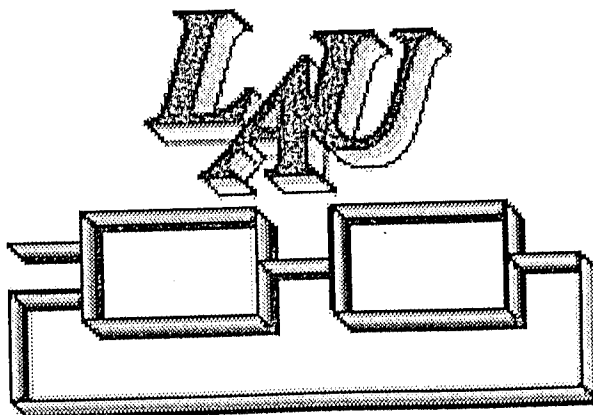


UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

1001
621.3
1999
TES/ME21



Técnicas de Controle para Sistemas com Saturação

Robson Ferreira

DIRBI/UFU



1000190164

DEZEMBRO

1999

Técnicas de Controle para Sistemas com Saturação

Robson Ferreira[†]

Texto da dissertação apresentada à Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Prof. José Manoel Fernandes, Ph.D.
Orientador

Prof. Darizon Alves de Andrade, Ph.D.
Coordenador do curso de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica

[†]A bolsa de estudo para esta pesquisa foi concedida pela CAPES, Brasil.

Técnicas de Controle para Sistemas com Saturação

Robson Ferreira

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Técnicas de Controle para Sistemas com Saturação

Robson Ferreira[†]

Texto da dissertação apresentada à Universidade Federal de Uberlândia, perante a banca de examinadores abaixo, como parte para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Aprovada em 16 de dezembro de 1999.

Prof. José Manoel Fernandes,

Ph.D. Orientador (UFU)

Prof. José Paulo Fernandes Garcia,

Dr. (UNESP/Ilha Solteira)

Prof. Edilberto Pereira Teixeira,

Dr. (UFU)

Prof. Haroldo Rodrigues de Azevedo,

Dr. (UFU)

Adriano Rodrigues Ferreira,

MSc. convidado (UFU)

[†]A bolsa de estudo para esta pesquisa foi concedida pela CAPES, Brasil.

Aos meus pais,
irmãos,
e aos amigos
Hécio B. Teixeira,
Roberlam G. de Mendonça e
Glauce Ribeiro de Souza Mendonça.

”Ensina—nos a contar os nossos dias
para que alcancemos coração sábio.”

Salmos 90:12

Resumo

Uma das características não lineares mais comuns encontradas na prática de sistemas de controle é a saturação do sinal de entrada para a planta. Virtualmente, todos os dispositivos de atuação e alimentação de sistemas físicos estão sujeitos a saturação.

Quando o sinal de controle ultrapassa os limites pré-fixados, a análise e operação baseados em geral sobre *modelos lineares* falha, podendo causar a deterioração do desempenho e até mesmo a instabilidade do sistema. Outra consideração importante em sistemas é o chaveamento entre controladores para controlar um processo, esta mudança deve ser feita de forma suave e rápida que é denominada ação *Bumpless transfer*. A consideração destas características leva ao projeto de controladores especiais denominados controladores *anti-windup* que devem manter a estabilidade e o desempenho do sistema como se estivesse sempre no modo linear.

Relatamos então que serão investigadas nesta dissertação *técnicas de controle para sistemas com saturação de entrada* que são estáveis e fornecem bom desempenho. Do mais simples ao mais completo esquema.

Palavras-chave

Anti-windup, *windup*, não linearidade, *anti-windup bumpless transfer* (AWBT), substituições e limitações, chaveamento entre controladores, observadores, estabilidade, desempenho e saturação.

Abstract

One of the most common nonlinear characteristics found in control system practice is the saturation of the plant input signal. Real world all actuators and power supply devices are subject to saturation.

When the control signal exceed pre-fixed limits, the analysis and operation based in general on *linear models* fails, possibly deteriorating performance and sometimes leading to system instability. Another important situation in system control is the switching between controllers acting on a process, this change should be done smoothly and fastly, what is denominated *Bumpless transfer* action. The consideration of these characteristics lead to the design of special controllers called *anti-windup* controllers that should maintain stability and performance of the system as if it was always in the linear mode.

This dissertation investigates *techniques of control for systems with input saturation* which maintains closed-loop stability and performance. From the simplest to the most complete scheme.

keywords

Anti-windup, windup, non linearities, anti-windup bumpless transfer (AWBT), substitutions and limitations, switching between controllers, observers, stability, performance and saturation.

Conteúdo

1	Introdução	1
1.1	Perspectiva	2
1.2	Sumário da dissertação	5
2	Modelamento	9
2.1	Introdução	10
2.2	Modelamento	10
2.3	Função Descritiva	12
2.4	Não Linearidades estáticas	14
2.5	Entrada de Referência Constante	17
2.6	Entrada de Referência Senoidal	19
2.7	Existência de soluções periódicas	31
3	Controle com Modelo Interno – IMC	35
3.1	Introdução	36
3.1.1	Suposições e notações:	38
3.2	Esquema IMC	39
3.2.1	Equivalência de IMC com PI/PID anti-windup	41
3.3	Síntese	44
3.3.1	Estrutura IMC	45
3.3.2	Estrutura de Realimentação Clássica	49

3.4	Exemplos	51
3.5	Conclusão	61
4	Horowitz	62
4.1	Introdução	63
4.2	Equações e funções fundamentais	65
4.3	Aplicação das equações (4.13) a (4.17)	68
4.4	Síntese	74
4.5	Possibilidade de outras saturações	75
4.6	Exemplos de Projetos	76
4.7	Sistemas Condicionalmente Estáveis	83
4.8	Conclusão	90
5	Anti-windup Convencional – CAW	91
5.1	Introdução	92
5.1.1	Aplicação da fatoração coprima	93
5.2	Síntese	96
5.3	Exemplos	99
5.4	Conclusão	107
6	Proporcional, Integral e Derivativo – PID	108
6.1	Introdução	109
6.2	Controlador PI/PID	110
6.3	PI/PID anti-windup	113
6.4	PID baseado em IMC	115
7	Anti-windup e Bumpless Transfer – AWBT	118
7.1	Introdução	119
7.2	Síntese	120
7.2.1	Decomposição de $\hat{K}(s)$	125

7.3	Casos especiais	131
7.3.1	Anti-reset windup	132
7.3.2	CAW	137
7.3.3	Controlador Condicionado Hanus	139
7.3.4	Técnica de Condicionamento Generalizado	142
7.3.5	Anti-windup baseado em Observador	146
7.3.6	IMC	148
7.3.6.1	Esquema IMC (AWBT)	151
7.3.7	Filtro de Kalman	155
7.4	Conclusão	158
8	Experimentos práticos	160
8.1	Introdução	161
8.2	Implementação do esquema IMC	162
8.3	Implementação de Horowitz	166
8.4	Implementação do esquema CAW	171
8.5	Implementação PID anti-windup	175
8.6	Esquema CAW/IMC anti-windup	180
8.6.1	Introdução	180
8.6.2	Síntese	180
8.7	Aplicação de distúrbio	185
9	Conclusão	188
9.1	Conclusão	189
10	Bibliografia	191
A	Fatoração Coprima	196
A.1	Introdução	197
A.2	Algoritmo de Euclides	197

A.3	Fatorações especiais	200
B	Modelo da função de transferência da planta	206
B.1	Introdução	207
B.2	Ensaio práticos	209
B.2.1	Primeiro ensaio	209
B.2.2	Segundo ensaio	210
B.2.3	Terceiro ensaio	212
B.2.4	Quarto ensaio	213
C	Planta para controle de nível, pressão e vazão – Mono-tanque	215
C.1	Introdução	216
C.2	Descrição geral do processo	216
C.3	Implementação dos esquemas	219

Agradecimentos

Ao professor José Manoel Fernandes, Ph.D., pela oportunidade a mim concedida de concretizar este sonho, pela confiança a mim depositada, pelo auxílio e orientação imprescindíveis.

Ao amigo e co-orientador Adriano Rodrigues Ferreira, MSc., que muito me auxiliou e ensinou sobre os vários temas de controle estudados nesta dissertação, sem os quais não seria possível a confecção desta.

À secretária da pós-graduação, Joana, e ao amigo Gonçalo pela amizade e carinho concedidos.

Aos amigos do LAU — Laboratório de Automática de Uberlândia — que nos proporcionou um ambiente de trabalho alegre, divertido e bastante eficiente.

Ao grande amigo Ricardo Naufel que em nome do SENAI de Uberaba-MG me concedeu a planta industrial (mono-tanque) para implementação dos diversos esquemas de controle estudados nesta dissertação bem como o grande auxílio a mim dispensado.

Aos meus pais e irmãos pelo carinho demonstrado durante todos estes anos.

Lista de Figuras

1.1	Esquema de Controle c/restrição geral	3
2.1	Esquema da não linearidade com setores limitados em $[0, 1]$	14
2.2	Esquema da não linearidade com setor limitado em $[k_1, 1]$	15
2.3	Esquema da não linearidade com setores MIN e MAX	16
2.4	Esquema da não linearidade <i>duas posições (on-off)</i>	24
2.5	Esquema da não linearidade <i>linear por partes</i> $0 \leq a \leq \delta$	25
2.6	Esquema da não linearidade <i>linear por partes</i> $a > \delta$	25
2.7	Esquema da não linearidade zona morta	26
2.8	Esquema da não linearidade limitadora	27
2.9	Esquema de $f(x)$	28
2.10	Esquema da não linearidade de <i>setor</i>	29
2.11	Esquema de um sistema não linear realimentado	31
3.1	Projeto IMC	39
3.2	Projeto IMC com $C = fQ/(1 - fPQ)$	42
3.3	Projeto IMC com $Q = fC/(1 + fPC)$	43
3.4	Estrutura IMC modificada	45
3.5	Estrutura de Realimentação Clássica	49
3.6	Estrutura de Realimentação Clássica com <i>Anti-windup</i>	49
3.7	Respostas na saída da planta do <i>exemplo 1</i>	52
3.8	Respostas na saída do controlador do <i>exemplo 1</i>	53

3.9	Respostas na saída da planta do <i>exemplo 2</i>	54
3.10	Respostas na saída do controlador do <i>exemplo 3</i>	56
3.11	Respostas na saída da planta do <i>exemplo 3</i>	57
3.12	Respostas na saída da planta do <i>exemplo 4</i>	60
4.1	Estrutura Horowitz - H com três graus de liberdade	64
4.2	Construção gráfica para determinação da resposta na presença de saturação. Nenhum <i>undershoot</i> em y_l (<i>Exemplo 5</i>)	69
4.3	Construção gráfica para determinação da resposta na presença de saturação. <i>Exemplo 6</i> - grande <i>undershoot</i> mas somente com um intervalo de saturação. <i>Exemplo 7</i> - Maior condução de <i>undershoot</i> para dois intervalos de saturação. y_l, y	70
4.4	Construção gráfica para determinação da resposta na presença de saturação. <i>Exemplo 6</i> - grande <i>undershoot</i> mas somente com um intervalo de saturação. <i>Exemplo 7</i> - Maior condução de <i>undershoot</i> para dois intervalos de saturação. c_l, c	71
4.5	<i>Exemplo 8</i> - Construção gráfica para determinação da resposta na presença de saturação para y_l com oscilações mais elevadas	73
4.6	Projeto 1(a)- Resposta linear e não linear para $r(t) = 10u(t)$. Casos 1 a 5: $(k, p) = (6.5, 2), (3.25, 2), (6.5, 1), (3.25, 1), (4.8, 1.5)$, entrada degrau $M = 10$. (a) $y_l = x_l$, (b) y não linear, (d) y não linear, (e) c não linear.	78
4.7	Projeto 5(a)- Resposta linear e não linear para $r(t) = 5exp(-0.01t)sin(t)$. Caso 5. (a) x_l, c_l , (b) x, y, c	79
4.8	Projeto 5(a)- Resposta linear e não linear para $r(t) = 10u(t)$. Caso 5. (a) x , (b) y , (c) c	80
4.9	Resultados para plantas com oscilações mais elevadas. $P = k/s(s^2 + As + B)$; $A = [0.01, 0.03]$; $B = [4, 6]$. $L_n = 10/s$	81

4.10	Resultados para plantas com oscilações mais elevadas. $P = k/s(s^2 + As + B)$; $A = [0.01, 0.03]$; $B = [4, 6]$. $L_n = 10/s(s^2 + 0.01s + 4)$	82
4.11	Comparação de Projeto condicionalmente e absolutamente estável. (a) Gráfico de Bode da malha de transmissão L_c, L_A . (b) malha de transmissão l_c, l_A no domínio do tempo. (c) Resposta saturada para L_A absolutamente estável quando $L_n = L_A$. ($H = 0$, resultados do projeto 1 são idênticos ao resultado de condicionalmente estável L_c quando $L_n = L_A$ (projeto 3).)	87
4.12	Construção gráfica explicando <i>ciclos limites</i> no projeto 2 condicionalmente estável se $L_n = L = L_c(H = 0)$. (a) Processo de convolução. (b) c_l e <i>ciclo limite c</i>	88
4.13	Projeto 2 - $L = L_n = L_c(H = 0)$ produz <i>ciclo limite</i> na presença de saturação.	89
4.14	Comparação da entrada do elemento de saturação x para os projetos 1 a 3.	89
5.1	Esquema Anti-reset windup	96
5.2	Esquema (anti-reset windup modificado/CAW)	97
5.3	Esquema anti-windup convencional - CAW	97
5.4	Esquema anti-windup modificado (MAW)	98
5.5	Resposta na saída do esquema CAW	100
5.6	Anti-windup convencional - sem saturação	101
5.7	Resposta p/o esquema anti-windup convencional - CAW	102
5.8	Anti-windup convencional	103
5.9	Anti-windup convencional com inclusão de perturbação	104
5.10	Esquema CAW p/sistema MIMO sem compensação anti-windup	105
5.11	Esquema CAW p/sistema MIMO com compensação antiwindup	105
5.12	Detalhe do esquema anti-windup convencional (CAW)	106
5.13	Esquema anti-windup modificado (MAW)	106
6.1	Resposta na saída do esquema com PID	111
6.2	Resposta na saída do controlador PID	112

6.3	Resposta na saída do esquema anti-reset windup	114
6.4	Resposta na saída do controlador anti-reset windup	114
6.5	Resposta na saída do esquema PID baseado em IMC	116
6.6	Resposta na saída do controlador PID baseado em IMC	117
7.1	Projeto linear ideal	120
7.2	Projeto linear ideal com não linearidade	120
7.3	Projeto AWBT (problema)	121
7.4	Projeto linear ideal (interconexão padrão)	122
7.5	Projeto AWBT geral	123
7.6	Decomposição do controlador $\hat{K}(s)$	125
7.7	Implementação AWBT com medida perfeita de \hat{u}	129
7.8	Controle PI da planta $G(s)$	133
7.9	Esquema Antireset windup	134
7.10	Alternativa de antireset windup	136
7.11	Esquema antiwindup convencional (CAW)	137
7.12	Esquema IMC	148
7.13	Esquema IMC com dois graus de liberdade	149
7.14	Esquema controle de modelo interno (IMC)	152
8.1	Resposta na saída do controlador IMC	163
8.2	Resposta na saída do esquema IMC - subida	164
8.3	Resposta na saída do esquema IMC - descida	165
8.4	Cálculo da constante de tempo do esquema IMC	165
8.5	Resposta na saída do controlador Horowitz	168
8.6	Resposta na saída do esquema Horowitz - subida	169
8.7	Resposta na saída do esquema Horowitz - descida	170
8.8	Cálculo da constante de tempo do esquema Horowitz	170
8.9	Resposta na saída do controlador CAW	172

8.10	Resposta na saída do esquema CAW - subida	173
8.11	Resposta na saída do esquema CAW - descida	173
8.12	Cálculo da constante de tempo do esquema CAW	174
8.13	Resposta na saída do controlador PID anti-windup	177
8.14	Resposta na saída do esquema PID anti-windup - subida	178
8.15	Resposta na saída do esquema PID anti-windup - descida	179
8.16	Cálculo da constante de tempo do esquema PID anti-windup	179
8.17	Esquema CAW/IMC anti-windup	181
8.18	Respostas do esquema CAW/IMC anti-windup	182
8.19	Respostas para CAW/IMC com mudança de <i>setpoint</i> 35/40	183
8.20	Respostas para CAW/IMC com mudança de <i>setpoint</i> 35/50	184
8.21	Resposta na saída do esquema IMC	185
8.22	Saída do esquema Horowitz com distúrbio	186
8.23	Saída do esquema CAW com distúrbio	187
8.24	Saída do esquema PID anti-windup com distúrbio	187
B.1	Esquema p/obtenção da função de transferência	208
B.2	Constante de tempo do sistema, primeiro ensaio	210
B.3	Constante de tempo do sistema, segundo ensaio	211
B.4	Constante de tempo do sistema, terceiro ensaio	212
B.5	Constante de tempo do sistema, quarto ensaio	213
C.1	Modelo da planta mono-tanque	217
C.2	Esquema de controle de nível, vazão e pressão	218
C.3	Válvula eletro-pneumática	219
C.4	Compressor de ar	220

Abreviações, simbologias e notações

Notação matricial:

- I , a matriz identidade;
- I_n , a matriz identidade de ordem n ;
- A^T , a transposta da matriz A ;
- A^* , a transposta conjugada de A .

Em equações, utilizam-se os sinais:

- \triangleq , é definido como;
- \approx , é aproximadamente igual a;
- \equiv , é equivalente a;
- \neq , não é equivalente a;
- \gg , muito maior do que.

Em Transformadas, tanto no tempo contínuo quanto discreto:

- \mathcal{L} , a transformada de Laplace;
- \mathcal{Z} , a transformada Z;
- δ , a transformada delta.

As grandezas relacionadas ao tempo, as quais são obedecidas rigorosamente:

- t , variável temporal que toma valores $t \in \Omega$;
- ω , variável de frequência, $\omega \in \mathfrak{R}$.

- d/dt , o operador de diferenciação;
- s , a variável de transformada de Laplace;
- z , a variável da transformada Z;
- \min operador de mínimo;
- \max operador de máximo;
- \lim operador de limite;
- sat operador de saturação;
- ω_n frequência natural não amortecida;
- ξ razão de amortecimento;
- $*$ operador de convolução.
- \mathbb{R}^n , espaço real n dimensional;
- \mathbb{R}^+ , conjunto dos números reais positivos, do qual se exclue o zero
- $\mathbb{R}^{n \times m}$, espaço real das matrizes de dimensão $n \times m$;

Algumas abreviações citadas ao longo do texto, temos:

- AWBT (Anti-windup bumpless transfer),
- SISO (Simple entrada e simple saída),
- BIBO (Entrada limitada e saída limitada),
- MIMO (Múltiplas entradas e múltiplas saídas),
- LTI (Linear invariante no tempo),
- FFT (Transformação rápida de Fourier),

- *LFT* (Transformação linear fracional),
- *lcf* (Fatoração coprima à esquerda),
- *rcf* (Fatoração coprima à direita),
- *PID* (Proporcional, integral, derivativo),
- *IMC* (Controle com modelo interno),
- *CAW* (Anti-windup convencional),
- *MAW* (Anti-windup modificado),
- *H* (Horowitz),

Capítulo 1

Introdução

1.1 Perspectiva

A maioria dos sistemas de controle práticos estão sujeitos à saturação. Uma das características mais comuns encontradas em equipamentos reais é a saturação do sinal de entrada da planta. O processo, figura (1.1), é descrito por uma planta, geralmente não linear, com uma variável de saída y , variável manipulada u , sujeito a um distúrbio d e um sensor ou ruído de medida n . A variável manipulada u deve estar dentro de um limite de restrição $[u_{min} \ u_{max}]$ devido à natureza física do atuador. Os limites da variável manipulada u são descritos da seguinte maneira:

$$u \in \mathfrak{R}^n, \text{sat}(u) = \begin{cases} \text{sat}(u_1) \\ \vdots \\ \text{sat}(u_n) \end{cases}, \text{ onde } \text{sat}(u_i) = \begin{cases} u_i^{max} & u_i > u_i^{max} \\ u_i & u_i^{min} \leq u_i \leq u_i^{max} \\ u_i^{min} & u_i < u_i^{min} \end{cases}$$

Por algumas razões, às vezes, até a taxa de variação de u é limitada. A saída do processo deve ficar entre os limites prefixados do valor de referência r . Estes limites surgem devido a especificações rigorosas do produto, limites de segurança e/ou regulações ambientais. O objetivo do controlador é satisfazer às especificações impostas à saída da planta y na presença de **incerteza no modelo da planta, distúrbios externos, ruído de medidas e limites do atuador ou restrições de saturação sobre a variável manipulada u** . Por exemplo ([37]), uma válvula controlando a velocidade do fluxo do líquido refrigerante para um reator pode somente operar entre abertura e fechamento plenos da válvula. Esta restrição é denominada *limitação de entrada*. Esquemas de controle devem satisfazer múltiplos objetivos e precisam então operar em diferentes modos de controle. Cada modo terá um controlador linear projetado para satisfazer o objetivo de desempenho correspondendo àquele modo de operação. Se as condições de operação exigirem uma mudança, anulação ou seleção de outro modo de operação, escolhe-se o modo apropriado e executa-se uma mudança de chave. O chaveamento entre os modos de operação é alcançado por uma seleção da entrada da planta dentre as saídas de um número de controladores paralelos, cada qual correspondendo a um modo particular. Tal

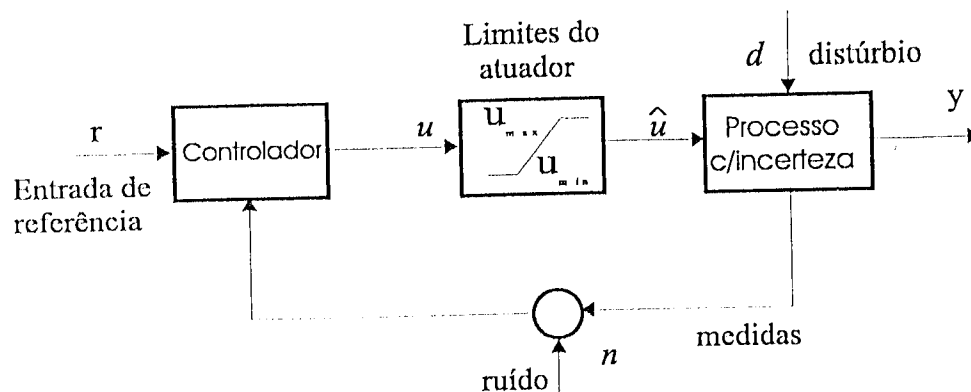


Figura 1.1: Esquema de Controle c/restrrição geral

mudança do modo é interpretada como *substituição da entrada da planta* desde que a saída de um controlador seja substituída pela saída do outro controlador. Como resultado de *limitações e substituições*, a entrada da planta atual será diferente da saída do controlador. Quando isso acontece, a saída do controlador não controla a planta e conseqüentemente os estados do controlador serão atualizados erradamente. Este efeito é denominado **windup**.

Então desde que a construção do *controlador linear* seja feita ignorando a atuação destas *não linearidades*, o efeito adverso (*windup*) causado pela presença desta não linearidade é apresentado na forma de *deterioração, às vezes, do desempenho* e até mesmo *instabilidade do sistema*. O problema **windup** é então definido como a diferença entre a amplitude do sinal de controle gerado pelo controlador e o sinal de entrada à planta, conforme *Doyle et al.* ([17]). *Windup* é interpretado como erros de observação por *Wurmthaler e Hippe* ([40]). O problema *windup* surge principalmente devido a:

1. Início da operação (especialmente quando do uso de controladores PI/PID);
2. Mudanças bruscas de *setpoint*;
3. Restrições no sinal de controle (controle de posição) e ou restrições na velocidade do sinal de controle (controle de velocidade);

4. Distúrbios da amplitude do sinal de saída;
5. Chaveamento entre controladores;
6. Desconexão entre a saída do controlador e a entrada do processo;
7. Através de uma dinâmica relativamente lenta que é dirigida pelo erro quando o sistema está saturando (*Doyle et al.* [17]).

Sendo assim, há a necessidade de *Técnicas de Controle para Sistemas com Saturação*.

A idéia é projetar um controlador K para controlar uma planta P linear para obter um desempenho aceitável do sistema, até mesmo na presença de uma severa saturação.

O problema *windup* foi originalmente encontrado quando do uso do controlador PID projetado para sistemas de controle com simples entrada e simples saída (SISO), conforme ressaltado por *Doyle et al.* ([17]). Para evitar o *windup* vários esquemas de controle existentes utilizam um *observador* de forma que este seja parte construtiva do controlador. Salientamos também que uma das principais causas do efeito *windup* é gerado pela *ação integral* que continua a acumular o erro quando o sistema ainda está em saturação. Daí o surgimento de um dos primeiros esquemas *anti-windup* denominado *anti-reset windup* tratado por *Campo e Morari* ([8]), *Buckley* ([7]) e referido como *back calculation and tracking* por *Åström e Rundqwist* ([3]) e *Fertik e Ross* ([19]).

Algumas técnicas foram propostas até o momento, dentre elas destacamos uma técnica sugerida por *Horowitz* ([25],[26], [27]) tratada aqui somente por usar uma *não linearidade* entre o controlador e a planta da mesma forma que as demais técnicas, mas não é conhecida como *anti-windup* conforme enfatizado por *Doyle et al.* ([17]).

O esquema *controle com modelo interno* (IMC),([17]) é uma das técnicas mais empregadas para evitar o problema *windup* em virtude de sua facilidade de implementação e similaridade com o controlador PI/PID que é o mais utilizado na indústria. O princípio de *controle com modelo interno* deriva do fato de que o sistema possui um *modelo* em paralelo com a *planta* para subtrair o efeito das variáveis manipuladas da saída do processo. Existem também vários esquemas que utilizam a técnica de IMC, dentre eles *Walgama*

e Sternby ([39]) baseado nas propriedades do observador; IMC/PID Rivera et al. ([36]), Chien ([28]) e Seron et al. ([37]).

O esquema *anti-windup convencional* (CAW), ([17]) é o esquema *anti-windup* existente mais poderoso, a prevenção *windup* é fornecida por uma *sensibilidade extra* (L_x) que funciona como um *observador* que é parte construtiva do controlador. A formulação do esquema é feita através da *fatoração coprime* que é uma ótima maneira de descrição de sistemas. Uma mudança no esquema de CAW foi realizada para fornecer melhor desempenho para sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO) denominada *anti-windup modificado* (MAW) devido principalmente a mudanças bruscas de *setpoint*.

Um dos principais trabalhos *anti-windup* é destacado no capítulo (7.1), *anti-windup bumpless transfer* (AWBT), que trata da unificação dos vários esquemas *anti-windup* existentes. O estudo é feito com base em *sistemas lineares invariantes no tempo* (LTI) sujeitos à entrada de controle não linear e parametrizados em termos de duas matrizes constantes H_1 e H_2 .

1.2 Sumário da dissertação

- O capítulo 2, é um estudo sobre algumas *não linearidades* comuns que os sistemas de controle apresentam. As principais maneiras de serem expressas são apresentadas na seção (2.4) e estudadas com o uso do método das *funções descritivas*. São apresentadas também seções contendo o modelamento com entrada de referência constante, senoidal e uma das principais aplicações da *função descritiva* que é predizer a existência de *ciclos limites* (soluções periódicas).
- O capítulo 3, trata do *esquema de controle com modelo interno* (IMC). A implementação deste esquema é bastante simples de ser realizada e é baseada num *modelo da planta* em paralelo com a planta real. Inicialmente a seção (3.2) trata do esquema geral IMC com provas da equivalência com o esquema PI/PID *anti-windup*. A seção (3.3) trata da estrutura IMC e estrutura de realimentação clássica para extensão

geral do controlador IMC *anti-windup* e por último a seção (3.4) para demonstrar as várias formas de obter o controlador IMC com base no filtro f responsável pela sintonia do desempenho e estabilidade do sistema de controle.

- O capítulo 4, é um esquema de controle elaborado por *Horowitz* que utiliza uma malha de realimentação ao redor do elemento não linear (L_n) para eliminar a inconsistência entre o sinal de saída do controlador e a entrada para a planta. O estudo é baseado nas seções (4.2) e (4.3) de forma a se obter a sensibilidade ao redor do elemento não linear (L_n) que é o principal fator do esquema de *Horowitz* que é obtido através do *gráfico de Bode*, adicionando pólos acima da frequência de cruzamento $|L_n(j\omega_c)| = 1$. Na seção (4.7) é apresentado um estudo sobre sistemas condicionalmente estáveis. A seção (4.5) explica que há a possibilidade de outras saturações e a seção (4.6) relata alguns exemplos de projetos.
- O capítulo 5, *anti-windup convencional (CAW)* é o esquema de controle *anti-windup* mais poderoso encontrado na literatura e é comprovado por experimentos práticos demonstrados no capítulo 8. Na seção (5.2) é apresentado um breve estudo sobre a principal ferramenta de construção do esquema que é a *fatoração coprímia* e detalhada no apêndice A e a seção (5.3) relata alguns exemplos de projeto. Tem como principal fator a sensibilidade extra L_X que é responsável pela correção *windup*.
- O capítulo 6, dispõe alguns controladores PID *anti-windup*. Inicialmente fornecemos uma seção para o controlador PI/PID demonstrando a necessidade da inclusão de uma prevenção do *windup* que é relatado na seção (6.3) e é mais conhecido como *anti-reset windup* e por último a seção (6.4) trata do esquema *PID baseado em IMC* que utiliza o *filtro IMC* apenas como parâmetro construtivo do controlador PID.
- O capítulo 7, é um estudo realizado por *Morari et al.* ([8]) baseado em *sistemas lineares invariantes no tempo (LTI)* com o intuito de unificar vários esquemas de controle *anti-windup* em termos de duas matrizes constantes H_1 e H_2 . O estudo da unificação é baseado nas seções (7.2) e (7.3) e as seções seguintes tratam dos vários

esquemas unificados em termos desta parametrização, dentre eles CAW, IMC, *anti-reset windup*.

- O capítulo 8, trata da implementação prática dos esquemas Horowitz, IMC, CAW, PID *anti-windup* e do esquema proposto nesta dissertação CAW/IMC *anti-windup* que foram realizados num processo de controle de nível (mono-tanque) elaborado pelo Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial (SENAI) de Uberaba-MG. Salientando que para a nova proposta só foi realizado experimentos via *matlab/simulink*. O estudo foi realizado com e sem a inclusão de distúrbios no processo e um estudo mais detalhado do processo bem como o levantamento do *modelo* descrito por uma função de transferência são dados nos apêndices B e C.
- O capítulo 9, sublinha as conclusões do estudo desenvolvido sobre os esquemas de controle *anti-windup* bem como aproveita a oportunidade de sugerir novas propostas de esquemas *anti-windup*. É notória a amplitude do problema *windup* e em se tratando de sistemas MIMO há muito a fazer.
- O apêndice A, é um estudo mais abrangente necessário para a construção do esquema de controle CAW. É dividido em duas seções, *algoritmo de Euclides* e *fatorações coprimas especiais*.
- O apêndice B, trata do levantamento de um *modelo* da função de transferência do processo utilizado para a realização dos experimentos práticos em sistemas de controle *anti-windup* desta dissertação. O estudo foi realizado por meio de quatro ensaios sendo dois para a subida do nível e dois para a descida do nível.
- O apêndice C, é uma breve descrição do processo demonstrando as diversas formas de controle que podem ser realizadas, a saber, controle de nível, pressão (entrada e saída) e vazão (entrada e saída) bem como o detalhamento do *compressor* que alimenta o processo, ligações entre a parte digital e analógica, da válvula de controle

eletro-pneumática e uma seção sobre a elaboração dos esquemas de controle usando o controlador digital multi-loop, CD600, da Smar.

Capítulo 2

Modelamento

2.1 Introdução

Neste capítulo, devido ao fato da maioria dos *esquemas de controle* apresentarem *não linearidades*, apresentaremos um breve estudo sobre algumas *não linearidades estáticas* existentes na prática. Salientamos que nesta dissertação, ou seja, em todos os esquemas tratados aqui, utilizamos *modelo de sistemas* que usa a combinação de *não linearidades estáticas* e *sistemas LTI*.

2.2 Modelamento

Na prática, não existem *sistemas lineares*, os *sistemas reais* sempre apresentam fenômenos como: saturação, folga de engrenagens, zona morta, histereses, etc., sendo que todos eles não são exprimíveis por *equações diferenciais lineares*; Sendo assim, o estudo de sistemas com componentes *não lineares* representa um segundo estágio do estudo dos sistemas, *um estágio de refinamento da análise ou do Projeto*. O comportamento não linear de certos componentes não deve ser considerado um inconveniente inevitável em toda realização material dos sistemas de controle, ([9]), e pode até ser empregado beneficentemente; tal comportamento pode, por exemplo, otimizar certos sistemas para sinais de entrada especializados, ou construir equipamentos de baixo custo com notável qualidade de desempenho. Neste último caso estão os servomecanismos com amplificação de potência chaveados. Finalmente, o que se pode afirmar a respeito da comparação entre sistemas lineares e não lineares é que:

1. Sistemas lineares existem somente como uma idealização de sistemas reais;
2. Mesmo que se conseguisse obter sistemas lineares reais, sua única virtude indiscutível seria a de aceitarem análise simples e elegante.

Há vários métodos para análise do comportamento de sistemas não lineares:

1. Solução teórica das equações diferenciais que é difícil em geral e conhecida em alguns casos particulares;

2. Solução numérica, que é eficaz especialmente quando utiliza-se um computador digital;
3. Simulação analógica;
4. Solução aproximada, analisando os *modelos incrementais*, isto é, modelos válidos somente para *sinais relativamente pequenos* em torno de um ponto de trabalho. Quaisquer curvas características de um componente podem ser linearizadas em cada pequena região e daí resultam descrições lineares do componente: é o que se faz usualmente com os motores, com as válvulas eletrônicas (descritas pelo circuito diferencial), com os transistores, etc.;
5. Solução aproximada, por *linearização para grandes sinais*, em particular pelo emprego da *função descritiva*.
6. Métodos indiretos, isto é, sem procura de soluções das equações (Liapunov).

Observação 1 *Modelamento é o processo de estabelecimento de inter-relação entre entidades importantes de um sistema, e modelos são expressos em termos de objetivos, critério de desempenho e restrições.*

Por meio de experimentos com o *modelo simplificado* esperamos confirmar nosso entendimento do *modelo base* tão bem como o *sistema real* caracterizado pelo *modelo base*, ([34]). A prática em modelamento depende também da experiência, intuição, julgamento, precaução e imaginação. A simplicidade é um critério essencial para a obtenção de um bom *modelo*. A translação do *modelo base* dentro de um *modelo específico* é geralmente acompanhado por uma transformação de informações qualitativas dentro dos dados quantitativos. Computadores são usados a cada estágio do *processo de modelamento* incluindo *obtenção de dados, redução de dados, análises, projeto experimental, testes das hipóteses, verificação e validação*. Muitos pacotes de software padrões são utilizados para otimização, operações matriciais, soluções de equações algébricas e diferenciais e computações estatísticas. Esta interação do *modelamento* com os *computadores* tem tornado a obtenção

do *modelo* mais eficaz, confiável e correto. Modelamento é uma nova área de comparação de atividades envolvendo a união de idéias de várias disciplinas, enquanto que pesquisas científicas tem uma distante área de estabelecimento com o mundo natural. *Teorias científicas* são formuladas tais que elas possam ser testadas em condições de laboratório, enquanto *modelos* podem fornecer desempenho indesejável a experimentos controlados dentro de condições ideais. O contraste entre *modelamento* e *atividades científicas* é significativo, e é óbvio que, em geral, *modelos* são improváveis de serem bastante robustos para se oporem aos mesmos testes de validações rigorosas aplicadas a *teorias científicas*.

2.3 Função Descritiva

Observação 2 *O método da função descritiva é uma técnica aproximada para estudo de sistemas não lineares, ([30]). A idéia básica do método é aproximar os componentes não lineares dos sistemas de controle não lineares para lineares (equivalentes), e então usar as técnicas no domínio da frequência para analisar os sistemas resultantes.*

Ao contrário do *método de plano de fase*, ele não é restrito a sistemas de segunda ordem. Ao contrário do *método de Lyapunov*, cuja aplicabilidade a um sistema específico depende do sucesso da pesquisa de *tentativa e erro* por uma função de Lyapunov, sua aplicação é direta a sistemas não lineares satisfazendo algumas condições fáceis de conferir. O método é principalmente usado para predizer *ciclos limites* em sistemas não lineares. Outras aplicações incluem a *predição de geração de sub-harmônicos e a determinação da resposta do sistema a excitação senoidal*. O método tem um número de vantagens:

1. Ele pode tratar com sistemas de ordem superior e inferior com o mesmo procedimento;
2. Por causa de sua similaridade a análises no domínio da frequência de sistemas lineares, ele é conceitualmente simples e atrativo fisicamente, permitindo usuários exercitar suas idéias de engenharia e física sobre o sistema de controle;

3. Pode tratar com *não linearidades severas* frequentemente encontradas em sistemas de controle sem alguma dificuldade.

2.4 Não Linearidades estáticas

As *não linearidades estáticas* podem ser expressas sob a forma de saturação de atuadores, zona morta (*dead zone*), histerese, relés, relés com zona morta (*limitação de entrada*) e, seleção de modo lógico de esquemas/chaveamento (*substituição de entrada*, etc). Baseado no princípio que a *não linearidade estática* N pode ser assumida como *sem memória*, isto é, sua saída em algum intervalo de tempo depende somente de sua entrada no tempo atual e *limites de setores* sobre seu mapa de entrada/saída podem ser facilmente derivados, poderemos substituir a *não linearidade* N , por exemplo, por uma classe de setores não lineares, sem memória limitados com a mesma estrutura da *não linearidade estática* N . O exemplo mais comum de limitação de entrada é a *saturação de atuador*, figura (2.1). Saturação de atuadores multivariáveis podem ser descritos por um *operador diagonal*,

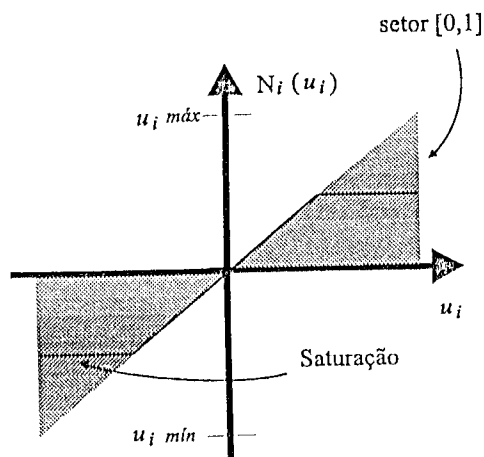


Figura 2.1: Esquema da não linearidade com setores limitados em $[0, 1]$

invariante no tempo e sem memória $N = \text{diag}[N_1, \dots, N_{N_u}]$, onde os termos do elemento

não linear N_i 's são definidos como:

$$N_i(u_i) = \text{sat}(u_i) \quad (2.1)$$

$$= \begin{cases} u_{i_{\min}} & \text{se } u_i < u_{i_{\min}} \\ u_i & \text{se } u_{i_{\min}} \leq u_i \leq u_{i_{\max}} \\ u_{i_{\max}} & \text{se } u_i > u_{i_{\max}} \end{cases} \quad (2.2)$$

Verificamos através da figura (2.1) que:

$$0 \leq u_i N_i(u_i) \leq u_i^2, \quad \forall u_i \in \mathfrak{R} \quad (2.3)$$

E então $N \in$ setor $[0, I]$. Nota-se que ambos os operadores identidade $N = I$ e o operador zero $N = 0$ estão incluídos no setor. Contudo se a saída do Controlador u_i pode ser limitada em magnitude, então o operador zero $N = 0$ não precisa ser incluído e encontraremos uma *não linearidade limitadora* conforme figura (2.2). Mecanismos de

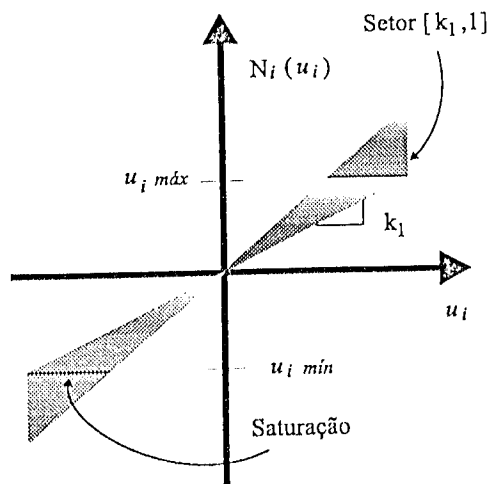


Figura 2.2: Esquema da não linearidade com setor limitado em $[k_1, 1]$

substituição surgem do uso de *esquemas lógicos* ou *esquemas mais sofisticados* (overrides) o qual selecionam a *entrada da planta* \hat{u} dentre as saídas de um *banco* de controladores, cada qual projetado para alcançar uma característica diferente em malha fechada. Blocos lógicos comumente empregados são os seletores *min* e *max*, figura (2.3), os quais respectivamente selecionam as entradas mínimas e máximas como suas saídas. Os seletores

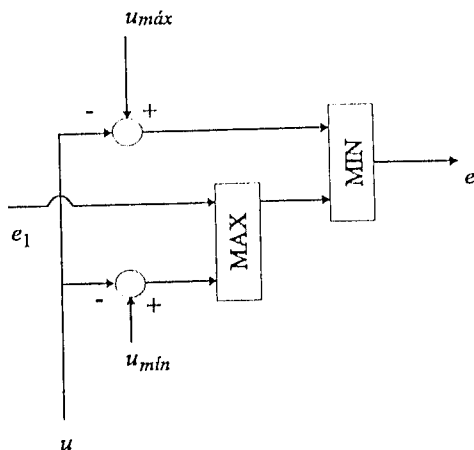


Figura 2.3: Esquema da não linearidade com setores MIN e MAX

min e *max* são usados para forçar limites *superior* e *inferior* sobre algumas variáveis. Os seletores de mínimo e máximo podem ser equivalentemente representados por uma não linearidade de *zona morta*, figura (2.7). Um exemplo bem simples de *substituição de entrada* é, dado um seletor com duas entradas u_1 e u_2 , escolhemos uma de suas entradas como sua saída \hat{u} , sua aproximação do seletor é:

$$\hat{u} = N(u_1, u_2, t) \quad (2.4)$$

$$= u_1 + n(t)(u_2 - u_1) \quad (2.5)$$

Onde $n(t) \in \text{setor } [0, 1]$ é um parâmetro sem memória e variante no tempo. $n(t) = 0$ e $n(t) = 1$ dão, respectivamente, as saídas u_1 e u_2 . Seletores com mais de duas entradas podem ser modelados por suas decomposições dentro de uma série de seletores de duas entradas e organizados em uma forma diagonal.

2.5 Entrada de Referência Constante

Suponha que a entrada de referência $x_o(\cdot)$ seja uma constante, isto é,

$$x_o(t) \equiv k, \quad \forall t \geq 0 \quad (2.6)$$

para alguns números reais k . Suponha também que a não linearidade N seja *sem memória* e *invariante no tempo*, isto é, suponha que

$$(Nx)(t) = n[x(t)], \quad \forall t \geq 0, \quad \forall x(\cdot) \in c[0, \infty) \quad (2.7)$$

onde $n : R \rightarrow R$. Então a função de correlação cruzada $\phi_N(\tau)$ torna-se:

$$\phi_N(\tau) = kn(k), \quad \tau \geq 0 \quad (2.8)$$

Assim porque a função de correlação cruzada ($\phi_{w_o}(\cdot)$) para uma resposta ao impulso $w_o(\cdot)$ entre $x_o(\cdot)$ e $(W_o x_o)(\cdot)$ é a mesma que a função de correlação cruzada ($\phi_N(\cdot)$) entre $x_o(\cdot)$ e $(Nx_o)(\cdot)$ dada pela equação (2.9), a condição ótima

$$\phi_{w_o}(\tau) = \phi_N(\tau), \quad \tau \geq 0 \quad (2.9)$$

torna-se:

$$\phi_{w_o}(\tau) = kn(k), \quad \tau \geq 0 \quad (2.10)$$

Há várias soluções possíveis para a equação (2.10). Contudo, se $k \neq 0$, o caminho mais simples para $w_o(\cdot)$ que satisfaz a equação (2.10) é

$$w_o(t) = \frac{n(k)}{k} \delta(t) \quad (2.11)$$

Um sistema cuja resposta ao impulso é dada pela equação (2.11) não é nada mais que um ganho constante de valor $[n(k)/k]$.

Conclusão: Se N é uma não linearidade *sem memória e invariante no tempo* de acordo com a equação (2.12),

$$\phi_{w_o}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{\tau}^T x_o(t - \tau)(W_o x_o)(t) dt \quad (2.12)$$

então uma quase linearização ótima de N com respeito a entrada de referência constante $k \neq 0$ é um ganho constante de valor $[n(k)/k]$. O menor ganho constante é às vezes referido como *linearização equivalente* da não linearidade N com respeito a entrada de referência constante k .

2.6 Entrada de Referência Senoidal

Supondo que $x_o(\cdot)$ seja uma função senoidal com período $2\pi/\omega$ e amplitude a , isto é, supondo que $x_o(\cdot)$ tenha a forma:

$$x_o(t) = a \sin \omega t \quad (2.13)$$

onde tomamos $a \geq 0$ sem perda de generalidade, na equação (2.13), nós não incluímos um ângulo de fase (isto é, nós não escolhemos $x_o(t) = a \sin(\omega t + \phi)$) porque, como será evidente, ϕ pode ser tomado como *zero*. Se N tem a forma dada na equação (2.7), então $(Nx_o)(\cdot)$ é uma função periódica com período $2\pi/\omega$. Então $(Nx_o)(\cdot)$ pode ser expandido em uma série de Fourier da seguinte forma:

$$(Nx_o)(t) = c_o + \sum_{i=1}^{\infty} (c_i \cos i\omega t + d_i \sin i\omega t) \quad (2.14)$$

Em geral, não há razão para assumir que o termo de polarização d.c c_o na equação (2.14) seja *zero*. Contudo, se o elemento não linear N , além de satisfazer a equação (2.7) é também *ímpar*, isto é:

$$n(-\sigma) = -n(\sigma), \quad \forall \sigma \in \mathfrak{R} \quad (2.15)$$

então não somente c_o é *zero*, mas todos os c'_i s na equação (2.14) são *zero*. Neste caso, a equação (2.14) é simplificada a:

$$(Nx_o)(t) = \sum_{i=1}^{\infty} d_i \sin i\omega t \quad (2.16)$$

Quando nós aplicamos a condição ótima (2.17)

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{\tau}^T x_o(t - \tau)(W_o x_o - Nx_o)(t) dt = 0 \quad \forall \tau \geq 0 \quad (2.17)$$

é fácil mostrar que

$$\phi_N(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{\tau}^T a \sin \omega(t - \tau) d_1 \sin \omega t \, dt, \quad \forall \tau \geq 0 \quad (2.18)$$

por causa da propriedade de ortogonalidade da família de funções $(\sin i\omega t)_{i=1}^{\infty}$, a saber:

$$\int_0^{2\pi/\omega} \sin i\omega t \sin j\omega t \, dt = \delta_{ij} \frac{\pi}{\omega} \quad (2.19)$$

onde δ_{ij} é o *delta de Kronvecker* definido por:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (2.20)$$

Em outras palavras, $\phi_N(\cdot)$ é o mesmo que a correlação cruzada entre as funções $a \sin \omega t$ e $d_1 \sin \omega t$. Assim a equação (2.9) é satisfeita se $\omega_o(\cdot)$ é escolhida tal que:

$$(W_o x_o)(t) = d_1 \sin \omega t \quad (2.21)$$

E a equação (2.21) é satisfeita se $\omega_o(\cdot)$ é escolhido como

$$\omega_o(t) = \frac{d_1}{a} \delta(t) \quad (2.22)$$

isto é, se $\omega_o(\cdot)$ corresponde a um ganho constante de valor d_1/a . Assim obtemos a seguinte conclusão:

Conclusão: No caso de uma entrada de referência senoidal dada na equação (2.13), a linearização quase ótima é uma vez mais um ganho constante. Como interpretação do ganho equivalente d_1/a é o seguinte: se o elemento não linear N é substituído por um ganho constante de valor γ , a saída resultante do elemento de ganho constante na resposta a uma entrada $x_o(\cdot)$ é

$$\gamma a \sin \omega t \quad (2.23)$$

Comparando a equação (2.23) com a saída da equação (2.16) do elemento não linear N , vemos que se escolhermos $\gamma = d_1/a$, então o primeiro harmônico da saída da equação (2.16) é exatamente o mesmo dado na equação (2.23). Isto é, às vezes, referido como o *princípio de balanço de harmônicos*. Daremos uma derivação alternativa deste princípio, o qual incidentemente, remove a suposição dada pela equação (2.15). Como mostrado previamente, se a entrada de referência $x_o(\cdot)$ é escolhida de acordo com a equação (2.13), e se o operador N satisfaz a equação (2.7), então $(Nx_o)(\cdot)$ é da forma dada na equação (2.14). Agora, se nós calculamos $(W_o x_o)(\cdot)$, mantendo em mente que W_o re-presenta um sistema linear invariante no tempo, então, no regime permanente, $(W_o x_o)(\cdot)$ é da forma

$$(W_o x_o)(t) = \gamma_1 a \sin \omega t + \gamma_2 a \cos \omega t \quad (2.24)$$

onde

$$\gamma_1 + j\gamma_2 = \hat{\omega}_o(j\omega) \quad (2.25)$$

Em outras palavras, se nós calculamos a *transformada de Laplace* de $\omega_o(\cdot)$ e denotamos por $\hat{\omega}_o(\cdot)$, então γ_2 é a parte imaginária de $\omega_o(j\omega)$. Nosso objetivo é escolher $\omega_o(\cdot)$ de tal modo que a equação (2.24) seja a melhor aproximação possível para a equação (2.14). Contudo, devido à propriedade de ortogonalidade dada na equação (2.19), vemos que a equação (2.24) é a melhor aproximação para a equação (2.14), logo:

$$\gamma_1 a = d_1 \quad (2.26)$$

$$\gamma_2 a = c_1 \quad (2.27)$$

As condições podem ser satisfeitas se escolhermos o operador W_o como:

$$(W_o x)(t) = \frac{d_1}{a} x(t) + \frac{c_1}{a\omega} \dot{x}(t) \quad (2.28)$$

Um operador semelhante W_o não está dentro da classe de operadores satisfazendo a equação $\int_0^\infty |w(t)| dt < \infty$. Contudo, escolhemos para negligenciar este fato e para o propósito de análises em regime permanente senoidal à frequência ω , tratamos W_o como um ganho complexo de valor $(d_1/a) + j(c_1/a)$. As equações (2.26) e (2.6) uma vez mais declaram que para termos a melhor aproximação linear invariante no tempo para o elemento não linear N , o primeiro harmônico da saída do elemento não linear $(Nx_o)(\cdot)$ poderia ser exatamente igual ao da saída do elemento linear $(W_o x_o)(\cdot)$.

definição: Dado uma não linearidade N satisfazendo a equação (2.7), o número complexo

$$\eta(a; \omega) = \frac{d_1}{a} + j \frac{c_1}{a} \quad (2.29)$$

é chamado de *ganho equivalente* da não linearidade N ; a função $a \mapsto \eta(a; \omega)$ é chamada de *função descritiva* de N .

Observação 3 Projeta-se η como $\eta(a; \omega)$ porque em geral, a função descritiva pode depender da amplitude e da frequência de entrada da referência.

Se a não linearidade característica $n(\cdot)$ for sem memória e invariante no tempo, então $\eta(a/\omega)$ será independente de ω .

Prova

Considere as duas entradas de referência

$$x_o^{(1)}(t) = a \sin \omega_1 t \quad (2.30)$$

$$x_o^{(2)}(t) = a \sin \omega_2 t \quad (2.31)$$

ambas têm a mesma amplitude mas frequências diferentes. Se as frequências ω_1 e ω_2 são diferentes de zero, podemos escrevê-las como

$$x_o^{(2)}(t) = x_o^{(1)}\left(\frac{\omega_2 t}{\omega_1}\right) \quad (2.32)$$

isto é, $x_o^{(2)}(\cdot)$ pode ser obtido a partir de $x_o^{(1)}(\cdot)$ por mudança da escala de tempo. Porque a não linearidade N é sem memória, nós temos

$$Nx_o^{(2)}(t) = Nx_o^{(1)}\left(\frac{\omega_2 t}{\omega_1}\right) \quad (2.33)$$

Então, se

$$(Nx_o^{(1)})(t) = c_o + \sum_{i=1}^{\infty} (c_i \cos i\omega_1 t + d_i \sin i\omega_1 t) \quad (2.34)$$

temos

$$(Nx_o^{(2)})(t) = c_o + \sum_{i=1}^{\infty} (c_i \cos i\omega_2 t + d_i \sin i\omega_2 t) \quad (2.35)$$

Isto mostra que

$$\eta(a; \omega_1) = \eta(a; \omega_2) \quad (2.36)$$

Porque ω_1 e ω_2 são arbitrários, a equação (2.36) mostra que $\eta(a; \omega)$ é independente de ω .

Se $n(\cdot)$ for ímpar além de ser sem memória e invariante no tempo, então $n(a)$ será um número real.

Prova

Se N satisfizer as condições impostas na equação (2.15) e $x_o(\cdot)$ tiver a forma dada na equação (2.13), então $(Nx_o)(\cdot)$ terá a forma dada na equação (2.16). Isto quer dizer que $\eta(a)$ será real.

Considere o sinal não linear mostrado na figura (2.4). Aplicando-se uma entrada $x_o(\cdot)$ da forma da equação (2.13) para esta não linearidade, a saída resultante é uma onda quadrada de amplitude 1, para qualquer valor de a (enquanto $a \neq 0$).

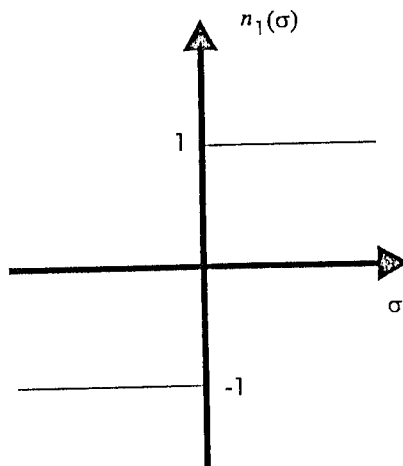


Figura 2.4: Esquema da não linearidade *duas posições (on-off)*

O primeiro harmônico de uma onda quadrada de amplitude 1 tem uma amplitude de $4/\pi$, sendo assim a função descritiva desta não linearidade $n_1(\cdot)$ é dada por:

$$n_1(a) = \frac{4}{\pi a} \quad (2.37)$$

Considere um elemento $n(\cdot)$ o qual é *linear por partes*, como mostrado na figura (2.5). Para $|\sigma| \leq \delta$, $n(\cdot)$ atua como um ganho linear de valor m_1 , considerando que até mesmo para $|\sigma| > \delta$, $n(\cdot)$ atua (para pequenas perturbações em σ) como um ganho linear de valor m_2 .

Portanto, se nós aplicamos uma entrada senoidal de amplitude a , e se $a \leq \delta$, então a saída é outra senoide de amplitude $m_1 a$, desde que:

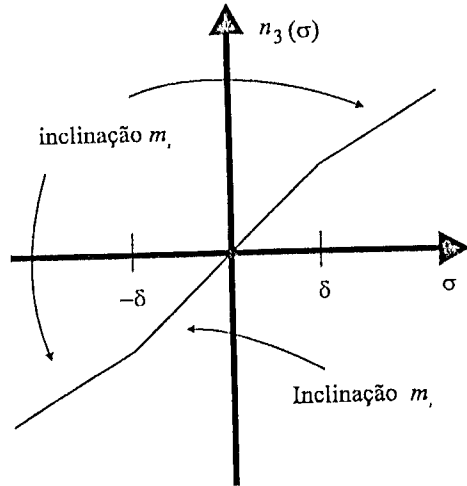


Figura 2.5: Esquema da não linearidade *linear por partes* $0 \leq a \leq \delta$

$$n(a) = m_1 \quad \text{se} \quad 0 \leq a \leq \delta \tag{2.38}$$

Contudo, se $a > \delta$, a saída da não linearidade tem a forma mostrada na figura (2.6).

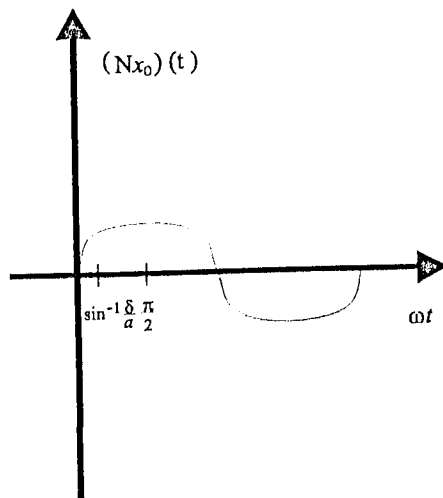


Figura 2.6: Esquema da não linearidade *linear por partes* $a > \delta$

Neste caso, pode ser verificado que:

$$n(a) = \frac{2(m_1 - m_2)}{\pi} \left[\sin^{-1} \frac{\delta}{a} + \frac{\delta}{a} \left(1 - \frac{\delta^2}{a^2} \right)^{1/2} \right] + m_2, \quad a > \delta \quad (2.39)$$

A figura (2.5) descreve a não linearidade $n(\cdot)$ no caso onde $m_1 > m_2$. Contudo, a expressão (2.39) para $n(a)$ é válida para alguns m_1, m_2 . Assim as equações (2.38) e (2.39) caracterizam completamente a definição da função $n(\cdot)$.

Pela seleção de vários valores específicos para m_1 e m_2 , nós podemos agora derivar a expressão para as funções descritivas das várias formas de não linearidades comumente encontradas. Por exemplo, se fizermos $m_1 = 0$, conseguimos a não linearidade de *zona morta* $n_2(\cdot)$ mostrada na figura (2.7).

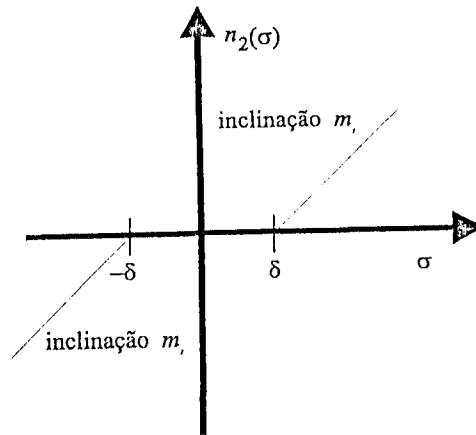


Figura 2.7: Esquema da não linearidade zona morta

A função descritiva correspondente $n_2(\cdot)$ é obtida das expressões (2.38) e (2.39) como:

$$n_2(a) = \begin{cases} 0, & 0 \leq a \leq \delta \\ m_2 - \frac{2m_2}{\pi} \left[\sin^{-1} \frac{\delta}{a} + \frac{\delta}{a} \left(1 - \frac{\delta^2}{a^2} \right)^{1/2} \right], & a > \delta \end{cases} \quad (2.40)$$

Similarmente, se nós fazemos $m_2 = 0$, nós obtemos a *não linearidade limitadora* $n_3(\cdot)$ mostrada na figura (2.8).

A função descritiva $\eta_3(\cdot)$ de $n_3(\cdot)$ é:

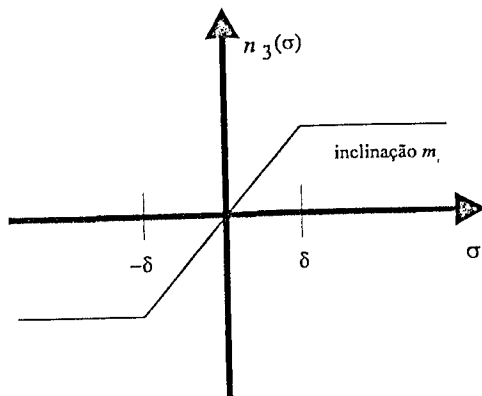


Figura 2.8: Esquema da não linearidade limitadora

$$n_3(a) = \begin{cases} m_1, & \sigma \leq a \leq \delta \\ \frac{2m_1}{\pi} \left[\sin^{-1} \frac{\delta}{a} + \frac{\delta}{a} \left(1 - \frac{\delta^2}{a^2} \right)^{1/2} \right], & a > \delta \end{cases} \quad (2.41)$$

Há uma função que aparece repetidamente na expressão acima, a saber,

$$f(x) \triangleq \begin{cases} 1, & \text{para } x \geq 1 \\ \frac{2}{\pi} \left[\sin^{-1} x + x \left(1 - x^2 \right)^{1/2} \right], & \text{para } 0 \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (2.42)$$

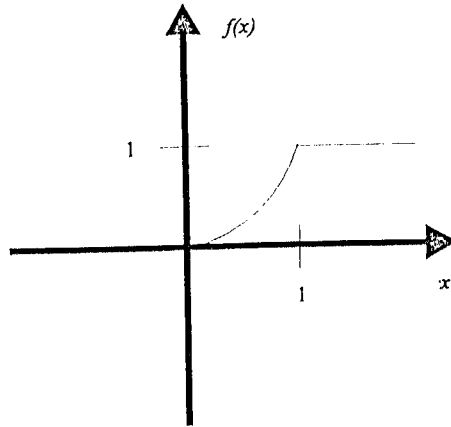
Um projeto de $f(x)$ é dado na figura (2.9). Com a definição acima, $\eta_2(a)$ pode ser expressa resumidamente como:

$$\eta_2(a) = m_2 \left[1 - f \left(\frac{\delta}{a} \right) \right] \quad (2.43)$$

Enquanto $\eta_3(a)$ pode ser escrito como:

$$\eta_3(a) = m_1 f \left(\frac{\delta}{a} \right) \quad (2.44)$$

Enquanto as equações (2.40) e (2.43) fornecem as expressões precisas para $\eta_2(a)$, pode-se derivar prontamente a forma aproximada de $\eta_2(a)$ usando os mesmos procedimentos

Figura 2.9: Esquema de $f(x)$

acima. Se a amplitude de entrada a é menor do que δ , a saída é *zero*, assim que $\eta_2(a)$ seja também *zero*. De outra maneira, como a torna-se enorme, o efeito da *zona morta* torna-se menor, de forma que $\eta_2(a)$ seja uma função monotonamente crescente de a . Como a torna-se extremamente grande comparado com δ , o efeito de toda *zona morta* desaparece menos, e $n_2(\cdot)$ começa a parecer um elemento linear de ganho m_2 . Então $\eta_2(a) \rightarrow m_2$ como $a \rightarrow \infty$. A forma característica de $\eta_3(a)$ pode ser racionalizada da mesma maneira. Nós derivaremos alguns limites sobre a função descritiva. Suponha que a função $n(\cdot)$ na equação

$$(Nx)(t) = n[x(t)], \quad \forall t \geq 0, \quad \forall x(\cdot) \in c[0, \infty) \quad (2.45)$$

satisfaça uma condição da forma:

$$k_1\sigma^2 \leq \sigma n(\sigma) \leq k_2\sigma^2, \quad \forall \sigma \in \Re \quad (2.46)$$

para alguns números reais k_1 e k_2 . Nós dizemos que $n(\cdot)$ fica no setor $[k_1, k_2]$ se, além disso, $n(\cdot)$ também satisfaz a seguinte condição:

$$n(-\sigma) = -n(\sigma), \quad \forall \sigma \in \mathfrak{R} \quad (2.47)$$

isto é, $n(\cdot)$ seja *ímpar*. Nós mostraremos abaixo que:

$$k_1 \leq \eta(a) \leq k_2, \quad \forall a \in \mathfrak{R} \quad (2.48)$$

Em outras palavras, se $n(\cdot)$ está dentro do setor $[k_1, k_2]$, sua função descritiva também está entre os limites k_1 e k_2 . Esta condição de setor mostrada na equação (2.46) tem uma simples interpretação gráfica, como mostrado na figura (2.10).

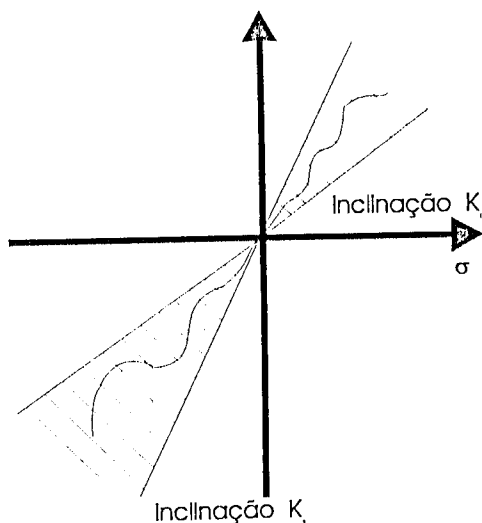


Figura 2.10: Esquema da não linearidade de *setor*

Isto significa que o gráfico da não linearidade está entre duas linhas retas, tendo inclinação k_1 e k_2 respectivamente. Assim o resultado acima declara que se o gráfico de um elemento não linear está entre duas linhas retas de inclinação k_1 e k_2 , sua função descritiva compreende somente valores entre k_1 e k_2 . Os limites descritos pela equação (2.48) são bastante fáceis de se mostrar porque $n(\cdot)$ é ímpar, $\eta(a)$ é real. Além disso,

$$\begin{aligned}\eta(a) &= \frac{\omega}{\pi a} \int_0^{2\pi/\omega} n(a \sin \omega t) \sin \omega t dt \\ &= \frac{1}{\pi a} \int_0^{2\pi} n(a \sin \theta) \sin \theta d\theta && \text{fazendo } \theta = \omega t \\ &\geq \frac{1}{\pi a^2} \int_0^{2\pi} k_1 (a \sin \theta)^2 d\theta && \text{através da equação (2.46)} \\ &= k_1\end{aligned}$$

O limite superior na equação (2.48) é provado similarmente.

2.7 Existência de soluções periódicas

Trataremos agora uma das principais aplicações da *função descritiva*, a saber, prever a existência de *ciclos limites* (soluções periódicas). Deveria-se ter em mente que a análise baseada sobre as funções descritivas é somente aproximada. Por exemplo, há instantes onde a análise da função descritiva prediz a existência de soluções periódicas, mas o sistema atual não exibe nenhuma solução e em outros instantes a situação é invertida. Então é talvez mais correto dizer que a análise da *função descritiva* prediz a probabilidade de *ciclos limites*. Contudo, apesar destas aproximações, *funções descritivas* são usadas na prática, por causa da facilidade de analisar sistemas não lineares (embora aproximadamente) através de seu uso. Considere o sistema não linear realimentado mostrado na figura (2.11).

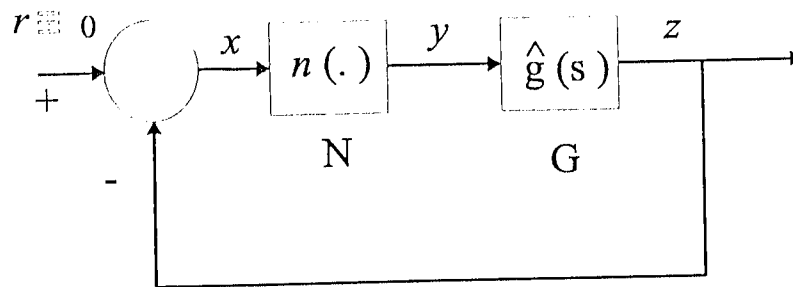


Figura 2.11: Esquema de um sistema não linear realimentado

O objetivo é determinar se, na ausência de uma entrada, é possível ter uma solução periódica diferente de *zero* para $x(\cdot)$. Se os dois blocos N e G são descritos pelas relações entrada e saída

$$y(t) = (Nx)(t) = n[x(t)] \quad (2.49)$$

$$z(t) = (Gy)(t) = \int_0^t g(t - \tau)y(\tau)d\tau \quad (2.50)$$

então, com entrada *zero*, o sistema em malha fechada é descrito pela equação integral:

$$x(t) = -(GNx)(t) = - \int_0^t g(t - \tau)n[x(\tau)]d\tau \quad (2.51)$$

O problema é determinar se a equação (2.51) tem alguma solução diferente de zero para $x(\cdot)$. Nós aproximamos o problema para assumir que a equação (2.51) tenha uma solução periódica da forma

$$x(t) = a \sin \omega t \quad (2.52)$$

onde a e ω serão determinados. Como mostrado nas seções anteriores, sempre que $x(\cdot)$ for da forma dada na equação (2.52), $(Nx)(\cdot)$ será também periódico com período $2\pi/\omega$, e o harmônico fundamental de $(Nx)(\cdot)$ será

$$\gamma_1 a \sin \omega t + \gamma_2 a \cos \omega t \quad (2.53)$$

onde

$$\eta(a; \omega) = \gamma_1 + j\omega\gamma_2 \quad (2.54)$$

é a *função descritiva* de $n(\cdot)$.

Fazemos

$$\hat{g}(j\omega) = \hat{g}_\tau(\omega) + j\hat{g}_i(\omega) \quad (2.55)$$

ser a transformada de Fourier da resposta ao impulso $g(\cdot)$. Porque a equação (2.50) descreve uma operação linear invariante no tempo e porque $y(\cdot)$ é periódico com período $2\pi/\omega$, isto mostra que, no regime permanente, $z(\cdot)$ é também periódico com período $2\pi/\omega$ e que o harmônico fundamental de $z(\cdot)$ é

$$ua \sin \omega t + va \cos \omega t \quad (2.56)$$

onde

$$u + jv \triangleq g(j\omega)\eta(a; \omega) \quad (2.57)$$

Para a equação (2.51) ser satisfeita, os primeiros harmônicos de ambos os lados desta devem ser iguais. Agora, se $x(\cdot)$ é da forma dada na equação (2.52), comparando os primeiros harmônicos de ambos os lados da equação (2.51) obtemos:

$$a \sin \omega t = -(ua \sin \omega t + va \cos \omega t) \quad (2.58)$$

ou, equivalentemente:

$$1 + u + jv = 0 \quad (2.59)$$

Este procedimento é também referido por alguns autores como o princípio de *balanço de harmônicos*. Note que é um procedimento muito aproximado porque até mesmo se a equação (2.51) tiver uma solução periódica, é altamente improvável que esta solução periódica seja uma senoíde pura da forma dada na equação (2.52). Contudo, uma boa idéia é fazer com que a equação (2.52) seja uma boa aproximação para esta solução periódica. A essência do método para predição da existência de soluções periódicas usando *funções descritivas* pode agora ser enunciada: Dada uma descrição do sistema de acordo com a equação (2.51), formulamos a equação de balanço de harmônicos dada na equação (2.59) e a resolvemos para as entradas a e ω (lembrando que u e v são funções de a e ω). Agora se a_o e ω_o satisfizer a equação (2.59), isto é, se

$$1 + \hat{g}(j\omega_o)\eta(a_o; \omega_o) = 0 \quad (2.60)$$

então nós consideraremos que a equação (2.51) tem uma solução periódica com uma amplitude de aproximadamente a_o e uma frequência aproximada ω_o . A justificativa heurística dada para esta técnica é que se a equação (2.60) é satisfeita, então $x(\cdot)$ dado por

$$x_o(t) = a_o \sin \omega_o t \quad (2.61)$$

é uma solução exata da equação

$$x(t) = -(PGNx)(t) \quad (2.62)$$

onde P é o operador que associa, com cada função periódica, seus primeiros harmônicos. Claro que a equação (2.62) não é igual a equação (2.51) porque esta não tem o operador P . Contudo, se o operador G é um *filtro passa-baixa*, isto é, se G atenua rapidamente os harmônicos mais elevados de $(Nx)(\cdot)$, então não há muito erro em substituir a equação (2.51) pela equação (2.62) e claramente $x_o(\cdot)$ resolve a equação (2.62). Na prática, a técnica de *função descritiva* para predição de soluções periódicas funciona bem se $|g(j\omega)|$ diminui rapidamente com $\omega \rightarrow \infty$.

Capítulo 3

Controle com Modelo Interno – IMC

3.1 Introdução

O nome *controle com modelo interno* (IMC) deriva do fato de que o controlador possui um *modelo da planta*. Este modelo é conectado em paralelo com a planta. O princípio do *controle com modelo interno* tipicamente nos dará controladores de ordem elevada. O esquema IMC é fácil de ser implementado e foi tratado por muitos autores. Dentre eles *Morari et al.* ([33]), *Goodwin et al.* ([20]), *Alex et al.* ([41]), *Coulibaly et al.* ([15]), *Chien* ([11]). Outras referências de IMC associados com outras técnicas de controle foram realizadas, *Walgama e Sternby* ([39]); IMC/PID *Rivera et al.* ([36]), *Chien* ([28]) e *Seron et al.* ([37]).

De interesse especial e ocorrência comum são sistemas de controle não lineares com saturação, mas que são de outra maneira lineares. Problemas *windup* foram encontrados originalmente quando foram usados controladores *PI/PID* para controlar tais sistemas e, o controlador IMC é considerado uma extensão do controlador PI ou PID, conforme demonstraremos mais adiante. Contudo, foi reconhecido mais tarde que *integrador windup* é somente um caso especial de um problema mais geral da *ação windup*. Como ressaltado por *Doyle et al.* ([17]), algum controlador com *modos relativamente lentos ou instáveis* enfrentará problemas *windup* se há restrições nos atuadores. ***Windup é então interpretado como uma inconsistência entre a entrada da planta e os estados do controlador, quando por exemplo, o sinal de controle satura***, *Morari et al.* ([29]).

A *técnica de condicionamento* como uma técnica *anti-windup* foi originalmente formulada por *Hanus et al.* ([22]) e *Hanus e Kinnaert* ([21]) como uma extensão do método *back calculation* de *Fertik e Ross* ([19]) a uma classe geral de controladores. *Åström e Wittenmark* ([6]) e *Åström e Rundqwist* ([3]) propuseram a introdução de um *observador* ao sistema para estimar o estado do controlador na presença de restrições e daí restaurar a consistência entre o sinal de controle saturado e os estados do controlador. Esta aproximação, baseada em *observador*, representou uma generalização significativa do esquema *anti-windup* existente. *Walgama e Sternby* ([39]) expuseram claramente esta propriedade

do *observador* inerente em um grande número de esquemas *anti-windup*. Campo e Morari ([8]) propuseram um controlador condicionado independentemente, derivado de Hanus e Kinnaert ([21]), como um caso especial da aproximação baseada em *observador*.

A estrutura **controle com modelo interno (IMC)**, conforme Morari e Zafiriou ([32]), nunca foi entendida como um esquema *anti-windup*, porque não era dotada do *observador* o qual é responsável pela detecção e correção da *ação windup*. Sendo para isso realizadas algumas modificações nesta estrutura para torná-la um esquema *anti-windup*, o qual trataremos mais adiante. Contudo se a planta P e o controlador IMC Q são estáveis, pode-se garantir a *estabilidade global*, contanto que não haja desigualdade entre o *modelo* e a *planta*. De outra maneira, o desempenho é deteriorado quando há restrições nos atuadores. Isto é porque o controlador Q é surpreendido pelo efeito de suas ações, em particular, não percebe quando a variável manipulada (u) satura. Este efeito é mais pronunciado quando o controlador *IMC* tem dinâmicas rápidas que são afetadas pela saturação. A menos que o controlador *IMC* seja projetado para otimizar o desempenho não linear, não dará desempenho satisfatório para o sistema com saturação. O foco deste esquema é *identificar este desempenho não linear*.

3.1.1 Suposições e notações:

Assumiremos que a planta é um sistema linear, estável e invariante no tempo com n entradas e n saídas. Por simplicidade, nós usaremos os mesmos símbolos para denotar ambas as funções de transferência e o correspondente modelo de resposta ao impulso. P , \hat{P} e Q representam a *planta*, o *modelo da planta* e o *controlador* IMC, respectivamente. Eles tem matrizes de transferência n por n . A função da saturação de entrada é representada por:

$$u \in \mathfrak{R}^n, \text{sat}(u) = \begin{cases} \text{sat}(u_1) \\ \vdots \\ \text{sat}(u_n) \end{cases}, \text{ onde } \text{sat}(u_i) = \begin{cases} u_i^{max} & u_i > u_i^{max} \\ u_i & u_i^{min} \leq u_i \leq u_i^{max} \\ u_i^{min} & u_i < u_i^{min} \end{cases} \quad (3.1)$$

A *norma*₁ para sistemas em tempo discreto é representada por:

$$x \in \mathfrak{R}^n, \|x(t)\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i(t)| \quad (3.2)$$

Ou para sistemas em tempo contínuo:

$$\|x(t)\|_1 = \int_{t=0}^{\infty} |x(t)| dt \quad (3.3)$$

3.2 Esquema IMC

Considere a estrutura *IMC* como mostrada na figura (3.1).

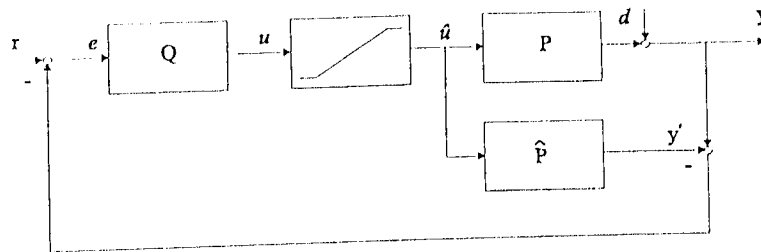


Figura 3.1: Projeto IMC

A saída $y'(t)$ correspondente à saída do sistema com restrição é dada por:

$$y'(t) = (P * \hat{u})(t) + d(t) = \int_0^t P(t - \tau) \hat{u}(\tau) d\tau + d(t) \quad (3.4)$$

onde $(*)$ denota o operador de convolução. Todos os distúrbios atuantes no processo são reduzidos a um distúrbio equivalente d na saída do processo. Por causa das restrições de saturação, $y'(t)$ necessariamente difere de $y(t)$, a saída para o sistema sem restrições. Em geral, gostaríamos de encontrar y' tão próximo a y quanto possível. Matematicamente, queremos resolver o problema de otimização seção (3.2), mostrada instantaneamente a cada tempo t .

$$\min_{\hat{u}} |(f * y)(t) - (f * y')(t)|_1 = \min_{\hat{u}} |(fPQ * e)(t) - (fP * \hat{u})(t)|_1 \quad (3.5)$$

Onde f é um filtro tal que fP seja bi-próprio. Se P é estritamente próprio, então \hat{u} não afeta y' instantaneamente e a minimização é sem sentido. Desde que nosso objetivo seja minimizar $|y(t) - y'(t)|_1$, o filtro f deve ser diagonal de forma que não introduza nenhuma mudança na direção da saída. A minimização é realizada continuamente para $t \geq 0$. É importante perceber que esta minimização instantânea difere da minimização sobre um horizonte. Para a estrutura *IMC* mostrada na figura (3.1), $\hat{u}(t) = \text{sat}(u(t)) = \text{sat}(\int_0^t Qe(\tau) d\tau)$ é completamente determinado para algum $e(t)$ dado. Assim, em geral, a implementação *IMC* convencional não resolve o problema de otimização (seção 3.3.1)

o qual otimiza o desempenho para o sistema com restrições. Mais adiante mostraremos que uma estrutura **IMC modificada** resolve o problema de otimização , seção (3.3.1), instantaneamente.

3.2.1 Equivalência de IMC com PI/PID anti-windup

Partindo da representação comum do controlador em série com função de transferência:

$$C(s) = \frac{fQ}{1 - f\hat{P}Q} \quad (3.6)$$

Tomaremos a figura (3.1) como base para calcular a função do controlador, onde f é um filtro passa-baixa com função de transferência $f = \frac{1}{1+sT_f}$ e T_f é a constante de tempo do filtro.

Consideraremos também para comprovar esta equivalência que a planta seja dada pela função de transferência:

$$P(s) = \frac{k_p}{1 + sT} e^{-sL} \quad (3.7)$$

Uma idéia para implementação do controlador Q é construí-lo como a inversa da planta, ou seja, $Q = P^{-1}$, daí:

$$Q = \frac{1 + sT}{k_p} \quad (3.8)$$

É bom notarmos que não atentamos ainda para a inversa do tempo de atraso e^{-sL} . Fazendo uma aproximação do tempo de atraso para $e^{-sL} \approx 1 - sL$, a equação (3.6) torna-se:

$$C(s) = \frac{1 + sT}{k_p s(L + T_f)} \quad (3.9)$$

ou

$$C(s) = \frac{1}{k_p s(L + T_f)} + \frac{T}{k_p(L + T_f)} \quad (3.10)$$

A expressão acima é um controlador PI.

Se o tempo de atraso é uma aproximação de Padé de primeira ordem $e^{-sL} \approx \frac{1-sL/2}{1+sL/2}$, a equação (3.6) torna-se:

$$C(s) = \frac{(1 + sL/2)(1 + sT)}{k_p s(L + T_f + sT_f L/2)} \approx \frac{(1 + sL/2)(1 + sT)}{k_p s(L + T_f)}, \quad (3.11)$$

que é um controlador PID.

Um exemplo prático da utilização do filtro é dado a seguir. Suponha que desejamos controlar a planta $P(s) = \frac{1}{s+1}$, que é própria, usando o esquema IMC. O controlador Q é obtido pela inversa da planta $Q = P^{-1}(s) = s + 1$, que é imprópria. Para contornar este problema usamos um filtro passa-baixa $f = \frac{1}{1+sT_f}$, daí o produto fQ tornará o controlador próprio. Esta característica do *controle com modelo interno* é denominada *robustez*, provida pela escolha adequada do filtro f . Uma ligação entre desempenho e robustez pode ser feita pelo uso da constante do filtro como um parâmetro do projeto. Uma aplicação prática desta idéia foi realizada por Braatz ([13]) e mencionado no capítulo (6.4) pois este esquema trata da união dos esquemas IMC e PID. O controlador IMC pode também ser visto como uma extensão do *preditor de Smith* ([5]).

Há várias representações do esquema IMC, obtidas pela manipulação de alguns blocos. A primeira manipulação foi feita na equação (3.10) para obter o controlador $C(s)$, onde temos que levar em conta que a estrutura IMC mostrada na figura (3.1) tem que ser internamente estável, isto é, que o controlador Q seja estável e a nova maneira de expressá-la é vista na figura (3.2). Sendo assim os sinais internos u e y não são afetados.

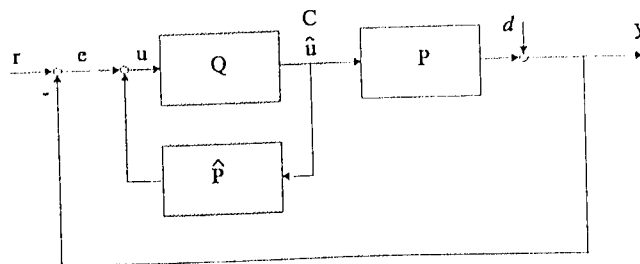


Figura 3.2: Projeto IMC com $C = fQ/(1 - fPQ)$

Uma outra maneira é adicionarmos o modelo da planta \hat{P} aos dois blocos de realimentação clássica, figura (3.1), sendo assim os sinais u e y também não são afetados. Desde que a estrutura IMC seja estável e Q seja estável. Com estas manipulações o esquema tem a seguinte forma mostrada na figura (3.3).

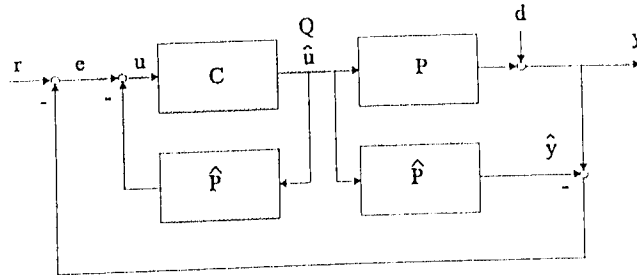


Figura 3.3: Projeto IMC com $Q = fC/(1 + fPC)$

3.3 Síntese

Agora passaremos a demonstrar que a estrutura IMC com algumas modificações é um esquema *anti-windup*. Salientamos que os principais fatores para a detecção e eliminação do efeito *windup* será feito em função do filtro f responsável por tornar o controlador estável e da divisão do controlador Q em duas partes, onde Q_2 agirá como um *observador de estados*.

3.3.1 Estrutura IMC

A figura (3.4) mostra a estrutura *IMC modificada* onde $Q = (I + Q_2)^{-1}Q_1$.

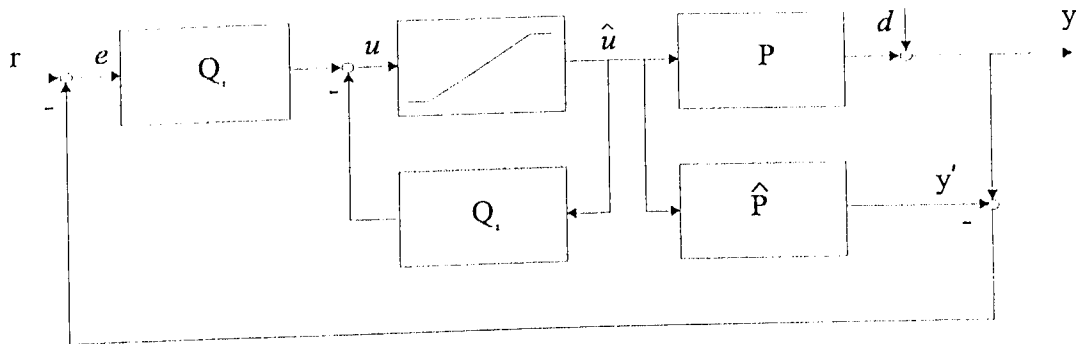


Figura 3.4: Estrutura IMC modificada

Assumindo que Q é bi-próprio (Q é bi-próprio se ambos Q e Q^{-1} são próprios), temos que:

$$u(s) = Q_1 e(s) - Q_2 \hat{u}(s) = Q_1 e(s) - (Q_1 Q^{-1} - I) \hat{u}(s) \quad (3.12)$$

Aqui assumimos que as condições iniciais são nulas sem perda de generalidade, desde que Q seja estável e condições iniciais diferentes de zero possam ser incorporados dentro de $e(t)$. No domínio do tempo:

$$u(t) - \hat{u}(t) = (Q_1 * e)(t) - (Q_1 Q^{-1} * \hat{u})(t) \quad (3.13)$$

Os estados do lema (1) mostram como o filtro f poderia ser escolhido tal que a estrutura *IMC modificada* exibida na figura (3.4) resolva o problema de otimização (seção 3.3.1).

Lema 1

Suponha que Q seja bi-próprio e que $P = \hat{P}$. Se $fP|_{s=\infty}$ é uma matriz diagonal não singular e $Q_1 = fPQ$, então $\hat{u}(t)$ resultante da implementação IMC modificada mostrada na figura (3.4) é a solução do problema de otimização dado na (seção 3.2). Além disso,

se $g = Df$ onde D é uma matriz diagonal constante, então a resposta em malha fechada com f e g são idênticas.

Prova

Partindo do princípio que $Q_1 = fPQ$, provaremos que o lema 1 é de fato a solução ótima da implementação IMC modificada dada na (seção 3.3.1). Substituindo ambos os lados da equação, no domínio do tempo, temos:

$$\begin{aligned} Q_1 = fPQ \implies u(t) - \hat{u}(t) &= (fPQ * e)(t) - (fP * \hat{u})(t) \\ &= (f * y)(t) - (f * y')(t) \equiv y_f(t) - y'_f(t) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Então:

$$u_i(t) - \hat{u}_i(t) = y_{f_i}(t) - y'_{f_i}(t), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.15)$$

Desde que $fP|_{s=\infty}$ seja diagonal, \hat{u}_j , $j \neq i$, não afeta y'_{f_i} instantaneamente. A equação (3.15) pode ser resolvida independentemente para cada $\hat{u}_i(t)$. Considere a primeira entrada, isto é, $i = 1$. Quando não ocorre saturação em $t = t_1$, $\hat{u}_1(t_1) = u_1(t_1) = \text{sat}(u_1(t_1))$ e $|y_{f_1}(t_1) - y'_{f_1}(t_1)| = 0$ é minimizado. Suponha que ocorre saturação em $t = t_2$, isto é, $u_1(t_2) > u_1^{max}$ ou $u_1(t_2) < u_1^{min}$, queremos mostrar que $\hat{u}_1(t_2) = \text{sat}(u_1(t_2))$ também minimiza $|y_{f_1}(t_2) - y'_{f_1}(t_2)|$. Desde que $\hat{u}_1(t_2)$ afete $y'_{f_1}(t_2)$ linearmente e $\hat{u}_j(t_2)$, $j = 2, 3, \dots, n$, não afetando $y'_{f_1}(t_2)$, $|y_{f_1}(t_2) - y'_{f_1}(t_2)|$ é uma função convexa de $\hat{u}_1(t_2)$ somente se $\hat{u}_1(t_2) = u_1(t_2)$ para o qual $|y_{f_1}(t_2) - y'_{f_1}(t_2)| = 0$ não é praticável, isto é, $u_1(t_2) > u_1^{max}$ ou $u_1(t_2) < u_1^{min}$. Então a solução ótima que minimiza $|y_{f_1}(t_2) - y'_{f_1}(t_2)|$ deve ocorrer na fronteira, isto é, $\hat{u}_1(t_2) = \text{sat}(u_1(t_2))$. Portanto, escolhamos $\hat{u}_1(t) = \text{sat}(u_1(t))$ para minimizar $|y_{f_1}(t) - y'_{f_1}(t)|$ a cada $t \geq 0$. Desde que $|y_{f_1}(t) - y'_{f_1}(t)|$ seja minimizado para cada i , $|y_f(t) - y'_f(t)|_1$ é minimizado. Se $g = Df$, a equação (3.15) torna-se:

$$u_i(t) - \hat{u}_i(t) = D_{ii}[y_{f_i}(t) - y'_{f_i}(t)], \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.16)$$

Onde $D = \text{diag}\{D_{11}, \dots, D_{nn}\}$. Antes de ocorrer a saturação, o sistema não tem restrição e $\hat{u}(t) = u(t)$ não depende da matriz diagonal D . Assumindo que o sistema satura para a entrada 1 a $t = t_1$, então $\hat{u}_1(t_1) = u_1^{\max}$ ou $\hat{u}_1(t_1) = u_1^{\min}$. Contanto que o lado direito da equação (3.15) não se torna zero para $i = 1$, a entrada 1 permanece saturada e $\hat{u}_1(t)$ é constante durante este período. A entrada 1 não satura somente se o lado direito da equação (3.15) se torna zero para $i = 1$, que não está em função de D_{11} . Portanto, o sistema sai da saturação ao mesmo tempo, apesar de que D_{11} esteja saturando. Argumentos similares podem ser usados quando mais de uma entrada satura. Portanto, a resposta em malha fechada para f e g são idênticas.

Observação 4 Se $fP|_{s=\infty}$ não é diagonal, então $y'_{f_i}(t)$ pode também ser afetado por $\hat{u}_j(t)$, $j \neq i$, instantaneamente. O argumento de convexidade não funcionaria desde que $|y_{f_i}(t) - y'_{f_i}(t)|$ seja também afetado por $\hat{u}_j(t)$, $j \neq i$.

Observação 5 O filtro f deve ser diagonal de forma que não introduza nenhuma mudança na direção da saída. Contudo, f para qual $fP|_{s=\infty}$ é diagonal pode não ser diagonal. Para contornar este problema, nós podemos projetar um filtro f diagonal para \hat{P} tal que $f\hat{P}|_{s=\infty}$ seja diagonal. \hat{P} pode ser escolhido arbitrariamente próximo a P . Q_2 deve ser estritamente próprio para ser implementável. Isto pode ser encontrado pela escolha apropriada do filtro f .

Observação 6 O controlador Q usualmente tem fase mínima e é sempre estável. Dividindo o controlador Q em Q_1, Q_2 e, supondo que Q_1 tenha fase não mínima, então $(I + Q_2)^{-1}$ deve ser instável. Contudo, Q_1 deve ter fase mínima e ser estável para garantir estabilidade interna do sistema em malha fechada. O filtro f deve ser escolhido tal que fPQ tenha fase mínima e seja estável.

Observação 7 Para a estrutura IMC modificada, a entrada é mantida saturada por uma quantidade ótima de tempo até que $|y_f(t) - y'_f(t)|$ torne-se zero. Assim, em geral, o desempenho é melhorado quando o filtro f é escolhido apropriadamente. Diferentes

fatorações de controladores podem ser obtidas por escolhas diferentes do filtro f . Nós discutimos dois casos diferentes aqui.

Caso 1

O filtro f é escolhido de tal forma que seja o inverso da planta, ou seja, $f = P^{-1}$. O problema de otimização dado na (seção 3.2) torna-se $\min_{\hat{u}} |u(t) - \hat{u}(t)|_1$. A solução corresponde à estrutura IMC convencional, a qual elimina a entrada de controle resultando em deterioração do desempenho. Contudo, estabilidade do sistema em malha fechada é garantida.

Caso 2

O filtro f é escolhido de tal forma que Q_1 seja uma matriz constante. A otimização torna-se $\min_{\hat{u}} |Q_1[e(t) - e'(t)]|_1$ onde $e'(t) = (Q^{-1} * \hat{u})(t)$. Esta fatoração corresponde à realimentação de estados do modelo proposto por Coulibaly ([15]) para sistemas **SISO**. A mesma fatoração tem sido proposta recentemente por Goodwin ([20]), onde Q_1 é escolhido para ser $Q(\infty)$. O desempenho neste caso é melhorado, mas a estabilidade do sistema em malha fechada não é garantida. Contudo, se as dinâmicas de PQ são lentas, mesmo após minimizar o erro de entrada medido no controlador ($e(t) - e'(t)$), pode não ser um bom caminho para otimizar o desempenho não linear. Depois do sistema sair da região não linear, o controlador não toma nenhuma ação para compensar o efeito do erro, $e(t) - e'(t)$, introduzido durante a saturação.

No caso (1), o filtro f foi escolhido para garantir a estabilidade, enquanto o filtro f no caso (2) foi escolhido para melhorar o desempenho e estabilidade do sistema com restrições. Deve ser ressaltado que o filtro f no caso (2) não foi uma escolha arbitrária, ou seja, foi escolhido de tal forma que providenciasse um ganho constante no numerador da função de transferência de Q_2 .

3.3.2 Estrutura de Realimentação Clássica

Para sistemas estáveis, a estrutura IMC mostrada na figura (3.1) e a estrutura de realimentação clássica mostrada na figura (3.5) são equivalentes.

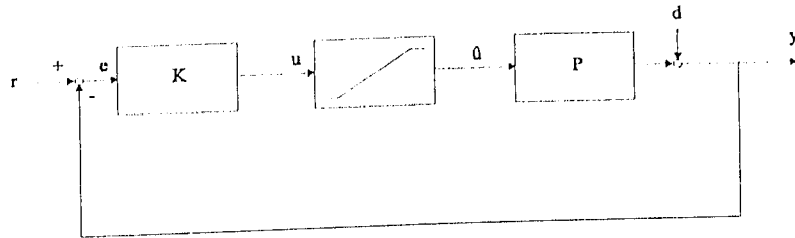


Figura 3.5: Estrutura de Realimentação Clássica

Os resultados para a estrutura IMC modificada podem ser estendidos diretamente para a estrutura de realimentação clássica, para obter a estrutura *anti-windup* mostrada na figura (3.6).

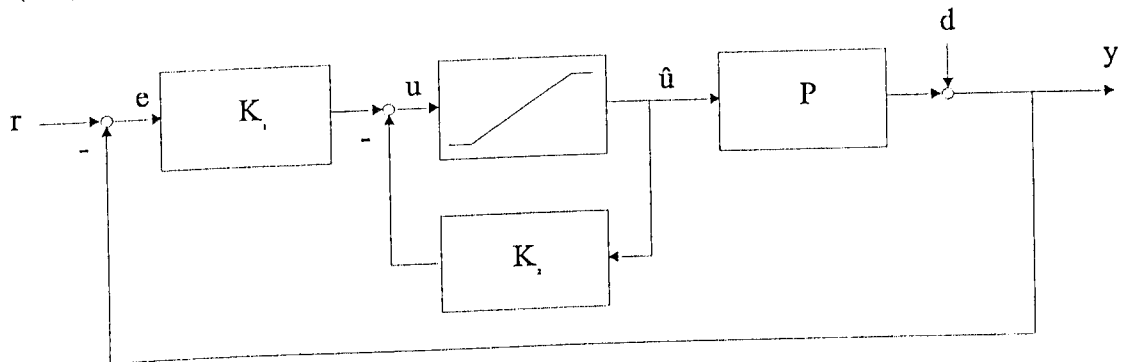


Figura 3.6: Estrutura de Realimentação Clássica com *Anti-windup*

Os controladores K_1 e K_2 são definidos como segue:

$$K_1 = Q_1 \quad (3.17)$$

$$K_2(s) = Q_2 - Q_2 \hat{P} \quad (3.18)$$

Hanus ([22]) e *Hanus e Kinnaert* ([21]) sugeriram o seguinte:

$$K_1 = K(\infty) \quad (3.19)$$

$$K_2(s) = K_1 K^{-1}(s) - I \quad (3.20)$$

onde $K = Q(I - \hat{P}Q)^{-1}$. Esta fatoração corresponde a $f = K_1 Q^{-1} P^{-1}$. Portanto, a técnica de condicionamento de Hanus ([22]) minimiza $\|K_1[e(t) - e'(t)]\|_1$.

3.4 Exemplos

Tomamos vários exemplos agora para demonstrar a eficácia do esquema IMC, bem como a escolha de diferentes *filtros* para efetuar a *minimização do erro*, o qual é um dos principais fatores responsáveis pelo *bom desempenho e estabilidade do sistema*.

Exemplo 1

Considere a seguinte planta:

$$P(s) = \frac{2}{100s + 1} \quad (3.21)$$

O controlador IMC projetado para uma entrada degrau é:

$$Q(s) = \frac{100s + 1}{2(20s + 1)} \quad (3.22)$$

Caso 3

Escolhendo $f = 2,5(20s + 1)$ (a constante 2,5 foi escolhida de tal forma que Q_2 seja estritamente próprio) nos fornece:

$$\begin{aligned} Q_1 &= fPQ \\ &= 2,5(20s + 1) \frac{2}{100s + 1} \frac{100s + 1}{2(20s + 1)} \\ &= 2,5 \\ Q_2 &= fP - I \\ &= 2,5(20s + 1) \frac{2}{100s + 1} - 1 \\ &= \frac{4}{100s + 1} \end{aligned}$$

Caso 4

Escolhendo $f = 50(s + 1)$ obtemos:

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= 50(s+1) \frac{2}{100s+1} \frac{100s+1}{2(20s+1)} \\
 &= \frac{50(s+1)}{20s+1} \\
 Q_2 &= 50(s+1) \frac{2}{100s+1} - 1 \\
 &= \frac{99}{100s+1}
 \end{aligned}$$

A entrada é limitada entre os limites de saturação ± 1 . A resposta para um distúrbio degrau unitário, com implementação IMC convencional e IMC modificada são mostradas nas figuras (3.7) e (3.8).

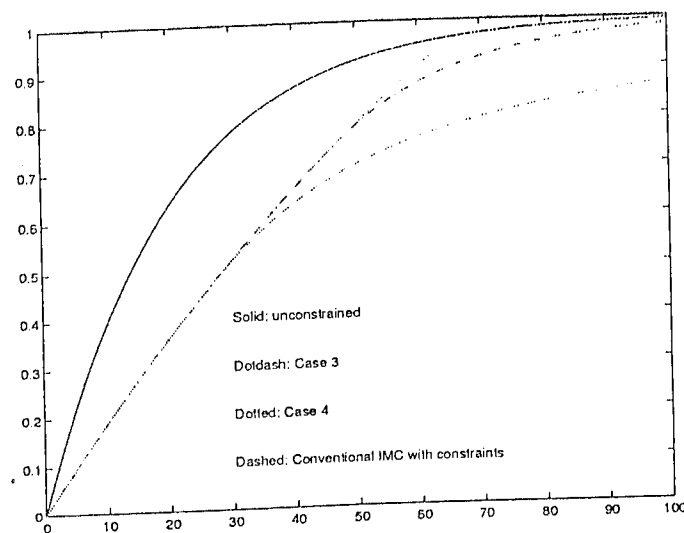


Figura 3.7: Respostas na saída da planta do exemplo 1

As respostas dadas na figura (3.8) ilustram a lentidão do desempenho do esquema IMC convencional, quando as dinâmicas em malha fechada estão muito mais distantes do que as dinâmicas em malha aberta. Para a implementação IMC convencional, a saturação efetivamente elimina a entrada de controle, resultando na deterioração do desempenho. A implementação IMC modificada mantém o sinal de controle saturado a uma duração de tempo ótima, como discutido na seção (3.3.1) resultando na melhora do desempenho. O filtro f no caso (1) corresponde a minimizar o erro de entrada no controlador $|e(t) - e'(t)|$

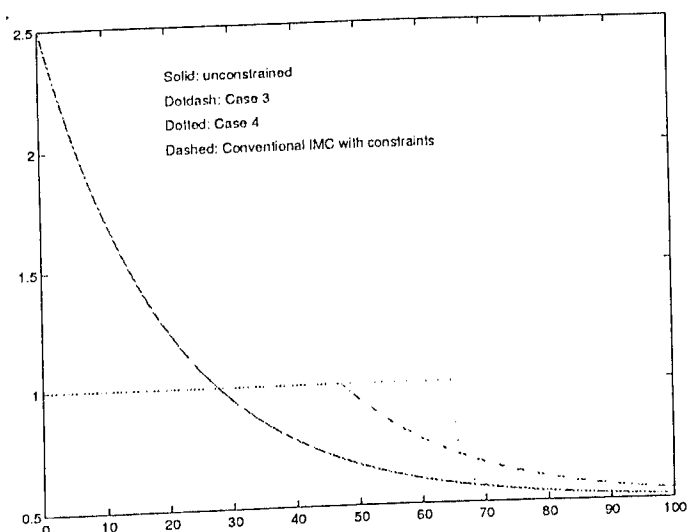


Figura 3.8: Respostas na saída do controlador do exemplo 1

, enquanto que o filtro f no caso (2) corresponde aproximadamente a minimizar o erro na saída do sistema $|y(t) - y'(t)|$. A entrada de controle no caso (2) permanece saturada até que $y(t) \approx y'(t)$, enquanto a entrada de controle no caso (1) permanece saturada enquanto $e(t) = e'(t)$. No caso 1, a diferença entre $y(t)$ e $y'(t)$, resultante da diferença entre $e(t)$ e $e'(t)$ durante a saturação não é compensada, como pode ser visto na figura (3.7).

Exemplo 2

Este exemplo é tomado de Doyle et al. ([17]), quando o método anti-windup convencional não resultava em um sistema estável em malha fechada. A planta é um filtro Butterworth de quarta ordem.

$$P = 0,2 \left(\frac{s^2 + 2\xi_1\omega_1 s + \omega_1^2}{s^2 + 2\xi_1\omega_2 s + \omega_2^2} \right) \left(\frac{s^2 + 2\xi_2\omega_1 s + \omega_1^2}{s^2 + 2\xi_2\omega_2 s + \omega_2^2} \right) \quad (3.23)$$

onde $\omega_1 = 0.2115$, $\omega_2 = 0.0473$, $\xi_1 = 0.3827$ e $\xi_2 = 0.9239$.

O controlador IMC Q é dado por:

$$Q = \frac{s + 1}{(16s + 1)P} \quad (3.24)$$

Escolhendo o filtro $f = 5(16s + 1)/16(s + 1)$ obtemos:

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{5(16s + 1)}{16(s + 1)} P \frac{s + 1}{(16s + 1)P} \\ &= \frac{5}{16} \end{aligned}$$

Isolando P da equação (3.24) temos:

$$P = \frac{s + 1}{(16s + 1)Q}$$

daí obtemos Q_2

$$\begin{aligned} Q_2 &= \frac{5(16s + 1)}{16(s + 1)} \frac{s + 1}{(16s + 1)Q} - 1 \\ &= \frac{5}{16Q(s)} - 1 \end{aligned}$$

A entrada é limitada entre os limites de saturação ± 1 . A figura (3.9) mostra as respostas para uma entrada de distúrbio em degrau com magnitude 5 no tempo $t = 0$ e, uma chave para -5 em $t = 4$. A melhora do desempenho sobre a implementação IMC convencional é significativa. Além disso, o critério fora do eixo Cho e Narendra ([12]) pode ser usado para mostrar que o sistema em malha fechada é assintoticamente globalmente estável.

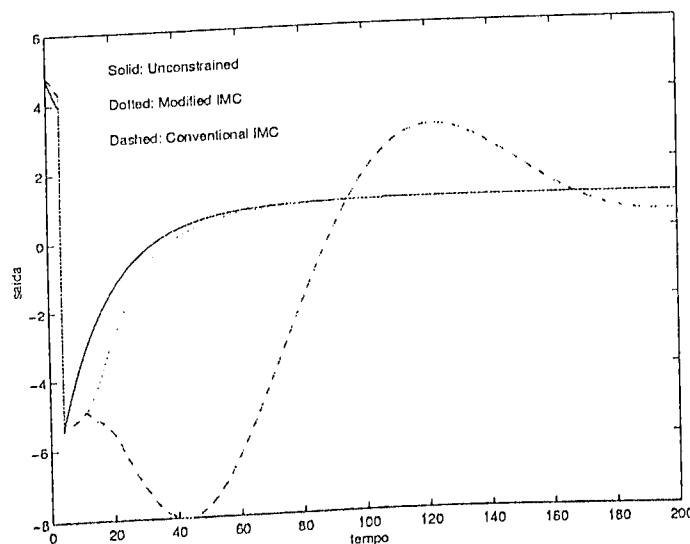


Figura 3.9: Respostas na saída da planta do exemplo 2

Exemplo 3

Este exemplo é baseado em uma planta industrial, mono-tanque, em que foram realizados experimentos práticos para comprovação da eficácia de alguns esquemas de controle anti-windup, bem como para a implementação de um novo esquema de controle anti-windup.

A planta tem o seguinte modelo da função de transferência:

$$P(s) = \frac{7}{2,5s + 1} \quad (3.25)$$

Para a realização deste experimento aplicamos uma entrada com mudança de degrau de 35 para 40 e, o controlador calculado baseado nos casos (3,4). O controlador IMC Q calculado para este exemplo é dado por:

$$Q(s) = \frac{2,5s + 1}{7(0,5s + 1)} \quad (3.26)$$

Caso 5

Escolhendo $f = 0.7143(0,5s + 1)$ temos:

$$\begin{aligned} Q_1 &= fPQ \\ &= 0.3571(0,5s + 1) \frac{7}{2,5s + 1} \frac{2,5s + 1}{7(0,5s + 1)} \\ &= 0,7143 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_2 &= fP - I \\ &= 0.3571(s + 1) \frac{7}{2,5s + 1} - I \\ &= \frac{4}{2,5s + 1} \end{aligned}$$

Caso 6

Escolhendo $f = 0.3571(s + 1)$ temos:

$$\begin{aligned} Q_1 &= fPQ \\ &= 0.3571(s + 1) \frac{7}{2,5s + 1} \frac{2,5s + 1}{7(0,5s + 1)} \\ &= \frac{0,3571(s + 1)}{0,5s + 1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_2 &= fP - I \\ &= 0.3571(s + 1) \frac{7}{2,5s + 1} - I \\ &= \frac{1,5}{2,5s + 1} \end{aligned}$$

As respostas para os casos (5) e (6), saída do esquema e do controlador, são dados nas figuras (3.10) e (3.11) respectivamente.

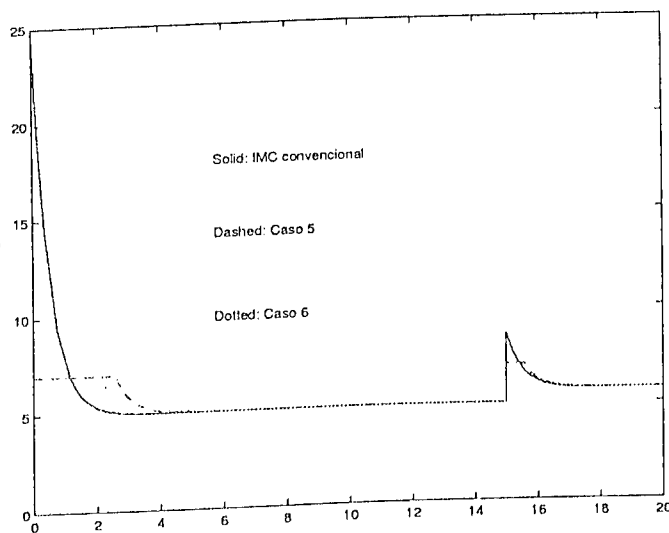


Figura 3.10: Respostas na saída do controlador do exemplo 3

Nota-se que a resposta para o caso (5) é bem melhor do que das implementações IMC convencional e do caso (6), isto é porque f no caso (5) minimiza $|e(t) - e'(t)|$ não afetando tanto o desempenho do controlador IMC Q .

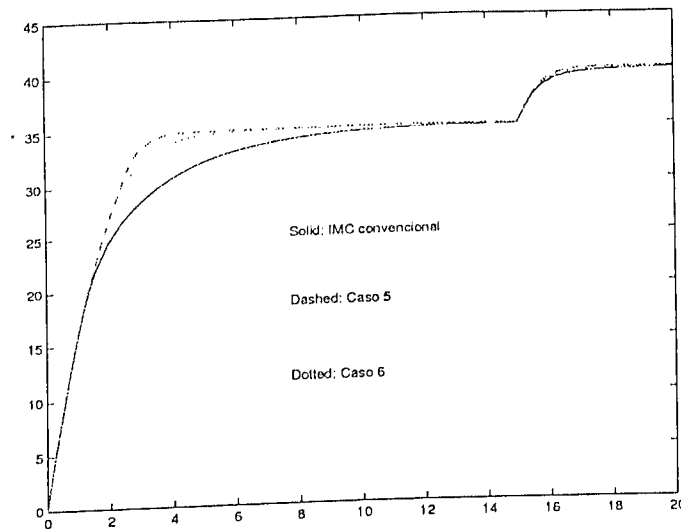


Figura 3.11: Respostas na saída da planta do exemplo 3

Exemplo 4

Considere a seguinte planta:

$$P(s) = \frac{10}{100s + 1} \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Este exemplo é realizado para sistemas MIMO (múltiplas entradas e múltiplas saídas) e, ambas as entradas são limitadas entre os limites de saturação ± 1 . Uma mudança de setpoint de $[0.63 \ 0.79]^T$ é aplicada.

O controlador IMC projetado para uma entrada degrau é:

$$Q(s) = \frac{100s + 1}{10(20s + 1)} \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Dois valores do filtro f , um diagonal e um não diagonal, são escolhidos para ver como o filtro f afeta o desempenho em malha fechada.

Caso 7

$$f = 10(s + 1) \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} Q_1 &= fPQ \\ &= 10(s + 1) \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \frac{10}{100s + 1} \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \frac{100s + 1}{10(20s + 1)} \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \\ &= \frac{10(s + 1)}{20s + 1} \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_2 &= fP - I \\ &= 10(s + 1) \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \frac{10}{100s + 1} \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \frac{99}{100s + 1} I \end{aligned}$$

Caso 8

$$\begin{aligned}
 f &= 2,5(s+1)I \\
 \hat{P} &= \frac{10}{(100s+1)} \begin{bmatrix} 4 & \frac{-5}{0,1s+1} \\ \frac{-3}{0,1s+1} & 4 \end{bmatrix} \\
 Q_1 &= f\hat{P}Q \\
 &= 2,5(s+1)I \frac{10}{(100s+1)} \begin{bmatrix} 4 & \frac{-5}{0,1s+1} \\ \frac{-3}{0,1s+1} & 4 \end{bmatrix} \frac{100s+1}{10(20s+1)} \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \\
 &= \frac{2,5(s+1)}{20s+1} \begin{bmatrix} \frac{1,6s+1}{0,1s+1} & \frac{2s}{0,1s+1} \\ \frac{1,2s}{0,1s+1} & \frac{1,6s+1}{0,1s+1} \end{bmatrix} \\
 Q_2 &= f\hat{P} - I \\
 &= 2,5(s+1)I \frac{10}{(100s+1)} \begin{bmatrix} 4 & \frac{-5}{0,1s+1} \\ \frac{-3}{0,1s+1} & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \frac{25(s+1)}{100s+1} \begin{bmatrix} 4 & \frac{-5}{0,1s+1} \\ \frac{-3}{0,1s+1} & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \frac{99}{100s+1} \begin{bmatrix} 1 & \frac{-7,5758(s+1)}{s+10} \\ \frac{-12,6263(s+1)}{s+10} & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

As respostas para ambos os casos e a implementação IMC convencional são mostradas na figura (3.12). Como podemos ver, a melhor maneira para obtermos bom desempenho de sistemas não lineares é escolher um filtro f que seja uma matriz diagonal.

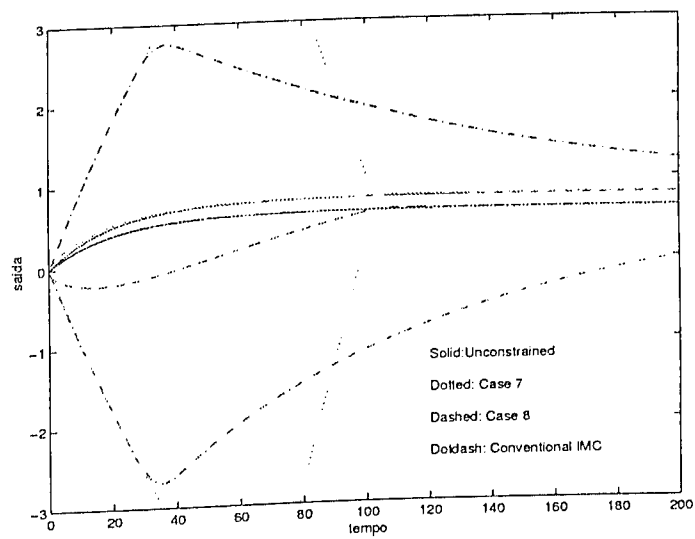


Figura 3.12: Respostas na saída da planta do *exemplo 4*

3.5 Conclusão

Foi proposto um esquema *anti-windup*, dado na figura (3.4), que otimiza o erro entre as saídas com ou sem restrição no sistema. O método generaliza o modelo de realimentação de estados para sistemas SISO proposto em *Coulibaly et al.* ([15]) e a *Técnica de condicionamento Hanus* ([21],[22]). Em particular, o modelo de realimentação de estados corresponde a escolher um filtro f tal que Q_1 seja um *ganho constante*; *Técnica de condicionamento Hanus* ([21],[22]) corresponde a escolher um filtro f tal que $Q_1 = K(\infty)$; A fatoração proposta por *Goodwin et al.* ([20]), corresponde a escolher um filtro f tal que $Q_1 = \lim_{s \rightarrow \infty} Q(s)$. Além disso, a partir da síntese do esquema IMC vista na seção (3.3), nós podemos ver o que estes métodos fazem e, quais as consequências. Como mostrado pelo exemplo (3), o desempenho para sistemas MIMO com $Q_1 = K(\infty)$ pode ser deteriorado quando o controlador $K(\infty)$ não é diagonal. Exemplos ilustram que este esquema providencia bom desempenho à perturbação degrau e, as características atrativas do esquema são sua *simplicidade e eficácia*. O filtro f pode ser sintonizado para misturar *desempenho e estabilidade* do sistema com restrições.

Capítulo 4

Horowitz

4.1 Introdução

O objetivo do esquema de *Horowitz* é garantir um bom desempenho de um sistema com realimentação, até mesmo na presença de saturação. O elemento mais importante do esquema é a *malha ao redor do elemento não linear* $(N), L_n$. L_n é independente das outras funções do sistema fundamental se a saída de N é disponível por realimentação, então é necessário projetarmos L_n para conseguirmos bom desempenho na presença de saturação. Sistemas *estáveis condicionalmente* podem ser projetados exclusivamente com compensação linear, para atingir seus benefícios costumeiros através da realimentação, sem o perigo de *ciclos limites* na presença de saturação.

O esquema de *Horowitz* embora trabalhe com saturação não é um esquema de controle *anti-windup*. A realimentação do sinal feita ao redor deste elemento não linear corrige parcialmente o sinal de controle enviado à planta através do bloco de *Horowitz* H , que funciona como um *observador*, mas a parte do controlador G só percebe que houve inconsistência entre a saída do controlador e a planta após a realimentação e o desempenho do controlador pode ser bastante deteriorado, não seguindo as especificações para o sistema.

Todo sistema de controle com realimentação satura quando recebe sinais de entrada muito elevados, então é altamente desejável termos desempenho aceitável de sistemas até mesmo na presença de saturação. Para tal é apresentada uma síntese teórica significativa para esta classe de problemas, a qual possibilita ao projetista garantir o desempenho do sistema, até mesmo para projetos *estáveis condicionalmente* e *plantas com incerteza elevada*. Um modelo do sistema geral é mostrado na figura (4.1).

onde $P_i, i=1$ a 4 são os elementos da planta linear invariante no tempo com restrição, N é o elemento não linear (saturação normalizada). Uma suposição importante é que realimentação local ao redor de N é possível via compensação *Horowitz* H de z para v na figura (4.1). Uma estrutura com *três graus de liberdade* ([24]) é portanto possível, com a compensação linear invariante no tempo. As funções de transferência $F(s)$, $G(s)$ e $H(s)$ representam estas liberdades. $F(s)$ é um filtro passa-baixa, para se obter ganho unitário em malha fechada e $G(s)$ é parte construtiva do controlador do esquema de *Horowitz*.

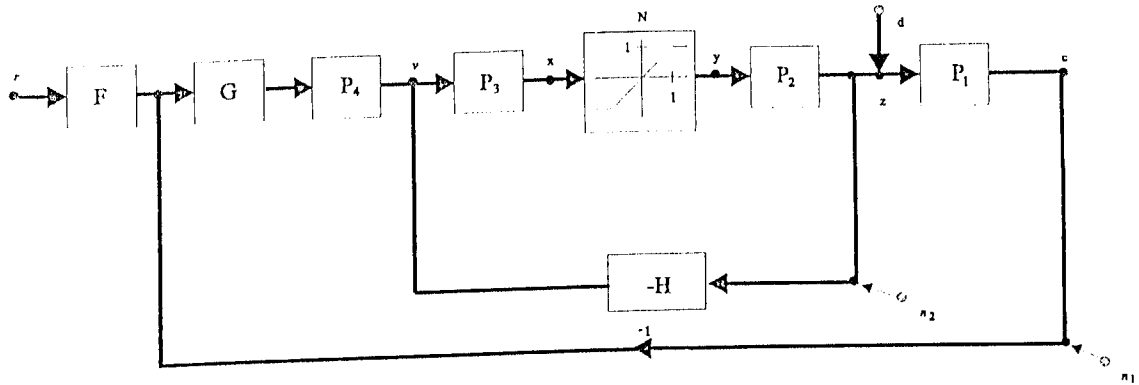


Figura 4.1: Estrutura Horowitz - H com três graus de liberdade

Um grande número de trabalhos foi realizado sobre sistemas em que um elemento é conduzido à saturação, por exemplo, servos contadores ótimos, controle de vôo, lançamento de míssil, etc., na classe de *não linearidades inseridas*. Outra classe é a de *não linearidades inerentes* à qual este trabalho pertence, Horowitz ([10]), o elemento de saturação é uma das partes mais difícil de ser tratado e para isso utilizamos o método da *função descritiva* para descrevê-lo. A *função descritiva* tem recebido muita atenção para problemas de estabilidade. As referências para tal assunto (veja Kendall [2]). Lozier ([31]) estudou as relações entre a largura de banda de controle, sensor de ruído e direção máxima para que a localização seja possível.

4.2 Equações e funções fundamentais

É conveniente expressar os três graus de liberdade em termos das seguintes funções de transferência onde $\hat{f}(s)$ é a transformada de $f(t)$.

$$L_n(s) = P_2 P_3 (H + P_1 P_4 G) \quad (4.1)$$

$$L(s) = \frac{GP}{(1 + P_2 P_3 H)} \quad (4.2)$$

$$P = P_1 P_2 P_3 P_4 \quad (4.3)$$

$$T_r \triangleq \frac{\hat{c}}{\hat{r}} = \frac{FL}{(1 + L)} = \frac{FGP}{(1 + L_n)} \quad (4.4)$$

Onde L_n é a malha de transmissão ao redor de N , obtido pela abertura da malha na figura (4.1) a dizer x ou y . Este determina a *sensibilidade linear* do sistema para P_2, P_3 que é:

$$\frac{\partial T_r / T_r}{\partial P_i / P_i} \triangleq S_{P_i} T_r = (1 + L_n)^{-1} \quad \text{para } i = 1, 2$$

fundamental no desempenho do sistema na presença de saturação. L é a malha de transmissão ao redor de P_1, P_4 com:

$$S_{P_j} T_r = (1 + L)^{-1} \quad \text{para } j = 1, 2$$

T_r é a função de transferência do sistema na figura (4.1), em resposta à entrada de comando r . Fazendo $y_l(t)$ representar a saída linear y , calculada sem saturação, temos:

$$\hat{y}_l(s) = \frac{\hat{r} F G P_3 P_4 - (\hat{d} G P_1 P_3 P_4 + \hat{n}_2 H P_3 + \hat{u}_1 G P_3 P_4)}{1 + L_n} \quad (4.5)$$

Fazendo $\Delta(t) \triangleq x(t) - y(t)$ onde (x, y) são as entradas e saídas atuais de N na figura (4.1). Calcula-se Δ por superposição dos devidos sinais para y, r, d , etc., onde y é considerado como uma *fonte controlada*, e T_{uv} é a transmissão para a variável u da fonte v , com as fontes restantes tomadas como *zero*. A fonte $y = 0$ é equivalente a N aberto. Daí tem-se:

$$\hat{\Delta} = \hat{x} - \hat{y} = \hat{r}T_{xr}(s) + \hat{d}T_{xd}(s) + \hat{y}T_{xy}(s) + \hat{n}_1T_{xn_1}(s) + \hat{n}_2T_{xn_2}(s) - \hat{y} \quad (4.6)$$

$$T_{xr} = FGP_3P_4 \quad (4.7)$$

$$T_{xd} = -P_4GP_1P_3 \quad (4.8)$$

$$T_{xy} = -P_2P_3(H + GP_1P_4) \quad (4.9)$$

$$T_{xn_1} = -GP_3P_4 \quad (4.10)$$

$$T_{xn_2} = -HP_3 \quad (4.11)$$

Das equações (4.5) a (4.11), $\hat{\Delta} = (1 + L_n)\hat{y}_l - \hat{y}(1 + T_{xy})$, assim das equações (4.1) e (4.9) obtem-se:

$$\hat{x} - \hat{y} = \hat{\Delta} = (1 + L_n)(y_l - y) \quad (4.12)$$

O qual é um resultado muito útil. Esta equação é aplicada tanto durante o *modo linear* quanto durante a *saturação*. Durante o *modo linear* $\Delta(t) = 0$, assim no domínio do tempo, com $L_n(s) = \mathcal{L}l_n(t)$. Assim:

$$y - y_l = l_n * (y_l - y) \quad \text{no modo linear} \quad (4.13)$$

onde (*) representa a convolução e, \mathcal{L} a transformada de laplace.

A equação (4.13) é usada para determinar as transições do *modo saturado* para o *modo linear* e o *comportamento do sistema* durante os *modos lineares*. Uma forma diferente da equação (4.12) é usada para determinar o *chaveamento do modo linear* para o *modo saturado*. A seguinte notação é usada. t^i é o instante da *ith* chave do *modo linear* para o *modo saturado*, t_i é o instante da *ith* chave do *modo saturado* para o *modo linear*. Considerando que o sistema para $t < 0$ esteja no *modo linear* $t^1 < t_1$. Para algumas $f(t)$ variáveis, fazemos:

$$\begin{aligned} f_i(t) &= f(t) \quad \text{para } t < t_i, & 0 & \text{para } t \geq t_i \\ f^i(t) &= 0 \quad \text{para } t < t_i, & f(t) & \text{para } t \geq t_i \end{aligned} \quad (4.14)$$

Assim a equação (4.12) no domínio do tempo torna-se:

$$\Delta(t) = \Delta_i(t) + \Delta^i(t) = (\delta(t) + l_n) * (y_{l_i} - y_i + y_i^i - y^i) \quad (4.15)$$

Alguns cálculos de $f^i(t)$ serão usados somente no *modo linear* corrente, t em $[t_i, t^{i+1}]$, assim é conveniente tomar $\Delta_i = 0$ em tal cálculo, como se o sistema permanecesse linear por todo $t > t_i$. Então $\Delta_i = 0 = \{.\}^i$ do lado direito da equação (4.15), dando:

$$0 = \{.\}^i = [l_n * (y_{l_i} - y_i)]^i + (\delta(t) + l_n) * (y_i^i - y^i) \quad (4.16)$$

Porque $(f * z^i)^i = f * z^i$, e $[\delta(t) * (y_{l_i} - y_i)]^i = (y_{l_i} - y_i)^i = 0$ por definição. A equação (4.16) transformada torna-se:

$$\hat{y}^i - \hat{y}_i^i = \frac{1}{1 + L_n(s)} [L_n(\hat{y}_{l_i} - \hat{y}_i)]^i \quad (4.17)$$

Onde $[\hat{f}]^i$ na equação (4.17) representa a transformada de $[f]^i$.

4.3 Aplicação das equações (4.13) a (4.17)

Estes exemplos são apresentados para providenciar uma perspectiva dos fatores importantes. Os detalhes serão apresentados mais adiante.

Exemplo 5

Suponha que L_n é bem aproximado para K/s . A entrada de referência é uma função degrau $Mu(t)$, $d = 0$ e o y_l resultante (se não há saturação), é como mostrado na figura (4.2a), onde o ponto importante é $y_l > 0$ sempre. Assim não há overshoot na saída linear $c_l(t)$ se:

$$\mathcal{L}^{-1}P_1P_2(s) \triangleq P_{12}(t) > 0 \quad \text{para todo } t \quad (4.18)$$

O sistema claramente satura a $t = t^1$ na figura (4.2a) quando $y_l = 1$, assim $y = 1$ para alguns intervalos de $t > t^1$. Da equação (4.13) podemos ver que a saturação acontece a $t = t_1$, dada por:

$$y - y_l = K \int_0^{t_1} (y_l - y) dt = K(A_1 - A_3) = \delta_1 \quad (4.19)$$

na figura (4.2a), onde os A_i são as áreas indicadas. Suponha que $P = K/s$ é a função de transferência da planta. As saídas do sistema, a saída linear $c_l = k \int_0^t y_l dt$ e a saída atual $c = k \int_0^t y dt$ são mostradas na figura (4.2b). Elas são úteis para mostrar se $c(t_1) > c_l(t_1)$ e a saída linear da planta $c_l = k[A_1(t) - A_2(t)]$ com as áreas $A_i(t)$ da figura (4.2a) em função do tempo. A saída atual é $c = k[A_2(t) - A_3(t)]$, assim subtraindo obtemos $c_l - c = k[A_1(t) - A_3(t)]$ o qual da equação (4.19) a $t = t_1$ é precisamente $\delta_1 k/K > 0$. Isto é claramente também o resultado para plantas complexas **Tipos 1** P_1P_2 , se os transientes da parte de $c(t)$ são basicamente completados pelo tempo $t - t_1$, isto é, se $(t_1 - t^1)$ é duas vezes maior do que as constantes dominantes de tempo de P_1P_2 .

Da equação (4.17) onde $(y_l - y_1)$ é zero por definição para $t > t_1$, assim $[L_n(\hat{y}_{l_1} - \hat{y}_l)]^1$ é a convolução de $Ku(t)$ com $(y_l - y_1)$, isto é, na figura (4.2c) é a área debaixo do

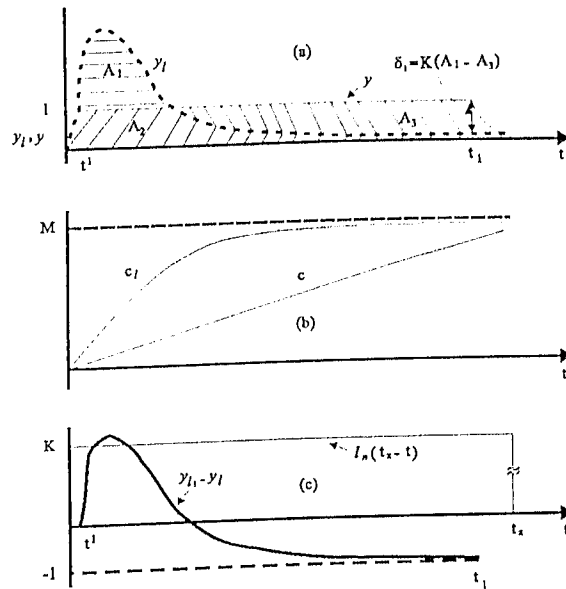


Figura 4.2: Construção gráfica para determinação da resposta na presença de saturação. Nenhum *undershoot* em y_l (Exemplo 5)

produto do degrau de reflexão K , multiplicando $(y_{l1} - y_l)$. O resultado é claramente uma constante, precisamente $y - y_l = \delta_1$ da equação (4.19). Então para $t > t_1$, da equação (4.17) obtemos (trocando o eixo do tempo) $\hat{y}^1 - \hat{y}_l^1 = (1 + L_n)^{-1}(\delta_1/s + k)$. Assim para $t > t_1$, y aproxima-se de y_l com as dinâmicas de $(1 + L_n)^{-1}$ como mostrado na figura (4.2a), e não há nova saturação.

Exemplo 6

Fazendo y_l ter uma parte negativa, de forma que a planta $P = k/s$ não tenha overshoot na resposta em degrau linear c_l . Figura (4.3) é análoga à operações na figura (4.2a), com $L_n = K/s$ como no exemplo (5). Para encontrar à partir da equação (4.17), t_1 , $(y - y_l)_{t_1} = K(A_1 - A_3 - A_4) = \delta_1$. $K = 6.7$, $k = 1$ obtemos $t_1 = 3s$. A saída da planta linear é $c_l = k[A_1(t) + A_2(t) - A_4(t)]$, enquanto sua saída atual é $c = k[A_2(t) + A_3(t)]$. Subtraindo obtemos $c_l - c = k[A_1(t) - A_3(t) - A_4(t)] = k\delta_1/K > 0$ a t_1 , do previsto. Para $t > t_1$, da equação (4.17) obtemos $\hat{y}^1 - \hat{y}_l^1 = (1 + \delta_1)/(s + k)$ dando y^1 da figura (4.4).

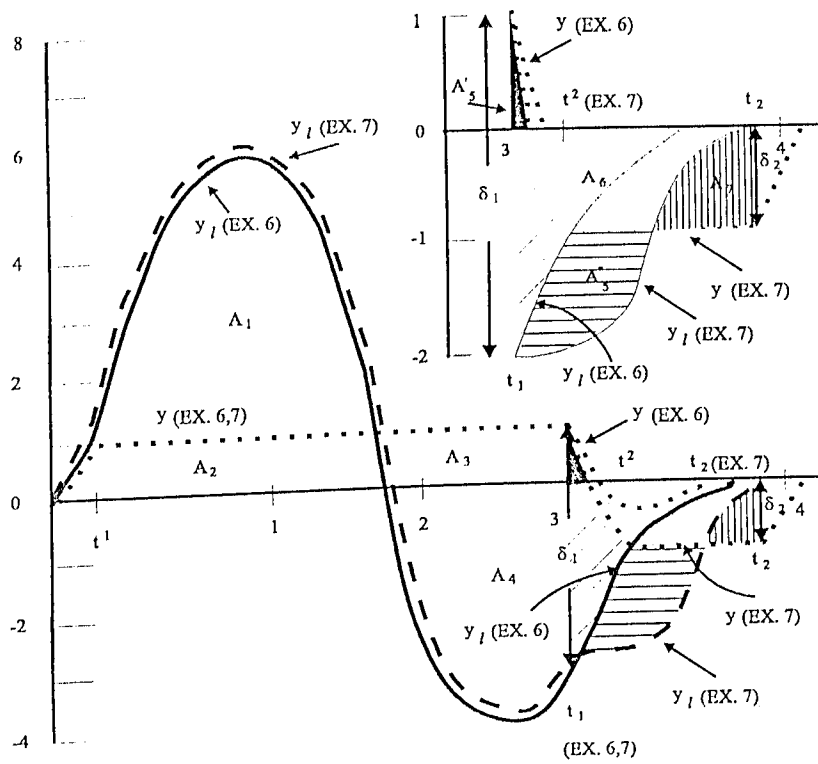


Figura 4.3: Construção gráfica para determinação da resposta na presença de saturação. Exemplo 6 - grande *undershoot* mas somente com um intervalo de saturação. Exemplo 7 - Maior condução de *undershoot* para dois intervalos de saturação. y_l, y

Então haverá a possibilidade de nova saturação se δ_1 e K forem grandes o bastante, por causa da equação (4.17), y aproxima-se de y_l , com as dinâmicas de $(1 + L_n)^{-1}$ e pode chegar a -1 se há grande overshoot nas dinâmicas ou se $y_l < -1$ significativamente por um intervalo longo o bastante em $t > t_1$. Da figura (4.3) é visto que isto não acontece neste exemplo. A saída da planta (c) é comparada na figura (4.4) com a saída linear (c_1). O exemplo (7) tem um overshoot de 147% enquanto o overshoot de (c) é desprezível, isto é, a resposta saturada é muito melhor do que a resposta linear, em termos de tempo de ajuste de overshoot, mas não em tempo de subida.

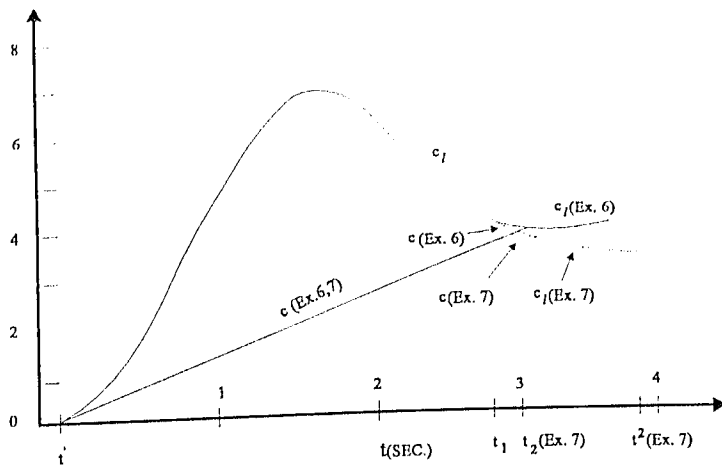


Figura 4.4: Construção gráfica para determinação da resposta na presença de saturação.

Exemplo 6 - grande *undershoot* mas somente com um intervalo de saturação.

Exemplo 7 - Maior condução de *undershoot* para dois intervalos de saturação. c_I, c

Efeito de Incerteza 1

É claro que o exemplo (5) é basicamente aplicável em y se a equação (4.1) l_n é do **Tipo 1** com pequeno overshoot e tempo de resposta a transientes pequeno comparado com o intervalo de saturação ($t_1 - t^1$), e a partir da equação (4.5) y_l tenha o mesmo sinal para todo t . Assim, parâmetros de incerteza em P_i e nível de saturação, os quais não afetam significativamente as constantes de tempo de $P_1 P_2$ permanecem pequenos comparados com ($t_1 - t^1$), então $c(t)$ também é basicamente igual ao apresentado na figura (4.2a) quanto ao alcance de incerteza do parâmetro. Se a planta é do **Tipo 0**, a saída correspondente y_l poderia ser alguma integral em escala daquela mostrada na figura (4.2a) sem overshoot, assim saturação significa que a saída da planta nunca alcança o valor de comando (r) e o sistema permanece saturado.

Exemplo 7

A saída linear y_l do exemplo (6) é deliberadamente mudada em $t > t_1$, como mostrado pela linha tracejada na figura (4.3), para encontrar re-saturação em t^2 . Equação (4.13) é usada novamente para encontrar t_2 , a próxima re-entrada no modo linear, conforme figura

(4.3).

$$\begin{aligned} (y - y_l)_{t_2} &= K \int_0^{t_1} (y_l - y) dt \\ &= K(A_1 - A_3 - A_4' - A_5' - A''_5 + A_n) = -\delta_2 \end{aligned} \quad (4.20)$$

Desde que $\delta_1 = K(A_1 - A_3 - A_4)$ do exemplo (6), a equação (4.20) nos fornece:

$$K(A_5' + A''_5 - A_7) = \delta_1 + \delta_2 \quad (4.21)$$

o qual determina t_2 na figura (4.3) e, como notado previamente, por $t > t_2$, $y - y_l = y = y(t_2) \exp(-Kt)$, assim não há mais saturação. Também, $c_l = k(A_1 + A_2 - A_4 - A''_5 - A_6)$ da figura (4.3), enquanto $c = k(A_2 + A_3 + A_5' - A_6 - A_7)$. Assim das equações (4.20) e (4.21) temos $(c_l - c)_{t_2} = k\delta_2/K < 0$. As saídas lineares e não lineares são comparadas na figura (4.4). A saída linear tem um overshoot de 207 %, comparada com 26 % de overshoot da saída não linear. Enquanto o tempo de ajuste é quase o mesmo, os tempos de subida são significativamente diferentes, mas isto é inevitável. Uma quantidade maior de informações é facilmente extraído da equação (4.13), as quais são aplicadas para todo t no modo linear em t^2

$$y - y_l = \delta_2 = K(A_1 - A_3 - A_4 - A_5) = \delta_1 - KA_5 \quad A_5 = A_5' + A''_5$$

Note que overshoot considerável de y_l tem que ser considerado para encontrar o segundo intervalo de saturação.

Exemplo 8

Claramente, somente y_l e L_n foram necessários para encontrar a alternativa linear e intervalos de saturação. Suponha que y_l é como mostrado na figura (4.5), devido a uma combinação de entradas de comandos e distúrbios, e $L_n = K/s$.

Seguindo os métodos descritos nos exemplos 1 a 3, é fácil ver que os tempos t_i são obtidos como se segue:

$$\begin{aligned} t_1 : A_a - A_b &= \delta_1/K & t_2 : A_5 - A_7 &= (\delta_1 + \delta_1)/K \\ t_3 : A_8 - A_9 &= (\delta_2 + \delta_3)/K & t_4 : A_{10} - A_{11} &= (\delta_3 + \delta_4)/K \end{aligned} \quad (4.22)$$

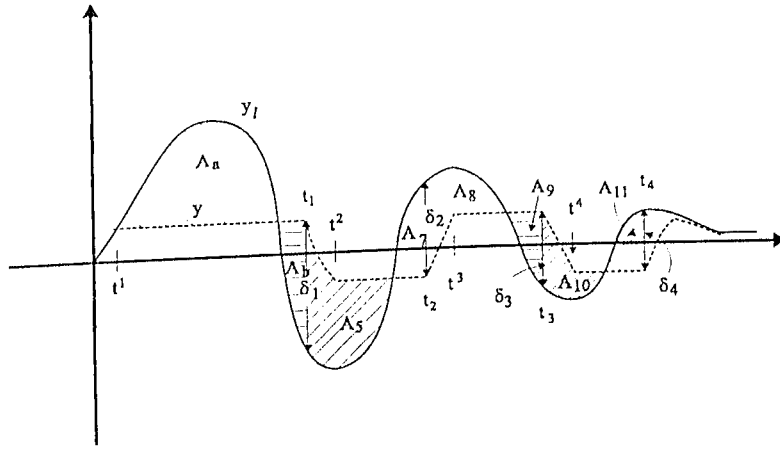


Figura 4.5: Exemplo 8 - Construção gráfica para determinação da resposta na presença de saturação para y_l com oscilações mais elevadas

O primeiro ponto de saturação t^1 é facilmente obtido no primeiro instante $y_l = 1$. Algum t^i é facilmente obtido a partir da equação (4.17), por primeira convolução das saídas $y_{l_i} - y_i$, isto é, $y_l - y$ para $t < t_i$. Com l_n durante a mudança de tempo $\tau_i = t - t_i$, isto é, $[l_n * (y_{l_i} - y_i)]^i \triangleq z_i$ e, então encontrando a transformada inversa de $(s/s+k)\hat{z}_i(s) \triangleq \hat{y}^i - \hat{y}_l^i$. Se K é grande e δ_1 é como mostrado na figura (4.5), o sistema rapidamente re-satura. Para encontrar t^3 :

$$z_2 = K[A_7 - A_5 - A_b + A_a] = -\delta_2$$

Assim $y^2 = y_l^2 - \delta_2 \exp(-K\tau_2)$ e, na figura (4.5), causa re-saturação. Similarmente:

$$z_3 = K[-A_9 + A_8 + A_7 - A_5 - A_b + A_a] = \delta_3$$

Assim $y^3 = y_l^3 + \delta_3 \exp(-K\tau_3)$, etc. Novamente, uma condição suficiente para as relações acima em l_n **Tipo 1** com resposta rápida comparada com y_l , e pequeno overshoot.

4.4 Síntese

É razoável assumir que um projeto linear tem que ser realizado para encontrar um desempenho linear projetado, na *presença de incertezas e perturbações* na planta. Horowitz ([27]) determina a *sensibilidade linear* L a partir da equação (4.1), o filtro F e a saída linear típica y_l . Note que não importa se y_l se deve a entradas de comando, distúrbios, sensor de ruído ou uma combinação destes, seja qual for sua natureza. Fica óbvio, a partir das equações (4.13- 4.17) e os exemplos de projeto da seção 3 que é muito útil obter $L_n = K/s$, isto é, com respostas a transientes rápidas comparadas com a saída linear y_l . Isto é certamente muito fácil via H se P_2 e P_3 (restrições assumidas) tiverem respostas rápidas. Mas mesmo que P_2 e P_3 não sejam tão rápidos assim, ainda é possível obter $L_n = K/s$ relativo a y_l , isto é, $l_n(t)$ alcança seu valor final rapidamente relativo à velocidade de y_l , assim que $l_n * y_l \approx K \int_0^t y_l d\xi$. Então, se $L_n \approx K/s$ alguns valores da saída linear y_l aproximam-se de zero. É óbvio que o sistema deve eventualmente estabilizar-se a $y = 0$. Então $L_n \approx K/s$ é desejável e K deve ser grande o bastante até que a insensibilidade a P_2 e P_3 seja encontrada.

4.5 Possibilidade de outras saturações

Note que da equação (4.12) $x = y_l + l_n * (y_l - y)$, desde que os termos do lado direito tenham o mesmo sinal, como eles fazem em certos intervalos nos exemplos. Então $|x|$ excede $|y_l| = |x_l|$ por $|l_n * (y_l - y)|$. Daí, é possível que *outros* elementos em G possam agora saturar, devido a grandes valores de x . Para tentar eliminar esta nova saturação utiliza-se K grande o bastante na sensibilidade em torno do elemento não linear $L_n = K/s$ e, deve-se levar em conta quanto a escolha do ganho K . Utiliza-se as equações (4.1) a (4.3) para encontrar as partes construtivas do controlador de Horowitz (G, H) após terem sido escolhidas as sensibilidades (L, L_n):

$$G = \frac{L(1 + L_n)}{P(1 + L)} \quad (4.23)$$

$$H = \frac{(L_n - L)}{P_2 P_3 (1 + L)} \quad (4.24)$$

$$P = P_1 P_2 P_3 P_4 \quad (4.25)$$

4.6 Exemplos de Projetos

Exemplo 9

Fazendo $P_1 = k/s(s+p)$, $P_2 = P_3 = P_4 = 1$ na figura (4.1), com incerteza k em $[3.25, 6.5]$, p em $[1, 2]$. A sensibilidade linear L (com respeito a P) necessária para as propriedades de realimentação linear do projeto ([27]) é:

$$L(s) = \frac{10400(s+5)}{s(s+2)(s^2+40s+1600)}$$

aos valores nominais da planta $k = 6.5$, $p = 2$. Escolhendo-se $L_n(s) = 16.25/s$, então a partir das equações (4.23) a (4.25) tem-se:

$$G(s) = \frac{1600(s+2)(s+5)(s+16.25)}{s^4 + 42s^3 + 1680s^2 + 13600s + 52000}$$

$$H(s) = \frac{16.25s(s^2 + 42s + 1040)}{s^4 + 42s^3 + 1680s^2 + 13600s + 52000}$$

$$F(s) = 2/(s+2)$$

O sistema foi simulado com a entrada de referência $r(t) = Mu(t)$ com diferentes valores de M e combinações dos parâmetros da planta. Os resultados foram como preditos, logicamente, e são mostrados nas figuras (4.6a) a (4.6e), para $M = 10$ e cinco casos (1 a 5), para o qual

$$(k, p) = (6.25, 2), (3.25, 2), (6.5, 1), (3.25, 1), (4.8, 1.5)$$

respectivamente. Embora $x_l = y_l$ tenha overshoot significativa em alguns casos, na figura (4.6a) não há um segundo intervalo de saturação (figura (4.6d)), porque o sistema sai da saturação em pequenos valores de y_l . Note que $|x_l|_{max} \approx 26$ na figura (4.6a) para o caso 5, mas $|x|_{max} \approx 55$ devido possibilidade de nova saturação em G ou H . L_n é mudado para $10/s$ para no exemplo 5(b). Na figura (4.7a) e (4.7b) $r(t) = 5\exp(-0.01t)\sin(t)$ para o caso 5, com resultados não lineares similares à figura (4.5).

Exemplo 10

Este exemplo é igual ao último, exceto que $L_n = 10/s$, com os resultados mostrados nas figuras (4.8a) a (4.8c) para o caso 5.

Como predito pela teoria, os efeitos sobre y^c são pequenos e portanto desprezíveis comparados com a figura (4.6), mas há a possibilidade de outras saturações por causa do grande efeito sobre x . Agora $|x|_{max} \approx 35$ comparado com $|x|_{max} \approx 55$ quando $L_n = 16.25/s$.

Exemplo 11

Aqui tomemos uma planta sub-amortecida $P_1 = k/(s_2 + As + B)s$ com incertezas A em $[0.01, 0.03]$, B em $[4, 6]$. $L_n = 10/s$ foi usado como no último exemplo, e L do exemplo 5(a) foi usado novamente, assim das equações (4.23) e (4.24) $H(s)$ é igual ao apresentado no exemplo 5(b) e $G(s)$ difere do apresentado no exemplo 5(b) somente em um par de zeros ($s^2 + 0.01s + 4$), devido a $A = 0.01$ e $B = 4$ tomados como nominal, no lugar do fator $(s + 2)$. Os resultados são mostrados na figura (4.9).

A saída da planta durante a saturação é compreensível de acordo com a natureza de P . Mas oscilações ligeiramente amortecidas quando N entra em seu modo linear final podem ser eliminados pelo uso de $L_n = 10(s + 1)^2/s(s^2 + 0.01s + 4)$, como visto na figura (4.10).

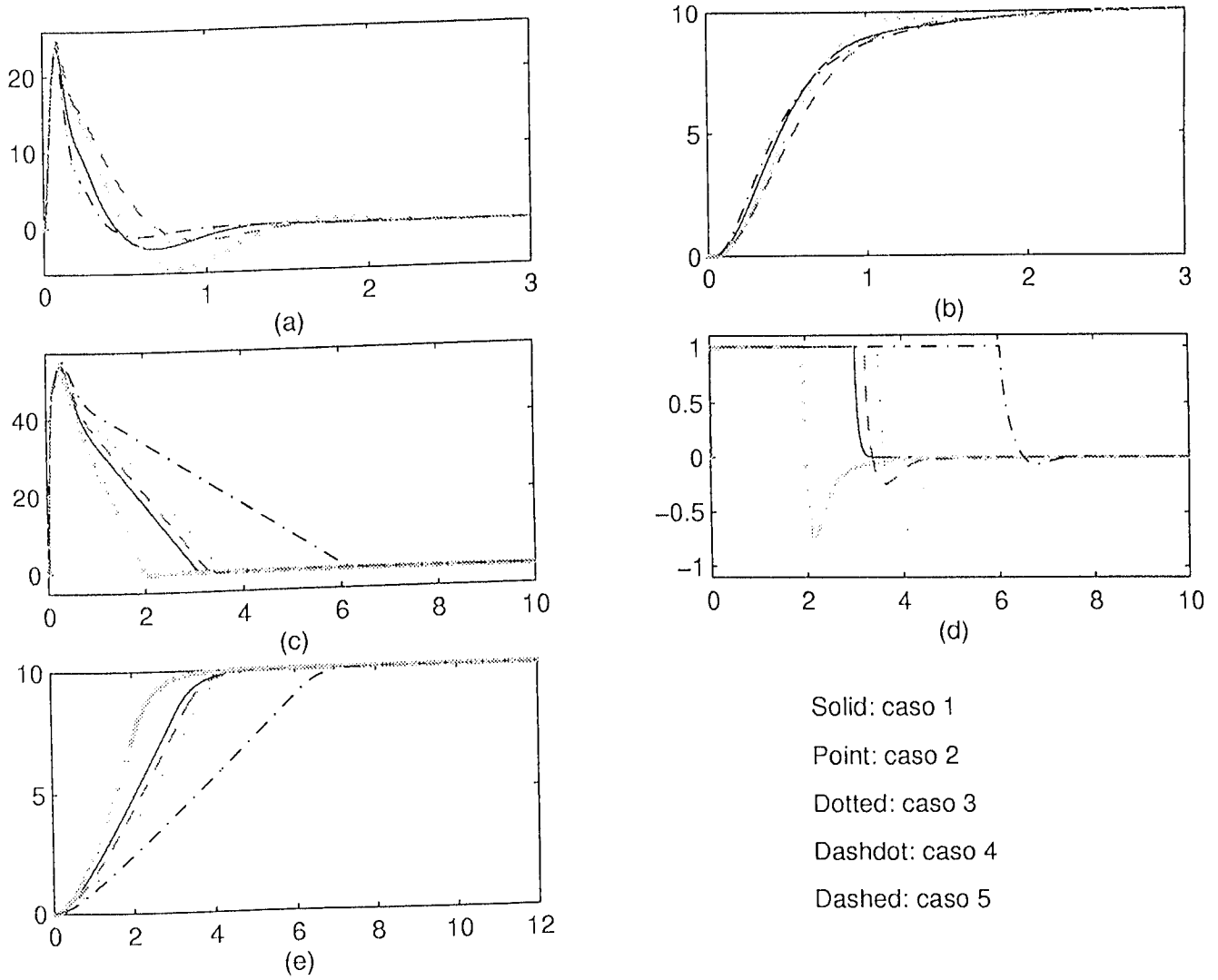


Figura 4.6: Projeto 1(a)- Resposta linear e não linear para $r(t) = 10u(t)$. Casos 1 a 5: $(k, p) = (6.5, 2), (3.25, 2), (6.5, 1), (3.25, 1), (4.8, 1.5)$, entrada degrau $M = 10$. (a) $y_l = x_l$, (b) y não linear, (d) y não linear, (e) c não linear.

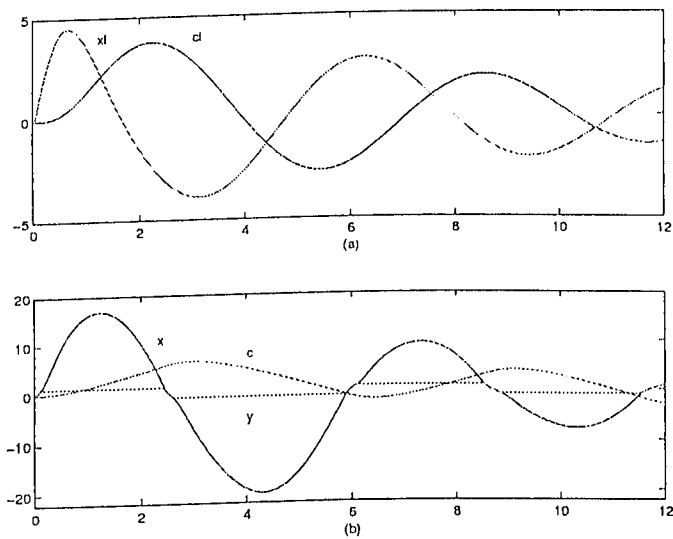


Figura 4.7: Projeto 5(a)- Resposta linear e não linear para $r(t) = 5\exp(-0.01t)\sin(t)$.
 Caso 5. (a) x_l, c_l , (b) x, y, c .

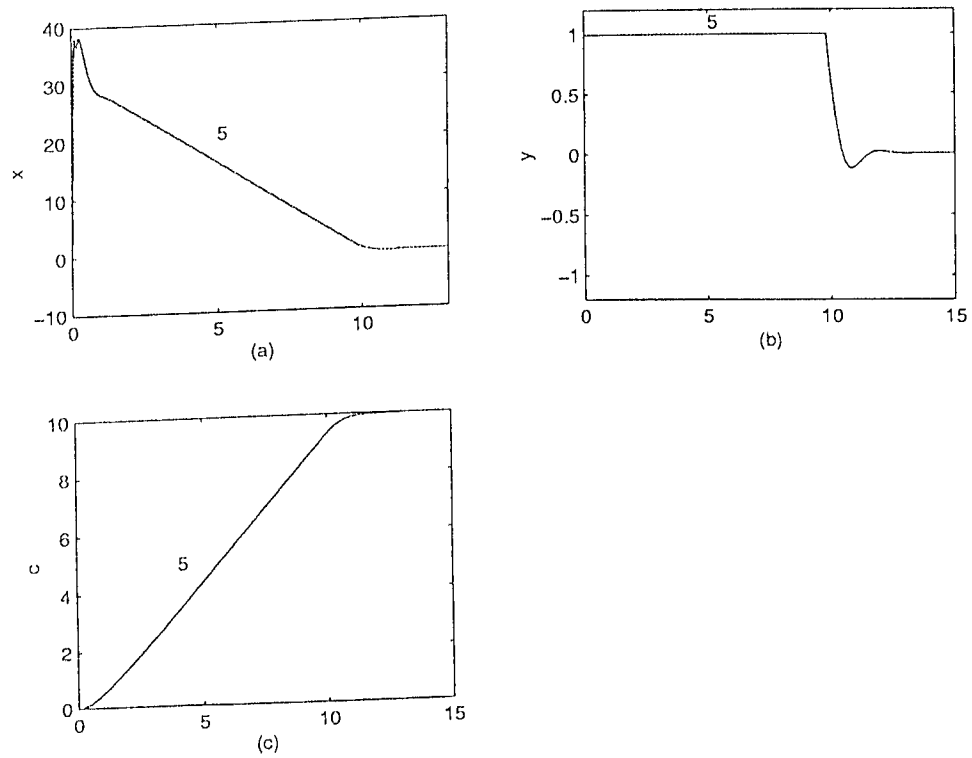


Figura 4.8: Projeto 5(a)- Resposta linear e não linear para $r(t) = 10u(t)$. Caso 5. (a) x , (b) y , (c) c .

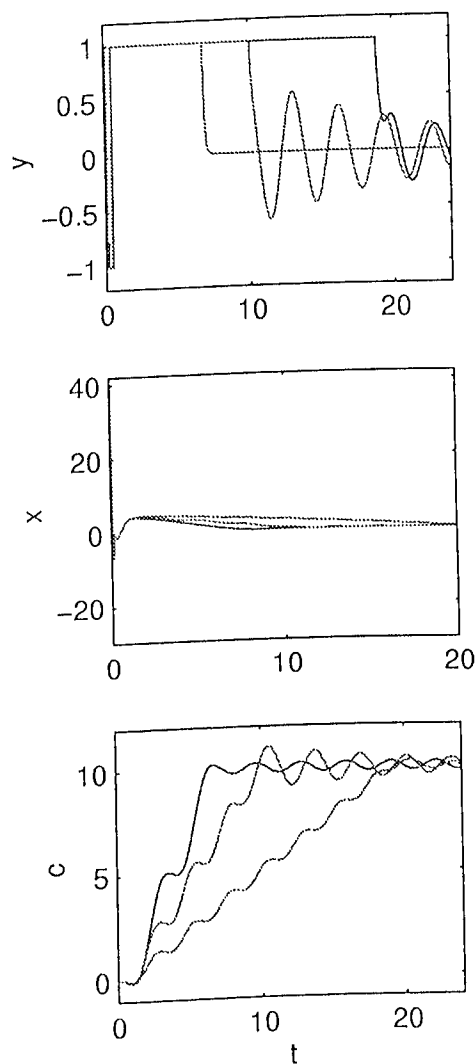


Figura 4.9: Resultados para plantas com oscilações mais elevadas. $P = k/s(s^2 + As + B)$; $A = [0.01, 0.03]$; $B = [4, 6]$. $L_n = 10/s$.

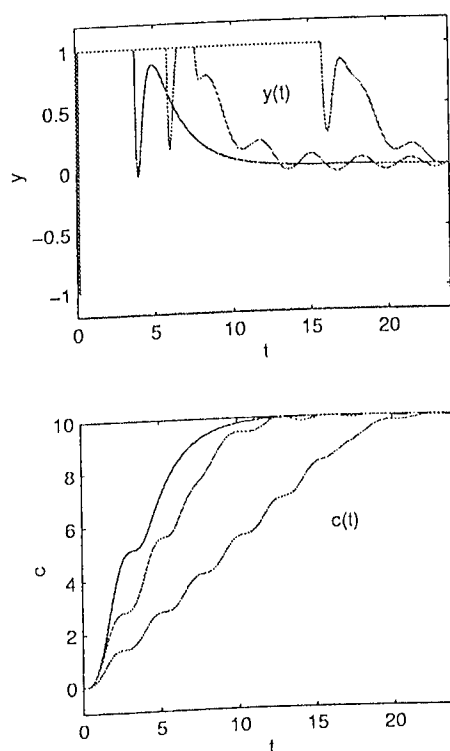


Figura 4.10: Resultados para plantas com oscilações mais elevadas. $P = k/s(s^2 + As + B)$; $A = [0.01, 0.03]$; $B = [4, 6]$. $L_n = 10/s(s^2 + 0.01s + 4)$.

4.7 Sistemas Condicionalmente Estáveis

Muitos sistemas com ótimo desempenho são forçados a serem *condicionalmente estáveis*. Por exemplo, suponha que 60dB de $|L|$ para ω em $[0, 5]$ rad/s é necessário para atenuação de distúrbios. Em um projeto *absolutamente estável*, $\text{Arg } L > -180^\circ$ para $\omega < \omega_c$, ω_c sendo a frequência de cruzamento definida por $|L(j\omega_c)| = 1$, com $|L| > 1$ para $\omega < \omega_c$. A diminuição de $|L|$ a uma inclinação média de 30 dB/década para $\omega > 5$, somando uma margem de ganho de 10 dB (nos dará aproximadamente 45° de margem de fase) requer $2\frac{1}{3}$ por década, de forma que $|L|$ deve ser cuidadosamente controlada por aproximadamente 3 décadas, isto é, até mais ou menos 5000 rad/s. Isto pode ser impossível de realizar na prática, por causa dos *modos de ordem elevada e não linearidades*. Em um projeto *condicionalmente estável* $|L|$ é diminuído à razão de 70 dB/década por aproximadamente 5/7 por década, para alcançar margem de ganho positiva de 10 dB, isto é, até $|L| = +10\text{dB}$, então o declive é rapidamente mudado para -20 dB/década por aproximadamente 1 década, dizendo assim aproximadamente 1.5 décadas do projeto *absolutamente estável*. A dificuldade bem conhecida, logicamente, é que o sistema tem definitivamente *ciclos limites* a baixas frequências, quando dirigido por grandes sinais que são conduzidos a saturação. Tipicamente projetos *condicionalmente e absolutamente estáveis* são comparados (através dos diagramas de Bode) na figura (4.11a), mas para simplicidade seu excesso de pólos sobre zeros é 1 ($p = 1$).

Para uma comparação justa, suas frequências de cruzamento e valores de frequência elevadas são quase as mesmas, isto é:

$$L_A = \frac{12.12(s + 12.12)}{s(s + 3)} \quad \text{Absolutamente Estável} \quad (4.26)$$

$$L_c = \frac{13(s + 5)^3}{s(s + 7)^3} \quad \text{Condicionalmente Estável} \quad (4.27)$$

A transformada inversa (l_A, l_c) de L_A, L_c são comparadas na figura (4.11b). Para t pequeno, os valores de l_A, l_c são aproximadamente os mesmos (por causa de $L_A = L_c$ para ω grande), mas há uma enorme diferença entre eles para valores maiores de t . Um fator muito importante para explicar as enormes diferenças em seu comportamento saturado é

a grande diferença em suas constantes de tempo, o tempo necessário para alcançar seus valores de regime permanente, aproximadamente 7s para l_c , comparado com 0.5s para l_A . É suficiente tomarmos um valor da saída linear y_l muito simples, por exemplo, $M \exp(-t)$, onde tomamos $M = 5$ abaixo. Primeiro assumimos que $L_n = L_A$, assim $H = 0$ na figura (4.1). A resposta do projeto *absolutamente estável* na figura (4.11c) foi explicado nas figuras (4.2) a (4.5) e não é repetida então ($P_1 = 1/s, P_i (i \neq 1) = 1$ por simplicidade na figura (4.1)). Agora aplicamos esta técnica a projetos *condicionalmente estáveis* com $L = L_c = L_n$, assim $H = 0$. Para este propósito aproximado $l_c = l_n$ por uma rampa nivelada a T_0 como mostrado na figura (4.11b), e $y_l = M \exp(-t)$ por um impulso de área M . Então na equação (4.13), $y - y_l = 1$ e:

$$\Phi(t) \triangleq l_c * (y_l - y) = \frac{K}{T_0} [Mt - \frac{t^2}{2}], \quad \text{para } t < T_0 \quad (4.28)$$

$$= K [M - (t - \frac{T_0}{2})], \quad \text{para } t > T_0 \quad (4.29)$$

Para encontrar t_1 a partir da equação (4.13), fixamos $\Phi(t) \triangleq y - y_l = 1$, mas desde que $K \approx (360)(13) \gg 1$, simplesmente fazemos $\Phi = 0$ para encontrar t_1 muito próximo. Então $M = 5, T_0 \approx 7$, dando $t_1 \approx M + (\frac{T_0}{2}) \approx 8.5$ que é aproximadamente o mesmo valor dado na figura (4.13) que é ($t_1 = 8.2$). Para $t > t_1$, da equação (4.17), y aproxima-se de y_l que é zero, mas fazendo deste modo com as dinâmicas de $\frac{1}{(1+L)}$, o qual envolve enorme *overshoot*, o esquema terá *estabilidade condicional* (L_c). O resultado será nova saturação e muito rápida a $t = t^2 = t_1^+$. Na equação (4.13) $y = -1$ neste instante, assim que a mudança em $(y - y_l)$ de seus valores a t_1 , para seus novos valores a t_2 seja -2 . Da equação (4.13) isto significa que $\Phi(t) \triangleq l_c * (y_l - y)$ deve reduzir para 2 no mesmo intervalo de tempo. Mas $l_c * y_l$ é essencialmente o mesmo para todo $t > t_x$ da figura (4.12).

Portanto é $l_c * y$ que deve aumentar para 2 no intervalo (t_1, t_2) . Para uma melhor realização da convolução $l_c * y$, troque l_c na figura (4.12), onde $n_1 = l_c(-t + t_1)$ para que $(l_c * y)_{t_1}$ seja a área abaixo de n_1 , $t = t_1 + T$ é a sub-área debaixo de n'_2 em $(0, t_1)$, menos a sub-área debaixo de n''_2 em $(t_1, t_1 + \tau)$. É facilmente encontrado que a diferença entre

as duas áreas é:

$$y = -K\tau\left(1 - \frac{\tau}{T_0}\right) = 2 \quad \text{a} \quad \tau = t_2 - t_1 \quad (4.30)$$

assim $t_2 = t_1 + T_0$ porque $K \gg 1$.

Novamente, o sistema rapidamente satura por causa da dinâmica de $(1 + L_c)^{-1}$. Aplicando a equação (4.13) para encontrar t_3 o qual $y - y_l = 1$, a mudança em $y - y_l$ de seus valores de t_2 para t_3 é agora 2 (ao invés de -2 previamente). Assim a mudança em $l_c * (y_l - y)$ o qual é a mudança em $-l_c * y$, deve agora ser -2 em (t_2, t_3) , assim exatamente como antes $t_3 - t_2 = T_0$, e o processo continua indefinidamente, dando um *ciclo limite* com meio período $\approx T_0$. Com $P_1 = 1/s$ na figura (4.1), a saída do sistema $c = \int_0^t y dt$ é como mostrado na figura (4.12).

No intervalo $[0, t_1]$, o *overshoot* considerável de saída é esperado no valor final de M , porque $c = t$ assim $c(t_1) = t_1 \approx M + 0.5T_0$, dando 70% de *overshoot* neste cálculo aproximado, para ser mais exato 60.4% na figura (4.13). O intervalo $t_2 - t_1 = T_0$, assim, (c) tem *undershoot* por $0.5T_0$, a mesma quantia de *overshoot* e, como visto previamente, o processo continua indefinidamente. Os resultados das simulações do sistema são mostrados nas figuras (4.11c), (4.13) e (4.14).

Os cálculos prévios baseados na aproximação em rampa truncado de l_c da figura (4.6b), dado $t_1 = 8.5$ (8.2 exatamente) e *ciclo limite* de meio período 3.5 (3.0 exatamente). A solução usual para o problema de *ciclo limite* em sistemas condicionalmente estáveis é baseada na compensação não linear sobre a teoria da função descritiva ([1]). A idéia é que a malha de transmissão L não-linear será feita absolutamente estável, em uma caracterização da função descritiva, para grandes amplitudes de sinais senoidais e, somente condicionalmente estáveis, para pequenas amplitudes de sinais, tratando assim com o problema de *ciclo limite*. Mas a não linearidade assim requerida, torna até mais difícil prever a resposta no tempo do sistema atual aos sinais de entrada e não há síntese teórica para alcançar resposta satisfatória a tais entradas. Este esquema oferece uma solução linear para o problema, com uma síntese teórica para a resposta dos sistemas, provendo realimentação local ao redor do elemento não linear N . Neste exemplo específico,

foi escolhido $L_n = L_A$ da equação (4.26) para enfatizar que L_n e y_l juntos determinam o desempenho do sistema como predito pelas equações (4.13) e (4.17). No *Projeto 1*, a realimentação local ao redor de N não é usada ($H = 0$ na figura (4.1)), e usando o projeto *absolutamente estável* $L = L_A = L_n$ da equação (4.26) o desempenho resultante na presença de severa saturação é mostrado na figura (4.11c). No *Projeto 2* da figura (4.13) L_c *condicionalmente estável* da equação (4.27) foi usado por ambos L e L_n ($H = 0$ novamente) e na presença de saturação os *ciclos limites* do sistema, como predito na figura (4.12). No *Projeto 3* H é usado e G, H são escolhidos de maneira que $L = L_c$ na equação (4.27), mas $L_n = L_A$ na equação (4.26). Assim, a resposta do sistema linear à *entrada de distúrbio e comando* e a *sensibilidade* da planta na presença de incerteza é aquela do projeto *condicionalmente estável* desejado. Mas sua resposta na presença de saturação é a mesma apresentada no sistema *absolutamente estável*. Isto é verificado na figura (4.11c) pelo *Projeto 3*, o qual é indistinguível dos resultados provindos do *Projeto 1*. O *Projeto 3* tem os benefícios de uma malha *condicionalmente estável* para resposta linear e uma malha *absolutamente estável* para a resposta saturada. A maioria das realimentações ao redor de N é por meio de H (compensação eletrônica) ao invés de ser pela planta, assim os modos de ordem elevada da planta e as não linearidades são muito menores do que um problema no *Projeto 1*. Nas figuras (4.11), (4.13) e (4.14) os valores são comparados para os três projetos. Os *Projetos 1* e *3* dão logicamente saídas idênticas mas o *Projeto 3* *condicionalmente estável* tem melhor atenuação de distúrbios e redução das propriedades de sensibilidade em baixas frequências.

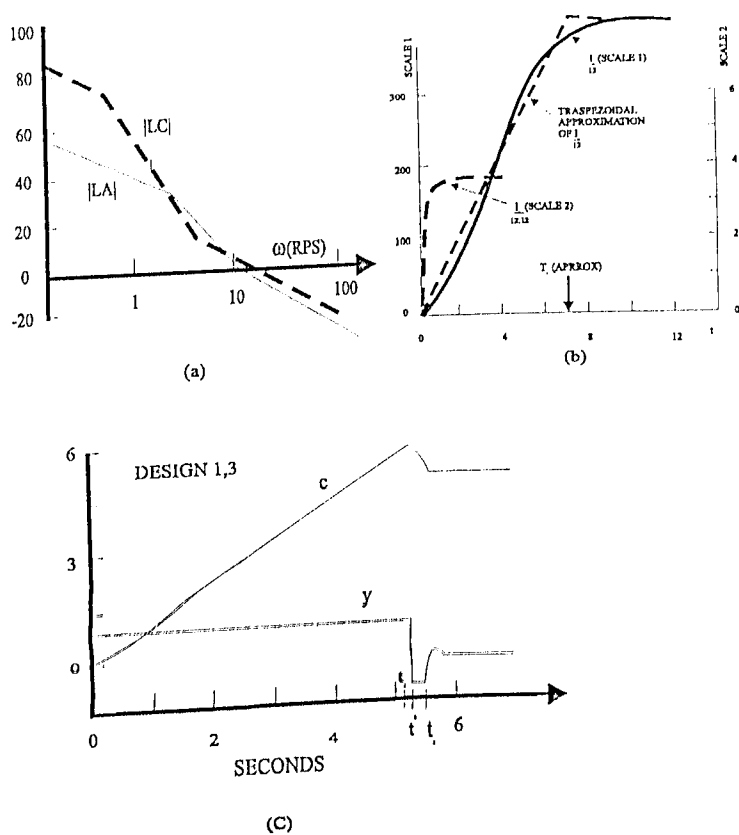


Figura 4.11: Comparação de Projeto condicionalmente e absolutamente estável. (a) Gráfico de Bode da malha de transmissão L_c, L_A . (b) malha de transmissão l_c, l_A no domínio do tempo. (c) Resposta saturada para L_A absolutamente estável quando $L_n = L_A$. ($H = 0$, resultados do projeto 1 são idênticos ao resultado de condicionalmente estável L_c quando $L_n = L_A$ (projeto 3).)

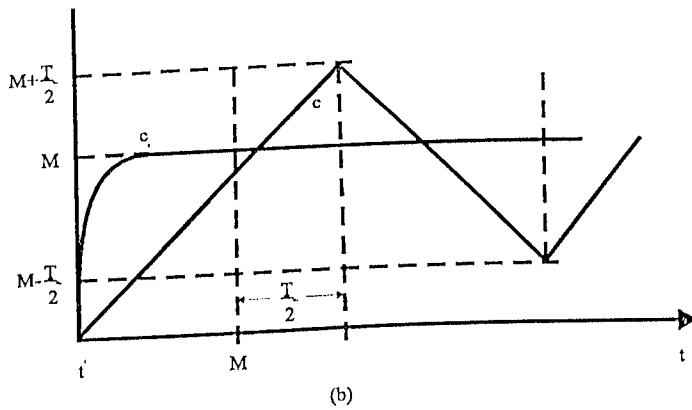
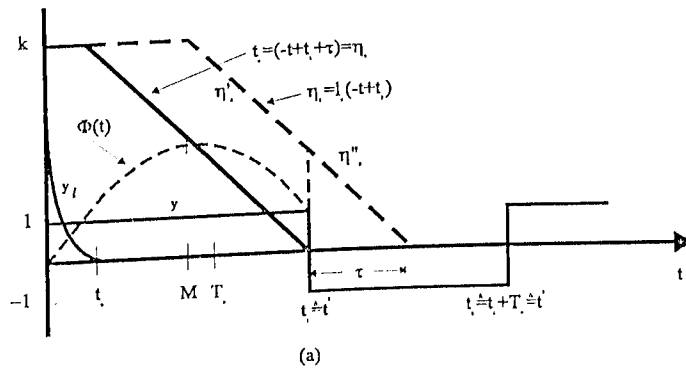


Figura 4.12: Construção gráfica explicando *ciclos limites* no projeto 2 condicionalmente estável se $L_n = L = L_c(H = 0)$. (a) Processo de convolução. (b) c_l e ciclo limite c

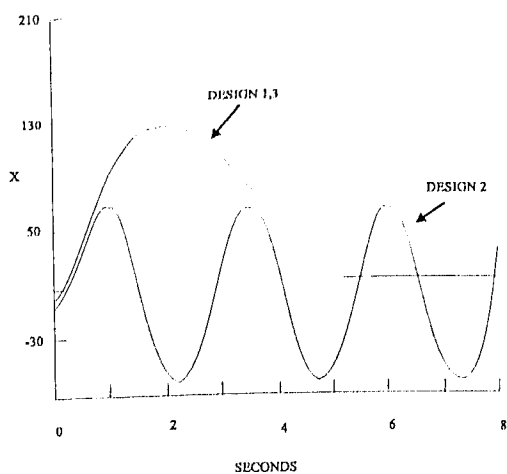


Figura 4.13: Projeto 2 - $L = L_n = L_c(H = 0)$ produz *ciclo limite* na presença de saturação.

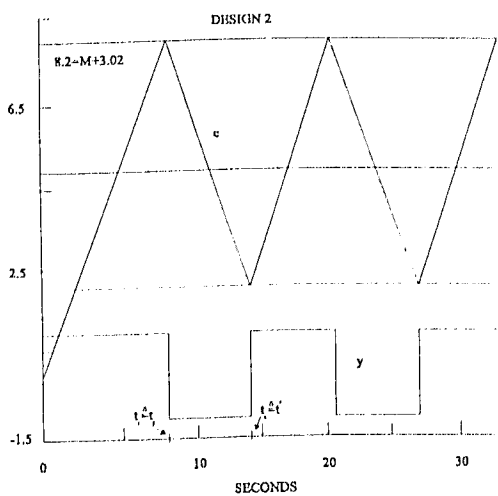


Figura 4.14: Comparação da entrada do elemento de saturação x para os *projetos 1 a 3*.

4.8 Conclusão

O esquema de Horowitz é baseado sobre o grau de liberdade extra L_n , o qual também é chamado de *sensibilidade linear* em torno do elemento não linear. É presumido que uma demonstração do sistema em termos dos graus de liberdade seja feito, sendo assim uma aproximação em torno deste problema nos fornecerá a disponibilidade de L_n , o qual pode ser usado para controlar o sistema na presença de severa saturação, independente de seu *filtro linear* e das *propriedades de realimentação*.

Sendo assim a principal idéia proposta por Horowitz é projetarmos L_n utilizando o *gráfico de Bode*, adicionando *pólos* suficientes acima da frequência de cruzamento $|L_n(j\omega_c)| = 1$ de forma que tenha pequeno efeito sobre a margem de estabilidade de L_n , o qual é regido pela equação (4.9) *Horowitz* ([25]) ou $sL_n = 2\xi\omega_n + \frac{\omega_n^2}{2}$ com $u = \hat{u}$, $y \rightarrow 0$ com $t \rightarrow \infty$, *Horowitz* ([26]).

O esquema lida muito bem com o problema de saturação do sinal de entrada na planta, mas como podemos notar quando há a entrada de distúrbios na planta aparecerá uma saturação na entrada da parte do controlador G , a qual não é esperada. Sendo assim o esquema de Horowitz a priori não atinge comportamento *anti-windup* propriamente dito, pois o mesmo não restaura completamente a consistência dos sinais em todos os elementos do sistema, conforme enfatizado por Doyle ([17]).

Capítulo 5

Anti-windup Convencional – CAW

5.1 Introdução

O esquema *anti-windup convencional* CAW é uma técnica que utiliza *fatoração coprîma* para o estudo e construção das partes constituintes do sistema, a saber, o controlador e as sensibilidades lineares L , L_n e L_X . Onde L é a sensibilidade linear, L_n é a sensibilidade ao redor do elemento não linear N e L_X é uma sensibilidade extra construída pela diferença do sinal de entrada da planta e saída do controlador e, alimentada para dentro do bloco de ganho X em algumas *fatorações coprîmas*. O Esquema CAW é muito mais eficiente do que os esquemas de *Horowitz* ([25],[26],[27]) e do que o esquema IMC ([33],[37],[41]), devido ao fato de que a malha L_X é projetada de tal forma a *observar* e *atualizar* tanto o sinal de entrada na planta, quanto o próprio controlador antes da realimentação do sistema. O esquema de CAW é muito eficiente para controlar diversos tipos de plantas, mas para sistemas MIMO foi necessário introduzir algumas modificações para melhoria do *desempenho e robustez*, que foi chamado de MAW, *Doyle e Packard* ([17]).

O primeiro passo é então fazermos um estudo sobre o que é *fatoração coprîma*, de forma a obtermos a malha L_X responsável pela eliminação da *ação windup* que porventura ocorrerá no sistema e, respectivamente, o controlador. Observadas as condições impostas pelo projeto, a saber, a *sensibilidade* da malha L_X deve ter ganho e largura de banda maior do que a *sensibilidade linear* do esquema L . Um estudo mais abrangente sobre a *fatoração coprîma*, bem como alguns exemplos práticos, é dado no apêndice (A.1).

5.1.1 Aplicação da fatoração coprima

Tomemos como base a figura (7.1) para fazermos um breve estudo da função de transferência em todos os graus de liberdade do sistema, de forma a observarmos a *estabilidade e desempenho* do sistema em malha fechada. Expressando a planta e o controlador na forma de funções racionais estáveis

$$\begin{aligned} P &= \frac{B}{A} \\ C &= \frac{X}{Y} \end{aligned} \quad (5.1)$$

de forma que obtemos uma malha de realimentação unitária estável. Isto quer dizer que as funções de transferência entre todos os graus de liberdade do esquema dado na figura (7.1) são estáveis. Onde (B, X) e (A, Y) são os numeradores e denominadores da função de transferência da planta ($G=P$) e do controlador ($K=C$), respectivamente.

A função de transferência da saída y para a entrada do sistema r (y/r), é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{y}{r} &= \frac{CP}{1 + CP} \\ &= \frac{\frac{X}{Y} \frac{B}{A}}{1 + \frac{X}{Y} \frac{B}{A}} \\ &= BX(A Y + BX)^{-1} \end{aligned} \quad (5.2)$$

A função de transferência da saída do sistema y para a saída do controlador u (y/u), é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{y}{u} &= \frac{C}{1 + CP} \\ &= \frac{\frac{X}{Y}}{1 + \frac{X}{Y} \frac{B}{A}} \\ &= AX(A Y + BX)^{-1} \end{aligned} \quad (5.3)$$

E, por último a função de transferência do erro do sistema e para a entrada r (e/r), é dada por:

$$\begin{aligned}
 \frac{e}{r} &= \frac{1}{1 + CP} \\
 &= \frac{1}{1 + \frac{XB}{YA}} \\
 &= AY(AY + BX)^{-1}
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

Podemos verificar que para garantirmos a estabilidade do sistema é necessário obtermos $(AY + BX)^{-1}$ estável. Vamos chamar de $\Lambda = (AY + BX)^{-1}$. Desta forma obtemos agora outra *fatoração coprima* do controlador C que é:

$$C = \frac{\Lambda X}{\Lambda Y}$$

chamando $\Lambda X = X'$ e $\Lambda Y = Y'$ temos:

$$C = \frac{X'}{Y'}$$

Agora $AY' + BX' = I$.

É notório que a *fatoração coprima* é uma ótima ferramenta para a análise do sistema e construção do controlador *anti-windup*, de tal forma que forneça a *estabilidade e bom desempenho* do sistema em malha fechada.

Um exemplo de um controlador é dado a seguir, de forma que nos dê mais um grau de liberdade ao esquema de controle, que é dado por:

$$C = \frac{X - AR}{Y + BR} \tag{5.5}$$

Onde R é o grau de liberdade extra.

Agora provaremos que este controlador é capaz de estabilizar o sistema. Substituindo ambos os termos dentro do polinômio da *fatoração coprima* $(AX + BY) = I$, temos:

$$\begin{aligned}A(Y + BR) + B(X - AR) &= I \\AY + ABR + BX - BAR &= I \\AY + BX &= I\end{aligned}\tag{5.6}$$

multiplicando ambos os lados da equação (5.6) por u , a equação torna-se $AYu + BXu = u$, notamos que u e sua inversa u^{-1} são estáveis. Este estudo é conhecido como *caracterização de todos os controladores estabilizantes* de uma planta que é uma maneira muito útil para podermos modificar o controlador de tal forma que alcance os objetivos de controle em malha fechada, os quais são a *estabilidade e bom desempenho*.

5.2 Síntese

O esquema *Anti-windup convencional (CAW)* com ganho elevado formulado por *Doyle et al.* ([17]) adota uma filosofia similar a *anti-reset windup* ([7],[8]). Assim, de uma certa forma, o método de *CAW* pode ser considerado como uma extensão direta de controladores gerais para o método de *anti-reset windup* ([7],[8]).

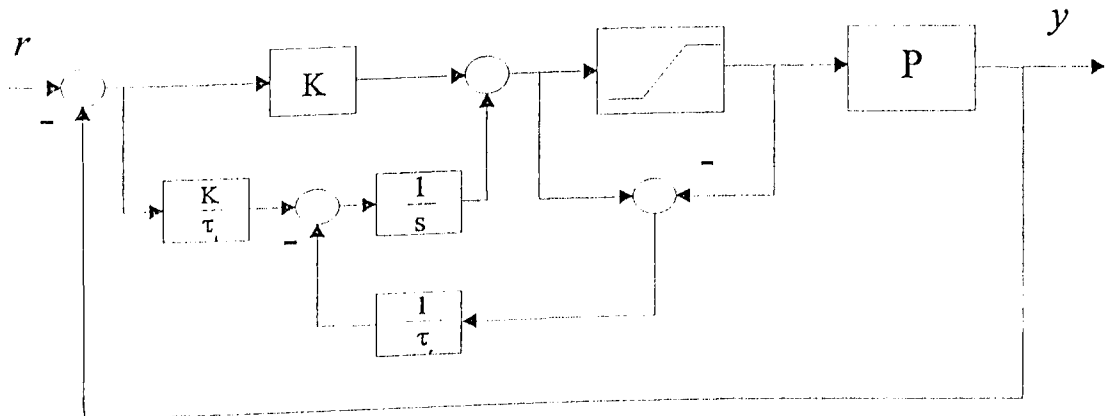


Figura 5.1: Esquema Anti-reset windup

É muito fácil verificar esta similaridade e, para tal, basta isolarmos o controlador do esquema *anti-reset windup* dado na figura (5.1) e lançarmos mão das técnicas de manipulações de blocos, para chegarmos a uma forma representativa do esquema *anti-reset windup*, equivalente ao esquema *anti-windup convencional (CAW)*, ilustrada na figura (5.2).

A partir da nova representação do esquema *anti-reset windup* dado na figura (5.1), notamos que o controlador é dado por:

$$V^{-1}(s) = k + \frac{k}{\tau_i s} \quad (5.7)$$

E a alimentação responsável pela correção da ação *windup* é dada por:

$$X(s) = \frac{1}{\tau_r s} \quad (5.8)$$

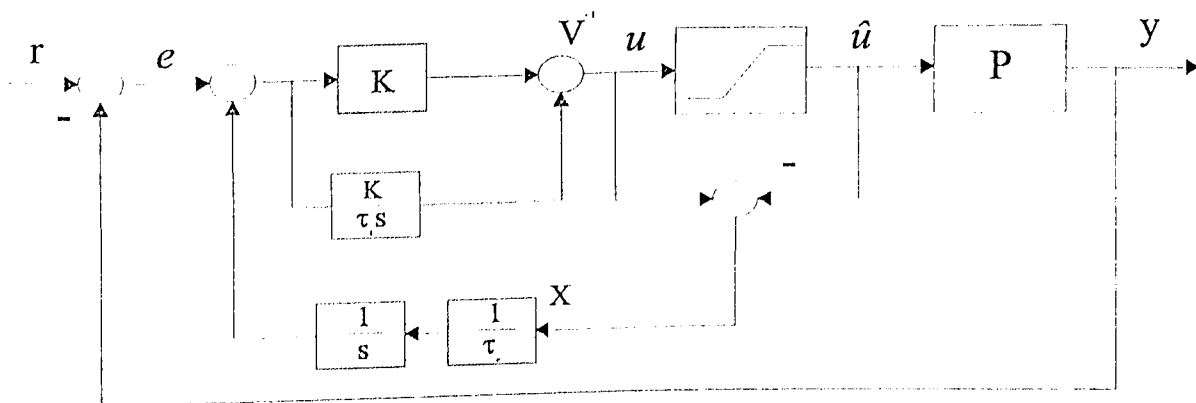


Figura 5.2: Esquema (anti-reset windup modificado/CAW)

A implementação é mostrada na figura (5.3).

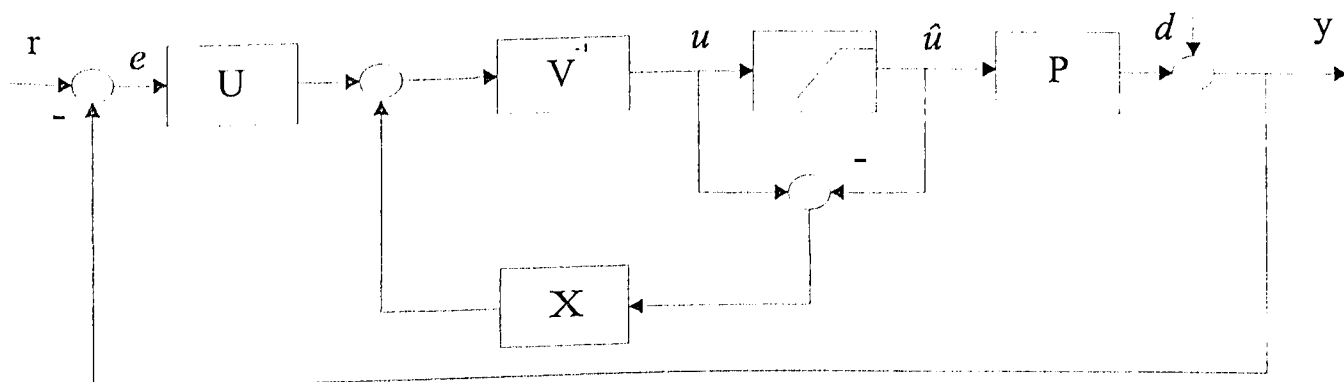


Figura 5.3: Esquema anti-windup convencional - CAW

A compensação *anti-windup bumpless transfer* (AWBT) ([29]), que trata da transição suave entre controladores *anti-windup*, é obtida pela alimentação da diferença $(\hat{u} - u)$, através de uma matriz de ganho elevado *fatoração copríma* X à entrada do controlador e ou também obtida pela alimentação da diferença $(\hat{u} - u)$ através de um *modelo* dado por *Walqama e Sternby* ([39]). As principais diferenças entre eles são:

- Quando utilizamos um *modelo* para fazer a alimentação, a ordem do esquema CAW torna-se maior do que a ordem do controlador, enquanto que com uma *matriz de ganho* X , a ordem do esquema CAW torna-se a mesma do controlador;

- Se o *modelo* tem modos instáveis, então o desempenho do controle pode ser conduzido à dessaturação.

Este esquema de *CAW* é claramente superior aos métodos de *IMC* e *Horowitz - H. Doyle et al.* ([17]) propõe adicionarmos o método de *CAW* ao método de *IMC* devido ao fato destes esquemas serem compatíveis, obtendo assim um novo esquema de controle *anti-windup*, o método de *CAW* não pode ser adicionado ao método de *Horowitz* devido ao fato de que as sensibilidades $L_X = \frac{L-L_n}{I+L_n}$ e $L_n = \frac{L-L_X}{I+L_X}$ tenham que ter *largura de banda* e *ganho* maior do que a *sensibilidade linear* L . Sendo que a metodologia de *Horowitz* não provê isto, a qual enfatiza que a estabilidade é dada somente pela *sensibilidade ao redor do elemento não linear* L_n . Embora os métodos de *IMC* e *Horowitz* sejam inferiores ao método de *CAW*, se as plantas são estáveis, podem até garantir a *estabilidade em malha fechada* mesmo na presença de saturação. O esquema de *CAW* é focado sobre a construção da malha $L_X(s) = V(s)^{-1}X(s)$. Se ela possui *ganho e largura de banda* maior do que a *sensibilidade linear* $L(s) = C(s)P(s)$, então previne o *windup*. Onde o controlador linear é dado por $C(s) = V(s)^{-1}U(s)$.

O esquema de *CAW* é altamente sensível a incertezas no elemento de saturação, sendo assim foi realizada uma implementação *anti-windup modificada* (MAW) por *Doyle et al.* ([17]) para eliminar esta sensibilidade. Tipicamente, $X = \alpha I$, onde $\alpha \gg 1$ é um escalar. O esquema *anti-windup modificado* (MAW) é dado pela figura (5.4).

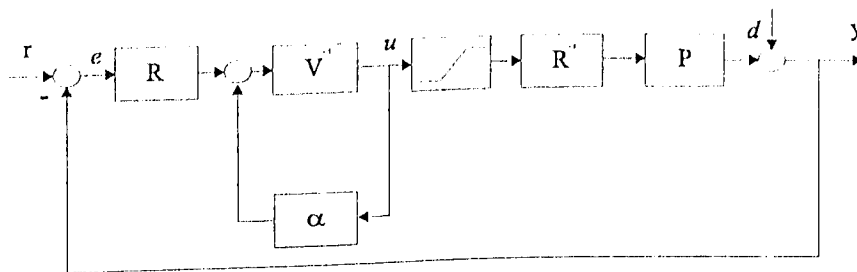


Figura 5.4: Esquema anti-windup modificado (MAW)

5.3 Exemplos

Agora daremos três exemplos com utilização do controlador *anti-windup convencional* CAW, sendo dois para sistemas com simples entrada e simples saída SISO e, um para sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas MIMO. Salientamos que para o exemplo MIMO foi feita uma mudança no controlador CAW chamada *anti-windup modificado* MAW. O bloco de saturação para todos os exemplos é o mesmo dado pela equação (3.1).

Exemplo 12

Dada a planta

$$P(s) = \frac{s + 0,1}{2s} \quad (5.9)$$

E o controlador

$$V^{-1}(s) = \frac{2}{s + 0,1} \quad (5.10)$$

Notemos que o controlador, não havendo saturação, multiplicado pela planta nos fornecerá uma sensibilidade linear ($L = \frac{1}{s}$), a qual é desejável em sistemas de controle.

Agora para correção da ação windup temos que utilizar o bloco X , que funciona como observador de estados e, fará com que o sistema de controle continue funcionando como se estivesse no modo linear através da redução da ação integral, pois é ela que é a principal responsável pela ação windup. Neste caso utilizamos $X = 10$ e é aplicado uma entrada distúrbio degrau unitário.

As respostas nas saídas do controlador e da planta são fornecidos na figura (5.5).

Exemplo 13

Este exemplo é tomado de Doyle et al. ([17]) quando o método anti-windup convencional (CAW) não resultava em um sistema estável em malha fechada. A planta é um filtro passa-faixa Butterworth de quarta ordem.

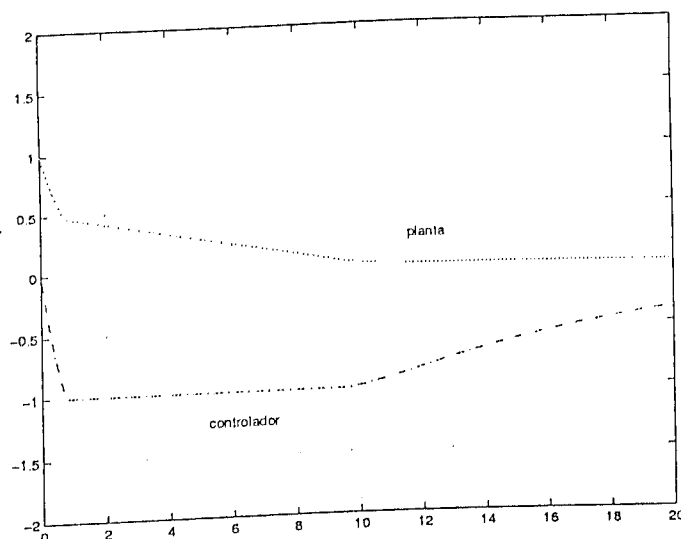


Figura 5.5: Resposta na saída do esquema CAW

$$P = 0,2 \left(\frac{s^2 + 2\xi_1\omega_1s + \omega_1^2}{s^2 + 2\xi_1\omega_2s + \omega_2^2} \right) \left(\frac{s^2 + 2\xi_2\omega_1s + \omega_1^2}{s^2 + 2\xi_2\omega_2s + \omega_2^2} \right) \quad (5.11)$$

onde $\omega_1 = 0.2115$, $\omega_2 = 0.0473$, $\xi_1 = 0.3827$ e $\xi_2 = 0.9239$. Para esta planta o controlador é $K(s) = 5/s$. O sistema tem uma resposta melhor para rejeição de perturbação do que um sistema com sensibilidade complementar $L(s) = 1/s$ mas possui estabilidade condicional e pobre rejeição de distúrbios em frequências abaixo da frequência de cruzamento. A resposta do sistema a uma entrada degrau de amplitude unitária sem saturação, saída do esquema e controlador, é mostrada na figura (5.6) e, após incluímos a saturação na entrada da planta o sistema entra num ciclo limite, ou seja, torna-se instável, como mostrado na figura (5.7).

Agora tomando $X = 10$ e $V(s)^{-1} = 2/(0.1 + s)$ o sistema é bem comportado e estável, conforme figura (5.8) mas basta inserirmos uma perturbação em entrada degrau unitário no tempo $t = 0$ e, uma chave para -1 a $t = 4$ na entrada da planta que o sistema entra num ciclo limite, conforme mostrado na figura (5.9).

Exemplo 14

Agora tomemos um exemplo para sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas

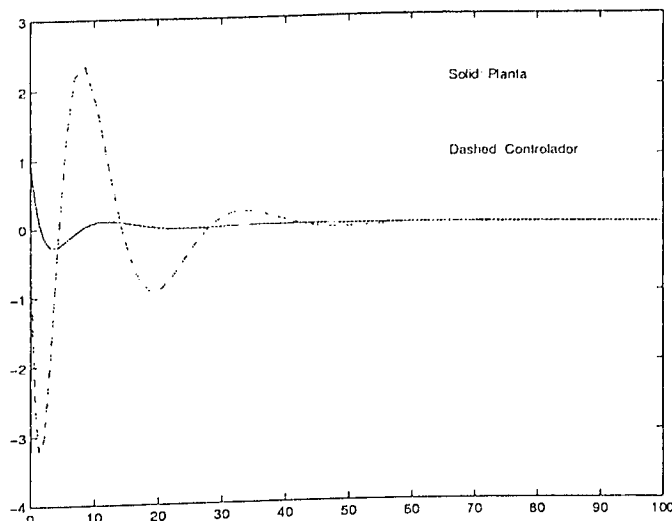


Figura 5.6: Anti-windup convencional - sem saturação

(MIMO), a planta é dada por:

$$P(s) = \frac{4(s+0,1)}{s} R^{-1} \quad (5.12)$$

Onde $R = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$
 E o controlador:

$$K(s) = \frac{1}{4(s+0,1)} R \quad (5.13)$$

É importante mostrarmos que a *sensibilidade linear* $L = P(s)K(s) = (1/s)I$ e, a resposta nominal da perturbação (d) para o erro (e) é dada por $e/d = (I+L)^{-1} = s/(s+1)I$

Os ensaios para esta planta foram realizados com uma perturbação em degrau no limite máximo da perturbação aceita pela planta $d = [0.61 \ 0.79]^T$ e, sua resposta não utilizando a compensação, a qual é feita pela fatoração coprime através da matriz de ganho X , é dada na figura (5.10).

Agora utilizando a *compensação anti-windup* fornecida pela matriz de ganho $X = 100I$, $U = R$ e $V^{-1} = \frac{1}{4(s+0,1)}I$, podemos notar que o *overshoot* não está tão longe do

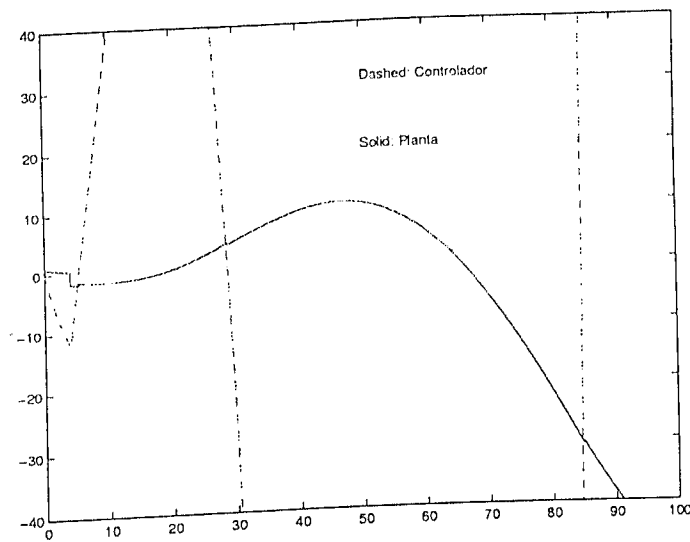


Figura 5.7: Resposta p/o esquema anti-windup convencional - CAW

desejado, mas ainda há um erro muito grande, conforme mostrado na figura (5.11).

Tomando os dois primeiros segundos da resposta do esquema dado na figura (5.11), podemos notar que o sistema especificamente passa a ser saturado no tempo $t = 1.12s$, figura (5.12). Em cima disso foi feita uma mudança no esquema de CAW, chamada *anti-windup modificado* (MAW), que possui um elemento de realimentação α o qual é um escalar que multiplica o vetor de saída do controlador. O valor α é obtido pelo cálculo da *norma infinita* do sinal da saída do controlador.

A *norma infinita* é representada por:

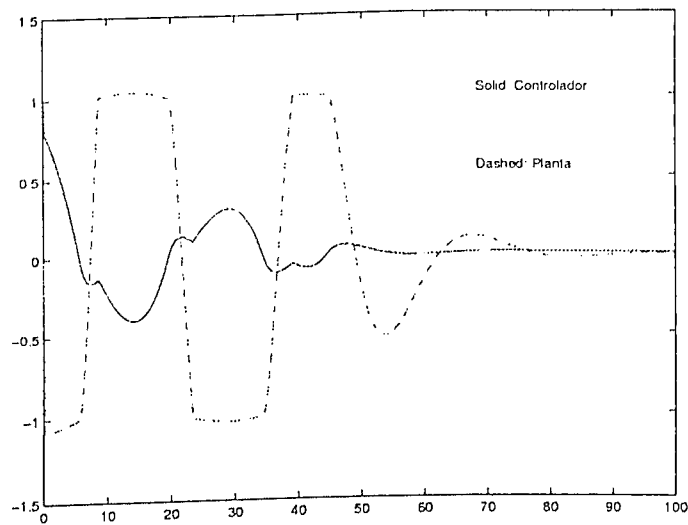


Figura 5.8: Anti-windup convencional

$$x \in (\mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R})$$

$$\|x\|_{\infty} = \sup_t |x(t)|, \quad t \in \mathcal{R}$$

$$x \in (\mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}^n)$$

$$\|x\|_{\infty} = \sup_t |x(t)|_{\infty} \quad v_k = \begin{cases} 1 - \frac{1}{k}, & k \geq 1 \\ 0, & \text{outros} \end{cases}$$

para sistemas no tempo contínuo

$$x \in (Z \rightarrow \mathcal{R})$$

$$\|x\|_{\infty} = \sup_k |x_k| \quad v_k = \begin{cases} k, & 0 \leq k \leq n \\ 0, & \text{outros} \end{cases}$$

para sistemas no tempo discreto

Se a *norma infinita* é maior do que $1 - \epsilon$, $\alpha = 10$ (para este exemplo), se a *norma infinita* da saída do controlador é menor ou igual a $1 - \epsilon$, α assume valor zero significando que os valores de saída do controlador estão dentro dos limites de sinal aceitos para

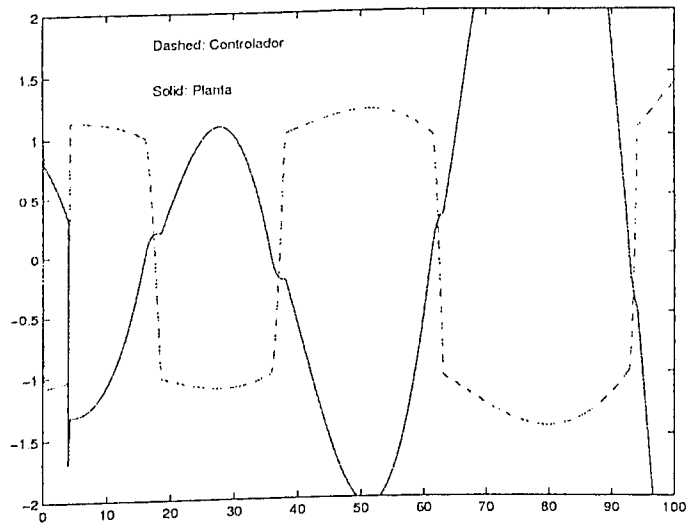


Figura 5.9: Anti-windup convencional com inclusão de perturbação

alimentar a entrada da planta. ϵ é uma *variação no erro* e, neste caso é $\epsilon = 0.02$.

Com esta mudança o sistema previne as mudanças de direção na entrada da planta bem como evita a *ação windup* (figura 5.13), assegura a estabilidade do sistema e lida com o problema de *estabilidade robusta* devido ao fato da entrada de incertezas nas saídas, (veja *Doyle et al.* [17]).

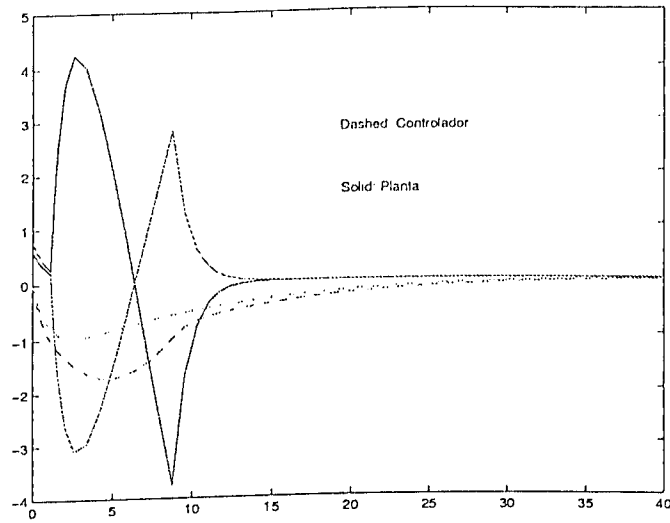


Figura 5.10: Esquema CAW p/sistema MIMO sem compensação anti-windup

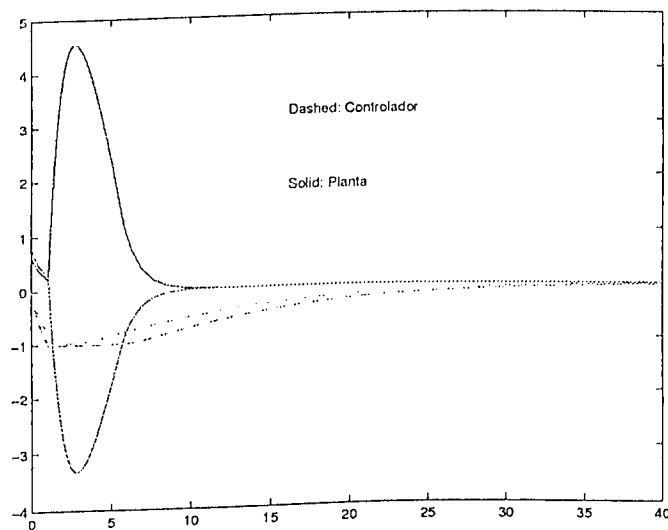


Figura 5.11: Esquema CAW p/sistema MIMO com compensação antiwindup

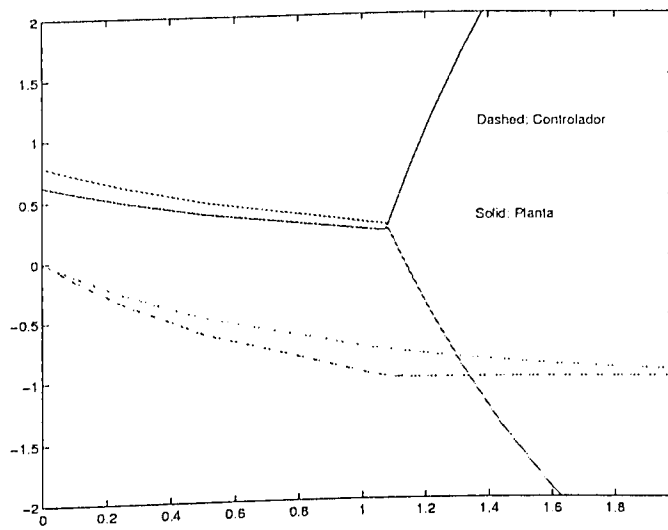


Figura 5.12: Detalhe do esquema anti-windup convencional (CAW)

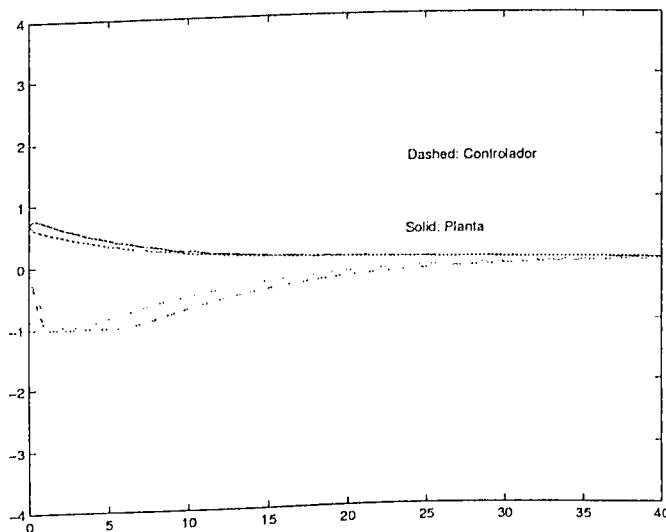


Figura 5.13: Esquema anti-windup modificado (MAW)

5.4 Conclusão

O esquema *anti-windup convencional* (CAW) é focado na construção do controlador sob o uso da fatoração coprima que torna o sistema estável em todos os seus pontos. O esquema é dotado de um *observador*, que pode ser expresso tanto por um *ganho* $X = \alpha I$ Doyle et al. ([17]) ou, em forma de um *modelo do processo* Walgama et al. ([39]). Este esquema é muito eficiente para diversos tipos de plantas quando se trata de sistemas com *simples entrada e simples saída* (SISO) mas, como ressaltado por Doyle et al. ([17]) e visto nos exemplos dados neste capítulo, a adição de incerteza na planta pode conduzir o sistema à instabilidade.

Uma mudança no esquema de CAW foi realizada para unir o *desempenho e a estabilidade* do esquema a *uma entrada degrau*, esta mudança leva em conta o fato destes sistemas possuírem uma mudança de direção muito elevada que afeta bruscamente o *desempenho e a estabilidade* do sistema em malha fechada. Esta mudança foi chamada de *anti-windup modificado* MAW e lida com sistemas com *múltiplas entradas e múltiplas saídas* (MIMO). O fator principal deste esquema modificado é o parâmetro α que utiliza a *norma infinita* do sinal de saída do controlador para verificar se o sinal está dentro dos limites para ser aplicado a entrada da planta. Este novo esquema é muito eficiente e une as qualidades de *estabilidade robusta* com o *bom desempenho* do sistema (conforme Doyle et al. [17]).

Capítulo 6

Proporcional, Integral e Derivativo – PID

6.1 Introdução

Uma das principais razões de utilizarmos um controlador PID para fazermos implementação prática é que este controlador é o mais usado industrialmente e principalmente porque o problema *windup*, que é a preocupação desta dissertação, foi originalmente encontrado no uso deste controlador projetado para sistemas de controle SISO, como ressaltado por *Doyle et al.* ([17]). Existem diversos trabalhos realizados prevenindo a *ação windup*. Destacamos alguns que têm sido muito empregado e de fácil análise e implementação em sistemas de controle, os conhecidos como *anti-reset windup* Morari e Buckley ([8],[7]), tratado como *back calculation and tracking* Fertik e Åström ([19],[3]) e referido como *integrator resetting* Walgama e Sternby ([39]).

Neste capítulo vamos destacar alguns dos esquemas de controle que utilizam controladores PI/PID *anti-windup* para controlar diversos processos, bem como outros esquemas em que o controlador PI/PID é apenas parte construtiva do mesmo. Inicialmente, é claro, não poderíamos deixar de demonstrar o controlador PI/PID controlando um processo com entrada de distúrbios na planta e presença de não linearidades, para que possamos comprovar que o mesmo tem que ter uma *mudança construtiva* para poder controlar o processo na presença destas perturbações.

As principais não linearidades encontradas na prática surgem principalmente devido a:

- Restrições no sinal de controle (controle de posição) e ou restrições na velocidade do sinal de controle (controle de velocidade);
- Chaveamento entre controladores;
- Desconexão entre a saída do controlador e a entrada do processo.

6.2 Controlador PI/PID

O desenho esquemático deste é dado na figura (3.5). O cálculo dos parâmetros do controlador PI/PID pode ser realizado de diversas maneiras, mas será realizado aqui através do método de *Ziegler-Nichols* por meio do lugar geométrico das raízes (comandos *rlocus* e *rlocfind* usando *matlab*), onde nos fornece o *ganho crítico* K_c e a *frequência de cruzamento* W_c necessários para o cálculo das constantes K_p , K_i e K_d do controlador, onde:

$$\begin{aligned} K_p &= 0,6K_c \\ K_i &= \frac{K_p W_c}{\pi} \\ K_d &= \frac{K_p \pi}{4W_c} \end{aligned} \quad (6.1)$$

Exemplo 15

Este exemplo utilizará a mesma planta P dada na equação (3.25), na qual foram realizados experimentos práticos, bem como implementação de diversos controladores.

Inicialmente encontramos as constantes $K_c = 0,2126$ e $W_c = 3,1416$, através do método de *Ziegler-Nichols* para depois obtermos o controlador PI/PID que é dado por:

$$\begin{aligned} C(s) &= K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \\ &= 0,1276 + \frac{0,1276}{s} + 0,0319s \end{aligned} \quad (6.2)$$

As respostas na saída do esquema e do controlador a uma entrada em mudança de degrau de 35 para 50, com e sem a entrada de perturbação, são dadas nas figuras (6.1) e (6.2), respectivamente.

Podemos notar que o sistema é estável em malha fechada, porém há a necessidade de uma mudança na construção do controlador quando há perturbações na entrada da planta, pois notamos que basta uma mudança brusca de *setpoint* que ocorrerá um *undershoot* e que os limites pré-estabelecidos em sistema de controle (máximo de 5%) serão ultrapassados.

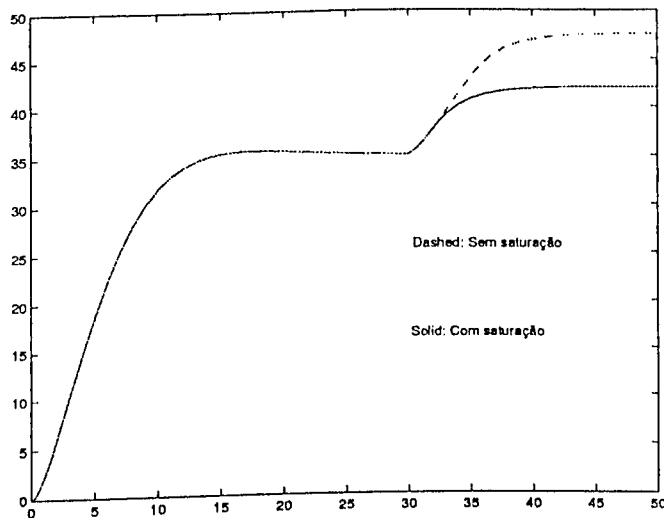


Figura 6.1: Resposta na saída do esquema com PID

Salientamos também que o controlador PID possui um filtro passa-baixa com uma constante do filtro $T_f = 0,4$ para eliminar a presença de *overshoot*, bem como para assegurar o ganho unitário em malha fechada.

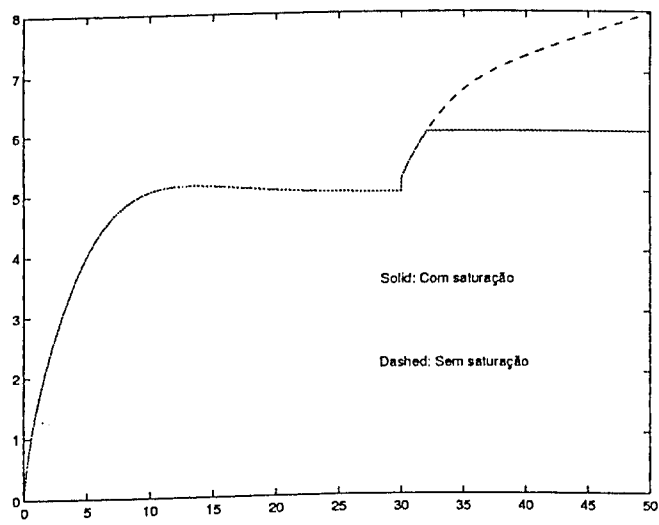


Figura 6.2: Resposta na saída do controlador PID

6.3 Controlador PI/PID anti-windup

O desenho esquemático deste controlador é dado na figura (5.1). Salientamos que o controlador (PI) está na forma paralelo ideal e, que esta planta não necessita de ação derivativa como mostraremos no apêndice (B.1). O elemento responsável pela prevenção da ação *windup* bem como eliminação é o parâmetro τ_r , o qual é atuante sobre a parte integral pois a mesma é uma das principais causadoras da ação *windup*.

Exemplo 16

Para a realização deste exemplo utilizamos a mesma planta P dada pela equação (3.25) e o controlador é dado pela seguinte expressão:

$$C(s) = \left(K_p + \frac{K_p}{\tau_i s}\right)e - \frac{1}{\tau_r s}(u - \hat{u}) \quad (6.3)$$

Onde:

- $K_p = 1,43$
- $\tau_i = 1,75$
- $\tau_r = \tau_i = 1,75$

Onde informamos que as constantes do controlador PI/PID anti - *windup* foram calculadas no capítulo 8 seção (8.5). É importante notarmos que se não houver saturação, ou seja, se $u = \hat{u}$, o controlador será apenas um PI.

As respostas na saída do esquema e do controlador a uma mudança em degrau de 35 para 50 com e sem perturbação de entrada na planta são dadas nas figuras (6.3) e (6.4), respectivamente.

As respostas utilizando um controlador PI/PID *anti-windup* são bem melhores do que as respostas do controlador PI/PID sem o bloco necessário para a prevenção e eliminação da ação *windup*, o sistema continua funcionando como se estivesse no modo linear, preserva a estabilidade bem como o bom desempenho em malha fechada.

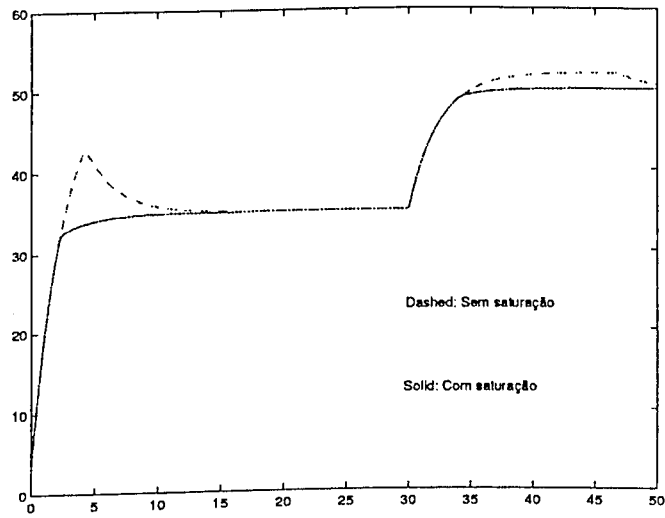


Figura 6.3: Resposta na saída do esquema anti-reset windup

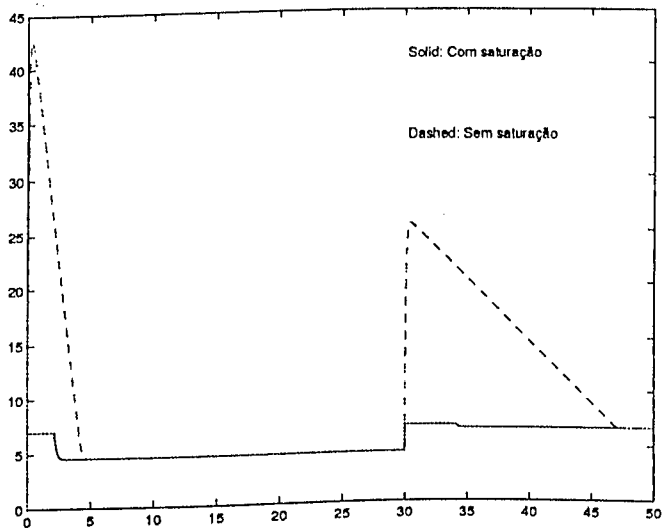


Figura 6.4: Resposta na saída do controlador anti-reset windup

6.4 Controlador PID baseado em IMC

Este esquema de controle foi elaborado por *Braatz et al.* ([13]), com o intuito de providenciar o chaveamento entre controladores rápido e suave durante as transições do processo discreto, mais conhecida como ação *bumpless transfer*. Mudanças estas que são de grande importância na Indústria. Este esquema foi usado para controlar um processo que mistura dois elementos químicos com o objetivo de controlar a temperatura dos líquidos, sendo o controle na forma de velocidade. Para os interessados existe um arquivo na internet com uma simulação feita em matlab (<http://brahms.scs.uiuc.edu/rp/lssrl/software/bump.m>).

Exemplo 17

A construção do controlador é realizada através do uso da constante de tempo do processo (τ), do tempo morto (θ), se houver, e da constante do filtro (τ_f).

A equação do controlador é dada por:

$$C(s) = K_b \left(1 + \tau_d s + \frac{1}{\tau_i s} \right) \frac{1}{\tau_f s + 1} \quad (6.4)$$

Onde:

$$\begin{aligned} K_b &= \frac{2\tau + \theta}{2K(\lambda + \theta)} \\ \tau_i &= \tau + \frac{\theta}{2} \\ \tau_d &= \frac{\tau\theta}{2\tau + \theta} \\ \tau_f &= \frac{\lambda\theta}{2(\lambda + \theta)} \end{aligned} \quad (6.5)$$

K_b é o ganho proporcional, K é o ganho do processo e λ é o parâmetro de sintonia do filtro IMC, responsável pela ligação entre a velocidade de resposta (desempenho) e a robustez do sistema em malha fechada na presença de distúrbios e perturbações no modelo, que é o parâmetro mais importante deste esquema.

Aplicando esta técnica na planta (B.5) obtemos o seguinte controlador:

$$C(s) = 0,7143 \left(1 + \frac{1}{2,5s}\right) \frac{1}{0,5s + 1} \quad (6.6)$$

As respostas na saída do esquema e na saída do controlador, com e sem a entrada de perturbação na planta, são dadas nas figuras (6.5) e (6.6), respectivamente.

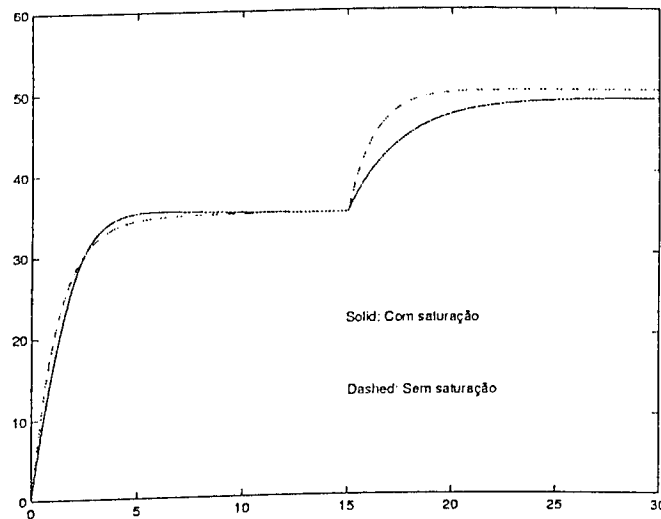


Figura 6.5: Resposta na saída do esquema PID baseado em IMC

Como podemos verificar as respostas são praticamente as mesmas, funcionando semelhante ao modo linear, mesmo na presença de perturbações na planta, sendo que focamos que o mesmo lida principalmente com plantas com *tempo morto* ou *atraso* e chaveamento entre controladores rápida e suave (*bumpless transfer*), fazendo que o sistema permaneça estável mesmo com estas transições.

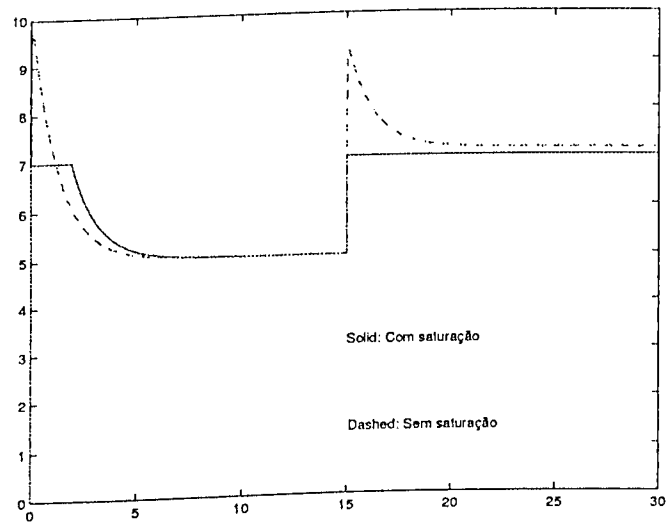


Figura 6.6: Resposta na saída do controlador PID baseado em IMC

Capítulo 7

Anti-windup e Bumpless Transfer – AWBT

7.1 Introdução

Uma das características mais comuns em sistemas de controle na prática é que eles devem lidar com restrições. Por exemplo, o sistema de controle deve evitar a insegurança em regimes de operação. Em controle de processos, estas restrições tipicamente aparecem na forma de *limitações de pressão e temperatura*. Limitações físicas impõem restrições ao sistema, por exemplo, bombas e compressores têm capacidade finita, tanques podem conter apenas um certo volume e, motores tem uma amplitude limitada de velocidade. Todas estas restrições são de interesse e ocorrência comum em sistemas de controle, mas que de outra forma se tornam lineares.

A idéia principal do esquema *anti-windup bumpless transfer* (AWBT) fornecido por *Morari et al.* ([8]) é uma unificação dos esquemas para o estudo de sistemas lineares invariantes no tempo (LTI), sujeitos a entrada de controle não lineares. O esquema é baseado em dois passos:

- Projetar o Controlador Linear ignorando a entrada da não linearidade e,
- Adicionar a compensação anti-windup bumpless transfer (AWBT).

para minimizar o efeito adverso a alguma entrada de controle não linear sobre o desempenho em malha fechada. Para o entendimento desta unificação é importante o conhecimento de sistemas *LTI* e esquemas de compensação *Bumpless Transfer*. Desta forma a unificação terá como fatores mais importantes duas *matrizes constantes* H_1 e H_2 .

7.2 Síntese

A unificação dos esquemas AWBT é baseada na figura (7.1) que é um sistema de controle linear ideal, onde $G(s)$ é o modelo linear da planta, $K(s)$ é um controlador (LTI) projetado para atender as especificações de desempenho requeridas.

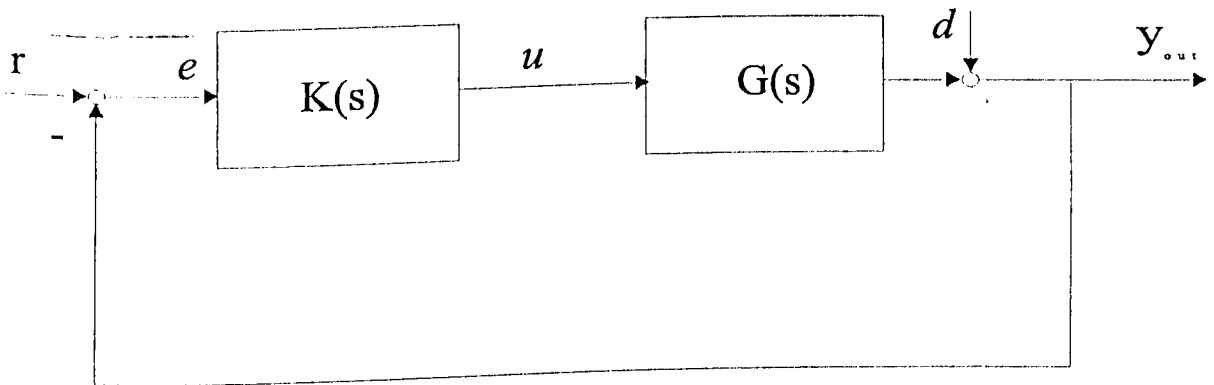


Figura 7.1: Projeto linear ideal

Devido a limitações ou substituições, uma não linearidade é introduzida entre o controlador e a planta, conforme figura (7.2), como resultado a entrada da planta \hat{u} , em geral, não será igual a saída do controlador u . Este problema é a principal causa do *efeito windup*, erros de inicialização nos estados do controlador e um transiente significativo o qual deve decair após o sistema retornar ao regime linear. Esta é também a causa da deterioração do desempenho bem como, em alguns casos, instabilidade do sistema.

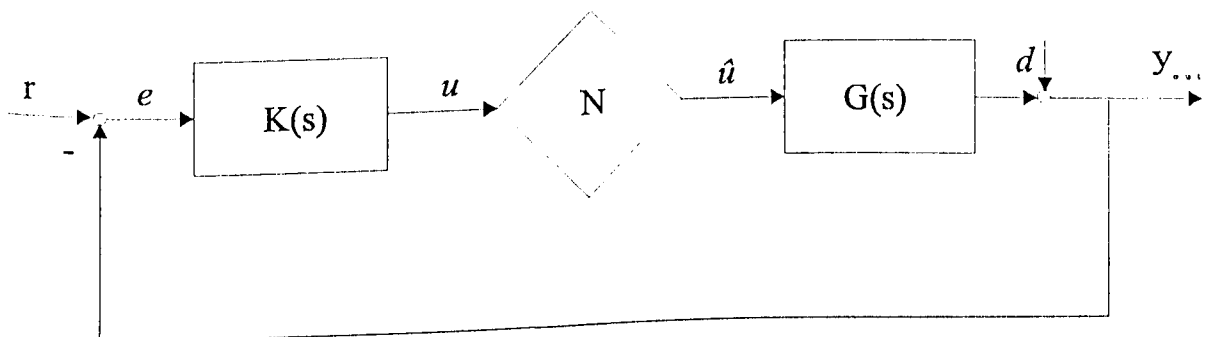


Figura 7.2: Projeto linear ideal com não linearidade

O problema AWBT envolve o projeto de um controlador $\hat{K}(s)$ dado na figura (7.3). O valor medido ou estimado do sinal de controle na saída do elemento não linear fornece a informação com relação ao efeito da não linearidade genérica N e é realimentada ao controlador compensado $\hat{K}(s)$.

Para a construção do controlador $\hat{K}(s)$ temos que observar alguns critérios:

- O sistema não linear em malha fechada, figura (7.3), deve ser estável;
- Quando não há limitações ou substituições, ($N \equiv I$), o desempenho em malha fechada do sistema na figura (7.3) deve satisfazer as mesmas especificações do projeto linear da figura (7.1), o que é chamado de *recuperação do desempenho linear*;
- O desempenho em malha fechada do sistema na figura (7.3) deve fornecer uma resposta ao degrau ótima para o desempenho do sistema linear dado na figura (7.1) quando ocorrem limitações ou substituições ($N \neq I$).

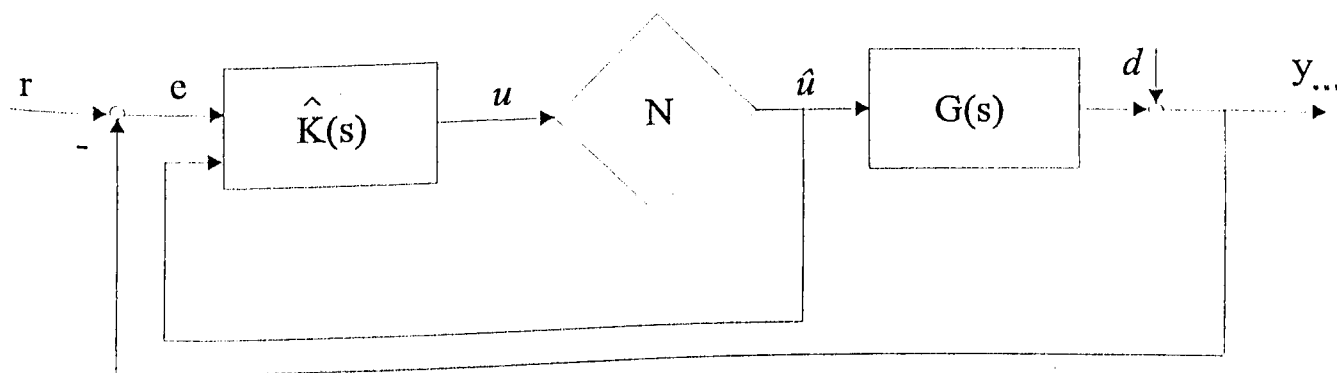


Figura 7.3: Projeto AWBT (problema)

Agora fazendo uma *transformação fracional linear* (LFT) no sistema, dada pela figura (7.4), conhecida como uma interconexão padrão para o projeto linear ideal. A entrada exógena (W) inclui todos os sinais, os quais entram no ambiente de origem do sistema, tais como entrada de comandos, distúrbios e ruídos de sensores. A entrada u representa o sinal de controle aplicado à planta pelo controlador $K(s)$. As saídas das interconexões z

e y_m representam a saída controlada que o controlador é projetado para mantê-las pequenas (erro de rastreamento), bem como todas as medidas disponíveis ao controlador (incluindo entrada de referência, distúrbios medidos e medidas da entrada da planta). Algumas interconexões de alimentação/realimentação dos elementos do sistema linear podem ser expressas nesta forma de interconexão geral. Como um exemplo, pegando a figura (7.1), as entradas exôgenas são a entrada de comando r e o distúrbio de saída d . Assim nós definimos $w = [r \ d]^T$. A saída controlada é o erro de rastreamento, $e = r - y_{out}$ e, assim nós definimos $z = e$. A informação feita disponível ao controlador, $K(s)$, é o erro de rastreamento, assim $y_m = e$. A saída do controlador $K(s)$ é a entrada da planta, u . Com estas definições, a interconexão $P(s)$ é dada por:

$$P(s) = \begin{bmatrix} I & -I & -G(s) \\ I & -I & -G(s) \end{bmatrix} \quad (7.1)$$

Com estas definições, o comportamento do sistema dado na figura (7.1) é equivalente ao sistema dado na figura (7.4).

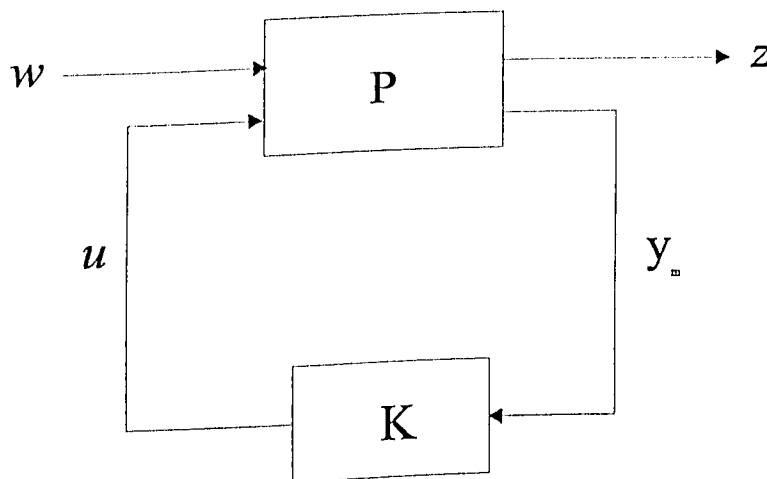


Figura 7.4: Projeto linear ideal (interconexão padrão)

Assumiremos que $P(s)$ e $K(s)$ são sistemas LTI de dimensão finita, com realizações em espaço de estados disponíveis. A função de transferência em malha fechada de w para z

na figura (7.4) é dada por $T_{zw}(s)$ através da transformação fracional linear:

$$T_{zw}(s) = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21} \quad (7.2)$$

onde:

$$P(s) = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \quad (7.3)$$

Assume-se que as especificações do desempenho são dadas pelo projeto linear e que o controlador linear $K(s)$ satisfaz estas especificações na ausência de *limitações ou substituições*. Por exemplo, pela inclusão de pesos convenientes na interconexão $P(s)$, muitas especificações gerais no domínio da frequência característica da função de transferência em malha fechada podem ser incluídas e assume-se que o controlador linear será projetado de forma a atendê-las.

A síntese geral dos controladores anti-windup (AWBT) é baseada na figura (7.5).

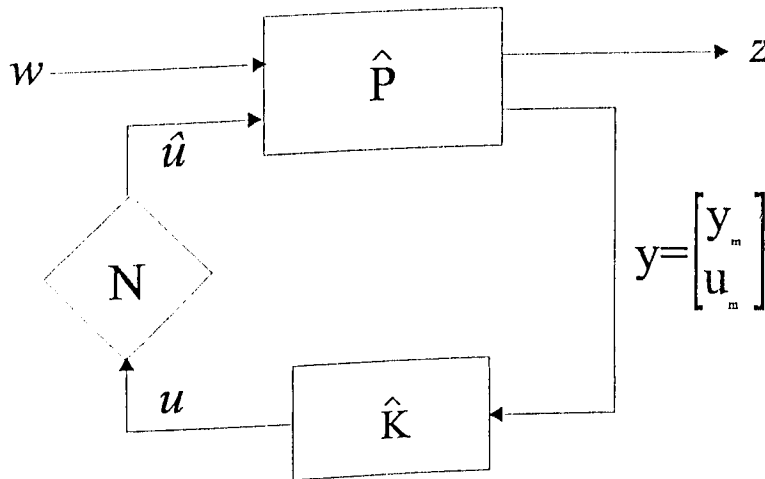


Figura 7.5: Projeto AWBT geral

A interconexão geral $\hat{P}(s)$ é obtida de $P(s)$, pelo fornecimento de uma saída adicional u_m . Assim

$$\hat{P}(s) = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \\ P_{31} & P_{32} \end{bmatrix} \quad (7.4)$$

Onde

$$u_m = P_{31}w + P_{32}\hat{u} \quad (7.5)$$

O novo sinal, u_m , é o valor medido ou estimado da entrada atual da planta \hat{u} . Nós permitimos que a relação geral (7.5) represente os ruídos de medidas entrando através de w , isto é $P_{31} \neq 0$, e dinâmicas das medidas não triviais ($P_{32} \neq I$). A situação onde uma estimativa perfeita de \hat{u} é disponível corresponde a $P_{31} \equiv 0$, $P_{32} \equiv I$. Como no exemplo da realimentação do erro, figura (7.3), a entrada estimada da planta é feita disponível pelo controlador $\hat{K}(s)$ como um componente do vetor de medidas y . Também incluído na figura (7.5) está o mecanismo de entrada de *limitações ou substituições*, representado pelo bloco não linear N .

A síntese geral anti-windup (AWBT) equivale a dizer que dado um controlador linear $K(s)$ o qual atende certas especificações do desempenho linear, calculemos um controlador $\hat{K}(s)$ que torna o sistema dado na figura (7.5) estável, atenda nossas especificações para um desempenho linear quando $N \equiv I$ e exiba um desempenho ótimo a entrada em degrau quando $N \neq I$.

7.2.1 Decomposição do controlador $\hat{K}(s)$

Considere a figura (7.6), onde o controlador $\hat{K}(s)$ é expresso como uma interconexão de realimentação do bloco LTI $\hat{K}_k(s)$ e um operador AWBT Λ . Esta representação da realimentação fracional linear é quase a mesma do esquema geral, desde que a este ponto nós admitamos Λ ser alguma relação, talvez não linear. $\hat{K}_k(s)$ contém o projeto linear $K(s)$. O operador AWBT Λ usa as informações fornecidas a ele por $\hat{K}_k(s)$ na forma da entrada v para gerar uma ação AWBT, chamada ξ , a qual é realimentada para $\hat{K}_k(s)$.

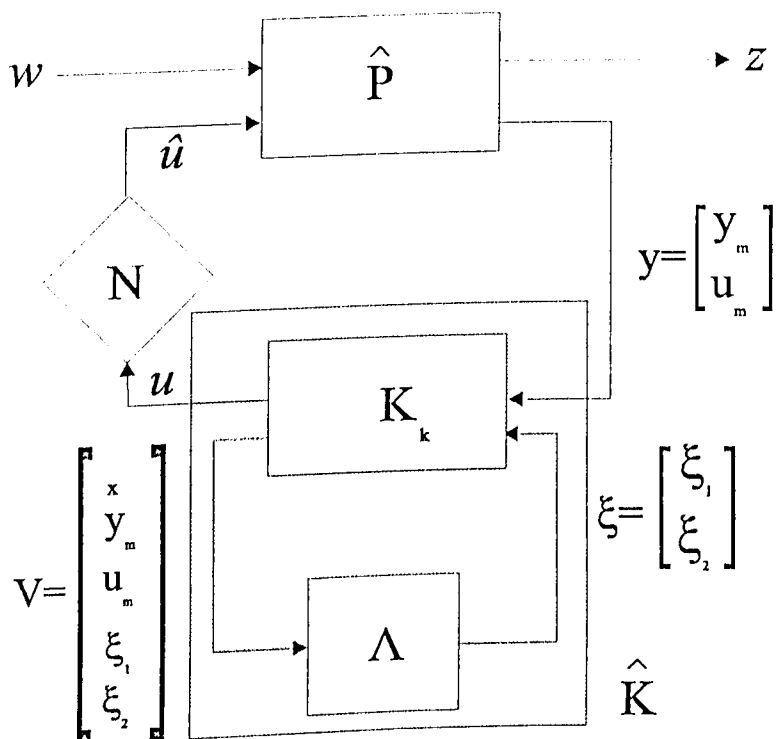


Figura 7.6: Decomposição do controlador $\hat{K}(s)$

Para manter a generalidade, nós fornecemos o operador AWBT Λ com uma informação completa em $\hat{K}_k(s)$, incluindo o estado x de $\hat{K}(s)$ e, a entrada $[y \ \xi]^T$ para $\hat{K}_k(s)$. Dividindo a ação AWBT em $\xi = [\xi_1 \ \xi_2]^T$ permitimos que a ação AWBT aja no estado do controlador $\hat{K}_k(s)$ por meio de ξ_1 e, a saída de $\hat{K}_k(s)$ por meio de ξ_2 . Isto nos fornece a seguinte realização do controlador $\hat{K}_k(s)$:

$$\hat{K}_k(s) = \begin{bmatrix} A & B & 0 & I & 0 \\ C & D & 0 & 0 & I \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad (7.6)$$

Onde:

$$K(s) = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

e

$$v = \begin{bmatrix} x \\ y_m \\ u_m \\ \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix}$$

Desde que o *estado* e a entrada para $\hat{K}_k(s)$ caracterizem totalmente sua saída, diz-se que Λ é fornecido com *informação total*. Similarmente, Λ pode ser dirigido por seu *estado* e pela saída de $\hat{K}_k(s)$ e então atua com *controle total*. Note que para $\Lambda = 0$, isto é, nenhuma ação corretiva AWBT, nós temos $\hat{K}(s) = [K(s) \ 0]$, como esperado, desde que obtenhamos justamente a interconexão linear original dada na figura (7.4) mas, com a não linearidade N entre a saída do controlador e a entrada para a planta.

Agora impomos dois critérios para a admissibilidade do operador AWBT Λ :

- $\Lambda: v \rightarrow \xi$ seja causal, linear e invariante no tempo;
- $\forall t, u(t) - u_m(t) = 0 \Rightarrow \xi(t) = 0$.

A primeira condição assegura que o controlador compensado AWBT $\hat{K}(s)$ pode ser realizado como um sistema LTI. Ele resulta no melhor esquema AWBT existente desde que satisfaça estas condições. Então esta condição parece razoável.

A segunda condição atende as especificações de que não desejamos que o bloco AWBT Λ afete o desempenho linear em malha fechada, encontrado pelo projeto linear ideal $K(s)$ quando não há limitações ou substituições. Estritamente falando, queremos ter $\xi(t) = 0$ sempre que $u(t) - \hat{u}(t) = 0$. Em geral, desde que \hat{u} não seja disponível por Λ mas somente um estimado u_m seja disponível, nós não podemos atender as especificações requeridas de recuperação do desempenho linear exatamente. Porém, ao invés de optar em impôr uma especificação requerida mais realística, pode-se usar uma condição mais fraca baseada nos valores medidos de u_m .

Estes dois critérios implicam que algum valor admissível de Λ deve ser *sem memória* e então uma *constante matricial*. Os dois critérios também implicam que $\xi(t)$ deve ser linear em $u_m(t) - u(t)$. Assim:

$$\xi = \begin{bmatrix} \Lambda_1 \\ \Lambda_2 \end{bmatrix} (u_m - u) \quad (7.7)$$

$$= \begin{bmatrix} \Lambda_1 \\ \Lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -C & -D & I & 0 & -I \end{bmatrix} v \quad (7.8)$$

$$= \Lambda v \quad (7.9)$$

Incorporando o bloco AWBT Λ dentro do controlador $\hat{K}_k(s)$ obtemos a configuração padrão dado na figura (7.5) com:

$$\hat{K}(s) = \begin{bmatrix} U(s) & I - V(s) \end{bmatrix} \quad (7.10)$$

Onde:

$$V(s) = \begin{bmatrix} A - H_1 C & -H_1 \\ H_2 C & H_2 \end{bmatrix} \quad (7.11)$$

$$U(s) = \begin{bmatrix} A - H_1 C & B - H_1 D \\ H_2 C & H_2 D \end{bmatrix} \quad (7.12)$$

$$H_1 = \Lambda_1 (I + \Lambda_2)^{-1} \quad (7.13)$$

$$H_2 = (I + \Lambda_2)^{-1} \quad (7.14)$$

Uma condição necessária para uma boa construção da malha de realimentação AWBT na figura (7.6) é que $I + \Lambda_2$ deve ser não singular. Assim, H_2 deve ser inversível.

Os blocos $U(s)$ e $V(s)$ os quais definem o controlador compensado $\hat{K}(s)$ corresponde aos fatores *coprímos à esquerda* de $K(s)$. É fácil verificar que:

$$K(s) = V(s)^{-1}U(s) \quad (7.15)$$

para alguns H_1 e H_2 , dado que H_2 seja inversível.

Se assumirmos que a realização de $K(s)$ seja tal que (C, A) seja observável, então os autovalores de $A - H_1 C$ podem ser arbitrariamente designados pela seleção de H_1 . Assim, se os autovalores de $A - H_1 C$ são escolhidos para estar no semiplano esquerdo aberto, então $U(s)$, $V(s)$ e $\hat{K}(s)$ são estáveis. Desde que nosso interesse é a estabilidade global dos sistemas, restringiremos para os casos onde $\hat{P}(s)$, $U(s)$, $V(s)$ e $\hat{K}(s)$ são estáveis. Isto é porque estabilidade global dos sistemas em malha fechada com não linearidades atuantes não podem ser garantidas se \hat{K} ou \hat{P} são instáveis. Por exemplo, uma mudança de chave de *controle automático para manual* conduzirá a abertura da malha. Se \hat{K} ou \hat{P} são instáveis, eles exibirão suas características instáveis quando o sistema estiver operando em malha aberta.

Para demonstrar a implementação do controlador AWBT $\hat{K}(s)$, consideraremos o caso especial onde $P_{31} \equiv 0$, $P_{32} \equiv I$, que corresponde a $u_m \equiv \hat{u}$. A entrada para \hat{K} é $[y_m \hat{u}]^T$, desde que:

$$\hat{K}(s) = \begin{bmatrix} U(s) & I - V(s) \end{bmatrix}$$

nós temos:

$$u = U(s)y_m + (I - V(s))\hat{u} \quad (7.16)$$

Esta implementação é mostrada na figura (7.7).

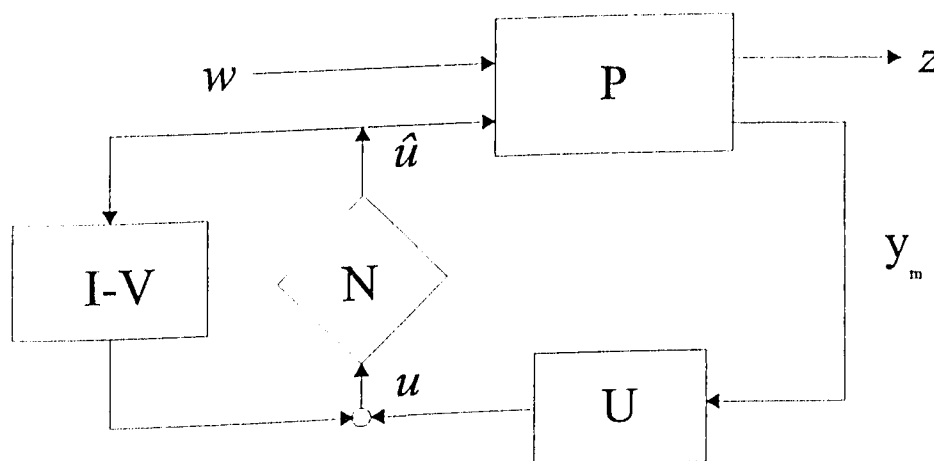


Figura 7.7: Implementação AWBT com medida perfeita de \hat{u}

Obviamente, quando $N \equiv I$, nós temos $\hat{u} \equiv u$ e, a partir da equação (7.16), nós temos:

$$\begin{aligned} u &= U(s)y_m + (I - V(s))u \\ \Rightarrow V(s)u &= U(s)y_m \\ \Rightarrow u &= V(s)^{-1}U(s)y_m \\ &= K(s)y_m \end{aligned}$$

Assim, neste caso, quando $N \equiv I$, o projeto linear ideal é recuperado exatamente.

Contudo, em geral, a implementação AWBT não é equivalente ao projeto linear ideal, até mesmo quando não há *limitações ou substituições*, desde que $P_{31} \neq 0$ e $P_{32} \neq I$. Para

vermos isso, nós avaliamos a função de transferência em malha fechada de z para w (T_{zw}) para o sistema dado na figura(7.4) com $N \equiv I$.

$$T_{zw}(s) = P_{11} + P_{12}[I - UP_{22} - (I - V)P_{32}]^{-1} \times [UP_{21} + (I - V)P_{31}] \quad (7.17)$$

Assim, o desempenho é claramente diferente do projeto linear ideal para o qual T_{zw} é dado pela equação (7.2).

$$\begin{aligned} T_{zw}(s) &= P_{11} + P_{12}K[I - P_{22}K]^{-1}P_{21} \\ &= P_{11} + P_{12}[V - UP_{22}]^{-1}UP_{21} \end{aligned}$$

Obviamente, as duas funções de transferência são idênticas se $P_{31} \equiv 0$ e $P_{32} \equiv I$ como pode ser visto a partir das equações (7.17) e (7.2).

7.3 Casos especiais

Um esquema geral com compensação AWBT será desenvolvida, na qual o controlador compensado AWBT $\hat{K}(s)$ será decomposto dentro de um bloco LTI $\hat{K}_k(s)$ e um operador AWBT Λ . Baseado em um certo critério admissível para Λ , mostra-se que o único valor admissível para Λ é uma *constante matricial*. Este permite-nos parametrizar todos os controladores compensados AWBT $\hat{K}(s)$ em termos de *fatores coprimos à esquerda* estáveis do controlador linear inicial $K(s)$ e que os parâmetros livres no projeto do controlador $\hat{K}(s)$ são duas constantes matriciais H_1 e H_2 , com a restrição de que H_2 seja inversível.

Nós agora discutiremos vários esquemas LTI (AWBT) e mostraremos que eles são todos *casos especiais* do esquema de compensação desenvolvido na seção anterior. Isto nos ajudará a unificar todos os esquemas de compensação AWBT lineares conhecidos dentro de um *esquema geral*. Alguns dos esquemas discutidos aqui foram propostos somente para tratar da *saturação de atuadores*, enquanto alguns permitem considerações gerais de outras *não linearidades de atuadores*. Nós usaremos o símbolo N para não linearidades gerais de atuadores e o bloco de saturação, como mostrado na figura (7.8), para uma saturação de atuador, o qual sempre é apropriado no contexto.

7.3.1 Esquema Anti-reset windup

O problema *windup* foi originalmente observado em controladores PI/PID projetados para serem usados em sistemas SISO com saturação de atuadores. Este esquema foi estudado por *Campo e Morari* ([8]) e *Buckley* ([7]), também tratado como *back calculation and tracking* por *Åström e Rundquist* ([3]) e *Fertik e Ross* ([19]), *integrador resetting* por *Walgama e Sternby* ([39]).

Se o atuador de saturação é considerado como uma parte do controlador, então quando o sinal de controle está saturado o estado do controlador já não corresponde à entrada para a planta. Interpretando o problema *windup* como uma consequência deste erro, que poderia ser recuperado pela realimentação do estado da integral, *Walgama e Sternby* ([39]).

O esquema é apresentado na figura (7.8), da saída do controlador PI obtemos:

$$K(s) = k\left(1 + \frac{1}{\tau_I s}\right) \quad (7.18)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & \frac{k}{\tau_I} \\ 1 & k \end{bmatrix} \quad (7.19)$$

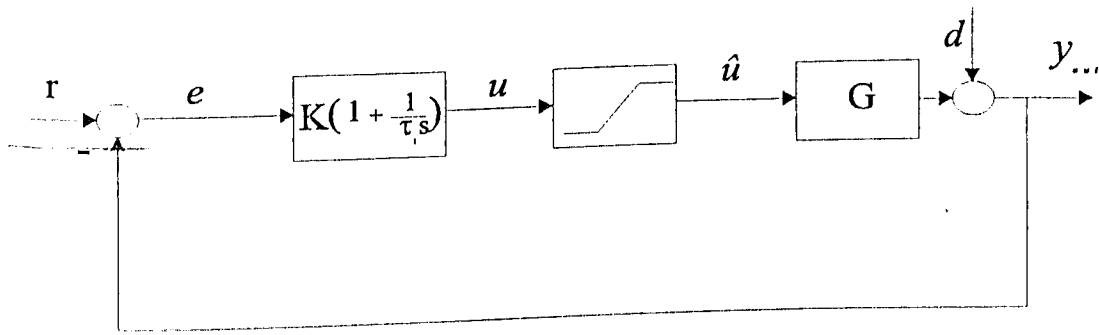
$$u = k\left(e + \frac{1}{\tau_I} \int_0^t e dt\right) \quad (7.20)$$

$$\hat{u} = \text{sat}(u) \quad (7.21)$$

$$= \begin{cases} u_{min} & \text{se } u < u_{min} \\ u & \text{se } u_{min} \leq u \leq u_{max} \\ u_{max} & \text{se } u > u_{max} \end{cases} \quad (7.22)$$

$$e = r - y_{out} \quad (7.23)$$

Se o erro (e) é positivo por um tempo substancial, o sinal de controle satura-se no limite superior u_{max} . Se o erro permanece positivo por algum tempo subsequente a saturação, o integrador continua a acumular o erro provocando que o sinal de controle torne-se mais saturado. O sinal de controle permanece saturado neste ponto por causa de grandes

Figura 7.8: Controle PI da planta $G(s)$

valores de controle *integral*. Ele não deixa o limite de saturação até que o erro torne-se negativo e permanece negativo por um tempo longo o suficiente para permitir que a parte integral caia a um valor pequeno. O efeito adverso desta *integral windup* aparece na forma de grandes *overshoots* na saída y_{out} e, às vezes, até mesmo *instabilidade*. Para evitar o *windup*, um caminho de realimentação extra é providenciado no controlador por medir a saída do atuador \hat{u} e formando um sinal do erro como a diferença entre a saída u do controlador e a saída do atuador \hat{u} . Este sinal de erro é alimentado à entrada do integrador através do ganho $\frac{1}{\tau_I}$. As equações do controlador modificadas referentes a figura (7.9) tornam-se:

$$u = k \left[e + \frac{1}{\tau_I} \int_0^t \left(e - \frac{\tau_I}{k\tau_r} (u - \hat{u}) dt \right) \right] \quad (7.24)$$

$$\hat{u} = \text{sat}(u) \quad (7.25)$$

$$e = r - y_{out} \quad (7.26)$$

Quando o atuador satura, o sinal de realimentação $u - \hat{u}$ tenta levar o erro $u - \hat{u}$ a zero pelo recálculo da ação integral, tal que a saída do controlador esteja exatamente no limite de saturação. Isto previne o *windup* da ação integral. Reescrevendo as equações acima no *domínio de Laplace* temos:

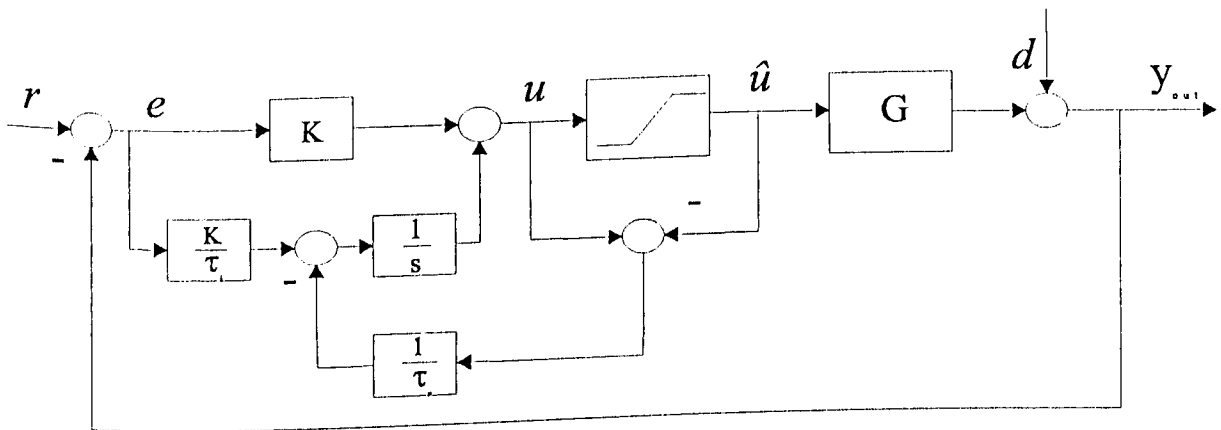


Figura 7.9: Esquema Antireset windup

$$u = \left[ke + \frac{k}{\tau_I s} e - \frac{1}{\tau_r s} (u - \hat{u}) \right] \quad (7.27)$$

$$\Rightarrow u = \frac{k\tau_r(1 + \tau_I s)}{\tau_I(1 + \tau_r s)} e + \frac{1}{\tau_r s + 1} \hat{u} \quad (7.28)$$

De acordo com o esquema geral AWBT temos as seguintes equações:

$$w = \begin{bmatrix} r \\ d \end{bmatrix}, y = \begin{bmatrix} e \\ \hat{u} \end{bmatrix}, z = e \quad (7.29)$$

$$\hat{K}(s) = \begin{bmatrix} \frac{k\tau_r(1 + \tau_I s)}{\tau_I(1 + \tau_r s)} & \frac{1}{\tau_r s + 1} \end{bmatrix} \quad (7.30)$$

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} I & -I & -G(s) \\ I & -I & -G(s) \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad (7.31)$$

Uma realização do compensador antireset windup \hat{K} é dada por:

$$\hat{K}(s) = \begin{bmatrix} \frac{-1}{\tau_r} & \frac{k}{\tau_I \tau_r} (\tau_r - \tau_I) & \frac{1}{\tau_r} \\ 1 & k & 0 \end{bmatrix} \quad (7.32)$$

Comparando a equação (7.32) com as equações (7.10- 7.12), nós vemos que a implementação *anti-reset windup* de acordo com o esquema geral dado na figura (7.5) tem os seguintes parâmetros de unificação AWBT:

$$H_1 = \frac{1}{\tau_r} \quad (7.33)$$

$$H_2 = 1 \quad (7.34)$$

Para um controlador PI, quando a ação integral é gerada como um *reset automático*, Åström and Hägglund ([4]) sugerem a implementação mostrada na figura (7.10) para obter a compensação *anti-reset windup*. Quando não há saturação, é fácil verificar que esta implementação resulta em um controlador PI padrão dado pelas equações (7.18) e (7.19). Na presença de saturação, o sinal de controle, no domínio de Laplace, é dado por:

$$u = ke + \frac{1}{1 + \tau_I s} \hat{u} \quad (7.35)$$

No esquema geral da figura (7.5) temos:

$$w = \begin{bmatrix} r \\ d \end{bmatrix}, y = \begin{bmatrix} e \\ \hat{u} \end{bmatrix}, z = e \quad (7.36)$$

$$\hat{K}(s) = \begin{bmatrix} k & \frac{1}{1 + \tau_I s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{\tau_I} & 0 & \frac{1}{\tau_I} \\ 1 & k & 0 \end{bmatrix} \quad (7.37)$$

o qual é facilmente reconhecido como um caso especial da equação (7.32) quando $\tau_r = \tau_i$. Assim, pelo que aparenta estes diferentes esquemas *anti-reset windup* para controladores PI são idênticos através da escolha de $\tau_r = \tau_i$. Podemos também notar que esta implementação de *antireset windup* está na forma exata daquela mostrada na figura (7.7).

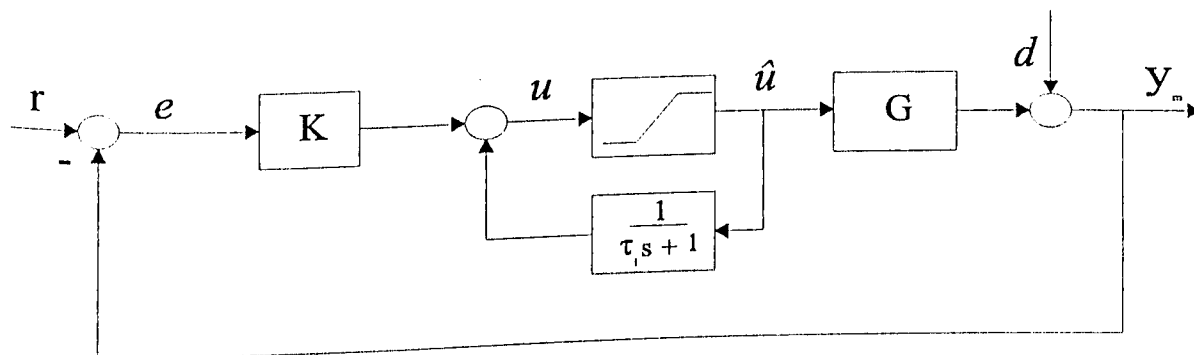


Figura 7.10: Alternativa de antireset windup

7.3.2 Esquema CAW

No esquema *anti-windup convencional* (CAW), *Doyle et al.* ([17]) adota uma filosofia similar a *anti-reset windup*. Mas, em algum sentido, CAW pode ser considerado como uma extensão direta de *anti-reset windup* para controladores gerais. A implementação é mostrada na figura (7.11). *Windup* para o esquema de CAW é interpretado a inconsistência entre os estados do controlador e à entrada de controle para a planta na presença de saturação. A compensação AWBT é fornecida pela alimentação da diferença $\hat{u} - u$ de saturação. A compensação AWBT é fornecida pela alimentação da diferença $\hat{u} - u$ através de uma matriz de ganho elevado X para a entrada do controlador e . Tipicamente, $X = \alpha I$, onde $\alpha \gg 1$ é um escalar.

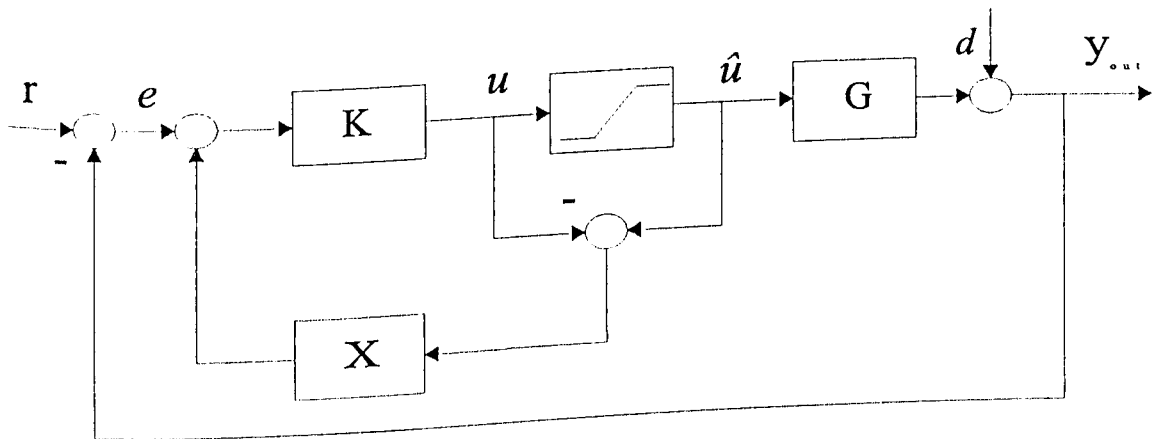


Figura 7.11: Esquema antiwindup convencional (CAW)

Dado um controlador linear $K(s)$ com o estado x :

$$K(s) = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (7.38)$$

as equações do controlador modificado baseado na figura (7.11) são:

$$\dot{x} = Ax + B(e + X(\hat{u} - u)) \quad (7.39)$$

$$u = Cx + D(e + X(\hat{u} - u)) \quad (7.40)$$

$$u = (I + DX)^{-1}Cx + (I + DX)^{-1}De + (I + DX)^{-1}DX\hat{u} \quad (7.41)$$

Substituindo a equação (7.41) na equação (7.39), nós obtemos:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A - BX(I + DX)^{-1}C)x \\ &+ (B - BX(I + DX)^{-1}D)e \end{aligned} \quad (7.42)$$

$$\begin{aligned} &+ (BX - BX(I + DX)^{-1}DX)\hat{u} \\ &= (A - BX(I + DX)^{-1}C)x + B(I + XD)^{-1}e + BX(I + DX)^{-1}\hat{u} \end{aligned} \quad (7.43)$$

De acordo com o esquema geral, figura (7.5) temos:

$$w = \begin{bmatrix} r \\ d \end{bmatrix}, y = \begin{bmatrix} e \\ \hat{u} \end{bmatrix}, z = e \quad (7.44)$$

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} I & -I & -G(s) \\ I & -I & -G(s) \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad (7.45)$$

$$\hat{K}(s) = \begin{bmatrix} A - BX(I + DX)^{-1}C & B(I + XD)^{-1} & BX(I + DX)^{-1} \\ (I + DX)^{-1}C & (I + DX)^{-1}D & (I + DX)^{-1}DX \end{bmatrix} \quad (7.46)$$

Comparando a realização de $\hat{K}(s)$ com as equações (7.10- 7.12), vemos que os parâmetros de unificação AWBT H_1 e H_2 para o esquema CAW correspondente ao esquema geral dado na figura (7.5) são:

$$H_1 = BX(I + DX)^{-1} \quad (7.47)$$

$$H_2 = (I + DX)^{-1}DX \quad (7.48)$$

7.3.3 Controlador Condicionado Hanus

A técnica de condicionamento foi originalmente formulada por Hanus *et al.* ([21],[22]) como uma extensão do método *back calculation* proposto por Fertik e Ross ([19]). Nesta técnica o *windup* é interpretado como uma inconsistência entre os estados internos do controlador e a entrada para a planta quando há uma não linearidade entre a saída do controlador e a entrada de controle para a planta. A consistência é restaurada pela modificação das entradas para o controlador, tal que se estas entradas modificadas (asim chamadas *referências realizáveis*) forem aplicadas ao controlador, sua saída não será diferente da entrada de controle para a planta.

Considere um controlador simples de realimentação de erro dado na figura (7.2), com a não linearidade N sendo um atuador de saturação:

$$\dot{x} = Ax + B(r - y_{out}) \quad (7.49)$$

$$u = Cx + D(r - y_{out}) \quad (7.50)$$

$$\hat{u} = sat(u) \quad (7.51)$$

onde *sat* é definido na equação (7.22).

Segundo Hanus *et al.* ([22]), podemos aplicar uma referência realizável r^r para o controlador, tal que a saída do controlador seja \hat{u} . Assim:

$$\dot{x} = Ax + B(r^r - y_{out}) \quad (7.52)$$

$$\hat{u} = Cx + D(r^r - y_{out}) \quad (7.53)$$

Baseado na suposição de *presença realizável* Hanus *et al.* ([22]), do sinal de controle u , temos:

$$u = Cx + D(r - y_{out}) \quad (7.54)$$

para o mesmo estado x o qual é resultante da equação (7.51) após aplicação da referência realizável r^r . Subtraindo a equação (7.54) da equação (7.53), nós temos:

$$\hat{u} - u = D(r^r - r) \quad (7.55)$$

Supondo que D seja não singular, isto é, o controlador linear $K(s)$ seja bipróprio com $K(\infty)$ inversível, nós temos:

$$r^r = r + D^{-1}(\hat{u} - u) \quad (7.56)$$

Combinando as equações (7.51,7.52,7.54 e 7.56), nós temos:

$$\dot{x} = (A - BD^{-1}C)x + BD^{-1}\hat{u} \quad (7.57)$$

$$u = Cx + D(r - y_{out}) \quad (7.58)$$

$$\hat{u} = sat(u) \quad (7.59)$$

Este é o *controlador condicionado AWBT* e, de acordo com o esquema geral dado na figura (7.5), nós temos:

$$w = \begin{bmatrix} r \\ d \end{bmatrix}, \quad z = r - y_{out} \quad y = \begin{bmatrix} r - y_{out} \\ \hat{u} \end{bmatrix}$$

Uma realização em espaço de estados do controlador AWBT baseado nas equações (7.57-7.59) do *controlador condicionado* é:

$$\hat{K}(s) = \begin{bmatrix} A - BD^{-1}C & 0 & BD^{-1} \\ C & D & 0 \end{bmatrix} \quad (7.60)$$

Comparando a equação (7.60) com as equações (7.10- 7.12), vemos que o *controlador condicionado Hanus* de acordo com o esquema geral AWBT dado na figura (7.5) tem os seguintes parâmetros de unificação:

$$H_1 = BD^{-1} \tag{7.61}$$

$$H_2 = I \tag{7.62}$$

7.3.4 Técnica de Condicionamento Generalizado

Há alguns inconvenientes na *técnica de condicionamento generalizado*, uns óbvios e outros que não são tão óbvios tratados por *Walgama et al.* ([38]) e por *Hanus e Peng* ([23]). Primeiramente, a estratégia falha para controladores que tenham *posto* da matriz D deficiente, conforme enfatizado por *Hanus e Peng* ([23]). Segundo, em termos de projeto, a estratégia é *inflexível* desde que modifique o controlador linear sem usar parâmetro algum de *sintonia* adicional para otimizar o desempenho não linear. Terceiro, sofre do problema chamado *pequena visão inerente*, *Walgama et al.* ([38]), porque a técnica pode somente lidar com um nível de saturação (ou limite superior ou limite inferior). *Walgama et al.* ([38]) propôs duas extensões para que a *técnica de condicionamento* possa resolver estas deficiências. A primeira proposta é uma modificação simples para o *controlador condicionado*, onde a entrada do mecanismo de condicionamento seja melhorada pela introdução de uma *prudência*, tal que a mudança no *setpoint modificado* elimine a saturação no controlador suavemente.

A referência realizável r^r na equação (7.56) é modificada pela introdução do parâmetro ρ , escolhido pelo usuário, como segue:

$$r^r = r + (D + \rho I)^{-1}(\hat{u} - u), \quad \text{onde } 0 \leq \rho \leq \infty \quad (7.63)$$

Combinando as equações (7.51, 7.52, 7.54 e 7.63) após algumas simplificações, obtemos:

$$\dot{x} = [A - B(D + \rho I)^{-1}C]x + B\rho(D + \rho I)^{-1} \times (r - y_{out}) + B(D + \rho I)^{-1}\hat{u} \quad (7.64)$$

$$u = Cx + D(r - y_{out}) \quad (7.65)$$

Este é o *controlador condicionado modificado* de *Walgama et al.* ([38]) e de acordo com o esquema geral dado na figura (7.5) corresponde a:

$$\hat{K}(s) = \begin{bmatrix} A - B(D + \rho I)^{-1}C & B\rho(D + \rho I)^{-1} & B(D + \rho I)^{-1} \\ C & D & 0 \end{bmatrix} \quad (7.66)$$

Sendo assim os parâmetros de unificação dos esquemas anti-windup são dados por:

$$H_1 = B(D + \rho I)^{-1} \quad (7.67)$$

$$H_2 = I \quad (7.68)$$

Uma segunda modificação mais geral é apresentada também por *Walgama et al.* ([38]), onde o condicionamento é formado baseado no sinal de *setpoint filtrado* r_f ao invés do *setpoint direto* r . Fazendo a matriz $F = \begin{bmatrix} A_f & B_f \\ C_f & D_f \end{bmatrix}$ ser estável, com filtro bipróprio (D_f não singular) com estado x_f . Fazendo também com que o controlador K seja dado por:

$$\dot{x} = Ax + B_1r + B_2y_{out} \quad (7.69)$$

$$u = Cx + D_1r + D_2y_{out} \quad (7.70)$$

isto é,

$$u = K_1r + K_2y_{out} \quad (7.71)$$

onde

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C & D_1 & D_2 \end{bmatrix} \quad (7.72)$$

Segundo *Walgama et al.* ([38]) substituímos K_1r por Fr_f na equação (7.71), onde r_f é a *referência filtrada*. Assim:

$$u = Fr_f + K_2y_{out} \quad (7.73)$$

ou na forma de espaço de estados:

$$\dot{x} = Ax + B_2 y_{out} \quad (7.74)$$

$$\dot{x}_f = A_f x_f + B_f r_f \quad (7.75)$$

$$u = Cx + C_f x_f + D_f r_f + D_2 y_{out} \quad (7.76)$$

Condicionamento é agora aplicado a este *signal de referência filtrado* r_f , para dar a *referência filtrada realizável*:

$$r_f^r = r_f + D_f^{-1}(\hat{u} - u) \quad (7.77)$$

Aplicando esta *referência condicionada* r_f^r para o *filtro* na equação (7.75) em espaço de estados, temos:

$$\dot{x} = Ax + B_2 y_{out} \quad (7.78)$$

$$\dot{x}_f = (A_f - B_f D_f^{-1} C_f) x_f - B_f D_f^{-1} Cx + B_f D_f^{-1} \hat{u} - B_f D_f^{-1} D_2 y_{out} \quad (7.79)$$

$$u = Cx + C_f x_f + D_2 y_{out} + D_f x_f \quad (7.80)$$

Eliminando r_f pelo uso da relação $F r_f = K_1 r$, isto é, $r_f = F^{-1} K_1 r$, nós temos após algumas simplificações:

$$u = \hat{K} \begin{bmatrix} r \\ y_{out} \\ \hat{u} \end{bmatrix} \quad (7.81)$$

onde

$$\hat{K}(s) = \begin{bmatrix} A & 0 & B_1 & B_2 & 0 \\ -B_f D_f^{-1} C & A_f - B_f D_f^{-1} C_f & -B_f D_f^{-1} D_1 & -B_f D_f^{-1} D_2 & B_f D_f^{-1} \\ C & C_f & D_1 & D_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.82)$$

Escrevendo K como:

$$K = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C & D_1 & D_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & B_1 & B_2 \\ 0 & A_f & 0 & 0 \\ C & C_f & D_1 & D_2 \end{bmatrix} \quad (7.83)$$

Comparando a equação (7.82) com as equações (7.10- 7.12), vemos que a *técnica de condicionamento generalizado* (GCT) de acordo com o esquema geral dado na figura (7.5) tem os seguintes parâmetros de unificação AWBT:

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ B_f D_f^{-1} \end{bmatrix} \quad (7.84)$$

$$H_2 = I \quad (7.85)$$

Note que temos introduzido para obter a estabilidade, modos incontroláveis do *filtro* F na realização do controlador K. *Walgama et al.* ([38]) ressaltou que o *filtro* F pode ser usado para sintonizar o desempenho do sistema na presença de saturação. O esquema AWBT representado pela *técnica de condicionamento generalizado* (GCT) é determinado não somente pelas escolhas dos parâmetros AWBT H_1 e H_2 mas também pelas dinâmicas do *filtro* F, o qual deve ser introduzido dentro do controlador linear.

7.3.5 Anti-windup baseado em Observador

Como ressaltado anteriormente, uma interpretação do problema windup é que os estados do controlador não correspondem ao sinal de controle que alimenta a planta. Esta imprecisão no vetor de estados do controlador é devido à falha da estimação correta dos estados do controlador na presença de não linearidades atuantes. Para obter a estimação dos estados correta e prevenir o *windup*, Åström et al. ([3],[4]) sugerem que um *observador* seja introduzido dentro do controlador.

Referindo a figura (7.4), fazemos o controlador linear $K(s)$ ser definido pelas seguintes equações em espaço de estados:

$$\dot{x} = Ax + By_m \quad (7.86)$$

$$u = Cx + Dy_m \quad (7.87)$$

Assumindo que há uma não linearidade N entre a saída do controlador e a entrada de controle da planta $P(s)$, tal que a entrada a planta é dada por:

$$\hat{u} = N(u) \quad (7.88)$$

Segundo Åström et al. ([3],[4]), o *observador não linear* para o controlador $K(s)$, assumindo que (C, A) seja detectável, é definido por:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + By_m + L(\hat{u} - C\hat{x} - Dy_m) \quad (7.89)$$

$$u = C\hat{x} + Dy_m \quad (7.90)$$

$$\hat{u} = N(u) \quad (7.91)$$

onde \hat{x} é uma estimativa do estado do controlador e L é o ganho do observador. Ao invés de ter um controlador e um observador separados, ambos são integrados dentro do esquema para formar o compensador AWBT. Assim, o observador entra na estrutura

do controlador somente na presença da não linearidade atuante ($N \neq I$) e não afeta o controlador linear ($N \equiv I$).

De acordo com o esquema geral dado pela figura (7.5), uma realização para o compensador AWBT descrito pelas equações (7.89) e (7.90) é dado por:

$$\hat{K}(s) = \begin{bmatrix} A - LC & B - LD & L \\ C & D & 0 \end{bmatrix} \quad (7.92)$$

Comparando a equação (7.92) com as equações (7.10- 7.12), vemos que o esquema AWBT baseado em *observador* tem os seguintes parâmetros de unificação:

$$H_1 = L \quad (7.93)$$

$$H_2 = I \quad (7.94)$$

7.3.6 Esquema IMC

O esquema *controle com modelo interno* inicialmente foi estudado por *Morari e Zafiriou* ([32]) que não era interpretado como um esquema *anti-windup*. No entanto, como ressaltado por *Campo e Morari* ([8]), *Morari e Zafiriou* ([32]), *Doyle et al.* ([17]) e *Walgama et al.* ([38]), o esquema IMC tem um potencial enorme para aplicações para o problema *anti-windup*, para o caso onde o sistema é estável em malha aberta. A aplicação AWBT para o esquema IMC foi estudada por *Debelle* ([16]) em 1979 e por *Cohen et al.* ([14]) em 1985.

A figura (7.12) mostra o esquema IMC com uma não linearidade atuante. Se o controlador é implementado na configuração IMC, limitação do atuador não causa problema algum de instabilidade, contanto que o sinal de controle limitado seja enviado para a planta e para o modelo. Na presença da suposição que não haja diferença entre a planta e o modelo ($G = \hat{G}$), é fácil mostrar que o esquema IMC torna-se efetivamente uma malha aberta e, a estabilidade é garantida pela estabilidade da planta G e o controlador IMC Q . Estabilidade de G e Q é, em alguns casos, imposta para projeto linear e então estabilidade do sistema não linear é assegurada.

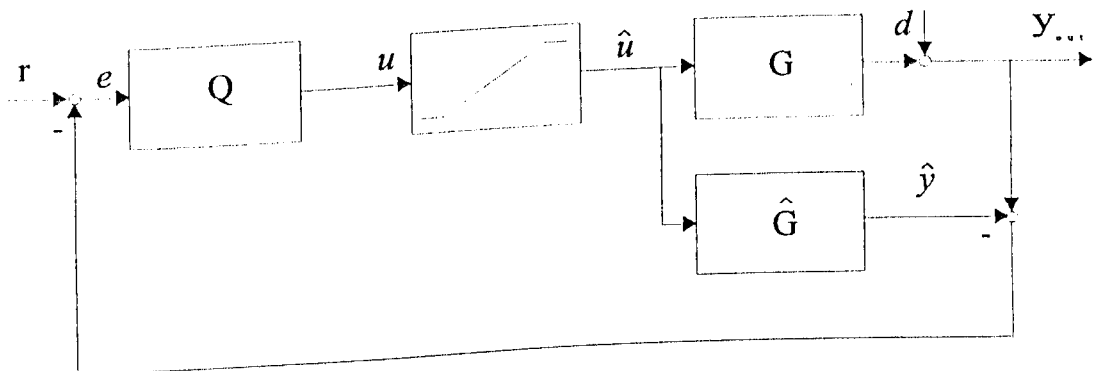


Figura 7.12: Esquema IMC

Assim, o esquema IMC oferece a oportunidade de implementação de algoritmos de controle complexos, possivelmente não lineares, sem geração de problemas de estabilidade complexos, contanto que não haja diferença entre a planta e o modelo.

Por causa da generalidade, discutiremos os dois graus de liberdade da implementação IMC mostrado na figura (7.13). A implementação IMC da figura (7.12) é justamente um caso especial com $Q_1 = Q_2$. Estabilidade do sistema linear requer que Q_1 , Q_2 e $\hat{G}(s) = G(s)$ sejam estáveis. No esquema geral, projeto linear ideal, dado na figura (7.4), a implementação IMC para os dois graus de liberdade é dado por:

$$w = \begin{bmatrix} r \\ d \end{bmatrix}, \quad z = r - y_{out}, \quad y_m = \begin{bmatrix} r \\ y_{out} \end{bmatrix}$$

$$P(s) = \begin{bmatrix} I & -I & -G(s) \\ I & 0 & 0 \\ 0 & I & G(s) \end{bmatrix} \tag{7.95}$$

$$K(s) = \begin{bmatrix} (I - Q_2 \hat{G})^{-1} Q_1 & -(I - Q_2 \hat{G})^{-1} Q_2 \end{bmatrix} \tag{7.96}$$

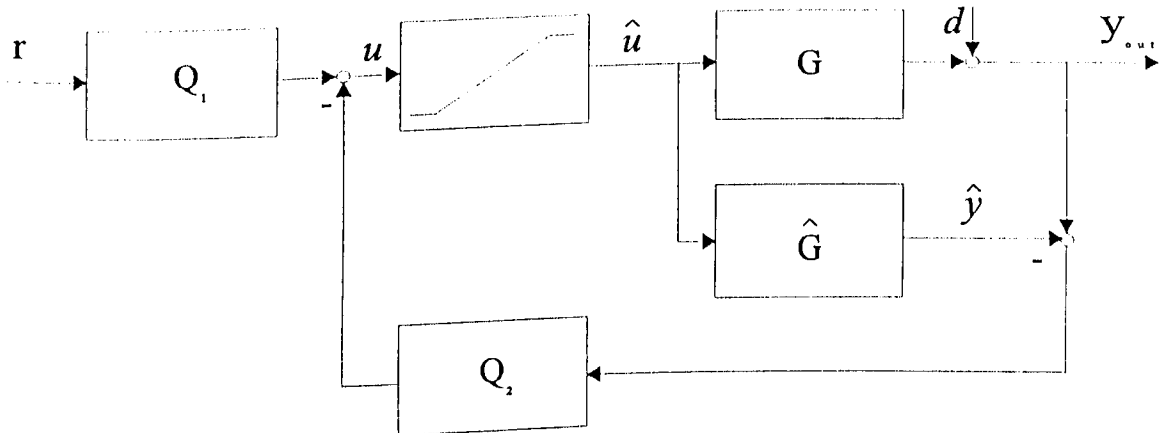


Figura 7.13: Esquema IMC com dois graus de liberdade

Na presença de saturação, o sinal de controle conforme figura (7.13) é dado por:

$$u = Q_1 r - Q_2 y_{out} + Q_2 \hat{G} \hat{u} \tag{7.97}$$

Assim, os dois graus de liberdade da implementação IMC, considerado como uma compensação AWBT de acordo com o esquema geral dado na figura (7.5), corresponde a:

$$w = \begin{bmatrix} r \\ d \end{bmatrix}, \quad z = r - y_{out}, \quad y_m = \begin{bmatrix} r \\ y_{out} \\ \hat{u} \end{bmatrix}$$

$$\hat{P}(s) = \begin{bmatrix} I & -I & -G(s) \\ I & 0 & 0 \\ 0 & I & G(s) \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad (7.98)$$

$$\hat{K}(s) = [Q_1 \quad -Q_2 \quad Q_2 \hat{G}] \quad (7.99)$$

Nós usamos as seguintes realizações em espaço de estados para $\hat{G}(s)$, $Q_1(s)$ e $Q_2(s)$:

$$Q_1(s) = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix}, \quad Q_2(s) = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix}, \quad \hat{G}(s) = \begin{bmatrix} A_G & B_G \\ C_G & D_G \end{bmatrix} \quad (7.100)$$

Por simplicidade, assumimos que $D_G = 0$, embora o caso $D_G \neq 0$ possa ser considerado mas a algebra torna-se complicada. Obtemos a partir das equações (7.96) e (7.99) as seguintes realizações para os controladores $K(s)$ e $\hat{K}(s)$:

$$K(s) = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 & B_1 & 0 \\ 0 & A_2 & B_2 C_G & 0 & -B_2 \\ B_G C_1 & B_G C_2 & A_G + B_G D_2 C_G & B_G D_1 & -B_G D_2 \\ C_1 & C_2 & D_2 C_G & D_1 & -D_2 \end{bmatrix} \quad (7.101)$$

$$\hat{K}(s) = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 & B_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & B_2 C_G & 0 & -B_2 & 0 \\ 0 & 0 & A_G & 0 & 0 & B_G \\ C_1 & C_2 & D_2 C_G & D_1 & -D_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.102)$$

Comparando as equações (7.101) e (7.102) com as equações (7.10-7.12), nós podemos ver que os dois graus de liberdade da implementação IMC do controlador $K(s)$ de acordo com o esquema geral dado na figura (7.5) correspondem a:

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B_G \end{bmatrix} \quad (7.103)$$

$$H_2 = I \quad (7.104)$$

7.3.6.1 Esquema IMC (AWBT)

O objetivo principal deste esquema é provar que o mesmo garante a *estabilidade nominal* na presença de limitação dos atuadores para plantas estáveis. Infelizmente, o custo a ser pago para a estabilidade global da implementação IMC aparece na forma do desempenho um tanto *lento*. Isto é porque a saída do controlador é independente da saída da planta em ambos os regimes *linear e não linear*. Enquanto este não tem nenhum problema no regime Linear, sua implicação no regime não linear é que o controlador não percebe o efeito de suas ações na saída, resultando em um pouco de lentidão. Este efeito é mais pronunciado quando o controlador IMC tem dinâmicas rápidas as quais são *cortadas* pela saturação. Além disso, a menos que o controlador IMC seja projetado para otimizar o desempenho não linear, não dará desempenho satisfatório para o sistema com saturação. Esta proposta do esquema IMC modificado para otimizar o desempenho na presença de saturação foi discutida por *Zheng et al.* ([41]) e *Campo e Morari* ([8]). Nesta estratégia, o controlador IMC é fatorado como $Q(s) = [I + Q_2(s)]^{-1}Q_1(s)$ e implementado conforme figura (7.14).

Caminhos possíveis de $Q_1(s)$ e $Q_2(s)$ foram discutidas em *Zheng et al.* ([41]), baseado sobre um *filtro* de parâmetro $f(s)$. Uma fatoração similar para $Q(s)$ foi também proposta por *Goodwin et al.* ([20]), mas com uma interpretação que é diferente daquela em *Zheng et al.* ([41]), por simplicidade consideraremos Q_1 e Q_2 como funções de transferência

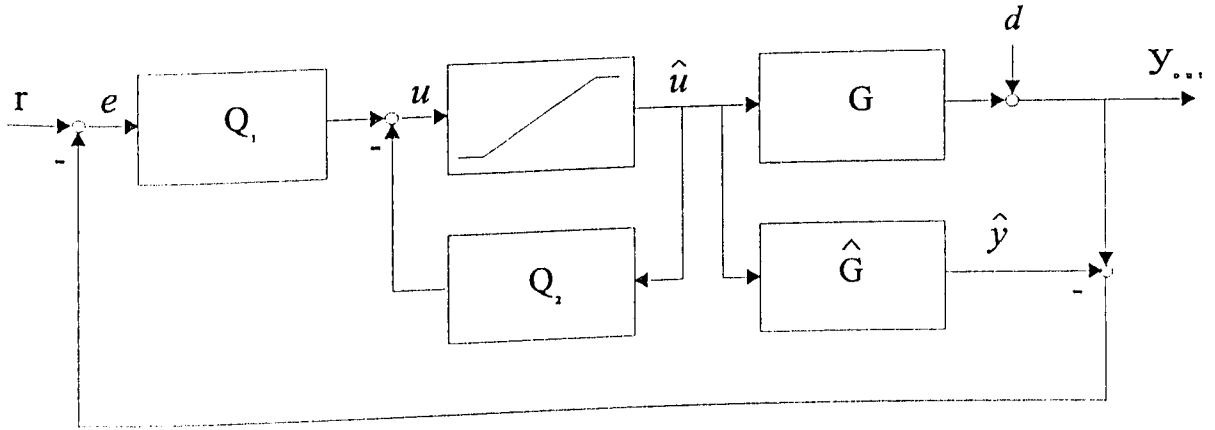


Figura 7.14: Esquema controle de modelo interno (IMC)

estáveis. Introduzindo as realizações em espaço de estado para Q_1, Q_2 e $G(s)$ e $\hat{G}(s)$ temos:

$$Q_1(s) = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \tag{7.105}$$

$$Q_2(s) = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \tag{7.106}$$

$$\hat{G}(s) = \begin{bmatrix} A_G & B_G \\ C_G & D_G \end{bmatrix} \tag{7.107}$$

Para simplificar a algebra, assumimos que $Q_2(s)$ e $G(s)$ sejam estritamente próprios, isto é, $D_2 = 0$ e $D_G = 0$. O caso mais geral onde $Q_2(s)$ e $G(s)$ não são estritamente próprios pode também ser resolvido mas a algebra é mais complicada e, como tal, não dá nenhuma percepção adicional nos resultados. Então, em termos destas realizações, as realizações de $Q(s)$ e do controlador linear $K(s)$ correspondendo ao controlador IMC $Q(s)$ são:

$$Q(s) = [I + Q_2(s)]^{-1} Q_1(s) \quad (7.108)$$

$$= \begin{bmatrix} A_1 & 0 & B_1 \\ B_2 C_1 & A_2 - B_2 C_2 & B_2 D_1 \\ C_1 & -C_2 & D_1 \end{bmatrix} \quad (7.109)$$

$$K(s) = [I - Q(s)\hat{G}(s)]^{-1} Q(s) \quad (7.110)$$

$$= \begin{bmatrix} A_1 & 0 & B_1 C_G & B_1 \\ B_2 C_1 & A_2 - B_2 C_2 & B_2 D_1 C_G & B_2 D_1 \\ B_G C_1 & -B_G C_2 & A_G + B_G D_1 C_G & B_G D_1 \\ C_1 & -C_2 & D_1 C_G & D_1 \end{bmatrix} \quad (7.111)$$

$$(7.112)$$

O sinal de Controle u é dado por:

$$u = Q_1[r - (y_{out} - \hat{G}\hat{u})] - Q_2\hat{u} \quad (7.113)$$

$$= Q_1(r - y_{out}) + (Q_1\hat{G} - Q_2)\hat{u} \quad (7.114)$$

De acordo com o esquema geral, figura (7.5), a implementação IMC modificada corresponde a:

$$w = \begin{bmatrix} r \\ d \end{bmatrix}, y = \begin{bmatrix} r - y_{out} \\ u \end{bmatrix}, z = r - y_{out} \quad (7.115)$$

$$\hat{K}(s) = [Q_1(s) \quad Q_1(s)\hat{G}(s) - Q_2(s)] \quad (7.116)$$

$$\hat{P}(s) = \begin{bmatrix} I & -I & -\hat{G}(s) \\ I & -I & -\hat{G}(s) \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad (7.117)$$

Comparando equação (7.117) com as equações (7.10- 7.12), vemos que esta implementação IMC corresponde a:

$$U(s) = Q_1(s) = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & B_1 C_G & B_1 \\ 0 & A_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_G & 0 \\ C_1 & -C_2 & D_1 C_G & D_1 \end{bmatrix} \quad (7.118)$$

$$V(s) = I - Q_1(s)\hat{G}(s) + Q_2(s) \quad (7.119)$$

$$= \begin{bmatrix} A_1 & 0 & B_1 C_G & 0 \\ 0 & A_2 & 0 & -B_2 \\ 0 & 0 & A_G & -B_G \\ C_1 & -C_2 & D_1 C_G & I \end{bmatrix} \quad (7.120)$$

Foram introduzidos modos incontroláveis estáveis de $\hat{G}(s)$ na realização de $U(s)$. Os valores correspondentes dos parâmetros de unificação AWBT H_1 e H_2 são:

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \\ B_G \end{bmatrix} \quad (7.121)$$

$$H_2 = I \quad (7.122)$$

7.3.7 Filtro de Kalman

A implementação AWBT do *Filtro de Kalman* é aplicável a compensadores baseados em *observadores* e é desenvolvida para manter válidos os estados estimados no observador, independente de alguma não linearidade entre a saída do controlador e a entrada da planta.

De acordo com o projeto linear apresentado na figura (7.4) com $w = \begin{bmatrix} r \\ d \end{bmatrix}$, $y_m = \begin{bmatrix} r \\ y_1 \end{bmatrix}$. A planta $P(s)$, figura (7.4), com o estado x é descrita pelas equações em espaço de estados:

$$\dot{x} = Ax + B_1r + B_2d + B_3u \quad (7.123)$$

$$z = C_1x + D_{11}r + D_{12}d + D_{13}u \quad (7.124)$$

$$y_1 = C_3x + D_{31}r + D_{32}d \quad (7.125)$$

isto é

$$P(s) = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 & B_3 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ 0 & I & 0 & 0 \\ C_3 & D_{31} & D_{32} & 0 \end{bmatrix} \quad (7.126)$$

Implícito nesta realização é a suposição que a entrada de referência r é disponível ao controlador $K(s)$ sem ruído. Fazendo $K(s)$ ser o controlador de realimentação observador de estados padrão com o estado \hat{x} , cujas equações em espaço de estados podem ser definidas por:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B_1r + B_3u + L(y_1 - C_3\hat{x} - D_{31}r) \quad (7.127)$$

$$u = -F\hat{x} \quad (7.128)$$

isto é

$$K(s) = \begin{bmatrix} A - B_3F - LC_3 & B_1 - LD_{31} & L \\ -F & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.129)$$

onde L é o ganho do observador e F é o ganho de realimentação de estado. Na presença de não linearidade N entre a saída do controlador e a entrada da planta, nós temos:

$$\hat{u} = N(u) \neq u = -F\hat{x} \quad (7.130)$$

Assim, o observador na equação (7.129) dará estimativas inferiores do estado verdadeiro da planta. Isto é por causa da equação (7.129) assumir que $\hat{u} = u = -F\hat{x}$, que não é o caso na presença da não linearidade N . Então, isto resultará no uso do *controlador anti-windup*. Para providenciar a compensação *anti-windup*, as equações do *observador anti-windup*. Para providenciar a compensação *anti-windup*, as equações do *observador* devem ser modificadas assim que o estimador de estados seja baseado na entrada atual \hat{u} para a planta. Assim, o *compensador em realimentação de estados e observador modificado* é dado por:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B_1r + B_3\hat{u} + L(y_1 - C_3\hat{x} - D_{31}r) \quad (7.131)$$

$$= (A - LC_3)\hat{x} + (B_1 - LD_{31})r + B_3\hat{u} + Ly_1 \quad (7.132)$$

$$= -F\hat{x} \quad (7.133)$$

De acordo com o esquema geral dado na figura (7.5), o controlador compensado AWBT corresponde a:

$$w = \begin{bmatrix} r \\ d \end{bmatrix}, y = \begin{bmatrix} y_m \\ \hat{u} \end{bmatrix}$$

$$\hat{K}(s) = \begin{bmatrix} A - LC_3 & B_1 - LD_{31} & L & B_3 \\ -F & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.134)$$

$$\hat{P}(s) = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 & B_3 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ 0 & I & 0 & 0 \\ C_3 & D_{31} & D_{32} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad (7.135)$$

Os valores correspondentes dos parâmetros da unificação AWBT H_1 e H_2 para o *Filtro de Kalman* são:

$$H_1 = B_3 \quad (7.136)$$

$$H_2 = I \quad (7.137)$$

Vale a pena mencionar que o princípio de realimentação clássico do *controlador de realimentação de estados e observador* tem perdas com esta implementação, na presença de não linearidade de entrada. Assim, embora $A - LC_3$ e $A - B_3F$ possam ter autovalores no semi-plano esquerdo em malha aberta, o sistema não linear global em malha fechada não precisa ser *assintoticamente estável*.

7.4 Conclusão

A idéia do esquema AWBT é desenvolver um *esquema geral teórico* para o estudo de sistemas de controle sujeito a entradas não lineares na planta. A generalidade do esquema nos permite considerar alguma estrutura de sistema de controle, incluindo alimentação, realimentação, múltiplos graus de liberdade, projetos de controladores gerais e em cascata. O desenvolvimento teórico foi baseado em dois passos para a construção do projeto:

- Projetar o controlador linear ignorando entradas de controle não lineares;
- E depois adicionar a compensação AWBT para minimizar o efeito adverso de alguma entrada de controle não linear no desempenho em malha fechada.

Esta é a característica de alguns esquemas AWBT relatados na literatura. Uma parametrização de todos os controladores compensados AWBT admissíveis foi apresentado em termo de duas *matrizes constantes* H_1 e H_2 . Esta parametrização permite-nos unificar todos os esquemas *anti-windup* LTI e *bumpless transfer* dentro de um esquema geral. O esquema permite-nos a consideração de problemas, tais como a *análise da estabilidade e desempenho*. Assim, por exemplo, se assumimos que a não linearidade N é um setor limitado cônico, então uma *análise da estabilidade conservativa* conforme descrito por Doyle et al. ([17]) pode ser realizada. Esta análise usa extensões de μ -análises para sistemas LTI com incerteza estruturada para sistemas não lineares.

Uma unificação importante dos esquemas AWBT foi realizada por Walgama et al. ([39]) para verificar as propriedades do *observador inerente* em uma classe de *compensadores anti-windup* e para unificar vários esquemas baseados nestas propriedades do *observador*. Assim, a unificação destes esquemas foi feita somente em termos de um único parâmetro, a saber, o *ganho do observador*. Contudo, nenhuma propriedade tal do *observador* pode ser identificada para o esquema *anti-windup convencional* (CAW) quando o controlador linear original $K(s)$ não é *estritamente próprio*. A parametrização apresentada aqui está em termos de duas *matrizes constantes* H_1 e H_2 . Este grau adicional de

liberdade nos permite superar a falha da unificação baseada em *observador*. Assim, como ressaltado anteriormente, CAW é um caso especial deste esquema unificado.

O objetivo principal deste desenvolvimento foi, principalmente, elaborar um esquema geral teórico para projeto de controladores AWBT. O esquema de compensação AWBT apresentado e sua interpretação são completamente diferentes daquelas relatadas na literatura até hoje. Especificamente, os axiomas e suposições principais utilizados para este desenvolvimento são novos em relação à literatura AWBT. Além disso, este esquema permite-nos comparar vários esquemas AWBT existentes, por exemplo, as duas estratégias *antireset* discutidas na seção (7.3.1) podem ser vistas como idênticas, desde que $\tau_r = \tau_I$.

Sendo assim, este esquema de compensação AWBT permite-nos unificar todos os esquemas LTI AWBT conhecidos em termos dos parâmetros H_1 e H_2 mas, para isso é necessário uma análise completa do sistema sujeito a uma entrada de controle não linear.

Capítulo 8

Experimentos prácticos

8.1 Introdução

Para a realização dos experimentos reais descritos neste capítulo utilizamos uma planta industrial elaborada pelo SENAI de Uberaba MG, *mono-tanque*, preparada especificamente para realizar o controle de diversas variáveis de processo, *controle de nível, pressão e vazão*. Sendo que a vazão se subdivide em vazão de entrada de água, vazão de saída de água e vazão de ar. O desenho esquemático deste esquema, bem como maiores detalhes desta planta estão no apêndice (C.1).

Implementamos todas as técnicas citadas no decorrer desta dissertação, as quais destacamos novamente:

- IMC - Esquema Controle com Modelo Interno;
- Horowitz - Esquema de Horowitz;
- CAW - Esquema Anti-windup Convencional;
- PID - Esquema PID anti-windup;
- CAW/IMC - Esquema CAW/IMC anti-windup.

Primeiramente fizemos o levantamento de um modelo descrito por uma *função de transferência* da planta $P(s)$, a qual é $\frac{7}{2,5s+1}$, conforme apêndice (B.1).

Observação 8 *É importante salientarmos que a sensibilidade linear $L(s)$ é utilizada para encontrar as propriedades de realimentação linear projetada, ou seja, assegurar que a variação da função de transferência em malha fechada não exceda as tolerâncias prescritas, mesmo na presença de incertezas na planta $P(s)$ e para atenuação de distúrbios.*

Observação 9 *A sensibilidade linear L_n , em volta do elemento não linear, providencia um grau de liberdade extra, o qual é utilizado para influenciar a resposta do esquema na presença de saturação, independente da sensibilidade linear do esquema $L(s)$ e da função de transferência em malha fechada do esquema.*

8.2 Implementação do esquema IMC

O primeiro passo para efetuar esta implementação é obter a função de transferência que representa o controlador $C_{IMC}(s)$. Para tal, é levado em conta que não haja diferença entre o *modelo da planta* \hat{P} e a *planta* P , tornando o sistema uma malha aberta. O controlador é então calculado da seguinte forma:

$$C_{IMC}(s)P(s) = H_m(s) \quad (8.1)$$

onde: $C_{IMC}(s)$ controlador IMC em malha aberta e $H_m(s)$ saída desejada do sistema, o qual nos fornece *erro de regime permanente nulo*.

Então, a partir da consideração de nenhum erro de regime permanente, escolhemos $H_m(s)$ de primeira ordem com pólo -1 e ganho unitário, ou seja,

$$H_m(s) = \frac{1}{s+1} \quad (8.2)$$

Substituindo as equações (B.5) e (8.2) na equação (8.1) e isolando a variável a ser encontrada, ou seja, a variável do controlador $C_{IMC}(s)$ temos:

$$\begin{aligned} C_{IMC}(s) &= \frac{H_m(s)}{P(s)} \\ &= \frac{\frac{1}{s+1}}{\frac{7}{2,5s+1}} \\ &= \frac{2,5s+1}{7(s+1)} \\ &= 0.143 \left(\frac{2,5s+1}{s+1} \right) \end{aligned} \quad (8.3)$$

Uma vez encontrada a função de transferência do controlador, implementa-se o esquema de controle IMC, aplica-se uma entrada em degrau no sistema e obtêm-se as respostas na saída do controlador e na saída do esquema. Primeiramente aplicamos uma mudança de *setpoint* de 35% a 40% e a resposta obtida na saída do controlador é vista na figura (8.1):

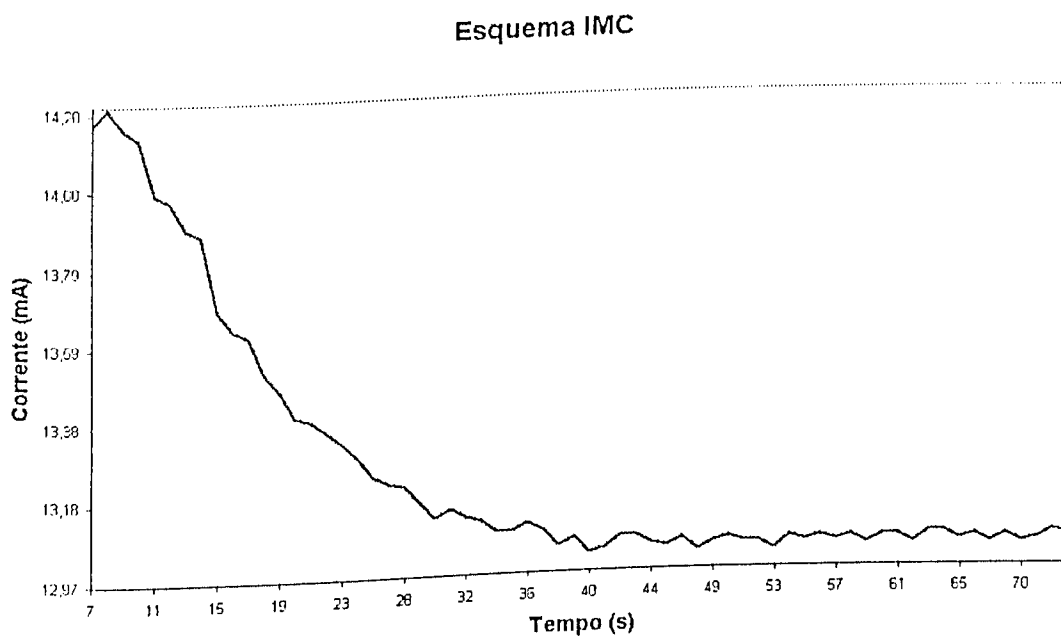


Figura 8.1: Resposta na saída do controlador IMC

E a respectiva saída deste esquema IMC é mostrada nas figuras (8.2) e (8.3):

Através da resposta encontrada na saída do esquema IMC, figura (8.2), calculamos a *constante de tempo* τ necessária para o sistema alcançar 63,2% de seu valor final, que é $\tau = 0,2$, conforme visto na figura (8.4).

A *sensibilidade linear* $L(s)$ do esquema de IMC é dada por:

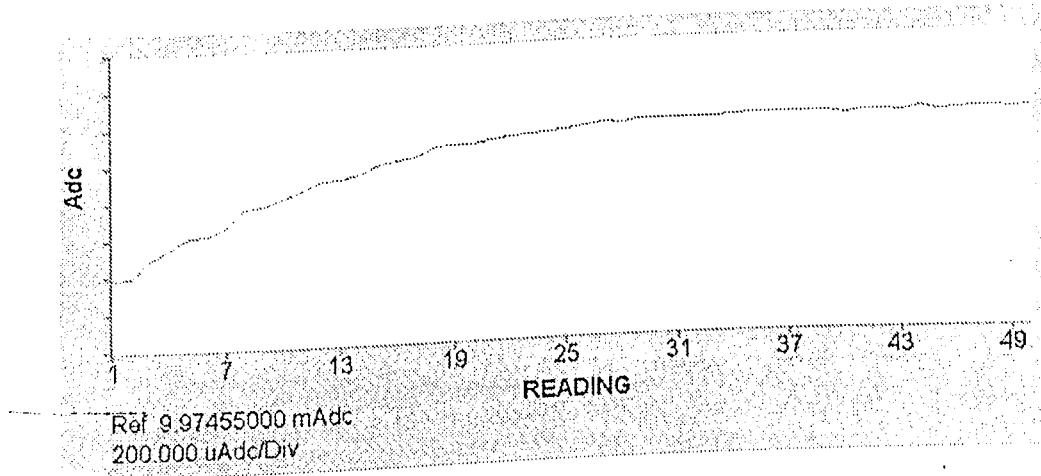


Figura 8.2: Resposta na saída do esquema IMC - subida

$$\begin{aligned}
 L(s) &= \frac{C_{IMC}(s)P(s)}{1 + C_{IMC}(s)P(s)} \\
 &= \frac{\frac{0,143(2,5s+1)}{s+1} \left(\frac{7}{2,5s+1} \right)}{1 + \frac{0,143(2,5s+1)}{s+1} \left(\frac{7}{2,5s+1} \right)} \\
 &= \frac{\frac{1}{s+1}}{1 + \frac{1}{s+1}} \\
 &= \frac{\frac{1}{s+1}}{\frac{s+2}{s+1}} \\
 &= \frac{1}{s+2}
 \end{aligned} \tag{8.4}$$

Considerando que a planta $P(s)$ é igual ao modelo da planta $\hat{P}(s)$, a *sensibilidade* em torno do elemento não linear L_n do esquema de IMC é dada pela equação (8.5):

$$\begin{aligned}
 L_n(s) &= \hat{P}(s)C_{IMC}(s) + P(s)C_{IMC}(s) \\
 &= \frac{0,143(2,5s+1)}{s+1} \left(\frac{7}{2,5s+1} \right) + \frac{0,143(2,5s+1)}{s+1} \left(\frac{7}{2,5s+1} \right) \\
 &= \frac{1}{s+1} + \frac{1}{s+1} \\
 &= \frac{2}{s+1}
 \end{aligned} \tag{8.5}$$

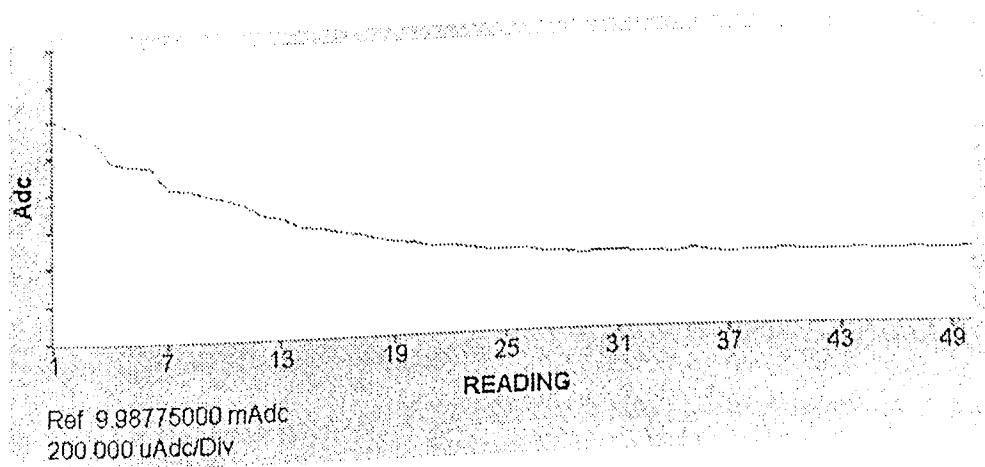


Figura 8.3: Resposta na saída do esquema IMC - descida

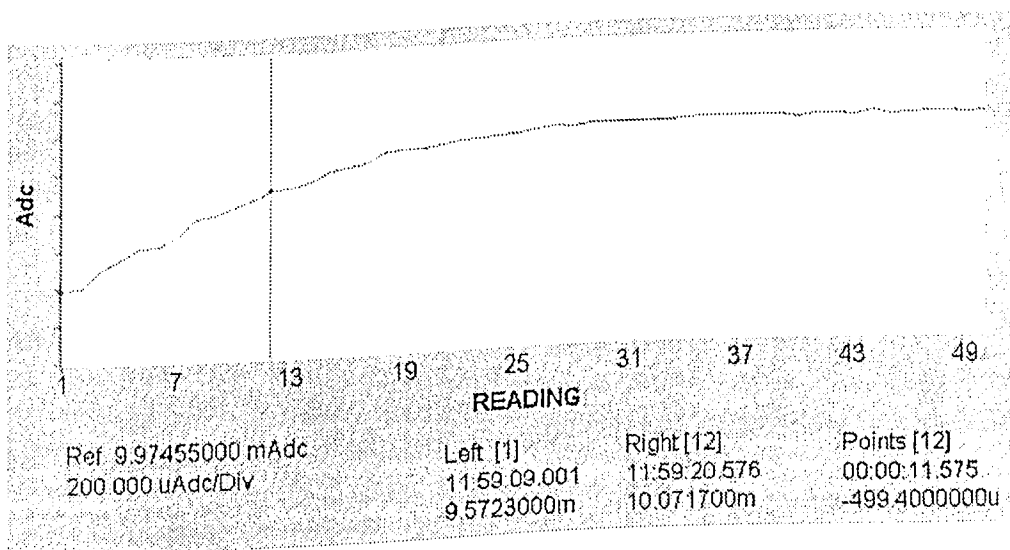


Figura 8.4: Cálculo da constante de tempo do esquema IMC

8.3 Implementação do esquema Horowitz

O primeiro passo para efetuar a implementação de Horowitz é obter a *função de transferência* que representa o controlador de Horowitz $C_H(s)$. A *função de transferência* do controlador de Horowitz $C_H(s)$ é calculado em malha aberta, conforme equação (8.6):

$$C_H(s) \left(\frac{1}{1 + H(s)} \right) P(s) = H_m(s) \quad (8.6)$$

onde:

- $C_H(s)$ controlador Horowitz em malha aberta;
- $H(s)$ bloco de Horowitz.

Utilizamos o mesmo $H_m(s)$ dado na equação (8.2) e, a planta é a mesma dada na equação (B.5).

Substituindo as equações (B.5) e (8.2) na equação (8.6), encontraremos a variável do controlador de Horowitz $C_H(s)$ conforme equação (8.7):

$$\begin{aligned}
C_H(s) &= \frac{H_m(s)}{P(s) \left(\frac{1}{1+H(s)} \right)} \\
&= \frac{\frac{1}{s+1}}{\frac{7}{2,5s+1} \left(\frac{1}{1+\frac{1}{s+2}} \right)} \\
&= \frac{\frac{1}{s+1}}{\frac{7}{2,5s+1} \left(\frac{s+2}{s+3} \right)} \\
&= \frac{(s+3)(2,5s+1)}{7(s+1)(s+2)} \\
&= 0,143 \frac{(s+3)(2,5s+1)}{(s+1)(s+2)}
\end{aligned} \tag{8.7}$$

A partir do momento que obtemos $C_H(s)$, passamos para o cálculo da *sensibilidade* em torno do elemento não linear $L_n(s)$, que é o fator mais importante do esquema de Horowitz ([25], [27]) e é dada pela equação (8.8):

$$\begin{aligned}
L_n(s) &= H(s) + C_H(s)P(s) \\
&= \frac{1}{s+2} + 0,143 \frac{(s+3)(2,5s+1)}{(s+1)(s+2)} \left(\frac{7}{2,5s+1} \right) \\
&= \frac{1}{s+2} + \frac{(s+3)}{(s+1)(s+2)} \\
&= \frac{2(s+2)}{(s+1)(s+2)} \\
&= \frac{2}{s+1}
\end{aligned} \tag{8.8}$$

e a *sensibilidade linear* $L(s)$ do esquema Horowitz é dada pela equação (8.9):

$$\begin{aligned}
 L(s) &= \frac{C_H(s)P(s)}{1 + H(s)} \\
 &= \frac{0,143 \frac{(s+3)(2,5s+1)}{(s+1)(s+2)} \left(\frac{7}{2,5s+1} \right)}{1 + \frac{1}{s+2}} \\
 &= \frac{\frac{s+3}{(s+1)(s+2)}}{\frac{s+3}{s+2}} \\
 &= \frac{1}{s+1}
 \end{aligned} \tag{8.9}$$

Uma vez encontrada a função de transferência do controlador, implementa-se o esquema de controle de Horowitz, aplica-se uma entrada em degrau ao sistema e obtêm-se as respostas na saída do controlador e na saída do esquema. Primeiramente aplicamos uma mudança de *setpoint* de 35% a 40% e obtivemos a seguinte resposta na saída do controlador de Horowitz, conforme figura (8.5) :

Esquema Horowitz

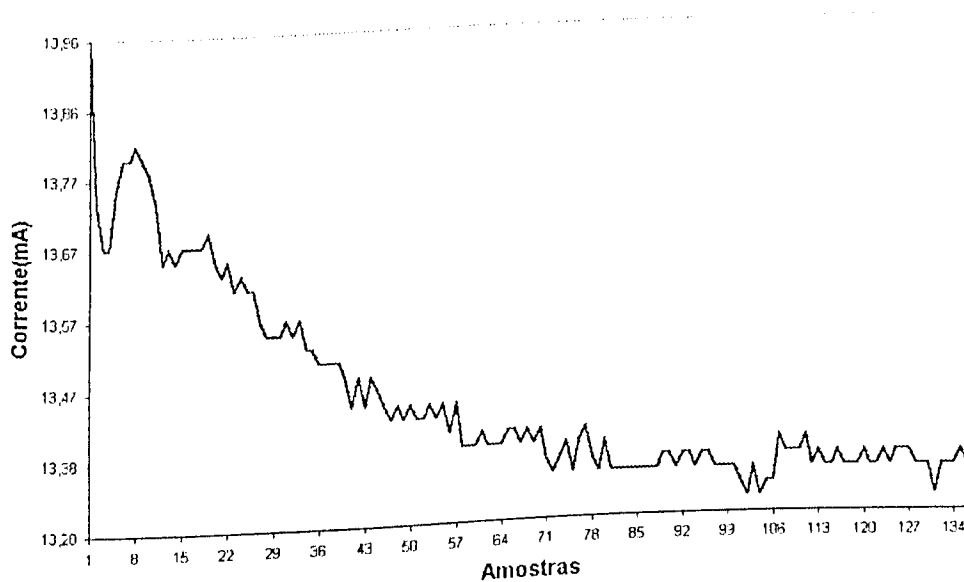


Figura 8.5: Resposta na saída do controlador Horowitz

E a respectiva saída do esquema Horowitz é dada pelas figuras (8.6) e (8.7):

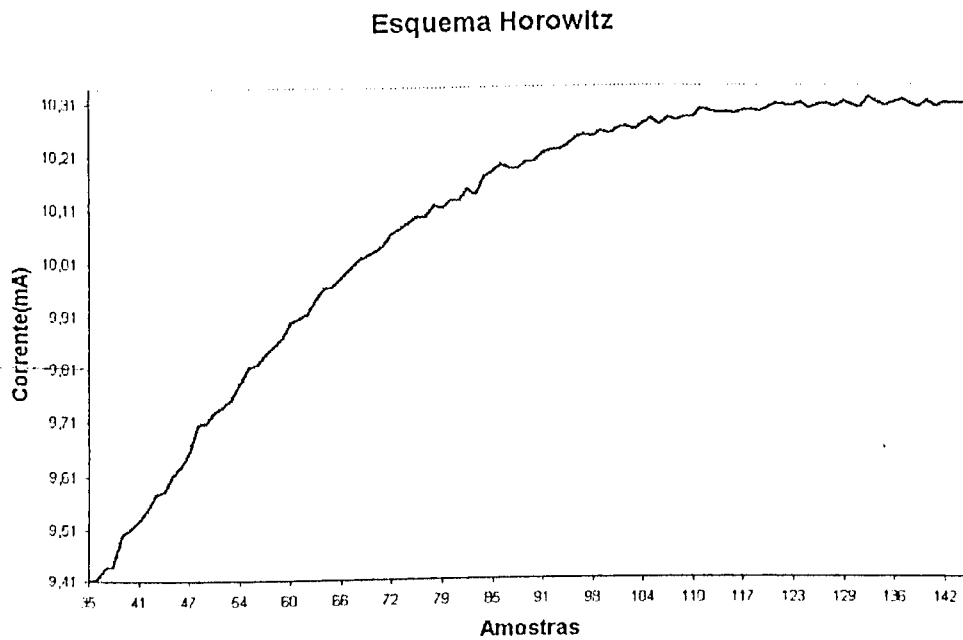


Figura 8.6: Resposta na saída do esquema Horowitz - subida

Através da resposta na saída do esquema Horowitz, figura (8.6), calculamos a *constante de tempo* τ necessária para o sistema alcançar 63,2% da sua estabilidade final, que é $\tau = 0.5$, conforme visto na figura (8.8).

Esquema Horowitz

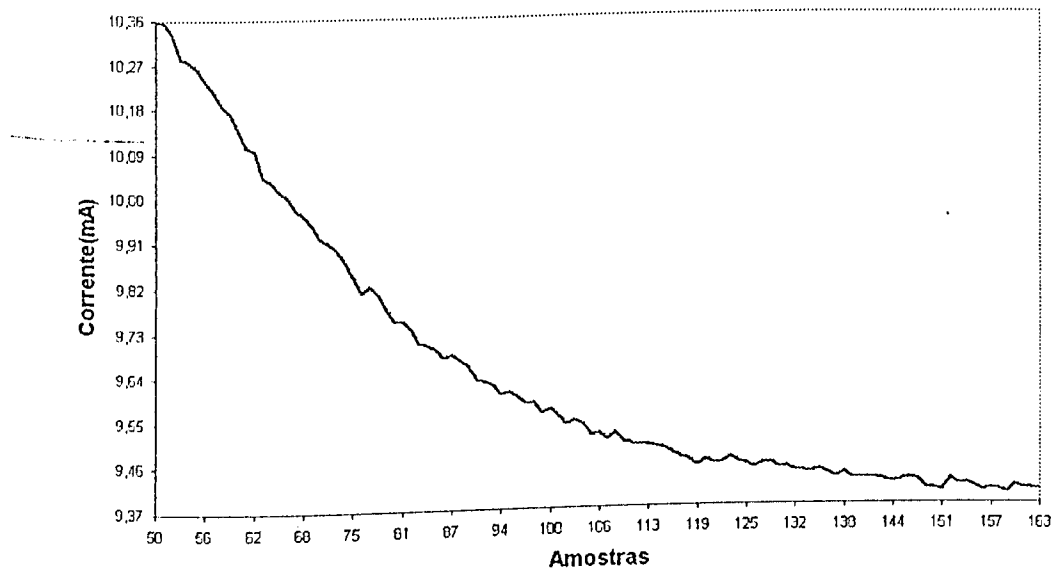


Figura 8.7: Resposta na saída do esquema Horowitz - descida

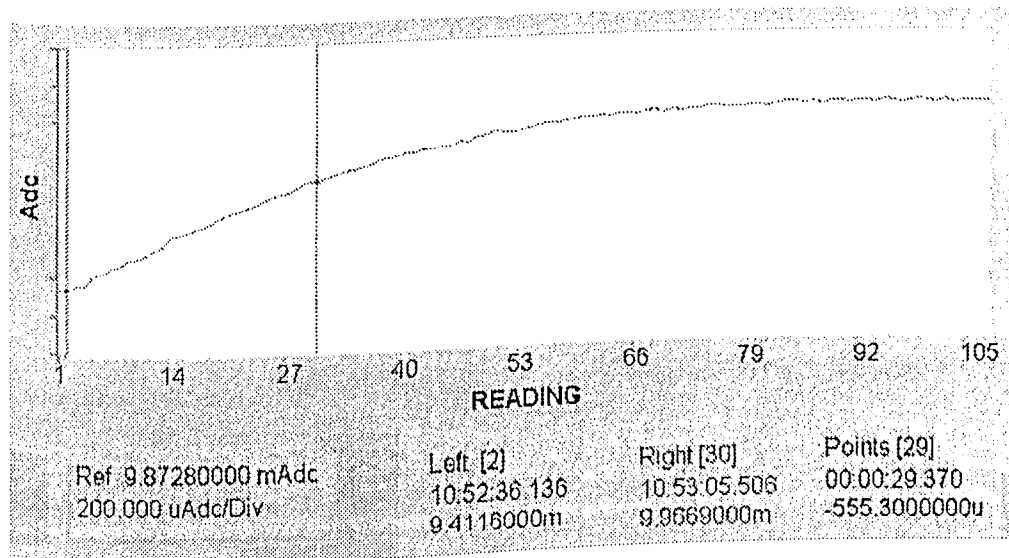


Figura 8.8: Cálculo da constante de tempo do esquema Horowitz

8.4 Implementação do esquema CAW

O esquema de CAW é uma técnica que utiliza *fatoração copríma* para efetuar a correção do sinal de controle a ser enviado a planta $P(s)$, bem como efetuar a correção, esta fatoração é realizada através do bloco $X(s)$ como pode ser visto na figura (5.3). O controlador é composto de três blocos $U(s)$, $V^{-1}(s)$ e $X(s)$. Eles são escolhidos de tal forma a satisfazer a condição da *fatoração copríma* $AX + BY = I$. Onde:

$$P(s) = \frac{B}{A} \quad (8.10)$$

$$C_{CAW}(s) = \frac{X}{Y} \quad (8.11)$$

Detalhes sobre a elaboração do controlador são dados no capítulo (5.1.1). O fator importante para a estabilidade do esquema de CAW é a *sensibilidade* $L_X(s)$, malha ao redor do elemento não linear, o qual compreende $X(s)$. Se esta malha tem *ganho e banda de frequência* maior do que $C(s)P(s)$ previne o *windup* ([17]), onde $C(s) = U(s)V^{-1}(s)$ e é dada pela equação (8.12):

$$\begin{aligned} L_X(s) &= V^{-1}(s)X(s) \\ &= \left(\frac{2,5s+1}{s+1} \right) \left(\frac{1}{2,5s+1} \right) \\ &= \frac{1}{s+1} \end{aligned} \quad (8.12)$$

A *sensibilidade linear* $L(s)$ do esquema de CAW é dada pela equação (8.13):

$$\begin{aligned} L(s) &= U(s)V^{-1}(s)P(s) \\ &= (1) \left(\frac{2,5s+1}{s+1} \right) \left(\frac{7}{2,5s+1} \right) \\ &= \frac{7}{s+1} \end{aligned} \quad (8.13)$$

Como a *sensibilidade* ao redor do elemento não linear $L_n(s)$ de CAW é calculada sobre as malhas $L_X(s)$ e $L(s)$, apenas utilizamos os valores encontrados nas equações (8.12) e (8.13) respectivamente e substituímos na equação (8.14), sendo assim temos:

$$\begin{aligned}
 L_n(s) &= \frac{L(s) - L_X(s)}{1 + L_X(s)} \\
 &= \frac{\frac{7}{s+1} - \frac{1}{s+1}}{1 + \frac{1}{s+1}} \\
 &= \frac{\frac{6}{s+1}}{\frac{s+2}{s+1}} \\
 &= \frac{6}{s+2}
 \end{aligned} \tag{8.14}$$

Uma vez encontrados os parâmetros que formam o controlador de CAW $U(s)$, $V^{-1}(s)$ e $X(s)$, implementa-se o esquema de controle CAW, aplica-se uma entrada em degrau ao sistema de 35% a 40% e obtêm-se a resposta na saída do controlador CAW é dada na figura (8.9):

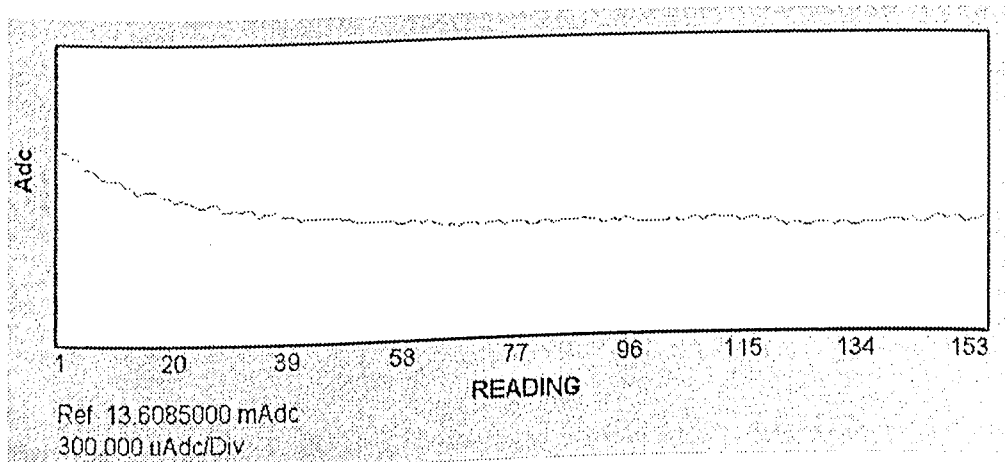


Figura 8.9: Resposta na saída do controlador CAW

E as respectivas saídas do esquema CAW são dadas nas figuras (8.10) e (8.11):

Através desta resposta na saída do esquema CAW, figura (8.10), calculamos a *constante de tempo* τ necessária para o sistema alcançar 63,2% da sua estabilidade final, a qual é $\tau = 0.135$, conforme visto na figura (8.12).

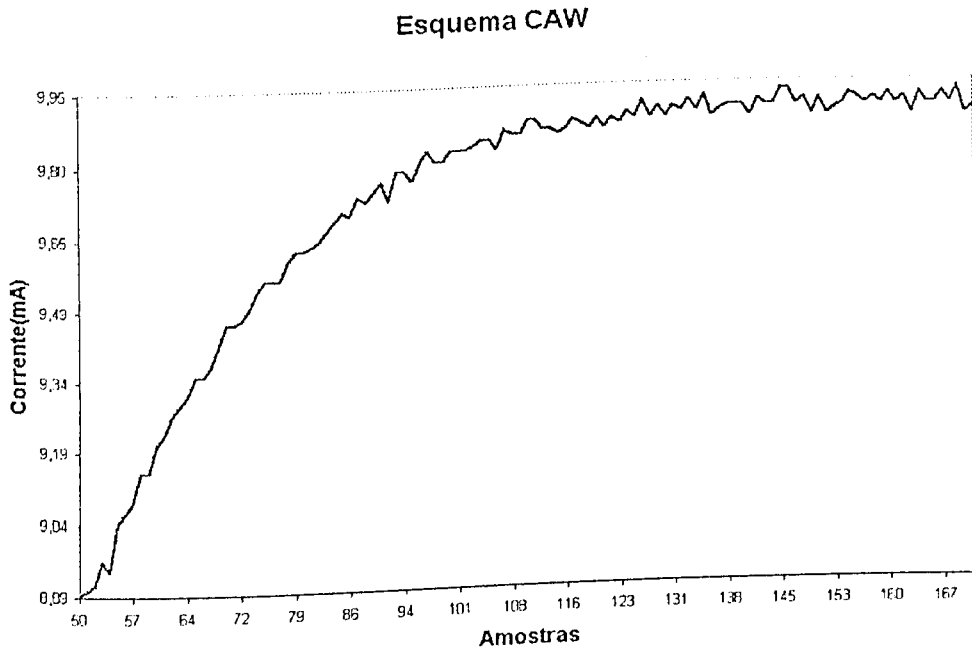


Figura 8.10: Resposta na saída do esquema CAW - subida

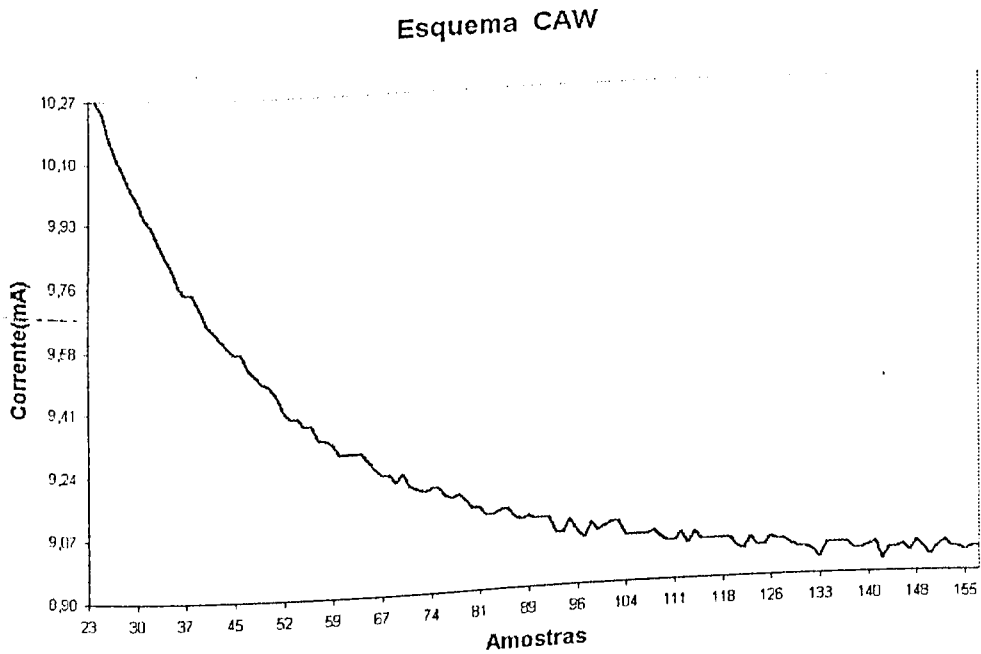


Figura 8.11: Resposta na saída do esquema CAW - descida

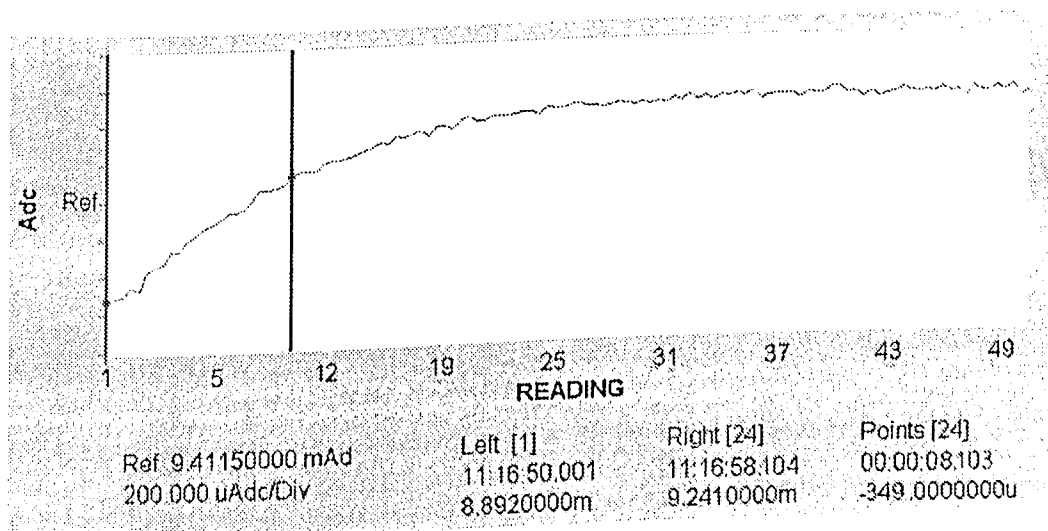


Figura 8.12: Cálculo da constante de tempo do esquema CAW

8.5 Implementação do esquema PID anti-windup

A função de transferência que representa o controlador $C_{PID}(s)$ *anti-windup* é calculada em malha aberta, conforme equação (8.15) :

$$\frac{C_{PID}(s)P(s)}{1 + C_{PID}(s)P(s)} = H_m(s) \quad (8.15)$$

Onde: $C_{PID}(s)$ controlador PID em malha aberta.

Utilizamos $H_m(s) = \frac{1}{0,25s+1}$ devido ser recomendado termos uma constante de tempo final *dez vezes menor* do que a constante de tempo da planta P e a planta $P(s)$ é a mesma dada na equação (B.5).

Substituindo a equação (B.5) e a equação do novo $H_m(s)$ na equação (8.15) obtemos a variável do controlador $C_{PID}(s)$, conforme equação (8.16):

$$\begin{aligned} C_{PID}(s) &= \frac{H_m(s)}{P(s)(1 - H_m(s))} \\ &= \frac{\frac{1}{0,25s+1}}{\frac{7}{2,5s+1} \left(1 - \frac{1}{0,25s+1}\right)} \\ &= \frac{\frac{1}{0,25s+1}}{\frac{7}{2,5s+1} \left(\frac{0,25s}{0,25s+1}\right)} \\ &= \frac{2,5s + 1}{1,75s} \\ &= 1,43 + \frac{1}{1,75s} \end{aligned} \quad (8.16)$$

como o controlador PID é formado de um ganho proporcional K_p e uma constante de tempo integral T_i , conforme equação (8.17):

$$C_{PID} = K_p + \frac{1}{T_i s} \quad (8.17)$$

substituímos a equação (8.17) na equação (8.16) e, obtemos os parâmetros do controlador PID, equação (8.5) :

$$K_p = 1,43 \quad (8.18)$$

$$T_i = 1,75 \quad (8.19)$$

A partir do momento que obtemos $C_{PID}(s)$, passamos para o cálculo da *sensibilidade linear* $L_n(s)$ do esquema PID *anti-windup*, que é dada pela equação (8.20):

$$\begin{aligned} L_n(s) &= \frac{P(s)C_{PID}(s) + \frac{1}{T_r s}}{1 + \frac{1}{T_r s}} \\ &= \frac{P(s) \left(k_p + \frac{1}{T_i s} \right) + \frac{1}{T_r s}}{\left(1 + \frac{1}{T_r s} \right)} \\ &= \frac{P(s) \left(\frac{k_p T_i s + 1}{T_i s} \right) + \frac{1}{T_r s}}{\left(\frac{T_r s + 1}{T_r s} \right)} \\ &= \frac{\frac{P(s)k_p T_i T_r s + P(s)T_r + T_i}{T_i T_r s}}{\frac{T_r s + 1}{T_r s}} \end{aligned} \quad (8.20)$$

fazendo ($T_r = T_i$), temos:

$$\begin{aligned} &= \frac{T_i [P(s)k_p T_i s + P(s) + 1]}{T_i (T_i s + 1)} \\ &= \frac{P(s) (k_p T_i s + 1) + 1}{T_i s + 1} \\ &= \left(\frac{7}{2,5s + 1} \right) \left(\frac{(1,43)(1,75)s + 1}{1,75s + 1} \right) \\ &= \frac{8}{1,75s + 1} \end{aligned}$$

e a sensibilidade linear $L(s)$ do esquema PID *anti-windup* é dada pela equação (8.21):

$$\begin{aligned}
 L(s) &= P(s)C_{PID}(s) \\
 &= P(s) \left(k_p + \frac{1}{T_i s} \right) \\
 &= P(s) \left(\frac{K_p T_i s + 1}{T_i s} \right) \\
 &= \frac{7}{2,5s + 1} \left(\frac{(1,43)(1,75)s + 1}{1,75s} \right) \\
 &= \frac{4}{s}
 \end{aligned} \tag{8.21}$$

Encontrada a função de transferência do controlador PID *anti-windup*, aplica-se uma entrada em degrau de 35% a 40% ao esquema e obtém-se a resposta na saída do controlador PID *anti-windup* mostrada na figura (8.13):

Esquema PID-Antiwindup

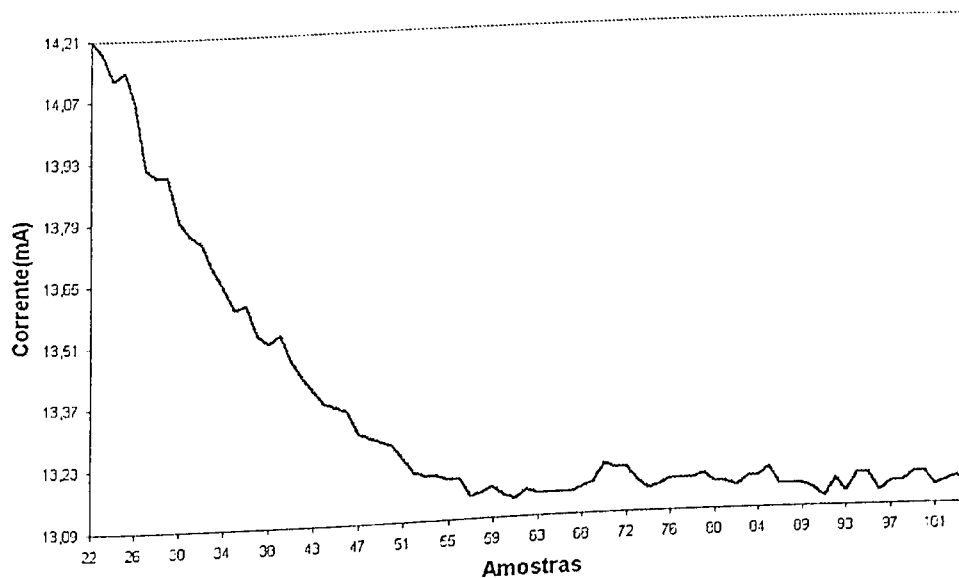


Figura 8.13: Resposta na saída do controlador PID *anti-windup*

E as respectivas saídas do esquema PID *anti-windup* são mostradas nas figuras (8.14) e (8.15):

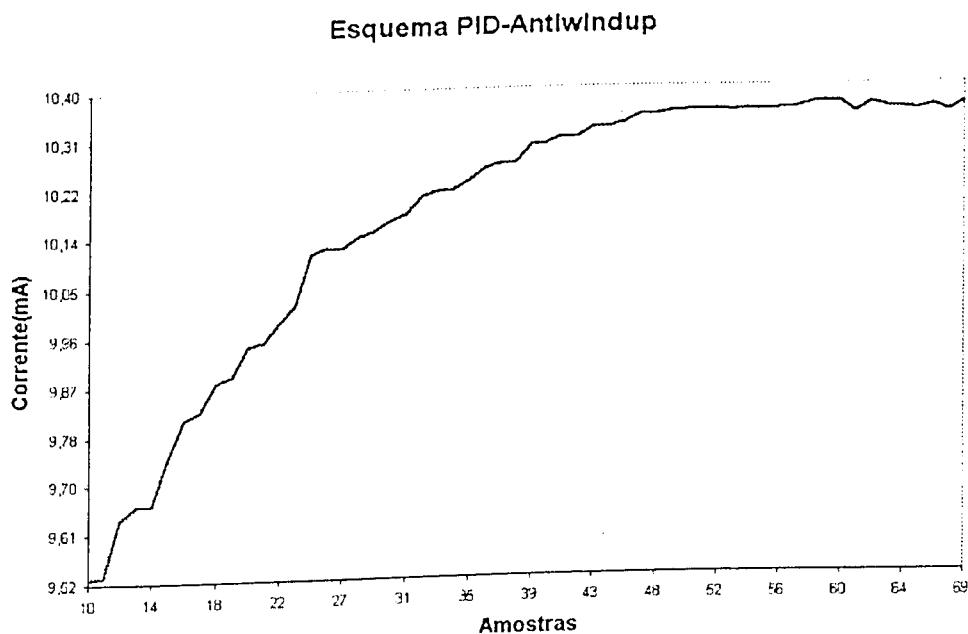


Figura 8.14: Resposta na saída do esquema PID anti-windup - subida

Através da resposta na saída do esquema PID *anti-windup*, figura (8.14), calculamos a *constante de tempo* τ necessária para o sistema alcançar 63,2% de seu valor final, que é $\tau = 0.25$, conforme visto na figura (8.16).

Esquema PID-Antiwindup

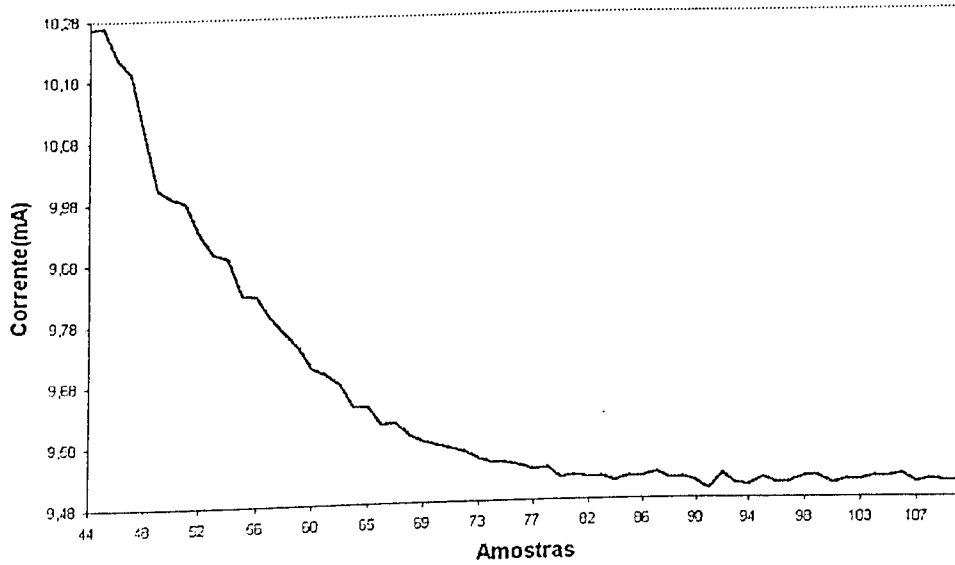


Figura 8.15: Resposta na saída do esquema PID anti-windup - descida

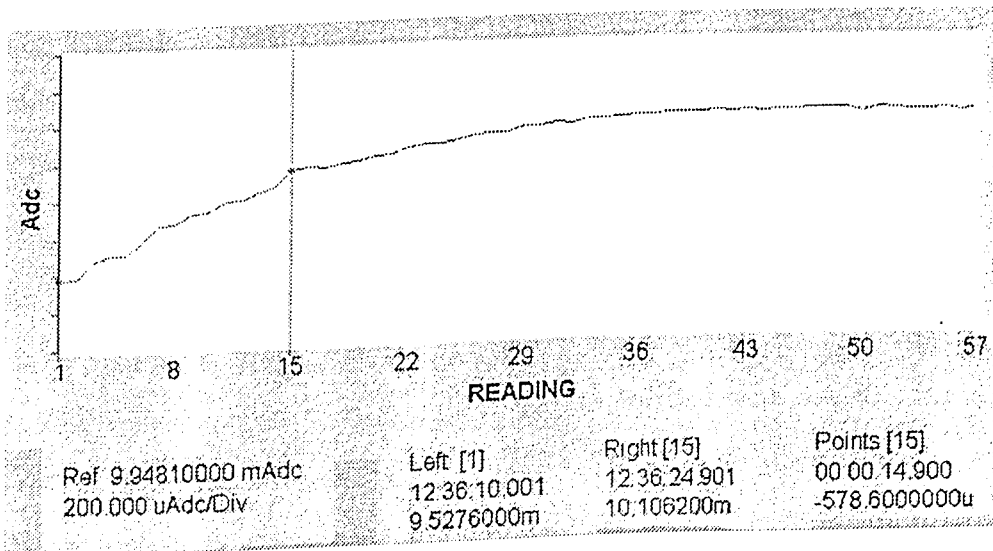


Figura 8.16: Cálculo da constante de tempo do esquema PID anti-windup

8.6 Esquema CAW/IMC anti-windup

8.6.1 Introdução

O novo esquema (CAW/IMC *anti-windup*) que proponho é elaborado sobre a união de duas técnicas de controle *anti-windup*, a saber, o esquema *anti-windup convencional* (CAW) e do esquema *controle com modelo interno* (IMC). União esta sugerida por Doyle *et al.* ([17]) em virtude de serem compatíveis. Existe um trabalho similar a este que utiliza o controlador PID baseado em IMC ([13]), mas nenhum que une as duas técnicas até o momento.

O esquema CAW é o que nos fornece melhor desempenho tanto em sistemas SISO quanto para sistemas MIMO. O esquema é dotado de um *observador* que faz a correção da *ação windup* e atualiza os estados do controlador ao mesmo tempo que percebe a inconsistência entre o sinal de saída do controlador para a entrada da planta. O problema do esquema CAW é que esta sensibilidade extra pode produzir uma sensibilidade em torno do elemento não linear (L_n) que conduz a instabilidade. Já o esquema IMC é uma técnica *anti-windup* excelente que tem recebido muita atenção pelos estudantes dos esquemas de controle devido a sua fácil implementação e por fornecer $L_n = 0$ que garante a estabilidade na presença de saturação. Daí o fato de propormos este novo esquema, no qual o esquema *controle com modelo interno* (IMC) tende a eliminar o efeito adverso causado pelo esquema *anti-windup convencional* (CAW), dado na figura (8.17).

8.6.2 Síntese

O esquema CAW é utilizado para a construção do controlador *anti-windup* que é focado sobre a sensibilidade extra $L_X = (L - L_n)/(I + L_n)$ que é o elemento mais importante do esquema responsável pela correção da *ação windup*. O esquema IMC, como dito anteriormente, utilizado para eliminar o possível efeito da sensibilidade extra L_X que é produzir uma sensibilidade em torno do elemento não linear L_n que conduz a instabilidade. Desta forma nós conseguiremos que L_X e L_n tenham ganho e largura de banda maior do

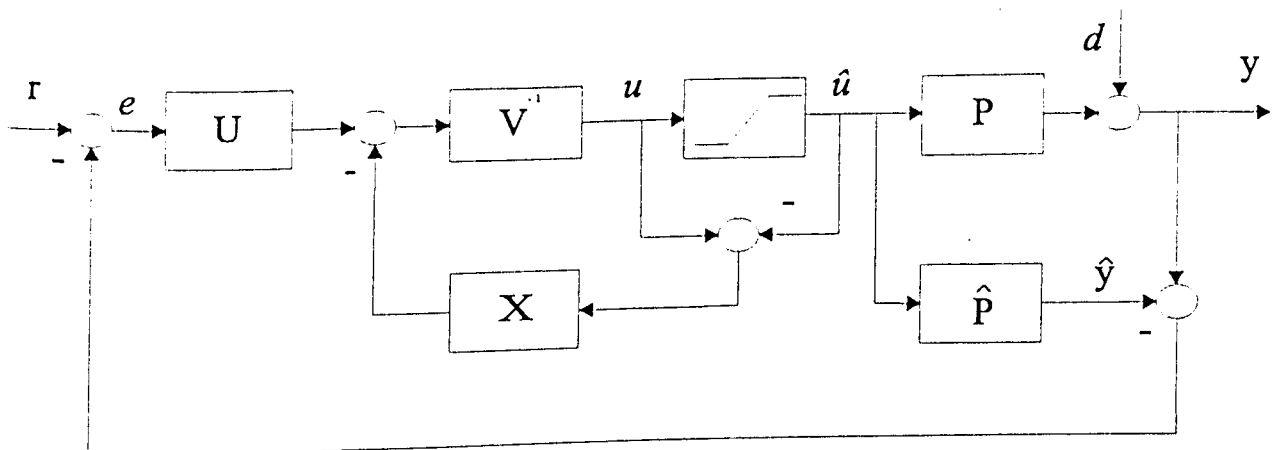


Figura 8.17: Esquema CAW/IMC anti-windup

que a sensibilidade linear L , garantindo que o esquema continue funcionando como se estivesse sempre no modo linear na presença de saturação.

Partindo do princípio que não há diferença entre o *modelo* e a *planta*, o esquema torna-se uma malha aberta. Sendo assim o controlador pode ser obtido da mesma forma que o esquema *anti-windup convencional* (CAW) realizado no capítulo 5 bem como todos os passos para construção do esquema CAW/IMC *anti-windup*.

Salientamos que utilizamos um ganho proporcional na entrada do esquema para garantir ganho unitário em malha fechada.

A seguir tomaremos dois exemplos para demonstrar a eficácia do esquema proposto.

Exemplo 18

O primeiro exemplo é tomado de Doyle et al. ([17]) e os dados da planta e controlador são fornecidos no capítulo 5 exemplo 12.

Como podemos ver na figura (8.18), as respostas na saída do controlador e do esquema são similares as saídas do esquema CAW fornecidas na figura (5.5).

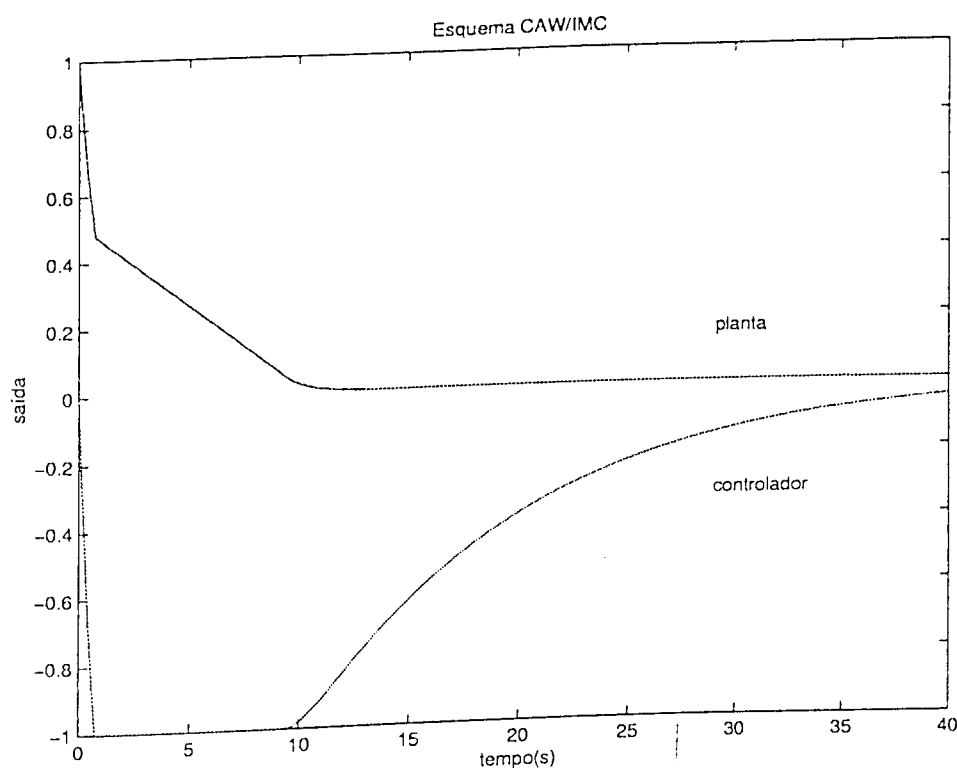


Figura 8.18: Respostas do esquema CAW/IMC anti-windup

Exemplo 19

O segundo exemplo trata de uma planta industrial, mono-tanque, que realizamos experimentos práticos para realização dos esquemas de controle tratados nesta dissertação.

A planta é dada por

$$P(s) = \frac{7}{2,5s + 1} \quad (8.22)$$

o controlador calculado anteriormente no capítulo 5 é

$$V^{-1} = \frac{2,5s + 1}{s + 1} \quad (8.23)$$

o bloco responsável pela correção anti-windup é dada por

$$X(s) = \frac{0,1}{2,5s + 1} \quad (8.24)$$

Para simulação, inicialmente aplicamos uma mudança em degrau de 35/40 e as respostas na saída do controlador e do esquema são dadas na figura (8.19).

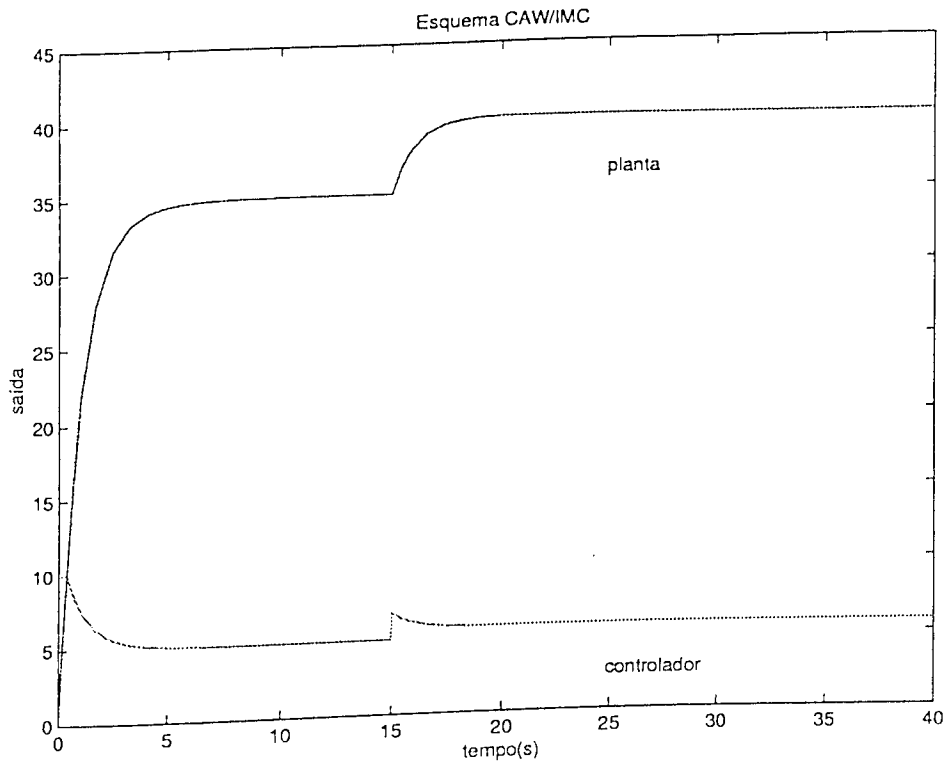


Figura 8.19: Respostas para CAW/IMC com mudança de *setpoint* 35/40

em seguida aplicamos uma mudança em degrau de 35/50 e as respostas na saída do controlador e do esquema são dadas na figura (8.20).

Informamos que a implementação deste esquema foi realizada somente por meio do *toolbox de controle* do MATLAB (SIMULINK). Salientamos também que as respostas utilizando este esquema são praticamente iguais quando utiliza-se o esquema *anti-windup convencional* (CAW).

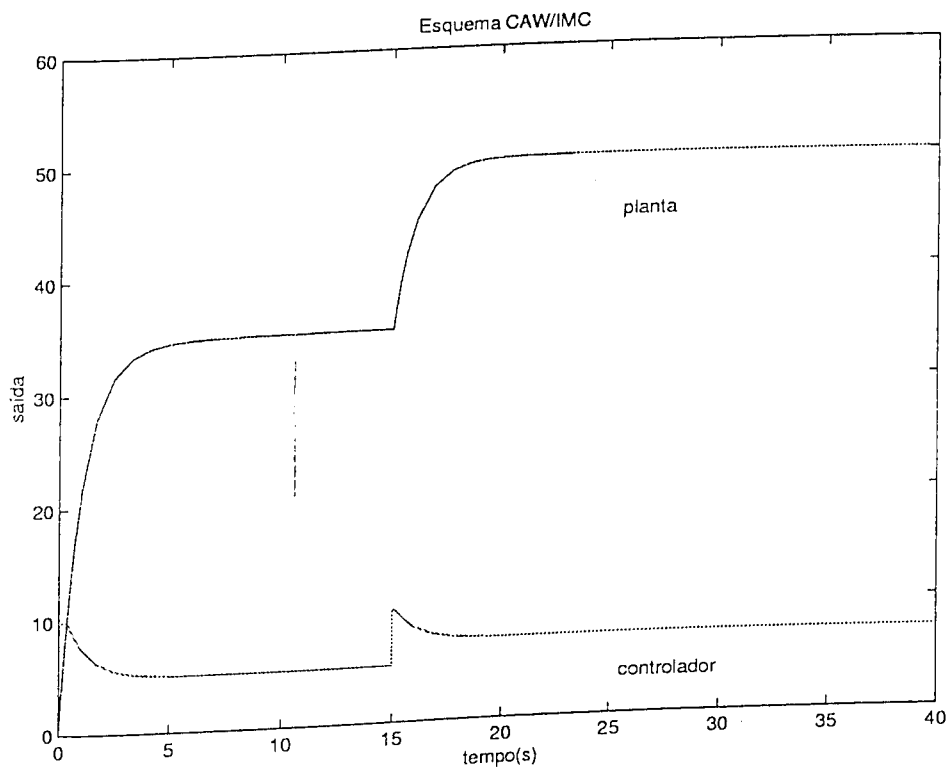


Figura 8.20: Respostas para CAW/IMC com mudança de *setpoint* 35/50

8.7 Aplicação de distúrbio nos esquemas

Um teste importante para verificar se o controlador é capaz de estabilizar a planta na presença de um distúrbio foi realizado. O distúrbio aplicado foi o fechamento, em torno de 20%, da válvula que envia o sinal de controle à planta. Podemos verificar que os esquemas IMC, CAW, PID previnem da *ação windup* causada pelo fechamento da válvula, estabilizando o processo como se não houvesse saturação, em outras palavras, estes esquemas trabalham como esquemas *anti-windup*. Já o esquema de Horowitz embora projetado para trabalhar na presença de saturação não consegue eliminar a *ação windup* causada pelo fechamento da válvula dando uma deterioração significativa em sua constante de tempo final de estabilização do processo.

A seguir apresentamos todos os resultados na saída da planta dos esquemas para a verificação do efeito do distúrbio aplicado no processo.

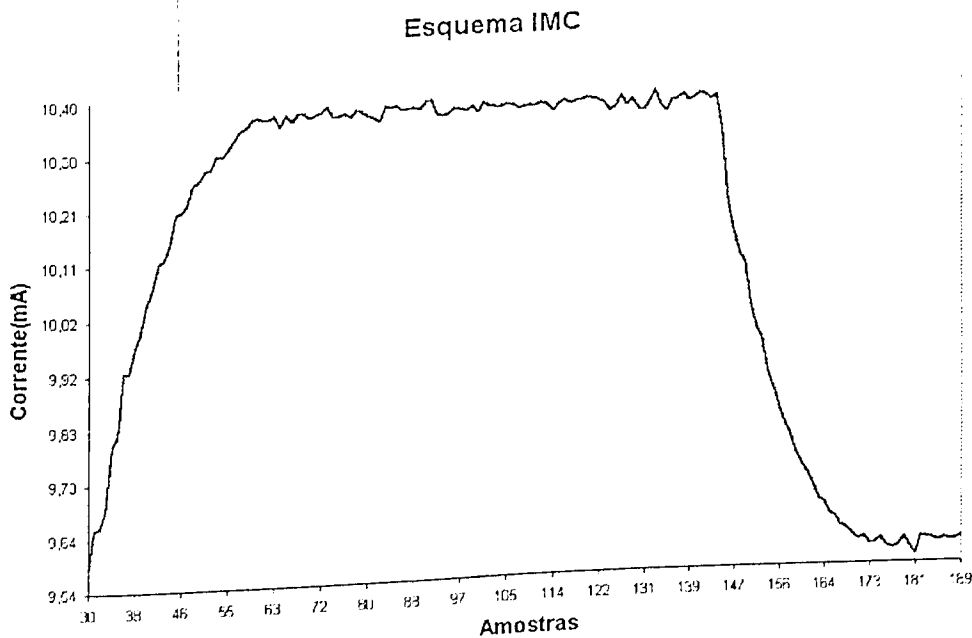


Figura 8.21: Resposta na saída do esquema IMC

salientamos que todos os esquemas continuaram com suas constantes de tempo final

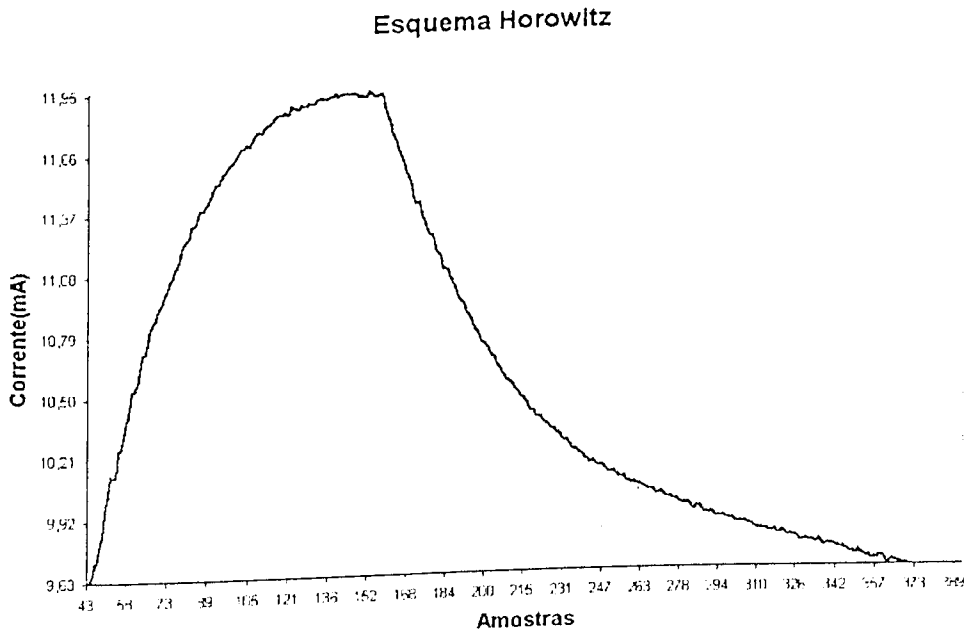


Figura 8.22: Saída do esquema Horowitz com distúrbio

do processo praticamente inalteradas quanto da aplicação do distúrbio de 20%, exceto o esquema de Horowitz que passou de $\tau = 0,5$ para $\tau = 0,7$ na subida do nível e de $\tau = 0,54$ para $\tau = 1,2$ na descida do nível.

Esquema Caw

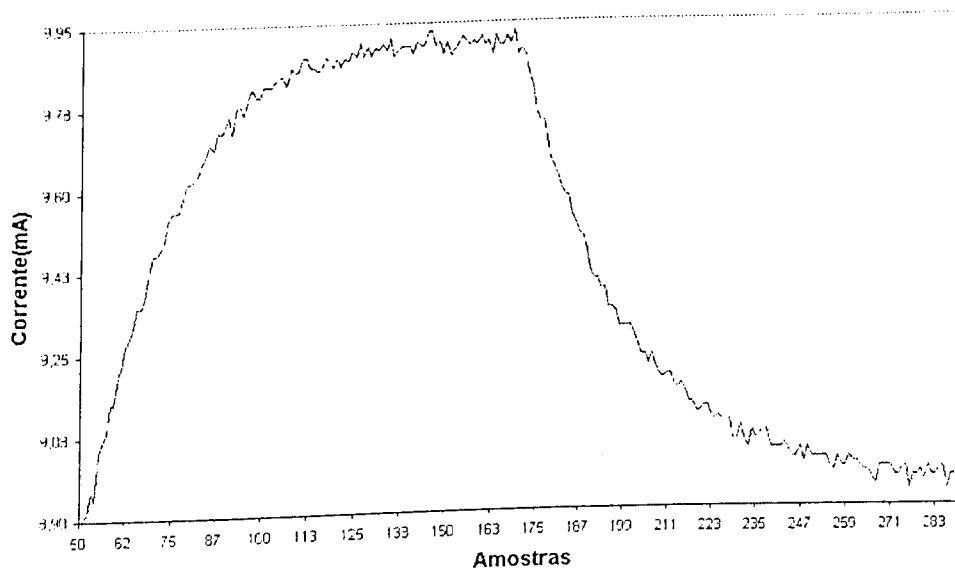


Figura 8.23: Saída do esquema CAW com distúrbio

Esquema PID-AntiWindup

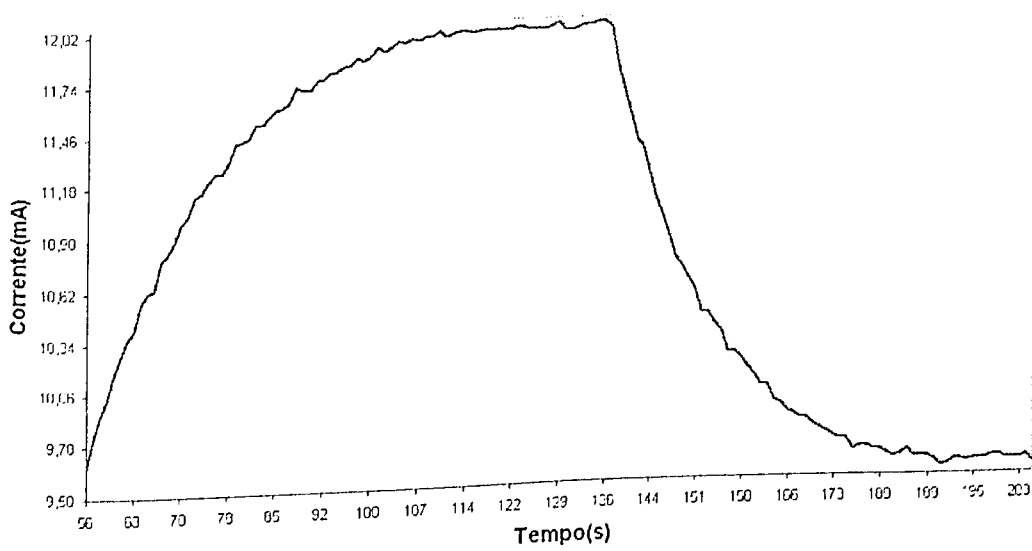


Figura 8.24: Saída do esquema PID anti-windup com distúrbio

Capítulo 9

Conclusão

9.1 Conclusão

Como apresentado nesta dissertação há diferentes esquemas de controle *anti-windup* publicados na literatura, eles possuem pontos de contato que auxiliam na compreensão do problema. Todos eles incluem um elemento não linear entre a saída do controlador e a entrada para a planta com o objetivo de observar e restaurar a inconsistência que por ventura venha a ocorrer.

Alguns esquemas de controle foram rapidamente descritos nesta dissertação devido a limitações de espaço, mas outros foram descritos detalhadamente e experimentos práticos foram realizados para comprovação de sua eficácia.

O esquema de Horowitz ([27],[25]) a priori não atinge comportamento *anti-windup* propriamente dito, embora trate de sistemas de controle com saturação, pois não restaura a consistência dos sinais em todos os elementos do sistema, conforme ressaltado por *Doyle et al.* ([17]).

O esquema *controle com modelo interno* (IMC) é um dos esquemas mais utilizados na literatura de sistemas de controle devido principalmente à sua equivalência ao esquema PI/PID *anti-windup* que é o mais empregado na Indústria. Tem como características atrativas sua *simplicidade e eficácia*, o desempenho e estabilidade do sistema com restrições são sintonizados pela escolha adequada do filtro f . Esta técnica tem evoluído bastante e merecido muita atenção, sendo o trabalho mais recente desenvolvido por *Morari et al.* ([41]).

O esquema *anti-windup convencional* (CAW) é o mais poderoso esquema de controle *anti-windup* conforme verificado pelos experimentos práticos realizados nesta dissertação. Além disso, este esquema recebeu uma modificação para lidar com mudanças bruscas de *setpoint* para sistemas MIMO denominada *anti-windup modificado* (MAW) que une as qualidades de bom desempenho e estabilidade robusta em malha fechada (veja *Doyle et al.* [17]).

Uma das principais contribuições deste trabalho é o estudo das *técnicas de controle para sistemas com saturação* consagradas, baseado principalmente nas suas implemen-

tações na prática. Outra contribuição dada é a nova proposta baseada na união do esquema *anti-windup convencional* (CAW) com o esquema *controle com modelo interno* (IMC).

Foi apresentado também um trabalho muito importante baseado em *sistemas de controle lineares invariantes no tempo* (LTI) ou *Bumpless Transfer* (AWBT) para unificar vários esquemas de controle *anti-windup*, parametrizados em termos de duas matrizes constantes H_1 e H_2 que serve também para comparar os esquemas existentes.

Em resumo, a construção do controlador *anti-windup* é realizada através da inclusão de um *observador* como parte construtiva do mesmo, de forma que havendo saturação (observada pelo uso do elemento não linear) o sistema comporte-se como se estivesse no modo linear.

A primeira proposta para trabalhos futuros que fazemos é fazer um estudo mais detalhado sobre os vários esquemas *anti-windup convencional* (CAW) existentes, sendo para ponto de partida citamos o artigo publicado por *C. Edwards e I. Postlethwaite* ([18]) em virtude de ser um dos melhores esquemas de controle *anti-windup*. A segunda proposta que lançamos é utilizar uma *não linearidade artificial* antecedendo o bloco não linear comumente empregado para observação e eliminação da *ação windup* nos vários esquemas citados nesta dissertação com o principal objetivo de lidar com sistemas MIMO. Salientamos que esta técnica foi utilizada por *Peng et al.* ([35]) utilizando o esquema *anti-windup* (AW) associado com a *Técnica de Condicionamento* que forneceu melhor desempenho bem como estabilidade do processo.

Capítulo 10

Bibliografía

Bibliografia

- [1] Trans. am. inst. elect. engrs.,appl. ind. Number 72, page 180, 1953.
- [2] Linear compensation of saturating servomechanisms. Purdue Engineering Experiment Station, 1955. Lafayette, Indiana.
- [3] Integrator windup and how to avoid it. pages 1693–1698. In Proc 1989. Am. Control Conf., 1989. Pittsburg.
- [4] K. Åström and T. Hägglund, editors. *Automatic Tuning of PID Controllers*. Copyright©Instrument Society of America, 1988. Research Triangle Park.
- [5] K. Åström and T. Hägglund, editors. *PID Controllers Theory, Design, and Tuning*. Copyright©Instrument Society of America 1995, third edition, 1998.
- [6] K. J. Åström and B. Wittenmark, editors. *Computer Controlled Systems Theory and Design*. Prentice Hall, 1984.
- [7] P. S. Buckley, editor. *Designing Override and Feedforward Controls*, number 18. Control Engng, 1971.
- [8] P. J. Campo and M. Morari. Robust control of process subject to saturation nonlinearities. *Comput Chem Engng*, (14):343–358, 1990.
- [9] Plínio Benedicto Lauro Castrucci and Léo Batista, editors. *Controle Linear - Método Básico*, volume 1. Editora Edgard Blucher Ltda, 1980.

- [10] S. S. L. Chang, editor. *Synthesis of Optimum Control Systems*. New York: McGraw-Hill, 1961.
- [11] I. L. Chien and P. S. Fruehauf. Consider imc tuning to improve controller performance. *Chemical Engineering Process*, pages 33-41, 1990. october.
- [12] Y. S. Cho and K. S. Narendra. An off-axis circle criterion for the stability of feedback systems with a monotonic nonlinearity. *IEEE Transactions on Automatic Control*, (13):413-416, 1968.
- [13] Serena H. Chung and Richard D. Braatz. Teaching antiwindup, bumpless transfer and split-range control. *Chemical Engineering Education*, 1(32):220-223, 1998.
- [14] I. Cohen, R. Hanus, and J. P. Vanbergen. The impact of the control structure on the closed loop efficiency. *Journal A*, 26:18-25, 1985.
- [15] E. Coulibaly, S. Maiti, and C. Brosilow, editors. *Internal Model Predictive Control*. AIChE Annual Meeting, 1992. Miami, Florida.
- [16] J. Debelle. A control structure based upon process models. *Journal A*, 20:71-81, 1979.
- [17] John C. Doyle, Roy S. Smith, and Dale F. Enns, editors. *Control of Plants with Input Saturation Nonlinearities*. American Control Conference, 1987.
- [18] C. Edwards and I. Postlethwaite. Anti-windup and bumpless-transfer schemes. *Automática*, 34(2):199-210, 1998.
- [19] H. A. Fertik and C. W. Ross. Direct digital control algorithm with anti-windup feature. Technical Report 6, ISA Trans, 1967.
- [20] G. C. Goodwin, S. E. Graebe, and W. S. Levine, editors. *Internal Model Control of Linear Systems with Saturating Actuators*. Proceedings of the 1989 American Control Conference, 1993. Groningen, The Netherlands.

- [21] R. Hanus and M. Kinnaert, editors. *Control of Constrained Multivariable Systems using the Conditioning Technique*. Proceedings of the 1989 American Control Conference, 1989. Pittsburgh, Pennsylvania.
- [22] R. Hanus, M. Kinnaert, and J. L. Henrotte. Conditioning technique, a general anti-windup and bumpless transfer method. *Automatica*, 23(6):729-739, 1987.
- [23] R. Hanus and Y. Peng. Conditioning technique for controllers with time delays. *IEEE Trans. Aut. Control*, 37:689-692, 1992.
- [24] Isaac Horowitz. *Synthesis of feedback systems*. 1963. Academic Press.
- [25] Isaac Horowitz. A synthesis theory for a class of saturating systems. *International Journal of Control*, 38(1):169-187, 1983.
- [26] Isaac Horowitz. Feedback systems with rate and amplitude limiting. *International Journal of Control*, 40(1):1215-1229, 1984.
- [27] Isaac Horowitz and M. Sidi. *International Journal of Control*, 16:287, 1972.
- [28] In IFAC Symposium, Adaptive Control of Chemical Process. *IMC/PID controller design an extension*, 1988. Copenhagen, Denmark.
- [29] Mayuresh V. Kothare, Peter J. Campo, M. Morari, and Carl N. Nett. A unified framework for the study of anti-windup designs. *Automatica*, 30(12):1869-1883, 1994.
- [30] Jean-Jacques E. Slotine Weiping Li, editor. *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall Engineering, Science & Math, 1990.
- [31] J. C. Lozier. *Trans. autom. control. I.E.E.E.*, (26):321, 1981.
- [32] M. Morari and E. Zafiriou, editors. *Robust Process Control*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1989.

- [33] M. Morari, E. Zafirou, and C. Economou. An introduction to internal model control. In *Springer-Verlag*, 1987.
- [34] Francis Neelamkavil, editor. *Computer Simulation and Modelling*. Copyright©by John Wiley & Sons Ltda, 1987.
- [35] Y. Peng, D. Vrančić, R. Hanus, and S. R. Weller. Anti-windup design for multivariable controllers. *Automática*, 34(12):1559-1565, 1998.
- [36] M. Morari Rivera D. E. and S. Skogestad. Internal model control - 4. pid controller design. *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev.*, 2(25):252-265, 1986.
- [37] M.M. Seron, S.F. Graebe, and G.C. Goodwin. All stabilizing controllers, feedback linearization and anti-windup: A unified review. In *Technical Report EE342*. Dept. of Electrical Eng. and Computer Sc., University of Newcastle, 1993. Australia.
- [38] K. S. Walgama, S. Rönnbäck, and J. Sternby. Generalization of conditioning technique for anti-windup compensators, 1992.
- [39] K. S. Walgama and J. Sternby. Inherent observer property in a class of anti-windup compensators. *Int. J. Control*, 3(52):705-724, 1990.
- [40] Ch. Wurmthaler and P. Hippe. Systematic compensator design in the presence of input saturation. In *European Control Conference*, pages 1268-1273, 1991.
- [41] Alex Zheng, Mayuresh V. Kothare, and Manfred Morari. Anti-windup design for internal model control. *International Journal of Control*, 60(5):1015-1024, 1994.

Apêndice A

Fatoração Coprima

A.1 Introdução

Fatoração Coprima de matrizes de transferência é um caminho útil de descrição de sistemas. A fatoração coprima consiste em expressar a matriz de transferência como a fração de duas matrizes de transferência estáveis. Devido à não comutatividade de matrizes, existem fatorações coprimas à esquerda e fatorações coprimas à direita. Uma simbologia normalmente empregada é *lcf* (left coprime factorization) e *rcf* (right coprime factorization) para fatorações coprimas à esquerda e à direita, respectivamente. O conceito mais primitivo, mas equivalente, é que F e G são coprimos se cada divisor comum de F e G são inversíveis. Por simplicidade apenas denotaremos a fatoração coprima para sistemas SISO.

A.2 Algoritmo de Euclides

Algoritmo de Euclides é uma das técnicas mais úteis para realizar a fatoração coprima. Os cálculos são realizados na forma de polinômios e os mesmos são realizados em quatro etapas. Onde m e n são o *numerador* e *denominador* do polinômio respectivamente, q_k e r_k são o quociente e resto da divisão dos mesmos.

Os passos principais do Algoritmo de Euclides são:

1. Dividir m por n para obter o quociente q_1 e o resto r_1

$$n = mq_1 + r_1, \quad \text{grau } r_1 < \text{grau } m$$

2. Dividir r_1 por m para obter o quociente q_2 e o resto r_2

$$m = r_1q_2 + r_2, \quad \text{grau } r_2 < \text{grau } r_1$$

3. Dividir r_2 por r_1

$$r_1 = r_2q_3 + r_3, \quad \text{grau } r_3 < \text{grau } r_2$$

4. Continue

Pare ao Passo k quando r_k é uma constante diferente de zero. Porque se r_k é igual a zero

significa que os polinômios não são coprimos e, a fatoração é sem sentido.

Exemplo 20

Dados: $n(\lambda) = \lambda^2, m(\lambda) = 6\lambda^2 - 5\lambda + 1$ temos,

$$\begin{aligned} q_1(\lambda) &= \frac{1}{6} \\ r_1(\lambda) &= \frac{5}{6}\lambda - \frac{1}{6} \\ q_2(\lambda) &= \frac{36}{5}\lambda - \frac{114}{25} \\ r_2(\lambda) &= \frac{6}{25} \end{aligned}$$

Desde que r_2 não seja uma constante zero, nós paramos no passo 2, se $r_2 = 0$ significa que os polinômios não são coprimos. Então as equações são:

$$n = mq_1 + r_1 \tag{A.1}$$

$$m = r_1q_2 + r_2 \tag{A.2}$$

Explicitando r_1 na equação (A.1) e substituindo na equação (A.2) temos:

$$r_2 = (1 + q_1q_2)m - q_2n \tag{A.3}$$

Onde $mx + ny = I$, a qual é a condição de fatoração coprima.

Daí temos que:

$$x = \frac{-q_2}{r_2} \quad x(\lambda) = -30\lambda + 19 \tag{A.4}$$

$$y = \frac{1 + q_1q_2}{r_2} \quad y(\lambda) = 5\lambda + 1 \tag{A.5}$$

Duas matrizes de transferência próprias e estáveis F, G são coprimas à esquerda (lcf) se tem o mesmo número de linhas e se há matrizes de transferência próprias e estáveis X, Y tais que:

$$\begin{bmatrix} X & Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} = XF + YG = I \tag{A.6}$$

sendo assim dizemos que a matriz

$$\begin{bmatrix} F & G \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

é inversível à esquerda.

Duas matrizes de transferência próprias e estáveis F e G são coprimas à direita (*rcf*) se tem o mesmo número de colunas e se há matrizes de transferência próprias e estáveis X, Y tais que:

$$\begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X & Y \end{bmatrix} = FX + GY = I \quad (\text{A.8})$$

sendo assim dizemos que a matriz

$$\begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

é inversível à direita.

Uma maneira fácil de se obter F e G de uma planta é simplesmente dividir os polinômios do *numerador* e *denominador* da planta por um polinômio comum com nenhum zero em $Re s \geq 0$, por exemplo $(s + 1)^k$ onde k é o maior grau do polinômio do *esquema*. Mas, não é fácil obter os outros dois polinômios X e Y , sendo assim precisamos utilizar o *Algoritmo de Euclides* $XF + YG = I$.

Agora fazendo G ser uma matriz real, racional e própria. Uma *fatoração coprima* de G é uma fatoração $G = NM^{-1}$, onde N e M são *matrizes coprimas à direita*.

Similarmente uma *fatoração coprima à esquerda* tem a forma $G = \hat{M}^{-1}\hat{N}$, onde \hat{N} e \hat{M} são *matrizes coprimas à esquerda*.

Claramente implícito nestas definições é a necessidade de M e \hat{M} serem quadradas e não singulares.

Cada matriz de transferência própria admite fatorações coprimas à esquerda e à direita. Também, se $G = \hat{D}^{-1}\hat{N} = ND^{-1}$, então:

1. q é um zero de G se e somente se $N(s)(\hat{N}(s))$ tem posto reduzido na posição $s = q$;
2. p é um polo de G se e somente se $D(s)(\hat{D}(s))$ tem posto reduzido na posição $s = p$.

A.3 Fatorações coprimas especiais

Lema 2

Para cada matriz real, racional e própria G , existem 8 matrizes satisfazendo as equações:

$$G = NM^{-1} = \hat{M}^{-1}\hat{N} \tag{A.10}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{X} & -\hat{Y} \\ \hat{N} & \hat{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M & Y \\ N & X \end{bmatrix} = I \tag{A.11}$$

As equações (A.10) e (A.11) juntas constituem uma *fatoração coprima dupla* de G . É fácil mostrar que N e M são *coprimos à direita* e, que \hat{N} e \hat{M} são *coprimos à esquerda*.

Por exemplo: A equação (A.11) implica que

$$\begin{bmatrix} \hat{X} & -\hat{Y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} = I$$

provendo *fatoração coprima à direita*.

Observação 10 *Provando o lema (2), onde usamos as realizações em espaço de estados de G , $G(s) = D + C(sI - A)^{-1}B$, onde: A, B, C, D são matrizes reais. Com (A, B) estabilizáveis e (C, D) detectáveis. É conveniente introduzir uma nova estrutura de dados, fazendo $[A, B, C, D]$ representar a matriz de transferência $D + C(sI - A)^{-1}B$. Agora introduzindo estados, vetores de entrada e saída x, u e y , respectivamente assim que $y = Gu$ e:*

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{A.12}$$

$$y = Cx + Du \tag{A.13}$$

Depois, escolhemos uma matriz real F tal que $A_F := A + BF$ seja estável, isto é, todos os autovalores em $\Re_e s < 0$ e, definimos o vetor $v_i = u - Fx$ e a matriz $C_F := C + DF$.

Então da equação (A.13) nós obtemos:

$$\dot{x} = A_F x + Bv \quad (\text{A.14})$$

$$u = Fx + v \quad (\text{A.15})$$

$$y = C_F x + Dv \quad (\text{A.16})$$

Evidentemente destas equações a matriz de transferência de v para u é:

$$M(s) := [A_F, B, F, I] \quad (\text{A.17})$$

E que de v para y é:

$$N(s) := [A_F, B, C_F, D] \quad (\text{A.18})$$

Portanto:

$$u = Mv, \quad y = Nv \quad (\text{A.19})$$

tal que $Y = NM^{-1}u$, isto é, $G = NM^{-1}$.

Similarmente, por escolha de uma matriz real H , tal que $A_H := A + HC$ seja estável e definindo

$$B_H := B + HD \quad (\text{A.20})$$

$$\hat{M}(s) := [A_H, H, C, I] \quad (\text{A.21})$$

$$\hat{N}(s) := [A_H, B_H, C, D] \quad (\text{A.22})$$

nós obtemos $G = \hat{M}^{-1}\hat{N}$. Isto pode ser obtido como anteriormente a começar com $G(s)^T$ ao invés de $G(s)$. Assim nós obteremos 4 matrizes satisfazendo a equação (A.10). As fórmulas para as outras 4 matrizes satisfazendo a equação (A.10) são:

$$X(s) := [A_F, -H, C_F, I] \quad (\text{A.23})$$

$$Y(s) := [A_F, -H, F, 0] \quad (\text{A.24})$$

$$\hat{X}(s) := [A_H, -B_H, F, I] \quad (\text{A.25})$$

$$\hat{Y}(s) := [A_H, -H, F, 0] \quad (\text{A.26})$$

Explicando as equações em espaço de estados de G partindo da equação (A.13)

$$A_F = A + B_F, \quad A_H = A + H_C \implies \text{estáveis} \quad (\text{A.27})$$

e que nós definimos:

$$B_H = B + H_D, \quad C_F = C + D_F \quad (\text{A.28})$$

encontremos um controlador estável K pela teoria do observador.

As equações em espaço de estados para o controlador K são:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + H(C\hat{x} + Du - y) \quad (\text{A.29})$$

$$u = F\hat{x} \quad (\text{A.30})$$

Ou equivalente:

$$\hat{x} = \hat{A}\hat{x} + \hat{B}y \quad (\text{A.31})$$

$$u = \hat{C}\hat{x} \quad (\text{A.32})$$

onde:

$$\hat{A} := A + BF + HC + HDF = A_F + HC_F \quad (\text{A.33})$$

$$\hat{B} := -H \quad (\text{A.34})$$

$$\hat{C} := F \quad (\text{A.35})$$

Assim em termos de nossa estrutura de dados

$$K(s) = [\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, 0] \quad (\text{A.36})$$

pela teoria do observador o controlador K estabiliza a planta G .

Agora achando fatorações coprimas do controlador K do mesmo modo como achamos fatorações coprimas da planta G . Para conseguir uma fatoração coprima à direita $K + YX^{-1}$, primeiro escolhemos \hat{F} tal que $\hat{A}_F := \hat{A} + \hat{B}\hat{F}$ seja estável. É conveniente tomar

$F := C_F$, tal que $\hat{A}_F = A_F$. Por analogia com as 4 equações anteriores nós obtemos $K = YX^{-1}$, onde:

$$X(s) := [A_H, -B_H, F, I] \tag{A.37}$$

$$Y(s) := [A_H, -H, F, 0] \tag{A.38}$$

Pelo lema (2) sabemos que:

$$\begin{bmatrix} M & Y \\ N & X \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{X} & -\hat{Y} \\ -\hat{N} & \hat{M} \end{bmatrix} = I \tag{A.39}$$

o produto dos dois deve ser inversível, sendo o produto uma matriz identidade, como é verificado por manipulações algébricas.

Exemplo 21

Dada a planta

$$G(s) = \frac{s - 1}{s(s - 2)},$$

uma realização mínima é:

$$G(s) = [A, B, C, D]$$

sendo

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \quad D = 0$$

Escolhendo F para encontrar os autovalores de A_F (arbitrariamente) em $\{-1, -1\}$, nós obtemos:

$$F = \begin{bmatrix} -1 & -4 \end{bmatrix} \quad e \quad A_F = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.40})$$

então:

$$N(s) = [A_F, B, C, 0] \quad (\text{A.41})$$

$$= \frac{(s-1)}{(s+1)^2} \quad (\text{A.42})$$

e

$$M(s) = [A_F, B, F, 1] \quad (\text{A.43})$$

$$= \frac{s(s-2)}{(s+1)^2} \quad (\text{A.44})$$

Similarmente ao passo dado na observação (10) temos:

$$H = \begin{bmatrix} 5 \\ -9 \end{bmatrix} \quad (\text{A.45})$$

produzindo

$$A_H = \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 9 & -7 \end{bmatrix} \quad (\text{A.46})$$

$$X(s) = [A_F, -H, C, 1] \quad (\text{A.47})$$

$$= \frac{s^2 + 6s - 23}{(s+1)^2} \quad (\text{A.48})$$

$$Y(s) = [A_F, -H, F, 0] \quad (\text{A.49})$$

$$= \frac{-41s + 1}{(s+1)^2} \quad (\text{A.50})$$

e, finalmente neste exemplo nós temos:

$$\hat{N} = N, \hat{M} = M, \hat{X} = X, \hat{Y} = Y.$$

Exemplo 22

Dada uma planta

$$G(s) = \frac{1}{(s-1)(s-2)}$$

O Algoritmo de Euclides nos fornece:

$$\hat{G}(\lambda) = \frac{\lambda^2}{6\lambda^2 - 5\lambda + 1}$$

$$n(\lambda) = \lambda^2$$

$$m(\lambda) = 6\lambda^2 - 5\lambda + 1$$

$$x(\lambda) = -30\lambda + 19$$

$$y(\lambda) = 5\lambda + 1$$

$$N(s) = \frac{1}{(s+1)^2}$$

$$M(s) = \frac{(s-1)(s-2)}{(s+1)^2}$$

$$X(s) = \frac{19s - 11}{s+1}$$

$$Y(s) = \frac{s+6}{s+1}$$

Apêndice B

Modelo da função de transferência da planta

B.1 Introdução

Para o levantamento de um modelo descrito por uma *função de transferência* da planta $P(s)$, *mono-tanque*, é necessário fixar algumas condições iniciais para uma estimação apropriada. Dentre elas:

- Controle em malha aberta;
- Vazão constante de 1160 l/h;
- Abertura plena de todos os registros.

Observação 11 Não alterar as configurações do processo em hipótese alguma enquanto estima-se a função de transferência do processo.

Para a coleta dos dados utilizei um osciloscópio digital da *Hewlet Packard* (HP 34401A), que fornece os dados tanto em forma de vetores de entrada e saída quanto na forma de gráfico. Saliento que estes dados podem ser obtidos na forma de tensão, corrente e ou potência. Sendo coletados nestes experimentos na forma de *corrente contínua*.

A estimação do sistema foi realizada com uma aproximação para um sistema de primeira ordem, ($P(s) = \frac{G_{est}}{\tau s + 1}$), sem *tempo morto*. Onde $P(s)$ é a planta, τ é a *constante de tempo* que o processo leva até atingir 63,2% de seu valor final de estabilização e G_{est} é o ganho estático do processo.

Um desenho esquemático para obtenção do modelo da função de transferência do processo é apresentado na figura (B.1) abaixo.

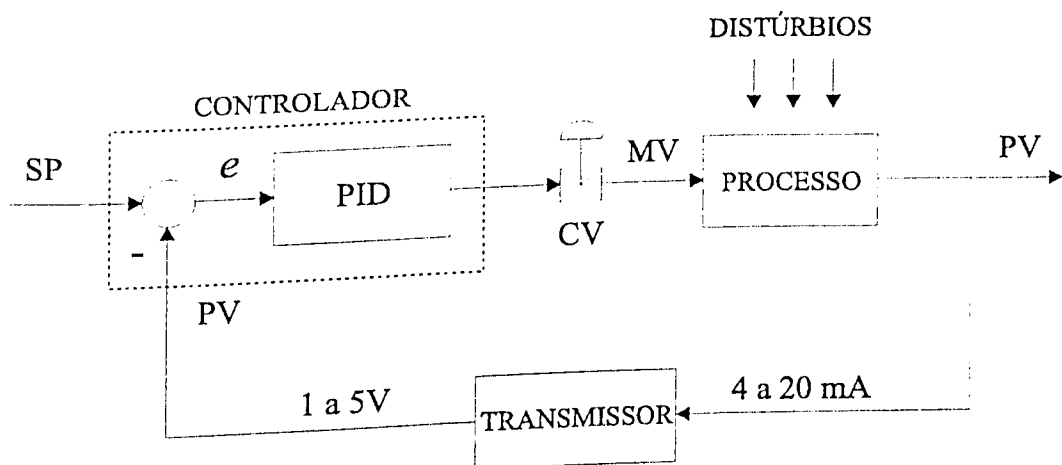


Figura B.1: Esquema p/obtenção da função de transferência

B.2 Ensaios para estimação de um modelo da função de transferência da planta

Os ensaios para estimação do modelo da função de transferência da planta foram realizados em quatro tentativas, sendo duas realizadas para a subida e duas para a descida do nível, respectivamente. As duas primeiras estimações foram efetuadas utilizando uma entrada em degrau a 55% do nível do tanque e, as outras duas a 59,5% do nível.

Destacamos algumas simbologias utilizadas na estimação do modelo da planta:

- MV - Variável medida;
- PV - Variável do processo;
- ΔMV - Variação da variável medida;
- ΔPV - variação da variável do processo;
- G_{est} - Ganho estático.

B.2.1 Primeiro ensaio

Aplicamos uma entrada degrau no processo em malha aberta e monitoramos por um determinado período até que estabilizasse. Obtemos as seguintes respostas para as variáveis MV, PV e G_{est} :

$$\begin{aligned} MV_I &= 55\% & MV_F &= 63,8\% \\ PV_I &= 35\% & PV_F &= 93\% \end{aligned}$$

Onde MV_I variável manipulada inicial, MV_F variável manipulada final, PV_I variável do processo inicial e PV_F variável do processo final.

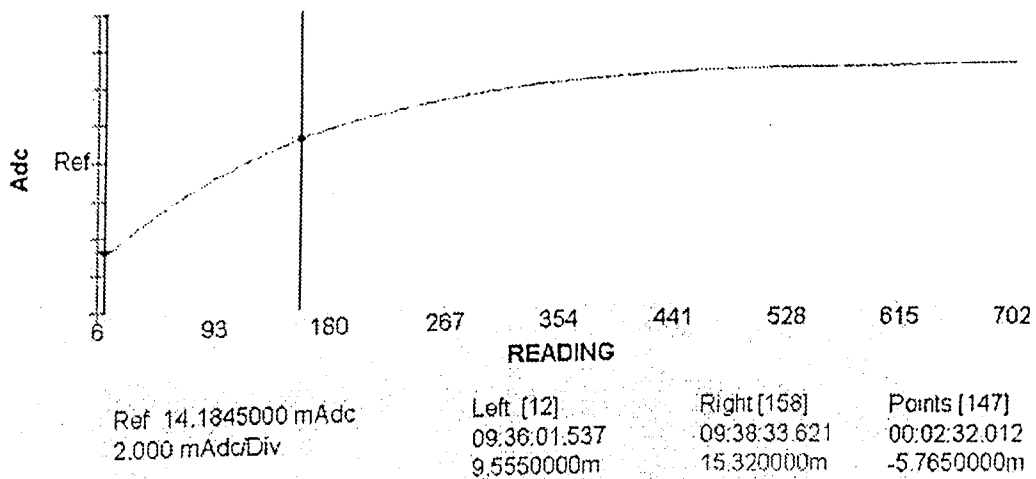


Figura B.2: Constante de tempo do sistema, primeiro ensaio

$$\Delta MV = MV_F - MV_I = (63,8 - 55)\% = 8,8\%$$

$$\Delta PV = PV_F - PV_I = (93 - 35)\% = 58\%$$

$$G_{est} = \frac{\Delta PV}{\Delta MV} = \frac{58\%}{8,8\%} = 6,6$$

E a constante de tempo obtida da figura (B.2) é:

$$\tau = 2,5 \text{ minutos}$$

O modelo da função de transferência do processo encontrada é:

$$P(s) = \frac{G_{est}}{\tau s + 1} = \frac{6,6}{2,5s + 1} \tag{B.1}$$

B.2.2 Segundo ensaio

Os valores medidos da *variável manipulada* e da *variável do processo* são:

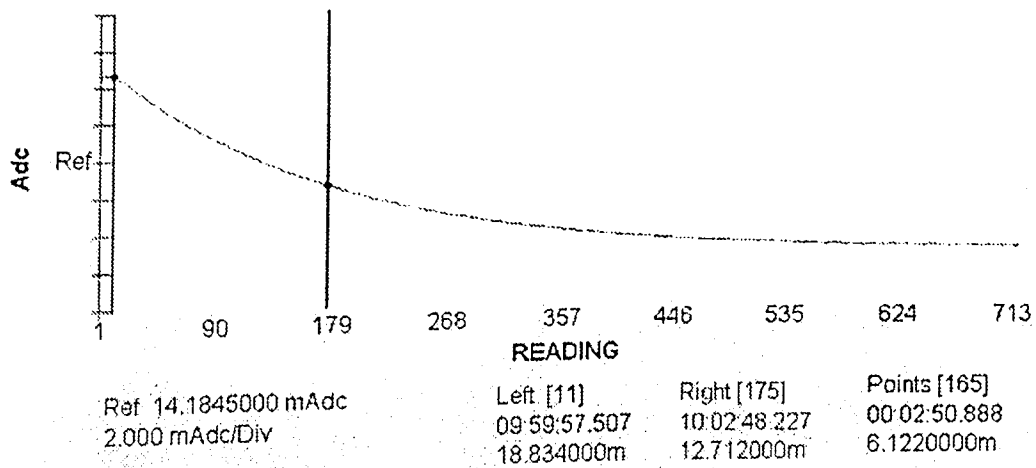


Figura B.3: Constante de tempo do sistema, segundo ensaio

$$MV_I = 63,8\% \quad MV_F = 55\%$$

$$PV_I = 93\% \quad PV_F = 28\%$$

daí temos:

$$\Delta MV = MV_F - MV_I = (55 - 63,8)\% = -8,8\%$$

$$\Delta PV = PV_F - PV_I = (28 - 93)\% = -65\%$$

$$G_{est} = \frac{\Delta PV}{\Delta MV} = \frac{-65\%}{-8,8\%} = 7,4$$

A constante de tempo obtida da figura (B.3) é :

$$\tau = 2,8 \text{ minutos}$$

Sendo assim o modelo da função de transferência do processo encontrada é:

$$P(s) = \frac{G_{est}}{\tau s + 1} = \frac{7,4}{2,8s + 1} \quad (B.2)$$

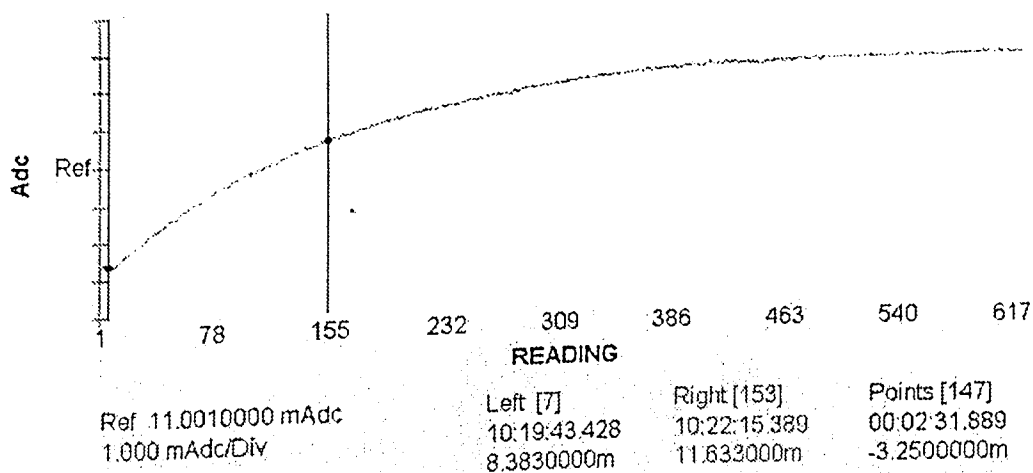


Figura B.4: Constante de tempo do sistema, terceiro ensaio

B.2.3 Terceiro ensaio

Os valores medidos da *variável manipulada* e da *variável do processo* são:

$$MV_I = 55\% \quad MV_F = 59,5\%$$

$$PV_I = 27,9\% \quad PV_F = 60\%$$

daí temos:

$$\Delta MV = MV_F - MV_I = (59,5 - 55)\% = 4,5\%$$

$$\Delta PV = PV_F - PV_I = (60 - 27,9)\% = 32,1\%$$

$$G_{est} = \frac{\Delta PV}{\Delta MV} = \frac{32,1\%}{4,5\%} = 7,1$$

A constante de tempo obtida da figura (B.4) é:

$$\tau = 2,5 \text{ minutos}$$

Sendo assim o modelo da função de transferência do processo encontrada é:

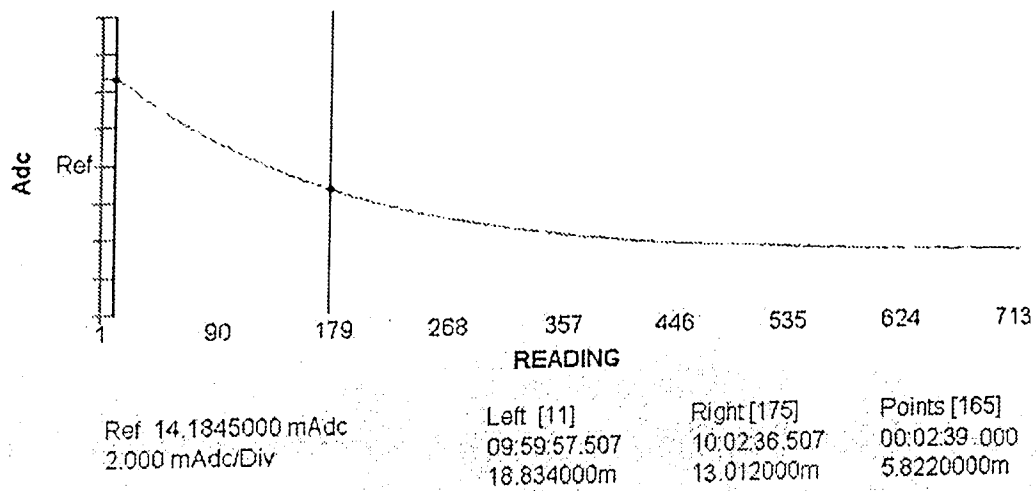


Figura B.5: Constante de tempo do sistema, quarto ensaio

$$P(s) = \frac{G_{est}}{\tau s + 1} = \frac{7,1}{2,5s + 1} \quad (B.3)$$

B.2.4 Quarto ensaio

Os valores medidos da *variável manipulada* e da *variável do processo* são:

$$MV_I = 59,5\% \quad MV_F = 55\%$$

$$PV_I = 60,4\% \quad PV_F = 29,9\%$$

daí temos:

$$\Delta MV = MV_F - MV_I = (55 - 59,5)\% = -4,5\%$$

$$\Delta PV = PV_F - PV_I = (29,9 - 60,4)\% = -30,5\%$$

$$G_{est} = \frac{\Delta PV}{\Delta MV} = \frac{-30,5\%}{-4,5\%} = 6,8$$

A constante de tempo obtida da figura (B.5) é:

$$\tau = 2,65 \text{ minutos}$$

Sendo assim o modelo da função de transferência do processo encontrada é:

$$P(s) = \frac{G_{est}}{\tau s + 1} = \frac{6,8}{2,65s + 1} \quad (\text{B.4})$$

A partir destas quatro *funções de transferência* encontradas, notamos que há uma pequena variação no ganho estático G_{est} e na *constante de tempo* τ do processo. Salientamos que para efetuarmos os experimentos utilizamos um modelo da função de transferência com ganho estático aproximado $G_{est} = 7$ e a *constante de tempo* $\tau = 2,5$, ou seja:

$$P(s) = \frac{7}{2,5s + 1} \quad (\text{B.5})$$

Uma vez levantada o modelo da função de transferência passamos para a implementação dos esquemas de controle *anti-windup* bem como da nova técnica proposta por esta dissertação *CAW/IMC anti-windup*.

Apêndice C

Planta para controle de nível,
pressão e vazão – Mono-tanque

C.1 Introdução

Esta planta foi projetada e elaborada pelo SENAI de Uberaba-MG, com o principal objetivo do ensino didático sobre o controle de processos, bem como implementação de controladores e calibração dos sensores medidores de tensão e corrente. Um desenho esquemático da planta é apresentado na figura (C.1) e um esquema de controle na figura (C.2).

O controle desta planta pode ser feito das seguintes maneiras:

- Controle de nível do líquido;
- Controle de vazão do líquido (entrada e/ou saída);
- Controle de pressão (entrada e/ou saída).

O processo é subdividido em duas partes principais, um *painel didático* e uma *chave digital*.

C.2 Descrição geral do processo

O *painel didático* permite a programação de diferentes configurações de controle com a *instrumentação analógica*, bem como comunicação elétrica com outras plantas e bancadas. No painel estão dispostos todos os pontos de entrada e saída de todos os instrumentos analógicos, tornando-o assim o ponto de configuração principal do sistema analógico. Isto nos permite montar uma malha de controle facilmente, diferenciando a instrumentação de campo, rack e painel, com suas respectivas funções, tipo de ligação e sinal de transmissão.

A *chave digital* permite a seleção sistemática de controle a utilizar.

A alimentação do processo *mono-tanque* é feita em 127V para as tomadas no painel, para as bombas, para o medidor magnético de vazão e para o transmissor de medição tipo turbina e o painel é alimentado por uma fonte de alimentação de 24V_{DC}. Salientamos que o transmissor é do tipo eletro-pneumático e o *elemento final de controle* é

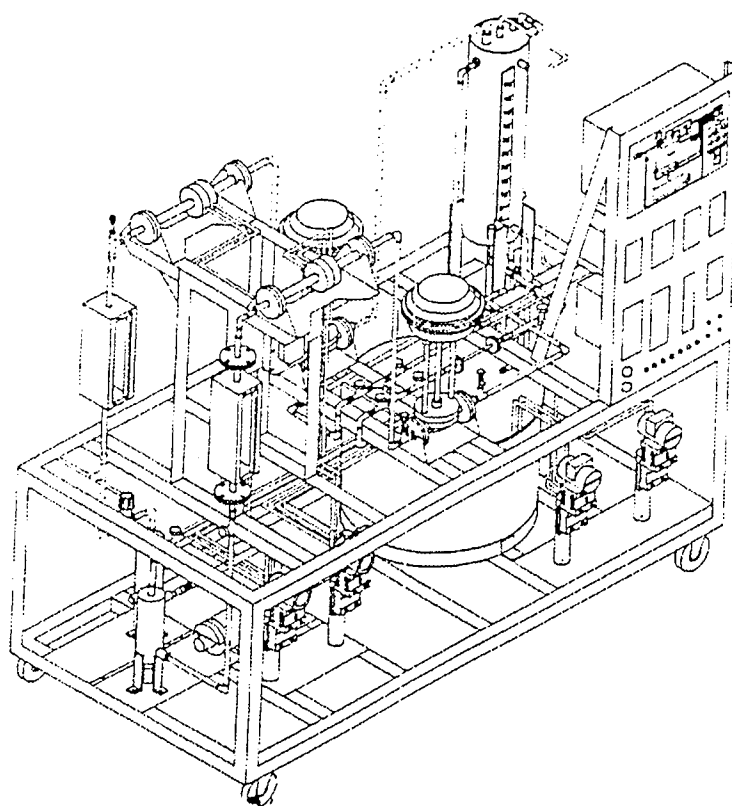


Figura C.1: Modelo da planta mono-tanque

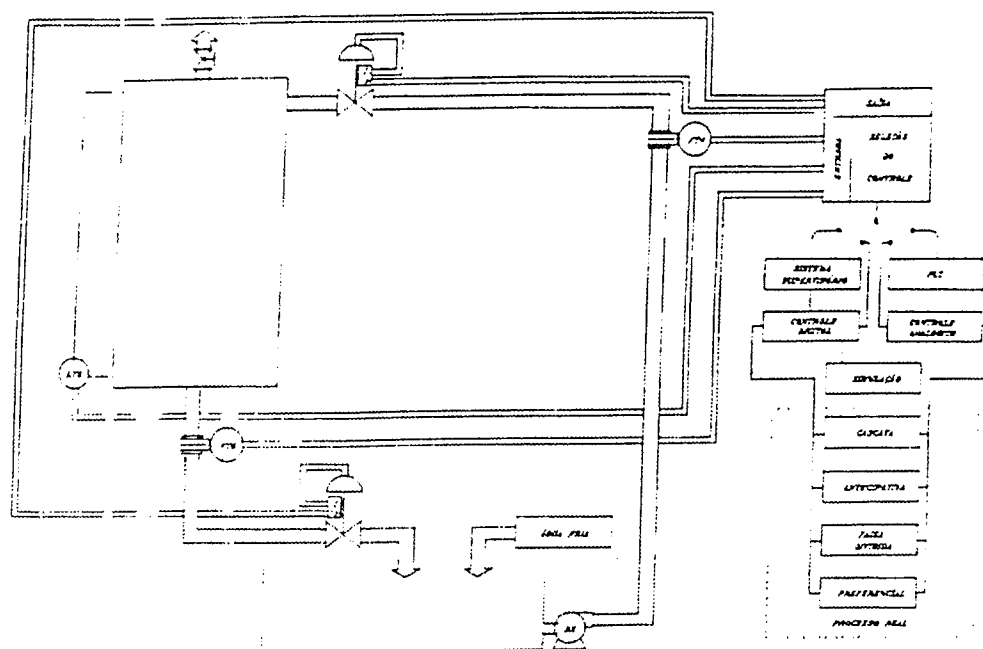


Figura C.2: Esquema de controle de nível, vazão e pressão

uma válvula de controle pneumática *normalmente fechada* (NF), (veja figura C.3). Sua principal função é receber o sinal de controle, dos controladores, e agir proporcionalmente sobre a variável manipulada. Esta válvula proporciona melhor desempenho à *linearidade, histerese, frequência de resposta e sensibilidade*.

A ligação elétrica é feita por um par de fios de alimentação em $24V_{DC}$ e para transmissão de sinal de saída de (4 a $20mA$). A alimentação é feita pelo *distribuidor* que além de converter o sinal de (4 a $20mA$) para (1 a 5V), sinal de entrada no controlador, isola o painel do campo.

Quanto ao fornecimento de ar para a planta, é feito por um *compressor de êmbulo* com dois cilindros, figura (C.4). Ele contém um *filtro de óleo* para reter as partículas de óleo inseridas pelo êmbulo do compressor, bem como partículas sólidas. Possui também um *desumidificador* para fazer o resfriamento do ar dentro de uma câmara com palheta retirando a água contida no ar. Uma *câmara secadora*, a qual é responsável para fazer a secagem completa do ar, um *filtro de bronze sintetizado* para reter as eventuais impurezas

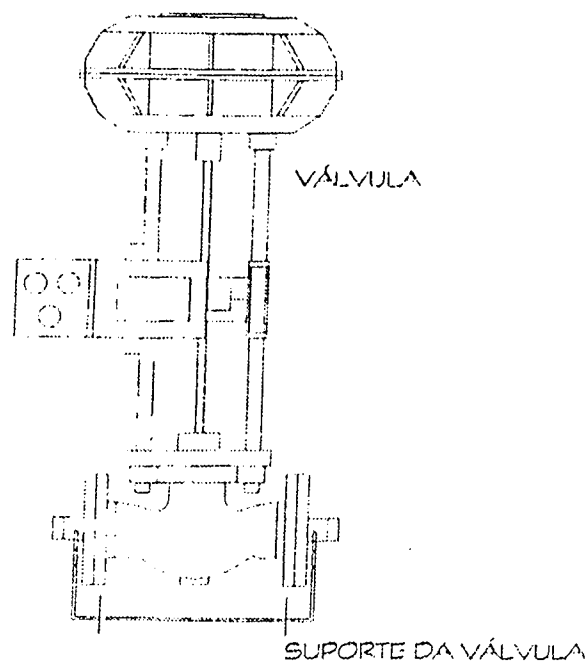


Figura C.3: Válvula eletro-pneumática

e por último uma *válvula seguradora de pressão* que fornecerá uma pressão regulada e estável ao processo.

C.3 Implementação prática dos esquemas de controle

Todos os esquemas de controle foram implementados utilizando o controlador digital multi-loop, CD600, da Smar que possui um software, *conf600*, que trabalha com o conceito de blocos de função que combina, no mesmo bloco, várias funções inter-relacionadas. Estes blocos de funções computacionais e de controle necessárias para estratégias avançadas de controle são oferecidos de uma forma muito fácil de serem utilizados. Tornando bem mais fácil a implementação das estratégias de controle tratadas nesta dissertação.

Todos os blocos disponíveis estão pré-ordenados em uma área do *conf600*, bastando interligá-los, ajustar seus parâmetros e caracterizá-los conforme sua utilização. A troca de informações entre o algoritmo de controle utilizado e o processo, se dá através dos blocos

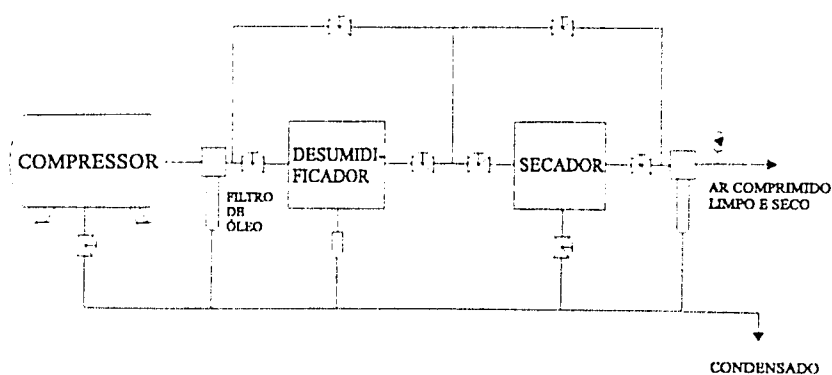


Figura C.4: Compressor de ar

de entrada e saída (analógicas e/ou digitais). Estes blocos estão *fisicamente* ligados à borneira do controlador. Por exemplo, o bloco de entrada analógica nº 001, pode ser utilizado para leitura e processamento do sinal que está entrando nos bornes referentes à entrada analógica nº 001.

Os blocos descritos no controlador CD600 tem uma função de controle, consistindo de uma ou mais operações matemáticas e/ou lógicas. A função de controle irá relacionar as saídas com as entradas do bloco. As entradas são identificadas através das letras (*A, B, C...*), e as saídas dos blocos identificadas através de números. Com exceção dos blocos de entradas e saídas analógicas e digitais, para os quais as entradas e saídas, respectivamente, estão vinculadas fisicamente aos terminais da borneira. Os números relacionados às saídas dos blocos são de fato, endereços. Cada número refere exclusivamente a uma certa saída de bloco e vice-versa. Há dois tipos de sinais que podem ser trocados entre os blocos, a saber, sinal contínuo e discreto. A transferência dos sinais é feita sempre na forma de porcentagem, ainda que este sinal seja discreto (0% para nível lógico 0, 100% para nível lógico 1).

Além de definir a estratégia de controle através dos parâmetros de ligação, pode-se entrar em cada um dos blocos utilizados e então proceder alterações em sua estrutura (online ou offline). O sinal de saída de um bloco pode ser conectado a tantos blocos quanto se desejar.

Todos os esquemas de controle devem possuir um loop geral, Loop G, o qual contém apenas blocos que podem ser usados simultaneamente por mais de uma malha de controle.

Toda a configuração dos esquemas de controle é feita desenhando-se os blocos de controle e suas interligações de forma similar ao toolbox de controle do matlab (SIMULINK), sendo que trabalha online dando livre acesso a todos os parâmetros e monitorando entrada/saída de todos os blocos, facilitando assim, a localização de falhas das configurações.

Para maiores detalhes sobre o controlador digital multi-loop, CD600 veja o manual de instruções da Smar (web: www.smar.com e/ou e-mail: smarinfo@smar.com).

FU-00010617-1