

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ATENUAÇÃO DE VIBRAÇÕES LATERAIS EM UM  
ROTOR FLEXÍVEL UTILIZANDO LIGAS DE  
MEMÓRIA DE FORMA

Bárbara Nara Teixeira Cunha

Uberlândia-MG  
Fevereiro de 2020

**BÁRBARA NARA TEIXEIRA CUNHA**

**Atenuação de Vibrações Laterais em um Rotor Flexível  
Utilizando Ligas de Memória de Forma**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações.

Linha de pesquisa: Dinâmica de Sistemas Dinâmicas.

---

Prof. Dr. Aldemir Ap Cavalini Jr.,

Orientador

---

Prof. Dr. Washington Martins da Silva Jr

Coordenador do PPG em Engenharia Mecânica

Uberlândia - MG

2020

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU  
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

C972 Cunha, Bárbara Nara Teixeira, 1994-  
2020 Atenuação de vibrações laterais em um rotor flexível utilizando  
ligas de memória de forma [recurso eletrônico] / Bárbara Nara  
Teixeira Cunha. - 2020.

Orientador: Prof. Dr. Aldemir Aparecido Cavalini Junior.  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia,  
Pós-graduação em Engenharia Mecânica.

Modo de acesso: Internet.

Disponível em: <http://doi.org/10.14393/ufu.di.2019.2587>

Inclui bibliografia.

1. Engenharia mecânica. I. Cavalini Junior, Prof. Dr. Aldemir  
Aparecido ,1983-, (Orient.). II. Universidade Federal de  
Uberlândia. Pós-graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

CDU: 621

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:  
Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091  
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074



## UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica  
Av. João Naves de Ávila, nº 2121, Bloco 1M, Sala 212 - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-MG, CEP 38400-902  
Telefone: (34) 3239-4282 - www.posgrad.mecanica.ufu.br - secposmec@mecanica.ufu.br



### ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Mecânica				
Defesa de:	Dissertação de Mestrado Acadêmico, 560, COPEM				
Data:	28/02/2020	Hora de início:	09:00	Hora de encerramento:	11:20
Matrícula do Discente:	11812EMC001				
Nome do Discente:	Bárbara Nara Teixeira Cunha				
Título do Trabalho:	Atenuação de Vibração em um Rotor Flexível utilizando Liga de Memória de Forma				
Área de concentração:	Mecânica dos Sólidos e Vibrações				
Linha de pesquisa:	Dinâmica de Sistemas Mecânicos				
Projeto de Pesquisa de vinculação:					

Reuniu-se no Anfiteatro do MFLab - Bloco 5P, Campus Santa Mônica, da Universidade Federal de Uberlândia, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, assim composta: Professores Doutores: Valder Steffen Junior - FEMEC/UFU; Rodrigo Nicoletti - USP e Aldemir Aparecido Cavalini Junior orientador da candidata.

Iniciando os trabalhos o presidente da mesa, Dr. Aldemir Aparecido Cavalini Junior, apresentou a Comissão Examinadora e a candidata, agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimeada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovada.

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).

---



Documento assinado eletronicamente por **Valder Steffen Junior, Professor(a) do Magistério Superior**, em 28/02/2020, às 11:19, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).

---



Documento assinado eletronicamente por **Rodrigo Nicoletti, Usuário Externo**, em 28/02/2020, às 11:21, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).

---



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://www.sei.ufu.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **1891323** e o código CRC **4DE4B541**.

---

*Dedico aos meus pais com todo meu amor.*

# Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus pelo dom da vida e das oportunidades concedidas.

Aos meus pais, Marcos e Elizabeth, pelo apoio e amor incondicional, deixo minha eterna gratidão. Aos meus irmãos, Iara e Henrique, pela cumplicidade e amizade, obrigada de coração. Ao meu namorado Alexandre pelo companheirismo, deixo meu profundo reconhecimento. A minha avó e familiares sou grata pelo carinho e orações.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Ademir Ap. Cavalini Jr, por sua orientação, ensinamentos e empenho nessa jornada, deixo os meus sinceros agradecimentos. O Sr foi essencial para a realização desse trabalho, obrigada pela confiança.

Deixo meus sinceros agradecimentos aos dos professores da banca, Prof. Valder Steffen Jr, Prof. Rodrigo Nicoletti e Prof. Marco Túlio Santana Alves pelo prestígio e pontuações enriquecedoras. Agradeço de forma especial ao Prof. Marco Túlio Santana Alves pelos conselhos e contribuições para a realização desse trabalho.

Aos meus amigos e colegas do Laboratório de Mecânica de Estruturas (LMEst) no qual fizeram parte da minha formação, deixo meu muito obrigada.

À Universidade Federal de Uberlândia, aos professores e técnicos da Faculdade de Engenharia Mecânica com quem tive o prazer de conviver e trabalhar nesse período, tenho muito orgulho em fazer parte dessa faculdade desde a minha graduação. Agradeço ao programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia pela oportunidade de formação.

Ao auxílio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) por meio do Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia – Estruturas Inteligentes em Engenharia (INCT – EIE), a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), e a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG). Enfim agradeço a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação acadêmica.

*”Não é sobre chegar no topo do mundo e saber que venceu, é sobre escalar e sentir que o caminho te fortaleceu.”*  
*“Ana Vilela”*

# Resumo

CUNHA, B.N.T. **Atenuação de Vibrações Laterais em um Rotor Flexível Utilizando Ligas de Memória de Forma**. 2020. 79f. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG. Disponível em: <<http://doi.org/10.14393/ufu.di.2019.2587>>.

Este trabalho apresenta a modelagem numérica e investiga o comportamento dinâmico de uma máquina rotativa horizontal flexível com fios de ligas com memória de forma (SMA) aplicados em diferentes posições do rotor (mancal e discos), visando a atenuação de vibrações laterais. Em comparação a outras classes de materiais inteligentes, as SMA fornecem maior capacidade de trabalho por unidade de volume, sendo atuadores eficientes na redução de amplitudes de vibrações. A máquina rotativa considerada é modelada empregando o Método em Elementos Finitos, enquanto o comportamento termomecânico da SMA é representado matematicamente pelo modelo constitutivo de Brinson modificado, contemplando apenas o efeito pseudoelástico. Neste caso, a primeira análise consiste na aplicação de fios de SMA no mancal flexível do rotor nas direções horizontal e vertical. Na segunda aplicação, oito fios são conectados no disco e no eixo. Os resultados numéricos com os fios aplicados aos mancais mostraram-se satisfatórios, pois houve uma redução das amplitudes de vibrações laterais o eixo em rotação em níveis aceitáveis, como mostrado pelas respostas temporais e em *run-up* do rotor. Para os fios de SMA aplicados aos discos não houve uma redução significativa, mas a metodologia de aplicação mostra-se promissora. Os resultados numéricos desse presente trabalho demonstram a eficácia da abordagem de controle semiativo em ligas de memória de forma aplicadas em máquinas rotativas.

**Palavras-chave:** controle de vibrações, dinâmica de rotação, ligas de memória de forma, elementos finitos.

# Abstract

CUNHA, B.N.T. **Attenuation of Lateral Vibrations in a Flexible Rotor Using Shape Memory Alloys**. 2020. 79f. Msc. Dissertation, Federal University of Uberlândia, Uberlândia, MG. Available at: <<http://doi.org/10.14393/ufu.di.2019.2587>>.

This research presents the numerical modeling and investigates the dynamic behavior of a flexible horizontal rotary machine with wires shape memory alloys (SMA) applied in different positions of the rotor (bearing and discs), aiming at attenuating the lateral vibrations. Compared to other classes of smart materials, the SMA provides higher work capacity per unit of volume, so it is considered as an efficient actuator to reduce vibration amplitudes. The rotary machine is modeled using the Finite Element Method, and the thermomechanical behavior of the SMA is represented mathematically by the modified Brinson's constitutive model, contemplating only the pseudoelastic effect. In this case, the first analysis consists of applying the SMA wires in the flexible bearing along with the horizontal and vertical directions. In the second application, the SMA wires are attached to the disc and the shaft. The numerical results with the wires applied to the bearing were satisfactory, as there was a reducing the amplitude of the lateral vibrations in the rotating axis at acceptable levels, as shown in the steady-state and run-up responses of the rotor. For SMA wires applied to the discs, there was no significant reduction, but the application methodology is promising. The numerical results of this work demonstrate the effectiveness of the semi-active control approach in the memory shape alloys applied to rotate machines.

**Keywords:** vibration control, rotordynamics, shape memory alloys, finite elements.

# Lista de Figuras

2.1	Transformações de fases induzidas por temperatura na ausência de cargas aplicadas. Adaptado de Lagoudas (2008). . . . .	8
2.2	Ilustração do efeito memória de forma de uma SMA. Adaptado de Lagoudas (2008). . . . .	9
2.3	Diagrama tensão-deformação-temperatura de uma SMA que exhibe o efeito memória de forma. Adaptado de Lagoudas (2008). . . . .	10
2.4	Diagrama de fases exemplificando os dois caminhos possíveis para o efeito pseudoelástico. Adaptado de Lagoudas (2008). . . . .	11
2.5	Diagrama tensão-deformação mostrando o efeito pseudoelástico sem variação da temperatura. Adaptado de Lagoudas (2008). . . . .	12
2.6	Diagrama esquemático da transformação de fases induzida pela temperatura na presença de tensão mecânica. Adaptado de Silva (2018). . . . .	13
2.7	Diagrama de Fases: $\sigma \times T$ . Adaptado de Brinson (1993). . . . .	16
2.8	Comparação entre funções de endurecimento do tipo cossenoidal e do tipo curva de Bézier cúbica. Adaptado de Alves (2015) e Enemark, Santos e Savi (2015). . . . .	19
2.9	Diagrama de fases $\sigma \times T$ SMA. . . . .	19
2.10	(a) Esquema do rotor com molas de SMAs nos mancais. (b) Detalhe do mancal. Adaptado de Nagaya et al. (1987). . . . .	20
2.11	(a) Esquema do macal hidrodinâmico acoplado com fios de SMAs. (b) Esquema da bancada experimental. Adaptado de Liu et al. (1994). . . . .	21
2.12	Atuador rotacional com fios de SMA.(a) Protótipo 1. (b) Protótipo 2. (c) Atuador de duas vias (Protótipo 3). (d) Barra de Nitinol como atuador (Protótipo 4). Adaptado de Huang (1998). . . . .	22

2.13	Vista da seção transversal do mancal inteligente. Adaptado de Nie e Yan (2000). . . . .	22
2.14	(a) Esquema e instrumentação do rotor. (b) Detalhe do mancal. Adaptado de He et al. (2006b) . . . . .	23
2.15	Configuração do rotor. Adaptado de Lees et al. (2007). . . . .	24
2.16	(a) Bancada experimental utilizada pelos autores. (b) Detalhe do mancal inteligente. Adaptado de Atepor (2009) e Inman et al. (2006) . . . . .	25
2.17	(a) Modelo em elementos finitos do mancal com luvas (Configuração 1). (b) Representação do mancal 2 com molas de SMA. Adaptado de Silva (2009). . . . .	26
2.18	Modelo físico para o sistema de mancais do rotor(a) Posição em equilíbrio. (b) Condição fora do equilíbrio. Adaptado de Silva, Savi e Paiva (2013) . . . . .	26
2.19	Suporte de eixo inteligente com elementos de SMA: (a) suporte do eixo. (b) seção transversal. Adaptado de Ma et al. (2014) . . . . .	27
2.20	Esquema da bancada experimental. Adaptado de Enemark, Santos e Savi (2015). . . . .	28
2.21	Bancada de testes experimentais. (a) Geometria do rotor. (b) Detalhe do mancal suspenso por SMA. Adaptado de Alves (2015) . . . . .	28
2.22	Bancada Experimental (a) (1) Sistema de resfriamento. (2) Mancal com molas de SMA. (3) Sensor de temperatura. (4) Sensor de proximidade. (5) Eixo. (6) Mancal rígido. (7) Motor elétrico.(8) Inversor de frequência. (9) Rotor. (10) Mesa inercial. (b) Esquema do mancal detalhado Adaptado de Borges (2016) . . . . .	29
3.1	Representação esquemática do elemento de disco. Adaptado de Cavalini Jr (2013). . . . .	31
3.2	Modelo adotado para o acoplamento dos discos ao eixo. Adaptado de Lalanne e Ferraris (1998). . . . .	33
3.3	<i>Gdl</i> associados ao elemento finito que representa o eixo. Adaptado de Cavalini Jr (2013). . . . .	34
3.4	Massa de desbalanceamento. Adaptado de Lalanne e Ferraris (1998). . . . .	39
3.5	Coefficientes de rigidez e amortecimentos dos mancais. Adaptado de Lalanne e Ferraris (1998). . . . .	40

4.1	Bancada de testes projetada no LMEst (FEMEC-UFU). . . . .	43
4.2	Esquema da bancada indicando as posições e devidas distâncias entre os componentes (dimensões em mm). . . . .	44
4.3	(a) Conjunto disco + bucha. (b) Detalhes da bucha. (c) Detalhe do acoplamento. . . . .	45
4.4	(a) Mancal flexível com rolamento autocompensador com dupla carreiras de esferas suspenso por molas helicoidais de aço. (b) Vista em perspectiva do mancal . . . . .	46
4.5	Modelo do rotor discretizado em elementos finitos. . . . .	47
4.6	(a) Mancal Suspenso por fios de SMA. (b) Detalhes do mancal indicando os 16 fios de SMA. . . . .	48
4.7	Fluxograma da integração dos modelos computacionais para a aplicação dos fios de SMA nos mancais. . . . .	49
4.8	Representação esquemática das forças atuantes nos fios de SMA no mancal. . . . .	51
4.9	(a) Bancada com fios de SMA nos discos; (b) Detalhes dos fios de SMA no disco. . . . .	53
4.10	Modelo discretizado em elementos finitos indicando os nós de ancoragem dos fios de SMA. . . . .	53
4.11	Fluxograma da integração dos modelos computacionais para a aplicação dos fios de SMA nos discos. . . . .	54
4.12	(a) Esquema da posição inicial do disco em $t = t_0$ indicando o fio 5 (Plano $XY$ ). (b) Vista do fio 5 no plano $YZ$ no instante inicial ( $t = t_0$ ). . . . .	56
4.13	Vista do fio 5 sujeito a um deslocamento $\delta_5$ do plano $YZ$ . . . . .	58
4.14	Representação esquemática do fio 5 após deslocamento do disco e do ponto de ancoragem no plano $XY$ . . . . .	59
4.15	Forças geradas pelo fio 5 vista no plano $YZ$ após um deslocamento $\delta_5$ . . . . .	60
4.16	Forças geradas pelos fios 1, 3, 5 e 7 no plano $XY$ . . . . .	62
4.17	(a) Forças geradas pelos fios 1, 3, 5 e 7 decompostas ao longo das direções $X$ e $Y$ . (b) Forças e momentos gerados pelos fios 1, 3, 5 e 7 considerados no modelo matemático. . . . .	62
4.18	(a) Forças geradas pelo fio 6 decompostas no plano $XY$ . (b) Forças e momentos gerados pelos fios 2,4,6 e 7 considerados no modelo no plano $YZ$ . . . . .	63

5.1	FRFs obtidas a partir do modelo da bancada. — FRF na direção $X$ . — FRF na direção $Z$ . . . . .	65
5.2	Diagrama de Campbell do modelo do rotor. . . . .	66
5.3	Repostas temporais em regime permanente do disco 1. — SMA OFF; — Temperatura de 30°C; — Temperatura de 60°C; — Temperatura de 90 °C; (a) Disco 1 - direção $X$ ; (b) Disco 1 - direção $Z$ . . . . .	67
5.4	Repostas temporais em regime permanente do disco 2. — SMA OFF; — Temperatura de 30°C; — Temperatura de 60°C; — Temperatura de 90°C; (a) Disco 2 - direção $X$ ; (b) Disco 2 - direção $Z$ . . . . .	67
5.5	Amplitudes de vibrações com o rotor em <i>run-up</i> com rampa de 540 rpm/s. — SMA OFF; — Temperatura de 30°C; — Temperatura de 60°C; — Temperatura de 90°C. (a) Disco 1 na direção $X$ . (b) Disco 1 na direção $Z$ . (c) Disco 2 na direção $X$ . (d) Disco 2 na direção $Z$ . . . . .	69
5.6	Repostas temporais em regime permanente. — SMA OFF; — Tempera- tura de 30°C; — Temperatura de 60°C; — Temperatura de 90 °C; (a) Disco 1 - direção $X$ ; (b) Disco 1 - direção $Z$ ; (c) Disco 2 - direção $X$ ; (d) Disco 2 - direção $Z$ . . . . .	70
5.7	Forças resultantes devido à ação das ligas no disco 1 na direção $X$ . — Forças atuantes no disco 1 direção $X$ na ausência de SMA; — Temperatura de 30°C; — Temperatura de 60°C; — Temperatura de 90 °C. . . . .	71
5.8	— Loop de histerese da SMA na temperatura de 90 °C ; — Loop de histerese do fio 1 no disco 1. . . . .	72
5.9	Deslocamento dos disco 1 ( <i>run-up</i> com rampa de 255 rpm/s); — SMA OFF; — Temperatura de 30°C; — Temperatura de 60°C; — Temperatura de 90 °C; (a) Direção $X$ ; (b) Direção $Z$ . . . . .	72
5.10	Deslocamento dos disco 2 ( <i>run-up</i> com rampa de 255 rpm/s); — SMA OFF; — Temperatura de 30°C; — Temperatura de 60°C; — Temperatura de 90 °C; (a) Direção $X$ ; (b) Direção $Z$ . . . . .	73

# Lista de Tabelas

2.1	Parâmetros da curva de Bézier. Adaptado de Enemark, Santos e Savi (2015).	19
2.2	Parâmetros termomecânicos da SMA usada. . . . .	19
4.1	Propriedades geométricas do conjunto Disco + Bucha. . . . .	45
4.2	Propriedades dinâmicas dos mancais. . . . .	46
5.1	Velocidades críticas da bancada. . . . .	66
5.2	Redução das amplitudes de vibração com a aplicação dos fios de SMA. . .	68
5.3	Redução das amplitudes de vibrações com os fios nos discos. . . . .	71

# Lista de Símbolos

## Símbolos Latinos

- $A_s$  - Temperatura inicial de formação da austenita.
- $A_f$  - Temperatura final de formação da austenita.
- $C$  - Matriz de amortecimento.
- $C_D$  - Matriz do efeito giroscópico do disco.
- $C_g$  - Matriz do efeito giroscópico.
- $C_S$  - Matriz do efeito giroscópico do disco.
- $C_A$  - Coeficiente angular da região de transformação em austenita.
- $C_M$  - Coeficiente angular da região de transformação em martensita.
- $d$  - Distância da massa de desbalanceamento ao centro geométrico do eixo.
- $d_{fio}$  - diâmetro do fio de SMA.
- $D$  - Diâmetro do elemento de eixo.
- $E$  - Módulo de elasticidade ou módulo de Young da liga de memória de forma.
- $E_A$  - Módulo de elasticidade da liga na fase austenita.
- $E_M$  - Módulo de elasticidade da liga na fase martensita.
- $F_e$  - Força qualquer aplicada externamente no rotor.
- $F_i^{smaD}$  - Força axial gerado pelo fio que atua no disco.
- $F_i^{smaS}$  - Força axial gerado pelo fio que atua no eixo.
- $F_{ix}^D$  - Força que o fio  $i$  faz no disco na direção X.
- $F_{ix}^S$  - Força que o fio  $i$  faz no eixo (ponto de ancoragem) na direção X.
- $F_{iy}^D$  - Força que o fio  $i$  faz no disco na direção Y.
- $F_{iy}^S$  - Força que o fio  $i$  faz no eixo (ponto de ancoragem) na direção Y.
- $F_{iz}^D$  - Força que o fio  $i$  faz no disco na direção Z.
- $F_{iz}^S$  - Força que o fio  $i$  faz no eixo (ponto de ancoragem) na direção Z.
- $F_u$  - Forças de desbalanceamento.
- $F_{uX}$  - Força de desbalanceamento na direção X.
- $F_{uZ}$  - Força de desbalanceamento na direção Z.
- $FRF$  - Função de Reposta em Frequência.
- $G$  - Módulo de cisalhamento do material do eixo.

$gdl$  - Graus de liberdade.  
 $h_D$  - Largura do disco.  
 $ID_x$  - Momento de inércia de massa referente ao eixo x.  
 $ID_y$  - Momento polar de inércia do disco.  
 $ID_z$  - Momento de inércia de massa referente ao eixo z.  
 $k$  - Parâmetro k da função *hardening* de Brinson.  
 $k_{ij}$  - Coeficientes de rigidez dos mancais.  
 $K$  Matriz de rigidez.  
 $K_{acoplamento}$  - Rigidez do acoplamento.  
 $K_{st}$  - Matriz de rigidez do sistema devido ao movimento transiente.  
 $L_i^0$  - Comprimento inicial do fio  $i$ .  
 $L_i^f$  - Comprimento final do fio  $i$ .  
 $L_i^f$  - Comprimento final do fio  $i$  projetado no plano principal de atuação do fio.  
 $L_i^T$  - Comprimento final do fio  $i$  após a aplicação da pré-tensão.  
 $m_D$  - Massa do disco.  
 $m_u$  - Massa de desbalanceamento.  
 $\mathbf{M}$  - Matriz de massa.  
 $\mathbf{M}_D$  - Matriz de massa do disco.  
 $M_{ix}^D$  - Momento que o fio  $i$  gera no disco na direção X.  
 $M_{iz}^D$  - Momento que o fio  $i$  gera no disco na direção Y.  
 $M_s$  - Temperatura inicial de formação da martensita.  
 $M_f$  - Temperatura final de formação da martensita.  
 $M_d$  - Martensita Demaçada ou reorientada.  
 $M_t$  - Martensita Maçada.  
 $N_1$  e  $N_2$  - Vetores formados por coeficientes de equações polinomiais.  
 $n1, n2, n3, n4$  - Parâmetros da curva de Bézier.  
 $O_D$  - Centro de massa do disco.  
 $q_i$  - Coordenadas generalizadas independentes.  
 $rr_i$  - Distância do ponto de ancoragem do fio no disco até o centro do eixo;  
 $R$  Raio do elemento de eixo.  
 $R_e$  Referencial móvel de coordenadas ortogonais  $(x, y, z)$ .  
 $R_0$  Referencial fixo de coordenadas ortogonais  $(X, Y, Z)$ .

$S$  - Área da seção transversal do fio.

$t$  - tempo.

$T$  - Temperatura.

$\mathbf{T}_D$  - Energia cinética do disco em relação ao referencial fixo.

$\mathbf{T}_S$  - Energia cinética do eixo.

$\mathbf{T}_U$  - Energia cinética da massa de desbalanceamento.

$u$  - Deslocamento na direção  $X$ .

$U$  - Energia de Deformação.

$v$  - Deslocamento na direção  $Y$ .

$w$  - Deslocamento na direção  $Z$ .

$W$  - Força peso (contempla apenas às partes girantes).

$x^A$  - Deslocamento do ponto de ancoragem do eixo direção  $X$ .

$x^D$  - Deslocamento do disco na direção  $X$ .

$yy_i$  - Distância do ponto de ancoragem da liga no eixo até o centro do disco.

$z^A$  - Deslocamento do ponto de ancoragem do eixo direção  $X$ .

$z^D$  - Deslocamento do disco na direção  $Z$ .

### **Símbolos Gregos.**

$\alpha$  - Coeficiente de amortecimento proporcional para a matriz de massa.

$\beta$  - Coeficiente de amortecimento proporcional para a matriz de rigidez.

$\delta_i$  - Ângulo que o fio de SMA faz com o seu plano original.

$\Delta x_i$  - Diferença entre o deslocamento do disco e do ponto de ancoragem do fio  $i$  na direção  $X$ .

$\Delta z_i$  - Diferença entre o deslocamento do disco e do ponto de ancoragem do fio  $i$  na direção  $Z$ .

$\epsilon_i^0$  - Deformação inicial do fio  $i$ .

$\epsilon_R$  - Deformação residual da liga de memória de forma.

$x_i$  - Fração volumétrica de martensita.

$x_{iD}$  - Fração volumétrica de martensita demaçada.

$x_{iM}$  - Fração volumétrica de martensita maçada.

$\sigma$  - Tensão axial atuante no fio.

$\sigma_s$  - Tensão inicial formação de martensita demaçada.

$\sigma_f$  - Tensão final da formação de martensita demaçada.

$\sigma_{Ms}$  - Tensão inicial de transformação de austenita em martensita demaçada.

$\sigma_{Mf}$  - Tensão final de transformação de austenita em martensita demaçada.

$\sigma_{As}$  - Tensão inicial de transformação martensita demaçada em austenita.

$\sigma_{Af}$  - Tensão final de transformação martensita demaçada em austenita.

$\theta_i$  - Ângulo que fio de SMA faz com o eixo no plano principal.

$\nu$  - Coeficiente de Poisson.

$\Psi$  - Matriz Modal.

$\Omega$  - Velocidade de rotação do eixo.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>2</b>
1.1	Contextualização do Estudo . . . . .	2
1.2	Contribuições do Estudo . . . . .	4
1.3	Objetivos do Estudo . . . . .	5
1.4	Organização da Dissertação . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Ligas de SMA: Fundamentação Teórica</b>	<b>7</b>
2.1	Transformação de Fase nas Ligas de SMA . . . . .	7
2.1.1	Efeito Memória de Forma . . . . .	9
2.1.2	Efeito Pseudoelástico . . . . .	11
2.2	Modelo Constitutivo das Ligas de Memória de Forma . . . . .	14
2.2.1	Modelo Constitutivo de Brinson . . . . .	14
2.2.2	Diagrama de Fases . . . . .	16
2.2.3	Modelo de Brinson Modificado . . . . .	18
2.2.4	Propriedades Termomecânicas da SMA . . . . .	19
2.3	Aplicação de SMAs na Dinâmica de Rotação . . . . .	20
<b>3</b>	<b>Modelo de Rotores</b>	<b>30</b>
3.1	Modelagem de Rotores Flexíveis . . . . .	30
3.2	Disco . . . . .	31
3.3	Eixo . . . . .	34
3.4	Força de Desbalanceamento . . . . .	39
3.5	Força de Sustentação nos Mancais . . . . .	40
3.6	Equação do Movimento . . . . .	41

<b>4</b>	<b>Metodologia</b>	<b>43</b>
4.1	Bancada de Testes . . . . .	43
4.1.1	Componentes da Bancada . . . . .	44
4.1.2	Modelo da Bancada em Elementos Finitos . . . . .	46
4.2	Utilização dos Fios de SMA . . . . .	47
4.2.1	Fios de SMA aplicados no Mancal do Rotor . . . . .	48
4.2.2	Fios de SMA Aplicados nos Discos do Rotor . . . . .	52
<b>5</b>	<b>Resultados e Discussões</b>	<b>65</b>
5.1	Fios de SMA no Mancal . . . . .	66
5.2	Fios de SMA nos Discos do Rotor . . . . .	70
<b>6</b>	<b>Conclusões</b>	<b>74</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>75</b>

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Contextualização do Estudo

A dinâmica de máquinas rotativas é um campo que apresenta aplicações em diversos setores da indústria, como, por exemplo, em usinas hidrelétricas, nucleares, indústrias aeroespaciais, petroquímica, motores de aviões, turbocompressores, turbinas a gás e a vapor para a produção de energia elétrica, entre outras. Sendo assim, devido a sua vasta aplicabilidade, apresenta-se a importância do estudo da dinâmica de rotação.

Devido à demanda de produção, ao nível de exigência e as condições de operações críticas em que essas máquinas são submetidas, é importante o estudo, assim como o aprimoramento, das técnicas de controle das amplitudes de vibração desses rotores. Visto que essas máquinas não estão livres de defeitos e cruzam velocidades críticas durante a operação, amplitudes indesejáveis são alcançadas, reduzindo, conseqüentemente, a vida útil do equipamento (MAHFOUD et al., 2009).

Além disso, paradas bruscas e interrupções não programadas dos equipamentos levam a perdas econômicas, incluindo riscos para vidas humanas (SMALLEY; MAUNEY et al., 1997). Desta forma, técnicas de controle de vibrações podem ser aplicadas com o propósito de atenuar as amplitudes de vibração em eixos rotativos, sejam da forma ativa, passiva ou semiativa.

De forma geral, o controle ativo de vibrações é caracterizado pela necessidade da aplicação de energia no sistema, possuindo alto custo de implementação, podendo citar como exemplo, o controle com mancais magnéticos. Por outro lado, as técnicas passivas utilizam princípios de modificações das características dinâmicas do sistema, tais como:

massa, rigidez e amortecimento (SALDARRIAGA, 2007). Essas técnicas não demandam o fornecimento de energia para a atenuação de vibrações, podendo citar como exemplos os materiais viscoelásticos e os absorvedores dinâmicos de vibrações.

Já o controle semiativo baseia-se no fato de utilizar a energia de uma fonte externa com a finalidade de mudar os parâmetros dinâmicos para o controle das amplitudes de vibração, realizando um controle indireto (CAVALINI JR et al., 2011). Esse método é vantajoso, pois permite a atenuação das amplitudes de vibração de forma eficiente e com menor consumo de energia. Técnicas semiativas podem ser aplicadas utilizando os chamados materiais inteligentes como atuadores, pois estes materiais possuem a capacidade de se adaptarem às diferentes condições de trabalho impostas.

De acordo com Worden, Bullough e Haywood (2003), as ligas de memória com forma (SMA do inglês: *Shape Memory Alloys*) são uma categoria de material inteligente, assim como os materiais piezoelétricos, os fluidos magnetoreológicos e eletroreológicos, os polímeros eletroativos, entre outros. Neste contexto, a motivação desse trabalho é o estudo de uma técnica para controle semiativo utilizando SMAs.

Lagoudas (2008) afirma que as SMAs possuem alta densidade de energia específica de atuação, ou seja, apresentam maior capacidade de trabalho por unidade de volume em comparação com outros materiais inteligentes. Portanto, são consideradas atuadores eficientes para a redução das amplitudes de vibração. Uma característica relevante é que as SMAs exibem resposta em baixa frequência. Para aplicações em que as frequências de atuação são mais altas, recomenda-se outra classe de SMAs denominadas SMAs magnéticas.

As SMAs apresentam duas propriedades relevantes, a memória de forma e a pseudoelasticidade (também conhecida por superelasticidade). De forma resumida, o efeito memória dá-se quando a liga é submetida a um carregamento em baixas temperaturas, sendo capaz de recuperar a sua forma original quando aquecidas. O efeito da superelasticidade ocorre quando a liga é sujeita a um ciclo de carregamento mecânico em temperaturas mais altas e recupera a sua forma no descarregamento (OTSUKA; WAYMAN, 1998).

A dissipação de energia ocorre durante a deformação elástica dessas ligas, que podem ser deformadas em até 8% sem apresentar deformações plásticas (LAGOUDAS, 2008). Materiais metálicos tradicionais possuem deformação elástica limitada em cerca de 1%. Portanto, as SMAs podem ser amplamente aplicadas em setores industriais, como aeroes-

pacial, automotiva, biomédica, válvulas e atuadores para exploração de petróleo (PATIL; SONG, 2017), entre outros campos.

Neste contexto, o objetivo dessa dissertação é aplicar as SMAs em diferentes posições de uma máquina rotativa, buscando minimizar as amplitudes de vibração laterais provenientes do desbalanceamento. Desta forma, será analisada a capacidade de controle das SMAs aplicadas nos mancais e nos discos da máquina analisada, separadamente. Essa associação é válida, pois combina a característica de dissipação de energia das SMAs com a necessidade de atenuar vibrações laterais em rotores.

## 1.2 Contribuições do Estudo

As pesquisas relacionadas a dinâmica de rotações no LMEst (Laboratório de Mecânica de Estruturas) vêm crescendo no decorrer dos últimos anos. Contudo, o estudo de rotores flexíveis com a aplicação de ligas de memória de forma para fins de controle e atenuações de vibrações encontra-se em fase inicial na Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia.

Alves (2015) com sua tese foi o pioneiro na instituição e abordou uma linha numérica e experimental com a aplicação de fios de sma em mancais de máquina rotativa, em que o autor realizou os testes em uma bancada construída na universidade *Danmarks Tekniske Universitet* (DTU) na Dinarmaca e avaliou os efeitos de controle da liga apenas na direção horizontal. Para a modelagem termomecânica dos fios, o autor utilizou o modelo de Brinson. Além disso, Alves (2015) projetou uma bancada experimental de rotor flexível que possibilita a aplicação de fios de SMA em um dos mancais para o LMEst.

Braga (2018) construiu a bancada projetada por Alves (2015) com fios de SMA dispostos ao longo das direções horizontal e vertical de um dos seus mancais, possibilitando o controle em ambas as direções. Neste contexto, esta dissertação de mestrado dará sequência aos trabalhos de doutorado realizados por Alves (2015) e Braga (2018), de forma a simular numericamente os fios de SMA aplicados ao mancal ao longo das direções horizontal e vertical, proporcionando também o controle em ambas as direções. Além disto, o comportamento termomecânico do fio de SMA nessa presente dissertação é representado segundo o modelo de Brinson.

## 1.3 Objetivos do Estudo

O presente trabalho de dissertação visa aplicar as SMAs em diferentes posições de uma máquina rotativa buscando maximizar a atenuação das suas amplitudes de vibração. Desta forma, será analisada a capacidade de controle das SMAs aplicadas nos mancais e, posteriormente, nos discos do rotor. Para tal procedimento são listados os Objetivos:

- Modelar o comportamento de SMAs de acordo com o modelo constitutivo de Brinson;
- Adaptar o código computacional das SMAs com o código do rotor para integrar o comportamento dinâmico da máquina rotativa em estudo com o comportamento termomecânico do material inteligente;
- Avaliar numericamente a aplicação dos fios de SMA nos mancais e discos de um rotor;

## 1.4 Organização da Dissertação

Essa dissertação conta com 6 capítulos e as referências bibliográficas que serão divididos da seguinte forma. O capítulo 1 apresenta a contextualização do estudo, as motivações e seus objetivos.

O capítulo 2 contém uma revisão bibliográfica dos principais trabalhos baseados na utilização de ligas de memória com forma aplicadas, na dinâmica de rotação. Além disso, contempla os conceitos básicos sobre as SMAs apresentando também os modelos matemáticos constitutivos da literatura que podem ser usados para descrever o comportamento físico termo-mecânico desse material inteligente.

O capítulo 3 contempla a formulação das matrizes elementares que constituem o modelo matemático em elementos finitos do sistema rotativo considerado. De forma sucinta, esse modelo considera as matrizes de massa, rigidez, amortecimento, efeito giroscópico, gravidade, desbalanceamento, entre outros.

O capítulo 4 mostra a configuração da bancada utilizada como referência para essa dissertação, assim como suas propriedades e características dinâmicas. Além disso, é apresentada a metodologia adotada em duas maneiras distintas para aplicação de fios de SMA em uma máquina rotativa flexível com o objetivo de atenuar suas amplitudes

de vibração. A primeira corresponde em aplicar os fios de SMA em um dos mancais do rotor. Já a segunda aplicação fundamenta-se na utilização de SMAs nos discos.

O capítulo 5 mostra os resultados numéricos obtidos considerando as duas aplicações distintas apresentadas no capítulo 4.

O capítulo 6 discorre sobre as conclusões e apresenta algumas sugestões para o desenvolvimento futuro e novas abordagens. Na sequência são apresentadas as referências bibliográficas utilizadas nessa dissertação.

# Capítulo 2

## Ligas de SMA: Fundamentação Teórica

A história da descoberta das ligas que apresentaram memória de forma e/ou efeito pseudoelástico começou em 1932 com liga Au-Cd (OTSUKA; WAYMAN, 1998). Posteriormente, Greninger e Mooradian (1938) descobriram as ligas de Cu-Zn. Em 1962, no laboratório de Material Bélico Naval nos EUA (NOL do inglês: *Naval Ordnance Laboratory*), descobriram a liga constituída de níquel e titânio. Como referência as iniciais das ligas e do laboratório, denominou-se de liga de Nitinol (BUEHLER; WANG, 1968).

As ligas Nitinol oferecem um grande potencial de aplicação devido a suas propriedades e sua maior resistência a corrosão se comparados a outros materiais. Possuem um baixo custo associado e baixa condutividade elétrica. Assim, essas ligas vêm sendo estudadas e exploradas em diversas aplicações de engenharia (LAGOUDAS, 2008; SMITH, 2005).

Assim, este capítulo apresenta de forma sucinta o comportamento termomecânico das ligas de SMA, assim como as aplicações de SMAs em máquinas rotativas.

### 2.1 Transformação de Fase nas Ligas de SMA

SMAs apresentam em seu diagrama de fases metalúrgicas duas fases sólidas estáveis com estruturas e propriedades diferentes de acordo com a temperatura de trabalho  $T$ . Essas ligas possuem um comportamento termomecânico capaz de provocar mudanças entre austenita e martensita e vice-versa (fases sólidas e estáveis da liga em diferentes temperaturas), sendo, portanto considerada um material inteligente.

Existem quatro temperaturas principais associadas ao processo de transformação de fases dessas ligas, sendo:  $A_s$  (temperatura inicial de formação da austenita),  $A_f$  (tempera-

tura final de formação da austenita),  $M_s$  (temperatura inicial de formação da martensita) e  $M_f$  (temperatura final de formação da martensita). A fase austenítica é estável quando  $T > A_f$ , e a fase martensítica é estável quando  $T < M_f$ .

De acordo com Otsuka e Wayman (1998), a fase austenítica é caracterizada por apresentar-se em altas temperaturas e uma estrutura geralmente cúbica de natureza dura. Por outro lado, a martensita apresenta-se em baixas temperaturas e é caracterizada por ser uma estrutura cristalina monoclinica, tetragonal ou ortorrômbica, de natureza dúctil e com pouca simetria. Além disto, a fase martensítica tem maior mobilidade atômica. Por isso, apresenta maiores níveis de amortecimento e menor rigidez. Já a austenita, possui um comportamento inverso, menor mobilidade, conseqüentemente, menores níveis de amortecimento e maior rigidez.

A transformação direta, ou martensítica, caracteriza-se pela transformação de austenita em martensita. Formam-se cristais que podem ter direções de orientação diferentes, chamada de variante. Para uma liga NiTi, pode-se chegar a 24 variantes agrupadas em dois grupos, martensita maclada e martensita demaclada (LAGOUDAS, 2008).

A transformação reversa, ou austenítica, representa a transição de martensita em austenita. A transformação de uma fase na outra ocorre pela distorção da rede e não por difusão dos átomos, sendo que essa transformação adifusional responsável pelas propriedades de superelasticidade e pelo efeito memória de forma.

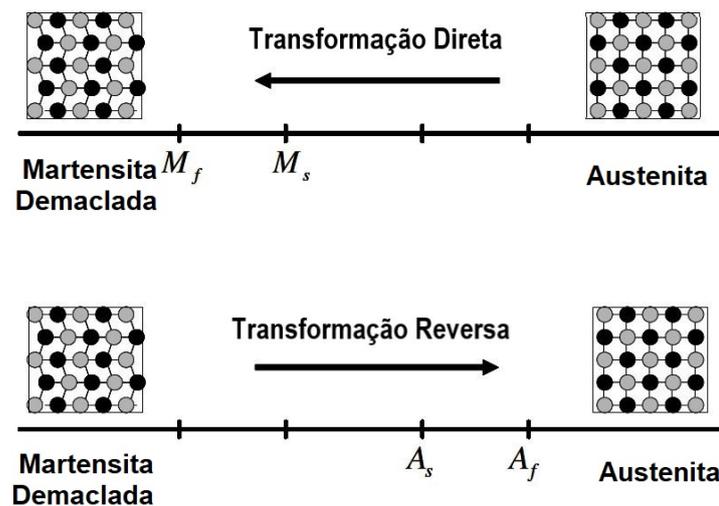


Figura 2.1: Transformações de fases induzidas por temperatura na ausência de cargas aplicadas. Adaptado de Lagoudas (2008).

A martensita maclada ( $M_t$ ) é formada apenas com variação de temperatura, portanto sendo livre de tensões. Além disso, essa fase é caracterizada por uma estrutura cristalográfica constituída pela combinação de variantes auto-acomodadas, em que não ocasiona assim uma deformação macroscópica. Já a martensita demaçada ( $M_d$ ), ou reorientada, é induzida por tensão. Neste caso, uma variante específica de martensita é dominante e alinha todas as outras variantes martensíticas ao longo de uma direção predominante, associando assim uma deformação macroscópica (ALVES, 2015; LAGOUDAS, 2008).

Vale ressaltar que as transformações de fases podem ser induzidas termicamente ou através da aplicação de uma carga mecânica suficientemente alta no material na fase austenítica. A Fig. 2.1 mostra uma representação esquemática da estrutura cristalina de cada fase. Além disso, exemplifica essas transformações mencionadas.

### 2.1.1 Efeito Memória de Forma

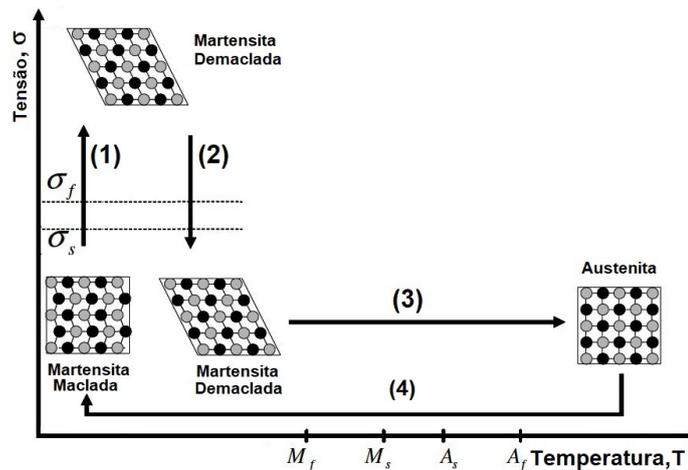


Figura 2.2: Ilustração do efeito memória de forma de uma SMA. Adaptado de Lagoudas (2008).

A Fig. 2.2 ilustra o efeito memória de forma de uma SMA. Para baixas temperaturas ( $T < M_f$ ), se uma carga mecânica for aplicada no material que se encontra na fase de martensita maclada, ocorre uma reorientação das variantes formando a martensita demaçada, como mostrado em (1). A carga aplicada deve ser grande suficiente para iniciar o processo de formação de martensita demaçada, em que  $\sigma_s$  representa a tensão mínima para a ocorrência desse fenômeno. Já  $\sigma_f$  representa a tensão em que essa transformação é completada, ou seja, a partir desse ponto toda a martensita maclada é transformada em demaçada.

Esse processo resulta em uma mudança de forma macroscópica, em que a configuração deformada é mantida mesmo com a liberação da carga, conforme mostrado em (2). Em (3) é possível observar que com o aquecimento da SMA acima da temperatura de  $A_f$  acarreta a transformação de martensita demaçada em austenita (transformação reversa), chegando-se a recuperação completa da forma da SMA. Em seguida, o resfriamento da austenita formada a uma temperatura abaixo de  $M_f$  leva a formação de martensita maclada novamente sem nenhuma alteração de forma associada, como mostra o processo indicado em (4). O processo descrito chama-se efeito de memória de forma.

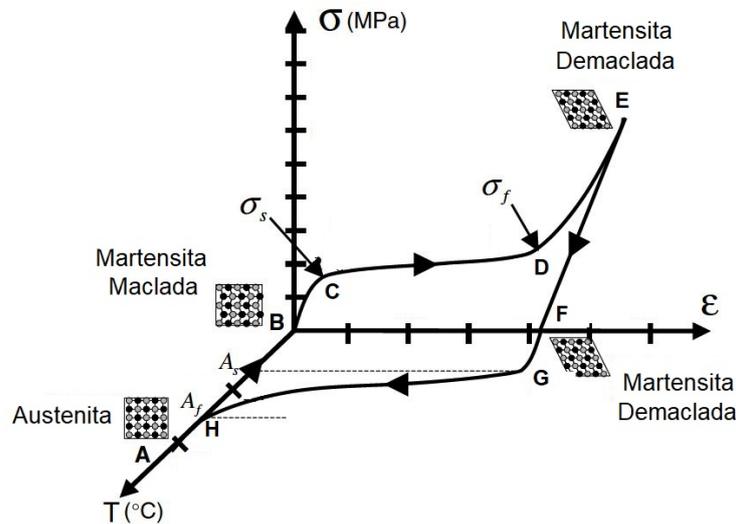


Figura 2.3: Diagrama tensão-deformação-temperatura de uma SMA que exibe o efeito memória de forma. Adaptado de Lagoudas (2008).

Esse fenômeno pode ser explicado de forma detalhada no diagrama tensão-deformação-temperatura apresentado na Fig. 2.3. Partindo do ponto A em que o material encontra-se na fase austenítica (altas temperaturas), o resfriamento em temperatura abaixo de  $M_s$  e  $M_f$  na ausência de carga aplicada resultam na transformação da austenita em martensita maclada (transformação direta), representado no diagrama pelo ponto B.

Em seguida, com a aplicação de tensão no material com pouca variação da temperatura, a liga apresenta um comportamento aproximadamente linear elástico, região compreendida entre o ponto B e C. No ponto C, inicia-se o processo de reorientação das variantes, formando a martensita demaçada, caracterizado por um platô, correspondendo a uma pequena variação da tensão em relação a grande variação da deformação, finalizando no ponto D.

Em D, a liga volta a ter um comportamento praticamente linear até o ponto E. No ponto E, antes da liga atingir a tensão de escoamento, o material é descarregado elasticamente até o ponto F, que não provoca nenhuma alteração de fase, ou seja, a SMA permanece com uma estrutura cristalina 100% de martensita demaçada, ocorrendo uma recuperação elástica parcial da forma do material. No ponto F, apesar de o material estar livre da ação de tensões como no ponto B, a estrutura cristalina é diferente, pois a reorientação da martensita ocorre apenas no carregamento da liga e não no seu descarregamento. Assim, quando a tensão é zero, o material retém a deformação obtida no platô (entre os pontos C e D). Em escala macroscópica, visualiza-se uma aparente deformação plástica.

Posteriormente, para que o material recupere a sua forma original, deve ser aplicado um carregamento térmico. Portanto, a partir do ponto F na ausência de tensão, a liga é aquecida até a temperatura alcançar  $A_s$  (ponto G) em que se inicia a transformação reversa. A transformação é finalizada no ponto H quando a temperatura atinge  $A_f$ . Nessa transformação reversa (compreendida entre os pontos G e F), martensita demaçada é transformada em austenita. A forma do material é idêntica ao ponto inicial A, obtendo-se assim uma completa recuperação da deformação da liga. Portanto, ao final do ciclo (ponto H), a liga apresenta as mesmas condições de tensão-deformação-temperatura do início do ciclo. Segundo Lagoudas (2008), essa deformação recuperada na transformação reversa é denominada de deformação residual ( $\epsilon_R$ ).

## 2.1.2 Efeito Pseudoelástico

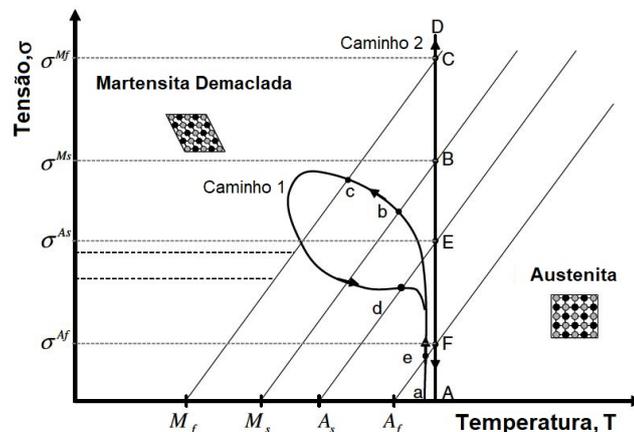


Figura 2.4: Diagrama de fases exemplificando os dois caminhos possíveis para o efeito pseudoelástico. Adaptado de Lagoudas (2008).

O comportamento pseudoelástico das SMAs, conhecido também por superelástico, está associado a transformação de fases induzida pela tensão, que gera uma deformação com o carregamento. Na sequência, tem-se a recuperação do formato original após o descarregamento em temperaturas superiores a  $A_f$ . Esse comportamento só é observado quando a estrutura cristalina é 100% austenítica, como mostra a Fig. 2.4.

O ciclo termomecânico normalmente inicia-se em temperaturas superiores a  $A_f$ , para que se tenha austenita estável. Em seguida, esse material austenítico é sujeito a uma carga mecânica de tal forma que ocorra a transformação direta, ou seja, a austenita se transforma em martensita demaçada induzida por tensão. Essa transformação produz uma mudança na forma do material. Em seguida, se a temperatura estiver acima de  $A_f$ , tem-se uma recuperação da forma do material no descarregamento da martensita demaçada, ocorrendo a transformação reversa. Na volta da fase austenítica, tem-se um retorno ao estado zero de tensão-deformação.

É importante ressaltar que o ciclo do efeito termomecânico pode acontecer em condições isotérmicas, como observado no caminho 2 (A → B → C → D → E → F → A), ou sob variação da temperatura, como apresentado no caminho 1 (a → b → c → d → e → a). No caminho 1, observa-se que com o resfriamento no carregamento tem-se a formação de martensita demaçada. Já com o aquecimento no descarregamento, é obtida a recuperação da forma original da liga.

A Fig. 2.5 mostra o diagrama tensão-deformação contemplando a deformação resultante do efeito pseudoelástico considerando o caminho 2 indicado na Fig. 2.4, ou seja, considera-se uma temperatura nominal constante acima de  $A_f$  para todo o ciclo.

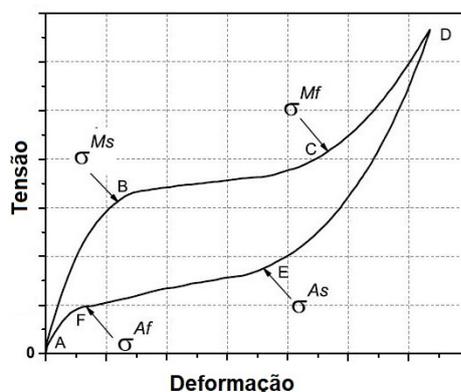


Figura 2.5: Diagrama tensão-deformação mostrando o efeito pseudoelástico sem variação da temperatura. Adaptado de Lagoudas (2008).

O ponto A encontra-se na fase austenítica e, submetendo uma carga mecânica, ocorre uma deformação elástica no material entre os pontos A e B. Do ponto B em diante, quando  $\sigma$  atinge  $\sigma_{M_s}$ , inicia-se a transformação da austenita em martensita demacada induzida por tensão. Essa transformação finaliza quando o carregamento atinge  $\sigma_{M_f}$ , indicado pelo ponto C. A partir desse ponto, o aumento contínuo da tensão não provoca alteração da fase, acarreta apenas deformação elástica na martensita demacada formada (processo compreendido entre C e D). Em seguida, com a liberação gradual da carga, quando a tensão atinge  $\sigma_{A_s}$ , inicia-se a transformação reversa. O fim do ciclo é quando a tensão atinge  $\sigma_{A_f}$ , finalizando a transformação da liga em austenita e a recuperação completa de sua forma. O ciclo resulta em uma histerese, que, no espaço  $\sigma - \epsilon$ , representa a energia dissipada no ciclo de transformação. Além disso, vale ressaltar que se o material estiver acima da temperatura  $M_s$  e abaixo de  $A_f$ , tem-se apenas uma recuperação parcial da forma.

De forma comparativa, é possível notar as semelhanças e diferenças entre os efeitos característicos das SMAs. A depender da aplicação, um efeito é mais interessante que o outro. O efeito memória pode ser observado em menores temperaturas, o ciclo passa por três microestruturas distintas e tem-se uma grande deformação recuperada no aquecimento do material. O efeito pseudoelástico ocorre em temperaturas maiores, passa apenas por duas microestruturas diferentes, e a restituição da deformação inicial do material é através do relaxamento da tensão. A Fig. 2.6 exemplifica os efeitos mencionados.

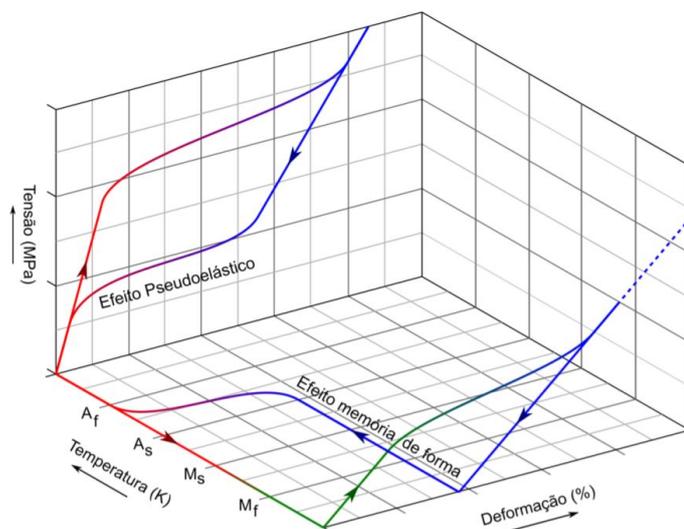


Figura 2.6: Diagrama esquemático da transformação de fases induzida pela temperatura na presença de tensão mecânica. Adaptado de Silva (2018).

## 2.2 Modelo Constitutivo das Ligas de Memória de Forma

Desde 1980, existem muitos estudos acerca da modelagem de SMAs com foco nas transformações de fase induzidas por carregamento e temperatura, a reorientação da martensita e os efeitos cíclicos (AURICCHIO; TAYLOR; LUBLINER, 1997). Os modelos propostos para representar o comportamento de SMAs podem ser classificados como microscópicos, macro ou micro-macro.

Os micromodelos têm como objetivo descrever as características de microescala, como nucleação e movimento das interfaces. As abordagens macroscópicas consideram os aspectos termomecânico fenomenológicos e, em geral, são adequados para uso em métodos numéricos (CISSE; ZAKI; ZINEB, 2016). Os modelos micro-macro combinam micromecânica e mecânica contínua macroscópica para determinar as leis constitutivas do material. Esses apresentam boas previsões e, devido à demanda computacional, tornam-se inviáveis para aplicações de engenharia.

Tanaka e Nagaki (1982) foram os pioneiros em estabelecer um modelo macroscópico para SMAs, descrevendo as transformações de fases termoplásticas para carregamentos uniaxiais. Devido às restrições deste modelo, Tanaka (1986) estendeu seu trabalho para caracterizar as funções de endurecimento (*hardening*) de forma exponencial. As funções de endurecimento fornecem o comportamento da resposta da tensão em função da deformação nas transformações de fases, sendo possível assim obter a fração de volume martensítico da liga ao longo da transformação.

O modelo proposto por Liang e Rogers (1997) é uma variação do modelo de Tanaka (TANAKA, 1986), em que a função *hardening*, ou seja, a evolução da fração martensítica, é calculada por uma função cosseno ao invés de uma função exponencial.

### 2.2.1 Modelo Constitutivo de Brinson

Neste trabalho de mestrado, o modelo proposto por Brinson (1993) foi utilizado. O modelo de Brinson se baseia nos modelos de Tanaka (1986) e Liang e Rogers (1997), empregando a lei constitutiva de Tanaka (1986) e a equação da função *hardening* de Liang e Rogers (1997). Além disso, o modelo de Brinson diferencia as fases de martensita maclada (induzida por temperatura) e demaclada (induzida por tensão). Os modelos citados anteriormente consideram apenas a martensita demaclada.

Portanto, o modelo de Brinson cumpre o objetivo de representar o efeito memória e o efeito pseudoelástico das SMAs, tornando-se assim representativo para uma larga faixa de temperatura. Além disso, Brinson (1993) afirma que seu modelo é adequado para aplicações em engenharia, pois representa os efeitos fenomenológicos e não necessita de um alto poder computacional.

Na literatura, modelos baseados em Brinson (1993) foram criados para representar matematicamente o efeito termodinâmico das SMAs. O modelo utilizado no presente trabalho de mestrado é, na realidade, o modelo de Brinson modificado, conforme apresentado por Alves (2015) e Enemark, Santos e Savi (2015). A modificação do modelo é relacionada com a função *hardening*, em que no modelo de Brinson utiliza-se uma função cosseno. Já em Alves (2015) e Enemark, Santos e Savi (2015), uma função cúbica baseada em uma curva cúbica de Bézier é utilizada por ser uma função diferenciável em todo domínio.

O modelo constitutivo de Brinson é um modelo unidimensional para SMAs que pode ser utilizado para o caso de tração e compressão. Nessa dissertação de mestrado, os fios de SMA utilizados encontram-se tracionadas, ou relaxados (tensão atuante no fio, ou seja,  $\sigma = 0$ ). Portanto, será explorado apenas o caso de tração. A equação governante do modelo de Brinson é apresentada na Eq. (2.1).

$$\sigma = E(\epsilon - \epsilon_R \xi) \quad (2.1)$$

onde  $\sigma$  é a tensão atuante,  $E$  corresponde ao módulo de elasticidade da liga de memória de forma,  $\epsilon$  é a deformação,  $\epsilon_R$  é a deformação residual (parâmetro característico do material) e  $\xi$  representa a fração volumétrica de martensita.

Os parâmetros  $E$  e  $\epsilon_R$  são obtidos experimentalmente e representam propriedades intrínsecas da liga. Adotando uma modelagem micromecânica das SMAs, tem-se a Eq. (2.2).

$$\xi = \xi_D + \xi_M \quad (2.2)$$

onde  $\xi_M$  representa a fração volumétrica de martensita maclada e  $\xi_D$  representa a fração volumétrica de martensita demaclada.

Como será explorado apenas o efeito superelástico, garante-se que à temperatura de operação é superior a temperatura final de austenitização  $A_f$ . Dessa forma, a fração volumétrica de martensita maclada  $\xi_M$  é nula e o volume total de martensita é  $\xi = \xi_D$ .

Além disso, o efeito termoelástico também é negligenciado, assim como os efeitos de mudança de volume na transformação. Assim, o módulo de elasticidade  $E$  pode ser calculado como mostrado na Eq. (2.3).

$$E(T, \sigma) = E_A + \xi(E_M - E_A) \quad (2.3)$$

onde  $E_A$  é o módulo de elasticidade da fase austenítica,  $E_M$  é o módulo de elasticidade da fase martensítica e  $T$  representa a temperatura de operação.

A deformação é dada pela Eq. (4.1), obtida a partir da Eq. (2.1) (modelo de Brinson).

$$\epsilon(T, \sigma) = \frac{\sigma}{E(T, \sigma)} + \epsilon_R[\xi(T, \sigma)] \quad (2.4)$$

## 2.2.2 Diagrama de Fases

O diagrama de fases mostrado na Fig. 2.7 ilustra as regiões de estabilidade e a transformação de fases, indicando  $C_A$  e  $C_M$  que representam respectivamente o coeficiente angular da região de transformação em austenita e o coeficiente angular da região de transformação em martensita. Esses parâmetros característicos de cada SMA e são obtidos experimentalmente.

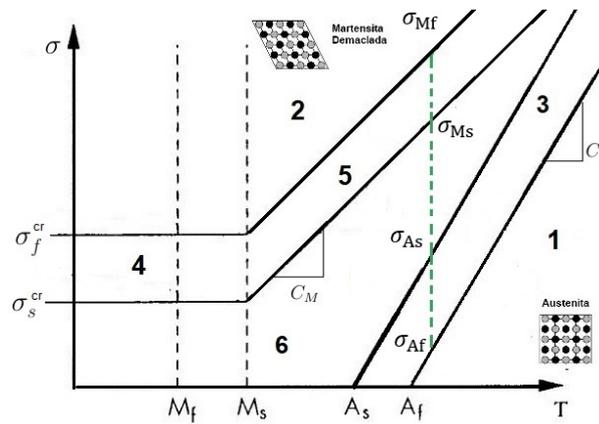


Figura 2.7: Diagrama de Fases:  $\sigma \times T$ . Adaptado de Brinson (1993).

A formulação do modelo de Brinson requer as condições das fronteiras nas regiões de transformação do diagrama de fases. Essas condições são dadas por  $\sigma_{Ms}$  (tensão inicial da região de transformação direta),  $\sigma_{Mf}$  (tensão final da região de transformação direta),  $\sigma_{As}$  (tensão inicial da região de transformação inversa) e  $\sigma_{Af}$  (tensão final da região de transformação inversa). Essas condições são definidas em função das temperaturas de

transformação, parâmetros da SMA considerada ( $C_A$  e  $C_M$ ) e da temperatura de operação ( $T$ ), conforme mostra as Eqs. (2.5), (2.6), (2.7) e (2.8).

$$\sigma_{Ms} = C_M (T - M_s) \quad (2.5)$$

$$\sigma_{Mf} = C_M (T - M_f) \quad (2.6)$$

$$\sigma_{As} = C_A (T - A_s) \quad (2.7)$$

$$\sigma_{Af} = C_A (T - A_f) \quad (2.8)$$

A seguir, são definidas as regiões de estabilidade e as de transformação (veja Fig. 2.7):

- **Austenita estável:** representada na região 1 do diagrama e é delimitada pelas condições de contorno mostradas nas Eqs. (2.9) e (2.10).

$$T \geq A_f \quad \wedge \quad \sigma \leq C_A (T - A_f) \quad (2.9)$$

$$\xi = \xi_D = 0 \quad (2.10)$$

- **Martensita demaçada estável:** representada na região 2 do diagrama e é delimitada pelas condições de contorno mostradas nas Eqs. (2.11) e (2.12).

$$T \leq M_f \quad \wedge \quad \sigma \geq C_M (T - M_f) \quad (2.11)$$

$$\xi = \xi_D = 1 \quad (2.12)$$

- **Transformação direta:** representada nas regiões 4 e 5 do diagrama, em que as condições de contorno da região 4 são mostradas na Eq. (2.13). Para a região 5, as condições de contorno são mostradas na Eq. (2.14). A Eq. (2.15) representa a fração de volume martensítico de ambas as regiões.

$$T \leq M_s \quad \wedge \quad \sigma_s^{cr} \leq \sigma \leq \sigma_f^{cr} \quad (2.13)$$

$$T \leq M_s \quad \wedge \quad \sigma_s^{cr} + C_M (T - M_s) \leq \sigma \leq C_M (T - M_f) + \sigma_f^{cr} \quad (2.14)$$

$$\xi = \xi_0 + (1 - \xi_0) f(k_f) \quad (2.15)$$

- **Transformação reversa:** representada na região 1 do diagrama e é delimitada pelas condições de contorno mostradas na Eq. (2.16). A Eq. (2.17) calcula o volume da fração martensítica na transformação reversa.

$$T \geq A_s \quad \wedge \quad \sigma \leq C_A(T - A_f) \quad \sigma \leq C_A(T - A_s) \quad (2.16)$$

$$\xi = \xi_0 f(k) \quad (2.17)$$

A região 6 indicada na Fig. 2.7 é comumente chamada de zona morta por não ocorrer nenhuma transformação nesta região (BEKKER; BRINSON, 1998).

A função  $f(k)$ , que é chamada de função de *hardening* é usada nas Eqs. (2.17) e (2.15) para o cálculo do volume de fração martensítica em suas respectivas transformações. Bekker e Brinson (1998) propuseram uma função cosseno representando a função de *hardening* para transformações diretas e reversas. Segundo o modelo de Brinson (BRINSON, 1993),  $f(k) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(\pi k)$ . Além disso, o parâmetro auxiliar  $k$  também é definido por Brinson (1993) em função da região de transformação.

### 2.2.3 Modelo de Brinson Modificado

Como mencionado, o modelo termomecânico do comportamento das SMAs utilizado nessa dissertação é baseado no modelo de Brinson com uma modificação na função de *hardening*. Enemark, Santos e Savi (2015) e Alves (2015) propuseram uma função de *hardening* igualmente não-linear baseada em uma curva de Bézier, como mostra a Eq. (2.8). Essa curva é infinitamente diferenciável e permite que a sua suavidade seja controlada de forma conveniente.

$$B(c) = \begin{Bmatrix} B_x(c) \\ B_y(c) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (3n_1 + 3n_2 - 2)c^3 - 3(2n_1 + n_2 - 1)c^2 + 3n_1c \\ -2c^3 + 3c^2 \end{Bmatrix} \quad (2.18)$$

onde os parâmetros  $n, n_1 \in (0; 1)$  controlam a curvatura da função.

A Tab. 2.1 mostra os parâmetros  $n_1, n_2, n_3$  e  $n_4$  da curva de Bézier obtidos por Alves (2015) e Enemark, Santos e Savi (2015). A Fig. 2.8 compara a função de endurecimento adotada no presente trabalho de mestrado com a curva definida pelo modelo de Brinson.

Tabela 2.1: Parâmetros da curva de Bézier. Adaptado de Enemark, Santos e Savi (2015).

$n_1^f$	$n_2^f$	$n_3^r$	$n_4^r$
0,737	0,999	0,580	0,998

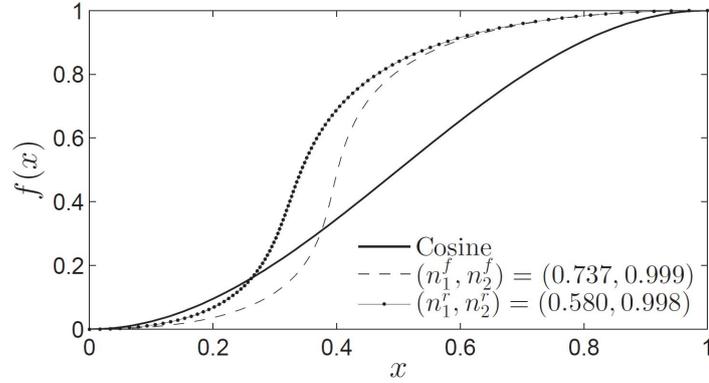


Figura 2.8: Comparação entre funções de endurecimento do tipo cossenoidal e do tipo curva de Bézier cúbica. Adaptado de Alves (2015) e Enemark, Santos e Savi (2015).

## 2.2.4 Propriedades Termomecânicas da SMA

Os parâmetros termomecânicos de SMAs são obtidos experimentalmente. A Tab. 2.2 mostra as propriedades termomecânicas da liga usada no presente trabalho de mestrado. A Fig. 2.9 mostra o diagrama de fases ( $\sigma \times T$ ) da SMA utilizada nas simulações numéricas.

Tabela 2.2: Parâmetros termomecânicos da SMA usada.

$\epsilon_R$ (%)	$C_A$ ( $\frac{MPa}{^\circ C}$ )	$C_M$ ( $\frac{MPa}{^\circ C}$ )	$E_A$ (GPa)	$E_M$ (GPa)	$A_s$ ( $^\circ C$ )	$A_f$ ( $^\circ C$ )	$M_s$ ( $^\circ C$ )	$M_f$ ( $^\circ C$ )
4,08	8,03	9,32	4,5	25,8	0,8	17,0	11,8	-6,5

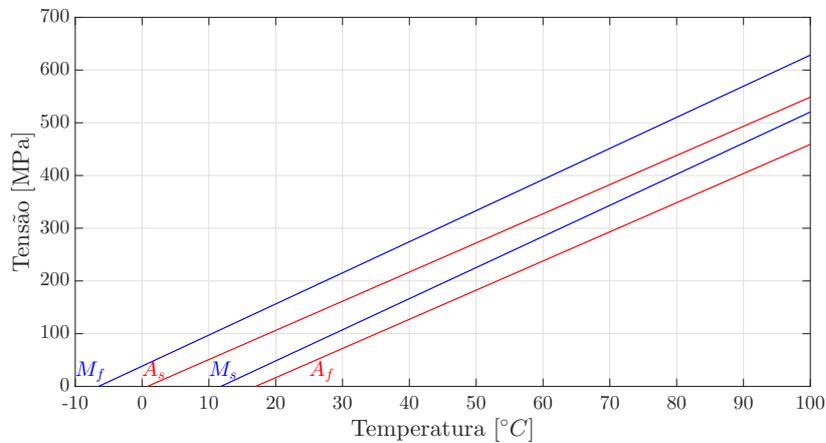


Figura 2.9: Diagrama de fases  $\sigma \times T$  SMA.

## 2.3 Aplicação de SMAs na Dinâmica de Rotação

A aplicabilidade das SMAs no controle de vibração é associada às suas características intrínsecas e propriedades, como, por exemplo, o alto amortecimento das SMAs gerado pelas transformações de fases induzidas por tensão ou temperatura. Essas transformações promovem ciclos histeréticos que levam à dissipação de energia nas SMAs.

A propriedade de rigidez diferente em baixas e altas temperaturas devido também a transformação de fases é outro exemplo que ilustra a aplicabilidade das SMAs na dinâmica de rotação. Neste caso, com as deformações causadas pelas amplitudes de vibrações as SMAs são capazes de recuperar a sua forma original, podendo ser usadas assim como atuadores ou absorvedores dinâmicos (LIANG; ROGERS, 1993).

As SMAs são muito utilizadas em controladores de sistemas dinâmicos. Nessa seção serão mostradas aplicações de SMAs em sistemas dinâmicos com foco na dinâmica de rotação.

Nagaya et al. (1987) desenvolveram um método de controle ativo de vibrações com o uso de molas de aço e molas de SMA no formato de arco acopladas no mancal de forma a variar a rigidez do rotor considerado. A mudança da rigidez foi realizada em função da temperatura, que por sua vez, alterou as frequências de ressonâncias do sistema. O esquema da bancada experimental usada e o detalhe do mancal são mostrados na Fig. 2.10.

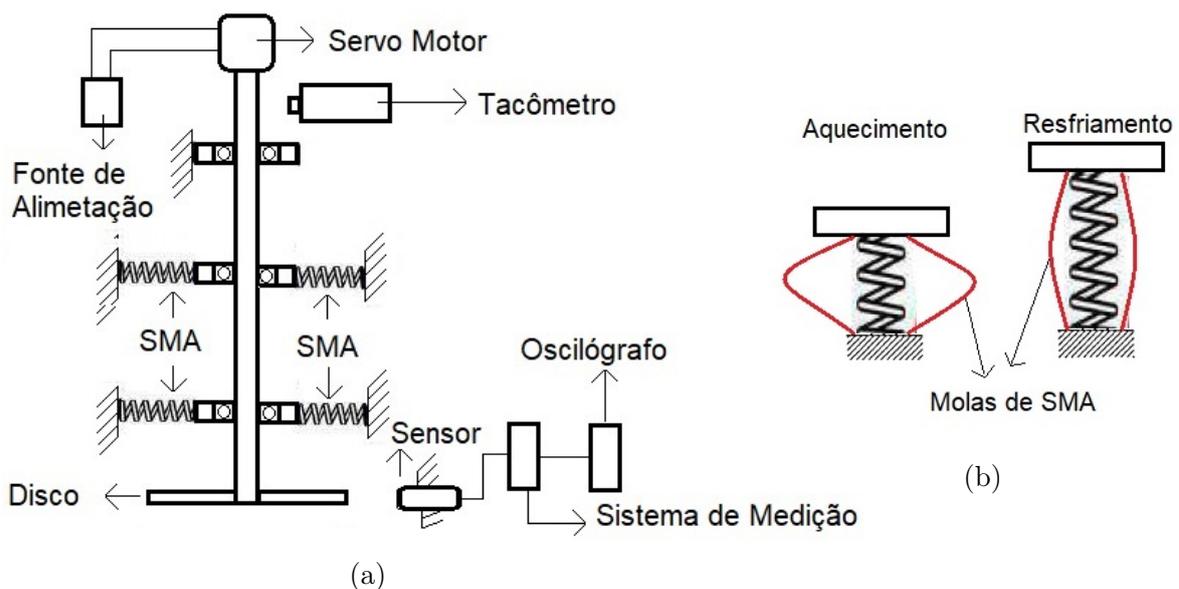


Figura 2.10: (a) Esquema do rotor com molas de SMAs nos mancais. (b) Detalhe do mancal. Adaptado de Nagaya et al. (1987).

Liu et al. (1994) abordaram um método que consiste no uso de fios de SMA fixos em um mancal hidrodinâmico para controle de vibração, dissipando energia e alterando a rigidez do sistema em função da deformação da liga (veja a Fig. 2.11). Quando o rotor acelerou, houve redução da rigidez e, em desaceleração, a rigidez aumentou. Os resultados mostraram que tanto as amplitudes de vibração quanto as forças associadas foram significativamente atenuadas com este dispositivo.

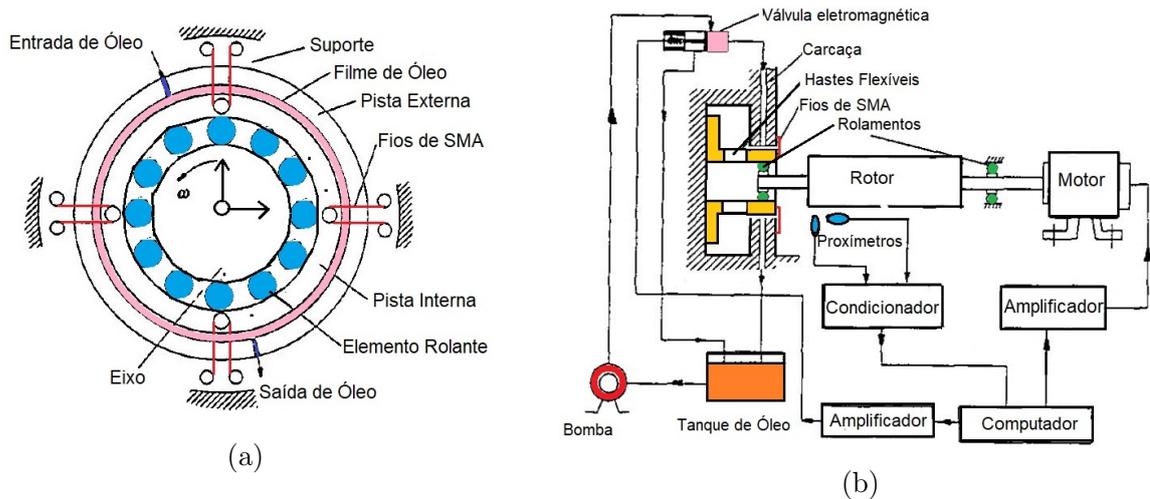


Figura 2.11: (a) Esquema do macal hidrodinâmico acoplado com fios de SMAs. (b) Esquema da bancada experimental. Adaptado de Liu et al. (1994).

Huang (1998) projetou três atuadores baseados em SMAs. O primeiro atuador (veja a Fig. 2.12a) foi projetado como um mecanismo que gerasse movimento rotacional de um eixo bi-apoiado com a finalidade de controle do ângulo de rotação do disco. A dificuldade encontrada pelo autor para esse protótipo é que o ângulo de rotação foi um limitante físico para o atuador, tornando inviável o uso de fio muito longo e um atuador com tamanho reduzido. De modo a resolver este problema, o autor desenvolveu outro atuador bidirecional polarizado usando SMAs, como mostrado na Fig. 2.12b. A adversidade encontrada nesse atuador é o atrito da liga com o aparato.

O terceiro atuador projetado por Huang (1998) trata-se de um dispositivo de duas vias que pode girar para trás e para frente a depender do aquecimento dos fios, como ilustrado na Fig. 2.12c. Em uma quarta aplicação, o autor projetou um sistema com uma barra de SMA de modo a investigar o comportamento da barra agindo como atuador (veja a Fig. 2.12d). O autor obteve bons resultados para essa aplicação. O comportamento desse atuador foi simulado com o aparato a torque constante, considerando o aquecimento, o resfriamento e temperaturas constantes.

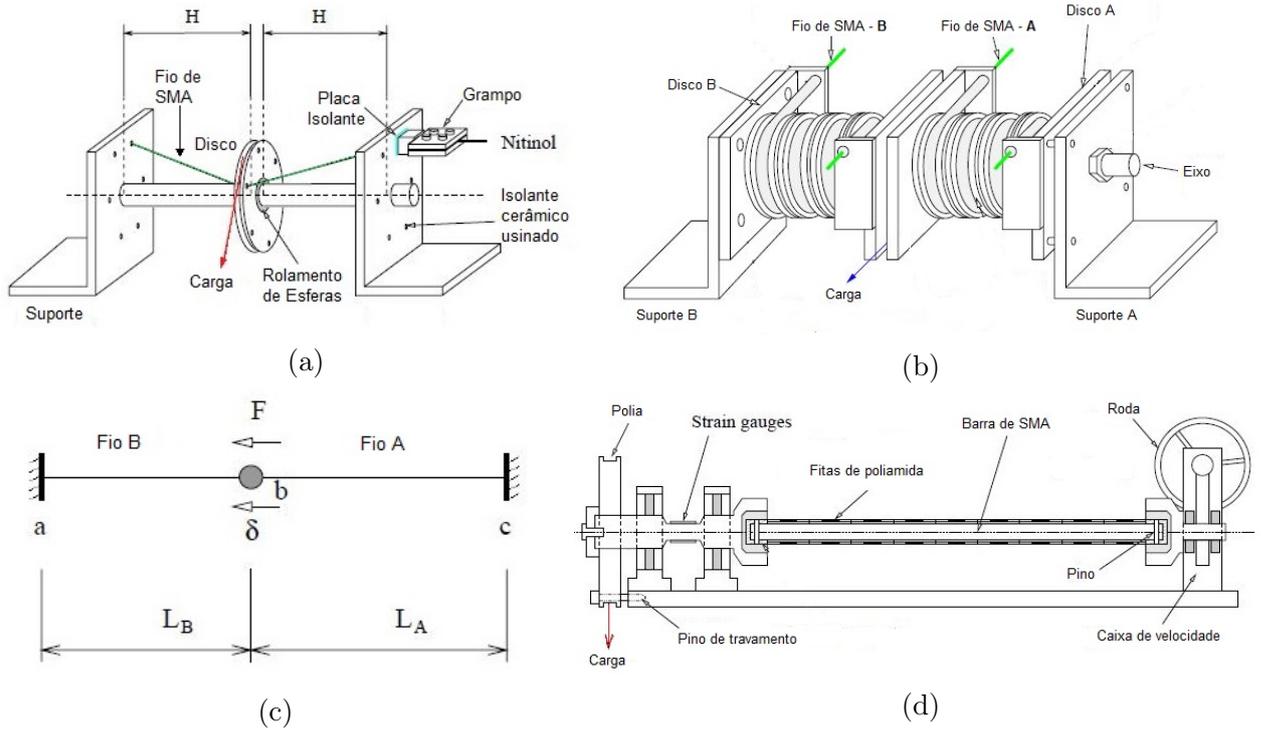


Figura 2.12: Atuador rotacional com fios de SMA.(a) Protótipo 1. (b) Protótipo 2. (c) Atuador de duas vias (Protótipo 3). (d) Barra de Nitinol como atuador (Protótipo 4). Adaptado de Huang (1998).

Nie e Yan (2000) projetaram um sistema inteligente para o controle de vibração de rotores aeronáuticos submetidos a altas velocidades. Resultados satisfatórios foram obtidos nos testes realizados com o sistema operando em velocidades críticas. Para tal feito, os autores usaram um sistema de modificação da rigidez ativo, composto por fios de SMA posicionados nas direções vertical e horizontal do rotor, duas molas, um bloco em cunha na direção horizontal e um pino na vertical, como ilustrado na Fig. 2.13.

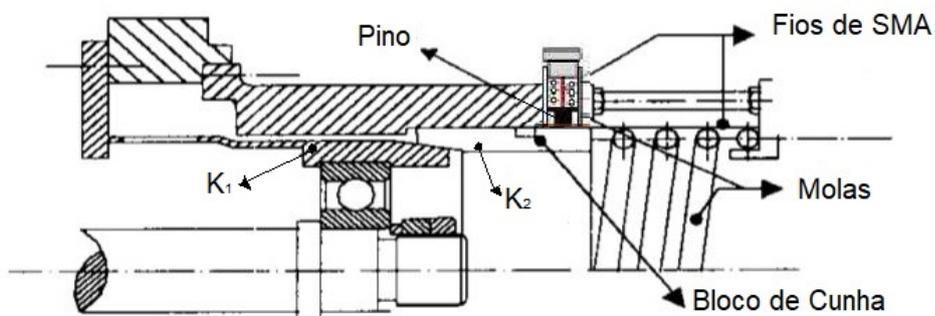


Figura 2.13: Vista da seção transversal do mancal inteligente. Adaptado de Nie e Yan (2000).

Os autores afirmam que, na posição inicial, a força das molas é maior que a dos fios, de forma que o bloco em cunha é acionado fornecendo uma rigidez  $K_3 = K_1 + K_2$  ao sistema. Na aceleração, os fios horizontais são aquecidos para puxar o bloco em cunha. Então, o pino é acionado inserindo uma ranhura no bloco e fornecendo ao sistema uma rigidez  $K_1$ . Durante a desaceleração, são os fios verticais de SMA são aquecidos e alteram a rigidez do suporte de  $K_1$  para  $K_2$ . Vale ressaltar que o aquecimento dos fios foi feito por corrente elétrica.

Žak, Cartmell e Ostachowicz (2003) desenvolveram um método para ao controle de vibrações de um rotor com dois mancais, no qual um deles é um componente ativo que compreende uma luva cilíndrica compósita com fitas de SMA. Os autores testaram diferentes configurações para a luva e as fitas de SMA, tais como a variação na espessura, quantidade de material empregado na luva e nas fitas e por fim, a classe de material empregado na luva. Os resultados obtidos mostraram alterações nas velocidades críticas do rotor, além da redução das amplitudes de vibrações do sistema.

He et al. (2006a) propuseram um mancal auto-otimizado baseado em SMAs para atenuar amplitudes de vibração de um rotor passando por velocidades críticas (veja a Fig. 2.14). Neste caso, molas de SMA são usadas para auxiliar a construção do pedestal do mancal, de forma que a rigidez do mesmo seja alterada controlando com eficiência as amplitudes de vibração. A injeção de corrente elétrica nas barras é responsável pela variação da temperatura das molas de SMA, que aumenta a rigidez do mancal. Simulações numéricas e dados experimentais foram comparados. Apesar de apresentarem algumas divergências, os resultados encontrados foram satisfatórios e comprovaram a efetividade e viabilidade do método para fins de controle de vibração.

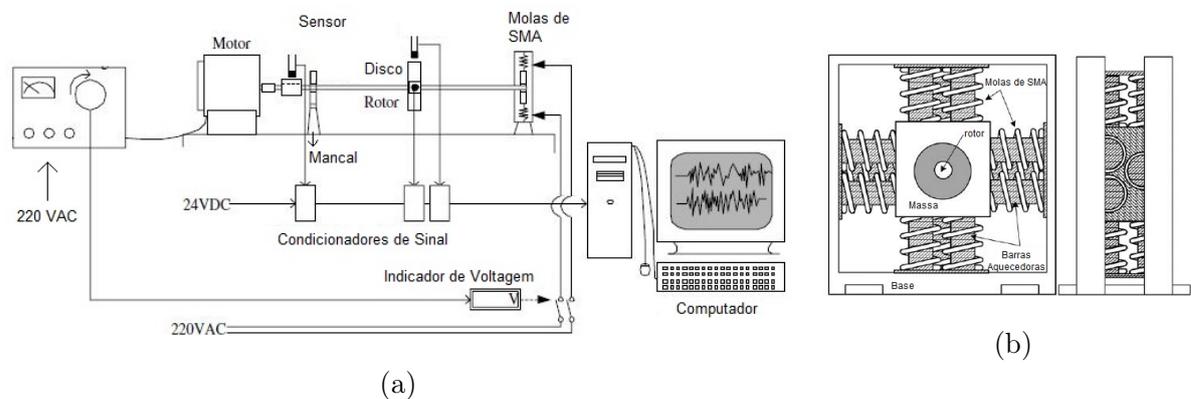


Figura 2.14: (a) Esquema e instrumentação do rotor. (b) Detalhe do mancal. Adaptado de He et al. (2006b)

Lees et al. (2007) mostrou o controle da rigidez de um mancal com rolamento de esferas e montado sobre um anel de elastômero. O controle da rigidez foi possível através do controle da pré-carga do elastômero, ou seja, e sua rigidez é controlada por um conjunto de fios de SMA. De forma geral, a carga gerada no mancal pelos fios se deu pelo aquecimento dos mesmos por efeito Joule. A Fig. 2.15 mostra o mancal utilizado, em que (1) é o anel de elastômero, (2) indica os fios de SMA, (3) mostra o eixo e (4) indica a base do mancal. Resultados numéricos e experimentais foram comparados no regime permanente e transiente, relacionando tanto o aquecimento quando o resfriamento dos fios. Assim, constatou-se a viabilidade do sistema proposto.

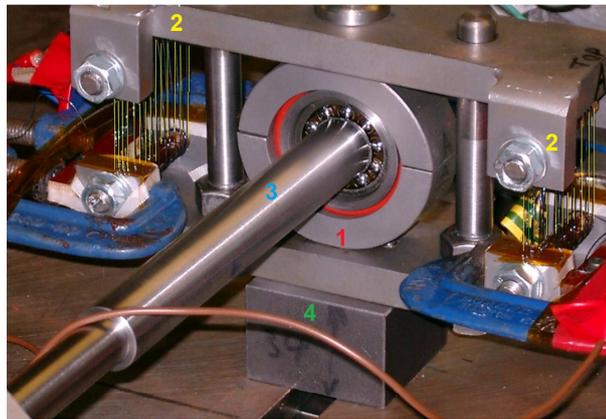


Figura 2.15: Configuração do rotor. Adaptado de Lees et al. (2007).

Silva, Mesquita e Silva (2008) se basearam no trabalho de Žak, Cartmell e Ostachowicz (2003) e realizaram o controle de vibração de forma numérica em uma máquina rotativa através da mudança de rigidez de um mancal envolvido com uma luva com SMAs.

Zhu, Wang e Xu (2009) desenvolveram um modelo baseado em análise estatística multivariada aplicado no controle de vibração de uma máquina rotativa com mancal de SMA. Os autores introduziram uma teoria não-linear histerética afim de interpretar a diferença entre a curva de carregamento e descarregamento da SMA. Além disso, aplicou-se um método de regressão múltipla com o objetivo de encontrar a relação entre tensão, deformação e temperatura. Por último, a estabilidade do rotor com controle PID foi validada. Os resultados mostraram que o modelo proposto foi capaz de descrever as curvas de tensão-deformação da liga para diferentes temperaturas.

Atepor (2009) apresentou um mancal inteligente usado para estabilizar um rotor flexível, como mostra a Fig. 2.16. O mancal é composto por um tubo de resina epóxi com

fibra de vidro engastado nas extremidades e contém um rolamento. No tubo são coladas quatro tiras de SMA dispostas assimetricamente, ligadas eletricamente em série em cada metade do tubo a uma fonte de alimentação de alta corrente. Esta fonte pode ser ligada ou desligada, conforme a necessidade do sistema. O mancal é baseado no princípio de ação antagônica, ou seja, o aquecimento de um lado provoca a contração do tubo, enquanto a outra face fica relaxada, e vice-versa. O aquecimento do sistema dá-se de forma rápida. No entanto, a desvantagem do projeto é o tempo de aquecimento ser mais rápido que o tempo de resfriamento, dado por convecção natural. Além disso, o mancal é composto por atuadores piezoelétricos que possuem como função investigar as possíveis interações não lineares do sistema.

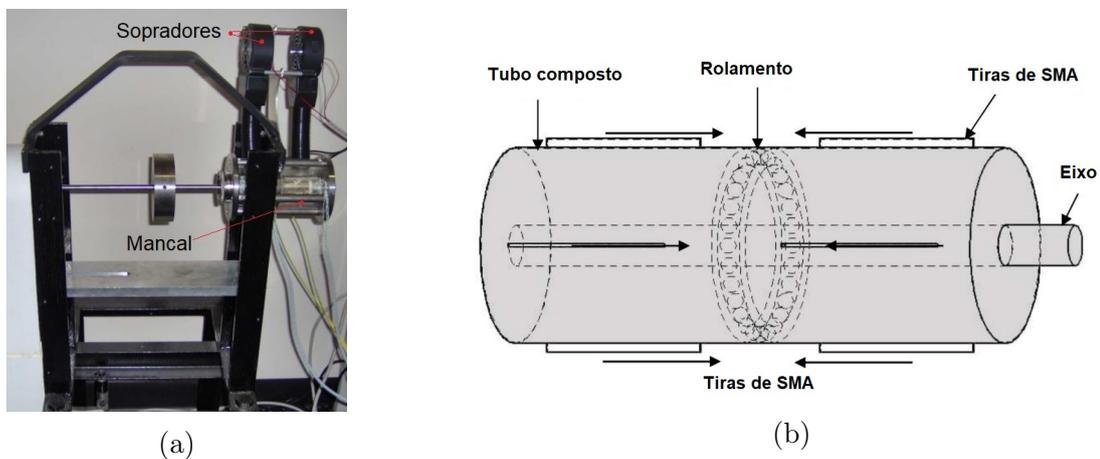


Figura 2.16: (a) Bancada experimental utilizada pelos autores. (b) Detalhe do mancal inteligente. Adaptado de Atepor (2009) e Inman et al. (2006)

Paralelamente, Inman et al. (2006) trabalharam com o mesmo sistema e adicionaram sopradores na bancada experimental também de forma antagônica, enquanto um lado é aquecido o outro é resfriado pelo soprador por ventilação forçada. Com os resultados, os autores concluíram que a proposta é válida. Um estudo acerca da melhora na taxa de resfriamento do sistema foi apresentado pelos autores.

Silva (2009) mostraram numericamente duas configurações distintas para a aplicação de SMAs, como mostra a Fig. 2.17. Para a primeira configuração, os autores utilizaram buchas de SMA em um dos mancais. Na segunda, molas foram aplicadas também em um dos mancais. O controle de vibração foi ajustado através da temperatura. Os resultados mostram a efetividade em usar SMAs no controle de vibração devido à redução das amplitudes dos deslocamentos e das modificações nas velocidades críticas da máquina analisada.

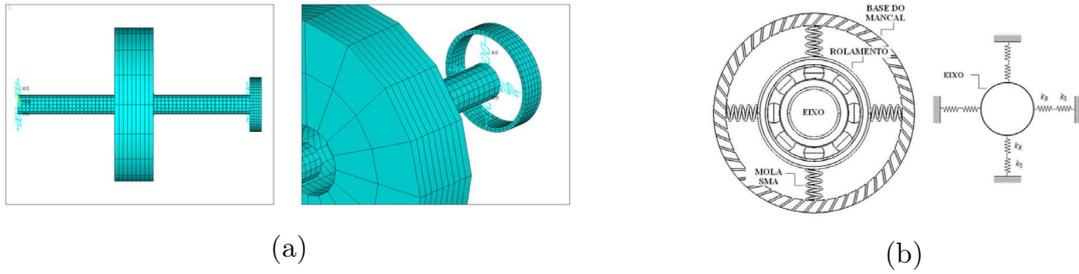


Figura 2.17: (a) Modelo em elementos finitos do mancal com luvas (Configuração 1). (b) Representação do mancal 2 com molas de SMA. Adaptado de Silva (2009).

Aravindhan e Gupta (2010) aplicaram dois materiais inteligentes nos mancais de um rotor cruzando velocidades críticas para fins de controle de vibração: SMAs e atuadores com fluido magnetorológico. Os autores realizaram simulações com aplicações individuais dos materiais e a combinação deles. A desvantagem que os autores encontraram foi no tempo de resposta da SMA, pois para ativá-las é necessário o aquecimento e, para desativar, o resfriamento. Assim, o controle não é instantâneo, principalmente o resfriamento. Além disso, o sistema adotado com SMA (baseado na alteração da rigidez do mancal) não obteve sucesso na redução das amplitudes de vibração do rotor passando por velocidades críticas.

Silva, Savi e Paiva (2013) apresentaram uma análise dinâmica não linear de um rotor *Jeffcott* considerando duas situações distintas no mancal, sendo a primeira um suporte elástico linear e a segunda uma SMA aplicada como elemento de restituição (veja a Fig. 2.18). Os autores mostraram situações em que efeitos não lineares da SMA são interessantes em respostas dinâmicas, evitando comportamentos indesejáveis. A dependência da temperatura da resposta da SMA é investigada, mostrando aspectos adaptativos desse sistema. Ademais, os resultados mostraram que a SMA reduziu as amplitudes de vibração e alteram a dinâmica do sistema.

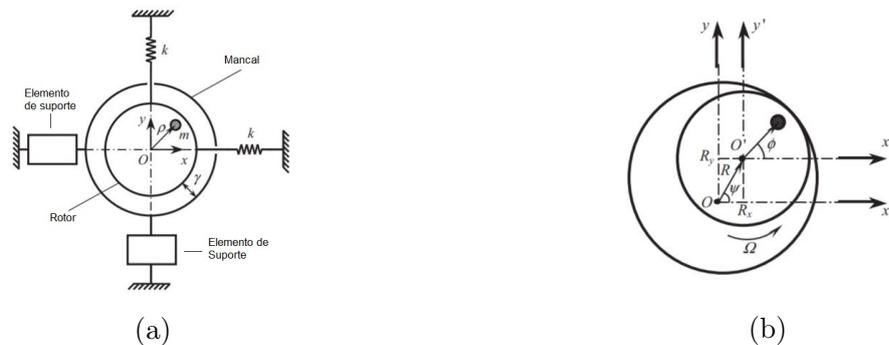


Figura 2.18: Modelo físico para o sistema de mancais do rotor (a) Posição em equilíbrio. (b) Condição fora do equilíbrio. Adaptado de Silva, Savi e Paiva (2013)

Ma et al. (2014) apresentaram um mancal com SMA (veja a Fig. 2.19), que fornece rigidez e amortecimento variáveis em função da temperatura, amplitude de vibração e frequência de excitação. No aparato experimental, o aquecimento, fornecido por um soprador térmico, causa a expansão do sistema e, conseqüentemente, o aumento da rigidez do suporte. A configuração com elementos de SMA é comparada com elementos de borracha e metal tradicionalmente usados. O desempenho mecânico do sistema proposto mostra a viabilidade do uso de SMAs para o controle ativo de vibração em dinâmica de rotação, considerando condições como, por exemplo, altas temperaturas e grandes amplitudes de vibrações. Além disso, o alto amortecimento do sistema proposto aumenta a estabilidade do rotor durante o ajuste da rigidez do suporte.

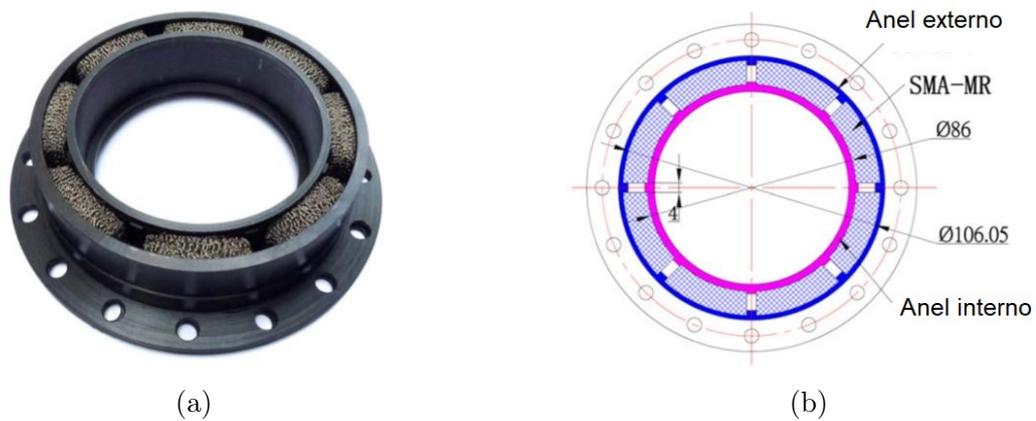


Figura 2.19: Suporte de eixo inteligente com elementos de SMA: (a) suporte do eixo. (b) seção transversal. Adaptado de Ma et al. (2014)

Enemark, Santos e Savi (2015) e Enemark e Santos (2016) investigaram experimentalmente a viabilidade da aplicação de molas de SMAs em um sistema rotativo composto por um eixo rígido e discos, mantidos verticalmente por mancais magnéticos, como é ilustrado na Fig. 2.20. Os mancais magnéticos são sustentados por molas helicoidais de SMA que são capazes de reduzir as vibrações no eixo. Os resultados obtidos mostraram que a mudança de rigidez (devido ao efeito da temperatura) e o comportamento histerético (que pode ser usado para fins de amortecimento) das SMAs alteraram o comportamento dinâmico do rotor analisado em termos das velocidades críticas e formas modais. As amplitudes de vibração foram reduzidas em, aproximadamente, 50% durante os testes de *run-up*, em comparação com a configuração do sistema sem a aplicação das SMAs. Além disso, os resultados mostraram alteração das duas primeiras velocidades críticas em até 7% através de mudança de temperatura.

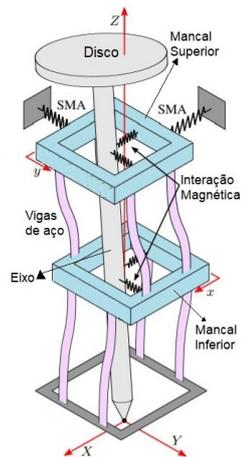


Figura 2.20: Esquema da bancada experimental. Adaptado de Enemark, Santos e Savi (2015).

Alves (2015) demonstrou numericamente e experimentalmente a efetividade dos fios de SMA aplicados apenas na direção horizontal em um dos mancais de uma máquina rotativa horizontal para o controle semiativo de vibrações. A bancada de testes experimental utilizada pelo autor é mostrada na Fig. 2.21a. Além disso, é mostrado em detalhes o mancal suspenso por fios na Fig. 2.21b.

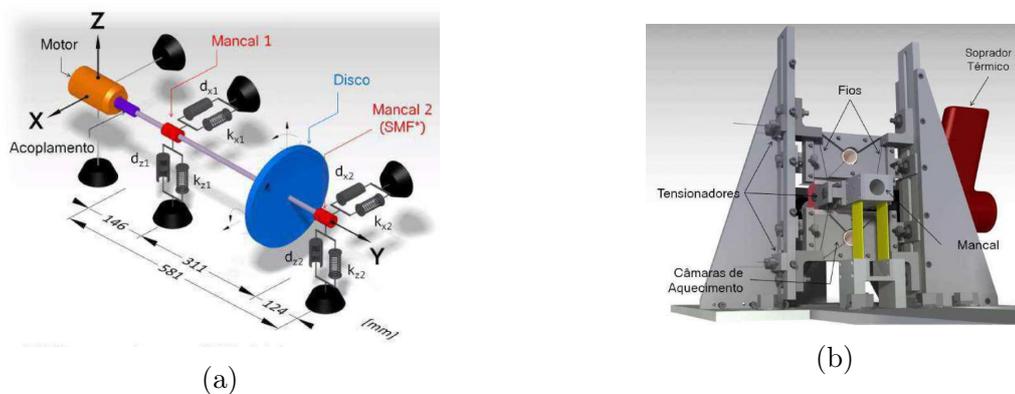
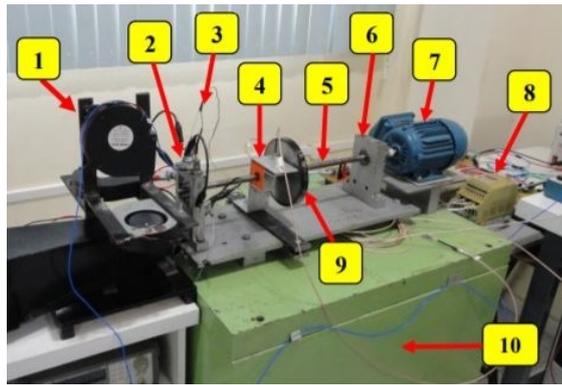
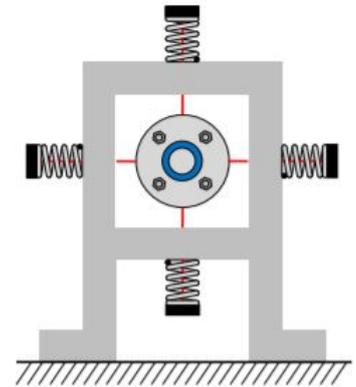


Figura 2.21: Bancada de testes experimentais. (a) Geometria do rotor. (b) Detalhe do mancal suspenso por SMA. Adaptado de Alves (2015)

Borges (2016) apresentaram a concepção de um sistema eixo-rotor com mancal ativo, em que molas de SMA foram utilizadas (veja a Fig. 2.22). O sistema de controle de temperatura das molas (que altera a rigidez do sistema) é baseado na lógica fuzzy, visando reduzir as amplitudes de vibração na passagem por velocidades críticas. Os resultados teóricos e experimentais do sistema mostraram a sua funcionalidade, sendo obtidas reduções de até 61,5% nas amplitudes de vibração e de 57,3% em termos de RMS do sinal durante a passagem pelas regiões de ressonância.



(a)



(b)

Figura 2.22: Bancada Experimental (a) (1) Sistema de resfriamento. (2) Mancal com molas de SMA. (3) Sensor de temperatura. (4) Sensor de proximidade. (5) Eixo. (6) Mancal rígido. (7) Motor elétrico.(8) Inversor de frequência. (9) Rotor. (10) Mesa inercial. (b) Esquema do mancal detalhado Adaptado de Borges (2016)

Braga (2018) construiu uma bancada experimental com fios de SMA dispostos ao longo das direções horizontal e vertical de um dos seus mancais. A máquina rotativa foi representada por um modelo de elementos finitos. Os resultados numéricos obtidos revelaram que quanto maior a temperatura do fio, menores são as amplitudes de vibrações da bancada (testes realizados entre  $30^{\circ}\text{C}$  e  $60^{\circ}\text{C}$ ). O autor afirma que o diâmetro dos fios de SMA influenciam na rigidez do sistema e pode impedir a transformação de fases da liga.

Nicoletti e Liebich (2018) aplicou numericamente fios de SMA em uma palheta de turbina eólica a fim de estudar seu efeito nas respostas de vibração sob condições operacionais. Os fios de SMA foram modelados na fase superelástica, apresentando assim um *loop* de histerese em função da tensão e temperatura. Os autores afirmam que o comportamento histerético da SMA adiciona amortecimento na estrutura. Os resultados do trabalho apontaram que fios de SMA aplicados na turbina apresenta desvantagens, pois a amplitude de excitação do perfil normal do vento não é grande o suficiente para que a palheta apresente deformação significativa para ativar a SMA.

Neste contexto, o objetivo dessa dissertação é aplicar as SMAs em diferentes posições de uma máquina rotativa, buscando minimizar as amplitudes de vibração laterais provenientes do desbalanceamento. Por fim, uma breve revisão dos modelos constitutivos das SMAs é mostrada.

# Capítulo 3

## Modelo de Rotores

Este capítulo apresenta conceitos associados ao modelo de elementos finitos de rotores flexíveis, além da equação diferencial que representa o comportamento dinâmico de grande parte destes sistemas. O desenvolvimento da formulação que será apresentada ao longo deste capítulo é baseado em Lalanne e Ferraris (1998), Imbert (1979), Hutchinson (2001) e Cavalini Jr et al. (2011).

### 3.1 Modelagem de Rotores Flexíveis

Os principais componentes de rotores flexíveis são os discos, eixos, mancais, acoplamentos e selos. Assim, esse capítulo apresenta a formulação do modelo matemático de cada um destes componentes, conforme mostrado em Lalanne e Ferraris (1998):

- **1º passo:** Cálculo das energias cinética e potencial, além do trabalho virtual, de todos os componentes do sistema. A energia total do sistema é composta pela energia cinética do disco, eixo e da massa de desbalanceamento; e pela energia de deformação do eixo. Nesse trabalho, o disco é considerado rígido, ou seja, a energia de deformação do mesmo é desconsiderada. Os coeficientes de rigidez e amortecimento dos mancais são inseridos na equação do movimento do rotor utilizando o trabalho virtual;
- **2º passo:** Utilização do método dos elementos finitos para a discretização do sistema;

- **3º passo:** Aplicação da equação de Lagrange (veja Eq. (3.1)) para determinar a equação do movimento do rotor flexível.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = F_{q_i} \quad (3.1)$$

onde  $q_i$  são coordenadas generalizadas independentes (graus de liberdade - *gdl*),  $F_{q_i}$  são as forças generalizadas e  $T$  e  $U$  representam as energias cinética e de deformação dos componentes do sistema dinâmico, respectivamente.

## 3.2 Disco

As matrizes elementares de massa, de rigidez elementar devido ao enrijecimento do sistema operando em regime transiente de velocidade, e a matriz elementar do efeito giroscópico associadas ao disco são obtidas a partir do cálculo da energia cinética. Essas matrizes são determinadas após a aplicação da equação de Lagrange na energia cinética em relação ao vetor de coordenadas generalizadas do elemento de disco.

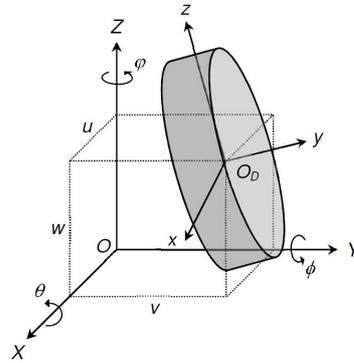


Figura 3.1: Representação esquemática do elemento de disco. Adaptado de Cavalini Jr (2013).

A Fig. 3.1 mostra um elemento de disco de massa  $m_d$  com centro de massa em  $O_D$  e seus sistemas de coordenadas. O referencial fixo é representado por  $R_0 (X, Y, Z)$  e, por sua vez, o referencial móvel  $R (x, y, z)$  é centrado no centro de massa do disco. O sistema de coordenadas móvel é relacionado com o sistema de coordenadas fixo através dos ângulos de rotação  $\theta$ ,  $\phi$  e  $\varphi$ .

A energia cinética do disco é calculada conforme a Eq. (3.2).

$$T_D = \frac{1}{2}m_D (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} (I_{D_x} \omega_x^2 + I_{D_y} \omega_y^2 + I_{D_z} \omega_z^2) \quad (3.2)$$

onde  $u$  e  $w$  são as coordenadas de  $O_D$  ao longo dos eixos  $X$  e  $Z$  (ressaltando que a coordenada  $v$  ao longo do eixo  $Y$  é constante).  $I_{D_x}$ ,  $I_{D_z}$  e  $I_{D_y}$  são os momentos de inércia de massa referentes aos eixos  $x$  e  $z$  e o momento polar de inércia do disco, respectivamente.

O vetor de velocidades angulares é definido pela Eq. (3.3).

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\varphi} \cos \theta \sin \phi + \dot{\theta} \cos \phi \\ \dot{\phi} + \dot{\varphi} \sin \theta \\ \dot{\varphi} \cos \theta \cos \phi + \dot{\theta} \sin \phi \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Considerando o disco simétrico ( $I_{D_x} = I_{D_z} = I_D$ ) e os ângulos  $\theta$  e  $\varphi$  muito pequenos, a Eq. (3.2) pode ser simplificada como mostra a Eq. (3.4).

$$T_D = \frac{1}{2}m_D (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2}I_D (\dot{\theta} + \dot{\phi})^2 + \frac{1}{2}I_{D_y} (\Omega^2 + 2\Omega \dot{\phi} \theta) \quad (3.4)$$

onde  $\Omega$  representa a velocidade de rotação do rotor.  $I_{D_y} \Omega^2$  não influencia na equação de Lagrange e  $I_{D_y} \Omega \dot{\phi} \theta$  representa o efeito giroscópico.

O vetor de coordenadas generalizadas  $\mathbf{q}_D$  do centro do disco é definido pela Eq. (3.5). Nesse caso, o elemento de disco considerado possui quatro *gdl*s, dois deslocamentos ( $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{w}$ ) e duas rotações ( $\theta$  e  $\varphi$ ).

$$\mathbf{q}_D = \begin{bmatrix} \mathbf{u} & \mathbf{w} & \theta & \varphi \end{bmatrix}^T \quad (3.5)$$

A Eq. (3.6) é obtida aplicando a Eq. (3.4) na equação de Lagrange em relação ao vetor de coordenadas generalizadas do disco  $\mathbf{q}_D$ , conforme definido na Eq. (3.5).

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_D}{\partial \dot{\mathbf{q}}_D} \right) - \frac{\partial T_D}{\partial \mathbf{q}_D} = \mathbf{M}_D \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\mathbf{w}} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} + \Omega \mathbf{C}_{gD} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{w}} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \dot{\Omega} \mathbf{K}_{Dt} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{w} \\ \theta \\ \varphi \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

onde  $\mathbf{M}_D$ ,  $\mathbf{C}_{gD}$  e  $\mathbf{K}_{Dt}$  são as matrizes de massa, do efeito giroscópico e do enrijecimento do disco devido ao regime transiente, indicadas pelas Eqs. (3.7), (3.8) e (3.9) respectivamente.

$$\mathbf{M}_D = \begin{bmatrix} m_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_D \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{C}_{gD} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{Dy} \\ 0 & 0 & I_{Dy} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{K}_{Dt} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dy} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Lalanne e Ferraris (1998) mostram três maneiras diferentes para acoplar os discos ao eixo. O modelo que será utilizado nessa dissertação, esquematizado na Fig. 3.2, é o que apresenta maior representatividade experimental. O modelo adotado assume que os discos aumentam a rigidez do eixo localmente, em que  $h_D$  representa a largura do disco; 1, 2 e 3 representam os nós de dois elementos de eixo consecutivos. Neste caso,  $\mathbf{M}_D$ ,  $\mathbf{C}_{gD}$  e  $\mathbf{C}_{Dt}$  são incluídas no nó 2.

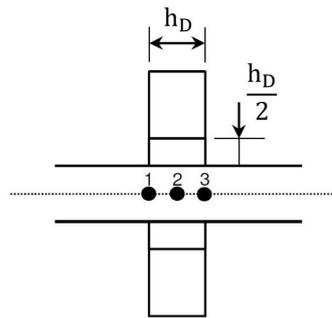


Figura 3.2: Modelo adotado para o acoplamento dos discos ao eixo. Adaptado de Lalanne e Ferraris (1998).

### 3.3 Eixo

As matrizes elementares de massa, da rigidez elementar devido ao enrijecimento do sistema operando em regime transiente de velocidade e da matriz elementar do efeito giroscópico associados ao eixo são obtidas a partir do cálculo da energia cinética do eixo. Já a matriz de rigidez é obtida a partir do cálculo da energia potencial de deformação do eixo.

- **Energia Cinética do Eixo**

O eixo é modelado usando um elemento de viga de *Timoshenko* de seção transversal circular e com diâmetro constante. A Fig. 3.3 mostra esse elemento finito de comprimento  $L$  com dois nós (1 e 2), incluindo quatro deslocamentos ( $u_1$ ,  $u_2$ ,  $w_1$  e  $w_2$ ) e quatro rotações ( $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$ ).

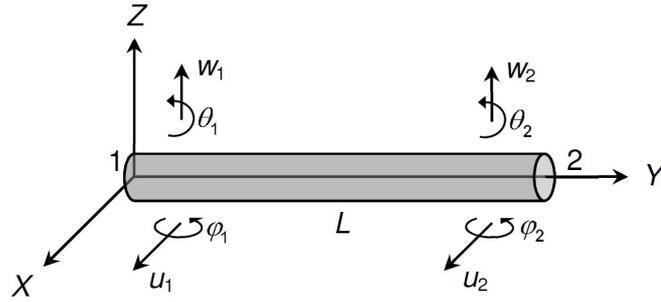


Figura 3.3: *Gdl* associados ao elemento finito que representa o eixo. Adaptado de Cavalini Jr (2013).

O vetor de *gdl*s do elemento de eixo é dado pela Eq. (3.10), o qual inclui os vetores  $\mathbf{q}_u$  e  $\mathbf{q}_w$  (Eq. (3.11) e Eq. (3.12), respectivamente), correspondendo aos movimentos nos planos  $XY$  e  $YZ$ , respectivamente.

$$\mathbf{q} = \left[ u_1 \quad w_1 \quad \theta_1 \quad \varphi_1 \quad u_2 \quad w_2 \quad \theta_2 \quad \varphi_2 \right]^T \quad (3.10)$$

$$\mathbf{q}_u = \left[ u_1 \quad \varphi_1 \quad u_2 \quad \varphi_2 \right]^T \quad (3.11)$$

$$\mathbf{q}_w = \left[ w_1 \quad \theta_1 \quad w_2 \quad \theta_2 \right]^T \quad (3.12)$$

Segundo Cavalini Jr (2013), o elemento finito de eixo é construído a partir da Eq. (3.13) e Eq. (3.14).

$$u = \mathbf{N}_1 \mathbf{q}_u \quad (3.13)$$

$$w = \mathbf{N}_2 \mathbf{q}_w \quad (3.14)$$

onde  $\mathbf{N}_1 = [c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4]$  e  $\mathbf{N}_2 = [c_5 \ c_6 \ c_7 \ c_8]$  são vetores formados por coeficientes de equações polinomiais de terceira ordem (hipótese considerada), conhecidos como polinômios de Hermite (IMBERT, 1979). Esses polinômios descrevem os deslocamentos nodais nos planos  $XY$  e  $YZ$ , em que  $c_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 8$ ) são os coeficientes correspondentes.

Estas funções de interpolação e seus coeficientes são obtidos resolvendo o sistema linear formado quando aplicadas sobre a Eq. (3.13) e a Eq. (3.14) sobre as condições de contorno do problema, resultando em:

$$\mathbf{N}_1(y) = \left[ 1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3} - y + \frac{2y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2} \ \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3} \ \frac{y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2} \right] \quad (3.15)$$

$$\mathbf{N}_2(y) = \left[ 1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3} \ y - \frac{2y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2} \ \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3} - \frac{y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2} \right] \quad (3.16)$$

A formulação da energia cinética do eixo é oriunda de uma extensão da formulação realizada para o disco (veja a Eq. (3.4)). Assim, para o elemento de eixo com comprimento  $L$ , utilizando a Eq. (3.15) e a Eq. (3.16), a expressão da energia cinética do eixo passa a ser dada pela Eq. (3.17).

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_S &= \frac{\rho S}{2} \int_0^L \left[ \mathbf{q}_u^T \dot{\mathbf{N}}_1^T \mathbf{N}_1 \mathbf{q}_u + \mathbf{q}_w^T \dot{\mathbf{N}}_2^T \mathbf{N}_2 \mathbf{q}_w \right] dy \\ &+ \frac{\rho I}{2} \int_0^L \left[ \mathbf{q}_u^T \frac{d\mathbf{N}_1^T}{dy} \frac{d\mathbf{N}_1}{dy} \mathbf{q}_u + \mathbf{q}_w^T \frac{d\mathbf{N}_2^T}{dy} \frac{d\mathbf{N}_2}{dy} \mathbf{q}_w \right] dy \\ &- 2 \rho I_y \Omega \int_0^L \left[ \mathbf{q}_u^T \frac{d\mathbf{N}_1^T}{dy} \frac{d\mathbf{N}_2}{dy} \mathbf{q}_w \right] dy + \rho I_y \Omega^2 \end{aligned} \quad (3.17)$$

onde  $\rho$  é a massa por unidade de volume,  $S$  é a área da seção transversal do eixo,  $I$  é o momento de inércia em relação às coordenadas  $x$  ou  $z$  ( $I = I_x = I_z$ ) e  $I_y$  é o momento de inércia de área da seção transversal do eixo em relação à coordenada  $y$ .

Na Eq. (3.16), a primeira integral é a energia do eixo em flexão, a segunda integral representa o efeito secundário da inércia de rotação (*Rayleigh*) e a terceira corresponde ao efeito giroscópio. O último termo  $\rho I_y \Omega^2$  é constante e não possui influência na equação do movimento do sistema.

Substituindo a Eq. (3.15) e a Eq. (3.16) na Eq. (3.17), tem-se a Eq. (3.18) represen-

tando enfim a energia cinética do eixo.

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_S = \frac{1}{2} & (\dot{\mathbf{q}}_u^T \mathbf{M}_1 \dot{\mathbf{q}}_u + \dot{\mathbf{q}}_w^T \mathbf{M}_2 \dot{\mathbf{q}}_w + \dot{\mathbf{q}}_u^T \mathbf{M}_3 \dot{\mathbf{q}}_u + \dot{\mathbf{q}}_w^T \mathbf{M}_4 \dot{\mathbf{q}}_w) \\ & + \Omega \dot{\mathbf{q}}_u^T \mathbf{M}_5 \dot{\mathbf{q}}_w + \rho I_y L \Omega^2 \end{aligned} \quad (3.18)$$

onde as matrizes  $\mathbf{M}_1$  e  $\mathbf{M}_2$  são as matrizes clássicas de massa,  $\mathbf{M}_3$  e  $\mathbf{M}_4$  dão a influência do efeito secundário da inércia de rotação e  $\mathbf{M}_5$  é o efeito giroscópico.

A Eq. (3.19) representa a aplicação da Eq. (3.18) na equação de Lagrange (veja a Eq. (3.1)).

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_S}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial T_S}{\partial \mathbf{q}} = (\mathbf{M}_S + \mathbf{M}_T) \ddot{\mathbf{q}} + \Omega \mathbf{C}_{gS} \dot{\mathbf{q}} + \dot{\Omega} \mathbf{K}_{st} \mathbf{q} \quad (3.19)$$

onde a soma das matrizes  $M_S$  e  $M_T$  resultam na matriz de massa elementar do eixo  $M$  e  $\mathbf{C}_{gS}$  representa a matriz do efeito giroscópico.

As matrizes elementares obtidas a partir da energia cinética do eixo são mostradas na Eq. (3.20), Eq. (3.21), Eq. (3.22) e Eq. (3.23) (LALANNE; FERRARIS, 1998).

$$\mathbf{M}_S = \frac{\rho SL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ & 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 \\ & & 4L^2 & 0 & 0 & 13L & -3L^2 & 0 \\ & & & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & -3L^2 \\ & & & & 156 & 0 & 0 & 22L \\ & & & & & 156 & -22L & 0 \\ & & & & & & 4L^2 & 0 \\ SIM & & & & & & & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$$\mathbf{M}_T = \frac{\rho L}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ & & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ & & & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ & & & & 36 & 0 & 0 & 3L \\ & & & & & 36 & -3L & 0 \\ & & & & & & 4L^2 & 0 \\ SIM & & & & & & & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$$\mathbf{C}_{gS} = \frac{\rho I_y}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ & & 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & L^2 \\ & & & 0 & 0 & -3L & L^2 & 0 \\ & & & & 0 & -36 & 2L & 0 \\ & & & & & 0 & 0 & 3L \\ & & & & & & 0 & -4L^2 \\ SIM & & & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$\mathbf{K}_{st} = \frac{\rho I_y}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & -0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

### • Energia de Deformação no Eixo

Segundo Lalande e Ferraris (1998), a energia de deformação do eixo é definida pela Eq. (3.24).

$$U = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[ \delta u^T \frac{d^2 N_1^T}{dy^2} \frac{d^2 N_1}{dy^2} \delta u + \delta w^T \frac{d^2 N_2^T}{dy^2} \frac{d^2 N_2}{dy^2} \delta w \right] dy - \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[ \delta u^T \frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_1}{dy} \delta u + \delta w^T \frac{dN_2^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} \delta w \right] dy \quad (3.24)$$

onde  $E$  é o módulo de elasticidade do material do eixo e  $F_0$  é uma força aplicada na direção axial do eixo (direção  $Y$ ), como é mostrado na Fig. 3.3.

Integrando a Eq. (3.24), chega-se a Eq. (3.25):

$$U = \frac{1}{2} \delta u^T \mathbf{K}_1 \delta u + \frac{1}{2} \delta w^T \mathbf{K}_2 \delta w + \frac{1}{2} \delta u^T \mathbf{K}_3 \delta u + \frac{1}{2} \delta w^T \mathbf{K}_4 \delta w \quad (3.25)$$

onde  $\mathbf{K}_1$  e  $\mathbf{K}_2$  são as matrizes de rigidez clássicas e  $\mathbf{K}_3$  e  $\mathbf{K}_4$  são as matrizes que vêm da força axial.

É necessário levar em consideração o efeito de cisalhamento, que é caracterizado pela Eq. (3.26).

$$a = \frac{12 E I_Y}{G S_r L^2} \quad (3.26)$$

onde  $s_R$  é a área reduzida da seção transversal e  $g$  é o módulo de cisalhamento, calculado pela Eq. (3.27).

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (3.27)$$

onde  $\nu$  é o coeficiente de Poisson.

O efeito do cisalhamento que leva a uma matriz de rigidez  $\mathbf{K}_S$  não é demonstrado nesta dissertação. Contudo, a matriz de rigidez clássica  $\mathbf{K}$ , considerando o efeito do cisalhamento, é obtida a partir das matrizes  $\mathbf{K}_1$ ,  $\mathbf{K}_2$  e  $\mathbf{K}_S$ . Então, aplicando a equação de Lagrange na Eq. (3.25) tem-se se a Eq. (3.28).

$$\frac{\partial U}{\partial \delta} = \mathbf{K} \delta \quad (3.28)$$

Por fim, ordenando os *gdl* conforme o vetor  $\mathbf{q}$  da Eq. (3.10) de forma a ajustar na ordem utilizada por Lalanne e Ferraris (1998), tem-se a matriz de rigidez do elemento finito de eixo apresentada na Eq. (3.30).

$$\mathbf{K}_C = \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ & & (4 + \vartheta_Y) L^2 & 0 & 0 & -6L & (2 - \vartheta_Y) L^2 & 0 \\ & & & (4 + \vartheta_Y) L^2 & 6L & 0 & 0 & (2 - \vartheta_Y) L^2 \\ & & & & 12 & 0 & 0 & 6L \\ & & & & & 12 & -6L & 0 \\ & & & & & & (4 + \vartheta_Y) L^2 & 0 \\ SIM. & & & & & & & (4 + \vartheta_Y) L^2 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$\mathbf{K} = \frac{EI_Y}{(1 + a) L^3} \mathbf{K}_C \quad (3.30)$$

### 3.4 Força de Desbalanceamento

Para a obtenção das forças de desbalanceamento, calcula-se a expressão da energia cinética. Em seguida, a equação de Lagrange é utilizada para a obtenção das forças de desbalanceamento nas direções  $X$  e  $Z$ . A força de desbalanceamento é definida por uma massa  $m_u$  situada a uma distância  $d$  do centro geométrico do eixo, que têm coordenadas  $u$  e  $w$  em relação ao ponto  $O_E$ , como mostra a Fig. 3.4.

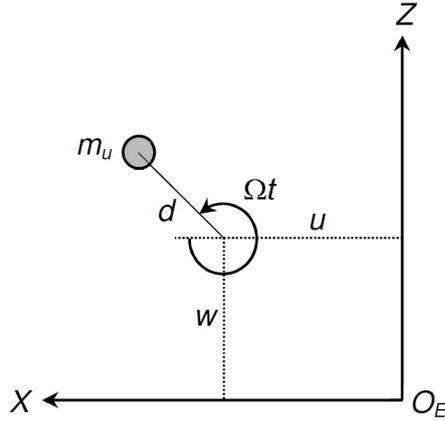


Figura 3.4: Massa de desbalanceamento. Adaptado de Lalanne e Ferraris (1998).

Admitindo que  $m_u$  se mantém em um plano perpendicular ao eixo  $Y$ , a energia cinética  $T_u$  da massa  $m_u$  é calculada da seguinte forma:

$$T_u = \frac{m_u}{2} [\dot{u}^2 + \dot{w}^2 + \Omega^2 d^2 + 2 \Omega d \dot{u} \sin(\Omega t) - 2 \Omega d \dot{w} \cos(\Omega t)] \quad (3.31)$$

onde o termo  $\Omega^2 d^2$  é constante e não possui influência na equação do movimento do sistema. Portanto, a expressão da energia cinética pode ser escrita de forma aproximada, como mostra a Eq. (3.32).

$$T_u \approx m_u \Omega d [\dot{u} \sin(\Omega t) - \dot{w} \cos(\Omega t)] \quad (3.32)$$

Aplicando a Eq. (3.32) na equação de Lagrange (veja a Eq. (3.1)), tem-se a Eq. (3.33) e a Eq. (3.34) para as direções  $X$  e  $Z$ , respectivamente.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_u}{\partial \dot{\mathbf{u}}} \right) - \frac{\partial T_u}{\partial \mathbf{u}} = -m_u d \dot{\Omega} \sin(\Omega t) + m_u d \Omega^2 \cos(\Omega t) \quad (3.33)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_u}{\partial \dot{\mathbf{w}}} \right) - \frac{\partial T_u}{\partial \mathbf{w}} = -m_u d \dot{\Omega} \cos(\Omega t) - m_u d \Omega^2 \sin(\Omega t) \quad (3.34)$$

Portanto, as forças de desbalanceamento  $F_u$  do sistema a serem aplicadas nas direções  $X$  e

$Z$  em um nó do modelo matemático constituído de elementos de eixo são  $F_{u_x}$  e  $F_{u_z}$ , respectivamente, como indicado na Eq. (3.35) e Eq. (3.36).

$$F_{u_x} = -m_u d \dot{\Omega} \sin(\Omega t) - m_u d \Omega^2 \cos(\Omega t) \quad (3.35)$$

$$F_{u_z} = -m_u d \dot{\Omega} \cos(\Omega t) + m_u d \Omega^2 \sin(\Omega t) \quad (3.36)$$

### 3.5 Força de Sustentação nos Mancais

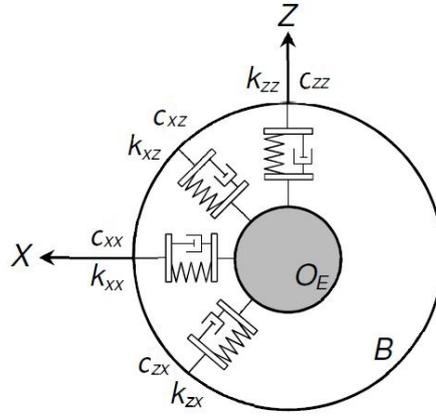


Figura 3.5: Coeficientes de rigidez e amortecimentos dos mancais. Adaptado de Lalanne e Ferraris (1998).

A força de sustentação  $F_m$  exercidas pelos mancais no eixo ao longo das direções  $X$  ( $F_{m_x}$ ) e  $Z$  ( $F_{m_z}$ ) são mostradas na Eq. (3.37).

$$\begin{bmatrix} F_{m_x} \\ F_{m_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{zx} & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xz} \\ c_{zx} & c_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

onde a disposição dos coeficientes de rigidez ( $k_{xx}$ ,  $k_{xz}$ ,  $k_{zx}$  e  $k_{zz}$ ) e amortecimento ( $c_{xx}$ ,  $c_{xz}$ ,  $c_{zx}$  e  $c_{zz}$ ) entre o mancal  $B$  e o centro do eixo  $O_E$  é apresentada pela Fig. 3.5. Mancais de rolamento são utilizados na máquina rotativa avaliada nesta dissertação de mestrado. Assim, os termos cruzados  $k_{xz}$ ,  $k_{zx}$ ,  $c_{xz}$  e  $c_{zx}$  são desconsiderados.

## 3.6 Equação do Movimento

A Eq. (3.38) mostra a equação diferencial usada para representar o comportamento dinâmico de rotores flexíveis (LALANNE; FERRARIS, 1998).

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) + [\mathbf{C} + \Omega \mathbf{C}_g] \dot{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) + [\mathbf{K} + \dot{\Omega} \mathbf{K}_{st}] \mathbf{x}(\mathbf{t}) = \mathbf{W} + \mathbf{F}_u + \mathbf{F}_e \quad (3.38)$$

onde  $\mathbf{M}$  é a matriz de massa,  $\mathbf{C}$  é a matriz de amortecimento associada com os mancais e amortecimento proporcional  $C_p$  das partes girantes (veja a Eq. (3.39)),  $\mathbf{C}_g$  é a matriz do efeito giroscópico,  $\mathbf{K}$  é a matriz de rigidez e  $\mathbf{K}_{st}$  é a matriz de rigidez devido ao enrijecimento do sistema operando em regime transiente de velocidade.  $\mathbf{x}(\mathbf{t})$  é o vetor de coordenadas generalizadas global,  $\Omega$  é a velocidade de rotação,  $\mathbf{W}$  é a força peso,  $\mathbf{F}_u$  representa as forças de desbalanceamento e  $\mathbf{F}_e$  representa uma força qualquer, aplicada externamente no rotor, fixa no espaço e de fundamental importância para a aplicação das SMAs avaliadas neste trabalho.

$$\mathbf{C}_p = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (3.39)$$

em que  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes denominados de coeficientes de amortecimento proporcional.

Devido à dimensão das matrizes associadas ao modelo de elementos finitos do eixo, o método pseudomodal é utilizado para a solução da equação do movimento no domínio modal (LALANNE; FERRARIS, 1998). Esse método reduz a ordem das matrizes envolvidas na equação do movimento do rotor, utilizando apenas os primeiros modos de vibrar do sistema não amortecido, simétrico e não giroscópico. A motivação em utilizar o método pseudo-modal é justificada, pois a redução da ordem de grandeza das matrizes implica no emprego de menor custo computacional na solução da equação do movimento. Sendo assim, as coordenadas físicas  $x(t)$  são transformadas para as coordenadas modais  $x_m(t)$  da seguinte forma:

$$x(t) = \Psi x_m(t) \quad (3.40)$$

onde  $\Psi$  é a matriz modal contendo os primeiros modos de vibração do rotor não giroscópico, simétrico e não amortecido.

Substituindo a Eq. (3.40) na Eq. (3.38) e multiplicando o resultado por  $\Psi^T$ , a equação de movimento reduzida do rotor se torna:

$$\tilde{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{x}}_m(\mathbf{t}) + [\tilde{\mathbf{C}} + \Omega \tilde{\mathbf{C}}_g] \dot{\mathbf{x}}_m(\mathbf{t}) + [\tilde{\mathbf{K}} + \dot{\Omega} \tilde{\mathbf{K}}_{st}] \mathbf{x}_m(\mathbf{t}) = \tilde{\mathbf{W}} + \tilde{\mathbf{F}}_u + \tilde{\mathbf{F}}_e \quad (3.41)$$

onde

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{M}} &= \Psi^T \mathbf{M} \Psi & \tilde{\mathbf{C}} &= \Psi^T \mathbf{C} \Psi & \tilde{\mathbf{C}}_g &= \Psi^T \mathbf{C}_g \Psi \\
\tilde{\mathbf{K}} &= \Psi^T \mathbf{K} \Psi & \tilde{\mathbf{K}}_{st} &= \Psi^T \mathbf{K}_{st} \Psi & \tilde{\mathbf{W}} &= \Psi^T \mathbf{W} \Psi \\
\tilde{\mathbf{F}}_u &= \Psi^T \mathbf{F}_u \Psi & & & \tilde{\mathbf{F}}_e &= \Psi^T \mathbf{F}_e \Psi
\end{aligned} \tag{3.42}$$

A solução da Eq. (3.41) resulta em um vetor de repostas de vibração em coordenadas modais. Aplicando a Eq. (3.40) é possível converter as repostas para o domínio físico. Para obter as repostas de vibração do rotor, a Eq. (3.41) foi integrada numericamente usando o método de Newton-Raphson em conjunto com as regras trapezoidais de Newmark, cujo processo de integração é mostrado em detalhes por Cavalini Jr et al. (2015).

# Capítulo 4

## Metodologia

O principal objetivo desse trabalho é a atenuação de vibrações em máquinas rotativas aplicando SMAs em diferentes posições no rotor. Portanto, é natural uma abordagem numérica, via elementos finitos, para esse modelo de investigação, pois corresponde a um estudo de viabilidade de aplicação para uma futura implementação experimental.

Neste capítulo, em um primeiro momento, será apresentada a configuração da bancada de testes utilizada para as simulações numéricas. Ressaltando que a bancada foi projetada por Alves (2015) e construída por Braga (2018). Em seguida, serão abordadas duas aplicações numéricas distintas usando fios de SMA aplicados no rotor em estudo visando a atenuação das amplitudes de vibração do rotor considerado.

### 4.1 Bancada de Testes

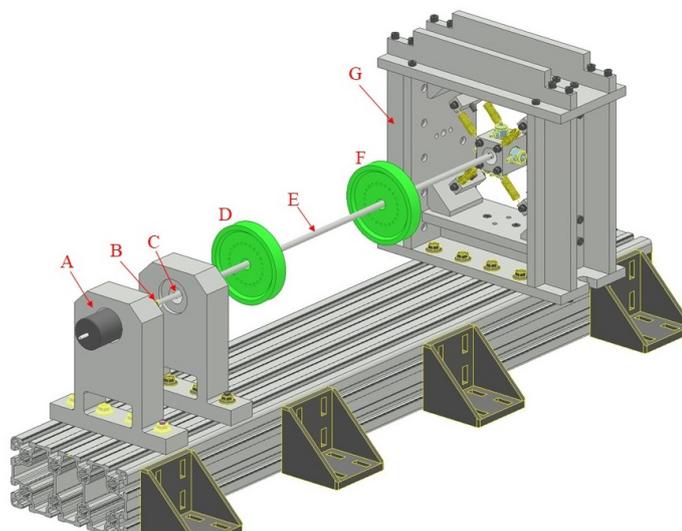


Figura 4.1: Bancada de testes projetada no LMEst (FEMEC-UFU).

A bancada de testes usada para as aplicações numéricas dessa dissertação é um sistema rotativo com eixo horizontal com acoplamento, discos e mancais, como é ilustrado na Fig. 4.1. O motor elétrico da bancada está indicado em (A), em (B) é mostrado o acoplamento mecânico entre motor e o eixo, (C) aponta o mancal rígido de base de alumínio com um rolamento autocompensador de esferas. O eixo flexível é exibido por (E), em (D) e (F) estão representados os discos rígidos (discos 1 e 2, respectivamente) e em (G) está indicado o mancal flexível da máquina rotativa, também formado por um rolamento autocompensador de esferas.

A Fig. 4.2 mostra a localização nodal dos mancais e discos, o acoplamento (representado no elemento #1) e indicam também as buchas (denotados por H e I que servem para acoplar os discos no eixo). Além disso, são mostradas as posições dos elementos da bancada de testes.

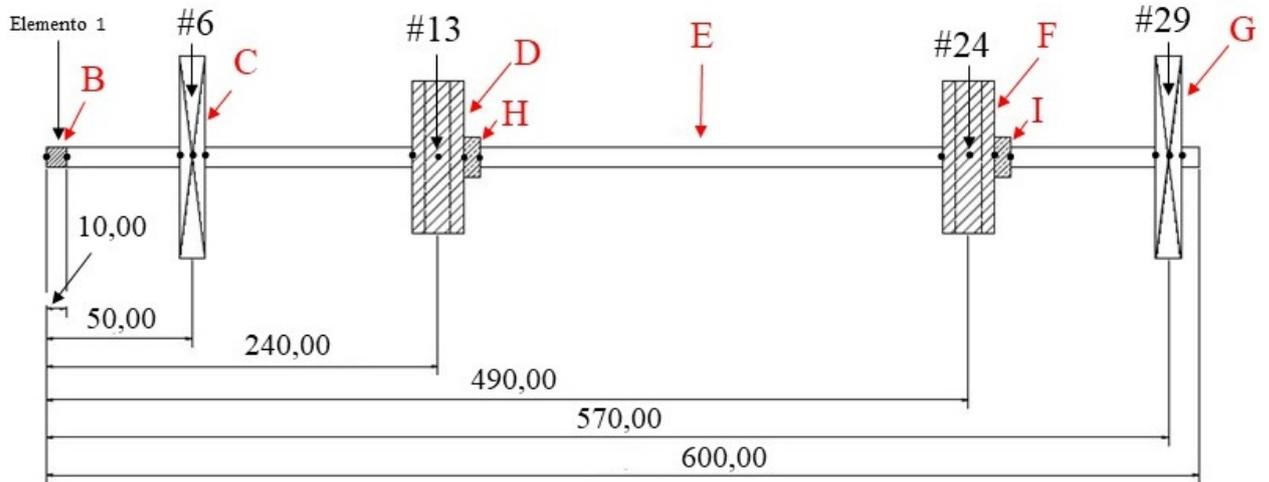


Figura 4.2: Esquema da bancada indicando as posições e devidas distâncias entre os componentes (dimensões em mm).

#### 4.1.1 Componentes da Bancada

A bancada é um sistema rotativo horizontal composta por um eixo de aço 1045 flexível (indicado por E) com 600 [mm] de comprimento, 8 [mm] de diâmetro, módulo de elasticidade  $E_S = 205$  [GPa], coeficiente de Poisson  $\nu_S = 0,29$  e densidade  $\rho_S = 7850$   $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$ .

Os discos da bancada são idênticos, possuindo 100 mm de diâmetro, com 20 mm de espessura na superfície e 10 mm no centro. O disco ilustrado na Fig. 4.3a é de alumínio e possui como propriedades de massa e densidade  $m_D = 0,753$  [kg] e  $\rho_D = 2700$   $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$ , respectivamente. Além disso, os discos contêm 24 furos rosqueados (rosca M3) situados a 25 mm de distância ao centro. Em uma futura aplicação experimental, estes furos servirão para posicionar as massas de balanceamento da máquina rotativa.

O acoplamento do disco com eixo é feito através de uma bucha de latão com densidade ( $\rho_b = 8384 \left[ \frac{kg}{m^3} \right]$ ) e massa ( $m_b = 0,310 [kg]$ ), sendo representada na Fig. 4.3b. A Fig. 4.3a mostra o desenho esquemático do conjunto do disco de aço com a bucha de latão.

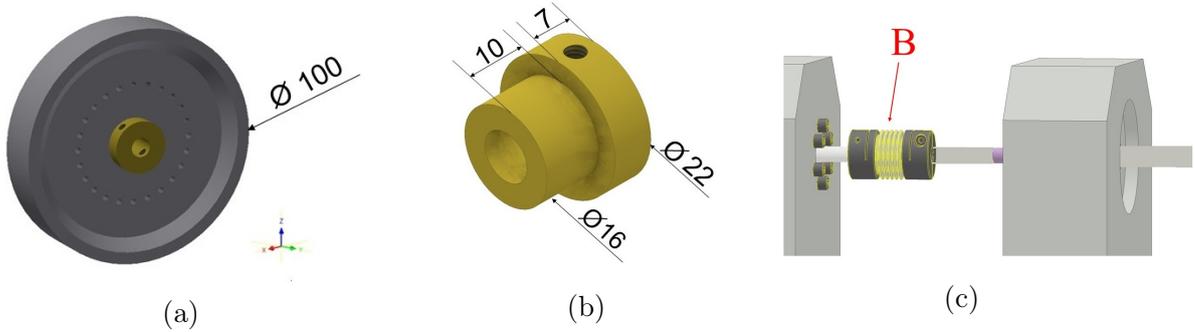


Figura 4.3: (a) Conjunto disco + bucha. (b) Detalhes da bucha. (c) Detalhe do acoplamento.

Para a simulação em elementos finitos do rotor, considerou-se as propriedades de inércia do disco e da bucha como sendo um único componente. Sendo assim, através do *software* CAD 3D Inventor<sup>®</sup>, foram obtidas a massa e as propriedades de inércia da massa do conjunto disco + bucha. A Tab. 4.1 mostra as propriedades do conjunto utilizado na modelagem do problema em elementos finitos.

Tabela 4.1: Propriedades geométricas do conjunto Disco + Bucha.

Propriedades do conjunto (Disco + bucha)	Valor considerado
Massa [ g ]	808.71
Densidade [ g/cm <sup>3</sup> ]	8.66
$Id_x$ [ g.mm <sup>2</sup> ]	608124.09
$Id_z$ [ g.mm <sup>2</sup> ]	1185335.38

onde  $Id_x$  e  $Id_z$  representam o momento de inércia na direção  $X$  e  $Z$ , respectivamente.

É relevante ao estudo considerar os efeitos dinâmicos do acoplamento, mostrado em detalhes na Fig. 4.3c, entre o motor elétrico e o eixo. Assim, foi considerado nessa simulação uma rigidez torcional  $K_{acoplamento} = 100 \left[ \frac{N}{m} \right]$  no elemento 1 do eixo, como mostra a Fig. 4.2.

O mancal rígido **C** é formado por um rolamento com dupla carreira de esferas autocompensadoras e uma base de alumínio para suporte. O mancal flexível (**G**; vide Fig. 4.1) é constituído também por um rolamento com dupla carreira de esferas autocompensadoras (**J**), envolto por uma carcaça **L** que, por sua vez, é suspensa por molas de aço (**K**) em suas diagonais, como mostra a Fig. 4.4. Essas molas são ajustadas através do mecanismo indicado em **M**. Além disso, em **N** estão indicadas as células de carga dinâmica usadas para medir as forças aplicadas pelos fios de SMA na carcaça do mancal.

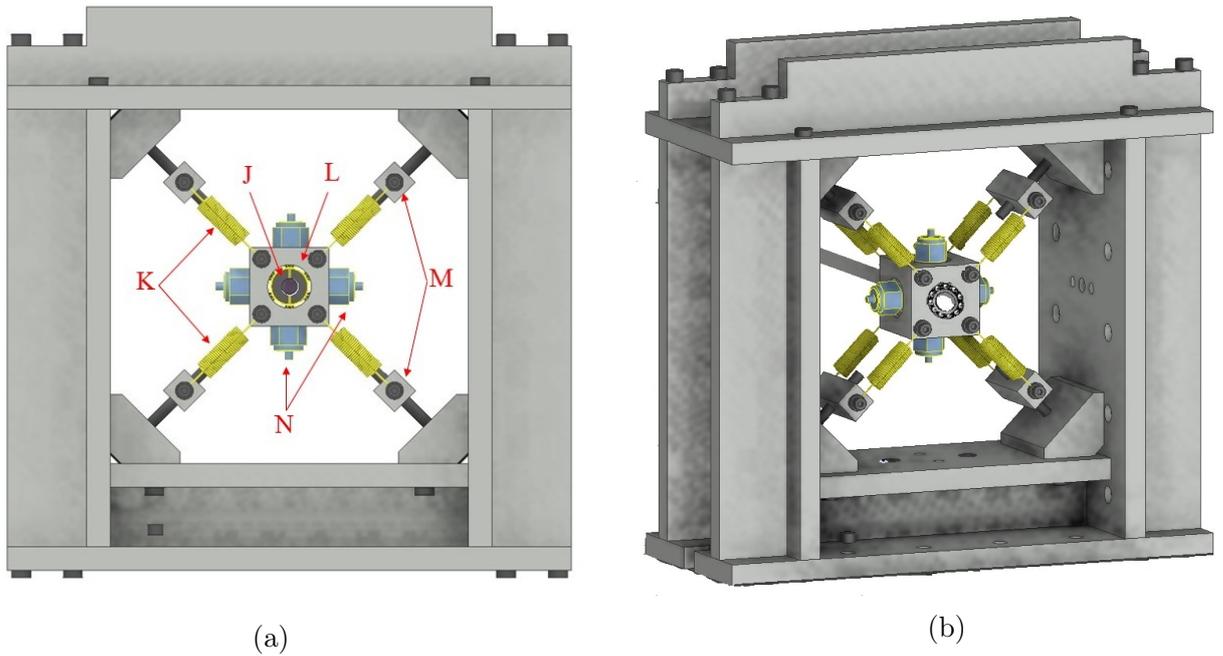


Figura 4.4: (a) Mancal flexível com rolamento autocompensador com dupla carreiras de esferas suspenso por molas helicoidais de aço. (b) Vista em perspectiva do mancal

Visto que as propriedades dos mancais são parâmetros de suma importância para a simulação numérica em elementos finitos do rotor, estas precisam ser estimadas. Assim, as características dinâmicas adotadas de forma arbitrária nas simulações apresentadas nesse trabalho de mestrado são mostradas na Tab. 4.2. Neste caso,  $K_{xx}$ ,  $K_{zz}$ ,  $C_{xx}$  e  $C_{zz}$  representam, respectivamente, a rigidez de cada mancal nas direções  $X$  e  $Z$  e os amortecimentos de cada mancal nessas mesmas direções.

Tabela 4.2: Propriedades dinâmicas dos mancais.

	$K_{xx}$ $\left[\frac{N}{m}\right]$	$K_{zz}$ $\left[\frac{N}{m}\right]$	$C_{xx}$ $\left[\frac{Ns}{m}\right]$	$C_{zz}$ $\left[\frac{Ns}{m}\right]$
Mancal 1	$1,5 \cdot 10^5$	$2,5 \cdot 10^5$	15,0	15,0
Mancal 2	$9,0 \cdot 10^4$	$9,0 \cdot 10^4$	15,0	15,0

No mancal 1, denotado por **C**, é considerada a massa do rolamento. Para o mancal 2, denotado por **G**, é considerado a massa do rolamento e a massa das molas helicoidais de aço.

#### 4.1.2 Modelo da Bancada em Elementos Finitos

A Fig. 4.5 apresenta o modelo matemático construído para representar o comportamento dinâmico do rotor (vide Fig. 4.1). O eixo foi discretizado em 30 elementos de viga de *Timoshenko*, considerando a convergência dos 10 primeiros modos de vibrar, assim, as frequências naturais



## 4.2.1 Fios de SMA aplicados no Mancal do Rotor

O intuito dessa aplicação é demonstrar a viabilidade em empregar fios de SMA acoplados no mancal como uma forma de controle de vibrações. A configuração do rotor em análise é semelhante ao mostrado na Fig. 4.1, sendo que a diferença é no mancal flexível (mostrado em **G**).

A geometria escolhida é mostrada na Fig. 4.6, que representa uma abordagem simples, contudo suficiente para avaliar o comportamento e desempenho desse material inteligente associado em mancais de máquinas rotativas. Para esse novo mancal, acoplaram-se os fios de SMA (indicados por **Q**), tanto na direção horizontal ( $X$ ) como na vertical ( $Z$ ), de forma a trabalharem pré-tracionados.

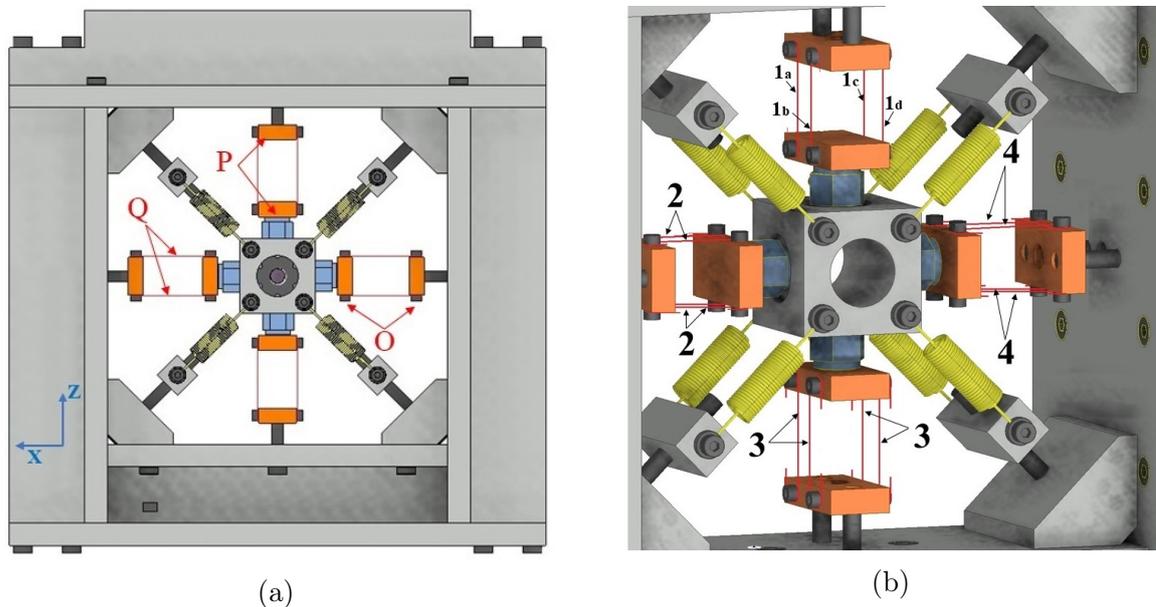


Figura 4.6: (a) Mancal Suspenso por fios de SMA. (b) Detalhes do mancal indicando os 16 fios de SMA.

Os fios de SMA foram enumerados (veja a Fig. 4.6b;  $1_a$ ,  $1_b$ ,  $1_c$ ,  $1_d$ , ...,  $4_c$  e  $4_d$ ) contabilizando ao todo 16 fios posicionados aos pares entre cada um dos lados dos suportes móveis, indicados por **P** na Fig. 4.6a.

No projeto do mancal, a função dos parafusos (indicados em **O**) e dos blocos móveis é de aplicar o ajuste da pré-tensão nos fios de SMA. Nesse caso, quando os parafusos são girados no sentido horário, o bloco se movimenta e estica os fios.

Para simular em elementos finitos o problema proposto, foi necessário integrar os modelos numéricos considerados nesse trabalho de mestrado. Portanto, a Fig. 4.7 mostra de forma simplificada a integração e o acoplamento desses modelos numéricos utilizados para representar os efeitos da SMA nos mancais, indicando os pontos essenciais para a compreensão da simulação.

Neste fluxograma são indicados os parâmetros de entrada e saída dos blocos, que são atualizados a cada instante de tempo. Logo, nota-se que o problema abordado é iterativo.

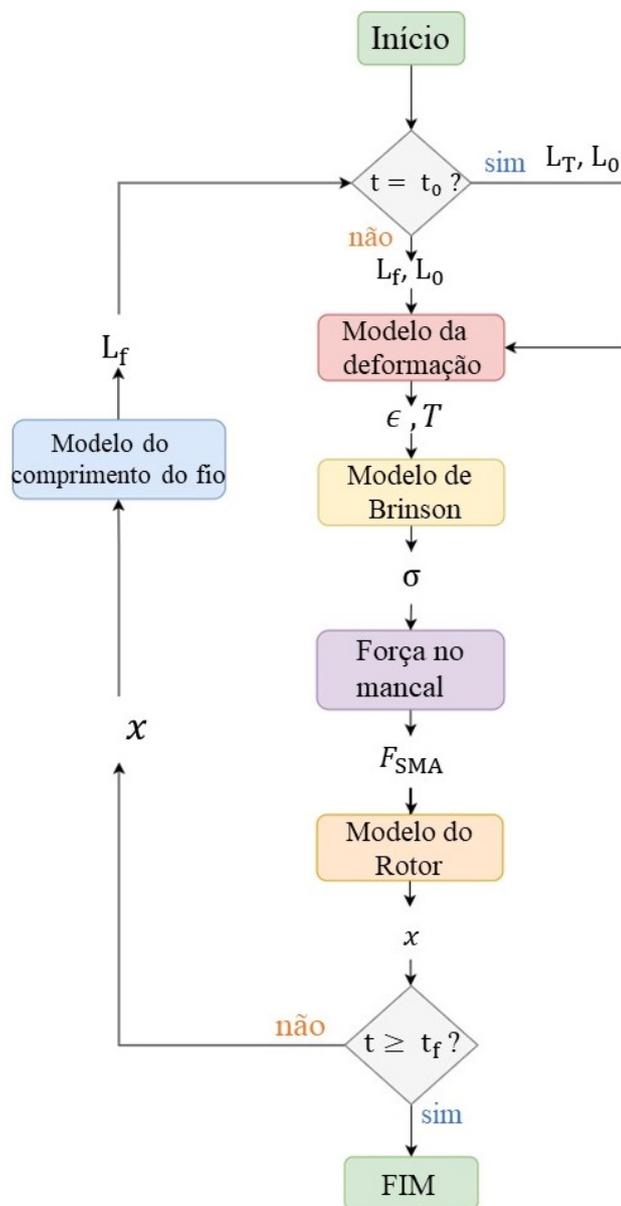


Figura 4.7: Fluxograma da integração dos modelos computacionais para a aplicação dos fios de SMA nos mancais.

Além disso, cada bloco possui outros parâmetros de entrada não indicados nesse fluxograma. Porém, estes serão mencionados ao longo da metodologia conforme a necessidade. Desta forma, os blocos mencionados possuem as seguintes características:

- **Modelo da deformação:**

Esse bloco é responsável por calcular a deformação ( $\epsilon$ ) dos fios de SMA a cada passo de tempo. Os parâmetros de entrada são  $L_0$  e  $L_f$ , que representam o comprimento inicial do fio

sem a aplicação de tensão (fio relaxado) e o comprimento do fio tracionado, respectivamente, no passo de tempo em análise. Sendo assim, as deformações de cada fio de SMA são calculadas pela Eq. (4.1).

$$\epsilon = \begin{cases} \frac{(L_f - L_0)}{L_0}, & \text{se } L_f \leq L_0 \\ 0, & \text{se } L_f < L_0 \end{cases} \quad (4.1)$$

Vale ressaltar que para  $t = t_0$ ,  $L_f = L_T$ ; em que  $L_T$  representa o comprimento inicial do fio pré-tensionado.

- **Modelo de Brinson:**

O modelo de Brinson fornece a tensão ( $\sigma_i$ ) gerada pelo fio de SMA, quando o mesmo é sujeito a uma deformação ( $\epsilon$ ). Esse modelo foi explicado com detalhes na seção 2.2, em que a variável de entrada variante ao longo do tempo é a deformação do fio ( $\epsilon$ ) e a variável de saída é a tensão ( $\sigma$ ), em que a equação governante é dada por Eq. (4.2).

$$\sigma_i = E_{sma}(\epsilon_i - \epsilon_R \xi_i) \quad (4.2)$$

onde  $i$  representa os fios de SMA.

Além disso, esse modelo possui outros parâmetros de entrada já definidos e explicados ainda na seção 2.2 sendo:  $\epsilon_R$ ,  $E_A$ ,  $E_M$ ,  $C_A$ ,  $C_M$ ,  $A_s$ ,  $A_f$ ,  $M_s$  e  $M_f$ . Para essa aplicação, considerou-se que os quartetos de fios representados por  $1_a$ ,  $1_b$ ,  $1_c$  e  $1_d$  estão sujeitos a uma mesma deformação. De maneira análoga, foi feita a mesma consideração para o conjunto de fios representados por 2, 3 e 4.

- **Modelo das forças dos fios de SMA no mancal:**

Os esforços (forças e momentos) resultantes que os fios de SMA exercem no mancal são no modelo de elementos finitos do rotor como  $\mathbf{F}_e$ , ou seja, como forças externas aplicadas ao rotor (veja a Eq. (3.38)).

Para tal feito, é realizado a modelagem matemática das forças exercidas pelos fios no mancal flexível. A Fig. 4.8 mostra o diagrama de corpo livre das forças. Vale ressaltar que, para essa aplicação, o deslocamento do nó na posição do mancal ao longo da direção  $Y$  foi considerado como desprezível.

A Eq. (4.3) calcula a força produzida por cada fio de SMA, em que as variáveis de entrada são a tensão oriunda do modelo de Brinson ( $\sigma_i$ ) e a área da seção transversal do fio ( $S_i$ ).

$$F_i^{sma} = \sigma_i S_i \quad (4.3)$$

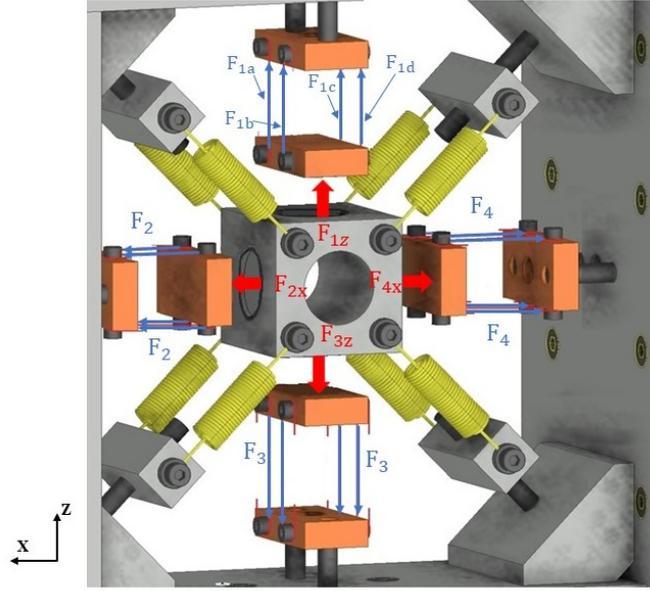


Figura 4.8: Representação esquemática das forças atuantes nos fios de SMA no mancal.

onde  $i$  representa os fios indicados na Fig. 4.6a e  $F_i^{sma}$  representa a força que cada fio exerce. Sabe-se que  $S_i = \frac{\pi d_i^2}{4}$ , em que  $d_i$  representa o diâmetro da seção transversal do fio de SMA.

As forças resultantes geradas por cada quarteto de fios posicionados nos blocos móveis, representadas por  $F_{1z}$ ,  $F_{2x}$ ,  $F_{3z}$  e  $F_{4x}$  (conforme a Fig. 4.8), são obtidas como mostra a Eq. (4.4).

$$F_{ij} = 4 F_i^{sma} \quad (4.4)$$

onde  $i = 1, 2, 3, 4$  representa o quarteto de fios de SMA e  $j = x, z$  é a direção de atuação da força.

Sendo assim, as forças resultantes exercidas pelos fios de SMA no mancal flexível nas direções  $X$  e  $Z$  são calculadas pela Eq. (4.5) e Eq. (4.6), respectivamente, de acordo com o referencial adotado e indicado na Fig. 4.8.

$$F_x = F_{2x} - F_{4x} \quad (4.5)$$

$$F_z = F_{1z} - F_{3z} \quad (4.6)$$

Portanto, substituindo a Eq. (4.4) e Eq. (4.3) na Eq. (4.5) e Eq. (4.5), tem-se a Eq. (4.7) e Eq. (4.8).

$$F_x = 4(\sigma_2 S_2 - \sigma_4 S_4) \quad (4.7)$$

$$F_z = 4(\sigma_1 S_1 - \sigma_3 S_3) \quad (4.8)$$

- **Modelo do rotor:**

De forma geral, o modelo de rotores calcula os deslocamentos e velocidades nodais em função das forças externas e da velocidade de rotação do rotor. Esse modelo foi explicado com detalhes no capítulo 3. As forças ( $F_x$  e  $F_z$ ) calculadas anteriormente são os parâmetros de entrada do modelo do rotor. Os deslocamentos nodais representam as variáveis de saída.

- **Modelagem matemática para o comprimento dos fios de SMA:**

O comprimento dos fios de SMA é calculado a cada passo de tempo em função dos deslocamentos nodais determinados pelo modelo do rotor. Para a formulação do modelo matemático que calcula o comprimento dos fios de SMA é coerente definir a variável  $L_T$  que corresponde ao comprimento inicial do fio pré-tensionado, sendo calculada conforme mostra a Eq. (4.9).

$$L_T = L_0 (1 + \epsilon_0) \quad (4.9)$$

onde  $\epsilon_0$  corresponde a deformação inicial dos fios.

Para essa aplicação, considerou-se todos os 16 fios iguais sujeitos as mesmas condições, ou seja, todos possuem a mesma deformação, comprimento inicial e mesma área de secção transversal. Sendo assim, o comprimento dos fios a cada passo de tempo é calculado conforme mostra a Eq. (4.10).

$$L_i^f = \begin{cases} L_i^T - z_{B2}, & \text{se } i = 1, 2 \\ L_i^T - x_{B2}, & \text{se } i = 3, 4 \\ L_i^T + z_{B2}, & \text{se } i = 5, 6 \\ L_i^T + x_{B2}, & \text{se } i = 7, 8 \end{cases} \quad (4.10)$$

onde  $i$  representa os fios de SMA,  $L_{Ti}$  representa o comprimento inicial de cada fio pré-tensionado no instante ( $t = 0$ ).  $x_{B2}$  e  $z_{B2}$  representam os deslocamentos do mancal 2 nas direções  $X$  e  $Z$ , respectivamente.

## 4.2.2 Fios de SMA Aplicados nos Discos do Rotor

Essa seção tem como objetivo demonstrar a viabilidade da aplicação de fios de SMA nos dois discos do rotor em análise para a atenuação das amplitudes de vibração nos pontos de interesse, visando uma aplicação industrial, por exemplo, em exaustores de máquinas industriais.

O rotor em análise é semelhante ao especificado nessa presente dissertação (seção 4.1), em que a diferença ocorre nos fios de SMA acoplados aos discos, conforme mostra a Fig. 4.9. A geometria definida do acoplamento das SMAs aos discos é mostrada na Fig. 4.9b. Sendo que

8 fios de SMA (enumerados de 1 a 8) são acoplados ao disco, em que os fios localizados no plano  $XY$  estão indicados em amarelo e os fios do plano  $YZ$  em azul, em relação ao sistema de referência móvel centrado no disco.

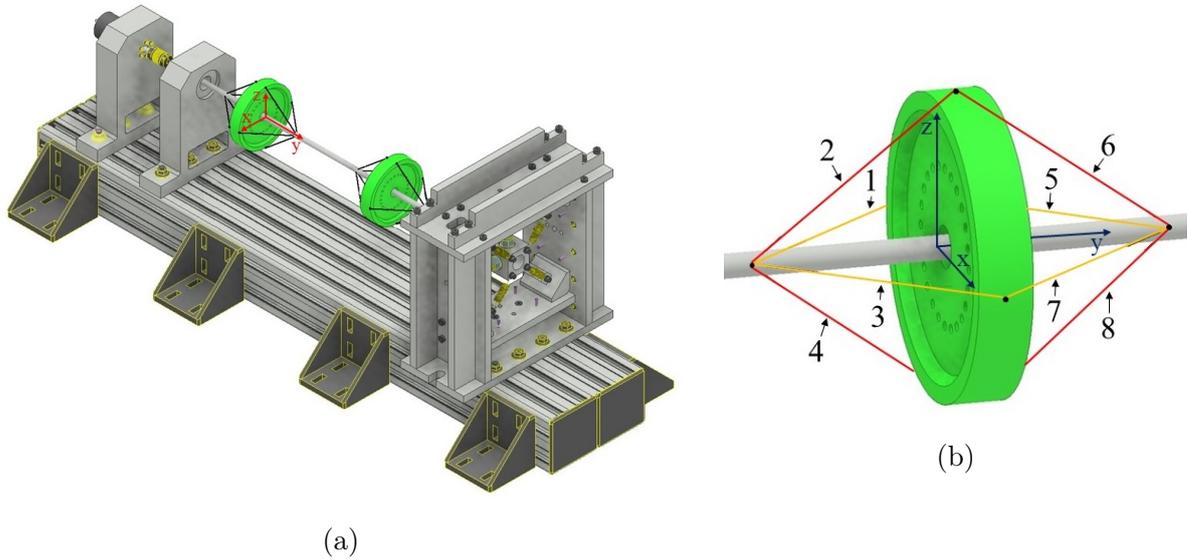


Figura 4.9: (a) Bancada com fios de SMA nos discos; (b) Detalhes dos fios de SMA no disco.

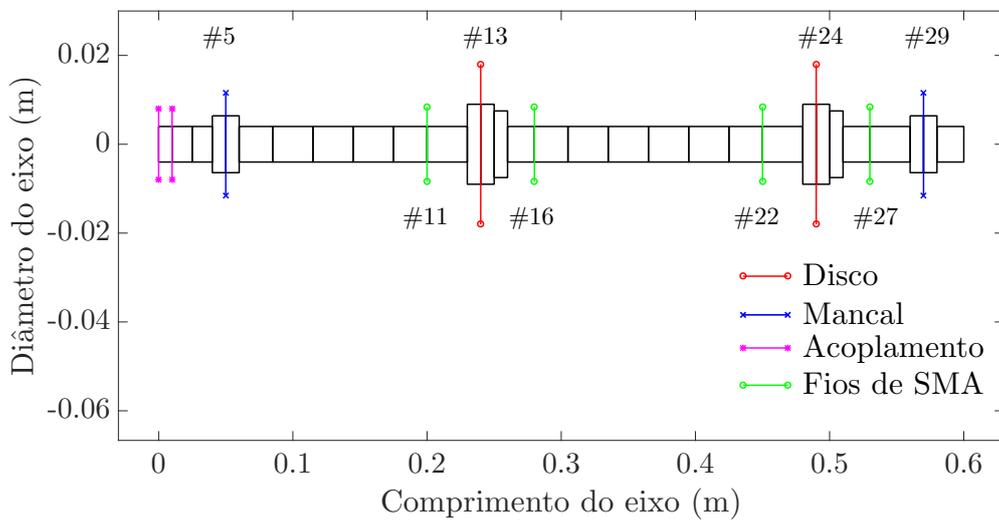


Figura 4.10: Modelo discretizado em elementos finitos indicando os nós de ancoragem dos fios de SMA.

O primeiro passo para a representação dessa configuração é a definição dos nós que representam os pontos de ancoragem dos fios nos discos, ou seja, definir a distância dos pontos de ancoragem ao centro do disco, representado pela variável  $yy$ . Considerando a aplicação dos fios nos dois discos e  $yy = 40 \text{ mm}$ , os nós de ancoragem foram #11, #16, #22 e #27, conforme indica a Fig. 4.10.

De maneira análoga a outra aplicação, este problema também é iterativo e a Fig. 4.11 apresenta de forma simplificada a integração e o acoplamento dos modelos numéricos e as etapas necessárias para esse estudo de caso. Em seguida serão explicados os procedimentos numéricos adotados em cada etapa definida no fluxograma.

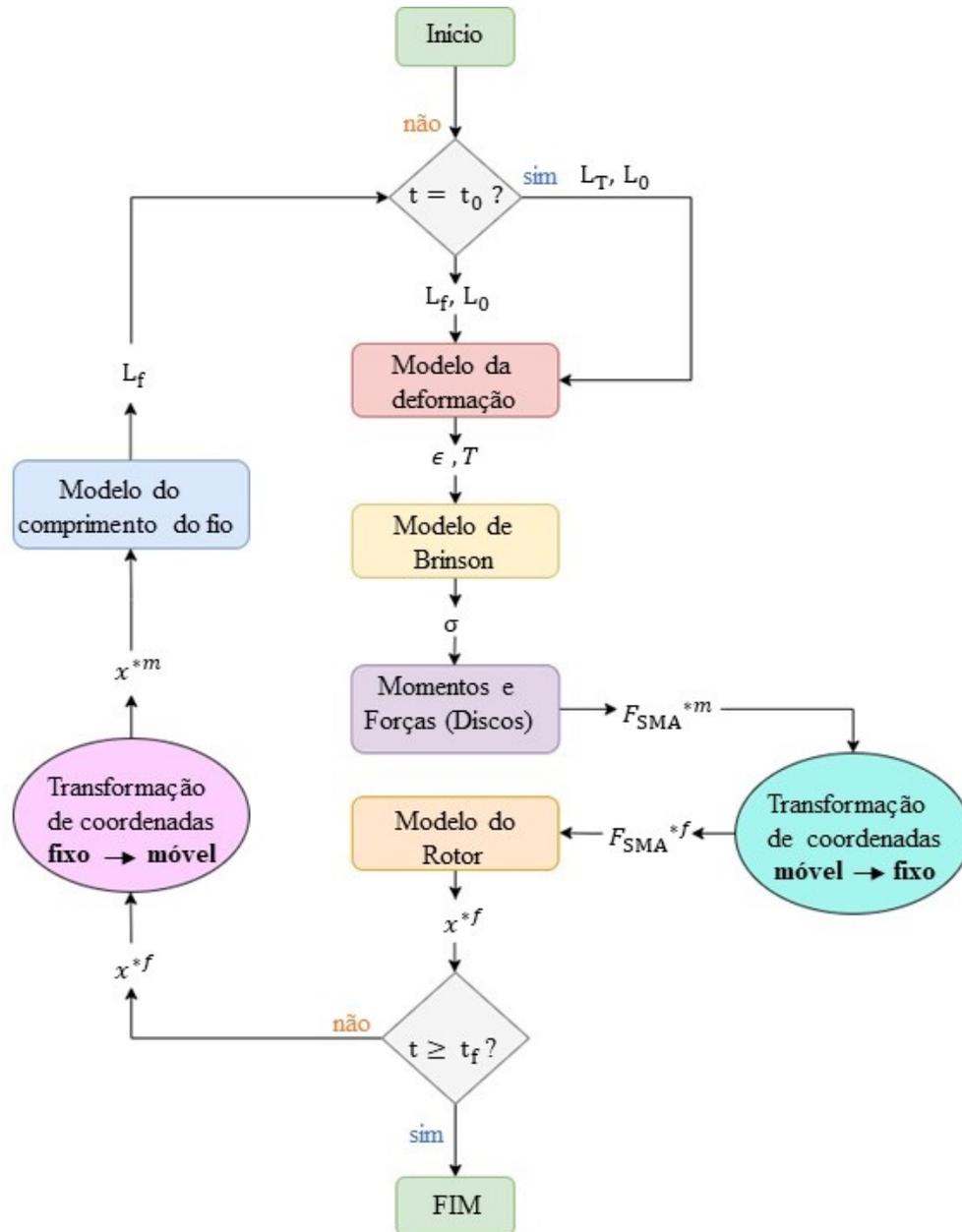


Figura 4.11: Fluxograma da integração dos modelos computacionais para a aplicação dos fios de SMA nos discos.

- **Modelo da deformação e modelo de Brinson:**

O cálculo da deformação ( $\epsilon$ ) e da tensão ( $\sigma$ ) são os mesmos usados na aplicação dos fios de SMA nos mancais (vide seção 4.2.1).

- **Transformação de coordenadas:**

É importante ressaltar que quando o rotor se encontra em funcionamento, os fios de SMA giram com os discos. Portanto, o comprimento e a deformação dos fios, a tensão  $\sigma$  (segundo o modelo de Brinson) e os esforços (forças e momentos) gerados pelos fios encontram-se em coordenadas rotativas.

Sendo assim, os esforços que surgem devido aos fios de SMA devem ser transformados do sistema de referencial móvel ao fixo, pois o modelo do rotor foi construído em relação ao sistema de referências fixo. Sendo assim, a Eq. 4.11 mostra a matriz de transformação de coordenadas móveis para coordenadas fixas.

$$\begin{bmatrix} X \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Omega t) & \text{sen}(\Omega t) \\ -\text{sen}(\Omega t) & \cos(\Omega t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

onde  $t$  representa o instante de tempo em  $[s]$  e  $\Omega$  representa a velocidade de operação do rotor em  $\left[\frac{rad}{s}\right]$ . As direções  $x$  e  $z$  estão associadas com o referencial móvel (fixo aos discos). As direções  $X$  e  $Z$  estão associadas com o referencial fixo no espaço.

Os deslocamentos nodais dos pontos de interesse obtidos pelo modelo do rotor são parâmetros de entrada no modelo que calcula o comprimento dos fios a cada passo de tempo. No entanto, esses deslocamentos encontram-se no sistema de referências fixo. Portanto, é pertinente transformar as coordenadas desses deslocamentos do referencial fixo ao móvel. A matriz de transformação do sistema fixo ao móvel é dada pela Eq. (4.12).

$$\begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Omega t) & -\text{sen}(\Omega t) \\ \text{sen}(\Omega t) & \cos(\Omega t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Z \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

- **Modelo do rotor:**

De forma geral, o modelo do rotor calcula os deslocamentos e velocidades nodais em função das forças externas e da velocidade de rotação do rotor. Esse modelo foi explicado com detalhes no capítulo 3. Nesta aplicação, as forças ( $F_x$  e  $F_z$ ) e os momentos ( $M_x$  e  $M_z$ ) resultantes devido à ação dos fios tanto discos quanto no eixo são inseridos nos nós pertinentes ao centro dos discos e nós referentes aos pontos de ancoragem de cada fio.

- **Modelo do comprimento dos fios:**

O comprimento dos fios de SMA ( $L_i^f$ ) é calculado a cada passo de tempo, sendo dependente dos deslocamentos nodais determinados pelo modelo do rotor.

A formulação matemática que calcula o comprimento dos fios encontra-se em coordenadas rotativas. E os deslocamentos nodais fornecidos pelo modelo do rotor encontram-se em coordenadas fixas. Sendo mostrado assim, a necessidade da transformação de coordenadas, neste caso convertendo os deslocamentos nodais do sistema fixo para o móvel, vide Eq. (4.12).

Nessa modelagem, apenas os deslocamentos nas direções  $X$  e  $Z$  foram considerados pertinentes ao modelo, sendo desconsiderados, portanto, o movimento axial (direção  $Y$ ) e as rotações dos nós de ancoragem e dos nós dos discos. Além disso, o disco foi tido como um elemento rígido, conforme adotado no modelo em elementos finitos do rotor. Portanto, para o cálculo do comprimento do fio é feito uma análise nos planos  $XY$  e assim como no plano  $YZ$  para todos os fios.

É pertinente evidenciar que, no instante inicial  $t = t_0$  os fios 1, 3, 5 e 7 encontram-se no plano  $XY$ . Já os fios 2, 4, 6 e 8, encontram-se no plano  $YZ$ , de acordo com a geometria mostrada na Fig. 4.9b.

A Fig. 4.12 mostra uma representação esquemática da posição inicial, ou seja, no instante inicial ( $t = t_0$ ) do disco, destacando o fio 5 ( $i = 5$ ) com vista desse mesmo fio para dois planos distintos, onde a Fig. 4.12a e Fig. 4.12b representam respectivamente a vista do fio 5 do plano  $XY$  e plano  $YZ$ .

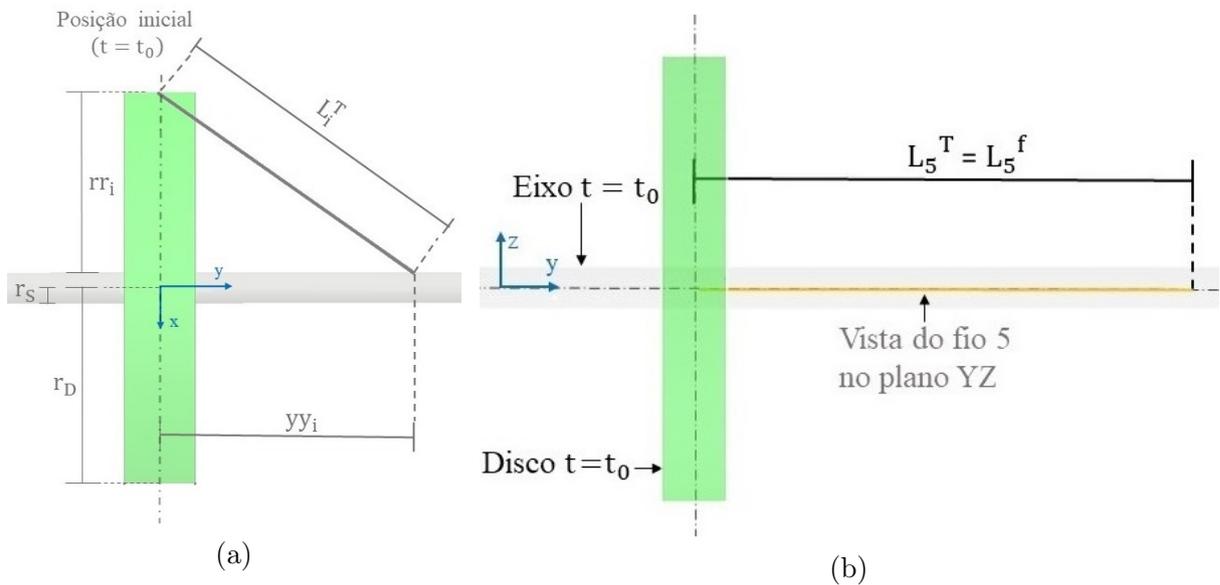


Figura 4.12: (a) Esquema da posição inicial do disco em  $t = t_0$  indicando o fio 5 (Plano  $XY$ ). (b) Vista do fio 5 no plano  $YZ$  no instante inicial ( $t = t_0$ ).

Para uma melhor compreensão, são definidas algumas variáveis, indicadas na Fig. 4.12a, e que são importantes para a compreensão dessa modelagem.

- $L_i^0$ : representa o comprimento inicial do fio  $i$  relaxado, sem a aplicação de pré-tração;

- $L_i^T$ : representa o comprimento do fio  $i$  pré-tracionado, ou seja, o comprimento do fio em  $t = t_0$ ;
- $L_i^f$ : representa o comprimento final do fio  $i$  a cada instante de tempo, ou seja, para  $t \geq t_0$ . Ressaltando que no instante inicial ( $t = t_0$ ),  $L_i^T = L_i^f$ .
- $r_D$ : representa o raio do disco em que o fio está ancorado;
- $r_S$ : representa o raio do eixo;
- $rr_i$ : representa a distância da ancoragem do fio  $i$  ao centro do disco, dado por  $rr_i = r_D - r_S$ ;
- $yy_i$ : representa a distância do ponto de ancoragem do fio  $i$  ao centro do disco;
- $\epsilon_i^0$ : representa a deformação inicial do fio  $i$ .

Relembrando que  $i$  representa os fios fixos ao disco, sendo representados por  $i = 1, 2, \dots, 8$ .

O parâmetro  $L_i^T$  (vide Fig. 4.12a), estendido para todos os fios  $i$ , é definido pela Eq. (4.13).

$$L_i^T = \sqrt{rr_i^2 + yy_i^2} \quad (4.13)$$

Portanto, a partir da definição dos pontos de ancoragem dos fios e da deformação inicial ( $\epsilon_i^0$ ), calcula-se o comprimento inicial ( $L_i^0$ ) pela Eq. (4.14).

$$L_i^0 = \frac{L_i^T}{(\epsilon_i^0 + 1)} \quad (4.14)$$

Note que, neste caso o comprimento inicial do fio foi calculado a partir das condições geométricas do problema ( $yy_i, rr_i$ ) e da deformação inicial do fio ( $\epsilon_i^0$ ). Ressaltando que é possível no modelo a possibilidade, caso o usuário almeje, definir o comprimento inicial do fio, para esse caso a deformação inicial é definida a partir de  $L_i^0$ .

A Fig. 4.13 mostra uma representação esquemática destacando o fio 5, sendo possível observar que a medida em que o disco e o ponto de ancoragem se movimentam verticalmente (direção  $Z$ ), ocorre por consequência um deslocamento desse fio do plano de origem ( $XY$ ), fazendo assim um ângulo  $\delta_5$  com esse mesmo plano.

O mesmo raciocínio é aplicado aos fios 1, 3 e 7. Ainda visando uma melhor compreensão da modelagem e dos procedimentos adotados, segue abaixo a definição das variáveis indicadas na Fig. 4.13

- $L_i^p$ : representa o comprimento do fio  $i$  projetado no plano  $XY$ ;
- $\delta_i$ : representa o ângulo que o fio  $i$  faz com o plano  $XY$ ;

- $z_i^D$ : representa o deslocamento do disco na direção  $Z$ ;
- $z_i^A$ : representa o deslocamento do ponto de ancoragem do na direção  $Z$ .

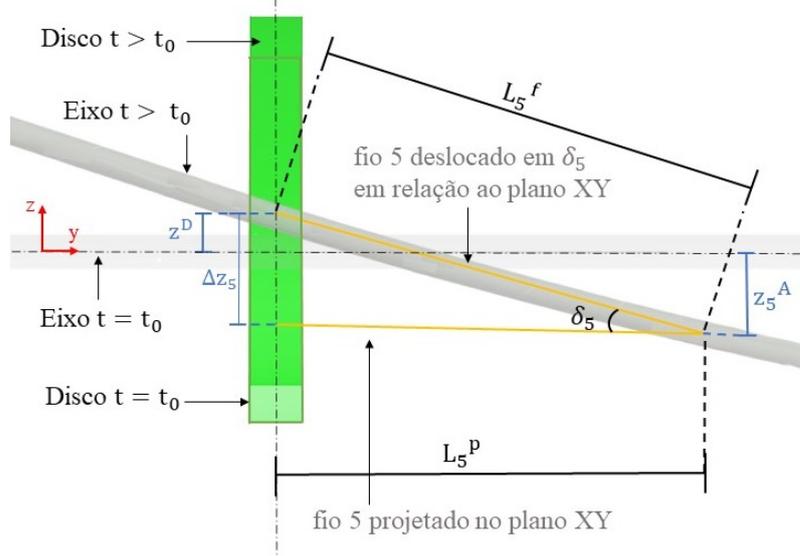


Figura 4.13: Vista do fio 5 sujeito a um deslocamento  $\delta_5$  do plano  $YZ$ .

Sendo assim, a partir da geometria mostrada na Fig. 4.13, define-se a Eq. (4.15).

$$L_5^f = \sqrt{(L_5^p)^2 + \Delta z_5^2} \quad (4.15)$$

onde  $\Delta z_5$  é obtido através da Eq. (4.16).

$$\Delta z_5 = z_5^D - z_5^A \quad (4.16)$$

Após a análise do fio 5 no plano  $YZ$  (como explicado anteriormente e mostrado na Fig. 4.13), o próximo procedimento é a análise desse mesmo fio no plano  $XY$ . A Fig. 4.14 mostra a movimentação do fio 5 no plano  $XY$  (plano de origem do fio) após um deslocamento do disco e/ou dos pontos de ancoragem na direção  $X$ .

Analisando a Fig. 4.14 define-se o ângulo  $\theta_i$ , dado pela Eq. (4.17). Ressaltando que para o instante inicial  $t = t_0$ ,  $\theta = \tan\left(\frac{rr}{yy}\right)$ .

$$\theta_i = \begin{cases} \tan\left(\frac{rr_i - \Delta x_i}{yy_i}\right), & \text{se } i = 1 \text{ e } 5. \\ \tan\left(\frac{rr_i + \Delta z_i}{yy_i}\right), & \text{se } i = 2 \text{ e } 6. \\ \tan\left(\frac{rr_i + \Delta x_i}{yy_i}\right), & \text{se } i = 3 \text{ e } 7. \\ \tan\left(\frac{rr_i - \Delta z_i}{yy_i}\right), & \text{se } i = 4 \text{ e } 8. \end{cases} \quad (4.17)$$

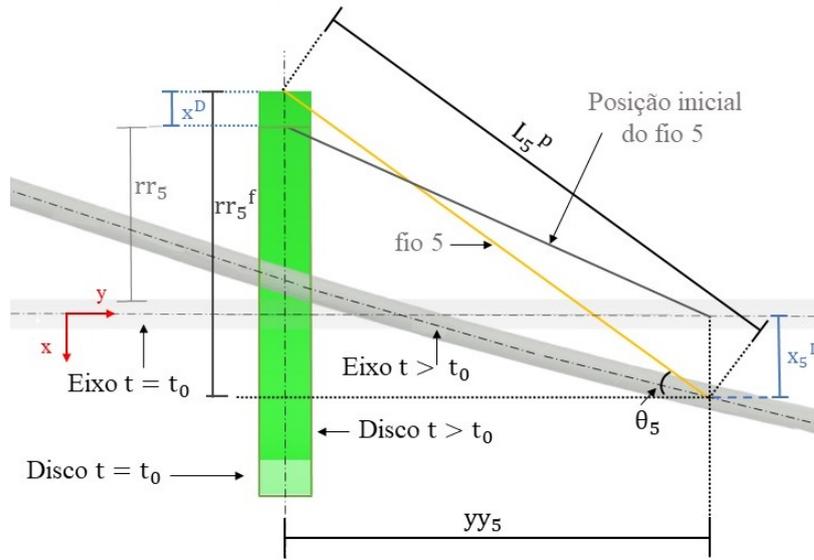


Figura 4.14: Representação esquemática do fio 5 após deslocamento do disco e do ponto de ancoragem no plano XY.

Além disso, é demonstrado na Fig. 4.14 o parâmetro  $(rr_5^f)$  para o fio 5, em que é definido conforme mostra a Eq. (4.18).

$$rr_5^f = rr_5 - \Delta x_5 \quad (4.18)$$

Portanto, o parâmetro  $L_5^p$  pode ser escrito conforme a Eq. (4.19) (vide Fig. 4.14).

$$L_5^p = \sqrt{(rr_5^f)^2 + yy_5^2} \quad (4.19)$$

Substituindo as Eqs. (4.19) e (4.18) na Eq. (4.15), tem-se a Eq. (4.20) que calcula o comprimento do fio 5 ( $L_5^f$ ) após um dado deslocamento do disco e dos pontos de ancoragem.

$$L_5^f = \sqrt{(rr_5 - \Delta x_5)^2 + (yy_5)^2 + (\Delta z_5)^2} \quad (4.20)$$

De maneira análoga, analisando os fios 2, 4, 6 e 8 (plano YZ), à medida que o disco e o ponto de ancoragem se movimentam na direção do eixo X, esses fios formam um ângulo  $\delta_i$  com o plano YZ. Vale ressaltar que no instante de tempo  $t = t_0$ , o ângulo corresponde a zero ( $\delta = 0$ ).

Por fim, generalizando a Eq. (4.20) para obter o cálculo do comprimento de todos os 8 fios  $i$ , tem-se:

$$L_i^f = \begin{cases} \sqrt{(rr_i - \Delta x_i)^2 + yy_i^2 + \Delta z_i^2}, & \text{se } i = 1 \text{ e } 5 \\ \sqrt{(rr_i + \Delta z_i)^2 + yy_i^2 + \Delta x_i^2}, & \text{se } i = 2 \text{ e } 6 \\ \sqrt{(rr_i + \Delta x_i)^2 + yy_i^2 + \Delta z_i^2}, & \text{se } i = 3 \text{ e } 7 \\ \sqrt{(rr_i - \Delta z_i)^2 + yy_i^2 + \Delta x_i^2}, & \text{se } i = 4 \text{ e } 8 \end{cases} \quad (4.21)$$

onde  $i = 1, 2, \dots, 8$  representam as posições dos fios nos discos, conforme a Fig. 4.9b.

Os parâmetros  $\Delta z_i$  e  $\Delta x_i$  generalizados para todos os fios  $i$  são obtidos respectivamente pelas Eq. (4.23) e Eq. (4.22).

$$\Delta x_i = x_i^D - x_i^A \quad (4.22)$$

$$\Delta z_i = z_i^D - z_i^A \quad (4.23)$$

- **Modelo das forças:**

Esse bloco visa a obtenção dos esforços (forças e momentos) gerados pelos fios de SMA acoplados nos discos. A Fig. 4.15 evidencia o fio 5 no plano  $YZ$  após o deslocamento do disco e ponto de ancoragem (como já explicado e mostrado esses deslocamentos fazem que o fio 5 gere um ângulo  $\delta_5$  com o plano  $XY$ ).

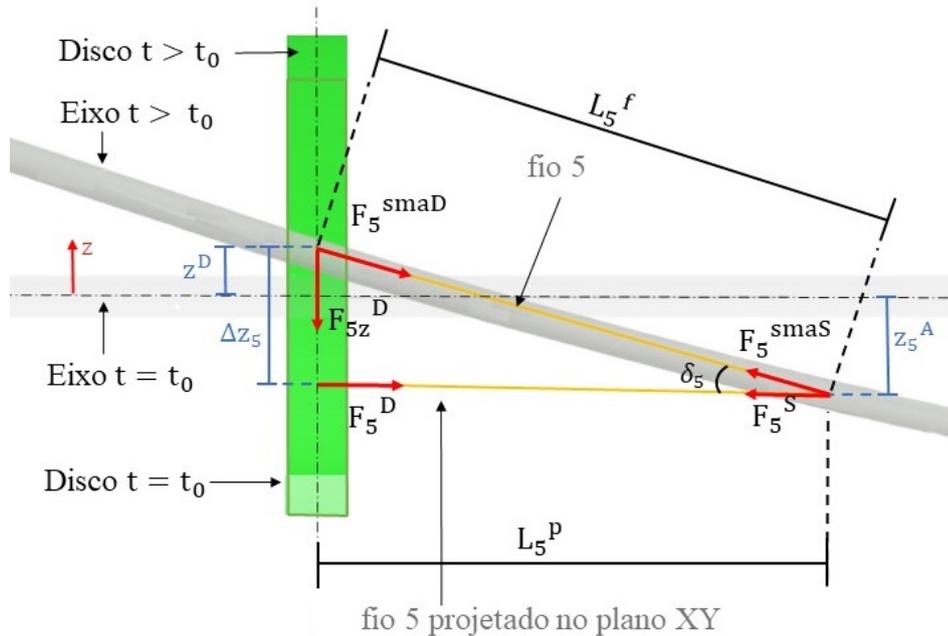


Figura 4.15: Forças geradas pelo fio 5 vista no plano  $YZ$  após um deslocamento  $\delta_5$ .

Note que o fio gera duas forças de mesmo módulo na direção do fio e em sentidos opostos, sendo  $F_5^{smaD}$  e  $F_5^{smaS}$  forças que o fio aplica no disco e eixo, respectivamente. Além disso, são definidas as forças  $F_5^D$  e  $F_5^S$ , representando a projeção de  $F_5^{smaD}$  e  $F_5^{smaS}$  no plano  $XY$ .

A Eq. (4.24) generaliza o cálculo da força gerada pela SMA,  $F_i^{smaD}$ , para todos os fios  $i = 1, 3, 5$  e  $7$ .

$$F_i^{smaD} = F_{sma} = \sigma_i S_i \quad (4.24)$$

onde  $\sigma_i$  é oriundo do modelo de Brinson e  $S_i$  representa a área da seção transversal do fio.

No instante  $t = t_0$ , o ângulo dos fios  $\delta_i = 0$ . Para os demais instantes de tempo,  $\delta_i$  é calculado como mostra a Eq. (4.25). Relembrando que  $\delta_i$  representa o ângulo que os fios fazem com os seus respectivos planos de origem (para  $i = 1, 3, 5$  e  $7$  plano  $XY$  e para  $i = 2, 4, 6$  e  $8$  plano  $YZ$ ).

$$\delta_i = \begin{cases} \tan\left(\frac{\Delta z_i}{L_i^f}\right), & \text{se } i = 1, 3, 5 \text{ e } 7 \\ \tan\left(\frac{\Delta x_i}{L_i^f}\right), & \text{se } i = 2, 4, 6 \text{ e } 8 \end{cases} \quad (4.25)$$

onde  $\Delta x_i$  e  $\Delta z_i$  são calculados respectivamente pela Eqs. (4.22) e (4.23).

A Eq. (4.26) calcula  $F_i^D$ , que representa a força que o fio  $i$  de SMA exerce no disco projetada no plano de origem do fio, estendida para todos os fios ( $i = 1, 2, \dots, 8$ ).

$$F_i^D = F_i^{smaD} \cos(\delta_i) \quad (4.26)$$

A Eq. (4.27) calcula  $F_{iz}^D$ , que representa a força aplicada pelos fios 1, 3, 5 e 7 na direção  $Z$ .

$$F_{iz}^D = F_i^{smaD} \sen(\delta_i) \quad (4.27)$$

De maneira análoga  $F_{ix}^D$ , que representa a força exercidas pelos fios 2, 4, 6 e 8 na direção  $X$ , é calculada pela Eq. (4.28)

$$F_{ix}^D = F_i^{smaD} \sen(\delta_i) \quad (4.28)$$

Após a análise do fio 5 no plano  $YZ$  (como explicado anteriormente e mostrado na Fig. 4.15), o próximo procedimento é a obtenção do modelo matemático das forças atuante no plano  $XY$  para os fios 1, 3, 5 e 7.

Sendo assim, a Fig. 4.16 mostra os fios 1, 3, 5 e 7 com vista no plano  $YZ$  e as forças geradas por esses fios, projetadas nesse plano em análise, representadas por  $F_i^D$  e  $F_i^S$ , sendo a força que o fio realiza no disco e no ponto de ancoragem (eixo), respectivamente.

Ressaltando que na Fig. 4.16 não está indicado os devidos deslocamentos do disco e dos pontos de ancoragem ao longo da direção  $X$ , visando não poluir a imagem. No entanto, esses deslocamentos são incluídos na modelagem através da variável  $\theta_i$ , que foi definida pela Eq. (4.17).

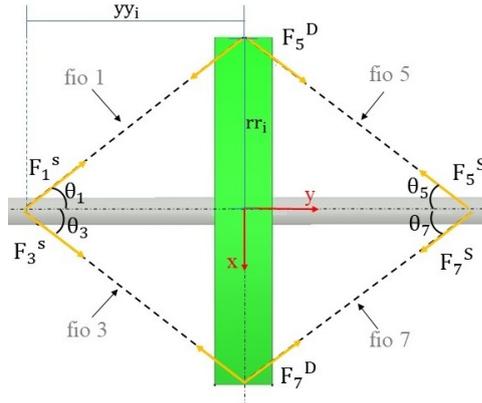


Figura 4.16: Forças geradas pelos fios 1, 3, 5 e 7 no plano  $XY$ .

A Fig. 4.17a mostra as forças decompostas nas direções  $X$  e  $Y$ , de forma que,  $F_{ix}^D$  e  $F_{ix}^S$  ( $|F_{ix}^D| = |F_{ix}^S|$ ) representam as componentes das forças de cada fio  $i$  aplicadas aos discos e ao eixo, respectivamente, ao longo da direção  $X$ .

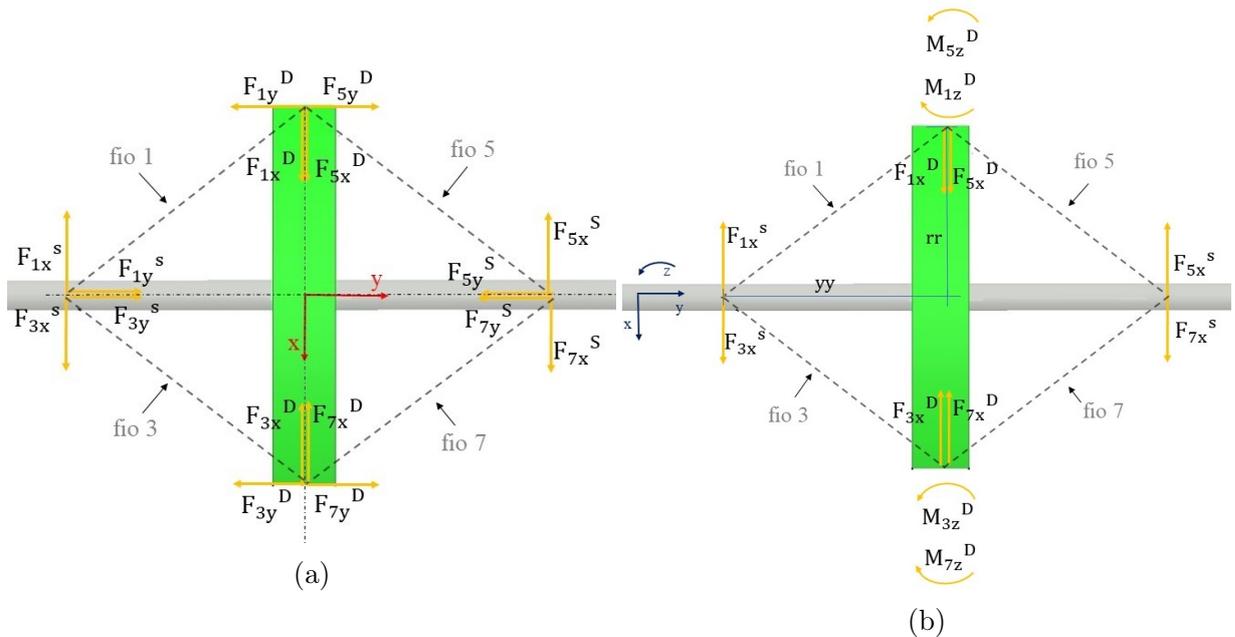


Figura 4.17: (a) Forças geradas pelos fios 1, 3, 5 e 7 decompostas ao longo das direções  $X$  e  $Y$ . (b) Forças e momentos gerados pelos fios 1, 3, 5 e 7 considerados no modelo matemático.

A força  $F_{ix}^D$  é calculada pela Eq. (4.29).

$$F_{ix}^D = F_i^D \cos(\theta_i) \quad (4.29)$$

A Fig. (4.17b) mostra os esforços considerados na modelagem no plano  $XY$ , sendo que as componentes da direção  $Y$  das forças que atuam no eixo foram desprezados (o movimento axial é desprezado no modelo de elementos finitos considerado).



$$M_{iz}^D = \begin{cases} -F_i^{smaD} \cos(\delta_i) \cos(\theta_i) r r_i, & \text{se } i = 1 \text{ e } 7 \\ F_i^{smaD} \cos(\delta_i) \cos(\theta_i) r r_i, & \text{se } i = 3 \text{ e } 5 \\ 0, & \text{se } i = 2, 4, 6 \text{ e } 8 \end{cases} \quad (4.33)$$

$$M_{ix}^D = \begin{cases} 0, & \text{se } i = 1, 3, 5 \text{ e } 7 \\ F_i^{smaD} \cos(\delta_i) \cos(\theta_i) r r_i, & \text{se } i = 2 \text{ e } 8 \\ -F_i^{smaD} \cos(\delta_i) \cos(\theta_i) r r_i, & \text{se } i = 4 \text{ e } 6 \end{cases} \quad (4.34)$$

Ressaltando que os esforços (exercidos nos pontos de ancoragem do eixo)  $F_i^{smaS}$  e  $F_i^S$  são equivalentes em módulo e direção sendo de sentido contrários aos esforços (exercidos nos discos)  $F_i^{smaD}$  e  $F_i^D$ , respectivamente. Sendo assim, pode-se concluir que:  $F_{ix}^S = -F_{ix}^D$  e  $F_{iz}^S = -F_{iz}^D$ .

# Capítulo 5

## Resultados e Discussões

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos nessa dissertação, os quais são divididos em duas seções. Na primeira, são mostrados os resultados obtidos com os fios de SMA aplicados no mancal da máquina rotativa. Em seguida são apresentados os resultados associados com a aplicação dos fios de SMA nos discos do rotor em análise.

As respostas de vibração do rotor são apresentadas no domínio do tempo, evidenciando o comportamento dinâmico da máquina rotativa operando em regime permanente e transiente (*run-up*). São comparadas as respostas de vibração obtidas sem e com a presença dos fios de SMA no rotor, simulando diferentes valores de temperatura.

A Fig. 5.1 mostra duas funções de resposta em frequência (FRFs) obtidas a partir do modelo da bancada de testes, considerando a excitação e resposta de vibração aplicada e medida, respectivamente, no disco 1. Neste caso, as 4 primeiras frequências naturais do rotor podem ser observadas (FRFs obtidas com o rotor parado).

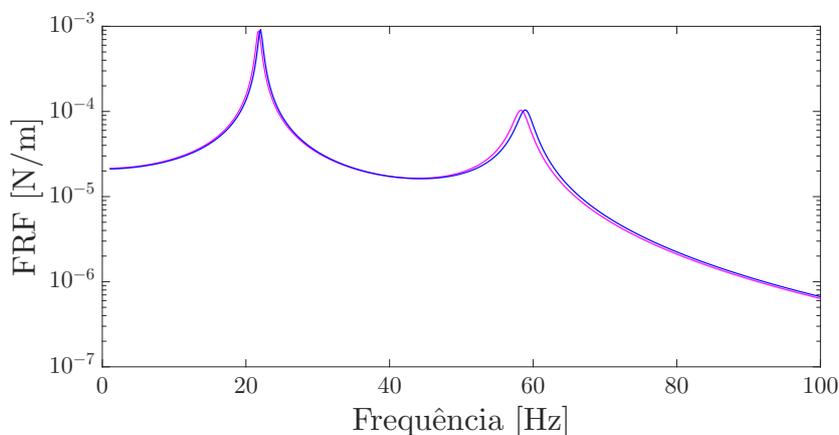


Figura 5.1: FRFs obtidas a partir do modelo da bancada. — FRF na direção  $X$ . — FRF na direção  $Z$ .

A Tab. 5.1 mostra as 6 primeiras velocidades críticas do rotor (*forward* e *backward*) na ausência das SMAs. A Fig. 5.2 mostra o diagrama de Campbell do rotor, prevendo as quatro primeiras velocidades críticas.

Tabela 5.1: Velocidades críticas da bancada.

	1 <sup>a</sup> crítica <i>Backward</i>	1 <sup>a</sup> crítica <i>Forward</i>	2 <sup>a</sup> crítica <i>Backward</i>	2 <sup>a</sup> crítica <i>Forward</i>	3 <sup>a</sup> crítica <i>Backward</i>	3 <sup>a</sup> crítica <i>Forward</i>
Velocidades críticas [Hz]	21,76	22,02	58,34	58,93	163,38	166,34
Velocidades críticas [rpm]	1305,74	1320,92	3500,35	9803,08	9980,18	14558,56

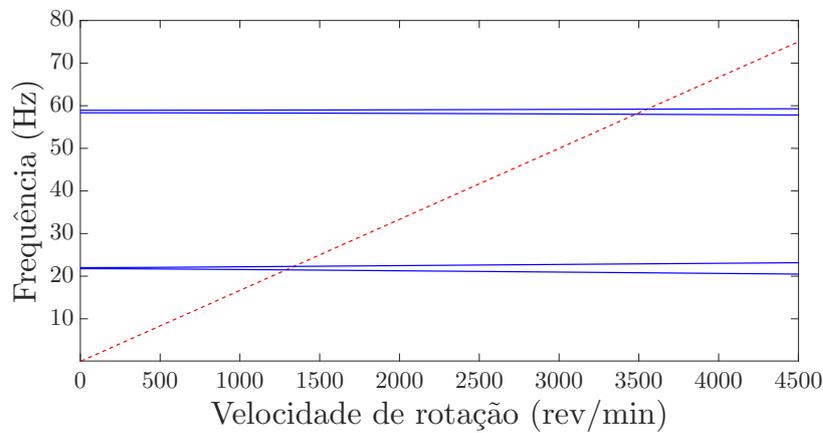


Figura 5.2: Diagrama de Campbell do modelo do rotor.

As simulações efetuadas nessa dissertação consideraram um desbalanceamento de  $125 \text{ g.mm}$  nas posições angulares  $\frac{-\pi}{4}$  e  $\frac{\pi}{3}$ , aplicados nos discos 1 e 2, respectivamente.

## 5.1 Fios de SMA no Mancal

Para as simulações efetuadas nessa seção, foi considerada uma deformação inicial  $\epsilon_0 = 3\%$ , um comprimento inicial  $L_0 = 50 \text{ mm}$  e um diâmetro da seção transversal de  $d_{fio} = 25 \text{ mm}$  em todos os 16 fios fixos no mancal flexível (mancal 2). A importância da pré-carga (deformação inicial) é justificada de forma a garantir que o fio fique próximo à região de transformação de fases, com o intuito que ocorras as transformações no fio, amplificado a dissipação de energia. Por sua vez, a escolha do diâmetro do fio foi baseada no princípio do autoaquecimento do fio, pois quanto menor o diâmetro maior será a distribuição do fluxo de calor no fio. Já o comprimento do fio foi escolhido de forma a adequar-se às dimensões do mancal para uma futura implementação experimental.

Além disso, os fios de SMA foram mantidos em 3 temperaturas distintas: 30°C, 60°C e 90°C, aplicadas separadamente em cada um dos testes realizados. As Fig. 5.3 e 5.4 ilustram os deslocamentos obtidos no disco 1 e no disco 2, respectivamente, com o rotor operando em regime permanente com uma velocidade  $\Omega = 50Hz = 3000 rpm$ . Nota-se que essa velocidade está situada entre a primeira e a segunda velocidade crítica, como é mostrado na Tab. 5.1.

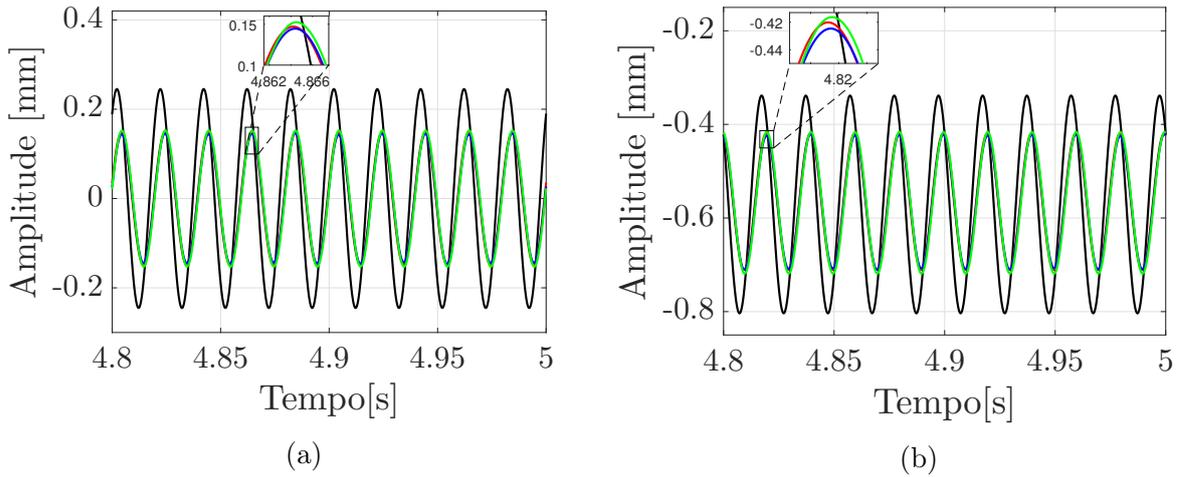


Figura 5.3: Repostas temporais em regime permanente do disco 1. — SMA OFF; — Temperatura de 30°C; — Temperatura de 60°C; — Temperatura de 90°C; (a) Disco 1 - direção X; (b) Disco 1 - direção Z.

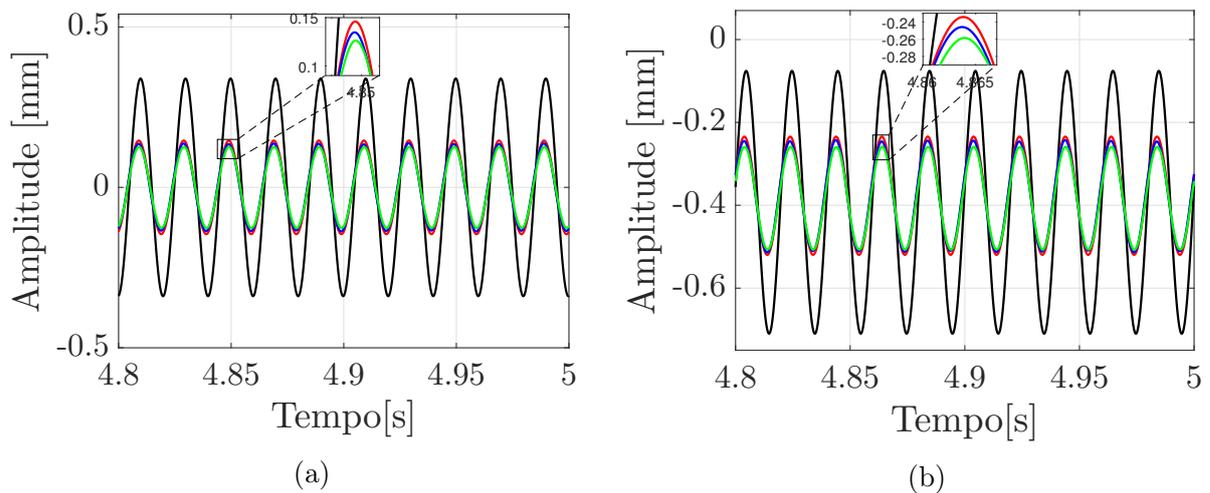


Figura 5.4: Repostas temporais em regime permanente do disco 2. — SMA OFF; — Temperatura de 30°C; — Temperatura de 60°C; — Temperatura de 90°C; (a) Disco 2 - direção X; (b) Disco 2 - direção Z.

Desta forma, é possível avaliar e comparar o comportamento do rotor sem a atuação das SMAs (SMA OFF) e com a atuação das SMAs para três temperaturas distintas, constantes ao longo do tempo em 30°C, 60°C e 90°C.

A Fig. 5.3 e Fig. 5.4 demonstram que com a aplicação dos fios de SMA, tem-se uma redução das amplitudes de vibração. A Tab. 5.2 indica as reduções percentuais dessas amplitudes de vibrações, comparando as repostas da bancada na ausência das SMAs.

Como esperado, a presença dos fios de SMA leva a reduções nas amplitudes de vibração maiores que 34,92%. É importante ressaltar que o acoplamento dos fios no mancal do rotor já leva a um aumento de rigidez, o que provocou a diminuição das amplitudes de vibração do rotor. O aumento da temperatura dos fios resultou em reduções adicionais dessas amplitudes.

Tabela 5.2: Redução das amplitudes de vibração com a aplicação dos fios de SMA.

Temperatura	Disco 1	Disco 1	Disco 2	Disco 2
	Direção X	Direção Z	Direção X	Direção Z
30°C	40,08 %	37,62 %	57,01 %	55,05 %
60°C	40,42 %	37,61 %	59,40 %	57,25 %
90°C	37,76 %	34,92 %	62,64 %	60,79 %

Além disso, é possível observar que a redução da vibração foi maior no disco 2. Isso se dá pelo fato deste disco estar mais próximo do mancal onde os fios de SMA foram aplicados. Sendo assim, pelas repostas de vibração obtidas no disco 2 (vide Fig. 5.4), é possível constatar que com o aumento da temperatura de trabalho, as amplitudes de vibração do rotor tendem a diminuir, chegando em reduções de até 62,64%.

É possível observar que as repostas temporais para os fios em diferentes temperaturas (30°C, 60°C e 90°C) estão defasadas em relação às repostas de vibração do rotor na ausência da SMA, devido ao aumento da rigidez com a temperatura. Este efeito é mais pronunciado para as repostas medidas no disco 1.

A Fig. 5.5 mostra o comportamento do rotor operando em regime transiente, *run-up* passando pelas duas primeiras velocidades críticas. Neste caso, foi considerada uma variação de velocidade de rotação entre 0 a 5400 rpm, em um intervalo de tempo de 10 segundos, tendo assim uma rampa de 540 rpm/s. Novamente, foi considerada uma deformação inicial  $\epsilon_0 = 3\%$  e um comprimento inicial  $L_0 = 50 \text{ mm}$  em todos os 16 fios fixos no mancal flexível (mancal 2). Além disso, os fios de SMA foram mantidos em 3 temperaturas distintas: 30°C, 60°C e 90°C, aplicadas separadamente em cada um dos testes realizados.

Note que a presença dos fios de SMA levaram a um aumento das velocidades críticas do rotor, principalmente na segunda velocidade crítica (*forward* e *backward*). Esse efeito ocorre, pois, com emprego dos fios de SMA no mancal flexível tem-se um aumento da rigidez, acarretando o aumento das velocidades críticas. Além disso, é possível constatar que com o aumento da temperatura de trabalho, as amplitudes de vibração do rotor tendem a diminuir.

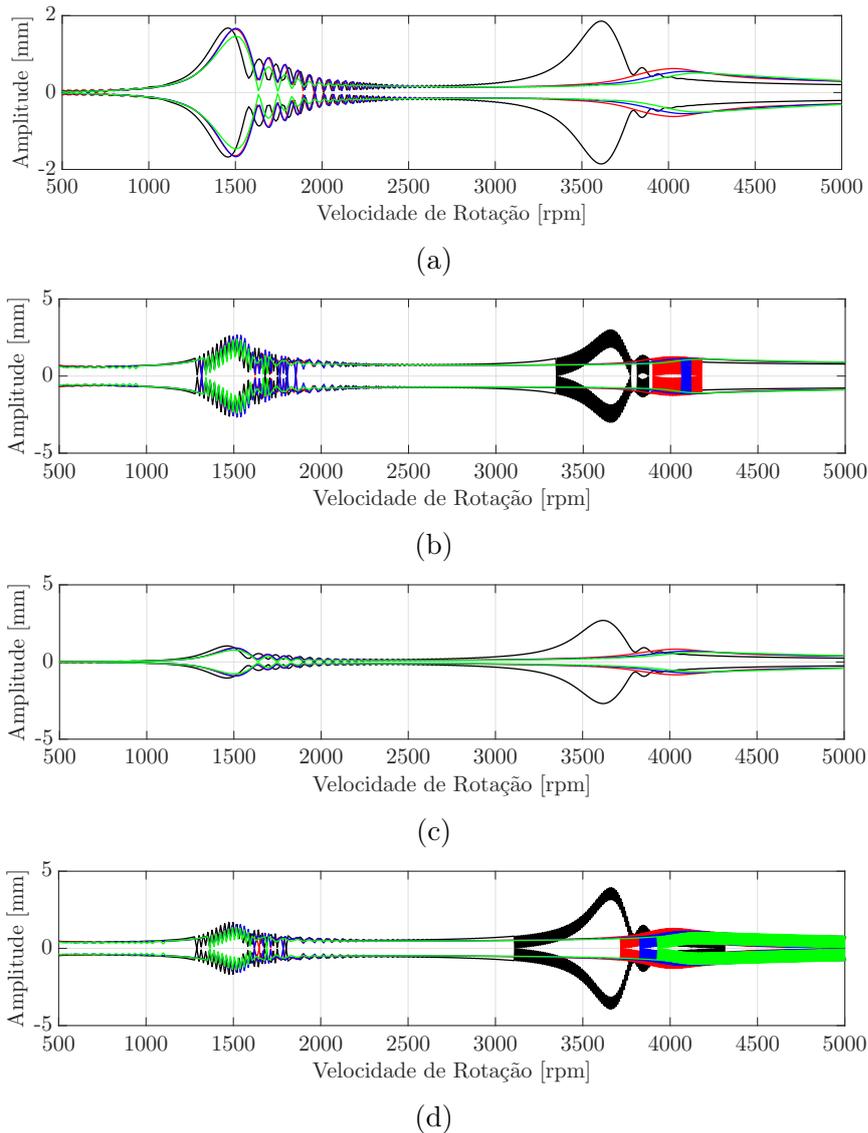


Figura 5.5: Amplitudes de vibrações com o rotor em *run-up* com rampa de 540 rpm/s. — SMA OFF; — Temperatura de 30°C; — Temperatura de 60°C; — Temperatura de 90°C. (a) Disco 1 na direção X. (b) Disco 1 na direção Z. (c) Disco 2 na direção X. (d) Disco 2 na direção Z.

De forma geral, para as condições de regime permanente e transiente (*run-up*), é possível observar que com o aumento da temperatura de trabalho tem-se uma redução nas amplitudes de vibração do rotor. Esse fenômeno ocorre, pois, o aumento da temperatura de trabalho provoca um aumento das temperaturas de transformação da SMA utilizada. Em temperaturas mais altas, tem-se uma estrutura cristalina austenítica (ou mais próxima da austenita). Em temperaturas mais baixas, a SMA utilizada é martensítica ou ligeiramente próxima a uma estrutura martensítica. Assim, como a estrutura austenítica (temperaturas mais altas) é mais rígida que a martensítica, ocorre o enrijecimento do mancal e, conseqüentemente, do rotor. Desta forma, menores amplitudes de vibração são obtidas para maiores temperaturas dos fios de SMA.

## 5.2 Fios de SMA nos Discos do Rotor

As simulações efetuadas nessa seção consideraram uma deformação inicial  $\epsilon_0 = 3\%$  em todos os 16 fios fixos nos discos do rotor. A distância considerada para as simulações do ponto de ancoragem (localizado no eixo) ao centro de cada disco para todos os fios foi  $yy_i = 40 \text{ mm}$ , de forma a maximizar o efeito dos fios de SMA na bancada. Sendo assim, calculando  $L_i^T$ , que representa o comprimento inicial do fio tracionado pela Eq. (4.13), tem-se que  $L_i^T = 60,96 \text{ mm}$ . Por fim, calculando o comprimento inicial fio através da Eq. (4.14), obtém-se  $L_0 = 59,18 \text{ mm}$ .

A Fig. 5.6 ilustra as respostas de vibração obtidas ao longo das direções  $X$  e  $Z$  dos discos 1 e 2 para o rotor operando em regime permanente. Neste caso,  $\Omega = 18\text{Hz} = 1080 \text{ rpm}$ . Essa velocidade encontra-se abaixo da primeira velocidade crítica do rotor em análise.

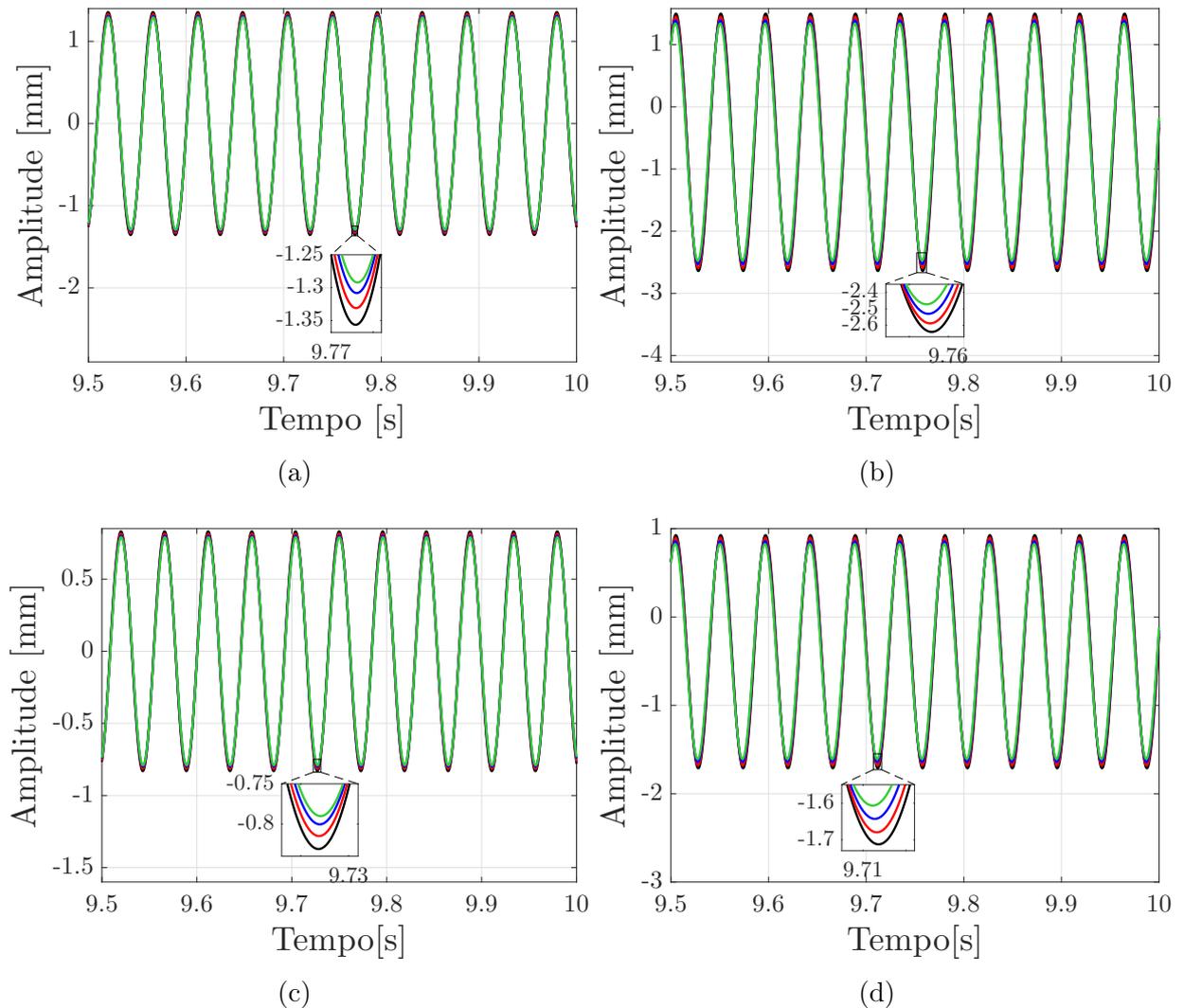


Figura 5.6: Respostas temporais em regime permanente. — SMA OFF; — Temperatura de 30°C; — Temperatura de 60°C; — Temperatura de 90 °C; (a) Disco 1 - direção X; (b) Disco 1 - direção Z; (c) Disco 2 - direção X; (d) Disco 2 - direção Z.

A Tab. 5.3 indica as reduções percentuais das amplitudes de vibração (vide Fig. 5.6), comparando os resultados obtidos na presença das SMAs com as repostas de vibrações determinadas a partir do rotor original (ausência das SMAs).

Tabela 5.3: Redução das amplitudes de vibrações com os fios nos discos.

Temperatura	Disco 1	Disco 1	Disco 2	Disco 2
	Direção X	Direção Z	Direção X	Direção Z
30°C	1,87 %	2,46 %	1,94 %	2,43 %
60°C	3,57 %	5,21 %	3,71 %	5,14 %
90°C	4,77 %	7,91 %	4,96 %	7,81 %

Note que não houve uma redução significativa das amplitudes de vibração com a presença dos fios. Isso se deve ao fato das amplitudes das forças e momentos resultantes serem pequenos. O deslocamento provocado nos fios pela vibração relativa entre os discos e eixo é pequeno, não alterando tanto a deformação dos fios de SMA.

A Fig. 5.7 mostra as forças geradas pelos 8 fios fixos no disco 1, de acordo com os resultados apresentados na Fig. 5.6. Contudo, novamente é possível constatar que com o aumento da temperatura de trabalho, as amplitudes de vibração do rotor tendem a diminuir.

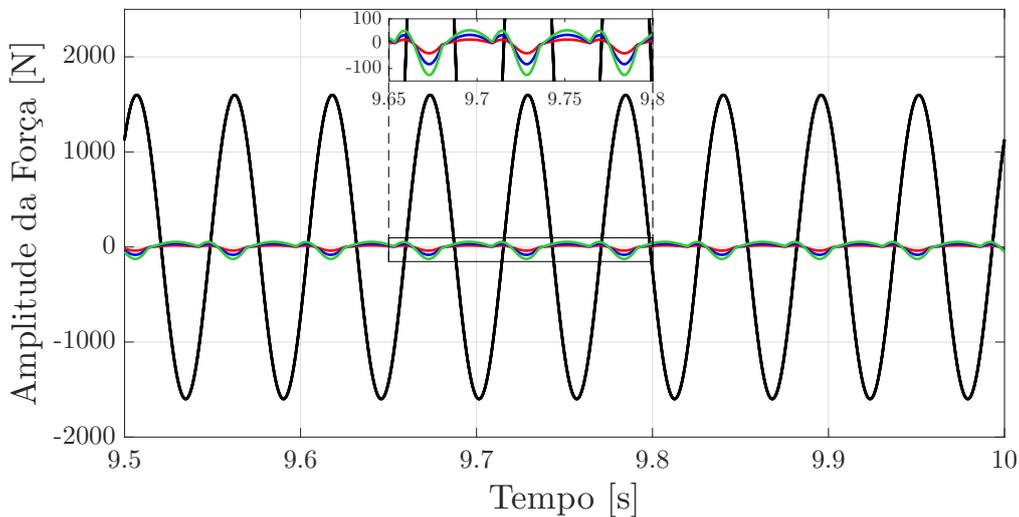


Figura 5.7: Forças resultantes devido à ação das ligas no disco 1 na direção  $X$ . — Forças atuantes no disco 1 direção  $X$  na ausência de SMA; — Temperatura de 30°C; — Temperatura de 60°C; — Temperatura de 90 °C.

A Fig. 5.8 compara o *loop* de histerese da SMA em uma temperatura de 90 °C com a do fio 1 fixo no disco 1. Nota-se que o loop do fio 1 é bastante pequeno se comparado ao loop de histerese da SMA, pois a excitação harmônica não é grande o suficiente para deformar a estrutura resultando em grande tensão, resultando em baixa dissipação de energia de vibração. Esse comportamento é observado também em todos os outros fios nas faixas de temperaturas de 30 °C e 60 °C.

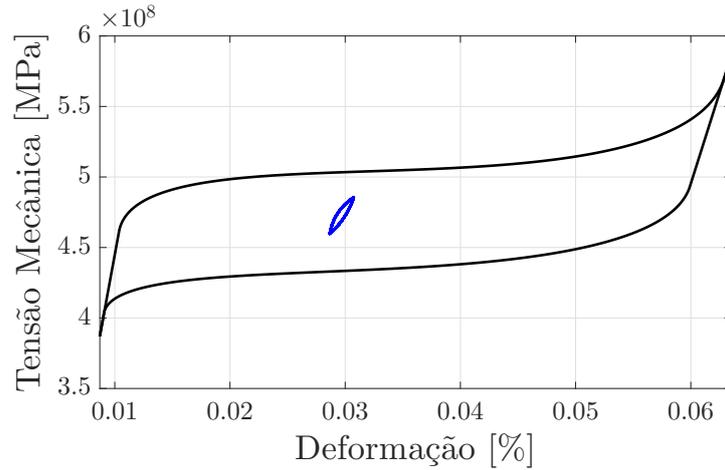


Figura 5.8: — Loop de histerese da SMA na temperatura de 90 °C ; — Loop de histerese do fio 1 no disco 1.

As Fig. 5.9 e Fig. 5.10 mostram o comportamento do rotor na ausência e presença dos fios de SMA para o rotor em condição de *run-up*, passando pelas duas primeiras velocidades críticas. Foi considerada uma variação de velocidade entre 0 a 5100 rpm, em um intervalo de tempo de 20 segundos, tendo assim uma rampa de 255 rpm/s. Neste caso, são apresentadas as respostas de vibração obtidas no disco 1 (Fig. 5.9) e disco 2 (Fig. 5.10) ao longo das direções *X* e *Z*.

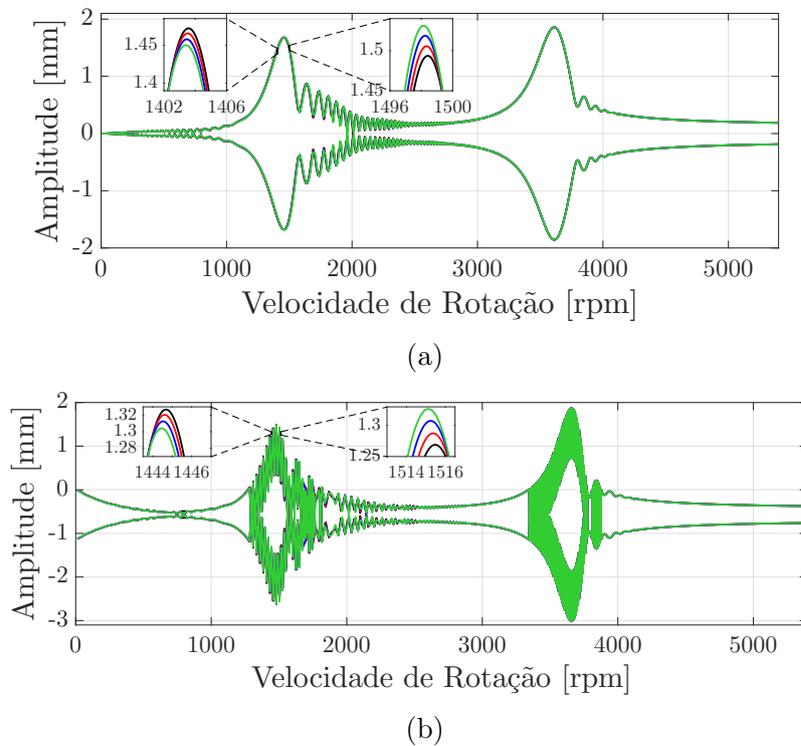
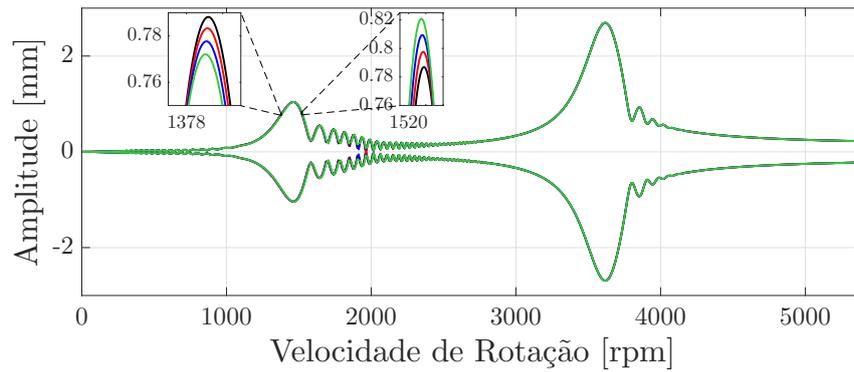
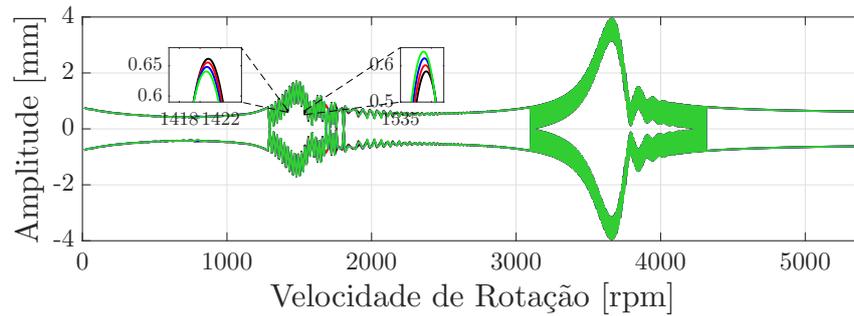


Figura 5.9: Deslocamento dos disco 1 (*run-up* com rampa de 255 rpm/s); — SMA OFF; — Temperatura de 30°C; — Temperatura de 60°C; — Temperatura de 90 °C; (a) Direção *X*; (b) Direção *Z*.



(a)



(b)

Figura 5.10: Deslocamento dos disco 2 (*run-up* com rampa de 255 rpm/s); — SMA OFF; — Temperatura de 30°C; — Temperatura de 60°C; — Temperatura de 90 °C; (a) Direção X; (b) Direção Z.

Analisando as Fig. 5.9 e Fig. 5.10, verifica-se que o emprego dos fios de SMA não modifica as amplitudes de vibração e as velocidades críticas do rotor de forma efetiva. De forma geral, as repostas temporais para os fios aplicados aos discos obtiveram uma redução nas respostas de vibrações de até 7,81%. Desta forma, a metodologia abordada não se mostrou satisfatória como esperado (regime de *run-up*). Contudo, espera-se que explorando o efeito memória das SMAs tenha-se melhores porcentagens de minimização das vibrações.

# Capítulo 6

## Conclusões

Nesta dissertação foi demonstrada a modelagem numérica de uma máquina rotativa horizontal com fios de SMA para fins de atenuação das amplitudes de vibração. Para tal feito, foram propostas duas maneiras distintas de aplicação dos fios de SMA, sendo que na primeira os fios foram dispostos nas direções vertical e horizontal em um dos mancais da máquina rotativa. A segunda consistiu na aplicação dos fios de SMA nos discos do rotor, de modo que umas das extremidades dos fios ficassem ancoradas no eixo e a outra no disco.

Inicialmente foi realizada uma revisão bibliográfica sobre os conceitos das SMAs, os modelos constitutivos consolidados na literatura e os principais trabalhos científicos em que as SMAs foram aplicadas na dinâmica de rotação. A partir dessa revisão, notou-se que existem trabalhos publicados em que são usados fios de SMA nos mancais, porém não foi abordado em nenhuma pesquisa o uso de fios de SMA nos discos para fins de controle de vibrações.

O rotor analisado é suportado por dois mancais e composto por dois discos, e foi representado numericamente por um modelo de elementos finitos. As SMAs utilizadas foram representadas matematicamente pelo modelo de Brinson modificado. Os testes realizados dessa dissertação consideraram temperaturas de trabalho iguais a 30°C, 60°C e 90 °C.

Em seguida, mostrou-se a geometria e a formulação matemática que representa o comportamento físico dos fios acoplados no mancal flexível. E assim como, foi apresentada a geometria e a construção do modelo adotado na representação do comportamento termomecânico dos fios ancorados aos discos e eixo.

Os resultados obtidos mostraram que os fios fixos aos mancais provaram ser eficientes como elementos de controle de vibrações, pois nas simulações realizadas houve uma redução de cerca de 41% das amplitudes de vibração com o uso da SMA na temperatura de 90 °C em comparação a simulação do rotor na ausência das SMAs. Em testes de *run-up*, ficou comprovado o efeito das SMAs na atenuação de vibrações, principalmente quando se trata das velocidades críticas.

Os testes com os fios aplicados nos discos mostraram reduções das amplitudes de vibração para o rotor operando em regime permanente em, aproximadamente, 8%. Essa redução não foi muito significativa, pois as forças e os momentos resultantes gerados pelos fios se anulam. Isso ocorreu, pois, os deslocamentos provocados pelos discos são relativamente menores aos observados no mancal, e além disso os *loops* de histerese dos fios resultaram em uma dissipação da energia de vibração muito menor em comparação a energia dissipada em todo o ciclo de histerese da SMA empregada nas simulações.

A metodologia abordada não se mostrou satisfatória como esperado para o regime de operação *run-up*. Modificações são necessárias para que esta aplicação seja realizada de forma satisfatória.

Constatou-se que as SMAs podem alterar as repostas do rotor devido às variações de temperatura. Além disso, verificou-se que a mudança da temperatura de trabalho pode modificar a velocidade crítica do rotor. Essa característica pode ser usada como um mecanismo inteligente para atravessar velocidades críticas.

Por fim, pode-se concluir que o controle semi-ativo usando fios de SMA é uma maneira eficaz de controlar a resposta dinâmica dos rotores, uma vez que é aproveitada a característica intrínseca das SMAs, ou seja, desfruta-se da dissipação de energia das SMAs com a finalidade de reduzir as amplitudes de vibração do rotor.

Em um contexto de contribuição, essa dissertação deu continuidade aos trabalhos realizados pelo grupo de pesquisa do LMEst, de forma a aplicar fios de SMA ao longo das direções horizontal e vertical em um mancal flexível, possibilitando a aplicação do controle em ambas as direções. Além disso, o comportamento termomecânico da SMA foi representado pelo modelo de Brinson. Assim, o modelo de rotores foi acoplado com o modelo dos fios de SMA aplicados ao mancal e aos discos. Por fim, pode-se considerar também como contribuição deste trabalho de mestrado o estudo de caso referente a aplicação dos fios de SMA nos discos, visando o controle de vibrações em exaustores industriais, por exemplo.

Como perspectivas futuras pretende-se realizar a validação experimental das análises numéricas realizadas neste trabalho. Além disso, pretende-se explorar o efeito memória com a expectativa de conseguir aumentar a redução das amplitudes de vibração para a aplicação das SMAs nos discos. O efeito memória é interessante pois, não está diretamente vinculado com a tensão em que o fio é submetido, que conseqüentemente provoca uma deformação, e sim está vinculado com a variação de temperatura. Neste sentido, o efeito giroscópico do disco pode ser utilizado para auxiliar o controle da vibração. Serão também consideradas as incertezas associadas as características termomecânicas da SMA, visto que a bancada é sensível aos valores desses parâmetros.

# Referências Bibliográficas

ALVES, M. T. S. *Controle de Vibrações em Máquinas Rotativas Usando Ligas com Memória de Forma*. 124 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2015. Disponível em: <<https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/14768>>.

ARAVINDHAN, T.; GUPTA, K. Multiple smart material applications using sma and mr fluid damper for rotor vibration control. In: AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS DIGITAL COLLECTION. *ASME Turbo Expo 2010: Power for Land, Sea, and Air*. 2010. p. 299–308. Disponível em: <<https://doi.org/10.1115/GT2010-23084>>.

ATEPOR, L. *Vibration Analysis and Intelligent Control of Flexible Rotor Systems Using Smart Materials*. 123 p. Tese (Doutorado) — University of Glasgow, Glasgow, 2009. Disponível em: <<http://theses.gla.ac.uk/id/eprint/593>>.

AURICCHIO, F.; TAYLOR, R. L.; LUBLINER, J. Shape memory alloys: macromodelling and numerical simulations of the superelastic behavior. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Elsevier Science, v. 146, n. 3-4, p. 281–312, 1997. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/S0045-7825\(96\)01232-7](https://doi.org/10.1016/S0045-7825(96)01232-7)>.

BEKKER, A.; BRINSON, L. C. Phase diagram based description of the hysteresis behavior of shape memory alloys. *Acta materialia*, Elsevier, v. 46, n. 10, p. 3649–3665, 1998. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/S1359-6454\(97\)00490-4](https://doi.org/10.1016/S1359-6454(97)00490-4)>.

BORGES, J. M. *Controle de um Sistema Dinâmico Rotativo Utilizando Mancais com Atuadores LMF*. 56 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2016. Disponível em: <<https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/tede/8981>>.

BRAGA, M. T. *Controle Passivo de Vibrações em Máquinas Rotativas Utilizando Fios de Memória de Forma*. 84 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2018. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.14393/ufu.te.2018.638>>.

BRINSON, L. C. One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: Thermo-mechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable. *Journal of intelligent material systems and structures*, Sage Publications Sage CA: Thousand Oaks, CA, v. 4, n. 2, p. 229–242, 1993. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/1045389X9300400213>>.

BUEHLER, W. J.; WANG, F. E. A summary of recent research on the nitinol alloys and their potential application in ocean engineering. *Ocean Engineering*, Elsevier, v. 1, n. 1, p. 105–120, 1968. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0029-8018\(68\)90019-X](https://doi.org/10.1016/0029-8018(68)90019-X)>.

CAVALINI JR, A. A. *Detecção e Identificação de Trincas Transversais Incipientes em Eixos Horizontais Flexíveis de Máquinas Rotativas*. 135 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2013. Disponível em: <<https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/14730>>.

- CAVALINI JR, A. A. et al. Vibration attenuation in rotating machines using smart spring mechanism. *Mathematical Problems in Engineering*, Hindawi, v. 2011, 2011. Disponível em: <<https://doi.org/10.1155/2011/340235>>.
- CAVALINI JR, A. A. et al. Uncertainty analysis of a flexible rotor supported by fluid film bearings. *Latin American Journal of Solids and Structures*, SciELO Brasil, v. 12, n. 8, p. 1487–1504, 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1679-78251582>>.
- CISSE, C.; ZAKI, W.; ZINEB, T. B. A review of constitutive models and modeling techniques for shape memory alloys. *International Journal of Plasticity*, Elsevier, v. 76, p. 244–284, 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2015.08.006>>.
- ENEMARK, S.; SANTOS, I.; SAVI, M. A. Shape memory alloys applied to improve rotor-bearing system dynamics—an experimental investigation. In: JR. D. A. RADE, . W. M. B. V. S. (Ed.). *Proceedings of the 17th International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics*. Natal, Rio Grande do Norte, Brazil: [s.n.], 2015. Disponível em: <<https://orbit.dtu.dk/en/publications/shape-memory-alloys-applied-to-improve-rotor-bearing-system-dynam>>.
- ENEMARK, S.; SANTOS, I. F. Rotor bearing system integrated with shape memory alloy springs for ensuring adaptable dynamics and damping enhancement—theory and experiment. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 369, p. 29–49, 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2016.01.023>>.
- GRENINGER, A. B.; MOORADIAN, V. G. Strain transformation in metastable beta copper-zinc and beta copper-tin alloys. *AIME TRANS*, v. 128, p. 337–369, 1938.
- HE, Y.-Y. et al. Vibration control of a rotor–bearing system using shape memory alloy: I. theory. *Smart Materials and Structures*, IOP Publishing, v. 16, n. 1, p. 114, 2006. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088/0964-1726/16/1/014>>.
- HE, Y.-Y. et al. Vibration control of a rotor–bearing system using shape memory alloy: Ii. experimental study. *Smart Materials and Structures*, IOP Publishing, v. 16, n. 1, p. 122, 2006. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088/0964-1726/16/1/015>>.
- HUANG, W. *Shape memory alloys and their application to actuators for deployable structures*. 96 p. Tese (Doutorado) — University of Cambridge Peterhouse, 1998. Disponível em: <[https://inis.iaea.org/search/search.aspx?orig\\_q=RN:31010735](https://inis.iaea.org/search/search.aspx?orig_q=RN:31010735)>.
- HUTCHINSON, J. Shear coefficients for timoshenko beam theory. *J. Appl. Mech.*, v. 68, n. 1, p. 87–92, 2001. Disponível em: <<https://doi.org/10.1115/1.1349417>>.
- IMBERT, J.-F. *Analyse Des Structures Par Éléments Finis*. [S.l.: s.n.], 1979.
- INMAN, D. J. et al. Proposals for controlling flexible rotor vibrations by means of an antagonistic sma/composite smart bearing. In: TRANS TECH PUBL. *Applied Mechanics and materials*. 2006. v. 5, p. 29–36. Disponível em: <<https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.5-6.29>>.
- LAGOUDAS, D. C. *Shape Memory Alloys: Modeling and Engineering Applications*. Springer Science Business Media, 2008. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/978-0-387-47685-8>>.
- LALANNE, M.; FERRARIS, G. *Rotordynamics Prediction in Engineering*. [S.l.]: Wiley, 1998. v. 2. 266 p.
- LEES, A. et al. The control of bearingstiffness using shape memory. In: *Proceesings of the International Symposium on Stability Control of Rotating Machinery*. [S.l.: s.n.], 2007. p. 299–308.

LIANG, C.; ROGERS, C. Design of shape memory alloy springs with applications in vibration control. 1993. Disponível em: <<https://doi.org/10.1115/1.2930305>>.

LIANG, C.; ROGERS, C. A. One-dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory materials. *Journal of intelligent material systems and structures*, TECHNOMIC PUBLISHING CO., INC. 851 New Holland Ave., Box 3535, Lancaster, PA . . . , v. 8, n. 4, p. 285–302, 1997. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/1045389X9700800402>>.

LIU, B. et al. Vibration control of a rotor system utilizing a bearing housing with controllable spring nonlinearity. In: CITESEER. *ASME 1994 International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition*. 1994. p. V005T14A007–V005T14A007. Disponível em: <<https://doi.org/10.1115/94-GT-060>>.

MA, Y. et al. A novel smart rotor support with shape memory alloy metal rubber for high temperatures and variable amplitude vibrations. *Smart Materials and Structures*, IOP Publishing, v. 23, n. 12, p. 125016, 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088/0964-1726/23/12/125016>>.

MAHFOUD, J. et al. Experimental model to control and monitor rotating machines. *Mechanism and Machine Theory*, Elsevier, v. 44, n. 4, p. 761–771, April 2009. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2008.04.009>>.

NAGAYA, K. et al. Active control method for passing through critical speeds of rotating shafts by changing stiffnesses of the supports with use of memory metals. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 113, n. 2, p. 307–315, 1987. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(87\)80217-1](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(87)80217-1)>.

NICOLETTI, R.; LIEBICH, R. Analysis of long wind turbine blades with shape memory alloy wires in super-elastic phase. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 29, n. 15, p. 3108–3123, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/1045389X18783078>>.

NIE, J.; YAN, X. Intelligent bearing system for passing through critical speed of aeroengine rotor by changing stiffness using sma wires. In: *Materials science forum*. [s.n.], 2000. v. 327, p. 99–102. Disponível em: <<https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.327-328.99>>.

OTSUKA, K.; WAYMAN, C. Mechanism of shape memory effect and superelasticity. *Shape memory materials*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, p. 27–48, 1998.

PATIL, D.; SONG, G. A review of shape memory material's applications in the offshore oil and gas industry. *Smart Materials and Structures*, IOP Publishing, v. 26, n. 9, p. 093002, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088/1361-665X/aa7706>>.

SALDARRIAGA, M. R. V. *Atenuação de Vibrações em Máquinas Rotativas flexíveis Usando Materiais Viscoelásticos nos Suportes*. 86 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia (UFU), Uberlândia, 2007. Disponível em: <<https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/14673>>.

SILVA, J.; MESQUITA, A.; SILVA, E. da. Controle de vibração de máquina rotativa utilizando luva com efeito memória de forma. In: *V Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, Salvador, Brasil*. [S.l.: s.n.], 2008.

SILVA, J. A. B. d. *Análise de Sistemas de Controle de Vibração em Máquinas Rotativas Utilizando Atuadores Formados por Ligas com Memória de Forma*. 76 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Pará, Belém, 2009.

- SILVA, L. C.; SAVI, M. A.; PAIVA, A. Nonlinear dynamics of a rotordynamic nonsmooth shape memory alloy system. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 332, n. 3, p. 608–621, 2013. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2012.09.018>>.
- SILVA, R. S. *Análise da Morfagem de Winglets Utilizando Ligas de Memória de Forma*. 44 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.
- SMALLEY, A. J.; MAUNEY, D. A. et al. Risk based maintenance of turbomachinery. In: TEXAS A&M UNIVERSITY. TURBOMACHINERY LABORATORIES. *Proceedings of the 26th Turbomachinery Symposium*. 1997. Disponível em: <<https://doi.org/10.21423/R11T0V>>.
- SMITH, R. C. *Smart Material Systems: Model Development*. SIAM, 2005. Disponível em: <<https://doi.org/10.1137/1.9780898717471>>.
- TANAKA, K. A thermomechanical sketch of shape memory effect: One-dimensional tensile behavior. *Res. Mechanica*, v. 18, p. 251–263, 1986.
- TANAKA, K.; NAGAKI, S. A thermomechanical description of materials with internal variables in the process of phase transitions. *Ingenieur-Archiv*, Springer, v. 51, n. 5, p. 287–299, 1982. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/BF00536655>>.
- WORDEN, K.; BULLOUGH, W. A.; HAYWOOD, J. *Smart Technologies*. World Scientific, 2003. Disponível em: <<https://doi.org/10.1142/4832>>.
- ŽAK, A. J.; CARTMELL, M. P.; OSTACHOWICZ, W. M. Dynamics and control of a rotor using an integrated sma/composite active bearing actuator. In: TRANS TECH PUBL. *Key Engineering Materials*. 2003. v. 245, p. 233–240. Disponível em: <<https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.245-246.233>>.
- ZHU, Z.-W.; WANG, H.-L.; XU, J. Application on rotor vibration control of sma model based on multivariate statistical analysis. In: IEEE. *2009 WRI World Congress on Computer Science and Information Engineering*. 2009. v. 5, p. 440–445. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/CSIE.2009.832>>.