

JOSÉ EDUARDO SILVEIRA LEAL

**UMA ABORDAGEM ALTERNATIVA PARA
AVALIAÇÃO DA CONVERGÊNCIA DO MÉTODO DE
MONTE CARLO ADAPTATIVO DO GUM S1**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

2016

JOSÉ EDUARDO SILVEIRA LEAL

**UMA ABORDAGEM ALTERNATIVA PARA AVALIAÇÃO DA
CONVERGÊNCIA DO MÉTODO DE MONTE CARLO ADAPTATIVO
DO GUM S1**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de Concentração: Materiais e Processos de Fabricação.

Orientadora: Profa. Dra. Rosenda Valdés Arencibia

UBERLÂNDIA – MG

2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

L435a Leal, José Eduardo Silveira, 1987-
2016 Uma abordagem alternativa para avaliação da convergência do
método de Monte Carlo adaptativo do GUM S1 [recurso eletrônico] /
José Eduardo Silveira Leal. - 2016.

Orientadora: Rosenda Valdés Arencibia.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia,
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
Modo de acesso: Internet.
Disponível em: <http://doi.org/10.14393/ufu.di.2020.3014>
Inclui bibliografia.
Inclui ilustrações.

1. Engenharia mecânica. 2. Medição. 3. Monte Carlo, Método. 4.
Séries convergentes. I. Valdés Arencibia, Rosenda, 1969-, (Orient.). II.
Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Mecânica. III. Título.

CDU: 621



ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

NÚMERO DE ORDEM: 457

DATA: 24/08/2016

Às quatorze horas do dia vinte e quatro de agosto do ano de dois mil e dezesseis, na sala de reuniões do Laboratório de Tecnologia em Atrito e Desgaste – bloco 5F, Campus Santa Mônica, reuniu-se a Banca Examinadora composta pelos Professores Dr^a. Rosenda Valdés Arencibia (Orientadora) e Dr. Louriel Oliveira Vilarinho da Universidade Federal de Uberlândia e Dr. Antonio Piratelli Filho da Universidade de Brasília para, sob a presidência do primeiro, desenvolver o processo de avaliação da dissertação intitulada *“Uma Abordagem Alternativa Para Avaliação da Convergência do Método de Monte Carlo Adaptativo do GUM SI”*, apresentada pelo aluno **JOSÉ EDUARDO SILVEIRA LEAL** matrícula número **11422EMC004**, em complementação aos requisitos determinados pelo Regimento do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica para obtenção do título de Mestre. Após discorrer sobre seu trabalho, o candidato foi arguido pelos membros da Banca, diante das comunidades universitária e externa. Em seguida, a dissertação foi avaliada em seção privada pelos membros da Banca que, ao encerrar o processo, consideraram-na:

() Aprovada

(X) Aprovada com modificações a serem submetidas para a aprovação do orientador

() Aprovada com modificações a serem submetidas para a aprovação da banca

() Reprovada

conferindo ao aluno, em caso de aprovação, o título de Mestre em Engenharia Mecânica, Área de Concentração: Materiais e Processos de Fabricação, Linha de Pesquisa: Processos de Fabricação (Usinagem e Soldagem). As demandas complementares observadas pelos examinadores deverão ser satisfeitas no prazo máximo de 30 dias, para dar validade a esta aprovação. Para constar, lavrou-se a presente ata, que vai assinada pelo presidente e demais membros da Banca.

Assinaturas:

Prof^a. Dr^a. Rosenda Valdés Arencibia (Orientadora)

UFU

Prof. Dr. Louriel Oliveira Vilarinho

UFU

Prof. Dr. Antonio Piratelli Filho

UnB

Uberlândia, 24 de agosto de 2016.

AGRADECIMENTOS

Ao Criador longanimidade, contínuo apoio e amparo nas horas em que mais precisamos.

A família pela confiança e apoio incondicional.

À Universidade Federal de Uberlândia e à Faculdade de Engenharia Mecânica pela oportunidade de realizar o Curso de Mestrado Acadêmico em Engenharia Mecânica.

À CAPES pelo apoio financeiro

Aos professores e mestres pela importância na conclusão de mais uma etapa em minha vida, em especial à professora orientadora Rosenda Valdés Arencibia pelo acompanhamento durante este projeto e principalmente pelo seu companheirismo.

Aos colegas de trabalho no LMD e LTAD pelo apoio durante o decorrer do curso.

LEAL, J.E.S. **Uma Abordagem Alternativa Para Avaliação da Convergência do Método de Monte Carlo Adaptativo do GUM S1**. 2016. 145 f. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

Resumo

Esta dissertação de mestrado apresenta uma nova abordagem para a avaliação da incerteza de medição de forma a solucionar os problemas encontrados no método de Monte Carlo Adaptativo (MCA), principalmente com relação à perda da estabilidade. Esta nova abordagem denominada de método de Monte Carlo Sequencial (MCS) se fundamenta nos mesmos princípios norteados pelo GUM e GUM S1 e visa ampliar o campo de aplicação dos métodos propostos nestes documentos. Quando comparado com o MCA, o MCS apresenta duas modificações, a primeira está relacionada com o armazenamento dos dados decorrentes da simulação, enquanto que a segunda consiste na aplicação de um novo critério de convergência. O MCS foi aplicado para estimar a incerteza de medições efetuadas com paquímetro, micrômetro externo, projetor de perfil e rugosímetro. A eficácia do MCS foi validada por meio da avaliação da repetibilidade dos resultados da simulação e pela comparação dos valores de incerteza obtidos e aqueles decorrentes da aplicação dos métodos GUM, MC e MCA. Ainda, o MCS apresentou maior repetibilidade em relação ao MCA no que diz respeito ao número de iterações necessárias para atingir a convergência da simulação. Este fato atribui a este método maior confiabilidade quando comparado com o MCA. A nova forma de armazenamento dos dados decorrentes da simulação usada no método MCS diminuiu de forma significativa a quantidade de dados a serem manipulados, e, conseqüentemente, ampliou o campo de aplicação do MCA.

Palavras Chave: Incerteza de medição. GUM. Método de Monte Carlo Adaptativo.

LEAL, J.E.S. **An Alternative Approach to Evaluation of Convergence of the Adaptive Monte Carlo method of GUM S1**. 2016. 145 p. MSc. Dissertation, Federal University of Uberlândia, Uberlândia.

Abstract

This dissertation presents a new approach to the measurement uncertainty evaluation in order to solve the problems found in the Adaptive Monte Carlo method (AMC), mainly about the loss of stability. This new approach, the Sequential Monte Carlo method (SMC), is based on the same principles guided by GUM and GUM S1 documents and aims to expand the scope of the proposed methods in these documents. When compared with the AMC, the SMC has two modifications; the first one is related to the storage of data resulting from simulation; and the second consists in applying a new convergence criterion. The SMC has been applied in order to estimate the uncertainty of measurements made with a caliper, external micrometer, profile projector and roughness meter. The SMC effectiveness was validated by the evaluation of the repeatability of the simulation results and through the comparison of the uncertainty values and those resulting from the application of the GUM, MC and AMC methods. Furthermore, the SMC showed greater repeatability when was compared to AMC as regards the number of necessary iterations to achieve the convergence of the simulation. This fact attributes to this method higher reliability in comparison with AMC. The new way of storing data resulting from the simulation method used in SMC decreased significantly the amount of manipulated data, and consequently extended the scope of the AMC method.

Keywords: Measurement uncertainty. GUM. Adaptive Monte Carlo method.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Ilustração da diferença entre erro e incerteza de medição (PHILLIPS, 1995)	8
Figura 2.2 – Componentes de incerteza presentes na medição com micrômetro analógico para medições externas	10
Figura 2.3 – Distribuição normal	12
Figura 2.4 – Distribuição retangular (INMETRO, 2012b modificada)	13
Figura 2.5 – Distribuição trapezoidal (INMETRO, 2012b modificada)	14
Figura 2.6 – Distribuição triangular (INMETRO, 2012b modificada)	14
Figura 2.7 – Diagrama do bloco para a avaliação da incerteza de medição utilizando o método de Monte Carlo adaptativo proposto pelo BIPM et al. (2008a)	23
Figura 2.8 – Cadeira de rastreabilidade genérica	26
Figura 3.1 – Diâmetro maior do parafuso medido por meio do paquímetro digital	34
Figura 3.2 – Diâmetro menor do parafuso medido por meio do projetor de perfil	35
Figura 3.3 – Posicionamento do parafuso durante a medição do diâmetro menor utilizando um projetor de perfil com destaque para o eixo X utilizado como referência	35
Figura 3.4 – Fontes de erro da medição do diâmetro maior do parafuso utilizando um paquímetro digital	36
Figura 3.5 – Fontes de erro na medição do diâmetro maior do parafuso com um micrômetro analógico	37
Figura 3.6 – Fontes de erro na medição do diâmetro menor do parafuso por meio do projetor de perfil	37
Figura 3.7 – Rugosímetro portátil, modelo Surtronic 3+ da Taylor Hobson	42
Figura 3.8 – Sistema de medição da rugosidade	42
Figura 3.9 – Fontes de erro na medição da rugosidade com o rugosímetro eletromecânico	43

Figura 3.10 – Gráfico com o procedimento de cálculo de $u(I[Ra])$, $u(I[Rq])$, $u(I[Rt])$ e $u(I[Rsk])$	44
Figura 4.1 – a) Gráfico quantil-quantil dos valores do d_{maior} obtidos por meio do paquímetro digital a) e histograma	51
Figura 4.2 – a) Gráfico quantil-quantil dos valores do d_{maior} obtidos por meio do micrômetro analógico e b) histograma	52
Figura 4.3 – Gráfico quantil-quantil dos valores do d_{menor} indicados pelo projetor de perfil a) e histograma b)	53
Figura 4.4 – Comportamento de $2E_p(y)$, $2E_p(u(y))$, $2E_p(y_{max})$ e $2E_p(y_{min})$ das três simulações do método MCA para o d_{maior} medido com o paquímetro digital	54
Figura 4.5 – Comportamento dos valores de incerteza-padrão combinada durante três simulações do MCA para o d_{maior} medido com o paquímetro digital	55
Figura 4.6 – Comportamento de $D[u(y)]$, y_{max-p} e y_{min-p} das três simulações do método MCS para o d_{maior} medido com o paquímetro digital	56
Figura 4.7 – Comportamento de $2E_p(y)$, $2E_p(u(y))$, $2E_p(y_{max})$ e $2E_p(y_{min})$ das três simulações do método MCA para o d_{maior} medido com o micrômetro analógico	58
Figura 4.8 – Comportamento da incerteza-padrão combinada durante três simulações do MCA para o d_{maior} medido com micrômetro analógico	59
Figura 4.9 – Comportamento de $D[u(y)]$, y_{max-p} e y_{min-p} das três simulações do método MCS para o d_{maior} medido com o micrômetro analógico	60
Figura 4.10 – Comportamento de $2E_p(y)$, $2E_p(u(y))$, $2E_p(y_{max})$ e $2E_p(y_{min})$ das três simulações do método MCA para o d_{menor} medido com projetor de perfil	62
Figura 4.11 – Comportamento da incerteza-padrão combinada durante três simulações do MCA para o d_{menor} medido com projetor de perfil	63
Figura 4.12 – Comportamento de $D[u(y)]$, y_{max-p} e y_{min-p} das três simulações do método MCS para o d_{menor} medido com o projetor de perfil	64
Figura 4.13 – a) Gráfico quantil-quantil dos valores de Ra obtidos por meio do rugosímetro e b) histograma	66
Figura 4.14 – a) Gráfico quantil-quantil dos valores de Rq obtidos por meio do rugosímetro e b) histograma	66

Figura 4.15 – a) Gráfico quantil-quantil dos valores de Rt obtidos por meio do rugosímetro e b) histograma	67
Figura 4.16 – a) Gráfico quantil-quantil dos valores de Rsk obtidos por meio do rugosímetro e b) histograma	67
Figura 4.17 – Perfil de rugosidade efetivo da primeira medição	68
Figura 4.18 – Gráfico quantil-quantil das ordenadas dos pontos do perfil de rugosidade para 5 ciclos de medição. a) Primeiro, b) Segundo, c) Terceiro, d) Quarto e e) Quinto	69
Figura 4.19 – Histograma das ordenadas dos pontos do perfil de rugosidade obtidos em 5 ciclos de medição. a) Primeiro, b) Segundo, c) Terceiro, d) Quarto; e e) Quinto	70
Figura 4.20 – Comportamento de $2E_p(y)$, $2E_p(u(y))$, $2E_p(y_{max})$ e $2E_p(y_{min})$ durante a aplicação do método MCA para o a) Ra , b) Rq , c) Rt e d) Rsk	73
Figura 4.21 – Comportamento de $D[u(y)]$, y_{max-p} e y_{min-p} da simulação do método MCA para o a) Ra , b) Rq , c) Rt e d) Rsk	76
Figura 4.22 – Histograma dos valores de Rt resultantes da aplicação do método MCS	78
Figura 4.23 – Resultado da aplicação do método de MC para avaliação da incerteza associada ao d_{maior} medido com paquímetro digital	79
Figura 4.24 – Resultado da aplicação do método de MC para avaliação da incerteza associada ao d_{maior} medido com micrômetro analógico	81
Figura 4.25 – Resultado da aplicação do método de MC para avaliação da incerteza associada ao d_{menor} medido com projetor de perfil	83

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Incertezas-padrão dos processos simples de medição	39
Tabela 3.2 – Funções utilizadas no <i>Matlab® R2014b</i> utilizadas durante a simulação – processos simples	41
Tabela 3.3 – Incertezas-padrão dos processos complexos	45
Tabela 3.4 – Funções utilizadas no <i>Matlab® R2014b</i> utilizadas durante a simulação – processos complexos	46
Tabela 4.1 – Média aritmética e desvio-padrão dos valores de <i>d_{maior}</i> obtidos por meio do paquímetro digital e do micrômetro analógico e do <i>d_{menor}</i> indicados pelo projetor de perfil	50
Tabela 4.2 – Resultados dos testes de normalidade das amostras para os processos simples de medição com 95% de confiabilidade	51
Tabela 4.3 – Valores de <i>R_a</i> , <i>R_q</i> , <i>R_t</i> e <i>R_{sk}</i> , obtidos por meio do rugosímetro	65
Tabela 4.4 – Resultados dos testes de normalidade das amostras para <i>R_a</i> , <i>R_q</i> , <i>R_t</i> e <i>R_{sk}</i> com 95% de confiabilidade	65
Tabela 4.5 – Resultados dos testes de normalidade das ordenadas dos pontos dos perfis	68
Tabela 4.6 – Comparação entre os valores de incerteza obtidos utilizando FDP real e FDP normal para o <i>R_a</i> , <i>R_q</i> , <i>R_t</i> e <i>R_{sk}</i>	75
Tabela 4.7 – Comparação entre os resultando utilizando FDP real e FDP normal para o <i>R_q</i>	75
Tabela 4.8 – Comparação entre os resultando utilizando FDP real e FDP normal para o <i>R_t</i>	75
Tabela 4.9 – Comparação entre os resultando utilizando FDP real e FDP normal para o <i>R_{sk}</i>	76
Tabela 4.10 – Resultados da avaliação da incerteza associada à medição do <i>d_{maior}</i> medido com paquímetro digital utilizando o método GUM.	79

Tabela 4.11 – Número de iterações necessárias para a convergência dos métodos MCA, MCS e MC na avaliação da incerteza do <i>d_{maior}</i> medido com paquímetro digital	80
Tabela 4.12 – Resultados da avaliação da incerteza associada à medição do <i>d_{maior}</i> medido com micrômetro analógico utilizando o método GUM	80
Tabela 4.13 – Número de iterações necessárias para a convergência dos métodos MCA, MCS e MC na avaliação da incerteza do <i>d_{maior}</i> medido com micrômetro analógico	82
Tabela 4.14 – Resultados da avaliação da incerteza associada à medição do <i>d_{menor}</i> medido com projetor de perfil utilizando o método GUM	82
Tabela 4.15 – Número de iterações necessárias para a convergência dos métodos MCA, MCS e MC na avaliação da incerteza do <i>d_{menor}</i> medido com projetor de perfil	83
Tabela 4.16 – Resultados da avaliação da incerteza associada à medição do <i>R_a</i> utilizando o método GUM	84
Tabela 4.17 – Resultados da avaliação da incerteza associada à medição do <i>R_q</i> utilizando o método GUM.	84
Tabela 4.16 – Resultados da avaliação da incerteza associada à medição do <i>R_a</i> utilizando o método GUM	85

LISTA DE SÍMBOLOS E SIGLAS

a	Metade do comprimento da base de um retângulo ou de um triângulo
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
Δ	Aumento da lente
BIPM	<i>Bureau International des Poids et Mesures</i>
C	Calibração do sistema de medição
CS	Coeficiente de sensibilidade
$D[u(y)]^{(h)}$	Diferença entre os valores de incerteza-padrão da etapa h e $h - 1$
d_{maior}	Diâmetro maior do parafuso
d_{menor}	Diâmetro menor do parafuso
d_{maior}^p	Diâmetro maior do parafuso medido com o paquímetro
d_{maior}^m	Diâmetro maior do parafuso medido com o micrômetro
D_{PIB}	Desvio de planeza do da superfície de medição do batente
D_{PIF}	Desvio de planeza do da superfície de medição do fuso
D_{PrM}	Desvio de paralelismo entre as superfícies de medição do micrômetro
D_{PrP}	Desvio de paralelismo entre as superfícies de medição do paquímetro
DP	Distribuição de probabilidades
EM	Erro de medição
E_p	Erro-padrão
$f \rightarrow$	Função matemática que engloba todas as variáveis do processo de medição
FDP	Função densidade de probabilidade
GFAAS	Espectrometria de absorção atômica em forno de grafite
GL	Graus de liberdade
GUM	<i>Guide to the expression of uncertainty in measurement</i>
GUM S1	<i>Supplement 1 to the Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement - Propagation of distributions using a Monte Carlo method</i>
GUM S2	<i>Supplement 2 to the Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement - Propagation of distributions using a Monte Carlo method</i>

h	Número de etapas realizadas nos métodos de MCA e MCS
ℓ	Número de casas decimais da resolução do sistema de medição
$I[Ra]$	Indicação do Ra fornecida pelo rugosímetro
$I[Rq]$	Indicação do Rq fornecida pelo rugosímetro
$I[Rsk]$	Indicação do Rsk fornecida pelo rugosímetro
$I[Rt]$	Indicação do Rt fornecida pelo rugosímetro
INMETRO	Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia
ISO	<i>International Organization for Standardization</i>
J	Próximo inteiro maior ou igual ao resultado da equação $100/(1-p)$
JCGM	<i>Joint Committee for Guides in Metrology</i>
k	Fator de abrangência
M	Número de iterações em cada etapa dos métodos de MCA e MCS
MC	Monte Carlo
MCA	Monte Carlo Adaptativo
MCS	Monte Carlo Sequencial
n	Número de indicações
N	Número de pontos do perfil de rugosidade
N	Distribuição normal
NBR	Norma Brasileira
P	Valor do parâmetro avaliado
r	Raio da ponta do apalpador
R	Resolução do sistema de medição
$r(x_i, x_j)$	Coeficiente de correlação entre a estimativa x_i e x_j .
Ra	Desvio aritmético médio do perfil
RM	Resultado da medição
Rq	Desvio médio quadrático do perfil
Rsk	Fator de assimetria do perfil
Rt	Rugosidade total do perfil
s	Desvio-padrão experimental
$s(x)$	Desvio-padrão experimental das indicações
SI	Sistema Internacional de Unidades
t	Distribuição t de <i>Student</i>
TA	Tipo de avaliação
$U(C)$	Incerteza expandida associada à calibração do sistema de medição
$u(x_i)$	Incerteza-padrão associada grandeza de entrada X_i

$u(\bar{x})$	Incerteza-padrão associada a n indicações de x
$U(x_i)$	Incerteza expandida associada a grandeza de entrada X_i
$u(y^{(h)})$	Parâmetro de convergência relacionado ao desvio-padrão
$u^2(x_i)$	Variância da grandeza de entrada X_i
u_c	Incerteza-padrão combinada
<i>valor-p</i>	Probabilidade de significância
VC	Valor convencional
ν_{eff}	Graus de liberdade efetivos
VIM	Vocabulário Internacional de Metrologia
W	Número de variáveis de entrada
X_1, X_2, \dots, X_N	Grandezas de entrada
x_i	Estimativa da grandeza de entrada X_i
\bar{x}	Média das leituras
Y	Vetor de saída dos métodos MC, MCA e MCS
y	Estima da grandeza de saída Y
$y^{(h)}$	Parâmetro de convergência relacionado à média
$y_{min}^{(h)}$	Parâmetro de convergência relacionado ao valor mínimo
$y_{max}^{(h)}$	Parâmetro de convergência relacionado ao valor máximo
$y_{max-p}^{(h)}$	Máximo padronizado
$y_{min-p}^{(h)}$	Mínimo padronizado
$z(x)$	Ordenadas dos pontos que compõem o perfil efetivo de rugosidade
β	Metade do comprimento da base menor de um trapézio
δ	Tolerância numérica especificada
ρ	Abrangência desejada
Σy	Somatório dos valores de Y
Σy^2	Somatório do somatório do quadrado dos valores de Y

SUMÁRIO

CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO II – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	6
2.1. Incerteza de medição – método GUM.....	6
2.1.1. <i>Definição do mensurando.....</i>	9
2.1.2. <i>Identificação das variáveis de entrada.....</i>	9
2.1.3. <i>Expressão do mensurando em função das variáveis de entrada.....</i>	11
2.1.4. <i>Avaliação da incerteza-padrão associada às variáveis de entrada.....</i>	11
2.1.5. <i>Avaliação da incerteza-padrão combinada associada à variável de saída.....</i>	15
2.1.6. <i>Avaliação da incerteza expandida associada à variável de saída.....</i>	15
2.2. Método de Monte Carlo (MC) e Monte Carlo adaptado (MCA) – GUM S1	19
2.3 Calibração e rastreabilidade.....	25
2.4. Testes de normalidade.....	27
CAPÍTULO III – METODOLOGIA	29
3.1. Apresentação do método de Monte Carlo Sequencial (MCS).....	29
3.2. Planejamento dos experimentos.....	33
3.2.1. <i>Coleta dos dados: – processos simples de medição.....</i>	34
3.2.2. <i>Avaliação da incerteza via MCA – processos simples de medição.....</i>	38
3.2.3. <i>Avaliação da incerteza via MCS – processos simples de medição.....</i>	41
3.2.4. <i>Coleta dos dados – processos complexos de medição.....</i>	41

3.2.5. Avaliação da incerteza via MCA – processos complexos de medição....	44
3.2.6. Avaliação da incerteza via MCS – processos complexos de medição....	46
3.3. Validação do MCS.....	47
CAPÍTULO IV – RESULTADOS E DISCUSSÕES	50
4.1 Resultados das análises dos processos de medição simples.....	50
4.1.1. Resultados de medição e do teste de normalidade – processos simples.....	50
4.1.2. Resultados obtidos durante a avaliação da incerteza do d_{maior} via MCA – paquímetro digital.....	53
4.1.3. Resultados obtidos durante a avaliação da incerteza do d_{maior} via MCS – paquímetro digital.....	55
4.1.4. Resultados obtidos durante a avaliação da incerteza do d_{maior} via MCA – micrômetro analógico.....	57
4.1.5. Resultados obtidos durante a avaliação da incerteza do d_{maior} via MCS – micrômetro analógico.....	59
4.1.6. Resultados obtidos durante a avaliação da incerteza do d_{menor} via MCA – projetor de perfil.....	61
4.1.7. Resultados obtidos durante a avaliação da incerteza do d_{menor} via MCS – projetor de perfil.....	63
4.2 Resultados das análises dos processos complexos	65
4.2.1. Resultados de medição e do teste de normalidade – processos complexos.....	65
4.2.2. Resultados obtidos durante a avaliação da incerteza via MCA – R_a , R_q , R_t e R_{sk}	71
4.2.3. Resultados obtidos durante a avaliação da incerteza via MCS – R_a , R_q , R_t e R_{sk}	76
4.2 Validação do MCS.....	78

CAPÍTULO V – CONCLUSÃO	86
SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	87
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	88
APÊNDICE A. Algoritmo desenvolvido no <i>Matlab® R2014b</i> para a avaliação da incerteza de medição, via MCS, do <i>dmaior</i> medido com o paquímetro digital	95
APÊNDICE B. Algoritmo desenvolvido no <i>Matlab® R2014b</i> para a avaliação da incerteza de medição, via MCS, do <i>dmaior</i> medido com o micrômetro	98
APÊNDICE C. Algoritmo desenvolvido no <i>Matlab® R2014b</i> para a avaliação da incerteza de medição, via MCS, do <i>dmenor</i> medido com o projetor de perfil	101
APÊNDICE D. Algoritmo desenvolvido no <i>Matlab® R2014b</i> para a avaliação da incerteza de medição, via MCS, do <i>Ra</i>	104
APÊNDICE E. Algoritmo desenvolvido no <i>Matlab® R2014b</i> para a avaliação da incerteza de medição, via MCS, do <i>Rq</i>	107
APÊNDICE F. Algoritmo desenvolvido no <i>Matlab® R2014b</i> para a avaliação da incerteza de medição, via MCS, do <i>Rt</i>	110
APÊNDICE G. Algoritmo desenvolvido no <i>Matlab® R2014b</i> para a avaliação da incerteza de medição, via MCS, do <i>Rsk</i>	113
APÊNDICE H. Resultado da medição do <i>dmaior</i> e <i>dmenor</i>	117
APÊNDICE I. Resultado da medição do <i>Ra</i>, <i>Rq</i>, <i>Rt</i> e <i>Rsk</i>	118
ANEXO A. Certificado de calibração do termohigrômetro digital	119
ANEXO B. Certificado de calibração do paquímetro digital	121

ANEXO C. Certificado de calibração do micrômetro	123
ANEXO D. Certificado de calibração do projetor de perfil	125

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Ao medir uma determinada grandeza é encontrado um valor que não corresponde ao valor verdadeiro, uma vez que toda medição está sujeita a erros. Assim sendo, para que os resultados de medição possam ser comparados entre si ou com valores de referência é obrigatório que seja apresentada alguma indicação quantitativa da qualidade dos mesmos. Desta forma aqueles que utilizam estes resultados podem avaliar sua confiabilidade (BIPM et al., 2008b). O parâmetro metrológico usado para esta finalidade é a incerteza de medição.

Com o propósito de consolidar um vocabulário e procedimentos de medição reconhecidos pela comunidade científica, em 1993 a *International Organization for Standardization* (ISO) publicou a primeira versão do guia intitulado “*Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM)*” e simultaneamente foi inserido no “*International vocabulary of basic and general terms in metrology*” a primeira definição formal do termo “incerteza de medição”. Estes documentos são revisados periodicamente e novas versões são disponibilizadas para acesso e uso a nível internacional. As versões atualmente em vigor são: “*International vocabulary of metrology - Basic and general concepts and associated terms (VIM)*” (BIPM et al., 2012) e “*Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement*” (BIPM et al., 2008b). As versões em português foram publicadas pelo Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia (INMETRO) sob os títulos “Vocabulário Internacional de Metrologia (VIM)” (INMETRO, 2012b) e “Avaliação de dados de medição - Guia para a expressão de incerteza de medição – GUM 2008” (INMETRO, 2012a).

A elaboração, divulgação e aceitação de documentos que norteiam e orientam a comunidade mundial para a avaliação da incerteza permitiram expressar de forma quantitativa e completa a qualidade dos resultados de medições. A relevância deste feito pode ser comparada à criação do Sistema Internacional de unidades (SI) e do VIM. Esse consenso mundial sobre aspectos práticos e teóricos relacionados à medição significou um grande

avanço não só na produção, conformidade e intercambialidade de peças, mas também na comunicação entre pesquisadores, laboratórios, indústrias e países. Apesar de todas as diferenças e conflitos entre os países, documentos de suma importância como os aqui citados estão acima de quaisquer fronteiras geográficas e/ou culturais.

O GUM (ISO, 1993) estabeleceu as regras gerais e critérios para expressar e combinar as incertezas individuais que afetam o processo de medição e, assim, determinar a incerteza de medição, que pode seguir vários níveis de exatidão e de complexidade. O método apresentado possui um notório desempenho, sobretudo em processos de medição simples e de média complexidade. Entretanto, o entendimento e a aplicação dessas regras não são tarefas fáceis. Para tal, dentre outros aspectos, exigem-se amplos conhecimentos metrológicos e estatísticos, além da manipulação de grande quantidade de dados o que pode conduzir ao aparecimento de erros de cálculo e de um valor de incerteza pouco representativo.

O método de avaliação da incerteza de medição proposto pela ISO em 1993 e depois adotado pelo (BIPM et al., 2008b) apresenta limitações de aplicabilidade, tais como: é mais específico para modelos explícitos com apenas uma variável de saída; requer que o modelo matemático que descreve o processo de medição seja linear; a variável de saída deve ter uma distribuição normal; e exige a determinação dos graus de liberdade da incerteza combinada. Pode-se destacar, ainda que as derivadas parciais, que representam os coeficientes de sensibilidade devem ser calculadas e em algumas aplicações estas derivadas podem ser complexas, de difícil resolução, constituindo uma fonte significativa de erros e uma barreira difícil de ser superada por muitos usuários do método.

Como exemplo da dificuldade de aplicação do método GUM no que diz respeito ao cálculo das derivadas parciais pode ser citado o trabalho desenvolvido por Sato (2003). Este autor aplicou o método GUM para avaliar a incerteza associada à medição de diferentes características dimensionais e geométricas em uma máquina de medir por coordenadas. Ao aplicar a lei de propagação de incertezas em todas as etapas de ajuste da geometria substituta, por meio da aplicação do método dos Mínimos Quadrados, 27, 30 e 77 derivadas parciais foram calculadas para determinação da incerteza de medição associada ao diâmetro do furo, ao desvio de circularidade e ao diâmetro da esfera, respectivamente. Desta maneira, a aplicação do método de propagação de incertezas torna-se limitada para garantir resultados confiáveis em muitas aplicações.

Assim sendo, em 2004 foi publicado um documento, popularmente conhecido como GUM S1, que apresenta os métodos de Monte Carlo (MC) e Monte Carlo adaptativo (MCA) (BIPM et al., 2004) e tem como principal objetivo aumentar o campo de aplicação do GUM. A versão mais recente do GUM S1 foi publicada em 2008 sob o título *“Evaluation of*

Measurement Data Supplement 1 to the Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement-Propagation of distributions using a Monte Carlo method" (BIPM et al., 2008a).

O GUM S1 baseia-se na simulação de Monte Carlo (MC) e está livre da maioria das limitações do GUM, além disso, não contradiz as recomendações nele apresentadas.

O método de MC pode ser utilizado para resolver problemas matemáticos por meio da simulação de variáveis aleatórias. Quando aplicado para avaliação da incerteza de medição, este método permite combinar distribuições de probabilidades, significando muito mais do que simplesmente propagar incertezas estatísticas. Ainda por ser fundamentado na geração de números aleatórios para simular os valores de variáveis aleatórias, o método de MC pode ser considerado melhor do que o GUM que realiza cálculos analíticos (INMETRO, 2008).

A crescente evolução dos computadores pessoais fez das simulações numéricas para a resolução de problemas de metrologia uma ferramenta cada vez mais presente nos laboratórios industriais e de ensino. Neste contexto o método de Monte Carlo tornou-se bastante popular (INMETRO, 2008).

O método de MC possui um algoritmo com estrutura simples, como regra geral utiliza um programa computacional para realização de uma prova aleatória, depois esta prova repete-se M vezes de modo que cada experimento seja independente dos outros. Como regra geral o GUM S1 recomenda a realização de no mínimo 1 000 000 de iterações. Desta forma, a convergência do método é garantida para uma ampla gama de aplicações, envolvendo processos de medição simples, de média complexidade e até mesmo, processos mais complexos.

Todavia, o número de iterações igual a 1 000 000 foi definido de forma arbitrária e não considera as particularidades de cada processo de medição. Assim sendo, em diversas aplicações práticas se excede o número de iterações necessário para garantir a obtenção de valores de incerteza de medição fidedignos, e em contrapartida em processos de medição de média e elevada complexidade pode não ser garantida a convergência dos resultados.

Ao aplicar o método de MC não existe qualquer controle direto sobre o grau de aproximação dos valores de incerteza resultantes, uma vez que o número de iterações necessário para proporcionar um grau prescrito de aproximação dependerá da forma da função densidade de probabilidade dos valores da variável de saída e da probabilidade de abrangência requerida. Além disso, os cálculos são de natureza estocástica, sendo baseados em uma amostragem aleatória.

Assim sendo, o BIPM et al., (2008) apresentou também um algoritmo mais completo que permite a verificação da convergência dos resultados, o método de Monte Carlo adaptativo (MCA). Este apresenta funcionamento semelhante ao método de MC, porém, enquanto no MC o número de iterações é escolhido a priori pelo usuário no MCA o número

de iterações é determinado adaptativamente como descrito a seguir. Inicialmente são geradas 10 000 provas aleatórias ($h = 1$), em um segundo momento são efetuadas ($h = h + 1$) obtendo-se 20 000 provas ($h = 2$). Em seguida é aplicado o teste de convergência (verificação 1), e caso esta não seja confirmada são adicionadas 10 000 novas iterações ($h = 3$) e um novo teste de convergência é aplicado (verificação 2). Novas simulações são efetuadas e o teste de convergência é repetido tantas vezes quanto necessário até atestar-se a mesma.

Quando a convergência é admitida ao final de h etapas e $h - 1$ verificações a incerteza-padrão combinada é calculada utilizando-se todo o espaço $M \times h$. Este espaço é formado pelo vetor de saída resultantes de todas as $M \times h$ iterações realizadas no método, ou seja, $M \times h$ é o número de elementos do vetor de saída. Para avaliar a convergência do método são utilizados quatro parâmetros, a saber, $y^{(h)}$ (média de Y), $u(y^{(h)})$ (desvio-padrão de Y), $y_{mn}^{(h)}$ (menor valor de Y), e $y_{max}^{(h)}$, e uma tolerância numérica previamente definida.

O método de MCA busca, por meio dos seus parâmetros de convergência, avaliar a incerteza associada ao resultado da simulação e assim estabelecer um critério de convergência, esta prática permite que sempre um número mínimo de iterações seja efetuado e ao mesmo tempo garante resultados confiáveis.

A aplicação do método MCA pode levar à redução significativa do tempo gasto na simulação, quando comparado com o método de MC, pois a convergência pode ser alcançada para um número de iterações relativamente pequeno, por exemplo, 50 000, sem comprometer a qualidade dos resultados. Entretanto, ambos os métodos, MC e MCA, apresentam limitações, dentre elas: necessidade de utilizar um gerador de números pseudoaleatórios de qualidade e efetuar um número total de iterações bastante grande para promover resultados adequados. Em alguns casos, a capacidade operacional de muitos computadores é excedida, tornando a aplicação destes métodos inviável em diversas situações práticas. Assim, resulta necessário estabelecer um compromisso entre a qualidade dos resultados desejada e as disponibilidades de *hardware* e de tempo.

Além destas limitações, acrescenta-se que o critério de convergência adotado no MCA apresenta características indesejáveis, como, por exemplo, a perda da estabilidade, em simulações já consideradas estáveis, com o aumento do número de iterações. Os parâmetros relacionados aos valores máximos e mínimos têm a probabilidade de 50% de, adquirem um comportamento convergente na primeira verificação de convergência, independentemente do mensurando em questão.

Assim, esta dissertação de mestrado tem como objetivo propor uma nova abordagem para a avaliação da incerteza de medição de forma a solucionar os problemas encontrados no método de MCA (perda da estabilidade e convergência prematura). Adicionalmente se

pretende reduzir o volume de dados armazenados e manipulados). Esta nova abordagem deve apresentar os mesmos princípios norteados nas metodologias propostas pelo GUM e GUM S1.

Como objetivos específicos relacionados ao desenvolvimento deste trabalho é possível citar:

- Contribuir para o entendimento e divulgação do método de Monte Carlo e Monte Carlo adaptativo.
- Investigar o efeito do número de simulações de Monte Carlo adaptativo nos valores da incerteza-padrão combinada (u_c).
- Reduzir o uso de memória nas simulações.
- Melhorar a qualidade dos resultados decorrentes da aplicação do método de Monte Carlo adaptativo, principalmente do valor da incerteza-padrão combinada;
- Contribuir para a rastreabilidade das medições.

Este trabalho é constituído de mais quatro capítulos organizados da seguinte maneira:

O Capítulo 2 contém uma revisão bibliográfica sobre os aspectos mais importantes relacionados à incerteza de medição, fazendo ênfase nos documentos vigentes sobre o assunto, são eles: GUM (BIPM et al., 2008b) e o GUM S1 (BIPM et al., 2008a).

No Capítulo 3 é apresentada a metodologia utilizada para desenvolvimento do trabalho a qual é composta das seguintes etapas: i) apresentação do método de Monte Carlo Sequencial (MCS); ii) planejamentos dos experimentos; e iii) validação do MCS.

Os resultados obtidos são apresentados no Capítulo 4, bem como as suas respectivas análises e discussões e, por fim, o Capítulo 5 apresenta as conclusões, considerações finais e sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo são apresentados os fundamentos teóricos relacionados à incerteza de medição fazendo ênfase nos métodos de cálculo utilizados para avaliação da mesma. De forma ampla são abordados o método GUM (BIPM et al., 2008b) e o de Monte Carlo Adaptativo (BIPM et al., 2008a). São explicitadas as vantagens e as limitações de cada método, bem como alguns trabalhos relacionados. Finalmente são abordados os conceitos básicos referentes à calibração, rastreabilidade, e planejamento de experimentos.

2.1. Incerteza de medição – método GUM

O resultado de uma medição, após correção dos efeitos sistemáticos reconhecidos, é ainda tão somente uma estimativa do valor do mensurando, por causa da incerteza proveniente dos efeitos aleatórios e da correção imperfeita do resultado para efeitos sistemáticos.

A incerteza associada ao resultado de uma medição reflete a falta de conhecimento exato do valor do mensurando (BIPM et al., 2008b). De acordo com INMETRO (2012a) a incerteza é definida como um parâmetro não negativo que caracteriza a dispersão dos valores atribuídos a um mensurando, com base nas informações utilizadas.

Esta definição traz vários pontos que devem ser destacados. Em primeiro lugar, ressalta-se que a incerteza está relacionada ao resultado da medição, e não ao valor verdadeiro da grandeza, o qual na prática não é conhecido. Em segundo lugar, tem-se que a incerteza não é intrínseca ao sistema de medição e sim aos valores indicados por ele. Desta forma não é possível falar em incerteza de medição associada a um paquímetro. Em terceiro lugar, a incerteza caracteriza uma faixa de valores ou um intervalo, e não um valor pontual.

Portanto, a incerteza não deve ser confundida com o erro de medição (EM) o qual é expresso como a diferença entre o resultado de medição (média de um conjunto de indicações) e o valor convencional (VC). Assim, o erro de medição (EM), considerando um conjunto de (n) observações, pode ser determinado pela Eq. (1.1).

$$EM = \bar{x} - VC \quad (1.1)$$

Onde:

\bar{x} : valor médio das n observações;

VC : valor convencional.

Segundo a Eq. (2.1) o erro de medição é um valor pontual e pode ser positivo ou negativo, indistintamente. Usualmente pode ser corrigido, aplicando-se um fator de correção adequado, cujo valor corresponde ao erro de medição (tendência) com o sinal trocado. Entretanto, após aplicação de uma correção ainda permanece uma dúvida que, somada àquela proveniente dos efeitos aleatórios, convencionou-se chamar de incerteza de medição. Assim sendo, a incerteza mede o grau de desconhecimento sobre o mensurando em questão.

BIPM et al. (2012) classificam o EM em dois tipos: os erros sistemáticos e os erros aleatórios. O erro sistemático é a parcela do erro de medição que, em medições repetidas, permanece constante ou varia de maneira previsível (INMETRO, 2012). Em outras palavras, o erro sistemático permanece constante em grandeza e sinal ou varia de acordo com uma lei definida, quando um número considerável de medições de uma mesma grandeza ou mensurando é efetuado sob as mesmas condições.

Por sua vez, o erro aleatório é a parcela do EM que, em medições repetidas, varia de maneira imprevisível (INMETRO, 2012). Este erro é decorrente de influências externas e internas não controladas, que provocam o aparecimento de erros não repetitivos. Em geral os erros aleatórios diferem para cada leitura, podendo-se apenas ter noção de seus limites e somente podem ser avaliados estatisticamente. Na maioria dos casos são pequenos e podem ter sinal positivo ou negativo, indistintamente. É atribuída aos erros aleatórios a indeterminação do resultado de medição.

A Figura 1.1 mostra graficamente a diferença entre incerteza e erro de medição (EM). Observa-se, que o valor médio das (n) observações é menor que o valor convencional e, portanto, o erro de medição é negativo. Por sua vez a incerteza ocupa uma faixa de valores em torno do valor médio.

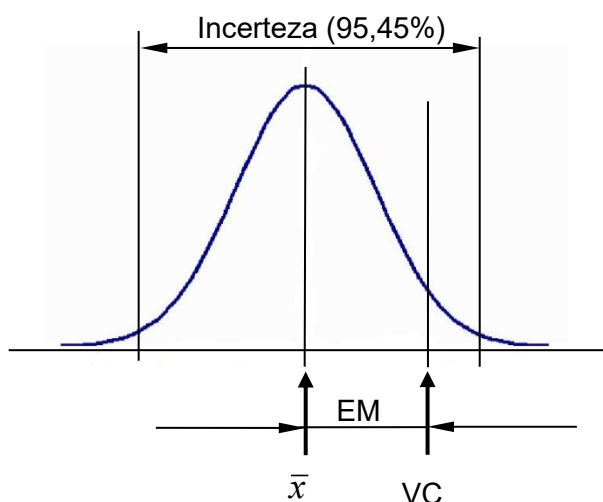


Figura 2.1 – Ilustração da diferença entre erro e incerteza de medição (PHILLIPS, 1995)

A necessidade de indicar quantitativamente a qualidade do resultado da medição levou ao estabelecimento de critérios para determinar um valor que representa a incerteza de medição. Este parâmetro pode ser considerado como um indicador do desempenho dos instrumentos de medição e da confiabilidade do resultado da medição (BIPM et al., 2012). A avaliação e declaração da incerteza contribuem para a rastreabilidade dos resultados de medição e para a adequação destes às normas técnicas em vigor, como a ABNT NBR ISO/IEC 17025 “Requisitos gerais para a competência de laboratórios de ensaio e calibração” (ABNT, 2005).

Se a incerteza não for declarada, os resultados das medições não podem ser comparados, entre si ou com valores de referência indicados em uma especificação ou norma técnica (BIPM et al., 2008b).

A avaliação da incerteza de medição é crucial durante o controle dimensional e geométrico de peças, sendo um dos conceitos mais importantes na especificação da geometria do produto (WEN et al., 2013). Neste sentido, Weckenmann; Knauer; Killmaier, (2001) mostraram como a incerteza expandida associada ao resultado da medição afeta os valores limites que definem a tolerância dimensional reduzindo-a e dando origem à zona de conformidade. Pode-se emitir um parecer confiável sobre o atendimento à tolerância especificada naqueles casos em que a dimensão efetiva pertencer à zona de conformidade. Esta observação pode ser estendida para todos os mensurandos que devem atender um valor de referência, incluindo as tolerâncias micro e macro-geométricas.

A avaliação da incerteza de medição permite identificar quais são os fatores de influência que mais contribuem para a incerteza final do resultado de uma medição e, conseqüentemente propor meios para reduzir seus efeitos.

É, portanto, necessário que haja um procedimento prontamente implementado, facilmente compreendido e de aceitação geral para caracterizar a qualidade do resultado de uma medição, isto é, para avaliar e expressar sua incerteza (BIPM et al., 2008b). Assim o GUM (BIPM et al., 2008b), de forma pioneira, apresentou um método para avaliar a incerteza de medição que foi aceito a nível internacional.

De forma geral, o método proposto no GUM pode ser dividido nas seguintes etapas:

1. Definição do mensurando ou variável de saída;
2. Identificação das variáveis que podem afetar o resultado da medição (variáveis de entrada ou grandezas de influência);
3. Expressão do mensurando (variável de saída) em função das variáveis de influência, através de um modelo matemático;
4. Avaliação da incerteza-padrão associada às variáveis de entrada;
5. Avaliação da incerteza-padrão combinada associada à variável de saída;
6. Avaliação da incerteza expandida associada à variável de saída;
7. Expressão do resultado de medição.

A seguir é apresentada uma breve descrição de cada uma destas etapas.

2.1.1. Definição do mensurando

Toda medição tem como objetivo a determinação do valor do mensurando. Desta forma, o mensurando deve ser definido de forma completa e clara, o que significa que para um nível de exatidão determinado, seu valor é único. Além da clara definição do mensurando, resulta necessário especificar o método de medição e o procedimento de medição a ser adotado.

2.1.2. Identificação das variáveis de entrada

Na etapa inicial do cálculo da incerteza devem ser identificadas todas as grandezas de influência (BIPM et al., 2008b). O INMETRO (2012a) define grandeza de influência como aquela grandeza que, em uma medição direta, não afeta a grandeza efetivamente medida, mas afeta a relação entre a indicação e o resultado de medição. Tais componentes podem estar relacionadas às condições ambientais, ao operador, aos equipamentos e padrões utilizados, ao método de medição, dentre outros fatores. Para identificação das mesmas deve-se realizar uma análise criteriosa do processo de medição.

A quantidade e o tipo de componentes variam de acordo com o sistema de medição utilizado, com o tipo de mensurando e com o nível de exatidão requerido na medição. Assim sendo, o operador deve conhecer o princípio de funcionamento do sistema de medição, as principais fontes de erros presentes na medição em curso, bem como o procedimento de medição. Ainda, deve ser efetuada a interpretação do certificado de calibração do sistema de

medição e retirar do mesmo as informações mais relevantes para o cálculo da incerteza. Outros documentos, tais como manuais e especificações de fabricantes, também devem ser consultados e analisados.

Na definição das componentes de incerteza recomenda-se fazer uso do diagrama de causa e efeito. A Fig. 2.2 mostra este diagrama para um processo de medição simples, especificamente a medição com micrômetro analógico para dimensões externas.

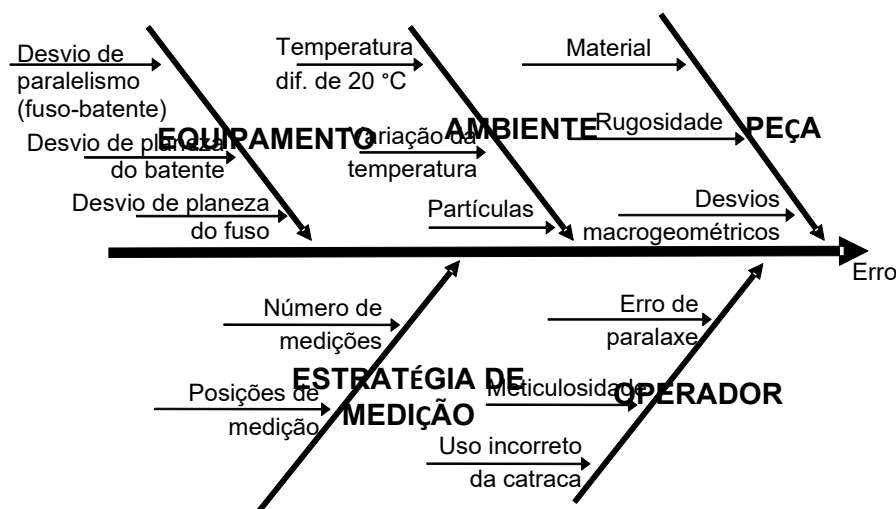


Figura 2.2 – Componentes de incerteza presentes na medição com micrômetro analógico para medições externas

Observa-se na Fig. 2.2 que na medição com o micrômetro analógico para medições externas existem cinco fatores principais que podem contribuir para o erro de medição, sendo eles: peça, meio ambiente, equipamento, operador e estratégia de medição. A cada um destes fatores está associado um conjunto de fatores secundários, que podem contribuir para a incerteza final.

A identificação das variáveis de influência assume importância ímpar na avaliação da incerteza de medição, sendo considerada uma etapa crítica do processo. Muitos operadores nem sequer conseguem iniciar o cálculo da incerteza porque não são capazes de identificar os possíveis fatores de influência presentes na medição. Isto se justifica, principalmente, pela falta de conhecimento sobre o sistema e o processo de medição. Pode ser acrescentado que, na prática, existem muitas fontes que podem contribuir para a incerteza final em uma medição, dificultando a identificação das mesmas.

2.1.3. Expressão do mensurando em função das variáveis de entrada

O método apresentado no GUM pode ser aplicado só para aqueles casos em que é possível formular um modelo matemático para descrever a variável de saída em função das variáveis de entrada ou grandezas de influência, como mostrado na Eq. (2.2).

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (2.2)$$

Nesta equação, Y representa a variável de saída e X_1, X_2, \dots, X_N são as variáveis de entrada.

O modelo matemático da medição pode ser simples, de média complexidade ou muito complexo. Em muitas aplicações ele existe a priori, em outras é necessário propô-lo.

2.1.4. Avaliação da incerteza-padrão associada às variáveis de entrada

O INMETRO (2012b) conceitua três tipos de incerteza: a incerteza-padrão, a incerteza-padrão combinada e a incerteza expandida. A incerteza-padrão está relacionada a cada variável de entrada e é obtida através da análise individual de cada variável considerada, através de uma avaliação do Tipo A (análise estatística de uma série de observações) ou do Tipo B (outros métodos que não a análise estatística de séries de observações). Ao compreender o efeito dessas variáveis de entrada ou fatores de influência, é possível relacioná-las por meio da lei de propagação de incertezas obtendo-se assim, a incerteza-padrão combinada relativa à variável de saída ou mensurando.

Por sua vez, a incerteza expandida associada à variável de saída consiste no resultado da multiplicação do valor da incerteza-padrão combinada por um fator, definido de acordo com o nível de abrangência desejado.

A incerteza-padrão pode ser obtida por meio de uma avaliação do tipo A, a partir de uma função densidade de probabilidade derivada da observação de uma distribuição de frequência, isto é, baseada em uma série de observações da grandeza. Esta é calculada utilizando-se a Eq. (2.3).

$$u(\bar{x}) = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (2.3)$$

Onde:

s é o desvio-padrão experimental

n é o número de elementos da amostra.

Segundo o INMETRO (2008), uma avaliação Tipo A da incerteza-padrão é aquela obtida de uma análise estatística de uma série de observações de um mensurando, assumindo uma distribuição normal, Fig. 2.3, ou outra qualquer. Um componente de incerteza obtido por uma avaliação do Tipo A é caracterizado por um desvio-padrão que considera as flutuações aleatórias e as influências consideradas constantes dos resultados de um dado experimento.

Naquelas situações onde a estimativa x_i de uma grandeza de entrada X_i não tenha sido obtida através de observações repetidas, a variância estimada associada $u^2(x_i)$ ou a incerteza-padrão $u(x_i)$ é avaliada por julgamento científico, baseado nas informações disponíveis sobre a possível variabilidade de X_i . O correto uso dessas informações exige o discernimento baseado na experiência e no conhecimento geral, sendo esta uma habilidade que pode ser adquirida com o tempo e a prática.

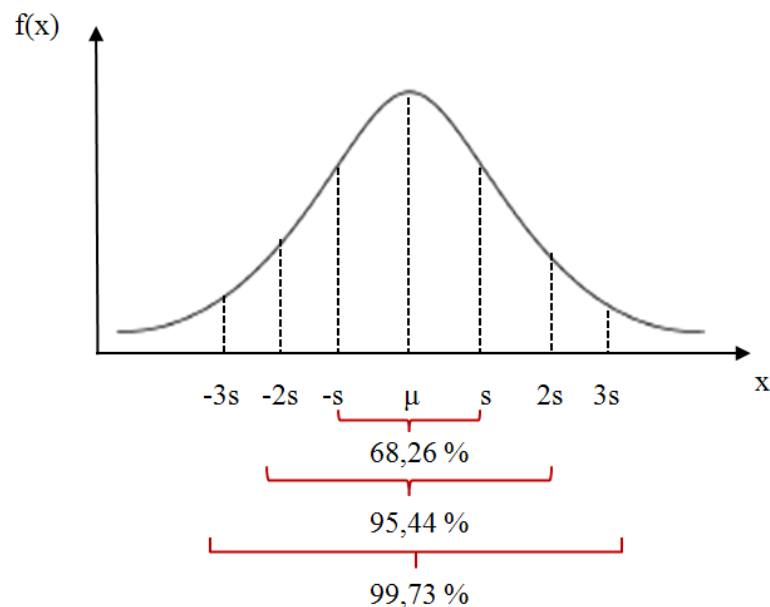


Figura 2.3 – Distribuição normal

Em muitas aplicações é possível encontrar declarada uma incerteza expandida $U(x_i)$ com um fator de abrangência k_{xi} associado, tendo um nível de confiança de 90%, 95% ou 99%. Quando não for especificada uma distribuição diferente, pode ser utilizada a distribuição normal para calcular a incerteza-padrão como mostra a Eq. (2.4).

$$u(x_i) = \frac{U(x_i)}{k_{xi}} \quad (2.4)$$

Em outros casos, é possível estimar apenas os limites superior e inferior para X_i e estabelecer que a probabilidade de que o valor X_i pertença ao intervalo $[-a, +a]$ é (1) um e a probabilidade para que o valor X_i esteja fora desse intervalo é (0) zero. Para tais situações deve ser utilizada a distribuição retangular ou uniforme, Fig. 2.4.

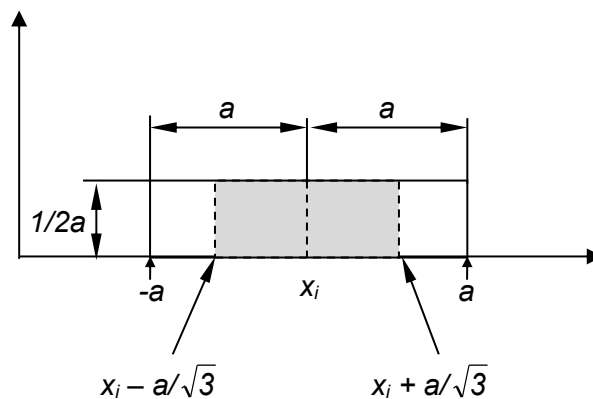


Figura 2.4 – Distribuição retangular (INMETRO, 2012b modificada)

Se não houver conhecimento específico de possíveis valores de X_i dentro do intervalo, pode-se assumir que é igualmente provável que X_i esteja em qualquer ponto do intervalo. Então, x_i , esperança ou valor esperado de X_i , é o ponto médio no intervalo $[-a, +a]$. Ainda, X_i pode assumir infinitos valores e consequentemente o seu grau de liberdade é infinito. Caso a diferença entre os limites, $[-a, +a]$, designada por $2a$, então a variância estimada é calculada a partir da Eq. (2.5).

$$u(x_i) = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad (2.5)$$

Como x_i pode assumir infinitos valores no intervalo $[-a, +a]$ então o número de graus de liberdade é igual a infinito.

O uso da distribuição retangular ou uniforme é recomendado quando se dispõe de pouca informação sobre uma determinada variável.

Às vezes, é mais realista esperar que valores perto dos limites sejam menos prováveis do que perto do ponto médio, assim faz se necessário o uso de uma distribuição trapezoidal simétrica, Fig. 2.5, com uma base de largura $a - (-a) = 2a$ e topo igual a $2a\beta$, onde $0 \leq \beta \leq 1$.

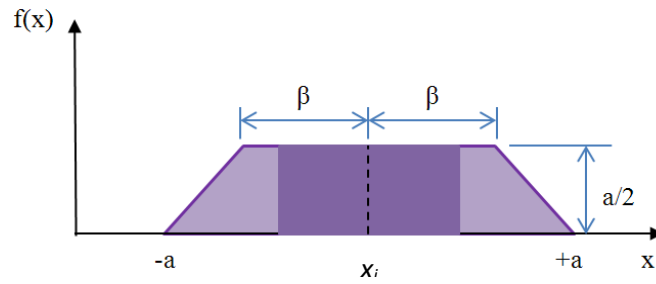


Figura 2.5 – Distribuição trapezoidal (INMETRO, 2012b modificada)

Neste caso a incerteza padrão é dada pela Eq. (2.6). Como X_i pode assumir infinitos valores consequentemente o seu grau de liberdade é infinito.

$$u^2(x_i) = \frac{a^2(1+\beta^2)}{6} \quad (2.6)$$

Caso haja maior quantidade de informação sobre a distribuição dos valores possíveis da grandeza, a distribuição de probabilidade trapezoidal passa para uma triangular, Fig. 2.6, com infinitos graus de liberdade, que pode evoluir para uma normal.

A avaliação Tipo B da incerteza-padrão associada a uma grandeza com distribuição triangular é expressa a partir da Eq. (2.7).

$$u(x_i) = \frac{a}{\sqrt{6}} \quad (2.7)$$

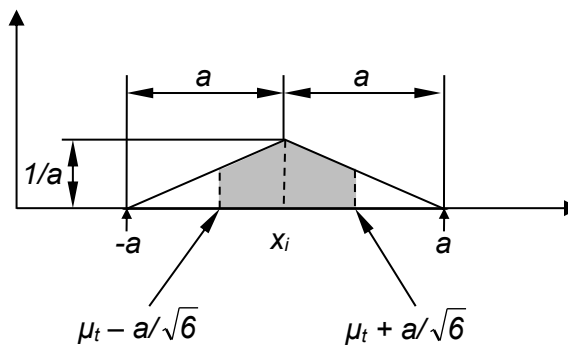


Figura 2.6 – Distribuição triangular (INMETRO, 2012b modificada)

Conhecendo todos os valores das incertezas-padrão, calcula-se a incerteza-padrão combinada. Para isso, um modelo matemático deve ser previamente definido, pois ele é a base para a aplicação do método proposto no GUM (INMETRO, 2012b).

2.1.5. Avaliação da incerteza-padrão combinada associada à variável de saída

A lei de propagação de incertezas pode ser aplicada no modelo matemático para determinar a incerteza-padrão combinada relacionada com o resultado de medição, de acordo com a Eq. (2.8).

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^W \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{W-1} \sum_{j=i+1}^W \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i) \cdot u(x_j) \cdot r(x_i, x_j) \quad (2.8)$$

O valor de y é a estimativa da variável de saída Y , x_i é a estimativa da variável X_i , $u^2(x_i)$ é a variância associada à x_i , para i variando de 1 a W , W é o número de variáveis que afetam o resultado da medição de Y , $u(x_i)$ é a incerteza-padrão associada à estimativa x_i e $r(x_i, x_j)$ é o coeficiente de correlação entre a estimativa x_i e x_j .

O segundo termo da Eq. (2.8) expressa a correlação entre as duas fontes de incerteza x_i e x_j , $i \neq j$.

2.1.6. Avaliação da incerteza expandida associada à variável de saída

A incerteza expandida associada à variável de saída, $U(y)$, é obtida, multiplicando-se a incerteza-padrão combinada $u_c(y)$ por um fator de abrangência k , Eq. (2.9).

$$U(y) = k \cdot u_c(y) \quad (2.9)$$

O fator de abrangência k presente na Eq. (2.9) é escolhido em função do nível de confiança especificado para o intervalo. No caso particular da distribuição normal o fator de abrangência é igual a 2,00 para um intervalo com um nível de confiança de 95,45% e 3 para 99,73% de confiança.

Quando o número de leituras for reduzido, caracterizando uma amostra pequena, essa aproximação para o fator de abrangência não é conveniente. Neste caso, deve ser utilizado o teorema do valor central junto com a tabela t de *Student* para fornecer um valor para k baseado no grau de liberdade efetivo da incerteza-padrão combinada da medição.

O cálculo do grau de liberdade efetivo é baseado na equação de Welch-Satterwaite, conforme expresso na Eq. (2.10).

$$v_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u^4(y_i)}{v_i}} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{(u(x_i) \cdot c_i)^4}{v_i}} \quad (2.10)$$

Onde:

N : número de variáveis de entrada;

v_{eff} : número de graus de liberdade de cada variável de entrada;

$u_c(y)$: incerteza-padrão combinada da variável de saída;

$u(x_i)$: incerteza-padrão de cada variável de entrada;

c_i : coeficiente de sensibilidade do mensurando em relação a cada variável de entrada y_i .

O resultado de medição RM usualmente é expresso levando-se em conta a incerteza expandida, como mostra a Eq. (2.11). Para que este resultado esteja em conformidade com a ABNT NBR ISO 17025 (2005) deve ser especificada o intervalo de confiança e o fator de abrangência.

$$RM = y \pm U(y) \quad (2.11)$$

Na Eq. (2.11), y é a estimativa de Y , mais especificadamente, seu valor médio e $U(y)$ a incerteza expandida associada a y .

O método GUM tem sido aplicado com sucesso em diversas situações práticas, entre elas:

Sato et al. (2004) calcularam a incerteza associada ao diâmetro de uma esfera inspecionada em uma máquina de medir por coordenadas (MMC), através do método GUM. De acordo com a autora este método é simples, transparente, mas muito trabalhoso, pois requer o cálculo de múltiplas derivadas simbólicas, nas diversas etapas necessárias para expressar a dimensão final avaliada.

Moraes (2011) avaliou a incerteza de medição associada aos ensaios realizados por meio de régua, paquímetro, micrômetro, relógio comparador, transferidor, projetor de perfil, máquina de medir por coordenada, microscópio ferramenteiro, rugosímetro e máquina universal de medir comprimentos). Os roteiros de cálculo desenvolvidos por meio da aplicação do GUM foram implementados utilizando o programa *Microsoft® Excel®*. De acordo com a autora, este se mostrou uma poderosa ferramenta para a implementação dos roteiros de cálculo facilitando os cálculos e diminuindo os erros decorrentes dos mesmos.

Arencibia et al. (2015) propuseram um modelo matemático simplificado para avaliação da incerteza associada à medição em MMC de desvios de circularidade e de cilindridade aplicando o método GUM. De acordo com estes autores, a parcela de incerteza relacionada

ao método de ajuste utilizado para obtenção da geometria substituta pode ser desconsiderada, uma vez que neste caso em particular sua contribuição na incerteza final foi pouco expressiva.

Trabalhos foram encontrados sobre avaliação da incerteza de medição de microdureza por meio da aplicação do GUM. Dentre eles Ellis (2003) e Cruz-Crespo et al. (2015). O primeiro autor considerou as fontes de influência relacionadas à máquina de ensaio (a repetibilidade linear, a força aplicada, a resolução e o ângulo do indentador), bem como, o erro devido à ampliação do sistema de medição. Por sua vez, Cruz-Crespo et al. (2015) avaliaram a incerteza de medição de microdureza Vickers na caracterização de recobrimento duro de facas cortadoras em usinas de açúcar. Estes autores apresentaram um modelo mais abrangente, que inclui entre outros fatores a força aplicada e o ângulo do indentador. Nesta aplicação, o método GUM se mostrou viável mostrando que a incerteza expandida associada à microdureza Vickers é altamente influenciada pelo desvio-padrão das leituras quando vários ciclos de medição são executados.

A incerteza associada à medição da perda de volume em cabeças femorais fabricadas em cerâmica foram avaliadas por Carmignato et al. (2011) usando uma MMC. O método GUM foi aplicado com bastante sucesso para avaliação da incerteza de medição. Apesar dos autores listarem cinco componentes de incerteza que podiam afetar o resultado da medição de volume nas condições especificadas, eles consideraram apenas as incertezas associadas ao sistema de apalpamento da MMC e aquela relacionada com a estratégia de medição.

Moraes et al. (2016) avaliaram a incerteza de medição do desgaste em amostras de *liners* e *risers* obtido em uma MMC. O modelo matemático da medição utilizado considerou além das variáveis relacionadas à máquina e à estratégia de medição, a deformação elástica da amostra e os efeitos térmicos. Sendo assim este modelo pode ser aplicado para avaliação da incerteza do desgaste volumétrico quando este é medido em MMC instaladas no chão de fábrica. Entre todos os fatores que afetam a incerteza de medição da taxa de desgaste do *riser*, a variabilidade da espessura do *riser* ao longo da trilha de desgaste contribuiu de forma mais significativa para a incerteza final. Por sua vez, a deformação elástica do polímero de poliuretano teve a maior contribuição na incerteza final para a perda de volume do *liner*.

Diversos autores apresentaram trabalhos relacionados às MMC, entre eles: Barini, Tosello e De Chiffre (2010), Castro (2008), Galantucci, Pesce e Lavecchia (2015), Weckenmann, Knauer e Killmaier (2001), Wen et al. (2012 e 2013) aplicando os princípios relacionados ao método GUM. Embora os modelos matemáticos propostos por estes autores apresentavam certo grau de complexidade, a aplicação do método GUM se mostrou viável.

Quando o modelo matemático que descreve a relação funcional entre as variáveis de entrada e de saída de um determinado sistema de medição é complexo, tal como na medição

com máquinas de medir por coordenadas, o cálculo das derivadas parciais que representam os coeficientes de sensibilidade torna-se extremamente laborioso. Isso pode levar ao aparecimento de erros de cálculo e tem sido um dos principais fatores para a não adoção da metodologia proposta no GUM.

No caso específico das MMC, a complexidade dos modelos matemáticos da medição está relacionada com o significativo número de variáveis que podem contribuir para a incerteza final (GUYE, 1978; HERMANN, 2007; HOCKEN et al., 1977; ZHANG et al., 1985). A identificação e quantificação de todos estes fatores de influência constituem um desafio na medição tridimensional (KRUTH et al., 2009). Pode ser acrescentada a versatilidade da máquina que resulta em diversos modelos matemáticos, um para cada característica dimensional ou geométrica avaliada (BALSAMO et al., 1999). Estes fatores podem aumentar a dificuldade para avaliar a incerteza de medição em MMC, como mostrado em (ABACKERLI; PAPA; PEREIRA, 2010; MIGUEL; KING; ABACKERLI, 2003; SATO; DI GIACOMO; VALDÉS, 2004; VALDÉS; DI GIACOMO; PAZIANI, 2005).

Em outras aplicações, os modelos matemáticos que descrevem a medição podem ser não lineares ou não deriváveis limitando assim a aplicação do método GUM. Como exemplo podem-se citar os parâmetros de rugosidade R_t e R_{sk} . Com relação ao R_t tem-se que este é calculado por meio de uma equação não derivável, enquanto que o modelo matemático que descreve o R_{sk} apresenta termos com média igual a zero que ao ser aplicada a lei de propagação de incertezas resulta em derivadas parciais nulas.

A fim de estimar a incerteza de medição, os conceitos e recomendações apresentadas no GUM (INMETRO, 2012a) devem ser copiosamente conhecidos. O método proposto no referido documento requer a utilização de uma expansão da série de Taylor de primeira ordem para a propagação das incertezas-padrão. No entanto, quando o modelo matemático do mensurando é não linear, esta aproximação pode ser inadequada (WEN et al., 2013).

A correta obtenção de tal modelo nem sempre é uma tarefa fácil (NIELSEN, 2003). A principal razão disso radica, muitas vezes, na complexidade do sistema de medição, na falta de conhecimento sobre o seu princípio de funcionamento, bem como sobre os erros de medição e suas fontes. Neste sentido, Sommer e Siebert (2006) destacam a importância de identificar as grandezas de influência para o bom desenvolvimento do modelo matemático de medição, uma vez que a criação deste modelo é essencial para determinar corretamente a incerteza associada ao resultado da medição.

Desta forma pode-se concluir que a aplicação do GUM (INMETRO, 2012a) não é uma tarefa simples, porque seu entendimento e interpretação correta requerem capacitação técnica especializada.

De acordo com Harris e Cox (2014), o método GUM tem duas limitações principais. Em primeiro lugar está a forma aproximada utilizada para construir o intervalo de abrangência de maneira que contenha os valores do mensurando com uma probabilidade de abrangência estipulada. Em segundo lugar tem-se a orientação insuficiente para o caso multivariado em que existe mais do que uma grandeza mensurada.

A partir do exposto são apresentadas as limitações do método proposto pela ISO em 1993. São elas:

- É mais específico para modelos explícitos com apenas uma variável de saída;
- Requer que o modelo matemático que descreve o processo de medição seja linear;
- A variável de saída deve ter uma distribuição normal;
- Exige a determinação dos graus de liberdade da incerteza padrão combinada;
- As derivadas parciais, que representam os coeficientes de sensibilidade devem ser calculadas analiticamente; e
- A incerteza-padrão quando calculada por meio de uma avaliação do Tipo A depende do tamanho amostral.

A fim de superar essas limitações, o “*Joint Committee for Guides in Metrology*” (JCGM) publicou dois documentos de orientação específicos: “*Evaluation of Measurement Data - Supplement 1 to the Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement - Propagation of distributions using a Monte Carlo method*” (BIPM et al., 2008a) e “*Evaluation of Measurement Data - Supplement 2 to the Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement-Extension to any number of output quantities*” (BIPM et al., 2011). Esses documentos são comumente referidos como GUM S1 e GUM S2, respectivamente. De acordo com (EICHSTÄDT et al., 2012), o GUM S1 e o GUM S2 fornecem um quadro harmonizado para a avaliação da incerteza de medição contribuindo para a comparação dos resultados das medições internacionalmente.

2.2 Método de Monte Carlo (MC) e Monte Carlo adaptado (MCA) – GUM S1

O GUM S1 (BIPM et al., 2008a) orienta a aplicação do método de Monte Carlo (MC) que emprega simulações computacionais para gerar números aleatórios de acordo com uma distribuição de probabilidades e seus parâmetros característicos definidos previamente. Estas distribuições de probabilidade das variáveis de entrada são propagadas por meio do modelo matemático da medição (SCHWENKE et al., 2000).

As informações de entrada para aplicação do método de MC são similares às aquelas usadas na abordagem do GUM (BIPM et al., 2008a), ou seja, parte-se de um modelo matemático descrevendo o mensurando em função das variáveis de entrada e de suas informações estatísticas. A diferença fundamental é que as informações estatísticas de entrada usadas no GUM são basicamente a média, o desvio padrão e o número de graus de liberdade de cada distribuição. Já no método de MC as próprias Funções Densidade de Probabilidade (FDP) das distribuições de entrada são utilizadas, fornecendo informações mais completas sobre tais distribuições (LANDGRAF; STEMPNIAK, 2004).

Conhecidas as distribuições de probabilidade de cada uma das variáveis de entrada é possível determinar o respectivo valor numérico, bem como a incerteza-padrão associada a esta. Com estas informações pode-se simular a distribuição dos valores da variável de saída ou mensurando, de onde é possível obter-se a incerteza-padrão combinada.

Segundo o INMETRO (2008), as principais etapas para a avaliação da incerteza através da aplicação do método de Monte Carlo são: formulação, propagação e resumo.

Na formulação é definido o mensurando Y (variável de saída), são identificadas as grandezas de influência X_i com (X_1, \dots, X_W) (variáveis de entrada) das quais Y depende. Desenvolve-se então um modelo matemático que relaciona a variável de saída e as variáveis de entrada e com base no conhecimento disponível atribui-se uma Função Densidade de Probabilidade (gaussiana, retangular, triangular, etc.) para cada X_i .

Na etapa de propagação, cada grandeza de entrada X_i possui uma FDP, com um intervalo no qual o limite inferior é definido pelo valor mais provável da fonte subtraído da sua respectiva incerteza-padrão estimada, e o limite superior é calculado pelo valor mais provável da mesma fonte de entrada adicionado da incerteza-padrão estimada.

Em seguida é utilizado um programa computacional para realização de uma prova aleatória, obtendo-se desta forma um valor da variável de entrada em questão. Depois esta prova repete-se M vezes de modo que cada experimento seja independente dos outros. Assim é obtido um vetor de saída com M valores para cada variável de entrada X_i ($X_i(1), \dots, X_i(M)$). Finalmente são propagadas as FDPs de cada variável X_i através do modelo matemático para se obter M valores de saída Y ($Y(1), \dots, Y(M)$), bem como sua FDP.

O número de iterações a ser efetuado em cada simulação de Monte Carlo deve ser selecionado a priori. O GUM S1 recomenda que M inicial seja igual a 1 000 000. Assim sendo, não existe controle direto sobre o grau de aproximação dos resultados obtidos por meio da aplicação deste método. A razão disso é que o número de simulações necessário para proporcionar um grau prescrito de aproximação dependerá da forma da função densidade de probabilidade da grandeza de saída e da probabilidade de abrangência requerida. Pode-se

adicionar que os cálculos são de natureza estocástica, baseados em uma amostragem aleatória.

Este valor M pode, ainda, não ser especificado com antecedência, mas determinado pela aplicação de uma regra de parada durante o cálculo. A regra de parada é aplicada periodicamente, a fim de decidir se a qualidade desejada dos resultados foi alcançada e, se este for o caso, o cálculo é encerrado (HARRIS; COX, 2014).

Entretanto ao aplicar-se o método de MC não existe qualquer controle direto sobre o grau de aproximação dos valores de incerteza resultantes, uma vez que o número de iterações necessário para proporcionar um grau prescrito de aproximação dependerá da forma da função densidade de probabilidade dos valores da variável de saída e da probabilidade de abrangência requerida. Além disso, os cálculos são de natureza estocástica, sendo baseados em uma amostragem aleatória. Todavia, o número de iterações igual a 1 000 000 foi definido de forma arbitrária, assim, em diversas aplicações práticas pode não ser garantida a convergência dos resultados.

Apesar de este método ter ampliado o campo de aplicação do GUM, não é capaz de atender todas as aplicações práticas, no que diz respeito à avaliação da incerteza de medição. Em alguns casos o número de iterações M pode resultar em vetores de entrada e de saída cujos comprimentos excedem a capacidade de *softwares* amplamente utilizados como o *Matlab*®. Ainda a memória e o desempenho computacional exigidos em tais casos podem não estar disponíveis.

Assim, o GUM S1 (BIPM et al., 2008a) apresenta, também, o método de Monte Carlo adaptativo (MCA), cujo algoritmo é mostrado na Fig. 2.7. Enquanto no método de MC o número de iterações é escolhido a priori pelo usuário, no MCA o número iterações é definido adaptativamente seguindo uma regra de parada ou critério de convergência. Para tanto, inicialmente são geradas 10 000 ou iterações ($h = 1$), em um segundo momento são efetuadas novas 10 000 iterações ($h = h + 1$) obtendo-se 20 000 iterações ($h = 2$). Em seguida é aplicado o teste de convergência (verificação 1), e caso esta não seja confirmada são adicionadas 10 000 novas iterações ($h = 3$) e um novo teste de convergência é realizado (verificação 2). Novas simulações são efetuadas e o teste de convergência é repetido tantas vezes quanto necessário até atestar-se a mesma.

Quando a convergência é admitida ao final de h etapas e $h - 1$ verificações a incerteza-padrão combinada é calculada utilizando-se todo o espaço $M \times h$. Este espaço é formado pelo vetor de saída resultantes de todas as $M \times h$ iterações realizadas no método, ou seja, $M \times h$ é o número de elementos do vetor de saída. Para avaliar a convergência do método são utilizados quatro parâmetros de convergência, a saber, $y^{(h)}$ (média de Y), $u(y^{(h)})$ (incerteza de

Y), $y_{\min}^{(h)}$ (menor valor de Y), e $y_{\max}^{(h)}$ (maior valor de Y), e uma tolerância numérica previamente definida. Esta tolerância pode ser calculada pela Eq. (2.12).

$$\delta = \frac{1}{2} \cdot 10^{\ell} \quad (2.12)$$

Onde ℓ é o número de casas decimais da resolução do sistema de medição

O número M de iterações deve ser de no mínimo 10^4 iterações conforme mostra a Eq. (2.13).

$$M = \text{máximo}(J, 10^4) \quad (2.13)$$

Onde J é o próximo número inteiro maior ou igual a $100/(1-\rho)$, sendo ρ a abrangência desejada.

A cada nova etapa h são armazenados os valores $y^{(h)}$, $u(y^{(h)})$, $y_{\min}^{(h)}$ e $y_{\max}^{(h)}$, ou seja, no MCA obtém-se, além do vetor de saída, outros quatro vetores e para que a simulação seja considerada estável, o erro-padrão, calculado pela Eq. (2.14) de cada um dos parâmetros de convergência, deve ser menor do que a tolerância numérica especificada pela Eq. (2.12).

$$2E_P = \frac{2}{h(h-1)} \cdot \sum_{r=1}^h (y^{(r)} - y)^2 \quad (2.14)$$

Onde:

$$y = \frac{1}{h} \cdot \sum_{r=1}^h y^{(r)} \quad (2.15)$$

Caso a convergência não seja confirmada, novas M iterações devem ser efetuadas $h = h + 1$, aumentando assim o comprimento ($M \cdot h$) do vetor de saída, e novamente a convergência deve ser verificada. Em outras palavras, o número total de iterações é um múltiplo de M e os valores de média, incerteza-padrão combinada, máximo e mínimo levam em consideração todos os valores gerados.

Um fluxograma do método MCA pode ser visto na Fig. 2.7.

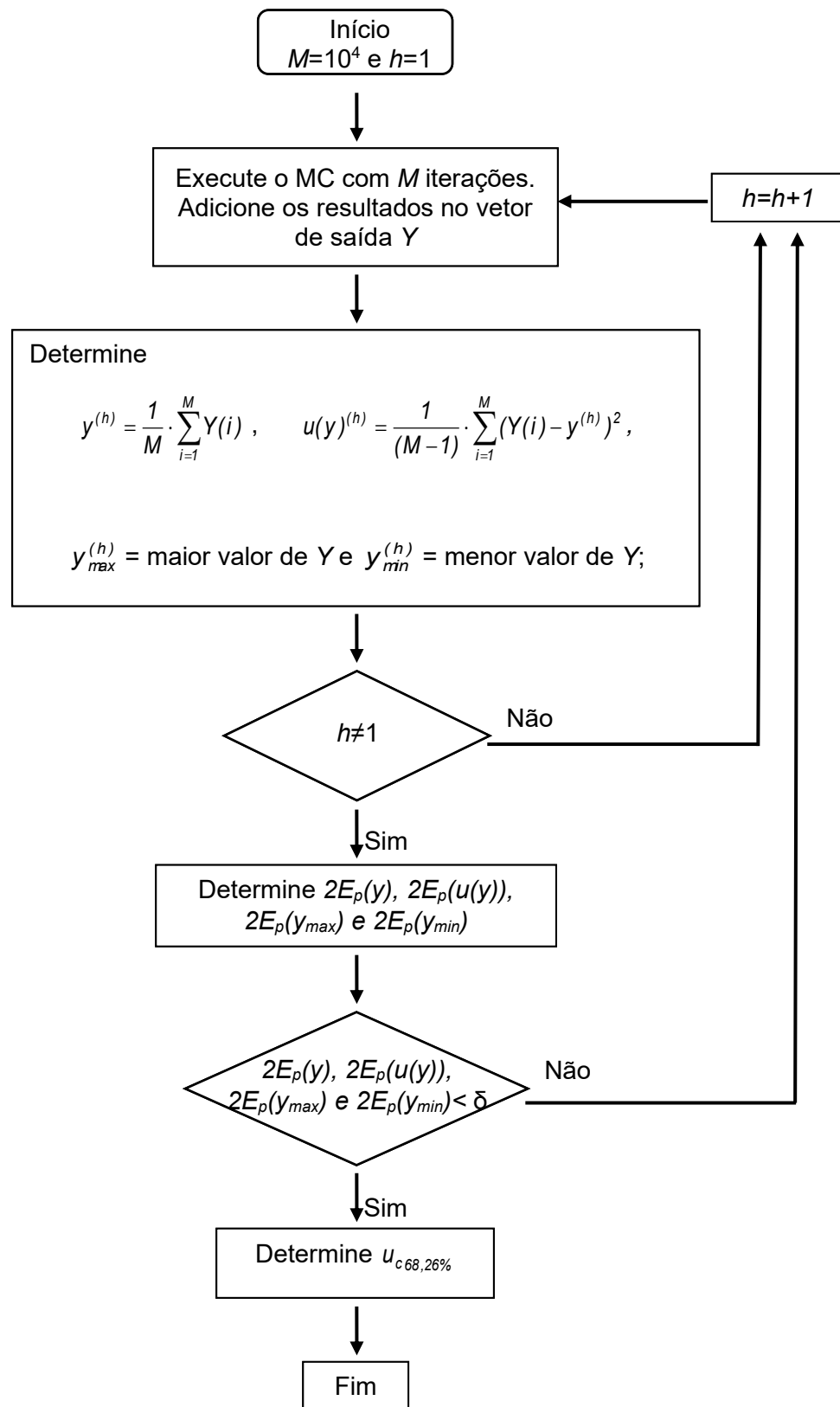


Figura 2.7 – Diagrama do bloco para a avaliação da incerteza de medição utilizando o método de Monte Carlo adaptativo proposto pelo BIPM et al. (2008a)

Quando nenhum dos valores $2E_p(y)$, $2E_p(u(y))$, $2E_p(y_{max})$ ou $2E_p(y_{min})$ exceda o grau de aproximação exigida o cálculo do MCA é considerado estável. Os resultados, oriundos do número total de iterações, são então utilizados para fornecer a estimativa do valor de grandeza de saída, a incerteza-padrão associada à medição e o intervalo de abrangência (BIPM et al., 2008a). Em outras palavras, uma grandeza pode ser considerada estável se o erro-padrão associado com a estimativa do seu valor é menor do que o grau de aproximação exigida na incerteza-padrão $u(y)$.

Schwenke et al. (2000) aplicaram o método de Monte Carlo para estimar a incerteza na medição de características geométricas em MMCs. Os resultados encontrados foram comparados com aqueles obtidos a partir de medições repetidas, observando-se uma boa concordância dentro das expectativas teóricas.

Piratelli-Filho e Di Giacomo (2003) estimaram a incerteza de medição associada à calibração de instrumentos usados para medir ângulos pequenos por meio da aplicação dos métodos Monte Carlo e GUM. Os valores de incerteza expandida obtidos por ambos os métodos foram comparados, mostrando-se similares. O método de Monte Carlo se mostrou mais eficiente na análise quando a incerteza é determinada a partir de expressões com um certo grau de complexidade.

Matus (2012) utilizou o método MC para avaliar a incerteza da medição do desvio de planeza de blocos-padrão. Este processo, embora simples, não permite a aplicação do GUM, porque as derivadas parciais da função modelo não existem.

Andolfatto; Mayer; Lavernhe (2011) implementaram uma abordagem multi-saída de Monte Carlo para determinar a incerteza de medição de oito erros utilizando um teste de configuração única em uma máquina-ferramenta com cinco eixos. A contribuição desses erros na incerteza final foi avaliada.

Um método, baseado nas simulações de Monte Carlo, foi proposto por Kruth et al. (2009) para determinar a incerteza associada à medição de desvios de forma de peças em CMM. Para estes autores, o método de Monte Carlo fornece valores de incerteza adequados. Ainda pode-se esperar que um valor de M igual a 1 000 000 providencie um intervalo de abrangência de 95% para o valor da grandeza de saída de tal modo que forneça um grau de aproximação para a incerteza resultante de um ou dois dígitos decimais significativos.

Theodorou et al. (2011) apresentaram duas abordagens para estimar a incerteza associada à medição direta de cádmio na água utilizando espectrometria de absorção atômica em forno de grafite (GFAAS). Os resultados incerteza expandida (com níveis de confiança de 95%) obtidos com o GUM e do Método de Monte Carlo ao nível de concentração de 3,01 µg/L foi de 0,20 µg/L e 0,18 µg/L, respectivamente. Assim, o GUM ligeiramente superestima a incerteza geral em 10% em relação ao MC, mesmo este tendo em conta as fontes adicionais

de incerteza que o GUM considera insignificante. A principal fonte dessa diferença é a aproximação utilizada pelo GUM para estimar a incerteza padrão da curva de calibração produzida pela regressão por mínimos quadrados. Embora o GUM mostra-se adequado neste caso específico, geralmente o Método de Monte Carlo tem características que evitam as premissas e as limitações do GUM.

Wen et al. (2013) demonstraram que o modelo matemático do desvio de cilindridade com base na condição mínima zona é estabelecido e um algoritmo de otimização enxame quasipartícula (QPSO). Neste caso, o modelo é não-linear e é necessário verificar se o GUM é válido para a avaliação da incerteza de medição de desvio de cilindridade. Em seguida, o MCA e o GUM foram utilizados para estimar a incerteza.

O método MCA foi aplicado por Acero et al. (2016) para avaliar a incerteza de medição utilizando uma plataforma de metrologia acoplada destinada à calibração e verificação dos processos de medição utilizando instrumentos de medição portátil. Para tanto foi desenvolvido um procedimento para estimativa de incerteza com base no método de Monte Carlo, o qual tem como finalidade a identificação das principais fontes de erro que podem afetar os resultados de medição da plataforma, sendo elas: a incerteza de calibração da plataforma, o erro do instrumento de medição portátil, os erros dos sensores capacitivos, a deformação modal da plataforma e a temperatura.

Balsamo et al. (1999); Ramu et al. (2011) e Schwenke et al. (2000) aplicaram o método de Monte Carlo para avaliar a incerteza de medição em MMCs fazendo uso de MMCs virtuais, as quais permitem a simulação do comportamento metrológico destas máquinas de forma bastante realística.

2.3. Calibração e rastreabilidade

A Norma ABNT NBR ISO/ IEC 17025 (ABNT, 2005) contém todas as especificações e exigências para que os laboratórios responsáveis pela realização de ensaios e calibrações operem de forma a atender os padrões exigidos nacional e internacionalmente, garantindo a emissão de resultados confiáveis. Assim sendo, esta norma estipula quinze requisitos relativos à direção do laboratório e dez técnicos.

Os requisitos técnicos envolvem os fatores humanos, os equipamentos e seu manuseio, os métodos empregados, as instalações e condições ambientais, a rastreabilidade das medições, a amostragem, o manuseio de itens de ensaio e calibração, a garantia da qualidade de resultados de ensaio e calibração e a apresentação dos resultados.

Os resultados dos ensaios e calibrações devem ser rastreáveis e para tanto, o laboratório deve efetuar a calibração dos instrumentos de medição e dos padrões do laboratório. Estes últimos são calibrados por organismos credenciados que assegurem total confiabilidade.

A rastreabilidade metrológica é uma propriedade de um resultado de medição pela qual tal resultado pode ser relacionado a uma referência através de uma cadeia ininterrupta e documentada de calibrações, cada uma contribuindo para a incerteza de medição. No entanto, a rastreabilidade metrológica de um resultado de medição não assegura a adequação da incerteza de medição para um dado objetivo ou a ausência de erros humanos (INMETRO, 2012b).

A rastreabilidade metrológica requer uma hierarquia de calibração estabelecida (INMETRO, 2012b), uma cadeia de rastreabilidade genérica e sem ramificações pode ser vista na Fig. 2.8.

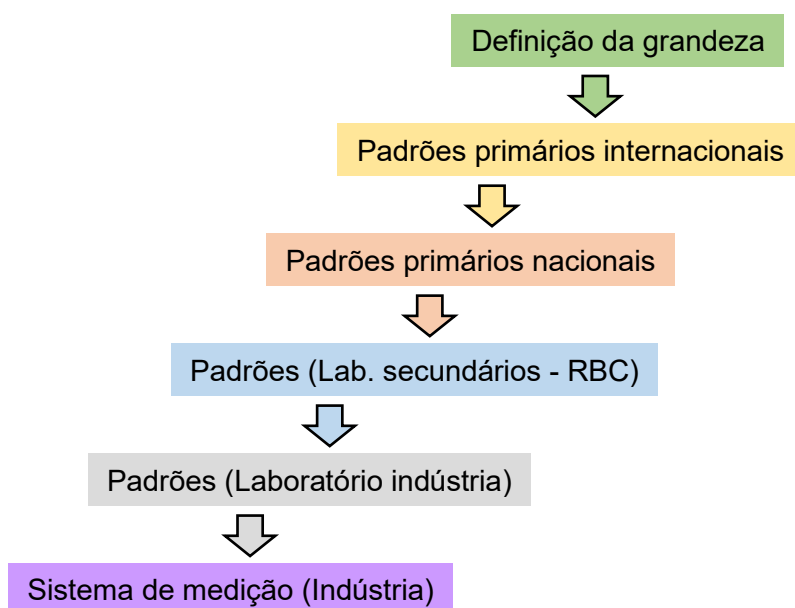


Figura 2.8 – Cadeira de rastreabilidade genérica

Para medições com mais de uma grandeza de entrada em um modelo matemático de medição, cada valor de entrada deveria ter sua própria rastreabilidade e a hierarquia de calibração envolvida pode formar uma estrutura ramificada ou uma rede (INMETRO, 2012b).

Os elementos necessários para confirmar a rastreabilidade metrológica são (INMETRO, 2012b):

1. Uma cadeia de rastreabilidade ininterrupta a um padrão internacional ou a um padrão nacional;

2. Uma incerteza de medição documentada;
3. Um procedimento de medição documentado;
4. Uma competência técnica reconhecida;
5. A rastreabilidade metrológica ao SI;
6. Intervalos entre calibrações.

A calibração é o conjunto de operações que estabelece, sob condições especificadas, a relação entre os valores indicados por um instrumento de medição ou sistema de medição e os valores correspondentes das grandezas estabelecidos por padrões (INMETRO, 2012).

A calibração pode ser dividida em calibração direta e indireta. Na calibração direta, o mensurado é aplicado sobre o sistema de medição por meio de medidas materializadas, cada qual com seu valor verdadeiro convencional suficientemente conhecido. São exemplos de medidas materializadas: blocos-padrão (comprimento), massas padrão, pontos de fusão de substâncias puras, entre outras.

É necessário dispor de uma coleção de medidas materializadas suficientemente completa para cobrir toda a faixa de medição do instrumento. As condições do sistema de medição são confrontadas com cada valor verdadeiro convencional e a correção e sua incerteza é estimada por meio de medições repetitivas.

Para a calibração indireta, o mensurado é gerado por meio de um dispositivo auxiliar (artefato-padrão), que atua simultaneamente no sistema de medição a calibrar e também no sistema de medição-padrão, isto é, um segundo sistema de medição que não apresente incerteza superiores a 1/10 da incerteza do primeiro. As indicações do sistema de medição a calibrar são comparadas com as do sistema de medição-padrão, e os erros são determinados.

O resultado de uma calibração permite tanto o estabelecimento dos valores do mensurando para as indicações como a determinação das correções a serem aplicadas. A calibração do sistema de medição possibilita, ainda, a emissão de um parecer de conformidade, bem como determinar outras propriedades metrológicas como o efeito das grandezas de influência. Segundo o (INMETRO, 2012b), uma calibração pode ser expressa por meio de uma declaração, uma função de calibração, um diagrama de calibração, uma curva de calibração ou uma tabela de calibração (INMETRO, 2012).

2.4. Testes de normalidade

A Estatística é uma ciência que possui procedimentos para coleta, apresentação e interpretação adequada de um conjunto de dados (BUSSAB e MORRETIN, 2002). A

Estatística clássica está fortemente aliada à distribuição Normal dos dados e à ausência de valores extremos (*outliers*), desta forma se aplicada à análise de um conjunto de dados não normais, obtém-se medidas de dispersão elevadas e com baixa confiabilidade, produzindo amplos intervalos de aceitação, o que reduz a qualidade das interpretações (BIASOLI et al., 2007).

Em estatística, os testes de normalidade são usados para determinar se um conjunto de dados de uma dada variável aleatória é bem modelada por uma distribuição normal ou não, ou para calcular a probabilidade da variável aleatória subjacente estar normalmente distribuída.

Os testes de normalidade devem ser aplicados para verificar a normalidade dos valores do mensurando uma vez que o método GUM exige que a variável de saída apresente uma FDP normal.

Para testar a normalidade existem diferentes testes dentre eles Kolmogorov-Smirnov, Cramer-von Mises, Anderson-Darling e Shapiro-Wilk. De acordo com Leotti, Birck e Riboldi (2005) há equivalência entre estes testes Kolmogorov-Smirnov, Cramer-von Mises, Anderson-Darling e Shapiro-Wilk para dados Normais, porém o teste de Kolmogorov-Smirnov é menos sensível à verificação da Normalidade, sendo considerado o menos eficiente deles. Estes autores concluíram que o teste de Shapiro-Wilk é, aparentemente, o melhor teste de aderência à Normalidade. Este fato também foi confirmado por Cirillo e Ferreira (2003) e Öztuna; Elhan; e Tüccar (2006).

Royston (1983) generalizou o teste univariado de Shapiro-Wilk para o caso multivariado. Este teste fornece o parâmetro valor de prova (*valor-p*, *p-value* ou significância), que pode ser interpretado como a medida do grau de concordância entre os dados e a hipótese nula (H_0), sendo H_0 correspondente à distribuição Normal. Quanto menor for o *valor-p*, menor é a consistência entre os dados e a hipótese nula. Então, a regra de decisão adotada, para saber se a distribuição é Normal, é rejeitar H_0 , primeiramente, se $p\text{-value} \leq \alpha$, rejeita-se H_0 , ou seja, não se pode admitir que o conjunto de dados em questão tenha distribuição Normal. Em segundo lugar, se $p\text{-value} > \alpha$, não se rejeita H_0 , ou seja, a distribuição Normal é uma distribuição possível para o conjunto de dados em questão (LOPES et al., 2013).

CAPÍTULO III

METODOLOGIA

Neste trabalho é apresentado um método alternativo para avaliar a incerteza de medição, chamado de método de Monte Carlo Sequencial (MCS). Este se baseia no método de Monte Carlo Adaptativo (MCA) proposto pelo GUM S1 com duas modificações. A primeira diz respeito à quais dados decorrentes da simulação são armazenados, enquanto que a segunda consiste na aplicação de um novo critério para avaliar a convergência. O método proposto foi aplicado para estimar a incerteza de medições efetuadas por meio de paquímetro, micrômetro para dimensões externas, projetor de perfil e rugosímetro. A validação do mesmo foi efetuada comparando os resultados obtidos com aqueles decorrentes da aplicação dos métodos GUM, Monte Carlo e Monte Carlo Adaptativo.

Para um melhor entendimento, este capítulo, foi dividido em quatro etapas, descritas a seguir: apresentação do método MCS proposto; planejamento dos experimentos; avaliação da incerteza de medição; e validação do MCS.

3.1 Apresentação do método de Monte Carlo Sequencial (MCS)

Durante a aplicação do método de Monte Carlo Adaptativo proposto no GUM S1 (BIPM et al., 2008) o comprimento $M \times h$ do vetor de saída Y , onde M é o número de iterações em cada etapa h , pode assumir valores significativos que exigem elevada capacidade de processamento e de memória disponível. Com isto a capacidade de alguns computadores *softwares*, como por exemplo o *Microsoft® Excel®*, pode ser excedida e, portanto, não podem ser utilizados para efetuar a simulação.

Assim, este trabalho propõe um novo modo de armazenar os dados decorrentes da simulação. O diferencial neste caso, quando comparado ao método MCA convencional, radica

em que todos os valores do vetor de saída Y não são armazenados, mas deste são extraídas as informações necessárias para o cálculo dos parâmetros de convergência. Estas informações são: o seu valor máximo, o seu valor mínimo, o somatório dos seus elementos ($\sum y$) e o somatório do quadrado dos seus elementos ($\sum y^2$). As variáveis $\sum y$ e $\sum y^2$ são calculadas recursivamente por meio das Eqs. (3.1) e (3.2), desta maneira seus valores são atualizados a cada nova etapa h executada.

$$\sum y = \sum y + \sum_{i=1}^M Y(i) \quad (3.1)$$

$$\sum y^2 = \sum y^2 + \sum_{i=1}^M Y(i)^2 \quad (3.2)$$

Nas Eqs. (3.1) e (3.2) Y é o vetor de saída da etapa h .

Esta modificação tem como fundamento quatro pressupostos:

a) Primeiro pressuposto: se uma população P é formada por h amostras então a média da população P é igual à média das médias das h amostras ($Y^{(1)}, Y^{(2)}, \dots, Y^{(h)}$). Desta maneira, o cálculo da média $y^{(h)}$ da população foi realizado iterativamente utilizando a Eq. (3.3)

$$y^{(h)} = \frac{\sum y}{M} \quad (3.3)$$

b) Segundo pressuposto: Como para uma população P formada por h amostras a relação entre as médias apresentada no primeiro pressuposto 1 não se cumpre para o desvio-padrão, então se propõe estimar a incerteza populacional $u(y)^{(h)}$ como mostra a Eq. (3.4).

$$u(y)^{(h)} = \sqrt{\frac{\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{M \cdot h}}{M \cdot h - 1}} \quad (3.4)$$

A incerteza-padrão combinada calculada desta forma é igual aquela estimada no MCA. Como demonstrado a seguir:

$$\begin{aligned}
u(y)^{(h)} &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=M \cdot h} (Y(i) - \bar{y})^2}{M \cdot h - 1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=M \cdot h} (Y(i)^2 - 2 \cdot Y(i) \cdot \bar{y} + \bar{y}^2)}{M \cdot h - 1}} = \\
&= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=M \cdot h} Y(i)^2 - 2 \cdot \bar{y} \cdot \sum_{i=1}^{i=M \cdot h} Y(i) + \sum_{i=1}^{i=M \cdot h} \bar{y}^2}{M \cdot h - 1}} = \\
&= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=M \cdot h} Y(i)^2 - 2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^{i=M \cdot h} Y(i)}{M \cdot h} \cdot \sum_{i=1}^{i=M \cdot h} Y(i) + M \cdot h \cdot \frac{\left(\sum_{i=1}^{i=M \cdot h} Y(i)\right)^2}{(M \cdot h)^2}}{M \cdot h - 1}} = \\
&= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=M \cdot h} Y(i)^2 - 2 \cdot \frac{\left(\sum_{i=1}^{i=M \cdot h} Y(i)\right)^2}{M \cdot h} + \frac{\left(\sum_{i=1}^{i=M \cdot h} Y(i)\right)^2}{M \cdot h}}{M \cdot h - 1}} = \\
&= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=M \cdot h} Y(i)^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{i=M \cdot h} Y(i)\right)^2}{M \cdot h}}{M \cdot h - 1}} = \sqrt{\frac{\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{M \cdot h}}{M \cdot h - 1}}
\end{aligned} \tag{3.5}$$

c) Terceiro pressuposto: O maior valor da população corresponde ao maior valor entre o máximo das amostras, Eq. (3.6).

$$y_{\max}^{(h)} = \text{Máximo}[y_{\max}^{(h-1)}; \text{Máximo}(Y_h)] \tag{3.6}$$

d) Quarto pressuposto: O menor valor da população corresponde ao menor valor entre o mínimo das amostras, Eq. (3.7).

$$y_{\min}^{(h)} = \text{Mínimo}[y_{\min}^{(h-1)}; \text{Mínimo}(Y_h)] \tag{3.7}$$

O MCS visa modificar o critério de convergência do MCA, que é baseado nos valores $2E_p(y)$, $2E_p(u(y))$, $2E_p(y_{\max})$ e $2E_p(y_{\min})$, por um critério que não permita que simulações consideradas estáveis e convergentes adquiram comportamento instável ou não convergente, com o aumento do número $M \times h$ de iterações. Ainda o novo critério de convergência deve permitir ao usuário a visualização da flutuação dos valores da incerteza-padrão combinada e fornecer informações sobre a FDP do vetor de saída à medida que o número de iterações aumenta.

Desta maneira, o novo critério de convergência proposto para o MCS é baseado na diferença entre os valores de incerteza ($D[u(y)]$), em seu valor máximo padronizado y_{max-p} e no valor mínimo padronizado y_{min-p} . Estes parâmetros podem ser calculados pelas Eq. (3.8) a (3.10).

$$D[u(y)]^{(h)} = 2 \cdot |u(y)^{(h)} - u(y)^{(h-1)}| \quad (3.8)$$

$$y_{max-p}^{(h)} = \frac{y_{max}^{(h)} - y^{(h)}}{u(y)^{(h)}} \quad (3.9)$$

$$y_{min-p}^{(h)} = \frac{y^{(h)} - y_{min}^{(h)}}{u(y)^{(h)}} \quad (3.10)$$

Neste trabalho se adotou que a exatidão requerida durante a simulação é igual à décima parte da resolução do sistema de medição. Entretanto, uma indicação da estabilidade dos valores de $D[u(y)]^{(h)}$ é alcançada quando a diferença entre a incerteza estimada para a etapa h e $h-1$ for inferior a $R/100$ por 7 etapas consecutivas.

Considerando que uma parte considerável dos mensurandos pode apresentar um comportamento normal com modelos matemáticos muito complexos, não deriváveis ou não lineares, adicionou-se para esses casos uma condição adicional. A qual consiste em que os valores $y_{max-p}^{(h)}$ e $y_{min-p}^{(h)}$ devem ser superiores a 4 e de preferência iguais. Esta condição se justifica porque o intervalo de abrangência correspondente a $(\bar{x} \pm s)$ apresenta valores diferentes para FDPs normais, triangulares e retangulares, sendo de 68%, 65% e 58%, respectivamente.

Para um intervalo de abrangência próximo a 100% são encontrados os valores $\bar{x} \pm 2,45s$ e $\bar{x} \pm 1,73s$ para FDPs triangulares e retangulares, respectivamente, assim espera-se que $y_{max-p}^{(h)}$ e $y_{min-p}^{(h)}$ se aproximem de 2,45 e 1,73. É importante ressaltar que para estas FDPs são conhecidos e fixados os seus valores extremos (máximo e mínimo), enquanto que para distribuições normais não há um limite finito que irá conter 100% de seus valores possíveis. No entanto, espera-se que apenas 0,1% dos seus possíveis valores estejam em um intervalo superior a $\bar{x} \pm 4s$ e por este motivo, para FDPs do tipo normal, os valores $y_{max-p}^{(h)}$ e $y_{min-p}^{(h)}$ devem ser superiores a 4. Cabe destacar que este critério será aplicado apenas para mensurandos com distribuição normal.

Os valores máximo e mínimo de uma distribuição simétrica apresentam o mesmo afastamento em relação à média. Desta maneira, a diferença entre os valores $y_{\max-p}^{(h)}$ e $y_{\min-p}^{(h)}$ é um indicador de simetria da FDP, pois, estes são calculados a partir da diferença entre $y^{(h)}$ e os valores $y_{\max}^{(h)}$ e $y_{\min}^{(h)}$.

Durante a geração dos números aleatórios a estagnação de $y_{\max}^{(h)}$ e $y_{\min}^{(h)}$ evidencia que a FDP do vetor de saída não sofrerá alterações e, portanto a estabilização foi alcançada.

Para outras distribuições que não a normal, a primeira condição para a estabilização de $D[u(y)]$ se mantém, porém o limite inferior para os parâmetros $y_{\max-p}^{(h)}$ e $y_{\min-p}^{(h)}$ depende do tipo de distribuição.

3.2 Planejamento dos experimentos

Visando o desenvolvimento e validação de um método que possa ser aplicado para avaliar a incerteza associada à medição de uma ampla gama de mensurandos, fez-se necessária uma extensa coleta de dados provenientes de processos de medição em diferentes níveis de complexidade e exatidão. Assim foram abordados sistemas de medição simples e complexos. Dentre os simples figuram (paquímetro, micrômetro e projetor de perfil); e complexo (rugosímetro).

- a) A avaliação da incerteza de medição em processos simples possibilitou a familiarização e aprendizado das rotinas do GUM S1, bem como a avaliação da repetibilidade dos métodos MCA e MCS. Nesta etapa foram desenvolvidos algoritmos que possam ser validados por meio da comparação dos resultados obtidos e aqueles fornecidos por meio da aplicação do método GUM que é notoriamente eficaz para tais mensurandos.
- b) A avaliação da incerteza de medição em processos complexos foi dedicada aos parâmetros de rugosidade Ra , Rq , Rt e Rsk . A medição da rugosidade pode ser considerada um processo de medição complexo devido a: cada parâmetro de rugosidade é calculado por meio de uma equação matemática determinada; grande quantidade de dados é utilizada para cálculo dos valores desses parâmetros; e as ordenadas dos pontos do perfil, que são a base do cálculo dos parâmetros possuem FDPs não normais.

Todos os experimentos foram conduzidos a temperatura de $(20,0 \pm 1,0) ^\circ\text{C}$ conforme recomenda a norma ABNT NBR NM ISO 1 (ABNT, 1997). Para monitoramento da temperatura foi utilizado um termo higrômetro digital do fabricante Instrutherm com resolução de $0,1 ^\circ\text{C}$ e faixa nominal de $(-20 \text{ a } 60) ^\circ\text{C}$. O certificado de calibração deste equipamento (ANEXO 1) declara uma incerteza expandida de $0,3 ^\circ\text{C}$ para a temperatura com fator de abrangência igual a 2,00 e infinitos graus de liberdade. Precedentemente às medições, tanto as peças quanto os sistemas de medição foram mantidos por pelo menos 12 horas na temperatura especificada para atingirem o equilíbrio térmico.

3.2.1 Coleta dos dados – processos simples de medição

O diâmetro maior (d_{maior}) de um parafuso (Fig. 3.1) foi medido utilizando um paquímetro digital Mitutoyo, com faixa nominal de 150 mm e resolução de 0,01 mm. O certificado de calibração do paquímetro N.8116/10 (ANEXO 2) apresenta uma incerteza-expandida associada à calibração para medidas externas de 0,02 mm com k igual a 2,00 e 95% de probabilidade de abrangência.

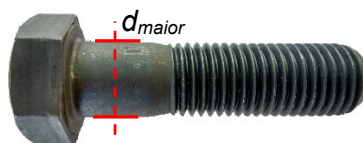


Figura 3.1 – Diâmetro maior do parafuso medido por meio do paquímetro digital.

Este mensurando também foi medido por meio de um micrômetro analógico para dimensões externas, fabricado pela Mitutoyo, com resolução de 0,001 mm e faixa nominal de 25 mm. O certificado de calibração do micrômetro N. 02099/13 (ANEXO 3) declara uma incerteza expandida associada à calibração de 0,002 mm para um fator de abrangência (k) igual a 2,08, com 31 graus de liberdade efetivos e 95% de probabilidade de abrangência. São declarados, ainda, os valores dos desvios de planeza das superfícies de medição fixa (batente) e móvel (fuso) e o desvio de paralelismo entre ambas as superfícies de medição, bem como o valor da incerteza de medição associada à determinação destas características e o fator de abrangência correspondente.

O diâmetro menor (d_{menor}) do parafuso (Fig. 3.2) foi medido com o projetor de perfil PJ-A3000, fabricado pela Mitutoyo, com resolução de 0,001 mm para as medições lineares e faixa nominal definida pela capacidade dos eixos X e Y, sendo de 50 mm, respectivamente. Durante a medição o Eixo X foi utilizado como referência como mostra a Fig. 3.3.

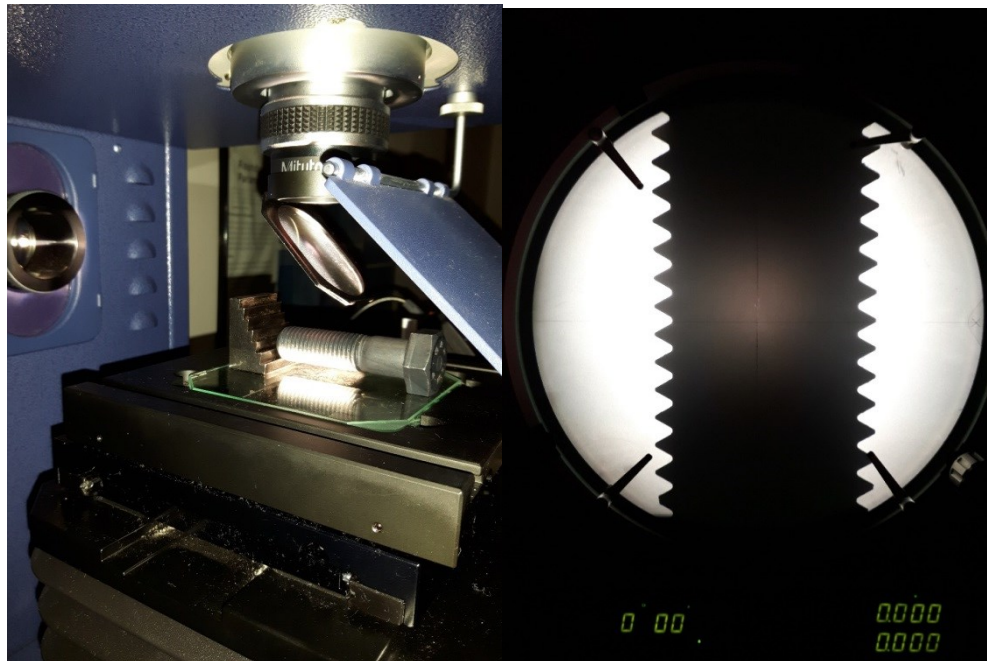


Figura 3.2 – Diâmetro menor do parafuso medido por meio do projetor de perfil

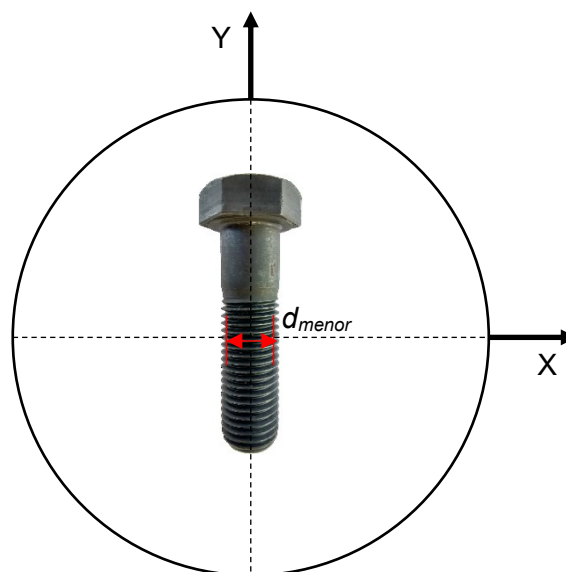


Figura 3.3 – Posicionamento do parafuso durante a medição do diâmetro menor utilizando um projetor de perfil com destaque para o eixo X utilizado como referência

Este equipamento possui certificado de calibração N.12137/12 (ANEXO 4) o qual declara uma incerteza-expandida associada à calibração para medidas lineares utilizando o eixo X de 0,002 mm. O fator de abrangência (k) é igual a 2,03 com 99 graus de liberdade efetivos. Este certificado declara, também, a incerteza associada ao aumento da lente, como

sendo 0,01% do valor do mensurando, para um fator de abrangência (k) igual a 2,00 e infinitos graus de liberdade.

Em todos os casos foram efetuados trinta ciclos de medição para a verificação da normalidade dos valores do mensurando por meio da aplicação do teste de Shapiro-Wilk. Para maior compatibilidade com as práticas convencionais de medição, a avaliação da incerteza de medição foi efetuada utilizando somente as indicações dos cinco primeiros ciclos de cada medição.

Nas Figuras 3.4 a 3.6, observam-se as possíveis fontes de erro da medição do d_{maior} com o paquímetro digital e com micrômetro analógico, e do d_{menor} com projetor de perfil, respectivamente.

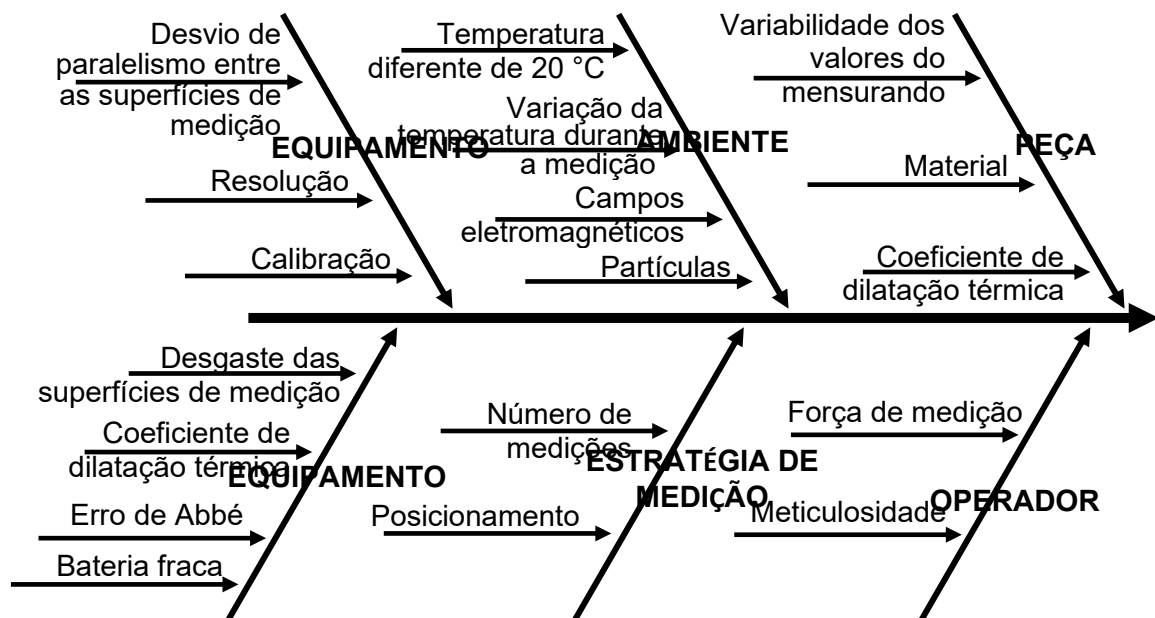


Figura 3.4 – Fontes de erro da medição do diâmetro maior do parafuso utilizando um paquímetro digital

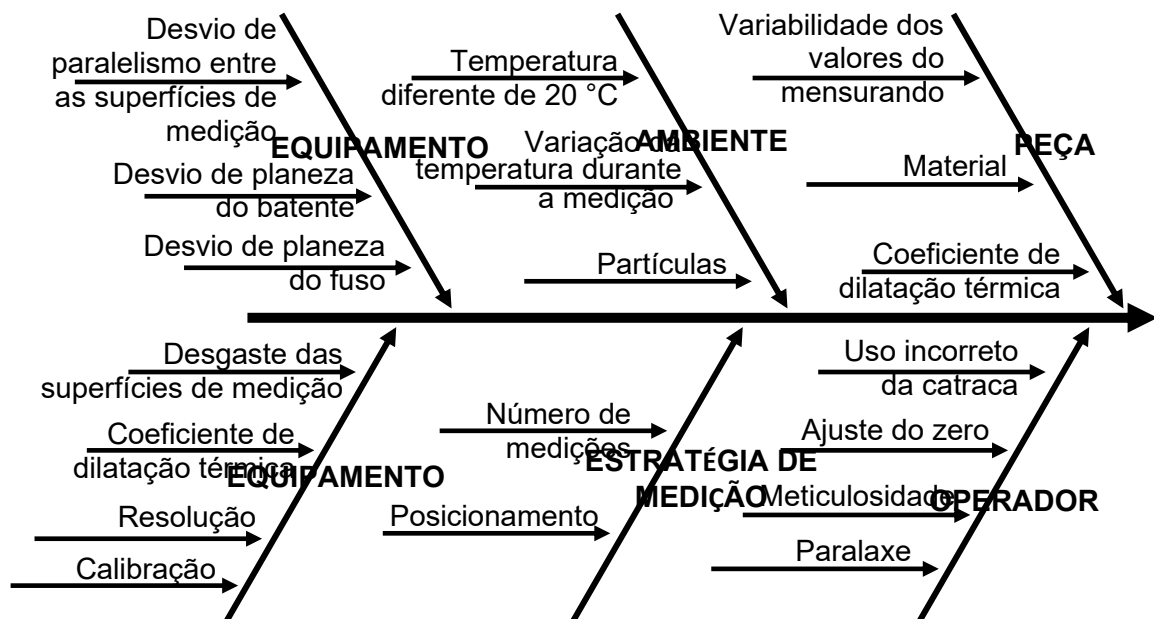


Figura 3.5 – Fontes de erro na medição do diâmetro maior do parafuso com um micrômetro analógico

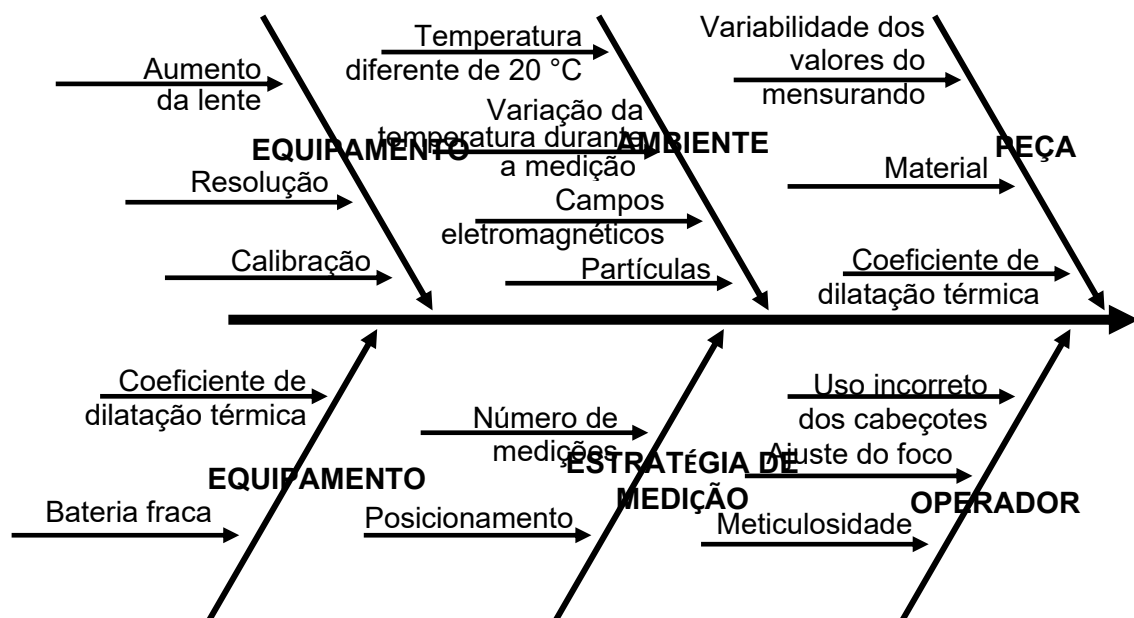


Figura 3.6 – Fontes de erro na medição do diâmetro menor do parafuso por meio do projetor de perfil

3.2.2 Avaliação da incerteza via MCA – processos de medição simples

Para efetuar a avaliação da incerteza associada à medição do diâmetro maior com o paquímetro (d_{maior}^p) e com o micrômetro (d_{maior}^m) foram utilizados os modelos matemáticos presentes nas Eqs. (3.11) a (3.12), enquanto que para o d_{menor} medido com o projetor de perfil foi proposto o modelo dado na Eq. (3.13).

$$d_{maior}^p = \bar{x} + \Delta R + \Delta C + \Delta D_{PrP} + \bar{x} \cdot \Delta T \cdot (\alpha_{Pe} + \alpha_M) + \bar{x} \cdot \delta T \cdot (\alpha_{Pe} + \alpha_M) \quad (3.11)$$

$$d_{maior}^m = \bar{x} + \Delta R + \Delta C + \Delta D_{PlF} + \Delta D_{PlB} + \Delta D_{PrM} + \bar{x} \cdot \Delta T \cdot (\alpha_{Pe} + \alpha_M) + \bar{x} \cdot \delta T \cdot (\alpha_{Pe} + \alpha_M) \quad (3.12)$$

$$d_{menor} = \bar{x} + \Delta R + \Delta C + \Delta AI + \bar{x} \cdot \Delta T \cdot (\alpha_{Pe} + \alpha_M) + \bar{x} \cdot \delta T \cdot (\alpha_{Pe} + \alpha_M) \quad (3.13)$$

Onde \bar{x} é a média das indicações; ΔR é a correção devido à resolução do sistema de medição; ΔC é a correção associada à incerteza de calibração do sistema de medição; ΔD_{PrP} e ΔD_{PrM} é a correção devido ao desvio de paralelismo entre as superfícies de medição do paquímetro e do micrômetro, respectivamente; ΔD_{PlF} é a correção devido ao desvio de planeza do fuso do micrômetro; ΔD_{PlB} é a correção devido ao desvio de planeza do batente do micrômetro; ΔAI é correção devido à incerteza associada ao aumento da lente do projetor de perfil, ΔT é a correção devido ao afastamento da temperatura em relação a 20 °C, δT é correção devido à variação da temperatura durante a medição, α_{pe} e α_M são os coeficientes de dilatação térmica linear da peça e do sistema de medição, respectivamente.

Para estas medições, a peça e o sistema de medição apresentaram o mesmo coeficiente de dilatação térmica linear, além disso, as medições foram efetuadas a temperatura ambiente controlada e mantida em $(20,0 \pm 1,0)$ °C e em um curto período de tempo, assim, não foram considerados os efeitos térmicos relativos ao afastamento da temperatura em relação a 20 °C e à variação da temperatura durante a medição. As equações desprezando os feitos térmicos podem ser vistas nas Eqs. (3.14) a (3.16).

$$d_{maior}^p = \bar{x} + \Delta R + \Delta C + \Delta D_{PrP} \quad (3.14)$$

$$d_{maior}^m = \bar{x} + \Delta R + \Delta C + \Delta D_{PrM} + \Delta D_{PlF} + \Delta D_{PlB} \quad (3.15)$$

$$d_{menor} = \bar{x} + \Delta R + \Delta C + \Delta AI \quad (3.16)$$

O cálculo das incertezas-padrão de cada uma das variáveis presentes na Eqs. (3.14) a (3.16) foi efetuado utilizando as informações da Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Incertezas-padrão dos processos simples de medição

Incerteza-padrão	Características
Variabilidade dos valores do mensurando $u(\bar{x}) = \frac{s(x)}{\sqrt{n}}$	Avaliação tipo A - $s(x)$: desvio-padrão das indicações - n : número de indicações, $n = 5$ - Distribuição <i>t de Student</i> - $n-1$ graus de liberdade
	Avaliação tipo B - R : resolução do SM $R = 0,01$ mm para o paquímetro digital $R = 0,001$ mm para o micrômetro $R = 0,001$ mm para o projetor de perfil - Distribuição retangular - Infinitos graus de liberdade
Resolução do sistema de medição $u(\Delta R) = \frac{R}{\sqrt{3}}$ para micrômetro $u(\Delta R) = \frac{R}{2\sqrt{3}}$ para paquímetro e projetor	Avaliação tipo B - $U(C)$: incerteza expandida associada à calibração do sistema de medição $U(C) = 0,02$ mm para o paquímetro $U(C) = 0,002$ mm para o micrômetro $U(C) = 0,002$ mm para o projetor de perfil - k : fator de abrangência $k = 2,40$ para o paquímetro $k = 2,08$ para o micrômetro $k = 2,03$ para o projetor de perfil - Distribuição <i>t de-Student</i> - Graus de liberdade: Infinitos para o paquímetro 31 para o micrômetro 99 para o projetor de perfil
Calibração do sistema de medição $u(\Delta C) = \frac{U(C)}{k}$	

Tabela 3.1 (continuação) – Incertezas-padrão dos processos simples de medição

		Avaliação tipo B
Desvio de paralelismo entre as superfícies de medição		- $U(D_{PrM})$: incerteza expandida associada ao desvio de paralelismo entre as superfícies de medição
	$u(\Delta D_{PrP}) = \frac{U(D_{PrP})}{k}$	$U(D_{PrP}) = 0,003$ mm para o paquímetro
	$u(\Delta D_{PrM}) = \frac{U(D_{PrM})}{k}$	$U(D_{PrM}) = 0,0003$ mm para o micrômetro
Desvio de planeza do batente		- $U(D_{PIB})$: incerteza expandida associada ao desvio de planeza do batente
	$u(\Delta D_{PIB}) = \frac{U(D_{PIB})}{k}$	$U(D_{PIB}) = 0,0002$ mm
Desvio de planeza do fuso		- $U(D_{PIF})$: incerteza expandida associada ao desvio de planeza do fuso
	$u(\Delta D_{PIF}) = \frac{U(D_{PIF})}{k}$	$U(D_{PIF}) = 0,0002$ mm
		- $k = 2,00$
		- Infinitos graus de liberdade
		Avaliação tipo B
Aumento da lente		- $U(AI)$: incerteza expandida associada ao aumento da lente do projetor de perfil
	$u(\Delta AI) = \frac{U(AI)}{k}$	$U(AI) = 0,01\%$
		- $k = 2,00$
		- Infinitos graus de liberdade

Durante a aplicação do MCA, utilizou-se o *Matlab® R2014b* para a geração dos números aleatórios e propagação das incertezas. O método MCA foi aplicado três vezes visando à avaliação da repetibilidade dos resultados da simulação. Em todos os casos o vetor de saída foi composto por 50 parcelas ($h = 50$) com 10 000 iterações cada ($M = 10\,000$) com 49 verificações de convergência. A Tabela 3.2 exhibe as funções utilizadas para a geração dos números pseudoaleatórios.

Cada fonte de incerteza remete-se a um vetor composto de números pseudoaleatórios com as mesmas características da sua respectiva variável de entrada, estas características são média, desvio-padrão (valor da incerteza-padrão) e FDP (normal, triangular ou retangular) e, em seguida, estes vetores foram combinados utilizando as Eqs (3.14) a (3.16).

Tabela 3.2 – Funções utilizadas no *Matlab® R2014b* utilizadas durante a simulação – processos simples

Função	Finalidade
$((\text{rand}(M,1) > 0.5) * 2 - 1) * R * \text{rand}(M,1);$	Geração de M números aleatórios considerando uma distribuição retangular ou uniforme com média zero e desvio-padrão igual a $R/\sqrt{3}$
$\text{norminv}(\text{rand}(M,1), \bar{x}, s)$	Geração de M números aleatórios considerando uma distribuição normal com média \bar{x} e desvio-padrão s

3.2.3 Avaliação da incerteza via MCS – processos de medição simples

A avaliação da incerteza por meio da aplicação do MCS utilizou do Matlab para a geração dos números aleatórios e propagação das incertezas. Este método também foi aplicado três vezes visando à avaliação da repetibilidade dos resultados da simulação. Em todos os casos se adotou M igual a 10 000 e foram realizadas 50 etapas com 49 verificações de convergência.

3.2.4 Coleta dos dados – processos complexos de medição

A rugosidade Ra , Rq , Rt e Rsk de um cilindro de um compressor hermético foi medida por meio de um rugosímetro eletromecânico do fabricante Taylor Hobson, mostrado na Fig. 3.7, este dispositivo possui uma ponta de diamante de raio igual 2 μm , resolução de 0,01 μm e faixa nominal de 20 μm . A peça objeto de medição foi fixada sobre o desempenho de granito da máquina de medir por coordenadas como mostra a Fig. 3.8. Vinte medições de rugosidade foram efetuadas em diferentes posições utilizando o *software TalyProfile Gold 4.0®*.

Este equipamento não possui certificado de calibração, os dados utilizados para o cálculo da incerteza associada à calibração foram obtidos conforme Vuolo (1996), considerado: uma incerteza expandida igual a duas vezes a resolução com fator de abrangência igual a 2,00 e infinitos graus de liberdade efetivos.

O comprimento de amostragem (*cut-off*) foi adotado como sendo 0,8 mm de acordo com a ABNT NBR ISO 4288 (ABNT, 2008). Durante a medição foram considerados cinco comprimentos de amostragem, totalizando um comprimento de avaliação de 4 mm e foi aplicado o filtro de Gauss.



Figura 3.7 – Rugosímetro portátil, modelo surtronic 3+ da Taylor Hobson

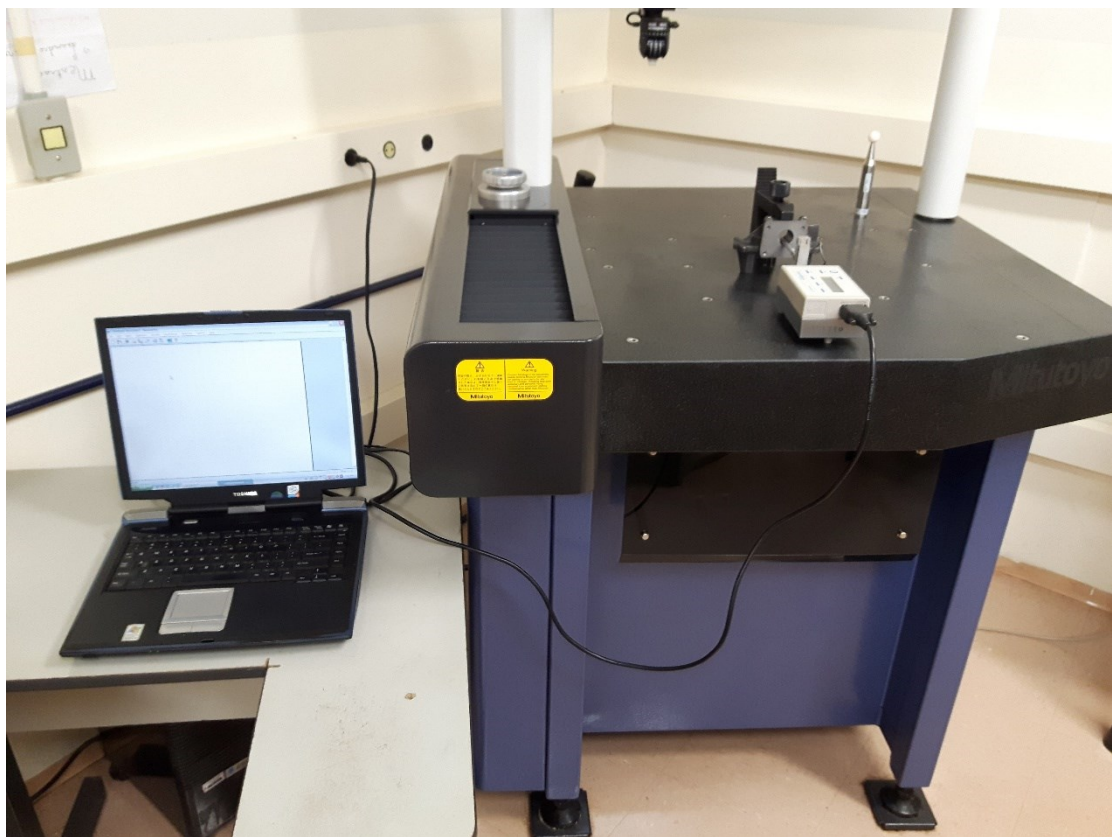


Figura 3.8 – Sistema de medição da rugosidade

Em cada medição, além dos valores dos parâmetros de rugosidade, foram coletados o perfil de rugosidade e as coordenadas $z(x)$ dos 8000 pontos que definem o mesmo. Destes vinte ciclos de medição somente o primeiro foi considerado durante a avaliação da incerteza de medição, para o teste de Shapiro-Wilk todos os ciclos foram considerados. O teste de normalidade foi aplicado, também para verificar a normalidade dos valores das ordenadas dos pontos que compõem o perfil de rugosidade.

Os parâmetros de rugosidade R_a , R_q , R_t e R_{sk} são definidos pelas Eqs. (3.17) a (3.20).

$$Ra = \frac{1}{l} \cdot \int_0^l |z(x)| dx = \frac{1}{N} \sum_{x=1}^N |z(x)| \quad (3.17)$$

$$Rq = \sqrt{\frac{1}{l} \cdot \int_0^l z(x)^2 dx} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{x=1}^N z(x)^2} \quad (3.18)$$

$$Rt = \text{máximo}[z(x)] - \text{mínimo}[z(x)] \quad (3.19)$$

$$Rsk = \frac{1}{(Rq)^3} \cdot \left(\frac{1}{l} \cdot \int_0^l z^3(x) dx \right) = \frac{\frac{1}{N} \sum_{x=1}^N z(x)^3}{Rq^3} \quad (3.20)$$

Onde: $z(x)$ são os valores das ordenadas do perfil de rugosidade, N é número de pontos coletados e l é o comprimento de avaliação;

As fontes de erro relativas à medição com o rugosímetro eletromecânico podem ser vistas na Fig. 3.9.

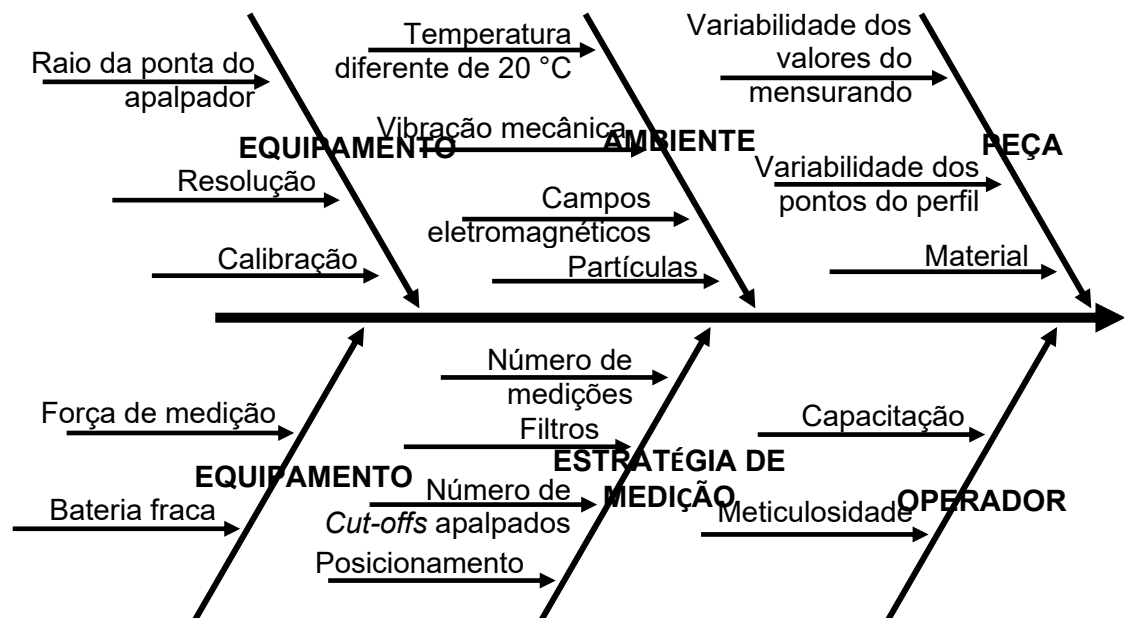


Figura 3.9 – Fontes de erro na medição da rugosidade com o rugosímetro eletromecânico

3.2.5 Avaliação da incerteza via MCA - processos complexos de medição

Para efetuar a avaliação da incerteza associada à medição do Ra , Rt e Rsk , foram utilizados os modelos matemáticos presentes nas Eqs. (3.21) a (3.24), respectivamente.

A norma ABNT NBR ISO 4288 (ABNT, 2008) apresenta um procedimento para a verificação da rugosidade quando são estabelecidas tolerâncias, os valores de cada parâmetro devem ser comparados individualmente com o limite especificado. Assim, para a avaliação da incerteza de medição foi utilizado somente os valores referentes ao primeiro ciclo de medição.

$$Ra = I[Ra] + \Delta R + \Delta C + \Delta r + \Delta D \quad (3.21)$$

$$Rq = I[Rq] + \Delta R + \Delta C + \Delta r + \Delta D \quad (3.22)$$

$$Rt = I[Rt] + \Delta R + \Delta C + \Delta r + \Delta D \quad (3.23)$$

$$Rsk = I[Rsk] + \frac{(\Delta R + \Delta C + \Delta r + \Delta D)^3}{u_c^3(Rq)} \quad (3.24)$$

Onde $I[Ra]$, $I[Rq]$, $I[Rt]$, $I[Rsk]$ são as indicações do rugosímetro durante a primeira medição do Ra , Rq , Rt e Rsk , respectivamente, ΔR é a correção devido à resolução do sistema de medição, ΔC é a correção associada à incerteza de calibração do sistema de medição, Δr é a correção devido ao raio da ponta do rugosímetro, ΔD é a correção devido à deformação da peça durante a medição e $u_c(Rq)$ é a incerteza-padrão combinada associada à medição do Rq .

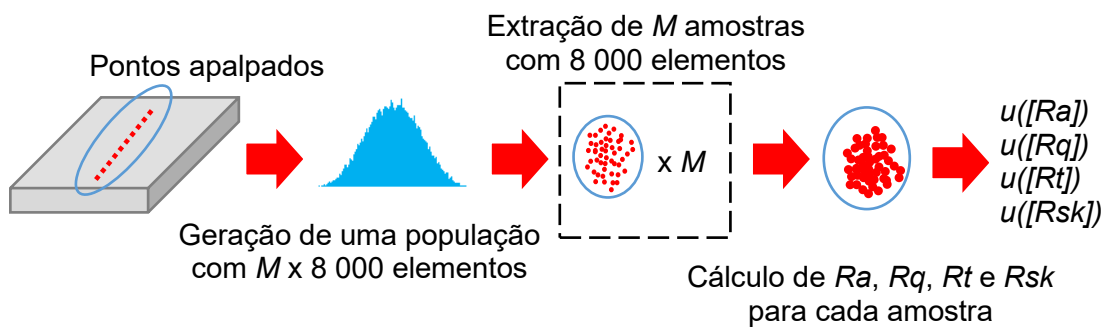


Figura 3.10 – Gráfico com o procedimento de cálculo de $u(I[Ra])$, $u(I[Rq])$, $u(I[Rt])$ e $u(I[Rsk])$

O cálculo das incertezas-padrão $u(I[Ra])$, $u(I[Rq])$, $u(I[Rt])$ e $u(I[Rsk])$ durante a aplicação do MCA foi realizado numericamente considerando duas populações diferentes, uma normal e outra real. Após a geração da população, um vetor para cada parâmetro de rugosidade foi calculado a partir de 8 000 pontos utilizando as Eqs. (3.17) a (3.20), este procedimento pode ser visto na Fig. 3.10. Por fim foi efetuada a comparação e análise dos resultados obtidos com FDP normal e FDP real.

A Tabela 3.3 mostra os dados referentes ao cálculo das demais incertezas-padrão utilizadas nos modelos matemáticos.

Tabela 3.3 – Incertezas-padrão dos processos complexos

Incerteza-padrão	Características
Variabilidade dos pontos no perfil aplicada nas equações de cada parâmetro $u(I[Ra])$, $u(I[Rq])$, $u(I[Rt])$ e $u(I[Rsk])$	- Calculada numericamente
Resolução do sistema de medição $u(\Delta R) = \frac{R}{2\sqrt{3}}$	Avaliação tipo B - $R = 0,01 \mu\text{m}$ - Distribuição retangular - Infinitos graus de liberdade
Calibração do sistema de medição $u(\Delta C) = \frac{U(C)}{k}$	Avaliação tipo B - $U(C) = 0,02 \mu\text{m}$ - $k = 2,00$ - Distribuição normal - Infinitos graus de liberdade:
Raio da ponta do apalpador do rugosímetro $u(r) = \frac{0,02 \cdot P}{\sqrt{3}}$ (HAITJEMA, 1998)	Avaliação tipo B - P : valor do parâmetro de rugosidade - Distribuição triangular - Infinitos graus de liberdade
Deformação da superfície da peça $u(D) = \frac{D}{\sqrt{3}}$ (LEACH, 2001)	Avaliação tipo B - D : deformação da superfície $D = 0,005 \mu\text{m}$ - Distribuição triangular - Infinitos graus de liberdade

Durante a aplicação do MCA, utilizou-se o *Matlab® R2014b* para a geração dos números aleatórios e propagação das incertezas. Em todos os casos o vetor de saída foi composto por

50 parcelas ($h = 50$) com 10 000 iterações por parcela ($M = 10\,000$) com 49 verificações de convergência.

As incertezas-padrão ΔR , ΔC , Δr e ΔD , correspondem a um vetor composto de números pseudoaleatórios com as mesmas características da sua respectiva variável de entrada, estas características são média, desvio-padrão (valor da incerteza-padrão) e FDP (normal, triangular ou retangular).

Por fim, as incertezas-padrão foram combinadas utilizando as Eqs (3.21) a (3.24). A Tabela 3.4 exhibe as funções utilizadas para a geração dos números pseudoaleatórios.

Tabela 3.4 – Funções utilizadas no *Matlab® R2014b* utilizadas durante a simulação – processos complexos

Função	Finalidade
$((\text{rand}(M,1) > 0.5) * 2 - 1) * R * \text{rand}(M,1);$	Geração de M números aleatórios considerando uma distribuição retangular ou uniforme com média zero e desvio-padrão igual a $R/\sqrt{3}$
$((\text{rand}(M,1) > 0.5) * 2 - 1) * 0.02 * R / 2 * \text{rand}(M,1)$ + $((\text{rand}(M,1) > 0.5) * 2 - 1) * 0.02 * R / 2 * \text{rand}(M,1);$	Geração de M números aleatórios considerando uma distribuição retangular ou uniforme com média zero e desvio-padrão igual a $R/\sqrt{6}$
$\text{norminv}(\text{rand}(M,N), \bar{x}, s);$	Geração de uma população com $M \times N$ números aleatórios considerando uma distribuição normal com média \bar{x} e desvio-padrão s
$\text{norminv}(\text{rand}, \text{Perfil}(\text{randi}([1,N], M, N)), s/\text{sqrt}(N));$	Geração de uma população com $M \times N$ números aleatórios considerando uma distribuição, média \bar{x} e desvio-padrão s semelhante ao do perfil

3.2.6 Avaliação da incerteza via MCS – processos complexos de medição

A avaliação da incerteza por meio da aplicação do MCS utilizou do *Matlab® R2014b* para a geração dos números aleatórios e propagação das incertezas. Em todos os casos foi utilizado M igual a 10 000 e foram realizadas 50 etapas com 49 verificações de convergência e $h = 50$.

3.3 Validação do MCS

A validação do método MCS foi efetuada por meio da comparação dos resultados decorrentes da aplicação deste, e aqueles provenientes dos métodos MC, MCA e GUM.

A avaliação da incerteza por meio da aplicação do MC utilizou do *Matlab® R2014b* para a geração dos números aleatórios e propagação das incertezas. Foram realizadas 50 simulações de MC, a primeira simulação contou com 10 000 iterações, e cada nova simulação o número de iterações foi incrementado em 10 000 iterações, assim, a 50ª simulação foi realizada com 500 000 iterações. Em todos os casos foram observados os valores de incerteza, *skewness* e curtose para definir quando a simulação apresentou resultados convergentes.

Para os processos simples a incerteza de medição via GUM foi calculada aplicando-se a lei de propagação de incertezas nas Eqs. (3.14) a (3.16). Desta maneira, as equações utilizadas para combinar a incertezas-padrão foram:

$$u_c^2(d_{maior}^p) = \left(\frac{\partial d_{maior}^p}{\partial \bar{X}} \right)^2 \cdot u^2(\bar{X}) + \left(\frac{\partial d_{maior}^p}{\partial \Delta R} \right)^2 \cdot u^2(\Delta R) + \left(\frac{\partial d_{maior}^p}{\partial \Delta C} \right)^2 \cdot u^2(\Delta C) + \left(\frac{\partial d_{maior}^p}{\partial \Delta D_{PrP}} \right)^2 \cdot u^2(\Delta D_{PrP}) \quad (3.25)$$

$$u_c^2(d_{maior}^m) = \left(\frac{\partial d_{maior}^m}{\partial \bar{X}} \right)^2 \cdot u^2(\bar{X}) + \left(\frac{\partial d_{maior}^m}{\partial \Delta R} \right)^2 \cdot u^2(\Delta R) + \left(\frac{\partial d_{maior}^m}{\partial \Delta C} \right)^2 \cdot u^2(\Delta C) + \left(\frac{\partial d_{maior}^m}{\partial \Delta D_{PrM}} \right)^2 \cdot u^2(\Delta D_{PrM}) + \left(\frac{\partial d_{maior}^m}{\partial \Delta D_{PIF}} \right)^2 \cdot u^2(\Delta D_{PIF}) + \left(\frac{\partial d_{maior}^m}{\partial \Delta D_{PIB}} \right)^2 \cdot u^2(\Delta D_{PIB}) \quad (3.26)$$

$$u_c^2(d_{menor}) = \left(\frac{\partial d_{menor}}{\partial \bar{X}} \right)^2 \cdot u^2(\bar{X}) + \left(\frac{\partial d_{menor}}{\partial \Delta R} \right)^2 \cdot u^2(\Delta R) + \left(\frac{\partial d_{menor}}{\partial \Delta C} \right)^2 \cdot u^2(\Delta C) + \left(\frac{\partial d_{menor}}{\partial \Delta AI} \right)^2 \cdot u^2(\Delta AI) \quad (3.27)$$

As derivadas parciais presentes nas Eqs. (3.25) a (3.27) são dadas pelas Eqs. (3.28) a (3.30) e são todas unitárias:

$$\frac{\partial d_{maior}^p}{\partial \bar{x}} = \frac{\partial d_{maior}^p}{\partial \Delta R} = \frac{\partial d_{maior}^p}{\partial \Delta C} = \frac{\partial d_{maior}^p}{\partial \Delta D_{PrP}} = 1 \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial d_{maior}^m}{\partial \bar{x}} = \frac{\partial d_{maior}^m}{\partial \Delta R} = \frac{\partial d_{maior}^m}{\partial \Delta C} = \frac{\partial d_{maior}^m}{\partial \Delta D_{PrE}} = \frac{\partial d_{maior}^m}{\partial \Delta D_{PIF}} = \frac{\partial d_{maior}^m}{\partial \Delta D_{PIB}} = 1 \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial d_{menor}}{\partial \bar{x}} = \frac{\partial d_{menor}}{\partial \Delta R} = \frac{\partial d_{menor}}{\partial \Delta C} = \frac{\partial d_{menor}}{\partial \Delta AI} = 1 \quad (3.30)$$

Para os processos complexos a aplicação da lei de propagação de incertezas nas Eqs. (3.21) e (3.22) resulta nas Eq. (3.31) e (3.32) que permitem estimar a incerteza-padrão combinada associada a Ra e Rq , respectivamente.

$$u_c^2(Ra) = \left(\frac{\partial Ra}{\partial Ra} \right)^2 \cdot u^2(I[Ra]) + \left(\frac{\partial Ra}{\partial \Delta R} \right)^2 \cdot u^2(\Delta R) + \left(\frac{\partial Ra}{\partial \Delta C} \right)^2 \cdot u^2(\Delta C) + \left(\frac{\partial Ra}{\partial \Delta r} \right)^2 \cdot u^2(\Delta r) + \left(\frac{\partial Ra}{\partial \Delta D} \right)^2 \cdot u^2(\Delta D) \quad (3.31)$$

$$u_c^2(Rq) = \left(\frac{\partial Rq}{\partial Rq} \right)^2 \cdot u^2(I[Rq]) + \left(\frac{\partial Rq}{\partial \Delta R} \right)^2 \cdot u^2(\Delta R) + \left(\frac{\partial Rq}{\partial \Delta C} \right)^2 \cdot u^2(\Delta C) + \left(\frac{\partial Rq}{\partial \Delta r} \right)^2 \cdot u^2(\Delta r) + \left(\frac{\partial Rq}{\partial \Delta D} \right)^2 \cdot u^2(\Delta D) \quad (3.32)$$

Em que:

$$u^2(I[Ra]) = s^2(z) \cdot \sum_{x=1}^N \left(\frac{\partial Ra}{\partial z(x)} \right)^2 \quad (3.33)$$

$$u^2(I[Rq]) = s^2(z) \cdot \sum_{x=1}^N \left(\frac{\partial Rq}{\partial z(x)} \right)^2 \quad (3.34)$$

As derivadas parciais das Eqs. (3.33) e (3.34) são dadas pelas Eqs. (3.35) e (3.36):

$$\frac{\partial Ra}{\partial z(x)} = \begin{cases} \frac{1}{N} & \text{se } z(x) \geq 0 \\ -\frac{1}{N} & \text{se } z(x) < 0 \end{cases} \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial Rq}{\partial z(x)} = \frac{z(x)}{\sqrt{N \cdot \sum_{x=1}^N z(x)^2}} \quad (3.36)$$

As derivadas parciais das Eqs. (3.31) e (3.32) são dadas pelas Eqs. (3.37) e (3.38):

$$\frac{\partial Ra}{\partial I[Ra]} = \frac{\partial Ra}{\partial \Delta R} = \frac{\partial Ra}{\partial \Delta C} = \frac{\partial Ra}{\partial \Delta r} = \frac{\partial Ra}{\partial \Delta D} = 1 \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial Rq}{\partial I[Rq]} = \frac{\partial Rq}{\partial \Delta R} = \frac{\partial Rq}{\partial \Delta C} = \frac{\partial Rq}{\partial \Delta r} = \frac{\partial Rq}{\partial \Delta D} = 1 \quad (3.38)$$

O modelo matemático do Rt , descrito na Eq. (3.19), não é derivável, por sua vez o modelo matemático para avaliação da incerteza associada ao Rsk , mostrado na Eq. (3.24), não permitem a utilização do GUM, pois, existem derivadas parciais que apresentam, em seu numerador, termos com esperança zero, o que faz com que o cálculo da incerteza-padrão combinada avalie considere somente a $u(I[Rsk])$.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos, bem como, as análises e discussões decorrentes. Para uma melhor compreensão o mesmo foi dividido em: resultados das análises dos processos de medição simples, resultados das análises dos processos complexos e validação do MCS.

4.1 Resultados das análises dos processos de medição simples

Esta seção apresenta os resultados das medições, teste de normalidade das amostras, cálculo da incerteza via MCA e MCS.

4.1.1. Resultados de medição e do teste de normalidade – processos simples

A Tabela 4.1 mostra os valores da média aritmética e do desvio-padrão amostral dos diâmetros maior (*dmaior*) e menor (*dmenor*) do parafuso. Os resultados das 30 leituras efetuadas, para cada sistema de medição, são mostrados nos APÊNDICE H.

Tabela 4.1 – Média aritmética e desvio-padrão dos valores de *dmaior* obtidos por meio do paquímetro digital e do micrômetro analógico e do *dmenor* indicados pelo projetor de perfil

Leituras	<i>dmaior</i> (paquímetro)	<i>dmaior</i> (micrômetro)	<i>dmenor</i> (projetor de perfil)
Média (mm)	15,89	15,895	13,283
Desvio-padrão (mm)	0,01	0,010	0,009

Observa-se, em todos os casos que a variabilidade das leituras é pequena evidenciando a boa repetibilidade dos resultados de medição. Este fato retrata a excelente qualidade dimensional e geométrica do parafuso.

A Tabela 4.2 apresenta os resultados dos testes de normalidade para os valores do *dmaior* e do *dmenor*.

Tabela 4.2 – Resultados dos testes de normalidade das amostras para os processos simples de medição com 95% de confiabilidade

	<i>dmaior</i> (paquímetro)	<i>dmaior</i> (micrômetro)	<i>dmenor</i> (projeto de perfil)
Shapiro-Wilk	W = 0,74944 valor-p = 0,000009	W = 0,96694 valor-p = 0,4591	W = 0,96323 valor-p = 0,3735

Para o teste de Shapiro-Wilk um *valor-p* menor que $\alpha = 0,05$ leva à rejeição da hipótese nula, desta forma, pode-se afirmar com 95% de confiabilidade que a amostra dos valores de *dmaior* indicados pelo paquímetro digital não provêm de uma população normal. Entretanto, as outras duas amostras apresentam valores de *p* maiores que 0,05 e, portanto, podem ser consideradas normais.

A não normalidade dos valores indicados pelo paquímetro pode ser confirmada por meio do gráfico quantil-quantil (Fig. 4.1a) e do histograma (Fig. 4.1b).

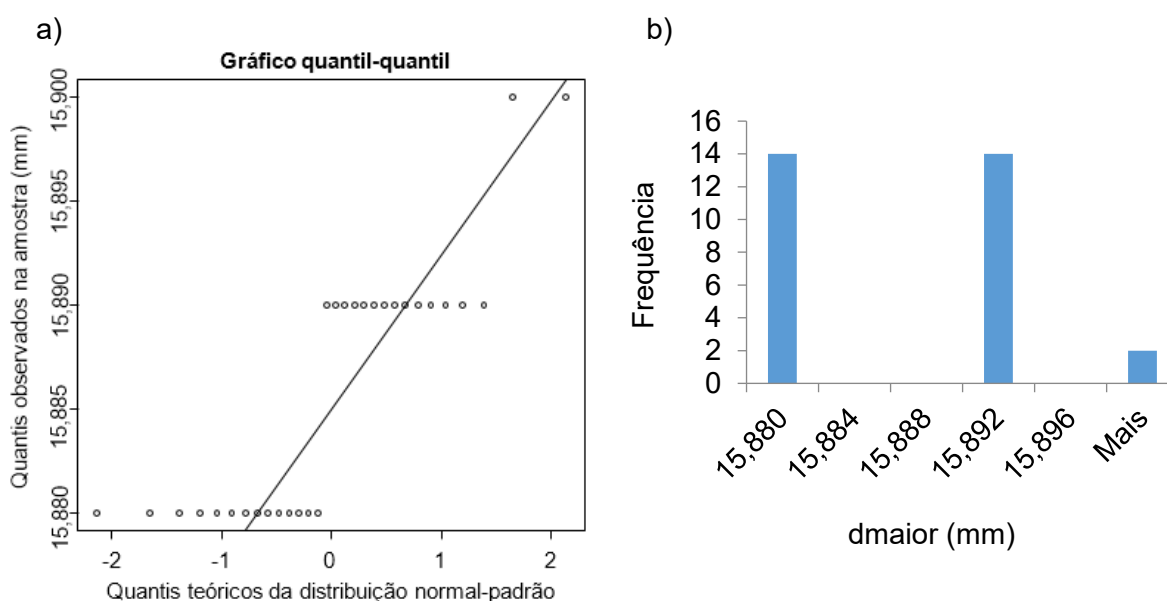


Figura 4.1 – a) Gráfico quantil-quantil dos valores do *dmaior* obtidos por meio do paquímetro digital e b) histograma

O histograma da Fig. 4.1b evidencia o comportamento não normal dos valores de *dmaior* indicados pelo paquímetro digital, o que pode ser justificado pela relação entre a qualidade dimensional e geométrica da peça e a resolução do paquímetro. Neste caso, o paquímetro não deve atender ao critério relativo à exatidão da medição, o qual especifica que a resolução do sistema de medição deve ser igual ou menor à décima parte da tolerância avaliada. Nesta aplicação em particular, a resolução do sistema de medição pode ser insuficiente para acessar as variações dimensionais e geométricas da mesma e, portanto, não é adequado para esta finalidade. Diversos mensurandos são medidos em condições similares às aqui consideradas e na maioria das vezes a normalidade dos valores indicados pelo sistema de medição não é testada.

A normalidade das amostras dos valores indicados pelo micrômetro analógico e pelo projetor de perfil é evidenciada através dos gráficos das Figs. 4.2 e 4.3, respectivamente.

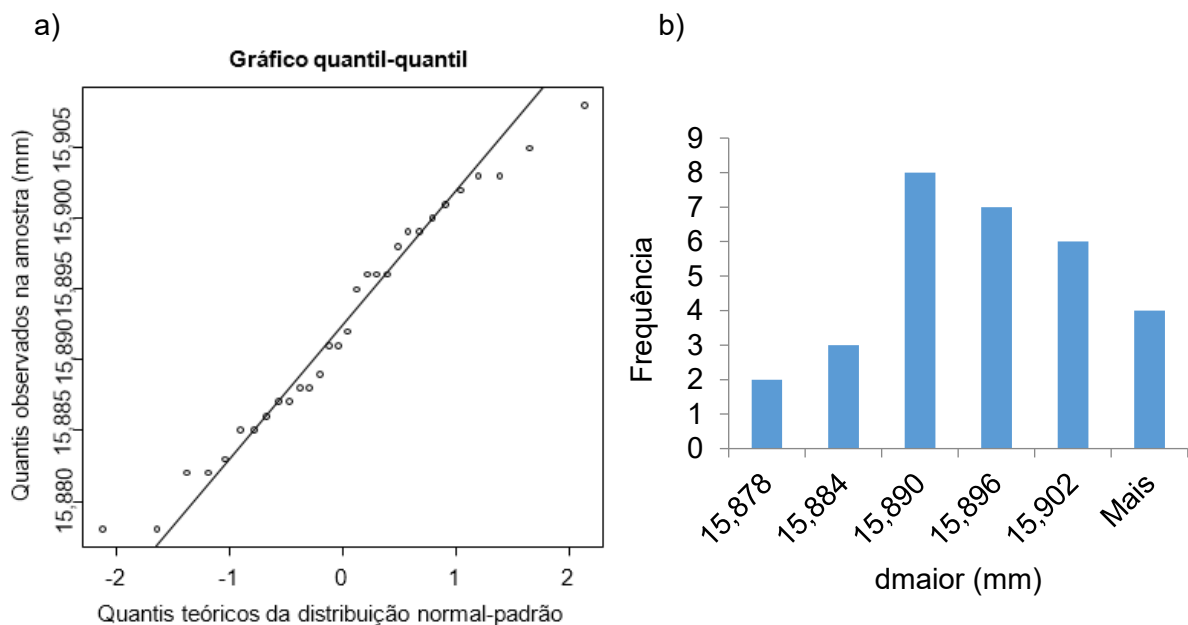


Figura 4.2 – a) Gráfico quantil-quantil dos resultados da medição do *dmaior* utilizando o micrômetro analógico e b) histograma

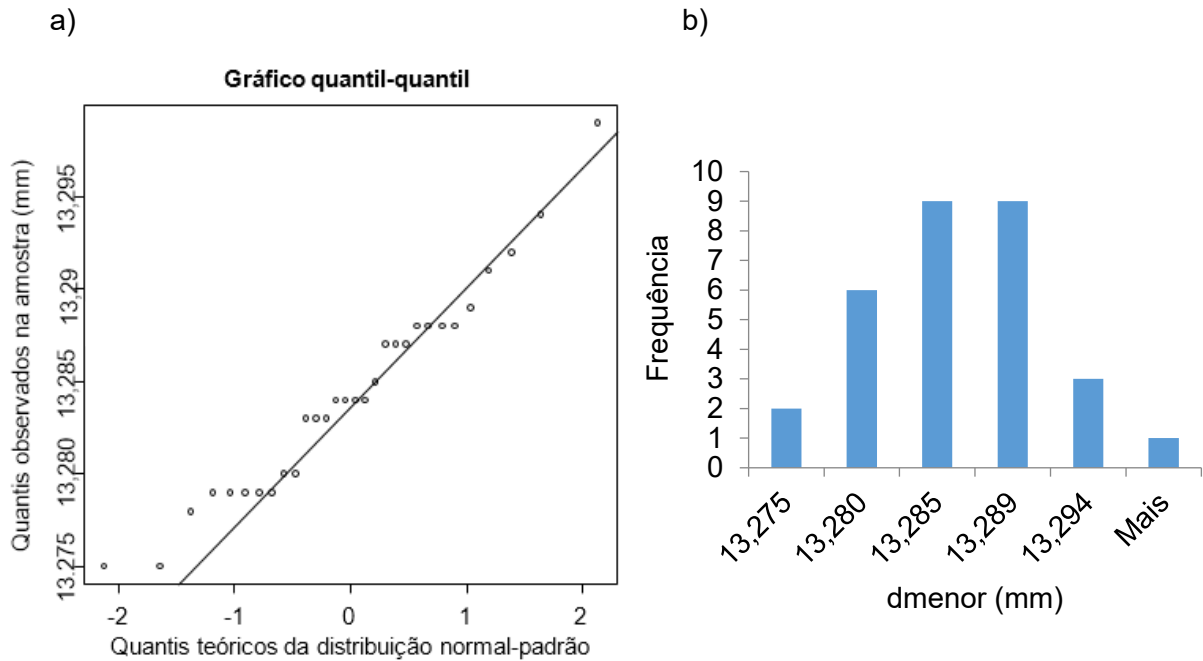


Figura 4.3 – a) Gráfico quantil-quantil dos valores do *dmenor* indicados pelo projetor de perfil e b) histograma

4.1.2 Resultados obtidos durante a avaliação da incerteza do *dmaior* via MCA – paquímetro digital

Cabe ressaltar que durante a avaliação da incerteza de medição foram utilizados apenas as cinco primeiras leituras mostradas no APÊNDICE H. Para esses valores de *dmaior* a média aritmética é de 15,89 mm e o desvio-padrão de 0,01 mm.

A Figura 4.4 mostra os valores dos indicadores de *convergência* ($2E_p(y)$, $2E_p(u(y))$, $2E_p(y_{max})$ e $2E_p(y_{min})$) obtidos durante três simulações do método MCA para a avaliação da incerteza de medição do *dmaior* por meio do paquímetro digital.

Na Figura 4.4 observa-se que as curvas que descrevem o comportamento dos quatro parâmetros de convergência são diferentes a cada nova simulação, indicando baixa repetibilidade dos resultados. Ainda, durante a primeira e terceira simulação do método MCA todos os indicadores de convergência estão abaixo da tolerância numérica especificada (5 μ m) na primeira verificação de convergência, ou seja, a simulação pode ser considerada estável em $h = 2$, totalizando 20 000 iterações. Porém, para a terceira simulação nota-se que a simulação deixa de ser estável em $h = 3$ e $h = 4$ e retoma a estabilidade em $h = 5$. Já para a segunda simulação do método a convergência é alcançada na terceira verificação e a simulação pode ser considerada estável em $h = 4$, totalizando 40 000 iterações.

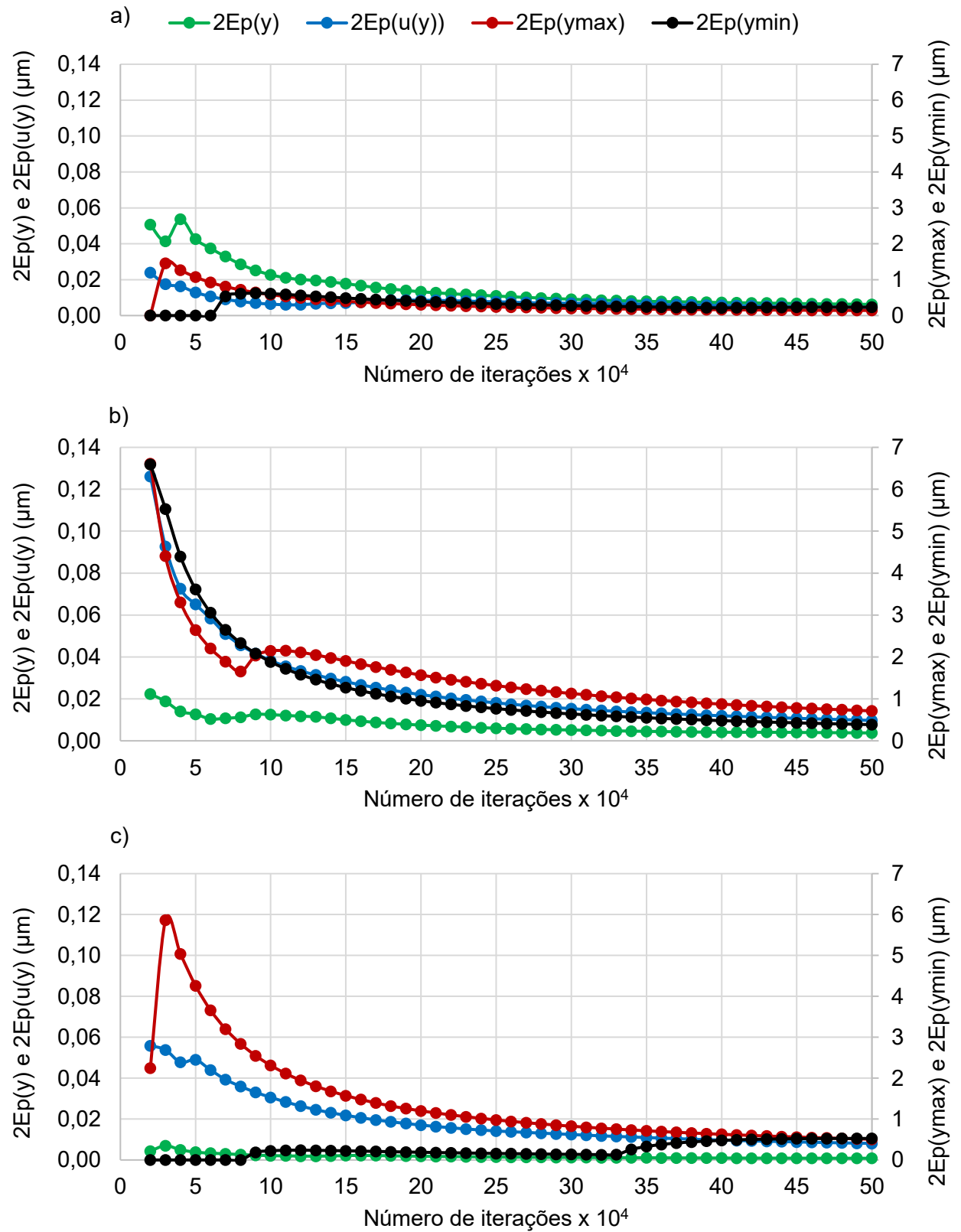


Figura 4.4 – Comportamento de $2E_p(y)$, $2E_p(u(y))$, $2E_p(y_{\max})$ e $2E_p(y_{\min})$ das três simulações do método MCA para o *dmaior* medido com o paquímetro digital

Observa-se na Fig. 4.4 que em todos os casos a incerteza-padrão combinada $u(y)$ se mantém praticamente constante e igual a $9,21\ \mu\text{m}$, $9,34\ \mu\text{m}$ e $9,39\ \mu\text{m}$ para as três simulações, sendo que após o arredondamento a incerteza final assume $0,01\ \text{mm}$, não havendo nenhum ganho com o aumento do número de iterações. Isto pode ser justificado pela simplicidade do processo de medição e pela robustez do método.

A Figura 4.5 mostra o comportamento dos valores de $u(y)$ do *dmaior* medido com o paquímetro digital em função do número de iterações para três simulações do MCA. Nesta figura é apresentado ainda o $2E_p(u(y))$ na forma de uma barra de erros.

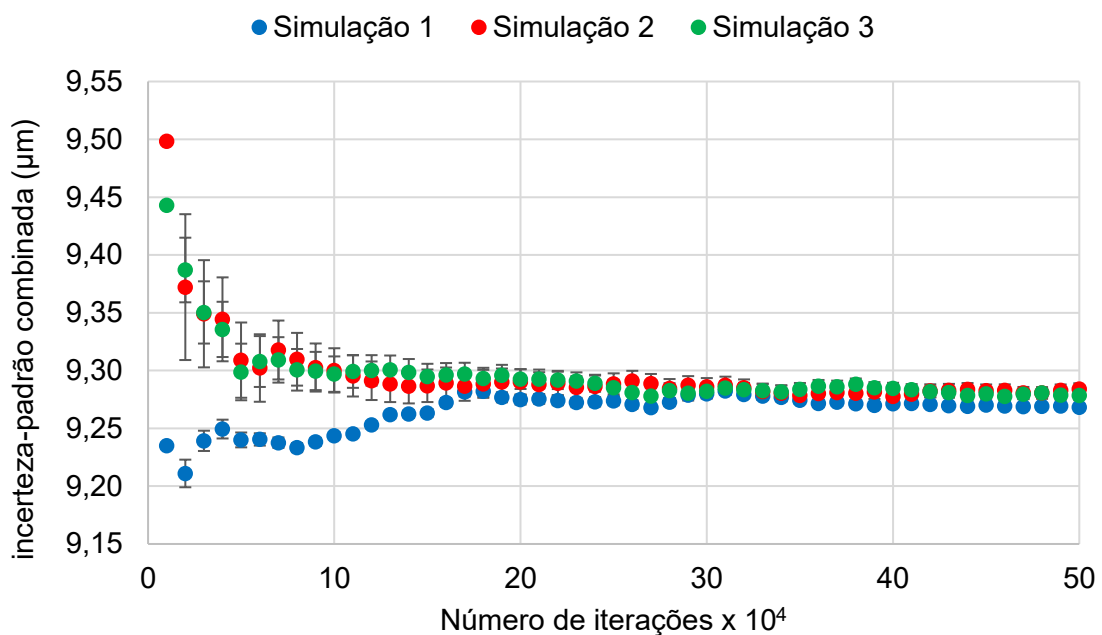


Figura 4.5 – Comportamento dos valores de incerteza-padrão combinada durante três simulações do MCA para o *dmaior* medido com o paquímetro digital

Analisando os gráficos da Fig. 4.5 constata-se que a variação sofrida pela incerteza-padrão combinada foi pouco expressiva, apresentando seu máximo valor de $0,22\ \mu\text{m}$ para a simulação 2. Desta forma, pode-se considerar que os valores da incerteza são constantes para a exatidão requerida na medição.

4.1.3 Resultados obtidos durante a avaliação da incerteza do *dmaior* via MCS – paquímetro digital

A Figura 4.6 mostra os valores obtidos por meio do método de MCS durante três simulações para a avaliação da incerteza associada ao *dmaior* medido com paquímetro digital.

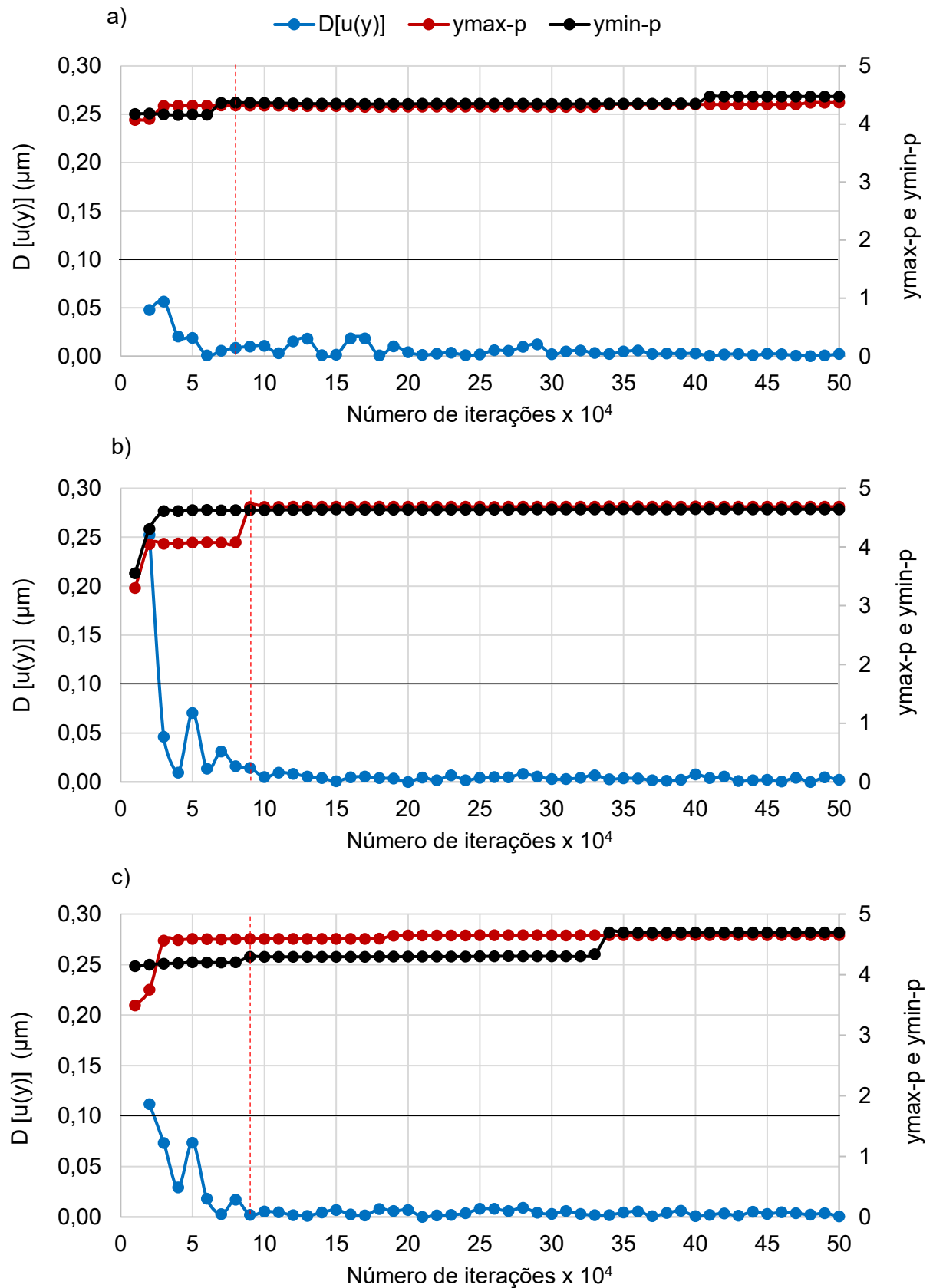


Figura 4.6 – Comportamento de $D[u(y)]$, $y_{\text{max-p}}$ e $y_{\text{min-p}}$ das três simulações do método MCS para o d_{maior} medido com o paquímetro digital

Na Figura 4.6 observa-se que embora exista variabilidade dos valores de incerteza no início da simulação quando consideradas as três aplicações do método MCS, a diferença entre os valores de incerteza-padrão combinada apresenta uma tendência de redução. Em todos os casos a convergência é alcançada de forma simultânea para todos os parâmetros. Ainda se observa que após atingida a convergência da simulação, sinalizada no gráfico por uma linha vertical vermelha, não há mais perda da mesma com o aumento do número de iterações, mostrando-se estável. Os valores de incerteza-padrão podem ser considerados estáveis em $h = 8, 9$ e 9 totalizando 80 000, 90 000 e 90 000 iterações para as simulações 1, 2 e 3, respectivamente. Em todos os casos, a incerteza-padrão combinada encontrada é de 0,01 mm (9,23 μm , 9,30 μm e 9,30 μm , para as simulações 1, 2 e 3 respectivamente).

4.1.4 Resultados obtidos durante a avaliação da incerteza do d_{maior} via MCA – micrômetro analógico

A Figura 4.7 mostra os valores dos parâmetros de convergência obtidos durante três simulações do MCA para a avaliação da incerteza para o d_{maior} medido com micrômetro analógico. Durante a avaliação da incerteza de medição foram utilizados apenas as cinco primeiras leituras mostradas no APÊNDICE H.

Na Figura 4.7a observa-se que todos os parâmetros de convergência estão abaixo da tolerância numérica especificada (0,5 μm) a partir da 36ª verificação de convergência ($h = 37$) e a simulação pode ser considerada estável com 370 000 iterações. Já na Fig. 4.7b a convergência é alcançada em $h = 2$, totalizando 20 000 iterações. Nota-se ainda que a simulação apresenta um comportamento não estável em $h = 3$ e $h = 6$ e retoma à mesma em $h = 7$, no entanto a incerteza se mantém constante para qualquer valor de h (1 a 50). Por sua vez, a Fig. 4.7c observa-se que a partir da 23ª verificação de convergência a simulação pode ser considerada estável ($h = 24$), totalizando 240 000 iterações. Nota-se ainda que a simulação deixa de ser estável em $h = 26$ e não retoma a mesma até $h = 50$, no entanto a incerteza se mantém constante para qualquer valor de h (1 a 50).

Para as simulações 1, 2 e 3 a incerteza-padrão combinada $u(y)$ é igual a 4,45 μm , 4,43 μm e 4,44 μm , respectivamente. Sendo que após o arredondamento a incerteza final assume 0,005 mm em todos os casos, não havendo nenhum ganho com o aumento do número de iterações.

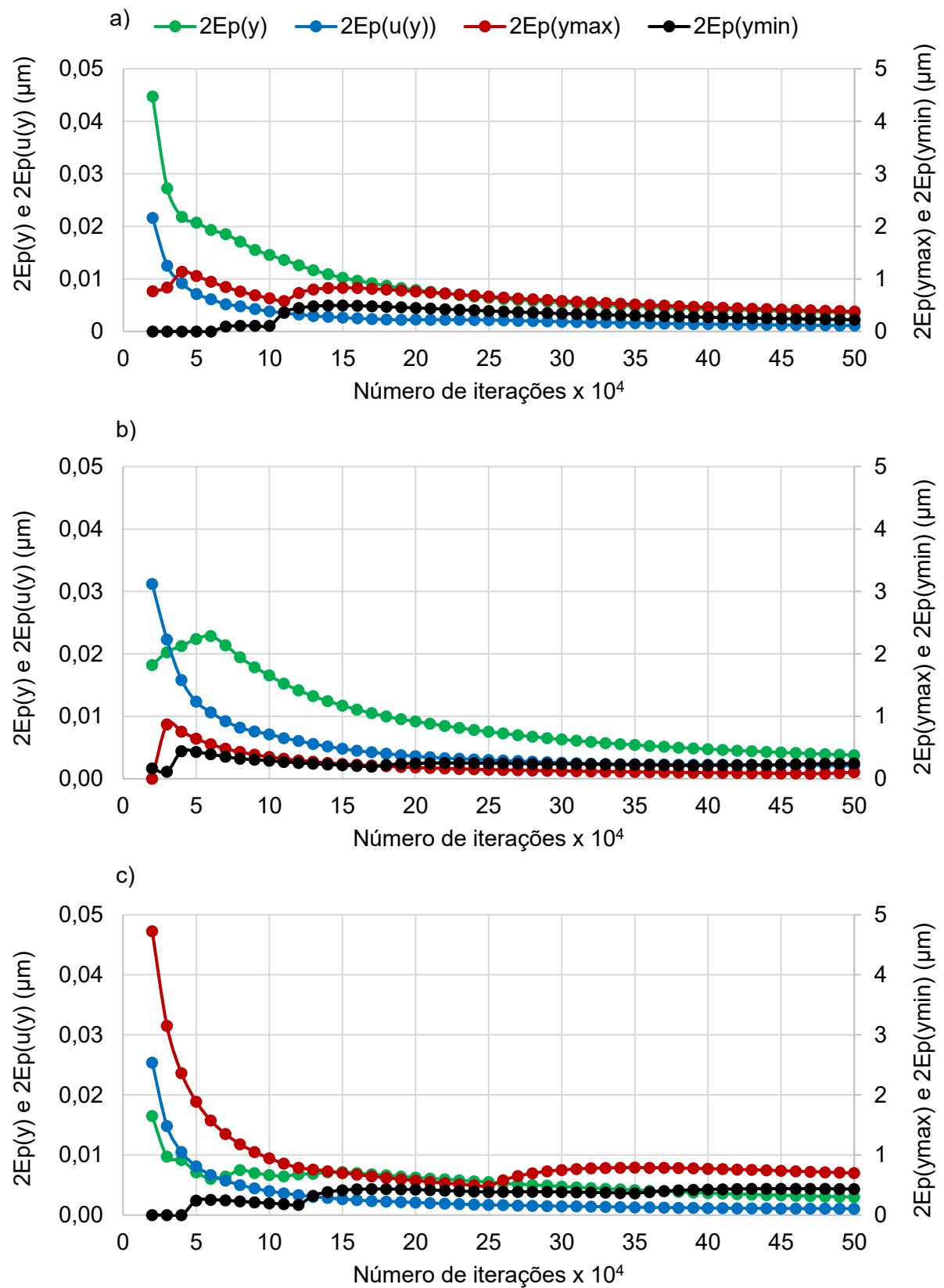


Figura 4.7 – Comportamento de $2E_p(y)$, $2E_p(u(y))$, $2E_p(y_{\max})$ e $2E_p(y_{\min})$ das três simulações do método MCA para o d_{maior} medido com o micrômetro analógico

A Figura 4.8 mostra o comportamento da incerteza-padrão combinada conforme aumenta o número de iterações para em três simulações do MCA para o a avaliação da incerteza do *dmaior* medido por meio do micrômetro analógico. Nesta figura é apresentado ainda o $2E_p(u(y))$ na forma de uma barra de erros. Os gráficos da Fig. 4.8 mostram que a variação sofrida pela incerteza-padrão combinada foi pouco expressiva. Desta forma, pode-se considerar que os valores da incerteza são constantes para a exatidão requerida na medição.

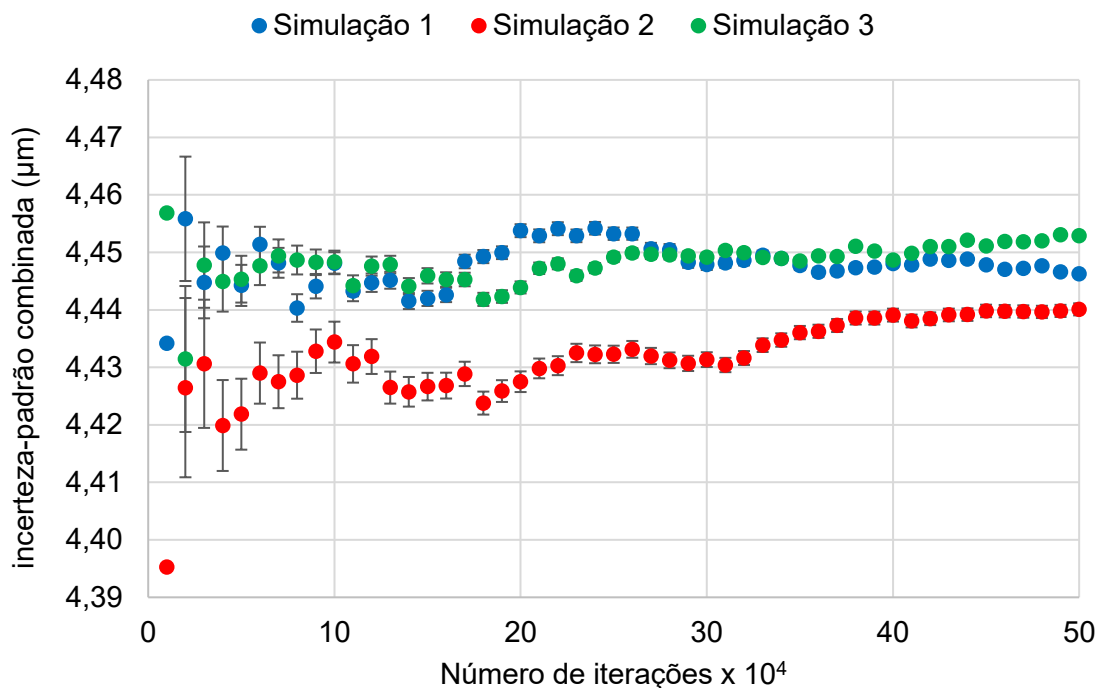


Figura 4.8 – Comportamento da incerteza-padrão combinada durante três simulações do MCA para o *dmaior* medido com micrômetro analógico

Avaliando a Fig. 4.8 constata-se que a variação sofrida pela incerteza-padrão combinada foi de 0,022 μm, 0,045 μm e 0,025 μm para as simulações 1, 2 e 3, respectivamente. O valor da incerteza não sofre nenhuma alteração sendo que na segunda e na terceira simulações a simulação perde a estabilidade entre $h = 3$ e $h = 24$, respectivamente o que pode ser um indicativo de que o critério de convergência utilizado possa ser inadequado.

4.1.5 Resultados obtidos durante a avaliação da incerteza do *dmaior* via MCS – micrômetro analógico

A Figura 4.9 mostra os valores resultantes da aplicação do método MCS durante três simulações para a avaliação da incerteza para o *dmaior* medido com micrômetro analógico.

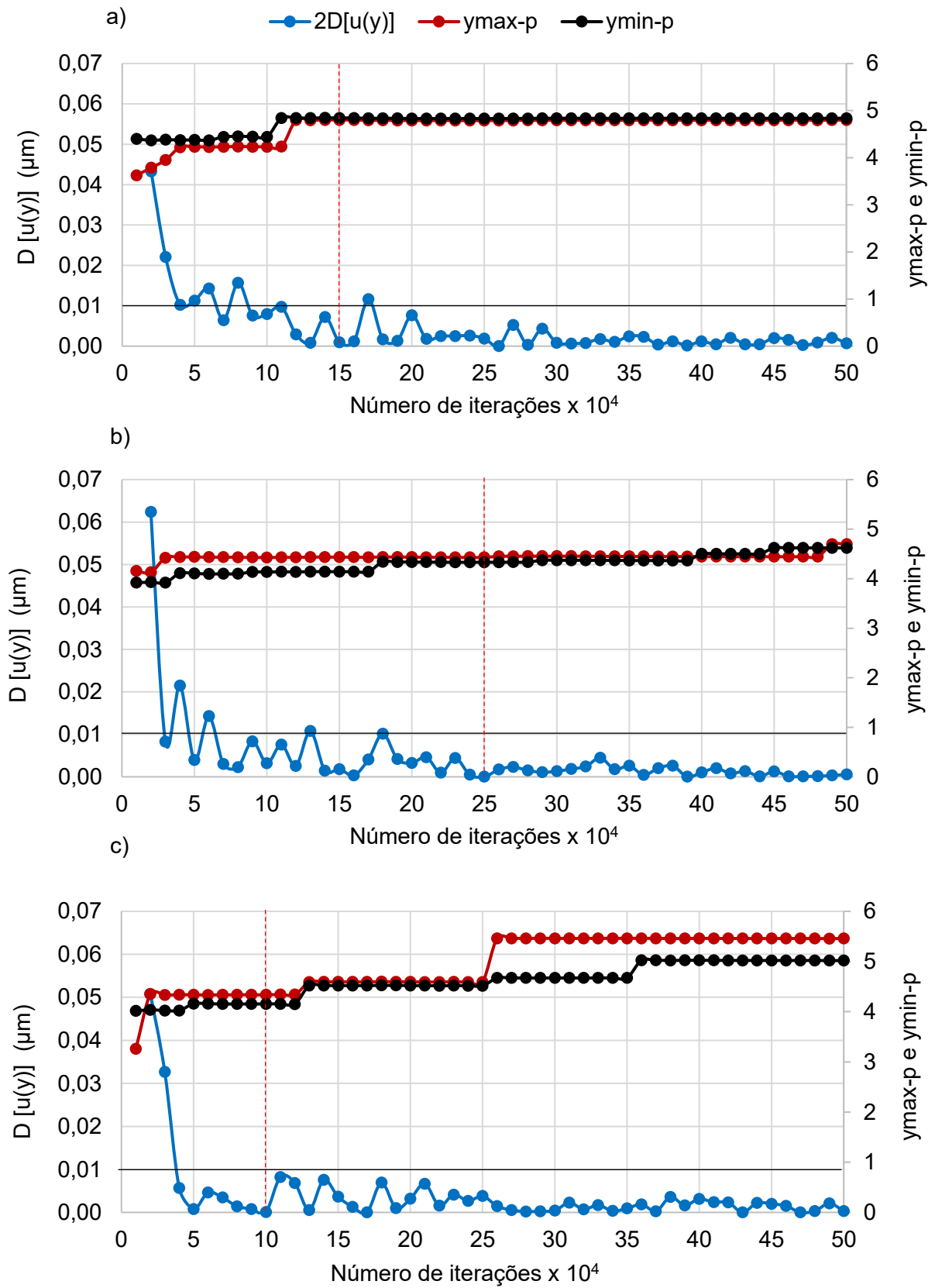


Figura 4.9 – Comportamento de $D[u(y)]$, $y_{\max-p}$ e $y_{\min-p}$ das três simulações do método MCS para o d_{maior} medido com o micrômetro analógico

Na Figura 4.9 observa-se que a simulação pode ser considerada estável em $h = 15, 25$ e 10 totalizando $150\,000$, $250\,000$ e $100\,000$ iterações para as simulações 1, 2 e 3, respectivamente. Em todos os casos o parâmetro de convergência relativo à incerteza-padrão combinada associada à medição do d_{maior} foi inferior à tolerância numérica ($0,1\,\mu\text{m}$) em $20\,000$ iterações. A incerteza-padrão combinada encontrada é de $0,005\,\text{mm}$ ($4,44\,\mu\text{m}$, $4,43\,\mu\text{m}$ e $4,45\,\mu\text{m}$ para as simulações 1, 2 e 3, respectivamente). Ainda se observa que após atingida a convergência da simulação não há mais perda da mesma na medida em que aumenta o número de iterações.

4.1.6 Resultados obtidos durante a avaliação da incerteza do d_{menor} via MCA – projetor de perfil

Para a avaliação da incerteza de medição foram utilizadas apenas as cinco primeiras leituras mostradas no APÊNDICE H. A Figura 4.10 mostra os valores dos parâmetros de convergência obtidos durante três simulações do MCA para a avaliação da incerteza para o d_{menor} medido com o projetor de perfil. Observa-se que todos os parâmetros de convergência estão abaixo da tolerância numérica especificada ($0,5\,\mu\text{m}$) a partir da 16ª verificação de convergência, totalizando $170\,000$ iterações (Fig. 4.10a). Na segunda aplicação do método (Fig. 4.10b) a simulação pode ser considerada estável em $h = 2$, com $20\,000$ iterações. Nota-se ainda que a simulação perde a estabilidade em $h = 6$ e não retoma mais, no entanto a incerteza se mantém constante por qualquer valor de h (1 a 50). Na terceira aplicação (Fig. 4.10c) observa-se que a partir da 38ª verificação de convergência a simulação pode ser considerada estável em $h = 39$, totalizando $390\,000$ iterações. A incerteza-padrão combinada encontrada é de $0,005\,\text{mm}$ nas três aplicações.

A Figura 4.11 apresenta o comportamento da incerteza-padrão combinada conforme aumenta o número de iterações para em três simulações do MCA para a avaliação da incerteza do d_{menor} medido com o projetor de perfil. Nesta figura é apresentado ainda o $2E_p(u(y))$ na forma de uma barra de erros. Observa-se que a variação sofrida pela incerteza-padrão combinada foi de $0,024\,\mu\text{m}$, $0,029\,\mu\text{m}$ e $0,032\,\mu\text{m}$ para as simulações 1, 2 e 3 respectivamente.

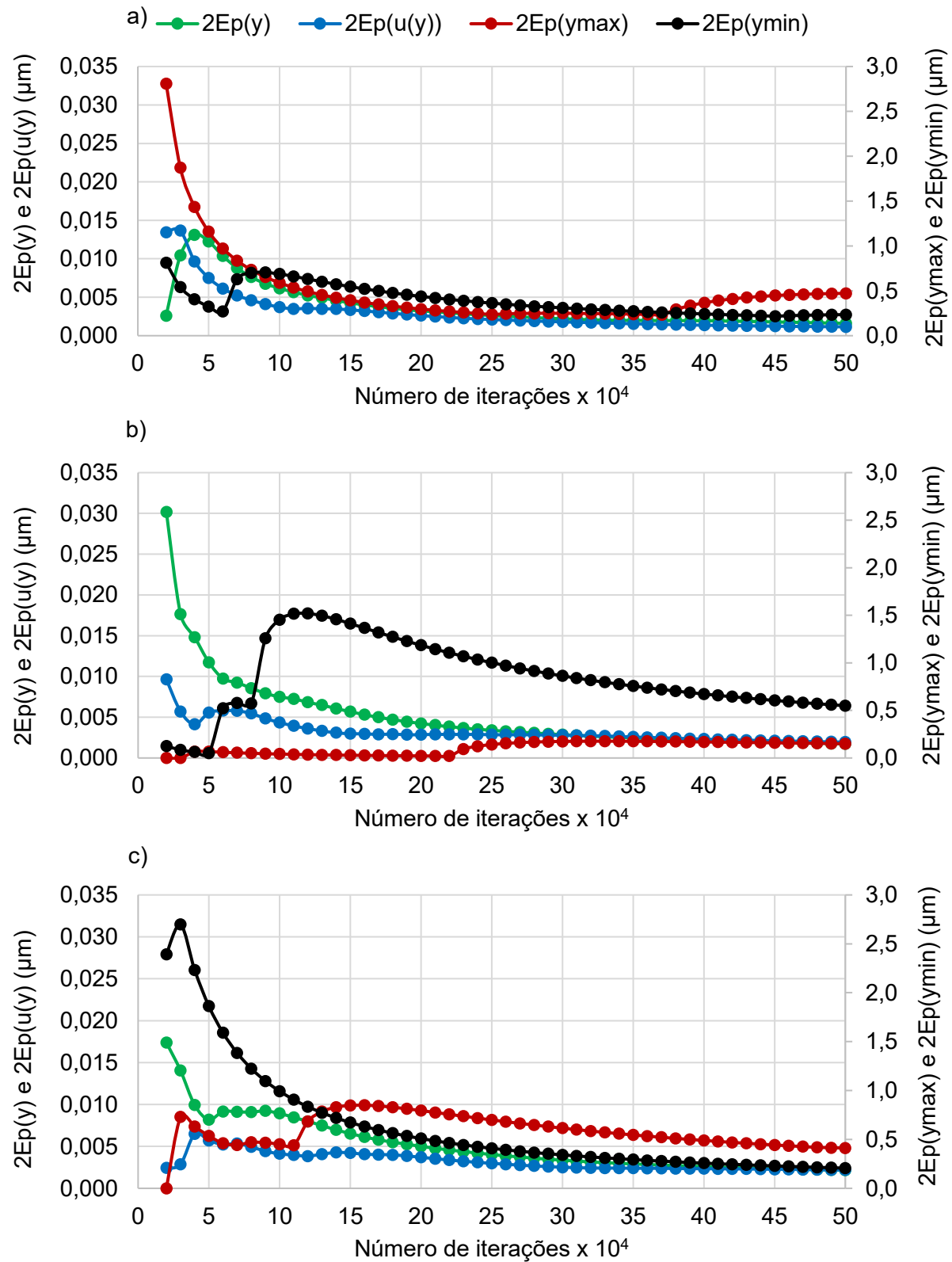


Figura 4.10 – Comportamento de $2Ep(y)$, $2Ep(u(y))$, $2Ep(y_{max})$ e $2Ep(y_{min})$ das três simulações do método MCA para o d_{menor} medido com projetor de perfil

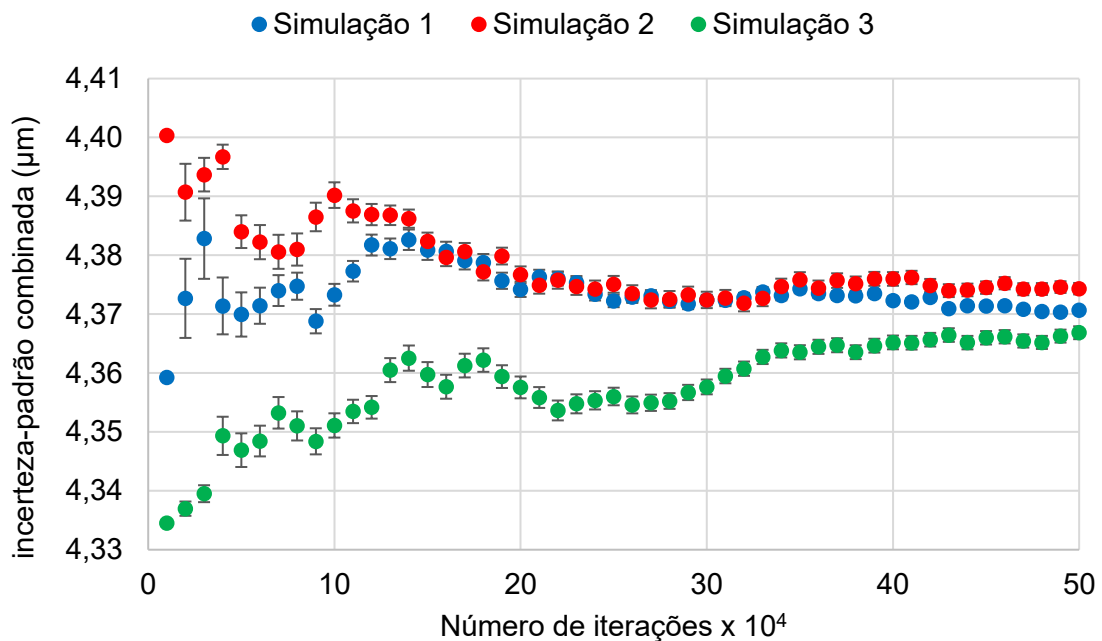


Figura 4.11 – Comportamento da incerteza-padrão combinada durante três simulações do MCA para o d_{menor} medido com projetor de perfil

4.1.7 Resultados obtidos durante a avaliação da incerteza do d_{menor} via MCS – projetor de perfil

A Figura 4.12 mostra os valores dos novos parâmetros de convergência obtidos durante três simulações do MCA para a avaliação da incerteza para o d_{menor} medido por meio do projetor de perfil.

A simulação pode ser considerada estável em $h = 16$, 16 e 11 totalizando 160 000, 160 000 e 110 000 iterações para as simulações 1, 2 e 3, respectivamente. A incerteza-padrão combinada encontrada é de 0,005 mm e em todos os casos, o parâmetro de convergência relativo à incerteza associada à medição do d_{menor} foi inferior à tolerância numérica (0,1 μm) em 20 000 iterações (4,38 μm , 4,38 μm e 4,35 μm para as simulações 1, 2 e 3, respectivamente). Observa-se ainda que depois de atingida a estabilidade da simulação não há mais perda desta.

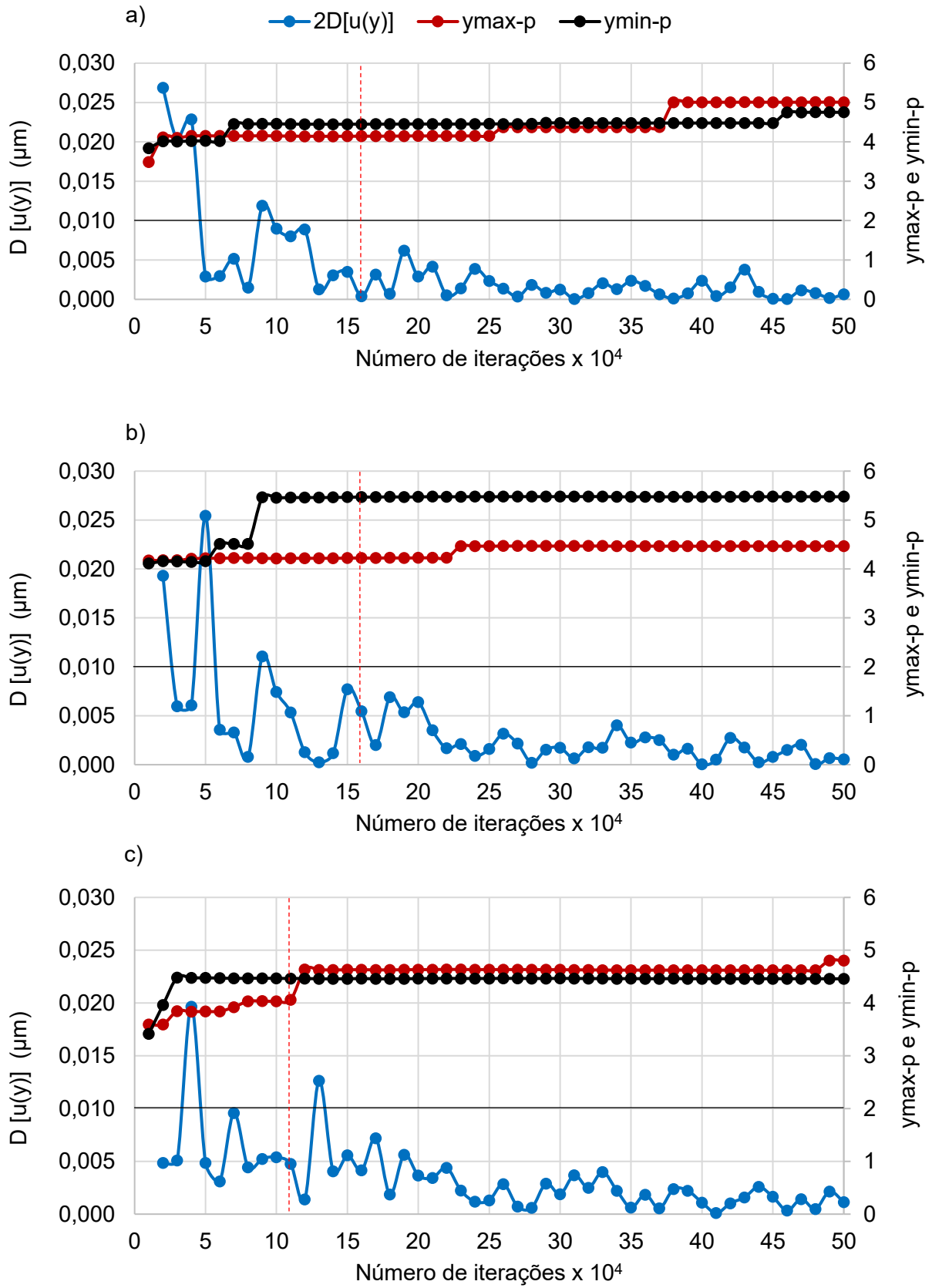


Figura 4.12 – Comportamento de $D[u(y)]$, $y_{\max-p}$ e $y_{\min-p}$ das três simulações do método MCS para o d_{menor} medido com o projetor de perfil

4.2 Resultados das análises dos processos complexos

Esta seção apresenta inicialmente os resultados decorrentes das medições, dos testes de normalidade das amostras, e do cálculo da incerteza via MCA, sendo que neste caso as simulações foram executadas utilizando dois tipos de FDP para as ordenadas $z(x)$ dos pontos do perfil de rugosidade. Primeiramente adotou-se uma FDP semelhante à FDP real dos pontos e em seguida foi utilizada a FDP normal, por fim, estes resultados foram comparados entre si. Esta seção apresenta ainda os resultados do cálculo da incerteza de medição obtidos por meio da aplicação do MCS com FDP real.

4.2.1. Resultados de medição e do teste de normalidade – processos complexos

A Tabela 4.3 mostra a média aritmética e o desvio-padrão dos parâmetros de rugosidade Ra , Rq , Rt e Rsk . A totalidade dos valores indicados pelo rugosímetro está no APÊNDICE I.

Tabela 4.3 – Valores de Ra , Rq , Rt e Rsk , obtidos por meio do rugosímetro

Parâmetro	Ra (μm)	Rq (μm)	Rt (μm)	Rsk
Média	0,21	0,27	2,27	-0,30
Desvio-padrão	0,01	0,02	0,35	0,23

Observa-se, para Ra e Rq que a variabilidade das leituras é pequena evidenciando a elevada repetibilidade dos resultados de medição. Isto pode ser justificado porque estes parâmetros representam rugosidades médias, ainda pela homogeneidade do acabamento da peça. Por sua vez, os parâmetros Rq e Rsk apresentam valores de desvios-padrão elevados, vale ressaltar que o parâmetro Rt é afetado de forma significativa pela presença de picos e ou vales isolados, enquanto que o Rsk é caracterizado por baixa repetibilidade.

A Tabela 4.4 apresenta os resultados dos testes de normalidade para os valores de Ra , Rq , Rt e Rsk .

Tabela 4.4 – Resultados dos testes de normalidade das amostras para Ra , Rq , Rt e Rsk com 95% de confiabilidade

	Ra	Rq	Rt	Rsk
Shapiro-Wilk	W = 0,97932 valor-p = 0,9251	W = 0,94681 valor-p = 0,3129	W = 0,95703 valor-p = 0,4864	W = 0,95523 valor-p = 0,4535

Em todos os casos, o teste de normalidade Shapiro-Wilk para os valores indicados pelo rugosímetro encontrou um $\text{valor-}p > \alpha = 0,05$, levando à aceitação da normalidade das amostras com 95% de confiabilidade. Esse fato é confirmado por meio dos gráficos de quantil-quantil e dos histogramas mostrados nas Figs. 4.12 a 4.16.

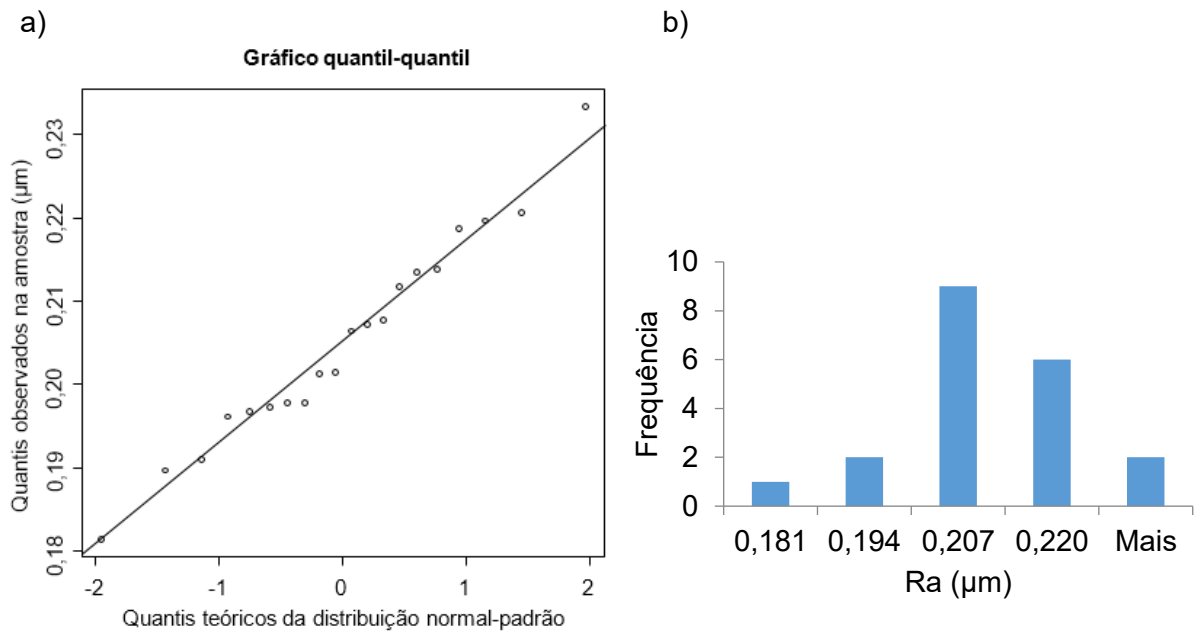


Figura 4.13 – a) Gráfico quantil-quantil dos valores de Ra obtidos por meio do rugosímetro e b) histograma

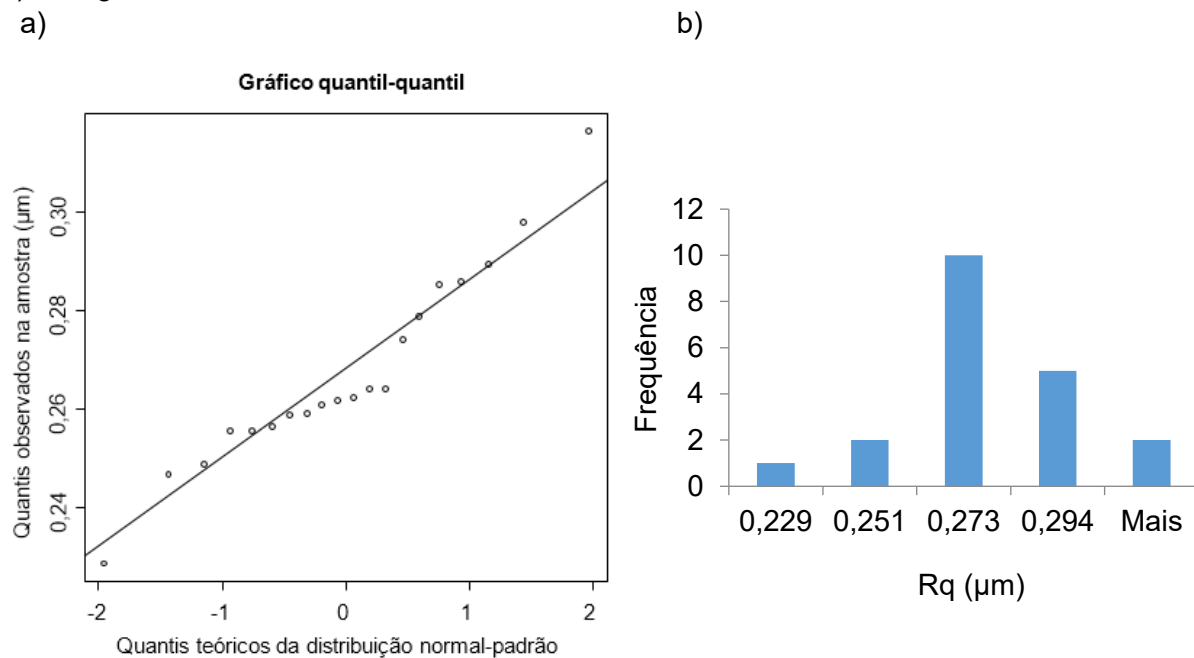


Figura 4.14 – a) Gráfico quantil-quantil dos valores de Rq obtidos por meio do rugosímetro e b) histograma

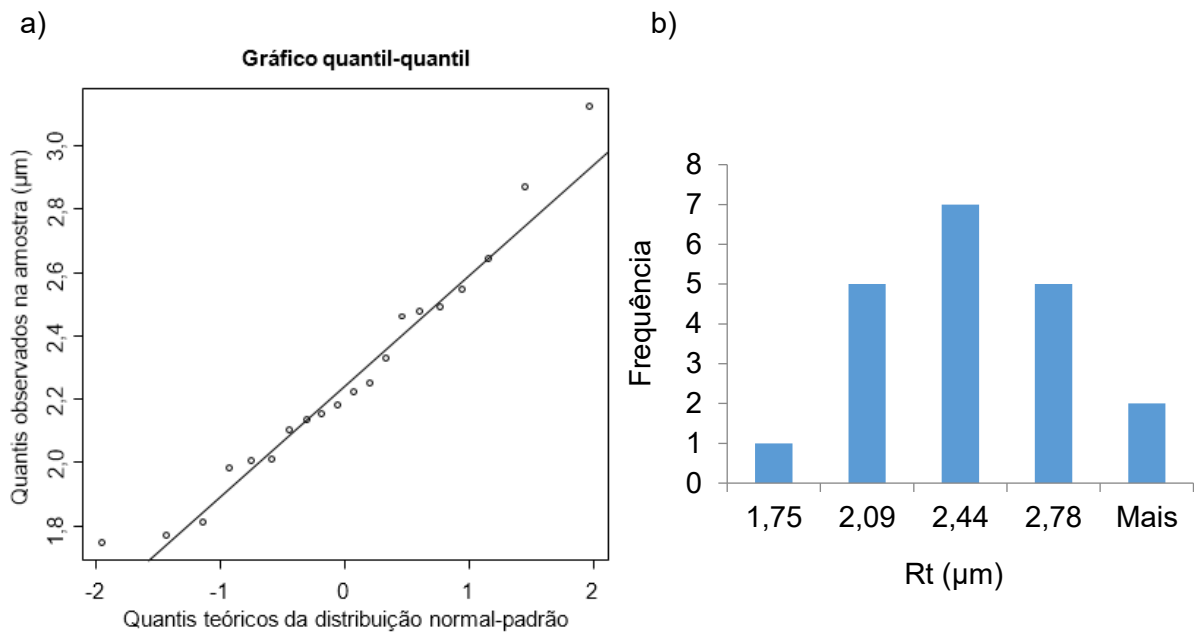


Figura 4.15 – a) Gráfico quantil-quantil dos valores de R_t obtidos por meio do rugosímetro e b) histograma

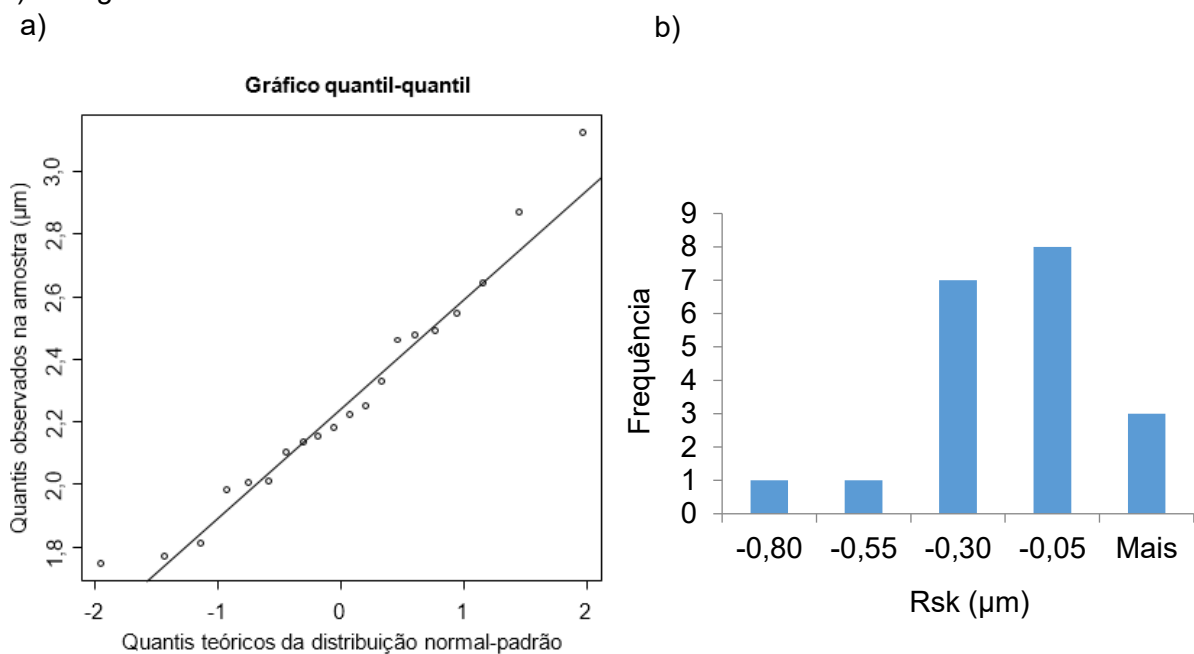


Figura 4.16 – a) Gráfico quantil-quantil dos valores de R_{sk} obtidos por meio do rugosímetro e b) histograma

A Figura 4.17 mostra o perfil de rugosidade efetivo obtido na primeira medição. Observa-se que o perfil possui caráter aperiódico, arranjo não uniforme de picos e vales, altas

frequências e predominância de picos e vales pontiagudos. Os perfis resultantes das demais medições são semelhantes e, portanto, não são aqui apresentados.

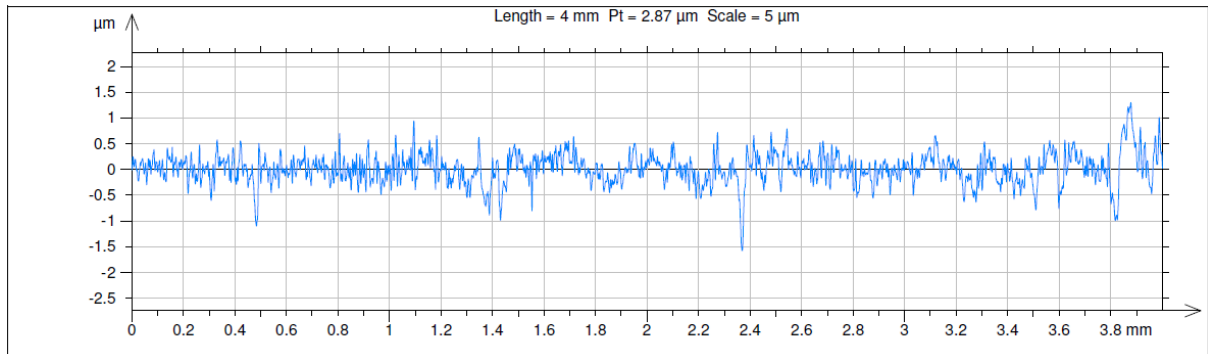


Figura 4.17 – Perfil de rugosidade efetiva da primeira medição

A Tabela 4.5 apresenta os resultados dos testes de normalidade para as ordenadas dos pontos dos perfis efetivos dos cinco primeiros ciclos de medição.

Tabela 4.5 – Resultados dos testes de normalidade das ordenadas dos pontos dos perfis

	<i>Ciclo 1</i>	<i>Ciclo 2</i>	<i>Ciclo 3</i>	<i>Ciclo 4</i>	<i>Ciclo 5</i>
Shapiro-Wilk	W = 0,96847 valor-p = $2,2 \times 10^{-16}$	W = 0,96386 valor-p = $2,2 \times 10^{-16}$	W = 0,9943 valor-p = $3,374 \times 10^{-13}$	W = 0,97338 valor-p = $2,2 \times 10^{-16}$	W = 0,99694 valor-p = $1,429 \times 10^{-8}$

Em todos os casos, o teste de normalidade Shapiro-Wilk para as ordenadas dos pontos que compõem os perfis de rugosidade encontrou um $\text{valor-p} < \alpha = 0,05$, levando à rejeição da hipótese nula, ou seja, pode-se afirmar com 95% de confiabilidade que as amostras não provêm de populações normais. Este resultado pode ser confirmado ao se observar a disposição dos pontos em torno das retas nas Fig. 4.18 e pelos histogramas da Fig. 4.19.

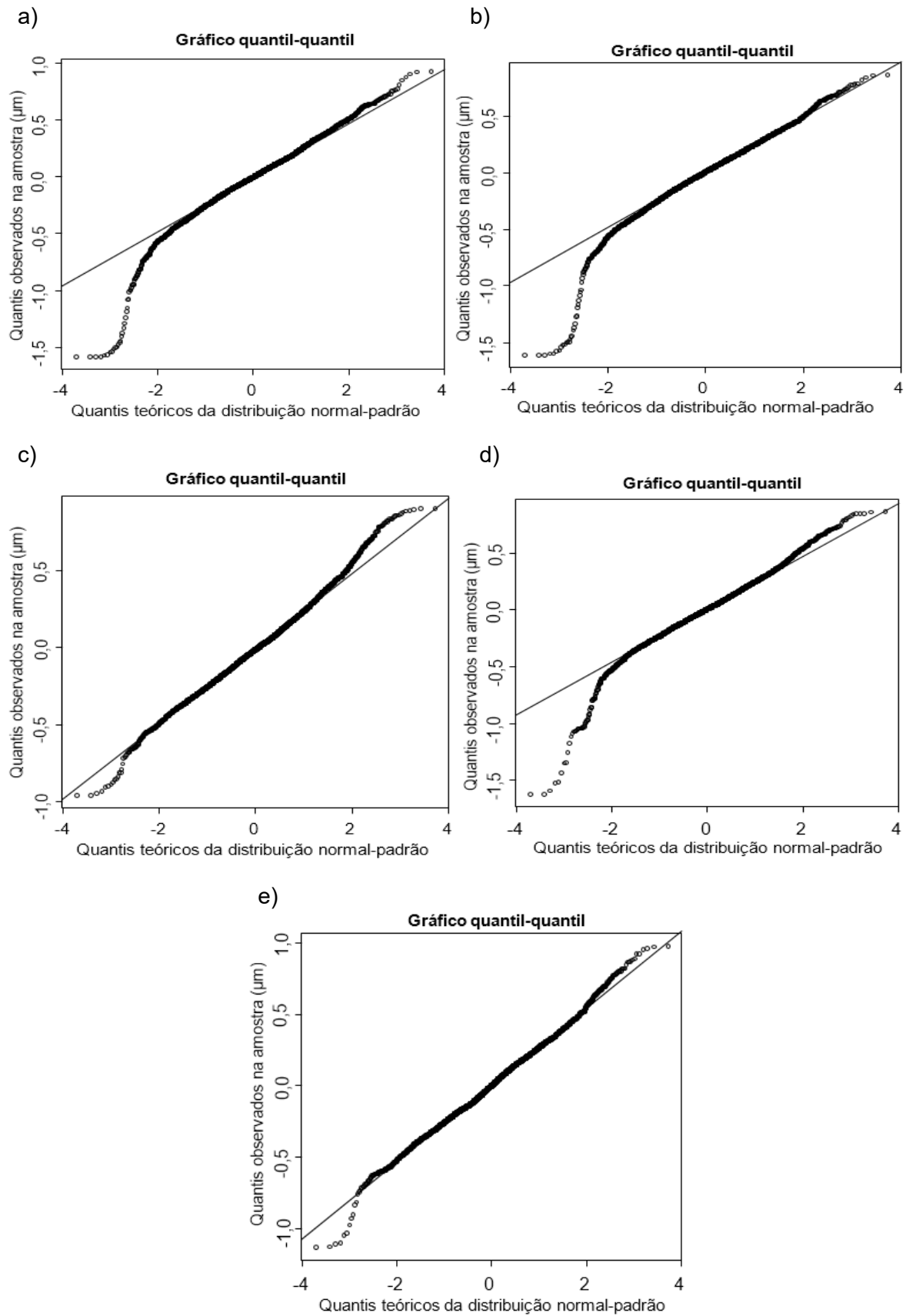


Figura 4.18 – Gráfico quantil-quantil das ordenadas dos pontos do perfil de rugosidade para 5 ciclos de medição. a) Primeiro, b) Segundo, c) Terceiro, d) Quarto e e) Quinto

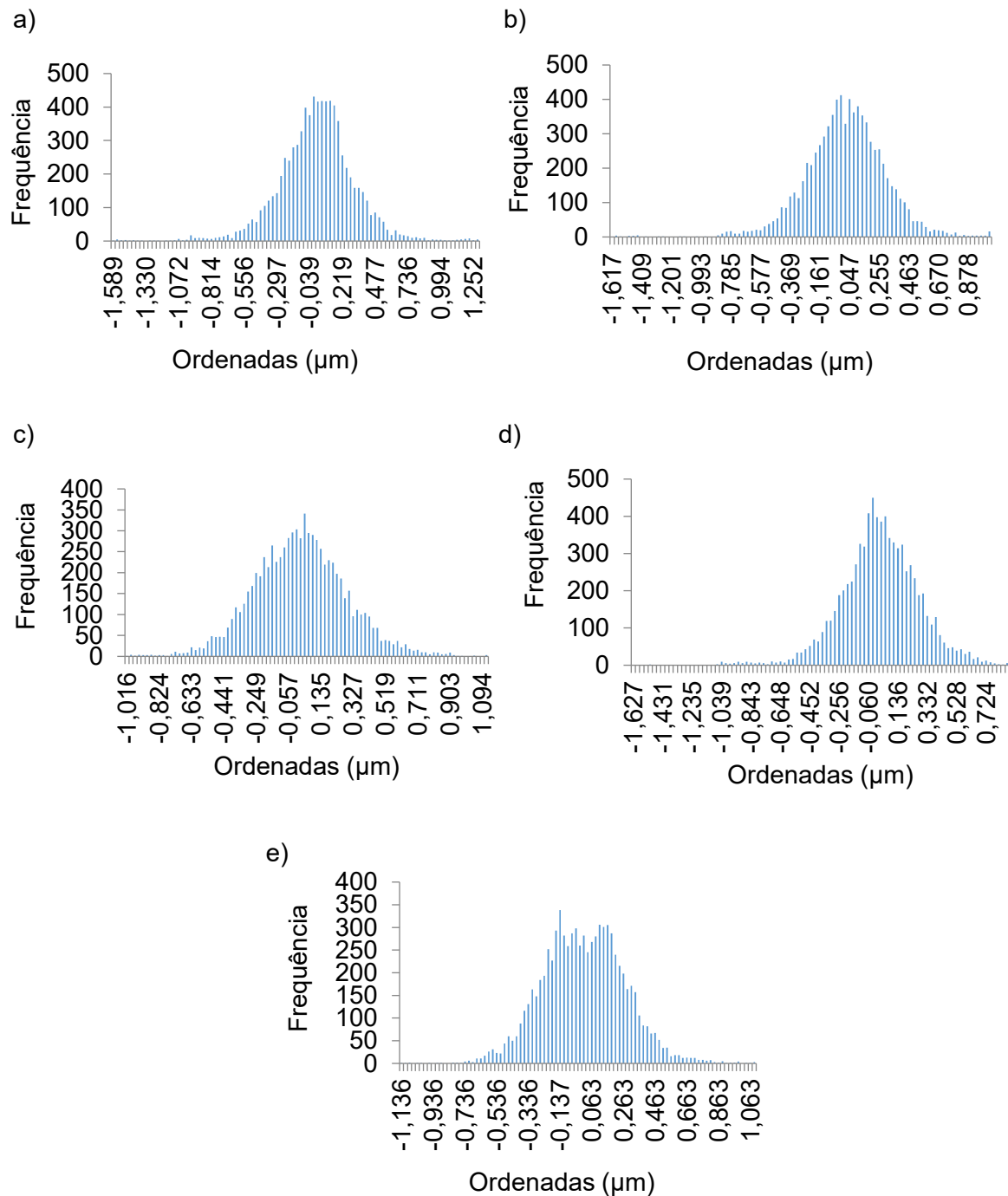


Figura 4.19 – Histograma das ordenadas dos pontos do perfil de rugosidade obtidos em 5 ciclos de medição. a) Primeiro, b) Segundo, c) Terceiro, d) Quarto; e e) Quinto

Os histogramas mostrados na Fig. 4.19 são diferentes entre si e diferentes da distribuição normal, apresentando um formato próximo do da distribuição triangular. Observa-se que nas Fgs. 4.19a, 4.19b e 4.19d os histogramas são assimétricos, alongados à esquerda,

enquanto que nas Fgs. 4.19c e 4.19 e são simétricos. Este último apresenta um formato bimodal.

4.2.2. Resultados obtidos durante a avaliação da incerteza via MCA – Ra , Rq , Rt e Rsk

Durante a avaliação da incerteza de medição dos parâmetros de rugosidade Ra , Rq , Rt e Rsk foram utilizados apenas os dados, mostrados no APÊNDICE I, referentes ao primeiro ciclo de medição. Para este ciclo os valores de Ra , Rq , Rt e Rsk são de 0,22 μm , 0,30 μm , 2,87 μm e -0,25, respectivamente, e foram determinados a partir de 8 000 pontos.

A Figura 4.20 mostra os valores dos indicadores de *convergência* ($2E_p(y)$, $2E_p(u(y))$, $2E_p(y_{max})$ e $2E_p(y_{min})$) obtidos por meio do método MCA para a avaliação da incerteza de medição do Ra , Rq , Rt e Rsk , respectivamente. Neste caso, as provas aleatórias, da variável associada aos pontos do perfil de todos os parâmetros, foram geradas utilizando uma FDP equivalente à aquela obtida durante a medição do perfil de rugosidade.

Nas Figuras 4.20a, 4.20b e 4.20c observa-se que para o Ra , Rq e Rt , todos os parâmetros de convergência estão abaixo da tolerância numérica especificada (0,005 μm) a partir da 1ª verificação de convergência ($h = 2$) e a simulação pode ser considerada convergente com 20 000 iterações. No entanto, verifica-se, Fig. 4.20a, que o valor do parâmetro $2E_p(y_{min})$ sofreu uma elevação, em 270 000 iterações voltando a decrescer em 390 000 iterações, esta oscilação foi desencadeada pelo surgimento de um valor mínimo, que não segue a tendência dominante, no vetor de saída. Ainda que esta situação não tenha levado à perda de convergência considera-se que este tipo de comportamento é indesejável.

Nota-se ainda que o valor $2E_p(u(y))$ encontrado para o Rq , inicialmente, é maior que aquele encontrado para o Ra , isto indica que nas primeiras 200 000 iterações o valor da incerteza de medição associado ao Rq apresenta maior variabilidade do que os encontrados para o Ra . Tal acontecimento deve-se à maior complexidade do modelo matemático de Rq e de como este modelo se relaciona com a FDP dos pontos do perfil.

Ao analisar a Fig. 4.20c, pode-se verificar que o valor do parâmetro $2E_p(y_{min})$ assumiu valores acima da tolerância para h entre 3 e 4 e h entre 8 e 21. Neste caso, a simulação alternou entre a convergência e a perda desta com o aumento do número de iterações.

A incerteza-padrão combinada $u_c(Ra)$, $u_c(Rq)$ e $u_c(Rt)$ é igual a 0,01 μm , 0,01 μm e 0,03 μm , respectivamente, não havendo nenhuma melhoria na incerteza final com o aumento do número de iterações.

Na Figura 4.20d, constata-se que os parâmetros $2E_p(y)$ e $2E_p(u(y))$ estão abaixo da tolerância numérica especificada (0,005 μm) a partir da 1ª verificação de convergência ($h = 2$). Todavia, $2E_p(y_{max})$ atingiu valores abaixo da tolerância em $h = 2$, deixando de ser estável, em $h = 3$ e retomando a estabilidade em $h = 36$, por sua vez o parâmetro $2E_p(y_{min})$ adquiriu

valores abaixo da tolerância somente entre $h = 17$ e $h = 19$. Esta configuração faz com que a simulação não seja estável.

A variabilidade do Rsk e a complexidade do seu modelo matemático são os responsáveis pelo surgimento de valores máximos e mínimos que levam as simulações a instabilidade. Visto que este parâmetro possui um desvio-padrão amostral da mesma ordem que sua própria média, era esperado que os parâmetros de convergência não atendessem à tolerância numérica especificada ou mesmo que fosse necessário efetuar um número de iterações elevado.

Ainda que a simulação não tenha atingido a estabilidade, entre $h = 1$ e $h = 50$ a incerteza-padrão combinada sofre uma variação de 0,0005. Desta forma, pode-se considerar que os valores da incerteza são constantes para a exatidão requerida na medição. Desta maneira, tomou-se como referência $h = 50$ para o cálculo da incerteza-padrão combinada $u_c(Rsk)$. Assim, $u_c(Rsk)$ é igual a 0,08.

As Tabelas 4.6 a 4.9 mostram, respectivamente, os valores das incertezas-padrão $u_c(Ra)$, $u_c(Rq)$, $u_c(Rt)$ e $u_c(Rsk)$ obtidos a partir de provas aleatórias extraídas de uma população semelhante àquela dos pontos do perfil de rugosidade e aqueles obtidos quando considerada uma população normal. São apresentados ainda o valor médio de cada parâmetro de rugosidade e a incerteza-padrão combinada u_c resultante de cada simulação. Para fins de comparação, foram adicionadas duas casas decimais nos valores referentes às incertezas.

Observa-se na Tabela 4.6 que ao utilizar uma FDP do tipo normal para representar os pontos do perfil de rugosidade se obtém um valor médio de Ra igual a 0,24 μm . Enquanto que ao considerar a verdadeira distribuição das ordenadas dos pontos a média resultante é de 0,22 μm , indicando uma diferença entre ambas de 0,02 μm . Este valor representa duas vezes a resolução do rugosímetro e pode ser considerada como sendo uma fonte de erros significativa.

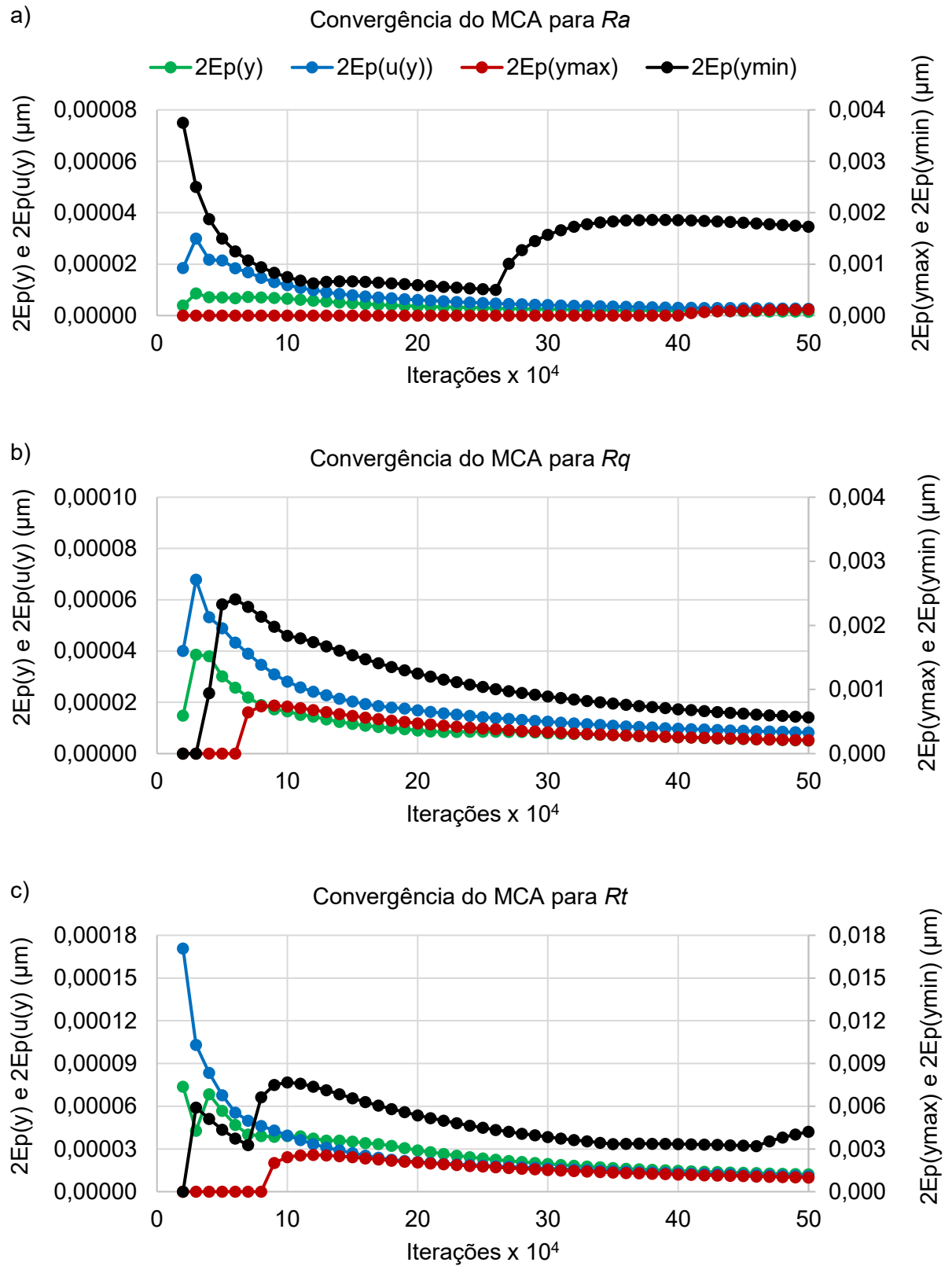


Figura 4.20 – Comportamento de $2E_p(y)$, $2E_p(u(y))$, $2E_p(y_{max})$ e $2E_p(y_{min})$ durante a aplicação do método MCA para o a) Ra , b) Rq , c) Rt e d) Rsk

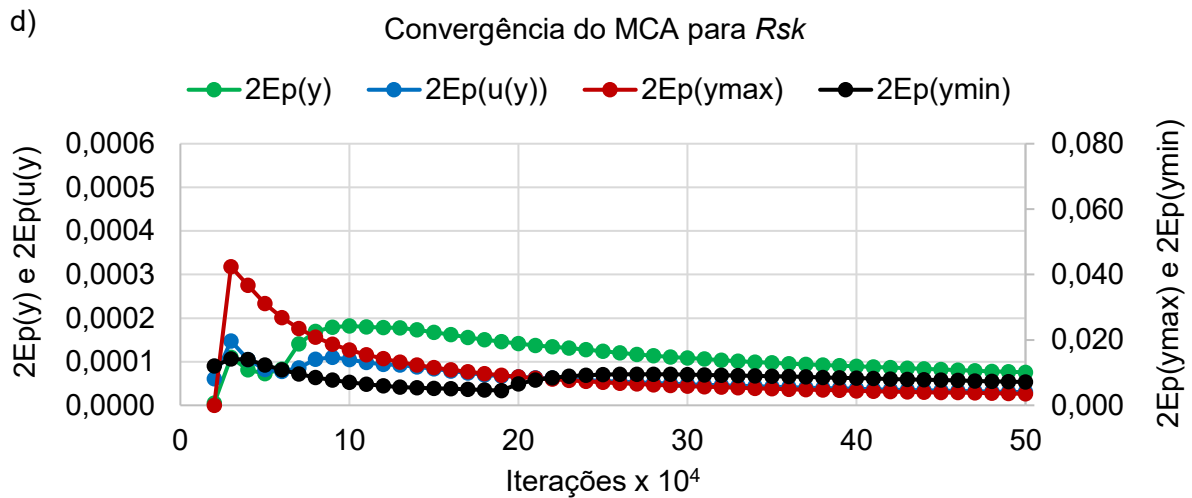


Figura 4.20 (continuação) – Comportamento de $2E_p(y)$, $2E_p(u(y))$, $2E_p(y_{max})$ e $2E_p(y_{min})$ durante a aplicação do método MCA para o a) R_a , b) R_q , c) R_t e d) R_{sk}

Na Tabela 4.7, verifica-se que o tipo de FDP adotado, normal ou real para representar os pontos do perfil de rugosidade não afeta o valor simulado de R_q , que em ambos os casos é igual a $0,30 \mu\text{m}$ tal qual o valor de R_q medido. No entanto, ao considerar a verdadeira distribuição das ordenadas dos pontos a $u_c(R_q)$ resultante é de $0,0115 \mu\text{m}$, indicando uma diferença de $0,0003 \mu\text{m}$ para a $u_c(R_q)$ calculada com distribuição normal. Este resultado deve-se a diferença média de $0,0013 \mu\text{m}$ entre as $u_c(R_q)$ calculadas para FDP real e normal.

Na Tabela 4.8, pode-se notar que ao utilizar uma FDP do tipo normal para representar os pontos do perfil de rugosidade se obtém um valor médio de R_t igual a $2,26 \mu\text{m}$. Enquanto que ao considerar a verdadeira distribuição das ordenadas dos pontos do perfil a média resultante é de $2,87 \mu\text{m}$, indicando uma diferença entre ambas de $0,61 \mu\text{m}$. Para a incerteza-padrão combinada $u_c(R_t)$, a discrepância encontrada é de $0,11 \mu\text{m}$.

Observa-se na Tabela 4.9 que a utilização de uma FDP do tipo normal para representar os pontos do perfil de rugosidade não fornece valores corretos para a média e a incerteza de R_{sk} , pois em distribuições normais o valor da assimetria é igual a zero. Enquanto que ao considerar a verdadeira distribuição das ordenadas dos pontos a média resultante é de $-0,25$ e a incerteza é de $0,08$.

Pode-se concluir que a utilização de uma FDP normal para a avaliação da incerteza de medição associada ao R_t e R_{sk} é uma prática inadequada, que pode constituir uma fonte significativa de erros.

Tabela 4.6 – Comparação entre os valores de incerteza obtidos utilizando FDP real e FDP normal para o Ra

Ra medido = 0,22 μm						
Valores expressos em μm						
	FDP real			FDP normal		
	Ra	$u(I[Ra])$	$u_c(Ra)$	Ra	$u(I[Ra])$	$u_c(Ra)$
Simulação 1	0,22	0,0023	0,0109	0,24	0,0020	0,0110
Simulação 2	0,22	0,0023	0,0110	0,24	0,0020	0,0110
Simulação 3	0,22	0,0023	0,0111	0,24	0,0020	0,0110
Média	0,22	0,0023	0,0110	0,24	0,0020	0,0110

Tabela 4.7 – Comparação entre os resultando utilizando FDP real e FDP normal para o Rq

Rq medido = 0,30 μm						
Valores expressos em μm						
	FDP real			FDP normal		
	Rq	$u(I[Rq])$	$u_c(Rq)$	Rq	$u(I[Rq])$	$u_c(Rq)$
Simulação 1	0,30	0,0036	0,0114	0,30	0,0023	0,0111
Simulação 2	0,30	0,0036	0,0115	0,30	0,0024	0,0112
Simulação 3	0,30	0,0036	0,0116	0,30	0,0023	0,0112
Média	0,30	0,0036	0,0115	0,30	0,0023	0,0112

Tabela 4.8 – Comparação entre os resultando utilizando FDP real e FDP normal para o Rt

Rt medido = 2,87 μm						
Valores expressos em μm						
	FDP real			FDP normal		
	Rt	$u(I[Rt])$	$u_c(Rt)$	Rt	$u(I[Rt])$	$u_c(Rt)$
Simulação 1	2,87	0,0087	0,0271	2,26	0,1300	0,1322
Simulação 2	2,87	0,0087	0,0271	2,26	0,1295	0,1322
Simulação 3	2,87	0,0088	0,0272	2,26	0,1291	0,1321
Média	2,87	0,0087	0,0271	2,26	0,1295	0,1322

Tabela 4.9 – Comparação entre os resultados utilizando FDP real e FDP normal para o Rsk

Rsk medido = -0,25						
	FDP real			FDP normal		
	Rsk	$u(I[Rsk])$	$u_c(Rsk)$	Rsk	$u(I[Rsk])$	$u_c(Rsk)$
Simulação 1	- 0,25	0,0768	0,0768	0,00	0,0274	0,0274
Simulação 2	- 0,25	0,0769	0,0769	0,00	0,0274	0,0274
Simulação 3	- 0,25	0,0769	0,0770	0,00	0,0273	0,0274
Média	- 0,25	0,0769	0,0769	0,00	0,0274	0,0274

4.2.3. Resultados obtidos durante a avaliação da incerteza via MCS – Ra , Rq , Rt e Rsk

A Figura 4.21 mostra os valores resultantes da aplicação do método MCS, com FDP real, para a avaliação da incerteza do Ra , Rq , Rt e Rsk , respectivamente.

Nas Figuras 4.21a e 4.21b observa-se que, a simulação pode ser considerada estável em $h = 8$ e $h = 9$, totalizando 80 000 e 90 000 iterações. A incerteza-padrão combinada em ambos os casos é de $0,01 \mu m$ ($0,0109 \mu m$ e $0,0114 \mu m$ para as Figs. 4.21a e 4.21b, respectivamente).

A Figura 4.21c mostra que o y_{max-p} assume valores inferiores a 4 enquanto o y_{min-p} adquire valores superiores a 6. Este comportamento indica que o vetor de saída que representa os possíveis valores de Rt não apresenta uma FDP simétrica. O histograma do vetor de saída da primeira simulação para o Rt é mostrado na Fig. 4.22.

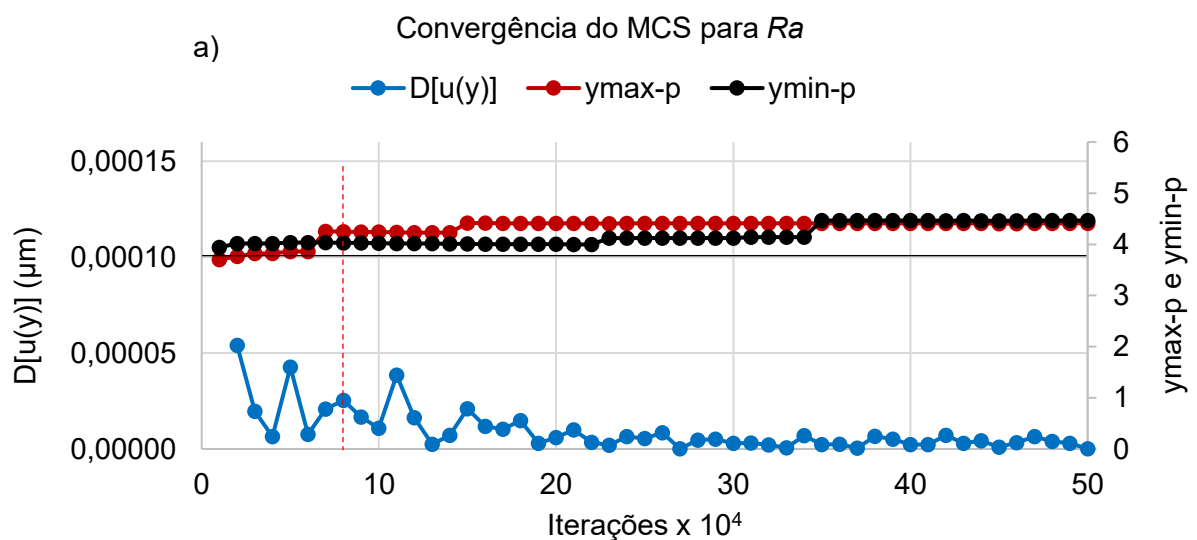


Figura 4.21 – Comportamento de $D[u(y)]$, y_{max-p} e y_{min-p} da simulação do método MCA para o a) Ra , b) Rq , c) Rt e d) Rsk

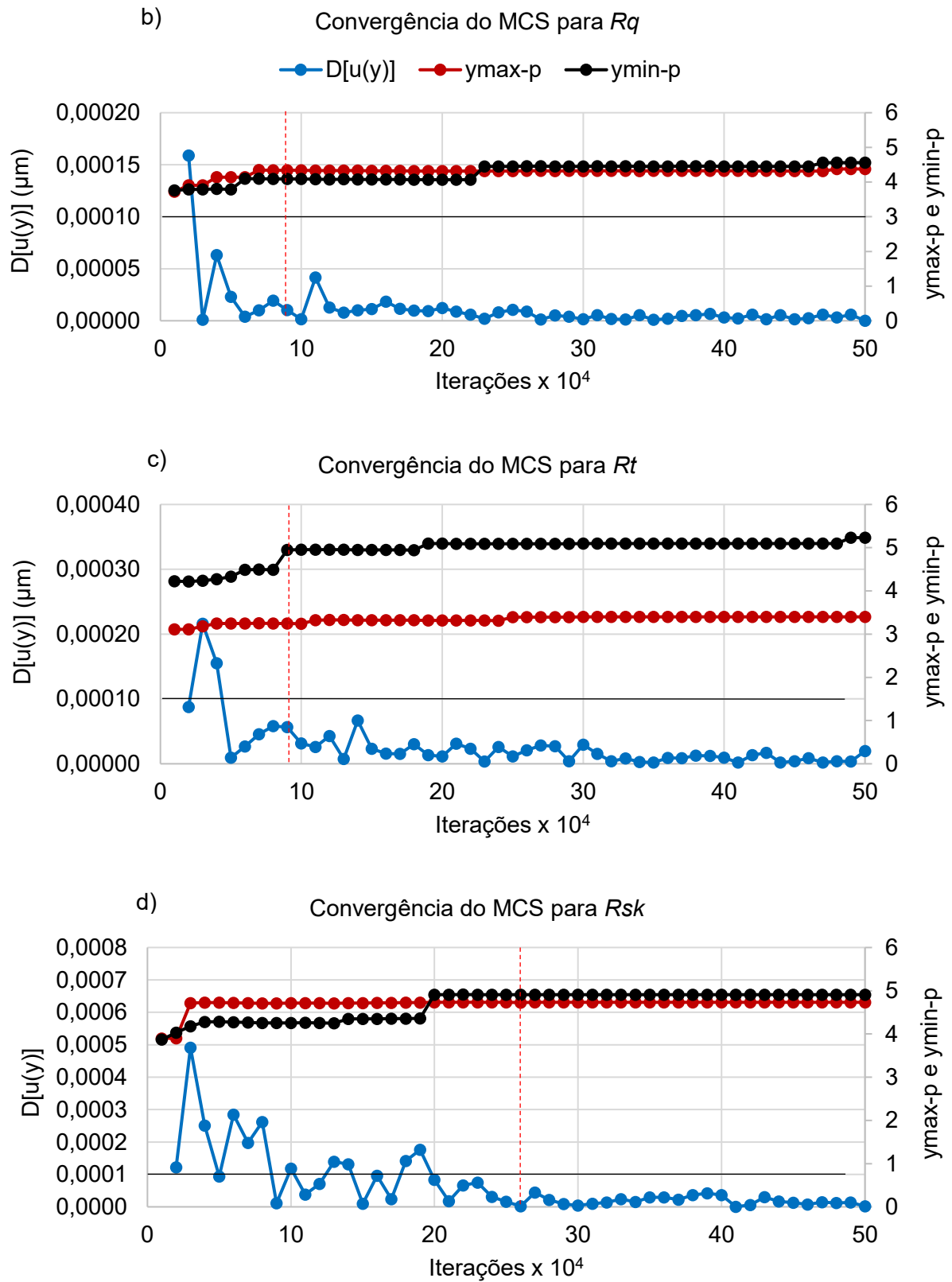


Figura 4.21 (continuação) – Comportamento de $D[u(y)]$, y_{max-p} e y_{min-p} e da simulação do método MCA para o a) Ra , b) Rq , c) Rt e d) Rsk

Na Figura 4.21c, a estagnação dos valores $y_{\max-p}$ e $y_{\min-p}$, ainda que estes não se aproximem de 4 indica que a FDP do vetor de saída não sofrerá alterações e, portanto, a estabilização foi alcançada. Sendo assim, a aplicação do critério de estabilidade referente ao $D[u(y)]$ informa que a simulação pode ser considerada estável em $h = 11$, totalizando 110 000. A incerteza-padrão combinada é de $0,03 \mu\text{m}$ ($0,0271 \mu\text{m}$).

Na Figura 4.21d observa-se que a estabilidade é atingida em $h = 26$ totalizando 260 000. A incerteza-padrão combinada encontrada é de $0,08$ ($0,0768$).

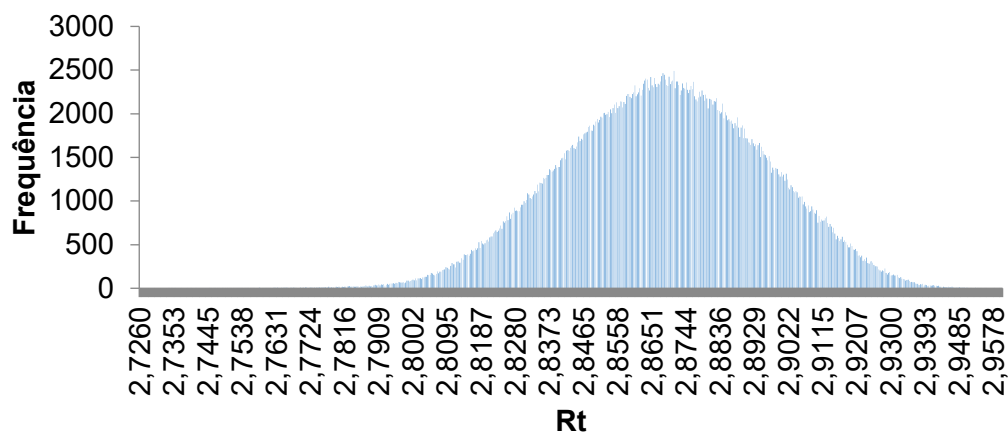


Figura 4.22 – Histograma dos valores de Rt resultantes da aplicação do método MCS

O teste de Shapiro-Wilk dos valores de Rt resultou em $W = 0.99829$, e $\text{valor-}p = 2,87\text{e-}05$, desta maneira pode-se afirmar com 95% de confiabilidade que o vetor de saída não apresenta uma FDP do tipo normal.

4.3 Validação do MCS

As Tabela 4.10 mostra o resultado da avaliação, via GUM, da incerteza associada à medição do d_{maior} utilizando o paquímetro digital. Nesta tabela TA é o tipo de avaliação, DP a distribuição de probabilidades adotada, GL o número de graus de liberdade, CS o coeficiente de sensibilidade, t indica distribuição t de *Student*, R indica distribuição retangular e N indica distribuição normal.

A partir da Tabela 4.10 se conclui que a incerteza-padrão combinada associada à medição do d_{maior} utilizando o paquímetro é igual a $9,30 \mu\text{m}$. A variável que mais contribuiu para a incerteza final foi a incerteza associada à calibração, com uma contribuição de 81%, seguida da resolução do paquímetro digital com 10%.

Tabela 4.10 – Resultados da avaliação da incerteza associada à medição do d_{maior} medido com paquímetro digital utilizando o método GUM.

Componentes de incerteza							
Grandeza	Estimativa (mm)	TA	DP	GL	CS	Incerteza padrão (mm)	Contribuição (%)
\bar{x}	15,89	A	t	4	1	0,0024	7,0
R	0,01	B	R	∞	1	0,0029	9,7
C	0,02	B	t	∞	1	0,0083	80,7
D_{PrM}	0,003	B	N	∞	1	0,0015	2,6
Incerteza padrão combinada (u_c)						0,0093 mm	
Grau de liberdade efetivo (ν_{eff})						∞	
Fator de abrangência (k)						2,00	
Incerteza expandida (U)						0,0186 mm	

A Figura 4.23 mostra os resultados obtidos durante a aplicação do método de Monte Carlo para avaliação da incerteza associada à medição do d_{maior} utilizando o paquímetro digital. Os valores de curtose foram transladados para o zero. Observa-se que a estabilidade dos valores de incerteza é alcançada com a realização de 40 000 simulações, sendo que os mesmos apresentam uma variabilidade maior que aqueles fornecidos pelo MCA e MCS. Por sua vez o *skewness* e a curtose permanecem constantes desde a primeira simulação, com 10 000 iterações.

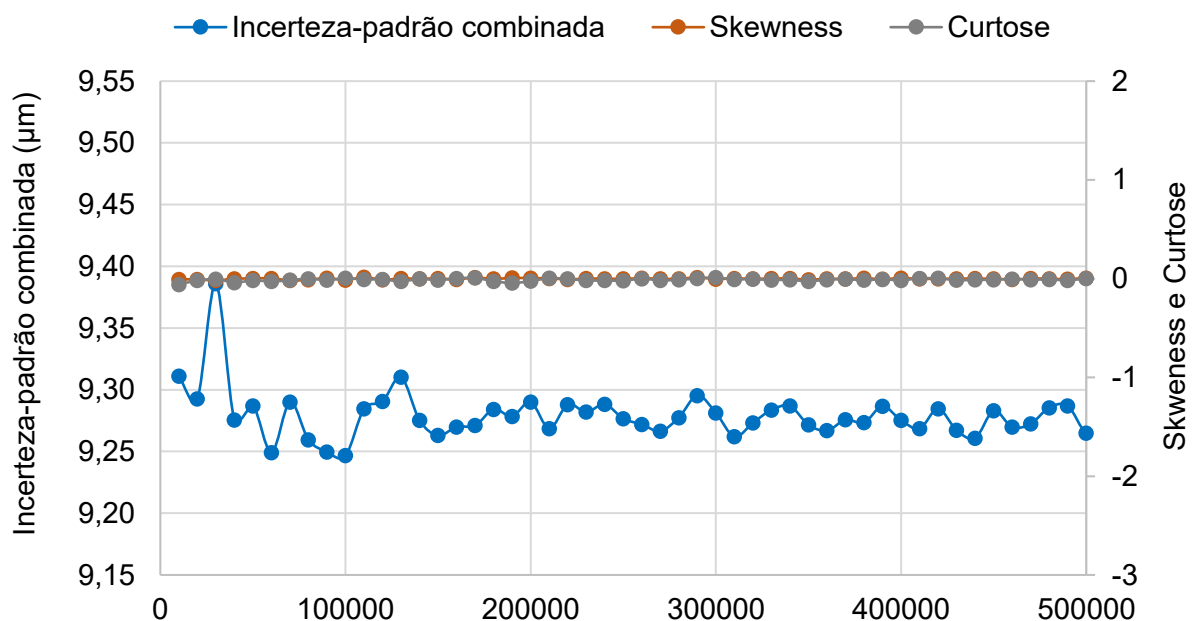


Figura 4.23 – Resultado da aplicação do método de MC para avaliação da incerteza associada ao d_{maior} medido com paquímetro digital

A incerteza-padrão combinada apresenta no início da simulação uma variabilidade similar à observada para a aplicação do MCS, porém após a estabilização dos valores a variabilidade deste último é maior.

Comparando os valores de incerteza-padrão combinada obtidos pela aplicação dos métodos MCA, MCS, GUM e MC para avaliação da incerteza associada ao d_{maior} medido com paquímetro digital pode-se concluir que não há diferença entre eles. Entretanto com relação ao número de iterações necessárias para alcançar a convergência há diferenças entre os diferentes métodos (Tabela 4.11.), mesmo para a medição com paquímetro que constitui um processo de medição muito simples, com modelo matemático linear expresso por meio de uma soma algébrica.

Tabela 4.11 – Número de iterações necessárias para a convergência dos métodos MCA, MCS e MC na avaliação da incerteza do d_{maior} medido com paquímetro digital

Simulações	MCA	MCS	MC
Primeira	20 000	80 000	40 000
Segunda	40 000	90 000	
Terceira	20 000	90 000	
Desvio-padrão (68,27%)	11 547	5 774	

A Tabela 4.12 mostra o resultado da avaliação, via GUM, da incerteza associada à medição do d_{maior} utilizando o micrômetro analógico.

Tabela 4.12 – Resultados da avaliação da incerteza associada à medição do d_{maior} medido com micrômetro analógico utilizando o método GUM

Componentes de incerteza							
Grandeza	Estimativa (mm)	TA	DP	GL	CS	Incerteza padrão (mm)	Contribuição (%)
\bar{x}	17,897	A	t	4	1	0,00430	93,4
R	0,001	B	R	∞	1	0,00058	1,7
C	0,002	B	t	∞	1	0,00096	4,7
D_{PrM}	0,0003	B	N	∞	1	0,00015	0,1
D_{PIF}	0,0002	B	N	∞	4	0,00010	0,1
D_{PIM}	0,0002	B	N	∞	1	0,00010	0,1
Incerteza padrão combinada (u_c)						0,00440 mm	
Grau de liberdade efetivo (ν_{eff})						4,58	
Fator de abrangência (k)						2,78	
Incerteza expandida (U)						0,01234 mm	

A incerteza-padrão combinada associada ao *dmaior* medido com o micrômetro é igual a 4,40 μm . A variável que mais contribuiu para a incerteza final foi a incerteza associada à variabilidade das leituras sendo responsável por 93% da incerteza final, seguida da incerteza da calibração do micrômetro digital com 5%.

A Figura 4.24 apresenta os resultados obtidos durante a aplicação do método de Monte Carlo para avaliação da incerteza associada à medição do *dmaior* utilizando o micrômetro analógico. Observa-se que a incerteza-padrão combinada apresenta variabilidade maior à observada para a aplicação do MCA.

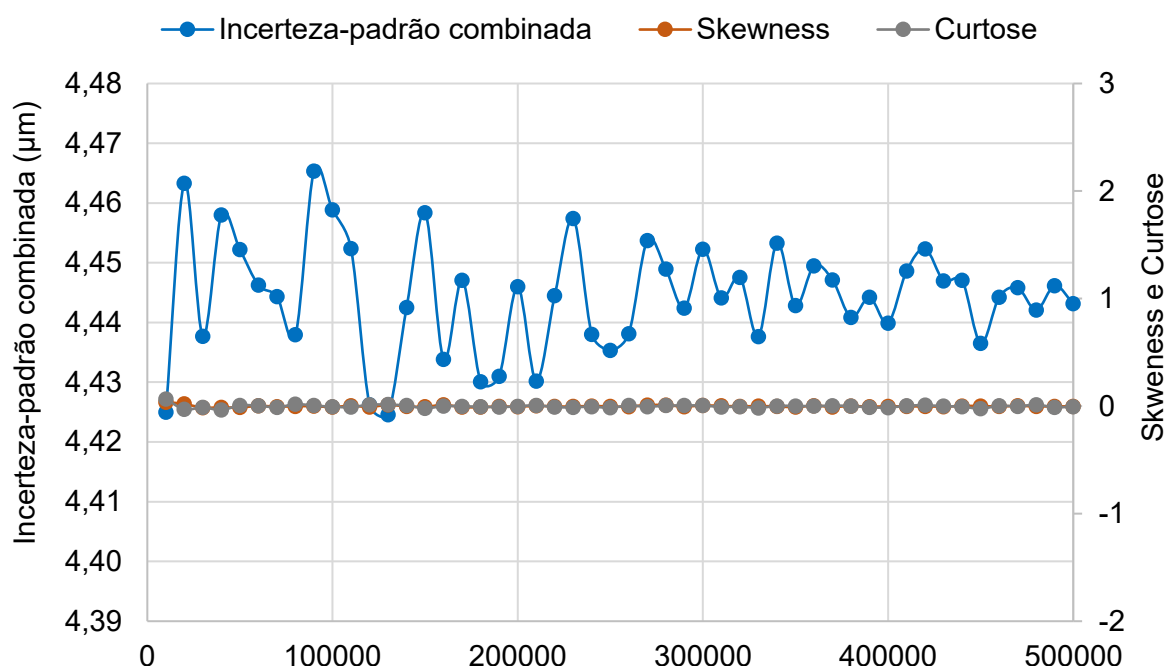


Figura 4.24 – Resultado da aplicação do método de MC para avaliação da incerteza associada ao *dmaior* medido com micrômetro analógico

Os valores de incerteza-padrão combinada obtidos pela aplicação dos métodos MCA, MCS, GUM e MC associados ao *dmaior* medido com micrômetro analógico podem ser considerados iguais. Entretanto com relação ao número de iterações necessárias para alcançar a convergência há diferenças entre os diferentes métodos como mostra a Tabela 4.13.

Para o método MCA o número de iterações necessárias para a convergência mostrou uma variabilidade significativa, sendo de 20 000 para a segunda aplicação e de 370 000 para a primeira. Por sua vez, para o MCS o número de iterações permanece com pouca variação considerando as três aplicações executadas.

Tabela 4.13 – Número de iterações necessárias para a convergência dos métodos MCA, MCS e MC na avaliação da incerteza do *d_{maior}* medido com micrômetro analógico

Simulações	MCA	MCS	MC
Primeira	370 000	150 000	270 000
Segunda	20 000	250 000	
Terceira	240 000	100 000	
Desvio-padrão (68,27%)	176 918	76 376	

A Tabela 4.14 mostra o resultado da avaliação, via GUM, da incerteza associada à medição do *d_{menor}* medido com projetor de perfil. Nesta tabela, TA é o tipo de avaliação, DP a distribuição de probabilidades adotada, GL o número de graus de liberdade e CS o coeficiente de sensibilidade, t indica distribuição t de *Student*, N informa que a distribuição é normal e R indica uma distribuição retangular.

Tabela 4.14 – Resultados da avaliação da incerteza associada à medição do *d_{menor}* medido com projetor de perfil utilizando o método GUM

Componentes de incerteza							
Grandeza	Estimativa (mm)	TA	DP	GL	CS	Incerteza padrão (mm)	Contribuição (%)
\bar{x}	13,283	A	t	4	1	0,00420	92,2
<i>R</i>	0,001	B	R	Inf	1	0,00029	0,4
<i>C</i>	0,002	B	t	Inf	1	0,00098	5,1
<i>AI</i>	0,01 %	B	N	Inf	1	0,00066	2,3
Incerteza padrão combinada (u_c)						0,00440 mm	
Grau de liberdade efetivo (ν_{eff})						4,71	
Fator de abrangência (k)						2,78	
Incerteza expandida (U)						0,01214 mm	

A incerteza-padrão combinada associada ao *d_{menor}* é igual a 4,40 μm . A variável que mais contribuiu para a incerteza final foi a incerteza associada à variabilidade das leituras com 92%, seguida da incerteza da calibração do projetor de perfil com 5%.

A Figura 4.25 exibe os resultados obtidos durante a aplicação do método de Monte Carlo para avaliação da incerteza associada à medição do *d_{menor}* medido com projetor de perfil.

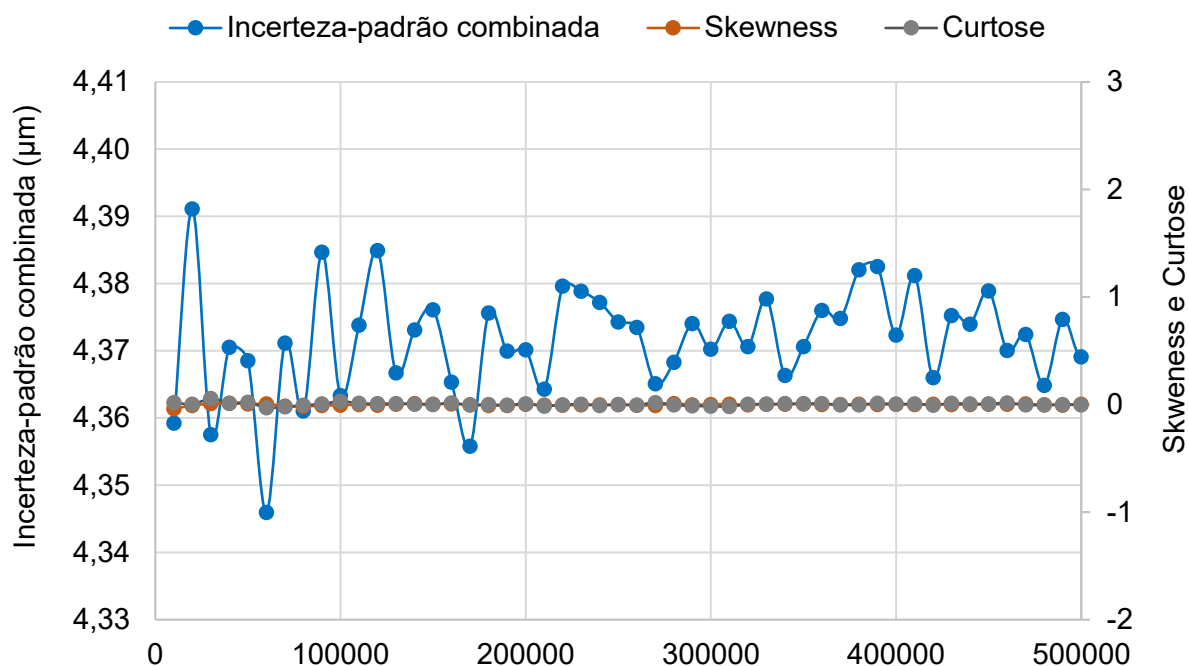


Figura 4.25 – Resultado da aplicação do método de MC para avaliação da incerteza associada ao *dmenor* medido com projetor de perfil

Os valores de incerteza-padrão combinada obtidos pela aplicação dos métodos MCA, MCS, GUM e MC associados ao *dmenor* medido com projetor de perfil são iguais. Entretanto com relação ao número de iterações necessárias para alcançar a convergência há diferenças entre os diferentes métodos como mostra a Tabela 4.15.

Para o método MCA o número de iterações necessárias para a convergência mostrou uma variabilidade significativa, sendo de 20 000 para a segunda aplicação e de 300 000 para a terceira. Por sua vez, para o MCS o número de iterações permanece com uma variação significativamente menor.

Tabela 4.15 – Número de iterações necessárias para a convergência dos métodos MCA, MCS e MC na avaliação da incerteza do *dmenor* medido com projetor de perfil

Simulações	MCA	MCS	MC
Primeira	170 000	160 000	180 000
Segunda	20 000	160 000	
Terceira	300 000	110 000	
Desvio-padrão (68,27%)	140 119	28 868	

As Tabelas 4.16 e 4.17 mostram os resultados da avaliação, via GUM, da incerteza associada à medição do Ra e Rq , *respectivamente*. Nestas, pode-se observar que a incerteza-padrão combinada associada ao Ra e Rq é igual a $0,02 \mu\text{m}$. A variável que mais contribuiu para a incerteza final de Ra e Rq foi a incerteza associada à calibração do rugosímetro sendo responsável por 79% e 77%, respectivamente. A variabilidade dos pontos do perfil ocupou o segundo lugar de destaque com 9% de contribuição em ambos os casos.

Tabela 4.16 – Resultados da avaliação da incerteza associada à medição do Ra utilizando o método GUM

Componentes de incerteza							
Grandeza	Estimativa (μm)	TA	DP	GL	CS	Incerteza padrão (μm)	Contribuição (%)
$1/[Ra]$	0,22	A	N	7999	1	0,0033	8,8
R	0,01	B	R	∞	1	0,0029	6,6
C	0,02	B	t	∞	1	0,0100	78,9
r	2	B	N	∞	1	0,0018	2,5
D	0,005	B	N	∞	4	0,0020	3,3
Incerteza padrão combinada (u_c)						0,0113 μm	
Graus de liberdade efetivos (ν_{eff})						∞	
Fator de abrangência (k)						2,00	
Incerteza expandida (U)						0,0225 μm	

Tabela 4.17 – Resultados da avaliação da incerteza associada à medição do Rq utilizando o método GUM

Componentes de incerteza							
Grandeza	Estimativa (μm)	TA	DP	GL	CS	Incerteza padrão (μm)	Contribuição (%)
$1/[Rq]$	0,30	A	N	7999	1	0,0033	8,6
R	0,01	B	R	∞	1	0,0029	6,4
C	0,02	B	t	∞	1	0,0100	77,2
r	2	B	N	∞	1	0,0024	4,6
D	0,005	B	N	∞	4	0,0020	3,2
Incerteza padrão combinada (u_c)						0,0114 μm	
Graus de liberdade efetivos (ν_{eff})						∞	
Fator de abrangência (k)						2,00	
Incerteza expandida (U)						0,0228 μm	

Para o Ra o método GUM forneceu um valor de $u(I[Ra])$ igual a $0,0033 \mu\text{m}$, sendo maior que aquele fornecido pelo MCS ($0,0023 \mu\text{m}$). Por sua vez, para o $I[Rq]$ o efeito é inverso, neste caso a incerteza resultante da aplicação do GUM é de $0,0033 \mu\text{m}$ enquanto que o MCS resultou em $0,0036 \mu\text{m}$. As diferenças observadas entre os resultados adquiridos via GUM e via MCS, se devem à não linearidade dos modelos matemáticos que descrevem ambos os processos de medição.

Os valores de incerteza-padrão combinada obtidos pela aplicação dos métodos MCA, MCS e GUM associados ao Ra , Rq , Rt e Rsk podem ser considerados iguais considerando os algarismos significativos da medição. Entretanto com relação ao número de iterações necessárias para alcançar a convergência há diferenças entre os diferentes métodos como mostra a Tabela 4.18.

Tabela 4.18 – Número de iterações necessárias para a convergência dos métodos MCA e MCS na avaliação da incerteza do Ra , Rq , Rt e Rsk

Parâmetro	MCA	MCS
Ra	20 000	80 000
Rq	20 000	90 000
Rt	20 000	110 000
Rsk	Sem convergência	260 000

Para Ra , Rq e Rt , o resultado do método MCA pode ser considerado estável em 20 000 iterações. Por sua vez, para o MCS o número de iterações é superior ao observado no MCA. Pode-se acrescentar que o MCS apresenta maior repetibilidade e a manutenção da convergência.

Para o Rsk , as 500 000 iterações realizadas durante a aplicação do método MCA não foram suficientes para que a simulação atingisse a convergência. Por sua vez, para o MCS um número de iterações igual a 260 000 garante a convergência dos resultados.

CAPÍTULO V

CONCLUSÃO

Ao finalizar o presente trabalho as seguintes conclusões foram obtidas: O método de Monte Carlo Sequencial (MCS) proposto neste trabalho se mostrou apropriado para a avaliação da incerteza associada à medição dos mensurandos avaliados, uma vez que os valores de incerteza fornecidos por este método são similares aos obtidos pela aplicação dos métodos GUM, MC e MCA. Sendo a máxima diferença observada com relação ao GUM de 0,00007 mm, 0,00005 mm e 0,00009 mm para os mensurandos d_{maior} medido com paquímetro e micrômetro e d_{menor} medido com projetor de perfil, respectivamente.

O número de iterações necessárias para atingir a convergência da simulação no MCS apresentou maior repetibilidade que no MCA quando aplicado para a avaliação da incerteza de medição de um determinado mensurando. No pior dos casos a dispersão do número de iterações foi pelo menos duas vezes menor para o MCS atribuindo a este método maior confiabilidade.

Durante a aplicação do MCS, após a convergência, foi observada excelente estabilidade da simulação para todos os mensurandos avaliados, indicando que este método é superior ao MCA neste quesito.

A quantidade de dados a serem armazenados e manipulados no método MCS diminuiu de forma significativa, e, conseqüentemente, ampliou o campo de aplicação do MCA. Enquanto que para o MCA são armazenados $h \times 10\,004$ valores para o MCS são armazenados e atualizados 7 valores.

A avaliação da incerteza associada à medição dos parâmetros de rugosidade R_a , R_q , R_t e R_{sk} , considerando as ordenadas dos pontos que compõem o perfil de rugosidade de um único ciclo de medição, foi efetuada com êxito utilizando o método MCS. Entretanto a aplicação do MCA para avaliação da incerteza associada ao R_{sk} não foi viável, pois os parâmetros de convergência utilizados no MCA são muito sensíveis a valores extremos.

O uso de uma PDP normal durante a avaliação da incerteza associada à medição de Ra , Rq , Rt e Rsk não é adequado uma vez que foram observadas diferenças significativas da ordem de $0,02\text{ }\mu\text{m}$, $0,61\text{ }\mu\text{m}$, e $0,25$ entre os valores médios da simulação e aqueles resultantes da medição dos parâmetros Ra , Rt e Rsk , respectivamente. Com relação à incerteza-padrão combinada as máximas diferenças encontradas são de $0,12\text{ }\mu\text{m}$ para Rt e de $0,05$ para Rsk .

SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Aplicar o MCS para avaliação da incerteza de processos de medição mais complexos, por exemplo, a medição da dureza, da corrente e potência elétrica.

Desenvolver um método para avaliação da incerteza de medição associada a parâmetros híbridos e de espaçamento de rugosidade.

Aplicar o MCS para avaliação da incerteza de medição alterando o número M de iterações, ou ainda, definir M adaptativamente.

Verificar o efeito da utilização de uma amostragem inteligente que busca abranger uma região do espaço amostral utilizando um número reduzido de pontos, como por exemplo, Hipercubo Latino, na simulação de MCS.

Inserir nos vetores de entrada dos métodos MC, MCA e MCS informações sobre os graus de liberdade de cada grandeza e estimar os graus de liberdade da grandeza de saída.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABACKERLI, A. J.; PAPA, M. C. O.; PEREIRA, P. H. **Análise do Efeito do Sistema de Coordenadas da Peça na Presença de Variação de Temperatura na Avaliação Dimensional de Geometrias**. XXX ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO. São Carlos, SP, Brasil: 2010. Disponível em: <http://www.abepro.org.br/biblioteca/enegep2010_TN_STO_113_739_15172.pdf>. Acesso em: 10 julho. 2016.

ACERO, R.; SANTOLARIA, J.; PUEO, M.; ABAD, J.. **Uncertainty estimation of an indexed metrology platform for the verification of portable coordinate measuring instruments**. Measurement, v. 82, mar. 2016. p. 202–220.

<https://doi.org/10.1016/j.measurement.2015.12.024>

ANDOLFATTO, L.; MAYER, J. R. R.; LAVERNHE, S. **Adaptive Monte Carlo applied to uncertainty estimation in five axis machine tool link errors identification with thermal disturbance**. International Journal of Machine Tools and Manufacture, v. 51, n. 7-8, jul. 2011. p. 618–627.

<https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2011.03.006>

ARENCIBIA, R. V.; PIRATELLI-FILHO, A.; CRUZ-CRESPO, A.; DÍAZ CEDRÉ, E. **Simplified model to estimate uncertainty in CMM**. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, v. 37, n. 1, 12 jan. 2015. p. 411–421.

<https://doi.org/10.1007/s40430-014-0157-8>

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS NBR ISO 4288, **Especificações geométricas do produto (GPS) – Rugosidade: Método do perfil-regras e procedimentos para avaliação de rugosidade**. 2008. 10 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS NBR ISO/IEC 17025, **Requisitos gerais para competência de laboratório de ensaios e calibrações**. Rio de Janeiro, Brasil, 2005. 20 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, NBR NM-ISO 1: **Temperatura padrão de referência para medições industriais de comprimento**, 1997. 2 p.

BALSAMO, A.; DI CIOMMO, M.; MUGNO, R.; REBAGLIA, B.I.; RICCI, E.; GRELLA, R.

Evaluation of CMM Uncertainty Through Monte Carlo Simulations. CIRP Annals - Manufacturing Technology, v. 48, n. 1, jan. 1999. p. 425–428.

[https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)63218-1](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)63218-1)

BARINI, E. M.; TOSELLO, G.; DE CHIFFRE, L. **Uncertainty analysis of point-by-point sampling complex surfaces using touch probe CMMs.** Precision Engineering, v. 34, n. 1, jan. 2010. p. 16–21.

<https://doi.org/10.1016/j.precisioneng.2009.06.009>

BIASOLI, V.; DOELLINGER, R.; COSTA, K.; PEREIRA, I.; ALBUQUERQUE, E. C. **Aplicação de Estatística Robusta em Ensaios de Proficiência.** 41º Congresso Brasileiro de Patologia Clínica/Medicina Laboratorial (CBPC/ML). Salvador, BA: 2007.

BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP and OIML. **Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM) — Supplement 1: Numerical methods for the propagation of distributions,** 2004.

BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP and OIML. **Evaluation of measurement data — Supplement 1 to the “ Guide to the expression of uncertainty in measurement ” — Propagation of distributions using a Monte Carlo method.** JCGM 101, 2008a. 90 p.

BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP and OIML. **Evaluation of measurement data - Guide to the expression of uncertainty in measurement.** JCGM 100. 2008b. Disponível em: <<http://www.bipm.org/en/publications/guides/gum.html>>. Acesso em: 10 julho. 2016.

BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP and OIML. **Evaluation of measurement data – Supplement 2 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” – Extension to any number of output quantities.** JCGM 102. 2011.

BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP and OIML. **International vocabulary of metrology — Basic and general concepts and associated terms (VIM).** JCGM 200. 2012. Disponível em: <http://www.bipm.org/utis/common/documents/jcgm/JCGM_200_2008.pdf>. Acesso em: 10 julho. 2016.

CARMIGNATO, S.; SPINELLI, M.; AFFATATO, S.; SAVIO, E. **Uncertainty evaluation of volumetric wear assessment from coordinate measurements of ceramic hip joint prostheses.** Wear, v. 270, n. 9-10, abr. 2011. p. 584–590.

<https://doi.org/10.1016/j.wear.2011.01.012>

CASTRO, H. F. F. **Uncertainty analysis of a laser calibration system for evaluating the positioning accuracy of a numerically controlled axis of coordinate measuring machines and machine tools**. Precision Engineering, v. 32, n. 2, abr. 2008. p. 106–113.

<https://doi.org/10.1016/j.precisioneng.2007.05.001>

CIRILLO, M. A.; FERREIRA, D. F. **Extensão do Teste para Normalidade Univariado Baseado no Coeficiente de Correlação Quantil-Quantil para o Caso Multivariado**. Revista de Matemática e Estatística, v. 21, n. 3, 2003. p. 67–84.

CRUZ-CRESPO, A.; LEAL, J. E. S.; PIRATELLI-FILHO, A.; MENDEZ, T. O.; ARENCIBIA, R. V. **Determination of the uncertainty of microhardness in the evaluation of hardfacing obtained by welding**. Journal of Physics: Conference Series, v. 648, 15 out. 2015. p. 1–10.

<https://doi.org/10.1088/1742-6596/648/1/012004>

EICHSTÄDT, S.; LINK, A.; HARRIS, P.; ELSTER, C. **Efficient implementation of a Monte Carlo method for uncertainty evaluation in dynamic measurements**. Metrologia, v. 49, n. 3, 1 jun. 2012. p. 401–410.

<https://doi.org/10.1088/0026-1394/49/3/401>

ELLIS, R. A. **Uncertainties of Vickers Hardness Test Blocks**. XVII IMEKO World Congress. June 22–27, Dubrovnik, Croatia. 2003. Disponível em: <<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.605.6311&rep=rep1&type=pdf>>. Acesso em: 10 julho. 2016.

GALANTUCCI, L. M.; PESCE, M.; LAVECCHIA, F. **A powerful scanning methodology for 3D measurements of small parts with complex surfaces and sub millimeter-sized features, based on close range photogrammetry**. Precision Engineering, v. 43, ago. 2015. p. 211–219.

<https://doi.org/10.1016/j.precisioneng.2015.07.010>

GUYE, J. J. **Metrological inspection of machining centers, jig boring machines and measuring machines through a statistical approach**. Société Genovise d'Instrumets de Physique, Geneva, 1978.

HAITJEMA, H. **Uncertainty analysis of roughness standard calibration using stylus instruments**. Precision Engineering, v. 22, n. 2, abr. 1998. p. 110–119.

[https://doi.org/10.1016/S0141-6359\(97\)00090-1](https://doi.org/10.1016/S0141-6359(97)00090-1)

HARRIS, P. M.; COX, M. G. **On a Monte Carlo method for measurement uncertainty evaluation and its implementation**. Metrologia, v. 51, n. 4, 1 ago. 2014. p.176–182.

<https://doi.org/10.1088/0026-1394/51/4/S176>

HERMANN, G. **Geometric Error Correction in Coordinate Measurement**. Acta Polytechnica Hungarica, v. 4, n. 1, 2007. p. 47–62.

HOCKEN, R. J. et al. **Three Dimensional Metrology**. Annals of CIRP, v. 26(2), 1977. p. 403–408.

INMETRO. **A estimativa da incerteza de medição pelos métodos do ISO GUM 95 e de simulação de Monte Carlo**, 2008. Disponível em: <www.inmetro.gov.br>. Acesso em: 10 julho. 2016.

INMETRO. **Avaliação de dados de medição - Guia para a expressão de incerteza de medição – GUM 2008**. Rio de Janeiro, RJ, 2012a. Disponível em: <www.inmetro.gov.br>. Acesso em: 10 julho. 2016.

INMETRO. **Vocabulário Internacional de Metrologia (VIM)**. Rio de Janeiro, RJ, 2012b. Disponível em: <www.inmetro.gov.br>. Acesso em: 10 julho. 2016.

KRUTH, J.-P.; VAN GESTEL, N.; BLEYS, P.; WELKENHUYZEN, F. **Uncertainty determination for CMMs by Monte Carlo simulation integrating feature form deviations**. CIRP Annals - Manufacturing Technology, v. 58, n. 1, 2009. p. 463–466.

<https://doi.org/10.1016/j.cirp.2009.03.028>

LANDGRAF, W. R.; STEMPIAK, C. R. **Simulação de Monte Carlo e ferramentas para avaliação da incerteza de medição**. IV METROSUL, 2004. Foz de Iguaçu, Paraná, Brasil: 2004.

LEACH, R. K. **The measurement of surface texture using stylus instruments.Measurement Good Practice Guide No. 37**, 2001. Disponível em: <http://publications.npl.co.uk/npl_web/pdf/mgpg37.pdf>. Acesso em: 10 julho. 2016.

LEOTTI, V. B.; BIRCK, A. R.; RIBOLDI, E. J. **Comparação dos Testes de Aderência à Normalidade Kolmogorov-smirnov, Anderson-Darling, Cramer–Von Mises e Shapiro-Wilk por Simulação**. 11º Simpósio de Estatística Aplicada à Experimentação Agronômica e a 50ª Reunião Anual da Região Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria (RBRAS). Londrina, PR, Brasil: 2005.

MATUS, M. **Uncertainty of the variation in length of gauge blocks by mechanical comparison: a worked example**. Measurement Science and Technology, v. 23, n. 9, set. 2012. p. 1–6.

<https://doi.org/10.1088/0957-0233/23/9/094003>

MIGUEL, P. A. C.; KING, T.; ABACKERLI, A. J. **CMM touch trigger performance verification using a probe test apparatus**. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, v. 25, n. 2, abr. 2003. p. 147–153.

<https://doi.org/10.1590/S1678-58782003000200006>

MORAES, M. A. F. **Desenvolvimento de Planilhas Eletrônicas para Calcular Incerteza de Medição**. Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil, 2011.

<https://doi.org/10.1016/j.wear.2016.08.009>

MORAES, M. A. F.; BERTHOLDI, J.; ARENCIBIA, R. V.; FRANCO, S. D. **Development of methodologies for sliding wear measurement on liners and flexible riser pipes**. Wear, v. 368-369, p. 1-9, 2016.

NIELSEN, H. S. **Some Limitations in Uncertainty Evaluation**. Indianapolis, 2003.

ÖZTUNA, D.; ELHAN, A. H.; TÜCCAR, E. E. **Investigation of four different normality tests in terms of type 1 error rate and power under different distributions**. Journal of Medicine Cincinnati, v. 36, n. 3, 2006. p. 171–176.

PHILLIPS, S. D. **Performance evaluations**. New York, NY: BOSCH, J.A. Coordinate measuring machines and systems, 1995.

PIRATELLI-FILHO, A.; DI GIACOMO, B. **Uncertainty evaluation in small angle calibration using ISO GUM approach and Monte Carlo Method**. XVII IMEKO World Congress Metrology in the 3rd MILLenium. Dubrovnik, Croatia: 2003.

RAMU, P.; YAGÜE, J. A.; HOCKEN, R. J.; MILLER, J. **Development of a parametric model and virtual machine to estimate task specific measurement uncertainty for a five-axis multi-sensor coordinate measuring machine**. Precision Engineering, v. 35, n. 3, jul. 2011. p. 431–439.

<https://doi.org/10.1016/j.precisioneng.2011.01.003>

ROYSTON, J. P. **Correction: Algorithm AS 181: The W test for normality**. Applied Statistics, v. 32, n. 224, 1983. p. 115–124.

<https://doi.org/10.2307/2347303>

SATO, D. P. V.; DI GIACOMO, B.; VALDÉS, R. A. **Procedimento de Cálculo de Incerteza de Medição, a Três Coordenadas, do diâmetro de uma esfera**. Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, Belém, PA, 2004.

SCHWENKE, H.; SIEBERT, B. R. L.; WÄLDELE, F.; KUNZMANN, H. **Assessment of Uncertainties in Dimensional Metrology by Monte Carlo Simulation: Proposal of a Modular and Visual Software**. CIRP Annals - Manufacturing Technology, v. 49, n. 1, jan. 2000. p. 395–398.

[https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)62973-4](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)62973-4)

SOMMER, K. D.; SIEBERT, B. R. L. **Systematic approach to the modelling of measurements for uncertainty evaluation**. Metrologia, v. 43, n. 4, ago. 2006. p. 200–210.

<https://doi.org/10.1088/0026-1394/43/4/S06>

THEODOROU, D.; MELIGOTSIDOU, L.; KARAVOLTSOS, S.; BURNETAS, A.; DASSENAKIS, M.; SCOULLOS, M. **Comparison of ISO-GUM and Monte Carlo methods for the evaluation of measurement uncertainty: application to direct cadmium measurement in water by GFAAS**. Talanta, v. 83, n. 5, 15 fev. 2011. p. 1568–74.

<https://doi.org/10.1016/j.talanta.2010.11.059>

VALDÉS, R. A.; DI GIACOMO, B.; PAZIANI, F. T. Synthesization of thermally induced errors in coordinate measuring machines. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 27, n. 2, jun. 2005. p. 170–177.

<https://doi.org/10.1590/S1678-58782005000200009>

VUOLO, J. H. **Fundamentos da Teoria de Erros**. 2. ed. São Paulo, SP, Brasil: Edgard Blucher, 1996.

WECKENMANN, A.; KNAUER, M.; KILLMAIER, T. **Uncertainty of coordinate measurements on sheet-metal parts in the automotive industry**. Journal of Materials Processing Technology, v. 115, n. 1, ago. 2001. p. 9–13.

[https://doi.org/10.1016/S0924-0136\(01\)00758-0](https://doi.org/10.1016/S0924-0136(01)00758-0)

WEN, X.-L.; ZHAO, Y.-B.; WANG, D.-X.; PAN, J. **Adaptive Monte Carlo and GUM methods for the evaluation of measurement uncertainty of cylindricity error**. Precision Engineering, v. 37, n. 4, out. 2013. p. 856–864.

<https://doi.org/10.1016/j.precisioneng.2013.05.002>

WEN, X.-L.; ZHU, X.-C.; ZHAO, Y.-B.; WANG, D.-X.; WANG, F.-L. **Flatness error evaluation and verification based on new generation geometrical product specification (GPS).**

Precision Engineering, v. 36, n. 1, jan. 2012. p. 70–76.

<https://doi.org/10.1016/j.precisioneng.2011.07.006>

ZHANG, G.; VEALE, R.; CHARLTON, T.; BORCHARDT, B.; HOCKEN, R. **Error Compensation of Coordinate Measuring Machines.** CIRP Annals - Manufacturing Technology, v. 34, n. 1, jan. 1985. p. 445–448.

[https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)61808-3](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)61808-3)

APÊNDICE A – Algoritmo desenvolvido no *Matlab® R2014b* para a avaliação da incerteza de medição, via MCS, do *dmaior* medido com o paquímetro digital

% MCS: PAQUÍMETRO EXTERNO TIPO DIGITAL

clear all

% Entrada de dados

L = [15.89 15.88 15.89 15.89 15.88]; % Indicações do paquímetro (mm)

R = 0.01; % Resolução do paquímetro (mm)

C = 0.02; % Incerteza expandida associada à calibração do paquímetro (mm)

kC = 2.40; % Coeficiente de abrangência para C

D1 = 0.003; % Incerteza expandida associada ao desvio de paralelismo entre as superfícies de medição (mm)

k1 = 2.00; % Coeficiente de abrangência para D1

M = 10000; % número de iterações por etapa h

% Considerações iniciais

Lm = mean(L);

N = size(L,2);

% Determinação das incertezas-padrão

uLm = std(L)/sqrt(N);

uR = R/2/sqrt(3);

uC = C/kC;

uD1 = D1/k1;

% MCS

% Valores iniciais

S = 0; S2 = 0; contador = 0; h = 0; Maximo = - inf; Minimo = inf; Max_p = 0; Min_p = 0;

% Geração e combinação dos vetores

while (contador < 7) | (Max_p < 4) | (Min_p < 4)

h = h + 1;

VLm = norminv(rand(M,1),Lm,uLm);

VR = ((rand(M,1)>0.5) * 2 - 1)*R/2.*rand(M,1);

VC = norminv(rand(M,1),0,uC);

```

VD1 = norminv(rand(M,1),0,uD1);
Y0 = VR + VC + VD1;
Y0 = Y0 - mean(Y0); % Correção de esperança
Y = VLm + Y0;

S = S + sum(Y);
S2 = S2 + sum(Y.^2);
Maximo = max(Maximo, max(Y));
Minimo = min(Minimo, min(Y));
Media = S/(M*h);
Incerteza(h) = sqrt((S2 - ((S^2)/(M*h)))/(M*h-1));

Max_p(h) = (Maximo - Media)/Incerteza(h);
Min_p(h) = (Media - Minimo)/Incerteza(h);

if h ~= 1
    Dy(h-1) = 2*abs(Incerteza(h)-Incerteza(h-1));

    if Dy(h-1) < R/100
        contador = contador + 1;
    else
        contador = 0;
    end
end
end

% Apresentação dos resultados
fprintf('\n Incerteza-padrão combinada = %1.6f mm\n %1.0f iterações
realizadas\n\n',Incerteza(h),M*h);

figure
grid on
L1 = line((2:h),Dy,'Color','b','Marker','o');
title('MCS: dmaior-paquímetro')
xlabel('h')
ylabel('Dy mm')

```

```

ax1 = gca; % current axes
xlim(ax1,[1 h])
ylim(ax1,[0 max(Dy)*1.25])
ax1.XColor = 'k';
ax1.YColor = 'k';

```

```

hline = refline([0 R/100]);
hline.Color = 'k';
hline.LineWidth = 2;

```

```

ax1_pos = ax1.Position; % position of first axes

```

```

ax2 = axes('Position',ax1_pos,'XAxisLocation','bottom', 'YAxisLocation','right','Color','none');
ylabel(ax2,'Max_p e Min_p')
L2 = line((1:h),Max_p,'Parent',ax2,'Color','k','Marker','o');
L3 = line((1:h),Min_p,'Parent',ax2,'Color','r','Marker','o');
ax2.XColor = 'none';
xlim(ax2,[1 h])
ylim(ax2,[0 max(max(Max_p),max(Min_p))*1.25])

```

```

legend([L1, L2, L3],'Dy','Max_p','Min_p','Location','east','Orientation','vertical');

```


APÊNDICE B – Algoritmo desenvolvido no *Matlab® R2014b* para a avaliação da incerteza de medição, via MCS, do *d_{maior}* medido com o micrômetro

% MCS: MICRÔMETRO EXTERNO TIPO ANALÓGICO

clear all

% Entrada de dados

L = [15.908 15.889 15.903 15.887 15.889]; % Indicações do micrômetro (mm)

R = 0.001; % Resolução do micrômetro (mm)

C = 0.002; % Incerteza expandida associada à calibração do micrômetro (mm)

k = 2.08; % Coeficiente de abrangência para C

D1 = 0.0003; % Incerteza expandida associada ao desvio de paralelismo entre as superfícies de medição (mm)

D2 = 0.0002; % Incerteza expandida associada ao desvio de planeza do fuso (mm)

D3 = 0.0002; % Incerteza expandida associada ao desvio de planeza do batente (mm)

k1 = 2.00; % Coeficiente de abrangência para D1

k2 = 2.00; % Coeficiente de abrangência para D2

k3 = 2.00; % Coeficiente de abrangência para D3

M = 10000; % número de iterações por etapa h

% Considerações iniciais

Lm = mean(L);

N = size(L,2);

% Determinação das incertezas-padrão

uLm = std(L)/sqrt(N);

uR = R/sqrt(3);

uC = C/k;

uD1 = D1/k1;

uD2 = D2/k2;

uD3 = D3/k3;

% MCS

% Valores iniciais

S = 0; S2 = 0; contador = 0; h = 0; Maximo = - inf; Minimo = inf; Max_p = 0; Min_p = 0;

```

% Geração dos vetores
while (contador < 7) | (Max_p < 4) | (Min_p < 4)
    h = h + 1;
    VLm = norminv(rand(M,1),Lm,uLm);
    VR = ((rand(M,1)>0.5) * 2 - 1)*R.*rand(M,1);
    VC = norminv(rand(M,1),0,uC);
    VD1 = norminv(rand(M,1),0,uD1);
    VD2 = norminv(rand(M,1),0,uD2);
    VD3 = norminv(rand(M,1),0,uD3);
    Y0 = VR + VC + VD1 + VD2 + VD3;
    Y0 = Y0 - mean(Y0); % Correção de esperança
    Y = VLm + Y0;

    S = S + sum(Y);
    S2 = S2 + sum(Y.^2);
    Maximo = max(Maximo, max(Y));
    Minimo = min(Minimo, min(Y));
    Media = S/(M*h);
    Incerteza(h) = sqrt((S2 - ((S^2)/(M*h)))/(M*h-1));

    Max_p(h) = (Maximo - Media)/Incerteza(h);
    Min_p(h) = (Media - Minimo)/Incerteza(h);

    if h ~= 1
        Dy(h-1) = 2*abs(Incerteza(h)-Incerteza(h-1));

        if Dy(h-1) < R/100
            contador = contador + 1;
        else
            contador = 0;
        end
    end
end

% Apresentação dos resultados

```

```
fprintf("\n Incerteza-padrão combinada = %1.6f mm\n %1.0f iterações
realizadas\n\n',Incerteza(h),M*h);
```

```
figure
```

```
grid on
```

```
L1 = line((2:h),Dy,'Color','b','Marker','o');
```

```
title('MCS: dmaior-micrômetro')
```

```
xlabel('h')
```

```
ylabel('Dy mm')
```

```
ax1 = gca; % current axes
```

```
xlim(ax1,[1 h])
```

```
ylim(ax1,[0 max(Dy)*1.25])
```

```
ax1.XColor = 'k';
```

```
ax1.YColor = 'k';
```

```
hline = refline([0 R/100]);
```

```
hline.Color = 'k';
```

```
hline.LineWidth = 2;
```

```
ax1_pos = ax1.Position; % position of first axes
```

```
ax2 = axes('Position',ax1_pos,'XAxisLocation','bottom', 'YAxisLocation','right','Color','none');
```

```
ylabel(ax2,'Max_p e Min_p')
```

```
L2 = line((1:h),Max_p,'Parent',ax2,'Color','k','Marker','o');
```

```
L3 = line((1:h),Min_p,'Parent',ax2,'Color','r','Marker','o');
```

```
ax2.XColor = 'none';
```

```
xlim(ax2,[1 h])
```

```
ylim(ax2,[0 max(max(Max_p),max(Min_p))*1.25])
```

```
legend([L1, L2, L3],'Dy','Max_p','Min_p','Location','east','Orientation','vertical');
```

APÊNDICE C – Algoritmo desenvolvido no *Matlab® R2014b* para a avaliação da incerteza de medição, via MCS, do *dmenor* medido com o projetor de perfil

% MCS: PROJETOR DE PERFIL TIPO DIGITAL

clear all

% Entrada de dados

L = [13.299 13.284 13.275 13.279 13.279]; % Indicações do projetor (mm)

R = 0.001; % Resolução do projetor (mm)

C = 0.002; % Incerteza expandida associada à calibração do projetor (mm)

k = 2.03; % Coeficiente de abrangência para C

AI = 0.01; % Incerteza-padrão associada ao aumento da lente (%)

kAI = 2.00; % Coeficiente de abrangência para AI

M = 10000; % número de iterações por etapa h

% Considerações iniciais

Lm = mean(L);

N = size(L,2);

% Determinação das incertezas-padrão

uLm = std(L)/sqrt(N);

uR = R/2/sqrt(3);

uC = C/k;

uAI = ((AI/100)*Lm)/kAI;

% MCS

% Valores iniciais

S = 0; S2 = 0; contador = 0; h = 0; Maximo = - inf; Minimo = inf; Max_p = 0; Min_p = 0;

% Geração dos vetores

while (contador < 7) | (Max_p < 4) | (Min_p < 4)

h = h + 1;

VLm = norminv(rand(M,1),Lm,uLm);

VR = ((rand(M,1)>0.5) * 2 - 1)*R/2.*rand(M,1);

VC = norminv(rand(M,1),0,uC);

VAI = norminv(rand(M,1),0,uAI);

```

Y0 = VR + VC + VAI;
Y0 = Y0 - mean(Y0); % Correção de esperança
Y = VLm + Y0;

S = S + sum(Y);
S2 = S2 + sum(Y.^2);
Maximo = max(Maximo, max(Y));
Minimo = min(Minimo, min(Y));
Media = S/(M*h);
Incerteza(h) = sqrt((S2 - ((S^2)/(M*h)))/(M*h-1));

Max_p(h) = (Maximo - Media)/Incerteza(h);
Min_p(h) = (Media - Minimo)/Incerteza(h);

if h ~= 1
    Dy(h-1) = 2*abs(Incerteza(h)-Incerteza(h-1));

    if Dy(h-1) < R/100
        contador = contador + 1;
    else
        contador = 0;
    end
end
end

% Apresentação dos resultados
fprintf("\n Incerteza-padrão combinada = %1.6f mm\n %1.0f iterações
realizadas\n\n",Incerteza(h),M*h);

figure
grid on
L1 = line((2:h),Dy,'Color','b','Marker','o');
title('MCS: dmenor')
xlabel('h')
ylabel('Dy mm')
ax1 = gca; % current axes

```

```

xlim(ax1,[1 h])
ylim(ax1,[0 max(Dy)*1.25])
ax1.XColor = 'k';
ax1.YColor = 'k';

hline = reffline([0 R/100]);
hline.Color = 'k';
hline.LineWidth = 2;

ax1_pos = ax1.Position; % position of first axes

ax2 = axes('Position',ax1_pos,'XAxisLocation','bottom', 'YAxisLocation','right','Color','none');
ylabel(ax2,'Max_p e Min_p')
L2 = line((1:h),Max_p,'Parent',ax2,'Color','k','Marker','o');
L3 = line((1:h),Min_p,'Parent',ax2,'Color','r','Marker','o');
ax2.XColor = 'none';
xlim(ax2,[1 h])
ylim(ax2,[0 max(max(Max_p),max(Min_p))*1.25])

legend([L1, L2, L3],'Dy','Max_p','Min_p','Location','east','Orientation','vertical');

```

APÊNDICE D – Algoritmo desenvolvido no *Matlab® R2014b* para a avaliação da incerteza de medição, via MCS, do R_a

% MCS: RUGOSIDADE (R_a)

% Entrada de dados

R = 0.01; % Resolução do rugosímetro (um)

C = 2*R; % Incerteza expandida associada à calibração do rugosímetro (um)

k = 2; % Coeficiente de abrangência para C

r = 2; % Raio da ponta do apalpador (um)

D = 0.005; % Deformação da peça (um)

M = 10000; % número de iterações por etapa h

% Considerações iniciais

load Perfil.txt; % Arquivo com as ordenadas do perfil de rugosidade

P = Perfil;

NP = size(P,1);

vP = NP - 1;

P = P - mean(P); % Ajuste da linha média

% Parâmetro de rugosidade

$R_a = \text{mean}(\text{abs}(P));$

% Determinação das incertezas-padrão

$u_P = \text{std}(P)/\text{sqrt}(NP);$

$u_R = R/2/\text{sqrt}(3);$

$u_C = C/k;$

$u_r = 0.02*R_a/\text{sqrt}(6);$

$u_D = D/\text{sqrt}(6);$

% MCS

% Valores iniciais

S = 0; S2 = 0; contador = 0; h = 0; Maximo = - inf; Minimo = inf; Max_p = 0; Min_p = 0;

% Geração dos vetores

while (contador < 7) | (Max_p < 4) | (Min_p < 4)

```

h = h + 1;
VP = norminv(rand,P(randi([1,NP],M,NP)),uP);
LM = mean(VP,2);
for i = 1:NP
    VP(:,i) = VP(:,i) - LM;
end
VRa = mean(abs(VP),2);
VR = ((rand(M,1)>0.5) * 2 - 1)*R/2.*rand(M,1);
VC = norminv(rand(M,1),0,uC);
Vr = ((rand(M,1)>0.5) * 2 - 1)*0.02*Ra/2.*rand(M,1) + ((rand(M,1)>0.5) * 2 -
1)*0.02*Ra/2.*rand(M,1);
VD = ((rand(M,1)>0.5) * 2 - 1)*D/2.*rand(M,1) + ((rand(M,1)>0.5) * 2 - 1)*D/2.*rand(M,1);
Z = VR + VC + Vr + VD;
Z = Z - mean(Z); % Correção de esperança
Y = VRa + Z; % Vetor de saída

S = S + sum(Y);
S2 = S2 + sum(Y.^2);
Maximo = max(Maximo, max(Y));
Minimo = min(Minimo, min(Y));
Media = S/(M*h);
Incerteza(h) = sqrt((S2 - ((S^2)/(M*h)))/(M*h-1));

Max_p(h) = (Maximo - Media)/Incerteza(h);
Min_p(h) = (Media - Minimo)/Incerteza(h);

if h ~= 1
    Dy(h-1) = 2*abs(Incerteza(h)-Incerteza(h-1));

    if Dy(h-1) < R/100
        contador = contador + 1;
    else
        contador = 0;
    end
end
end
end

```



```
% Apresentação dos resultados
```

```
fprintf('\n u(Ra) = %1.4f micrometros \n %1.0f iterações realizadas\n\n', Incerteza(h), M*h);
```

```
figure
```

```
grid on
```

```
L1 = line((2:h), Dy, 'Color', 'b', 'Marker', 'o');
```

```
title('MCS: Ra')
```

```
xlabel('h')
```

```
ylabel('Dy mm')
```

```
ax1 = gca; % current axes
```

```
xlim(ax1, [1 h])
```

```
ylim(ax1, [0 max(Dy)*1.25])
```

```
ax1.XColor = 'k';
```

```
ax1.YColor = 'k';
```

```
hline = refline([0 R/100]);
```

```
hline.Color = 'k';
```

```
hline.LineWidth = 2;
```

```
ax1_pos = ax1.Position; % position of first axes
```

```
ax2 = axes('Position', ax1_pos, 'XAxisLocation', 'bottom', 'YAxisLocation', 'right', 'Color', 'none');
```

```
ylabel(ax2, 'Max_p e Min_p')
```

```
L2 = line((1:h), Max_p, 'Parent', ax2, 'Color', 'k', 'Marker', 'o');
```

```
L3 = line((1:h), Min_p, 'Parent', ax2, 'Color', 'r', 'Marker', 'o');
```

```
ax2.XColor = 'none';
```

```
xlim(ax2, [1 h])
```

```
ylim(ax2, [0 max(max(Max_p), max(Min_p))*1.25])
```

```
legend([L1, L2, L3], 'Dy', 'Max_p', 'Min_p', 'Location', 'east', 'Orientation', 'vertical');
```

APÊNDICE E – Algoritmo desenvolvido no *Matlab® R2014b* para a avaliação da incerteza de medição, via MCS, do R_q

% MCS: RUGOSIDADE (R_q)

% Entrada de dados

R = 0.01; % Resolução do rugosímetro (um)

C = 2*R; % Incerteza expandida associada à calibração do rugosímetro (um)

k = 2; % Coeficiente de abrangência para C

r = 2; % Raio da ponta do apalpador (um)

D = 0.005; % Deformação da peça (um)

M = 10000; % número de iterações por etapa h

% Considerações iniciais

load Perfil.txt; % Arquivo com as ordenadas do perfil de rugosidade

P = Perfil;

NP = size(P,1);

vP = NP - 1;

P = P - mean(P); % Ajuste da linha média

% Parâmetro de rugosidade

$R_q = \text{rms}(P)$;

% Determinação das incertezas-padrão

$u_P = \text{std}(P)/\text{sqrt}(NP)$;

$u_R = R/2/\text{sqrt}(3)$;

$u_C = C/k$;

$u_r = 0.02*R_q/\text{sqrt}(6)$;

$u_D = D/\text{sqrt}(6)$;

% MCS

% Valores iniciais

S = 0; S2 = 0; contador = 0; h = 0; Maximo = - inf; Minimo = inf; Max_p = 0; Min_p = 0;

% Geração dos vetores

while (contador < 7) | (Max_p < 4) | (Min_p < 4)

```

h = h + 1;
VP = norminv(rand,P(randi([1,NP],M,NP)),uP);
LM = mean(VP,2);
for i = 1:NP
    VP(:,i) = VP(:,i) - LM;
end
VRq = rms(VP,2);
VR = ((rand(M,1)>0.5) * 2 - 1)*R/2.*rand(M,1);
VC = norminv(rand(M,1),0,uC);
Vr = ((rand(M,1)>0.5) * 2 - 1)*0.02*Rq/2.*rand(M,1) + ((rand(M,1)>0.5) * 2 -
1)*0.02*Rq/2.*rand(M,1);
VD = ((rand(M,1)>0.5) * 2 - 1)*D/2.*rand(M,1) + ((rand(M,1)>0.5) * 2 - 1)*D/2.*rand(M,1);
Z = VR + VC + Vr + VD;
Z = Z - mean(Z); % Correção de esperança
Y = VRq + Z; % Vetor de saída

S = S + sum(Y);
S2 = S2 + sum(Y.^2);
Maximo = max(Maximo, max(Y));
Minimo = min(Minimo, min(Y));
Media = S/(M*h);
Incerteza(h) = sqrt((S2 - ((S^2)/(M*h)))/(M*h-1));

Max_p(h) = (Maximo - Media)/Incerteza(h);
Min_p(h) = (Media - Minimo)/Incerteza(h);

if h ~= 1
    Dy(h-1) = 2*abs(Incerteza(h)-Incerteza(h-1));

    if Dy(h-1) < R/100
        contador = contador + 1;
    else
        contador = 0;
    end
end
end
end

```

```
% Apresentação dos resultados
```

```
fprintf('\n u(Rq) = %1.4f micrometros \n %1.0f iterações realizadas\n\n', Incerteza(h), M*h);
```

```
figure
```

```
grid on
```

```
L1 = line((2:h), Dy, 'Color', 'b', 'Marker', 'o');
```

```
title('MCS: Rq')
```

```
xlabel('h')
```

```
ylabel('Dy mm')
```

```
ax1 = gca; % current axes
```

```
xlim(ax1, [1 h])
```

```
ylim(ax1, [0 max(Dy)*1.25])
```

```
ax1.XColor = 'k';
```

```
ax1.YColor = 'k';
```

```
hline = refline([0 R/100]);
```

```
hline.Color = 'k';
```

```
hline.LineWidth = 2;
```

```
ax1_pos = ax1.Position; % position of first axes
```

```
ax2 = axes('Position', ax1_pos, 'XAxisLocation', 'bottom', 'YAxisLocation', 'right', 'Color', 'none');
```

```
ylabel(ax2, 'Max_p e Min_p')
```

```
L2 = line((1:h), Max_p, 'Parent', ax2, 'Color', 'k', 'Marker', 'o');
```

```
L3 = line((1:h), Min_p, 'Parent', ax2, 'Color', 'r', 'Marker', 'o');
```

```
ax2.XColor = 'none';
```

```
xlim(ax2, [1 h])
```

```
ylim(ax2, [0 max(max(Max_p), max(Min_p))*1.25])
```

```
legend([L1, L2, L3], 'Dy', 'Max_p', 'Min_p', 'Location', 'east', 'Orientation', 'vertical');
```

APÊNDICE F – Algoritmo desenvolvido no *Matlab® R2014b* para a avaliação da incerteza de medição, via MCS, do R_t

```
% MCS: RUGOSIDADE ( $R_t$ )

% Entrada de dados
R = 0.01; % Resolução do rugosímetro (um)
C = 2*R; % Incerteza expandida associada à calibração do rugosímetro (um)
k = 2; % Coeficiente de abrangência para C
r = 2; % Raio da ponta do apalpador (um)
D = 0.005; % Deformação da peça (um)
M = 10000; % número de iterações por etapa h

% Considerações iniciais
load Perfil; % Arquivo com as ordenadas do perfil de rugosidade
P = Perfil.txt;
NP = size(P,1);
vP = NP - 1;
P = P - mean(P); % Ajuste da linha média

% Parâmetro de rugosidade
Rt = max(P) - min(P);

% Determinação das incertezas-padrão
uP = std(P)/sqrt(NP);
uR = R/2/sqrt(3);
uC = C/k;
ur = 0.02*Rt/sqrt(6);
uD = D/sqrt(6);

% MCS
% Valores iniciais
S = 0; S2 = 0; contador = 0; h = 0; Maximo = - inf; Minimo = inf; Max_p = 0; Min_p = 0;

% Geração dos vetores
while contador < 7
```

```

h = h + 1;
VP = norminv(rand,P(randi([1,NP],M,NP)),uP);
LM = mean(VP,2);
for i = 1:NP
    VP(:,i) = VP(:,i) - LM;
end
VRt = max(VP,[],2) - min(VP,[],2);
VR = ((rand(M,1)>0.5) * 2 - 1)*R/2.*rand(M,1);
VC = norminv(rand(M,1),0,uC);
Vr = ((rand(M,1)>0.5) * 2 - 1)*0.02*Rt/2.*rand(M,1) + ((rand(M,1)>0.5) * 2 -
1)*0.02*Rt/2.*rand(M,1);
VD = ((rand(M,1)>0.5) * 2 - 1)*D/2.*rand(M,1) + ((rand(M,1)>0.5) * 2 - 1)*D/2.*rand(M,1);
Z = VR + VC + Vr + VD;
Z = Z - mean(Z); % Correção de esperança
Y = VRt + Z; % Vetor de saída

S = S + sum(Y);
S2 = S2 + sum(Y.^2);
Maximo = max(Maximo, max(Y));
Minimo = min(Minimo, min(Y));
Media = S/(M*h);
Incerteza(h) = sqrt((S2 - ((S^2)/(M*h)))/(M*h-1));

Max_p(h) = (Maximo - Media)/Incerteza(h);
Min_p(h) = (Media - Minimo)/Incerteza(h);

if h ~= 1
    Dy(h-1) = 2*abs(Incerteza(h)-Incerteza(h-1));

    if Dy(h-1) < R/100
        contador = contador + 1;
    else
        contador = 0;
    end
end
end
end

```

% Apresentação dos resultados

```
fprintf('\n u(Rt) = %1.4f micrometros \n %1.0f iterações realizadas\n\n', Incerteza(h), M*h);
```

```
figure
```

```
grid on
```

```
L1 = line((2:h), Dy, 'Color', 'b', 'Marker', 'o');
```

```
title('MCS: Rt')
```

```
xlabel('h')
```

```
ylabel('Dy mm')
```

```
ax1 = gca; % current axes
```

```
xlim(ax1, [1 h])
```

```
ylim(ax1, [0 max(Dy)*1.25])
```

```
ax1.XColor = 'k';
```

```
ax1.YColor = 'k';
```

```
hline = refline([0 R/100]);
```

```
hline.Color = 'k';
```

```
hline.LineWidth = 2;
```

```
ax1_pos = ax1.Position; % position of first axes
```

```
ax2 = axes('Position', ax1_pos, 'XAxisLocation', 'bottom', 'YAxisLocation', 'right', 'Color', 'none');
```

```
ylabel(ax2, 'Max_p e Min_p')
```

```
L2 = line((1:h), Max_p, 'Parent', ax2, 'Color', 'k', 'Marker', 'o');
```

```
L3 = line((1:h), Min_p, 'Parent', ax2, 'Color', 'r', 'Marker', 'o');
```

```
ax2.XColor = 'none';
```

```
xlim(ax2, [1 h])
```

```
ylim(ax2, [0 max(max(Max_p), max(Min_p))*1.25])
```

```
legend([L1, L2, L3], 'Dy', 'Max_p', 'Min_p', 'Location', 'east', 'Orientation', 'vertical');
```

APÊNDICE G – Algoritmo desenvolvido no *Matlab® R2014b* para a avaliação da incerteza de medição, via MCS, do *Rsk*

% MCS: RUGOSIDADE (*Rsk*)

% Entrada de dados

$R = 0.01$; % Resolução do rugosímetro (μm)

$C = 2 \cdot R$; % Incerteza expandida associada à calibração do rugosímetro (μm)

$k = 2$; % Coeficiente de abrangência para C

$r = 2$; % Raio da ponta do apalpador (μm)

$D = 0.005$; % Deformação da peça (μm)

$M = 10000$; % número de iterações por etapa h

% Considerações iniciais

load Perfil.txt; % Arquivo com as ordenadas do perfil de rugosidade

$P = \text{Perfil}$;

$NP = \text{size}(P, 1)$;

$vP = NP - 1$;

$P = P - \text{mean}(P)$; % Ajuste da linha média

% Parâmetros de rugosidade

$Rq = \text{rms}(P)$;

$Rsk = \text{skewness}(P)$;

% Determinação das incertezas-padrão

$uP = \text{std}(P)/\sqrt{NP}$;

$uR = R/2/\sqrt{3}$;

$uC = C/k$;

$urRq = 0.02 \cdot Rq/\sqrt{6}$;

$urRsk = 0.02 \cdot Rsk/\sqrt{6}$;

$uD = D/\sqrt{6}$;

% MCS

% Valores iniciais

$S = 0$; $S2 = 0$; contador = 0; $h = 0$; Maximo = - inf; Minimo = inf; Max_p = 0; Min_p = 0;


```

% Geração dos vetores
while (contador < 7) | (Max_p < 4) | (Min_p < 4)
    h = h + 1;
    VP = norminv(rand,P(randi([1,NP],M,NP)),uP);
    LM = mean(VP,2);
    for i = 1:NP
        VP(:,i) = VP(:,i) - LM;
    end
    VR = ((rand(M,1)>0.5) * 2 - 1)*R/2.*rand(M,1);
    VC = norminv(rand(M,1),0,uC);
    VrRq = ((rand(M,1)>0.5) * 2 - 1)*0.02*Rq/2.*rand(M,1) + ((rand(M,1)>0.5) * 2 -
1)*0.02*Rq/2.*rand(M,1);
    VrRsk = ((rand(M,1)>0.5) * 2 - 1)*0.02*Rsk/2.*rand(M,1) + ((rand(M,1)>0.5) * 2 -
1)*0.02*Rsk/2.*rand(M,1);
    VD = ((rand(M,1)>0.5) * 2 - 1)*D/2.*rand(M,1) + ((rand(M,1)>0.5) * 2 - 1)*D/2.*rand(M,1);

    VRq = rms(VP,2);
    ZRq = VR + VC + VrRq + VD;
    ZRq = ZRq - mean(ZRq); % Correção de esperança
    YRq = VRq + ZRq; % Vetor de saída

    VRsk = mean(VP.^3,2)./(VRq.^3);
    ZRsk = VR + VC + VrRsk + VD;
    ZRsk = ZRsk - mean(ZRsk); % Correção de esperança
    Y = VRsk + (ZRsk.^3)./(YRq.^3); % Vetor de saída

    S = S + sum(Y);
    S2 = S2 + sum(Y.^2);
    Maximo = max(Maximo, max(Y));
    Minimo = min(Minimo, min(Y));
    Media = S/(M*h);
    Incerteza(h) = sqrt((S2 - ((S^2)/(M*h)))/(M*h-1));

    Max_p(h) = (Maximo - Media)/Incerteza(h);
    Min_p(h) = (Media - Minimo)/Incerteza(h);

```

```

if h ~= 1
    Dy(h-1) = 2*abs(Incerteza(h)-Incerteza(h-1));

    if Dy(h-1) < R/100
        contador = contador + 1;
    else
        contador = 0;
    end
end
end

% Apresentação dos resultados
fprintf('\n u(Rsk) = %1.4f micrometros \n %1.0f iterações realizadas\n\n',Incerteza(h),M*h);

figure
grid on
L1 = line((2:h),Dy,'Color','b','Marker','o');
title('MCS: Rsk')
xlabel('h')
ylabel('Dy mm')
ax1 = gca; % current axes
xlim(ax1,[1 h])
ylim(ax1,[0 max(Dy)*1.25])
ax1.XColor = 'k';
ax1.YColor = 'k';

hline = reffline([0 R/100]);
hline.Color = 'k';
hline.LineWidth = 2;

ax1_pos = ax1.Position; % position of first axes

ax2 = axes('Position',ax1_pos,'XAxisLocation','bottom', 'YAxisLocation','right','Color','none');
ylabel(ax2,'Max_p e Min_p')
L2 = line((1:h),Max_p,'Parent',ax2,'Color','k','Marker','o');
L3 = line((1:h),Min_p,'Parent',ax2,'Color','r','Marker','o');

```

```
ax2.XColor = 'none';  
xlim(ax2,[1 h])  
ylim(ax2,[0 max(max(Max_p),max(Min_p))*1.25])  
  
legend([L1, L2, L3], 'Dy', 'Max_p', 'Min_p', 'Location', 'east', 'Orientation', 'vertical');
```

APÊNDICE H – Resultado da medição do *d*_{maior} e *d*_{menor}

Todos os valores expressos em mm			
Leituras	<i>d</i> _{maior} (paquímetro)	<i>d</i> _{maior} (micrômetro)	<i>d</i> _{menor} (projeto de perfil)
1	15,89	15,908	13,299
2	15,88	15,889	13,284
3	15,89	15,903	13,275
4	15,89	15,887	13,279
5	15,88	15,889	13,279
6	15,90	15,891	13,288
7	15,89	15,899	13,275
8	15,88	15,878	13,291
9	15,89	15,887	13,283
10	15,89	15,903	13,287
11	15,88	15,883	13,285
12	15,88	15,885	13,279
13	15,88	15,896	13,287
14	15,89	15,878	13,279
15	15,89	15,888	13,278
16	15,89	15,902	13,284
17	15,88	15,896	13,294
18	15,88	15,886	13,280
19	15,88	15,905	13,279
20	15,88	15,882	13,287
21	15,90	15,901	13,288
22	15,89	15,898	13,292
23	15,89	15,896	13,284
24	15,89	15,885	13,280
25	15,88	15,888	13,288
26	15,88	15,882	13,289
27	15,89	15,891	13,284
28	15,89	15,900	13,288
29	15,88	15,895	13,283
30	15,88	15,892	13,283
Média	15,89	15,892	13,284
Desvio-padrão	0,01	0,008	0,006

APÊNDICE I – Resultado da medição do *Ra*, *Rq*, *Rt* e *Rsk*

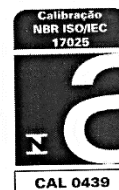
Todos os valores expressos em μm				
Leituras	<i>Ra</i>	<i>Rq</i>	<i>Rt</i>	<i>Rsk</i>
1	0,22	0,30	2,87	-0,25
2	0,21	0,29	2,64	-0,50
3	0,21	0,27	2,13	0,11
4	0,20	0,26	2,49	-0,47
5	0,21	0,26	2,22	0,10
6	0,22	0,29	2,54	-0,58
7	0,20	0,26	2,33	-0,35
8	0,19	0,25	2,01	-0,24
9	0,20	0,26	1,98	-0,29
10	0,20	0,26	2,01	-0,15
11	0,18	0,23	1,77	-0,26
12	0,21	0,28	2,46	-0,80
13	0,20	0,26	2,15	-0,38
14	0,19	0,25	2,18	-0,35
15	0,20	0,26	1,81	-0,45
16	0,23	0,32	3,13	0,20
17	0,20	0,26	2,25	-0,29
18	0,22	0,29	2,48	-0,53
19	0,21	0,26	1,75	-0,30
20	0,21	0,26	2,10	-0,19
Média	0,21	0,27	2,27	-0,30
Desvio-padrão	0,01	0,02	0,35	0,23

ANEXO A – Certificado de calibração do termohigrômetro digital



Certificado de Calibração

Laboratório de Temperatura & Umidade



Número do Certificado R4996/13 Folha 1 / 2

CONTRATANTE : Universidade Federal de Uberlândia - UFU
 ENDEREÇO : Av. João N. de Ávila, 2121, Bl. 1M - Campus Sta. Mônica - Uberlândia - MG
 INTERESSADO : O mesmo
 ENDEREÇO : O mesmo

INSTRUMENTO : Termohigrômetro Digital
 FABRICANTE : Instrutherm
 MODELO : HT-260
 IDENTIFICAÇÃO : Não especificado
 NÚMERO DE SÉRIE : 06120362

DATA DA CALIBRAÇÃO : 19/06/2013 LOCAL DA CALIBRAÇÃO : Laboratório Elus
 PRÓXIMA CALIBRAÇÃO : Determinado pelo cliente TEMPERATURA DO AR : $23^{\circ}\text{C} \pm 5^{\circ}\text{C}$
 DATA DA EMISSÃO : 20/06/2013 UMIDADE RELATIVA AR : 45%UR a 70%UR

PADRÕES UTILIZADOS :

Termohigrômetro Digital identificação EL-225 rastreado por Laboratório RBC - CAL 0439 em 28/02/2013 sob certificado R1678/13 válido até fevereiro/2014.

PROCEDIMENTO DE CALIBRAÇÃO :

- A calibração foi realizada pelo método comparativo contra padrões de referência, seguindo os procedimentos internos: PCT-003 rev. 01 / PCT-012 rev. 02.

OBSERVAÇÕES :

- Este certificado atende aos requisitos de acreditação pelo CGCRE, o qual avaliou a competência do laboratório e comprovou sua rastreabilidade a padrões nacionais de medida.
- A calibração foi realizada em 3 medições por ponto. O Valor Verdadeiro foi herdado pela média de 3 medições obtidas pelo padrão em cada ponto.
- Os valores de temperatura apresentados estão em conformidade com a Escala Internacional de Temperatura de 1990.
- k = fator de abrangência (fator multiplicativo adimensional) / V_{eff} = graus de liberdade efetivo. / I.M. = Incerteza de Medição.

TÉCNICO EXECUTANTE: CAIO CESAR SILVA

Julio Cesar Pereira de Souza
Gerente Técnico Substituto

RODRIGO BOMES CORDEIRO
GERENTE TÉCNICO

ANEXO A (continuação) – Certificado de calibração do termohigrômetro digital



Certificado de Calibração

Laboratório de Temperatura & Umidade

Número do Certificado R4996/13 Folha 2 / 2

Laboratório de Calibração acreditado pelo CGCRE de acordo com a ABNT NBR ISO/IEC 17025, sob o número CAL 0439.

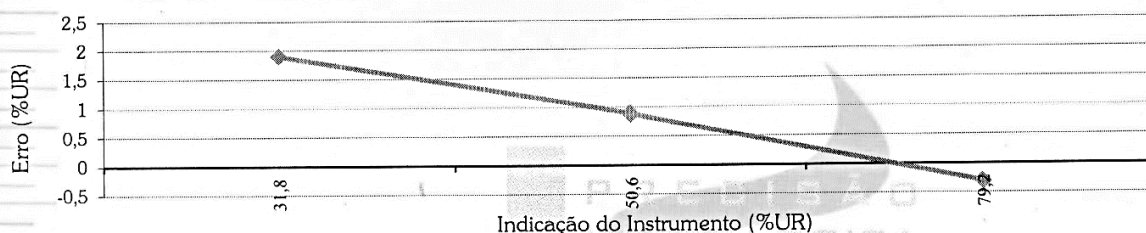
RESULTADOS DA CALIBRAÇÃO :

UMIDADE RELATIVA DO AR SENSOR EXTERNO : TEMPERATURA DA CALIBRAÇÃO - 20°C

Sensor - Fabricante: Não especificado; Modelo: Não especificado; Id.: Não especificado; n°.s.: Não especificado

Faixa de medição: 0 ~ 100 %UR, divisão de escala: 0,1 %UR.

Indicação do Instrum. (%UR)	Valor Verdadeiro (%UR)	Erro (%UR)	I.M. (%UR)	k	Veff
31,8	29,9	1,9	1,0	2,00	∞
50,6	49,7	0,9	1,0	2,00	∞
79,2	79,5	-0,3	1,3	2,00	∞

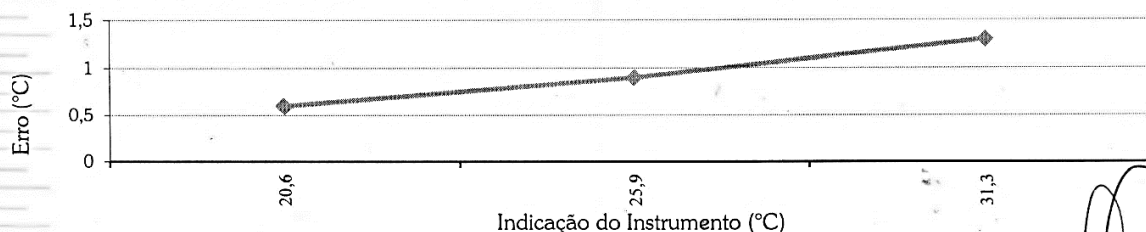


TEMPERATURA SENSOR EXTERNO :

Sensor - Fabricante: Não especificado; Modelo: Não especificado; Id.: Não especificado; n°.s.: Não especificado

Faixa de medição: -20 ~ 60 °C, divisão de escala: 0,1 °C.

Imersão (mm)	Indicação do Instrum. (°C)	Valor Verdadeiro (°C)	Erro (°C)	I.M. (°C)	k	Veff
---	20,6	20,0	0,6	0,3	2,00	∞
---	25,9	25,0	0,9	0,3	2,00	∞
---	31,3	30,0	1,3	0,3	2,00	∞



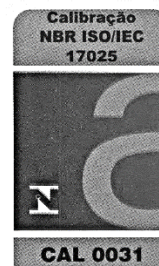
A reprodução deste certificado só poderá ser total, sem nenhuma alteração. Os Resultados deste certificado referem-se somente ao item calibrado ou ensaiado. Este certificado atende os requisitos estabelecidos pela norma NBR ISO/IEC 17025. A incerteza expandida de medição relatada é declarada como a incerteza padrão da medição multiplicada pelo fator de abrangência "k" que para uma distribuição normal corresponde a uma probabilidade de abrangência de aproximadamente 95%. A incerteza padrão de medição foi determinada de acordo com a publicação EA-4/02.

ANEXO B – Certificado de calibração do paquímetro digital



LABORATÓRIO DE METROLOGIA

REDE BRASILEIRA DE CALIBRAÇÃO



Pag.: 1 / 2

CERTIFICADO DE CALIBRAÇÃO Nº. 8116/10

Cliente : " FUNDAÇÃO DE APOIO UNIVERSITARIO."

Endereço : Avenida Engenheiro Diniz , 1178 - Uberlândia - MG

Ordem de serviço: 051.297

1 - Objeto Calibrado

PAQUÍMETRO DIGITAL

Fabricante: Mitutoyo

Código: 500-196-20B

Nº. de Série: 10901281

Faixa nominal : 150 mm

Resolução : 0,01 mm

Identificação do proprietário : Não Consta

2 - Padrões utilizados na Calibração:

Blocos padrão

Número: 03617

Certificado N.º 0112/10 - RBC - Mitutoyo

Validade: 01/2011

Relógio apalpador

Número: FKJ383

Certificado N.º 5789/10 - RBC - Mitutoyo

Validade: 11/2010

Padrão escalonado para paquímetro

Número : 010259

Certificado N.º 0400/10 - RBC - Mitutoyo

Validade: 07/2010

3 - Procedimento de Medição: PML - 0013 Versão 1/3

Os valores de Indicação do paquímetro foram verificados comparativamente com padrão escalonado e Blocos-padrão e a leitura da indicação tomada no paquímetro.

Data da Calibração: 25 de Junho de 2010

Carlos Kazuo Suetake
Gerente do Depto de Garantia da Qualidade
Data de Emissão: 25-06-10

Este certificado atende aos requisitos de acreditação pela Cgcre/Inmetro que avaliou a competência do laboratório e comprovou sua rastreabilidade a padrões nacionais de medida (ou ao Sistema Internacional de Unidade - SI).
A reprodução deste Certificado só poderá ser total e depende da aprovação por escrito da Mitutoyo.

Os resultados deste Certificado referem-se exclusivamente ao instrumento submetido à calibração nas condições especificadas, não sendo extensivo a quaisquer lotes.

*Escritório Central: Av. João Carlos da Silva Borges, 1240 - Santo Amaro - CEP 04726-002 - São Paulo - SP - Tronco Chave: (11) 5643-0000 - Fax: (11) 5641-3722

*Fábrica: Rod. Índio Tibiriçá, 1555 - Bairro Rallo - CEP: 08620-000 - Suzano - SP - Tel.: (11) 4746-5858 - Fax: (11) 4746-5936 - E-mail: suzano@mitutoyo.com.br

Laboratório: Tel.: (11) 4746-5950 - Fax: (11) 4746-5960 - E-mails: metrologia@mitutoyo.com.br

Assistência Técnica Interna: Tel.: (11) 4746-5957 - Fax: (11) 4746-5960 - E-mails: assistec@mitutoyo.com.br

Assistência Técnica Externa: Tel.: (11) 5643-0027 - Fax: (11) 5643-0028 - E-mails: ate@mitutoyo.com.br

ANEXO B (continuação) – Certificado de calibração do paquímetro digital



Mitutoyo Sul Americana Ltda.

CERTIFICADO DE CALIBRAÇÃO Nº. 8116/10

REDE BRASILEIRA DE CALIBRAÇÃO

Laboratório de Calibração Acreditado pela CGCRE / INMETRO de acordo com a ABNT NBR ISO/IEC 17025, sob Nº. 0031

Pag.: 2 / 2

4 - Resultado da calibração: O resultado é a média das calibrações.

Medida Externa

Padrão (mm)	Indicação no Instrumento (mm)	Incerteza de Medição (mm)
1,1	1,09	0,02
1,5	1,49	
1,9	1,90	
4,0	3,99	
8,0	7,99	
16,0	15,99	
20,0	20,00	
50,0	49,99	
75,0	74,99	
100,0	100,01	
150,0	150,01	

Medida Interna

Padrão (mm)	Indicação no Instrumento (mm)	Incerteza de Medição (mm)
20,0	19,99	0,02
50,0	49,99	
100,0	100,00	
150,0	150,01	

Outros Itens

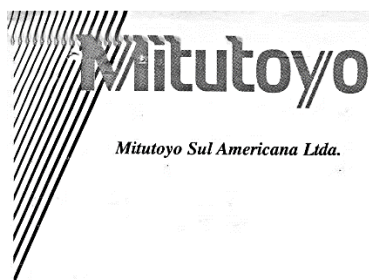
Item	Resultado (mm)	Incerteza de Medição (mm)
Ponto zero	0,000	0,003
Ressalto	0,012	
Profundidade	0,005	
Paralelo da Orelha	0,006	
Paralelo da Boca	0,001	

5 - Incerteza de Medição:

A incerteza declarada é baseada em uma incerteza padrão combinada multiplicada por um fator de abrangência $k = 2,4$ para um nível de confiança de aproximadamente 95%.

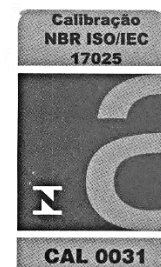
6 - Nota : Temperatura ambiente: $(20,0 \pm 0,5)^{\circ}\text{C}$.

ANEXO C – Certificado de calibração do micrômetro



LABORATÓRIO DE METROLOGIA

REDE BRASILEIRA DE CALIBRAÇÃO



Pag.: 1 / 2

CERTIFICADO DE CALIBRAÇÃO Nº. 02099/13

Cliente: " MARCIO BACCI DA SILVA /CAPES /PROEX. "
Endereço: Avenida João Naves Avila, 2.121 - Uberlândia - MG.

Ordem de Serviço: 066.550

1 - Objeto calibrado:

MICRÔMETRO EXTERNO

Fabricante: Mitutoyo Corporation

Código: 103-129

Número : 27105563

Faixa Nominal: 0 ~ 25 mm

Faixa de Medição: 25 mm

Valor de uma divisão: 0,001 mm

Identificação do proprietário: Não consta

2 - Padrão utilizado na calibração:

Jogo de Blocos-padrão

Número de série: 967944

Certificado Nº.: 15383/12 - RBC - Mitutoyo.

Validade: 06/2013

Jogo de paralelos óptico

Número de série: 130810

Certificado Nº. 12357/12 - RBC - Mitutoyo.

Validade: 09/2013

3 - Procedimento de medição: Pml - 0003 Versão: 3

O micrômetro foi calibrado com Blocos padrão e a planeza e o paralelismo medido com paralelo ótico e a leitura da indicação efetuada no micrômetro.

Data da calibração: 12 de Março de 2013

Data da emissão : 12 de Março de 2013

Carlos Kazuo Suetake
Gerente do Depto de Garantia da Qualidade

Este certificado atende aos requisitos de acreditação pela CGCRE que avaliou a competência do laboratório e comprovou sua rastreabilidade a padrões nacionais de medida (ou ao Sistema Internacional de Unidade - SI).
A reprodução deste Certificado só poderá ser total e depende da aprovação por escrito da Mitutoyo.
Os resultados deste Certificado referem-se exclusivamente ao instrumento submetido à calibração nas condições especificadas, não sendo extensivo a quaisquer lotes.

*Escritório Central: Av. João Carlos da Silva Borges, 1240 - Santo Amaro - CEP 04726-002 - São Paulo - SP - Tronco Chave: (11) 5643-0000 - Fax: (11) 5641-3722

*Fábrica: Rod. Índio Tibiriçá, 1555 - Bairro Ralfo - CEP: 08620-000 - Suzano - SP - Tel.: (11) 4746-5858 - Fax: (11) 4746-5936 - E-mail: suzano@mitutoyo.com.br

Laboratório: Tel.: (11) 4746-5950 - Fax: (11) 4746-5960 - E-mails: metrologia@mitutoyo.com.br

Assistência Técnica Interna: Tel.: (11) 4746-5957 - Fax: (11) 4746-5960 - E-mails: assistec@mitutoyo.com.br

Assistência Técnica Externa: Tel.: (11) 5643-0027 - Fax: (11) 5643-0028 - E-mails: ate@mitutoyo.com.br

ANEXO C (continuação) – Certificado de calibração do micrômetro externo analógico



CERTIFICADO DE CALIBRAÇÃO Nº. 02099/13

REDE BRASILEIRA DE CALIBRAÇÃO

Pag.: 2 / 2

Laboratório de Calibração acreditado pela Cgcre de acordo com a ABNT NBR ISO/IEC 17025, sob o número CAL 0031

4 - Resultado da calibração: O resultado é a média das calibrações.

Padrão (mm)	Indicação no instrumento (mm)	Incerteza de medição (mm)	Fator de abrangência (k)	Graus de liberdade (Veff)
0,0	0,000	0,002	2,08	31
2,5	2,500			
5,1	5,100			
7,7	7,700			
10,3	10,300			
12,9	12,900			
15,0	15,000			
17,6	17,600			
20,2	20,200			
22,8	22,800			
25,0	25,000			

Item	Erro (mm)	Incerteza de medição (mm)	Fator de abrangência (k)	Graus de liberdade (Veff)
Planeza da face do fuso	0,0003	0,0002	2,00	infinito
Planeza da face do batente	0,0000	0,0002	2,00	infinito
Paralelismo das faces de medição	0,0003	0,0003	2,00	infinito

5 - Incerteza de medição:

A incerteza expandida de medição relatada é declarada como a incerteza padrão da medição multiplicada pelo fator de abrangência k , o qual para uma distribuição t com V_{eff} graus de liberdade efetivos corresponde a uma probabilidade de abrangência de aproximadamente 95%.

A incerteza padrão da medição foi determinada de acordo com a publicação EA-4/02.

6 - Nota : Temperatura ambiente : (20,0 ± 0,5) °C

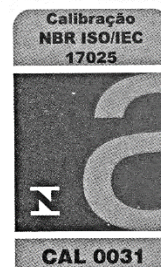
ANEXO D – Certificado de calibração do projetor de perfil



LABORATÓRIO
DE
METROLOGIA

REDE BRASILEIRA DE CALIBRAÇÃO

CERTIFICADO DE CALIBRAÇÃO Nº. 12137/12



Interessado : " FUNDAÇÃO DE APOIO UNIVERSITÁRIO "

Pág.1/4

Endereço : Av. João Naves de Ávila, 2121, Bloco 1M, Campos Santa Mônica - Uberlândia - MG.

Local da calibração : Av. João Naves de Ávila, 2121, Bloco 1M, Campos Santa Mônica - Uberlândia - MG.

Ordem de Serviço : 034.514/001

1 - OBJETO CALIBRADO

PROJETOR DE PERFIL

Fabricante : Mitutoyo

Código : 302-714A

Modelo : PJA3000

No. de Série : D00101012

Tambor Micrométrico

Código : 164-164

Nº. série : 000636

Código : 164-164

Nº. série : 000619

Resolução da unidade de leitura : 0,001 mm

Resolução do goniômetro : 0 ° 01 '

Identificação do Proprietário : 088180

2 - PADRÃO UTILIZADO NA CALIBRAÇÃO

Régua Graduada de Vidro

Nº. de Série : 21164

Certificado Nº. : 01647/11

Validade: 30/02/2013

Nº. de Série : 24364

Certificado Nº. : 08755/11

Validade: 30/06/2013

Padrão Angular

Nº. de Série : RET 1

Certificado Nº. : 110381/101

Validade: 30/06/2013

3 - PROCEDIMENTO DE MEDIÇÃO : PML - 0043 Versão 1/2.

O erro de ampliação e a indicação foi verificado projetando a régua padrão sobre a tela do projetor e a medição através de comparação com a régua.

O erro de indicação do goniômetro foi verificado comparativamente com um padrão angular projetado sobre a tela e a leitura feita no goniômetro.

Data de calibração : 22 de Agosto de 2012

Data de emissão : 05 de Setembro de 2012

Carlos Kazuo Sueake
Gerente do Dpto. de Garantia da Qualidade

Este certificado atende aos requisitos de acreditação pela CGCRE que avaliou a competência do laboratório e comprovou sua rastreabilidade a padrões nacionais de medida (ou ao Sistema Internacional de Unidade - SI).
A reprodução deste Certificado só poderá ser total e depende da aprovação por escrito da Mitutoyo.

Os resultados deste Certificado referem-se exclusivamente ao instrumento submetido à calibração nas condições especificadas, não sendo extensivo a quaisquer lotes.

*Escritório Central: Av. João Carlos da Silva Borges, 1240 - Santo Amaro - CEP 04726-002 - São Paulo - SP - Tronco Chave: (11) 5643-0000 - Fax: (11) 5641-3722
*Fábrica: Rod. Índio Tibiriçá, 1555 - Bairro Raulo - CEP: 08620-000 - Suzano - SP - Tel.: (11) 4746-5858 - Fax: (11) 4746-5936 - E-mail: suzano@mitutoyo.com.br
Laboratório: Tel.: (11) 4746-5950 - Fax: (11) 4746-5960 - E-mails: metrologia@mitutoyo.com.br
Assistência Técnica Interna: Tel.: (11) 4746-5957 - Fax: (11) 4746-5960 - E-mails: assistec@mitutoyo.com.br
Assistência Técnica Externa: Tel.: (11) 5643-0027 - Fax: (11) 5643-0028 - E-mails: ate@mitutoyo.com.br

ANEXO D (continuação) – Certificado de calibração do projetor de perfil



Mitutoyo Sul Americana Ltda.

CERTIFICADO DE CALIBRAÇÃO N°. 12137/12

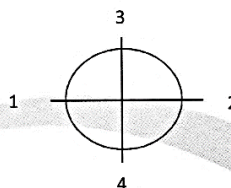
REDE BRASILEIRA DE CALIBRAÇÃO

Laboratório de Calibração acreditado pela Cgcre de acordo com a ABNT NBR ISO/IEC 17025, sob número CAL 0031

Pág.2/4

4 - RESULTADO DA CALIBRAÇÃO :

4.1 - Resultado Ampliação



Lente de Ampliação de 10 X

Número lente: 013012

Item	Posição				Incerteza de Medição (U)	Fator de abrangência (k)	Graus de liberdade (V _{eff})
	1	2	3	4			
Erro (%)	0,01	0,01	0,00	0,00	0,01 %	2,00	infinito

LABORATÓRIO DE
CALIBRAÇÃO
BRASIL

ANEXO D (continuação) – Certificado de calibração do projetor de perfil

Mitutoyo

Mitutoyo Sul Americana Ltda.

CERTIFICADO DE CALIBRAÇÃO N°. 12137/12

REDE BRASILEIRA DE CALIBRAÇÃO

Laboratório de Calibração acreditado pela Cgcre de acordo com a ABNT NBR ISO/IEC 17025, sob número CAL 0031

Pág.3/4

4 -RESULTADO DA CALIBRAÇÃO :**4.2 - Resultado da Indicação****Eixo " X "**

Indicação (mm)	Resultado (mm)	Incerteza de medição (mm)
0,000	0,000	0,002
2,500	2,500	
5,100	5,100	
7,700	7,700	
10,300	10,300	
12,900	12,900	
15,000	15,000	
17,600	17,600	
20,200	20,200	
22,800	22,800	
25,000	25,000	
30,000	30,000	
35,000	35,001	
40,000	40,000	
45,000	45,000	
50,000	50,001	

Fator de abrangência (k) = 2,03

Graus de liberdade (Veff) = 99

Eixo " Y "

Indicação (mm)	Resultado (mm)	Incerteza de medição (mm)
0,000	0,000	0,002
2,500	2,499	
5,100	5,100	
7,700	7,701	
10,300	10,300	
12,900	12,900	
15,000	15,000	
17,600	17,600	
20,200	20,200	
22,800	22,800	
25,000	25,000	
30,000	30,000	
35,000	35,000	
40,000	40,001	
45,000	45,001	
50,000	50,001	

Fator de abrangência (k) = 2,03

Graus de liberdade (Veff) = 99

ANEXO D (continuação) – Certificado de calibração do projetor de perfil

Mitutoyo

Mitutoyo Sul Americana Ltda.

CERTIFICADO DE CALIBRAÇÃO N°. 12137/12

REDE BRASILEIRA DE CALIBRAÇÃO

Laboratório de Calibração acreditado pela Cgcre de acordo com a ABNT NBR ISO/IEC 17025, sob número CAL 0031

Pág.4/4

4 - RESULTADO DA CALIBRAÇÃO :**4.3 - Resultado da indicação do Anteparo Goniométrico**

Indicação	Resultado	Incerteza de Medição (U)	Fator de abrangência (k)	Graus de liberdade (V _{eff})
0	0 ° 00 '	0 ° 01 '	2,29	11
30	29 ° 59 '			
60	60 ° 00 '			
90	90 ° 00 '			
120	119 ° 59 '			
150	149 ° 59 '			
180	180 ° 00 '			
210	210 ° 00 '			
240	240 ° 01 '			
270	270 ° 00 '			
300	300 ° 01 '			
330	330 ° 02 '			
360	360 ° 02 '			

5 - INCERTEZA DE MEDIÇÃO :

A incerteza expandida de medição relatada é declarada como a incerteza padrão da medição multiplicada pelo fator de abrangência k , o qual para uma distribuição t com V_{eff} graus de liberdade efetivos corresponde a uma probabilidade de abrangência de aproximadamente 95%.

A incerteza padrão da medição foi determinada de acordo com a publicação EA-4/02.

6 - Nota: Temperatura ambiente : (19,6 ± 0,5) °C.