

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA – MESTRADO PROFISSIONAL

MARCELO MELAZZO RODRIGUES

Modelagem Matemática da Voz, Trigonometria e Robótica:
Atividades Interativas

UBERLÂNDIA

2020

MARCELO MELAZZO RODRIGUES

**Modelagem Matemática da Voz, Trigonometria e Robótica:
Atividades Interativas**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Rosana Sueli da Motta Jafelice.

UBERLÂNDIA

2020

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

R696
2020

Rodrigues, Marcelo Melazzo, 1976-
Modelagem Matemática da Voz, Trigonometria e Robótica
[recurso eletrônico] : Atividades Interativas / Marcelo Melazzo
Rodrigues. - 2020.

Orientadora: Rosana Sueli da Motta Jafelice.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia,
Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática.
Modo de acesso: Internet.
Disponível em: <http://doi.org/10.14393/ufu.di.2020.367>
Inclui bibliografia.
Inclui ilustrações.

1. Ciência - Estudo ensino. I. Jafelice, Rosana Sueli da Motta,
1964-, (Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia. Pós-
graduação em Ensino de Ciências e Matemática. III. Título.

CDU: 50:37

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:
Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074


UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática

Av. João Naves de Ávila, nº 2121, Bloco 1A, Sala 207 - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-MG, CEP 38400-902

Telefone: (34) 3230-9419 - www.ppgecm.ufu.br - secretaria@ppgecm.ufu.br


ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	em Ensino de Ciências e Matemática				
Defesa de:	mestrado do PPGECEM				
Data:	19/02/2020	Hora de início:	9 horas	Hora de encerramento:	11 horas
Matrícula do Discente:	11712ECM012				
Nome do Discente:	Marcelo Melazzo Rodrigues				
Título do Trabalho:	Modelagem Matemática da Voz, Trigonometria e Robótica: Atividades Interativas				
Área de concentração:	Ensino de Ciências e Matemática				
Linha de pesquisa:	Ensino e Aprendizagem em Ciências e Matemática				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Modelagem de Fenômenos Biológicos através de Conjuntos Fuzzy do Tipo 2				

Reuniu-se na Sala de Videoconferência do Bloco 3C, Campus Santa Mônica, da Universidade Federal de Uberlândia, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática em 19 de fevereiro de 2020, assim composta: Professores Doutores: Dr. João Frederico da Costa Azevedo Meyer (IMECC-UNICAMP); Dr. Arlindo José de Souza Junior (FAMAT-UFU) e Dra. Rosana Sueli da Motta Jafelice (FAMAT-UFU), orientadora do candidato. Iniciando os trabalhos a presidente da mesa, Dra. Rosana Sueli da Motta Jafelice, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado.

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Rosana Sueli da Motta Jafelice, Professor(a) do Magistério Superior**, em 19/02/2020, às 11:11, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Arlindo José de Souza Junior, Professor(a) do Magistério Superior**, em 19/02/2020, às 11:12, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **João Frederico da Costa Azevedo Meyer, Usuário Externo**, em 19/02/2020, às 16:07, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1879810** e o código CRC **03222EC8**.

À minha companheira e esposa por todo o apoio
durante o desenvolvimento deste trabalho.

AGRADECIMENTOS

À minha família.

À Profa. Dra. Rosana Sueli da Motta Jafelice.

Aos professores e funcionários do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia pelas contribuições à minha formação e ao desenvolvimento da pesquisa.

Aos professores, aos alunos e à direção da escola onde pesquisamos por todo o suporte oferecido.

Aos amigos e aos colegas que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

RESUMO

Neste trabalho buscou-se desenvolver e aplicar atividades interativas em sala de aula com o uso de tecnologias digitais da informação e comunicação, da modelagem matemática do som de uma vogal e da robótica com a finalidade de abordar a trigonometria de forma prática e lúdica. Para a realização do objetivo, a pesquisa utilizou metodologia combinada, com abordagem tanto quantitativa quanto qualitativa: aplicou-se a primeira ao desenvolvimento dos recursos usados nas atividades; e a segunda, ao registro e à avaliação do uso dos recursos em sala de aula. As atividades almejavam os alunos do primeiro ano do ensino médio de uma escola estadual de Uberlândia (MG) e tiveram caráter de revisão de conteúdo da função trigonométrica. A característica interativa das atividades decorreu do fato que os alunos interagiam com os recursos desenvolvidos. Em uma primeira etapa, por meio de modelagem matemática, a voz dos alunos foi utilizada como fonte de dados para demonstrar que o som de uma vogal poderia ser representado por uma soma de senos. Em outra etapa, os alunos interagiram com um dispositivo robótico por intermédio de *smartphone* para resolver situações-problema que exigiam o uso de funções trigonométricas. Os resultados apontaram que essas atividades influenciaram positivamente na motivação e na participação dos alunos. Ademais, foi produzido um manual explicativo, produto resultante da pesquisa, que detalha como implementar os recursos e o roteiro didático utilizados nas atividades, de modo que outros professores possam replicá-los e produzir outros materiais didáticos.

Palavras-chave: Modelagem matemática. Robótica educacional. Interatividade. Tecnologias da informação e comunicação. Trigonometria.

ABSTRACT

The purpose of was to develop and perform interactive activities in the classroom by applying digital information and communications technology, mathematical modeling of the sound of a vowel and robotics to the practical and playful teaching of trigonometry. To meet its aim, the research adopted a twofold methodology, combining both quantitative and qualitative approaches: the former was applied to the development of the activity resources, and the latter to the record and assessment of the resources performance in the classroom. The activities engaged high school students from a public school in Uberlândia (MG) and covered a review class on trigonometric functions. The interactive feature of the activities resulted from the fact that students interacted with the resources. Firstly, using mathematical modeling, the voice of the students formed a database to show that the sound of a vowel could be represented as a sum of sines. The students, then interacted with a robotic device using smartphone, in order to solve problems which demanded trigonometric functions. The results showed that such activities enhanced student's motivation and engagement. Moreover, an instructional manual related to the research was produced, which describes the implementation of the resources and the activities teaching script, so other teachers may replicate them and create their own teaching material.

Keywords: Mathematical modeling. Educational robotics. Interactivity. Information and communications technology. Trigonometry.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Dispositivo robótico <i>drawbot</i>	15
Figura 2 – Processo da atividade interativa.....	15
Figura 3 – Representação aproximada do som de uma vogal	16
Figura 4 – Soma de funções seno.....	17
Figura 5 – Alunos interagem com o <i>drawbot</i>	17
Figura 6 – Aplicativo para <i>smartphone</i>	18
Quadro 1 – Algumas abordagens de modelagem matemática	23
Figura 7 – Processo de modelagem matemática	24
Figura 8 – Robô desenvolvido por Seymour Papert.....	26
Figura 9 – Tartaruga do Logo.....	29
Figura 10 – Robô do tipo Scara.....	30
Figura 11 – Robô do tipo Polargraph	31
Figura 12 – Robô do tipo carro.....	32
Figura 13 – <i>Drawbot</i> desenvolvido na pesquisa.....	32
Figura 14 – Plataforma Arduino e placas programáveis.....	33
Figura 15 – Esquema do tipo de pesquisa	34
Figura 16 – Protótipo <i>drawbot</i> desenvolvido na disciplina de TDIC	37
Figura 17 – Esquema das atividades interativas	39
Figura 18 – Aparelho vocal humano.....	40
Figura 19 – Forma de onda da do som da vogal “i”	42
Figura 20 – Forma de onda do som da letra “s”	42
Figura 21 – Forma de onda do som da consoante “p”	43
Figura 22 – Sinal voz digitalizado.....	44
Figura 23 – Processo de aplicação do método dos mínimos quadrados	45
Figura 24 – Gráficos resultantes do ajuste de curvas	47
Figura 25 – Gráfico de ajuste	47
Figura 26 – Gráfico do som de uma furadeira	48
Figura 27 – Espectro de frequência do som da furadeira.....	48
Figura 28 – Espectro de frequência da vogal “i”	49
Figura 29 – Drawbot.....	50
Figura 30 – Possibilidades de movimento do <i>drawbot</i>	50
Figura 31 – Diâmetro e comprimento da circunferência da roda.....	51

Figura 32 – Diâmetro e comprimento da circunferência entre as rodas	52
Figura 33 – Desenho de uma linha de 5 cm.....	53
Figura 34 – Desenho de um ângulo de 90°	54
Figura 35 – Representação do sinal analógico contínuo.....	55
Figura 36 – Pontos amostrados do sinal gerado pela vogal “i”	56
Figura 37 – Vetores do movimento do drawbot.....	56
Figura 38 – Análise dos pontos	57
Figura 39 – Análise dos vetores em relação às posições inicial e final	57
Figura 40 – Representação da 1° possibilidade de movimento	59
Figura 41 – Representação da 2° possibilidade de movimento	59
Figura 42 – Representação da 3° possibilidade de movimento	60
Figura 43 – Exemplo de movimento do <i>drawbot</i> para um trecho do gráfico	60
Figura 44 – Simulação do algoritmo no <i>software</i> Scratch	61
Figura 45 – Simulação do algoritmo no <i>software</i> Octave	62
Figura 46 – Desenho feito pelo <i>drawbot</i> com base no algoritmo.....	62
Figura 47 – Alunos do primeiro ano do ensino médio	66
Figura 48 – Aluno pronuncia a vogal “i”.....	66
Figura 49 – Aluna pronuncia a vogal “i”.....	66
Figura 50 – <i>Drawbot</i> desenhando um gráfico durante atividade	67
Figura 51 – Gráficos e funções geradas pelo som da vogal	67
Figura 52 – Gráfico da soma de senos para a atividade	68
Figura 53 – Atividade de desenho do quadrado.....	70
Figura 54 – Execução dos comandos para o desenho do quadrado	71
Figura 55 – Atividade de desenho do hexágono	71
Figura 56 – Desenho do hexágono	72
Figura 57 – Desenho da circunferência.....	73
Figura 58 – Atividade de desenho do triângulo	74
Figura 59 – Desenho do triângulo	74
Figura 60 – Triângulos desenhados	75
Figura 61 – Percurso no formato de “JS”	75
Figura 62 – Convergência de tecnologias analógica e digital	76
Figura 63 – Desenho em escala.....	77
Figura 64 – Estratégia na solução do problema	77

LISTA DE SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
Capes	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
Inep	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
NTIC	Novas tecnologias de informação e comunicação
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
Pisa	Programa Internacional de Avaliação de Alunos
SQR	Soma dos quadrados residuais
TDIC	Tecnologias digitais da informação e comunicação

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO	11
1	VISÃO GERAL DO PRODUTO DESENVOLVIDO	14
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	19
2.1	TECNOLOGIAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA	19
2.2	MODELAGEM MATEMÁTICA COMO RECURSO DIDÁTICO.....	21
2.3	ROBÓTICA EDUCACIONAL	25
3	METODOLOGIA.....	34
4	DESENVOLVIMENTO.....	37
4.1	FASE EXPLORATÓRIA DE DEFINIÇÃO DO PRODUTO.....	37
4.2	FASE DE MODELAGEM DOS RECURSOS EDUCACIONAIS.....	39
4.2.1	Modelagem do som de uma vogal	40
4.2.2	Modelagem do movimento do <i>drawbot</i>.....	49
4.2.3	Modelagem do desenho do gráfico pelo <i>drawbot</i>.....	54
4.3	FASE DE PLANEJAMENTO DAS ATIVIDADES.....	63
4.4	FASE DE APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES.....	65
4.4.1	Momento 1 – Atividade interativa com a voz e robótica	65
4.4.2	Momento 2 – Interação com <i>drawbot</i>	69
4.4.3	Momento 3 – <i>Drawbot</i> e função trigonométrica.....	73
4.4.4	Momento 4 – A união do analógico e digital	75
5	CONCLUSÃO.....	79
	REFERÊNCIAS	82
	APÊNDICE A – PLANO DE AULA DAS ATIVIDADES	86
	APÊNDICE B – PRODUTO DA PESQUISA	95
	APÊNDICE C – PARTICIPAÇÃO EM EVENTOS	190
	ANEXO A – MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS	192

INTRODUÇÃO

A matemática é uma das disciplinas em que os estudantes apresentam maior dificuldade de aprendizagem. Práticas pedagógicas ultrapassadas em descompasso com a realidade dos alunos contribuem para que esse quadro se aprofunde e, como consequência, gere baixo rendimento escolar na disciplina de matemática.

O reflexo disso pode ser constatado com indicadores de desempenho, como o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa), sistema que tem por finalidade avaliar estudantes matriculados a partir do oitavo ano do ensino fundamental. No Brasil, o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) é o órgão responsável pela aplicação do exame do Pisa, que ocorre a cada três anos. De acordo com os resultados da última edição do Pisa (2018), divulgados pelo Inep, em matemática o Brasil classificou-se em 70º lugar, entre 79 nações avaliadas, e obteve 384 pontos, enquanto a média geral dos países ficou em 492 pontos. Na avaliação de 2015, o país obteve 377 pontos. Embora a média do Brasil tenha aumentado de 377 em 2015 para 384 em 2018, esses valores não são estatisticamente diferentes quando se consideram os intervalos de confiança (INEP, 2019, p. 107).

A título de comparação, o primeiro lugar foi para a China, com 591 pontos, e dentre os países latino-americanos, o Chile foi o mais bem colocado, com 417 pontos. Esses indicadores demonstram a média de cada país e, no Brasil, existem variações quando se analisam os dados por região, escola pública ou privada, entre outros parâmetros. De qualquer forma, trata-se de um indicador que nos leva a refletir sobre as causas e soluções para esse problema.

Diante desse cenário, os resultados demonstram que é preciso repensarem-se as práticas pedagógicas e desenvolverem-se atividades que atraiam e motivem os estudantes e os coloquem como sujeitos ativos no processo de aprendizagem.

No entanto, sabe-se que o ensino de matemática não é um processo simples, e seu caráter abstrato torna-o mais difícil. Um agravante em relação a esse fato é a forma tradicional de ensino, que tem como característica aulas expositivas centradas no professor, e ao aluno cabe a memorização de fórmulas e algoritmos para resolução de exercícios. Como consequência, os estudantes perdem o interesse pelo estudo da matemática, pois os conceitos estudados em sala de aula estão distantes da realidade.

Uma abordagem alternativa ao ensino tradicional é a utilização das tecnologias digitais da informação e comunicação (TDIC) como recurso no desenvolvimento de atividades que possibilitem ao aluno compreender conceitos de matemática com base na contextualização de forma prática e interativa.

Além disso, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 2000), propõem a integração entre o ensino de matemática e as novas tecnologias, de forma a se atingirem as competências para o desenvolvimento do pensamento crítico e autônomo em uma sociedade cada vez mais influenciada pela tecnologia.

Contudo, a integração entre tecnologia e ensino é um processo desafiador e exige pesquisa para que possa ser implementada e aplicada em sala de aula. Perante esse problema, surge o questionamento: *É possível o desenvolvimento de atividades que unam modelagem matemática e robótica de forma a contextualizar e aplicar conceitos de funções trigonométricas em sala de aula com a participação ativa dos alunos?*

Diante dessa questão, buscou-se o desenvolvimento de recursos educacionais de base tecnológica com base na integração entre TDIC, modelagem matemática e robótica, com o objetivo de motivar e auxiliar o ensino de matemática e relacionar teoria e realidade de forma interativa e lúdica.

A ideia para união entre modelagem matemática e robótica surgiu dos trabalhos finais das disciplinas Modelagem Matemática e TDIC, que trataram dos temas música e robótica, respectivamente.

Com isso em mente, desenvolveram-se atividades interativas com a finalidade de contextualizar o ensino de trigonometria com base na modelagem do som de uma vogal, em que a voz do aluno é utilizada com fonte de dados para demonstrar que a mesma pode ser representada, de forma aproximada, por uma soma de senos por meio do método matemático dos mínimos quadrados. Nesta pesquisa, a modelagem matemática foi usada como ferramenta no desenvolvimento dos recursos tecnológicos aplicados em sala de aula.

Assim, o objetivo geral desta pesquisa foi a elaboração de um modelo matemático que represente o som de uma vogal e a construção de um protótipo robótico com foco no ensino de função trigonométrica, para demonstrar a aplicação prática de funções trigonométricas e avaliar o comportamento dos estudantes do primeiro ano do ensino médio de uma escola pública em relação a motivação e participação durante as atividades em sala de aula.

Para atingir este objetivo geral, pautamo-nos nos seguintes objetivos específicos:

- compreender os conceitos de tecnologia e sua relação com a educação.
- compreender os conceitos relacionados a modelagem matemática e robótica.
- desenvolver recursos educacionais com o apoio da modelagem matemática e computador.
- planejar as atividades para sala de aula baseadas nos recursos desenvolvidos.
- aplicar as atividades de base tecnológica em sala de aula.
- registrar as atividades em sala de aula por meio de anotações, depoimentos, áudios, fotos e vídeos.
- relatar as atividades em sala de aula.
- produzir um manual explicativo para a construção dos recursos educacionais usados na pesquisa.

De forma a apresentar os conceitos e as metodologias utilizadas para alcançar os objetivos propostos, este trabalho organiza-se como se segue:

No capítulo 1, apresenta-se uma visão geral do produto desenvolvido.

No capítulo 2, descrevem-se os referenciais teóricos utilizados neste trabalho.

No capítulo 3, descreve-se a metodologia de pesquisa.

No capítulo 4, apresentam-se as fases de desenvolvimento da pesquisa.

No capítulo 5, apresentam-se as conclusões.

Na próxima seção apresenta-se uma visão geral dos recursos desenvolvidos na pesquisa e os detalhes de implementação, compilados em forma de manual ao final deste trabalho.

1 VISÃO GERAL DO PRODUTO DESENVOLVIDO

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) define mestrado profissional como uma modalidade de pós-graduação *stricto sensu* voltada para a capacitação de profissionais, nas diversas áreas do conhecimento, mediante o estudo de técnicas, processos ou temáticas que atendam a alguma demanda do mercado de trabalho. Ademais, tem como principal característica o desenvolvimento de um produto, além da dissertação. Pensando nisso, a produção do material procurou integrar a realidade, a modelagem matemática do som de uma vogal e um robô à matemática, com o intuito de motivar o aprendizado dos conceitos de trigonometria, em especial o das funções seno e cosseno, e possibilitar uma aprendizagem significativa baseada na interação com materiais concretos.

O material desenvolvido nesta pesquisa foi utilizado no estágio supervisionado relativo à disciplina *Prática Docente Supervisionada* do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia, com o intuito de proporcionar experiências práticas e aprimorar a atuação e formação profissional docente, com base na aplicação em sala de aula dos produtos desenvolvidos na pesquisa. Diante disso, foram desenvolvidos um programa, escrito em Octave¹, e um dispositivo robótico (Figura 1), para aplicar recursos tecnológicos no ensino de matemática e contextualizar o uso de funções trigonométricas com base no sinal de voz, que tem comportamento periódico (ZWETSCHE, 2006, p. 13) e pode ser representado por uma soma de senos (MONTEIRO JÚNIOR, 2010, p. 612).

¹ Octave é uma linguagem computacional, desenvolvida para computação matemática. Disponível em: <https://www.gnu.org/software/octave/>.

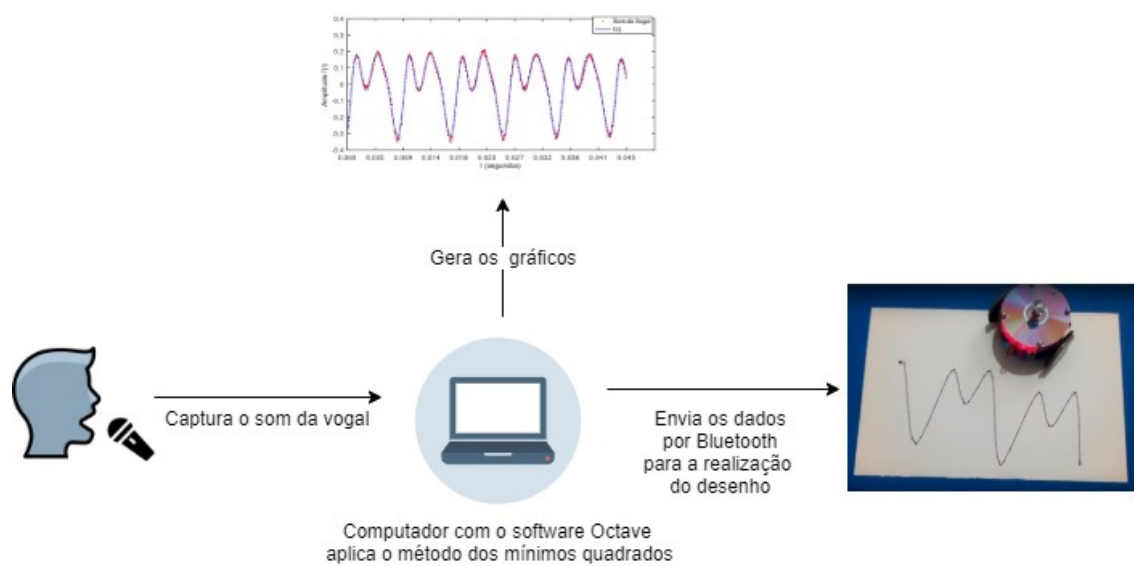
Figura 1 – Dispositivo robótico *drawbot*



Fonte: o autor.

Esse processo é feito com auxílio do computador, que captura o som de uma vogal com base na fala do aluno. Em seguida, o robô *drawbot* desenha o gráfico da função que mais se aproxima dos dados (Figura 2).

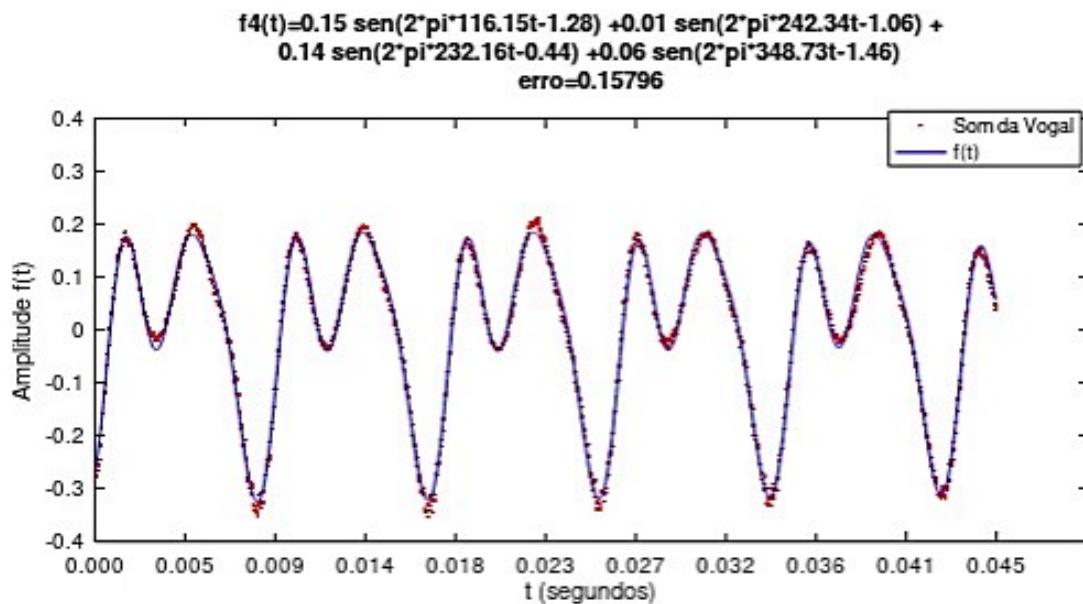
Figura 2 – Processo da atividade interativa



Fonte: o autor.

Dessa maneira, a robótica foi integrada à atividade de forma a trazer ludicidade à atividade em sala de aula. Em seguida, o computador gera o gráfico de $f(t)$ (Figura 3), que é uma aproximação do som da uma vogal.

Figura 3 – Representação aproximada do som de uma vogal

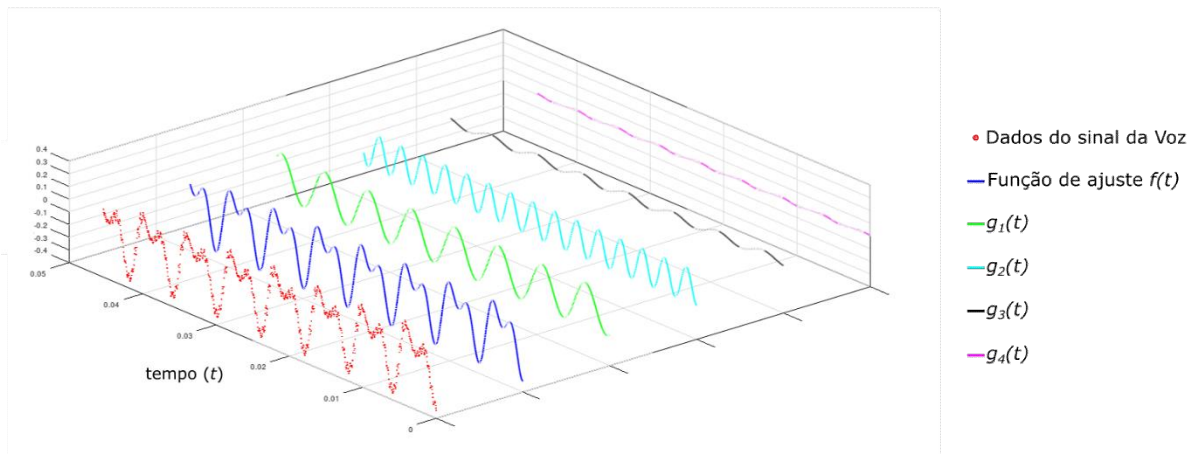


Fonte: o autor.

Além disso, foi desenvolvido um algoritmo que gera um gráfico tridimensional para indicar que a soma de funções seno se aproxima do sinal de voz amostrado pelo computador.

Na Figura 4, os dados do som da fala são representados pelos pontos em vermelho. A função de ajuste $f(t)$ é exibida em azul escuro. Os termos de $f(t)$, $g_1(t)$, $g_2(t)$, $g_3(t)$ e $g_4(t)$, são mostrados nas cores verde, azul claro, preto e rosa, respectivamente. Nessa atividade, os alunos observam que a soma daquelas funções se aproxima dos dados obtidos pelo som da voz. Ademais, os alunos podem perceber a diferença nos gráficos das funções de ajuste, quando comparados o som das vozes masculina e feminina.

Figura 4 – Soma de funções seno



Fonte: o autor.

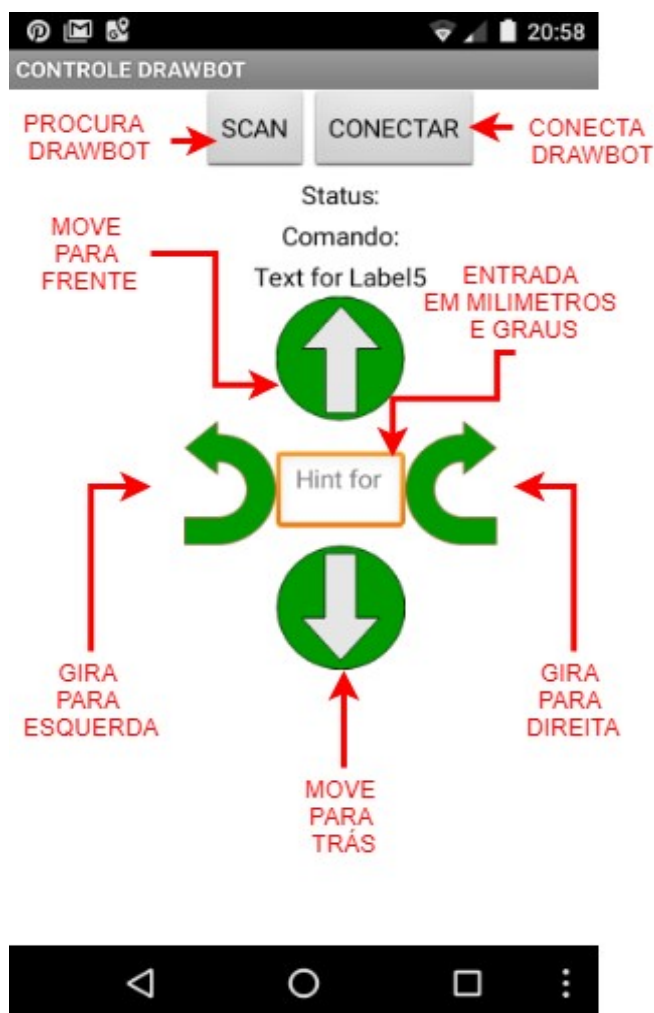
Também foi desenvolvida outra atividade interativa com o dispositivo robótico *drawbot*, de forma a explorar diferentes possibilidades didáticas para a função trigonométrica com base no desenho de formas geométricas. Por exemplo, na Figura 5, os alunos estão desenhando um hexágono para um problema proposto.

Figura 5 – Alunos interagem com o *drawbot*

Fonte: o autor.

Para a realização da atividade, foi desenvolvido um aplicativo para celular que permite enviar comandos de controle para o *drawbot* (Figura 6).

Figura 6 – Aplicativo para *smartphone*



Fonte: o autor.

Os recursos educacionais desenvolvidos estão presentes em formato de manual, produto desta pesquisa (Apêndice B), no qual são detalhados a implementação do *drawbot*, o programa computacional para modelagem do som de uma vogal com base na voz humana e a proposta de atividade. O material tem a finalidade de servir de guia para que outros professores possam replicar e produzir novas atividades em sala de aula.

No próximo tópico, discorre-se sobre a fundamentação teórica utilizada neste trabalho.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Tecnologias no ensino de matemática

O termo *tecnologia* é habitualmente associado a e confundido com aparelhos e engenhocas desenvolvidos com ideias e conhecimentos técnico-científicos que, necessariamente, envolvem o uso de dispositivos e componentes elétricos e eletrônicos.

Contudo, *tecnologia* pode ser definida como “um conjunto de conhecimentos e princípios científicos que se aplicam ao planejamento, à construção e à utilização de um equipamento em um determinado tipo de atividade” (KENSKI, 2007, p. 24).

Em outras palavras, pode-se afirmar que o termo se refere a todo e qualquer dispositivo/instrumento concebido por meio de observação, análise crítica, tentativa e erro que utilize os recursos naturais disponíveis com função de cunho utilitário, simbólico ou ornamental para satisfazer as necessidades humanas. Conforme Ramos (2011), a tecnologia inclui dispositivos simples, como a faca, o lápis e o papel.

As tecnologias inventadas ou desenvolvidas ao longo dos ciclos evolutivos humanos, das mais rústicas às mais complexas, voltadas para tarefas que facilitam a estrita sobrevivência ou para a geração de riquezas, vêm, historicamente, alterando irremediavelmente as bases estruturais das sociedades em todas as esferas (econômica, cultural, social, geográfica, entre outras).

Inicialmente, essas transformações ocorreram de forma extremamente lenta, ou seja, da descoberta do fogo, da criação de artefatos como a roda, da domesticação de animais para a agricultura até a criação dos motores a vapor (Primeira Revolução Industrial no século XVII) passaram-se muitos séculos.

Contudo, a partir da segunda metade do século XX, esse processo foi de tal forma acelerado, que a obsolescência tecnológica é atingida em poucos meses. Nesse contexto, surgem as tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) e a necessidade de mudanças no paradigma pedagógico que proporcionem ao educando meios de se adaptar a essa nova realidade.

Diante desse cenário, é preciso extrapolar as fronteiras das tecnologias tradicionais de ensino (lápis, caderno, giz e outros) e utilizar, no contexto escolar, as TDIC (pautadas principalmente no computador e na *internet*), como meio de minimizar o descompasso crescente (ALMEIDA; VALENTE, 2012).

No entanto, a inserção das TDIC no contexto escolar é lenta. Segundo Blikstein e Zuffo (2003), “não basta introduzir tecnologias – é fundamental pensar em como elas são disponibilizadas, como seu uso pode efetivamente desafiar as estruturas existentes em vez de reforçá-las”. De fato, o uso de computadores, um dos principais recursos em TDIC, está restrito, de forma geral, a laboratórios de informática e tarefas administrativas.

Desse modo, a tecnologia não pode ser apenas um instrumento difusor do conhecimento, pronto e acabado, mas precisa ser aproveitado como ferramenta para o desenvolvimento de sujeitos capazes de construir, estruturar e reestruturar seus próprios conceitos de modo autônomo. Além disso, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) destacam a influência das novas tecnologias na sociedade :

O impacto da tecnologia na vida de cada indivíduo vai exigir competências que vão além do simples lidar com as máquinas. A velocidade do surgimento e renovação de saberes e de formas de fazer em todas as atividades humanas tornarão rapidamente ultrapassadas a maior parte das competências adquiridas por uma pessoa ao início de sua vida profissional (BRASIL, 2002, p. 41).

Diante disso, os Parâmetros Curriculares Nacionais: Orientações Educacionais Complementares (PCN+) propõem uma revisão curricular no ensino de matemática que contribua para o desenvolvimento de habilidades e competências que proporcionem ao indivíduo autonomia numa sociedade do conhecimento em constante mudança.

De forma a atingir essas mudanças, os PCN+ salientam algumas competências a serem desenvolvidas em relação à matemática e a suas tecnologias:

Compreender e emitir juízos próprios sobre informações relativas à ciência e tecnologia, de forma analítica e crítica, posicionando-se com argumentação clara e consistente sempre que necessário, identificar corretamente o âmbito da questão e buscar fontes onde possa obter novas informações e conhecimentos. [...]

Compreender o desenvolvimento histórico da tecnologia associada a campos diversos da Matemática, reconhecendo sua presença e implicações no mundo cotidiano, nas relações sociais de cada época, nas transformações e na criação de novas necessidades, nas condições de vida. [...]

Perceber o papel desempenhado pelo conhecimento matemático no desenvolvimento da tecnologia e a complexa relação entre ciência e tecnologia ao longo da história. [...]

Acompanhar criticamente o desenvolvimento tecnológico contemporâneo, tomando contato com os avanços das novas tecnologias nas diferentes áreas do conhecimento para se posicionar frente às questões de nossa atualidade. Utilizar o conhecimento matemático como apoio para compreender e julgar as aplicações

tecnológicas dos diferentes campos científicos. (BRASIL, 2002, p. 115-118).

Outra premissa apresentada pelos PCN é conferir sentido a conceitos matemáticos por meio da contextualização e interdisciplinaridade, de forma a desenvolver a pluralidade do pensamento matemático e interligar o conteúdo matemático a eventos da realidade por meio de sua aplicação e relevância no desenvolvimento da ciência e da sociedade (BRASIL, 2000, p. 43).

Além disso, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) indica a importância das TDIC no contexto do ensino, de forma a colocar o aluno como protagonista no processo de aprendizagem, como destaca a competência geral 5:

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BRASIL, 2017, p. 7).

No entanto, percebe-se que o processo educacional está baseado no ensino tradicional, em que o professor é o detentor do conhecimento, e o aluno, um repositório vazio no qual o conhecimento é depositado. Para Mizukami (1986), o ensino tradicional é centrado no professor e o aluno recebe a instrução ou informação – ao estudante cabe memorizar fórmulas, enunciados, definições sem nenhuma conexão com a realidade, ou seja, nenhum pensamento reflexivo é despertado no estudante.

Assim, novas abordagens no ensino de matemática devem ser adotadas, de forma a estimular a aprendizagem dos estudantes, sendo TDIC uma delas.

Na presente pesquisa, utilizam-se as TDIC como meio de integrar modelagem matemática e robótica com o intuito de desenvolver atividades baseadas em recursos tecnológicos que coloquem os alunos como protagonistas na aprendizagem de conceitos matemáticos, em especial na aplicação das funções trigonométricas.

A próxima seção descreve a modelagem matemática e sua relação com as TDIC, apresentando abordagem escolhida para o desenvolvimento dos recursos educacionais.

2.2 Modelagem matemática como recurso didático

Modelagem pode ser definida como o ato de modelar, ou seja, fazer o modelo de alguma coisa ou um fenômeno. Segundo o Dicionário Online de Português, uma das definições de modelo é: “Modo simplificado de representar um fenômeno, servindo como base de referência para um estudo analítico” (MODELO, 2019). Nessa perspectiva, modelagem matemática é uma área do conhecimento da matemática que visa a representar um fenômeno da realidade por meio de um modelo matemático. Sua origem deriva da matemática aplicada e busca generalizar, criticar, avaliar e até prever tendência em relação ao evento da realidade observado.

Segundo Bassanezi (2009, p. 24), a modelagem matemática pode ser definida como:

[...] um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.

A modelagem matemática tem aplicação nas mais diversas áreas da ciência, como física, biologia, economia e engenharias. Com o advento das tecnologias digitais, tornou-se possível fazer simulações dos mais diversos fenômenos e prever seu comportamento: pode-se prever a ocorrência de terremotos, analisar a resistência de uma estrutura de concreto no projeto de edifícios e estimar a probabilidade de chuvas por meio de modelagem matemática e tecnologia computacional.

Na educação, a obtenção do modelo matemático pode ser auxiliada pelas TDIC, em especial pelo uso do computador, que realiza os cálculos, permitindo ao aluno concentrar-se no processo de modelagem. Dessa forma, o computador propicia ao estudante a possibilidade de criar seus próprios modelos e, ao mesmo tempo, fazer ciência de forma mais prazerosa, necessária e mais próxima dos fenômenos da realidade (BLIKSTEIN, 200-?).

Além disso, de acordo com Meyer, Caldeira e Malheiros (2017), “a visualização, aspecto importante para a compreensão de determinados conceitos matemáticos e que pode ser facilitada pela presença das TICs, pode também colaborar com o desenvolvimento da modelagem”.

Para o desenvolvimento da modelagem matemática, uma das técnicas utilizadas para se encontrar o modelo é o método dos mínimos quadrados, ou ajuste de curvas, que, segundo Bassanezi (2002, p. 56, apud SILVA, 2017, p. 33):

Em termos de modelagem matemática de fenômenos caracterizados por um processo dinâmico, a formulação do modelo pode muitas vezes preceder à análise dos dados experimentais. Nestes casos, o método de ajuste de curvas é fundamental para a validação dos modelos estabelecidos a priori. [...].

Com esse método, pode-se chegar a um modelo aproximado com dados de uma situação real e verificar o quanto a curva de ajuste se aproxima dos dados.

De acordo com Bertone, Bassanezi e Jafelice (2014, p. 49), o ajuste de curva significa:

[...] simplesmente determinar os coeficientes de uma função f , dada genericamente a priori, de modo que, no intervalo de valores considerado, esta função e os dados estatísticos estejam “próximos”. Dependendo do que entendemos por proximidade entre função ajustada e os dados experimentais, teremos diferentes soluções para f . De qualquer forma, só podemos garantir a proximidade entre a curva de regressão e os pontos dados no intervalo limitado onde tais pontos foram tomados.

Vale ressaltar que, quanto mais próximo da realidade é o modelo, maior será o número de parâmetros necessários para a modelagem, o que leva a uma maior complexidade do modelo e maior dificuldade de interpretação dos dados gerados pelo modelo.

No contexto escolar, é suficiente um modelo matemático básico, mesmo que não apresente fielmente os dados experimentais, desde que atinja os objetivos propostos e de interesse do aluno e que seja validado pela comparação dos dados modelados com os dados experimentais (BERTONE; BASSANEZI; JAFELICE, 2014), ou seja, o processo de fazer modelagem é o que leva à aprendizagem.

É preciso definir os procedimentos para a obtenção do modelo matemático. O Quadro 1 lista algumas abordagens em relação às etapas para o desenvolvimento da modelagem matemática:

Quadro 1 – Algumas abordagens de modelagem matemática

AUTORES	ETAPAS PARA MODELAGEM
Bassanezi (2002, p. 27 apud SANTOS, 2015, p. 2)	1 Experimentação
	2 Abstração
	3 Resolução
	4 Validação
	5 Modificação
	6 Aplicação

Klüber e Burak (2008)	1 Escolha do tema
	2 Pesquisa exploratória
	3 Levantamento dos problemas; resolução dos problemas; desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema;
	4 Análise crítica das soluções
Biembengut e Hein (2018)	1 Interação
	2 Matematização
	3 Modelo matemático

Fonte: adaptado de Komar (2017, p. 30).

No âmbito desta pesquisa, elegeu-se a abordagem de Biembengut e Hein (2018) o procedimento para modelagem matemática como meio de desenvolvimento dos recursos educacionais contidos no produto, em formato de manual.

Biembengut e Hein (2018, p. 11) definem modelagem matemática como “o processo que envolve a obtenção de um modelo”. Com base nesse processo, a modelagem é um meio de conectar matemática e realidade, que, na perspectiva dos autores, são separadas.

Para a elaboração do modelo matemático, Biembengut e Hein (2018) propõem três etapas básicas, cada uma composta de duas subetapas, como mostrado na Figura 7:

Figura 7 – Processo de modelagem matemática



Fonte: Biembengut e Hein (2018, p. 14).

O procedimento mostrado anteriormente serve de roteiro para o desenvolvimento do processo de modelagem matemática. A seguir é descrita cada etapa.

1º etapa: Interação com o assunto

Definido o assunto que se pretende estudar, é momento de se buscarem informações e dados que envolvem a situação-problema. A busca pode ser feita de modo indireto (na *internet*, por exemplo) ou direto, por meio de experimentação para obtenção e registro de dados. Esse processo se repete até que se tenha o entendimento suficiente para etapa seguinte.

2º etapa: Matematisação

Nessa etapa, a situação-problema é transposta para a linguagem matemática, ou seja, encontram-se equações, fórmulas, representações ou programa computacional que levem à solução ou permitam uma aproximação da solução.

3º etapa: Modelo matemático

Na última etapa, realiza-se a avaliação do modelo, ou seja, verifica-se o quanto ele se aproxima da situação-problema. Se o modelo não for satisfatório, deve-se voltar à etapa anterior e realizar os devidos ajustes.

Dentro da proposta deste trabalho, o processo de modelagem de Biembengut e Hein (2018) permite-nos a flexibilidade necessária para o desenvolvimento da matemática, que possibilitou a integração entre modelagem e robótica, e as TDIC forneceram recursos de apoio.

A próxima seção discorre-se sobre a robótica educacional e a base teórica utilizada nesta pesquisa.

2.3 Robótica educacional

A palavra *robô* é um substantivo masculino que tem origem no tcheco *robota*, que significa *trabalho duro*. De acordo com o *Dicionário Priberam da Língua Portuguesa*, *robô* é definido como: “1. Aparelho capaz de agir de maneira automática numa dada função; 2. Autômato com figura humana. 3; [Figurado] Indivíduo que obedece mecanicamente” (ROBÔ, 2019). Trata-se de equipamentos programados para realizar tarefas repetitivas de forma autônoma ou programada.

Segundo *American Heritage Dictionary*, robótica é a ciência ou o estudo da tecnologia associado com o projeto, a fabricação, a teoria e a aplicação dos robôs (ROBOTICS, 2019). Os conhecimentos necessários para o desenvolvimento da robótica são a eletrônica, a mecânica e a programação de *software*. As partes eletrônica e de *software* requerem noções de eletrônica embarcada, como placa Arduino² e sua linguagem de programação. Já a parte mecânica requer conhecimentos sobre cinemática, pneumática e hidráulica.

Tendo em vista tais conceitos, percebe-se que os robôs estão inseridos de forma maciça na sociedade. Estão presentes em diversas áreas, desde a indústria, com equipamentos de montagem de alta tecnologia, até o ambiente doméstico, que tem como exemplo a máquina de lavar roupas. Além disso, a robótica insere-se no contexto educacional e torna-se cada vez mais presente como meio auxiliar da aprendizagem para os mais diversos conceitos, devido a sua natureza interdisciplinar.

A robótica educacional em sala de aula (Figura 8) não é recente. O precursor dessa abordagem de ensino foi o pesquisador do Instituto de Tecnologia de Massachusetts (MIT) Seymour Papert nos anos 1960, que desenvolveu a teoria do construcionismo, cuja referência é a abordagem construtivista fundada por Jean Piaget, com quem Papert trabalhou por aproximadamente cinco anos.

Figura 8 – Robô desenvolvido por Seymour Papert



Fonte: A logo (2015).

No contexto educacional, a importância de Piaget teve reflexos diretos sobre o uso da tecnologia como instrumento hábil a propagar o conhecimento científico.

² Arduino é uma plataforma de prototipagem eletrônica. Disponível em: <https://www.arduino.cc/>.

Trata-se de uma corrente de pensamento não só no campo da teoria pedagógica, mas, principalmente, no da teoria psicológica, porque busca explicar como ocorre o desenvolvimento do conhecimento do indivíduo no transcorrer da sua vida.

Para Piaget, a base do conhecimento resulta de interação entre sujeito e ambiente, o que ocorre durante o processo de desenvolvimento em que é criado seu próprio modelo de mundo. Para que isso ocorra, o indivíduo deve ser sujeito ativo, pois ele é construtor do próprio conhecimento (GOULART, 2003).

Além disso, a relação de troca com o meio-objeto e a vivência com os resultados das suas ações sobre esse meio leva a mudanças nas estruturas mentais (VALENTE, 2002).

Essa experimentação necessita de uma atividade organizadora na interação estabelecida entre o sujeito e o conteúdo a ser aprendido. Mas há que se ter em conta as experiências já vivenciadas por ele, enriquecendo-se, assim, os reflexos iniciais com esquemas mais complexos de pensamento.

Tais conceitos foram aproveitados por Seymour Papert, para criar as ideias do construcionismo, que adapta os princípios do construtivismo de Piaget no processo de construção das estruturas intelectuais através do uso do computador como ferramenta educacional.

O construcionismo de Papert, como dito, baseia-se no conceito piagetiano de que a criança é um ser pensante, construtora de suas próprias estruturas cognitivas. Papert (1985, p. 20) define esse processo como “aprendizagem piagetiana”, que ocorre de forma espontânea, natural na interação da pessoa com o seu ambiente – em contraste com a aprendizagem dirigida por currículos característicos da escola tradicional.

A inovação está na ferramenta (*software* de programação) usada para proporcionar a interação da criança com o objeto a ser construído, necessariamente vinculado com a sua realidade ou com o local onde será aproveitado. Para o criador do construcionismo: “Aprendemos melhor fazendo, mas aprendemos ainda melhor se, além de fazermos, falarmos e pensarmos sobre o que fizemos” (PAPERT, 1999, p. 6, tradução nossa).

O método desenvolvido por Papert considera que a efetiva construção de um objeto que solucione um problema que tem relação direta com o aluno instiga o

aprendizado, em razão do interesse que desperta e da ligação emocional que torna a aprendizagem muito mais significativa.

Com o raciocínio baseado no pensamento concreto, usando os princípios abstratos como ferramentas para aperfeiçoá-lo, é possível desenvolver no aluno as entidades mentais relevantes na construção daquele pensamento, solidificando-o e ampliando a sua capacidade em atuar diante das situações de forma criativa e flexível.

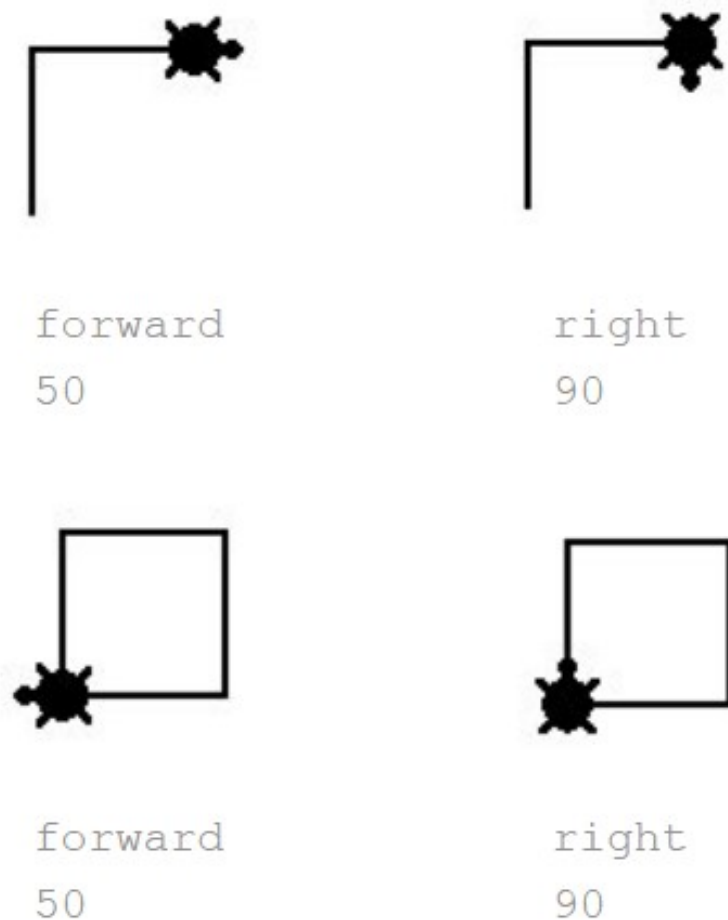
Papert (2008), em parceria com outros pesquisadores, concebeu o Logo³, *software* precursor na aplicação dessa metodologia no desenvolvimento das estruturas intelectuais:

[...] escolhi como meta lutar para criar um ambiente no qual todas as crianças – seja qual for sua cultura, gênero ou personalidade - pudessem aprender álgebra, geometria, ortografia e história de maneiras mais próximas à aprendizagem informal da criança pré-escolar ou da criança excepcional do que ao processo educacional adotado nas escolas (PAPERT, 2008, p. 28).

O Logo é um *software* educativo que usa a linguagem de programação como ambiente para gerar conhecimento. Esse conhecimento é resultado da interação da criança com o computador, ensinando a Tartaruga do Logo a resolver um problema de seu interesse por meio de comandos (Figura 9). Ao executar o comando e comparar as ideias originais com o resultado, a criança tem a oportunidade de analisar os conceitos aplicados e, havendo algo errado, depurar o programa e identificar a origem do erro.

³ Disponível em: https://el.media.mit.edu/logo-foundation/what_is_logo/history.html.

Figura 9 – Tartaruga do Logo



Fonte: A logo (2015).

Ao ensinar a Tartaruga a pensar, explorando os comandos do Logo, a criança descobre seu próprio jeito de pensar, construindo o conhecimento com base na realização concreta de uma ação cujo resultado é um produto tangível. Ela aprende descobrindo e fazendo.

Do ponto de vista pedagógico, o controle da aprendizagem parte do aluno, que utiliza os recursos disponíveis à sua maneira, cabendo ao professor auxiliar propondo mudanças no projeto e ajustando-o ao nível adequado ao aprendiz. Como Piaget, Papert considera de suma importância aproveitar as experiências anteriores do aluno para estabelecer conexões com o novo e declara que:

Dizer que estruturas intelectuais são construídas pelos alunos ao invés de ser ensinada pelo professor não significa que elas sejam construídas do nada. Pelo contrário, como qualquer outro construtor, a criança se apropria, para seu próprio uso, de materiais que ela encontra e, mais significativamente, de modelos e metáforas sugeridos pela cultura que a rodeia. (PAPERT, 1985, p. 35).

A metodologia Logo de ensino-aprendizagem, que surgiu na década de 1960, foi apenas o início da materialização da utilidade da tecnologia na educação. Desde então, os avanços da tecnologia da informação foram enormes, e várias possibilidades educacionais surgiram, dentre elas a robótica. Isso se deve, em grande parte, ao desenvolvimento da informática e, principalmente, da *internet*, que permite a disseminação dos conhecimentos necessários para o desenvolvimento da robótica educacional. Nesta pesquisa, o princípio de programação Logo foi utilizado para programar os movimentos do *drawbot*, o carrinho robótico. Em vez da Tartaruga na tela do computador, o desenho é feito com comandos enviados pelo celular ao *drawbot*, um carrinho robótico programado para desenhar. Seu controle é feito por meio do celular e computador. Pertence à classe de robôs que têm como característica a realização de desenhos por meio de programação ou controle externo. A seguir alguns exemplos de *drawbots*.

- *Scara drawbot*: o robô do tipo Scara (Figura 10) é composto por um braço articulado dotado de uma caneta e conectado a dois motores. Seu controle é feito por meio da placa Arduino.

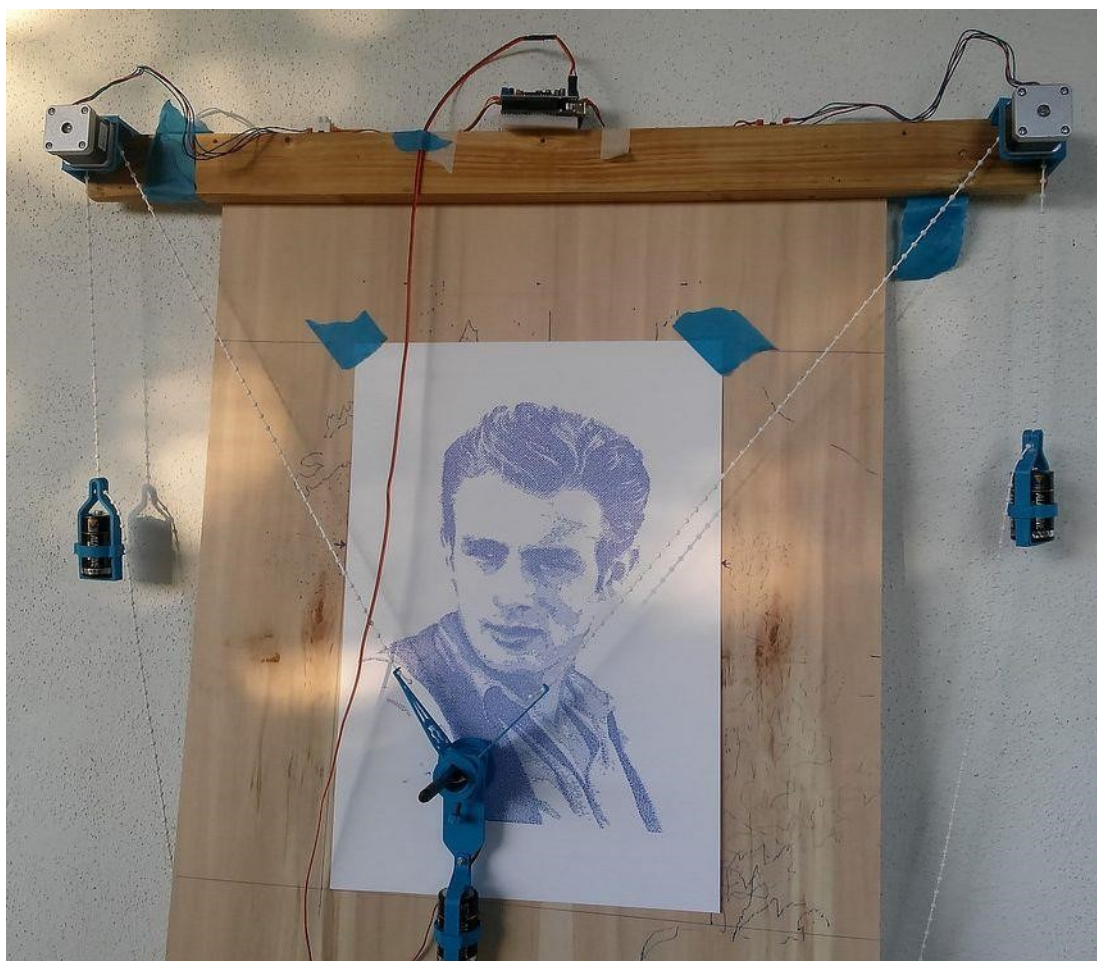
Figura 10 – Robô do tipo Scara



Fonte: MG Dream Technology (2018).

- Polargraph *drawbot*: o robô do tipo Polargraph (Figura 11) é composto por dois motores fixos montados em uma estrutura vertical e conectados a uma caneta por meio de fios com contrapesos. O movimento sincronizado permite a realização de desenhos. Seu controle é feito com a placa Arduino.

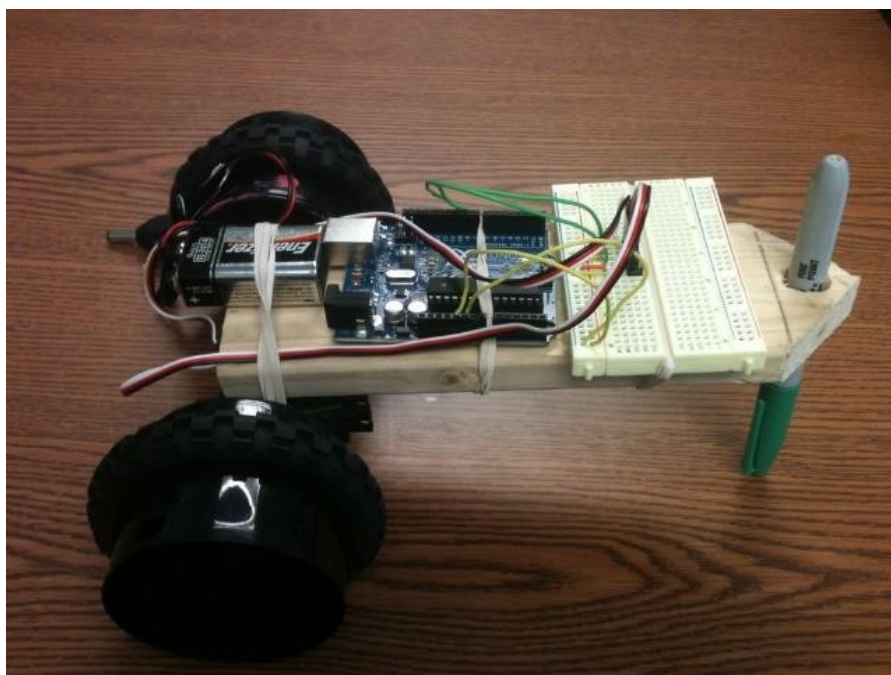
Figura 11 – Robô do tipo Polargraph



Fonte: MG Dream Technology (2018).

- *Car drawbot*: o robô do tipo carro (Figura 12) possui duas rodas, dois motores e uma caneta, e seu controle é feito com placa Arduino.

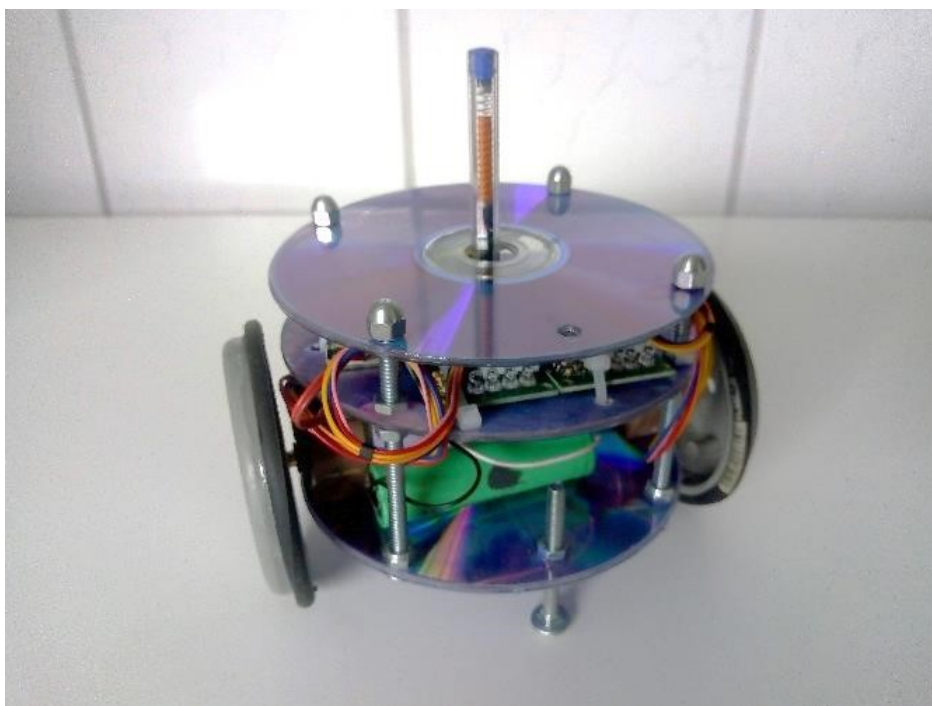
Figura 12 – Robô do tipo carro



Fonte: Biomech75 (2017).

O robô utilizado nesta pesquisa foi o *drawbot* do tipo carro, devido à facilidade de construção, ao custo e à integração com outras plataformas – foi desenvolvido com materiais de fácil acesso e baixo custo (Figura 13).

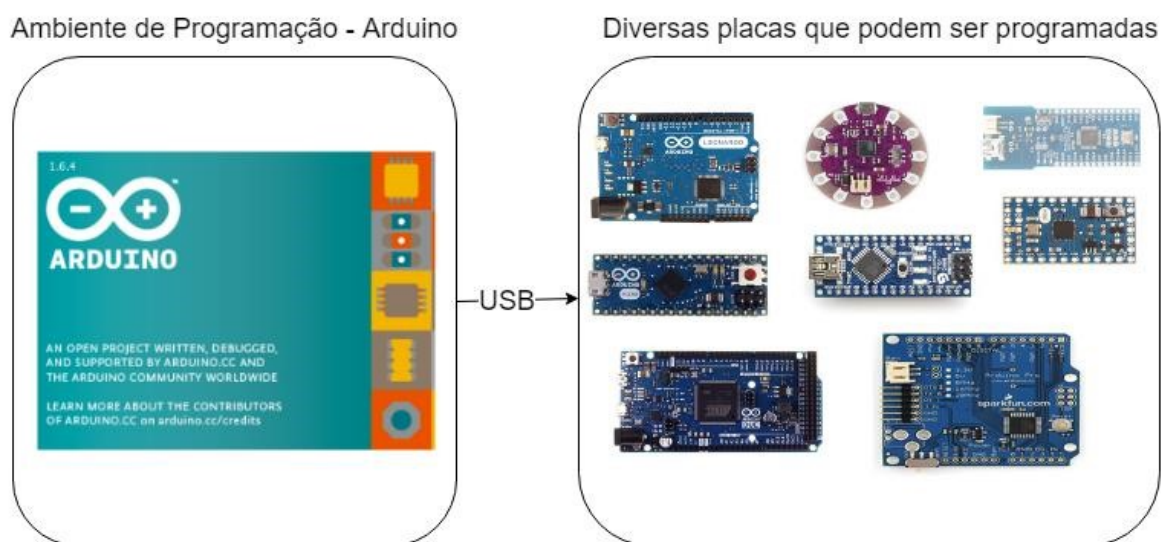
Figura 13 – *Drawbot* desenvolvido na pesquisa



Fonte: o autor.

O controle do *drawbot* foi feito com a Arduino, uma plataforma integrada para programação de diversos tipos de placas eletrônicas (Figura 14), ou seja, permite programar o robô, por meio do computador e de um cabo de dados USB, para executar uma certa tarefa, como piscar um LED ou controlar a velocidade de um pequeno motor.

Figura 14 – Plataforma Arduino e placas programáveis



Para programar as placas, foi utilizada a linguagem de programação C, que possui vasto material de apoio na *internet*. Além disso, há vários recursos para aplicação em projetos de automação residencial e industrial e *internet* das coisas, entre outros. Na perspectiva da sala de aula, educadores estão percebendo o potencial da plataforma no ensino, devido à possibilidade de abordar diversos conceitos de modo interdisciplinar, à facilidade de utilização e a seu baixo custo.

O breve relato acerca da robótica educacional teve como objetivo definir o tipo de robô utilizado nesta pesquisa e demonstrar as diversas possibilidades que a robótica propicia. O manual (Apêndice B deste trabalho) detalha a construção do *drawbot*.

Na próxima seção, caracteriza-se a metodologia utilizada para responder à pergunta norteadora desta pesquisa.

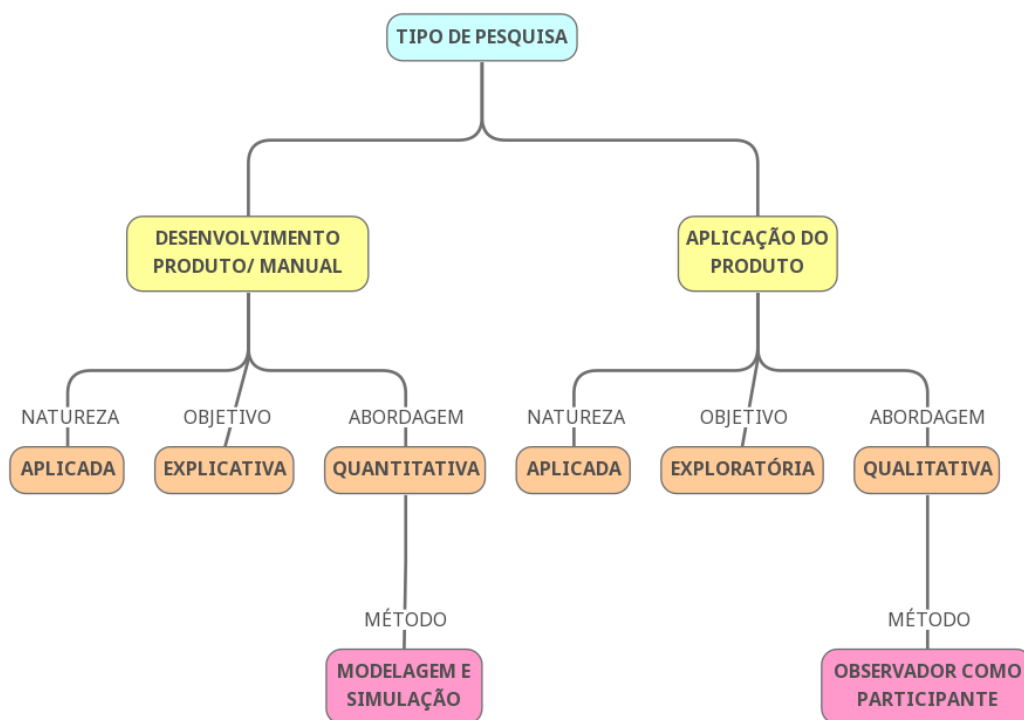
3 METODOLOGIA

Nesta dissertação é apresentada uma pesquisa de natureza aplicada que visou a produzir conhecimento com a relação entre teoria e atividades práticas em sala de aula por meio do produto educacional com o uso de TDIC, modelagem matemática e robótica.

Segundo Gerhardt e Silveira (2009, p. 35), a pesquisa aplicada “objetiva gerar conhecimentos para aplicação prática e dirigidos à solução de problemas específicos. Envolve verdades e interesses locais”.

Quanto a abordagem é um tipo de pesquisa combinada, ou seja, quantitativa e qualitativa. A primeira foi utilizada para o desenvolvimento do produto deste trabalho. Já o segundo método é relativo à aplicação do produto em sala de aula. Segundo Turrioni e Mello (2012, p. 81), “A pesquisa combinada considera que o pesquisador pode combinar aspectos das pesquisas qualitativas e quantitativas em todos ou em algumas das etapas do processo de pesquisa”. A Figura 15 demonstra de forma estruturada o tipo pesquisa utilizado neste trabalho.

Figura 15 – Esquema do tipo de pesquisa



Fonte: adaptado de Turrioni e Mello (2012) e Lüdke e André (1986).

Para o desenvolvimento dos recursos presentes no manual, foram utilizadas como método a modelagem e a simulação que possuem abordagem quantitativa e natureza aplicada.

A modelagem e a simulação são utilizadas quando o objetivo da pesquisa é experimentar, por meio de um modelo, um sistema real, determinando-se como esse sistema responde a modificações que lhe são propostas (ALVES, 2013). Dessa forma, nesta dissertação, é apresentada a modelagem matemática como ferramenta utilizada no desenvolvimento dos recursos presentes no manual (Apêndice B).

A pesquisa também é qualitativa, devido à natureza subjetiva do objeto analisado: estuda as características individuais e coletivas dos indivíduos observados em relação aos recursos educacionais de caráter tecnológico desenvolvidos na pesquisa e sua efetividade na motivação dos alunos. Além disso, a abordagem qualitativa permite ao pesquisador estar em contato com o ambiente de pesquisa, que, com base em observação e registro de fatos, auxilia na compreensão e na interpretação do fenômeno estudado. Segundo Silva e Menezes (2005, p. 20), a pesquisa qualitativa:

[...] considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números. A interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa. Não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas. O ambiente natural é a fonte direta para coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave. É descritiva. Os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente. O processo e seu significado são os focos principais de abordagem.

A partir da abordagem qualitativa, escolheu-se o método de pesquisa “observador como participante” como forma de compreender a questão norteadora da pesquisa. Segundo Lüdke e André (1986, p. 35), neste método, “[...] a identidade do pesquisador e os objetivos do estudo são revelados ao grupo pesquisado desde o início. Nessa posição, o pesquisador pode ter acesso a uma gama variada de informações, até mesmo confidenciais, pedindo cooperação ao grupo”.

Para responder à pergunta norteadora da pesquisa – *é possível o desenvolvimento de atividades que unam modelagem matemática e robótica de forma a contextualizar e aplicar conceitos de funções trigonométricas em sala de aula com a participação ativa dos alunos?* –, foram realizadas atividades com os alunos do ensino médio da Escola Estadual Joaquim Saraiva, no município de Uberlândia, região do

Triângulo Mineiro, no estado de Minas Gerais, durante a disciplina *Prática Docente Supervisionada*. Os recursos desenvolvidos fazem parte do produto desta pesquisa e foram utilizados para revisar o conceito de funções trigonométricas.

Assim, foram desenvolvidas duas atividades interativas. A primeira utilizou a voz dos próprios alunos como dados de entrada na simulação e teve como pano de fundo a modelagem matemática e robótica. A segunda utilizou a robótica como recurso para a solução de problemas de forma investigativa e exploratória.

Para a consecução dos objetivos, o desenvolvimento da pesquisa foi dividido em quatro fases:

- fase exploratória de definição do produto – definiram-se quais recursos educacionais de base tecnológica seriam desenvolvidos e as ferramentas envolvidas.
- fase de modelagem dos recursos educacionais – demonstrou-se a matemática envolvida em cada um dos recursos tecnológicos por meio da modelagem matemática. Os detalhes de implementação estão detalhados no produto resultante desta pesquisa em formato de manual.
- fase de planejamento das atividades – prepararam-se as atividades para serem aplicadas em sala de aula em função dos recursos elaborados na fase de desenvolvimento.
- fase de aplicação das atividades – utilizaram-se, em sala de aula, os recursos desenvolvidos e fez-se o relato das atividades realizadas.

A seguir, detalha-se cada etapa.

4 DESENVOLVIMENTO

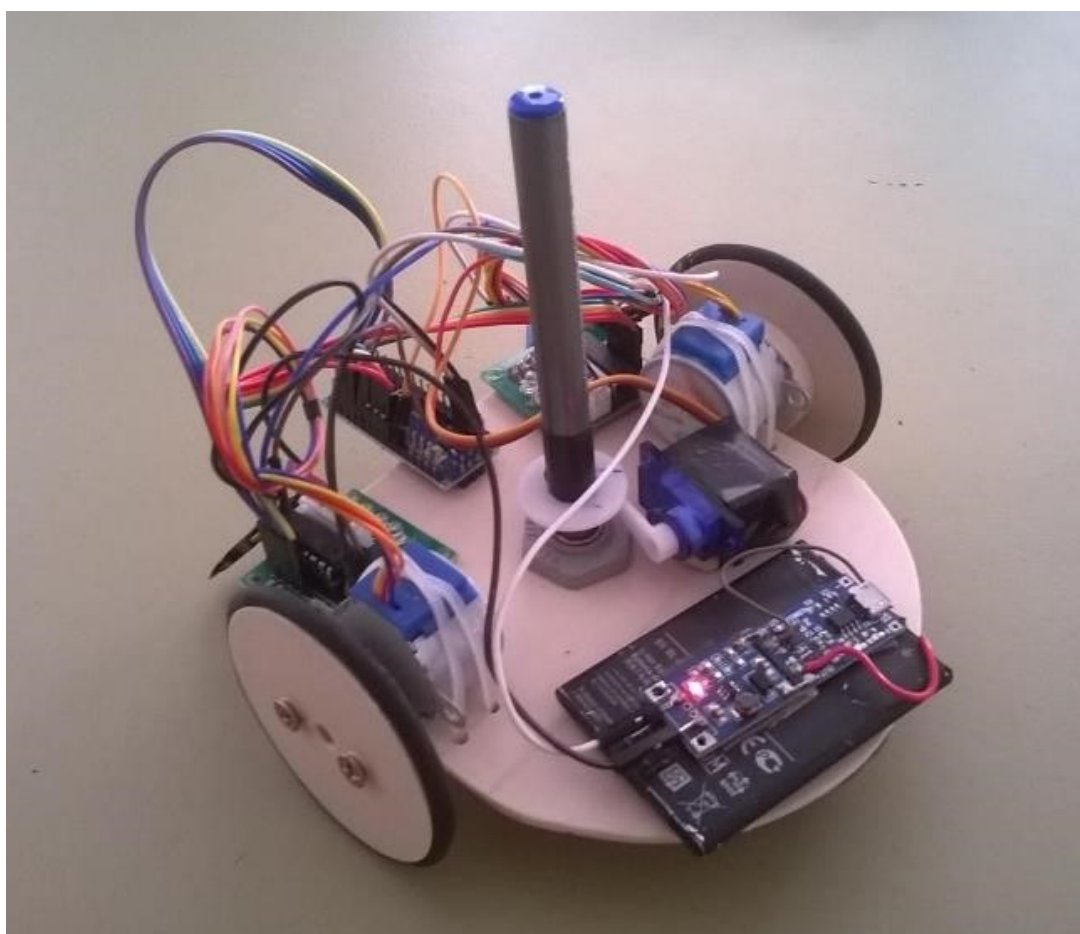
A seguir apresentam-se as fases do desenvolvimento desta pesquisa:

4.1 Fase exploratória de definição do produto

A partir da problematização e das competências do pesquisador e de sua orientadora, cogitou-se desenvolver um produto cujo conteúdo fosse a trigonometria.

Dados a formação em Engenharia Eletrônica do pesquisador, seu interesse por música e robótica e a especialização da professora orientadora em modelagem matemática, chegou-se à proposta de unir modelagem matemática e robótica. Além disso, as disciplinas *Modelagem Matemática*, em que foi feito um trabalho com música, e *Tecnologia Digitais TDIC*, em que foi desenvolvido o protótipo do *drawbot* (Figura 16) que desenhava apenas quadrados, também serviram de inspiração.

Figura 16 – Protótipo *drawbot* desenvolvido na disciplina de TDIC



Fonte: o autor.

Com base nesse contexto, considerou-se modelar o som de uma vogal por meio do método dos mínimos quadrados e demonstrar que ele pode ser representado por uma soma de senos e, em seguida, desenhado pelo *drawbot*. Além disso, foi desenvolvido um aplicativo para *smartphone*, para aproveitar as potencialidades da robótica em relação ao ensino de matemática.

Para tanto, foram pesquisadas ferramentas que poderiam ser utilizadas no desenvolvimento do produto. Começou-se com a escolha do *software* gratuito de modelagem matemática a ser implementado pelos profissionais da Educação.

Diversos *softwares* foram testados, tais como:

- Matlab: possui as funções e recursos necessários para implementação da proposta, ou seja, função de ajuste de curvas e integração com Arduino; no entanto, não é gratuito, o que dificulta o uso em escolas públicas.
- Scilab: possui integração com Arduino e é gratuito, mas a função de ajuste não correspondeu às exigências do projeto.
- Octave: possui as funções e os recursos necessários, além de ser gratuito e compatível com o Matlab.

Dadas as opções, escolheu-se o Octave, que, além de muito utilizado em simulações e modelagem matemática, tem compatibilidade com o Matlab⁴ e comunicação com Arduino, além de vasto material de referência disponível para pesquisa.

Já para robótica, foi escolhida a plataforma Arduino, porque apresentou baixo custo, além de ser um sistema de desenvolvimento gratuito e de fácil uso. O dispositivo é um dos mais usados em projetos de eletrônica e robótica. Essa é a peça fundamental no projeto, pois permite a comunicação com o Octave e o *smartphone*, ou seja, está presente em todas as atividades desenvolvidas na pesquisa.

Para o desenvolvimento do aplicativo para celular, utilizou-se o ambiente de programação MIT App Inventor⁵, que permite criar aplicativos por meio de programação visual em blocos de maneira simples e possui vários exemplos disponíveis para a criação de aplicativos. O detalhamento dos recursos está presente no manual (Apêndice B).

⁴ Matlab é uma linguagem computacional, desenvolvida para computação matemática.

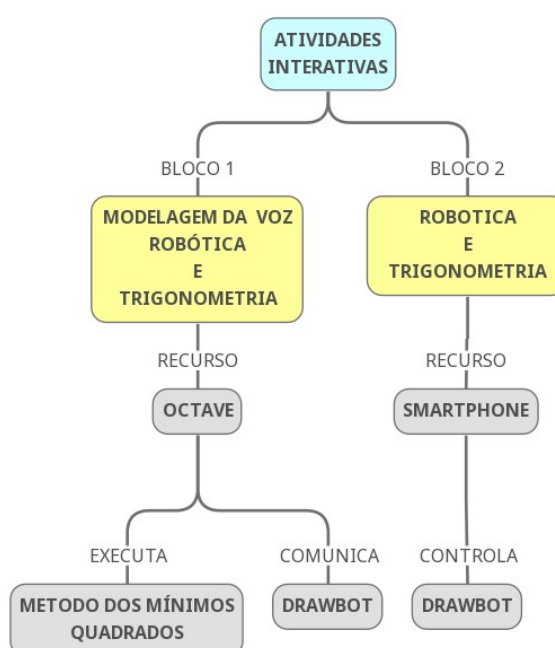
⁵ MIT App Inventor. Disponível em: <http://appinventor.mit.edu>.

Na próxima seção, apresenta-se a matemática envolvida no desenvolvimento dos recursos utilizados nas atividades com modelagem matemática.

4.2 Fase de modelagem dos recursos educacionais

As atividades interativas foram divididas em dois blocos: modelagem da voz, robótica e trigonometria; e robótica e trigonometria (Figura 17).

Figura 17 – Esquema das atividades interativas



Fonte: o autor.

O primeiro bloco utiliza como recurso principal o *software* Octave, que executa o método dos mínimos quadrados e se comunica com o *drawbot*, que, por sua vez, possui um programa para receber os comandos do Octave e fazer os desenhos dos gráficos. O segundo bloco utiliza um *smartphone* para controlar o *drawbot*. O desenvolvimento desses blocos foi dividido em três tópicos: 1) modelagem do som de uma vogal, 2) modelagem do movimento do *drawbot* e 3) a modelagem do desenho dos gráficos pelo *drawbot*. Dessa forma, os modelos demonstram a matemática envolvida em cada bloco.

A seguir apresenta-se a modelagem matemática dos recursos educacionais por meio da abordagem de Biembengut e Hein (2018), e sua implementação foi detalhada no produto deste trabalho.

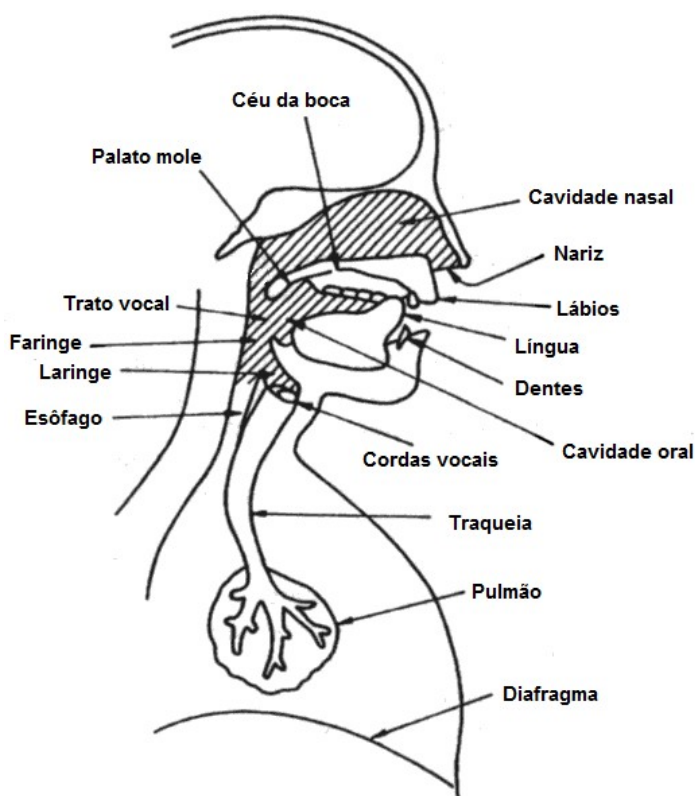
4.2.1 Modelagem do som de uma vogal

Para o desenvolvimento da modelagem do sinal de voz, que é um dos recursos utilizados nas atividades, foi preciso verificar como o som da fala era produzido e quais eram suas características para que se pudesse avaliar o recurso matemático para a modelagem. A seguir é feita a interação com o assunto, ou seja, como o som da voz é gerado, analisando-se a fisiologia do sistema vocal humano.

Etapa 1: Interação com o assunto

Dentro da perspectiva fisiológica, segundo Zwetsche (2006), o aparelho vocal humano (Figura 18) é formado por vários sistemas que trabalham em conjunto onde o som é produzido através do ar expelido pelo pulmão, que passa pela na traqueia e vibra as cordas vocais. A frequência de vibração está relacionada com o grau de abertura das pregas vocais, de forma semelhante quando se produz som com uma bexiga segurando sua boca para controlar a abertura.

Figura 18 – Aparelho vocal humano



Fonte: Carvalho e Santos (2009).

Segundo Bresolin (2003, p. 15), o processo de produção do som pelo aparelho vocal humano pode ser definido como:

O fluxo de ar é cortado em pulsos quase periódicos, os quais são modulados em frequência na passagem da faringe, na cavidade da boca e possivelmente na cavidade nasal. Dependendo das várias posições da articulação vocal (boca, língua, mandíbula, véu palatino, etc) diferentes sons são produzidos.

A seguir, são listadas as funções das partes que compõem o aparelho vocal humano (CARVALHO; SANTOS, 2009):

- lábios: articulação de sons bilabiais (b, m, p) e labiodentais (f, v)
- dentes: escoamento do som
- língua: participa na produção dos sons
- céu da boca: projeção da voz
- faringe: amplia o som
- cavidade nasal: vibração e amortização do som
- laringe: contém as cordas vocais
- traqueia: suporte para vibração das cordas vocais
- pulmões: reservatório de ar
- musculatura respiratória: produz pressão no ar

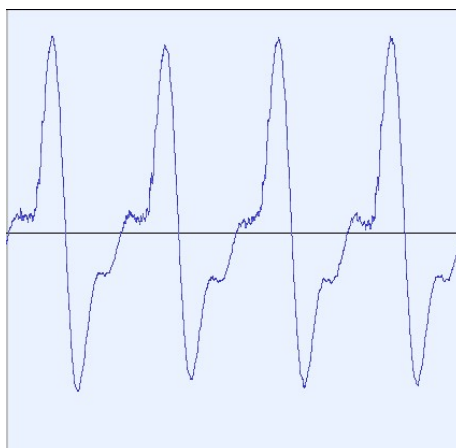
Ainda segundo Carvalho e Santos (2009), cada ser humano possui características únicas em relação à produção da voz que podem ser físicas, devido a características fisiológicas de cada indivíduo, e adquiridas, relacionadas com o modo de falar de cada pessoa, ou seja, influenciadas pelo meio. Portanto, pode-se obter dois tipos de informação de um sinal de voz: um de alto nível, que diz respeito à maneira de falar, ao sotaque, ao dialeto e ao conteúdo da fala; e o outro, de baixo nível, que analisa o sinal de voz quanto ao timbre, à frequência e à amplitude. A análise das características do som da voz tomou por base esses parâmetros.

Também foi preciso classificar os sons vocais, com base em sua periodicidade ou não, dividindo-os em sons vocálicos, sons não vocálicos e sons explosivos. As características do som foram obtidas por meio da gravação da voz no computador com o uso de um microfone, uma placa de som e o *software* de edição e tratamento de áudio Audacity⁶.

⁶ Audacity é um *software* para captação e edição de áudio. Disponível em: <https://www.audacityteam.org/>.

- Sons vocálicos: são sons produzidos de forma contínua por um fluxo de ar que, vindo dos pulmões, passa livremente pela boca sem nenhum obstáculo. Depende basicamente da alteração dos lábios e da cavidade bucal. A Figura 19 demonstra a forma de onda do som da vogal “i”.

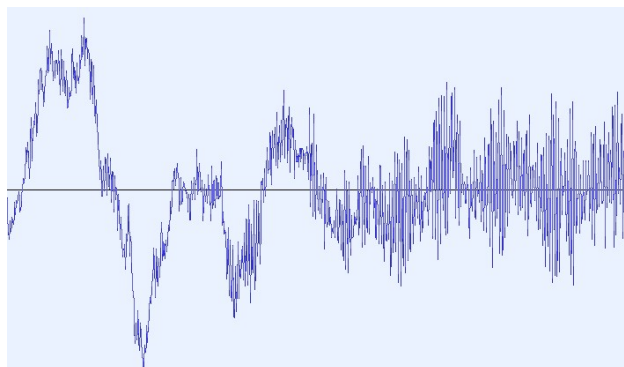
Figura 19 – Forma de onda da do som da vogal “i”



Fonte: o autor.

- Sons não vocálicos: são gerados por um estreitamento em alguma parte do trato vocal (usualmente próximo ao final da boca) – o ar adquire velocidade suficientemente alta para produzir turbulência, gerando uma espécie de ruído (Figura 20).

Figura 20 – Forma de onda do som da letra “s”

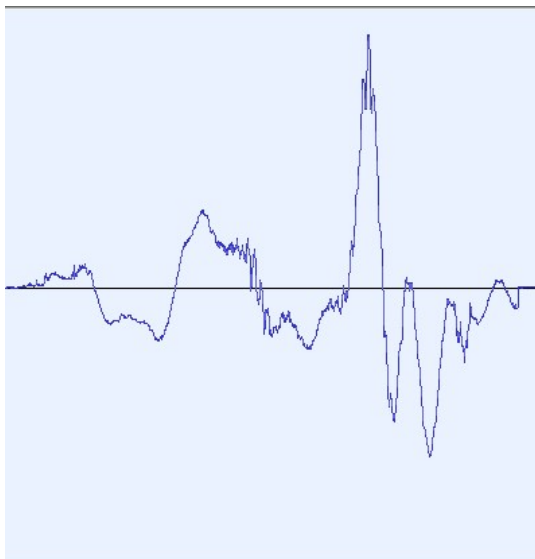


Fonte: o autor.

- Sons explosivos: na produção dos sons explosivos, o ar é totalmente dirigido para boca, que está completamente fechada. Com o aumento da pressão, a oclusão é interrompida bruscamente, gerando um pulso que excita o

aparelho fonador. Com a excitação, ocorre um movimento rápido dos articuladores em direção do próximo som. A Figura 21 mostra a forma de onda da consoante “p”.

Figura 21 – Forma de onda do som da consoante “p”



Fonte: o autor.

Portanto, ao se compararem as formas de onda dos tipos de som da voz, foi possível perceber que o som de uma vogal possui natureza ondulatória, devido à livre passagem de ar através das cordas vocais. Diante desse fato, a função trigonométrica tem as características necessárias para representar o som da voz, ou seja, é a base do modelo matemático. Mas qual seria a função: seno ou cosseno?

Segundo Ynoguti (2005, p. 11), “A razão para a escolha das senóides é a propriedade de fidelidade senoidal: senóides que entram em um sistema linear saem como senóides com (possíveis) mudanças na amplitude e fase, mas mantendo a frequência original”.

Etapas 2: Matematização

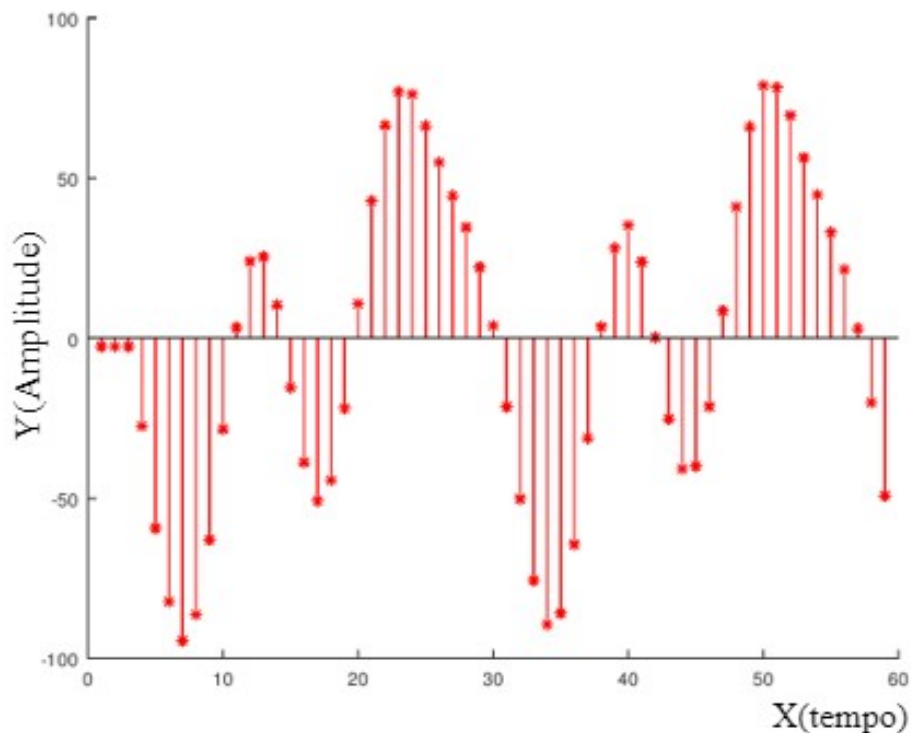
Com base nos dados obtidos na etapa anterior, definiu-se que a função de ajuste para um sinal periódico seria a soma de senos (equação 3.1) e o método dos mínimos quadrados, o recurso matemático (Anexo A) para obtenção dos parâmetros

daquela equação, em que a_i é a amplitude; b_i , a frequência multiplicada por 2π ; e c_i , a fase para cada termo de seno na série.

$$f(x) = \sum_{i=1}^4 a_i \sin(b_i x + c_i) \quad (3.1)$$

O ajuste de curvas utilizado aqui é do tipo discreto⁷, pois, os dados obtidos por meio da digitalização do som de uma vogal possuem valores discretos e amostrados em intervalos iguais, em que x são os instantes de amostragem, e y , amplitude do som (Figura 22). O objetivo é encontrar uma função que represente, com boa aproximação, os valores de entrada que representam o som da vogal.

Figura 22 – Sinal voz digitalizado

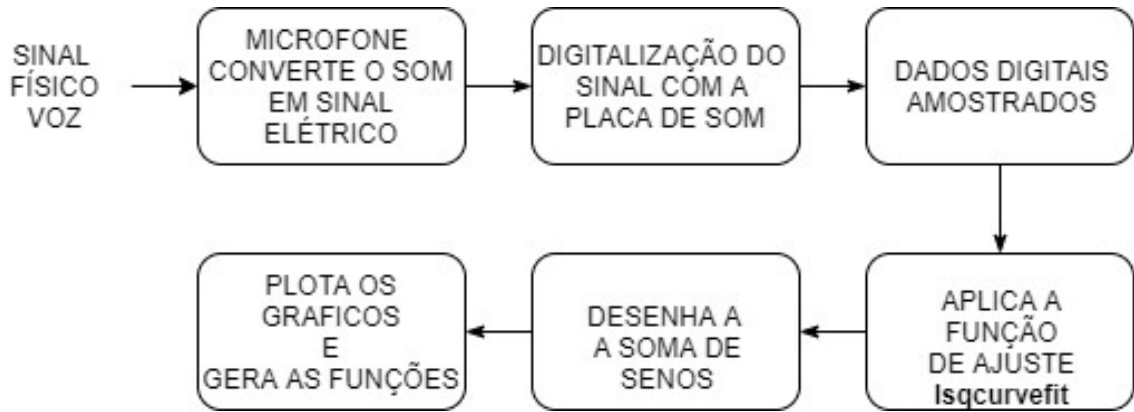


Fonte: o autor.

Para a aplicação do método dos mínimos quadrados, os dados de entrada foram obtidos com microfone e computador para digitalizar o sinal da voz por meio do *software* Octave, como demonstrado na Figura 23:

⁷ Grandeza não contínua, constituída por unidades distintas.

Figura 23 – Processo de aplicação do método dos mínimos quadrados



Fonte: o autor.

A função *lsqcurvefit* presente no Octave, foi utilizada para modelar o som de uma vogal por meio do método dos mínimos quadrados para funções não lineares e encontrar os coeficientes da função de ajuste, ou seja, encontrar os coeficientes x que “melhor se ajustam” à equação:

$$\min_x \|F(p, xdata) - ydata\|_2^2 = \min_x \sum_i (F(p, xdata_i) - ydata_i)^2 \quad (3.2)$$

sendo os dados de entrada $xdata$ e a saída de dados observada $ydata$, em que $xdata$ e $ydata$ são matrizes ou vetores, e $F(p, xdata)$ é uma função com valor de matriz ou de vetor do mesmo tamanho que $ydata$.

O Octave retorna aos gráficos a soma de senos e a soma dos quadrados residuais (SQR) e converte os dados da função em valores para que o robô faça o desenho. A SQR é o indicador do quanto a função de ajuste se aproxima dos dados obtido do sinal da voz, ou seja, quanto menor seu valor, mais a função se aproxima dos dados amostrados do som da vogal. Portanto, o valor do SQR e a inspeção visual entre os pontos do sinal e a curva obtida são os parâmetros de validação do modelo obtido com a função *lsqcurvefit* (3.3).

$$[p, SQR] = \text{lsqcurvefit}(fun, x0, xdata, ydata) \quad (3.3)$$

em que p é um vetor com os valores dos coeficientes da função-modelo; SQR , a soma de quadrados dos resíduos (3.4); fun (3.5), a função-modelo de ajuste no programa computacional; $x0$, os pontos iniciais; $xdata$, os dados de entrada para o modelo; e $ydata$, os dados obtidos por meio da digitalização do som da vogal.

$$SQR = \sum_{i=1}^n (fun(p(k), xdata_i) - ydata_i)^2 \quad (3.4)$$

$$fun(p_k, xdata_i) = \sum_{n=0}^{k-1} p(3n+1) \sin(p(3n+2)xdata_i + p(3n+3)) \quad (3.5)$$

A seguir, é exemplificado o ajuste de curva para o som da vogal “i” com a soma de quatro termos de seno. Esse processo é feito por meio da captura do som de uma vogal com base na fala do aluno.

Definiu-se $f(x) = fun(p(k), xdata_i)$, em que $k = 4$ corresponde a soma de quatro termos de seno. Na modelagem do som,

$$f(x) = \sum_{k=1}^4 a_k \sin(b_k x + c_k) \quad (3.6)$$

São os termos das funções correspondentes entre as duas funções

$$\begin{aligned} a_1 &= p(1) \quad b_1 = p(2) \quad c_1 = p(3) \\ a_2 &= p(4) \quad b_2 = p(4) \quad c_2 = p(6) \\ a_3 &= p(7) \quad b_3 = p(8) \quad c_3 = p(9) \\ a_4 &= p(10) \quad b_4 = p(11) \quad c_4 = p(12) \end{aligned} \quad (3.7)$$

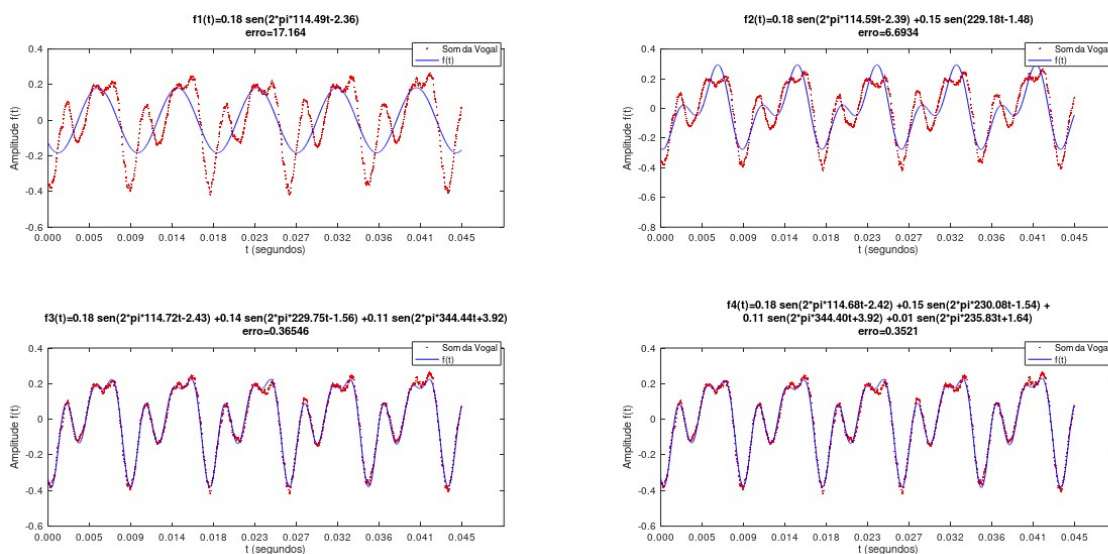
em que a_k , b_k e c_k são determinados. Captando-se o som da vogal “i” a uma taxa de amostragem de 22.050 amostras por segundo e utilizando-se 1.000 pontos, determinaram-se os termos da expressão, quais sejam:

$$\begin{aligned} g1(t) &= 0.17 \sin(2\pi * 169.08 * t - 1.97) \\ g2(t) &= 0.14 \sin(2\pi * 314.51 * t - 1.39) \\ g3(t) &= 0.03 \sin(2\pi * 161.75 * t - 1.21) \\ g4(t) &= 0.01 \sin(2\pi * 179.48 * t - 0.21) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Etapas 3: Modelo matemático

Para validação do modelo matemático, foram utilizadas a avaliação visual entre os dados de entrada e a curva de ajuste, além da SQR, que representa o erro, ou seja, quanto menor a SQR, mais a função se ajusta aos dados amostrados do som da vogal. Na Figura 24, são exibidos quatro gráficos com suas respectivas funções de ajuste e o erro dado por SQR com base na amostragem do som da vogal “i”, em que é possível perceber que o erro diminui, enquanto aumenta a quantidade de termos de seno utilizados na função *lsqcurvefit*.

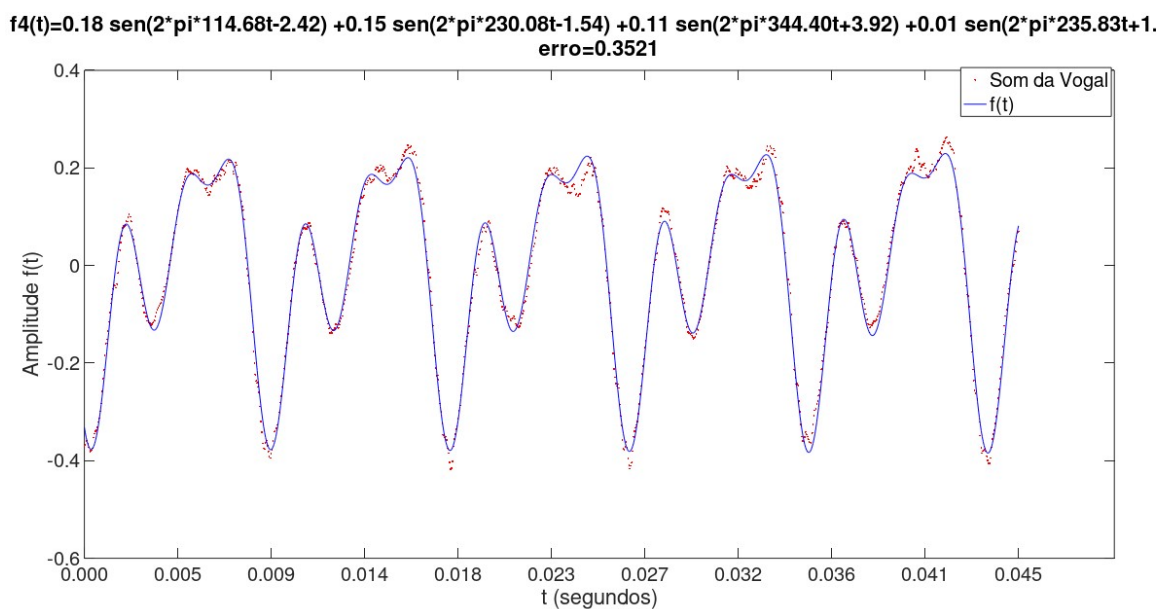
Figura 24 – Gráficos resultantes do ajuste de curvas



Fonte: o autor.

Percebe-se, portanto, que o modelo com quatro termos de seno apresentou ajustes para o som da vogal “i” com erro de apenas 0,321 (Figura 25).

Figura 25 – Gráfico de ajuste



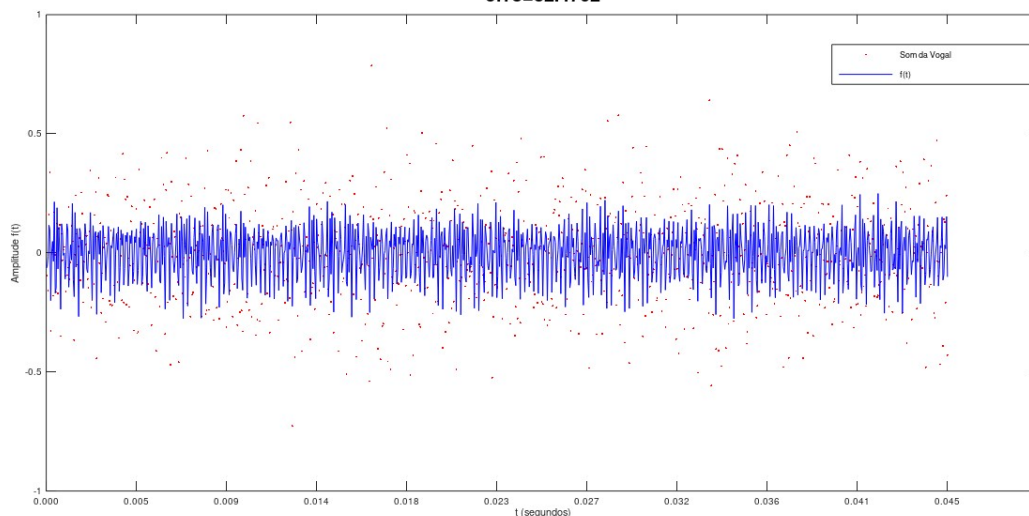
Fonte: o autor.

A título de comparação, usou-se o som de uma furadeira (Figura 26). Pode-se perceber que o valor de erro é alto, devido ao fato de o som da furadeira parecer-se com um ruído de uma grande quantidade de frequências somadas.

Figura 26 – Gráfico do som de uma furadeira

$$f_4(t) = 0.10 \sin(2\pi \cdot 4364.23t - 2.17) + 0.06 \sin(2\pi \cdot 7792.40t + 0.29) + 0.08 \sin(2\pi \cdot 8732.17t - 2.58) + 0.05 \sin(2\pi \cdot 7645.94t + 1.0)$$

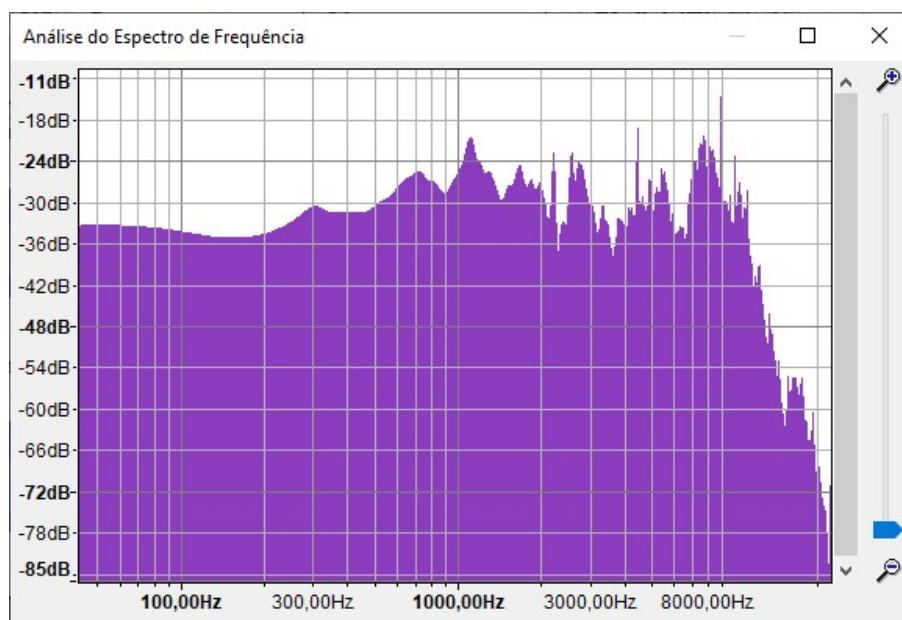
erro=32.4762



Fonte: o autor.

Na Figura 27, o gráfico de espectro⁸ de frequência do som da furadeira demonstra que as frequências são relativamente planas, ou seja, a maior parte das frequências situa-se entre -36 dB e -24 dB⁹.

Figura 27 – Espectro de frequência do som da furadeira



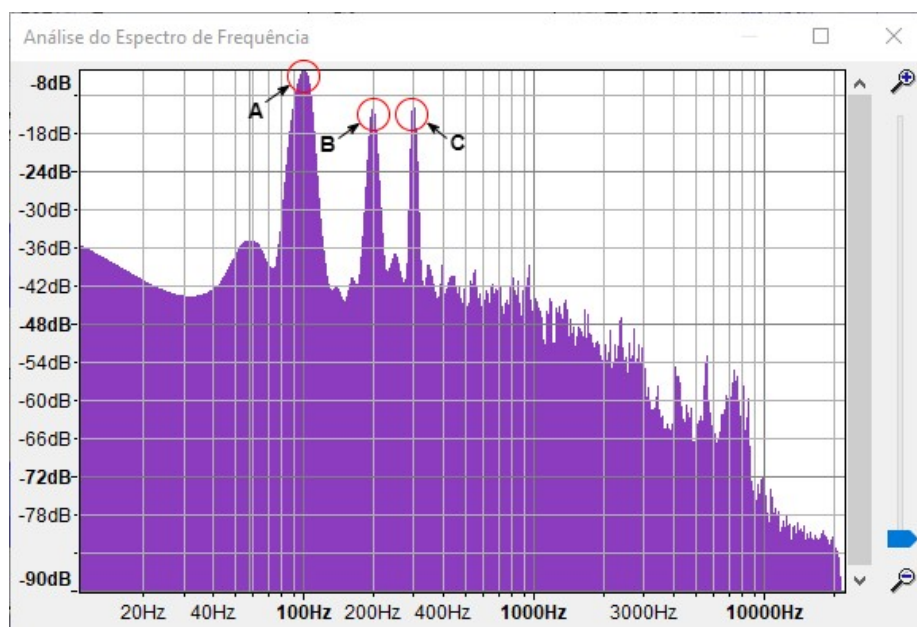
Fonte: o autor.

⁸ Espectro sonoro é o conjunto de todas as ondas que compõem os sons audíveis e não audíveis pelo ser humano.

⁹ dB é uma ordem de grandeza. A amplificação de um sistema que tem entrada E e saída S é dada (em decibéis, ou dB) por: amplificação = $10 \log (S/E)$

Para comparação, analisando-se o espectro de frequência do som da vogal “i” (Figura 28), perceberam-se 3 picos bem definidos, A, B e C.

Figura 28 – Espectro de frequência da vogal “i”



Fonte: o autor.

Os pontos A, B e C têm correspondência com a equação apresentada no título da Figura 25, sendo que:

$$f_4(t) = 0.18 \underbrace{\text{sen}(2\pi \cdot 114.68t - 2.42)}_A + 0.15 \underbrace{\text{sen}(2\pi \cdot 230.08t - 1.54)}_B + 0.11 \underbrace{\text{sen}(2\pi \cdot 344.40t + 3.92)}_C + 0.01 \text{sen}(2\pi \cdot 235.83t + 1. \text{erro} = 0.3521) \quad (3.9)$$

Portanto, o conteúdo envolvido na modelagem do som de uma vogal vai além da representação matemática de uma soma de senos, já que a própria soma permite abordar o conceito de timbre. Além disso, podem-se perceber informações como amplitude, frequência ou altura e fase de uma onda por meio das funções encontradas pelo método dos mínimos quadrados.

4.2.2 Modelagem do movimento do *drawbot*

Além da modelagem do som da vogal, foi feita a modelagem do movimento do *drawbot* (Figura 29) para receber os comandos de movimento e desenhar o gráfico definido na modelagem do som da vogal.

Figura 29 – Drawbot



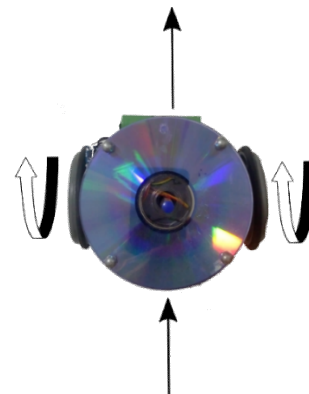
Fonte: o autor.

Etapas 1: Interação com o assunto

O *drawbot* (Figura 30) tem dois movimentos básicos: giro no próprio eixo, dado em graus ($^{\circ}$), e movimento linear para frente e para trás, dado em milímetros (mm). Assim, as informações necessárias para a modelagem do movimento do *drawbot* são o diâmetro das rodas e a distância entre elas. Além disso, deve-se conhecer o funcionamento do motor de passo, que tem como característica funcionar por pulsos (para o eixo do motor realizar uma volta são necessários 4.076 pulsos).

Figura 30 – Possibilidades de movimento do *drawbot*

Giro no sentido horário em torno do próprio eixo.



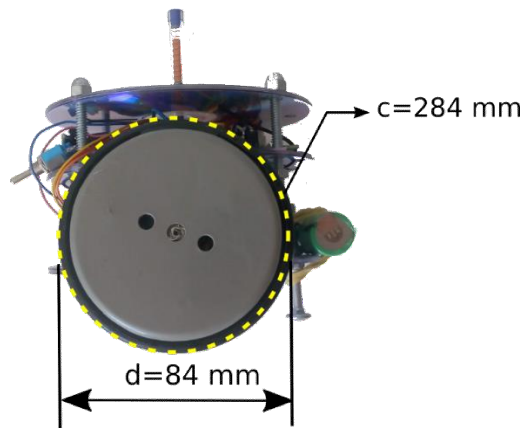
Movimento linear para frente.

Fonte: o autor.

Etapa 2: Matematização

Primeiramente definiu-se o movimento linear, ou seja, o movimento das rodas no mesmo sentido. O dado de entrada é um valor em milímetros, ou seja, a quantidade de pulsos necessários para o *drawbot* mover-se 1 mm. Como o motor precisa de 4.076 pulsos para dar uma volta completa, basta dividir a quantidade de pulsos pelo comprimento da circunferência da roda, que tem 284 mm (Figura 31).

Figura 31 – Diâmetro e comprimento da circunferência da roda



Fonte: o autor.

De posse desses dados, definiu-se a função $move_milimetros(x)$, que retorna a quantidade de pulsos necessários para um valor de entrada em milímetros representado por x e é definida pela equação 4.1:

$$move_milimetros(x) = \frac{p}{c} \times x \quad (4.1)$$

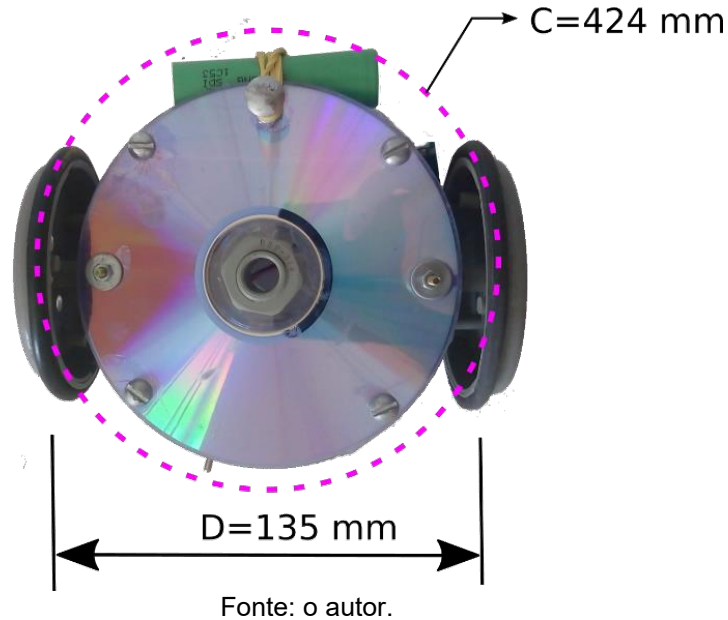
em que x é dado em milímetros; c é o comprimento da circunferência da roda; e p , a quantidade de pulsos para o motor realizar uma volta.

Assim, a função que define a quantidade de pulsos necessários para a roda girar uma certa quantidade em milímetros é dada pela equação:

$$move_milimetros(x) = \frac{4076}{284} \times x \quad (4.2)$$

Para o *drawbot* girar em torno do próprio eixo a partir de um certo ângulo, é necessário relacionar o comprimento da circunferência de giro, que mede 424 mm, com o movimento da roda acoplada ao motor e deve percorrer 424 mm para dar uma volta completa em relação ao eixo central (Figura 32).

Figura 32 – Diâmetro e comprimento da circunferência entre as rodas



Diante disso, definiu-se a função $gira_graus(y)$, em que y representa o movimento de giro em graus em torno do próprio eixo:

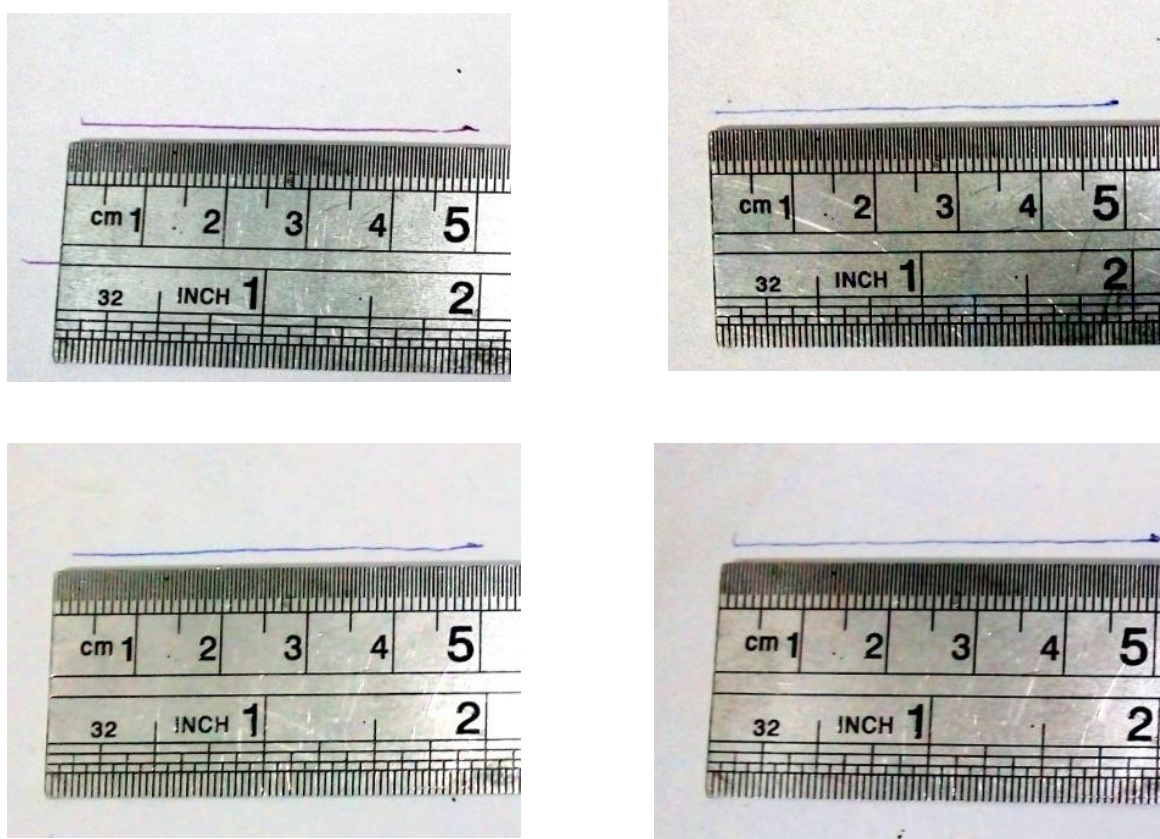
$$gira_graus(y) = \left(\frac{move_milimetros(424)}{360} \right) y \quad (4.3)$$

Essas são as funções que representam o movimento do *drawbot*. Fazem parte do algoritmo de controle gravado na placa Arduino e podem ser acessadas no manual (Apêndice B).

Etapa 3: Modelo matemático

Para a validação do modelo, foram feitas medidas do movimento do *drawbot* com base em comandos a ele enviados. Primeiramente, analisou-se a função de movimento linear $move_milimetros(x)$, para verificar se o movimento correspondia aos dados de entrada, representado por x , em milímetros. Para isso, o *drawbot* recebeu um comando para que se movesse 50 mm, o que foi medido com uma régua. O processo foi repetido quatro vezes, para verificar se a amostra tinha valor condizente com os dados de entrada (Figura 33).

Figura 33 – Desenho de uma linha de 5 cm

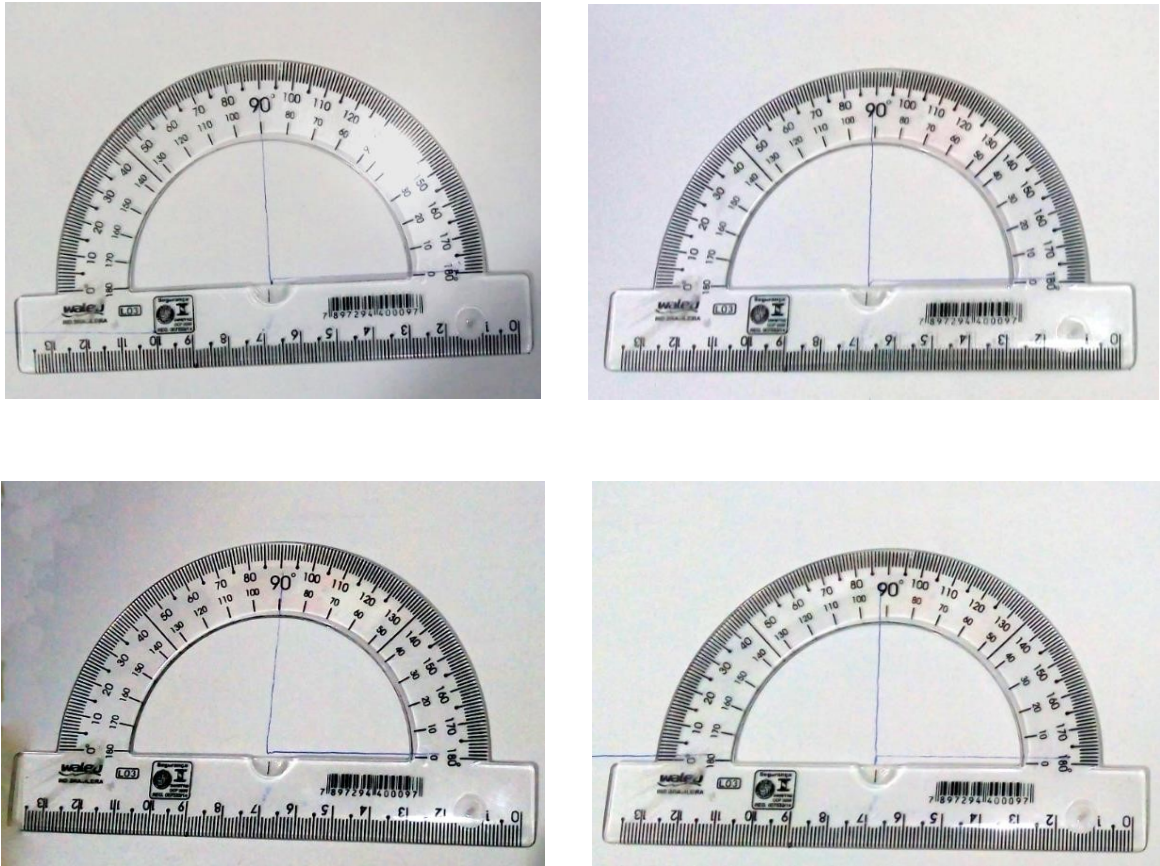


Fonte: o autor.

Como se pode observar nas imagens anteriores, a função-modelo de movimento linear *move_milímetros(x)* possui boa aproximação com sua saída, que é a reta desenhada pelo *drawbot*. Pela proposta do trabalho, o erro de 1 mm não interfere na realização das atividades.

Para o movimento de giro, desenharam-se dois segmentos de reta de 50 mm, cada com um ângulo de 90°. Em seguida foram feitas quatro medidas do ângulo com o uso de um transferidor, como mostrado na Figura 34.

Figura 34 – Desenho de um ângulo de 90°



Fonte: o autor.

Para a função *gira_graus(y)*, houve uma variação entre -2° e 0° em relação ao ângulo de entrada y e o ângulo medido no desenho, resultado condizente com a proposta do trabalho.

Portanto, conclui-se que as funções-modelo *move_milímetros(x)* e *gira_graus(y)* possuem um bom grau de aproximação entre os dados de entrada e de saída e são suficientes para a proposta de aplicação nas atividades em sala de aula.

4.2.3 Modelagem do desenho do gráfico pelo *drawbot*

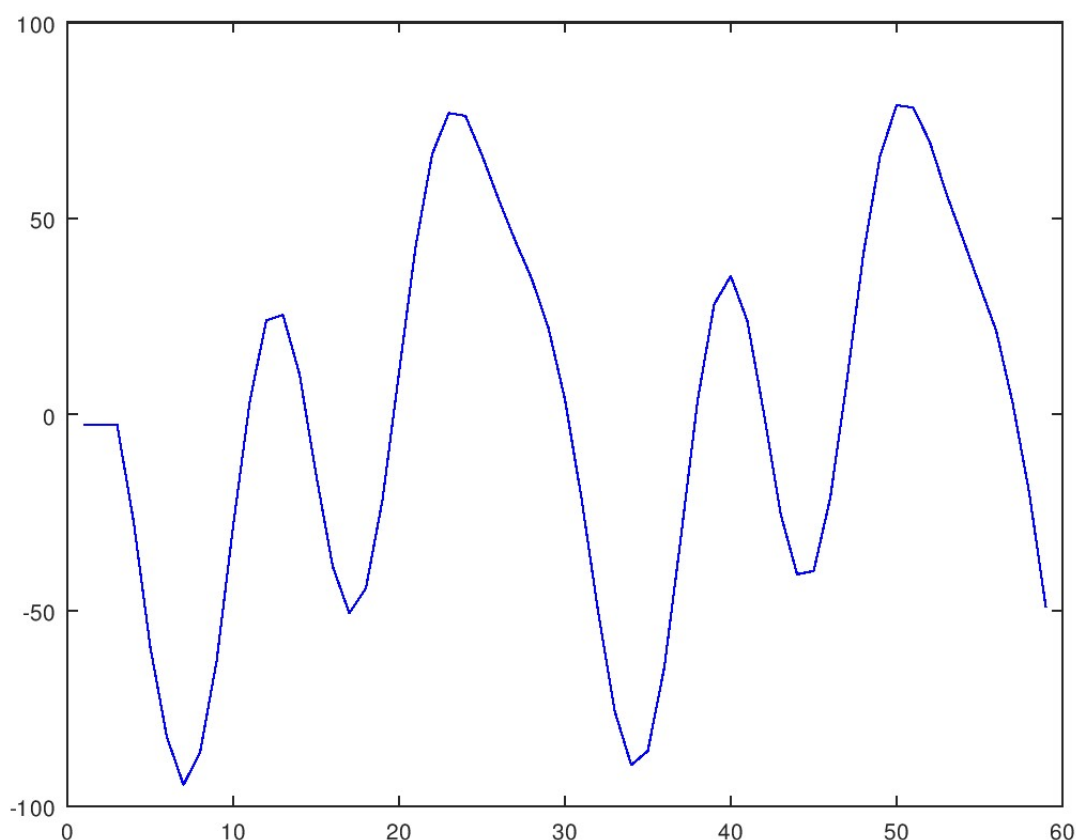
Para que o *drawbot* pudesse desenhar o gráfico do sinal da voz, foi desenvolvido um algoritmo no Octave para converter os pontos dos gráficos da função-modelo do som de uma vogal em comandos para o *drawbot*. Após a

conversão, os dados foram enviados para o *drawbot* por Bluetooth¹⁰. A seguir, é demonstrada a modelagem matemática para o desenvolvimento do algoritmo que fez a comunicação entre o Octave e o *drawbot*.

Etapa 1: Interação com o assunto

Os pontos gerados pela função de ajuste de curvas tiveram origem no sinal gerado pela voz, ou seja, eram contínuos no tempo, como mostrado na Figura 35.

Figura 35 – Representação do sinal analógico contínuo

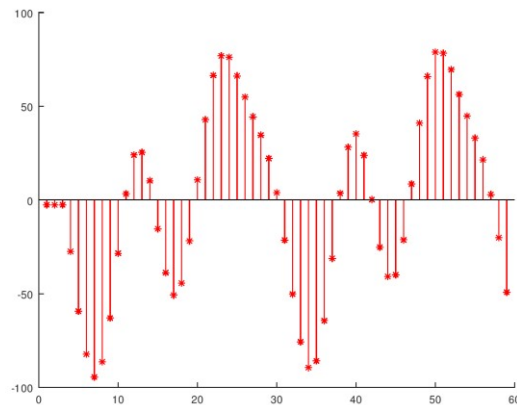


Fonte: o autor.

Após a digitalização, os pontos foram espaçados igualmente no eixo x em função da taxa de amostragem do sinal captado pelo microfone e ficaram com o aspecto da Figura 36.

¹⁰ "Bluetooth é um protocolo padrão de comunicação primariamente projetado para baixo consumo de energia com baixo alcance, (dependendo da potência: 1 metro, 10 metros, 100 metros), baseado em microchips transmissores de baixo custo em cada dispositivo". (BLUETOOTH, 2002).

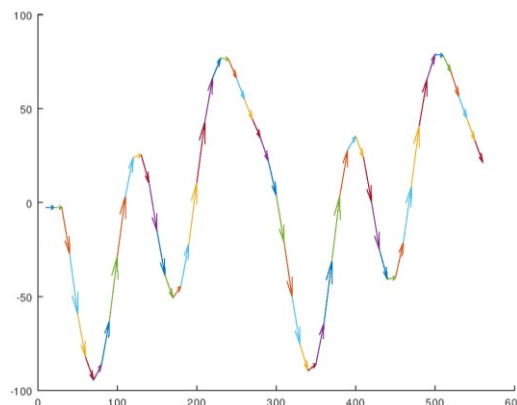
Figura 36 – Pontos amostrados do sinal gerado pela vogal “i”



Fonte: o autor.

Como o *drawbot* executa somente dois movimentos – frente/trás e rotação –, fez-se uma análise ponto a ponto do gráfico e percebeu-se que os dados do movimento seriam uma sequência de vetores, como na Figura 37.

Figura 37 – Vetores do movimento do drawbot



Fonte: o autor.

De posse dessas informações, procedeu-se à matematização da conversão dos vetores em movimento do carrinho.

Etapas 2: Matematização

Para a criação do algoritmo que converteria os pontos do gráfico em comandos para o movimento do *drawbot*, fez-se a análise entre três pontos (Figura 38) do gráfico

Tendo em vista a análise da Figura 39, definiu-se o módulo de \overrightarrow{AB} e \overrightarrow{BC} pelas equações 4.4 e 4.5:

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{\Delta x_0^2 + \Delta y_0^2} = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2} \quad (4.4)$$

$$|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta y_1^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (4.5)$$

Seja θ_0 o ângulo entre \overrightarrow{AB} e o eixo x é definido por:

$$\theta_0 = \text{asen}\left(\frac{\Delta y_0}{|\overrightarrow{AB}|}\right) \times \frac{180}{\pi} \quad (4.6)$$

e θ_1 o ângulo entre \overrightarrow{BC} e o eixo x é definido:

$$\theta_1 = \text{asen}\left(\frac{\Delta y_1}{|\overrightarrow{BC}|}\right) \times \frac{180}{\pi} \quad (4.7)$$

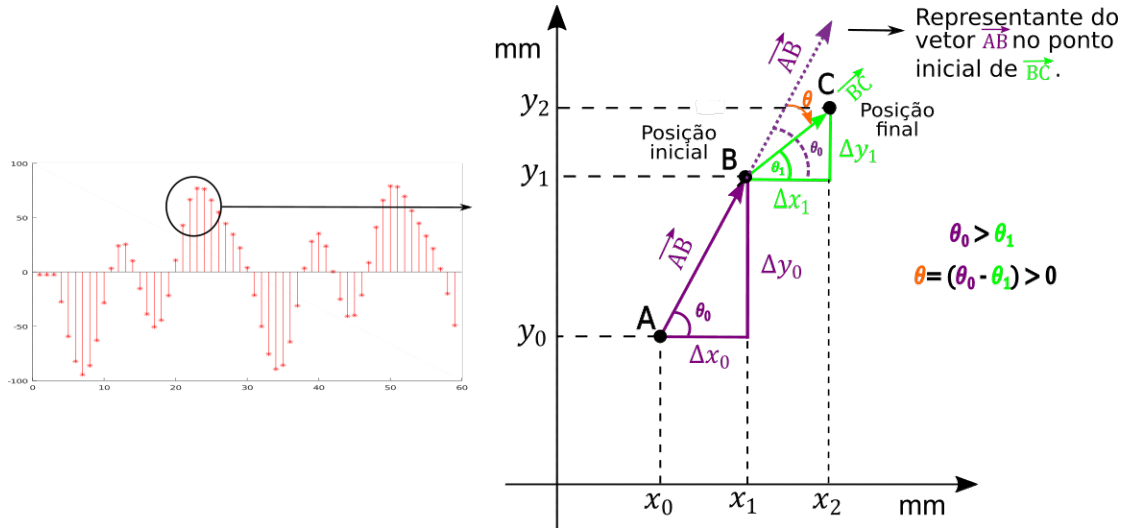
Portanto, para o *drawbot* se mover da posição inicial, primeiramente gira em torno do próprio eixo, um ângulo em graus dado por $\theta = \theta_0 - \theta_1$ e, em seguida, se move $|\overrightarrow{BC}|$ em linha reta, valor em milímetros.

Assim, quando $\theta > 0$, o sentido do giro é horário; quando $\theta < 0$, o sentido é anti-horário; e quando $\theta = 0$, não há giro. Dessa forma, o *drawbot* executa dois movimentos, primeiro o giro dado por θ (em graus) e, em seguida, a distância percorrida em linha reta igual a $|\overrightarrow{BC}|$ (em milímetros).

Diante dessas informações, apresentam-se três possibilidades para a realização dos movimentos em função do ângulo θ :

1° Possibilidade: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Se } \theta > 0, \text{ o sentido de giro é horário, dado por } \theta = \theta_0 - \theta_1. \\ \text{Em seguida, o carrinho move-se em linha reta } |\overrightarrow{BC}| \text{ (Figura 40).} \end{array} \right.$

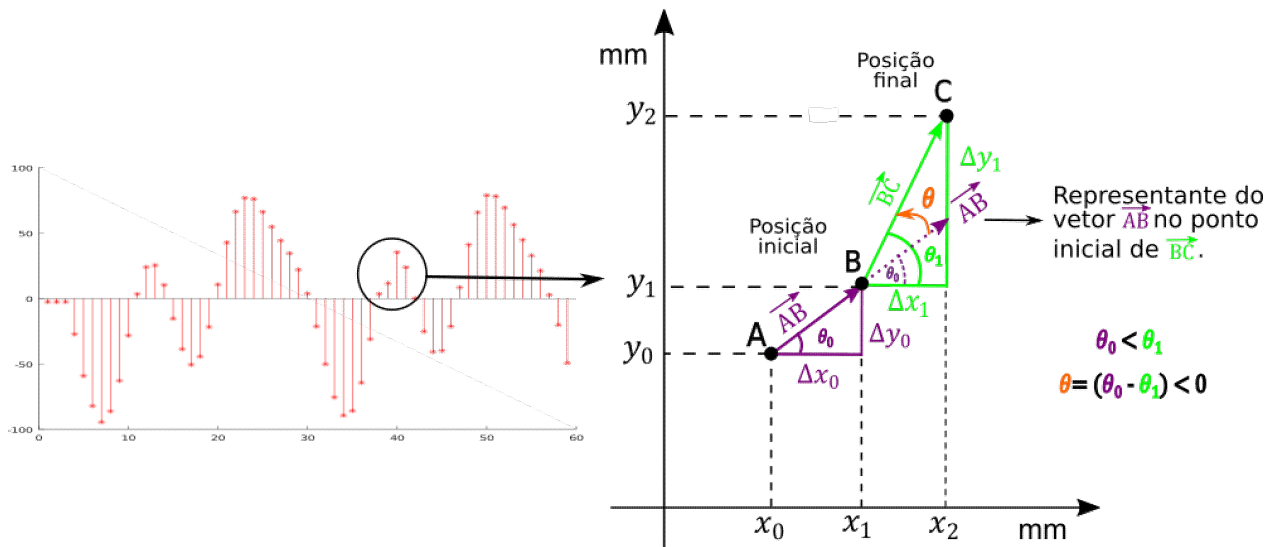
Figura 40 – Representação da 1ª possibilidade de movimento



Fonte: o autor.

2ª Possibilidade: { Se $\theta < 0$, o sentido de giro é anti-horário, dado por $\theta = \theta_0 - \theta_1$.
Em seguida, o carrinho move em linha reta $|\vec{BC}|$ (Figura 41).

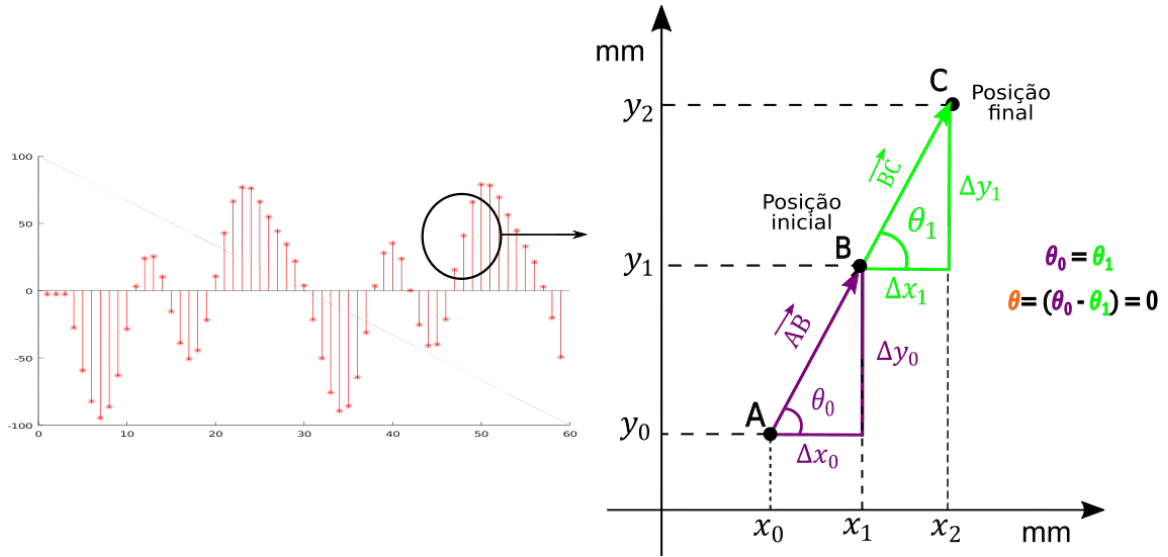
Figura 41 – Representação da 2ª possibilidade de movimento



Fonte: o autor.

3ª Possibilidade: { Se $\theta = 0$, não há giro, e $\theta = 0$.
Em seguida, o carrinho move em linha reta $|\vec{BC}|$ (Figura 42).

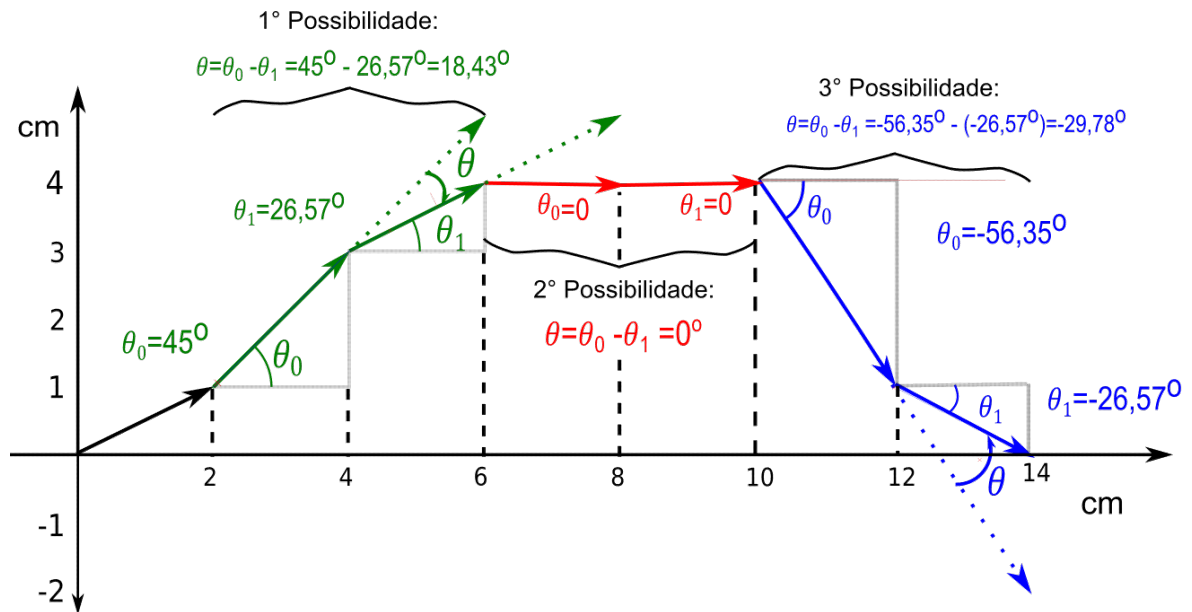
Figura 42 – Representação da 3ª possibilidade de movimento



Fonte: o autor.

A Figura 43 ilustra as três possibilidades de movimento definidas anteriormente.

Figura 43 – Exemplo de movimento do *drawbot* para um trecho do gráfico



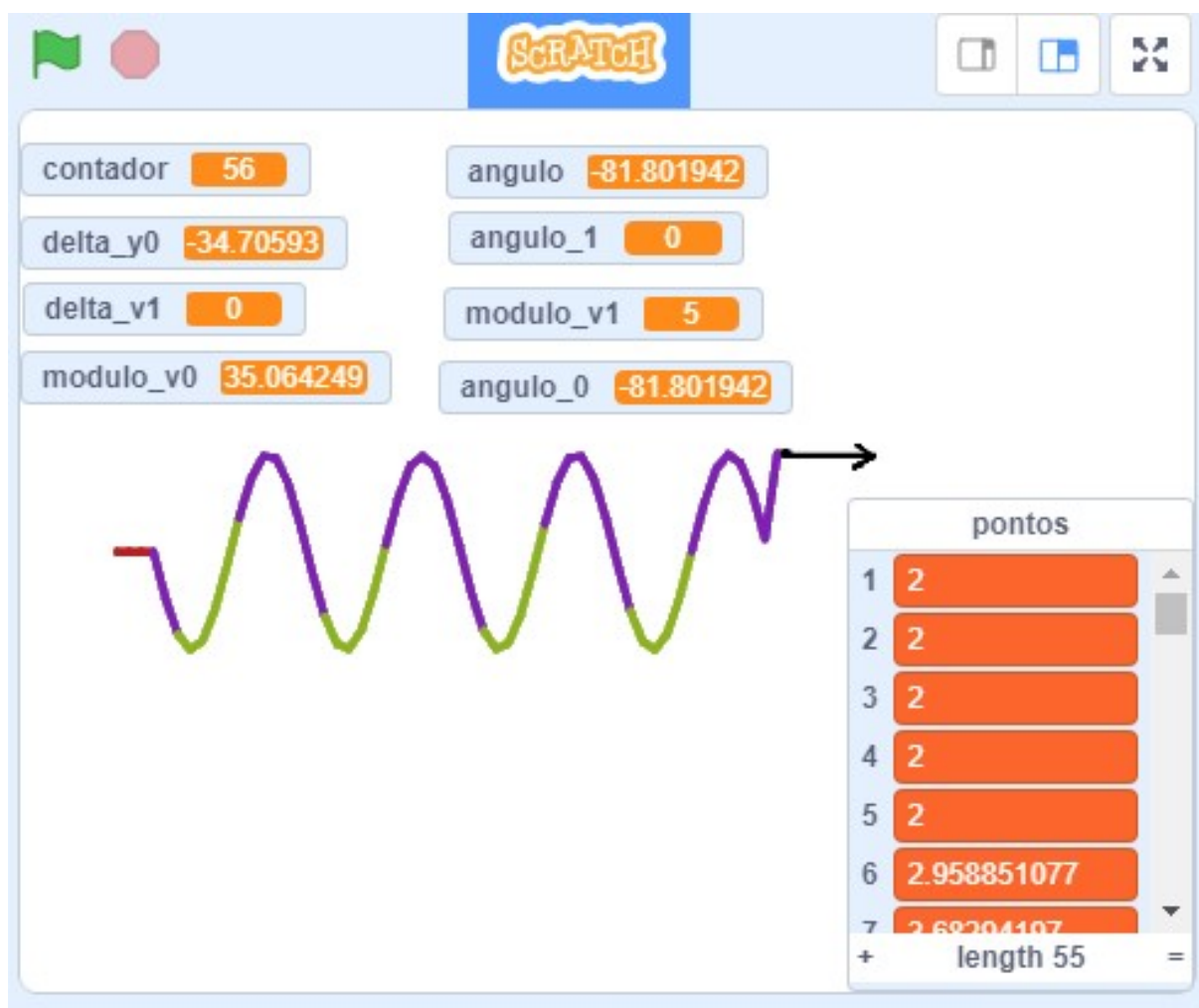
Fonte: o autor.

Etapa 3: Modelo matemático

Para a validação do modelo, foram utilizadas duas simulações e a inspeção visual do desenho feito pelo *drawbot*. A primeira simulação foi feita com o *software* de

programação visual Scratch¹¹, que permite fazer animações. Nele foi inserido o algoritmo baseado nas possibilidades anteriores, e com a entrada de dados discretos obtidos com uma função seno, o percurso foi gerado graficamente na tela do computador. Na Figura 44, veem-se cores diferentes na forma de onda, o que representa as possibilidades citadas anteriormente: vermelho para $\theta = 0$, verde para $\theta < 0$ e roxo para $\theta > 0$.

Figura 44 – Simulação do algoritmo no *software* Scratch

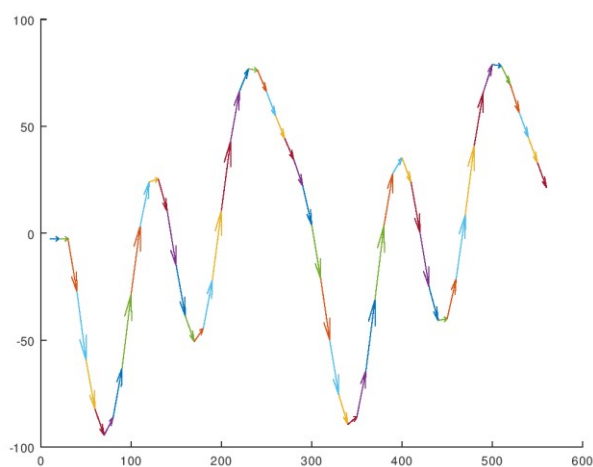


Fonte: o autor.

O *software* Octave também serviu de validação do modelo ou algoritmo. Nele o sinal da voz foi a base de dados para a simulação. O resultado foi um gráfico com vetores representando a forma de onda do som de uma vogal (Figura 45).

¹¹ Scratch é uma linguagem de programação visual. Disponível em: <https://scratch.mit.edu>.

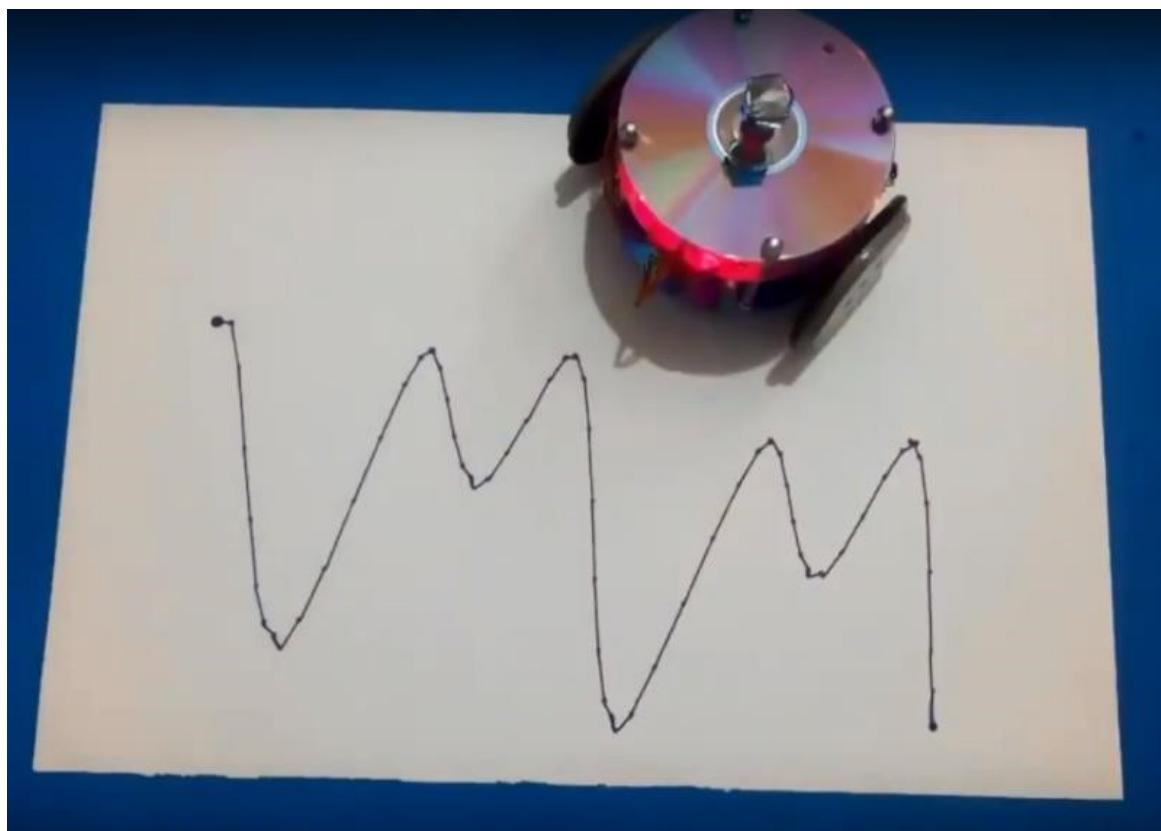
Figura 45 – Simulação do algoritmo no *software* Octave



Fonte: o autor.

Por fim, o algoritmo, satisfatoriamente representado em desenho executado pelo *drawbot* na forma de onda (Figura 46), tinha o intuito despertar o interesse do aluno pela matemática.

Figura 46 – Desenho feito pelo *drawbot* com base no algoritmo



Fonte: o autor.

Assim, os três modelos matemáticos definem a base teórica do desenvolvimento dos recursos educacionais presentes no manual, produto desta pesquisa. A abordagem de modelagem de Biembengut e Hein (2018, p. 6), como ciclo de desenvolvimento, permitiu chegar a um resultado satisfatório em relação às necessidades para aplicação em sala de aula.

Assim, apresentou-se a matemática envolvida na fase de desenvolvimento dos recursos educacionais – sua implementação foi detalhada no manual para que outros profissionais da educação possam replicá-los.

No próximo item relata-se o planejamento das atividades com base nos recursos educacionais desenvolvidos na pesquisa.

4.3 Fase de planejamento das atividades

Nessa etapa, as atividades foram planejadas tendo por base os recursos educacionais desenvolvidos na etapa anterior. O trabalho foi realizado em conjunto com o professor da disciplina de matemática e os 20 alunos do 1º ano do ensino médio, no período da manhã.

Antes de se iniciarem as atividades em sala de aula, pesquisador, orientadora e professor da disciplina reuniram-se diversas vezes para o planejamento em conjunto das atividades. Em um primeiro momento, foram demonstrados ao professor da disciplina o projeto de pesquisa e seus objetivos e questionado se a turma escolhida tinha noção dos conhecimentos necessários para realização da pesquisa. Em seguida, foram feitos os devidos ajustes na abordagem dos temas relacionados às atividades.

Para se avaliar o envolvimento dos alunos com as atividades desenvolvidas e se elas tiveram efeito motivador no ensino de matemática por meio da contextualização do uso de funções trigonométricas pela análise do sinal de voz dos alunos e pela robótica de forma lúdica, foram utilizados fotografias, vídeos, áudios e anotações.

As atividades foram divididas em quatro temas: fenômenos físicos periódicos; interação com o *drawbot*; interação com ambiente de programação; e desenho, programação e robótica. A seguir a descrição de cada tema.

Tema 1 – Atividade interativa: essa atividade tem caráter motivacional e exemplificativo. Abordam-se fenômenos de ocorrência periódica – exemplos disso são as ondas do mar, o dia, as fases da lua e as ondas sonoras. Em seguida, propõe-se a abordagem da modelagem matemática como meio de gerar um modelo aproximado do som da voz humana, ilustrando-se com a comparação da modelagem do som de uma vogal emitido por uma voz feminina e outra masculina. Os dados da voz são aproximados por uma soma de senos pelo método dos mínimos quadrados (função periódica desenhada pelo *drawbot*).

Tema 2 – Interação com o *drawbot*: em grupos, os alunos interagem com o *drawbot* e o programam, por meio da voz com a utilização do celular, mediante comandos simples, para desenhar formas geométricas com dificuldade de execução crescente (quadrado, retângulo, triângulo e trapézio). Cada desenho estimula o aluno a buscar os conceitos, do mais simples, como reta e ângulo, até a função seno ou cosseno para o desenho de formas geométricas.

Tema 3 – Interação com ambiente de programação: os alunos entram em contato com o ambiente de programação ScratchX¹² por exploração. Apresentam-se as principais funcionalidades do ambiente. A partir desse momento, o professor analisa e reflete sobre as dúvidas que surgem durante o processo de investigação, procurando sanar as dúvidas dos alunos. Além disso, faz-se uma pesquisa na *internet* sobre cada um dos dispositivos que compõem o *drawbot* e a geometria envolvida em sua construção.

Tema 4 – Desenho, programação e robótica: nessa etapa faz-se a programação em blocos por meio do ScratchX e do *drawbot*. Cada grupo, por meio de sorteio, faz um desenho diferente. Durante todo o processo, o professor medeia e analisa os blocos de programação dos alunos – os registros dos estudantes da forma de pensar e trabalhar os conceitos matemáticos envolvidos no processo de programação de forma reflexiva e crítica. Abordam-se os conceitos trigonométricos.

Os planos de aula para cada tema e as atividades relacionadas, definidas no planejamento, estão presentes no Apêndice A.

Na próxima seção, relatam-se as atividades realizadas na escola e a avaliação qualitativa da aplicação dos produtos desenvolvidos na pesquisa. A coleta de dados foi feita por observação e registro em anotações, fotografias, áudio e vídeo.

¹² ScratchX é uma linguagem de programação visual que permite programar dispositivos eletrônicos e robóticos. Disponível em: <https://scratchx.org>.

4.4 Fase de aplicação das atividades

A aplicação das atividades foi feita inicialmente com base no cronograma citado na seção anterior (ajustado às demandas internas da escola e ao fato de ter sido realizado no fim do último semestre). Por isso não foi possível realizar as atividades relacionadas aos temas 3 e 4 presentes na seção anterior. Além disso, no planejamento, definiu-se que o *software* de controle seria feito por voz; no entanto após alguns testes, definiu-se que o controle do carrinho seria feito manualmente por meio do celular, visando a uma melhor dinâmica da aula, já que, por voz, poderiam ocorrer vários erros devido à grande quantidade de alunos falando ao mesmo tempo.

Apesar do curto espaço de tempo e não terem sido realizadas todas as atividades do planejamento, o estágio foi bastante proveitoso com grande participação e interesse dos alunos. Isto demonstra que a tecnologia, quando desenvolvida e aplicada em uma perspectiva educacional, pode trazer bons resultados.

A seguir faz-se o relato das atividades realizadas na Escola Estadual Joaquim Saraiva com os alunos do primeiro ano do ensino médio.

4.4.1 Momento 1 – Atividade interativa com a voz e robótica

A primeira atividade foi realizada no formato de uma aula interativa de 50 minutos, de caráter motivacional, abordando funções periódicas. Estavam presentes em torno de 20 alunos (Figura 47). O pesquisador chegou uma hora antes do início da aula para a montagem do computador, do microfone e do projetor. Após a montagem e os testes dos equipamentos, o professor de matemática da escola apresentou a turma ao pesquisador, que, em seguida, falou brevemente sobre o projeto de pesquisa que estava desenvolvendo em que seria feita uma atividade interativa com o uso da voz, e o som de uma vogal seria visualizado matematicamente.

Figura 47 – Alunos do primeiro ano do ensino médio



Fonte: o autor.

Para o início da atividade, pediram-se voluntários para falar ao microfone, e um garoto (Figura 48) e uma garota (Figura 49) logo se apresentaram para realizar a atividade.

Figura 48 – Aluno pronuncia a vogal “i”



Fonte: o autor.

Figura 49 – Aluna pronuncia a vogal “i”



Fonte: o autor.

Começou-se com o garoto, que falou a vogal “i” e o carrinho desenhou o gráfico (Figura 50). Nesse momento, uma garota falou: “Olha! O carrinho começou a desenhar!”, despertando o interesse da turma. Em seguida, mostrou-se o desenho para a sala, e alguns alunos desconfiaram de que a forma de onda teria relação com a voz.

Figura 50 – *Drawbot* desenhando um gráfico durante atividade

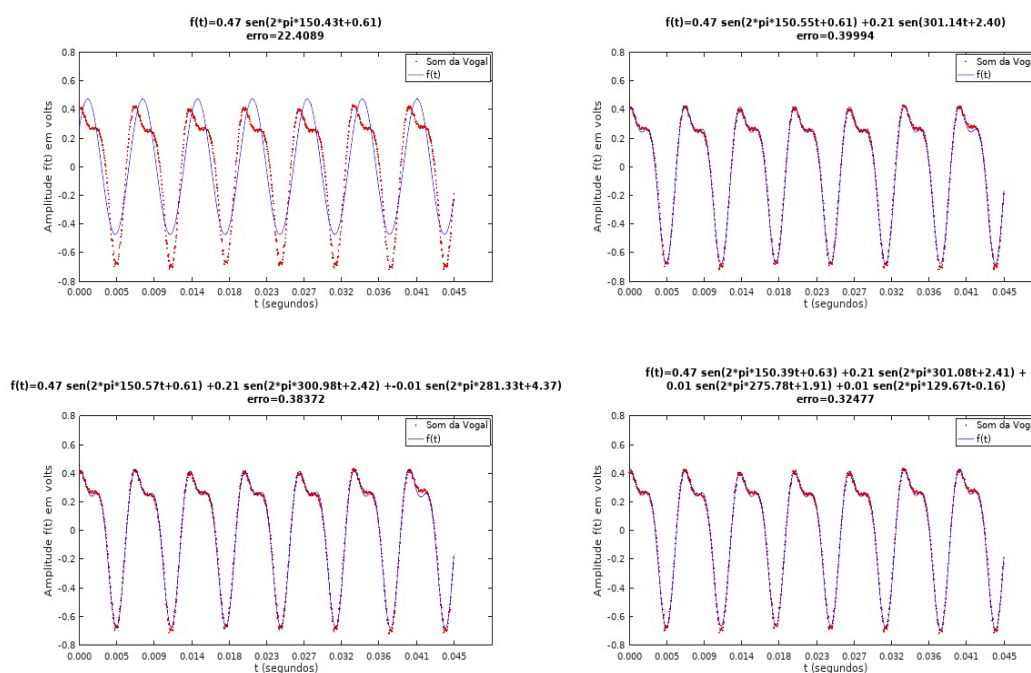


Fonte: o autor.

Após o evento, foram gerados os gráficos, com suas respectivas funções e o erro que corresponde ao SQR (Figura 51). Pesquisador e professor questionaram os alunos em relação aos gráficos, ao desenho feito pelo *drawbot* e às funções na tela de projeção.

Então, a voluntária falou a vogal “i”, e, em seguida, comparou-se com a voz do garoto e analisou-se a diferença de amplitude e frequência entre as vozes masculina e feminina. Nesse momento, foram trabalhados os conceitos de frequência, amplitude, fase e timbre, com base na análise das funções trigonométricas e nos gráficos. Além disso, demonstrou-se que o erro SQR diminui com o aumento de termos de seno.

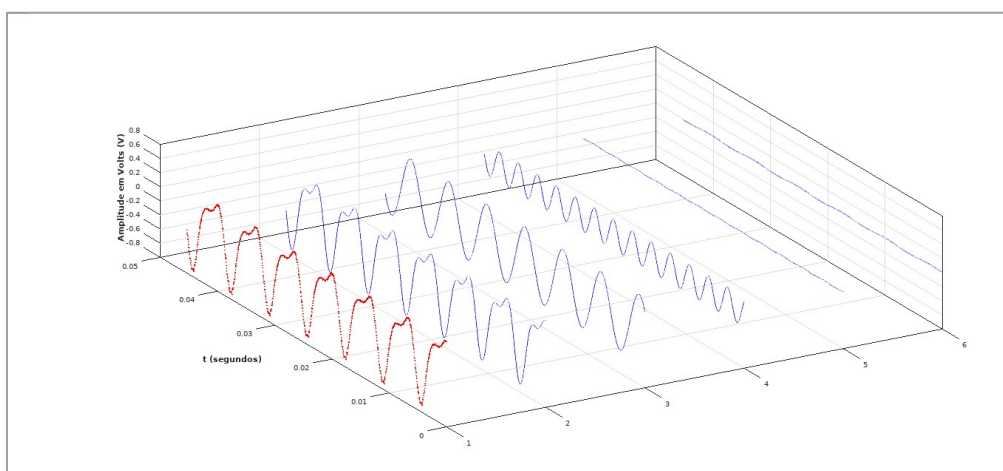
Figura 51 – Gráficos e funções geradas pelo som da vogal



Fonte: o autor.

Para demonstrar que o som de uma vogal é similar ao de uma nota musical, perguntou-se se alguém tinha um afinador de violão. Por coincidência, os dois voluntários tinham conhecimento de música e um afinador digital instalado no celular. Novamente pedi para falar a vogal anteriormente dita e a diferença de valores foi muito pequena entre o modelo matemático dos gráficos, as funções geradas e a nota (frequência) indicada no afinador. Também foi feito um paralelo com o equalizador de som – apenas um aluno tinha conhecimento do que se tratava e acabou interagindo com a atividade; esse mesmo aluno só escutava música e não participava das aulas efetivamente, mas, durante a atividade, demonstrou ter conhecimentos relacionados com o tema. Por fim foi gerado o gráfico em três dimensões com a soma de senos para demonstrar graficamente a soma de funções (Figura 52).

Figura 52 – Gráfico da soma de senos para a atividade



Fonte: o autor.

Alguns alunos demostraram mais interesse que outros e corresponderam melhor com a atividade. Quando se falou que a atividade é o princípio teórico que permite o processamento digital do som, uma aluna perguntou: “Conheço um cantor virtual japonês que tem uma voz artificial que melhora com o tempo. Isso que foi feito tem alguma relação?”. Em seguida, foi explicado que todo o processo de análise e sintetização de som passa inicialmente por uma decomposição em soma de senos. Esse fato demonstra que a aluna possui conhecimentos prévios de sua realidade que podem ser relacionados com o conteúdo programático da disciplina. No entanto, para ser efetiva a integração de conhecimento aluno-professor, é necessário que o docente

esteja preparado para responder a essas questões, ou seja, é preciso ser um profissional pesquisador com visão multidisciplinar da educação.

Em outro momento, um aluno observador perguntou: “E se eu cantar uma música, o que acontece?”. Nesse momento, pediu-se que cantasse alguma música no microfone, e foi gerada uma forma de onda bem mais complexa e não periódica. Explicou-se que falar uma vogal gerava um sinal periódico decomponível em uma soma de senos.

Ao final da aula, em bate-papo com a sala, um aluno levanta uma questão de programação em relação ao desenvolvimento do *software* no Octave: “Como o software encontra essas funções?”. Explicou-se que o software não reconhece as funções e que o pesquisador deve identificar, de acordo com os dados, qual função pode-se aproximar melhor dos dados obtidos do sinal da voz. Indagado se se tinha conhecimento em programação, o aluno respondeu afirmativamente, motivo pelo qual ficou interessado em saber como era o funcionamento do programa.

As perguntas anteriores demonstram a importância de se relacionar um evento real, o som da vogal emitido por um aluno, com o conteúdo matemático. Os questionamentos mostram que os alunos têm conhecimentos de suas vivências que podem ser integrados em sala de aula de forma a relacionar um conceito matemático a um fenômeno real, o que, conseqüentemente, melhora o processo de aprendizagem.

A atividade interativa permitiu a contextualização de forma prática do uso da função seno e tornou os alunos protagonistas, pois suas vozes serviram de fonte de dados para a modelagem do som da vogal, e o desenho feito pelo *drawbot* trouxe um caráter lúdico à atividade.

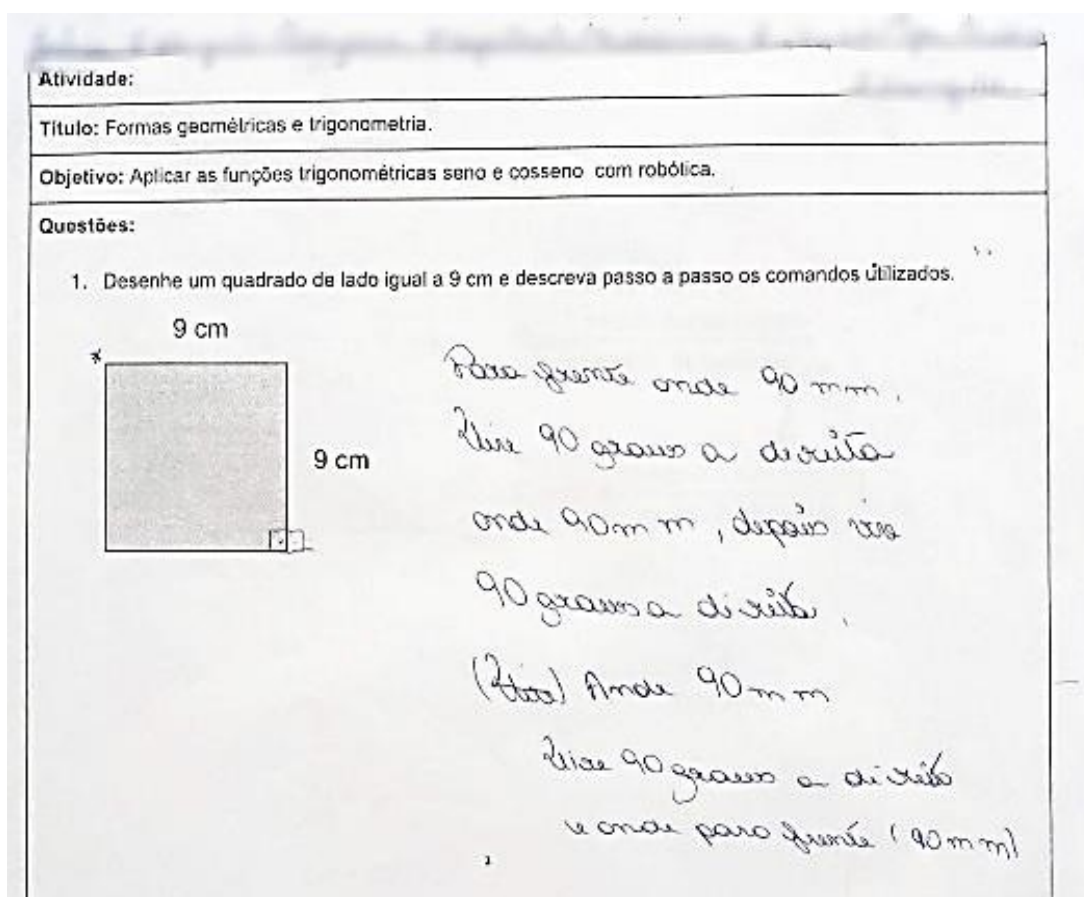
4.4.2 Momento 2 – Interação com *drawbot*

O segundo momento, que consistiu em fazer desenhos simples com o carrinho controlado pelo celular, teve o propósito de colocar os alunos em contato com o *drawbot*. Para isso, foram formados quatro grupos, e os recursos necessários para a atividade foram uma cartolina, um celular e um carrinho. No início, foi preparada a sala de aula, instalado o aplicativo nos celulares, explicado o funcionamento e dado um breve momento para a interação com o *drawbot*. Em seguida foram dadas duas

tarefas para os grupos: desenhar um quadrado e um polígono regular e registrar o procedimento realizado.

Os alunos demonstraram grande interesse e participação ativa de todos, até mesmo os alunos que não tinham interesse por matemática ficaram motivados para solucionar os problemas. Para o desenho do quadrado não houve grandes dificuldades, mas serviu para introduzir o procedimento de uso do *drawbot* na resolução dos problemas propostos. A seguir é exposto o registro de alguns desenhos feitos pelos alunos. A Figura 53 demonstra a estratégia utilizada para o desenho do quadrado.

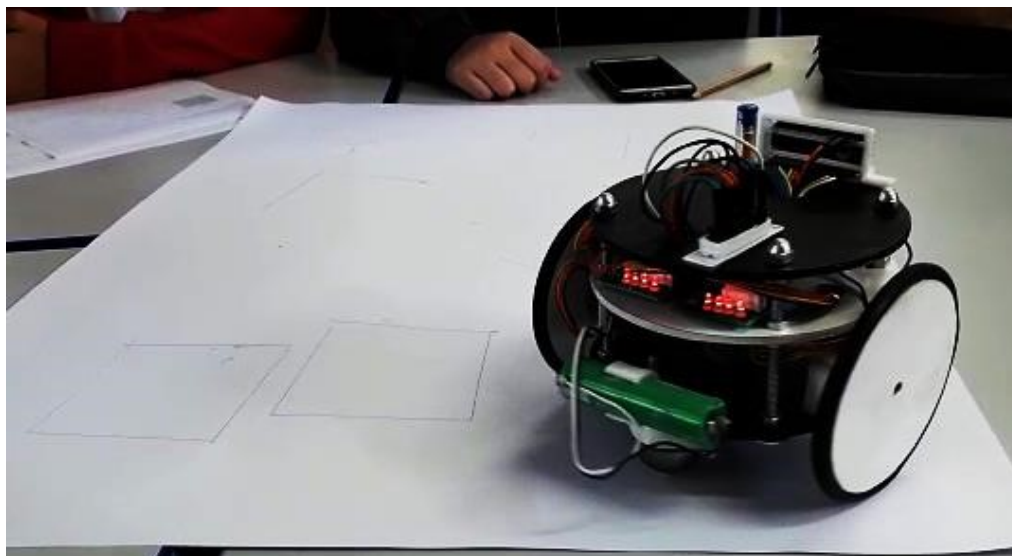
Figura 53 – Atividade de desenho do quadrado



Fonte: o autor.

Na Figura 54 é mostrado o *drawbot* executando o desenho do quadrado a partir dos comandos enviados do celular. Na imagem é possível perceber o desenho de vários quadrados usando-se a estratégia definida acima e por meio da experimentação.

Figura 54 – Execução dos comandos para o desenho do quadrado



Fonte: o autor.

Para o desenho do hexágono também não houve problemas, apenas cálculos simples foram necessários, pois a finalidade era a interação com o *drawbot*. Na Figura 55 é demonstrado a estratégia para a solução do problema.

Figura 55 – Atividade de desenho do hexágono

Atividade:	
Título: Formas geométricas e trigonometria.	
Objetivo: Aplicar as funções trigonométricas seno e cosseno com robótica.	
Questões:	
2. Desenhe um polígono com 6 lados medindo 5 cm e descreva passo a passo os comandos utilizados.	
	<p>Ângulo interno L: 50 mm</p> $L = \frac{(n-2)180}{n}$ <p>Ângulo externo M:</p> $M = \frac{360}{n}$
$L = \frac{(6-2)180}{6}$ $L = \frac{4 \cdot 180}{6} = \frac{720}{6} = 120$ $n = \frac{360}{6} = 60$	<p>Para frente 50 mm, vire 60 graus, ande 50 mm, vire 60 graus, ande 50 mm, vire 60 graus, ande 50 mm, vire 60 graus, ande 50 mm, vire 60 graus, ande 50 mm.</p>

Fonte: o autor.

Na Figura 56 é mostrado o desenho do hexágono a partir dos comandos enviados do celular.

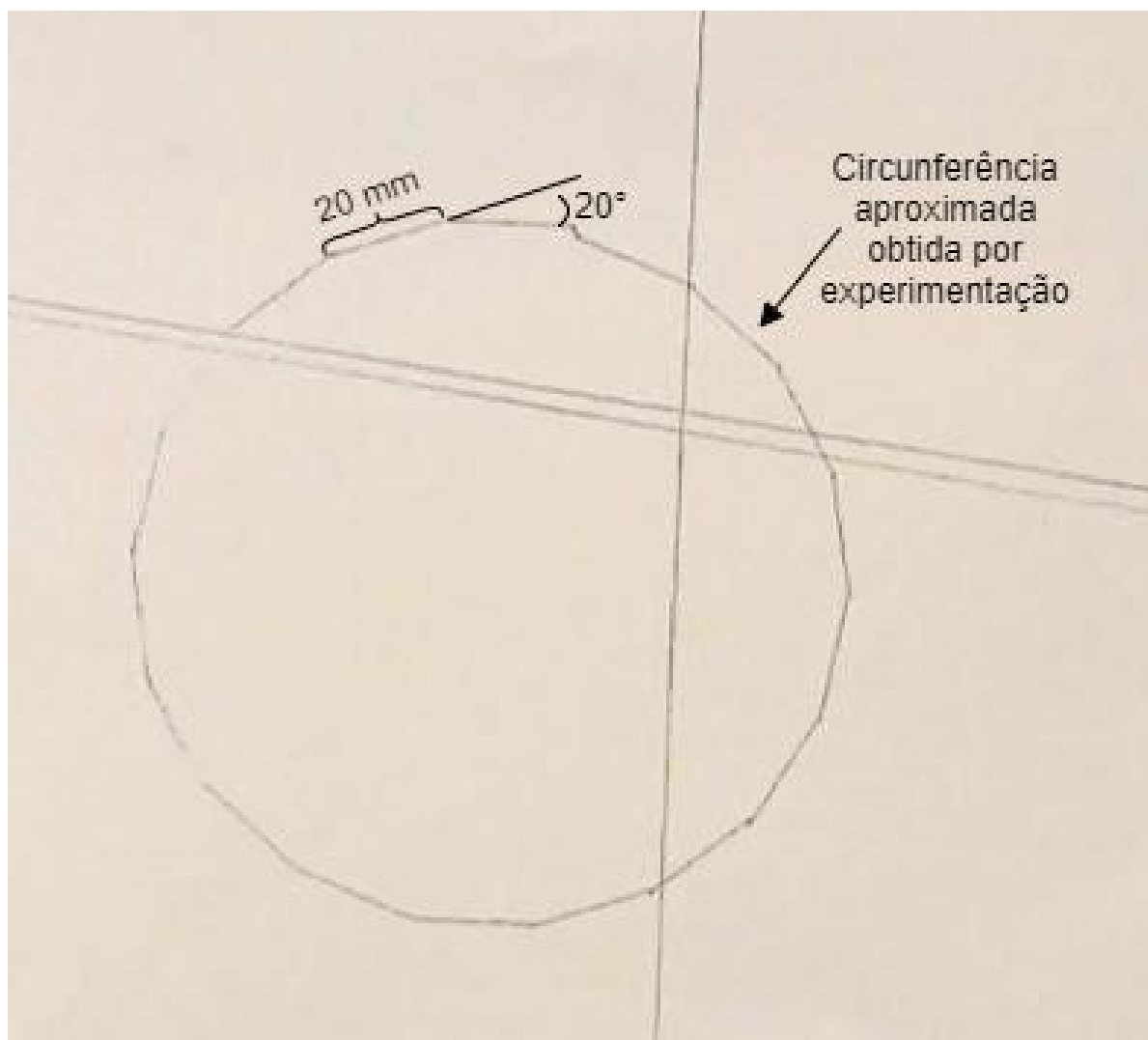
Figura 56 – Desenho do hexágono



Fonte: o autor.

A maioria dos grupos utilizou a experimentação para cumprir a tarefa. Essa interação com o *drawbot* permitiu desenvolver conceitos matemáticos e o raciocínio lógico de forma prática. O interessante é que a interação entre alunos e objetos permitiu trabalhar o conceito de circunferência. Tal fato ocorreu quando um aluno inseriu várias vezes o número 20 tanto para o ângulo quanto para o movimento em linha reta na tela de comandos do celular, e o desenho resultante foi a aproximação de uma circunferência (Figura 57).

Figura 57 – Desenho da circunferência



Fonte: o autor.

4.4.3 Momento 3 – *Drawbot* e função trigonométrica

O terceiro momento consistiu em desenhar um triângulo retângulo e um trapézio. Devido ao pouco tempo, somente um grupo desenhou o trapézio. Nessa tarefa os grupos tiveram mais dificuldade, pois ela exigia a utilização de funções trigonométricas e uma análise mais elaborada em relação aos ângulos e a trajetória do carrinho. A Figura 58 mostra uma das soluções para o problema.

Figura 58 – Atividade de desenho do triângulo

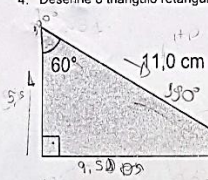
Atividade

Título: Formas geométricas e trigonometria.

Objetivo: Aplicar as funções trigonométricas seno e cosseno com robótica.

Questões:

4. Desenhe o triângulo retângulo abaixo e descreva passo a passo os comandos utilizados.



$$\text{Seno} = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida da hipotenusa}}$$

$$\text{Cosseno} = \frac{\text{medida do cateto adjacente}}{\text{medida da hipotenusa}}$$

Handwritten calculations:

$$\cos 60^\circ = \frac{5}{11}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{x}{11}$$

$$2x = 11$$

$$x = 5,5$$

$$\cos 60^\circ = \frac{5}{11}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{11}$$

$$2x = 11 \cdot \sqrt{3}$$

$$2x = 11 \cdot 1,73$$

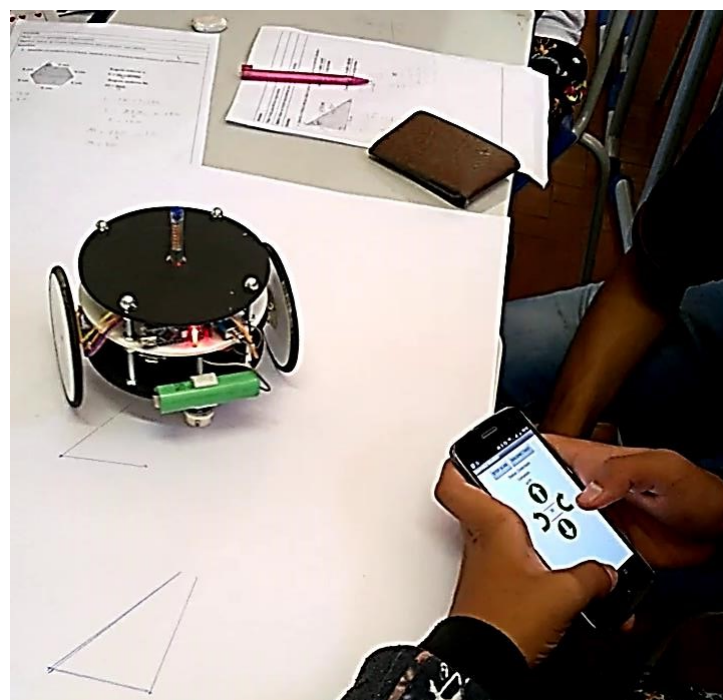
$$2x = 19,03$$

$$x = 9,515 \text{ cm}$$

Fonte: o autor.

Na Figura 59 é mostrado o desenho do triângulo retângulo com base nos comandos enviados do celular.

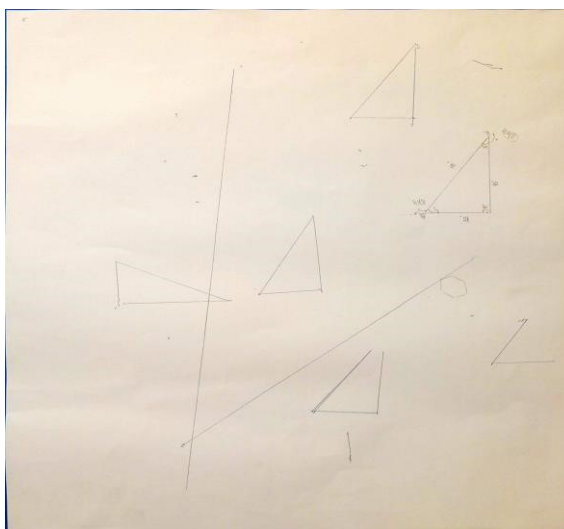
Figura 59 – Desenho do triângulo



Fonte: o autor.

As atividades foram bastante proveitosas, pois com os erros dos alunos foi possível trabalhar a aplicação das funções seno e cosseno, bem como a relação entre os ângulos de um triângulo retângulo. Na Figura 60, é possível perceber as tentativas de desenho até se chegar ao triângulo correto. A percepção e correção do erro é um importante processo para construção do conhecimento ou aprendizado de um novo conceito (VALENTE, 2005).

Figura 60 – Triângulos desenhados

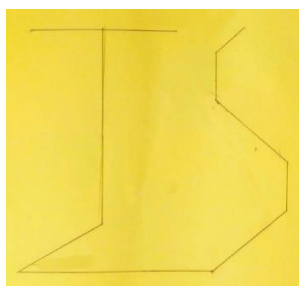


Fonte: o autor.

4.4.4 Momento 4 – A união do analógico e digital

No quarto encontro na escola foi realizada uma atividade que consistia em replicar um desenho (Figura 61) com trajetória no formato “JS” (as iniciais da escola). As dimensões foram projetadas com valores inteiros de forma a facilitar o desenvolvimento da atividade.

Figura 61 – Percurso no formato de “JS”



Fonte: o autor.

Para realizar a atividade, foi necessário usar régua e transferidor para se descobrirem as medidas e os ângulos da figura a ser desenhada. Essa aula não estava no planejamento e foi pensada durante as atividades em conjunto com o professor da disciplina de matemática. Nesse momento surgiu a prática reflexiva do pesquisador e do professor em sala de aula, para expandir as possibilidades, dados os recursos disponíveis.

Com essa atividade foi possível convergir duas tecnologias: a analógicas (régua e transferidor) e a digital (*drawbot* e *smartphone*) (Figura 62).

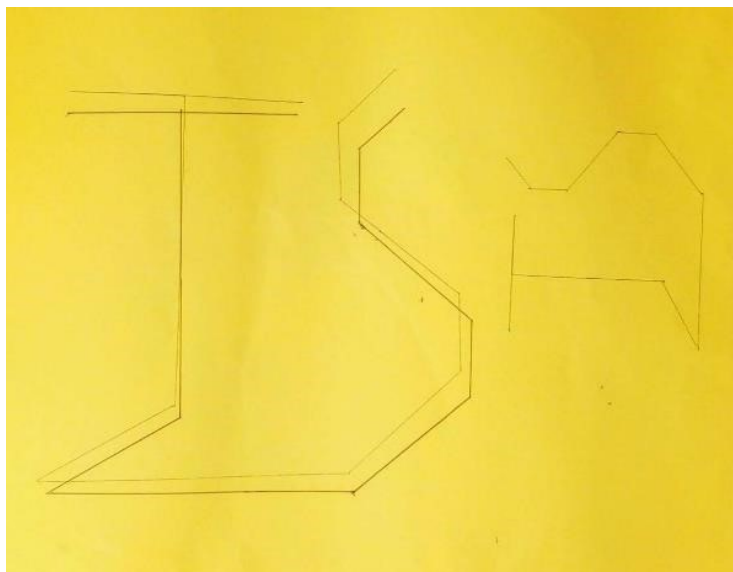
Figura 62 – Convergência de tecnologias analógica e digital



Fonte: o autor.

Na Figura 63, percebe-se um “JS” menor, o que propiciou abordar o conceito de escala. Após ter replicado o desenho, o grupo dividiu os valores medidos e, dessa forma, reduziram o tamanho do desenho. Esse evento ocorreu por iniciativa do grupo e com base na experimentação.

Figura 63 – Desenho em escala



Fonte: o autor.

A Figura 64 ilustra o trabalho em grupo e o planejamento feito antes do envio dos comandos para o *drawbot*. Demonstra-se também o uso do transferidor para encontrar os ângulos. Esse grupo conseguiu replicar o desenho em escala reduzida.

Figura 64 – Estratégia na solução do problema



Fonte: o autor.

Como pode ser visto, a interatividade e o trabalho coletivo dos alunos foram as principais características durante as atividades com o *drawbot*. Cada grupo utilizou uma estratégia para resolver a situação-problema proposta na atividade. A convergência das tecnologias analógica e digital trouxe o conhecimento do transferidor para medir ângulo, já que vários alunos não sabiam usá-lo. Os alunos não tiveram dificuldades quanto ao uso do *smartphone*, pois já são nativos digitais e lidam com facilidade com esse dispositivo tecnológico. Dessa forma, uniu-se a tecnologia analógica à digital, de forma a contextualizar o ensino de matemática.

5 CONCLUSÃO

A realização do presente estudo possibilitou o desenvolvimento de recursos educacionais de base tecnológica de forma a integrar a teoria matemática com atividades práticas no contexto escolar de maneira lúdica e interativa. Além disso, possibilitou analisar o interesse dos alunos com base nos registros obtidos durante a pesquisa por meio de anotações, vídeos e registros dos próprios alunos.

De um modo geral, a receptividade dos alunos em relação às atividades foi bastante satisfatória. A interação e trabalho em grupo possibilitaram aos estudantes participar de forma ativa no processo de aprendizagem, em oposição à aula tradicional, em que o conteúdo é exposto de modo que atribui sentido aos conceitos matemáticos. Isso levou a descobertas e questionamentos em relação a conceitos que não estavam explícitos nas atividades, momento esse em que o professor faz a mediação e deve estar preparado para sanar as dúvidas e propor novos desafios.

Dentre as dificuldades encontradas na etapa de aplicação em sala de aula, listam-se o tempo escasso e alguns imprevistos tecnológicos. Por exemplo, a conexão Bluetooth entre o *drawbot* e o *smartphone* às vezes falhava; no entanto, o problema foi contornado simplesmente usando-se um *smartphone* diferente. Outra dificuldade diz respeito a atividades da própria escola, como reunião de pais e feira de ciências, e a eventos externos, como feriados, que levaram a modificações no cronograma planejado. Todas as atividades foram realizadas durante o estágio supervisionado em docência.

No tocante ao desenvolvimento da atividade interativa na modelagem do som da vogal e robótica, houve dificuldade em ajustar as curvas no Octave, já que a função de ajuste *lsqcurvefit* não correspondia de forma satisfatória às exigências do projeto. O problema foi resolvido com a inclusão de uma segunda função, que definiu os pontos iniciais para o correto funcionamento.

Outra dificuldade foi fazer o *drawbot* desenhar a forma de onda gerada pelo algoritmo no Octave. Esse problema foi solucionado com o uso de uma função que ajustou a escala. Outro desafio foi desenvolver o *drawbot* para que fosse construído de forma simples e pudesse ser replicado por outras pessoas com materiais de baixo custo.

Já em relação ao manual, a maior dificuldade foi a elaboração dos vídeos, porque os objetos filmados eram pequenos, e a iluminação representou um desafio no processo de captação de vídeo.

Em sala de aula, reconheceram-se diversos temas abordados nas disciplinas ofertadas no mestrado profissional. Na disciplina *Modelagem Matemática*, foi desenvolvido um trabalho sobre música e progressões geométricas. Em *Tecnologias da Informação e Comunicação no Ensino de Ciências e Matemática*, que aborda a tecnologia e a educação, foi desenvolvido o protótipo do *drawbot*. Essas duas disciplinas foram decisivas na definição dos produtos e no desenvolvimento da pesquisa. A disciplina de *Metodologia de Ensino de Matemática* contribuiu com as diversas possibilidades metodológicas e de planejamento de aula. Por fim, em pressupostos teóricos, foram abordadas as principais correntes teóricas que tratam dos processos de aprendizagem.

Nas atividades em sala de aula, foi possível perceber o Construcionismo de Seymour Papert, cuja referência foi o Construtivismo de Piaget. O curso forneceu boa base teórica para o desenvolvimento da pesquisa e para sua aplicação em sala de aula.

A atividade que relacionou o som de uma vogal com a função seno e robótica propiciou uma experiência interativa enriquecedora e permitiu demonstrar a aplicação da matemática a uma situação real, de forma a motivar os alunos na aprendizagem de matemática. Isso possibilitou trabalhar conceitos como frequência e amplitude com base na comparação das vozes feminina e masculina, o que foi demonstrado com o uso de modelagem matemática, tendo os alunos como sujeitos ativos nesse processo. Dessa forma, o aluno pode perceber quais parâmetros da função seno se relacionam com o sinal da voz. O *drawbot* trouxe uma dimensão lúdica à atividade com a materialização da função modelada em forma de desenho.

Já nas atividades com o *drawbot*, foram abordados outros temas, como reta, ângulo, escala, unidades e aproximação de um círculo pela diminuição do ângulo externo de um polígono regular, o que foi possível devido à interação entre os sujeitos da pesquisa e os objetos e à mediação do professor, fundamental para realização das atividades. Dessa forma, os alunos puderam resolver situações-problema de forma investigativa e coletiva com o uso da robótica. Também a modelagem matemática relativa ao *drawbot* demonstrou as possibilidades pedagógicas em relação a

conteúdos de matemática referentes à medida de comprimento de uma circunferência e à função trigonométrica inversa – temas que podem ser explorados em sala de aula.

Além disso, a temática desenvolvida na pesquisa ensejou a participação do pesquisador em dois eventos (Apêndice C), quais sejam, *IX Encontro Mineiro Sobre Investigação na Escola* e *XXXIX Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional*, que contribuíram para o aprimoramento deste trabalho.

Esta pesquisa é uma pequena amostra entre as diversas possibilidades de se utilizarem as TDIC, a modelagem matemática e a robótica no contexto escolar. A perspectiva futura é que se possam desenvolver outras atividades de mesmo caráter e projetos de pesquisa com a Universidade Federal de Uberlândia.

Portanto, o presente trabalho permitiu a aplicação dos produtos desenvolvidos na pesquisa e atingiu seu objetivo de verificar se a modelagem e a robótica podem contribuir para o ensino de matemática e trigonometria. Os registros aqui apresentados confirmam a tese de que a tecnologia, quando desenvolvida com foco em educação, traz resultados animadores, principalmente em relação à motivação dos alunos.

REFERÊNCIAS

A LOGO primer. c2015. Disponível em: https://el.media.mit.edu/logo-foundation/what_is_logo/logo_primer.html. Acesso em: 18 out. 2019.

ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini de; VALENTE, José Armando. Integração currículo e tecnologias e a produção de narrativas digitais. **Currículo Sem Fronteiras**, [s. l.], v. 12, n. 3, p. 57-82, set./dez. 2012. Disponível em: <http://www.curriculosemfronteiras.org/vol12iss3articles/almeida-valente.pdf>. Acesso em: 18 out. 2019.

ALVES, Ângela Maria. **Proposta de uma estrutura de medição para qualidade do SPB – Software Público Brasileiro**. 2013. 365 f. Tese (Doutorado em Ciências) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013. Disponível em: https://teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3136/tde-11072014-001021/publico/Tese_Inicio_AAves.pdf. Acesso em: 18 out. 2019.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2009. 390 p.

BERTONE, Ana Maria Amarillo; BASSANEZI, Rodney Carlos; JAFELICE, Rosana Sueli da Motta. **Modelagem matemática**. Uberlândia: Edufu, 2014. 187 p.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2018. 128 p.

BIOMECH75. **Arduino Drawbot**. 28 Oct. 2017. Disponível em: <https://www.instructables.com/id/Arduino-Drawbot/>. Acesso em: 18 out. 2019.

BLIKSTEIN, Paulo. **O mito do mau aluno e porque o Brasil pode ser o líder mundial de uma revolução educacional**. [200-?]. Disponível em: http://www.blikstein.com/paulo/documents/books/Blikstein-Brasil_pode_ser_lider_mundial_em_educacao.pdf. Acesso em: 1 out. 2019.

BLIKSTEIN, Paulo; ZUFFO, Marcelo Knörich. As sereias do ensino eletrônico. In: SILVA, Marco (org.). **Educação online**. 4. ed. São Paulo: Loyola, 2003. p. 1-20. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/242421586_As_sereias_do_ensino_eletronico. Acesso em: 2 out. 2019.

BLUETOOTH. In: WIKIPÉDIA: a enciclopédia livre. 5 mar. 2020. Não paginado. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Bluetooth>. Acesso em: 2 out. 2019

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 22 jan. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais**: ensino médio: parte III: ciências da natureza,

matemática e suas tecnologias. Brasília, DF: MEC, 2000. 58 p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 1 dez. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio**: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, 2002. 144 p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 1 dez. 2019.

BRESOLIN, Adriano de Andrade. **Estudo do reconhecimento de voz para o acionamento de equipamentos elétricos via comandos em português**. 2003. 105 f. Dissertação (Mestrado em Automação Industrial) – Centro de Ciências Tecnológicas, Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2003. Disponível em: <http://tede.udesc.br/bitstream/tede/1878/1/Adriano%20de%20Andrade%20Bresolin.pdf>. Acesso em: 1 ago. 2019.

CARVALHO, Guilherme Pires Sales de; SANTOS, Thiago Monte dos. **Biometria**: impressão vocal. 2009. Disponível em: https://www.gta.ufrj.br/grad/09_1/versao-final/impvocal/index.html. Acesso em: 1 ago. 2019. Não paginado.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo (org.). **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. 114 p. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf>. Acesso em: 1 ago. 2019.

GOULART, Iris Barbosa. **Psicologia da educação**: fundamentos teóricos e aplicações às práticas pedagógicas. 10. ed. Petrópolis: Vozes, 2003. 198 p.

INEP. Diretoria de Avaliação da Educação Básica. Relatório Brasil no Pisa 2018: versão preliminar. Brasília, DF: Inep/EMC, 2019. 154 p. Disponível em: http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/documentos/2019/relatorio_PISA_2018_preliminar.pdf. Acesso em: 1 dez. 2019.

KENSKI, Vani Moreira. **Educação e tecnologias**: o novo ritmo da informação. Campinas: Papirus, 2007. 141 p.

KLÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 17-34, jan./jun. 2008. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/download/1642/1058>. Acesso em: 1 ago. 2019.

KOMAR, Marcelo Fabricio Chociai. **A modelagem matemática no processo de ensino e aprendizagem da matemática no ensino fundamental**: ações e interações. 2017. 128 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Estadual do Centro-Oeste, Guarapuava, 2017. Disponível em: <https://www3.unicentro.br/ppgen/wp-content/uploads/sites/28/2018/01/A-Modelagem-Matem%C3%A1tica-no-Processo-de-Ensino-e-Aprendizagem-da->

Matemática-no-Ensino-Fundamental-A7B5es-e-Intera7B5es.pdf. Acesso em: 1 ago. 2019.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986. 99 p.

MEYER, João Frederico da Costa de Azevedo; CALDEIRA, Ademir Donizeti; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Modelagem em educação matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2017. 142 p.

MG DREAM TECHNOLOGY. **Drawbot**. Sep. 12, 2018. Disponível em: <https://www.thingiverse.com/thing:3096135>. Acesso em: 1 ago. 2019.

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. **Ensino**: as abordagens do processo. 12. ed. São Paulo: EPU, 1986. 119 p.

MODELO. In: DICIO: Dicionário Online de Português. Porto: 7Graus, 2019. Não paginado. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/modelo/>. Acesso em: 23 jan. 2020.

MONTEIRO JÚNIOR, Francisco Nairon. Somando funções trigonométricas: uma reconstrução didática do conceito de timbre a partir de duas experiências pedagógicas. **Bolema**, Rio Claro, v. 23, n. 36, p. 597-624, ago. 2010.

PAPERT, Seymour. **A máquina das crianças**: repensando a escola na era da informática. Porto Alegre: Artes Médicas, 2008. 224 p.

PAPERT, Seymour. Introduction: What is logo? Who needs it?. In: LOGO philosophy and implementation. [S. l.: s. n.], 1999. Disponível em: <http://www.microworlds.com/company/philosophy.pdf>. Acesso em: 1 ago. 2019.

PAPERT, Seymour. **Logo**: computadores e educação. São Paulo: Brasiliense, 1985. 253 p.

RAMOS, Daniela Karine. As tecnologias da informação e comunicação na educação: reprodução ou transformação. **Educação Temática Digital**, Campinas, v. 13, n. 1, p. 44-62, jul./dez. 2011. DOI: <https://doi.org/10.20396/etd.v13i1.1165>. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/etd/article/view/1165/pdf_1. Acesso em: 1 ago. 2019.

ROBÔ. In: DICIONÁRIO PRIBERAM DA LÍNGUA PORTUGUESA. Lisboa: Priberam Informática, 2019. Não paginado. Disponível em: <https://dicionario.priberam.org/ROBÔ>. Acesso em: 23 jan. 2020.

ROBOTICS. In: THE AMERICAN Heritage Dictionary of the English Language. 5th ed. Boston: Houghton Mifflin Harcourt, 2019. Não paginado. Disponível em: <https://ahdictionary.com/word/search.html?q=robotics>. Acesso em: 23 jan. 2020.

RUGGIERO, Márcia Aparecida Gomes; LOPES, Vera Lúcia da Rocha. **Cálculo numérico**: aspectos teóricos e computacionais. 2. ed. São Paulo: Makron Books do Brasil, 1997. 406 p.

SANTOS, Douglas Borreio Maciel dos. Um panorama de pesquisas sobre o uso da modelagem matemática no ensino médio: 2010 a 2014. *In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 14., 2015, Juiz de Fora. **Anais** [...]. Juiz de Fora: [s.n.], 2015. 12 p.

SILVA, Edna Lúcia; MENEZES, Estera Muszkat. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. 4. ed. rev. atual. Florianópolis: UFSC, 2005. 138 p.

SILVA, Kattia Ferreira da. **Um emprego da modelagem matemática sobre o tempo de exposição ao sol como protetor solar fator 30**. 2017. 62 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Tocantins, Arraias, 2017. Disponível em: https://drive.google.com/open?id=1N1XEyj-mJRkarLMNLNmhEsK3O_C0528H. Acesso em: 1 ago. 2019.

TURRIONI, João Batista; MELLO, Carlos Henrique Pereira. **Metodologia de pesquisa em engenharia de produção**: estratégias, métodos e técnicas para condução de pesquisas quantitativas e qualitativas. Itajubá: Unifei, 2012. 199 p. Disponível em: [http://www.marco.eng.br/adm-organizacao-I/Apostila Metodologia Completa 2012 %20UNIFEI.pdf](http://www.marco.eng.br/adm-organizacao-I/Apostila%20Metodologia%20Completa%202012%20UNIFEI.pdf). Acesso em: 18 out. 2019.

VALENTE, José Armando. **A espiral da espiral de aprendizagem**: o processo de compreensão do papel das tecnologias de informação e comunicação na educação. 2005. 232 f. Tese (Doutorado em Artes) – Instituto de Artes, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005. Disponível em: http://repositorio.unicamp.br/bitstream/REPOSIP/284458/1/Valente_JoseArmando_LD.pdf. Acesso em: 18 out. 2019.

VALENTE, José Armando. Tecnologia e práticas diversificadas. *In: BLOG da Psicologia da Educação*. 2002. Disponível em: <https://www.ufrgs.br/psicoeduc/piaget/tecnologia-e-praticas-diversificadas>. Acesso em: 18 out. 2019.

YNOGUTI, Carlos Alberto. **Processamento digital de sinais**: transformada discreta de Fourier. Santa Rita do Sapucaí: Inatel, 2005. Slides. Disponível em: <https://www.inatel.br/docentes/ynoguti/downloads/dsp-s886637-1/20-dft-s244331-1/file>. Acesso em: 3 jan. 2018.

ZWETSCHKE, Iuberi Carson. **Processamento do sinal de voz para o diagnóstico diferencial de alterações laríngeas**. 2006. 78 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Biomédica) – Faculdade de Engenharia, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10923/3192>. Acesso em: 18 out. 2019.

APÊNDICE A – PLANO DE AULA DAS ATIVIDADES

TEMA 1 – Atividade interativa: atividade 1, duração 50 min.
Título: Relação do som de uma vogal com trigonometria.
Objetivo: Demonstrar que o som de uma vogal pode ser expresso em uma soma de senos, e a diferença entre uma voz masculina e outra feminina, em termos da função trigonométrica.
Recursos: computador, <i>datashow</i> e <i>drawbot</i> .
Procedimento: o aluno emite o som de uma vogal, que é captado por meio do microfone e processado pelo computador, que, em seguida, constrói os gráficos, e o carrinho faz o desenho. O mesmo processo é feito com uma aluna para efetuar a comparação entre as características vocais masculina e feminina. Com base nas diferenças são abordados os conceitos de função trigonométrica.
<p>Questões:</p> <p>Esse gráfico se parece com alguma função que você já estudou? Qual função?</p> <p>Qual o ponto máximo e mínimo da curva azul e vermelha? Qual a relação com a intensidade do som?</p> <p>Quais as diferenças encontradas nas funções e nos gráficos da voz masculina e feminina em relação à amplitude? E ao período?</p> <p>Qual a diferença entre o primeiro e o último gráfico em relação ao número de termos da função $f(t)$? A função $f(t)$ aproximou-se dos pontos vermelhos representados pela voz?</p> <p>Compare as funções obtidas entre a voz masculina e feminina. Os valores dos coeficientes da voz masculina são maiores que os da voz feminina?</p>

TEMA 1 – Atividade interativa: atividade 2, duração 50 min.

Título: visualização da soma de senos em relação ao som de uma vogal.

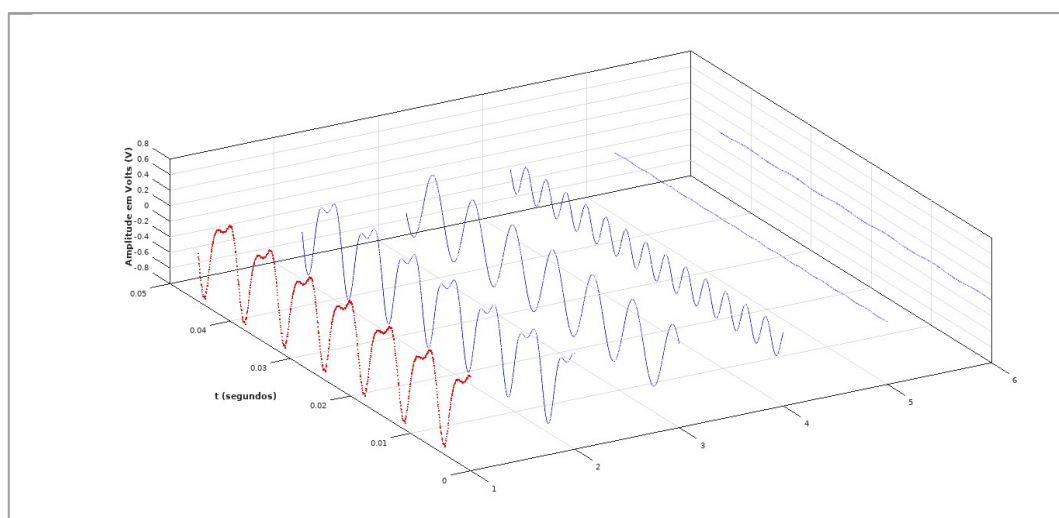
Objetivo: demonstrar por meio de um gráfico 3D que o som de uma vogal pode ser expresso em uma soma de senos.

Recurso: computador e *datashow*.

Procedimento: o aluno, por meio do microfone, emite o som de uma vogal, que é processado pelo computador, o qual constrói o gráfico em três dimensões e suas funções. Posteriormente relacionar as funções com o gráfico.

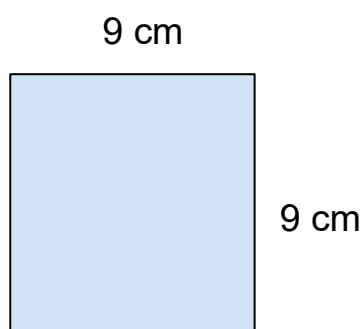
Questões:

Relacione os dados e a função $f(t)$ do gráfico 4 com o gráfico em 3D. Escreva a função e os termos dela em frente aos números do gráfico em 3D?

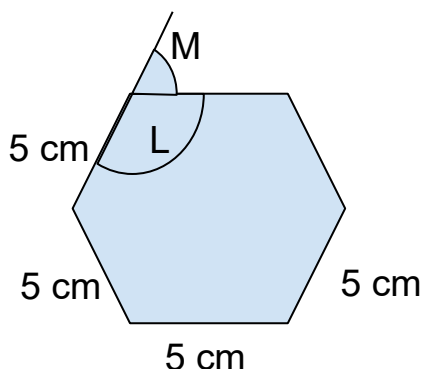


TEMA 2 – Interação com o *drawbot*: atividade 3, duração 50 min.**Título:** formas geométricas e trigonometria.**Objetivo:** aplicar as funções trigonométricas seno e cosseno como auxílio da robótica.**Recursos:** *drawbot*, *smartphone* com Android e cartolina.**Procedimento:** em grupos, os alunos interagem com o carrinho por meio do celular para conhecer os comandos de controle. Em seguida desenharam a forma geométrica pedida.**Questões:**

1. Desenhe um quadrado de lado igual a 9 cm e descreva passo a passo os comandos utilizados.



2. Desenhe um polígono com 6 lados medindo 5 cm e descreva passo a passo os comandos utilizados.



Ângulo interno L:

$$L = \frac{(n - 2)180}{n}$$

n

Ângulo externo M:

$$M = \frac{360}{n}$$

n

n é o número de lados

TEMA 2 – *Drawbot* e função trigonométrica: atividade 4, duração 50 min.

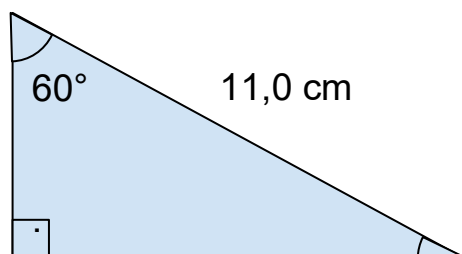
Título: formas geométricas e trigonometria.

Objetivo: aplicar as funções trigonométricas seno e cosseno com robótica.

Recursos: *drawbot*, *smartphone* com Android e cartolina.

Questões:

1. Desenhe o triângulo retângulo abaixo e descreva passo a passo os comandos utilizados.

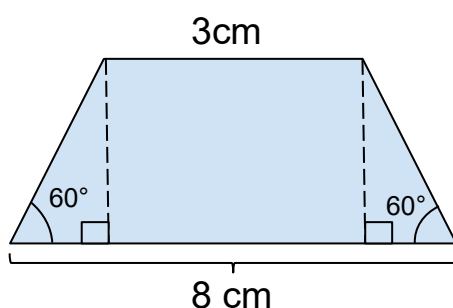


$$\text{Seno}(\alpha) = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida da hipotenusa}}$$

$$\text{Cosseno}(\alpha) = \frac{\text{medida do cateto adjacente}}{\text{medida da hipotenusa}}$$

α é o ângulo procurado

2. Desenhe o trapézio retângulo abaixo e descreva passo a passo os comandos utilizados.



$$\text{Seno}(\alpha) = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida da hipotenusa}}$$

$$\text{Cosseno}(\alpha) = \frac{\text{medida do cateto adjacente}}{\text{medida da hipotenusa}}$$

α é o ângulo procurado

TEMA 3 – Interação com o ambiente de programação: atividade 5, duração 50 min.

Título: formas geométricas e trigonometria com Scratch.

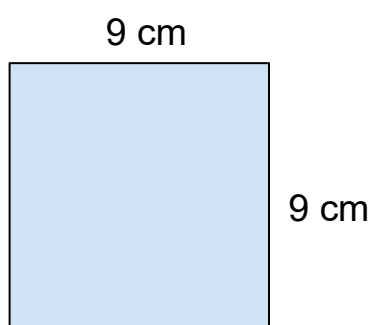
Objetivo: aplicar as funções trigonométricas seno e cosseno como auxílio do programa Scratch.

Recursos: computador com Scratch instalado.

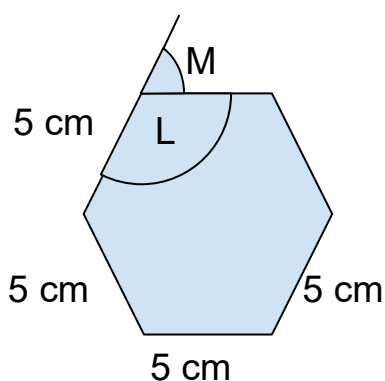
Procedimento: os alunos interagem com o ambiente de programação Scratch por exploração, e são apresentadas as principais funcionalidades do ambiente. Em seguida, cada grupo desenha um quadrado e um polígono regular de 6 lados.

Questões:

1. Desenhe um quadrado de lado igual a 9 cm no Scratch.



2. Desenhe um polígono com 6 lados medindo 5 cm no Scratch.



Ângulo interno L:

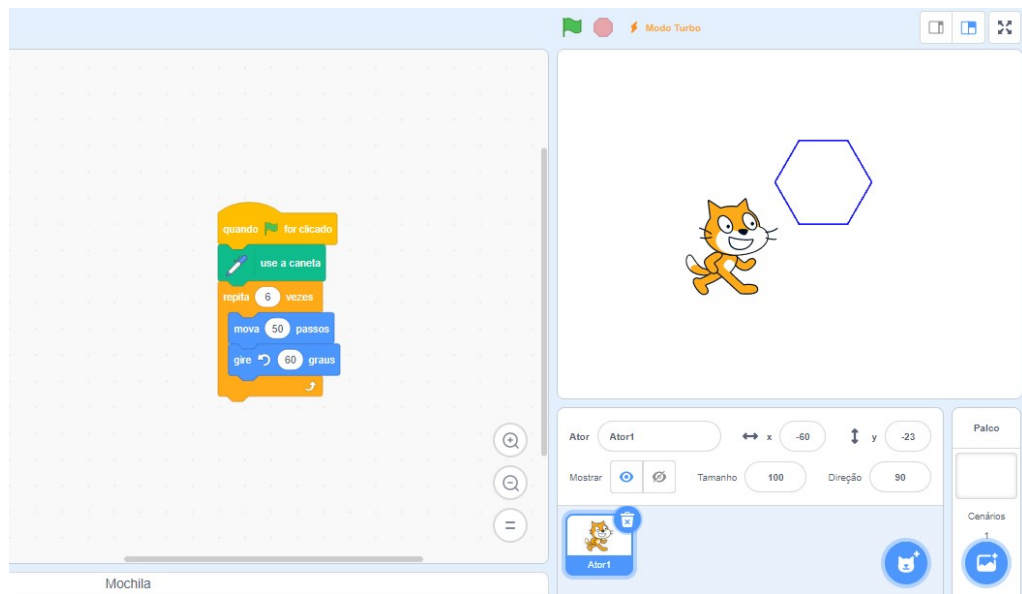
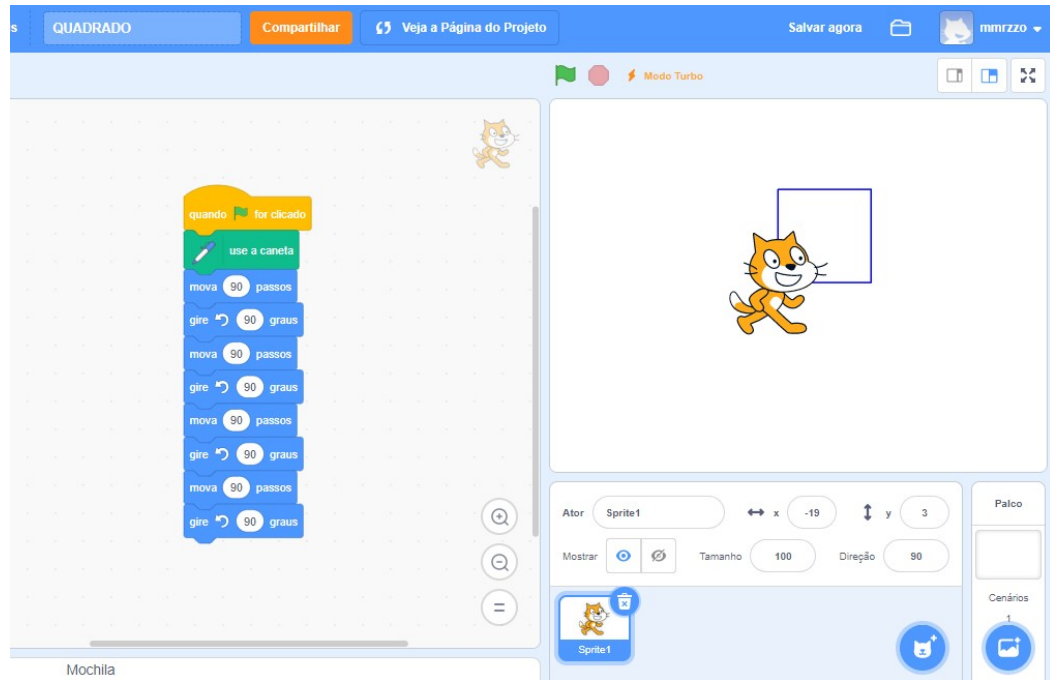
$$L = \frac{(n - 2)180}{n}$$

Ângulo externo M:

$$M = \frac{360}{n}$$

n é o número de lados

Solução para o Tema 3 – Atividade 5:



TEMA 3 – Interação com o ambiente de programação: atividade 6, duração 50 min.

Título: formas geométricas e trigonometria com Scratch.

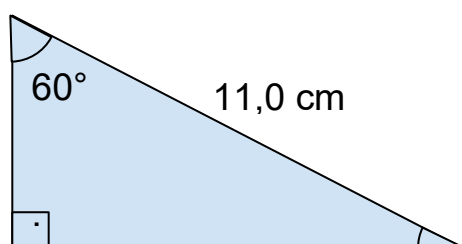
Objetivo: aplicar as funções trigonométricas seno e cosseno como auxílio do programa Scratch.

Recursos: computador com Scratch instalado.

Procedimento: os alunos interagem com o ambiente de programação Scratch por exploração e são apresentadas as principais funcionalidades do ambiente. Em seguida, cada grupo desenha um triângulo retângulo.

Questões:

1. Desenhe o triângulo retângulo abaixo no Scratch.

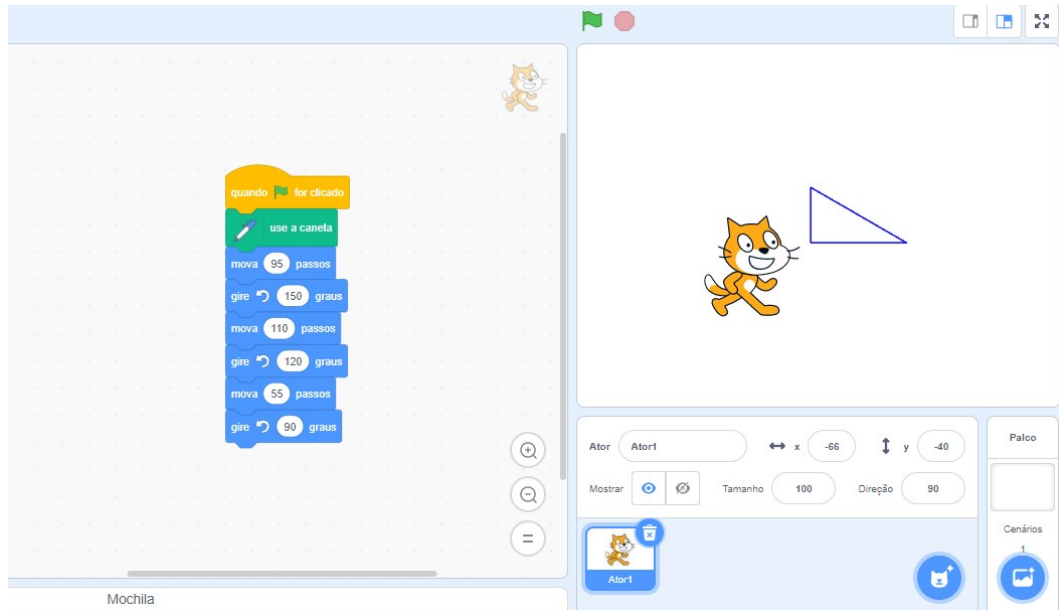


$$\text{Seno}(\alpha) = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida da hipotenusa}}$$

$$\text{Cosseno}(\alpha) = \frac{\text{medida do cateto adjacente}}{\text{medida da hipotenusa}}$$

α é o ângulo procurado

Solução para o Tema 3 – Atividade 6:



TEMA 4 – Desenho, programação e robótica: atividade 7, duração 50 min.

Título: formas geométricas e trigonometria.

Objetivo: aplicar as funções trigonométricas seno e cosseno como auxílio do programa ScratchX e da robótica.

Procedimento: os alunos interagem com o ambiente de programação ScratchX e com o carrinho por exploração, e são apresentadas as principais funcionalidades do ambiente. Em seguida, cada grupo programa o carrinho para desenhar um quadrado e um polígono regular de 6 lados.

TEMA 4 – Desenho, programação e robótica: atividade 8, duração 50 min.

Título: formas geométricas e trigonometria.

Objetivo: aplicar as funções trigonométricas seno e cosseno como auxílio do programa ScratchX e da robótica.

Recursos: computador com ScratchX instalado e *drawbot*.

Procedimento: os alunos interagem com o ambiente de programação ScratchX e com o carrinho por exploração, e são apresentadas as principais funcionalidades do ambiente. Em seguida cada, grupo programa o carrinho para desenhar um triângulo retângulo.

APÊNDICE B – PRODUTO DA PESQUISA



MANUAL

Guia para implementação dos recursos
educacionais desenvolvidos na pesquisa:

Modelagem Matemática da Voz, Trigonometria e Robótica: Atividades Interativas





1. Introdução	3
2. Descrição do Componentes	4
2.1. Drawbot.....	4
2.2. Programa Octave	5
2.3. Aplicativo para celular	6
3. Construção do DrawBot.....	7
3.1. Visão Geral	7
3.2. Lista de materiais	9
3.3. Montagem do DrawBot	14
3.4. Programação do Arduino	37
4. Instalação e Execução do Octave	43
4.1. Configuração da Placa Bluetooth.....	43
4.2. Instalação do Octave	49
4.3. Criação dos arquivos de execução no Octave	52
4.4. Execução e teste dos arquivos no Octave	56
5. Instalação do aplicativo de controle do DrawBot no celular	65
5.1. Visão geral do aplicativo	65
5.2. Etapas para a instalação do aplicativo	66
6. Descrição das atividades	69
6.1. Proposta de atividade	69
 ARQUIVO A - Código Octave SINNSTART.m.....	 78
ARQUIVO B - Gabarito 1	81
ARQUIVO C - Gabarito 2.....	82
ARQUIVO D - Código para gravação da placa Arduino	83
ARQUIVO E - Código Octave SETUP.m	86
ARQUIVO F - Código Octave SERIAL.m	86
ARQUIVO G - Código Octave AJUSTECECURVA_CALCULO.m.....	87
ARQUIVO H - Código Octave AJUSTECECURVA_PLOT.m.....	89
ARQUIVO I - Código Octave DRAWBOT.m	91
ARQUIVO J - Código Octave GRAFICO3D.m.....	94
ARQUIVO K - Código Octave GRAFICOF4.m	94



1. Introdução

O presente material foi desenvolvido como parte da dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Federal de Uberlândia, com o título *MODELAGEM MATEMÁTICA DA VOZ, TRIGONOMETRIA E ROBÓTICA: ATIVIDADES INTERATIVAS* e trata-se de um manual e tutorial com objetivo de auxiliar os professores de matemática para que possam desenvolver atividades com a utilização de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) com tema modelagem da voz e robótica. Tem como finalidade integrar a realidade, modelagem matemática do som de uma vogal e um robô, à matemática com o intuito de dar sentido aos conceitos de trigonometria, em especial às funções seno e cosseno.

Para a realização da pesquisa descrita na dissertação foi desenvolvido um programa computacional no Octave e o DrawBot (robô que desenha) para implantação das atividades em sala de aula e responder à questão norteadora do trabalho: ***É possível o desenvolvimento de atividades a partir da união entre modelagem matemática e robótica de forma a contextualizar e aplicar conceitos de funções trigonométricas em sala de aula com a participação ativa dos alunos?***. Em vista disso, foi feita uma atividade interativa onde os alunos participam de forma interativa e o som de suas vozes são utilizadas para demonstrar que o som de uma vogal pode ser expresso por uma soma de senos e os parâmetros dessas funções podem ser demonstrados a partir da comparação da voz masculina e feminina. A integração com a robótica ocorre no momento em que o sinal de voz é desenhado pelo DrawBot. Além disso, foi desenvolvida outra atividade interativa com o dispositivo robótico Drawbot, de forma a explorar diferentes possibilidades didáticas para a função trigonométrica com base no desenho de formas geométricas. Todos os materiais e programas computacionais utilizados nas atividades foram projetados e construídos a partir de softwares gratuitos e de componentes acessíveis de baixo custo de forma que sua replicação seja possível pelos professores.

[Introdução](https://youtu.be/ybWXXs_gy6s)¹- https://youtu.be/ybWXXs_gy6s



Portanto, o manual tem a finalidade de descrever os dois principais produtos: o modelo matemático do som de uma vogal no Octave e o funcionamento do DrawBot. Além disso será demonstrado como implementar os mesmos e também a proposta de aplicação em sala de aula.

A estrutura do presente material está dividida da seguinte maneira: descrição dos produtos, construção do DrawBot, Instalação e uso do Octave, instalação e uso do aplicativo no celular e proposta de atividade que utiliza e relaciona os itens anteriores.

A seguir, serão dadas as instruções para a implementação dos recursos desenvolvidos e

¹ Link para vídeo explicativo.



também sua aplicação.

2. Descrição dos componentes

2.1. DrawBot

O DrawBot (Figura 1) é um carrinho robótico que é programado para desenhar e seu nome é a junção das palavras em inglês “Draw” e “Robot” que significam desenhar e robô respectivamente. O seu controle é feito por meio do Arduino² que é uma plataforma integrada para programação de diversos tipos de placas eletrônicas (Figura 2), ou seja, permite que por meio do computador e um cabo de dados USB, programar o mesmo para executar uma certa tarefa, como por exemplo, piscar um led ou controlar a velocidade de um pequeno motor³. Para programar as placas é utilizada a linguagem de programação C que possui boa curva de aprendizado e vasto material de apoio na internet. Além disso, possuem vários recursos para aplicação em projetos de automação residencial e industrial, internet das coisas entre outros. Na perspectiva da sala de aula, educadores estão percebendo o potencial da plataforma no ensino devido à possibilidade de abordar diversos conceitos de forma interdisciplinar e também pela fácil utilização e o seu baixo custo. Uma observação a ser feita é que o Drawbot utilizado na pesquisa em sala de aula é diferente do apresentado no manual. O Drawbot mostrado na figura 1 é uma versão que utiliza ferramentas simples para, como tesoura, alicates e ferro de solda. O utilizado em sala de aula seria necessário o uso de furadeira e também outros recursos que as pessoas talvez não tivessem disponibilidade. Portanto, o intuito é facilitar ao máximo a construção do mesmo.

² Arduino IDE. Disponível em: <https://www.arduino.cc/en/main/software>.

³ Atividades com Arduino. Disponível em: https://www.emc.ufg.br/~jwilson/pdf/Atividades_com_o_Arduino.pdf.

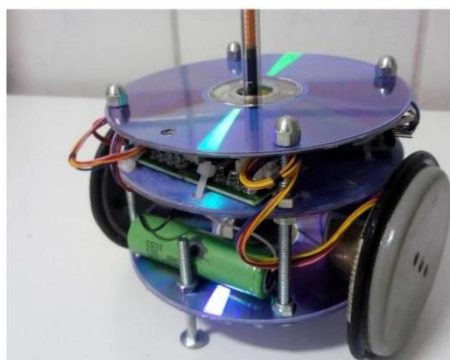


Figura 1: DrawBot.

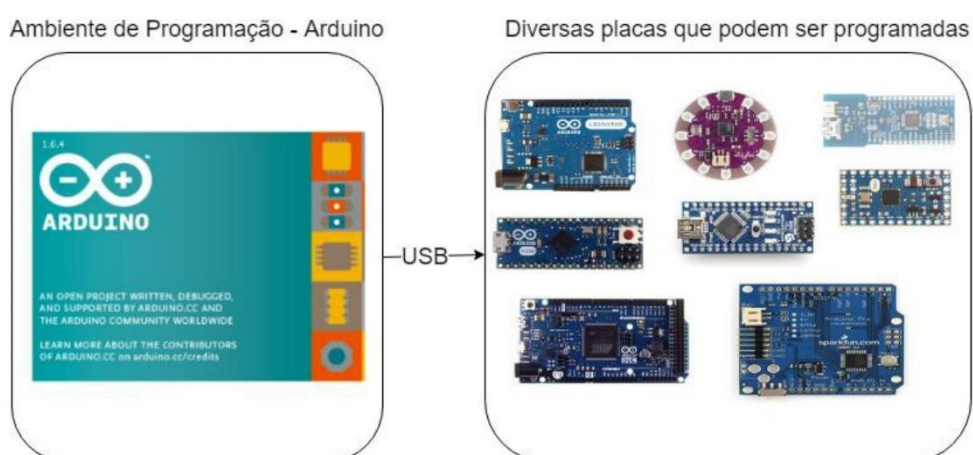


Figura 2: Esquema do ambiente Arduino de programação de placas.

2.2. Programa Octave

Octave⁴ é uma linguagem computacional, desenvolvida para computação matemática. Possui uma interface em linha de comando para a solução de problemas numéricos, lineares e não-lineares, também é usada em experimentos numéricos. Possui compatibilidade com MATLAB⁵ e tem um grande número de recursos e funções semelhantes que facilita na aprendizagem da linguagem de

⁴ Octave. Disponível em: <https://www.gnu.org/software/octave/>

⁵ Matlab. Disponível em: <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>



programação do Octave devido a grande quantidade de conteúdo disponível na internet. Além disso o programa foi escolhido por ser gratuito e possuir diversas ferramentas para a implementação do projeto desenvolvido na pesquisa.

A programação que permite relacionar o sinal de voz, ou som da vogal, com a função trigonométrica seno é feita no Octave. Esse processo ocorre por meio da captura o som de uma vogal a partir da fala do aluno e retorna à função, obtida pelo método dos mínimos, que melhor se aproxima dos dados derivados da amostragem do som (Figura 3). Em seguida o Octave envia os dados, através de comunicação sem fio Bluetooth, ao DrawBot e este desenha a função obtida anteriormente.

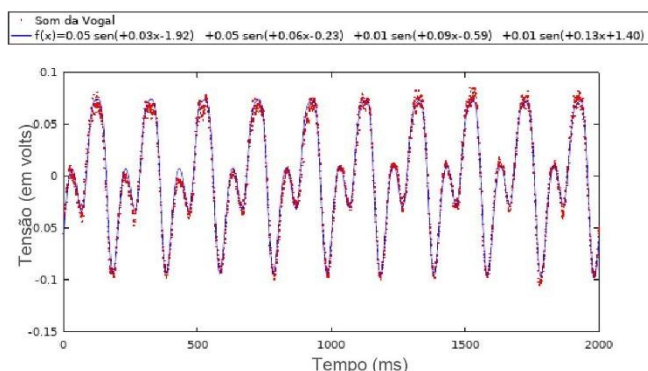


Figura 3: Ajuste de curva no Octave do som da vogal "i".

2.3. Aplicativo de celular

O aplicativo (Figura 4) tem a função de controlar o DrawBot foi desenvolvido para realização de atividades que leva ao uso de funções trigonométricas. No final deste material serão disponibilizadas as atividades desenvolvidas em sala de aula com o uso do aplicativo e o DrawBot.

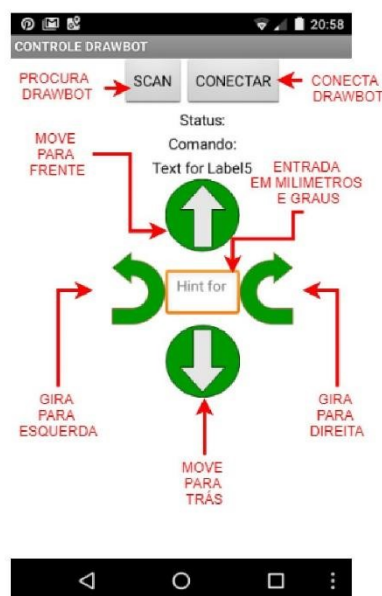


Figura 4: Visão geral do aplicativo

3. Construção do DrawBot

3.1. Visão geral do DrawBot

O DrawBot é um robô de duas rodas programado para receber comandos enviados a partir do celular ou computador e que resulta em movimentos para frente e para trás com resolução de 1 milímetro e giro para esquerda e direita com resolução de 1 grau. Assim, se for enviado o comando ou sequência de caracteres “pf10” o carrinho move para frente 10 mm e já o comando “ge45” faz um giro no próprio eixo de 45 graus para a esquerda, ou seja, sentido anti-horário. Todo este processo acontece por meio de comunicação sem fio Bluetooth e o protocolo é o padrão Rs-232. Este permite que dois dispositivos se comuniquem, ou seja, troquem dados um com o outro de forma simples e confiável. Para o controle do DrawBot foi escolhido a placa Arduino Nano devido as suas dimensões reduzidas, recursos necessários exigidos no projeto e por ser umas das placas mais utilizadas na plataforma Arduino. Esta tem a função de controlar os motores do carrinho e receber e decodificar os dados enviados pelo computador e o celular.

Já a estrutura física do DrawBot foi projetada para ser construída com peças e materiais de fácil



disponibilidade e com o uso de ferramentas simples. Sua estrutura é composta de DVDs e as rodas são feitas com uma peça chamada roseta que pode ser encontrada em lojas de materiais elétricos e anel de vedação, para tubo de PVC, vendido em casa de materiais de construção. A parte eletroeletrônica é composta por 2 motores, 1 bateria, 1 carregador da bateria, 1 módulo Bluetooth, e o Arduino Nano (Figura 4, 5 e 6).

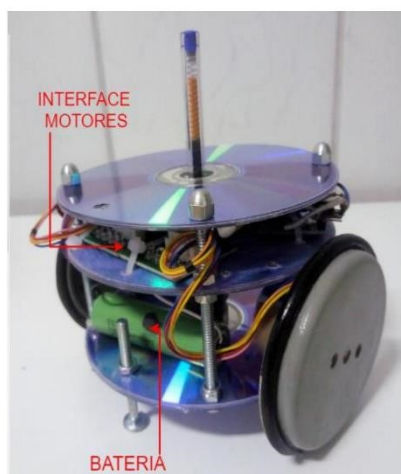


Figura 4: Frente DrawBot.

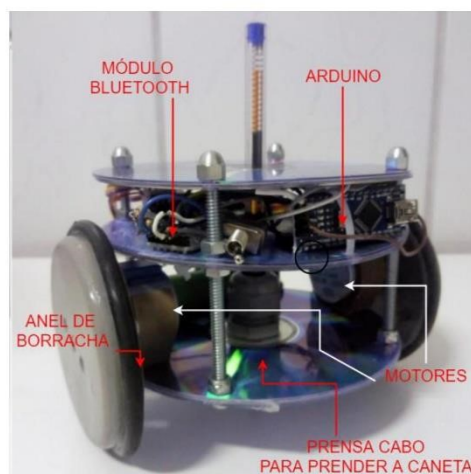


Figura 5: Parte de trás do DrawBot.

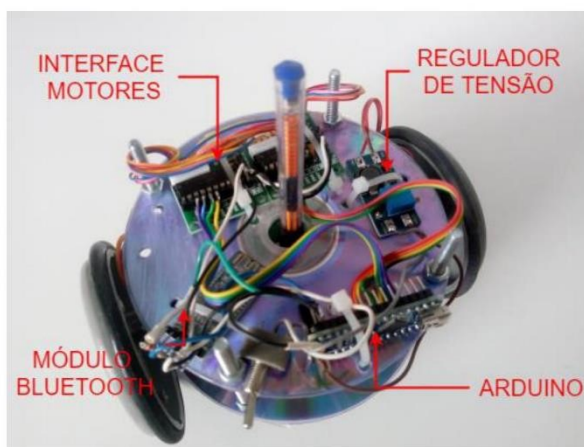


Figura 6: Parte interna.

Na próxima subseção, apresentamos as listas com os itens necessários para a montagem do DrawBot.



3.2. Lista de materiais

Antes do início da montagem do DrawBot é necessário ter todos os materiais e ferramentas em mãos. A lista de materiais é descrita em 4 tabelas onde nas colunas é fornecido o nome, função, imagem e quantidade de cada item para a construção do DrawBot. A Tabela 1 descreve os itens eletrônicos, a Tabela 2 os itens relativos a estrutura do chassi, a Tabela 3 os itens da caneta e por fim, a Tabela 4 as ferramentas.

- LISTA DE MATERIAIS PARA CONSTRUÇÃO DO DRAWBOT - ELETRÔNICA			
NOME	FUNÇÃO	IMAGEM	QUANTIDADE
Arduino Nano	Controlar os motores e decodifica os dados enviados pelo computador e o celular.		1
Módulo Bluetooth AT-09	Fazer a comunicação sem fio entre o computador e a placa Arduino Nano.		2
Módulo Conversor USB 2.0 RS232 UART 5 Pinos CP2102	O módulo faz a comunicação via USB com o módulo Bluetooth AT-09.		1
Motor-de-passo 28byj-48 5v com driver uln2003	O motor é ligado ao Arduino Nano e tem a função de movimentar o DrawBot.		2


TP4056 - Micro USB - do Módulo para carregar Bateria de Lítio	Carregar a bateria de Lítio com segurança.		1
Regulador de tensão Mt3608	Elevar a tensão de 3,6 volts Para 5 volts		1
Bateria de lítio 18650	Fornecer energia ao DrawBot.		1
Carregador de Celular 5v	Carregar a bateria.		1
Fios	Interconectar os diversos componentes eletrônicos.		50

Tabela 1: Itens eletrônicos.



-LISTA DE MATERIAIS PARA CONSTRUÇÃO DO DRAWBOT - CHASSI			
NOME	FUNÇÃO	IMAGEM	QUANTIDADE
Abraçadeira Para Tubo Soldável 25mm Marrom	Prender o motor ao chassi.		2
Anel de Borracha para cano de PVC 75mm	Dar aderência as rodas.		2
Parafuso 3,5x76,2mm	Unir os 3 níveis do chassi.		4
Prensa cabo 3/8 de polegada	Segurar a caneta.		1
Parafuso Francês 3,5x55mm	Apoiar a parte frontal do DrawBot.		1
DVDs	Estrutura do chassi.		6

Tabela 2: Itens do chassi.



-LISTA DE MATERIAIS PARA CONSTRUÇÃO DO DRAWBOT - CANETA			
NOME	FUNÇÃO	IMAGEM	QUANTIDADE
Fita Isolante	Montagem da caneta		1
Caneta Esferográfica	Desenhar		1
Mola de caneta retrátil	Pressionar a caneta sobre o papel.		1

Tabela 3: Itens da caneta.











-LISTA DE MATERIAIS PARA CONSTRUÇÃO DO DRAWBOT - FERRAMENTAS E OUTROS			
NOME	FUNÇÃO	IMAGEM	QUANTIDADE
Ferro de solda	Soldar componente e furar os DVDs		1
Chave de fenda	Parafusar.		1
Alicate	Segurar as porcas para aparafusar.		1
Estilete	Cortar rebarbas		1
Tesoura	Recortar os gabarito.		1
Gabarito	Localização dos furos nos DVDs.		3
Supercola	Colar os DVDs		1
Multímetro	Medições diversas		1

Tabela 4: Ferramentas e outros.



3.3. Montagem do DrawBot

Nesta etapa será descrito as etapas de montagem do DrawBot (Figura 7). Este tem como característica possuir somente duas rodas que permite ao mesmo girar em torno do próprio eixo. Além disso no centro do carrinho está presente uma caneta para desenhar enquanto o DrawBot se movimenta a partir do envio de comandos do computador ou celular.

Sua estrutura é composta por materiais simples encontrados facilmente no comércio e que tem como intuito a possibilidade de replicação por quem tiver interesse. Seu chassi é constituído de DVDs, parafusos, abraçadeira de tubo de PVC entre outros.

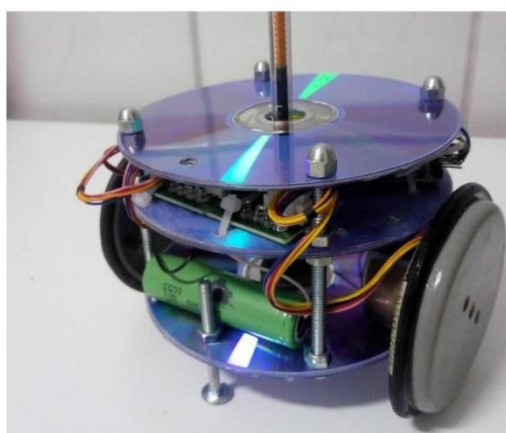


Figura 7: DrawBot montado.



Montagem do primeiro nível



Montagem dos DVDs - https://youtu.be/nno3yFbWS_8

1. A estrutura do DrawBot é composta por 3 níveis (Figura 8), onde o primeiro é para o suporte das rodas, o segundo para a parte eletrônica e o terceiro para proteção. Para cada nível deverá ser colado 2 DVDs como mostrado na Figura 9 e Figura 10.

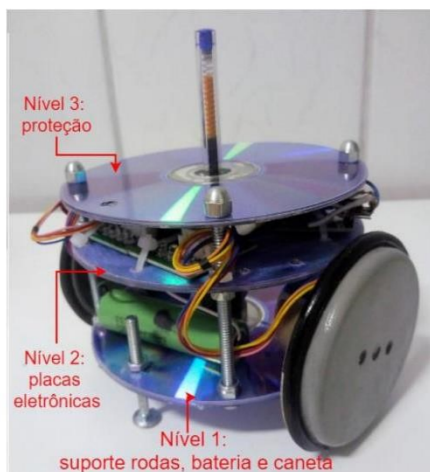


Figura 8: Níveis do DrawBot.



Figura 9: Super cola para união dos DVDs.



Figura 10: União dos DVDs.

2. A perfuração dos DVDs para colocação dos parafusos e montagem dos 3 níveis é feita com uso de gabaritos. Deve-se imprimir duas cópias do gabarito 1, em ARQUIVO B -Gabarito 1 e recortar como



indicado na Figura 11.

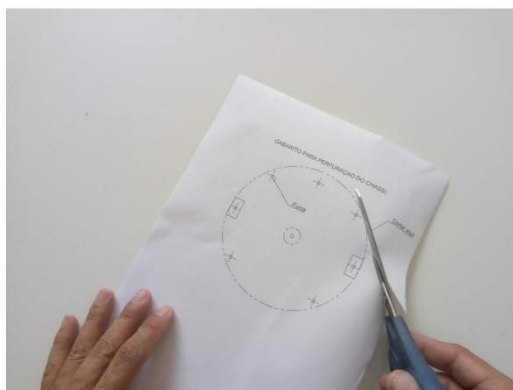


Figura 11: Recorte do gabarito 1.

3. Imprimir 1 cópia do gabarito 2, em ARQUIVO C – Gabarito 2 e recortar como indicado na Figura 12.

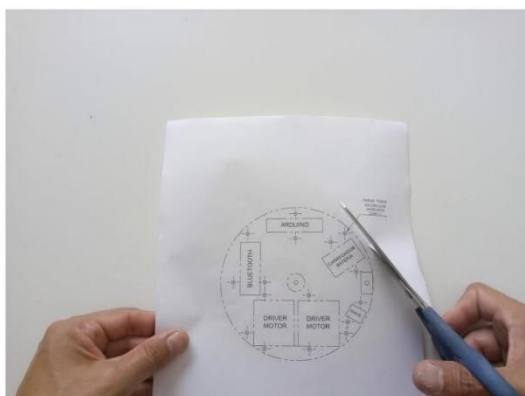


Figura 12: Recorte do gabarito 2.

4. Colar os gabaritos 1 e 2 nos DVDs como indicado na Figura13, Figura 14 e Figura 15.



Figura 13: Cola sendo aplicada no DVD.



Figura 14: Gabaritos colados no DVD.



Figura 15: Gabaritos colados no DVD.

5. Para colocar os parafusos e demais componentes, furar com o ferro de solda os círculos com o símbolo "+" como mostrado nas figuras 16, 17 e 18.



Figura 16: DVDs sendo perfurados com o ferro de solda.

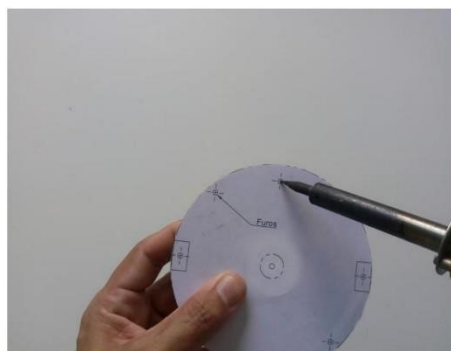


Figura 17: DVDs sendo perfurados com o ferro de solda.



Figura 18: Furos finalizados DVD.



6. Após a furação, tirar as rebarbas dos furos com o estilete (Figura 19).



Figura 19: Furos finalizados DVD.



[Montagem do primeiro nível](https://youtu.be/y0uKaMvW31k) - <https://youtu.be/y0uKaMvW31k>

7. Em seguida instalar o suporte dos motores (Figura 20, Figura 21 e Figura 22).



Figura 20: Instalação do suporte dos motores.



Figura 21: Instalação do suporte do motor.



Figura 22: Suporte dos motores instalados.

8. Com o ferro de solda alargar o buraco do centro para encaixe do suporte da caneta (Figura 23).



Figura 23: Alargamento do buraco para o encaixe do suporte da caneta.



9. Instalar o suporte da caneta ao chassi (Figura 24, Figura 25 e Figura 26).



Figura 24: Encaixando o suporte da caneta.



Figura 25: Apertando a porca.



Figura 26: Suporte instalado.



10. Após a colocar o suporte da caneta, inserir os parafusos (Figura 27) e apertar as porcas (Figura 28). Com isso conclui-se o primeiro nível do chassi.



Figura 27: Inserção dos parafusos no DVD.

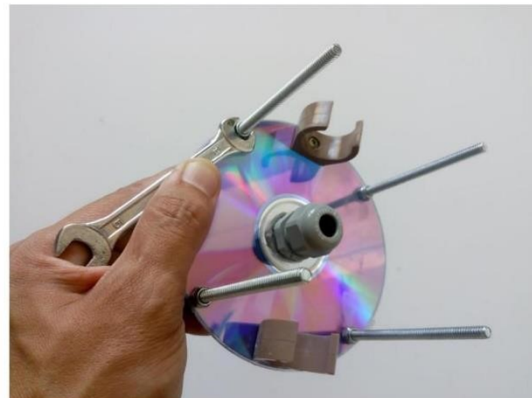


Figura 28: Porcas colocadas e apertadas no DVD.



Montagem da parte eletrônica



[Interligação das placas eletrônicas](https://youtu.be/vikELCCTh-w) - <https://youtu.be/vikELCCTh-w>

Antes de iniciar a montagem do segundo nível do chassi, será montada a parte eletrônica e em seguida colocado no chassi.

Como visto anteriormente, controle do DrawBot é feito pelo Arduino e a comunicação sem fio é através do módulo Bluetooth. Já alimentação de energia é feita por uma bateria recarregável de 3,6 volts que faz todo o sistema funcionar. O esquema eletrônico a seguir demonstra como os módulos são interligados (Figura 29).

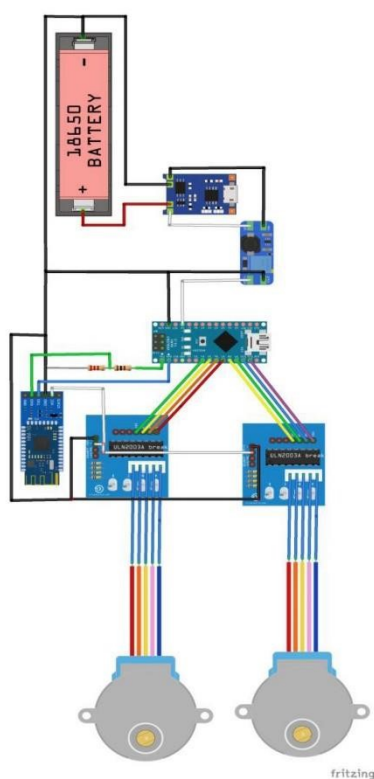


Figura 29: Esquema eletrônico.



A sequência de montagem segue a numeração crescente do número 1 ao 8 como demonstrado na Figura 30.

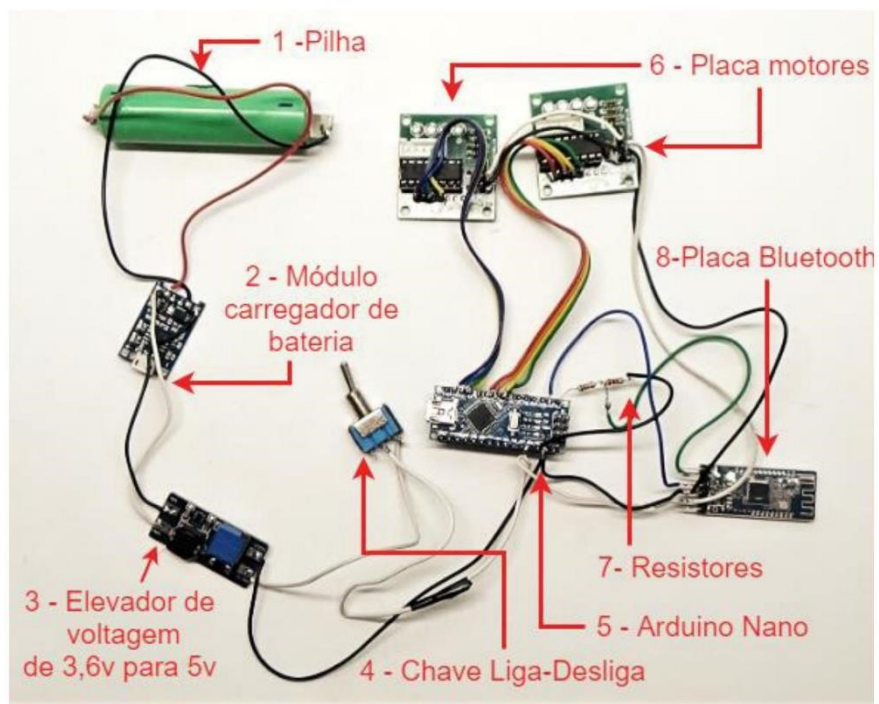


Figura 30: Visão geral do circuito interligado.



1. Soldar a bateria de lítio de 3,6 volts a placa de carregamento, itens 1 e 2 da Figura 30, por meio de dois fios de aproximadamente 15 cm como indicados na Figura 31.

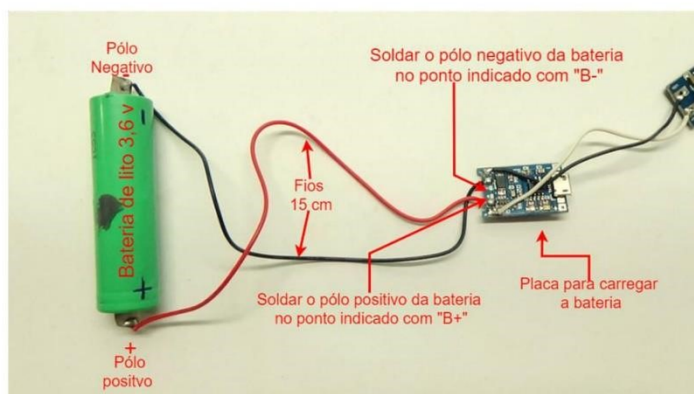


Figura 31: Ligação da bateria ao carregador.

2. Ligar o carregador da bateria ao regulador de tensão, itens 2 e 3 da Figura 30. O regulador de tensão tem a função de aumentar a voltagem de 3,6 volts para 5 volts, pois, tanto o Arduino e os motores funcionam em 5 volts (Figura 32).

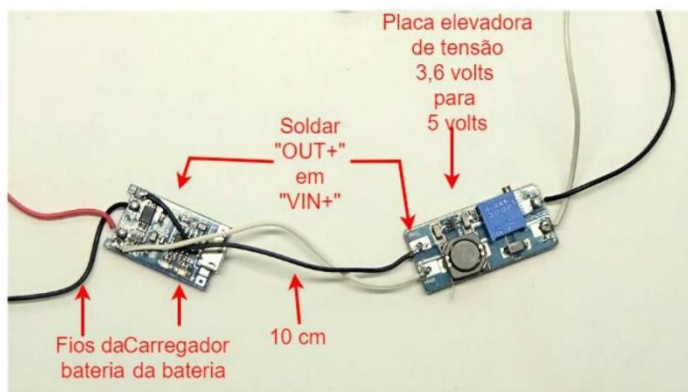


Figura 32: Ligação do carregador ao elevador de tensão.



3. Ligar o elevador de tensão à chave de liga-desliga, itens 3 e 4 da Figura 30. A chave tem a função de ligar e desligar o DrawBot (Figura 33).

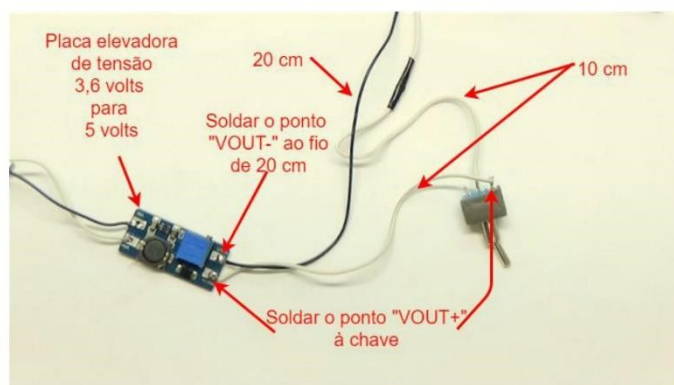


Figura 33: Ligação do regulador de tensão a chave de liga e desliga.

4. Ligar a chave de liga-desliga ao Arduino, itens 4 e 5 da Figura 30. O Arduino executa todas as funções de controle DrawBot (Figura 34).

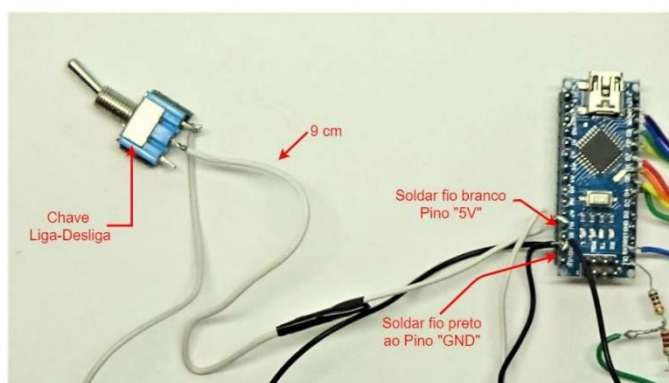


Figura 34: Ligação da chave ao Arduino.

5. Soldar os fios do Arduino para a placa do motor, item 5 da figura 30. Os fios levam os sinais de controle para os motores (Figura 35).

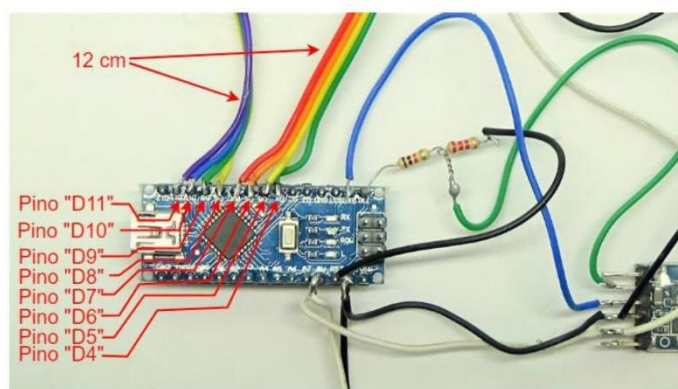


Figura 35: Ligação dos fios do Arduino para os motores.

6. Soldar os fios da placa do motor e de energia, item 6 da figura 30. Os fios branco e preto levam energia e os coloridos os sinais de controle aos motores (Figura 36).

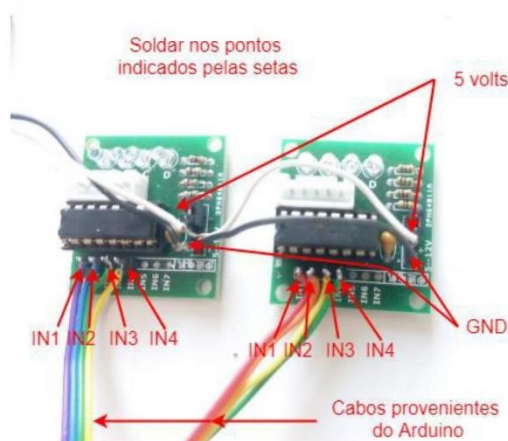


Figura 36: Ligação dos fios aos motores

7. Soldar os resistores ao pino "TX" do Arduino, item 7 da Figura 30. Os dois resistores tem a função de reduzir a voltagem do pino "TX" do Arduino (Figura 37).

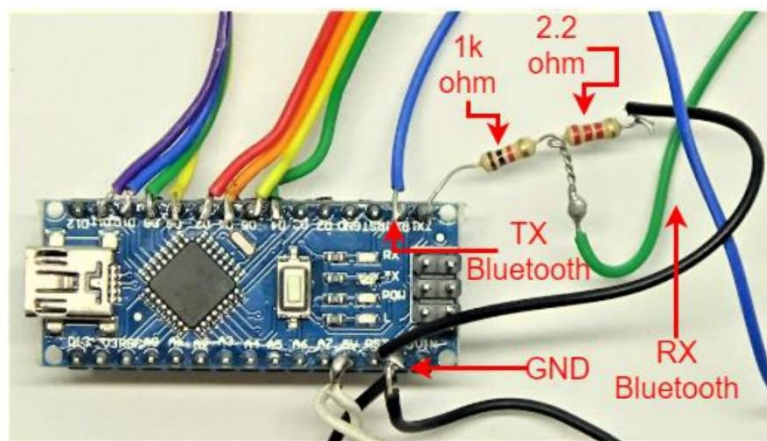


Figura 37: Ligação dos fios do módulo Bluetooth.

8. Soldar os fios do Arduino a placa Bluetooth, itens 5,7 e 8 da Figura 30. O módulo Bluetooth recebe os dados por meio de comunicação sem fio e os envia ao Arduino (Figura 38).

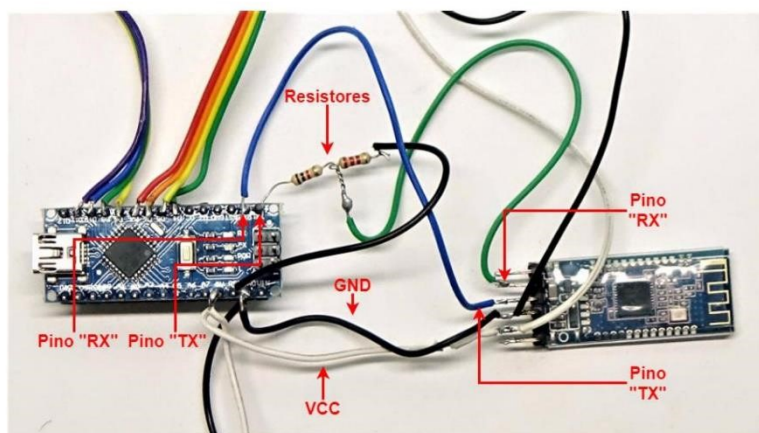


Figura 38: Ligação dos fios do módulo Bluetooth.



▪ Montagem da parte eletrônica no chassi (DVD)



[Montagem das placas eletrônicas no chassi \(DVD\) - https://youtu.be/j0Jt0NevWnk](https://youtu.be/j0Jt0NevWnk)

1. Montagem da parte eletrônica no chassi serão utilizadas abraçadeiras de nylon como mostrado nas imagens a seguir (Figuras 39, 40 e 41):

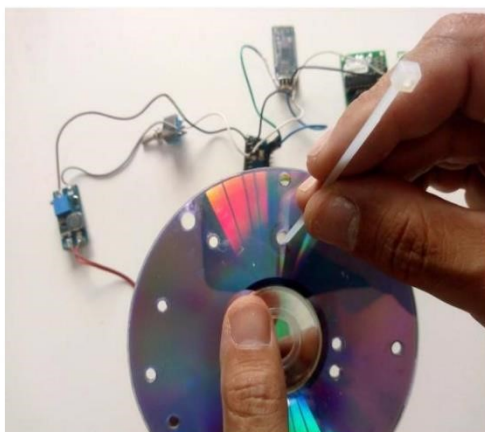


Figura 39: Passagem das abraçadeiras através dos furos.



Figura 40: Abraçadeiras passadas.

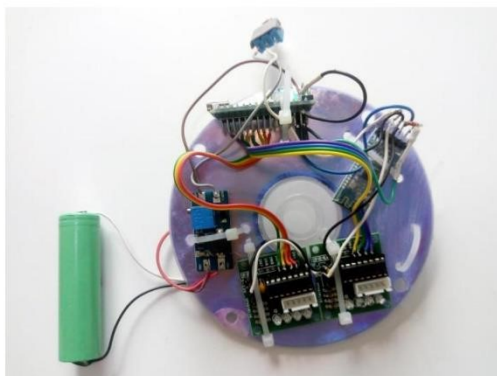


Figura 41: Componentes presos pelas abraçadeiras.



▪ Montagem da roda



[Montagem da roda - https://youtu.be/UfJXhp5bmoU](https://youtu.be/UfJXhp5bmoU)

Nesta etapa será demonstrado como montar a roda que vai ao motor.

1. Alargar o furo da roda com uma chave de 5 milímetros de diâmetro (Figura 41).



Figura 41: Anel de vedação e a roseta.

2. Colocar o anel de borracha na roda (Figura 42 e Figura 43) que é denominada roseta e em seguida colada com supercola (Figura 44).



Figura 42: Anel de vedação e a roseta.



Figura 43: Colocação do anel de borracha na roseta.



Figura 44: Passar cola na junção entre a roda e o anel.

3. Agora é acoplado a roda ao motor de passo como demonstrado na Figura 45.



Figura 45: Colocação da roda do motor.



▪ Montagem do segundo e terceiro nível



[Montagem do segundo e terceiro nível](https://youtu.be/5WIG-NLgwD4) - <https://youtu.be/5WIG-NLgwD4>

1. Com o motor acoplado a roda, basta encaixar o motor no chassi como mostrado na Figuras 46 e 47.

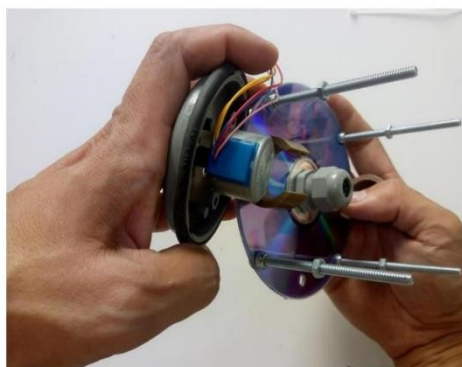


Figura 46: Colocação do motor no chassi.



Figura 47: Motores colocados.

2. Após a montagem dos motores no nível 1 do chassi é colocado as placas eletrônicas montadas anteriormente (figura 48). Para isso primeiro é colocado quatro porcas nos parafusos (Figura 49). Em seguida encaixa-se a parte eletrônica montada anteriormente no primeiro chassi (Figura 50).



Figura 48: Suporte dos motores e placas eletrônicas montadas.



Figura 49: Colocação das porcas.

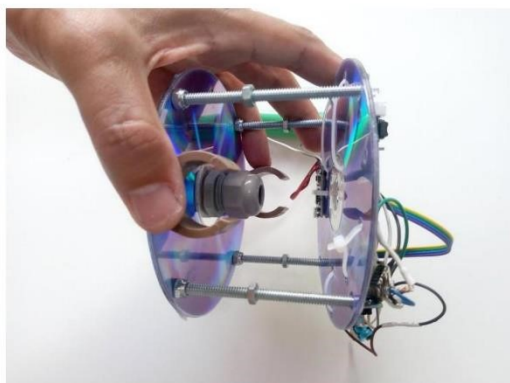


Figura 50: Encaixe da parte eletrônica com o suporte dos motores.

3. Após montar o nível 2 são conectados os motores à parte eletrônica (Figura 51 e 52) e colocadas as porcas para o fechamento do nível 2 (Figura 53).

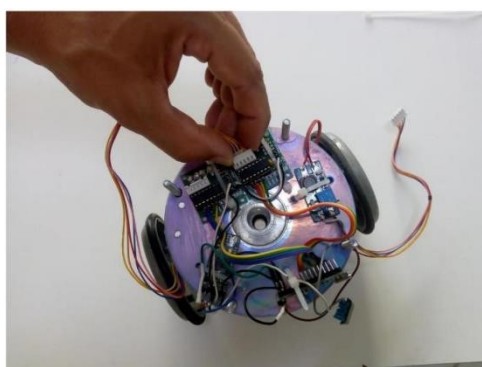


Figura 51: Encaixe do cabo do motor esquerdo na placa.

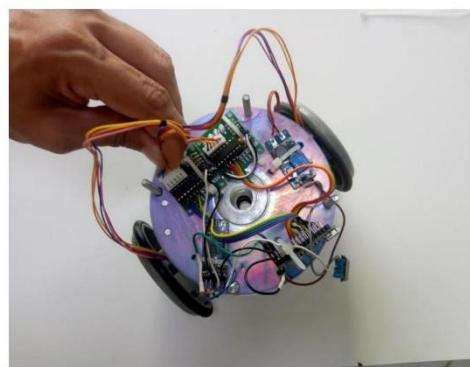


Figura 52: Encaixe do cabo do motor direito na placa.



Figura 53: Motores conectados.

4. Para finalizar é colocado o nível 3 para a proteção da parte eletrônica (Figura 54).

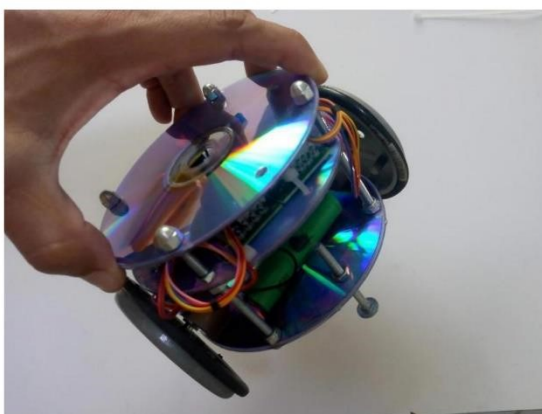


Figura 54: Tampa de proteção colocada.



▪ Montagem da caneta



[Montagem da caneta-https://youtu.be/73ABJ9EZysI](https://youtu.be/73ABJ9EZysI)

1. Para montagem da caneta será necessária uma caneta esferográfica, uma mola de caneta retrátil e fita isolante (Figura 55). A mola tem a função de criar uma pressão suave sobre o papel para o desenho ocorra de forma constante e sem interferir no movimento do carrinho.



Figura 55: Materiais necessários para construção da caneta

2. A função da fita isolante é de melhorar o encaixe no suporte da caneta. Colocar fita isolante nos pontos indicados (Figura 56 e 57).



Figura 56: Fita isolante colocada a 2 cm da extremidade inferior.

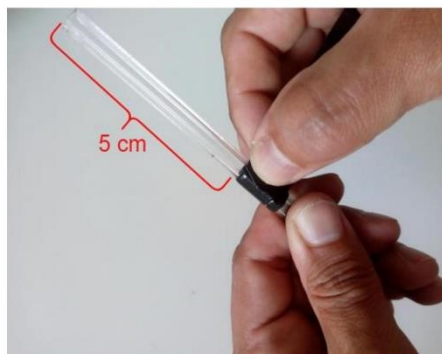


Figura 57: Fita isolante colocada a 5 cm da extremidade superior.



3. A função da fita isolante no refil da caneta é para que a mola possa exercer uma leve pressão na ponta da caneta. Colocar fita isolante nos pontos indicados (Figura 58).

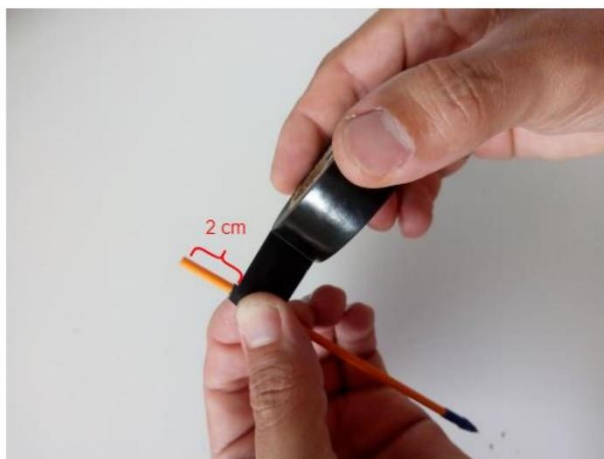


Figura 58: Fita isolante colocada a 2 cm da extremidade superior refil da caneta.

4. Para montar a caneta primeiro é colocado o refil no corpo de acrílico e em seguida colocada a mola (Figura 59). Por fim é colocada a tampa superior na caneta (Figura 60).



Figura 59: Colocar a mola na parte superior da caneta.

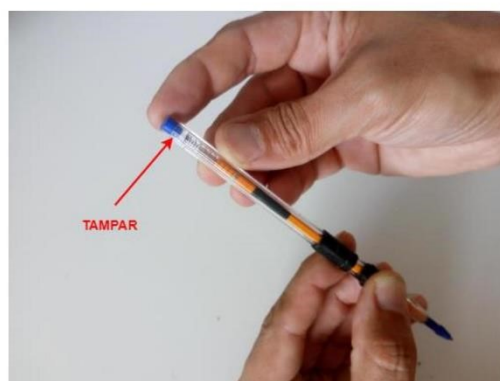


Figura 60: Tampar a parte superior da caneta.

A etapa de montagem do DrawBot está finalizada. A seguir será demonstrado como programar a placa Arduino.



3.4. Programação do Arduino



[Programação Arduino](https://www.youtube.com/watch?v=-nU-pt8_ysY) - https://www.youtube.com/watch?v=-nU-pt8_ysY

A seguir é descrito o procedimento de programação do Arduino Nano para que possa receber os comandos e realizar os movimentos.

1. Baixar e instalar a IDE de programação do Arduino em: <https://www.arduino.cc/en/guide/windows>
2. Abrir o software Arduino (Figura 61):

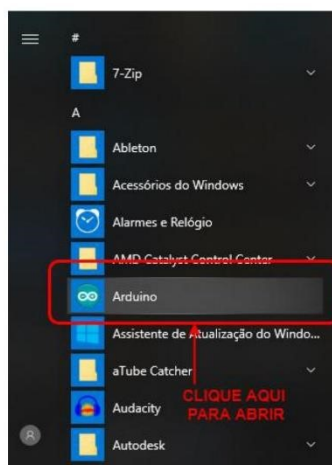


Figura 61: Atalho para o software de programação das placas Arduino



3. Conectar a placa Arduino Nano no DrawBot ao computador para fazer a programação da placa (Figura 62).

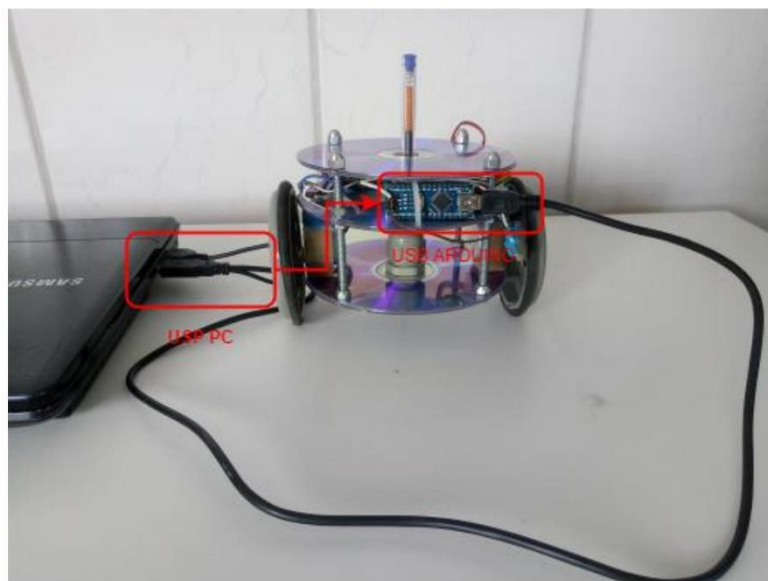


Figura 62: Conexão do computador ao Arduino Nano.

4. Selecionar a placa Arduino Nano. Como dito anteriormente a plataforma Arduino permite programar diversas placas, no nosso caso é a placa Arduino Nano (Figura 63).

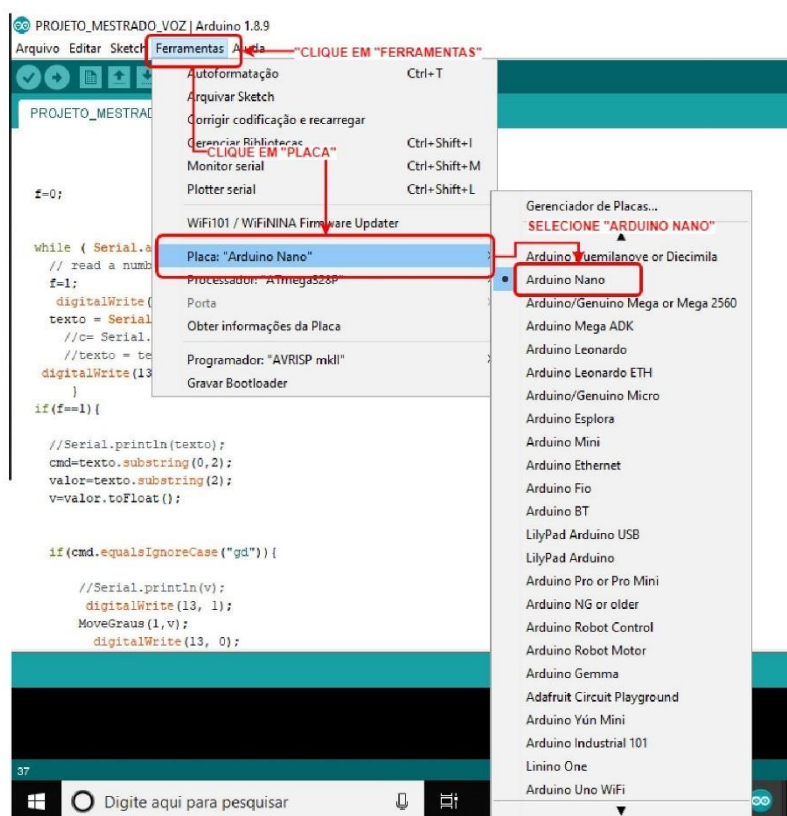


Figura 63: Etapas para selecionar a placa a ser programada.

5. Selecionar a porta de comunicação serial. Além de selecionar a placa é necessário selecionar a porta de comunicação que é feito como indicado na Figura 64.

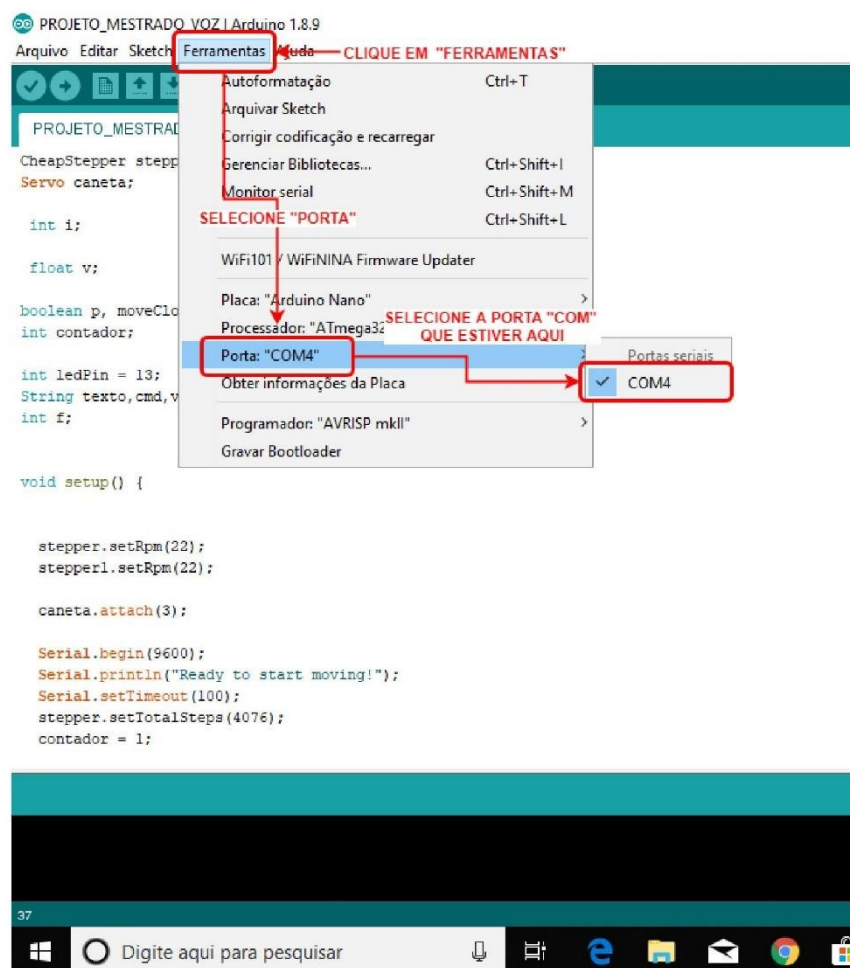


Figura 64: Selecionar a porta de comunicação.

6. Para gravar o código no Arduino, primeiro cria-se um novo arquivo e copia-se o código presente em **ARQUIVO D - Código para gravação da placa Arduino**, para o programa de gravação (Figura 65).

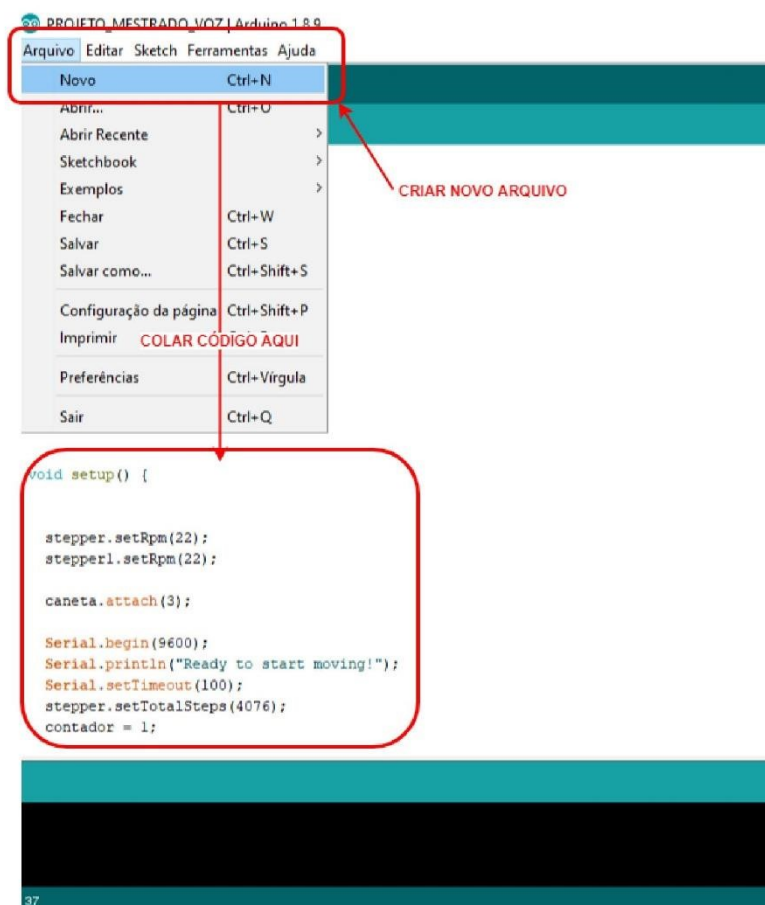


Figura 65: Criar novo arquivo e colar o código em ARQUIVO D.

7. Após criar o arquivo basta apertar o botão compilar e gravar o programa no Arduino Nano (Figura 66).

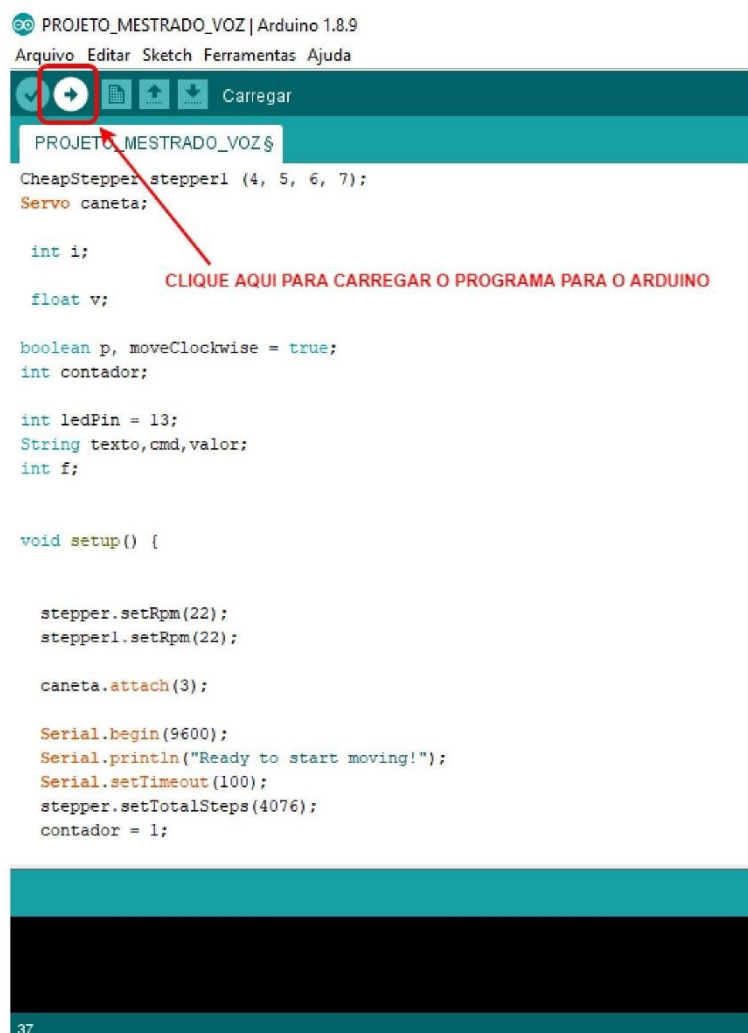


Figura 66: Botão para gravar o código no Arduino.

Não ocorrendo nenhum erro na gravação da placa Arduino o DrawBot executará um giro de 90 graus indicando que o mesmo foi programado corretamente.



4. Instalação e Execução do Octave

4.1. Configuração da placa Bluetooth.



[Configuração da placa Bluetooth](https://youtu.be/s3y8gXixg_g) - https://youtu.be/s3y8gXixg_g

Para que o Octave possa se comunicar com o DrawBot é necessário configurar o módulo da placa Bluetooth antes da instalação do Octave.

1. Conectar a placa rs-232 (vermelha) a placa Bluetooth como indicado na Figura 67.

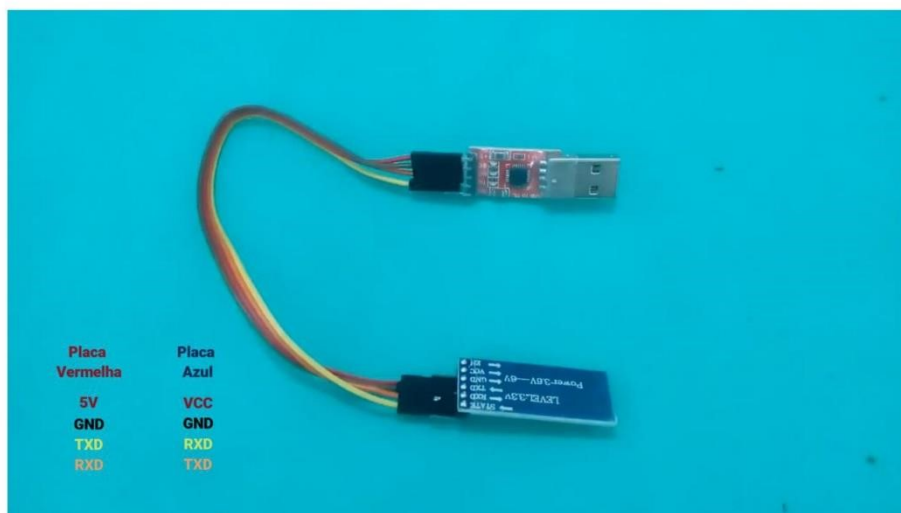


Figura 67: Conexão entre a placa rs-232 e o módulo Bluetooth.

2. Conectar a placa rs-232 (placa vermelha) à porta USB do computador como indicado na Figura 68.

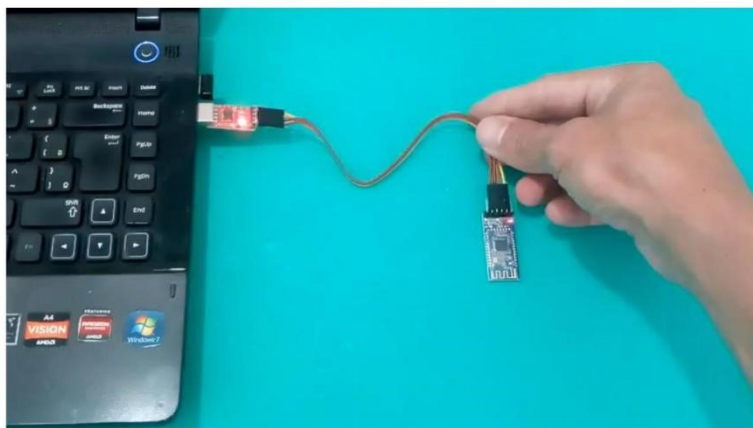


Figura 68: Conexão da placa rs-232 ao computador.

3. Abrir o programa Arduino IDE (Figura 69).



Figura 69: Ícone para abertura do programa ARDUINO IDE.

4. Seleccionar porta serial (Figura 70).

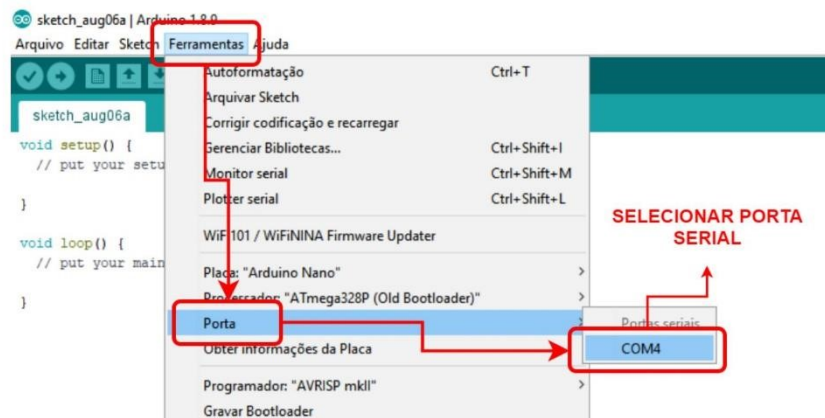


Figura 70: Porta serial.

5. Seleccionar "Monitor serial" (Figura 71).

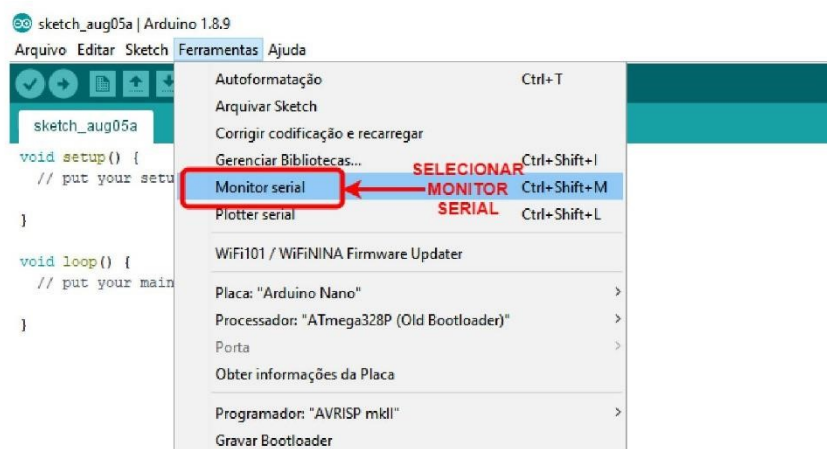


Figura 71: Funcionalidade de comunicação com a porta serial.

6. Digitar o comando “AT+HELP” (Figura 72) para lista comandos.

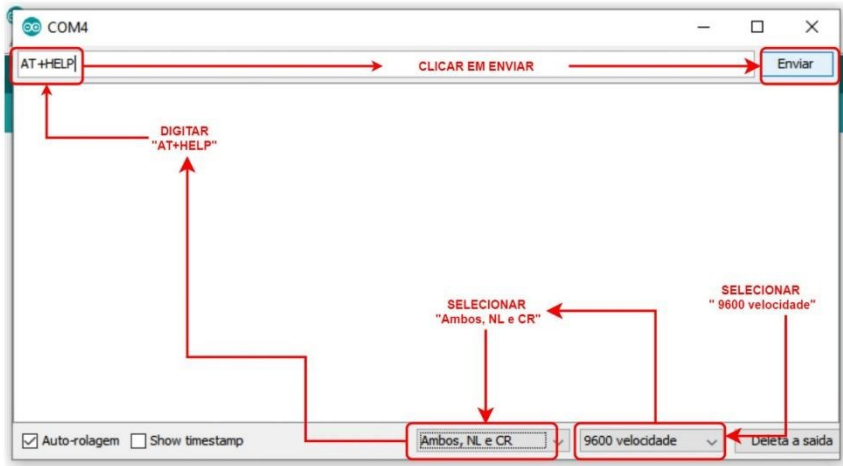


Figura 72: Funcionalidade de comunicação com a porta serial.

7. Tela com a lista de comandos (Figura 73).

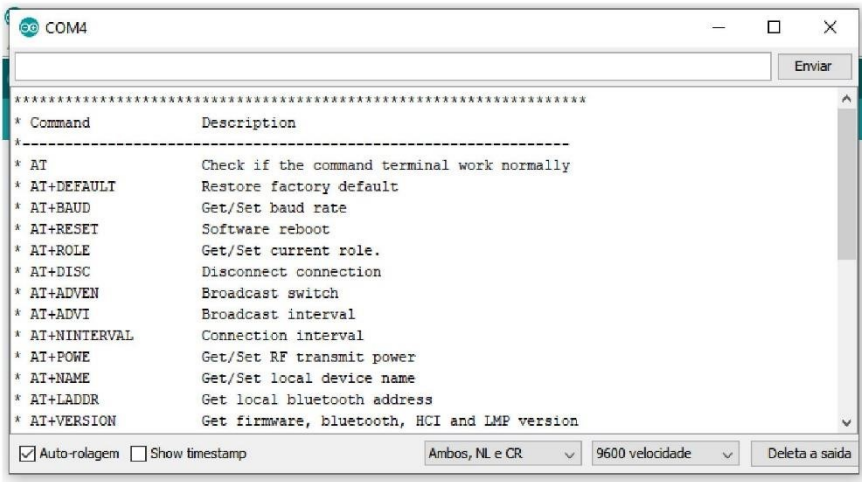


Figura 73: Lista de comando do módulo Bluetooth.

8. Digitar o comando "AT+ROLE1" e clicar em enviar (Figura 74).

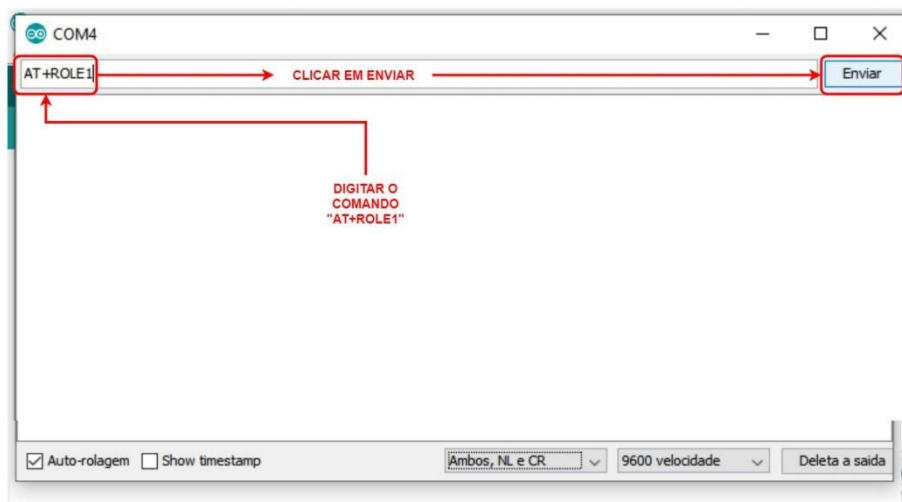


Figura 74: Comando "AT+HOLE1".

9. Digitar o comando "AT+NAMEDRAWBOT" para dar nome ao dispositivo Bluetooth (Figura 75).

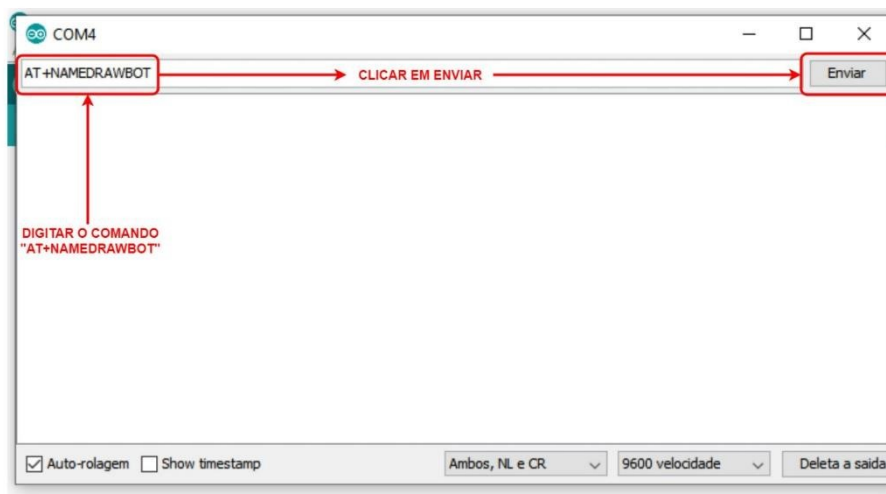


Figura 75: Comando para dar nome ao módulo Bluetooth.

10. Verificar se a configuração está correta (Figura 76, 77 e 78).

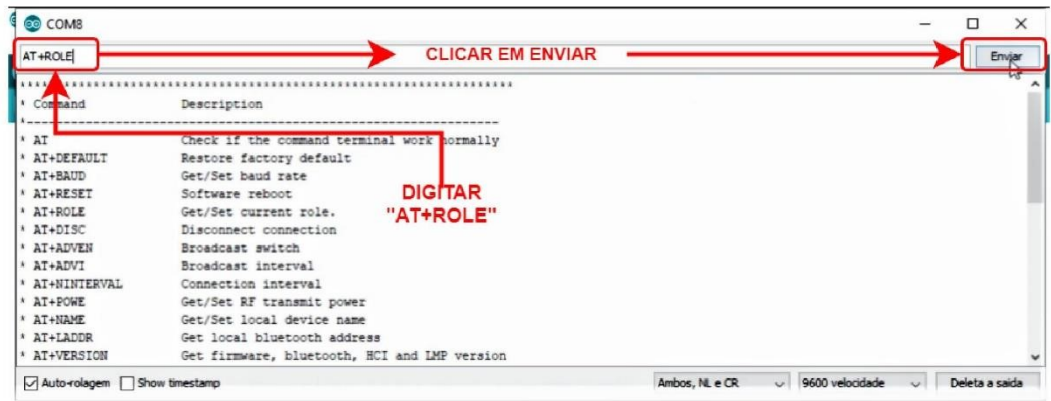


Figura 76: Comando "AT+ROLE".



Figura 77: Comando "AT+NAME".

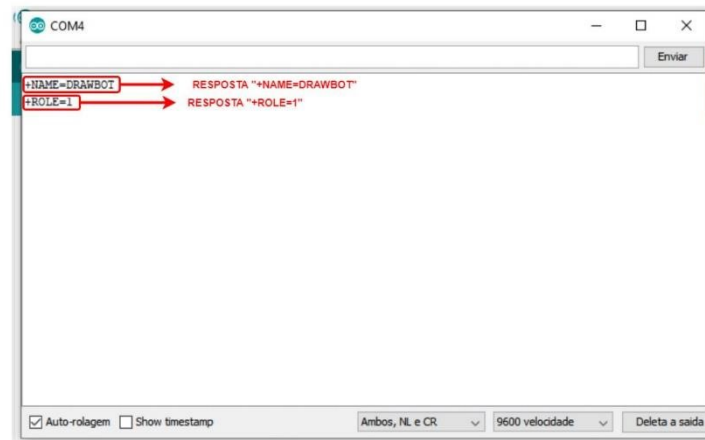


Figura 78: Resposta aos comandos "AT+HOLE e AT+NAME".

4.2. Instalação do Octave.

1. Baixar o software Octave no computador em (Figura 79).
<https://www.gnu.org/software/octave/download.html>

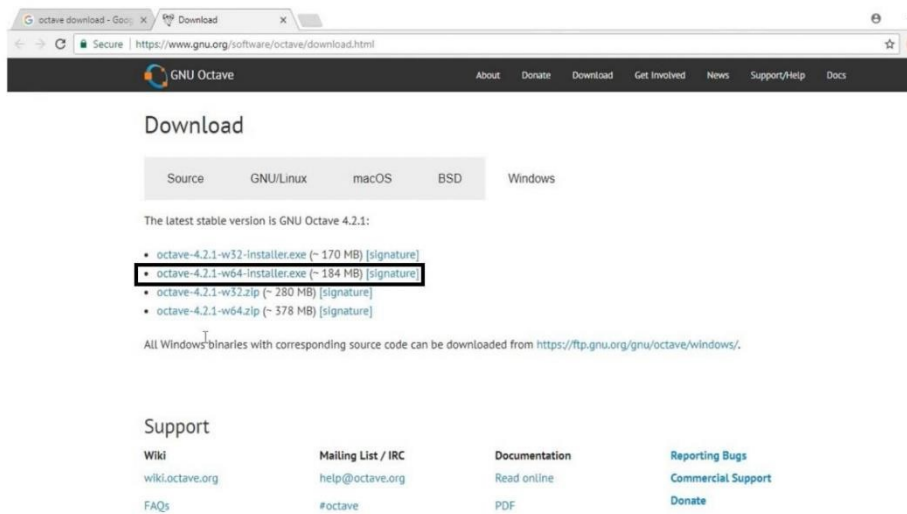


Figura 79: Site para download do Octave.



2. Clicar no arquivo baixado (Figura 80).

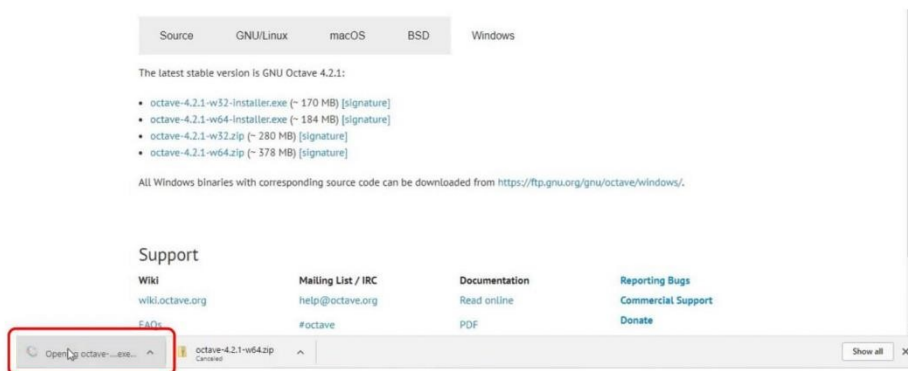


Figura 80: Executar o arquivo baixado.

3. Clicar em "next" (Figura 81).

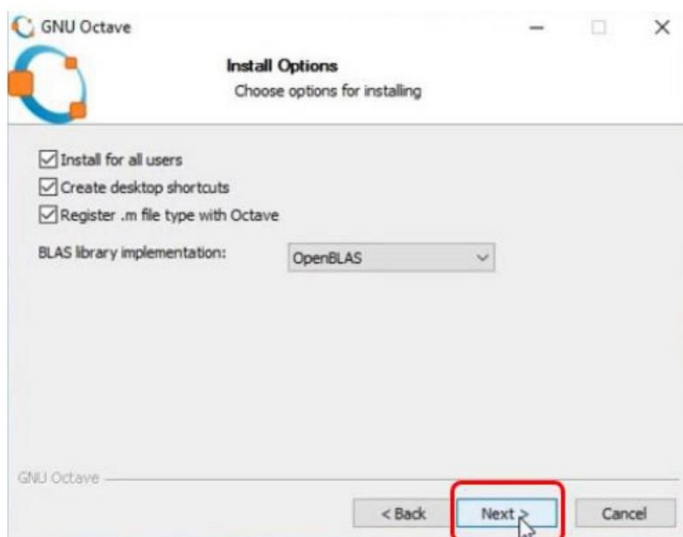


Figura 81: Clicar em "Next".



4. Esperar instalação (Figura 82).

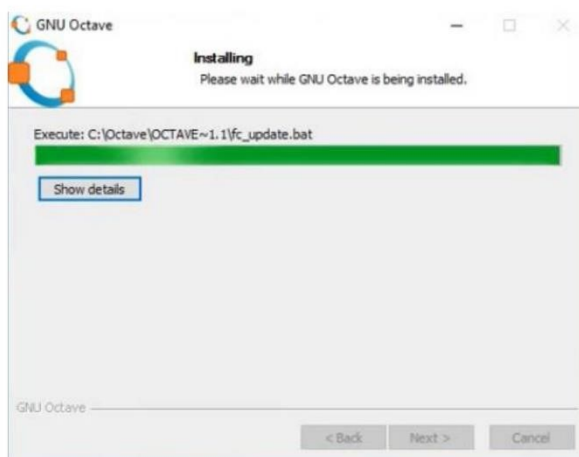


Figura 82: Octave sendo instalado.

5. Clicar em "Finish" (Figura 83).

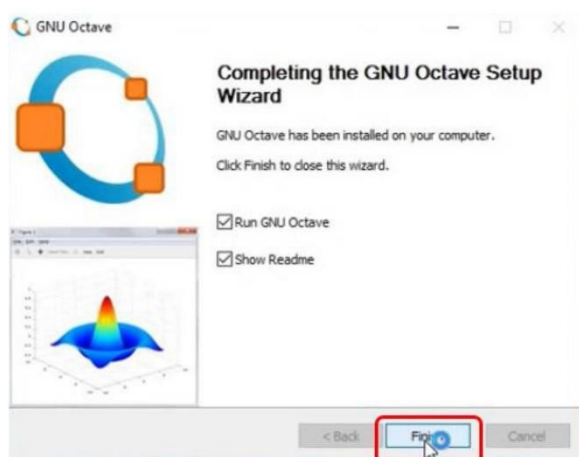


Figura 83: Tela de finalização da instalação.



4.3. Criação dos arquivos de execução no Octave



[Criação dos arquivos de execução no Octave](https://youtu.be/ZNhSid_ZLHE) - https://youtu.be/ZNhSid_ZLHE

Etapas para criação dos arquivos Octave que permitem a realização das atividades.

1. Criar uma pasta com o nome “ARQUIVOS OCTAVE” (Figura 84 e 85).

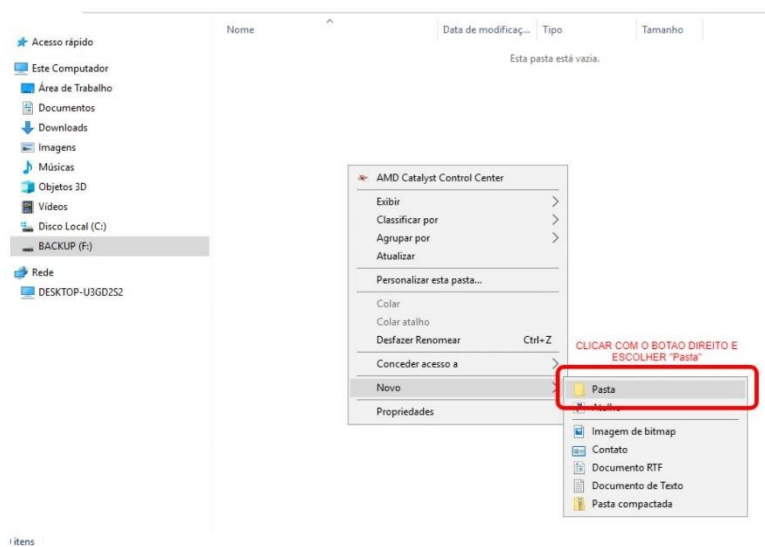


Figura 84: Processo criação da pasta para salvar os arquivos.

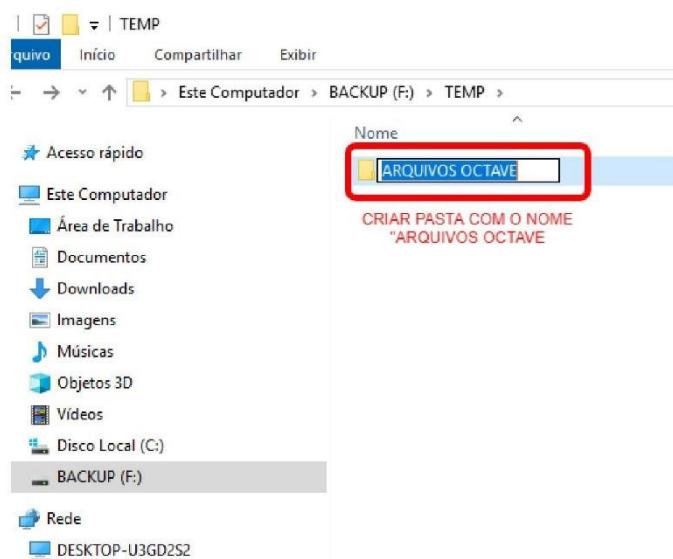


Figura 85: Criação da pasta.

2. Abrir o editor de "Bloco de notas" (Figura 86).

texto

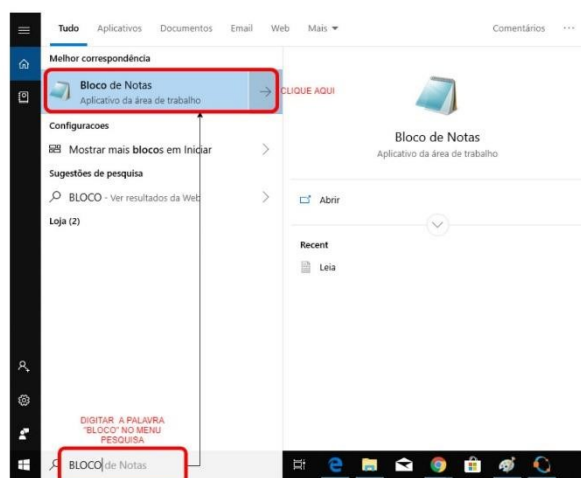


Figura 86: Atalho para o bloco de notas.

3. No ARQUIVO E – Código Octave, SETUP.m (Figura 87), copiar o texto delimitado por %INICIO E %FIM e colar no editor de texto Bloco de Notas (Figura 88) e salvar com o nome “SETUP.m” dentro da pasta “ARQUIVOS OCTAVE” (Figura 89).

ARQUIVO E - Código Octave SETUP.m

Este inicia as bibliotecas necessárias para o funcionamento do programa.

Para gerar o arquivo SETUP.m, copiar o código delimitado por “%INICIO” e “%FIM”.

```
%INICIO
%SETUP.m
%BIBLIOTECAS E ARQUIVOS DE INICIALIZAÇÃO
graphics_toolkit('qt'); % Biblioteca gráfica
pkg load optim; % Biblioteca que possui a função do método dos mínimos quadrados
pkg load instrument-control; % Biblioteca para comunicação serial
pkg load signal; % Biblioteca para captura do som
SINNSTART;
AJUSTEDECURVA_CALCULO;
AJUSTEDECURVA_PLOT;
%FIM
```

Figura 87: Código a ser copiado.

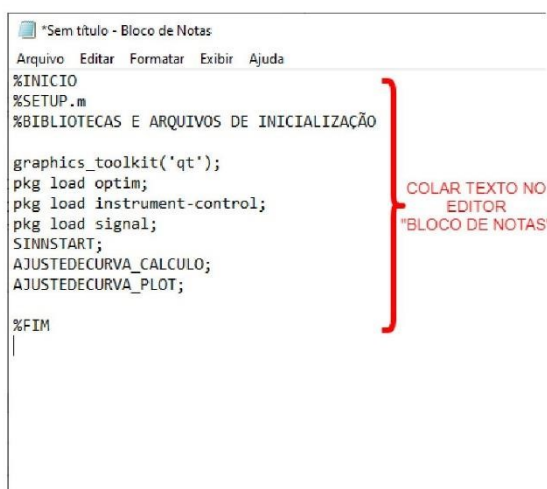


Figura 88: Código copiado para o editor de texto Bloco de Notas.

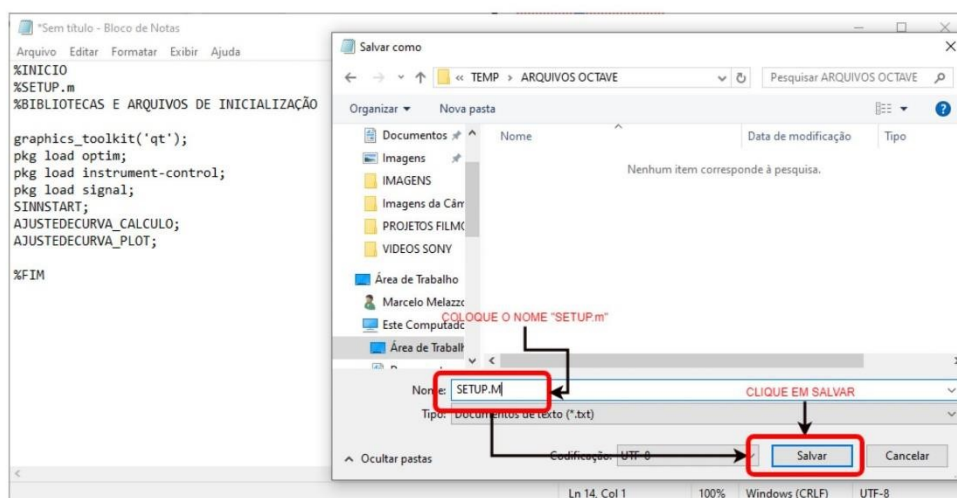


Figura 89: Salvar arquivo na pasta "ARQUIVOS OCATAVE"

4. Repetir o procedimento anterior para a criação dos arquivos localizados ao fim deste manual:

ARQUIVO F – Código Octave SERIAL.m;
ARQUIVO G – Código Octave AJUSTEDECURVA_CALCULO.m;
ARQUIVO H – Código Octave AJUSTEDECURVA_PLOT.m;
ARQUIVO I – Código Octave DRAWBOT.m;
ARQUIVO J – Código Octave GRAFICO3D.m;
ARQUIVO K – Código Octave GRAFICOF4.m;



4.4. Execução e teste dos arquivos no Octave



[Execução e teste dos arquivos no Octave](https://youtu.be/3NR55jhEOvI) - <https://youtu.be/3NR55jhEOvI>

1. O Octave no computador se comunica com o DrawBot por meio do “MÓDULO USB” e o “MÓDULO BLUETOOTH” (Figura 90). Este se comunica com o módulo Bluetooth presente no DrawBot. Abaixo é demonstrado a conexão dos mesmos.



Figura 90: Conexão do Módulo USB ao Módulo Bluetooth

2. Para que o Octave possa se comunicar com o DrawBot é necessário descobrir a porta de comunicação do módulo USB. Abaixo é dado os passos para a identificação do número da porta (Figura 91 e 92).

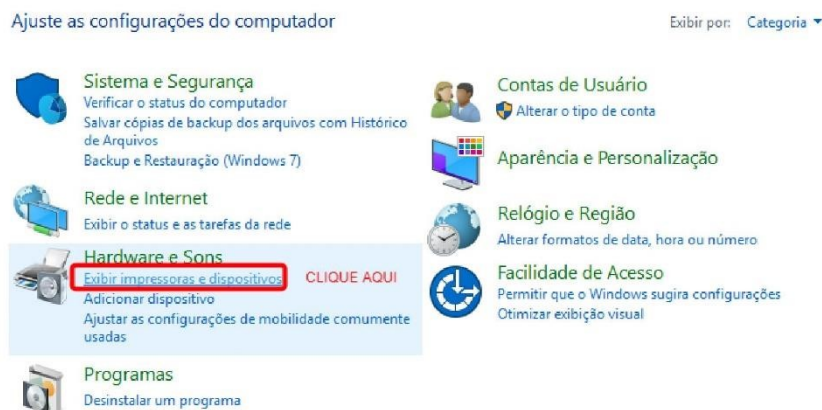


Figura 91: Local onde se identifica o número da porta

3. Acessar no Octave a pasta "ARQUIVOS OCTAVE" (Figura 93).

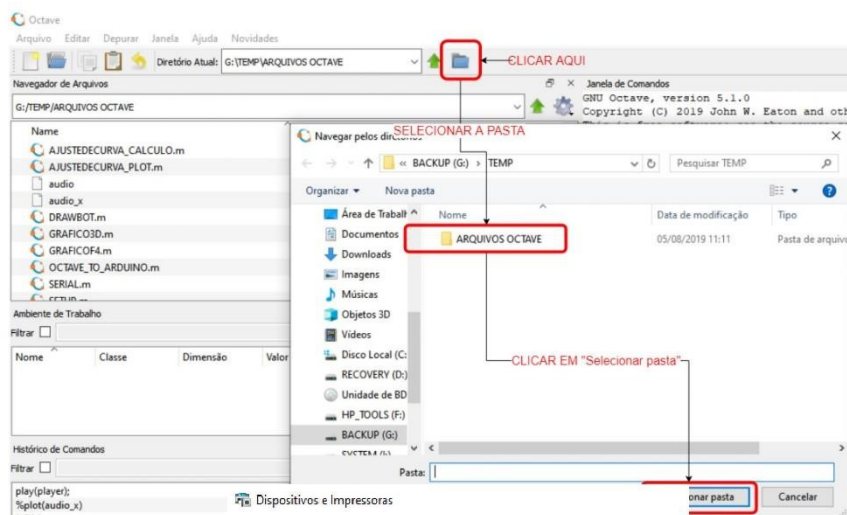


Figura 92:



Figura 92: anotar o número que aparece nesse local

4. Clicar no arquivo “SETUP.m” e executar (Figura 94). Este arquivo é o responsável pelas configurações iniciais.

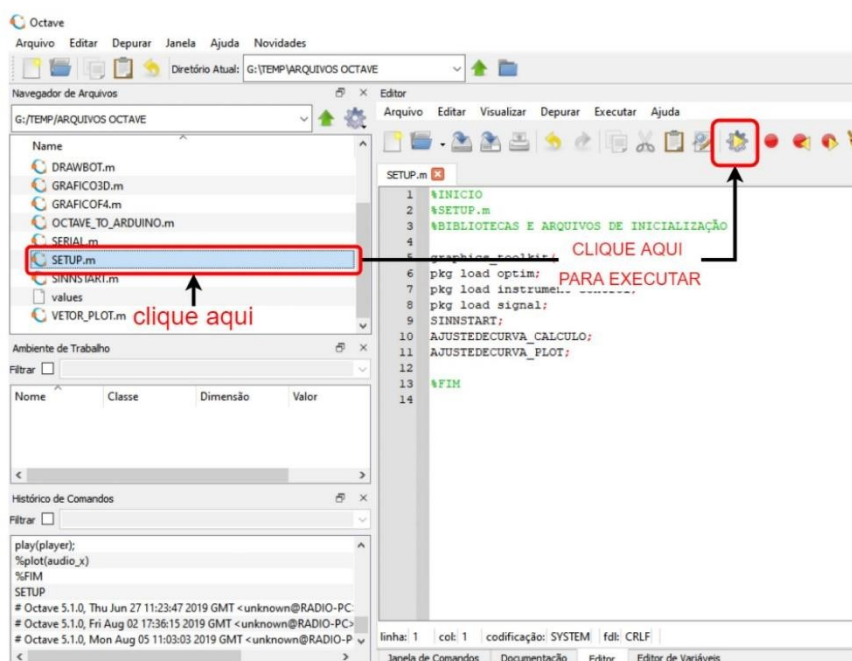


Figura 94: Procedimento para execução do arquivo setup.m.

5. Clicar no arquivo "SERIAL.m" e executar (Figura 95). Neste momento o DrawBot deve estar ligado para que o Octave possa se comunicar com o DrawBot.

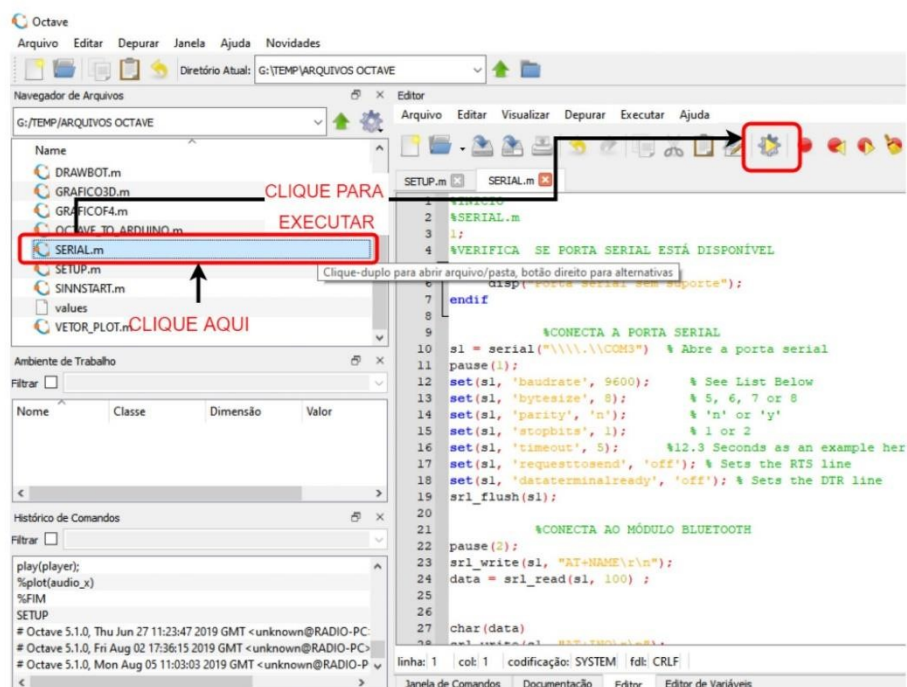


Figura 95: Execução do arquivo SERIAL.m.

6. Clicar no arquivo “AJUSTEDECURVA_CALCULO.m” e falar a vogal “i” e apertar a tecla “F5” e (Figura 96). Neste passo é feito o cálculo do ajuste de curvas relativos ao som da vogal “i”.

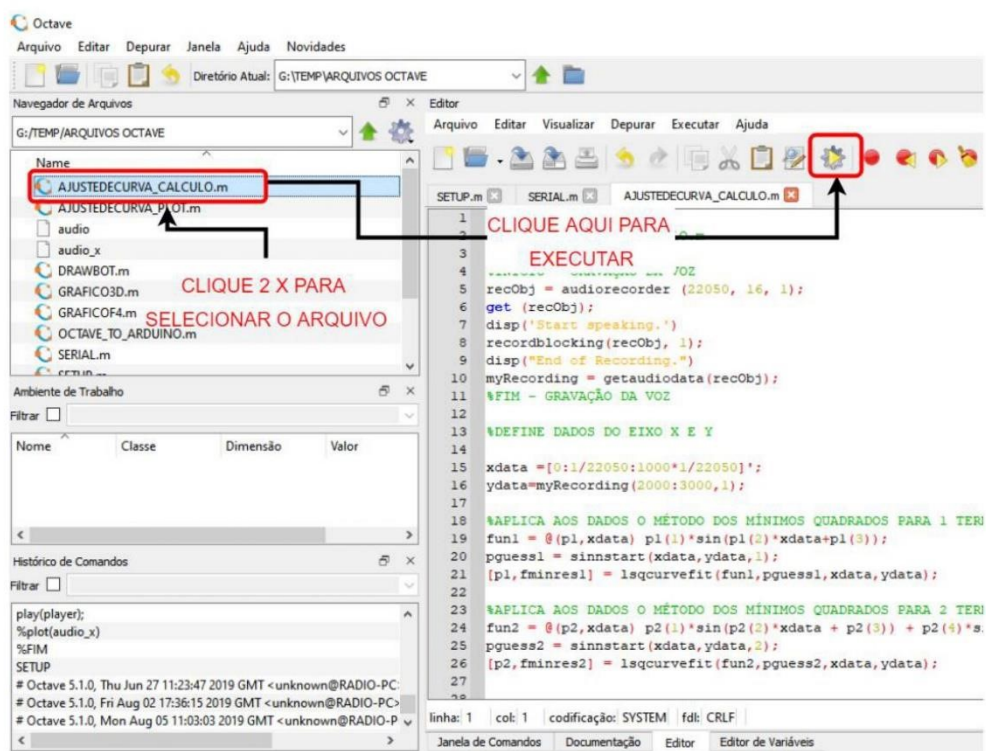


Figura 96: Execução do AJUSTEDECURVA_CALCULO.m.

7. Clicar no arquivo “AJUSTEDECURVA_PLOT.m” e apertar a tecla “F5” e (Figura 97). Aqui é construído os gráficos relativos ao som da vogal “i”.

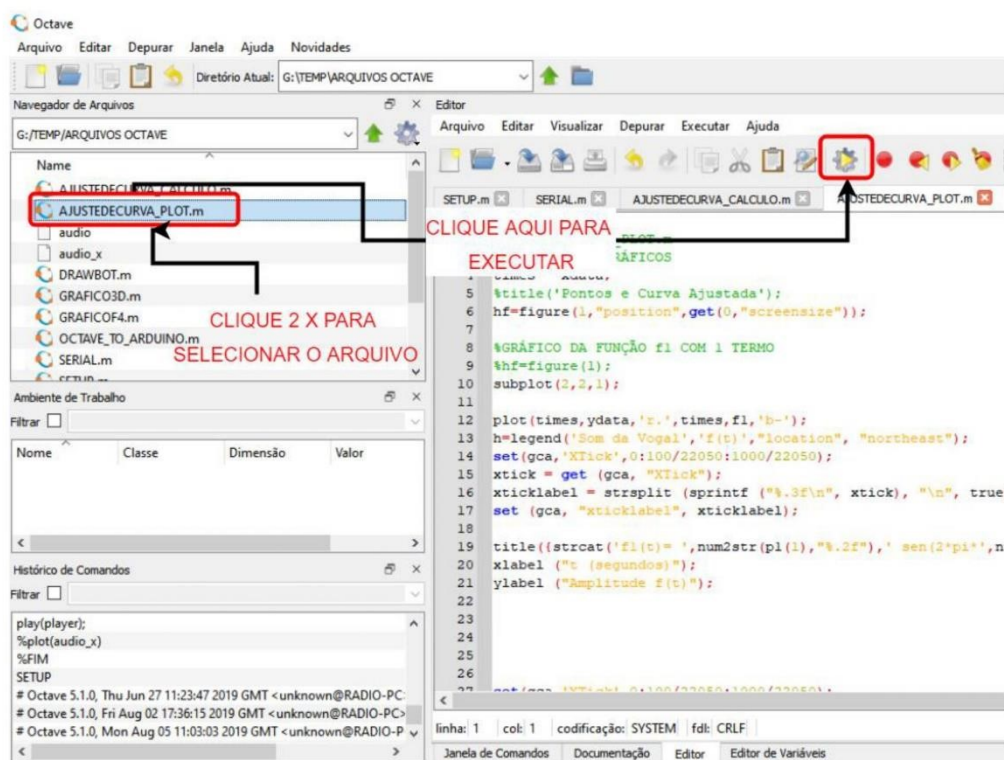


Figura 97: Execução do arquivo AJUSTEDECURVA_PLOT.m.

8. Clicar no arquivo "DRAWBOT.m" e apertar a tecla "F5" e esperar o DrawBot fazer o gráfico (Figura 98). Nesse momento é dado o comando para o DrawBot desenhando o gráfico obtido pelo o algoritmo presente no arquivo "AJUSTEDECURVA_CALCULO.m" que foi executado anteriormente.

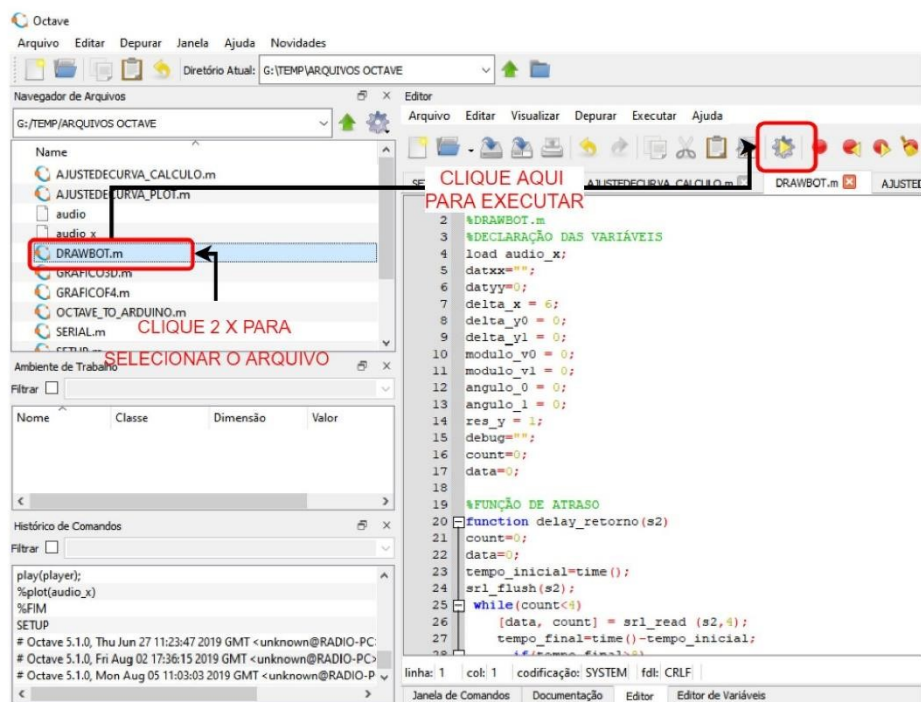


Figura 98: Execução do arquivo DRAWBOT.m.

9. Clicar no arquivo “GRAFICO3D.m” e o gráfico será gerado. Esta etapa permite visualizar em um gráfico em 3 dimensões a soma obtida pelo ajuste de curvas (Figura 99 e 100).

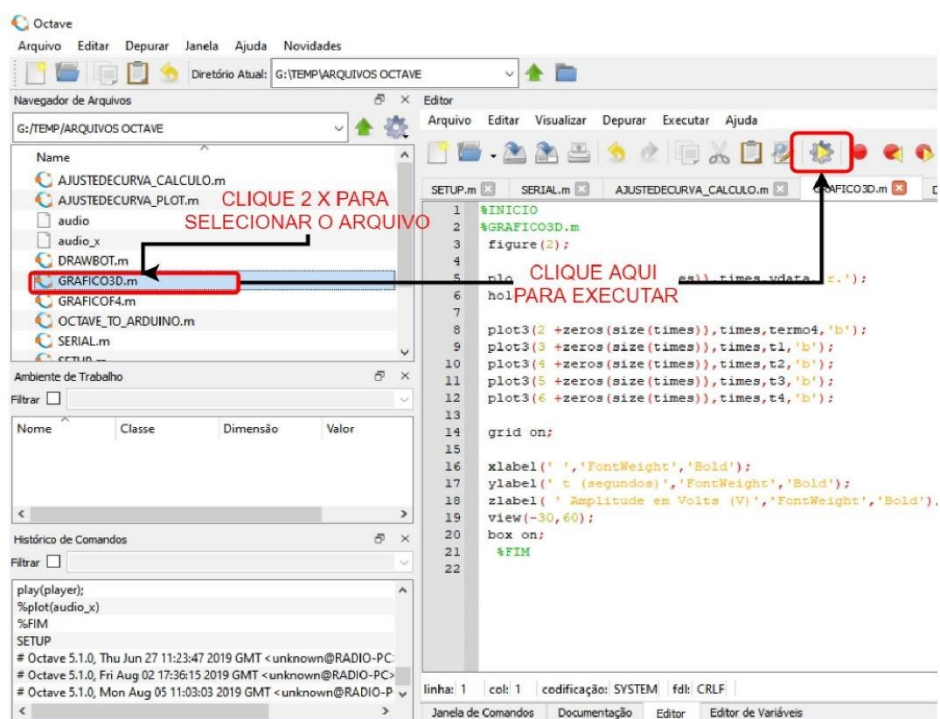


Figura 99: Execução do arquivo GRAFICO3D.m.

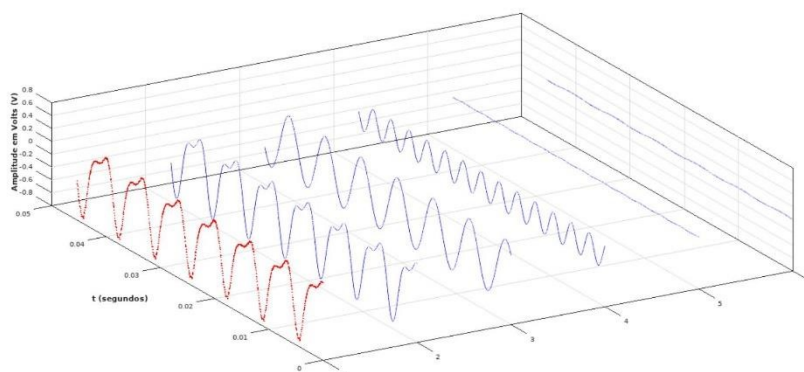


Figura 100: Geração do gráfico 3D.

10. Clicar no arquivo "GRAFICOF4.m" e o gráfico será gerado (Figura 101).

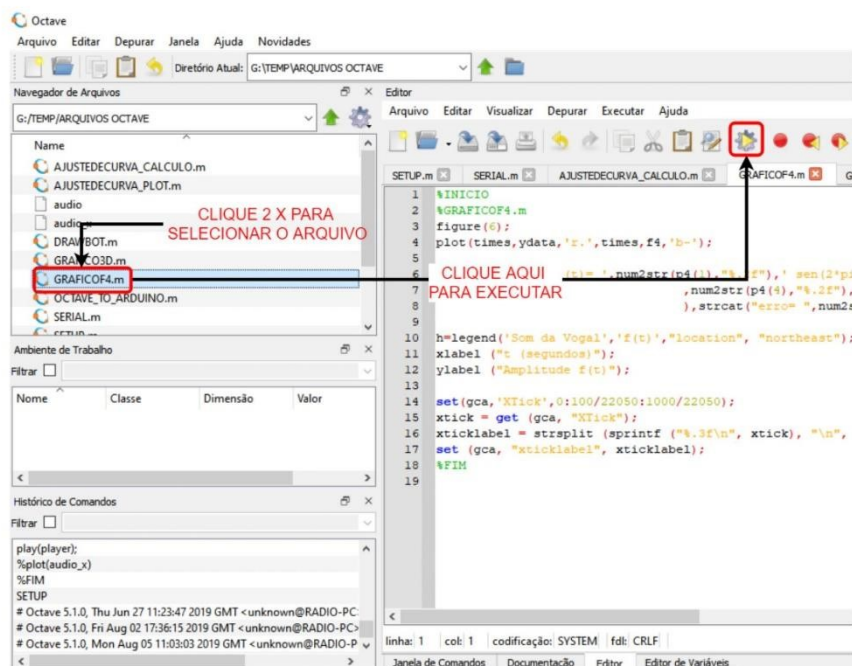


Figura 101: Execução do arquivo GRAFICOF4.m.



5. Instalação do aplicativo de controle do DrawBot no celular

5.1. Visão geral do aplicativo.

O aplicativo (Figura 102) tem a função de controlar o DrawBot foi desenvolvido para realização de atividades que leva ao uso de funções trigonométricas. Sua tela é composta de comandos simples e possui os botões de movimento para frente, para trás e giro à esquerda e direita. Além disso possui também uma caixa de entrada numérica para valores em milímetros para os movimentos lineares e em graus para o giro do Drawbot. No final deste material serão disponibilizadas as atividades desenvolvidas em sala de aula com o uso do aplicativo e o DrawBot.

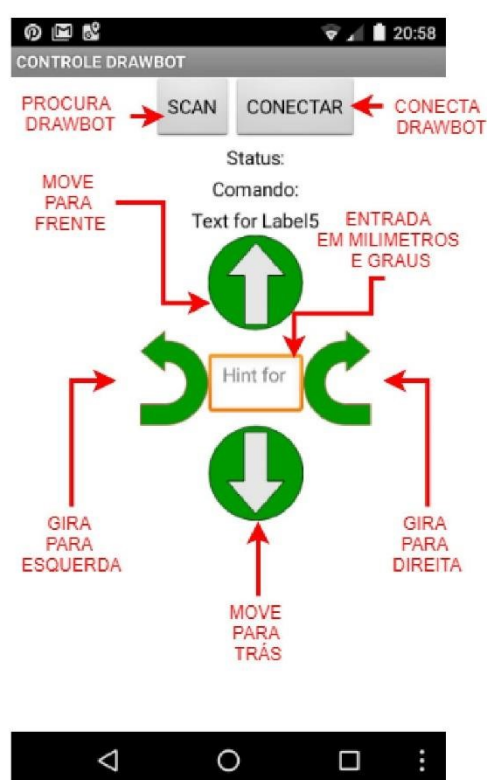


Figura 102: Visão geral do aplicativo.



5.2. Instalação e uso do aplicativo de controle do DrawBot no celular.



[Instalação e uso do aplicativo](https://youtu.be/S5bwerBPbTk) - <https://youtu.be/S5bwerBPbTk>

As etapas para a instalação devem ser realizadas na seguinte ordem.

1. Baixar o arquivo em:
<https://drive.google.com/open?id=1bqdiUkQSiZt4g-SGmeplYs4y7yW-INf>
2. Instalar o aplicativo no celular.
3. Ligar o DrawBot e apertar o botão scan (Figura 103) que tem a função de encontrar o DrawBot.

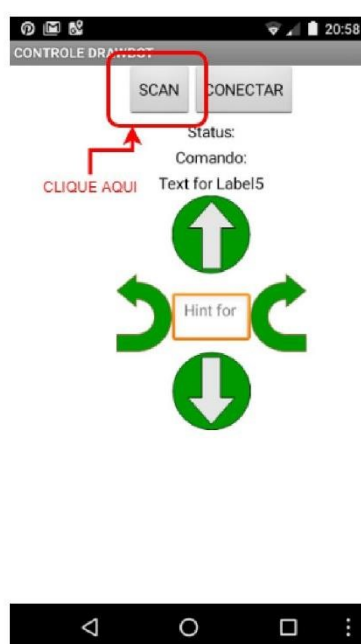


Figura 103: Botão SCAN.



4. Após apertar o botão SCAN (Figura 104) e será dada uma lista com diversos dispositivos e selecione o nome "DRAWBOT".

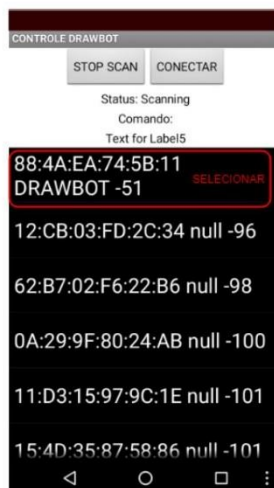


Figura 104: Lista de dispositivos

5. Apertar o botão conectar (Figura 105).



Figura 105: Apertar conectar.

6. Mover para frente o DrawBot em 50 milímetros (Figura 106).

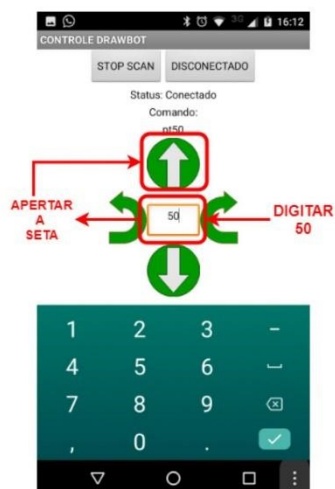


Figura 106: Procedimento para mover para frente o DrawBot.

7. Girar para esquerda o DrawBot em 90 graus (Figura 107).



Figura 107: Procedimento para girar o DrawBot.



6. Descrição das atividades

A atividade estão definidas em dois momentos: a) modelagem de um som produzido pela fala de uma vogal, com o intuito de demonstrar como um fenômeno biológico pode ser matematizado em termos da soma da função seno e de caráter motivacional; b) interação como DrawBot por meio de aplicativo e tem com finalidade trabalhar conceitos de trigonometria.

6.1. Proposta de Atividade

1. MOMENTO 1 - ATIVIDADE INTERATIVA COM A VOZ E ROBÓTICA: Parte 1.

A primeira etapa é ligar todo o equipamento e fazer os testes. Em seguida é escolhido um aluno do sexo masculino para gravar a voz no Octave. Para isso o estudante deve fazer o som de uma vogal de forma constante e nesse momento o professor aperta o botão executar o programa no Octave (Figura 108). Neste momento o gráfico é desenhado pelo DrawBot (Figura 109) de forma a despertar a curiosidade dos alunos. Em seguida serão gerados quatro gráficos e a soma de senos (Figura 110) que representa aproximadamente o som da vogal feito pelo aluno e O mesmo processo é repetido com a voz feminina e comparado os dados obtidos entre as duas vozes.



[Vídeo Atividade interativa – parte 1](https://youtu.be/2NKadqs_o5c) https://youtu.be/2NKadqs_o5c

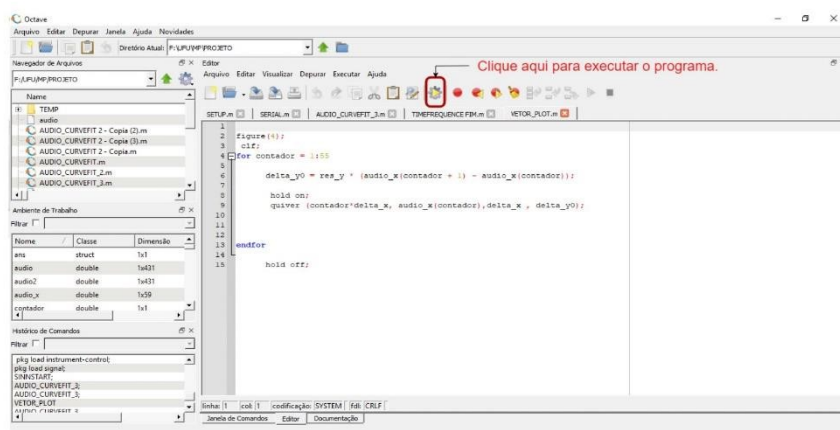


Figura 108: Botão para execução do programa.

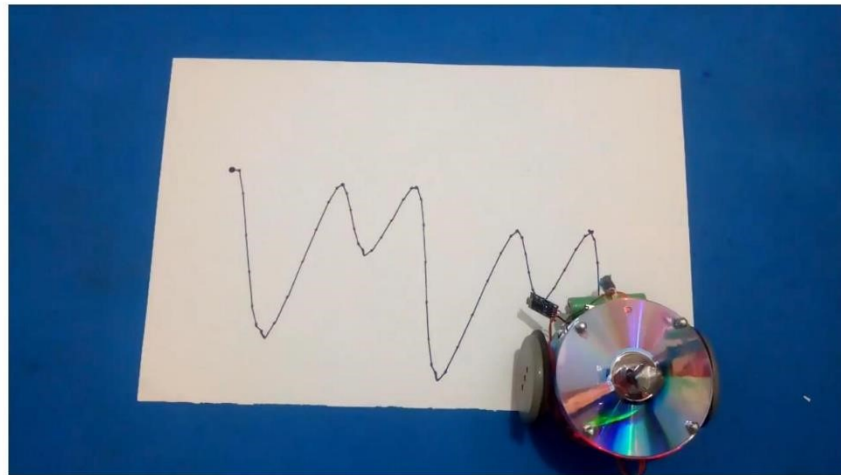


Figura 109: Desenho do gráfico feito pelo DrawBot.

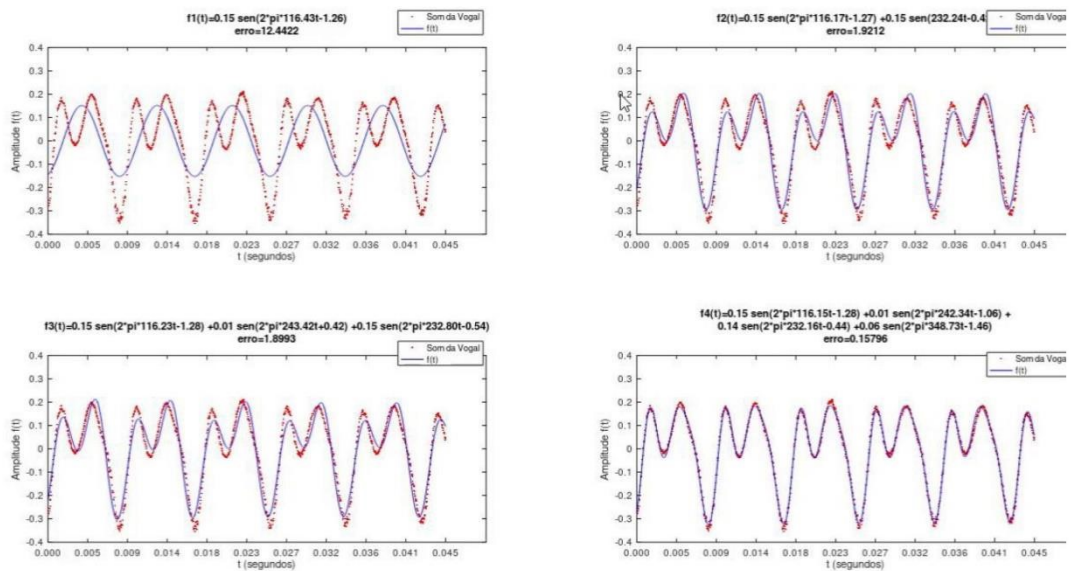


Figura 110: Gráficos e suas funções.

**Sugestões de questões a serem abordadas na atividade:**

Questões:

Esse gráfico se parece com alguma função que você já estudou? Qual função?

Qual o ponto de máximo e mínimo da curva azul e vermelha? Qual a relação com a intensidade do som?

Quais as diferenças encontradas nas funções e nos gráficos da voz masculina e feminina em relação à amplitude? E ao período?

Qual a diferença entre o primeiro e último gráfico em relação ao número de termos da função $f(t)$? A função $f(t)$ se aproximou dos pontos vermelhos representados pela voz?

Compare as funções obtidas entre a voz masculina e feminina. Os valores dos coeficientes da voz masculina são maiores que o da voz feminina?

MOMENTO 1 - ATIVIDADE INTERATIVA COM A VOZ E ROBÓTICA: Parte 2

Nesta atividade é efetuado é executado o arquivo “GRAFICO3D.m” (Figura 111). Em seguida será gerado um gráfico em 3 dimensões (Figura 112). Tem como objetivo demonstrar por meio de um gráfico 3d que o som de uma vogal pode ser expresso em uma soma de senos.



Vídeo Atividade interativa parte 2

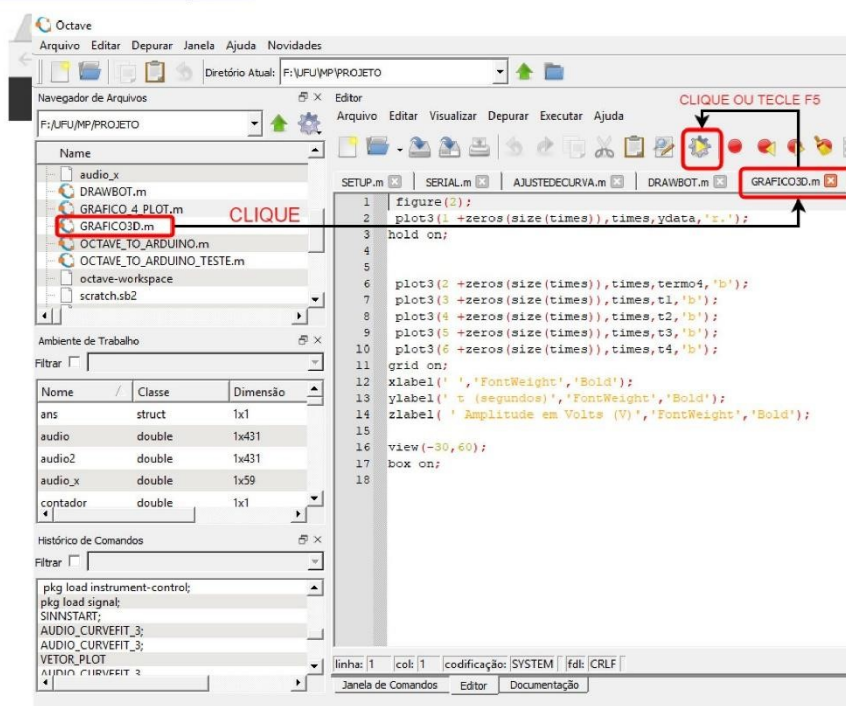


Figura 111: Procedimento de geração do gráfico 3D.

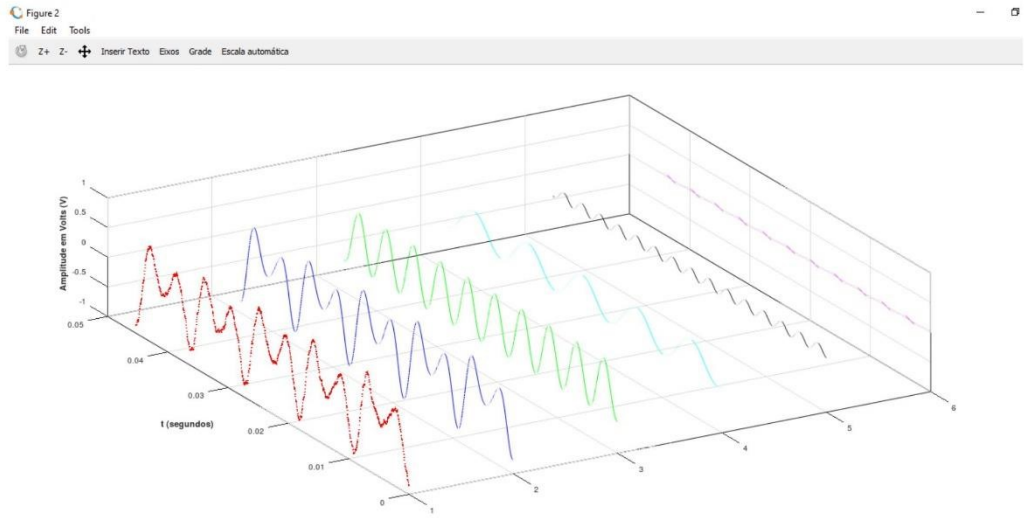
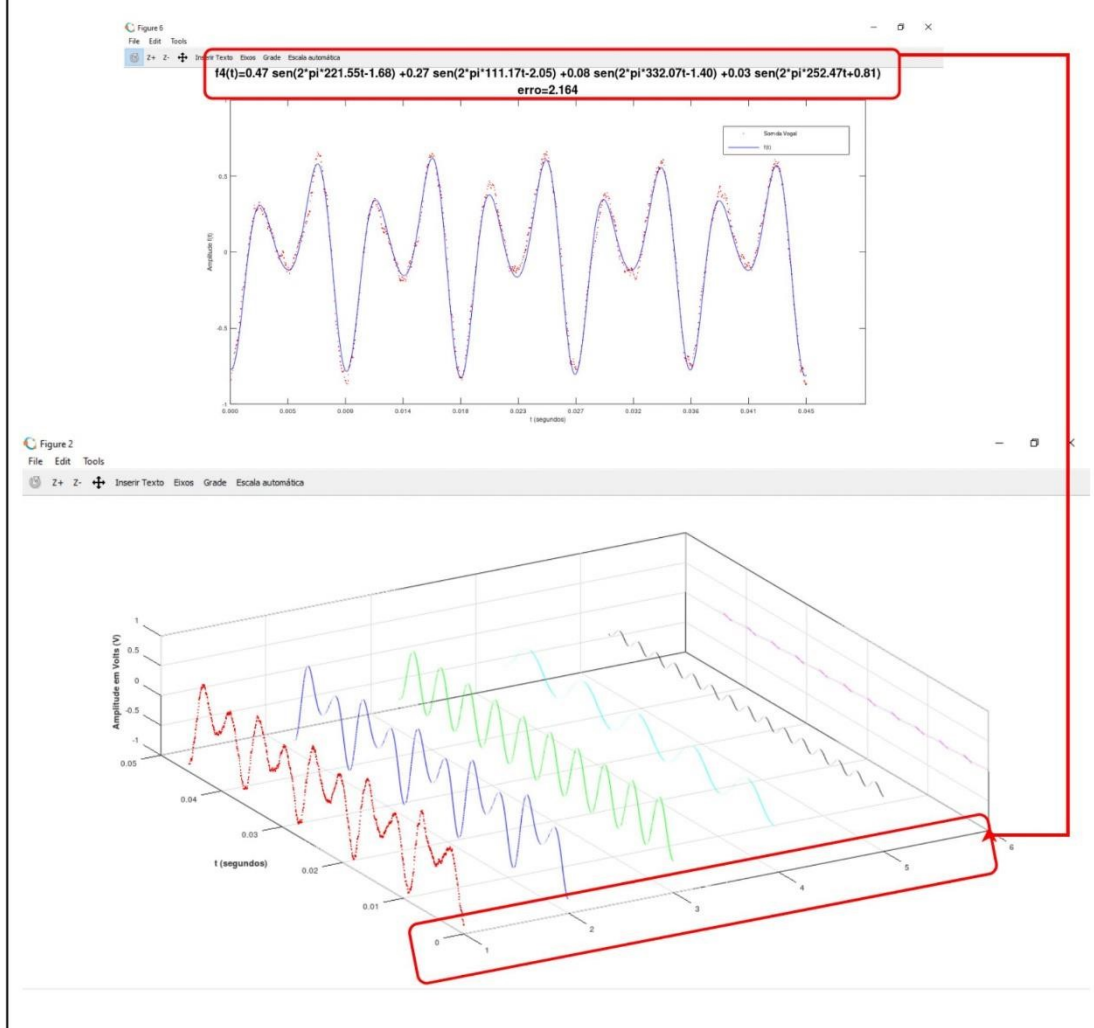


Figura 112: Geração do gráfico 3D.

Sugestões de questões a serem abordadas na atividade.

Questões:

Relacione os dados e função $f_4(t)$ com o gráfico em 3D. Escreva a função e os termos da mesma em frente aos números do gráfico em 3D?





2. MOMENTO 2 – INTERAÇÃO COM DRAWBOT.

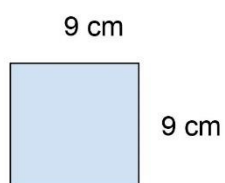
Os alunos em grupos interagem com o DrawBot por meio do celular para conhecer os comandos de controle do mesmo como indicado no item 5 do sumário. Em seguida desenharam a forma geométrica pedida.



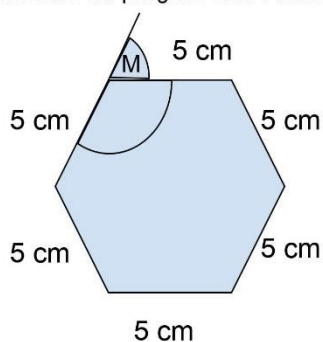
[Video interação com o Drawbot](https://youtu.be/X34Pt_7_6Lo) - https://youtu.be/X34Pt_7_6Lo

questões:

1. desenhe um quadrado de lado igual a 9 cm e descreva passo a passo os comandos utilizados.



2. desenhe um polígono com 6 lados medindo 5 cm e descreva passo a passo os comandos utilizados.



Ângulo interno L:

$$L = \frac{(n - 2)180}{n}$$

Ângulo externo M:

$$M = \frac{360}{n}$$

n é número de lados



3. MOMENTO 3 – DRAWBOT E FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS.

A atividade tem como objetivo aplicar as funções trigonométricas seno e cosseno com o uso do DrawBot a partir dos comandos apresentados no item 5 do sumário. O vídeo abaixo exemplifica a atividade:



[Vídeo Drawbot e funções trigonométricas](https://youtu.be/-TpaqEd0e5M) - <https://youtu.be/-TpaqEd0e5M>

TEMA 2 – Drawbot e função trigonométrica: atividade 4, duração 50 min.	
Título: formas geométricas e trigonometria.	
Objetivo: aplicar as funções trigonométricas seno e cosseno com robótica.	
Recursos: drawbot, smartphone com Android e cartolina.	
<p>Questões:</p> <p>1. Desenhe o triângulo retângulo abaixo e descreva passo a passo os comandos utilizados.</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> </div> <div> $\text{Seno}(\alpha) = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida da hipotenusa}}$ $\text{Cosseno}(\alpha) = \frac{\text{medida do cateto adjacente}}{\text{medida da hipotenusa}}$ <p>α é o ângulo procurado</p> </div> </div> <p>2. Desenhe o trapézio retângulo abaixo e descreva passo a passo os comandos utilizados.</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> </div> <div> $\text{Seno}(\alpha) = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida da hipotenusa}}$ $\text{Cosseno}(\alpha) = \frac{\text{medida do cateto adjacente}}{\text{medida da hipotenusa}}$ <p>α é o ângulo procurado</p> </div> </div>	



4. MOMENTO 4 – UNIÃO DO ANALÓGICO E DIGITAL.

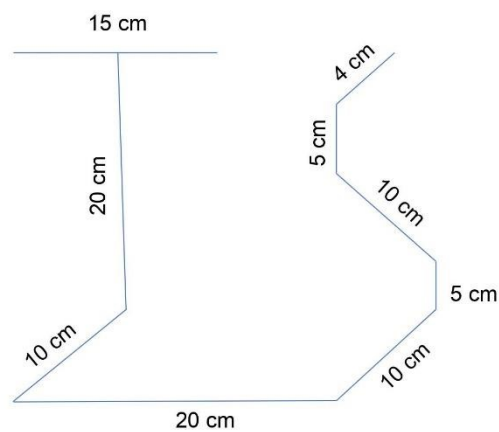
A atividade tem como objetivo a integração entre ferramentas analógicas e digitais. O desenho abaixo deve ser feito em uma cartolina sem as dimensões.



[Vídeo União do analógico e digital](https://youtu.be/u6m82Q2_e4k) - https://youtu.be/u6m82Q2_e4k

Questões:

1. Reproduza o desenho abaixo com o uso do Drawbot, régua e transferidor.





ARQUIVO A - Código Octave SINNSTART.m

Para gerar o arquivo SINNSTART.m, copiar o código delimitado por "%INICIO" e "%FIM".

```
%INICIO
1;
function [x,y] = getxygrid(x,y)
% Determining the range of x values.
lengthx = length(x);
% Checking number of data points to be > 2
if lengthx < 2
    iTwoDataPointsRequiredError();
endif
% Sorting data points to be in order of increasing x.
diffx = diff(x);
if any(diffx < 0)
    [x,idx] = sort(x);
    y = y(idx);
    diffx = diff(x);
endif
% To avoid dividing by zero, we will get rid of repeated x entries.
tol = eps^0.7;
idx = [(diffx < tol); false];
idx2 = [false ; idx(1:end-1)];
x(idx) = (x(idx) + x(idx2)) / 2;
x(idx2) = [];
y(idx) = (y(idx) + y(idx2)) / 2;
y(idx2) = [];
lengthx = length(x);
% Data size too small, cannot find fit
if lengthx > 2
    % Checking to see whether the set of data points [x, y] are equally spaced
    % If idx has contains non-zero elements, then data points are scattered
    % Applying interpolation on the data points
    % if (sum(idx) > 0.0001)
    if all(abs(diffx-diffx(1)) < tol*max(diffx))
```



```

    % [newx, newy] = interpolate1(x, y);
    newx = linspace(min(x), max(x), numel(x));
    newy = interp1(x, y, newx);
    x = newx(:);
    y = newy(:);
endif
endif
endfunction % getxygrid
function start = sinnstart(x,y,n)
[x,y] = getxygrid(x,y);
% Data size too small, cannot find starting values
if length(x) < 2
    start = rand(3*n,1);
    return;
endif
% Loop for sum of sines functions
start = zeros(3*n,1);
oldpeaks = [];
lengthx = length(x);
freqs = zeros(n,1);
res = y; % residuals from fit so far
for j=1:n
    % Apply fast fourier transform to the current residuals
    fy = fft(res); % don't subtract mean, no constant term
    fy(oldpeaks) = 0; % omit frequencies already used
    % Get starting value for frequency using fft peak
    [~,maxloc] = max(fy(1:floor(lengthx/2)));
    oldpeaks(end+1) = maxloc; %#ok<AGROW>
    w = 2*pi*(max(0.5,maxloc-1))/(x(end)-x(1));
    freqs(j) = w;
    % Compute Fourier terms using all frequencies we have so far
    X = zeros(lengthx,2*j);
    for k=1:j
        X(:,2*k-1) = sin(freqs(k)*x);
        X(:,2*k) = cos(freqs(k)*x);
    endfor
endfor

```



```

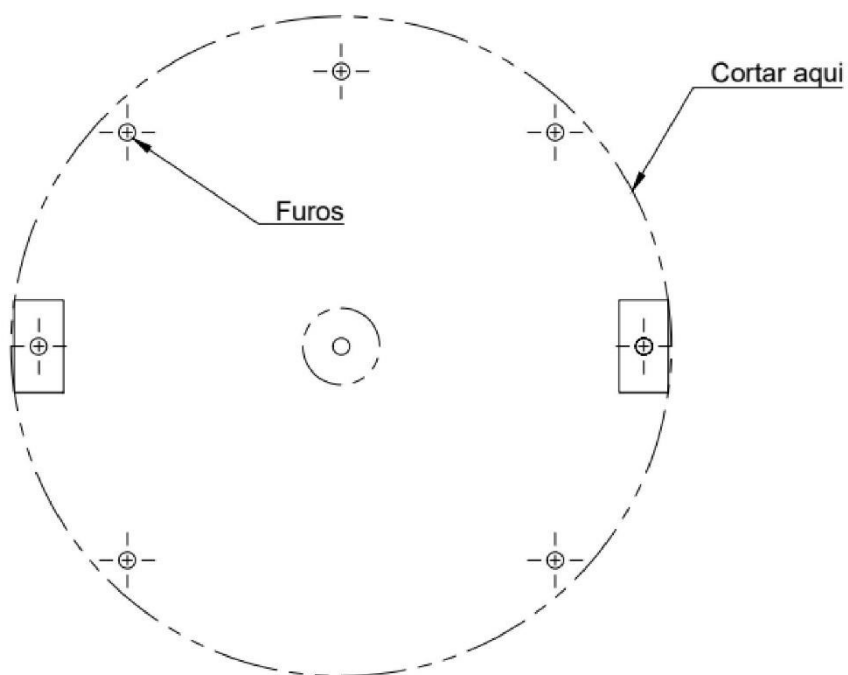
% Fit these terms to get the non-frequency starting values
ab = X \ y(:);
if j<n
    res = y - X*ab; % remove these components to get next frequency
endif
endfor
% All frequencies found, now compute starting values from all frequencies
% and the corresponding coefficients
for k=1:n
    start(3*k-2) = sqrt(ab(2*k-1)^2 + ab(2*k)^2);
    start(3*k-1) = freqs(k);
    start(3*k) = atan2(ab(2*k),ab(2*k-1));
endfor
endfunction % sinnstart
%FIM

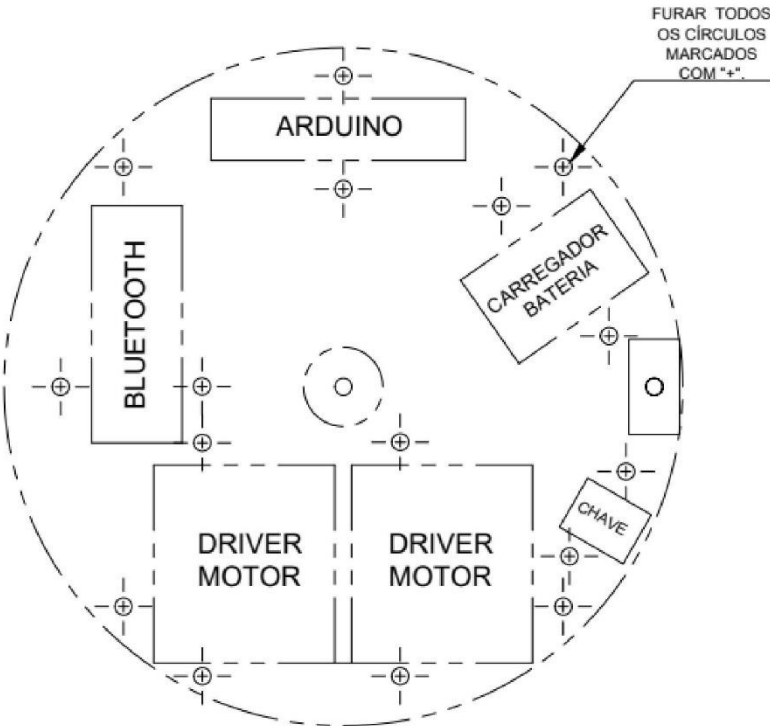
```



ARQUIVO B – Gabarito 1

GABARITO PARA PERFURAÇÃO DO CHASSI.







ARQUIVO D - Código para gravação da placa Arduino

```
#include <CheapStepper.h>
#include <Servo.h>
#include <Math.h>

// CONFIGURAÇÃO DO MOTOR DE PASSO
CheapStepper stepper (8, 9, 10, 11);
CheapStepper stepper1 (4, 5, 6, 7);

boolean p, moveClockwise = true;
int i;
int contador;
int ledPin = 13;
int f;
String texto,cmd,valor;
float v;

void setup() {

    stepper.setRpm(22);
    stepper1.setRpm(22);
    stepper.setTotalSteps(4076);
    Serial.begin(9600);
    Serial.println("Pronto");
    Serial.setTimeout(100);
    contador = 1;
    p = 1;
    digitalWrite(13, 0);
}

void loop() {

    f=0;
    while ( Serial.available() > 0 ) {
        // LÊ PORTA SERIAL
        f=1;
        digitalWrite(13, 1);
        texto = Serial.readString();

        digitalWrite(13, 0);
    }
}
```




```

if(f==1){
    cmd=texto.substring(0,2);
    valor=texto.substring(2);
    v=valor.toFloat();

    if(cmd.equalsIgnoreCase("gd")){

        digitalWrite(13, 1);
        gira_graus(1,v);
        digitalWrite(13, 0);
    }
    else if(cmd.equalsIgnoreCase("ge")){

        digitalWrite(13, 1);
        gira_graus (0,v);
        digitalWrite(13, 0);
    }
    else if(cmd.equalsIgnoreCase("pf")){

        digitalWrite(13, 1);
        Move_milímetros(1, v);
        digitalWrite(13, 0);
    }

    else if(cmd.equalsIgnoreCase("pt")){

        digitalWrite(13, 1);
        move_milímetros(0, v);
        digitalWrite(13, 0);
    }
    else{

        Serial.println("erro");

    }
    texto="";
    cmd="";
    valor="";
}

}

void gira_graus(bool clockwise, float deg) {
    float temp;
    temp=round(deg);

```



```

int nSteps = round(deg * 16.9); // 16,9 = (14,35*424)/360
                                // 16,9 passos para cada grau
    for (int n = 0; n < nSteps; n++) {
        stepper.step(!clockwise);
        stepper1.step(clockwise);
    }
    Serial.println(temp);
    temp=0;

    digitalWrite(4, 0);
    digitalWrite(5, 0);
    digitalWrite(6, 0);
    digitalWrite(7, 0);
    digitalWrite(8, 0);
    digitalWrite(9, 0);
    digitalWrite(10, 0);
    digitalWrite(11, 0);
}

void move_milímetros(bool clockwise, float mil) {

    int nSteps = round(mil*14.35); // 14,35=4076/284
                                // 14,35 passos para milímetro
    for (int n = 0; n < nSteps; n++) {
        stepper.step(clockwise);
        stepper1.step(clockwise);
    }
    digitalWrite(4, 0);
    digitalWrite(5, 0);
    digitalWrite(6, 0);
    digitalWrite(7, 0);
    digitalWrite(8, 0);
    digitalWrite(9, 0);
    digitalWrite(10, 0);
    digitalWrite(11, 0);
    Serial.println(mil);
}

```



ARQUIVO E - Código Octave SETUP.m

Este inicia as bibliotecas necessárias para o funcionamento do programa.

Para gerar o arquivo SETUP.m, copiar o código delimitado por “%INICIO” e “%FIM”.

```
%INICIO
%SETUP.m
%BIBLIOTECAS E ARQUIVOS DE INICIALIZAÇÃO
graphics_toolkit('qt'); % Biblioteca gráfica
pkg load optim;        % Biblioteca que possui a função do método dos mínimos quadrados
pkg load instrument-control; % Biblioteca para comunicação serial
pkg load signal;       % Biblioteca para captura do som
SINNSTART;
AJUSTEDECURVA_CALCULO;
AJUSTEDECURVA_PLOT;
%FIM
```

ARQUIVO F - Código Octave SERIAL.m

Este algoritmo conecta o Octave ao Arduino via porta serial.

Para gerar o arquivo SERIAL.m, copiar o código delimitado por “%INICIO” e “%FIM”.

```
%INICIO
%SERIAL.m
1;
%VERIFICA SE PORTA SERIAL ESTÁ DISPONÍVEL
if (exist("serial") != 3)
    disp("Porta serial sem suporte");
endif

%CONECTA A PORTA SERIAL
s1 = serial("\\\\.\\COM3") % Abre a porta serial
pause(1);
set(s1, 'baudrate', 9600); % See List Below
set(s1, 'bytesize', 8); % 5, 6, 7 or 8
set(s1, 'parity', 'n'); % 'n' or 'y'
set(s1, 'stopbits', 1); % 1 or 2
set(s1, 'timeout', 5); %12.3 Seconds as an example here
set(s1, 'requesttosend', 'off'); % Sets the RTS line
set(s1, 'dataterminalready', 'off'); % Sets the DTR line
srl_flush(s1);

%CONECTA AO MÓDULO BLUETOOTH
pause(2);
srl_write(s1, "AT+NAME\r\n");
```



```
data = srl_read(s1, 100);
char(data)
srl_write(s1, "AT+INQ\r\n");
data = srl_read(s1, 50);

char(data)
pause(3);
srl_write(s1, "AT+CONN1\r\n");
data = srl_read(s1, 100);
char(data)
srl_write(s1, "gd90");
%FIM
```

ARQUIVO G – Código Octave AJUSTEDECURVA_CALCULO.m

Este algoritmo faz o ajuste de curvas.

Para gerar o arquivo AJUSTEDECURVA_CALCULO.m, copiar o código delimitado por “%INICIO” e “%FIM”.

```
%INICIO
%AJUSTEDECURVA_CALCULO.m
1;
%INICIO - GRAVAÇÃO DA VOZ
recObj = audiorecorder (22050, 16, 1);
get (recObj);
disp('Start speaking.')
recordblocking(recObj, 1);
disp("End of Recording.")
myRecording = getaudiodata(recObj);
%FIM - GRAVAÇÃO DA VOZ

%DEFINE DADOS DO EIXO X E Y

xdata =[0:1/22050:1000*1/22050]';
ydata=myRecording(2000:3000,1);

%APLICA AOS DADOS O MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS PARA 1 TERMO DE
SENO
fun1 = @(p1,xdata) p1(1)*sin(p1(2)*xdata+p1(3));
pguess1 = sinnstart(xdata,ydata,1);
[p1,fminres1] = lsqcurvefit(fun1,pguess1,xdata,ydata);

%APLICA AOS DADOS O MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS PARA 2 TERMOS SENOS
fun2 = @(p2,xdata) p2(1)*sin(p2(2)*xdata + p2(3)) + p2(4)*sin(p2(5)*xdata + p2(6));
```



```

pguess2 = sinnstart(xdata,ydata,2);
[p2,fminres2] = lsqcurvefit(fun2,pguess2,xdata,ydata);

%APLICA AOS DADOS O MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS PARA 3 TERMOS SENO
fun3 = @(p3,xdata) p3(1)*sin(p3(2)*xdata + p3(3)) + p3(4)*sin(p3(5)*xdata + p3(6)) +
p3(7)*sin(p3(8)*xdata + p3(9));
pguess3 = sinnstart(xdata,ydata,3);
[p3,fminres3] = lsqcurvefit(fun3,pguess3,xdata,ydata);

%APLICA AOS DADOS O MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS PARA 4 TERMOS SENO
fun4 = @(p4,xdata) p4(1)*sin(p4(2)*xdata + p4(3)) + p4(4)*sin(p4(5)*xdata + p4(6)) +
p4(7)*sin(p4(8)*xdata + p4(9)) + p4(10)*sin(p4(11)*xdata + p4(12));
pguess4 = sinnstart(xdata,ydata,4);
[p4,fminres4] = lsqcurvefit(fun4,pguess4,xdata,ydata);

%FUNÇÕES GERADAS A PARTIR DOS COEFICIENTES ENCONTRADOS PELO METODO
DOS %MINIMOS QUADRADOS
f1= p1(1)*sin((p1(2))*xdata + p1(3));
f2= p2(1)*sin(p2(2)*xdata + p2(3))+p2(4)*sin(p2(5)*xdata + p2(6));
f3= p3(1)*sin(p3(2)*xdata + p3(3)) + p3(4)*sin(p3(5)*xdata + p3(6)) + p3(7)*sin(p3(8)*xdata +
p3(9));
f4= p4(1)*sin(p4(2)*xdata + p4(3)) + p4(4)*sin(p4(5)*xdata + p4(6)) + p4(7)*sin(p4(8)*xdata +
p4(9)) + p4(10)*sin(p4(11)*xdata + p4(12));

t1=p4(1)*sin(p4(2)*xdata + p4(3));
t2=p4(4)*sin(p4(5)*xdata + p4(6));
t3=p4(7)*sin(p4(8)*xdata + p4(9));
t4=p4(10)*sin(p4(11)*xdata + p4(12));

%GERAÇÃO DOS DADOS PARA SEREM ENVIADOS AO DRAWBOT
values=0:1/22050:430/22050;
audio = fun4(p4,values);

%AJUSTE DE GANHO
audio2=audio*(80/max(audio));

save audio audio;
save values values;
load 'audio';
load 'values';
[p,q]=rat(3000/22050,0.0001);

%AJUSTE DE ESCALA
audio_x = resample(audio2,p,q); %biblioteca pkg load signalsave
%audio_x(1,1)=audio_x(1,3);

```



```
%audio_x(1,2)=audio_x(1,3);
%audio_x(1,3)=audio_x(1,3);

%SALVA DADOS

save audio_x audio_x;
load 'audio_x';

player = audioplayer (audio, 22050, 16);
play(player);

%plot(audio_x)
%FIM
```

ARQUIVO H – Código Octave AJUSTEDECURVA_PLOT.m

Este algoritmo gera os gráficos pelo método de ajuste de curvas.

Para gerar o arquivo AJUSTEDECURVA_PLOT.m, copiar o código delimitado por “%INICIO” e “%FIM”.

```
%INICIO
%AJUSTEDECURVA_PLOT.m
%GERAÇÃO DOS GRÁFICOS
times = xdata;
%title('Pontos e Curva Ajustada');
hf=figure(1,"position",get(0,"screensize"));

%GRÁFICO DA FUNÇÃO f1 COM 1 TERMO
%hf=figure(1);
subplot(2,2,1);

plot(times,ydata,'r.',times,f1,'b-');
h=legend('Som da Vogal','f(t)', "location", "northeast");
set(gca,'XTick',0:100/22050:1000/22050);
xtick = get (gca, "XTick");
xticklabel = strsplit (sprintf ("%0.3f\n", xtick), "\n", true);
set (gca, "xticklabel", xticklabel);

title([strcat('f1(t)= ',num2str(p1(1),'%.2f'),'
sen(2*pi*',num2str(p1(2)/(2*pi),'%.2f'),'t',num2str(p1(3),'%.2f'),''),strcat("erro=
",num2str(fminres1))]);
xlabel ("t (segundos)");
ylabel ("Amplitude f(t)");
```



```
set(gca,'XTick',0:100/22050:1000/22050);
xtick = get (gca, "XTick");
xticklabel = strsplit (sprintf ("%0.3f\n", xtick), "\n", true);
set (gca, "xticklabel", xticklabel);
```

%GRÁFICO DA FUNÇÃO f2 COM 2 TERMOS

```
subplot(2,2,2);
plot(times,ydata,'r.',times,f2,'b-');
h=legend('Som da Vogal','f(t)','location', 'northeast');
title({strcat('f2(t)= ',num2str(p2(1),'%.2f'),'
sen(2*pi*t,num2str(p2(2)/(2*pi),'%.2f'),'t',num2str(p2(3),'%.2f'),' +',num2str(p2(4),'%.2f'),'
sen('t,num2str(p2(5)/(2*pi),'%.2f'),'t',num2str(p2(6),'%.2f'),'')',strcat("erro=
",num2str(fminres2)))));
```

```
xlabel ("t (segundos)");
ylabel ("Amplitude f(t)");
```

```
set(gca,'XTick',0:100/22050:1000/22050);
xtick = get (gca, "XTick");
xticklabel = strsplit (sprintf ("%0.3f\n", xtick), "\n", true);
set (gca, "xticklabel", xticklabel);
```

%GRÁFICO DA FUNÇÃO f3 COM 3 TERMOS

```
subplot(2,2,3);
plot(times,ydata,'r.',times,f3,'b-');
title({strcat('f3(t)= ',num2str(p3(1),'%.2f'),'
sen(2*pi*t,num2str(p3(2)/(2*pi),'%.2f'),'t',num2str(p3(3),'%.2f'),' +',...
,num2str(p3(4),'%.2f'),'
sen(2*pi*t,num2str(p3(5)/(2*pi),'%.2f'),'t',num2str(p3(6),'%.2f'),' +',...
,num2str(p3(7),'%.2f'),'
sen(2*pi*t,num2str(p3(8)/(2*pi),'%.2f'),'t',num2str(p3(9),'%.2f'),' +',...
),strcat("erro= ",num2str(fminres3)))));
```

```
h=legend('Som da Vogal','f(t)','location', 'northeast');
xlabel ("t (segundos)");
ylabel ("Amplitude f(t)");
```

```
set(gca,'XTick',0:100/22050:1000/22050);
xtick = get (gca, "XTick");
xticklabel = strsplit (sprintf ("%0.3f\n", xtick), "\n", true);
set (gca, "xticklabel", xticklabel);
```




%GRÁFICO DA FUNÇÃO f_4 COM 4 TERMO

```
subplot(2,2,4);
plot(times,ydata,'r.',times,f4,'b-');

title([strcat('f4(t)= ',num2str(p4(1),'%.2f'),'
sen(2*pi*t,num2str(p4(2)/(2*pi),'%.2f'),'t',num2str(p4(3),'%.2f'),' + '...
,num2str(p4(4),'%.2f'),'
sen(2*pi*t,num2str(p4(5)/(2*pi),'%.2f'),'t',num2str(p4(6),'%.2f'),'
+'),strcat(num2str(p4(7),'%.2f'),'
sen(2*pi*t,num2str(p4(8)/(2*pi),'%.2f'),'t',num2str(p4(9),'%.2f'),' + 'num2str(p4(10),'%.2f'),'
sen(2*pi*t,num2str(p4(11)/(2*pi),'%.2f'),'t',num2str(p4(12),'%.2f'),' + '...
),strcat("erro= ",num2str(fminres4))]);

h=legend('Som da Vogal','f(t)','location','northeast');
xlabel('t (segundos)');
ylabel('Amplitude f(t)');

set(gca,'XTick',0:100/22050:1000/22050);
xtick = get (gca, "XTick");
xticklabel = strsplit (sprintf ("%0.3f\n", xtick), "\n", true);
set (gca, "xticklabel", xticklabel);
%FIM
```

ARQUIVO I - Código Octave DRAWBOT.m

Para gerar o arquivo DRAWBOT.m, copiar o código delimitado por “%INICIO” e “%FIM”.

```
%INICIO
%DRAWBOT.m
%DECLARAÇÃO DAS VARIÁVEIS
load audio_x;
datxx="";
datyy=0;
delta_x = 6;
delta_y0 = 0;
delta_y1 = 0;
modulo_v0 = 0;
modulo_v1 = 0;
angulo_0 = 0;
angulo_1 = 0;
res_y = 1;
debug="";
count=0;
data=0;
%FUNÇÃO DE ATRASO
```




```

function delay_retorno(s2)
    count=0;
    data=0;
    tempo_inicial=time();
    srl_flush(s2);
    while(count<4)
        [data, count] = srl_read (s2,4);
        tempo_final=time()-tempo_inicial;
        if(tempo_final>8)
            break;
        endif
    endwhile

    disp(char(data))
    count=0;
    data=0;
endfunction

%AQUI DEFINE O DESENHO DE 55 PONTOS
for contador = 1:55
    delta_y0 = res_y * (audio_x(contador + 1) - audio_x(contador));
    delta_y1 = res_y * (audio_x(contador + 2) - audio_x(contador + 1));
    modulo_v0 = sqrt(delta_x * delta_x + delta_y0 * delta_y0);
    modulo_v1 = sqrt(delta_x * delta_x + delta_y1 * delta_y1);
    angulo_0 = asin(delta_y0 / modulo_v0)*57.29577;
    angulo_1 = asin(delta_y1 / modulo_v1)*57.29577;

    teta= angulo_0 - angulo_1;

    if (teta > 0)

        strcat( "ge",num2str(teta,"%05.2f"))
        srl_write(s1, strcat( "gd",num2str(teta,"%05.2f")));
        delay_retorno(s1);
        srl_write(s1, strcat( "pt",num2str(modulo_v1,"%05.2f")));
        delay_retorno(s1);

    endif

    if (teta < 0)

```



```
        strcat( "gd",num2str(-teta,"%05.2f"))
        srl_write(s1, strcat( "ge",num2str(-teta,"%05.2f")));
        delay_retorno(s1);
        srl_write(s1, strcat( "pt",num2str(modulo_v1,"%05.2f")));
        delay_retorno(s1);

    endif

    if (teta == 0)

        strcat( "pt",num2str(modulo_v1,"%05.2f"))
        srl_write(s1, strcat( "pt",num2str(modulo_v1,"%05.2f")));
        delay_retorno(s1);

    endif

    %pause(1);

endfor
%FIM
```



ARQUIVO J - Código Octave GRAFICO3D.m

Para gerar o arquivo GRAFICO3D.m, copiar o código delimitado por "%INICIO" e "%FIM".

```
%INICIO
%GRAFICO3D.m
figure(2);

plot3(1 +zeros(size(times)),times,ydata,'r. ');
hold on;
plot3(2 +zeros(size(times)),times,f4,'b');
plot3(3 +zeros(size(times)),times,t1,'g');
plot3(4 +zeros(size(times)),times,t2,'c');
plot3(5 +zeros(size(times)),times,t3,'k');
plot3(6 +zeros(size(times)),times,t4,'m');

grid on;

xlabel(' ','FontWeight','Bold');
ylabel(' t (segundos)','FontWeight','Bold');
zlabel(' Amplitude em Volts (V)','FontWeight','Bold');
view(-30,60);
box on;
%FIM
```

ARQUIVO K - Código Octave GRAFICOF4.m

Para gerar o arquivo GRAFICOF4.m, copiar o código delimitado por "%INICIO" e "%FIM".

```
%INICIO
%GRAFICOF4.m
figure(6);
plot(times,ydata,'r.',times,termo4,'b-');

title({strcat('f4(t)= ',num2str(p4(1),'%.2f'),'
sen(2*pi*',num2str(p4(2)/(2*pi),'%.2f'),'t',num2str(p4(3),'%.2f'),' + '...
,num2str(p4(4),'%.2f'),'
sen(2*pi*',num2str(p4(5)/(2*pi),'%.2f'),'t',num2str(p4(6),'%.2f'),' + 'num2str(p4(7),'%.2f'),'
sen(2*pi*',num2str(p4(8)/(2*pi),'%.2f'),'t',num2str(p4(9),'%.2f'),' + 'num2str(p4(10),'%.2f'),'
sen(2*pi*',num2str(p4(11)/(2*pi),'%.2f'),'t',num2str(p4(12),'%.2f'),' + '...
),strcat("erro= ",num2str(fminres4))), "fontsize", 20);

h=legend('Som da Vogal','f(t)','location', "northeast");
xlabel ("t (segundos)");
```



```
ylabel ("Amplitude f(t)");

set(gca,'XTick',0:100/22050:1000/22050);
xtick = get (gca, "XTick");
xticklabel = strsplit (sprintf ("%0.3f\n", xtick), "\n", true);
set (gca, "xticklabel", xticklabel);
%FIM
```

APÊNDICE C – PARTICIPAÇÃO EM EVENTOS

Participação no IX Encontro Mineiro Sobre Investigação na Escola: – Modelagem da voz e robótica aplicada no ensino de trigonometria

ISSN 2234-4765

Disponível em: em:

http://www.emie.facip.ufu.br/sites/emie.facip.ufu.br/files/Anexos/Bookpage/emie_IX_58.pdf

Figura 1 – Certificado de apresentação de trabalho no XXXIX Congresso Nacional de Matemática



Fonte: o autor.

ANEXO A – MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

Suponha que temos uma tabela:

x	x_1	x_2	\dots	x_k
y	y_1	y_1	\dots	y_k

onde x_1, x_2, \dots, x_K são os instantes de coleta dos dados e y_1, y_2, \dots, y_k , são os valores da amplitude. Escolhidas funções g_1, g_2, \dots, g_M , geralmente contínuas, o objetivo será encontrar coeficientes $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M$ de modo que a função

$$\varphi(x) = \alpha_1 g_1(x) + \alpha_1 g_1(x) + \dots + \alpha_M g_M(x), \quad (1.1)$$

satisfaça

$$\varphi(x_i) \approx y_i, \quad \forall i = 1, \dots, K. \quad (1.2)$$

As funções $g_1(x), \dots, g_M(x)$ podem ser escolhidas observando o gráfico dos pontos tabelados ou baseando-se em conceitos teóricos do experimento que forneceu a tabela.

O modelo matemático

$$\varphi(x) = \alpha_1 g_1(x) + \alpha_1 g_1(x) + \dots + \alpha_M g_M(x), \quad (1.4)$$

é chamado **linear** porque os coeficientes $\alpha_1, \dots, \alpha_M$ aparecem linearmente. As funções g_1, \dots, g_M , porém, não precisam ser funções lineares; estas podem ser polinômios, funções trigonométricas, exponenciais, logaritmos e outras.

Podemos pensar que

$$Y_i = f(x_i) \quad \forall i = 1, \dots, K, \quad (1.5)$$

para alguma função desconhecida f . Nesse caso, a função φ fornece uma aproximação para f com base nos pontos amostrados $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_K, y_K)$, significa que a soma dos quadrados dos desvios $\varphi(x_K) - y_K$ é mínima, ou seja,

$$J(\alpha_1, \dots, \alpha_M) = \sum_{i=1}^K (\varphi(x_i) - y_i)^2 \quad (1.6)$$

é mínimo.

Observe que J será zero se, e somente se,

$$\varphi(x_i) = y_i, \forall i = 1, \dots, K. \quad (1.7)$$

Nesse caso, φ ajusta exatamente os dados tabelados (RUGGIERO; LOPES, 1997, p. 269). Este parâmetro é fundamental para validação do modelo matemático.