

LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS AO MOMENTO FLETOR NO PROJETO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO PRÉ-MOLDADO

Pitágoras Alexandre Ferreira Pinho

Universidade Federal de Uberlândia/ Faculdade de Engenharia Civil/ Bacharelado em Engenharia Civil, pitagoras_alexandre@yahoo.com.br

Resumo

Este trabalho tem como objetivo avaliar a influência da rigidez das de ligações viga-pilar ao momento fletor em estruturas reticuladas de concreto pré-moldado. O trabalho foi realizado com base em um edifício escolhido na literatura especializada, com uma tipologia de ligação bastante utilizada atualmente: viga pré-moldada - apoiada em consolo de pilar pré-moldado e fixada ao mesmo por meio de chumbador - com armadura negativa de continuidade. As forças decorrentes do vento foram calculadas de acordo com a isopleta de velocidade básicas para a região de Uberlândia. Foram calculadas as ações permanentes e variáveis de acordo com o uso. Para a análise estrutural com ligações semirrígidas, foi usado o programa desenvolvido pelo professor Dr. Gerson Moacyr Sisniegas Alva. A influência da rigidez das ligações – representada nas análises especialmente pelo fator de restrição - sobre os esforços solicitantes, deslocamentos e área de armadura necessária aos elementos estruturais foi analisada.

Palavras-chave: Estruturas de Pré-moldado, ligações semirrígidas, análise estrutural.

1. Introdução

Atualmente, na concepção de um projeto estrutural, as ligações viga-pilar das estruturas de concreto pré-moldado ainda são consideradas como sendo completamente rígidas (quando não há rotações relativas entre os elementos conectados) ou completamente articuladas, quando não ocorre transferência de momentos fletores entre os elementos. Porém tal configuração nas ligações entre os elementos nem sempre acontece. Mesmo nas estruturas de concreto monolíticas as ligações não são perfeitamente rígidas. Sempre ocorre uma perda na transferência de momento fletor de um elemento para o outro. Essa perda se dá devido a deformabilidade dos elementos que compõe a estrutura (concreto e aço) bem como a acomodação dos elementos estruturais após sua construção e surgimento de microfissuras no concreto. Dessa maneira pode-se entender que há um comportamento entre o perfeitamente articulado e o perfeitamente rígido. Sabendo disso pode-se classificar essas ligações de acordo com sua rigidez rotacional (momento fletor). Elas podem ser flexíveis ou rotuladas, rígidas ou monolíticas e semirrígidas. De posse desse conhecimento, torna-se muito importante para um engenheiro, conhecer a rigidez das ligações dos elementos estruturais viga e pilar. A importância de se conhecer a rigidez dessas ligações na

avaliação mais precisa dos esforços e dos deslocamentos da estrutura, evitando problemas de segurança estrutural e de desempenho. A avaliação da rigidez das ligações é especialmente importante para projetos de estruturas de concreto pré-moldado, em especial em edifícios de maior altura.

Sendo assim o presente estudo visou analisar o comportamento semirrígido dessas ligações viga-pilar no pórtico plano de um galpão de 4 pavimentos. Foi analisado, como a rigidez da estrutura muda conforme se faz as escolhas de áreas de aço, quantidade de barras e bitolas usadas para fazer o engastamento da estrutura. Foi analisado também como a rigidez secante e o fator de restrição a rotação variam de acordo com as escolhas de áreas de aço. Foi visto como ocorre a perda de momento na ligação e como isso contribui para uma área de aço menor gerando um novo fator de restrição a rotação até que esse ciclo se estabilize. Foi levado em conta forças horizontais devido ao vento. Com tal situação acontecendo nas ligações viga-pilar, esperou-se uma redução na área de aço utilizada nessas ligações. Essa redução foi consequência direta da queda do fator de restrição a rotação que atua na ligação viga-pilar, deixando de transmitir parte do momento fletor de um elemento pra outro. Outra consequência vista foi o aumento na dissociabilidade da estrutura devido a queda da rigidez da mesma.

2. Rigidez à flexão de ligações viga-pilar

A relação entre o momento e a rotação relativa na ligação viga-pilar não é linear, como é possível notar na figura 1. É essa relação entre momento e rotação que define a rigidez ao momento fletor em uma ligação viga-pilar.

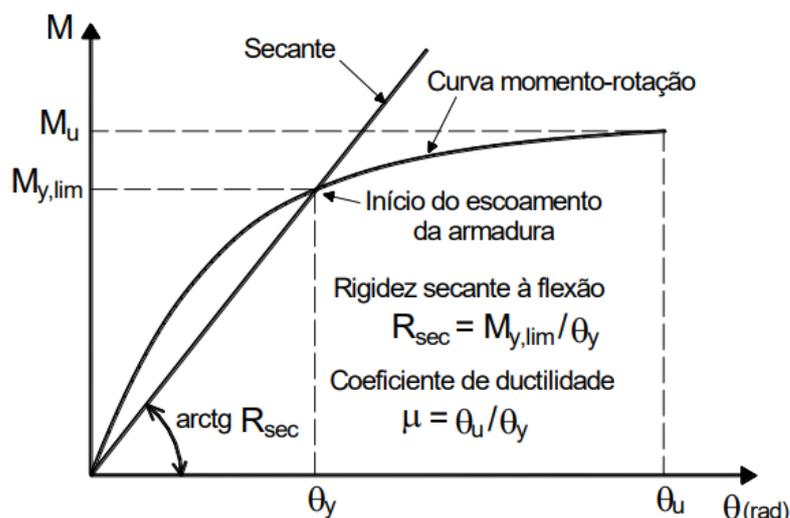


Figura 1 – Relação entre momento fletor e giro da seção transversal na ligação viga-pilar

É possível analisar a rigidez de uma ligação utilizando a rigidez secante mostrada na figura 1. Com esta rigidez define-se o fator de restrição à rotação α_R . Esse fator é um indicador da capacidade ligação na transmissão de momentos fletores e varia de 0 a 1, sendo 0 para ligação flexível (ou rotulada) e 1 uma ligação perfeitamente rígida.

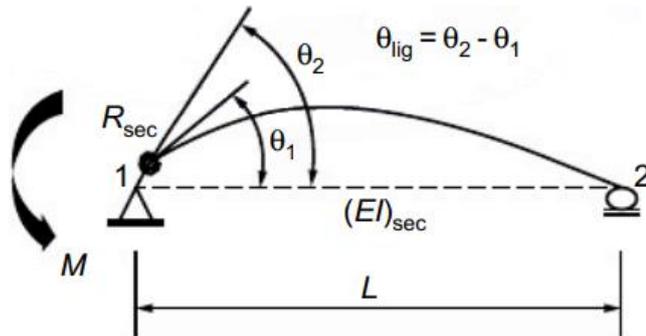


Figura 2-Fator de restrição a rotação

conforme a Equação:

$$\alpha_R = \frac{1}{1 + \frac{3(EI)_{sec}}{R_{sec}L_{ef}}} = \frac{\theta_1}{\theta_2} \quad \text{(Equação 1)}$$

onde:

$(EI)_{sec}$ é a rigidez secante da viga definida pela NBR 6118 (2014)

L_{ef} é a distância efetiva de cálculo, conforme Figura 3.

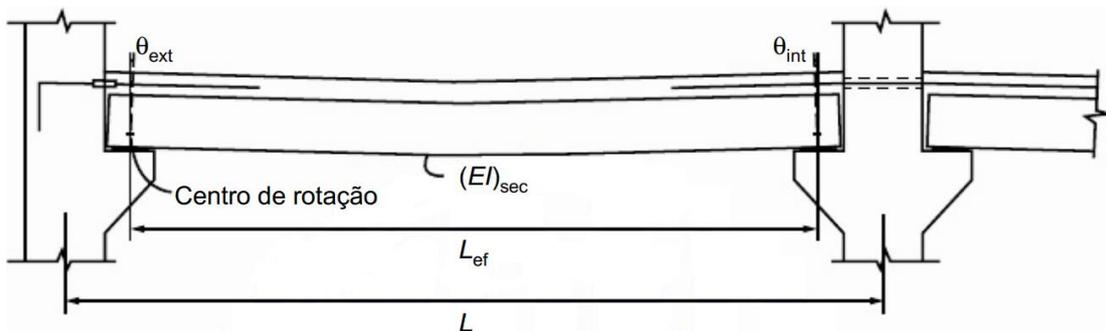


Figura 3 – distância efetiva e cálculo e rigidez secante da viga

Para o cálculo da rigidez secante, a NBR 6118 (2014) fornece as seguintes recomendações de cálculo:

Para lajes: $(EI)_{sec} = 0,3E_{ci}I_c$

Vigas $(EI)_{sec} = 0,4E_{ci}I_c$ para $A'_s \neq A_s$ e

$(EI)_{sec} = 0,5E_{ci}I_c$ para $A'_s = A_s$

Pilares: $(EI)_{sec} = 0,8E_{ci}I_c$

Porém no anexo A da NBR 9062 (2017)₇ é dada como opção para o cálculo da rigidez secante em vigas de concreto armado:

$(EI)_{sec} = 0,5E_{ci}I_c$ para vigas

$(EI)_{sec} = 0,55E_{ci}I_c$ estruturas com ligações semirrígidas com até quatro pavimentos.

Onde:

E_{ci} é o módulo de elasticidade do concreto.

I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto, incluindo, quando for o caso, as mesas colaborantes.

O módulo de elasticidade do concreto pode ser avaliado por meio das expressões do item 8.2.8 da NBR 6118 (2014), em função da resistência à compressão característica do concreto (f_{ck}) e do tipo de agregado graúdo:

$$E_{ci} = \alpha_E 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad \text{para } 20 \leq f_{ck} \leq 50$$

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \alpha_E \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3} \quad \text{para } 55 \leq f_{ck} \leq 90$$

onde:

$$\alpha_E = 1,2 \text{ para basalto e diabásio}$$

$$\alpha_E = 1,0 \text{ para granito e gnaisse}$$

$$\alpha_E = 0,9 \text{ para calcário}$$

$$\alpha_E = 0,7 \text{ arenito}$$

E_{ci} e f_{ck} são dados em megapascal (MPa).

A NBR 9062 (2017) determina que uma ligação pode ser considerada rotulada quando α_R é menor que 0,15. A mesma norma estabelece ainda que, em projetos em que a estabilidade é garantida por pilares engastados na fundação com vigas articuladas, tendo o fator de restrição menor que 0,15, devem ser levados em consideração os efeitos de segunda ordem, considerando-se a não linearidade física. Para uma ligação viga-pilar ser considerada semirrígida, o fator de restrição a rotação deve estar entre 0,15 e 0,85. Para valores de α_R maiores que 0,85, a ligação pode ser considerada rígida, sendo que a análise estrutural pode ser feita como pórtico contínuo com nós rígidos, conforme disposto na NBR 6118.

Em termos de rigidez, uma ligação pode ser considerada como rígida em uma análise estrutural se a rigidez secante assumir valores maiores que o indicado na Equação:

$$R_{sec} \geq \frac{17(EI)_{sec}}{L_{ef}} \quad \text{(Equação 2)}$$

Considerando o mínimo valor de rigidez secante da Equação 2 e substituindo na equação de α_R , é possível encontrar justamente o limite de

classificação de uma ligação como perfeitamente rígida, conforme indicado na Equação 3:

$$\alpha_R = \frac{1}{1 + \frac{3 \cdot (EI)_{sec}}{17 \cdot \frac{(EI)_{sec}}{L_{ef}} \cdot L_{ef}}} = 0,85 \quad (\text{Equação 3})$$

Segundo a NBR 9062, a rigidez secante deve estar baseada em modelos analíticos de referências técnicas ou com base em comprovação experimental. Como modelo analítico simplificado, a NBR 9062 recomenda a Equação 4 para o cálculo da rigidez secante à flexão negativa em ligações viga-pilar com armadura de continuidade no local:

$$R_{sec} = k \cdot \frac{A_s E_s d^2}{L_{ef}} \quad (\text{Equação 4})$$

onde:

K é o coeficiente de ajustamento da rigidez secante (conforme a Tabela1);

L_{ed} é o comprimento efetivo de deformação por alongamento da armadura de continuidade (conforme Tabela 1);

d é a altura útil da seção resistente na ligação negativa;

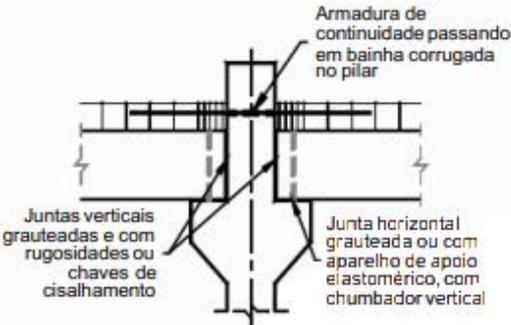
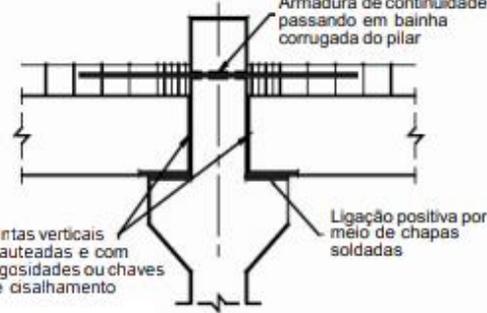
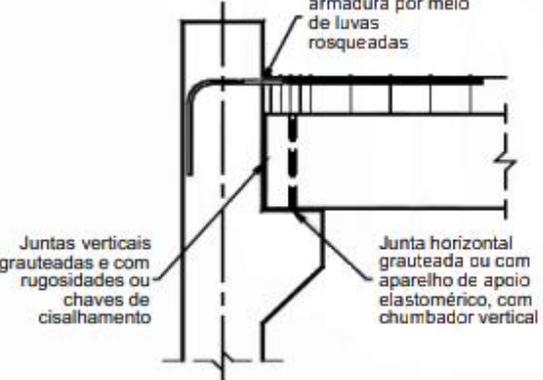
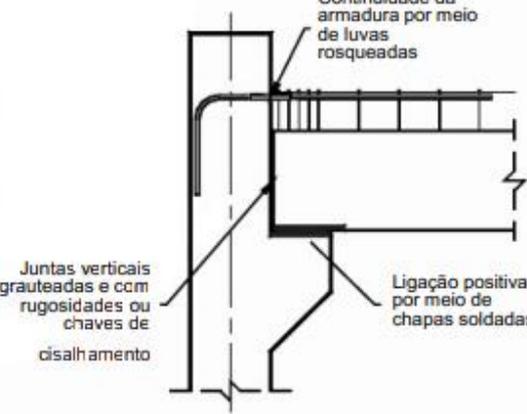
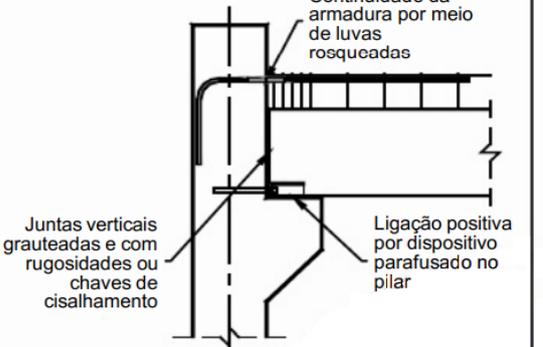
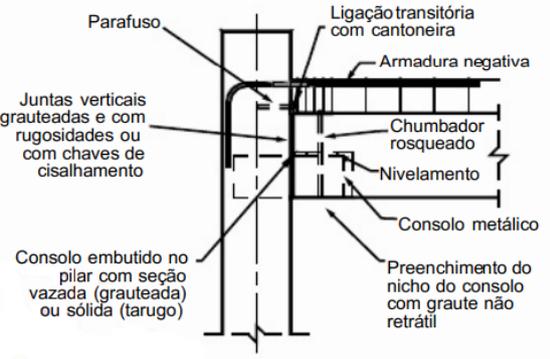
E_s é o módulo de elasticidade do aço;

A_s é a área da armadura de continuidade negativa.

É importante ressaltar que esse modelo teórico se aplica a ligações viga-pilar de seção composta com solidarização no local, com armaduras negativas de continuidade passando no pilar preenchidas com graute, ou por meio de luvas inseridas no pilar. Nessas condições, na região da ligação, tanto na zona de transição na extremidade da viga, quanto na interface viga-pilar, que compreende o trecho entre a face do pilar e o centro de giro no apoio da viga, atuam mecanismos de deformação que incorrem nas rotações efetivas das ligações.

A Tabela 1 contém as tipologias de ligações abordadas pela NBR 9062. Para demais tipologias de ligação, o valor da rigidez secante deve ser obtido experimentalmente. É recomendado uma distância entre a extremidade da viga e a face do pilar de forma a possibilitar uma boa condição de preenchimento da junta vertical com graute ou concreto de $f_{ck} \geq 30$ MPa.

Tabela 1: Obtenção da rigidez secante negativa em ligações viga-pilar típica (NBR 6118: 2014)

<p style="text-align: center;">Tipologia 1</p>  <p>Armadura de continuidade passando em bainha corrugada no pilar</p> <p>Juntas verticais grauteadas e com rugosidades ou chaves de cisalhamento</p> <p>Junta horizontal grauteada ou com aparelho de apoio elastomérico, com chumbador vertical</p> <p>$k = 0,75$ $L_{ed} = 25 \phi + L_a$</p>	<p style="text-align: center;">Tipologia 2</p>  <p>Armadura de continuidade passando em bainha corrugada do pilar</p> <p>Juntas verticais grauteadas e com rugosidades ou chaves de cisalhamento</p> <p>Ligação positiva por meio de chapas soldadas</p> <p>$k = 1,0$ $L_{ed} = 20 \phi + L_a$</p>
<p style="text-align: center;">Tipologia 3</p>  <p>Continuidade da armadura por meio de luvas rosqueadas</p> <p>Juntas verticais grauteadas e com rugosidades ou chaves de cisalhamento</p> <p>Junta horizontal grauteada ou com aparelho de apoio elastomérico, com chumbador vertical</p> <p>$k = 0,75$ $L_{ed} = 30 \phi + L_a$</p>	<p style="text-align: center;">Tipologia 4</p>  <p>Continuidade da armadura por meio de luvas rosqueadas</p> <p>Juntas verticais grauteadas e com rugosidades ou chaves de cisalhamento</p> <p>Ligação positiva por meio de chapas soldadas</p> <p>$\alpha_R = 0,85$, atendendo ao disposto em 5.1.2.8.</p>
<p style="text-align: center;">Tipologia 5</p>  <p>Continuidade da armadura por meio de luvas rosqueadas</p> <p>Juntas verticais grauteadas e com rugosidades ou chaves de cisalhamento</p> <p>Ligação positiva por dispositivo parafusado no pilar</p> <p>$k = 0,85$ $L_{ed} = 30 \phi + L_a$</p>	<p style="text-align: center;">Tipologia 6</p>  <p>Parafuso</p> <p>Ligação transitória com cantoneira</p> <p>Armadura negativa</p> <p>Chumbador rosqueado</p> <p>Nivelamento</p> <p>Consolo metálico</p> <p>Preenchimento do nicho do consolo com graute não retrátil</p> <p>Juntas verticais grauteadas e com rugosidades ou chaves de cisalhamento</p> <p>Consolo embutido no pilar com seção vazada (grauteada) ou sólida (tarugo)</p> <p>$k = 0,75$ $L_{ed} = 25 \phi$ (continuidade com bainha grauteada) $L_{ed} = 30 \phi$ (continuidade com luvas rosqueadas)</p>
<p>L_a é a distância da face do pilar até o centro de rotação no consolo.</p>	

3. Dimensionamento das armaduras de flexão das vigas

As equações de equilíbrio para uma seção retangular de concreto armado submetida ao momento fletor no Estado Limite Último são descritas pelas Equações 5 e 6:

$$R_{st} = R_{cc} + R_{sc} \quad (\text{Equação 5})$$

$$M_{sd} = R_{cc}(d - 0,4x) + R_{sc}(d - d') \quad (\text{Equação 6})$$

onde:

R_{st} é a força resultante na armadura tracionada;

R_{cc} é a força resultante no concreto comprimido;

R_{sc} é a força resultante na armadura comprimida;

M_{sd} é o momento solicitante de cálculo;

x é a altura da linha neutra referente à região comprimida.

d é a distância do centroide das armaduras tracionadas até a borda mais comprimida da viga;

d' é a distância do centroide das armaduras comprimidas até a borda mais comprimida da viga.

Para a solução do problema, cuja principal variável é a altura da linha neutra x , devem ser empregadas as equações de compatibilidade de deformações:

$$\frac{\varepsilon_{cc}}{x} = \frac{\varepsilon_{sc}}{x - d'} = \frac{\varepsilon_{st}}{d - x} \quad (\text{Equação 7})$$

onde

ε_{cc} é a deformação na fibra mais comprimida do concreto

ε_{sc} é a deformação nas armaduras comprimidas

ε_{st} é a deformação nas armaduras tracionadas

A Figura 4 contém os domínios de deformações do Estado Limite Último de uma seção submetida a solicitações normais.

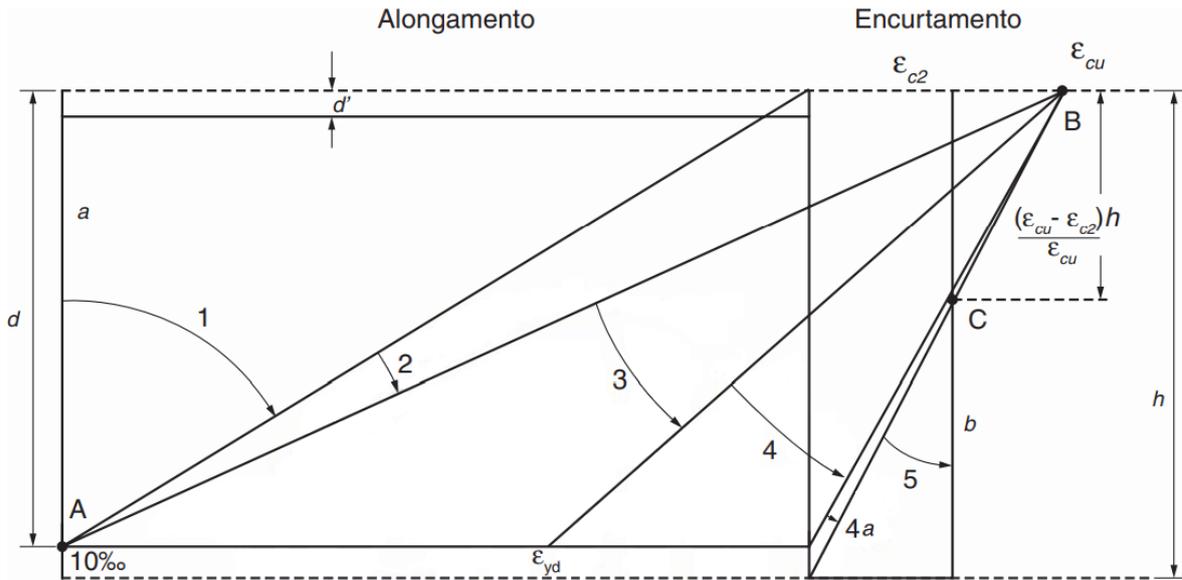


Figura 4 – Domínios de estado-limite último de uma seção transversal

A determinação do valor de x/d permitiu determinar o domínio, inferir sobre a necessidade de armadura dupla e verificação das condições de ductilidade exigidas pela NBR.

4. Exemplo numérico: estrutura reticulada de concreto pré-moldado

Para aplicação dos conceitos teóricos apresentados foi utilizado como base o edifício apresentado nas Figuras 5 e 6, analisado por Ferreira e El Debs (2003). O objeto de estudo do presente trabalho foi o pórtico plano extraído da estrutura apresentada na Figura 6.

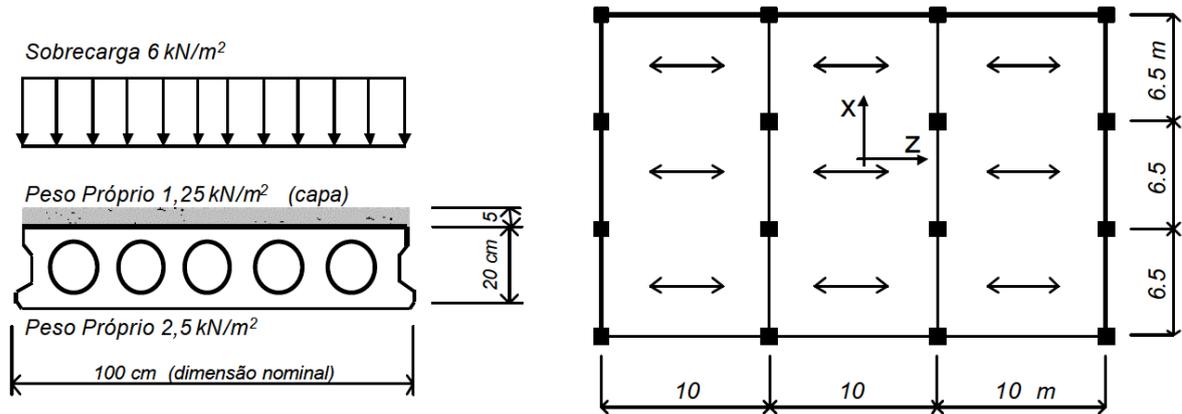


Figura 5 – Carregamentos característicos e distribuição das lajes, Ferreira e El Debs

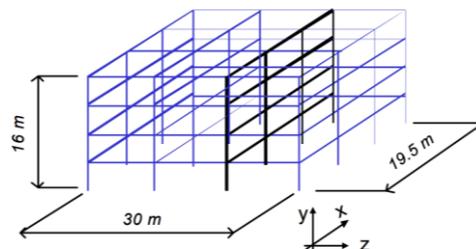


Figura 6 – pórtico e estrutura de referência, Ferreira e El Debs.

Para a finalidade deste trabalho, considerou-se apenas uma combinação do Estado Limite Último, com duas ações variáveis, sendo as cargas variáveis verticais como ações principais e vento como secundárias.

Na Figura 5 é possível notar que foi adotado 6kN/m^2 como valor de ação accidental, $2,5\text{ kN/m}^2$ como o peso próprio da laje alveolar e uma capa de regularização de 5 cm sobre a laje com peso próprio de $1,25\text{ kN/m}^2$. Para a composição do peso próprio da estrutura, foi usado como valor de referência o indicado pela NBR 6120-2019, adotando-se o valor de 25 kN/m^3 para o peso específico aparente do concreto armado. Com as informações apresentadas na Figura 5 foi realizada a distribuição dos carregamentos nos elementos do pórtico plano. Sendo assim, obtiveram-se os seguintes carregamentos característicos por metro linear:

$$g_{p.p.vi.ga} = (0,30\text{m} \times 0,60\text{m}) \times 25\text{kN/m}^2 = 4,5\text{kN/m}$$

$$g_{LAJE ALV.} = \frac{2,5\text{kN}}{\text{m}^2} \times 10\text{m} = 25\text{kN/m}$$

$$g_{vi.ga} = g_{p.p.vi.ga} + g_{LAJE ALV.} = 4,5 + 25 = 29,5\text{ kN/m}$$

$$g_{capa} = 1,25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \times 10\text{m} = 12,5\text{ kN/m}$$

$$q = 6,0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \times 10\text{m} = 60\text{kN/m}$$

Foi considerada uma ação do vento incidindo perpendicularmente (a 0°) na fachada de maior largura. Ou seja, nas considerações desse estudo, o vento atuou na fachada com largura de 30 metros, estando na mesma direção do pórtico. Para o cálculo das forças devido ao vento, foi considerado como velocidade básica em Uberlândia o valor de 33 m/s , conforme a NBR 6123 (1988) O terreno da construção foi enquadrado na categoria IV da NBR 6123-1988, terrenos cobertos por obstáculos numerosos e pouco espaçados, em zona florestal, industrial ou urbanizada. Quanto a classificação, a edificação foi enquadrada na classe "B", uma vez que a maior dimensão horizontal ou vertical da superfície frontal está entre 20 m e 50 m. Para o fator topográfico S_1 foi considerado que a edificação sem encontrava em um terreno plano, ou fracamente acidentado, sendo adotado o valor $S_1=1,0$.

Fazendo a combinação das ações verticais (em y) tem-se:

$$F_y = 1,3(4,5 + 25 + 12,5) + 1,4 \times 60 = 138,6 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Observe-se que o fator de majoração γ_f adotado para as ações permanentes foi 1,3 e não 1,4 como é mais comum. Foi possível adotar esse valor pois o caso estudado refere-se a uma estrutura pé moldada.

Como o vento foi considerado como ação variável secundaria, usa-se o coeficiente ψ_0 de valor 0,6. Esse valor multiplica o valor de majoração dos esforços γ , resultando em:

$$F_x = 0,6 \times 1,4 F_{q\text{ vento}} = 0,84 F_{q\text{ vento}}$$

Feitas essas considerações, obtiveram-se para as ações de vento as forças de cálculo de 26,0064 kN, 30,9288 kN, 34,23 kN e 36,7836 kN, atuando nos nós 2, 9,13 e17 respectivamente, conforme a Figura 7.

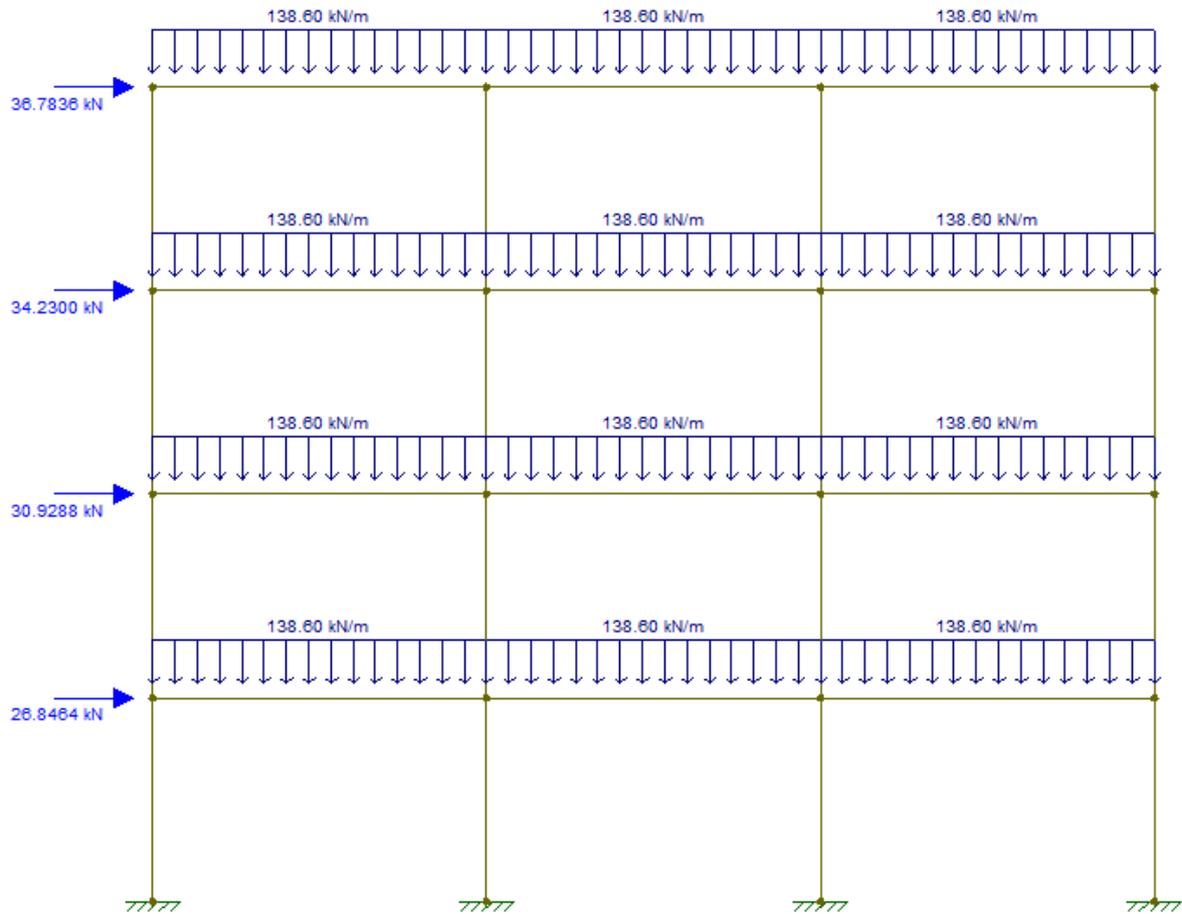


Figura 6 – Pórtico com carregamentos de calculo

Para se realizar os estudos e análises desenvolvidos sobre o pórtico apresentado, foi utilizado o programa desenvolvido pelo Prof. Gerson Alva em linguagem FORTRAN para pórticos planos com ligações semirrígidas, denominado Programa_PP_SR. Na Figura 8 indicam a numeração dos nós, das barras e as conectividades adotados para a utilização do programa de análise de pórticos semirrígidos.

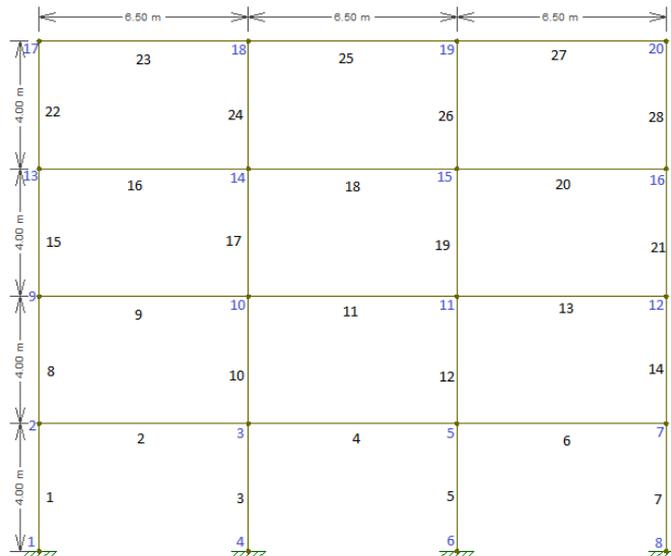


Figura 8 – Numeração dos nós, das barras e conectividades: Programa_PP_SR, Autor

Na Tabela 2 é possível visualizar as propriedades mecânicas e geométricas dos elementos do pórtico de referência. Nessa tabela, E_{cs} é o módulo de deformação (longitudinal) secante. Para o módulo de elasticidade E_{ci} , foi considerado um concreto com composição de basalto como agregado graúdo, material comum na região de Uberlândia-MG.

Tabela 2: Propriedades geométricas da seção e mecânicas do concreto

Elemento	Seção transversal (cm X cm)	Área (cm ²)	I_c (cm ⁴)	f_{ck} (MPa)	E_{ci} (GPa)	E_{cs} (GPa)
Pilar	50 X 50	2500	520.833,33	40	42,50	38,25
Viga	30 X 60	1800	540.000 10 ⁵	40	42,50	38,25

Para a consideração simplificada da não-linearidade física em vigas e pilares, empregou-se a rigidez secante $(EI)_{sec}$ conforme apresentado no item 2. No programa Programa_PP_SR, as reduções globais de rigidez à flexão foram aplicadas sobre os momentos de inércia de vigas e pilares.

4.1 Cálculo dos fatores de restrições a partir do dimensionamento das armaduras

Para o pré-dimensionamento das armaduras, considerou-se o fator de restrição à rotação α_R igual a 1 para todas as ligações. Porém, após o dimensionamento das armaduras de flexão das vigas, foi possível constatar que o fator de restrição, das ligações apresentam valores bem diferentes, uma vez que a rigidez ao momento fletor depende da área de armadura de flexão, conforme a Equação 4. Dessa forma, foi necessário recalculá-los os esforços solicitantes com os novos fatores de restrição, a fim de se obter um dimensionamento mais fiel às solicitações reais da estrutura. Dessa forma, procedeu-se a um cálculo iterativo, com novos valores de α_R após o dimensionamento das armaduras de flexão das vigas com obtenção posterior dos novos esforços solicitantes com o auxílio do

programa Programa_PP_SR. Este procedimento iterativo foi realizado até ser atingida uma certa estabilidade no valor de α_R . O esquema do procedimento iterativo é ilustrado na Figura 9.

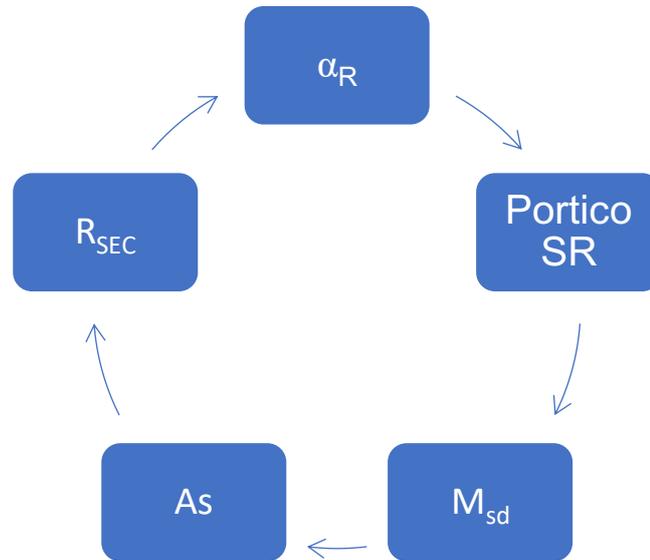


Figura 9 – Esquema iterativo de dimensionamento, Autor

Resultados e Análises

Para a primeira interação α_R foi admitido com o valor de 1. Nas tabelas a seguir, Msd1 é o momento fletor de dimensionamento na ligação esquerda da viga e Msd2 é o momento fletor de dimensionamento na ligação direita da viga. Com os carregamentos apresentados e valores de rigidez das ligações calculados, obteve-se o seguinte resultado:

Tabela 4: Resultado programa

MSd1(kNm)	Viga	Msd2(kNm)
337,20	2	580,46
434,78	4	547,95
455,75	6	474,35
367,87	9	560,33
438,49	11	540,97
450,22	13	487,09
407,86	16	533,28
452,85	18	520,27
461,97	20	484,79
332,26	23	544,43
482,36	25	511,40
512,81	27	368,27

Tabela 5: Condição de simetria

MSd1(kNm)	Viga	Msd2(kNm)
474,35	2	580,46
580,46	4	580,46
580,46	6	474,35
487,09	9	560,33
560,33	11	560,33
560,33	13	487,09
484,79	16	533,28
533,28	18	533,28
533,28	20	484,79
368,27	23	544,43
544,43	25	544,43
544,43	27	368,27

Na Tabela 4 é possível ver os valores gerados pelo programa Programa_PP_SR. Porém para uma melhor análise de uma condição real, é preciso considerar que o vento pode atuar nas duas frentes e não apenas em uma, colocando a estrutura em uma condição de simetria de esforços para dimensionamento. Ou seja, é preciso considerar que um mesmo esforço que atuando em uma face da viga, poderá atuar na face de outra viga simetricamente oposta, do outro lado do pórtico quando o vento inverter. Tal consideração para o dimensionamento, confere ao pórtico uma condição de simetria de esforços apresentada na Tabela 5. Naturalmente foi usado para o dimensionamento o maior valor de esforço entre as partes simétricas correspondentes.

Utilizando uma tabela devidamente programada EXCEL e preparada para o dimensionamento das armaduras de flexão das vigas, foram calculadas as áreas de aço necessárias. Na Tabela 6, abaixo, é possível verificar as áreas de cálculo e efetivas, quantidade de barras e bitolas utilizadas na primeira interação. Na Parte esquerda da tabela estão os valores referente a ligação esquerda das vigas e do lado direito as informações referentes ao lado direito da viga. Astcal é a área de aço calculada, necessária para o equilíbrio da seção, calculada a partir da tabela devidamente programada. Astef é a área de aço efetiva que foi escolhida para se fazer o equilíbrio da seção.

Tabela 6: Armaduras de flexão das vigas: Iteração 1

bitola (mm)	qtd	Ast ef (cm ²)	Astcal (cm ²)	viga	Astcal (cm ²)	Ast ef (cm ²)	qtd	bitola (mm)
20	7	21,99	22,08	2	28,03	27,10	7	22,2
22,2	7	27,10	28,03	4	28,03	27,10	7	22,2
22,2	7	27,10	28,03	6	22,08	21,99	7	20
20	7	21,99	22,77	9	26,86	27,10	7	22,2
22,2	2	7,74	26,86	11	26,86	27,10	7	22,2
22,2	7	27,10	26,86	13	22,77	21,99	7	20
20	7	21,99	22,64	16	25,32	24,13	3	32
32	3	24,13	25,32	18	25,32	24,13	3	32
32	3	24,13	25,32	20	22,64	21,99	7	20
32	2	16,08	16,59	23	25,95	25,13	8	20
20	8	25,13	25,95	25	25,95	25,13	8	20
20	8	25,13	25,95	27	16,59	16,08	2	32

Com os valores de área de aço efetivas da Tabela 6 foram calculados os valores da rigidez secante e do fator de restrição α_R de cada ligação viga-pilar do pórtico. Tais valores podem ser vistos na Tabela 7 abaixo:

Tabela 7: Resistencia secante e α_R Iteração 2

Rsec	Tipologia	viga	Tipologia	Rsec	Lef	α_r	viga	α_r
14482490,81	3	2	1	18908345,56	650	0,713	2	0,764
18908345,56	1	4	1	18908345,56	650	0,764	4	0,764
18908345,56	1	6	3	14482490,81	650	0,764	6	0,713
14482490,81	3	9	1	18908345,56	650	0,713	9	0,764
5402384,446	1	11	1	18908345,56	650	0,481	11	0,764
18908345,56	1	13	3	14482490,81	650	0,764	13	0,713
14482490,81	3	16	1	12276867,68	650	0,713	16	0,678
12276867,68	1	18	1	12276867,68	650	0,678	18	0,678
12276867,68	1	20	3	14482490,81	650	0,678	20	0,713
7004819,397	3	23	1	19097790,07	650	0,546	23	0,766
19097790,07	1	25	1	19097790,07	650	0,766	25	0,766
19097790,07	1	27	3	7004819,40	650	0,766	27	0,546

Com os novos valores de α_R foram calculados novamente os esforços solicitantes com o auxílio do programa Programa_PP_SR. As tabelas 8 e 9 apresentam os valores de momentos solicitantes negativos nas vigas.

Tabela 8: Resultado do programa interação 2

MSd1(kNm)	Viga	Msd2(kNm)
272,81	2	482,15
351,54	4	461,88
369,46	6	390,00
290,88	9	470,84
353,54	11	459,17
363,91	13	401,01
329,19	16	401,23
334,64	18	401,45
332,23	20	403,78
223,22	23	463,65
395,07	25	433,04
427,67	27	257,35

Tabela 9: Condição de simetria interação 2

MSd1(kNm)	Viga	Msd2(kNm)
390,00	2	482,15
482,15	4	482,15
482,15	6	390,00
401,01	9	470,84
470,84	11	470,84
470,84	13	401,01
403,78	16	401,45
401,45	18	401,45
401,45	20	403,78
257,35	23	463,65
463,65	25	463,65
463,65	27	257,35

Novamente foi aplicada a condição de simetria explicada e foram utilizados para dimensionamento os valores da Tabela 9. Com esses valores de momento e novamente com a mesma tabela de dimensionamento, foram novamente calculados os valores de áreas de aço necessárias e efetivas bem como bitolas e quantidades de barras de aço.

Tabela 10: Armaduras de flexão das vigas: Iteração 2

bitola (mm)	qtd	Ast ef (cm ²)	Astcal (cm ²)	viga	Astcal (cm ²)	Ast ef (cm ²)	qtd	bitola (mm)
16	9	18,10	17,68	2	22,50	20,11	10	16
16	10	20,11	22,50	4	22,50	20,11	10	16
16	10	20,11	22,50	6	17,68	18,10	9	16
16	9	18,10	18,24	9	21,89	21,99	7	20
20	7	21,99	21,89	11	21,89	21,99	7	20
20	7	21,99	21,89	13	18,24	18,10	9	16
16	9	18,10	18,38	16	18,27	18,10	9	16
16	9	18,10	18,27	18	18,27	18,10	9	16
16	9	18,10	18,27	20	18,38	18,10	9	16
12,5	9	11,04	11,24	23	21,51	21,99	7	20
20	7	21,99	21,51	25	21,51	21,99	7	20
20	7	21,99	21,51	27	11,24	11,04	9	12,5

Com os novos valores de área de aço efetivas da tabela 10 foram calculados os novos valores da rigidez secante e de α_R de cada ligação viga-pilar. Tais valores podem ser vistos na tabela 11 abaixo:

Tabela 11: Rigidez secante e α_R : Iteração 3

Rsec	tipologia	Viga	tipologia	Rsec	Lef	α_r	viga	α_r
14288445,94	3	2	1	18185294,83	650	0,710	2	0,757
18185294,83	1	4	1	18185294,83	650	0,757	4	0,757
18185294,83	1	6	3	14288445,94	650	0,757	6	0,710
14288445,94	3	9	1	16710566,31	650	0,710	9	0,741
16710566,31	1	11	1	16710566,31	650	0,741	11	0,741
16710566,31	1	13	3	14288445,94	650	0,741	13	0,710
14288445,94	3	16	1	16366765,35	650	0,710	16	0,737
16366765,35	1	18	1	16366765,35	650	0,737	18	0,737
16366765,35	1	20	3	14288445,94	650	0,737	20	0,710
10530446,39	3	23	1	16710566,31	650	0,644	23	0,741
16710566,31	1	25	1	16710566,31	650	0,741	25	0,741
16710566,31	1	27	3	10530446,39	650	0,741	27	0,644

Com os novos valores de α_R foram calculados novamente os esforços solicitantes nos elementos estruturais. Sendo assim, os novos valores de momentos fletores nas vigas obtidos pelo programa para a terceira iteração estão indicados nas Tabelas 12 e 13:

Tabela 12: resultados do programa interação 3

MSd1(kNm)	Viga	Msd2(kNm)
273,12	2	477,92
349,10	4	458,86
365,55	6	390,46
292,72	9	457,80
345,22	11	448,23
352,87	13	402,04
321,67	16	434,89
358,09	18	428,75
363,52	20	395,61
259,09	23	439,98
383,19	25	418,47
404,61	27	296,04

Tabela 13: Condição de simetria interação 3

MSd1(kNm)	Viga	Msd2(kNm)
390,46	2	477,92
477,92	4	477,92
477,92	6	390,46
402,04	9	457,80
457,80	11	457,80
457,80	13	402,04
395,61	16	434,89
434,89	18	434,89
434,89	20	395,61
296,04	23	439,98
439,98	25	439,98
439,98	27	296,04

Depois de novamente aplicada a condição de simetria foram utilizados, para dimensionamento, os valores da tabela 13. Nesse ponto foi possível observar uma estabilidade nos valores de α_R e nos valores de momento que estavam efetivamente atuando nas seções. Por essa razão, desse ponto em diante, foram feitas apenas mais duas interações com o objetivo de definir a viabilidade da aplicação das quantidades de barra de aço na seção de 30 X 60 das vigas. Sendo assim, na próxima interação, foram mudadas as configurações de barras que aço que não apresentavam viabilidade pratica de ser executada. Na interação seguinte foi feita mais uma adequação devido a mudança nos valores de momento, testando-se a utilização de bitolas de 32 mm e 25 mm.

Tabela 14: Armaduras de flexão das vigas: inclusão de bitolas de 32mm (Iteração 1)

bitola (mm)	qtd	Ast ef (cm ²)	Astcal (cm ²)	viga	Astcal (cm ²)	Ast ef (cm ²)	qtd	bitola (mm)
20	6	18,85	17,71	2	22,27	24,54	5	25
25	5	24,54	22,27	4	22,27	24,54	5	25
25	5	24,54	22,27	6	17,71	18,85	6	20
20	6	18,85	18,30	9	21,20	24,54	5	25
25	5	24,54	21,20	11	21,20	24,54	5	25
25	5	24,54	21,20	13	18,30	18,85	6	20
20	6	18,85	17,97	16	19,99	19,35	5	22,2
22,2	5	19,35	19,99	18	19,99	19,35	5	22,2
22,2	5	19,35	19,99	20	17,97	18,85	6	20
20	4	12,57	13,07	23	20,26	19,35	5	22,2
22,2	5	19,35	20,26	25	20,26	19,35	5	22,2
22,2	5	19,35	20,26	27	13,07	12,57	4	20

Na Tabela 14 é possível notar que algumas áreas de aço efetivas continuam levemente abaixo do calculado. Isso foi possível pois mesmo mudando a área de aço ainda foi possível escolher um valor que continuasse abaixo do calculado. Tal situação econômica pode ser mantida nas do lado esquerdo nas vigas 2,11, 13, 16 e 23 e do lado direito nas vigas 6, 9, 11,20 e 27. Por coincidência, a área de aço do lado esquerdo na viga 2 e direito na viga 6 mantiveram-se iguais, porém mudou-se a bitola e a quantidade de barras. Com os novos valores de área de aço efetivas da Tabela 14, foram calculados os novos valores da rigidez secante e de α_R de cada ligação viga-pilar. Tais valores podem ser vistos na Tabela 15:

Tabela 15: Rigidez secante e α_R : nova configuração de barras de aço (iteração 1)

Rsec	tipologia	Viga	tipologia	Rsec	Lef	α_r	viga	α_r
12413563,55	3	2	1	15502741,38	650	0,681	2	0,727
15502741,38	1	4	1	15502741,38	650	0,727	4	0,727
15502741,38	1	6	3	12413563,55	650	0,727	6	0,681
12413563,55	3	9	1	15502741,38	650	0,681	9	0,727
15502741,38	1	11	1	15502741,38	650	0,727	11	0,727
15502741,38	1	13	3	12413563,55	650	0,727	13	0,681
12413563,55	3	16	1	13505961,11	650	0,681	16	0,699
13505961,11	1	18	1	13505961,11	650	0,699	18	0,699
13505961,11	1	20	3	12413563,55	650	0,699	20	0,681
8275709,03	3	23	1	13505961,11	650	0,587	23	0,699
13505961,11	1	25	1	13505961,11	650	0,699	25	0,699
13505961,11	1	27	3	8275709,03	650	0,699	27	0,587

Comparando a Tabela 15 com a Tabela 11 é possível ver a necessidade de pelo menos mais uma interação. Com os novos valores de α_R foram obtidos os novos esforços solicitantes no pórtico. Notou-se uma mudança nos valores dos momentos negativos das vigas devido à queda do fator α_R . Os momentos fletores nas vigas para esta nova interação estão indicados nas Tabelas 16 e 17:

Tabela 16: Resultados do programa interação 1

MSd1(kNm)	Viga	Msd2(kNm)
265,94	2	463,37
337,61	4	446,00
352,87	6	380,81
281,65	9	453,88
339,08	11	443,43
348,53	13	389,84
312,53	16	417,23
342,71	18	412,98
346,22	20	386,26
244,31	23	421,27
365,45	25	401,48
385,56	27	280,80

Tabela 17: condição de simetria interação 1

MSd1(kNm)	Viga	Msd2(kNm)
380,81	2	463,37
463,37	4	463,37
463,37	6	380,81
389,84	9	453,88
453,88	11	453,88
453,88	13	389,84
386,26	16	417,23
417,23	18	417,23
417,23	20	386,26
280,80	23	421,27
421,27	25	421,27
421,27	27	280,80

Observando-se a condição de simetria e utilizando os valores da Tabela 17, foram dimensionadas novamente as áreas de aço. Na Tabela 16 é possível verificar as áreas de aço necessária e efetiva bem como bitolas e quantidade de barras.

Tabela 18: Armaduras de flexão das vigas: inclusão de bitolas de 32mm (iteração 2)

bitola (mm)	qtd	Ast ef (cm ²)	Astcal (cm ²)	viga	Astcal (cm ²)	Ast ef (cm ²)	qtd	bitola (mm)
20	6	18,85	17,22	2	21,49	24,54	5	25
25	5	24,54	21,49	4	21,49	24,54	5	25
25	5	24,54	21,49	6	17,22	18,85	6	20
20	6	18,85	17,68	9	20,99	24,54	5	25
25	5	24,54	20,99	11	20,99	24,54	5	25
25	5	24,54	20,99	13	17,68	18,85	6	20
20	6	18,85	17,49	16	19,08	18,85	6	20
20	6	18,85	19,08	18	19,08	18,85	6	20
20	6	18,85	19,08	20	17,49	18,85	6	20
16	6	12,06	12,34	23	19,28	18,85	6	20
20	6	18,85	19,28	25	19,28	18,85	6	20
20	6	18,85	19,28	27	12,34	12,06	6	16

Na Tabela 18 é possível notar que em alguns casos ainda foi possível manter os valores de área de aço efetiva abaixo da área de aço calculada. Tal situação foi mantida do lado esquerdo das vigas 18, 20, 23, 25, e 27. Do lado direito o mesmo ocorreu nas vigas 16, 18, 23, 25 e 27. Com essa configuração de bitolas e quantidade de barras de aço, foram calculados novamente a rigidez secante e o fator de restrição α_R das ligações. Os valores podem ser conferidos na Tabela 19:

Tabela 19: Rigidez secante e α_R : nova configuração de barras de aço (iteração 2)

Rsec	tipologia	Viga	tipologia	Rsec	Lef	α_r	viga	α_r
12413563,55	3	2	1	15502741,38	650	0,681	2	0,727
15502741,38	1	4	1	15502741,38	650	0,727	4	0,727
15502741,38	1	6	3	12413563,55	650	0,727	6	0,681
12413563,55	3	9	1	15502741,38	650	0,681	9	0,727
15502741,38	1	11	1	15502741,38	650	0,727	11	0,727
15502741,38	1	13	3	12413563,55	650	0,727	13	0,681
12413563,55	3	16	1	14323342,56	650	0,681	16	0,711
14323342,56	1	18	1	14323342,56	650	0,711	18	0,711
14323342,56	1	20	3	12413563,55	650	0,711	20	0,681
9525630,62	3	23	1	14323342,56	650	0,621	23	0,711
14323342,56	1	25	1	14323342,56	650	0,711	25	0,711
14323342,56	1	27	3	9525630,62	650	0,711	27	0,621

Como os valores do fator de restrição à rotação apresentaram relativa estabilidade (convergência), decidiu-se parar com as interações, adotando-se o último valor de áreas de aço efetivas, quantidades de barra de aço e bitolas. Os valores finais de α_R das ligações são os apresentados na tabela 17.

4.2 Análise da deslocabilidade da estrutura em função dos fatores de restrição

Neste item, a fim de verificar a influência da rigidez à flexão das ligações viga-pilar sobre a deslocabilidade horizontal da estrutura, foi feita uma análise dos deslocamentos horizontais do topo do edifício variando-se α_R entre 0 a 1. Para essa análise, foi usado o mesmo pórtico com os mesmos carregamentos.

Nas análises deste item, não foi realizado dimensionamento. Apenas observou-se o deslocamento da estrutura conforme a diminuição da rigidez das ligações, ou seja, conforme a diminuição do fator α_R de 1 a 0. Os resultados dessa análise são expressos no gráfico da Figura 10.

Analisando a Figura 10 é possível verificar que os deslocamentos começam a ter um crescimento mais pronunciado a partir de valores de α_R próximos de 0,4. Para valores inferiores a este valor, os deslocamentos passam a aumentar de forma vertiginosa, notando-se um caráter hiperbólico do comportamento do deslocamento em função do fator de restrição.

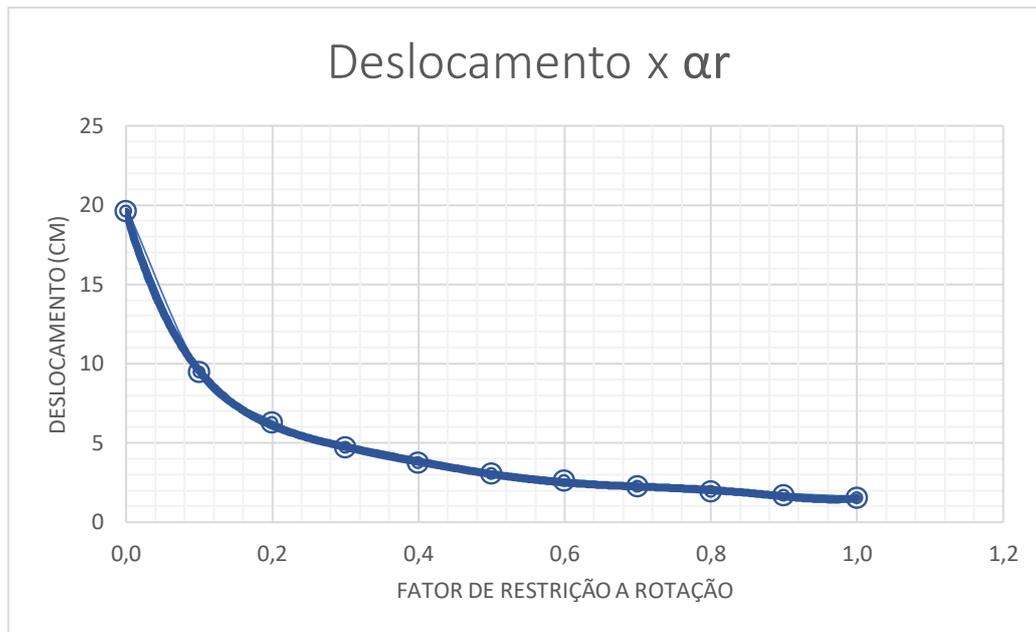


Figura 10 – Deslocamento horizontal do topo do edifício em função de α_R

5. Conclusão

Analisando a tabela 5 e a 16 é possível notar que houve significativa queda nas áreas de aço efetivas utilizadas nas ligações decorrente do comportamento semirrígido das ligações viga-pilar. Apesar de não ter considerado o aumento do momento no meio de vão da viga é possível concluir que se pode obter economia nas ligações das vigas com pilares. É possível concluir também a não necessidade de toda área de aço calculada considerando a estrutura ligações perfeitamente rígidas. Esta hipótese pode ser útil para fins de pré-dimensionamento ou para auxiliar a escolha das armaduras de continuidade. Dessa forma é possível reduzir a área de aço na ligação viga-pilar sem comprometer a segurança desses elementos, podendo-se obter, quando possível, economia e otimização da utilização dos materiais.

Apesar de não analisados os efeitos gerados pelos deslocamentos, causados pela situação semirrígida das ligações, fica claro a necessidade de se considerar efeitos provenientes de tais deslocamentos. Com o efeito de composição, proveniente dos outros pavimentos, essa necessidade se mostra ainda mais pujante. Como o foco do presente estudo foi as ligações viga-pilar, fica como sugestão para novos estudos a análise dos efeitos proveniente de deslocamentos causados pela semirrígidas das ligações.

Analisando-se o gráfico da Figura 10 é possível compreender os limites da NBR 9062 para os fatores de restrição a rotação α_R : 0,15 para ligações articuladas e 0,85 para ligações rígidas.

Agradecimentos

O presente trabalho foi resultado da paciência e compreensão do professor orientador Dr. Gerson Moacyr S. Alva. Muito obrigado pela calma e compreensão com as dificuldades encontradas e superadas por esse orientando. Agradeço aos meus familiares por todo o apoio durante a graduação, especialmente minha mãe, vó e tios, a todos minha eterna gratidão.

Referências bibliográficas

ALVA, G. M. S. (2018). Notas de aula. Ligações Semirrígidas em Estruturas de Concreto Pré-moldado, Uberlândia – MG, FECIV-UFU.

FERREIRA, M. A. EL DEBS, M. K. (2003). Análise de Estrutura Pré-Moldada Com Ligações Semirrígidas Para Múltiplos Pavimentos. 45º CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO – IBRACON, Agosto, Belo Horizonte – MG.

CARVALHO, Roberto C. FIGUEIREDO FILHO, Jasson R. (2015). Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado segundo a NBR 6118:2014. 4ª ed. São Carlos – SP. EdUFSCar

LACERDA, M. M. S. (2016). Análise da Influência do Grauteamento e da Posição Das Armaduras Na Ligação Viga-Pilar Em Estruturas de Concreto Pré-Moldado. Uberlândia – MG, 173 pp, DISSERTAÇÃO DE MESTRADO. Feciv-UFU.

ABNT NBR 9062:2017 Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. 3ª ed. Rio de Janeiro – RJ. ABNT 2017

ABNT NBR 6118:2014 Projeto de estrutura de concreto – Procedimento. 3ª ed. Rio de Janeiro – RJ. ABNT 2014