UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

ESTUDO DO TESTE DE ESFERA - DETERMINAÇÃO DA ISOTROPIA DE CHAPAS METÁLICAS

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Uberlândia por LUIZ CLAUDIO OLIVEIRA * para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, aprovada em 18/12/89 pela Banca Examinadora:

Prof. Henner Alberto Gomide, Ph. D.
(orientador - UFU)
Prof. Renan Billa, Dr.
(UFU)
Prof. José Daniel Biasoli de Mello, Dr. Ing.
(UFU)
Prof. José Luiz de França Freire, Ph. D.
(PUC/RJ)

Uberlândia, dezembro de 1989

AGRADECIMENTOS

- ao Prof. Henner Alberto Gomide, pela orientação;

- à CAPES, pela ajuda finaceira;

- aos professores e funcionários do Departamento de Engenharia Mecânica, do Laboratório de Análise Experimental de Tensões, da Oficina Mecânica e do Núcleo de Processamento de Dados da Universidade Federal de Uberlândia, pelas inúmeras contribuições durante todo o curso;

- a todas as pessoas que, através de uma sugestão, uma informação, ou uma prestação de serviço, contribuíram em muito para a execução deste trabalho.

ESTUDO DO TESTE DE ESFERA - DETERMINAÇÃO DA ISOTROPIA DE CHAPAS METÁLICAS

SUMÁRIO

LISTA DE SÍMBOLOS

1 INTRODUÇÃO 1

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 5

3 ANISOTROPIA DE CHAPAS METÁLICAS - TESTE DE ESFERA 8

3.1 Caracterização Geral da Isotropia e Anisotropia 8

3.2 Caracterização Mecano-metalográfica de Discos Agrícolas 11

3.3 Direcionalidade em Diversas Propriedades versus Direcionalidade em Propriedades Mecânicas Específicas: Ensaios Práticos 14

3.4 O Teste de Esfera 16

4 VARIÁVEIS E TERMOS ADIMENSIONAIS DO PROBLEMA 20

4.1 Seleção das Variáveis 20

4.2 Obtenção dos Termos Adimensionais 24

4.3 Condições de Similaridade 27

5 TÉCNICAS EXPERIMENTAIS UTILIZADAS NA OBTENÇÃO DAS TENSÕES 29

5.1 Fotoelasticidade Tridimensional 29

5.1.1 Relações e Parâmetros Fotoelásticos 30

5.1.2 Equações de Equilíbrio em Coordenadas Cilíndricas 33

5.1.3 Equações Finais de Integração 35

5.1.4 Condições de Contorno 37
5.2 Fotoelasticidade de Reflexão 39
5.3 Método dos Elementos Finitos 40
5.3.1 Aplicação do Método 40
5.3.2 Utilização de Programas-produtos 43

6 ANÁLISE DOS RESULTADOS - EQUAÇÕES COMPONENTES E PREDITIVA 45

6.1 Resultados Obtidos 45
6.2 Comparação de Resultados 51
6.3 Critério de Avaliação do Estado de Tensões 59
6.4 Equações Componentes e Equação Preditiva 67

7 DISCUSSÃO 75

7.1 Fundamentos dos Testes de Análise da Isotropia e suas Variáveis Características 75
7.2 Técnicas Experimentais e Critérios Adotados 78
7.3 Equacionamento Geral do Problema 84
7.4 Teste de Esfera: Especificações, Ensaios e Resultados Práticos de Aplicações 86

8 CONCLUSÃO 92

9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 94

10 APÊNDICE 99

10.1 Apêndice A - desenvolvimento de equações e procedimentos 99
10.2 Apêndice B - resultados experimentais (fotoelasticidade) 102
10.3 Apêndice C - resultados experimentais (elementos finitos) 106
10.4 Apêndice D - teste de equações componentes e tabelas de energia de distorção 147

OLIVEIRA, L. C., Estudo do Teste de Esfera - Determinação da Isotropia de Chapas Metálicas. Uberlândia, 1989, 152 p.

RESUMO

O objetivo deste trabalho é a generalização do Teste de Esfera, padronizado pela NBR 9113/85, visando a sua aplicação a discos agrícolas, ou mesmo a simples chapas metálicas, de qualquer espessura num nível de energia interna pré-fixado. Este teste apresenta restrições à sua aplicação, devido à falta de estudos sistemáticos relacionando suas principais variáveis. Após uma revisão dos conceitos de isotropia mecânica ligados ao assunto e uma discussão sobre as variáveis e termos adimensionais do teste, este trabalho utiliza a técnica experimental da Fotoelasticidade e uma simulação numérica computacional baseada no Método dos Elementos Finitos para a obtenção do estado de tensões no interior de várias geometrias de placas. É utilizado um critério de resistência baseado na energia de distorção interna, definindo-se as regiões críticas como aquelas de tensões elásticas que resultam em maiores níveis de energia de distorção. Ao final, através da equação preditiva desenvolvida obtêm-se as geometrias de teste necessárias para concretizar os objetivos acima descritos, realizando-se ainda testes sumários em discos de arado, numa aplicação prática da formulação desenvolvida.

TESTE DE ESFERA, ANISOTROPIA DE PLACAS, PLACAS COM FURO, SIMILITUDE, FOTOELASTICIDADE TRIDIMENSIONAL E DE REFLEXÃO, MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.

OLIVEIRA, L. C., Study of the Ball Test-Determination of Anisotropy in Metal Plates, Uberlândia, 1989, 152 p.

ABSTRACT

This work aims the generalization of the Ball Test towards its application to every thickness of disk blades or metal plates on a predetermined internal energy level. The standard procedure is given by NBR 9113/85. A lack of systematic studies of the relationship between the main variables of the test leads to restrictions on its application. This work first reviews mechanical anisotropy concepts related to the subject and discusses the test variables and adimensional terms. Then, the stress distribution inner several geometries of plates is obtained by using the esperimental technique of Photoelasticity and a numerical computer simulation based on the Finite Element Method. A failure theory founded on internal distortion energy is employed, critical points being defined by maximum distortion energy levels. The results are a formulation of test geometries which enable the performance of tests accordingly to the purpouses stated above, by means of the prediction equation developed. Practical data from initial stages of the developed formulae application on disk blades are also available.

BALL TEST, ANISOTROPY IN PLATES, PLATES WITH A HOLE, SIMILITUDE, THREE-DIMENSIONAL PHOTOELASTICITY AND BIREFRINGENT COATINGS, FINITE ELEMENT METHOD.

LISTA DE SÍMBOLOS

SÍMBOLO	SIGNIFICADO	UNIDADE
A	linha auxiliar na integração numérica sucessiva das tensões	-
AB	linha de integração numérica sucessiva das tensões	-
$\vec{a}$	vetor das deformações do sistema	mm
a_i	i-ésimo elemento do vetor $\vec{a}$	mm
B	linha auxiliar na integração numérica sucessiva das tensões	-
D	diâmetro interno do anel de apoio	mm
D_m	D no modelo	mm
d	diâmetro do orifício feito no disco de arado ou placa	mm
d_m	d no modelo	mm
d_e	diâmetro da esfera	mm
d_{em}	d_e no modelo	mm
dU_{dist}	diferencial da energia potencial de deformação elástica devido à distorção	N.mm
dU_{total}	diferencial da energia potencial de deformação elástica total	N.mm
dV	elemento infinitesimal de volume	mm^3
E	módulo de elasticidade	Pa
E^s, E^c	módulo de elasticidade no espécimen (s) e na camada (c)	Pa

SÍMBOLO	SIGNIFICADO	UNIDADE
ε	valor constante de Π_1	*
ε_{ref}	valor constante de Π_1 associado a k para relacionar curvas em níveis diversos a um valor de referência	*
F	força total aplicada	N
F_m	F no modelo	N
F( )	função das variáveis entre parênteses	-
F_m( )	F( ) no modelo	-
$f($ $)$	função das variáveis entre parênteses	-
$\vec{f}_p$	vetor das forças devido a cargas distribuídas	N
f_{p_i}	i-ésimo elemento do vetor $\vec{f}_p$	N
$\vec{f}_{\varepsilon_0}$	vetor das forças devido a deformações iniciais	N
$f_{\varepsilon_{0i}}$	i-ésimo elemento do vetor $\vec{f}_{\varepsilon_0}$	N
f_y	componente da força total aplicada por radiano na direção y	N/rad
f_z	componente da força total aplicada por radiano na direção z	N/rad
G	módulo de rigidez transversal	Pa
K	valor da franja do material fotoelástico	N/mm
$\vec{K}$	matriz de rigidez do sistema	
K_{ij}	elemento da linha i, coluna j, de $\vec{K}$	N/mm

SÍMBOLO	SIGNIFICADO	UNIDADE
k	fator associado a ε_{ref} para relacionar curvas em níveis diversos a um valor de referência	*
L	comprimento de integração de dU_{dist}/dV	mm
l	variável de comprimento fundamental na definição dos conjuntos independentes de termos adimensionais	mm
N	ordem de franja na Fotoelasticidade de Reflexão	*
N_r, N_z, N_θ	ordem de franja, na Fotoelasticidade Tridimensional, nas direções r, z, θ	*
N_e	número de elementos	-
N_L	número de linhas	-
n_F	escala de forças	*
n_L	escala de comprimento	*
P	variável de força fundamental na definição dos conjuntos independentes de termos adimensionais	N
P_i	i-ésima variável com unidade de força	N
$\vec{q}$	vetor das forças do sistema	N
q_i	i-ésimo elemento de $\vec{q}$	N
q_1	carga distribuída em linha no bordo superior do orifício da placa	N/mm
q_2	reação distribuída em linha no diâmetro de apoio da placa no anel de apoio	N/mm
r	coordenada do sistema $r \times z \times \theta$	mm

SÍMBOLO	SIGNIFICADO	UNIDADE
t	espessura do disco ou placa	mm
t_m	t no modelo	mm
t_r, t_z, t_θ	espessura da fatia de material foto-elástico, na Fotoelasticidade Tridimensional, nas direções r, z, θ	mm
t^c	espessura da camada de material fotoelástico, na Fotoelasticidade de Reflexão	mm
t_{disco}	espessura do disco ou placa antes de ser corrigida pelo coeficiente do nível de energia	mm
$t_{gráfico}$	espessura do disco ou placa após a correção do nível de energia	mm
u_i	i-ésima variável do problema	(genérica)
x	coordenada do sistema $x \times y \times z$	mm
x_i	i-ésima coordenada de um sistema genérico de coordenadas $x_1 \times x_2 \times x_3$	mm
y	coordenada do sistema $x \times y \times z$	mm
z	coordenada do sistema $x \times y \times z$ ou $r \times z \times \theta$	mm
α	ângulo de aplicação de q_1	rad
η_i	i-ésimo deslocamento de contorno pré-estabelecido	mm
θ	coordenada do sistema $r \times z \times \theta$	mm
λ_i	i-ésima variável com unidade de comprimento	mm

SÍMBOLO	SIGNIFICADO	UNIDADE
ν	razão de Poisson	*
ν_m	ν no modelo	*
ν^c	razão de Poisson do material fotoelástico da camada aplicada	*
Π_i	termo adimensional ou Π-termo de Buckingham	*
Π_{i_m}	Π_i no modelo	*
π	número π (3,1415)	*
σ	tensão genérica	Pa
σ_m	σ no modelo	Pa
σ_{DL}	tensão de distorção num comprimento L, definida pela equação (6.4)	Pa
σ_x, σ_y, σ_z	tensão normal na direção x, y, z	Pa
σ_r, σ_z, σ_θ	tensão normal na direção r, z, θ	Pa
σ_1, σ_2	tensões principais no plano	Pa
σ_1^s, σ_2^s	tensões principais no espécimen	Pa
τ_{xy}, τ_{rz}, τ_{zr}	tensões cisalhantes nos planos x, r, z, nas direções y, z, r, respectivamente	Pa
ϕ	ângulo da direção das tensões principais	rad

Além destas existem outras variáveis, com utilização restrita a um único ponto ou passagem, que são localmente definidas (páginas 17, 28, 35, 66, 73 e no apêndice páginas 101 a 102, 105, 106 a 107 e 108 a 146, 150, 151, 152).

*termos adimensionais

ESTUDO DO TESTE DE ESFERA - DETERMINAÇÃO DA ISOTROPIA DE CHAPAS METÁLICAS

1 INTRODUÇÃO

A anisotropia é constantemente observada em produtos siderúrgicos, principalmente naqueles submetidos a processamentos termo-mecânicos intensos. Isto se deve, em sua maior parte, às impurezas inerentes à matéria-prima e às deformações que o material sofre, durante os processamentos, até ser obtido o produto final. Quando este produto está inserido numa linha de produção em grande escala, não há margem para o emprego de processos muito dispendiosos em sua fabricação. Desse modo, os meios para se combater a anisotropia de forma econômica estão no conhecimento dos efeitos de cada processamento sobre os diversos tipos de matéria-prima utilizada. Menores exigências na qualidade da matéria-prima vão levar a um tratamento mais sofisticado, enquanto que uma matéria-prima selecionada dispensa tratamentos extras na fabricação. Devido à complexidade dos fatores envolvidos nos processamentos termo-mecânicos, a determinação das propriedades mecânicas finais de um produto, após uma série de processamentos, é feita necessariamente através de ensaios práticos do material, ou seja, através de testes mecânicos.

Dentre os produtos que se enquadram neste contexto estão as ferramentas de preparo do solo, que são uma componente de grande importância nas atividades agrícolas. O estudo destas ferramentas, quanto às solicitações a que são submetidos e quanto ao seu controle de qualidade, é fundamental para um bom projeto e um perfeito desempenho da peça projetada. As ferramentas mais comumente empregadas são os discos para máquinas agrícolas, fabricados a partir de chapas metálicas cujos materiais, de composição diversa, sofreram um determinado tipo de laminação, seja unidirecional, cruzada ou multidirecional.

O controle de qualidade dos discos agrícolas, no tocante à isotropia de suas propriedades mecânicas, é geralmente feito por um ensaio denominado *teste de esfera*, que é padronizado por normas e utilizado internacionalmente. Neste ensaio, força-se uma esfera de aço, de alta resistência e dureza, a atravessar um orifício, feito no disco especialmente para o ensaio, cujo diâmetro é menor que o da esfera. O grau de isotropia do material do disco é determinado através do exame da aleatoriedade e extensão das trincas produzidas, após a ruptura do material do disco pela passagem forçada da esfera. Este teste apresenta vantagens em relação a outros testes, seja por dispensar a fabricação de corpos de prova, pois é realizado na própria peça, seja por sua facilidade de execução. No entanto, o teste de esfera ainda não está suficientemente estudado de maneira sistemática e científica, e talvez por isso mesmo apresente limitações à sua aplicação. Tratando-se, então, de um ensaio que pode facilitar a determinação de uma propriedade crítica, em um produto de larga utilização, um estudo pormenorizado visando generalizá-lo não é somente de interesse geral, como também necessário.

Para estudar o teste de esfera o presente trabalho apresenta, inicialmente, uma discussão dos materiais e processamentos utilizados na fabricação de chapas metálicas, em questões ligadas à isotropia. São discutidos os aspectos mais gerais da isotropia e anisotropia, com ênfase na anisotropia em produtos de tratamentos termo-mecânicos, mais particularmente as chapas utilizadas na fabricação de discos agrícolas. Logo após, é feita uma análise do teste de esfera quanto à sua geometria, distribuição de esforços e também quanto às propriedades a serem consideradas, com o objetivo de se obterem variáveis suficientes para caracterizá-lo. Segue-se um estudo adimensional do problema, onde as variáveis obtidas são transformadas em parâmetros adimensionais, sendo então estabelecidas as condições para se conseguirem as relações modelo-protótipo. Com isso, conclui-se a etapa de caracterização do problema e estudo teórico, com vistas a uma subseqüente coleta de dados através de modelagem.

Na coleta de dados, a prática da análise experimental de tensões mostrou ser necessário a utilização de técnicas experimentais propriamente ditas em conjunto com simulações numéricas do problema. O estado de tensões no interior do disco foi determinado, dessa forma, com dados provenientes destas duas fontes. Dentre as técnicas experimentais disponíveis, trabalhou-se com a Fotoelasticidade Tridimensional, na construção e análise de modelos, e com a Fotoelasticidade de Reflexão, na determinação de tensões em superfícies. Na simulação numérica computacional, empregou-se um programa-produto fundamentado no Método dos Elementos Finitos, que forneceu resultados em grande quantidade, e bastante precisos, como será demonstrado no trabalho através de análise comparativa com os resultados da Fotoelasticidade.

A partir dos valores de tensão obtidos foram determinadas as equações componentes, que vão descrever a variação das tensões de von Mises (máxima energia de distorção), na região crítica do disco, ao se variarem os parâmetros adimensionais. Estas equações permitem encontrar a equação preditiva relacionando modelo e protótipo. Finalmente, a equação preditiva é analisada de forma a se conseguirem os valores dos diâmetros do orifício e da esfera necessários para situar os testes, realizados em discos ou placas de qualquer espessura, num determinado nível de energia interna de distorção, dentro do regime elástico, até o início do escoamento. Este nível de energia estará sempre relacionado a uma geometria de teste já padronizada por norma.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A orientação preferencial em metais trabalhados e submetidos a tratamentos térmicos é abordada por Dillamore et alii [1]. Mais recentemente, Wilson [2] trata das origens da direcionalidade em propriedades mecânicas, relacionando propriedade mecânica com estrutura direcional em metais trabalhados. Biasoli et alii [3] fazem uma caracterização mecano-metalográfica de discos de arado, com resultados sobre direcionalidade da estrutura interna conseguidos através de análise metalográfica e testes de tração em direções perpendiculares entre si.

Na área de implementos agrícolas, as bases do projeto de ferramentas de preparo do solo foram lançadas por Nichols [4]. Reed [5] descreve os equipamentos e procedimentos para o preparo do solo. Reed et alii [6,7] desenvolveram equipamentos para analisar o desgaste de materiais e realizar testes de impacto e fadiga em discos. No campo da padronização de produtos, a NBR 6192 [8] normaliza as chapas de aço laminadas a quente para a fabricação dos equipamentos agrícolas, quanto às dimensões gerais das chapas, os tipos de aço a serem utilizados e os teores máximos de alguns elementos. Com referência específica a discos côncavos, a NBR 9107 [9] prevê sua classificação quanto às dimensões gerais, sistema de fixação e tipo de disco, a NBR 9108 [10] faz uma especificação quanto ao controle de qualidade de algumas características básicas e a NBR 9110 [12] traz a padronização das dimensões. Os discos planos são padronizados pela NBR 9200 [13]. Existem, ainda, normas complementares, referentes a terminologia e diversos ensaios, citadas pelas normas anteriores de acordo com suas exigências específicas. Os catálogos de fabricantes nacionais e extrangeiros trazem informações superficiais sobre a composição química dos discos [14,15] e seu processo de fabricação [14], sendo mais precisos quanto aos tipos e dimensões dos produtos fabricados [14 a 21], mais variados que os previstos nas normas. Também constam nestes catálogos menções sobre alguns tipos de falhas mais usuais [19], resultados de análise metalográfica [14,18] e testes de esfera [15,18], encontrando-se apenas referências superficiais ao procedimento do teste [16]. O teste de esfera para discos de máquinas agrícolas é padronizado pela NBR 9109 [11].

Em estudos de problemas geometricamente análogos ao teste de esfera, o cálculo de tensões e deformações em placas circulares com um orifício central é tema de Wahl e Lobo [20], Wahl e Way [21], Trumpler [22] e Olson [23], que apresentam fórmulas simplificadas e dados para projeto, sendo que Dean [24] faz um estudo de sua estabilidade estática. Placas com configuração semelhante são estudadas por Rao et alii [25] utilizando elementos finitos, cabendo a Goldberg [26] uma análise numérica destas placas carregadas dinamicamente. Placas circulares com um orifício central porém de espessura variável são analisadas por Conway [27] e Basali e Barsoum [28] estudam placas com bordas poligonais.

Com relação a técnicas para obtenção de tensões, a Fotoelasticidade Tridimensional e de Reflexão são descritas por Dally e Riley [29] desde os fundamentos da teoria até as técnicas finais de separação das tensões. Os materiais utilizados na fabricação de modelos, utilizando matérias-primas nacionais, são discutidos por Gomide e Cernosek [30] e Gomide e Smith [31], versando o segundo sobre materiais de rápida obtenção. Oliveira e Gomide [32,33], em trabalhos recentes, desenvolveram materiais nacionais para a técnica da Fotoelasticidade de Reflexão e estudos sobre a aplicação dos materiais desenvolvidos na obtenção de tensões, enfocando o adesivo utilizado na fixação do material fotoelástico e a técnica de separação das tensões. Na simulação computacional, Zinkiewicz [34], referência fundamental e representativa, cobre de maneira bastante abrangente e detalhada o Método dos Elementos Finitos, com ampla bibliografia em cada capítulo. Discute, em seu prefácio, aspectos ligados à bibliografia geral do método. Segerlind [35] fornece principalmente a aplicação prática do método a problemas contínuos, para aqueles que desejam aplicar a técnica a um problema físico e obter resultados numéricos. Clough e Rashid [36] aplicam o Método dos Elementos Finitos a sólidos axi-simétricos. Os manuais teórico [37] e de aplicação prática [38] do programa-produto SAP (Structural Analysis Program) fornecem os elementos necessários para a elaboração de arquivos de dados de entrada e a utilização do programa.

A sistematização de um problema visando a coleta e interpretação de dados, através da Análise Dimensional e Similitude, é o tema do texto-base de autoria de Murphy [39]. Young [40] apresenta uma visão geral da matéria, além de um roteiro bastante completo sobre a obtenção de termos adimensionais para estruturas elásticas e carga estática. Mönch [41] discute a Similitude e a Análise Dimensional em experimentos fotoelásticos. Na regressão de dados, Marquardt [42] estabelece um algoritmo para o caso de parâmetros não lineares e um programa-produto IBM, do "Scientific Subroutine Package" [43], permite a realização deste e de vários outros tipos de regressões não comuns.

3 ANISOTROPIA DE CHAPAS METÁLICAS - TESTE DE ESFERA

O presente capítulo trata, inicialmente, da caracterização, quanto à isotropia, dos materiais utilizados na fabricação de discos agrícolas e, ao final, é feita a conceituação do teste de esfera propriamente dito. A discussão inicial sobre isotropia é necessária por ser de fundamental importância o conhecimento das relações entre estruturas internas, tratamentos termo-mecânicos e propriedades mecânicas, sem o qual não é possível uma avaliação completa, e correta, dos discos submetidos ao teste.

3.1 Caracterização Geral da Isotropia e Anisotropia

Os metais e ligas são geralmente obtidos a partir do estado líquido. A estrutura do metal ou liga se forma por solidificação, à medida em que são resfriados. Diminuindo a temperatura do líquido, as distâncias interatômicas decrescem. A distância crítica, na qual as ligações entre as camadas externas dos átomos se estabelecem, é atingida em alguns pontos distribuídos ao acaso, os quais constituem os primeiros gérmens de crescimento de cristais. Formam-se, então, malhas, seguindo um mesmo sistema cristalino, mas em direções estabelecidas aleatoriamente. Cada gérmen gera um monocristal, às vezes denominado simplesmente "cristal", cujo crescimento é limitado pelos monocristais vizinhos. O conjunto de monocristais orientados ao acaso forma um policristal. Neste, o tamanho dos monocristais varia de alguns mícrons (10^{-3} mm) a alguns milímetros, segundo a natu reza dos elementos constitutivos do metal e os tratamentos térmicos e mecânicos aos quais foram submetidos. Devido serem as direções dos monocristais estabelecidas ao acaso e ser grande o número de monocristais num policristal, a "média" resultante das propriedades de todos os monocristais, numa determinada direção, tende a ser a mesma, para qualquer direção considerada. Percebe-se, assim, que um policristal formado de numerosos monocristais, anisótropos por natureza, pode freqüentemente ser considerado macroscopicamente isótropo, ou seja, sem direções preferenciais para as propriedades consideradas. [47]

Nos produtos metálicos trabalhados, entretanto, observa-se que as propriedades não são as mesmas em todas as direções. A direcionalidade em propriedades do material tende a ser uma característica proeminente nos produtos de tratamentos termo-mecânicos. Esta dependência das propriedades com a direção é chamada *anisotropia*. Dois tipos gerais de anisotropia são observados nos metais:

- o primeiro tipo denomina-se *anisotropia cristalográfica*, resultante da orientação preferencial de grãos produzida por uma deformação plática severa. Uma vez que a resistência mecânica de um monocristal é grandemente anisotrópica, uma deformação plástica intensa que produza uma forte orientação preferencial causará a um material policristalino uma anisotropia aproximadamente igual à de um monocristal. Deve ser observado que esse tipo de anisotropia é *mais freqüente em materiais não ferrosos*, particularmente quando são severamente deformados na forma de chapas finas. [49]
- o termo *fibramento mecânico* é usado para indicar a direcionalidade na distribuição de fases, segregações e interfaces, direcionalidade esta que resulta da mudança na forma de um agregado durante o trabalho. Desse modo, o padrão geral da direcionalidade corresponde àquele da mudança de forma imposta.

A mudança na forma pode variar bastante em diferentes operações de trabalho, levando ao desenvolvimento de classes bastante diferentes de direcionalidade mecânica numa dada liga. [2]

Destes dois tipos gerais de anisotropia, é o fibramento mecânico, em particular o *fibramento mecânico nos processamentos termo-mecânicos*, o principal fator de direcionalidade que importa analisar no caso de discos agrícolas. Para isso deve-se, inicialmente, fazer uma importante distinção entre as partículas de segunda fase que são solúveis durante os tratamentos térmicos aplicáveis e aquelas que não são, porque as primeiras podem ser redistribuídas e refinadas por tratamento térmico. Sendo assim, inclusões não metálicas insolúveis são geralmente a causa dominante da baixa dutilidade transversal em aços hipoeutetóides trabalhados, enquanto que faixas de carboneto não dissolvidas são freqüentemente mais importantes em aços-ferramenta com alto teor de carbono. Nestes casos, *além dos efeitos da distorção geral da rede de inclusões não solúveis durante o trabalho, mudanças na forma e/ou fragmentação das partículas individuais podem influenciar fortemente a direcionalidade resultante*. Em geral, inclusões dúteis e plásticas, que são esticadas até formarem interfaces de grande extensão e baixa resistência, são mais prejudiciais á dutilidade *transversal*. Por outro lado, as inclusões que são frágeis podem ser fragmentadas e, se os fragmentos estão suficientemente separados, a dispersão resultante pode ser menos prejudicial do que camadas de grandes partículas. Como exemplo tem-se, num extremo, os óxidos com alto ponto de fusão que, apesar de manterem uma resistência ao escoamento relativamente alta durante o curso do trabalho podem, no entanto, ter suas partículas maiores quebradas e dispersas até certo ponto. No outro extremo, inclusões de sulfeto de maganês são altamente plásticas em todas as temperaturas de trabalho. Porém, reduções drásticas na plasticidade dos sulfetos em aços acalmados podem ser conseguidas através de adições de um certo número de elementos, incluindo zircônio e "terras raras". Devido à importância dos efeitos do fibramento mecânico, *a obtenção de conteúdos com baixo teor de inclusões e também o controle da forma das inclusões são de particular interesse com relação à exploração de tratamentos termo-mecânicos.* [2]

Além das fontes de fibramento mecânico mencionadas, existem várias outras características microestruturais que podem influenciar a direcionalidade em aços laminados sob controle. Por exemplo, o padrão da distribuição de produtos de transformação e as segregações das impurezas nos contornos da austenita original podem influenciar a propagação de trincas no produto final. A transformação nos grãos de austenita alongados pode também ser um fator limitando o tamanho do grão de ferrita no produto final. Finalmente, existe uma evidência crescente de que a textura cristalográfica pode ser uma variável significante em aços laminados sob controle. [2]

3.2 CARACTERIZAÇÃO MECANO-METALOGRÁFICA DE DISCOS AGRÍCOLAS

Existe variedade tanto no tipo de matéria-prima utilizada na fabricação de discos para máquinas agrícolas quanto nos processamentos termo-mecânicos iniciais da mesma. Ênfase especial é dada ao efeito nocivo das inclusões presentes na matéria-prima, em particular os sulfetos. Alguns fabricantes utilizam matéria-prima com teores reduzidos de enxofre, enquanto que outros não são tão exigentes quanto a este teor, procurando minimizar o efeito nocivo destas inclusões através da laminação cruzada ou multidirecional. Estes materiais, procedimentos e seus efeitos serão discutidos a seguir. [3]

Três dos maiores fabricantes nacionais [3] utilizam as seguintes matérias-primas e respectivos processamentos iniciais, representativos do mercado nacional: *a)* chapa já laminada recebida em bobina, com exigências quanto ao teor máximo de enxofre, sendo que o fabricante da chapa faz somente laminação unidirecional; *b)* lingotes de produção própria, laminados de forma cruzada; *c)* material rodante de veículos ferroviários, que sofre laminação multidirecional. Os tratamentos posteriores (corte, conformação, tratamentos térmicos etc.) são equivalentes para estes fabricantes. Existem, ainda, fabricantes extrangeiros [14] que utilizam matéria-prima com composição especial, seja para reduzir ou controlar a forma das inclusões. Estes fabricantes adicionam à composição de sua matéria-prima certos elementos dentre os quais alguns conhecidos como "terras raras". Generalizando estas informações, podem-se classificar as matérias-primas a serem laminadas nos seguintes tipos básicos:

- material com teores máximos permissíveis de inclusões, em particular o enxofre;
- material com baixos teores de inclusões de enxofre;
- material com enxofre + aditivos.

Os tratamentos iniciais dados a estas matérias-primas, *sem correspondência de ordem ou número com os tipos anteriores*, são de três tipos:

- laminação unidirecional (comum);
- laminação cruzada;
- laminação multidirecional.

Partindo-se para a análise dos efeitos da laminação na estrutura interna e nas propriedades à tração dos discos de arado, *através de análise metalográfica* dos mesmos verifica-se que o material que sofre somente laminação unidirecional apresenta, na sua estrutura metalúrgica interna, uma direção de laminação bem definida. Sendo assim, existe uma relação direta entre o tipo de laminação e a estrutura metalúrgica resultante, ou seja, as laminações cruzada e multidirecional reduzem efetivamente a direcionalidade na estrutura metalúrgica. Esta direcionalidade, no entanto, é uma direcionalidade perceptível, visível, da estrutura metalúrgica interna do material. Isto não indica direcionalidade nas propriedades mecânicas do material. *Através de ensaios de tração*, os resultados obtidos em duas direções perpendiculares entre si, para os três maiores fabricantes nacionais, indicam que mesmo quando a análise metalográfica apresenta uma direção de laminação bem definida, não foi notada uma influência nitidamente sensível desta direcionalidade da estrutura nas propriedades à tração. Observa-se, desse modo, uma certa equivalência entre os produtos finais obtidos a partir das matérias-primas e processamentos iniciais descritos no parágrafo anterior, com relação às propriedades à tração (limite de escoamento, de resistência e alongamento). [3]

Concluindo-se esta caracterização particular da anisotropia em discos agrícolas, percebe-se que, como as matérias-primas têm uma composição diversa entre si, são os processamentos iniciais (laminações iniciais) que contribuem para definir, em grande parte, a isotropia do produto final, já que somente estes processamentos são fundamentalmente diversos entre si. Tratamentos posteriores podem melhorar a qualidade do produto, mas a composição e estrutura da matéria-prima utilizada e o efeito, nesta estrutura, das transformações efetuadas pelas laminações iniciais, determinam a direcionalidade ou não das propriedades mecânicas do produto final. Se foi observada equivalência entre as propriedades mecânicas dos produtos finais citados anteriormente, isto se deve ao fato de que a cada tipo de matéria-prima foi dado um processamento inicial distinto, que testes práticos revelaram, ao final, ser aquele adequado para a obtenção de um produto com propriedades mecânicas isotrópicas.

3.3 Direcionalidade em Diversas Propriedades versus Direcionalidade em Propriedades Mecânicas Específicas: Ensaios Práticos

Após o relato apresentado sobre a estrutura interna dos metais e ligas, das implicações da estrutura interna na isotropia macroscópica, das modificações que se faz nesta estrutura e as conseqüentes mudanças na isotropia, pôde-se, finalmente, aplicar este estudo ao caso particular da fabricação de discos agrícolas. Nesta percebe-se que, em cada etapa da produção, a estrutura interna do material (p. ex. lingote, chapa, disco) encontra-se num estado diverso de isotropia, com relação a várias propriedades. O efeito de cada tratamento em separado pode ser estudado, relacionando a estrutura, antes e depois do tratamento, e as propriedades mecânicas observadas. Entretanto, à medida em que os tratamentos termo-mecânicos vão sendo aplicados, o histórico da peça vai se complicando e a superposição de processamentos diversos, a matérias-primas de composição distinta, torna o problema bastante complexo, com um grande número de variáveis a intervirem. Acrescente-se a isto os diversos fatores microestruturais presentes que podem influir, em menor ou maior grau, no processo de ruptura e ter-se-á idéia da complexidade do problema.

A oposição observada, no item anterior, entre os resultados da análise metalográfica e aqueles de um ensaio prático comprova que, a partir de certo grau de complexidade de tratamentos, a interpretação da estrutura metalúrgica resultante não é tão direta como em cada tratamento separado. O efeito mecânico final dificilmente será previsível através de uma tentativa de "superposição de efeitos" de cada processamento separado ou de uma análise metalográfica da estrutura interna *final*. Para os fins que se tem em mente é necessário, neste ponto, fazer uma clara *distinção* entre a direcionalidade *em diversas propriedades* e a direcionalidade *em propriedades mecânicas específicas*. Uma direcionalidade da estrutura metalúrgica interna, por exemplo, não implica necessariamente uma direcionalidade sensível em determinadas propriedades mecânicas. O controle da isotropia mecânica pode ser feito sem eliminação da anisotropia de uma outra propriedade.

Dentro deste contexto pode-se dizer, então, que, levando-se em conta o aspecto eminentemente prático da questão da isotropia de um produto final, *o fator decisivo na determinação do estado isotrópico em propriedades mecânicas específicas, após uma série de processamentos, deverá ser um ensaio que, de fato, teste as propriedades do material*, quando então se verifica a eficácia da seqüência e tipos de processamentos efetuados. As propriedades testadas vão depender do tipo de ensaio realizado, ou seja, dentre os ensaios possíveis existirá aquele que poderá fornecer informações a respeito das propriedades que se quer testar, ou de outras que levem indiretamente a elas. Isto feito, pode-se, a partir dos resultados experimentais obtidos, estabelecer relações entre estes resultados e as estruturas internas referentes. Por exemplo, tanto uma laminação unidirecional em uma matéria-prima com teores reduzidos de inclusões de sulfeto, quanto uma laminação cruzada em outra com teores máximos, podem produzir o efeito de eliminação da direcionalidade nas propriedades à tração, mesmo que a primeira exiba uma nítida orientação em sua estrutura metalúrgica interna.

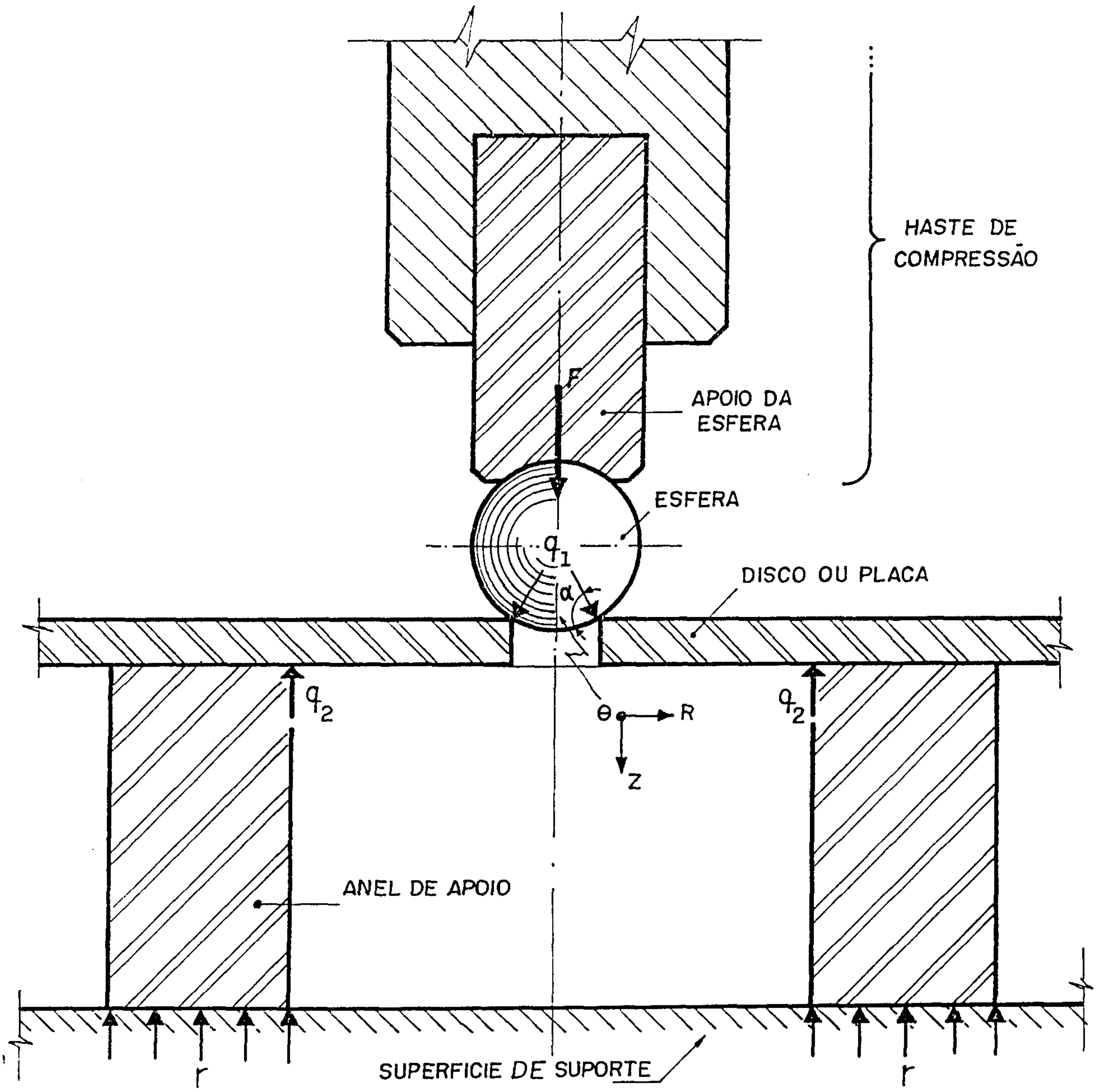
3.4 O TESTE DE ESFERA

Numa descrição sumária quanto ao seu objetivo, à execução do ensaio e aos resultados, o teste de esfera, que é padronizado pela NBR 9109/nov/1985 - *Disco para máquinas agrícolas - Teste de esfera*, descreve um método de verificação das trincas produzidas nos discos para máquinas agrícolas submetidos a este teste. Na execução do ensaio, força-se uma esfera de aço de alta resistência e dureza, de diâmetro d_e, no sentido de atravessar um orifício circular de diâmetro d ($d<d_e$), feito no disco especialmente para o ensaio. O resultado positivo de que o disco passou no teste é indicado pelo exame das trincas produzidas, que não devem ultrapassar a marca deixada pelo diâmetro D do anel utilizado para apoio do disco. As trincas num material isotrópico devem ser aleatórias e de pequeno comprimento, restritas às proximidades do orifício. Trincas longas numa mesma direção indicam que esta apresenta resistência à ruptura bastante inferior às demais direções, o que caracteriza um produto fora dos padrões exigidos pela norma.

Com relação às partes componentes do teste, ao se analisar um conjunto preparado para ensaio numa máquina de teste, podem ser distinguidas as seguintes partes, mostradas na figura 3.1:

- superfície inferior de suporte de todo o conjunto;
- anel de apoio do disco;
- disco agrícola (referido como "placa")
- esfera;
- haste de compressão.

Existem nitidamente, neste conjunto, dois sistemas em atuação: o primeiro, de *aplicação de carga-suporte*, e o segundo, composto de *anel de apoio-placa-esfera*, fazendo os dois uma oposição



CARREGAMENTO

F: FORÇA TOTAL APLICADA [F]

q_1, q_2 } CARGAS DISTRIBUÍDAS EM LINHA $[F]\,[L]^{-1}$

α: ÂNGULO DE APLICAÇÃO DE q_1

r: REAÇÃO DE APOIO DISTRIBUÍDA $[F]\,[L]^{-2}$

LEGENDA

SISTEMA PERMANENTE

SISTEMA CAMBIÁVEL

Fig. 3.1: Partes componentes do teste de esfera.

sistema permanente versus sistema cambiável (v. figura 3.1). A haste de compressão apresenta, em sua extremidade, uma geometria de integração com a esfera, necessária para perfeito apoio da mesma, expressa pela calota esférica do apoio da esfera. A haste também não deve interferir na ruptura do material, o que se consegue fazendo o diâmetro da extremidade da haste (apoio da esfera) no máximo igual ao da esfera utilizada. Como o objetivo central do teste é a placa, pode-se isolar, para análise, o conjunto que vai da extremidade da haste até o anel de apoio, conjunto este mais intimamente ligado à placa e caracterizado por interações geométricas entre as partes e mudanças na distribuição de cargas (e, conseqüentemente, de tensões).

Visando analisar a distribuição de tensões no interior da placa e sua quantificação, podem ser diferenciados, neste conjunto, vários sistemas, subsistemas, interações e partes dos mesmos, de acordo com os interesses e as necessidades que se apresentem. Assim, para uma análise ampla de variáveis com vistas a um estudo adimensional, isolou-se o sistema *anel de apoio-placa-esfera*. Entretanto, para o estudo da variação das tensões na região próxima ao orifício, o sistema *placa-esfera*, um sub-sistema do anterior, mostrou-se suficiente. Para a quantificação da energia de distorção máxima, somente foi considerada a *superfície inferior da placa próximo ao orifício*, ou seja, uma parte de um sistema. Ao final do trabalho, as especificações incluem todas as partes do conjunto: *anel de apoio-placa-esfera-apoio da esfera*.

Numa visão geral de seu funcionamento, o teste de esfera, pela sua configuração geométrica (que apresenta simetria axial e alta concentração de tensões de tração na direção tangencial θ na parte inferior do disco próximo ao orifício), permite que se induza no disco um estado de tensões tal que, se existir um plano $r \times \theta$ com resistência à tração pronunciadamente inferior à dos demais, a alta concentração de tensões fará com que a ruptura do material se inicie neste plano. Na dependência de ser a estrutura do material mais, ou menos, favorável à propagação da ruptura numa mesma direção, o processo tendencioso que se iniciou pode continuar. As etapas sucessivas de deformação e ruptura, à medida em que a esfera vai abrindo caminho e atravessando o disco, vão depender tanto das deformações já realizadas, quanto da estrutura resistente ainda não rompida, quanto ainda da seqüência do tipo de seções a serem encontradas. Como resultado final, o exame das trincas produzidas, quanto à sua aleatoriedade, extensão, tipo, quantidade, desfolhamento e partículas soltas, deve fornecer indícios do grau de isotropia da propriedade de resistência à tração da placa, e também identificar algumas características secundárias do material.

4 VARIÁVEIS E TERMOS ADIMENSIONAIS DO PROBLEMA

Seguindo as etapas gerais, estabelecidas pela Similitude, para a sistematização do estudo e coleta de dados de um problema através de modelos, inicia-se o capítulo com uma ampla seleção de variáveis que descrevem o sistema. Em seguida, a partir de um conjunto de variáveis destacado como suficiente para caracterizá-lo, é obtida uma série de termos adimensionais. A última etapa consiste no estabelecimento das condições de similaridade necessárias para se obter a relação entre modelo e protótipo.

4.1 Seleção das Variáveis

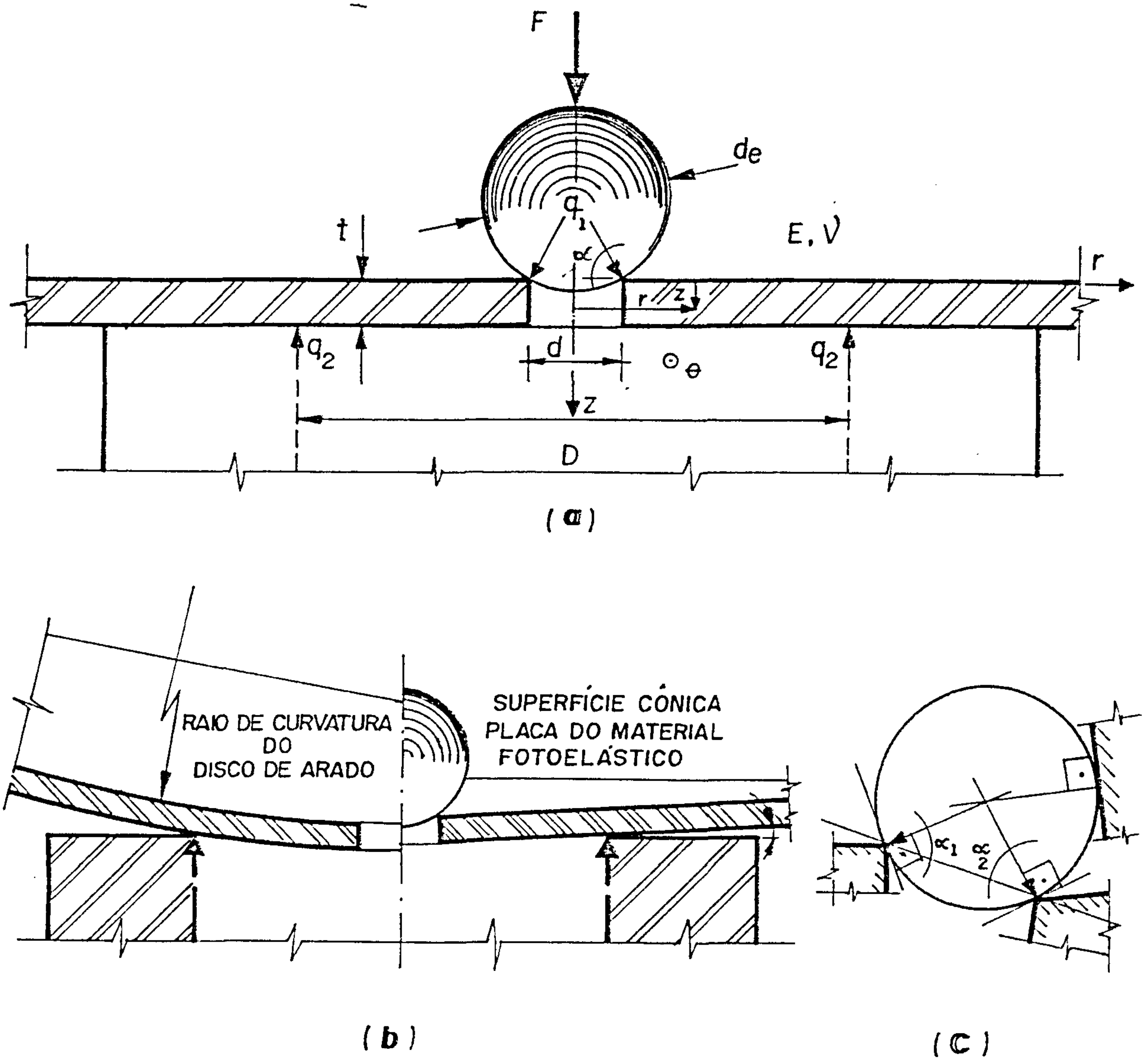
Uma vez definido o problema, as principais variáveis do sistema *anel de apoio-placa-esfera*, com seu carregamento característico, podem ser assinaladas, como mostra a figura 4.1.a. Inicialmente, vai ser relacionada uma série de variáveis geométricas, de carregamento e propriedades físicas que podem ser utilizadas na análise da distribuição de tensões no interior da placa, do ponto de vista da Resistência de Materiais ou Mecânica dos Sólidos. Estas variáveis são:

D: diâmetro interno do anel de apoio

d: diâmetro do orifício

d_e: diâmetro da esfera

t: espessura da placa



CARREGAMENTO:

F: FORÇA TOTAL APLICADA [F]

$\left.\begin{matrix} q_1 \\ q_2 \end{matrix}\right\}$ CARGAS DISTRIBUIDAS EM LINHA $[F]\,[L]^{-1}$

Fig. 4.1: a) sistema *anel de apoio-placa-esfera*, com carregamento característico;

b) justificativa das condições idealizadas de apoio da placa no anel;

c) justificativa das condições idealizadas de distribuição de carga no perímetro superior do orifício.

(r,θ,z): coordenadas de um ponto qualquer da placa

F: carga total aplicada

E: módulo de elasticidade do material da placa

ν: razão de Poisson do material da placa

σ: tensão genérica

Devido à simetria do sistema, as tensões independem da coordenada θ que foi, por isso mesmo, automaticamente excluída do estudo de variáveis. Das três propriedades físicas E, G e ν, somente será necessário considerar duas, já que elas são relacionadas: $G = E / [2(1+\nu)]$. Finalmente, dentre as dimensões do anel de apoio, a única a ser considerada é o diâmetro interno. Isto decorre do modo como se observam as condições de apoio da placa no anel, ilustradas na figura 4.1.b.

Após ter-se diferenciado este sistema e escolhido um conjunto de variáveis que possam descrevê-lo, é necessário ainda fazer referência a algumas variáveis auxiliares, decorrentes da geometria. Estas variáveis podem ser excluídas da análise, pois estão em interdependência com outras. No entanto, elas são importantes para caracterizar de maneira mais ampla o sistema de carregamento. Desse modo, as variáveis relacionadas abaixo não aparecem explicitamente nas formulações do problema, mas auxiliam na sua melhor compreensão.

$q_1 = \dfrac{F}{\pi . d_e}$: carga distribuída
no perímetro superior do orifício
$q_1 = f(F,\ d_e,\ d)$

$q_2 = \dfrac{F}{\pi . D}$: reação distribuída
no perímetro de apoio da placa
$q_2 = f(F,D)$

α: ângulo de aplicação de q_1 com relação ao eixo r (horizontal)

$\alpha = f(d_e, d)$

A reação de apoio (variável q_2) foi idealizada como sendo uma força perpendicular ao plano $r \times \theta$ da placa descarregada, linearmente distribuída no perímetro $r = D/2$ (figura 4.1.b). O apoio da placa somente neste perímetro pode ser verificado tanto para uma placa plana quanto para uma placa em forma de calota esférica (disco agrícola). No primeiro caso, devido à deformação da placa, em forma de cone. No segundo, a própria curvatura da placa faz com que esta tangencie o anel somente em seu perímetro interno, mesmo quando descarregada (nos testes, volta-se sempre a concavidade em direção à esfera). A variável q_1, também idealizada como linearmente distribuída num perímetro, neste caso $r = d$, apresenta, porém, um ângulo de aplicação, decorrente da geometria da esfera (figura 4.1.c), não influindo o formato da placa. Quanto à placa, o raio de curvatura dos discos sendo, na prática, grande, e pequeno o diâmetro do apoio, foi negligenciado o fato desta placa ser curva, simplificando-se o estudo considerando-a sempre plana.

Procede-se, em seguida, a algumas restrições ao conjunto de variáveis. Primeiramente, estabelece-se uma região de maior interesse, que é aquela próxima ao orifício, onde ocorre a ruptura nos testes positivos. Desse modo, o estudo de tensões pode ser restrito a pontos nesta região nos quais as tensões tenham valores máximos. A tensão será, assim, independente do sistema de coordenadas, por se estar realizando um estudo ponto a ponto. Isto acarreta um aumento de trabalho material, mas simplifica-se o equacionamento pela redução do número de variáveis. Em segundo lugar, como se trata de uma avaliação ou determinação somente de tensões, o limite de proporcionalidade é a única pro priedade pertinente a ser considerada. Além disso, para tensões abaixo do limite de proporcionalidade, este está entre as propriedades somente como índice das condições limitantes. Porém, se houver distorção do protótipo, além do limite de proporcionalidade, E ou G ou ambos se tornam importantes [39]. Após estas restrições, obtêm-se as variáveis suficientes para caracterizar o sistema em estudo:

$$\sigma,\ D,\ d,\ d_e,\ t,\ F,\ \nu.$$

4.2 Obtenção dos Termos Adimensionais

Tratando-se de uma estrutura elástica e carga estática, a tensão σ genérica pode ser descrita pela seguinte relação funcional [40,41]:

$$\sigma = f(x_i,\ l,\ \lambda_i,\ P,\ P_i,\ \eta_i,\ E,\ \nu) \qquad (4.1)$$

onde: x_i: coordenadas do ponto onde se avalia a tensão

$l,\ \lambda_i$: comprimentos necessários e suficientes para descrever a geometria, tais como dimensões, pontos de aplicação de cargas concentradas e comprimento e localização de cargas distribuídas

$P,\ P_i$: forças aplicadas

η_i: restrições a deslocamentos de contorno

A distinção ao escrever-se l e λ_i está indicando que l e λ são do mesmo tipo, ou melhor, mesma dimensão, porém l é única e distinta das outras variáveis. Ao se arbitrar uma das variáveis com dimensão de comprimento como sendo l, esta variável vai aparecer nos termos onde l se encontra. As outras variáveis de mesma dimensão serão chamadas $\lambda_1,\ \lambda_2,\ \ldots,\ \lambda_n$ e formarão os termos λ_1/l, λ_2/l, ... , λ_n/l. Qualquer uma das variáveis com esta dimensão pode ser especificada como sendo l porém, após esta especificação inicial, todas as outras variáveis de comprimento são automaticamente determinadas como λ_i. A distinção entre P e P_i é análoga àquela entre l e λ_i.

Utilizando-se a Análise Dimensional e o Teorema dos Π-termos de Buckingham, pode-se reescrever a relação (4.1) em função de termos adimensionais ou Π-termos [40,41] como:

$$\frac{\sigma l^2}{P} = f\left(\frac{x_i}{l}, \frac{\lambda_i}{l}, \frac{\eta_i}{l}, \frac{P}{El^2}, \frac{P_i}{P}, \nu \right) \tag{4.2}$$

Devido às restrições anteriores o termo x_i/l é eliminado do estudo e o termo P/El^2 fica restrito às aplicações onde se requeiram deformações e às condições de similaridade. Eliminam-se, ainda, os termos η_i/l e P_i/P, por não existirem restrições a deslocamentos de contorno e existir somente uma força aplicada. Estas simplificações levadas à equação (4.2) fornecem, inicialmente:

$$\frac{\sigma l^2}{P} = f\left(\frac{\lambda_i}{l}, \nu \right) \tag{4.3}$$

Utilizando-se as variáveis pertinentes ao caso particular em estudo, ou seja, fazendo-se $P = F$, $l = d$ e $\lambda_i = d_e$, t, D reescreve-se a equação (4.3) na forma:

$$\frac{\sigma d^2}{F} = f\left(\frac{d_e}{d}, \frac{t}{d}, \frac{D}{d}, \nu \right) \tag{4.4}$$

onde: $\Pi_1 = \dfrac{\sigma d^2}{F}$, $\Pi_2 = \dfrac{d_e}{d}$, $\Pi_3 = \dfrac{t}{d}$, $\Pi_4 = \dfrac{D}{d}$ e $\Pi_5 = \nu$.

Formou-se, assim, através de uma especificação arbitrária, um conjunto base de termos adimensionais independentes. A cacacterística desta arbitrariedade está na escolha da variável l, que poderia ter sido qualquer uma das variáveis D, d, d_e ou t. As outras especificações para l têm as seguintes formações básicas:

$$\frac{\sigma t^2}{F} = f\left(\frac{d_e}{t}, \frac{d}{t}, \frac{D}{t}, \nu \right)$$

$$\frac{\sigma d_e^2}{F} = f\left(\frac{t}{d_e}, \frac{d}{d_e}, \frac{D}{d_e}, \nu \right) \qquad (4.5)$$

$$\frac{\sigma D^2}{F} = f\left(\frac{d_e}{D}, \frac{d}{D}, \frac{t}{D}, \nu \right)$$

As formas destes conjuntos são ainda "básicas" porque, a partir dos termos de cada um deles, podem ser formados outros termos adimensionais derivados dos primeiros. O termo F/Ed^2, como se frisou anteriormente, fica restrito a algumas aplicações específicas. Suas formas básicas são: F/Ed^2, F/Et^2, F/Ed_e^2 ou F/ED^2, respectivamente aos conjuntos das equações (4.4) e (4.5).

Partindo-se das variáveis do sistema, que podem ser generalizadas como u_i, obteve-se um conjunto de termos adimensionais Π_i:

$$(u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7) \rightarrow (\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4, \Pi_5)$$

$$(\sigma, D, d, d_e, t, F, \nu) \rightarrow \left(\frac{\sigma l^2}{F}, \frac{d_e}{d}, \frac{t}{d}, \frac{D}{d}, \nu \right)$$

Tem-se, portanto, um conjunto de cinco termos adimensionais relacionados às sete variáveis suficientes para caracterizar o sistema particular em estudo, segundo a ótica estabelecida e as restrições impostas. Uma vez que um conjunto independente de termos seja determinado, no qual cada termo contém ao menos uma variável que nenhum outro contém, todos os outros conjuntos independentes possíveis podem ser formados, fazendo-se produtos de potências do conjunto original [40]. A escolha da forma final destes termos, por exemplo t/d ou d/t, $\sigma D^2/F$ ou $\sigma t^2/F$, vai depender de condições de ordem prática referentes a facilidades na variação dos termos adimensionais, manipulação de dados e equações e ainda obtenção de resultados numéricos significativos.

4.3 Condições de Similaridade

A equação (4.4) é uma equação geral, que se aplica a vários sistemas, em função das mesmas variáveis. Admitindo-se a existência de dois sistemas: protótipo (verdadeiro sistema de interesse) e modelo (sistema onde serão efetuadas as medidas), admitindo-se ainda que o fenômeno em estudo, a distribuição de tensões no interior de uma placa, seja o mesmo no protótipo e no modelo, observações feitas no modelo podem, então, ser usadas para prever corretamente o desempenho do sistema físico ou protótipo. Em outras palavras, dadas as duas relações seguintes, que são generalizações da equação (4.4):

$\Pi_1 = F(\Pi_2, \Pi_3, \Pi_4, \Pi_5)$, para o protótipo,

$\Pi_{1m} = F_m(\Pi_{2m}, \Pi_{3m}, \Pi_{4m}, \Pi_{5m})$, para o modelo,

admitindo-se que F_m tem a mesma forma que F, pode-se estabelecer que:

$$\text{se:} \left\{ \begin{array}{l} \Pi_2 = \dfrac{d_e}{d} = \dfrac{d_{em}}{d_m} = \Pi_{2m} \\ \vdots \end{array} \right.$$

$$\vdots \left\{ \begin{array}{l} \Pi_3 = \dfrac{t}{d} = \dfrac{t_m}{d_m} = \Pi_{3m} \\[2ex] \Pi_4 = \dfrac{D}{d} = \dfrac{D_m}{d_m} = \Pi_{4m} \\[2ex] \Pi_5 = \nu = \nu_m = \Pi_{5m} \\[1ex] \textit{e, eventualmente,} \\[1ex] \Pi_6 = \dfrac{F}{Ed^2} = \dfrac{F_m}{E_m d_m^2} = \Pi_{6m} \end{array} \right.$$

(condições de projeto e operação)

- então: $\left\{ \Pi_1 = \dfrac{\sigma d^2}{F} = \dfrac{\sigma_m d_m^2}{F_m} = \Pi_{1m} \right.$ *(equação de predição)*

Existindo duas grandezas básicas no problema, comprimento e força, podem-se escolher duas escalas arbitrariamente: uma escala geométrica n_L e uma escala de força n_F [39]. A escala geométrica é estabelecida pela relação:

$$\frac{l}{l_m} = \frac{\lambda_i}{\lambda_{i_m}} = n_L$$

A escala de força é dada por:

$$\frac{P}{El^2} = \frac{P_m}{E_m l_m^2} \quad \text{ou} \quad \frac{P}{P_m} = \frac{E}{E_m} \frac{l^2}{l_m^2} = n_F$$

No caso particular em que $E = E_m$ tem-se:

$$\frac{P}{P_m} = \frac{l^2}{l_m^2} \Rightarrow n_F = n_L^2$$

As variáveis P, l e λ_i são generalizações das variáveis de força e comprimento, como nas equações (4.3) e (4.4). P_m, l_m e λ_{i_m} são as respectivas variáveis no modelo.

5 TÉCNICAS EXPERIMENTAIS UTILIZADAS NA OBTENÇÃO DAS TENSÕES

São apresentadas, a seguir, as duas técnicas experimentais utilizadas na obtenção das tensões: a Fotoelasticidade Tridimensional e de Reflexão, técnica experimental propriamente dita, e o Método dos Elementos Finitos, uma simulação numérica computacional. De cada uma é apresentado o desenvolvimento necessário e suficiente para o entendimento da técnica dentro do contexto do trabalho.

5.1 FOTOELASTICIDADE TRIDIMENSIONAL

Combinando-se a relação entre tensões e parâmetros fotoelásticos de um ponto com as equações de equilíbrio em coordenadas cilíndricas, chega-se a uma formulação discreta, representada pelas equações de integração. Com este equacionamento determinam-se valores de tensões em pontos sucessivos, ao longo de uma linha, numa direção paralela a um dos eixos r ou z. Para isso, parte-se sempre de um valor inicial, geralmente fornecido pelas condições de contorno, e calculam-se os valores subseqüentes, utilizando-se os parâmetros fotoelásticos obtidos em experimentos. Nos itens seguintes serão mostrados em detalhe os equacionamentos, desde a relação fundamental (lei ótica das tensões) até a separação final das tensões, explicitados para o caso particular em estudo. O método de separação das tensões empregado é aquele conhecido na literatura clássica sobre o assunto como "método da diferença das tensões cisalhantes" [29].

5.1.1 Relações e Parâmetros Fotoelásticos

Os materiais fotoelásticos têm a propriedade de, quando submetidos a tensões ou deformações, apresentarem anisotropia ótica em seu interior, caracterizada por dois parâmetros, as franjas isoclínicas e isocromáticas, que são observáveis sob efeito de luz monocromática. A ordem das franjas isocromáticas é, em cada ponto, proporcional à diferença das tensões ou deformações naquele ponto. As franjas isoclínicas fornecem o ângulo destas tensões em relação a um referencial. [29]

Na técnica experimental da Fotoelasticidade Tridimensional constroem-se modelos de material fotoelástico, que são submetidos ao seu carregamento especificado. Em seguida, as tensões são fixadas no interior destes modelos, através da fixação das deformações resultantes, utilizando-se um tratamento térmico especial [30,31]. Após a fixação (ou "congelamento") das tensões ou deformações, os modelos são cortados em fatias e, nestas, faz-se o estudo do estado de tensões no interior da peça. As fatias cortadas correspondem aos planos onde se deseja visualizar e quantificar o estado de tensões.

Observações diretas no modelo, então, fornecem os parâmetros N (ordem das franjas isocromáticas) e ϕ (ângulo-franjas isoclínicas). Para observações feitas num plano genérico xy, a relação fundamental da fotoelasticidade, a lei ótica das tensões, pode ser escrita na forma:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{K}{t_z} N_z \qquad (5.1)$$

onde: K: valor da franja do material
(característica do material fotoelástico utilizado)

N_z: ordem de franja

na direção perpendicular ao plano $x\times y$ genérico

t_z: espessura da fatia de material fotoelástico onde são lidos os parâmetros N e ϕ

σ_1 e σ_2: tensões principais no plano $x\times y$ genérico

Combinando-se a equação (5.1) com as relações do círculo de Mohr, onde ϕ é a direção das tensões principais, obtém-se, para um sistema $x\times y\times z$ genérico:

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\ sen\ 2\phi = \frac{1}{2}\frac{K}{t_z} N_z\ sen\ 2\phi \qquad (5.2)$$

$$\sigma_x - \sigma_y = (\sigma_1 - \sigma_2)\ cos\ 2\phi = \frac{K}{t_z} N_z\ cos\ 2\phi \qquad (5.3)$$

onde: $\sigma_x \geqq \sigma_y$ e $\sigma_1 > \sigma_2$

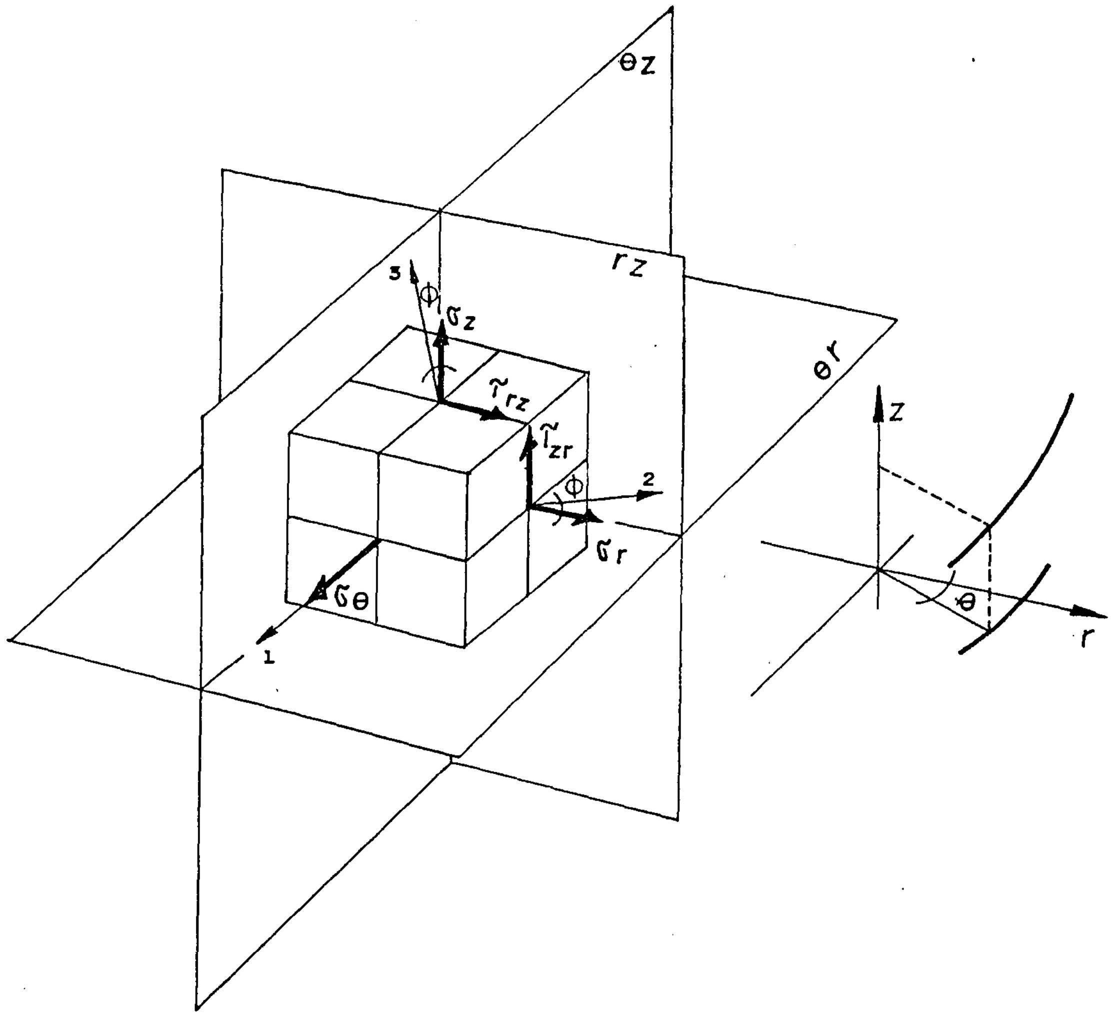
Considerando-se o elemento de volume simplificado, em coordenadas cilíndricas, mostrado na figura 5.1, as equações (5.2) e (5.3) podem ser particularizadas, para cada um destes planos, como se segue:

$$\tau_{rz} = \frac{1}{2} K \frac{N_\theta}{t_\theta}\ sen\ 2\phi \qquad (a)$$

$$\sigma_r - \sigma_z = *K \frac{N_\theta}{t_\theta}\ cos\ 2\phi \qquad (b) \qquad (5.4)$$

$$\sigma_\theta - \sigma_r = *K \frac{N_z}{t_z} \qquad (c)$$

$$\sigma_\theta - \sigma_z = *K \frac{N_r}{t_r} \qquad (d)$$



RZ, θR, θZ } PLANOS MUTUAMENTE ORTOGONAIS QUE CONTÊM AS TENSÕES PRINCIPAIS

1, 2, 3 } EIXOS DAS DIREÇÕES PRINCIPAIS (SUPONDO $\sigma_\theta > \sigma_R > \sigma_Z$)

Φ } ÂNGULO DAS DIREÇÕES PRINCIPAIS

Fig. 5.1: Elemento de volume simplificado, representando-se somente as tensões atuantes, com seu sentido positivo, após as simplificações de simetria.

onde: $* = \begin{cases} +, \text{ se } \sigma_r > \sigma_z \\ -, \text{ se } \sigma_z > \sigma_r \end{cases}; \quad \begin{cases} +, \text{ se } \sigma_\theta > \sigma_r \\ -, \text{ se } \sigma_r > \sigma_\theta \end{cases}; \quad \begin{cases} +, \text{ se } \sigma_\theta > \sigma_z \\ -, \text{ se } \sigma_z > \sigma_\theta \end{cases}$

Este sistema de equações (5.4), que relaciona a diferença das tensões num ponto com os parâmetros fotoelásticos deste ponto, não é linearmente independente. É necessário utilizar as equações de equilíbrio para que possa ser estabelecida mais uma condição e, a seguir, separadas as tensões.

5.1.2 Equações de Equilíbrio em Coordenadas Cilíndricas

A partir da condição de equilíbrio de um elemento de volume, em coordenadas cilíndricas, obtêm-se as equações de equilíbrio *em coordenadas cilíndricas*, numa formulação geral [44]:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{\theta r}}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2}{r}\tau_{\theta r} = 0 \qquad (5.5)$$

$$\frac{\partial \tau_{zr}}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{zr}}{r} = 0$$

A atuação de quaisquer forças de massa, por exemplo forças devido a rotação ou à aceleração da gravidade, foi desprezada. Restam, porém, algumas simplificações a serem feitas, em decorrência da simetria do caso particular em estudo.

Um plano de simetria geralmente é um plano principal [29, 45]. No caso particular de um disco onde a espessura não é desprezível, devido à simetria com relação ao eixo z, que é normal à superfície do disco e passa pelo seu centro, os planos $r \times z$ que contenham este eixo de simetria são planos principais, onde

r é o eixo na direção do raio (v. figura 4.1). Duas tensões principais estão contidas neste plano e, conseqüentemente, a tensão σ_θ, normal ao mesmo, é diretamente a terceira tensão principal (v. figura 5.1). As tensões cisalhantes neste plano principal são nulas, ou seja, $\tau_{\theta r} = 0$ e $\tau_{\theta z} = 0$. Na figura 5.1 estão representadas as tensões atuantes e as direções dos planos principais em relação ao sistema de coordenadas $r \times \theta \times z$. Essas simplificações reduzem as equações (5.5) à forma:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} = 0 \qquad (5.6)$$

$$\frac{\partial \tau_{zr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{zr}}{r} = 0$$

Discretizando-se e integrando estas equações, substituindo-se o diferencial das tensões cisalhantes pela diferença entre valores destas tensões em três linhas consecutivas A, AB e B (método da diferença das tensões cisalhantes, v. apêndice A), chega-se a uma forma discretizada das equações (5.6):

$$\sigma_{r_i} = \sigma_{r_{i-1}} - \frac{\Delta r}{\Delta z}\left(\tau_{rz}|_A - \tau_{rz}|_B\right)_{i-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta r}{r}\left(\left(\sigma_\theta - \sigma_r\right)|_{AB}\right)_{i-\frac{1}{2}}$$

$$\sigma_{\theta_i} = \sigma_{\theta_{i-1}} \qquad (5.7)$$

$$\sigma_{z_i} = \sigma_{z_{i-1}} - \frac{\Delta z}{\Delta r}\left(\tau_{zr}|_A - \tau_{zr}|_B\right)_{i-\frac{1}{2}} - \frac{\Delta z}{r}\left(\tau_{zr}|_{AB}\right)_{i-\frac{1}{2}}$$

5.1.3 EQUAÇÕES FINAIS DE INTEGRAÇÃO

Combinando-se as relações da Fotoelasticidade (5.4.a) e (5.4.b) com as equações de equilíbrio discretizadas e generalizadas (5.7), obtêm-se as equações de integração das tensões nas direções r, z ou θ:

$$\sigma_{r_i} = \sigma_{r_{i-1}} + K\,\Delta r\,\left(\frac{1}{2\,\Delta z}\,[H]_{i-\frac{1}{2}} + \frac{1}{r}\,[S]_{i-\frac{1}{2}} \right) \qquad (a)$$

$$\sigma_{\theta_i} = \sigma_{\theta_{i-1}} \qquad (b) \qquad (5.8)$$

$$\sigma_{z_i} = \sigma_{z_{i-1}} + K\,\frac{\Delta z}{2}\,\left(\frac{1}{\Delta r}\,[H]_{i-\frac{1}{2}} - \frac{1}{r}\,[R]_{i-\frac{1}{2}} \right) \qquad (c)$$

onde: $$H = \left(\frac{N_\theta}{t_\theta}\,sen\,2\phi \right)\Big|_B - \left(\frac{N_\theta}{t_\theta}\,sen\,2\phi \right)\Big|_A$$

$$R = \left(\frac{N_\theta}{t_\theta}\,sen\,2\phi \right)\Big|_{AB}$$

$$S = \left(\frac{*N_z}{t_z} \right)\Big|_{AB} \quad \text{e} \quad * = \begin{cases} +, & \text{quando } \sigma_\theta > \sigma_r \\ -, & \text{quando } \sigma_r > \sigma_\theta \end{cases}$$

Esta é uma formulação discreta que parte de um valor inicial conhecido e utiliza, para o cálculo dos valores das tensões σ_r ou σ_z em pontos subseqüentes, os parâmetros fotoelásticos experimentais N_z, N_θ e ϕ, ao longo das linhas A, AB e B. Os valores iniciais geralmente são fornecidos pelas condições de contorno. As outras tensões são obtidas a partir destas, utilizando-se as equações (5.4) e os parâmetros N_r, N_z, N_θ e ϕ.

Desejando-se, então, conhecer as tensões σ_θ, σ_r, σ_z e τ_{rz} em pontos ao longo de uma linha, por exemplo na direção do eixo

Tab. 5.1: Integração das tensões na direção z.

*	na equação	com os dados do ponto i-1	i-1/2	i	obtém-se (em i)
1	(5.8.a)	σ_z †	$(N_\theta; \phi)\|_{A,\ B\ e\ AB}$	-	σ_z
2	(5.4.b)	-	-	$\sigma_z,\ (N_\theta; \phi)\|_{AB}$	σ_r
3	(5.4.c)	-	-	$\sigma_r,\ (N_z)\|_{AB}$	σ_θ
4	(5.4.d)	-	-	$\sigma_z,\ (N_r)\|_{AB}$	σ_θ
5	(5.4.c)	-	-	$\sigma_\theta,\ (N_z)\|_{AB}$	σ_r
¶	(5.4.a)	-	-	$(N_\theta; \phi)\|_{AB}$	τ_{rz}

*número de referência. O roteiro da ordem de utilização das equações encontra-se na tabela 5.2

¶independe das demais equações

†obtido geralmente das condições de contorno

z, deve-se ter os dados e usar as equações indicadas na tabela 5.1. Estas equações estão ligadas entre si por uma ordem de cálculo. A partir do número de referência 1 (fundamental) podem ser seguidos os roteiros indicados na tabela 5.2. A escolha vai depender da quantidade de dados disponíveis e da tolerância na acumulação de erros. Desenvolvimento análogo pode ser realizado para a integração na direção r. A direção θ é uma identidade. Desse modo, a equação (5.8.a), ou a equação (5.8.c), estabelece a condição adicional necessária às equações (5.4), fornecendo o valor final das tensões já separadas.

Tab. 5.2: Roteiro da ordem de utilização das equações da tabela 5.1

roteiro *	dados† necessários	ordem de cálculo	observações
$1 \to 2 \to 3$	somente N_θ e N_z	com $\sigma_z \Rightarrow \sigma_r \Rightarrow \sigma_\theta$	maior acumulação de erros em σ_θ, provenientes de σ_z e σ_r
$1 \to \begin{cases} \to 2 \\ \to 4 \end{cases}$	N_r, N_θ e N_z	com $\sigma_z \Rightarrow \begin{cases} \sigma_r \\ \sigma_\theta \end{cases}$	σ_θ e σ_r calculados independentemente um do outro
$1 \to 4 \to 5$	N_r, N_θ e N_z	com $\sigma_z \Rightarrow \sigma_\theta \Rightarrow \sigma_r$	maior acumulação de erros em σ_r, provenientes de σ_z e σ_θ

*números de referência das equações da tabela 5.1

†ordens de franja

5.1.4 Condições de Contorno

Na placa em estudo, figura 4.1, as faces superior e inferior e a face interna do orifício, referida como "face lateral", são superfícies livres. A tensão normal a estas superfícies livres é igual a zero. Em dois perímetros da placa, entretanto, existem cargas aplicadas: em ($r=d/2$, $z=0$) e ($r=D/2$, $z=t$). Existem, então, as seguintes condições de contorno, referidas ao sistema de coordenadas da figura 4.1:

$$\sigma_z\Big|_{\substack{r>d/2 \\ z=0}} = 0$$

$$\sigma_z\Big|_{\substack{r\equiv d/2 \\ z=0}} = \textit{tensão de contato}$$

$$\textit{(carga de contato} = q_1 \ \textit{sen}\alpha\textit{)}$$

$$\sigma_{z\left\{\begin{smallmatrix} r \geq d/2, & r \neq D/2 \\ z = t \end{smallmatrix}\right.} = 0$$

$$\sigma_{z\left\{\begin{smallmatrix} r \equiv D/2 \\ z = t \end{smallmatrix}\right.} = \textit{tensão de contato}$$

$$(\textit{carga de contato} = q_2)$$

$$\sigma_{r\left\{\begin{smallmatrix} r = d/2 \\ z > 0 \end{smallmatrix}\right.} = 0$$

$$\sigma_{r\left\{\begin{smallmatrix} r = d/2 \\ z \equiv 0 \end{smallmatrix}\right.} = \textit{tensão de contato}$$

$$(\textit{carga de contato} = q_1 \cos\alpha)$$

$$\tau_{rz\left\{\begin{smallmatrix} r \geq d/2 \\ z = 0 \end{smallmatrix}\right.} = 0$$

$$\tau_{rz\left\{\begin{smallmatrix} r = d/2 \\ 0 \geq z \geq t \end{smallmatrix}\right.} = 0$$

$$\tau_{rz\left\{\begin{smallmatrix} r \geq d/2 \\ z = t \end{smallmatrix}\right.} = 0$$

As tensões nos contornos podem ser obtidas imediatamente, a partir da equação (5.4.b) e das condições de contorno. Desse modo:

a) para $\sigma_z = 0$ no contorno:

$$\sigma_r = *K \frac{N_\theta}{t_\theta} \cos 2\phi \tag{5.9}$$

onde: $* = \begin{cases} +, & \text{se } \sigma_r > \sigma_z \\ -, & \text{se } \sigma_z > \sigma_r \end{cases}$

b) para $\sigma_r = 0$ no contorno:

$$\sigma_z = *K \frac{N_\theta}{t_\theta} \cos 2\phi \tag{5.10}$$

onde: $* = \begin{cases} -, & \text{se } \sigma_r > \sigma_z \\ +, & \text{se } \sigma_z > \sigma_r \end{cases}$

5.2 FOTOELASTICIDADE DE REFLEXÃO

Na técnica da Fotoelasticidade de Reflexão aplica-se uma fina camada de material fotoelástico à superfície de uma peça qualquer a fim de visualizar a distribuição de tensões nesta superfície. É preciso existir uma perfeita aderência entre a camada de material fotoelástico e a peça estudada, para que as deformações desta se transmitam integralmente para aquela, sendo ainda necessário avaliar o reforço executado na superfície pela colagem da camada de material fotoelástico. [29,32]

A Fotoelasticidade de Reflexão baseia-se nos mesmos princípios de utilização das propriedades óticas dos materiais fotoelásticos da Fotoelasticidade Tridimensional. Denominando-se espécimen (s) a peça ou modelo em estudo, o estado de tensões no espécimen está relacionado com o estado de tensões na camada de material fotoelástico (c) através da relação [32]:

$$\sigma_1^s - \sigma_2^s = \frac{E^s}{E^c}\,\frac{(1+\nu^c)}{(1+\nu^c)}\,\frac{N\ K}{2\ t^c} \tag{5.11}$$

onde: N: ordem de franja no ponto

K: valor da franja do material (característica do material fotoelástico utilizado)

t^c: espessura da camada de material fotoelástico

σ_1^s, σ_2^s: tensões principais no espécimen

A equação (5.11) fornece a *diferença* das tensões principais em cada ponto da superfície analisada. É necessário, em seguida, separar estas tensões, se o objetivo for a descrição do comportamento de cada uma separadamente. Utiliza-se, para isso, uma das técnicas de separação disponíveis, tal como a incidência oblíqua ou o método das incisões [29,32].

5.3 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Uma maneira de se analisar um sistema, a fim de estudar seu comportamento, consiste em dividir este sistema em seus componentes individuais ou "elementos" cujo comportamento é imediatamente compreendido, e então reconstruir o sistema original a partir de tais componentes. Dentro desta técnica de análise, o Método dos Elementos Finitos é um processo de aproximação a problemas contínuos tal que, numa etapa inicial, o meio contínuo é dividido em um número finito de partes (elementos), cujo comportamento é especificado por um número finito de parâmetros. Na etapa seguinte, encontra-se a solução do sistema completo na forma de uma montagem de seus elementos, seguindo regras aplicáveis a problemas discretos padrões. [34,36]

5.3.1 Aplicação do Método

Para se realizar a primeira etapa de discretização de um problema e definição de parâmetros e funções, cujo procedimento fundamental se refere à divisão de um dado domínio em partes discretas, existe uma seqüência de passos a seguir. Na situação particular que vai ser descrita, o objetivo é obter a distribuição das tensões e deformações em um meio contínuo, enfocando o problema a partir dos deslocamentos do sistema.

No passo inicial, o meio contínuo é dividido por linhas ou superfícies imaginárias em um certo número de elementos finitos, como na figura 5.2. O número de conexões entre qualquer "elemento finito", isolado por qualquer contorno imaginário, e os elementos vizinhos é infinito. No entanto, o próximo passo é admitir que os elementos estejam interconectados numa quantidade discreta de pontos nodais em seus contornos. Na figura 5.3

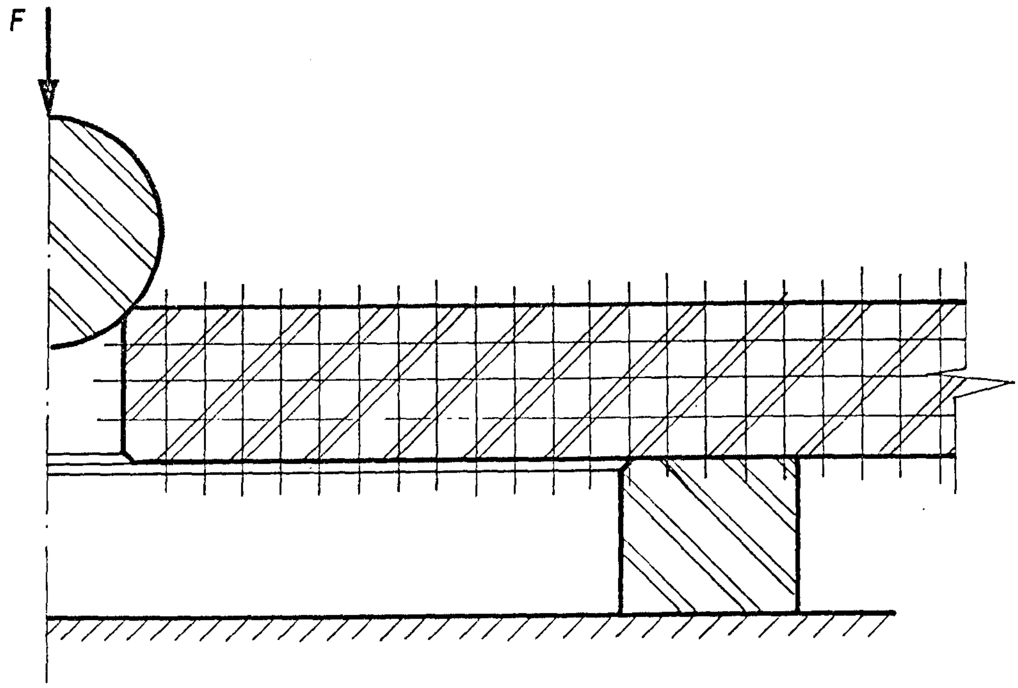


Fig. 5.2: Divisão do meio contínuo por linhas ou su-
perfícies imaginárias.

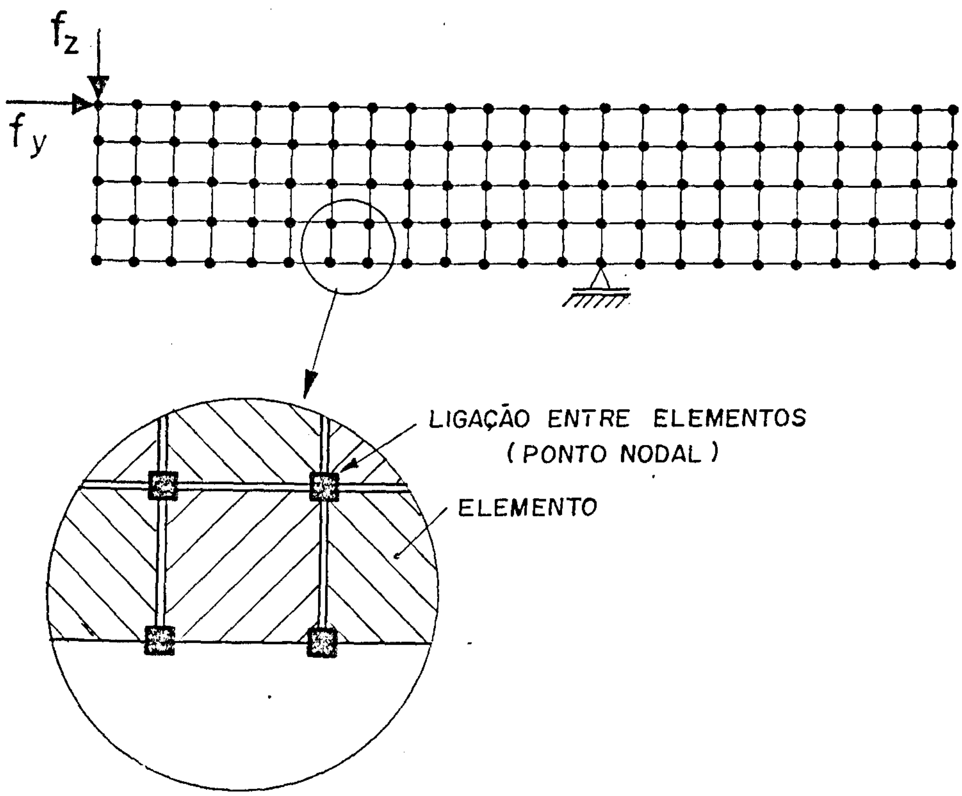


Fig. 5.3: Definição dos elementos e interconexões.

especifica-se que os elementos quadrilaterais da figura 5.2 estejam unidos pelos vértices. Os deslocamentos destes pontos nodais serão os parâmetros desconhecidos básicos do problema, exatamente como na análise estrutural simples, discreta. [34] Estes dois passos fundamentais definem a geometria do sistema.

Como passo seguinte, escolhe-se um conjunto de funções para definirem univocamente o estado de deslocamento dentro de cada "elemento finito" em função de seus deslocamentos nodais. As funções de deslocamento definem, de maneira unívoca, o estado de deformações dentro de um elemento em função dos deslocamentos dos pontos nodais. Estas deformações, junto com quaisquer deformações iniciais e as propriedades constituintes do material, definirão o estado de tensão através do elemento e, portanto, também em seus contornos. [34]

Finalmente, no último passo dessa etapa, é determinado um sistema de forças concentradas nos nós e que equilibra as tensões de contorno e quaisquer cargas distribuídas, resultando numa relação de rigidez na forma:

$$\vec{q} = \vec{K}\,\vec{a} + \vec{f}_p + \vec{f}_{\varepsilon_0}$$

onde: $\vec{q}$: forças $(q_i \doteq [F])$

$\vec{K}$: rigidez $\left(K_{ij} \doteq \frac{[F]}{[L]}\right)$

$\vec{a}$: deformações $(a_i \doteq [L])$

$\vec{f}_p$: forças devido a cargas distribuídas $(f_{p_i} \doteq [F])$

$\vec{f}_{\varepsilon_0}$: forças devido a deformações iniciais $(f_{\varepsilon_{0i}} \doteq [F])$

Uma vez que se tenha alcançado este estágio, a segunda etapa, que trata do procedimento para a solução do sistema completo, segue um modelo de sistema discreto padrão. [34] Este procedimento é descrito no apêndice A.

5.3.2 Utilização de Programas-produtos

Além da sistematização de procedimentos gerais para a discretização e cálculo aproximativo de um sistema contínuo, também os passos mais específicos referentes à escolha de funções (e, conseqüentemente, de elementos) podem ser generalizados para problemas de determinado tipo, como por exemplo análise estrutural estática, se forem impostas certas simplificações e limitações. Isto é feito através da elaboração de alguns "elementos finitos padrões", com características pré-definidas, por exemplo uma viga de seção retangular, ou de seção I, ou uma placa quadrilateral, que podem ser interconectados para formar um sistema mais complexo. Estes elementos, com suas características particulares, e todo um conjunto de funções e processos de de resolução do sistema, são elaborados e apresentados na forma de programas-produtos, para micro-computadores ou grandes sistemas.

Na condição de "usuário" de programas-produtos, dispõe-se de programas pré-elaborados para análise mais geral ou mais específica pelo Método dos Elementos Finitos. Quando, dentre as opções oferecidas por cada um destes programas, encontra-se uma que possibilite a simulação do problema que se tem em mãos, os passos que o usuário tem de percorrer geralmente se restringem àqueles da definição da geometria do sistema e condições de contorno e à especificação das propriedades físicas pertinentes. Os passos referentes à definição de funções dentro de um elemento e toda a parte de solução do sistema completo são inerentes ao programa e feitas automaticamente, a partir das características físicas prescritas e dentro das disponibilidades do programa em particular. Estas funções e cálculos muitas vezes não são passíveis de modificação, ou não existe interesse, ou mesmo condição, da parte do usuário em modificá-los.

Toda a atenção, no uso de programas-produtos de análise pe lo Método dos Elementos Finitos na condição de usuário, deve voltar-se, desse modo, para a definição do problema o mais fiel mente possível dentro das restrições do programa-produto especí fico utilizado e da análise finita. É necessário, ainda, uma averiguação do grau de significância dos dados de saída gera dos. Neste trabalho, a verificação, principalmente qualitativa, dos resultados obtidos via Elementos Finitos é feita através da comparação de amostras destes resultados com outros obtidos uti lizando-se a Fotoelasticidade.

6 ANÁLISE DOS RESULTADOS - EQUAÇÕES COMPONENTES E PREDITIVA

Colocando-se em prática as técnicas experimentais discutidas no capítulo 5, consegue-se uma série de resultados numéricos, sob a fórma de valôres de tensões em pontos no interior da placa. Neste capítulo apresentam-se, inicialmente, os aspectos gerais destes resultados. Logo a seguir, é feita uma comparação entre os resultados dos Elementos Finitos e da Fotoelasticidade, a fim de demonstrar que os valores do modelo discreto empregado apresentam perfeita analogia com os valores dos modelos que utilizam a técnica da Fotoelasticidade, assumindo-se esta última técnica, por sua natureza, como referência de comportamento físico real. Após comprovada a validade do estado de tensões obtido, são introduzidos conceitos de energia que vão levar à definição de uma variável, com unidade de tensão, representativa do aspecto mais crítico deste estado de tensões, com relação à energia de distorção. Finalmente, todos estes resultados são combinados na forma de termos adimensionais, que variados entre si fornecem as equações componentes da equação preditiva final. Em cima desta última formulação serão feitas todas as análises e predições referentes ao comportamento do protótipo, ou seja, o estudo da influência das diversas variáveis sobre o estado de tensões na placa, na região próxima ao orifício.

6.1 Resultados Obtidos

Os resultados a serem avaliados, com a finalidade de se chegar a uma relação modelo-protótipo, são as tensões, ou o estado de tensões no interior da placa. Estas tensões foram obtidas por meio de duas vias:

-experimental (propriamente dita), utilizando Fotoelasticidade;

-simulação, através de elementos finitos.

No caso experimental foram utilizadas duas técnicas: a Fotoelasticidade Tridimensional e a Fotoelasticidade de Reflexão. Na Fotoelasticidade Tridimensional, um modelo de uma placa circular de 150 mm de diâmetro e espessura t=8 mm, com um orifício circular central de diâmetro d=12,7 mm, feita de material fotoelástico CY 205-30 MA-20 PA [30], foi submetido a carregamento dentro de um forno fotoelástico. A figura 6.1 mostra a placa e o sistema de carga dentro do forno, preparados para o "congelamento" (fixação) das tensões, utilizando-se uma esfera de diâmetro d_e=25,4 mm e um anel de apoio de diâmetro interno D=76,2mm, ambos também de material fotoelástico, sendo a fixação das tensões realizada através do método de congelamento clássico [29, 30]. Após o processo de fixação foram cortadas fatias do modelo em planos previamente definidos, de onde obtêm-se os parâmetros fotoelásticos. A figura 6.2 mostra os planos escolhidos para o corte das fatias e a distribuição típica das franjas nos respec

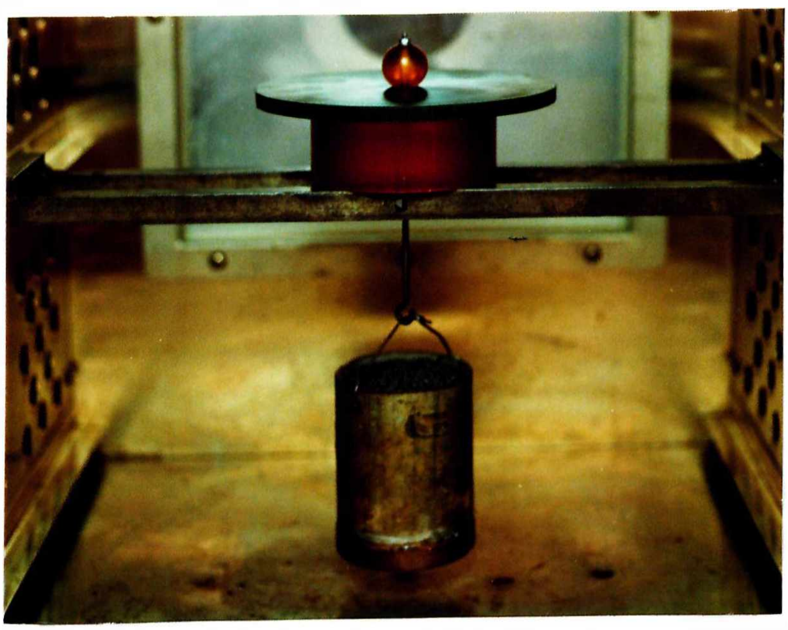
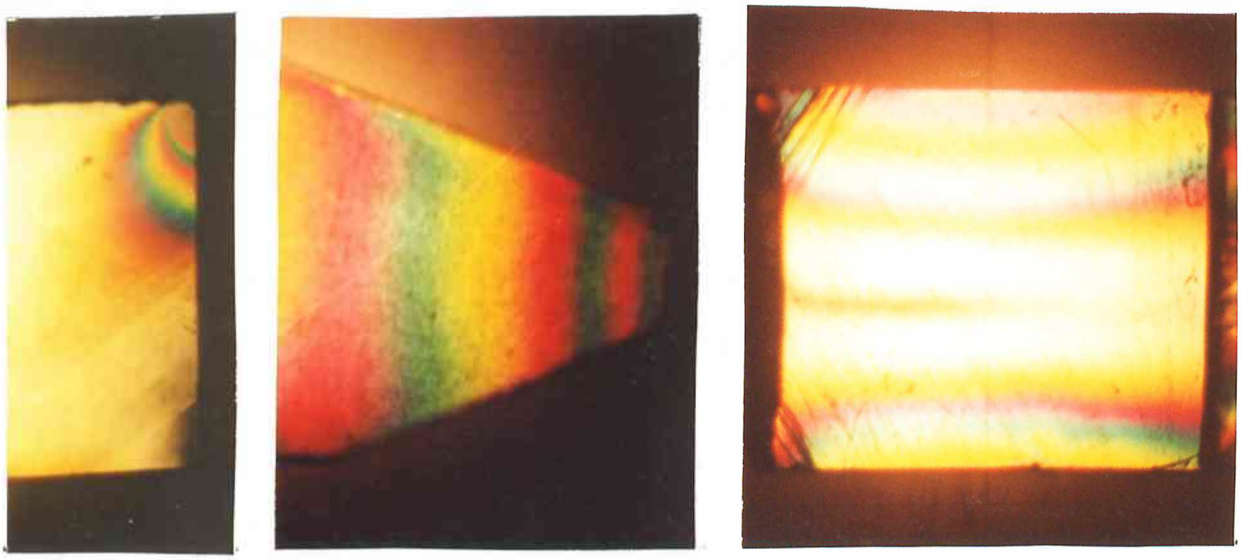
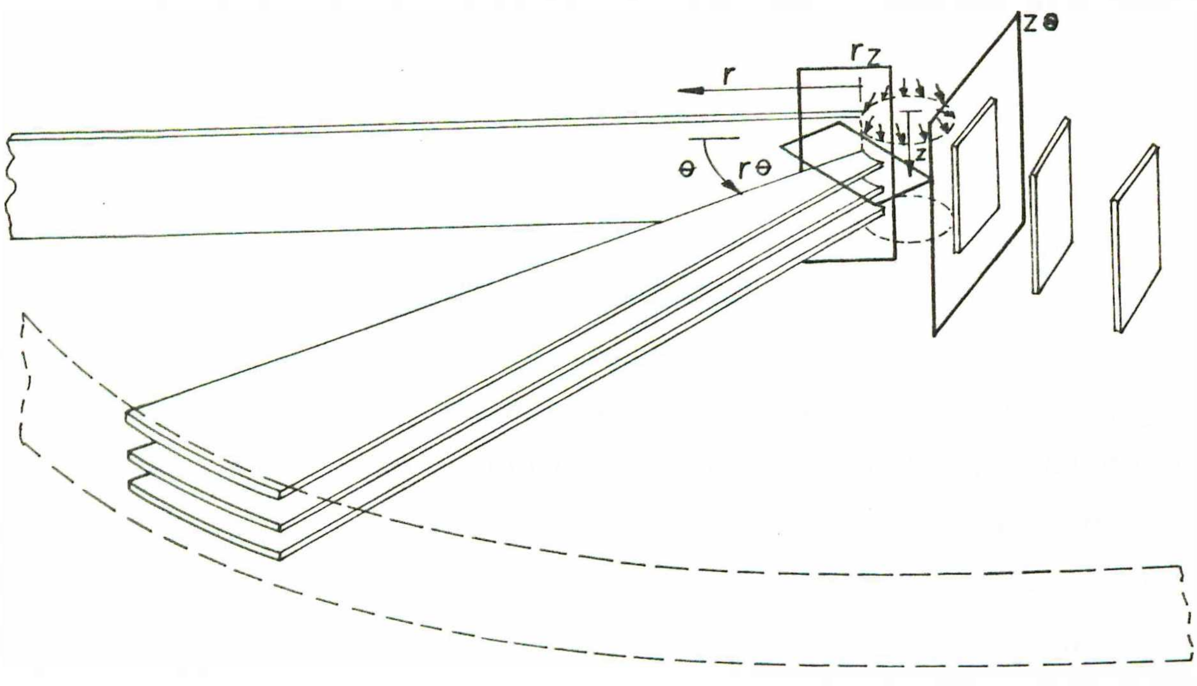


Fig. 6.1: Sistema de carga utilizado para o congelamento das tensões na placa de material fotoelástico.



rz rθ zθ

(b)



(a)

Fig. 6.2: Fatias de material fotoelástico cortadas do modelo:

a) esquema do corte das fatias e localização dos planos;

b) configuração das franjas isocromáticas nos planos $r \times z$, $r \times \theta$ e $z \times \theta$, para uma carga de 60 N.

tivos planos. Para o cálculo das tensões no interior e nas bordas da placa utilizam-se as equações da Fotoelasticidade Tridimensional, mostradas no capítulo 5, e os parâmetros fotoelásticos relacionados no apêndice B, figuras B.1 e B.2. Na Fotoelasticidade de Reflexão foi utilizado um modelo de PVC, de espessura t=3,175 mm, diâmetro externo de 150 mm e diâmetro do orifício d=12,7 mm. Sobre esta placa foi colado o material fotoelástico [32,33] e o carregamento realizado num sistema de carga apropriado, com um apoio de diâmetro interno D=76,2 mm e uma esfera de d_e=25,4 mm. As ordens de franja obtidas, em função do raio, estão relacionadas no apêndice B, figura B.3.

Na simulação numérica computacional do problema, procedeu-se a uma discretização idealizada do modelo segundo o Método dos Elementos Finitos. A partir da definição da geometria da peça, decomposta em "elementos finitos", e das propriedades E e ν do material, faz-se a simulação numérica do efeito das condições de carregamento no "modelo finito", utilizando o programa SAP V-opção simetria axial [37,38]. Consegue-se, diretamente como saída do programa, o estado de tensões em pontos no interior do "modelo finito". O programa calcula inicialmente as deformações e, apartir destas, as tensões, obtendo-se, como conseqüência, também o estado de deformação da peça. As figuras 6.3 e 6.4 mostram gráficos da distribuição de tensões no interior de uma placa, com as dimensões t=6,35 mm, d=12,7 mm, d_e=25,4mm, D=76,2 mm e diâmetro externo de 92 mm, especificada com módulo de elasticidade E=210 000 N/mm² e razão de Poisson ν=0,3, aplicando-se uma carga axial total de 1 000 N. Os valores utilizados nestas representações são aqueles listados pelo programa para as dimensões citadas, relacionados no apêndice C juntamente com os resultados de outras geometrias.

O exame de resultados de testes iniciais com Elementos Fi-

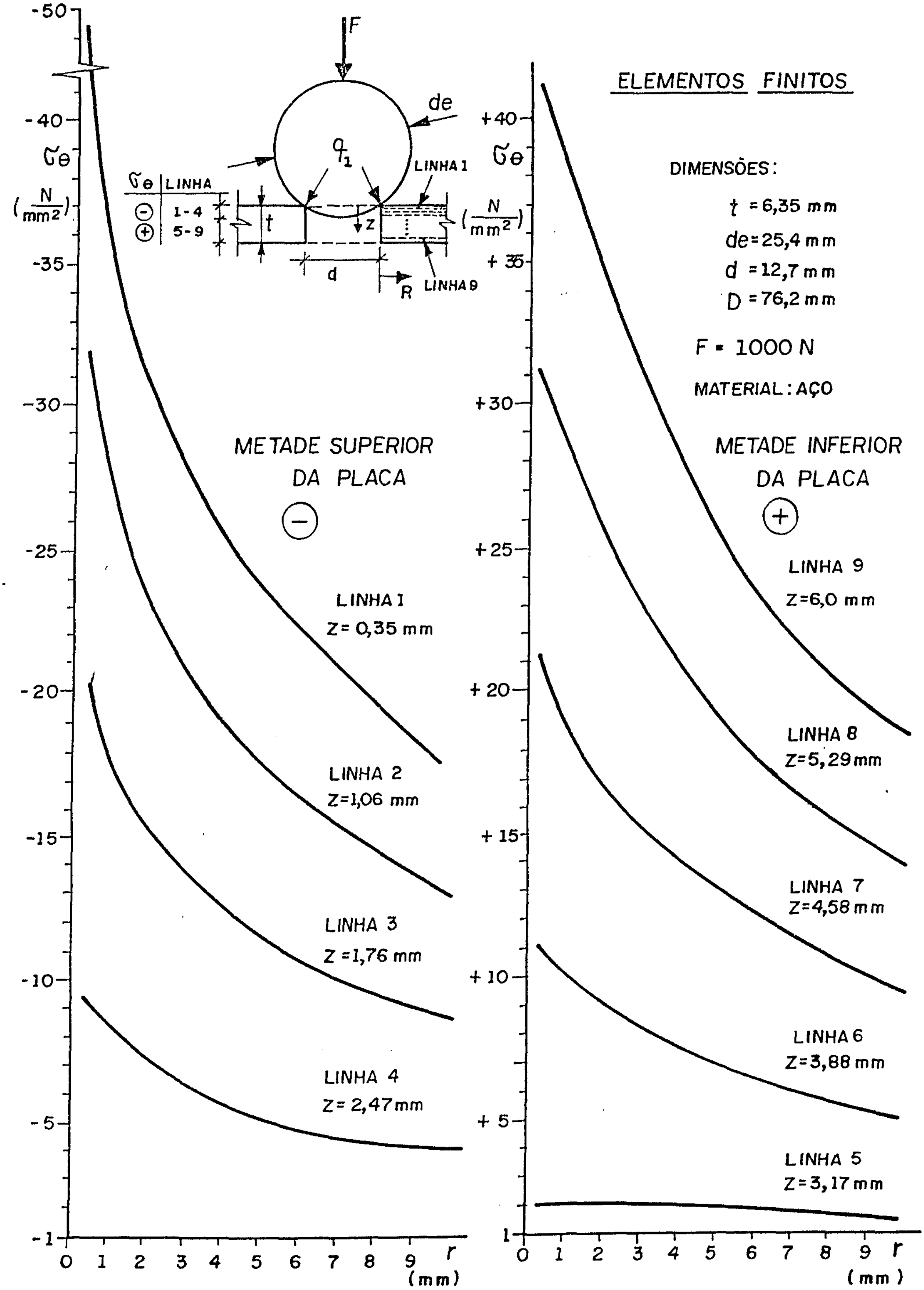


Fig. 6.3: Distribuição das tensões σ_θ no interior da placa, ao longo do raio, para diversas posições z (plano $r \times z$).

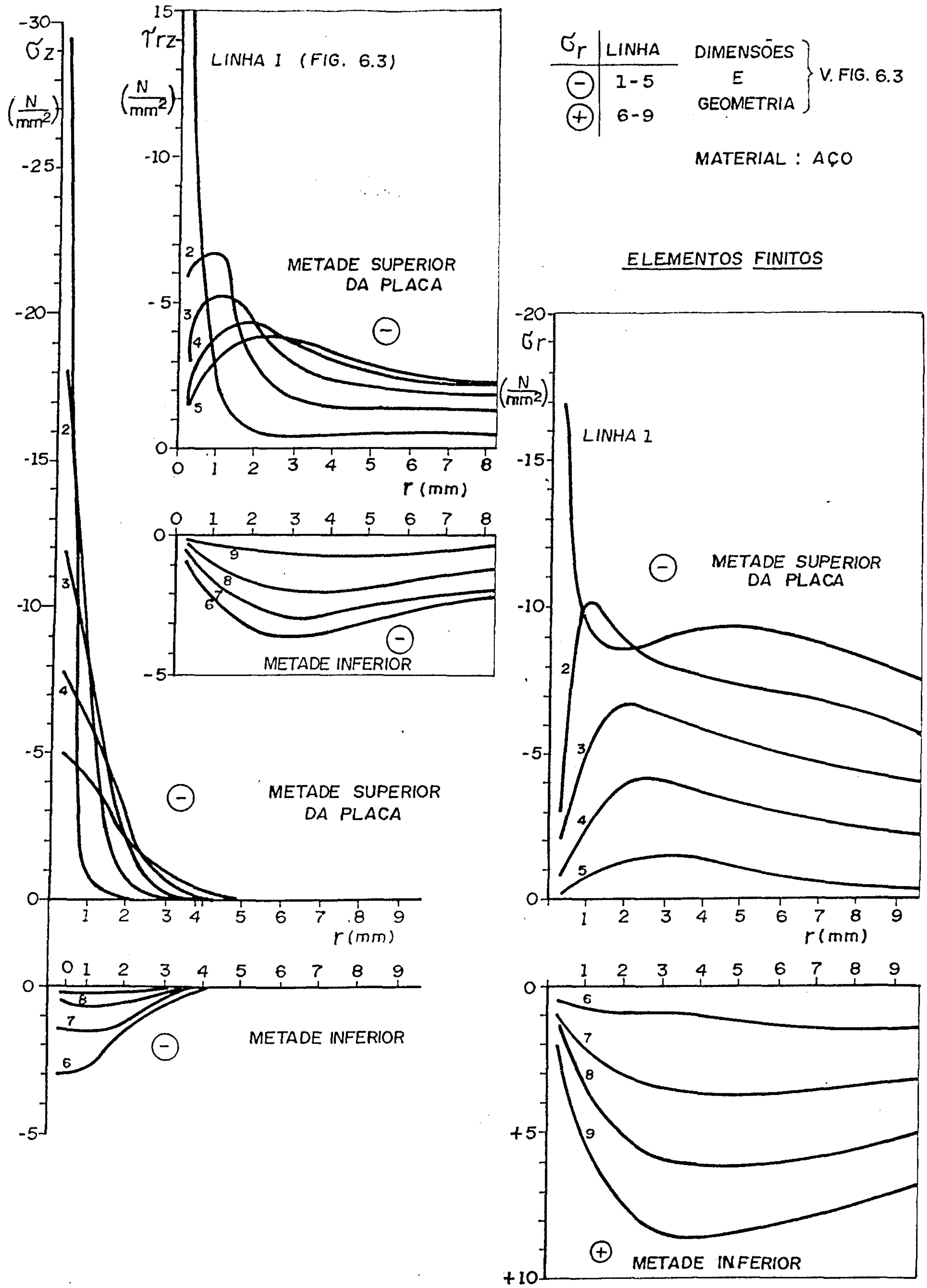


Fig. 6.4: Distribuição das tensões σ_r, σ_z e τ_{rz} para as mesmas condições e geometria da figura 6.3.

nitos mostrou que uma variação significativa do diâmetro do a-nel de apoio não produz uma mudança sensível no estado de tensão próximo ao orifício. Estes testes iniciais foram realizados com o intuito de verificar, antes de promover a variação dos termos adimensionais propriamente ditos, se alguma das variáveis do sistema teria pouca influência na distribuição das tensões, antes mesmo de iniciado o processo de variação. Sendo assim, a constatação da influência desprezível do diâmetro do apoio no estado de tensões na região próxima ao furo, desde que este diâmetro seja mantido em certos limites máximo e mínimo, permitiu transformar esta variável num parâmetro de controle e eliminar o termo adimensional que a contém ($\Pi_4 = D/d$). Outra variável, a razão de Poisson ν, que é um dado a ser fornecido ao programa de elementos finitos, pode perfeitamente ser especificada como $\nu = \nu_m$=constante. Isto torna desnecessário um estudo da distorção do termo adimensional $\Pi_5 = \nu$. Como resultado da eliminação destes dois termos, o número de termos adimensionais apresentados no capítulo 4 se reduz a três:

$$\Pi_1 = \frac{\sigma d^2}{F}, \quad \Pi_2 = \frac{t}{d}, \quad \Pi_3 = \frac{d_e}{d},$$

devido a fatores de ordem experimental e prática.

6.2 Comparação de Resultados

Através da análise de um modelo em material fotoelástico e de um modelo em PVC com material fotoelástico aplicado à sua superfície obtém-se, experimentalmente, a variação qualitativa e quantitativa das tensões no interior e na superfície da placa, numa descrição de seu *comportamento físico* sob as condições de carregamento previstas.

Os resultados qualitativos da Fotoelasticidade, ou seja, os aspectos gerais da deformação da placa, da direção das tensões principais e da distribuição das tensões, servem como base comparativa para controle ou monitoração dos resultados quantitativos numéricos a serem utilizados nas equações finais, resultados numéricos estes obtidos por simulação via elementos finitos. Com a técnica dos elementos finitos conseguem-se valores significativos e em grande quantidade, de maneira mais rápida, mas que necessitam de uma verificação do seu grau de significância física real. Desse modo, numa comparação de resultados, deseja-se saber qual o grau de analogia qualitativa e quantitativa existente entre os resultados dos Elementos Finitos e aqueles da Fotoelasticidade, estes últimos assumidos como referência de comportamento físico. No entanto, em alguns pontos onde se sabe antecipadamente existirem dificuldades, inerentes à técnica experimental, na determinação dos parâmetros fotoelásticos (contornos livres, pontos de concentração de tensões), admite-se alguma discrepância quantitativa entre as técnicas experimental e numérica. Na interpretação dos resultados simulados é importante lembrar que se tratam essencialmente de valores "finitos", ou seja, discretos, simulando um meio contínuo.

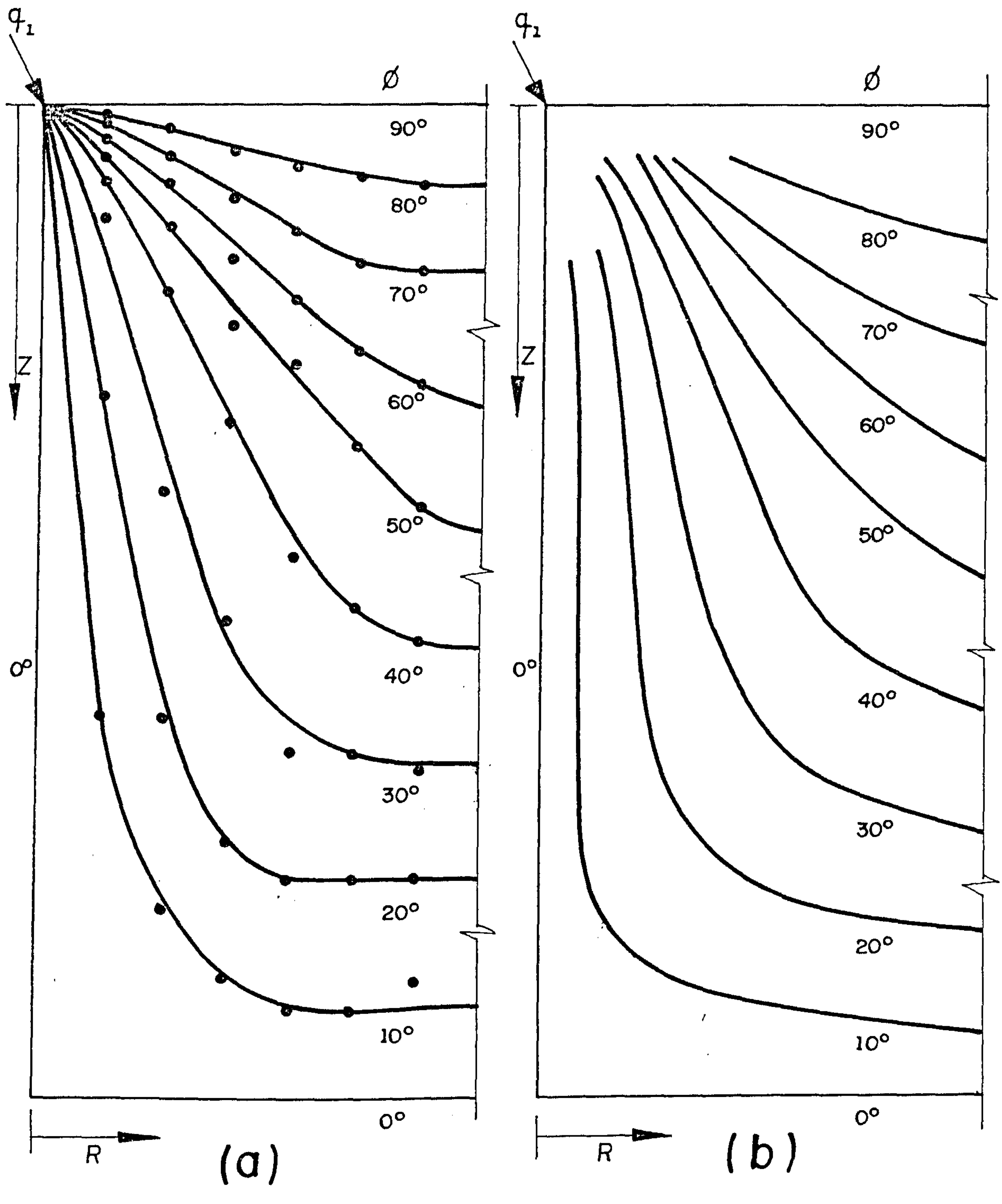
Quanto à precisão, os dados da Fotoelasticidade não foram alvo de um tratamento mais apurado procurando uma menor acuidade. Como os valores numéricos a serem utilizados são aqueles provenientes dos Elementos Finitos, não é necessário preocupar-se excessivamente com a precisão nem com a quantidade dos resultados quantitativos da Fotoelasticidade, desde que descrevam satisfatoriamente os aspectos qualitativos em estudo e forneçam dados suficientes para uma análise comparativa. Com relação à precisão no Método dos Elementos Finitos, uma vez verificada a correspondência com um sistema físico real, a precisão dos resultados se prende às limitações inerentes aos processos numéri cos e às características dos métodos utilizados pelo programa em particular.

A primeira comparação se refere ao aspecto da deformação geral da placa. Sob carregamento, a placa plana de material fotoelástico, de dimensões t=8 mm, d=12,7 mm, sendo d_e=25,4 mm e D=76,2 mm, deforma-se numa superfície cônica, e o orifício tende a fechar na sua parte superior, onde se apóia a esfera, e tende a abrir na parte inferior. Isto é verificado na simulação, através do exame das deformações listadas pelo programa, para estas mesmas dimensões. Todas as comparações com a Fotoelasticidade Tridimensional se referem a esta geometria de modelo, de material fotoelástico ou numérico.

Numa segunda comparação, a direção das tensões principais no plano $r \times z$ é mostrada na figura 6.5, elaborada a partir dos ângulos das direções das tensões principais lidos, figura B.1, e listados, tabelas C, onde se verifica a correspondência qualitativa entre as mesmas. Isto indica que, em termos globais, o estado geral de tensões é análogo nas duas técnicas. O estado de tensões neste plano, para as diversas tensões separadamente, é mostrado nas figuras 6.6 a 6.9, nos bordos da placa e em seu interior, comentando-se estas figuras a seguir (os dados dos elementos finitos sempre se referem às tabelas do apêndice C):

- na figura 6.6 estão representadas as tensões σ_r e σ_z nas superfícies livres. Na Fotoelasticidade elas são determinadas diretamente utilizando as equações (5.9) e (5.10) e os dados experimentais do apêndice B, figura B.2. Observe-se que estes são os pontos mais críticos para a leitura de parâmetros fotoelásticos e por isso apresentam uma divergência maior entre os valores quantitativos entre as duas técnicas.

- a figura 6.7 mostra a variação dos tensões cisalhantes ao lon



DIMENSÕES: t = 8 mm
d = 12,7 mm
de = 25,4 mm
Ø = 76,2 mm

F = 60N

MATERIAL = RESINA FOTOELÁSTICA

Fig. 6.5: Direção das tensões principais no plano rxz:

a) Fotoelasticidade

b) Elementos Finitos

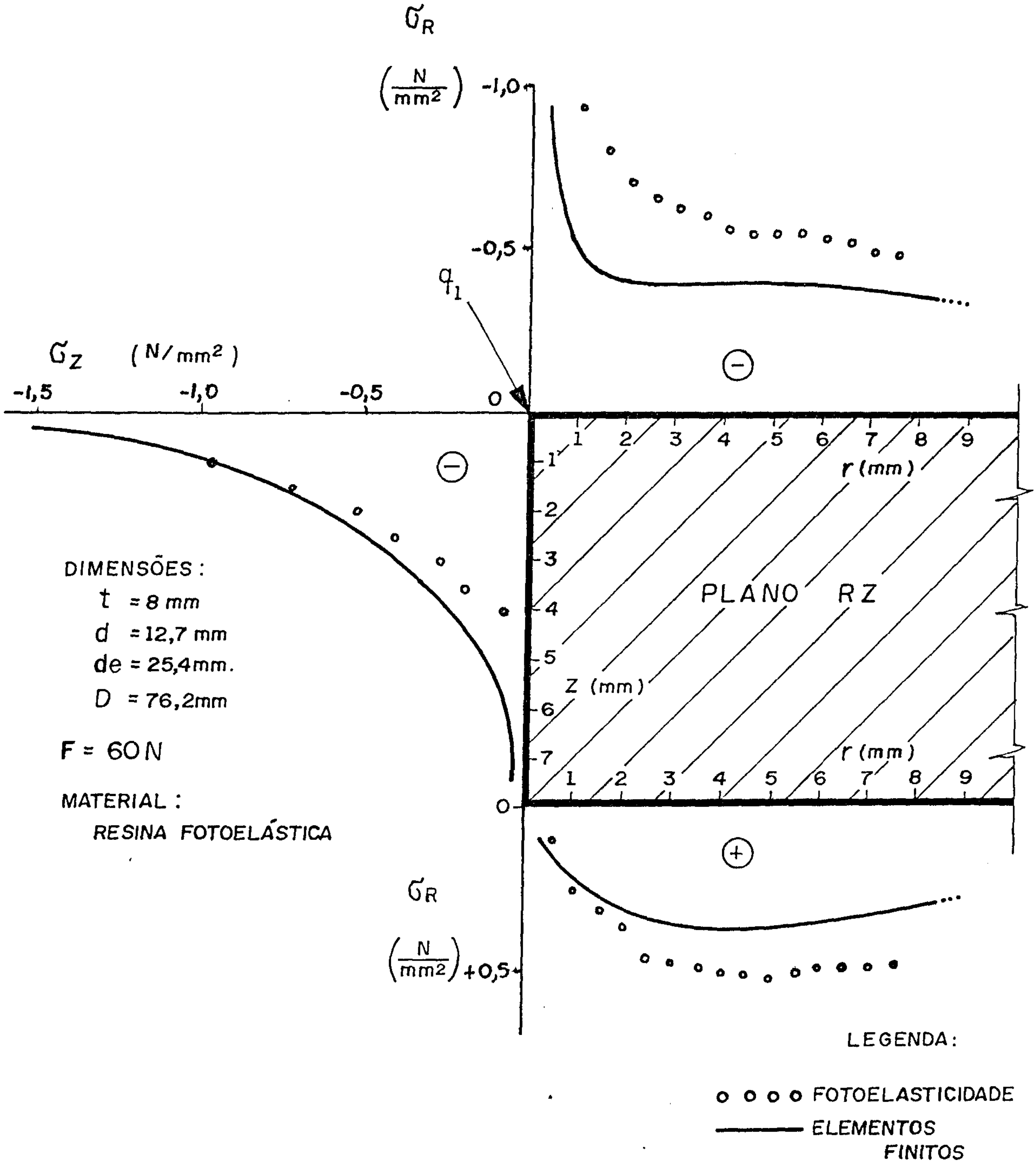


Fig. 6.6: Tensões σ_r e σ_z nos contornos livres e num ponto de aplicação de carga, pontos críticos para a leitura de parâmetros fotoelásticos.

go da direção z, calculadas independentemente das outras tensões (v. tabela 5.1) através da equação (5.11) e dos dados do apêndice B, figura B.1. Nota-se uma perfeita correspondência das técnicas entre os valores numa mesma posição r (mesma linha, figura 6.7.a) e na sucessão de linhas, ao se variar r (figura 6.7.b). Os valores das tensões cisalhantes ao longo de três linhas sucessivas A, AB e B são fundamentais no cálculo das tensões pela Fotoelasticidade, como mostram as equações (5.7). Sendo assim, a equivalência destes valores entre as duas técnicas, seja numa linha ou na sucessão de linhas, por si só indica uma analogia de fundamentos e resultados respectivamente entre os métodos experimental e simulado.

- a tensão σ_z ao longo de z, para uma posição r, é apresentada na figura 6.8, calculada utilizando-se as tensões cisalhantes na equação (5.8.c). Isto é mais evidenciado por esta mesma relação porém sob à forma da última das equações (5.7).

A tensão σ_z, na Fotoelasticidade Tridimensional, é o valor inicial para o cálculo das outras tensões, quando se procede a uma integração na direção z, conforme as tabelas 5.1 e 5.2. Isto quer dizer que as tensões σ_r e σ_θ, na Fotoelasticidade Tridimensional, neste caso, apresentam um acúmulo de erros da própria técnica, provenientes do cálculo de τ_{rz} e σ_z. Em se tratando de uma integração na direção r, σ_r se torna fundamental nos cálculos e o erro se acumula em σ_z e σ_θ. A Fotoelasticidade *de Reflexão*, no entanto, permite obter-se, na superfície inferior, a diferença entre as tensões σ_r e σ_θ *diretamente* a partir das ordens de franja lidas. A tensão σ_z *somente é possível* através da Fotoelasticidade *Tridimensional*. Estes dois fatos induzem a calcular σ_z pela Fotoelasticidade Tridimensional e utilizar a Fotoelasticidade de Reflexão para conseguir a diferença entre σ_r e σ_θ na face inferior do disco, como mostra a figura 6.9. Es

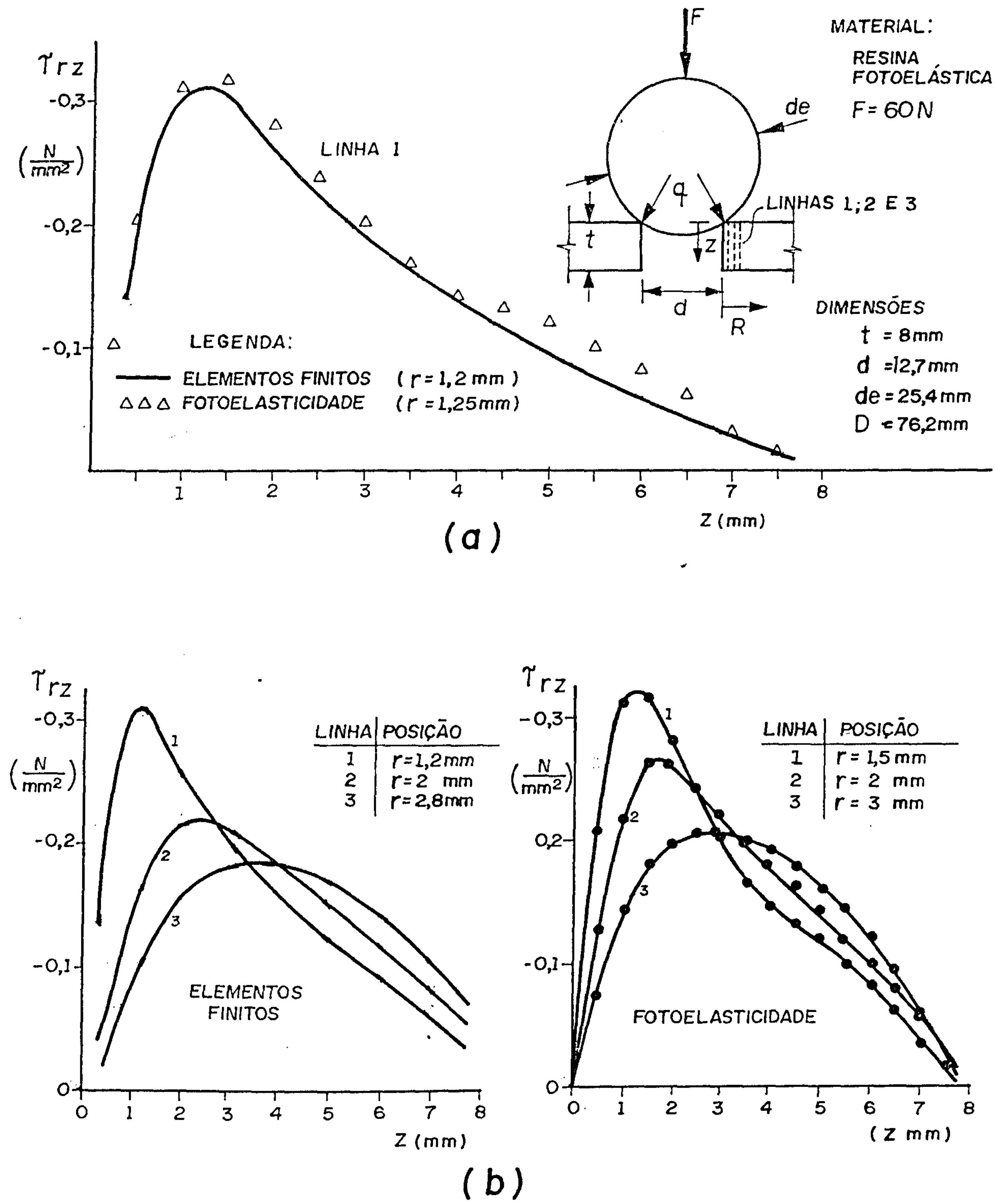


Fig. 6.7: Distribuição das tensões cisalhantes τ_{rz} ao longo de z, no plano $r \times z$:

a) Elementos Finitos e Fotoelasticidade numa mesma posição r;

b) sucessão de linhas para diferentes posições r.

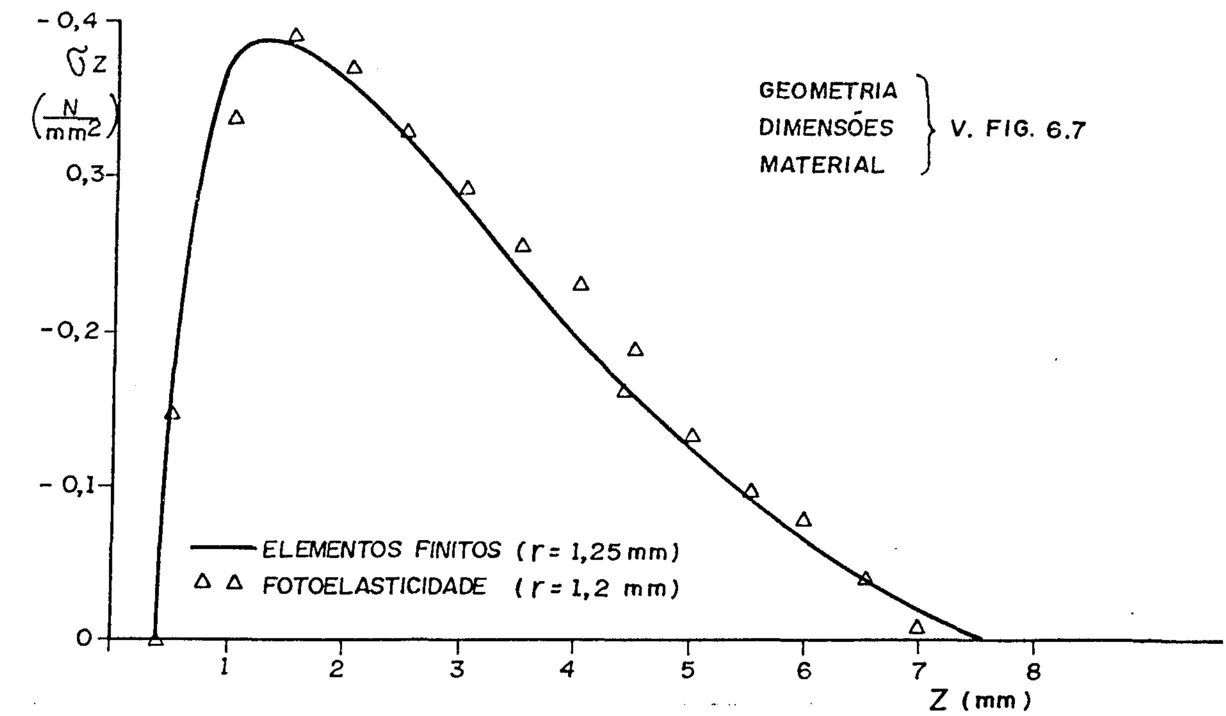


Fig. 6.8: Distribuição da tensão σ_z para as mesmas condições e geometria da figura 6.7.

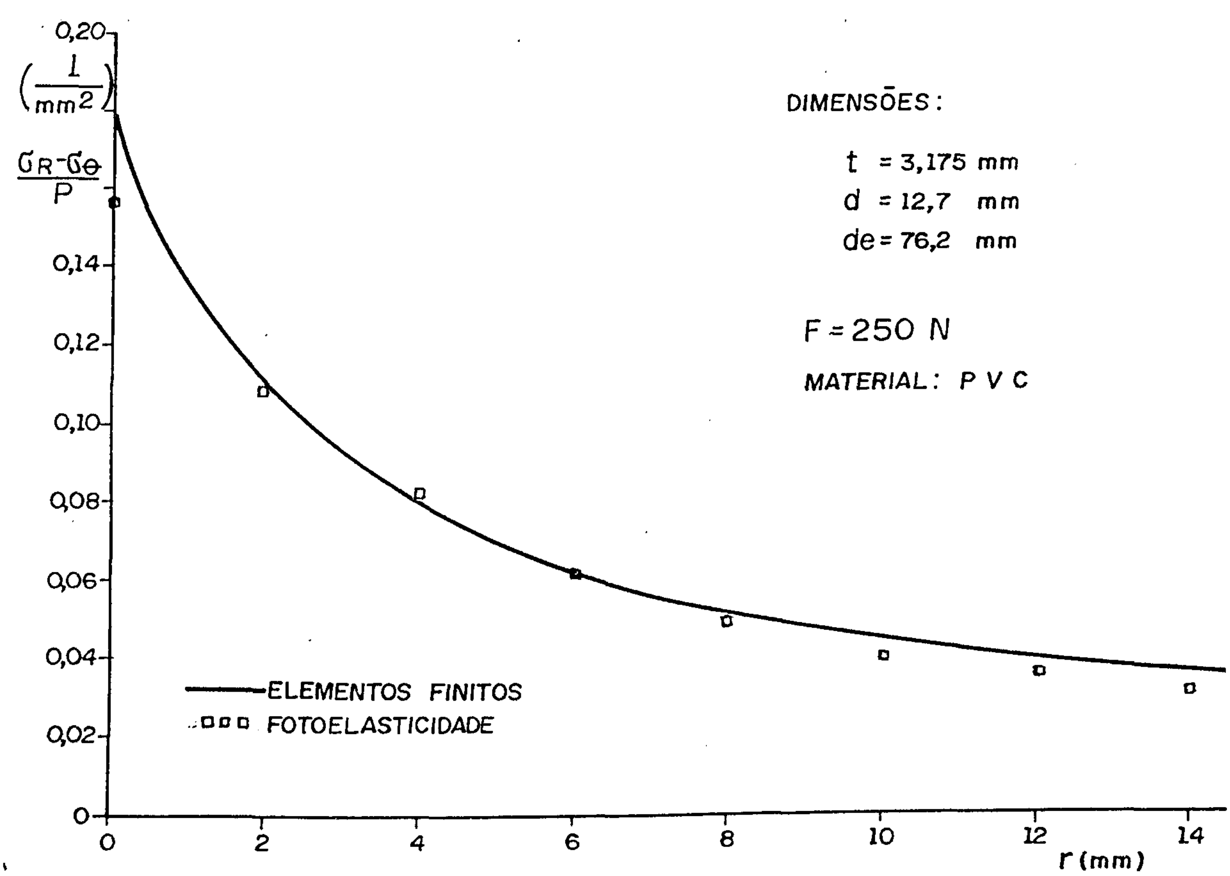


Fig. 6.9: Diferença das tensões σ_r e σ_θ ao longo de r, na face inferior da placa.

tes valores foram obtidos utilizando-se os dados experimentais da figura B.3 e a equação (5.11), tendo sido feita a correção do efeito de reforço [32,33].

6.3 Critério de Avaliação do Estado de Tensões

No item anterior foi comprovada a validade dos resultados da simulação numérica, comparando-os com uma técnica experimental propriamente dita. Através desta simulação foram obtidos os valores das tensões σ_r, σ_z, σ_θ, τ_{rz} e $\sigma_{máx}$ e $\sigma_{mín}$ no plano rxz com suas respectivas direções principais, no interior da placa, para várias geometrias de teste de esfera. É necessário, em seguida, adotar um critério para quantificar estes estados de tensão obtidos, identificando-se as regiões críticas da placa, e então, do ponto de vista deste critério, equacionar os parâmetros adimensionais efetivamente variados.

O critério que se pretende utilizar tem seus fundamentos na energia de deformação, apresentada a seguir. Numa descrição sumária e simplificada dos conceitos de energia de deformação interna envolvidos, ao se aplicar lentamente uma carga a uma determinada peça estrutural, dentro do regime elástico, a peça se deforma. Ao se retirar, também lentamente, a carga, a peça retorna ao seu estado indeformado original. Estes dois fatos podem ser relacionados dizendo-se que o trabalho executado pela força no carregamento é transformado em energia potencial, armazenada na peça, energia esta posteriormente recuperada novamente em forma de trabalho. A peça, então, funciona como mola: pode armazenar e fornecer energia, quando a carga é aplicada ou retirada. Esta energia acumulada é, portanto, uma energia de deformação elástica. É possível encontrar a formulação da energia de deformação elástica total absorvida por um elemento de volume dV, devido às tensões existentes. Escolhendo-se o conjunto particular das tensões principais do elemento, encontra-se, para um material que segue a lei de Hooke:

$$dU_{total} = \frac{dV}{2E}\left[\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2-2\nu(\sigma_1\sigma_2+\sigma_1\sigma_3+\sigma_2\sigma_3)\right] \qquad (6.1)$$

Esta equação (6.1) é a expressão da energia potencial contida num elemento, devido à deformação elástica total produzida por tensões induzidas pelo carregamento.[46]

Após a conceituação da energia de deformação elástica, vai-se proceder à decomposição de um estado geral de tensões em dois estados particulares que serão oportunamente aplicados a esta energia de deformação. Um conjunto de valores de tensões com propriedades interessantes é formado pelas tensões chamadas octaédricas. Para defini-las seja, inicialmente, um elemento de volume na forma de um cubo. Passando-se planos secantes por todos os cantos deste elemento consegue-se outro, na forma de um octaedro. Ao se transformarem as tensões principais do cubo para tensões normais e tangenciais às faces do octaedro, verifica-se que estas últimas apresentam propriedades peculiares:

- as tensões normais são idênticas entre si nos oito planos; formam, sozinhas, um estado "hidrostático", que tende a comprimir ou tracionar o elemento octaédrico, porém sem distorcê-lo;

- as tensões tangenciais também são idênticas entre si, nos oito planos; estas tensões, no entanto, tendem a *distorcer* o elemento sem mudança de volume.

Estas tensões, denominadas octaédricas, têm a característica de se apresentarem na forma de um único valor de tensão, normal ou tangencial, relacionado a um estado geral tridimensional de tensões.[46]

Desse modo, utilizando-se as tensões octaédricas, é possível partir de um estado de tensões qualquer e chegar a um outro, composto pela superposição de dois estados distintos e característicos: um estado hidrostático e um estado de distorção. De acordo com a teoria da máxima energia de distoção [46], em materiais e casos onde se apresenta uma fratura dútil e o material tem resistências similares à tração e à compressão, o estado hidrostático não tem grande influência na ruptura do material. Materiais submetidos a estados de tensão somente hidrostáticos podem resistir a tensões bem acima do seu limite de ruptura, medido em estado não hidrostático. Sendo assim, a distorção é a principal responsável pela ruptura destes materiais. A distorção é [29], ainda, de grande importância no exame dos processos de deformação plástica, onde o estado hidrostático não é considerado. Tudo isso induz à utilização da parcela da energia de deformação elástica responsável pela distorção como a medida mais representativa e significativa do estado de tensões no interior da peça em estudo.

Decompondo-se a energia de deformação elástica total [46], definida pela equação (6.1), em suas parcelas hidrostática e de distorção, pode-se obter separadamente aquela devido somente à energia de distorção:

$$dU_{dist} = \frac{dV}{6E} (1+\nu) \left[(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2 \right] \qquad (6.2)$$

Esta também é uma energia potencial absorvida pelo elemento, mas somente aquela parcela devido à deformação elástica que tende a *distorcer* este elemento. O restante da energia potencial, ou seja, a energia de deformação elástica total menos a energia de deformação elástica devido à distorção, é responsável por uma compressão ou tração do elemento. Da expressão (6.2) obtém-se a energia de distorção por volume:

$$\frac{dU_{dist}}{dV} = \frac{(1+\nu)}{6E}\left[(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2\right] \qquad (6.3)$$

Com a equação (6.3) estabelece-se, finalmente, uma energia por volume que relaciona um estado de tensão geral triaxial num ponto à energia de distorção no ponto, apresentando unidade de tensão. As figuras 6.10 e 6.11.a mostram a variação da energia de distorção por volume respectivamente nas direções r e z, para uma geometria de modelo com t=6,35 mm, d=12,7 mm, d_e=25,4 mm e D=76,2 mm, utilizando-se a equação (6.3) e as tabelas do apêndice C. Nestas tabelas, como σ_θ é diretamente uma das tensões principais e $\sigma_{máx}$ e $\sigma_{mín}$ se referem às tensões principais no plano $r \times z$, os valores a serem substituídos em σ_1, σ_2 e σ_3 na equação (6.3) são justamente σ_θ, $\sigma_{máx}$ e $\sigma_{mín}$. Estando os termos $(\sigma_1-\sigma_2)$ etc. elevados ao quadrado, não é necessário distinguir-se exatamente qual dos valores σ_θ, $\sigma_{máx}$ e $\sigma_{mín}$ se referem a $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$. A fim de caracterizar melhor a energia de distorção num determinado plano $r \times \theta$, vai-se proceder a uma integração das energias de distorção por volume na direção r, ao longo de um comprimento L, dividindo-se o resultado pelo próprio comprimento L. Desse modo define-se:

$$\sigma_{DL} = \frac{\int_L \left(\frac{dU_{dist}}{dV}\right) dr}{L} \qquad (6.4)$$

A equação (6.4) expressa uma variável com unidade de tensão, definida de modo a representar uma média da energia de distorção no comprimento considerado.

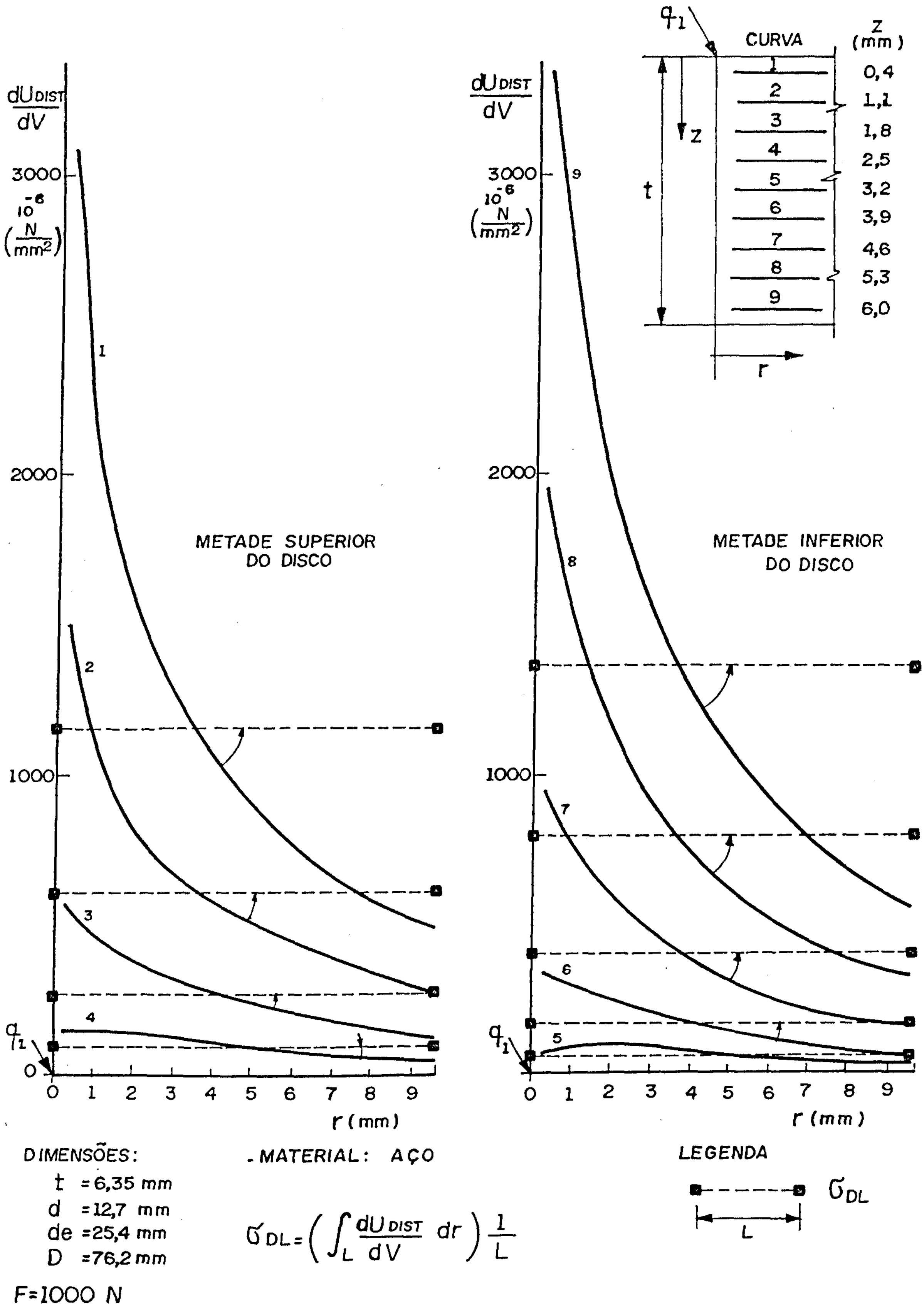
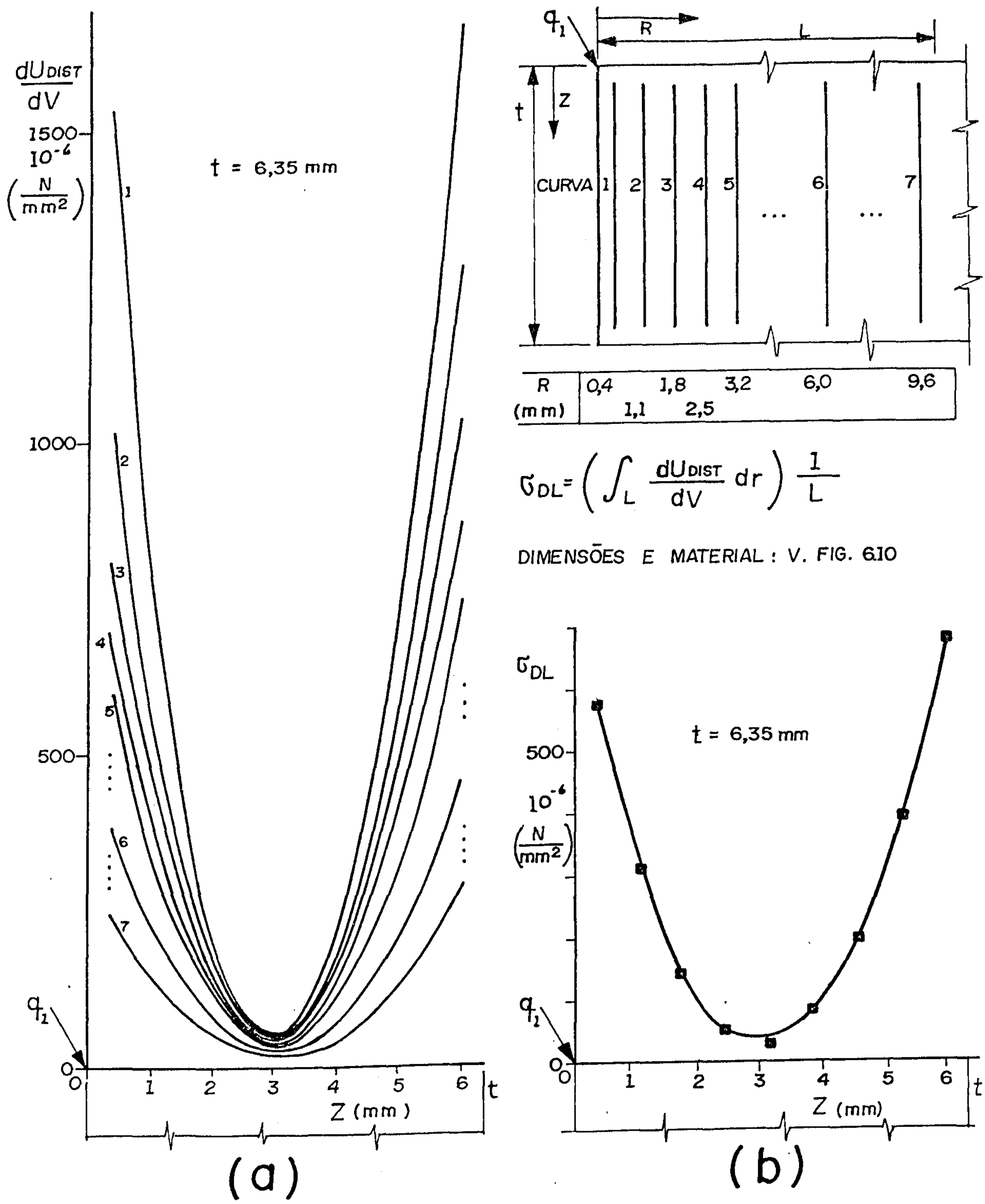


Fig. 6.10: Curvas da variação de dU/dV ao longo de r, para diversas posições z, comparadas com os respectivos valores de σ_{DL} (v. fig. 6.11 e tab. D.1 e D.2).



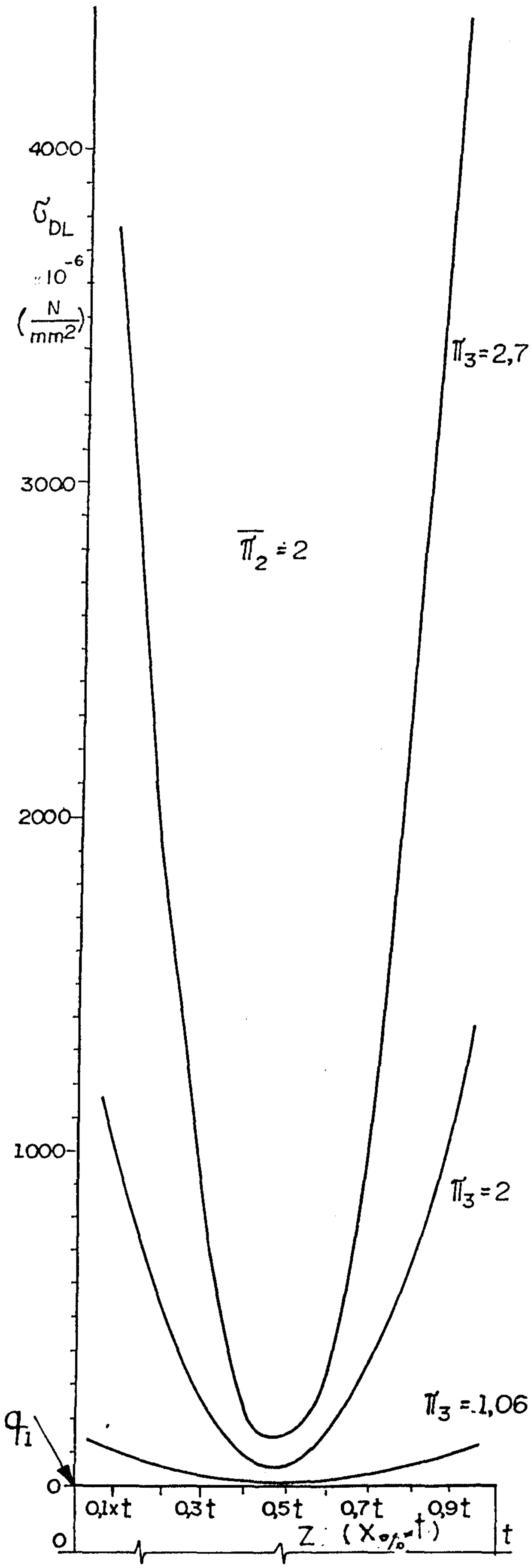
Tab. 6.11: Para as mesmas condições e geometria da figura 6.10 (v. tab. D.1 e D.2):

a) curvas da variação de dU/dV ao longo de z, para diversas posições r;

b) curva única da variação de σ_{DL} ao longo de z, representativa das curvas (a).

Na figura 6.10 está mostrado, para diversas posições z, o efeito da integração da energia de distorção por volume na direção r, dividida pelo comprimento considerado. Obtém-se, como resultado, uma média da energia de distorção neste comprimento. Cada curva da figura 6.10 foi, desse modo, substituída por um valor médio constante, representado por σ_{DL}, uma variável com unidade de tensão ligada a um comprimento L. A representação gráfica utilizada está indicando que no intervalo compreendido por L o valor médio σ_{DL} representa a energia de distorção em qualquer ponto do intervalo, em substiuição aos valores da curva, representação esta julgada mais significativa do que a escolha de somente um ponto qualquer nesta curva. Na figura 6.11.b está representada a variação destas mesmas tensões médias de distorção σ_{DL}, desta vez ao longo da espessura da placa, para um valor fixo de termos adimensionais $\Pi_2=d_e/d=2$ e $\Pi_3=d/t=2$. Se na figura anterior (fig. 6.10) pôde ser observado o efeito da integração por comprimento em cada curva separadamente, na figura 6.11 pode-se visualizar melhor este efeito no conjunto de curvas. Todas as curvas da figura 6.11.a são substituídas pela curva única da figura 6.11.b, que resguarda todas as características das curvas isoladas, como a tendência acentuada a zero ao se aproximar do ponto médio da espessura ou os valores máximos nos extremos, e apresenta como vantagem a representação numa única curva do estado de distorção médio na região considerada, limitada pela espessura da placa e pelo comprimento L.

Fazendo-se gráficos análogos para outros valores de termos adimensionais, divididos em duas séries em que cada uma mantém um destes valores constantes, chega-se aos gráficos da figura 6.12. Estes gráficos apresentam um mesmo padrão de variação, e no ponto $z=t$ observa-se que são atingidos os valores máximos das curvas, à excessão de duas curvas extremas, ($\Pi_2=2$; $\Pi_3=1,06$)



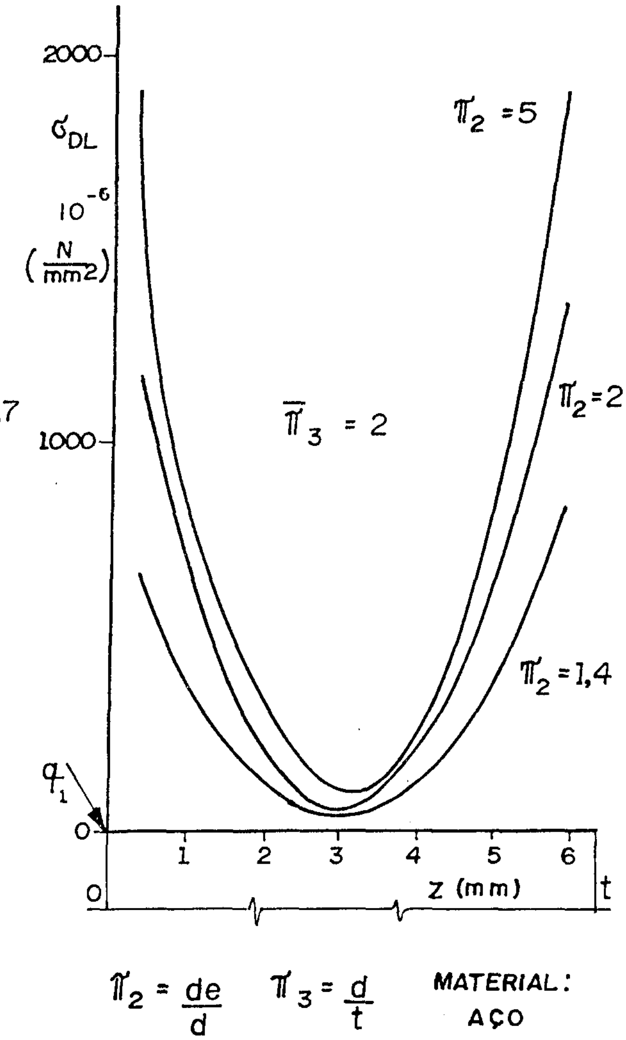


Fig. 6.12: Curvas da variação de σ_{DL} ao longo de z (v. tab. D.2):

a) para um valor constante de Π_2 e diversos Π_3;

b) para um valor constante de Π_3 e diversos Π_2.

e (Π_2=5; $\overline{\Pi}_3$=2), onde os pontos críticos apresentam valores aproximadamente iguais. Estas curvas apresentam, desse modo, uma mesma configuração e uma mesma posição de valores críticos. Conforme ficou estabelecido ao se escolherem as variáveis do sistema, no capítulo 4, será adotado um único valor, com unidade de tensão, que seja mais representativo ou mais significativo. Paeste valor será adotada a tensão de distorção média num comprimento L, σ_{DL}, na parte inferior da placa, onde existem ao mesmo tempo valores máximos de tensão de distorção e condições geométricas e de contorno mais favoráveis ao início de ruptura.

6.4 Equações Componentes e Equação Preditiva

Na definição das variáveis e termos adimensionais do problema, no capítulo 4, especificou-se um conjunto de parâmetros adimensionais a serem variados entre si. Dessa variação saem equações relacionando estes termos adimensionais e, conseqüentemente, as variáveis do problema. Fatores de ordem experimental e prática, como a influência desprezível da variável D e a manutenção da variável ν sempre constante, permitiram a redução do número de termos adimensionais para três, de tal forma que a equação (4.4) fica reduzida a:

$$\Pi_1 = f(\Pi_2, \Pi_3)$$

$$\frac{\sigma d^2}{F} = f(\frac{d_e}{d}, \frac{t}{d}) \qquad (6.5)$$

Todas estas variáveis já foram definidas no capítulo 4 e, para quantificar a variável do termo Π_1 que tem unidade de tensão, definida como tensão "genérica", será utilizada o valor da tensão de distorção σ_{DL}, como estabelecido no item anterior.

Sendo assim, o termo Π_1 pode ser determinado para diferentes valores de Π_2, mantendo Π_3 constante. Os resultados desta variação, utilizando os dados do apêndice C, permitem determinar o gráfico da figura 6.13.a e, por regressão, utilizando uma razão entre dois polinômios [42,43], determina-se a equação componente para $\overline{\Pi}_3=2$. Esta equação tem a forma:

$$\Pi_1 = F(\Pi_2, \overline{\Pi}_3) \rightarrow \Pi_1 . 10^6 = \frac{-98,40 + 99,25\ \Pi_2 - 1,495\ \Pi_2^2}{-0,05434 + 0,2435\ \Pi_2} \qquad (6.6)$$

De maneira análoga pode-se determinar Π_1 em função de Π_3, para um valor constante de Π_2. Esta variação é mostrada na figura 6.13.b. Através de uma regressão de potência obtém-se outra equação componente, para $\overline{\Pi}_2=2$, dada pela fórmula:

$$\Pi_1 = F(\overline{\Pi}_2, \Pi_3) \rightarrow \Pi_1 . 10^6 = 12,86\ (\Pi_3)^{4,05} \qquad (6.7)$$

Combinando-se as equações componentes (6.6) e (6.7) por multiplicação, chega-se à formulação da equação preditiva:

$$\Pi_1 = \frac{F(\Pi_2, \overline{\Pi}_3)\ F(\overline{\Pi}_2, \Pi_3)}{F(\overline{\Pi}_2, \overline{\Pi}_3)} \rightarrow$$

$$\frac{\sigma_{DL} d^2}{F} . 10^6 = \frac{-98,40+99,25(d_e/d)-1,495(d_e/d)^2}{-0,0543+0,2435(d_e/d)} \cdot \frac{12,86(d/t)^{4,05}}{215} \qquad (6.8)$$

A condição da combinação das equações componentes, por adição ou multiplicação, está mostrada em detalhes no apêndice D. A figura 6.14.a mostra a superfície gerada pela representação gráfica da equação preditiva (6.8), onde se observa como varia Π_1, que é proporcional à energia de distorção, ao se variarem os parâmetros t/d e d_e/d. A forma d/t para o termo Π_3 foi utilizada por comodidade em sua representação numa escala.

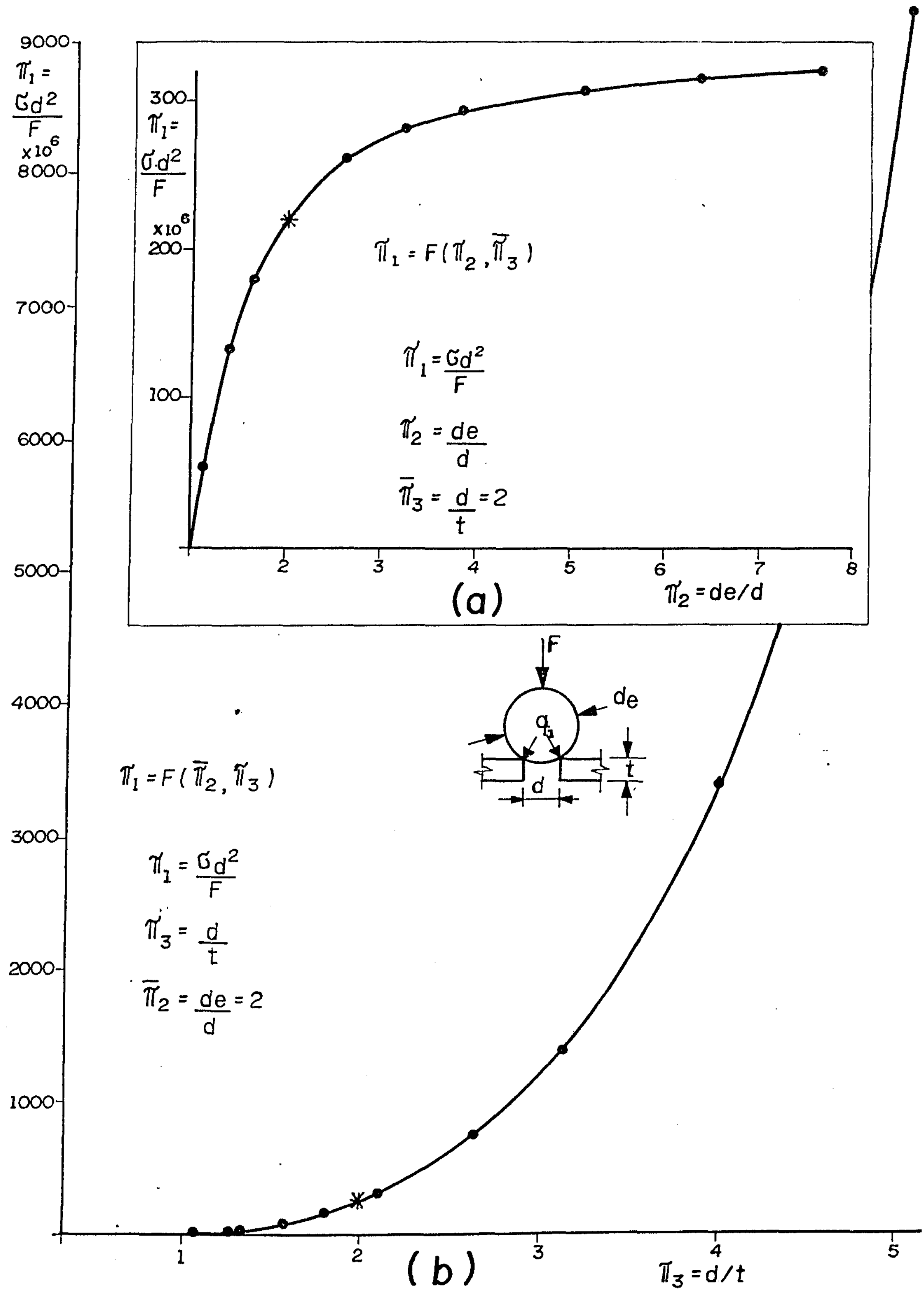


Fig. 6.13: Representação gráfica das equações componentes:

a) $\Pi_1 = F(\Pi_2, \bar{\Pi}_3)$; b) $\Pi_1 = F(\bar{\Pi}_2, \Pi_3)$; (v. tab. D.4)

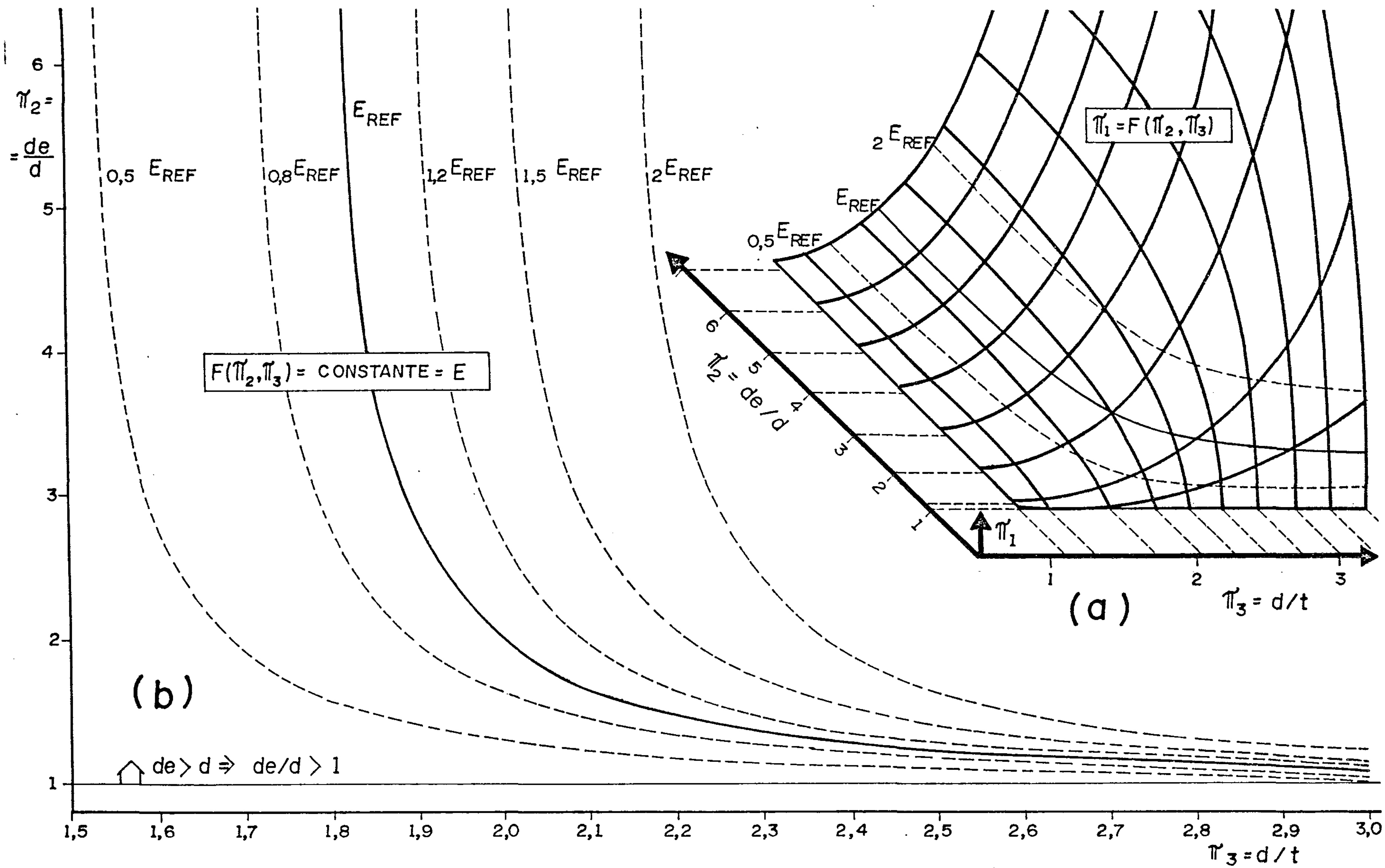


Fig. 6.14: a) representação gráfica da equação preditiva (6.4); b) curvas de nível para diferentes valores constantes de Π_1, relacionadas a um nível de referência.

Na prática do teste de esfera, verifica-se o seu funcionamento satisfatório até uma espessura de disco t=6,35 mm. Para discos de espessura maior, o teste nem sempre funciona perfeitamente. Além disso, a norma do teste [11] prevê sua aplicação até uma espessura limite t=9,52 mm, o que não abrange toda a escala de espessuras de discos padronizada por outras normas [8, 12]. Estes dois limites de espessura, referindo-se o primeiro ao início de mal funcionamento do teste e o segundo à sua impossibilidade de aplicação, devem-se ao fato de o teste de esfera ser realizado em níveis de energia de distorção bastante diversificados: níveis extremamente altos para pequenas espessuras e níveis muito baixos, quase insignificantes, para espessuras maiores. Em outras palavras, para o teste padronizado, de geometria d=12,7 mm, d_e=25,4 mm e D=76,2 mm e várias espessuras, observam-se os níveis de energia dados pela curva da figura 6.13.b, onde se percebe que o nível de energia, representado por Π_1, é inversamente proporcional à espessura, e com uma diferença entre valores extremos da ordem de grandeza de praticamente 10^4.

Estando de posse da equação preditiva (6.8), que prevê o estado de concentração de tensões de distorção, inicia-se então a análise final do problema, tendo em vista dois objetivos principais:

- identificar no equacionamento as condições mínimas indispensáveis para o perfeito funcionamento do teste,
- fornecer bases para uma padronização dos níveis de distorção dos testes realizados em discos de qualquer espessura.

Inicialmente, será identificado na superfície da figura 6.14.a, gerada pela equação (6.8), o ponto correspondente à geometria da maior espessura de disco, padronizada por norma, na qual o teste funciona satisfatoriamente, ou seja, qual o valor de Π_1

para $\Pi_2=d_e/d=2$ e $\Pi_3=t/d=2$, o que corresponde na prática a uma espessura de disco máxima t=6,35 mm, sendo d=12,7 mm, d_e=25,4mm e D=76,2 mm. Passando-se por este ponto uma curva de nível, que consiste na interseção da superfície com um plano paralelo àquele formado pelos eixos coordenados Π_2 e Π_3 e que passa pelo ponto considerado, plano este caracterizado por um valor constante de Π_1, ou seja, fazendo-se:

$$\Pi_1 = F(\Pi_2, \Pi_3) = \text{constante} = E \qquad (6.9)$$

estabelecem-se, na superfície da figura 6.14.a, várias curvas de Π_2 em função de Π_3, para um valor constante de Π_1, mostradas na figura 6.14.b, sob a forma:

$$\Pi_2 = F(\Pi_3)_{\Pi_1=\text{constante}=E} \qquad (6.10)$$

Este valor constante está relacionado ao nível de energia de distorção mínimo necessário para o perfeito funcionamento do teste, representado pelo valor $\Pi_{1_{min}}=215\times10^{-6}$. Para possibilitar o estabelecimento de níveis acima ou abaixo deste mínimo, sem ser necessário iniciarem-se os cálculos sempre pela equação (6.8), introduz-se um fator k, o qual, combinado com um valor de referência E_{ref}, aparece na formulação geral das curvas de nível dada por:

$$\frac{t}{d} = \sqrt[4,05]{\frac{16,74.10^6(k.E_{ref})(0,2435(d_e/d)-0,05434)}{-98,40+99,25(d_e/d)-1,495(d_e/d)^2}} \qquad (6.11)$$

Atribuindo-se a E_{ref} o valor 215×10^{-6}, os valores de k=0,8, 1, 1,2, 1,5 etc. vão gerar curvas em níveis respectivamente: 20% inferior a $\Pi_{1_{min}}$, exatamente no nível mínimo e 20% e 50% superiores a $\Pi_{1_{min}}$, como mostrado na figura 6.14.b.

A partir da expressão geral das curvas de nível (6.11) podem ser tabulados valores de d em função de t, para valores fixos de d_e e k. Sendo assim, para um valor de referência:

$$E_{ref}=\Pi_{1\,min}=215.10^{-6} \text{ e } k=1,$$

obtêm-se o gráfico da figura 6.15, que fornece o diâmetro do furo necessário para situar os discos de qualquer espessura, dentro do intervalo do gráfico, no nível mínimo de energia de distorção necessário para o perfeito funcionamento do teste de esfera. Para níveis acima do mínimo, basta dividir a espessura do disco pelos valores da tabela 6.1 e entrar com esta nova espessura diretamente no gráfico da figura 6.15:

$$\frac{t_{disco}}{\text{coeficiente}} \rightarrow t_{gráfico}$$

A tabela 6.2 indica os limites da variável de controle D relacionados ao diâmetro de esfera escolhido para teste.

Tab. 6.1: Coeficiente de correção da espessura t do disco, para efetuarem-se testes de esfera acima do nível mínimo de referência estabelecido.

porcentagem *acima* do nível de referência (%)	coeficiente¶ $\frac{t_{disco}}{coef} \rightarrow t_{gráf}$ †
0	1
10	1,023 810 7
20	1,046 042 9
30	1,066 928 6
40	1,086 621 7
50	1,105 289 8
100	1,186 650 9
200	1,311 593 1

†refere-se ao gráfico da fig. 6.15

¶coeficiente = $\sqrt[4,05]{k}$,

Tab. 6.2: Limites da variável de controle D.

d_e (mm)	D (mm)
9,525-25,4	76,2
25,4 -50,8	152,4

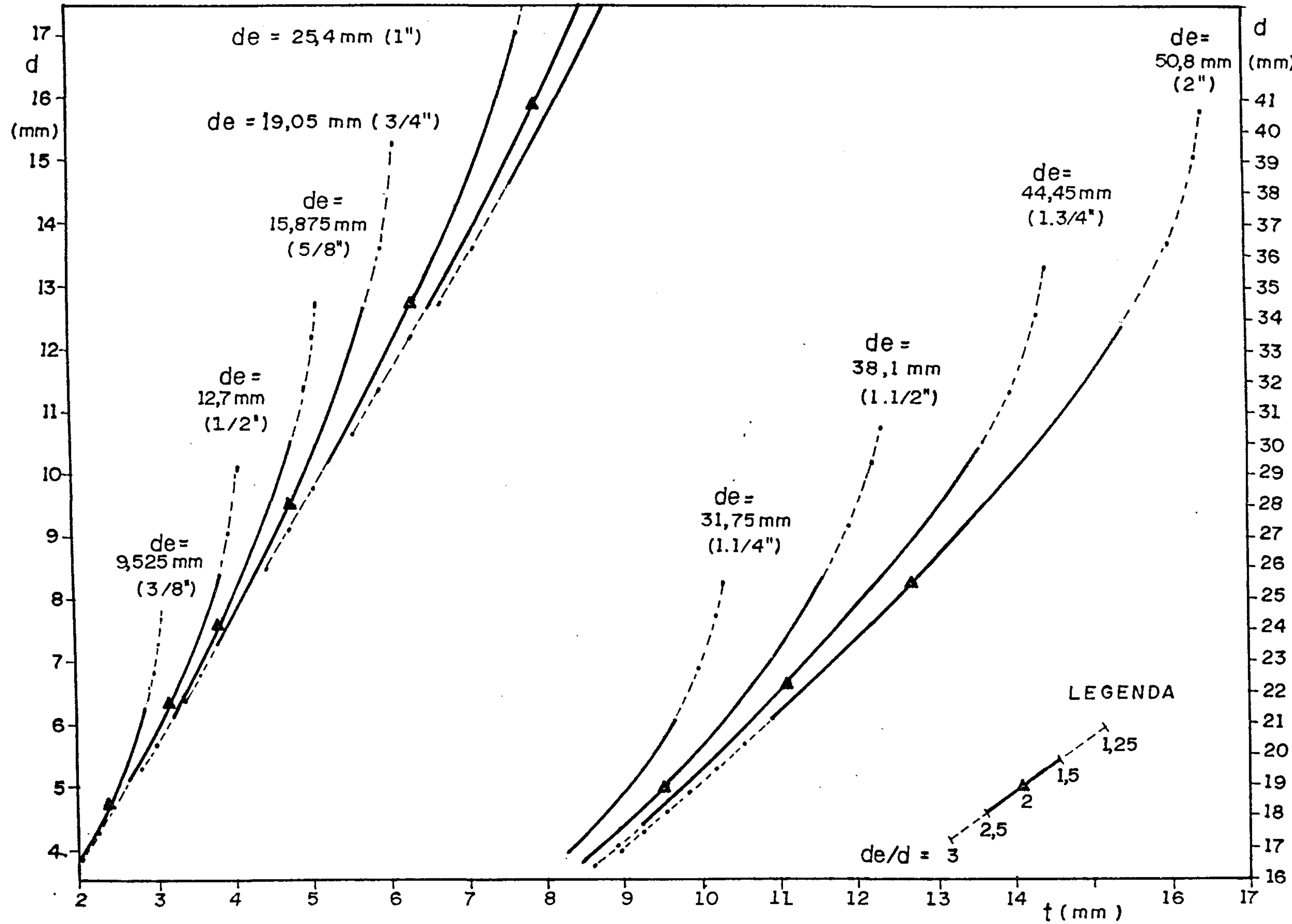


Fig. 6.15: Diâmetro do furo d em função da espessura t do disco ou placa, para diferentes diâmetros de esfera d_e e k=1 (nível mínimo de funcionamento adotado).

7 DISCUSSÃO

São feitas discussões sobre o trabalho reagrupado em itens referentes aos fundamentos e variáveis do problema, às técnicas experimentais e critérios adotados, ao equacionamento encontrado e, finalmente, à especificação final dos novos testes de esfera e resultados experimentais iniciais de sua aplicação.

7.1 FUNDAMENTOS DOS TESTES DE ANÁLISE DA ISOTROPIA E SUAS VARIÁVEIS CARACTERÍSTICAS

O presente estudo, generalização de teste de esfera de discos de implementos agrícolas, é de fundamental importância na avaliação do estado isotrópico das propriedades mecânicas das chapas metálicas utilizadas na fabricação dos discos. Como foi mostrado, a análise metalográfica, ou o estudo da estrutura interna, não é suficiente para caracterizar o comportamento mecânico final após uma série complexa de tratamentos [3], apesar de sua importância na compreensão dos resultados. Neste trabalho não foi feito um estudo aprofundado das técnicas de análise metalográfica, nem de suas aplicações. Ao contrário, foi feita uma apresentação sucinta de resultados da aplicação de uma determinada técnica metalográfica em discos agrícolas. O objetivo foi mostrar a importância deste tipo de análise na caracterização mais ampla do problema em estudo e, com relação à caracterização final específica das propriedades mecânicas resultantes, mostrar a importância dos ensaios práticos do material, em particular o teste de esfera, objetivo último do trabalho.

Dentro deste contexto, as ponderações que se seguem são pertinentes à oposição e complementação entre análise metalográfica e testes mecânicos, na determinação de propriedades mecânicas finais. Inicialmente, a análise metalográfica da estrutura interna de um material, feita antes e depois de um determinado processamento, fornece indícios do efeito deste processamento na estrutura interna do material. Analogamente, testes de propriedades mecânicas específicas, feitos antes e após o processamento, estabelecem a influência deste processamento no comportamento mecânico do material. Baseado nestes dois fatores, podem ser estabelecidas relações entre determinada estrutura interna e as propriedades mecânicas macroscópicas referentes. No entanto, quando o histórico da peça se torna complexo, uma análise da estrutura final apenas, após uma série de processamentos, é insuficiente para caracterizar as propriedades mecânicas resultantes. Para determinar o efeito desta série complexa de processamentos sobre as propriedades mecânicas é necessário um ensaio final que teste as propriedades que se têm em vista, ou outras ligadas a elas. Finalmente, é importante lembrar que num ensaio mecânico deve-se saber qual resultado, e até que ponto, indica a propriedade que se está medindo, ou seja, deve-se saber como seria o resultado deste ensaio num material cujas propriedades são exatamente aquelas que se deseja medir. Além disso, as propriedades mecânicas a serem testadas devem, num caso particular, estar intimamente ligadas às solicitações que têm influência no serviço da peça neste caso particular.

Definidos os campos de atuação e as funções específicas de cada tipo de teste, é importante salientar que, para os fabricantes de discos, impõe-se uma preocupação extra: produzir um produto final mecanicamente isotrópico *de maneira econômica*, ou seja, cada fabricante vai desenvolver seu processo de fabricação utilizando uma matéria-prima específica e, ao final, testase este produto para verificar a eficácia dos tratamentos efetuados na produção de uma peça mecanicamente isotrópica. A economia é conseguida através do tratamento adequado a cada tipo de matéria-prima, pois não é necessário fazer uma laminação cruzada num material com baixos teores de inclusões de sulfeto, assim como é essencial que este tipo de laminação seja feito num material com altos teores. Como opção, o controle da forma das inclusões, através da adição de componentes à matéria-prima, em materiais com altos teores de inclusões, poderá também produzir a redução da anisotropia mecânica.

Com relação às variáveis do teste mecânco estudado, foi visto que o teorema dos Π-termos ou termos adimensionais de Buckingham permite uma redução do número de variáveis a serem manipuladas, através da transformação de um conjunto de n variáveis num outro conjunto de n-m termos adimensionais, onde m é o número de dimensões básicas do problema. Assim, a partir das sete variáveis u_i, teoricamente suficientes para caracterizar o problema como foi definido, chegou-se a um conjunto de cinco Π-termos formados por combinações adimensionais das sete variáveis (equação (4.4)), tendo-se o cuidado de não incluir nos termos adimensionais variáveis interdependentes.

No entanto, somente a verificação prática experimental pode confirmar se a variação de determinados parâmetros é ou não significativa. Nos esperimentos realizados, tendo-se em vista a redução do domínio de observação às proximidades do orifício, uma das variáveis, o diâmetro do anel de apoio, não produziu mudanças sensíveis no estado de tensões nesta região. Desse modo, esta variável e o termo adimensional que caracterizava foram excluídos da lista de parâmetros a serem variados. Ainda assim, o diâmetro do apoio foi mantido como uma variável de controle externo, necessária para controlar uma área mínima de apoio suficiente para se processar livremente a ruptura do material e a passagem da esfera, sem interferência do anel de apoio. Para isto, o diâmetro do apoio D fica restrito a certos limites relacionados ao diâmetro da esfera utilizada, $D \geq 3d_e$. Através da utilização de um valor de ν sempre constante, este deixou de ser uma das variáveis e o termo adimensional que caracterizava foi eliminado. Reduziu-se, com as simplificações de D e ν, o número de termos adimensionais a apenas três.

Outra importante constatação é que, na prática, pode-se variar somente um dos parâmetros de um termo adimensional para conseguir a variação do mesmo. Isso significa que a utilização de termos adimensionais permite trabalhar com uma variação de um número de parâmetros até mesmo inferior ao número de termos adimensionais. No presente trabalho, de um conjunto inicial de *sete* variáveis, a sistematização da coleta de dados e a utilização de retro-alimentação ("feedback") na caracterização das variáveis permitiram, na prática, a variação de somente *dois* parâmetros: t e d_e, através dos quais são variados os *três* termos adimensionais $(\sigma_{DL} \cdot d^2)/F$, d_e/d, d/t e, conseqüentemente, estabelecida a relação entre as *cinco* principais variáveis do problema: σ_{DL}, F, d, d_e e t.

7.2 Técnicas Experimentais e Critérios Adotados

Os resultados experimentais podem ser apreciados quanto ao seu caráter *qualitativo*, que descreve os aspectos fundamentais do problema através da descrição do estado de tensões e deformações para um caso específico, e *quantitativo*, que descreve um caso específico de maneira a poder relacioná-lo com outros casos através de uma medida representativa dos diferentes estados de tensões ou deformações. Devido à sua natureza de técnica experimental propriamente dita, na qual as condições de carregamento e apoio e as reações das partes do modelo compõem um sistema físico real em ação e reação, a técnica experimental da Fotoelasticidade, Tridimensional e de Reflexão, é aqui utilizada como padrão qualitativo. Por outro lado, as grandes facilidades disponíveis para simulações numéricas computacionais, materializadas por programas fundamentados no Método dos Elementos Finitos, levaram inevitavelmente à sua utilização como fonte de resultados quantitativos. Estas facilidades incluem inúmeras combinações geométricas e de propriedades físicas, dentro dos tipos de elementos disponíveis, limitadas apenas pela capacidade de armazenagem de dados do programa, facilidades que incluem a simulação de casos fisicamente difíceis, simulados e calculados quase que instantaneamente se comparados com as técnicas experimentais. No entanto, estas mesmas inúmeras possibilidades, dentor do contexto de uma análise essencialmente discreta, fazem necessário uma averiguação ou monitoração dos resultados numéricos apresentados. É necessário saber se o comportamento do modelo discreto descreve satisfatoriamente o comportamento físico real, de acordo com os objetivos visados, e ainda é preciso verificar se as condições de contorno impostas simulam de fato aquelas realmente existentes.

Após a realização da parte experimental do trabalho constata-se que, realmente, a prática da análise experimental de tensões pode ser composta, com bastante proveito, da combinação de técnicas experimentais propriamente ditas, descrevendo essencialmente os aspectos qualitativos, e simulações numéricas computacionais, fornecendo resultados quantitativos. Quanto ao sucesso desta combinação, as figuras 6.5 a 6.8 comparam os valores obtidos pela Fotoelasticidade Tridimensional e Elementos Finitos, para uma mesma geometria e condições de carregamento de um modelo. Pode-se observar uma perfeita concordância não só qualitativa mas também quantitativa dos resultados obtidos. Da mesma forma. os resultados obtidos pela Fotoelasticidade de Reflexão são também significativamente compatíveis, como mostra a figura 6.9. Alguns valores obtidos apresentam certa dispersão (figura 6.6), que pode ser explicada pelas limitações da Fotoelasticidade nos contornos livres. Estes erros podem ser otimizados usando técnicas de extrapolação das franjas para o contorno livre [29]. Todas estas comparações evidenciam a eficácia da combinação de técnicas quanto aos aspectos *qualitativos*. *Quantitativamente*, o volume de resultados apresentados nas tabelas C para diversas geometrias e propriedades físicas, que são uma fração do total disponível na saída de dados do programa, e alguns resultados da manipulação das tabelas C, nas tabelas D, evidenciam um campo de trabalho bastante amplo, onde podem ser efetuadas as análises e variações necessárias à compreensão, estudo e previsão do fenômeno em observação.

O objetivo do teste de esfera é levar o disco à ruptura e, através desta, fornecer um diagnóstico da isotropia ou anisotropia do mesmo. Sendo assim, entram em questão processos de deformação plástica e ruptura quando se realiza efetivamente o teste. No entanto, durante todo o trabalho apresentado, todas as considerações e cálculos utilizando as tensões obtidas pelas técnicas acima descritas estão situados no regime elástico. Não existem considerações explícitas quanto ao processo de ruptura real a não ser na adoção do critério da máxima energia de distorção, o qual é utilizado em estudos elasto-plásticos. A predição final, desse modo, diz respeito às condições elásticas limites a partir das quais vai iniciar-se o escoamento nos pontos críticos. As relações geométricas estabelecidas originam um estado de distorção com valores bastante altos numa porção determinada e reduzida da peça, que é a região da face inferior próximo ao orifício, onde com certeza vai iniciar-se o escoamento, como mostrado nas figuras 6.11 a 6.12. Como se realizarão efetivamente as etapas sucessivas de deformação plástica e ruptura, até que a esfera atravesse todo o disco, não foi objeto de estudo nem pode ser previsto com os resultados apresentados. O que se fez foi levar os discos de qualquer espessura a um certo nível de concentração de tensões de distorção na região considerada, dentro do regime elástico, dando condições a que se iniciasse aí um escoamento localizado do material. Após o escoamento, pode-se imaginar que, atingida a ruptura, a seção de material da face inferior que se rompeu já não ofereça mais resistência, devido às trincas iniciais, e o estado de tensões se transporte para um plano $r \times \theta$ imediatamente superior à superfície rompida, iniciando-se aí novo estado de concentração de tensões de distorção, até novo escoamento.

Devido aos processos de laminação, as segregações, inclusões e mesmo os fatores microestruturais vão se alinhar, seja na forma de um plano, quando de uma laminação cruzada ou multidirecional, seja numa forma predominantemente linear, quando de uma laminação unidirecional. Por isso, apesar de não se poder predizer o efeito mecânico final destes alinhamentos, podem-se localizar direções e planos mais críticos a determinados tipos de esforços isolados. Após ter sido adotado um critério, baseado na distorção, que estabelece as regiões mais críticas, onde é levada em conta a influência do estado de tensões tri-axial completo, as regiões assim determinadas podem ser estudadas levando-se em conta, desta vez, os aspectos particulares de cada uma delas, tentando explicar o início do escoamento nesta ou naquela região por razões particulares de cada uma as quais foram, juntas, mais críticas que as razões particulares de outras regiões, apesar de todas serem, no aspecto geral, igualmente críticas segundo o critério estabelecido.

A condição particular inicial se refere à geometria da placa plana, que num sistema $x \times y \times z$ possui uma direção com espessura inúmeras vezes inferior às duas outras, permitindo trabalhar-se, numa região distante de bordos ou furos, com apenas duas direções de geometrias de seção caracteristicamente distintas: a direção z, de espessura t, e as direções perpendiculares a z. Como existem condições de simetria nesta região, provenientes das condições simétricas do apoio, orifício e carregamento, a direção z assume a posição do eixo de simetria e muda-se o sistema de coordenadas trocando-se os eixos ortogonais x e y por somente um deles, denominado r, e mais uma direção θ relacionado a r. A placa plana isotrópica, sob condições locais de simetria, possui, dessa forma, duas seções de referência na região considerada: uma na direção z e uma na direção θ. Outras condições particulares se referem ao confinamento da porção de material da região próxima ao orifício, na parte superior, confinamento realizado pela esfera e a parte restante do disco, numa situação onde todas as tensões são de compressão. As condições geométricas na face inferior são opostas às anteriores, em presença de tensões de tração.

Com relação às tensões, uma compressão numa direção θ, ou uma compressão na direção z somente em um dos lados da placa, vão levar a uma flexão da mesma. Um esforço de flexão na placa vai produzir tração numa superfície e compressão na outra. Analisando-se o efeito dos esforços de tração e compressão isolados, se não existirem problemas de instabilidade, uma inclusão de material de menor resistência envolvida por outro material de resistência bem maior deverá ser mais crítica a grandes esforços de tração localizados, já que o material menos resistente, nesta situação, por si mesmo não poderá resistir a este esforço de tração, nem ser auxiliado pelo material mais resistente quando o efeito da segregação na seção não permitir uma redistribuição de esforços eficiente. Isto não ocorre na compressão, onde a pequena inclusão menos resistente vai ser comprimida entre materiais mais resistentes, condição menos crítica do que a da tração, devido principalmente ao confinamento e à exigüidade da seção de material menos resistente que não possibilita caracterizar-se aí uma ruptura localizada por esmagamento. Pretende-se concluir, então, que neste material, na região considerada, sob as condições em estudo, grandes esforços localizados de tração, que tendem à separação de seções do material, serão mais críticos do que esforços localizados de compressão, para pontos igualmente críticos com relação à energia de distorção.

Desse modo, os alinhamentos de segregações em forma de pequenas placas contidas em planos $r \times \theta$ serão mais prejudiciais à resistência à tração na direção z, tendendo a separar planos $r \times \theta$, enquanto que longos alinhamentos lineares na direção r serão mais prejudiciais à resistência à tração na direção θ, tendendo a abrir fendas separando planos $r \times z$. A magnitude dos esforços σ_z envolvidos, bem como das tensões cisalhantes, indicam que os mesmos podem ser ignorados sob as condições de concentração de tensões existentes no teste de esfera como pretendido. A última tensão isolada a ser considerada, σ_r, tende a abrir fendas circulares formando anéis na placa em volta do orifício. Após todas estas considerações, considerando-se a magnitude dos esforços σ_θ presentes, a presença do orifício que oferece um ponto de geometria crítico ao início da ruptura na face inferior da placa e tendo-se em vista que os alinhamentos de segregações se darão necessàriamente ao longo de uma direção r num ângulo θ qualquer, a tensão σ_θ^- de tração na parte inferior do disco próximo ao orifício é a condição particular localizada mais crítica ao início do escoamento, para pontos de mesma energia de distorção.

7.3 EQUACIONAMENTO GERAL DO PROBLEMA

Como foi mencionado, os dois gráficos da figura 6.13 mostram o relacionamento entre os termos adimensionais Π_2 e Π_3 e o termo Π_1, este último representativo da energia de distorção no sistema. Na figura 6.13.b percebe-se que a distorção é inversamente proporcional à espessura de disco, para um diâmetro de furo constante. Para $\Pi_3 \leqq 2$, pode-se observar que os níveis de distorção são extrememente baixos comparados aos valores para $\Pi_3 \geqq 4$ e para $\Pi_3 \leqq 1$ a distorção é praticamente nula. O fato de existir distorção quase nula, na região do orifício, indica que não está ocorrendo um processo de concentração de tensões próximo ao orifício, e por isso não se caracteriza o estado de tensões de acordo com os objetivos do teste. Em outras palavras, para $\Pi_3 \leqq 2$ ou ainda para $\Pi_3 \leqq 1$, *não existe concentração de tensões considerável na borda inferior do orifício* e, conseqüentemente, a ruptura numa placa sob estas condições deverá depender de outros fatores além da isotropia numa direção θ. Neste caso, pode-se fazer uma interpretação diferente da geometria e das condições de apoio, já que se trata mais caracteristicamente de uma placa de espessura considerável, apoiada num anel circular e submetida a uma punção, existindo um orifício sob o ponto de aplicação da carga, o que, apesar das semelhanças geométricas, em termos de energia e distribuição de tensões é diferente do teste desejado. Haverá grande concentração de tensões no ponto de aplicação da carga, neste caso de punção, mas existirá uma dispersão de tensões até chegar-se à face inferior.

Como o ponto de partida de análise do problema, num caso concreto, é a espessura da placa onde será feito o teste, e levando-se em conta a importância do termo anteriormente discutido, $\Pi_3 = d/t$, na distorção, o termo Π_2 (figura 6.13.a) aparece como uma componente complementar do teste, mas bastante significa tivo. Este termo, dado pela relação d_e/d, indica o ângulo de aplicação da carga distribuída na borda superior do orifício. Considerando-se um diâmetro do furo constante, a curva da figura 6.13.a indica que existe uma grande variação no nível de energia para $\Pi_2 \leqq 4$, ou seja, para esferas de pequeno diâmetro o nível de energia tende a zero, independentemente do valor de Π_3 fixado. No entanto, ao se atingirem as proximidades de $\Pi_2=4$, valores superiores a este terão influência mínima no aumento da distorção. Dessa forma, existirá um intervalo de diâmetros de esfera utilizáveis, situado entre o mínimo necessário para o funcionamento do teste, $\Pi_3 \cong 2$, e um valor máximo de diâmetros de esfera, por exemplo $\Pi_3 \cong 3$. Isso se deve ao fato de que, neste Π-termo, a geometria é mais crítica do que o nível de energia para $\Pi_3 \geqq 3$. Para um valor fixo do diâmetro do furo, aumentar Π_2 implica em aumentar o diâmetro da esfera, o que geometricamente vai caracterizar uma transformação progressiva do caso de uma esfera atravessando um furo numa placa para ocaso de um contato entre duas superfícies, uma plana e uma esférica. Assim, no gráfico da figura 6.13.a, valores acima de $\Pi_3=3$ estarão em níveis de energia utilizáveis no teste, mas a geometria resultante estará caracterizando um caso diverso do teste de esfera pretendido.

Na figura 6.14.a estão mostradas várias curvas do tipo daquelas da figura 6.13 que, combinadas, formam uma superfície. Está marcado, tanto nas curvas da figura 6.13 quanto no cruzamento destas curvas na superfície da figura 6.14.a, o ponto de energia de distorção considerado mínimo, $\Pi_2=2$ e $\Pi_3=2$. Esta superfície permite prever-se o relacionamento das diversas variáveis, na forma dos termos adimensionais. Iniciando-se uma análise particular desta superfície, pode-se escolher um padrão de energia de distorção para os testes, ou seja, o estabelecimento de um nível de energia. Na figura 6.14.b representam-se simultaneamente as curvas de $\Pi_2 = F(\Pi_3)$ para diversos valores constantes E de Π_1. Visando uma maior flexibilidade na manipulação das curvas de nível, substituiu-se este valor constante pelo produto $(k.E_{ref})$. Cada curva da figura 6.14.b representa um nível diferente de distorção, porém existe uma ligação entre estes níveis relacionando-os ao valor de referência. Estas substituições de variáveis visam manter-se um coeficiente k ligado a uma das variáveis, visando uma mobilidade na manipulação do gráfico final, sem ter sempre que reiniciar pela equação (6.8) para mudar de nível de energia, já que os testes funcionam a partir do valor mínimo considerado e não somente neste nível.

7.4 Teste de Esfera: Especificações, Ensaios e Resultados Práticos de Aplicação

O gráfico da figura 6.15 possibilita uma previsão e uma programação completa de testes de esfera. O problema fundamental que se impõe, na prática, é especificar, a partir de uma espessura conhecida de disco ou placa, os diâmetros da esfera e do orifício necessários para se realizar um teste de esfera. O procedimento para a seleção dos parâmetros do teste é feito arbitrando-se, inicialmente, um nível de energia de distorção para o teste, que pode ser acima ou abaixo do nível mínimo de referência adotado, para o qual foi construído o gráfico da figura 6.15. Este nível é aquele obtido com uma geometria de teste padronizado para t=6,35 mm, d=12,7 mm, d_e=25,4 mm e D=76,2 mm e um valor de $\Pi_1 = 215.10^6$. A tabela 6.1 permite utilizar o mesmo gráfico, figura 6.15, para valores percentuais da referência, bastando corrigir-se a espessura do disco a ser ensaiado pelo coeficiente da tabela: o valor de t a entrar no gráfico será o valor t do disco dividido pelo coeficiente da tabela, para o nível correspondente desejado. De posse da espessura, pode-se escolher a esfera. No entanto, se na espessura da tabela está implícito um nível de energia, o diâmetro da esfera leva em consideração a geometria. A escolha rápida consiste em partir da espessura e determinar no gráfico o diâmetro do orifício através de uma das curvas de diâmetro de esfera. Na figura 6.15, as curvas cheias delimitam a relação d_e/d entre 1,5 e 2,5, e as tracejadas entre 1,5 a 1,25 e 2,5 a 3. Tendo-se em vista que o critério adotado visa basicamente levar a placa à iminência da ruptura pela concentração das tensões de distorção ainda no regime elástico, é preciso, em algum ponto, levar em consideração os aspectos geométricos do processo de ruptura que vai se iniciar. Isso implica em manter o diâmetro da esfera, com relação ao orifício, em limites máximos 2,5 e 3, a partir dos quais a geometria se caracteriza mais como uma interação entre duas superfícies do que entre uma placa e uma esfera. Com relação aos limites mínimos, 1,5 e 1,25, estes indicam uma tendência da esfera a alargar a borda superior do orifício mais do que forçar a placa para baixo. As linhas cheias permitem uma variedade de escolha dentro de um limite mais conservador. As partes tracejadas fornecem a curva completa até os limites extremos de geometria utilizável.

Intimamente ligado ao processo de ruptura está o diâmetro do apoio. A fim de providenciar uma área, dentro dos limites do apoio, onde a ruptura possa ser efetuada livremente, permitindo a passagem da esfera e a formação das trincas, são recomendados dois diâmetros de apoio. Utiliza-se o diâmetro D=76,2 mm, padronizado pela norma, para esferas até 25,4 mm, e D=152,4 mm para esferas de até 50,8 mm. O padrão estabelecido foi manter a relação geométrica entre o diâmetro da esfera e do apoio igual àquela do teste normalizado adotado como nível mínimo de referência $D=3d_e$. Do fato de não influir o diâmetro do apoio na concentração de tensões, adotou-se o diâmetro do apoio padronizado para as esferas até a normalizada e mais um diâmetro que pudesse ser utilizado até o último diâmetro de esfera do gráfico, D=152,4= 3x50,8.

Os resultados de testes sumários em discos provenientes de três fabricantes distintos A, B e C, com processos diversos de laminação de matérias-primas de composição também diversa, permitem uma análise rápida da aplicação do teste de esfera. Utilizando-se, inicialmente, uma espessura de disco na qual o teste funciona com altos níveis de distorção, t=3,175 mm, os discos ensaiados permitem caracterizar e diferenciar nitidamente os produtos finais isotrópicos e anisotrópicos. A anisotropia mecânica final, ou seja, a tendência das propriedades mecânicas apresentarem resistências significativamente diversas em um ou mais planos, é perfeitamente observada na figura 7.1 (fabricante B). Esta figura se refere ao teste normalizado, com níveis de distorção bastante altos, nos pontos $\Pi_3=4$ e $\Pi_2=2$ respectivamente nas figuras 6.13.a e 6.13.b, sendo d_e=25,4 mm e d=12,7mm. Neste caso, num dos furos a placa se rompeu ao longo de uma linha reta e, no outro, a direção da fratura é paralela à do primeiro, ficando caracterizado que existe uma direção preferencial à ruptura.

Em seguida, os testes de discos de outras marcas exemplificam casos típicos de isotropia nas propriedades mecânicas, cada um apresentando características secundárias próprias. As figuras 7.2 e 7.3 mostram os resultados de testes para a mesma geometria da figura 7.1. Pode-se observar que as fraturas são em maior número, menor extensão, aleatórias em seu direcionamento e não ultrapassam a marca do anel de apoio. Estão caracterizados, dessa forma, produtos finais mecanicamente isotrópicos, que correspondem aos fabricantes A e C. O despreendimento de partes de material dos cones formados são mais freqüentes no

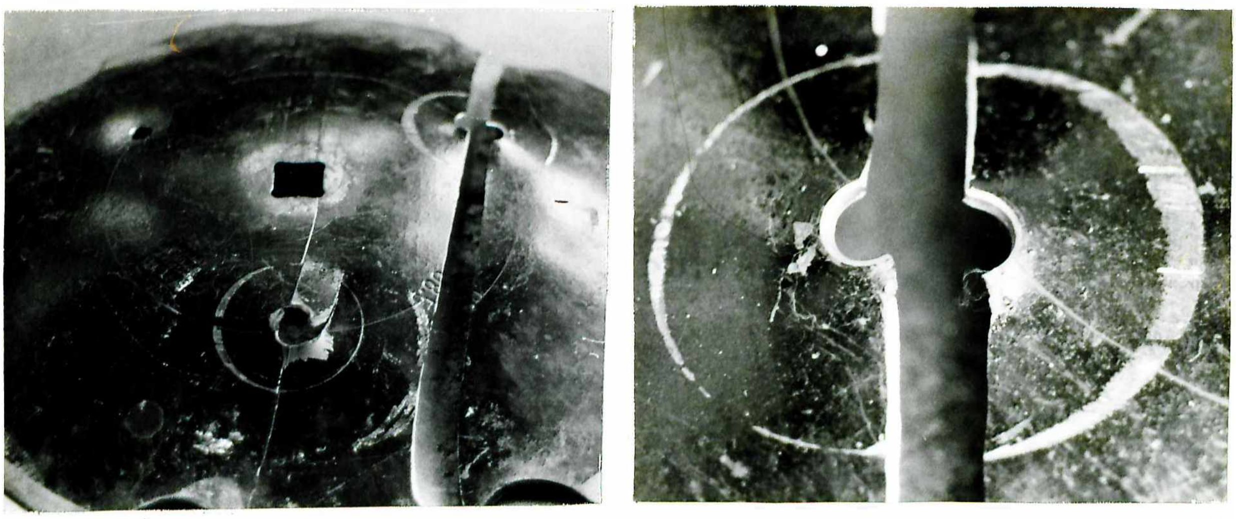


Fig. 7.1: Teste de esfera: t=3,175, d=12,7, d_e=25,4 mm, fabr. B

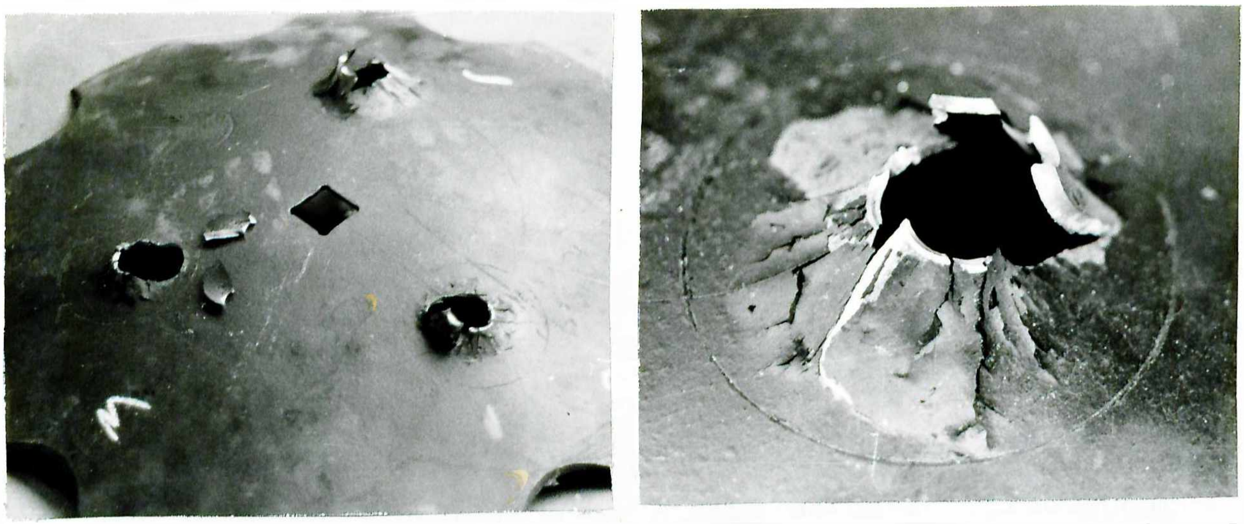


Fig. 7.2: Teste de esfera: t=3,175, d=12,7, d_e=25,4 mm, fabr. C

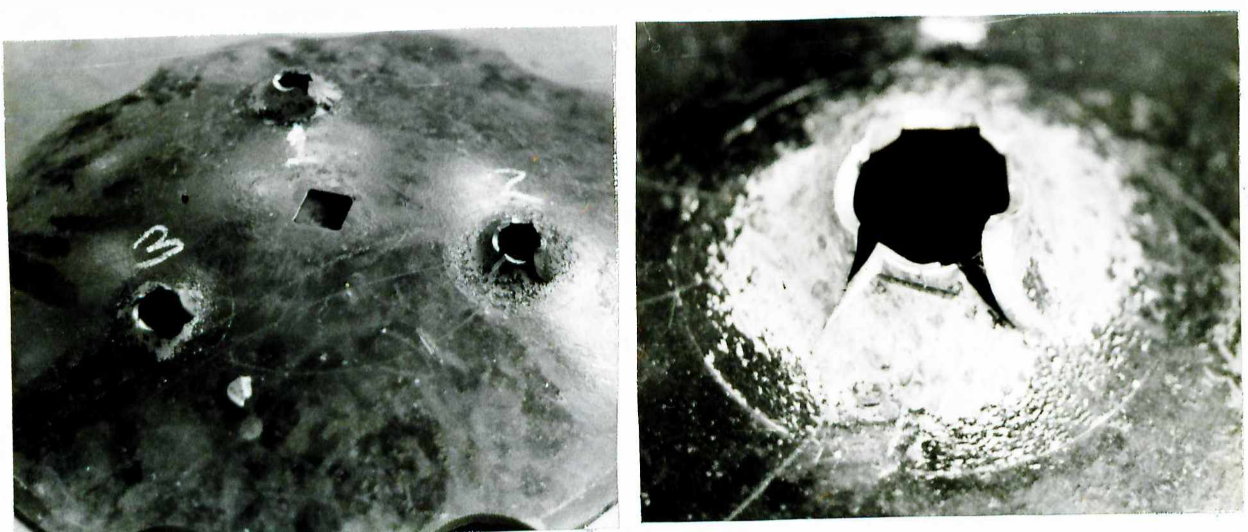


Fig. 7.3: Teste de esfera: t=3,175, d=12,7, d_e=25,4 mm, fabr. A

fabricante C, que faz laminação cruzada. O fabricante A faz laminação multidirecional e utiliza matéria-prima de melhor qualidade. Sem entrar em consideração quanto ao aspecto particular do despreendimento destas porções de material, que poderia fornecer indícios de uma verificação secundária de outras características destes produtos, pode-se afirmar que, quanto à isotropia das propriedades mecânicas resultantes, ambos são isotrópicos.

A figura 7.4 mostra o resultado de teste em discos do fabricante B com geometria t=3,175 mm, d=6,35 mm e d_e=12,7 mm, a partir das especificações da figura 6.15, que corresponde ao nível mínimo de energia adotado para esta espessura. Percebem-se, neste teste, todos os sinais indicativos da anisotropia, analogamente ao furo do teste normalizado, figura 7.1, existindo uma direção bem diferenciada de ruptura com a trinca ultrapassando a marca do apoio. Comprova-se, dessa forma, que o teste funciona perfeita e característicamente num extremo da escala de espessuras fabricadas, com um nível mínimo de energia de distorção, onde todos os parâmetros foram especificados conforme o previsto neste trabalho. Da mesma forma, testes realizados com esta mesma geometria em discos de outros fabricantes comprovam os resultados esperados em materiais isotrópicos. As figuras 7.5 e 7.6 apresentam resultados análogos aos obtidos nas figuras 7.2 e 7.3, respectivamente. Observe que o despreendimento de partes do material constatado na figura 6.2 foi também observado na figura 7.5, ambos realizados em discos do mesmo fabricante.

Na figura 7.7 está mostrado o resultado num disco de espessura t=12,7 mm, com d=22,23 mm e d_e=44,45 mm, num nível de energia 70% superior ao mínimo. Conseguiu-se, neste teste, iniciar o processo de ruptura na região pretendida numa espessura de disco além dos limites de restrição da norma. As eta-

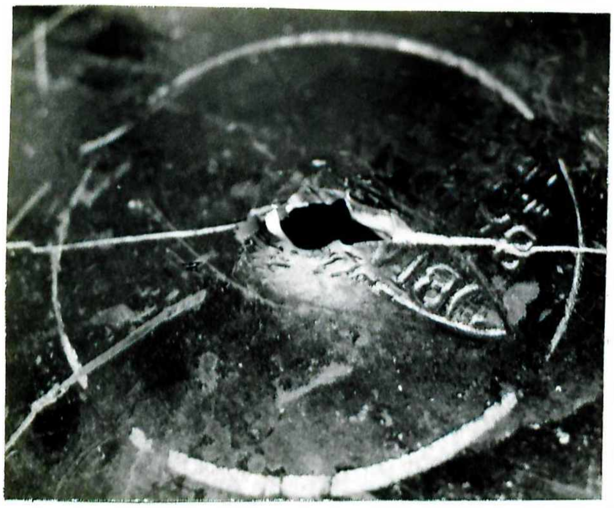


Fig. 7.4: Teste de Esfera: $t=3{,}175$, $d=6{,}35$ (mm), $d_e=12{,}7$ (mm), fabr. B

Fig. 7.5: Teste de Esfera: $t=3{,}175$, $d=6{,}35$ (mm), $d_e=12{,}7$ (mm), fabr. C

Fig. 7.6: Teste de Esfera: $t=3{,}175$, $d=6{,}35$ (mm), $d_e=12{,}7$ (mm), fabr. A

Fig. 7.7: Teste de Esfera: $t=12{,}7$, $d=22{,}23$ (mm), $d_e=44{,}45$(mm), fabr. C

pas subseqüentes de deformação e ruptura, porém, não são exatamente análogas àquelas de espessuras menores, o que indica a necessidade de maiores considerações quanto ao processo de deformação plástica da placa, após iniciada a ruptura.

8 CONCLUSÃO

O teste de esfera, na forma como é presentemente utilizado, realiza-se em níveis de energia interna de distorção extremamente diversos, entre discos de diferentes espessuras, sem fornecer métodos que identifiquem e relacionem estes níveis. Isto se deve ao fato de que, enquanto prevê-se um padrão geométrico para três dimensões, d, d_e e D, uma outra, t, pode variar livremente, geometria esta que ignora o efeito de cada variável e de suas combinações na concentração de tensões no problema em estudo.

Neste trabalho, fornece-se um equacionamento que possibilita programar e executar testes de esfera, identificando-se diversos níveis de funcionamento do teste e relacionando-se estes níveis, em função da energia interna de distorção, prevendo-se ainda limites de energia mínimos práticos de funcionamento e fazendo-se considerações com respeito às relações geométricas. Isto é feito através do estudo do efeito de cada variável no problema, sob a forma de termos adimensionais.

O problema é sempre estudado dentro do regime elástico. Sendo assim, as considerações e os resultados apresentados se referem ao estabelecimento de condições de concentração de tensões de distorção que vão levar a face inferior do disco, próximo ao orifício, a níveis críticos suficientes para iniciar nesta região um escoamento localizado do material. A partir do início do escoamento, o problema passa a exigir uma análise elasto-plástica do processo contínuo de deformação-ruptura, até que a esfera atravesse a placa. Este trabalho não faz este estudo, que é sua continuação imediata. No entanto, foi utilizado para as tensões no regime elástico o critério de resistência da máxima energia interna de distorção no seu limite elástico (critério de von Mises), que é utilizado em análises de processos de deformação plástica isotrópicos, permitindo assim uma ligação direta entre os resultados do estudo no regime elástico com o início de um estudo posterior no regime plástico.

Os testes práticos iniciais efetuados mostram que, de fato, as relações encontradas permitem realizar testes de esfera em diferentes níveis de energia, possibilitando uma uniformização de resultados ou condições de comparações entre resultados diversos. Nestes mesmos testes evidencia-se, ainda, a necessidade de um estudo do processo de deformação plástica, para as diversas espessuras de disco, visando uma melhor caracterização das trincas e da ruptura, principalmente em discos de espessura maior.

9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1 - DILLAMORE, I. S., ROBERTS, W. T.,"Preferred Orientation in Wrought and Annealed Metals", Metall. Rev., vol. 10, nº 39, 1965.

2 - WILSON, D. V., "Origins of Directional Mechanical Properties", Metals Technology, jan. 1975, pp. 8-20.

3 - BIASOLI DE MELLO, J. D., Caracterização Mecano-metalográfica de Discos de Arado, Relatório Final - Projeto CNPq-P. 70.00.12/85, Universidade Federal de Uberlândia, 1987.

4 - NICHOLS, M. L., "Methods of Research in Soil Dynamics as Applied to Implement Design", Alabama Polytechnic Institute Bull., nº 229, 1929.

5 - REED, I. E., "Tests of Tillage Tools", Journ. ASAE, vol. 18, nº 3, 1937.

6 - REED, I. E., GORDON, E. D., "Determining the Relative Wear Resistance of Metals", Journ. ASAE, vol. 32, nº 2, 1951.

7 - REED, I. E., McCreery, W. F., "Effects of Methods of Manufacture and Steel Specification on the Service of Disks", Journ. ASAE, vol. 35, nº 2, 1954.

8 - ABNT, NBR 6192-Chapa de Aço Laminada a Quente para a Fabricação de Equipamentos Agrícolas-Especificação, 1983.

9 - ABNT, NBR 9107-Disco Côncavo para Máquinas Agrícolas-Classi

ficação, 1985.

10- ABNT, NBR 9108-Disco Côncavo para Máquinas Agrícolas-Especificação, 1985.

11- ABNT, NBR 9109-Disco para Máquinas Agrícolas-Teste de Esfera-Método de Ensaio, 1985.

12- ABNT, NBR 9110-Disco Côncavo para Máquinas Agrícolas-Dimensões-Padronização, 1985.

13- ABNT, NBR 9200-Disco Plano de Bisel para Máquinas Agrícolas-Dimensões-Padronização, 1985.

14- INTERNATIONAL HARVESTER, Catálogo de Produtos.

15- INGERSOLL, Catálogos de produtos.

16- JOHN DEER, John Deer Standard-JDS 100-Specification for Disks and Colters, 1984.

17- METISA, Catálogos de produtos.

18- PIRATININGA, Catálogos de produtos.

19- MARCHESAN, Catálogos de produtos.

20- WAHL, A. M., LOBO JR., G., "Stresses and Deflections in Flat Circular Plates with Central Holes", Trans. ASME, vol. 52, nº 29, 1930, pp. 29-43.

21- WAHL, A. M., WAY, S., "Stress and Deflection of Circular Plates", J. Appl. Mech., vol. 58, 1936, pp. 28-30.

22- TRUMPLER JR., W. E., "Design Data for Flat Circular Plates with Central Holes", J. Appl. Mech., set. 1943, pp.173-175.

23- OLSON, C. W., "Deflection of Uniformly Loaded Circular Plates", J. Appl. Mech., dezembro 1943.

24- DEAN, W. R., "The Elastic Stability of an Annular Plate", Proc. Roy. Soc., vol. 106, 1924.

25- RAO, M. N. B., GURUSWAMMY, P., SAMPATHKURAMAN, K. S., "Finite Element Analysis of Thick Annular and Sector Plates", Nucl. Eng. Des., vol. 41, nº 2, 1977, pp. 247-255.

26- GOLDBERG, J., KOENIG, H. A., "The Non-linear, Dynamic Response of an Impulsively Loaded Circular Plate with a Central Hole", Int. Journ. Solids Structures, vol. 11, nº 9, set. 1975, pp. 985-997.

27- CONWAY, H. D., "The Bending of Symmetrically Loaded Circular Plates of Variable Thickness", J. Appl. Mech., vol. 15, nº 1, 1948, pp. 1-6.

28- BASSALI, W. A., BARSOUM, F. R., "The Transverse Flexure of Uniformly Loaded Curvilinear and Rectilinear Polygonal Plates", Proc. Camb. Phil. Soc., nº 62, vol. 523, 1966.

29- DALLY, J. W., RILEY, W. F., Experimental Stress Analysis, McGraw-Hill, 1978.

30- GOMIDE, H. A., CERNOSEK, J., "Desenvolvimento de um Material para Fotoelasticidade Tridimensional", Anais do III COBEM, paper A-1, 1975, pp. 27-42.

31- GOMIDE, H. A., SMITH NETO, P., "Material de Rápida Obtenção para Fotoelasticidade Tridimensional", Anais do VI CBCIMAT, T-66, 1984, pp. 303-306.

32- OLIVEIRA, S. A. G., GOMIDE, H. A., "Materiais para Fotoelas ticidade de Reflexão", RBCM a aparecer, 1989.

33- GOMIDE, H. A.; OLIVEIRA, S. A. G., "Fotoelasticidade de Reflexão Aplicada na Determinação do Estado de Tensões em Superfícies, COBEM, 1989.

34- ZINKIEWICS,O.C.,The Finite Element Method,McGrawHill,3ªed.

35- SEGERLIND, L. J., Applied Finite Element Analysis, John Wiley, 1976.

36- CLOUGH, R. W., RASHID, Y., "Finite Element Analysis of Axisymetric Solids", J. Eng. Mech. Div.-Proc. ASME, fev. 1965, pp. 71-85.

37- WILSON, E. L., SAP-A General Structural Analysis Program, Structural Engineering Laboratory-University of California-Berkely, California, 1970.

38- UNIVERSITY OF SOUTHERN CALIFORNIA-DEPARTMENT OF CIVIL ENGINEERING, SAP V-A Structural Analysis Program for Static and Dynamic Response of Linear Systems, 1977.

39- MURPHY, G., Similitude in Engineering, Ronald Press, 1950.

40- YOUNG, D. F., "Basic Principles and Concepts of Model Analysis", Exper. Mech., julho 1971, pp. 325-336.

41- MÖNCH, E., "Similarity and Model Laws in Photoelastic Experiments", Exper. Mech., maio 1964, pp. 141-150.

42- MARQUARDT, D. W., "An algorithm for Least Squares Estimation of Nonlinear Parameters", J. SIAM, v. 11, ed. 2, pp. 141-150.

43- IBM, IBM Scientific Subroutine Package.

44- SOKOLNIKOFF, I. S., Mathematical Theory of Elasticity, McGraw-Hill, 1956.

45- TIMOSHENKO, S. P., GOODIER, J. N., Teoria da Elasticidade, 3ª ed., Guanabara-Dois, 1980.

46- JUVINALL, R. C., Engineering Considerations of Stress, Strain, and Strength, McGraw-Hill, 1967.

47- LEMAITRE, J., CHABOCHE, J.-L., Mécanique des Matériaux Solides, Dunod, 1985.

48- COLPAERT, H., Metalografia dos Produtos Siderúrgicos Comuns, Edgard Blücher, 1969.

49- DIETER, G. E., Metalurgia Mecânica, 2ª ed., Guanabara-Dois, 1981.

10 APÊNDICE

10.1 APÊNDICE A - DESENVOLVIMENTO DE EQUAÇÕES E PROCEDIMENTOS

FOTOELASTICIDADE

Discretizando-se as equações (5.6) fazendo $dy \approx \Delta y$ e $dx = \Delta x$ obtém-se:

$$\frac{\Delta\sigma_r}{\Delta r} + \frac{\Delta\tau_{rz}}{\Delta z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0$$

$$\frac{1}{r}\frac{\Delta\sigma_\theta}{\Delta\theta} = 0 \qquad (A.1)$$

$$\frac{\Delta\tau_{zr}}{\Delta r} + \frac{\Delta\sigma_z}{\Delta z} + \frac{\tau_{zr}}{r} = 0$$

Multiplicando-se as equações (A.1) respectivamente por Δr, $\Delta\theta$ e Δz chega-se a:

$$\Delta\sigma_r + \Delta\tau_{rz}\frac{\Delta r}{\Delta z} + (\sigma_r - \sigma_\theta)\frac{\Delta r}{r} = 0$$

$$\Delta\sigma_\theta = 0 \qquad (A.2)$$

$$\Delta\sigma_z + \Delta\tau_{zr}\frac{\Delta z}{\Delta r} + \tau_{zr}\frac{\Delta z}{r} = 0$$

Integrando-se as equações (A.2) no intervalo de i-i a i ao longo dos respectivos eixos coordenados r, θ e z, são obtidas as equações:

$$\sigma_{r_i} = \sigma_{r_{i-1}} - \frac{\Delta r}{\Delta z} \Delta\tau_{rz}\Big|_{i-1}^{i} + \frac{\Delta r}{r} \left(\sigma_\theta - \sigma_r \right)\Big|_{i-1}^{i}$$

$$\sigma_{\theta_i} = \sigma_{\theta_{i-1}} \qquad \text{(A.3)}$$

$$\sigma_{z_i} = \sigma_{z_{i-1}} - \frac{\Delta z}{r} \Delta\tau_{zr}\Big|_{i-1}^{i} - \frac{\Delta z}{r} \tau_{zr}\Big|_{i-1}^{i}$$

Substituindo-se o diferencial da tensão cisalhante $\Delta\tau_{rz}$ pela diferença entre as tensões cisalhantes em duas linhas auxiliares A e B (método da diferença das tensões cisalhantes) [29], consegue-se fazer uma integração discretizada em pontos sucessivos, na forma:

$$\sigma_{r_i} = \sigma_{r_{i-1}} - \frac{\Delta r}{\Delta z} \left(\tau_{rz}\big|_A - \tau_{rz}\big|_B\right)_{i-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta r}{r} \left((\sigma_\theta - \sigma_r)\big|_{AB} \right)_{i-\frac{1}{2}} \qquad \text{(a)}$$

$$\sigma_{\theta_i} = \sigma_{\theta_{i-1}} \qquad \text{(b)} \quad \text{(A.4)}$$

$$\sigma_{z_i} = \sigma_{z_{i-1}} - \frac{\Delta z}{\Delta r} \left(\tau_{zr}\big|_A - \tau_{zr}\big|_B\right)_{i-\frac{1}{2}} - \frac{\Delta z}{r} \left(\tau_{zr}\big|_{AB} \right)_{i-\frac{1}{2}} \qquad \text{(c)}$$

Com a equação (A.4) é possível obterem-se as tensões separadas. Observe-se que a diferença entre os extremos do intervalo de integração foi substituída pelo valor do ponto médio, onde $(i+(i-1))/2 = i-(1/2)$. A figura A.1 mostra a direção de integração ao longo de um eixo x_1 que pode ser r, na eq. (A.4.a), ou z, na eq. (A.4.c). A eq. (A.4.b) é uma identidade e corresponde à direção x_3 perpendicular a $r \times z$. O ponto inicial de integração deve sempre coincidir com uma condição de contorno.

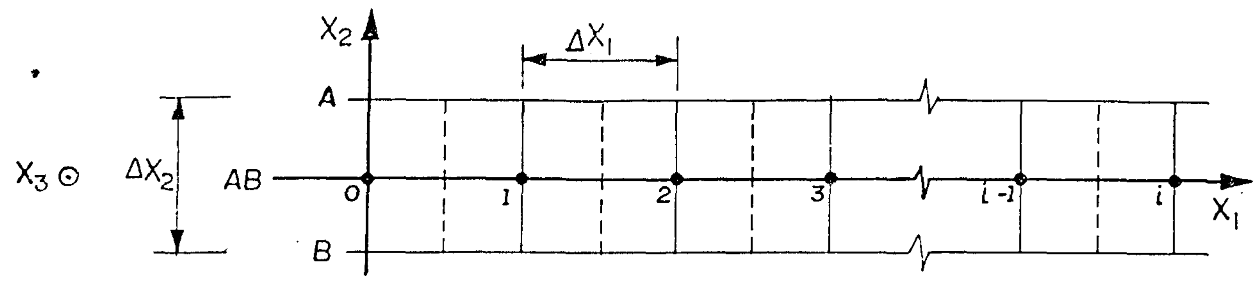


Fig. A.1: Procedimento da integração sucessiva ao longo de um eixo x_1 na linha AB. Na eq. (A.4.a), $x_1=r$ e $x_2=z$; na eq. (A.4.c), $x_1=z$ e $x_2=r$. A eq. (A.4.b) corresponde à direção x_3 perpendicular a $x_1 \times x_2$.

Elementos Finitos

Num sistema discreto padrão, seja ele estrutural ou de qualquer outro tipo, a solução do sistema completo acompanha o seguinte procedimento [34]:

a) um conjunto de parâmetros discretos, digamos a_i, pode ser identificado, o qual descreve simultaneamente o comportamento de casa elemento (e) e o comportamento do sistema completo. Estes parâmetros serão chamados "parâmetros do sistema";

b) para cada elemento, um conjunto de quantidades q_i pode ser computado em função dos parâmetros a_i do sistema. A relação funcional geral pode ser não linear, do tipo

$$q_i^e = q_i^e(a)$$

mas em muitos casos existe também uma forma linear

$$q_i^e = K_{i1}^e\, a_1 + K_{i2}^e\, a_2 + \ldots + f_i^e$$

Num sistema do tipo estrutural, a_i são as deformações do sistema e as quantidades q_i são forças. Definindo-se:

tensão: $\sigma = \dfrac{F}{A}$ (força) / (área) e deformação: $\varepsilon = \dfrac{\delta}{L}$ (deslocamento) / (comprimento inicial)

e utilizando-se a relação $\sigma = E\,\varepsilon$ (lei de Hooke), chega-se a:

$$\frac{F}{A} = E\frac{\delta}{L} \quad \text{ou} \quad F = \frac{E\,A}{L}\delta$$

Chamando (E A)/L de K obtêm-se explicitamente os termos da equação geral linear acima:

$$q_i^e = F, \quad K_i^e = K = \frac{E\,A}{L} \quad e \quad a_i = \delta$$

onde f_i são forças aplicadas, sob a forma de cargas distribuídas nos elementos e/ou deformações iniciais.

c) as equações do sistema são obtidas por uma simples adição:

$$r_i = \sum_{e=1}^{m} q_i^e$$

onde r_i são quantidades do sistema, freqüentemente prescritas como iguais a zero. No caso linear, isto resulta num sistema de equações

$$\vec{K}\,\vec{a} + \vec{f} = \vec{r}$$

tal que:

$$K_{ij} = \sum_{e=1}^{m} K_{ij}^e \quad e \quad f_i = \sum_{e=1}^{m} f_i^e$$

sistema cuja solução pode ser encontrada para as variáveis "a".

10.3 APÊNDICE B - RESULTADOS EXPERIMENTAIS (FOTOELASTICIDADE)

A figura B.1 apresenta as ordens de franja e o ângulo das tensões principais lidos numa fatia $r \times z$ de material fotoelástico CY 205-20 PA-30 MA [30], com E=59 N/mm² na temperatura crítica e uma constante ótica K=0,485 N/mm. A geometria do modelo e as posições de leitura estão indicadas. A figura B.2 apresenta as ordens de franja nos contornos livres para as mesmas condições e geometria da figura B.1, na mesma fatia. A figura B.3 apresenta a geometria, condições de carregamento e propriedades do modelo em PVC com material fotoelástico aplicado à sua super

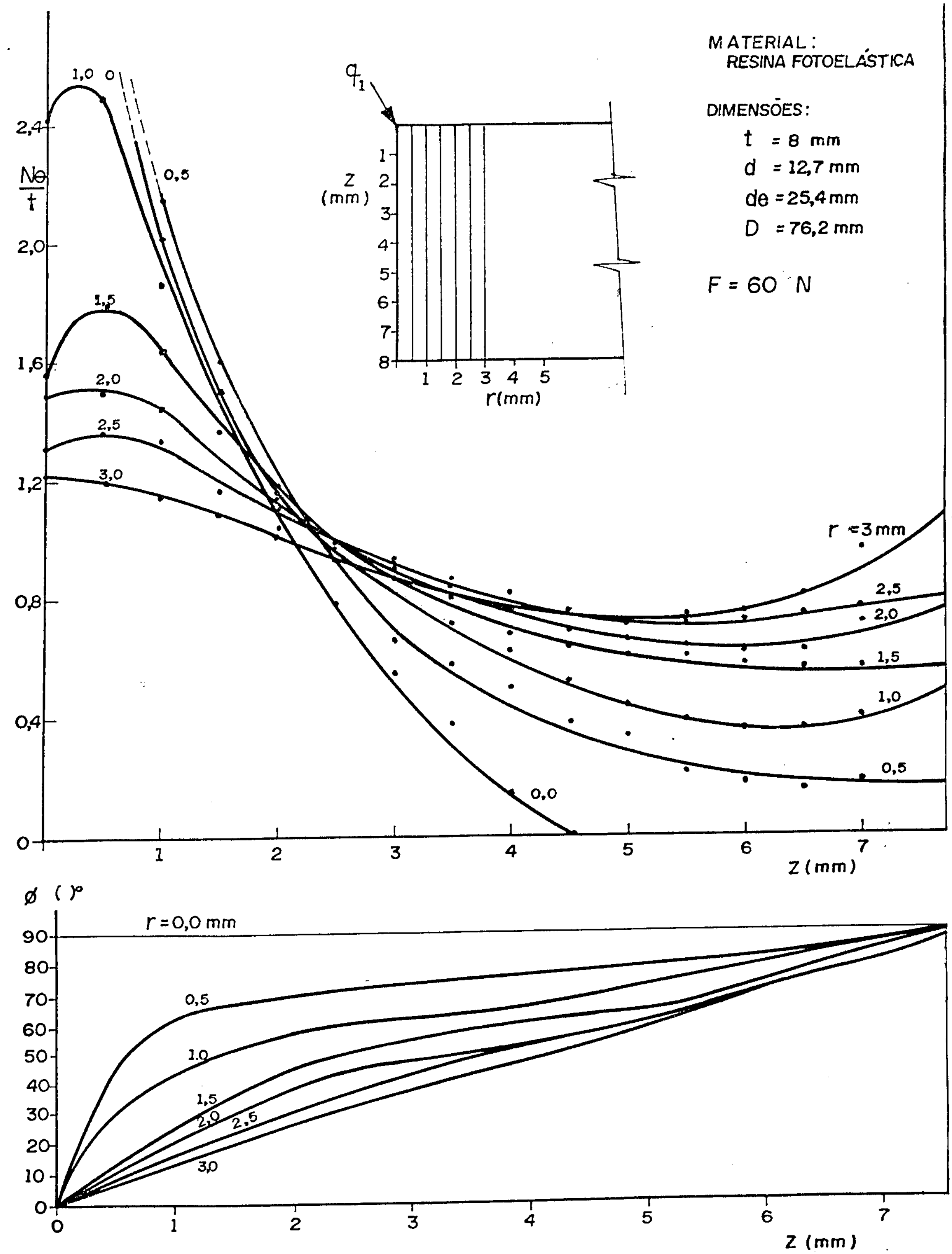
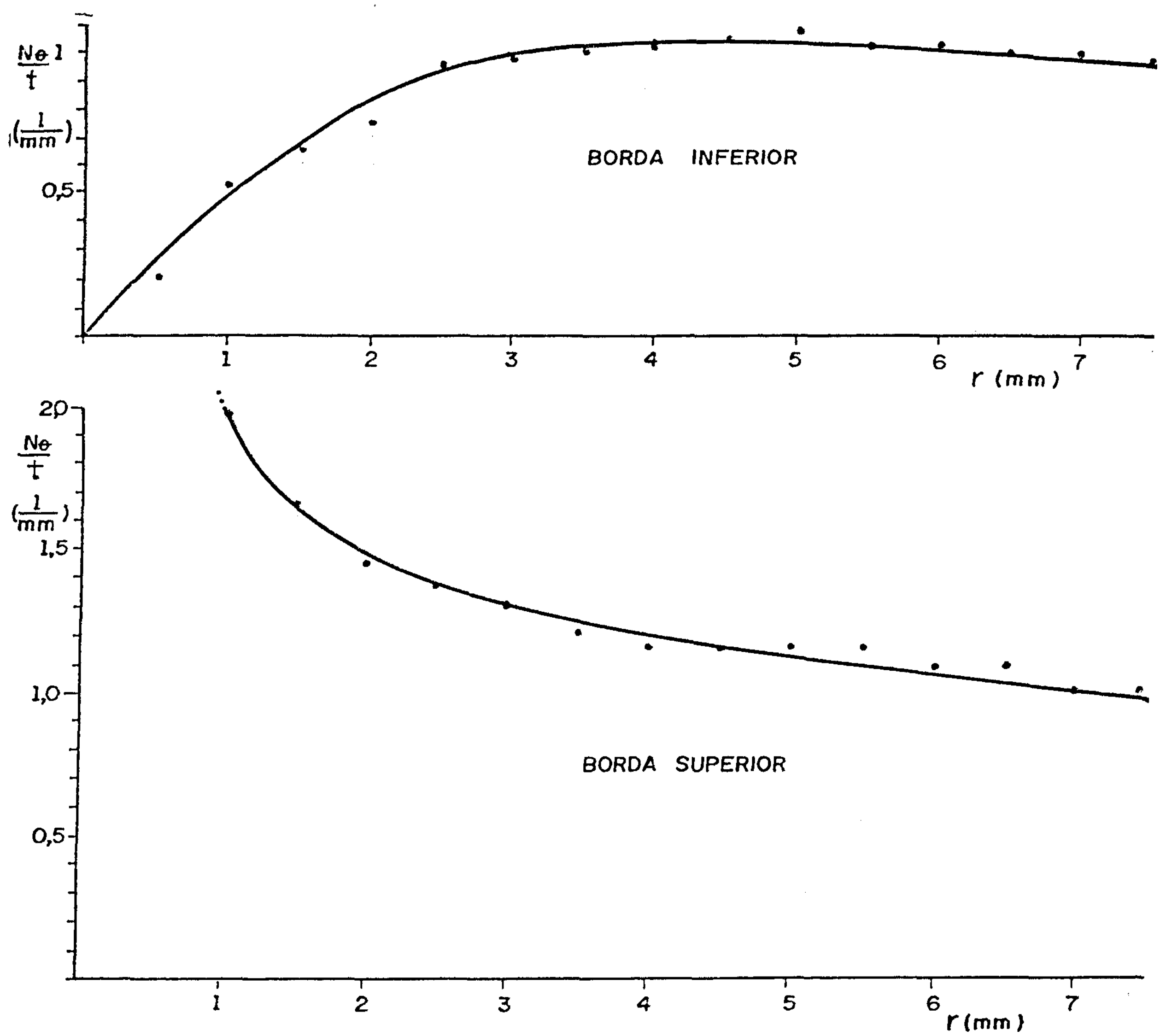


Fig. B.1: Ordens de franja N_θ e ângulo da direção das tensões principais, ao longo de z para diversas posições r, na fatia de material fotoelástico (Fotoel. Tridim.)



OBS: O gráfico das ordens de franja na borda lateral (superfície interna do orifício) encontra-se na tabela C.1, curva r=0,0 mm. Nesta tabela podem ser também obtidos os valores nas bordas superior e inferior, porém somente até 3 mm.

Fig. B.2: Ordens de franja N_θ nos contornos livres, para as mesmas condições e geometria da figura B.1.

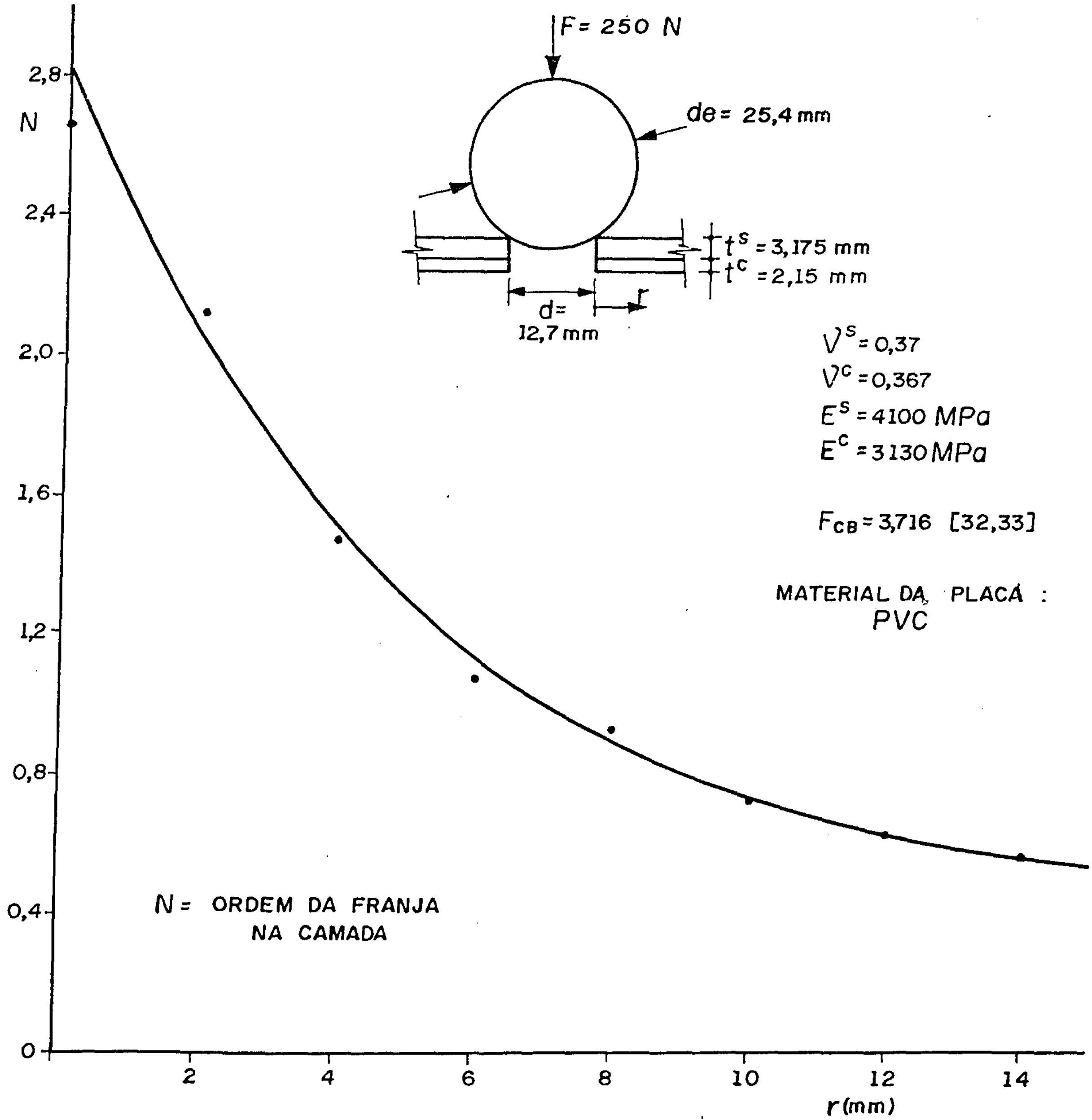


Fig. B.3: Ordens de franja na camada para o modelo em PVC com uma camada de material fotoelástico aplicada à sua superfície inferior (Fotoelasticidade de Reflexão).

fície inferior [32,33].

10.3 APÊNDICE C - RESULTADOS EXPERIMENTAIS (ELEMENTOS FINITOS)

Neste apêndice estão listados os dados de saída do programa SAP V-opção simetria axial [37,38], conforme a geometria e as condições de contorno genéricas mostradas na figura C.1. Para as diversas geometrias relacionadas na tabela C.0, foi definido um número de linhas e elementos e, conseqüentemente, um valor ΔL. Todos os elementos são quadrados, à exceção da última linha de algumas espessuras, que apresenta $\Delta L_f \neq \Delta L$, e das espes-

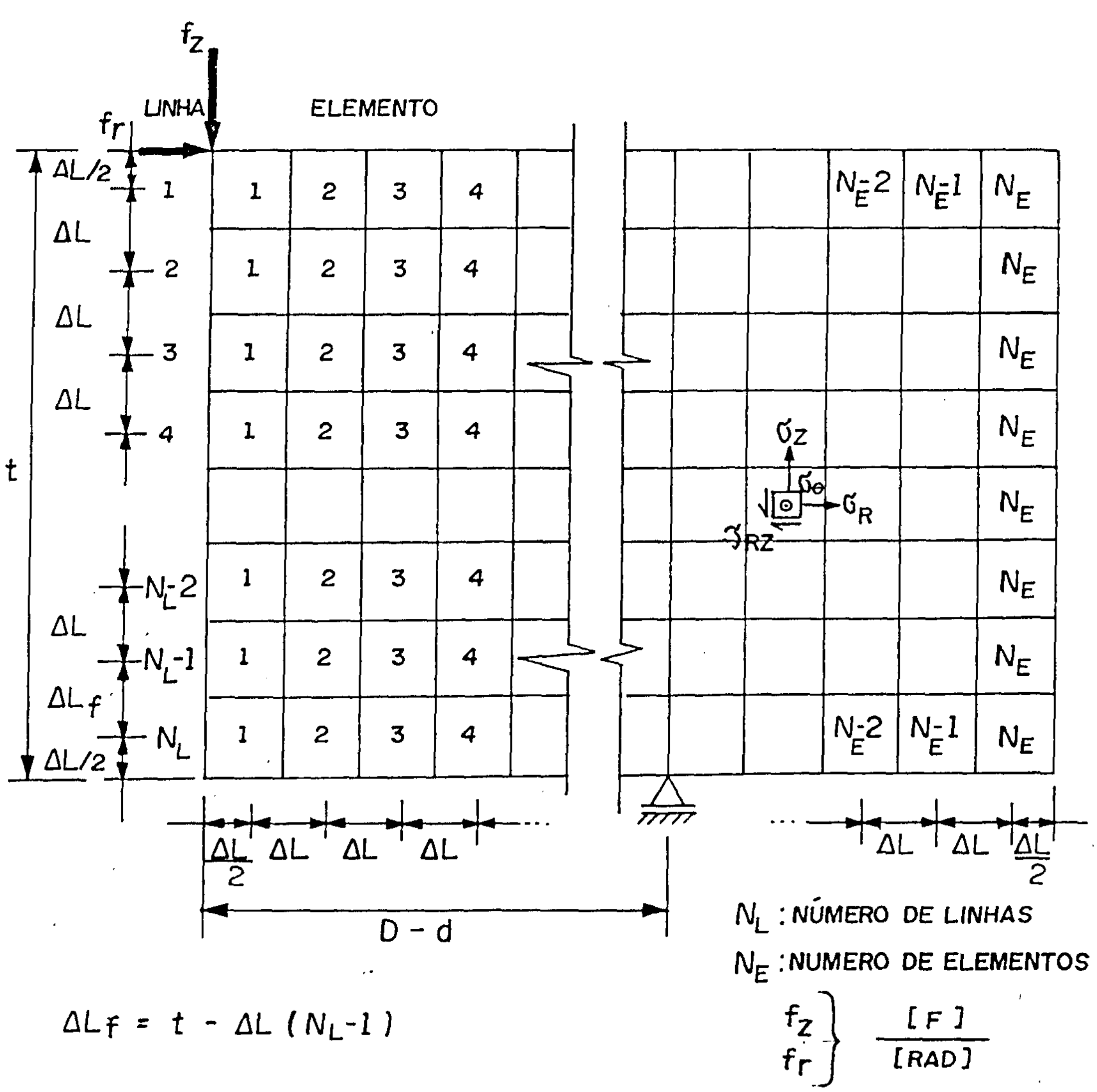


Fig. C.1: Configuração geométrica e condições de contorno genéricas do modelo da placa em Elementos Finitos suras 2,5 e 3,175 mm, que apresentam um comprimento ΔL de um determinado valor até L, passando, então, este comprimento para o dobro do valor anterior. Estes ajustes de ΔL visaram aproveitar ao máximo a capacidade de armazenagem de dados do programa, dividindo-se o meio contínuo no maior número possível de elementos, e visaram, ainda, a utilização de elementos quadrados nas proximidades da região em estudo. As componentes f_r e f_z da carga total aplicada F são definidas pelo diâmetro da esfera e do orifício em cada caso, através das relações:

$$f_r = \frac{F}{2\pi} \cos\alpha \qquad \frac{[F]}{[rad]}$$

$$f_z = \frac{F}{2\pi} \cos\alpha \qquad \frac{[F]}{[rad]} \tag{C.1}$$

onde: $\alpha = arc\ cos\ (\frac{d}{d_e})$ = ângulo de aplicação de q_1

Tab. C.0: Índice das tabelas C | ELEMENTOS FINITOS | v. figura C.1

tab. C.1 a C.20: material: aço, E=210 000 N/mm², ν=0,3
D=76,2 mm, d=12,7 mm, F=1 000 N

d_e=25,4 mm					t=6,35 mm				
tabela	t (mm)	N_L	N_e	ΔL (mm)	tabela	d_e (mm)	N_L	N_e	ΔL (mm)
C.1	2,5	7	72	0,357 †	C.12	97,3	9	56	0,705
*C.2	3,175	7	60	0,4535¶	C.13	80,9625	9	56	0,705
C.3	4	7	72	0,571	*C.14	65,1	9	56	0,705
*C.4	4,762	8	63	0,595	C.15	49,1	9	56	0,705
C.5	6	8	58	0,75	*C.16	41,2	9	56	0,705
*C.6	6,35	9	56	0,705	C.17	33,2	9	56	0,705
C.7	7	10	51	0,75	C.18	20,9	9	56	0,705
*C.8	8	10	54	0,8	*C.19	17,96	9	56	0,705
C.9	9,525	10	45	0,9525	C.20	14,66	9	56	0,705
C.10	10	10	43	1	*tensões apresentadas em *todas*				
*C.11	12	12	43	1	as linhas até o comprimento L				

tab.*C.21: material: resina fotoelástica CY 205-30 MA-20 PA
E=59 N/mm², ν=0,4
D=76,2 mm, d=12,7 mm, F=60 N — mesma geometria
d_e=25,4 mm, t=8 mm — da tabela C.8

tab. C.22: material: PVC, E=4 100 N/mm², ν=0,37
D=76,2 mm, d=12,7 mm, F=100 N — mesma geometria
d_e=25,4 mm, t=3,175 mm — da tabela C.2

†para e:32-72→ΔL=0,714; ¶para e:27-60→ΔL=0,907; v. tab. C.22

Tab. C.1: TENSÕES (10^{-2}N/mm²) | ELEM. FIN. | L=linha, e=elemento
t=2,5 mm, d_e=25,4 mm, ΔL=0,357 mm   L: somente 7/7

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
7	1	445	-255	18 543	-156	478	-288	-12
	2	1 098	-282	17 536	-436	1 224	-409	-16
	3	1 569	-169	16 675	-643	1 781	-381	-18
	4	1 915	-72	15 898	-731	2 155	-312	-18
	5	2 185	-14	15 192	-739	2 410	-239	-17
	6	2 401	10	14 546	-709	2 596	-184	-15
	7	2 575	15	13 957	-669	2 739	-149	-14
	8	2 713	12	13 418	-631	2 853	-128	-13
	9	2 821	8	12 925	-598	2 943	-114	-12
	10	2 905	5	12 472	-571	3 014	-104	-11
	11	2 968	2	12 054	-548	3 066	-96	-10
	12	3 014	1	11 666	-528	3 104	-89	-10
	13	3 044	1	11 306	-510	3 127	-83	-9
	14	3 062	0	10 970	-494	3 139	-77	-9
	15	3 068	0	10 655	-479	3 141	-73	-9
	16	3 065	0	10 359	-464	3 134	-69	-8
	17	3 054	0	10 080	-451	3 119	-65	-8
	18	3 036	0	9 817	-438	3 098	-62	-8
	19	3 012	0	9 567	-426	3 071	-59	-8
	20	2 983	0	9 331	-415	3 039	-57	-8
	21	2 949	0	9 105	-404	3 003	-54	-8
	22	2 911	0	8 891	-394	2 963	-52	-8
	23	2 870	0	8 686	-384	2 921	-50	-7
	24	2 827	0	8 490	-375	2 875	-49	-7
	25	2 780	0	8 302	-366	2 828	-47	-7
	26	2 732	0	8 122	-357	2 778	-46	-7
	27	2 682	0	7 948	-349	2 727	-45	-7

Tab. C.2.a: TENSÕES (10^{-2} N/mm²) | ELEM. FIN. | ℓ=linha, e=elemento
t=3,175 mm, d_e=25,4 mm, ΔL=0,454 mm ℓ:1-2/7

ℓ	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
1	1	-2 809	-4 592	-17 736	-2 355	-1 183	-6 219	-34
	2	-2 015	96	-14 887	-356	155	-2 074	-81
	3	-2 244	-71	-14 005	-167	-58	-2 257	-86
	4	-2 519	11	-13 205	-149	20	-2 527	-87
	5	-2 757	4	-12 539	-156	13	-2 766	-87
	6	-2 929	4	-11 948	-162	13	-2 938	-87
	7	-3 043	2	-11 417	-165	11	-3 052	-87
	8	-3 112	1	-10 937	-164	10	-3 121	-87
	9	-3 147	1	-10 499	-161	9	-3 156	-87
	10	-3 157	0	-10 099	-156	8	-3 165	-87
	11	-3 148	0	-9 730	-151	7	-3 156	-87
	12	-3 125	0	-9 389	-146	7	-3 132	-87
	13	-3 091	0	-9 073	-141	6	-3 097	-87
	14	-3 048	0	-8 778	-136	6	-3 054	-87
	15	-2 998	0	-8 502	-131	6	-3 004	-88
	16	-2 942	0	-8 243	-127	5	-2 948	-88
	17	-2 882	0	-7 999	-122	5	-2 888	-88
	18	-2 819	0	-7 769	-119	5	-2 824	-88
	19	-2 752	0	-7 551	-115	5	-2 757	-88
	20	-2 683	0	-7 344	-112	5	-2 688	-88
	21	-2 613	0	-7 147	-108	5	-2 617	-88
	22	-1 541	0	-6 959	-105	4	-2 545	-88
2	1	-5 884	-2 818	-11 144	-986	-215	-3 191	-21
	2	-1 935	-1 079	-10 211	-1 175	-256	-2 758	-55
	3	-1 921	-135	-9 288	-665	86	-2 142	-72
	4	-1 977	-24	-8 731	-514	103	-2 104	-76
	5	-2 034	16	-8 268	-465	117	-2 134	-78
	6	-2 091	18	-7 873	-449	109	-2 183	-78
	7	-2 133	14	-7 524	-439	100	-2 220	-79
	8	-2 159	10	-7 210	-429	91	-2 241	-79
	9	-2 170	5	-6 925	-417	83	-2 248	-80
	10	-2 169	3	-6 664	-403	75	-2 241	-80
	11	-2 157	1	-6 423	-389	69	-2 225	-80
	12	-2 136	1	-6 201	-375	64	-2 200	-80
	13	-2 109	0	-5 994	-361	60	-2 170	-81
	14	-2 077	0	-5 801	-348	57	-2 134	-81
	15	-2 041	0	-5 621	-336	54	-2 095	-81
	16	-2 001	0	-5 451	-325	51	-2 052	-81
	17	-1 958	0	-5 292	-314	49	-2 007	-81
	18	-1 913	0	-5 141	-304	47	-1 960	-81
	19	-1 867	0	-4 997	-295	45	-1 912	-81
	20	-1 819	0	-4 861	-286	44	-1 863	-81
	21	-1 770	0	-4 732	-277	43	-1 812	-81
	22	-1 720	0	-4 608	-270	41	-1 761	-81

Tab. C.2.b: TENSÕES (10^{-2} N/mm²)|ELEM. FIN.|L=linha, e=elemento
t=3,175 mm, d_e=25,4 mm, ΔL=0,454 mm L:3-4/7

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
3	1	-340	-1 775	-5 433	-549	-155	-1 961	-19
	2	-869	-1 101	-4 964	-993	56	-1 935	-43
	3	-1 208	-386	-4 575	-934	224	-1 818	-57
	4	-1 237	-818	-4 249	-775	307	-1 626	-63
	5	-1 229	2	-4 012	-693	313	-1 540	-66
	6	-1 214	24	-3 817	-649	302	-1 491	-67
	7	-1 201	23	-3 649	-621	283	-1 461	-67
	8	-1 191	17	-3 500	-597	262	-1 436	-68
	9	-1 180	11	-3 366	-575	243	-1 412	-68
	10	-1 167	6	-3 243	-554	226	-1 387	-68
	11	-1 153	3	-3 130	-533	211	-1 361	-69
	12	-1 136	1	-3 025	-512	198	-1 333	-69
	13	-1 117	0	-2 927	-493	187	-1 304	-69
	14	-1 096	0	-2 836	-476	178	-1 274	-70
	15	-1 074	0	-2 750	-459	169	-1 243	-70
	16	-1 050	0	-2 669	-443	162	-1 212	-70
	17	-1 025	0	-2 592	-429	156	-1 181	-70
	18	-1 000	0	-2 520	-415	150	-1 150	-70
	19	-973	0	-2 451	-402	145	-1 118	-70
	20	-947	0	-2 386	-390	140	-1 087	-70
	21	-920	0	-2 323	-379	136	-1 056	-70
	22	-893	0	-2 264	-368	132	-1 025	-70
4	1	-472	-1 036	187	-366	74	-1 156	-18
	2	-224	-751	191	-778	334	-1 309	-36
	3	-355	-380	223	-886	519	-1 254	-45
	4	-386	-133	241	-852	601	-1 121	-49
	5	-342	-17	246	-789	626	-985	-51
	6	-287	20	235	-738	620	-887	-51
	7	-240	25	219	-697	602	-817	-50
	8	-203	19	201	-663	581	-765	-50
	9	-177	13	185	-633	558	-723	-49
	10	-157	7	170	-606	537	-687	-49
	11	-141	4	156	-582	517	-655	-49
	12	-129	2	144	-559	499	-626	-48
	13	-119	1	134	-538	482	-600	-48
	14	-110	0	125	-518	466	-576	-48
	15	-102	0	117	-500	452	-553	-48
	16	-94	0	110	-483	438	-532	-48
	17	-88	0	103	-467	425	-513	-48
	18	-82	0	97	-452	413	-495	-48
	19	-76	0	92	-438	402	-478	-47
	20	-71	0	87	-425	391	-462	-47
	21	-67	0	82	-413	381	-448	-47
	22	-63	0	78	-401	371	-434	-47

Tab. C.2.c: TENSÕES (10^{-2}N/mm²)|ELEM. FIN.|L=linha, e=elemento
t=3,175 mm, d_e=25,4 mm, ΔL=0,454 mm L:5-6/7

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
5	1	152	-519	5 719	-246	232	-599	-18
	2	325	-460	5 330	-564	619	-754	-28
	3	408	-271	5 021	-722	866	-729	-32
	4	493	-111	4 755	-761	1 010	-627	-34
	5	585	-22	4 514	-740	1 081	-518	-34
	6	673	13	4 292	-699	1 116	-430	-32
	7	744	20	4 089	-657	1 132	-369	-31
	8	796	16	3 904	-620	1 139	-326	-29
	9	832	11	3 736	-588	1 139	-296	-28
	10	856	6	3 583	-560	1 134	-272	-26
	11	871	3	3 443	-535	1 126	-252	-25
	12	878	1	3 314	-513	1 115	-235	-25
	13	879	1	3 195	-494	1 101	-221	-24
	14	876	0	3 086	-476	1 085	-208	-24
	15	870	0	2 983	-459	1 067	-197	-23
	16	861	0	2 888	-443	1 048	-187	-23
	17	849	0	2 798	-429	1 028	-179	-23
	18	834	0	2 714	-415	1 007	-171	-22
	19	821	0	2 634	-402	935	-164	-22
	20	804	0	2 559	-390	962	-158	-22
	21	786	0	2 488	-379	939	-153	-22
	22	767	0	2 420	-368	916	-148	-22
6	1	339	-198	11 207	-119	365	-224	-12
	2	821	-216	10 458	-334	919	-314	-16
	3	1 146	-129	9 837	-489	1 312	-295	-19
	4	1 368	-55	9 291	-551	1 556	-244	-19
	5	1 528	-11	8 803	-552	1 705	-188	-18
	6	1 646	8	8 366	-526	1 800	-147	-16
	7	1 733	11	7 972	-492	1 864	-119	-15
	8	1 796	9	7 617	-460	1 907	-103	-14
	9	1 838	6	7 295	-434	1 935	-92	-13
	10	1 864	3	7 003	-411	1 950	-83	-12
	11	1 876	2	6 735	-392	1 955	-77	-12
	12	1 878	1	6 489	-376	1 951	-72	-11
	13	1 871	0	6 262	-361	1 939	-67	-11
	14	1 857	0	6 051	-348	1 920	-63	-10
	15	1 837	0	5 854	-336	1 896	-59	-10
	16	1 812	0	5 670	-325	1 868	-56	-10
	17	1 782	0	5 497	-314	1 836	-54	-10
	18	1 749	0	5 335	-304	1 801	-51	-10
	19	1 714	0	5 181	-295	1 763	-49	-9
	20	1 676	0	5 035	-286	1 723	-47	-9
	21	1 636	0	4 896	-278	1 682	-46	-9
	22	1 595	0	4 764	-270	1 639	-44	-9

Tab. C.2.d: TENSÕES (10^{-2} N/mm²)|ELEM. FIN.|L=linha, e=elemento
t=3,175 mm, d_e=25,4 mm, ΔL=0,454 mm L:7/7

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
7	1	533	-90	16 661	19	534	-90	2
	2	1 404	-32	15 624	-107	1 412	-40	-4
	3	1 943	-24	14 693	-186	1 961	-42	-5
	4	2 270	-9	13 865	-220	2 291	-30	-5
	5	2 473	0	13 125	-222	2 493	-20	-5
	6	2 610	0	12 466	-210	2 627	-14	-5
	7	2 707	0	11 877	-195	2 721	-10	-4
	8	2 777	0	11 348	-181	2 789	-9	-4
	9	2 826	0	10 872	-169	2 836	-8	-3
	10	2 855	0	10 439	-160	2 864	-8	-3
	11	2 868	0	10 043	-153	2 876	-7	-3
	12	2 866	0	9 679	-146	2 874	-7	-3
	13	2 852	0	9 342	-141	2 859	-7	-3
	14	2 828	0	9 029	-136	2 834	-6	-3
	15	2 794	0	8 737	-131	2 800	-6	-3
	16	2 754	0	8 464	-127	2 759	-6	-3
	17	2 707	0	8 206	-123	2 713	-5	-3
	18	2 655	0	7 965	-119	2 661	-5	-3
	19	2 600	0	7 736	-115	2 605	-5	-3
	20	2 541	0	7 519	-112	2 546	-5	-3
	21	2 479	0	7 313	-109	2 484	-5	-3
	22	2 416	0	7 117	-105	2 420	-5	-3

Tab. C.3: TENSÕES (10^{-2} N/mm²)|ELEM. FIN.|L=linha, e=elemento
t=4 mm, d_e=25,4 mm, ΔL=0,571 mm L: somente 7/7

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
7	1	422	-70	10 397	13	422	-70	2
	2	1 076	-24	9 614	-84	1 082	-30	-4
	3	1 454	-18	8 936	-143	1 468	-32	-5
	4	1 661	-7	8 349	-167	1 678	-23	-6
	5	1 772	0	7 836	-167	1 788	-16	-5
	6	1 833	0	7 387	-157	1 846	-11	-5
	7	1 866	0	6 991	-144	1 877	-9	-4
	8	1 882	0	6 641	-132	1 891	-7	-4
	9	1 884	0	6 329	-123	1 892	-7	-4
	10	1 875	0	6 048	-116	1 882	-6	-4
	11	1 856	0	5 792	-110	1 862	-6	-3
	12	1 829	0	5 559	-104	1 835	-6	-3
	13	1 796	0	5 344	-100	1 801	-5	-3
	14	1 757	0	5 146	-96	1 762	-5	-3
	15	1 713	0	4 961	-92	1 718	-5	-3
	16	1 666	0	4 788	-89	1 671	-5	-3
	17	1 617	0	4 626	-86	1 622	-5	-3

Tab. C.4.a: TENSÕES (10^{-2} N/mm²) | ELEM. FIN. | L=linha, e=elemento
t=4,762 mm, d_e=25,4 mm, ΔL=0,595 mm L:1-2/8

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
1	1	-2 059	-3 494	-8 383	-1 788	-850	-4 703	-34
	2	-1 268	69	-6 437	-251	114	-1 314	-80
	3	-1 300	-56	-5 979	-97	48	-1 307	-86
	4	-1 396	6	-5 568	-77	10	-1 400	-87
	5	-1 488	2	-5 246	-79	6	-1 492	-87
	6	-1 548	3	-4 966	-82	7	-1 552	-87
	7	-1 579	2	-4 720	-84	6	-1 583	-87
	8	-1 586	1	-4 500	-84	6	-1 591	-87
	9	-1 577	1	-4 301	-83	5	-1 581	-87
	10	-1 555	1	-4 120	-81	5	-1 560	-87
	11	-1 525	0	-3 954	-78	4	-1 529	-87
	12	-1 489	0	-3 801	-75	4	-1 493	-87
	13	-1 449	0	-3 659	-72	4	-1 453	-87
	14	-1 407	0	-3 527	-70	4	-1 410	-87
	15	-1 362	0	-3 404	-67	3	-1 365	-87
	16	-1 316	0	-3 289	-64	3	-1 319	-87
	17	-1 270	0	-3 180	-62	3	-1 273	-87
2	1	-408	-2 148	-5 416	-724	-146	-2 410	-20
	2	-1 336	-835	-4 827	-834	-215	-1 956	-53
	3	-1 242	-117	-4 250	-428	27	-1 386	-71
	4	-1 215	-28	-3 943	-300	43	-1 287	-77
	5	-1 203	5	-3 698	-256	57	-1 255	-79
	6	-1 201	10	-3 497	-240	56	-1 247	-79
	7	-1 196	9	-3 323	-233	53	-1 239	-79
	8	-1 185	7	-3 169	-227	49	-1 227	-80
	9	-1 168	5	-3 031	-220	45	-1 208	-80
	10	-1 146	3	-2 905	-213	41	-1 184	-80
	11	-1 120	2	-2 790	-205	38	-1 156	-80
	12	-1 091	1	-2 684	-197	36	-1 126	-80
	13	-1 060	1	-2 585	-190	33	-1 093	-80
	14	-1 027	0	-2 493	-182	32	-1 058	-80
	15	-993	0	-2 407	-175	30	-1 023	-80
	16	-959	0	-2 327	-169	29	-988	-80
	17	-924	0	-2 251	-162	28	-952	-80

Tab. C.4.b: TENSÕES ($10^{-2}N/mm^2$) | ELEM. FIN. | L=linha, e=elemento
t=4,762 mm, d_e=25,4 mm, ΔL=0,595 mm L:3-4/8

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
3	1	-260	-1 394	-3 141	-383	-143	-1 511	-17
	2	-647	-803	-2 800	-681	-40	-1 410	-42
	3	-880	-322	-2 530	-611	71	-1 273	-57
	4	-878	-84	-2 312	-476	138	-1 101	-65
	5	-851	-14	-2 161	-404	150	-1 015	-68
	6	-821	10	-2 040	-367	149	-960	-69
	7	-795	14	-1 939	-345	142	-923	-70
	8	-772	12	-1 851	-330	133	-892	-70
	9	-750	9	-1 772	-316	124	-865	-70
	10	-729	6	-1 701	-304	115	-838	-70
	11	-707	4	-1 635	-291	108	-811	-70
	12	-685	2	-1 575	-280	101	-785	-70
	13	-663	1	-1 518	-268	96	-758	-71
	14	-641	1	-1 466	-257	91	-732	-71
	15	-619	0	-1 416	-247	87	-705	-71
	16	-596	0	-1 370	-238	83	-680	-71
	17	-574	0	-1 326	-229	80	-654	-71
4	1	-80	-877	-943	-248	-10	-948	-16
	2	-274	-630	-847	-528	106	-1 009	-35
	3	-408	-334	-751	-585	216	-958	-47
	4	-454	-135	-679	-542	270	-860	-53
	5	-436	-35	-625	-485	289	-760	-56
	6	-404	3	-588	-443	286	-688	-57
	7	-372	14	-561	-412	277	-634	-58
	8	-344	15	-538	-389	264	-593	-57
	9	-322	11	-519	-369	250	-561	-57
	10	-304	8	-502	-352	237	-533	-57
	11	-289	5	-486	-336	225	-509	-57
	12	-275	3	-470	-321	214	-486	-57
	13	-263	1	-456	-308	204	-466	-57
	14	-251	1	-442	-295	196	-446	-57
	15	-241	0	-429	-284	188	-428	-57
	16	-230	0	-416	-273	181	-411	-56
	17	-220	0	-404	-263	175	-395	-56

Tab. C.4.c: TENSÕES (10^{-2} N/mm²) | ELEM. FIN. | L=linha, e=elemento
t=4,762 mm, d_e=25,4 mm, ΔL=0,595 mm L:5-6/8

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
5	1	29	-511	1 190	-177	82	-563	-17
	2	28	-428	1 091	-402	262	-662	-30
	3	-4	-269	1 022	-499	380	-653	-38
	4	-12	-130	966	-512	445	-586	-42
	5	8	-44	914	-489	472	-507	-43
	6	40	-3	864	-456	475	-438	-44
	7	71	11	817	-426	468	-386	-43
	8	96	13	773	-399	456	-347	-42
	9	114	11	732	-376	442	-317	-41
	10	126	8	696	-356	428	-294	-40
	11	133	5	662	-338	414	-275	-40
	12	138	3	632	-323	400	-259	-39
	13	139	1	605	-308	386	-246	-39
	14	140	1	580	-295	374	-233	-38
	15	139	0	557	-284	362	-222	-38
	16	137	0	536	-273	350	-213	-38
	17	135	0	516	-263	339	-204	-38
6	1	127	-251	3 298	-118	161	-285	-16
	2	284	-252	3 016	-284	406	-375	-23
	3	363	-173	2 799	-385	564	-374	-28
	4	416	-91	2 619	-426	658	-333	-30
	5	459	-34	2 463	-426	705	-280	-30
	6	496	-4	2 324	-407	723	-232	-29
	7	524	8	2 199	-381	726	-195	-28
	8	543	10	2 087	-356	721	-169	-27
	9	553	8	1 987	-334	712	-150	-25
	10	557	6	1 895	-314	699	-136	-24
	11	555	4	1 812	-297	685	-126	-24
	12	549	2	1 737	-283	669	-118	-23
	13	541	1	1 667	-270	652	-111	-22
	14	530	0	1 603	-258	634	-105	-22
	15	517	0	1 544	-248	617	-99	-22
	16	503	0	1 489	-238	598	-95	-22
	17	489	0	1 437	-229	579	-91	-22

Tab. C.4.d: TENSÕES (10^{-2} N/mm²) | ELEM. FIN. | L=linha, e=elemento
t=4,762 mm, d_e=25,4 mm, ΔL=0,595 mm L:7-8/8

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	ϕ °
7	1	220	-96	5 389	-53	228	-105	-9
	2	528	-114	4 942	-162	566	-153	-13
	3	723	-78	4 587	-251	795	-151	-16
	4	841	-42	4 286	-296	931	-132	-17
	5	912	-16	4 025	-305	1 004	-107	-17
	6	954	-1	3 795	-295	1 038	-85	-16
	7	978	4	3 591	-277	1 051	-69	-15
	8	989	5	3 409	-257	1 052	-58	-14
	9	990	4	3 247	-240	1 045	-51	-13
	10	984	3	3 100	-224	1 033	-46	-12
	11	972	2	2 967	-212	1 016	-42	-12
	12	956	1	2 845	-201	997	-39	-11
	13	937	1	2 734	-191	975	-37	-11
	14	915	0	2 631	-183	951	-35	-11
	15	891	0	2 535	-176	925	-33	-11
	16	866	0	2 446	-169	898	-32	-11
	17	839	0	2 362	-163	869	-30	-11
8	1	323	-48	7 471	14	323	-49	2
	2	825	-15	6 896	-50	828	-18	-3
	3	1 123	-14	6 403	-93	1 131	-22	-5
	4	1 287	-7	5 980	-115	1 297	-17	-5
	5	1 370	-2	5 611	-120	1 381	-13	-5
	6	1 408	0	5 286	-116	1 418	-9	-5
	7	1 422	1	5 000	-108	1 431	-7	-4
	8	1 423	1	4 747	-100	1 430	-6	-4
	9	1 415	1	4 520	-92	1 421	-5	-4
	10	1 400	1	4 317	-86	1 406	-4	-4
	11	1 380	0	4 133	-81	1 385	-4	-3
	12	1 356	0	3 964	-77	1 360	-4	-3
	13	1 327	0	3 810	-73	1 331	-4	-3
	14	1 295	0	3 667	-70	1 299	-4	-3
	15	1 260	0	3 534	-67	1 264	-4	-3
	16	1 223	0	3 410	-65	1 227	-3	-3
	17	1 185	0	3 294	-62	1 188	-3	-3

Tab. C.5: TENSÕES ($10^{-2}N/mm^2$) | ELEM. FIN. | L=linha, e=elemento
t=6 mm, d_e=25,4 mm, ΔL=0,75 mm L: somente 8/8

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
8	1	242	-36	4 440	10	242	-36	2
	2	596	-11	4 030	-39	598	-13	-4
	3	785	-11	3 693	-70	791	-17	-5
	4	872	-5	3 412	-86	881	-14	-6
	5	901	-2	3 171	-89	910	-10	-6
	6	900	0	2 962	-85	907	-8	-5
	7	884	1	2 779	-78	871	-6	-5
	8	862	1	2 619	-72	867	-5	-5
	9	836	1	2 477	-66	841	-4	-4
	10	808	0	2 350	-61	812	-4	-4
	11	778	0	2 236	-57	782	-4	-4
	12	747	0	2 132	-53	751	-4	-4
	13	715	0	2 036	-51	718	-4	-4

Tab. C.6.a: TENSÕES (10^{-2}N/mm²)|ELEM. FIN.|L=linha, e=elemento
t=6,35 mm, d_e=25,4 mm, ΔL=0,705 mm L:1-2-3/9

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
1	1	-1 682	-2 943	-4 944	-1 505	-681	-3 944	-34
	2	-902	56	-3 434	201	97	-943	-79
	3	-849	-48	-3 163	-67	-43	-854	-85
	4	-872	4	-2 918	-47	7	-874	-87
	5	-907	1	-2 736	-47	3	-910	-87
	6	-928	2	-2 581	-48	4	-931	-87
	7	-934	1	-2 445	-50	4	-936	-87
	8	-926	1	-2 325	-50	4	-929	-87
	9	-909	1	-2 216	-50	4	-912	-87
	10	-885	1	-2 118	-49	3	-888	-87
	11	-857	0	-2 027	-47	3	-859	-87
	12	-825	0	-1 943	-46	3	-828	-87
	13	-792	0	-1 865	-44	3	-794	-87
	14	-758	0	-1 793	-42	2	-760	-87
2	1	-313	-1 809	-3 189	-598	-104	-2 019	-19
	2	-1 028	-709	-2 773	-672	-178	-1 559	-52
	3	-896	-106	-2 363	-320	7	-1 010	-71
	4	-835	-30	-2 170	-206	20	-885	-76
	5	-796	0	-2 021	-165	33	-829	-79
	6	-773	5	-1 903	-150	33	-801	-79
	7	-754	6	-1 803	-143	32	-780	-80
	8	-734	5	-1 715	-139	31	-759	-80
	9	-712	4	-1 636	-135	29	-737	-80
	10	-688	3	-1 564	-131	27	-712	-80
	11	-663	2	-1 498	-127	25	-686	-80
	12	-637	1	-1 437	-122	24	-659	-80
	13	-610	1	-1 381	-117	23	-631	-79
	14	-582	0	-1 328	-113	21	-603	-79
3	1	-209	-1 193	-2 029	-304	-123	-1 279	-16
	2	-512	-694	-1 770	-532	-63	-1 143	-40
	3	-684	-287	-1 573	-461	17	-987	-57
	4	-663	-84	-1 417	-339	72	-819	-65
	5	-626	-21	-1 315	-274	84	-731	-69
	6	-589	2	-1 235	-240	87	-675	-70
	7	-559	8	-1 169	-222	85	-635	-71
	8	-532	9	-1 113	-210	81	-604	-71
	9	-508	7	-1 063	-201	76	-577	-71
	10	-486	6	-1 017	-192	72	-552	-71
	11	-464	4	-976	-185	68	-528	-71
	12	-443	3	-937	-177	64	-505	-71
	13	-423	2	-901	-170	61	-483	-71
	14	-403	1	-868	-163	59	-460	-71

Tab. C.6.b: TENSÕES (10^{-2} N/mm^2) | ELEM. FIN. | l=linha, e=elemento
t=6,35 mm, d =25,4 mm, ΔL=0,705 mm   l:4-5-6/9

l	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
4	1	-81	-794	-938	-190	-33	-832	-14
	2	-259	-563	-832	-405	21	-843	-35
	3	-377	-307	-736	-439	99	-783	-47
	4	-417	-135	-663	-393	142	-694	-55
	5	-402	-45	-609	-340	160	-607	-59
	6	-373	-8	-571	-302	162	-544	-61
	7	-344	6	-541	-276	159	-496	-61
	8	-319	10	-516	-258	152	-460	-61
	9	-297	10	-494	-244	145	-432	-61
	10	-278	7	-475	-232	137	-408	-61
	11	-261	5	-457	-221	131	-386	-61
	12	-246	4	-441	-211	124	-367	-60
	13	-233	2	-425	-202	119	-349	-60
	14	-220	1	-410	-194	114	-333	-60
5	1	-13	-498	97	-137	22	-534	-15
	2	-66	-407	92	-310	118	-590	-31
	3	-126	-263	94	-380	192	-581	-40
	4	-155	-138	98	-381	235	-528	-46
	5	-153	-58	97	-356	253	-464	-49
	6	-135	-15	93	-326	257	-407	-50
	7	-113	3	86	-301	252	-362	-50
	8	-93	9	79	-281	243	-327	-50
	9	-77	10	72	-263	233	-301	-50
	10	-64	8	65	-249	223	-279	-49
	11	-54	6	59	-236	213	-262	-49
	12	-47	4	54	-224	204	-247	-48
	13	-41	2	49	-214	196	-234	-48
	14	-36	1	45	-204	188	-222	-48
6	1	47	-288	1 112	-99	74	-315	-15
	2	89	-268	1 002	-235	205	-384	-26
	3	92	-192	923	-309	290	-390	-32
	4	92	-112	861	-334	340	-360	-37
	5	99	-52	807	-331	363	-316	-39
	6	113	-17	759	-314	369	-273	-39
	7	128	1	715	-294	364	-236	-39
	8	140	7	675	-274	355	-208	-38
	9	148	8	639	-256	344	-187	-37
	10	153	7	606	-240	331	-171	-37
	11	155	5	576	-227	319	-159	-36
	12	154	3	549	-215	307	-149	-35
	13	152	2	524	-204	295	-140	-35
	14	148	1	501	-195	283	-133	-35

Tab. C.6.c: TENSÕES (10^{-2} N/mm²) | ELEM. FIN. | L=linha, e=elemento
t=6,35 mm, d_e=25,4 mm, ΔL=0,705 mm L:7-8-9/9

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
7	1	101	-139	2 117	-65	117	-156	-14
	2	228	-154	1 910	-163	288	-214	-20
	3	292	-118	1 755	-231	396	-222	-24
	4	328	-72	1 629	-266	461	-205	-27
	5	349	-35	1 523	-275	492	-179	-28
	6	364	-12	1 430	-268	503	-151	-27
	7	372	0	1 348	-253	500	-128	-27
	8	376	5	1 275	-237	410	-110	-26
	9	375	6	1 208	-220	478	-97	-25
	10	371	5	1 149	-206	463	-88	-24
	11	364	4	1 095	-193	448	-81	-24
	12	354	2	1 045	-182	432	-75	-23
	13	344	1	1 000	-173	416	-71	-23
	14	332	1	958	-165	400	-67	-22
8	1	153	-53	3 114	-26	156	-56	-7
	2	363	-68	2 821	-90	382	-86	-11
	3	492	-52	2 595	-147	529	-89	-14
	4	563	-32	2 408	-180	613	-82	-16
	5	599	-16	2 250	-191	654	-70	-16
	6	614	-5	2 111	-189	667	-58	-16
	7	616	0	1 989	-180	664	-48	-15
	8	610	3	1 881	-167	653	-41	-14
	9	599	3	1 784	-155	637	-35	-14
	10	585	2	1 696	-144	619	-31	-13
	11	569	2	1 617	-135	599	-29	-13
	12	551	1	1 546	-127	579	-27	-12
	13	532	1	1 480	-120	558	-25	-12
	14	512	1	1 419	-114	536	-24	-12
9	1	214	-29	4 110	11	214	-30	2
	2	536	-8	3 751	-27	537	-9	-3
	3	722	-9	3 455	-53	725	-13	-4
	4	817	-5	3 207	-69	822	-11	-5
	5	856	-2	2 994	-74	862	-9	-5
	6	863	-1	2 807	-74	870	-7	-5
	7	854	0	2 643	-70	860	-5	-5
	8	837	1	2 498	-64	842	-4	-4
	9	816	1	2 369	-59	820	-4	-4
	10	792	1	2 253	-55	796	-3	-4
	11	768	0	2 148	-51	771	-3	-4
	12	742	0	2 053	-48	745	-3	-4
	13	715	0	1 966	-45	718	-3	-4
	14	687	0	1 885	-43	690	-3	-4

Tab. C.7: TENSÕES ($10^{-2}N/mm^2$) | ELEM. FIN. | ι=linha, e=elemento
t=7 mm, d_e=25,4 mm, ΔL=0,75 mm ι: somente 10/10

ι	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
10	1	181	-23	3 457	10	181	-24	3
	2	456	-5	3 159	-18	457	-6	-2
	3	621	-7	2 915	-38	624	-9	-3
	4	711	-5	2 711	-52	714	-8	-4
	5	750	-3	2 536	-58	755	-7	-4
	6	761	-1	2 382	-59	765	-6	-4
	7	754	0	2 246	-57	759	-4	-4
	8	739	0	2 125	-54	743	-4	-4
	9	720	0	2 017	-50	724	-3	-4
	10	699	0	1 920	-46	702	-3	-4
	11	677	0	1 833	-43	679	-2	-4
	12	654	0	1 753	-40	657	-2	-3
	13	631	0	1 680	-38	633	-2	-3

Tab. C.8.a: TENSÕES (10^{-2}N/mm²)|ELEM. FIN.|L=linha, e=elemento
t=8 mm, d_e=25,4mm, ΔL=0,8 mm L:1-2-3-4/10

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
1	1	-1 447	-2 588	-3 291	-1 323	-577	-3 458	-33
	2	-690	49	-2 041	-172	87	-728	-78
	3	-597	-43	-1 869	-51	-38	-602	-85
	4	-585	3	-1 709	-31	5	-587	-87
	5	-595	1	-1 597	-30	2	-597	-87
	6	-600	1	-1 503	-31	3	-601	-87
	7	-596	1	-1 421	-32	3	-598	-87
	8	-585	1	-1 349	-32	3	-587	-87
	9	-569	1	-1 284	-32	2	-571	-87
	10	-548	1	-1 224	-32	2	-550	-87
	11	-525	0	-1 169	-31	2	-526	-87
	12	-500	0	-1 118	-30	2	-501	-87
2	1	-255	-1 588	-2 074	-520	-76	-1 767	-19
	2	-838	-625	-1 761	-573	-149	-1 314	-50
	3	-690	-98	-1 448	-258	1	-787	-69
	4	-613	-30	-1 318	-155	9	-652	-76
	5	-563	-3	-1 221	-116	20	-586	-79
	6	-533	3	-1 146	-102	21	-551	-80
	7	-509	4	-1 083	-95	21	-526	-80
	8	-488	4	-1 028	-92	21	-504	-80
	9	-467	3	-979	-89	20	-483	-80
	10	-445	2	-935	-87	19	-462	-79
	11	-424	2	-894	-84	18	-440	-79
	12	-402	1	-855	-81	17	-417	-79
3	1	-174	-1 056	-1 390	-257	-104	-1 125	-15
	2	-420	-619	-1 188	-444	-64	-975	-39
	3	-552	-261	-1 038	-373	-6	-807	-56
	4	-520	-82	-922	-261	40	-643	-65
	5	-479	-25	-851	-201	51	-555	-69
	6	-440	-3	-796	-170	55	-498	-71
	7	-409	4	-752	-153	55	-460	-72
	8	-383	6	-714	-144	53	-430	-72
	9	-360	6	-681	-137	51	-405	-72
	10	-339	5	-650	-131	49	-383	-71
	11	-319	4	-622	-126	47	-362	-71
	12	-300	3	-597	-121	45	-343	-71
4	1	-74	-712	-769	-156	-38	-748	-13
	2	-231	-513	-673	-330	-13	-731	-33
	3	-331	-285	-589	-352	44	-661	-47
	4	-362	-131	-527	-306	80	-574	-55
	5	-346	-50	-482	-256	97	-493	-60
	6	-319	-14	-449	-221	102	-435	-62

Tab. C.8.b: TENSÕES (10^{-2}N/mm²)|ELEM. FIN.|L=linha, e=elemento
t=8 mm, d_e=25,4 mm, ΔL=0,8 mm L:4-5-6-7/10

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
4	7	-291	1	-424	-198	101	-391	-63
	8	-267	6	-403	-183	98	-358	-63
	9	-245	7	-385	-172	94	-332	-63
	10	-227	6	-369	-163	90	-310	-63
	11	-211	5	-354	-155	86	-292	-62
	12	-196	4	-341	-148	82	-275	-62
5	1	-27	-477	-197	-109	-2	-503	-13
	2	-94	-385	-172	-251	51	-530	-30
	3	-158	-253	-147	-304	102	-514	-41
	4	-189	-139	-127	-300	136	-465	-47
	5	-192	-65	-113	-273	152	-409	-51
	6	-178	-24	-104	-246	156	-358	-54
	7	-159	-4	-98	-224	155	-318	-55
	8	-140	5	-95	-206	151	-286	-55
	9	-124	7	-92	-193	145	-262	-54
	10	-110	7	-90	-181	139	-242	-54
	11	-99	6	-88	-172	133	-226	-53
	12	-89	4	-86	-163	127	-212	-53
6	1	12	-303	356	-82	32	-323	-14
	2	9	-271	317	-194	108	-370	-27
	3	-13	-198	293	-253	163	-374	-35
	4	-30	-122	274	-269	197	-349	-40
	5	-34	-64	258	-262	214	-312	-43
	6	-28	-27	242	-246	218	-274	-45
	7	-18	-7	227	-228	216	-241	-46
	8	-7	3	213	-212	210	-214	-46
	9	3	6	200	-198	202	-193	-45
	10	11	6	188	-185	194	-177	-45
	11	16	6	177	-174	185	-164	-44
	12	20	4	167	-165	177	-153	-44
7	1	47	-173	900	-60	62	-189	-14
	2	98	-175	802	-146	161	-239	-23
	3	113	-138	731	-200	224	-249	-29
	4	117	-91	676	-226	262	-236	-33
	5	119	-51	631	-232	281	-213	-35
	6	123	-23	591	-225	286	-187	-36
	7	127	-7	555	-213	283	-163	-36
	8	131	2	523	-199	276	-143	-36
	9	133	5	494	-186	265	-127	-35
	10	134	5	468	-173	254	-116	-35
	11	132	5	444	-163	243	-106	-34
	12	129	3	422	-153	232	-99	-34

Tab. C.8.c: TENSÕES (10^{-2} N/mm²)|ELEM. FIN.|L=linha, e=elemento
t=8 mm, d_e=25,4 mm, ΔL=0,8 mm L:8-9-10/10

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
8	1	79	-82	1 440	-38	88	-91	-13
	2	180	-99	1 286	-100	212	-131	-18
	3	231	-82	1 173	-147	289	-140	-22
	4	257	-56	1 083	-175	335	-134	-24
	5	269	-32	1 009	-186	358	-121	-26
	6	273	-15	944	-185	364	-106	-26
	7	273	-4	887	-178	360	-91	-26
	8	270	1	837	-167	350	-79	-26
	9	264	3	791	-156	337	-70	-25
	10	257	3	750	-145	323	-63	-24
	11	248	3	712	-136	308	-57	-24
	12	238	2	678	-127	293	-53	-24
9	1	111	-31	1 978	-14	113	-33	-6
	2	263	-43	1 774	-54	272	-52	-10
	3	352	-35	1 622	-92	373	-56	-13
	4	399	-24	1 498	-116	429	-54	-14
	5	419	-14	1 394	-127	454	-48	-15
	6	423	-6	1 305	-128	458	-42	-15
	7	417	-2	1 225	-124	451	-35	-15
	8	406	1	1 155	-116	437	-30	-15
	9	392	2	1 092	-108	420	-26	-14
	10	377	2	1 035	-100	402	-23	-14
	11	360	1	984	-93	383	-21	-14
	12	344	1	937	-87	365	-20	-13
10	1	150	-19	2 514	8	150	-20	3
	2	370	-4	2 274	-15	371	-5	-2
	3	495	-6	2 083	-32	497	-8	-4
	4	555	-4	1 926	-43	559	-7	-4
	5	576	-2	1 792	-49	580	-6	-5
	6	573	-1	1 675	-49	578	-5	-5
	7	558	0	1 572	-47	562	-4	-5
	8	538	0	1 481	-44	541	-3	-5
	9	515	0	1 399	-41	518	-3	-5
	10	491	0	1 326	-38	494	-3	-4
	11	468	0	1 260	-35	470	-2	-4
	12	445	0	1 200	-32	447	-2	-4

Tab. C.9: TENSÕES (10^{-2} N/mm²) | ELEM. FIN. | L=linha, e=elemento
t=9,525 mm, d_e=25,4 mm, ΔL=0,9525 mm L: somente 10/10

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
10	1	120	-15	1 700	6	121	-15	3
	2	288	-3	1 516	-13	289	-4	-2
	3	375	-5	1 374	-26	377	-6	-4
	4	412	-3	1 262	-34	415	-6	-5
	5	418	-2	1 166	-38	421	-5	-5
	6	407	-1	1 084	-38	411	-4	-5
	7	388	0	1 012	-37	391	-4	-5
	8	366	0	948	-34	369	-3	-5
	9	342	0	891	-31	345	-3	-5
	10	320	0	840	-29	322	-2	-5
	11	298	0	793	-26	300	-2	-5

Tab. C.10: TENSÕES (10^{-2} N/mm²) | ELEM. FIN. | L=linha, e=elemento
t=10 mm, d_e=25,4 mm, ΔL=1 mm L: somente 10/10

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
10	1	115	-14	1 544	6	115	-15	3
	2	272	-3	1 371	-12	273	-4	-2
	3	352	-4	1 240	-24	354	-6	-4
	4	385	-3	1 136	-32	387	-6	-5
	5	389	-2	1 049	-36	392	-5	-5
	6	377	-1	974	-36	380	-4	-5
	7	358	0	908	-34	361	-3	-5
	8	336	0	849	-32	339	-3	-5
	9	313	0	798	-29	316	-2	-5
	10	291	0	751	-27	294	-2	-5

Tab. C.11.a: TENSÕES (10^{-2} N/mm²) | ELEM. FIN. | l=linha, e=elemento
t=12 mm, d_e=25,4 mm, ΔL=1 mm l:1-2-3-4/12

l	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
1	1	-1 122	-2 057	-1 731	-1 052	-438	-2 741	-33
	2	-447	39	-814	-132	72	-481	-76
	3	-329	-34	-740	-33	-30	-333	-84
	4	-291	2	-663	-16	3	-292	-87
	5	-281	0	-616	-14	1	-282	-87
	6	-274	1	-578	-14	1	-275	-87
	7	-267	1	-545	-14	1	-268	-87
	8	-257	1	-516	-14	1	-258	-87
	9	-246	0	-490	-14	1	-247	-87
	10	-233	0	-466	-14	1	-234	-87
2	1	-182	-1 252	-992	-409	-44	-1 390	-19
	2	-595	-495	-799	-438	-104	-986	-48
	3	-444	-81	-601	-183	-4	-520	-67
	4	-361	-27	-537	-98	-1	-388	-75
	5	-308	-5	-492	-65	8	-322	-78
	6	-276	0	-460	-52	9	-286	-80
	7	-253	1	-433	-47	10	-262	-80
	8	-235	2	-411	-44	10	-243	-80
	9	-219	2	-390	-42	10	-227	-80
	10	-204	2	-371	-41	9	-212	-79
3	1	-125	-836	-688	-195	-75	-886	-14
	2	-293	-495	-563	-329	-50	-738	-36
	3	-375	-214	-474	-264	-18	-570	-54
	4	-336	-72	-408	-171	12	-420	-64
	5	-293	-27	-372	-121	20	-339	-69
	6	-257	-8	-346	-94	24	-289	-71
	7	-229	-1	-326	-80	25	-254	-72
	8	-207	2	-309	-73	25	-230	-73
	9	-188	3	-293	-68	24	-210	-72
	10	-173	3	-280	-64	24	-194	-72
4	1	-56	-578	-439	-112	-32	-601	-12
	2	-171	-420	-374	-235	-29	-562	-31
	3	-241	-239	-319	-243	3	-482	-45
	4	-258	-116	-280	-201	26	-400	-55
	5	-239	-50	-253	-157	39	-329	-60
	6	-215	-20	-234	-128	43	-278	-64
	7	-191	-6	-220	-109	45	-242	-65
	8	-170	0	-209	-98	45	-214	-66
	9	-152	3	-199	-90	44	-193	-65
	10	-137	4	-190	-84	43	-177	-65

Tab. C.11.b: TENSÕES (10^{-2}N/mm²)|ELEM. FIN.|L=linha, e=elemento
t=12 mm, d_e=25,4 mm, ΔL=1 mm L:5-6-7-8/12

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	ϕ °
5	1	-29	-409	-231	-75	-15	-424	-11
	2	-91	-329	-198	-173	0	-420	-28
	3	-143	-221	-171	-206	27	-391	-40
	4	-168	-128	-149	-196	49	-345	-48
	5	-169	-67	-135	-171	61	-296	-53
	6	-157	-31	-124	-147	66	-254	-57
	7	-141	-12	-117	-129	68	-221	-58
	8	-125	-3	-111	-116	67	-195	-59
	9	-11	2	-106	-106	66	-175	-59
	10	-98	4	-102	-99	64	-158	-59
6	1	-9	-287	-37	-55	1	-298	-11
	2	-37	-249	-32	-133	27	-313	-26
	3	-68	-184	-25	-171	54	-306	-36
	4	-89	-120	-20	-178	74	-283	-42
	5	-96	-70	-16	-168	86	-251	-47
	6	-93	-37	-15	-153	91	-220	-50
	7	-85	-16	-14	-138	92	-193	-52
	8	-74	-5	-14	-126	91	-170	-53
	9	-65	0	-14	-116	88	-152	-53
	10	-56	3	-15	-108	85	-138	-53
7	1	7	-195	149	-43	16	-203	-12
	2	6	-180	129	-105	53	-227	-24
	3	-7	-144	117	-141	81	-232	-32
	4	-19	-101	109	-155	100	-221	-38
	5	-27	-64	102	-155	111	-201	-42
	6	-28	-36	95	-148	116	-180	-44
	7	-25	-18	89	-138	116	-159	-46
	8	-20	-7	83	-128	114	-141	-47
	9	-15	-1	78	-118	111	-126	-47
	10	-10	2	73	-110	106	-114	-47
8	1	22	-123	331	-33	29	-130	-12
	2	43	-124	289	-82	77	-157	-22
	3	46	-105	259	-114	107	-166	-28
	4	42	-78	238	-131	126	-162	-32
	5	38	-52	221	-137	137	-151	-36
	6	35	-31	206	-135	141	-136	-38
	7	35	-16	193	-129	141	-122	-39
	8	35	-6	181	-121	137	-109	-40
	9	36	-1	170	-114	132	-98	-40
	10	36	2	160	-106	126	-88	-40

Tab. C.11.c: TENSÕES (10^{-2} N/mm²) | ELEM. FIN. | L=linha, e=elemento
t=12 mm, d_e=25,4 mm, ΔL=1 mm L:9-10-11-12/12

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
9	1	36	-69	513	-24	41	-74	-12
	2	77	-79	448	-61	98	-100	-19
	3	94	-70	403	-88	133	-108	-24
	4	99	-54	369	-106	153	-108	-27
	5	99	-37	342	-114	164	-102	-30
	6	97	-22	319	-116	167	-93	-31
	7	94	-12	298	-113	166	-84	-32
	8	91	-5	280	-108	161	-75	-33
	9	87	-1	264	-102	154	-68	-33
	10	83	1	249	-95	146	-61	-33
10	1	49	-32	695	-15	52	-34	-10
	2	110	-44	609	-40	120	-54	-14
	3	141	-40	549	-63	161	-60	-17
	4	155	-31	503	-79	184	-60	-20
	5	159	-22	466	-88	195	-58	-22
	6	157	-13	434	-92	197	-53	-24
	7	152	-7	407	-91	193	-48	-24
	8	146	-3	382	-87	186	-43	-25
	9	138	0	360	-83	177	-39	-25
	10	130	1	340	-77	166	-35	-25
11	1	63	-12	878	-4	63	-12	-3
	2	145	-18	773	-21	147	-21	-7
	3	191	-17	699	-38	198	-23	-10
	4	213	-13	642	-51	224	-24	-12
	5	221	-9	595	-58	234	-23	-13
	6	218	-6	554	-61	234	-21	-14
	7	211	-3	519	-61	227	-19	-15
	8	200	-1	487	-59	216	-17	-15
	9	188	0	459	-56	203	-15	-15
	10	175	0	433	-52	190	-14	-15
12	1	80	-9	1 061	5	80	-9	3
	2	192	-1	944	-5	192	-1	-2
	3	252	-3	856	-13	253	-3	-3
	4	280	-2	787	-19	282	-3	-4
	5	287	-2	730	-22	289	-3	-4
	6	282	-1	680	-23	283	-3	-5
	7	269	-1	636	-23	271	-2	-5
	8	252	0	597	-22	254	-2	-5
	9	235	0	561	-21	237	-2	-5
	10	217	0	529	-19	219	-2	-5

Tab. C.12: TENSÕES (10^{-2} N/mm²) | ELEM. FIN. | L=linha, e=elemento
t=6,35 mm, d_e=97,3 mm, ΔL=0,705 mm L: somente 9/9

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
9	1	254	-40	4 977	8	255	-40	2
	2	624	-14	4 535	-49	628	-18	-4
	3	818	-12	4 165	-85	827	-21	-6
	4	903	-6	3 852	-102	914	-17	-6
	5	927	-1	3 580	-104	938	-13	-6
	6	922	1	3 344	-97	923	-9	-6
	7	906	2	3 138	-88	915	-6	-5
	8	886	2	2 957	-78	893	-5	-5
	9	865	1	2 798	-70	871	-4	-5
	10	844	1	2 656	-64	848	-4	-4
	11	821	1	2 529	-59	825	-4	-4
	12	797	0	2 413	-55	801	-3	-4
	13	772	0	2 308	-52	775	-3	-4
	14	745	0	2 212	-49	748	-3	-4

Tab. C.13: TENSÕES (10^{-2} N/mm²) | ELEM. FIN. | L=linha, e=elemento
t=6,35 mm, d_e=80,9625 mm, ΔL=0,705 mm L: somente 9/9

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
9	1	253	-39	4 941	9	253	-40	2
	2	621	-14	4 503	-47	625	-18	-4
	3	815	-12	4 136	-84	824	-21	-6
	4	901	-6	3 826	-100	912	-17	-6
	5	926	-1	3 557	-102	938	-12	-6
	6	923	1	3 323	-96	933	-9	-6
	7	907	2	3 120	-87	915	-6	-5
	8	887	2	2 940	-78	894	-5	-5
	9	866	1	2 782	-70	872	-4	-5
	10	844	1	2 641	-63	849	-4	-4
	11	821	1	2 515	-58	825	-4	-4
	12	797	0	2 400	-54	801	-3	-4
	13	772	0	2 296	-51	775	-3	-4
	14	745	0	2 200	-49	748	-3	-4

Tab. C.14.a: TENSÕES ($10^{-2}N/mm^2$)|ELEM. FIN.|L=linha, e=elemento
t=6,35 mm, d_e=65,1 mm, ΔL=0,705 mm L:1-2-3/9

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
1	1	-573	-3 527	-6 059	-1 293	-87	-4 013	-21
	2	-96	154	-4 189	44	161	-103	80
	3	-342	-18	-3 865	49	-11	-349	82
	4	-557	20	-3 564	8	20	-557	89
	5	-713	8	-3 334	-22	9	-714	-88
	6	-810	6	-3 134	-39	7	-812	-87
	7	-865	3	-2 960	-48	6	-867	-87
	8	-889	2	-2 804	-52	5	-892	-87
	9	-893	1	-2 665	-54	5	-897	-87
	10	-884	1	-2 539	-54	4	-887	-87
	11	-865	1	-2 423	-53	4	-869	-86
	12	-841	0	-2 318	-52	3	-844	-86
	13	-813	0	-2 220	-50	3	-816	-87
	14	-782	0	-2 129	-48	3	-785	-87
2	1	-479	-2 507	-4 279	-785	-210	-2 776	-19
	2	-989	-677	-3 475	-625	-189	-1 477	-52
	3	-753	-17	-2 931	-214	41	-810	-75
	4	-695	25	-2 676	-134	49	-719	-80
	5	-686	32	-2 482	-127	54	-707	-80
	6	-694	24	-2 328	-135	49	-719	-80
	7	-701	17	-2 196	-143	44	-728	-79
	8	-701	12	-2 081	-147	41	-730	-79
	9	-694	8	-1 978	-148	38	-724	-79
	10	-681	5	-1 886	-146	35	-711	-78
	11	-664	3	-1 801	-143	32	-693	-78
	12	-643	2	-1 723	-138	30	-672	-78
	13	-621	1	-1 651	-133	28	-648	-78
	14	-597	0	-1 585	-128	27	-632	-78
3	1	-267	-1 728	-2 749	-435	-147	-1 847	-15
	2	-640	-823	-2 320	-651	-74	-1 389	-41
	3	-738	-237	-1 999	-480	54	-1 029	-59
	4	-658	-18	-1 781	-326	119	-795	-67
	5	-596	29	-1 640	-264	125	-628	-70
	6	-555	35	-1 532	-241	121	-641	-70
	7	-528	30	-1 443	-232	114	-612	-70
	8	-508	22	-1 368	-227	106	-592	-70
	9	-491	15	-1 301	-221	99	-574	-69
	10	-474	10	-1 240	-215	92	-556	-69
	11	-458	6	-1 186	-208	86	-538	-69
	12	-441	4	-1 135	-200	81	-518	-69
	13	-424	2	-1 089	-193	76	-499	-69
	14	-407	1	-1 045	-185	72	-478	-69

Tab. C.14.b: TENSÕES (10^{-2} N/mm²)|ELEM. FIN.|ι=linha, e=elemento
t=6,35 mm, d_e=65,1 mm, ΔL=0,705 mm ι:4-5-6/9

ι	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
4	1	-123	-1 170	-1 368	-282	-52	-1 241	-14
	2	-348	-719	-1 166	-542	39	-1 106	-36
	3	-463	-316	-1 000	-535	150	-930	-49
	4	-465	-90	-881	-446	206	-761	-56
	5	-416	4	-799	-372	221	-633	-60
	6	-368	31	-741	-329	216	-553	-61
	7	-329	34	-696	-303	206	-501	-60
	8	-300	28	-660	-286	194	-466	-60
	9	-278	21	-628	-273	182	-440	-59
	10	-261	14	-600	-261	171	-419	-59
	11	-247	9	-575	-250	162	-400	-59
	12	-235	5	-552	-239	153	-383	-58
	13	-224	3	-530	-229	145	-366	-58
	14	-214	2	-509	-219	138	-351	-58
5	1	-31	-760	-69	-204	22	-813	-15
	2	-116	-544	-32	-436	156	-815	-32
	3	-185	-297	5	-498	260	-742	-42
	4	-199	-118	31	-471	314	-632	-47
	5	-175	-21	45	-421	330	-526	-50
	6	-137	19	50	-377	326	-444	-51
	7	-102	30	49	-344	314	-386	-50
	8	-75	28	45	-319	299	-346	-50
	9	-55	22	41	-298	284	-318	-49
	10	-41	15	37	-282	270	-296	-48
	11	-32	10	33	-267	256	-279	-47
	12	-26	6	30	-254	244	-265	-47
	13	-22	3	27	-242	233	-252	-47
	14	-19	2	25	-231	223	-240	-46
6	1	45	-449	1 192	-151	87	-491	-16
	2	75	-368	1 086	-340	259	-552	-28
	3	71	-229	1 011	-423	370	-528	-35
	4	74	-108	950	-435	428	-461	-39
	5	93	-30	895	-412	448	-384	-41
	6	120	9	844	-378	447	-318	-41
	7	145	22	796	-346	435	-267	-40
	8	165	23	752	-317	419	-231	-39
	9	177	18	711	-294	402	-206	-37
	10	184	13	675	-274	385	-189	-36
	11	185	9	642	-258	369	-175	-36
	12	184	5	611	-243	354	-165	-35
	13	181	3	584	-231	339	-156	-34
	14	176	2	559	-220	326	-148	-34

Tab. C.14.c: TENSÕES (10^{-2} N/mm²) | ELEM. FIN. | L=linha, e=elemento
t=6,35 mm, d_e=65,1 mm, ΔL=0,705 mm   L:7-8-9/9

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
7	1	111	-223	2 433	-102	140	-252	-16
	2	244	-217	2 197	-244	349	-322	-23
	3	307	-146	2 020	-327	478	-317	-28
	4	343	-74	1 877	-358	549	-280	-30
	5	369	-23	1 754	-354	577	-232	-31
	6	389	4	1 646	-332	580	-188	-30
	7	403	14	1 549	-305	570	-153	-29
	8	411	15	1 462	-278	555	-128	-27
	9	413	13	1 385	-255	537	-112	-26
	10	410	9	1 315	-236	519	-100	-25
	11	403	6	1 252	-220	501	-92	-24
	12	394	4	1 195	-207	483	-86	-23
	13	382	2	1 143	-196	465	-81	-23
	14	369	1	1 095	-186	447	-77	-23
8	1	175	-85	3 660	-47	183	-93	-10
	2	407	-98	3 311	-142	444	-135	-15
	3	541	-66	3 042	-215	610	-134	-18
	4	612	-34	2 818	-248	696	-118	-19
	5	646	-11	2 626	-252	732	-96	-19
	6	659	2	2 458	-239	737	-76	-18
	7	661	7	2 311	-219	727	-60	-17
	8	655	7	2 180	-199	712	-49	-16
	9	645	6	2 064	-181	693	-41	-15
	10	632	4	1 961	-166	673	-37	-14
	11	616	3	1 867	-154	653	-33	-13
	12	599	2	1 782	-144	631	-31	-13
	13	579	1	1 705	-136	610	-29	-13
	14	559	0	1 634	-129	587	-28	-12
9	1	250	-38	4 883	9	250	-39	2
	2	616	-13	4 451	-45	619	-17	-4
	3	811	-12	4 089	-81	818	-20	-6
	4	898	-56	3 784	-98	908	-16	-6
	5	925	-1	3 519	-100	935	-12	-6
	6	922	1	3 289	-94	932	-9	-6
	7	907	2	3 088	-85	915	-6	-5
	8	887	2	2 911	-77	894	-5	-5
	9	866	1	2 755	-69	872	-1	-5
	10	844	1	2 616	-63	849	-4	-4
	11	821	1	2 491	-58	825	-3	-4
	12	796	0	2 378	-54	800	-3	-4
	13	770	0	2 275	-51	774	-3	-4
	14	743	0	2 180	-48	746	-3	-4

Tab. C.15: TENSÕES (10^{-2} N/mm²)| ELEM. FIN. |L=linha, e=elemento
t=6,35 mm, d_e=49,1 mm, ΔL=0.705 mm   L: somente 9/9

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
9	1	245	-37	4 768	9	245	-37	2
	2	605	-13	4 347	-42	608	-15	-4
	3	799	-11	3 996	-76	807	-18	-5
	4	889	-6	3 699	-93	899	-15	-6
	5	919	-2	3 443	-96	929	-11	-6
	6	918	1	3 219	-91	927	-8	-6
	7	904	1	3 024	-83	912	-6	-5
	8	885	1	2 852	-75	891	-5	-5
	9	864	1	2 700	-68	869	-4	-4
	10	841	1	2 565	-62	845	-4	-4
	11	817	1	2 443	-57	821	-3	-4
	12	792	0	2 333	-53	796	-3	-4
	13	766	0	2 232	-50	769	-3	-4
	14	766	0	2 232	-50	769	-3	-4

Tab. C.16.a: TENSÕES (10^{-2}N/mm²)|ELEM. FIN.|L=linha, e=elemento
t=6,35 mm, d_e=41,2 mm, ΔL=0,705 mm L:1-2-3/9

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	(φ)°
1	1	-983	-3 359	-5 730	-1 386	-345	-3 997	-25
	2	-390	120	-3 967	-45	124	-393	-85
	3	-530	-29	-3 658	7	-29	-530	89
	4	-678	15	-3 374	-12	15	-678	-89
	5	-792	6	-3 158	-31	7	-794	-88
	6	-863	4	-2 972	-43	6	-865	-87
	7	-900	3	-2 810	-49	5	-903	-87
	8	-914	2	-2 665	-52	5	-917	-87
	9	-910	1	-2 535	-53	4	-913	-87
	10	-895	1	-2 418	-53	4	-898	-87
	11	-873	0	-2 310	-52	4	-876	-87
	12	-846	0	-2 211	-50	3	-849	-87
	13	-815	0	-2 119	-48	3	-818	-87
	14	-783	0	-2 034	-47	3	-786	-87
2	1	-425	-2 285	-3 937	-727	-174	-2 536	-19
	2	-1 015	-697	-3 263	-650	-187	-1 525	-52
	3	-814	-49	-2 761	-255	28	-891	-73
	4	-754	5	-2 525	-162	38	-787	-78
	5	-734	21	-2 346	-142	47	-760	-80
	6	-732	18	-2 203	-142	44	-758	-80
	7	-729	13	-2 081	-145	41	-756	-79
	8	-722	9	-1 974	-146	38	-750	-79
	9	-709	6	-1 879	-145	35	-737	-79
	10	-692	4	-1 792	-143	32	-720	-79
	11	-672	3	-1 714	-139	30	-699	-79
	12	-649	2	-1 641	-134	28	-675	-79
	13	-625	1	-1 574	-129	26	-650	-79
	14	-599	0	-1 511	-124	25	-624	-79
3	1	-249	-1 555	-2 522	-393	-140	-1 664	-16
	2	-602	-787	-2 149	-616	-71	-1 317	-41
	3	-727	-258	-1 869	-479	41	-1 026	-58
	4	-668	-42	-1 671	-334	103	-813	-67
	5	-614	11	-1 542	-271	112	-715	-70
	6	-574	24	-1 443	-243	110	-661	-70
	7	-546	22	-1 362	-231	104	-628	-70
	8	-523	18	-1 292	-223	98	-603	-70
	9	-503	13	-1 231	-217	92	-582	-70
	10	-484	9	-1 175	-210	86	-562	-70
	11	-466	5	-1 124	-202	80	-541	-70
	12	-448	3	-1 078	-195	76	-520	-70
	13	-429	2	-1 034	-187	72	-499	-70
	14	-411	1	-994	-179	68	-478	-69

Tab. C.16.b: TENSÕES (10^{-2} N/mm²) | ELEM. FIN. | L=linha, e=elemento
t=6,35 mm, d_e=41,2 mm, ΔL=0,705 L:4-5-6/9

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
4	1	-109	-1 045	-1 229	-252	-46	-1 108	-14
	2	-320	-671	-1 060	-499	-33	-1 024	-35
	3	-438	-317	-917	-507	133	-888	-48
	4	-454	-107	-813	-432	185	-746	-56
	5	-416	-14	-740	-365	202	-632	-59
	6	-375	17	-688	-323	199	-556	-61
	7	-339	24	-649	-297	191	-506	-61
	8	-311	22	-616	-280	181	-470	-60
	9	-288	17	-588	-266	171	-442	-60
	10	-270	12	-562	-254	161	-420	-60
	11	-255	8	-539	-243	152	-400	-59
	12	-242	5	-518	-232	144	-382	-59
	13	-230	3	-498	-222	137	-364	-59
	14	-219	1	-480	-213	131	-348	-59
5	1	-25	-674	-9	-181	22	-721	-15
	2	-99	-500	12	-396	144	-743	-32
	3	-166	-288	37	-461	238	-693	-41
	4	-186	-127	56	-444	289	-602	-47
	5	-169	-35	65	-403	306	-510	-50
	6	-138	7	66	-363	305	-436	-51
	7	-108	20	63	-333	295	-382	-50
	8	-82	21	58	-309	283	-344	-50
	9	-64	17	53	-289	269	-315	-49
	10	-50	13	48	-273	256	-294	-48
	11	-41	8	43	-259	244	-276	-48
	12	-34	5	39	-246	233	-261	-47
	13	-29	3	36	-235	222	-248	-47
	14	-26	2	33	-224	213	-237	-47
6	1	46	-396	1 178	-134	83	-433	-16
	2	81	-336	1 069	-306	243	-498	-28
	3	80	-219	992	-387	345	-484	-34
	4	82	-111	929	-404	401	-430	-38
	5	97	-38	874	-388	423	-364	-40
	6	119	0	824	-360	424	-305	-40
	7	141	15	777	-331	415	-259	-40
	8	158	17	733	-305	401	-226	-39
	9	169	15	694	-284	386	-202	-37
	10	175	11	658	-265	371	-185	-36
	11	177	7	626	-250	356	-171	-36
	12	176	5	596	-236	341	-161	-35
	13	173	3	569	-224	327	-152	-35
	14	168	1	545	-214	314	-145	-34

Tab. C.16.c: TENSÕES (10^{-2}N/mm²)|ELEM. FIN.|ι=linha, e=elemento
t=6,35 mm, d_e=41,2 mm, ΔL=0,705 ι:7-8-9/9

ι	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^0$
7	1	109	-196	2 348	-90	133	-220	-15
	2	241	-197	2 120	-217	331	-286	-22
	3	305	-137	1 949	-296	454	-286	-27
	4	342	-74	1 811	-329	523	-255	-29
	5	366	-28	1 692	-330	553	-215	-30
	6	385	-2	1 588	-313	559	-176	-29
	7	397	9	1 495	-290	552	-146	-28
	8	403	12	1 412	-267	538	-123	-27
	9	404	10	1 338	-246	522	-108	-26
	10	401	8	1 271	-228	505	-97	-25
	11	394	5	1 211	-213	488	-89	-24
	12	384	3	1 156	-201	470	-83	-23
	13	373	2	1 105	-190	453	-78	-23
	14	360	1	1 059	-181	435	-74	-23
8	1	169	-75	3 508	-40	175	-81	-9
	2	396	-88	3 174	-125	426	-119	-14
	3	530	-61	2 918	-193	587	-119	-17
	4	602	-34	2 704	-227	674	-106	-18
	5	637	-13	2 522	-233	712	-88	-18
	6	651	-1	2 363	-224	721	-70	-17
	7	653	5	2 223	-208	714	-56	-16
	8	647	6	2 099	-190	699	-46	-15
	9	637	5	1 988	-174	681	-40	-14
	10	623	4	1 889	-160	662	-35	-14
	11	607	2	1 800	-149	641	-32	-13
	12	589	1	1 719	-140	620	-30	-13
	13	569	1	1 644	-132	598	-28	-12
	14	549	0	1 576	-125	576	-27	-12
9	1	240	-36	4 663	10	240	-36	2
	2	595	-12	4 252	-39	597	-14	-4
	3	788	-11	3 910	-72	795	-17	-5
	4	880	-6	3 622	-88	888	-14	-6
	5	911	-2	3 372	-92	920	-11	-6
	6	912	0	3 155	-88	921	-8	-5
	7	899	0	2 965	-81	907	-6	-5
	8	880	1	2 797	-73	886	-5	-5
	9	859	1	2 649	-66	864	-4	-4
	10	836	1	2 517	-61	840	-4	-4
	11	812	1	2 398	-56	816	-3	-4
	12	786	0	2 290	-52	790	-3	-4
	13	760	0	2 191	-50	763	-3	-4
	14	732	0	2 100	-47	735	-3	-4

Tab. C.17: TENSÕES (10^{-2} N/mm²) | ELEM. FIN. | L=linha, e=elemento
t=6,35 mm, d_e=33,2 mm, ΔL=0,705 mm   L: somente 9/9

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
9	1	231	-33	4 478	10	232	-34	2
	2	576	-10	4 084	-35	578	-12	-3
	3	767	-10	3 758	-65	773	-16	-5
	4	860	-6	3 484	-81	868	-13	-5
	5	895	-2	3 246	-86	903	-10	-5
	6	899	0	3 040	-83	906	-8	-5
	7	887	1	2 858	-77	894	-6	-5
	8	869	1	2 698	-70	874	-5	-5
	9	847	1	2 557	-64	852	-4	-4
	10	824	1	2 430	-59	828	-4	-4
	11	799	0	2 316	-54	803	-3	-4
	12	774	0	2 212	-51	777	-3	-4
	13	747	0	2 117	-48	750	-3	-4
	14	719	0	2 030	-46	722	-3	-4

Tab. C.18: TENSÕES (10 N/mm²) | ELEM. FIN. | L=linha, e=elemento
t=6,35 mm, d_e=20,9 mm, ΔL=0,705 mm   L: somente 9/9

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	ϕ^o
9	1	193	-25	3 674	11	193	-25	3
	2	487	-6	3 356	-18	488	-6	-2
	3	664	-8	3 095	-41	666	-10	-3
	4	759	-5	2 878	-55	763	-9	-4
	5	802	-3	2 691	-62	807	-8	-4
	6	814	-1	2 528	-63	819	-6	-4
	7	807	0	2 384	-61	812	-5	-4
	8	792	0	2 256	-57	796	-4	-4
	9	771	0	2 141	-54	775	-3	-4
	10	748	0	2 038	-50	751	-3	-4
	11	723	0	1 945	-47	726	-3	-4
	12	698	0	1 860	-44	700	-3	-4
	13	671	0	1 782	-41	674	-2	-4
	14	644	0	1 709	-39	647	-2	-3

Tab. C.19.a: TENSÕES (10^{-2}N/mm²)|ELEM. FIN.|L=linha, e=elemento
t=6,35 mm, d_e=17,96 mm, ΔL=0,705 mm L:1-2-3/9

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
1	1	-2 445	-2 249	-3 669	-1 560	-785	-3 910	-47
	2	-1 481	-26	-2 564	-383	68	-1 576	-76
	3	-1 192	-68	-2 357	-155	-47	-1 213	-82
	4	-1 058	-9	-2 175	-87	-2	-1 065	-85
	5	-994	-5	-2 046	-63	-1	-998	-86
	6	-952	-1	-1 938	-52	2	-955	-87
	7	-918	0	-1 845	-47	2	-920	-87
	8	-885	0	-1 761	-44	2	-887	-87
	9	-852	0	-1 686	-42	2	-854	-87
	10	-818	0	-1 617	-40	2	-820	-87
	11	-784	0	-1 553	-39	2	-786	-87
	12	-749	0	-1 494	-37	2	-751	-87
	13	-715	0	-1 438	-36	2	-716	-87
	14	-680	0	-1 385	-34	2	-682	-87
2	1	-156	-1 109	-2 067	-402	-9	-1 256	-20
	2	-980	-681	-1 996	-658	-156	-1 505	-51
	3	-943	-170	-1 725	-381	-14	-1 099	-68
	4	-884	-71	-1 597	-248	-2	-954	-74
	5	-823	-26	-1 496	-183	14	-863	-78
	6	-777	-10	-1 417	-150	18	-805	-79
	7	-738	-3	-1 349	-132	20	-761	-80
	8	-704	0	-1 289	-122	20	-724	-80
	9	-672	1	-1 235	-114	20	-691	-81
	10	-641	1	-1 186	-109	19	-659	-81
	11	-611	1	-1 140	-104	18	-628	-81
	12	-582	1	-1 098	-100	17	-599	-81
	13	-554	1	-1 058	-96	17	-570	-80
	14	-526	0	-1 020	-92	16	-542	-80
3	1	-147	-671	-1 294	-176	-94	-725	-17
	2	-371	-537	-1 193	-397	-48	-859	-39
	3	-587	-305	-1 109	-410	-13	-880	-55
	4	-617	-131	-1 016	-324	31	-778	-63
	5	-602	-60	-952	-261	46	-707	-68
	6	-572	-25	-902	-221	53	-650	-71
	7	-541	-9	-859	-196	55	-606	-72
	8	-511	-2	-823	-180	55	-569	-72
	9	-484	0	-790	-169	54	-537	-73
	10	-458	2	-760	-159	52	-508	-73
	11	-434	2	-732	-152	49	-481	-73
	12	-411	1	-706	-145	47	-457	-72
	13	-389	1	-682	-139	45	-434	-72
	14	-369	1	-658	-133	44	-411	-72

Tab. C.19.b: TENSÕES (10^{-2} N/mm^2) | ELEM. FIN. | L=linha, e=elemento
t=6,35 mm, d_e=17,96 mm, ΔL=0,705 mm L:4-5-6/9

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
4	1	-41	-414	-520	-103	-15	-440	-14
	2	-168	-394	-500	-264	6	-568	-33
	3	-278	-276	-467	-329	51	-606	-45
	4	-346	-161	-437	-321	81	-588	-53
	5	-359	-81	-410	-288	99	-540	-58
	6	-349	-38	-390	-257	107	-495	-61
	7	-330	-16	-374	-234	109	-455	-62
	8	-309	-5	-361	-216	107	-421	-63
	9	-289	0	-349	-202	104	-393	-63
	10	-269	2	-338	-191	101	-368	-63
	11	-252	2	-328	-181	97	-347	-63
	12	-236	2	-318	-173	93	-327	-62
	13	-222	1	-308	-165	89	-310	-62
	14	-208	1	-299	-158	86	-293	-62
5	1	3	-250	223	-71	21	-269	-15
	2	-21	-266	184	-186	79	-366	-28
	3	-70	-215	159	-256	124	-408	-37
	4	-107	-143	143	-280	155	-406	-43
	5	-124	-83	131	-276	173	-380	-47
	6	-123	-42	120	-261	181	-347	-49
	7	-114	-19	110	-244	182	-315	-51
	8	-101	-7	100	-229	180	-287	-51
	9	-89	-1	91	-215	175	-264	-51
	10	-77	2	83	-203	169	-245	-50
	11	-67	2	76	-193	163	-228	-50
	12	-59	2	69	-183	157	-214	-50
	13	-52	2	64	-175	151	-202	-49
	14	-47	1	59	-167	146	-191	-49
6	1	45	-136	963	-50	58	-149	-14
	2	93	-167	859	-132	148	-222	-23
	3	103	-147	782	-193	208	-253	-29
	4	99	-107	723	-228	247	-254	-33
	5	97	-67	674	-240	269	-239	-36
	6	98	-36	632	-238	279	-216	-37
	7	103	-17	595	-229	280	-194	-38
	8	109	-6	562	-218	277	-174	-38
	9	114	-1	531	-206	270	-157	-37
	10	117	1	504	-195	263	-144	-37
	11	119	2	479	-185	254	-133	-36
	12	119	2	456	-175	245	-124	-36
	13	117	1	436	-167	236	-117	-35
	14	115	1	416	-159	227	-111	-35

Tab. C.19.c: TENSÕES ($10^{-2}N/mm^2$) | ELEM. FIN. | L=linha, e=elemento
t=6,35 mm, d_e=17,96 mm, ΔL=0,705 mm L:7-8-9/9

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^0$
7	1	84	-61	1 701	-30	90	-67	-11
	2	197	-93	1 533	-85	220	-116	-15
	3	258	-86	1 406	-136	305	-134	-19
	4	290	-65	1 305	-172	360	-135	-22
	5	307	-42	1 221	-190	391	-126	-24
	6	315	-24	1 148	-196	405	-113	-24
	7	319	-11	1 084	-192	407	-100	-25
	8	319	-4	1 026	-185	403	-88	-24
	9	316	0	974	-176	394	-78	-24
	10	311	1	927	-166	383	-71	-23
	11	304	1	884	-157	371	-65	-23
	12	296	1	845	-149	358	-61	-23
	13	287	1	809	-141	345	-57	-22
	14	276	1	776	-135	331	-54	-22
8	1	123	-23	2 437	-8	124	-24	-3
	2	301	-39	2 211	-42	306	-45	-7
	3	415	-37	2 037	-82	429	-51	-10
	4	481	-28	1 895	-111	504	-51	-12
	5	516	-19	1 775	-128	545	-48	-13
	6	531	-10	1 670	-134	562	-42	-13
	7	533	-5	1 578	-134	564	-36	-13
	8	527	-2	1 496	-129	557	-32	-13
	9	517	0	1 421	-123	544	-28	-13
	10	503	1	1 354	-116	529	-25	-12
	11	487	1	1 293	-110	511	-23	-12
	12	471	1	1 237	-104	492	-21	-12
	13	453	0	1 185	-98	473	-20	-12
	14	435	0	1 137	-93	454	-19	-12
9	1	168	-20	3 174	11	169	-20	3
	2	431	-3	2 902	-10	431	-3	-1
	3	595	-6	2 681	-27	596	-7	-3
	4	689	-5	2 499	-40	691	-7	-3
	5	735	-3	2 342	-48	738	-6	-4
	6	750	-2	2 205	-51	753	-5	-4
	7	746	-1	2 083	-51	750	-4	-4
	8	732	0	1 975	-50	736	-4	-4
	9	713	0	1 877	-47	716	-3	-4
	10	690	0	1 788	-44	693	-3	-4
	11	666	0	1 708	-42	669	-2	-4
	12	641	0	1 634	-39	644	-2	-3
	13	616	0	1 567	-37	620	-2	-3
	14	590	0	1 504	-35	592	-2	-3

Tab. C.20: TENSÕES (10^{-2} N/mm²) | ELEM. FIN. | L=linha, e=elemento
t=6,35 mm, d_e=14,66 mm, ΔL=0,705 mm L: somente 9/9

L	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
9	1	111	-9	2 020	11	112	-10	5
	2	296	2	1 853	8	296	2	2
	3	427	-3	1 723	1	427	-3	0
	4	514	-4	1 619	-9	514	-4	-1
	5	564	-4	1 530	-19	564	-4	-2
	6	585	-3	1 452	-26	586	-4	-3
	7	588	-2	1 381	-30	589	-3	-3
	8	578	-1	1 316	-31	580	-3	-3
	9	561	-1	1 256	-31	563	-2	-3
	10	541	0	1 201	-31	543	-2	-3
	11	519	0	1 151	-29	521	-2	-3
	12	497	0	1 104	-28	498	-2	-3
	13	474	0	1 060	-26	476	-1	-3
	14	452	0	1 020	-25	454	-1	-3

Tab. C.21.a: TENSÕES (10^{-4} N/mm²) |ELEM. FIN.| ℓ=linha, e=elemento
t=8 mm, d_e=25,4 mm, ΔL=0,8 mm ℓ:1-2-3-4/10
(MATERIAL FOTOELÁSTICO)

ℓ	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
1	1	-9 154	-15 100	-22 535	-7 370	-4 180	-20 075	-34
	2	-4 393	-67	-12 903	-1 390	341	-4 801	-74
	3	-4 004	-265	-11 686	-402	-222	-4 047	-84
	4	-3 887	-9	-10 614	-212	3	-3 899	-87
	5	-3 921	-2	-9 881	-181	7	-3 930	-87
	6	-3 932	5	-9 272	-184	14	-3 941	-87
	7	-3 901	4	-8 748	-190	14	-3 910	-87
	8	-3 827	4	-8 283	-193	13	-3 837	-87
	9	-3 720	3	-7 862	-193	13	-3 730	-87
	10	-3 588	2	-7 478	-191	13	-3 598	-87
	11	-3 440	2	-7 123	-187	12	-3 450	-87
	12	-3 281	2	-6 794	-182	12	-3 291	-87
2	1	-1 676	-9 153	-13 804	-3 280	-441	-10 388	-21
	2	-5 130	-3 875	-116	-3 113	-1 327	-7 678	-51
	3	-4 255	-743	-9 208	-1 594	-127	-4 870	-69
	4	-3 914	-232	-8 271	-973	9	-4 155	-76
	5	-3 638	-35	-7 595	-724	105	-3 778	-79
	6	-3 458	11	-7 093	-622	120	-3 566	-80
	7	-3 311	23	-6 678	-578	121	-3 408	-80
	8	-3 176	23	-6 319	-554	116	-3 270	-80
	9	-3 043	19	-5 999	-537	111	-3 135	-80
	10	-2 908	15	-5 709	-522	105	-2 998	-80
	11	-2 771	11	-5 442	-505	100	-2 860	-80
	12	-2 632	8	-5 195	-488	95	-2 719	-80
3	1	-1 155	-6 276	-9 306	-1 717	-633	-6 798	-17
	2	-2 713	-3 590	-7 817	-2 565	-550	-5 754	-40
	3	-3 432	-1 629	-6 728	-2 151	-198	-4 863	-56
	4	-3 257	-552	-5 850	-1 566	165	-3 973	-65
	5	-3 039	-182	-5 329	-1 222	269	-3 490	-70
	6	-2 822	-32	-4 943	-1 033	309	-3 163	-72
	7	-2 638	20	-4 642	-928	312	-2 930	-73
	8	-2 478	35	-4 389	-865	303	-2 747	-73
	9	-2 336	34	-4 167	-821	291	-2 592	-73
	10	-2 205	29	-3 969	-785	277	-2 454	-72
	11	-2 082	22	-3 787	-753	264	-2 324	-72
	12	-1 965	16	-3 618	-724	252	-2 201	-72
4	1	-519	-4 266	-5 187	-1 052	-244	-4 541	-15
	2	-1 538	-3 016	-4 497	-1 984	-159	-4 394	-35
	3	-2 105	-1 696	-3 864	-2 063	172	-3 973	-48
	4	-2 274	-816	-3 395	-1 807	403	-3 493	-56
	5	-2 178	-327	-3 044	-1 528	534	-3 039	-61
	6	-2 024	-104	-2 804	-1 327	574	-2 702	-63

Tab. C.21.b: TENSÕES (10^{-4} N/mm²) | ELEM. FIN. | ℓ=linha, e=elemento
t=8 mm, d_e=25,4 mm, ΔL=0,8 mm ℓ:4-5-6-7/10
(MATERIAL FOTOELÁSTICO)

ℓ	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
4	7	-1 862	-4 740	-2 623	-1 192	578	-2 445	-64
	8	-1 715	32	-2 478	-1 099	563	-2 246	-64
	9	-1 586	41	-2 355	-1 031	541	-2 086	-64
	10	-1 473	38	-2 247	-976	517	-1 952	-64
	11	-1 372	31	-2 149	-929	494	-1 835	-64
	12	-1 281	23	-2 059	-887	472	-1 730	-63
5	1	-187	-2 869	-1 444	-733	1	-3 056	-14
	2	-648	-2 284	-1 249	-1 540	277	-3 209	-31
	3	-1 032	-1 502	-1 046	-1 812	561	-3 094	-41
	4	-1 200	-840	-869	-1 774	763	-2 803	-48
	5	-1 205	-405	-743	-1 626	869	-2 479	-52
	6	-1 118	-156	-659	-1 470	909	-2 183	-54
	7	-1 005	-33	-608	-1 340	906	-1 944	-55
	8	-894	22	-575	-1 237	883	-1 755	-55
	9	-795	40	-553	-1 155	850	-1 605	-55
	10	-710	40	-536	-1 087	815	-1 485	-55
	11	-640	34	-522	-1 028	779	-1 385	-54
	12	-581	26	-508	-976	745	-1 300	-54
6	1	81	-1 827	2 147	-546	227	-1 972	-15
	2	29	-1 619	1 901	-1 196	657	-2 218	-28
	3	-109	-1 175	1 760	-1 517	966	-2 249	-35
	4	-199	-728	1 663	-1 602	1 160	-2 088	-40
	5	-211	-387	1 581	-1 560	1 264	-1 861	-43
	6	-167	-169	1 499	-1 467	1 299	-1 635	-45
	7	-99	-47	1 415	-1 364	1 291	-1 438	-46
	8	-30	11	1 331	-1 268	1 259	-1 278	-45
	9	29	34	1 250	-1 183	1 215	-1 152	-45
	10	75	37	1 174	-1 109	1 166	-1 054	-45
	11	108	33	1 104	-1 045	1 116	-975	-44
	12	131	25	1 040	-988	1 068	-911	-43
7	1	313	-1 054	5 651	-400	421	-1 162	-15
	2	607	-1 057	5 005	-896	998	-1 448	-24
	3	700	-824	4 554	-1 205	1 364	-1 488	-29
	4	732	-541	4 211	-1 351	1 589	-1 498	-32
	5	760	-304	3 927	-1 380	1 707	-1 251	-34
	6	794	-141	3 679	-1 341	1 746	-1 093	-35
	7	828	-44	3 454	-1 270	1 735	-950	-36
	8	855	6	3 250	-1 190	1 693	-833	-35
	9	871	26	3 062	-1 111	1 637	-740	-35
	10	873	30	2 891	-1 039	1 573	-670	-34
	11	865	27	2 735	-975	1 507	-615	-33
	12	847	21	2 592	-918	1 441	-573	-33

Tab. C.21.c: TENSÕES (10^{-4} N/mm²) | ELEM. FIN. | ℓ=linha, e=elemento
t=8 mm, d_e=25,4 mm, ΔL=0,8 mm ℓ: 8-9-10/10
(MATERIAL FOTOELÁSTICO)

ℓ	e	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	$(\phi)^o$
8	1	522	-527	9 099	-250	578	-583	-13
	2	1 131	-610	8 092	-602	1 319	-798	-17
	3	1 450	-492	7 360	-880	1 789	-831	-21
	4	1 624	-328	6 787	-1 047	2 079	-783	-24
	5	1 712	-188	6 306	-1 112	2 224	-701	-25
	6	1 751	-88	5 889	-1 107	2 271	-607	-25
	7	1 760	-27	5 520	-1 062	2 254	-521	-25
	8	1 746	5	5 190	-1 001	2 201	-450	-24
	9	1 716	18	4 892	-934	2 129	-395	-24
	10	1 672	20	4 623	-871	2 047	-354	-23
	11	1 619	18	4 378	-814	1 960	-323	-23
	12	1 558	14	4 154	-764	1 873	-300	-22
9	1	725	-257	12 501	-70	730	-262	-4
	2	1 633	-278	11 185	-308	1 681	-326	-9
	3	2 219	-199	10 215	-547	2 337	-316	-12
	4	2 529	-135	9 412	-693	2 698	-305	-14
	5	2 671	-76	8 733	-758	2 866	-272	-14
	6	2 709	-34	8 143	-766	2 909	-234	-15
	7	2 686	-8	7 624	-739	2 876	-198	-14
	8	2 628	5	7 162	-696	2 801	-169	-14
	9	2 548	10	6 748	-648	2 704	-146	-14
	10	2 456	10	6 376	-602	2 596	-130	-13
	11	2 357	9	6 039	-560	2 484	-118	-13
	12	2 255	6	5 733	-524	2 371	-110	-13
10	1	862	-283	15 806	135	877	-298	7
	2	2 327	12	14 395	-82	2 330	10	-2
	3	3 121	-12	13 146	-198	3 133	-25	-4
	4	3 520	-8	12 116	-266	3 540	-28	-4
	5	3 669	-4	11 229	-296	3 693	-28	-5
	6	3 673	-1	10 456	-299	3 697	-25	-5
	7	3 597	1	9 776	-287	3 620	-21	-5
	8	3 481	2	9 174	-269	3 502	-18	-4
	9	3 348	3	8 638	-248	3 366	-16	-4
	10	3 208	2	8 158	-229	3 224	-14	-4
	11	3 065	2	7 726	-212	3 080	-13	-4
	12	2 923	1	7 334	-197	2 936	-12	-4

Tab. C.22.a: TENSÕES (10^{-2} N/mm²) | ELEM. FIN. | L=linha, e=elemento
t=3,175 mm, d_e=25,4 mm (P V C) L: somente 7/7
ΔL: •na direção r: ΔL=0,4535 mm
•na direção z: •ΔL=0,4535 mm para e: 1-26
•ΔL=0,907 mm para e: 26-60

L	e	r (mm)	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	φ ( )
7	1		46	-14	1 726	6	47	-15	6
	2		140	-2	1 621	-10	141	-3	-4
	3		197	-2	1 522	-18	199	-4	-5
	4		233	0	1 434	-22	235	-3	-5
	5	2,0	236	0	1 355	-22	258	-2	-5
	6		271	0	1 285	-21	273	-1	-4
	7		283	0	1 222	-20	284	-1	-4
	8		291	0	1 166	-18	292	-1	-4
	9		297	0	1 115	-17	298	-1	-3
	10	4,3	300	0	1 069	-16	301	-1	-3
	11		302	0	1 027	-15	303	-1	-3
	12		302	0	989	-15	303	-1	-3
	13		301	0	953	-14	302	-1	-3
	14	6,1	299	0	920	-14	300	-1	-3
	15		296	0	889	-13	296	-1	-3
	16		292	0	860	-13	292	-1	-3
	17		287	0	833	-12	288	-1	-2
	18		282	0	807	-12	282	0	-2
	19	8,4	276	0	783	-12	277	0	-2
	20		270	0	760	-11	271	0	-2
	21		264	0	739	-11	265	0	-2
	22		258	0	718	-11	258	0	-2
	23	10,2	251	0	698	-10	251	0	-2
	24		244	0	679	-10	244	0	-2
	25		237	0	661	-10	237	0	-2
	26		230	0	644	-10	230	0	-2

Tab. C.22.b: TENSÕES (10^{-2} N/mm^2) | ELEM. FIN. | L=linha, e=elemento
t=3,175 mm, d_e=25,4 mm (P V C) L: somente 7/7
ΔL: •na direção r: ΔL=0,4535 mm
•na direção z: •ΔL=0,4535 mm para e: 1-26
•ΔL=0,907 mm para e:26-60

L	e	r (mm)	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{rz}	$\sigma_{máx}$	$\sigma_{mín}$	ϕ ( )°
7	27	12,2	219	0	619	-9	220	0	-2
	28		205	0	588	-9	205	0	-2
	29	14,1	190	0	559	-8	191	0	-3
	30		176	0	533	-8	176	0	-3
	31		162	0	507	-8	162	0	-3
	32	16,8	148	0	483	-7	148	0	-3
	33		134	0	461	-7	134	0	-3
	34	18,6	121	0	439	-7	121	0	-3
	35		107	0	419	-7	108	0	-4
	36	20,4	94	0	400	-6	94	0	-4
	37		81	0	381	-6	82	-1	-4
	38	22,2	69	0	363	-6	69	-1	-5
	39		56	0	346	-6	57	-1	-5
	40	24,0	44	0	330	-6	45	-1	-7
	41		32	0	314	-6	33	-1	-9
	42		21	0	299	-5	22	-1	-14
	43	26,8	9	0	284	-5	12	-2	-24
	44		-2	0	270	-5	4	-6	-50
	45	28,6	-13	0	256	-5	2	-14	-71
	46		-23	0	243	-4	0	-23	-79
	47	30,4	-32	3	232	-3	3	-32	-84
¶	48		-50	-23	207	-14	-17	-55	-68
	49	32,2	-52	-23	198	9	-20	-55	74
	50		-39	3	204	-1	3	-39	-88
	51	34,0	-35	0	197	0	0	-35	-89
	52		-31	0	192	0	0	-31	-90
	53		-26	0	187	0	0	-26	90
	54	36,7	-22	0	182	0	0	-22	90
	55		-18	0	178	0	0	-18	90
	56	38,5	-14	0	174	0	0	-14	90
	57		-11	0	171	0	0	-11	90
	58	40,4	-7	0	167	0	0	-7	90
	59		-4	0	164	0	0	-4	89
	60	42,2	-1	0	161	0	0	-1	78

¶apoio (v. figura C.1)

10.4 APÊNDICE D - TESTE DE EQUAÇÕES COMPONENTES E TABELAS DE ENERGIA DE DISTORÇÃO

TESTE DA COMBINAÇÃO DAS EQUAÇÕES COMPONENTES

A equação preditiva do fenômeno em estudo, suficientemente descrito por três termos adimensionais, tem a seguinte forma geral:

$$\Pi_1 = F(\Pi_2, \Pi_3)$$

Através de simulação foram obtidas as tensões no interior da placa, a partir das quais elaboram-se as tabelas D, utilizando-se o critério da máxima energia de distorção, tabelas que dão origem às seguintes equações componentes:

$$\Pi_1 = F(\Pi_2, \overline{\Pi}_3)$$

$$\Pi_1 = \frac{-219\ \Pi_2^2 + 23549\ \Pi_2 - 24253}{0{,}2482\ \Pi_2 - 0{,}0942}, \qquad \overline{\Pi}_3 = 2 \qquad (D.1)$$

$$\Pi_1 = F(\Pi_2, \overline{\overline{\Pi}}_3)$$

$$\Pi_1 = \frac{-88\ \Pi_2^2 + 9284\ \Pi_2 - 9614}{0{,}2458\ \Pi_2 - 0{,}0833}, \qquad \overline{\overline{\Pi}}_3 = 1{,}6 \qquad (D.2)$$

$$\Pi_1 = F(\overline{\Pi}_2, \Pi_3)$$

$$\Pi_1 = 3367\ (\Pi_3)^{3{,}98}, \qquad \overline{\Pi}_2 = 2 \qquad (D.3)$$

Duas destas equações, (D.1) e (D.3), são combinadas para formar a equação geral de predição. A terceira equação, (D.2), é utilizada com a finalidade de se testar a condição desta combinação ser uma adição ou uma multiplicação das duas outras.

Se a equação geral de predição for uma multiplicação de funções, ou seja, assumindo-se que:

$$\Pi_1 = F(\Pi_2, \overline{\Pi}_3) . F(\overline{\Pi}_2, \Pi_3)$$

para que esta condição seja satisfeita deve ser verificado o teste de validade:

$$\frac{F(\Pi_2,\ \overline{\Pi}_3)}{F(\overline{\Pi}_2,\ \overline{\Pi}_3)} \equiv \frac{F(\Pi_2,\ \overline{\overline{\Pi}}_3)}{F(\overline{\Pi}_2,\ \overline{\overline{\Pi}}_3)}$$

onde $F(\overline{\Pi}_2,\ \overline{\Pi}_3)=53866$ e $F(\overline{\Pi}_2,\ \overline{\overline{\Pi}}_3)=18396$ são os valores numéricos dos pontos onde as funções se interceptam. Escolhendo-se um valor qualquer de Π_2, por exemplo Π_2=5,126, aplicado às funções (D.1) e (D.2) encontra-se:

$$F(\Pi_2=5,126;\ \overline{\Pi}_3)=76991$$

$$F(\Pi_2=5,126;\ \overline{\overline{\Pi}}_3)=30305$$

Efetuando-se o teste:

$$\frac{76991}{53866} = 1,429 = 1,647 = \frac{30305}{18396}$$

verifica-se que as funções podem ser combinadas por multiplicação.

Analisando-se a possibilidade da combinação por uma soma de funções, ou seja, se:

$$\Pi_1 = F(\Pi_2,\ \overline{\Pi}_3)+F(\overline{\Pi}_2,\ \Pi_3)$$

deve ser verificado, neste caso, a condição de teste para adição de funções:

$$F(\Pi_2,\ \overline{\Pi}_3) - F(\overline{\Pi}_2,\ \overline{\Pi}_3) \equiv F(\Pi_2,\ \overline{\overline{\Pi}}_3) - F(\overline{\Pi}_2,\ \overline{\overline{\Pi}}_3)$$

Explicitando-se as parcelas, com os mesmos valores já testados no produto, verifica-se a impossibilidade da combinação por adição, já que:

$$76991 - 53866 = 23125 \neq 11909 = 30305 - 18396$$

o que não verifica o teste.

Deve ser observado que estes valores e funções utilizados para se efetuar o teste referem-se às propriedades do material fotoelástico CY 205-20 MA-30 PA [30]. Para contornar-se um estudo da distorção, que no caso de experimentos com materiais fotoelásticos não é tão crítico [41], mas que pode ser completamente eliminado pelas facilidades da simulação, foram geradas duas outras séries de dados com as propriedades do aço, que formam as equações componentes utilizadas no corpo do trabalho. Uma vez que o domínio e o tipo das funções permanecem os mesmos, dispensou-se uma nova verificação do tipo de combinação destas equações componentes para o aço, que será também por multiplicação.

TABELAS DE ENERGIA DE DISTORÇÃO

Tab. D.0: Ordem de confecção das tabelas D a partir das tabelas C.

início: Tab. C →
1º: energia de distorção por volume, dU_{dist}/dV, calculada em cada ponto pela equação (6.3). Nas tabelas C, σ_θ, σ_r e σ_z correspondem às tensões principais. Para fins da equação (6.3) não é necessário diferenciar esplicitamente quais valores correspondem a $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$.
→ Tab. D.1† (aço) →
2º: integral na direção r da energia de distorção por volume, ao longo de uma linha num determinado comprimento L, dividido pelo comprimento considerado, ou seja, tensão de distorção σ_{DL}, calculada pela equação (6.4).
→ Tab. D.2† (aço) →
3º: termo adimensional Π_1, calculado segundo sua definição dada na equação (4.4).
→ Tab. D.3 (aço)¶ →
→ final: equações componentes (por regressão)

†constam destas tabelas somente os valores necessários para a elaboração dos gráficos demonstrativos das fig. 6.10 a 6.12.

¶a tabela D.4 se refere a uma operação idêntica realizada para uma série de dados especificados com as propriedades do material da Fotoelasticidade Tridimensional. É utilizada no teste da combinação de equações componentes.

Tab. D.1: Energia de distorção por volume dU/dV ($10^{-5}N/mm^2$) aço
L:linha, e:elemento (v. fig. C.1 e tab. C.0) EL. FIN.

$t=3,175$ mm $d_e=25,4$ mm

L | e	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	4457	4080	3481	3048	2691	2404	2166	1968	1799	1654	1527
7	5582	4637	3954	3430	3014	2678	2400	2167	1971	1803	1658
L | e	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**
1	1416	1318	1231	1152	1081	1017	958	905	856	870	768
7	1531	1420	1321	1234	1155	1084	1019	960	906	857	811

$t=6,35$ mm $d_e=25,4$ mm

L | e	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	308	204	162	139	120	106	95	85	77	70	64	59	54	50
2	150	104	88	75	66	58	52	47	43	39	36	33	31	28
3	57	46	40	35	31	27	25	22	20	18	17	16	14	13
4	15	15	15	14	12	11	9	9	8	7	6	6	5	5
5	7	11	11	10	9	7	6	5	5	4	4	3	3	3
6	34	30	27	23	20	17	14	12	11	10	9	8	7	6
7	95	76	63	53	45	39	34	30	27	24	21	19	18	16
8	194	151	122	102	87	75	66	59	52	47	43	39	36	33
9	334	256	207	173	148	128	113	100	90	81	74	67	61	56

$t=12$ mm $d_e=25,4$ mm

L | e	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	82	12	8	7	6	5	5	4	4	3
12	22	15	12	10	8	7	6	6	5	4

$t=6,35$ mm $d_e=65,1$ mm

L | e	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	570	368	282	229	191	164	144	127	114	103	94	85	78	72
9	472	362	292	243	207	179	156	138	123	111	100	91	83	76

$t=6,35$ mm $d_e=17,96$ mm

L | e	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	187	109	83	73	65	58	53	48	44	41	37	35	32	30
9	199	152	123	104	89	78	69	62	56	50	46	42	39	36

Tab. D.2: Integral da energia de distorção por volume, dividido pelo comprimento considerado: tensão de distorção σ_{DL} (10 ^{5}N/mm^2)|aço|v. fig. C.1 e tab. C.0|EL FIN|L:linha

L	t 3,175 / d_e 25,4	t 4,762 / d_e 25,4	t 6,35 / d_e 25,4	t 8,0 / d_e 25,4	t 12,0 / d_e 25,4	t 6,35 / d_e 65,1	t 6,35 / d_e 41,2	t 6,35 / d_e 17,96
1	1 898	377	116	37	14	191	164	65
2	824	186	62	26	7	139	86	33
3	206	67	28	13	4	45	39	14
4	27	15	10	6	3	23	14	5
5	355	24	6	4	2	9	8	4
6	975	97	17	5	2	31	20	11
7	2 123	377	41	10	2	55	51	26
8	—	441	80	19	2	157	102	50
9	—	—	137	33	3	191	175	83
10	—	—	—	53	6	—	—	—
11	—	—	—	—	7	—	—	—
12	—	—	—	—	10	—	—	—

Tab. D.3: Termos adimensionais e tensão de distorção(10 N/mm^2) d=25,4 mm, *F*=1 000 N (A Ç O) m:modelo

m	t (mm)	d_e (mm)	Π_2	Π_3	σ_{DL}	$\Pi_1 10^6$	F_1*	δ† (%)	F_2*	δ† (%)
1	2,5	25,4	2	5,08	5 729	9 240	9 297	0,6	9 427	2,0
2	3,175	25,4	2	4,0	2 123	3 424	3 531	3,0	3 580	4,6
3	4,0	25,4	2	3,175	847	1 366	1 385	1,4	1 404	2,8
4	4,762	25,4	2	2,6669	441	711	684	3,8	694	2,4
5	6,0	25,4	2	2,1167	160	258	268	3,9	272	5,4
6	6,35	25,4	2	2,0	137	221	213	3,6	216	2,3
7	7,0	25,4	2	1,8143	96	155	144	7,1	146	5,8
8	8,0	25,4	2	1,5875	53	85	84	1,2	85	0,0
9	9,525	25,4	2	1,3333	25	40	41	2,5	42	5,0
10	10,0	25,4	2	1,27	21	33	34	3,0	34	3,0
11	12,0	25,4	2	1,0583	10	16	16	0,0	16	0,0
12	6,35	97,3	7,6614	2	198	319	317	0,6	314	1,6
13	6,35	80,96	6,375	2	196	316	316	0,0	313	0,9
14	6,35	65,1	5,1260	2	191	308	311	1,0	308	0,0
15	6,35	49,1	3,8661	2	183	295	296	0,3	293	0,7
16	6,35	41,2	3,2441	2	175	282	283	0,4	280	0,7
17	6,35	33,2	2,6142	2	162	261	259	0,8	257	1,5
18	6,35	25,5	2,0	2	137	221	218	1,4	216	2,3
19	6,35	20,9	1,6457	2	110	177	176	0,6	174	1,7
20	6,35	17,96	1,4142	2	83	134	134	0,0	133	0,7
21	6,35	14,66	1,1543	2	35	57	63	11,	62	8,8

*$F_1 = F(\overline{\Pi}_2, \Pi_3)$ ou $F(\Pi_2, \overline{\Pi}_3)$; $F_2 = F(\Pi_2, \Pi_3)$

†$\delta = |(F_{\frac{1}{2}} - \Pi_1 . 10^6)/\Pi_1 . 10^6|$

Tab. D.4: Termos adimensionais e tensão de distorção(10^{-5}N/mm^2) d=25,4 mm, F= 60 N (MATERIAL FOTOELÁSTICO) m:modelo

m	t (mm)	d_e (mm)	Π_2	Π_3	σ_{DL}	$\Pi_1 . 10^6$	F *	$\delta^\dagger$ (%)
1	2,5	25,4	2	5,08	84 906	2 282 415	2 174 857	4,7
2	3,175	25,4	2	4,0	27 253	739 864	839 783	13,5
3	4,0	25,4	2	3,175	12 458	334 892	334 802	0
4	4,762	25,4	2	2,6669	6 539	175 779	167 210	4,9
5	6,0	25,4	2	2,1167	2 398	64 462	66 644	3,4
6	6,35	25,4	2	2,0	2 042	54 892	53 175	3,1
7	7,0	25,4	2	1,8143	1 445	38 844	36 076	7,1
8	8,0	25,4	2	1,5875	788	21 183	21 200	0,1
9	9,0	25,4	2	1,4111	526	14 140	13 264	6,2
10	10,0	25,4	2	1,27	309	8 306	8 720	5,0
11	12,0	25,4	2	1,0583	148	3 978	4 219	6,1
12	6,35	97,3	7,6614	2	2 959	79 543	79 293	0,3
13	6,35	80,96	6,375	2	2 919	78 468	78 606	0,2
14	6,35	65,1	5,1260	2	2 853	76 693	76 994	0,4
15	6,35	49,1	3,8661	2	2 725	73 253	73 398	0,2
16	6,35	41,2	3,2441	2	2 610	70 161	70 096	0,1
17	6,35	33,2	2,6142	2	2 412	64 839	64 568	0,4
18	6,35	25,4	2,0	2	2 042	54 892	54 622	0,5
19	6,35	20,9	1,6457	2	1 643	44 167	44 257	0,2
20	6,35	17,96	1,4142	2	1 233	33 145	33 535	1,2
21	6,35	14,66	1,1543	2	516	13 871	13 717	1,1
22	8,0	97,3	7,6614	1,5875	1 168	31 398	31 307	0,3
23	8,0	80,96	6,375	1,5875	1 151	30 941	31 001	0,2
24	8,0	65,1	5,1260	1,5875	1 123	30 188	30 309	0,4
25	8,0	49,1	3,8661	1,5875	1 069	28 737	28 793	0,2
26	8,0	41,2	3,2441	1,5875	1 021	27 446	27 416	0,1
27	8,0	33,2	2,6142	1,5875	939	25 242	25 131	0,4
28	8,0	25,4	2,0	1,5875	788	21 183	21 068	0,5
29	8,0	20,9	1,6457	1,5875	626	16 828	16 893	0,4
30	8,0	17,96	1,4142	1,5875	465	12 500	12 635	1,1
31	8,0	14,66	1,1543	1,5875	185	4 973	4 916	1,1

*F = F(Π_2, Π_3)

†δ = $|(F-\Pi_1 . 10^6)/\Pi_1 . 10^6|$