

Mori
670.446
100175398
TES/ME

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

**DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES GERADAS PELO CONTATO
DE UM CILINDRO COM UM PLANO USANDO
MÉTODOS NUMÉRICOS E FOTOELASTICIDADE**

Dissertação a ser apresentada à Universidade Federal de Uberlândia, por Alessandro Rodrigues Faria, para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica, tendo como Banca Examinadora:

DIRBI - UFU MON 00981/96



1000175398

Prof. Ph.D. Henner Alberto Gomide
(Orientador-UFU)

Prof. Dr. Francisco Paulo Lépore Neto
(Co-Orientador-UFU)

Prof. Dr. Paulo Roberto Cetlin
(UFMG)

Uberlândia, 03 de Junho de 1996

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
 DIRB - DIRETORIA DE BIBLIOTECAS

Precedência _____

Vozes: Doação

Rec. em: 1/96

C.F.L. _____

N.º de ass. de _____

Reg. 00981/96 Data 29/07/96

Vol. _____ Ex. 1

FU-00007300-1

À minha amada noiva Claudimar

AGRADECIMENTOS

Ao professor Henner Alberto Gomide, Orientador desta dissertação, por suas valiosas sugestões e ajuda constante ao longo da realização deste trabalho.

Ao professor Francisco Paulo Lépure Neto, Co-Orientador desta dissertação, por suas valiosas sugestões e ajuda na realização deste trabalho.

Aos amigos, colegas de Mestrado, Danilo, Paulo e Rouverson, e aos funcionários Ângela, Elmo e Marco Antônio por suas colaborações.

À CAPES (Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoal para o Ensino Superior), pelo apoio financeiro que possibilitou a realização deste trabalho.

Aos meus pais e à minha noiva, pelo carinho e a confiança depositada em mim, sendo importante para a realização deste trabalho.

E, principalmente, agradeço a Deus, que me salvou através de seu filho Jesus Cristo, me deu uma rede, me ensinou a pescar e me tirou da posição de uma pessoa que queria o peixe na mão.

DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES GERADAS PELO CONTATO
DE UM CILINDRO COM UM PLANO
USANDO MÉTODOS NUMÉRICOS E
FOTOELASTICIDADE

SUMÁRIO

	Página
LISTA DE FIGURAS	VII
LISTA DE SÍMBOLOS	XV
LISTA DE TABELAS	XVII
1. INTRODUÇÃO	1
2. CONTATO MECÂNICO	6
2.1. Teoria do Contato Elástico de Hertz	8
2.2. Contato Bidimensional entre Corpos Cilíndricos	10
2.3. Superfícies Rugosas	13
2.4. Atrito	15
2.5. Contato Elástico entre Superfícies Curvas Rugosas	16

2.6.	Contato Elástico entre Cilindros Rugosos	17
2.7.	Carregamento Tangencial no Contato Elástico	19
2.7.1.	Cilindro com Translação	
	Perpendicular a seu Eixo	19
2.7.2.	Contato entre Corpos Elásticos	
	com Tendência à translação	23
	a) Contato Bidimensional entre	
	Cilindros Sem Deslizar -	24
	b) Contato Bidimensional entre	
	Cilindros com Deslizamento Parcial -	25
3.	FUNDAMENTOS TEÓRICOS DAS	
	TÉCNICAS APLICADAS	26
3.1.	Fotoelasticidade	27
3.1.1.	Fotoelasticidade Plana	29
3.1.2.	Fotoelasticidade Tridimensional	29
3.1.3.	Fotoelasticidade de Reflexão	31
3.1.4.	Relação Modelo - Protótipo : Similitude	32
3.1.5.	Polariscópio e suas características	33
3.2.	Elementos Finitos	36
4.	DESENVOLVIMENTO EXPERIMENTAL	
	E NUMÉRICO	39
4.1.	Modelo Fotoelástico	39
4.1.1.	Construção do Molde	40
4.1.2.	Material Fotoelástico Usado	40
	A) Preparação do Material	41

B) Fundição do Material	41
C) Tratamento Térmico	42
D) Propriedades do Material	42
4.1.3. Usinagem dos Modelos	45
4.2. Carregamento do Modelo e Congelamento das Tensões	46
4.3. Carregamento de Modelos Similares à Temperatura Ambiente	51
4.4. Programa Analítico	54
4.5. Elementos Finitos	55
5. AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS	59
5.1. Análise Usando Fotoelasticidade 3D	60
5.2. Análise Usando Fotoelasticidade Plana	69
5.3. Análise Usando Elementos Finitos	75
6. DISCUSSÃO	84
6.1. Tensão Cisalhante Máxima	85
6.2. Técnicas Utilizadas	88
6.3. Considerações Gerais	92

7.	CONCLUSÃO	95
8.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	97
9.	ANEXOS	102
	Anexo 1. Programa Analítico em Turbo Basic	102
	Anexo 2. Programas Numéricos	104
	A.2.1. Simulação 1 - Carga Normal	104
	A.2.2. Simulação 7 - Carga Normal e Torque	107
	A.2.3. Macro para Cálculo da Tensão Cisalhante Máxima	111
	Anexo 3. Características do Elementos Utilizados	112
	A.3.1. PLANE42	112
	A.3.2. CONTAC48	115
	Anexo 4. Fotos Usadas na Análise por Fotoelasticidade Plana	119

Faria, A.R.; Distribuição de Tensões Geradas Pelo Contato de Um Cilindro Com Um Plano Usando Métodos Numéricos e Fotoelasticidade, Engenharia Mecânica, UFU/Uberlândia, 1996.

RESUMO

O presente trabalho apresenta uma contribuição ao estudo do contato entre corpos elásticos sob atrito seco, aplicado para o caso de um cilindro em contato com um semi-plano, sob carga normal e torque, no estado plano de tensão. Trabalhou-se com o software comercial Ansys 5.0, que utiliza o método de Elementos Finitos, e com métodos experimentais de Fotoelasticidade Plana e Fotoelasticidade Tridimensional, para obter o estado de tensão na região de contato e fazer a comparação dos resultados. O estudo envolveu três diferentes abordagens, a muito conhecida Teoria do Contato Elástico de Hertz, o contato com carga normal sob rugosidade e atrito e o contato com carga normal sob rugosidade, atrito e torque. Para cada caso, apresentou-se não só o campo de tensões cisalhantes máximas nos corpos e suas variações, como também a área de contato. Outro aspecto importante analisado, foi a variação do módulo de Young de um dos corpos, com o objetivo de comparar o campo de tensões independente de qual dos corpos em contato sofreu esta variação. Este trabalho identifica a maior tensão cisalhante máxima e as coordenadas em que esta ocorreu, como importante parâmetro no estudo do contato entre corpos.

Palavras Chave

Contato Mecânico, Cilindro, Semi-plano, Tensão Cisalhante Máxima, Elementos Finitos, Fotoelasticidade Plana e Tridimensional

Faria, A.R.; Stress Distribution Generated By the Contact Between a Cylinder and a Plane Through Numerical Methods and Photoelasticity , Mechanical Engineering, UFU/Uberlândia, 1996.

ABSTRACT

The work presents a contribution to the study of elastic bodies in dry friction contact. This study is applied to the case of a cylinder in contact with a half-space, under normal and torque loading, in a plane stress state. In order to obtain the state of stresses nearby the contact region and compare results, it was used the Finite Element Program Ansys 5.0 and the Experimental Techniques of Plane Photoelasticity and Tridimensional Photoelasticity. This study involved three different approaches, namely the well known Hertz's Theory of Elastic Contact, contact under normal loading with roughness and friction and contact under normal loading with roughness, friction and an applied torque. For each case, it has been presented not only the maximum shearing stress field in the bodies and their variations, but also the contact area. Another important aspect analyzed was the variation of Young modulus in one of the bodies, aiming a comparison of the stress field independently of which of the bodies in contact suffered that variation. This work identifies the greatest maximum shear stress and its coordinates as an important parameter in the study of contact between solid bodies.

Key words

Mechanical Contact, Cylinder, Half-space, Maximum shear stress, Finite Elements, Plane and Tridimensional Photoelasticity

LISTA DE FIGURAS

FIGURA	PÁGINA
Figura 2.1 - Superfícies não conformantes em contato no ponto 0.	8
Figura 2.2 - Dois cilindros em contato.	9
Figura 2.3 - Distribuição de pressão de contato definida por Hertz.	11
Figura 2.4 - Tensões ao longo do eixo de simetria.	13
Figura 2.5 - Área aparente de contato, áreas de contorno e área real de contato.	15
Figura 2.6 - Variação da pressão de contato devido ao parâmetro de rugosidade α .	18
Figura 2.7 - Deslocamento tangencial em 1, sendo o efeito das cargas atuantes considerado separadamente.	21
Figura 2.8 - Efeito da força tangencial Q.	23
Figura 3.1 - Esquema do Polariscópio: a) Polariscópio de Transmissão; b) Polariscópio de Reflexão.	35
Figura 3.2 - Compensação de Tardy.	35

Figura 4.1.-Diagrama de Tratamento Térmico.	44
Figura 4.2.- Variação do Valor de Franja com a Temperatura e Constantes Físicas do Material.	44
Figura 4.3 - Corpos de prova a) Cilindro utilizado com dimensões em mm; b) Plano utilizado com dimensões em mm.	46
Figura 4.4 - Esquema do sistema de cargas.	47
Figura 4.5 - Sistema de cargas com aplicação de Torque, dentro do forno.	48
Figura 4.6 - Corpos de prova utilizados e fatias cortadas.	50
Figura 4.7 - Polariscópio com fatia cortada.	51
Figura 4.8 - Sistema de cargas montado para fotografar as ordens de franja no contato.	52
Figura 4.9 - Foto obtida durante a aplicação da carga, na análise fotoelástica feita.	53
Figura 4.10 - Estação Risc IBM 6000 utilizada.	56
Figura 4.11 - Malha produzida pela simulação 1.	56
Figura 4.12 - $\tau_{\text{máx}}$ obtido na malha da simulação 1.	57

Figura 4.13 - Tensão x Distância na linha de simetria do corpo plano.	57
Figura 4.14 - Elementos utilizados no Método Numérico.	58
Figura 5.1 - $\tau_{\text{máx}}$ x Distância no primeiro teste com Carga normal e Rugosidade medida.	62
Figura 5.2 - $\tau_{\text{máx}}$ x Distância no segundo teste com Carga normal e Rugosidade medida.	62
Figura 5.3 - $\tau_{\text{máx}}$ x Distância no terceiro teste com Carga normal e Rugosidade medida.	63
Figura 5.4 - $\tau_{\text{máx}}$ x Distância no quarto teste com Carga normal e Rugosidade medida.	63
Figura 5.5 - $\tau_{\text{máx}}$ x Distância no teste com aplicação de Torque.	64
Figura 5.6 - $\tau_{\text{máx}}$ x Distância nos três testes com Carga normal e utilização de grãos.	66
Figura 5.7 - $\tau_{\text{máx}}$ x Distância no teste com aplicação de Torque, modelo 9, em comparação com o mesmo, modelo 7, sem aplicação de Torque.	66

- Figura 5.8 - Fatias com Tensões congeladas: a) Fatias dos modelos do teste 3 (Carga Normal); b) Fatias dos modelos do teste 5 (Carga Normal e Torque); c) Fatia do semi-plano do teste 6 (Carga Normal - Grão=300 μ m); d) Fatia do semi-plano do teste 7 (Carga Normal - Grão=150 μ m); e) Fatia do semi-plano do teste 8 (Carga Normal - Grão=52 μ m). 68
- Figura 5.9 - $\tau_{\text{máx}}$ x Distância no primeiro teste por Fotoelasticidade plana. 71
- Figura 5.10 - $\tau_{\text{máx}}$ x Distância no segundo teste por Fotoelasticidade plana. 71
- Figura 5.11 - $\tau_{\text{máx}}$ x Distância no terceiro teste por Fotoelasticidade plana. 72
- Figura 5.12 - $\tau_{\text{máx}}$ x Distância no quarto teste por Fotoelasticidade plana. 72
- Figura 5.13 - $\tau_{\text{máx}}/P_0(\text{Hertz})$ x Y/a nos testes com aplicação de silicone, por Fotoelasticidade 3D (teste 2) e por Fotoelasticidade plana (teste 10). 74
- Figura 5.14 - $\tau_{\text{máx}}/P_0(\text{Hertz})$ x Y/Distância $\tau_{\text{máx}}$ nos testes com aplicação de silicone, por Fotoelasticidade 3D (teste 2) e por Fotoelasticidade plana (teste 10). 74
- Figura 5.15 - $\tau_{\text{máx}}$ x Distância na simulação 1. 77
- Figura 5.16 - $\tau_{\text{máx}}$ x Distância na simulação 1 e no primeiro teste por Fotoelasticidade 3D. 77

Figura 5.17 - $\tau_{\text{máx}}$ x Distância nas simulações 1 e 3.	78
Figura 5.18 - Simulação com Carga Normal e Torque, mostrando os nós e o elemento de maior $\tau_{\text{máx}}$.	80
Figura 5.19 - $\tau_{\text{máx}}$ x Distância na simulação 7.	80
Figura 5.20 - Deslocamento tangencial na superfície de contato do semi-plano, nas simulações 1 e 7.	81
Figura 5.21 - Deslocamento normal na superfície de contato do semi-plano, nas simulações 1 e 7.	82
Figura 5.22 - Pressão tangencial na superfície de contato do semi-plano, nas simulações 1 e 7.	82
Figura 5.23 - Pressão normal na superfície de contato do semi-plano, nas simulações 1 e 7.	83
Figura A3.1 - PLANE42 2D Elemento Sólido Estrutural.	112
Figura A3.2 - CONTAC48 2D Elemento de contato Ponto - Superfície.	115
Figura A4.1 - Foto obtida no teste 10. Utilização de silicone.	119
Figura A4.2 - Foto obtida no teste 11. Utilização do grão de areia 50, granulometria = 300 μm .	120

Figura A4.3 - Foto obtida no teste 12. Utilização do grão
de areia 100, granulometria = $150\mu\text{m}$.

120

Figura A4.4 - Foto obtida no teste 13. Utilização do grão
de alumina 240, granulometria = $52\mu\text{m}$.

121

LISTA DE SÍMBOLOS

SÍMBOLO		UNIDADE
A	Área real de contato	mm^2
A_a	Área de contato aparente	mm^2
a	Metade da faixa de contato	mm
a_0	Distância entre máxima pressão normal e pressão nula	mm
a_1, a_2, \dots, a_n	Áreas de contorno	mm^2
b	Maior lado da faixa de contato na aplicação de Torque	mm
c	Metade da faixa de aderência	mm
CY-205	Araldite	
D	Distância	mm
E	Módulo de elasticidade	MPa
E_c	Módulo de elasticidade do cilindro	MPa
E_p	Módulo de elasticidade do semi-plano	MPa
E^*	Combinação das constantes elásticas	MPa
FA	Anidrido Ftálico	
I	Momento de Inércia	mm^4
K, K_σ	Constante óptica do material fotoelástico	N/mm
l	Típica dimensão de comprimento	mm
m	Parâmetro para cálculo de tensão	mm
MA	Anidrido Maleico	
N	Ordem de Franja	
n	Parâmetro para cálculo de tensão	mm
P	Carga normal por unidade de comprimento	N/mm
p	Pressão Normal	KN/m^2
p_0	Pressão Normal máxima	KN/m^2
p_m	Pressão Normal média	KN/m^2

P_1, P_2, P_3	Cargas aplicadas nos ensaios experimentais	N
Q	Carga tangencial de atrito	N
q	Pressão tangencial	KN/m ²
$q(x)$	Tensão tangencial	KN/m ²
R_a	Rugosidade média	μm
R_c	Raio do cilindro	mm
R_1, R_2	Raios dos cilindros	mm
R	Raio de curvatura relativo	mm
t	Espessura	mm
T	Torque	Nmm
T_c	Temperatura crítica do material fotoelástico	°C
X, Y, Z	Sistema de coordenadas	
α	Parâmetro de rugosidade	
β	Constante relacionada com constantes elásticas	
δ	Deslocamento	mm
δ_0	Máximo deslocamento da superfície de contato	mm
ε	Deformação	
ϕ	Direção das tensões principais	
γ	Constante relacionada com constantes elásticas	
μ	Coefficiente de atrito	
ν	Coefficiente de Poisson	
σ_{ec}	Tensão de escoamento à compressão	KN/m ²
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Tensões Normais	KN/m ²
σ_s	Desvio padrão da distribuição das alturas das asperidades	mm
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Tensões Normais Principais	KN/m ²
τ_{ec}	Tensão de escoamento ao cisalhamento	KN/m ²
$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$	Tensões Cisalhantes	KN/m ²
$\tau_{12}, \tau_{13}, \tau_{23}$	Tensões Cisalhantes Principais	KN/m ²
$\tau_{\text{máx}}$	Tensão Cisalhante Principal Máxima	KN/m ²

LISTA DE TABELAS

TABELA	PÁGINA
Tabela 4.1 - Constantes Físicas do Material à Temperatura Crítica.	45
Tabela 4.2 - Constantes Físicas do Material à Temperatura Ambiente .	45
Tabela 5.1 - Resultados pela Teoria do Contato Elástico de Hertz na temperatura de congelamento .	60
Tabela 5.2 - Rugosidade média dos semi-planos - Norma DIN.	61
Tabela 5.3 - Material e Granulometria utilizada no contato semi-plano/cilindro.	65
Tabela 5.4 - Comparação de resultados dos testes por Fotoelasticidade 3D sem aplicação de Torque e resultados da Teoria de Hertz.	67
Tabela 5.5 - Comparação de resultados dos testes por Fotoelasticidade 3D com aplicação de Torque e resultados da Teoria de Hertz.	68

Tabela 5.6 - Resultados pela Teoria do Contato Elástico de Hertz na temperatura ambiente.	69
Tabela 5.7 - Material e Granulometria utilizada no contato semi-plano/cilindro.	69
Tabela 5.8 - Comparação de resultados dos testes por Fotoelasticidade plana e resultados da Teoria de Hertz.	70
Tabela 5.9 - Condições de simulação e resultados obtidos nos programas numéricos com carga normal.	76
Tabela 5.10 - Comparação de resultados da simulação com aplicação de Torque e resultados da Teoria de Hertz .	79

INTRODUÇÃO

O contato entre os corpos tem sido estudado e analisado de várias maneiras, tendo em vista os campos de aplicação da mecânica do contato, mais especificamente na transmissão de forças em sistemas mecânicos através de corpos elásticos, seja de um came para seu seguidor, entre engrenagens acopladas, em mancais de rolamento ou mesmo pela simples interação de uma roda e seu apoio.

Quando um corpo transmite força para outro, como consequência de suas propriedades elásticas e da forma de transmissão através do contato, forma-se uma área de contato entre os mesmos. Se não houver atrito entre os corpos, se as superfícies forem lisas e a carga for aplicada de forma normal aos corpos, tem-se o conhecido problema de Contato Normal. Este problema é alterado na presença de rugosidade, tornando-se mais complexo se houver atrito e até mesmo uma transmissão de torque, gerando cargas tangenciais na superfície de contato dos corpos. De qualquer forma a solução analítica, numérica ou experimental do contato mecânico exige que sejam conhecidas as propriedades elásticas dos corpos, suas características geométricas e as cargas transmitidas, podendo-se assim evidenciar um "Problema de Contato Mecânico".

O contato mecânico foi inicialmente estudado no século passado por Hertz [1,2] que, considerando o Contato Normal calculou, com verificação experimental, a distribuição de carga na área de contato e as tensões nos corpos, obtendo-se assim a conhecida Teoria do Contato Elástico de Hertz. McEwen em 1949 [3] expressou as tensões em um ponto genérico em função de duas constantes. Desde então, vários

trabalhos foram realizados, cada um destes buscando um aperfeiçoamento no estudo de um específico "Problema de Contato Mecânico". Kelley em 1958 [4], fez uma revisão crítica das fórmulas e métodos anteriormente usados para determinar a resistência de dentes de engrenagens, apresentando algo de novo e mais preciso para este tipo de análise, baseado em trabalhos fotoelásticos. Lingaiah em 1976 [5] utilizou a fotoelasticidade para otimização de perfis de engrenagens, e em 1977 [6] utilizou a fotoelasticidade 3D para estudar os mesmos perfis de engrenagens em aplicações automotivas. Bijak-Zochowski em 1991 [7] estudou a redução das tensões de contato através da modificação dos entalhes nas superfícies.

O atrito entre as superfícies passou a ser levado em consideração, a partir da década de sessenta, onde é analisado fisicamente no livro de Bowden [8] ou em trabalhos como o de Ollerton que, em 1963 [9], conseguiu confirmar experimentalmente, usando modelos de grandes dimensões de resina epoxi, que a tração tangencial é distribuída em proporção direta à pressão normal. Dally em 1991 [10] estudou o coeficiente de atrito quando o contato acontece apenas em pontos aleatórios, simulando assim a rugosidade, e mostrando ser esta um fator que modifica todo o comportamento no contato apresentado por Hertz. Greenwood em 1967 [11] mostrou o contato entre esferas rugosas, e Lo em 1969 [12], estudando o contato entre cilindros rugosos, apresentou a Teoria de Lo do Contato com Rugosidade. Ambos mostraram que a pressão na área de contato tem uma distribuição de Gauss e não mais a distribuição elíptica, como prevista por Hertz para superfícies lisas. Freire em 1991 [13] mostrou a influência do atrito e da rugosidade no Contato Mecânico, apresentando as variações da máxima tensão cisalhante e do ponto em que esta ocorre.

Alguns trabalhos têm contribuído para o conhecimento do Contato Mecânico. Brémond em 1981 [14] estudou, usando a análise experimental pelo método de malhas, os deslocamentos e cisalhamentos nas superfícies de contato. Mais recentemente, Saramago em 1990 [15] estudou o contato entre um cilindro e um plano na presença do atrito seco de Coulomb, submetido a força normal e torque. Um modelo matemático foi obtido pela superposição de deslocamentos, determinando-se numericamente a distribuição de pressão e a área de contato. Brito em 1994 [16] utilizou o "Problema de Contato Mecânico" entre dois cilindros, para analisar a influência do Pitting e do risco em dentes de engrenagem.

A importância dos problemas de contato tem sido compreendida e mostrada através de projetos de Engenharia, sendo estes problemas analisados por simulações experimentais, utilizando-se métodos como o da Fotoelasticidade Tridimensional [17], largamente aplicada após o desenvolvimento de novos materiais fotoelásticos. Gomide em 1975 [18] desenvolveu um material que permite o congelamento de tensões, proporcionando análises fotoelásticas 3D. Pindera em 1981 [19] utilizou um método especial de fotoelasticidade para estudar problemas de Contato Mecânico.

O mundo tem buscado através de pesquisas, formas mais precisas e seguras para a compreensão do Contato Mecânico. Wilcox [20] na década de 70, utilizou o método de Elementos Finitos para analisar tensões em dentes de engrenagens. Os resultados obtidos foram usados para desenvolver uma nova fórmula simplificada, capaz de determinar o estado de tensão nos dentes para condições de força generalizadas, sendo estes comparados com resultados anteriores. Com a avançada tecnologia dos métodos numéricos, como o método de Elementos Finitos, vários trabalhos têm sido publicados, destacando-se os de Aliabadi [21,22].

O objetivo principal deste trabalho é apresentar a distribuição de tensão gerada pelo contato de um cilindro com um plano, usando o método de Elementos Finitos e Fotoelasticidade. Com a utilização da Fotoelasticidade, tem-se a vantagem de obter uma simulação correta das condições de contorno e cargas, com uma rápida visão qualitativa do problema, além do monitoramento de resultados obtidos por Elementos Finitos e soluções analíticas. O contato é estudado na fase elástica dos corpos, sendo portanto, muito importante a compreensão da Teoria da Elasticidade.

O estudo envolve três aspectos diferentes, com enfoque na conhecida Teoria do Contato Normal de Hertz, do contato com carga normal sob rugosidade e atrito e do contato com carga normal sob rugosidade, atrito e torque. Para cada caso, os resultados apresentam não só o campo de tensões nos corpos e suas variações, como também sua área de contato. Outro aspecto importante analisado foi a variação do módulo de Young de apenas um dos corpos, que causa uma diferença nos deslocamentos e no campo de tensões, seja qual for o corpo em contato que sofreu esta variação. Destaque foi feito na obtenção da maior tensão cisalhante máxima e das coordenadas do ponto em que esta ocorre.

O Capítulo 2 apresenta o Contato Mecânico, inicialmente com a Teoria do Contato Elástico de Hertz e prosseguindo com o caso específico do contato entre corpos cilíndricos com rugosidade, atrito e carregamento tangencial. O Capítulo 3 apresenta os fundamentos teóricos das técnicas aplicadas, Fotoelasticidade e Elementos Finitos. O Capítulo 4 mostra todo o desenvolvimento experimental e numérico realizado no trabalho, incluindo também o desenvolvimento de um programa analítico, produzido para fins de comparação, que utiliza a Teoria do Contato Elástico de Hertz. O Capítulo 5 mostra os resultados

obtidos, sendo que estes são discutidos no Capítulo 6. A conclusão do trabalho é apresentada no Capítulo 7.

CAPÍTULO 2

2-CONTATO MECÂNICO

Problemas de tensões de contato aparecem entre uma roda e um trilho, um came e seu seguidor, duas engrenagens acopladas ou mesmo na ação de mancais de rolamentos. Para prevenir a possibilidade de falha da superfície, em tais casos, é necessário o conhecimento do estado de tensão resultante do carregamento de um corpo sobre o outro.

Em um contato mecânico, a teoria mostra que a tensão cisalhante máxima, $\tau_{\text{máx}}$, alcança o maior valor logo abaixo da superfície de contato, sendo esta de extrema importância nestes estudos. Sabe-se que, mesmo quando a tensão cisalhante máxima é a metade da tensão normal máxima, muitas vezes é ela que deve ser controlada, se o material for muito mais fraco ao cisalhamento do que à tração [23,24], como nos casos onde o aço de baixo carbono é empregado.

Muitas autoridades são de opinião que esta tensão cisalhante máxima é responsável pela falha por fadiga superficial dos elementos em contato. A explicação é que aparece uma fissura no ponto de maior tensão cisalhante máxima, logo abaixo da superfície, que progride para a superfície, e que a pressão do óleo lubrificante, nessa fissura, proporciona o despreendimento de material já iniciado pela fissura [25].

Para o estudo do contato mecânico, mais precisamente o contato entre um cilindro e um plano, deve-se conhecer os seguintes conceitos :

- a) Superfícies não conformantes - São superfícies que quando estão em contato, sem deformação, tocam-se apenas em um ponto (ponto de contato) ou apenas em uma linha (linha de

contato). Como exemplo, no caso em que dois cilindros são colocados em contato com os eixos paralelos surge uma "linha de contato", e na direção perpendicular surge um "ponto de contato".

- b) Semi-espacos elásticos - Quando dois corpos elásticos são colocados em contato, para pequenas deformações, a área de contato tem um valor pequeno em relação às dimensões dos corpos, e as tensões que surgem podem ser calculadas com boas aproximações, considerando-se cada corpo como um sólido elástico semi-infinito, limitado por uma superfície plana.
- c) Movimento relativo entre os corpos - O movimento relativo entre dois corpos em contato é caracterizado pelos movimentos de translação e rotação.

Com relação ao movimento relativo dos corpos, como representado na Figura 2.1, tem-se:

- Translação (deslizar, escorregar), definida pela velocidade linear relativa entre duas superfícies,

$$\begin{aligned}\Delta V_x &= V_{x1} - V_{x2} \\ \Delta V_z &= V_{z1} - V_{z2}\end{aligned}$$

- Rotação (rolar, rodar), definida pela velocidade angular relativa entre duas superfícies,

$$\begin{aligned}\Delta \omega_x &= \omega_{x1} - \omega_{x2} \\ \Delta \omega_z &= \omega_{z1} - \omega_{z2}\end{aligned}$$

- Rotação no eixo Y (girar, rodopiar), definida pela velocidade angular relativa sobre o eixo normal comum,

$$\Delta\omega_Y = \Delta\omega_{Y1} - \Delta\omega_{Y2}$$

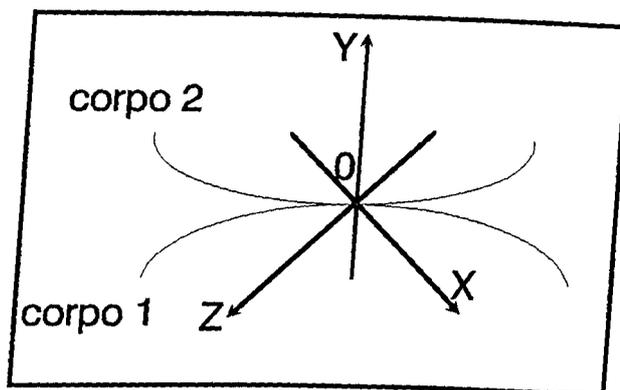


Figura 2.1 - Superfícies não conformantes em contato no ponto O.

Logicamente, estes movimentos podem ser combinados. Por exemplo, as rodas de um veículo normalmente rolam (rotação) sem deslizar (translação) ou rodopiar (rotação no eixo Y). Quando o veículo faz uma curva, a rotação no eixo Y é introduzida. Se o veículo derrapar com as rodas travadas tem-se a translação sem rotação. Se o veículo derrapar sem as rodas estarem travadas, tem-se a combinação de translação e rotação.

2.1-Teoria do Contato Elástico de Hertz

A primeira análise satisfatória das tensões no contato de dois sólidos elásticos foi dada por Hertz em 1882 [1,2], que introduziu uma simplificação com a finalidade de calcular as deformações locais, nos corpos, sendo cada corpo considerado um semi-espaco elástico carregado

por uma distribuição elíptica de pressão, em uma pequena região de seu plano de superfície. Assim, as dimensões da área de contato devem ser pequenas comparadas com as dimensões de cada corpo e com os raios de curvatura relativo das superfícies. Finalmente, as superfícies são consideradas lisas, onde apenas a pressão normal p é transmitida entre os corpos, não havendo pressão tangencial q .

Quando dois cilindros de raios R_1 e R_2 com espessura t , estão em contato, sob pressão normal, uma área de contato é formada, definida por $A = 2a t$, como mostrado na Figura 2.2, onde:

- A = Área de contato;
- a = Metade da faixa de contato;
- t = Espessura dos corpos.

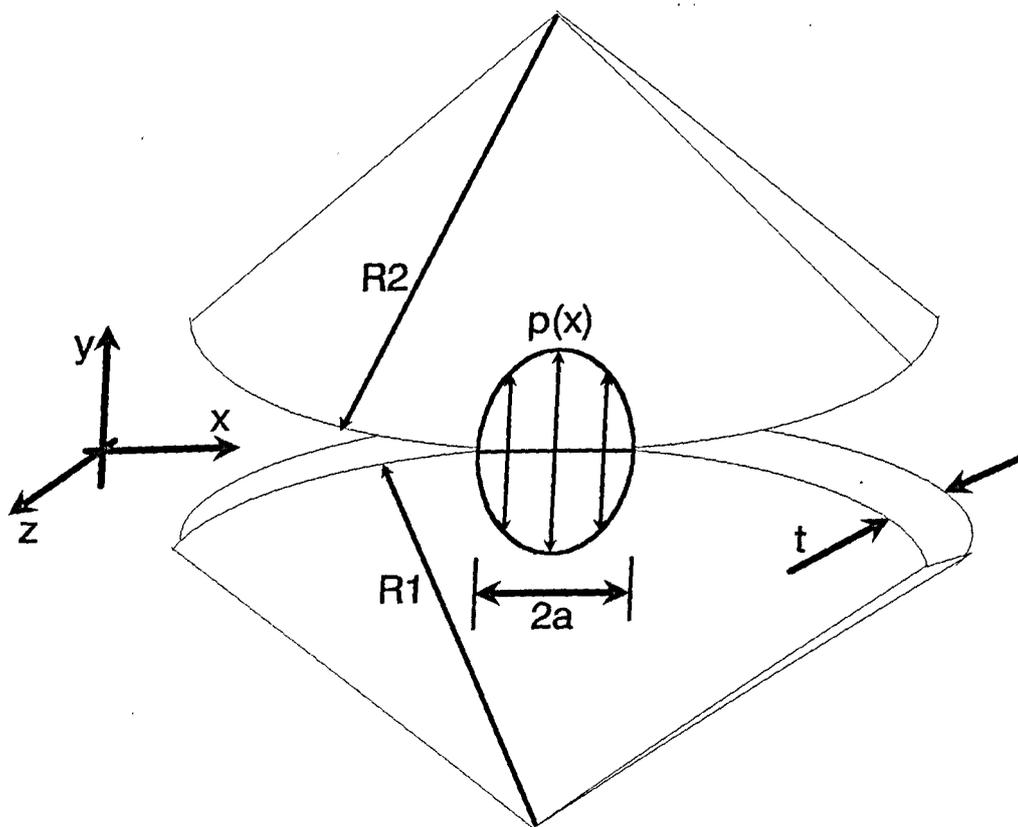


Figura 2.2 - Dois cilindros em contato.

Considerando-se um raio de curvatura relativo R , sendo $1/R=1/R_1+1/R_2$, pode-se resumir as suposições feitas pela Teoria de Hertz, como:

- 1 - As superfícies são contínuas e não conformantes, $a \ll R$;
- 2 - As deformações são pequenas, $a \ll R$;
- 3 - Cada corpo pode ser considerado como um semi-espaco elástico, $a \ll R_{1,2}$, $a \ll t$;
- 4 - As superfícies não possuem atrito, $q_x = q_z = 0$, sendo estas suposições usadas em três tipos de contato:
 - a) Sólidos de revolução;
 - b) Perfis gerais; e
 - c) Contato bidimensional entre corpos cilíndricos.

2.2-Contato bidimensional entre corpos cilíndricos

Quando dois corpos cilíndricos, dispostos com seus eixos paralelos ao eixo Z (Figura 2.2), são pressionados por uma força de intensidade P (por unidade de comprimento), seu contato se estabelece sobre uma faixa de largura $2a$, paralela ao eixo Z , podendo ser considerado um estado plano de tensão (bidimensional) no plano XY , para a condição de $t \ll R_{1,2}$.

Pela Teoria do Contato Elástico de Hertz, a carga por unidade de comprimento P é:

$$P = \frac{\pi a^2 E^*}{4R} \quad (2.1)$$

Na expressão 2.1, a curvatura relativa R é dada por $1/R=1/R_1+1/R_2$, e a combinação das constantes elásticas dos materiais

dos dois corpos E^* é dada por $1/E^* = (1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2$. Assim, a metade da faixa de contato (a), é dada por:

$$a^2 = \frac{4PR}{\pi E^*} \quad (2.2)$$

Por outro lado, a pressão normal de contato definida por Hertz, assume uma distribuição elíptica ao longo do eixo X, sendo dada por :

$$p(x) = \frac{2P}{\pi a^2} (a^2 - x^2)^{1/2} \quad (2.3)$$

O perfil de $p(x)$ pode ser visualizado na Figura 2.3, sendo o valor de $p(x)$ nas bordas do contato ($x = \pm a$) igual a zero, onde a máxima pressão ocorre no ponto $X = 0$, com valor

$$p_0 = \frac{2P}{\pi a} = \frac{4}{\pi} p_m = \left(\frac{PE^*}{\pi R} \right)^{1/2} \quad (2.4)$$

onde: p_m é a pressão média.

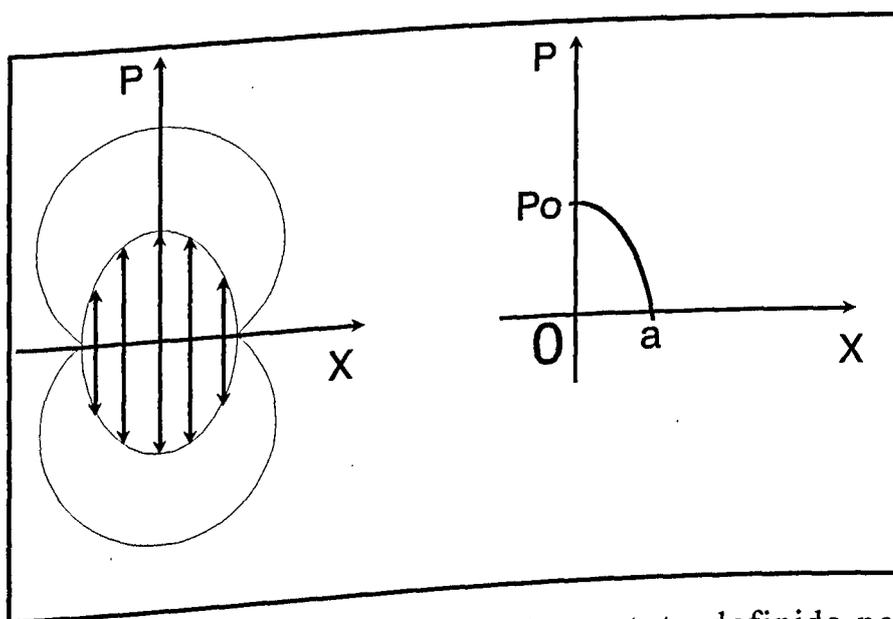


Figura 2.3 - Distribuição de pressão de contato definida por Hertz.

Hertz calculou também a tensão cisalhante principal (máxima), sendo que esta ocorre na linha de simetria do cilindro e seu valor é dado por:

$$\tau_{12} = \tau_{xy} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} = \tau_{\max} \quad (2.5)$$

onde:

$$\sigma_x = -\frac{p_0}{a} \left[(a^2 + 2y^2)(a^2 + y^2)^{-1/2} - 2y \right], \quad (2.6a)$$

$$\sigma_y = -p_0 \cdot a (a^2 + y^2)^{-1/2}, \text{ e} \quad (2.6b)$$

$$\tau_{12} = p_0 \cdot a \left[y - y^2 (a^2 + y^2)^{-1/2} \right] \quad (2.7)$$

$$(\tau_{12})_{\max} = 0.3p_0 \text{ para } y = 0.78a.$$

Segundo a teoria bidimensional de Hertz, as tensões ao longo do eixo de simetria Y, assumem a distribuição mostrada na Figura 2.4.

McEwen em 1949 [3] expressou as tensões de Hertz σ_x e σ_y em um ponto genérico (x,y) em função dos parâmetros m e n, como sendo :

$$\sigma_x = -\frac{p_0}{a} \left[m \left(1 + \frac{y^2 + n^2}{m^2 + n^2} \right) - 2y \right] \quad (2.8a)$$

$$\sigma_y = -\frac{p_0}{a} m \left(1 - \frac{y^2 + n^2}{m^2 + n^2} \right) \quad (2.8b)$$

onde :

$$m^2 = \frac{1}{2} \left\{ \left[(a^2 - x^2 + y^2)^2 + 4x^2y^2 \right]^{1/2} + (a^2 - x^2 + y^2) \right\} \quad (2.9a)$$

$$n^2 = \frac{1}{2} \left\{ \left[(a^2 - x^2 + y^2)^2 + 4x^2y^2 \right]^{1/2} - (a^2 - x^2 + y^2) \right\} \quad (2.9b)$$

Os sinais de m e n são iguais aos sinais de y e x respectivamente. A tensão cisalhante máxima ($\tau_{12} = \tau_{\text{máx}}$) é determinada pela Equação(2.5).

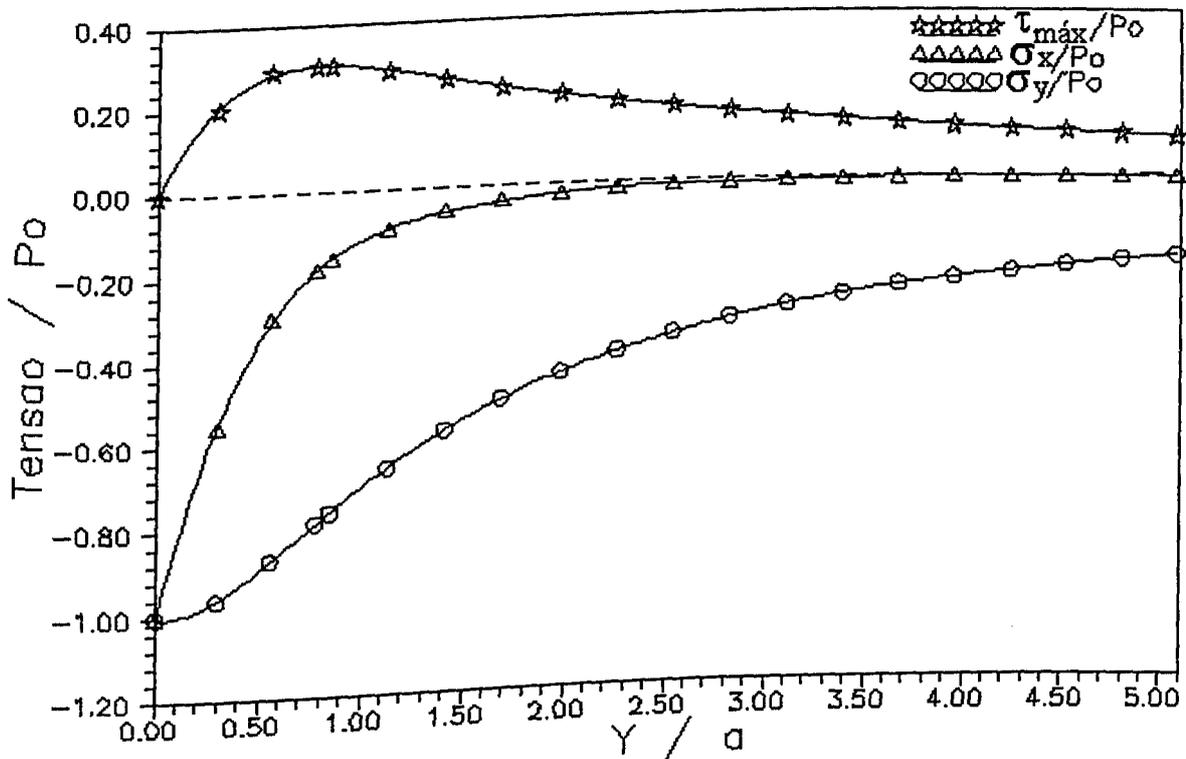


Figura 2.4 - Tensões ao longo do eixo de simetria.

2.3-Superfícies Rugosas

O conhecimento das características das superfícies dos corpos constitui um importante aspecto para a compreensão das interações interfaciais entre corpos em contato [26]. Hertz considerou as superfícies como lisas, ou seja, livres de rugosidade e atrito. Porém, sabe-se que os contatos entre superfícies são descontínuos e a área real de contato é uma fração da área nominal do contato, já que os métodos usuais de obtenção de superfícies nunca produzem superfícies completamente lisas e planas. Deve-se ressaltar que uma superfície pode apresentar asperidades (macro-asperidades), que por sua vez apresentam

micro-asperidades, e assim sucessivamente. Portanto, uma superfície pode ser rugosa (micro-asperidades) e ondulada (macro-asperidades).

Para a maioria das superfícies, a altura das irregularidades pode ser considerada uma variável aleatória, sendo que as alturas e os comprimentos de onda das asperidades em uma superfície rugosa variam em caminhos também aleatórios. É muito difícil produzir superfícies com rugosidade isotrópica. Assim, pode-se definir as áreas de contato como :

- **Área de contato aparente (nominal)** - É ditada pela geometria das superfícies e delimitada pelas dimensões destas. No contato entre cilindros é dada pela faixa de contato $2a$, multiplicada pela espessura t .

- **Área de contorno** - É constituída pela área da asperidade deformada.

- **Área de contato real** - É a soma de todas as áreas de contato entre os sólidos (todas as áreas em que realmente se tocam), e depende da área de contorno e da força transmitida por cada junção.

Desta forma, tem-se áreas de contorno a_1, a_2, a_3, \dots , como mostrado na Figura 2.5, que irão constituir a área real de contato A_r , tal que:

$$A_r = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n \quad (2.10)$$

Pode-se medir A_r de várias formas, entre elas, medindo-se a resistência elétrica, que mostra, em geral, que a área real de contato é uma fração muito pequena da área de contato aparente. Por exemplo, nos aços $A_r \cong A_a/10000$. Em função disto, a tensão normal nas poucas asperidades ativas é bastante alta.

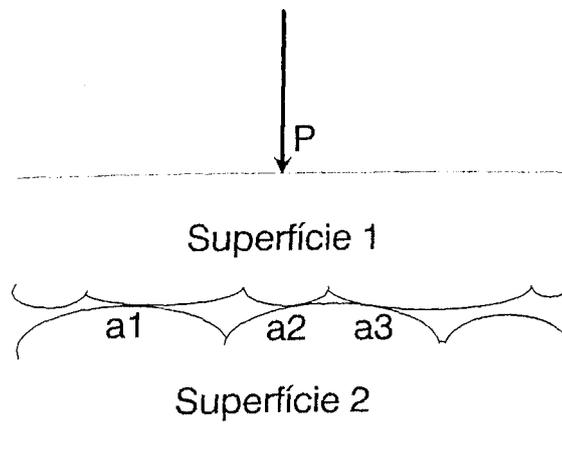


Figura 2.5 - Área aparente de contato, áreas de contorno e área real de contato.

Quando a carga é pequena e/ou o material tem um alto limite elástico o contato será elástico. Ao contrário, para altas cargas e/ou baixo limite de elasticidade, as asperidades a_1 , a_2 , ..., escoarão plasticamente, aumentando a área real de contato e o contato será plástico.

2.4-Atrito

Quando duas superfícies são colocadas em contato, uma certa força horizontal é necessária para provocar um movimento relativo. Esta força horizontal ou tangencial é responsável pelo coeficiente de atrito elástico. Esta resistência ao deslizamento ou translação foi, durante muito tempo explicada por várias hipóteses, mas atualmente a premissa básica da teoria do atrito é a formação de junções nos pontos de contato das superfícies, em consequência de sua ondulação. Assim, a força de atrito seria responsável pelo cisalhamento destas junções.

As premissas que governam o entendimento do atrito, originalmente descobertas por Leonardo da Vinci (1500), redescobertas por Amontons (1699) e elaboradas por Coulomb (1781) são:

- 1 - O coeficiente de atrito independe da área de contato aparente;
- 2 - O coeficiente de atrito independe da força normal.

O coeficiente de atrito é o quociente entre duas propriedades representativas da resistência do material, ou seja, a resistência ao cisalhamento e à compressão, respectivamente, matematicamente representado por :

$$\mu = \frac{\tau_{ec}}{\sigma_{ec}} \quad (2.11)$$

onde :

μ = Coeficiente de atrito;

τ_{ec} = Tensão de escoamento ao cisalhamento;

σ_{ec} = Tensão de escoamento à compressão.

Como estas duas resistências são bastante similares, dependendo de características específicas do material, não é surpreendente que esta relação seja aproximadamente igual para uma gama grande de materiais.

Para uma completa discussão da física do atrito e as condições que determinam o coeficiente de atrito, recomendam-se as referências [8] e [26].

2.5-Contato Elástico Entre Superfícies Curvas Rugosas

A grande maioria dos problemas de contato elástico envolvem superfícies curvas e rugosas. Para esta situação o parâmetro rugosidade, definido como α , pode ser expresso [2] pela relação,

$$\alpha = \frac{\sigma_s}{\delta_0} = \frac{\sigma_s R}{a_0^2} = \sigma_s \left(\frac{16RE^{*2}}{9P^2} \right)^{1/3} \quad (2.12)$$

onde :

- σ_s => desvio padrão da distribuição das alturas das asperidades, em determinado intervalo;
- δ_0 => é o máximo deslocamento da superfície de contato na compressão, dado pela Teoria de Hertz;
- a_0 => é a distância entre o ponto de máxima pressão normal e a posição de pressão nula, dado pela Teoria de Hertz.

Os parâmetros α (rugosidade) e μ (atrito) são adimensionais e independentes, e governam a distribuição da pressão e a área de contato entre superfícies curvas rugosas. Sabe-se que a Teoria de Hertz pode ser usada com alguma porcentagem de erro, desde que o parâmetro α seja menor que 0.05, ou seja, o valor de σ_s deve ser menor que 5% de δ_0 .

A pressão (p) na linha de simetria do contato diminui significativamente com o aumento da rugosidade e o raio da área de contato aparente aumenta, enquanto que o maior valor da tensão cisalhante máxima é reduzido e ocorre em uma profundidade maior do que em superfícies lisas.

2.6-Contato Elástico entre Cilindros Rugosos

No contato entre cilindros rugosos [13], é importante observar que a tensão cisalhante máxima é muito menor que a tensão cisalhante máxima calculada por Hertz, quando a carga é pequena ou a rugosidade é alta. Este fato pode acarretar distorções entre resultados experimentais e teóricos. Outro fator que deve ser observado é que pequenas relações entre a espessura (t) e a largura da faixa de contato ($2a$), $t/a < 10$,

indicam que a largura da faixa de contato vai variar ao longo da espessura, e a característica bidimensional do experimento não mais existirá.

A Teoria de Lo [12] do contato entre superfícies rugosas, mostra que quando dois cilindros rugosos são colocados em contato, a pressão na interface passa a ter uma distribuição de Gauss, e não mais a forma elíptica calculada por Hertz. Nesta comparação, a força de contato em um ponto longe do centro seria apenas pequena, segundo Lo, porém não seria zero como previsto por Hertz. A Figura 2.6 mostra a distribuição de pressão de contato para dois valores do parâmetro de rugosidade α , segundo a Teoria de Hertz, que não leva em consideração a rugosidade, e a de Lo que considera os efeitos da rugosidade. Outro fato observado é que, para a Teoria de Lo, o nível de pressão máxima diminui e a faixa de contato aumenta, quando a rugosidade cresce.

Como já mencionado para o caso de superfícies curvas rugosas, o maior valor da tensão cisalhante máxima é reduzido e ocorre em uma profundidade maior do que em cilindros de superfície lisa [12,13].

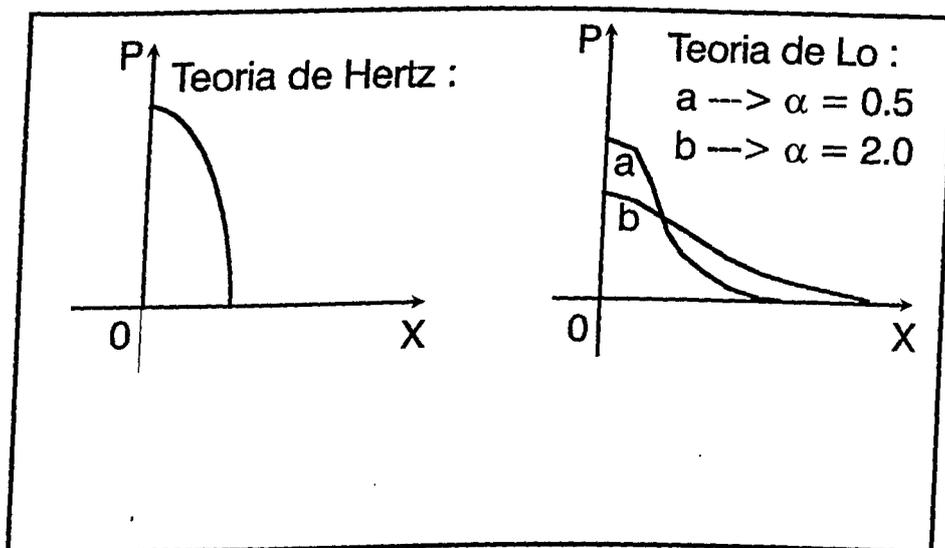


Figura 2.6 - Variação da pressão de contato devido ao parâmetro de rugosidade α .

2.7-Carregamento Tangencial no Contato Elástico

Em contato de corpos, sendo um deles cilíndrico, rotação e translação podem ocorrer simultaneamente. Porém, a ausência de rotação em um contato com atrito, com tendência à translação, é submetido à força tangencial de atrito Q , agindo na superfície e na direção contrária ao movimento. A força Q é devida ao atrito estático e uma translação ocorrerá quando a força tangencial exceder a "força limite de atrito".

É importante salientar que, se dois sólidos em contato têm as mesmas constantes elásticas, uma força tangencial transmitida existente entre eles resultará em um deslocamento igual em ambos os corpos, em qualquer ponto da interface. Assim, a deformação e o deslocamento em ambas superfícies serão iguais e não haverá distúrbio na distribuição de pressão normal. Quando as constantes elásticas dos corpos não são iguais, além das deformações e dos deslocamentos nos pontos da interface serem diferentes, para cada superfície de contato surgirá uma força tangencial Q igual em amplitude, em sentido contrário, que causará um distúrbio nas distribuições de pressões normal e tangencial.

O caso bidimensional do contato entre cilindros com translação ou tendência à translação em uma direção perpendicular a seus eixos, já foi estudado com detalhes, incluindo análise tridimensional [2].

2.7.1 - Cilindro com Translação Perpendicular a seu Eixo

Se um cilindro e o plano têm as mesmas propriedades elásticas, e estão sujeitos a uma translação, a faixa de contato e a distribuição de pressão normal são dadas pela teoria de Hertz, Equações (2.2) e (2.3),

para o caso de atrito nulo. Segundo Amontons [2], a tensão tangencial em um cilindro com translação perpendicular a seu eixo devido ao contato com um plano, considerando a presença de atrito, é dada por:

$$q(x) = \pm \frac{2\mu P}{\pi a^2} (a^2 - x^2)^{1/2} \quad (2.13)$$

onde :

$q(x) \Rightarrow$ Tensão tangencial;

$\mu \Rightarrow$ coeficiente de atrito.

Na expressão de Amontons, o sinal menos está associado à velocidade V positiva e o sinal mais à velocidade V negativa. Na superfície de contato, $y = 0$, a tensão pode ser representada de forma resumida como :

$$(\sigma_x)_q = -2q_0 x / a, \quad |x| \leq a \quad (2.14a)$$

$$(\sigma_x)_q = -2q_0 \left(\frac{x}{a} \pm \left(\frac{x^2}{a^2} - 1 \right)^{1/2} \right), \quad |x| > a \quad (2.14b)$$

Onde :

$q_0 = \mu p_0 \Rightarrow$ é a tração tangencial em $x = 0$.

Desta forma, para qualquer coeficiente de atrito $\mu \neq 0$, a resultante máxima da tensão elástica no contato com translação ocorre na borda ($x = \pm a$), com o valor $2\mu p_0$ ou $2q_0$.

Considerando um coeficiente de atrito $\mu \neq 0$, e os cilindros sob a ação de torque, a tensão cisalhante máxima passa a ter seu maior valor em um ponto mais próximo da superfície, quando comparado com a Teoria de Hertz. Para um valor $\mu = 0.2$, a posição da tensão cisalhante máxima é $y < 0.78a$ e $\tau_{\text{máx}} = 0.312 p_0 > 0.3 p_0$.

Para baixos valores do coeficiente de atrito $\mu < 0.25$, considerando Tresca, e $\mu < 0.35$, considerando Von Mises, o ponto de escoamento é primeiramente alcançado abaixo da superfície. Para altos valores de μ o escoamento ocorre inicialmente na superfície de contato. Na discussão apresentada, foi assumido que a pressão tangencial não tem efeito sobre a pressão normal, o que é verdade apenas quando as constantes elásticas dos corpos em contato são iguais.

Considerando-se diferentes as constantes elásticas dos dois corpos em contato, pode-se observar na figura 2.7 o deslocamento tangencial devido a cada carga atuante na área de contato [15].

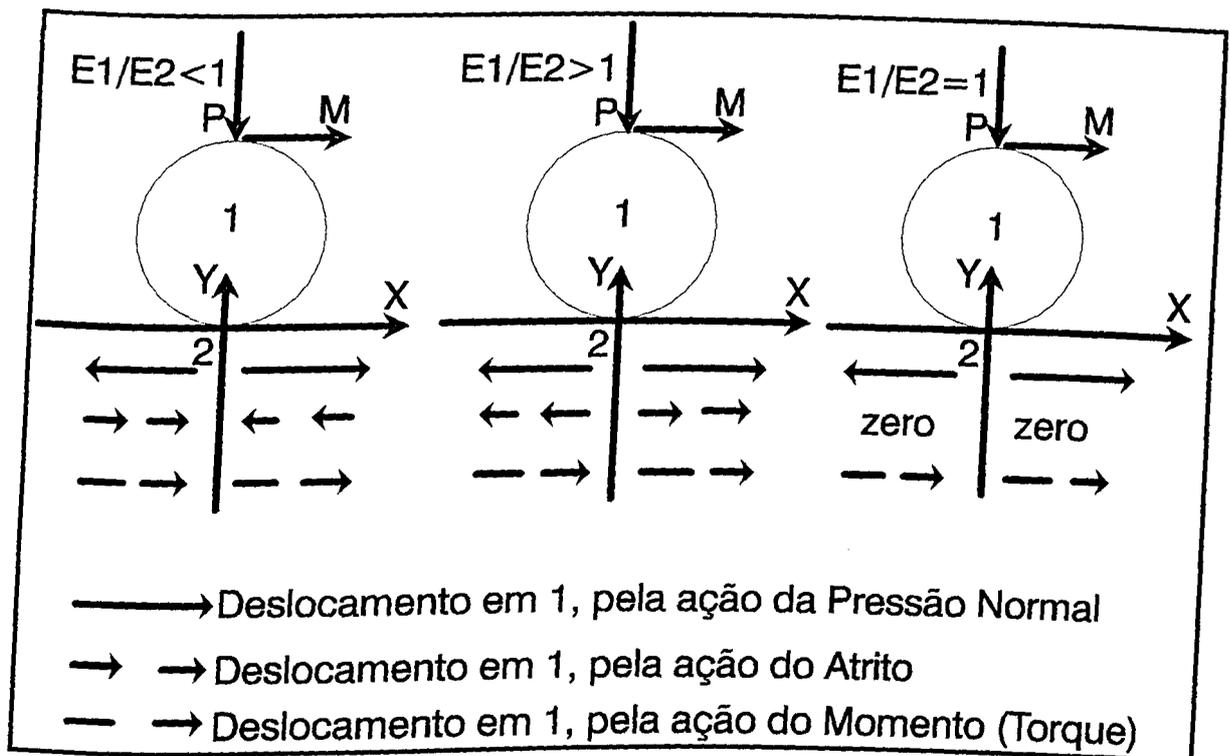


Figura 2.7 - Deslocamento tangencial em 1, sendo o efeito das cargas atuantes considerado separadamente.

No caso de materiais com propriedades elásticas diferentes, a tensão tangencial dentro da área de contato passa a ser:

$$q(x) = \frac{\mu E^*}{2R(1 + \beta^2 \mu^2)^{1/2}} \left(\frac{a+x}{a-x} \right)^\gamma (a^2 - x^2)^{1/2} \quad (2.15)$$

A constante β está relacionada com as constantes elásticas e é definida por:

$$\beta = \frac{1}{2} \left\{ \frac{[(1-2\nu_1)/G_1] - [(1-2\nu_2)/G_2]}{[(1-\nu_1)/G_1] + [(1-\nu_2)/G_2]} \right\} \quad (2.16)$$

Para um valor de $\beta\mu$ baixo tem-se que:

$$\gamma \cong \frac{-\beta\mu}{\pi} \quad (2.17)$$

Da mesma forma, a metade da faixa de contato é dada por:

$$a^2 = \frac{1}{1-4\gamma^2} \frac{4PR}{E^*} \quad (2.18)$$

A faixa de contato não é mais simetricamente posicionada, devido ao efeito do torque, e seu centro é deslocado do eixo de simetria da distância de $x_0 = 2\gamma a$.

Os valores de β , para várias combinações de materiais, não são superiores a 0.21. Como o coeficiente de atrito não é superior a 1.0, o máximo valor de $|\gamma|$ é aproximadamente 0.06. Sendo assim, o efeito da tensão tangencial é deslocar o centro da faixa de contato de uma distância $x = 0.12 a$, em direção à borda afastada do eixo de simetria. Além disto, a faixa de contato diminui aproximadamente 0.8% e o centro

da pressão normal também desloca na direção à borda afastada do eixo de simetria.

2.7.2 - Contato entre Corpos Elásticos com Tendência à Translação

Uma força tangencial cujo valor é menor que a força limite de atrito, quando aplicada a dois corpos pressionados em contato, não causará movimento de translação; mas, mesmo assim, irá induzir uma tensão (atrito seco) na interface de contato.

O efeito da força tangencial Q causa deformações devido ao cisalhamento nos corpos, como distorção da linha de centro. A Figura 2.8 ilustra esta deformação.

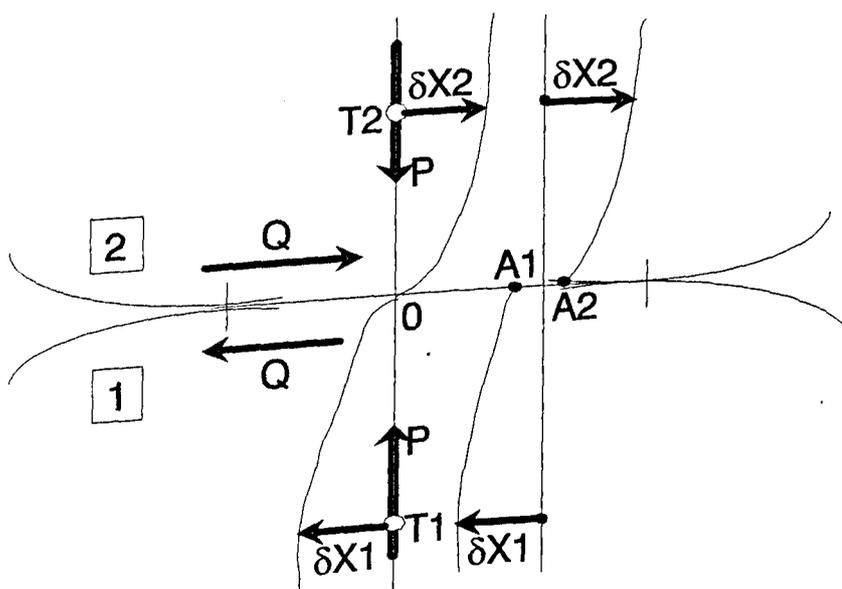


Figura 2.8 - Efeito da força tangencial Q .

Na realidade, o efeito da força tangencial menor que o limite da força de atrito ($Q < \mu P$) causa um pequeno movimento relativo de translação ("slip"), sobre uma parte da interface. O restante da interface

deforma sem movimento relativo, sendo esta a superfície de aderência ("stick").

A Figura 2.8 mostra, também, dois pontos da interface, A1 e A2, que eram coincidentes antes da aplicação da força tangencial. Se estes pontos estivessem na região de aderência por atrito ("stick friction"), ter-se-ia o deslocamento relativo entre os mesmos igual a zero, e a linha transversal à interface de contato sofreria a mesma distorção da linha de centro. Assim $\delta_x = \delta_{x1} - \delta_{x2}$ e $\delta_y = \delta_{y1} - \delta_{y2}$ seriam constantes, independentemente das posições de A1 e A2, dentro da faixa de "stick friction". Logicamente, a translação relativa ("slip") iria ocorrer nas regiões em que a tensão tangencial é maior que o limite de atrito. Nestas condições, pode-se analisar o contato considerando :

a) Contato Bidimensional entre Cilindros Sem Deslizar

- Inicialmente, considerando dois cilindros em contato com a força tangencial por unidade de comprimento $Q < \mu P$. A distribuição de pressão normal calculada pela teoria de Hertz não é afetada pela aplicação da força Q . Assim, como o coeficiente de atrito é suficientemente alto para impedir o deslizamento através de toda a área de contato, a faixa completa $-a \leq x \leq a$ é caracterizada pela aderência por atrito. A tensão tangencial, considerando cada cilindro como um semi-plano infinito, tem um valor teoricamente infinito nas bordas da faixa de contato. É claro que tensões tangenciais altas nas bordas da faixa de contato, não podem ser sustentadas, pois iriam requerer um coeficiente de atrito infinito. É esperado, portanto, uma região de "Stick Friction" mais próxima ao centro da faixa de contato, onde a pressão normal é alta e a tensão tangencial é baixa. Isto será mostrado a seguir.

b) Contato Bidimensional entre Cilindros com Deslizamento Parcial - Se a força tangencial Q supera o limite μP em regiões próximas às bordas de contato, serão produzidas superfícies de deslocamento que satisfaçam as condições para uma região central de aderência ($-c \leq x \leq c$) e duas regiões de deslizamento periférico ($c \leq |x| \leq a$). A região de aderência é determinada pela magnitude da força tangencial. Sendo $q'(x) = \mu p(x)$ uma distribuição elíptica e $q''(x) = (-c/a)\mu p(x)$ uma distribuição adicional na faixa $-c \leq x \leq c$, tem-se :

$$Q = \int_{-a}^a q(x) dx = \int_{-a}^a q'(x) dx + \int_{-c}^c q''(x) dx = \mu P - \frac{c^2}{a^2} \mu P, \text{ ou}$$

$$\frac{c}{a} = \left(1 - \frac{Q}{\mu P}\right)^{1/2} \quad (2.19)$$

O comportamento físico fica claramente definido. Mantendo o mesmo valor P e aumentando progressivamente o valor de Q , micro deslizamentos começam imediatamente a ocorrer nas duas bordas do contato. Se Q aproxima-se de μP , c aproxima-se de zero e a região de aderência é reduzida praticamente à linha $x=0$.

CAPÍTULO 3

3-FUNDAMENTOS TEÓRICOS DAS TÉCNICAS APLICADAS

Várias técnicas experimentais são hoje utilizadas na determinação da distribuição de tensões/deformações, com o objetivo de solucionar problemas de engenharia de soluções complexas ou aproximadas quando métodos analíticos ou numéricos são aplicados. Entre estas técnicas pode-se destacar a fotoelasticidade, técnica que, permite uma rápida análise qualitativa do estado de tensão, através da observação dos efeitos ópticos em modelos, além de ser muito usada no monitoramento quantitativo de resultados obtidos por elementos finitos e soluções teóricas aproximadas. É muito aplicada para localizar áreas com altos níveis de tensão em problemas de geometrias planas e tridimensionais, sendo uma técnica recomendada para estudos de problemas de contato entre corpos.

Entre os métodos numéricos, destaca-se o método de elementos finitos, que permite soluções aproximadas de problemas cuja complexidade inviabiliza a obtenção de resultados confiáveis através de soluções analíticas simples. Está fundamentado na solução das equações governantes com as condições de contorno para problemas geometricamente definidos ou mesmo que apresentam dificuldades intrínsecas, como o contato entre corpos, que para serem abordados analiticamente exigiriam simplificações tão drásticas que tornariam as respostas pouco representativas.

Em vários problemas de engenharia, como no contato mecânico, uma forma segura de estudo é a análise paralela através de métodos

experimentais e numéricos. A análise usando fotoelasticidade e elementos finitos, a primeira monitorando os resultados obtidos pela segunda, possibilita a obtenção de resultados seguros, além da comparação com os resultados teóricos possíveis de serem obtidos.

3.1-Fotoelasticidade

No método fotoelástico, um material plástico transparente que possui dupla refração ou anisotropia óptica é submetido a um estado de tensão/deformação. A luz polarizada que o atravessa é examinada por um aparelho denominado Polariscópio, permitindo a obtenção das tensões através da interpretação dos parâmetros ópticos observados. Quando utiliza-se luz comum, os efeitos ópticos se manifestam como franjas coloridas e com luz monocromática há uma série alternada de franjas pretas e brancas, que tem um número de ordem em um ponto, dependendo da intensidade de carga. A ordem de franja em um ponto está relacionada com o estado de tensões no modelo, através da conhecida "Lei Óptica das Tensões". Se um plano XY é examinado tem-se:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{K_\sigma N}{t} = 2\tau_{\text{máx}} \quad (3.1)$$

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \text{sen}2\phi = \frac{K_\sigma N}{2t} \text{sen}2\phi \quad (3.2)$$

onde:

$K \Rightarrow$ constante óptica;

$N \Rightarrow$ ordem de franja;

$\phi \Rightarrow$ direção das tensões principais;

$t \Rightarrow$ espessura.

Para a utilização da Técnica Fotoelástica, materiais especiais devem ser usados, portadores de características indispensáveis como:

- Material transparente;
- Resposta óptica boa;
- Características lineares;
- Homogêneo e isotrópico;
- Não deve exibir fluência;
- Módulo de elasticidade grande;
- Constante óptica (K_σ) não deve alterar com a temperatura;
- Não deve exibir efeito de borda (Time edge effect);
- Fácil de ser usinado;
- Livre de tensões residuais;
- Baixo custo.

A fotoelasticidade pode ser aplicada na solução de problemas planos (2D) e tridimensional (3D) através da análise de modelos e na determinação de tensões superficiais de componentes mecânicos através da análise da camada de material fotoelástico fixado na superfície, denominada de Fotoelasticidade de Reflexão.

3.1.1-Fotoelasticidade Plana

A fotoelasticidade é mais facilmente utilizada em problemas de estado plano de tensões, que requer a confecção de modelos planos, com aplicação de cargas que melhor simulam as cargas reais.

De acordo com as equações (3.1) e (3.2), a franja isocromática é o lugar geométrico dos pontos de mesma tensão cisalhante máxima. Contando o número de franjas e multiplicando sua ordem pela constante óptica, a distribuição de tensão cisalhante máxima é igual à metade da tensão principal não nula. Como o estado crítico de tensões em um modelo plano geralmente ocorre em um contorno livre (furos, entalhes, filetes), a fotoelasticidade plana é uma forma poderosa de determinação da distribuição de tensões ou fator de concentração de tensões, associadas a estas superfícies. Em pontos no interior do modelo bidimensional, pode-se obter apenas a leitura da tensão cisalhante máxima e, os valores individuais das tensões principais só são obtidos com a utilização de dados suplementares ou emprego de métodos numéricos [17] e [27].

3.1.2-Fotoelasticidade Tridimensional

Os modelos utilizados na fotoelasticidade plana são carregados à temperatura ambiente, e, sendo elásticos, a configuração das franjas desaparece quando a carga é retirada. Uma vez que a luz precisa atravessar toda a espessura, a interpretação das configurações de franja só é possível quando o modelo é plano, gerando um estado plano de tensão, onde as componentes da tensão têm uma distribuição praticamente uniforme ao longo da espessura.

Vários polímeros, como a resina epoxi, carregados enquanto quentes e em seguida resfriados, retêm a configuração das franjas como se ainda estivessem carregadas em regime elástico, sendo esta técnica conhecida como método de "congelamento de tensões/deformações". O congelamento de tensões em certos tipos de materiais pode ser entendido como se estes possuíssem uma forte estrutura elástica, ou rede molecular, que não é afetada pelo calor, sendo os espaços preenchidos por uma massa de moléculas fracamente ligadas (cadeia secundária), que amolece com o aquecimento. Quando o modelo é aquecido, atingindo a chamada "temperatura crítica do polímero", e carregado, a estrutura molecular elástica suporta a carga e é deformada elasticamente sem impedimento. No resfriamento, a massa maleável na qual a estrutura molecular está imersa se torna "congelada" e mantém a estrutura quase na mesma condição de deformação quando a carga é removida. Assim, a deformação é substancialmente retida e não é prejudicada pelo corte do modelo em fatias. Um modelo tridimensional pode então ser cortado em fatias finas, e cada uma delas pode ser examinada no polariscópio, sendo as equações (3.1) e (3.2) válidas para qualquer plano retirado do modelo tridimensional. O estado de tensão que produziu o efeito óptico na fatia não é plano, mas caracterizado pelas tensões principais secundárias no plano em consideração. Assim, pode-se examinar uma fatia interna ao modelo, com qualquer direção normal e espessura, de forma similar à usada para modelos planos. A completa obtenção dos valores individuais das tensões tridimensionais em um ponto do modelo, pode ser feita combinando as equações para três planos perpendiculares. Como estas seis equações, duas para cada plano, não são linearmente independentes, é necessário utilizar a

equação de equilíbrio associada aos métodos numéricos, para a completa separação das tensões.

3.1.3-Fotoelasticidade de Reflexão

A fotoelasticidade de reflexão é uma das técnicas experimentais mais novas, usada para determinação de tensão/deformação em superfícies planas ou irregulares. É uma técnica relativamente precisa e tem como vantagens principais o fato de não ser necessário a confecção de modelos. Pode ser usada em problemas envolvendo deformação elástica ou plástica [28], bem como em problemas envolvendo materiais anisotrópicos. A obtenção dos parâmetros ópticos pode ser feita diretamente na estrutura ou componente mecânico, quando estes estão sob carregamentos reais.

Esta técnica consiste em colar na superfície do espécimen uma camada de material fotoelástico, com uma cola apropriada que produz uma superfície reflexiva na interface espécimen/camada. Quando o espécimen é carregado, a deformação na superfície do mesmo é transmitida para a camada fotoelástica e através da análise dos fenômenos ópticos que ocorrem no material fotoelástico, pode-se determinar as tensões/deformações na superfície do espécimen. Considerando-se uma aderência perfeita espécimen/camada, as deformações em qualquer direção são iguais, e através da lei óptica, tem-se:

$$\varepsilon_1^c + \varepsilon_2^c = \varepsilon_1^s + \varepsilon_2^s = \frac{NK_\varepsilon}{2t^c} \quad (3.3)$$

Pela "Teoria da Elasticidade" [23,24], o estado de tensão no espécimen está relacionado com os parâmetros do problema através da seguinte equação:

$$\sigma_1^c - \sigma_2^c = \frac{E^s(1+\nu^c)}{E^c(1+\nu^s)} * \frac{NK_\sigma}{2t^c} = \frac{E^s}{1+\nu^s} * \frac{NK_\epsilon}{2t^c} \quad (3.4)$$

Na fotoelasticidade de reflexão, os parâmetros ópticos permitem, também, a determinação completa do estado de tensão/deformação na superfície do espécimen. Existem vários métodos de separação das tensões principais, sendo que os mais usados são o método da incidência oblíqua e o método da incisão [17].

Os materiais fotoelásticos usados nesta técnica têm que ter baixo módulo de elasticidade comparado com o módulo de elasticidade do espécimen, para minimizar o efeito de reforço e dar alta resistência à relaxação óptica mecânica, garantindo uma estabilidade das medidas com o tempo.

3.1.4-Relação Modelo-Protótipo : Similitude

Na fotoelasticidade plana e tridimensional, como os ensaios são feitos em modelos, a transição dos resultados obtidos, transição modelo/protótipo, é feita através da "Teoria dos Modelos" [29]. Os resultados obtidos em um modelo (m) fotoelástico similar são relacionados com o protótipo (p), da seguinte forma:

$$\sigma^p = \sigma^m \frac{P^p I^m}{P^m I^p} (L^p / L^m)^2 \quad (3.5)$$

Sendo:

- σ = Tensão em um ponto qualquer;
- L = Comprimento;
- P = Carga;
- I = Momento de inércia.

3.1.5-Polariscópio e suas características

O equipamento utilizado na análise fotoelástica plana e tridimensional é o polariscópio de transmissão, que consiste em uma fonte de luz, uma primeira placa polarizadora de luz (P), duas placas retardadoras de 1/4 de onda com dois eixos de polarização (Q1 e Q2), e uma segunda placa polarizadora de luz, chamada placa analisadora (A). Estas placas são arranjadas convenientemente em um sistema com aumento ou não de imagem, escalas calibradas e movimentos sincronizados das placas. Assim pode-se ter o polariscópio plano, no qual aparecem as isoclínicas, lugar geométrico dos pontos de mesma direção de tensões principais e as isocromáticas, lugar geométrico dos pontos de mesma diferença de tensões principais. Pode-se também, com movimentos das placas retardadoras de 1/4 de onda, obter o polariscópio circular, no qual as isoclínicas são eliminadas, facilitando a leitura das isocromáticas.

Na fotoelasticidade de reflexão o polariscópio de reflexão substitui o de transmissão, porém, a única grande diferença entre os mesmos é que no polariscópio de reflexão a luz é analisada após atravessar a camada fotoelástica duas vezes, dobrando portanto a intensidade dos efeitos ópticos observados. Em sua utilização, o polariscópio de reflexão tem seus

componentes portáteis, podendo ser usado na mão ou em um tripé. As Figuras 3.1.a e 3.1.b mostram respectivamente, o esquema do polariscópio de transmissão e de reflexão.

Outra importante versatilidade do polariscópio é a utilização do método de compensação de Tardy [17], que é empregado para determinar a ordem de franja em qualquer ponto do modelo, ou seja, franjas fracionárias. Inicialmente, com as placas na posição de polariscópio plano, alinha-se os eixos de polarização de P e A com σ_1 e σ_2 (tensões principais). Em seguida, alinham-se as placas retardadoras de $1/4$ de onda para a posição de polariscópio circular. Assim, a placa analisadora é girada até que a franja mais próxima passe pelo ponto analisado permitindo a leitura de porção fracionária. Se a tensão for de tração, sendo α a rotação de A no sentido horário e β no sentido anti-horário, deve-se adicionar $\alpha/180$ ou subtrair $\beta/180$ da ordem de franja lida, quando o movimento de A fizer com que a franja mais próxima passe pelo ponto analisado. A Figura 3.2 mostra o esquema da compensação de Tardy.

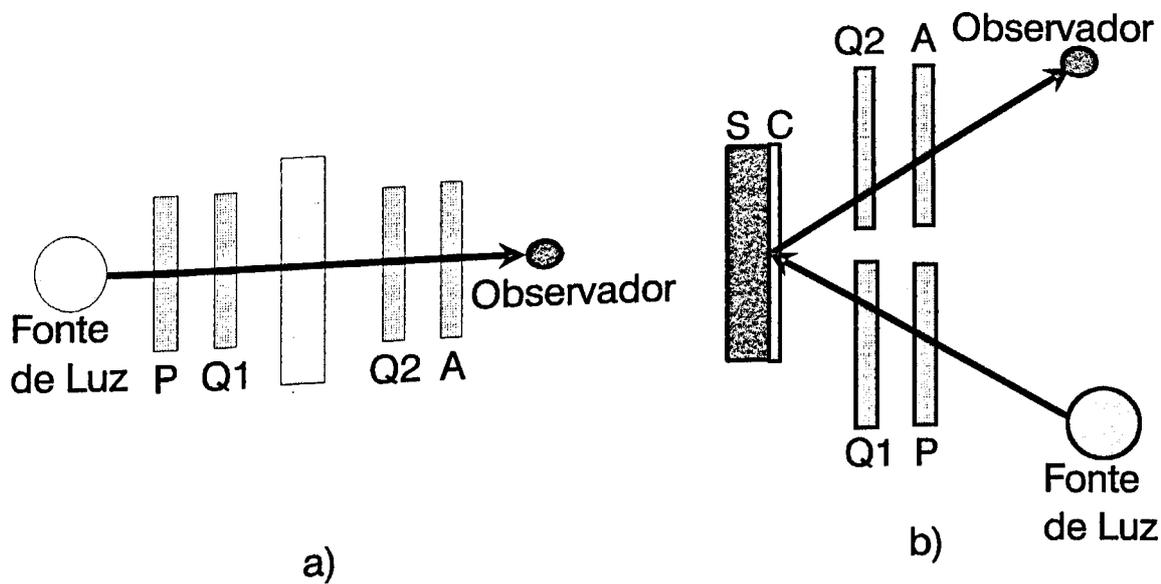


Figura 3.1 - Esquema do Polariscópio. a) Polariscópio de Transmissão;
b) Polariscópio de Reflexão.

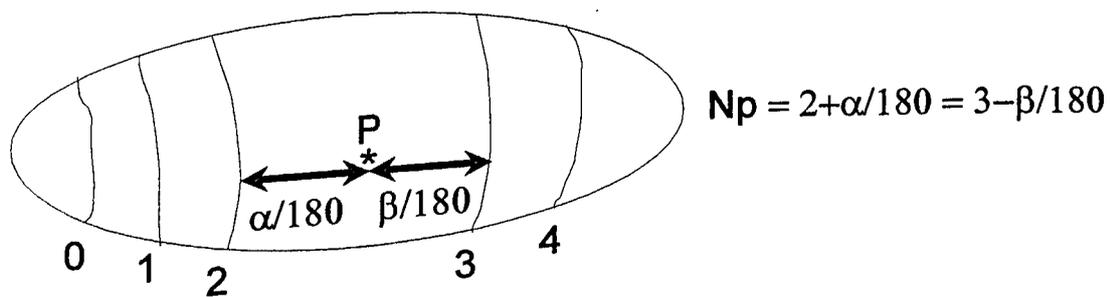


Figura 3.2 - Compensação de Tardy.

3.2-Elementos Finitos

A premissa básica do método dos elementos finitos é que a região em estudo pode ser analiticamente modelada, substituindo-a por um acoplamento de elementos discretos. Uma vez que tais elementos podem ser justapostos de diversas maneiras, eles podem ser utilizados para representar formas extremamente complexas.

Em um problema de campo contínuo a variável de campo (pressão, temperatura, deslocamento, tensão, etc...) possui uma infinidade de valores, já que é uma função de cada ponto genérico. O procedimento de discretização por elementos finitos reduz o problema a um número finito de incógnitas ao dividir a região de estudo em elementos e expressar a variável de campo em termos de funções de interpolação dentro de cada elemento. Tais funções são definidas em termos dos valores da variável de campo em pontos específicos chamados nós. Para se representar um problema por elementos finitos, os valores nodais da variável de campo são as incógnitas que, após calculadas, permitem que as funções de interpolação forneçam os valores da variável de campo no interior dos elementos acoplados. A natureza da solução e o grau de aproximação dependem não só do tamanho e número de elementos utilizados, mas também do tipo de função de interpolação utilizada.

Uma característica específica do método de elementos finitos é a possibilidade de se formular soluções para elementos individuais, antes de acoplá-los para representar o problema global. Assim, por exemplo, se está sendo tratado um problema de análise de tensão (contato mecânico), pode-se calcular as características de rigidez de cada elemento individual,

acoplando-os a seguir para obter a rigidez da estrutura global. Em essência, um problema complexo reduz-se em uma série de problemas simplificados.

A solução de um problema pelo método de elementos finitos sempre segue um procedimento ordenado cujos passos são dados a seguir.

a) - Discretização do continuum - A região onde se busca a solução é dividida em elementos. O número e os tipos de elementos a serem utilizados na solução de um problema depende da interpretação pessoal do projetista, que pode utilizar-se das experiências de outros como referência.

b) - Seleção das funções de interpolação - Neste passo, atribui-se nós a cada elemento e escolhe-se o tipo de função de interpolação para representar a variação da variável de campo ao longo do elemento.

c) - Cálculo das propriedades dos elementos - Utiliza-se uma das abordagens que possibilita formular as propriedades dos elementos individuais, sendo estas: direta, variacional, resíduos ponderados (Galerkin) e balanço de energia. A abordagem escolhida depende da natureza do problema.

d) - Acoplamento das propriedades dos elementos para obter um sistema de equações - Nesta fase combinam-se as equações matriciais, que expressam o comportamento dos elementos para formar equações matriciais que descrevem o comportamento global do sistema em estudo. As equações matriciais do sistema têm a mesma forma das equações dos elementos individuais, com muito mais termos, já que incluem todos os nós. Antes que o sistema de equações seja resolvido, ele deve ser modificado para levar em conta as condições de contorno do problema.

e) - Solução do sistema de equações - A característica de esparsidade é predominante no método de elementos finitos e deve ser

levada em conta na solução do sistema de equações, o que acarretará em grande economia de tempo e memória de computador.

f) - Cálculos adicionais - Pode-se calcular valores desejados fora dos nós obtidos durante a discretização do continuum. Este cálculo é feito através da interpolação dos valores já obtidos.

A simulação numérica do modelo pode ser feita através de programas para análise de estruturas via elementos finitos, como por exemplo o SAP90 [30] e o ANSYS 5.0 [31], sendo que estes possibilitam determinar, como no contato mecânico, o estado de tensões/deformações em qualquer nó ou elemento. Além disto, possibilitam através dos cálculos adicionais, obter-se valores fora dos nós utilizados. Para uma ampla descrição do Método de elementos finitos e suas aplicações, recomenda-se o livro de Huebner [32].

CAPÍTULO 4

4-DESENVOLVIMENTO EXPERIMENTAL E NUMÉRICO

Neste capítulo são mostradas as etapas do procedimento experimental usados neste trabalho, como a confecção dos moldes e dos modelos fotoelásticos tridimensionais, congelamento e obtenção das tensões cisalhantes máximas por fotoelasticidade 3D e os procedimentos usando fotoelasticidade plana. Também são mostradas as etapas do procedimento matemático, como o programa analítico desenvolvido e a aplicação do método de elementos finitos.

4.1-Modelo Fotoelástico

No método fotoelástico é importante que se obtenha uma reprodução exata da forma geométrica do modelo tridimensional. O processo de usinagem de um bloco de material fotoelástico é bastante aceitável quando o modelo tem formas geométricas bem definidas, e é de fácil usinagem em máquinas operatrizes. Por este procedimento, é removido o material de contorno do bloco, eliminando assim o efeito de borda (Time edge effect) que torna difícil a avaliação dos dados na periferia do modelo.

Como os modelos em estudo, cilindro e plano, têm formas regulares, usou-se neste trabalho a confecção dos mesmos por usinagem de blocos de material fotoelástico.

4.1.1-Construção do Molde

Para a confecção do molde foram utilizadas duas placas de vidro fechadas por baixo e lateralmente por baguetes de alumínio, formando um bloco com dimensões internas iguais a 170mm de comprimento, 180mm de altura e 21mm de espessura. Para evitar aderência da resina no molde este foi coberto com borracha. Assim, sobre as placas de vidro e os baguetes de alumínio é derramada uma borracha (RTV-3112) com 10% em peso de catalizador, formando uma camada de aproximadamente 1mm de espessura. Deve-se ter um cuidado especial com cantos vivos, já que a borracha apresenta durante parte do processo de endurecimento considerável fluidez, podendo escoar e danificar o molde.

4.1.2-Material Fotoelástico Usado

A escolha do material fotoelástico é um fator decisivo nesta técnica experimental. O material deve possuir as propriedades citadas no item 2.1, sendo que as propriedades consideradas básicas são boa transparência, ausência de manchas, alta figura de mérito (definida como $Q=E/K$ onde E é o módulo de elasticidade e K é o valor de franja), fácil usinagem, e deve ser livre do efeito de borda.

Gomide [18], usando matéria prima nacional, desenvolveu materiais que praticamente atendem estes requisitos básicos, sendo a mistura obtida da combinação da resina epoxi e de anidridos.

Neste trabalho, escolheu-se o material indicado por Gomide , como sendo o material portador das melhores propriedades, com as seguintes partes em peso:

- 100 partes de Araldite (Cy-205);
- 30 partes de Anidrido Maleico (MA);

- 20 partes em Anidrido Ftálico (FA).

A) Preparação do Material - A preparação do material fotoelástico segue as seguintes fases:

- Pesagem dos componentes na proporção desejada;
- O araldite é aquecido até 180°C e mantido a esta temperatura durante 30 minutos, para que sejam eliminadas todas as substâncias voláteis presentes na resina;
- O araldite é resfriado até 150°C e então é adicionado o FA em estado sólido. Como a reação decorrente é exotérmica, há uma necessidade de constante agitação da mistura;
- A mistura é então resfriada sob constante agitação até a temperatura de 80°C, quando o MA é adicionado em estado líquido. O MA é previamente aquecido em um bequer separado, até aproximadamente 80°C; e
- Finalmente, a mistura deve ser agitada para uma total homogeneização, e resfriada até 70°C, sendo colocada a seguir em um forno, também a 70°C (temperatura do molde), durante 30 minutos, para que qualquer impureza existente na mistura possa decantar.

B) Fundição do Material - Aproximadamente 5 horas antes da fundição, o molde deve ser colocado no forno a 70°C, para assegurar a uniformização de sua temperatura. O material líquido é então derramado sobre um canto do molde, sendo este inclinado para um lado. Desta forma, o material escoar para o interior do molde, sem formar bolhas. Concluída a fundição propriamente dita, o molde é cuidadosamente recolocado no forno, e o restante da mistura pode ser derramada em um molde cilíndrico, também previamente aquecido, e mantido dentro do

forno. Sua finalidade é a confecção posterior de modelos para a calibração do material.

C) Tratamento Térmico - Após o material ser fundido no molde, inicia-se um tratamento térmico realizado em duas fases, denominadas de primeiro período ou cura parcial e segundo período ou pós-cura.

O primeiro período inicia-se logo após a fundição do material a temperatura de 70°C , e se desenvolve nas 48 horas seguintes à temperatura constante. Passado este tempo, o material está em sua forma definida, parcialmente curado, podendo ser retirado do molde à temperatura ambiente. Este tempo utilizado no primeiro período de cura é definido como cura parcial, onde parte da reação resina endurecedor foi processada.

Deve-se tomar cuidado ao desmoldar o material para que o molde não seja danificado. Este procedimento é relativamente simples, uma vez que à temperatura ambiente a contração do material é grande, devido ao alto coeficiente de dilatação térmica da resina, favorecendo a desmoldagem.

O segundo período é destinado a cura total do material, definindo suas propriedades físicas como módulo de elasticidade, temperatura crítica e valor de franja. No gráfico da Figura 4.1 pode-se observar todo o tratamento térmico do material utilizado. Após o tratamento térmico, o material se encontra em condições de ser usinado para a obtenção dos modelos a serem utilizados.

D) Propriedades do Material - É obrigatório o conhecimento das propriedades do material a ser utilizado à temperatura em que ocorre o congelamento das tensões, chamada temperatura crítica. Nesta

temperatura, as propriedades físicas do material sofrem uma sensível variação, provocando no material um comportamento bastante diferente daquele apresentado à temperatura abaixo da temperatura crítica.

O valor de franja (K), é definido como sendo a carga que provoca exatamente uma franja por unidade de comprimento, segundo a direção de propagação da luz através do modelo. A variação do valor de franja em função da temperatura para o material utilizado, é mostrada na Figura 4.2, e na Tabela 4.1 são apresentadas as constantes físicas encontradas após a calibração [18], como temperatura crítica (T_c), módulo de elasticidade (E) e valor de franja (K) à temperatura crítica, enquanto que na Tabela 4.2 são apresentadas as mesmas constantes físicas à temperatura ambiente.

A temperatura crítica (T_c), é definida como sendo a intersecção das tangentes à curva do valor de franja em função da temperatura, e está também representada na Figura 4.2. Foi também determinada a temperatura (T_b), definindo uma faixa de temperatura ($T_c - T_b$), denominada zona de transição, na qual o valor de franja varia bruscamente, sendo que nesta faixa de temperatura o material apresenta propriedades viscoelásticas.

Um parâmetro importante no material é que a sua temperatura crítica seja superior a 100°C , para evitar tensões residuais devidas a usinagem, e inferior a 200°C para facilitar o processo de congelamento. O método usado para sua determinação foi a compressão diametral [17,18]. Da mesma forma o módulo de elasticidade foi determinado à temperatura crítica, pois é nesta temperatura que o material sofre as maiores deformações em virtude da mudança das propriedades físicas, assumindo valores cem vezes menores em relação aos valores medidos à

temperatura ambiente. O método usado para sua determinação foi a flexão de barras [27].

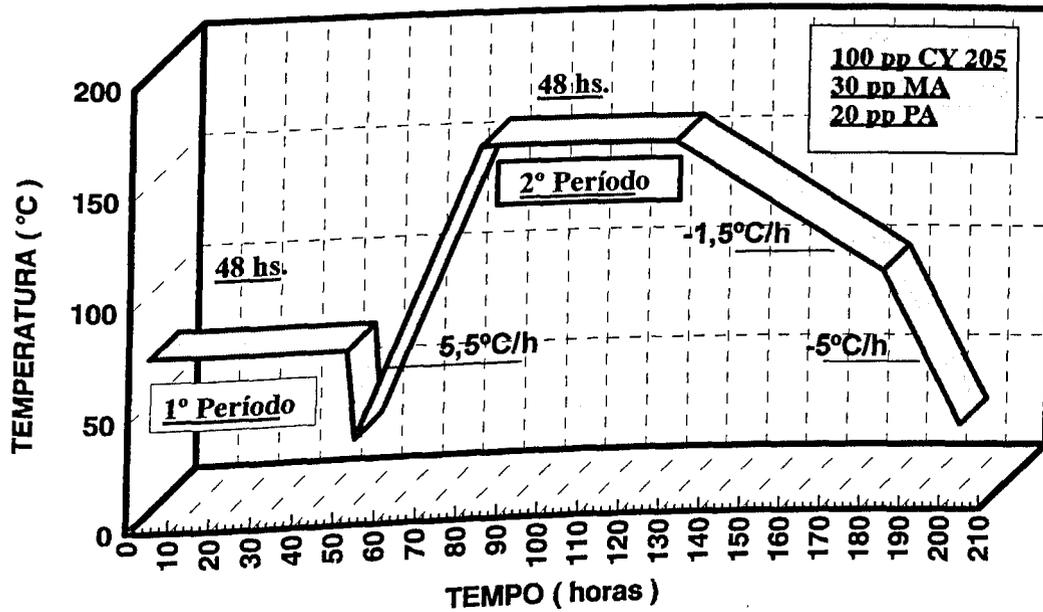


Figura 4.1.-.Diagrama de Tratamento Térmico.

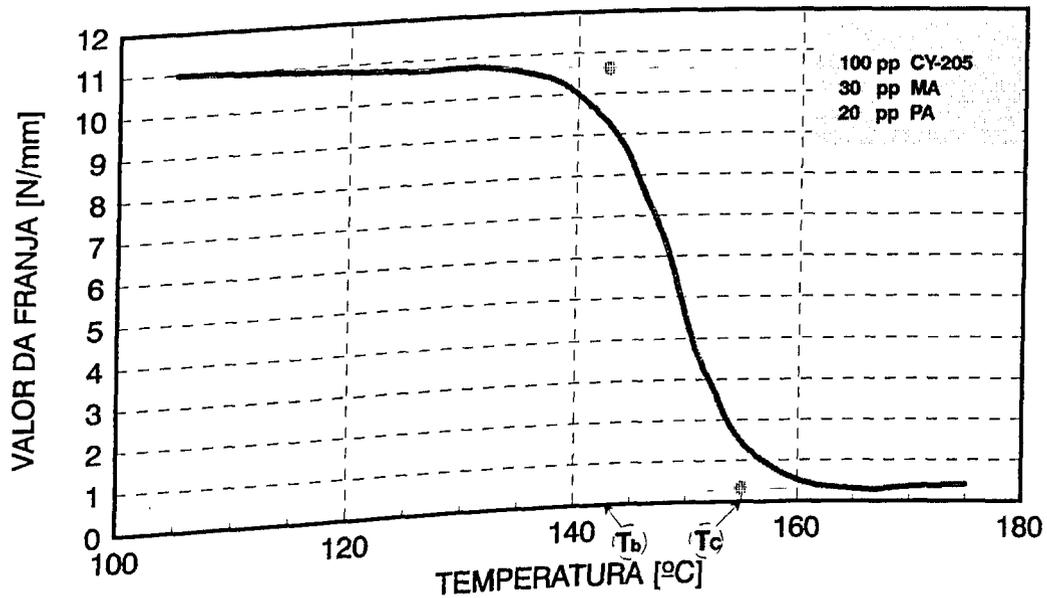


Figura 4.2.- Variação do Valor de Franja com a Temperatura e Constantes Físicas do Material.

Tabela 4.1 - Constantes Físicas do Material à Temperatura Crítica.

T_c	155 °C
$E(T_c)$	59 MPa
ν	0.42
$K(T_c)$	0.485 N/mm

Tabela 4.2 - Constantes Físicas do Material à Temperatura Ambiente.

E	3200 MPa
ν	0.37
K	11.15 N/mm

4.1.3-Usinagem dos Modelos

Após o tratamento térmico, o bloco de material fotoelástico foi submetido ao processo de usinagem para obtenção dos modelos fotoelásticos. Inicialmente, todo o bloco é aplainado e cortado na serra de fita em pedaços, com dimensões aproximadas às desejadas para os modelos. Na usinagem do cilindro, o material é torneado e na linha de simetria é feita uma rosca. A usinagem do modelo plano passa por um processo mais demorado, sendo o material obtido inicialmente aplainado para obter um bloco. Para o acabamento desejado na parte superior deste bloco, superfície de contato, pode ser usinada na fresadora e até mesmo, ser mais refinada usando-se uma lixa d'água com a especificação adequada ao acabamento desejado. Finalmente, o bloco é cortado lateralmente na parte superior por uma serra, na fresadora, chegando-se às dimensões desejadas. Deve-se ter o cuidado de dar o acabamento na parte superior antes de corta-la na fresadora, pois ao contrário, os

cantos vivos superiores seriam danificados. A Figura 4.3 mostra as dimensões utilizadas para os corpos de prova.

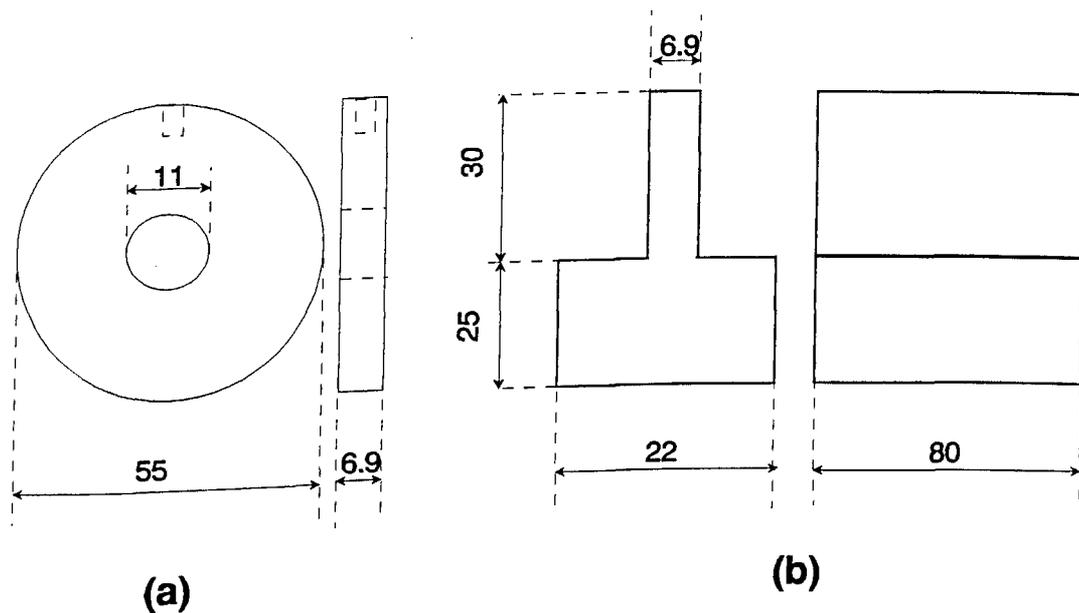


Figura 4.3 - Corpos de prova a) Cilindro utilizado com dimensões em mm; b) Plano utilizado com dimensões em mm.

4.2-Carregamento do Modelo e Congelamento das Tensões

Com os modelos preparados, cilindro e plano, o carregamento é feito visando a simulação do contato entre os mesmos, nas várias formas estudadas.

Para o congelamento das tensões, foi feito um sistema de cargas e posteriormente usado dentro do forno fotoelástico. Este sistema possui um eixo no qual é montado o cilindro com liberdade para rodar e impedido de transladar, e uma base na qual o plano fica em posição necessária para o contato. O eixo que passa pelo cilindro pode ser deslocado verticalmente, facilitando a variação das dimensões dos

modelos fotoelásticos, embora tenha-se procurado padronizar estas dimensões. Mais acima, também com liberdade de deslocamento vertical, existe um suporte para carga normal, sendo esta aplicada em uma peça parafusada no cilindro. Esta carga é aplicada na linha de simetria do cilindro. Finalmente, do parafuso fixado no molde cilíndrico passa-se um fio de aço, que através de um rolamento suporta a segunda carga, sendo esta a responsável pela introdução do Torque, quando necessário.

A Figura 4.4 mostra um esquema do sistema de cargas utilizado, enquanto que na Figura 4.5 este sistema de cargas pode ser visualizado dentro do forno, com os modelos em suas posições. Retirando-se a carga P2, identificada na Figura 4.4 e mostrado na Figura 4.5, tem-se o carregamento sem aplicação de torque.

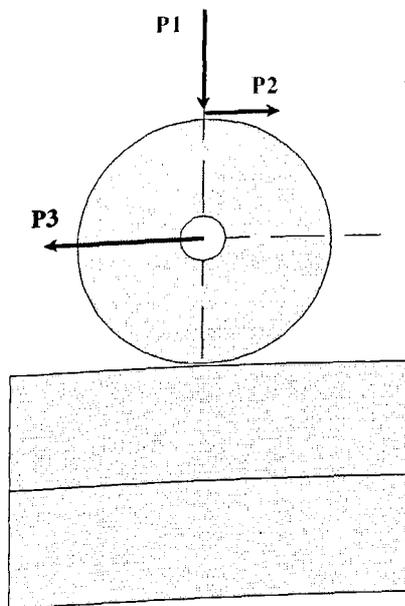


Figura 4.4 - Esquema do sistema de cargas.

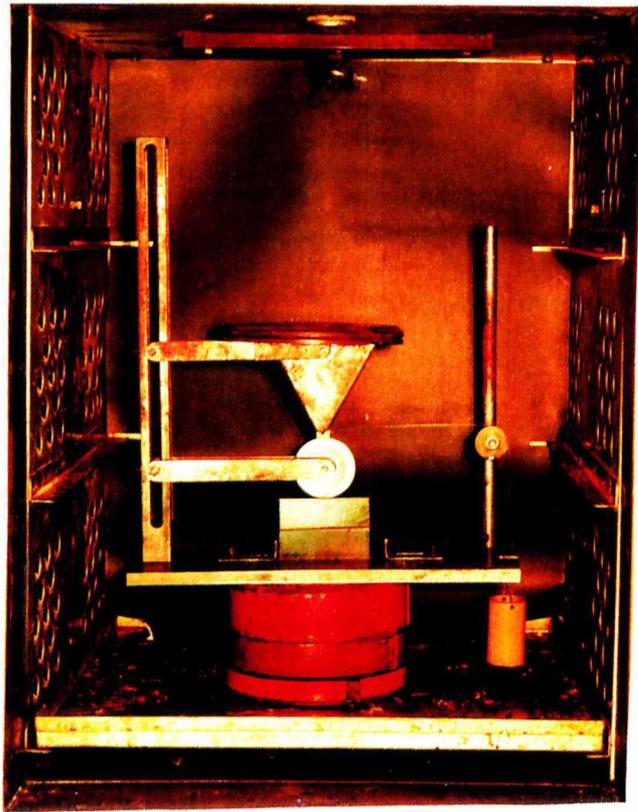


Figura 4.5 - Sistema de cargas com aplicação de Torque, dentro do forno.

Para o congelamento das tensões, o modelo é carregado a uma temperatura pouco superior à sua temperatura crítica. Posteriormente, o modelo é lentamente resfriado com a carga ainda aplicada. À temperatura ambiente a carga é removida, permanecendo fixas as deformações e consequentemente a anisotropia óptica do material. Pode-se observar este processo nas referências [17] e [27]. Conforme referências, os modelos foram colocados no sistema de cargas dentro do forno, e aquecido até a temperatura de 165°C , mantida constante durante uma hora. Posteriormente, o forno foi desligado e a temperatura caiu lentamente para 80°C . Finalmente, o forno foi aberto e atingiu 40°C quando então os modelos foram retirados. A finalidade de se usar um

resfriamento mais lento na zona de transição (Zona de congelamento), é não permitir a introdução de tensões térmicas nos modelos.

Antes do congelamento de tensões, mediu-se as rugosidades dos modelos planos para obter-se valores de $\tau_{\text{máx}}$ e área de contato em função da variação da rugosidade. Porém, como a temperatura foi elevada a 165°C , o material dilatou e estas rugosidades medidas deixaram de ser um parâmetro de comparação. Partiu-se então para um método de utilização de grãos de areia ou de alumina na interface dos corpos, e o parâmetro de comparação foi a granulometria utilizada em cada caso. Logicamente, o material passou a ser heterogêneo, o que não prejudica a simulação experimental da rugosidade, uma vez que os grãos foram colocados apenas na interface, sem variar as constantes elásticas dos corpos. Em um de seus trabalhos, Dally [10] utilizou um método similar para aumentar o atrito entre os corpos em contato. Além disto, é importante salientar que foi criada uma superfície com rugosidade isotrópica, já que, apesar de terem sido usados polímeros irregulares, os grãos foram distribuídos de forma aleatória. Como foi dito no item 2.3, na usinagem é muito difícil produzir uma superfície com rugosidade isotrópica.

Após cada congelamento de tensão, mediu-se a rugosidade da superfície dos modelos em que foi feita a leitura das ordens de franja, apesar desta rugosidade não ser a mesma existente no momento do congelamento de tensões. Este valor dá informações qualitativas da diferença de superfície, sendo o único parâmetro de comparação confiável a granulometria utilizada no congelamento. Nos casos em que os grãos não foram utilizados, seja qual for o método de usinagem utilizado anteriormente, existe apenas uma qualificação da diferença de rugosidade.

Após o congelamento de tensões, as fatias foram retiradas dos modelos no plano médio. Cuidado especial é necessário no corte das fatias para que não sejam introduzidas tensões térmicas nas mesmas. Finalmente, estas fatias são levadas ao polariscópio, que amplia dez vezes a imagem, e leituras dos parâmetros ópticos podem ser obtidos com boa precisão.

A Figura 4.6 mostra os corpos de prova utilizados, antes e depois do corte das fatias. As fatias ficam guardadas em uma estufa, para evitar efeito de borda. A Figura 4.7 mostra uma fatia no polariscópio, na posição em que as ordens de franja foram lidas.

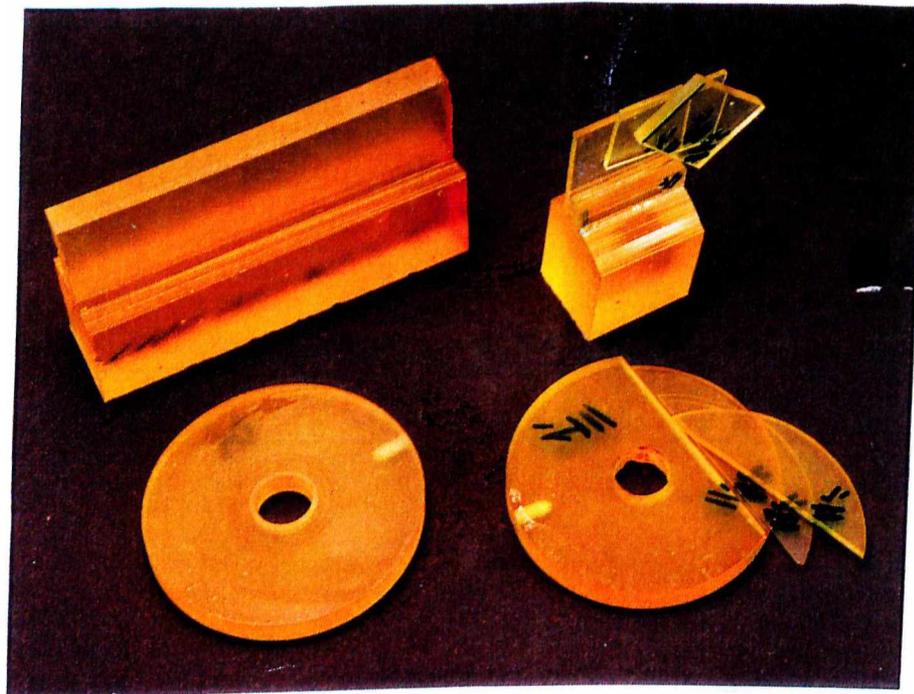


Figura 4.6 - Corpos de prova utilizados e fatias cortadas.

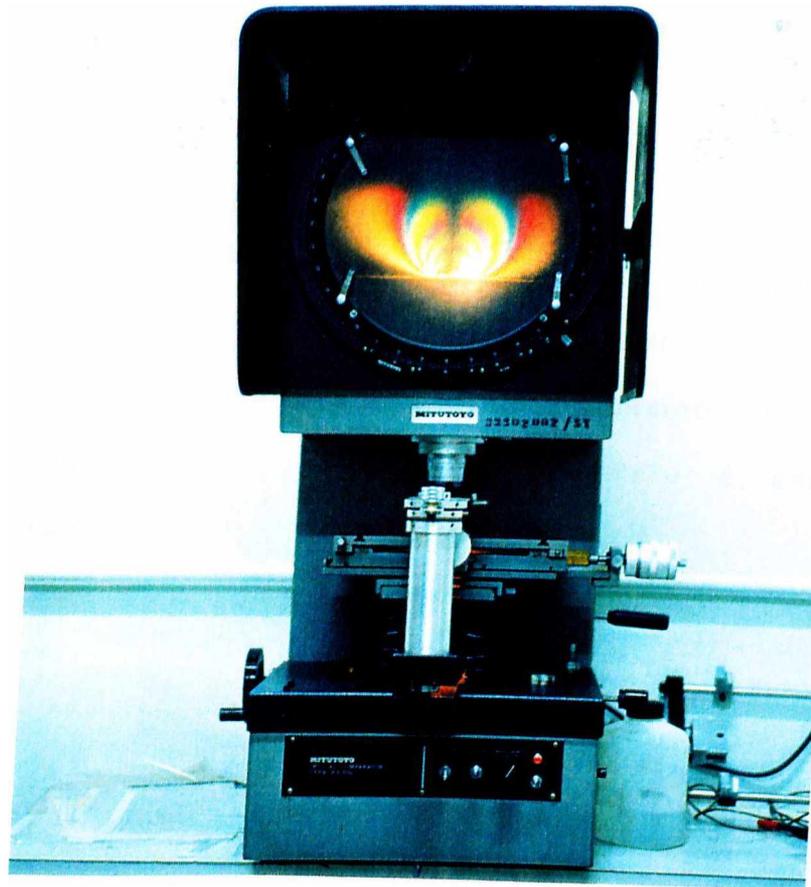


Figura 4.7 - Polariscópio com fatia cortada.

4.3-Carregamento de Modelos Similares à Temperatura Ambiente

Modelos similares foram utilizados, para a análise do contato com as mesmas granulometrias anteriormente utilizadas na análise com congelamento de tensões. Como o estudo neste caso foi feito à temperatura ambiente, além das constantes físicas do material serem diferentes (Tabela 4.2), o método de leitura fotoelástico aplicado exigiu um número maior de franjas, acarretando maior carga nos modelos. Desta forma, foi utilizado um polariscópio de transmissão que, além de possuir

um sistema de cargas que permite a aplicação de forças muito superiores às usadas no congelamento de tensões, ainda possibilita o método de leitura das ordens de franja usando compensação de Tardy. Para facilitar as leituras, foi usado o método de leitura através de fotografias. O sistema de carga montado no polariscópio com os modelos carregados e a câmara fotográfica posicionada, podem ser vistos na Figura 4.8. É importante observar que foram tiradas duas fotos para cada contato analisado, sendo uma com o campo claro e a outra com o campo escuro, possibilitando a leitura das franjas inteiras (campo escuro) e das meias franjas (campo claro). Este procedimento é característico da fotoelasticidade plana.

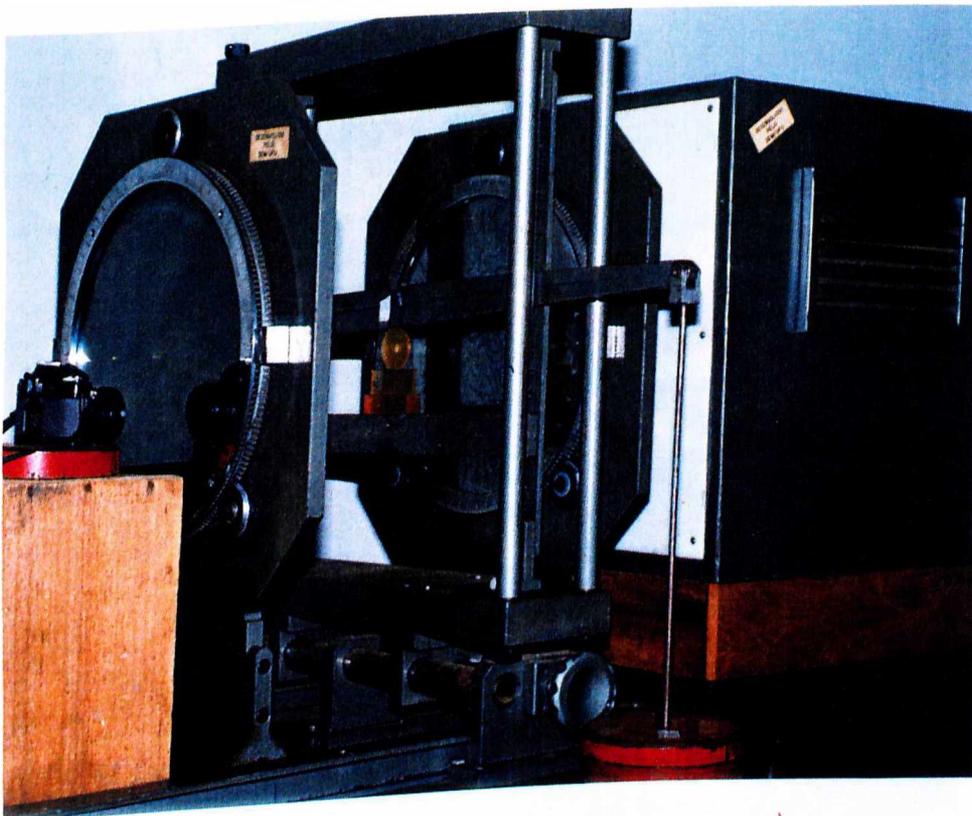


Figura 4.8 - Sistema de cargas montado para fotografar as ordens de franja no contato.

Neste procedimento, com a carga aplicada os modelos são fotografados, apresentando um número de franjas dependente das cargas aplicadas. Para efeito de comparação quando diferentes granulometrias são utilizadas, diferentes rugosidades, a carga aplicada foi mantida constante em todos os testes. As fotos são então reveladas, com uma ampliação de 3X, e as leituras das ordens de franja podem ser feitas nas próprias fotos. A Figura 4.9 mostra um corpo de prova fotografado durante a aplicação da carga, com a distribuição das franjas graduada para monitorar a ampliação feita.

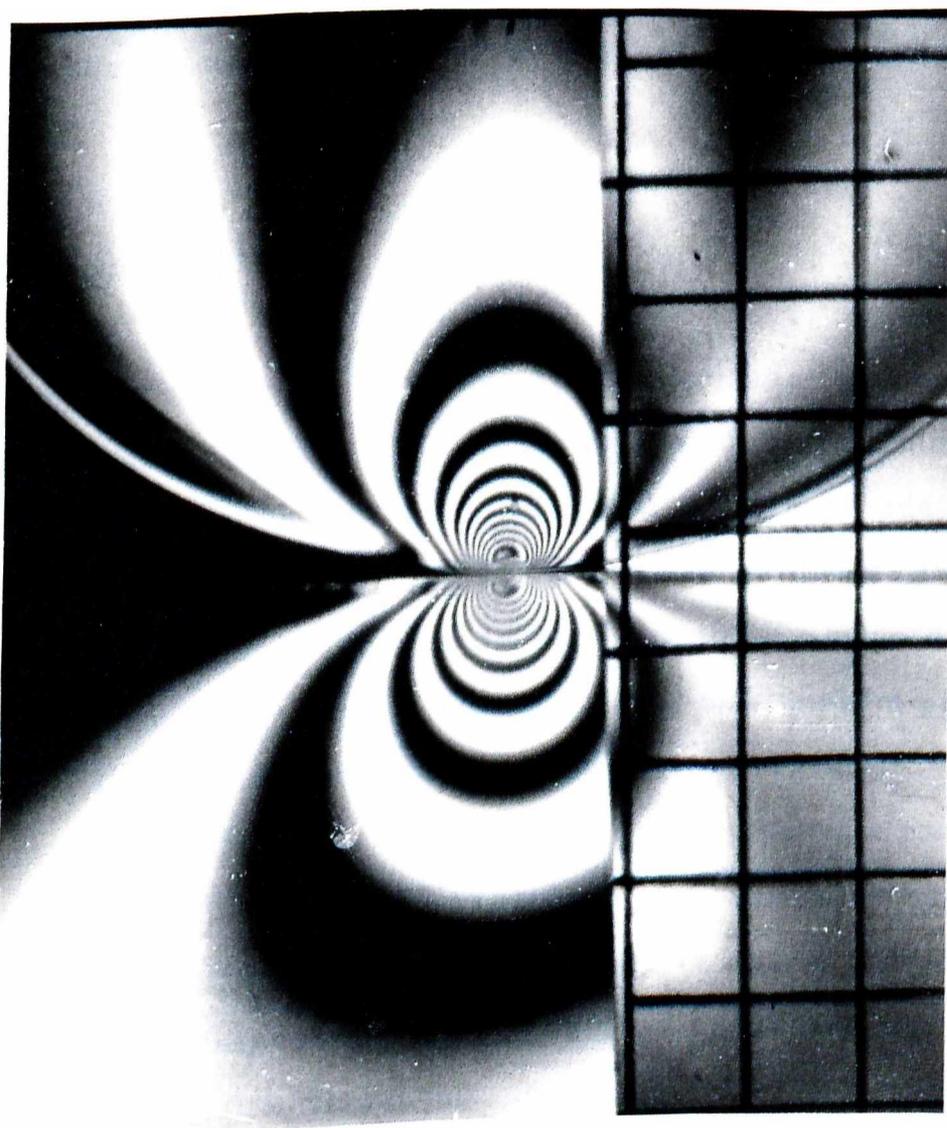


Figura 4.9 - Foto obtida durante a aplicação da carga, na análise fotoelástica feita.

4.4-Programa Analítico

Para fins de comparação, foi desenvolvido um programa analítico que expressa as tensões de Hertz no contato de um cilindro com um plano, utilizando-se as equações de Mcewen [2,3], ou seja, equações 2.8 e 2.9. O programa foi feito em Turbo Basic e calcula as tensões máximas de cisalhamento ao longo da linha de simetria dos corpos, ou as tensões σ_x e σ_y em um ponto genérico, tendo como dados de entrada apenas a geometria dos corpos e a carga normal aplicada. Desta forma, tem-se os valores analíticos de $\tau_{\text{máx}}$ na linha de simetria, para comparação com os resultados numéricos e experimentais. Este programa está mostrado no Anexo 1.

4.5-Elementos Finitos

O método de elementos finitos foi aplicado utilizando-se um software, denominado ANSYS 5.0 [32], apropriado para a simulação do modelo estudado, em uma estação Risc IBM 6000 mostrada na Figura 4.10. A utilização da estação IBM foi necessária, já que a utilização do software em micro-computadores é restrita devido ao espaço de memória necessário, não só para a simulação do modelo, mas também pelo espaço de memória e tempo utilizados na execução destes programas.

Foram feitas simulações com modelos de geometria e propriedades elásticas iguais aos modelos experimentais utilizados nos testes experimentais, incluindo o carregamento. Desta forma, foi possível a comparação dos resultados numéricos com os experimentais. A Figura 4.11 mostra a primeira simulação produzida, com modelos de meia malha, o que é possível devido à simetria na geometria e carregamento. A Figura 4.12 mostra o $\tau_{\text{máx}}$ obtido na malha idealizada e a Figura 4.13

mostra as curvas Tensão versus Distância obtidas na linha de simetria do corpo plano. Destaca-se que o software utilizado não permite a simulação da rugosidade, apenas do atrito, além de não apresentar diretamente as tensões cisalhantes principais, calculadas através de uma Macro produzida fora do programa e possibilitando sua utilização em todos os casos estudados. Uma vantagem do método numérico é a variação rápida das características do material, geometria do modelo e carregamento, permitindo estudar a influência do módulo de elasticidade na distribuição das tensões de cada um dos corpos no contato simulado. No Anexo 2 é mostrado um programa para simulação do contato com carga normal, um programa para simulação do contato com carga normal e torque, e a Macro produzida para o cálculo das tensões principais.

Na construção da malha dos modelos numéricos utilizou-se o elemento "Plane42" e, para a simulação do contato na interface foi utilizado o elemento de contato "Contac48". Estes elementos podem ser vistos na Figura 4.14, destacando-se o elemento de contato como uma das grandes vantagens do software utilizado, já que, através da "Função Penalidade" ou do "Método do Multiplicador de Lagrange Aumentado" a penetração do nó K na linha I-J é impedida. Isto possibilita a formação de uma interface no contato com os nós de um dos corpos, sem capacidade de penetrar no outro corpo. As características dos elementos utilizados são mostradas no Anexo 3.



Figura 4.10 - Estação Risc IBM 6000 utilizada.

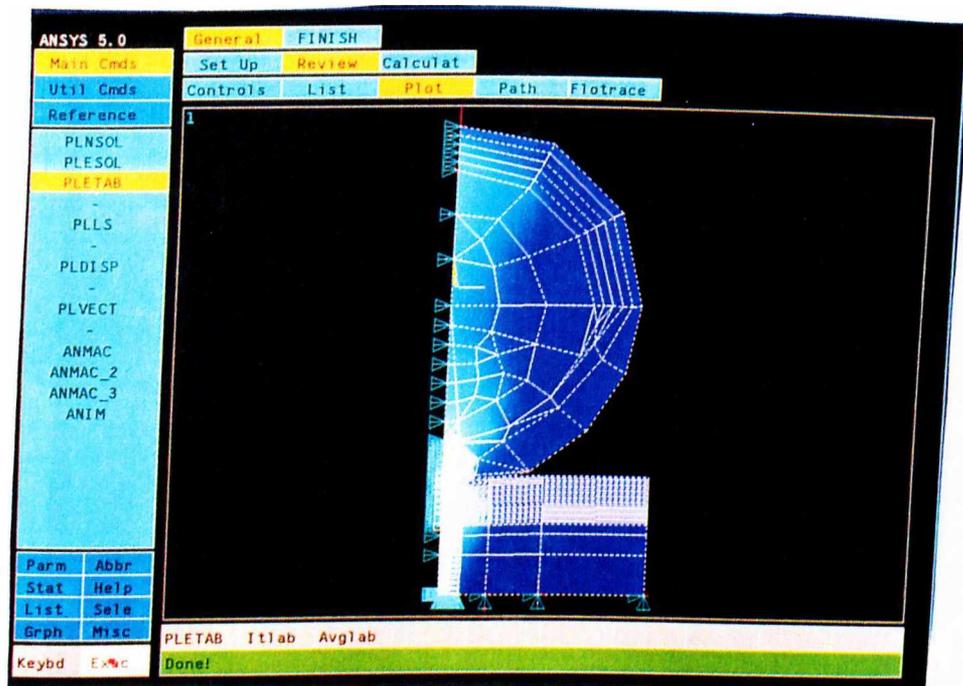


Figura 4.11 - Malha produzida pela simulação 1.

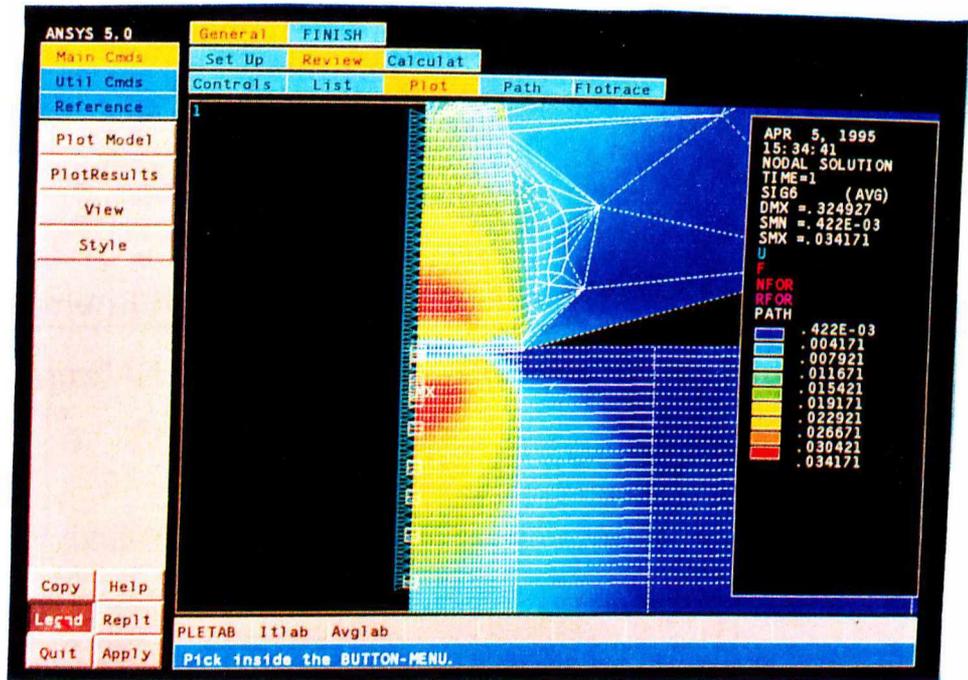


Figura 4.12 - $\tau_{\text{máx}}$ obtido na malha da simulação 1.



Figura 4.13 - Tensão x Distância na linha de simetria do corpo plano.

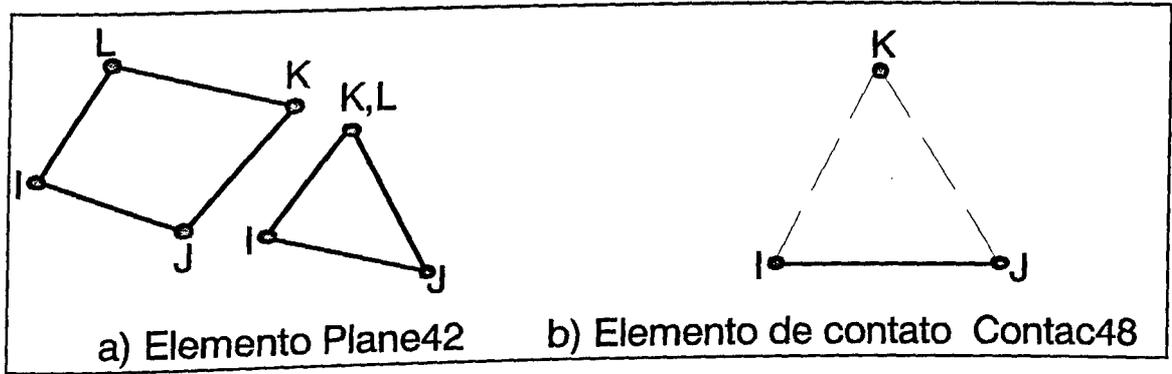


Figura 4.14 - Elementos utilizados no Método Numérico.

CAPÍTULO 5

5-AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS

Como já abordado no Capítulo 4, foi feita uma análise experimental do Contato Mecânico usando fotoelasticidade 3D para rugosidades diferentes, conseguidas através de diferentes tipos de usinagem. Porém, as rugosidades medidas nos modelos são alteradas durante o congelamento de tensões devido às grandes mudanças nas propriedades do material e do efeito da dilatação térmica, inviabilizando a análise comparativa. Posteriormente, utilizaram-se grãos de areia e alumina na interface dos corpos, sendo congeladas as tensões, onde o parâmetro de rugosidade foi a granulometria utilizada em cada caso. Foi feita, paralelamente, uma análise por fotoelasticidade plana, com as mesmas granulometrias da análise por fotoelasticidade 3D, para fins de comparação. Na análise por elementos finitos foram feitos programas com simulação dos modelos e carregamentos usados na fotoelasticidade 3D, além de simulações com variação do módulo de elasticidade de um dos corpos em contato.

Tanto os resultados experimentais quanto os numéricos foram comparados com os valores analíticos obtidos através da Teoria do Contato Elástico de Hertz, principalmente em relação aos valores da faixa de contato $2a$, da tensão cisalhante máxima $\tau_{\text{máx}}=0,3P_0$ e da distância em que esta ocorre em relação à superfície de contato $D=0,78a$.

5.1 - Análise Usando Fotoelasticidade 3D

Os ensaios por fotoelasticidade 3D foram feitos com modelos de dimensões mostradas na Figura 4.3, e sempre com a carga normal $P_1=22,2\text{N}$. Com a carga normal por espessura $P_1/t=3,217\text{N/mm}$ e as constantes físicas do material à temperatura crítica, apresentadas na Tabela 4.1, obteve-se os resultados pela Teoria de Hertz mostrados na Tabela 5.1, sendo a combinação das constantes elásticas $E^*=35,818\text{MPa}$.

Tabela 5.1 - Resultados pela Teoria do Contato Elástico de Hertz na temperatura de congelamento.

Faixa de contato	$2a$	3,5467 mm
Metade da faixa de contato	a	1,7734 mm
Distância do ponto de $\tau_{\text{máx}}$	$0,78a$	1,3832 mm
Raio (no cilindro) de $\tau_{\text{máx}}$	R_c	26,1168 mm
Pressão máxima	P_o	1155 KN/m^2
$\tau_{\text{máx}}$	$0,3P_o$	346 KN/m^2

Foram realizados testes em quatro modelos, com controle da rugosidade antes do congelamento, feito no semi-plano infinito. As diferentes rugosidades foram obtidas através de um controle da usinagem, como mostrado no item 4.1.3, sendo utilizados em todos os testes rugosidades iguais para os cilindros. A Tabela 5.2 mostra o valor da rugosidade média de cada semi-plano lida na direção do eixo X, utilizando-se a norma DIN.

Tabela 5.2 - Rugosidade média dos semi-planos - Norma DIN.

Semi-Plano	Rugosidade média Ra(μm) Antes do Congelamento	Rugosidade média Ra(μm) Após o congelamento
Teste 1	0.29	0.28
Teste 2	0.40	0.40
Teste 3 e Teste 5	1.69 (média)	1.21 (média)
Teste 4	5.42	4.32

Pode-se observar que os semi-planos 1 e 2 antes do congelamento, não apresentaram diferenças significativas de rugosidade. Por esta razão no ensaio com o semi-plano 2 foi aplicada uma camada fina de silicone, entre o cilindro e o plano, para diminuir o atrito entre os corpos.

Após o congelamento de tensões a rugosidade foi novamente medida na área de contato. A Tabela 5.2 mostra que os semi-planos mais rugosos, 3 e 4, tiveram seus valores diminuídos. Um quinto teste foi feito utilizando a mesma usinagem do semi-plano 3, com a aplicação de carga normal e torque. Neste teste, foi aplicada a mesma carga normal dos testes anteriores ($P_1=22,2\text{N}$) e um torque de $T = P_2 * R_c = 37,95\text{Nmm}$, sendo $P_2=1,38\text{N}$. As Figuras 5.1, 5.2, 5.3 e 5.4 mostram a variação da tensão cisalhante máxima ($\tau_{\text{máx}}$) em função da distância da superfície de contato, nos testes apenas com carga normal. Nestas Figuras estão, também, mostradas a curva de Hertz obtida pelo programa analítico.

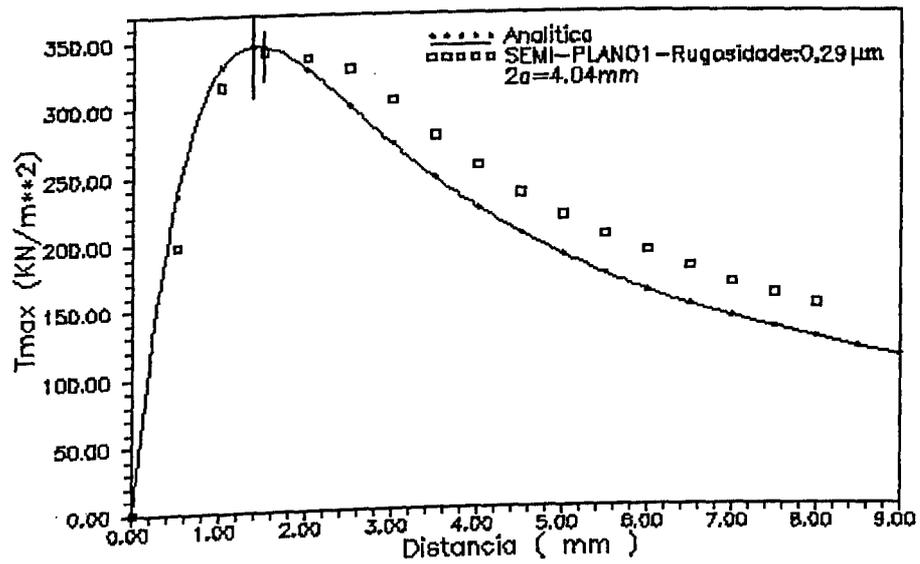


Figura 5.1 - $\tau_{\text{máx}}$ x Distância no primeiro teste com Carga normal e Rugosidade medida.

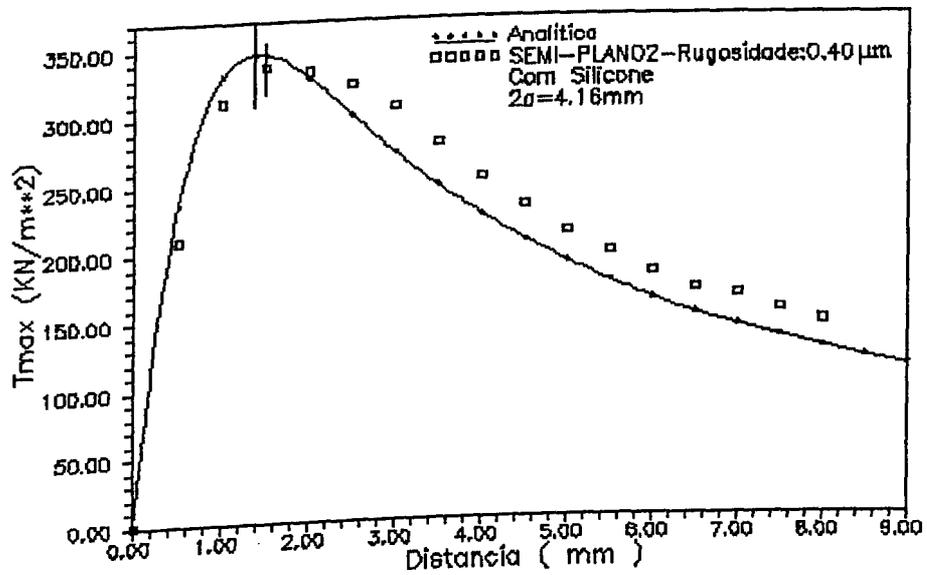


Figura 5.2 - $\tau_{\text{máx}}$ x Distância no segundo teste com Carga normal e Rugosidade medida.

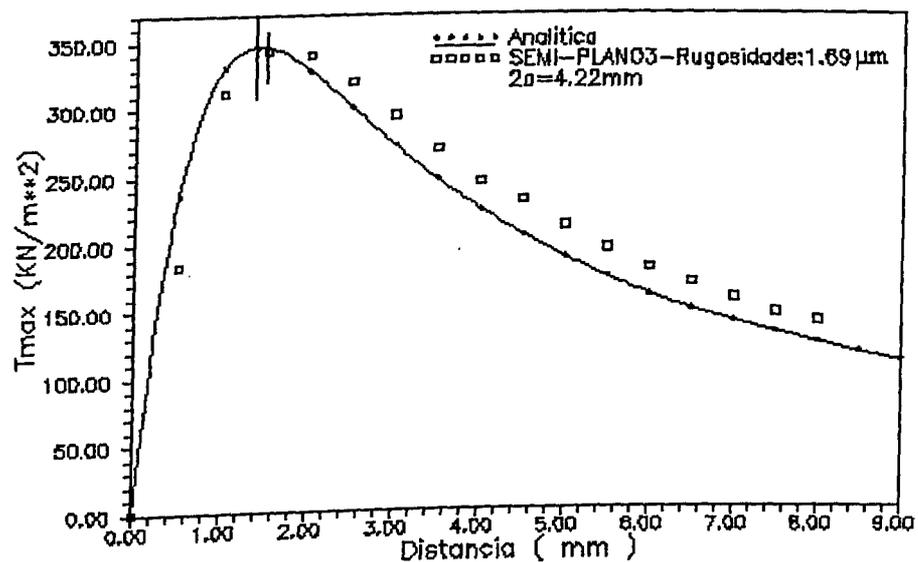


Figura 5.3 - $\tau_{\text{máx}}$ x Distância no terceiro teste com Carga normal e Rugosidade medida.

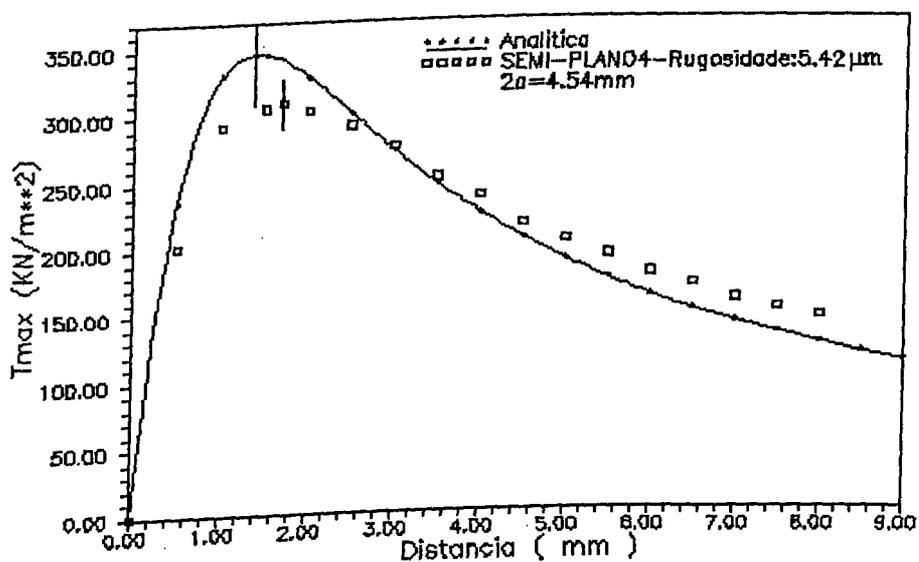


Figura 5.4 - $\tau_{\text{máx}}$ x Distância no quarto teste com Carga normal e Rugosidade medida.

Analisando os gráficos mostrados na Figura 5.1 a 5.4, observou-se uma razoável concordância entre os resultados experimentais e os analíticos de Hertz. A pouca influência da rugosidade pode ser notada, principalmente para os semi-planos 1, 2 e 3. No semi-plano 4, onde a rugosidade é maior, uma diferença mais significativa foi constatada tanto no valor de $\tau_{\text{máx}}$ como na posição em que este ocorre. É importante lembrar que, quanto maior a rugosidade, menor o $\tau_{\text{máx}}$ e maior a distância da superfície em que este ocorre quando comparado com Hertz.

No teste onde o torque foi aplicado, cujo resultado está mostrado na Figura 5.5, praticamente nenhuma diferença significativa pôde ser observada. Entretanto, como previsto na teoria, há uma ligeira tendência do maior $\tau_{\text{máx}}$ aproximar da superfície e crescer em relação aos valores comparativos da teoria de Hertz.

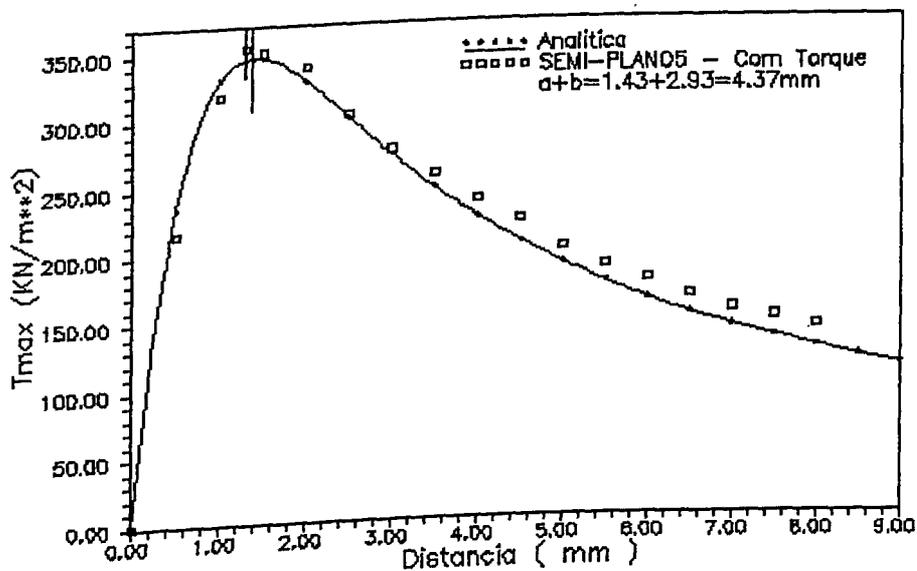


Figura 5.5 - $\tau_{\text{máx}}$ x Distância no teste com aplicação de Torque.

Considerando os resultados obtidos, pouco representativos em termos da influência da rugosidade, foram realizados novos testes experimentais com maiores rugosidades, usando, como já mencionado, grãos de areia e alumina na interface do cilindro e semi-plano. Assim, quatro testes foram feitos, sendo que os semi-planos foram usinados de forma semelhante, o mesmo acontecendo com os modelos cilíndricos. A Tabela 5.3 mostra o material e a granulometria utilizada em cada um destes testes. Os testes 6, 7 e 8 foram feitos sem torque e o teste 9 com a conjugação força normal e torque, sendo os módulos das forças P_1 e P_2 iguais às aplicadas nos modelos 1 a 5. Todos os modelos foram obtidos com a mesma geometria.

Tabela 5.3 - Material e Granulometria utilizada no contato semi-plano/cilindro.

Teste	Material	Granulometria (μm)
6	Areia 50	300
7 e 9	Areia 100	150
8	Alumina 240	52

A Figura 5.6 mostra os resultados dos testes 6, 7 e 8 (sem torque), além da curva analítica segundo a teoria de Hertz. Pode-se observar que a rugosidade (granulometria), tem significativa influência no valor da tensão cisalhante máxima ($\tau_{\text{máx}}$). Nota-se que além do maior valor de $\tau_{\text{máx}}$ decrescer com o aumento da rugosidade, sua distância tende a aumentar.

Quando a força P_1 é conjugada com $P_2 \neq 0$, ou seja, força normal e torque, o maior valor de $\tau_{\text{máx}}$ cresce e sua posição aproxima-se da

superfície, conforme previsto na teoria. Estes resultados estão mostrados na Figura 5.7.

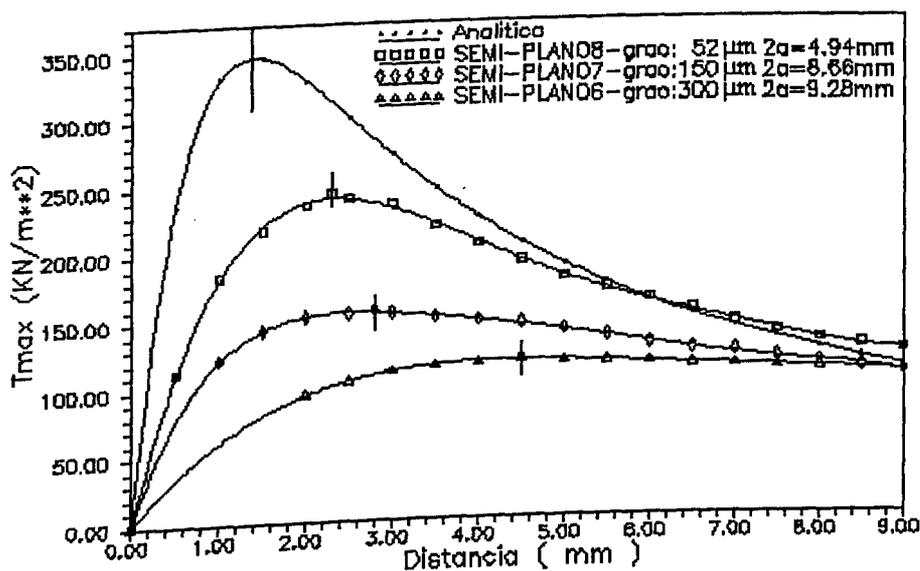


Figura 5.6 - $T_{máx}$ x Distância nos três testes com Carga normal e utilização de grãos.

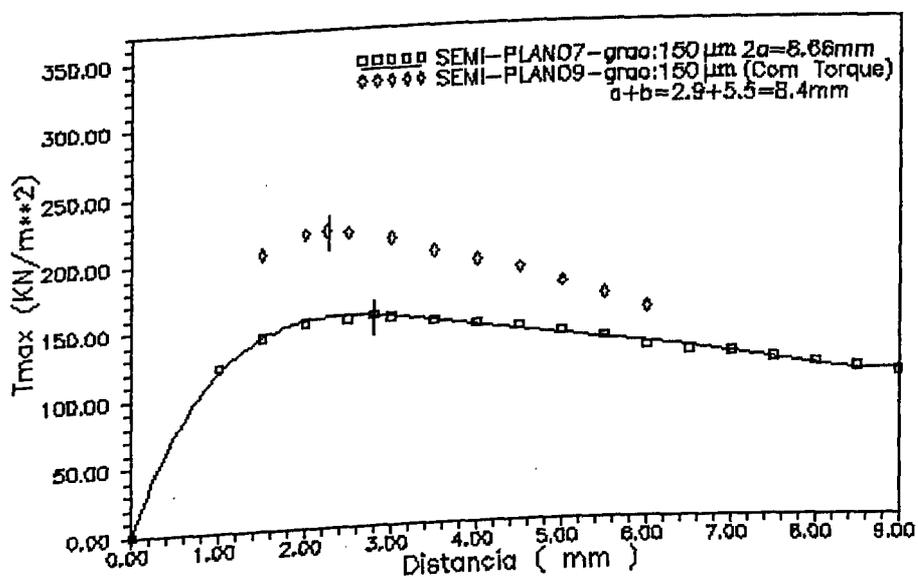


Figura 5.7 - $T_{máx}$ x Distância no teste com aplicação de Torque, modelo 9, em comparação com o mesmo, modelo 7, sem aplicação de Torque.

A Tabela 5.4 mostra os valores experimentais dos testes sem aplicação de torque, semi-planos 1, 2, 3, 4, 6, 7 e 8, bem como o valor analítico de Hertz. Da mesma forma, a Tabela 5.5 mostra os resultados para os semi-planos 5 e 9, com aplicação de torque. A Figura 5.8 mostra fotos das fatias com tensões congeladas de alguns dos modelos utilizados.

Tabela 5.4 - Comparação de resultados dos testes por Fotoelasticidade 3D sem aplicação de Torque e resultados da Teoria de Hertz.

	Faixa de contato $2a$ (mm)	Distância (mm) do pto de maior $\tau_{\text{máx}}$	Maior $\tau_{\text{máx}}$ (KN/m ²)
Hertz	$2 \times 1,7734 = 3,5467$	1,3832	346
Semi- Plano 1	$2 \times 2,0200 = 4,0400$	1,5000	342
Semi- Plano 2	$2 \times 2,0800 = 4,1600$	1,5000	337
Semi- Plano 3	$2 \times 2,1100 = 4,2200$	1,5000	343
Semi- Plano 4	$2 \times 2,2700 = 4,5400$	1,7000	309
Semi- Plano 6	$2 \times 4,6400 = 9,2800$	4,5000	118
Semi- Plano 7	$2 \times 4,3300 = 8,6600$	2,8000	156
Semi- Plano 8	$2 \times 2,4700 = 4,9400$	2,3000	243

Tabela 5.5 - Comparação de resultados dos testes por Fotoelasticidade 3D com aplicação de Torque e resultados da Teoria de Hertz.

	Faixa de contato a+b (mm)	Ângulo da isoclínica	Distância (mm) do pto de maior $\tau_{m\acute{a}x}$	Maior $\tau_{m\acute{a}x}$ (KN/m ²)
Hertz	1,7734+1,7734 = 3,5467	0°	1,3832	346
Semi- Plano 5	1,4300+2,9300= 4,3700	10°	1,3000	354
Semi- Plano 9	2,9000+5,5000= 8,4000	4°	2,2500	220

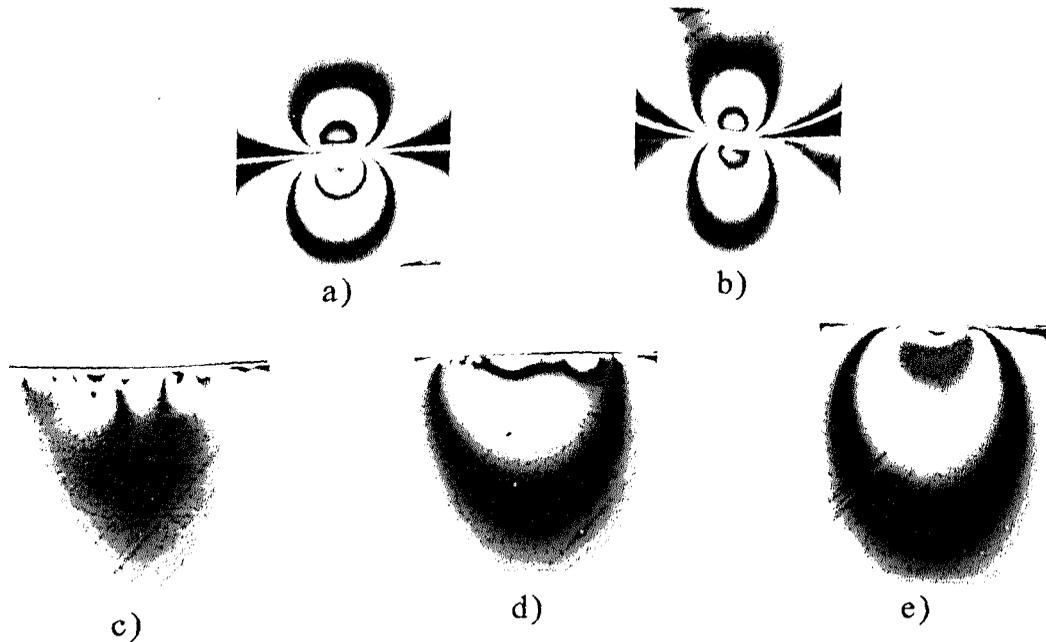


Figura 5.8 - Fatias com Tensões congeladas: a) Fatias dos modelos do teste 3 (Carga Normal); b) Fatias dos modelos do teste 5 (Carga Normal e Torque); c) Fatia do semi-plano do teste 6 (Carga Normal - Grão=300 μ m); d) Fatia do semi-plano do teste 7 (Carga Normal - Grão=150 μ m); e) Fatia do semi-plano do teste 8 (Carga Normal - Grão=52 μ m).

5.2 - Análise Usando Fotoelasticidade Plana

Os ensaios usando a fotoelasticidade plana foram feitos, também, com modelos de dimensões mostradas na Figura 4.3, porém, com a carga normal $P_1=330\text{N}$. Para a carga normal por espessura, $P_1/t=47,826\text{N/mm}$, e as constantes físicas do material à temperatura ambiente mostradas na Tabela 4.2, obtinham-se os resultados pela Teoria de Hertz como mostrados na Tabela 5.6, sendo a combinação das constantes elásticas $E^*=1853,8\text{MPa}$. Foram realizados quatro testes, utilizando-se a mesma granulometria dos testes por fotoelasticidade 3D, como é mostrado na Tabela 5.7.

Tabela 5.6 - Resultados pela Teoria do Contato Elástico de Hertz na temperatura ambiente.

Faixa de contato	$2a$	1,9009 mm
Metade da faixa de contato	a	0,9504 mm
Distância do ponto de $\tau_{\text{máx}}$	$0,78a$	0,7413 mm
Raio (no cilindro) de $\tau_{\text{máx}}$	R_c	26,7587 mm
Pressão máxima	P_o	32035 KN/m^2
$\tau_{\text{máx}}$	$0,3P_o$	9610 KN/m^2

Tabela 5.7 - Material e Granulometria utilizada no contato semi-plano/cilindro.

Teste	Material	Granulometria (μm)
10	Silicone	-----X-----
11	Areia 50	300
12	Areia 100	150
13	Alumina 240	52

As Figuras 5.9 a 5.12 mostram as curvas $\tau_{\text{máx}}$ x Distância para cada teste, comparadas com a curva obtida pelo programa analítico, e a Tabela 5.8 mostra os resultados mais importantes. Nos testes com grãos de areia, 11 e 12, não foi possível fazer leituras em distâncias menores que as apresentadas na Figura 5.10 e 5.11, devido à interferência de franjas causadas pelo contato com os grãos.

Tabela 5.8 - Comparação de resultados dos testes por Fotoelasticidade plana e resultados da Teoria de Hertz.

	Faixa de contato 2a (mm)	Distância (mm) do pto de maior $\tau_{\text{máx}}$	Maior $\tau_{\text{máx}}$ (KN/m ²)
Hertz	2x0,9504=1,9009	0,7413	9610
Semi- Plano 10	2x1,8300=3,6600	0,8300	8484
Semi- Plano 11	2x3,1700=6,3400	-----X-----	-----X-----
Semi- Plano 12	2x2,6700=5,3400	-----X-----	-----X-----
Semi- Plano 13	2x2,0000=4,0000	0,8300	7272

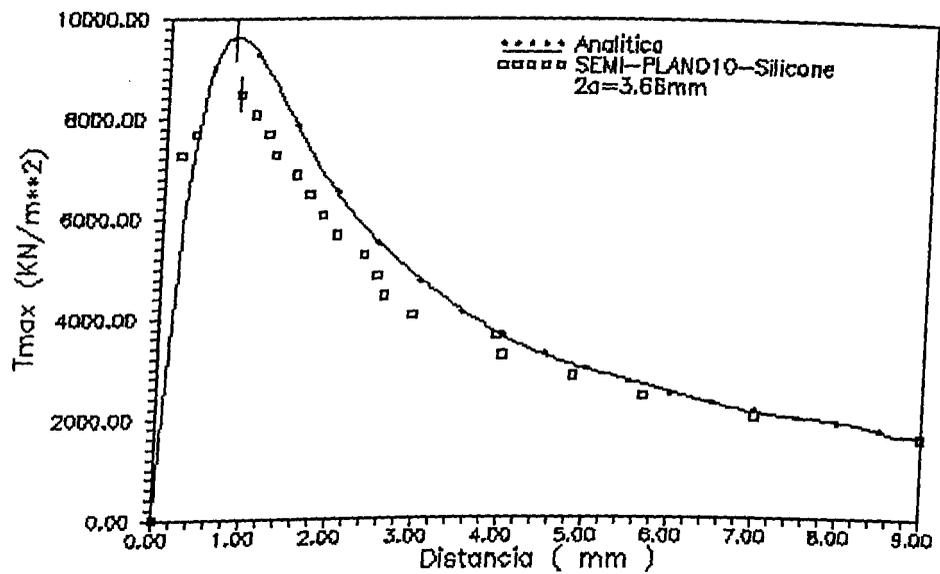


Figura 5.9 - $\tau_{m\acute{a}x}$ x Dist\ancia no primeiro teste por Fotoelasticidade plana.

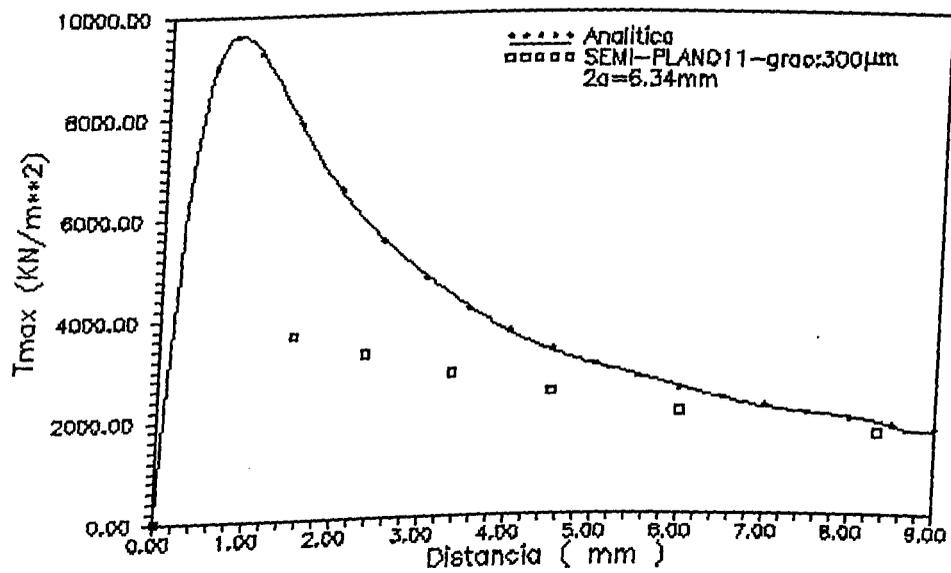


Figura 5.10 - $\tau_{m\acute{a}x}$ x Dist\ancia no segundo teste por Fotoelasticidade plana.

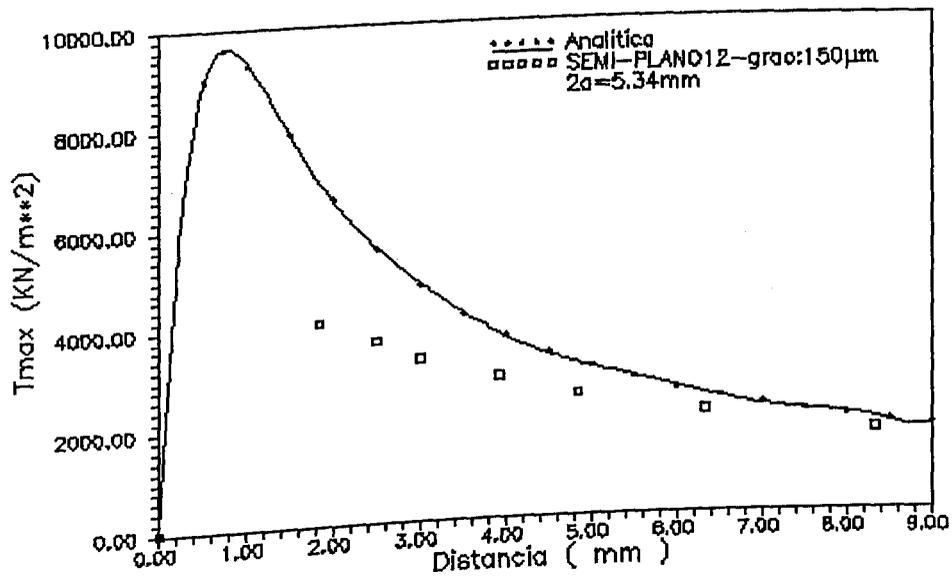


Figura 5.11 - $\tau_{\text{máx}}$ x Distância no terceiro teste por Fotoelasticidade plana.

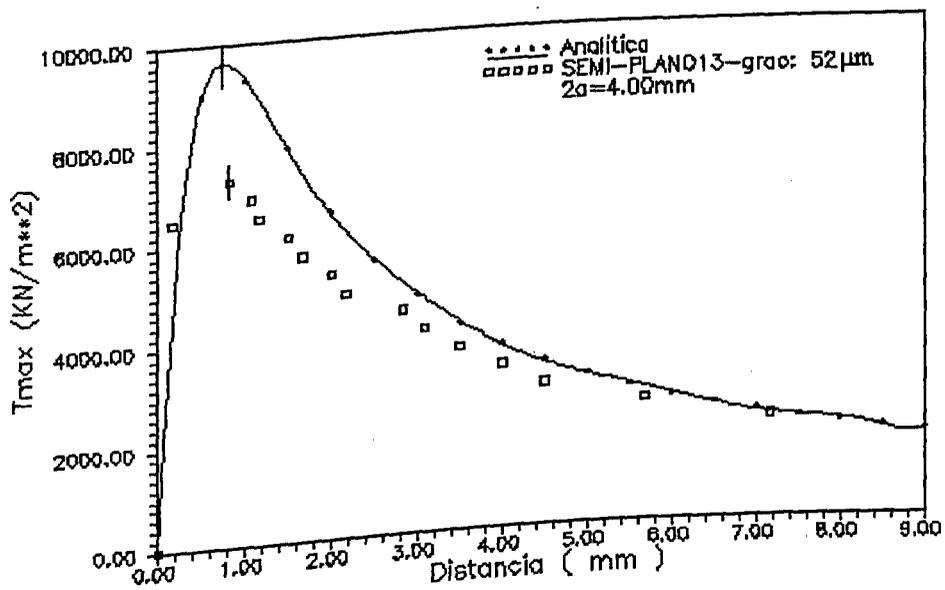


Figura 5.12 - $\tau_{\text{máx}}$ x Distância no quarto teste por Fotoelasticidade plana.

Em uma análise nos resultados apresentados nas Figuras 5.9 a 5.12, verifica-se tendências similares às observadas nos testes usando fotoelasticidade tridimensional. Contudo, verificou-se uma maior dificuldade de leitura, principalmente próximo à superfície de contato, uma vez que foi usado o método fotográfico e não o de compensação de Tardy para a obtenção das franjas. Por outro lado, devido ao maior número de franjas obtidas nos modelos planos, os valores de $\tau_{\text{máx}}$ para pontos mais afastados da superfície aproximam-se mais da teoria de Hertz do que os valores obtidos por fotoelasticidade 3D.

Para possibilitar uma comparação dos testes usando fotoelasticidade tridimensional e testes usando fotoelasticidade plana, foram plotadas as curvas $\tau_{\text{máx}}/P_0(\text{Hertz}) \times Y/a$ e $\tau_{\text{máx}}/P_0(\text{Hertz}) \times Y/\text{Distância } \tau_{\text{máx}}$, mostradas nas Figuras 5.13 e 5.14 respectivamente. Estes testes, correspondem aos testes 2 e 10, Figuras 5.2 e 5.9, cujas superfícies foram impregnadas com silicone. Nota-se que os valores obtidos usando fotoelasticidade 3D concordam, nos dois casos, com a curva analítica de Hertz, enquanto os obtidos pela fotoelasticidade plana apresentam uma dispersão considerável nas duas comparações, como mostrado nas Figuras 5.13 e 5.14. Esta discrepância da fotoelasticidade plana observada nas relações apresentadas, tem como causas prováveis as medidas experimentais dos parâmetros $2a$ (faixa de contato) e D (distância do maior valor de $\tau_{\text{máx}}$).

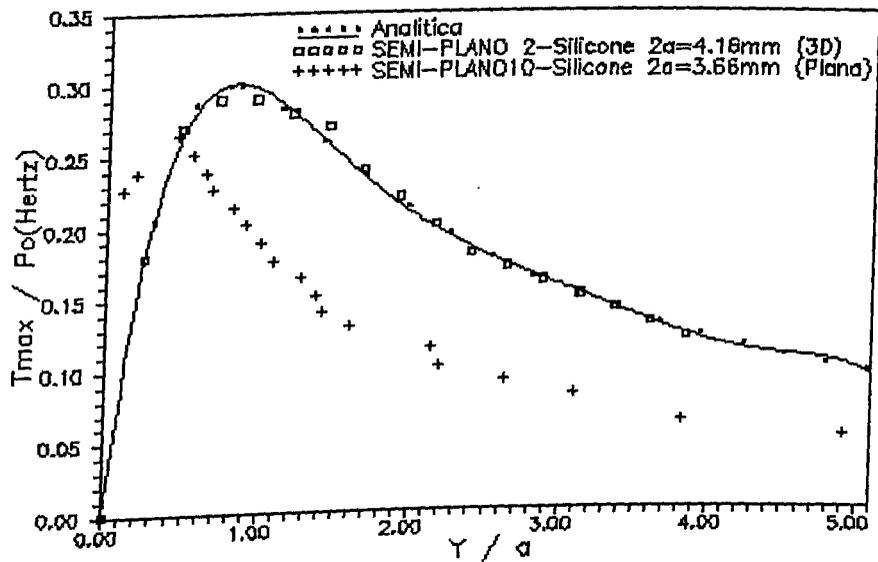


Figura 5.13 - τ_{\max}/P_o (Hertz) x Y/a nos testes com aplicação de silicone, por Fotoelasticidade 3D (teste 2) e por Fotoelasticidade plana (teste 10).

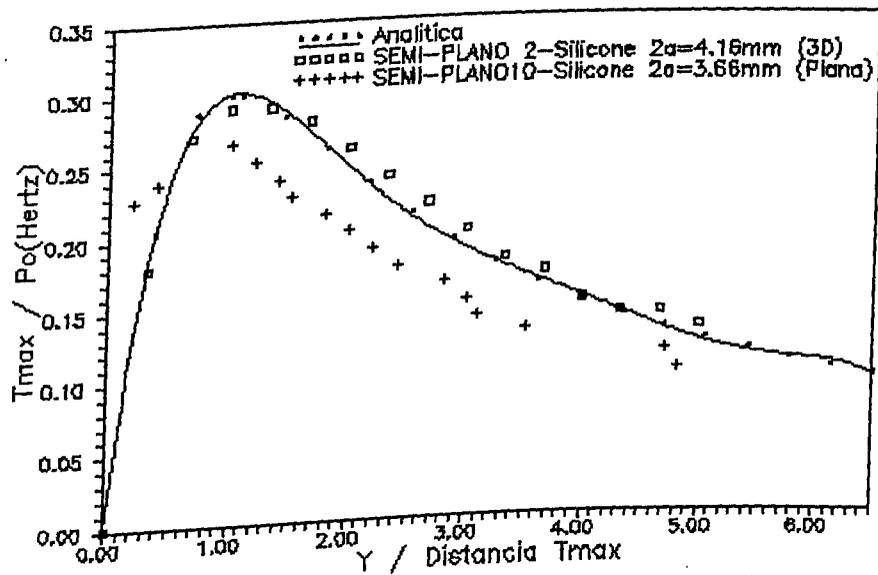


Figura 5.14 - τ_{\max}/P_o (Hertz) x $Y/\text{Distância } \tau_{\max}$ nos testes com aplicação de silicone, por Fotoelasticidade 3D (teste 2) e por Fotoelasticidade plana (teste 10).

5.3 - Análise Usando Elementos Finitos

Como já foi explicado no Capítulo 4, utilizando-se o método de elementos finitos, foram simulados testes com o mesmo carregamento em modelos de mesma geometria e propriedades elásticas dos modelos usados na fotoelasticidade 3D, no programa ANSYS 5.0. Os resultados obtidos pela Teoria de Hertz destes testes, como já descrito, estão apresentados na Tabela 5.1.

As seis primeiras simulações do contato foram feitas com carga normal sem torque. Nestas simulações foram combinadas as condições de atrito ($\mu=0$ e $\mu=0.5$) com a relação dos módulos de elasticidade do cilindro/semi-plano de $E_c=E_p$, $E_c=5E_p$ e $E_c=E_p/5$. A Tabela 5.9 mostra as condições das simulações feitas e os resultados obtidos nos semi-planos dos mesmos.

A Figura 5.15 mostra a comparação da curva $\tau_{\text{máx}} \times \text{Distância}$ obtida pela Teoria de Hertz e os resultados da simulação 1 ($\mu=0$ e $E_c=E_p$), sendo que, os resultados das simulações 1 e 2 não apresentaram diferença. Por outro lado, a Figura 5.16 mostra a comparação das curvas obtidas pela Teoria de Hertz, pelo primeiro teste experimental (Figura 5.1) e pela simulação 1. A Figura 5.17 mostra a comparação da mesma curva obtida pela Teoria de Hertz, pela simulação 1 e pela simulação 3, evidenciando a diferença causada pela variação do módulo de elasticidade de apenas um dos corpos em contato. Os resultados das simulações 3, 4, 5 e 6 não apresentaram diferenças significativas. Como pode ser visto na Figura 5.17, aumentando-se um dos valores de E , o maior $\tau_{\text{máx}}$ aumenta, e a distância deste ponto até a superfície diminui. Para uma distância relativamente grande, $D \cong 7\text{mm}$, as curvas de

$\tau_{\text{máx}}$ x Distância para módulos de elasticidade iguais ou diferentes, são convergentes.

Outro ponto importante observado é que os deslocamentos na superfície de contato, no cilindro e no semi-plano, são aproximadamente iguais para módulos de elasticidade iguais ($E_c=E_p$). Para módulos de elasticidade diferentes, maiores deslocamentos ocorreram nos corpos de menor módulo de elasticidade como era previsto. Com a inclusão do atrito, esperava-se a condição de "stick friction", não observada. É interessante notar que nas simulações numéricas com o atrito (simulações 2, 4 e 6), nenhuma variação significativa ocorreu, seja na máxima tensão cisalhante ($\tau_{\text{máx}}$) ou nos deslocamentos dos pontos de superfície de contato.

Tabela 5.9 - Condições de simulação e resultados obtidos nos programas numéricos com carga normal.

	Prog-1 $\mu=\text{zero}$ $E_c=E_p$	Prog-2 $\mu=0,5$ $E_c=E_p$	Prog-3 $\mu=\text{zero}$ $E_c=5E_p$	Prog-4 $\mu=0,5$ $E_c=5E_p$	Prog-5 $\mu=\text{zero}$ $E_c=E_p/5$	Prog-6 $\mu=0,5$ $E_c=E_p/5$
Faixa de contato 2a(mm)	4,0713 \pm 0,0171	4,0713 \pm 0,0171	3,1169 \pm 0,0237	3,1169 \pm 0,0237	2,9959 \pm 0,1187	2,9959 \pm 0,1187
Distância (mm) do maior $\tau_{\text{máx}}$	1,4	1,4	1,12	1,12	1,12	1,12
Maior $\tau_{\text{máx}}$ (KN/m ²)	342	342	435	435	438	438

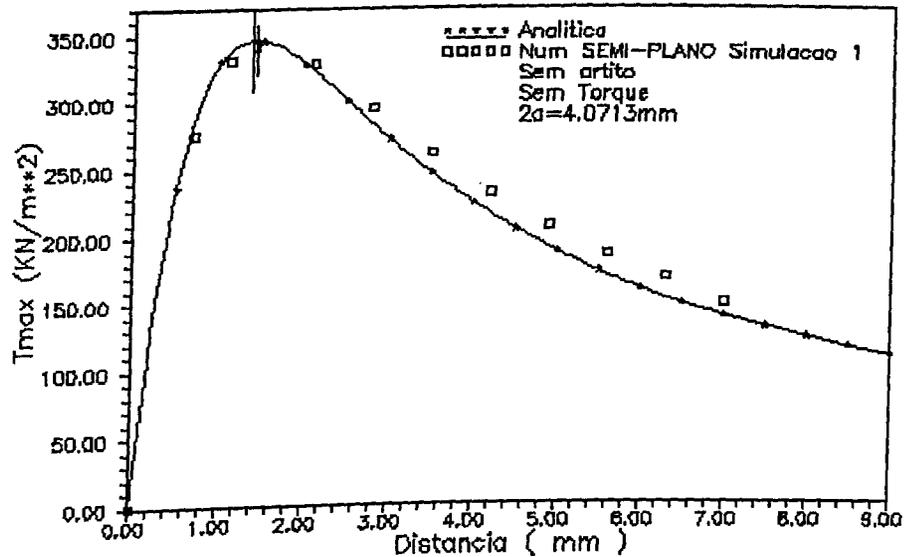


Figura 5.15 - $\tau_{\text{máx}}$ x Distância na simulação 1.

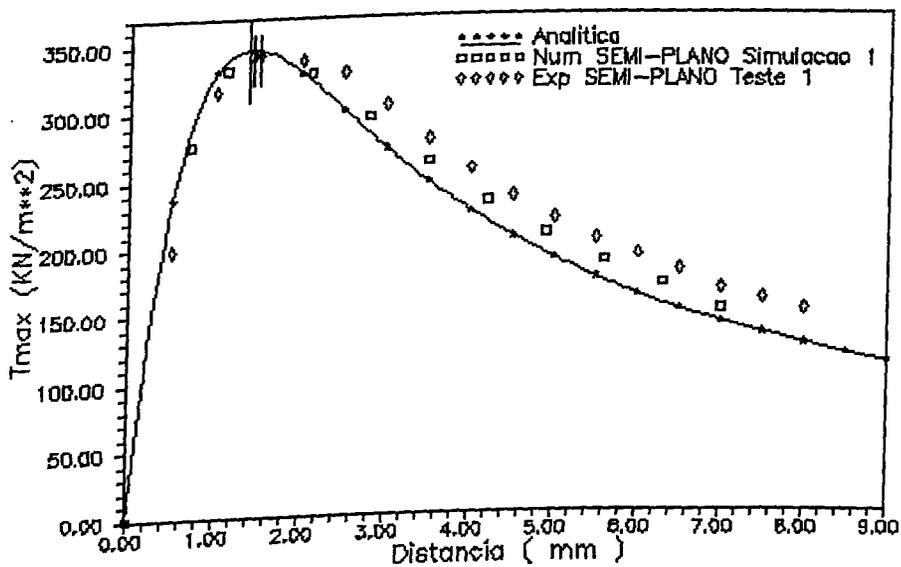


Figura 5.16 - $\tau_{\text{máx}}$ x Distância na simulação 1 e no primeiro teste por fotoelasticidade 3D.

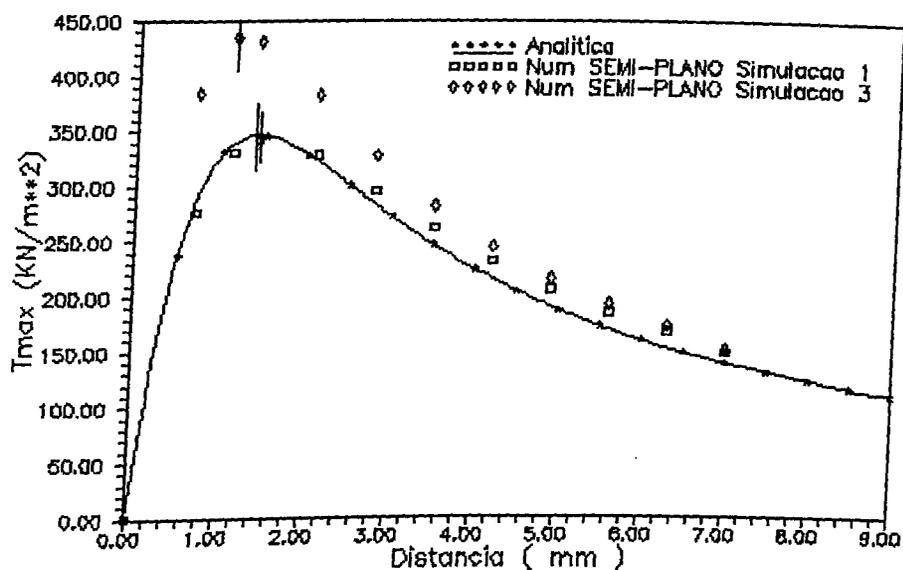


Figura 5.17 - $\tau_{\text{máx}}$ x Distância nas simulações 1 e 3.

Para a simulação com carga normal e torque, foi usada a mesma carga vertical dos testes por fotoelasticidade 3D (testes 5 e 9), de valor $P_1=22,2\text{N}$, com a mesma carga horizontal de $P_2=1,38\text{N}$. Nestas condições, o programa não convergiu, obrigando uma redução na componente horizontal. Esta componente foi então gradualmente aumentada, causando os seguintes efeitos:

- $P_2 = 0,2\text{N}$: Nenhuma distorção nas franjas;
- $P_2 = 0,8\text{N}$: Distorceu as franjas mas não deslocou $\tau_{\text{máx}}$;
- $P_2 = 1,2\text{N}$: Distorceu as franjas e deslocou o ponto de maior $\tau_{\text{máx}}$ da linha de simetria, apesar de manter a mesma distância da superfície.
- $P_2 = 1,38\text{N}$ (mesmo valor usado na fotoelasticidade 3D) : O programa não convergiu.

Utilizou-se então o valor do Torque $T = P_2 \cdot R_c = 33,00\text{Nmm}$, sendo $P_2=1,2\text{N}$ e $R_c=27,5\text{mm}$.

Os resultados estão mostrados na Tabela 5.10.

Tabela 5.10 - Comparação de resultados da simulação com aplicação de Torque e resultados da Teoria de Hertz.

	Faixa de contato a+b (mm)	Distância (mm) do pto de maior $\tau_{\text{máx}}$	Maior $\tau_{\text{máx}}$ (KN/m ²)
Hertz	1,7734+1,7734 = 3,5467	1,3832	346
Simulação 7	1,92 + 2,04 = 3,96	1,4	328

Os valores mostrados na Tabela 5.10 referem-se à linha de simetria geométrica do semi-plano. É interessante notar que esta linha se deslocou em relação à linha de simetria geométrica do cilindro para o lado esperado, maior lado da faixa de contato, b, devido a aplicação do torque.

A distância do maior valor de $\tau_{\text{máx}}$, em relação à superfície, não mudou comparando aos valores obtidos nas simulações 1 e 2, sendo $D = 1,4\text{mm}$. O valor do maior $\tau_{\text{máx}}$ nos nós do semi-plano foi inferior ao valor obtido nas simulações 1 e 2, sendo contrário ao esperado. Porém, quando lido em elementos este valor ($\tau_{\text{máx}} = 371\text{KN/m}^2$) foi maior que o valor de $\tau_{\text{máx}}$ obtido nas simulações sem torque. Este valor foi encontrado no primeiro elemento do cilindro, no maior lado da faixa na superfície de contato, b, como mostra a Figura 5.18. Na Figura 5.19, é mostrada a curva $\tau_{\text{máx}} \times$ Distância com valores obtidos nos nós da linha que contém o maior $\tau_{\text{máx}}$ do semi-plano. Deve-se notar que os elementos desta região da malha, região mais refinada, têm 0.28mm de altura. Para mostrar uma redução da distância do ponto de maior $\tau_{\text{máx}}$ até superfície, chegando ao valor dado por Hertz, $D=1.3832\text{mm}$, estes

elementos teriam que ter no máximo 0.0168mm de altura, ou seja, a malha teria que ser cerca de 16 vezes mais refinada na vertical, na região próxima ao ponto de $\tau_{\text{máx}}$.

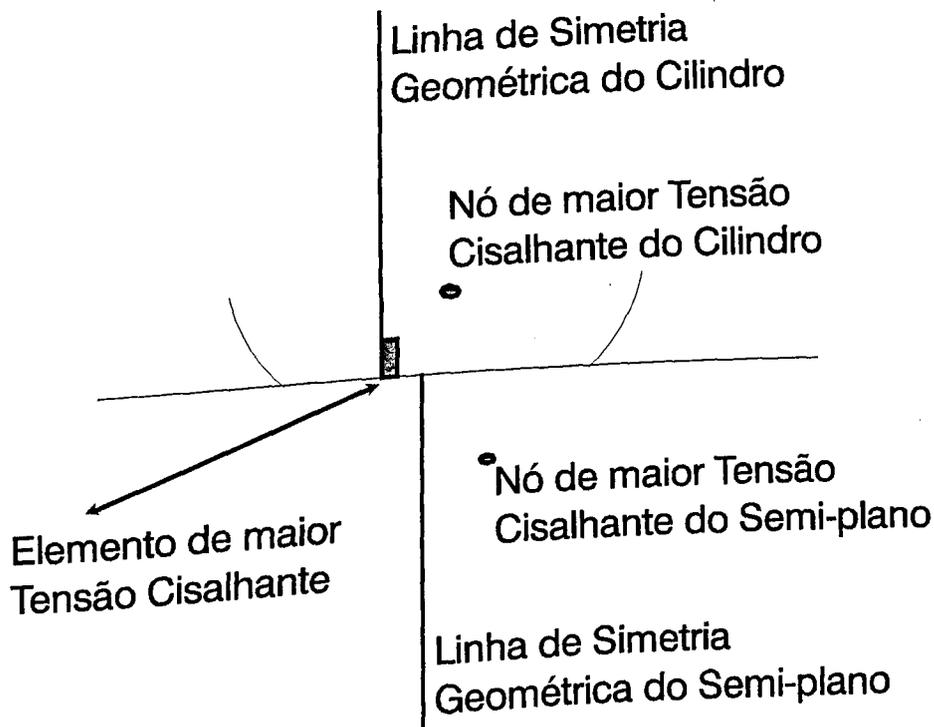


Figura 5.18 - Simulação com Carga Normal e Torque, mostrando os nós e o elemento de maior $\tau_{\text{máx}}$.

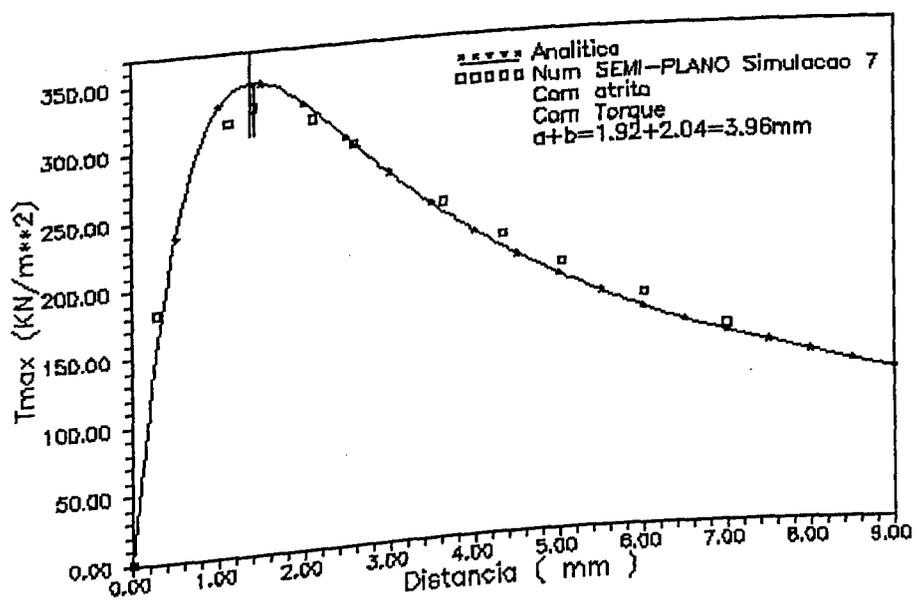


Figura 5.19 - $\tau_{\text{máx}}$ x Distância na simulação 7.

As Figuras 5.20 a 5.23 mostram uma comparação dos deslocamentos e pressões de superfície obtidos na simulação 1, sem atrito e sem torque, e simulação 7, com atrito e com torque. Nota-se uma influência do torque bem maior na direção tangencial do que na direção normal à superfície. Além disto, exceto na curva do deslocamento tangencial, a simulação com torque tem uma descontinuidade significativa próxima à linha de simetria geométrica (Posição = 0mm).

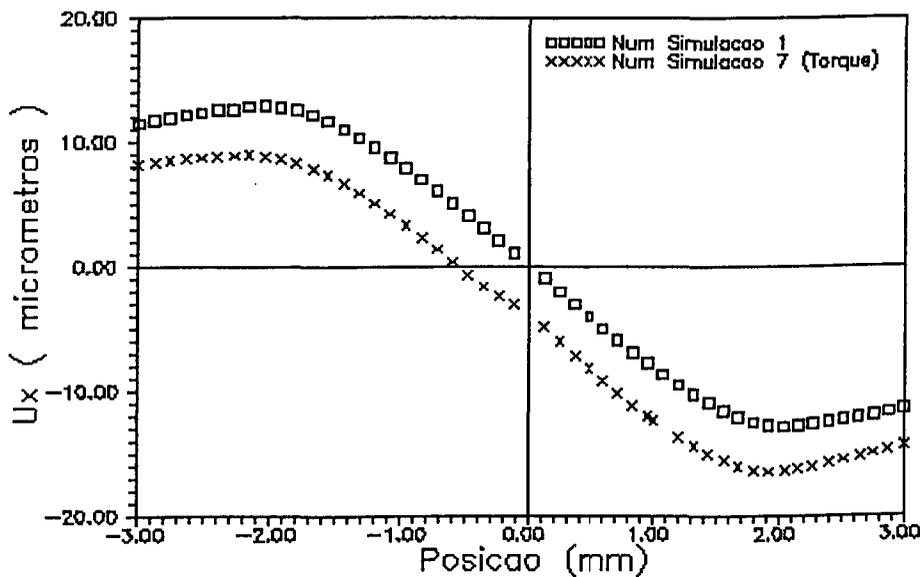


Figura 5.20 - Deslocamento tangencial na superfície de contato do semi-plano, nas simulações 1 e 7.

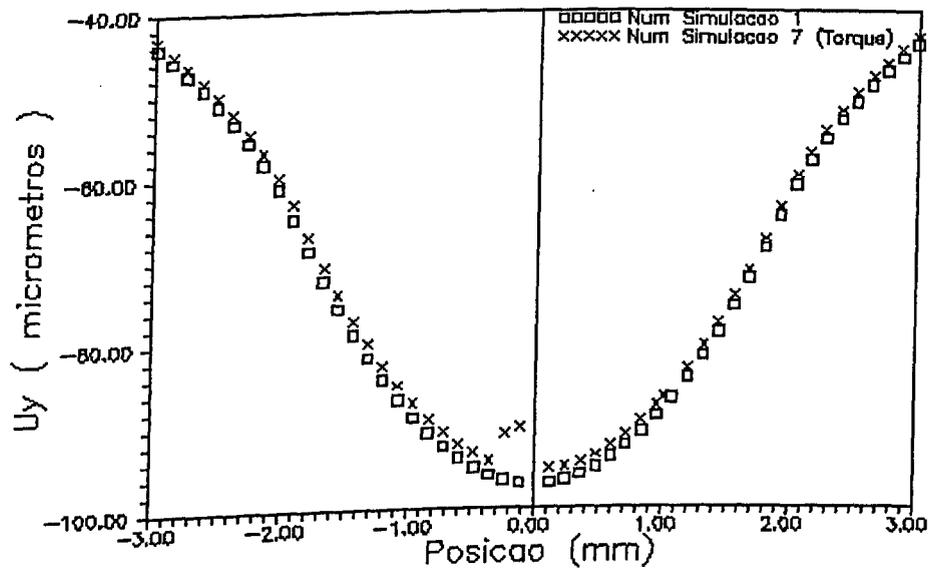


Figura 5.21 - Deslocamento normal na superfície de contato do semi-plano, nas simulações 1 e 7.

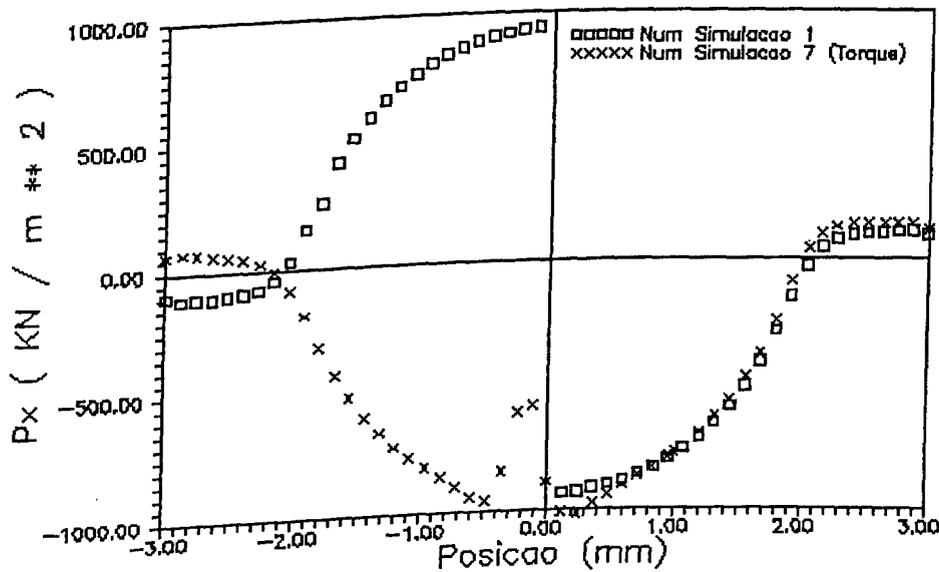


Figura 5.22 - Pressão tangencial na superfície de contato do semi-plano, nas simulações 1 e 7.

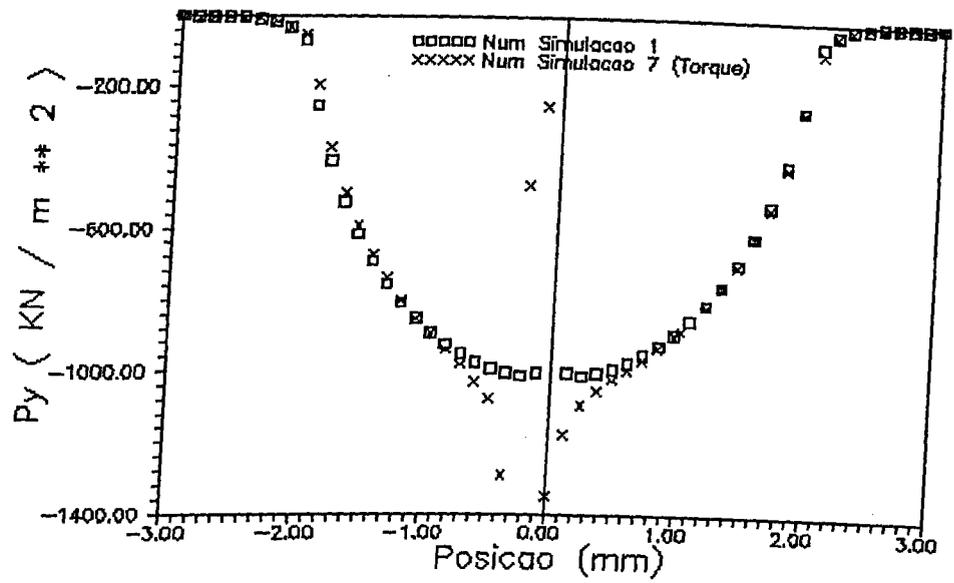


Figura 5.23 - Pressão normal na superfície de contato do semi-plano, nas simulações 1 e 7.

CAPÍTULO 6

6-DISCUSSÃO

Com o avanço ocorrido em técnicas experimentais e numéricas, estudos em problemas de Contato Mecânico passaram a ser possíveis sem algumas das simplificações antes necessárias. Considerando-se o grande número de técnicas existentes, uma dúvida no início de um trabalho pode ocorrer com relação a qual utilizar. Muitas vezes, utilizando-se mais de uma técnica, pode-se obter resultados importantes não encontrados quando utilizada apenas uma delas, além disto, uma técnica pode monitorar e/ou comprovar as outras.

No presente estudo, visando a análise da distribuição de tensões causada pelo contato de um cilindro com um plano, pôde-se chegar a uma vasta quantidade de resultados, sendo que, muitos destes variaram de forma esperada em função da modificação de parâmetros experimentais ou numéricos, enquanto outros levantaram dúvidas só explicadas no decorrer do trabalho.

Como já mencionado, este estudo envolveu duas técnicas experimentais e uma numérica, podendo-se comparar seus resultados com resultados obtidos através de um programa analítico, usando como padrão a Teoria do Contato Elástico de Hertz. Sendo assim, o estudo contribui para a análise de tensão do Contato Mecânico, a compreensão dos efeitos causados por modificações dos parâmetros envolvidos em um específico Contato Mecânico e a comparação das técnicas utilizadas.

6.1-Tensão Cisalhante Máxima

Os resultados obtidos na análise da tensão cisalhante máxima no contato de um cilindro com um plano foram compatíveis com a teoria. Nos testes experimentais ou nas simulações numéricas com simplificações, usadas por Hertz, a curva $\tau_{\text{máx}}$ x Distância ficou bem mais próxima da curva analítica, e o maior valor de $\tau_{\text{máx}}$ aproximou-se do valor analítico dado por Hertz, $\tau_{\text{máx}} = 0.3P_0$, em uma distância da superfície também próxima do valor analítico, $D = 0.78a$, como pode ser observado nas Figuras 5.1, 5.2, 5.3 e 5.15. Até mesmo a distribuição elíptica da pressão normal de contato definida por Hertz, mostrada na teoria pela Figura 2.3, é comprovada na curva sem aplicação de torque da Figura 5.23. Na medida em que estas simplificações foram sendo retiradas, para análise de casos específicos ou por impossibilidade de simplificações em algum teste ou simulação, a curva experimental e/ou numérica $\tau_{\text{máx}}$ x Distância foi se distanciando da curva analítica. Esta afirmativa pode ser comprovada nas Figuras 5.4, 5.6, 5.10, 5.11 e 5.12, e Tabela 5.4, pelo efeito da rugosidade e nas Figuras 5.5 e 5.7, e Tabelas 5.5 e 5.10, pelo efeito do torque aplicado.

É importante lembrar o efeito nulo do atrito, não apresentando nenhuma diferença nos resultados quando aplicado numericamente, ou quando reduzido experimentalmente com aplicação de silicone. Esperava-se um efeito significativo causado pelo atrito entre os corpos, uma vez que Hertz considerou o atrito nulo, porém, no decorrer do trabalho foi mostrado que praticamente não houveram modificações entre os resultados obtidos por simulações numéricas sem atrito e simulações numéricas com atrito, como pode ser observado na Tabela 5.9, e a aplicação de silicone nos testes experimentais também não causou o

efeito esperado, como é mostrado na comparação da Figura 5.1, com a Figura 5.2, ou ainda, nos resultados do teste 1 e teste 2 mostrados na Tabela 5.4.

Os testes experimentais mostraram que as maiores diferenças nos resultados foram causadas pela rugosidade dos corpos. O efeito da rugosidade foi mostrado, sendo que, com o aumento da rugosidade a curva $\tau_{\text{máx}} \times \text{Distância}$ fica abaixo da curva de Hertz e o ponto de maior $\tau_{\text{máx}}$ em uma distância maior em relação à superfície. Com a utilização do grão (terceiro corpo) ou com rugosidade aumentada, este efeito é mais fácil de ser notado. A Figura 5.4 mostra o efeito causado pela rugosidade aumentada. As Figuras 5.6, 5.10, 5.11 e 5.12 mostram o efeito da rugosidade causada com a utilização do grão. Além disto, na Figura 5.6 notou-se que com o aumento do grão o maior valor de $\tau_{\text{máx}}$ tende a estabilizar.

O efeito do torque foi mostrado experimentalmente com e sem o grão (terceiro corpo), sendo que, com a aplicação do torque o maior valor de $\tau_{\text{máx}}$ fica acima da curva $\tau_{\text{máx}} \times \text{Distância}$ obtida com a mesma rugosidade ou granulometria e sem o torque, o que é mostrado na Figura 5.5 sem o grão e na Figura 5.7 com o grão. Com a utilização do grão, este efeito é mais fácil de ser notado principalmente porque o torque tem um efeito contrário à rugosidade, ou seja, com o torque o valor de $\tau_{\text{máx}}$ aumenta enquanto que com a rugosidade diminui, e com o torque a distância do ponto de $\tau_{\text{máx}}$ diminui enquanto que com a rugosidade aumenta. Numericamente, com a aplicação do torque há uma maior dificuldade para mostrar seu efeito principal, pois como pode ser visto na Figura 5.19 o valor do maior $\tau_{\text{máx}}$ ficou menor que o valor analítico, e em uma distância um pouco maior. Este fato é justificado pela necessidade de utilização de uma malha mais refinada na simulação e ainda, a utilização de outra rigidez de contato. Como foi mostrado no

Capítulo 5, para apresentar uma redução da distância do ponto de $\tau_{\text{máx}}$ até o valor dado por Hertz, a malha teria que ser 16 vezes mais refinada na vertical, na região próxima ao ponto de $\tau_{\text{máx}}$. Mesmo assim, outros efeitos da aplicação de torque foram mostrados numericamente, como o deslocamento da faixa de contato, mostrado na Tabela 5.10, a distorção nas franjas de tensão cisalhante máxima, e ainda, nas Figuras 5.20 a 5.23 são apresentadas as variações dos deslocamentos e da pressão na superfície de contato.

A variação da área de contato com a rugosidade ou com o torque causa variação do valor de $\tau_{\text{máx}}$ e do ponto em que este ocorre. De fato, quando a faixa da área de contato, $2a$, aumenta devido a rugosidade, a pressão máxima diminui, o que foi mostrado na Figura 2.6 de acordo com a Teoria de Lo, para diferentes parâmetros de rugosidade α . Consequentemente, o valor de $\tau_{\text{máx}}$ diminui, pois de acordo com Hertz $\tau_{\text{máx}} = 0.3P_0$. Além disto, a distância do ponto de $\tau_{\text{máx}}$ aumenta, pois também de acordo com Hertz $D = 0.78a$. Como já foi citado, o efeito da aplicação do torque é contrário ao efeito da rugosidade, além disto, foi mostrado experimentalmente na Tabela 5.5 e numericamente na Tabela 5.10, que a faixa de contato se desloca em relação à linha de simetria geométrica, passando a ter dois lados diferentes, $\text{faixa} = a + b$, sendo $b > a$.

Foi mostrado numericamente que quando o módulo de elasticidade de um dos corpos aumenta, o maior valor de $\tau_{\text{máx}}$ aumenta e a distância em que este valor ocorre diminui, o que também é compatível com a teoria, pois se o módulo de elasticidade de um dos corpos aumenta, a faixa da área de contato, $2a$, diminui e a pressão máxima aumenta, consequentemente o valor de $\tau_{\text{máx}}$ aumenta, pois de acordo com Hertz $\tau_{\text{máx}} = 0.3P_0$. Além disto, a distância do ponto de $\tau_{\text{máx}}$ diminui, pois também de acordo com Hertz $D = 0.78a$. Porém, como é mostrado na

Figura 5.17, para distâncias relativamente grandes, $D \cong 7\text{mm}$, as curvas $\tau_{\text{máx}} \times \text{Distância}$ para módulos de elasticidade iguais ou diferentes são convergentes. É interessante notar que mesmo sem as simplificações consideradas por Hertz, os efeitos causados pela rugosidade e pelo torque são compatíveis às relações $\tau_{\text{máx}} = 0.3P_0$ e $D = 0.78a$, ou seja, $\tau_{\text{máx}}$ é diretamente proporcional à pressão máxima P_0 , e D é diretamente proporcional à faixa de contato $2a$.

6.2-Técnicas Utilizadas

As duas técnicas experimentais utilizadas, tiveram os resultados comparados através de $\tau_{\text{máx}}/P_0 \times Y/a$ e $\tau_{\text{máx}}/P_0 \times Y/\text{Distância } \tau_{\text{máx}}$, em testes onde procurou-se eliminar o atrito/rugosidade utilizando lubrificação com silicone, como foi mostrado nas Figuras 5.13 e 5.14. Nestes resultados, a Fotoelasticidade 3D alcançou valores bem mais próximos aos resultados analíticos. Na curva $\tau_{\text{máx}}/P_0$ em função de $Y/\text{Distância } \tau_{\text{máx}}$, os resultados das duas técnicas foram melhores do que na curva $\tau_{\text{máx}}/P_0$ em função de Y/a , o que mostra que a dificuldade da leitura da distância do ponto de $\tau_{\text{máx}}$, D , foi menor do que na leitura da faixa de contato, $2a$. Nestas comparações, para a relação $\tau_{\text{máx}}/P_0$, foi usado o valor da pressão máxima, P_0 , dado por Hertz, uma vez que o valor experimental não é conhecido.

Como se sabe, a Teoria de Hertz não leva em consideração importantes parâmetros, como atrito e rugosidade. Assim, as comparações foram feitas no teste que mais se aproxima destas restrições, teste com silicone. Como as curvas $\tau_{\text{máx}} \times \text{Distância}$, nos dois métodos experimentais, são próximas da curva analítica de Hertz, Figuras 5.1 e 5.9, comparou-se os resultados tendo a Teoria de Hertz como padrão. Nestas comparações ficou claro perceber que, quando

buscou-se diminuir (minimizar) o atrito/rugosidade para obter experimentalmente a curva analítica, conseguiu-se através da Fotoelasticidade 3D os melhores resultados. Este fato pode ser explicado pela maior facilidade de leitura das ordens de franjas e da faixa de contato, principalmente porque a diferença entre os resultados é maior na curva que depende da faixa de contato, $\tau_{\text{máx}} \times Y/a$.

Considerando-se a faixa de contato (2a) e o módulo de elasticidade (E) como valores com possibilidade de erro, calculou-se o valor de E^* pela Equação 2.2 (Hertz), utilizando-se o valor de 2a lido nos testes com silicone. Em ambos os casos os valores calculados foram menores que o valor inicial. No teste usando Fotoelasticidade 3D, obteve-se $E^{**}=26,04\text{Mpa}$, acarretando, $E^*/E^{**}=1,38$ vezes. No teste usando Fotoelasticidade plana obteve-se $E^{**}=500,04\text{MPa}$, acarretando, $E^*/E^{**}=3,71$ vezes. Destacando-se a dificuldade de leitura da faixa de contato (2a) na técnica de Fotoelasticidade plana, se o valor de 2a medido diminuir 10%, o valor calculado passa a ser $E^{**}=617,33\text{MPa}$, e a razão entre o valor inicial de E^* e o valor calculado cai para $E^*/E^{**}=3,00$ vezes. Esta razão é bem menor que a razão inicial (23% menor), e causada por um erro de 10% na leitura da faixa de contato.

Como foi mostrado no Capítulo 5, para distâncias pequenas, a leitura das ordens de franja é difícil de ser obtida, sendo mais fácil na Fotoelasticidade 3D. Em alguns casos houve impossibilidade de leitura do maior $\tau_{\text{máx}}$ na Fotoelasticidade plana, enquanto que para pontos afastados do contato esta técnica favorece a leitura das franjas (Figura A4.1). Deve ser lembrado que a leitura em pequenas distâncias é mais importante, sendo esta a região onde o maior valor de $\tau_{\text{máx}}$ ocorre. Esta observação mostra que a Fotoelasticidade 3D é mais recomendada para estudo de contato.

No estudo usando o método numérico conseguiu-se os resultados mais próximos da Teoria de Hertz. Porém, deve-se levar em consideração que as simplificações foram também as mesmas assumidas no estudo analítico. Nas simulações sem estas simplificações, os resultados não foram muito satisfatórios, apesar da obtenção de efeitos não mostrados experimentalmente. Assim, é possível perceber a influência do torque nos deslocamentos de superfície e nas pressões de contato, como mostrado nas Figuras 5.20 a 5.23. Nota-se uma influência do torque bem maior na direção tangencial do que na direção normal à superfície. Exceto na curva de deslocamento tangencial, a simulação com torque mostrou uma descontinuidade próxima à linha de simetria geométrica (Posição = 0mm). Estes efeitos eram esperados, porém, para uma malha mais refinada na horizontal, próximo à superfície, uma melhor visualização da descontinuidade causada pelo torque pode ser obtida.

Existe uma faixa, $-2 < \text{Posição} < -0.5$, na curva $P_x \times \text{Posição}$ (Figura 5.22), na qual esperava-se uma diminuição dos valores em relação à curva sem o torque, e não uma inversão da curva dos valores sem o torque para os valores com o torque, como aconteceu. Esta inversão exata é difícil de ser explicada, mas pode ter sido causada pela rigidez dos elementos de contato ou pela malha utilizada, considerando-se as descontinuidades existentes nas curvas das simulações com torque.

Estes efeitos destacados nas Figuras 5.22 e 5.23 e a listagem das características dos elementos usados, mostrada no Anexo 3, pode explicar o que aconteceu nas simulação com torque. Na superfície existe uma pressão tangencial que tem o maior valor na simulação com torque. A diferença de $\tau_{\text{máx}}$ lida em nós para $\tau_{\text{máx}}$ lida em elementos é causada por erros numéricos. Além disto, os resultados mostraram uma descontinuidade ocorrida próximo à linha de simetria geométrica, o que aumentou muito a pressão normal, bem como a pressão tangencial nas

proximidades do primeiro elemento de superfície no maior lado da faixa de contato (b), como pode ser visto nas Figuras 5.22 e 5.23. Esta descontinuidade causou uma variação no cálculo da tensão cisalhante máxima, obtida através da Macro produzida no programa. Se a malha for mais refinada, onde ocorrem estes erros numéricos, e as constantes dos elementos de contato forem modificadas, estes erros numéricos poderão diminuir. Já foi mostrado que na simulação com torque a malha tem que ser cerca de 16 vezes mais refinada na vertical, na região próxima ao ponto de $\tau_{\text{máx}}$, além da necessidade de ser mais refinada na horizontal, próxima à superfície. Por outro lado, devido aos erros numéricos, a malha tem que ser mais refinada da superfície de contato até a região do ponto de $\tau_{\text{máx}}$. Como a simulação com torque foi feita com 3609 elementos (malha e elementos de contato) e 3329 nós, poderia-se chegar à necessidade de um sistema maior para simular o contato com torque, obtendo-se resultados que seriam apenas aproximados aos experimentais, uma vez que a rugosidade não estaria sendo simulada. No método numérico encontrou-se muita dificuldade para realizar a simulação da rugosidade, apesar de sua viabilidade.

Uma grande vantagem do método numérico é a facilidade de variação de parâmetros nas situações possíveis de serem simuladas. Como exemplo, pôde-se variar facilmente o valor do módulo de elasticidade, mostrando que, em qualquer corpo em que isto é feito, cilindro ou semi-plano, o efeito sofrido é o mesmo em relação ao deslocamento. Além disto, a variação de $\tau_{\text{máx}}$ e da distância do maior $\tau_{\text{máx}}$ à superfície não depende do corpo cujo módulo de elasticidade foi modificado. Uma desvantagem encontrada foi a impossibilidade de simular o teste com torque usando a mesma carga aplicada no método experimental, uma vez que o programa não convergiu. Analisando-se os arquivos criados pelo programa Ansys 5.0, na simulação do torque com

esta carga, nota-se que foram utilizadas 25 iterações, número máximo de iterações sem chegar ao limite de carga aplicada. Chegou-se a 67% da carga aplicada, e o "substep" atingiu o limite antes do programa convergir. Através dos manuais do programa Ansys 5.0 [31] e do Anexo 3 pode-se perceber que a constante de rigidez de contato, KN, deve ser modificada até que o programa possa convergir. Porém, esta mudança da constante de rigidez de contato deve ser feita com cuidado, para não permitir a penetração e não criar uma matriz rigidez mal condicionada. Pode-se também tentar mudar o número máximo de iterações, o que não garante que o programa venha a convergir devido a não linearidade, ou quando for aplicada uma carga maior.

6.3-Considerações Gerais

Com os resultados obtidos, observa-se que em um estudo de Contato Mecânico semelhante ao contato de um cilindro com um plano, pode-se obter mais resultados e com maior segurança, quando é utilizada uma técnica experimental juntamente com um método numérico. Um método numérico pode melhorar o projeto de um teste experimental, enquanto que a técnica experimental pode monitorar os resultados obtidos na simulação numérica.

Neste estudo, foi feita uma análise paralela através do método numérico e Fotoelasticidade. Trabalhando com a técnica experimental da Fotoelasticidade, que tem a vantagem de obter corretamente as condições de contorno, e dar uma rápida visão qualitativa do estado de tensão, e o método numérico de Elementos Finitos, que permite soluções aproximadas de problemas cuja complexidade inviabiliza a utilização de métodos analíticos simples, e fornece soluções exatas nos problemas em que estes métodos analíticos podem ser usados, conseguiu-se chegar a

resultados que apenas um dos métodos não mostraria, ou, se mostrasse, deixaria incertezas e inseguranças. Existem várias sugestões para trabalhos futuros visando responder questões não contempladas neste trabalho. Por exemplo, pode-se simular numericamente a rugosidade, comparando os resultados com os resultados dos testes experimentais, bem como melhorar a simulação numérica do contato com aplicação do torque, comparando os resultados com os resultados dos testes experimentais. Pode-se também variar o módulo de elasticidade de um dos corpos no teste experimental, e comparar os resultados com os resultados das simulações numéricas. Ou ainda, como já foi estudado [33], pode-se analisar a variação da pressão de contato ao longo de grandes espessuras de cilindros com perfis diferentes, já que este trabalho mostrou que a variação da pressão de contato acarreta variação da tensão cisalhante máxima. Esta análise quando feita numericamente, tem que ser tridimensional e dará mais segurança se for feita em paralelo com a Fotoelasticidade tridimensional. É importante considerar que, em qualquer destas sugestões deve-se utilizar a combinação de uma técnica experimental com um método numérico.

Os objetivos deste trabalho foram ampliados pelo fato de terem sido utilizados métodos experimentais, em paralelo com métodos numéricos. Inicialmente, buscava-se chegar aos resultados analíticos através da aplicação das simplificações consideradas por Hertz. Porém, uma grande quantidade de questões foram abertas durante a realização do trabalho, e na medida em que algumas eram solucionadas, surgiam outras. Quando um dos métodos não respondia uma dúvida, a resposta era encontrada no outro, e quando os dois métodos respondiam a mesma dúvida, seus resultados eram comparados entre si e com as proposições teóricas.

Com o avanço tecnológico das técnicas experimentais e numéricas utilizadas, não encontrou-se sentido em aplica-las apenas para se chegar a resultados já conhecidos analiticamente. Conseguiu-se, até mesmo, mostrar e discutir resultados que não eram esperados. São desafios como estes que tornam a pesquisa na Engenharia atraente e mais necessária, pois não se trata apenas de concordar ou discordar com o que já foi mostrado, mas também de buscar respostas para o que ainda não é considerado fácil de ser solucionado.

CAPÍTULO 7

7-CONCLUSÃO

Na análise da tensão de contato entre um cilindro e um plano, foram utilizadas as técnicas experimentais de Fotoelasticidade plana e tridimensional e o método numérico de Elementos Finitos. Os resultados foram comparados com os resultados da Teoria do Contato Elástico de Hertz, obtidos por um programa analítico. As principais conclusões obtidas neste trabalho foram:

-A Fotoelasticidade 3D é uma técnica apropriada para o estudo de contato, principalmente na região próxima à superfície.

-Existe uma maior dificuldade na realização de testes experimentais quando apresentam todas as simplificações consideradas por Hertz. Porém, nos testes experimentais e principalmente nas simulações numéricas com simplificações consideradas por Hertz, como já era esperado, a curva $\tau_{\text{máx}}$ x Distância ficou próxima à curva analítica de Hertz.

-Notou-se que, algumas variações dos parâmetros envolvidos no contato de um cilindro com um plano causaram efeitos significativos com relação à curva $\tau_{\text{máx}}$ x Distância, e, principalmente, com relação ao ponto de maior $\tau_{\text{máx}}$. A rugosidade e o torque aplicado causaram as maiores diferenças na curva $\tau_{\text{máx}}$ x Distância em relação à curva de Hertz, enquanto que o atrito não causou as influências esperadas.

-Com a presença de rugosidade nos corpos ou com a utilização do grão (terceiro corpo), o valor do maior $\tau_{\text{máx}}$ diminuiu e a distância do ponto de maior $\tau_{\text{máx}}$ em relação à superfície aumentou.

-Quando foi aplicado o torque, o valor do maior $\tau_{\text{máx}}$ aumentou e a distância do ponto de maior $\tau_{\text{máx}}$ em relação à superfície diminuiu.

-Com o aumento do módulo de elasticidade de um dos corpos, o valor do maior $\tau_{\text{máx}}$ aumentou e a distância do ponto de maior $\tau_{\text{máx}}$ em relação à superfície diminuiu. As curvas $\tau_{\text{máx}} \times$ Distância para módulos de elasticidade iguais ou diferentes são convergentes em uma distância relativamente grande.

-No método numérico foi encontrada dificuldade na simulação do torque, não sendo feita a simulação da rugosidade. Porém, na simulação do contato com as simplificações de Hertz, obteve-se resultados mais próximos aos de Hertz do que nos métodos experimentais. Além disto, pôde-se fazer análises da variação do módulo de elasticidade, da pressão e do deslocamento na superfície de contato...

-O fato de terem sido utilizados métodos numéricos e experimentais favoreceu a obtenção de um número maior de resultados.

8-REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1]-HERTZ, L.H.; Gesammelte Werke , Leipzig, Germany, Vol.1, 1895.
- [2]-JOHNSON, K.L.; Contact Mechanics , Cambridge University, Cambridge, 1985.
- [3]-MCEWEN, E.; "Stress in Elastic Cylinders in contact along generatrix." Philosophical Magazine, Vol.40, pp. 454, 1949.
- [4]-KELLEY, B.W. and PEDERSEN, R.; "The Beam Strength of Modern Gear-Tooth Design", Trans SAE, pp. 137-157, 1958.
- [5]-LINGAIAH, K. and RAMACHANDRA, K.; "Photoelastic Optimization of the Profiles Wildhaber-Novikov Gears", Experimental Mechanics, Vol.16,3, pp. 116-120, 1976.
- [6]-LINGAIAH, K. and RAMACHANDRA,K.; "Three-dimensional Photoelastic Study of the Load-carrying Capacity/Face Width Ratio of Wildhaber-Novikov Gears for Automotive Applications", Experimental Mechanics, Vol.17,10, pp. 392-397, 1977.
- [7]-ZOCHOWSK, M.B., WAAS, A.M., ANDERSON, W.J. and MINIATT, C.E.; "Reduction of Contact by use of Relief Notches", Experimental Mechanics, Vol.31,3, pp. 271-275, 1991.

- [8]-BOWDEN, F. P. and TABOR, D.; "Friction and Lubrification of Solids." London: Oxford University Press, (1951) Vol.I, (1964) Vol.II.
- [9]-OLLERTON, E. and HAINES, D.J.; Contact stress distributions on elliptical contact surfaces subjected to radial and tangential forces. Proceedings Institution of Mechanical Engineers, 177, 95, 1963.
- [10]-DALLY, J.W. and CHEN, Y.-M.; "A Photoelastic Study of Friction at Multipoint Contacts", Experimental Mechanics, Vol.31,2, pp. 144-149, 1991.
- [11]-GREENWOOD, J.A. and TRIPP, J.H.; "The Elastic Contact of Rough Spheres", Trans ASME, Journal of Applied Mechanics, pp. 153-159, 1967.
- [12]-LO, C.C.; "Elastic Contact of Rough Cylinders", Int. J. Mech. Sci. Pergamon Press., Vol.11, pp. 105-115, 1969.
- [13]-FREIRE, J.L.F. and GAMA, A.L.; "Contact Stresses in Rough Surfaces By Photoelasticity", Proceeding of SEM Spring Conference, Milwaukee, WI, June/1991.
- [14]-BRÉMOND, C. and DURELLI, A.J.; "Experimental Analysis of Displacements and Shears at Surfaces of Contact", Experimental Mechanics, Vol.21,3, pp. 105-109, 1981.

- [15]-SARAMAGO, S.F.P.; Contribuição ao Estudo do Contato Elástico entre um cilindro e um plano, com atrito seco , Tese de Mestrado, Engenharia Mecânica, UFU/Uberlândia, 1990.
- [16]-BRITO, J.N.; Estudo dos efeitos dos erros geométricos e dos defeitos superficiais no Comportamento Dinâmico de Redutores de Eixos Flexíveis , Tese de Mestrado, Engenharia Mecânica, UFU/Uberlândia, 1994.
- [17]-DALLY, J.W. and RILEY, W.F.; Experimental Stress Analysis , McGraw-Hill, 1978.
- [18]-GOMIDE, H.A. e CERNOSEK, J.; "Desenvolvimento de um Material para Fotoelasticidade Tridimensional", Anais do III COBEM, pp. 27-42, 1975.
- [19]-PINDERA, J.T. and MAZURKIEWICS, S.B.; "Studies of Contact Problems Using photoelastic Isodynes", *Experimental Mechanics*, Vol.21,12, pp.448-455, 1981.
- [20]-WILCOX and COLEMAM; "Aplication of Finite Elements to the analysis of gear tooth stress", *Journal of Engineering for Industry*, pp. 1139-1148, Nov., 1973.
- [21]-ALIABADI, M.H. and BREBBIA, C.A.; Computational Methods in Contact Mechanics , Series: Computational Engeneering, March, 1993.

- [22]-ALIABADI, M.H. and BREBBIA, C.A.; Contact Mechanics , Wessex Institute of Technology, UK. University of Portsmouth, July, 1993.
- [23]-TIMOSHENKO, S.P. and GERE, J.E.; Mecânica dos Sólidos , Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, 1984, Vol.1.
- [24]-TIMOSHENKO, S.P. and GOODIER, J.N.; Theory of Elasticity , McGraw-Hill, 1982.
- [25]-SHIGLEY, J.E.; Elementos de Máquinas , Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, 1984.
- [26]-HALLING, J.; Principles of Tribology , The Macmillan Press LTD, London, 1975.
- [27]-DURELLI, A.J. and RILEY, W.F.; Introduction to Photomechanics , Prentice-Hall.
- [28]-ZANDMAN, F. and MALER, H.N.; "Six New Techniques for Photoelastic Coatings", Product Engineering, pp. 42-45, June, 1961.
- [29]-MURPHY, G.; Similitude in Engineering , The Ronald Press Comp., New York, 1950.
- [30]-WILSON, E.L. and HABIBULAH, A.; A series of Computer Programs for the Static and Dynamic Finite Element Analysis of Structures - SAP90 , 1986.

[31]-Manual do Software Comercial ANSYS 5.0; Swanson Analysis Systems, Inc.

[32]-HUEBNER, K.H., and THORNTON, E.A.; The Finite Element Method for Engineers , John Wiley & Sons, Inc. Second Edition, 1982.

[33]-"El Perfil Logarítmico en los Modernos Rodamientos de Rodillos Cilíndricos y Cónicos", Revista de Rodamientos, Madrid, nº 230, p. 2-10, abr. 1987.

[34]-MONTMITONNET, P., EDLINGER, M. L. and FELDER, E.; "Finite Element Analysis of Elastoplastic Indentation: Part I - Homogeneous Media", Trans ASME, Journal of Tribology, Vol.115, pp. 10-14, 1993.

[35]-KOMVOPOULOS, K., "Elastic-Plastic Finite Element Analysis of Indented Layered Media", Trans ASME, Journal of Tribology, Vol.111, pp. 430-439, 1989.

[36]-KUCHARSKI, S., KLIMCZAK, T., POLIJANIUK, A. and KACZMAREK, J.; "Finite Elements Model for the contact of rough surfaces", WEAR, Vol.177, pp. 1-13, 1994.

[37]-OLIVEIRA, S. A. G., Failure Mechanisms in Coated Solids under Contact Loading , Tese de Doutorado, Divisão de Engenharia, Universidade Brown/Rhode Island/Estados Unidos, 1996.

9-ANEXO

ANEXO 1

PROGRAMA ANALÍTICO EM TURBO BASIC

```
CLS
input " NOME DO ARQUIVO = "; W$
open W$ for output as #1
P# = 4.7826 ' Kgf/mm
E1# = 185.38 ' Kgf/mm^2
R# = 27.5 ' mm
a# = sqr (4*P#*R#/(3.1415927*E1#))
P0# = sqr (P#*E1#/(3.1415927*R#))
input " CALCULAR : 1 - Sx e Sy ; 2 - T1 para X=0 : ";K
if K = 1 then
input " VALOR DE X = ";X#
input " VALOR DE Y = ";Y#
m# = sqr((1/2)*(sqr((a#^2-X#^2+Y#^2)^2+4*X#^2*Y#^2)+(a#^2-
X#^2+Y#^2)))
n# = sqr((1/2)*(sqr((a#^2-X#^2+Y#^2)^2+4*X#^2*Y#^2)-(a#^2-
X#^2+Y#^2)))
if y# < 0 then
a# = -1 * m#
m# = a#
end if
if x# < 0 then
b# = -1 * n#
n# = b#
end if
Sx# = (-P0#/a#)*(m#*(1+(Y#^2+n#^2)/(m#^2+n#^2))-2*Y#)
Sy# = (-P0#/a#)*m#*(1-(Y#^2+n#^2)/(m#^2+n#^2))
print #1 ," n = ";n#
print #1 ," m = ";m#
print #1 ," X = ";X#
print #1 ," Y = ";Y#
print #1 ," Tensao Sx = ";Sx#
```

```

print #1 , " Tensao Sy = ";Sy#
close #1
beep
end
else
T1max = 0.3 * P0#
Y1 = 0.78 * a#
print #1 , " Y           T1           T1/P0"
X# = 0
for Y# = (0.5) to (10.0) step (0.5)
m#   =   sqrt((1/2)*(sqrt((a#^2-X#^2+Y#^2)^2+4*X#^2*Y#^2)+(a#^2-
X#^2+Y#^2)))
n#   =   sqrt((1/2)*(sqrt((a#^2-X#^2+Y#^2)^2+4*X#^2*Y#^2)-(a#^2-
X#^2+Y#^2)))
Sx# = (-P0#/a#)*(m#*(1+(Y#^2+n#^2)/(m#^2+n#^2))-2*Y#)
Sy# = (-P0#/a#)*m#*(1-(Y#^2+n#^2)/(m#^2+n#^2))
T1# = ( Sx# - Sy# ) / 2
TP# = T1#/P0#
print #1 , Y# , T1# , TP#
next Y#
print #1 , " a = " ; a#
print #1 , " T1max = " ; T1max
print #1 , " Y(T1max) = " ; Y1
close #1
end if
beep
end

```

ANEXO 2

PROGRAMAS NUMÉRICOSA.2.1-SIMULAÇÃO 1 - CARGA NORMAL :

/Prep7

Estado plano de tensao, meia malha, 0.3217 .

et,1,42,,,3

MP,EX,1,5.9

MP,NUXY,1,0.42

R,1,1

et,2,48

MP,MU,2,0

R,2,5.9

Keyopt,2,7,1

Csys,1

k,1

k,2,20.5,90

k,3,27.5,90

k,4,20.5

k,5,27.5

k,6,20.5,-83.7

k,7,27.5,-83.7

k,8,20.5,-90

k,9,27.5,-90

l,2,3,5

l,4,5,5

l,6,7,25

l,8,9,25

l,1,2,3

l,1,4,3

l,1,6,7

l,1,8,7

larc,2,4,1,21.5,3

larc,3,5,1,27.5,3

larc,4,6,1,21.5,4

larc,5,7,1,27.5,4

larc,6,8,1,21.5,25

larc,7,9,1,27.5,25

Csys,0

k,10,0,-27.5

k,11,3,-27.5

k,12,30,-27.5

k,13,0,-34.5

k,14,3,-34.5

k,15,30,-34.5

k,16,0,-45

k,17,3,-45

k,18,30,-45

l,10,11,25

l,13,14,25

l,16,17,25

l,11,12

l,14,15

l,17,18

l,10,13,25

l,11,14,25

l,12,15,25

l,13,16

l,14,17

l,15,18

lsel,s,line,,18,20

lsel,a,line,,24,26

lesize,all,,3,4

lsel,all

a,4,1,2,4

a,5,3,2,4

a,6,1,4,6

a,7,5,4,6

a,8,1,6,8

a,7,6,8,9

a,14,11,10,13

a,15,12,11,14

a,17,14,13,16

a,18,15,14,17

amesh,all

numcmp,node

numcmp,elem

Modmsh,Chec

Type,2

Mat,2

Real,2

lsel,s,line,,14

nsll,s,1

cm,contato,node

lsel,s,line,,15

nsll,s,1

cm,alvo,node

lsel,all

nset,all

gcgen,contato,alvo,3

nropt,1,,on

nlgeom,on

fini

/solu

CNVTOL,f,,0.01,,,-0.3

nsel,s,loc,y,-45

d,all,all,0

nsel,all

nsel,s,loc,x,0

dsym,symm,x,0

nsel,all

/PBC,all,1

f,14,fy,-0.1609

kbc,0

autots,on

A.2.2-SIMULAÇÃO 7 - CARGA NORMAL E TORQUE :

/Prep7

Estado plano de tensao com atrito e torque, 0.3217 .

et,1,42,,3

MP,EX,1,5.9

MP,NUXY,1,0.42

R,1,1

et,2,48

MP,MU,2,0.5

R,2,5.9,0.059

keyopt,2,3,1

Keyopt,2,7,1

et,3,14

R,3,0.3

keyopt,3,3,2

Csys,1

k,1

k,2,20.5,90
k,3,27.5,90
k,4,20.5
k,5,27.5
k,6,20.5,-83.7
k,7,27.5,-83.7
k,8,20.5,-90
k,9,27.5,-90

l,2,3,5
l,4,5,5
l,6,7,25
l,8,9,25
l,1,2,3
l,1,4,3
l,1,6,7
l,1,8,7

larc,2,4,1,21.5,3
larc,3,5,1,27.5,3
larc,4,6,1,21.5,4
larc,5,7,1,27.5,4
larc,6,8,1,21.5,25
larc,7,9,1,27.5,25

Csys,0

k,10,0,-27.5
k,11,3,-27.5
k,12,30,-27.5
k,13,0,-34.5
k,14,3,-34.5
k,15,30,-34.5
k,16,0,-45
k,17,3,-45
k,18,30,-45

l,10,11,25

l,13,14,25

l,16,17,25

l,11,12

l,14,15

l,17,18

l,10,13,25

l,11,14,25

l,12,15,25

l,13,16

l,14,17

l,15,18

lsel,s,line,,18,20

lsel,a,line,,24,26

lesize,all,,,3,4

lsel,all

a,4,1,2,4

a,5,3,2,4

a,6,1,4,6

a,7,5,4,6

a,8,1,6,8

a,7,6,8,9

a,14,11,10,13

a,15,12,11,14

a,17,14,13,16

a,18,15,14,17

amesh,all

arsym,1,all

nset,s,loc,x,0

nset,r,loc,y,-27.5,27.5

nset,u,node,,885

nset,u,node,,2584

nummrg,node

nummrg,kp

nall
nset,s,loc,x,0
nset,r,loc,y,-45,-27.5
nset,u,node,,234
nummrg,node
nummrg,kp
nall

numcmp,node
numcmp,elem
Modmsh,Chc

Type,2
Mat,2
Real,2

lset,s,line,,14
nsl,s,1
cm,contato1,node
lset,s,line,,15
nsl,s,1
cm,alvo1,node
lset,all
nset,all
gngen,contato1,alvo1,6

lset,s,line,,40
nsl,s,1
cm,contato2,node
lset,s,line,,42
nsl,s,1
cm,alvo2,node
lset,all
nset,all
gngen,contato2,alvo2,6

n,3329,-5,27.5

Type,3
 Mat,3
 Real,3

e,14,3329

nropt,1,,on
 nlgeom,on

fini
 /solu

CNVTOL,f,,0.01,, -0.4
 nsel,s,loc,y,-45
 d,all,all,0
 nsel,all
 d,3329,all,0
 d,1,ux,0
 /PBC,all,1

f,14,fy,-0.3217
 f,14,fx,0.12
 kbc,0
 autots,on

A.2.3-MACRO PARA CÁLCULO DA TENSÃO CISALHANTE MÁXIMA :

etable,sig1,s,x
 etable,sig2,s,y
 etable,sig3,s,xy
 sadd,sig4,sig1,sig2,0.5,-0.5
 sexp,sig5,sig4,,2
 sexp,sig6,sig3,,2
 sadd,sig7,sig5,sig6
 sexp,sig8,sig7,,0.5

ANEXO 3

CARACTERÍSTICAS DOS ELEMENTOS UTILIZADOS

A.3.1-PLANE42 - Elemento utilizado para as construções estruturais.

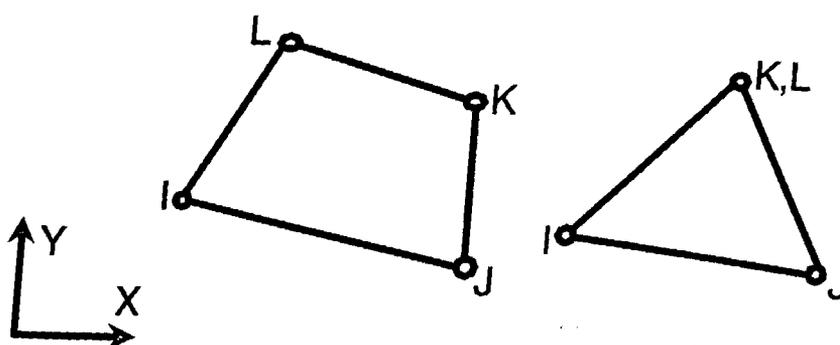


Figura A3.1 - PLANE42 2D Elemento Sólido Estrutural.

É um tipo de elemento usado para modelar estruturas sólidas em estado plano de tensão ou deformação, ou com simetria em relação a um eixo. Este tipo de elemento é definido por quatro nós tendo dois graus de liberdade em cada nó: translação nas direções X e Y.

Dados de entrada necessários para a análise de tensão:

Nome do Elemento	PLANE42
Nós	I, J, K, L
Graus de Liberdade	UX, UY

Constantes Reais	Nenhuma, se opção (3) = 0, 1, 2 Espessura, se opção (3) = 3
Propriedades do material	$E_{x,y,z}$, $\nu_{xy,xz,yz}$

- Opção (1) 0 - Sistema de coordenadas do elemento é paralelo ao sistema de coordenadas global
1 - Sistema de coordenadas do elemento tem o eixo X no lado I-J
- Opção (2) 0 - Inclui o deslocamento extra do formato
1 - Suprime o deslocamento extra do formato
- Opção (3) 0 - Tensão plana
1 - Simetria a um eixo
2 - Deformação plana
3 - Tensão plana com valor da espessura
- Opção (5) 0 - Solução de elemento básica
1 - Repete solução básica para todos os pontos de integração
2 - Solução de tensão nodal
- Opção (6) 0 - Solução de elemento básica
1 - Solução de superfície para a face IJ incluída
2 - Solução de superfície para as faces IJ e KL incluídas
3 - Solução não linear em cada ponto de integração incluída
4 - Solução de superfície para as faces com pressão diferente de zero

Dados de saída para a análise de tensão:

A solução é associada ao elemento em duas formas :

1) Deslocamentos nodais incluídos na solução nodal global.

2) Dados dos elementos, sendo estes :

EL	Número do elemento
NÓS	Nós I, J, K, L
MAT	Número do material
Espessura	Valor da espessura
Localização	x,y
PRES	Pressão em cada face
SINT	Intensidade de tensão
SEQV	Tensão equivalente
EPEL (x, y, z, xy)	Deformações elásticas
EPEL (1, 2, 3)	Deformações elásticas principais
S (x, y, z, xy)	Tensões
S (1, 2, 3)	Tensões principais
Se a opção (6) = 1, 2 ou 4:	
Face	Rótulo da superfície
EPEL (Par, Per, z)	Deformações elásticas da superfície (paralela, perpendicular, z)
S (Par, Per, z)	Tensão de superfície (paralela, perpendicular, z)
SINT	Intensidade de tensão de superfície
SEQV	Tensão equivalente de superfície

A.3.2-CONTAC48 - Elemento utilizado para o contato.

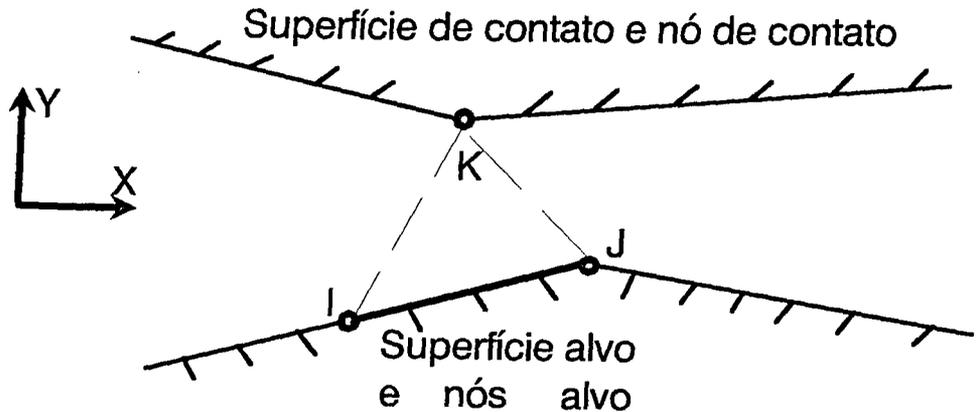


Figura A3.2 - CONTAC48 2D Elemento de contato
Ponto - Superfície.

É o tipo de elemento usado para contatos gerais entre duas superfícies em duas dimensões. O contato ocorre quando o nó de contato penetra a linha alvo. O elemento tem dois graus de liberdade em cada nó: translação nas direções X e Y. Tanto o atrito elástico de Coulomb quanto o atrito rígido de Coulomb podem ser aplicados, sendo que o deslizamento é ao longo da linha alvo.

Constantes Reais:

Este tipo de elemento exige o uso de algumas constantes reais para fixação das características do contato.

KN representa uma rigidez de contato que age na direção normal da linha alvo. Reforça a compatibilidade de deslocamento pela limitação da base alvo pelo nó de contato. Deve-se usar valores altos de KN quando for usada apenas a função penalidade, ou seja, quando opção (2)

= 0. Os valores de KN podem variar bastante, e em problemas de não linearidade tem-se:

$$KN = f E h \quad (A3.1)$$

f é o fator de compatibilidade; $0.01 < f < 100$. geralmente $f=1$ é um bom valor a ser usado;

E é o módulo de Young. Quando houverem dois módulos de Young diferentes, deve-se usar o valor do maior;

h é o tamanho característico do contato. Deve-se usar $h=1$ quando estiver em estado plano de tensão ou deformação, sem o valor da espessura na entrada, e usar $h=$ espessura quando estiver em estado plano de tensão ou deformação, com o valor da espessura na entrada.

KT é usada para especificar o atrito que age na direção tangencial da linha alvo.

TOLN é uma tolerância de contato admitida pelo usuário quando é utilizada a função penalidade juntamente com o método do multiplicador de Lagrange, ou seja, quando a opção (2) = 1.

FACT é a razão entre os coeficientes de atrito estático e dinâmico, usada quando a opção (3) = 1. Tem seu valor igual a 1 se for omitida no programa.

MU é o coeficiente de atrito dinâmico.

TOLS é uma tolerância no comprimento da linha alvo, utilizada quando existe instabilidade do nó de contato em permanecer sobre uma ou outra linha alvo.

Dados de entrada:

Nome do elemento	CONTAC48
Nós	I, J, K
Graus de liberdade	UX, UY

Constantes Reais	KN, KT, TOLN, FACT, TOLS
Propriedades do material	MU
Características especiais	Não linear, Grande deflexão

- Opção (2) 0 - Função penalidade
 1 - Função penalidade + Multiplicador de Lagrange
- Opção (3) 0 - Sem atrito
 1 - Atrito elástico de Coulomb
 2 - Atrito rígido de Coulomb
- Opção (7) Usada para controlar o tempo dos contatos previstos quando o carregamento automático é selecionado
- 0 - Sem contato, perda de contato ou tempo previsto aderência/deslizamento foi executado
- 1 - Mudanças nos contatos previstos são feitas para manter um razoável incremento tempo/carregamento (recomendado)
- 2 - Mudanças nos contatos previstos são feitos para realizar o mínimo incremento tempo/carregamento sempre que uma mudança na posição de contato ocorre

Dados de saída para a análise de tensão:

EL	Número do elemento
NÓS	Nós I, J, K
Xc, Yc	Localização central x, y
STAT, OLDST	Atual e anterior posições de contato: 1 - Fechado e aderindo

	2 - Fechado e deslizando
	3 - Aberto e perto do contato
	4 - Aberto e longe do contato
Nx, Ny	Componentes do vetor normal à superfície
FNTOT	Força normal total
FNPF	Componente da força normal da função penalidade
GAP	Comprimento da abertura ou da penetração
LEN	Comprimento da linha alvo
LOC	Localização dimensional do nó de contato I na linha alvo (-1 a 1)
Dados quando opção (3) = 1 ou 2 e STAT = 1 ou 2:	
FS	Força tangencial
FSLIM	Limite da força de atrito
MU	Coefficiente de atrito
ANGLE	Ângulo principal da força de atrito

ANEXO 4

FOTOS USADAS NA ANÁLISE POR
FOTOELASTICIDADE PLANA

As fotos mostradas nas Figuras A4.1, A4.2, A4.3 e A4.4 foram tiradas com campo claro, mostrando as meias franjas dos testes correspondentes, sendo que, em todos estes testes foi aplicada apenas carga normal. Nestas Figuras as fotos estão ampliadas 1,5X, enquanto que, para a leitura das ordens de franja as fotos foram ampliadas 3X.

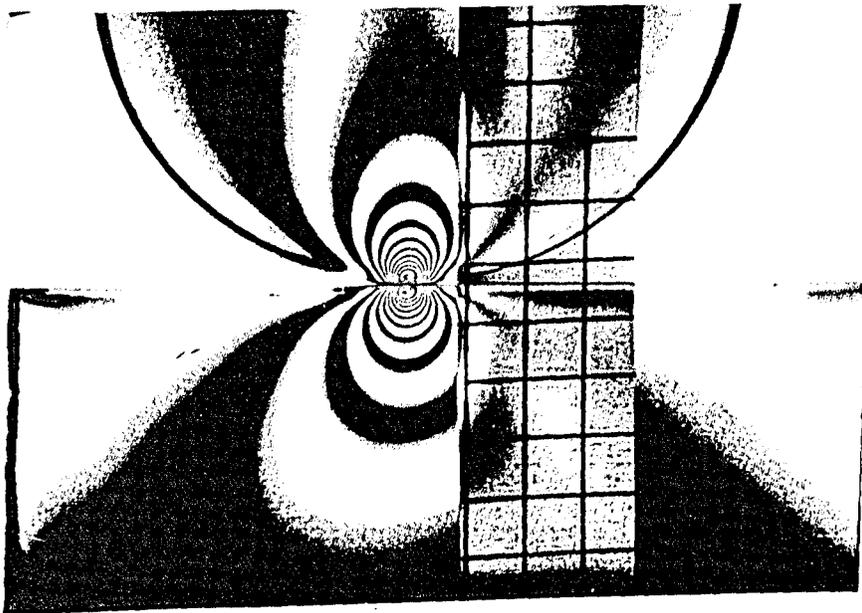


Figura A4.1 - Foto obtida no teste 10. Utilização de silicone.

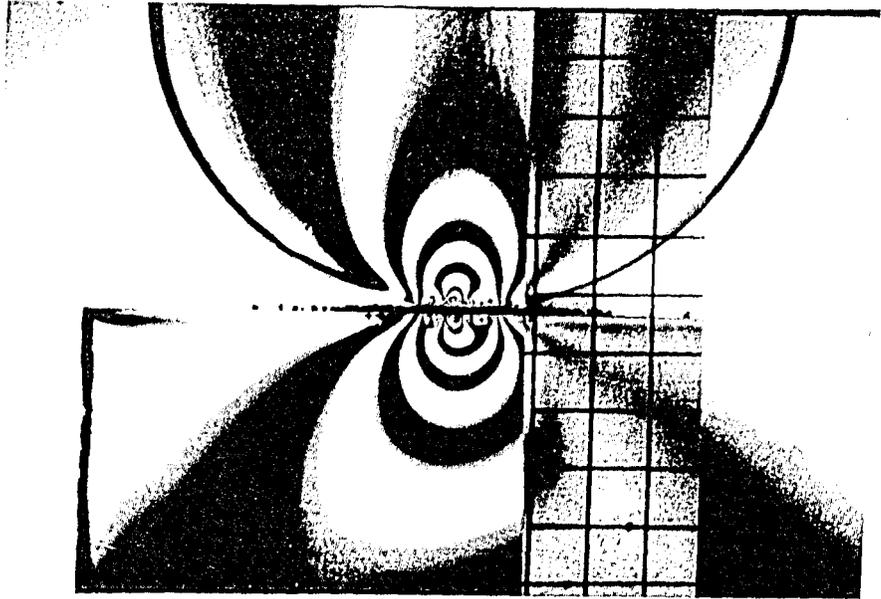


Figura A4.2 - Foto obtida no teste 11. Utilização do grão de areia 50, granulometria = $300\mu\text{m}$.

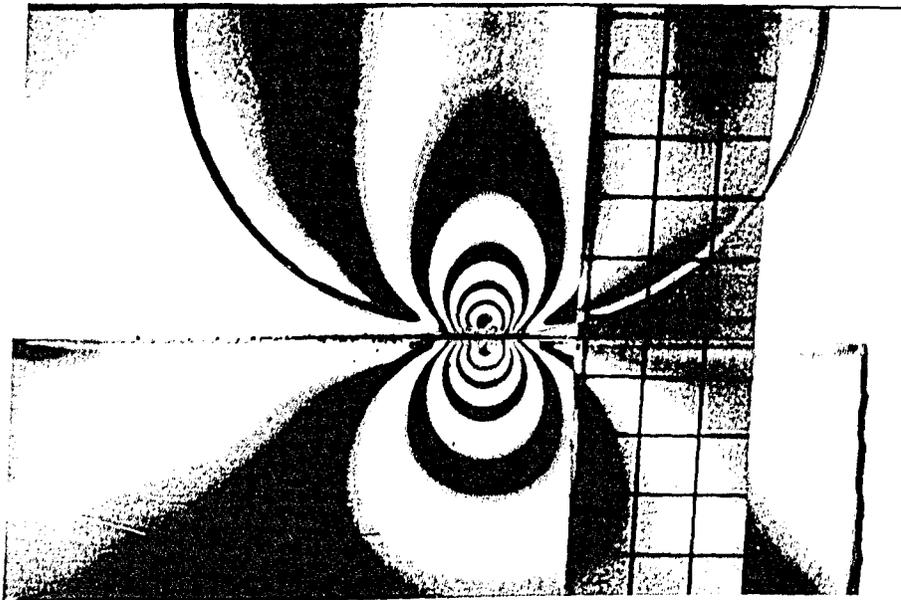


Figura A4.3 - Foto obtida no teste 12. Utilização do grão de areia 100, granulometria = $150\mu\text{m}$.

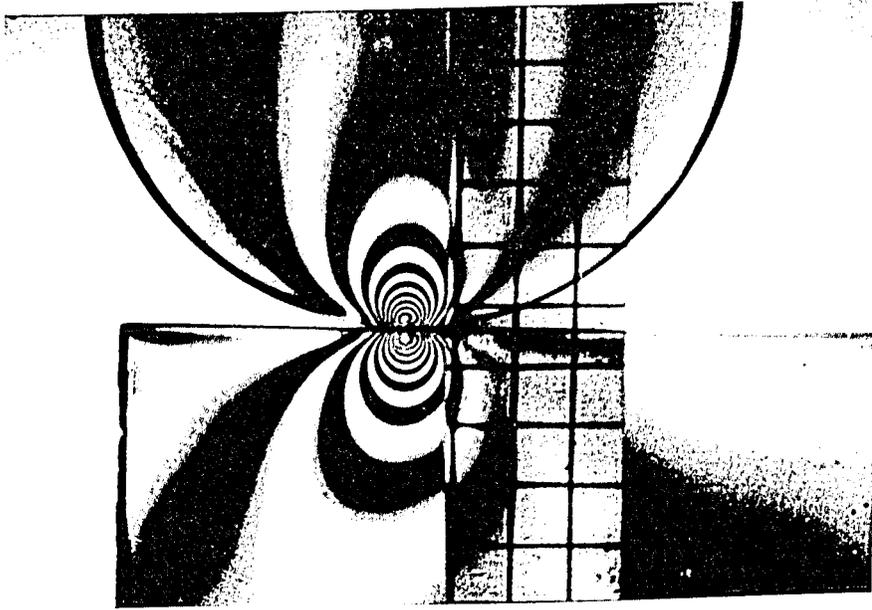


Figura A4.4 - Foto obtida no teste 13. Utilização do grão de alumina 240, granulometria = $52\mu\text{m}$.