

1011
6219
L 7302
TES/MEM

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ESTUDO DE TÉCNICAS DE PROBLEMAS INVERSOS BIDIMENSIONAIS: APLICAÇÃO EM PROCESSOS DE USINAGEM

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Uberlândia por **Frederico Romagnoli Silveira Lima** para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica aprovada em 20/09/96 pela seguinte banca examinadora:

Prof. Dr. Gilmar Guimarães - UFU
(Orientador)

Prof. Dr. Henor Artur de Souza - UFOP

Prof. Dr. Orosimbo Andrade de Almeida Rego - UFU

DIRBI - UFU MON 00305/97



1000175524

Uberlândia, 20 de setembro de 1996.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

50000

**ESTUDO DE TÉCNICAS DE PROBLEMAS INVERSOS
BIDIMENSIONAIS: APLICAÇÃO EM PROCESSOS DE USINAGEM**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Uberlândia por **Frederico Romagnoli Silveira Lima** para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica aprovada em 20/09/96 pela seguinte banca examinadora:

Prof. Dr. Gilmar Guimarães - UFU
(Orientador)

Prof. Dr. Henor Artur de Souza - UFOP

Prof. Dr. Orosimbo Andrade de Almeida Rego - UFU

Uberlândia, 20 de setembro de 1996.

Dedico este trabalho

aos meus pais, **Elias Silveira Lima** e
Rosa de Assis Romagnoli Lima e à
minha namorada, **Márcia Helena Borges**.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Gilmar Guimarães, pela orientação, paciência, amizade e confiança depositada na condução deste trabalho.

Ao amigo Sandro Metrevelle Marcondes de Lima e Silva pelo convívio e apoio técnico.

Aos meus irmãos que sempre me apoiaram.

Aos colegas Clever Zárate, Marcelo Cunha da Silva, Mechelangelo Mancuzo pelo apoio e amizade.

Ao Prof. Ricardo Fortes de Miranda pelo apoio técnico no laboratório.

À CAPES pelo apoio financeiro.

Ao CNPq através do projeto 523122/95-0.

À FAPEMIG em referência ao processo TE 130495.

SUMÁRIO

	Página
RESUMO	VIII
ABSTRACT.....	IX
LISTA DE FIGURAS	X
CAP.1 - INTRODUÇÃO.....	1
CAP.2 - CAMPOS TÉRMICOS PRESENTES EM PROCESSOS DE USINAGEM: UMA REVISÃO DE TÉCNICAS EXPERIMENTAIS E NUMÉRICAS.....	5
2.1 - INTRODUÇÃO.....	5
2.2 - TÉCNICAS EXPERIMENTAIS PARA OBTENÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DA TEMPERATURA SUPERFICIAL EM PROCESSOS DE USINAGEM.....	7
2.2.1 - <i>Sensores Ópticos</i>	7
2.2.2 - <i>Inserção de Termopares na Ferramenta de Corte</i>	8
2.2.3 - <i>Efeito Termopar Peça/Ferramenta</i>	9

2.3 - TÉCNICAS ANALÍTICAS E NUMÉRICAS PARA A OBTENÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA SUPERFICIAL EM PROCESSOS DE USINAGEM.....	10
2.3.1 - <i>Solução Analítica</i>	10
2.3.2 - <i>Método de Elementos Finitos</i>	11
2.3.3 - <i>Método de Elementos de Contorno</i>	12
2.4 - TÉCNICAS INVERSAS PARA A OBTENÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DA TEMPERATURA SUPERFICIAL EM PROCESSOS DE USINAGEM.....	13
2.4.1 - <i>Soluções Unidimensionais</i>	15
2.4.2 - <i>Soluções Bidimensionais</i>	16
CAP.3 - TÉCNICAS INVERSAS DE ESTIMAÇÃO DE FLUXO DE CALOR:	
UMA ANÁLISE UNIDIMENSIONAL	23
3.1 - INTRODUÇÃO.....	23
3.2 - CONCEITOS E FUNDAMENTOS	23
3.3 - MÉTODOS INVERSOS DE ESTIMAÇÃO DO FLUXO DE CALOR SUPERFICIAL EM PROBLEMAS UNIDIMENSIONAIS	35
3.3.1 - <i>Método de Stolz</i>	36
3.3.2 - <i>Método de função especificada seqüencial</i>	39
3.4 - ANÁLISE DE RESULTADOS NA APLICAÇÃO DO ALGORITMO DE STOLZ E MÉTODO DE FUNÇÃO ESPECIFICADA.....	45
3.4.1 - <i>Método de Stolz</i>	49
3.4.2 - <i>Método de função especificada seqüencial</i>	53

CAP.4 - APLICAÇÃO DO MÉTODO DE FUNÇÃO ESPECIFICADA SEQÜENCIAL EM PROBLEMAS INVERSOS: UMA ANÁLISE BIDIMENSIONAL	58
4.1 - INTRODUÇÃO.....	58
4.2 - CONCEITOS E FUNDAMENTOS	58
4.3 - ANÁLISE DE RESULTADOS	79
4.3.1 - <i>Caso a: $q = cte.$</i>	79
4.3.2 - <i>Caso b: $q = q(y)$</i>	80
4.3.3 - <i>Caso c: $q = q(t)$</i>	82
4.3.4 - <i>Caso d: $q = q(y, t)$</i>	83
 CAP.5 - CONCLUSÃO	 89
 CAP.6 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	 93

RESUMO

Este trabalho investiga o uso de técnicas de problemas inversos em condução de calor. A atenção, nesse caso, é voltada para a obtenção dos campos térmicos superficiais presentes em ferramentas de corte durante um processo de usinagem. A estimação do fluxo de calor superficial se dá através da minimização de uma função erro, definida pelo quadrado da diferença entre temperaturas experimentais e calculadas. Uma avaliação das condições de contorno reais desse processo de usinagem indica a complexidade do problema térmico, implicando numa análise tridimensional. Nesse sentido, numa primeira abordagem, o uso de hipóteses simplificativas permite análises unidimensional e bidimensional. O fluxo de calor gerado num processo de usinagem foi simulado numericamente no intuito de se permitir uma maior flexibilidade na análise da técnica usada. Este trabalho apresenta resultados de ambas análises. Na análise unidimensional, há a imposição de uma evolução de fluxo de calor unidirecional e linear na superfície de corte da ferramenta. Na análise bidimensional, a evolução linear de fluxo de calor imposta varia com o tempo e com a posição. Permite-se nesse caso, a admissão de perdas de calor pelas laterais. A avaliação dos resultados obtidos indica que essa metodologia pode ser aplicada com sucesso em processos de usinagem.

Palavras chaves: Problemas inversos - estimação de parâmetros - análise bidimensional - condução de calor - usinagem.

ABSTRACT

This work treats techniques for solving inverse heat conduction problems related to tools used in machining. The surface heat flux can be estimated from experimental and calculated temperature data. An evaluation of boundary conditions of metal cutting indicates the complexity of the thermal problem and a three-dimensional analysis is necessary. However, in a first study, the use of a simplified hypothesis enables one-dimensional and two-dimensional analyses initially. The heat source due the machining process was simulated numerically to permit a great flexibility in the analysis of the technique used. This work presents the results of both the one-dimensional and two-dimensional analyses. In the one-dimensional analysis, the tool rake face appears to a one-dimensional linear heat transfer history. In the two-dimensional analysis, the linear heat transfer history varies with time and position. In that case, the heat appeared to be lost laterally. The evaluation of results indicates the cases that the methods can be applied successfully.

Keywords: Inverse problems - parameter estimation - two-dimensional analysis - heat conduction - machining.

LISTA DE FIGURAS

	Página
Figura 2.1 - Geração de calor num processo de usinagem ortogonal	6
Figura 2.2 - Aparato experimental para medição das temperatura de corte, Lin et alii. (1992)..	8
Figura 2.3 - Aparato experimental para medição da temperatura da ferramenta de corte com inserção de termopar, Trent (1984)	9
Figura 2.4 - Arranjo experimental para medição de temperatura usando o método termopar peça/ferramenta, Trent (1984)	10
Figura 2.5 - Malha de elementos finitos para interface peça/ferramenta, Tay (1991).....	12
Figura 2.6 - Cilindro com uma perfuração cilíndrica, Brebia e Dominguez (1989)	13
Figura 2.7 - Ferramenta de corte de usinagem submetida a um fluxo de calor.....	14
Figura 2.8 - Um corpo bidimensional com fluxos de calor desconhecidos, Hsu et alii.(1992)	17
Figura 2.9 - Problema inverso de condução de calor, Busby e Trujillo (1985).....	18
Figura 2.10 - Esquema do domínio e caminho aleatório, Haji-Sheikh e Buckingham (1993)...	19
Figura 2.11 - Corpo bidimensional aquecido por um fluxo de calor superficial variável no tempo e no espaço, Beck et alii. (1985)	20
Figura 2.12 - Função de especificação para fluxo de calor múltiplo, Beck et alii. (1985)	20
Figura 3.1 - Corpo submetido a uma evolução de fluxo de calor superficial $q(t)$	29
Figura 3.2 - Representação esquemática de uma ferramenta de corte submetida a um fluxo de calor unidimensional.....	36
Figura 3.3 - Forma funcional de fluxo de calor constante para procedimento sequencial, Beck et alii. (1985)	41

Figura 3.4	- Representação esquemática de uma ferramenta de corte ortogonal submetida a um fluxo de calor unidimensional	45
Figura 3.5	- Evoluções de temperaturas experimentais simuladas em $x = 0$ e $x = L$	48
Figura 3.6	- Evolução de fluxo de calor: método de Stolz, usando $Y_1(t)$	50
Figura 3.7	- Erros percentuais entre fluxo de calor exato e estimado: método de Stolz, usando $Y_1(t)$	50
Figura 3.8	- Evolução de temperatura: método de Stolz, usando $Y_1(t)$	51
Figura 3.9	- Erros percentuais entre temperatura exata e estimada: método de Stolz, usando $Y_1(t)$	52
Figura 3.10	- Evolução de fluxo de calor: método de Stolz, usando $Y_2(t)$	52
Figura 3.11	- Evolução de fluxo de calor: método de função especificada seqüencial, usando $Y_2(t)$ e $r = 2$	53
Figura 3.12	- Evolução de fluxo de calor: método de função especificada seqüencial, usando $Y_2(t)$ e $r = 3$	54
Figura 3.13	- Erros percentuais entre fluxo de calor exato e estimado: método de função especificada seqüencial, usando $Y_2(t)$ e $r = 3$	54
Figura 3.14	- Evolução de temperatura: método de função especificada seqüencial, usando $Y_2(t)$ e $r = 3$	55
Figura 3.15	- Erros percentuais entre temperatura exata e estimada: método de função especificada, usando $Y_2(t)$ e $r = 3$	56
Figura 3.16	- Evolução de fluxo de calor: método de função especificada seqüencial, usando $Y_1(t)$, $Y_2(t)$ e $r = 1$	56
Figura 3.17	- Evolução de temperatura: método de função especificada seqüencial, usando $Y_1(t)$, $Y_2(t)$ e $r = 1$	57
Figura 4.1	- Corpo submetido a uma evolução de fluxo de calor superficial $q(t, y)$	61
Figura 4.2	- Evolução de fluxo de calor no eixo de simetria (localizações discretas dos sensores $j = 1, 2, 3, 4$)	66

Figura 4.3	- Evolução de fluxo de calor em regiões definidas por blocos.....	67
Figura 4.4	- Representação esquemática de uma evolução de fluxo de calor linear aplicada sobre a superfície de corte da ferramenta	78
Figura 4.5	- Evolução de temperatura experimental simulada, caso a	80
Figura 4.6	- Evolução de fluxo de calor, caso a	80
Figura 4.7	- Evolução de temperatura experimental simulada, caso b , $\Delta t = 1$ s.....	81
Figura 4.8	- Evolução de fluxo de calor para qualquer instante, t , caso b	81
Figura 4.9	- Evolução de temperatura experimental simulada, caso c	82
Figura 4.10	- Evolução de fluxo de calor, caso c , $\Delta t = 1$ s.....	83
Figura 4.11	- Evolução de temperatura experimental simulada, caso d , $\Delta t = 1$ s.....	84
Figura 4.12	- Evolução de fluxo de calor, caso d , $\Delta t = 1$ s	84
Figura 4.13	- Erros percentuais entre fluxo de calor exato e estimado, caso d , $\Delta t = 1$ s	85
Figura 4.14	- Evolução de temperatura experimental simulada, caso d , $\Delta t = 0,1$ s	85
Figura 4.15	- Evolução de fluxo de calor, caso d , $\Delta t = 0,1$ s.....	86
Figura 4.16	- Erros percentuais entre fluxo de calor exato e estimado, caso d , $\Delta t = 0,1$ s.....	87
Figura 4.17	- Evolução de temperatura, caso d , $\Delta t = 0,1$ s.....	87
Figura 4.18	- Erros percentuais entre temperaturas experimentais simuladas e estimadas, caso d , $\Delta t = 0,1$ s.....	88

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Atualmente a redução dos custos de produção torna-se necessária para a sobrevivência das empresas devido a alta competitividade gerada pela globalização da economia. Nesse sentido, o estudo de novas tecnologias, o emprego de novos materiais e principalmente o aprimoramento do elemento humano se fazem fundamentais nessa nova era. O desenvolvimento de novas tecnologias permite um melhor aproveitamento da matéria prima, bem como a otimização dos processos de produção. Entre os processos de produção pode-se citar como um dos mais importantes a usinagem de metais. Assim como em outros processos de fabricação a usinagem apresenta algumas variáveis cujo estudo pode otimizar o processo quanto a custos e desempenho. Na usinagem dos metais verifica-se que a ferramenta de corte é um importante fator na determinação dos custos de produção. Durante o processo de usinagem altas temperaturas são geradas e o conhecimento destes campos de temperatura permite a redução do desgaste da ferramenta de corte. Nesse caso, pode-se empregar métodos de refrigeração mais eficientes, aumentando sua vida útil e conseqüentemente reduzindo custos. O estudo e o desenvolvimento de métodos que possibilitem a determinação dos campos térmicos presentes na ferramenta de corte durante o processo de usinagem torna-se, assim, um importante instrumento na otimização desses processos, sendo o principal objetivo desse trabalho.

Existem na literatura, alguns métodos experimentais que propõem a obtenção da temperatura na face de corte da ferramenta. Nesse caso, a impossibilidade de colocação de

sensores na face de corte da ferramenta faz com que se empregue métodos alternativos e indiretos para a obtenção da evolução de temperatura superficial. A maioria desses métodos limitam-se ao fornecimento de valores médios para a temperatura superficial. Já os métodos analíticos e numéricos fornecem resultados precisos desde que se conheça a evolução de fluxo de calor de superficial gerada durante o processo de usinagem. Entretanto, devido a complexidade das condições de contorno do problema térmico, bem como da geometria da ferramenta, geralmente atribui-se um valor ou uma função arbitrária que descreva a evolução de fluxo de calor superficial. Observa-se assim, que tanto os métodos experimentais como os métodos analíticos e numéricos, usualmente empregados na literatura, possuem limitações. Esse trabalho representa um esforço no sentido de se minimizar essas limitações através do uso de técnicas de problemas inversos de condução de calor conjugando dados experimentais com modelos numéricos.

O uso das técnicas de problemas inversos de condução de calor permite a estimação da evolução do fluxo de calor sobre a superfície de um meio a partir de temperaturas experimentais, que podem ser obtidas em diferentes localizações desse meio. Assim, com base nas temperaturas experimentais, estima-se a evolução de fluxo de calor superficial e conseqüentemente pode-se obter a temperatura na face de corte da ferramenta durante o processo de usinagem por torneamento ortogonal.

Analisando-se as condições de contorno reais do problema térmico do processo de usinagem em questão, pode-se observar a natureza transiente da evolução de fluxo de calor gerado. Além disso, devido a geometria da ferramenta faz-se necessário uma análise tridimensional. Nesse trabalho é feito um estudo inicial da utilização de técnicas de problemas inversos de condução de calor aplicados a processos de usinagem. Nesse sentido, numa primeira

aproximação do problema térmico, faz-se algumas simplificações das condições de contorno. Assim, considera-se que a evolução de fluxo de calor superficial gerado apresenta apenas um comportamento linear e que a ferramenta é representada por um corpo com geometria retangular. Desse modo, faz-se a validação da técnica proposta usando-se modelos unidimensionais e bidimensionais.

Apresenta-se no capítulo II uma revisão das técnicas experimentais, analíticas e numéricas de obtenção da temperatura na face de corte da ferramenta durante o processo de usinagem. As técnicas experimentais apresentadas são: o uso de sensores ópticos, a inserção de termopares no interior da ferramenta de corte e a técnica do efeito termopar peça/ferramenta. Faz-se uma breve revisão do uso do método analítico e das técnicas numéricas como o método de elementos finitos e o método de elementos de contorno. A revisão baseia-se principalmente nas técnicas de problemas inversos de condução de calor que é o método proposto neste trabalho.

No capítulo III faz-se inicialmente a fundamentação teórica das técnicas de problemas inversos de condução de calor unidimensionais a partir dos métodos propostos por Beck et alii. (1985). A seguir, apresenta-se o emprego destas técnicas para uma primeira aproximação do problema térmico do processo de usinagem. Nesse caso, simplifica-se a geometria da ferramenta (uma forma retangular é adotada) e as condições de contorno do problema térmico (a face oposta é isolada e não existe perda de calor por convecção nas laterais). E ainda, impõe-se uma evolução linear de fluxo de calor sobre a superfície de corte da ferramenta de modo a obter-se uma evolução de temperatura experimental simulada. Assim, a avaliação da distribuição da temperatura se dá apenas na direção de aplicação do fluxo de calor, ou seja, em relação a espessura da ferramenta, permitindo-se então uma análise unidimensional. Vários testes são realizados e apresentados para a validação do modelo proposto.

Apresenta-se no capítulo IV uma extensão das técnicas inversas propostas no capítulo III para uma análise bidimensional. Nesse caso, a geometria simplificada da ferramenta permanece inalterada, mas permite-se agora, a existência de perda de calor laterais por convecção e a imposição de fluxo de calor superficial variando com o tempo e a posição. Apresenta-se ainda, a aplicação do modelo proposto bem como a análise dos resultados obtidos.

O trabalho é concluído no capítulo V apresentando-se ainda algumas sugestões que permitam sua continuidade, uma vez que a utilização de técnicas de problemas inversos de condução de calor aplicados a processos de usinagem encontra-se em processo de desenvolvimento.

CAPÍTULO II

CAMPOS TÉRMICOS PRESENTES EM PROCESSOS DE USINAGEM: UMA REVISÃO DE TÉCNICAS EXPERIMENTAIS E NUMÉRICAS

2.1- INTRODUÇÃO

A usinagem em materiais metálicos apresenta um grande problema relativo ao desgaste das ferramentas de corte, devido as altas temperaturas atingidas durante o processo. As altas temperaturas implicam na limitação da taxa de produção da ferramenta de corte, pois a diminuição da resistência da ferramenta e também sua vida útil estão intimamente ligadas à elevação da temperatura.

Segundo Trent (1984), durante o processo de usinagem em materiais metálicos, como por exemplo o torneamento, existe uma geração de calor durante o corte que pode ser quantificada através da relação

$$P_m = F_c v \quad (2.1)$$

onde P_m é a taxa de energia consumida durante o corte, F_c é a força de corte e v é a velocidade de corte. Quando o material é deformado elasticamente a energia requerida para o processo é armazenada no material sob a forma de tensão interna, isto é, não existe a conversão de energia mecânica em energia térmica, e portanto não existe a geração de um fluxo de calor. Nos

processos mecânicos em que ocorrem deformações plásticas, a maior parte da energia utilizada é convertida em calor. Nesse caso o material não armazena toda a energia recebida e assim, para que exista equilíbrio no balanço de energia, ocorre a conversão da energia mecânica em energia térmica. Na usinagem de metais o material é submetido a altas tensões de cisalhamento ou deformação plástica sendo que a deformação elástica representa uma pequena parcela na proporção da deformação total. Assim, considera-se que toda energia mecânica utilizada para o corte é transformada em calor.

A conversão da energia mecânica em energia térmica ocorre teoricamente nas duas principais regiões de deformação plástica: a zona de cisalhamento, ou zona primária de deformação, região AB, e a zona secundária de deformação, região BC. Existe ainda uma terceira fonte geradora de calor na região BD, ocasionada pelo desgaste da superfície de corte ou pequeno ângulo de folga (α_0), ou seja devido ao atrito entre a ferramenta e a peça. A Figura (2.1) apresenta esse processo.

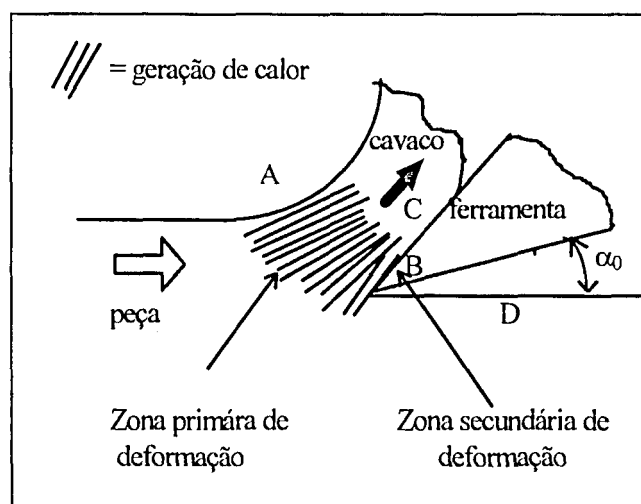


Figura 2.1- Geração de calor num processo de usinagem ortogonal.

Apresenta-se a seguir uma revisão das técnicas experimentais, analíticas e numéricas

usadas na determinação da temperatura superficial de uma ferramenta de corte durante o processo de usinagem por torneamento em materiais metálicos.

Pode-se citar, nesse sentido, três técnicas experimentais bastantes utilizadas como o uso de sensores ópticos, a inserção de termopares no interior da ferramenta de corte e também a técnica do efeito termopar peça/ferramenta.

Além das técnicas experimentais citadas acima, pode-se fazer uso de técnicas analíticas e numéricas para a obtenção da temperatura superficial na ferramenta de corte. Dentre elas citam-se a solução analítica da equação da energia para condução de calor e métodos numéricos como elementos finitos, elementos de contorno e técnicas inversas em condução de calor.

2.2- TÉCNICAS EXPERIMENTAIS PARA OBTENÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DA TEMPERATURA SUPERFICIAL EM PROCESSOS DE USINAGEM

2.2.1- Sensores Ópticos

O uso de sensores ópticos permite a estimação da temperatura superficial de um corpo através da observação da sua coloração quando exposto a altas temperaturas. Os pirômetros ou termômetros infravermelhos medem a temperatura sem o contato direto com a fonte de calor. O princípio de funcionamento desses dispositivos baseia-se na medição da radiação térmica emitida pelo corpo. Esta técnica foi utilizada para medir a temperatura superficial por Lin et alii. (1992) durante torneamento ortogonal, em fresagem de topo (Lin, 1995) e em torneamento longitudinal (Eu-Gené, 1995). Uma desvantagem deste método é que os resultados obtidos na medição não são pontuais, uma vez que representam a área de abrangência ou área de sensibilidade de

medição. Além disso, na maioria destes instrumentos as temperaturas são detectadas somente para temperaturas acima de 700 °C. Nesse caso a evolução transiente da temperatura não é verificada desde o início do processo de usinagem. O esquema de uma medição de temperatura superficial utilizando pirômetro é apresentado na Figura (2.2).

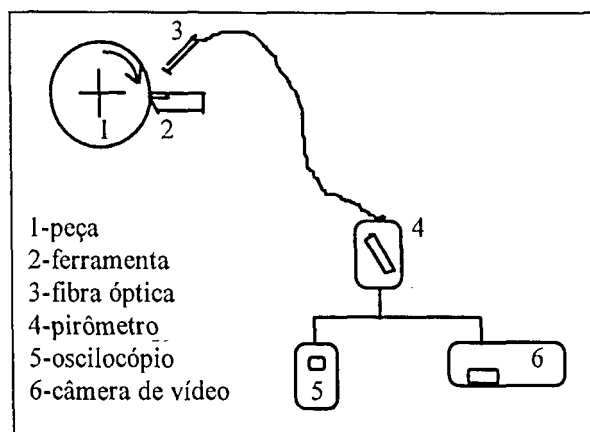


Figura 2.2- Aparato experimental para medição das temperaturas de corte, Lin et al (1992).

2.2.2- Inserção de Termopares na Ferramenta de Corte

Outra técnica utilizada para se medir a temperatura superficial da ferramenta de corte é através da inserção de termopares no interior da ferramenta. Assim, esse método mede a temperatura pelo contato físico do termopar com a ferramenta. Observa-se, entretanto que a fonte de calor não se localiza na posição do termopar e sim na interface peça/ferramenta/cavaco, o que ocasiona alguns erros de medições pelo sensor. As desvantagens desta técnica estão relacionadas à dificuldade de instalação dos termopares, em função das pequenas dimensões da ferramenta, e também quanto a imprecisão das medições. Trent (1984) e Eu-Gené (1995) utilizaram esta técnica para medir a temperatura durante o processo de torneamento. O esquema de medição utilizando termopar inserido na ferramenta de corte é mostrado na Figura (2.3).

2.2.3- Efeito Termopar Peça/Ferramenta

Esta técnica experimental considera o efeito termopar na interface peça/ferramenta. Assim, uma vez que a peça e a ferramenta são constituídas de metais diferentes, a diferença de potencial elétrico entre eles é proporcional à temperatura na interface. Esse método permite, assim, a medição da temperatura durante o processo de usinagem. Uma dificuldade desse método reside nas características do par termoelétrico peça/ferramenta, uma vez que os materiais da ferramenta e da peça não são ideais para a construção de um termopar. Uma consequência desse fato é a baixa qualidade nos sinais dos termopares. Outra limitação desse método é que apenas a temperatura média da interface peça/ferramenta é medida. Isso se deve ao fato de que a diferença de potencial elétrico é medida sobre toda a extensão da interface peça/ferramenta, assim a temperatura não pode ser obtida em pontos discretos. Esta técnica foi utilizada por Trent (1984) e Eu-Gené (1995) para medições de temperatura na ferramenta de corte em torneamento. A Figura (2.4) mostra o aparato experimental do método para medição de temperatura de corte pelo efeito termopar peça/ferramenta.

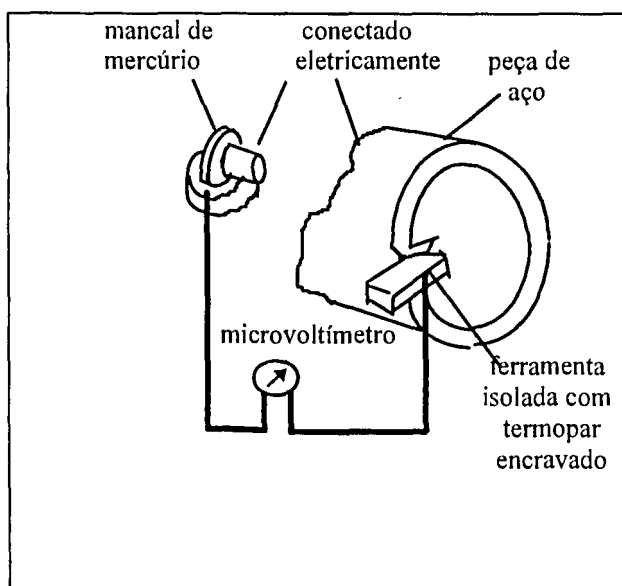


Figura 2.3- Aparato experimental para medição da temperatura da ferramenta de corte com inserção de termopar, Trent (1984).

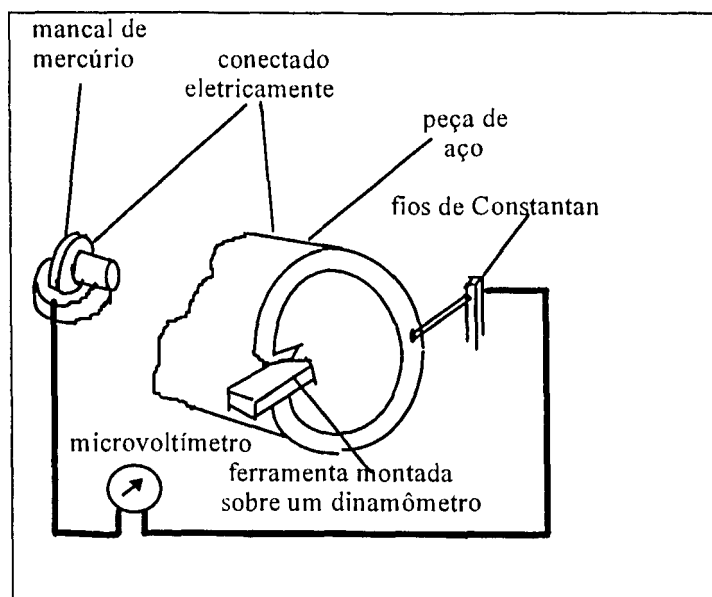


Figura 2.4- Arranjo experimental para medição de temperatura usando o método termopar peça/ferramenta, Trent (1984).

2.3- TÉCNICAS ANALÍTICAS E NUMÉRICAS PARA A OBTENÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA SUPERFICIAL EM PROCESSOS DE USINAGEM

2.3.1- Solução Analítica

O método de solução analítica da equação da difusão é o que apresenta resultados mais precisos ou exatos quando comparados a dados experimentais. Para obter analiticamente a solução da equação da difusão é necessário que se conheça as condições de contorno. No problema de usinagem apresentado, as condições de contorno não são conhecidas diretamente. Alguns pesquisadores utilizam o artifício de se determinar a distribuição de fluxo de calor de forma empírica ou simplesmente atribuem a esse um valor arbitrário. Assim as condições de contorno do problema são estabelecidas e obtém-se a distribuição de temperatura de forma direta. Vários pesquisadores utilizaram processos analíticos para obter a distribuição da temperatura superficial na ferramenta de corte durante o processo de usinagem. Trent (1984) obteve uma

solução analítica para determinar a temperatura na face de corte da ferramenta. Nesse caso, o fluxo de calor superficial foi calculado em função de parâmetros de corte, tais como velocidade e força de corte para determinar as condições de contorno. A distribuição de temperatura superficial calculada foi comparada à distribuição de temperatura experimental. As medições da temperatura superficial da peça de trabalho e do cavaco para uma velocidade de corte de 0.38 m/s foram obtidas usando um termômetro infravermelho. Verificou-se pequenos desvios entre os valores calculados e medidos. Berliner e Krainov (1991) apresentaram uma solução analítica que calculava a temperatura na interface de ferramenta/cavaco durante o processo de usinagem. As condições de contorno foram estabelecidas calculando-se o fluxo de calor superficial através de uma expressão arbitrária em função dos parâmetros de corte. Nesse caso, considerou-se que o fluxo de calor decrescia de forma quadrática ao longo da interface de contato entre a ferramenta e cavaco devido ao atrito. Os resultados teóricos apresentaram boa concordância quando comparados com dados experimentais. Young e Chou (1994) apresentaram também um modelo analítico. Nesse caso as condições de contorno foram estabelecidas pelo conhecimento prévio da distribuição de temperatura no plano de corte, a partir de dados experimentais presentes na literatura.

2.3.2- Método de Elementos Finitos

O método de elementos finitos é uma das técnicas numéricas mais utilizadas para a obtenção da solução da equação da difusão para corpos de forma irregular. Entretanto, assim como a solução analítica é necessário que se conheça a distribuição de fluxo de calor superficial previamente. O método consiste na discretização do domínio da ferramenta de corte em sub-regiões denominadas elementos finitos, Perez (1993). Estes elementos são interligados entre si nos pontos nodais localizados no contorno de cada sub-região, Figura (2.5). São utilizadas

funções, geralmente polinômios, que aproximam a solução em qualquer ponto do domínio como uma função do valor nodal. O erro gerado por esta aproximação é minimizado utilizando técnicas de pesos residuais, que são distribuídas dentro de cada elemento, sendo que o método mais utilizado é o de Galerkin. Um exemplo desse procedimento é o trabalho de Tay (1991). Nesse caso, obteve-se a distribuição da temperatura na interface peça/ferramenta, a partir de um fluxo de calor definido em função da velocidade de corte.

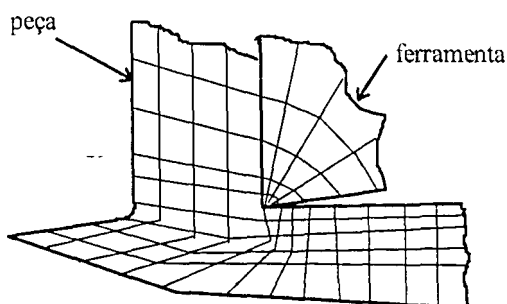


Figura 2.5- Malha de elementos finitos para interface peça/ferramenta, Tay (1991).

2.3.3- Método de Elementos de Contorno

Atualmente o método de elementos de contorno também vem sendo empregado com bastante frequência na solução problemas de condução de calor. Este processo basicamente consiste na transformação da equação diferencial que descreve o fenômeno numa equação integral, utilizando a discretização apenas da superfície do domínio, Perez (1993). Após a obtenção da solução para o contorno é possível resolver o problema para qualquer parte do domínio. Uma das vantagens deste método é a aplicação aos problemas de contornos mais sofisticados, Brebia e Dominguez (1989), podendo-se também empregar princípios de simetria, Figura (2.6).

A análise de elementos de contorno de Chan e Chandra (1991) permite obter a distribuição de fluxo de calor, separadamente, para a região da ferramenta de corte, região do cavaco e região da peça de trabalho durante processos de usinagem metálica em condições de regime permanente. Os resultados obtidos quando comparados à soluções presentes na literatura que empregam técnicas de elementos finitos, mostraram que o método de elementos de contorno é eficiente e robusto para a obtenção da solução de problemas de condução/convecção.

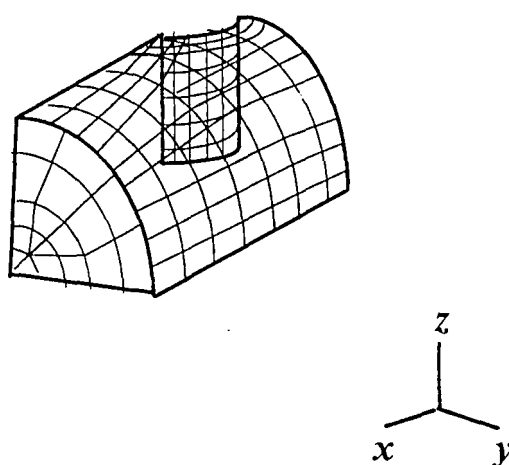


Figura 2.6- Cilindro com uma perfuração cilíndrica, Brebia e Dominguez (1989).

2.4- TÉCNICAS INVERSAS PARA A OBTENÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DA TEMPERATURA SUPERFICIAL EM PROCESSOS DE USINAGEM

Nos métodos de solução analítica como também nos métodos numéricos de elementos finitos, diferenças finitas e elementos de contorno a solução da equação da difusão para distribuição de temperatura superficial pode ser obtida, desde que se conheça as condições de contorno. Estas condições de contorno podem não ser facilmente obtidas devido à complexidade da geometria do corpo ou dificuldade de obtenção de dados experimentais.

As técnicas inversas de solução de problemas de condução de calor podem, assim ser aplicadas como uma poderosa ferramenta em problemas onde as condições de contorno não são conhecidas. Um exemplo é o cálculo da distribuição de temperatura superficial de um corpo a partir de medições de temperatura em localizações interiores ou em faces opostas.

Assim, o problema de usinagem, descrito inicialmente, enquadra-se perfeitamente nas condições físicas de um problema inverso de condução de calor, pois não se conhece a distribuição de temperatura na face de corte da ferramenta e ainda existe a possibilidade da medição de temperatura fora da região de contato entre a peça e a ferramenta.

Numa primeira aproximação pode-se admitir que a ferramenta é um material submetido a um fluxo de calor superficial, $q_0''(t)$, e a face oposta da ferramenta está exposta a um meio convectivo (ambiente), como mostrado na Figura (2.7).

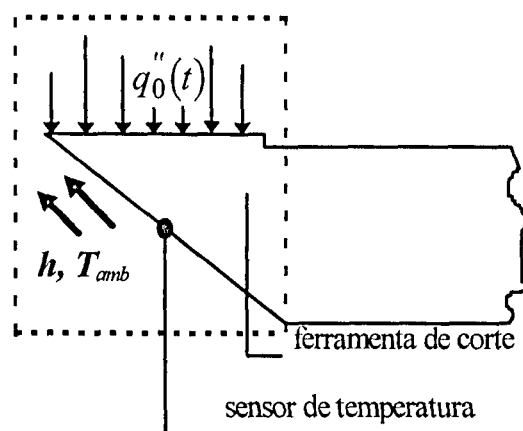


Figura 2.7- Ferramenta de corte de usinagem submetida a um fluxo de calor.

Através da colocação de sensores de temperatura na face oposta à superfície de corte durante o processo de usinagem (Figura (2.7)) é possível obter-se a distribuição de temperatura

ao longo do tempo. Esses sensores (e.g., termopares) fornecem medições de temperatura, Y_i , em tempos discretos t_1, t_2, \dots, t_i e com base nestas temperaturas pode-se calcular o fluxo de calor estimado q_i .

Apresenta-se a seguir uma breve revisão de trabalhos encontrados na literatura a respeito das técnicas de problemas inversos. Essa revisão tem o objetivo de uma primeira apresentação da técnica, assim como representa uma primeira abordagem do problema de difusão de calor que ocorre na ferramenta. Nesse sentido, esse problema pode ser considerado, devido à sua geometria e as condições de contorno, um problema bidimensional. Todavia, para um maior ganho em entendimento, uma investigação em problemas unidimensionais se faz necessária.

2.4.1- Soluções Unidimensionais

Um dos mais importantes estudos relacionados aos problemas inversos de condução de calor foi apresentado por Beck et alii. (1985). Esse trabalho volta-se para estimação do fluxo de calor em sólidos semi infinitos. A técnica baseia-se no Teorema de Duhamel (ou convolução integral) e estima o fluxo de calor de maneira seqüencial. Usando a mesma técnica, Beck e Blackwell (1990) apresentaram técnicas para a estimação do fluxo de calor superficial em placas planas. Com uma metodologia diferente, usando o método de minimização de gradiente conjugado com uma equação adjunta, Neto e Özisik (1993) estudaram a estimação da condição inicial também para placas planas, quando expostas a um fluxo de calor conhecido. Krutz et alii. (1978) desenvolveram uma metodologia para estimar o fluxo de calor superficial. O método combinava uma análise inversa com técnicas de elementos finitos para um contorno geométrico cilíndrico. A técnica inversa baseia-se em diferenças entre quadrados de temperatura.

Murio (1989) apresentou uma solução híbrida composta por uma técnica inversa baseada em métodos integrais e pelo método de diferenças finitas para obter a distribuição de temperatura superficial em um corpo semi finito.

2.4.2- Soluções Bidimensionais

Na literatura são também encontrados trabalhos que apresentam soluções para o problema inverso de condução de calor em regime transiente e corpos com geometria bidimensional. Imber (1974) propôs uma solução analítica para sistemas com condução de calor bidimensional aplicada à corpos com geometria arbitrária. A solução proposta utiliza séries de potência temporal e somatórios de erros integrais. Vários exemplos numéricos foram apresentados verificando-se uma boa exatidão para o método proposto.

Kurpisz (1991) apresentou uma solução numérica inversa para determinar a distribuição de temperatura transiente bidimensional no interior de um corpo conduzindo calor, a partir da medição da temperatura superficial. Apresentou-se a solução em termos de uma série contendo derivadas da temperatura superficial em relação ao tempo. Vários testes foram realizados obtendo-se resultados estáveis exceto para problemas onde o processo de transferência de calor ocorreu de maneira muito rápida. Observa-se que o problema estudado é de grande aplicação prática, pois permite calcular a distribuição da temperatura transiente em sólidos submetidos a uma fonte externa de calor, como por exemplo em lingotes após aquecimento em forno industrial.

Hsu et alli.(1992) desenvolveram uma solução geral para problemas inversos de condução de calor bidimensional não lineares através de técnicas de elementos finitos. Uma das vantagens

deste método é sua aplicação a corpos com geometria assimétrica e sujeitos a inúmeras fontes de calor, Figura (2.8). Os resultados obtidos para a temperatura foram comparados a resultados experimentais verificando-se uma boa concordância. Este método foi utilizado para estudar o comportamento de termofraturas em tubulações de água a alta pressão e temperatura.

Guerrier e Bernard (1993) desenvolveram uma técnica de identificação das condições de contorno iniciais, para a solução de problemas inversos de condução de calor em corpos com geometria unidimensional e bidimensional. O método inverso utilizado foi o de regularização proposto por Tikhonov (1963) e Tikhonov e Arsenin (1977). Os resultados obtidos numericamente foram comparados com valores de fluxo de calor conhecidos, observando-se uma boa concordância.

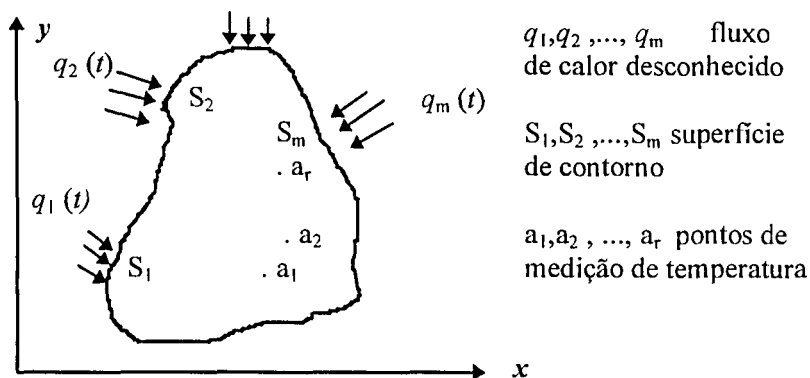


Figura 2.8- Um corpo bidimensional com fluxos de calor desconhecidos, Hsu et alli. (1992).

Busby e Trujillo (1985) utilizaram um método de programação dinâmica para a solução de problemas inversos em corpos com geometria bidimensional. Esta técnica é mais simples e oferece maior flexibilidade no modelo matemático, no número e nas localizações dos sensores de temperatura e nas localizações do fluxos de calor desconhecidos, pois obtém a solução do

problema somente no ponto discretizado. O corpo estudado possui geometria retangular e é submetido a duas fontes de calor conhecidas e diferentes em duas superfícies distintas, Figura (2.9). Os resultados obtidos para os fluxos de calor e para as temperaturas quando comparados com os valores de entrada, isto é ,ao fluxo de calor aplicado, mostraram que o método apresenta resultados com boa precisão.

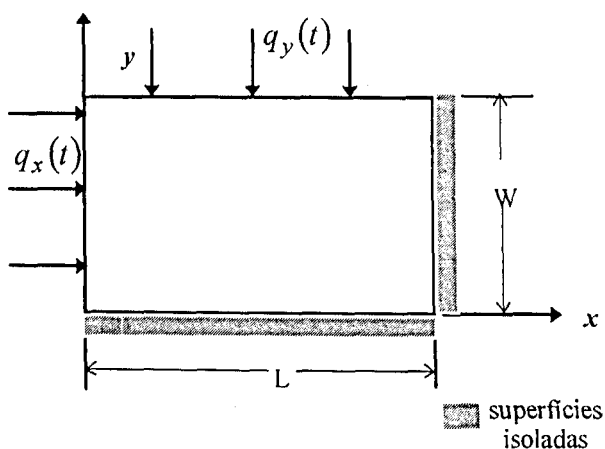


Figura 2.9- Problema inverso de condução de calor, Busby e Trujillo (1985).

Haji-Sheikh e Buckingham (1993) apresentaram uma solução numérica para o problema inverso de condução de calor utilizando o Método de Monte Carlo. Este método consiste na determinação estatística do valor de uma variável física. Assim uma relação entre um ponto interno e um ponto da superfície do domínio de um corpo conduzindo calor é definido por um caminho aleatório descrito por uma relação probabilística, Figura (2.10). A expressão matemática que descreve a relação entre as temperaturas em pontos discretos dentro de uma região isotrópica e as temperaturas em pontos da superfície do domínio é mostrada na Equação (2.2).

$$\begin{aligned}
 T(x,y,z,\tau + \Delta\tau) = & p_0 T(x,y,z,\tau) + p_{x+} T(x + \Delta x, y, z, \tau) + p_{x-} T(x - \Delta x, y, z, \tau) \\
 & p_{y+} T(x, y + \Delta y, z, \tau) + p_{y-} T(x, y - \Delta y, z, \tau) \\
 & p_{z+} T(x, y, z + \Delta z, \tau) + p_{z-} T(x, y, z - \Delta z, \tau)
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

sendo

$$p_0 = 1 - 6\alpha\Delta\tau / \Delta x^2 \quad (2.3)$$

$$p_{x+} = p_{x-} = p_{y+} = p_{y-} = p_{z+} = p_{z-} = \alpha\Delta\tau / \Delta x^2 \quad (2.4)$$

onde α é a difusividade térmica e τ é o tempo para percorrer o caminho aleatório. Esta técnica foi aplicada para calcular a temperatura superficial em cilindros sólidos e semi infinitos apresentando resultados razoáveis.

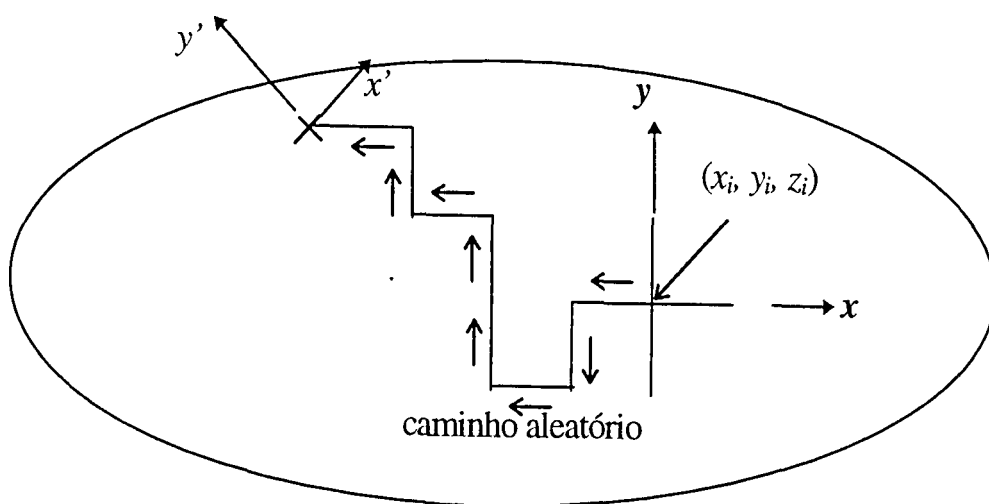


Figura 2.10- Esquema do domínio e caminho aleatório, Haji-Sheikh e Buckingham (1993).

Beck et alii. (1985) apresentaram uma solução inversa para um corpo de geometria bidimensional que era submetido a um fluxo de calor com variação espacial e temporal, Figura (2.11). A solução inversa proposta é a de uma função especificada sequencial.

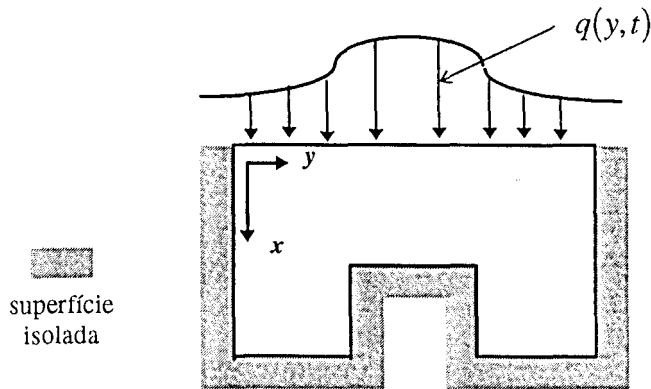


Figura 2.11- Corpo bidimensional aquecido por um fluxo de calor superficial variável no tempo e no espaço, Beck et alii. (1985).

Para o corpo mostrado na Figura (2.11) considerou-se que o fluxo de calor variava linearmente com o tempo e a posição espacial ao longo do eixo y . Também foi considerado que o fluxo de calor superficial era descrito por dois segmentos de retas e composto por sete componentes de fluxo de calor, igualmente espaçadas, para efeito de discretização do domínio, conforme mostrado na Figura (2.12).

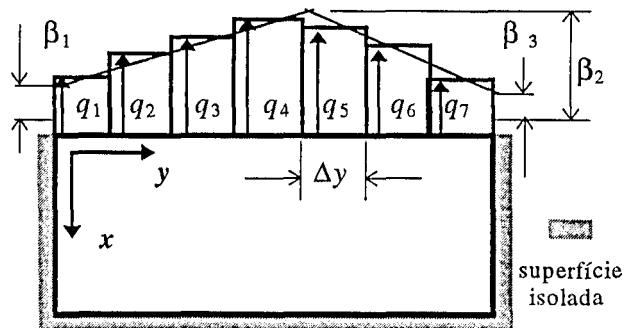


Figura 2.12- Função de especificação para fluxo de calor múltiplo, Beck et alii. (1985).

O procedimento de função de especificação seqüencial baseia-se no cálculo simultâneo das componentes de fluxo de calor num determinado instante M a partir das histórias de

temperaturas medidas em localizações interiores. A expressão matricial que representa este método é apresentada na Equação (2.5), onde q são as componentes de fluxo de calor, A refere-se à matriz dos coeficientes de sensibilidade no corpo e β são os parâmetros utilizados para descrever os segmentos de retas.

$$q = A \beta \quad (2.5)$$

Kurpisz e Nowak (1990) propuseram uma solução que calculava a temperatura superficial em um corpo de geometria bidimensional. Esta solução utilizava o método de elementos de contorno para gerar inicialmente os valores dos coeficientes de sensibilidade e calcular a temperatura superficial após a obtenção do fluxo de calor estimado. O fluxo de calor era calculado por um algoritmo inverso de condução de calor baseado no método de função de especificação seqüencial originalmente proposto por Beck et alii. (1985). O modelo original foi ajustado para as condições bidimensionais, obtendo-se um sistema de equações algébricas conforme mostrado na Equação (2.6).

$$A_k Q_k = B_k \quad (2.6)$$

onde A_k representa os coeficientes de sensibilidade, Q_k são as componentes de fluxo de calor, B_k refere-se as temperaturas medidas no interior do corpo, e o índice k é o instante da estimação. Deve ser considerado também, que o fluxo de calor no instante $k + 1$ depende do fluxo calculado no instante k .

Dentre os métodos apresentados, este último proposto por Kurpisz e Nowak (1990) foi o

que melhor se adequou às condições físicas do problema a ser estudado, que é a determinação da temperatura na superfície de corte na ferramenta durante o processo de usinagem por torneamento. A principal vantagem deste método é a obtenção do fluxo de calor e da temperatura em pontos discretos, permitindo-se assim o conhecimento da distribuição da temperatura transiente em localizações importantes da superfície de corte, como por exemplo na extremidade da ferramenta. Esse artigo, bem como a metodologia sequencial descrita por Beck et alli. (1985) formam a base para o desenvolvimento do trabalho aqui proposto. Ambas metodologias são descritas em detalhes a seguir, sendo que no Capítulo III será feita uma abordagem unidimensional e no Capítulo IV será focado o caso bidimensional.

CAPÍTULO III

TÉCNICAS INVERSAS DE ESTIMAÇÃO DE FLUXO DE CALOR: UMA ANÁLISE UNIDIMENSIONAL

3.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo será apresentado a fundamentação teórica para a estimação do fluxo de calor superficial através de técnicas inversas. As técnicas de estimação de parâmetros e problemas inversos de condução de calor foram desenvolvidas originalmente por Beck e Arnold (1977) e Beck et alii. (1985) respectivamente. Este capítulo enfoca a utilização dessas técnicas aplicadas ao caso de fluxo de calor superficial unidimensional. Na Seção (3.4) é feita a aplicação dessas técnicas visando a solução do problema térmico presente no processo de usinagem descrito na Seção (2.1). A extensão das técnicas aqui descritas para casos bidimensionais serão mostradas detalhadamente no próximo capítulo.

3.2- CONCEITOS E FUNDAMENTOS

O processo de usinagem descrito anteriormente apresenta uma distribuição de calor superficial na face de corte da ferramenta devido as fontes de calor descritas na Seção (2.1). Nesse sentido, torna-se difícil a obtenção da solução direta do problema térmico causado por esse processo, uma vez que as condições de contorno não são estabelecidas diretamente. Uma forma de se abordar o problema seria através do uso da técnica de estimação de parâmetros ou de

problemas inversos. Nesse caso, não só parâmetros físicos poderiam ser estimados mas também as evoluções de fluxo de calor e temperatura nas superfícies do meio. Ou seja, as condições de contorno poderiam assim ser estimadas.

As técnicas de estimação de parâmetros caracterizam-se pela utilização de dados experimentais, como por exemplo as histórias de medidas de temperatura em uma localização no interior do corpo ou numa face oposta à superfície sujeita ao fluxo de calor, e também pela utilização de modelos numéricos como ferramenta matemática para a solução do problema. Esta combinação de dados experimentais com modelos numéricos pode apresentar resultados bastantes instáveis, devido a erros sistemáticos e erros aleatórios durante as medições. Os erros sistemáticos são aqueles decorrentes de imperfeições nos equipamentos ou processo de medição, como calibração equivocada, algum tipo de histerese, ou desgaste de peças internas. Os erros aleatórios são gerados a cada medição, ou seja, não é possível repetir medições futuras em condições iguais a uma medição anterior.

Nos problemas inversos de condução de calor existem inúmeros outros parâmetros que necessitam de medição. Nesse caso, além da temperatura na superfície ou fluxo de calor, cita-se como exemplo o tempo, a localização do sensor e as dimensões geométricas do corpo. Observa-se entretanto que a maioria desses parâmetros são considerados conhecidos. Uma vez não sendo possível tal consideração (e.g., localização do sensor imprecisa) torna-se necessário a estimação do parâmetro em questão simultaneamente com a principal grandeza investigada, como por exemplo, o fluxo de calor ou campo de temperatura superficial.

No problema térmico relativo ao processo de usinagem, as condições de contorno necessárias para obtenção da distribuição de temperatura na superfície de corte podem ser obtidas

através da técnica de problemas inversos. Ou seja, o problema inverso de condução de calor, nesse caso, tem como objetivo a obtenção da distribuição de fluxo de calor superficial da ferramenta de corte.

A técnica de problemas inversos, aqui apresentada, consiste na minimização de uma função erro, S , definida pela soma dos quadrados das diferenças entre temperaturas experimentais, Y_i , e temperaturas calculadas pelo modelo teórico, T_i , em função do fluxo de calor. Ou seja, o critério de minimização de erros assume a seguinte forma

$$S = \sum_{i=1}^n (Y_i - T_i)^2 \quad (3.1)$$

onde i é o índice de intervalo de tempos discretos e n é o número total de medições da temperatura. A minimização dos erros é feita derivando-se S em relação ao fluxo de calor superficial e igualando seu resultado a zero. Assim a Equação (3.1) assume a seguinte forma

$$\frac{\partial S}{\partial q_i} = -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - T_i) \frac{\partial T_i}{\partial q_i} = 0 \quad (3.2)$$

que após simplificação pode-se ser reescrita por

$$0 = \sum_{i=1}^n (Y_i - T_i) \frac{\partial T_i}{\partial q_i} \quad (3.3)$$

Observando-se a Equação (3.3) nota-se que se faz necessário a existência de uma

expressão que calcule a temperatura em função do fluxo de calor no instante i . Nesse caso, uma expressão que fornece $T_i = \mathbf{T}(q_i)$ pode ser obtida pela aplicação do teorema de Duhamel. O teorema de Duhamel emprega uma solução por blocos (isto é, a função contínua no tempo e posição é aproximada por uma série de pulsos sobre pequenos intervalos de tempo e posição) e também o princípio de superposição para obter a temperatura em qualquer ponto \mathbf{r} e tempo t , Beck et alii. (1992). A expressão da temperatura obtida através do teorema de Duhamel pode ser dada por

$$T(\mathbf{r}, t) = T_0 + \int_0^t q(\lambda) \frac{\partial \phi(\mathbf{r}, t - \lambda)}{\partial t} d\lambda \quad (3.4)$$

onde ϕ é a temperatura em qualquer instante, t , e posição, r , para um corpo conduzindo calor sujeito a um fluxo de calor superficial do tipo

$$q(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases} \quad (3.5)$$

Considera-se a Equação (3.4) como uma integral de convolução, pois existe o produto de uma função de λ e uma função em $t - \lambda$, onde λ é o intervalo de tempo infinitesimal, T_0 é a temperatura inicial.

Uma aproximação numérica para a Equação (3.4), apresentada por Beck et alii. (1985),

pode ser dada pela Equação (3.6).

$$T(\mathbf{r}, t_M) = T_0 + \sum_{n=1}^M q_n \Delta\phi(\mathbf{r}, t_{M-n}) \quad (3.6)$$

onde $n = 1, 2, \dots, M$. Sendo que M é o instante de cálculo atual.

Numa análise unidimensional, pode-se simplificar a Equação (3.6) através da omissão da variável espacial \mathbf{r} , uma vez que avalia-se a condução de calor em apenas uma direção. Assim a equação resultante é dada por

$$T_M = T_0 + \sum_{n=1}^M q_n \Delta\phi_{M-n} \quad (3.7)$$

onde $\Delta\phi_i = \phi_{i+1} - \phi_i$.

Analisando-se novamente a Equação (3.3), verifica-se a existência do termo $\frac{\partial T_i}{\partial q_i}$, que é definido como coeficiente de sensibilidade. Desse modo, calcula-se o coeficiente de sensibilidade fazendo-se a primeira derivada da temperatura em relação ao fluxo de calor. Devido a linearidade do problema, a distribuição de temperatura é função do fluxo de calor, e pode-se representá-la por uma expressão linear do tipo

$$T(t) = a(\mathbf{r}, t) \times q(t) \quad (3.8)$$

onde a é um parâmetro em função do tempo e da posição espacial mas independente do fluxo de calor, $q(t)$. Assim, tomando-se a primeira derivada da temperatura em relação ao fluxo de calor obtém-se

$$\frac{\partial T(t)}{\partial q(t)} = a(\mathbf{r}, t) \quad (3.9)$$

Verifica-se portanto, que o termo $\frac{\partial T_i}{\partial q_i}$ da Equação (3.3) assume o resultado obtido pela Equação (3.9). Assim, de outra forma, o coeficiente de sensibilidade pode ser obtido fazendo-se $q(t) = 1$ na Equação (3.8), isso é, a mesma expressão usada para calcular a distribuição da temperatura pode ser aplicada para obter-se o coeficiente de sensibilidade, considerando-se nesse caso uma imposição de calor unitária.

Alternativamente, pode-se obter o coeficiente de sensibilidade através da aplicação da derivada na equação da difusão de calor e condições de contorno do problema estudado. Um exemplo pode ser representado por uma placa plana sujeita a um fluxo de calor em sua superfície frontal e isolada na face oposta (Figura (3.1)).

A equação que descreve esse problema pode ser dada por

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[k \frac{\partial T}{\partial x} \right] = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.10)$$

sendo as condições de contorno

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = \begin{cases} q_M = \text{const.}, t_{M-1} < t < t_M \\ q(t), t > t_M \end{cases} \quad (3.11)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0 \quad (3.12)$$

e à condição inicial

$$T(x, t_{M-1}) = T_{M-1}(x) \quad (3.13)$$

onde $T_{M-1}(x)$ é a distribuição de temperatura no tempo t_{M-1} independente de q_M . O fluxo de calor, $q(t)$, é uma função arbitrária do tempo para $t > t_M$.

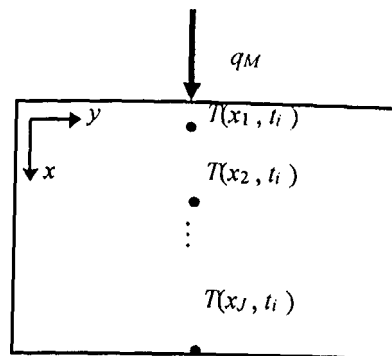


Figura 3.1- Corpo submetido a uma evolução de fluxo de calor superficial $q(t)$.

Nesse sentido, aplicando-se a definição de coeficiente de sensibilidade e derivando-se as Equações (3.10-3.13) em relação a q_M obtém-se,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[k \frac{\partial X_M}{\partial x} \right] = \rho c \frac{\partial X_M}{\partial t} \quad (3.14)$$

sendo as condições de contorno

$$-k \frac{\partial X_M}{\partial x} \Big|_{x=0} = \begin{cases} 1, & t_{M-1} < t < t_M \\ 0, & t > t_M \end{cases} \quad (3.15)$$

$$-k \frac{\partial X_M}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0 \quad (3.16)$$

e a condição inicial

$$X_M(x, t_{M-1}) = 0 \quad (3.17)$$

Observando-se a Equação (3.17), nota-se que para o tempo $t < t_{M-1}$ o coeficiente de sensibilidade é nulo, pois no instante $M-1$ não se pode avaliar a influência da componente de fluxo de calor futura, q_M . Ou seja, no instante $M-1$ o corpo não foi exposto a uma componente de fluxo de calor no instante M .

Assumindo-se uma forma geral, os coeficientes de sensibilidade para os problemas inversos de condução de calor unidimensional podem dados por

$$X_{jM}(x_j, t_i) \equiv \frac{\partial T(x_j, t_i)}{\partial q_M} \quad (3.18)$$

onde $X_{jM}(x_j, t_i)$ é a primeira derivada da temperatura T na localização do sensor x_j e tempo t_i ,

em relação ao fluxo de calor q_M (Figura (3.1)). Os índices j , i e M referem-se respectivamente ao número de sensores, aos instantes de medições e aos números de componentes de fluxo de calor, sendo $j = 1, \dots, J$ sensores, $i, M = 1, 2, \dots, N$ números de instantes das medições de temperatura.

Em problemas onde existe apenas um sensor de temperatura experimental, isto é $J = 1$, obtém-se os coeficientes de sensibilidade em função de uma temperatura calculada nessa mesma localização, desse modo pode-se omitir a variação espacial j na Equação (3.18), obtendo-se

$$X_M(t_i) \equiv \frac{\partial T(t_i)}{\partial q_M} \quad (3.19)$$

Observa-se assim, que para problemas lineares os coeficientes de sensibilidade podem ser determinados sem a necessidade do conhecimento do fluxo de calor superficial. Os coeficientes nesse caso, representam a solução do mesmo tipo de problema térmico considerando-se a imposição de um fluxo de calor unitário.

Analisando-se as condições estabelecidas na Equação (3.4), pode-se observar que a temperatura $\phi(\mathbf{r}, t)$ apresenta as mesmas condições de contorno necessárias para calcular os coeficientes de sensibilidade. Assim, conclui-se que a solução de $\phi(\mathbf{r}, t)$ é exatamente igual a solução obtida para os coeficientes de sensibilidade dada pela Equação (3.18). Em vista disso, a distribuição de temperatura $\phi(\mathbf{r}, t)$, presente na aproximação numérica do teorema de Duhamel, (Equação (3.6)) pode ser obtida através da aplicação do conceito de coeficiente de sensibilidade.

Implementando-se o conceito de coeficiente de sensibilidade na aproximação numérica do teorema de Duhamel, Equação (3.7), pode-se manipular algebricamente esse modelo matemático visando-se a obtenção de uma formulação matricial. Fazendo-se essa transformação, pode-se obter algumas vantagens na implementação de um procedimento computacional. Nesse sentido, faz-se uma análise de domínio global sobre a Equação (3.7), isto é, calcula-se a temperatura no intervalo de tempo $M=1$ até $M+r-1$, onde r é número de componentes de fluxo de calor futuras, obtendo-se assim,

$$\begin{aligned}
T_1 &= T_0 + q_1 \Delta \phi_0 \\
T_2 &= T_0 + q_1 \Delta \phi_1 + q_2 \Delta \phi_0 \\
T_3 &= T_0 + q_1 \Delta \phi_2 + q_2 \Delta \phi_1 + q_3 \Delta \phi_0 \\
&\vdots \\
T_M &= T_0 + q_1 \Delta \phi_{M-1} + q_2 \Delta \phi_{M-2} + \cdots + q_{M-1} \Delta \phi_1 + q_M \Delta \phi_0 \\
T_{M+1} &= T_0 + q_1 \Delta \phi_M + q_2 \Delta \phi_{M-1} + \cdots + q_M \Delta \phi_1 + q_{M+1} \Delta \phi_0 \\
&\vdots \\
T_{M+r-1} &= T_0 + q_1 \Delta \phi_{M+r-2} + \cdots + q_{M+r-2} \Delta \phi_1 + q_{M+r-1} \Delta \phi_0
\end{aligned} \tag{3.20}$$

que escrita sob a forma matricial é dada por

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ \vdots \\ T_M \\ \vdots \\ T_{M+1} \\ T_{M+r-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \phi_0 & & & & & \\ \Delta \phi_1 & \Delta \phi_0 & & & & \\ \Delta \phi_2 & \Delta \phi_1 & \Delta \phi_0 & & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \\ \Delta \phi_{M-1} & \Delta \phi_{M-2} & \Delta \phi_{M-3} & \cdots & \Delta \phi_0 & \\ \Delta \phi_M & \Delta \phi_{M-1} & \Delta \phi_{M-2} & \cdots & \Delta \phi_1 & \Delta \phi_0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta \phi_{M+r-2} & \Delta \phi_{M+r-3} & \Delta \phi_{M+r-4} & \cdots & \Delta \phi_{r-1} & \Delta \phi_{r-2} & \cdots & \Delta \phi_0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \vdots \\ q_M \\ q_{M+1} \\ \vdots \\ q_{M+r-1} \end{bmatrix} + T_0 \mathbf{1} \tag{3.21}$$

onde $\mathbf{1}$ é um vetor unitário. Escrevendo-se a Equação (3.21) sob uma forma vetorial obtém-se

$$\mathbf{T} = \mathbf{X}\mathbf{q} + T_0 \mathbf{1} \quad (3.22)$$

sendo que \mathbf{T} refere-se às temperaturas calculadas, \mathbf{q} representa as componentes de fluxo de calor, \mathbf{X} é a matriz dos coeficientes de sensibilidade $\Delta\phi$ e T_0 é a temperatura inicial considerada constante.

Na estimação seqüencial do fluxo de calor as componentes de fluxo de calor q_1, q_2, \dots, q_{M-1} são consideradas estimadas previamente sendo nomeadas por $\hat{q}_1, \hat{q}_2, \dots, \hat{q}_{M-1}$ e deseja-se estimar a componente q_M . Nesse sentido, torna-se conveniente obter uma expressão que forneça T_M em função de q_M , assim a Equação (3.22) pode ser escrita por

$$\mathbf{T} = \mathbf{X}\mathbf{q} + \hat{\mathbf{T}} \Big|_{\mathbf{q}=0} \quad (3.23)$$

onde suas componentes são dadas por

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_M \\ \vdots \\ T_{M+1} \\ T_{M+r-1} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_M \\ \vdots \\ q_{M+1} \\ q_{M+r-1} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \Delta\phi_0 & & & & \\ \Delta\phi_1 & \Delta\phi_0 & & & \\ \vdots & \vdots & & & \\ \Delta\phi_{r-1} & \Delta\phi_{r-2} & \cdots & \Delta\phi_0 & \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

e

$$\hat{\mathbf{T}}|_{q=0} = \begin{bmatrix} \hat{T}_M|_{q_M=0} \\ \hat{T}_{M+1}|_{q_M=q_{M+1}=0} \\ \vdots \\ \hat{T}_{M+r-1}|_{q_M=q_{M+1}=\dots=q_{M+r-1}=0} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

onde o termo $\hat{\mathbf{T}}|_{q=0}$ representa a temperatura calculada pelo modelo, Equação (3.20), no tempo t_M , em função das componentes de fluxo de calor previamente estimadas, $\hat{q}_1, \hat{q}_2, \dots, \hat{q}_{M-1}$, e fazendo-se $q_M = 0$. Assim, no instante M a Equação (3.27) é dada por

$$\hat{T}_M|_{q_M=0} = \sum_{i=1}^{M-1} \hat{q}_i \Delta\phi_{M-i} + T_0 \quad (3.28)$$

Apresenta-se a seguir algumas metodologias de estimação do fluxo de calor superficial

unidimensional que utilizam as Equações (3.24-3.27) e são baseadas nas técnicas de estimação de parâmetros (Beck et alii., 1985).

3.3- MÉTODOS INVERSOS DE ESTIMAÇÃO DO FLUXO DE CALOR SUPERFICIAL EM PROBLEMAS UNIDIMENSIONAIS

O processo de usinagem descrito na Seção (2.1) acarreta uma geração de calor e um conseqüente aumento de temperatura superficial na face de corte da ferramenta. A determinação desse campo de temperatura é extremamente importante no cálculo da vida útil da ferramenta. Essa distribuição de temperatura superficial não é obtida diretamente, tendo em vista a dificuldade de medição experimental ou do estabelecimento das condições de contorno do problema. Como visto anteriormente, inúmeras metodologias podem ser utilizadas para se obter a temperatura superficial. Entretanto, na maioria desses métodos faz-se necessário a determinação das condições de contorno, que por sua vez tornam-se conhecidas quando a distribuição de fluxo de calor superficial é determinada. Assim, as técnicas inversas tornam-se uma ferramenta muito poderosa, uma vez que combinando-se um modelo matemático às evoluções de temperaturas obtidas experimentalmente (por exemplo na face oposta à superfície de corte) obtém-se a distribuição de fluxo de calor superficial ao longo do tempo. Apresenta-se a seguir, algumas técnicas inversas de estimação do fluxo de calor superficial baseadas no método de estimação de parâmetros que foram propostas originalmente por Beck et alii. (1985). Primeiramente será apresentado o método de Stolz e em seguida o método de função especificada. Numa primeira aproximação considerou-se o problema térmico do processo de usinagem submetido a um fluxo de calor superficial unidimensional. A Figura (3.2) apresenta esse modelo.

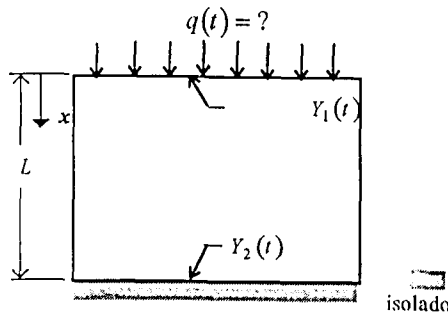


Figura 3.2- Representação esquemática de uma ferramenta de corte submetida a um fluxo de calor superficial unidimensional.

3.3.1- Método de Stolz

O método de Stolz é desenvolvido a partir do teorema de Duhamel e do uso da Equação (3.23) reescrita por

$$T_M = \hat{T}_M \Big|_{q_M=0} + \Delta\phi_0 q_M \quad (3.29)$$

onde T_M é a temperatura calculada pela aproximação de Duhamel, $\hat{T}_M \Big|_{q_M=0}$ é a temperatura estimada no instante M , fazendo-se $q_M = 0$, e $\Delta\phi_0$ é o coeficiente de sensibilidade calculado no instante $t = 0$ s. O princípio básico desse método consiste em se igualar a temperatura calculada, T_M , com a temperatura experimental, Y_M . Assim o fluxo de calor, q_M , é estimado, através da substituição de $Y_M = T_M$ na Equação (3.29), ou seja,

$$Y_M = \hat{T}_M \Big|_{q_M=0} + \Delta\phi_0 \hat{q}_M \quad (3.30)$$

que pode ser rescrita sob a forma

$$\hat{q}_M = \frac{Y_M - \hat{T}_M|_{q_M=0}}{\Delta\phi_0} \quad (3.31)$$

onde a notação \hat{q}_M indica o valor estimado de q_M .

Nesse método, estima-se o fluxo de calor de maneira seqüencial, ou seja, \hat{q}_M depende de Y_M e também dos \hat{q}_i anteriores ($i < M$), onde \hat{q}_i é o fluxo de calor estimado, Y_i é a temperatura experimental e M o instante de cálculo. Assim, as componentes de fluxo de calor $\hat{q}_1, \hat{q}_2, \dots, \hat{q}_{M-1}$ são consideradas previamente conhecidas e $\hat{q}_M, \hat{q}_{M+1}, \dots, \hat{q}_{M+r-1}$ as componentes a serem estimadas.

Como visto anteriormente a temperatura pode ser estimada no instante M , usando-se as componentes de fluxo de calor estimadas previamente $\hat{q}_1, \hat{q}_2, \dots, \hat{q}_{M-1}$ e fazendo-se $q_M = 0$.

Nesse sentido,

$$\hat{T}_M|_{q_M=0} = T_0 + \sum_{i=1}^{M-1} \hat{q}_i \Delta\phi_{M-i} \quad (3.32)$$

Analisando-se o teorema de Duhamel (Equação (3.6)), observa-se que a temperatura é estimada por uma série de pulsos de fluxo de calor sobre pequenos intervalos de tempos. Assim faz-se necessário avaliar a influência da componente de fluxo de calor no instante i sobre coeficientes de sensibilidade para todo o período de aplicação do pulso de fluxo de calor, isto é, entre o instante final, $i + 1$, e o instante inicial, i . Desse modo, pode-se obter $\Delta\phi_i$ por

$$\Delta\phi_i = \phi_{i+1} - \phi_i \quad (3.33)$$

Assim, calculando-se $\Delta\phi_i$ no instante inicial, $i = 0$, obtém-se

$$\Delta\phi_0 = \phi_1 \quad (3.34)$$

onde $\phi_0 = 0$, isto é, no instante $t = 0$ o corpo ainda não havia sido exposto a fonte de calor.

Logo, substituindo-se a Equação (3.32) e a Equação (3.34) na Equação (3.31) obtém-se a expressão

$$\hat{q}_M = \frac{Y_M - \sum_{i=1}^{M-1} \hat{q}_i \Delta\phi_{M-i} - T_0}{\phi_1} \quad (3.35)$$

que é conhecida como algoritmo de Stolz.

3.3.2- Método de função especificada seqüencial

Observa-se no algoritmo de Stolz que as componentes $q_{M+1}, q_{M+2}, \dots, q_{M+r-1}$ são estimadas à medida que se aumenta o valor de M . Já no método de função especificada essas componentes são utilizadas no algoritmo de estimação. O método consiste em atribuir uma forma funcional temporária para o fluxo de calor superficial transiente para instantes superiores ao tempo atual de estimação, M . Nesse caso as formas podem ser constantes, parabólicas, exponenciais ou cúbicas.

O procedimento seqüencial pode ser descrito basicamente através seguintes passos:

i) Atribui-se uma forma funcional para o fluxo de calor superficial $q(t)$ para os tempos discretos $t_M, t_{M+1}, \dots, t_{M+r-1}$ (considera-se que o fluxo é conhecido para $t < t_{M-1}$), onde M representa o índice atual para tempo discreto de medição ($M = 1, 2, \dots, n$) e r é índice que indica os tempos futuros;

ii) Minimiza-se uma função S definida por

$$S = \sum_{i=1}^r (Y_{M+i-1} - T_{M+i-1})^2 \quad (3.36)$$

onde Y e T representam respectivamente, as temperaturas experimentais e calculadas instante M e localização j do sensor;

iii) Estima-se a componente de fluxo de calor;

iv) Retém-se a primeira componente q_M

v) Adiciona-se uma unidade ao índice M e repete-se todos os passos.

O procedimento de função especificada seqüencial mais simples é o que utiliza uma seqüência de segmentos de retas constantes, como forma funcional para descrever o comportamento do fluxo de calor superficial para tempos futuros. Desta maneira considera-se temporariamente que várias componentes de fluxo de calor futuras são constantes com o tempo, como mostrado na Figura (3.3).

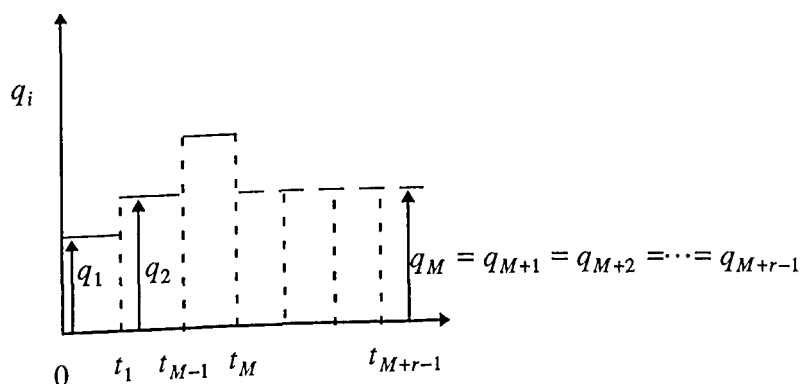


Figura 3.3- Forma funcional de fluxo de calor constante para procedimento seqüencial Beck et alii. (1985).

Assim temporariamente, para tempos superiores a M

$$q_{M+1} = q_{M+2} = \dots = q_{M+r-1} = q_M \quad (3.37)$$

onde r é o número de componentes futuras de fluxo de calor.

A partir da especificação da forma funcional do fluxo de calor, Equação (3.37), faz-se necessário a obtenção de expressões que calculem as temperaturas nos instantes $T_M, T_{M+1}, \dots, T_{M+r-1}$. Nesse sentido aplicando-se a Equação (3.37), na equação geral da temperatura, Equação (3.23), e em suas componentes, Equações (3.24-3.27), obtém-se

$$T_M = \hat{T}_M \Big|_{q_M=0} + \phi_1 q_M \quad (3.38)$$

$$T_{M+1} = \hat{T}_M \Big|_{q_M=q_{M+1}=0} + \phi_2 q_M \quad (3.39)$$

$$T_{M+r-1} = \hat{T}_M \Big|_{q_M=\dots=q_{M+r-1}=0} + \phi_r q_M \quad (3.40)$$

sendo ϕ_j obtidos por

$$\phi_j = \sum_{i=0}^{j-1} \Delta\phi_i \quad (3.41)$$

Obtém-se a função de minimização de erros S , para r tempos futuros, através da minimização de

$$S = \sum_{i=1}^r (Y_{M+i-1} - T_{M+i-1})^2 \quad (3.42)$$

Assim, substituindo-se a Equação (3.40) na Equação (3.42) obtém-se

$$S = \sum_{i=1}^r (Y_{M+i-1} - \hat{T}_{M+i-1}|_{q=0} - \phi_i q_M)^2 \quad (3.43)$$

Logo, derivando-se a Equação (3.43) em relação a q_M tem-se

$$\frac{\partial S}{\partial q_M} = -2 \sum_{i=1}^r \phi_i \left[\left(Y_{M+i-1} - \hat{T}_{M+i-1}|_{q_{M+i-1}} - \phi_i q_M \right) \right] \quad (3.44)$$

que igualando-se a zero resulta em

$$0 = \sum_{i=1}^r \phi_i \left[\left(Y_{M+i-1} - \hat{T}_{M+i-1}|_{q_{M+i-1}} - \phi_i q_M \right) \right] \quad (3.45)$$

ou melhor

$$0 = \sum_{i=1}^r \phi_i \left(Y_{M+i-1} - \hat{T}_{M+i-1} \Big|_{q_{M+i-1}} \right) - \sum_{i=1}^r \phi_i \phi_i q_M \quad (3.46)$$

Isolando-se q_M e substituindo pelo valor estimado \hat{q}_M obtém-se

$$\hat{q}_M = \frac{\sum_{i=1}^r \left(Y_{M+i-1} - \hat{T}_{M+i-1} \Big|_{q_M=\dots=0} \right) \phi_i}{\sum_{i=1}^r \phi_i^2} \quad (3.47)$$

Introduzindo-se o coeficiente de ganho K_i definido por

$$K_i \equiv \frac{\phi_i}{\sum_{j=1}^r \phi_j^2} \quad (3.48)$$

pode-se escrever

$$\hat{q}_M = \sum_{i=1}^r K_i \left(Y_{M+i-1} - \hat{T}_{M+i-1} \Big|_{q_M=\dots=0} \right) \quad (3.49)$$

Pode-se também observar que, se $r=1$ as Equações (3.47) e (3.49) transformam-se no algoritmo de Stolz (Equação (3.35)).

As Equações (3.47) ou (3.49) estimam o fluxo de calor superficial utilizando o método de função especificada sequencial a partir da história de temperatura medida por apenas um sensor.

Em alguns casos, mais de um sensor de temperatura pode ser utilizado para permitir uma maior estabilidade e precisão nos fluxos de calor estimados.

Através de um procedimento análogo pode-se generalizar a Equação (3.47) para um número de sensores maior que um (Beck et alii., 1985), ou seja

$$\hat{q}_M = \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^J (Y_{j,M+i-1} - \hat{T}_{j,M+i-1} |_{q_M=\dots=0}) \phi_{ji}}{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^J \phi_{ji}} \quad (3.50)$$

onde ϕ_{ji} é o coeficiente de sensibilidade calculado para $i = 1, 2, \dots, r$ tempos futuros e $j = 1, 2, \dots, J$ sensores de temperatura, Y e \hat{T} são respectivamente a temperatura experimental e a temperatura estimada na posições j .

Usando-se o conceito de coeficiente de ganho definido por

$$K_{ji} \equiv \frac{\phi_{ji}}{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^J \phi_{ji}^2} \quad (3.51)$$

na Equação (3.50) obtém-se

$$\hat{q}_M = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^J K_{ji} (Y_{j,M+i-1} - \hat{T}_{j,M+i-1} |_{q_M=\dots=0}) \quad (3.52)$$

3.4- ANÁLISE DE RESULTADOS NA APLICAÇÃO DO ALGORITMO DE STOLZ E MÉTODO DE FUNÇÃO ESPECIFICADA

O problema térmico referente ao processo de usinagem, como já mencionado, numa primeira aproximação pode ser simplificado por uma placa plana submetida a um fluxo de calor unidimensional na superfície e isolada na superfície oposta. Considera-se, nesse sentido, a imposição de um fluxo de calor unidimensional transiente. Outra consideração é relacionada à geometria da ferramenta, onde admite-se que a ferramenta seja representada por um corpo uniforme de forma retangular, Figura (3.4).

A ferramenta de corte simulada em questão é construída em aço e suas propriedades térmicas são definidas por $k = 40,0 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ e $\alpha = 1,0 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, onde k e α são respectivamente a condutividade térmica e difusividade térmica. A face de corte em $x = 0$ é exposta a um fluxo de calor uniforme que varia linearmente com o tempo e a face oposta em $x = L$ é isolada termicamente. A espessura é dada por $L = 1,5 \times 10^{-2} \text{ m}$, conforme mostrado na Figura (3.4).

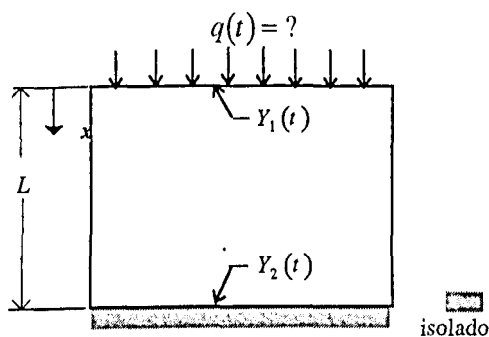


Figura 3.4- Representação esquemática de uma ferramenta de corte ortogonal submetida a um fluxo de calor superficial unidimensional.

O problema térmico neste caso é descrito por

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.53)$$

onde as condições de contorno são

$$-k \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = q(t) \quad (3.54)$$

$$-k \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (3.55)$$

e a condição inicial é dada por

$$T(x,0) = T_0. \quad (3.56)$$

onde $q(t)$ é o fluxo de calor a ser estimado.

Cumpra-se observar que os dados experimentais deste teste são na realidade simulações numéricas. Ou seja, a partir de um fluxo de calor conhecido obtém-se a solução para o campo de temperatura na ferramenta. Nesse caso, as temperaturas experimentais em qualquer ponto x podem ser simuladas como sendo

$$Y(x_i, t) = T(x_i, t) + \varepsilon_j \quad (3.57)$$

onde ε_j é uma função erro aleatório que simula as incertezas presentes numa medição experimental. Observa-se nesse caso, que o valor ε_j situa-se na faixa $-0,25\text{ K} < \varepsilon_j < 0,25\text{ K}$, normalmente encontradas em medições de temperatura através do uso de sensores como termopares.

A solução $T(x, t)$ do problema direto, Equações (3.53-3.56), pode ser obtida através de soluções numéricas ou de forma analítica. Nesse caso, devido a simplicidade de geometria, usou-se a solução analítica encontrada em Guimarães (1993), ou seja

$$T(x, t) = T_0 + \frac{b\sqrt{\alpha}}{Lk} \int_0^t q(\tau) d\tau + \frac{2b\sqrt{\alpha}}{Lk} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\beta_m^2 \alpha t} \cos \beta_m x \int_0^t e^{-\beta_m^2 \alpha \tau} q(\tau) d\tau \quad (3.58)$$

onde β_m são autovalores definidos por $\beta_m = \frac{m\pi}{L}$, com $m = 1, 2, 3, \dots$.

A Equação (3.58) pode, portanto, ser usada para a obtenção de $Y(0, t)$ e $Y(L, t)$ e também para a obtenção dos coeficientes de sensibilidade. Nesse sentido, para a simulação das temperaturas experimentais, considera-se a evolução de fluxo de calor superficial linear dada por

$$q_e = 5,0 \times 10^4 t \quad [\text{W} / \text{m}^2] \quad (3.59)$$

logo, aplicando-se na Equação (3.58) e usando a Equação (3.57) obtém-se as evoluções de temperaturas experimentais simuladas $Y(0, t)$ e $Y(L, t)$. A Figura (3.5) mostra esses resultados.

Observa-se, que a adição de erros aleatórios na ordem de $\pm 0,25 \text{ }^\circ\text{C}$ não altera significativamente as evoluções de temperatura devido aos altos níveis de temperatura ocorridos em processos de usinagem.

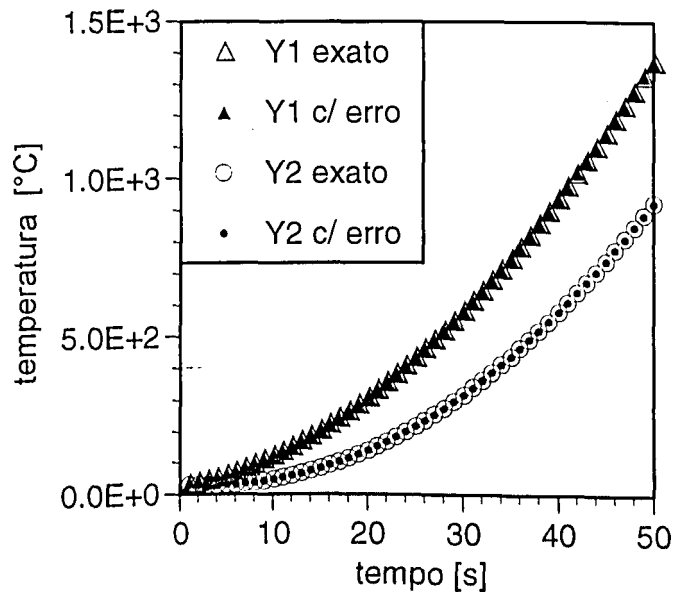


Figura 3.5- Evoluções de temperaturas experimentais simuladas em $x = 0$ e $x = L$

Obtém-se os coeficientes de sensibilidade pela Equação (3.58) fazendo-se $q(t) = 1$, conforme já demonstrado. Assim

$$X = \frac{\partial T}{\partial q} = T^+(x, t) \quad (3.60)$$

onde $T^+(x, t) = T(x, t)$ com $q(t) = 1$.

Uma vez que $X = \phi$, a Equação (3.60) pode ser reescrita por

$$\phi_i = T^+(x, t_i) \quad (3.61)$$

onde i é o índice do intervalo de tempo discreto.

Nesse caso, calculou-se os coeficientes de sensibilidade na superfície de corte e na face oposta da ferramenta, isto é, em $x = 0$ e em $x = L$ para cada tempo discreto i , observando-se o intervalo de tempo $0 \leq t_i \leq 50$ s.

O método de Stolz e o método de função especificada podem agora ser empregados, uma vez que se conhece os valores de Y_i e ϕ_i .

3.4.1- Método de Stolz

O uso do método de Stolz não permite a utilização das histórias de temperatura $Y_1(t)$ e $Y_2(t)$ simultaneamente (Equação (3.35)). Nesse caso, inicialmente utilizou-se a evolução de temperatura experimentalmente para $x = 0$, ou seja $Y_1(t)$, e um intervalo de medição de $\Delta t = 1$ s.

O resultado dessa estimação é apresentado na Figura (3.6)

Verifica-se que adição de erros aleatórios não afeta significativamente a estimação de fluxo de calor. Observa-se ainda, que os erros percentuais entre o fluxo de calor estimado e o fluxo de calor exato diminuem bruscamente para tempos superiores a 5 s. Esse fato é melhor apresentado na Figura (3.7)

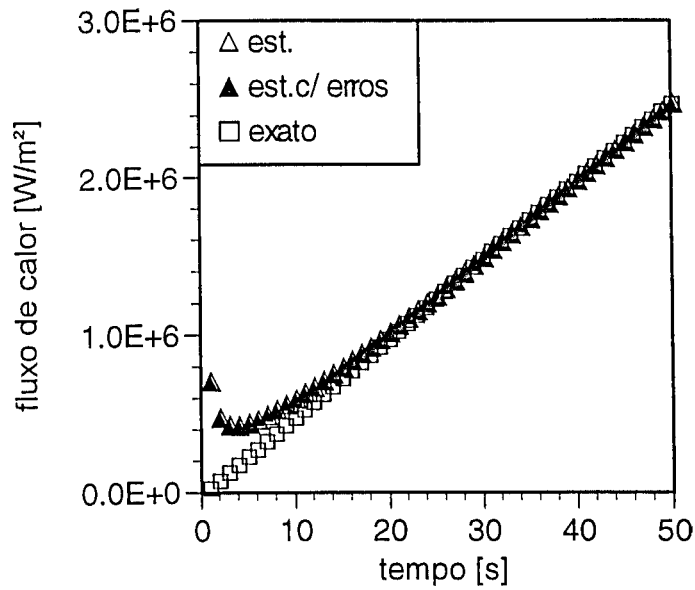


Figura 3.6- Evolução de fluxo de calor: método de Stolz, usando $Y_1(t)$.

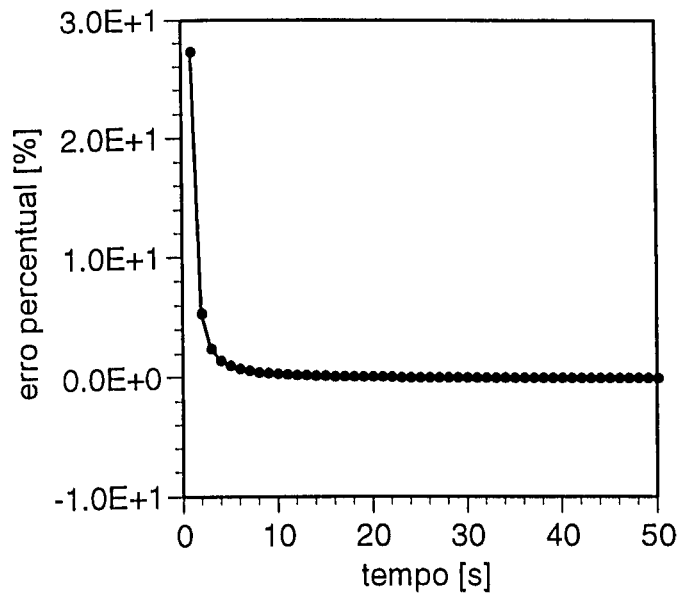


Figura 3.7- Erros percentuais entre fluxo de calor exato e estimado: método de Stolz, usando $Y_1(t)$.

Uma vez estimado o fluxo de calor, pode-se obter a evolução de temperatura superficial em $x=0$ através da solução direta dada pela Equação (3.6). A Figura (3.8) apresenta esses resultados.

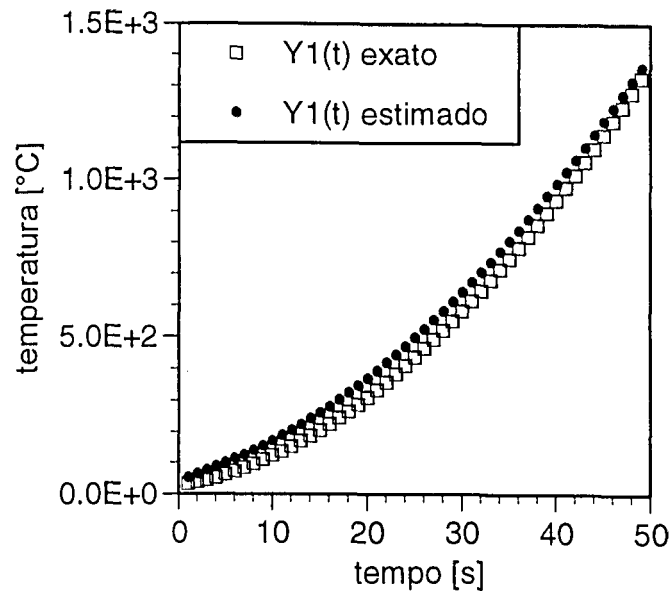


Figura 3.8- Evolução de temperatura: método de Stolz, usando $Y_1(t)$.

Analogamente à evolução do fluxo de calor estimado, os erros percentuais entre a temperatura exata e a temperatura estimada (Figura (3.9)) tendem a diminuir ao longo do tempo. Entretanto, a mudança tem um comportamento mais suave.

Foram realizadas também estimativas de fluxo de calor usando-se temperaturas experimentais em $x = L$. Entretanto, nesse caso não houve qualquer sucesso para intervalos de tempo de medição iguais a 1 s. Na tentativa do uso de intervalos maiores ($\Delta t = 5$ s) obteve-se valores estimados do fluxo de calor bastante instáveis, como pode ser visto na Figura (3.10).

Analisando-se os resultados obtidos pela utilização do método de Stolz, pode-se considerar que este método não é um processo eficiente de estimação do fluxo de calor superficial. Para $x = 0$, apesar de um erro percentual menor a partir do instante $t = 5$ s, observa-se nesse caso, que a temperatura simulada $Y_1(t)$ se encontra na própria superfície de estimação (na prática, o acesso a sensores nessa região é difícil), o que acarreta um nível de informação

muito elevado do ponto de vista de fluxo de calor. Nesse sentido, quando estimou-se o fluxo de calor a partir dos dados experimentais em $x = L$, o método se mostrou ineficiente. A maior justificativa desse fato se deve à grande influência dos coeficientes de sensibilidade, que nesse caso possuem valores muito baixos.

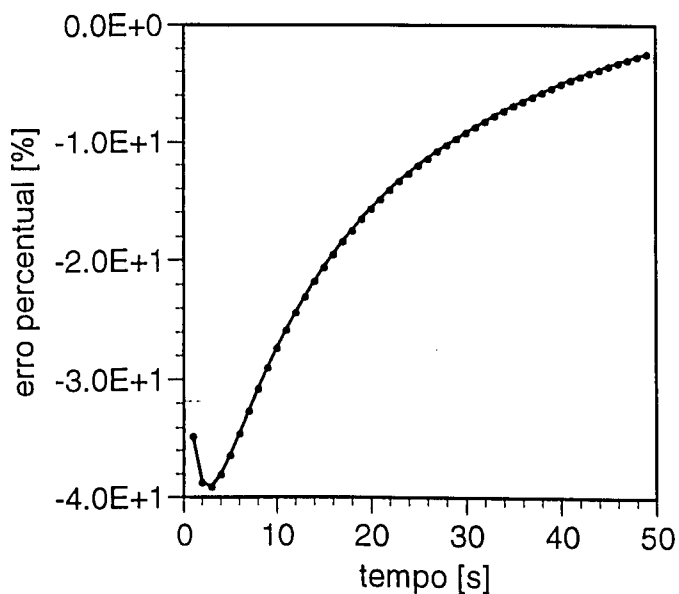


Figura 3.9- Erros percentuais entre temperatura exata e estimada: método de Stolz, usando $Y_1(t)$.

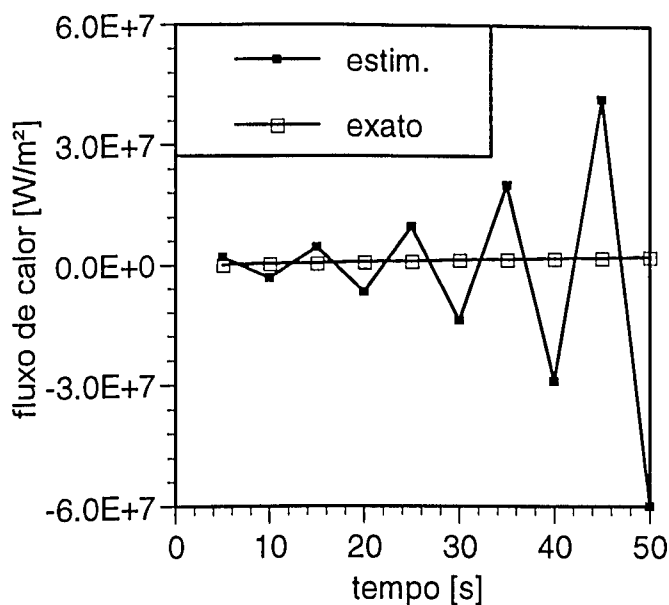


Figura 3.10- Evolução de fluxo de calor: método de Stolz, usando $Y_2(t)$.

3.4.2- Método de função especificada seqüencial

No uso do método de função especificada seqüencial (Equações (3.49) e (3.52)) onde se considera que o fluxo de calor é constante para r tempos futuros, pode se também, utilizar simultaneamente informações de vários sensores de temperatura. Assim, inicialmente aplica-se o método para a evolução de temperatura experimental em $x = L$, $Y_2(t)$ e $r = 2$ tempos futuros. Apresenta-se os resultados dessa estimação na Figura (3.11).

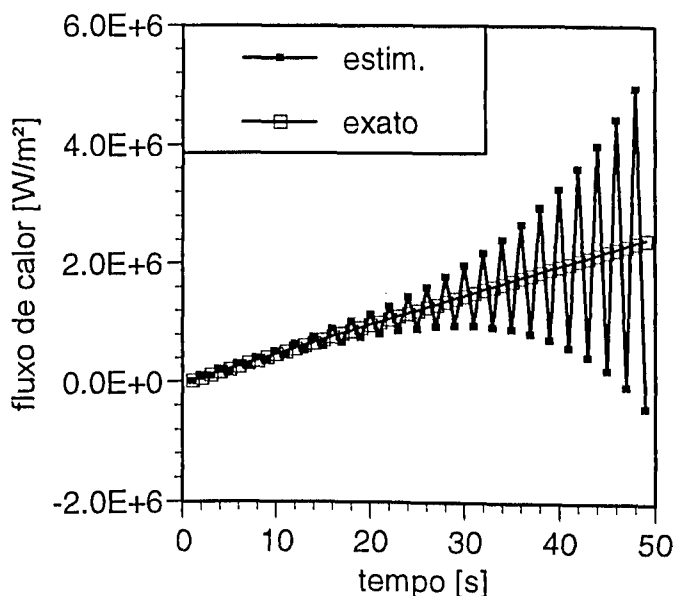


Figura 3.11- Evolução de fluxo de calor: método de função especificada seqüencial, usando $Y_2(t)$ e $r = 2$.

Neste caso, verifica-se que fazendo-se $r = 2$ tempos futuros não se obtém resultados estáveis. Entretanto, comparando-se aos resultados estimados pelo método de Stolz em $x = L$ (Figura (3.11)), observa-se uma expressiva aproximação à evolução de fluxo de calor exata. Assim, visando-se a obtenção de resultados mais satisfatórios, aplica-se novamente a Equação (3.48) porém com $r = 3$ tempos futuros (ver Figura (3.12)).

Observa-se nesse caso, o êxito na estimação do fluxo de calor. Pode-se notar, ainda, que

os erros percentuais entre o fluxo de calor estimado e o fluxo de calor exato apresentam um valor máximo de 30% no instante $t = 1$ s, sendo que a partir do instante $t = 4$ s esse erro aproxima-se de um valor nulo. A evolução dos erros percentuais é melhor apresentada na Figura (3.13).

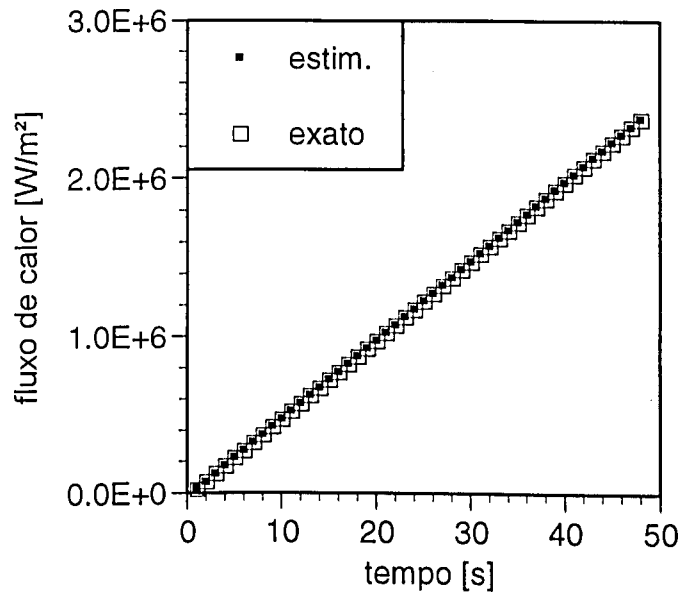


Figura 3.12- Evolução de fluxo de calor: método de função especificada sequencial, usando $Y_2(t)$ e $r = 3$.

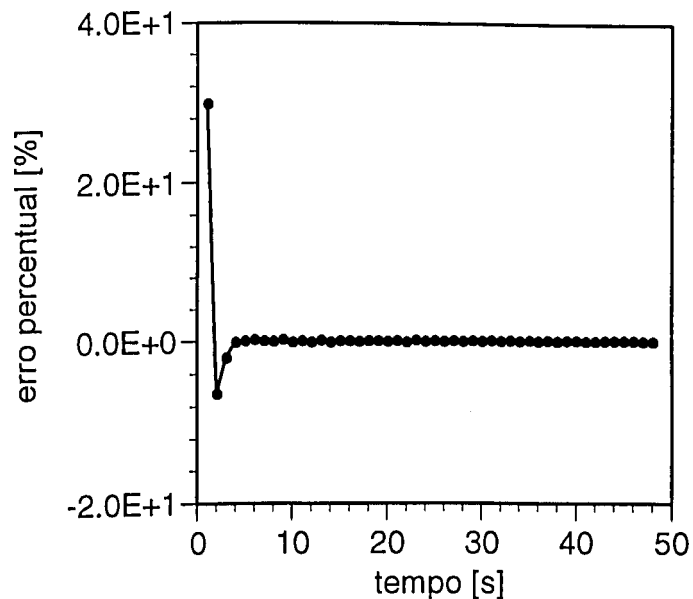


Figura 3.13- Erros percentuais entre o fluxo de calor exato e estimado: método de função especificada, usando $Y_2(t)$ e $r = 3$.

Uma vez estimado o fluxo de calor (Figura (3.12)), pode-se obter a evolução de temperatura superficial em $x=0$ aplicando-se a solução direta dada pela Equação (3.58). A Figura (3.14) apresenta esses resultados

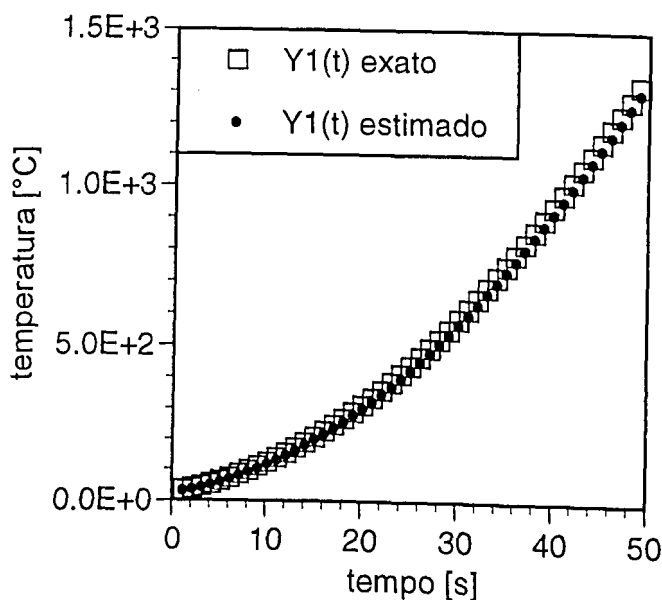


Figura 3.14- Evolução de temperatura: método de função especificada seqüencial, usando $Y_2(t)$ e $r = 3$.

Nesse caso, observa-se que o erro percentual máximo entre a temperatura exata e a temperatura estimada foi aproximadamente 9,4% no instante $t = 3$ s. Verifica-se ainda, que a partir deste instante os valores de erros percentuais apresentam uma evolução descendente. Esse fato é melhor apresentado na Figura (3.15).

Como visto anteriormente, a estimação do fluxo de calor aplicando-se o método de função especificada seqüencial permite que se use simultaneamente várias evoluções de temperatura experimentais, ou seja, pode-se usar sensores de temperatura em diferentes

localizações. As Figura (3.16) e (3.17) apresentam resultados de estimação usando as temperaturas $Y_1(t)$ e $Y_2(t)$, porém considerando $r = 1$ tempo futuro.

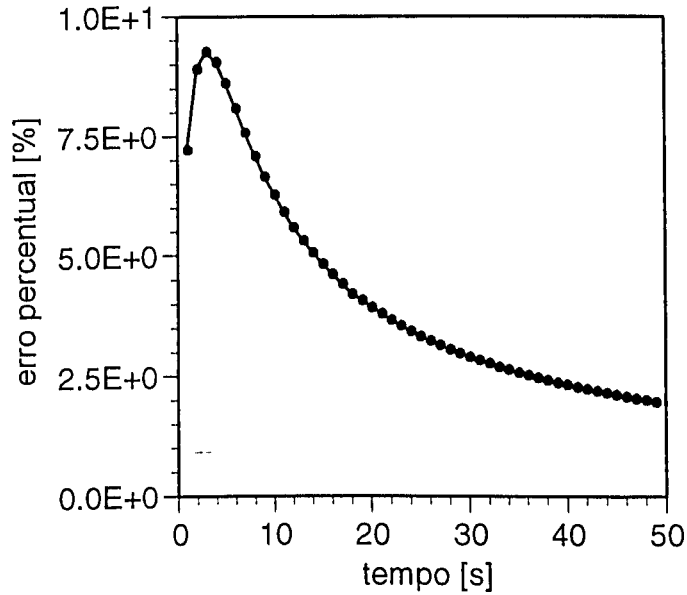


Figura 3.15- Erros percentuais entre temperatura exata e estimada: método de função especificada, $Y_2(t)$ e $r = 3$.

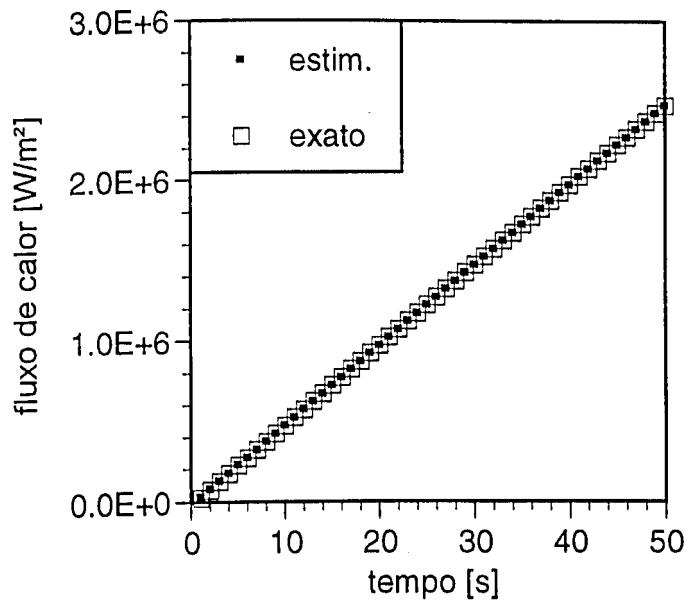


Figura 3.16- Evolução de fluxo de calor: método de função especificada seqüencial, usando $Y_1(t)$, $Y_2(t)$ e $r = 1$.

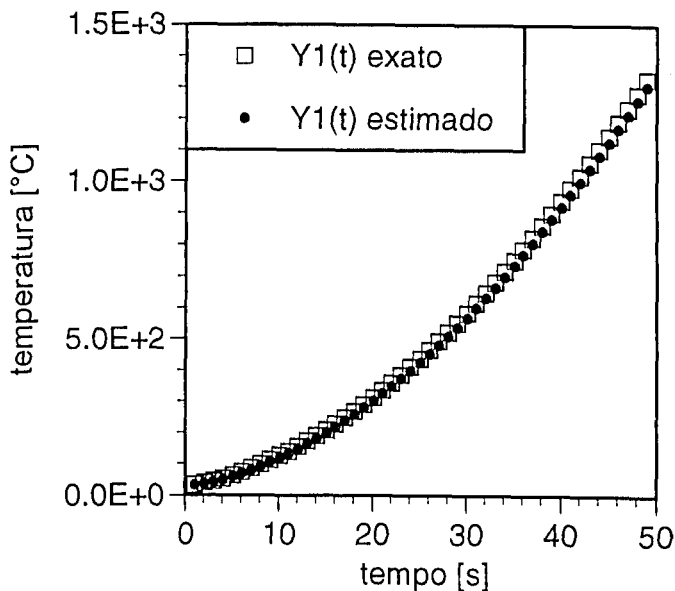


Figura 3.17- Evolução de temperatura: método de função especificada sequencial usando $Y_1(t)$, $Y_2(t)$ e $r = 1$.

Observa-se assim que o uso de mais de um sensor de temperatura tem como efeito uma maior estabilidade no processo de estimação, uma vez que nenhum tempo futuro foi usado.

Pode-se concluir que a estimação do fluxo de calor na superfície de corte da ferramenta através de técnicas inversas apresenta resultados satisfatórios para uma análise unidimensional. Verificou-se que a técnica inversa de função especificada sequencial demonstra ser um poderoso método numérico, podendo-se calcular a distribuição de fluxo de calor superficial sem o conhecimento das condições de contorno. Entretanto, o processo de usinagem discutido na Seção (2.1) possui uma distribuição de fluxo de calor superficial mais complexa, tornando-se necessária uma análise mais detalhada e que caracterize de maneira mais real o presente problema térmico. Nesse sentido, apresenta-se no próximo capítulo o desenvolvimento de técnicas inversas aplicadas a uma análise bidimensional.

CAPÍTULO IV

APLICAÇÃO DO MÉTODO DE FUNÇÃO ESPECIFICADA SEQÜENCIAL EM PROBLEMAS INVERSOS: UMA ANÁLISE BIDIMENSIONAL

4.1- INTRODUÇÃO

Como visto no Capítulo III, a solução do problema térmico referente ao processo de usinagem descrito na Seção (2.1) pode ser obtida através de técnicas inversas. Numa primeira aproximação considerou-se que a ferramenta de corte possuía uma geometria retangular, onde aplicou-se um fluxo de calor superficial que variava linearmente com o tempo (Figura (3.4)). Obteve-se a evolução de fluxo de calor na superfície de corte da ferramenta utilizando-se técnicas inversas propostas por Beck et alii. (1985). Apesar dos resultados satisfatórios obtidos empregando-se essas técnicas, faz-se necessário um estudo mais complexo. Deste modo, aproxima-se o problema térmico em função de uma evolução de fluxo de calor linear com variação no tempo e na posição. Nesse sentido, aplica-se a técnica inversa proposta por Kurpisz e Nowak (1990) visando-se a estimação da evolução de fluxo de calor e conseqüentemente, a obtenção do campo térmico na superfície da ferramenta de corte ortogonal durante o processo de usinagem.

4.2- CONCEITOS E FUNDAMENTOS

Numa primeira aproximação, considerou-se que a geração de calor durante o processo de

usinagem descrito na Seção (2.1) apresentava-se como uma evolução temporal linear. Avaliou-se essa evolução de fluxo de calor apenas em relação a espessura da ferramenta, ou seja, na mesma direção de aplicação do fluxo, possibilitando-se assim uma análise unidimensional. Desse modo, no Capítulo III obteve-se a solução unidimensional do problema térmico empregando-se técnicas inversas. A partir da estimação do fluxo de calor superficial e conseqüentemente pelo estabelecimento das condições de contorno do problema, calculou-se a distribuição de temperatura na face da ferramenta de corte utilizando-se expressões analíticas. Obteve-se resultados satisfatórios empregando-se esta metodologia. Entretanto, salienta-se que as condições de contorno foram bastante simplificadas. Além disso, como visto na Seção (2.1), durante o processo de usinagem ocorre geração de calor ao longo de toda superfície de contato entre a ferramenta e peça e também entre a ferramenta e o cavaco. Nesse sentido, assume-se uma evolução linear com variação temporal e espacial para a geração de calor. Assim, pode-se avaliar a evolução de temperatura sobre toda a superfície de corte da ferramenta, obtendo-se então uma análise bidimensional para o problema térmico.

Analogamente ao caso unidimensional, pode-se obter a evolução de fluxo de calor superficial aplicando-se técnicas inversas. A técnica desenvolvida aqui é uma extensão do procedimento elaborado por Kurpisz e Nowak (1990), que por sua vez também se baseia no método de função especificada seqüencial originalmente proposto por Beck et alii. (1985).

Similarmente ao caso unidimensional, obtém-se o fluxo de calor superficial através do método de mínimos quadrados, isto é, faz-se a minimização de erros entre uma distribuição de temperatura experimental e uma distribuição de temperatura calculada discretizadas no tempo e no espaço. Nesse caso, a expressão de minimização, S , para o caso unidimensional (Equação (3.42)) transforma-se em

$$S = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^J (Y_{M+i-1,j} - T_{M+i-1,j})^2 \quad (4.1)$$

onde $i = 1, 2, \dots, r$ tempos futuros, $j = 1, 2, \dots, J$ sensores de temperatura, M é o instante de calculo, Y e T representam respectivamente a distribuição de temperatura experimental e temperatura calculada.

Analisando a Equação (4.1) verifica-se a necessidade de se obter uma expressão que calcule a temperatura num tempo discreto M e localização j em função da distribuição de fluxo de calor superficial. A temperatura-nesse caso pode ser expandida numa série de Taylor em função de um arbitrário mas conhecido fluxo de calor $q_{M,j}^*$, sendo dada por

$$T_{M,j} = T_{M,j}^* + \sum_{s=1}^J \frac{\partial T_{M,j}}{\partial q_{M,s}} \bigg|_{q_{M,s} = q_{M,s}^*} (q_{M,s} - q_{M,s}^*) \quad (4.2)$$

onde $T_{M,j}^*$ é uma temperatura arbitrária no instante t_M e localização r quando $q_{M,s} = q_{M,s}^*$ sobre o intervalo de tempo $t_{M-1} < t < t_M$. Os valores do fluxo de calor $q_{M,s}^*$ são arbitrários, mas podem ser escolhidos adotando-se os seguintes critérios

$$q_{M,s}^* = q_{M-1,s} \quad (4.3)$$

e para todas as localizações dos sensores de temperatura no primeiro instante de calculo, $M = 1$,

$$q_{1,s}^* = 0 \quad (4.4)$$

Obtém-se uma melhor compreensão física da Equação (4.2) analisando-se a Figura (4.1).

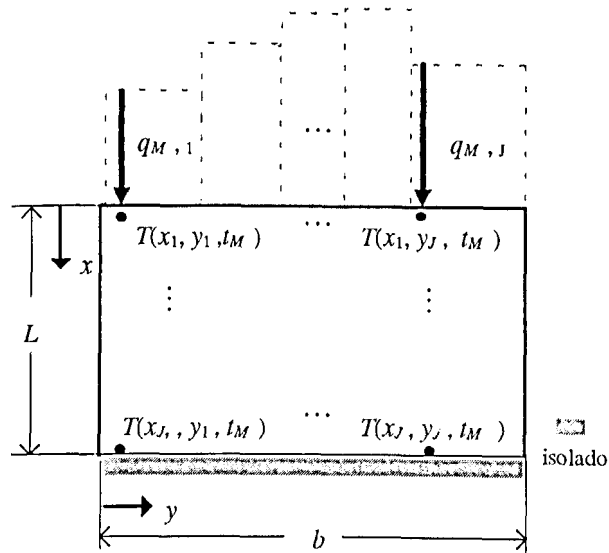


Figura 4.1- Corpo submetido a uma evolução de fluxo de calor superficial $q(t, y)$.

Observando-se a Figura (4.1), verifica-se que a temperatura calculada pela Equação (4.2) na posição $j=1$ e instante M , ou seja, $T_{M,1}$, é função de todas as componentes de calor discretizadas em relação a localização do sensor de temperatura e instante M . Deste modo, introduz-se o índice $s=1,2,\dots,J$ na Equação (4.2) visando-se uma diferenciação entre a localização da temperatura calculada j e a influência de todas componentes de fluxo de calor identificadas por s . Observa-se ainda, que as derivadas de ordem superior da temperatura em relação ao fluxo de calor na Equação (4.2), comuns neste tipo de aproximação, são nulas devido a linearidade do problema.

Conforme a Seção (3.2), define-se como coeficiente de sensibilidade, a primeira derivada da temperatura em função do fluxo de calor. Assim, reescrevendo a Equação (4.2) obtém-se

$$T_{M,j} = T_{M,j}^* + \sum_{s=1}^J \phi_{M,j}^{M,s} (q_{M,s} - q_{M,s}^*) \quad (4.5)$$

onde $\phi_{M,j}^{M,s}$ é a derivada da temperatura $T_{M,j}$ em relação a componente de fluxo de calor $q_{M,s}$.

Similarmente ao caso unidimensional, obtém-se os coeficientes de sensibilidade a partir da solução do problema térmico descrito na Figura (4.1). Nesse caso, pode-se descrever matematicamente o problema térmico por

$$\nabla^2 T(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(t, \mathbf{r})}{\partial t} \quad (4.6)$$

onde \mathbf{r} é vetor de variação espacial $\mathbf{r} = (x, y)$. Assume-se que as condições de contorno são dadas por

$$-k \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = q(t, \mathbf{r}) \quad (4.7.a)$$

$$-k \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (4.7.b)$$

$$-k \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = h(T - T_\infty) \quad (4.8.a)$$

$$-k \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=b} = h(T - T_\infty) \quad (4.8.b)$$

e a condição inicial

$$T(t, \mathbf{r}) = T_0(\mathbf{r}), \quad t = 0 \quad (4.9)$$

onde h é o coeficiente de transferência de calor por convecção, T_∞ é a temperatura do meio e $T_0(\mathbf{r})$ é a temperatura ambiente em qualquer localização espacial \mathbf{r} no instante $t = 0$.

Considera-se ainda, que as propriedades térmicas da ferramenta k e α são conhecidas e constantes.

Salienta-se que o objetivo da técnica inversa é a obtenção da evolução de fluxo de calor em componentes discretizadas nos tempos t_M e posições y_j na superfície em $x = 0$. Sendo assim, pode-se considerar que as componentes de fluxo de calor são descritas por uma função linear com variação temporal e espacial do tipo

$$q_{M,j} = q(t_M, y_j) \quad (4.10)$$

sendo $M = 1, 2, \dots, N$ número total de instantes de cálculo e $j = 1, 2, \dots, J$ sensores. Assim substituindo-se a Equação (4.10) na condição de contorno dada pela Equação (4.7.a) obtém-se

$$-k \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = \begin{cases} q_{M,j} = \text{const}, & t_{M-1} < t < t_M \\ q(t, y) = f(t, y), & t > t_M \end{cases} \quad (4.11)$$

onde $q_{M,j} = \text{const}$ porque as componentes de fluxo de calor já conhecidas até o instante M não

podem sofrer interferência das componentes nos instantes superior a M . Observa-se também que o vetor espacial \mathbf{r} é simplesmente representado por y , uma vez que o fluxo de calor é aplicado à superfície em $x = 0$.

Utilizando-se novamente a definição de coeficiente de sensibilidade, ou seja,

$$\Phi_{M,j}^{M,s} = \frac{\partial T_{M,j}}{\partial q_{M,s}}, \quad j, s = 1, 2, \dots, J \quad (4.12)$$

verifica-se que os valores de Φ podem ser obtidos derivando-se as Equações (4.6-4.9) com relação a componente de fluxo de calor $q_{M,s}$. Assim a solução do problema térmico para a obtenção dos coeficientes de sensibilidade pode ser dado por

$$\nabla^2 \phi^{M,s}(t, y) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \phi^{M,s}(t, y)}{\partial t} \quad (4.13)$$

$$-k \left. \frac{\partial \phi^{M,s}}{\partial x} \right|_{x=0} = \begin{cases} 1, & t_{M-1} < t \leq t_M \\ \gamma & t > t_M \end{cases} \quad (4.14.a)$$

$$-k \left. \frac{\partial \phi^{M,s}}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (4.14.b)$$

$$-k \left. \frac{\partial \phi^{M,s}}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (4.15.a)$$

$$-k \left. \frac{\partial \phi^{M,s}}{\partial y} \right|_{y=b} = 0 \quad (4.15.b)$$

$$\phi^{M,s}(t_{M-1}, y) = 0, \quad (4.16)$$

onde γ é uma variável que depende da forma da função $f(t, y)$ na Equação (4.11).

Nota-se que as Equações (4.13-4.16) são escritas usando-se $\phi^{M,s}$, isso significa que para cada componente de fluxo de calor $q_{M,s}$ deve-se determinar os coeficientes de sensibilidade. Observa-se ainda, que a Equação (4.16) é igual a zero, pois nesse caso a ferramenta de corte ainda não foi exposta ao fluxo de calor $q(t, y)$.

No método de função especificada sequencial apresentado na Seção (3.3) considera-se ainda, que as componentes de fluxo de calor são temporariamente constantes no intervalo de tempo $t_M < t < t_{M+r-1}$, resultando

$$q_{M,j} = q_{M+1,j} = \dots = q_{M+r-1,j} \quad (4.17)$$

que equivale a considerar $\gamma = 1$ na Equação (4.14a). Analogamente à análise unidimensional, calcula-se os coeficientes de sensibilidade em função de um fluxo de calor unitário constante aplicado sobre a superfície em $x = 0$.

Comparando-se as Equações (4.6-4.9) com as Equações (4.13-4.16) verifica-se que a

evolução de temperatura na ferramenta de corte e os coeficientes de sensibilidade são obtidos por equações similares. Assim, pode-se empregar o mesmo procedimento de solução para ambos os casos. Neste trabalho empregou-se o método de solução de equações diferenciais por diferenças finitas, proposto por Patankar (1980).

Uma vez que o problema é linear, utilizou-se o princípio de superposição para a obtenção de cada componente $\Phi^{M,s}$. Empregou-se então, um procedimento de solução por blocos, Figura (4.2).

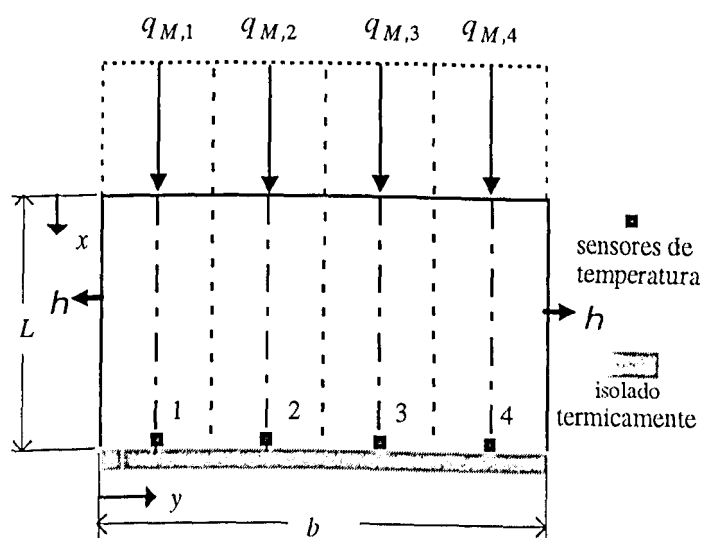


Figura 4.2- Evolução de fluxo de calor no eixo de simetria (localizações discretas dos sensores $j = 1,2,3,4$).

O procedimento consiste na discretização da distribuição de fluxo de calor em segmentos constantes no espaço. Assim, aplica-se separadamente cada segmento de fluxo de calor unitário na localização discreta da superfície da ferramenta (Figura (4.3)). Desse modo, aplica-se por exemplo o fluxo de calor $q_{M,1} = 1$ na posição $j = 1$ e assume-se $q_{M,2} = q_{M,3} = q_{M,4} = 0$. Nesse sentido, faz-se a avaliação da influência desta componente de fluxo de calor sobre o campo de

temperatura da ferramenta de corte ao longo do tempo para $M = 1, 2, \dots, N$ instantes de cálculo. Ou seja, obtém-se a solução para as Equações (4.13-4.16) considerando-se apenas a componente de fluxo de calor $q_{M,1} = 1$. Repete-se este procedimento alternando-se o ponto de aplicação da componente de fluxo de calor unitário até que se analise toda superfície de corte da ferramenta. Portanto, para a posição $j = 2$, assume-se que as componentes de fluxo de calor são $q_{M,2} = 1$ e $q_{M,1} = q_{M,3} = q_{M,4} = 0$, e assim sucessivamente até a posição $j = 4$. Deve-se lembrar ainda, que no problema estudado optou-se pela utilização de apenas quatro sensores de temperatura, localizados na superfície oposta e dispostos em posições equidistantes. Em virtude disso, discretizou-se o problema em apenas quatro regiões espaciais. Para outras condições de contorno, pode-se variar o número de sensores, e caso se utilize uma solução por blocos, deve-se vincular o número de regiões espaciais ao número de sensores de temperatura. Uma vez que o fluxo de calor é unitário em cada localização j , a solução das Equações (4.13-4.16) fornece a componente $\Phi^{M,s}$ do coeficiente de sensibilidade desejado.

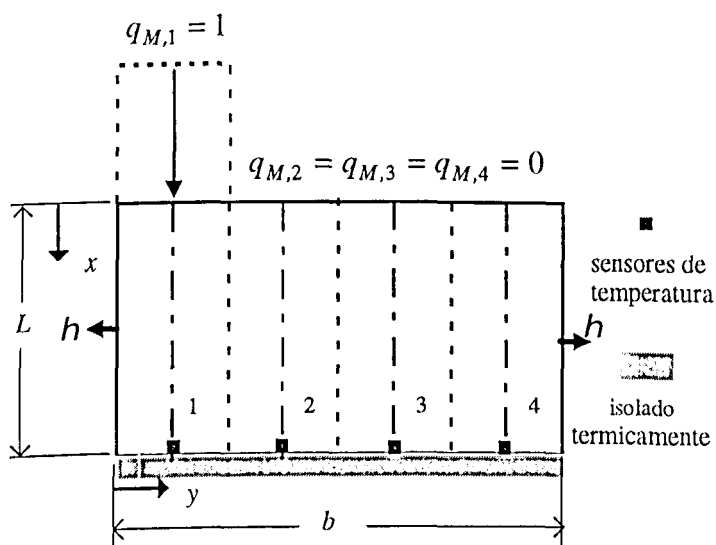


Figura 4.3- Evolução de fluxo de calor em regiões definidas por blocos.

Faz-se necessário também, que se obtenha uma expressão para calcular a temperatura arbitrária, $T_{M,j}^*$. Seguindo o mesmo raciocínio usado na obtenção dos coeficientes de sensibilidade, considera-se que a temperatura numa localização discreta j é função de todas componentes de fluxo de calor, isto é, $T_{M,1}^*$ é função de $q_{M,1}^*, q_{M,2}^*, q_{M,3}^*$ e $q_{M,4}^*$. Como visto anteriormente, obtém-se as componentes de fluxo de calor arbitrário através das Equações (4.3) e (4.4). Pode se obter a expressão que permite calcular a distribuição de temperatura em função do fluxo de calor utilizando-se técnicas analíticas ou numéricas, nesse trabalho optou-se por uma aproximação numérica. Para isso obtém-se uma conveniente expressão aplicando-se a aproximação numérica do teorema de Duhamel proposta por Beck et alii. (1985). Observa-se que essa expressão se aplica a problema lineares e fornece a temperatura em função das componentes de fluxo de calor. A aproximação numérica do teorema de Duhamel para a análise unidimensional pode ser reescrita para a obtenção da temperatura arbitrária

$$T_M^* = T_0 + \sum_{n=1}^M q_n \Delta\phi_{M-n} \quad (4.18)$$

sendo

$$\Delta\phi_i = \phi_{i+1} - \phi_i \quad (4.19)$$

Generalizando a Equação (4.18) para uma análise bidimensional pode-se, obter uma expressão para a temperatura arbitrária, $T_{M,j}^*$, dada por

$$T_{M,j}^* = T_0 + \sum_{n=1}^M \sum_{s=1}^J q_{n,s}^* \Delta\phi_{M-n,j}^{M-n,s} \quad (4.20)$$

onde $n = 1, 2, \dots, M$, significando assim que a temperatura arbitrária calculada no instante $M = N$ é uma função de todas as componentes de fluxo de calor desde o instante inicial $M = 1$ até o tempo final de calculo N , verificando-se então a aplicação direta do princípio de superposição. Deve-se observar ainda, que a introdução do somatório com $s = 1, 2, \dots, J$, permite que se calcule a temperatura arbitrária, $T_{M,j}^*$, em função da variação espacial da evolução de fluxo de calor arbitrária.

Ainda, nesse caso, a Equação (4.19) transforma-se em

$$\Delta \phi_{i,j}^{i,s} = \phi_{i+1,j}^{i+1,s} - \phi_{i,j}^{i,s} \quad (4.21)$$

Desenvolveu-se as Equações (4.2-4.20) visando o fornecimento de todos os subsídios necessários para a aplicação do método de mínimos quadrados, dado pela Equação (4.1). Assim, pode-se estimar o fluxo de calor na superfície de corte da ferramenta minimizando-se a função soma quadrática, S . Desse modo, fazendo-se sua primeira derivada em relação as componentes de fluxo de calor igual a zero, obtém-se

$$0 = -2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^J (Y_{M+i-1,j} - T_{M+i-1,j}) \times \frac{\partial T_{M+i-1,j}}{\partial q_{M+i-1,s}} \quad s = 1, 2, \dots, J \quad (4.21)$$

onde o índice s indica as componentes de fluxo calor discretizadas espacialmente. O índice temporal $M + i - 1$ refere-se ao uso de componentes futuras, conforme a definição do método de função de especificada sequencial (Seção (3.2)). Definindo-se o índice

$$k = M + i - 1 \quad (4.22)$$

onde $i = 1, 2, \dots, r$ tempos futuros e aplicando-o na Equação (4.21) obtém-se

$$0 = -2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^J (Y_{k,j} - T_{k,j}) \times \frac{\partial T_{k,j}}{\partial q_{k,s}} \quad (4.23)$$

Introduzindo-se então, o conceito de coeficiente de sensibilidade (Equação (4.12)) na Equação (4.23) e dividindo-se por -2, obtém-se

$$0 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^J (Y_{k,j} - T_{k,j}) \times \Phi_{k,j}^{k,s} \quad (4.24)$$

A temperatura calculada, $T_{k,j}$, pode ser obtida usando-se a Equação (4.5) para o instante t_k , ou seja,

$$T_{k,j} = T_{k,j}^* + \sum_{s=1}^J \Phi_{k,j}^{k,s} (q_{k,s} - q_{k,s}^*) \quad (4.25)$$

Como visto anteriormente, no método de função especificada seqüencial assume-se que as componentes de fluxo de calor são consideradas temporariamente constante no intervalo de tempo $t_M \leq t \leq t_{M+i-1}$, lembrando-se novamente que $i = 1, 2, \dots, r$. Nesse sentido, substituiu-se a Equação (4.22) na Equação (4.17) obtém-se

$$q_{M,j} = q_{M+1,j} = \dots = q_{M+i-1,j} = q_{k,j} \quad (4.26)$$

Logo, substituindo-se a Equação (4.26) na Equação (4.25) obtém-se

$$T_{k,j} = T_{k,j}^* + \sum_{s=1}^J \Phi_{k,j}^{k,s} (q_{M,s} - q_{M,s}^*) \quad (4.27)$$

Esta expressão permite que se calcule a temperatura em função das componentes de fluxo de calor no instante k . Assim, substituindo-se a Equação (4.27) na Equação (4.24) obtém-se

$$0 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^J \left(Y_{k,j} - \left(T_{k,j}^* + \sum_{s=1}^J \Phi_{k,j}^{k,s} (q_{M,s} - q_{M,s}^*) \right) \right) \times \Phi_{k,j}^{k,l} \quad (4.28)$$

que pode ser reescrita como

$$0 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^J (Y_{k,j} - T_{k,j}^*) \times \Phi_{k,j}^{k,l} - \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^J \sum_{s=1}^J \Phi_{k,j}^{k,s} \Phi_{k,j}^{k,l} q_{M,s} + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^J \sum_{s=1}^J \Phi_{k,j}^{k,s} \Phi_{k,j}^{k,l} q_{M,s}^* \quad (4.29)$$

passando-se o termo referente a $q_{M,s}$ para o primeiro membro, a Equação (4.29) transforma-se em

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^J \sum_{s=1}^J \Phi_{k,j}^{k,s} \Phi_{k,j}^{k,l} q_{M,s} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^J (Y_{k,j} - T_{k,j}^*) \times \Phi_{k,j}^{k,l} + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^J \sum_{s=1}^J \Phi_{k,j}^{k,s} \Phi_{k,j}^{k,l} q_{M,s}^* \quad (4.30)$$

Pode-se rescrever a Equação (4.30) sob uma forma matricial, obtendo-se

$$A_M \times Q_M = B_M \quad (4.31)$$

onde M é o instante de cálculo. Determina-se as componentes da Equação (4.31) por

$$[A_M]_{s,l} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^J \Phi_{k,j}^{k,s} \Phi_{k,j}^{k,l} \quad s, l = 1, 2, \dots, J \quad (4.32)$$

$$[Q_M]_s = q_{M,s} \quad s = 1, 2, \dots, J \quad (4.33)$$

$$[B_M]_l = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^J (Y_{k,j} - T_{k,j}^*) \times \phi_{k,j}^{k,l} + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^J \sum_{s=1}^J \phi_{k,j}^{k,s} \phi_{k,j}^{k,l} q_{M,s}^* \quad l = 1, 2, \dots, J \quad (4.34)$$

Verifica-se ainda, que a Equação (4.31) representa um sistema de equações lineares homogêneo, pois o número de equações iguala-se ao número de incógnitas. Define-se o número de componentes de fluxo de calor em função da quantidade de sensores de temperatura, assim para $J = 2$ sensores, $r = 2$ tempos futuros e instante de cálculo $M = 1$ as Equações (4.32-4.34) são dadas por

$$[A_M]_{s,l} = [a_{s,l}]_{M=1} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{bmatrix}_{M=1} \quad s, l = 1, 2 \quad (4.35)$$

onde

$$a_{1,1} = \sum_{i=1}^{r=2} \sum_{j=1}^{J=2} \phi_{k,j}^{k,s} \phi_{k,j}^{k,l} \quad s, l = 1, 2 \quad (4.36)$$

fazendo-se $k = M + i - 1$, pode-se escrever a Equação (4.36) como

$$a_{1,1} = \phi_{1,1}^{1,1} \phi_{1,1}^{1,1} + \phi_{1,2}^{1,1} \phi_{1,2}^{1,1} + \phi_{2,1}^{2,1} \phi_{2,1}^{2,1} + \phi_{2,2}^{2,1} \phi_{2,2}^{2,1} \quad (4.37)$$

e similarmente obtém-se as componentes $a_{1,2}$, $a_{2,1}$ e $a_{2,2}$ por

$$a_{1,2} = \phi_{1,1}^{1,1} \phi_{1,1}^{1,2} + \phi_{1,2}^{1,1} \phi_{1,2}^{1,2} + \phi_{2,1}^{2,1} \phi_{2,1}^{2,2} + \phi_{2,2}^{2,1} \phi_{2,2}^{2,2} \quad (4.38)$$

$$a_{2,1} = \phi_{1,1}^{1,2} \phi_{1,1}^{1,1} + \phi_{1,2}^{1,2} \phi_{1,2}^{1,1} + \phi_{2,1}^{2,2} \phi_{2,1}^{2,1} + \phi_{2,2}^{2,2} \phi_{2,2}^{2,1} \quad (4.39)$$

$$a_{2,2} = \phi_{1,1}^{1,2} \phi_{1,1}^{1,2} + \phi_{1,2}^{1,2} \phi_{1,2}^{1,2} + \phi_{2,1}^{2,2} \phi_{2,1}^{2,2} + \phi_{2,2}^{2,2} \phi_{2,2}^{2,2} \quad (4.40)$$

Como discutido anteriormente, obtém-se os valores dos coeficientes de sensibilidade previamente em função de um fluxo de calor superficial unitário. Desse modo, calcula-se a matriz A cada instante M .

Escrevendo-se as componentes da Equação (4.33) obtém-se

$$[Q_M]_s = \begin{bmatrix} q_{1,1} \\ q_{1,2} \end{bmatrix}_{M=1} \quad s = 1,2 \quad (4.41)$$

onde $q_{1,1}$ e $q_{1,2}$ são as componentes de fluxo de calor discretizadas, que deseja-se estimar no instante de cálculo $M = 1$ e localizações $j = 1$ e $j = 2$.

E por último, expressa-se a Equação (4.34) como

$$[B_M]_l = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}_{M=1} \quad l = 1,2 \quad (4.42)$$

onde

$$b_l = \sum_{i=1}^{r=2} \sum_{j=1}^{J=2} (Y_{k,j} - T_{k,j}^*) \times \Phi_{k,j}^{k,l} - \sum_{i=1}^{r=2} \sum_{j=1}^{J=2} \sum_{s=1}^{J=2} \Phi_{k,j}^{k,s} \Phi_{k,j}^{k,l} q_{M,s}^* \quad l = 1, 2 \quad (4.43)$$

como $k = M + i - 1$ obtém-se

$$\begin{aligned} b_1 = & (Y_{1,1} - T_{1,1}^*) \times \Phi_{1,1}^{1,1} + (Y_{1,2} - T_{1,2}^*) \times \Phi_{1,2}^{1,1} + (Y_{2,1} - T_{2,1}^*) \times \Phi_{2,1}^{2,1} + (Y_{2,2} - T_{2,2}^*) \times \Phi_{2,2}^{2,1} + \\ & + \Phi_{1,1}^{1,1} \Phi_{1,1}^{1,1} q_{1,1}^* + \Phi_{1,1}^{1,2} \Phi_{1,1}^{1,1} q_{1,2}^* + \Phi_{1,2}^{1,1} \Phi_{1,2}^{1,1} q_{1,1}^* + \Phi_{1,2}^{1,2} \Phi_{1,2}^{1,1} q_{1,2}^* + \\ & + \Phi_{2,1}^{2,1} \Phi_{2,1}^{2,1} q_{1,1}^* + \Phi_{2,1}^{2,2} \Phi_{2,1}^{2,1} q_{1,2}^* + \Phi_{2,2}^{2,1} \Phi_{2,2}^{2,1} q_{1,1}^* + \Phi_{2,2}^{2,2} \Phi_{2,2}^{2,1} q_{1,2}^* \end{aligned} \quad (4.44)$$

e analogamente, expressa-se b_2 por

$$\begin{aligned} b_2 = & (Y_{1,1} - T_{1,1}^*) \times \Phi_{1,1}^{1,2} + (Y_{1,2} - T_{1,2}^*) \times \Phi_{1,2}^{1,2} + (Y_{2,1} - T_{2,1}^*) \times \Phi_{2,1}^{2,2} + (Y_{2,2} - T_{2,2}^*) \times \Phi_{2,2}^{2,2} + \\ & + \Phi_{1,1}^{1,1} \Phi_{1,1}^{1,2} q_{1,1}^* + \Phi_{1,1}^{1,2} \Phi_{1,1}^{1,2} q_{1,2}^* + \Phi_{1,2}^{1,1} \Phi_{1,2}^{1,2} q_{1,1}^* + \Phi_{1,2}^{1,2} \Phi_{1,2}^{1,2} q_{1,2}^* + \\ & + \Phi_{2,1}^{2,1} \Phi_{2,1}^{2,2} q_{1,1}^* + \Phi_{2,1}^{2,2} \Phi_{2,1}^{2,2} q_{1,2}^* + \Phi_{2,2}^{2,1} \Phi_{2,2}^{2,2} q_{1,1}^* + \Phi_{2,2}^{2,2} \Phi_{2,2}^{2,2} q_{1,2}^* \end{aligned} \quad (4.45)$$

Nesse caso, verifica-se que os valores b_1 e b_2 calculados pelas Equações (4.44-4.45) no instante M dependem das componentes de fluxo de calor no intervalo de tempo $t_M < t < t_{M+r-1}$. Esta dependência origina-se no emprego das Equações (4.3-4.4) para obtenção das componentes de fluxo de calor arbitrário e das Equações (4.19-4.20) para a obtenção das componentes de temperatura arbitrária.

Utilizando-se a Equação (4.19) faz-se necessário a transformação do índice M para $k = M + i - 1$, obtendo-se

$$T_{k,j}^* = T_0 + \sum_{n=1}^k \sum_{s=1}^J q_{n,s}^* \Delta \Phi_{k-n,j}^{k-n,s} \quad (4.46)$$

Desenvolveu-se as Equações (4.35-4.45) objetivando-se exemplificar o uso da Equação (4.31) para $J = 2$ sensores, $r = 2$ tempos futuros e instante de cálculo $M = 1$. Assim para cada instante de cálculo subsequente, $M + 1$, gera-se um novo sistema de equações lineares. Neste trabalho, utiliza-se quatro sensores de temperatura, $J = 4$, e quatro intervalos de tempos futuros, $r = 4$, desse modo a Equação (4.35), Equação (4.41) e Equação (4.42) para $M = 1$ são respectivamente dadas por

$$[A_M]_{s,l} = [a_{s,l}]_{M=1} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & a_{1,4} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,4} & a_{2,4} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} & a_{3,4} \\ a_{4,1} & a_{4,2} & a_{4,3} & a_{4,4} \end{bmatrix}_{M=1} \quad s, l = 1, 2, 3, 4 \quad (4.47)$$

$$[Q_M]_s = \begin{bmatrix} q_{1,1} \\ q_{1,2} \\ q_{1,3} \\ q_{1,4} \end{bmatrix}_{M=1} \quad s = 1, 2, 3, 4 \quad (4.48)$$

$$[B_M]_l = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix}_{M=1} \quad l = 1, 2, 3, 4 \quad (4.49)$$

Pode-se obter a solução do sistema de equações lineares, Equação (4.31), através da aplicação de métodos iterativos, método de inversão de matrizes, método de eliminação de Gauss, dentre outros. Nesse trabalho, optou-se pela utilização do método de eliminação de Gauss (Rajaraman, 1983) para a obtenção das componentes de fluxo de calor.

Nessa análise bidimensional, pode-se resumir o método de função especificada sequencial nos seguintes passos:

- i) Calcula-se os coeficientes de sensibilidade (Equações (4.13-4.16)) aplicando-se o método de diferenças finitas (Patankar, 1980);
- ii) Atribui-se a forma funcional para $q(t, y)$ (Equação (4.17));
- iii) Minimiza-se a função S (Equação (4.2));
- iv) Estima-se as componentes de fluxo de calor (Equação (4.31));
- v) Retém-se as componentes de fluxo de calor $q_{M,j}$;
- vi) Adiciona-se uma unidade ao índice M e repete-se os passos ii a vi até que se obtenha a evolução de fluxo de calor superficial no instante N . Vale ressaltar, que calcula-se os coeficientes de sensibilidade sem a interferência das componentes de fluxo de calor estimadas.

A partir da estimação do fluxo de calor superficial pode-se obter a evolução de

00305/97

temperatura na superfície de corte. Nesse sentido, aplica-se o método de diferenças finitas (Patankar, 1980) para obter-se a solução do problema térmico dado pelas Equações (4.6-4.9).

Nessa análise bidimensional, faz-se também uma simplificação das condições de contorno do problema térmico estudado. Considera-se nesse sentido, que a ferramenta é representada por um corpo uniforme de geometria retangular, sob a qual se impõe uma evolução de fluxo de calor que varia ao longo de seu comprimento, conforme apresenta a Figura (4.4).

Analogamente ao caso unidimensional, simula-se que a ferramenta de corte é construída em aço e com propriedades térmicas definidas por $k = 40,0 \text{ W / m}^\circ\text{C}$ e $\alpha = 1,0 \times 10^{-5} \text{ m}^2 / \text{s}$. Expõe-se a face de corte, $x = 0$, ao fluxo de calor linear $q(y, t)$ e assume-se ainda que a faces laterais, $y = 0$ e $y = b$, são expostas a um meio convectivo h e que a face oposta, $x = L$, é isolada termicamente. Adotou-se que as dimensões da ferramenta são definidas por $L = 1,5 \times 10^{-2} \text{ m}$ e $b = 1,0 \times 10^{-2} \text{ m}$, onde L e b são respectivamente a espessura e o comprimento da ferramenta. Utiliza-se ainda, quatro sensores de temperatura dispostos de forma equidistante sobre a face oposta da ferramenta. As temperaturas e componentes de fluxo de calor relativas as posições de cada sensor serão referenciadas nas figuras através números 1 a 4, conforme mostrado na Figura (4.4).

Nesse caso, descreve-se o problema térmico pelas Equações (4.6-4.9), onde $q(t, y)$ é o fluxo de calor a ser estimado.

Deve-se observar ainda, que os dados experimentais nesse trabalho são na realidade simulações numéricas. Isto é, a partir de um fluxo de calor conhecido obtém-se a solução para o

campo de temperatura. Nesse sentido, impõe-se uma evolução linear de fluxo de calor sobre a superfície de corte (ver casos testes, Seção (4.3)) e obtém-se a solução direta das Equações (4.6-4.9) através do método de diferenças finitas (Patankar, 1980). As mesmas equações são usadas para o cálculo dos coeficientes de sensibilidade, lembrando-se, que nesse caso impõe-se um fluxo de calor unitário, conforme discutido anteriormente.

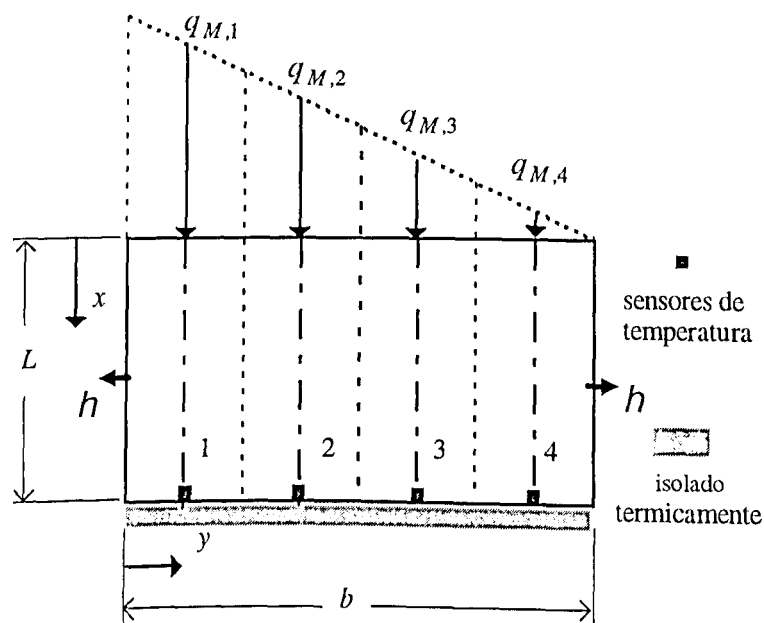


Figura 4.4- Representação esquemática de uma evolução de fluxo de calor linear aplicada sobre a superfície de corte da ferramenta.

Conhecendo-se a evolução de temperatura experimental e a evolução dos coeficientes de sensibilidade, pode-se então aplicar a Equação (4.31) para estimar o fluxo de calor superficial. Cumpre-se dizer, que se adotou um número de componentes de tempo futuros r igual a 4.

Implementou-se computacionalmente a Equação (4.31) através da linguagem de programação C++. Os resultados obtidos são mostrados a seguir para vários testes.

4.3- ANÁLISE DE RESULTADOS

Realizou-se quatro casos testes para a estimação da história de fluxo de calor na ferramenta. São eles:

$$a) q = 5 \times 10^5 \quad [W / m^2] \quad (4.50)$$

$$b) q = 5 \times 10^5 y \quad [W / m^2] \quad (4.51)$$

$$c) q = 5 \times 10^4 t \quad [W / m^2] \quad (4.52)$$

$$d) q = 5 \times 10^4 y \cdot t \quad [W / m^2] \quad (4.53)$$

Uma vez que as laterais da ferramenta perdem calor por convecção e a superfície oposta é isolada, o caso **a** na realidade representa um problema unidimensional. O problema, nesse caso, pode ser resolvido por ambas metodologias. Assim, uma vez estimado o fluxo de calor o procedimento bidimensional é validado.

4.3.1- Caso a: $q = cte.$

Observa-se nas Figuras (4.5) e (4.6) as temperaturas experimentais simuladas para as quatro localizações dos termopares e as componentes de fluxo de calor estimadas.

Verifica-se assim o comportamento unidimensional das temperaturas e o sucesso na estimação do fluxo de calor imposto constante.

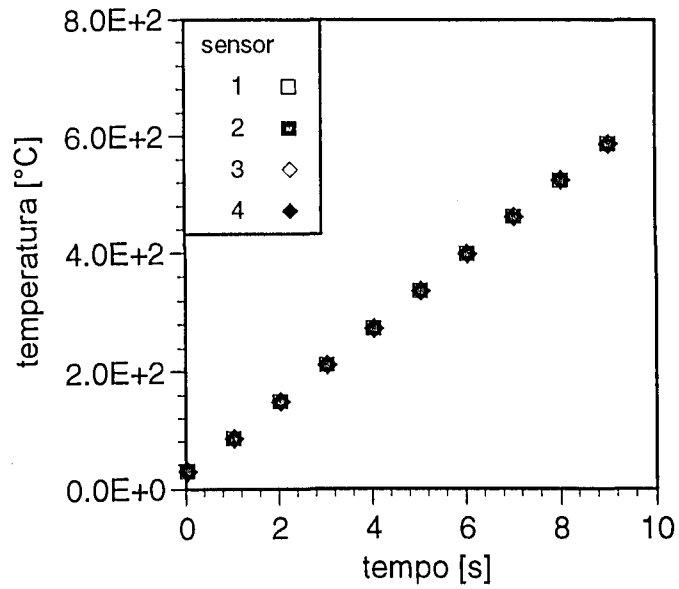


Figura 4.5- Evolução de temperatura experimental simulada, caso a.

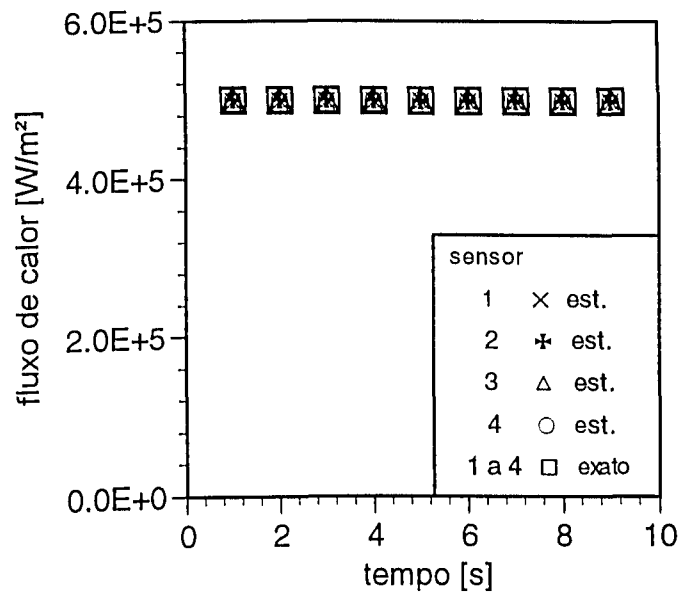


Figura 4.6- Evolução de fluxo de calor, caso a.

4.3.2- Caso b: $q = q(y)$

A imposição de um fluxo de calor que varia linearmente com a posição permite a

primeira avaliação do problema bidimensional.

Apresenta-se na Figura (4.7) as evoluções de temperatura experimentais simuladas em cada localização dos sensores $j = 1,2,3,4$ para um intervalo de tempo $\Delta t = 1$ s.

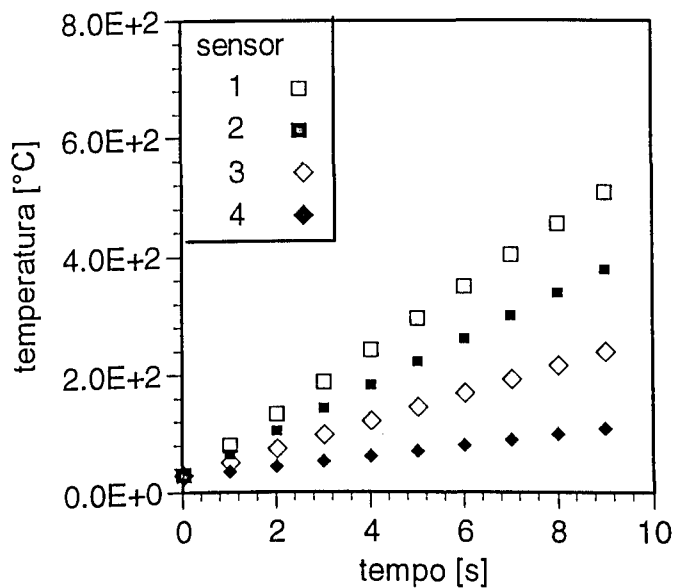


Figura 4.7- Evolução de temperatura experimental simulada, caso b, $\Delta t = 1$ s.

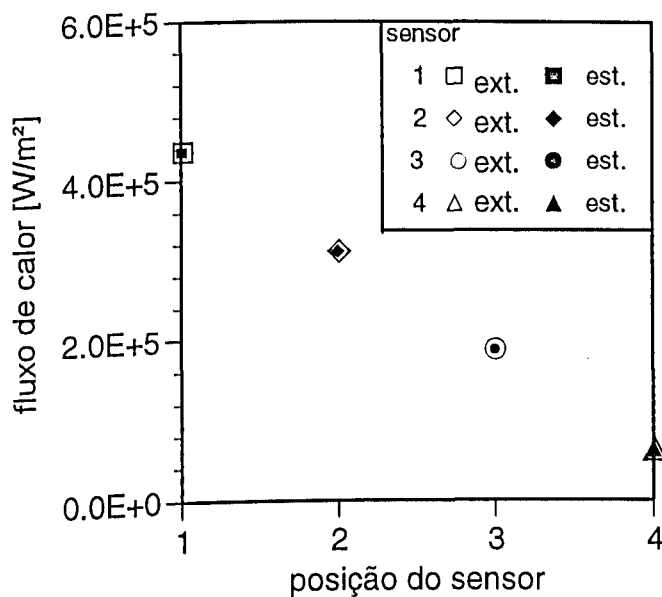


Figura 4.8- Evolução de fluxo de calor para qualquer instante, t , caso b.

Da mesma forma, utilizando-se a Equação (4.31) obtém-se a evolução de fluxo de calor estimado em componentes discretizadas no tempo e espaço. O resultado dessa estimação é mostrado na Figura (4.8).

Novamente, verifica-se o sucesso na estimação das componentes do fluxo de calor. Observa-se ainda que em ambos os casos **a** e **b** os erros percentuais entre os valores exatos e estimados foram inferiores a 0.25%.

3.4.3- Caso c: $q = q(t)$

As temperaturas experimentais simuladas para este caso bem como os fluxos de calor estimados são apresentados nas Figuras (4.9) e (4.10).

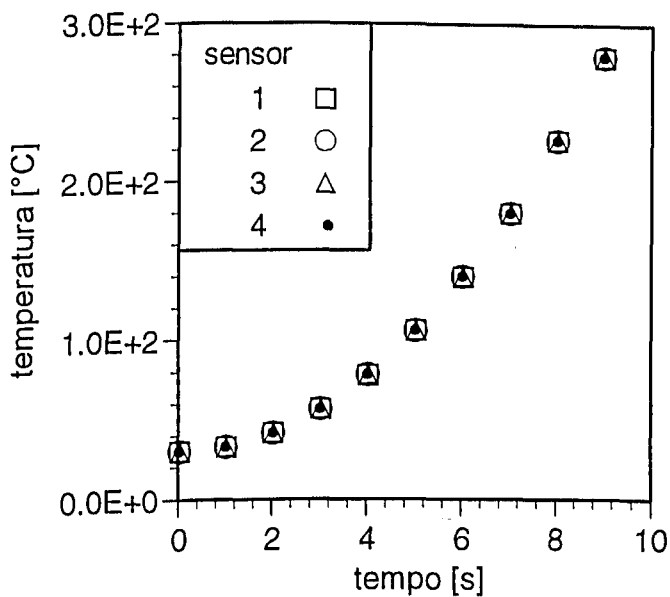


Figura 4.9- Evolução de temperatura experimental simulada, caso c.

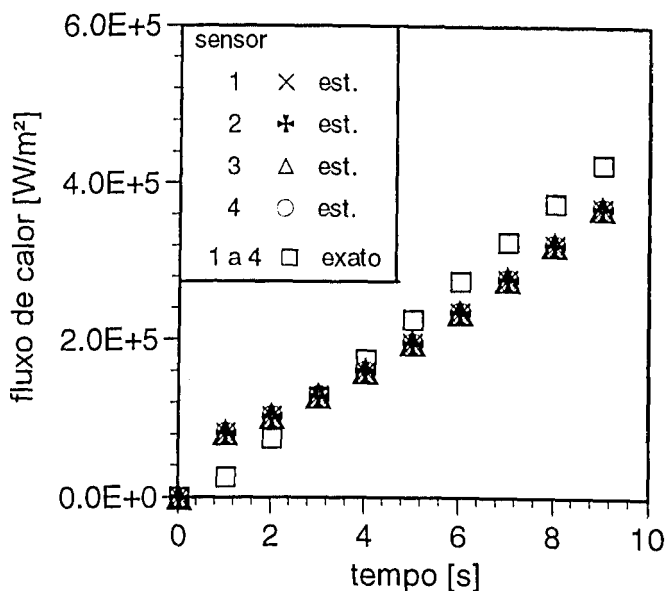


Figura 4.10- Evolução de fluxo de calor, caso c, $\Delta t = 1$ s.

Observa-se na Figura (4.10), que existe alguma dispersão entre os valores estimados e esperados. Ou seja, a introdução da variação temporal no fluxo de calor imposto representa uma fonte de instabilidade nos resultados estimados se compararmos aos casos anteriores. Uma explicação para esse fato deve-se a natureza transiente do problema térmico e aos elevados gradientes de temperatura. Verifica-se assim, que o intervalo de tempo $\Delta t = 1$ s deve ser diminuído em busca de melhores resultados. Essa investigação é apresentada a seguir no caso d.

4.3.4- Caso d: $q = q(t, y)$

Nesse caso a face de corte da ferramenta é imposta a um fluxo de calor com variação espacial e temporal (Equação (4.53)), o que nos permite uma melhor aproximação do problema físico. Usou-se inicialmente o intervalo de tempo entre de $\Delta t = 1$ s. Analogamente ao caso unidimensional, adicionou-se erros aleatórios aos valores simulados. Apresenta-se essas evoluções de temperatura na Figura (4.11).

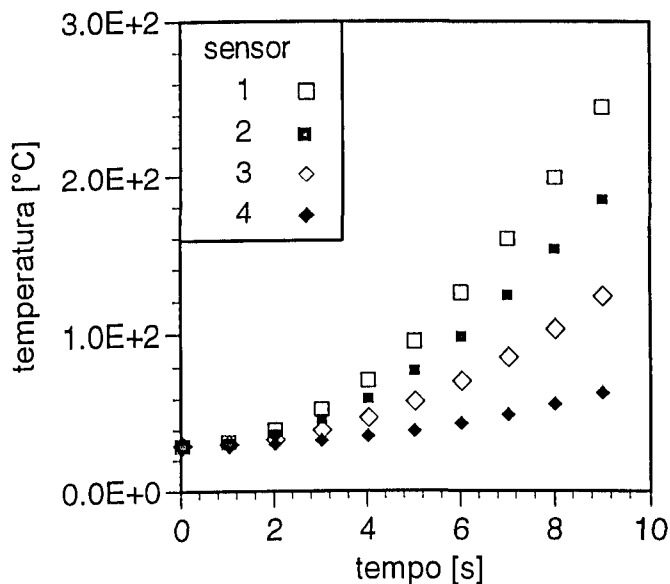


Figura 4.11- Evolução de temperatura experimental simulada, caso **d**, $\Delta t = 1$ s.

Analogamente ao caso **c** pode-se observar na Figura (4.12) uma pequena dispersão nos valores estimados em relação às componentes de fluxo de calor esperadas.

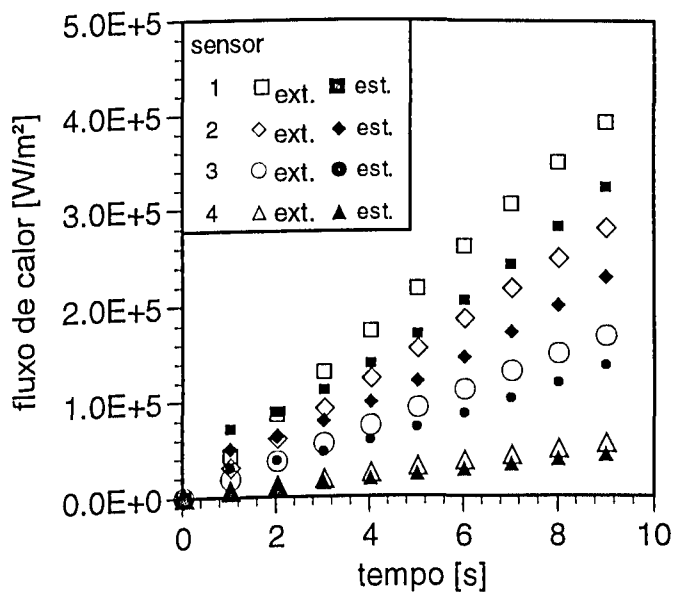


Figura 4.12- Evolução de fluxo de calor, caso **d**, $\Delta t = 1$ s.

Observa-se nesse caso, que os erros percentuais entre as componentes de fluxo de calor estimadas e exatas apresentam um valor máximo de 80% no instante inicial de cálculo, para as componentes nas posições 2,3 e 4. Nota-se ainda, que os erros percentuais são menores na posição 4. A evolução dos erros percentuais é melhor apresentada na Figura (4.13).

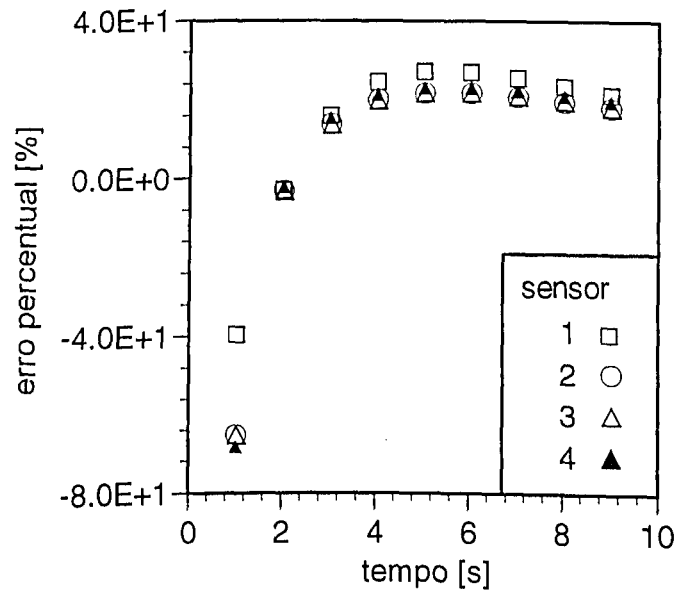


Figura 4.13- Erros percentuais entre fluxo de calor exato e estimado, caso d, $\Delta t = 1$ s.

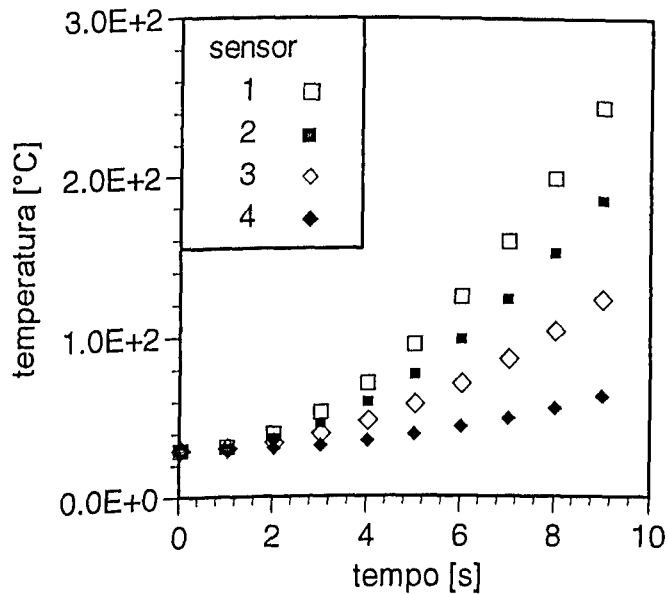


Figura 4.14- Evolução de temperatura experimental simulada, caso d, $\Delta t = 0,1$ s.

Na tentativa de se obter resultados mais precisos, diminuiu-se o intervalo de medições usando $\Delta t = 0.1$ s. A Figura (4.14) apresenta esses resultados.

Pode-se assim observar a otimização dos resultados na estimação das componentes de fluxo de calor (Figura (4.15)).

Uma justificativa para a otimização dos resultados com a redução do intervalo tempo se deve ao refinamento dos dados experimentais em relação ao tempo. Nesse caso, devido a característica transiente do fenômeno e ao procedimento seqüencial, os intervalos menores de medição permitem uma melhor correção nos fluxos de calor estimados. Nota-se, nesse sentido, que os maiores erros se encontram no início do processo. A Figura (4.16) apresenta esses erros.

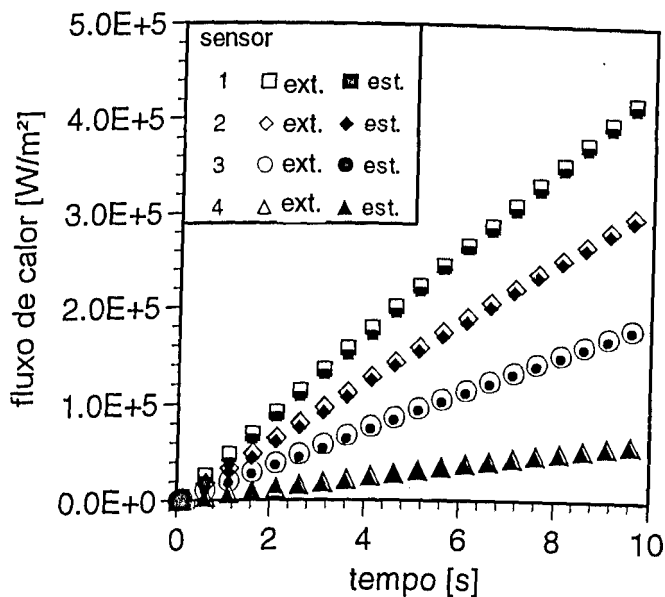


Figura 4.15- Evolução de fluxo de calor, caso d, $\Delta t = 0,1$ s.

Verifica-se que erros percentuais tendem a um valor nulo a partir do instante $t = 2$ s.

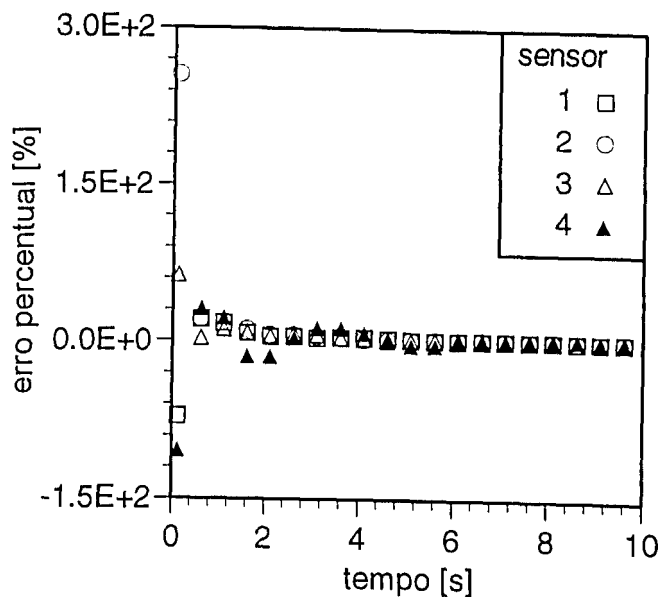


Figura 4.16- Erros percentuais entre fluxo de calor exato e estimado, caso **d**, $\Delta t = 0,1$ s.

Uma vez estimado o fluxo de calor superficial (Figura (4.16)), pode-se obter a evolução de temperatura superficial em $x = 0$ aplicando-se a solução direta dada pelas Equações (4.6-4.9). Apresenta-se esses resultados na Figura (4.17).

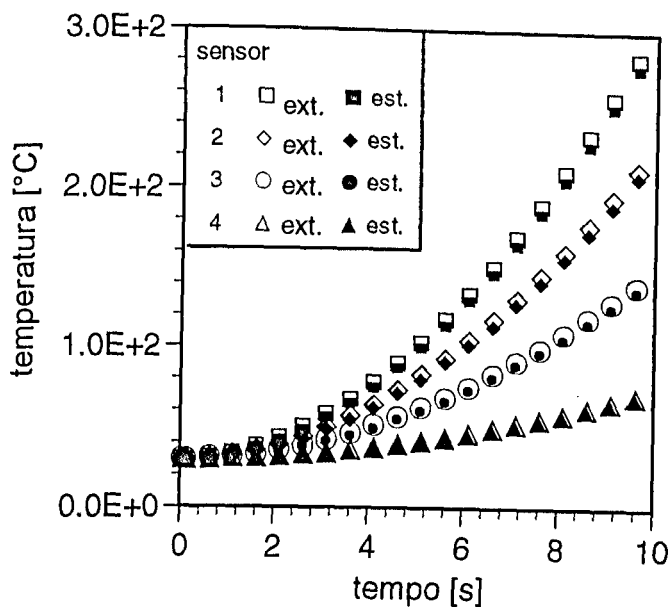


Figura 4.17- Evolução de temperatura, caso **d**, $\Delta t = 0,1$ s.

Observa-se, que o erro percentual máximo entre as componentes de temperatura exata e calculada foi aproximadamente 3,6% no instante $t = 3$ s e posição 1. Nota-se ainda, que os erros percentuais tendem a estabilizar-se a valores próximos a 2%, como mostra a Figura (4.18).

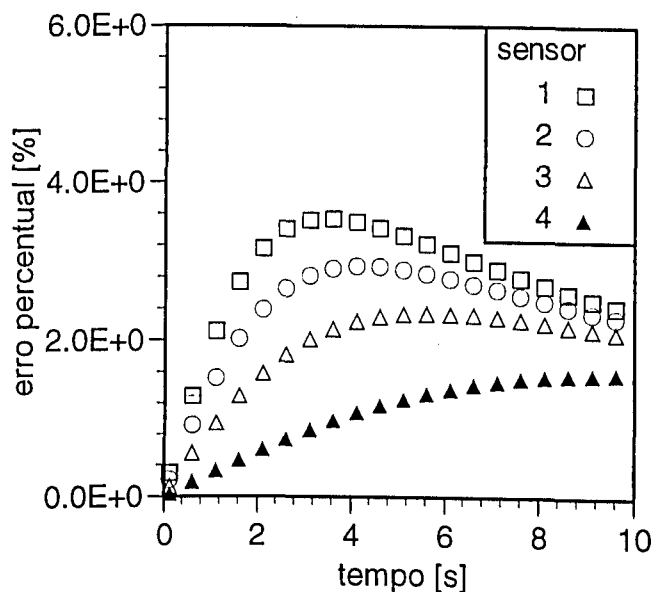


Figura 4.18- Erros percentuais entre temperaturas experimentais simuladas e estimadas caso **d**, $\Delta t = 0,1$ s.

Avaliando-se os resultados obtidos, verifica-se que a aplicação da técnica inversa de função especificada sequencial é uma poderosa técnica experimental. Além disso numa análise bidimensional, obteve-se resultados estáveis e relativamente precisos, comprovando-se assim a força do modelo proposto. Ainda que a geometria da ferramenta e as condições de contorno do problema térmico tenham sido simplificadas, verifica-se que a utilização de técnicas de problemas inversos de condução de calor na obtenção da temperatura na face de corte da ferramenta durante um processo de usinagem demonstra ser uma alternativa e promissora metodologia.

CAPÍTULO V

CONCLUSÃO

O estudo dos campos térmicos em ferramentas de corte ortogonal durante o processo de usinagem é de suma importância na determinação da vida útil da ferramenta. As altas temperaturas implicam diretamente na diminuição da resistência da ferramenta e conseqüentemente na limitação da taxa de produção. Os métodos presentes na literatura para a obtenção da temperatura na face de corte não fornecem resultados precisos, conforme visto anteriormente. Nesse sentido, desenvolveu-se esse trabalho de modo a fornecer um modelo numérico-experimental que permitisse a obtenção da evolução de temperatura na face de corte da ferramenta durante o processo de usinagem. A utilização de técnicas de problemas inversos de condução de calor para a estimação da evolução de fluxo de calor sobre uma superfície de um meio a partir de temperaturas experimentais simuladas em diferentes localizações desse meio foi o caminho proposto. Nesse caso após a obtenção do fluxo de calor superficial é possível calcular a evolução de temperatura superficial.

Nesse trabalho várias abordagens do problema térmico que surge no processo de usinagem foram realizadas. Inicialmente considerou-se que a ferramenta era representada por um corpo com geometria retangular e que estava submetida a um fluxo de calor superficial linear. Nesse sentido, dividiu-se o problema térmico em duas análises físicas. Na primeira, submeteu-se a ferramenta a um fluxo de calor linear na superfície de corte considerando-se, entretanto, uma distribuição de temperatura apenas na direção de aplicação do fluxo de calor, ou seja, a espessura

da ferramenta (análise unidimensional). No segundo caso, permitiu-se a existência de perdas de calor laterais por convecção, além de uma variação do fluxo de calor ao longo da superfície de corte (análise bidimensional).

Neste trabalho a estimação do fluxo de calor superficial foi obtida usando-se o método de Stolz e o método de função especificada seqüencial. Ambos procedimentos baseiam-se no teorema de Duhamel e estimam a evolução de fluxo de calor de maneira seqüencial. O método de Stolz caracteriza-se por igualar uma temperatura experimental a uma temperatura calculada em função da evolução de fluxo de calor. Nesse caso apenas um sensor de temperatura pode ser usado acarretando uma elevada sensibilidade a erros experimentais. Já no método de função especificada seqüencial, o uso simultâneo de mais de um sensor de temperatura é permitido. Atribui-se, ainda, uma forma funcional para o fluxo de calor estimado, de modo a descrever sua evolução nos instantes subsequentes ao instante de estimação.

Na análise unidimensional, observou-se que o uso do método de Stolz torna-se restrito, uma vez que permite a utilização de apenas um sensor de temperatura e também por fornecer resultados instáveis devido a alta sensibilidade aos erros experimentais. Já o uso do método de função especificada seqüencial apresentou resultados satisfatórios e com relativa precisão, quando comparado ao fluxo de calor linear imposto. Verificou-se ainda, que o uso de componentes de fluxo de calor constante sobre intervalos de tempos futuros e informações de mais de um sensor de temperatura simultaneamente promovem a estabilização dos resultados estimados. A partir da estimação do fluxo de calor calculou-se a evolução de temperatura superficial. Os resultados foram comparados com a analítica e apresentaram ótima concordância.

Na análise bidimensional, a discretização da ferramenta em quatro regiões espaciais de

mesmas dimensões (isto é, quatro sensores de temperatura equidistantes) e a atribuição de uma forma funcional constante para o fluxo de calor sobre quatro intervalos de tempos futuros possibilitou que a aplicação do método de função especificada gerasse resultados estáveis e com relativa precisão, quando comparados aos valores exatos nos vários testes realizados. Verificou-se ainda, que sob as condições impostas, o tempo exerce maior influência sobre a estimação do fluxo de calor superficial do que a variação espacial. Nesse sentido, observou-se que a redução do intervalo de tempo entre medições de $\Delta t = 1$ s para $\Delta t = 0,1$ s promove a obtenção de resultados mais precisos.

Embora a geometria da ferramenta, bem como as condições de contorno do problema térmico tenham sido bastante simplificadas, demonstrou-se que a utilização de técnicas de problemas inversos de condução de calor pode ser empregado como um procedimento alternativo e eficiente de obtenção da temperatura na face de corte da ferramenta durante um processo de usinagem.

Propostas de Trabalhos Futuros

Partindo-se da análise bidimensional, pode-se sugerir alguns testes que possibilitem conhecer a faixa de aplicação do método proposto. Nesse sentido, várias situações podem ser estudadas:

- i) variação do número de sensores e número de componentes de tempo futuras;
- ii) imposição de um fluxo de calor superficial não linear;

iii) uso de ferramenta com geometria não ortogonal (real);

iv) uso de ferramenta de material cerâmico;

v) uso de medições experimentais de temperatura em um processo de usinagem.

Além disso, o desenvolvimento de uma metodologia que contemple uma análise tridimensional na ferramenta de corte deve também ser estudada. Nesse caso, a abordagem seria a mais completa possível.

CAPÍTULO 6

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Beck, J. V. and Arnold, K. J., "Parameter Estimation in Engineering and Science", John Wiley Sons, New York, 1977.
- Beck, J. V. and Blackwell, B., "Inverse Problems", Handbook of Numerical Heat Transfer, pp. 787-834, 1990.
- Beck et alii., "Inverse Heat Conduction, Ill-posed Problems", Wiley Interscience Publication, New York, 1985.
- Beck et alii., "Heat Conduction Using Green's Functions", Hemisphere Publishing Corporation, Washington, DC, 1992.
- Beliner, E. M. and Krainov, V. P., "Analytic Calculations of the Temperature Field and Heat Flows on the Tool in Metal Cutting Due to Sliding Friction", WEAR, Vol. 143, pp. 379-395, 1991.
- Brebia, C. A. and Dominguez, J., "Boundary Elements - An Introductory Course", Mc Graw-Hill, New York, 1989.

- Busby, H. R., and Trujillo, D. M., “Numerical Solution to a Two-Dimensional Inverse Heat Conduction Problem”, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 21, pp. 349-359, 1985.
- Chan, C. H. and Chandra, A., “A Boundary Element Method Analysis of the Thermal Aspects of Metal Cutting Processes”, Journal of Engineering for Industry, Vol. 113, pp. 311-319, 1991.
- Eu-Gené, N. G., “Measurement of Tool/Workpiece Interface Temperature When Turning Hardened Tool Steel with PCBN”, Final Year Project, The University of Birmingham, England, 1995.
- Guerrier, B. and Bernard, C., “Two-Dimensional Linear Transient Inverse Heat Conduction Problem: Boundary Condition Identification”, Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Vol. 7, nº. 3, pp. 472-478.
- Guimarães, G., “Estimação de Parâmetros no Domínio da Frequência para a Determinação Simultânea da Condutividade e Difusividade Térmica”, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil, 1993.
- Guimarães, G., “Investigação de Problemas Inversos em Condução de Calor Usando o Método Sequencial”, IV COBEM - Norte/Nordeste, pp. 1111-1116, Recife, PE, Brasil, 1995.
- Haji-Sheikh, A. and Buckingham, F. P., “Multidimensional Inverse Heat Conduction Using the Monte Carlo Method”, ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 115, pp. 26-33, 1993.

- Hsu, T. R. et alii., "Finite Element Formulation for Two-Dimensional Inverse Heat Conduction Analysis", Journal of Heat Transfer, Vol. 114, pp. 553-557, 1992.
- Imber, M. "Temperature Extrapolation Mechanism for Two-Dimensional Heat Flow", AIAA Journal, Vol. 12, n^o. 8, pp. 1089-1093..
- Kurpisz, K., "Determining Transient Temperature Distribution in Solids from Measurements of the Surface Temperature", ISIJ International, Vol. 31, n^o. 9, pp. 979-984, 1991.
- Kurpisz, K. and Nowak, A. J., "Applying BEM and the Sensitivity Coefficient Concept to Inverse Heat Conduction Problems", Advanced Computational Methods in Heat Transfer, Vol. 1, pp. 17-20, 1990.
- Krutz, G. W., Schoenhals, R. J. and Hore, P. S., "Application of the Finite-Element Method to Inverse Heat Conduction Problem", Numerical Heat Transfer, Vol. 1, pp. 489-498, 1978.
- Lin, J., "Inverse Estimation of the Tool-work Interface Temperature in End Milling", International Journal Mach. Tools Manufact, Vol. 35, n^o. 5, pp. 751-760, 1995.
- Lin, J. et alii., "Estimation of Cutting Temperature in Speed Maching", ASME Journal of Engineering Materials and Technology, Vol. 114, pp. 289-296, 1992.
- Murio, D. A., "The Mollication Method and the Numerical Solution of the Inverse Heat Conduction Problem by Finite Differences", Computers Math. Applic., Vol. 17, n^o. 10, pp. 1385-1396, 1989.

- Neto, A. J. S. and Özisik, M. N., “An Inverse Heat Conduction Problem of Estimating Initial Condition”, 12th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, pp. 613-616, Brasilia, Brasil, 1993.
- Patankar, S. V., “Numerical Heat Transfer”, Hemisphere, Washington, 1980.
- Perez, M. M., “Use of Isotropic Fundamental Solutions for Solving Anisotropic Problems”, Tese de Doutorado, Wessex Institute of Technology, University of Portsmouth, Southampton, England, 1993.
- Rajaraman, V., “Computer Oriented Numerical Methods”, Prentice-Hall of India Private Limited, New Delhi, 1983.
- Tay, A. A. O., “The Importance of Allowing for the Variation of Thermal Properties in the Numerical Computation of Temperature Distribution in Machining”, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 28, pp. 49-58, 1991.
- Tikhonov, A. N., “Solution of Incorrectly Formulated Problems and the Regularization Method-Regularization of Incorrectly Posed Problems”, Soviet Math. Dokladi, Vol. 4, pp. 1035-1038.
- Tikhonov, A. N. and Arsenin, V. Y., “Solutions of Ill-Posed Problems”, traduzido por John, F., Windston/Wiley, Washington, 1977.

- Trent, E. M., "Metal Cutting and the Tribology of Seizure: III Temperatures in Metal Cutting", WEAR, Vol. 128, pp. 65-81, 1984.
- Young, H. T. and Chou, T. L., "Modelling of Tool/chip Interface Temperature Distribution in Metal Cutting", International Journal Mech. Sci., Vol. 36, n^o. 10, pp. 931-943, 1994.