



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL  
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL



**LUCAS GUEDES DANTAS**

**PROPOSTA PARA O CÁLCULO DE CARGA DE RUPTURA  
POR PUNÇÃO EM LAJES DE CONCRETO REFORÇADO  
COM FIBRAS DE AÇO**

Uberlândia, 2020

**LUCAS GUEDES DANTAS**

**PROPOSTA PARA O CÁLCULO DE CARGA DE RUPTURA  
POR PUNÇÃO EM LAJES DE CONCRETO REFORÇADO  
COM FIBRAS DE AÇO**

Dissertação apresentada à Faculdade de engenharia Civil da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Estruturas

Orientador: Prof. Dr. Antônio Carlos dos Santos

Uberlândia, 2020

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU  
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

D192 Dantas, Lucas Guedes, 1993-  
2020 Proposta para o cálculo de carga de ruptura por punção em  
lajes de concreto reforçado com fibras de aço [recurso eletrônico] /  
Lucas Guedes Dantas. - 2020.

Orientador: Antônio Carlos Dos Santos.  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia,  
Pós-graduação em Engenharia Civil.  
Modo de acesso: Internet.  
Disponível em: <http://doi.org/10.14393/ufu.di.2020.374>  
Inclui bibliografia.

1. Engenharia civil. I. Santos, Antônio Carlos Dos, 1968-  
(Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia. Pós-graduação  
em Engenharia Civil. III. Título.

CDU: 624

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:  
Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091  
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

## ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Civil			
Defesa de:	Dissertação de Mestrado Acadêmico, 249, PPGEC			
Data:	28 de fevereiro de 2020	Hora de início:	09h00 min	Hora de encerramento:
Matrícula do Discente:	11812ECV007			
Nome do Discente:	Lucas Guedes Dantas			
Título do Trabalho:	Proposta de formulação para cálculo de carga de ruptura por punção em lajes executadas com CRF			
Área de concentração:	Estruturas e Construção Civil			
Linha de pesquisa:	Estruturas			
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Recuperação e reforço de elementos estruturais			

Reuniu-se na Sala de Projeções Prof. Celso Franco de Gouvêa, bloco 1Y, Campus Santa Mônica, da Universidade Federal de Uberlândia, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, assim composta pelos Professores Doutores: Leandro Mouta Trautwein – FEC/UNICAMP, Marília Gonçalves Marques – DEC/UFV e Antonio Carlos dos Santos – FECIV/UFU orientador do candidato.

Iniciando os trabalhos o presidente da mesa, Dr. Antonio Carlos dos Santos, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(as) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

## Aprovado

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Antônio Carlos dos Santos, Professor(a) do Magistério Superior**, em 03/03/2020, às 09:48, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marília Gonçalves Marques, Usuário Externo**, em 03/03/2020, às 15:51, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **leandro mouta trautwein, Usuário Externo**, em 24/03/2020, às 11:52, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://www.sei.ufu.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **1837274** e o código CRC **41BAAC84**.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço de coração a todos que ajudaram nesse longo caminho, minha família, meus colegas, todos que foram imprescindíveis para a conclusão deste trabalho. Agradeço à CAPES, pela concessão da bolsa. Agradeço do fundo do coração ao meu professor orientador Antônio Carlos, pela oportunidade e honra de receber a sua brilhante orientação durante todo período do meu trabalho.

## RESUMO

Esse trabalho propõe uma função de ajuste na formulação de carga de ruptura de lajes lisas de concreto sem armadura de cisalhamento sob punção conforme norma NBR 6118:2014, que leva em consideração a influência do teor de fibras de aço. Para a definição da função de ajuste são utilizados dados de 119 placas de concreto armado e concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) apoiadas em suas bordas e ensaiadas sob carga concêntrica aplicada em seção quadrada, simulando a ligação de laje e pilar. A função de ajuste é definida com os parâmetros teor de fibras e o coeficiente  $k$  (em função da classe de resistência à compressão do concreto). A aplicação da função de ajuste em resultados experimentais (lajes com fibras) mostra uma relação média de 1,29 entre a carga de ruptura experimental e a carga ajustada. Uma relação de mesma magnitude (1,29) é observada entre a carga ruptura experimental de lajes sem fibras e a carga calculada de acordo com a NBR 6118:2014.

### Palavras-chave:

Concreto reforçado com fibras de aço (CRFA);

Cisalhamento;

Lajes lisas.

## ABSTRACT

This work proposes an adjustment function in the rupture load formulation of flat concrete slabs without shear reinforcement under puncture according to standard NBR 6118:2014, which takes into account the influence of the fiber content. For the definition of the adjustment function, data from 119 reinforced concrete and steel fiber-reinforced concrete (SFRC) plates supported on their edges and tested under concentric load applied in a square section are used, simulating the connection of slab and column. The adjustment function is defined with the fiber content parameters and the  $k$  coefficient (depending on the concrete compressive strength class). The application of the adjustment function in experimental results (slabs with fibers) shows an average ratio of 1.29 between the experimental rupture load and the adjusted load. A relationship of the same magnitude (1.29) is observed between the experimental rupture load (slabs without fibers) and the load calculated according to NBR 6118: 2014.

### **Keywords:**

Steel Fiber Reinforced Concrete (SFRC);

Shear;

Flat slabs.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Esquema da distribuição de tensões em relação ao comprimento crítico: igual (a), maior (b) e menor (c) que o comprimento crítico. ....	24
Figura 2.2 – Relação carga deslocamento para diferentes fatores de forma. ....	25
Figura 2.3 – Relação carga deslocamento do ensaio de Ige <i>et al.</i> (2017). ....	26
Figura 2.4 – Esquema de comportamento de microfibras e macrofibras. ....	27
Figura 2.5 – Comportamento de concreto com adição de fibras. ....	28
Figura 2.6 – Esquema do comportamento do concreto reforçado com fibras. ....	28
Figura 2.7 – Comportamento de concreto reforçado com fibras sob diferentes solicitações. ....	29
Figura 2.8 – Ensaios realizados por Barnett <i>et al.</i> (2010). ....	30
Figura 2.9 – Resultado do teste de tração uniaxial de compósito de matriz cimentícia reforçado com fibras de aço em proporção de 1,5 % (a) e 3,0 % (b). ....	31
Figura 2.10 – Padrão dos prismas ensaiados no teste de tração uniaxial. ....	31
Figura 2.11 – Diagrama tensão deformação elástica da matriz e diferentes tipos de fibras. ....	32
Figura 2.12 – Diagrama tensão deformação dos ensaios de Bencardino <i>et al.</i> (2008). ....	33
Figura 2.13 – Mecanismo de funcionamento do reforço das fibras. ....	34
Figura 2.14 – Diagrama tensão deformação. ....	36
Figura 2.15 – Corpos de prova ensaiados sob compressão sem fibras (a) e com fibras (b). ....	36
Figura 2.16 – Variação da resistência à compressão com o teor e a proporção das fibras. ....	37
Figura 2.17 – Variação da resistência à tração com o teor e a proporção das fibras. ....	37
Figura 2.18 – Aumento na resistência à tração por compressão diametral. ....	38
Figura 2.19 – Relação da tensão cisalhante em função do teor de fibras. ....	39
Figura 2.20 – Relação da tensão cisalhante em função do teor de fibras. ....	40
Figura 3.1 – Seção resistente na ligação laje-pilar: <i>drop panel</i> (a) e capitel (b). ....	41
Figura 3.2 – Colapso do 4º pavimento do edifício Pipers Row Car Park, em Wolverhampton, Reino Unido, 1997. ....	43
Figura 3.3 – Modelo de ruptura por punção em uma direção (a) e em duas direções (b). ....	43
Figura 3.4 – Padrão de formação de fissuras radiais (a) e tangenciais (b). ....	45
Figura 3.5 – Padrão da inclinação das fissuras tangenciais. ....	45
Figura 3.6 – Aumento da carga de ruptura em função da resistência à compressão. ....	47

Figura 3.7 – Aumento da carga de ruptura em função da espessura da laje.....	47
Figura 3.8 – Aumento da carga de ruptura em função da taxa de armadura de flexão. ....	48
Figura 3.9 – Distribuição de tensão cisalhante no perímetro da seção transversal de um pilar. .....	49
Figura 3.10 – Aumento da carga de ruptura em função das dimensões do pilar.....	49
Figura 3.11 – Distribuição de tensão cisalhante no perímetro da seção transversal de um pilar. .....	50
Figura 3.12 – Esquema da superfície de controle.....	52
Figura 3.13 – Modelo de bielas e tirantes.....	52
Figura 3.14 – Correlação entre a abertura da fissura crítica, espessura da laje e a rotação.....	53
Figura 3.15 – Perímetros de controle C e C' .....	55
Figura 3.16 – Esquema de tipos de armaduras de punção.....	61
 Figura 4.1 – Dispersão dos parâmetros $h$ , $f_c$ , $\rho$ , $b_p$ , e $V_f$ no banco de dados experimentais.....	63
Figura 4.2 – Diagrama carga deslocamento no centro da laje.....	65
Figura 4.3 – Esquema do ensaio.....	71
Figura 4.4 – Distribuição uniforme (a) e de banda (b). .....	71
Figura 4.5 – Relação carga deslocamento das lajes ensaiadas. ....	72
Figura 4.6 – Relação carga deslocamento. ....	75
Figura 4.7 – Padrão de fissuras das lajes ensaiadas.....	76
Figura 4.8 – Diagrama carga deslocamento relativo para as lajes ensaiadas. ....	77
Figura 4.9 – Esquema do suporte das lajes.....	78
Figura 4.10 – Aumento da resistência última das lajes. ....	79
Figura 4.11 – Configuração dos apoios. ....	80
Figura 4.12 – Carga deformação central das lajes ensaiadas. ....	81
 Figura 5.1 – Variação do parâmetro $f_c$ nas equações das normas analisadas. ....	84
Figura 5.2 – Variação do parâmetro $h$ nas equações das normas analisadas.....	84
Figura 5.3 – Variação do parâmetro $\rho$ nas equações das normas analisadas.....	85
Figura 5.4 – Variação do parâmetro $b_p$ nas equações das normas analisadas. ....	85
Figura 5.5 – Relação entre resultados experimentais e normativos. ....	87
Figura 5.6 – Correlação entre estrutura real e lajes experimentais ensaiadas à punção. ....	87
Figura 5.7 – Relação média entre resultados experimentais e normativos.....	88

Figura 5.8 – Dispersão dos parâmetros analisados.....	91
Figura 5.9 – Comparaçao gráfica das funções de ajuste.....	94
Figura 5.10 – Resultados médios da aplicação da função de ajuste em relação de $f_c$ .....	96
Figura 5.11 – Resultados médios da função de ajuste em relação as pesquisas.....	97
Figura D.1 – Variação de $R_{e,t}$ em função da classe de resistência.....	132
Figura D.2 – Comportamento do coeficiente $k$ em função da resistência à compressão .....	133
Figura D.3 – Dispersão de $R_{e,t}$ em função da quantidade de ensaios. ....	133
Figura D.4 – Variação de $R_{e,t}$ em função da classe de resistência.....	134
Figura D.5 – Comportamento do coeficiente $k$ em função da resistência à compressão .....	134
Figura D.6 – Dispersão de $R_{e,t}$ em função da quantidade de ensaios. ....	135
Figura D.7 – Variação de $R_{e,t}$ em função da classe de resistência.....	136
Figura D.8 – Comportamento do coeficiente $k$ em função da resistência à compressão .....	136
Figura D.9 – Dispersão de $R_{e,t}$ em função da quantidade de ensaios. ....	136

## LISTA DE TABELAS E QUADROS

Tabela 2.1 – Propriedades físicas e mecânicas de fibras de vidro.....	20
Tabela 2.2 – Propriedades físicas e mecânicas de fibras sintéticas.....	21
Tabela 2.3 – Propriedades físicas e mecânicas de fibras naturais. ....	22
Tabela 2.4 – Propriedades físicas e mecânicas de fibras de aço.....	23
Tabela 4.1 – Propriedades e resultados das lajes ensaiadas por Narayanan e Darwish (1987). .....	64
Tabela 4.2 – Propriedades das fibras utilizadas.....	66
Tabela 4.3 – Propriedades e resultados das lajes ensaiadas por Theodorakopoulos e Swamy (1993). .....	66
Tabela 4.4 – Propriedades e resultados das lajes ensaiadas por Shaaban e Gesund (1994)....	67
Tabela 4.5 – Propriedades e resultados das lajes ensaiadas por Harajli, Maalouf e Khatib (1995). .....	68
Tabela 4.6 – Propriedades e resultados das lajes ensaiadas por Vargas (1997). .....	69
Tabela 4.7 – Propriedades e resultados das lajes ensaiadas por Azevedo (1999). .....	70
Tabela 4.8 – Propriedades e resultados das lajes ensaiadas por Musse (2004).....	73
Tabela 4.9 – Propriedades e resultados das lajes ensaiadas por De Hanai e Holanda (2008)..	73
Tabela 4.10 – Propriedades e resultados das lajes ensaiadas por Cheng e Parra-Montesinos (2010). .....	74
Tabela 4.11 – Propriedades e resultados das lajes ensaiadas e Nguyen-Minh, Rovnak e Tran- Quoc (2012).....	76
Tabela 4.12 – Propriedades e resultados das lajes ensaiadas por Gouveia <i>et al.</i> (2014).....	78
Tabela 4.13 – Propriedades e resultados das lajes ensaiadas por Barros <i>et al.</i> (2015).....	80
Tabela 4.14 – Propriedades e resultados das lajes ensaiadas por Alves (2017). .....	82
Tabela 5.1 – Dados utilizados na simulação paramétrica.....	83
Tabela 5.2 – Influência das variáveis comuns às normas estudadas. .....	86
Tabela 5.3 – Aplicação do método de Collins (2001). .....	89
Tabela 5.4 – Lajes lisas de concreto armado: resultados experimentais e normativos. ....	90
Tabela 5.5 – Intervalos de análise do parâmetro <i>k</i> . .....	92
Tabela 5.6 – Comparaçao das funções de ajuste. .....	93

Tabela 5.7 – Coeficiente $k$ .....	94
Tabela 5.8 – Resultados médios da aplicação da função de ajuste em relação de $f_c$ .....	96
Tabela 5.9 – Resultados médios da função de ajuste em relação as pesquisas. .....	97
Tabela 5.10 – Relação entre carga de ruptura experimental, normativa e modelo proposto....	98
Tabela A.1 – Relação entre resultados experimentais e teóricos da NBR 6118:2014. ....	111
Tabela A.2 – Relação entre resultados experimentais e teóricos da ACI 318:19.....	112
Tabela A.3 – Relação entre resultados experimentais e teóricos da EN 1992-1-1:2004.....	113
Tabela A 4 – Relação entre resultados experimentais e teóricos da FIB Model Code 2010..	114
Tabela A.5 – Comparaçāo entre resultados normativos. ....	115
Tabela B.1 – Banco de dados experimentais. ....	116
Tabela C.1 – Tabela de dados: Função linear.....	122
Tabela C.2 – Tabela de dados: Função exponencial. ....	125
Tabela C.3 – Tabela de dados: Função logarítmica.....	128
Tabela D.1 – Resultados utilizando a função linear .....	132
Tabela D.2 – Resultados utilizando a função exponencial.....	134
Tabela D.3 – Resultados utilizando a função logarítmica. ....	135
Tabela E.1 – Aplicação da função logarítmica em resultados experimentais. ....	137
Quadro 3.1 – Punção de acordo com as normas apresentadas. ....	60

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

A – Fibra de vidro de soda-cal;  
ACI – *American Concrete Institute*;  
AR – Fibra de vidro álcali-resistente;  
CAR – Concreto de alta resistência;  
CRFA – Concreto reforçado com fibras de aço;  
CRF – Concreto reforçado com Fibras;  
E – Fibra de vidro de boro-silicato;  
FIB – *Fédération internationale du béton*;  
FRC – *Fiber reinforced concrete*;  
FRM – *Fiber reinforced mortar*;  
GFRC – *Glass fiber Reinforced Concrete*;  
GP – Uso geral;  
HP – Alta performance;  
HM – Alto módulo;  
HT – Alta resistência à tração;  
IBRACON – Instituto brasileiro do concreto;  
UHPC – *Ultra high performance concrete*.  
SFRC – *Steel fiber Reinforced Concrete*;

# SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>15</b>
1.1. OBJETIVOS .....	16
1.1.1. <i>Objetivo Geral</i> .....	17
1.1.2. <i>Objetivos específicos</i> .....	17
<b>2. CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS.....</b>	<b>18</b>
2.1. O CONCRETO .....	18
2.2. A FIBRA.....	19
2.3. TIPOS DE FIBRAS .....	19
2.3.1. <i>Fibras de vidro</i> .....	20
2.3.2. <i>Fibras sintéticas</i> .....	21
2.3.3. <i>Fibras naturais</i> .....	22
2.3.4. <i>Fibras de aço</i> .....	22
2.4. PROPRIEDADES DAS FIBRAS .....	23
2.4.1. <i>Fator de forma</i> .....	24
2.4.2. <i>Teor de fibras</i> .....	27
2.4.3. <i>Orientação das fibras</i> .....	29
2.4.4. <i>Resistência mecânica e módulo de elasticidade</i> .....	32
2.5. INTERAFACE CONCRETO/FIBRA .....	33
2.6. PROPRIEDADES MECÂNICAS DO CRFA .....	35
2.6.1. <i>Resistência à compressão</i> .....	35
2.6.2. <i>Resistência à tração</i> .....	37
2.6.3. <i>Resistência ao cisalhamento</i> .....	38
<b>3. LAJES LISAS À PUNÇÃO .....</b>	<b>41</b>
3.1. LAJES LISAS .....	41
3.2. RUPTURA EM LAJES LISAS.....	43
3.3. RUPTURA POR PUNÇÃO .....	44
3.4. FATORES QUE INFLUECIAM A RESISTÊNCIA À PUNÇÃO .....	46
3.4.1. <i>Resistência à compressão do concreto</i> .....	46
3.4.2. <i>Espessura da laje</i> .....	47

3.4.3. <i>Taxa de armadura de flexão</i> .....	48
3.4.4. <i>Dimensões e posição do pilar</i> .....	48
3.4.5. <i>Efeito de tamanho (Size effect)</i> .....	50
3.5. MODELOS DE CÁLCULO .....	51
3.5.1. <i>Método da superfície de controle</i> .....	51
3.5.2. <i>Método das bielas e tirantes</i> .....	52
3.5.3. <i>Modelos mecânicos</i> .....	53
3.6. CARGA DE RUPTURA DAS LAJES LISAS SEGUNDO AS NORMAS .....	54
3.6.1. <i>NBR 6118:2014</i> .....	54
3.6.2. <i>ACI 318:19</i> .....	56
3.6.3. <i>EN 1992-1-1:2004 (Eurocode 2)</i> .....	57
3.6.4. <i>FIB Model Code 2010</i> .....	58
3.7. MECANISMOS DE AUMENTO DE RESISTÊNCIA À PUNÇÃO .....	60
<b>4. INFLUÊNCIA DO USO CRFA NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO.....</b>	<b>62</b>
4.1. PESQUISAS EXPERIMENTAIS .....	62
4.1.1. <i>Narayanan, Darwish (1987)</i> .....	63
4.1.2. <i>Theodorakopoulos, Swamy (1993)</i> .....	65
4.1.3. <i>Shaaban, Gesund (1994)</i> .....	67
4.1.4. <i>Harajli, Maalouf, Khatib (1995)</i> .....	68
4.1.5. <i>Vargas (1997)</i> .....	69
4.1.6. <i>Azevedo (1999)</i> .....	69
4.1.7. <i>McHarg et al. (2000)</i> .....	70
4.1.8. <i>Musse (2004)</i> .....	72
4.1.9. <i>De Hanai, Holanda (2008)</i> .....	73
4.1.10. <i>Cheng, Parra-Montesinos (2010)</i> .....	73
4.1.11. <i>Nguyen-Minh, Rovnak e Tran-Quoc (2012)</i> .....	75
4.1.12. <i>Gouveia et al. (2014)</i> .....	77
4.1.13. <i>Barros et al. (2015)</i> .....	79
4.1.14. <i>Alves (2017)</i> .....	81
<b>5. RESULTADOS .....</b>	<b>83</b>
5.1. ANÁLISE DOS PARÂMETROS $H$ , $F_C$ , $P$ , E $B_P$ NA CARGA DE RUPTURA DE LAJES LISAS .....	83

5.1.1. <i>Comparação da análise paramétrica entre as normas .....</i>	83
5.2. ANÁLISE DE RESULTADOS EXPERIMENTAIS SEGUNDO AS NORMAS .....	86
5.3 APLICAÇÃO DO CRITÉRIO DE COLLINS (2001) .....	88
5.4. PROPOSTA DA FUNÇÃO DE AJUSTE.....	89
5.4.1 <i>Pré-seleção do banco de dados experimentais .....</i>	89
5.4.2 <i>Definição dos tipos de função de ajuste .....</i>	91
5.4.3 <i>Escolha da função de ajuste .....</i>	93
5.4.4 <i>Função de ajuste aplicada aos resultados experimentais.....</i>	95
<b>6. CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS ....</b>	<b>102</b>
6.1. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	102
6.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	103
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>104</b>
<b>APÊNDICE A – RESULTADOS EXPERIMENTAIS E NORMATIVOS.....</b>	<b>111</b>
<b>APÊNDICE B – BANCO DE DADOS EXPERIMENTAIS.....</b>	<b>116</b>
<b>APÊNDICE C – TABELAS DE RESULTADOS .....</b>	<b>122</b>
<b>APÊNDICE D – CÁLCULOS COM OS TRÊS TIPOS DE FUNÇÕES DE AJUSTE ..</b>	<b>132</b>
D.1. FUNÇÃO LINEAR.....	132
D.2. FUNÇÃO EXPONENCIAL .....	133
D.3. FUNÇÃO LOGARÍTMICA .....	135
<b>APÊNDICE E –APLICAÇÃO DA FUNÇÃO DE AJUSTE.....</b>	<b>137</b>

## 1. INTRODUÇÃO

A utilização do sistema convencional de lajes, vigas e pilares é amplamente difundida no Brasil, devido à mão de obra relativamente barata. Entretanto, em países como os Estados Unidos, Canadá e países da Europa e Ásia, a utilização do sistema de lajes e pilares sem a utilização de vigas, é bastante usual (FERREIRA, 2010). Este conceito data do final do século XIX e início do século XX, e apesar da autoria do conceito e da utilização deste tipo de estrutura ainda ser objeto de discussão, alguns nomes se destacam: George M. Hill, Orlando N. Cross, Claude A. P. Turner e Robert Maillart (GASPARINI, 2002). No Brasil, a NBR 6118:2014 define lajes apoiadas diretamente em pilares como lajes lisas, enquanto lajes que são apoiadas diretamente em pilares com capitéis como lajes “cogumelo”.

A utilização destas lajes facilita a confecção das formas, a instalação dos componentes elétricos e hidráulicos e a diminuição da altura final do edifício (FERREIRA, 2010; MAYA *et al.*, 2012). Entretanto, este tipo de modelo estrutural apresenta desvantagens, tais como: a possibilidade de ocorrência de flechas excessivas em condições de serviço; momentos elevados na ligação da laje com o pilar; a diminuição da estabilidade global da edificação em relação aos esforços horizontais; e a ruptura sem aviso prévio por punção (MORAES NETO, 2013). Carvalho e Pinheiro (2013) afirmam que a utilização de lajes lisas aumenta o consumo de concreto e de aço, pela não-utilização de elementos com grande inércia.

Além disso, um dos tipos de ruína destas estruturas é a chamada punção, em que, para simplificar, pode ser descrita como a tendência do pilar “furar” a laje. Este tipo de ruptura das lajes lisas ocorre próximo à região dos pilares e é, em sua maioria, crítica para critérios de projeto. Em casos onde a laje não é reforçada para resistir à punção, a ruptura do sistema ocorre de maneira frágil, sem nenhum “aviso prévio”. (NGUYEN-MINH *et al.*, 2011 e RUIZ; MIRZAEL; MUTTONI, 2013).

O aumento da espessura da laje melhora a resistência à punção, entretanto não é uma alternativa viável devido ao substancial aumento nos custos e peso da estrutura. Portanto outros métodos para o acréscimo da resistência à punção evitando o aumento da espessura da laje são mais comumente adotados (CHENG; PARRA-MONTESINOS, 2010). Alguns materiais podem ser utilizados para aumentar a resistência à punção, tais como estribos, conectores tipo pino e fibras.

Harajli, Maalouf e Khatib (1995), McHarg *et al.* (2000), Cheng e Parra-montesinos (2010), Maya *et al.* (2012) e outros, apontam a utilização de fibras de aço como reforço eficiente na resistência à punção da laje, visto que a ruptura da ligação tem caráter frágil, as fibras aumentam a ductilidade do material, melhorando a resistência ao cisalhamento, consequentemente a resistência à punção, e a resistência do material após o aparecimento das primeiras fissuras no concreto.

O Brasil ainda não possui normas regulamentadoras da utilização e dimensionamento de concreto reforçado com fibras de aço para fins estruturais. A norma NBR 6118:2014 indica conectores tipo pino preferencialmente como armadura de punção. Entretanto, pesquisas recentes comprovam que a utilização de fibras de aço pode aumentar a resistência à punção de lajes lisas, assim como transformar a dinâmica da ruptura do material, de frágil para dúctil. De Hanai e Holanda (2008) verificaram um aumento na carga de ruptura de lajes lisas com 2,00% de fibras de aço (em volume) de 22%; Cheng e Parra-Montesinos (2010) obtiveram um aumento de 22% com 1,50% de fibras de aço (em volume); Nguyen-Minh, Rovnak e Tran-Quoc (2012) obtiveram um aumento de 39% com 0,77% de fibras de aço (em volume); Gouveia *et al.* (2014) obtiveram um aumento de 64% na carga de ruptura de lajes lisas com 1,25% de fibras de aço (em volume); Barros *et al.* (2015) obtiveram um aumento de 24% com 1,15% de fibras de aço (em volume); Alves (2017) obteve um aumento de 69% com 0,77% de fibras de aço (em volume).

Portanto, este trabalho tem como justificativa da proposta de uma função de ajuste para o cálculo de ruptura por punção em lajes lisas com a adição de fibras de aço baseada no aumento da carga de ruptura observada com a adição de fibras e também a ausência até o presente momento de uma recomendação normativa para o uso estrutural das fibras de aço na punção.

## 1.1. OBJETIVOS

Nesta seção serão discutidos os objetivos gerais e específicos.

### *1.1.1. Objetivo Geral*

O objetivo deste trabalho é propor uma função de ajuste na formulação existente na norma NBR 6118:2014 que calcula a carga de ruptura de lajes lisas de concreto armado sob punção, levando em consideração o teor de fibras de aço. E para a definição da função de ajuste são utilizados resultados de ensaios de placas de concreto armado e concreto reforçado com fibras (CRFA) apoiadas em suas bordas e ensaiadas sob carga concêntrica aplicada em seção quadrada, simulando a ligação de laje e pilar (sem o uso de armadura de cisalhamento).

### *1.1.2. Objetivos específicos*

- A. Analisar influência da espessura da laje, resistência à compressão do concreto, taxa de armadura de flexão e dimensões do pilar na carga de ruptura por punção, de acordo com a NBR 6118:2014, ACI 318:19, EN 1992-1-1:2004 e FIB Model Code 2010;
- B. Analisar a variação na carga de ruptura de lajes lisas de concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) sob punção, em relação à carga teorizada pela NBR 6118:2014;
- C. Relacionar cargas de ruptura experimentais de lajes lisas de CRFA com o teor de fibras e a resistência à compressão do concreto, através de uma função de ajuste aplicada na atual formulação de punção da NBR 6118:2014.

## 2. CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS

O concreto é um material amplamente utilizado em todo o mundo no ramo da construção civil, e possui algumas vantagens em relação a outros materiais, tais como a possibilidade de ser moldado nos mais diferentes formatos, assim como a fácil obtenção e o seu custo relativamente barato (FUSCO, 2008). Apesar dos aspectos positivos, o concreto não é um material resistente à esforços de natureza de tração e cisalhamento, o que impossibilita a sua utilização sem alguma espécie de reforço. O reforço mais comumente utilizado consiste em barras de aço. Entretanto, no campo das pesquisas científicas diversos materiais são combinados com o concreto de modo a suprir as suas baixas resistências aos esforços de tração e cisalhamento.

### 2.1. O CONCRETO

Mehta e Monteiro (2008) descrevem o concreto como “um material compósito que consiste, essencialmente, de um meio aglomerante no qual estão aglutinadas partículas ou fragmentos de agregado”. Neville e Brooks (2013) definem o concreto em um conceito mais abrangente, como “qualquer produto ou massa produzido a partir do uso de um meio cimentante”. Segundo Araújo (2010), o concreto é definido como um material resultante da mistura de agregados (naturais ou britados) com água e cimento. Fusco (2008) conceitua o concreto como um material proveniente da mistura de cimento, água e agregados miúdos e graúdos. Neste sentido o concreto pode ser definido com uma mistura de uma pasta com propriedades aglomerantes que envolve partículas sólidas. No concreto usualmente utilizado na construção civil, a pasta com propriedades aglomerantes é proveniente da mistura da água e cimento Portland (o qual pode possuir adições minerais), e as partículas sólidas (são os chamados agregados) são areias e rochas britadas.

Em alguns casos, onde é necessário um melhor controle do conjunto das propriedades do concreto, são utilizados aditivos: substâncias químicas que favorecem certas propriedades do concreto em seu estado fresco e endurecido. Aditivos redutores de água por exemplo, diminuem a quantidade necessária a ser utilizada no concreto para a mesma plasticidade da mistura em seu estado fresco. Aditivos incorporadores de ar aumentam a durabilidade de concretos expostos a baixas temperatura (MEHTA; MONTEIRO, 2008).

O concreto como elemento estrutural possui um desempenho insatisfatório quando submetido a tensões de tração, comparado ao seu desempenho sob tensões de compressão, com a relação entre a resistência à tração e compressão da ordem de 10% (MEHTA; MONTEIRO, 2008, ARAUJO, 2010, WIGHT, 2016). Em virtude deste fato o concreto, quando necessário ser submetido a tensões de tração, é acompanhado de alguma espécie de reforço. Barras de aço são frequentemente utilizadas como reforço, atuando como uma espécie de armadura, sendo chamados no ramo da construção civil os concretos reforçados com barras de aço de concreto armado. Entretanto, outros materiais podem ser utilizados como reforço no concreto, afim de melhorar a resposta sob tensões de tração. Um exemplo de material que é estudado atualmente como reforço para o concreto são as fibras.

O concreto possui diferentes constituintes, e pode ser considerado como um compósito, cujas fases principais são a pasta, os poros e os agregados. Entretanto, é comum encontrar definições em que o próprio concreto reforçado com fibras pode ser definido como compósito, cujas fases principais são o próprio concreto, denominado matriz, e as fibras (ISAIA, 2005).

## 2.2. A FIBRA

As fibras, de acordo com o *American Concrete institute* (ACI, 2018), são definidas como um material sólido delgado e alongado, geralmente com um comprimento de pelo menos 100 vezes o seu diâmetro. No meio científico e no campo da construção civil, diversos materiais são utilizados como fibras, como fibras de aço, vidro, poliméricas e fibras naturais. A ACI 544.1R:96 (2009) aponta que usualmente as fibras utilizadas no concreto como reforço possuem comprimento e diâmetro de no máximo 3 polegadas (76 mm) e 0,04 polegadas (1 mm), respectivamente.

## 2.3. TIPOS DE FIBRAS

De acordo com a ACI 544.1R:96 (2009), as fibras podem ser classificadas em quatro categorias básicas: fibras de vidro, sintéticas, naturais e de aço. Existe ainda um tipo de fibra de origem mineral, o amianto (ou asbestos). Entretanto, a utilização de amianto pode fazer com que as fibras se dispersem no ar, e ao serem inaladas podem provocar doenças graves. Por este motivo, a utilização de amianto foi totalmente proibida no brasil em 2017.

### 2.3.1. Fibras de vidro

As primeiras fibras de vidro a serem utilizadas para reforçarem pastas de cimento foram as fibras de vidro de boro silicato (E) de vidro soda-cal (A) (ACI 544.1R:96, 2009). Entretanto, a variedade de fibras de vidro mais indicada para a utilização em matrizes cimentícias (o concreto por exemplo) é a Álcali resistente (AR). Como o próprio nome sugere, são fibras que apresentam durabilidade amplificada em meio alcalino proveniente da hidratação do cimento, pela presença de zircônio na sua composição (KWAN *et al.*, 2018). Apesar da durabilidade, pesquisas indicam que a exposição ao meio alcalino pode levar à perda de resistência ao longo do tempo (PURNELL; BEDDOWS, 2005, NOURREDINE, 2011, KWAN *et al.*, 2018). A Tabela 2.1 indica algumas das propriedades mecânicas e físicas de fibras de vidro de boro silicato (E) de vidro soda-cal (A) e álcali resistentes (AR).

Tabela 2.1 – Propriedades físicas e mecânicas de fibras de vidro.

Tipo de fibra	Resistência à tração (MPa)	Módulo de elasticidade (GPa)	Massa específica (g/cm <sup>3</sup> )
Vidro E	3500	73	2,54
Vidro A	3150	66	2,46
Vidro AR	2450~2480	79~81	2,70~2,74

Fonte: ACI 544.1R:96 (2009).

As fibras de vidro AR são recomendadas pelos fornecedores especialmente para o controle de fissuração do concreto e de compósitos a base de Cimento Portland, tais como: argamassas cimentícias de fachadas prediais, concretos de pisos industriais e pavimentos rodoviários, concreto reforçado com fibras de aço (Glass Fiber Reinforced Concrete, GFRC), concreto projetado e peças pré-fabricadas de concreto. Pesquisas relacionadas ao concreto reforçado com fibras de vidro AR utilizam as fibras para controlar fissuração por retração nas primeiras idades (BARLUENGA; HERNANDES-OLIVARES, 2007; KHAN; ALI, 2016).

### 2.3.2. Fibras sintéticas

Existem diversos tipos de fibras sintéticas, e apresentam uma grande variação nas suas propriedades. A Tabela 2.2 apresenta algumas das propriedades mecânicas e físicas de alguns tipos de fibras sintéticas.

Tabela 2.2 – Propriedades físicas e mecânicas de fibras sintéticas.

Tipo de fibra	Resistência à tração (MPa)	Módulo de elasticidade (GPa)	Massa específica (g/cm <sup>3</sup> )
Acrílico	272~10130	14~20	1,16~1,18
Aramida I	2967	63	1,44
Aramida II	2375	119	1,44
Carbono, (HM <sup>1</sup> )	2515~3073	385	1,60~1,70
Carbono, (HT <sup>2</sup> )	3492~4051	233	1,60~1,70
Carbono, (Piche, GP <sup>3</sup> )	490~803	28~35	1,60~1,70
Carbono, (Piche, HP <sup>4</sup> )	1537~3143	154~489	1,80~2,15
Polietileno	77~594	5	0,92~0,96
Polipropileno	140~700	3~5	0,90~0,91

1- Alto módulo (HM);  
 2- Alta resistência à tração (HT);  
 3- Uso geral (GP);  
 4-Alta performance (HP).

Fonte: ACI 544.1R:96 (2009).

Devido as variações nas suas composições, propriedades mecânicas e físicas, a utilização de cada tipo de fibra tem sido pesquisada em diferentes aplicações. Fibras de polipropileno por exemplo, adicionadas ao concreto, reduzem a retração do concreto nas primeiras idades (WONGTANAKITCHAROEN; NAAMAN, 2007, ISLAM; GUPTA, 2016).

Tabatabaei *et al.* (2013) utilizam fibras de carbono no concreto reforçado para testar aumento da resistência ao impacto, assim como a perda de material por impacto e obtêm resultados satisfatórios, em relação ao concreto sem adição de fibras. Yamaguchi *et al.* (2011) utilizam concreto reforçado com fibras de polietileno para testar o aumento da resistência ao impacto devido à detonação de explosivos, assim como a perda de material pelo impacto, obtendo melhores resultados comparados com um concreto sem a adição de fibras.

### 2.3.3. Fibras naturais

As fibras naturais podem ser definidas como fibras que se originam de plantas, direta ou indiretamente. Fibras de sisal, por exemplo são extraídas das folhas da planta *Agave sisalana* – o sisal. Fibras de coco, entretanto, são extraídas do fruto do coqueiro, o coco. A Tabela 2.3 apresenta algumas características mecânicas e físicas de alguns tipos de fibras naturais.

Tabela 2.3 – Propriedades físicas e mecânicas de fibras naturais.

Tipo de fibra	Resistência à tração (MPa)	Módulo de elasticidade (GPa)	Massa específica (g/cm <sup>3</sup> )
Sisal	279~575	13~26	-
Coco	121~203	19~26	1,12~1,15
Juta	253~354	26~32	1,50~1,90
Bagaço da cana-de-açúcar	183~294	15~19	1,20~1,30

Fonte: ACI 544.1R:96 (2009).

Uma das grandes vantagens da utilização de fibras naturais é a sua disponibilidade. Como se trata de um produto derivado de plantas, o fornecimento de matéria prima para a fabricação das fibras é infinito. O custo das fibras é pequeno, comparado aos outros materiais utilizados como fibras em concreto, por exemplo. Entretanto as fibras naturais, se deterioraram ao longo do tempo em contato com meio alcalino, como é o caso do concreto. Soluções para este problema incluem a modificação das fibras, como tratamentos térmicos e químicos (TOLOSA *et al.*, 2014; WEI; MEYER, 2014; FERREIRA *et al.*, 2015) e também modificações no cimento, como a substituição parcial cimento Portland por materiais que reduzam a quantidade de hidróxido de cálcio gerado na hidratação do cimento, responsável pela formação do meio alcalino (MELO FILHO; SILVA; TOLEDO FILHO, 2013; WEY; MEYER, 2015).

### 2.3.4. Fibras de aço

As fibras de aço, são oriundas de chapas e arames trefilados de aço. De acordo com a NBR 15530:2007 – Fibras de aço para concreto: especificação, a resistência à tração das fibras de aço para uso em concreto deve ser no mínimo de 500 MPa. No caso do concreto reforçado com fibras de aço, o meio alcalino protege as fibras contra a corrosão. Apenas as fibras em contato com a parte exposta do concreto estão sujeitas à corrosão que se propaga cerca de no máximo 2,5 milímetros adentrando ao concreto. Como as fibras são utilizadas em pequenas quantidades,

a probabilidade é rara de que as fibras estejam em contato entre si e propaguem a corrosão (ACI 544.1R:96, 2009). A Tabela 2.4 indica propriedades típicas de fibras de aço.

Tabela 2.4 – Propriedades físicas e mecânicas de fibras de aço.

Tipo de fibra	Resistência à tração (MPa)	Módulo de elasticidade (GPa)	Massa específica (g/cm <sup>3</sup> )
Aço	500~2000	200	7,84

Fonte: Bentur e Mindess (2007).

No Brasil, as fibras de aço foram as pioneiras a serem normatizadas na utilização no concreto com a NBR 15530:2007, apresentando os requisitos mínimos de geometria, assim como tolerâncias dimensionais, defeitos de fabricação, resistência à tração e dobramento. No Brasil ainda não existe normatização para o dimensionamento de estruturas de concreto reforçado com fibras em geral.

A ACI 544.1R:96 (2009) exemplifica o uso de concreto reforçado com fibras de aço em utilizações de concreto projetado, estabilidade de encostas rochosas, pavimentos. As pesquisas relacionadas ao concreto reforçado com fibras de aço testam a utilização das fibras como reforço estrutural. Vitor (2017), por exemplo, ensaia vigas de concreto reforçado com fibras de aço sem armadura transversal, e observa que a adição de fibras pode compensar parcial ou totalmente a ausência da armadura transversal. Dinh, Parra-Montesinos e Wight (2010) obtêm resultados semelhantes com vigas sem armadura transversal.

#### 2.4. PROPRIEDADES DAS FIBRAS

Além dos tipos das fibras (fibras de vidro, sintéticas, naturais e de aço), as suas propriedades também possuem um papel fundamental no desempenho do concreto reforçado com fibras.

#### 2.4.1. Fator de forma

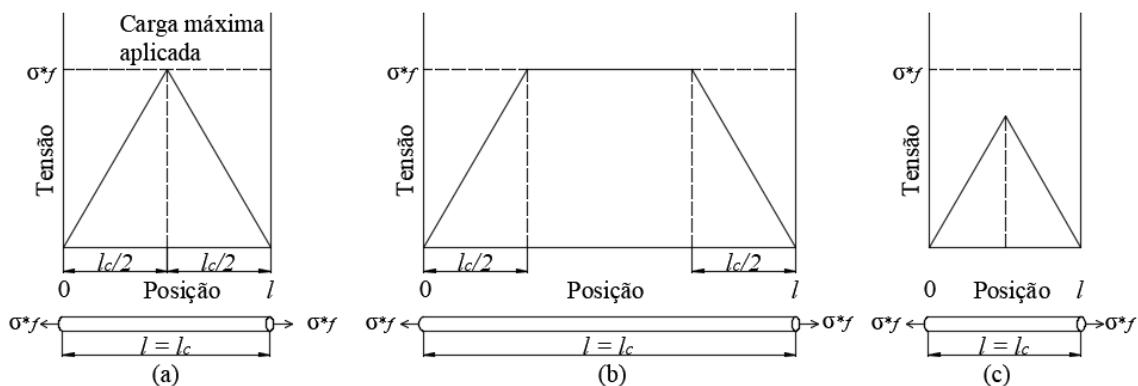
O fator de forma é definido pela NBR 15530:2007 como a relação do comprimento de uma fibra pelo seu diâmetro equivalente da sua seção transversal (no caso de uma seção circular, o próprio diâmetro; caso contrário, o diâmetro de um círculo equivalente com a área da seção transversal da fibra). De maneira geral, o aumento do comprimento da fibra indica um maior comprimento de ancoragem da fibra atuando em uma fissura.

O comprimento da fibra também possui relação com a sua resistência ao arrancamento. Existe um limite de comprimento da fibra para que as tensões sejam transferidas efetivamente para a matriz, e que haja o aumento efetivo na resistência e na rigidez de um concreto reforçado com fibras (CALLISTER Jr; RETHWISCH, 2012). O limite mínimo deste comprimento é chamado de comprimento crítico, dado pela equação 2.1:

$$l_c = \frac{\sigma_f^* \times d}{2\tau_c} \quad (2.1)$$

Onde  $\sigma_f^*$  é resistência máxima da fibra (ou limite de resistência à tração, MPa),  $d$  é o diâmetro (metro) da fibra e  $\tau_c$  é a resistência da ligação da fibra-matriz (MPa). A Figura 2.1 ilustra a distribuição de tensões ao longo do comprimento da fibra, quando aplicada uma tensão  $\sigma_f^*$ , com comprimento maior, menor e equivalente ao comprimento crítico.

Figura 2.1 – Esquema da distribuição de tensões em relação ao comprimento crítico: igual (a), maior (b) e menor (c) que o comprimento crítico.

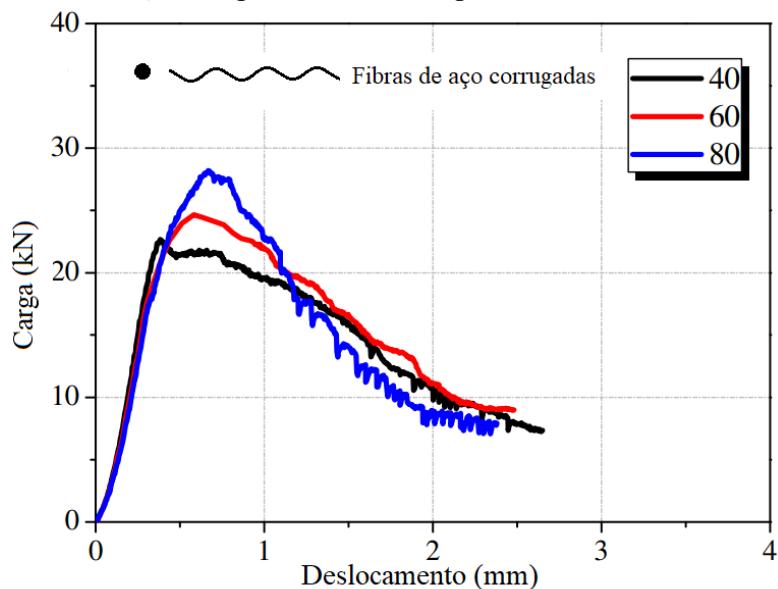


Fonte: Adaptado de Callister Jr., Rethwisch (2012).

Através da Figura 2.1, é possível observar que para o comprimento menor que o crítico (c), em nenhuma região a fibra alcançou o seu potencial máximo  $\sigma_f^*$ , e a medida que o comprimento aumenta ((b) e (a)), mais regiões da fibra trabalham com a tensão máxima (CALLISTER Jr; RETHWISCH, 2012).

De maneira semelhante, o aumento da seção transversal diminui a tensão aplicada na fibra durante uma solicitação de um esforço. Portanto, de modo geral o aumento do fator de forma aumenta o desempenho de um concreto reforçado com fibras, especialmente no chamado estado pós pico. O estado pós pico corresponde ao estado de carregamento em que o concreto por si só já não consegue suportar os esforços devido a formação das fissuras, cabendo às fibras atuar como ponte de transferência dos esforços ao longo das fissuras. Este estado é identificado em gráficos relacionando tensão e deformação, onde ocorre um valor local máximo de tensão no gráfico, sendo chamado de o comportamento após este marco de pós pico, e o comportamento do concreto anterior a este valor máximo de pré pico. Li *et al.* (2018) analisam a influência do fator de forma em vigas prismáticas de concreto reforçado com fibras de aço corrugadas, sob ensaio de tração na flexão em quatro pontos. De maneira geral, obteve-se melhores desempenhos com fibras de aço com fator de forma maiores. A Figura 2.2 apresenta os resultados do ensaio de Li *et al.* (2018).

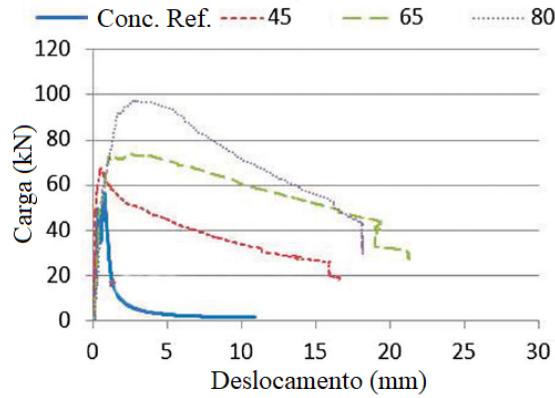
Figura 2.2 – Relação carga deslocamento para diferentes fatores de forma.



Fonte: Adaptado de Li *et al.* (2018).

Ige *et al.* (2017) ensaiam sob carga centrada, placas de concreto reforçado com fibras de aço variando o fator de forma, apresentam-se melhores resultados com valores maiores de fator de forma. A Figura 2.3 apresenta resultados dos ensaios.

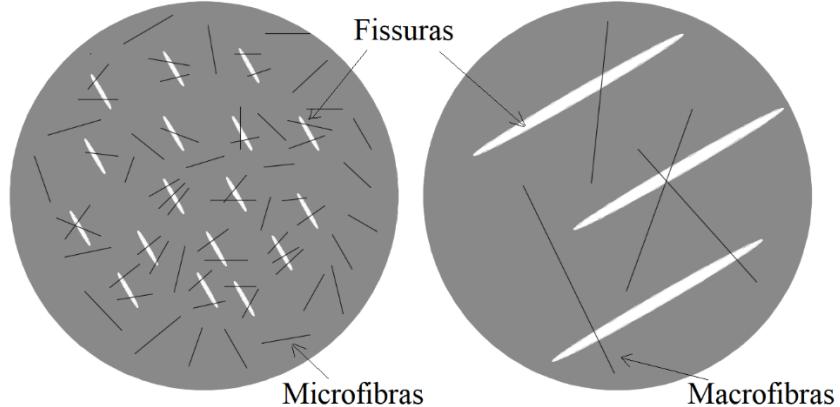
Figura 2.3 – Relação carga deslocamento do ensaio de Ige *et al.* (2017).



Fonte: Adaptado de Ige *et al.* (2017).

Ainda em relação ao formato das fibras, de acordo com as suas dimensões, estas podem ser classificadas em macrofibras ou microfibras. Segundo o *American Concrete institute* (ACI, 2018), as fibras que possuem diâmetro equivalente abaixo de 0,3 milímetros são microfibras, enquanto as fibras que possuem diâmetro acima deste valor são definidas como macrofibras. A prática recomendada do IBRACON/ABECE (2017), acrescenta ainda, que as macrofibras devem possuir comprimento mínimo de 30 milímetros, além dos 0,3 milímetros de diâmetro equivalente. De modo geral, as microfibras atuam na redução da fissuração por retração nas primeiras idades, enquanto as macrofibras são responsáveis pela melhoria das propriedades mecânicas do concreto, sob níveis de tensão e deformação maiores. (ACI 544.5R:10, 2010). A Figura 2.4 ilustra este comportamento: as microfibras e macrofibras atuando sob as microfissuras e macrofissuras, respectivamente.

Figura 2.4 – Esquema de comportamento de microfibras e macrofibras.



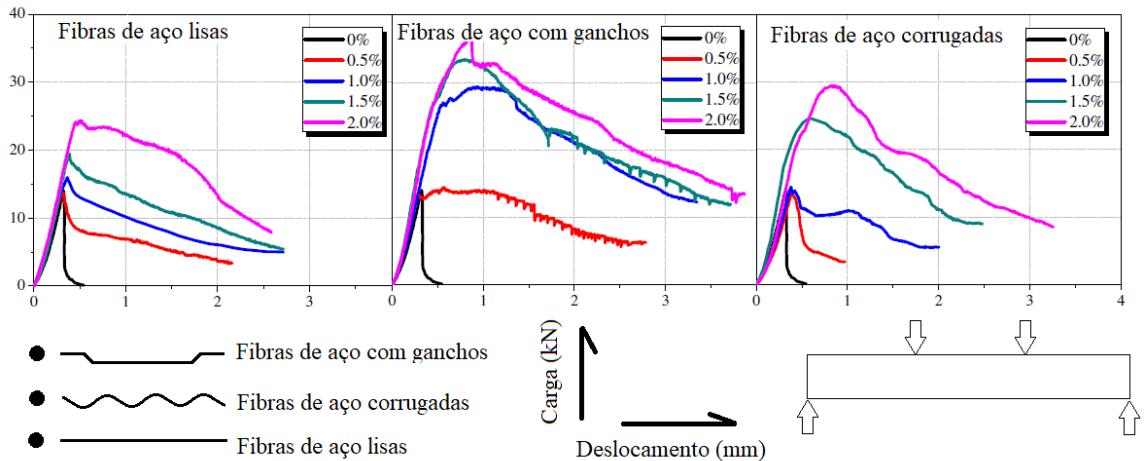
Fonte: Autor (2020).

#### 2.4.2. Teor de fibras

Assim como as propriedades individuais das fibras influenciam no desempenho do concreto, tais como comprimento e diâmetro equivalente, a proporção da quantidade de fibras no concreto também exerce uma grande influência sobre o comportamento do concreto, tanto no seu estado fresco quanto no estado endurecido. Usualmente, para os CRF em geral, a proporção das fibras sobre a matriz é dada pela relação dos volumes das fibras e da matriz ( $V_f$ ). A representação desta proporção também pode ser definida pela razão da massa total das fibras por volume de concreto ( $\text{kg/m}^3$  de concreto).

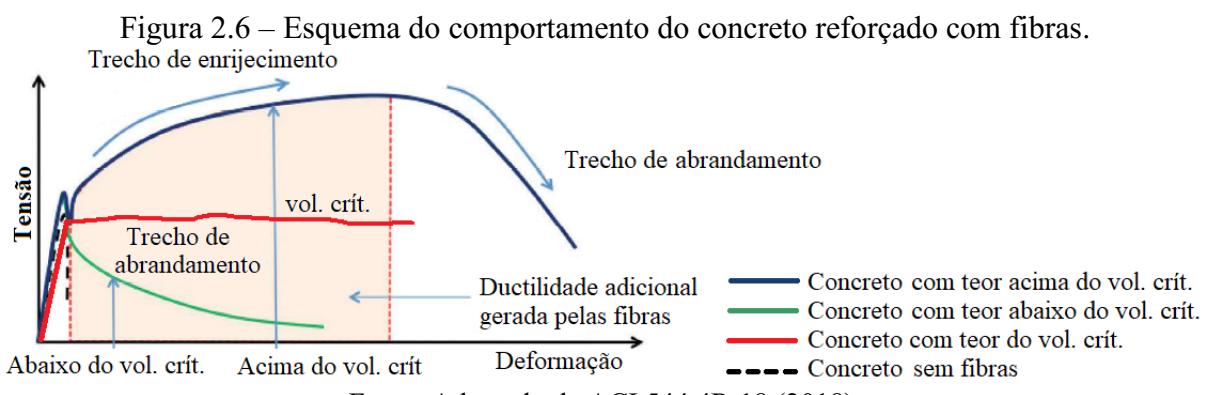
Ao analisar a relação de tensão e deformação em ensaios de tração na flexão ou tração uniaxial, por exemplo, o concreto reforçado com fibras comparado com o concreto sem as fibras, apresenta uma importante diferença no seu comportamento. No concreto sem fibras, ao alcançar uma certa tensão, a propagação das fissuras é crítica, e o concreto praticamente perde toda a sua capacidade de resistir às tensões. No caso do concreto reforçado com fibras, após o início de uma fissura, as fibras que estão presentes na fissura atuam como ponte de transferência de tensões ao longo da fissura, garantindo uma resistência residual ao concreto. A Figura 2.5 ilustra alguns resultados que indicam este tipo de comportamento.

Figura 2.5 – Comportamento de concreto com adição de fibras.



Fonte: Adaptado de Li *et al.* (2018).

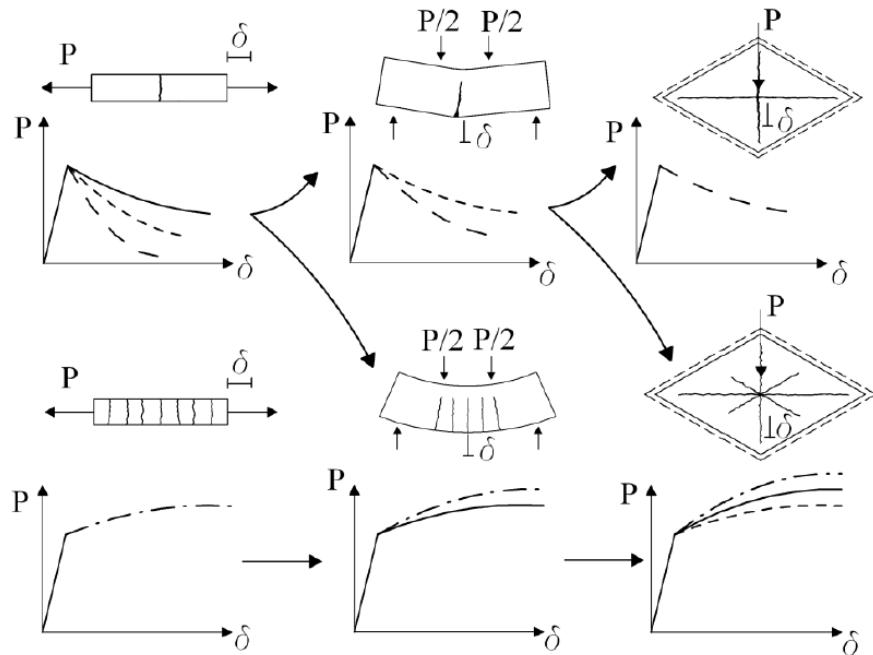
Existe um teor de fibras ao qual o concreto, após o aparecimento de uma fissura crítica, continua com aproximadamente a mesma capacidade portante do seu estado pré pico. Este teor de fibras é chamado de volume crítico. Para teores de fibra abaixo do volume crítico, há uma queda na capacidade de carga que o material suporta após o aparecimento de uma fissura crítica, onde ocorre um “abrandamento” da curva tensão deformação após o pico de tensão. Para teores de fibra acima do volume crítico, há um aumento na capacidade portante do material, após a fissura crítica, onde ocorre um “enrijecimento” da curva tensão deformação após o pico de tensão (ACI 544.4R:18, 2018). A Figura 2.6 ilustra este comportamento.



O FIB Model Code 2010 ressalta que concretos reforçados com fibras que apresentam comportamento de abrandamento sob tensão uniaxial, podem apresentar comportamento de enrijecimento sob flexão, e que concretos que apresentam comportamento de abrandamento sob

flexão, podem apresentar comportamento de enrijecimento em ensaios de placas sob carga concêntrica. A Figura 2.7 indica este comportamento.

Figura 2.7 – Comportamento de concreto reforçado com fibras sob diferentes solicitações.



Fonte: FIB Model Code 2010.

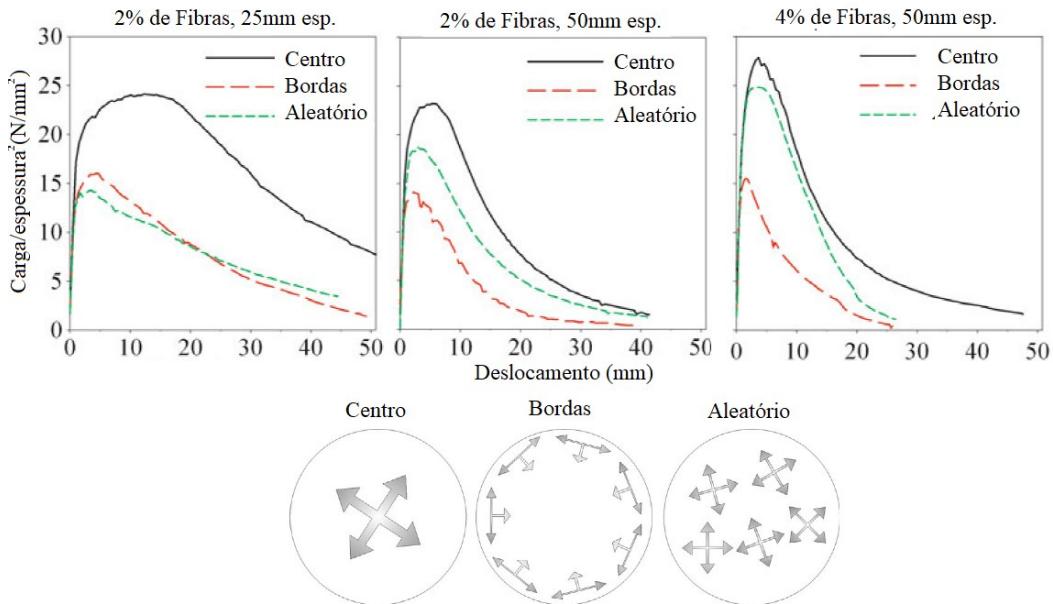
#### 2.4.3. Orientação das fibras

Ao analisar as propriedades do concreto reforçado com fibras, pode-se imaginar em um primeiro momento, uma distribuição uniforme e orientação aleatória das fibras ao longo da matriz do concreto. Entretanto, diversas pesquisas indicam que o método de moldagem, adensamento, e até mesmo dimensões das peças concretadas podem criar orientações preferenciais. (VELASCO, 2008; BARNETT *et al.*, 2010; HERRMANN, LEES, 2016).

Barnett *et al.* (2010) avaliam o efeito do processo de moldagem do CRFA em placas circulares. Constata-se que, quando a placa é moldada a partir do seu centro, as fibras tendem a se alinhar com a direção do fluxo do concreto, do centro para as extremidades. Esta orientação das fibras garante um grande aumento na resistência da placa de concreto, que é ensaiada como uma laje sob uma carga central, onde as fibras estão orientadas perpendicularmente às fissuras radiais que surgiram na placa durante o ensaio. Esta tendência de alinhamento na direção do fluxo de

concreto também pode ser observada no trabalho de Boulekbache *et al.* (2010). A Figura 2.8 apresenta os resultados de Barnett *et al.* (2010).

Figura 2.8 – Ensaios realizados por Barnett *et al.* (2010).

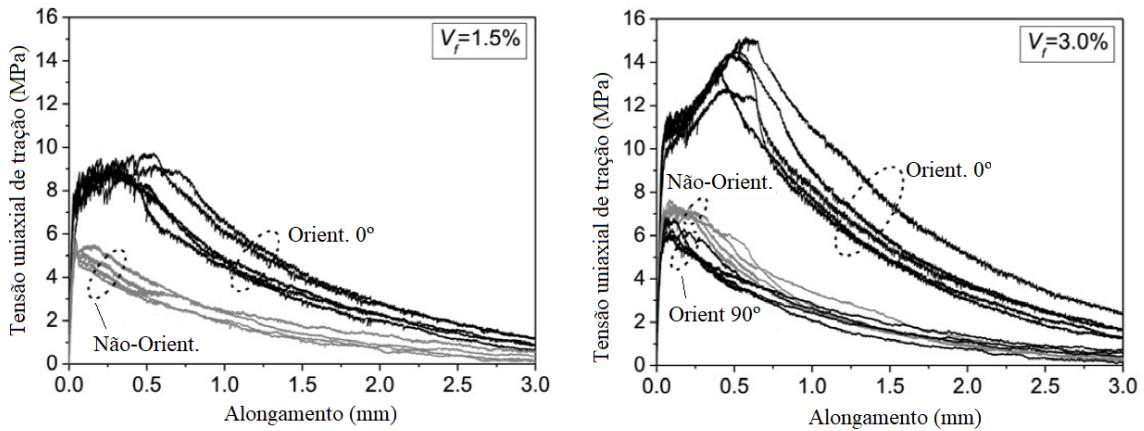


Fonte: Adaptado de Barnett *et al.* (2010).

A dimensão da peça de concreto reforçado com fibras (CRF) a ser moldada também tem influência na orientação das fibras na matriz. As fibras localizadas nas proximidades da parede do molde têm a tendência de se agruparem e alinharem ao longo da fôrma. Este fenômeno é conhecido como efeito parede (SUURONEN *et al.*, 2013). Entretanto, Oliveira Júnior (2012) ressalta que essa tendência ao alinhamento pode ser evitada se o comprimento das fibras for entre duas a três vezes menor que a dimensão da peça.

A capacidade da fibra de transferir tensões através da fissura está diretamente relacionada com a sua orientação em relação ao esforço aplicado. Abrishambaf, Pimentel e Nunes (2017) estudam o comportamento de compósitos cimentícios com diferentes orientações das fibras. São confeccionados prismas com fibras de aço em orientação aleatória, com orientação paralela à aplicação da força ( $0^\circ$ ) e perpendicular ( $90^\circ$ ), que são ensaiados pelo teste de tração uniaxial, com a variação da proporção de volume fibras no concreto ( $V_f$ ) de 1,5 % e 3,0 %. A Figura 2.9 apresenta os resultados do teste de tração uniaxial.

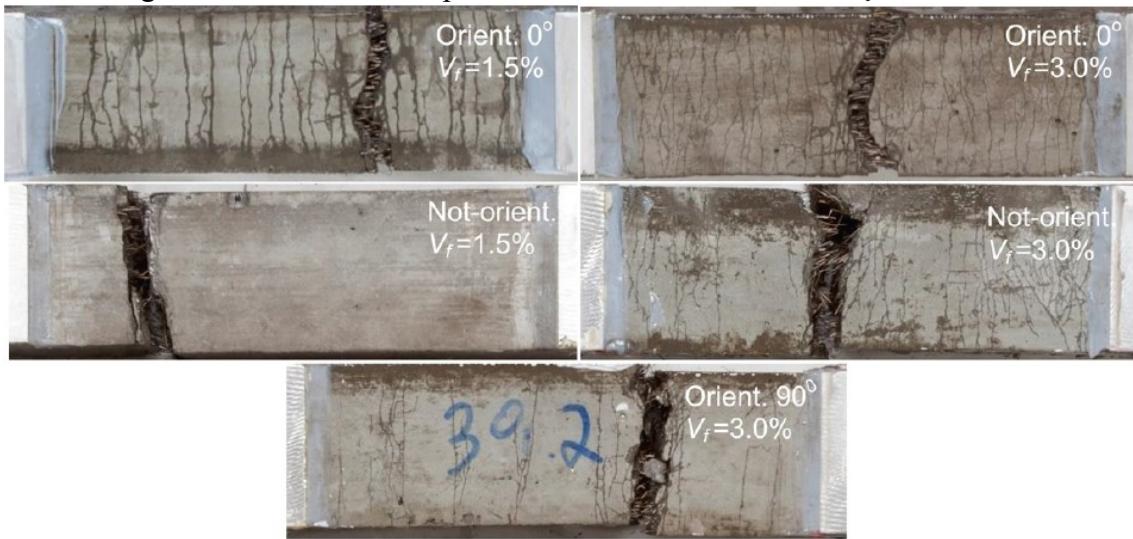
Figura 2.9 – Resultado do teste de tração uniaxial de compósito de matriz cimentícia reforçado com fibras de aço em proporção de 1,5 % (a) e 3,0 % (b).



Fonte: Abrishambaf, Pimentel e Nunes (2017).

A Figura 2.10 apresenta o padrão de fissuras dos prismas ensaiados por Abrishambaf, Pimentel e Nunes (2017). A partir da Figura 2.9, é possível observar que a máxima tensão resistente do compósito é atingida quando as fibras estão alinhadas na mesma direção da carga aplicada.

Figura 2.10 – Padrão dos prismas ensaiados no teste de tração uniaxial.



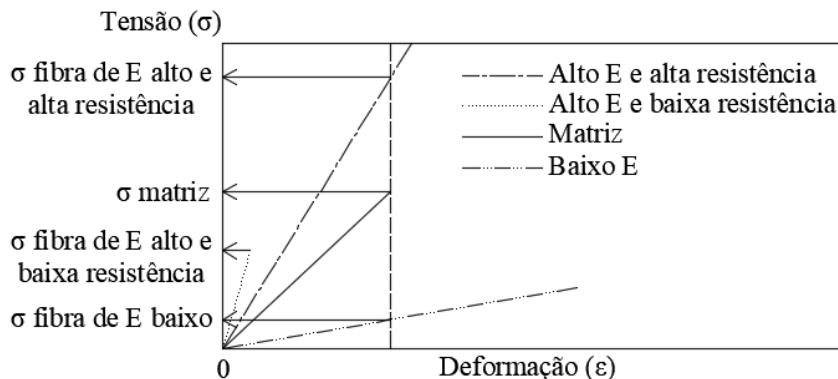
Fonte: Abrishambaf, Pimentel e Nunes (2017).

#### 2.4.4. Resistência mecânica e módulo de elasticidade

A resistência mecânica assim como o módulo de elasticidade tem influência nas propriedades mecânicas. Fibras que possuem modulo de elasticidade maior que o do concreto sem fibras são classificadas como fibras de alto módulo, como as fibras de vidro e de aço (Tabela 2.1 e Tabela 2.4). As fibras que possuem módulo menor que o do concreto sem fibras são classificadas como fibras de baixo módulo, como as fibras de polietileno e polipropileno (Tabela 2.2).

Para compreender a influência destas propriedades no CRF, a Figura 2.11 apresenta o diagrama de tensão deformação de uma matriz hipotética reforçada com três tipos de fibras também hipotéticas com propriedades distintas: alto módulo e resistência mecânica baixa; alto módulo e resistência mecânica alta; baixo módulo. Todas as fases foram consideradas com comportamento elástico perfeito. As fibras que apresentam baixo módulo geralmente possuem menor resistência mecânicas (Tabela 2.1, Tabela 2.2, Tabela 2.3 e Tabela 2.4).

Figura 2.11 – Diagrama tensão deformação elástica da matriz e diferentes tipos de fibras.



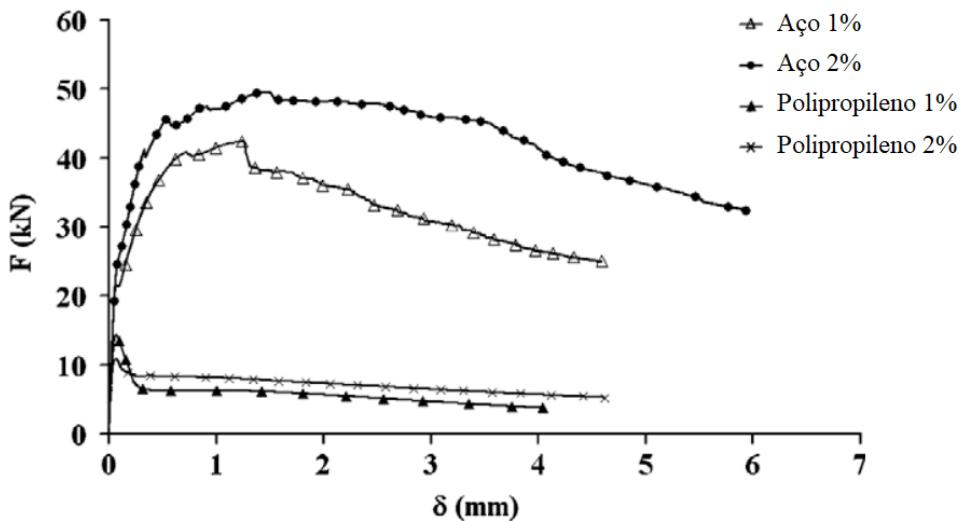
Fonte: Adaptado de Isaia (2005).

No caso da matriz reforçada com as fibras de baixo módulo, no momento em que a matriz sofre ruptura, esta transfere a tensão para a fibra, que apresenta baixas tensões para este nível de deformação, comprometendo a sua capacidade de reforço no comportamento pós pico. Por esta razão, para que estas fibras efetivamente reforcem estruturalmente a matriz, necessitam de maior teor de fibras adicionados à matriz, comparado a fibras com alto módulo. As fibras de alto módulo e alta resistência mecânica, ocorrendo a fissura da matriz, apresentam níveis altos de tensão, e caso não ultrapasse a sua resistência última, continua reforçando a matriz após a sua fissuração. Entretanto, caso as fibras possuam alto módulo e baixa resistência mecânica, a

ruptura das fibras pode ocorrer antes mesmo da ruptura da matriz, impossibilitando o reforço da matriz após a ruptura (ISAIA, 2005).

Bencardino *et al.* (2008) utilizam concretos reforçados com dois tipos de fibras com propriedades contrastantes: aço e polipropileno. A resistência à tração dos concretos reforçados com os dois tipos de fibra é analisada, utilizando o ensaio de tração na flexão de três pontos. O comportamento pós pico é drasticamente influenciado pelas propriedades das fibras. As fibras de aço utilizadas possuem ganchos nas extremidades, com limite de ruptura de 1050 MPa, módulo de elasticidade de 210 GPa, 50 mm de comprimento e fator de forma de 80. As fibras de polipropileno são microfibras, com comprimento de 19 mm e módulo de elasticidade de 3,5 GPa. A Figura 2.12 apresenta o diagrama de tensão deformação dos ensaios de flexão de três pontos.

Figura 2.12 – Diagrama tensão deformação dos ensaios de Bencardino *et al.* (2008).

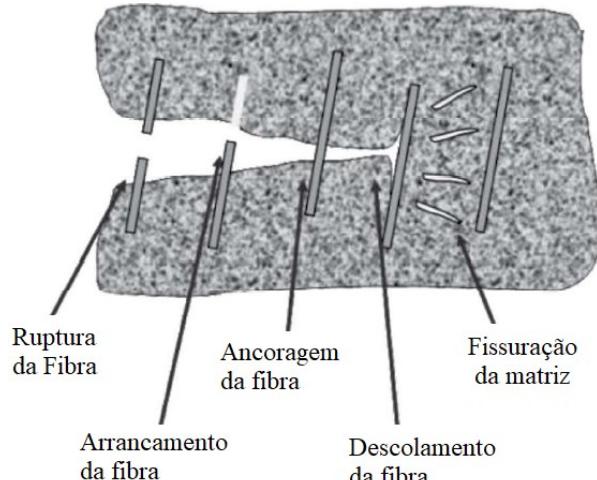


Fonte: Bencardino *et al.* (2008).

## 2.5. INTERAFACE CONCRETO/FIBRA

As fibras apresentam papel fundamental no estado pós pico no CRF. Assim que as fissuras apresentarem uma dimensão crítica, a matriz fissurada perde a capacidade de resistir às cargas de tração, que é resistida pelas fibras, que podem falhar com o arrancamento, ou a sua ruptura. (KANG; KIM, 2011). A Figura 2.13 esquematiza os mecanismos de reforço das fibras nas fissuras.

Figura 2.13 – Mecanismo de funcionamento do reforço das fibras.



Fonte: ACI 544.4R:18 (2018).

O descolamento da fibra depende dos mecanismos de interação na interface fibra-matriz. De acordo com Bentur e Mindess (2007), existem três mecanismos que governam estas interações: adesão física e química; atrito; ancoragem mecânica induzida por deformações na superfície da fibra, ou geometria da fibra mais complexa, como deformações impostas nas fibras (gancho nas extremidades, ondulações ao longo da fibra, etc.). Estes pesquisadores afirmam que em CRF convencionais, onde a relação água/cimento é acima de 0,40 com fibras com diâmetro acima de 0,1 mm, a ancoragem mecânica é o fator mais influente no mecanismo de descolamento da fibra.

No caso do CRF, o mecanismo de transferência de tensões pode ser analisado nos estados pré pico e pós pico. No primeiro caso até o surgimento das primeiras fissuras críticas, as deformações na interface fibra-matriz são compatíveis, visto que o material está em seu regime elástico, e a tensão na interface é induzida pelas deformações geradas (devida a diferença no módulo de elasticidade de cada material). No segundo caso, onde as primeiras fissuras críticas são formadas, o descolamento da fibra na interface fibra-matriz ocorre, e o mecanismo predominante na transferência de esforços passa a ser o atrito no deslizamento da fibra. Este mecanismo é o fator principal que influencia as propriedades mecânicas do CRF no seu estado pós pico, como resistência e deformação na ruptura (BENTUR; MINDESS, 2007; KANG; KIM, 2011)

## 2.6. PROPRIEDADES MECÂNICAS DO CRFA

A introdução das fibras de aço no concreto simples certamente provoca mudanças em seu comportamento, tanto no seu estado fresco, como no seu estado endurecido. Em relação às suas propriedades mecânicas, a sua resistência à esforços de tração, compressão e cisalhamento são analisadas.

### 2.6.1. Resistência à compressão

O FIB Model Code 2010 afirma que geralmente, as relações na compressão válidas para o concreto sem fibras também se aplicam ao concreto reforçado com fibras. De modo geral, a adição de fibras apresenta um pequeno aumento na resistência à compressão, em relação à esforços de tração e cisalhamento. Entretanto, o comportamento pós pico é fortemente influenciado pela adição das fibras, podendo modificar até o padrão de fissuração e ruptura. Bencardino *et al.* (2008) analisam o comportamento da adição de fibras de aço (fator de forma de 40) ao concreto com variações no teor de fibras, sob esforços de compressão, utilizando corpos de prova cilíndricos. A comparação dos corpos de prova após o ensaio indica que, no caso do concreto sem as fibras, as fissuras se formam em um único plano, inclinadas; e no caso do concreto reforçado com as fibras de aço, a ruptura apresenta um padrão de várias fissuras longitudinais próximas à zona de falha, orientadas na direção paralela ou quase paralela às tensões de compressão. A Figura 2.14 apresenta o diagrama tensão deformação dos corpos de prova. A Figura 2.15 apresenta o padrão de fissuração dos corpos de prova com e sem a adição de fibras.

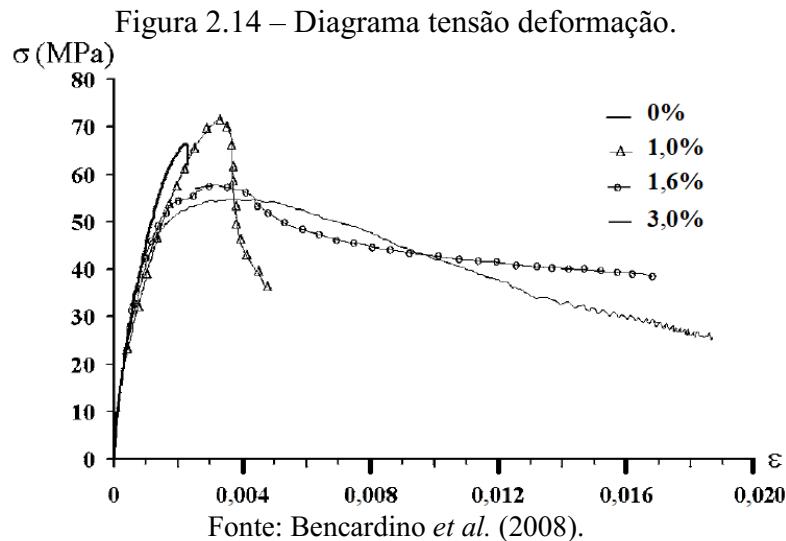
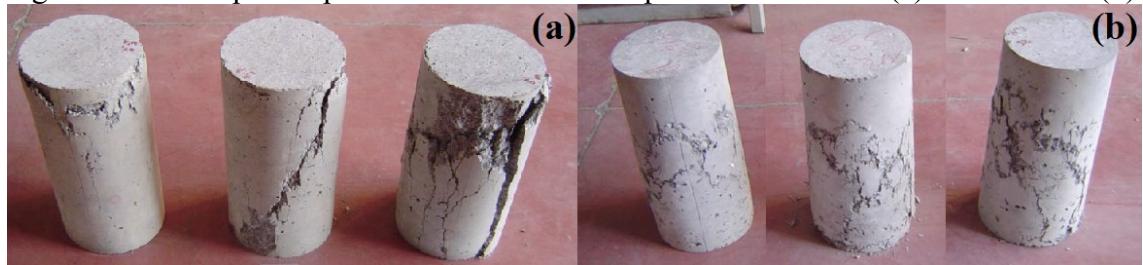


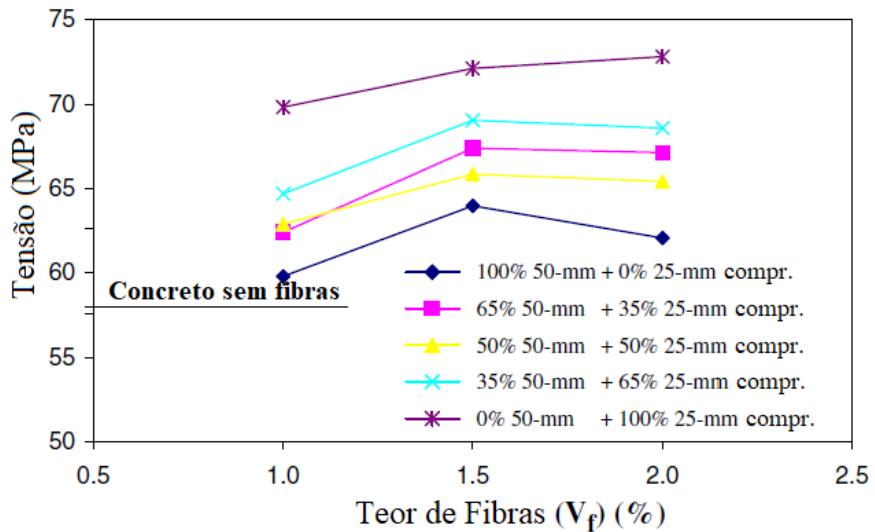
Figura 2.15 – Corpos de prova ensaiados sob compressão sem fibras (a) e com fibras (b).



Fonte: Bencardino *et al.* (2008).

Arif (2014) verifica o aumento de cerca de 7,5% e 14% na resistência à compressão do concreto reforçado com fibras de aço com teores de fibra de 0,38% e 0,77%, respectivamente (Fator de forma de aproximadamente 65). Mohammadi, Singh e Kaushik (2008) analisam o efeito da adição de misturas de fibras de aço com diferentes fatores de forma (20 e 40) e obtêm um aumento máximo de 26% utilizando teor de fibras de 2%, com 100% de fibras com fator de forma 40. A Figura 2.16 apresenta os resultados obtidos pelos pesquisadores.

Figura 2.16 – Variação da resistência à compressão com o teor e a proporção das fibras.

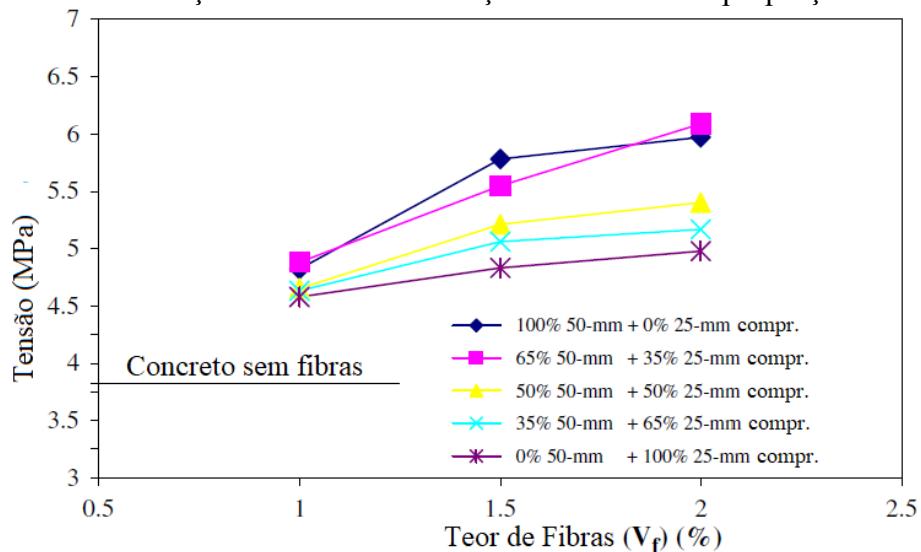


Fonte: Adaptado de Mohammadi, Singh e Kaushik (2008).

### 2.6.2. Resistência à tração

O desempenho sob esforços de tração é um importante aspecto do concreto reforçado com fibras de aço. A adição de fibras de aço ao concreto confere uma maior resistência à tração. Mohammadi, Singh e Kaushik (2008) analisam o efeito da adição de misturas de fibras de aço com diferentes fatores de forma (20 e 40). Com uma mistura das fibras com diferentes fatores de forma, o aumento na resistência à tração é de 59%. Utilizando fibras de mesmo fator de forma, o aumento na resistência à tração é de 56%. A Figura 2.17 apresenta os resultados.

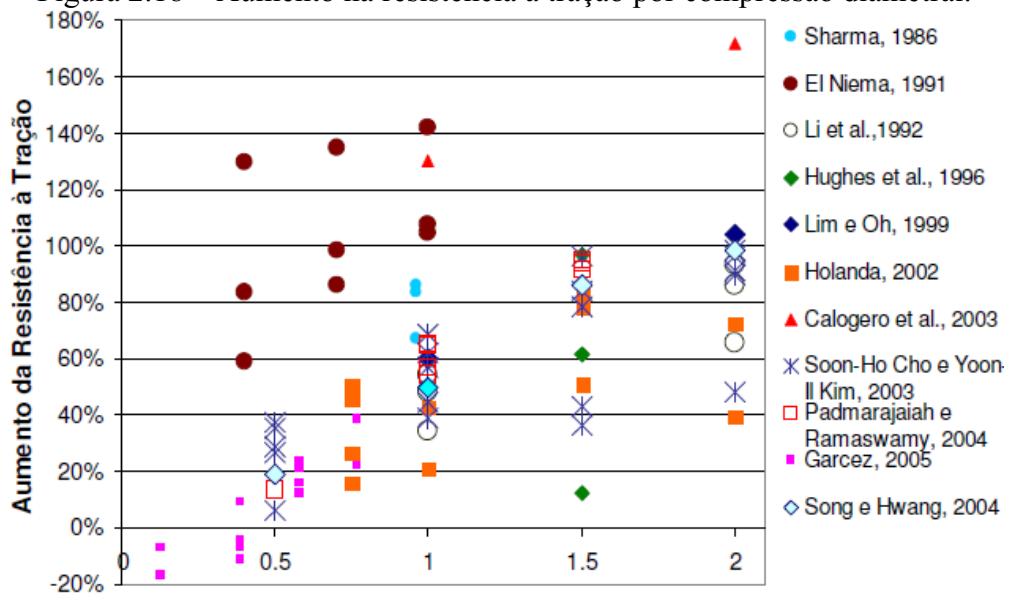
Figura 2.17 – Variação da resistência à tração com o teor e a proporção das fibras.



Fonte: Adaptado de Mohammadi, Singh e Kaushik (2008).

Arif (2014) verifica o máximo aumento de cerca de 73% na resistência à tração do concreto reforçado com fibras de aço com teor de fibra de 0,77%, utilizando concreto de resistência a compressão média de 32 MPa (Fator de forma de aproximadamente 65). Alves (2017) observa um aumento máximo nos resultados médios de cerca de 53% na resistência à tração do concreto reforçado com fibras de aço com teor de fibra de 0,77%, utilizando concreto de resistência a compressão média de 32 MPa (Fator de forma de aproximadamente 65). Pasa (2007) reúne uma série de dados experimentais que apontam o aumento da resistência à tração que as fibras proporcionam, apresentados na Figura 2.18.

Figura 2.18 – Aumento na resistência à tração por compressão diametral.

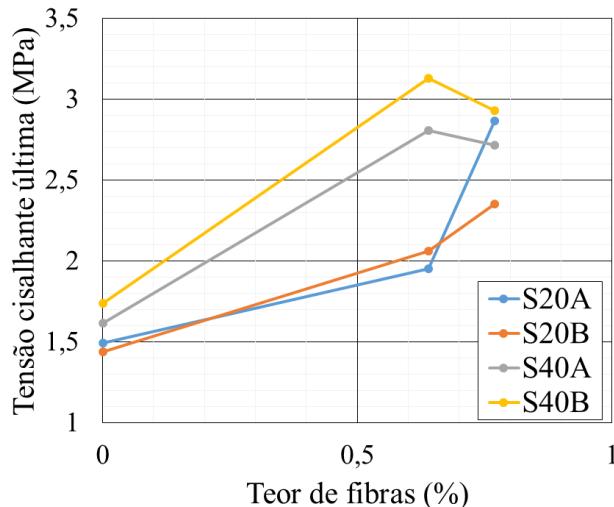


Fonte: Pasa (2007).

### 2.6.3. Resistência ao cisalhamento

A adição de fibras aumenta a resistência ao cisalhamento em estruturas de concreto armado. Vitor (2017) ensaiou vigas de concreto reforçado com fibras de aço sem armadura transversal, e observa que a adição de fibras pode compensar parcial ou totalmente a ausência da armadura transversal. O aumento na resistência ao cisalhamento é apresentado na Figura 2.19.

Figura 2.19 – Relação da tensão cisalhante em função do teor de fibras.

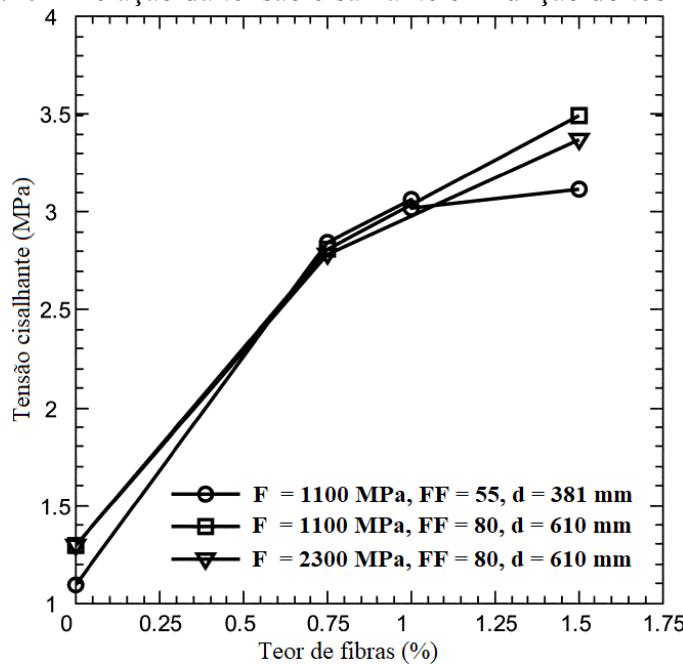


Fonte: Adaptado de Vitor (2017).

A numeração seguinte à letra “S” indica a resistência média que o concreto é dimensionado para apresentar aos 28 dias, e as letras “A” e “B” indicam a taxa de armadura longitudinal utilizada nas vigas (1,32 para condição A e 1,55 para condição B). Segundo Vitor (2017), a razão do aumento do teor de fibras de 0,64 % para 0,77 % ser acompanhada por uma queda da resistência ao cisalhamento na série S40 pode ser atribuída à formação de um maior número de vazios e/ou acúmulo de fibras ao longo da armadura longitudinal com a utilização de um teor de fibra mais elevado na série S40.

Dinh, Parra-Montesinos e Wight (2010) obtêm resultados semelhantes com vigas sem armadura transversal. A Figura 2.20 apresenta o aumento da resistência ao cisalhamento média em função do teor de fibras.

Figura 2.20 – Relação da tensão cisalhante em função do teor de fibras.



Fonte: Dinh, Parra-Montesinos e Wight (2010).

Mediante a uma melhoria das propriedades mecânicas do concreto pelas fibras de aço, a sua utilização como reforço em estruturas que sofrem falha por tensões de cisalhamento, é assunto em inúmeras pesquisas. Um exemplo de estrutura que sofre falha por esforços de cisalhamento são as lajes lisas, que serão discutidas no próximo capítulo.

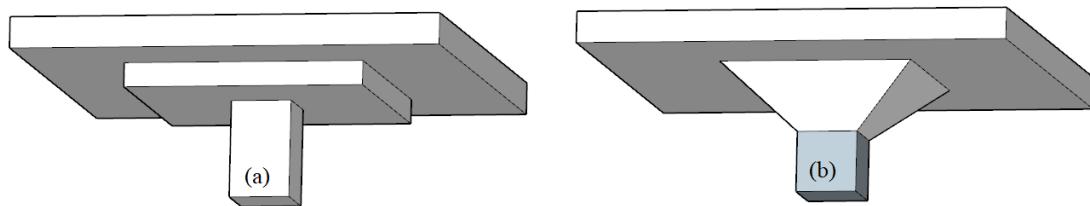
### 3. LAJES LISAS À PUNÇÃO

#### 3.1. LAJES LISAS

O modelo tradicional de estruturas de concreto armado é caracterizado pela utilização de lajes, vigas e pilares. Neste sistema, as cargas são aplicadas diretamente às lajes, que se apoiam nas vigas. As vigas se apoiam nos pilares, que por sua vez se apoiam na fundação do edifício (CARVALHO; PINHEIRO, 2013). Entretanto, um novo sistema surgiu no início do século XX, como modelo estrutural inovador, ao qual não eram utilizadas vigas como elemento de transição dos esforços das lajes para os pilares. Pelo fato das lajes apresentarem uniformidade devido à ausência das vigas, elas eram chamadas de lajes lisas (GASPARINI, 2002).

A norma NBR 6118:2014 define lajes lisas como lajes apoiadas diretamente em pilares. Devido ao mecanismo de ruptura, que é discutido adiante neste capítulo, um dos métodos de aumentar a resistência do sistema estrutural é dado pelo aumento de seção resistente na ligação das lajes com os pilares. À esta variação de laje lisa, a referida norma a define como laje-cogumelo. O aumento da seção resistente nessa região é chamado de capitel. Existem basicamente dois tipos de capitéis: os que se apresentam em formato de prisma e um “engrossamento” da laje, que são chamados de *drop panels*. A Figura 3.1 ilustra a geometria destes sistemas.

Figura 3.1 – Seção resistente na ligação laje-pilar: *drop panel* (a) e capitel (b).



Fonte: Autor (2020).

A utilização de lajes lisas data do final do século XIX e início do século XX, e para a época se mostrou uma grande mudança. E assim como grande parte das inovações tecnológicas ao longo da história, causou tanto admiração quanto medo. Apesar da autoria do conceito e da utilização deste tipo de estrutura ainda ser objeto de discussão, alguns nomes se destacam: George M. Hill, Orlando N. Cross, Claude A. P. Turner e Robert Maillart. Informações adicionais do histórico de lajes lisas pode ser encontrado no trabalho de Gasparini (2002).

As vantagens da utilização de lajes lisas são evidenciadas por Ferreira (2010), Maya *et al.* (2012), Moraes neto (2013), Carvalho e Pinheiro (2013), entre outros, das quais podem ser citadas: Vantagens arquitetônicas, referente ao aproveitamento dos espaços; simplificação na geometria das fôrmas e cimbramento; simplificação na confecção das armaduras; simplificação na concretagem; melhoria na qualidade final e a diminuição dos revestimentos; redução na altura total do edifício; simplificação das instalações prediais.

Apesar das inúmeras vantagens obtidas pelo sistema estrutural das lajes lisas, estas, por sua vez, apresentam desvantagens, as quais são discutidas por Ferreira (2010), Moraes neto (2013), Carvalho e Pinheiro (2013), entre outros, tais como: a possibilidade da ocorrência de flechas excessivas em condições de serviço; momentos elevados na ligação da laje com o pilar; a diminuição da estabilidade global da estrutura em relação à esforços horizontais; e a ruptura por punção. Carvalho e Pinheiro (2013) afirmam ainda que a utilização de lajes lisas aumenta o consumo de concreto e de aço, pela não-utilização de elementos com grande inércia.

O incidente do edifício Prest-o-lite Building em Indianápolis (EUA) em 1911 é considerado por Melo (1990) *apud* Ferreira (2010), Moraes Neto (2013), Rabello (2016) e outros, como o primeiro incidente envolvendo lajes lisas, onde as lajes se desligaram completamente dos pilares e levaram a estrutura à um colapso progressivo. Acidentes relacionados com a ruptura por punção são geralmente catastróficos, e devido à natureza do mecanismo de ruptura, esta ruptura apresenta um caráter frágil, rompendo bruscamente, sem que haja o tempo necessário para a tomada de medidas de segurança. A Figura 3.2 mostra o colapso do 4º pavimento no edifício *Pipers Row Car Park*, em Wolverhampton, em 1997 no Reino Unido.

Figura 3.2 – Colapso do 4º pavimento do edifício Pipers Row Car Park, em Wolverhampton, Reino Unido, 1997.

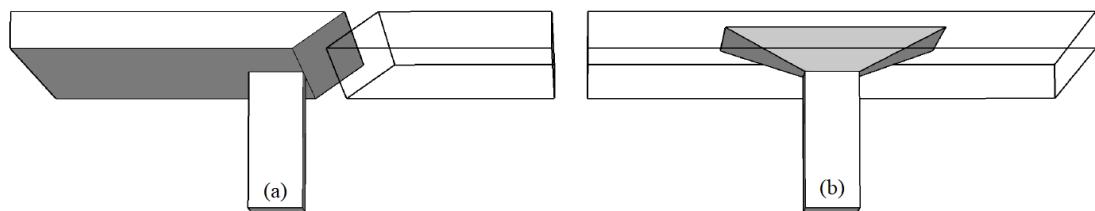


Fonte: Wood (2001).

### 3.2. RUPTURA EM LAJES LISAS

De acordo com Melges (1995), Azevedo (1999), Menétrey (1998) entre outros pesquisadores, a ruina das lajes lisas pode ocorrer de três formas: por flexão; por punção; e por flexão associada à punção. Na ruina por flexão, a ruptura é dada pelo esmagamento do concreto comprimido ou pela deformação plástica excessiva da armadura de tração. Nestes casos, os elementos submetidos à esforços de flexão são dimensionados para ruptura com a deformação de escoamento do aço, para garantir uma ruptura de caráter dúctil. Já na ruina por punção, a laje se rompe antes que a sua resistência à flexão seja atingida, atuando predominantemente esforços cortantes, provocando uma ruptura de caráter frágil, o que é indesejável e perigosa. Ainda, de acordo com as dimensões da laje e condições de apoios, a ruptura por punção pode acontecer em uma ou nas duas direções (WIGHT, 2016). A Figura 3.3 ilustra este comportamento.

Figura 3.3 – Modelo de ruptura por punção em uma direção (a) e em duas direções (b).



Fonte: Autor (2020).

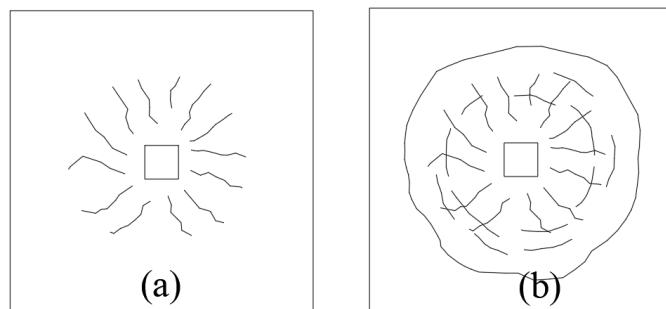
### 3.3. RUPTURA POR PUNÇÃO

A punção pode ser definida como o resultado de uma carga concentrada aplicada em uma pequena área de uma estrutura. Em lajes lisas, a ruptura por punção normalmente ocorre na ligação com elementos estruturais (pilares, pilares parede). Os esforços de cisalhamento gerados pela força concentrada são elevados, podendo causar a ruptura do elemento em questão, com tensões abaixo das dimensionadas para a ruptura por flexão. A ruptura de uma única ligação laje-pilar pode sobrecarregar os pilares adjacentes, podendo ocorrer uma ruptura consecutiva destes pilares adjacentes, gerando um efeito “dominó” e destruindo completamente a estrutura. (FIB Model Code 2010).

A NBR 6118:2014 descreve a punção como um estado limite último, onde a resistência à ruptura é governada pelo cisalhamento. Broms (2005) compara a ruptura por punção com a ruptura por cisalhamento de uma viga, no sentido em que uma fissura de cisalhamento é formada e se estende das extremidades do pilar até a face superior da laje, porém com uma forma de tronco de cone.

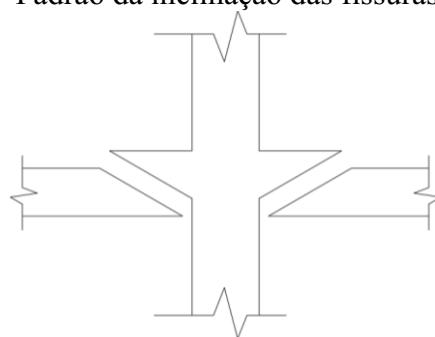
De acordo com Vargas (1997), Azevedo (1999), Melges (2001), Oliveira (2013), entre outros, no caso de condições de carregamento simétrico em pilares internos, o padrão de aparecimento das fissuras observado nas lajes no entorno da ligação com o pilar se inicia com fissuras radiais, e se estendem na direção do seu perímetro, dividindo a laje em segmentos radiais. Antes da ruptura são formadas fissuras tangenciais na região da ligação. Na ruptura por punção da laje, há a formação de uma fissura inclinada interna causada pela tração diagonal, que causa a formação de uma superfície de ruptura tronco cônica ou tronco-piramidal. A Figura 3.4 ilustra o padrão de formação de fissuras, enquanto a Figura 3.5 mostra o padrão da inclinação da fissura tangencial.

Figura 3.4 – Padrão de formação de fissuras radiais (a) e tangenciais (b).



Fonte: Autor (2020).

Figura 3.5 – Padrão da inclinação das fissuras tangenciais.



Fonte: Autor (2020).

Ainda, de acordo com a distribuição dos esforços e características do sistema estrutural, a punção pode ser dividida em três tipos: simétrica, assimétrica e excêntrica. A punção simétrica ocorre apenas em pilares de centro, quando existem carregamentos simétricos e a transferência de momento fletor não é significativa. É caracterizada pela superfície de ruptura bem definida por um formato piramidal (OLIVEIRA, 2013).

No caso da punção não simétrica e centrada, é definida como assimétrica, onde a transferência de momento fletor é mais significativa. Alguns dos fatores que influenciam a punção assimétrica são: variações geométricas dos pilares, carregamentos diferentes em direções ortogonais, áreas de apoio, vãos com comprimentos diferentes em suas direções ortogonais ou diferentes taxas de armadura de flexão nas duas direções (OLIVEIRA, 2015).

Para os casos onde há a transferência de momento fletor na ligação laje-pilar, a punção é denominada excêntrica. Essa transferência pode ser resultado de um carregamento assimétrico em relação a ligação laje-pilar, assim como ações horizontais na estrutura. Este tipo de ruptura pode ser observado em pilares de borda e de canto, dada a sua configuração, a ocorrência de carregamentos assimétricos gera a transferência de momento (OLIVEIRA, 2013).

### 3.4. FATORES QUE INFLUECIAM A RESISTÊNCIA À PUNÇÃO

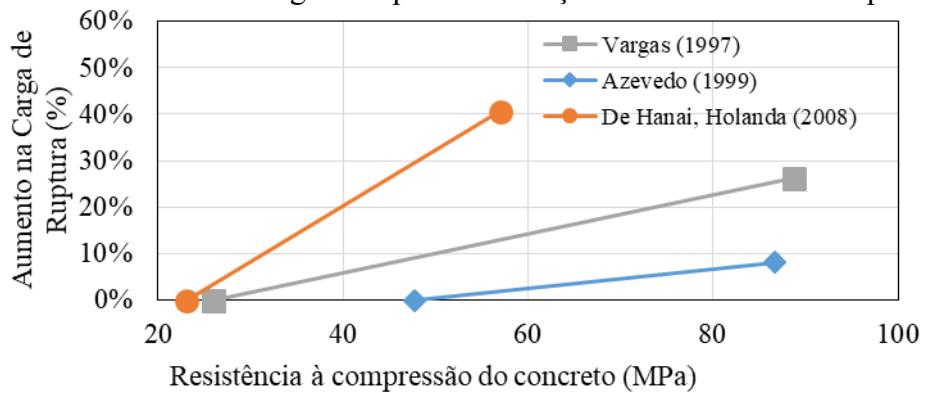
A ruina de uma laje lisa é influenciada por alguns parâmetros, que são relacionados tanto com a geometria do sistema quanto a sua constituição, tal como a resistência do próprio concreto, armadura de flexão, espessura da laje.

#### 3.4.1. Resistência à compressão do concreto

A falha por cisalhamento de uma estrutura de concreto sem armadura para o combate deste esforço é governada, entre outros fatores, pela resistência à tração do concreto. Em termos de projeto, como a resistência à compressão é o fator que define os cálculos de dimensionamento, e como as normas de dimensionamento a relacionam à resistência a tração, é usual observar pesquisas experimentais que correlacionam a resistência ao cisalhamento com a resistência à compressão do concreto (FERREIRA, 2010).

O aumento da resistência à compressão do concreto influencia positivamente na resistência à punção. Diversos pesquisadores comprovam este comportamento (OZDEN; ERSOY; OZTRURAN, 2006; METWALLY; ISSA; EL-BETAR, 2008; INÁCIO *et al.*, 2015). Entretanto, apesar do aumento da resistência à compressão ter impacto significativo na resistência à punção, Maghsoudi e Sharifi (2009) e Inácio *et al.* (2015) salientam que concretos com alta resistência – CAR (ou UHPC, em inglês *ultra high performance concrete*) além de apresentar uma redução na ductilidade em relação ao concreto convencional, também apresentam uma superfície de ruina mais lisa, diminuindo assim a contribuição do engrenamento dos agregados. Portanto, a utilização isolada do CAR deve ser avaliada cuidadosamente, pois os fatores supracitados podem contribuir para a ruína por punção ser mais frágil. A Figura 3.6 apresenta a relação entre o aumento da carga de ruptura e a resistência à compressão de lajes experimentais.

Figura 3.6 – Aumento da carga de ruptura em função da resistência à compressão.



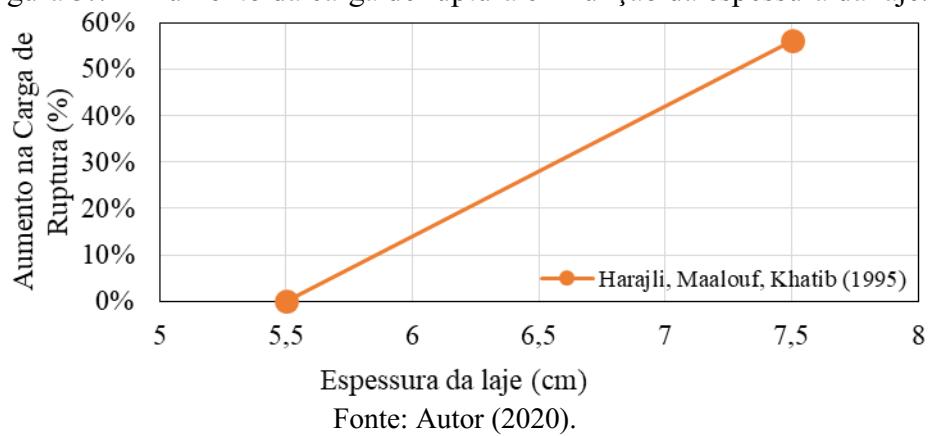
Fonte: Autor (2020).

### 3.4.2. Espessura da laje

Para reduzir a tensão cisalhante oriunda dos esforços que causam a punção, o aumento da espessura da laje pode ser utilizado. Entretanto, esse aumento pode acarretar um incremento significativo nas ações permanentes no dimensionamento da estrutura, visto que o peso próprio é significativamente aumentado com pequenos incrementos de espessura da laje. Portanto, este caminho deve ser escolhido com cuidado.

Para mitigar o efeito do aumento do peso próprio na estrutura devido ao aumento da espessura da laje, podem ser feitos incrementos na espessura da laje apenas nas regiões de ligação com os pilares. Este método é citado no item 3.1 deste capítulo, onde é mostrada na Figura 3.1 os modelos de aumento de seção nestas regiões. A Figura 3.7 apresenta a relação entre o aumento da carga de ruptura e a espessura de lajes experimentais.

Figura 3.7 – Aumento da carga de ruptura em função da espessura da laje.



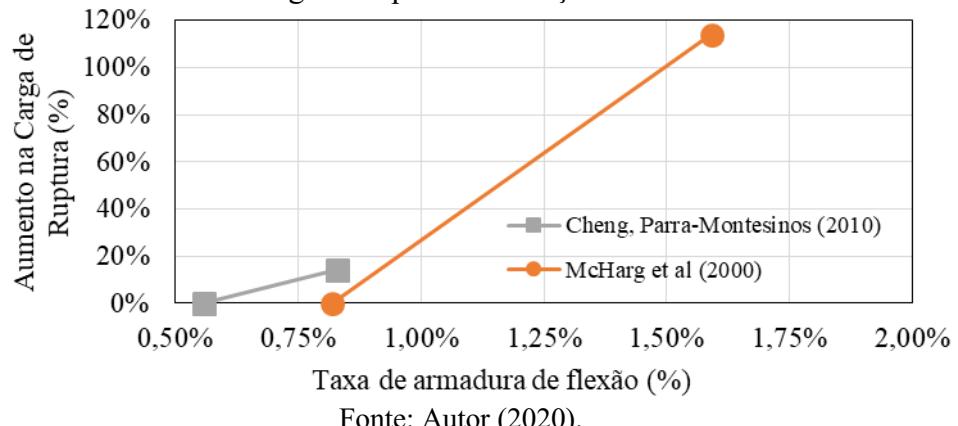
Fonte: Autor (2020).

### 3.4.3. Taxa de armadura de flexão

A taxa de armadura de flexão tracionada ( $\rho$ ) é dada pela razão da área de armadura de flexão tracionada ( $A_s$ ) pela área de concreto ( $A_c$ ), que é dada pelo produto da altura útil da laje ( $d$ ) por uma determinada largura a ser considerada. Esse fator influencia a resistência à punção, principalmente em casos de lajes sem armaduras de combate a este esforço (FERREIRA, 2010).

Ruiz, Mierzaei e Muttoni (2013), ensaiam lajes lisas sem armadura de combate à punção, com todas as variáveis constantes, variando a taxa de armadura de 0,25 a 1,41%, e notam um aumento de cerca de 67% em relação à menor taxa de armadura. A Figura 3.8 apresenta a relação entre o aumento da carga de ruptura e a taxa de armadura de flexão de lajes experimentais.

Figura 3.8 – Aumento da carga de ruptura em função da taxa de armadura de flexão.



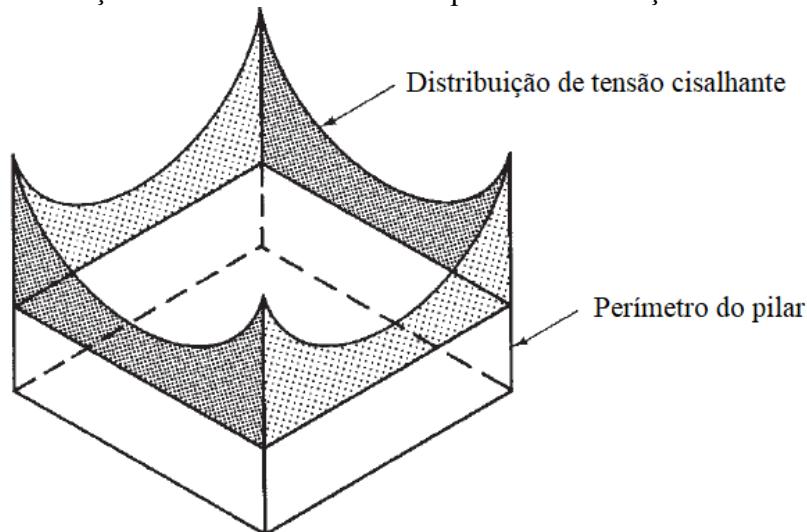
Fonte: Autor (2020).

### 3.4.4. Dimensões e posição do pilar

A geometria do pilar na região da ligação com a laje influencia na resistência última à punção da laje. Por exemplo, lajes monoliticamente ligadas à pilares retangulares, possuem a sua resistência à punção reduzida, comparadas a lajes semelhantes ligadas à pilares circulares de mesmo perímetro de seção transversal. Este comportamento é devido à uma concentração de tensões nos cantos dos pilares retangulares, que podem fazer com que as fissuras comecem a se formar e se propagar precocemente (SAGASETA *et al.*, 2014). A Figura 3.9 ilustra a

distribuição das tensões cisalhantes no entorno do perímetro da seção transversal retangular de um pilar.

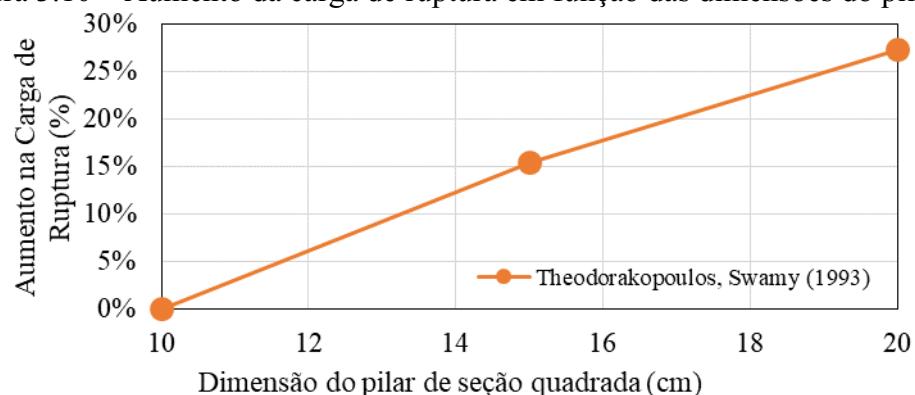
Figura 3.9 – Distribuição de tensão cisalhante no perímetro da seção transversal de um pilar.



Fonte: Wight (2016).

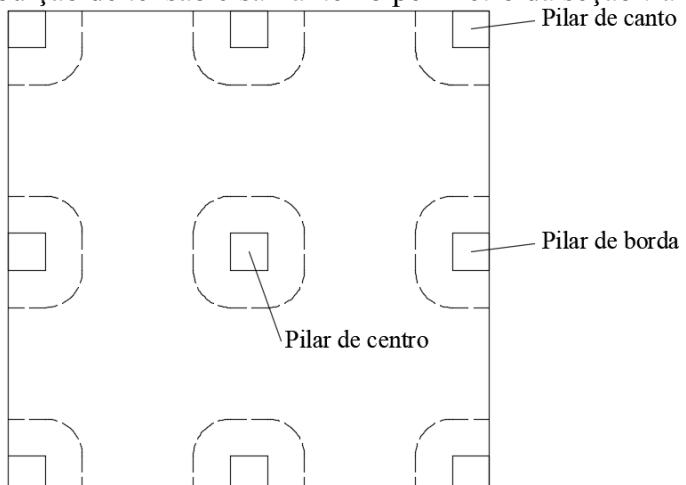
Em casos de pilares com seções transversais constantes, a posição em relação à laje também influencia a sua resistência última à punção. Devido ao fato de pilares de canto e de borda apresentarem uma menor área de contribuição para a distribuição das tensões, a sua resistência à punção é reduzida. A Figura 3.11 ilustra este comportamento. A Figura 3.10 apresenta a relação entre o aumento da carga de ruptura e a dimensão de um pilar de seção quadrada de lajes experimentais.

Figura 3.10 – Aumento da carga de ruptura em função das dimensões do pilar.



Fonte: Autor (2020).

Figura 3.11 – Distribuição de tensão cisalhante no perímetro da seção transversal de um pilar.



Fonte: Autor (2020).

### 3.4.5. Efeito de tamanho (*Size effect*)

Ensaios experimentais em alguns casos, onde são estudadas estruturas de grande porte, são utilizados modelos experimentais em escala reduzida para correlacionar o seu comportamento com a estrutura em seu tamanho real. Esta estratégia é utilizada para economizar recursos e trabalho, assim como para facilitar os ensaios nos laboratórios.

Em estruturas de concreto, no caso da punção por exemplo, a sua resistência é tradicionalmente analisada de acordo com o limite de plasticidade. Neste caso, a resistência é definida como a razão da carga aplicada no momento da ruptura pela área da seção transversal do pilar. Entretanto, essa falha da estrutura é reduzida com o aumento da altura útil da laje. Este fenômeno é chamado efeito de tamanho (*size effect*). O efeito de tamanho pode ser explicado pela aleatoriedade da resistência do material, onde regiões com imperfeições que afetam a sua resistência são mais frequentes, à medida que a espessura da laje aumenta (DONMEZ; BAZANT, 2017). Essas imperfeições fazem com que a formação e a propagação de fissuras sejam mais prováveis, rompendo o material com tensões inferiores as quais foi dimensionado, segundo a teoria de Griffith (CALLISTER Jr; RETHWISCH, 2012).

Donmez e Bazant (2017) afirmam que esta análise de acordo com o limite de plasticidade fornece resultados satisfatórios para estruturas relativamente pequenas, utilizadas em ensaios de laboratório, e a influência deste efeito pode ser desconsiderada. Entretanto, no caso de grandes estruturas, o efeito de tamanho deve ser considerado e estudado cuidadosamente.

### 3.5. MODELOS DE CÁLCULO

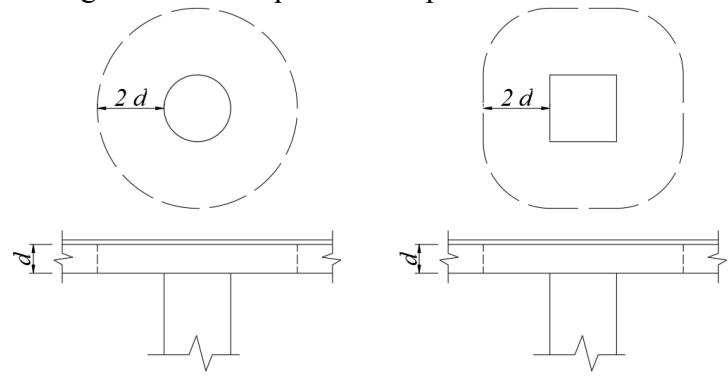
As lajes lisas, apesar da série de vantagens estruturais e arquitetônicas que apresentam, possuem um comportamento bastante complexo e de difícil análise, principalmente nas regiões dos apoios, em relação aos esforços de flexão e cisalhamento. Este comportamento é ainda mais complexo no caso de lajes que apresentam carregamento excêntrico. Assim, desde o seu surgimento no início do século XX, diversos pesquisadores elaboraram métodos para o cálculo da resistência à punção de lajes lisas (RABELLO, 2016).

#### *3.5.1. Método da superfície de controle*

O método da superfície de controle é o mais conhecido e foi desenvolvido para verificar a resistência de uma ligação de laje com pilar com relação ao efeito de punção. Tem como vantagem a simplicidade e abrangência, pois pode ser aplicada em qualquer configuração de pilar. Entretanto, Rabello (2016) ressalta que é um modelo empírico, e necessita ser calibrado por ensaios experimentais. Este modelo é utilizado pela norma nacional NBR 6118:2014, por exemplo. Rabello (2016) afirma que este modelo adotado atualmente para o cálculo não representa o comportamento da punção, apenas uma adaptação de ordem prática para o entendimento e solução do problema.

O modelo consiste em verificar se uma tensão uniforme solicitante de punção em uma determinada superfície de controle, perpendicular ao plano médio da laje, localizada a uma determinada distância da face do pilar é compatível com a resistência do concreto ao cisalhamento nesta mesma região. No caso de a resistência do concreto não ser suficiente para suportar os esforços de cisalhamento, é indicado o uso de algum tipo de armadura de punção. A Figura 3.12 esquematiza a superfície de controle utilizada como modelo de cálculo pela NBR 6118:2014, para um pilar de centro.

Figura 3.12 – Esquema da superfície de controle.

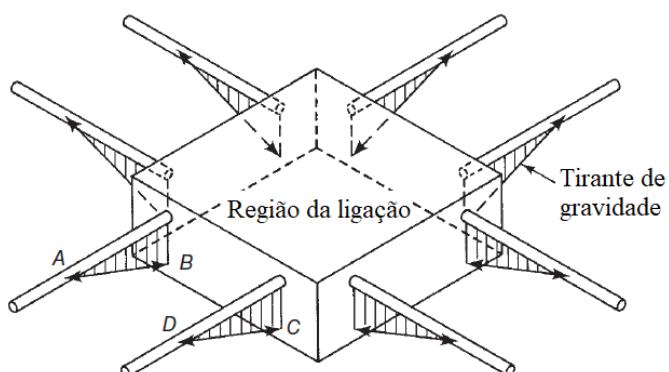


Fonte: Adaptado de NBR 6118:2014.

### 3.5.2. Método das bielas e tirantes

O modelo de bielas e tirantes é utilizado para explicar o comportamento de vigas com ruína sob tensão cisalhante. Alexander e Simmonds (1987) analisam a falha de lajes lisas sob punção usando o modelo de bielas e tirantes. Antes do início da formação das fissuras inclinadas (discutidas no item 3.3), o concreto consegue transmitir as tensões cisalhantes. Uma vez que as fissuras são formadas, apenas uma pequena parte da tensão cisalhante é transmitida, e grande parte desta tensão é transmitida pelos tirantes A-B e C-D, mostrados na Figura 3.13, que se estendem da zona comprimida na parte inferior da laje até a zona tracionada, na parte superior da laje. Tirantes semelhantes também estão presentes no entorno do perímetro do pilar. A componente horizontal da força nos tirantes provoca a mudança na força nas barras em A e D, e a componente vertical “empurra” as barras para cima, e é resistida pela capacidade de resistir à esforços de tração do concreto que, além de ser de pequena magnitude, rompe-se fragilmente, prejudicando a segurança da estrutura.

Figura 3.13 – Modelo de bielas e tirantes.



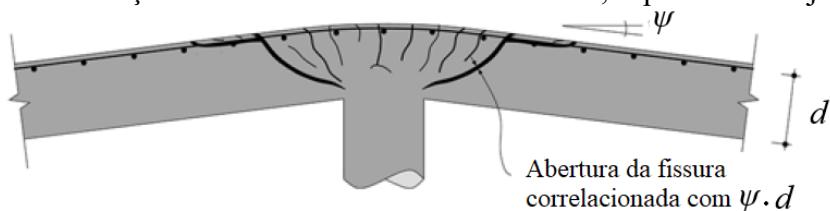
Fonte: Alexander, Simmonds (1987).

### 3.5.3. Modelos mecânicos

Estes modelos mecânicos são fundamentados pelos modelos constitutivos do concreto e do aço e baseiam-se no comportamento da ligação do pilar com a laje. A resistência da ligação é obtida pelo equilíbrio entre as ações aplicadas e as forças internas (RABELLO, 2016). A NBR 6118:2014 adverte que a análise estrutural de lajes lisas deve ser realizada utilizando procedimentos numéricos adequados, tais como diferenças finitas, elementos finitos ou elementos de contorno.

Um modelo de cálculo que vem sendo objeto de estudo e se mostrou promissor mediante a comparação com resultados experimentais é apresentado por Muttoni (2008). Este modelo, chamado teoria da fissura de cisalhamento crítico (*critical shear crack theory*), é baseado na teoria de que a resistência da laje à punção diminui à medida que a rotação da laje aumenta. Este comportamento é explicado por Muttoni e Schwartz (1991), que afirmam que a resistência ao cisalhamento é reduzida pela presença propagação de uma fissura crítica pela laje na biela comprimida que direciona o esforço para o pilar. Além disso, o modelo leva em consideração a influência do efeito de tamanho, que considera a perda da resistência à punção com o aumento da espessura da laje. A Figura 3.14 ilustra a correlação da abertura da fissura, a espessura da laje e a sua rotação  $\psi$ .

Figura 3.14 – Correlação entre a abertura da fissura crítica, espessura da laje e a rotação.



Fonte: Muttoni (2008).

Apesar dos resultados da teoria de fissura de cisalhamento crítico apresentarem uma pequena variação comparados com ensaios experimentais apresentados por Muttoni (2008), Ferreira (2010) adverte que, como o método considera apenas a rotação da laje como corpo rígido e que não ocorre o deslizamento da superfície de ruptura na região da fissura, “tende a estimar deformações e, consequentemente, tensões superiores quanto mais afastadas do pilar estiverem as armaduras de cisalhamento, quando na realidade o efeito é oposto”. Esta consideração pode levar a resultados inadequados.

### 3.6. CARGA DE RUPTURA DAS LAJES LISAS SEGUNDO AS NORMAS

Esta seção trata das considerações normativas a respeito de lajes lisas sujeitas à punção, sem armadura de cisalhamento, apenas armadura de flexão.

#### 3.6.1. NBR 6118:2014

Esta norma verifica a punção através da relação entre a tensão solicitante e a tensão resistente, considerada em diferentes regiões dentro de um perímetro acerca do pilar, pelo método da superfície de controle. A tensão solicitante é dada pela equação 3.1:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \times d} \quad (3.1)$$

Onde:

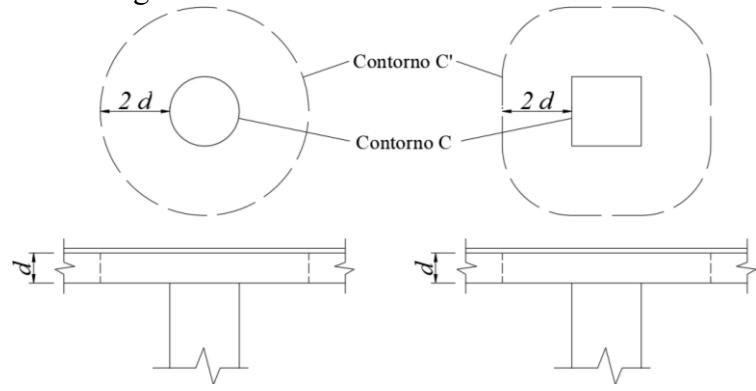
$F_{sd}$  = Força ou reação concentrada de cálculo (Força);

$u$  = Perímetro de controle (Comprimento);

$d$  = Média da altura útil da laje nas duas direções (Comprimento).

Para lajes que não utilizam armadura de punção, é feita a verificação da tensão resistente das chamadas diagonais comprimidas do concreto, considerando a superfície de controle como sendo a relação entre o próprio perímetro do pilar ou área carregada. Além disso, é feita uma verificação de um perímetro de controle afastado duas vezes a média da altura útil da laje ( $d$ ). A Figura 3.15 apresenta o perímetro de controle para seções de pilares retangulares e circulares (pilares de centro).

Figura 3.15 – Perímetros de controle C e C'



Fonte: Adaptado de NBR 6118:2014.

As equações 3.2 e 3.3 apresentam as tensões resistentes nas superfícies de controle relacionadas aos contornos C e C' em megapascal, respectivamente.

$$\tau_{rd1} = 0,27 \times \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \times f_{cd} \quad (3.2)$$

$$\tau_{rd2} = 0,13 \times \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \times (100 \times \rho \times f_{ck})^{1/3} \quad (3.3)$$

Onde:

$\tau_{rd1}, \tau_{rd2}$  = Resistência ao cisalhamento de lajes lisas sem armadura de punção (MPa);

$f_{ck}$  = resistência característica do concreto à compressão (MPa);

$f_{cd} = (f_{ck}/\gamma_c)$  resistência de cálculo do concreto à compressão (minorado pelo coeficiente adimensional  $\gamma_c$ );

$d$  = Média da altura útil da laje nas duas direções (cm);

$\rho = (\rho_x \rho_y)^{0,5}$  – Relação da taxa de armadura de flexão tracionada nas duas direções da laje, a uma distância de até 3 vezes  $d$  a partir da borda do pilar ou área carregada (adimensional).

A carga de ruptura de lajes lisas pode ser encontrada substituindo  $\tau_{rd1}$  ou  $\tau_{rd2}$  na equação 3.1 e isolando a força de cálculo, como é mostrado na equação 3.4.

$$F_{sd} = \text{Mínimo}(\tau_{rd1}, \tau_{rd2}) \times u \times d \quad (3.4)$$

### 3.6.2. ACI 318:19

Esta norma utiliza um modelo onde a resistência da laje sem armadura de punção é dada pelo menor valor das equações 3.5, 3.6 e 3.7. O fator de modificação do “size effect” é dado pela equação 3.8:

$$v_c = 4 \times \lambda \times \lambda_s \times \sqrt{f_c'} \quad (3.5)$$

$$v_c = (2 + \frac{4}{\beta}) \times \lambda \times \lambda_s \times \sqrt{f_c'} \quad (3.6)$$

$$v_c = (2 + \frac{\alpha_s \times d}{b_0}) \times \lambda \times \lambda_s \times \sqrt{f_c'} \quad (3.7)$$

$$\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1 + \frac{d}{10}}} \leq 1 \quad (3.8)$$

Onde:

$v_c$  = Resistência ao cisalhamento de lajes lisas pela resistência do concreto (Psi);

$\lambda$  = Fator adimensional que leva em conta a densidade dos agregados;

$\lambda_s$  = Fator adimensional que leva em conta o “size effect”;

$f_c'$  = resistência do concreto à compressão, onde  $f_c' \leq 100$  (Psi);

$\beta$  = Relação da maior pela menor dimensão do pilar ou área da carga concentrada (adimensional);

$\alpha_s$  = Fator que relaciona a posição do pilar (centro, borda ou canto);

$d$  = Altura útil (polegadas);

$b_0$  = Perímetro da seção crítica (polegadas).

O perímetro da seção crítica considerado pela norma para lajes sem reforço de punção está localizado à uma distância da metade da altura útil da laje a partir da face do pilar (de maneira semelhante à XX, porém à uma distância de  $d/2$ ). A carga de ruptura de lajes sem armadura de cisalhamento pode ser encontrada multiplicando a tensão  $v_c$  pela a área a qual teoricamente está sendo aplicada, semelhante ao sugerido pela NBR 6118:2014, como mostra a equação 3.9:

$$F_{Sd} = v_c \times b_0 \times d \quad (3.9)$$

### 3.6.3. EN 1992-1-1:2004 (Eurocode 2)

A norma também utiliza um modelo semelhante à norma NBR 6118:2014, onde a resistência da laje sem armadura de punção é dada pela equação 3.10:

$$V_{Rd,c} = C_{Rd,c} \times K \times (100\rho f_{ck})^{1/3} + K_1 \sigma_{cp} \geq V_{min} + K_1 \sigma_{cp} \quad (3.10)$$

$$K = \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) \leq 2,0 \quad (3.11)$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \times \rho_y} \leq 0,02 \quad (3.12)$$

$$V_{min} = 0,035 \times K^{3/2} \times \sqrt{f_{ck}} \quad (3.13)$$

Onde:

$V_{Rd,c}$  = Resistência ao cisalhamento de lajes lisas sem armadura de punção (MPa);

$f_{ck}$  = resistência característica do concreto à compressão (MPa);

$d$  = Média da altura útil da laje nas duas direções (mm);

$\rho$  = Relação da taxa de armadura de flexão tracionada nas duas direções da laje, a uma distância de até 3 vezes  $d$  a partir da borda do pilar ou área carregada (adimensional);

$V_{min}$  = tensão resistente devido ao concreto;

$C_{Rd,c}$  = Coeficiente recomendado de  $0,18/\gamma_c$ ;

$\sigma_{cp}$  = Tensão de compressão devida à força axial ou protensão (MPa);

$K_1$  = Coeficiente recomendado de 0,1.

A carga de ruptura de lajes lisas pode ser encontrada de maneira semelhante ao que é feito com as formulações da NBR 6118:2014, como é mostrado na equação 3.14:

$$F_{sd} = V_{Rd,c} \times u_1 \times d \quad (3.14)$$

Onde:

$u_1$  = Perímetro de contorno, igual ao perímetro considerado na norma NBR 6118:2014, à distância de duas vezes a altura útil, como na Figura 3.15 (Comprimento).

### 3.6.4. FIB Model Code 2010

A norma utiliza o modelo da teoria de fissura crítica de cisalhamento (*Critical shear crack theory*). A contribuição do concreto sem armadura de punção é dada pela equação 3.15:

$$v_{Rd,c} = k_\psi \times \frac{\sqrt{f_c}}{\gamma_c} \quad (3.15)$$

$$k_\psi = \frac{1}{1,5 + 0,9 \times k_{dg} \times \psi \times d} \leq 0,6 \quad (3.16)$$

$$k_{dg} = \frac{32}{d_g + 16} \geq 0,75 \quad (3.17)$$

Onde:

$v_{Rd,c}$  = Resistência ao cisalhamento de lajes lisas sem armadura de punção (MPa);

$f_c$  = resistência característica do concreto à compressão (MPa);

$\gamma_c$  = Coeficiente de minoração da resistência à compressão do concreto (adimensional);

$\psi$  = Rotação da laje (adimensional);

$d$  = Média da altura útil da laje nas duas direções (mm);

$d_g$  = Máximo diâmetro do agregado (mm).

Caso o tamanho do agregado máximo não ultrapasse os 16 milímetros, o coeficiente  $k_{dg}$  pode ser considerado como um (1). A rotação da laje pode ser calculada de acordo com o nível de aproximação desejado. Segundo a norma, o primeiro nível se aplica a lajes regulares sem grandes redistribuições de esforços internos, projetadas de acordo com o modelo de análise elástica. Este é dado pela equação 3.18:

$$\psi = 1,5 \times \frac{r_s}{d} \times \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (3.18)$$

Onde:

$r_s$  = 22% o tamanho do vão da laje, no caso de lajes com vão equidistantes (mm);

$f_{yd}$  = resistência de projeto do aço de flexão (MPa);

$E_s$  = Módulo de elasticidade do aço de flexão (MPa).

Para lajes as quais há redistribuição significativa dos esforços, a rotação da laje pode ser calculada pelo segundo nível de aproximação, pela equação 3.19:

$$\psi = 1,5 \times \frac{r_s}{d} \times \frac{f_{yd}}{E_s} \left( \frac{m_{Ed}}{m_{Rd}} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (3.19)$$

$$m_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{8} \quad (3.20)$$

$$m_{Rd} = \rho \times d_v \times f_{yd} \left( 1 - \frac{\rho \times f_{yd}}{2 \times f_c} \right) \quad (3.21)$$

Onde:

$r_s$  = 22% o tamanho do vão da laje, no caso de lajes com vão equidistantes (mm);

$f_{yd}$  = resistência de projeto do aço de flexão (MPa);

$E_s$  = Módulo de elasticidade do aço de flexão (MPa);

$m_{Ed}$  = Momento médio por unidade de comprimento para o cálculo da armadura de flexão (kNcm/m);

$m_{Rd}$  = Momento médio de cálculo por unidade de comprimento (kNcm/m);

$\rho$  = média das taxas de armadura de flexão tracionada nas duas direções da laje (adimensional);

$d_v$  = altura útil da laje, considerando a diferença caso haja redução da seção da laje (mm);

$V_{Ed}$  = Carga de cálculo de cisalhamento (kN).

A carga de ruptura de lajes lisas pode ser encontrada de maneira semelhante às outras normas, como é mostrado na equação 3.22:

$$V_{Rd,c} = v_{Rd,c} \times b_o \times d_v \quad (3.22)$$

Onde:

$V_{Rd,c}$  = Carga de ruptura da laje sem armadura de punção (N);

$b_o$  = Perímetro de controle localizado à  $0,5d_v$  da face do pilar ou área carregada (mm).

O Quadro 3.1 apresenta um resumo de todas as normas apresentadas no capítulo.

Quadro 3.1 – Punção de acordo com as normas apresentadas.

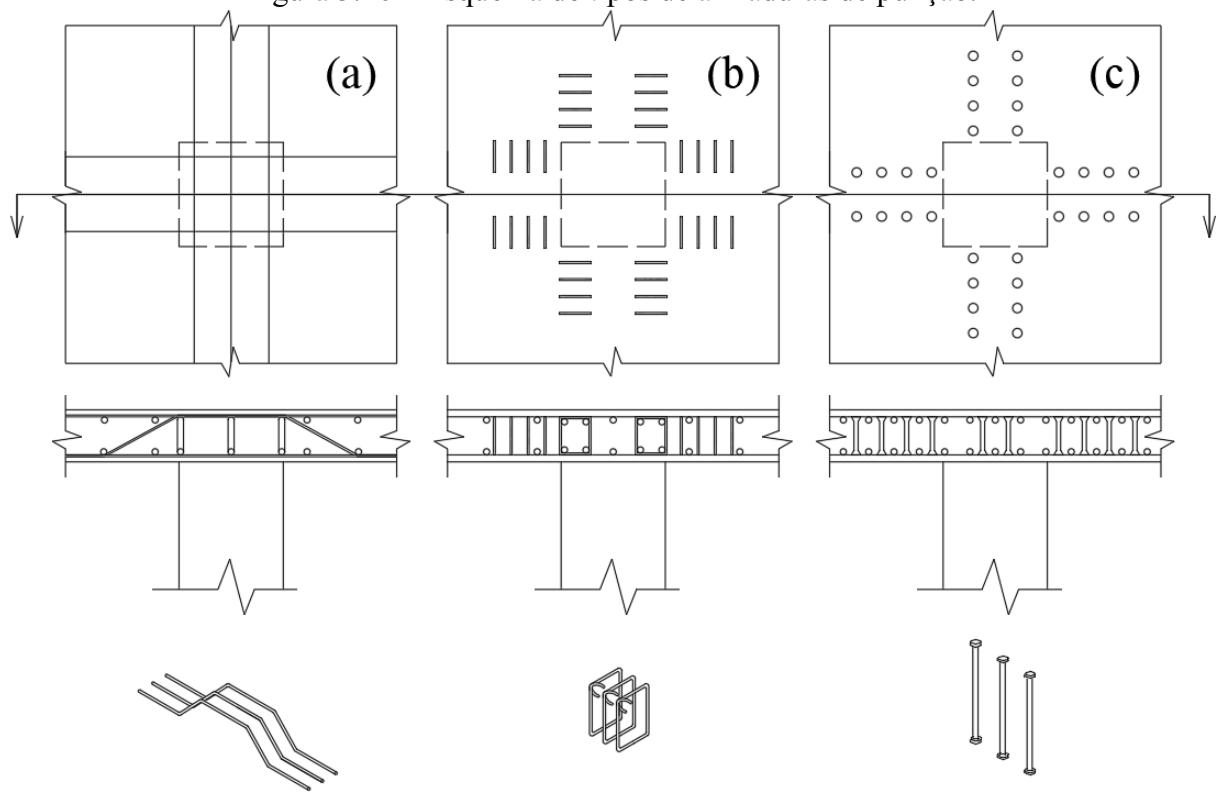
NBR 6118:2014	ACI 318:19
$\tau_{rd1} = 0,27 \times \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \times f_{cd}$	$v_c = (2 + \frac{\alpha_s \times d}{b_0}) \times \lambda \times \sqrt{f'_c}$
$\tau_{rd2} = 0,13 \times \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \times (100 \times \rho \times f_{ck})^{1/3}$	$v_c = (2 + \frac{4}{\beta}) \times \lambda \times \sqrt{f'_c}$
$F_{sd} = \text{Mín}(\tau_{rd1}, \tau_{rd2}) \times (C, C') \times d$	$v_c = 4 \times \lambda \times \sqrt{f'_c}$
	$\sqrt{f'_c} \leq 100 \times \text{Psi}$
	$F_{sd} = \text{Mín}(v_c) \times b_0 \times d$
$\emptyset C = \text{largura do pilar}/2 + d$ $\emptyset C' = \text{largura do pilar}/2 + 2d$	$\emptyset b_0 = \text{largura do pilar}/2 + d/2$
EN 1992-1-1:2004	FIB Model Code 2010
$V_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} \times K \times (100 \times \rho \times f_{ck})^{1/3}$	$v_{Rd,c} = k_\psi \times \frac{\sqrt{f_c}}{\gamma_c}$
$K = (1 + \sqrt{\frac{200}{d}}) \leq 2,0$	$k_{dg} = \frac{32}{d_g + 16} \geq 0,75$
$\rho = \sqrt{\rho_x \times \rho_y} \leq 0,02$	$k_\psi = \frac{1}{1,5 + 0,9 \times k_{dg} \times \psi \times d} \leq 0,6$
$F_{sd} = V_{Rd,c} \times u_1 \times d$	$\psi = 1,5 \times \frac{r_s}{d} \times \frac{f_{yd}}{E_s} \times \left(\frac{m_{Ed}}{m_{Rd}}\right)^{\frac{3}{2}}$
	$V_{Rd,c} = v_{Rd,c} \times b_o \times d_v$
$\emptyset u_1 = \text{largura do pilar}/2 + 2d$	$\emptyset b_0 = \text{largura do pilar}/2 + d/2$

Fonte: Autor (2020).

### 3.7. MECANISMOS DE AUMENTO DE RESISTÊNCIA À PUNÇÃO

A fim de se obter um melhor desempenho de lajes lisas sob o fenômeno da punção, existem alguns métodos utilizados na estrutura para melhorar a resposta do concreto armado, seja aumentando a sua própria resistência à punção ou modificando o tipo de ruína de frágil para dúctil. Estes métodos consistem na utilização de um material como reforço, geralmente o aço, para funcionar como armadura, por isso são comumente chamadas de armaduras de punção. A Figura 3.16 apresenta o esquema da utilização de alguns dos tipos de reforço comumente utilizados: barras dobradas (a), estribos (b) e conectores tipo-pino (c).

Figura 3.16 – Esquema de tipos de armaduras de punção.



Fonte: Autor (2020).

A norma NBR 6118:2014 indica conectores tipo pino preferencialmente como armadura de punção. Entretanto, pesquisas recentes comprovam que a utilização de fibras de aço pode aumentar a resistência à punção de lajes lisas, assim como transformar a dinâmica da ruptura do material, de frágil para dúctil. De Hanai e Holanda (2008) verificou um aumento na carga de ruptura de lajes lisas com 2,00% de fibras de aço (em volume) de 22%; Cheng e Parra-Montesinos (2010) obtiveram um aumento de 22% com 1,50% de fibras de aço (em volume); Nguyen-Minh, Rovnak e Tran-Quoc (2012) obtiveram um aumento de 39% com 0,77% de fibras de aço (em volume); Gouveia *et al.* (2014) obtiveram um aumento de 64% na carga de ruptura de lajes lisas com 1,25% de fibras de aço (em volume); Barros *et al.* (2015) obtiveram um aumento de 24% com 1,15% de fibras de aço (em volume); Alves (2017) obteve um aumento de 69% com 0,77% de fibras de aço (em volume). A influência do uso de CRFA na resistência à punção é apresentada em maiores detalhes no próximo capítulo.

## 4. INFLUÊNCIA DO USO CRFA NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO

O uso de fibras de aço no concreto confere melhorias às suas propriedades mecânicas. O mecanismo de ruptura por punção de lajes lisas está correlacionado à resistência ao cisalhamento do concreto, e a utilização de fibras de aço em lajes lisas vem sendo amplamente estudada. Ainda que haja mudança na carga de ruptura de lajes lisas de concreto reforçado com fibras de aço, o Brasil ainda não possui uma normatização para o dimensionamento com as mesmas.

### 4.1. PESQUISAS EXPERIMENTAIS

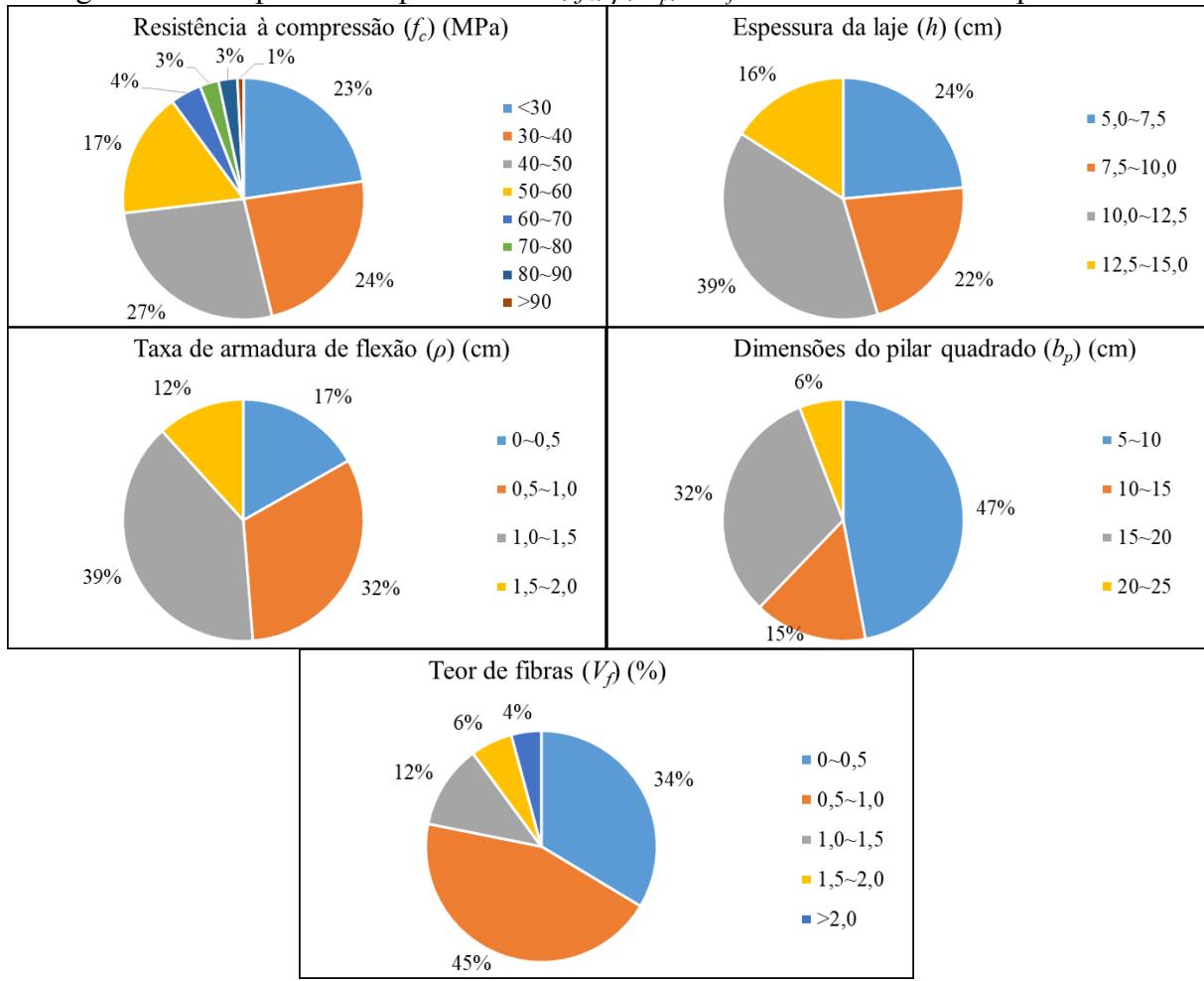
O objetivo deste trabalho é propor uma alteração na equação da norma NBR 6118:2014 que calcula a carga de ruptura de lajes lisas de concreto armado sob punção. Esta alteração se baseia em resultados experimentais, os quais pesquisadores ensaiaram lajes lisas de concreto armado sob punção (lajes para referência) e lajes lisas de CRFA.

Os trabalhos expostos neste capítulo compõem o banco de dados experimentais para a proposta da função de ajuste na equação da norma. Os experimentos utilizados são compostos de placas de concreto armado sem armadura de punção, onde são apoiadas em suas bordas e submetidas à uma carga concêntrica de seção quadrada, simulando a ação e uma ligação de uma laje lisa com um pilar de seção quadrada. Os experimentos selecionados para compor o banco de dados se enquadram nos seguintes requisitos: lajes lisas de referência (concreto armado sem fibras); lajes lisas de CRFA; método de ruptura por punção; lajes lisas de dimensões quadradas; carga aplicada em seção quadrada que simula a ligação de lajes e pilares de seção quadrada. Os parâmetros utilizados na equação da norma e na proposta de função de ajuste são:

- Resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ),
- Taxa de armadura de flexão ( $\rho$ ),
- Altura útil da laje (correlacionada com a espessura da laje,  $h$ ),
- Dimensões do pilar de seção quadrada ( $b_p$ ),
- Teor de fibras de aço em % do volume de concreto ( $V_f$ ).

Ao todo, são selecionadas 119 lajes, das quais 29 são lajes de referência (sem fibras) e 90 lajes de CRFA. A Figura 4.1 apresenta a dispersão dos parâmetros analisados.

Figura 4.1 – Dispersão dos parâmetros  $h$ ,  $f_c$ ,  $\rho$ ,  $b_p$ , e  $V_f$  no banco de dados experimentais



Fonte: Autor (2020).

#### 4.1.1. Narayanan, Darwish (1987)

O programa experimental consiste do ensaio de 12 lajes confeccionadas monoliticamente apoiadas ao longo de todo o perímetro da laje, impedindo translações e liberando rotações, com dimensões de 780x780x60 mm e pilar de seção 100x100 mm. Em todas as peças, não são utilizados agregados graúdos, utilizando dois traços: 1:2,5:0:0,40 (traço A) e 1:4:0:0,55 (traço B). As variáveis estudadas são: teor de fibras, fator de fibra ( $F$ ), taxa de armadura de flexão tracionada e resistência à compressão do concreto. O fator de fibra, correlaciona o fator de forma ( $FF$ ), o teor de fibras ( $V_f$ ) e o fator de aderência (*bond factor*,  $d_f$ ) como a resistência ao arrancamento da fibra na matriz, dado pela equação 4.1:

$$F = (FF) \times V_f \times d_f \quad (4.1)$$

Para todos os ensaios, são utilizadas fibras onduladas de diâmetro 0,3 mm e fator de forma 100, e limite de resistência à tração de 2000 MPa. A resistência à compressão é obtida ensaiando cubos, e a resistência à tração é obtida utilizando o teste de tração por compressão diametral. A altura útil para todas as lajes é constante de 4,5 cm. Os dados experimentais são apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Propriedades e resultados das lajes ensaiadas por Narayanan e Darwish (1987).

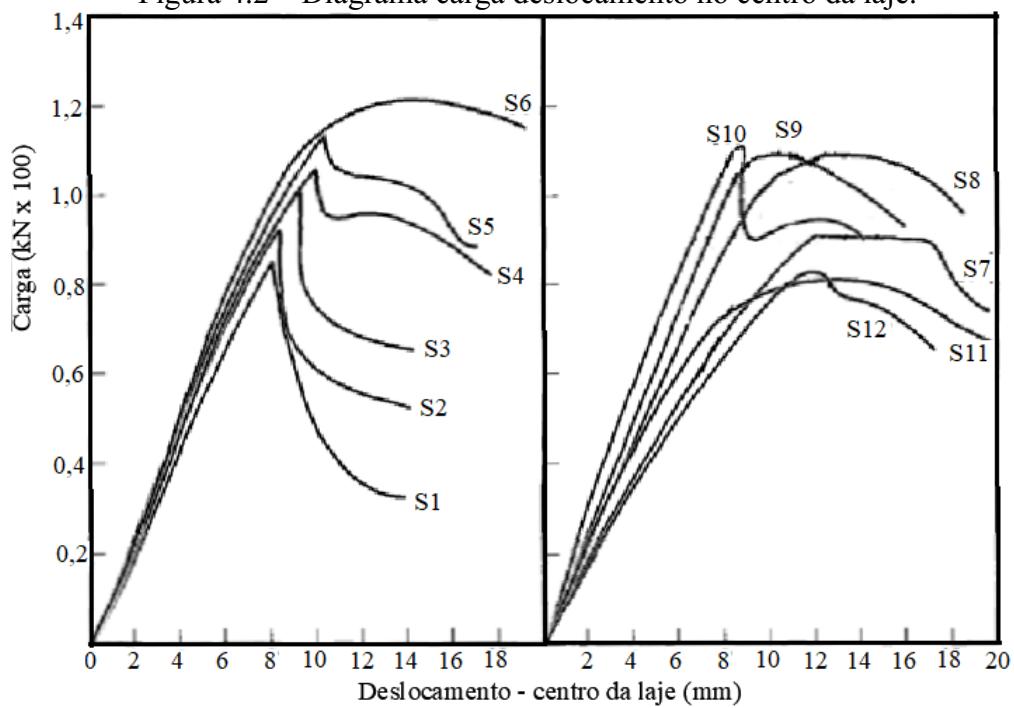
Série	Traço	Taxa de armadura de flexão (%)	$V_f$ (%)	$F$	$f_c$ <sup>1</sup> (MPa)	$f_t$ <sup>2</sup> (MPa)	Carga de pico (kN)
S1	A	2,01	0,00	0,00	54,1	3,41	86,5
S2	A	2,01	0,25	0,19	65,1	4,17	93,4
S3	A	2,01	0,50	0,37	55,9	3,92	102,0
S4	A	2,01	0,75	0,56	57,5	4,22	107,5
S5	A	2,01	1,00	0,75	66,2	4,89	113,6
S6	A	2,01	1,25	0,94	66,3	5,12	122,2
S7	A	1,79	1,00	0,75	58,7	4,50	92,6
S8	A	2,24	1,00	0,75	56,6	4,39	111,1
S9	A	2,46	1,00	0,75	54,4	4,28	111,3
S10	A	2,69	1,00	0,75	59,9	4,54	113,3
S11	B	2,01	1,00	0,75	37,2	3,38	82,1
S12	B	2,01	1,00	0,75	40,5	3,55	84,9

1 – Resistência média a compressão;  
2 – Resistência média à tração.

Fonte: Narayanan, Darwish (1987).

A adição de fibras de aço proporciona não somente um aumento no pico de resistência, assim como um comportamento de resistir após o pico de tensões, como pode ser observado nas séries S1 à S6. O aumento da taxa de armadura de flexão tracionada, a partir da série S8, não apresenta grande variação na resistência de pico, entretanto o comportamento pós pico e os deslocamentos são menos acentuadas com o aumento da taxa de armadura (S8, S9 e S10). A resistência do concreto também influencia o comportamento das lajes, de modo que a carga de pico é menor para resistências menores de concreto (S11 e S12). O comportamento das lajes pode ser observado na Figura 4.2.

Figura 4.2 – Diagrama carga deslocamento no centro da laje.



Fonte: Narayanan, Darwish (1987).

#### 4.1.2. Theodorakopoulos, Swamy (1993)

Ao todo, são ensaiadas 20 lajes de dimensões  $1,8 \times 1,8 \times 0,125$  m divididas em cinco séries, com a finalidade de observar a influência da porcentagem das fibras (série 1), redução na taxa de armadura de flexão (série 2), dimensões do pilar de seção quadrada (série 3), tipo de fibra (série 4) e a resistência à compressão do concreto. As fibras são distribuídas em toda a espessura da laje, mas apenas à uma distância de 1,1 m do centro da laje. A altura útil de todas as lajes é de 10 cm. As lajes são suportadas ao longo de todo o perímetro, com possibilidade de rotação apenas. Ao todo são utilizados cinco tipos de fibras de aço com geometrias diferentes. A Tabela 4.2 apresenta os resultados.

Tabela 4.2 – Propriedades das fibras utilizadas.

Tipo	Seção	Comprimento (mm)	Diâmetro equivalente (mm)	Fator de forma	Resistência à tração (MPa)
Ondulada	Circular	50	0,500	100	1820
Japonesa	Retangular	25	0,418	60	-
Com ganchos	Circular	50	0,500	100	1100
Achatada	Elíptica	53	0,760	70	952
Ondulada	Circular	38	0,425	90	-

Fonte: Theodorakopoulos, Swamy (1993).

A Tabela 4.3 apresenta as características das lajes e os resultados dos ensaios obtidos pelos pesquisadores.

Tabela 4.3 – Propriedades e resultados das lajes ensaiadas por Theodorakopoulos e Swamy (1993).

Série	Laje	Taxa de armadura de flexão (%)	Tipo de fibra	Volume de fibra (%)	Seção do pilar (mm)	Resistência à compressão (MPa)	Carga de ruptura (kN)
1	FS-1	0,42	-	0,0	150	44,20	173,5
	FS-2	0,42	Ondulada	0,5	150	42,50	225,0
	FS-3	0,42	Ondulada	1,0	150	44,56	247,4
2	FS-4	0,42	Ondulada	1,0	150	46,67	224,4
	FS-5	0,35	Ondulada	1,0	150	47,50	198,1
	FS-6	0,35	Ondulada	1,0	150	44,60	174,5
	FS-7	0,35	Ondulada	1,0	150	45,80	192,4
	FS-19	0,35	-	0,0	150	43,10	136,5
	FS-20	0,35	Ondulada	1,0	150	46,30	211,0
3	FS-8	0,42	-	0,0	100	45,80	150,3
	FS-9	0,42	Ondulada	1,0	100	44,50	216,6
	FS-10	0,42	-	0,0	200	45,50	191,4
	FS-11	0,42	Ondulada	1,0	200	42,80	259,8
4	FS-12	0,42	Japonesa	1,0	150	45,10	217,5
	FS-13	0,42	Com ganchos	1,0	150	41,85	235,5
	FS-14	0,42	Achatada	1,0	150	43,73	239,5
	FS-15	0,42	Ondulada*	1,0	150	39,05	238,0
5	FS-16	0,42	Achatada	1,0	150	34,90	227,8
	FS-17	0,42	Achatada	1,0	150	58,56	268,4
	FS-18	0,42	Achatada	1,0	150	17,75	166,0

\*comprimento da fibra de 38 mm

Fonte: Theodorakopoulos, Swamy (1993).

Em relação à carga de ruptura, de acordo com os resultados obtidos, o aumento do teor de fibra (série 1), da taxa de armadura de flexão (série 2), da seção do pilar (série 3) e da resistência à compressão do concreto (série 5), proporciona um aumento na carga de ruptura. O tipo de fibra utilizado (série 4) também influencia na carga de ruptura, de modo que as fibras com melhores propriedades de ancoragem e resistência resultam em uma carga de ruptura maior.

#### 4.1.3. Shaaban, Gesund (1994)

Shaaban e Gesund (1994) ensaiam ao todo 12 lajes de dimensões 1,6x1,6x0,08 m, com taxa de armadura de flexão de 1,15%, e altura útil de 6,35 cm, ambos constantes para todas as lajes. As fibras de aço onduladas são utilizadas de comprimento 25 mm e diâmetro equivalente de 1,2 mm, com tensão de ruptura de tração de 1200 MPa. As lajes estão suportadas em suas extremidades por barras de aço ancoradas no piso. A única variável é o teor de fibras. A Tabela 4.4 apresenta as propriedades das lajes ensaiadas, e a carga de ruptura aplicada.

Tabela 4.4 – Propriedades e resultados das lajes ensaiadas por Shaaban e Gesund (1994).

Laje	Teor de Fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	Carga de ruptura (kN)
SF0-1	0,0	33,37	88,98
SF0-2	0,0	39,02	111,23
SF0-3	0,0	31,02	80,09
SF0-4	0,0	31,71	93,44
SF2-1	2,0	34,47	93,44
SF2-2	2,0	37,23	111,23
SF2-3	2,0	29,64	71,19
SF3-1	3,1	37,64	106,79
SF4-1	3,9	46,75	133,48
SF4-2	3,9	36,54	115,69
SF6-1	6,1	22,34	97,89
SF6-2	6,4	22,06	102,34

Fonte: Shaaban, Gesund (1994).

Apesar do aumento do teor de fibras no concreto ter impacto positivo na carga de ruptura, é possível notar que altos teores de fibra prejudicam a mistura adequada do concreto, podendo causar um decréscimo nas propriedades do concreto, tais como a resistência à compressão, que é influenciada pela quantidade de vazios no concreto. Estes vazios, por sua vez, podem atingir

grandes proporções, devido à dificuldade de homogeneização, moldagem e adensamento do concreto com fibras.

#### 4.1.4. Harajli, Maalouf, Khatib (1995)

Harajli, Maalouf e Khatib (1995) ensaiam um total de 24 lajes de dimensões 0,65x0,65x0,055 m, em duas séries, com variação da espessura da laje e taxa de armadura de flexão. Em cada série são avaliados o teor de fibra e o fator de forma. Para cada condição, são ensaiadas 2 lajes, totalizando 12 condições diferentes. A altura útil da série A é de 3,9 cm, enquanto a série B utiliza 5,5 cm e a taxa de armadura de 1,1% para as duas séries. Os pilares são moldados monoliticamente com as lajes, de seção quadrada de 10 cm de comprimento. Os suportes das lajes estão nos cantos, com possibilidade de rotação apenas. As fibras utilizadas são de aço com ganchos nas extremidades, e longos mono-filamentos de polipropileno. A Tabela 4.5 apresenta as propriedades das lajes ensaiadas e os resultados.

Tabela 4.5 – Propriedades e resultados das lajes ensaiadas por Harajli, Maalouf e Khatib (1995).

Série	Fibra	Teor de fibras (%)	Fator de forma	Resistência do concreto (MPa)	Carga de ruptura (kN)
A1	-	0,00	-	29,6	58,76
A2	Aço	0,45	100,0	30,0	63,62
A3	Aço	0,8	100,0	31,4	73,08
A4	Aço	1,00	60,0	24,6	64,69
A5	Aço	2,00	60,0	20,0	58,33
A6	Polip.	1,00	0,5	32,2	58,80
B1	-	0,00	-	31,4	91,80
B2	Aço	0,45	100,0	31,4	105,92
B3	Aço	0,80	100,0	31,8	108,37
B4	Aço	1,00	60,0	29,1	108,76
B5	Aço	2,00	60,0	29,2	134,49
B6	Polip.	1,00	0,5	34,1	104,98

Fonte: Harajli, Maalouf, Khatib (1995).

As fibras de aço com fator de forma maiores proporcionam um acréscimo menos acentuado na carga de ruptura, à medida que o teor de fibras aumentou. A utilização de fibras de polipropileno gera resultados semelhantes às lajes que não possuem reforços de fibras, comparados nas suas respectivas séries.

#### 4.1.5. Vargas (1997)

Das lajes ensaiadas por Vargas (1997), 6 são moldadas com variação apenas no teor de fibras, enquanto 6 são ensaiadas com a mesma variação, entretanto com a adição de armaduras de cisalhamento do tipo pino (*studs*). Todas as lajes possuem as mesmas dimensões, 0,8x0,8x0,06 m. Os pilares são simulados por chapas de metal de seção quadrada de 10 cm de lado. A taxa de armadura de flexão permanece constante em todas as lajes igual a 1,38%, assim como a altura útil de 4 cm. As lajes estão suportadas por perfis metálicos ao longo do perímetro da laje, permitindo a rotação apenas. As fibras de aço utilizadas possuem ganchos nas suas extremidades, com seção retangular, de comprimento 25 mm e fator de forma igual a 37,45. A Tabela 4.6 apresenta as propriedades das lajes e os resultados de carga de ruptura.

Tabela 4.6 – Propriedades e resultados das lajes ensaiadas por Vargas (1997).

Laje	Teor de fibras (%)	Resistência à compressão (MPa)	Carga de ruptura (kN)
L01	0,00	26,0	80
L02	0,75	31,5	84
L03	1,50	31,6	87
L07	0,00	88,7	101
L08	0,75	79,0	112
L09	1,50	93,0	136

Fonte: Vargas (1997).

Para as lajes sem armadura de cisalhamento do tipo pino, é notável o aumento da carga de ruptura de ensaio obtida para lajes com teores de fibras maiores. Este comportamento é evidenciado na série de lajes que possuem resistência à compressão maior (L07, L08, L09).

#### 4.1.6. Azevedo (1999)

O programa experimental de Azevedo (1999) é semelhante ao de Vargas (1997), onde 6 lajes são moldadas com variação apenas no teor de fibras, enquanto 6 são ensaiadas com a mesma variação, entretanto com a adição de armaduras de cisalhamento do tipo pino (*studs*). Todas as lajes possuem as mesmas dimensões, 1,16x1,16x0,1 m. A taxa de armadura de flexão permanece constante em todas as lajes de 1,57%, assim como a altura útil de 8 cm. As lajes estão suportadas por perfis metálicos ao longo do perímetro da laje, permitindo a rotação apenas. As fibras de aço utilizadas possuem ganchos nas suas extremidades, de comprimento

30 mm e fator de forma de 67. A Tabela 4.7 apresenta as propriedades e os resultados das lajes ensaiadas.

Tabela 4.7 – Propriedades e resultados das lajes ensaiadas por Azevedo (1999).

Laje	Teor de fibras (%)	Resistência à compressão (MPa)	Carga de ruptura (kN)
OSC.S1	0,00	43,73	176,48
OSC.S2	0,75	46,42	191,96
OSC.S3	1,50	30,80	197,61
HSC.S1	0,00	86,65	190,72
HSC.S2	0,75	81,85	206,81
HSC.S3	1,50	79,30	293,93

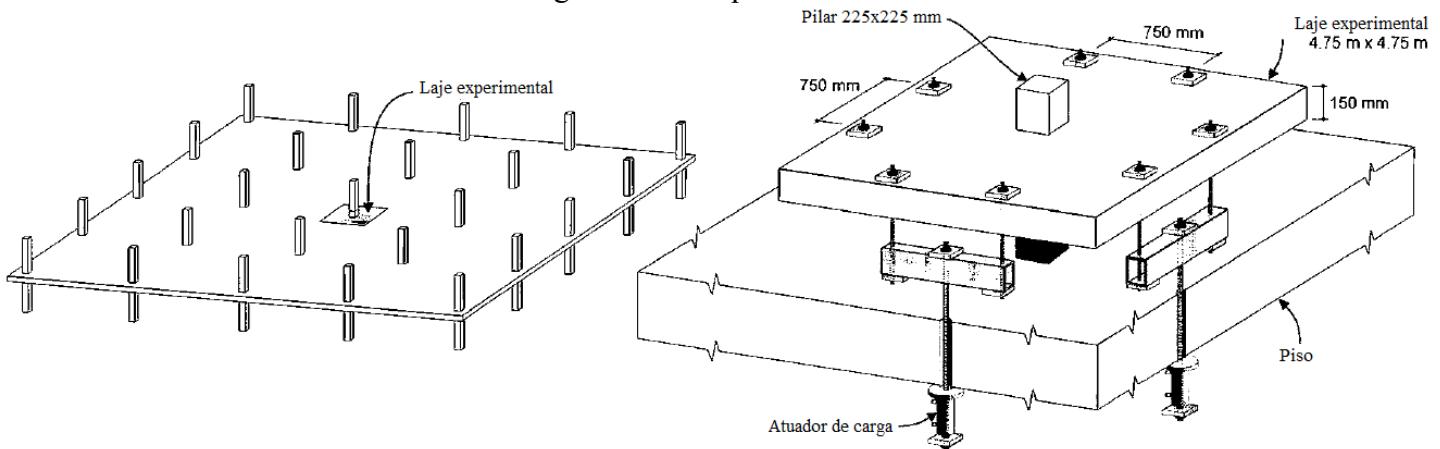
Fonte: Azevedo (1997).

De maneira semelhante a Vargas (1997), é possível notar o aumento da carga de ruptura de ensaio obtida para lajes com teores de fibras maiores. Este comportamento é evidenciado na série de lajes que possuíam resistência à compressão maior (HSC.S1, HSC.S2, HSC.S3).

#### 4.1.7. *McHarg et al. (2000)*

Um total de seis lajes lisas monoliticamente confeccionadas são ensaiadas. Para as lajes, é utilizado concreto com resistência à compressão de 30 MPa e para os pilares 80 MPa. As variáveis são a distribuição da armadura de flexão (uniforme, U e em bandas B) e a localização das fibras ao longo da laje (séries N, FS e FC). As fibras de aço utilizadas possuem diâmetro de 0,5 mm e comprimento de 30 mm e possuem ganchos nas extremidades, e limite de ruptura à tração de 1200 MPa, e são utilizadas na proporção de 0,5% para todos os casos. A Figura 4.3 esquematiza o ensaio.

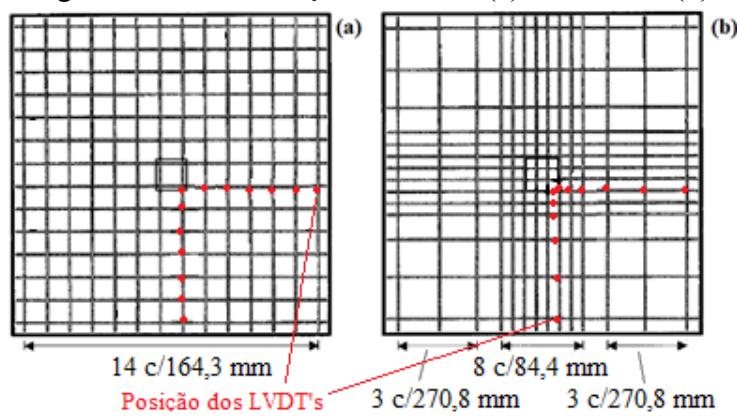
Figura 4.3 – Esquema do ensaio.



Fonte: McHarg *et al.* (2000).

Na série N é utilizado o concreto sem a adição de fibras. A série FS utiliza concreto com fibras de aço em toda a espessura da laje, porém até cerca de 500 mm afastados da face do pilar. A série FC utiliza concreto com fibras de aço em toda a laje, porém apenas da face superior até uma profundidade equivalente ao comprimento de cobertura da armadura somado ao diâmetro da primeira barra. As barras de armadura de flexão tracionadas utilizadas são barras N° 15 ( $A = 200 \text{ mm}^2$ ). A distribuição da armadura de flexão uniforme (U) e de banda (B) é esquematizada na Figura 4.4.

Figura 4.4 – Distribuição uniforme (a) e de banda (b).

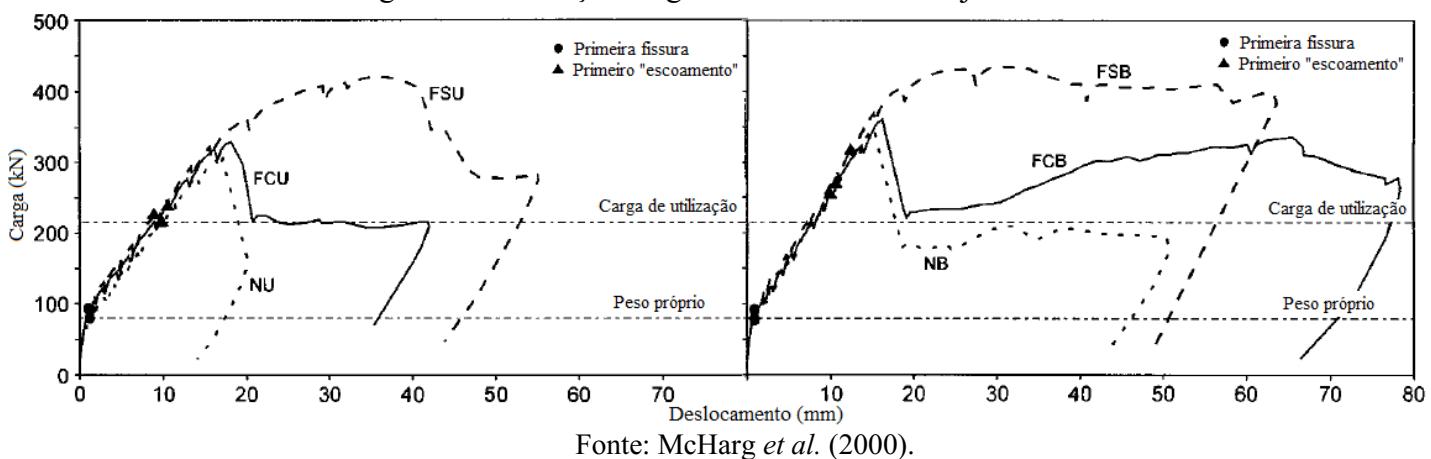


Fonte: Adaptado de McHarg *et al.* (2000).

Em relação ao posicionamento da armadura de flexão, o comportamento das lajes é semelhante no estado pré pico, com um pequeno aumento na resistência de pico com a armadura posicionada em bandas (B). Entretanto, o comportamento pós pico é influenciado de forma mais significativa, obteve-se maiores deslocamentos no estado pós pico para a armadura

positionada em bandas (B). Em relação da localização das fibras de aço, é notado uma melhora no comportamento tanto no estado pré pico quanto no estado pós pico, de modo que o melhor desempenho apresentado consiste das fibras ao longo de toda altura da laje, porém à uma distância de aproximadamente 500 mm afastados do pilar. A Figura 4.5 apresenta os resultados dos ensaios das lajes ensaiadas. Os deslocamentos apresentados na figura se referem aos deslocamentos médios apresentados pelos dispositivos de medida posicionados ao longo da laje.

Figura 4.5 – Relação carga deslocamento das lajes ensaiadas.



Fonte: McHarg *et al.* (2000).

#### 4.1.8. Musse (2004)

Musse (2004) ensaiou um total de 8 lajes de dimensões 1,8x1,8x0,13 m, e chapas de metal simulando os pilares de seção quadrada de 15 cm de lado. As lajes são divididas em duas séries, a primeira sem fibras de aço, porém com incremento de armadura de cisalhamento tipo pino. A segunda série é feita com incremento da armadura de cisalhamento tipo pino, porém com teor de fibras constante de 0,9%. A taxa de armadura de flexão é mantida constante de 1,38%, com altura útil de 9 cm. As fibras de aço utilizadas possuem ganchos nas suas extremidades, com comprimento de 60 mm e diâmetro nominal de 0,75 mm. As lajes são apoiadas nas quatro extremidades, por perfis metálicos, impedindo translação e permitindo rotação. A Tabela 4.8 apresenta os resultados das lajes sem armadura de cisalhamento tipo pino. É possível observar o aumento na carga de ruptura devido a adição das fibras de aço.

Tabela 4.8 – Propriedades e resultados das lajes ensaiadas por Musse (2004).

Laje	Teor de fibras (%)	Resistência à compressão do concreto (MPa)	Carga de ruptura (kN)
L1	0,0	41,7	309
LF1	0,9	35,8	390

Fonte: Musse (2004).

#### 4.1.9. *De Hanai, Holanda (2008)*

São ensaiadas ao todo 8 lajes de dimensões 1,16x1,16x0,10 m, utilizando chapas de metal simulando os pilares de seção quadrada de 8 cm de lado. A taxa de armadura de flexão é constante de 1,57%, assim como a altura útil de 8 cm. As fibras utilizadas possuem ganchos nas extremidades, com comprimento e diâmetro equivalente de 30mm e 0,55 mm, respectivamente, para as lajes das séries 1, 2 e 3; e fibras com comprimento e diâmetro equivalente de 50 mm e 1,05 mm, respectivamente para as lajes da série 4. As lajes estão apoiadas nas suas extremidades, permitindo apenas a rotação livre dos bordos. A Tabela 4.9 apresenta as propriedades e os resultados das lajes ensaiadas. É possível observar o aumento na carga de ruptura com o aumento do teor de fibras.

Tabela 4.9 – Propriedades e resultados das lajes ensaiadas por De Hanai e Holanda (2008).

Laje	Resistência à compressão do concreto (MPa)	Teor de fibras (%)	Carga de ruptura (kN)
L1	23,1	0,00	137,20
L2	24,4	1,00	139,55
L3	28,1	2,00	163,62
L4	57,0	0,00	192,86
L5	59,7	1,00	215,14
L6	52,4	2,00	236,17
L7	36,6	0,75	182,85
L8	46,1	1,50	210,90

Fonte: De Hanai, Holanda (2008).

#### 4.1.10. *Cheng, Parra-Montesinos (2010)*

Os parâmetros observados são a geometria da fibra, o limite de ruptura da fibra, teor de fibra e taxa de armadura de flexão. Ao todo são confeccionadas monoliticamente 10 lajes de dimensões 1,5x1,5x0,15 m, com pilares de seção quadrada de 15 cm, variando apenas a taxa de armadura. A configuração de suporte das lajes constitui-se de apoios ao longo de todo o perímetro da peça,

impedindo translação e liberando rotação. Três tipos de fibras são utilizados: lisas, com ganchos nas extremidades e onduladas. A Tabela 4.10 apresenta as propriedades dos materiais utilizados. Nas séries S3, S4, S7 e S8 é utilizado CRFA em toda a extensão da laje, e nas lajes S5, S6, S9 e S10 é utilizado CRFA apenas na região central da laje.

Tabela 4.10 – Propriedades e resultados das lajes ensaiadas por Cheng e Parra-Montesinos (2010).

Laje	Concreto		Fibras de aço			Barras de aço				
	Material	$f_c$ (MPa)	Tipo e teor de fibra (%)	Comprimento e diâmetro (mm)	$f_y$ (MPa)	$\rho$ (%)	$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)		
S1	Simples	47,7	-	-	-	0,83	471	697		
S2						0,56				
S3	FRC	25,4	Ganchos (1,0%)	30 (0,55)	1100	0,83	455	670		
S4						0,56				
S5	FRM <sup>1</sup>	59,3	Ondulada (1,5%)	35 (0,50)	1800	0,83	471	689		
	Simples	45,7	-	-	-					
S6	FRM <sup>1</sup>	57,9	Ondulada (1,5%)	35 (0,5)	1800	0,56				
	Simples	35,0	-	-	-					
S7	FRC	31,0	Ganchos (1,5%)	30 (0,55)	1100	0,83	449	681		
						0,56				
S8	FRC <sup>1</sup>	46,1	Ganchos (1,5%)	30 (0,38)	2300	0,83				
S9	Simples	40,7	-	-	-	0,83				
S10	FRC <sup>1</sup>	59,1	Ganchos (1,5%)	30 (0,38)	2300	0,56				

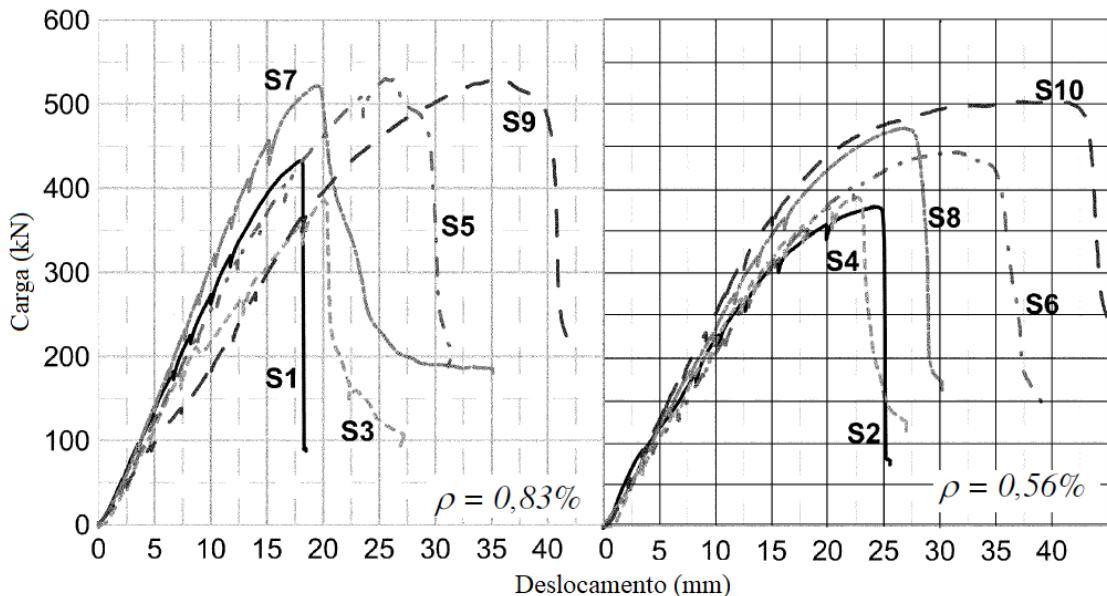
1 - Apenas na região central da laje (76x76 cm);  
 FRM – Argamassa reforçada com fibras;  
 FRC – Concreto reforçado com fibras;  
 $f_y$  – Tensão de escoamento;  
 $\rho$  – Taxa de armadura de flexão.

Fonte: Cheng, Parra-Montesinos (2010).

A atuação das fibras de aço no concreto proporciona um aumento na sua resistência de pico, assim como uma resistência adicional após o pico, o que não é observado no concreto sem a adição das fibras. A melhora neste comportamento é proporcional ao teor de fibras utilizado no concreto. O aumento da taxa de armadura de flexão também influencia no desempenho da laje sob efeito de punção, em relação às duas taxas de armaduras utilizadas para os ensaios. E apesar de que os valores de resistência à compressão do concreto variam, independentemente deste fator é notável a contribuição das fibras de aço tanto na resistência de pico das lajes, quanto no seu comportamento pós pico. A Figura 4.6 apresenta o diagrama da relação carga pelo

deslocamento central da laje, de algumas das lajes ensaiadas agrupadas pela taxa de armadura utilizada.

Figura 4.6 – Relação carga deslocamento.



Fonte: Cheng, Parra-Montesinos (2010).

#### 4.1.11. Nguyen-Minh, Rovnak e Tran-Quoc (2012)

Os pesquisadores ensaiam um total de doze lajes com três diferentes dimensões. As fibras com ganchos nas extremidades, são utilizadas, com limite de resistência de ruptura por tração de 1100 MPa e módulo de elasticidade de 200 GPa, e dimensões 60 mm de comprimento e 0,75 mm de diâmetro. Para determinar as resistências médias à compressão e tração são utilizados corpos de prova cúbicos e cilíndricos, respectivamente. A armadura de aço para flexão (barras) é utilizada com taxa de 0,66% nas duas direções, com limite de escoamento, de ruptura e módulo de elasticidade de 492 MPa, 667 MPa e 200 GPa, respectivamente. Os grupos A, B e C são divididos em função da relação  $a/d$ , onde  $d$  é a altura útil da laje e  $a$  é a distância do ponto de aplicação da carga (pilar) até o suporte da laje (apoio que suporta a laje em sua extremidade). A configuração de apoios da laje é garantida pelo apoio simples por perfis metálicos ao longo de todo o perímetro da laje permitindo rotação e impedindo a translação. O pilar é moldado monoliticamente com a laje, com seção quadrada de 200 mm de lado. As propriedades das lajes são mostradas na Tabela 4.11.

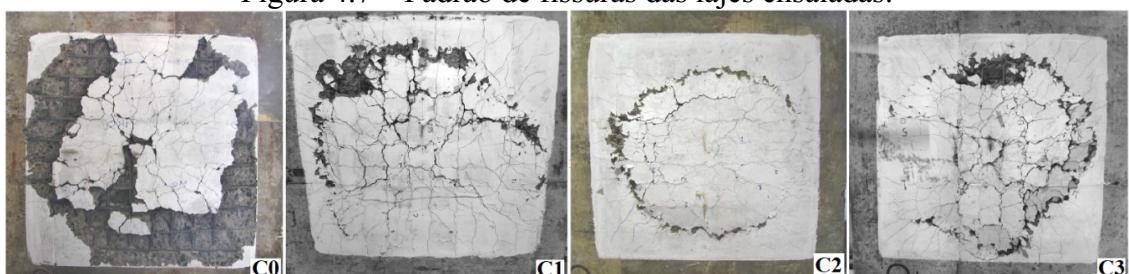
Tabela 4.11 – Propriedades e resultados das lajes ensaiadas e Nguyen-Minh, Rovnak e Tran-Quoc (2012).

Laje	Dimensões (m)	Teor de fibras (kg/m <sup>3</sup> )	Resistência à compressão (MPa)	Carga de ruptura (kN)
A0	1,05x1,05x0,0125 <i>a/d = (8,5)</i>	0	27,1	284
A1		30	27,9	330
A2		45	29,2	345
A3		60	31,6	397
B0	1,35x1,35x0,0125 <i>a/d = (11,0)</i>	0	27,1	275
B1		30	27,9	328
B2		45	29,2	337
B3		60	31,6	347
C0	1,65x1,65x0,0125 <i>a/d = (14,0)</i>	0	27,1	264
C1		30	27,9	307
C2		45	29,2	310
C3		60	31,6	326

Fonte: Nguyen-Minh, Rovnak e Tran-Quoc (2012).

A falha por punção nas lajes sem a adição de fibras é brusca, frágil, além do destacamento de partes da cobertura de concreto. O concreto reforçado com fibras, entretanto, apresenta fissuras menores e mais distribuídas ao longo da laje, comparadas às lajes sem adição de fibras. A Figura 4.7 ilustra o padrão de fissuração das lajes com e sem a adição de fibras de aço.

Figura 4.7 – Padrão de fissuras das lajes ensaiadas.

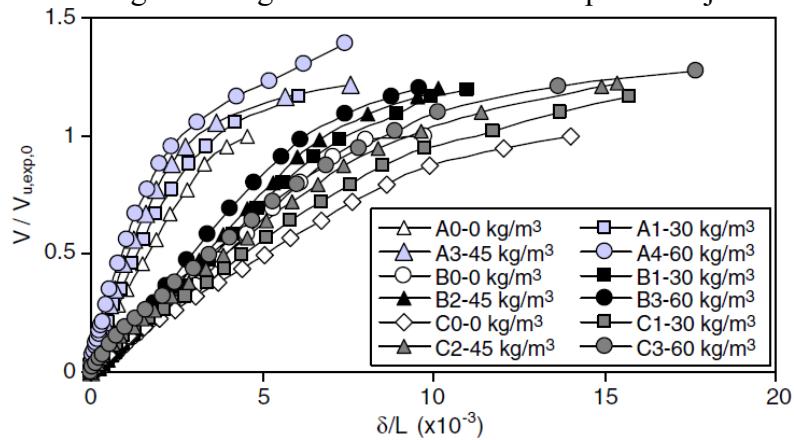


Fonte: Nguyen-Minh, Rovnak e Tran-Quoc (2012).

A melhora no desempenho das lajes pela adição das fibras pode ser evidenciada ainda nos diagramas de carga relativa pelo deslocamento relativo (proporcional às dimensões das lajes) do centro da laje, em função do tamanho do vão ensaiado, mostrada na Figura 4.8. As fibras de aço aumentam consideravelmente a resistência à punção das lajes devido ao seu mecanismo de ponte de transferência de esforços ao longo das fissuras, de modo que mesmo nos primeiros estágios de fissuração o concreto na zona tracionada das lajes ainda possui capacidade resistente

devido a este mecanismo. Ainda, em relação às dimensões das lajes, é possível observar que o aumento do vão tende a diminuir a carga última das lajes, independentemente do teor de fibras.

Figura 4.8 – Diagrama carga deslocamento relativo para as lajes ensaiadas.

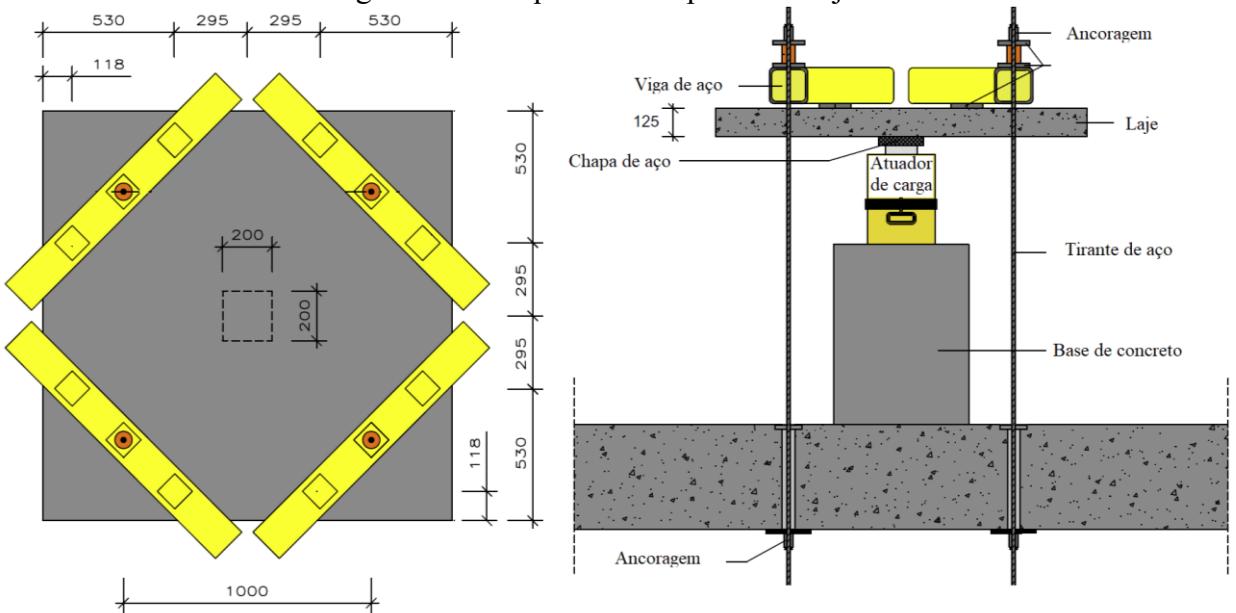


Fonte: Nguyen-Minh, Rovnak e Tran-Quoc (2012).

#### 4.1.12. Gouveia et al. (2014)

Um dos objetivos deste estudo é analisar a influência da adição de fibras de aço no concreto sujeito à punção. Para a fabricação das lajes, apenas um traço de concreto é utilizado, com diferença no teor de fibra e o uso de aditivo superplastificante para melhorar a trabalhabilidade. O traço do concreto utiliza 450 kg/m<sup>3</sup> de cimento Portland CEM II/B-L 32.5N, 185 kg/m<sup>3</sup> de areia 0/2 mm, 545 kg/m<sup>3</sup> de areia 2/4 mm, 882 kg/m<sup>3</sup> de agregado graúdo (rocha calcária) 4/12,5 mm e 216 kg/m<sup>3</sup> de água. As fibras de aço com ganchos nas extremidades são utilizadas (Baekert/Dramix RC65/35 BN) com comprimento de 35 mm, diâmetro de 0,55 mm e resistência à tração nominal de 1150 MPa. Ao todo são produzidos 6 traços (M0 à M5, e para cada traço 1 laje, ND0 à ND5), e a adição de superplastificante é necessária com teores de fibras a partir de 1%. As dimensões das lajes utilizadas são 1650x1650x125 mm, com taxa de armadura de flexão tracionada (superior) constante de 1% em cada direção, com limite de escoamento e ruptura de 523 e 607 MPa, respectivamente. Armadura de flexão na face inferior também é constante para todas as lajes, de 0,14% em cada direção, com limite de escoamento e ruptura de 594 e 724 MPa, respectivamente. A configuração dos suportes das lajes é feita através de tirantes em oito diferentes locais nas lajes, ancorados no chão do laboratório e em vigas de perfil metálico na parte superior das lajes. Os pilares são simulados por uma placa de metal de dimensões 200x200 mm, através da qual a carga é aplicada. A Figura 4.9 apresenta o esquema do ensaio.

Figura 4.9 – Esquema do suporte das lajes.



Fonte: Adaptado de Gouveia *et al.* (2014).

A adição das fibras aumenta a carga última resistente das lajes submetidas a cargas de punção. Este comportamento pode ser observado na Tabela 4.12, que apresenta um resumo das propriedades das lajes ensaiadas.

Tabela 4.12 – Propriedades e resultados das lajes ensaiadas por Gouveia *et al.* (2014).

Série	Traço	Teor de fibras (%)	$f_{cub}^1$ (MPa)	Coef. Var.	$f_{ctd}^2$ (MPa)	Coef. Var.	Carga última (kN)
ND0	M0	0,00	44,8	0,18	3,41	0,15	289,2
ND1	M1	0,50	42,2	0,02	3,43	0,11	296,0
ND2	M2	0,75	39,8	0,04	3,48	0,06	369,3
ND3	M3	0,75	57,7	0,01	4,25	0,09	450,7
ND4	M4	1,00	57,2	0,06	5,09	0,07	456,0
ND5	M5	1,25	55,6	0,02	5,44	0,07	474,4

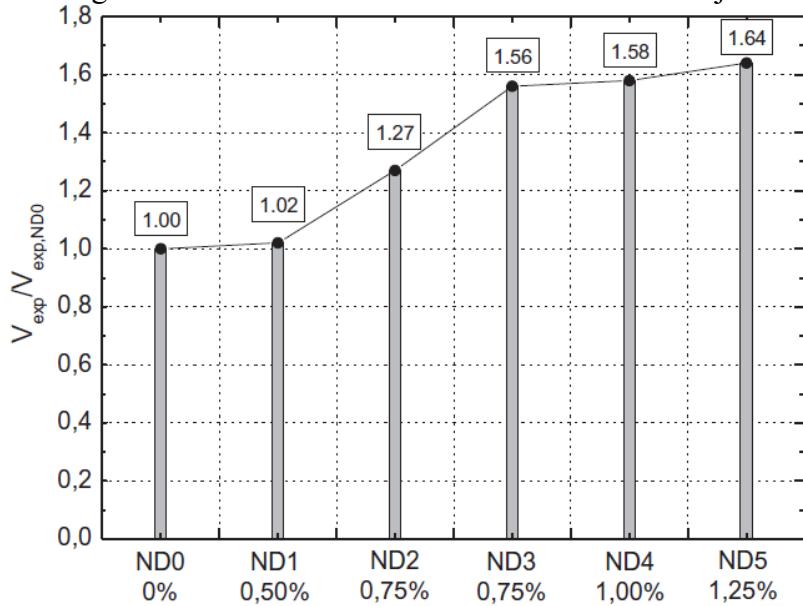
1 – Resistência média à compressão de cubo média;

2 – Resistência à tração por compressão diametral média.

Fonte: Gouveia *et al.* (2014).

A Figura 4.10 ilustra o aumento na carga de ruptura das lajes em relação à adição de fibras. A diferença entre a resistência última das lajes ND2 e ND3, apesar de terem o mesmo traço e o mesmo teor de fibras, possivelmente pode ser explicada pela adição de aditivo superplastificante na série ND3, o que possibilitou um melhor adensamento do concreto utilizado na laje.

Figura 4.10 – Aumento da resistência última das lajes.

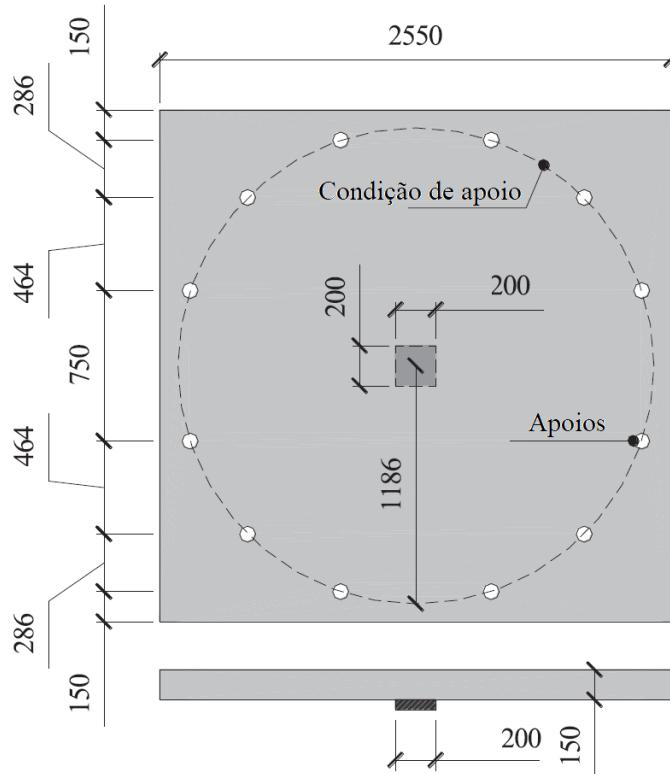


Fonte: Gouveia *et al.* (2014).

#### 4.1.13. Barros *et al.* (2015)

O programa experimental de Barros *et al.* (2015) consiste na confecção de 8 lajes, de dimensões 2250x2250x150 mm, com teores de fibras de 0 (referência), 60, 75 e 90 kg/m<sup>3</sup> de concreto. Para cada teor de fibras, são confeccionadas duas lajes, com classes de resistência de 50 e 70 MPa. As lajes são armadas nas duas direções, com taxa de armadura de flexão tracionada de 0,88%, em uma faixa central com largura de aproximadamente  $e + 6d$  (espessura da laje somada de seis vezes a altura útil). A nomenclatura das lajes é feita da seguinte forma: C<sub>f</sub>Xf<sub>c</sub>Y, onde X representa o teor de fibra utilizado e Y a classe de resistência do concreto. Fibras de aço com ganchos nas extremidades são utilizadas de comprimento 37 mm e diâmetro 0,55 mm, com limite de resistência à tração de 1100 MPa. Os pilares são simulados por placas de metal de seção quadrada de dimensões 200x200 mm. As condições de suporte são pontuais, de barras de aço ancoradas em posições ao redor do pilar à uma distância de 1186 mm. A Figura 4.11 apresenta detalhes do posicionamento dos apoios.

Figura 4.11 – Configuração dos apoios.



Fonte: Adaptado de Barros *et al.* (2015).

As oito lajes são submetidas à carga no centro da laje. Os pesquisadores fazem uma observação, em função da classe especificada de resistência de concreto e a sua real resistência experimental, no sentido de que como o concreto não é produzido pelos pesquisadores, encomendado por empresa terceirizada, não é possível um maior acompanhamento da produção do concreto, uma das possíveis explicações da divergência de especificação e resultados. A Tabela 4.13 apresenta os resultados das lajes.

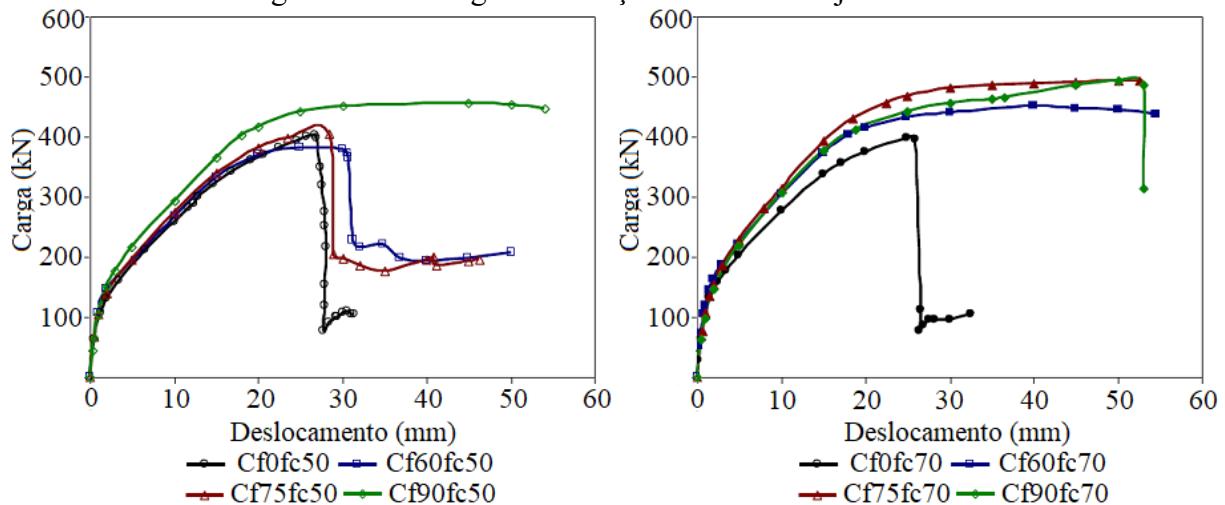
Tabela 4.13 – Propriedades e resultados das lajes ensaiadas por Barros *et al.* (2015).

Laje	$f_{cm}$ (Coef. Var.) (aos X dias) (MPa)	$P_{max}$ (kN)
C <sub>0</sub> f <sub>c</sub> 50	57,61(0,9)(65)	409,11
C <sub>60</sub> f <sub>c</sub> 50	51,90(6,49)(43)	386,08
C <sub>f75</sub> f <sub>c</sub> 50	55,68(3,91)(52)	408,03
C <sub>f90</sub> f <sub>c</sub> 50	56,39(4,38)(57)	456,53
C <sub>0</sub> f <sub>c</sub> 70	62,63(0,72)(63)	399,15
C <sub>f60</sub> f <sub>c</sub> 70	63,77(-)(52)	462,03
C <sub>f75</sub> f <sub>c</sub> 70	70,02 (0,88)(66)	496,34
C <sub>f90</sub> f <sub>c</sub> 70	57,63(2,17)(46)	495,58

Fonte: Barros *et al.* (2015).

O comportamento das lajes, é influenciado tanto pela classe de resistência do concreto, assim como a proporção de fibras adicionada à mistura. Tanto a resistência de pico, assim como o comportamento pós pico são influenciados. É possível observar a melhora no desempenho geral das lajes com adição de fibras de aço (carga de ruptura e comportamento pós pico) na Figura 4.12.

Figura 4.12 – Carga deformação central das lajes ensaiadas.



Fonte: Barros *et al.* (2015).

#### 4.1.14. Alves (2017)

Alves (2017) ensaiou 9 lajes de dimensões 1,8x1,8x0,13 m, com variações nas relações das dimensões das chapas de metal que simularam o efeito dos pilares, e o teor de fibras. A taxa de armadura de flexão é mantida constante de 1,66%, com altura útil de 9,9 cm. As fibras de aço utilizadas possuem ganchos nas suas extremidades, com fator de forma e comprimento de 65 e 60 mm, respectivamente. As lajes são apoiadas nas extremidades, por 12 tirantes de aço ao longo do perímetro das lajes, impedindo translação e permitindo rotação. Os pilares são simulados por chapas metálicas de seção quadrada, de lado 15 cm. A Tabela 4.14 apresenta os resultados das lajes. É possível observar o aumento na carga de ruptura de ensaio devido a adição das fibras de aço.

Tabela 4.14 – Propriedades e resultados das lajes ensaiadas por Alves (2017).

Laje	Teor de fibras (%)	Resistência à compressão do concreto (MPa)	Carga de ruptura (kN)
L1-0	0,00	41,9	351
L1-50	0,64	42,6	469
L1-60	0,77	45,9	594

Fonte: Alves (2017).

## 5. RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados das análises paramétricas, relação entre resultados normativos e experimentais e a proposta da função de ajuste. Ressalta-se que ao longo deste capítulo, não são utilizados nenhum tipo de coeficiente de segurança nos cálculos normativos.

### 5.1. ANÁLISE DOS PARÂMETROS $h$ , $f_c$ , $\rho$ , E $b_p$ NA CARGA DE RUPTURA DE LAJES LISAS

Nesta seção são feitas as análises dos parâmetros  $h$ ,  $f_c$ ,  $\rho$ , e  $b_p$  nos resultados de resistência à punção de acordo com as normas NBR 6118:2014, ACI 318:19, EN 1992-1-1:2004 (Eurocode 2) e FIB Model Code 2010, utilizando como parâmetros os dados apresentados na Tabela 5.1. Os cálculos são realizados considerando pilares de centro com seção quadrada e lajes de vãos equidistantes de 4 metros (necessário nas formulações do FIB Model Code 2010).

Tabela 5.1 – Dados utilizados na simulação paramétrica.

Intervalo	$f_c$ (MPa)	$h$ (cm)	$\rho$ (%)	$b_p$ (cm)	$E_s$ (MPa)	$f_{yd}$ (MPa)	$d_g$ (mm)
Mínimo	20	10	1	10	21000	500	16
Máximo	90	20	4	20			

$f_c$  – Resistência média do concreto à compressão;  
 $h$  – Espessura da laje;  
 $\rho$  – Taxa de armadura de flexão média;  
 $b_p$  – Lado da seção quadrada do pilar;  
 $E_s$  – Módulo de elasticidade do aço (necessário nas formulações do FIB Model Code 2010);  
 $f_{yd}$  – Tensão de escoamento do aço do aço (necessário nas formulações do FIB Model Code 2010);  
 $d_g$  – Máxima dimensão do agregado grávido (necessário nas formulações do FIB Model Code 2010).  
Lajes consideradas de vãos equidistantes de 4m de vão

Fonte: Autor (2020).

#### 5.1.1. Comparação da análise paramétrica entre as normas

A Figura 5.1 apresenta a variação da resistência à compressão do concreto de acordo com as normas NBR 6118:2014, ACI 318:19, EN 1992-1-1:2004 (Eurocode 2) e FIB Model Code 2010, a Figura 5.2 apresenta a variação da espessura da laje, a Figura 5.3 apresenta a variação da taxa de armadura de flexão da laje A Figura 5.4 apresenta a variação das dimensões do pilar de seção quadrada.

Figura 5.1 – Variação do parâmetro  $f_c$  nas equações das normas analisadas.

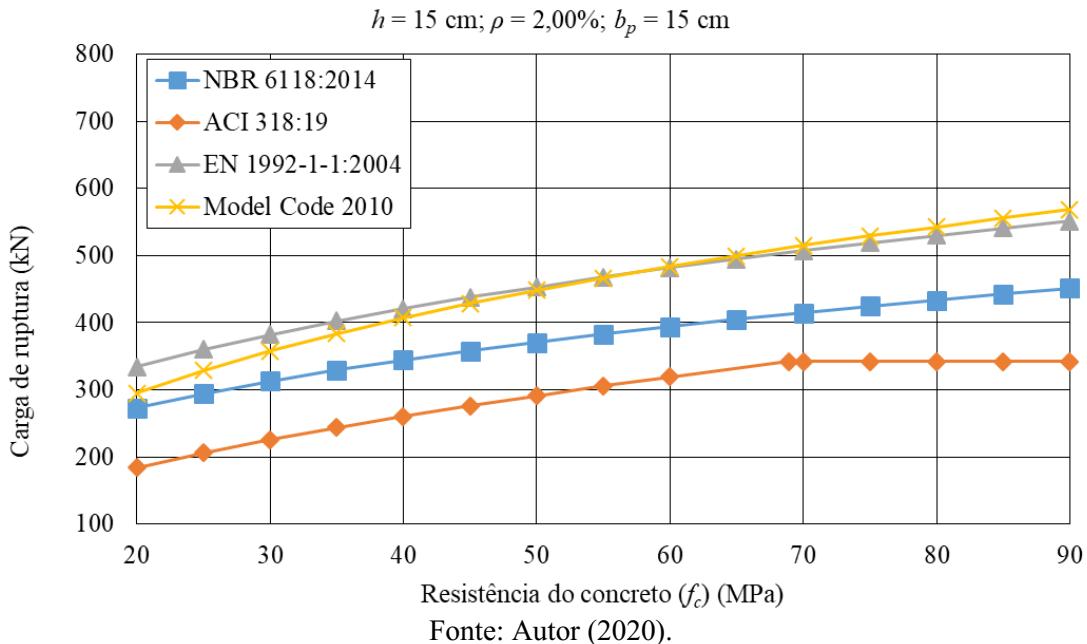


Figura 5.2 – Variação do parâmetro  $h$  nas equações das normas analisadas.

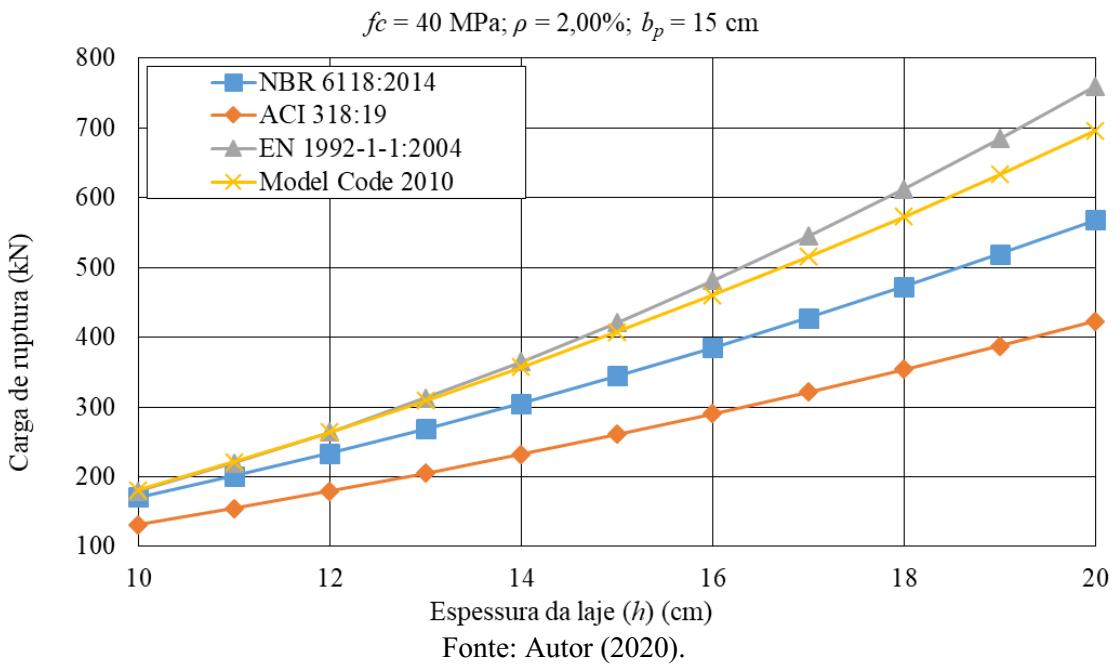


Figura 5.3 – Variação do parâmetro  $\rho$  nas equações das normas analisadas.

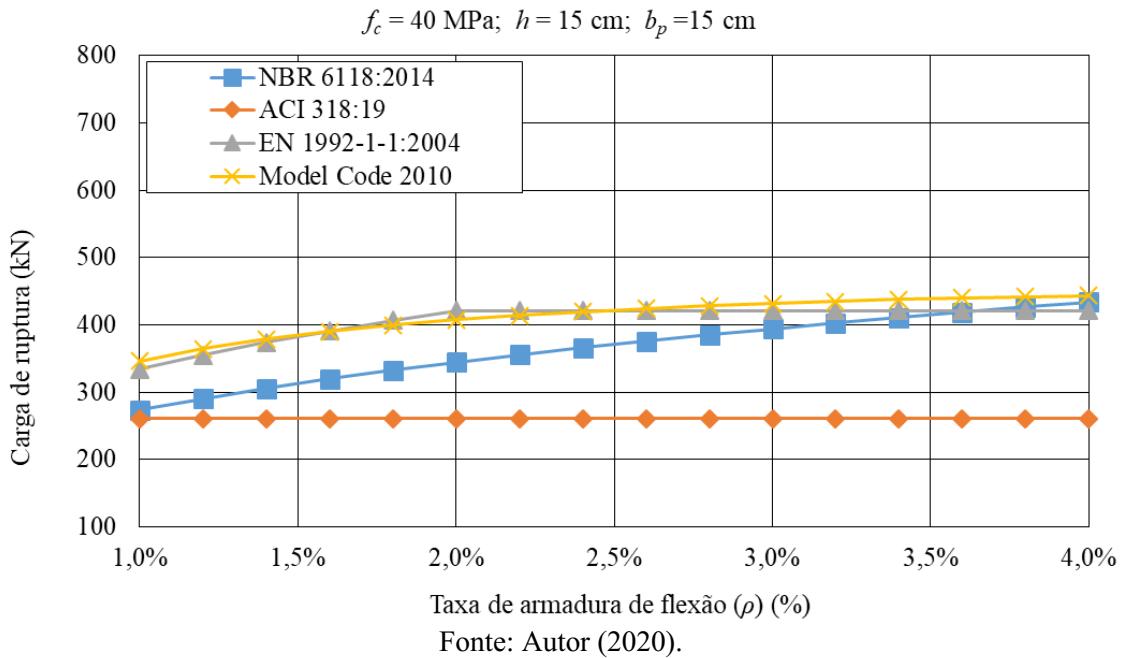
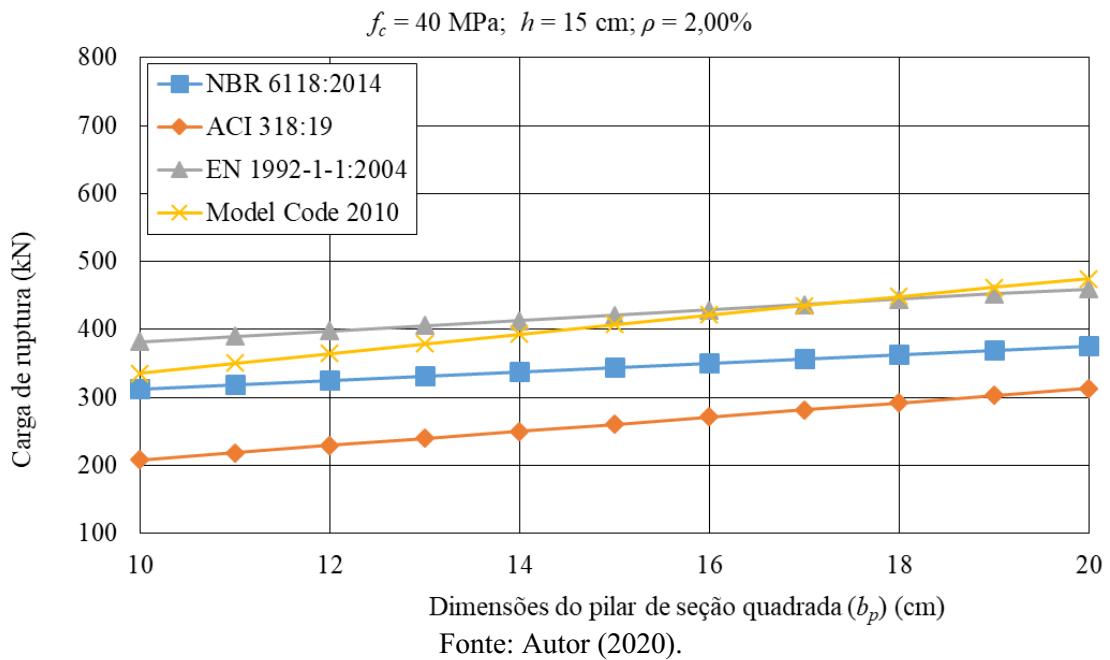


Figura 5.4 – Variação do parâmetro  $b_p$  nas equações das normas analisadas.



Os resultados obtidos pela norma ACI 318:19 não levam em consideração a contribuição da armadura de flexão tracionada, que contribui para a resistência última à punção. Desta forma, são mais conservadores que os resultados teóricos da NBR 6118:2014 e EN 1992-1-1:2004. Ainda, a norma limita a resistência à compressão do concreto, mesmo que o aumento da

resistência à compressão do concreto teoricamente influencia indiretamente na resistência à punção.

A formulação utilizada pelo EN 1992-1-1:2004 é semelhante à utilizada pela NBR 6118:2014, e também leva em consideração a contribuição da armadura de flexão tracionada, apesar de limitar a contribuição da altura útil ( $K$ ) e a taxa de armadura ( $\rho_I$ ), o que a torna um pouco mais conservadora que a NBR 6118:2014.

A formulação utilizada pelo FIB Model Code 2010 é semelhante à utilizada pela norma ACI 318:19, no sentido de também não levar em consideração a contribuição da taxa de armadura de flexão. Entretanto, existe um parâmetro que correlaciona a rotação da laje com a sua carga de ruptura, baseado na teoria de fissura crítica de cisalhamento (*Critical shear crack theory*). Ainda, a referida norma leva em consideração os vãos das lajes.

A Tabela 5.2 apresenta um resumo de quais os parâmetros comuns às normas e a sua ordem de influência na carga de ruptura teórica suportada pelas lajes em relação à cada uma das normas. É possível observar que os dois fatores mais influentes na carga de ruptura são a espessura da laje e a resistência à compressão do concreto, em todas as normas analisadas.

Tabela 5.2 – Influência das variáveis comuns às normas estudadas.

Norma	Aumento na carga de ruptura <sup>*</sup> (%)			
	Variável influente conforme aumento na carga			
NBR 6118:2014	$b_p$ (20%)	$\rho$ (59%)	$f_c$ (65%)	$h$ (233%)
ACI 318:19	$\rho$ (0%)	$b_p$ (50%)	$f_c$ (86%)	$h$ (221%)
EN 1992-1-1:2004	$b_p$ (20%)	$\rho$ (26%)	$f_c$ (65%)	$h$ (323%)
FIB Model Code 2010	$\rho$ (26%)	$b_p$ (42%)	$f_c$ (93%)	$h$ (282%)

$f_c$  – Resistência média do concreto à compressão;  
 $h$  – Espessura da laje;  
 $\rho$  – Taxa de armadura de flexão média;  
 $b_p$  – Lado da seção quadrada do pilar;  
\* O aumento na carga de ruptura é calculado a partir da variação apresentada na carga de ruptura na Figura 5.1, Figura 5.2, Figura 5.3 e Figura 5.4.

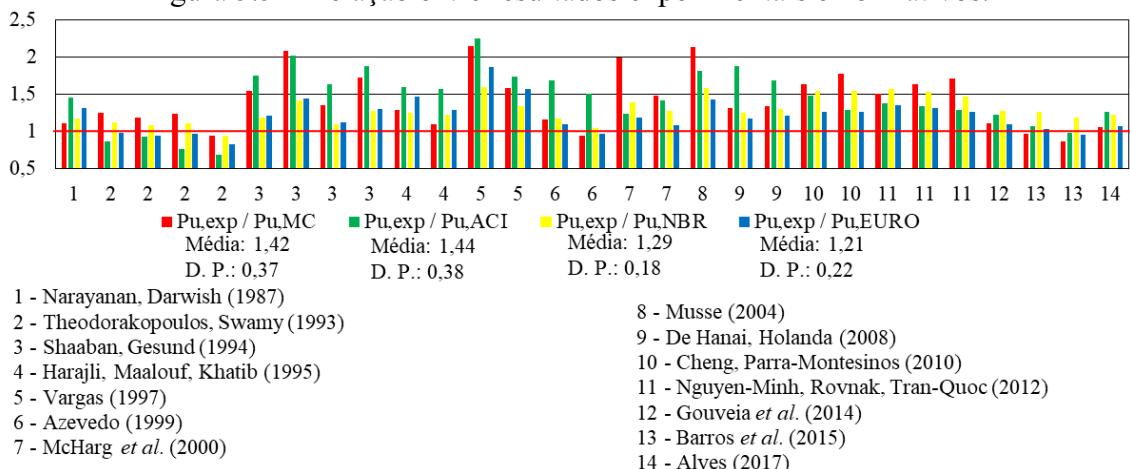
Fonte: Autor (2020).

## 5.2. ANÁLISE DE RESULTADOS EXPERIMENTAIS SEGUNDO AS NORMAS

Nesta seção, é estudada a correlação entre os resultados experimentais de lajes de concreto armado com os resultados previstos para cada uma das referidas normas. A Figura 5.5 apresenta

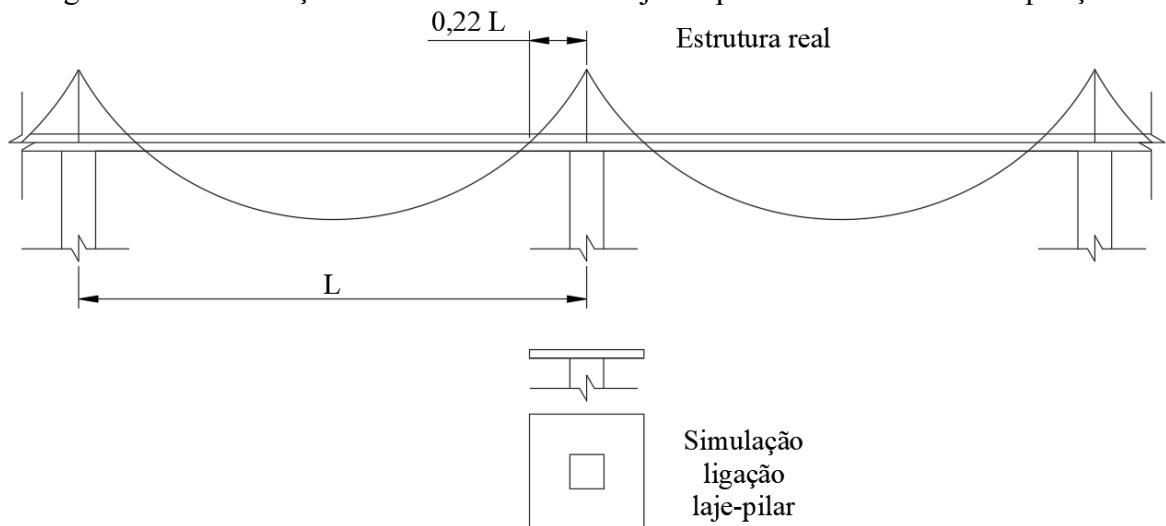
a relação entre os valores experimentais do banco de dados experimentais utilizando as lajes de referência e resultados teóricos obtidos e com a aplicação das equações das normas NBR 6118:2014, ACI 318:19, EN 1992-1-1:2004 e FIB Model Code 2010. Informações adicionais podem ser encontradas no Apêndice A. Para os cálculos do FIB Model Code 2010 é necessário saber o vão da laje. No experimento, porém, é apenas representada a parte da laje a qual teoricamente ocorre o momento fletor negativo. A equivalência das lajes é feita seguindo as recomendações do FIB Model Code 2010, na qual a região onde o momento fletor é nulo é considerada à uma distância de 22% do vão de lajes equidistantes em relação ao centro do pilar. A Figura 5.6 esquematiza esta equivalência.

Figura 5.5 – Relação entre resultados experimentais e normativos.



Fonte: Autor (2020).

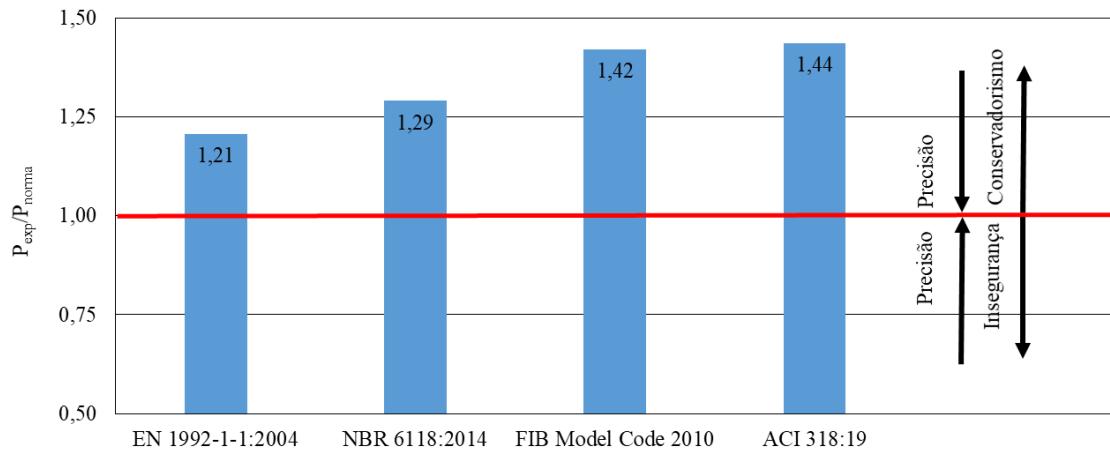
Figura 5.6 – Correlação entre estrutura real e lajes experimentais ensaiadas à punção.



Fonte: Autor (2020).

Os resultados apontam quais as normas são mais conservadoras em relação à punção. A linha vermelha no gráfico indica o limite entre o que pode ser considerado a segurança adequada. Resultados maiores que um indicam que a carga de ruptura experimental está acima da carga de ruptura normativa, indicando segurança. Resultados menores que um indicam que a carga de ruptura experimental está acima da carga de ruptura normativa, indicando insegurança. Quanto mais próximo de um, indica uma maior precisão em relação ao normativo e o experimental (real). Neste sentido, é possível observar quais as normas em média são mais precisas em relação aos resultados experimentais. A Figura 5.7 apresenta a classificação destas normas em relação à precisão e ao conservadorismo.

Figura 5.7 – Relação média entre resultados experimentais e normativos.



Fonte: Autor (2020).

### 5.3 APLICAÇÃO DO CRITÉRIO DE COLLINS (2001)

O critério de Collins (2001) é utilizado para a avaliar a confiabilidade dos resultados de carga de ruptura na punção por cada uma das normas NBR 6118:2014, ACI 318:19, EN 1992-1-1:2004 e FIB Model Code 2010. Neste método, é calculada a relação entre o resultado teorizado e o resultado experimental. De acordo com essa relação, os resultados podem ser considerados conservadores, com segurança apropriada e inseguros. E estes recebem uma “penalidade” proporcional de acordo com essa relação. A Tabela 5.3 apresenta os resultados do critério de Collins (2001) para cada uma das normas.

Tabela 5.3 – Aplicação do método de Collins (2001).

Escala de demérito de Collins	$P_{exp}/P_{norma}$	Penalidade	Lajes			
			$P_{u,exp} / P_{u,EURO}$	$P_{u,exp} / P_{u,NBR}$	$P_{u,exp} / P_{u,MC}$	$P_{u,exp} / P_{u,ACI}$
Extremamente perigoso	<0,50	10	0	0	0	0
Perigoso	0,50-0,65	5	0	0	0	0
Baixa Segurança	0,65-0,85	2	1	0	0	2
Segurança Apropriada	0,85-1,30	0	20	18	13	9
Conservador	1,30-2,00	1	8	11	13	16
Extremamente Conservador	>2,00	2	0	0	3	2
Penalidade Total (Penalidade multiplicada pela quantidade de lajes em cada faixa da escala)			10	11	19	24

Fonte: Autor (2020).

De acordo com o critério de Collins (2001), as normas que são menos penalizadas são a EN 1992-1-1:2004 e a NBR 6118:2014. Esta confirmação é coerente com o exposto na Figura 5.7. Conclui-se então, que para as pesquisas experimentais analisadas, as normas que apresentam relação entre carga de ruptura experimental e teórica mais próxima da segurança apropriada (0,85~1,30) segundo o critério de Collins (2001) de carga de ruptura de lajes lisas de concreto armado sob punção são a EN 1992 1-1:2004 e a NBR 6118:2014.

## 5.4. PROPOSTA DA FUNÇÃO DE AJUSTE

### 5.4.1 Pré-seleção do banco de dados experimentais

Uma pré-seleção dos dados é realizada. Para critério de qualificação dos dados dos pesquisadores é utilizada a relação entre a carga de ruptura experimental obtida e a carga de ruptura da formulação da NBR 6118:2014. Em casos onde essa relação é maior do que 1,3 ou menor do que 0,85 (baseado no critério de Collins (2001)), é considerado como incoerente. Em casos onde todos os resultados dos experimentos com lajes sem fibras de certo pesquisador são considerados como incoerentes, estes não são utilizados para a composição final do banco de dados. Os dados podem ser observados na Tabela 5.4. Detalhes adicionais podem ser encontrados no Apêndice A deste trabalho.

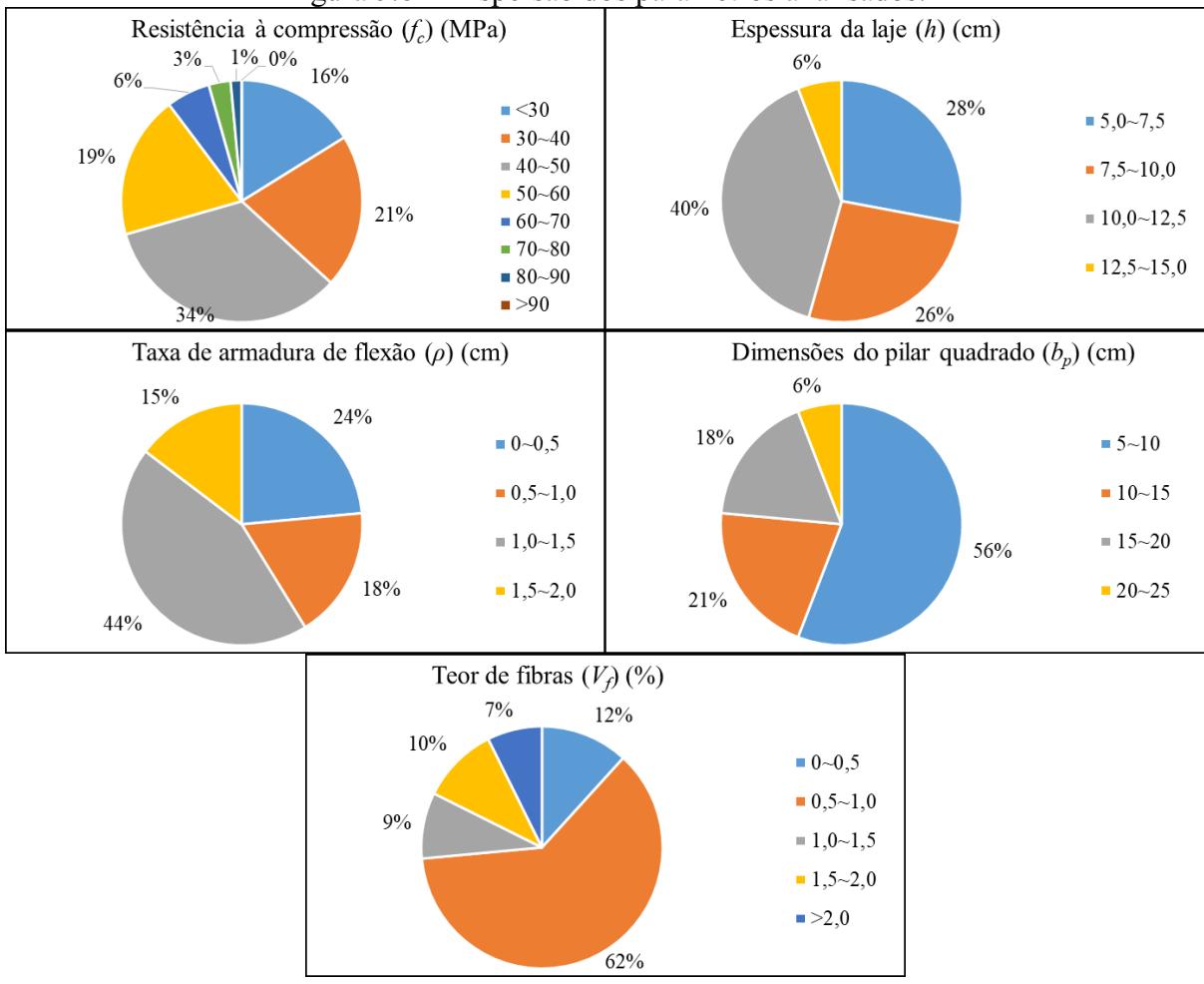
Tabela 5.4 – Lajes lisas de concreto armado: resultados experimentais e normativos.

Pesquisador	Laje	$P_{u,exp}$ (kN)	$P_{u,NBR}$ (kN)	$P_{u,exp} / P_{u,NBR}$
Narayanan, Darwish (1987)	S1	86,50	73,88	1,171
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-1	173,50	154,15	1,126
	FS-8	150,30	139,22	1,080
	FS-10	191,40	172,42	1,110
	FS-19	136,50	143,87	0,949
Shaaban, Gesund (1994)	SFO-1	88,98	74,84	1,189
	SFO-2	111,23	78,85	1,411
	SFO-3	80,09	73,04	1,097
	SFO-4	93,44	73,58	1,270
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	A1	58,76	47,02	1,250
	B1	91,80	74,70	1,229
Vargas (1997)	L1	80,00	50,07	1,598
	L7	101,00	75,38	1,340
Azevedo (1999)	OSC.S1	176,48	149,99	1,177
	HSC.S1	190,72	182,97	1,042
McHarg <i>et al.</i> (2000)	NU	306,00	219,91	1,391
	NB	349,00	274,53	1,271
Musse (2004)	L1	309,00	194,44	1,589
De Hanai, Holanda (2008)	L1	137,20	109,27	1,256
	L4	192,86	147,66	1,306
Cheng, Parra-Montesinos (2010)	S1	433,00	279,64	1,548
	S2	379,00	245,27	1,545
Nguyen-Minh, Rovnak, Tran-Quoc (2012)	A0	284,00	180,08	1,577
	B0	275,00	180,08	1,527
	C0	264,00	180,08	1,466
Gouveia <i>et al.</i> (2014)	ND0	289,20	227,16	1,273
Barros <i>et al.</i> (2015)	Cf0fc50	409,11	322,77	1,267
	Cf0fc70	399,15	337,45	1,183
Alves (2017)	L1-0	351,00	287,59	1,220

Fonte: Autor (2020).

Portanto os dados de Vargas (1997), Musse (2004), Cheng e Parra-Montesinos (2010) e Nguyen-Minh, Rovnak e Tran-Quoc (2012) não são utilizados no processo de ajuste da função proposta. Um total de 89 lajes são selecionadas, nas quais 68 são lajes de CRFA. A Figura 5.8 apresenta a dispersão dos parâmetros  $h$ ,  $f_c$ ,  $\rho$ ,  $b_p$ , e  $V_f$  destas 68 lajes. Detalhes adicionais podem ser encontrados no Apêndice B deste trabalho.

Figura 5.8 – Dispersão dos parâmetros analisados.



Fonte: Autor (2020).

#### 5.4.2 Definição dos tipos de função de ajuste

Para a alteração da formulação existente na NBR 6118:2014 é suposta uma função que multiplica a tensão resistente  $\tau_{rd2}$  (que é a tensão resistente crítica em todos os casos das lajes de referência de todos os pesquisadores). A equação 5.1 apresenta essa função:

$$\tau_{rd2} = 0,13 \times \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \times (100 \times \rho \times f_{ck})^{\frac{1}{3}} \times f(V_f, k) \quad (5.1)$$

Essa função é analisada considerando três comportamentos: função linear, função logarítmica, função exponencial. Essas funções possuem uma constante  $k$ , que é variável em função da classe de resistência do concreto. As três funções são descritas nas equações 5.2, 5.3 e 5.4

$$f(V_f, k) = (1 + k \times V_f) \quad (5.2)$$

$$f(V_f, k) = e^{k \times V_f} \quad (5.3)$$

$$f(V_f, k) = (1 + \ln(1 + k \times V_f)) \quad (5.4)$$

Onde:

$k$  = Constante de ajuste da equação;

$V_f$  = Teor de fibras de aço (% em vol. do m<sup>3</sup> de concreto).

O parâmetro de análise do coeficiente  $k$  é a relação entre a carga experimental e a carga teorizada pela função de ajuste. O coeficiente  $k$  é analisado independentemente em diferentes faixas de classe de resistência do concreto. A Tabela 5.5 apresenta estes intervalos. Como nos intervalos de 60 à 90 MPa somam juntos 10% da quantidade de lajes para o ajuste da função, não é possível estabelecer um coeficiente  $k$  para esses intervalos com a mesma precisão estatística que os demais intervalos.

Tabela 5.5 – Intervalos de análise do parâmetro  $k$ .

Parâmetro	Quantidade de ensaios
$f_c$ 20~30	11
$f_c$ 30~40	14
$f_c$ 40~50	23
$f_c$ 50~60	13
$f_c$ 60~70	4
$f_c$ 70~80	2
$f_c$ 80~90	1

Fonte: Autor (2020).

Devida a quantidade de dados por cada faixa ser pequena, é feita uma análise estatística baseada em pequenas amostras (distribuição  $t$  de *Student*). É elegido um intervalo de confiança de 95% para a média da variação da relação entre a carga experimental e a carga teorizada. São realizados processos iterativos para encontrar valores de  $k$  para que em nenhuma hipótese a relação entre a carga experimental e a carga teórica seja menor do que um. A relação entre a carga experimental e teorizada pela equação proposta é definida pelo termo  $R_{e,t}$ .

### 5.4.3 Escolha da função de ajuste

Os cálculos estatísticos de cada um dos três tipos de função são apresentados no Apêndice D. Apesar de as três funções apresentarem um comportamento semelhante (resultados estatísticos próximos), a função logarítmica melhor se adequa aos resultados experimentais. A função logarítmica apresenta coeficientes de variação menores e média mais próxima de  $R_{e,t} = 1$ . Ainda, é possível observar que, quando é utilizada, existe uma correlação mais regular entre o coeficiente  $k$  e  $f_c$  (Apêndice D). A Tabela 5.6 apresenta os resultados comparativos das três propostas de equações. A Figura 5.9 apresenta estes resultados graficamente. A barra de erros da Figura 5.9 representa o desvio padrão amostral.

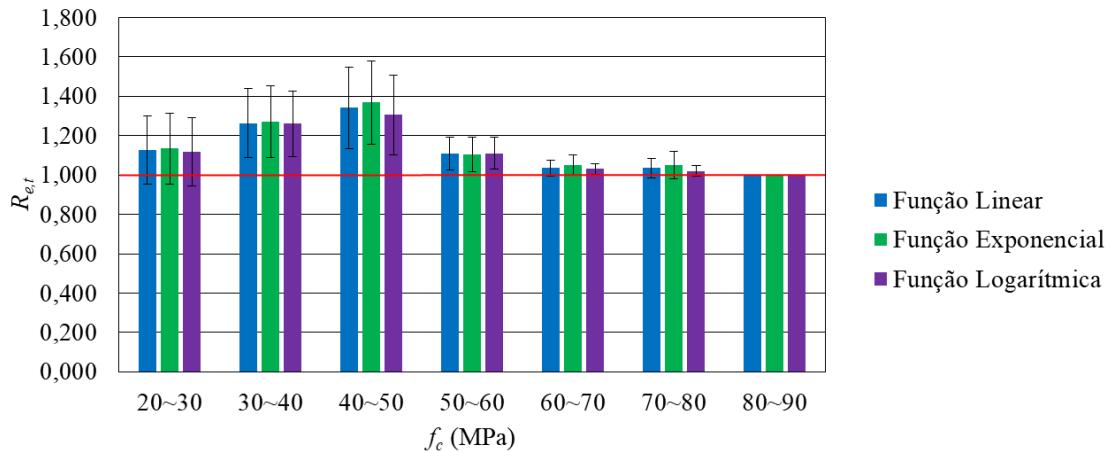
Tabela 5.6 – Comparaçāo das funções de ajuste.

fc	Função Linear			Função Exponencial			Função Logarítmica		
	k	R <sub>e,t</sub>		k	R <sub>e,t</sub>		k	R <sub>e,t</sub>	
		X	S		X	S		X	S
20~30	0,201	1,126	0,175	15,51	0,169	1,134	0,178	15,70	0,248
30~40	0,117	1,263	0,175	13,83	0,102	1,271	0,181	14,24	0,132
40~50	0,152	1,342	0,208	15,46	0,120	1,369	0,212	15,51	0,208
50~60	0,276	1,108	0,083	7,51	0,244	1,105	0,087	7,89	0,319
60~70	0,436	1,036	0,041	3,94	0,348	1,050	0,050	4,73	0,548
70~80	0,436	1,035	0,050	4,85	0,336	1,051	0,071	6,79	0,615
80~90	0,202	1,000	-	-	0,188	1,000	-	-	0,218
Total	-	1,214	0,198	16,31	-	1,226	0,206	16,80	-
									1,199
									0,187
									15,59

X – Média amostral  
 S – Desvio Padrão amostral;  
 CV – Coeficiente de variação em %;

Fonte: Autor (2020).

Figura 5.9 – Comparaçāo gráfica das funções de ajuste.



Fonte: Autor (2020).

Portanto, é sugerida a equaçāo logarítmica como alteraçāo para a presente formulaçāo da equaçāo da NBR 6118:2014. A equaçāo 5.5 é apresentada:

$$f(V_f, k) = (1 + \ln(1 + k \times V_f)) \quad (5.5)$$

Onde:

$k$  = coeficiente adimensional, definido pela classe de resistência do concreto (Tabela 5.7);  
 $V_f$  = Teor de fibras de aço em % do volume de m<sup>3</sup> do concreto.

Tabela 5.7 – Coeficiente  $k$ .

Classe de resistência	Coeficiente $k$
$f_c - 20\text{--}30$	0,248
$f_c - 30\text{--}40$	0,132
$f_c - 40\text{--}50$	0,208
$f_c - 50\text{--}60$	0,319
$f_c - 60\text{--}70$	0,548
$f_c - 70\text{--}80$	0,615
$f_c - 80\text{--}90$	0,218

Fonte: Autor (2020).

Devido às características do banco de dados experimentais é preciso fazer algumas observações. A base de dados utilizada contém apenas resultados experimentais de ligação de lajes e pilares de seção quadrada. Portanto, esta função de ajuste é recomendada para ser aplicada em situações onde existem pilares de seção quadrada. Ainda, existe uma quantidade relativamente pequena

de ensaios que se encaixam em classes de resistência acima de 60 MPa, o que prejudica a precisão da relação entre os resultados experimentais e teóricos ( $R_{e,t}$ ), o estabelecimento do intervalo de confiança para a média populacional de  $R_{e,t}$ , e consequentemente um coeficiente  $k$  para essa faixa que seja estatisticamente preciso.

Como demonstrado na seção 5.1, os parâmetros mais influentes na equação da norma são a resistência à compressão ( $f_c$ ) e a espessura da laje ( $h$ ). Existe a possibilidade de considerar nesta função de ajuste além de um coeficiente em função da resistência à compressão do concreto, um coeficiente definido em função da espessura da laje. Como no banco de dados o intervalo deste parâmetro é de 5 cm à 15 cm, estas seriam as faixas de estratificação deste coeficiente. Entretanto, como a norma NBR 6118:2014 recomenda como espessura mínima de lajes lisas de concreto armado de 16 cm, a função de ajuste não ficaria adequada à norma.

A análise das fibras é feita em função do teor (%). Entretanto fatores como resistência da fibra e geometria das fibras também afetam o comportamento do CRFA, mas de maneira não tão significativa, comparados com o teor de fibras. A consideração de tais fatores pode melhorar a precisão da função de ajuste. Ainda, além do teor de fibras ser considerado neste trabalho como o fator de maior influência na carga de ruptura, em diversos trabalhos algumas informações das fibras são desconhecidas, ou omitidas, ou muito variadas, de modo que existe uma grande dificuldade de criar um banco de dados experimentais com quantidade suficiente de ensaios.

#### *5.4.4 Função de ajuste aplicada aos resultados experimentais*

Definida a função de ajuste, esta é aplicada aos resultados experimentais do banco de dados, inclusive os resultados dos pesquisadores que foram excluídos em função do critério de Collins (2001), a fim quantificar a precisão da função de ajuste proposta ao universo de pesquisas experimentais. A Tabela 5.8 e a Figura 5.10 apresentam os resultados médios em função da classe de resistência do concreto. A barra de erros da Figura 5.10 representa o desvio padrão amostral. A relação entre os resultados experimentais e os resultados do modelo é definida como  $R_{e,m}$ .

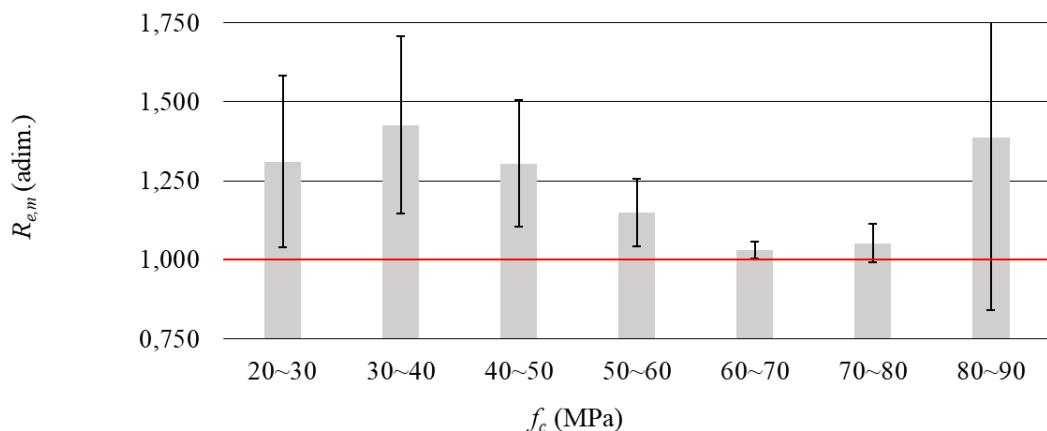
Tabela 5.8 – Resultados médios da aplicação da função de ajuste em relação de  $f_c$ .

$f_c$	Quantidade	$k$	$R_{e,m}$		
			Média	Desv. P.	CV*
20~30	19	0,248	1,311	0,272	20,75
30~40	22	0,133	1,427	0,281	19,67
40~50	23	0,220	1,305	0,201	15,39
50~60	17	0,319	1,150	0,107	9,31
60~70	4	0,549	1,031	0,027	2,61
70~80	3	0,615	1,053	0,061	5,78
80~90	2	0,218	1,388	0,548	39,50

\* Coeficiente de variação em %.

Fonte: Autor (2020).

Figura 5.10 – Resultados médios da aplicação da função de ajuste em relação de  $f_c$ .



Fonte: Autor (2020).

Os resultados agrupados em relação à classe de resistência do concreto são todos conservadores (relação  $R_{e,m}$  maior que um). As médias dos resultados de cada pesquisador estão na Tabela 5.9 e na Figura 5.11. A barra de erros da Figura 5.11 representa o desvio padrão amostral. O Apêndice E apresenta detalhes dos resultados de todos os cálculos. Em relação a cada pesquisador, os resultados agrupados também são todos conservadores. O fato dos resultados se apresentarem conservadores é devido a forma como foi definido o coeficiente  $k$  (processos iterativos para encontrar valores de  $k$  para que em nenhuma hipótese a relação entre a carga experimental e a carga teórica no banco de dados experimentais seja menor do que um, para cada faixa de classe de resistência do concreto).

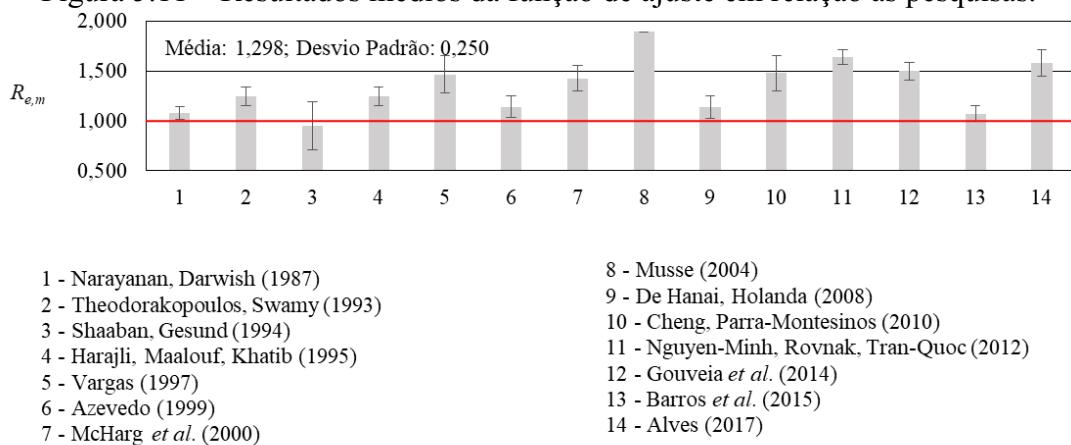
Tabela 5.9 – Resultados médios da função de ajuste em relação as pesquisas.

Pesquisa		Média ( $R_{e,m}$ )	Desv. Pad.	CV (%)
1	Narayanan, Darwish (1987)	1,079	0,065	6,06%
2	Theodorakopoulos, Swamy (1993)	1,252	0,117	9,32%
3	Shaaban, Gesund (1994)	1,044	0,163	15,60%
4	Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	1,250	0,118	9,45%
5	Vargas (1997)	1,468	0,272	18,53%
6	Azevedo (1999)	1,107	0,141	12,71%
7	McHarg <i>et. al.</i> (2000)	1,435	0,187	13,02%
8	Musse (2004)	1,895	—*	—*
9	De Hanai, Holanda (2008)	1,142	0,131	11,48%
10	Cheng, Parra-Montesinos (2010)	1,479	0,260	17,57%
11	Nguyen-Minh, Rovnak, Tran-Quoc (2012)	1,640	0,119	7,26%
12	Gouveia <i>et. al.</i> (2014)	1,505	0,144	9,56%
13	Barros <i>et. al.</i> (2015)	1,072	0,084	7,88%
14	Alves (2017)	1,593	0,214	13,44%
<b>Total</b>		<b>1,288</b>	<b>0,250</b>	<b>19,44%</b>

\*Apenas um ensaio com fibras, impossibilitando a realização dos cálculos estatísticos

Fonte: Autor (2020).

Figura 5.11 – Resultados médios da função de ajuste em relação as pesquisas.



Fonte: Autor (2020).

A Tabela 5.10 apresenta a aplicação da função de ajuste proposta em todas as 119 lajes do banco de dados experimentais, mostrando a variação entre a carga de ruptura experimental em relação ao atual cálculo normativo da NBR 6118:2014 e a função de ajuste proposta. Detalhes adicionais podem ser observados no Apêndice E. O parâmetro P.a. da Tabela 5.10 representa o quanto próximo o resultado em questão está do resultado experimental. Por exemplo, na laje S2 de Narayanan e Darwish (1987), a carga de ruptura normativa está 15,9 % abaixo da carga de

ruptura experimental, e a carga de ruptura ajustada está 5,1% abaixo da carga de ruptura experimental.

Tabela 5.10 – Relação entre carga de ruptura experimental, normativa e modelo proposto.

Pesquisador	Laje	Teor de fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	$P_{exp}$ (kN)	$P_{NBR}$ (kN)	$P.a.^*$ $P_{NBR}$	$P_{mod}$ (kN)	$P.a.^*$ $P_{mod}$
Narayanan, Darwish (1987)	S1	0,00	54,10	86,5	73,9	-14,6%	73,9	-14,6%
	S2	0,25	65,10	93,4	78,6	-15,9%	88,7	-5,1%
	S3	0,50	55,90	102,0	74,7	-26,8%	85,8	-15,9%
	S4	0,75	57,50	107,5	75,4	-29,9%	91,6	-14,8%
	S5	1,00	66,20	113,6	79,0	-30,4%	113,6	0,0%
	S6	1,25	66,30	122,2	79,1	-35,3%	120,3	-1,5%
	S7	1,00	58,70	92,6	72,5	-21,7%	92,6	0,0%
	S8	1,00	56,60	111,1	78,1	-29,7%	99,8	-10,2%
	S9	1,00	54,40	111,3	79,7	-28,4%	101,8	-8,5%
	S10	1,00	59,50	113,3	84,8	-25,1%	108,3	-4,4%
	S11	1,00	37,20	82,1	65,2	-20,6%	73,3	-10,7%
	S12	1,00	40,50	84,9	67,1	-21,0%	79,8	-6,0%
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-1	0,00	44,20	173,5	154,2	-11,2%	154,2	-11,2%
	FS-2	0,50	42,50	225,0	152,1	-32,4%	167,2	-25,7%
	FS-3	1,00	44,56	247,4	154,6	-37,5%	183,8	-25,7%
	FS-4	1,00	46,67	224,4	157,0	-30,0%	186,6	-16,8%
	FS-5	1,00	47,50	198,1	148,6	-25,0%	176,7	-10,8%
	FS-6	1,00	44,60	174,5	145,5	-16,6%	173,0	-0,9%
	FS-7	1,00	45,80	192,4	146,8	-23,7%	174,5	-9,3%
	FS-8	0,00	45,83	150,3	139,2	-7,4%	139,2	-7,4%
	FS-9	1,00	44,50	216,6	137,9	-36,4%	163,9	-24,3%
	FS-10	0,00	45,50	191,4	172,4	-9,9%	172,4	-9,9%
	FS-11	1,00	42,80	259,8	168,9	-35,0%	200,9	-22,7%
	FS-12	1,00	45,10	217,5	155,2	-28,6%	184,5	-15,2%
	FS-13	1,00	41,85	235,5	151,4	-35,7%	180,0	-23,6%
	FS-14	1,00	43,73	239,5	153,6	-35,9%	182,6	-23,7%
	FS-15	1,00	39,05	238,0	147,9	-37,9%	166,2	-30,2%
	FS-16	1,00	34,90	227,8	142,5	-37,5%	160,1	-29,7%
	FS-17	1,00	58,56	268,4	169,3	-36,9%	216,2	-19,4%
	FS-18	1,00	17,75	166,0	113,7	-31,5%	138,9	-16,3%
	FS-19	0,00	43,12	136,5	143,9	5,4%	143,9	5,4%
	FS-20	1,00	46,30	211,0	147,3	-30,2%	175,2	-17,0%
Shaaban, Gesund (1994)	SFO-1	0,00	33,37	89,0	74,8	-15,9%	74,8	-15,9%
	SFO-2	0,00	39,02	111,2	78,8	-29,1%	78,8	-29,1%

Pesquisador	Laje	Teor de fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	$P_{exp}$ (kN)	$P_{NBR}$ (kN)	$P.a.^*$ $P_{NBR}$	$P_{mod}$ (kN)	$P.a.^*$ $P_{mod}$
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	SFO-3	0,00	31,02	80,1	73,0	-8,8%	73,0	-8,8%
	SFO-4	0,00	31,71	93,4	73,6	-21,3%	73,6	-21,3%
	SF2-1	2,00	34,47	93,4	75,7	-19,0%	93,4	-0,1%
	SF2-2	2,00	37,23	111,2	77,6	-30,2%	95,8	-13,9%
	SF2-3	2,00	29,64	71,2	71,9	1,1%	100,9	41,8%
	SF3-1	3,10	37,64	106,8	77,9	-27,0%	104,6	-2,0%
	SF4-1	3,90	46,75	133,5	83,7	-37,3%	133,5	0,0%
	SF4-2	3,90	36,54	115,7	77,1	-33,3%	109,1	-5,7%
	SF6-1	6,10	22,34	97,9	65,5	-33,1%	83,7	-14,5%
	SF6-2	6,40	22,06	102,3	65,2	-36,3%	82,8	-19,1%
Vargas (1997)	A1	0,00	29,60	58,8	47,0	-20,0%	47,0	-20,0%
	A2	0,45	30,00	63,6	47,2	-25,8%	52,2	-17,9%
	A3	0,80	31,40	73,1	48,0	-34,4%	52,8	-27,8%
	A4	1,00	24,60	64,7	44,2	-31,7%	54,0	-16,5%
	A5	2,00	20,00	58,3	41,3	-29,3%	57,9	-0,8%
	B1	0,00	31,40	91,8	74,7	-18,6%	74,7	-18,6%
	B2	0,45	31,40	105,9	74,7	-29,5%	79,0	-25,4%
	B3	0,80	31,80	108,4	75,0	-30,8%	82,5	-23,8%
	B4	1,00	29,10	108,8	72,8	-33,0%	89,0	-18,2%
	B5	2,00	29,20	134,5	72,9	-45,8%	102,3	-23,9%
Azevedo (1999)	L1	0,00	26,00	80,0	50,1	-37,4%	50,1	-37,4%
	L2	0,75	31,50	84,0	53,4	-36,5%	58,4	-30,5%
	L3	1,50	31,60	97,0	53,4	-44,9%	63,1	-35,0%
	L7	0,00	88,70	101,0	75,4	-25,4%	75,4	-25,4%
	L8	0,75	79,00	112,0	72,5	-35,2%	100,0	-10,7%
	L9	1,50	93,00	136,0	76,6	-43,7%	98,2	-27,8%
McHarg <i>et. al.</i> (2000)	OSC.S1	0,00	47,73	176,5	150,0	-15,0%	150,0	-15,0%
	OSC.S2	0,75	46,42	192,0	148,6	-22,6%	170,1	-11,4%
	OSC.S3	1,50	30,38	197,6	129,0	-34,7%	152,3	-22,9%
	HSC.S1	0,00	86,65	190,7	183,0	-4,1%	183,0	-4,1%
	HSC.S2	0,75	81,85	206,8	179,5	-13,2%	206,7	0,0%
	HSC.S3	1,50	79,30	293,9	177,6	-39,6%	293,7	-0,1%
Musse (2004)	NU	0,00	30,00	306,0	219,9	-28,1%	219,9	-28,1%
	FSU	0,50	41,50	422,0	245,0	-41,9%	269,3	-36,2%
	NB	0,00	30,00	349,0	274,5	-21,3%	274,5	-21,3%
	FSB	0,50	41,50	438,0	305,9	-30,2%	336,2	-23,3%

Pesquisador	Laje	Teor de fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	$P_{exp}$ (kN)	$P_{NBR}$ (kN)	P.a.* $P_{NBR}$	$P_{mod}$ (kN)	P.a.* $P_{mod}$
De Hanai, Holanda (2008)	L1	0,00	23,10	137,2	109,3	-20,4%	109,3	-20,4%
	L2	1,00	24,40	139,6	111,3	-20,3%	135,9	-2,6%
	L3	2,00	28,10	163,6	116,6	-28,7%	163,6	0,0%
	L4	0,00	57,00	192,9	147,7	-23,4%	147,7	-23,4%
	L5	1,00	59,70	215,1	150,0	-30,3%	191,5	-11,0%
	L6	2,00	52,40	236,2	143,6	-39,2%	214,5	-9,2%
	L7	0,75	36,60	182,9	127,4	-30,3%	139,4	-23,8%
	L8	1,00	46,10	210,9	137,6	-34,8%	163,6	-22,4%
Cheng, Parra-Montesinos (2010)	S1	0,00	47,70	433,0	279,6	-35,4%	279,6	-35,4%
	S2	0,00	47,70	379,0	245,3	-35,3%	245,3	-35,3%
	S3	1,00	25,40	386,0	226,7	-41,3%	276,9	-28,3%
	S4	1,00	25,40	389,0	198,8	-48,9%	242,8	-37,6%
	S5	1,50	59,30	530,0	300,7	-43,3%	418,3	-21,1%
	S6	1,50	57,90	444,0	261,6	-41,1%	364,0	-18,0%
	S7	1,50	31,00	522,0	242,2	-53,6%	285,9	-45,2%
	S8	1,50	31,00	472,0	212,5	-55,0%	250,8	-46,9%
	S9	1,50	59,10	530,0	300,4	-43,3%	417,9	-21,2%
	S10	1,50	59,10	503,0	263,4	-47,6%	366,5	-27,1%
Nguyen-Minh, Rovnak, Tran-Quoc (2012)	A0	0,00	27,10	284,0	180,1	-36,6%	180,1	-36,6%
	A1	0,38	27,90	330,0	181,8	-44,9%	198,2	-39,9%
	A2	0,57	29,20	345,0	184,6	-46,5%	209,0	-39,4%
	A3	0,77	31,60	397,0	189,5	-52,3%	207,9	-47,6%
	B0	0,00	27,10	275,0	180,1	-34,5%	180,1	-34,5%
	B1	0,38	27,90	328,0	181,8	-44,6%	198,2	-39,6%
	B2	0,57	29,20	337,0	184,6	-45,2%	209,0	-38,0%
	B3	0,77	31,60	347,0	189,5	-45,4%	207,9	-40,1%
	C0	0,00	27,10	264,0	180,1	-31,8%	180,1	-31,8%
	C1	0,38	27,90	307,0	181,8	-40,8%	198,2	-35,4%
	C2	0,57	29,20	310,0	184,6	-40,4%	209,0	-32,6%
	C3	0,77	31,60	326,0	189,5	-41,9%	207,9	-36,2%
Gouveia <i>et. al.</i> (2014)	ND0	0,00	35,90	289,2	227,2	-21,5%	227,2	-21,5%
	ND1	0,50	33,80	296,0	222,6	-24,8%	236,9	-20,0%
	ND2	0,75	31,80	369,3	218,2	-40,9%	238,7	-35,4%
	ND3	0,75	46,20	450,7	247,1	-45,2%	282,9	-37,2%
	ND4	1,00	45,80	456,0	246,4	-46,0%	292,9	-35,8%
	ND5	1,25	44,50	474,4	244,0	-48,6%	300,4	-36,7%
Barros <i>et. al.</i> (2015)	Cf0fc50	0,00	57,61	409,1	322,8	-21,1%	322,8	-21,1%
	Cf60fc50	0,64	51,90	386,1	319,1	-17,4%	378,4	-2,0%

Pesquisador	Laje	Teor de fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	$P_{exp}$ (kN)	$P_{NBR}$ (kN)	P.a.* $P_{NBR}$	$P_{mod}$ (kN)	P.a.* $P_{mod}$
Alves (2017)	Cf75fc50	0,96	55,68	408,0	309,9	-24,0%	392,8	-3,7%
	Cf90fc50	1,15	56,39	456,5	334,4	-26,8%	438,9	-3,9%
	Cf0fc70	0,00	62,63	399,2	337,4	-15,5%	337,4	-15,5%
	Cf60fc70	0,64	63,77	462,0	337,2	-27,0%	438,6	-5,1%
	Cf75fc70	0,96	70,02	496,3	326,6	-34,2%	478,1	-3,7%
	Cf90fc70	1,15	57,63	495,6	303,6	-38,7%	398,5	-19,6%
P.a. – Porcentagem de aumento ou decréscimo da carga de ruptura normativa e do modelo, em relação à carga de ruptura experimental.								

Fonte: Autor (2020).

## **6. CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

### **6.1. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Dentre os parâmetros espessura da laje, resistência à compressão do concreto, taxa de armadura de flexão e dimensões do pilar analisados nas formulações de carga de ruptura por punção pelas normas NBR 6118:2014, ACI 318:19, EN 1992-1-1:2004 e FIB Model Code 2010, os mais influentes em todas são a espessura da laje e a resistência à compressão do concreto.

A relação entre as cargas de ruptura experimentais das lajes sem fibras e as cargas de ruptura teóricas das normas NBR 6118:2014, ACI 318:19, EN 1992-1-1:2004 e FIB Model Code 2010 mostra que em média, todas são a favor da segurança. Para a ACI 318:19 esta relação média entre carga de ruptura experimental e normativa é de 1,44, para a FIB Model Code 2010 a relação é de 1,42, para a NBR 6118:2014 a relação é de 1,29 e para a EN 1992-1-1:2004 a relação é de 1,21.

A relação entre os resultados de carga de ruptura experimental de lajes de CRFA e os resultados de carga de ruptura teórica da NBR 6118:2014, indicam a necessidade da utilização da função de ajuste. É percebido o aumento na carga de ruptura das lajes as quais foram utilizadas as fibras de aço. Além disso, também é notado o aumento na ductilidade das lajes experimentais, em função das fibras de aço.

A função de ajuste apresenta em média resultados a favor da segurança (para as lajes com fibras), com de carga de ruptura experimental em média 29% acima da carga de ruptura ajustada. Uma diferença de mesma magnitude também é observada na relação entre a carga de ruptura experimental (lajes sem fibras) e teóricos da norma NBR 6118:2014, que apresentam resultado de carga experimental em média 29% acima do teórico da norma.

## 6.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

São feitas as seguintes sugestões para trabalhos futuros:

- Elaboração de uma função de ajuste baseada não somente no teor de fibras, mas como geometria e propriedades mecânicas;
- Verificação presente função de ajuste em novas pesquisas experimentais, para avaliar a sua precisão;
- Elaboração de pesquisas experimentais para a verificação da presente função de ajuste;

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABRISHAMBAF, A.; PIMENTEL, M.; NUNES, S. Influence of fibre orientation on the tensile behaviour of ultra-high performance fibre reinforced cementitious composites. **Cement and Concrete Research**, [s.l], v. 97, p. 28-40, 2017.  
<https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2017.03.007>
- ALEXANDER, S. D. B.; SIMMONDS, S. H. Ultimate Strength of Slab-Column Connections. **ACI Structural Journal**, [s.l], v. 84, n. 3, p. 255-261, 1987  
<https://doi.org/10.14359/2518>
- ALVES, V. S. S. **Avaliação do efeito de punção em lajes lisas de concreto com fibras com a variação do índice de retangularidade**. 2017. 142 f. Dissertação – Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de engenharia civil, Uberlândia, 2017.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE – ACI. ACI 2018: **ACI Collection of concrete codes, specifications and practices, Index 2018** (with ACI concrete terminology), 2018. 74 p.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE – ACI. ACI 318:19: **Building Code Requirements For Structural Concrete**. ACI committee 318, 2019. 615 p.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE – ACI. ACI 544.1R:96: **Report on Fiber Reinforced Concrete**. ACI committee 544, 2009. 64 p.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE – ACI. ACI 544.4R:18: **Guide to Design with Fiber-Reinforced Concrete**. ACI committee 544, 2018. 39 p.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE – ACI. ACI 544.5R:10: **Report on the Physical Properties and Durability of Fiber-Reinforced Concrete**. ACI committee 544, 2010. 31 p.
- ARAUJO, J. M. **Curso de concreto armado**: v. 1, 3. ed., Rio Grande: Dunas, 2010. 257 p.
- ARIF, M. A. **Avaliação da medida de tenacidade do concreto reforçado com fibras de aço**. 2014. 156 f. Dissertação – Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de engenharia civil, Uberlândia, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – **NBR 15530: Fibras de aço para concreto – especificação**. Rio de janeiro. 2007, 7 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – **NBR 6118: Projetos de Estruturas de Concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro. 2014, 238 p.
- AZEVEDO, A. P. **Resistência e ductilidade das ligações laje-pilar em lajes-cogumelo de concreto de alta resistência armado com fibras de aço e armadura transversal de pinos**. 1999. 201 f. Dissertação – Engenharia de estruturas, escola de engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.
- BARLUENGA, G.; HERNANDEZ-OLIVARES, F. Cracking control of concretes modified with short AR-glass fibers at early age. Experimental results on standard concrete and SCC. **Cement and Concrete Research**, [s.l], v. 37, n. 12, p. 1624-1638, 2007.  
<https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2007.08.019>

BARNETT, S.; LATASTE, J. F.; PARRY, T.; MILLARD, S.; SOUTSOS, M. Assessment of fibre orientation in ultra-high performance fibre reinforced concrete and its effect on flexural strength. **Materials and Structures**, [s.l], v. 43, p. 1009-1023, 2010.  
<https://doi.org/10.1617/s11527-009-9562-3>

BARROS, J. A. O.; MORAES NETO, B. N.; MELO, G. S. S. A.; FRAZÃO, C. M. V. Assessment of the effectiveness of steel fibre reinforcement for the punching resistance of flat slabs by experimental research and design approach. **Composites Part B: Engineering**, [s.l], v. 8, n. 1, p. 8-25, 2015.  
<https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2015.03.050>

BENCARDINO, F.; RIZZUTI, L.; SPADEA, G.; SWAMY, R. N. Stress-Strain Behavior of steel Fiber-Reinforced Concrete in Compression. **Journal of Materials In Civil Engineering**, [s.l], v. 20, n. 3, p. 255-263, 2008.  
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0899-1561\(2008\)20:3\(255\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0899-1561(2008)20:3(255))

BENTUR, A.; MINDESS, S. **Fibre Reinforced Cementitious Composites**. London and New York: Modern Concrete Technology Series, 2 ed., 2007. 601 p.  
<https://doi.org/10.1201/9781482267747>

BOULEKBACHE, B.; HAMRAT, M.; CHEMROUK, M.; AMZIANE, S. Flowability of fibre-reinforced concrete and its effect on the mechanical properties of the material. **Construction and Building Materials**, [s.l], v. 24, n. 9, p. 1664-1671, 2010.  
<https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2010.02.025>

BROMS, C. E. **Concrete flat slabs and footings design method for punching and detailing for ductility**. 2005. 137 f. Doctoral Thesis, Department of civil and Architectural Engineering, Division of structural design and bridges, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 2005.

CALLISTER Jr, W. D.; RETHWISCH, D. G. **Ciência e engenharia de materiais**: Uma introdução. 8. ed., Rio de Janeiro: Ltc., 2012. 817 p. Tradução de Sergio Murilo Stamile Soares; revisão técnica de José Roberto Moraes d'Almeida.

CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto Armado**: Volume 2, 2. ed., São Paulo: Pini, 2013. 617 p.

COLLINS, M., P. **Evaluation of shear design procedures for concrete structures**. A Report prepared for the CSA technical committee on reinforced concrete design, 2001.

CHENG, M. Y.; PARRA-MONTESINOS, G. J. Evaluation of Steel Fiber Reinforcement for Punching Shear Resistance in Slab-Column Connections—Part I: Monotonically Increased Load. **ACI Structural Journal**, [s.l], v. 107, n. 1, p. 101-109, 2010.  
<https://doi.org/10.14359/51663394>

DE HANAI, J. B.; HOLANDA, K. M. A. Similarities between punching and shear strength of steel fiber reinforced concrete (SFRC) slabs and beams. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, [s.l], v. 1, n. 1, p. 1-16, 2008.

DINH, H. H.; PARRA-MONTESINOS, G. J.; WIGHT, J. K. Shear Behavior of Steel-Reinforced Concrete Beams without Stirrup Reinforcement. **ACI Structural Journal**, [s.l], v. 107, n. 5, p. 597-606, 2010.  
<https://doi.org/10.14359/51663913>

DONMEZ, A.; BAZANT, Z. P. Size effect on punching strength of reinforced concrete slabs with and without shear reinforcement. **ACI Structural Journal**, [s.l], v. 114, n. 4, p. 875-886, 2017.  
<https://doi.org/10.14359/51689719>

EN 1992-1-1 (2004) **Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings**. 2004. 225 p.

FEDERATION INTERNATIONALE DU BETON – **FIB Model code 2010**: Model code for concrete structures. Lausanne, Switzerland, 2013. 390 p.

FERREIRA, M. P. **Punção em Lajes Lisas de Concreto com Armaduras de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados**. 2010. 299 f. Tese – Universidade de Brasília, Brasília, 2010.

FERREIRA, S. R.; SILVA, F. A.; LIMA, P. R. L.; TOLEDO FILHO, R. D. Effect of fiber treatments on the sisal fiber properties and fiber–matrix bond in cement based systems. **Construction and Building Materials**, [s.l], v. 101, p. 730-740, 2015.

<https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.10.120>

FUSCO, P. B. **Tecnologia do concreto estrutural**. São Paulo: Pini, 2008. 179 p.

GASPARINI, D. A. Contributions of C. A. P. Turner to Development of Reinforced Concrete Flat Slabs 1905–1909. **Journal Of Structural Engineering**, [s.l.], v. 128, n. 10, p. 1243-1252, 2002.  
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2002\)128:10\(1243\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2002)128:10(1243))

GOUVEIA, N. D.; FERNANDES, N. A. G.; FARIA, D. M. V.; RAMOS, A. M. P.; LUCIO, V. J. G. SFRC flat slabs punching behaviour – Experimental research. **Composites Part B: Engineering**, [s.l], v. 63, n. 1, p. 161-171, 2014.

<https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2014.04.005>

HARAJLI, M. H.; MAALOUF, D.; KHATIB, H. Effect of fibers on the punching shear strength of slab-column connections. **Cement and Concrete Composites**, [s.l.], v. 17, n. 2, p. 161-170, 1995.  
[https://doi.org/10.1016/0958-9465\(94\)00031-S](https://doi.org/10.1016/0958-9465(94)00031-S)

HERRMANN, H.; LEES, A. On the influence of the rheological boundary conditions on the fibre orientations in the production of the steel fibre reinforced concrete elements. **Proceedings of the Estonian Academy of Sciences**, v. 65, n. 4, p. 408-413, 2016.  
<https://doi.org/10.3176/proc.2016.4.08>

IGE, O.; BARNETT, S.; CHIVERTON, J.; NASSIF, A.; WILLIAMS, J. Effects of steel fibre-aggregate interaction on mechanical behavior of steel fibre reinforced concrete. **Advances in applied ceramics**, [s.l], v. 116, n. 4, p. 193-198, 2017.  
<https://doi.org/10.1080/17436753.2017.1284389>

INÁCIO, M. M. G.; ALMEIDA, A. F. O.; FARIA, D. M. V.; LUCIO, A. P. R. Punching of high strength concrete flat slabs without shear reinforcement. **Engineering Structures**, [s.l], v. 103, p. 275-284, 2015.

<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.09.010>

INSTITUTO BRASILEIRO DE CONCRETO/ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CONSULTORIA E ENGENHARIA ESTRUTURAL. **Prática recomendada IBRACON/ABECE**: Macrofibras de vidro Álcali Resistente (AR) para concreto destinado a aplicações estruturais. Ed. IBRACON/ABECE, 2017. 26 p.

<https://doi.org/10.1016/j.ijsbe.2016.05.007>

ISAIA, G. C. (Ed.). **Concreto: Ensino, Pesquisas e Realizações**. São Paulo: Ibracon, 2005. 1579 p.

ISLAM, G. M. S.; GUPTA, S. Evaluating plastic shrinkage and permeability of polypropylene fiber reinforced concrete. **International Journal of Sustainable Built Environment**, [s.l], v. 5, n. 2, p. 345-354, 2016.

KANG, S.; KIM, J. K. The relation between fiber orientation and tensile behavior in an Ultra High Performance Fiber Reinforced Cementitious Composites (UHPFRCC). **Cement And Concrete Research**, [s. l.], v. 41, n. 10, p. 1001-1014, 2011.  
<https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2011.05.009>

KHAN, M.; ALI, M. Use of glass and nylon fibers in concrete for controlling early age micro cracking in bridge decks. **Construction and Building Materials**, [s.l], v. 125, n 30, p. 800-808, 2016.  
<https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2016.08.111>

KWAN, W. H.; CHEAH, C. B.; RAMLI, M.; CHANG, K. Y. Alkali-resistant glass fiber reinforced high strength concrete in simulated aggressive environment. **Materiales de Construcción**, [s.l], v. 68, n. 329, p. 1-14, 2018.

LI, B.; XU, L.; SHI, Y.; CHI, Y.; LIU, Q.; LI, C. Effects of fiber type, volume fraction and aspect ratio o the flexural and acoustic emission behaviours of steel fiber reinforced concrete. **Construction and Building Materials**, [s.l], v. 181, p. 474-486, 2018.  
<https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.06.065>

MAGHSOUDI, A. A.; SHARIFI, Y. Ductility of high strength concrete heavily steel reinforced members. **Scientia Irânica**, [s.l], v. 16, n. 4, p. 297-307, 2009.

MAYA, L. F.; RUIZ, M. F.; MUTTONI, A.; FOSTER, S. J. Punching shear strength of steel fibre reinforced concrete slabs. **Engineering Structures**, [s.l.], v. 40, p. 83-94, 2012.  
<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.02.009>

MCHARG, P. J.; COOK, W. D.; MITCHELL, D.; YOON, Y. S. Benefits of Concentrated Slab Reinforcement and Steel Fibers on Performance of Slab-Column Connections. **ACI Structural Journal**, [s.l], v. 97, n. 2, p. 225-234, 2000.  
<https://doi.org/10.14359/851>

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto: Microestrutura, Propriedades e Materiais**. 3. ed. São Paulo: Ibracon, 2008. 674 p.

MELGES, J. L. P. **Análise experimental da punção em lajes de concreto armado e protendido**. 2001. 222 f. Tese – Escola de engenharia de são Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.

MELGES, J. L. P. **Punção em lajes: exemplos de cálculo e análise teórico-experimental**. 1995. 217 f. Dissertação – Escola de engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1995

MELO FILHO, J.; SILVA, F. A.; TOLEDO FILHO, R. D. Degradation kinetics and aging mechanisms on sisal fiber cement composite systems. **Cement and Concrete Composites**, [s.l], v. 40, p. 30-39, 2013.  
<https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2013.04.003>

MENETREY, P. Relationships between flexural and punching failure. **ACI Structural Journal**, [s.l], v. 45, n. 4, p. 412-419, 1998.

METWALLY, I. M.; ISSA, M. S.; EL-BETAR, S. A. Punching shear resistance of normal and high-strength reinforced concrete flat slabs. **Civil engineering Research Magazine**, [s.l.], v. 30, n. 3, p. 982-1004, 2008.

MOHAMMADI, Y.; SINGH, S. P.; KAUSHIJK, S. K. Properties of steel fibrous concrete containing mixed fibres in fresh and hardened state. **Construction and Building Materials**, [s.l], v. 22, n. 5, p. 956–965, 2008.

<https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2006.12.004>

MORAES NETO, B. N. **Comportamento à Punção de Lajes Lisas em Concreto Reforçado com Fibras de Aço sob Carregamento Simétrico**. 2013. 343 f. Tese – Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2013

MUSSE, T. H. **Punção em lajes cogumelos – fibras de aço e armadura de cisalhamento**. 2004. 166 p. Dissertação – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, GO, 2004.

MUTTONI, A. Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs Without Transverse reinforcement. **ACI Structural Journal**, [s.l], v. 105, n. 4, p. 440-450, 2008.

<https://doi.org/10.14359/19858>

MUTTONI, A.; SCHWARTZ, J. Behavior of Beams and Punching in Slabs Without Shear Reinforcement. **IABSE Colloquium**, Stuttgart, Alemanha, v. 62, p. 703-708, 1991.

NARANAYANAN, R.; DARWISH, I. Y. S. Punching shear tests on steel-fibre-reinforced micro-concrete slabs. **Magazine of Concrete Research**, [s.l], v. 39, n. 138, p. 42-50, 1987.

<https://doi.org/10.1680/macr.1987.39.138.42>

NEVILLE, A. M.; BROOKS, J. J. **Tecnologia do concreto**. 2. ed. São Paulo: Bookman, 2013. 441 p.

NGUYEN-MINH, L.; ROVNAK, M.; TRAN-QUOC, T.; NGUYEN-KIM, K. Punching Shear Resistance of Steel Fiber Reinforced Concrete Flat Slabs. **Procedia Engineering**, [s.l], v. 14, p. 1830-1837, 2011.

<https://doi.org/10.1016/j.proeng.2011.07.230>

NGUYEN-MINH, L.; ROVNAK, M.; TRAN-QUOC, T. Punching Shear Capacity of Interior SFRC Slab-Column Connections. **Journal Of Structural Engineering**, [s.l], v. 138, n. 5, p. 613-624, 2012.

[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0000497](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000497)

NOURREDINE, A. Influence of curing conditions on durability of alkali-resistant glass fibres in cement matrix. **Bulletin Of Materials Science**, [s.l], v. 34, n. 4, p. 775-783, 2011.

<https://doi.org/10.1007/s12034-011-0194-1>

OLIVEIRA JUNIOR, L. A. **Ligaçāo viga-pilar em elementos pré-moldados de concreto solidarizados por concreto reforçado com fibras de aço: análise estática e dinâmica**. 2012. 233 f. Tese – Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

OLIVEIRA, M. H. **Punção em lajes lisas com armadura de cisalhamento submetidas a carregamento excêntrico e apoiadas sobre pilares retangulares**. 2013. 223 f. Tese – Universidade de Brasília, departamento de engenharia civil e ambiental, Brasília, 2013.

OLIVEIRA, T. P. S. M. **Utilização de capitéis para aumento de resistência à punção em Lajes de concreto armado**. 2015. 135 f. Dissertação – Universidade Federal de Pernambuco, Pós-graduação em Engenharia Civil, Recife, 2015

OZDEN, S.; ERSOY, U.; OZTURAN, T. Punching shear tests of normal and high strength concrete flat plates. **Canadian Journal of Civil Engineering**. [s.l], v. 33, n. 11, p. 1389-1400, 2006.  
<https://doi.org/10.1139/l06-089>

PASA, V. F. **Análise do Comportamento de Estruturas de Concreto Reforçado com Fibras de Aço via Método dos Elementos Finitos**. 2007. 130 f. Dissertação – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

PURNELL, P.; BEDDOWS, J. Durability and simulated ageing of new matrix glass fibre reinforced concrete. **Cement and Concrete Composites**, [s.l], v. 27, n. 9-10, p. 875-884, 2005.  
<https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2005.04.002>

RABELLO, F. T. **Estudo de lajes lisas de concreto com visão integrada de flexão e punção**. 2016. 192 f. Tese – Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de pós graduação em engenharia civil, Santa Catarina, 2016.

RUIZ, M. F.; MIRZAEI, Y.; MUTTONI, A. Post-Punching Behavior of Flat Slabs. **ACI Structural Journal**, [s.l] v. 110, n. 5, p. 801-811, 2013.  
<https://doi.org/10.14359/51685833>

SAGASETA, J.; TASSINARI, L.; RUIZ, M. F.; MUTTONI, A. Punching of flat slabs supported on rectangular columns. **Engineering Structures**, [s.l], v. 77, p. 17-33, 2014.  
<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.07.007>

SHAABAN, A. M.; GESUND, H. Punching Shear Strength of Steel Fiber Reinforced Concrete Flat Plates. **ACI Structural Journal**, [s.l], v. 91, n. 3, p. 406-414, 1994.  
<https://doi.org/10.14359/4145>

SUURONEN, J. P.; KALLONEN, A.; EIK, M.; PUTTONEN, J.; SERIMAA, R.; HERRMAN, H. Analysis of short fibres orientation in steel fibre-reinforced concrete (SFRC) by X-ray tomography. **Journal of Materials Science**, [s.l], v. 48, n. 3, p. 1358-1367, 2013.  
<https://doi.org/10.1007/s10853-012-6882-4>

TABATABAEI, Z. S.; VOLZ, J. S.; GLIHA, B. P.; KEENER, D. I. Development of Long Carbon Fiber-Reinforced Concrete for Dynamic Strengthening. **Journal of Materials in Civil Engineering**, [s.l], v. 25, n. 10, p. 1446-1455, 2013  
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)MT.1943-5533.0000692](https://doi.org/10.1061/(ASCE)MT.1943-5533.0000692)

THEODORAKOPOULOS, D. D.; SWAMY, N. Contribution of steel fibers to the strength characteristics of lightweight concrete slab-column connections failing in punching shear. **ACI Structural Journal**, [s.l], v. 90, n. 4, p. 342-355, 1993.  
<https://doi.org/10.14359/3957>

TOLOSA, R. A.; JIMENEZ-OBANDO, G.; ARIAS, N. P.; CARDONA, C. A.; GIRALDO, O. Cementitious Materials Reinforcement Using Angustifolia kunth Bamboo Fiber Covered with Nanostructured Manganese Oxide. **Industrial and Engineering Chemistry Research**, [s.l], v. 53, n. 20, p. 8452-8463, 2014.  
<https://doi.org/10.1021/ie403958y>

TRAUTWEIN, L. M. **Punção em lajes cogumelo de concreto armado: Análise experimental e numérica**. 2006. 300 f. Tese – Escola politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de engenharia de estruturas e fundações, São Paulo, 2006.

VARGAS, E. N. Z. **Punção em lajes-cogumelo de concreto de alta resistência reforçado com fibras de aço.** 1997. 224 f. Dissertação – Escola de engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.

VELASCO, R. V. **Concretos auto-adensáveis reforçados com elevadas frações volumétricas de fibras de aço: propriedades reológicas, físicas, mecânicas e térmicas.** 2008. 349 f. Tese – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.

VITOR, P. C. P. **Resistência ao cisalhamento de vigas de concreto armado sem armadura transversal reforçadas com fibras de aço.** 2017. 224 f. Dissertação – Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, 2017.

<https://doi.org/10.1590/s1678-86212018000300280>

WEI, J.; MEYER, C. Improving degradation resistance of sisal fiber in concrete through fiber surface treatment. **Applied Surface Science**, [s.l], v. 289, p. 511-523, 2014.

<https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2013.11.024>

WEI, J.; MEYER, C. Degradation mechanisms of natural fiber in the matrix of cement composites. **Cement and Concrete Research**, [s.l], v. 73, p. 1-16, 2015.

<https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2015.02.019>

WIGHT, J. K. **Reinforced concrete: Mechanisms and Design.** 7. ed. Hoboken: Pearson, 2016. 1143 p.

WONGTANAKITCHAROEN, T.; NAAMAN, A. E. Unrestrained early age shrinkage of concrete with polypropylene, PVA, and carbon fibers. **Materials and Structures**, [s.l], v. 40, n. 3, p. 289-300, 2007.

<https://doi.org/10.1617/s11527-006-9106-z>

WOOD, J.; G.; M.. Pipers Row Car Park, Wolverhampton, Quantitative Study of the Causes of the Partial Collapse on 20th March 1997. **Structural Studies & Design** Ltd, Surrey, GB, 2001.

YAMAGUCHI, M.; MURAKAMI, K.; TAKEDA, K.; MITSUI, Y. Blast Resistance of Polyethylene Fiber Reinforced Concrete to Contact Detonation. **Journal of Advanced Concrete Technology**, [s.l], v. 9, n. 1, p. 63-71, 2011.

<https://doi.org/10.3151/jact.9.63>

## APÊNDICE A – RESULTADOS EXPERIMENTAIS E NORMATIVOS

Tabela A.1 – Relação entre resultados experimentais e teóricos da NBR 6118:2014.

Pesquisador	Laje	$f_c$ (MPa)	$h$ (cm)	$d$ (cm)	$\rho$ (%)	$b_p$ (cm)	$P_{u,exp}$ (kN)	$P_{u,NBR}$ (kN)	$P_{u,exp} / P_{u,NBR}$
Narayanan, Darwish (1987)	S1	54,10	6,00	4,50	1,38%	10,00	86,50	73,88	1,171
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-1	44,20	12,50	10,00	0,42%	15,00	173,50	154,15	1,126
	FS-8	45,83	12,50	10,00	0,42%	10,00	150,30	139,22	1,080
	FS-10	45,50	12,50	10,00	0,42%	20,00	191,40	172,42	1,110
	FS-19	43,12	12,50	10,00	0,35%	15,00	136,50	143,87	0,949
Shaaban, Gesund (1994)	SFO-1	33,37	8,25	6,00	1,15%	6,35	88,98	74,84	1,189
	SFO-2	39,02	8,25	6,00	1,15%	6,35	111,23	78,85	1,411
	SFO-3	31,02	8,25	6,00	1,15%	6,35	80,09	73,04	1,097
	SFO-4	31,71	8,25	6,00	1,15%	6,35	93,44	73,58	1,270
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	A1	29,60	5,50	3,90	1,12%	10,00	58,76	47,02	1,250
	B1	31,40	7,50	5,50	1,12%	10,00	91,80	74,70	1,229
Vargas (1997)	L1	26,00	6,00	4,00	1,38%	10,00	80,00	50,07	1,598
	L7	88,70	6,00	4,00	1,38%	10,00	101,00	75,38	1,340
Azevedo (1999)	OSC.S1	47,73	10,00	8,00	1,57%	8,00	176,48	149,99	1,177
	HSC.S1	86,65	10,00	8,00	1,57%	8,00	190,72	182,97	1,042
McHarg <i>et al.</i> (2000)	NU	30,00	15,00	10,90	0,82%	22,50	306,00	219,91	1,391
	NB	30,00	15,00	10,90	1,59%	22,50	349,00	274,53	1,271
Musse (2004)	L1	41,50	13,00	9,00	1,38%	15,00	309,00	194,44	1,589
De Hanai, Holanda (2008)	L1	23,10	10,00	8,00	1,25%	8,00	137,20	109,27	1,256
	L4	57,00	10,00	8,00	1,25%	8,00	192,86	147,66	1,306
Cheng, Parra-Montesinos (2010)	S1	47,70	15,00	12,70	0,83%	15,20	433,00	279,64	1,548
	S2	47,70	15,00	12,70	0,56%	15,20	379,00	245,27	1,545
Nguyen-Minh, Rovnak, Tran-Quoc (2012)	A0	27,10	12,50	10,50	0,66%	20,00	284,00	180,08	1,577
	B0	27,10	12,50	10,50	0,66%	20,00	275,00	180,08	1,527
	C0	27,10	12,50	10,50	0,66%	20,00	264,00	180,08	1,466
Gouveia <i>et al.</i> (2014)	ND0	35,90	12,50	10,50	1,00%	20,00	289,20	227,16	1,273
Barros <i>et al.</i> (2015)	Cf0fc50	57,61	12,50	12,60	0,85%	20,00	409,11	322,77	1,267
	Cf0fc70	62,63	12,50	12,90	0,81%	20,00	399,15	337,45	1,183
Alves (2017)	L1-0	41,90	13,00	9,90	1,66%	25,00	351,00	287,59	1,220

$f_c$  – Resistência média do concreto;

$h$  – Espessura da laje;

$d$  – Altura útil média da laje;

$\rho$  – Taxa de armadura média;

$b_p$  – Lado da seção quadrada do pilar.

Fonte: Autor (2020).

Tabela A.2 – Relação entre resultados experimentais e teóricos da ACI 318:19.

Pesquisador	Laje	$f_c$ (MPa)	$h$ (cm)	$d$ (cm)	$\rho$ (%)	$b_p$ (cm)	$P_{u,exp}$ (kN)	$P_{u,ACI}$ (kN)	$P_{u,exp} / P_{u,ACI}$
Narayanan, Darwish (1987)	S1	54,10	6,00	4,50	1,38%	10,00	86,50	59,51	1,453
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-1	44,20	12,50	10,00	0,42%	15,00	173,50	201,86	0,860
	FS-8	45,83	12,50	10,00	0,42%	10,00	150,30	160,58	0,936
	FS-10	45,50	12,50	10,00	0,42%	20,00	191,40	249,62	0,767
	FS-19	43,12	12,50	10,00	0,35%	15,00	136,50	199,38	0,685
Shaaban, Gesund (1994)	SFO-1	33,37	8,25	6,00	1,15%	6,35	88,98	50,94	1,747
	SFO-2	39,02	8,25	6,00	1,15%	6,35	111,23	55,08	2,019
	SFO-3	31,02	8,25	6,00	1,15%	6,35	80,09	49,11	1,631
	SFO-4	31,71	8,25	6,00	1,15%	6,35	93,44	49,66	1,882
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	A1	29,60	5,50	3,90	1,12%	10,00	58,76	36,82	1,596
	B1	31,40	7,50	5,50	1,12%	10,00	91,80	58,63	1,566
Vargas (1997)	L1	26,00	6,00	4,00	1,38%	10,00	80,00	35,61	2,247
	L7	88,70	6,00	4,00	1,38%	10,00	101,00	57,99	1,742
Azevedo (1999)	OSC.S1	47,73	10,00	8,00	1,57%	8,00	176,48	104,88	1,683
	HSC.S1	86,65	10,00	8,00	1,57%	8,00	190,72	126,05	1,513
McHarg <i>et al.</i> (2000)	NU	30,00	15,00	10,90	0,82%	22,50	306,00	246,37	1,242
	NB	30,00	15,00	10,90	1,59%	22,50	349,00	246,37	1,417
Musse (2004)	L1	41,50	13,00	9,00	1,38%	15,00	309,00	169,99	1,818
De Hanai, Holanda (2008)	L1	23,10	10,00	8,00	1,25%	8,00	137,20	72,96	1,880
	L4	57,00	10,00	8,00	1,25%	8,00	192,86	114,61	1,683
Cheng, Parra-Montesinos (2010)	S1	47,70	15,00	12,70	0,83%	15,20	433,00	293,36	1,476
	S2	47,70	15,00	12,70	0,56%	15,20	379,00	293,36	1,292
Nguyen-Minh, Rovnak, Tran-Quoc (2012)	A0	27,10	12,50	10,50	0,66%	20,00	284,00	205,13	1,385
	B0	27,10	12,50	10,50	0,66%	20,00	275,00	205,13	1,341
	C0	27,10	12,50	10,50	0,66%	20,00	264,00	205,13	1,287
Gouveia <i>et al.</i> (2014)	ND0	35,90	12,50	10,50	1,00%	20,00	289,20	236,09	1,225
Barros <i>et al.</i> (2015)	Cf0fc50	57,61	12,50	12,60	0,85%	20,00	409,11	379,85	1,077
	Cf0fc70	62,63	12,50	12,90	0,81%	20,00	399,15	408,68	0,977
Alves (2017)	L1-0	41,90	13,00	9,90	1,66%	25,00	351,00	279,04	1,258

$f_c$  – Resistência média do concreto;

$h$  – Espessura da laje;

$d$  – Altura útil média da laje;

$\rho$  – Taxa de armadura média;

$b_p$  – Lado da seção quadrada do pilar.

Fonte: Autor (2020).

Tabela A.3 – Relação entre resultados experimentais e teóricos da EN 1992-1-1:2004.

Pesquisador	Laje	$f_c$ (MPa)	$h$ (cm)	$d$ (cm)	$\rho$ (%)	$b_p$ (cm)	$P_{u,exp}$ (kN)	$P_{u,EURO}$ (kN)	$P_{u,exp} / P_{u,EURO}$
Narayanan, Darwish (1987)	S1	54,10	6,00	4,50	1,38%	10,00	86,50	65,83	1,314
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-1	44,20	12,50	10,00	0,42%	15,00	173,50	176,82	0,981
	FS-8	45,83	12,50	10,00	0,42%	10,00	150,30	159,69	0,941
	FS-10	45,50	12,50	10,00	0,42%	20,00	191,40	197,77	0,968
	FS-19	43,12	12,50	10,00	0,35%	15,00	136,50	165,03	0,827
Shaaban, Gesund (1994)	SFO-1	33,37	8,25	6,00	1,15%	6,35	88,98	73,34	1,213
	SFO-2	39,02	8,25	6,00	1,15%	6,35	111,23	77,27	1,440
	SFO-3	31,02	8,25	6,00	1,15%	6,35	80,09	71,58	1,119
	SFO-4	31,71	8,25	6,00	1,15%	6,35	93,44	72,11	1,296
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	A1	29,60	5,50	3,90	1,12%	10,00	58,76	39,89	1,473
	B1	31,40	7,50	5,50	1,12%	10,00	91,80	71,17	1,290
Vargas (1997)	L1	26,00	6,00	4,00	1,38%	10,00	80,00	42,85	1,867
	L7	88,70	6,00	4,00	1,38%	10,00	101,00	64,51	1,566
Azevedo (1999)	OSC.S1	47,73	10,00	8,00	1,57%	8,00	176,48	160,92	1,097
	HSC.S1	86,65	10,00	8,00	1,57%	8,00	190,72	196,31	0,972
McHarg <i>et al.</i> (2000)	NU	30,00	15,00	10,90	0,82%	22,50	306,00	258,64	1,183
	NB	30,00	15,00	10,90	1,59%	22,50	349,00	322,88	1,081
Musse (2004)	L1	41,50	13,00	9,00	1,38%	15,00	309,00	216,18	1,429
De Hanai, Holanda (2008)	L1	23,10	10,00	8,00	1,25%	8,00	137,20	117,24	1,170
	L4	57,00	10,00	8,00	1,25%	8,00	192,86	158,42	1,217
Cheng, Parra- Montesinos (2010)	S1	47,70	15,00	12,70	0,83%	15,20	433,00	343,43	1,261
	S2	47,70	15,00	12,70	0,56%	15,20	379,00	301,21	1,258
Nguyen-Minh, Rovnak, Tran- Quoc (2012)	A0	27,10	12,50	10,50	0,66%	20,00	284,00	209,52	1,355
	B0	27,10	12,50	10,50	0,66%	20,00	275,00	209,52	1,313
	C0	27,10	12,50	10,50	0,66%	20,00	264,00	209,52	1,260
Gouveia <i>et al.</i> (2014)	ND0	35,90	12,50	10,50	1,00%	20,00	289,20	264,29	1,094
Barros <i>et al.</i> (2015)	Cf0fc50	57,61	12,50	12,60	0,85%	20,00	409,11	395,52	1,034
	Cf0fc70	62,63	12,50	12,90	0,81%	20,00	399,15	416,22	0,959
Alves (2017)	L1-0	41,90	13,00	9,90	1,66%	25,00	351,00	328,91	1,067

$f_c$  – Resistência média do concreto;

$h$  – Espessura da laje;

$d$  – Altura útil média da laje;

$\rho$  – Taxa de armadura média;

$b_p$  – Lado da seção quadrada do pilar.

Fonte: Autor (2020).

Tabela A 4 – Relação entre resultados experimentais e teóricos da FIB Model Code 2010.

Pesquisador	Laje	$f_c$ (MPa)	$h$ (cm)	$d$ (cm)	$\rho$ (%)	$b_p$ (cm)	$a$ (m)	$P_{u,exp}$ (kN)	$P_{u,MC}$ (kN)	$P_{u,exp} / P_{u,MC}$
Narayanan, Darwish (1987)	S1	54,10	6,00	4,50	1,38%	10,00	1,85	86,50	77,56	1,115
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-1	44,20	12,50	10,00	0,42%	15,00	4,23	173,50	138,23	1,255
	FS-8	45,83	12,50	10,00	0,42%	10,00	4,23	150,30	126,14	1,192
	FS-10	45,50	12,50	10,00	0,42%	20,00	4,23	191,40	154,86	1,236
	FS-19	43,12	12,50	10,00	0,35%	15,00	4,23	136,50	144,85	0,942
Shaaban, Gesund (1994)	SFO-1	33,37	8,25	6,00	1,15%	6,35	4,00	88,98	57,49	1,548
	SFO-2	39,02	8,25	6,00	1,15%	6,35	4,00	111,23	53,41	2,083
	SFO-3	31,02	8,25	6,00	1,15%	6,35	4,00	80,09	59,00	1,357
	SFO-4	31,71	8,25	6,00	1,15%	6,35	4,00	93,44	54,08	1,728
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	A1	29,60	5,50	3,90	1,12%	10,00	1,63	58,76	45,52	1,291
	B1	31,40	7,50	5,50	1,12%	10,00	1,63	91,80	83,46	1,100
Vargas (1997)	L1	26,00	6,00	4,00	1,38%	10,00	2,00	80,00	37,28	2,146
	L7	88,70	6,00	4,00	1,38%	10,00	2,00	101,00	63,54	1,589
Azevedo (1999)	OSC.S1	47,73	10,00	8,00	1,57%	8,00	2,90	176,48	151,57	1,164
	HSC.S1	86,65	10,00	8,00	1,57%	8,00	2,90	190,72	201,73	0,945
McHarg <i>et al.</i> (2000)	NU	30,00	15,00	10,90	0,82%	22,50	5,75	306,00	153,86	1,989
	NB	30,00	15,00	10,90	1,59%	22,50	5,75	349,00	236,68	1,475
Musse (2004)	L1	41,50	13,00	9,00	1,38%	15,00	4,50	309,00	144,59	2,137
De Hanai, Holanda (2008)	L1	23,10	10,00	8,00	1,25%	8,00	2,90	137,20	104,18	1,317
	L4	57,00	10,00	8,00	1,25%	8,00	2,90	192,86	144,56	1,334
Cheng, Parra- Montesinos (2010)	S1	47,70	15,00	12,70	0,83%	15,20	3,80	433,00	265,22	1,633
	S2	47,70	15,00	12,70	0,56%	15,20	3,80	379,00	212,89	1,780
Nguyen-Minh, Rovnak, Tran- Quoc (2012)	A0	27,10	12,50	10,50	0,66%	20,00	2,63	284,00	188,64	1,506
	B0	27,10	12,50	10,50	0,66%	20,00	3,38	275,00	168,13	1,636
	C0	27,10	12,50	10,50	0,66%	20,00	4,13	264,00	154,46	1,709
Gouveia <i>et al.</i> (2014)	ND0	35,90	12,50	10,50	1,00%	20,00	3,54	289,20	259,30	1,115
Barros <i>et al.</i> (2015)	Cf0fc50	57,61	12,50	12,60	0,85%	20,00	2,97	409,11	420,77	0,972
	Cf0fc70	62,63	12,50	12,90	0,81%	20,00	2,97	399,15	461,36	0,865
Alves (2017)	L1-0	41,90	13,00	9,90	1,66%	25,00	4,00	351,00	329,88	1,064

$f_c$  – Resistência média do concreto;

$h$  – Espessura da laje;

$d$  – Altura útil média da laje;

$\rho$  – Taxa de armadura média;

$b_p$  – Lado da seção quadrada do pilar.

$a$  – Vão teórico da laje real a ser simulada, considerando que o a seção da laje onde ocorre o momento nulo ocorre ao redor do pilar à um raio de 20% do vão total da laje.

Fonte: Autor (2020).

Tabela A.5 – Comparaçāo entre resultados normativos.

Pesquisador	Laje	$f_c$ (MPa)	$h$ (cm)	$d$ (cm)	$\rho$ (%)	$b_p$ (cm)	$a$ (m)	$P_{u,exp} / P_{u,NBR}$	$P_{u,exp} / P_{u,ACI}$	$P_{u,exp} / P_{u,EURO}$	$P_{u,exp} / P_{u,MC}$
Narayanan, Darwish (1987)	S1	54,10	6,0	4,5	1,38%	10,00	1,85	1,171	1,453	1,314	1,115
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-1	44,20	12,5	10,0	0,42%	15,00	4,23	1,126	0,860	0,981	1,255
	FS-8	45,83	12,5	10,0	0,42%	10,00	4,23	1,080	0,936	0,941	1,192
	FS-10	45,50	12,5	10,0	0,42%	20,00	4,23	1,110	0,767	0,968	1,236
	FS-19	43,12	12,5	10,0	0,35%	15,00	4,23	0,949	0,685	0,827	0,942
Shaaban, Gesund (1994)	SFO-1	33,37	8,3	6,0	1,15%	6,35	4,00	1,189	1,747	1,213	1,548
	SFO-2	39,02	8,3	6,0	1,15%	6,35	4,00	1,411	2,019	1,440	2,083
	SFO-3	31,02	8,3	6,0	1,15%	6,35	4,00	1,097	1,631	1,119	1,357
	SFO-4	31,71	8,3	6,0	1,15%	6,35	4,00	1,270	1,882	1,296	1,728
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	A1	29,60	5,5	3,9	1,12%	10,00	1,63	1,250	1,596	1,473	1,291
	B1	31,40	7,5	5,5	1,12%	10,00	1,63	1,229	1,566	1,290	1,100
Vargas (1997)	L1	26,00	6,0	4,0	1,38%	10,00	2,00	1,598	2,247	1,867	2,146
	L7	88,70	6,0	4,0	1,38%	10,00	2,00	1,340	1,742	1,566	1,589
Azevedo (1999)	OSC.S1	47,73	10,0	8,0	1,57%	8,00	2,90	1,177	1,683	1,097	1,164
	HSC.S1	86,65	10,0	8,0	1,57%	8,00	2,90	1,042	1,513	0,972	0,945
McHarg <i>et al.</i> (2000)	NU	30,00	15,0	10,9	0,82%	22,50	5,75	1,391	1,242	1,183	1,989
	NB	30,00	15,0	10,9	1,59%	22,50	5,75	1,271	1,417	1,081	1,475
Musse (2004)	L1	41,50	13,0	9,0	1,38%	15,00	4,50	1,589	1,818	1,429	2,137
De Hanai, Holanda (2008)	L1	23,10	10,0	8,0	1,25%	8,00	2,90	1,256	1,880	1,170	1,317
	L4	57,00	10,0	8,0	1,25%	8,00	2,90	1,306	1,683	1,217	1,334
Cheng, Parra-Montesinos (2010)	S1	47,70	15,0	12,7	0,83%	15,20	3,80	1,548	1,476	1,261	1,633
	S2	47,70	15,0	12,7	0,56%	15,20	3,80	1,545	1,292	1,258	1,780
Nguyen-Minh, Rovnak, Tran-Quoc (2012)	A0	27,10	12,5	10,5	0,66%	20,00	2,63	1,577	1,385	1,355	1,506
	B0	27,10	12,5	10,5	0,66%	20,00	3,38	1,527	1,341	1,313	1,636
	C0	27,10	12,5	10,5	0,66%	20,00	4,13	1,466	1,287	1,260	1,709
Gouveia <i>et al.</i> (2014)	ND0	35,90	12,5	10,5	1,00%	20,00	3,54	1,273	1,225	1,094	1,115
Barros <i>et al.</i> (2015)	Cf0fc50	57,61	12,5	12,6	0,85%	20,00	2,97	1,267	1,077	1,034	0,972
	Cf0fc70	62,63	12,5	12,9	0,81%	20,00	2,97	1,183	0,977	0,959	0,865
Alves (2017)	L1-0	41,90	13,0	9,9	1,66%	25,00	4,00	1,220	1,258	1,067	1,064
Média	-	-	-	-	-	-	-	1,292	1,437	1,208	1,421

$f_c$  – Resistência média do concreto;

$h$  – Espessura da laje;

$d$  – Altura útil média da laje;

$\rho$  – Taxa de armadura média;

$b_p$  – Lado da seção quadrada do pilar.

$a$  – Vāo teórico da laje real a ser simulada, considerando que a seção da laje onde ocorre o momento nulo ocorre ao redor do pilar à um raio de 20% do vāo total da laje.

Fonte: Autor (2020).

## APÊNDICE B – BANCO DE DADOS EXPERIMENTAIS

Tabela B.1 – Banco de dados experimentais.

Pesquisador	Laje	Teor de fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	Espessura da laje (cm)	$\rho$ (adim)	Dimensões do pilar (cm)	Carga de ruptura experimental (kN)	Carga de ruptura prevista (kN)	$P_{exp}/P_{NBR}$
Narayanan, Darwish (1987)	S1	0,00	54,10	6,00	1,38%	10,00	86,50	73,88	1,171
	S2	0,25	65,10	6,00	1,38%	10,00	93,40	78,59	1,189
	S3	0,50	55,90	6,00	1,38%	10,00	102,00	74,69	1,366
	S4	0,75	57,50	6,00	1,38%	10,00	107,50	75,40	1,426
	S5	1,00	66,20	6,00	1,38%	10,00	113,60	79,03	1,438
	S6	1,25	66,30	6,00	1,38%	10,00	122,20	79,07	1,546
	S7	1,00	58,70	6,00	1,20%	10,00	92,60	72,52	1,277
	S8	1,00	56,60	6,00	1,56%	10,00	111,10	78,14	1,422
	S9	1,00	54,40	6,00	1,72%	10,00	111,30	79,74	1,396
	S10	1,00	59,50	6,00	1,90%	10,00	113,30	84,84	1,335
	S11	1,00	37,20	6,00	1,38%	10,00	82,10	65,21	1,259
	S12	1,00	40,50	6,00	1,38%	10,00	84,90	67,09	1,266
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-1	0,00	44,20	12,50	0,42%	15,00	173,50	154,15	1,126
	FS-2	0,50	42,50	12,50	0,42%	15,00	225,00	152,15	1,479
	FS-3	1,00	44,56	12,50	0,42%	15,00	247,40	154,57	1,601
	FS-4	1,00	46,67	12,50	0,42%	15,00	224,40	156,97	1,430
	FS-5	1,00	47,50	12,50	0,35%	15,00	198,10	148,59	1,333
	FS-6	1,00	44,60	12,50	0,35%	15,00	174,50	145,50	1,199
	FS-7	1,00	45,80	12,50	0,35%	15,00	192,40	146,79	1,311
	FS-8	0,00	45,83	12,50	0,42%	10,00	150,30	139,22	1,080

Pesquisador	Laje	Teor de fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	Espessura da laje (cm)	$\rho$ (adim)	Dimensões do pilar (cm)	Carga de ruptura experimental (kN)	Carga de ruptura prevista (kN)	$P_{exp}/P_{NBR}$
Shaaban, Gesund (1994)	FS-9	1,00	44,50	12,50	0,42%	10,00	216,60	137,86	1,571
	FS-10	0,00	45,50	12,50	0,42%	20,00	191,40	172,42	1,110
	FS-11	1,00	42,80	12,50	0,42%	20,00	259,80	168,94	1,538
	FS-12	1,00	45,10	12,50	0,42%	15,00	217,50	155,19	1,401
	FS-13	1,00	41,85	12,50	0,42%	15,00	235,50	151,37	1,556
	FS-14	1,00	43,73	12,50	0,42%	15,00	239,50	153,60	1,559
	FS-15	1,00	39,05	12,50	0,42%	15,00	238,00	147,92	1,609
	FS-16	1,00	34,90	12,50	0,42%	15,00	227,80	142,48	1,599
	FS-17	1,00	58,56	12,50	0,42%	15,00	268,40	169,31	1,585
	FS-18	1,00	17,75	12,50	0,42%	15,00	166,00	113,73	1,460
Shaaban, Gesund (1994)	FS-19	0,00	43,12	12,50	0,35%	15,00	136,50	143,87	0,949
	FS-20	1,00	46,30	12,50	0,35%	15,00	211,00	147,32	1,432
	SFO-1	0,00	33,37	8,25	1,15%	6,35	88,98	74,84	1,189
	SFO-2	0,00	39,02	8,25	1,15%	6,35	111,23	78,85	1,411
	SFO-3	0,00	31,02	8,25	1,15%	6,35	80,09	73,04	1,097
	SFO-4	0,00	31,71	8,25	1,15%	6,35	93,44	73,58	1,270
	SF2-1	2,00	34,47	8,25	1,15%	6,35	93,44	75,65	1,235
	SF2-2	2,00	37,23	8,25	1,15%	6,35	111,23	77,62	1,433
	SF2-3	2,00	29,64	8,25	1,15%	6,35	71,19	71,94	0,990
	SF3-1	3,10	37,64	8,25	1,15%	6,35	106,79	77,91	1,371
	SF4-1	3,90	46,75	8,25	1,15%	6,35	133,48	83,74	1,594
	SF4-2	3,90	36,54	8,25	1,15%	6,35	115,69	77,14	1,500
	SF6-1	6,10	22,34	8,25	1,15%	6,35	97,89	65,47	1,495
	SF6-2	6,40	22,06	8,25	1,15%	6,35	102,34	65,20	1,570

Pesquisador	Laje	Teor de fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	Espessura da laje (cm)	$\rho$ (adim)	Dimensões do pilar (cm)	Carga de ruptura experimental (kN)	Carga de ruptura prevista (kN)	$P_{exp}/P_{NBR}$
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	A1	0,00	29,60	5,50	1,10%	10,00	58,76	47,02	1,250
	A2	0,45	30,00	5,50	1,10%	10,00	63,62	47,23	1,347
	A3	0,80	31,40	5,50	1,10%	10,00	73,08	47,96	1,524
	A4	1,00	24,60	5,50	1,10%	10,00	64,69	44,21	1,463
	A5	2,00	20,00	5,50	1,10%	10,00	58,33	41,26	1,414
	B1	0,00	31,40	7,50	1,14%	10,00	91,80	74,70	1,229
	B2	0,45	31,40	7,50	1,14%	10,00	105,92	74,70	1,418
	B3	0,80	31,80	7,50	1,14%	10,00	108,37	75,02	1,445
	B4	1,00	29,10	7,50	1,14%	10,00	108,76	72,83	1,493
	B5	2,00	29,20	7,50	1,14%	10,00	134,49	72,92	1,844
Vargas (1997)	L1	0,00	26,00	6,00	1,38%	10,00	80,00	50,07	1,598
	L2	0,75	31,50	6,00	1,38%	10,00	84,00	53,38	1,574
	L3	1,50	31,60	6,00	1,38%	10,00	97,00	53,44	1,815
	L7	0,00	88,70	6,00	1,38%	10,00	101,00	75,38	1,340
	L8	0,75	79,00	6,00	1,38%	10,00	112,00	72,53	1,544
	L9	1,50	93,00	6,00	1,38%	10,00	136,00	76,58	1,776
Azevedo (1999)	OSC.S1	0,00	47,73	10,00	1,57%	8,00	176,48	149,99	1,177
	OSC.S2	0,75	46,42	10,00	1,57%	8,00	191,96	148,60	1,292
	OSC.S3	1,50	30,38	10,00	1,57%	8,00	197,61	129,02	1,532
	HSC.S1	0,00	86,65	10,00	1,57%	8,00	190,72	182,97	1,042
	HSC.S2	0,75	81,85	10,00	1,57%	8,00	206,81	179,53	1,152
	HSC.S3	1,50	79,30	10,00	1,57%	8,00	293,93	177,65	1,655
McHarg et al (2000)	NU	0,00	30,00	15,00	0,82%	22,50	306,00	219,91	1,391
	NB	0,00	30,00	15,00	1,59%	22,50	349,00	274,53	1,271

Pesquisador	Laje	Teor de fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	Espessura da laje (cm)	$\rho$ (adim)	Dimensões do pilar (cm)	Carga de ruptura experimental (kN)	Carga de ruptura prevista (kN)	$P_{exp}/P_{NBR}$
Musse (2004)	FSU	0,50	41,50	15,00	0,82%	22,50	422,00	245,03	1,722
	FSB	0,50	41,50	15,00	1,59%	22,50	438,00	305,89	1,432
	L1	0,00	41,50	13,00	1,38%	15,00	309,00	194,44	1,589
	LF1	0,90	35,80	13,00	1,38%	15,00	390,00	185,09	2,107
De Hanai, Holanda (2008)	L1	0,00	23,10	10,00	1,25%	8,00	137,20	109,27	1,256
	L2	1,00	24,40	10,00	1,25%	8,00	139,55	111,29	1,254
	L3	2,00	28,10	10,00	1,25%	8,00	163,62	116,65	1,403
	L4	0,00	57,00	10,00	1,25%	8,00	192,86	147,66	1,306
	L5	1,00	59,70	10,00	1,25%	8,00	215,14	149,96	1,435
	L6	2,00	52,40	10,00	1,25%	8,00	236,17	143,58	1,645
	L7	0,75	36,60	10,00	1,25%	8,00	182,85	127,39	1,435
	L8	1,00	46,10	10,00	1,25%	8,00	210,90	137,58	1,533
Cheng, Parra-Montesinos (2010)	S1	0,00	47,70	15,00	0,83%	15,20	433,00	279,64	1,548
	S2	0,00	47,70	15,00	0,56%	15,20	379,00	245,27	1,545
	S3	1,00	25,40	15,00	0,83%	15,20	386,00	226,66	1,703
	S4	1,00	25,40	15,00	0,56%	15,20	389,00	198,80	1,957
	S5	1,50	59,30	15,00	0,83%	15,20	530,00	300,69	1,763
	S6	1,50	57,90	15,00	0,56%	15,20	444,00	261,64	1,697
	S7	1,50	31,00	15,00	0,83%	15,20	522,00	242,23	2,155
	S8	1,50	31,00	15,00	0,56%	15,20	472,00	212,45	2,222
	S9	1,50	59,10	15,00	0,83%	15,20	530,00	300,35	1,765
	S10	1,50	59,10	15,00	0,56%	15,20	503,00	263,43	1,909
Nguyen-Minh, Rovnak, Tran-Quoc (2012)	A0	0,00	27,10	12,50	0,66%	20,00	284,00	180,08	1,577
	A1	0,38	27,90	12,50	0,66%	20,00	330,00	181,83	1,815

Pesquisador	Laje	Teor de fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	Espessura da laje (cm)	$\rho$ (adim)	Dimensões do pilar (cm)	Carga de ruptura experimental (kN)	Carga de ruptura prevista (kN)	$P_{exp}/P_{NBR}$
Pesquisador 1	A2	0,57	29,20	12,50	0,66%	20,00	345,00	184,62	1,869
	A3	0,77	31,60	12,50	0,66%	20,00	397,00	189,54	2,095
	B0	0,00	27,10	12,50	0,66%	20,00	275,00	180,08	1,527
	B1	0,38	27,90	12,50	0,66%	20,00	328,00	181,83	1,804
	B2	0,57	29,20	12,50	0,66%	20,00	337,00	184,62	1,825
	B3	0,77	31,60	12,50	0,66%	20,00	347,00	189,54	1,831
	C0	0,00	27,10	12,50	0,66%	20,00	264,00	180,08	1,466
	C1	0,38	27,90	12,50	0,66%	20,00	307,00	181,83	1,688
	C2	0,57	29,20	12,50	0,66%	20,00	310,00	184,62	1,679
	C3	0,77	31,60	12,50	0,66%	20,00	326,00	189,54	1,720
Gouveia et al (2014)	ND0	0,00	35,90	12,50	1,00%	20,00	289,20	227,16	1,273
	ND1	0,50	33,80	12,50	1,00%	20,00	296,00	222,64	1,330
	ND2	0,75	31,80	12,50	1,00%	20,00	369,30	218,16	1,693
	ND3	0,75	46,20	12,50	1,00%	20,00	450,70	247,08	1,824
	ND4	1,00	45,80	12,50	1,00%	20,00	456,00	246,37	1,851
	ND5	1,25	44,50	12,50	1,00%	20,00	474,40	244,01	1,944
Barros et al (2015)	Cf0fc50	0,00	57,61	12,50	0,85%	20,00	409,11	322,77	1,267
	Cf60fc50	0,64	51,90	12,50	0,80%	20,00	386,08	319,06	1,210
	Cf75fc50	0,96	55,68	12,50	0,89%	20,00	408,03	309,94	1,317
	Cf90fc50	1,15	56,39	12,50	0,77%	20,00	456,53	334,35	1,365
	Cf0fc70	0,00	62,63	12,50	0,81%	20,00	399,15	337,45	1,183
	Cf60fc70	0,64	63,77	12,50	0,82%	20,00	462,03	337,20	1,370
	Cf75fc70	0,96	70,02	12,50	0,95%	20,00	496,34	326,61	1,520
	Cf90fc70	1,15	57,63	12,50	0,96%	20,00	495,58	303,61	1,632

Pesquisador	Laje	Teor de fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	Espessura da laje (cm)	$\rho$ (adim)	Dimensões do pilar (cm)	Carga de ruptura experimental (kN)	Carga de ruptura prevista (kN)	$P_{exp}/P_{NBR}$
Alves (2017)	1	0,00	41,90	13,00	1,66%	25,00	351,00	287,59	1,220
	2	0,64	42,60	13,00	1,66%	25,00	469,00	289,19	1,622
	3	0,77	45,90	13,00	1,66%	25,00	594,00	296,47	2,004

Fonte: Autor (2020).

## APÊNDICE C – TABELAS DE RESULTADOS

Tabela C.1 – Tabela de dados: Função linear.

Pesquisador	Laje	Teor de fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	Espessura da laje (cm)	$\rho$ (adim)	Dimensões do pilar (cm)	$k$	$R_{e,t}$
Narayanan, Darwish (1987)	S2	0,25	65,10	6,00	1,38%	10,00	0,436	1,072
Narayanan, Darwish (1987)	S3	0,50	55,90	6,00	1,38%	10,00	0,276	1,200
Narayanan, Darwish (1987)	S4	0,75	57,50	6,00	1,38%	10,00	0,276	1,181
Narayanan, Darwish (1987)	S5	1,00	66,20	6,00	1,38%	10,00	0,436	1,001
Narayanan, Darwish (1987)	S6	1,25	66,30	6,00	1,38%	10,00	0,436	1,000
Narayanan, Darwish (1987)	S7	1,00	58,70	6,00	1,20%	10,00	0,276	1,001
Narayanan, Darwish (1987)	S8	1,00	56,60	6,00	1,56%	10,00	0,276	1,114
Narayanan, Darwish (1987)	S9	1,00	54,40	6,00	1,72%	10,00	0,276	1,094
Narayanan, Darwish (1987)	S10	1,00	59,50	6,00	1,90%	10,00	0,276	1,046
Narayanan, Darwish (1987)	S11	1,00	37,20	6,00	1,38%	10,00	0,117	1,127
Narayanan, Darwish (1987)	S12	1,00	40,50	6,00	1,38%	10,00	0,152	1,098
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-2	0,50	42,50	12,50	0,42%	15,00	0,152	1,374
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-3	1,00	44,56	12,50	0,42%	15,00	0,152	1,389
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-4	1,00	46,67	12,50	0,42%	15,00	0,152	1,240
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-5	1,00	47,50	12,50	0,35%	15,00	0,152	1,157
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-6	1,00	44,60	12,50	0,35%	15,00	0,152	1,041
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-7	1,00	45,80	12,50	0,35%	15,00	0,152	1,137
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-9	1,00	44,50	12,50	0,42%	10,00	0,152	1,363
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-11	1,00	42,80	12,50	0,42%	20,00	0,152	1,334
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-12	1,00	45,10	12,50	0,42%	15,00	0,152	1,216

Pesquisador	Laje	Teor de fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	Espessura da laje (cm)	$\rho$ (adim)	Dimensões do pilar (cm)	$k$	$R_{e,t}$
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-13	1,00	41,85	12,50	0,42%	15,00	0,152	1,350
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-14	1,00	43,73	12,50	0,42%	15,00	0,152	1,353
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-15	1,00	39,05	12,50	0,42%	15,00	0,117	1,440
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-16	1,00	34,90	12,50	0,42%	15,00	0,117	1,431
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-17	1,00	58,56	12,50	0,42%	15,00	0,276	1,242
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-18	1,00	17,75	12,50	0,42%	15,00	0,201	1,215
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-20	1,00	46,30	12,50	0,35%	15,00	0,152	1,243
Shaaban, Gesund (1994)	SF2-1	2,00	34,47	8,25	1,15%	6,35	0,117	1,000
Shaaban, Gesund (1994)	SF2-2	2,00	37,23	8,25	1,15%	6,35	0,117	1,160
Shaaban, Gesund (1994)	SF2-3	2,00	29,64	8,25	1,15%	6,35	0,201	0,706*
Shaaban, Gesund (1994)	SF3-1	3,10	37,64	8,25	1,15%	6,35	0,117	1,005
Shaaban, Gesund (1994)	SF4-1	3,90	46,75	8,25	1,15%	6,35	0,152	1,000
Shaaban, Gesund (1994)	SF4-2	3,90	36,54	8,25	1,15%	6,35	0,117	1,029
Shaaban, Gesund (1994)	SF6-1	6,10	22,34	8,25	1,15%	6,35	0,201	1,169
Shaaban, Gesund (1994)	SF6-2	6,40	22,06	8,25	1,15%	6,35	0,201	1,237
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	A2	0,45	30,00	5,50	1,10%	10,00	0,201	1,235
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	A3	0,80	31,40	5,50	1,10%	10,00	0,117	1,393
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	A4	1,00	24,60	5,50	1,10%	10,00	0,201	1,218
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	A5	2,00	20,00	5,50	1,10%	10,00	0,201	1,008
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	B2	0,45	31,40	7,50	1,14%	10,00	0,117	1,347
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	B3	0,80	31,80	7,50	1,14%	10,00	0,117	1,320
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	B4	1,00	29,10	7,50	1,14%	10,00	0,201	1,243
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	B5	2,00	29,20	7,50	1,14%	10,00	0,201	1,315
Azevedo (1999)	OSC.S2	0,75	46,42	10,00	1,57%	8,00	0,152	1,159

Pesquisador	Laje	Teor de fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	Espessura da laje (cm)	$\rho$ (adim)	Dimensões do pilar (cm)	$k$	$R_{e,t}$
Azevedo (1999)	OSC.S3	1,50	30,38	10,00	1,57%	8,00	0,117	1,302
Azevedo (1999)	HSC.S2	0,75	81,85	10,00	1,57%	8,00	0,202	1,000
Azevedo (1999)	HSC.S3	1,50	79,30	10,00	1,57%	8,00	0,436	1,000
McHarg <i>et. al.</i> (2000)	FSU	0,50	41,50	15,00	0,82%	22,50	0,152	1,600
McHarg <i>et. al.</i> (2000)	FSB	0,50	41,50	15,00	1,59%	22,50	0,152	1,330
De Hanai, Holanda (2008)	L2	1,00	24,40	10,00	1,25%	8,00	0,201	1,044
De Hanai, Holanda (2008)	L3	2,00	28,10	10,00	1,25%	8,00	0,201	1,000
De Hanai, Holanda (2008)	L5	1,00	59,70	10,00	1,25%	8,00	0,276	1,124
De Hanai, Holanda (2008)	L6	2,00	52,40	10,00	1,25%	8,00	0,276	1,060
De Hanai, Holanda (2008)	L7	0,75	36,60	10,00	1,25%	8,00	0,117	1,319
De Hanai, Holanda (2008)	L8	1,00	46,10	10,00	1,25%	8,00	0,152	1,330
Gouveia <i>et. al.</i> (2014)	ND1	0,50	33,80	12,50	1,00%	20,00	0,117	1,256
Gouveia <i>et. al.</i> (2014)	ND2	0,75	31,80	12,50	1,00%	20,00	0,117	1,556
Gouveia <i>et. al.</i> (2014)	ND3	0,75	46,20	12,50	1,00%	20,00	0,152	1,637
Gouveia <i>et. al.</i> (2014)	ND4	1,00	45,80	12,50	1,00%	20,00	0,152	1,606
Gouveia <i>et. al.</i> (2014)	ND5	1,25	44,50	12,50	1,00%	20,00	0,152	1,633
Barros <i>et. al.</i> (2015)	Cf60fc50	0,64	51,90	12,50	0,80%	20,00	0,276	1,028
Barros <i>et. al.</i> (2015)	Cf75fc50	0,96	55,68	12,50	0,89%	20,00	0,276	1,041
Barros <i>et. al.</i> (2015)	Cf90fc50	1,15	56,39	12,50	0,77%	20,00	0,276	1,036
Barros <i>et. al.</i> (2015)	Cf60fc70	0,64	63,77	12,50	0,82%	20,00	0,436	1,071
Barros <i>et. al.</i> (2015)	Cf75fc70	0,96	70,02	12,50	0,95%	20,00	0,436	1,071
Barros <i>et. al.</i> (2015)	Cf90fc70	1,15	57,63	12,50	0,96%	20,00	0,276	1,239
Alves (2017)	2	0,64	42,60	13,00	1,66%	25,00	0,152	1,478
Alves (2017)	3	0,77	45,90	13,00	1,66%	25,00	0,152	1,793

Pesquisador	Laje	Teor de fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	Espessura da laje (cm)	$\rho$ (adim)	Dimensões do pilar (cm)	$k$	$R_{e,t}$
* O valor de $R_{e,t}$ ainda seria menor do que um, no caso de utilizar a formulação da norma, indicando a impossibilidade deste resultado ser maior do que um com o uso da função de ajuste.								

Fonte: Autor (2020).

Tabela C.2 – Tabela de dados: Função exponencial.

Pesquisador	Laje	Teor de fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	Espessura da laje (cm)	$\rho$ (adim)	Dimensões do pilar (cm)	$k$	$R_{e,t}$
Narayanan, Darwish (1987)	S2	0,25	65,10	6,00	1,38%	10,00	0,348	1,089
Narayanan, Darwish (1987)	S3	0,50	55,90	6,00	1,38%	10,00	0,244	1,208
Narayanan, Darwish (1987)	S4	0,75	57,50	6,00	1,38%	10,00	0,244	1,187
Narayanan, Darwish (1987)	S5	1,00	66,20	6,00	1,38%	10,00	0,348	1,015
Narayanan, Darwish (1987)	S6	1,25	66,30	6,00	1,38%	10,00	0,348	1,000
Narayanan, Darwish (1987)	S7	1,00	58,70	6,00	1,20%	10,00	0,244	1,000
Narayanan, Darwish (1987)	S8	1,00	56,60	6,00	1,56%	10,00	0,244	1,113
Narayanan, Darwish (1987)	S9	1,00	54,40	6,00	1,72%	10,00	0,244	1,093
Narayanan, Darwish (1987)	S10	1,00	59,50	6,00	1,90%	10,00	0,244	1,046
Narayanan, Darwish (1987)	S11	1,00	37,20	6,00	1,38%	10,00	0,102	1,137
Narayanan, Darwish (1987)	S12	1,00	40,50	6,00	1,38%	10,00	0,120	1,123
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-2	0,50	42,50	12,50	0,42%	15,00	0,120	1,393
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-3	1,00	44,56	12,50	0,42%	15,00	0,120	1,420
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-4	1,00	46,67	12,50	0,42%	15,00	0,120	1,269
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-5	1,00	47,50	12,50	0,35%	15,00	0,120	1,183
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-6	1,00	44,60	12,50	0,35%	15,00	0,120	1,064
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-7	1,00	45,80	12,50	0,35%	15,00	0,120	1,163

Pesquisador	Laje	Teor de fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	Espessura da laje (cm)	$\rho$ (adim)	Dimensões do pilar (cm)	$k$	$R_{e,t}$
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-9	1,00	44,50	12,50	0,42%	10,00	0,120	1,394
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-11	1,00	42,80	12,50	0,42%	20,00	0,120	1,365
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-12	1,00	45,10	12,50	0,42%	15,00	0,120	1,244
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-13	1,00	41,85	12,50	0,42%	15,00	0,120	1,381
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-14	1,00	43,73	12,50	0,42%	15,00	0,120	1,384
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-15	1,00	39,05	12,50	0,42%	15,00	0,102	1,453
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-16	1,00	34,90	12,50	0,42%	15,00	0,102	1,444
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-17	1,00	58,56	12,50	0,42%	15,00	0,244	1,242
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-18	1,00	17,75	12,50	0,42%	15,00	0,169	1,232
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-20	1,00	46,30	12,50	0,35%	15,00	0,120	1,271
Shaaban, Gesund (1994)	SF2-1	2,00	34,47	8,25	1,15%	6,35	0,102	1,008
Shaaban, Gesund (1994)	SF2-2	2,00	37,23	8,25	1,15%	6,35	0,102	1,169
Shaaban, Gesund (1994)	SF2-3	2,00	29,64	8,25	1,15%	6,35	0,169	0,705*
Shaaban, Gesund (1994)	SF3-1	3,10	37,64	8,25	1,15%	6,35	0,102	1,000
Shaaban, Gesund (1994)	SF4-1	3,90	46,75	8,25	1,15%	6,35	0,120	1,000
Shaaban, Gesund (1994)	SF4-2	3,90	36,54	8,25	1,15%	6,35	0,102	1,009
Shaaban, Gesund (1994)	SF6-1	6,10	22,34	8,25	1,15%	6,35	0,169	1,169
Shaaban, Gesund (1994)	SF6-2	6,40	22,06	8,25	1,15%	6,35	0,169	1,237
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	A2	0,45	30,00	5,50	1,10%	10,00	0,169	1,248
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	A3	0,80	31,40	5,50	1,10%	10,00	0,102	1,405
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	A4	1,00	24,60	5,50	1,10%	10,00	0,169	1,235
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	A5	2,00	20,00	5,50	1,10%	10,00	0,169	1,008
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	B2	0,45	31,40	7,50	1,14%	10,00	0,102	1,354
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	B3	0,80	31,80	7,50	1,14%	10,00	0,102	1,332
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	B4	1,00	29,10	7,50	1,14%	10,00	0,169	1,261

Pesquisador	Laje	Teor de fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	Espessura da laje (cm)	$\rho$ (adim)	Dimensões do pilar (cm)	$k$	$R_{e,t}$
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	B5	2,00	29,20	7,50	1,14%	10,00	0,169	1,315
Azevedo (1999)	OSC.S2	0,75	46,42	10,00	1,57%	8,00	0,120	1,181
Azevedo (1999)	OSC.S3	1,50	30,38	10,00	1,57%	8,00	0,102	1,315
Azevedo (1999)	HSC.S2	0,75	81,85	10,00	1,57%	8,00	0,188	1,000
Azevedo (1999)	HSC.S3	1,50	79,30	10,00	1,57%	8,00	0,336	1,000
McHarg <i>et. al.</i> (2000)	FSU	0,50	41,50	15,00	0,82%	22,50	0,120	1,622
McHarg <i>et. al.</i> (2000)	FSB	0,50	41,50	15,00	1,59%	22,50	0,120	1,349
De Hanai, Holanda (2008)	L2	1,00	24,40	10,00	1,25%	8,00	0,169	1,059
De Hanai, Holanda (2008)	L3	2,00	28,10	10,00	1,25%	8,00	0,169	1,000
De Hanai, Holanda (2008)	L5	1,00	59,70	10,00	1,25%	8,00	0,244	1,124
De Hanai, Holanda (2008)	L6	2,00	52,40	10,00	1,25%	8,00	0,244	1,009
De Hanai, Holanda (2008)	L7	0,75	36,60	10,00	1,25%	8,00	0,102	1,330
De Hanai, Holanda (2008)	L8	1,00	46,10	10,00	1,25%	8,00	0,120	1,360
Gouveia <i>et. al.</i> (2014)	ND1	0,50	33,80	12,50	1,00%	20,00	0,102	1,264
Gouveia <i>et. al.</i> (2014)	ND2	0,75	31,80	12,50	1,00%	20,00	0,102	1,568
Gouveia <i>et. al.</i> (2014)	ND3	0,75	46,20	12,50	1,00%	20,00	0,120	1,668
Gouveia <i>et. al.</i> (2014)	ND4	1,00	45,80	12,50	1,00%	20,00	0,120	1,642
Gouveia <i>et. al.</i> (2014)	ND5	1,25	44,50	12,50	1,00%	20,00	0,120	1,674
Barros <i>et. al.</i> (2015)	Cf60fc50	0,64	51,90	12,50	0,80%	20,00	0,244	1,035
Barros <i>et. al.</i> (2015)	Cf75fc50	0,96	55,68	12,50	0,89%	20,00	0,244	1,041
Barros <i>et. al.</i> (2015)	Cf90fc50	1,15	56,39	12,50	0,77%	20,00	0,244	1,031
Barros <i>et. al.</i> (2015)	Cf60fc70	0,64	63,77	12,50	0,82%	20,00	0,348	1,097
Barros <i>et. al.</i> (2015)	Cf75fc70	0,96	70,02	12,50	0,95%	20,00	0,336	1,101
Barros <i>et. al.</i> (2015)	Cf90fc70	1,15	57,63	12,50	0,96%	20,00	0,244	1,232
Alves (2017)	2	0,64	42,60	13,00	1,66%	25,00	0,120	1,502

Pesquisador	Laje	Teor de fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	Espessura da laje (cm)	$\rho$ (adim)	Dimensões do pilar (cm)	$k$	$R_{e,t}$
Alves (2017)	3	0,77	45,90	13,00	1,66%	25,00	0,120	1,827

\* O valor de  $R_{e,t}$  ainda seria menor do que um, no caso de utilizar a formulação da norma, indicando a impossibilidade deste resultado ser maior do que um com o uso da função de ajuste.

Fonte: Autor (2020).

Tabela C.3 – Tabela de dados: Função logarítmica.

Pesquisador	Laje	Teor de fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	Espessura da laje (cm)	$\rho$ (adim)	Dimensões do pilar (cm)	$k$	$R_{e,t}$
Narayanan, Darwish (1987)	S2	0,25	65,10	6,00	1,38%	10,00	0,548	1,053
Narayanan, Darwish (1987)	S3	0,50	55,90	6,00	1,38%	10,00	0,319	1,189
Narayanan, Darwish (1987)	S4	0,75	57,50	6,00	1,38%	10,00	0,319	1,174
Narayanan, Darwish (1987)	S5	1,00	66,20	6,00	1,38%	10,00	0,548	1,000
Narayanan, Darwish (1987)	S6	1,25	66,30	6,00	1,38%	10,00	0,548	1,016
Narayanan, Darwish (1987)	S7	1,00	58,70	6,00	1,20%	10,00	0,319	1,000
Narayanan, Darwish (1987)	S8	1,00	56,60	6,00	1,56%	10,00	0,319	1,113
Narayanan, Darwish (1987)	S9	1,00	54,40	6,00	1,72%	10,00	0,319	1,093
Narayanan, Darwish (1987)	S10	1,00	59,50	6,00	1,90%	10,00	0,319	1,046
Narayanan, Darwish (1987)	S11	1,00	37,20	6,00	1,38%	10,00	0,132	1,120
Narayanan, Darwish (1987)	S12	1,00	40,50	6,00	1,38%	10,00	0,208	1,064
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-2	0,50	42,50	12,50	0,42%	15,00	0,208	1,346
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-3	1,00	44,56	12,50	0,42%	15,00	0,208	1,346
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-4	1,00	46,67	12,50	0,42%	15,00	0,208	1,202
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-5	1,00	47,50	12,50	0,35%	15,00	0,208	1,121
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-6	1,00	44,60	12,50	0,35%	15,00	0,208	1,009

Pesquisador	Laje	Teor de fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	Espessura da laje (cm)	$\rho$ (adim)	Dimensões do pilar (cm)	$k$	$R_{e,t}$
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-7	1,00	45,80	12,50	0,35%	15,00	0,208	1,102
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-9	1,00	44,50	12,50	0,42%	10,00	0,208	1,321
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-11	1,00	42,80	12,50	0,42%	20,00	0,208	1,293
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-12	1,00	45,10	12,50	0,42%	15,00	0,208	1,179
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-13	1,00	41,85	12,50	0,42%	15,00	0,208	1,309
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-14	1,00	43,73	12,50	0,42%	15,00	0,208	1,311
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-15	1,00	39,05	12,50	0,42%	15,00	0,132	1,432
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-16	1,00	34,90	12,50	0,42%	15,00	0,132	1,423
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-17	1,00	58,56	12,50	0,42%	15,00	0,319	1,241
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-18	1,00	17,75	12,50	0,42%	15,00	0,248	1,195
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-20	1,00	46,30	12,50	0,35%	15,00	0,208	1,205
Shaaban, Gesund (1994)	SF2-1	2,00	34,47	8,25	1,15%	6,35	0,132	1,001
Shaaban, Gesund (1994)	SF2-2	2,00	37,23	8,25	1,15%	6,35	0,132	1,161
Shaaban, Gesund (1994)	SF2-3	2,00	29,64	8,25	1,15%	6,35	0,248	0,705*
Shaaban, Gesund (1994)	SF3-1	3,10	37,64	8,25	1,15%	6,35	0,132	1,021
Shaaban, Gesund (1994)	SF4-1	3,90	46,75	8,25	1,15%	6,35	0,208	1,000
Shaaban, Gesund (1994)	SF4-2	3,90	36,54	8,25	1,15%	6,35	0,132	1,060
Shaaban, Gesund (1994)	SF6-1	6,10	22,34	8,25	1,15%	6,35	0,248	1,169
Shaaban, Gesund (1994)	SF6-2	6,40	22,06	8,25	1,15%	6,35	0,248	1,237
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	A2	0,45	30,00	5,50	1,10%	10,00	0,248	1,218
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	A3	0,80	31,40	5,50	1,10%	10,00	0,132	1,385
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	A4	1,00	24,60	5,50	1,10%	10,00	0,248	1,198
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	A5	2,00	20,00	5,50	1,10%	10,00	0,248	1,008
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	B2	0,45	31,40	7,50	1,14%	10,00	0,132	1,341
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	B3	0,80	31,80	7,50	1,14%	10,00	0,132	1,313

Pesquisador	Laje	Teor de fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	Espessura da laje (cm)	$\rho$ (adim)	Dimensões do pilar (cm)	$k$	$R_{e,t}$
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	B4	1,00	29,10	7,50	1,14%	10,00	0,248	1,222
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	B5	2,00	29,20	7,50	1,14%	10,00	0,248	1,315
Azevedo (1999)	OSC.S2	0,75	46,42	10,00	1,57%	8,00	0,208	1,128
Azevedo (1999)	OSC.S3	1,50	30,38	10,00	1,57%	8,00	0,132	1,297
Azevedo (1999)	HSC.S2	0,75	81,85	10,00	1,57%	8,00	0,218	1,000
Azevedo (1999)	HSC.S3	1,50	79,30	10,00	1,57%	8,00	0,615	1,001
McHarg <i>et. al.</i> (2000)	FSU	0,50	41,50	15,00	0,82%	22,50	0,208	1,567
McHarg <i>et. al.</i> (2000)	FSB	0,50	41,50	15,00	1,59%	22,50	0,208	1,303
De Hanai, Holanda (2008)	L2	1,00	24,40	10,00	1,25%	8,00	0,248	1,027
De Hanai, Holanda (2008)	L3	2,00	28,10	10,00	1,25%	8,00	0,248	1,000
De Hanai, Holanda (2008)	L5	1,00	59,70	10,00	1,25%	8,00	0,319	1,123
De Hanai, Holanda (2008)	L6	2,00	52,40	10,00	1,25%	8,00	0,319	1,101
De Hanai, Holanda (2008)	L7	0,75	36,60	10,00	1,25%	8,00	0,132	1,312
De Hanai, Holanda (2008)	L8	1,00	46,10	10,00	1,25%	8,00	0,208	1,289
Gouveia <i>et. al.</i> (2014)	ND1	0,50	33,80	12,50	1,00%	20,00	0,132	1,250
Gouveia <i>et. al.</i> (2014)	ND2	0,75	31,80	12,50	1,00%	20,00	0,132	1,547
Gouveia <i>et. al.</i> (2014)	ND3	0,75	46,20	12,50	1,00%	20,00	0,208	1,593
Gouveia <i>et. al.</i> (2014)	ND4	1,00	45,80	12,50	1,00%	20,00	0,208	1,557
Gouveia <i>et. al.</i> (2014)	ND5	1,25	44,50	12,50	1,00%	20,00	0,208	1,579
Barros <i>et. al.</i> (2015)	Cf60fc50	0,64	51,90	12,50	0,80%	20,00	0,319	1,020
Barros <i>et. al.</i> (2015)	Cf75fc50	0,96	55,68	12,50	0,89%	20,00	0,319	1,039
Barros <i>et. al.</i> (2015)	Cf90fc50	1,15	56,39	12,50	0,77%	20,00	0,319	1,040
Barros <i>et. al.</i> (2015)	Cf60fc70	0,64	63,77	12,50	0,82%	20,00	0,548	1,053
Barros <i>et. al.</i> (2015)	Cf75fc70	0,96	70,02	12,50	0,95%	20,00	0,615	1,038
Barros <i>et. al.</i> (2015)	Cf90fc70	1,15	57,63	12,50	0,96%	20,00	0,319	1,243

Pesquisador	Laje	Teor de fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	Espessura da laje (cm)	$\rho$ (adim)	Dimensões do pilar (cm)	$k$	$R_{e,t}$
Alves (2017)	2	0,64	42,60	13,00	1,66%	25,00	0,208	1,442
Alves (2017)	3	0,77	45,90	13,00	1,66%	25,00	0,208	1,744

\* O valor de  $R_{e,t}$  ainda seria menor do que um, no caso de utilizar a formulação da norma, indicando a impossibilidade deste resultado ser maior do que um com o uso da função de ajuste.

Fonte: Autor (2020).

## APÊNDICE D – CÁLCULOS COM OS TRÊS TIPOS DE FUNÇÕES DE AJUSTE

### D.1. FUNÇÃO LINEAR

Os resultados utilizando a função linear são apresentados na Tabela D.1. A Figura D.1, Figura D.2 e Figura D.3 apresentam outros resultados. A barra de erros na Figura D.1 representa o desvio padrão amostral. Detalhes adicionais podem ser observados no Apêndice C deste trabalho.

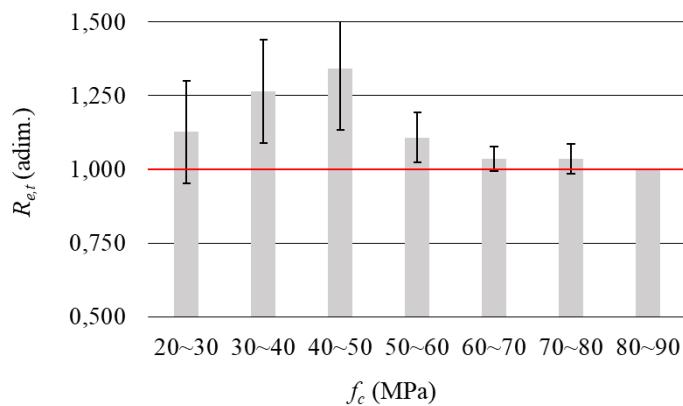
Tabela D.1 – Resultados utilizando a função linear

$f_c$	Quantidade	$k$	$R_{e,t}$				
			Média	Desv. P.	C.V.**	L. I.*	L. S.*
20~30	11	0,201	1,126	0,175	15,51%	1,009	1,244
30~40	14	0,117	1,263	0,175	13,83%	1,162	1,364
40~50	23	0,152	1,342	0,208	15,46%	1,252	1,432
50~60	13	0,276	1,108	0,083	7,51%	1,058	1,158
60~70	4	0,436	1,036	0,041	3,94%	0,971	1,101
70~80	2	0,436	1,035	0,050	4,85%	0,584	1,486
80~90	1	0,202	1,000	-	-	1,009	1,244

\*Este são os limites inferiores e superiores aos quais a média populacional está, com 95% de confiança.  
\*\* Coeficiente de variação em %.

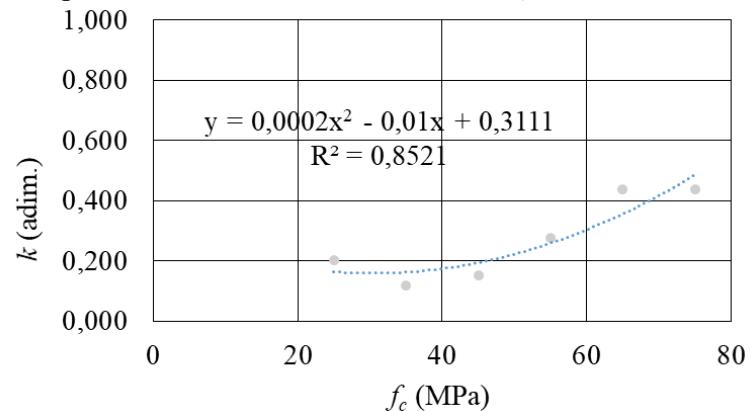
Fonte: Autor (2020).

Figura D.1 – Variação de  $R_{e,t}$  em função da classe de resistência.



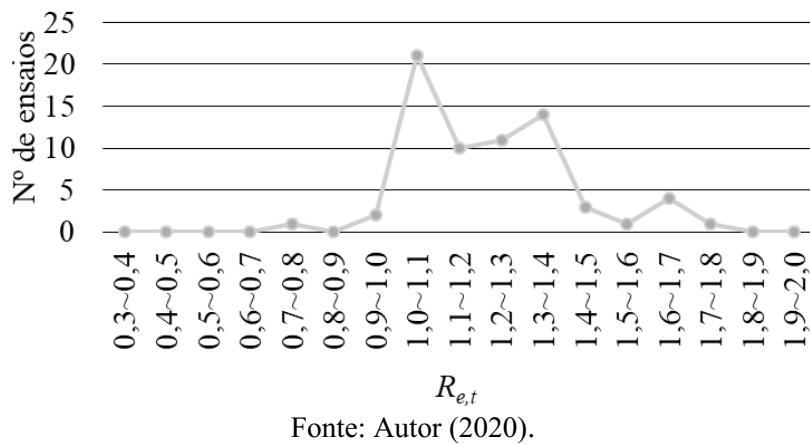
Fonte: Autor (2020).

Figura D.2 – Comportamento do coeficiente  $k$  em função da resistência à compressão



Fonte: Autor (2020).

Figura D.3 – Dispersão de  $R_{e,t}$  em função da quantidade de ensaios.



Fonte: Autor (2020).

## D.2. FUNÇÃO EXPONENCIAL

Os resultados utilizando a função linear são apresentados na Tabela D.2. A Figura D.4, Figura D.5 e Figura D.6 apresentam outros resultados. A barra de erros na Figura D.4 representa o desvio padrão amostral. Detalhes adicionais podem ser observados no Apêndice C deste trabalho.

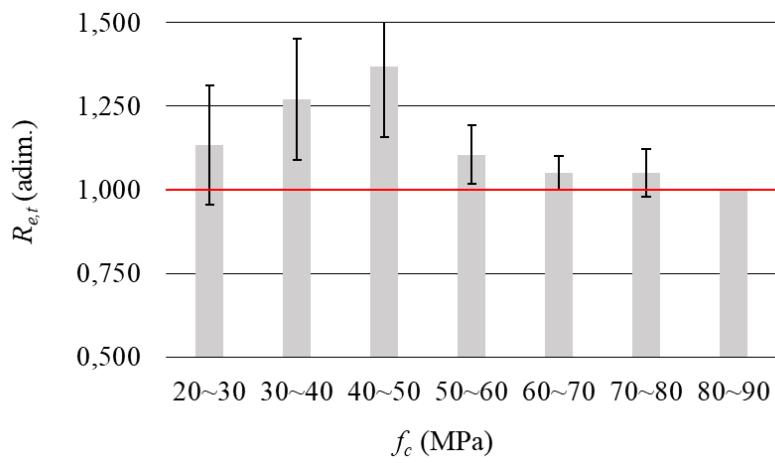
Tabela D.2 – Resultados utilizando a função exponencial.

$f_c$	Quantidade	$k$	$R_{e,t}$				
			Média	Desv. P.	C.V.**	L. I.*	L. S.*
20~30	11	0,169	1,134	0,178	15,70%	1,014	1,253
30~40	14	0,102	1,271	0,181	14,24%	1,166	1,375
40~50	23	0,120	1,369	0,212	15,51%	1,277	1,460
50~60	13	0,244	1,105	0,087	7,89%	1,052	1,157
60~70	4	0,348	1,050	0,050	4,73%	0,971	1,129
70~80	2	0,336	1,051	0,071	6,79%	0,410	1,692
80~90	1	0,188	1,000	-	-	-	-

\*Este são os limites inferiores e superiores aos quais a média populacional está, com 95% de confiança.  
\*\* Coeficiente de variação em %.

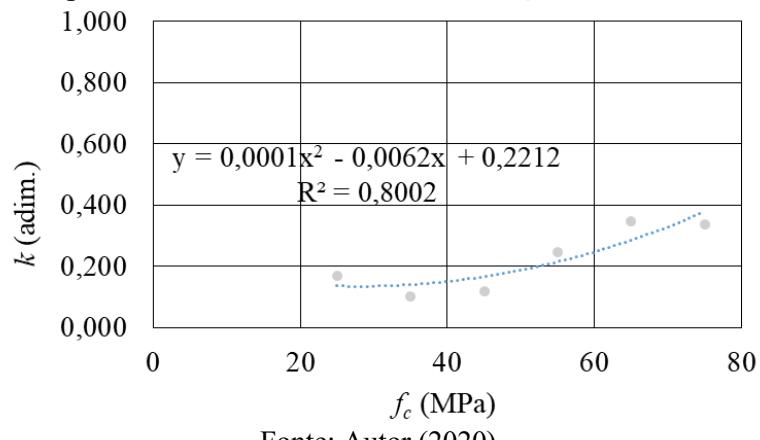
Fonte: Autor (2020).

Figura D.4 – Variação de  $R_{e,t}$  em função da classe de resistência.



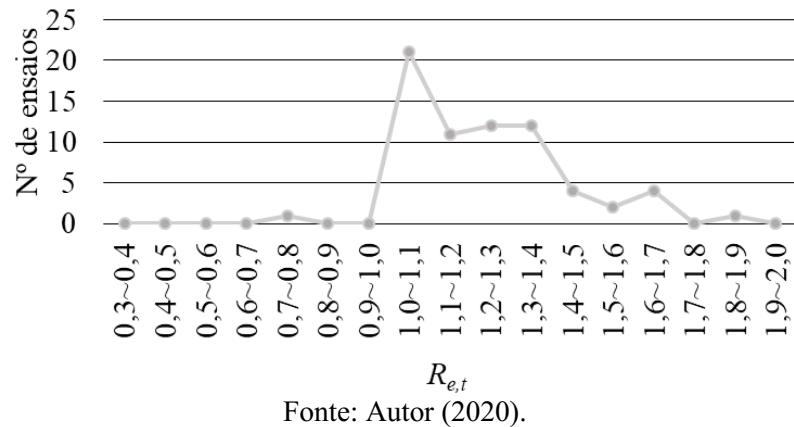
Fonte: Autor (2020).

Figura D.5 – Comportamento do coeficiente  $k$  em função da resistência à compressão



Fonte: Autor (2020).

Figura D.6 – Dispersão de  $R_{e,t}$  em função da quantidade de ensaios.



Fonte: Autor (2020).

### D.3. FUNÇÃO LOGARÍTMICA

Os resultados utilizando a função linear são apresentados na Tabela D.3. A Figura D.7, Figura D.8 e Figura D.9 apresentam outros resultados. A barra de erros na Figura D.7 representa o desvio padrão amostral. Detalhes adicionais podem ser observados no Apêndice C deste trabalho.

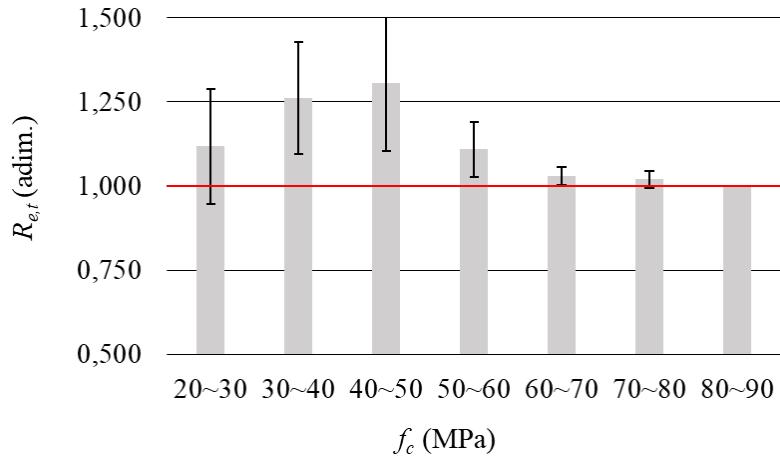
Tabela D.3 – Resultados utilizando a função logarítmica.

$f_c$	Quantidade	$k$	$R_{e,t}$				
			Média	Desv. P.	C.V.**	L. I.*	L. S.*
20~30	11	0,248	1,118	0,171	15,32%	1,003	1,233
30~40	14	0,132	1,262	0,167	13,21%	1,165	1,358
40~50	23	0,208	1,305	0,201	15,39%	1,218	1,392
50~60	13	0,319	1,110	0,082	7,37%	1,060	1,159
60~70	4	0,548	1,031	0,027	2,61%	0,988	1,074
70~80	2	0,615	1,019	0,026	2,60%	0,781	1,257
80~90	1	0,218	1,000	-	-	-	-

\*Este são os limites inferiores e superiores aos quais a média populacional está, com 95% de confiança.  
\*\* Coeficiente de variação em %.

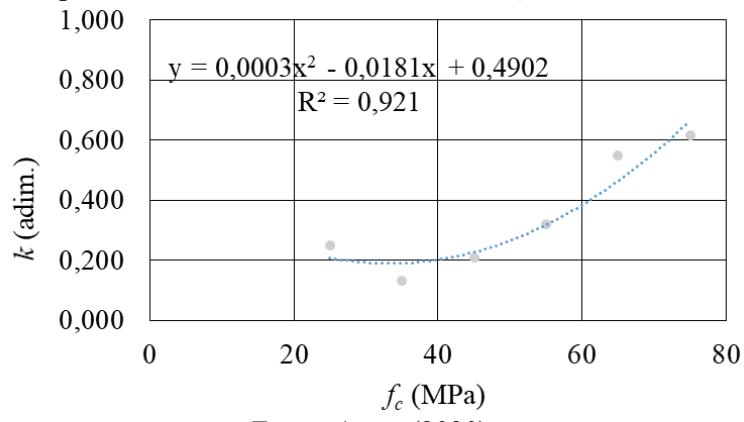
Fonte: Autor (2020).

Figura D.7 – Variação de  $R_{e,t}$  em função da classe de resistência.



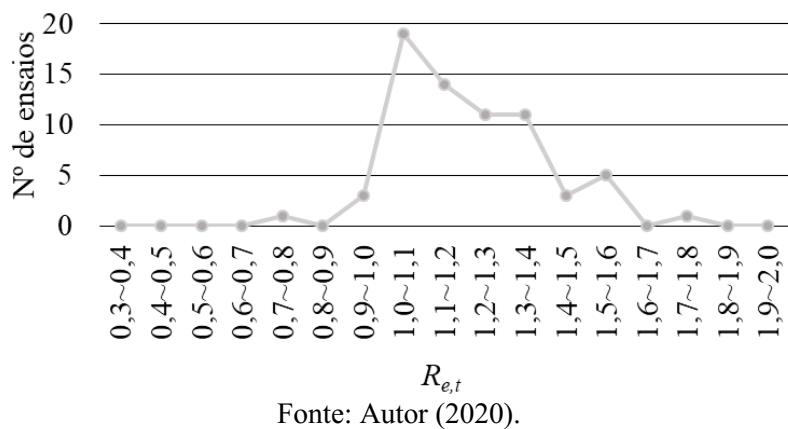
Fonte: Autor (2020).

Figura D.8 – Comportamento do coeficiente  $k$  em função da resistência à compressão



Fonte: Autor (2020).

Figura D.9 – Dispersão de  $R_{e,t}$  em função da quantidade de ensaios.



Fonte: Autor (2020).

## APÊNDICE E –APLICAÇÃO DA FUNÇÃO DE AJUSTE

Tabela E.1 – Aplicação da função logarítmica em resultados experimentais.

Pesquisador	Laje	Teor de fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	Espessura da laje (cm)	$\rho$ (adim)	Dimensões do pilar (cm)	$P_{exp}$ (kN)	$P_{NBR}$ (kN)	$P_{mod}$ (kN)
Narayanan, Darwish (1987)	S1	0,00	54,10	6,00	1,38%	10,00	86,50	73,88	73,88
Narayanan, Darwish (1987)	S2	0,25	65,10	6,00	1,38%	10,00	93,40	78,59	88,68
Narayanan, Darwish (1987)	S3	0,50	55,90	6,00	1,38%	10,00	102,00	74,69	85,76
Narayanan, Darwish (1987)	S4	0,75	57,50	6,00	1,38%	10,00	107,50	75,40	91,58
Narayanan, Darwish (1987)	S5	1,00	66,20	6,00	1,38%	10,00	113,60	79,03	113,56
Narayanan, Darwish (1987)	S6	1,25	66,30	6,00	1,38%	10,00	122,20	79,07	120,33
Narayanan, Darwish (1987)	S7	1,00	58,70	6,00	1,20%	10,00	92,60	72,52	92,61
Narayanan, Darwish (1987)	S8	1,00	56,60	6,00	1,56%	10,00	111,10	78,14	99,80
Narayanan, Darwish (1987)	S9	1,00	54,40	6,00	1,72%	10,00	111,30	79,74	101,83
Narayanan, Darwish (1987)	S10	1,00	59,50	6,00	1,90%	10,00	113,30	84,84	108,35
Narayanan, Darwish (1987)	S11	1,00	37,20	6,00	1,38%	10,00	82,10	65,21	73,29
Narayanan, Darwish (1987)	S12	1,00	40,50	6,00	1,38%	10,00	84,90	67,09	79,76
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-1	0,00	44,20	12,50	0,42%	15,00	173,50	154,15	154,15
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-2	0,50	42,50	12,50	0,42%	15,00	225,00	152,15	167,21
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-3	1,00	44,56	12,50	0,42%	15,00	247,40	154,57	183,78
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-4	1,00	46,67	12,50	0,42%	15,00	224,40	156,97	186,64
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-5	1,00	47,50	12,50	0,35%	15,00	198,10	148,59	176,67
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-6	1,00	44,60	12,50	0,35%	15,00	174,50	145,50	173,00
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-7	1,00	45,80	12,50	0,35%	15,00	192,40	146,79	174,53
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-8	0,00	45,83	12,50	0,42%	10,00	150,30	139,22	139,22
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-9	1,00	44,50	12,50	0,42%	10,00	216,60	137,86	163,91

Pesquisador	Laje	Teor de fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	Espessura da laje (cm)	$\rho$ (adim)	Dimensões do pilar (cm)	$P_{exp}$ (kN)	$P_{NBR}$ (kN)	$P_{mod}$ (kN)
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-10	0,00	45,50	12,50	0,42%	20,00	191,40	172,42	172,42
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-11	1,00	42,80	12,50	0,42%	20,00	259,80	168,94	200,86
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-12	1,00	45,10	12,50	0,42%	15,00	217,50	155,19	184,52
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-13	1,00	41,85	12,50	0,42%	15,00	235,50	151,37	179,98
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-14	1,00	43,73	12,50	0,42%	15,00	239,50	153,60	182,63
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-15	1,00	39,05	12,50	0,42%	15,00	238,00	147,92	166,24
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-16	1,00	34,90	12,50	0,42%	15,00	227,80	142,48	160,13
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-17	1,00	58,56	12,50	0,42%	15,00	268,40	169,31	216,22
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-18	1,00	17,75	12,50	0,42%	15,00	166,00	113,73	138,92
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-19	0,00	43,12	12,50	0,35%	15,00	136,50	143,87	143,87
Theodorakopoulos, Swamy (1993)	FS-20	1,00	46,30	12,50	0,35%	15,00	211,00	147,32	175,17
Shaaban, Gesund (1994)	SFO-1	0,00	33,37	8,25	1,15%	6,35	88,98	74,84	74,84
Shaaban, Gesund (1994)	SFO-2	0,00	39,02	8,25	1,15%	6,35	111,23	78,85	78,85
Shaaban, Gesund (1994)	SFO-3	0,00	31,02	8,25	1,15%	6,35	80,09	73,04	73,04
Shaaban, Gesund (1994)	SFO-4	0,00	31,71	8,25	1,15%	6,35	93,44	73,58	73,58
Shaaban, Gesund (1994)	SF2-1	2,00	34,47	8,25	1,15%	6,35	93,44	75,65	93,36
Shaaban, Gesund (1994)	SF2-2	2,00	37,23	8,25	1,15%	6,35	111,23	77,62	95,79
Shaaban, Gesund (1994)	SF2-3	2,00	29,64	8,25	1,15%	6,35	71,19	71,94	100,92
Shaaban, Gesund (1994)	SF3-1	3,10	37,64	8,25	1,15%	6,35	106,79	77,91	104,61
Shaaban, Gesund (1994)	SF4-1	3,90	46,75	8,25	1,15%	6,35	133,48	83,74	133,49
Shaaban, Gesund (1994)	SF4-2	3,90	36,54	8,25	1,15%	6,35	115,69	77,14	109,15
Shaaban, Gesund (1994)	SF6-1	6,10	22,34	8,25	1,15%	6,35	97,89	65,47	83,71
Shaaban, Gesund (1994)	SF6-2	6,40	22,06	8,25	1,15%	6,35	102,34	65,20	82,76
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	A1	0,00	29,60	5,50	1,10%	10,00	58,76	47,02	47,02
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	A2	0,45	30,00	5,50	1,10%	10,00	63,62	47,23	52,23

Pesquisador	Laje	Teor de fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	Espessura da laje (cm)	$\rho$ (adim)	Dimensões do pilar (cm)	$P_{exp}$ (kN)	$P_{NBR}$ (kN)	$P_{mod}$ (kN)
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	A3	0,80	31,40	5,50	1,10%	10,00	73,08	47,96	52,76
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	A4	1,00	24,60	5,50	1,10%	10,00	64,69	44,21	54,00
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	A5	2,00	20,00	5,50	1,10%	10,00	58,33	41,26	57,88
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	B1	0,00	31,40	7,50	1,14%	10,00	91,80	74,70	74,70
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	B2	0,45	31,40	7,50	1,14%	10,00	105,92	74,70	79,01
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	B3	0,80	31,80	7,50	1,14%	10,00	108,37	75,02	82,54
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	B4	1,00	29,10	7,50	1,14%	10,00	108,76	72,83	88,97
Harajli, Maalouf, Khatib (1995)	B5	2,00	29,20	7,50	1,14%	10,00	134,49	72,92	102,28
Vargas (1997)	L1	0,00	26,00	6,00	1,38%	10,00	80,00	50,07	50,07
Vargas (1997)	L2	0,75	31,50	6,00	1,38%	10,00	84,00	53,38	58,42
Vargas (1997)	L3	1,50	31,60	6,00	1,38%	10,00	97,00	53,44	63,08
Vargas (1997)	L7	0,00	88,70	6,00	1,38%	10,00	101,00	75,38	75,38
Vargas (1997)	L8	0,75	79,00	6,00	1,38%	10,00	112,00	72,53	100,03
Vargas (1997)	L9	1,50	93,00	6,00	1,38%	10,00	136,00	76,58	76,58
Azevedo (1999)	OSC.S1	0,00	47,73	10,00	1,57%	8,00	176,48	149,99	149,99
Azevedo (1999)	OSC.S2	0,75	46,42	10,00	1,57%	8,00	191,96	148,60	170,15
Azevedo (1999)	OSC.S3	1,50	30,38	10,00	1,57%	8,00	197,61	129,02	152,31
Azevedo (1999)	HSC.S1	0,00	86,65	10,00	1,57%	8,00	190,72	182,97	182,97
Azevedo (1999)	HSC.S2	0,75	81,85	10,00	1,57%	8,00	206,81	179,53	206,72
Azevedo (1999)	HSC.S3	1,50	79,30	10,00	1,57%	8,00	293,93	177,65	293,74
McHarg <i>et. al.</i> (2000)	NU	0,00	30,00	15,00	0,82%	22,50	306,00	219,91	219,91
McHarg <i>et. al.</i> (2000)	FSU	0,50	41,50	15,00	0,82%	22,50	422,00	245,03	269,28
McHarg <i>et. al.</i> (2000)	NB	0,00	30,00	15,00	1,59%	22,50	349,00	274,53	274,53
McHarg <i>et. al.</i> (2000)	FSB	0,50	41,50	15,00	1,59%	22,50	438,00	305,89	336,16
Musse (2004)	L1	0,00	41,50	13,00	1,38%	15,00	309,00	194,44	194,44

Pesquisador	Laje	Teor de fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	Espessura da laje (cm)	$\rho$ (adim)	Dimensões do pilar (cm)	$P_{exp}$ (kN)	$P_{NBR}$ (kN)	$P_{mod}$ (kN)
Musse (2004)	LF1	0,90	35,80	13,00	1,38%	15,00	390,00	185,09	205,85
De Hanai, Holanda (2008)	L1	0,00	23,10	10,00	1,25%	8,00	137,20	109,27	109,27
De Hanai, Holanda (2008)	L2	1,00	24,40	10,00	1,25%	8,00	139,55	111,29	135,94
De Hanai, Holanda (2008)	L3	2,00	28,10	10,00	1,25%	8,00	163,62	116,65	163,63
De Hanai, Holanda (2008)	L4	0,00	57,00	10,00	1,25%	8,00	192,86	147,66	147,66
De Hanai, Holanda (2008)	L5	1,00	59,70	10,00	1,25%	8,00	215,14	149,96	191,51
De Hanai, Holanda (2008)	L6	2,00	52,40	10,00	1,25%	8,00	236,17	143,58	214,47
De Hanai, Holanda (2008)	L7	0,75	36,60	10,00	1,25%	8,00	182,85	127,39	139,41
De Hanai, Holanda (2008)	L8	1,00	46,10	10,00	1,25%	8,00	210,90	137,58	163,58
Cheng, Parra-Montesinos (2010)	S1	0,00	47,70	15,00	0,83%	15,20	433,00	279,64	279,64
Cheng, Parra-Montesinos (2010)	S2	0,00	47,70	15,00	0,56%	15,20	379,00	245,27	245,27
Cheng, Parra-Montesinos (2010)	S3	1,00	25,40	15,00	0,83%	15,20	386,00	226,66	276,87
Cheng, Parra-Montesinos (2010)	S4	1,00	25,40	15,00	0,56%	15,20	389,00	198,80	242,83
Cheng, Parra-Montesinos (2010)	S5	1,50	59,30	15,00	0,83%	15,20	530,00	300,69	418,34
Cheng, Parra-Montesinos (2010)	S6	1,50	57,90	15,00	0,56%	15,20	444,00	261,64	364,01
Cheng, Parra-Montesinos (2010)	S7	1,50	31,00	15,00	0,83%	15,20	522,00	242,23	285,95
Cheng, Parra-Montesinos (2010)	S8	1,50	31,00	15,00	0,56%	15,20	472,00	212,45	250,80
Cheng, Parra-Montesinos (2010)	S9	1,50	59,10	15,00	0,83%	15,20	530,00	300,35	417,87
Cheng, Parra-Montesinos (2010)	S10	1,50	59,10	15,00	0,56%	15,20	503,00	263,43	366,51
Nguyen-Minh, Rovnak, Tran-Quoc (2012)	A0	0,00	27,10	12,50	0,66%	20,00	284,00	180,08	180,08
Nguyen-Minh, Rovnak, Tran-Quoc (2012)	A1	0,38	27,90	12,50	0,66%	20,00	330,00	181,83	198,21
Nguyen-Minh, Rovnak, Tran-Quoc (2012)	A2	0,57	29,20	12,50	0,66%	20,00	345,00	184,62	209,02
Nguyen-Minh, Rovnak, Tran-Quoc (2012)	A3	0,77	31,60	12,50	0,66%	20,00	397,00	189,54	207,87
Nguyen-Minh, Rovnak, Tran-Quoc (2012)	B0	0,00	27,10	12,50	0,66%	20,00	275,00	180,08	180,08

Pesquisador	Laje	Teor de fibras (%)	Resistência do concreto (MPa)	Espessura da laje (cm)	$\rho$ (adim)	Dimensões do pilar (cm)	$P_{exp}$ (kN)	$P_{NBR}$ (kN)	$P_{mod}$ (kN)
Nguyen-Minh, Rovnak, Tran-Quoc (2012)	B1	0,38	27,90	12,50	0,66%	20,00	328,00	181,83	198,21
Nguyen-Minh, Rovnak, Tran-Quoc (2012)	B2	0,57	29,20	12,50	0,66%	20,00	337,00	184,62	209,02
Nguyen-Minh, Rovnak, Tran-Quoc (2012)	B3	0,77	31,60	12,50	0,66%	20,00	347,00	189,54	207,87
Nguyen-Minh, Rovnak, Tran-Quoc (2012)	C0	0,00	27,10	12,50	0,66%	20,00	264,00	180,08	180,08
Nguyen-Minh, Rovnak, Tran-Quoc (2012)	C1	0,38	27,90	12,50	0,66%	20,00	307,00	181,83	198,21
Nguyen-Minh, Rovnak, Tran-Quoc (2012)	C2	0,57	29,20	12,50	0,66%	20,00	310,00	184,62	209,02
Nguyen-Minh, Rovnak, Tran-Quoc (2012)	C3	0,77	31,60	12,50	0,66%	20,00	326,00	189,54	207,87
Gouveia <i>et. al.</i> (2014)	ND0	0,00	35,90	12,50	1,00%	20,00	289,20	227,16	227,16
Gouveia <i>et. al.</i> (2014)	ND1	0,50	33,80	12,50	1,00%	20,00	296,00	222,64	236,85
Gouveia <i>et. al.</i> (2014)	ND2	0,75	31,80	12,50	1,00%	20,00	369,30	218,16	238,73
Gouveia <i>et. al.</i> (2014)	ND3	0,75	46,20	12,50	1,00%	20,00	450,70	247,08	282,90
Gouveia <i>et. al.</i> (2014)	ND4	1,00	45,80	12,50	1,00%	20,00	456,00	246,37	292,93
Gouveia <i>et. al.</i> (2014)	ND5	1,25	44,50	12,50	1,00%	20,00	474,40	244,01	300,41
Barros <i>et. al.</i> (2015)	Cf0fc50	0,00	57,61	12,50	0,85%	20,00	409,11	322,77	322,77
Barros <i>et. al.</i> (2015)	Cf60fc50	0,64	51,90	12,50	0,80%	20,00	386,08	319,06	378,38
Barros <i>et. al.</i> (2015)	Cf75fc50	0,96	55,68	12,50	0,89%	20,00	408,03	309,94	392,79
Barros <i>et. al.</i> (2015)	Cf90fc50	1,15	56,39	12,50	0,77%	20,00	456,53	334,35	438,91
Barros <i>et. al.</i> (2015)	Cf0fc70	0,00	62,63	12,50	0,81%	20,00	399,15	337,45	337,45
Barros <i>et. al.</i> (2015)	Cf60fc70	0,64	63,77	12,50	0,82%	20,00	462,03	337,20	438,60
Barros <i>et. al.</i> (2015)	Cf75fc70	0,96	70,02	12,50	0,95%	20,00	496,34	326,61	478,13
Barros <i>et. al.</i> (2015)	Cf90fc70	1,15	57,63	12,50	0,96%	20,00	495,58	303,61	398,55
Alves (2017)	1	0,00	41,90	13,00	1,66%	25,00	351,00	287,59	287,59
Alves (2017)	2	0,64	42,60	13,00	1,66%	25,00	469,00	289,19	325,33
Alves (2017)	3	0,77	45,90	13,00	1,66%	25,00	594,00	296,47	340,51

Fonte: Autor (2020).