

621.81  
A848t  
TES

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

O TRATAMENTO DE MULTI-FUNÇÕES OBJETIVO EM OTIMIZAÇÃO DE  
ROTORES

Dissertação apresentada à Universidade Federal de  
Uberlândia, por ELAINE GOMES ASSIS, para obtenção do título  
de Mestre em Engenharia Mecânica. Aprovada em 18/03/93, com  
conceito "A", pela Banca Examinadora:

621.81 A848t /TES/FU  
DIRBI/UFU 02101/94



1000016562

Prof. Dr. Valder Steffen Júnior (orientador) - UFU

UBERLÂNDIA, 18 DE MARÇO DE 1993

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA	
DIRBI - DIRETORIA DE BIBLIOTECAS	
Procedência	-
V	Douglas
BR	9A
CPI	-
N.º	-
Reg.	(2101/94) 07/10/99
Vol.	Ex. 1

FU-00002520-1

Ao Aparício e à minha família.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

RUA DUQUE DE CAXIAS, 285 - CAIXA POSTAL, 593

38.400 - UBERLÂNDIA - MG

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

RESULTADO DA DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO




CURSO DE MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA (Autorizado pelo Conselho Universitário - Resolução N. 09/84, de 26 de setembro de 1984).

ALUNO: ELAINE GOMES ASSIS - MATRÍCULA N.º: 1861603-7

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: "O Tratamento de Multi-Funções Objetivo em Otimização de Rotores".

ORIENTADOR: Prof. Valder Steffen Júnior, Dr. Ing., Hab.

A dissertação foi *APROVADA* em reunião pública, realizada no Anfiteatro do Bloco "X", Campus Santa Mônica, em 18 de março 1993, pela seguinte banca examinadora:

NOME	INSTITUIÇÃO	ASSINATURA
Prof. Valder Steffen júnior	(Orientador UFU)	
Prof. Francisco Paulo Lépre Neto	(UFU)	
Prof. Paulo Roberto Gardel Kurka	(UNICAMP)	

Uberlândia, 18 de Março de 1993.

Meus Agradecimentos.

Ao Professor Valder Steffen Jr. pela orientação, incentivo e compreensão nos momentos difíceis.

A todos os colegas do mestrado em Engenharia Mecânica pelo companheirismo e amizade.

A todos os funcionários do DEEME que direta ou indiretamente contribuíram na execução deste trabalho.

À Silvana pelo incentivo e amizade.

À CAPES e ao CNPQ pelo apoio financeiro.



3.2.2.2 - Método da otimização	
Hierárquica	23
3.2.2.3 - Método Global	25
4 - ESTRATÉGIA COMPUTACIONAL	27
5 - APLICAÇÕES	39
5.1 - Aplicação 1	39
5.2 - Aplicação 2	47
5.3 - Aplicação 3	51
6 - CONCLUSÕES	58
7 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	61
8 - ANEXOS	66
8.1 - Anexo A - Matrizes elementares de massa, rigidez e giroscópica de um elemento de árvore	66
8.2 - Anexo B - Opções de Estratégia, Otimizador e Busca Unidimensional do ADS	69
8.3 - Anexo C - Arquivos de dados utilizados	75

ASSIS, E. G., "O Tratamento de Multi-Funções Objetivo em Otimização de Rotores", UFU, Uberlândia, 1993, 90 p.

RESUMO: Apresenta-se um estudo sobre Otimização Multiobjetivos aplicado ao posicionamento ótimo de velocidades críticas de rotores flexíveis. O modelo matemático do sistema Rotor-mancais é feito via elementos finitos e é apresentado de forma sucinta. Três métodos para minimização de funções multiobjetivos baseados na forma escalar do vetor de tais funções, são apresentados. O problema de otimização é resolvido através do acoplamento de um programa computacional de análise estrutural a um programa de otimização. A validação da metodologia fica demonstrada através de aplicações nas quais obteve-se resultados bastante satisfatórios.

OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVOS. DINÂMICA DE ROTORES.

ASSIS, E. G., "The Treatment of Multicriterion Functions in Rotors Optimization", UFU, Uberlândia, 1993, 90p.

ABSTRACT: A Study on multiple objective Optimization applied to the optimal placement of flexible rotors critical speeds is presented. The mathematical model of the Rotor-Bearings system is written through finite elements and is briefly presented in this work. Three methods for minimization of multiple objective functions based on Function Scalarization are presented. The validation of the methodology is demonstrated by numerical applications where very satisfactory results were obtained.

MULTIPLE OBJECTIVE OPTIMIZATION. ROTOR DYNAMICS.



## LISTA DE FIGURAS

Fig.	Pág.
2.1 - Sistema de coordenadas.	7
2.2 - Mancais.	10
2.3 - Elemento de Viga.	11
4.1 - Fluxograma para subrotina VCRIT.	28
4.2 - Utilização simplificada do ADS.	32
4.3 - Utilizando ADS com modificações de parâmetros de controle.	33
4.4 - Gradientes e parâmetros internos fornecidos pelo usuário.	34
4.5 - Fluxograma para utilização do OTIM.	36
5.1 - Aplicação 1 - Configuração inicial do rotor e modelo elementos finitos.	39
5.2 - Diagrama de Campbell para os métodos da Ponderação dos Objetivos , Global e Hierárquico.	45
5.3 - Aplicação 2 - Configuração inicial do rotor e modelo elementos finitos.	46

5.4 - Diagrama de Campbell para os métodos da Ponderação dos Objetivos, Global e Hierárquico.	50
5.5 - Aplicação 3 - Configuração inicial do rotor e modelo elementos finitos.	51
5.6 - Diagrama de Campbell para os métodos da Ponderação dos Objetivos ,Global e Hierárquico.	56

## LISTA DE TABELAS

Tabela	Pág.
5.1 - Propriedades físicas do rotor.....	40
5.2 - Características do Disco.....	40
5.3 - Resultados obtidos para a aplicação 1.....	45
5.4 - Resultados obtidos para a aplicação 2.....	49
5.5 - Características dos Discos.....	52
5.6 - Resultados obtidos para a aplicação 3.....	55

## LISTA DE SÍMBOLOS

- D - Soma das matrizes giroscópica e de amortecimento;
- F1 - Força constante;
- F2, F3 - Forças devido ao desbalanceamento;
- F4, F5 - Forças devido a efeitos assíncronos;
- F(X) - Vetor das Funções Objetivo;
- F(X)<sup>\*</sup> - Vetor da Funções Objetivo na situação ótima;
- G(X) - Vetor das Restrições de Desigualdade;
- H(X) - Vetor das Restrições de Igualdade;
- I<sub>xx</sub> - Momento de Inércia em relação ao eixo x;
- I<sub>p</sub> - Momento Polar de Inércia;
- K - Matriz de Rigidez;
- M - Matriz de Inércia Global do sistema;
- N<sub>inf</sub> - Limite inferior da Rotação de Trabalho;
- N<sub>sup</sub> - Limite superior da Rotação de Trabalho;
- P - Vetor dos deslocamentos nodais;
- S - Área da seção transversal de um elemento de barra;
- X - Vetor das Variáveis de projeto;
- X<sup>\*</sup> - Vetor das Variáveis de projeto na situação ótima;
- <sup>i</sup>X - Limite inferior do Vetor das Variáveis de projeto;
- <sup>s</sup>X - Limite superior do Vetor das Variáveis de projeto;

$Y$  - Vetor deslocamento das coordenadas generalizadas  
(ordem  $b$ );

$XYZ$  - Referencial Absoluto;

$a, a_1, a_2, a_3$  e  $a_4$  - coeficientes;

$b$  - Número de graus de liberdade do sistema;

$b_1$  - Quantidade de autovetores que serão determinados  
( $b_1 \ll b$ );

$f_i(X)$  -  $i$ -ésima Função Objetivo;

$f_i^0$  - Mínimo da  $i$ -ésima Função Objetivo;

$g_i(X)$  -  $i$ -ésima Restrição de Desigualdade;

$k$  - Quantidade de Funções Objetivo;

$k_{xx}, k_{zz}, k_{xz}$  - Rigidez dos mancais;

$l$  - Quantidade de Restrições de Desigualdade;

$m$  - Quantidade de Restrições de Igualdade;

$n$  - Quantidade de Variáveis de Projeto;

$p$  - Expoente da Função Global;

$u$  - Deslocamento nodal na direção  $X$ ;

$w$  - Deslocamento nodal na direção  $Z$ ;

$\omega(i)$  -  $i$ -ésima velocidade crítica (rad/s);

$xyz$  - Referencial ligado a um elemento de barra ou a um disco;

$\Omega$  - Velocidade de rotação (rpm);

$\theta$  - Rotação em torno de  $X$ ;

$\alpha$  - Rotação em torno de Z;

$\phi$  - Base modal do sistema não giroscópico;

$\varepsilon_i$  - Coeficiente da i-ésima função incremento ou decremento para otimização Hierárquica;

## 1 - INTRODUÇÃO.

Nos últimos anos, com a sofisticação técnica de máquinas e equipamentos, os quais tem trabalhado em condições cada vez mais severas, tem crescido a necessidade de se prever o comportamento dinâmico dos mais diferentes tipos de sistemas mecânicos.

A previsão do comportamento dinâmico permite que se identifique aspectos a serem otimizados, através da alteração de parâmetros de projeto.

Em particular, no caso do projeto de máquinas rotativas, é importante conhecer a variação das frequências naturais em função da velocidade de rotação (o que fornece as velocidades críticas), as respostas ao desbalanceamento e a forças assíncronas e os modos próprios de vibrar. A este respeito, vários são os estudos já feitos, incluindo a modelação matemática de rotores e resolução das equações do movimento com consequente análise dinâmica do sistema rotor-mancais. Na referência [1] e [2] os autores utilizaram a técnica das matrizes de transferência, enquanto nas referências [3 a 8] os autores escreveram as equações do movimento utilizando a técnica dos elementos finitos, a qual se consagrou como ferramenta bastante eficiente, principalmente no tratamento de problemas de aplicação industrial.

Diante da complexidade do projeto moderno, tornou-se difícil a obtenção da melhor configuração possível para o sistema em estudo quando se utiliza apenas os métodos clássicos de análise estática e dinâmica de estruturas, aliados à sensibilidade do projetista. Sendo assim, fica imprescindível o uso de técnicas de otimização. O acoplamento entre programas de análise estrutural e de otimização torna possível, a obtenção do melhor projeto possível de forma rápida, confiável e com intervenção mínima por parte do projetista durante o processo de otimização em si.

Na formulação do problema de otimização [9], define-se: a função objetivo associada a algum aspecto do comportamento dinâmico do sistema e que permite uma avaliação da qualidade da solução obtida; as variáveis de projeto, as quais são alteradas de forma iterativa visando atender a busca do mínimo da função objetivo e as restrições, que limitam as alterações sobre o projeto inicial, para garantir uma solução tecnicamente viável e fisicamente adequada às exigências relacionadas à sua dinâmica.

Sabe-se que a quantidade de variáveis de projeto influenciam substancialmente no tempo computacional necessário à otimização. Assim, é fundamental que se faça uma escolha adequada dos parâmetros do sistema que serão tomados como variáveis de projeto. Esta escolha adequada significa reter apenas os parâmetros "mais sensíveis" em relação ao objetivo



avaliado, o que caracteriza a chamada "análise de sensibilidade" estudada em referências como [10 a 14].

Em problemas de otimização, pode-se ter o caso em que vários objetivos devem ser considerados simultaneamente, caracterizando a chamada "otimização multicritérios ou multiobjetivos". Neste caso, otimizar não significa simplesmente achar o mínimo de cada objetivo, separadamente, mas sim encontrar uma solução de compromisso que forneça o melhor conjunto de soluções que atenda ao mesmo tempo a cada um dos objetivos isolados, respeitando as restrições impostas. Assim, na formulação do problema de otimização multicritérios, tem-se um vetor de funções objetivo cujos elementos não podem ser tratados isoladamente, existindo métodos especialmente desenvolvidos para tratamento de tal situação.

A referência [15] apresenta vários métodos para solucionar problemas de otimização multiobjetivos, sendo que, para este trabalho, foram escolhidos três métodos: o da Ponderação dos Objetivos, o Método Global e o Método Hierárquico, que são bastante utilizados e de fácil implementação computacional.

Na otimização de rotores, situações bastante comuns são relacionadas à escolha dos melhores planos de balanceamento [16], ao distanciamento de frequências naturais [17] e de velocidades críticas [18].

O objetivo geral deste trabalho é estudar o posicionamento

ótimo de velocidades críticas de rotores flexíveis, utilizando técnicas de otimização multicritérios. Embora o trabalho tenha sido desenvolvido com vistas à solução de problemas bastante específicos conforme mencionado, a metodologia usada, assim como os softwares desenvolvidos, permanecem válidos para outros tipos de problemas de otimização de máquinas rotativas. O texto desta dissertação está organizado da seguinte maneira:

- no capítulo 2 apresenta-se a modelação matemática do rotor, que é discretizado pelo método dos elementos finitos. Esta modelação, bem como a obtenção das equações do movimento, freqüências naturais e modos próprios são apresentados de forma sucinta;

- no capítulo 3 caracteriza-se o problema geral de otimização e da otimização multicritérios, sendo apresentados três métodos para solucionar este último;

- no capítulo 4, descreve-se a estratégia computacional utilizada para acoplar as rotinas de análise estrutural (ROTOR) [19] às rotinas de otimização OTIM [20] e ADS [21], para solucionar o problema de otimização multicritérios aqui estudado;

- no capítulo 5 são mostrados os resultados obtidos para três aplicações consideradas típicas no projeto de máquinas rotativas;

- enfim, no capítulo 6, são apresentadas algumas conclusões

a respeito do trabalho desenvolvido e desdobramentos futuros.

## 2 - MODELO MATEMÁTICO.

As equações do movimento de rotores, utilizadas neste trabalho, são obtidas a partir de uma formulação baseada no método dos elementos finitos [3 a 8].

Dessa forma, a máquina rotativa é modelada usando elementos dos seguintes tipos: vigas de Timoshenko, discos rígidos, mancais discretos.

Devido à existência de vários estudos voltados para a dinâmica de rotação e também como se trata de importante área de interesse do Grupo de Dinâmica do Departamento de Engenharia Mecânica da UFU, havendo já várias dissertações dirigidas para este tema, optou-se por não apresentar detalhadamente toda a formulação matemática que leva às equações do movimento de rotores.

Serão apenas apresentados os elementos finitos usados para compor o modelo, bem como, uma descrição dos procedimentos a serem adotados para se chegar às equações do movimento.

Os sistemas de coordenadas necessários são mostrados na fig. 2.1, onde:

[X Y Z] - Referencial absoluto, Galileano;

[x y z] - Referencial ligado a um elemento de barra ou ao disco.

A rotação do rotor se dá em torno do eixo y com uma velocidade angular contante de módulo  $\Omega$ .

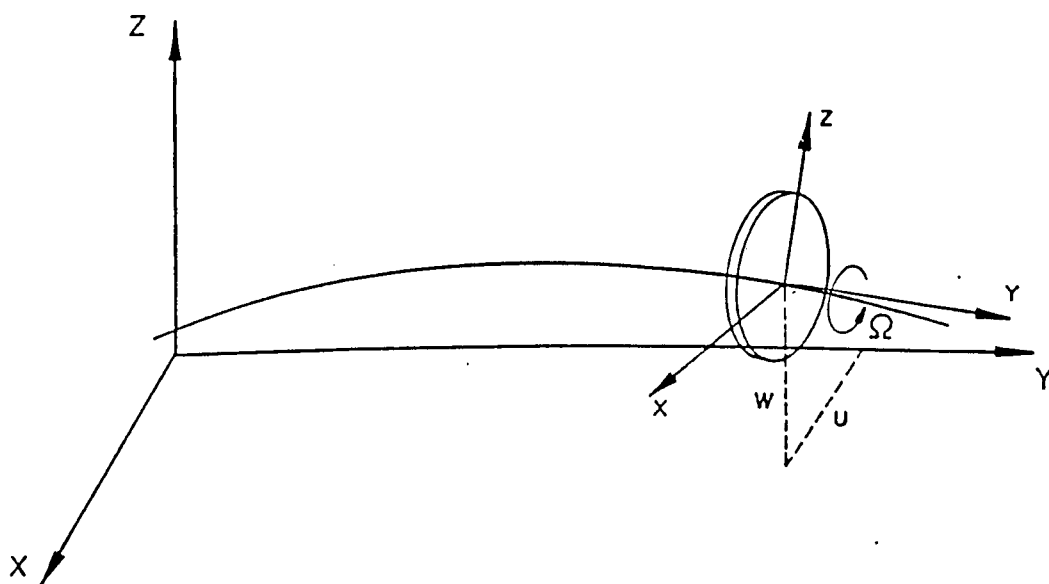


Fig. 2.1 - Sistemas de Coordenadas.

## 2.1 - Disco.

O elemento de disco, considerado rígido, é admitido como tendo quatro graus de liberdade (duas translações e duas rotações), sendo instalado sobre um nó, como mostra a fig. 2.1. Calcula-se a energia cinética do mesmo, devido às translações e devido às rotações, e aplica-se as equações de Lagrange. Daí obtem-se as matrizes de inércia e giroscópica, [19] que aparecem na equação 2.1.

$$\begin{bmatrix} M_d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_x \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{w} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\alpha} \end{Bmatrix} + \\
 + \Omega \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_y \\ 0 & 0 & I_y & 0 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

A primeira das matrizes acima é a matriz de massa, enquanto

a segunda é a matriz giroscópica.

De forma condensada pode-se escrever esta equação como abaixo:

$$[M]_{4 \times 4} \times \{\ddot{p}\}_{4 \times 1} + \Omega \times [C]_{4 \times 4} \times \{\dot{p}\}_{4 \times 1}$$

## 2.2 - Mancais.

Os mancais são os elementos que estabelecem ligações entre os graus de liberdade em translação de dois nós. O primeiro nó pertence sempre a um rotor, o segundo pode ser fixo (engastamento), ou apoiado sobre uma fundação elástica, como mostra a fig. 2.2.

As forças de ligação decorrentes são relacionadas aos deslocamentos dos dois nós através de matrizes de rigidez e de amortecimento, que são assimétricas, contendo termos extra-diagonais. As forças de ligação que caracterizam a dinâmica do mancal são apresentadas na equação 2.2.

$$\begin{bmatrix} F_{u1} \\ F_{v1} \\ F_{u2} \\ F_{v2} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xz} & -K_{xx} & -K_{xz} \\ K_{zx} & K_{zz} & -K_{zx} & -K_{zz} \\ -K_{xx} & -K_{xz} & K_{xx} & K_{xz} \\ -K_{zx} & -K_{zz} & K_{zx} & K_{zz} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ w_2 \end{bmatrix} -$$

$$- \begin{bmatrix} A_{xx} & A_{xz} & -A_{xx} & -A_{xz} \\ A_{zx} & A_{zz} & -A_{zx} & -A_{zz} \\ -A_{xx} & -A_{xz} & A_{xx} & A_{xz} \\ -A_{zx} & -A_{zz} & A_{zx} & A_{zz} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ w_2 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

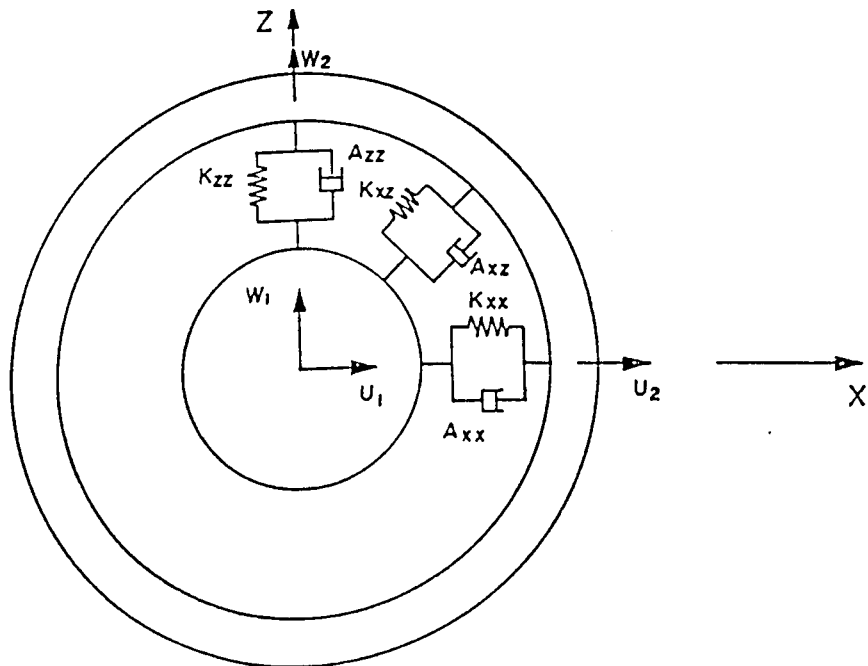


Fig. 2.2 - Mancais.



## 2.3 - Árvore.

Os elementos de barra que compõem a árvore tem suas características, seção transversal e inércia, variáveis linearmente ao longo do elemento, conforme mostra a fig. 2.3.

A inércia de rotação da seção transversal, efeito de Rayleigh, seu cisalhamento devido à flexão, efeito de Timoshenko, são considerados [4].

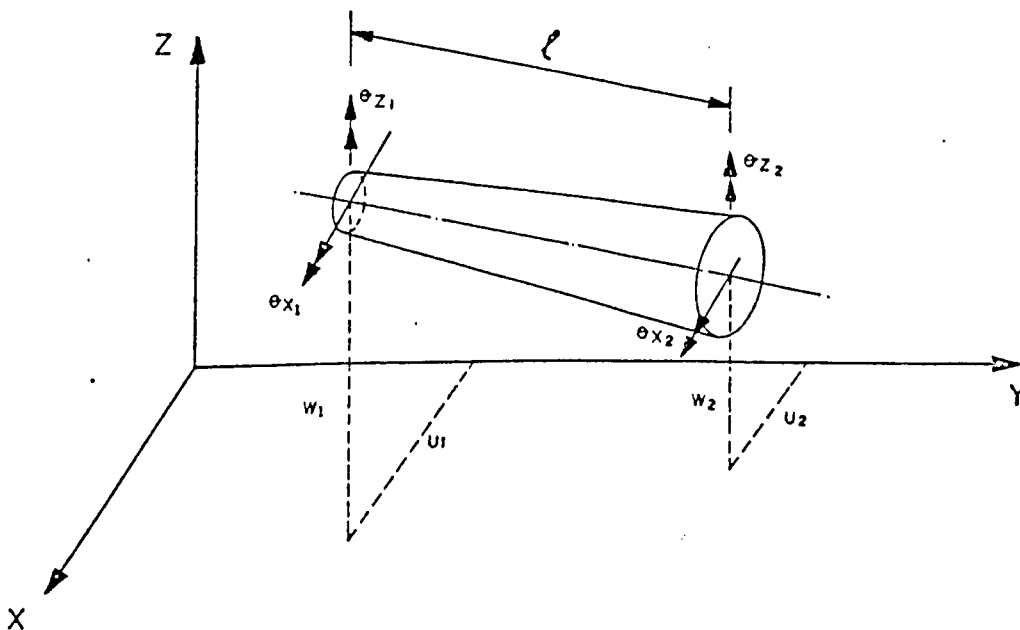


Fig. 2.3 - Elemento de viga.

A formulação da energia cinética, de um volume elementar da barra, é similar a do disco, devendo, entretanto, ser integrada ao longo de seu comprimento para obtenção da energia cinética total.

No anexo A são apresentadas as matrizes elementares de massa, rigidez e giroscópica do elemento de barra.

#### 2.4 - Equações do Movimento .

A montagem das matrizes elementares dos elementos que constituem o sistema leva à equação diferencial matricial abaixo:

$$M \ddot{Y} + D \dot{Y} + K Y = F_1 + F_2 \sin \Omega t + F_3 \cos \Omega t + F_4 \sin a\Omega t + F_5 \cos a\Omega t \quad (2.3)$$

onde :

M - é matriz de inércia global do sistema (simétrica,  $b \times b$ );

Y - é o vetor deslocamento das coordenadas generalizadas (ordem  $b$ );

K - matriz rigidez que contém as matrizes rigidez, simétricas dos elementos de barra e não simétricas dos mancais (ordem  $b \times b$ );

D - matriz que consiste das matrizes antisimétricas devido ao efeito giroscópico e matrizes não simétricas devido ao amortecimento viscoso dos mancais (bxb);

F<sub>1</sub> - força constante tal como a gravidade;

F<sub>2</sub>, F<sub>3</sub> - forças devido a desbalanceamentos;

F<sub>4</sub>, F<sub>5</sub> - forças devido a efeitos assíncronos;

a - coeficiente.

b - número de graus de liberdade (b= 4 x quantidade de nós do sistema).

#### 2.4.1 - Sistema Modal em Rotação.

A solução da equação (2.3), aqui, é obtida utilizando o método modal o qual utiliza os modos do sistema não giroscópico para reduzir o número de graus de liberdade, assim a equação fica reduzida a:

$$M \ddot{Y} + K Y = 0 \quad (2.4)$$

A matriz K é não simétrica, então os modos da equação (2.4)

são obtidos utilizando o algoritmo do Q.R.. Os  $b_1$  primeiros autovetores, sendo ( $b_1 \ll b$ ), são usados para se fazer a mudança de variáveis:

$$Y = \phi P \quad (3)$$

onde  $\phi$  é a matriz de transformação ( $b \times b_1$ ) e  $P$  é o novo vetor desconhecido de ordem  $b$ . As frequências naturais para diferentes velocidades de rotação são obtidas utilizando o algoritmo do Q.R. para resolver:

$$\phi^t M \phi \ddot{P} + \phi^t D \phi \dot{P} + \phi^t K \phi P = 0 \quad (2.6)$$

Onde:  $D = A + \Omega C$

$A$  é a matriz amortecimento do sistema completo;

$C$  é a matriz de Coriolis do sistema completo;

O tratamento do problema não homogêneo, ou seja, quando excitações síncronas ou assíncronas atuam sobre o rotor, leva a soluções dos tipos apresentados na referência [22].

O caso da resposta à excitação harmônica com vistas ao

balanceamento do sistema rotor-mancais foi tratado com bastante detalhe no trabalho da referência [23].

### 3. - OTIMIZAÇÃO.

O grande desenvolvimento dos programas computacionais de elementos finitos tem ajudado substancialmente os projetistas de máquinas a estudar o comportamento dinâmico dos mais diferentes tipos de sistemas mecânicos.

Os sistemas mecânicos do tipo rotor-mancais têm sua dinâmica influenciada por um grande número de parâmetros, envolvendo: aspectos geométricos do sistema, rigidez e amortecimento dos mancais, propriedades de elementos modelados como discos rígidos, distribuição de massa e de rigidez ao longo do rotor, materiais. Dentro deste contexto, projetar significa chegar a uma combinação de características geométricas e físicas do sistema, que leve a máquina rotativa ao "melhor" comportamento dinâmico possível, obedecidas as restrições impostas pelo projeto.

Em máquinas rotativas os aspectos mais frequentemente usados para caracterizar o comportamento dinâmico do sistema são: frequências naturais e modos próprios [17], velocidades críticas [18], e resposta ao desbalanceamento [16].

Diante da complexidade que atingiu o projeto moderno de engenharia, vê-se que apenas usar as técnicas tradicionais de análise não é suficiente. Nem basta procurar, por tentativa e

erro e alterar parâmetros, usando o bom senso do projetista como guia, para melhorar o projeto inicial, tendo em vista seu comportamento dinâmico. Assim, tem-se que recorrer à otimização: parte-se de uma configuração inicial do projeto, estabelece-se um critério de desempenho a ser otimizado e procura-se chegar a uma solução ótima pela atualização sucessiva de variáveis de projeto previamente escolhidas, obedecendo sempre a um conjunto de restrições capazes de garantir a viabilidade técnica da solução obtida.

O número de variáveis de projeto escolhido afeta o tempo de processamento computacional. Assim, tais variáveis não devem ser escolhidas de forma arbitrária. Recomenda-se identificar primeiro quais as variáveis que mais podem influenciar o critério de desempenho sobre o qual se está trabalhando na busca do projeto ótimo, caracterizando assim o que se chama "análise de sensibilidade" [10 a 14].

### 3.1 - Otimização - problema geral.

Pode-se definir o problema de otimização como segue:

minimizar

$$f(X) \tag{3.1}$$

sujeita a

$$G_i(X) \leq 0 \quad (i=1, \dots, l) \tag{3.2}$$

e

$$H_j(X) = 0 \quad (j=1, \dots, m < n) \tag{3.3}$$

e

$${}^l X_k \leq X_k \leq {}^s X_k \quad (k=1, \dots, n) \tag{3.4}$$

onde:

$f(X)$ ..... - função objetivo

$X$ ..... - vetor das  $n$  variáveis de decisão

$G(X)$ ..... - vetor das  $l$  restrições de desigualdade

$H(X)$ ..... - vetor das  $m$  restrições de igualdade

${}^l X_k$  e  ${}^s X_k$ .. - são os vetores das  $n$  restrições laterais.



O problema de otimização é dito não linear, uma vez que tanto a função objetivo como as restrições de igualdade e desigualdade são tipicamente não lineares.

### 3.2 - Otimização multicritérios.

A otimização com simples objetivo tem sido bastante utilizada em problemas de engenharia, pois em vários casos este tipo de formulação tem sido bastante eficiente. Porém, em problemas de certa complexidade, muitas vezes torna-se necessário considerar vários objetivos. Esta situação é formulada como um problema multicritérios ou multiobjetivos, onde deseja-se otimizar, não apenas um único objetivo, mas muitos objetivos simultaneamente. Otimizar aqui, não significa achar o mínimo ou máximo de cada função objetivo separadamente, mas sim encontrar uma solução que forneça valores aceitáveis a todas as funções objetivo, sendo respeitadas as restrições.

Em otimização multicritérios elimina-se a dificuldade de se escolher um único objetivo, porém, cria-se uma nova questão que está associada à escolha do que pode ser caracterizado como função objetivo ou como restrição. Cada combinação de funções objetivo e de restrições leva a uma configuração ótima distinta,

cabendo ao projetista a escolha da melhor formulação.

### 3.2.1 - Formulação do problema.

Pode-se formular um problema de otimização multicritérios como segue: " encontrar um vetor de variáveis de decisão que satisfaça as restrições e otimize um vetor de funções objetivo. Essas funções formam uma descrição matemática do desempenho dos objetivos ou critérios, os quais estão usualmente em conflito entre si", [15].

Assim, matematicamente, teremos:

encontrar  $X^*$  tal que

$$F(X^*) = \text{ótimo } F(X) \quad (3.5)$$

respeitando as restrições dadas pelas equações (3.2) a (3.4),

onde:

$X^*$  - é o valor do vetor  $X$  das  $n$  variáveis de decisão, na situação ótima encontrada;

$F(X)$  - é o vetor das  $k$  funções objetivo;

$F(X^*)$  - é o vetor das funções objetivo na situação ótima encontrada.

A seguir serão apresentados três métodos para solucionar o problema multicritérios, métodos estes baseados na

representação escalar do vetor das funções objetivo.

3.2.2 - Métodos baseados na representação escalar do vetor das funções objetivo.

Foram escolhidos três métodos para solucionar os problemas multiobjetivos, aqui estudados. Tal escolha foi baseada na sua grande utilização em estudos de problemas de engenharia [14], bem como, pela facilidade de implementação de tais métodos.

Serão apresentados: o Método da Ponderação dos Objetivos e Método Global, os quais escrevem o vetor das funções objetivo como um único funcional, e o Método Hierárquico, o qual otimiza cada função objetivo separadamente, sendo que este último, em cada passo, cria novas restrições relacionadas com a porcentagem de folga permitida às funções objetivo anteriormente otimizadas.

A escolha do melhor método para solucionar determinado problema de otimização multicritérios fica a cargo do projetista. Diante dos vários resultados obtidos, em diferentes formulações, ele deve escolher a solução que melhor atenda seu problema.

## 3.2.2.1 - Método da Ponderação do Objetivos.

Este método merece atenção particular devido a sua ampla aplicação em engenharia.

Ele baseia-se na escolha de um coeficiente de ponderação ( $w_i$ ) para cada função objetivo, transformando o problema de otimização multicritérios em otimização escalar, pela criação de uma nova função objetivo, descrita pela equação (3.6).

$$f(X) = \sum_{i=1}^k w_i f_i(X) \quad (3.6)$$

onde:

$w_i \geq 0$  são os coeficientes de ponderação representando a relativa importância de cada objetivo. É usualmente tomado que:

$$\sum_{i=1}^k w_i = 1 \quad (3.7)$$

A escolha de diferentes valores dos coeficientes ( $v_i$ ) leva, também, a diferentes soluções ótimas. Sendo assim, torna-se necessário resolver o mesmo problema para diferentes valores destes coeficientes. Diante das diversas soluções encontradas, pode-se, então, decidir pela melhor solução.

#### 3.2.2.2 - Método da otimização hierárquica.

Este método, sugerido por Walz [15], considera a situação em que se ordena os objetivos em termos da importância dada a cada um. Assim, enumerando-se as funções objetivo de 1 a  $k$  tem-se que o primeiro objetivo é o considerado mais importante e o  $k$ -ésimo é o menos importante.

Tomando esta ordem, minimiza-se cada função objetivo, separadamente, adicionando em cada passo uma nova restrição que limita o acréscimo ou decréscimo da função que foi otimizada no passo anterior. Pode-se descrever este método como segue:

primeiro passo - encontre o mínimo da primeira função objetivo  $f_1(X)$ , dado pela equação (3.8), obedecendo às restrições dadas pelas equações (3.2) a (3.4);

$$f_1^{(1)}(X) = \min f_1(X) \quad (3.8)$$

onde  $X^{(1)}$  indica o valor do vetor das variáveis de decisão quando da otimização do primeiro objetivo;

do segundo ao k-ésimo passo - encontre o mínimo da i-ésima função objetivo  $f_i(X)$ , obedecendo às restrições (3.2) a (3.4), adicionando-se a restrição dada pela equação (3.10).

$$f_i^{(i)}(X) = \min f_i(X) \quad (3.9)$$

onde:

$X^{(i)}$  indica o valor do vetor das variáveis de decisão quando se otimiza a i-ésima função objetivo;

Sujeita à restrição adicional:

$$f_{j-1}(X) \leq \left[ 1 + \frac{\varepsilon_{j-1}}{100} \right] f_{j-1}^{(j-1)}(X) \quad \text{para } (j=2, \dots, i-1) \quad (3.10)$$

onde:

$\varepsilon_{j-1}$  são os coeficientes das funções incrementos ou decrementos dados em por cento;

O sinal "+" é tomado para as funções que estão sendo minimizadas, enquanto o sinal "-" para as que estão sendo maximizadas.

O ótimo deste método é obtido na  $k$ -ésima iteração quando obtemos o vetor  $X^{(k)}$ . Se após todos os  $k$ -ésimos passos, o projetista não encontrar uma solução satisfatória, então, ele pode repetir os cálculos tomando em cada passo outros valores para os coeficientes  $\varepsilon_i$ .

### 3.2.2.3 - Método Global.

A forma mais comum da função que descreve o objetivo global é a descrita pela equação (11), abaixo.

$$f(X) = \sum_{i=1}^k \left[ \begin{array}{c} 0 \\ f_i - f_i(X) \\ 0 \\ f_i \end{array} \right]^p \quad (3.11)$$

Foi sugerido por Boychuk e Ochinnikov [15], utilizar para a equação (3.11) um valor de  $p=1$  e Salukvadze [15] sugeriu  $p=2$ , sendo que outros valores de "p" podem ser usados. Para diferentes valores de "p" ter-se-á soluções ótimas distintas. Desta forma o problema é determinar o valor de "p" que resultará numa solução mais satisfatória. Pode ocorrer, também, que nenhuma solução aceitável seja encontrada independentemente do valor de "p" tomado, o que leva o projetista a procurar outro método de formulação para resolver seu problema de otimização multiobjetivos.



#### 4 - ESTRATÉGIA COMPUTACIONAL.

A tarefa de otimização de rotores flexíveis requer rotinas computacionais capazes de proceder a análise estática e dinâmica do sistema, e de proceder a otimização através de um método iterativo adequado.

Dentro deste trabalho, o programa de análise estática e dinâmica utiliza uma formulação pelo método dos elementos finitos, qual seja, o Programa Rotor [19]. Este programa computacional, desenvolvido em linguagem Fortran, utiliza um arquivo de dados de entrada que é preparado, tendo em vista o seguinte:

a) a máquina rotativa é discretizada segundo elementos de viga, de discos rígidos, de mancais e, eventualmente de elementos suplementares de rigidez, de massa, de Coriolis e de amortecimento;

b) as coordenadas dos nós são fornecidas, assim como as características físicas e geométricas de cada elemento usado no modelo;

c) deve ser estabelecida a faixa de rotação para a qual se calcula frequências e modos próprios;

d) no caso de haver excitações, estas devem ser devidamente caracterizadas;

e) os nós nos quais deve ser observada a resposta à excitação devem ser fornecidos;

A saída, via arquivo de dados permite principalmente:

f) obtenção do diagrama de Campbell, ou seja, a evolução das frequências naturais do sistema segundo diferentes rotações;

g) resposta a excitações (síncronas e assíncronas) em nós previamente escolhidos;

h) estudo da estabilidade do sistema.

À versão original deste programa, foram acrescentadas rotinas gráficas de pré e de pós-processamento, permitindo melhor interação com o usuário, facilitando o projeto [24].

Neste trabalho estuda-se o posicionamento ótimo de velocidades críticas. Como o programa de análise utilizado fornece, em sua versão básica, apenas as frequências naturais

para diferentes velocidades de rotação, foi necessário implementar uma sub-rotina que fornece as velocidades críticas. Optou-se neste caso por usar o arquivo de saída do programa Rotor para a obtenção do diagrama de Campbell via interpolação polinomial, para, em seguida determinar os pontos onde o valor da velocidade de rotação se iguala ao valor da frequência natural, nas diferentes curvas do referido diagrama. Tais pontos são as velocidades críticas procuradas. A figura (4.1) apresenta o fluxograma da subrotina VCRIT desenvolvida, a qual possui procedimentos que facilitam a convergência: possibilidade de aumentar o número de pontos interpolantes, ajuste da tolerância para o erro relativo entre os valores da rotação e da frequência natural.

Para a otimização propriamente dita utilizou-se tanto o programa ADS [21] como o programa OTIM [20]. Será descrito abaixo as opções de utilização destes programas, bem como as formas de acoplamento utilizadas para a solução do problema aqui estudado.

O programa ADS encontra-se desenvolvido na linguagem Fortran. Ele possui várias opções de estratégia, otimizador e busca unidimensional, que podem ser combinadas de formas variadas, como pode ser visto nas tabelas 1 a 4 no anexo B.

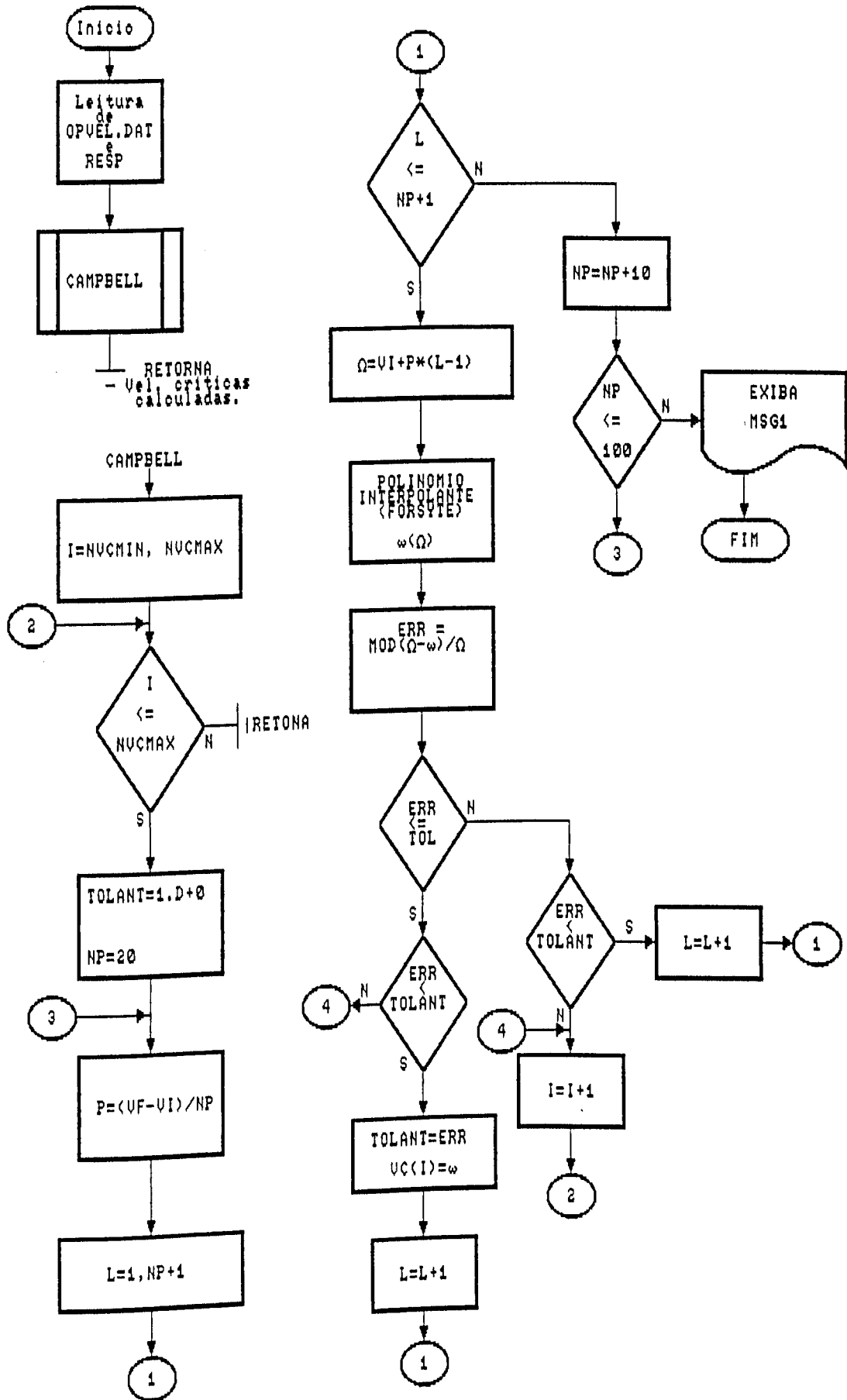


Fig. 4.1 - Fluxograma da subrotina VCRIT.

Para utilização deste programa , o usuário deve implementar uma rotina, de onde se chama o programa ADS. Nesta rotina deve-se definir: as dimensões de matrizes e vetores exigidas pelo ADS, as variáveis de decisão e suas restrições laterais, os tipos de restrições de igualdade e desigualdade e outros parâmetros necessários à execução do programa. Todos os itens acima mencionados e seus significados encontram-se no manual do programa [21].

Há quatro formas básicas de utilização do ADS:

- a) todos os parâmetros de controle e gradientes calculados por diferenças finitas, fornecidos pelo próprio ADS;
- b) alguns parâmetros de controle fornecidos pelo usuário e gradientes por diferenças finitas fornecidos pelo programa;
- c) parâmetros de controle fornecidos pelo ADS e gradientes pelo usuário;
- d) tanto alguns parâmetros de controle quanto os gradientes são fornecidos pelo usuário.

A figura (4.2) mostra o fluxograma para utilização simplificada do ADS. O usuário define os parâmetros básicos de controle e dimensões de matrizes. O parâmetro para cálculo dos gradientes, IGRAD, deve ser zero para indicar que os gradientes

serão calculados internamente pelo ADS. O parâmetro de informação, INFO, deve ser inicializado com zero e o ADS é chamado para otimização. Sempre que os valores da função objetivo, OBJ, e restrições  $G(I), I=1, NCON$ , são requeridos, o controle retorna para o programa principal com  $INFO=1$ . As funções são então atualizadas e o ADS é chamado novamente. Quando retornar para o programa principal o valor de  $INFO=0$ , a otimização estará completa.

Para o caso onde o usuário desejar modificar um ou mais parâmetros internos, tais como: critério de convergência ou número máximo de iterações, deve ser adotado um fluxo como mostra a figura (4.3). Aqui, o parâmetro de informação, INFO, deve ser inicializado com valor -2 e o parâmetro que determina o cálculo do gradiente, IGRAD, deve ter valor inicial igual a zero.

A figura (4.4) fornece o fluxograma para o caso em que o usuário deseja fornecer os gradientes para o ADS. Nesta figura, também, assume-se que o usuário deseja modificar alguns parâmetros internos. A diferença entre este caso e o anterior é que o IGRAD, agora, deve ser inicializado com 1 e o usuário deverá fornecer os gradientes durante a otimização.

O programa OTIM [20] utiliza o método do Lagrangeano Aumentado, sendo que a minimização irrestrita é feita pelo método do Davidon-Fletcher-Powell e, na busca unidimensional, o

intervalo é delimitado pela seção áurea associada a uma aproximação polinomial cúbica.

O programa utiliza a linguagem de programação Fortran, e é subdividido em dois grupos de programas, o OTIM2, que é o programa principal e, o OTIM1 que é composto pelas subrotinas que fornecem a Função Objetivo, OBJET, as Restrições, RESTR, e os Gradientes, GRADOB.

Através de um arquivo de dados de entrada, o usuário informará ao programa os tipos das funções objetivo e restrições, se são analíticas ou não. Será informado, também, se o gradiente será fornecido pelo usuário ou internamente pelo programa. De acordo com as informações acima descritas, o usuário deverá preencher, em OTIM1, as posições onde são solicitadas as funções e gradientes, de acordo com o que foi fornecido previamente ao programa, através do arquivo de entrada.

O programa OTIM utiliza, também, um arquivo de entrada, que contém parâmetros de controle como número de iterações máximas, tolerância para o cálculo da função objetivo e outros. Assim, caso o usuário desejar modificar alguns destes parâmetros deverá apenas fazer as devidas modificações neste arquivo.

O fluxograma que descreve a utilização do programa OTIM é mostrado pela figura (4.5).

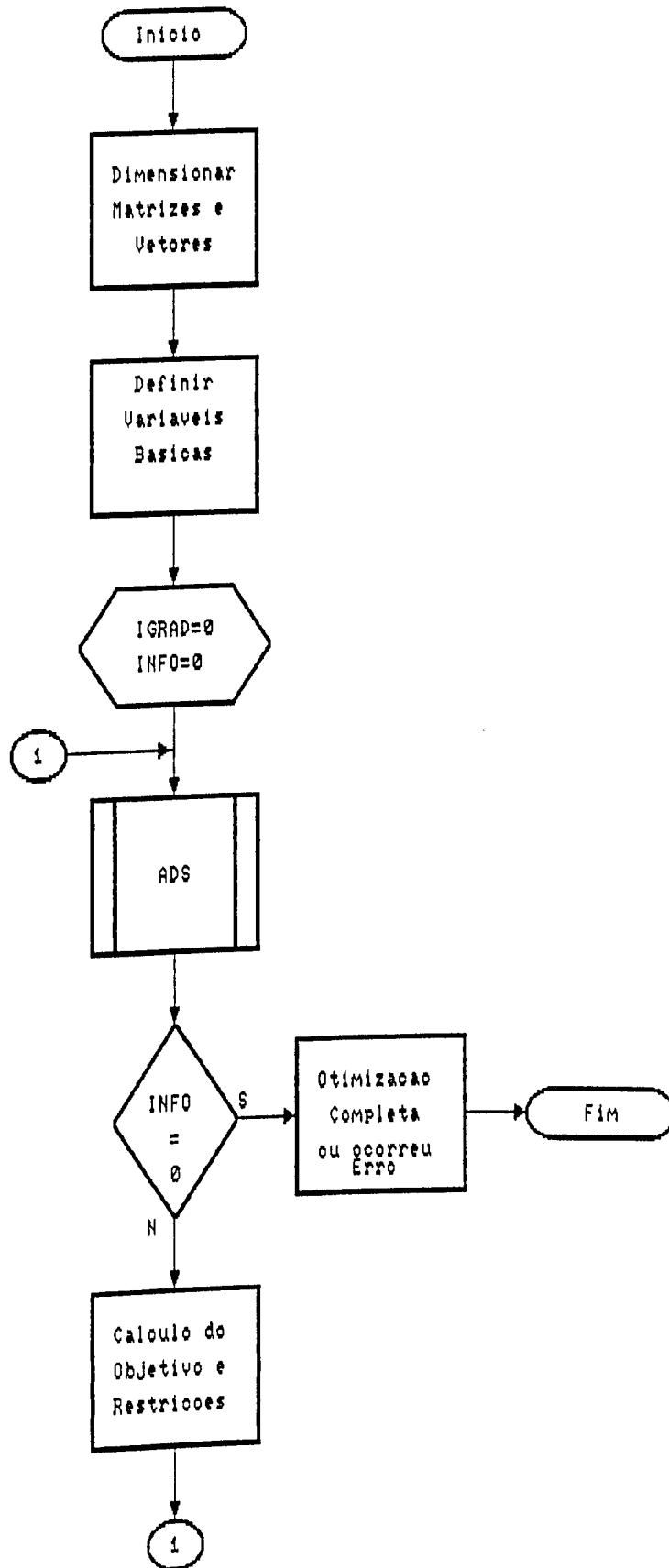


Fig. 4.2 - Utilização simplificada do ADS.



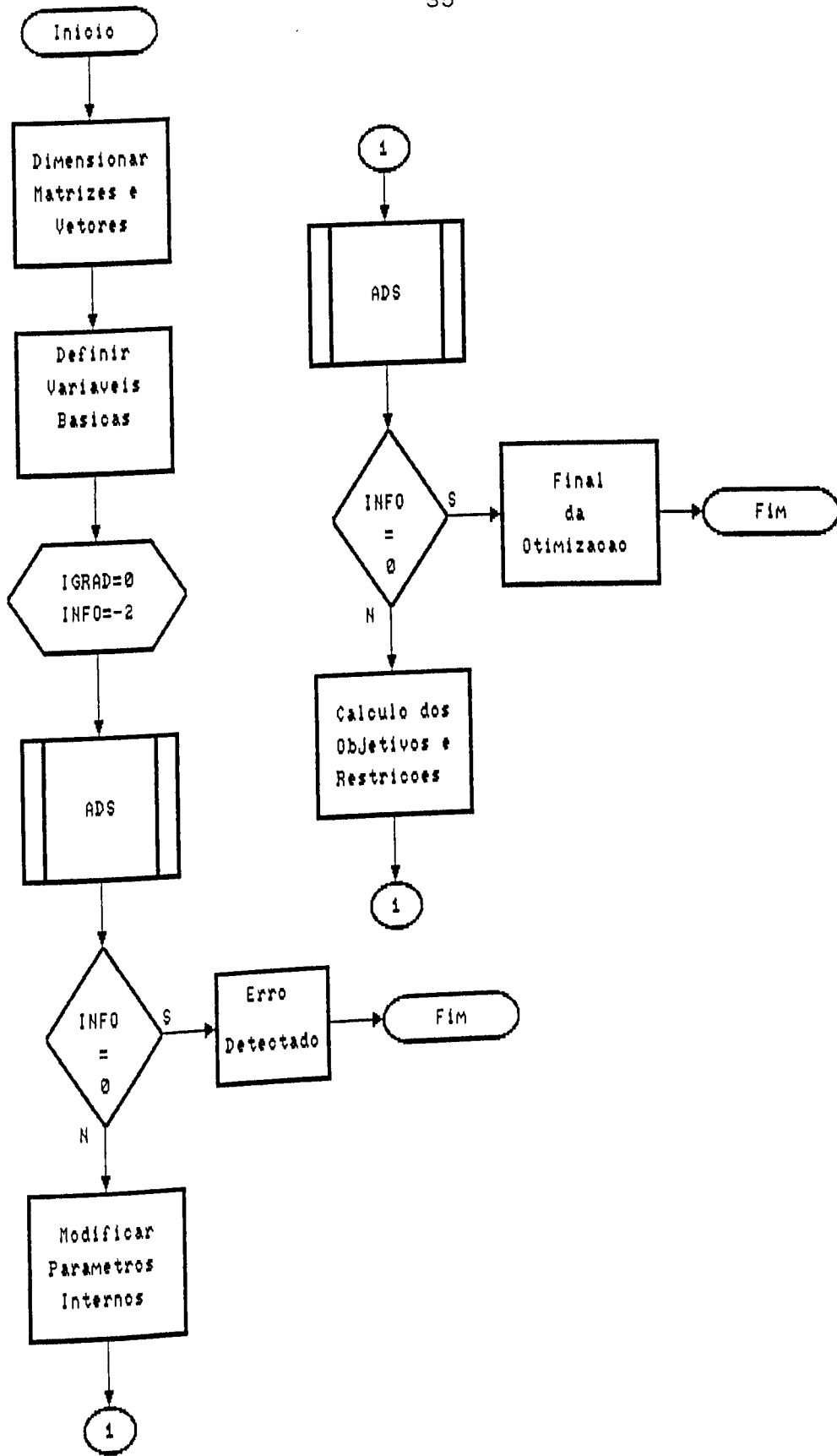


Fig. 4.3 - Utilizando ADS com modificações de parâmetros de controle.

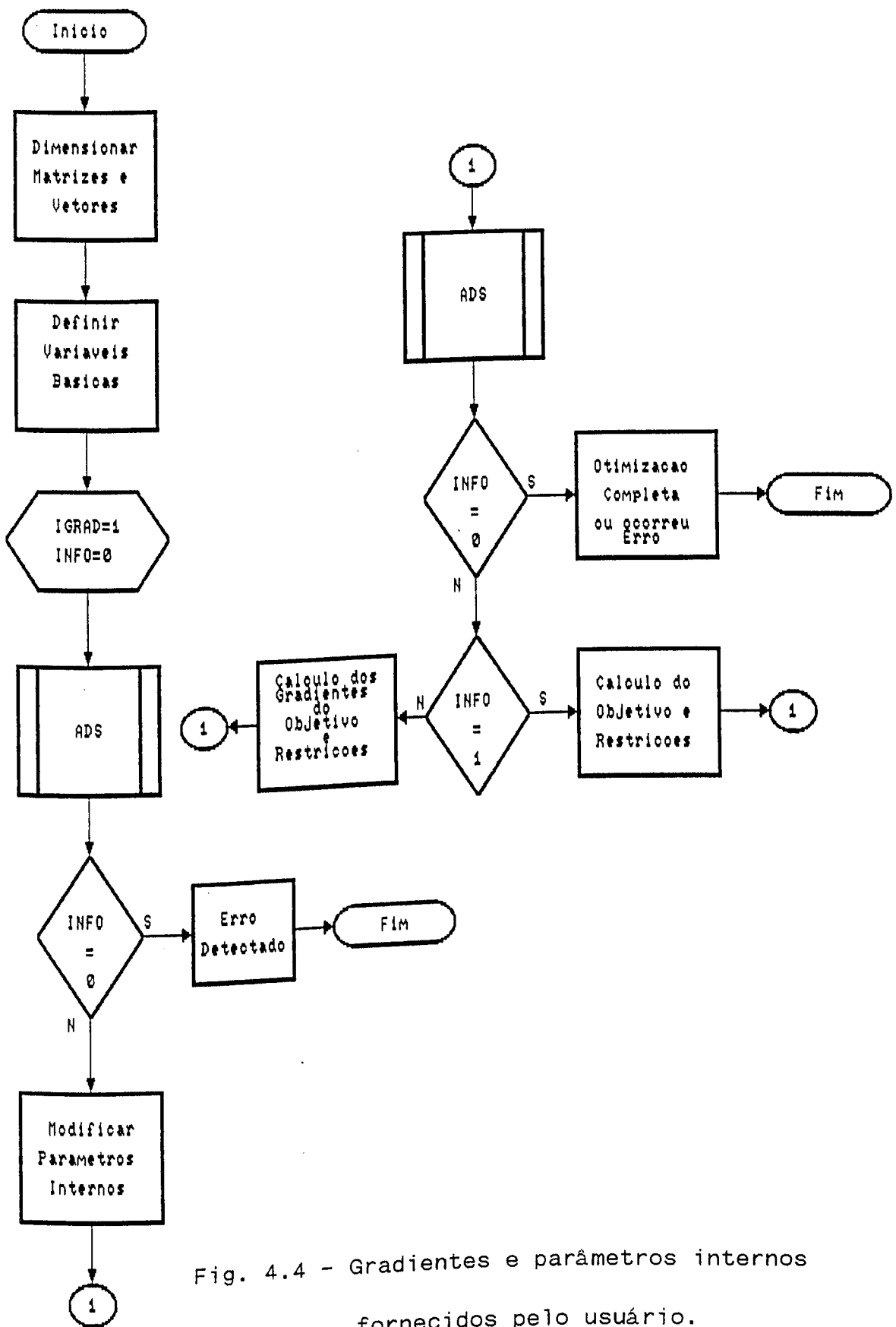


Fig. 4.4 - Gradientes e parâmetros internos fornecidos pelo usuário.

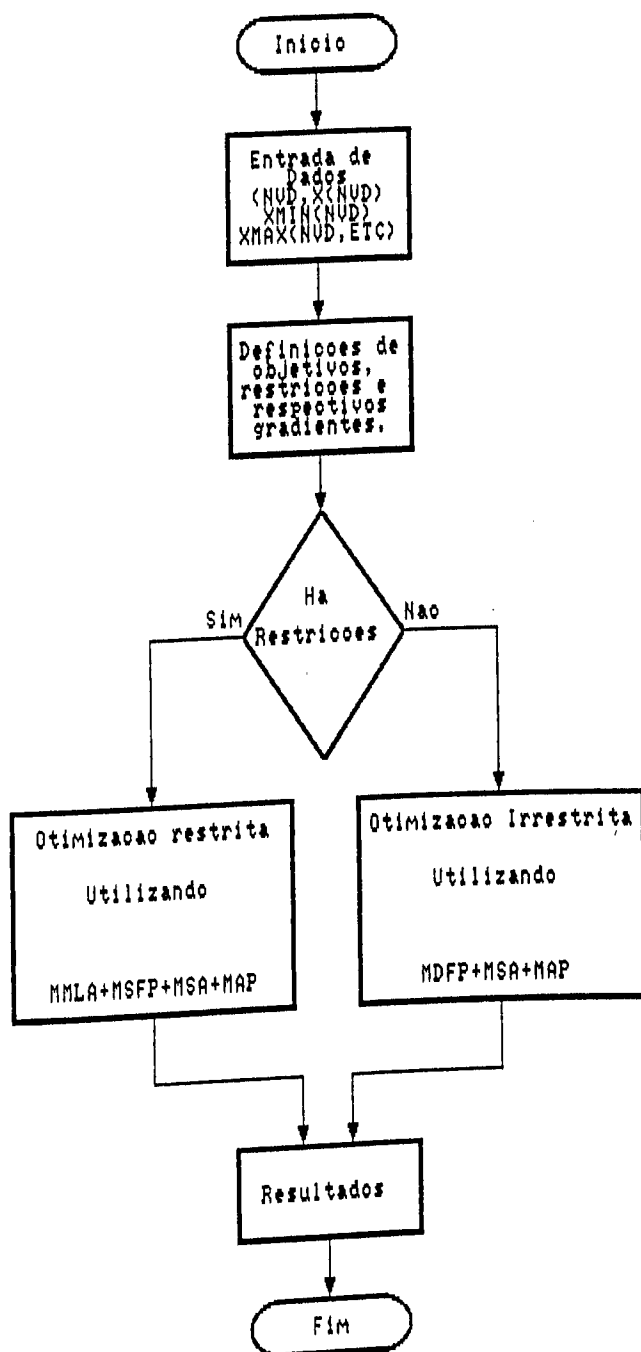


Fig. 4.5- Fluxograma para utilização do OTIM.

Após utilizar um dos acoplamentos, para otimização, acima descritos e se chegar a uma situação ótima, foram utilizadas rotinas gráficas para melhor visualização do projetista. Estas rotinas, que já se encontravam previamente desenvolvidas [24], permitem representar em tela gráfica, o diagrama de Campbell, a resposta do sistema a excitações síncronas e assíncronas e os modos próprios com animação.

No anexo C apresenta-se os arquivos de dados necessários à implementação dos programas aqui utilizados.

## 5 - APLICAÇÕES.

São apresentados neste capítulo alguns resultados obtidos ao utilizar-se a metodologia anteriormente descrita. São ressaltadas, em cada caso estudado, as dificuldades encontradas e as soluções adotadas, sempre em busca de um melhor resultado.

Nas aplicações estudadas, os gradientes das funções objetivo e das restrições foram calculados internamente pelos próprios programas de otimização, por diferenças finitas. Em relação aos parâmetros internos do programa ADS, estudou-se as soluções sem modificações de tais parâmetros (INFO=0) e com algumas modificações (INFO=-2), ou seja, fazendo uma utilização simplificada do ADS fig. (4.3.1) e com alterações dos referidos parâmetros fig. (4.3.2). Porém, para ambos os casos, obteve-se soluções equivalentes.

### 5.1 - Aplicação 1.

Na primeira aplicação, que ilustra o estudo do posicionamento ótimo de velocidades críticas, será usado um modelo bastante simples constituído por um rotor flexível de aço, apoiado nas extremidades e que suporta um disco rígido. Sua configuração inicial e seu modelo elementos finitos se encontram

na fig. 5.1. As características físicas do rotor são dadas na tabela 5.1 e a tabela 5.2 fornece as características do disco.

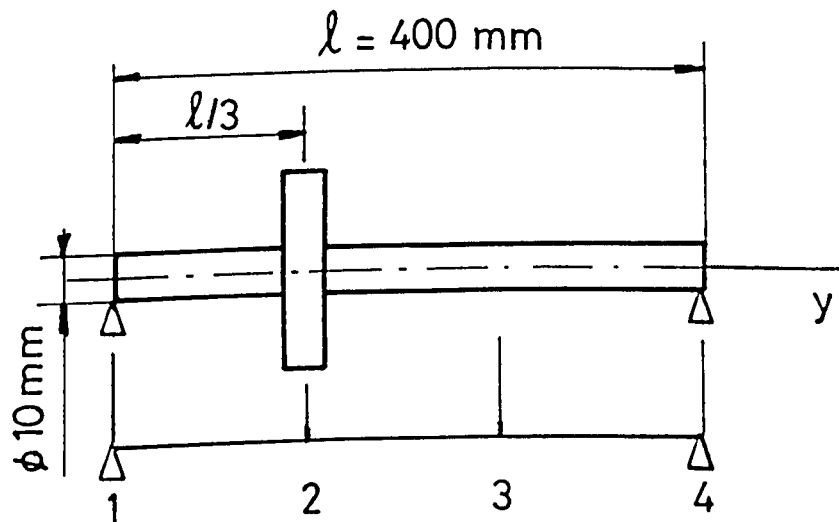


Fig. 5.1 - Aplicação 1 - Configuração inicial do rotor e modelo elementos finitos.

Tabela 5.1 - Propriedades físicas do rotor.

DENSIDADE ( $\text{Kg/m}^3$ )	7800.0
MÓD. ELASTICIDADE ( $\text{N/m}^2$ )	2.1E+11
COEFICIENTE DE POISSON	0.3

Tabela 5.2 - Características do disco.

MASSA (Kg)	7.85
$I_{xx}$ ( $\text{Kg m}^2$ )	0.1225
$I_p$ ( $\text{Kg m}^2$ )	0.245

Nesta aplicação estudou-se o posicionamento ótimo da primeira e segunda velocidades críticas, de maneira a garantir um distanciamento de segurança entre estas velocidades críticas e a velocidade de operação. Procura-se assim obter uma faixa de trabalho segura, como proposto na referência [5.1]. Assim, a

primeira função objetivo, eq. 5.1, representa o desejo de se ter a rotação inferior da faixa de trabalho,  $N_{inf}$ , no mínimo  $a_1$  vezes maior do que a primeira velocidade crítica, e a segunda função objetivo, eq. 5.2, representa o desejo de que a segunda velocidade crítica seja no mínimo  $a_2$  vezes maior que a rotação superior  $N_{sup}$  da faixa de trabalho mencionada. O vetor das funções objetivo é dado pela eq. 5.3.

$$f_1(X) = -(N_{inf} - a_1 \times vc(1))^2 \quad (5.1)$$

$$f_2(X) = -(vc(2) - a_2 \times N_{sup})^2 \quad (5.2)$$

sendo  $a_1 = 1.1$  e  $a_2 = 1.1$ .

$$F(X) = \{f_1(X), f_2(X)\} \quad (5.3)$$

Duas restrições de desigualdade foram formuladas com o intuito de garantir que o projeto seja inaceitável caso  $N_{inf}$  não seja no mínimo  $a_3$  vezes maior que a primeira velocidade crítica (eq. 5.4), e a segunda velocidade crítica não seja no mínimo  $a_4$  vezes maior que  $N_{sup}$  (eq. 5.5), como sugerido na referência [18].



$$g_1(X) = \frac{a_3 \times VC(1)}{N_{inf}} - 1 \quad (a_3 < a_1) \quad (5.4)$$

$$g_2(X) = \frac{a_4 \times N_{sup}}{VC(2)} - 1 \quad (a_4 < a_2) \quad (5.5)$$

sendo  $a_3 = 1.05$  e  $a_4 = 1.05$ .

As variáveis de projeto, aqui adotadas, foram:

$x(1)$  - posição do disco;

$x(2)$ ,  $x(3)$  e  $x(4)$  - são os raios do primeiro, segundo e terceiro elementos de barra, respectivamente.

Foi permitido ao disco variar de  $\pm 20$  por cento de sua posição inicial e aos raios dos elementos de barra foi permitido uma variação de  $\pm 10$  por cento de suas dimensões iniciais.

No estudo da otimização multicritérios, vários são os parâmetros que influenciam os resultados, tais como: a escolha dos coeficientes de ponderação, para o Método da Ponderação dos Objetivos; o valor do expoente "p" tomado, no caso do Método Global e o ordenamento dos objetivos dentro do vetor de funções objetivo e escolha dos  $\epsilon_j$ , quando se usa o Método Hierárquico. Abaixo descreve-se o processo de seleção destes parâmetros para cada método de formulação do problema de otimização

multicritérios utilizado:

- no Método da Ponderação dos objetivos inicialmente optou-se por  $w_1=0.5$  e  $w_2=0.5$ , tendo sido observado porém que a primeira velocidade crítica sofria pequena variação. Como a função objetivo que descreve o comportamento de tal velocidade crítica é  $f_1(X)$ , procurou-se aumentar a sua importância, incrementando o valor de  $w_1$ , gradativamente, até que se chegasse a uma solução satisfatória, a qual foi obtida para  $w_1=0.7$  e  $w_2=0.3$ ;

- no Método Global, iniciou-se com  $p=1$ , o qual resultou numa solução ótima equivalente à obtida no Método da Ponderação ( $w_1=0.7$  e  $w_2=0.3$ ). Foram ainda estudadas soluções para diferentes valores de  $p$ . Verificou-se, assim, que as melhores soluções foram as obtidas ao se utilizar  $p=1$  e  $p=3$ , sendo as soluções equivalentes.

- no Método Hierárquico, iniciou-se selecionando a importância dada a cada objetivo. Tomando por base o que ocorreu usando o Método da Ponderação, foi dada maior importância à função objetivo que descrevia o comportamento da primeira velocidade crítica,  $f_1(X)$ . A eq. 5.3 mostra o vetor das funções objetivo.

Além de se definir as importâncias dos objetivos, deve-se proceder a escolha adequada de  $\varepsilon_1$ , que define a variação

percentual permitida para a primeira função objetivo calculada. Verificou-se que para  $\varepsilon_1=30\%$  a solução foi satisfatória.

Vale a pena ressaltar que além de se variar os parâmetros associados a cada método acima descrito, foi ainda necessário variar as opções de estratégia, otimizador e de busca unidimensional oferecidas pelo programa ADS, para garantir o funcionamento adequado do programa.

Os resultados obtidos encontram-se na tabela 5.4. A figura 5.2 fornece o Diagrama de Campbell, que mostra a situação inicial e final, desta aplicação.

Tabela 5.3 - Resultados obtidos para aplicação 1.

		ÓTIMO		
	INICIAL	MÉT. DA PONDERAÇÃO	MÉT. GLOBAL	MÉT. HIERÁRQUICO
x(1)	0,13333 m	0.11111	0.11111	0.11111
x(2)	0,5E-2 m	0.55555E-2	0.55555E-2	0.55555E-2
x(3)	0,5E-2 m	0.45454E-2	0.45454E-2	0.45939E-2
x(4)	0,5E-2 m	0.55555E-2	0.55555E-2	0.55555E-2
f(X)	INICIAL	-81.2573	1.9989	-0.24926E+3
	ÓTIMO	-5.4603E+4	0.70547	-0.13191E+6
vc(1)	rad/s	8.7241	8.7241	8.8884
vc(2)	rad/s	24.1700	24.1700	24.2949

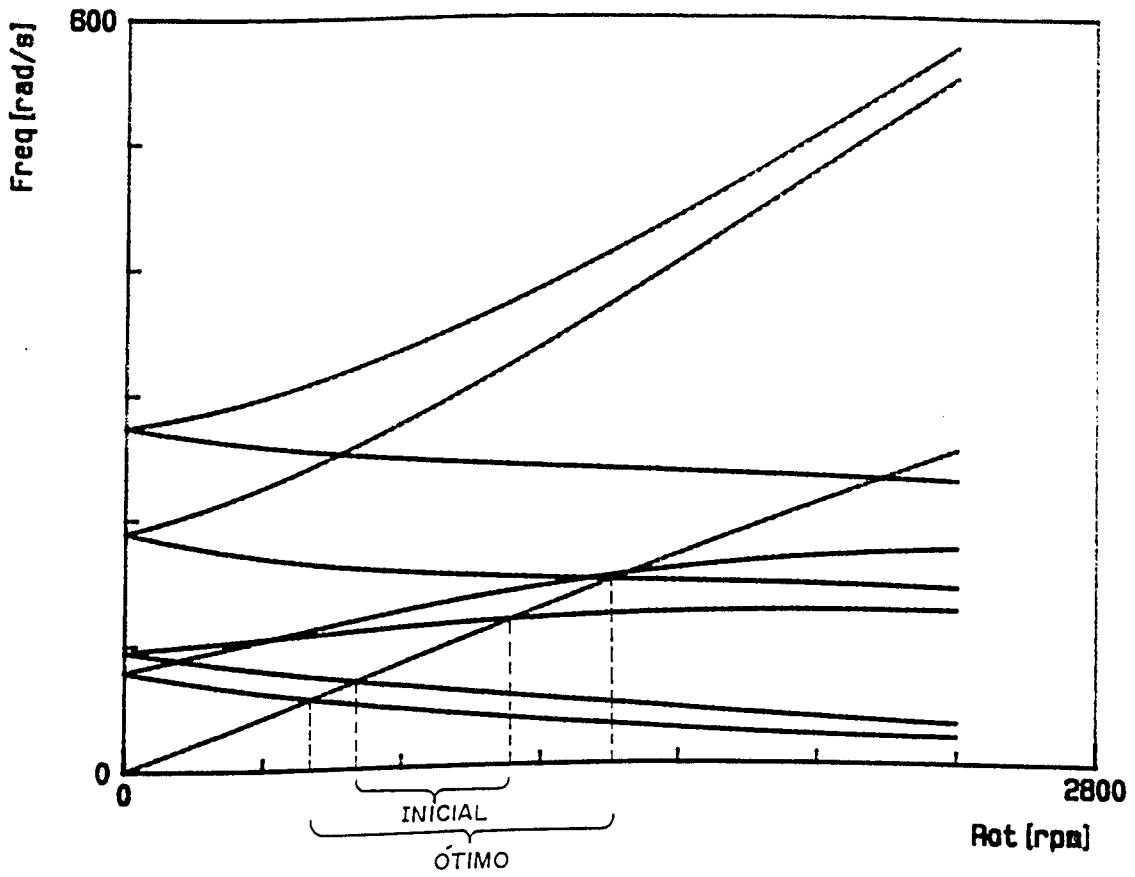


Fig. 5.2 - Diagrama de Campbell obtidos para os métodos da Ponderação, Global e Hierárquico.

## 5.2 - Aplicação 2.

Será usado um rotor flexível de aço, o qual suporta um disco rígido. Sua configuração inicial e modelo elementos finitos são mostrados na fig. 5.3. As características físicas do rotor e as características do disco são as mesmas da aplicação anterior. Ressalta-se aqui o fato dos mancais serem flexíveis.

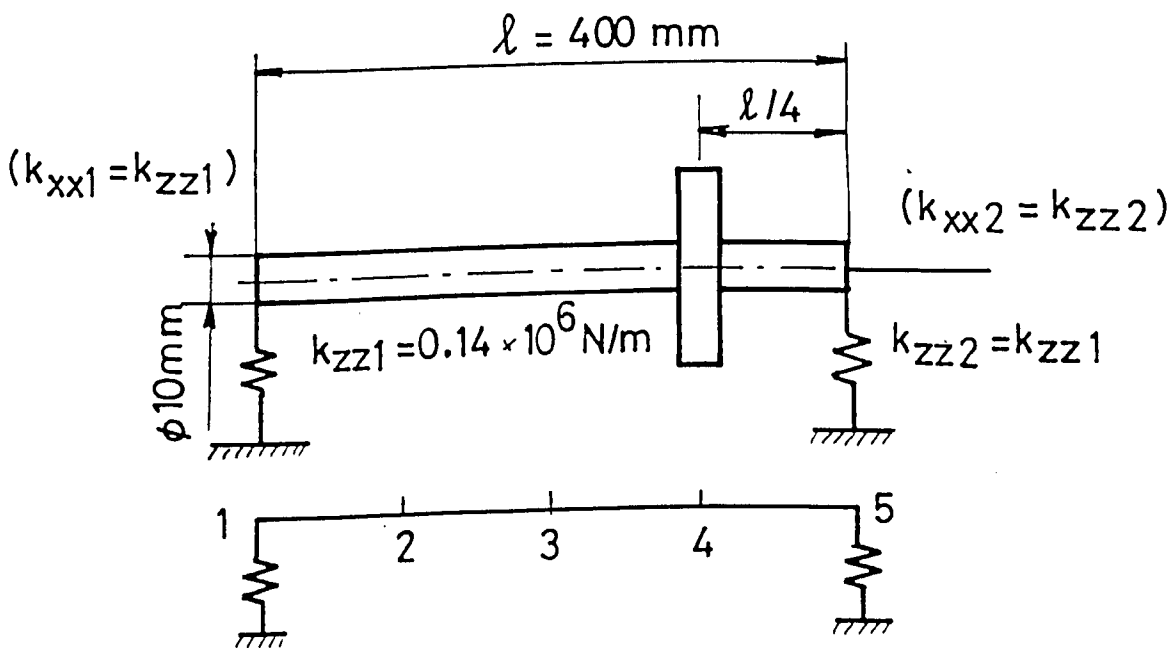


Fig. 5.3 - Aplicação 2 - Configuração inicial do rotor e modelo elementos finitos.

Como na aplicação anterior, aqui também foi estudado o posicionamento ótimo da primeira e segunda velocidades críticas, de forma semelhante ao que foi feito anteriormente. Porém, ao se formular as funções objetivo como na aplicação 1, não se obteve resultados satisfatórios. Assim, optou-se por se escrever os objetivos conforme mostram as eq. 5.6 e 5.7.

$$f_1(X) = a_1 \times vc(1) - N_{inf} \quad (5.6)$$

$$f_2(X) = a_2 \times N_{sup} - vc(2) \quad (5.7)$$

sendo  $a_1 = 1.1$  e  $a_2 = 1.1$ .

O vetor das funções objetivo,  $F(X)$ , é o dado por  $F(X) = \{f_1(X), f_2(X)\}$ .

Manteve-se aqui as mesmas restrições de desigualdade do caso anterior, porém sendo  $a_3 = 1.05$  e  $a_4 = 1.05$ .

As variáveis de projeto foram escolhidas a partir de uma prévia análise de sensibilidade, a qual levou à escolha das variáveis que mais influenciam na resposta do sistema, que são:

$x(1)$  - posição do disco;

$x(2)$  - raio do primeiro elemento de barra;

$x(3)$  - raio do segundo elemento de barra;

x(4) - raio do terceiro elemento de barra;

x(5) - raio do quarto elemento de barra;

x(6) - rigidez do mancal do nó 1;

x(7) - rigidez do mancal do nó 5;

As restrições laterais das variáveis de projeto foram estabelecidas de forma a permitir ao disco variar de  $\pm 20\%$  de sua posição inicial, aos raios dos elementos de barra variarem de  $\pm 10\%$  de seus valores iniciais e às rigidez dos mancais uma variação inferior de 70% do valor inicial e superior de 200% de seu valor inicial.

Utilizando a formulação acima descrita obteve-se considerável melhora nos resultados. Porém, as variáveis de projeto x(6) e x(7) não tinham seus valores modificados ao final do processo. Isto ocorre devido à considerável diferença da ordem de grandeza destas variáveis em relação às demais. Basta lembrar que x(6) e x(7) são associadas a termos de rigidez de mancais e as outras são associados à geometria do rotor. Para solucionar tal problema, optou-se por normalizar a um tais variáveis. Esta alternativa levou a resultados satisfatórios, solucionando o problema.

Além das questões acima relatadas, diferentes cálculos foram feitos modificando os parâmetros ( $w_i, p$  ou  $\epsilon_i$ ), dependendo do método de otimização utilizado. Os melhores resultados

obtidos e o valor destes parâmetros se encontram na tabela 5.5. A figura 5.5 mostra as situações inicial e ótima desta aplicação, onde , para fins de obtenção do Diagrama de Campbell, os resultados são considerados equivalentes.

Tabela 5.4 - Resultados obtidos para aplicação 2.

		ÓTIMO		
	INICIAL	MÉT. DA PONDERAÇÃO	MÉT. GLOBAL	MÉT. HIERÁRQUICO
x(1)	0.3 m	0.33	0.33	0.33
x(2)	0.5E-2 m	0.45454E-2	0.45454E-2	0.45454E-2
x(3)	0.5E-2 m	0.45454E-2	0.45454E-2	0.51885E-2
x(4)	0.5E-2 m	0.45454E-2	0.45454E-2	0.47328E-2
x(5)	0.5E-2 m	0.55555E-2	0.55555E-2	0.55555E-2
x(6)	0.14E+6N/m	0.98E+5	0.98E+5	0.98E+5
x(7)	0.14E+6N/m	0.28E+6	0.28E+6	0.28E+6
F(X)	INICIAL	1.3038	2.0137	0.75877
	ÓTIMO	-0.1956E+3	0.1620	-0.45772E+3
vc(1)	rad/s	7.2526	7.2526	8.0173
vc(2)	rad/s	24.4737	24.4737	24.7703



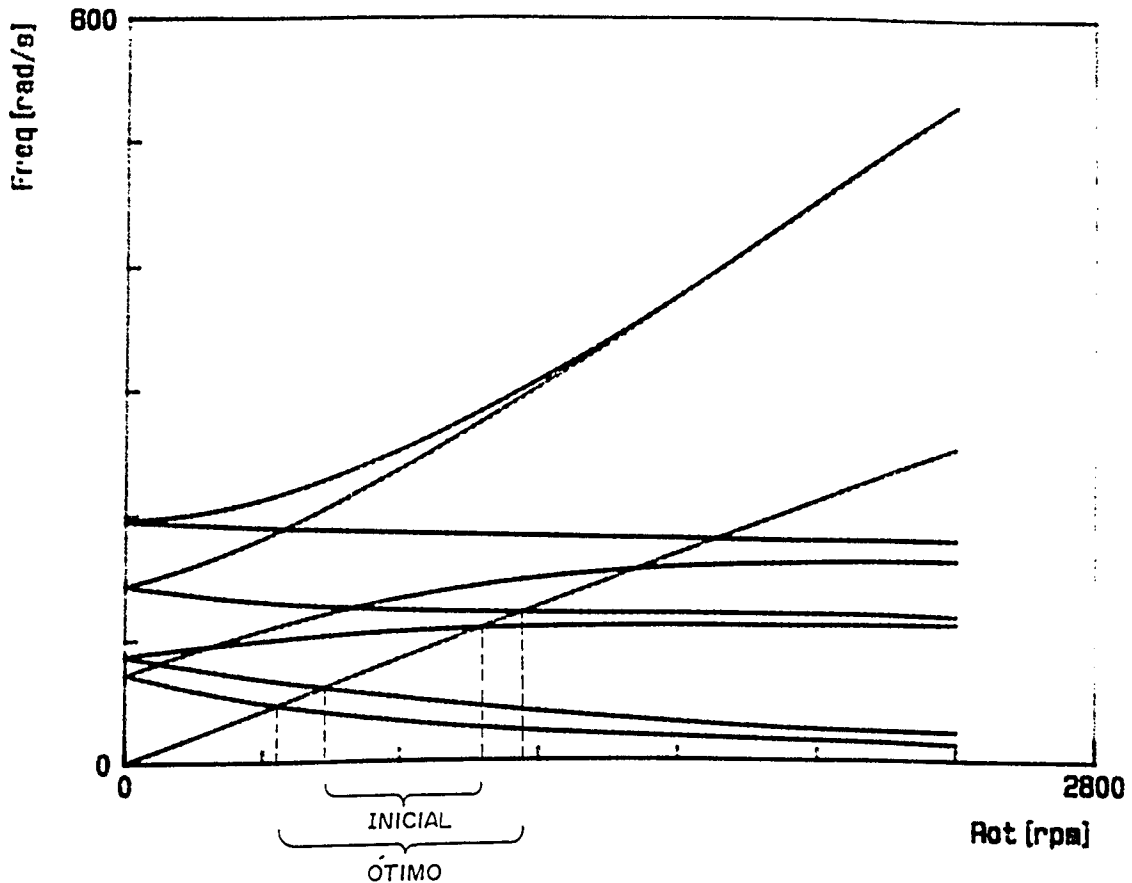


Fig. 5.4 - Diagrama de Campbell para os métodos da Ponderação, Global e Hierárquico.

### 5.3 - Aplicação 3.

O sistema giroscópico estudado nesta aplicação é constituído por um rotor flexível de aço que suporta 3 discos rígidos posicionados nos nós 5, 11 e 15, mostrados na figura 5.7. O rotor suporta, também, duas massas complementares posicionadas nos nós 2 e 18, onde se encontram os dois mancais de apoio de todo o conjunto. A figura 5.5 mostra a configuração inicial e o modelo elementos finitos do rotor.

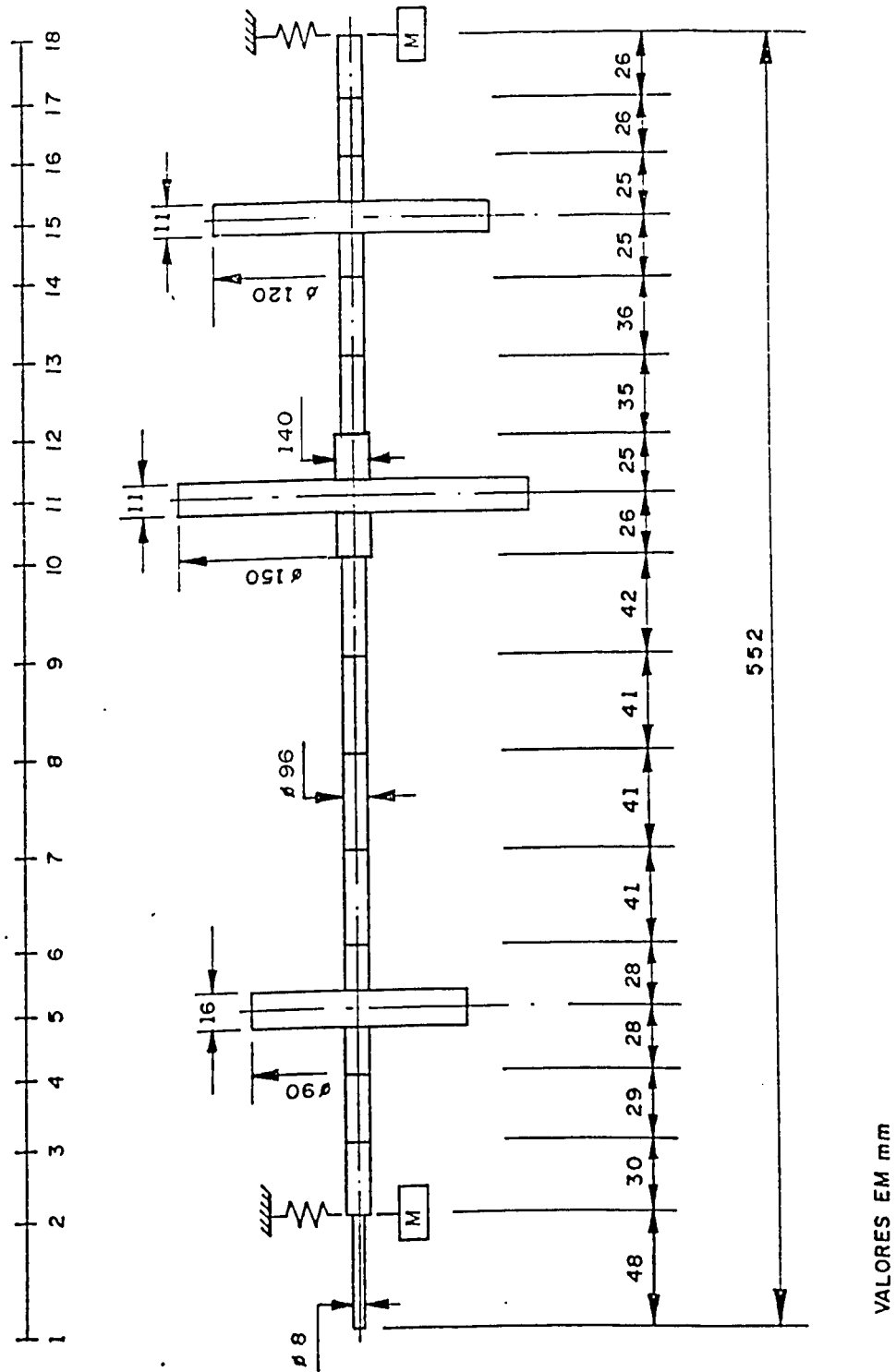


Fig. 5.5 - Aplicação 3 - Configuração inicial do rotor e modelo elementos finitos.

As características dos discos são apresentadas na tabela

5.5.

Tabela 5.5 - Aplicação 3 - Características dos discos.

DISCO	1	2	3
MASSA (Kg)	0.818	1.600	0.981
$I_{xx}$ (Kg m <sup>2</sup> )	0.0004	0.00225	0.0009
$I_p$ (Kg m <sup>2</sup> )	0.0008	0.0045	0.0018

Nesta aplicação estudou-se o posicionamento ótimo da quarta e quinta velocidades críticas, de maneira a se ter uma faixa de trabalho segura entre estas velocidades críticas. As equações 5.9 e 5.10 mostram as funções objetivo aqui utilizadas.

$$f_1(X) = a_1 \times vc(4) - N_{inf} \quad (5.9)$$

$$f_2(X) = a_2 \times N_{sup} - vc(5) \quad (5.10)$$

sendo  $a_1 = 1.2$  e  $a_2 = 1.2$ .

O vetor das funções objetivo é  $F(X) = \{f_1(X), f_2(X)\}$ .

As restrições de desigualdade têm o mesmo intuito descrito nas aplicações anteriores. Deve ser lembrado, porém, que aqui se trabalha no posicionamento da quarta e quinta velocidades críticas. As equações 5.12 e 5.13 mostram as restrições de desigualdade impostas:

$$g_1(X) = \frac{a_3 \times VC(4)}{N_{inf}} - 1 \quad (a_3 < a_1) \quad (5.12)$$

$$g_2(X) = \frac{a_4 \times N_{sup}}{VC(5)} - 1 \quad (a_4 < a_2) \quad (5.13)$$

sendo  $a_3 = 1.15$  e  $a_4 = 1.15$ .

Inicialmente foi feita a análise de sensibilidade em relação às seções transversais de todos elementos de barra e às posições dos três discos. Feito este estudo optou-se por tomar como variáveis de projeto os seguintes parâmetros:

$X(1)$  à  $X(8)$  correspondem aos raios do 6<sup>o</sup> ao 13<sup>o</sup> elementos de barra, respectivamente;

$X(9)$  à  $X(11)$  são as posições do 1<sup>o</sup>, 2<sup>o</sup> e 3<sup>o</sup> elementos de

disco.

As restrições laterais adotadas foram:

$$0.432E-2 \leq X(1) \leq 0.528E-2$$

$$0.432E-2 \leq X(2) \leq 0.528E-2$$

$$0.432E-2 \leq X(3) \leq 0.528E-2$$

$$0.432E-2 \leq X(4) \leq 0.528E-2$$

$$0.63E-2 \leq X(5) \leq 0.77E-2$$

$$0.63E-2 \leq X(6) \leq 0.77E-2$$

$$0.432E-2 \leq X(7) \leq 0.528E-2$$

$$0.432E-2 \leq X(8) \leq 0.528E-2$$

$$0.120 \leq X(9) \leq 0.150$$

$$0.335 \leq X(10) \leq 0.372$$

$$0.451 \leq X(11) \leq 0.498$$

Os resultados obtidos, para esta formulação, são apresentados na tabela 5.6. A figura 5.6 mostra o Diagrama de Campbell, permitindo comparar a situação ótima obtida com a do projeto original. Para fins de colocação dos dados no Diagrama de Campbell, os resultados obtidos usando os três métodos implementados são considerados equivalentes.

Tabela 5.6 - Resultados obtidos para aplicação 3.

		ÓTIMO		
	INICIAL	MÉT. DA PONDERAÇÃO	MÉT. GLOBAL	MÉT. HIERÁRQUICO
X(1)	0.48E-2 m	0.528E-2	0.528E-2	0.528E-2
X(2)	0.48E-2 m	0.528E-2	0.528E-2	0.528E-2
X(3)	0.48E-2 m	0.528E-2	0.528E-2	0.528E-2
X(4)	0.48E-2 m	0.528E-2	0.528E-2	0.528E-2
X(5)	0.70E-2 m	0.77E-2	0.77E-2	0.77E-2
X(6)	0.70E-2 m	0.77E-2	0.77E-2	0.77E-2
X(7)	0.48E-2 m	0.58E-2	0.528E-2	0.528E-2
X(8)	0.48E-2 m	0.58E-2	0.528E-2	0.528E-2
X(9)	0.135 m	0.120	0.120	0.120
X(10)	0.354 m	0.372	0.372	0.372
X(11)	0.475 m	0.498	0.498	0.48697
F(X)	INICIAL	-0.32771E-3	2.005	-3.1241
	ÓTIMO	-0.11968E+3	0.318	-0.41251E+3
Vc(4)	rad/s	19.8500	19.8500	20.0200
Vc(5)	rad/s	45.4533	45.4533	46.0752

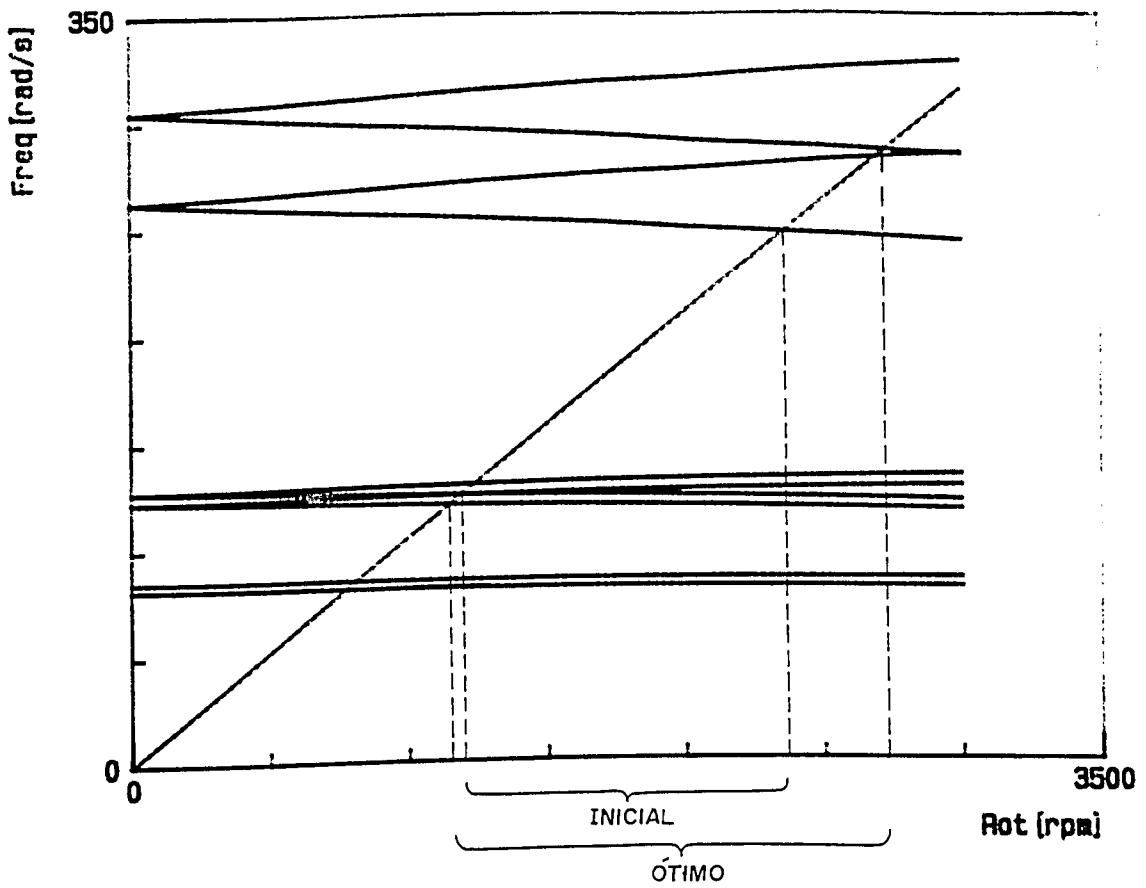


Fig. 5.6 - Diagrama de Campbell para os métodos da Ponderação, Global e Hierárquico.

## 6 - CONCLUSÕES.

A preocupação maior deste trabalho foi a de estudar situações de projeto de máquinas rotativas, onde a formulação de funções multiobjetivos se faz necessária.

Trabalhos anteriores demonstram que o tratamento de problemas com um único objetivo constitui-se num estudo de otimização já bem desenvolvido.

Entretanto, ao se considerar vários objetivos ao mesmo tempo, algumas dificuldades adicionais se apresentam, tais como: formulação das próprias funções objetivo e das restrições e a escolha do método a ser utilizado para otimização do vetor das funções objetivo. Apesar de tais dificuldades adicionais, ganha-se ao se poder tratar vários critérios de desempenho simultaneamente.

Ao se formular um problema de otimização é importante ressaltar que constitui-se este um problema complexo, bastante sensível à formulação da função objetivo, às restrições e à escolha das variáveis de decisão. Isto significa que a participação do projetista não pode ser dispensada e que o chamado "projeto automatizado", neste contexto, ainda não ocorre da forma que se pretende para o futuro.

Vale comentar, também, que sendo as variáveis de decisão



escolhidas dentre características físicas e geométricas cujos valores são de ordens de grandeza frequentemente muito diferentes, surge a necessidade de se normalizar tais variáveis.

Neste trabalho optou-se por estudar uma situação de projeto de grande relevância na dinâmica de máquinas rotativas, qual seja, o funcionamento seguro do sistema, onde a velocidade de operação se encontra entre duas velocidades críticas, tal que se disponha de uma faixa de segurança em torno da velocidade de operação.

Do ponto de vista computacional o programa de análise dinâmica de rotores utilizado (ROTOR, Ferraris, G./INSA-LYON), foi acoplado a um programa de otimização (ADS, Vanderplaats, G. N./NASA-EUA) ou (OTIM, Faria, M. L. M. e Steffen Jr., V./UFU). Evidentemente, ao se utilizar o ADS tem-se maior versatilidade em função das várias possibilidades oferecidas pelo mesmo quanto à escolha da estratégia, otimizador e busca unidimensional.

Os três métodos de minimização do problema de função multiobjetivos (Método da Ponderação, Método Global e Método Hierárquico), apresentaram todos eles excelente desempenho nas aplicações feitas, apesar do Método da Ponderação ter sido mais eficiente no que diz respeito ao número de avaliações da função objetivo, o que o fez, portanto, mais rápido.

Quanto às aplicações implementadas, ficou evidente que a otimização é uma ferramenta indispensável no projeto moderno de sistemas mecânicos. E mais, que a formulação do problema multicritérios se torna tão mais necessária, quanto mais complexo o sistema mecânico em desenvolvimento.

Com a metodologia aqui utilizada foi possível chegar-se a soluções interessantes quanto ao comportamento dinâmico de máquinas rotativas.

Para trabalhos futuros antevê-se boas possibilidades de uso da metodologia desenvolvida na solução de problemas mais complexos, particularmente aqueles de interesse industrial.

## 7 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

- [1] - LALANNE, QUEAU e TRAN, "Dynamique des Rotors: vitesses critiques, instabilités," Laboratoire de Mécanique des Structures - I. N. S. A (França), pp. 105-113.
- [2] - STEFFEN Jr., V., "Estudo Analítico e Experimental de Dinâmica de Rotores", Revista Brasileira de Ciências Mecânicas, Vol. III, No. 03, 1981.
- [3] - RUHL, R. and BOOKER, J., "A Finite Element Model for Distributed Parameter Turborotor Systems", ASME Journal of Eng for Ind, pp. 103-111, May 1983.
- [4] - LALANNE, M. and FERRARIS, G., "Rotordynamics Prediction in Engineering, John Wiley, 1990.
- [5] - RAO, J. S., "Rotordynamics," Wiley Eastern LTD, Calcutta 1983.
- [6] - GENTA, G., "Recent Advances in F.E.M. Rotor Dynamics of Politecnico di Torino," Torino-Italy.

- [7] - CHILDS, D. W., and GRAVISS, K., "A Note on Critical-Speed Solutions for Finite-Element Based Rotor Models," Journal of Mechanical Design, vol. 104, Apr. 1982, pp. 412-415.
- [8] - NELSON, H. D., and McVAUGH, J. M., "The Dynamics of Rotor-Bearing Systems Using Finite Elements," Journal of Engineering for Industry, May 1976, pp. 593-600.
- [9] - VANDERPLAATS, G. N., "Numerical Optimization Techniques for Engineering Design: with Applications," McGraw-Hill Book Company, 1984, 333 p.
- [10] - STEFFEN Jr., V. and TEODORO, E. B., "Sensitivity Analysis and Optimization on Rotordynamics," Proc. Int. Cong. of Theoretical and Applied Mechanics - ICTAM 88, Grenoble-France.
- [11] - FRITZEN, C. P. and NORDMANN, R., "Influence of Parameter Changes to Stability Behavior of Rotors," NASA Conference Publication 2250, Rotor-dynamic Instability Problems in High-Performance Turbomachinery, Texas A & M University, College Station, TX, May 10-12, 1982, pp. 284-297.

- [12] - RAJAN, M.M., NELSON, H. D. and CHEN, W. J., "Parameter Sensitivity in the Dynamics of Rotor-Bearing Systems," Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, April 1986, pp. 197-206.
- [13] - FOX, R. L. and KAPOOR, M. P., "Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors," AIAA Journal, Vol. 6, N<sup>o</sup>12, 1986, pp. 2426-2429.
- [14] - PLAUT, R. H. and HUSEVIN, K., "Derivatives of Eigenvalues and Eigenvecotrs in Non-Self-Adjoint System," AIAA Journal, Vol. 11, N<sup>o</sup> 2, 1973, pp. 250-251.
- [15] - OSYCZKA, A., "Multicriterion Optimization in Engineering," Ellis Horwood Limited, 1984.
- [16] - STEFFEN, V. Jr., and LACERDA, H. B., "Using Optimization for Balancing Flexible Rotors," Proceedings of the 10<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, San Diego, Ca-USA, 1992, pp. 810-815.

- [17] - STEFFEN Jr., V. and MARCELIN, J. L., "On the Optimization of Vibration Frequencies of Rotors," Int.Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, July, 1988, pp. 77-80.
- [18] - RAJAN, M., RAJAN, S. D., NELSON, H. D. and CHEN, W. J., "Optimal Placement of Critical Speeds in Rotor-Bearing Systems," Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, April 1987, pp. 152-157.
- [19] - FERRARIS, G. e outros, "Rapport Technique Relatif au Code de Calcul Rotor," Lyon, Laboratoire de Mécanique des Structures, 1984, 79 p..
- [20] - FARIA, M. L. M., "Manual de Utilização do Programa OTIM," UFU, 1991.
- [21] - VANDERPLAATS, G. N., "ADS - A FORTRAN Program for Automated Design Synthesis," Versão 1.1.
- [22] - BERTHIER, P., FERRARIS, G. and LALANNE, M., " Prediction of Critical Speeds, Unbalance and Nonsynchronous Forced Response of Rotors," The Shock and Vibration Bulletin, May 1983, pp. 103-111.

- [23] - LACERDA, H. B., "Racionalização do Método dos Coeficientes de Influência Aplicado ao Balanceamento de Rotores Flexíveis," Dissertação de Mestrado, UFU, Uberlândia, 1990, 107 p..
- [24] - PEREIRA, J. C., "Elaboração de Rotinas Gráficas para Suporte a um Programa Computacional de Análise Estática e Dinâmica de Máquinas Rotativas," Dissertação de Mestrado, UFU, Uberlândia, 1990, 100 p..

## 8 - ANEXOS.

## 8.1 - Anexo A - Matrizes Elementares de Massa, Rigidez e Giroscópica.

$u_1$	$w_1$	$\theta_1$	$\psi_1$	$u_2$	$w_2$	$\theta_2$	$\psi_2$
$240 S_1 + 72 S_2$ $\frac{504}{L^2} (I_1 + I_2)$			$-(2,3)$	$(2,6)$			$-(2,7)$
	$(1,1)$	$L(30 S_1 + 14 S_2)$ $+ \frac{84}{L} I_2$			$54 (S_1 + S_2)$ $-\frac{504}{L^2} (I_1 + I_2)$	$-L(14S_1+12S_2)$ $+\frac{84}{L} I_1$	
		$L^2(5S_1 + 3S_2)$ $+ 84I_1 + 28I_2$			$L(12S_1 + 14S_2)$ $-\frac{84}{L} I_2$	$-3L^2(S_1 + S_2)$ $-14 (I_1 + I_2)$	
			$(3,3)$	$-(3,6)$			$(3,7)$
				$(6,6)$			$-(6,7)$
					$72 S_1 + 240 S_2$ $+\frac{504}{L^2} (I_1 + I_2)$	$-L(14S_1+30S_2)$ $-\frac{84}{L} I_1$	
						$-L^2(3S_1+5S_2)$ $+28I_1 + 84I_2$	
							$(7,7)$

MATRIZ DE MASSA ELEMENTAR DE UM  
ELEMENTO DE VIGA

simétrica

$S_1, I_1$  : Seção e Inércia no nó 1.

$S_2, I_2$  : Seção e Inércia no nó 2.

Supõe-se que a seção e inércia variam linearmente  
ao longo de um elemento.



$u_j$	$w_j$	$\theta_1$	$\psi_1$	$u_2$	$w_2$	$\theta_2$	$\psi_2$
12I			- 6IL	-12I			-6IL
	12I	6IL			- 12I	6IL	
		$4IL^2(1 + \frac{\alpha}{4})$			- 6IL	$2IL^2(1 - \frac{\alpha}{2})$	
			$4IL^2(1 + \frac{\alpha}{4})$	6IL			$2IL^2(1 - \frac{\alpha}{2})$
				12I			6IL
					12I	- 6IL	
						$4IL^2(1 + \frac{\alpha}{4})$	
							$4IL^2(1 + \frac{\alpha}{4})$

MATRIZ DE RIGIDEZ ELEMENTAR DE UM

ELEMENTO DE VIGA

simétrica

I : Inércia média ao longo do elemento.

$\alpha$  : Coeficiente de cisalhamento.

$$\frac{E}{L^3(1 + \alpha)}$$

$u_1$	$w_1$	$\theta_1$	$\psi_1$	$u_2$	$w_2$	$\theta_2$	$\psi_2$
	$\frac{36}{L} (I_1 + I_2)$	$6I_2$			$-\frac{36}{L} (I_1 + I_2)$	$6 I_1$	
			$6I_2$	$\frac{36}{L} (I_1 + I_2)$			$6I_1$
			$L(6I_1 + 2I_2)$	$6I_2$			$-L(I_1 + I_2)$
					$6I_2$	$L (I_1 + I_2)$	
					$\frac{36}{L} (I_1 + I_2)$	$-6I_1$	
							$-6I_1$
							$L(2I_1 + 6I_2)$

MATRIZ DE CORIOLIS ELEMENTAR DE UM ELEMENTO DE VIGA anti-simétrica

$I_1, I_2$  : Inércia aos nós 1 e 2. Variação linear ao longo de um elemento.

8.2 - Anexo B - Opções de Estratégia, Otimizador e Busca Unidimensional, para utilização do ADS.

A tabela 1c fornece as estratégias (ISTRAT) permitidas pelo ADS.

Tabela 1b - Opções de Estratégia.

ISTRAT	ESTRATÉGIA A SER USADA
0	Nenhuma. Vai direto para o Otimizador.
1	Minimização sequencial irrestrita usando método da função de penalidade exterior.
2	Minimização sequencial irrestrita usando o método da função de penalidade interior linear extendida.
3	Minimização sequencial irrestrita utilizando o método da função de penalidade interior quadrática extendida.
4	Minimização sequencial irrestrita utilizando o método da função penalidade interior cúbica extendida.
5	Método dos Multiplicadores do Lagrangeano Aumentado.
6	Problema Sequencial Linear.
7	Método dos Centros (método das <u>hiperesferas</u> inscritas)
8	Problema Sequencial Quadrático.
9	Problema Sequencial Convexo.

A tabela 2b dá a lista de otimizadores permitidos pelo ADS. IOPT é o parâmetro que indica o otimizador desejado.

Tabela 2b - Opções de Otimizador.

IOPT	OTIMIZADOR A SER USADO
0	Nenhum. Vai direto para a Busca Unidimensional. Esta opção deverá ser usada somente para o desenvolvimento do programa.
1	Algoritmo de Fletcher-Reeves para minimização irrestrita.
2	Método da variável métrica de Davidon-Fletcher-Powell (DFP), para minimização irrestrita.
3	Método da variável métrica de Broydon-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS), para minimização irrestrita.
4	Método das Direções Permitidas (MFD) para minimizações com restrições.
5	Método Modificado das Direções Permitidas para minimizações com restrições.

Na tabela 3b fornece-se as opções de busca unidimensional permitidas para problemas irrestritos e restritos. O parâmetro (IONED) identifica, aqui, o algoritmo a ser utilizado.

Tabela 3b - Opções de Busca Unidimensional.

IONED	OPÇÃO DE BUSCA UNIDIMENSIONAL
1	Encontrar o mínimo de uma função irrestrita utilizando o método da Seção Áurea.
2	Encontrar o mínimo de uma função irrestrita usando o método da Seção Áurea seguido de uma interpolação polinomial.
3	Encontrar o mínimo de uma função irrestrita, primeiro encontrando os contornos e então utilizando interpolação polinomial.
4	Encontrar o mínimo de uma função irrestrita por uma interpolação/extrapolação polinomial sem primeiramente encontrar os contornos na solução.
5	Encontrar o mínimo de uma função restrita usando o método da Seção Áurea.
6	Encontrar o mínimo de uma função restrita usando o método da Seção Áurea seguido de uma interpolação polinomial.
7	Encontrar o mínimo de uma função restrita, primeiramente encontrando os contornos e então usando interpolação polinomial.
8	Encontrar o mínimo de uma função restrita usando interpolação/extrapolação polinomial sem primeiramente encontrar os contornos na solução.

Na tabela 4b são mostradas as combinações das tabelas 1b a 3b que são permitidas.

Como se vê nem todas as combinações de Estratégia, Otimizador e Busca Unidimensional fazem sentido. Por exemplo, Busca Unidimensional para casos restritos não tem sentido quando a função a ser minimizada é irrestrita.

As combinações de algoritmos disponíveis no programa ADS são mostrados na tabela 4b da seguinte forma: as posições onde aparece um "X" indica uma combinação aceitável de Estratégia, Otimizador e Busca Unidimensional. Um exemplo de combinação aceitável é mostrado pela linha escura na tabela, a qual indica que para o estudo de uma otimização restrita pode-se combinar: (ISTRAT=5), Método dos Multiplicadores do Lagrangeano Aumentado, o otimizador BFGS (IOPT=3) e interpolação polinomial com fronteiras para a Busca Unidimensional (IONED=3).

Tabela 4b - Opções do Programa ADS.

ESTRATÉGIA	OTIMIZADOR				
	1	2	3	4	5
0	X	X	X	X	X
1	X	X	X	0	0
2	X	X	X	0	0
3	X	X	X	0	0
4	X	X	X	0	0
<b>5</b>	X	X	<b>X</b>	0	0
6	0	0	0	X	X
7	0	0	0	X	X
8	0	0	0	X	X
9	0	0	0	X	X
<b>BUSCA UNIDIMENSIOANAL</b>					
1	X	X	X	0	0
2	X	X	X	0	0
3	X	X	<b>X</b>	0	0
4	X	X	X	0	0
5	0	0	0	X	X
6	0	0	0	X	X
7	0	0	0	X	X
8	0	0	0	X	X



### 8.3 - Anexo C - Arquivos de dados utilizados.

#### 8.3.1 - Programa de análise estática e dinâmica de rotores, ROTOR [19].

Cartão tipo 1 - Título - formato A4 - 2 cartões.

Cartão tipo 2 - Dados gerais - formato 2I5, F5.0, 3I5, F10.0, 2I5, 2F10.0 - 1 cartão.

INDIC : 0 A 7 - tipo de cálculo estático ou dinâmico, vide manual.

NOEU : Número de nós da estrutura.

COD : Código de leitura das propriedades geométricas para os elementos do tipo árvore ou disco (ver cartão tipo 8).

NFREQ : Número de frequências desejadas.

KMOD : Código de impressão dos modos e matrizes modais.

0 - Somente as frequências são impressas.

1 - São impressos os modos e as matrizes modais.

2 - São impressos os modos, as matrizes modais totais e K e M diagonais elementares em porcentagem.

3 - Modos, matrizes modais totais, K e M diagonais elementares e a matriz giroscópica e amortecimento

completa.

4 - Modos, matrizes modais totais e K, M, C, e A elementares completas.

KECR : Código de impressão dos dados entrados (nós, elementos, propriedades físicas).

0 - Nenhum dado entrado é impresso.

1 - Somente os dados de entrada são impressos.

2 - Somente os dados gerados são impressos.

3 - São impressos os dados de entrada e os gerados.

BE : Coeficiente de cisalhamento. Se nulo, considera-se igual a 0,9.

NVES : Deve ser superior ou igual a NFREQ. Caso seja nulo, considera-se  $NVES = NFREQ + 4$ .

ITMAX : Número máximo de iterações para a busca das frequências e modos por iterações simultâneas. Se nulo, é considerado igual a 10.

PVAL : Precisão exigida para os auto-valores. Caso seja nulo, considera-se  $1.10^{-8}$ .

PVEC : Precisão exigida para os auto-vetores. Caso seja nulo, considera-se  $1.10^{-8}$ .

Cartão tipo 3 - Coordenadas dos nós. Formato I5, F10.0, I5.

Geração automática para nós equidistantes.

I : Número do nó.

DY : Coordenada em Y do nó (m).

KN : Código de geração automática (passo sobre os nós igual a 1, em princípio).

Termina-se a descrição dos nós com um cartão 99999.

Cartão tipo 4 - Condições de contorno - formato 5I5. Tantos cartões quantos forem necessários.

I - Número do nó.

NLU(1) : 0 - livre em x  
1 - bloqueado em x

NLU(2) : 0 ou 1 segundo z

NLU(3) : 0 ou 1 segundo a rotação em torno de x

NLU(4) : 0 ou 1 segundo a rotação em torno de z

Termina-se a descrição das condições de contorno com um cartão 99999.

Cartão tipo 5 - Tipos de elementos - formato 2I5 - 1 cartão.

ITYP - Tipo de elemento cujas opções são dadas abaixo.

1 - Viga ( rotor ). 2 nós por elemento.

2 - Disco rígido ( 1 nó ).

3 - Mancal ( 1 ou 2 nós ).

4 - Rigidez suplementar ( 1 ou 2 nós ).

5 - Massa suplementar ( 1 ou 2 nós ).

6 - Coriolis suplementar ( 1 ou 2 nós ).

7 - Amortecimento suplementar ( 1 ou 2 nós ).

NELE - Número de elementos do tipo indicado que serão descritos.

Cartão tipo 6 - Descrição dos elementos dos tipos anunciados nos cartões tipo 5 - formato 9I5. Pode ser usada geração automática e o número de linhas que for necessário.

N - Número do elemento (cada elemento tem um número próprio).

IEL(3,N) - Número do primeiro nó do elemento;

IEL(4,N) - Número do segundo nó do elemento (0, se o elemento tem um só nó, como um disco rígido);

IEL(5,N) - Número do material que constitui o elemento (apenas para elementos do tipo 1 e 2);

Para elementos tipo 1 e 2:

IEL(6,N) - Número da propriedade geométrica do nó 1;

IEL(7,N) - Número da propriedade geométrica do nó 2;

Para elementos tipo 3:

IEL(6,N) - Número da propriedade geométrica para a rigidez do mancal;

IEL(7,N) - Número da propriedade geométrica para amortecimento do mancal;

Para elementos tipos 4 a 7 os valores seguintes são

inúteis:

KE- Passo sobre os elementos para geração automática.

KN - Passo sobre os nós para geração automática.

KS - Passo sobre as propriedades geométricas.

Quando a descrição de um elemento termina, recomeça-se com outro cartão tipo 5. Quando todos os elementos forem descritos, termina-se com um cartão 99999.

Cartão tipo 7 - Características dos materiais - formato I5, 4F10.0. Devem usar tantas linhas quantos materiais forem citados na descrição dos elementos.

J - Número do material.

RMAT(1,J) - Módulo de Young ( $N/m^2$ );

RMAT(2,J) - Massa volumétrica ( $Kg/m^3$ );

RMAT(3,J) - Coeficiente de Poisson;

RMAT(4,J) - Coeficiente de amortecimento. Útil apenas para elementos de viga. Torna-se uma matriz de amortecimento = coef. amortecimento \* matriz rigidez.

Cartão tipo 8 - Propriedades geométricas - formato I5, 4F10.0. Devem ser usadas tantas linhas quantos forem as propriedades geométricas cadastradas durante a descrição dos elementos.

J - Número da propriedade geométrica;

Vários casos devem ser considerados:

1 - Propriedade relativa a um elemento de viga.

Caso 1:

PHY(1,J) - seção ( $m^2$ );

PHY(2,J) - inércia ( $m^4$ );

PHY(3,J) - força axial (N);

PHY(4,J) - 0. ou 1. se COD = 1. (ver cartão tipo 2).

Caso 2:

PHY(1,J) - raio externo (m);

PHY(2,J) - raio interno (m);

PHY(3,J) - força axial (N);

PHY(4,J) - 0. ou 2. se COD = 2.

2 - Propriedades relativas a um disco.

Caso 1:

PHY(1,J) - massa (Kg);

PHY(2,J) - inércia de massa / eixo x ou z ( $Kg \times m^2$ );

PHY(3,J) - inércia de massa / eixo y ( $Kg \times m^2$ )

Se 0. torna-se PHY(3,J) = 2 x PHY(2,J)

PHY(4,J) - 1. ou 0. se COD = 1.

Caso 2:

PHY(1,J) - raio externo (m);  
 PHY(2,J) - raio interno (m);  
 PHY(3,J) - espessura (m);  
 PHY(4,J) - 0. ou 2. se COD = 2.

### 3 - Propriedades relativas a um mancal.

PHY(1,J) - Rigidez ou amortecimento segundo X (Kxx ou Axx);  
 PHY(2,J) - Rigidez ou amortecimento segundo Z (Kzz ou Azz);  
 PHY(3,J) - Termo cruzado (Kxz ou Axz);  
 PHY(4,J) - Termo cruzado (Kzx ou Azx);

Se PHY(4,J) = 0., faz-se PHY(4,J) = PHY(3,J).

	x	z
x	Kxx	Kxz
z	Kzx	Kzz

OBS: Deve ser lembrado que as propriedades geométricas que forem tomadas como variáveis de decisão devem ter números distintos.

Cartão tipo 9 - Elementos adicionais - formata 4I5 - 1  
 linha por elemento.

NEL - Número do elemento;

NSYM - 0 - O elemento tem uma matriz simétrica;

1 - O elemento tem uma matriz não-simétrica;

KDON - Código de leitura da matriz elementar

0 - Leitura linha por linha, (partindo da diagonal se a matriz é simétrica);

1 - Leitura por número de linha, número de coluna, valor (entra-se apenas a metade superior se NSYM = 0);

NCART - Número de linhas que seguem para serem lidos - matriz elementar.

Cartão tipo 10 - Leitura da matriz linha por linha - formato 8F10.0. NCART linhas.

Uma linha representa uma linha da matriz, tendo então 4 ou 8 termos, caso o elemento seja de um ou dois nós. Se a matriz é simétrica, o primeiro termo que aparece na linha será o termo diagonal.

Cartão tipo 11 - Leitura da matriz por número da linha, número da coluna - valor - formato 4(2I5, F10.0). NCART linhas.

NL - Número da linha. Se = 0, passa-se à próxima linha.

Pode-se colocar de um a quatro termos por cartão;

NC - Número da coluna;

VAL - Valor;



Para se descrever um outro elemento reinicia-se pelo cartão

9.

Termina-se com um cartão 99999.

Cartão tipo 12 - Amortecimentos modais, formato I5 - 1  
cartão.

NAMOD - Número de amortecimentos modais.

Se não há amortecimentos modais, coloca-se um cartão 99999  
e passa-se ao tipo 14.

Cartão tipo 13 - Amortecimentos modais - formato 8F10.0  
(NAMOD + .7)/8 linhas.

VAL(I), I = 1, NAMOD: valor de  $\alpha$  para se obter um  
coeficiente de amortecimento modal viscoso  $C_i = 2\alpha\sqrt{k_i m_i}$ .  
Neste caso,  $k_i$  e  $m_i$  são os valores de rigidez e massa  
modais.

Termina-se com um cartão 99999.

Cartão tipo 14 - Peso - colocar somente se INDIC = 1 -  
formato I5, 2F10.0. Um só cartão.

I - Código = 0 obrigatório;

AL - Ângulo em graus entre Ox e a aceleração;

G - Aceleração ( $m/s^2$ ).

Cartão tipo 15 - Forças externas - colocar somente se INDIC = 0 OU 1 - formato I5, 4F10.0. Tantas linhas quantas necessário.

N - Número do nó em que se aplicam forças;

FN(1) - Força ao longo do eixo x (N).

FN(2) - Força ao longo do eixo z (N).

FN(3) - Momento em torno de x (N.m)

FN(4) - Momento em torno de z (N.m)

Termina-se com um cartão 99999.

Cartão tipo 16 - Velocidade - formato I5, 3F10.0. Um a três linhas dependendo do caso.

II - Código;

0 = Velocidades úteis para o cálculo das frequências e modos do sistema giroscópico (rpm);

1 = Velocidades úteis para uma resposta ao desbalanceamento ou a uma excitação assíncrona.

Velocidade do rotor em rpm.

2 = Frequências de excitação para o cálculo da resposta a uma excitação assíncrona (rpm).

VI - Velocidade inicial;

VF - Velocidade final;

VP - Passo sobre a velocidade;

Termina-se com um cartão 99999.

Cartão tipo 17 - Desbalanceamento - formato I5, 3F10.0.

Tantas linhas quantas necessário.

N - Número do nó onde se encontra o desbalanceamento;

XM - Massa desbalanceada [Kg];

h - Distância do eixo [m];

PHI - Ângulo de posição [graus];

Termina-se com um cartão 99999.

Cartão tipo 18 - Excitação assíncrona - formato I5, F10.0.

Tantos linhas quantas necessário.

N - Número do nó onde está a excitação;

F - Força de excitação [N];

PHI - Ângulo de posição [graus];

Termina-se com um cartão 99999.

Cartão tipo 19 - Pontos onde se deseja a resposta - formato

16I5. Tantos cartões quantos necessário.

NBAS(I), I=1,16 - Lista dos números de nó onde se deseja a

resposta. Um nó negativo provoca uma

geração automática.

Termina-se com um cartão 99999.

### 8.3.2 - Programas de otimização.

#### 8.3.2.1 - Programa ADS [16].

O arquivo de entrada (OPCA.DAT) compõem-se apenas das opções de estratégia, ISTRAT, otimizador, IOPT e busca unidimensional, IONED, além de um ítem de controle dos dados de impressão, IPRINT. O formato de entrada é livre e a disposição das opções se encontra abaixo:

ISTRAT, IOPT, IONED, IPRINT

#### 8.3.2.2 - Programa OTIM [17].

A disposição do arquivo de entrada OTIM.DAT bem como o significado de cada parâmetro se encontra abaixo.

NDV, NRD, NRI

MOB, MGOB, MNV

X(NVD)

XMIN(NVD)

XMAX(NVD)

CPI, FACP, CPMAX

onde:

NDV - Quantidade de variáveis de decisão;

NRD - Quantidade de restrições de desigualdade;

NRI - Quantidade de restrições de igualdade;

X(NVD) - Valores iniciais das NVD variáveis de decisão;

XMIN(NVD) - Limite inferior das NVD variáveis de decisão;

XMAX(NVD) - Limite superior das NVD variáveis de decisão;

CPI - Coeficiente de penalidade inicial;

FACP - Fator de atualização do coeficiente de penalidade;

CPMAX - Coeficiente de penalidade máximo.

8.3.3 - Programa para atualização das variáveis de decisão no arquivo de entrada do ROTOR ( ATUAL ).

O arquivo de entrada deste programa é o ATUAL.DAT, o qual é constituído da seguinte forma:

DONEA

DONE

SAÍ DA

NPG, NDM, NND, NEA, NCC, NTE, NFA, NNEA, NPR

IPN

N, I4(N)

IPG

N, NPROP(N), I1(N), I2(N), I3(N)

ID

N, ND(N), I5(N)

onde:

DONEA - Nome do Arquivo onde serão atualizadas as variáveis de decisão;

DONE - Nome do Arquivo de entrada do programa ROTOR;

SAIDA - Nome do Arquivo de saída do programa ROTOR;

NPG - Quantidade de propriedades geométricas do sistema rotor-mancais;

NDM - Quantidade de tipos de materiais;

NND - Quantidade de nós desbalanceados;

NEA - Quantidade de elementos adicionais;

NCC - Quantidade de condições de contorno;

NTE - Quantidade de tipos de elementos;

NFA - Quantidade de forças aplicadas;

NEEA - Quantidade de nós com excitação assíncrona;

NPR - Quantidade de pontos onde se deseja a resposta;

IPN - Quantidade de posições de nós que são variáveis de decisão;

Se IPN for diferente de zero ter-se-á IPN linhas indicando os nós e suas posições no vetor das variáveis de decisão.

I4(N) - Posição que o nó N ocupa no vetor das variáveis de decisão;

IPG - Quantidade de propriedades geométricas que são variáveis de decisão;

Se IPG for diferente de zero ter-se-á IPG linhas indicando as posições das propriedades geométricas no vetor das

variáveis de decisão.

NPROP(N) - Se NPROP(N)=N indica que a propriedade N é variável de decisão;

I1(N) - Posição do primeiro item da propriedade geométrica no vetor das variáveis de decisão;

I2(N) - Posição do segundo item da propriedade geométrica no vetor das variáveis de decisão;

I3(N) - Posição do terceiro item da propriedade geométrica no vetor das variáveis de decisão;

ID - Quantidade de nós desbalanceados que são variáveis de decisão;

Se ID é diferente de zero ter-se-á ID linhas indicando os nós desbalanceados e suas posições no vetor das variáveis de decisão.

ND(N) - Número do nó desbalanceado;

I5(N) - Posição do nó N no vetor das variáveis de decisão.

8.3.4 - Programa para determinação das velocidades críticas ( VCRIT ).

O arquivo de dados de entrada desta subrotina é o OPVEL.DAT, que constitui do seguinte:

RESP

NVCMIN, NVCMAX, TOLENT, NPINT

onde:

RESP - É o nome do arquivo de saída do programa ROTOR;

NVCMIN - Número da menor velocidade crítica que se deseja calcular;

NVCMAX - Número da maior velocidade crítica que se deseja calcular;

TOLENT - Tolerância admitida para a determinação das velocidades críticas;

NPINT - Quantidade máxima de pontos interpolantes.