d) Energia de colisão à $v = 10$ rpm



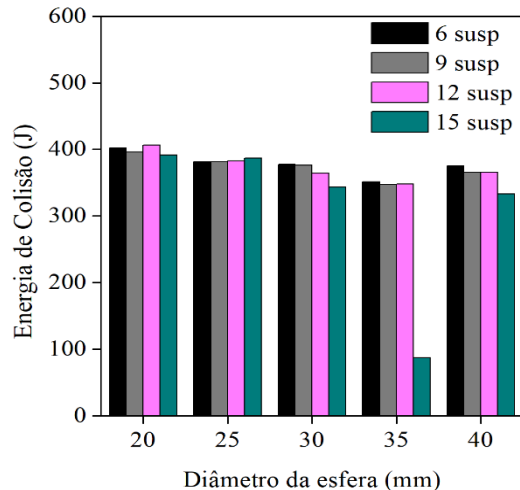
b) Número de colisões à $v = 30$ rpm



e) Energia de colisão à $v = 30$ rpm



c) Número de colisões à $v = 50$ rpm



f) Energia de colisão à $v = 50$ rpm

Figura 4.15: Número total de colisões e energia total da colisão obtidos na primeira etapa de análise da quantidade de suspensores.

De posse das informações de número de colisões (NC) e energia de colisão (EC) obtidas numericamente, foram desenvolvidos modelos de regressão múltipla em função das variáveis número de suspensores (N), diâmetro da esfera (d) e velocidade de rotação (V). Para isto, foi adotado um nível de significância de 10%.

A equação de predição para o número de colisões (NC), obtida por regressão múltipla, teve um $R^2 = 0,9544$ e é descrita pela Equação 4.6. Nesta regressão, os termos lineares e quadráticos do número de suspensores (N e N*N) e do diâmetro da esfera (d e d*d), o termo quadrático da velocidade (V*V) e a interação diâmetro da esfera e velocidade (d*V) se mostraram estatisticamente significativos. O efeito do diâmetro da esfera já havia sido percebido na análise qualitativa dos gráficos da Figura 4.15, como também o sutil efeito da velocidade e, por isto, esta última variável se mostrou significativa apenas no termo quadrático e em interação com d. Além disso, apesar da influência do número de suspensores (N) não ter sido claramente verificada nos gráficos da Figura 4.15, esta variável se mostra estatisticamente significativa no modelo de regressão, porém com uma contribuição menor do que a variável diâmetro da esfera (d).

$$NC = 8974,661 + \underline{x} b_1 + \underline{x} B_1 \underline{x} \quad (4.6)$$

$$\text{no qual } b_1 = \begin{bmatrix} -339,130 \\ -206,667 \\ 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 3,858 & 0 & 0,328 \\ 0 & 11,755 & 0 \\ 0,328 & 0 & -0,617 \end{bmatrix} \text{ e } \underline{x} = \begin{bmatrix} d \\ N \\ V \end{bmatrix}$$

Já a equação de predição para a energia de colisão (EC), obtida por regressão múltipla, está descrita pela Equação 4.7 e esta apresentou um $R^2 = 0,9960$. Nesta regressão, os termos lineares e quadráticos da velocidade (V e V*V) e as interações diâmetro da esfera e número de suspensor (d*N) e número de suspensor e velocidade (N*V) se mostraram estatisticamente significativos. Como já havia sido verificado por análises qualitativas de seções anteriores, a variável velocidade é a que exerce influência mais pronunciada na energia de colisão.

$$EC = -56,709 + \underline{x} b_2 + \underline{x} B_2 \underline{x} \quad (4.7)$$

$$\text{no qual } b_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 13,495 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0,049 \\ 0 & 0 & -0,029 \\ -0,049 & -0,029 & -0,070 \end{bmatrix} \text{ e } \underline{x} = \begin{bmatrix} d \\ N \\ V \end{bmatrix}$$

A fim de encontrar os conjuntos de variáveis que fornecem os maiores e menores valores de número de colisões e de energia de colisão, foi empregado a técnica de otimização multiresposta usando a função de Desejabilidade. É válido frisar que os maiores valores de número de colisão e energia de colisão correspondem à condição mais favorável à moagem, enquanto que os menores valores para ambas as respostas equivalem à condição mais desfavorável à moagem. A Figura 4.16 mostra os pontos de desejabilidade máxima e mínima obtidos para ambas as respostas número de colisões e energia de colisão observadas simultaneamente, e também os pontos de número de colisões e energia de colisão máximos e mínimos verificados isoladamente a partir dos modelos de regressão (Equações 4.6 e 4.7).

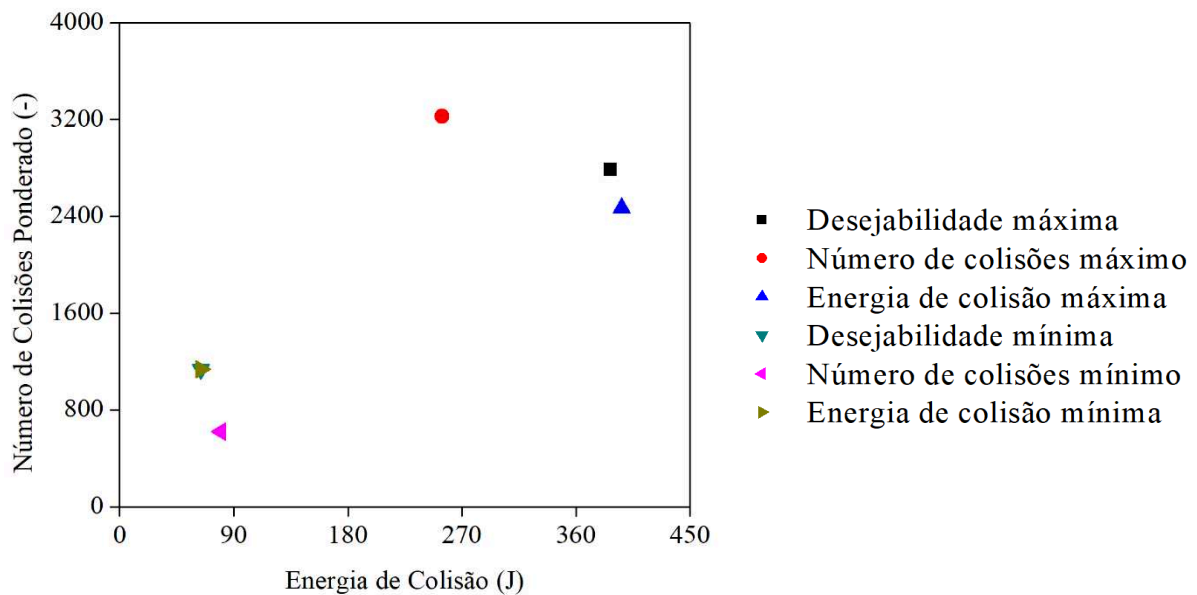


Figura 4.16: Pontos de desejabilidade máxima e mínima e pontos máximos e mínimos de número de colisões e energia de colisão verificados isoladamente a partir dos modelos de regressão

A Tabela 4.6 mostra as respectivas condições cujos valores das variáveis independentes fornecem os pontos de desejabilidade máxima e mínima e os pontos de número de colisões e energia de colisão verificados isoladamente pelos modelos de regressão. Observa-se que a condição que corresponde à desejabilidade mínima e à energia de colisão mínima é aquela com esfera de diâmetro 35 mm e 15 suspensores, no qual a esfera fica presa no espaçamento entre os suspensores, limitando o movimento das mesmas e prejudicando a ocorrência dos eventos de quebra.

Tabela 4.6: Valores de desejabilidade máxima e mínima, pontos máximos e mínimos observados isoladamente e os respectivos valores das variáveis independentes.

	Número de colisões (-)	Energia de colisão (J)	Condições		
			d (mm)	N (-)	V (rpm)
Desejabilidade máxima	2784,18	387,31	20	15	50
Número de colisões máxima	3227,00	254,28	20	12	30
Energia de colisão máxima	2469,83	395,95	20	12	50
Desejabilidade mínima	1134,72	63,90	35	15	10
Número de colisões mínima	619,98	79,77	40	9	10
Energia de colisão mínima	1134,72	63,90	35	15	10

Além disso, nota-se também na Tabela 4.6 que os pontos de desejabilidade máxima e os pontos de número de colisões e energia de colisão máximas foram todos determinados pela utilização da esfera de 20 mm. De fato, a esfera de 20 mm é a que resultou em um maior número de colisões dentre as demais esferas analisadas, conforme já discutido nas seções anteriores. No entanto, a desejabilidade máxima como função da esfera de 20 mm sugere que outro fator também esteja determinando este resultado. A altura do suspensor é justamente igual ao diâmetro desta esfera (20 mm) e, a depender desta dimensão, a esfera pode ser mais ou menos carregada pelos suspensores a maiores alturas no interior do moinho, o que contribui para a maior movimentação das partículas e maior energia de colisão devido à queda sobre o leito de partículas. O estudo de Machado (2016) confirmou a influência da geometria do suspensor ao constatar que esferas de moagem com raio menor do que a altura do suspensor eram elevadas a maiores alturas de lançamento, acelerando o aparecimento do regime de catarateamento, cujo movimento favorece a quebra de partículas.

Desta forma, a próxima etapa deste trabalho objetivou relacionar a altura do suspensor com o diâmetro das esferas de moagem e, avaliar como esta variável, juntamente com a variável quantidade de suspensores, irão afetar o número de colisões e a energia de colisão e, conseqüentemente, no desempenho da operação de moagem.

- 2ª Etapa:

A segunda etapa buscou analisar como o número de suspensores (N) e a altura dos mesmos (B) afetam a dinâmica das esferas de moagem no interior do moinho de bolas. As Figuras 4.17 e 4.18 mostram, respectivamente, os resultados de número de colisões e energia de colisão para a razão N/N_{max} igual a 1,0, 0,75 e 0,5, que define o número de suspensores, e para a razão B/d igual a 0,75, 1,0 e 1,25, que define a altura do suspensor.

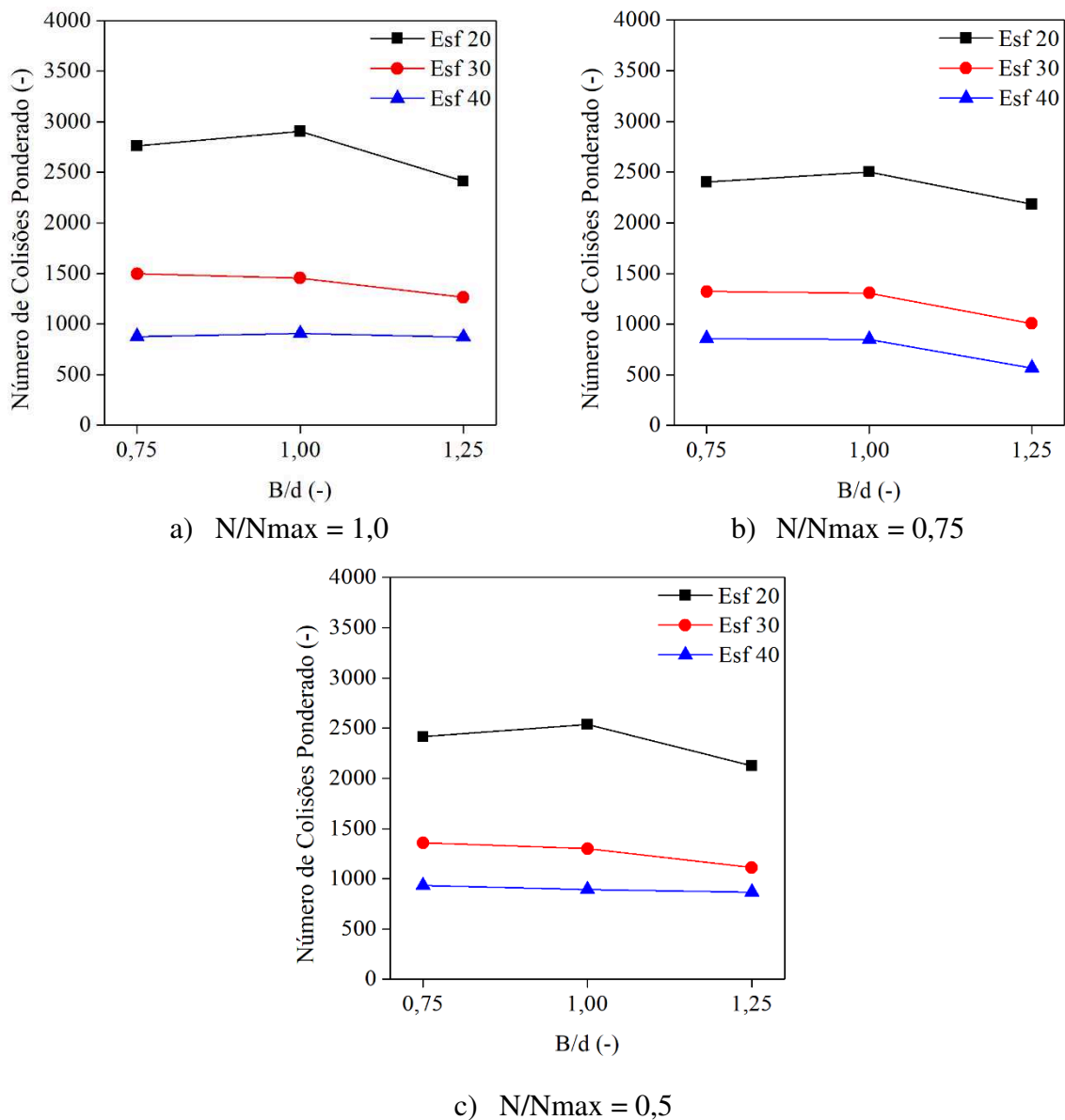


Figura 4.17: Número total de colisões obtidos variando-se o número de suspensores e a altura dos mesmos no interior do moinho de bolas.

Analisando os resultados da Figura 4.17, pode-se observar que as esferas de 20 e 30 mm, na condição de máximo número de suspensores ($N/N_{max} = 1,0$), forneceram uma maior quantidade de colisões para todas as alturas de suspensores analisadas. A condição de máximo número de suspensores é aquela em que apenas uma esfera é carregada no espaçamento entre os suspensores e caem sobre o leito de partículas. Logo, este resultado sugere que o carregamento de apenas uma esfera pelos suspensores é mais favorável à moagem do que carregar mais de uma, pois aumenta o número de colisões no interior do moinho de bolas.

Ainda sobre a Figura 4.17, verifica-se uma diminuição no número de colisões para as esferas de 20 e 30 mm quando a B/d é igual a 1,25, ou seja, quando a altura do suspensor excede o diâmetro da partícula. Esta observação indica que o aumento da altura do suspensor parece não contribuir mais na elevação das esferas, o que promoveria mais colisões. Na verdade, o efeito parece ser contrário a isso, visto que o aumento da altura do suspensor levou ao aumento do volume útil ocupado pelos mesmos dentro do moinho, o que interfere indevidamente na livre movimentação das esferas e limita a ocorrência das colisões. Conforme descrito na literatura, apesar da ação de elevação das esferas (regime de catarateamento) ser favorecida pelo aumento da altura do suspensor, há um limite para isso, bastando que a altura do suspensor seja pouco maior que o raio da esfera (HLUNGWANI et al., 2002).

Em relação à Figura 4.18, nota-se que as variáveis altura do suspensor (B/d) e quantidade de suspensores (razão N/N_{max}) não afetaram a energia de colisão de forma significativa, sendo que esta permaneceu na mesma faixa de valores. Já o diâmetro da esfera (d) influenciou na energia de colisão, de forma que a esfera maior (40 mm) prejudicou o aumento desta resposta. Para esferas de maior diâmetro, a altura dos suspensores (B) também é maior, já que foram considerados proporcionalmente de acordo com a razão B/d . Logo, a altura disponível para a queda no interior do moinho será reduzida quando utilizados suspensores tão grandes como os confeccionados para as esferas maiores. Assim, com a altura de queda reduzida, a energia de colisão também diminuirá se a esfera se chocar exatamente sobre o suspensor. Novamente, o aumento da altura do suspensor além do necessário restringirá a energia de colisão entre as partículas e influenciará negativamente na ocorrência da moagem.

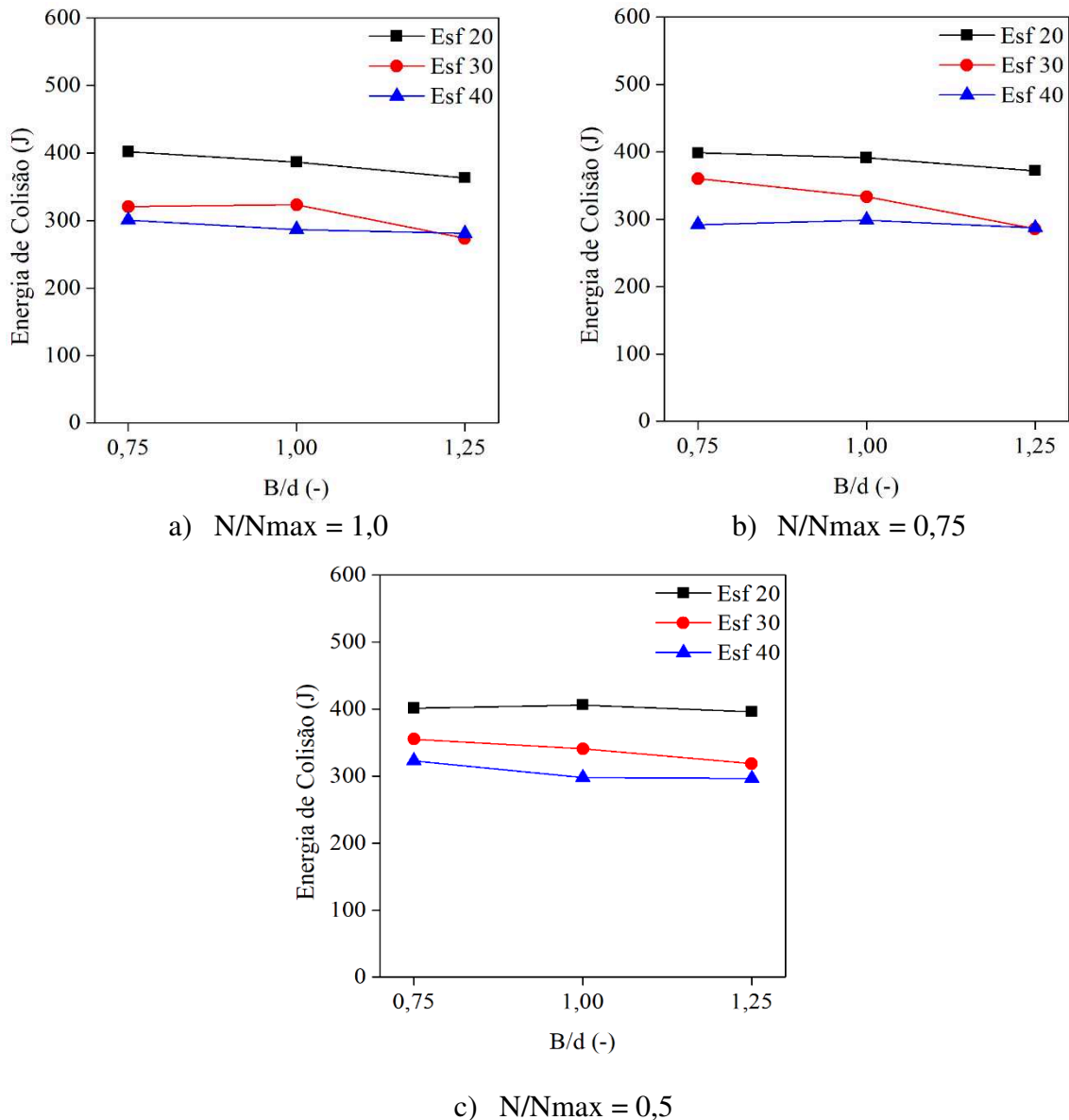


Figura 4.18: Energia total de colisão obtida variando-se o número de suspensores e a altura dos mesmos no interior do moinho de bolas

Os resultados apresentados na Figura 4.17 foram tratados por meio de técnicas de regressão múltipla, no qual a significância das variáveis estudadas foi investigada por análise de variância (ANOVA). A equação de predição obtida por regressão múltipla para o número de colisões (NC) apresentou um $R^2 = 0,9905$ e é descrito pela Equação 4.8. Neste modelo estimado, é possível perceber a influência negativa dos termos linear e quadrático do diâmetro da esfera (d) sobre o número de colisões, conforme já discutido anteriormente neste trabalho.

$$NC = 1536,861 + \underline{x} a_1 + \underline{x} A_1 \underline{x} \quad (4.8)$$

no qual $a_1 = \begin{bmatrix} -110,341 \\ 79,442 \\ -810,716 \end{bmatrix}$, $A_1 = \begin{bmatrix} 68,030 & 0 & 0 \\ 0 & -69,720 & -42,145 \\ 0 & -42,145 & -184,815 \end{bmatrix}$ e $\underline{x} = \begin{bmatrix} B/d \\ N/N \text{ max} \\ d \end{bmatrix}$

Assim como observado na análise qualitativa dos gráficos da Figura 4.17, verifica-se através da Equação 4.8 um efeito negativo do termo linear da razão da altura dos suspensores (B/d) sobre o número de colisões, já que o maior valor da razão B/d (igual a 1,25) levou a uma diminuição no valor desta resposta. Além disso, é possível notar a significância estatística da razão do número de suspensores (N/Nmax) sobre o número de colisões, tanto no termo linear quanto no termo quadrático, corroborando os resultados verificados nos gráficos da Figura 4.17. Ainda, pode-se perceber a significância estatística da interação entre as variáveis razão de número de suspensores (N/Nmax) e diâmetro da esfera (d) que, combinadas, apresentam um efeito negativo sobre o número de colisões (NC), conforme é mostrado pela superfície da Figura 4.19.

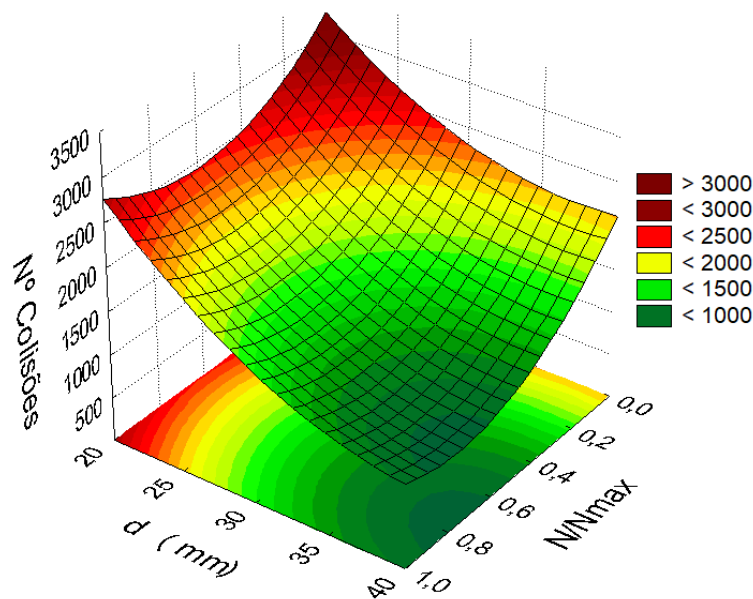


Figura 4.19: Número de colisões em função do número de suspensores (N/Nmax) e do diâmetro da esfera (d).

Já a equação de predição obtida por regressão múltipla para a energia de colisão (EC) está descrita pela Equação 4.9 e apresentou um $R^2 = 0,9418$. É possível observar que, mesmo

que a influência das variáveis razão da altura do suspensor (B/d) e razão do número de suspensores (N/Nmax) não tenha sido visualizada claramente na análise qualitativa nos gráficos da Figura 4.18, estas variáveis se mostraram estaticamente significativas, apresentando um efeito negativo sobre a resposta energia de colisão. Também, confirma-se o maior efeito (e negativo) do diâmetro da esfera (d) sobre a energia de colisão, através dos termos linear e quadrático desta variável no modelo de regressão.

$$EC = 336,800 + \underline{x} a_2 + \underline{x} A_2 \underline{x} \quad (4.9)$$

$$\text{no qual } a_2 = \begin{bmatrix} -15,524 \\ -11,022 \\ -47,441 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -9,992 \end{bmatrix} \text{ e } \underline{x} = \begin{bmatrix} B/d \\ N/N \text{ max} \\ d \end{bmatrix}$$

Em suma, constata-se que a esfera de 40 mm, que é a esfera de maior diâmetro utilizada neste trabalho, foi aquela que forneceu a menor quantidade de colisões e a menor energia de colisão, por motivos já mencionados previamente. Além disso, para um mesmo volume de esferas considerado, as esferas maiores estão presentes no moinho em quantidade consideravelmente menor do que as esferas menores. Essa observação sugere que as dimensões diâmetro da partícula (d) e o diâmetro do moinho (D) estejam relacionadas, pois o número de colisões e a energia de colisão e, conseqüentemente, a livre movimentação das esferas no interior do moinho vão depender do espaço disponível para tal.

Deste modo, a terceira etapa surge com a intenção de relacionar o tamanho da esfera de moagem e o diâmetro do moinho e investigar como esta relação irá afetar na dinâmica das esferas no interior do moinho e, conseqüentemente, no desempenho da operação de moagem.

- 3ª Etapa:

A terceira etapa consistiu em analisar se a razão d/D, que relaciona o diâmetro da esfera (d) e o diâmetro do moinho (D), irão influenciar no número de colisões e na energia de colisão das esferas de moagem no interior do moinho de bolas. A Tabela 4.7 mostra as razões d/D utilizadas, que foram baseadas na condição inicial do moinho de bolas de diâmetro de 300 mm

e a dimensão dos novos moinhos de bolas construídos conforme suas respectivas razões alternadas.

Tabela 4.7: Condições estudadas para as razões d/D : moinho inicial e moinhos modificados

	Esfera 20 mm	Esfera 40 mm
d/D inicial	0,067	0,133
D moinho	300 mm	300 mm
Velocidade de rotação	50 rpm	50 rpm
d/D modificado	0,133	0,067
D moinho	150 mm	600 mm
Velocidade de rotação	71 rpm	35,5 rpm

A Figura 4.20 apresenta os resultados de ambas as respostas número de colisões e energia de colisão para as razões d/D utilizadas. Analisando os resultados referentes à esfera de 20 mm, observa-se que, ao aumentar a razão d/D de 0,067 para 0,133, o número de colisões e a energia de colisão reduziram, em média, 33,78% e 84,23%, respectivamente. Por outro lado, no caso das esferas de 40 mm, ao diminuir a razão d/D de 0,133 para 0,067, o número de colisões e a energia de colisão aumentaram, em média, 41,16% e 659,44%, respectivamente.

Embora as simulações tenham sido realizadas para um volume de esferas fixo e a uma velocidade de rotação que corresponde ao regime de catarateamento, a maior razão d/D apresenta também suspensores maiores, já que estão relacionados ao tamanho da esfera. Logo, o espaço livre para o movimento das esferas é reduzido, o que interfere indevidamente na interação mais dinâmica das esferas de moagem e do material a ser moído, prejudicando a ocorrência dos eventos de quebra do processo de moagem.

Esta observação sugere que a menor razão d/D é aquela que mais favorece a ocorrência das colisões de elevada energia, pois representa mais espaço no interior do moinho para a livre movimentação das mesmas. Para o caso do moinho piloto em estudo (diâmetro 300 mm), a menor razão d/D poderia ser obtida diminuindo-se o tamanho da esfera de moagem. No entanto, esta redução no tamanho da esfera só pode ser feita até certo ponto, de forma a garantir que as esferas ainda sejam capazes de quebrar o material efetivamente.

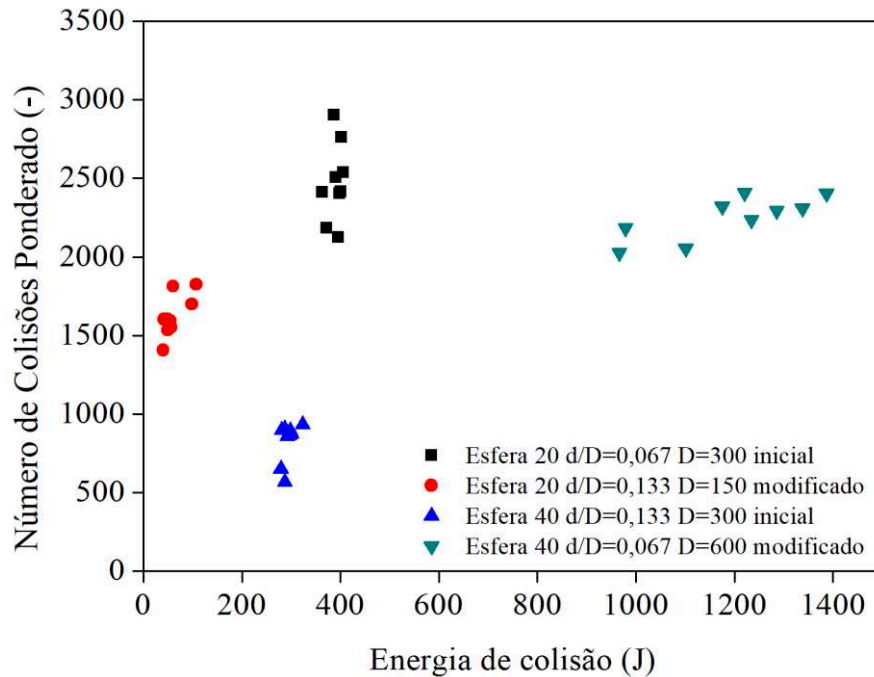


Figura 4.20: Número de colisões e energia de colisão variando a razão d/D.

4.3.5. Moagem experimental do quartzito

A moagem experimental do quartzito foi executada com a intenção de verificar como as condições que forneceram os máximos valores de número de colisões e energia de colisão (Tabela 4.6) afetariam o processo de moagem de fato. Ambas as condições foram verificadas utilizando-se a esfera de diâmetro de 20 mm e um número de suspensores de 12, sendo que nas condições de máximo número de colisão (NC máximo) e máxima energia de colisão (EC máxima) foram adotadas as velocidades de 30 e 50 rpm, respectivamente.

A distribuição granulométrica do quartzito foi determinada por peneiramento e é apresentada pela Figura 4.21. É possível observar que a condição de máxima energia de colisão foi a que resultou em uma moagem mais satisfatória, em que há maior quantidade de massa retida em todas as peneiras menores. Ou seja, mais partículas sofreram danos e foram quebradas nesta condição, apresentando maior concentração em tamanhos menores, em relação à condição de máximo número de colisão. Assim, pode-se concluir que, para a moagem do quartzito, a condição que é mais favorável à quebra das partículas é aquela que produz maior energia de colisão, ao invés de mais colisões. A diferença entre estas duas condições está apenas na velocidade de rotação, no qual aquela que promoveu a moagem mais satisfatória é a referente

à velocidade de 50 rpm, que corresponde ao regime de catarateamento nas condições operacionais adotadas neste trabalho. O regime de catarateamento é aquele que privilegia a quebra por impacto, formando produtos de granulometria mais grossa.

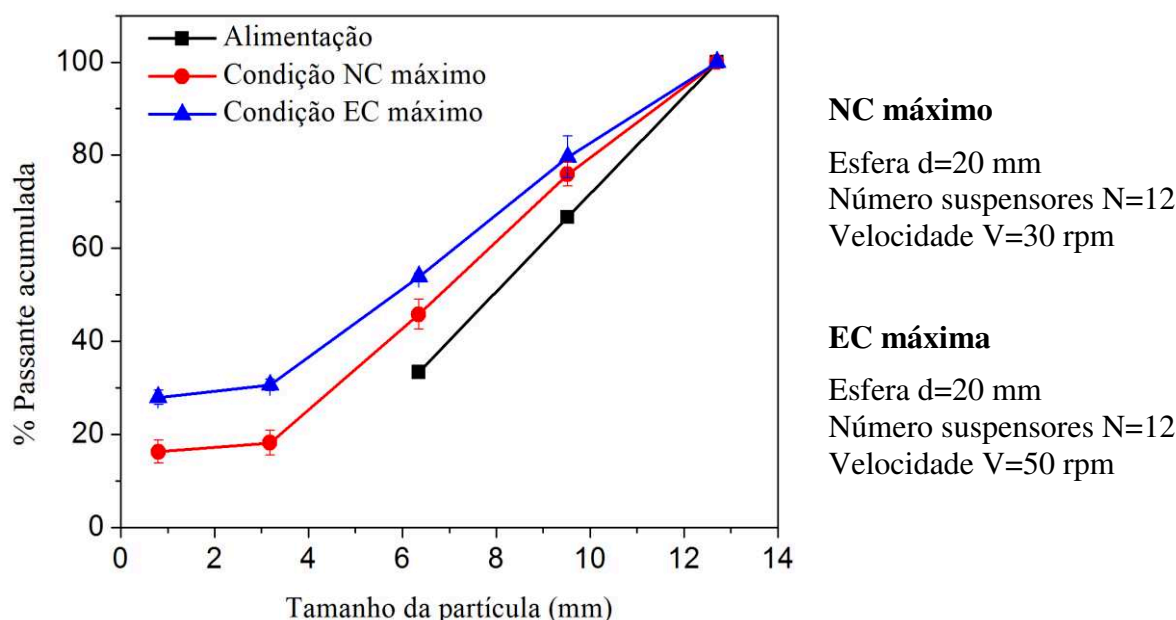


Figura 4.21: Granulometria resultante da moagem experimental com as condições que forneceram o máximo número de colisão e a máxima energia de colisão.

4.3.6. Moagem utilizando o Modelo das Partículas Ligadas (BPM)

Neste trabalho, a representação do fenômeno de quebra das partículas de quartzito também foi executada por meio de simulações numéricas. Buscando-se verificar como as condições que forneceram os máximos valores de número de colisões e energia de colisões, e também a condição encontrada na otimização por desejabilidade influenciariam o processo de moagem, o Modelo das Partículas Ligadas (BPM) foi empregado.

A Figura 4.22 apresenta a porcentagem de entidades de ligações que foram rompidas ao longo do tempo. Vale destacar que a quantidade de ligações formadas em todas as condições foi a mesma, já que a quantidade de esferas primárias nas 80 partículas de quartzitos permaneceu igual. Analisando os resultados da Figura 4.22, percebe-se que a condição que forneceu a máxima energia de colisão foi a que acarretou em mais ligações rompidas quando comparado à condição de máximo número de colisões. Esta constatação já havia sido feita

observando os resultados da moagem experimental e é justificada pela ocorrência do regime de catarateamento na condição de máxima energia.

Percebe-se ainda que a condição otimizada pela função desejabilidade, que é aquela que maximiza ambas as respostas número de colisão e energia de colisão simultaneamente, foi a que ocasionou na maior porcentagem de ligações rompidas (59,2%), dentre as condições analisadas, em um mesmo tempo de moagem. A condição dada pela função desejabilidade apresenta valores intermediários e otimizados de número de colisão e energia de colisão, enquanto que as condições máximas destas respostas são dadas por seus maiores valores absolutos individuais, desconsiderando a outra resposta (Tabela 4.6). A partir deste resultado, pode-se concluir que a maximização combinada de ambas as respostas número de colisão e energia de colisão são fundamentais para promover uma melhora no desempenho da operação de moagem, ao invés de apenas empregar a condição de uma resposta máxima considerada individualmente.

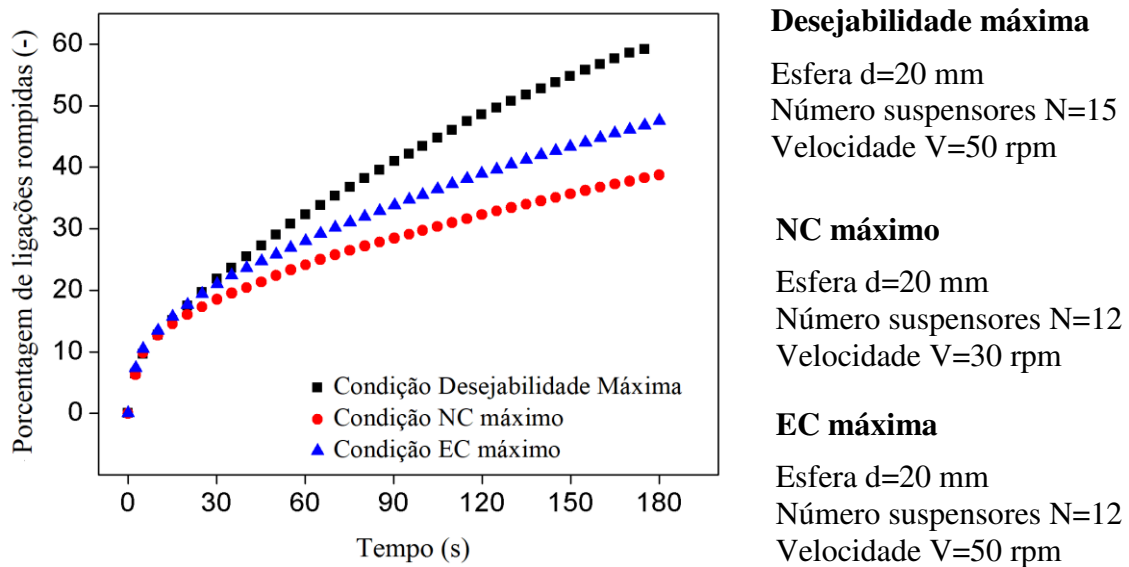


Figura 4.22: Porcentagem de ligações rompidas entre as esferas primárias nos ensaios de moagem via simulação numérica através do modelo BPM.

CAPÍTULO 5

Conclusões e Sugestões

Tendo em vista os objetivos propostos e os resultados verificados a partir dos experimentos e das simulações numéricas, as principais conclusões do presente estudo são apresentadas na sequência.

5.1. Conclusões

Em relação ao estudo experimental dos parâmetros físicos DEM, destacam-se as seguintes conclusões:

- ❖ A influência da altura de soltura na determinação do coeficiente de restituição através da metodologia de queda livre pode ser considerada negligenciável para todas as combinações estudadas de partícula-superfície, já que o desvio máximo dos dados para uma mesma condição foi de 5,9%;
- ❖ Foi observado uma diminuição no valor do coeficiente de restituição quando aumentou-se o tamanho da partícula que colide sobre a superfície de impacto. Isso deve-se à dissipação de energia na forma de deformação plástica da superfície que é mais eficiente quando proporcionada pela colisão de partículas cada vez maiores;
- ❖ Com respeito à influência da dimensão da superfície de impacto, verificou-se uma diminuição gradativa do valor do coeficiente de restituição com a diminuição da espessura da superfície de impacto. Tal resultado está relacionado ao tempo de dissipação das ondas destrutivas ao longo da superfície de impacto, causando perturbações na energia de restituição da partícula;
- ❖ Foram observados diferentes valores de coeficiente de restituição para os pares partícula-superfície permutados, tanto da variação de dimensão dos mesmos quanto da variação de material, no qual a máxima diferença percentual para um mesmo par partícula-superfície foi de 43,8%. Mesmo que superestimado, os valores de coeficiente

de restituição fornecidos pelo modelo de Zener (1941) apresentam o mesmo comportamento dos valores experimentais e também fornece valores diferentes para os pares partícula-superfície permutados. Esta constatação exige uma cautelosa investigação do equacionamento DEM para compreender como o parâmetro coeficiente de restituição é introduzido nos cálculos do modelo;

- ❖ A dissipação de energia na forma de deformação plástica, capaz de afetar significativamente o valor do coeficiente de restituição, vai ocorrer somente na superfície de impacto, a depender da sua dimensão, material e do tamanho da partícula que se impacta sobre ela;
- ❖ Os valores medidos de coeficiente de atrito estático foram maiores para as condições de superfície arranjadas em monocamadas de partículas, que é aquela que buscou representar o comportamento do leito de partículas (*bulk*);
- ❖ A medida experimental do coeficiente de atrito estático realizada considerando interações entre mesmos materiais e materiais diferentes e em arranjos distintos da superfície de contato, forneceu valores diferentes do coeficiente para uma mesma interação de pares de materiais permutados no papel de partícula e superfície. Similarmente, esta observação também exige um entendimento mais detalhado da aplicação deste parâmetro nos cálculos da metodologia DEM.

Quanto à análise numérica da influência dos parâmetros DEM, pode-se concluir que:

- ❖ Os valores de coeficiente de restituição medidos experimentalmente vão afetar positivamente no número de colisões totais no interior do moinho e, conseqüentemente, um elevado valor deste parâmetro pode vir a contribuir no aumento do desempenho da operação de moagem. Além disso, o coeficiente de restituição não mostrou uma influência marcante sobre a energia de colisão, em que a máxima diferença percentual observada para uma mesma esfera foi de 1,9%;
- ❖ Já os valores medidos de coeficiente de atrito estático não afetaram o número de colisões totais no interior do moinho, já que a máxima diferença percentual observada entre os valores de CAE foi de 6,2%. Por outro lado, o coeficiente de atrito estático foi capaz de influenciar na energia de colisão, sendo que o maior valor medido deste coeficiente

(0,545), que representa o comportamento *bulk*, forneceu elevados valores de energia de colisão, contribuindo de forma favorável à moagem das partículas;

- ❖ Foi verificado que os diferentes valores medidos dos coeficientes de restituição e atrito estático para os pares partícula-superfície permutados alteraram os valores resultantes de número de colisões e energia de colisão. Isso justifica mais uma vez a cautela requerida ao se especificar os valores dos parâmetros à metodologia DEM, pois, a depender destes, as informações previstas pela simulação pode não condizer com a realidade do desempenho da operação de moagem;
- ❖ De maneira geral, também foi verificado que o aumento do tamanho da partícula influenciou apenas no número de colisões, diminuindo-o, enquanto que o maior valor de velocidade de rotação do moinho analisado favoreceu o aumento, tanto do número de colisões, quanto da energia de colisão.

Referente à análise da quantidade e da dimensão dos suspensores no interior do moinho de bolas, destacam-se as seguintes conclusões:

- ❖ Não se observou um efeito ou tendência nítidos no número de colisões e na energia de colisão quando da variação da quantidade de suspensores de dimensão fixa 20 x 20 mm. A partir da otimização por desejabilidade, verificou-se que os pontos máximos de número de colisões e energia de colisão foram todos determinados pela utilização da esfera de 20 mm. Isto sugere que a altura do suspensor esteja motivando este resultado;
- ❖ Foi possível investigar a influência da quantidade de suspensores juntamente com a dimensão dos mesmos relacionado com o tamanho das esferas. O número máximo de suspensores, que corresponde à situação em que apenas uma esfera é carregada no espaçamento entre eles, acarretou no maior número de colisões;
- ❖ Quando a altura do suspensor excedeu o diâmetro da esfera relacionada, observou-se uma diminuição no número de colisões, indicando que o aumento da altura do suspensor, ao invés de contribuir para a elevação das esferas, irá interferir indevidamente na livre movimentação das mesmas. O aumento da altura do suspensor também levou a uma diminuição na energia de colisão;

- ❖ A maior esfera utilizada (diâmetro 40 mm) foi aquela que resultou nos menores valores de número de colisão e energia de colisão, o que insinua que as dimensões diâmetro da partícula e diâmetro do moinho estão relacionadas;
- ❖ A menor razão diâmetro da partícula/diâmetro do moinho é a que mais favorece a ocorrência de colisões de elevada energia, pois representa maior espaço no interior do moinho para a livre movimentação das mesmas.

Com base nos resultados experimentais e numéricos da moagem do quartzito, pode-se concluir que:

- ❖ O melhor desempenho da moagem experimental do quartzito foi provocada pela condição que forneceu o valor máximo de energia de colisão, indicando que a energia de colisão é mais favorável à moagem do que uma maior quantidade de colisões;
- ❖ Na quebra das partículas de quartzito por meio das simulações numéricas, a condição otimizada pela função desejabilidade foi a que promoveu a maior quantidade de ligações rompidas (cerca de 60%) em um mesmo tempo de operação. Isto demonstra que a maximização de ambas as respostas número de colisão e energia de colisão simultaneamente é mais benéfica para melhorar o desempenho da moagem do que a maximização de apenas uma resposta individualmente.

5.2. Sugestões para trabalhos futuros

- ❖ Realizar simulações numéricas da movimentação dos corpos moedores no moinho de bolas piloto, a fim de encontrar um tamanho mínimo de esferas de forma a aumentar o número de colisões e garantir que estes ainda sejam capazes de moer o quartzito;
- ❖ Estudar a dinâmica das esferas de moagem no interior do moinho para composições de esferas de diferentes tamanhos, buscando maximizar as respostas número de colisões e energia de colisão.

Referências bibliográficas

- AI, J., CHEN, J., ROTTER, J. M., OOI, J.Y. Assessment of rolling resistance models in discrete element simulations. Powder Technology, v. 206, p.269-282, 2011.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.powtec.2010.09.030>
- ALDRICH, C. Consumption of steel grinding media in mills - A review. Minerals Engineering, v. 49, p.77-91, 2013.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.mineng.2013.04.023>
- ANSARI, M.K., AHMAD, M., SINGH, R., SINGH, T.N. Correlation between Schmidt hardness and coefficient of restitution of rocks. Journal of African Earth Sciences, v. 104, p. 1-5, 2015.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.jafrearsci.2015.01.005>
- ARYAEI, A., HASHEMNIA, K., JAFARPUR, K. Experimental and numerical study of ball size effect on restitution coefficient in low velocity impacts. International Journal of Impact Engineering, v. 37, p. 1037-1044, 2010.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2010.04.005>
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. ASTM G40-93. Terminology relating to wear and erosion. ASTM International. 1992.
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. ASTM G115-10. Standard guide for measuring and reporting friction coefficients. ASTM International, 2013.
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. ASTM G194-08. Standard test method for measuring rolling friction characteristics of a spherical shape on a flat horizontal plane. ASTM International, 2013.
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. ASTM STP 169B. Significance of tests and properties of concrete and concrete-making materials. ASTM Special Technical Publication, 1978.
- BARRIOS, G.K.P., CARVALHO, R.M., KWADE, A., TAVARES, L.M. Contact parameter estimation for DEM simulation of iron ore pellet handling. Powder Technology, v. 248, p. 84-93, 2013.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.powtec.2013.01.063>
- BERALDO, J.L. Moagem de minérios em moinhos tubulares. São Paulo: Edgard Blücher, 1987. 143p.
- BEINERT, S., SCHILDE, C., GRONAU, G., KWADE, A. CFD-Discrete Element Method simulations combined with compression experiments to characterize stirred-media mills. Chemical Engineering and Technology, v. 37 (5), p. 770-778, 2014.
<http://dx.doi.org/10.1002/ceat.201300716>

- BORTOLOTTI, C.T., SANTOS, K.G., FRANCISQUETTI, M.C.C., DUARTE, C.R., BARROZO, M.A.S. Hydrodynamic study of a mixture of West Indian cherry residue and soybean grains in a spouted bed. Canadian Journal of Chemical Engineering, v.91, p.1871-1880, 2013.
<https://doi.org/10.1002/cjce.21870>
- BURATTI, C., BARBANERA, M., LASCARO, E., COTANA, F. Optimization of torrefaction conditions of coffee industry residues using desirability function approach. Waste Management, v. 73, p. 523-534, 2018.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.wasman.2017.04.012>
- BRANDÃO, R. J. Estudo da segregação de material granular em tambor rotatório empregando a abordagem numérica lagrangeana. Dissertação de mestrado. 107 p. PPGEQ-UFU-Uberlândia/MG, 2017.
- CHAVES, A.P. Britagem, Peneiramento e Moagem. Teoria e Prática do Tratamento de Minérios. 4. Ed. São Paulo: Ed. Signus, 2009. v. 3.
- CHEHREGHANI, S., NOAPARAST, M., REZAI, B., SHAFAEI, S. Z. Bonded-particle model calibration using response surface methodology. Particuology, v.32, p. 141-152, 2017.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.partic.2016.07.012>
- CHEN, H.; LIU, Y. L.; ZHAO, X. Q.; XIAO, Y. G.; LIU, Y. Numerical investigation on angle of repose and force network from granular pile in variable gravitational environments. Powder Technology, v. 283, p. 607–617, 2015.
<https://doi.org/10.1016/j.powtec.2015.05.017>
- CHUNG, Y. C.; OOI, J. Y. Influence of discrete element model parameters on bulk behavior of a granular solid under confined compression. Particulate Science and Technology, v. 26, p. 83–96, 2008.
<https://doi.org/10.1080/02726350701759381>
- CLEARY, P.W., HOYER, D. Centrifugal mill charge motion and power draw: Comparison of DEM predictions with experiment. International Journal of Mineral Processing, v. 59 (2), p. 131-148, 2000.
[https://doi.org/10.1016/S0301-7516\(99\)00063-0](https://doi.org/10.1016/S0301-7516(99)00063-0)
- CLEARY, P.W., OWEN, P. Effect of operating condition changes on the collisional environment in a SAG mill. Minerals Engineering, v. 132 (1), p. 297-315, 2018.
<https://doi.org/10.1016/j.mineng.2018.06.027>
- COETZEE, C.J. Review: Calibration of the discrete element method. Powder Technology, v.310, p. 104-142, 2017.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.powtec.2017.01.015>
- CUNDALL, P.D., STRACK, O.D.L. A discrete numerical model for granular assemblies. Geotechnique, v. 29, p. 47–65, 1979.
<https://doi.org/10.1680/geot.1979.29.1.47>

- CUNHA, R.N., SANTOS, K.G., LIMA, R.M., DUARTE, C.R., BARROZO, M.A.S. Repose angle of monoparticles and binary mixture: An experimental and simulation study. Powder Technology, v. 303, p. 203-211, 2016.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.powtec.2016.09.023>
- DERRINGER, G. e SUICH, R. Simultaneous optimization of several response variables. Journal of Quality Technology, v. 12, p. 214–219, 1980.
<https://doi.org/10.1080/00224065.1980.11980968>
- DI MAIO, F.; DI RENZO, A. Modelling particle contacts in distinct element simulations: Linear and non-linear approach. Chemical Engineering Research and Design, v. 83, n. 11, p. 1287-1297, 2005.
<https://doi.org/10.1205/cherd.05089>
- DI RENZO, A.; DI MAIO, F. P. Comparison of contact-force models for the simulation of collisions in DEM-based granular flow codes. Chemical Engineering Science, v. 59, n. 3, p. 525–541, 2004.
<https://doi.org/10.1016/j.ces.2003.09.037>
- DONG, H., MOYS, M. H. Measurement of impact behaviour between balls and walls in grinding mills. Minerals Engineering, v. 16, p. 543-550, 2003.
[https://doi.org/10.1016/S0892-6875\(03\)00057-8](https://doi.org/10.1016/S0892-6875(03)00057-8)
- EDEM SIMULATION. Help EDEM. DEM Solutions, Edinburgh, UK, 2016.
- FIGUEIRA, H. V. O.; ALMEIDA, S. L. M.; LUZ, A. B. Cominuição. In: LUZ, A. B.; SAMPAIO, J. A.; ALMEIDA, S. L. M. (Ed.). Tratamento de Minérios. 4. Ed. Rio de Janeiro: CETEM/MCT, 2004. p.113-182.
- FOERSTER, S. F., LOUGE, M. Y., CHANG, H., ALLIA, K. Measurements of the collision properties of small spheres. Physics of Fluids, v. 6, n. 3, p. 1108-1115, 1994.
<https://doi.org/10.1063/1.868282>
- GAO, D., SUN, J. Using DEM in Particulate Flow Simulations, Hydrodynamics - Optimizing Methods and Tools, 2011, Prof. Harry Schulz (Ed.), ISBN: 978-953-307-712-3, InTech, Disponível em: <http://www.intechopen.com/books/hydrodynamics-optimizing-methods-and-tools/using-dem-in-particulate-flow-simulations>
- GENG, F., GANG, L., WANG, Y., LI, Y., YUAN, Z. Numerical investigation on particle mixing in a ball mill. Numerical investigation on particle mixing in a ball mil. Powder Technology, v. 292, p. 64-73, 2016.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.powtec.2015.11.038>
- GHADIRI, M.; ZHANG, Z. Impact attrition of particulate solids. Part 1: A theoretical model of chipping. Chemical Engineering Science, v. 57, p. 3659-3669, 2002.
[https://doi.org/10.1016/S0009-2509\(02\)00240-3](https://doi.org/10.1016/S0009-2509(02)00240-3)

- GHODKI, B.M., GOSWAMI, T.K. Modeling breakage and motion of black pepper seeds in cryogenic mil. Advanced Powder Technology, v. 29, p. 1055-1071, 2018.
<https://doi.org/10.1016/j.appt.2018.01.023>
- HERTZ, H. On the contact of elastic solids. J. reine und angewandte Mathematik. 92 (1882) 156–171.
- HIBBELER, R.C. Dinâmica: Mecânica para Engenharia. 12. Ed. São Paulo: Ed. Pearson, 2010.
- HLOSTA, J., ZUROVEC, D., ROZBROJ, J., RAMÍREZ-GOMEZ, A., NECAS, J., ZEGZULKA, J. Experimental determination of particle-particle restitution coefficient via double pendulum method. Chemical Engineering Research and Design, v. 135, p. 222-233, 2018.
<https://doi.org/10.1016/j.cherd.2018.05.016>
- HLUNGWANI, O., RIKHOTSO, J., DONG, H., MOYS, M.H. Further validation of DEM modeling of milling: effects of liner profile and mill speed. Minerals Engineering, v. 16 (10), p. 993-998, 2003.
<https://doi.org/10.1016/j.mineng.2003.07.003>
- HONG, S.H., KIM, B.K., Effects of lifter bars on the ball motion and aluminum foil milling in tumbler ball mill, Materials Letters, v. 57, p. 275-279, 2002.
[https://doi.org/10.1016/S0167-577X\(02\)00778-4](https://doi.org/10.1016/S0167-577X(02)00778-4)
- HORABICK, J., BECZEK, M., MAZUR, R., PARAFINIUK, P., RYZAK, M., MOLEND, M. Determination of the restitution coefficient of seeds and coefficients of visco-elastic Hertz contact models for DEM simulations. Biosystems Engineering, v. 161, p. 106-119, 2017.
<https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2017.06.009>
- JIMENEZ-HERRERA, N., BARRIOS, G.K.P., TAVARES, L.M. Comparison of breakage models in DEM in simulating impact on particle bed. Advanced Powder Technology, v. 29 (3), p. 692-706, 2018.
<https://doi.org/10.1016/j.appt.2017.12.006>
- JOHNSTONE, M.W. Calibration of DEM models for granular materials using bulk physical tests. 2010. Doctor Thesis. University of Edinburgh, Escócia, 2010.
- JUAREZ, G., CHEN, P., LUEPTOW, R. M., Transition to centrifuging granular flow in rotating tumblers: a modified Froude number, New Journal of Physics, v. 13, p. 1-12, 2011.
<https://doi.org/10.1088/1367-2630/13/5/053055>
- KRUGGEL-EMDEN, H.; SIMSEK, E.; RICKELT, S.; WIRTZ, S.; SCHERER, V. Review and extension of normal force models for the Discrete Element Method. Powder Technology, v. 171, n. 3, p. 157–173, 2007.
<https://doi.org/10.1016/j.powtec.2006.10.004>

- LAW, A.M.; KELTON, D.W. Simulation modeling and analysis. 2 ed. New York: McGraw-Hill, 1991.
- LI, T., ZHANG, J., GE, W. Simple measurement of restitution coefficient of irregular particles. China Particuology, v. 2, p. 274–275, 2004.
[https://doi.org/10.1016/S1672-2515\(07\)60074-8](https://doi.org/10.1016/S1672-2515(07)60074-8)
- LI, Y.; XU, Y.; THORNTON, C. A comparison of discrete element simulations and experiments for "sandpiles" composed of spherical particles. Powder Technology, v. 160, n. 3, p.219–228, 2005.
<https://doi.org/10.1016/j.powtec.2005.09.002>
- LIMA, R.M. Estudo da dinâmica de partículas em tambores rotatórios empregando a abordagem numérica Lagrangeana. Dissertação de Mestrado. 103p. PPGEQ/UFU – Uberlândia/MG, 2017.
<http://dx.doi.org/10.14393/ufu.di.2018.98>
- MACHADO, M.V.C. Estudo experimental e numérico da dinâmica de corpos moedores em moinhos de bolas. Dissertação de Mestrado. 99p. PPGEQ/UFU - Uberlândia/MG, 2016.
- MACHADO, M.V.C., SANTOS, D.A., BARROZO, M.A.S., DUARTE, C.R. Experimental and numerical study of grinding media flow in a ball mill. Chemical Engineering Technology, v. 40, n. 10, p. 1835-1843, 2017.
<https://doi.org/10.1002/ceat.201600508>
- MAEGAWA, S.; ITOIGAWA, F.; NAKAMURA, T. Effect of normal load on friction coefficient for sliding contact between rough rubber surface and rigid smooth plane. Tribology International, v. 92, p. 335–343, 2015.
<https://dx.doi.org/10.1016/j.triboint.2015.07.014>
- MARIGO, M.; STITT, E. H. Discrete element method (DEM) for industrial applications: Comments on calibration and validation for the modelling of cylindrical pellets. KONA Powder and Particle Journal, v. 32, n. 32, p. 236–252, 2015.
<https://doi.org/10.14356/kona.2015016>
- MARINACK JR., M. C.; MUSGRAVE, R. E.; HIGGS, C. F. Experimental investigations on the coefficient of restitution of single particles. Tribology Transactions, v. 56, n. 4, p. 572–580, 2013.
<https://doi.org/10.1080/10402004.2012.748233>
- MEADERS, R.C., MacPHERSON, A.R. Technical design of autogenous mills. Mining Engineering, v. 16 (9), p. 81-83, 1964.

- MELLMANN, J., The transverse motion of solids in rotating cylinders—forms of motion and transition behavior, Powder Technology, v. 118, p. 251-270, 2001.
[https://doi.org/10.1016/S0032-5910\(00\)00402-2](https://doi.org/10.1016/S0032-5910(00)00402-2)
- METALS HANDBOOK- Properties and Selection: Irons, Steels, and High-Performance Alloys, ASTM International 10th Ed. 1990.
- METZGER, M.J., GLASSER, B.J. Numerical investigation of the breakage of bonded agglomerates during impact. Powder Technology, v. 217, p.304-314, 2012
<http://dx.doi.org/10.1016/j.powtec.2011.10.042>
- METZGER, M.J., GLASSER, B.J. Simulation of the breakage of bonded agglomerates in a ball mill, Powder Technology, v. 237, p.286-302, 2013.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.powtec.2012.12.006>
- METSO MINERALS. Manual de Britagem. 6. Ed. 2005.
- MINDLIN, R. D.; DERESIEWICZ, H. Elastic spheres in contact under varying oblique forces. Journal of Applied Mechanics, v. 20, p. 327-344, 1953.
- MUELLER, P., BOETTCHER, R., RUSSELL, A., TRUEE, M., TOMAS, J. A novel approach to evaluate the elastic impact of spheres on thin plates. Chemical Engineering Science, v. 138, p. 689-697, 2015.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.ces.2015.08.056>
- NEWTON, I. Philosophiae Naturalis Principia Mathematica. Reg. Soc. Praeses, London. 1686.
- PEÇANHA, R.P.; MASSARANI, G. Dimensão característica e forma de partículas. In: Encontro sobre escoamento em meios porosos, v.1, p.302-312, 1986.
- PENG, B. Discrete element method (DEM) contact models applied to pavement simulation. Master thesis. Virginia Polytechnic Institute and State University, Estados Unidos, 2014.
- POISSON, S.D. Mechanics. Longmans, London. 1817.
- POPOV, V. L. Contact Mechanics and Friction. Springer, 2010.
<https://doi.org/10.1007/978-3-642-10803-7>
- POTYONDY, D.O., CUNDALL, P.A. A bonded-particle model for rock. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, v. 41, p. 1329-1364, 2004.
<https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2004.09.011>

- POWELL, M.S. The effect of liner design on the motion of the outer grinding elements in a rotary mill. International Journal of Mineral Processing, v. 31, p. 163-193, 1991.
[https://doi.org/10.1016/0301-7516\(91\)90025](https://doi.org/10.1016/0301-7516(91)90025)
- RAMAN, C. V. On some applications of Hertz's theory of impact. Physical Review, v. 15, p. 277-284, 1920.
<https://doi.org/10.1103/PhysRev.15.277>
- REZAEIZADEH, M., FOOLADI, M., POWELL, M.S., MANSOURI, S.H. Experimental observations of lifter parameters and mill operation on power draw and liner impact loading. Minerals Engineering, v. 23, p. 1182-1191, 2010.
<https://doi.org/10.1016/j.mineng.2010.07.017>
- RESENDE, I.A. Estudo experimental e numérico da dinâmica de grãos de café em um tambor rotatório. Dissertação de Mestrado, 116p, PPGEQ/UFU, Uberlândia/MG, 2017.
- RISTOW, G.H., Flow properties of granular materials in three-dimensional geometries. Habilitationsschrift, Philipps-Universität Marburg, p. 63-92, 1998.
- ROSE, H.E., SULLIVAN, R.M.E., A treatise on the internal mechanics of ball, tube and rod mills, Constable, London, p. 35-68, 1957.
- ROWLAND, C.A. Diameter factors affecting ball mill scale-up. International Journal of Mineral Processing, v. 22, p. 95-104, 1988.
[https://doi.org/10.1016/0301-7516\(88\)90058-0](https://doi.org/10.1016/0301-7516(88)90058-0)
- SANTHANAN, P.R., DREIZIN, E.L. Predicting conditions for scaled-up manufacturing of materials prepared by ball milling. Powder Technology, v. 221, p. 403-411, 2012.
<https://doi.org/10.1016/j.powtec.2012.01.037>
- SANTOS, K.G., Estudo da fluidodinâmica do leito de jorro por CFD com malhas tridimensionais. Dissertação de Mestrado, 128p, PPGEQ/UFU, Uberlândia/MG, 2008.
- SANTOS, D.A. Estudo experimental e numérico da dinâmica de partículas em um tambor rotatório. Tese de Doutorado, 147p, PPGEQ/UFU, Uberlândia/MG, 2015.
- SEIFRIED, R., SCHIEHLEN, P., EBERHARD, P. Numerical and experimental evaluation of the coefficient of restitution for repeated impacts. International Journal of Impact Engineering, v. 32, p. 508-524, 2005.
<https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2005.01.001>

- SILVÉRIO, B.C., SANTOS, K.G., DUARTE, C.R., BARROZO, M.A.S., Effect of the friction, elastic, and restitution coefficients on the fluid dynamics behavior of a rotary dryer operating with fertilizer, *Industrial & Engineering Chemistry Research*, v. 53, p. 8920-8926, 2014.
<https://doi.org/10.1021/ie404220h>
- SONDERGAARD, R., CHANEY, K., BRENNEN, C.E. Measurements of solid spheres bouncing off flat plates. *Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME*, v. 57, n. 3, p. 694-699, 1990.
<https://doi.org/10.1115/1.2897079>
- STRONGE, W. J. *Impact Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- THORNTON, C. *Granular dynamics, contact mechanics and particle system simulations: DEM study*. Springer, v. 24, 2015.
<https://doi.org/10.1007/978-3-319-18711-2>
- UCHIYAMA, Y., ARAKAWA, M., OKAMOTO, C., YASUI, M. Restitution coefficients and sticking velocities of a chondrule analogue colliding on a porous silica layer at impact velocities between 0.1 and 80 m/s⁻¹. *Icarus*, v. 219, n. 1, p. 336-344, 2012.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.icarus.2012.03.008>
- USMAN, H., TAYLOR, P., SPILLER, D.E. The effects of lifter configurations and mill speeds on the mill power draw and performance. *AIP Conf. Proc.*, v. 1805 (050001), 2017.
<https://doi.org/10.1063/1.4974432>
- VAN PUYVELDE, D.R., YOUNG, B.R., WILSON, M.A., SCHMIDT, S.J. Experimental determination of transverse mixing kinetics in a rolling drum by image analysis. *Powder Technology*, v.106, p.183-191, 1999.
[https://doi.org/10.1016/S0032-5910\(99\)00074-1](https://doi.org/10.1016/S0032-5910(99)00074-1)
- WALTON, O.R., BRAUN R.L., Simulation of rotary-drum and repose tests for frictional spheres and rigid sphere clusters, *Proc. Joint DOE/NFS Workshop on Flow of Particulates and Fluids*, p. 1-18, 1993.
- WANG, L., ZHOU, W., DING, Z., LI, X., ZHANG, C. Experimental determination of parameter effects on the coefficient of restitution of differently shaped maize in three-dimensions. *Powder Technology*, v. 284, p. 187-194, 2015.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.powtec.2015.06.042>
- WATANABE, H., Critical rotation speed for ball-milling, *Powder Technology*, v. 104, p. 95-99, 1999.
[https://doi.org/10.1016/S0032-5910\(99\)00031-5](https://doi.org/10.1016/S0032-5910(99)00031-5)

- WEESASEKARA, N.S., POWELL, M.S., CLEARY, P.W., TAVARES, L.M., EVERTSSON, M., MORRISON, R.D., QUIST, J., CARVALHO, R.M. The contribution of DEM to the science of comminution. Powder Technology, v. 248, p. 3-24, 2013.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.powtec.2013.05.032>
- WILLS, B. A. NAPIER-MUNN, T.J. Mineral Processing Technology. An introduction to the practical aspects of the ore treatment and mineral recovery. 7. Ed. Publisher: Elsevier. October, 2006.
- WU, C. Y.; LI, L. Y.; THORNTON, C. Energy dissipation during normal impact of elastic and elastic-plastic spheres. International Journal of Impact Engineering, v. 32, p. 593-604, 2005.
<https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2005.08.007>
- XU, L., LUO, K., ZHAO, Y. Numerical prediction of wear in SAG mills based on DEM simulations. Powder Technology, v. 329, p. 353-363, 2018.
<https://doi.org/10.1016/j.powtec.2018.02.004>
- YANG, R.Y., YU, A.B., McELROY, L., BAO, J. Numerical simulation of particle dynamics in different flow regimes in a rotating drum. Powder Technology, v. 188, p. 170-177, 2008.
<https://doi.org/10.1016/j.powtec.2008.04.081>
- ZENER, C. The intrinsic inelasticity of large plates. Physical Review, v. 59, p. 669– 673, 1941.
<https://doi.org/10.1103/PhysRev.59.669>
- ZHENG, Q. J.; ZHU, H. P.; YU, A. B. Finite element analysis of the rolling friction of a viscous particle on a rigid plane. Powder Technology, v. 207, n. 1–3, p. 401–406, 2011.
<https://doi.org/10.1016/j.powtec.2010.11.026>
- ZHOU, Y. C. C.; WRIGHT, B. D. D.; YANG, R. Y. Y.; XU, B. H.; YU, A.-B. Rolling friction in the dynamic simulation of sandpile formation. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, v. 269, n. 2–4, p. 536–553, 1999.
[https://doi.org/10.1016/S0378-4371\(99\)00183-1](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(99)00183-1)