

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

GISELLE MORAES RESENDE PEREIRA

**CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL NO CURSO DE AGRONOMIA:
UMA PERSPECTIVA DE TRABALHO DE PROJETOS COM MODELAGEM
MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS DIGITAIS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO**

Uberlândia/MG
2019

GISELLE MORAES RESENDE PEREIRA

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL NO CURSO DE AGRONOMIA:
UMA PERSPECTIVA DE TRABALHO DE PROJETOS COM MODELAGEM
MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS DIGITAIS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO

Trabalho de conclusão de curso apresentado como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Educação no PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO da UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA.

Área de concentração: Educação em Ciências e Matemática

Orientador: Prof. Dr. Arlindo José de Souza Junior

Uberlândia/MG
2019

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

P436
2019 Pereira, Giselle Moraes Resende, 1987-
Cálculo diferencial e integral no curso de agronomia [recurso eletrônico] : uma perspectiva de trabalho de projetos com modelagem matemática e tecnologias digitais de informação e comunicação / Giselle Moraes Resende Pereira. - 2019.

Orientador: Arlindo José de Souza Junior.
Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Pós-graduação em Educação.

Modo de acesso: Internet.

Disponível em: <http://doi.org/10.14393/ufu.te.2019.2473>

Inclui bibliografia.

Inclui ilustrações.

1. Educação. I. Souza Junior, Arlindo José de , 1963-, (Orient.).
II. Universidade Federal de Uberlândia. Pós-graduação em Educação. III. Título.

CDU: 37

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:
Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074


UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Educação
 Av. João Naves de Ávila, 2121, Bloco 1G, Sala 156 - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-MG, CEP 38400-902
 Telefone: (34) 3239-4212 - www.ppged.faced.ufu.br - ppged@faced.ufu.br


ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Educação				
Defesa de:	Tese de Doutorado Acadêmico, 47/2019/237, PPGED				
Data:	Onze de dezembro de dois mil e dezenove	Hora de início:	14:00	Hora de encerramento:	16:30
Matrícula do Discente:	11613EDU031				
Nome do Discente:	GISELLE MORAES RESENDE PEREIRA				
Título do Trabalho:	"CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL NO CURSO DE AGRONOMIA: Uma perspectiva de TRABALHO DE PROJETOS COM MODELAGEM MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS DIGITAIS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO"				
Área de concentração:	Educação				
Linha de pesquisa:	Educação em Ciências e Matemática				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Educação Matemática Digital na Escola Pública				

Reuniu-se no Anfiteatro/Sala 1G145, Campus Santa Mônica, da Universidade Federal de Uberlândia, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Educação, assim composta: Professores Doutores: João Frederico da Costa Azevedo Meyer - UNICAMP; Maria Salett Biembengut - FURB; Guilherme Saramago de Oliveira - UFU; Maria Teresa Menezes Freitas - UFU e Arlindo José de Souza Júnior - UFU, orientador(a) do(a) candidato(a).

Iniciando os trabalhos o(a) presidente da mesa, Dr(a). Arlindo José de Souza Júnior, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato(a), agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado(a).

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Arlindo José de Souza Junior, Professor(a) do Magistério Superior**, em 11/12/2019, às 16:27, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Guilherme Saramago de Oliveira, Professor(a) do Magistério Superior**, em 11/12/2019, às 16:27, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **João Frederico da Costa Azevedo Meyer, Usuário Externo**, em 11/12/2019, às 16:29, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Maria Teresa Menezes Freitas, Professor(a) do Magistério Superior**, em 11/12/2019, às 16:31, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Maria Salett Biembengut, Usuário Externo**, em 11/12/2019, às 16:34, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site

[https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?](https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0)

[acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0](https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **1746134** e o código CRC **F3468171**.

Aos meus pais Francisco e Jane,
À minha irmã Sibelle,
Ao meu esposo Odair e,
À minha filha Manuela.

AGRADECIMENTOS

Ao Arlindo José de Souza Júnior, meu orientador, professor e amigo, por ter me acompanhado nesta trilha do Ensino com Pesquisa. Obrigada por toda compreensão, incentivo e ensinamentos compartilhados.

Ao Danilo Elias de Oliveira, por todo apoio, amizade e por experimentar junto comigo a construção de um trabalho colaborativo.

Aos professores João Frederico da Costa Azevedo Meyer (Joni) e Maria Salett Biembengut por inspirar a mim, nesta tese, e a tantas outras pessoas que buscam o ensino de qualidade. Gigantes da Modelagem na Educação Matemática que admiro e respeito. Meus sinceros agradecimentos às contribuições e ensinamentos que foram dados na banca de defesa.

Aos professores Maria Teresa Menezes Freitas e Guilherme Saramago de Oliveira, pelos direcionamentos sugeridos na banca de qualificação e pelas valiosas contribuições dadas também na banca de defesa.

Aos participantes da pesquisa, pelo generoso aceite em participar.

Aos colegas professores da Faculdade de Matemática que me apoiaram nesse caminho da Educação Matemática. Agradeço, em especial, aos professores e amigos Antônio Carlos, Ednaldo e Fabiana.

Aos colegas professores da Universidade Federal de Uberlândia *campus* Monte Carmelo.

Aos colegas da turma de doutorado, pela convivência amiga.

A todos os profissionais do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Uberlândia. Agradeço, especialmente, aos meus professores, pelos ensinamentos, e às professoras Iara Maria, Geovana Melo e Marisa Lomônaco por toda ajuda antes mesmo de ingressar no Programa.

À Faculdade de Matemática da Universidade Federal de Uberlândia, pela concessão do meu afastamento.

À Universidade pública, em especial à Universidade Federal de Uberlândia.

À Eloísa Takahashi, pela cuidadosa revisão do texto.

À minha querida amiga Érika, pela boa companhia, por dividir comigo todos os momentos do doutorado. Agradeço por me acompanhar e aconselhar nesta tese e nas transformações da maternidade.

Aos meus pais, Francisco e Jane, por todo amor e incentivo. Especialmente

à minha mãe, pelos ensinamentos e por todo zelo comigo durante minha gestação, e com o nascimento da minha filha, pelo suporte, amor e total doação à ela, me tranquilizando e ajudando a terminar esta tese.

À minha amada e desejada filha, Manuela, que me transformou completamente. Com o seu nascimento aprendi o verdadeiro sentido da vida. Manuela, a mamãe te ama!

Ao meu marido, Odair, por me acompanhar nesse caminho com paciência e amor.

À minha irmã, Sibelle, que sempre esteve presente para me ouvir, aconselhar e apoiar. E, ao meu cunhado Rafael, pelas conversas e trocas de experiências.

À Deus, por todas as bênçãos recebidas e por ter colocado essas oportunidades e pessoas no meu caminho.

À todos os meus sinceros agradecimentos!

RESUMO

O presente texto da tese, uma pesquisa de cunho qualitativo, apresenta a análise do desenvolvimento de uma proposta de Trabalho de Projeto interdisciplinar que fez uso das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação e do processo da Modelagem Matemática para ensinar e aprender Cálculo, a partir do olhar dos estudantes do Curso de Agronomia que dela participaram, visando compreender as interações oportunizadas e as contribuições alcançadas. A proposta orientou-se pelo ensino de conteúdos do programa curricular das disciplinas Matemática I e Matemática II, que abordam em essência os conteúdos do Cálculo I e II, respectivamente, e, paralelamente, pela orientação à pesquisa. Foi desenvolvida de modo sequencial e realizada por meio de duas dinâmicas distintas, mas com intenções semelhantes. A proposta consistiu no desenvolvimento de projetos sobre temas/assuntos da Agronomia do interesse dos estudantes, em grupos, por meio de etapas que visaram estimular a percepção, a apreensão, a compreensão, a explicitação, a significação e a expressão dos alunos. Com a pesquisa realizada pelos grupos, o professor direcionou cada projeto para o ensino de alguns conteúdos dessas disciplinas, nos respectivos semestres em que elas foram ofertadas. Em Matemática I, cada grupo buscou por dados dentro da área das Ciências Agrárias para desenvolver seus projetos, que envolveram a determinação de uma situação-problema e a busca por sua solução, utilizando a Matemática. Esse percurso, feito em etapas, contou com a orientação do professor, ao direcionar cada projeto a algum conteúdo da disciplina, por meio da elaboração de Fichas Orientadoras, processo esse que reforçou o elo entre ensino e pesquisa. Já em Matemática II, o professor inicialmente definiu os conteúdos contemplados nos projetos da turma e solicitou que os dados fossem produzidos por meio da realização de experimentos com culturas do interesse de investigação de cada grupo. Novamente, com esses dados, o professor elaborou as Fichas Orientadoras com os mesmos objetivos das anteriores. As etapas foram acompanhadas por meio de relatórios e reuniões e, ao final de cada semestre, os projetos foram socializados em seminários. Em ambos, o Trabalho de Projeto foi acompanhado e orientado por um ambiente virtual de aprendizagem criado na plataforma *Moodle*, que continha diversos materiais e tarefas para a submissão dos relatórios. Fundamentados na Epistemologia Qualitativa de González Rey (2005), foram estruturados o caminho metodológico e a análise interpretativa das informações. A análise dos dados construídos nesta pesquisa indicaram que, ao propor que os alunos desenvolvessem os projetos, o professor passou a trabalhar o ensino com pesquisa e extensão na universidade. Os principais resultados permitiram a autora desta tese concluir que o Trabalho de Projeto foi implementado em diferentes formas de interações e teve, como principais agentes, os grupos de alunos e suas ações em produção coletiva. As tecnologias digitais atuaram nos processos de constituição das disciplinas com Projetos; no processo de modelagem dos dados, elaboração e resolução das fichas orientadoras (*softwares*); e no processo comunicativo entre os envolvidos. A Modelagem, por sua vez, aprimorou conhecimentos e despertou o gosto pela investigação. Ambas, com potencial de contribuir para a apropriação e aperfeiçoamento da linguagem matemática, científica e tecnológica pelos estudantes.

Palavras-chave: Trabalho de Projeto. Modelagem Matemática. Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação. Cálculo. Ensino Superior.

ABSTRACT

The body of this thesis of qualitative nature presents the analysis of a proposal development of an Interdisciplinary Work Project which made use of Digital Information and Communication Technologies and Mathematical Modeling to teach and learn Calculous, from the perspective of the students of Agronomy who took part, aiming to comprehend the interactions that were made possible and the reached contributions. The proposal guided itself by the teaching of content of the curricular program of the disciplines of Mathematics I and Mathematics II, which approach in essence the contents of Calculous I and Calculous II, respectively, and parallelly, by the orientation of the research. The research was conducted in a sequential manner and done by means of two distinct dynamics, but with similar intentions. The proposal consisted in the development of projects about topics/subjects of Agronomy that are of interest of the students, in groups, by means of stages which sought to stimulate the perception, the apprehension, the process of making things explicit, the meaningfulness and the expressions of students. With the research conducted by the groups, the professor directed each project to the teaching of some contents of these disciplines, in the respected semesters in which they were offered in. In Mathematics I, each group searched for data inside the field of Agronomy to develop their projects, which involved the determination of a problem-situation and the quest for its solution, utilizing mathematics. This path, done in steps, counted with the advisory of the professor, who directed each project to some content of the discipline, by means of elaboration of Advisory Sheets, which reinforced the link between research and teaching. In Mathematics II, the professor initially defined the contemplated contents in the projects of the class and solicited that the data be produced by means of experiments with crops that each group of students had interest to investigate. Again, with these data, the professor elaborated Advisory Sheets with the same objectives as the previous ones. The stages were followed by reports and meetings and at the end of each semester, the projects were socialized in seminars. In both stages, the Work Project was followed up and advised by a virtual learning environment created in the Moodle Platform, which had all sorts of material and tasks for the submission of the reports. Qualitative Epistemology Fundamentals of González Rey (2005) were used to structure the methodological path and the interpretative analysis of the information. The analysis of the constructed data in the research indicate that by proposing that the students developed the projects, the professor started to unite research, teaching and extension at the University. The main results allowed the author of this thesis to conclude that the Work Project was implemented in different forms of interaction and that it had as main agents the groups of students and their actions in collective production. The digital technologies acted on the constitution processes of the discipline with projects; in the process of data modeling, elaboration and resolution of Advisory Sheets (software); and in the communicative processes of the involved students. The modeling, in turn, enhanced knowledge and arose the curiosity for investigation in the students. Both of them, with potential to contribute to the appropriation and perfection of mathematical, scientific and technological language by the students.

Keywords: Work Project. Mathematical Modeling. Digital Information and Communication Technologies. Calculous. Undergraduate Education.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Distribuição de estudantes que participaram do projeto nas turmas de Matemática I e/ou Matemática II.	72
Figura 2 - Composição e definição dos protagonistas desta pesquisa.....	74
Figura 3 - Mapa mental do trabalho educativo desenvolvido em Matemática I.....	91
Figura 4 - Mapa mental do trabalho educativo desenvolvido em Matemática II.....	98
Figura 5 - Fluxograma de produção e plantio de saberes no Trabalho de Projeto. .	106
Figura 6 - Página inicial do AVA da disciplina Matemática I.....	130
Figura 7 - Página inicial do AVA da disciplina Matemática II.....	133
Figura 8 - Interação e interatividade na construção do conhecimento por meio do Trabalho de Projeto.....	143
Figura 9 - Mapa mental do trabalho educativo desenvolvido em Matemática I.....	150
Figura 10 - Apresentação do Seminário do Grupo 8.....	162
Figura 11 - Opções de croqui - piquetes e área de descanso.....	163
Figura 12 - Slide da apresentação do Grupo 2.....	169
Figura 13 - Gráficos para funções das técnicas de alta e média tecnologias.....	186
Figura 14 - Respostas do item A (ficha orientadora) apresentadas pelo Grupo 5...	188
Figura 15 - Gráfico feito no <i>GeoGebra</i> pelo Grupo 5.....	189
Figura 16 - Mapa mental do trabalho educativo desenvolvido em Matemática II. ...	194
Figura 17 - Teorema utilizado para classificar os pontos críticos da função.	196
Figura 18 - Teorema para determinar máximos e mínimos de funções com restrições.....	197
Figura 19 - Três vasos não responderam à aplicação de ureia.....	206
Figura 20 - Todos os vasos responderam à aplicação.....	207
Figura 21 - Resultados obtidos pelo Grupo 5.....	207
Figura 22 - Delineamento do experimento do Grupo 5.....	207
Figura 23 - Página do <i>site</i> para inserir a função.....	215
Figura 24 - Gráfico da função obtida para o grupo.....	215
Figura 25 - Curvas de nível da função obtida.....	216
Figura 26 - Gráfico da função obtida.....	216
Figura 27 - Gráfico da função obtida para o grupo 5.....	217
Figura 28 - Análise dos pontos encontrados pelo Grupo 5.....	218
Figura 29 - Apresentação da Estudante no Simpósio.....	231
Figura 30 - Turma de Matemática I em atividade experimental.....	234

Figura 31 - Engrenagem da Modelagem na perspectiva desta pesquisa.....	247
--	-----

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Produção acadêmica percentual por tipo de curso de pós-graduação....	42
Gráfico 2 - Quantidade de Produções Acadêmicas por Área de Conhecimento.	43
Gráfico 3 - Frequência dos conteúdos abordados.....	44
Gráfico 4 - Frequência das Tecnologias Digitais abordadas.	45
Gráfico 5 - Frequência dos grupos de trabalhos educativos.	47
Gráfico 6 - Frequência dos <i>softwares</i> nos trabalhos do Tipo 1.	51
Gráfico 7 - Frequência dos <i>softwares</i> nos trabalhos do Tipo 2.	55
Gráfico 8 - Frequência das Tecnologias Digitais utilizadas no auxílio da aprendizagem.....	71

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Comparativo entre os procedimentos de pesquisa de cada vertente.....	27
Quadro 2 - Comparativo entre os procedimentos de ensino de cada vertente.....	27
Quadro 3 - Informações sobre os colaboradores da pesquisa.	74
Quadro 4 - Grupos/Temas dos colaboradores da pesquisa.	76
Quadro 5 - Planejamento inicial para Matemática I do professor.	86
Quadro 6 - Distribuição dos pontos no Projeto em Matemática I.	93
Quadro 7 - Distribuição dos pontos no Projeto em Matemática II.	100
Quadro 8 - Comparativo dos projetos desenvolvidos em Matemática I e em Matemática II.....	103
Quadro 9 - Esquema para a organização dos dados dos grupos.	126
Quadro 10 - Temas escolhidos pelos grupos em Matemática I.....	151
Quadro 11 - Problemas apresentados nos relatórios dos protagonistas desta pesquisa.....	167
Quadro 12 - Situações-problemas apresentadas nos seminários dos protagonistas desta pesquisa.	176
Quadro 13- Conteúdos abordados nos projetos em Matemática I.	178
Quadro 14 - Resumo das situações-problemas abordadas nas fichas.	179
Quadro 15 - Culturas escolhidas pelos grupos em Matemática II.	199
Quadro 16 - Variáveis x e y definidas por cada grupo.....	202
Quadro 17 - Resumo das situações-problemas abordadas nas fichas.	210
Quadro 18 - Algoritmo implementado no <i>Maple</i> para obter as funções.....	211

Quadro 19 - Questões elaboradas pelo professor para o dia das apresentações...	220
Quadro 20 - Comparativo dos "Plantios" nas disciplinas.....	224
Quadro 21 - Origem e destino (grupos) dos alunos protagonistas da pesquisa.....	230

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Produção por Instituição de Educação Superior de 2002 a 2016.....	42
Tabela 2 - Distribuição dos trabalhos no grupo.	48
Tabela 3 - Distribuição da quantidade de estudantes aprovados e reprovados nas disciplinas Matemática I e II.	70
Tabela 4 - Distribuição da quantidade de estudantes entrevistados da turma de Matemática I.....	73
Tabela 5 - Resultados obtidos pelo Grupo 5 em Matemática I.....	175
Tabela 6 - Resultados obtidos pelo Grupo 5 em Matemática I (nº de sacas por hectare).	176
Tabela 7 - Esquema de apresentação dos dados obtidos nos experimentos.	211

LISTA DE SIGLAS

AVA	Ambiente Virtual de Aprendizagem
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CAQDAS	<i>Computer Assisted Qualitative Data Analysis Software</i>
EaD	Educação a Distância
FAMAT	Faculdade de Matemática
IC	Iniciação Científica
IFTM	Instituto Federal do Triângulo Mineiro
MEPT2013-MC	Matemática e Estatística do Planeta Terra – <i>Campus</i> Monte Carmelo
PET	Programa de Educação Tutorial
PIBIC\CNPQ	Programa Institucional de Iniciação Científica\Conselho Nacional de Pesquisa
PIVIC	Programa Institucional de Iniciação Científica Voluntária
PPGED	Programa de Pós Graduação em Educação
PROSSIGA	Programa Institucional da Graduação Assistida
SESI	Serviço Social da Indústria
SIMMC	Simpósio Científico UFU – <i>Campus</i> Monte Carmelo
TDIC	Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação
TIC	Tecnologias de Informação e Comunicação
UFU	Universidade Federal de Uberlândia
UNESCO	<i>United Nations Educational Scientific and Cultural Organization</i>
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas
UNIFRAN	Universidade de Franca

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	17
2 TECNOLOGIAS DIGITAIS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO E MODELAGEM MATEMÁTICA NO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL DO ENSINO SUPERIOR	40
3 METODOLOGIA	62
3.1 OPÇÃO METODOLÓGICA.....	62
3.2 COLABORADORES DA PESQUISA	69
3.2.1 As turmas.....	69
3.2.2 A constituição dos colaboradores	71
3.2.3 Os protagonistas da pesquisa.....	73
3.3 TRATAMENTO DOS DADOS.....	76
4 DINÂMICAS DO TRABALHO DE PROJETO NAS DISCIPLINAS DE CÁLCULO PARA A AGRONOMIA: UMA METÁFORA DE PRODUÇÃO DE CONHECIMENTOS	81
4.1 A PROPOSTA DO TRABALHO DE PROJETO	82
4.2 O PLANEJAMENTO DA DISCIPLINA MATEMÁTICA I EM 2016/2.....	83
4.2.1 O Trabalho de Projeto em Matemática I: linhas gerais	89
4.3 O PLANEJAMENTO DA DISCIPLINA MATEMÁTICA II EM 2017/1.....	94
4.3.1 O Trabalho de Projeto em Matemática II: linhas gerais	96
4.4 PONTOS A SUBLINHAR.....	100
5 OS PROCESSOS INTERATIVOS OPORTUNIZADOS COM O TRABALHO DE PROJETO	108
5.1 INTERAÇÃO ENTRE OS MEMBROS DOS GRUPOS	109
5.1.1 A formação dos grupos em Matemática I	110
5.1.2 A formação dos grupos em Matemática II	112
5.1.3 Pontos a destacar	114
5.2 INTERAÇÃO NOS MOMENTOS PRESENCIAIS DO PROJETO	120
5.2.1 Interação nas reuniões	120

5.2.2 Interação nas aulas sobre o Projeto	124
5.3 PROCESSOS INTERATIVOS COM AS TECNOLOGIAS DIGITAIS	129
5.3.1 Moodle	129
5.3.2 Softwares Matemáticos ou não.....	137
5.3.3 WhatsApp	139
5.4 PONTOS A SUBLINHAR.....	142
6 TRABALHO DE PROJETO E A AUTORIA DOS ESTUDANTES NA UNIVERSIDADE	148
6.1 PLANTIO I	149
6.1.1 Preparo do “solo”	150
6.1.2 Plantio + Tratos.....	166
6.1.3 Colheita I.....	183
6.2 PLANTIO II	193
6.2.1 Preparo do “solo”	194
6.2.2 Plantio + Tratos.....	208
6.2.3 Colheita II.....	214
6.3 PONTOS A SUBLINHAR.....	223
7 CONCLUSÕES	238
REFERÊNCIAS	250
ANEXOS	257
ANEXO A: PLANO DE ENSINO DA DISCIPLINA MATEMÁTICA I	258
ANEXO B: PLANO DE ENSINO DA DISCIPLINA MATEMÁTICA II	262
ANEXO C: REGISTROS FOTOGRÁFICOS DAS MAQUETES CONSTRUÍDAS NA DISCIPLINA MATEMÁTICA II	265
ANEXO D: REGISTROS FOTOGRÁFICOS DOS EXPERIMENTOS REALIZADOS NA DISCIPLINA MATEMÁTICA II.....	266
ANEXO E: ART. 116 SOBRE A PRIORIDADE DE RENOVAÇÃO E AJUSTE DE MATRICULA PARA CADA COMPONENTE CURRICULAR	271
ANEXO F: EXEMPLO DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA APLICADA EM	

MATEMÁTICA I	272
ANEXO G: RECOMENDAÇÕES PARA OS ALUNOS A PARTIR DOS RESULTADOS DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	273
ANEXO H: <i>SLIDES</i> APRESENTADOS NA AULA SOBRE O PROJETO EM MATEMÁTICA I	274
ANEXO I: PRIMEIRO RELATÓRIO PARCIAL APRESENTADO PELO GRUPO 3 EM MATEMÁTICA I	278
ANEXO J: TABELA APRESENTADA NO RELATÓRIO DO GRUPO 3 EM MATEMÁTICA I	279
ANEXO K: IMAGENS DE FOLHAS DE CADERNO DO GRUPO 3 EM MATEMÁTICA I	280
APÊNDICES	282
APÊNDICE A - DISSERTAÇÕES E TESES ANALISADAS NA SEÇÃO 2	283
APÊNDICE B- GUIA - MATEMÁTICA I.....	285
APÊNDICE C- GUIA - MATEMÁTICA II	293
APÊNDICE D- MODELO DAS FICHAS AVALIATIVAS DO PROJETO EM MATEMÁTICA I E II	298
APÊNDICE E- FICHAS ORIENTADORAS - MATEMÁTICA I.....	301
APÊNDICE F: FICHAS ORIENTADORAS - MATEMÁTICA II	311

1 INTRODUÇÃO

Resgatar, refletir e escrever sobre minha trajetória acadêmica e profissional, sobre a itinerância de pessoas e tecnologias que me influenciaram, sobre as escolhas da minha vida que culminaram neste trabalho e, sobretudo, sobre as inquietações que me fizeram optar pela construção desta pesquisa, não foi tarefa fácil. Para que entendam toda a história, é preciso que eu descreva minha trajetória, pois considero importante relembrar algumas experiências para situar o momento em que comecei a pensar no caminho da Modelagem Matemática e das Tecnologias Digitais na Educação Superior.

Minha trajetória como estudante universitária iniciou-se em 2005, quando ingressei no curso de graduação em Matemática da Universidade Federal de Uberlândia (UFU). Naquele momento ainda não sabia por qual modalidade optar – Bacharelado ou Licenciatura - mas estava certa sobre minhas pretensões futuras: queria ser professora universitária. Esta escolha pela modalidade só é feita pelos graduandos no quinto período do curso, momento em que as disciplinas passam a ser específicas para cada uma delas. Dessa forma, no início não me preocupei muito sobre essa questão, tudo era muito novo, instigante e me provocava insegurança.

Meu primeiro semestre na UFU foi muito desafiador. Apesar de ter estudado em escolas de Educação Básica consideradas referências do ensino privado e público de Uberlândia e, ainda, ser “boa” aluna em exatas, segundo meus professores do Ensino Médio, enfrentei dificuldades com a Matemática e com as Tecnologias Digitais. Ingressei sem ter computador em casa e dividia um celular com minha irmã. Isso não seria problema há algumas décadas, mas naquela época, a atuação e comunicação mediadas pelas tecnologias já criavam uma atmosfera que nos envolvia, integravam nossa vida cotidiana e nossas relações a diversos espaços, sobretudo no meio universitário.

Se me remeto às primeiras aulas com utilização de Tecnologias Digitais na graduação, percebo que, embora essas tecnologias estejam presentes e integradas a nossas vidas, os usos que fazemos delas, assim como nossas habilidades, não eram e ainda continuam não sendo homogêneos. A maioria dos meus colegas já dominava o uso do computador/*internet*. Alguns poucos alunos, e me incluo nesse grupo, sentiam-se perdidos quando alguma atividade proposta tinha que ser

realizada no computador. Nossa “sorte” é que a universidade não nos enxergava como aquele aluno calouro que já sabe lidar com o computador/*internet*, ou seja, como digitalmente letrado.

Meu contato, de fato, com o computador, disquetes – e mais à frente com *pen drive*, *data show*, *softwares*, dentre outros, foi justamente na UFU, onde aprendi a utilizar o *Word*, *Excel*, *Power Point* e acessar a *internet* na disciplina de Informática Básica que, devido ao contexto dos tempos atuais, nem faz mais parte da grade curricular do curso, o que não é tão bom assim, pois recebemos, na universidade, alunos com pouca ou nenhuma base sobre o uso de aparatos digitais. Em semestres posteriores, também cursei disciplinas como Introdução à Ciência da Computação, Informática e Ensino e Cálculo Numérico, que me auxiliaram na imersão às Tecnologias Digitais, proporcionando experiências com programas computacionais. Ressalto que no primeiro ano de curso, impulsionadas pelos fatores acima mencionados, minha irmã e eu ganhamos dos nossos pais nosso primeiro computador de mesa para realizarmos atividades acadêmicas.

Na época da graduação (e na pós-graduação) não temos certeza por quais caminhos nossa vida acadêmica será guiada e por isso seguimos para onde estão as oportunidades, na medida em que elas aparecem. No segundo período do curso me inscrevi e fui selecionada para participar do Programa de Educação Tutorial¹ (PET), da Faculdade de Matemática da UFU (PETMAT/UFU), e nele permaneci até o término da graduação, em 2010. O PETMAT/UFU é um programa desenvolvido por graduandos em Matemática, com tutoria de um docente da Faculdade, orientados pelo princípio da indissociabilidade entre ensino, pesquisa e extensão e da educação tutorial. A participação nesse grupo marcou muito minha forma de pensar e agir coletivamente e direcionou-me para decisões importantes. Ao situar a opção pela modalidade Licenciatura ou Bacharelado em Matemática na minha trajetória, acredito que a minha decisão inicial pelo Bacharelado consolidou-se nesse espaço.

Participando de diversas experiências alicerçadas na indissociabilidade dos três vetores que compõem a universidade, aprendi juntamente com os outros integrantes, a buscar pelo conhecimento e ação junto ao ensino, à pesquisa

¹ Programa mantido pela SESu (Secretaria de Ensino Superior) que visa um equilíbrio entre a formação global/específica dos alunos de graduação, por meio da integração de atividades de diversas áreas.

científica, à utilização de recursos computacionais, ao contato com diversos *softwares* matemáticos ou não (por exemplo, editores de texto específicos para a Matemática, como o *Latex* ou o *Equation*), e às atividades de extensão, voltadas para a comunidade externa à universidade.

Com o programa, também pude interagir com outros grupos PET da UFU e de outras universidades, além de ser incentivada a participar de vários eventos científicos. Além desse leque de atividades desenvolvidas, outro ponto que considero relevante sobre minha participação nesse grupo, refere-se ao incentivo à pesquisa e ao encaminhamento para ingresso em cursos de pós-graduação.

Minha primeira pesquisa científica na graduação tratava da Razão Áurea, abordava a beleza estética que a Matemática possui e mostrava que, além de ter beleza e harmonia, possui aplicações muito mais abrangentes e fascinantes do que eu pensava. Além desse assunto, em outras pesquisas também estudei a *Teoria dos Grafos* e passei alguns semestres estudando *Topologia*. Acredito que a iniciação científica foi uma atividade de suma importância para a minha formação, uma vez que oportunizou o meu primeiro contato com a prática da pesquisa e também a visualização de aplicações de alguns dos conceitos da Matemática vistos em sala de aula.

O curso de Bacharelado em Matemática, juntamente com minha participação no PETMAT/UFU, sobretudo pelas pesquisas científicas realizadas, me deu embasamento para o ingresso no curso de Mestrado do Programa de Pós-graduação em Matemática da UFU, em 2010. Nesse curso me inteirei sobre a Análise Funcional². Esse tema foi abordado na minha dissertação e foram dois anos de muito aprendizado, que se estendeu por mais alguns anos após seu término e consolidou ainda mais a minha admiração pela Matemática Pura.

Apesar de ter vivenciado situações de ensino durante minha participação no PETMAT/UFU, senti falta de ter uma formação pedagógica. Assim, concomitante ao curso de Mestrado, decidi fazer uma complementação da minha graduação, cursando Licenciatura em Matemática a distância pela Universidade de Franca (UNIFRAN). Considero importante para minha formação o fato dessa experiência ter se consolidado em um Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) e inserida no contexto da Educação a Distância (EaD). Em meio às atividades propostas, pude

² A Análise funcional pode ser definida como o estudo dos espaços vetoriais normados, em especial os espaços de Banach e dos operadores lineares contínuos.

participar de fóruns e *chats*, assistir a videoaulas, discutir algumas teorias pedagógicas, além de ampliar minha visão sobre a utilização de Tecnologias Digitais no ensino.

Como já mencionado anteriormente, meu objetivo era ser professora universitária e toda minha trajetória foi desenhada para atingir tal sonho. A identificação com a docência baseia-se na minha mãe, professora da Educação Básica, e remete aos tempos em que eu brincava de “escolinha” em casa com minha irmã. Em relação à docência universitária, sempre me inspirei em uma tia, irmã do meu pai, que é professora de Matemática da UFU. Desde pequena queria ser como ela, apesar de algumas (poucas) vezes ter mencionado aos meus pais que gostaria de ser dentista ou agrônoma.

Na verdade, meu sonho ia um pouco além do que ser professora universitária. Desejava atuar na universidade na qual me formei. A UFU era meu desejo maior. Foi aí que, no final de 2011, prestes a terminar o curso de mestrado, foi lançado um edital da Faculdade de Matemática da UFU (FAMAT/UFU), com uma vaga para docente com título de Mestre em Matemática, para a atuação no *campus* Monte Carmelo dessa instituição, em Monte Carmelo, Minas Gerais.

O *campus* Monte Carmelo da UFU, localizado a 113 km de Uberlândia-MG, surgiu por meio da expansão dessa instituição no ano de 2010. Quando prestei tal seleção, esse *campus* contava apenas com três cursos de graduação (Agronomia, Sistemas de Informação e Engenharia de Agrimensura e Cartográfica), não tinha sede própria e utilizava um espaço do SESI³, localizado no Bairro Vila Nova da cidade. Atualmente, além desses três, acolhe mais dois cursos de graduação (Engenharia Florestal e Geologia) e já possui sua sede própria, além de continuar utilizando outros prédios na cidade para funcionamento de laboratórios, salas de professores e outras atividades.

Dediquei-me bastante para esse concurso. Mas, também segui orientações de alguns professores e me inscrevi em algumas seleções para ingresso no Doutorado. Antes mesmo de prestar as provas do concurso, recebi o aceite de alguns programas de Doutorado em Matemática/Matemática Aplicada, alguns, com bolsa de estudo, inclusive. Foi uma etapa bem complexa da minha trajetória e cheia de incertezas, assim como qualquer fase da vida que requer decisões. Decidi seguir

³ O SESI é a principal parceria da indústria na inclusão social de seus funcionários e oferece programas e serviços para elevar a qualidade de vida de trabalhadores e de seus familiares.

meu coração, agradei os aceites de algumas instituições e continuei estudando para a seleção de ingresso no magistério superior. Passei! Lembro como se fosse hoje o sentimento que tomou conta de mim naquele momento, em 2012.

Sou professora da UFU e tento passar para meus alunos o respeito, a admiração e o aprendizado que obtive nesses anos, sempre buscando melhorar e me aprimorar para eles – os estudantes. No primeiro ano, ministrei, dentre outras, a disciplina Matemática II para o curso de Agronomia. A disciplina Matemática II, assim como a Matemática I, são regulares no curso de Graduação em Agronomia que aborda, dentre outros conteúdos, o Cálculo Diferencial e Integral. Ambas são disciplinas obrigatórias pertencentes ao Núcleo de Conteúdos Básicos, com carga horária de 60 horas-aula, ofertadas no segundo e primeiro períodos do curso, respectivamente.

O curso de Graduação em Agronomia do *Campus* Monte Carmelo oferece 40 vagas por semestre. No bloco, as salas de aula têm capacidade para 45 cadeiras apenas, então, no início do curso a oferta de disciplina era de 45 alunos, mas, devido à grande quantidade de alunos reprovados, a coordenação sempre pede ao professor para colocar o máximo de alunos por sala. Dessa forma, para a disciplina Matemática I são disponibilizadas 55 vagas e, para a disciplina Matemática II, são 50 vagas. Em Matemática I, 40 vagas são para os ingressantes e as restantes obedecem a critérios de prioridades descritos no Art. 116⁴ das Normas Gerais da Graduação. No caso da disciplina Matemática II, todo aluno que esteja na condição de matrícula ideal tem prioridade - ou seja, na condição de aluno do curso e do turno em que a turma está alocada - e as vagas restantes, da mesma forma que em Matemática I, obedecem aos critérios do Art. 116.

Tive um cuidado especial com a turma de Agronomia, pois na época havia recebido orientações de que turmas desse curso eram formadas em sua maioria por alunos do sexo masculino e que eram “difíceis” de lidar, principalmente pela aversão à Matemática que alguns nutriam. Como era recém-ingressante na docência, me disseram também que eu deveria ter “pulso firme” para conseguir ministrar minhas aulas naquela turma.

O que eu não esperava é que seria justamente nessas turmas que encontraria o cenário e a motivação para desenvolver esta pesquisa de doutorado.

⁴ O Art.116 que trata sobre a prioridade de renovação e ajuste de matrícula para cada componente curricular encontra-se no Anexo E.

Além disso, por afinidade ou talvez desafio, em todos os semestres seguintes, graças à sistemática de distribuição de carga horária dos professores da FAMAT/UFU no *campus*, tive liberdade de escolher as disciplinas que iria ministrar e a Matemática para a Agronomia sempre foi minha primeira opção.

O cenário que encontrei naquele primeiro ano de docência, e nos seguintes, foi justamente aquele que descreveram inicialmente para mim. Acompanhei turmas com dificuldades expressivas em conteúdos da Matemática básica, enfrentando problemas com a atribuição de sentido e significado às ideias matemáticas e com muitos alunos sem entender e aceitar o fato de terem as disciplinas de Cálculo⁵ (Matemática I e Matemática II) na grade curricular do curso em que eles acabavam de ingressar. Mas também encontrei uma turma acolhedora, cheia de sonhos e com potencial de transformação.

Matemática I e Matemática II são duas das disciplinas da grade curricular do curso de Graduação em Agronomia que apresentam altos índices de retenção e evasão. Sendo professora responsável por uma dessas disciplinas, busquei por alternativas que auxiliassem minha atuação nas aulas e inicialmente encontrei apoio nas tecnologias digitais. Já conhecia alguns *softwares* para o ensino de Matemática, como o *GeoGebra*⁶, e passei a utilizá-los nas minhas aulas para auxiliar na visualização. Uma tecnologia digital que tive oportunidade de explorar, enquanto professora, foi o *Moodle*⁷ e também passei a utilizá-lo nas minhas disciplinas. Na UFU, além do *Moodle* ser o sistema adotado para gerenciamento dos cursos na EaD, ele também é utilizado para o ensino presencial.

Percebi que a aversão por parte dos alunos pela Matemática poderia ser minimizada, ou até eliminada, se de alguma forma eu conseguisse despertar o interesse deles pela confluência das duas áreas do saber em questão – a Matemática e as Ciências Agrárias. O interesse, para Habermas (1982), “toma por objetivo o existir, eis que exprime uma relação do objeto que interessa para com nossa capacidade de desejar. O interesse pressupõe uma necessidade, ou então o interesse engendra uma necessidade” (HABERMAS, 1982, p.220). Dessa forma, além de privilegiar o caminho seguro já trilhado, percebi que precisava possibilitar,

⁵ A partir desse momento usaremos a palavra Cálculo para nos referirmos ao Cálculo Diferencial e Integral.

⁶ O *GeoGebra*, criado por Markus Hohenwarter, é um *software* gratuito de matemática dinâmica que reúne recursos de geometria, álgebra e cálculo.

⁷ *Software* livre, que pode ser encontrado no seguinte endereço: <https://moodle.org>.

também, o investimento em novos caminhos que incitassem o interesse desses alunos, futuros agrônomos, pela Matemática, expondo ou produzindo uma necessidade.

Os alunos mostravam-se mais motivados para trabalhar a Matemática relacionada às questões da sua área de atuação e, portanto, minha inquietação passou a ser: como fazer isso? Como motivar esses estudantes a aprender Matemática? E ainda, se o aprender está diretamente associado ao interesse e à necessidade dos estudantes, então, como instigá-los?

Não podemos negar que muitas das dificuldades externadas pelos alunos estão estreitamente relacionadas a problemas de uma formação deficiente na Educação Básica. A essência desses problemas pode estar relacionada à postura de uma pedagogia em que o professor apenas transmite o conteúdo aos seus alunos como verdades absolutas e sem aplicabilidade.

Chegando à Educação Superior, essas dificuldades em interpretar e reconhecer a relevância da Matemática e, principalmente, de saber a aplicabilidade na sua área de atuação, faz com que o desinteresse pela Matemática aumente consideravelmente entre os estudantes. Isso justifica, em parte, os elevados índices de reprovação nessas disciplinas, que são básicas e pré-requisitos de outras disciplinas da grade curricular, sendo um dos fatores significativos no índice de evasão.

Olhando para o curso de Agronomia do *campus* Monte Carmelo, mas ressaltando que também é válida para muitos outros cursos de graduação, a grande retenção de alunos nos primeiros períodos anuncia diversos problemas para um futuro próximo. Essa foi, e é, uma das preocupações de professores, coordenador e membros do colegiado do curso de Graduação em Agronomia, do qual eu também fiz parte por um período de 14 meses.

Se considerarmos o número de alunos reprovados na disciplina Matemática I do curso de Graduação em Agronomia, o fato do espaço físico não comportar toda essa demanda de alunos para essas disciplinas e as condições de prioridade de renovação e ajuste de matrícula, tal situação fez com que, em um semestre letivo, a coordenação do curso solicitasse ao Conselho da Faculdade a oferta de uma turma extra para essa disciplina.

Entretanto, devido ao contexto de distribuição de aulas da universidade e da carga horária docente, esse pedido não foi atendido, acentuando ainda mais a

gravidade dessa situação. Situação essa que reforçou a necessidade de buscar soluções teóricas e práticas que viessem a contribuir efetivamente na superação e prevenção desses impasses.

Em meados de junho de 2013, um grupo de docentes da Faculdade de Matemática da UFU em Uberlândia, liderados pelos professores Rosana Sueli da Motta Jafelice e Alonso Sepúlveda Castellanos, empreendeu um evento para dar visibilidade à Matemática, já que aquele ano tinha sido declarado pela UNESCO (*United Nations Educational Scientific and Cultural Organization*) como o ano internacional da Matemática do Planeta Terra. Nessa oportunidade, dezenas de sociedades científicas, universidades, institutos de pesquisa e fundações de todo o mundo se uniram para dedicar esse ano como especial para a Matemática do Planeta Terra, com atividades científicas e de divulgação.

Inspirados nesse evento, eu e outros docentes da mesma faculdade, decidimos realizar um evento semelhante, em novembro de 2013, para evidenciar a Matemática aos nossos alunos do *campus* Monte Carmelo. Foi muito desafiador, pois não tínhamos o curso de Graduação em Matemática nesse *campus*. Aproveitamos a realização do I Simpósio Científico UFU – *Campus* Monte Carmelo (SIMMC) para ganharmos forças e realizamos o evento “Matemática e Estatística do Planeta Terra – *Campus* Monte Carmelo (MEPT2013-MC)” – nosso primeiro evento.

A ideia do SIMMC era valorizar e motivar a integração das áreas dos cursos ofertados no *campus*, trazer profissionais atuantes no mercado para socializar experiência por meio de palestras e minicursos, e despertar novos interesses dos estudantes e da comunidade da região de Monte Carmelo. Dessa forma, juntamente com o SIMMC, realizamos as atividades do nosso evento, MEPT2013-MC, com o objetivo de tornar visível o papel que a Matemática desempenha em questões que afetam o Planeta Terra.

Nesse evento, contamos com a participação de alunos e professores do Ensino Médio de escolas públicas e privadas de Monte Carmelo, alunos dos cursos de Graduação em Agronomia, Engenharia de Agrimensura e Cartográfica, e Sistemas de Informação e pesquisadores da área. Como atividades específicas do MEPT2013-MC, programamos uma oficina denominada ‘PET Móveis e Acessórios’ para os alunos das escolas de Ensino Médio da cidade, realizada pelo grupo PETMAT/UFU; uma palestra “Impacto Ambiental: um desafio para a Matemática!”, proferida pelo professor Dr. João Frederico da Costa Azevedo Meyer (Joni), voltada

para o público universitário do *campus*; além de uma Maratona de Matemática e Estatística para ambos os públicos.

Considero a vinda do professor Joni ao *campus* Monte Carmelo um marco de mudanças na minha vida profissional. Abriram-se caminhos que amenizariam as minhas angústias enquanto docente. Aproveitei esse encontro para conversar com o professor sobre a possibilidade de mudar de área de pesquisa, pois continuava trabalhando com minhas questões de pesquisa do mestrado. Lembro que o professor apenas disse que me presentearia com um livro - não mencionou qual e nem sobre o assunto - e que, após a leitura, conversaríamos.

Pouco tempo depois recebi em casa alguns exemplares de um livro, cuja autoria é dele e de outros pesquisadores. A obra, a qual menciono, é intitulada “Modelagem em Educação Matemática”. No início, não tinha entendido a intenção do professor Joni, mas com a leitura tudo começou a fazer sentido e logo me encantei com o assunto abordado. Percebi que muitas das coisas apresentadas ali, além de me ajudar em sala de aula, atenderiam minhas inquietações. Iniciei, portanto, os meus primeiros passos pelos caminhos da Modelagem enquanto gerador de um ambiente para o processo de ensino e aprendizagem.

A Modelagem Matemática na Educação é uma tendência no ensino de Matemática que se manifestou, de forma mais efetiva, nos finais dos anos de 1970, em particular, por meio de professores universitários que atuavam em disciplinas de Cálculo (BIEMBENGUT, 2016, p.161). Dentre os precursores da Modelagem Matemática na educação brasileira, que impulsionaram a consolidação de um movimento por essa tendência na Educação Matemática, destacamos os pesquisadores Aristides C. Barreto, Eduardo Sebastiani, João Frederico da Costa Azevedo Meyer (Joni), Rodney C. Bassanezi e Ubiratan D’ Ambrosio. Graças a esse movimento, cada vez mais a Modelagem Matemática na Educação tem ganhado força entre os estudiosos, pesquisadores e professores, com a intenção de desenvolver o ensino da Matemática de forma efetiva nos mais diversos níveis.

Baseado na compreensão e nos entendimentos produzidos por esses interessados, por meio de suas produções, experiências e vivências, pode-se dizer que a Modelagem não tem uma orientação única. Olhando para a literatura, vemos que as concepções de Modelagem Matemática na Educação diferenciam-se em alguns aspectos, pequenas sutilezas que, às vezes, fazem com que as definições adotadas divirjam em alguns pontos. No entanto, Malheiros (2011) menciona que

essa distinção deve-se, basicamente, à “ênfase na escolha do problema a ser investigado, que pode partir do professor, pode ser um acordo entre professor e alunos ou então os estudantes podem escolher o assunto que pretendem investigar” (MALHEIROS, 2011, p.80).

Apesar de existirem diferentes abordagens envolvendo a Modelagem Matemática, elas convergem no entendimento de que, na Educação, a Modelagem provoca uma partilha de experiências entre alunos e professor(es) envolvidos na produção do conhecimento (BIEMBENGUT, 2016, p.169-170). Além disso, segundo Malheiros (2011), as orientações de Modelagem adotadas pelos pesquisadores geralmente possuem objetivos comuns, que envolvem questões como investigar e resolver problemas da realidade, utilizando situações da realidade dos alunos.

Em essência, o que torna a Modelagem na Educação Matemática tão fascinante é a existência de uma multiplicidade de orientações. Sobretudo pelo reconhecimento de que há muito por aprender sobre esse meio de se educar matematicamente. É nesse sentido que Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) propõem “uma Modelagem que esteja a serviço da aprendizagem da Matemática” (MEYER, CALDEIRA, MALHEIROS, 2011, p. 85), por meio do não julgamento ou categorização das visões de Modelagem existentes na literatura.

Nesta pesquisa destacamos a concepção de Biembengut (2016) para a Modelagem na Educação por afinidade e aproximação de pensamentos. Para Biembengut (2016, p.186), a Modelagem na Educação (Modelação) é entendida como método de ensino com pesquisa, ou seja, “orienta-se pelo ensino do conteúdo curricular da disciplina (e não curricular) a partir de um tema/assunto e, paralelamente, pela orientação dos estudantes à pesquisa – modelagem”, nos limites e espaços escolares.

Com uma orientação plural, a Modelagem se “agrega e se complementa com outros métodos, outras abordagens da Educação Matemática como ‘projetos’, ‘etnociência’ ou ‘etnomatemática’, resolução de problemas” (BIEMBENGUT, 2016, p.346), emergindo diferentes entendimentos e concepções com elementos novos que, se firmados, conduzirão a diferentes tendências. Sobre essas abordagens, a autora apresenta-nos, de forma elucidativa, quadros-sínteses comparativos entre essas quatro vertentes da Educação Matemática – Modelagem, Resolução de Problema, Etnomatemática e Projeto – em relação aos processos de pesquisa (BIEMBENGUT, 2016, p. 261) e aos procedimentos de ensino (BIEMBENGUT,

2016, p. 269) de cada uma delas, a partir das fases/etapas da Modelagem (percepção e apreensão; compreensão e explicitação; e significação e expressão).

Não objetivamos realizar uma análise sobre similaridades e pontos de confluências entre a Modelagem, em ambas as perspectivas, com as vertentes já mencionadas, por isso, apresentamos, a seguir, os Quadros 1 e 2, que são quadros comparativos elaborados por Biembengut (2016), mas livres dos destaques dados pela autora, como negritos e grifos, ao representar confluências com a Modelagem.

Quadro 1 - Comparativo entre os procedimentos de pesquisa de cada vertente.

	Modelagem	Resolução de Problema	Projeto	Etnomatemática
Percepção e Apreensão	Reconhecer situação-problema	Assinalar a situação-problema	Diagnosticar	Reconhecer práticas e soluções
	Familiarizar	Reunir dados		Familiarizar
			Esboçar	
Compreensão e Explicitação	Formular problema			Descrever
		Estabelecer procedimentos	Estabelecer procedimentos	
	Formular modelo			Efetuar pressuposto
Significação e Expressão	Solucionar	Solucionar	Executar	
	Avaliar, validar	Avaliar, validar	Analisar	Analisar
	Expressar			Explicar fato, práticas

Fonte: Adaptação de Biembengut (2016, p. 261).

Quadro 2 - Comparativo entre os procedimentos de ensino de cada vertente.

	Modelagem	Resolução de Problema	Projeto	Etnomatemática
Percepção e Apreensão	Propor assunto/tema	Propor situação-problema	Propor assunto/tema	Propor assunto/tema
	Explicar e apresentar	Apresentar dados		
			Levantar dados	Levantar dados

	Levantar questões			
Compreensão e Explicitação	Levantar hipóteses/ pressupostos	Estabelecer caminhos	Estabelecer caminhos	
	Expressar dados			
	Desenvolver conteúdo			
	Exemplificar		Identificar conteúdos	Identificar matemática
	Formular modelo			Efetuar descrição
Significação e Expressão	Resolver a questão	Resolver problema	Resolver problema	
	Avaliar, validar	Interpretar	Interpretar	Entender o uso da matemática/ tema
	Expressar			Descrever/ comparar a matemática

Fonte: Adaptação de Biembengut (2016, p. 269)

Sobre essas vertentes, em relação ao método de pesquisa, Biembengut (2016) menciona que

[...] um **Projeto** de pesquisa, seja este de **Modelagem** ou de **Etnomatemática**, tem como fonte um **Problema**, um *querer saber*. E para solucionar este problema ou esta situação-problema, cada fase envolve uma gama de procedimentos, técnicas, conceitos e teorias específicas das áreas envolvidas – **uma pesquisa**. (BIEMBENGUT, 2016, p. 266-267, grifos da autora).

Ao contrapor os procedimentos estabelecidos de Modelagem com os de Resolução de Problemas, Projeto e Etnomatemática para as finalidades de pesquisa, Biembengut (2016, p.260) aponta como similaridades: a delimitação da situação-problema, o referencial teórico, as hipóteses ou pressupostos, o desenvolvimento, a aplicação, a interpretação da solução e a avaliação. Já para as finalidades de ensino, a autora aponta como similaridades, a proposição de um tema ou situação-problema, o levantamento ou apresentação de dados, os procedimentos para a resolução e a interpretação ou avaliação do resultado (BIEMBENGUT, 2016, p.268).

Nesta pesquisa, interessam-nos as possíveis relações entre Modelagem

Matemática, entendida como enfoque pedagógico, e Pedagogia de Projetos⁸, no contexto da Educação Matemática. Por esse caminho, Malheiros (2007) apresenta algumas conjecturas no âmbito da Educação Matemática, e acredita na existência de interseções e afastamentos entre essas duas estratégias pedagógicas, dependendo da perspectiva de Modelagem adotada.

Para a autora, a principal diferença da Pedagogia de Projetos e Modelagem encontra-se na presença ou não da Matemática. Segundo Malheiros (2007), “em um projeto a Matemática *pode* estar presente, mas na Modelagem ela *deve* estar presente” (MALHEIROS, 2007, p. 12). Dessa forma, quando o “fazer” Modelagem - aqui subentendido com a atuação da Matemática – se integrar ao desenvolvimento de um projeto, presenciaremos a convergência dessas duas estratégias pedagógicas, culminando nos Projetos de Modelagem (MEYER, CALDEIRA, MALHEIROS, 2011, p. 113).

Retornando à minha trajetória, que culminou neste trabalho, percebo que a Modelagem Matemática já havia atuado na minha vida acadêmica anteriormente, embora não com tanta força. Na época da graduação assisti a algumas palestras sobre a Modelagem Matemática, inclusive algumas proferidas pelo professor Joni. No entanto, não a respeito dessa tendência na Educação Matemática, e por isso a leitura do livro me direcionou para novas possibilidades.

Posteriormente, descobri que o Joni tinha sido orientador do professor Arlindo José de Souza Junior, docente da FAMAT/UFU e que faz parte do Programa de Pós-graduação em Educação (PPGED/UFU), na linha de pesquisa de Ensino de Ciências e Matemática. Em sua tese, Souza Junior (2000) aborda a questão do Trabalho educativo de Projetos com duas tendências da Educação Matemática: a Modelagem Matemática e as Tecnologias Digitais.

Na pesquisa orientada pelo Joni, Souza Junior (2000) analisa a trajetória de um grupo, formado por professores de disciplinas que compõem a área de Cálculo e por alunos de graduação e pós-graduação de diferentes cursos da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), que desenvolveram um trabalho coletivo na interseção dessas duas tendências da Educação Matemática, via Trabalho de Projetos.

Segundo Souza Junior (2000), a adoção de projetos pelo grupo

⁸ Na literatura são encontrados termos como Pedagogia de Projetos, Método de Projetos, Trabalho de Projetos ou como Metodologia de Projetos, que serão, neste texto, considerados como sinônimos.

acompanhado em sua pesquisa, que produziu saberes sobre o ensinar-aprender Cálculo na universidade, foi motivada por três vias: “A primeira estava relacionada aos saberes da experiência das professoras envolvidas no trabalho coletivo, a segunda ocorreu por meio do contato com os cursos de Engenharia e a terceira estava relacionada à literatura em Educação Matemática” (SOUZA JUNIOR, 2000, p. 213).

Segundo Knoll (1997), a utilização de Projetos na Educação teve início no século XVI, nas escolas de arquitetura e engenharia de Roma e Paris. Essa abordagem pedagógica foi difundida e expandida no século XVIII, quando os projetos foram adotados pelas escolas de engenharia da Europa e dos Estados Unidos. Mas foi no início do século XX que o Trabalho de Projetos como método educativo passou a ganhar adeptos e ficar popular em outras localidades. Por isso, muitos acreditam que a origem da utilização de Projetos no contexto educacional se deu com John Dewey⁹ e William H. Kilpatrick¹⁰, apenas no século XX (MOURA; BARBOSA, 2013, p. 230).

Na literatura, encontramos que os fundamentos teóricos para o Trabalho de Projetos foram alicerçados e influenciados pelos pensamentos de John Dewey que, ao se referir à Educação, tem como lema “*Learning by doing*”, ou seja, aprender fazendo (MALHEIROS, 2011, p. 73). Defensor do ensino pela ação e não pela instrução, Dewey pressupunha que a ação do indivíduo é essencial e indispensável para o desenvolvimento de sua inteligência.

Baseado em Boutinet (1990, p. 256-257), a unicidade da elaboração e da realização de um Projeto e a sua singularidade são algumas das premissas para a utilização dessa abordagem. Relacionadas a essas proposições, de acordo com Malheiros (2011), existem características específicas da utilização de Projetos no contexto educacional, que têm como objetivo principal o processo de autoria do aluno nos métodos de ensino e aprendizagem.

Para que isso ocorra, a autora menciona que um dos aspectos que deve ser considerado refere-se à negociação pedagógica. Segundo Malheiros (2011), “para que os alunos desenvolvam Projetos é importante que eles tenham interesse no

⁹ John Dewey (1859–1952), filósofo e educador americano, ajudou a fundar o pragmatismo, uma escola filosófica de pensamento popular no início do século XX. Foi fundamental no movimento progressista na educação, acreditando fortemente que a melhor educação envolve o ‘aprender fazendo’.

¹⁰ William Heard Kilpatrick (1871-1965), americano, pedagogo contemporâneo discípulo de Dewey.

tema a ser explorado, caso contrário o Projeto é do professor ou da escola e não dos alunos” (MALHEIROS, 2011, p.76). Dessa forma, existem alguns aspectos que devem ser considerados e negociados por docentes e discentes de forma coletiva, baseados no interesse, na iniciativa e no esforço de ambos.

Segundo Dewey (1978), a educação deveria ser baseada nas experiências e interesses das pessoas. Corroboro com essa afirmação de Dewey (1978) quanto à compreensão de que o interesse é algo pessoal, intrínseco ao envolvimento do sujeito, que direciona para os resultados que se deseja e que se esforça para conseguir, sendo “[...] uma atividade em marcha dentro de cada um de nós, a fim de atingir um objeto, no seu julgamento de valor” (DEWEY, 1978, p.73).

Dessa forma, o desenvolvimento de Projetos pressupõe o despertar do interesse nos alunos, o envolvimento, para que se projete, execute e realize as tarefas coletivamente, visando o protagonismo do aluno nos processos de ensino e de aprendizagem e para que eles apresentem algo original, único e autoral.

Baseado na teoria da experiência de Dewey, William H. Kilpatrick abstraiu os fundamentos educacionais desse contexto e elaborou a teoria sobre a utilização dos Projetos. Kilpatrick argumenta que, na escola, o trabalho de projetos, enquanto método educativo, deve ser proposto como uma ideia unificadora, centralizada no fator ação (PONTE, 1992, p.97).

Nessa perspectiva, Abrantes (1994) aponta que a palavra “projeto” manifesta-se como a unificação de três aspectos inerentes ao processo de aprendizagem: a ação, principalmente a que envolva o empenho pessoal; a intencionalidade dessa ação; e a sua inserção, relacionada a um contexto social.

Direcionando para o terceiro aspecto, Jean-Pierre Boutinet (1990) menciona que

[...] A sociedade pós industrial que se desenha desde estes últimos anos apresenta-se cada vez mais como uma sociedade de acumulação de projectos, todos aqueles que habitam e moldam nossa cultura tecnológica. Ao integrar, à sua maneira, as suas duas predecessoras, pretende, doravante, valorizar tudo aquilo que se relaciona com a concepção criativa. (BOUTINET, 1990, p. 141)

Dessa forma, como a cultura é um produto do compartilhamento social existente em qualquer ser humano (GEERTZ, 1989), ao considerarmos o cenário atual, em que as Tecnologias Digitais se fazem presentes dentro e fora de sala de

aula, emerge-se também à questão da Cultura Digital na implementação de propostas educativas com Projetos, relacionadas ao trabalho de criação.

As universidades estão imersas em meio às mudanças ocorridas nas sociedades contemporâneas, sendo influenciadas direta e indiretamente pela Cultura Digital¹¹. Nesta pesquisa, tratamos esse termo baseado no entendimento de Geertz (1989), ou seja, como um sistema em que estão entrelaçados crenças, práticas e símbolos significantes, organizados em torno e a partir da transmissão e armazenamento de dados em dígitos e códigos, que transforma comportamentos e modifica a forma como percebemos o mundo.

Consideramos que não existe uma cultura melhor do que a outra. A cultura é diversa e por isso não é comparável. Cada pessoa tem uma experiência com a cultura digital e, quando estamos falando do sujeito professor, essas experiências interferem na sua prática profissional.

No âmbito das propostas educativas com Projetos, conjectura-se sobre a possível utilização e articulação de estratégias e procedimentos, os quais envolvam a Modelagem Matemática e as Tecnologias Digitais como possibilidade de intervenção educativa, permitindo aos estudantes o envolvimento com atividades que os coloquem como protagonistas do processo, tal como é preconizado por pesquisadores¹² como Bassanezi (2011), Malheiros (2008), Ripardo, Oliveira e Silva (2009), entre outros.

Sobre as possíveis relações entre a Metodologia de Projetos e as Tecnologias Digitais no âmbito da Educação, Barbosa, Moura e Barbosa (2004) apresentam essa metodologia como uma aliada eficaz para incorporar, de forma harmônica, as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) como recursos facilitadores da aprendizagem no ambiente educacional. De acordo com os autores, dentre as inúmeras potencialidades desse método, sua aplicação pode evitar muitos desacertos, tais como:

a infra-estrutura de recursos físicos é condição necessária, mas não suficiente; a aplicação das novas tecnologias no currículo não deve ser responsabilidade exclusiva de uma equipe de especialistas; incluir laboratório de informática na grade horária da escola não significa a inclusão da TIC no ensino; a tecnologia sozinha não resolve os problemas de ensino e aprendizagem; o computador é

¹¹ Cultura digital é um termo com sentido amplo, complexo e, muitas vezes, ambíguo.

¹² Rodney Carlos Bassanezi, Ana Paula dos Santos Malheiros, Ronaldo Barros Ripardo, Marcelo de Sousa Oliveira, Francisco Hermes da Silva, entre outros.

um recurso, não um objeto de estudo; a inclusão de recursos tecnológicos na escola não pode ser feita sem um planejamento detalhado e cuidadoso; o melhor lugar para os computadores em uma escola não é no laboratório de informática. (BARBOSA, MOURA, BARBOSA, 2004, p. 12)

Esses equívocos podem ser superados por meio de métodos mais colaborativos, como no caso do Método de Projetos, ao utilizar as tecnologias para suplantar ações e discursos que deturpam essas questões, entendendo-as como uma dimensão da vida humana: o uso das tecnologias como um meio e não como um fim. Nessa perspectiva, tais projetos, por meio da incorporação do uso de recursos tecnológicos, impulsionam a aproximação da cultura digital de cada agente do processo de ensino e aprendizagem com o mundo ao seu redor.

As Tecnologias Digitais, por exemplo, podem auxiliar nossa forma de ver o mundo e mesmo assim ainda é pouco usada nas aulas como auxílio pedagógico. Nessa busca de perceber, compreender e transformar o mundo, de construir conhecimentos, pautamo-nos no pensamento de Paulo Freire de que todo conhecimento se constrói dialogicamente. Esse entendimento e tantos outros inspirados em partes das ideias freireanas, me remetem à citação de uma palestra proferida pelo primeiro autor do livro que me foi presenteado (Joni), que dizia: “A Modelagem Matemática é o jeito Paulo Freiriano que a Matemática tem de ver o mundo”. Numa perspectiva sociocrítica Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) partilham dessa ideia em que a Modelagem Matemática é um meio para compreender, refletir, questionar, intervir e transformar o mundo. Assim, nesses encontros e momentos da minha trajetória, percebi que o Trabalho de Projetos é um caminho possível e, ao associá-lo com a Modelagem Matemática e ao uso de Tecnologias Digitais, o tornaria produtivo.

Imediatamente vislumbrei uma parceria com o professor Arlindo e, de forma sempre solícita, o professor Joni, via *e-mail*, me auxiliou na elaboração do meu projeto de pesquisa sobre o processo de aprendizagem e ensino de Cálculo no Ensino Superior, por meio dessas tendências da Educação Matemática, para a seleção do curso de doutorado do PPGED/UFU, para a turma de 2015.

Esse processo de seleção sempre foi muito concorrido e por muitas questões, sobretudo por minha inexperiência, infelizmente não passei. Elegi o ano de 2015 para me inteirar dessa nova área e me dedicar aos estudos para o processo de seleção da próxima turma, que culminaram com o meu ingresso no programa de

doutorado em Educação em 2016, sob a orientação do professor Arlindo.

Durante o desenvolvimento das atividades do doutorado, direcionamos nossas pesquisas sobre o processo de aprendizagem e ensino de Cálculo no Ensino Superior. De acordo com o mapeamento realizado por Lima, Bianchini e Gomes (2017), a maior parte dos estudos refere-se a objetos matemáticos normalmente abordados em cursos iniciais de Cálculo e esses autores ainda constataram que há uma demanda por trabalhos que contemplem as especificidades do Cálculo.

Percebemos que, geralmente, a maior parte dos estudos centraliza suas investigações no Cálculo I, em detrimento dos demais Cálculos, o que poderá ser observado na seção 2 desta pesquisa. Isso porque essa disciplina apresenta uma série de problemas, que vão desde a falta de base dos alunos, da questão do primeiro contato com a universidade, do primeiro contato com o Cálculo, das turmas numerosas, do maior índice de reprovações, etc.

Essas e outras questões fazem com que as turmas de Cálculo I sejam mais problemáticas do que as dos outros Cálculos, o que justifica, em parte, a predominância de pesquisas em Cálculo I. Em relação às disciplinas de Cálculo III e IV, consideramos interessante destacar que, na FAMAT/UFU, começaram a surgir projetos incipientes envolvendo essas disciplinas a partir de um grupo de professores preocupados com essas questões.

Nesse ambiente, centralizamos nossos estudos em duas tendências: as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) e a Modelagem Matemática na Educação. Sobre as TDIC no ensino e aprendizagem do Cálculo, Souza Junior (1993) relata em sua pesquisa o fato de não ter encontrado trabalhos com professores de Matemática utilizando tecnologias em suas práticas no Ensino Superior. Entretanto, tal cenário vem se modificando e práticas com a utilização das TDIC são ferramentas cada vez mais presentes no cotidiano de professores e alunos universitários, dentro e fora da universidade.

Nos interessa compreender como está ocorrendo a interseção entre as práticas educativas que se utilizam dessas duas tendências na disciplina de Cálculo no Ensino Superior (SOUZA JUNIOR, 2000). Não intencionamos mostrar que a Modelagem Matemática e o uso de Tecnologias Digitais são importantes para o ensino e aprendizagem do Cálculo porque isso já foi mostrado por outros pesquisadores. A intenção é apresentar como fazer um trabalho educativo sequencial com princípios da Modelagem Matemática e utilizando Tecnologias

Digitais do Cálculo I ao II, via Trabalho de Projetos, no contexto do curso de Agronomia, e analisar suas interações e contribuições.

Diante disso, juntando as questões acima apontadas, sobretudo de termos um alto índice de reprovação e retenção dos alunos nas disciplinas no núcleo básico, e dos alunos da Agronomia mostrarem-se mais motivados para aprender a Matemática relacionada às questões do curso que frequentam, surgiu a ideia de desenvolvermos e acompanharmos um trabalho educativo de Projetos com Modelagem Matemática e TDIC, em parceria com o professor da disciplina Matemática I e, posteriormente, no semestre seguinte, acompanharmos esses alunos na disciplina Matemática II, nessa mesma perspectiva e com o mesmo professor.

É interessante ressaltar que, dependendo da instituição e/ou curso do Ensino Superior, as disciplinas de Cálculo I, Cálculo II, etc. também recebem outras denominações, como Matemática I e II ou Matemática A e B, etc., principalmente em cursos fora da área de exatas. O motivo para essas diferentes nomenclaturas varia de acordo com a instituição, podendo relacionar-se ou não ao fato de alguns alunos nutrirem uma aversão à palavra Cálculo, ou simplesmente pelo fato da disciplina acolher outros conteúdos que não sejam específicos do Cálculo, como os da Álgebra Linear e/ou Geometria Analítica, por exemplo. Esse é o caso das disciplinas Matemática I e II, acompanhadas nesta pesquisa. Dessa forma, neste texto, algumas vezes usaremos (e os alunos também) o termo Cálculo I ou II para nos referirmos às disciplinas Matemática I ou II.

O professor¹³ que ministrou essas disciplinas com o Projeto desta pesquisa está lotado na Faculdade de Matemática da UFU e atua no *campus* Monte Carmelo desde 2012. Ingressamos enquanto docentes na UFU, no mesmo ano, entretanto, ele já tinha experiência na docência. Sempre se mostrou muito ativo no exercício do seu trabalho na universidade, coordenando e participando de vários projetos de ensino, pesquisa e extensão. Além disso, observamos que o professor demonstrava interesse pelo trabalho conjunto, coletivo, e que também valorizava o individual de

¹³ Bacharel em Matemática Aplicada pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, onde também concluiu a Licenciatura em Matemática e o mestrado em Matemática Aplicada. Obteve o título de Doutor em Matemática Aplicada pela Universidade Estadual de Campinas. No ano de 2015, já atuando no campus Monte Carmelo, realizou o estágio de pós-doutorado na University of Waterloo, no Canadá. Possui experiência na área de Matemática Aplicada, com ênfase em Otimização Linear e Otimização Combinatória, atuando principalmente nos seguintes temas: métodos de pontos interiores e programação semidefinida.

cada aluno, buscando conhecer suas motivações e seus contextos.

Compartilhávamos de algumas inseguranças e ideias sobre a aprendizagem e o ensino das disciplinas por nós ofertadas no *campus*, em especial com a disciplina Cálculo da Agronomia. Com isso, devido às aproximações de pensamentos e, devido ao perfil desse docente, sentimos segurança e disposição para propor e desenvolver esta pesquisa.

Observamos então a necessidade de discutir e vivenciar um Projeto, envolvendo a Modelagem Matemática na Educação e as TDIC, como sendo um caminho para o ensino de Cálculo nos cursos de Ciências Agrárias do Ensino Superior. O propósito deste estudo é responder ao seguinte questionamento: **Qual a contribuição do desenvolvimento de uma proposta de Trabalho de Projeto que inseriu Modelagem Matemática e TDIC no âmbito das disciplinas de Cálculo I e II do curso de Agronomia?**

Entendemos que a experiência vivenciada com esse Projeto pode ter propiciado aos estudantes e aos docentes universitários reflexões acerca da prática docente em relação ao Cálculo e sobre as possibilidades de transformação dessa prática na universidade.

Dessa forma, o objetivo principal é analisar como ocorreu o processo e os resultados de um Projeto em que se utilizou TDIC e Modelagem Matemática para ensinar e aprender Cálculo, desenvolvida de modo sequencial, a partir do olhar dos estudantes do Curso de Graduação em Agronomia que dela participaram, visando compreender as interações oportunizadas e as contribuições alcançadas com essa proposta.

Para isso, acompanhamos e discutimos o desenvolvimento sequencial de um curso de Cálculo, no contexto da área de Ciências Agrárias, baseado na construção coletiva de um Trabalho de Projeto interdisciplinar que se encontra na interseção de práticas educativas que se utilizam da Modelagem Matemática e das TDIC no ensino e aprendizagem de Cálculo no Ensino Superior. Intencionamos compreender os sentidos subjetivos dessa experiência vivida pelos estudantes enquanto coautores no curso de Agronomia. Como objetivos específicos, estabelecemos:

- evidenciar uma possibilidade metodológica para desenvolver práticas educativas no trabalho com o Cálculo;
- compreender o processo de organização e implementação do Trabalho de

Projeto nas disciplinas de Cálculo I e II do curso de Agronomia;

- analisar os processos interativos no desenvolvimento do Trabalho de Projeto;

- analisar o processo de autoria dos estudantes do curso de Agronomia nas disciplinas de Cálculo I e II;

- identificar como os estudantes perceberam, apreenderam, compreenderam, explicitaram, significaram e expressaram por meio do Trabalho de Projeto;

- evidenciar os desdobramentos do Projeto, apontando para suas contribuições e potencialidades.

Espera-se que a presente pesquisa colabore com a reflexão sobre a utilização do Trabalho de Projetos, das TDIC e da Modelagem Matemática na Educação em processos de ensino e aprendizagem de Cálculo no Ensino Superior, especialmente no curso de Graduação em Agronomia da UFU, *Campus* Monte Carmelo, onde a realidade observada no ensino de Matemática não difere da realidade dos outros *Campi* dessa instituição e, tão pouco, de outras instituições do país e fora dele, mas por se tratar de um *Campus* em desenvolvimento e em fase de consolidação com cursos em áreas afins, torna-se oportuno fazer uma investigação dessa problemática.

Coadunando com Soares (2009), percebemos que a conclusão de uma pesquisa é um referencial para novos embates científicos, além de se colocar como ponto de partida em novos campos de investigação, e é essa a minha expectativa em relação ao curso de doutorado.

Em um cenário mais amplo, a aula universitária, entendida como uma prática alternativa diferenciada - que dá a oportunidade para o aluno ter acesso ao conhecimento que uma aula comum, corriqueira, predominante, e muitas vezes limitadora não permite - apresenta novas demandas que direcionam os educadores a novos desafios. Como, por exemplo, os de proporcionar aos estudantes a construção de conhecimentos diversos, de desenvolver a aprendizagem, a autonomia, o uso de tecnologias digitais e de despertar o potencial de pesquisa e transformação no estudante do Ensino Superior.

A perspectiva da aula universitária é o encontro de alunos com pessoas que estudaram bastante, no sentido de adquirir e se apropriar de saberes que são essenciais para sua atividade profissional futura e que têm um grande impacto no

nosso convívio social. Esse espaço é particularmente um lugar vocacionado para introduzir o ensino com pesquisa. Com isso, a análise de ambientes, estratégias, metodologias de ensino que conduzam a esse fim, torna-se um desafio interessante.

Enveredados pelos caminhos da Educação, da Modelagem na Educação Matemática e das Tecnologias Digitais, e, além disso, norteados por essa questão de pesquisa e pelos objetivos apresentados nessa primeira seção, estruturamos a sequência desse texto em mais seis seções, a saber:

Na seção 2, apresentamos uma revisão da literatura sobre a utilização de Tecnologias Digitais e Modelagem Matemática no ensino de conteúdos do Cálculo no Ensino Superior, por meio de um mapeamento das dissertações e teses brasileiras sobre esse assunto, defendidas no período de 2002 a 2016, tempo em que iniciamos este estudo para um trabalho de doutorado.

Na seção 3, discorreremos sobre os aspectos metodológicos da pesquisa, na qual são apresentados os instrumentos elaborados para a organização dos dados, os colaboradores da pesquisa e o planejamento para a análise dos dados.

Na seção 4, descrevemos a proposta do Trabalho de Projeto, o planejamento das disciplinas Matemática I e Matemática II, e, em linhas gerais, o Trabalho de Projeto desenvolvido em cada disciplina.

Na seção 5, aprofundamo-nos nos processos interativos oportunizados com o Projeto, sejam entre os membros dos grupos, entre os grupos e o professor/pesquisadora, entre os grupos e membros externos, entre os grupos e as tecnologias digitais.

Na seção 6, apresentamos em duas partes, os aspectos das etapas intermediárias do Projeto em cada disciplina, necessários para a compreensão da sua versão final, que se constituiu em produção coletiva e envolveu processos interativos e de autoria do aluno na universidade. Também apresentamos o movimento das transformações e contribuições do Projeto para os alunos protagonistas acompanhados nesta pesquisa.

Por fim, as Conclusões estão na seção 7, na qual buscamos justificar nossa tese, de que o Trabalho de Projeto com Modelagem Matemática e TDIC implementado nas disciplinas de Matemática I e II, do curso de Agronomia, se constituiu em produção coletiva, de modo interdisciplinar e envolveu processos interativos e de autoria dos alunos na universidade e orientou-se pelo ensino do conteúdo curricular das disciplinas, associado ao contexto do curso (customização

do curso) e, paralelamente, pela orientação dos estudantes à pesquisa com princípios científico e educativo, sem perder a compreensão ético-político-social conferida quando se pensa na sociedade - destinatário final do saber produzido nesse espaço. Além disso, também descrevemos alguns percursos de pessoas que levaram esta proposta adiante.

2 TECNOLOGIAS DIGITAIS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO E MODELAGEM MATEMÁTICA NO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL DO ENSINO SUPERIOR

O objetivo principal dessa seção é apresentar uma revisão da literatura sobre propostas educativas para o ensino de Cálculo, no Ensino Superior, por meio de duas tendências: as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) e a Modelagem Matemática na Educação. Por meio das diversas formas com que os pesquisadores têm tratado essa questão na área de Educação Matemática, pretendemos analisar como está ocorrendo a interseção entre as práticas educativas que se utilizam dessas tendências no processo de aprendizagem e ensino de Cálculo.

A Modelagem Matemática na Educação é uma tendência no ensino de Matemática que se manifestou, de forma mais efetiva, nos finais dos anos de 1970, e desde então vem ganhando força junto a muitos pesquisadores. O cenário sobre as possibilidades de práticas educativas sobre as TDIC no processo de ensinar e aprender Cálculo vem se ampliando e com isso as possibilidades de pesquisas nessa temática também vêm se alargando (FLORES; LIMA; MÜLLER, 2018; MARIN, 2009; SOUZA JUNIOR, 1993; SOUZA JUNIOR, 2000).

Na literatura encontramos algumas pesquisas recentes que apresentam mapeamentos de produções brasileiras sobre o uso da Modelagem Matemática no ensino do Cálculo Diferencial e Integral (OLIVEIRA, 2018; OLIVEIRA; MADRUGA, 2018) e também uma revisão sistemática da literatura sobre a Modelagem Matemática e as Tecnologias Digitais Educacionais (PEREIRA; SEKI; PALHARINI; COELHO NETO; SILVA; DAMIN; MARTINS, 2017) em diferentes níveis de ensino.

Nesta pesquisa, interessa-nos compreender como está ocorrendo a interseção entre as práticas educativas que se utilizam dessas duas tendências, na disciplina de Cálculo no Ensino Superior. Ao considerarmos a Modelagem Matemática e o uso de Tecnologias Digitais como agentes que possibilitam uma conexão interdisciplinar dos saberes, nossa busca estende-se também sobre as áreas do conhecimento que essas pesquisas abarcaram.

Além de exibir uma descrição geral das produções por nós selecionados, no que diz respeito à instituição de origem, à produção por curso (mestrado acadêmico, mestrado profissional, doutorado), às tecnologias empregadas, aos conteúdos abordados e às principais conclusões relatadas nas investigações, mostraremos e

debateremos como as TDIC estão sendo empregadas nas produções resultantes da Modelagem.

A partir do levantamento dos trabalhos acadêmicos (teses e dissertações) realizados no Brasil nos últimos anos, no banco de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), apresentamos um mapeamento dos trabalhos que trazem ou que analisam a realização de uma proposta educativa, no contexto das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação e da Modelagem Matemática, até o ano de 2016, quando iniciei o doutorado.

Situaremos a presente pesquisa nesse mapeamento, entrecruzando os estudos sobre o ensino de Cálculo, a Modelagem Matemática na Educação e o uso das Tecnologias na aula universitária. Dessa forma, ao explicitarmos as convergências e distanciamentos desta pesquisa com as disponíveis na literatura, estaremos evidenciando as suas potenciais contribuições na área da Educação Matemática.

Inicialmente, ao levantarmos as dissertações e teses no banco da CAPES sobre o tema Cálculo Diferencial e Integral no banco de teses e dissertações da CAPES, nos programas de pós-graduação em Educação, Educação Matemática, Ensino de Matemática e Matemática em Rede Nacional, coletamos 139 trabalhos (entre dissertações e teses) e, após uma leitura preliminar e seletiva dos resumos, excluímos alguns, mas mantendo, a princípio, as que mais se aproximavam do objeto desta investigação – o ensino de Cálculo no Ensino Superior (limites, derivadas e integrais) por meio da Modelagem Matemática e das TDIC.

Entretanto, como a quantidade de produções encontrada foi pequena, consideramos relevante incluir e analisar àquelas que tratassem sobre o ensino e a aprendizagem de Funções no Ensino Superior, visto que a maioria dos cursos de Cálculo inicia-se com a abordagem desse conteúdo. Para tanto, realizamos o fichamento de 20 trabalhos que constituem o quadro dessa revisão¹⁴, sendo 11 dissertações e 9 teses, produzidas no período de 2002 a 2016, estabelecendo, a partir daí, os grupos de análise.

No que diz respeito à origem dessas produções, na Tabela 1 apresentamos um quadro geral das instituições, nas quais encontramos pesquisas relacionadas ao

¹⁴ Esses trabalhos encontram-se referenciados no Apêndice A.

ensino e aprendizagem de Cálculo, que vêm sendo desenvolvidos por meio da Modelagem Matemática e das TDIC no Ensino Superior.

Tabela 1 - Produção por Instituição de Educação Superior de 2002 a 2016.

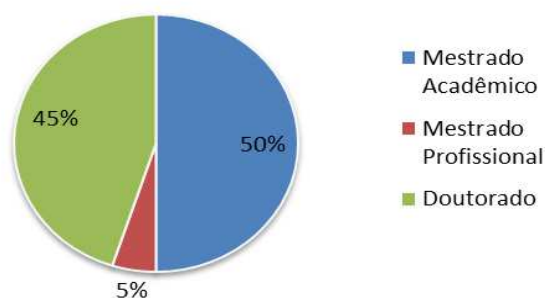
INSTITUIÇÃO	DISSERTAÇÕES	TESES	TOTAL
PUC-SP	00	04	04
UEL	02	02	04
UEP	01	00	01
UFMG	01	00	01
UFOP	02	00	02
UFPA	01	01	02
UFPE	00	01	01
UFSM	01	00	01
ULBRA	02	00	02
UNESP-Rio Claro	01	01	02
TOTAL	11	09	20

Fonte: A autora.

Das produções encontradas, 57% correspondem as oriundas de programas de Mestrados e 43% vinculadas a programas de Doutorado. Observamos que as instituições como a Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) e a Universidade Estadual de Londrina (UEL) destacaram-se em relação à quantidade de produções com características do nosso interesse, ambas com 4 produções acadêmicas cada, sendo que as produções acadêmicas da PUC-SP são todas oriundas de programas de doutorado.

Apresentamos, a seguir, o Gráfico 1, que mostra a produção acadêmica por tipo de curso de pós-graduação em que os trabalhos foram produzidos:

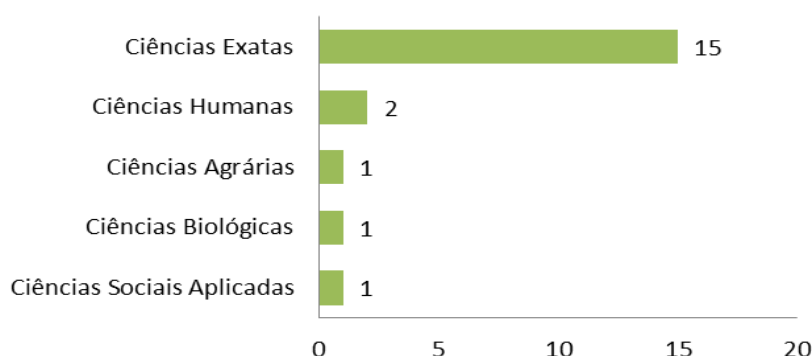
Gráfico 1 - Produção acadêmica percentual por tipo de curso de pós-graduação.



Fonte: A autora.

Das produções levantadas, 50% correspondem a produções oriundas de programas de Mestrados Acadêmicos, 45% são teses e 5% são dissertações apresentadas em Mestrados Profissionais. A pequena quantidade de produções na modalidade profissionalizante, que se enquadra no perfil desta tese, pode ser justificada por ter sido concebida, originalmente, para atender à Educação Básica. Trabalhamos com todo universo de dissertações e teses do banco de dissertações e teses da CAPES que atendiam às condições de serem destinadas ao ensino e aprendizagem do Cálculo no Ensino Superior e que envolvessem a Modelagem Matemática e as TDIC em suas investigações/proposições. Sobre os trabalhos que atendiam a esses critérios, apresentamos a seguir, no Gráfico 2, a quantidade de produções acadêmicas levantadas por áreas de conhecimento.

Gráfico 2 - Quantidade de Produções Acadêmicas por Área de Conhecimento.



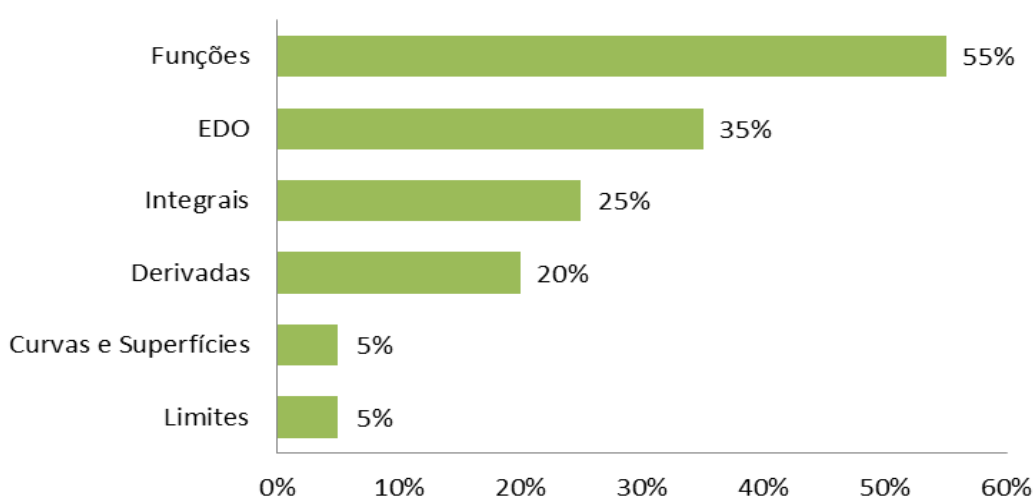
Fonte: A autora.

Dessas produções, a maioria, aproximadamente 75% do total, corresponde a produções em que os participantes da pesquisa eram da área de Ciências Exatas, abrangendo os cursos de Engenharias, Ciências da Computação, Licenciatura em Matemática, Licenciatura em Física e Sistemas de Informação. Na área de Ciências Humanas contabilizamos, aproximadamente, 10% das produções, sendo que os participantes das pesquisas cursavam Licenciatura em Geografia ou Gestão Pública. Na área das Ciências Agrárias, aproximadamente 5% da produção referem-se a alunos do curso de Tecnologia de Alimentos. O curso de Ciências Biológicas também apareceu na nossa seleção, com aproximadamente 5% e, por fim, o curso de Administração de Empresas da área de Ciências Sociais Aplicadas, também com aproximadamente 5%.

Como já mencionado, dependendo da instituição e/ou curso do Ensino Superior, as disciplinas de Cálculo I, Cálculo II, etc. também recebem outras denominações, como Matemática I e II ou Matemática A e B, etc., sobretudo em cursos fora da área de exatas.

Para ilustrar, consideramos interessante apresentarmos o Gráfico 3, a seguir, que apresenta os dados encontrados com relação à frequência dos conteúdos abordados nos trabalhos (dissertação ou tese) analisados:

Gráfico 3 - Frequência dos conteúdos abordados.



Fonte: A autora.

Observamos que muitas produções que utilizam a Modelagem Matemática na Educação em suas práticas educativas, principalmente em cursos de formação de professores, não explicitam qual conteúdo do Cálculo as atividades apresentadas objetivaram focar. Após analisarmos as atividades, a partir da leitura do corpo das dissertações e teses, constatamos que a maioria envolve o estudo de Funções, 11 produções (dissertação ou tese), seguido das Equações Diferenciais Ordinárias (EDO), citado em 7 trabalhos (dissertação ou tese). Vale ressaltar que, em algumas produções, dois ou mais conteúdos apresentados no Gráfico 3 foram abordados nas atividades.

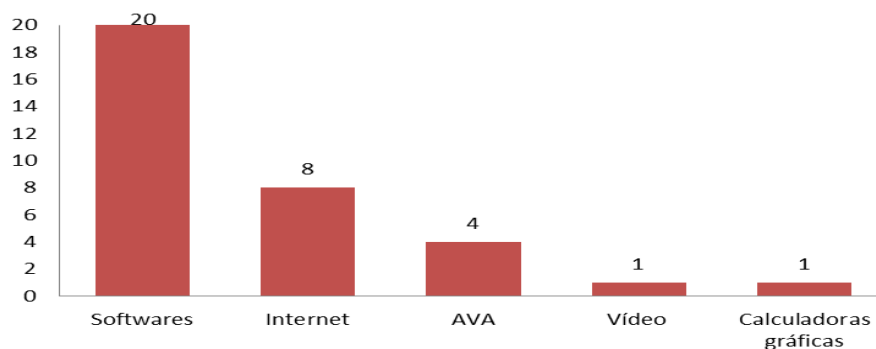
O ensino de Cálculo no Ensino Superior geralmente inicia-se com o estudo de Funções, o que justifica a quantidade significativa de trabalhos encontrados com esse assunto, aproximadamente 55% do total, principalmente em atividades ofertadas em curso de formação de professores. Baseado em Nascimento (2007), o

conhecimento de Função incomoda muito os alunos desde as primeiras noções trabalhadas no Ensino Fundamental e perdura até a exploração do seu conceito e aprofundamento no Ensino Superior, sendo que as atividades de Modelagem, com o uso de Tecnologias, podem minimizar esses problemas.

As dificuldades na aprendizagem de Função são abordadas em alguns estudos (GOLDENBERG, 1988; GOMES FERREIRA, 1997; LEINHARDT *et al.*, 1990; NASCIMENTO, 2007) e evidenciadas quando se trata da representação gráfica, pois acarreta a “[...] falta de compreensão quanto ao tipo de função ou campo de aplicação. O uso dessa habilidade torna o aluno mais seguro para elaborar tabelas, identificar intervalos, verificar a variação da função, etc. tais recursos são essenciais à atividade de modelagem” (NASCIMENTO, 2007, p. 75).

Julgamos proveitoso apresentar, também, o Gráfico 4, com os dados encontrados em relação às Tecnologias Digitais utilizadas nas atividades:

Gráfico 4 - Frequência das Tecnologias Digitais abordadas.



Fonte: A autora.

Observamos a unanimidade do uso de *softwares*, matemáticos ou não, para o desenvolvimento das atividades propostas e/ou analisadas nas dissertações e teses selecionadas. Sobre quais *softwares* foram utilizados e como foram empregados nas atividades, abordaremos mais adiante, neste capítulo.

Nas produções selecionadas, a *internet* foi utilizada como principal fonte de pesquisa (*sites*, *Google Streetview*, *Google Earth*, etc.). Também possibilitou a comunicação virtual entre os interessados (via *e-mail*, *WhatsApp* e redes sociais), e serviu para o armazenamento e compartilhamento de informações (via *Dropbox* e/ou *Google Drive*).

Além disso, em cursos de Educação a Distância, a *internet* viabilizou momentos de discussões em fóruns, entre alunos, professores e tutores, e também

possibilitou a condução de webconferências e videoconferências. Dentre as contribuições dessa abordagem, encontramos o auxílio aos alunos para o desenvolvimento das atividades de Modelagem, servindo de suporte para que pudessem formular o problema, resolver e analisar os modelos matemáticos elaborados por eles.

Na nossa busca, encontramos 4 (quatro) produções (dissertações e teses) que mencionaram o Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA), sendo que 3 (três) utilizaram a plataforma *Moodle* e 1 (um) mencionou a utilização de um *blog*. A utilização do ambiente *Moodle* variou de acordo com a condução das atividades. Esse ambiente foi utilizado desde a oferta de uma disciplina/curso na modalidade não presencial, dando todo o suporte para o desenvolvimento das atividades, inclusive com videoaulas, como também para depósito de materiais de apoio aos alunos para as atividades e no auxílio ao trabalho cooperativo entre os estudantes e o professor, por meio de uma sala virtual desenvolvida no *Moodle*. O *blog*, por sua vez, foi utilizado apenas para promover discussões.

Vale destacar que, dos trabalhos encontrados, 1 (um) menciona a apresentação de um vídeo em sala de aula para mostrar uma determinada situação-problema como forma de introduzir a atividade que foi desenvolvida, e ainda, 1 (um) menciona a utilização da calculadora gráfica para uma experimentação.

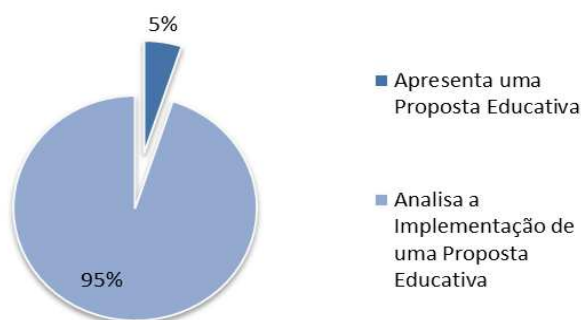
Alguns equipamentos digitais auxiliares, também, apareceram nos trabalhos, como computadores e/ou *notebooks* e/ou *netbooks*, bem como o uso de celulares e câmeras digitais. Além disso, outra tecnologia digital que também se destacou, no que diz respeito à frequência de sua utilização, foi o uso do equipamento de multimídia *data show*, geralmente para apresentação dos projetos desenvolvidos pelos alunos.

A partir das leituras buscamos identificar os trabalhos que mais se aproximavam dos nossos interesses, ou seja, aqueles que discutiam a utilização da Modelagem Matemática e das Tecnologias Digitais em processos de ensino e aprendizagem de Cálculo no Ensino Superior. Para melhor compreensão, após obtermos uma visão geral das produções encontradas, buscamos por características semelhantes e que se destacavam a partir dos dados coletados. Foi possível identificar 02 (dois) grupos de pesquisas – as que apresentam e as que analisam a implantação de uma proposta educativa.

Em relação aos grupos de pesquisas, o Gráfico 5, a seguir, apresenta a

frequência dos grupos de trabalhos encontrados (dissertação ou tese) em relação à sua finalidade:

Gráfico 5 - Frequência dos grupos de trabalhos educativos.



Fonte: A autora.

A maioria das produções, aproximadamente 95%, têm como finalidade a análise da implantação de propostas educativas e apenas 1 (um) trabalho corresponde à apresentação de uma proposta educativa, sem apresentar a discussão sobre a realização e os resultados das atividades com os alunos.

Sobre o menor grupo de produções selecionadas – que apresenta uma proposta educativa – encontramos em Paranhos (2015) uma pesquisa de doutorado, cujo foco está no trabalho do professor em elaborar as atividades de Modelação Matemática em ambiente computacional.

O autor utiliza o termo Modelação, pois segundo ele, sua proposta se aproxima de tal concepção, que é “[...] o processo de ensino e aprendizagem, que utiliza modelos matemáticos pré-determinados e que podem ser aplicados na reprodução de contextos da realidade” (PARANHOS, 2015, p. 12). E o ambiente computacional escolhido foi o *Winplot*¹⁵, por favorecer a dinâmica pretendida na pesquisa de articulação de conteúdos e variação de possibilidades.

A produção é composta por propostas de atividades visando o ensino de conteúdos do Ensino Superior (incluindo o Cálculo), por meio da Modelagem e do ambiente computacional, para alunos dos cursos da área de Ciências Exatas. Como a análise do trabalho destina-se à concepção das atividades, o autor optou por não discutir a realização e os resultados das atividades com os alunos.

As atividades propostas pelo autor foram divididas em duas etapas: a

¹⁵ O *Winplot* é um programa gráfico que dispensa instalação, é leve e gratuito. Foi desenvolvido pelo professor Richard Parris, da *Phillips Exeter Academy*, USA.

primeira tem como objetivo a familiarização dos alunos com os conteúdos e com o uso do *software Winplot*, e a segunda etapa consiste em uma proposta de atividades de reprodução de situações da realidade, também em ambiente computacional.

No que diz respeito às atribuições do professor e do aluno nas atividades propostas, Paranhos (2015) aponta que

[...] o professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução. Não é preciso que eles procurem dados fora da sala de aula e todo o trabalho se dá com base na situação e no problema oferecido pelo professor (PARANHOS, 2015, p. 30).

Nesse sentido, para o desenvolvimento das atividades propostas, cabe ao professor a contextualização, apresentação do problema e das informações necessárias para seu desenvolvimento e, aos alunos, cabe a resolução. A tese encontrada pode ser compreendida como uma proposta educativa que possibilita o trabalho com a Modelagem em sala de aula, em que as tecnologias digitais entram como meio fundamental para o seu desenvolvimento, pois as atividades são propostas em ambiente computacional.

O segundo grupo é constituído por produções que analisam a implantação de uma proposta educativa. Isto é, reunimos os trabalhos que apresentam alguma experiência de ensino realizada com alunos e/ou professores, que usam e investigam a Modelagem Matemática, no ensino de conteúdos de Cálculo, com a utilização de TDIC, analisando suas contribuições para a aprendizagem desses assuntos no Ensino Superior.

Algumas características semelhantes nos levaram a agrupar esses trabalhos em tipos, descritos e apresentados na Tabela 2, a seguir:

Tabela 2 - Distribuição dos trabalhos no grupo.

GRUPO	TIPO/ DESCRIÇÃO	Nº DE TRABALHOS
Trabalhos que analisam a implantação de uma proposta educativa.	1- Trabalhos que investigam atividades que ensinam sobre modelagem e/ou a modelar com TDIC.	06
	2- Trabalhos que ensinam por meio da modelagem com TDIC.	13

TOTAL	19
--------------	----

Fonte: A autora.

Esse grupo está subdividido em 02 (dois) tipos. O primeiro, Tipo 1, com aproximadamente 30% das produções, remete a produções (dissertações e teses) que analisam atividades que ensinam sobre a Modelagem e/ou a Modelar, geralmente relacionadas à disciplina de Modelagem Matemática ou a cursos de extensão oferecidos em cursos de Licenciaturas. O segundo, Tipo 2, cerca de 65% das produções, reúne aquelas que visam o ensino de determinado conteúdo por meio da Modelagem.

Segundo Domingos (2016), existem indicativos de que, na maioria das Licenciaturas, apenas o ensino sobre a Modelagem é abordado aos futuros profissionais, “[...] fazendo com que o futuro profissional entenda os aspectos teóricos da Modelagem Matemática, contudo não desenvolvem as habilidades de modelador, resultando assim em lacunas que contribuem futuramente para a resistência dos professores em não utilizar a Modelagem Matemática.” (DOMINGOS, 2016, p. 41).

Apesar dessa consideração, decidimos aglomerar o ensino sobre a Modelagem e o Modelar em um mesmo tipo, Tipo 1, pois essas abordagens não possuem delimitações específicas e, por isso, algumas pesquisas sobre Modelagem Matemática consideram as abordagens - ensinar sobre a Modelagem e ensinar a Modelar (e até mesmo o ensinar por meio da Modelagem), mesmo sem fazer referência.

No Tipo 1 reunimos os trabalhos (BATISTA, 2016; DOMINGOS, 2016; FURTADO, 2014; MENEZES, 2016; VIDIGAL, 2013; ZANIM, 2015) que apresentam atividades cujo foco é a Modelagem e/ou o Modelar no Ensino Superior.

Quando se trata de uma disciplina ou curso de Modelagem Matemática, ou disciplina ou curso no contexto da Modelagem Matemática, geralmente o objetivo geral é ensinar a Modelagem e o Modelar. Nesse caso, as atividades usam as ferramentas do Cálculo, mas não têm como alvo principal o ensino dos conteúdos do Cálculo.

Apesar de não predominar o ensino de Cálculo, optamos por apresentá-los neste texto, pois a maioria é constituída de trabalhos que enfatizam o uso das Tecnologias Digitais em cursos de formação de professores em atividades que

viabilizaram ou têm o potencial de oportunizar a aprendizagem de tópicos de Cálculo, seja no ambiente da sala de aula ou na modalidade a distância em que foi realizada a disciplina e/ou curso de Modelagem Matemática.

As pesquisas reunidas no Tipo 1 são todas qualitativas e a maioria, realizada em cursos de Licenciaturas na área de exatas. Dessas, Batista (2016), Furtado (2014), Menezes (2016) e Zanim (2015), apresentam suas investigações na disciplina/curso de Modelagem Matemática; e com ênfase no saber Modelar, Domingos (2016) traz suas contribuições a respeito de um curso de extensão sobre EDO no contexto da Modelagem Matemática.

Quando se trata de cursos de formação de professores, para garantir o envolvimento desses profissionais com a Modelagem, Almeida e Dias (2007) defendem que é preciso oportunizar situações para que os alunos aprendam sobre e por meio da Modelagem Matemática, para ensinar empregando a Modelagem Matemática (próximo tipo, Tipo 2). Nesse sentido, na formação inicial não basta apenas entender o que é Modelagem. Além de orientar o futuro profissional a respeito da teoria da Modelagem Matemática, este precisa desenvolver suas habilidades de saber Modelar, para depois poder ensinar no âmbito da Modelagem.

Vidigal (2013) traz uma aplicação de Modelagem no ensino na disciplina de Matemática do curso de Licenciatura em Geografia. A pesquisa fundamentou-se no tripé Modelagem, criticidade e criatividade e apresentou atividades envolvendo a Modelagem. Buscou verificar como a realização dessas atividades poderia estimular o desenvolvimento da criticidade e criatividade nos alunos. Quanto à utilização de Tecnologias Digitais, evidenciamos apenas o uso da *internet*, *Google Earth*¹⁶ e *Google Streetview*¹⁷, cuja utilização foi mencionada como fonte de pesquisa e para a construção de mapas do *campus* onde os alunos estudam.

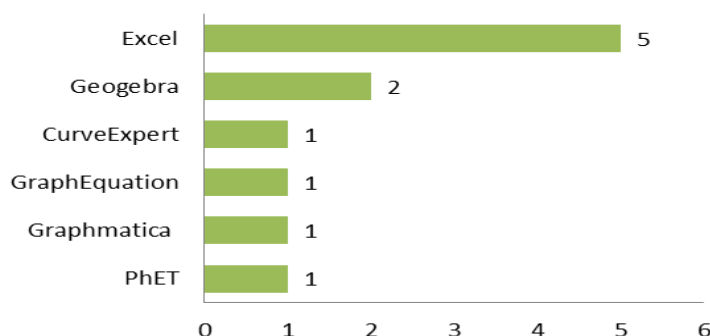
Em alguns dos trabalhos (dissertações e teses) listados no Tipo 1, existem aqueles cuja ênfase é dada às atividades de Modelagem mediadas pelo uso de tecnologias (BATISTA, 2016; FURTADO, 2014; MENEZES, 2016). Esses trabalhos envolvem, principalmente, a investigação das contribuições, da utilização, e das implicações do uso de Tecnologias Digitais no desenvolvimento das atividades. Em outros, apesar de não priorizá-las nas discussões, não deixaram de citá-las.

16 *Google Earth* é um programa de computador cuja função é apresentar uma representação tridimensional do globo terrestre.

17 *Google Streetview* é um recurso que disponibiliza vistas panorâmicas de 360° na horizontal e 290° na vertical e permite que os usuários vejam partes de algumas regiões do mundo ao nível do solo.

A utilização de um ou mais *softwares*, matemáticos ou não, foi mencionada para o desenvolvimento das atividades na maioria dos trabalhos (dissertações e teses). O Gráfico 6, a seguir, apresenta os *softwares* citados nos trabalhos que se enquadram no Tipo 1:

Gráfico 6 - Frequência dos *softwares* nos trabalhos do Tipo 1.



Fonte: A autora.

Dos trabalhos listados no Tipo 1, 5 (cinco) deles, (BATISTA, 2016; DOMINGOS, 2016; FURTADO, 2014; MENEZES, 2016; ZANIM, 2015) mencionam o emprego ou direcionamento do pacote de *software Excel*¹⁸ como ferramenta de trabalho dos alunos para o desenvolvimento das atividades no contexto da Modelagem Matemática. Dentre as atribuições desse programa, a maioria dos alunos o utilizou para a elaboração de modelos, esboços de gráficos e também para auxiliá-los na análise dos resultados que encontraram.

Em algumas atividades analisadas por Menezes (2016), a utilização do *Excel* serviu “[...] para que os alunos visualizassem e interagissem a partir da plotagem dos gráficos” (MENEZES, 2016, p.81). Para o autor, esse *software* foi fundamental para a realização das etapas Experimentação, Abstração, Resolução e Validação do processo de Modelagem Matemática, descritas por Bassanezi (2011).

Dentre as funções do *Excel*, Domingos (2016) destacou o esboço de gráficos, a possibilidade de encontrar o coeficiente de correlação entre as variáveis utilizadas em um modelo matemático, a possibilidade de fazer ajustes lineares, entre outras utilidades.

Na sequência, aparecem 2 (dois) trabalhos que citam o uso do aplicativo *GeoGebra* (DOMINGOS, 2016; ZANIM, 2015) nas atividades, em etapas de

¹⁸ *Excel* é um *software* desenvolvido pela empresa Microsoft, amplamente usado para a realização de operações por meio de planilhas eletrônicas (folhas de cálculo).

formulação e resolução dos modelos, já que esse programa facilita a interpretação gráfica dos modelos matemáticos. Sobre o *GeoGebra*, Domingos (2016) menciona que ele “[...] facilitou, para os alunos, a interpretação gráfica de alguns modelos matemáticos trabalhados no decorrer do curso. Além disso, os participantes puderam relacionar aspectos aritméticos, algébricos e geométricos referentes aos modelos matemáticos vistos durante os encontros” (DOMINGOS, 2016, p. 158).

Os *softwares Graphmatica*¹⁹, *PhET*²⁰, *GraphEquation*²¹ e *CurveExpert*²² apareceram uma vez cada em 4 (quatro) dos trabalhos do Tipo 1 (BATISTA, 2016; DOMINGOS, 2016; FURTADO, 2014; ZANIM, 2015). Esses programas possibilitaram a elaboração de modelos e auxiliaram na análise dos resultados obtidos. Segundo Domingos (2016), o programa *PhET* possibilitou a interação entre o aluno e os experimentos e o auxílio em algumas atividades de Modelagem na Física e na Matemática.

Percebemos em Zanim (2015) a presença de três dos *softwares* apresentados no Gráfico 6 (*Excel*, *CurveExpert* e *GeoGebra*). Eles foram utilizados para encontrar o modelo matemático que respondesse ao problema proposto pelos alunos. Os alunos construíram gráficos para verificar o comportamento dos dados – Matematização e Resolução - ao considerarmos a estrutura da atividade de Modelagem, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012). Além disso, sobre o uso de tecnologias, a autora menciona que a *internet* auxiliou na obtenção dos dados – Interação, também conforme Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Além de ressaltar a utilização de *softwares* na dissertação de Batista (2016), achamos importante destacar que o objetivo principal do autor consistiu na análise das contribuições que o Ambiente Virtual de Aprendizagem pode oportunizar para o desenvolvimento das dimensões crítica e reflexiva da Modelagem Matemática. O AVA, com a utilização da plataforma *Moodle*²³, possibilitou a elaboração de blocos de atividades de modelagem, o desenvolvimento dos projetos de Modelagem, bem

19 *Graphmatica* é uma aplicação matemática que permite criar representações gráficas de funções cartesianas, relações, desigualdades e equações ordinárias e diferenciais.

20 *PhET* é um programa de simulações gratuito, que oferece, aos alunos e professores, diversas simulações em Física e em outras áreas.

21 Faz gráficos de regiões e curvas no plano que verifiquem inequações. Permite utilizar coordenadas cartesianas ou polares.

22 *CurveExpert* é uma multiplataforma para ajuste de curvas e análise de dados.

23 O Sistema *Moodle*, desenvolvido pela *Curtin University of Technology*, da Austrália, é uma ferramenta educacional de um sistema colaborativo para apoio a processos de ensino e aprendizagem.

como a disponibilização de textos de reflexão, fóruns de discussão sobre as tarefas e atividades que estavam relacionadas com a elaboração dos projetos de Modelagem Matemática, garantindo mais autonomia aos alunos.

No próximo tipo de agrupamento, tipo 2, estão os trabalhos que analisam a implementação de uma proposta que aborda o ensino de determinado conteúdo do Cálculo, por meio da Modelagem com a utilização de TDIC (ARAÚJO, 2002; BELTRÃO, 2009; BORSSOI, 2013; CAMPOS, 2013; FECCHIO, 2011; FERRUZZI, 2011; FREITAS, 2006; MALHEIROS, 2004; NASCIMENTO, 2007; RILHO, 2005; SANTOS, 2008; SILVA, 2013; SCHUTZ, 2015).

As produções reunidas no Tipo 2 são todas qualitativas e a maioria, realizada em cursos da área de exatas, com exceção de Beltrão (2009), Campos (2013), Malheiros (2004), e Rilho (2005), que desenvolveram suas investigações em cursos de Tecnologia de Alimentos, Gestão Pública, Ciências Biológicas e Administração de Empresas, respectivamente.

Algumas das produções (dissertações e teses) foram desenvolvidos em disciplinas denominadas Cálculo Diferencial e Integral (I, II ou III) como em Fecchio (2011), Araújo (2002), Santos (2008) e Silva (2013), ou simplesmente Cálculo, como em Beltrão (2009) e Freitas (2006). Em outros, as disciplinas em que as pesquisas foram desenvolvidas recebiam denominações distintas, mas os conteúdos previstos eram os de Cálculo.

Esse último caso, encontrado em Campos (2013), na disciplina Matemática A, cujo conteúdo previsto era o de Cálculo, com exemplos de aplicações voltados para a área de Ciências Humanas; em Ferruzzi (2011), que apresenta em sua tese atividades de Modelagem Matemática na disciplina Matemática II, com referência aos temas relacionados aos conteúdos de EDO; e em Borssoi (2013), Malheiros (2004) e Rilho (2005) que, dentre outras coisas, contemplavam investigações na disciplina Matemática Aplicada.

Além desses, Schutz (2015) descreve em sua dissertação os resultados de uma pesquisa de ensino e aprendizagem com alunos da disciplina Métodos Matemáticos, no Curso de Licenciatura em Matemática, cuja ementa envolve o estudo de EDO, em um ambiente de Modelagem Matemática aliado à utilização de recursos tecnológicos. Já a tese de Nascimento (2007) acompanhou uma experiência com alguns alunos do curso de Licenciatura em Matemática, que

dominavam o conhecimento básico do *Modellus*²⁴, no laboratório de informática, em período extraescolar.

O *software Modellus* permite diferenciadas formas de representação e a construção de simulações computacionais. Para Nascimento (2007), “As propostas de uso desse *software* proporcionaram o enriquecimento de diversas investigações, que buscavam verificar o nível de compreensão que os estudantes apresentavam relativos a alguns conceitos de física e matemática” (NASCIMENTO, 2007, p. 96). O autor verificou que o uso do *software* favoreceu o alcance dos objetivos para a validação e simulação dos problemas.

As TDIC foram utilizadas em diversos sentidos, em todos os trabalhos. Desde fonte de dados na *internet*, até programas para plotar gráficos, encontrar funções, obter e validar modelos, entre outros.

Em Santos (2008), o autor sinaliza que

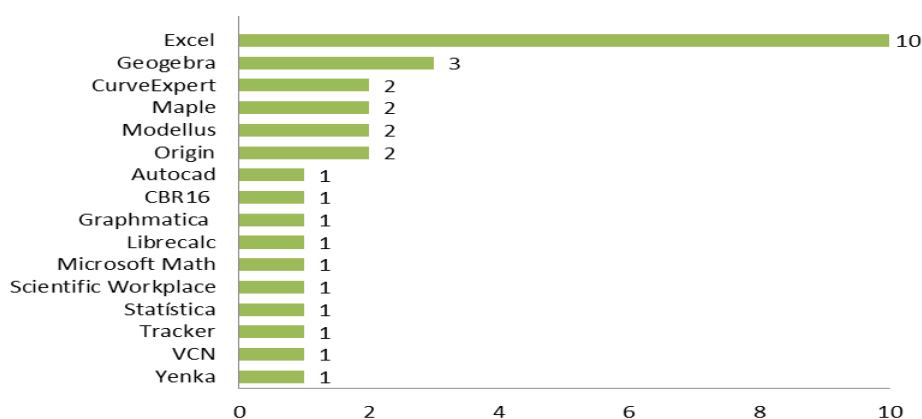
[...] a associação da Modelagem com as Tecnologias de Informação e Comunicação, mais especificamente o computador, favorece a compreensão e estimula atividades de simulação, contribuindo para o desenvolvimento da criatividade no que diz respeito à busca por soluções para problemas que a sociedade pode colocar (SANTOS, 2008, p. 150).

Nas atividades analisadas, foram utilizados quatro *softwares*, escolhidos pelo fato de cada um deles apresentar características diferentes entre si: *Modellus*, *Maple*²⁵, *CurveExpert* e *Excel*.

Em especial, destacaremos no Gráfico 7, a seguir, os programas citados nos trabalhos (dissertações e teses) que se enquadram no Tipo 2:

²⁴ *Modellus* é um *software* disponível gratuitamente, que permite que os alunos e professores utilizem a Matemática para criar ou explorar modelos de forma interativa.

²⁵ *Maple* é um programa que permite cálculos matemáticos com expressões simbólicas (ou algébricas).

Gráfico 7 - Frequência dos *softwares* nos trabalhos do Tipo 2.

Fonte: A autora.

Dos trabalhos listados no Tipo 2, 10 (dez) deles (BELTRÃO, 2009; BORSSOI, 2013; CAMPOS, 2013; FECCHIO, 2011; FERRUZZI, 2011; FREITAS, 2006; MALHEIROS, 2004; RILHO, 2005; SANTOS, 2008; SILVA, 2013) mencionam a utilização do pacote de *software Excel* como ferramenta de trabalho dos alunos para o desenvolvimento das atividades no âmbito da Modelagem Matemática.

Isso pois o *Excel*, dentre outras finalidades, permite gerar fórmulas e obter, por meio delas, resultados quase que instantâneos para uma vasta quantidade de valores assumidos pela variável independente. Em Rilho (2005), o *software* foi usado para o ajuste de curvas e, em Freitas (2006), o autor menciona sua utilização para a representação gráfica do fenômeno estudado, favorecendo um melhor entendimento para os alunos. Para esse último autor, a utilização da planilha *Excel* “[...] para o ajuste de curvas e definição de alguns modelos, contribuiu na formação dos alunos, sendo estes mais críticos e observadores, constataram erros apresentados em alguns ajustes” (FREITAS, 2006, p. 107).

Em Malheiros (2004), o *Excel* foi utilizado como um instrumento para investigação dos dados obtidos pelos alunos. A partir do conhecimento matemático e do aplicativo, os alunos esboçaram os gráficos. Promoveu ainda as comparações necessárias dos gráficos desenvolvidos pelos alunos com os encontrados na literatura.

O próximo programa mais citado nos trabalhos é o *GeoGebra*, em 3 (três) deles, (BORSSOI, 2013; SCHUTZ, 2015; SILVA, 2013). Desses trabalhos, Schutz (2015), menciona sua utilização com a finalidade de “[...] plotar os gráficos das funções e os comandos diretos para a obtenção de regressões (linear, polinomial, exponencial e logística), raízes de equações, campos de direção e resolução de

equações diferenciais ordinárias de 1ª ordem” (SCHUTZ, 2015, p. 43-44). E Silva (2013) destaca a pouca habilidade dos alunos em lidar com os *softwares AutoCad*²⁶, *Excel* e *GeoGebra*, exigindo um gasto de tempo não previsto em alguma etapa.

Quanto aos outros sistemas operacionais apresentados no Gráfico 7, com frequência de 2 (dois) trabalhos em cada um, ou com frequência de 1 (um) trabalho em cada *software*, alguns deles não tão popularizados, também foram utilizados na representação de funções, tratamentos de dados e, algumas vezes, para a verificação dos modelos, como por exemplo, o *Scientific Workplace*, em Fecchio (2011).

Quanto ao processo de verificação do modelo, esse proporciona ao aluno momentos de análises, discussões, exploração e tomadas de decisões. Em Santos (2008), além do *Excel*, o *Maple* e o *Modellus* contribuíram para a realização dessa etapa. Além disso, o autor mencionou o uso do computador para simulação, para verificação, em procedimentos matemáticos, e ainda ressaltou o uso do *Modellus* também na construção do modelo. Em Malheiros (2004), o *software Estatística* auxiliou para que os alunos fizessem a regressão linear dos dados e plotassem os gráficos. O *software* matemático utilizado serviu para comprovar que os procedimentos adotados pelos alunos estavam corretos.

No trabalho de Borssoi (2013), a tecnologia foi integrada às atividades desde a proposição do tema e contribuiu para a condução das atividades de Modelagem (desde a fase da interação até a validação) no contexto educacional de Almeida, Silva e Vertuan (2012). Os *softwares* foram usados para tratamento e produção de dados, implementação de algoritmos, além da visualização tabular e gráfica dos resultados. O *Yenka*²⁷, por exemplo, foi utilizado para o levantamento de dados e, para a interpretação e verificação, dentre os utilizados, destacamos o *Origin*²⁸ e o *Maple* (tratamento de dados). Além disso, ressaltamos que a utilização do *Tracker*²⁹ colaborou com a fase de Interação, Matematização e Resolução por meio da videoanálise e construção de modelos.

Em Schutz (2015), os aplicativos foram utilizados de diversas maneiras

26 *AutoCad* é um programa utilizado principalmente para a elaboração de modelos 2D e criação de modelos 3D.

27 *Yenka* é um sistema operacional que permite o uso e edição de uma biblioteca de aulas para as áreas da matemática, ciências, tecnologia e computação.

28 *Origin* é um *software* aplicado na análise de dados e visualização com plotagens. Integrado a planilhas do tipo *Excel* é capaz de ajustar e analisar os diversos modelos de gráficos científicos.

29 *Tracker* é um aplicativo gratuito que possibilita a videoanálise e construção de modelos de fenômenos físicos.

pelos grupos de alunos e pela professora da disciplina Métodos Matemáticos, que envolve o estudo de EDO. Em sala de aula, para propiciar e facilitar a aprendizagem dos conteúdos, a professora fez uso de alguns *softwares* para familiarizar os alunos com o desenvolvimento do projeto e prepara-los para esse desenvolvimento do projeto final de Modelagem Matemática, sendo que o tema seria escolhido pelos próprios alunos. Essa utilização destinou-se para "[...] resolver as atividades, seja, para validar os resultados obtidos manualmente ou, para dar ênfase às reflexões oriundas dos aspectos visuais" (SCHUTZ, 2015, p.45). O *LibreCalc*³⁰, por exemplo, foi utilizado para a construção das planilhas dos métodos iterativos de obtenção dos zeros de funções. Já o *CurveExpert*, para interpolações polinomiais e método dos mínimos quadrados, enquanto o *VCN*³¹ (*Visual Computational Numerical*) foi usado como um aplicativo de apoio a todos os capítulos da disciplina.

Os alunos foram orientados a utilizar esses recursos, além do *GeoGebra*, tanto na resolução dos exercícios propostos quanto no projeto final de Modelagem Matemática. No projeto final, a utilização desses *softwares* variou nos grupos, sendo que todos utilizaram o *GeoGebra*, por garantir uma visualização melhor dos gráficos, além de ser mais popular entre eles. Os outros aplicativos utilizados na disciplina (*LibreCalc*, *VCN* e *CurveExpert*) foram empregados pelos alunos na comparação dos resultados encontrados, ou seja, como forma de verificação.

Nos trabalhos (dissertações e teses) que discutem a utilização da Modelagem Matemática e das Tecnologias Digitais em processos de ensino e aprendizagem de Cálculo no Ensino Superior, percebemos que, independentemente das finalidades dos trabalhos, seja a análise da implementação de propostas educativas ou a apresentação de uma proposta educativa, todos enfatizam, embora em graus diferentes, o uso das Tecnologias Digitais em atividades que viabilizaram ou têm o potencial de viabilizar a aprendizagem de tópicos de Cálculo.

A princípio, levantamos a possibilidade de buscar e reunir também os trabalhos de natureza teórica, criando assim um novo grupo. Selecionaríamos trabalhos que abordassem e discutissem os saberes docentes mobilizados por futuros professores ao vivenciarem atividades de Modelagem (ALVES, 2015), e que investigassem as dificuldades no ensino e aprendizagem de Cálculo com atividades

30 *LibreCalc* é um programa *freeware* e gratuito que faz parte do LibreOffice e possibilita a criação, edição e apresentação de planilhas eletrônicas.

31 *Visual Computational Numerical (VCN)* é um *software* gratuito, que possibilita o tratamento dos conteúdos das disciplinas da área de Cálculo Numérico.

de Modelagem, envolvendo tecnologias como o *software GeoGebra*.

Dentre as produções encontradas, porém, o de Alves (2015) analisou os saberes docentes mobilizados por futuros professores ao vivenciarem atividades de Modelagem Matemática, envolvendo o conteúdo matemático Função Afim, por meio de um estudo de caso com alunos e ex-alunos do programa PIBID³² de Matemática, desenvolvido em uma escola da rede estadual de ensino de um município, desviando do nosso propósito de investigar trabalhos no universo do ensino de Cálculo no Ensino Superior. E os trabalhos que apresentaram as dificuldades no ensino e aprendizagem de Cálculo já estão listados em Pagani e Allevato (2014) e não têm o foco em atividades de Modelagem envolvendo Tecnologias, resultando, então, em apenas dois grupos, a partir do nosso levantamento dos trabalhos acadêmicos (teses e dissertações) realizados no Brasil nos últimos anos.

Na busca por essas produções no cenário desta pesquisa, um dos processos relevantes remete ao uso de Tecnologias Digitais em todas as produções (teses e dissertações). Embora a Modelagem não necessita estar sempre associada às TDIC, conforme encontramos em Malheiros (2004), não nos surpreendeu por se tratar de pesquisas recentes e, no universo em que estão inseridas, o uso e a presença de tecnologias estão naturalizados, particularmente entre os jovens estudantes e professores universitários.

No cenário atual, a presença de celulares com acesso à *internet*, *notebooks* e *data show* nas salas de aulas universitárias tornou-se algo corriqueiro. Existe uma facilidade de comunicação notória entre os alunos e entre alunos e professor, seja pelo celular ou pelo computador. Outro ponto a considerar refere-se à facilidade oportunizada por essas tecnologias para os estudos por meio da pesquisa - sejam por videoaulas, *sites*, *e-books*, grupos nas redes sociais, fóruns virtuais, produções acadêmicas, etc. - disponibilizados na *internet*.

O mapeamento das teses e dissertações permitiu-nos:

- Sistematizar os dados e assim proceder a análise das pesquisas que envolvem o ensino de Cálculo, utilizam a Modelagem Matemática e adotam práticas com o uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação. Esse mapeamento mostrou-nos que a quantidade de trabalhos que abordam o ensino de

³² O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência– PIBID funciona sob responsabilidade da Diretoria de Educação Básica Presencial – DEB da Capes.

Cálculo no Ensino Superior ainda é relativamente pequena, sobretudo ao associarmos à Modelagem Matemática e às TDIC.

Percebemos que existe grande preocupação em torno desse assunto por parte dos pesquisadores, sendo essa a principal motivação para realização dos trabalhos analisados, principalmente quando se trata das dificuldades de aprendizagem que acarretam os altos índices de reprovação e evasão nos cursos de Cálculo.

- Identificar a articulação entre a Modelagem e a utilização de Tecnologias principalmente em algumas etapas do desenvolvimento das atividades. O uso da internet, por exemplo, foi marcante ao desempenhar o papel principal como fonte de pesquisa, levantamento de informações e dados, auxiliando na 1ª etapa da Modelagem (Percepção e Apreensão) que trata do momento de escolha e familiarização sobre determinado assunto de algumas atividades. Ressaltamos também, o uso de softwares específicos, matemáticos ou não, favorecendo a realização das 2ª (Compreensão e Explicação) e/ou 3ª (Significação e Expressão) etapas da Modelagem, que referem-se, respectivamente, ao momento de formulação de problemas, questões, hipóteses e de um modelo, e do momento de interpretação da solução, da avaliação e validação do modelo formulado.

- Identificar a existência de um trabalho de natureza empírica que resultou em uma proposta de ensino, enquadrado no primeiro grupo deste capítulo, por não discutir a realização e os resultados das atividades com os alunos.

- Identificar que a maioria dos trabalhos investigados são de natureza empírica, que implementam e analisam uma prática de ensino, constituindo o segundo grupo desta seção. Alguns desses trabalhos, aproximadamente 30% das produções encontradas, abordam o ensino da Modelagem e do Modelar, sem fazer menção a essas abordagens, visto que esses não possuem delimitações específicas e os agrupamos no Tipo 1. Outros, em uma quantidade mais expressiva, aproximadamente 65% das produções, agrupamos nos trabalhos que analisam a implementação de uma proposta educativa que aborda o ensino de determinado conteúdo do Cálculo, por meio da Modelagem, como Tipo 2.

A maioria das pesquisas do Tipo 1 foram realizadas em cursos de Licenciaturas na área de exatas. Nesse caso, as atividades usaram as ferramentas do Cálculo e tiveram potencial de alicerçar futuras atividades de ensino de Cálculo, mas não tiveram como objetivo principal o ensino dos conteúdos do Cálculo. Com

relação às pesquisas reunidas no Tipo 2, todas são qualitativas e a maioria também realizada em cursos da área de exatas. Essas foram desenvolvidas em disciplinas denominadas Cálculo ou em disciplinas/cursos que recebem outras denominações, mas os conteúdos previstos são os de Cálculo.

Em ambos os Tipos, 1 e 2, do segundo agrupamento, encontramos o emprego do *Excel*, seguido do *GeoGebra*, em uma quantidade significativa dos trabalhos. O *Excel* foi utilizado como ferramenta de trabalho dos alunos para o desenvolvimento das atividades no contexto da Modelagem Matemática e, dentre suas atribuições, destacaram sua utilização para a elaboração de modelos, esboços de gráficos e também para auxiliar na análise dos resultados encontrados pelos alunos. Da mesma maneira, o *GeoGebra* foi utilizado nas atividades em etapas de formulação e resolução dos modelos, pois esse programa facilita a interpretação gráfica dos modelos matemáticos.

Nas diversas abordagens adotadas, observamos o uso das tecnologias enquanto possibilidade para o trabalho com a Modelagem. Conforme já mencionamos, as tecnologias deram suporte e proporcionaram a realização das atividades propostas, ou implementadas e analisadas nos trabalhos selecionados. Além disso, propiciaram novas performances, possibilidades, conexões interdisciplinares e um número maior de aplicações para se levar para a sala de aula, criando um elo com outras áreas do conhecimento.

Ao considerarmos a Modelagem Matemática e o uso de Tecnologias Digitais como promotores de uma conexão interdisciplinar dos saberes, colaborando de forma efetiva no ensino e aprendizagem, sobretudo no que diz respeito ao Cálculo, constatamos uma carência de investigações em cursos fora da área de exatas. Isso porque geralmente os alunos da área de exatas têm predisposição para gostar mais de Cálculo e possuem habilidades expressivas para o raciocínio lógico. Atividades direcionadas para esses cursos, com o uso de Tecnologias e Modelagem Matemática, são bem acolhidas por parte dos professores e alunos, o que justifica a quantidade de investigações encontradas, aproximadamente 76% do total.

Este estudo expressou que o campo da Modelagem na Educação é vasto e ainda há muito que se buscar saber e, que existem muitas outras questões para refletirmos sobre a utilização de TDIC no Ensino Superior, em especial no ensino e aprendizagem de Cálculo em cursos não pertencentes à área de conhecimento das Ciências Exatas. Sem dúvidas, há várias articulações sobre essas duas tendências,

aproximando desta pesquisa, mas poucos resultados sobre a utilização de ambas num processo interativo e complementar em cursos de Ciências Agrárias do Ensino Superior.

A presente pesquisa direciona-se para a perspectiva do segundo grupo do Tipo 2, ou seja, analisa a implantação de uma proposta educativa que tem como finalidade o ensino por meio de princípios da Modelagem Matemática com utilização de TDIC. Essa proposta educativa, realizada de modo sequencial (em dois semestres consecutivos), nas disciplinas denominadas Matemática I e Matemática II, pode tornar-se um método corrente nesses cursos, contribuindo sobremaneira à formação profissional desses futuros agrônomos.

3 METODOLOGIA

3.1 OPÇÃO METODOLÓGICA

Para melhor saber como os estudantes do Curso de Graduação em Agronomia da UFU experienciaram e viveram uma proposta metodológica educativa com TDIC e Modelagem Matemática - nas disciplinas de Cálculo, Matemática I e Matemática II – foi preciso considerar que o cenário desta pesquisa é específico e especializado de formação e que a multiplicidade, presente nesse ambiente, é responsável por dar movimento e vida a ele. Além disso, ponderamos que seus principais protagonistas (alunos e professores universitários) têm, em meio a toda essa diversidade, o seu espaço para se descobrir e contribuir para que tudo siga em movimento de transformação e expansão, na busca pelo conhecimento.

Dessa forma, na medida em que esses autores recebem o papel de sujeitos do processo de uma investigação, se expressam por meio de campos de comunicação que têm sentido para eles e direcionam suas ações a partir de experiências produzidas nesse cenário, que os influencia e que por eles sofre influência, num processo de retroalimentação.

Buscando apoio de alguns teóricos, pretende-se trazer à ribalta os aspectos cognitivos despertados pelo trabalho educativo. Pretendemos com esta pesquisa atrair os olhares para o(s) significado(s) atribuído(s) a essas experiências por alguns dos protagonistas desse cenário – os estudantes. Nesse sentido, o método desta pesquisa deve primar pelo significado atribuído às ações desses alunos, além de lidar com realidades múltiplas, com as ideias desses alunos e buscar por discursos que por vezes estariam silenciados. A partir dessas características, a pesquisa em educação que melhor nos atende tem abordagem qualitativa (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

O procedimento desta pesquisa apoia-se no pensamento de Flick (1999) sobre Observação Participante. Nessa opção, o pesquisador permeia no campo de pesquisa, no ambiente natural, que é a fonte direta de dados. Para isso faz-se necessário privilegiar uma relação espontânea e natural entre os estudantes e a pesquisadora, que a conduzirá na geração dos instrumentos, no contexto desta pesquisa. De acordo com Vianna (2007), na Observação Participante, o observador é parte dos eventos que estão sendo pesquisados. Isso possibilita o acesso a

determinados acontecimentos que seriam privativos a um observador qualquer, colocando o pesquisador que adota tal procedimento em um lugar beneficiado, que permite a apreciação de atitudes, comportamentos, sentimentos e opiniões, além de poder influenciar o que presencia, por sua condição de participante.

Como já mencionado, a natureza desta pesquisa é qualitativa. Por isso nos preocupamos basicamente em “[...] contextualizar o objeto de estudo numa realidade social dinâmica, intertextualizando relações, interações e implicações advindas daquelas, objetivando uma análise mais profunda e significativa do objeto” (LIMA, 2003, p.9). Dessa forma, nesta pesquisa os fenômenos sociais serão vistos holisticamente, a partir de um raciocínio multifacetado e tendo como atitudes fundamentais “[...] a abertura, a flexibilidade, a capacidade de observação e interação com o grupo de investigadores e com os atores sociais envolvidos na pesquisa qualitativa” (MINAYO, 1996, p.101 *apud* LIMA, 2003, p.7).

Para legitimar o qualitativo por meio dos processos que caracterizam a produção do conhecimento e não apenas pelos instrumentos utilizados nesta pesquisa, optamos por situá-lo enquanto alternativa epistemológica na perspectiva de Rey (2005). A Epistemologia Qualitativa enfatiza princípios gerais da produção do conhecimento que sustentam a proposta metodológica desta pesquisa. Segundo Rey (2005), nas ciências antropológicas, essa epistemologia defende o caráter construtivo-interpretativo do conhecimento, legitima o singular como instância de produção do conhecimento científico e compreende a pesquisa como um processo de comunicação, um processo dialógico.

Assumir o caráter construtivo-interpretativo do conhecimento “implica compreender o conhecimento como produção e não como *apropriação* linear de uma realidade que se nos apresenta” (REY, 2005, p. 5, grifo do autor). Essa realidade é reconhecida como um domínio infinito de campos inter-relacionados, no qual nosso acesso é limitado e indireto, a partir de nossas próprias práticas.

De acordo com esse primeiro princípio, que defende o caráter construtivo-interpretativo do conhecimento, o conhecimento advém de um processo, ele é construído como produto humano. E essas construções não findam. Nessa perspectiva, no processo de pesquisa não há garantia, *a priori*, de que as elaborações imediatas sejam mais apropriadas para a problemática estudada. Mas, essas criações permitem ao pesquisador novas elaborações ou articulações que se aprimoram sensivelmente durante o modelo teórico em curso.

Nesse movimento de construção considera-se a pesquisa como produção teórica. Isso pois, durante essa dinâmica o significado atribuído para cada registro empírico da pesquisadora é um ato de produção teórica. Segundo Rey (2005), entende-se “por teórico a construção permanente de modelos de inteligibilidade que lhe deem consistência a um campo ou um problema na construção do conhecimento” (REY, 2005, p. 11). Dessa forma, o teórico refere-se aos processos de estruturação intelectual, tendo o pesquisador e sua atividade reflexiva e construtiva no centro do desenvolvimento e acompanhamento da pesquisa.

Assim, entendemos que a atribuição da posição central da pesquisadora no desenvolvimento desta pesquisa relaciona-se com a empatia produzida entre os participantes, sobretudo no que diz respeito à maneira com que essa pesquisadora se posiciona, por meio da convivência, da harmonização de uma atividade com os alunos por meio do procedimento empregado. A observação partiu do interior, ou seja, a pesquisadora foi parte integrante do grupo de estudantes que se quis estudar. Essa integração se deu por meio do envolvimento, convívio e aceitação da pesquisadora por esses atores, a partir de participações em algumas atividades cotidianas desses alunos na universidade (aulas, momento de esclarecimento de dúvidas sobre o projeto na sala do professor, conversas em grupos de *WhatsApp*, etc.). A pesquisadora escutava os atores considerados, ao mesmo tempo em que os observava e os informava sobre os resultados da observação. Dessa forma, esses atores corroboraram com as adequações das hipóteses e conferiram credibilidade aos argumentos.

O trabalho teórico do pesquisador nessa perspectiva não é linear nem unidimensional, além disso, não está impedido de ser projetado pelos seus próprios valores. Segundo El Andaloussi (2004, p.119), esse trabalho requer “um vaivém entre momentos de trabalho prático e de trabalho intelectual, com digressões, críticas, análises, etc.”. Esse movimento é o grande responsável pelo desenvolvimento do conhecimento que se expande e transcende progressivamente em níveis de abstração e complexidade.

O segundo princípio da Epistemologia Qualitativa, considerado pelo autor, legitima a coleta empírica de dados da pesquisa. Trata-se da legitimação do singular como instâncias de produção do conhecimento científico. Como mencionamos anteriormente, nessa perspectiva, considera-se a pesquisa como produção teórica enquanto processo de construção intelectual da mesma. Dessa forma, a finalidade

teórica, mesmo não sendo imposta a toda pesquisa qualitativa, de diversos modos se faz presente no desenvolvimento de pesquisas com esse enfoque, pois “o que a caracteriza é uma produção intelectual sistemática que permite organizar, de diferentes formas, o material empírico e que integra as ideias dos pesquisadores como parte essencial do conhecimento em elaboração” (REY, 2005, p. 11).

Esse princípio da Epistemologia Qualitativa alicerça a nossa opção por investigar uma mesma turma do curso de Graduação em Agronomia, em dois semestres consecutivos, nas disciplinas Matemática I e II, e ainda, por centralizarmos a investigação nos sujeitos aprendedores. Assim, ao relacionarmos esse princípio com o objetivo desta pesquisa, ou seja, para compreender os processos educativos que utilizam TDIC e Modelagem Matemática no ensino de Cálculo via trabalho de Projetos, especificamente para graduandos em áreas além das exatas, o valor atribuído ao singular entra em cena.

Associado ao atributo da singularidade, o terceiro princípio epistemológico dá ênfase à comunicação, visto que a maioria dos problemas humanos e sociais se apresenta direta ou indiretamente na comunicação desses atores. Assim, o terceiro princípio da Epistemologia Qualitativa refere-se à postura de compreender a pesquisa, nas ciências antropológicas, como um processo de comunicação, um processo dialógico. Para Rey (2005),

A comunicação é o espaço privilegiado em que o sujeito se inspira em suas diferentes formas de expressão simbólica, todas as quais serão vias para estudar sua subjetividade e a forma como o universo de suas condições sociais objetivas aparece constituído nesse nível. [...] A comunicação será a via em que os participantes de uma pesquisa se converterão em sujeitos, implicando-se no problema pesquisado a partir de seus interesses, desejos e contradições (REY, 2005, p. 14).

Assim, a comunicação é responsável pela transição de papéis entre o participante e o sujeito da pesquisa, viabilizando a manifestação do sujeito crítico, pensante e criativo, que interfere potencialmente no problema de pesquisa a partir de seus interesses, aspirações e contradições.

Além disso, a comunicação como princípio epistemológico fundamenta a escolha dos instrumentos de coleta de dados. Isto pois se reconsidera o espaço social da pesquisa como um espaço de manifestação de sentidos subjetivos, que legitimam as informações produzidas pelos sujeitos pesquisados, por meio de um processo contínuo, com infindáveis desdobramentos durante toda a pesquisa e,

assim “o dado é inseparável do processo de construção teórica no qual adquire legitimidade” (REY, 2005, p.100).

Nessa perspectiva, para a construção dos dados desta pesquisa, seguimos as normativas estabelecidas pelo Comitê de Ética em Pesquisas com Seres Humanos (CEP) da Universidade Federal de Uberlândia³³, e utilizamos os seguintes instrumentos: notas de campo, fotografias, filmagens, registros de conversas em grupos de *WhatsApp*, documentos disponíveis (relatórios parciais e finais, apresentações, quadro de desempenho), entrevistas semiestruturadas e questionários impressos.

As notas de campo foram importantes no processo de registro dos acontecimentos; as fotografias, por carregar mensagens subjetivas, expressam características importantes pelo olhar do pesquisador; as filmagens registram falas, questionamentos, reflexões e expressões dos alunos, que o pesquisador não conseguiria registrar em tempo hábil ou que, possivelmente, perderiam algo da essência, caso fossem descritas em palavras; os registros de conversas em grupos de *WhatsApp* e os documentos, ao serem analisados de forma atenciosa, podem revelar indícios de aprendizagem matemática e científica; os questionários buscam informações objetivas para conhecimentos gerais acadêmicos dos sujeitos, além de opiniões referentes ao desenvolvimento das atividades que são suscetíveis de descrição; e as entrevistas semiestruturadas e reflexivas têm o objetivo de aprofundar a investigação sobre as contribuições da participação do estudante na atividade, sua cultura de pesquisa e seu empenho ao longo das disciplinas.

Os questionários foram entregues e respondidos pelos participantes da pesquisa no encontro presencial com a pesquisadora. A aplicação de questionários agrega valor a este estudo, principalmente por fazer com que conheçamos melhor os colaboradores que estariam envolvidos com a pesquisa. Dessa forma, um questionário foi aplicado no início da disciplina Matemática I para obtermos informações gerais dos alunos e também a fim de analisar os conhecimentos e as expectativas dos interessados em fazer parte do projeto e como um meio de organização para o processo de interação com os alunos. Outro foi aplicado ao término da disciplina Matemática II para conhecer as opiniões dos participantes

³³ O projeto desta pesquisa (CAAE: 59116416.9.0000.5152) foi aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisas com Seres Humanos (CEP) da Universidade Federal de Uberlândia (parecer nº 1.763.059).

sobre a satisfação em relação ao projeto desenvolvido, as contribuições do projeto na vida acadêmica dos alunos, além de verificar quais tecnologias digitais foram utilizadas e qual etapa do projeto foi mais atraente para eles, naquele semestre, especificamente. Com as informações obtidas por meio dos questionários, esperamos estabelecer relações com aquelas obtidas por meio dos outros instrumentos desta pesquisa, quando poderão adquirir outros significados.

As entrevistas semiestruturadas reflexivas foram realizadas ao término das atividades de cada semestre para extrair visões e opiniões dos participantes, ou seja, para estudarmos os significados subjetivos, que são complexos de serem investigados por instrumentos fechados. Têm caráter complementar às observações feitas em campo e contribuem de maneira efetiva para a compreensão do trabalho educativo em questão.

Entendemos a entrevista semiestruturada como Manzini (1990/1991) tem tentado definir e caracterizar. Para Manzini (1990/1991, p. 154), a entrevista semiestruturada foca um assunto sobre o qual se elabora um roteiro com perguntas norteadoras, que são complementadas por outras questões inerentes ao momento da entrevista. Esse tipo de entrevista tem o potencial de revelar informações surpreendentes, visto que as respostas não estão condicionadas a uma padronização de opções. Assim, optamos pela forma semiestruturada para não mascarar pressupostos e expectativas dos entrevistados, facilitando a investigação de significados subjetivos, conforme o terceiro princípio de Rey (2005).

Como acompanhamos os estudantes a partir de uma proposta educativa nas disciplinas Matemática I e II em semestres consecutivos e, além disso, como os projetos propostos em cada semestre possuem singularidades, foram necessárias entrevistas recorrentes com os participantes da pesquisa, realizadas ao término de cada semestre letivo para acompanhamento, obtenção e/ou complemento de informações.

Próximo ao final do primeiro semestre do projeto, na disciplina Matemática I, os alunos foram convidados para um encontro presencial com a pesquisadora, em horário extraclasse. A primeira entrevista com esses alunos ocorreu de forma individual ou em dupla. Não houve definição dessa organização por parte da pesquisadora e, portanto, essa composição se deu conforme a disponibilidade e vontade dos alunos de cada grupo. Essa entrevista contemplou informações relacionadas ao projeto realizado na disciplina Matemática I, buscando ouvir dos

estudantes suas percepções sobre o desenvolvimento do projeto por meio de etapas, sobre as TDIC utilizadas, sobre a participação e envolvimento individual e do grupo, bem como a avaliação que o estudante faz do projeto e sugestões para o semestre seguinte.

A segunda etapa de entrevistas ocorreu após o término do projeto, entre os meses de junho e julho de 2018, e contemplou uma investigação sobre o projeto desenvolvido na disciplina Matemática II, bem como sobre o trabalho educativo como um todo. Como já tínhamos conhecimentos sobre esses alunos, obtidos pelo contato nas apresentações dos seminários, realizados nos dois semestres letivos, sobretudo pelas respostas dadas aos questionários e à primeira etapa de entrevistas, foi possível combinar essa segunda entrevista com os alunos, mesmo ocorrendo alguns meses após o término do projeto.

Consideramos benéfico o intervalo dado entre a finalização da disciplina de Matemática II pelos estudantes e a realização da segunda etapa de entrevistas, para que as novas experiências acadêmicas, vivenciadas após o projeto, impulsionassem avaliações mais intensas e reflexivas sobre as experiências vividas nessas disciplinas. Além disso, nesse intervalo, fizemos uma análise mais profunda dos trabalhos desenvolvidos pelos grupos, para que pudéssemos compreender como os alunos enxergaram a aproximação da Matemática e das Ciências Agrárias, além de verificar como e onde as TDIC e a Modelagem Matemática se fizeram indispensáveis para o término do trabalho.

Nesse segundo momento de entrevistas, buscamos direcionar o diálogo para as etapas do desenvolvimento do projeto, sobre as TDIC utilizadas, sobre as interações oportunizadas e os saberes - relacionados a essas duas áreas - utilizados, adquiridos e mobilizados e, principalmente, sobre o(s) sentido(s) dado(s) pelos estudantes para essas experiências vividas na sua formação, enquanto graduandos do curso de Agronomia.

Vale ressaltar que todos os encontros com os participantes da pesquisa foram realizados dentro do espaço físico da Universidade Federal de Uberlândia, no *campus* Monte Carmelo, e que as entrevistas ocorreram em horários compatíveis para os estudantes, combinados previamente com a pesquisadora.

3.2 COLABORADORES DA PESQUISA

Interligados ao pesquisador, os colaboradores participantes desta pesquisa estão inseridos em um complexo processo de reflexão e de elaboração teórica. A definição dos participantes investigados em uma pesquisa qualitativa ocorre em função das necessidades que vão aparecendo no andamento da investigação, envolvendo as hipóteses a serem organizadas, que viriam a apoiar o fio condutor do processo de construção do conhecimento.

Em relação à quantidade de participantes, Rey (2005, p. 110) afirma que “[...] não é o tamanho do grupo que define os procedimentos de construção do conhecimento, mas sim as exigências de informação quanto ao modelo em construção que caracteriza a pesquisa”. Atentando para essas considerações, convidamos para participar desta pesquisa os alunos do curso de graduação em Agronomia, que cursaram as disciplinas Matemática I e/ou II na Universidade Federal de Uberlândia, no segundo semestre letivo do ano de 2016 e primeiro semestre letivo do ano de 2017, respectivamente, e que optaram por contribuir com esta investigação.

3.2.1 As turmas

A disciplina Matemática I conta com dois encontros semanais, cada um com duas horas-aula, e aborda principalmente o estudo de funções de uma variável real. É ofertada no primeiro semestre do primeiro ano do curso, sendo uma das disciplinas básicas e pré-requisito para outras disciplinas da matriz curricular do curso de Agronomia.

A disciplina Matemática I envolvida nesta pesquisa contou com 53 alunos matriculados, sendo 70% do sexo masculino. Nessa turma, 79% dos alunos estavam cursando pela primeira vez a disciplina Matemática I e 21% já a tinham cursado uma ou mais vezes, mas sem aproveitamento.

Teoricamente essa é uma disciplina para alunos ingressantes. Entretanto, devido aos altos índices de reprovações em anos anteriores, a composição dessa turma contou com 12 (doze) alunos que já haviam cursado essa matéria em outros semestres (uma ou mais vezes) e, mesmo assim, muitos outros alunos ficaram sem poder se matricular por conta da quantidade de vagas disponibilizadas e do espaço

físico, problemas já mencionados anteriormente. Vale ressaltar que a realidade observada nessa disciplina não difere da dos outros *Campi* da instituição e nem de outras instituições do país e fora dele.

A Matemática II envolvida nesta pesquisa também conta com dois encontros semanais, cada um com duas horas-aula, e aborda principalmente o estudo de funções de duas variáveis reais. É ofertada no segundo semestre do primeiro ano do curso, sendo uma das disciplinas básicas do curso de Agronomia e pré-requisito de outras da matriz curricular.

Contamos com 50 alunos matriculados, sendo 66% do sexo masculino. Nessa turma, 64% dos alunos estavam cursando a disciplina Matemática II pela primeira vez e 36% já tinham cursado uma ou mais vezes, mas sem aproveitamento.

A composição dessa turma contou com 38 alunos que já tinham vivenciado a proposta com trabalho de projeto realizado em Matemática I e 12 alunos que a estavam vivenciando pela primeira vez. Vale ressaltar ainda que 15 alunos já haviam cursado a disciplina Matemática II em outros semestres (uma ou mais vezes).

Na Tabela 3, a seguir, apresentaremos a distribuição da quantidade de estudantes aprovados, reprovados e dispensados³⁴ nas disciplinas Matemática I e II.

Tabela 3 - Distribuição da quantidade de estudantes aprovados e reprovados nas disciplinas Matemática I e II.

	Turma de Matemática I	Turma de Matemática II
Aprovado	38	42
Reprovado	9	7
Reprovado por frequência	2	1
Dispensado	4	0
Total	53	50

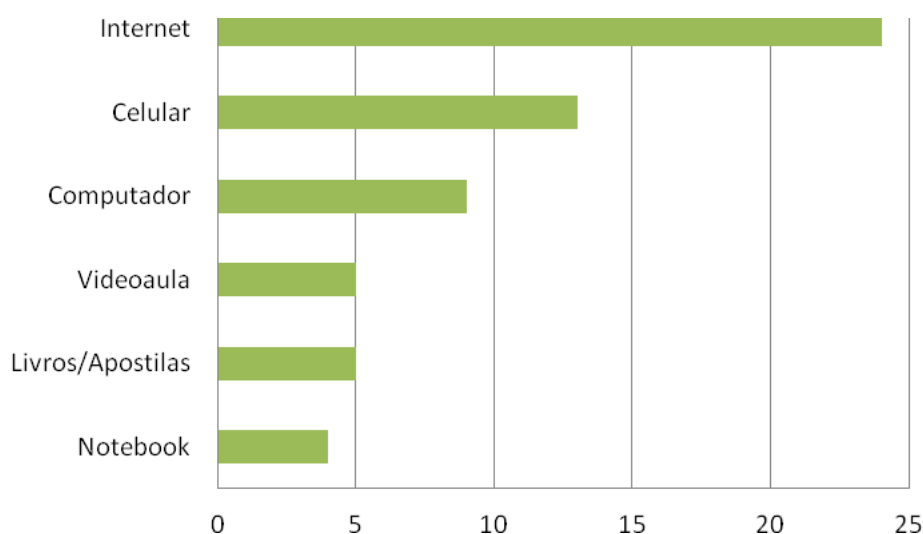
Fonte: A autora

No que diz respeito ao registro de resultados da disciplina Matemática I, apresentados na Tabela 3, constatamos que 71% dos alunos foram aprovados, 21% reprovaram, 4% reprovaram por baixa frequência e 4% foram dispensados da disciplina. Já ao analisarmos os resultados da disciplina Matemática II verificamos 84% de aprovação e 16% de reprovação.

³⁴ O aluno poderá solicitar dispensa de componentes curriculares cursados com aproveitamento na UFU ou em outra Instituição de Ensino Superior, conforme previsto no artigo 232 das Normas Gerais de Graduação.

No que tange à utilização de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação para auxiliar na aprendizagem, apresentamos o Gráfico 8, a seguir, construído por meio de informações obtidas do primeiro questionário respondido pelos alunos.

Gráfico 8 - Frequência das Tecnologias Digitais utilizadas no auxílio da aprendizagem.



Fonte: A autora

Observamos que a *internet* se destaca nessa turma e sua utilização pode ser considerada quase que unânime entre os estudantes, principalmente se refletirmos que o uso de celulares, computadores, *notebooks* e videoaulas muitas vezes subentendem o acesso à *internet*. Nessa turma, a utilização de livros e apostilas também foi mencionada pelos alunos, mas não descartando a possibilidade desse material ser digital.

3.2.2 A constituição dos colaboradores

No início de cada semestre letivo, em ambas as disciplinas, apresentamos o projeto de pesquisa e convidamos os alunos. Todos os estudantes concordaram em participar da pesquisa e assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), no contato presencial com a pesquisadora. Dessa forma, de modo geral, todos os estudantes que desenvolveram as atividades relativas ao projeto nessas disciplinas são, em diferentes níveis de intensidade, participantes desta

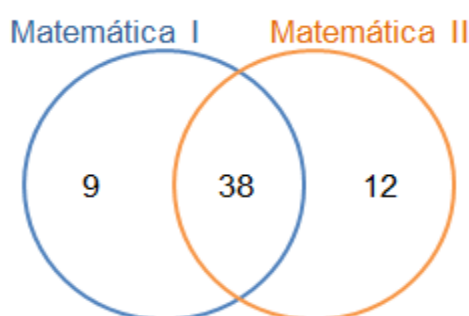
investigação.

Apesar de constar nos registros acadêmicos um total de 53 alunos em Matemática I, consideramos que a quantidade dos possíveis alunos colaboradores dessa turma, nesta pesquisa, não ultrapassa 47, visto que 2 alunos foram reprovados por baixa frequência e não participaram das atividades do projeto proposto pelo professor, e 4 foram dispensados da disciplina. Vale ressaltar que esses quatro alunos dispensados da turma de Matemática I participaram do projeto proposto na turma de Matemática II.

Na disciplina Matemática II, ainda que constasse a existência de 1 aluno na condição de reprovado por baixa frequência, este realizou parte do projeto proposto para essa disciplina, portanto, os 50 alunos matriculados nessa disciplina foram candidatos a participar desta pesquisa.

Após um levantamento geral, em ambas as turmas, constatamos três situações: existiam alunos que tinham cursado a disciplina Matemática I, mas não a Matemática II; alunos que cursaram apenas a Matemática II, e ainda aqueles que cursaram as disciplinas Matemática I e Matemática II nos semestres em que foram desenvolvidas as atividades desta pesquisa. Com isso, o número estimado de alunos que experienciaram e vivenciaram o trabalho de Projeto, em pelo menos uma das disciplinas de Cálculo do curso de Agronomia, passa a ser de 59 alunos, conforme apresentamos na Figura 1, a seguir.

Figura 1 - Distribuição de estudantes que participaram do projeto nas turmas de Matemática I e/ou Matemática II.



Fonte: A autora

Desses 59 alunos, 9 cursaram apenas a disciplina Matemática I, 12 apenas a Matemática II e 38 cursaram ambas. Como optamos por investigar o trabalho educativo nas duas disciplinas, nos interessava olhar para os alunos que vivenciaram os dois processos. Dessa forma, decidimos por evidenciar, nesta

pesquisa, aqueles que aceitaram contribuir com esta investigação e que vivenciaram ambas as propostas educativas, por meio de todos os instrumentos de coleta de dados. Assim, o número dos possíveis integrantes desta pesquisa qualitativa passa a ser de até 38 alunos.

Referimo-nos a esses alunos como possíveis participantes, pois para atender todos os critérios, esses alunos precisam contribuir com a investigação por meio de todos os instrumentos de coleta de dados. Dos instrumentos utilizados, os questionários e as entrevistas foram fatores determinantes para atender ao propósito estabelecido. Como os questionários foram aplicados para todos os alunos, o critério de seleção concentra-se no fato de ter participado ou não de todas as etapas das entrevistas. A Tabela 4, a seguir, mostra a quantidade de estudantes que participaram das duas propostas educativas, de acordo com a regra adotada de participação.

Tabela 4 - Distribuição da quantidade de estudantes entrevistados da turma de Matemática I.

	Turma de Matemática I
Participação na 1ª entrevista	13
Não participação na 1ª entrevista	34
Total	47

Fonte: A autora

Dessa maneira, um total de 13 alunos foram os possíveis questionados na segunda etapa de entrevistas, e, portanto, são os possíveis colaboradores para esta pesquisa. Os critérios de participação desta investigação emergiram dos acontecimentos durante o desenvolvimento da pesquisa.

São de fato colaboradores da mesma, aqueles alunos que participaram das entrevistas finais que ocorreram nos meses de junho e julho de 2018. A partir desse critério de participação, característico de pesquisas de natureza aplicada com abordagem qualitativa, entendemos que selecionamos estudantes que se mostraram engajados e comprometidos com o projeto como um todo.

3.2.3 Os protagonistas da pesquisa

Com os critérios estabelecidos, os 13 alunos, candidatos a colaboradores desta pesquisa, foram convidados para a segunda e última etapa de entrevistas.

Desses, 7 aceitaram e participaram das entrevistas finais, e, portanto, dos 59 possíveis colaboradores, tivemos 7 alunos e suas produções compondo o cenário de investigação de nossa pesquisa, sendo então os protagonistas desta investigação. A composição e definição dos protagonistas desta pesquisa podem ser acompanhadas no histórico apresentado na Figura 2, a seguir.

Figura 2 - Composição e definição dos protagonistas desta pesquisa.



Fonte: A autora.

Apresentamos, a seguir, um quadro com algumas informações desses 7 alunos.

Quadro 3 - Informações sobre os colaboradores da pesquisa.

Aluno(a) Colaborador(a)	Gênero	Idade	Reprovação em Matemática I (antes do projeto)	Possuía experiência (profissional, familiar, etc.) na área do curso
Estudante 1	Masculino	20	Sim	Não
Estudante 2	Masculino	21	Sim	Sim
Estudante 3	Masculino	19	Não	Sim
Estudante 4	Masculino	22	Não	Não
Estudante 5	Feminino	18	Não	Sim
Estudante 6	Masculino	18	Sim	Sim
Estudante 7	Feminino	22	Não	Sim

Fonte: A autora

Dos 7 alunos colaboradores, 5 são do sexo masculino e 2 do sexo feminino, com faixa etária entre 18 e 22 anos no período de desenvolvimento do projeto. Aproximadamente, 57% desses alunos já tinham reprovado uma ou mais vezes na disciplina Matemática I ofertada em anos anteriores, e 71,4% já possuíam experiência na área do curso de Agronomia.

Esses alunos, que relataram possuir experiência na área de Ciências Agrárias, destacaram principalmente o envolvimento com conhecimentos breves por meio de questões familiares relacionadas ao contato com fazendas e cultivos.

No grupo de colaboradores, destacamos a existência de dois alunos, cuja formação se deu em Institutos Federais por meio do curso técnico em agropecuária, também conhecido como técnico agrícola (Estudante 2 e Estudante 7), e um aluno que iniciou, mas não concluiu o curso de licenciatura em Matemática (Estudante 4).

Entre as vozes desses três alunos foi consenso assumirem essas experiências vividas em suas formações como influenciadoras na escolha do curso e no desempenho e na realização do projeto em Matemática I e II, como podemos inferir das reflexões que seguem:

Eu me formei em 2014, no IFTM *campus* Uberlândia. Fui aluno interno (morei no alojamento dentro do *campus*), cursei o curso técnico em agropecuária (também conhecido como técnico agrícola) que me auxiliou muito na escolha do meu curso, onde eu pude ter a certeza que realmente era a Agronomia que eu queria fazer, como curso superior, além de ter me dado um excelente suporte já na área. (Estudante 2, depoimento pelo *WhatsApp*, 17/07/18)

Eu me ingressei no curso técnico em Agropecuária lá (IFTM *campus* Uberlândia), em fevereiro de 2014. Foi um curso de 3 semestres (1 ano e meio). Foi um curso voltado bem pra parte prática com manejo de plantas e animais, a maioria das matérias me deu bastante base pra graduação, eu já tinha em mente em me ingressar em Agronomia, o curso técnico me ajudou muito no início da graduação. Eu fiz uma iniciação científica durante o curso, com soja, testamos organomineral em diferentes quantidades e verificamos a produção das plantas ao final do ciclo, neste trabalho vi bastante coisa relacionado à matemática, o que ajudou muito nos trabalhos em matemática 1 e 2. (Estudante 7, depoimento pelo *WhatsApp*, 20/05/2019)

Fiz dois períodos de licenciatura Matemática na Universidade Federal de Uberlândia - *Campus* Pontal no ano de 2012. De alguma forma contribuiu sim na área dos cálculos do projeto, pelo fato da base do ensino médio público de cidades pequenas ser fraca e não dar o suporte necessário de disciplinas para um curso superior. Ter feito alguns períodos do curso de matemática me deu uma boa base para cursar e participar do projeto de matemática I e II na Agronomia. (Estudante 4, Questionário)

Além dessas experiências terem, de alguma forma, contribuído na realização

do projeto em Matemática I e II, os alunos que participaram da formação técnica em agropecuária mencionaram a contribuição dessas experiências na opção pelo curso de Agronomia. Outra questão que merece destaque nessas reflexões foi levantada pelo aluno que iniciou a sua formação superior no curso de Licenciatura em Matemática, ao mencionar um problema já conhecido do cenário educacional - o fato das dificuldades de aprendizagem dos estudantes universitários com a Matemática estarem estreitamente relacionadas a problemas de uma formação deficiente no ensino médio.

Para uma melhor compreensão desta redação, no quesito identificação dos protagonistas desta pesquisa, apresentamos a seguir o Quadro 4, com a identificação dos alunos colaboradores em seus respectivos grupos/temas nas disciplinas Matemática I e Matemática II. Vale ressaltar que a constituição dos grupos em ambas as disciplinas, bem como a escolha e definição dos temas, serão abordados nas seções seguintes, a saber, seções 5 e 6, respectivamente.

Quadro 4 - Grupos/Temas dos colaboradores da pesquisa.

Aluno(a) Colaborador(a)	Grupo/Tema em Matemática I	Grupo/Tema em Matemática II
Estudante 1	Grupo 2 – Irrigação de cebola por gotejamento	Grupo 5- Alface
Estudante 2	Grupo 2 – Irrigação de cebola por gotejamento	Grupo 5- Alface
Estudante 3	Grupo 2 – Irrigação de cebola por gotejamento	Grupo 6 - Salsinha
Estudante 4	Grupo 3 – Milho e tecnologias	Grupo 3 - Fungos
Estudante 5	Grupo 5 – Plantação de milho	Grupo 5- Alface
Estudante 6	Grupo 5 – Plantação de milho	Grupo 9 - Cebolinha
Estudante 7	Grupo 8 – Sistema de pastejo rotacionado para bovinos a pasto	Grupo 5- Alface

Fonte: A autora

3.3 TRATAMENTO DOS DADOS

Baseado nas considerações de Creswell (2007), o processo de análise dos dados constitui-se em extrair sentido dos mesmos de modo constante, organizado e concomitante às outras atividades da pesquisa, envolvendo reflexões contínuas sobre eles. Esta pesquisa contará com a análise qualitativa dos dados, apoiada na subjetividade defendida por Fernando González Rey e na compreensão de experientiação do pesquisador Jorge Larrosa Bondía, atentando principalmente

para as experiências dos alunos universitários, para a produção de sentidos e para as marcas que esses alunos adquiriram na participação deste projeto.

Embasados em Rey (2005), para nós, o sentido é definido como subjetivo, ou seja, como “[...] a unidade inseparável dos processos simbólicos e as emoções em um mesmo sistema, na qual a presença de um desses elementos evoca o outro, sem que seja absorvido pelo outro” (REY, 2005, p.20). Com isso, a subjetividade é por nós entendida como “[...] um macroconceito que integra os complexos processos e formas de organização psíquicos envolvidos na produção de sentidos subjetivos” (REY, 2004, p.137).

E, a experiência é

[...] algo que (nos) acontece e que às vezes treme, ou vibra, algo que luta pela expressão, e que às vezes, algumas vezes, quando cai em mãos de alguém capaz de dar forma a esse tremor, então, somente então, se converte em canto. E esse canto atravessa o tempo e o espaço. E ressoa em outras experiências e em outros tremores e em outros cantos. Em algumas ocasiões, esses cantos de experiência são cantos de protesto, de rebeldia, cantos de guerra ou de luta contra as formas dominantes de linguagem, de pensamento e de subjetividade (LARROSA, 2014, p. 10).

A experiência não é o que acontece, mas o que nos acontece, o que nos toca. Quando encontramos alguém que dá forma a isso, ela se transforma em saber da experiência, que tem a ver com a elaboração do sentido do que nos acontece. Esse saber se dá na relação entre o conhecimento e a vida humana, na autonomia de transitar entre o conhecimento vivido, aquele adquirido no decorrer da vida, para o conhecimento científico, fora de nós e, também, percorrendo esse mesmo caminho no movimento inverso.

Ademais, a experiência “[...] é sempre do singular, não do individual ou do particular, mas do singular. [...] Na experiência, então, o real se apresenta para nós em sua singularidade” (LARROSA, 2014, p. 68). Desse modo, a experiência, assim como o saber que dela se deriva, é singular, subjetiva, difícil de ser replicada, fazendo com que ninguém consiga aprender com a experiência de outro sem que ela seja de algum modo revivida e tornada exclusiva do sujeito.

É nessa ótica que, ao optarmos pela observação participante, enquanto procedimento desta pesquisa, nos colocamos (pesquisadores) em uma perspectiva natural e holística do vivido, penetramos no campo de pesquisa, no ambiente natural das fontes de dados, estimulamos a vivência, a troca de ideias, de saberes da experiência e, além disso, estabelecemos relações entre os dados e a teoria,

gerando novos conhecimentos e não necessariamente confirmando teorias.

Motivados por González Rey (2005), entendemos a análise dos dados desta pesquisa como um processo de construção e interpretação de conhecimentos acerca do trabalho de projeto realizado, para ensinar e aprender Cálculo, numa perspectiva em que o aluno é evidenciado como sujeito produtor do seu conhecimento, realizado na Universidade Federal de Uberlândia, em meados dos anos de 2016 e 2017.

Fundamentado em Lefèbvre (1981), pretendemos capturar a cotidianidade, enxergar o vivido, organizar os germes de mudança e assim acompanhar o movimento e as possibilidades de transformação nele inseridas. Esse processo, por ser qualitativo, é aberto e sujeito a infinitos e inesperados desdobramentos. Assim, mais do que explicações, buscamos incorporar campos de sentido subjetivo para a questão: **Qual a contribuição do desenvolvimento de uma proposta de Trabalho de Projeto que inseriu Modelagem Matemática e TDIC no âmbito das disciplinas de Cálculo I e II do curso de Agronomia?**

Para a construção da narrativa de análise desta pesquisa, buscamos auxílio do *software NVivo*³⁵ (versão 12). Segundo Lopes (2019), o *software Nvivo* é uma ferramenta de apoio à análise de dados qualitativos que apresenta recursos e características que reduzem o trabalho manual dos pesquisadores, tornando-o menos cansativo e mais eficiente.

É importante destacar que o *NVivo* é uma ferramenta que serve apenas de apoio ao pesquisador no tratamento dos dados, dando subsídios para a análise e interpretação dos resultados. Isso porque a tomada de decisões sobre os caminhos da pesquisa e sobre o modo de codificar e analisar os dados no *software* fica a cargo do pesquisador.

Desse modo, antes de iniciarmos o trabalho no *NVivo*, separamos e organizamos os materiais do projeto, os projetos dos alunos de ambos os semestres, as fotos, as filmagens das apresentações; fizemos anotações, mapas mentais³⁶, planilhas a partir dos dados obtidos nos questionários; extraímos os materiais disponibilizados no *Moodle*, bem como observamos, por meio de relatórios individuais, a interação dos alunos com esse ambiente; transcrevemos os áudios

³⁵ O *software* de apoio à análise de dados qualitativos (*Computer Assisted Qualitative Data Analysis Software – CAQDAS*) é produzido e comercializado pela empresa *QSR International*. <https://www.qsrinternational.com/nvivo/home>

³⁶ Os mapas mentais foram produzidos no **Coogole**. <https://coggle.it/>

das entrevistas semiestruturadas, corrigindo os vícios de linguagem, os erros gramaticais, as falas incompletas, porém mantivemos as expressões coloquiais e informais.

Na sequência, inserimos todos os arquivos digitais no *software NVivo* e fizemos uma releitura de todos os materiais produzidos nesta pesquisa. Deixamo-nos dominar pelas lembranças e emoções, fizemos anotações com o *software*, procuramos encontrar elementos semelhantes, criamos palavras-chave para esses elementos, recorremos à literatura especializada e tentamos dar o nosso significado e as nossas interpretações, enquanto pesquisadores.

A utilização desse *software* nos deu mais segurança na manipulação dos dados, contribuindo no processo de organização, codificação e visualização de alguns resultados desta pesquisa.

A partir da codificação dos dados no *software NVivo*, para organizar a construção da narrativa analítica, apresentamos a maneira como estruturamos a categorização dos dados desta pesquisa:

Categoria I: Dinâmicas do Trabalho de Projeto nas disciplinas de Cálculo para a Agronomia: uma metáfora de produção de conhecimentos;

Categoria II: Os processos interativos oportunizados com o Trabalho de Projeto;

Categoria III: Trabalho de Projeto e a autoria dos estudantes na Universidade.

Na primeira categoria, correspondente à seção 4 desta redação, apresentamos e discutimos, por semestre, a nossa compreensão das dinâmicas desenvolvidas nas turmas que investigamos. Compreende a análise do processo de constituição e implementação do Trabalho de Projeto nas disciplinas Matemática I e Matemática II. Evidenciamos o planejamento das disciplinas e os aspectos organizacionais do Trabalho de Projeto desenvolvido a partir dos documentos disponíveis.

Na segunda categoria, correspondente à seção 5, evidenciamos os processos interativos oportunizados com o desenvolvimento do Trabalho de Projeto que têm, como principais agentes, os grupos de alunos e suas ações em produção coletiva. Acolhe a análise dos processos interativos oportunizados com o projeto, seja na modalidade presencial ou virtual.

Na terceira categoria, que corresponde à seção 6, discutimos a produção

coletiva na universidade. Evidenciamos o envolvimento dos estudantes com o Trabalho de Projeto, a partir da confrontação entre os trabalhos apresentados por eles e as reflexões provenientes das entrevistas. Apresentamos também os desdobramentos do projeto, apontando para as suas contribuições e potencialidades. Discutimos o movimento dessas contribuições para os alunos, relacionado ao processo de formação dos estudantes universitários e ao movimento de transformação.

Para evidenciar a autoria do estudante universitário e os diversos aspectos das etapas intermediárias do Trabalho de Projeto desenvolvido, essa seção foi dividida em duas partes. Na primeira parte, apresentamos as etapas do projeto em Matemática I; e, na segunda, as do projeto em Matemática II. Nelas buscamos elaborar núcleos de sentido subjetivo a essa experiência vivida pelos participantes. Por fim, nas considerações finais apresentamos as conclusões e implicações efetuadas a partir desta pesquisa.

Vale ressaltar que para articular a discussão de cada seção e destacar alguns pontos que consideramos relevantes, apresentamos ao final de cada seção, uma síntese - Pontos a Sublinhar, com nossas considerações e impressões.

4 DINÂMICAS DO TRABALHO DE PROJETO NAS DISCIPLINAS DE CÁLCULO PARA A AGRONOMIA: UMA METÁFORA DE PRODUÇÃO DE CONHECIMENTOS

Nesta pesquisa acompanhamos um Trabalho de Projeto desenvolvido nas disciplinas que abordam o ensino dos conteúdos do Cálculo do curso de Agronomia. Agronomia é o nome do curso de bacharelado que forma o Engenheiro Agrônomo, um profissional de nível superior que atua em todas as etapas do agronegócio.

As principais habilidades requisitadas a esse profissional são as capacidades de **projetar**, coordenar, analisar, fiscalizar, assessorar, supervisionar e especificar projetos agroindustriais e do agronegócio. Além disso, ao egresso são desejáveis características pessoais como proatividade, boa comunicação, resiliência, facilidade em trabalhar em equipe, foco em resultados, etc.

A respeito do termo projeto, Souza Junior (2000) menciona que essa palavra está a princípio relacionada à prática profissional do Engenheiro. Ponte (1992), argumenta que

Originalmente, falava-se dum projecto dum edifício, duma ponte, enfim de uma obra de grande envergadura. Uma tarefa suficientemente grande e complexa necessita certamente dum plano pormenorizado, descrevendo com toda a precisão os diversos aspectos da sua versão final e todas etapas intermédias, de forma a que possa ser executada com rigor, eficiência e segurança. Nesta acepção, projecto é mais ou menos sinónimo de plano. Depois, o significado da palavra projecto de certo modo evoluiu. Passou a designar qualquer actividade que, correspondendo a um objectivo bem definido, precisava dum plano prévio de actuação (mesmo que genérico) para ser executada. Assim, um projecto é uma actividade já relativamente elaborada. Só as coisas grandes, complexas, ou delicadas precisam de ser projetadas. As pequenas ou insignificantes não precisam de plano; não precisam de preparação; executam-se imediatamente (PONTE, 1992, p. 97).

Antes de realizar qualquer empreitada importante, o “solo” deve ser preparado, objetivos devem ser traçados e todo o processo cuidadosamente projetado por meio de um conjunto de ações. Nesse sentido, neste capítulo apresentamos inicialmente a organização do Trabalho de Projeto acompanhado nesta pesquisa, envolvendo o planejamento das disciplinas Matemática I, em 2016/2, e Matemática II em 2017/1, com a proposta do Trabalho de Projeto, bem como a descrição da sua dinâmica em ambas as disciplinas.

4.1 A PROPOSTA DO TRABALHO DE PROJETO

De acordo com Moura e Barbosa (2013, p. 223), os projetos de trabalho (ou de aprendizagem) são aqueles que, sob orientação do professor, são desenvolvidos pelos alunos e têm por objetivo a aprendizagem de conceitos e o desenvolvimento de habilidades e competências no contexto escolar. Os autores identificaram quatro pilares fundamentais para o desenvolvimento desses projetos:

- A liberdade de escolha do tema do projeto por parte dos alunos (mediante negociação com o professor).
- A formação de grupos de alunos para desenvolver o projeto (trabalho em equipe).
- A visão de um laboratório aberto, sem fronteiras, com a utilização , múltiplos recursos, providenciados inclusive pelos próprios alunos, como base para realização do projeto.
- A socialização dos resultados do projeto (MOURA, BARBOSA 2013, p. 233).

Alicerçada nesses pilares, a proposta do Trabalho de Projeto, acompanhada nesta pesquisa, foi direcionada aos alunos do curso de Agronomia que cursaram as disciplinas Matemática I e Matemática II, ofertadas, respectivamente, no segundo semestre letivo de 2016 e, logo na sequência, no primeiro semestre letivo de 2017, de forma a aprender alguns dos conteúdos curriculares dessas disciplinas e a pesquisar.

A atividade consistiu no desenvolvimento de projetos, em grupos, sobre temas/assuntos da Agronomia do interesse dos estudantes, por meio de etapas que visaram estimular a percepção, a apreensão, a compreensão, a explicitação, a significação e a expressão dos alunos. Com a pesquisa realizada pelos grupos, o professor direcionou cada projeto para a aprendizagem de alguns conteúdos dessas disciplinas, nos respectivos semestres em que elas foram ofertadas.

A pesquisa, aqui, é entendida como algo que “requer conhecimento do assunto de que se está tratando e das teorias e técnicas que possam subsidiar o que se pretende melhor entender e, assim, criar ou propor algo” (Bienbengut, 2016, p. 173). Trata-se de um propósito muito maior, que vai além da busca e/ou cópia de informações e dados.

Os grupos, com suas individualidades e especificidades, experienciaram o processo de pesquisa e, ao final de cada semestre, os projetos foram socializados para a turma por meio de seminários, compartilhando e disseminando os

conhecimentos, e favorecendo uma forma interessante de visão geral do que foi visto em sala de aula, de modo que superasse em muitos sentidos a aula expositiva e passiva.

Conforme mencionamos, a proposta de Trabalho de Projeto que deu origem a esta pesquisa visou a aprendizagem dos conteúdos do Cálculo dessas disciplinas, colocando os alunos do curso de Agronomia, enquanto sujeitos do processo e parceiros de trabalho, construindo um curso customizado para sua área de formação sustentado no tripé ensino, pesquisa e extensão.

De acordo com Biembengut (2016, p.242) “o projeto implica antecipar necessidades, identificar melhor caminho para alcançar o objetivo, nos satisfazer com o resultado e até aprender com os possíveis ‘desencontros’ durante o processo”. Devido a esses desencontros, é importante ressaltar que a dinâmica do Trabalho de Projeto, realizado nas disciplinas Matemática I e II, foi (re)construída ao longo dos semestres 2016/2 e 2017/1 pelo professor, que ministrou ambas, com a colaboração dos alunos e da pesquisadora.

Ao iniciar o Projeto em Matemática I, que descreveremos na seção 4.2.1, não sabíamos ao certo como seria a dinâmica do Projeto em Matemática II, que descreveremos na seção 4.3.1: se permaneceríamos com a mesma ideia e com os mesmos projetos dos alunos, mas abordando os conteúdos de Matemática II e, assim, poderíamos nos aproveitar da experiência adquirida pelos alunos, promovendo outras experiências, talvez até mais significativas; ou se teríamos que modificar a dinâmica para atender a algumas especificidades que poderíamos encontrar pelo caminho que estávamos prestes a percorrer.

Enfim, iniciamos o Projeto em Matemática I e, como prevíamos, identificamos vários caminhos. Um deles compõe esta pesquisa, mas existem outras trilhas que nos levariam a outros Projetos, outras contribuições. Na oportunidade, na seção 7, ao apresentarmos nossas considerações finais, apresentamos também alguns percursos de pessoas que levaram essa proposta adiante.

4.2 O PLANEJAMENTO DA DISCIPLINA MATEMÁTICA I EM 2016/2

Planejar corresponde a vislumbrar uma situação futura melhor, a dispor-se a construir essa realidade e, efetivamente, fazê-lo. Representa materializar uma vontade de transformação da realidade, ou implantação de uma inovação, mediante objetividade e direcionamento claro de ações, tendo os pés no presente e o olhar no futuro (LÜCK, 2003, p. 13).

Coadunamos com Lück (2003) em relação à necessidade de um bom planejamento para orientar e organizar de forma clara e objetiva todo o processo educacional sendo, portanto, um ato indispensável para se conceber qualquer processo de gestão. Além disso, sua implementação, com determinação e compromisso no presente, é que faz a diferença no êxito das metas almejadas.

No planejamento da disciplina Matemática I ofertada no segundo semestre de 2016, o professor optou por iniciar suas atividades com uma avaliação diagnóstica³⁷ sobre os conteúdos considerados básicos em Matemática. Julgamos importante a utilização dessa ferramenta para subsidiar o trabalho pedagógico do professor, já que a partir de seus resultados, dentre outras coisas, é possível fazer um mapeamento dos conteúdos em defasagens de seus alunos e o planejamento de ações efetivas para minimizar esses problemas que interferem de forma significativa na aprendizagem dos conteúdos da disciplina e conseqüentemente, ao final do processo, nos índices de aprovação e reprovação.

Para alguns alunos, essa avaliação logo no primeiro dia de aula, causou espanto, como observamos na fala da Estudante 7 a seguir:

Eu acho que o terror de todo mundo que entra na faculdade é o Cálculo. Acho que o meu primeiro também foi esse. Falei: Nossa! O que vai me barrar é o Cálculo. Aí na hora que eu cheguei aqui, na primeira aula com o [professor da disciplina] foi meio que de assustar, porque ele chegou e deu uma prova no primeiro dia para ver como é que a gente estava...como viemos do ensino médio. (Estudante 7, entrevista gravada em 02/03/2017)

A análise dos resultados das avaliações mostrou que muitos alunos não tinham o domínio básico esperado nas questões apresentadas, fazendo com que o professor refletisse sobre as possíveis intervenções pedagógicas que poderiam sanar as dificuldades identificadas, sendo, portanto, o ponto de partida do docente. Nesse sentido, o professor elaborou uma lista com algumas recomendações³⁸ para os alunos que responderam à avaliação diagnóstica. Essa lista mencionava algumas orientações e providências que cada aluno deveria tomar diante dos resultados apresentados na avaliação.

Essas orientações variavam entre “rever” e “estudar” determinados conteúdos. O aluno deveria rever os conteúdos nos quais o professor identificou que

³⁷ Um exemplo de Avaliação Diagnóstica encontra-se no Anexo F.

³⁸ A lista com as recomendações encontra-se no Anexo G.

ele havia errado em algumas questões (erros de contas, sinais, etc.), mas que sabia o conceito e, portanto, precisava apenas voltar a ver e a pensar sobre. E o aluno deveria estudar aqueles conteúdos que o professor identificou como falhos e problemas conceituais considerados graves nas questões da avaliação.

Os alunos que receberam essas recomendações foram convidados a participar dos horários de monitoria da disciplina para refazerem as questões erradas por eles na avaliação diagnóstica, bem como para estudar os conteúdos identificados em defasagens. Esses momentos foram orientados por dois monitores da disciplina Matemática I, selecionados pelo professor, no início do semestre.

O planejamento dessa disciplina também envolveu algumas atividades avaliativas em sala de aula (exercícios e provas) e a realização de um Trabalho de Projeto que alicerçou esta pesquisa.

Passada a sensação inicial causada pela avaliação diagnóstica nos alunos, percebemos que uma empolgação tomou conta da turma, com a divulgação do Trabalho de Projeto que foi desenvolvido no semestre, como é observado na fala:

Tá... Ai passou... Depois que ele começou a falar do trabalho, falei assim: Uai... Tipo assim, um trabalho que entra dentro da disciplina te anima, né?...a estudar, a fazer, então me deu um ânimo, me deu um gás. Então, vou passar. Não vai me barrar, não, o Cálculo. Foi assim muito... Ele [o projeto] fez a gente gostar da disciplina. A minha experiência foi essa. (Estudante 7, entrevista gravada em 02/03/2017)

Além de orientar esta pesquisa, o Projeto proposto fez com que o professor optasse por modificar a ordem em que os conteúdos seriam apresentados em sala de aula a partir do programa da disciplina. O programa da disciplina³⁹ sugere que se inicie com uma introdução à geometria analítica e funções, seguido de vetores, para depois entrar em limites, continuidade, derivadas e integrais. Mas, como o projeto intencionava trabalhar com conteúdos que abordassem o estudo de algumas funções, e tivessem potencial de trabalhar com derivadas e integrais, o professor optou por deixar geometria analítica e vetores para o final.

No Quadro 5 a seguir, apresentamos o planejamento inicial da disciplina Matemática 1, fornecido pelo professor.

³⁹ O programa da disciplina Matemática I encontra-se no Plano de Ensino, no Anexo A.

Quadro 5 - Planejamento inicial para Matemática I do professor.

MATEMÁTICA 1 – Agronomia – 2016.2	
Dia	Matéria
11/ago	Apresentação da Ementa da Disciplina / Avaliação diagnóstica
12/ago	Conjuntos numéricos / Módulo / Intervalos / Polinômios
18/ago	Funções: domínio, imagem e gráfico
19/ago	Funções 1º e 2º graus, modular, polinomial e racional
25/ago	Problema da batata e apresentação do projeto
26/ago	Funções exponenciais e Logarítmicas
01/set	Funções trigonométricas
02/set	Limites
08/set	CNMAC
09/set	CNMAC - Entrega da FASE I do projeto
15/set	Limites laterais / Continuidade
	Limites no infinito e limites infinitos
16/set	Reta tangente / Derivada de uma função em um ponto
22/set	Derivadas e regra da cadeia
23/set	Derivadas sucessivas / Taxa de variação
29/set	Máximos e mínimos de funções
30/set	Funções crescentes e decrescentes / Critério da 1ª e 2ª derivadas
06/out	FERIADO
07/out	Concavidade e pontos de inflexão / Esboço de gráficos
13/out	Entrega da FASE II do projeto
14/out	L'Hospital / Problemas de otimização
20/out	Integral indefinida
21/out	Mudança de variável para integração
27/out	VEM PRA UFU
28/out	RECESSO – DIA DO SERVIDOR
03/nov	Integração por partes
04/nov	Seminário e FASE III do projeto
10/nov	Integral definida
11/nov	Integral definida: Cálculo de áreas
17/nov	Distância entre dois pontos.
18/nov	Reta: equação, intersecção de duas retas e posições relativas de duas retas.
24/nov	Reta: formas de equação e coeficiente angular
25/nov	Circunferência
01/dez	1ª Prova – Derivada e Integral
02/dez	Parábola
08/dez	Vetor
09/dez	Vetor
15/dez	Vetor
16/dez	2ª Prova – Distância entre dois pontos até parábola
17/dez	Término do 2º semestre.
	Fim do prazo para lançar notas e faltas 2016.2

Fonte: O professor da disciplina

Nesse planejamento, observamos que a avaliação da disciplina consistia na aplicação de duas provas e o Projeto, que foi desenvolvido em etapas, que o professor nomeou de fases. No plano de ensino⁴⁰ da disciplina, o professor detalhou o processo avaliativo e a distribuição dos pontos: 30 pontos para o projeto, 30 para cada prova e 10 para trabalhos a serem combinados com os alunos.

No Quadro 5, em destaque, encontra-se a previsão inicial da implementação do Projeto nesse planejamento. Observamos que a distribuição do tempo empregado para a efetivação do Projeto foi especificada nesse planejamento e também disponibilizada aos alunos no cronograma de realização do Projeto. De acordo com Lück (2003, p. 125), “o cronograma oferece as condições de monitoramento das ações, pela verificação de que resultados parciais são produzidos no devido tempo, como condição para que os resultados finais sejam promovidos”.

O cronograma dessa disciplina, e conseqüentemente o cronograma e a dinâmica do Projeto nela realizado, sofreram algumas alterações no decorrer do semestre devido a ocorrências de situações inesperadas. Nas palavras de Lück (2003), “Um projeto não deve ser uma camisa de força, um roteiro estreito e limitado sobre o que deve fazer” (LÜCK, 2003, p.77). Dada a própria dinâmica da realidade, a flexibilidade é algo imprescindível, sobretudo ao considerarmos que imprevistos acontecem durante sua execução. Sem descaracterizar o sentido do Projeto, muitas vezes é necessária a realização de ajustes e adaptações às novas situações, aproveitando as oportunidades e o tempo.

No semestre que acompanhamos não foi diferente. Tivemos algumas questões que modificaram o planejamento do Projeto e, conseqüentemente da disciplina, num processo de retroalimentação. Uma dessas questões, que são imprevisíveis, refere-se a uma greve de docentes, técnicos e estudantes, realizada no meio do segundo semestre letivo. Na Universidade em questão, a paralisação foi decidida no dia 24 de outubro de 2016, após a realização de algumas assembleias que apresentaram motivos para se aderir à greve que vinha acontecendo em nível nacional. Não entraremos em detalhes aqui, mas esta greve foi reconhecida como legítima, pela Universidade, por meio de uma moção de apoio à greve.

⁴⁰ O Plano de Ensino da disciplina Matemática I encontra-se no Anexo A.

Após o término da greve, considerando a necessidade de estabelecer um calendário de reposição, em decorrência da interrupção das atividades acadêmicas pelos segmentos docente, discente e técnico-administrativo, foi divulgado um novo calendário acadêmico, com retorno das aulas do segundo semestre de 2016 no dia 30 de janeiro de 2017 e término em 13 de março de 2017.

A “pausa” no Projeto foi vista de modo positivo por alguns alunos, que continuaram trabalhando com os projetos e mantiveram contato com o professor da disciplina, mesmo durante o período de greve, e encarado negativamente por outros, como depreendemos nas falas a seguir:

Teve greve, ai eu montei os *slides*, mandei pro [professor da disciplina]. (Estudante 7, entrevista gravada em 02/03/2017)

A greve atrapalhou. O material estava mais fresco antes. (Estudante 6, entrevista gravada em 02/03/2017)

Para nós, professor e pesquisadora, a pausa foi, de certo modo, positiva, pois aconteceu em um período do Projeto de elaboração de um material personalizado para cada grupo, que empregou um tempo maior do que o esperado.

O fato é que devemos levar em consideração as naturais dificuldades inerentes à toda dinâmica social. Durante esse período, o professor também refletiu sobre as possíveis alterações no planejamento dessa disciplina, tentando minimizar eventuais tensões e conflitos com as mudanças.

As alterações foram discutidas e negociadas com a turma, ponderando as expectativas do professor, dos alunos e da realidade do novo calendário disponibilizado pela instituição. Um novo planejamento foi realizado colaborativamente a fim de possibilitar condições mais adequadas para finalizar os projetos dos grupos e as demais atividades da disciplina.

Das alterações mais significativas do planejamento inicial elaborado pelo professor, destacamos a realização de apenas uma prova envolvendo os conteúdos de Derivada e Integral, aulas concentradas no material elaborado pelo professor para a disciplina e o agendamento de encontros fora do horário de aula para a apresentação de seminários e encerramento do Projeto.

Refletimos que a questão de distribuição de tempo no Trabalho de Projeto foi abrangente e flexível, como é preconizado por Lück (2003). A questão da modificação do planejamento da disciplina foi abordada pela Estudante 7, na

entrevista realizada ao término do Projeto, que também mencionou ter gostado do modo como foi conduzida a disciplina.

Foi muito bom o planejamento, gostei do jeito que foi feito [...]. Foi uma prova. Na verdade seriam duas provas no primeiro período, só que teve a greve também, aí acabou sendo uma e o Projeto. (Estudante 7, entrevista gravada em 26/06/2018)

Ainda sobre a constituição dessa disciplina, destacamos que o professor criou um Ambiente Virtual de Aprendizagem no *Moodle*⁴¹, que recebeu o nome da disciplina – Matemática I. Nesse ambiente, o professor disponibilizou diversos materiais referentes à disciplina e destinou um espaço exclusivo para o Trabalho de Projeto, com materiais de apoio à sua realização, fórum para esclarecer dúvidas do projeto, *links* com sugestões de *sites* para as pesquisas e espaços como “tarefas”, destinado para receber os projetos dos alunos nas datas previstas. É sobre o Trabalho de Projeto proposto aos alunos que detalharemos a seguir.

4.2.1 O Trabalho de Projeto em Matemática I: linhas gerais

A primeira experiência com o Trabalho de Projeto ocorreu no segundo semestre letivo de 2016, em uma turma com 53 estudantes, matriculados na disciplina Matemática I do Curso de Graduação em Agronomia da Universidade Federal de Uberlândia, *Campus* Monte Carmelo, na cidade de Monte Carmelo-MG.

Como já mencionamos, a proposta do Projeto realizado em Matemática I consistiu no desenvolvimento em grupo, pelos alunos, de um projeto sobre um tema/assunto da Agronomia, de seu interesse, e com a pesquisa realizada por eles, o professor direcionou a aprendizagem de alguns conteúdos da disciplina Matemática I.

Na ementa da disciplina, consta que ela contempla o estudo de funções de uma variável real, limite e continuidade, integral, além de uma introdução à Geometria Analítica e vetores. Entretanto, o Projeto que deu origem a esta pesquisa visou o ensino dos conteúdos do Cálculo, logo, o foco dos projetos foi, principalmente, para o estudo de funções de uma variável real, podendo contemplar limite, continuidade e integral.

Essa proposta foi realizada em etapas, que descreveremos na sequência,

⁴¹ A página da disciplina será apresentada na seção 5 (5.3.1).

com o acompanhamento do professor e da pesquisadora. Os grupos trabalharam em encontros extraclasse e também foram agendadas reuniões com o professor para acompanhamento dos projetos, esclarecimento de dúvidas e para orientações personalizadas.

Os grupos foram orientados a utilizar *softwares*, matemáticos e/ou não matemáticos, para auxiliá-los no desenvolvimento dos projetos. A escolha era livre entre os grupos. Entretanto, observamos que os grupos utilizaram aqueles que o professor da disciplina usava e/ou já tinha mencionado em algum momento em sala de aula, como os *softwares* *GeoGebra*, *Excel*, e ferramentas disponíveis *online* como o *WolframAlpha*.

Foram agendadas as datas de entrega dessas etapas que foram submetidas na plataforma *Moodle*, no ambiente da disciplina Matemática I, criado pelo professor. Além disso, como já mencionado, esse ambiente serviu como suporte para o desenvolvimento das atividades, para depósito de materiais de apoio aos alunos para as atividades e na comunicação, auxiliando o trabalho coletivo entre os estudantes e o professor.

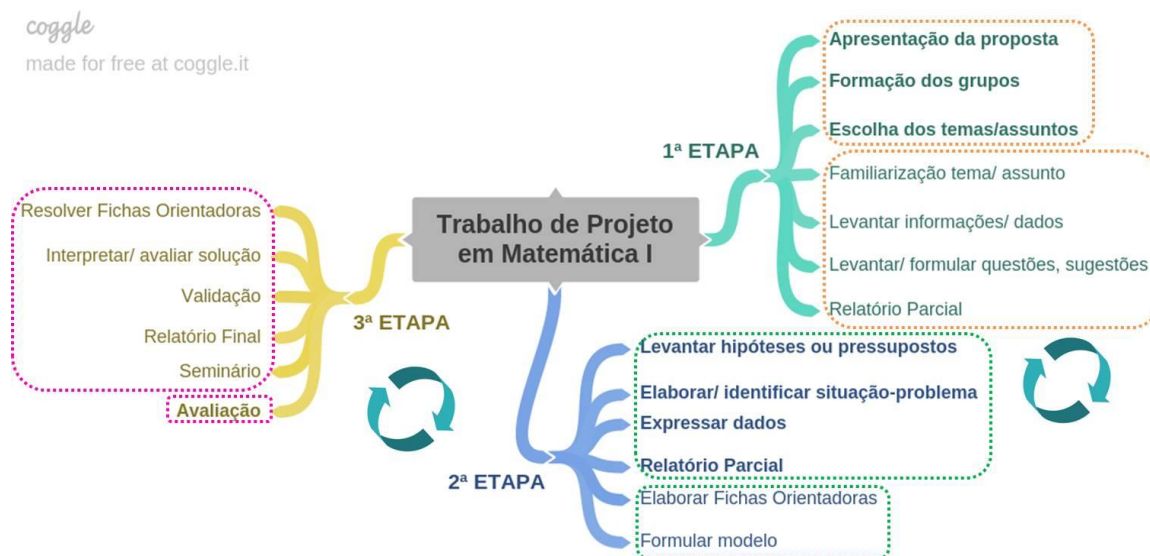
Optamos por apresentar, em linhas gerais, o trabalho educativo desenvolvido em Matemática I por meio de um mapa mental, pois acreditamos que um mapa constitui o ponto de partida. A intencionalidade de um mapa transcende o seu papel de guia, revelando os caminhos e os traços de cada um dos momentos do cenário, mapeado de forma ampla.

Segundo Biembengut (2008, p.15), um mapa não é espelho da realidade, mas é um meio que permite sua compreensão. Dessa maneira, valendo-se de referência para se ter a noção completa das etapas da proposta, o mapa também possibilita a criação de entendimentos, ajudando-nos na percepção e na representação das inter-relações e, mesmo no plano mental, facilita a compreensão da organização e da elaboração do ambiente de aprendizagem mapeado.

Na Figura 3, a seguir, apresentamos um mapa⁴² do Trabalho Educativo desenvolvido na disciplina Matemática I, a partir de um ciclo no sentido horário.

⁴² Elaborado por meio do *Coggle* que é uma ferramenta gratuita para criação de mapas mentais. <https://coggle.it>

Figura 3 - Mapa mental do trabalho educativo desenvolvido em Matemática I.



Fonte: A autora.

Ao observarmos o mapa, compreendemos de forma ampla todos os momentos do processo que apresentamos em três etapas inter-relacionadas. O Projeto em Matemática I foi desenvolvido durante todo o semestre e dividido nessas três etapas, com seis momentos, que destacaremos a seguir.

A primeira etapa compreendeu dois momentos do desenvolvimento do Trabalho de Projeto. O primeiro abrangeu a apresentação da proposta, a formação dos grupos e a escolha dos temas/assuntos por esses grupos dentro da área de Ciências Agrárias. O segundo envolveu a familiarização com o tema/assunto escolhido por eles, o levantamento de informações e dados, a formulação de questões e/ou sugestões, além da elaboração de um relatório parcial.

Esses dois primeiros momentos do Projeto contêm etapas que visaram estimular a **percepção** e a **apreensão** dos alunos sobre algum tema/assunto da área de estudo deles e que valeram como guia para o ensino a algum conteúdo curricular da disciplina Matemática I.

A apresentação da proposta para a turma foi feita a partir de uma conversa sobre Modelagem Matemática na Educação. Como muitos alunos não faziam ideia do que se tratava, sobretudo nesta perspectiva, foi apresentada à turma, como abordagem inicial, uma adaptação do modelo clássico da Plantação de Batatas, elaborado pelo professor Rodney Carlos Bassanezi, em 1983, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (BIEMBENGUT, 2016).

Além disso, em sala de aula, para mostrar a Modelagem Matemática em atuação, foi apresentado um vídeo⁴³ sobre como produzir verduras frescas durante todo o ano (plantação de alfaces). A apresentação desse vídeo foi motivada pela Feira Agroecológica que acontecia semanalmente no *Campus*, onde uma das demandas dos produtores se encontrava nos prazos de plantio e colheita para atender semanalmente os consumidores.

Para complementar esse momento, o professor da disciplina e eu entregamos aos alunos um Guia⁴⁴ fundamentado em Biembengut (2014; 2016), com a intenção de auxiliá-los na realização do projeto proposto. Esse Guia mencionava que cada grupo deveria seguir algumas etapas, inspiradas no desenvolvimento da Modelagem, para desenvolver um modelo na área de Ciências Agrárias. Este poderia ser sobre o mesmo tema apresentado em aula (plantação de batatas), ou a partir de outros dados, sobre outro tema que permitisse fazer um modelo análogo, ou ainda, sobre um tema de interesse do grupo para abordar algum conteúdo da disciplina relacionado ao Cálculo.

No plano de ensino dessa disciplina, o professor ressalta a importância de um bom embasamento matemático para o desenvolvimento das teorias agrônomicas, com o desenvolvimento da capacidade de raciocínio na elaboração e resolução de problemas. Foi sob essa perspectiva que ocorreu a segunda etapa do Projeto, com mais dois momentos, o terceiro e o quarto.

O terceiro momento contemplou o levantamento de hipóteses ou pressupostos, a elaboração ou identificação da situação-problema e a expressão dos dados, culminando na elaboração de um segundo relatório parcial pelos estudantes. O quarto momento foi a ocasião em que nós - o professor e eu, de posse dos trabalhos dos alunos - tentamos direcionar os temas/assuntos escolhidos pelos alunos para os conteúdos da disciplina, por meio de Fichas Orientadoras⁴⁵, que apresentaremos mais adiante, e da apresentação ou (re)formulação de um modelo.

Esses dois momentos da segunda etapa do Projeto contêm situações que visaram estimular a **compreensão** e a **explicitação** dos alunos sobre o que eles perceberam e apreenderam do tema/assunto de sua área de estudo. Até a etapa

⁴³ Disponível em: <http://revistagloborural.globo.com/Noticias/Agricultura/Hortifruti/noticia/2015/11/saiba-como-ter-verduras-frescas-o-ano-todo.html>. Acesso em: 21 jul. 2017.

⁴⁴ O Guia fornecido pelo professor encontra-se no Apêndice B.

⁴⁵ As Fichas Orientadoras dessa disciplina encontram-se no Apêndice E.

anterior, os grupos estavam envolvidos principalmente com a área da Agronomia e vislumbravam enxergar a Matemática nela envolvida. Da segunda etapa em diante, a Matemática entrou em cena e o elo entre essas duas ciências e da aprendizagem dos conteúdos da disciplina com a pesquisa dos grupos se revelaram.

Na terceira etapa, mais dois momentos foram evidenciados. No quinto, os alunos seguiriam os itens propostos nas fichas orientadoras elaboradas e personalizadas para cada grupo. Contemplou a resolução do problema a partir do modelo. Acolheu os momentos de interpretação e avaliação da solução, de validação do modelo, além da elaboração de um relatório final e da divulgação dos trabalhos em forma de seminários. Por fim, o sexto momento compreendeu a avaliação do projeto como um todo, envolvendo a avaliação do projeto em si, dos seminários apresentados e da avaliação entre os próprios alunos.

Esses dois últimos momentos do Projeto visaram à estimulação da **significação** e da **expressão** dos alunos, onde além de avaliar a validade do modelo, também foi avaliado o alcance do Trabalho de Projeto desenvolvido, desde o que foi apreendido dos conteúdos curriculares e não curriculares, até os contextos oportunizados pela experiência do processo de pesquisa.

No quesito avaliação dos projetos foi atribuída uma pontuação significativa de 50 pontos para compor a nota final da disciplina, distribuídos do modo que apresentamos no Quadro 6, a seguir.

Quadro 6 - Distribuição dos pontos no Projeto em Matemática I.

Avaliação	Pontuação
Relatórios	15
Seminário	30
Entre os pares	5
TOTAL	50 pontos

Fonte: A autora.

15 pontos foram atribuídos para a avaliação dos relatórios parciais e final, 30 para a apresentação do seminário e 5 referentes à avaliação realizada pelo grupo. Vale ressaltar que as notas dos alunos foram divulgadas ao final da última etapa do Projeto em Matemática I.

4.3 O PLANEJAMENTO DA DISCIPLINA MATEMÁTICA II EM 2017/1

Ao término do semestre 2016/2, o professor da disciplina fez uma análise sobre a sua prática docente em relação à disciplina ministrada e sobre as possibilidades de transformação dessa prática, mediante as avaliações dos alunos sobre/com o Projeto. A partir dos caminhos traçados em Matemática I, o professor refletiu sobre o modo como poderia conduzir a disciplina Matemática II no semestre seguinte, 2017/1, via Trabalho de Projeto.

Uma das vantagens de permanecer com a mesma dinâmica desenvolvida com os alunos em Matemática I abrange a questão da experiência adquirida por eles com os projetos. O fato dos alunos terem vivenciado a proposta em Matemática I faria com que o professor pudesse aproveitar mais a estratégia abordada, promovendo outras experiências mais expressivas.

Entretanto, um dos motivos que levou o professor a não permanecer com a estratégia adotada e a repensá-la, foi a dificuldade de orientar, de modo individualizado e personalizado, todos os 9 grupos na primeira experiência. Isso porque a escolha do tema foi livre entre os grupos, fazendo com que o professor tivesse que estudar 9 temas distintos e tentasse direcionar cada um desses assuntos para os conteúdos da disciplina, comparando-se com a atividade docente de orientação de 9 “iniciações científicas”. Com isso, apesar de não adotada, outra possibilidade foi ligeiramente cogitada pelo professor: eleger apenas um tema de um dos grupos em Matemática I para ser aprimorado com a turma toda, direcionando para os conteúdos de Matemática II.

A imposição de um tema não o agradou muito. A liberdade de escolha do tema/assunto do projeto por parte dos alunos, mediante negociação com o professor, deveria se manter ativa. O professor adotou então uma proposta de trabalho semelhante, em essência, à desenvolvida no semestre anterior, mas dessa vez considerou uma abordagem que minimizasse as dificuldades encontradas em 2016/2. O Trabalho de Projeto desenvolvido em Matemática II, que descreveremos na seção seguinte, 4.3.1, foi arquitetado para resolver a questão dos temas/assuntos distintos nos grupos, dentro das Ciências Agrárias e dos conteúdos “livres”, dentro do programa da disciplina.

No planejamento inicial da disciplina, a avaliação seria composta por três provas escritas e sem consulta, e um seminário, totalizando 90 pontos, além de

alguns trabalhos feitos em horário de aula e sem aviso prévio, totalizando um valor de 10 pontos. No entanto, no decorrer da disciplina, o professor optou por aplicar apenas duas avaliações. A outra, que foi excluída, envolveria o conteúdo que já seria abordado no Projeto e, por isso, o professor a desconsiderou. Sendo assim, a distribuição da avaliação ficou da seguinte forma: duas provas escritas, uma com o valor de 25 pontos e outra com o valor de 15; 10 pontos para os trabalhos feitos em sala de aula; e destinou 50 pontos para o Projeto, sendo 20 para o relatório final (experimento), 5 para o relatório parcial e 25 para o seminário.

O programa⁴⁶ da disciplina Matemática II envolve o estudo de funções reais de duas variáveis reais, máximos e mínimos de funções de duas variáveis, integrais múltiplas, equações diferenciais de primeira ordem e matrizes e sistemas lineares. O Trabalho de Projeto nessa disciplina foi proposto com o propósito de envolver o estudo, principalmente, das funções reais de duas variáveis reais, e máximos e mínimos. Com isso, as provas escritas contemplaram os conteúdos restantes, a saber, integrais múltiplas, equações diferenciais de primeira ordem e matrizes e sistemas lineares.

Além dessas atividades propostas, o professor solicitou aos alunos a construção de maquetes para contemplar o estudo de gráficos de funções de duas variáveis reais. As construções foram feitas em grupos e seus registros encontram-se no Anexo C. Os trabalhos feitos em sala de aula foram aplicados em quatro dias diferentes, mas contabilizados como três na avaliação. Um trabalho foi solicitado com exercícios sobre limites (25/04), valendo 2 pontos; um, com exercícios sobre pontos críticos (22/05) e classificação de pontos críticos (23/05), valendo 4 pontos; e outro, com exercícios sobre produto de matrizes (17/07), valendo 4 pontos.

Ainda sobre a constituição dessa disciplina, destacamos que o professor criou um ambiente no *Moodle*⁴⁷ que recebeu o nome da disciplina – Matemática II. Nesse Ambiente Virtual de Aprendizagem o professor disponibilizou diversos materiais referentes à disciplina e também destinou um espaço exclusivo para o trabalho de projeto, com materiais de apoio à sua realização, fórum para esclarecer dúvidas do projeto, e espaços como “tarefas”, destinado a receber os projetos dos alunos nas datas previstas.

É sobre o Trabalho de Projeto proposto aos alunos, nessa disciplina, que

⁴⁶ O programa da disciplina Matemática II encontra-se no Plano de Ensino no Anexo B.

⁴⁷ A página da disciplina será apresentada em na seção 5 (5.3.1).

detalharemos a seguir.

4.3.1 O Trabalho de Projeto em Matemática II: linhas gerais

A segunda experiência com o Trabalho de Projeto ocorreu no primeiro semestre letivo de 2017, em uma turma composta por 50 estudantes da disciplina Matemática II, no Curso de Graduação em Agronomia da Universidade Federal de Uberlândia, *Campus* Monte Carmelo, na cidade de Monte Carmelo-MG.

Em essência, a dinâmica foi semelhante à desenvolvida no semestre anterior na disciplina Matemática I, ou seja, consistiu no desenvolvimento pelos alunos, em grupo, de um projeto sobre um tema/assunto da Agronomia de seu interesse, e com a pesquisa realizada por eles, o professor direcionou o ensino de alguns conteúdos da disciplina Matemática II.

Entretanto, as singularidades do desenvolvimento dessa proposta a tornaram diferente, já que os alunos colocaram a “mão na massa”, ou melhor, a “mão na terra”, por meio da realização de um experimento. Além disso, o conteúdo a ser trabalhado nas Fichas Orientadoras⁴⁸ já havia sido escolhido pelo professor, ou seja, toda a proposta foi desenhada com o propósito de aprender, principalmente, máximos e mínimos de funções de duas variáveis, com análise da matriz Hessiana e com a aplicação do Teorema de Weierstrass, e o Método dos Multiplicadores de Lagrange.

O intuito de fazer com que os alunos produzissem seus próprios dados vai além de se aprofundar nos tópicos das Ciências Agrárias e de apresentar aplicações matemáticas. O objetivo é, especialmente, propiciar aos alunos a fazer o percurso da pesquisa, vivenciando todas as suas etapas, desde a preparação, a obtenção dos dados até a descrição e análise, posteriormente. Para Biembengut (2016) a atividade experimental é salutar, pois os alunos, ao efetuar uma experiência, estão vivendo uma das etapas requeridas do pesquisador (BIEMBENGUT, 2016, p. 291).

Como a disciplina Matemática II aborda o estudo de funções de duas variáveis reais, no trabalho proposto, cada grupo teve que realizar um experimento com algum tipo de cultura para ser plantada/cultivada e escolher dois elementos variáveis que influenciariam no seu desenvolvimento, por exemplo, a quantidade de água e o tempo de exposição ao sol.

⁴⁸ As Fichas Orientadoras dessa disciplina encontram-se no Apêndice F.

A apresentação da proposta aos estudantes foi feita a partir de uma conversa sobre a experiência realizada na disciplina Matemática I, pois havia alunos nessa turma que não tinham vivenciado essa experiência no semestre anterior.

Para complementar esse momento, novamente elaboramos um Guia⁴⁹, com a intenção de auxiliar os alunos na realização do trabalho proposto. Fundamentado em Biembengut (2014; 2016), esse Guia, assim como o fornecido no semestre anterior, mencionava que cada grupo deveria seguir algumas etapas para contribuir com o desenvolvimento de um modelo na área de Ciências Agrárias. Entretanto, foi evidenciada a parte prática em que os alunos, enquanto pesquisadores em formação, ficariam responsáveis pela produção dos dados por meio da realização de experimentos.

Nesse Guia foi posta também uma possível variação. Caso algum grupo já tivesse dados de experimentos realizados em outras disciplinas/pesquisas, o Guia mencionava que esses poderiam ser utilizados para o desenvolvimento do trabalho. Assim como no semestre anterior, os grupos foram orientados a utilizar *softwares*, matemáticos e/ou não matemáticos, para auxiliá-los nos projetos. A escolha foi livre entre os grupos, entretanto, observamos que os grupos continuaram optando pelos aplicativos que o professor da disciplina usava e/ou já tinha mencionado em algum momento em sala de aula, como os *softwares GeoGebra 3D, Excel* e ferramentas disponíveis *online*, como o *WolframAlpha*.

Foram agendadas as datas de entrega das etapas e estas foram submetidas na plataforma *Moodle*, no ambiente da disciplina Matemática II, criado pelo professor. Além disso, esse ambiente serviu como suporte para o desenvolvimento das atividades, para depósito de materiais de apoio aos alunos para as atividades e na comunicação, auxiliando o trabalho entre os estudantes e o professor.

Essa proposta foi realizada em etapas, que descreveremos na sequência, com o acompanhamento do professor e da pesquisadora. Assim como no semestre anterior, os grupos trabalharam em encontros extraclasse e também foram agendadas reuniões com o professor para acompanhamento dos projetos, esclarecimento de dúvidas e para orientações personalizadas aos grupos sobre a formulação dos modelos.

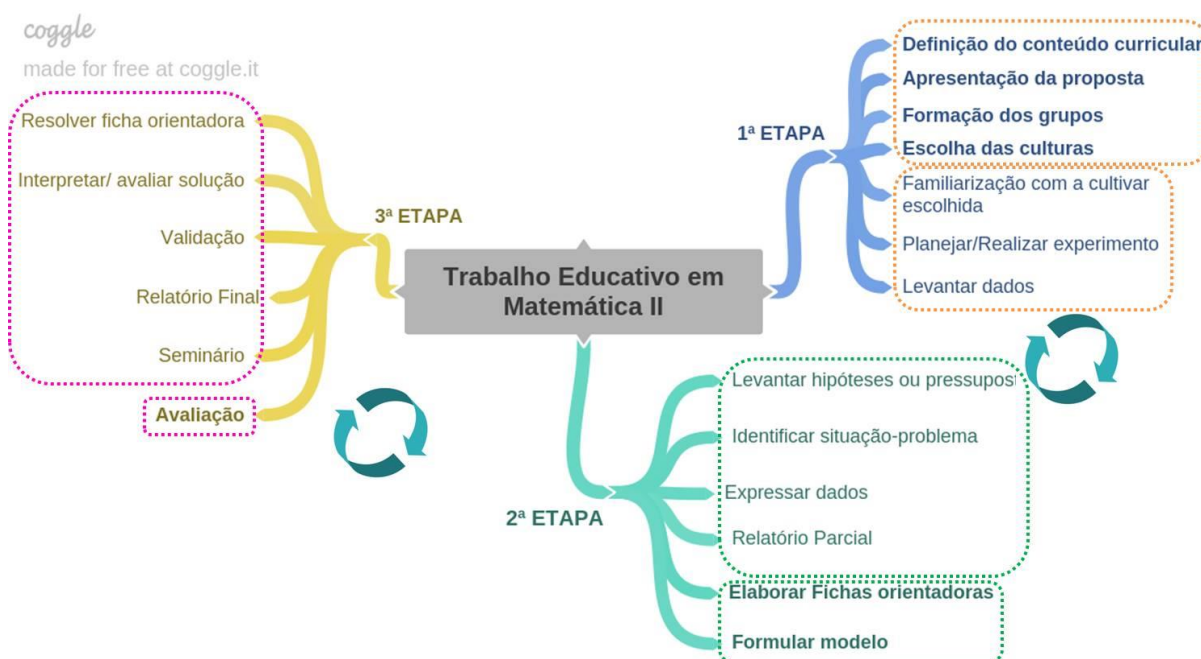
Optamos por apresentar novamente, em linhas gerais, o Trabalho de Projeto

⁴⁹ O Guia fornecido pelo professor encontra-se no Apêndice C.

desenvolvido em Matemática II, por meio do mapa mental. Apresentamos assim, de forma ampla, todas as etapas do processo, para se ter a noção completa das etapas da proposta, facilitando a compreensão da organização e da elaboração do ambiente de aprendizagem mapeado.

Na Figura 4, a seguir, apresentamos esse mapa⁵⁰ do trabalho educativo desenvolvido na disciplina Matemática II, a partir de um ciclo no sentido horário.

Figura 4 - Mapa mental do trabalho educativo desenvolvido em Matemática II.



Fonte: A autora.

O trabalho de projeto em Matemática II foi desenvolvido durante todo o semestre e, assim como o trabalho de projeto em Matemática I, foi organizado em três etapas inter-relacionadas, que por sua vez, compreenderam seis momentos que conduziram os estudantes à iniciação à pesquisa.

Na primeira etapa, dois momentos se destacaram por estimular a **percepção** e a **apreensão** dos alunos sobre uma determinada cultura do interesse de cada grupo e que valeram como guia para o ensino dos conteúdos da disciplina Matemática II, pré-determinados pelo professor.

O primeiro compreendeu a definição dos conteúdos da disciplina que seriam foco de estudo nos projetos dos estudantes, pelo professor, a apresentação da

⁵⁰ Elaborado por meio do *Coggle* que é uma ferramenta gratuita para criação de mapas mentais. <https://coggle.it>

proposta aos alunos, a formação dos grupos e a escolha da cultura para ser plantada/cultivada pelos grupos na realização de um experimento. O segundo momento foi de familiarização com a cultura escolhida por eles, do levantamento de informações, do planejamento e execução do experimento, e levantamento dos dados produzidos com os experimentos.

Na segunda etapa, outros dois momentos foram observados por conter situações que visaram estimular a **compreensão** e a **explicitação** dos alunos sobre o que eles perceberam e apreenderam da cultura e do experimento realizado por eles.

O terceiro momento contemplou o levantamento de hipóteses, da seleção de símbolos apropriados para as variáveis escolhidas pelos grupos, da identificação de uma situação-problema, além da elaboração de um relatório parcial com a apresentação dos dados obtidos com os experimentos. O quarto momento foi a ocasião em que nós - o professor e eu, de posse dos trabalhos dos alunos – direcionamos os dados obtidos pelos alunos no experimento para os conteúdos da disciplina (matriz Hessiana, teorema de Weierstrass e o Método dos Multiplicadores de Lagrange), por meio das Fichas Orientadoras, elaborando um modelo.

Na terceira etapa, mais dois momentos do Projeto se destacaram, dessa vez por estimular a **significação** e a **expressão** dos alunos. Além de avaliar a validade do modelo, também foi avaliado o alcance do Projeto desenvolvido, abarcando o que foi apreendido dos conteúdos curriculares e não curriculares e as experiências do processo de pesquisa.

No quinto momento, os alunos seguiram os itens propostos nas fichas orientadoras elaboradas e personalizadas para cada grupo. Contemplou a resolução do problema a partir do modelo, acolheu os momentos de interpretação da solução, e da avaliação e validação do modelo, além da elaboração de um relatório final e a divulgação dos trabalhos em forma de Seminários. Por fim, o sexto momento compreendeu a avaliação do projeto como um todo, envolvendo a avaliação do projeto em si, dos seminários apresentados e da avaliação entre os próprios alunos.

No quesito avaliação dos projetos foi atribuída uma pontuação de 50 pontos para compor a nota final da disciplina, distribuídos do modo como apresentamos no Quadro 7, a seguir.

Quadro 7 - Distribuição dos pontos no Projeto em Matemática II.

Avaliação	Pontuação
Relatório	5
Seminário	25
Experimento	20
Entre os pares	-
TOTAL	50 pontos

Fonte: A autora.

Na distribuição, 25 pontos foram para a apresentação do seminário, 5 foram atribuídos para a avaliação do relatório final e 20 para o desenvolvimento do experimento. Houve também uma avaliação realizada pelo grupo, entre os pares, mas não foi atribuída nota. As notas dos alunos foram divulgadas ao final da última etapa do Projeto, em Matemática II.

4.4 PONTOS A SUBLINHAR

Contexto: Pablo Neruda (poeta Dom Pablo) recita um de seus poemas para Mário (carteiro).

Dom Pablo: E então, o que você acha?

Mário: Estranho.

Dom Pablo: Como assim? Você é um crítico severo!

Mário: Não o seu poema. Estranho... como me senti enquanto estava falando.

Dom Pablo: E como se sentiu?

Mário: Eu não sei... O ritmo das palavras ia de um lado para o outro.

Dom Pablo: Como o mar?

Mário: Exatamente. Como o mar.

Dom Pablo: Esse é o ritmo.

Mário: Na verdade, senti enjoo.

Dom Pablo: Enjoo!

Mário: Porque... Não consigo explicar... Me senti como um barco sacudido pelas palavras.

Dom Pablo: Como um barco sacudido pelas palavras? Sabe o que você acabou de fazer, Mário?

Mário: Não, o quê?

Dom Pablo: Uma metáfora! (...)

Pergher, N.; Dias, M. (2008). O carteiro, o poeta e skinner: um estudo sobre a metáfora.

Apresentamos nesta seção os aspectos organizacionais do Trabalho de Projeto desenvolvido. Evidenciamos o planejamento das disciplinas Matemática I em 2016/2 e Matemática II em 2017/1, a proposta do Trabalho de Projeto nelas e, em linhas gerais, a dinâmica do Projeto em cada semestre, de forma ampla, relatando como o “solo” foi preparado e o processo projetado para constituir um ambiente de aprendizagem com Trabalho de Projeto.

As palavras nos sacudiram como um barco é sacudido pelo mar, agitado pelas ondas ou chacoalhado pelo vento. Por isso, optamos por apresentar, brevemente, alguns pontos que merecem ser sublinhados.

O Trabalho de Projeto acompanhado nesta pesquisa foi conduzido como uma atividade extraclasse, mas estava atrelado ao conteúdo curricular das disciplinas Matemática I e II, diferentemente do que geralmente acontece com Projetos nas práticas pedagógicas (BIEMBENGUT, 2016, p.246). Para o seu desenvolvimento, foram oportunizados momentos específicos para as orientações e acompanhamento dos projetos de cada grupo durante todo o semestre.

Durante a execução de um Projeto, possíveis desencontros são passíveis de acontecer e cabe ao docente reorganizar as ações para alcançar o que se pretende. A modificação da dinâmica do Projeto desenvolvido em Matemática I (2016/2) para o desenvolvido em Matemática II (2017/1) foi fruto da reflexão docente diante das dificuldades enfrentadas em 2016/2.

A área agrônômica foi o pano de fundo para as escolhas dos temas/assuntos pelos grupos em ambos os semestres de desenvolvimento dos projetos. Entretanto, da forma como foi sugerida a escolha dos temas/assuntos em Matemática I, livremente na área agrônômica, o professor não sabia o que chegaria em suas mãos para direcionar aos conteúdos da disciplina. Nas palavras do professor, o trabalho e tempo empenhado por ele foi correspondente a orientações de 9 “iniciações científicas”, tanto no apoio aos alunos, quanto na elaboração das Fichas orientadoras, que foram diferentes (em relação aos conteúdos abordados inclusive) para cada grupo. Essa ideia de “iniciação científica” com o Trabalho de Projeto desenvolvido também foi percebida na fala de um dos alunos:

Começou com uma ideia pequena e depois foi indo... foi indo e virou quase uma iniciação científica. Quase que virou um projeto sério. (Estudante 3, entrevista realizada em 03/07/2018)

A fala do Estudante 3 nos faz refletir sobre a valorização do Trabalho de Projeto desenvolvido. Inicialmente alguns alunos não deram crédito à proposta de trabalho, mas com o desenvolvimento do Projeto percebemos o envolvimento dos alunos, mostrando que eles enxergavam razões que o legitimava e que fazia merecer um estudo mais detalhado, de caráter investigativo como o de uma iniciação científica.

Biembengut (2016, p. 212) abordou a dificuldade docente em relação à disponibilidade em inteirar-se dos temas/assuntos para orientar os estudantes em turmas grandes. Diante disso, a realização de experimentos foi uma maneira de padronizar o conteúdo que seria abordado e, conseqüentemente, o que seria apresentado nas fichas orientadoras, minimizando assim os problemas causados pela sobrecarga do docente e pela insuficiência de tempo para orientar os grupos de estudantes, mas, ao mesmo tempo, ainda deixava a questão da livre escolha do tema/assunto entre os grupos (escolha da cultura a ser pesquisada para o experimento).

A greve em 2016/2 também foi um ponto de reflexão do docente. A pausa nas aulas interferiu de certo modo no desenvolvimento do projeto. Uma consequência foi observada no planejamento das aulas, com as reposições, fazendo com que as apresentações dos seminários fossem realizadas em horários extraclases.

Um dos dilemas enfrentados foi observado nas definições de datas e horários, por incompatibilidade horária entre os alunos (períodos mistos) e o professor, fazendo com que nem todos os alunos estivessem presentes nas apresentações dos projetos dos colegas. Nesse caso, o professor decidiu que, para o semestre seguinte, mesmo se houvesse intercorrências, os seminários em Matemática II seriam em horário de aula, modificando assim o planejamento dessa disciplina para que isso fosse possível. Desse modo, consideramos que os seminários foram valorizados pelo professor e pelos alunos, não medindo esforços para a sua realização, em prol da divulgação científica.

Outra mudança, de um semestre para o outro, refere-se à quantidade de relatórios solicitados aos grupos. Em Matemática I, foram 2 relatórios parciais e um

final, já em Matemática II, por conta da dinâmica do Trabalho de Projeto proposto, com experimentos, o professor julgou serem necessários apenas 2 relatórios, um parcial com os dados obtidos com os experimentos, e um final com todo o estudo incorporado à resolução da ficha orientadora.

A escolha e a utilização dos *softwares* permaneceram livres entre os grupos. Em ambos os semestres observamos a utilização dos *softwares GeoGebra* (inclusive no celular por um grupo, em Matemática I) e do *Excel*, pelos alunos. Além disso, alguns alunos utilizaram ferramentas disponíveis *online* como o *WolframAlpha*. Além do *GeoGebra*, o *Maple* foi utilizado pelo professor, na elaboração das fichas, para encontrar as funções. Antes do Projeto, muitos alunos não tinham manipulado o *GeoGebra*, mas acreditamos que seu uso pelos alunos foi motivado pela utilização desse *software* pelo professor em sala de aula, em determinados momentos e conteúdos.

No quesito avaliação dos projetos, em ambos os semestres, foram atribuídos 50 pontos, variando nas pontuações dos relatórios, seminários e experimentos. As notas de todas as etapas foram divulgadas apenas no final de cada semestre. Uma mudança notória de um semestre para outro diz respeito à avaliação realizada entre os próprios integrantes dos grupos, a avaliação entre os pares, sendo que em Matemática I foi atribuída uma nota (5 pontos) e em Matemática II, não. Isso ocorreu, pois em Matemática II os alunos já sabiam da importância dessa avaliação na nota final e muitos combinaram em atribuir pontuação total nesse quesito, invalidando o propósito dessa avaliação.

Para evidenciar o que fora apresentado até aquele momento, em linhas gerais, nesse capítulo, no Quadro 8, a seguir, apresentamos um resumo comparativo das propostas em Matemática I e Matemática II.

Quadro 8 - Comparativo dos projetos desenvolvidos em Matemática I e em Matemática II.

Projeto em Matemática I	Projeto em Matemática II
Segundo semestre letivo de 2016	Primeiro semestre letivo de 2017
1º período – Agronomia UFU-MC	2º período – Agronomia UFU-MC
47 alunos (12 de outros períodos)	50 alunos (15 de outros períodos)
Estudo de funções de I variável real	Estudo de funções de II variáveis reais
9 grupos	10 grupos

Todo o semestre letivo	Todo o semestre letivo
Guia	Guia
Tema livre dentro da Agronomia	Cultivar livre, mas dentro de algumas condições (Experimento)
Dados prontos	Parte prática - Produção dos dados
Conteúdo semiaberto	Conteúdo pré-determinado
Fichas orientadoras diferentes para cada grupo	Fichas orientadoras semelhantes, direcionadas para conteúdos específicos
2 relatórios parciais e 1 relatório final	1 relatório parcial e 1 relatório final
Evidenciamos a utilização de alguns <i>softwares</i> , como o <i>GeoGebra</i> (inclusive no celular) e o <i>Excel</i> , pelos alunos. Além disso, alguns alunos utilizaram ferramentas disponíveis <i>online</i> como o <i>WolframAlpha</i> .	Evidenciamos a utilização de alguns <i>softwares</i> , como o <i>GeoGebra</i> e o <i>Excel</i> , pelos alunos. <i>Maple</i> pelo professor. Além disso, alguns alunos utilizaram ferramentas disponíveis <i>online</i> como o <i>WolframAlpha</i> .
Seminários fora do horário de aula	Seminários no horário de aula
Avaliação: 50 pontos – Relatórios (15); Seminários (30); Entre os pares (5). Notas divulgadas apenas no final.	Avaliação: 50 pontos – Experimento (20); Relatório final (5); Seminários (25); Entre os pares (sem nota) - Notas divulgadas apenas no final.

Fonte: A autora.

Após apresentarmos os aspectos organizacionais e as dinâmicas do Projeto nas duas disciplinas, refletimos que os momentos, e conseqüentemente as etapas do Projeto, em ambas as disciplinas, se inter-relacionaram e, sobretudo, diante das dinâmicas propostas para o Projeto, pensamos não ser possível separar os dois componentes – ensino e pesquisa, do mesmo todo hierárquico.

Dessa forma, o Trabalho de Projeto desenvolvido de modo sequencial nas disciplinas Matemática I e II orientou-se pelo ensino do conteúdo curricular, associado ao contexto do curso (customização do curso), e paralelamente, pela orientação dos estudantes à pesquisa com princípios científico e educativo.

A partir do processo de reflexão desta pesquisa, imersos em estímulos externos e internos, buscamos estabelecer relações entre as propriedades desses estímulos para nos fazermos compreender por meio do despertar das emoções. Iniciamos esta subseção com um diálogo do filme “O Carteiro e o Poeta”, de 1995, dirigido por Michael Radford, e que tem como atores principais Philippe Noiret,

como Pablo Neruda (Poeta), Massimo Troisi, como Mário Ruopulo (Carteiro) e Maria Grazia Cucinotta, como Beatriz (a amada do carteiro).

No filme, o poeta tenta em vários momentos explicar para o carteiro o que é uma metáfora. Para o poeta “Metáforas são... como posso explicar... quando fala algo, mas compara com outra coisa”. Na cena, Mário não tinha mais respostas verbais conhecidas que pudessem descrever especificamente o que sentiu ao ouvir o poema recitado por Dom Pablo, e então emitiu uma metáfora.

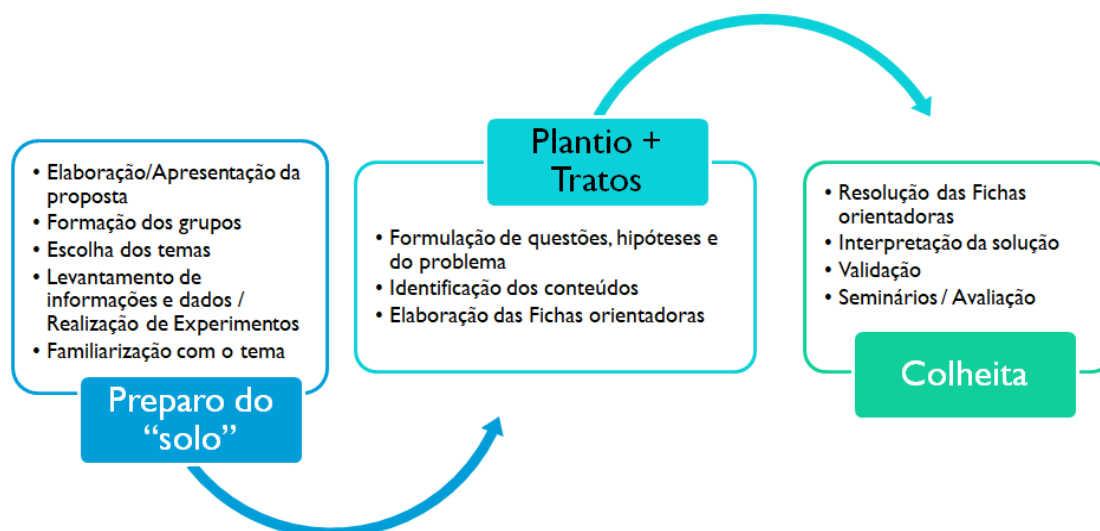
Ela [metáfora] pode ser mais familiar e pode afetar o ouvinte de outras maneiras, particularmente despertando respostas emocionais. Embora ‘uma imagem valha mais do que dez mil palavras’ para certos efeitos, não é fácil traçar uma imagem de certas propriedades dos objetos, e estas, na maior parte das vezes, são precisamente as propriedades tratadas com sucesso por meio da extensão metafórica (SKINNER, 1957/1978, p.126).

Assim como Mário, o carteiro que queria aprender a ser poeta e se esforçava na tentativa de criar metáforas, ao nos faltar um meio para descrever ainda mais especificamente o que nos representou o Trabalho de Projeto desenvolvido nas duas disciplinas do curso de Agronomia, também optamos pelo comportamento metafórico, por sua capacidade de despertar emoções.

Em algumas disciplinas específicas do curso de Agronomia são compartilhados com os estudantes alguns fluxogramas de produção e plantio. Esses fluxogramas apresentam as etapas essenciais para o sucesso de alguma cultura almejada. A primeira etapa refere-se ao **preparo do solo**; a segunda abarca o **plantio** associado aos **tratos**; e por fim, a terceira etapa representa o momento da **colheita**.

Em correspondência à organização do Projeto desenvolvido, sobretudo associado à produção de saberes por ele oportunizados, as três etapas do fluxograma de produção e plantio das Ciências Agrárias se aproximam das etapas e conseqüentemente dos momentos, vivenciados e planejados nesta pesquisa na área da Educação, via Trabalho de Projetos. Apresentamos na Figura 5 a adaptação educacional do fluxograma de produção e plantio para esta pesquisa.

Figura 5 - Fluxograma de produção e plantio de saberes no Trabalho de Projeto.



Fonte: A autora.

Antes de realizar qualquer tipo de plantação, deve-se preparar o solo. Assim também deve ser feito no contexto educacional, especialmente com o Trabalho de Projeto. A primeira etapa do fluxograma, **preparo do “solo”**, corresponde aos momentos de planejamento das propostas do Trabalho de Projeto nas disciplinas, das definições de ações do professor, atentando para as estimativas de prazos, de riscos, incertezas e expectativas.

Além desses momentos vivenciados nos bastidores do Projeto, essa etapa também engloba o preparo do “solo” pelos estudantes com os seus projetos, em cada semestre. Envolve todo o processo de organização dos estudantes para o seu desenvolvimento, contemplando essencialmente as definições dos grupos, as escolhas dos temas, a familiarização e levantamento de informações, e levantamento de dados ou produção de dados por meio da realização de experimentos.

Já a segunda etapa, do **plantio** e dos **tratos**, apresenta similaridade com as etapas de formulação de questões, hipóteses, e dos problemas dos projetos de cada grupo, além do momento de definição/identificação dos conteúdos e elaboração das fichas orientadoras com o direcionamento dos conteúdos das disciplinas que serão abordados. Contempla a sementeira, momento em que as sementes do conhecimento são lançadas e externadas pelas produções dos estudantes. Acreditamos que (es)colhemos o que plantamos e, por isso, cada semente conta. Essa sementeira tem potencial de influenciar diretamente cada um dos indivíduos

envolvidos com o projeto, a instituição, e ainda de ultrapassar os muros da universidade. Isso, pois assim como na agricultura, nós colhemos o que semeamos, mas diferente dela, no âmbito educacional, colhemos muito mais do que plantamos.

Essa etapa, que ultrapassa uma das máximas mais poderosas do universo, refere-se também ao nutrir dos saberes, onde cada participante desta pesquisa traz a seiva necessária à natureza do conhecer, do querer saber, do ser, do fazer que possibilita essa nutrição. Além disso, lembra-nos também que, do processo da semeadura até a colheita, passam-se dias, meses e até anos, ou seja, o tempo torna-se um aliado ou, por vezes, um vilão, que faz com que nossas sementes que estão caindo no chão hoje, na forma de propostas e tentativas, erros e acertos, vão gerar frutos que serão colhidos no futuro, nas esferas pessoal e profissional de cada envolvido.

Na Agronomia, os tratos culturais são práticas que proporcionam as melhores condições de desenvolvimento da cultura e são primordiais para garantir que o terreno seja um meio adequado ao crescimento e desenvolvimento das plantas. Para isso é necessário se atentar para as técnicas de preparo e manutenção da terra. Essa etapa mostra-nos o quanto é importante o planejamento do tratamento que será dado ao que estamos “plantando”, já que, assim como no cultivo de qualquer cultura, cada aluno possui suas características particulares e, por isso, cuidados específicos. No entanto, existem procedimentos que se aplicam a todo tipo de planejamento, atendendo a maioria dos alunos. Assim, com a atenção devida a esses fatores e conhecendo bem a turma, o sucesso na colheita com o Trabalho de Projeto será certo.

A terceira e última etapa do fluxograma - correspondente às etapas de resolução das Fichas Orientadoras, interpretação, validação, apresentações dos projetos por meio de seminários e das avaliações - refere-se à etapa mais esperada de todo o processo: a **colheita**. O momento de contemplar os frutos do Projeto desenvolvido. Entretanto, conforme já mencionado, os frutos produzidos em um processo educacional não são visualizados em sua totalidade instantaneamente. Seu alcance é imensurável. Mas, ainda assim, esta pesquisa compartilha, na subseção 6.3, a respeito de alguns dos frutos, quase maduros e evidentes, obtidos com o Projeto pelo movimento das contribuições e transformações, e ainda atenta para os desdobramentos do (pós-) Projeto, os frutos derradeiros, apontando para suas potencialidades, que trataremos nas conclusões, seção 7.

5 OS PROCESSOS INTERATIVOS OPORTUNIZADOS COM O TRABALHO DE PROJETO

Os processos interativos no desenvolvimento de um Trabalho de Projeto têm, como principais agentes, os grupos de alunos e suas ações em produção coletiva. Utilizamos a palavra “grupo” numa perspectiva sociológica que, de acordo com Bogdan & Biklen (1994, p. 91) refere-se “a pessoas que interagem, que se identificam uma com as outras e que partilham expectativas em relação ao comportamento uma das outras”.

De acordo com Libâneo (1985, p. 97), a interação no ato pedagógico é entendida como “uma atividade sistemática de interação entre seres sociais, tanto ao nível intrapessoal, quanto ao nível da influência do meio”. Nesse contexto, do processo de ensino e aprendizagem como forma de interação social, a interação configura-se na ação exercida sobre o sujeito ou sobre grupos de sujeitos visando provocar mudanças efetivas que os torne elementos ativos dessa própria ação exercida.

Existem divergências conceituais dos termos interação e interatividade entre os pesquisadores dessa temática. Segundo Belloni (2002),

o conceito de interatividade carrega em si grande ambigüidade, oscilando entre um sentido mais preciso de virtualidade técnica e um sentido mais amplo de interação entre sujeitos, mediatizada pelas máquinas. (BELLONI, 2002, p. 123)

Assim como essa autora, Lopes (2019), Tonus (2007) e Torrezzan e Behar (2009) compreendem a interatividade como a relação entre o indivíduo e a máquina. Adotaremos nesta pesquisa a conceituação de interatividade como discutida por essas autoras, na ocorrência da relação homem-máquina, e de interação quando se refere a relações humanas.

A respeito do termo interação, Souza Junior (2000) menciona a sua relação com o processo de produção de saberes coletivamente, que é um processo de produzir na multiplicidade. Esse processo tem início com as ações individuais dos integrantes do grupo, que possuem diferentes interesses e concepções, que oscilam em função do desenvolvimento do Trabalho de Projeto. E tem sua efetivação na diversidade, como consequência da interação dos envolvidos.

Ao discutir o processo de produção do conhecimento, D’Ambrosio (1999, p.

56), argumenta que “Embora tendo o indivíduo como ponto de partida, o conhecimento se organiza e toma corpo como um fato social, resultado da interação entre indivíduos. Depende fundamentalmente do encontro com o ‘outro’”.

Esse movimento dialético⁵¹ entre o singular e o coletivo foi observado em Souza Junior (2000), ao acompanhar a trajetória de um grupo que desenvolveu um trabalho coletivo no processo de ensino-aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral na universidade. De maneira similar à pesquisa de Souza Junior (2000, p. 166), entendemos que o movimento de produção de saberes também pode ser caracterizado por esse movimento dialético: os saberes singulares dos indivíduos contribuem na construção de um saber coletivo e, em contrapartida, os saberes produzidos de modo coletivo propiciam o desenvolvimento do saber do indivíduo.

Para acompanhar esse movimento para a construção do conhecimento, nesta seção aprofundamos nos processos interativos oportunizados com o Projeto, seja de interação entre os membros dos grupos, entre os grupos e o professor/pesquisadora, entre os grupos e membros externos, ou de interatividade entre os grupos/professor e as tecnologias digitais.

5.1 INTERAÇÃO ENTRE OS MEMBROS DOS GRUPOS

A realização de um Trabalho de Projeto exige uma organização complexa do trabalho em grupo. A formação dos grupos de alunos revela muito sobre a identidade de cada projeto desenvolvido, sobretudo ao direcionarmos o nosso olhar para as dimensões individual e coletiva de sua composição.

Existem diferentes motivações para se aderir a um grupo e sua composição acolhe competências complementares que contribuem diretamente no desenvolvimento do Trabalho de Projeto. As principais motivações são afinidade (amizade, etc.), segurança (decisões e responsabilidades compartilhadas), *status* (se algum grupo, ou integrante do grupo, for “bem visto” pela turma, participar dele trará reconhecimento e *status* para quem participa dele ou com ele), interação (uma maneira de se relacionar com outros alunos da turma), e a identificação de ideias e objetivos.

Esta última é uma questão de coerência, entretanto, envolve maturidade dos alunos para essa identificação, que muitas vezes só é alcançada depois de um

⁵¹ Entendemos que esse movimento dialético se processa na relação da ação com o pensamento.

caminho de reflexão sobre o seu trabalho e o dos colegas. Esse reconhecimento vem com a experiência, onde o aluno compreende que seu empenho e dedicação traz enormes vantagens para si próprio e para o grupo, por meio de suas ações em produção coletiva.

Apresentamos, na sequência, como ocorreu o processo de formação dos grupos para o desenvolvimento do Trabalho de Projeto nas disciplinas Matemática I e Matemática II, e destacamos alguns pontos sobre as formações dos grupos relacionados ao processo de interação entre seus membros.

5.1.1 A formação dos grupos em Matemática I

Para o desenvolvimento da proposta foram formados 9 (nove) grupos. A formação ficou a critério dos próprios alunos, mas o professor sugeriu a quantidade de 5 (cinco) ou 6 (seis) participantes para cada composição.

A constituição de grupos para executar alguma atividade em sala de aula ou extraclasse ocorre de diferentes modos, que são fáceis de identificar, ao observarmos o momento de suas formações.

Especificamente para o Trabalho de Projeto acompanhado nesta pesquisa, as trocas de olhares, os convites verbais e gestuais ficaram evidentes quando o professor mencionou sobre a proposta de se trabalhar com projetos e em grupo. Além disso, observamos trocas de mensagens via *WhatsApp* de alunos presentes com outros que não estavam em sala de aula para acertarem a formação dos grupos.

Geralmente alguns alunos demonstram espírito de liderança e começam a buscar pela formação dos integrantes. A formação de grupos de alunos para desenvolver um projeto (trabalho em equipe) é para Moura e Barbosa (2013) um dos pilares para o desenvolvimento dos projetos de trabalho.

Para o Projeto em Matemática I percebemos que as formações ocorreram por questões de afinidade e amizade, com grupos de alunos que já se conheciam; por questões de proximidades no espaço físico, alunos que se sentavam próximos; por questões de interesse, com alguns alunos que se destacavam na disciplina/curso; e por aqueles que mencionaram que “sobraram”, como depreendemos nas falas que seguem:

Então, eu morava com duas meninas da sala. Então, na hora a gente já se olhou, nós três já estávamos certo. Aí foi assim, um que estava do lado das meninas, eu chamei ele pra fazer...ele até ficou meio assim, não queria fazer com a gente, mas fez. Um menino que não era da minha turma, mas estava “pagando”, eu já tinha estudado com ele em Uberlândia, ele ficou sem grupo, aí eu conversei com o professor e ele fez com a gente. (Estudante 7, entrevista gravada em 02/03/2017)

Amizade. Foi por causa que a gente morava perto, pra facilitar as reuniões, essas coisas. Foi formado por quem morava mais perto. (Estudante 3, entrevista gravada em 02/03/2017)

[...] foi por afinidade. (Estudante 1, entrevista gravada em 03/03/2017)

Foi principalmente pelo meu colega de sala, que era o [redacted] [Estudante 1], e os outros que eu já conhecia, né, os que *eram* da minha cidade, porque os outros (da turma), eu não tinha muito envolvimento. [...] Aí a gente separou assim, os que a gente conhecia mesmo. (Estudante 2, entrevista gravada em 03/03/2017)

Eu sentava na frente porque eu queria ver a matéria, aí os meninos viu que eu sabia mais ou menos, porque eram todos veteranos do meu grupo, aí falaram se eu queria fazer com eles. Aí eu pensei: se eles são veteranos, eles querem passar, só que eles não renderam muito não, eles eram bem fracos. Eu fui escolhido mesmo. O grupo deles estava formado e me convidaram. (Estudante 4, entrevista gravada em 02/03/2017)

Nossa senhora! Foi só os restolhos. Nós estávamos tomando água. Aí chegou só o resto, mas deu certo. Eu e o meu amigo tínhamos saído da sala, daí quando nós voltamos nós pegamos o resto, mas desenvolveu bem. Um era meu amigo, o restante a gente conhecia, mas foi porque sobrou. Eu e o [redacted] [aluno do grupo], a gente era amigo, aí sobre o [redacted] (aluno do grupo), a gente mandou mensagem pra ele porque ele não tinha vindo na aula e o resto foram os outros. (Estudante 6, entrevista gravada em 02/03/2017)

Em Matemática I eu cheguei atrasada, né? Cheguei um mês depois. Aí o único grupo que tinha “espaço” pra entrar era aquele, só eu acabei entrando. Fui meio que colocada. (Estudante 5, entrevista gravada em 02/03/2017)

Essas falas manifestam que nem sempre o processo de escolha dos integrantes, para a formação dos grupos, é fácil para os alunos. Fica evidente um processo de negociação entre os alunos que, muitas vezes, pode não satisfazer a todos.

De modo geral, a afinidade e a amizade foram os sentimentos que sobressaíram na formação de todos os grupos (observamos principalmente nas falas dos Estudantes 1 e 2). Apesar de serem sentimentos que aprimoram os processos interativos, entendemos que eles não garantem que o trabalho em grupo e suas interações serão satisfatórias até o término do projeto e, mais ainda, não garantem que todas as metas traçadas sejam alcançadas (seção terciária 5.1.3).

Percebemos também que existiam aqueles que procuraram por alunos que

se destacavam positivamente em sala de aula, buscando por segurança e *status* (fala do Estudante 4). Além disso, por ser uma disciplina de primeiro período do curso, muitos alunos não se conheciam, fazendo com que a formação dos grupos também se desse por meio de proximidade física, um aluno sentar próximo do outro na sala de aula (Estudantes 7 e 3).

Ainda tivemos a situação em que uma aluna (Estudante 5) não participou da parte inicial do projeto, por ter iniciado o semestre mais tarde (ingressou na Universidade em chamadas sucessivas do processo de seleção). No caso, ela não participou do processo inicial de formação dos grupos, não foi escolhida e não escolheu, e segundo ela, “foi colocada” em um grupo que tinha uma quantidade menor de integrantes.

Já o Estudante 6 mencionou o fato de ter saído com seu colega da sala de aula no momento da formação dos grupos e, ao retornarem, a maioria dos grupos já estava formada e ficaram somente “os restolhos”, referindo-se aos alunos que não eram “bem vistos” pela turma por diversas questões que não aprofundamos nesta pesquisa, mas que acreditamos estar relacionadas com vida acadêmica, à falta de comprometimento, às sucessivas repetências, etc.

Depreendemos que as negociações para a formação dos grupos em Matemática I ocorreram em diferentes contextos e, com isso, produziram diferentes configurações. Na maioria das configurações, as negociações ocorreram internamente entre os próprios estudantes, mas em alguns casos observamos a intervenção do professor da disciplina como articulador, seja na organização do ambiente para a formação dos grupos em sala de aula ou na gestão dos grupos em formação.

5.1.2 A formação dos grupos em Matemática II

Para o desenvolvimento da proposta foram formados 10 (dez) grupos. A formação novamente ficou a critério dos próprios alunos, da qual aprofundaremos sua constituição, comparando com a do trabalho educativo do semestre anterior, na nossa análise “Pontos a destacar” (seção terciária 5.1.3).

Ressaltamos que apesar da constituição de integrantes ser livre, o professor solicitou a quantidade específica de 5 participantes para cada composição, já que a turma era composta por 50 estudantes.

Como mencionado anteriormente, a formação de grupos de alunos para desenvolver o Projeto (trabalho em equipe) é, para Moura e Barbosa (2013), um dos pilares para o desenvolvimento dos projetos de trabalho. Em Matemática II percebemos que as formações ocorreram por várias questões, muitas delas diferentes das destacadas no Projeto em Matemática I. Questões essas que vão além da amizade.

A maioria dos alunos já se conhecia (embora existissem casos de alunos que não haviam cursado Matemática I em 2016/2), já tinha trabalhado junto no Projeto, no semestre anterior, ou já tinha assistido aos projetos dos colegas, apresentados ao final das etapas, nos seminários. Somado a isso, o fato da avaliação pelos pares ter ganhado peso na pontuação final dos grupos, no semestre anterior, fez com que a formação em Matemática II fosse mais criteriosa. Os alunos buscaram por integrantes que se destacaram na disciplina/curso e que se mostraram mais comprometidos com o Projeto no semestre anterior, como depreendemos nas falas que seguem:

O grupo da Matemática I não foi muito bom, o desenrolar do trabalho. Eu não senti que teve muito envolvimento dos outros, durante a execução do trabalho. Não é pra me “sentir”, mas eu fiz praticamente tudo. Teve greve, aí eu montei os *slides*, mandei para o [redacted] [professor da disciplina]. Enfim, mas no dia da apresentação foi todo mundo bem, isso eu não posso negar, mas durante, na hora de fazer o trabalho, não teve muito envolvimento. Quando foi pra Matemática II, eu falei assim: não vou fazer trabalho com o mesmo grupo! Eu já entrei na Matemática II com essa ideia. Acho que a [redacted] [Estudante 5] também não ficou satisfeita com o grupo dela em Matemática I, [...]. Aí eu falei, quando o [redacted] [professor da disciplina] passar o Projeto, a gente vê o que nós fazemos. [...] Eu já conhecia o [redacted] [Aluno 2] do Instituto Federal e eu acho que ele também não tinha gostado do grupo dele também. Não sei direito os motivos [...], aí juntamos e fizemos. Foi muito melhor do que em Matemática I. Muito melhor! (Estudante 7, entrevista gravada em 26/06/2018)

Foi pela questão de afinidade e também para conhecer outras pessoas. Acabou que deu muito certo! A gente juntou pessoas de dois trabalhos bons de Matemática I. Como o nosso trabalho ficou bom, acho que eles também quiseram juntar. (Estudante 1, entrevista gravada em 26/06/2018)

A gente tirou os [alunos] que não ajudaram tanto no primeiro. A gente selecionou. Tinha outros que também não estavam satisfeitos com os grupos deles em Matemática I. A gente viu que eram pessoas esforçadas e trouxemos para o nosso. (Estudante 2, entrevista gravada em 09/07/2018)

Em Matemática II, nós pegamos amizade e depois continuou, foi da I para a II. Manteve o mesmo grupo. Deu certo na I e daí continuamos para o outro Projeto. (Estudante 4, entrevista gravada em 26/06/2018)

O [redacted] [Estudante 2] e o [redacted] [Estudante 1] falaram que o [redacted] [professor da disciplina] tinha falado pra separar. A gente achou melhor separar e aí foi

outro grupo. Até foi melhor, para falar a verdade, até ajudou mais. (Estudante 3, entrevista gravada em 03/07/2018)

Foi por afinidade. (Estudante 6, entrevista gravada em 26/06/2018)

Em Matemática II a gente tinha mais afinidade. Eu tinha afinidade com a [Estudante 7], ela já conhecia o [Estudante 1], eu já conversava com o [outro aluno do grupo], aí nós chamamos o [Estudante 2]. Foi por afinidade. (Estudante 5, entrevista gravada em 09/07/2018)

As falas dos Estudantes 7, 1 e 2 nos mostram a questão da busca por integrantes comprometidos, que se envolveram com o Trabalho de projetos no semestre anterior e que produziram trabalhos “bons”. A junção desses três estudantes com a Estudante 5 e com mais um integrante formou um grupo em Matemática II, a saber, formou o Grupo 5.

Já no caso do Estudante 4, percebemos que os mesmos integrantes do grupo formado em 2016/2 permaneceram para o Trabalho de Projetos em 2017/1. Pela fala desse aluno, a formação inicial em Matemática II deu-se pela amizade consolidada com o Projeto no semestre anterior e depois, como “deu certo”, no caso, o Projeto, eles continuaram.

Outra formação que nos chamou a atenção vem da fala do Estudante 3. Segundo ele, o professor da disciplina tinha solicitado a separação dos integrantes do Grupo 2 de Matemática I para a formação em Matemática II. A transferência da justificativa da separação dos integrantes para o professor pode estar relacionada ao fato dos Estudantes 1 e 2 não quererem se indispor com os colegas. Percebemos que a nova formação de integrantes em Matemática II também foi positiva para o Estudante 3, quando ele menciona que “foi melhor, para falar a verdade”.

A formação dos grupos em Matemática II ocorreu em diferentes contextos e, com exceção do Grupo 3, produziram novas configurações na busca do aprimoramento dos projetos e das relações interpessoais. Observamos que, dessa vez, as negociações ocorreram apenas internamente, entre os próprios estudantes, com intervenção mínima do professor da disciplina na gestão dos grupos em formação.

5.1.3 Pontos a destacar

Os grupos se constituíram de maneiras diferentes em cada semestre. As negociações ocorreram em diferentes contextos e produziram configurações e

interações distintas, desenvolvendo, assim, trajetórias particulares, de acordo com as necessidades dos próprios grupos.

A forma como os grupos se constituíram favoreceu a formação de grupos heterogêneos. Muitos dos alunos que vivenciaram o Trabalho de Projeto em Matemática I e não se mostraram satisfeitos com o andamento do trabalho desenvolvido pelo grupo, se organizaram e reestruturaram seus grupos em Matemática II, priorizando a interação de todos os integrantes e a identificação de ideias e objetivos.

Sobre o processo de interação entre os membros do grupo, alguns dos protagonistas desta pesquisa enfatizaram a sua existência, em diferentes graus, com os integrantes do grupo e ainda destacaram a presença daqueles alunos que não interagiram, como depreendemos nas falas a seguir:

Foi muito boa, tinha eu o [Estudante 1], tinha o [Estudante 3]. Só que alguns do grupo não pegaram muito firme com a gente, mas foi boa a interação da gente, não teve nenhum problema, não. (Estudante 2, entrevista gravada em 03/03/2017)

Com dois [integrantes] foi muito boa a interação, mas com outros, não. Não interagiram. [...] É meio difícil, né? Tem que tentar “empurrar” os outros. Ai, às vezes, o pessoal não acha bom. Quem você tenta ajudar, fala que você é chato e os outros ficam bravos porque você está tentando ajudar a pessoa que não colabora. O problema foi que os meninos ficaram bravos comigo, porque eu tentava ajudar e a pessoa não desenvolvia, e eles ficavam muito bravos. (Estudante 6, entrevista gravada em 02/03/2017)

Para o Estudante 2, o fato de alguns alunos não terem se empenhado da maneira adequada no desenvolvimento do projeto do seu grupo não gerou nenhum “problema” de relacionamento, deixando transparecer que essa postura não atrapalhou na interação entre os membros do grupo. Por outro lado, o Estudante 6 ressaltou que a falta de interação de alguns integrantes ocasionou momentos conflituosos dentro do grupo.

Para esse último caso, direcionamos nossa atenção para ambas as dimensões da composição desse grupo: a primeira refere-se ao aluno que não interagiu com os demais, evidenciando a ausência de identificação desse aluno com a formação do grupo e/ou com o projeto; e a segunda refere-se aos alunos do grupo que estavam engajados com o projeto, mas que ficaram com o sentimento de frustração em relação ao comportamento e descompromisso dos colegas.

Mesmo nessa situação, que configurou problemas de relacionamento,

observamos que o Estudante 6, ao tentar ajudar o estudante que não estava interagindo com os demais, pretendeu lidar com as diferenças em benefício do crescimento do grupo. Isso acabou gerando insatisfação tanto da pessoa que estava sendo ajudada - quando mencionou “Quem você tenta ajudar, fala que você é chato” - quanto dos outros colegas, que não aceitavam tal comportamento, ao falar “[...] os outros ficam bravos porque você esta tentando ajudar a pessoa que não colabora”.

A falta de interação entre os integrantes desconfigura a ideia de grupo, em que todos deveriam estar se empenhando, embora com diferentes intensidades, em busca de um objetivo comum. Uma das consequências dessa falta de reciprocidade seria a sobrecarga para alguns integrantes, como depreendemos na fala da Estudante 7, a seguir:

Eu não senti que teve muito envolvimento dos outros, durante a execução do trabalho. Não é pra me “sentir”, mas eu fiz praticamente tudo. [...] na hora de fazer o trabalho não teve muito envolvimento. (Estudante 7, entrevista gravada em 02/03/2017)

Sobre essa e outras questões relacionadas aos riscos da valorização do trabalho em equipe, Demo (1998) destaca que

[...] o mais comum é a improdutividade, marcada pela dificuldade de organizar o trabalho e de conseguir a colaboração máxima de todos. Como regra, sobram as tarefas principais para algum ou alguns heróis, enquanto a maioria faz-de-conta. (DEMO, 1998, p. 19)

Coadunamos com Demo (1998) ao entender que o problema vai além da organização do trabalho e está relacionado principalmente com a contribuição concreta de cada membro do grupo. No Trabalho de Projeto acompanhado nesta pesquisa, observamos situações em que o descompromisso dos integrantes fizeram com que alguns membros dos grupos, os “heróis”, “carregassem” os outros, os que “fazem de conta” e que pretendiam se beneficiar com a nota obtida pelo grupo, sem o efetivo aprendizado, como deduzimos na fala seguinte:

Ah... tem muita gente descompromissada, que não faz nada. Tipo, vem nos últimos dias querer saber das coisas. Igual a [integrante do grupo 5], nem vem na aula. Ela veio com intuito de querer passar com o Projeto. Aí ela apresentou o que a gente passou pra ela. O que a gente pedia para ela fazer, ela nem teve interesse de fazer nada. Os meninos dos períodos mais para frente até perdia aula de outras disciplinas para reunir com a gente e

ela nem ia. Mesmo não batendo horários, nós conseguíamos nos reunir na biblioteca para fazer. (Estudante 5, entrevista gravada em 02/03/2017)

Uma questão levantada pela Estudante 5 refere-se ao fato de alguns alunos enxergarem, a princípio, que os pontos oriundos de trabalhos ajudam a passar na disciplina, com a crença de que são pontos “fáceis” de se obter, ao contrário das tão temidas provas. Entretanto, no caso específico da estudante mencionada na fala da Estudante 5, ficou evidente que, mesmo ela tendo acreditado que passaria com os pontos do Projeto, sem se dedicar o suficiente, a aprovação não aconteceu.

Acreditamos que a dinâmica da disciplina com o Projeto não permitiu que alunos descompromissados fossem aprovados. Isso, pois, além das provas e trabalhos avaliativos em sala de aula, o próprio projeto também fazia essa seleção por meio do acompanhamento efetivo das etapas do projeto e das avaliações realizadas no dia dos seminários, tanto pelo professor quanto pelos integrantes dos grupos – avaliação pelos pares.

O fato de a disciplina possuir um método avaliativo diversificado, além de muito rico no contexto educacional, também é atrativo aos alunos. Os pontos do Trabalho de Projeto desenvolvido foi um dos motivos que despertou o interesse dos alunos, mas não apenas, como inferimos na fala a seguir:

Eu não gostei só por causa dos pontos. Eu gostei mais porque mexeu com nossa cabeça, foi outro jeito. Aprender, tipo, aplicado na sua área. Isso foi bacana demais. Não foi só aquela Matemática pela Matemática. (Estudante 3, entrevista gravada em 02/03/2017)

Na fala do Estudante 3, ele assegurou que as contribuições do Projeto para seu aprendizado vão além da questão da pontuação. Quando ele afirma que “Não foi só aquela Matemática pela Matemática”, refletimos que o Trabalho de Projeto desenvolvido conseguiu, de certa forma, mostrar a Matemática em circunstâncias diversas da vida, para além das convenções curriculares.

Na contramão do que apresentamos até agora, o Estudante 4, que manteve no grupo a mesma formação de integrantes em ambas as disciplinas, a saber, Grupo 3, mencionou pontos relevantes sobre uma situação “ideal” para o trabalho em grupo:

O que eu achei bom no nosso grupo é que eu tinha a ideia, o outro tinha outra, então a gente ia debatendo até chegar num consenso. Não foi só um que falava, foi mais de um, até chegar num consenso geral, e então definir o

que íamos seguir. Todo mundo discutia sobre o assunto e então, a gente decidia. Eu achei bem legal! Não ficou sobre uma pessoa só. (Estudante 4, entrevista gravada em 26/06/2018)

Com a fala do Estudante 4, percebemos que no Grupo 3 havia interação entre todos os integrantes, existiam empolgação, envolvimento, troca de ideias e as decisões aconteciam em conjunto. Ainda sobre uma situação ideal para o trabalho em grupo, os Estudantes 1 e 2 mencionaram:

Grupo funciona assim: você tem que arrumar pessoas com mais ou menos seu nível de estudo. Procurar pessoas pra fazer o trabalho que tem mais ou menos o seu jeito. Porque se você faz com uma pessoa totalmente diferente, ou ele não vai fazer nada ou pode fazer coisas erradas. Então, tem que procurar alguém do seu nível. (Estudante 2, entrevista gravada em 09/07/2018)

Pra um trabalho ser bom, tem que ter aquela pessoa que acrescenta. A que acrescenta assim: você gostou disso? Se sim ou não e quiser acrescentar algo, acrescenta. Tem que dar a oportunidade pra outra pessoa acrescentar. Não aquela pessoa que quer fazer o trabalho sozinho. Trabalho em grupo, você tem que pensar a mais. Tem que ter pessoas para contribuir. (Estudante 1, entrevista gravada em 26/06/2018)

Podemos inferir que o funcionamento do grupo depende essencialmente das contribuições de seus membros, do compromisso firmado, dos interesses e das ideias comuns, de dar oportunidade e espaço ao outro, e de sempre buscar por ideias que venham a somar com as existentes.

Acreditamos que o trabalho em grupo, quando há interação entre os envolvidos, é muito mais rico e traz muitas contribuições aos envolvidos, por exibir possibilidades, desenvolver habilidades de seus membros e por entendermos que, ao compartilhar conhecimentos, aprende-se mais. Entre as contribuições do trabalho em grupo, os alunos destacaram:

Aprender a trabalhar com as pessoas, discutir ideias e aprender a trabalhar em conjunto, porque é complicado. (Estudante 6, entrevista gravada em 26/06/2018)

Pra trocar ideias, saber se está certo ou errado, um pode ajudar o outro. Eu acho melhor trabalhar em grupo do que sozinho. (Estudante 3, entrevista gravada em 03/07/2018)

Três, cinco cabeças pensando juntas, quando bem formado [o grupo], quando bem trabalhado, ajuda muito no trabalho, e o trabalho fica até mais fácil. Quando se faz o trabalho sozinho, pra mim, é mais complicado. Eu gosto de trabalho em grupo com pessoas que pensam tipo iguais a mim, que corre atrás das coisas. Não gosto de gente que fica esperando, que deixa para a última semana! Mas sou aberto a sugestões. Sempre gosto de

fazer o trabalho logo quando o professor pede, tipo, passou agora, dai já começa na outra semana, vamos desenvolver a introdução. Em cima, de última hora, não faz. (Estudante 1, entrevista gravada em 26/06/2018)

Nas falas desses estudantes percebemos o reconhecimento da importância do trabalho em grupo. Entretanto, quando o Estudante 1 menciona “Eu gosto de trabalho em grupo com pessoas que pensam tipo iguais a mim”, identificamos uma possível situação de conflito no trabalho desse grupo. Isso, pois por mais que cada integrante possa reivindicar seu ponto de vista, no trabalho em grupo e, de forma ampla, na sociedade, não pode prevalecer apenas a ideia individual. Todo comportamento impositivo, mesmo que disfarçado, deve estar fora de questão no trabalho em grupo, em que, de cada membro espera-se a capacidade de contribuição e a liderança compartilhada. Com isso, podemos inferir que o trabalho nos grupos, para o desenvolvimento do Trabalho de Projeto proposto, requereu de seus integrantes a competência coletiva.

A competência expressa-se tanto no horizonte da individualidade, na condição de sujeito concreto histórico, quanto na conjunção de esforços, já que a cidadania organizada é, como regra, mais competente que a solitária. Ao mesmo tempo, o trabalho em equipe facilmente degenera em perda de tempo ou em exploração de um ou outro, que acabam substituindo o esforço comum. [...] A competência coletiva, entretanto, supõe a individual, pois não se trata de somar a superficialidade, mas a capacidade de contribuição. (DEMO, 1998, p.17)

Das falas dos alunos protagonistas desta pesquisa depreendemos que o Trabalho de Projeto desdobra-se principalmente na capacidade de contribuir dinamicamente para fins comuns, conjugando o envolvimento dos integrantes, o apoio mútuo entre os membros do grupo e a confiança estabelecida entre eles, nas atribuições de responsabilidades.

Ao longo dos dois semestres de acompanhamento desta pesquisa percebemos que ainda é grande o desafio de construir um estilo de trabalho em grupo, colaborativo, que seja de fato produtivo para todos os envolvidos.

Coadunamos com o entendimento de trabalho colaborativo de Fiorentini (2004), de que

Na colaboração, todos trabalham conjuntamente (co-laboram) e se apoiam mutuamente, visando atingir objetivos comuns negociados pelo coletivo do grupo. Na colaboração, as relações, portanto, tendem a ser não hierárquicas, havendo liderança compartilhada e co-responsabilidade pela condução das ações. (FIORENTINI, 2004, p. 50)

Nessa perspectiva, acreditamos que o Projeto oportunizou a esses alunos a experiência de colaboração, de aprender a trabalhar em grupo, a dialogar e compartilhar ideias, informações e conhecimentos e, sobretudo, a de lidar com as diferenças em benefício do crescimento do grupo.

As turmas eram mistas, havia ingressantes e veteranos em um mesmo grupo, com faixas etárias diferentes, motivações diferentes, personalidades distintas. As individualidades existem e, além de respeitadas, devem ser trabalhadas para não tendermos à improdutividade, quando não se consegue interação e a colaboração de todos os alunos, colocando em risco o sucesso e a sobrevivência do ambiente colaborativo. Ao professor cabe buscar o equilíbrio entre essas dimensões, sendo portanto um grande desafio a ser enfrentado quando se propõe um trabalho em grupo na universidade.

5.2 INTERAÇÃO NOS MOMENTOS PRESENCIAIS DO PROJETO

5.2.1 Interação nas reuniões

Os grupos trabalharam em encontros extraclasse e também foram agendadas reuniões com o professor para acompanhamento dos projetos, esclarecimento de dúvidas e para orientações personalizadas aos grupos.

Ao questionarmos sobre como tinham ocorrido as reuniões com os integrantes, alguns dos alunos, protagonistas desta pesquisa, responderam:

Em Matemática I a gente reuniu mais no final, antes de apresentar. A gente dividiu e apresentou. Em Matemática II a gente reuniu bem mais, porque a gente plantou a cebolinha e tinha que molhar, realizar. A gente ia lá na estufa, porque a gente estava desenvolvendo lá. Aí todo mundo ia lá. [...] Em Matemática I a gente fez em casa mesmo, a gente levava o *notebook*. [...] A ■■■■ [Estudante 5] chegou por último, mas ajudou muito! Ela foi muito esforçada, mas nem todos foram. (Estudante 6, entrevista gravada em 26/06/2018)

Geralmente a gente reunia na casa de um para fazer, na Matemática I. Na II era mais aqui [universidade], na biblioteca. Aí, a gente reunia, mas não todos. Alguns tinham até motivos justificáveis, horário de aula, estudar pra prova, mas nem sempre. (Estudante 2, entrevista gravada em 09/07/2018)

Quase todo dia tinha! Os encontros do Projeto em Matemática I eram na casa de uma aluna do grupo, e na II foi na casa de outra aluna do nosso grupo. Ai foi bacana porque a ■■■■ [integrante do grupo] é meio brava, ai quem não participava ela danava, ficava brava. Quem, por algum motivo, não podia ir, ajudava pelo *WhatsApp*. (Estudante 4, entrevista gravada em

26/06/2018)

A gente marcava no *WhatsApp* mesmo. Hoje vamos reunir pra fazer isso e aquilo, ia lá pra biblioteca e fazia. (Estudante 5, entrevista gravada em 09/07/2018)

A partir dessas falas depreendemos que os encontros presenciais entre os integrantes dos grupos geralmente tinham como cenário a casa de algum deles, mas também teve grupos que escolheram espaços da universidade para a realização das reuniões, como a biblioteca, as estufas (para a realização do experimento), etc.

Um ponto de insatisfação geral entre os alunos é a ausência de integrantes nas reuniões agendadas por eles. Para contornar essa situação, o Estudante 4, que foi integrante do Grupo 3 em ambas as disciplinas, mencionou que as reuniões do grupo dele eram constituídas por momentos em que o *online* e o presencial se misturavam.

Apesar desse grupo utilizar essa alternativa e mesmo com todas TDIC disponíveis, que poderiam facilitar, aproximar e produzir novos arranjos organizacionais e relações colaboradoras nos grupos, percebemos que os alunos ainda sentiam necessidade de encontros presenciais.

A quantidade de reuniões entre os integrantes dos grupos variou nas duas disciplinas. Como em Matemática II havia um experimento para ser realizado e acompanhado, percebemos que os alunos se reuniram mais.

Os grupos também tiveram reuniões com o professor da disciplina para o acompanhamento das etapas do Projeto. Essas reuniões aconteceram na sala do professor, em horários definidos com cada grupo, visando a participação da maioria dos integrantes.

Para os alunos, essas reuniões com o professor foram satisfatórias, configurando um momento de orientações, correções e direcionamentos. Percebemos que os grupos se sentiam mais seguros quando saíam da sala do professor após essas reuniões. Eles chegavam ansiosos e apreensivos, mas depois das conversas com o professor, as expressões faciais desses alunos revelavam entusiasmo, tranquilidade e expectativas.

Foram boas e bem satisfatórias. Foram poucas. Não precisou de muitas, não. (Estudante 7, entrevista gravada em 26/06/2018)

A gente foi nas reuniões na sala dele [professor da disciplina]. Fui até em uma com você [pesquisadora]. A gente foi no professor, levou o problema,

para mostrar se estava ficando bom o trabalho. A gente foi resolvendo tudo e ele foi explicando, falando o que faltava, o que tinha que focar, o que estava errado, as contas. (Estudante 1, entrevista gravada em 26/06/2018)

Foi mais pra gente direcionar o nosso projeto. A gente via o que tinha que fazer, se estava certo o nosso pensamento, se o que nós queríamos pôr em prática ia funcionar. (Estudante 2, entrevista gravada em 09/07/2018)

Ele [professor da disciplina] atendeu bacana, toda vez que a gente foi lá, ele ajudava. A senhora [pesquisadora] também colaborava bastante. Ajudou bem mais vezes que ele, porque era quase todo dia a gente perguntando e a senhora respondendo no *WhatsApp*. (Estudante 4, entrevista gravada em 26/06/2018)

Ah, a gente chegava na sala dele [professor da disciplina] e perguntava: Estamos fazendo isso aqui, está certo? Como que eu vou fazer? Ai ele ia, explicava, quando estava certo ele falava que estava certo, e quando não estava, ele ajudava e falava: agora vocês dão conta de continuar. Ai a gente fazia e dava certo. (Estudante 5, entrevista gravada em 09/07/2018)

Nós fizemos os gráficos com o programa e foi perguntar se estava certo, pra não passar vergonha. (Estudante 6, entrevista gravada em 26/06/2018)

Esses momentos foram ricos para a compreensão do que acontecia nos bastidores dos projetos. As expectativas dos alunos e as do professor eram externadas nesses encontros. E eles foram importantes na condução de novas e promissoras direções dos desdobramentos do Trabalho de Projeto proposto, seja na projeção de projetos de iniciação científica, projetos de ensino, identificação de alunos interessados em seguir o caminho da pesquisa científica, etc.

Nessas reuniões, o professor desempenhou papel de orientador para os grupos, seja na questão dos conteúdos da disciplina abordados nos projetos, seja na gestão do funcionamento dos grupos, ou com conversas motivacionais. Além da orientação do professor da disciplina para o desenvolvimento das etapas, os alunos contaram com a colaboração da pesquisadora e de professores de outras disciplinas específicas do curso e de pessoas externas à universidade, que se dispuseram a colaborar.

Para a realização dos projetos, as ajudas vieram a partir das interações de familiares, de alunos que estavam próximos a concluir o curso de Agronomia, de professores de disciplinas específicas da Agronomia e até de alunos universitários de outros cursos, como da Física, conforme inferimos das falas seguintes:

Tivemos ajuda da minha prima. (Estudante 7, entrevista gravada em 26/06/2018)

Do aluno do quinto período em Matemática II. Ele doou as mudas de

cebolinha. E na Matemática I, meu irmão e meu avô. Eles tiraram as fotos dos milhos. (Estudante 6, entrevista gravada em 26/06/2018)

Tivemos dos professores da Agronomia. (Estudante 1, entrevista gravada em 26/06/2018)

No projeto, os professores que ajudaram muito e estavam sempre disponíveis pra gente tirar dúvidas, foram os professores ■■■■ e ■■■■ [professores da Agronomia]. (Estudante 2, entrevista gravada em 09/07/2018)

Na I, teve um amigo meu, de Ipiacu. Porque eu não estava dando conta de resolver, ai eu ligava pra ele, ai ele falou resolver usando duas derivadas, tinha que derivar e derivar de novo. Ele fazia Física [...]. (Estudante 4, entrevista gravada em 26/06/2018)

A gente foi na sala do ■■■■ [professor da Agronomia], perguntou pra ele também. (Estudante 5, entrevista gravada em 09/07/2018)

Ambas as disciplinas contavam com horários de monitoria com alunos monitores, selecionados pelo professor no início do semestre. Entretanto, percebemos que esses horários não foram muito aproveitados pelos alunos, principalmente na disciplina Matemática II. Na disciplina Matemática I, por conta das recomendações provenientes da avaliação diagnóstica aplicada no início da disciplina, os horários de monitoria ainda foram mais frequentados, mas não para o projeto em si.

Eu procurei pela disciplina, pela matéria mesmo. (Estudante 3, entrevista gravada em 03/07/2018)

Sempre tem monitor, mas eu não fui. (Estudante 6, entrevista gravada em 09/07/2018)

Eu nem sabia que tinha monitor de Matemática II. (Estudante 4, entrevista gravada em 26/06/2018)

Interpretamos que os horários destinados às monitorias, com atendimentos individuais ou em pequenos grupos, quando utilizados, foram em sua maioria para esclarecimento de dúvidas dos conteúdos vistos em sala de aula e que seriam avaliados nas provas. A não utilização desses horários para o Trabalho de Projeto pode ter relação com as outras formas de ajuda e esclarecimento de dúvidas aos grupos sobre o Projeto, como os encontros entre o professor e os estudantes, entre a pesquisadora e os estudantes (via *WhatsApp* ou presencialmente, por exemplo), e também por aqueles momentos que poderiam ser realizados pela plataforma *Moodle* (que serão abordados em 5.3.1), por meio de fóruns de dúvidas. Entretanto, vale destacar que o ambiente com os fóruns de dúvidas também não foi muito utilizado

para que nunca fique sem produzir.

Esse foi um momento de instigação, onde levantamos questões e ouvimos sugestões. A importância da troca de ideias entre os alunos é defendida por Biembengut (2016, p.194) e, momentos como esses, abrem caminhos para atingir os objetivos propostos.

Quanto a esse momento, acreditamos que ele foi fundamental para o desenvolvimento do Projeto em sua totalidade, atuando como ponto de partida, como podemos inferir pelas falas a seguir:

O trabalho foi perfeito. Vocês passaram as instruções, foi tranquilo. O que eu achei bom, e acho que deu uma base, foi aquela aula que você [pesquisadora] deu para nós sobre as batatas. Ajudou demais pra desenvolver o trabalho. (Estudante 3, entrevista gravada em 02/03/2017)

Foi fundamental! Acho que se não tivesse, a gente não iria saber como ia funcionar direitinho. (Estudante 7, entrevista gravada em 02/03/2017)

Nossa... foi muito bom, porque eu nunca tinha feito, acho que ninguém da sala tinha feito um trabalho que envolvia Matemática com alguma cultura. Então, essa cultura da batata foi importante. Eu acho que sem as aulas presenciais, sem as explicações, a gente não teria conseguido. Mesmo que na *internet* você ache trabalho, mas é complicado, não acha trabalho do jeito que você quer, ia ficar um trabalho totalmente diferente, no meu ponto de vista. (Estudante 1, entrevista gravada em 03/03/2017)

Na Matemática I, aquela aula lá deu um... Assim, salvou a gente para falar a verdade. Deu uma ênfase melhor. Tipo assim, o que a gente deveria fazer. (Estudante 3, entrevista gravada em 02/03/2017)

Dá uma ideia melhor do que a gente tinha que focar mais no projeto. Abre questionamentos sobre outras áreas pra gente poder fazer também. (Estudante 6, entrevista gravada em 02/03/2017)

Com a apresentação inicial, a gente já sabia, tipo assim... a gente tinha que seguir aquele rumo, a professora [pesquisadora] fez assim, assim, e se saísse de acordo com o que a senhora tinha apresentado, ai estava certo. (Estudante 4, entrevista gravada em 02/03/2017)

Acreditamos que a aula de apresentação, em especial, deixou os alunos mais interessados para/com a disciplina e, de certa forma, conseguimos encorajar esses alunos a se envolverem ativamente na sua aprendizagem, a produzirem projetos a partir de necessidades do grupo ou da comunidade, a compreenderem a importância do trabalho em grupo, da pesquisa e do compromisso de cada um com a sua formação, ao desafiá-los na busca pela conexão entre a Matemática e a Agronomia.

Em Matemática II, a aula de apresentação da proposta do Trabalho de

Projeto aos estudantes iniciou-se com uma conversa sobre a experiência realizada na disciplina Matemática I. Resgatar o que foi feito no semestre anterior foi importante tanto para reavivar os momentos oportunizados pelo Projeto, quanto para apresentar, de fato, a proposta aos alunos que não tinham vivenciado a experiência em Matemática I.

Foi evidenciada a parte prática do Projeto em que os alunos, enquanto pesquisadores em formação, ficaram responsáveis pela produção dos dados por meio da realização de experimentos. O professor da disciplina optou por apresentar um exemplo de como seria essa atividade experimental, utilizando uma situação em que foi observada a altura média das folhas de nove plantações de cebolinha verde, sendo que nestas plantações foram utilizadas três diferentes quantidades de água na rega e três diferentes períodos de exposição ao sol.

A escolha da cultura da cebolinha pelo professor deveu-se ao fato de ela possuir um cultivo fácil, rápido e que requer pouquíssimo espaço. Tudo isso para motivar os grupos a procurarem por culturas com características semelhantes. Além disso, escolheu como variáveis a quantidade de água e o período de exposição ao sol para acompanhamento.

O professor apresentou uma forma de organização dos dados em um quadro, separando as variáveis. As alturas médias foram apresentadas baseando-se no seguinte esquema, representado abaixo.

Quadro 9 - Esquema para a organização dos dados dos grupos.

EXPOSIÇÃO AO SOL (h)	QUANTIDADE DE ÁGUA NA REGA (ml)		
	x_1	x_2	x_3
y_1	?	?	?
y_2	?	?	?
y_3	?	?	?

Fonte: Guia para auxiliar na realização do projeto em Matemática II.

De acordo com o professor, os grupos deveriam utilizar nove recipientes diferentes para plantar/acompanhar uma cultura. Além disso, o professor solicitou que os grupos fotografassem os recipientes a cada 2 ou 3 dias, para

acompanhamento, que escrevessem um relatório explicando os procedimentos dos experimentos e que completassem um quadro semelhante ao apresentado em sala de aula com os resultados (altura das folhas, por exemplo), após alguns dias (sugestão 20 dias).

Feito isso, o professor mencionou que, assim como no semestre anterior, seriam elaboradas fichas orientadoras com questões relacionadas ao experimento de cada grupo, e que esses deveriam respondê-las com a elaboração de um segundo relatório e apresentá-las em um seminário.

Para a Estudante 5, protagonista desta pesquisa, a aula de apresentação deu uma base para o desenvolvimento das etapas do Projeto, auxiliando nos primeiros passos de cada grupo, como depreendemos na seguinte fala:

Ele [professor da disciplina] desenvolveu um projeto, né, simulou lá na frente. Porque ele deu um exemplo, da cebolinha, e ele fez uma tabela, acho que foi de exposição ao sol e irrigação com água. Ai ele desenvolveu umas contas. Depois, no final da aula, falou assim: agora vocês vão escolher uma cultura, fazer um experimento, obter os dados; eu vou passar a ficha orientadora; vocês vão fazer um projeto baseado nessa atividade que a gente fez em sala de aula. Ai deu umas orientações. Ele não passou só o projeto e a gente teve que começar a desenvolver do nada. A gente tinha uma base em relação à atividade que ele desenvolveu em sala de aula. (Estudante 5, entrevista gravada em 09/07/2018)

De maneira semelhante, para o Estudante 4, a aula de apresentação deu uma noção de como seria o Projeto. Entretanto, destacou que sentiu dificuldades em um determinado conteúdo que foi abordado mais adiante, na ficha orientadora, que para ele não foi visto em sala de aula, como observamos na seguinte fala:

Essa aula deu uma noção básica. Na Matemática II, ele [professor da disciplina] deu a matéria, ai ele falou: o trabalho é assim, assim, assado e a aula que eu dei e ainda vou dar, vocês vão usar. No final, a única coisa que a gente não tinha, não sabia e, quem sabia não sei de onde tirou, foi Lagrange. Eu acho que a gente não aprendeu com ele e se aprendeu, eu faltei na aula. Ai essa era a única coisa que eu não sabia. Tanto é que Lagrange para o meu grupo, eu não sabia fazer. Ai eu liguei pro meu amigo de Ipiacu e ele ajudou a gente. Mandou os áudios explicando direitinho. A gente foi o terceiro grupo a apresentar, ai os meninos dos grupos pra frente estavam querendo fazer ainda, ai no deles eu já sabia resolver. Eu tive que estudar para ajudar a fazer o deles. Ai nos [seminários] pra frente eu já sabia o que era Lagrange e fui ajudando. (Estudante 4, entrevista gravada em 26/06/2018)

O conteúdo que o aluno mencionou refere-se ao Método dos Multiplicadores de Lagrange. De acordo com o professor da disciplina, todo o conteúdo foi abordado

em sala de aula, inclusive Lagrange, o que nos leva a inferir que o Estudante 4 e os integrantes do seu grupo não estavam presentes no dia dessa aula, sobretudo por essa ter sido uma reclamação pontual desse grupo.

Com essa situação específica, consideramos que o Estudante 4 adotou uma postura ativa na busca e, posteriormente, no repasse do conhecimento desse conteúdo, ao procurar por ajuda de outras pessoas, mas também por ajudar os outros grupos após a apreensão do Método.

Além das aulas de apresentações dos Projetos, os seminários, em ambas as disciplinas, também tiveram como cenário o espaço da sala de aula da universidade. Esses momentos de divulgação foram importantes para percebermos com mais profundidade os processos interativos oportunizados pelo desenvolvimento do Projeto.

A palavra seminário vem do latim *seminarium*, que quer dizer lugar onde se semeia, se cultiva plantas. No meio acadêmico semeamos questionamentos e cultivamos diferentes saberes. Dessa forma, é como se, por meio de um seminário, os alunos – apresentadores, pudessem plantar a semente do saber nos outros alunos – ouvintes, professor(es), e quem mais estiver presente, como receptores da mensagem.

Contemplaram os momentos de interação da turma com os temas/assuntos de cada grupo em questão, de socialização desses projetos e conhecimentos, e marcou o encerramento do Projeto em cada disciplina. Conforme já mencionamos, em Matemática I, os seminários foram realizados fora do horário de aula, por causa da greve e do novo calendário acadêmico divulgado. E, ao contrário do trabalho realizado em Matemática I, os seminários em Matemática II foram agendados no horário de aula, visando a participação de todos os estudantes.

A dinâmica dessa atividade integradora consistiu em uma introdução inicial, realizada pelo professor da disciplina, e na sequência, nas apresentações dos grupos, seguindo a ordem estabelecida anteriormente pelos grupos e professor. A finalização de cada apresentação contou com um momento para a reflexão e discussão, com a mediação do professor.

Nessa finalização observamos que o professor buscou motivar os alunos apresentadores a externar suas considerações e questionamentos, e incentivou os alunos ouvintes a oferecer novas perspectivas sobre os temas/assuntos, além de propor ideias para a solução dos problemas abordados. Em suma, o objetivo

principal dos seminários consistiu na concretização da construção coletiva do conhecimento.

5.3 PROCESSOS INTERATIVOS COM AS TECNOLOGIAS DIGITAIS

Conforme já mencionamos, quando a temática envolve tecnologias, os processos interativos podem estar relacionados à interação entre pessoas mediadas pelas tecnologias, por meio das ferramentas das TDIC, e também à interatividade, quando a comunicação se dá entre pessoas e máquina.

Nesse sentido, nesta subseção, aprofundamos sobre os processos interativos viabilizados pelas TDIC e oportunizados com o Trabalho de Projeto acompanhado. Destacamos a utilização da plataforma *Moodle*, de *softwares* e do aplicativo *WhatsApp*.

5.3.1 Moodle

O acompanhamento dos projetos de cada grupo também foi feito por meio de um Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA), criado para cada disciplina, no *Moodle*. De acordo com Valente, Moreira e Dias (2009), o *Moodle*

[...] é um sistema de gerenciamento de cursos criado por Martin Dougiamas, como resultado de sua tese de doutorado, cuja primeira versão disponível ao público é de 2002. É uma plataforma de utilização livre e que possui vários recursos didático-pedagógicos, como o acesso a conteúdos disponibilizados pelo professor, a criação de atividades propostas aos estudantes e a interação entre alunos, professor e monitores (VALENTE; MOREIRA; DIAS, 2009, *apud* LOPES, 2019, p.77).

Além de ser um sistema adotado para gerenciamento dos cursos na EaD, também é utilizado para o ensino presencial. Foi nessa segunda perspectiva que o professor construiu espaços dentro da plataforma *Moodle* para ambas as disciplinas acompanhadas nesta pesquisa.

Esses espaços foram projetados pelo professor para atuarem como rede de apoio aos estudantes, no acompanhamento das disciplinas.

Era um ambiente que ele [professor da disciplina] mandava avisos, tinham as apostilas com os conteúdos, as notas das avaliações, tudo da disciplina estava lá. Era um ambiente para sabermos tudo sobre a disciplina. (Estudante 7, entrevista gravada em 26/06/2018)

A Figura 6, a seguir, mostra a página inicial do ambiente utilizado no segundo semestre de 2016, na disciplina de Matemática I, onde estavam disponíveis informações e materiais da disciplina, como o plano de ensino da matéria; um espaço para avisos relacionados à disciplina; os horários de atendimento do professor e dos monitores; alguns materiais como listas de exercícios, apostilas elaboradas pelo professor da matéria; informações sobre trabalhos; fóruns; e, por fim, um espaço destinado exclusivamente ao Trabalho de Projeto. Esse espaço era composto por *slides*⁵⁴ utilizados na aula de apresentação da proposta (plantação de batatas) e por outros exemplos; um Guia para auxiliar no Projeto; um fórum destinado ao Projeto; as tarefas, como um espaço para os grupos submeterem os arquivos das etapas do Projeto; e materiais complementares, além de *links* de *sites*, como sugestão de fonte de pesquisa.

Figura 6 - Página inicial do AVA da disciplina Matemática I.

The screenshot shows the initial page of the AVA for the course Matemática I. The page is titled "Ambiente Virtual de Aprendizagem" and is part of the "UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA". The navigation menu on the left includes "Página inicial", "Painel", "Eventos", "Meus Cursos", and "Este curso". The main content area displays a list of resources and announcements, including "Notas de provas e trabalhos", "Trabalho sobre vetores", "Apostila de Matemática 1 - Parte 2", and "Avaliação Diagnóstica". The administration section at the bottom left includes "Navegação" and "Administração".

⁵⁴ Os *slides* com a adaptação do modelo de plantação de batatas encontra-se no Anexo H.

The screenshot shows a Moodle course interface. On the left is a navigation menu with options like 'Administração do curso', 'Editar configurações', 'Ativar edição', 'Usuários', 'Filtros', 'Relatórios', 'Configuração do Livro de Notas', 'Emblemas', 'Backup', 'Restaurar', 'Importar', 'Reconfigurar', 'Banco de questões', and 'Repositórios'. Below the menu are three widgets: 'Pesquisar nos Fóruns' with a search bar and 'Vai' button; 'Últimos avisos' with a speaker icon; and 'Próximos eventos' with a calendar icon. The main content area is titled 'Trabalho - Projeto' and contains several sections: a list of documents (Guia para auxiliar na realização do projeto, Apresentação/Plantação de Batatas/25-08, Outro Exemplo); a forum post titled 'Dúvidas sobre as etapas do Projeto' with a question mark icon and text about exchanging experiences; a section for uploading the 1st project stage; a section for completing the 1st stage; a section for uploading the 2nd project stage; a section for uploading seminar files with the title 'Apresentação – Seminário' and instructions to attach a Word report and a PowerPoint/PDF presentation; and a 'Sugestões para as pesquisas:' section with links to various resources like 'Saiba como ter verduras frescas o ano todo!', 'EPAGRI', 'EMBRAPA', 'Globo Rural', 'Produzir leite, quanto custa?', and 'Curva de lactação de vacas holandesas / Sistemas de criação de frango de corte'.

Fonte: Página do Moodle, disponível para alunos cadastrados na disciplina

Conforme já mencionamos, as apostilas elaboradas pelo professor se encontravam na parte geral da disciplina. Uma, consistia em um material de reforço, com tópicos preliminares de Matemática, e outra, dividida em duas partes, continha conteúdos específicos da disciplina. Os fóruns desse lugar compunham um espaço para notícias gerais da matéria e também para os alunos registrarem sugestões e possíveis erros encontrados nas apostilas de autoria do professor.

No espaço destinado exclusivamente ao Trabalho de Projeto, também havia um fórum, entretanto, o foco dessa ferramenta foi para a troca de experiências da realização do Projeto, esclarecimento de dúvidas e também para os possíveis questionamentos sobre a realização das etapas.

O fórum é um dos recursos mais utilizados nos ambientes virtuais, pelos docentes. É aplicado quando se tem como objetivo a comunicação e interação dos indivíduos. De acordo com Souza e Burnham (2004, p. 3), trata-se de uma ferramenta do *Moodle* adequada para desenvolvimento de debates e “é organizado com uma estrutura de árvore em que os assuntos são dispostos hierarquicamente, mantendo a relação entre o tópico lançado, respostas e contra-respostas”.

Entretanto, parece-nos que esses recursos – fóruns e *chats* – são pouco utilizados em cursos de Matemática, sobretudo em cursos presenciais para esclarecimento de dúvidas, aproximando-nos dos apontamentos da pesquisa de Mattos (2012). Ao analisar as interações entre os participantes do ambiente *Moodle*, a autora aponta que um dos fatores que poderia justificar a pouca ou quase nula interação com esses recursos, encontra-se nas limitações da comunicação matemática via *Moodle*, ao exigir habilidades com editores de texto específicos.

Embora esse espaço não tenha sido muito utilizado pelos alunos para debates e esclarecimentos de dúvidas, ele foi útil principalmente para professor e alunos decidirem as datas das apresentações dos seminários na disciplina Matemática I, que aconteceram em horário extraclasse.

Nesta seção secundária, apresentamos também a Figura 7, a seguir, que mostra a página inicial do ambiente utilizado no primeiro semestre de 2017, na disciplina Matemática II, onde estão disponíveis o plano de ensino da matéria; um espaço para avisos relacionados à disciplina, incluindo informações sobre as provas; os horários de atendimento do professor; alguns materiais como listas de exercícios, respostas dessas listas, apostilas elaboradas pelo professor com o conteúdo da disciplina (em cinco partes); informações sobre as notas dos alunos e a divisão dos grupos para o Trabalho de Projeto; um fórum de notícias; um arquivo para ser aberto no *software Winplot* mostrando planos e retas tangentes (o aluno tinha que selecionar o item “inventário” e clicar no botão “gráfico”); *links* com modelos de superfícies em 3D e um arquivo com modelos dessas superfícies e, por fim, um espaço destinado ao Trabalho de Projeto com informações gerais, datas de entregas, etc.; um Guia para auxiliar no Projeto; um fórum destinado para a troca de

experiências sobre a realização do Projeto, tirar dúvidas e para os possíveis questionamentos sobre a realização das etapas; as tarefas, como um espaço para os grupos submeterem os arquivos (relatórios e apresentação do seminário) com as etapas do Projeto; e as fichas orientadoras.

Figura 7 - Página inicial do AVA da disciplina Matemática II.

The image shows two screenshots of the AVA interface for the course Matemática II at UFU. The top screenshot shows the main page with a sidebar on the left and a main content area on the right. The sidebar includes options like 'Proj2Giselle', 'Participantes', 'Emblemas', 'Competências', 'Notas', 'Painel', 'Página inicial do site', 'Calendário', 'Arquivos privados', 'Meus cursos', 'Giselle', and 'FAMAT32201'. The main content area features a message about final reports, a list of resources (Notas, Apostila Matemática II - parte 5, Lista de Matemática 2 - Integrais duplas, Resposta da Lista de Matemática 2 - Integrais duplas, Apostila Matemática II - parte 3, Lista de Matemática 2 - Máximos e mínimos, Resposta da Lista de Matemática 2 - Máximos e mínimos, Apostila Matemática II - parte 2, Winplot), and instructions for using Winplot. The bottom screenshot shows a similar sidebar and main content area, but with different resources listed, including 'Interpretação geométrica das derivadas parciais', 'Grupos - seminário', 'Fórum de notícias', 'Plano de Ensino', and 'Apostila Matemática II - parte 1'. It also includes a section for the '1ª Prova 16/05' with a list of topics and links to 3D surface models.

Proj2Giselle

Participantes

Emblemas

Competências

Notas

Painel

Página inicial do site

Calendário

Arquivos privados

Meus cursos

Giselle

FAMAT32201

Ambiente Virtual de Aprendizagem - Universidade Federal de Uberlândia

Alguns grupos ainda não enviaram o relatório final e nem o arquivo com a apresentação. Enviem o mais rápido possível para o meu e-mail, [redacted]@ufu.br. Os que entregaram o relatório impresso não precisam enviar

Oculto para estudantes

Notas (Atualizado em 04/08)

Apostila Matemática II - parte 5 (Matrizes e Sistemas Lineares)

Lista de Matemática 2 - Integrais duplas

Resposta da Lista de Matemática 2 - Integrais duplas

Apostila Matemática II - parte 3

Lista de Matemática 2 - Máximos e mínimos

Resposta da Lista de Matemática 2 - Máximos e mínimos

Apostila Matemática II - parte 2

Winplot

Utilize o winplot para abrir este arquivo.

Selecione o item na janela "inventário" e clique no botão "gráfico" para fazer aparecer os planos e retas tangentes.

Interpretação geométrica das derivadas parciais

Grupos - seminário

Horário de atendimento com o professor: terça-feira das 09:30h às 11h.

Fórum de notícias

Plano de Ensino

Apostila Matemática II - parte 1

1ª Prova 16/05

Funções de duas variáveis: domínio, imagem, curvas de nível, polinomiais e limites.

Links com modelos de superfícies em 3D:

<http://programacrearte.blogspot.com.br/2012/04/resultados-de-entrega-final-aplicacion.html>

<http://www.dma.uem.br/matemativa/conteudo/exposicao/acervo/acervo.html>

The image shows two screenshots of a Moodle course page. The top screenshot displays the course navigation menu on the left and the main content area. The main content area is titled 'Modelos de superfícies em 3D' and contains a project announcement for 'PROJETO - Seminário'. The announcement includes the text: '- Chegou a hora de pôr a "mão na massa", ou melhor, a "mão na terra"! - Conteúdos: Derivadas parciais e multiplicadores de Lagrange.' It also lists 'DATAS Importantes: Relatório Parcial: 31/05/2017' and 'Relatório Final E Apresentação: 20/06/2017.' Below this, it states 'Guia elaborado com a intenção de auxiliá-los na realização do trabalho (projeto).' and provides a download link for 'GUIA PARA AUXILIAR NA REALIZAÇÃO DO PROJETO'. There are also links for 'Relatório Parcial' and 'Dúvidas sobre o Projeto'. A question mark icon is present, with the text: 'Este espaço é destinado para a troca de experiências sobre a realização do Projeto e para os possíveis questionamentos sobre a realização das etapas.'

The bottom screenshot shows the same course page but with a different main content area. It is titled 'FICHAS ORIENTADORAS' and contains the text: 'Coloque aqui o Relatório Final e a Apresentação do Seminário! Anexar o arquivo do relatório final no formato PDF; e o da apresentação no formato Apresentação do PowerPoint ou PDF.' Below this, there are two sections for exams: '2ª Prova 10/07' with the text 'Integrais múltiplas e EDO.' and '3ª Prova 01/08' with the text 'Matrizes e sistemas lineares.'

Fonte: Página do *Moodle*, disponível para alunos cadastrados na disciplina

Assim como em Matemática I, em Matemática II os fóruns também não foram bem aproveitados pelos estudantes. Acreditamos que o motivo esteja novamente relacionado às limitações da comunicação matemática para o esclarecimento de dúvidas e discussão de exercícios e também por questão cultural da turma.

Novamente as listas de exercícios estavam disponíveis para *download* a partir do AVA, mas dessa vez o professor optou por disponibilizar os gabaritos também. Outro recurso do *Moodle*, utilizado por alguns alunos e o professor, refere-se ao Correio Eletrônico (*email*) que tem como principal objetivo a comunicação e a

interação. Nas duas turmas, ele foi utilizado para enviar e receber arquivos, mensagens, anexos, esclarecer dúvidas, dar sugestões, etc.

Alguns alunos, principalmente aqueles que já estavam há algum tempo na universidade, mostraram-se mais atuantes nesses espaços. Percebemos pela fala do Aluno 1, reproduzida abaixo, que o AVA, disponibilizado aos estudantes na plataforma *Moodle*, contribuiu na organização do estudo das disciplinas Matemática I e II e de outras disciplinas do curso.

O *Moodle*, eu uso para toda matéria. Tipo, para estudar eu faço resumo - acho que até perco muito tempo com isso, mas é um jeito que eu aprendi de estudar e para tirar nota boa - então, eu interajo muito no *Moodle* para olhar as aulas e os materiais que os professores mandam nesse ambiente. O *Moodle* para mim é fundamental. Eu interagi muito para estudar, sempre recorro às atividades e aos materiais postados lá. (Estudante 1, entrevista gravada em 26/06/2018)

Na contramão da postura e posicionamento de alguns alunos que utilizavam o *Moodle* com frequência, inclusive para estudar, também constatamos a existência daqueles que pouco fizeram uso desse ambiente.

Eu mexi pouco no *Moodle*. Eu só mexi mesmo naquela parte da apostila que ele [professor da disciplina] colocou. A apostila dele era bem interessante. Era muito simples, só que a gente entendia tudo. A apostila dele era bem certa mesmo. Só que, interação com o professor lá, não, porque eu não gosto disso, eu nunca invoquei. (Estudante 4, entrevista gravada em 26/06/2018)

Usei só para abrir as aulas, materiais do projeto, essas coisas. Agora, para conversar, não, a gente ia na sala dele [professor da disciplina] mesmo. (Estudante 5, entrevista gravada em 09/07/2018)

A necessidade do contato presencial destacou-se nesta pesquisa. Percebemos na fala desses estudantes a preferência pela interação presencial com o professor da disciplina, ainda que a interatividade no AVA tenha se concentrado principalmente nas apostilas elaboradas pelo professor, nos materiais disponibilizados para auxiliar no projeto e submissão dos relatórios.

Conforme já mencionamos, nesses espaços haviam locais específicos para o Trabalho de Projeto. Ao questionarmos os alunos protagonistas desta pesquisa sobre a interação no ambiente *Moodle*, especificamente para o Trabalho de Projeto, todos mencionaram, em diferentes graus, a utilização desses ambientes.

Para o projeto, eu usei para olhar aqueles materiais, para ter um embasamento. Não que o trabalho ia ser feito naquele modo, mas ajudou muito o nosso grupo na época. A gente olhou tudo o que tinha lá sobre o Projeto, então, foi fundamental. (Estudante 1, entrevista gravada em 26/06/2018)

Tinha uma parte lá que era só do projeto mesmo, né? A gente usava mais pra consultar, porque tinha lá o material do projeto mesmo, e tinha os passos que direcionava, um guia que a gente usava para direcionar. (Estudante 7, entrevista gravada em 26/06/2018)

Para o Projeto, a gente olhou as instruções, o que deveria ser feito, e para submeter o trabalho também. (Estudante 5, entrevista gravada em 09/07/2018)

Eu estou até nele, ainda. Mexi demais, até porque tinha que fazer o trabalho, né...colocava o relatório. Foi até bom que não teve que entregar impresso, né? Colocava o relatório para ver se estava ficando bom ou não. (Estudante 3, entrevista gravada em 26/06/2018)

No *Moodle*, eu mexi para procurar e anexar o trabalho. Ele [professor da disciplina] colocava tudo lá, lista, apostilas, etc. (Estudante 2, entrevista gravada em 09/07/2018)

Dos recursos utilizados pelo professor, o que teve mais interação foi o espaço de submissão dos relatórios. A quantidade de acessos se justifica principalmente porque os alunos deveriam utilizá-lo para submeter os relatórios do projeto no AVA.

O *Moodle* é um *software* com alto poder de customização. O professor da disciplina utilizou algumas de suas diversas ferramentas de interação/interatividade e de comunicação ao realizar as publicações de materiais de distintos formatos, criar fóruns de informações/discussões e, ainda, ao criar tarefas para a submissão das etapas do Projeto, da maneira que ele considerou mais eficiente para os alunos.

Além disso, o *Moodle* dispõe de uma estrutura administrativa que possui privilégios de acesso ao professor. Por meio desse acesso, o professor e a pesquisadora (com a autorização do professor) conseguiram realizar levantamentos, relatórios e acompanhamentos de todos os acessos realizados pelos alunos nas disciplinas. Trata-se de uma ferramenta de acompanhamento cujo objetivo principal é o gerenciamento. De acordo com Souza e Burnham (2004, p. 4), essa ferramenta apresenta informações para acompanhamento das atividades do aluno ou do professor, e,

Os relatórios gerados por essa ferramenta apresentam informações relativas ao histórico de acesso ao ambiente de aprendizagem pelos alunos, notas, frequência por seção do ambiente visitada pelos alunos, histórico dos

artigos lidos e mensagens postadas para o fórum e correio, participação em sessões de *chat*, mapas de interação entre os professores e alunos. (SOUZA; BURNHAM, 2004, p. 4)

Apesar da existência dessa ferramenta de acompanhamento, consideramos que nem sempre foi possível analisar com profundidade a interatividade dos alunos com alguns dos tópicos do AVA, criados pelo professor (como com as listas de exercícios, por exemplo, ou com outros arquivos de mesmo formato). Isso, pois em alguns tópicos só foi possível acompanhar a quantidade de acessos aos arquivos, por exemplo.

Os espaços do AVA foram construídos e abertos gradativamente aos estudantes cadastrados nas disciplinas, dentro da plataforma *Moodle*, em sincronia com o desenvolvimento das disciplinas. Os alunos tinham ao seu alcance a possibilidade de acesso temporário contínuo, podendo ver e rever todos os materiais disponibilizados e ainda interagir por meio dos fóruns, correio eletrônico (*email*) e tarefas (para submeter as etapas dos Projetos).

A adoção do *Moodle* nas disciplinas, Matemática I e Matemática II, além de promover o uso de tecnologias digitais no meio educacional, auxiliou no desenvolvimento dos projetos dos alunos e serviu como forma de acompanhamento desses projetos pelo professor.

De acordo com a construção, apresentação e utilização dos ambientes virtuais de aprendizagem em Matemática I e em Matemática II, inferimos que eles estavam direcionados às interações mediadas pelas tecnologias (entre aluno, computador e professor) por meio dos fóruns de informações/discussões e da comunicação entre eles via correio eletrônico (*email*), e à interatividade (entre aluno e computador/celular) por meio das publicações de materiais em distintos formatos e das tarefas para a submissão das etapas do Projeto. Além disso, consideramos que esses ambientes subsidiaram a interação entre professor, aluno e disciplina (envolvendo os conteúdos e o Trabalho de Projeto) e propiciaram condições de aprendizagem e de construção do conhecimento.

5.3.2 Softwares Matemáticos ou não

A utilização e a exploração de aplicativos e/ou *softwares* computacionais em Matemática podem desafiar o aluno a pensar sobre o que está sendo feito e, ao mesmo tempo, levá-lo a articular os significados e as conjecturas sobre os meios utilizados e os resultados obtidos. (AGUIAR, 2008, p. 64)

Os *softwares* matemáticos geralmente são utilizados como ferramentas para auxiliar os alunos na visualização de conceitos matemáticos, na resolução de problemas e elaboração de gráficos, levando ao aperfeiçoamento de noções intuitivas, na construção e análises de resultados.

No Trabalho de Projeto, os grupos foram orientados a utilizar *softwares*, matemáticos ou não matemáticos, para auxiliá-los nos projetos, sobretudo para a compreensão e resolução de algumas questões das fichas orientadoras.

A escolha foi livre entre os grupos, entretanto, observamos que eles optaram por *softwares* que o professor da disciplina utilizava e/ou já tinha mencionado em algum momento em sala de aula, como o *GeoGebra* (no celular inclusive, por um grupo em Matemática I), *Excel*, e ferramentas disponíveis *online* como o *WolframAlpha*.

O *GeoGebra* foi a escolha da maioria dos grupos. De acordo com Gravina (2015, p. 251), o *GeoGebra* é um *software* de geometria dinâmica que possui “interface interativa, aberta à exploração e à experimentação, provoca experimento de pensamento, diferentes daqueles que acontecem com o suporte do lápis e papel”. Esse *software* tem alto poder de interatividade e sua utilização tem potencial de provocar o espírito de investigação matemática e favorecer a aprendizagem.

Além do *GeoGebra*, o *Maple* também foi utilizado pelo professor da disciplina, na elaboração das fichas orientadoras, para encontrar as funções a partir dos dados levantados/produzidos pelos grupos, quando necessário.

As questões das fichas orientadoras, que instigavam/requisitavam a utilização de algum *software*, foram elaboradas pelo professor de forma a incorporar o conhecimento teórico das disciplinas e possibilitar a interação do aluno com a máquina. A intenção é que, independentemente da escolha do *software* do grupo, o aluno desenvolvesse uma atitude crítica na interpretação dos resultados fornecidos por ela com os resultados obtidos em outras questões das fichas e/ou pelos experimentos.

Na sequência da escolha dos *softwares* pelos alunos, apareceu a utilização do *Excel*. Apesar de existirem outros *softwares* que permitem esboçar e analisar gráficos, como o *GeoGebra*, e que são específicos na interpretação de funções, alguns grupos escolheram o *Excel* para auxiliá-los no projeto, na elaboração e análise de gráficos de funções.

Acreditamos que os grupos que optaram pela sua utilização, o escolheu devido à familiaridade com o programa e pela facilidade de se confeccionar e utilizar planilhas eletrônicas no *Excel*. Geralmente os gráficos feitos pelos grupos, nesse programa, não apresentavam inicialmente um aspecto visual muito “agradável”. Para isso, os grupos tiveram que tomar alguns cuidados ao realizar formatações que permitiram manipular e melhorar a visualização e o resultado final do gráfico, como o domínio da função.

Por fim, poucos grupos optaram pelo *WolframAlpha*. Por meio do *site WolframAlpha* pode-se obter gráficos de funções, resolver integrais, equações, calcular limites, construir fractais, estudar geometria, conjuntos, etc. Os grupos que optaram por usar essa ferramenta, a utilizaram para obter gráficos das funções dos projetos.

Antes do Projeto, muitos alunos não tinham manipulado os *softwares* por eles escolhidos. Alguns grupos apresentaram dificuldades no trabalho com os *softwares*, fazendo com que fosse necessário um suporte aos estudantes. Observamos que os alunos buscaram auxílio com o professor da disciplina, com a pesquisadora e com os próprios colegas de turma. Esses caminhos mostram a interação como ponte inicial para o desenvolvimento de habilidades na manipulação dos *softwares* e para seu processo de aprender a resolver um problema com a utilização de tecnologias digitais.

Com isso, percebemos que a utilização dos *softwares* potencializaram os movimentos de interatividade e de interação, seja a partir do projeto de cada grupo, com as questões propostas nas fichas orientadoras, geralmente para encontrar o gráfico de alguma função (interatividade); na busca por ajuda de outra pessoa para a utilização do *software* (interação presencial ou mediada); e, posterior à ajuda, a volta para a interatividade com o projeto do grupo.

5.3.3 *WhatsApp*

Outra questão que evidencia os processos interativos com as tecnologias digitais e indica a flexibilidade espacial e temporal favorecida pelas TDIC no Trabalho de Projeto acompanhado nesta pesquisa, diz respeito à comunicação dos alunos por meio do aplicativo *WhatsApp Messenger*⁵⁵ para fins educacionais.

⁵⁵ Aplicativo de mensagens multiplataforma que permite trocar mensagens gratuitamente por celular

Bottentuit Junior, Albuquerque e Coutinho (2016) apresentam uma revisão sistemática da literatura sobre as produções disponíveis acerca do *WhatsApp* e suas aplicações na Educação, que se beneficiou das inúmeras funcionalidades que essa ferramenta oferece. Os autores revelaram que as pesquisas sobre essa temática começaram a ser divulgadas nos últimos cinco anos, e que ainda existe um amplo campo a ser explorado nessa perspectiva.

Todos os grupos formados em Matemática I e em Matemática II utilizaram esse aplicativo para se comunicar, internamente, entre os integrantes dos grupos e desenvolver seus projetos.

Observamos que havia uma intensa comunicação entre os alunos para combinar e organizar encontros presenciais, para dividir tarefas, para acompanhamento, como podemos perceber nos trechos das entrevistas a seguir:

Estudante 7: O *WhatsApp* foi fundamental para comunicar. A gente fez um grupo em Matemática I e Matemática II. Na Matemática I não foi muito legal, mas na II funcionou legal, tanto que a gente continuou com ele até muito tempo depois do trabalho, tinha até encerrado o semestre e nós continuamos com o grupo, aí depois de um tempo a gente desfez.

Pesquisadora: O que vocês falavam nesses grupos?

Estudante 7: Era mais sobre o trabalho. “A gente está fazendo isso... Ah, está precisando fazer aquilo... Era pra divisão de tarefas e acompanhamento do experimento em Matemática II. Tinha vez que um descia, olhava, mandava foto, falava como é que estava [o experimento]. (Estudante 7, entrevista realizada em 26/06/2018)

Demais... Ah...foi bem. A gente usa bastante, né... para discutir sobre o projeto, para marcar reunião, para mandar alguma coisa. Cada um fica encarregado de uma parte. Quando terminava de fazer uma parte, mandava no grupo. Mandava as fotos, as contas. Um começava a escrever e aí já mandava o arquivo para outro já começar a escrever a parte dele. Melhor coisa. (Estudante 5, entrevista gravada em 09/07/2018)

A gente tinha um grupo e a gente ficava conversando sobre o projeto. O dia que ia plantar, o dia que ia fazer tal coisa. (Estudante 6, entrevista gravada em 26/06/2018)

Usamos como ferramenta para dialogar. Para acompanhar o experimento. Quando não dava pra ir todo mundo, a gente ia lá, tirava foto e mandava no grupo. Foi daí que a gente tirou os dados, as tabelinhas, acompanhando o crescimento. [Estudante 1, entrevista gravada em 26/06/2018)

O diálogo da pesquisadora com a Estudante 7 e as falas dos Estudantes 5 e 6 evidenciam o papel do aplicativo na comunicação dos grupos, destacando a divisão de tarefas internas, bem como o acompanhamento dessas. O Estudante 1, além de destacar a utilização do aplicativo no favorecimento do diálogo entre os

participantes, menciona a sua utilidade na aproximação dos integrantes do seu grupo, nos momentos em que nem todos estavam reunidos, presencialmente, no acompanhamento do experimento (em Matemática II).

Observamos também que os grupos buscaram esclarecer dúvidas do Projeto por meio do aplicativo e que utilizavam o *WhatsApp* para enviar os projetos enquanto ainda estavam em fase de desenvolvimento, para acompanhamento de todos os integrantes, como podemos depreender no trecho da entrevista a seguir:

Discutia dia e horário das reuniões. No primeiro, como a gente não sabia, a gente combinou de um apresentar para outro, porque eu nunca tinha apresentado seminário. Tirávamos dúvidas. Pelo *WhatsApp* dá para você mandar o trabalho, né, enquanto ainda não está pronto e depois. Dá para ver se está bom ou não. (Estudante 3, entrevista gravada em 03/07/2018)

Nos dias atuais presenciamos cada vez mais a necessidade de conexões instantâneas, em que a praticidade e a utilidade são palavras de ordem, seja no compartilhamento de imagens, vídeos, textos ou áudio. Nesse sentido, o Estudante 2 destaca a instantaneidade que esse aplicativo possibilitou no trabalho em grupo, indicando a flexibilidade espacial e temporal por ele favorecida.

Usamos muito. Funciona muito bem no trabalho em grupo, porque tem a possibilidade de falar com todos ao mesmo tempo. (Estudante 2, entrevista gravada em 09/07/2018)

Enquanto pesquisadora, pude acompanhar alguns dos diálogos, cujo cenário foi o *WhatsApp*, em ambas as disciplinas, a convite dos integrantes do Grupo 3. Sobre a utilização desse aplicativo, o Estudante 4, que fez parte desse grupo, mencionou:

Foi uma facilidade muito grande. Isso aí é rotina. A gente tinha reunião, né, com o grupo todo, mas chegava em alguns pontos que ninguém sabia resolver. Aí tinha a senhora [pesquisadora] que não estava presente, daí a gente conversava pelo *WhatsApp*. Íamos embora, pensávamos em casa e continuávamos conversando no grupo. Então, é uma ferramenta bacana da informática. Foi bacana, resolveu certinho. (Estudante 4, entrevista gravada em 26/06/2018)

A fala do Estudante 4 aponta que a utilização desse aplicativo entre alunos, inclusive para fins acadêmicos, tornou-se um hábito. O Estudante 4 mencionou que eventualmente requisitavam o auxílio da pesquisadora para dialogar sobre as

dificuldades acerca de assuntos matemáticos e que, após o término das reuniões presenciais, os integrantes ainda continuavam trocando mensagens sobre o projeto pelo *WhatsApp*.

Desse modo, do ponto de vista dos processos interativos no Trabalho de Projeto desenvolvido, compreendemos que a utilização do *WhatsApp* esteve relacionada à interação mediada pelas tecnologias (entre aluno, celular, aluno/pesquisadora), aproximou os alunos, algumas vezes possibilitou a comunicação em tempo real, e se apresentou como possibilidade para o desenvolvimento dos projetos.

5.4 PONTOS A SUBLINHAR

Evidenciamos nesta seção os processos interativos dos alunos e suas ações em produção coletiva, pois além de serem colaboradores desta pesquisa, eles são os principais agentes dos processos interativos oportunizados com o desenvolvimento do Trabalho de Projeto.

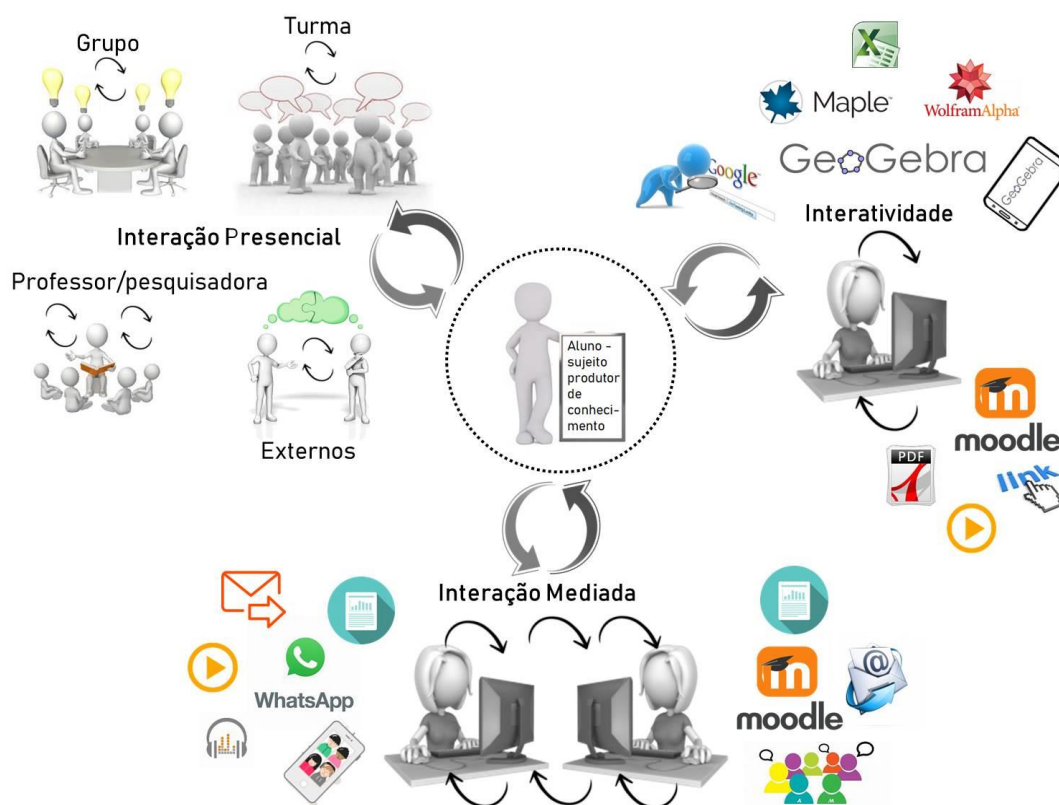
Muitas dessas interações foram presenciadas e observadas pela pesquisadora em algumas reuniões entre o professor e os grupos, em aulas presenciais do Projeto (tanto na apresentação das propostas, quanto nas aulas destinadas aos Seminários), mas também foram percebidas por meio das entrevistas realizadas com os alunos. Por meio das entrevistas conseguimos enxergar muitas das interações entre os alunos nos grupos e também entre os alunos e os meios físicos e tecnológicos que estavam fora do nosso alcance, nos bastidores do desenvolvimento de cada projeto dos grupos.

Nesta pesquisa os processos interativos foram evidenciados por três vias. A primeira refere-se à **interação presencial**, entre aluno e aluno (no grupo ou com a turma), entre aluno e professor/pesquisadora, entre aluno e pessoas externas. A segunda e terceira estão direcionadas aos processos interativos influenciados e oportunizados pelas TDIC: na **interação mediada pelas tecnologias**, entre aluno, computador e professor ou entre aluno, celular, aluno/pesquisadora; e na **interatividade** entre aluno/professor e computador/celular.

A seguir, apresentamos na Figura 8, o processo de construção do conhecimento por meio da interatividade e da interação oportunizadas pelo Trabalho

de Projeto.

Figura 8 - Interação e interatividade na construção do conhecimento por meio do Trabalho de Projeto.



Fonte: A autora

Em relação às **interações presenciais**, observamos suas manifestações principalmente entre os alunos, nos grupos, em discussões internas, entre os alunos com a turma, entre os alunos e o professor/pesquisadora, e entre os alunos e pessoas externas ao Projeto - professores do Curso de Agronomia, por exemplo, e/ou entre aluno e pessoas externas à Universidade - produtores rurais, familiares, etc.

Nesta pesquisa, as interações entre pessoas foram evidenciadas principalmente na formação dos grupos e nos momentos presenciais do Projeto, como nas reuniões entre os integrantes e nas aulas presenciais sobre o Projeto. Em relação às formações dos grupos, em cada disciplina, observamos que as negociações ocorreram em diferentes contextos e produziram configurações e interações distintas, de acordo com as necessidades dos próprios grupos, culminando em formação de grupos heterogêneos.

Percebemos que esses grupos sentiam necessidade de encontros presenciais para discutir e realizar as etapas do Projeto, e que a ausência de integrantes nessas reuniões foi a maior questão de insatisfação entre eles.

Nos dias atuais esses entraves poderiam ser amenizados com a diversidade de TDIC disponíveis, que poderiam facilitar, aproximar e produzir novos arranjos organizacionais e relações colaboradoras nos grupos. Essa alternativa foi opção de um dos grupos acompanhado (Grupo 3) por meio de reuniões constituídas por momentos em que o *online* e o presencial se misturavam, via aplicativo *WhatsApp*.

Compreendemos ainda que os momentos de definição dos integrantes dos grupos, das reuniões entre os integrantes ou com mediação do professor e pesquisadora, das aulas presenciais que tratavam sobre o Projeto, da interação com pessoas externas ao Projeto, configuraram uma ação mútua em produção coletiva.

De maneira similar à pesquisa de Souza Junior (2000), entendemos que os saberes produzidos nos grupos podem ser caracterizados por um movimento dialético entre o singular e o coletivo: os indivíduos contribuíram com seus saberes singulares na construção de um saber coletivo e, por outro lado, esses saberes produzidos coletivamente possibilitaram o desenvolvimento do saber do indivíduo.

Os grupos possuíam identidades próprias, adquiridas pelas singularidades de cada um de seus membros. Por meio da constituição dos grupos, da dinâmica de trabalho, da divisão de tarefas e responsabilidades entre os alunos e das relações estabelecidas nos grupos, percebemos que a afetividade foi uma característica evidenciada nas parcerias feitas para realização das etapas do Projeto.

Acreditamos que a dinâmica das disciplinas com o Projeto, com métodos avaliativos diversificados, não permitiu que alunos descompromissados fossem aprovados. Essa diversidade, além de muito rica no contexto educacional, também foi um atrativo aos alunos, fazendo com que os pontos do Trabalho de Projeto fosse uma motivação.

Mas as contribuições do Projeto para os alunos foram além da questão da pontuação, situaram-se no patamar da produção de saberes e conhecimentos individuais e coletivos, envolvendo a Matemática, mas não “só aquela Matemática pela Matemática”, a Agronomia, as TDIC, o trabalho de projeto, o trabalho em grupo.

De acordo com Meyer (2005),

no mundo das contas e dos números que os alunos gostam de chamar de

"quebrados", a vida nos mostrou uma outra realidade: aprendemos (os muito mais antigos) algoritmos para o cálculo de raízes quadradas - e a vida nos pedia raízes sétimas! Decoramos senos e cossenos dos principais ângulos e as regras de combinação deles para obter tantos outros - e a vida nos pedia algo mais "quebrado" ainda! E os números irracionais, em quantidade infinita não enumerável se revelaram tão pouquinhos e as contas me condenaram a viver apenas com números decimais, inventados depois da descoberta do Brasil pelos portugueses! Uma reviravolta e uma ruptura - ou não: junto com essa reviravolta aparecem novos conceitos de densidade, de recursos e regras de aproximação, convenientes mudanças de variáveis. Mas permaneceu um aspecto do choque: a matemática verdadeira, absoluta, infalível, única é a das abstrações. No mundo real descobrimo-la aproximada, inexata, subjetiva e, felizmente, surpreendente e assustadoramente desafiante. (MEYER, 2005, p. 1)

Coadunamos com Meyer (2005) ao entendermos que a Matemática verdadeira, absoluta, infalível e única configura-se como um ambiente seguro. E que é fora desse ambiente que encontramos a Matemática do mundo real, que é aproximada - onde, para cada problema que tem solução analítica existe uma infinidade não enumerável de problemas que não têm solução analítica - que é incerta e subjetiva, já que é o sujeito que escolhe as ferramentas matemáticas para se resolver um problema.

Para resolver problemas da vida real, enquanto futuros agrônomos, os alunos precisaram de saberes específicos do cálculo formal, além dos das Ciências Agrárias, das TDIC, etc. Os conceitos matemáticos não nascem apenas da experiência e muito menos estão presentes no mundo concreto. O objeto matemático possui um campo específico, que é próprio, autônomo e independente e, portanto, não está presente de forma nítida na realidade dos alunos (SILVEIRA, *et al.*, 2014, p. 160).

Entretanto, os alunos chegam na universidade sabendo muita coisa de Matemática, mesmo que intuitivamente, e um dos desafios docentes encontra-se em saber como aproveitar esses conhecimentos para ensinar o conteúdo curricular. Acreditamos que uma das maneiras de se beneficiar dos conhecimentos dos alunos, mostrando a Matemática em circunstâncias variadas do mundo real e que ainda estimule-os nos caminhos da pesquisa, é via Trabalho de Projeto, com os princípios da Modelagem Matemática, como o que por nós foi acompanhado.

Conforme já mencionamos, em relação aos processos interativos oportunizados pelas TDIC no Trabalho de Projeto, entendemos que eles estavam relacionados à interação entre pessoas, mediadas pelas tecnologias, e à interatividade, quando a comunicação se dá entre pessoas e máquina.

A respeito das **interações mediadas pelas TDIC**, consideramos suas ocorrências principalmente entre aluno, computador e professor (submissão de relatórios, fóruns, troca de *e-mails* via *Moodle*, etc.); entre aluno, celular, aluno/pesquisadora (desenvolvimento do Projeto em conversas via aplicativo *WhatsApp* - troca de mensagens, arquivos, áudios, vídeos e reuniões de grupos); e a **interatividade** entre aluno/professor e computador/celular (pesquisas realizadas na *internet* para levantamento de informações/dados, utilização de *softwares* - no qual destacamos o aprendizado dos *softwares* e com os *softwares*, e na plataforma *Moodle*, por meio de materiais disponibilizados pelo professor na área destinada ao Projeto, como arquivos, vídeos e *links* que direcionavam à *sites* para auxiliá-los no desenvolvimento dos projetos).

Em relação *Moodle*, consideramos que os processos interativos por ele oportunizados, foram evidenciados de dois modos. O primeiro refere-se à interação mediada pelas tecnologias, entre aluno, computador e professor, por meio dos fóruns de informações/discussões e da comunicação entre eles, via correio eletrônico (*email*). E o segundo refere-se à interatividade entre aluno e computador/celular, por meio das publicações de materiais em distintos formatos e das tarefas para a submissão das etapas do Projeto.

A utilização dos *softwares* potencializaram os movimentos de interatividade e de interação no Trabalho de Projeto, atuando principalmente no processo de modelagem dos dados, na elaboração das fichas orientadoras pelo professor e na sua compreensão e resolução pelos alunos (interatividade); e na busca de ajuda para a utilização dos *softwares* (interação presencial ou mediada).

Compreendemos também que a utilização do *WhatsApp* esteve relacionada à interação mediada pelas tecnologias (entre aluno, celular, aluno/pesquisadora), aproximaram os alunos, algumas vezes possibilitaram a comunicação em tempo real, e se apresentaram como possibilidade para o desenvolvimento dos projetos, trazendo flexibilidade temporal e espacial, que favoreceu diversas formas de interação entre as pessoas, o que se reflete na aprendizagem dos alunos.

Dessa forma, consideramos que, em diferentes intensidades, o contexto **virtual** ou **tecnológico** emergiu em todas as etapas do Trabalho de Projeto. Mais ainda, acreditamos que esses meios foram fundamentais no processo de construção do conhecimento, processo ilustrado pelas setas, na Figura 8, que mostram as contribuições e trocas, tendo o aluno enquanto sujeito produtor desse processo.

Mais ainda, pensamos que, em ambas as disciplinas, as TDIC atuaram no desenvolvimento do Trabalho de Projeto por três vias. A primeira estava relacionada ao processo de **constituição da disciplina**, envolvendo a criação de um ambiente para as disciplinas no *Moodle*; a segunda ocorreu por meio do processo de **modelagem dos dados** e na **elaboração e resolução** das **fichas orientadoras** com a utilização dos *softwares* por alunos e professor; e a terceira estava relacionada ao **processo comunicativo** entre os envolvidos, por meio do aplicativo *WhatsApp Messenger*, *e-mails*, fóruns, etc.

Dessa forma, a utilização dessas ferramentas tecnológicas em meio educacional, além de oportunizar mais praticidade e agilidade no processo de ensino-aprendizagem, promoveu um processo interativo de conhecimento, com ações individuais e coletivas, de interatividade e interação entre os sujeitos envolvidos no trabalho educativo, e também promoveu a aproximação da cultura digital de cada agente do processo de ensino e aprendizagem com o mundo ao seu redor.

6 TRABALHO DE PROJETO E A AUTORIA DOS ESTUDANTES NA UNIVERSIDADE

Após apresentarmos, na seção 4, a proposta delineada do Trabalho de Projeto nas disciplinas Matemática I e II em linhas gerais, coadunando com Ponte (1992), relataremos nesta seção, com a precisão necessária, os diversos aspectos das etapas intermediárias do Projeto, que produzirão a compreensão da sua versão final.

Faremos em duas partes, pois o Trabalho de Projeto acompanhado se consolidou em dois momentos distintos. O primeiro, em 2016/2, na disciplina Matemática I, numa proposta de trabalho cuja escolha do tema/assunto era livre entre os grupos, limitando-se apenas à área das Ciências Agrárias, com a obtenção de dados prontos e conteúdos semiabertos, pois o professor, apesar de ter a ficha da disciplina que o “limitava”, não sabia quais conteúdos seriam contemplados em cada projeto dos grupos.

E o segundo momento, que ocorreu em 2017/1 e teve uma proposta direcionada ao ensino de alguns conteúdos específicos da disciplina Matemática II (conteúdos pré-determinados pelo professor), com a produção de dados entre os grupos por meio da realização de experimentos, e cuja ideia foi pré-estabelecida pelo professor, mas teve a definição das culturas feita livremente entre os grupos, pelos alunos.

Para realizar o processo de análise desses momentos, optamos por utilizar a metáfora da produção e plantio de saberes no Trabalho de Projeto, apresentado no fluxograma da Figura 5, na subseção 4.4. Foram dois momentos distintos, estratégias diferentes e, portanto, dois plantios distintos que culminaram em duas colheitas diferentes.

Vamos analisar em três etapas os dois plantios – Plantio I em Matemática I e Plantio II em Matemática II, separadamente: a primeira etapa refere-se ao **preparo do solo** pelos estudantes, com seus projetos. Envolve todo o processo de organização do trabalho, contemplando essencialmente as definições dos grupos, as escolhas dos temas, a familiarização e levantamento de informações, e levantamento de dados ou produção de dados por meio da realização de experimentos; a segunda abarca o **plantio** associado aos **tratos**, compreendendo as etapas de formulação de questões, hipóteses e dos problemas dos projetos de

cada grupo, além do momento de definição/identificação dos conteúdos e elaboração das fichas orientadoras, com o direcionamento dos conteúdos das disciplinas que serão abordados; e por fim, a terceira etapa representa o momento da **colheita**, compreendendo as etapas de resolução das Fichas Orientadoras, interpretação, validação, apresentações dos projetos por meio de seminários e das avaliações.

Para isso, apresentaremos recortes de alguns dos projetos (relatórios) desenvolvidos pelos grupos de alunos protagonistas desta pesquisa, bem como trecho de entrevistas realizadas com eles, pois, concordando com Biembengut (2016), acreditamos que

O projeto que cada estudante ou grupo de estudantes abarca revela sua identidade: no interesse e reconhecimento das questões envolvidas; na formulação e descrição das ocorrências, dados, informações; na aptidão e competência em interpretar os resultados, em avaliar; na criação e inovação de produtos, processos, resultados. Identidade que revela um contexto cultural, social, educacional. (BIEMBENGUT, 2016, p. 246)

Por meio de características e elementos que identificam esses projetos, construídos de forma coletiva, analisaremos como os estudantes perceberam, apreenderam, compreenderam, explicitaram, significaram e expressaram, a partir dos processos interativos dos/nos grupos, ao desenvolverem o Trabalho de Projeto.

Finalizaremos essa seção com uma síntese e discutindo a satisfação que esses momentos oportunizaram aos alunos, apresentando os frutos do Projeto e evidenciando seus desdobramentos.

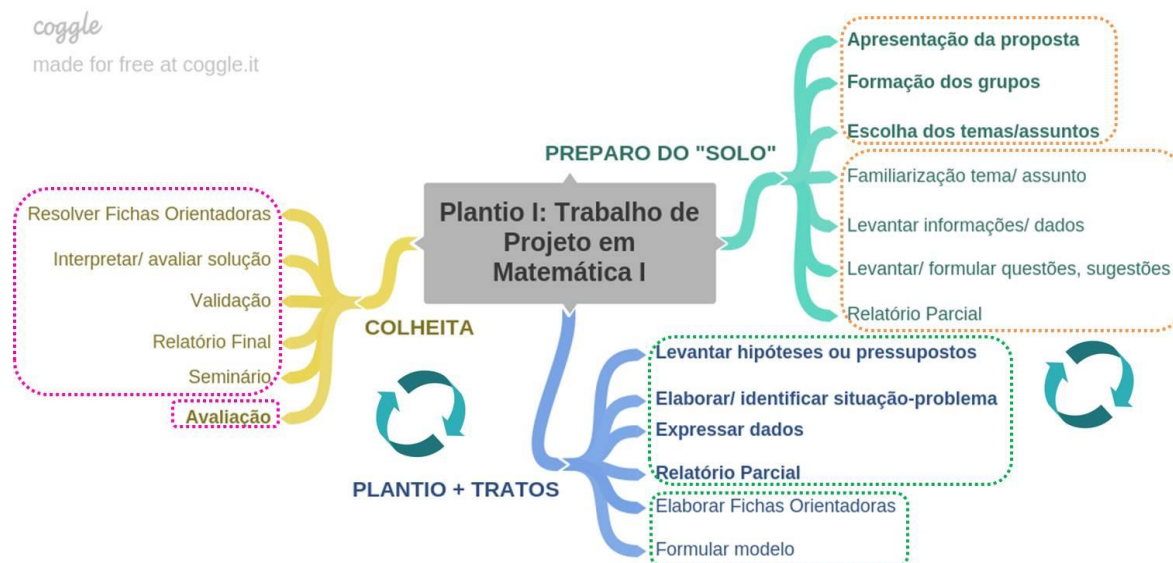
6.1 PLANTIO I

Conforme já mencionamos na seção 4, por meio da percepção visual de um mapa mental, podemos compreender amplamente e com mais facilidade uma situação estruturada. Por isso, apresentamos um mapa na seção terciária 4.2.1, Figura 3, do Trabalho de Projeto desenvolvido na disciplina Matemática I.

Optamos por apresentá-lo novamente, porém adaptando-o às denominações das etapas referentes à metáfora da produção e plantio de saberes no Trabalho de Projeto. Além disso, como se trata de uma percepção visual, decidimos apresentar também o nosso olhar, a nossa tradução desse mapa, pois de acordo com o sociólogo francês Edgar Morin,

Uma percepção visual não é uma fotografia, é uma reconstrução com os olhos. As pessoas que estão longe de mim parecem pequenas aos meus olhos, mas na minha mente são normais. Ou seja, todo conhecimento é uma tradução e uma reconstrução. E, em cada tradução, há possibilidade de erro [...]. (MORIN (2019), entrevista para Audrey Furlaneto, O GLOBO – 07/06/2019)

Figura 9 - Mapa mental do trabalho educativo desenvolvido em Matemática I.



Fonte: A autora

A partir de um ciclo, no sentido horário, observamos que o Projeto em Matemática I foi dividido em três etapas inter-relacionadas – preparo do “solo”, plantio + tratos, e colheita - com seis momentos, também inter-relacionados, que abarcaram diferentes formas de interações, que analisaremos nesta seção.

6.1.1 Preparo do “solo”

A etapa do **preparo do “solo”** começou bem antes da apresentação da proposta aos estudantes. Isso porque compreendeu também os bastidores do Trabalho de Projeto em Matemática I, envolvendo os momentos de planejamento da proposta na disciplina e das definições de ações do professor, que foi detalhada na subseção 4.2.

Com a proposta do Trabalho de Projeto estabelecida, iniciaram-se os momentos de apresentação da proposta aos estudantes e da formação dos grupos, que discutimos nas seções terciárias 5.2.2 e 5.1.1, respectivamente. Nesta seção

terciária analisaremos a trajetória dos alunos, após a apresentação da proposta e formação dos grupos, ou seja, a partir do instante em que os alunos iniciaram o processo de definição dos temas/assuntos, completando o **primeiro momento** do preparo do “solo” para o desenvolvimento do Projeto.

Os grupos foram numerados pelo professor e os temas foram escolhidos após discussões internas entre os integrantes e/ou com a participação do professor. Nessa perspectiva, a liberdade na escolha do tema do projeto por parte dos alunos vem ao encontro aos pensamentos de Moura e Barbosa (2013), constituindo um dos pilares para o desenvolvimento dos projetos. O Trabalho de Projeto em Matemática I garantiu essa liberdade de escolha, entretanto, restringiu-se ao universo da área das Ciências Agrárias para não fugir da ideia de aproximar as áreas de Matemática e da Agronomia.

As escolhas dos temas de cada grupo estão representadas no Quadro 10, que ainda destaca os grupos/temas dos alunos protagonistas desta pesquisa (Grupos 2, 3, 5 e 8):

Quadro 10 - Temas escolhidos pelos grupos em Matemática I.

Grupos	Temas
Grupo 1	Cultivo do milho safrinha
Grupo 2	Irrigação de cebola (<i>Allium cepa L.</i>) por gotejamento
Grupo 3	Milho e tecnologias
Grupo 4	Cultura do café
Grupo 5	Plantação de milho
Grupo 6	Cultura do milho
Grupo 7	Cultura da soja
Grupo 8	Sistema de pastejo rotacionado para bovinos a pasto
Grupo 9	Produção de leite

Fonte: A autora.

Dos nove grupos, quatro escolheram o Milho como tema, mas cada um com suas especificidades, enquanto os outros grupos escolheram o Pastejo Rotacionado para Bovinos, a Soja, o Café, a Produção de Leite e a Irrigação de Cebola.

A escolha dos temas, dentro da grande área das Ciências Agrárias, norteou-se pelas experiências dos alunos, que eles chamaram de “parte prática” e “parte teórica” ou “técnica”. Experiências essas que acreditamos terem sido produzidas por meio das vivências dos alunos (algum aluno ou familiar trabalha(ou) com

determinada cultura, tem ou teve contato com algum produtor da região, etc.) e também por meio de experiências produzidas por disciplinas específicas do curso (no caso dos alunos veteranos) ou de cursos anteriores (curso técnico agrícola), como se pode depreender das seguintes falas:

Eu morava numa cidade que era praticamente uma fazenda, que tinha 2000 habitantes, Cristianópolis - Goiás, e a gente sempre plantava milho. A mãe da ■■■■ [integrante do grupo] também mexe com milho, os tios dela. [...] Ah... a gente tinha mais curiosidade, mais interesse, e a gente achou mais fácil trabalhar com uma coisa que a gente já conhecia, tinha mais noção. (Estudante 6, entrevista gravada em 26/06/2018)

A gente escolheu por dois motivos. Um, é que está no auge, o pessoal está usando muito, no caso da irrigação, né, que é para produzir mais, em menor área. E também porque é uma cultivar muito consumida e também muito utilizada para essa irrigação. Aí a gente juntou, a gente buscou e viu projetos de irrigação e projetos de cebola. (Estudante 2, entrevista gravada em 09/07/2018)

A gente quis buscar uma coisa diferente. Porque a gente sabia que tinha grupo que ia falar sobre milho, café. A gente quis buscar algo diferente. [...] Tem integrante que já mexeu com essa cultura e nós (Estudantes 1 e 2) já mexemos com gotejamento num projeto. O gotejamento é um custo-benefício mais barato, por isso veio essa ideia. (Estudante 1, entrevista gravada em 26/06/2018)

Eu já fiz curso técnico agrícola, então eu já tenho um pouco de contato com a área, e essa é uma área que encaixou bem na modelagem. [...] como eu já tinha feito técnico, na hora me veio na cabeça o Pastejo Rotacionado, porque tem muito cálculo envolvido, para chegar lá e montar bonitinho, certinho, no campo. (Estudante 7, entrevista gravada em 26/06/2018)

Primeiro, foi porque a gente já tinha uma base, né, de casa, da área, da cultura e outra que o ■■■■ [Estudante 1] e o ■■■■ [Estudante 2], do grupo da gente, já tinham feito uma disciplina pra frente e acabou somando. Tipo, eu só tenho a prática, [...] lá na fazenda do meu avô ainda tem a cultura de cebola. Então, eu tinha a prática, eu entrei e eles já tinham a técnica. (Estudante 3, entrevista gravada em 03/07/2018)

Baseado na compreensão de experiência de Larrosa (2014), compreendemos que as experiências desses alunos se apresentaram como singulares, subjetivas e difíceis de serem replicadas, mas que produziram saberes para o coletivo.

Ainda tivemos a situação em que uma aluna não participou da escolha do tema/assunto do seu grupo por ter iniciado o semestre mais tarde, não podendo assim colaborar na parte inicial do projeto:

Eu entrei depois, né! Depois de um mês. Aí, eles [integrantes do grupo] já tinham escolhido esse tema. Pelo que eu sei, quem escolheu foi a ■■■■ [integrante do grupo] e porque o avô do ■■■■ [Estudante 6] tem uma

plantação de milho. (Estudante 5, entrevista gravada em 09/07/2018)

Ainda que a Estudante 5 não tenha participado do processo de escolha do tema, percebemos que ela se preocupou em inteirar-se com os outros alunos do grupo sobre a origem da definição daquele tema/assunto.

Esse processo mostrou-se como fundamental para o envolvimento dos alunos com o Projeto, já que o interesse num determinado tema/assunto, sendo comum à maioria dos integrantes do grupo, estimulava a condição de pertencimento ao grupo e motivava para as etapas seguintes do Projeto. Esse pensamento vem ao encontro com o de Bassanezi (2011), ao referir que propostas de trabalho em cursos de graduação, em nível de iniciação do aluno no ambiente científico, tornam-se mais fáceis e produtivas quando há envolvimento de um grupo maior de pessoas que precisam de um tema comum.

De modo geral, por se tratar de um Projeto para o curso de Graduação em Agronomia, a própria condição do Projeto já contemplava esse quesito, por ter considerado a área das Ciências Agrárias como alicerce para o seu desenvolvimento, visando o ensino e aprendizagem de conteúdos de Cálculo.

Inferimos também que a escolha dos temas/assuntos pelos alunos esteve atrelada à facilidade ou não da obtenção de dados. Os dados levantados por eles precisavam ser amplos o suficiente para que fossem adequados a uma situação de estudo pertinente à disciplina. Quando o Estudante 2 menciona “[...] a gente juntou, a gente buscou e viu projetos de irrigação e projetos de cebola”, mostra-nos que os alunos procuravam por ideias, informações, dados e projetos já existentes para definirem o rumo que cada grupo ia tomar.

Os temas/assuntos escolhidos indicaram a área de interesse investigada pelos grupos e inicialmente tratava-se de uma delimitação ainda bastante ampla. A definição desses temas foi uma etapa muito importante e delicada do processo, onde as dúvidas, as incertezas, o reconhecimento e a familiarização permearam as discussões dos grupos. Por isso, em alguns casos, esse processo de negociação sofreu intervenções do professor da disciplina.

Os integrantes do Grupo 3, por exemplo, iniciaram suas pesquisas sobre o tema/assunto “Plantação de abacate”, mas após o levantamento de alguns dados e discussões internas entre o professor e os integrantes, o grupo optou por modificar pelo tema “Milho e Tecnologias”. O motivo da mudança foi explicada pelo Estudante

4, da seguinte forma:

[...] a ■■■■ [integrante do grupo], que pegou os dados do abacate. Aí, na hora que ela apresentou para nós, vimos que algo estava errado, porque um pé de abacate ia dar muito pouco, menos que uma caixa de abacate. Falei: esse “trem” está errado! Não vai dar certo, não! Aí, a gente levou para o professor. [...] Inicialmente era do abacate, mas não dava certo, porque o abacate tinha uma produção mínima inicial e depois, com três anos que ia ser uma produção normal. Aí, nós passamos para o milho. (Estudante 4, entrevista gravada em 26/06/2018)

Sobre o episódio da mudança de tema/assunto do Grupo 3, do abacate para o milho, ao procurar o professor da disciplina, após a submissão do primeiro relatório, o grupo constatou que faltavam alguns dados corretos para formular um modelo, além de exibir algumas inconsistências nos dados encontrados com o objetivo dos alunos. A data da entrega do segundo relatório já estava próxima e, por isso, de forma consensual, a substituição urgente do tema se fez necessária.

A partir do primeiro relatório parcial⁵⁶ do Grupo 3, submetido no *Moodle* e que depois foi substituído, percebemos que a opção pela investigação inicial sobre o melhor espaçamento entre os pés de abacate, visando uma maior produção, foi motivada pela aula de apresentação do projeto, com o exemplo da Plantação de Batatas. O grupo escolheu a plantação de abacate para tentar fazer um modelo análogo ao que foi apresentado em sala de aula, mas não conseguiu dados suficientes e/ou corretos.

Acreditamos que o professor até conseguiria aproveitar alguns dos dados levantados pelos alunos para direcionar à outra investigação para outra modelagem, entretanto, seriam necessárias a mudança de objetivos do grupo e a obtenção de novos dados, mas os alunos não sabiam onde encontrá-los em tempo hábil e com confiabilidade.

A motivação pela substituição do tema/assunto foi abordada pelo Estudante 4.

Escolhemos primeiro sobre o Abacate. Aí deu errado, ficou em cima da hora e o mais fácil que tinha era do milho, que a gente achou. Fomos atrás de outras pessoas para poder ajudar a gente com o abacate e ninguém dava conta de elaborar pra frente... Aí achamos o do milho mais fácil. Todo mundo já sabe... por onde você procurar aqui na faculdade, você vai encontrar, aí ficamos com o milho. (Estudante 4, entrevista gravada em 26/06/2018)

⁵⁶ O primeiro relatório parcial apresentado pelo grupo 3 em Matemática I encontra-se no Anexo I.

Com esse relato, depreendemos que a opção pelo Milho para investigar a utilização de técnicas de alta e média tecnologias no seu cultivo e colheita, foi motivada principalmente pela facilidade em obter informações e dados com pessoas próximas a eles – professores da faculdade - visando auxílio para o desenvolvimento do projeto, que já estava atrasado em relação à turma.

Isso nos faz inferir que a interação com professores do *campus*, que pesquisavam a cultura do Milho, e a facilidade na obtenção de informações com esses especialistas foi, de fato, decisiva na substituição por essa cultura. Depois disso, o professor liberou uma nova submissão do relatório para esse grupo, Grupo 3, que coincidiu com o prazo de entrega do segundo relatório para eles.

Após a definição do tema/assunto, destacamos o **segundo momento** do preparo do “solo” para o desenvolvimento do Projeto. Os grupos iniciaram o *levantamento de dados/informações* na literatura da área de Ciências Agrárias, em publicações científicas, com pesquisadores da área e/ou com produtores da região; o processo de *familiarização*; *levantamento de questões e sugestões*; e o *processo de registro*, culminando na elaboração do primeiro relatório parcial, onde os alunos mostraram o que eles **perceberam** e **apreenderam** nessa **primeira etapa** do Projeto.

Para isso, nos grupos, internamente, foram estabelecidos meios para a obtenção desses dados, determinando quem e como levantaria os dados e onde os encontraria de forma confiável para a elaboração do primeiro relatório parcial.

Na maioria dos grupos essa familiarização com o tema escolhido ocorreu por meio de buscas na *internet*, em *sites* da área agrônômica, em artigos e livros, mas, sobretudo, contou com informações fornecidas por especialistas da área, por professores de disciplinas específicas do curso de Agronomia, por familiares que trabalhavam na área, pelos próprios colegas, entre outros, como observamos nas falas seguintes:

Pesquisamos na *Internet* e em livros. Tem um livro de oleicultura que tem tudo. O ciclo da cultura, o florescimento, adubo, colheita, transplante, tudo. (Estudante 1, entrevista gravada em 26/06/2018)

A gente pesquisou mais em livros e a gente foi em professores da área, aqui no *campus*. Igual... os professores que nos ajudaram muito no projeto e estavam sempre disponíveis pra gente tirar dúvidas, foi o [redacted] e o [redacted] [professores da Agronomia]. (Estudante 2, entrevista gravada em

09/07/2018)

Através da *internet*. (Estudante 3, entrevista gravada em 03/07/2018)

A pesquisa, nós começamos na *internet*. Perguntamos para os meninos que faziam projetos [de milho] e eles deram ideias para nós. Nós juntamos as ideias deles com as nossas e as coisas da *internet* [...].(Estudante 4, entrevista gravada em 26/06/2018)

Pesquisamos no *Google* acadêmico e consultamos o ■■■ [professor da Agronomia], que é o coordenador. (Estudante 5, entrevista gravada em 09/07/2018)

A gente pesquisou na *internet*, achamos um artigo no *Google* acadêmico. E a gente foi na sala do ■■■ [professor da Agronomia], perguntou para ele também. (Estudante 6, entrevista gravada em 26/06/2018)

Eu tive uma disciplina de Policultura no curso técnico, onde a gente aprende vários tipos de forragens, a construir o sistema, distribuir a forragem e tantas outras coisas. (Estudante 7, entrevista gravada em 26/06/2018)

A utilização da *internet* quase foi unanimidade na preferência dos alunos para a familiarização com os temas/assuntos, destacando o *Google Acadêmico*⁵⁷. Mesmo nos dias atuais, com a facilidade da *internet*, ainda encontramos alunos, jovens universitários, que preferem o livro de papel e a utilização das bibliotecas para realizar suas pesquisas.

Ao mencionarem ainda sobre as fontes de pesquisas, alguns estudantes se manifestaram a respeito da facilidade em obter informações, dados e ajuda dos professores do curso de Agronomia que ministram aulas no *Campus*. Essa proximidade entre professor e aluno é facilmente observada no *Campus* Monte Carmelo.

Houve também interação dos alunos da disciplina com outros alunos do curso, que desenvolviam projetos em laboratórios, com experimentos. Nesta pesquisa observamos que tudo era muito acessível aos professores e aos alunos, sendo esse um dos benefícios percebidos para a realização dessa proposta, coadunando com a visão de um laboratório aberto, sem fronteiras, de Moura e Barbosa (2013), com a utilização de múltiplos recursos como base para realização do Projeto.

Nessa primeira etapa, além de tomarem conhecimento do assunto, os alunos fizeram o levantamento de informações e dados nesses locais,

⁵⁷ *Google Acadêmico* é um sistema do *Google* que oferece ferramentas específicas para que pesquisadores busquem e encontrem literatura acadêmica - artigos científicos, dissertações, teses, livros, resumos, bibliotecas de pré-publicações e material produzido por organizações profissionais e acadêmicas.

levantaram/formularam questões e elaboraram o primeiro relatório do projeto.

O primeiro relatório parcial foi submetido pelos alunos no ambiente da disciplina no *Moodle*, para acompanhamento do desenvolvimento dos projetos pelo professor. Nesse relatório, cada grupo apresentou, em forma de artigo científico, a definição do tema e assunto, as informações e dados, e, levantou/formulou questões que julgou relevantes.

- *Zoom in* nos projetos dos protagonistas

Até o momento apresentamos de modo amplo os projetos dos grupos formados em Matemática I. Daremos *zoom* em alguns projetos para compreendermos melhor as etapas do desenvolvimento da proposta educativa acompanhada nesta pesquisa. Faremos isso por meio das produções dos grupos cujos integrantes são protagonistas desta pesquisa, para analisarmos algumas características e elementos que identificam os projetos desses grupos e suas ações em produção coletiva.

Devido à modificação de tema/assunto do **Grupo 3 (Milho e tecnologias)**, acompanhamos a discussão dos integrantes desse grupo mais de perto, pelo *WhatsApp*. Desse modo, além de auxiliar os alunos no desenvolvimento de seu projeto, utilizando esse aplicativo no contexto educativo, pudemos acompanhar as dificuldades, os erros e acertos, as negociações, os sentimentos individual e coletivo do grupo, como fonte de dados para esta pesquisa.

No novo relatório submetido pelo Grupo 3, os alunos apresentaram uma tabela (Anexo J) com o custo de produção de milho da safra de 2015/2016, da região Sudeste, a partir de duas opções de plantio - as técnicas de Alta tecnologia e Média tecnologia - e descreveram algumas características dessas técnicas de plantio.

Os alunos buscaram por dados que, por sua vez, estavam disponíveis em livros, bibliotecas, bancos de dados em geral, cada vez mais acessíveis e disponíveis graças à informatização do conhecimento. Para Demo (1998),

A informatização do conhecimento será característica iniludível dos tempos modernos, absorvendo a tarefa da transmissão do conhecimento, com nítidas vantagens, seja porque é mais atraente e manejável, seja porque atinge a massa (DEMO, 1998, p. 27).

Entretanto, o simples repasse de conhecimento não se sustenta no processo de pesquisa. Coube aos alunos o saber de manejar todas as informações obtidas, todo o conhecimento disponível, o senso comum, a interpretação e o questionamento, para assim poder avançar na pesquisa. De acordo com Demo (1998, p.29), a autonomia da expressão própria inclui “a capacidade de se expressar, de tomar iniciativa, de construir espaços próprios, de fazer-se sempre presente e participativo, e assim por diante”.

Em um primeiro momento, com as informações e dados sobre cada técnica, o grupo, ainda no processo de familiarização com o tema/assunto, não conseguiu chegar “em uma função” para cada tecnologia (média e alta), como depreendemos no trecho de uma conversa do grupo, pelo *WhatsApp*, com a pesquisadora:

23/10/16, 14:10 - Estudante 4: Estamos reunidos pra fazer o trabalho, e não estamos conseguindo chegar em uma função.
 23/10/16, 14:10 - Estudante 4: O que você [pesquisadora] sugere?
 (Estudantes do Grupo 3, conversa pelo *WhatsApp* em 23/10/2016)

Os alunos do grupo estavam ansiosos por uma “função”. Como sugestão, encaminhamos ao grupo um vídeo⁵⁸ que abordava o estudo das funções custo (fixo e variável), receita e lucro. Isso pois, como Demo (1998), acreditamos que o aluno precisa ser motivado a avançar na autonomia da expressão própria, mesmo que seus primeiros passos sejam imitativos.

Após a exibição desse vídeo, o grupo iniciou uma discussão sobre a interpretação dos dados da tabela por ele encontrada, levantou hipóteses e questões e ainda iniciou o processo de expressão dos dados, explicitando os conceitos matemáticos envolvidos.

[...]
 23/10/16, 15:20 – Estudante 4: Esses valores marcados seriam o custo fixo =CF, e os outros valores restantes seriam o custo variável C(x)
 23/10/16, 15:21 - Estudante 4: A função vai ser $CT = CV + CF$
 23/10/16, 15:41 - Pesquisadora: Sim!
 23/10/16, 15:42 - ■■■■: Custo fixo ($E + F = G$)
 23/10/16, 15:42 - ■■■■: 77,65
 23/10/16, 15:44 - ■■■■: Variável é o que ele chamou de D na tabela
 23/10/16, 15:44 – Estudante 4: $D + I$
 23/10/16, 15:45 - ■■■■: Dúvida: o que vem a ser esse custo com a terra (I)..renda de fatores?

⁵⁸ O vídeo encontra-se em <https://www.youtube.com/watch?v=79I6myAICGM>.

23/10/16, 15:46 - ■■■■: A terra não é do produtor?
 23/10/16, 15:46 - ■■■■: Se não for, o I entra como variável.
 23/10/16, 15:46 - ■■■■: Mas e se a terra for do produtor?
 23/10/16, 15:46 - ■■■■: Não existiria esse I
 23/10/16, 15:47 - Estudante 4: Então suponhamos que a terra seja do produtor e o I está eliminado
 23/10/16, 15:47 - ■■■■: É o q pensei
 23/10/16, 15:47 - ■■■■: Se eu entendi direito
 23/10/16, 15:47 - Estudante 4: Ele não seria variável e nem fixo
 [...]
 23/10/16, 15:50 - Estudante 4: Porém, mesmo ele sendo o dono da terra, contas de custo e lucro... ele tem que jogar valores para a terra
 23/10/16, 15:50 - ■■■■: Então adiciona o I
 23/10/16, 15:51 - ■■■■: O ■■■■ [integrante do grupo] está quebrando a cabeça aqui
 23/10/16, 15:51 - Estudante 4: Adicionar o I como custo fixo
 23/10/16, 15:51 - Pesquisadora: Depende do número de hectares?
 23/10/16, 15:51 - Estudante 4: Ah sim!
 23/10/16, 15:52 - Pesquisadora: Como funciona isso na prática? Na tabela eles não colocaram esse valor nem no fixo e nem no variável. E aí? Deem uma pesquisada a respeito!
 23/10/16, 15:54 - Estudante 4: Na tabela completa ele está sim
 23/10/16, 15:54 - Estudante 4: Custo total (H+I). Sendo H o custo operacional que nada mais é do que o custo fixo + variável, e I é o custo da terra
 23/10/16, 15:56 - Estudante 4: No que eu entendi ele joga esse valor por não saber se o produtor é ou não o dono da terra
 23/10/16, 15:57 - Pesquisadora: Precisa verificar sobre a questão de valores e formas de arrendamento de terras
 23/10/16, 15:58 - Pesquisadora: E assim que chama né?!
 23/10/16, 15:58 - ■■■■: É sim.
 23/10/16, 16:00 - Pesquisadora: Vejam com o ■■■■ (professor da Agronomia).
 (Estudantes do Grupo 3, conversa pelo WhatsApp em 23/10/2016)

Além da leitura dos dados e da codificação de acordo com o contexto, a questão da renda de fatores foi ponto de destaque no diálogo entre os integrantes desse grupo e a pesquisadora. A discussão envolveu a entrada ou não do valor da terra como custo variável, pois, na tabela, o custo da terra não estava discriminado como fixo nem variável, mas entrou no custo total. Após a discussão, percebemos que o grupo optou por adicionar o custo da terra como variável, por depender da quantidade de hectares.

De acordo com Biembengut (2016), a percepção e o conhecimento estão relacionados por meio da compreensão. Observamos que os alunos desse grupo compreenderam, por exemplo, que o custo da plantação é decorrente da quantidade de hectares utilizados; que os custos relacionados à adubação, sementes e à mão-de-obra variam com o número de hectares plantados (custos variáveis); já os custos com máquinas é considerado um custo fixo, pois independe do número de hectares plantados.

Feito isso, os alunos desse grupo iniciaram o processo de registro com notações e símbolos para a obtenção das funções. No trecho extraído da conversa pelo *WhatsApp*, CT representou o custo total, CV ou $C(x)$ o custo variável e CF o custo fixo.

Em relação ao **Grupo 5, Plantação de Milho**, os integrantes se inspiraram no modelo clássico da Modelagem no ensino - a Plantação de Batatas, baseando-se na aula de apresentação da proposta do Projeto. O Grupo foi em busca do espaçamento entre duas fileiras, que proporcionaria ao produtor uma maior produção. Relacionada à primeira etapa do Projeto, o grupo apresentou no primeiro relatório parcial algumas informações sobre o plantio de Milho, que transcreveremos a seguir:

- Espaçamento reduzido (45 a 50 cm entre fileiras), espaçamento convencional (80 a 90 cm);
 - O espaçamento entre as plantas é de 20 cm;
 - Cada planta produz em média uma espiga;
 - Uma espiga produz cerca de 600 a 1.000 sementes;
 - Espaçamento reduzido (50 cm): a espiga possuirá em média 600 grãos, peso médio de 0,2121 kg;
 - Espaçamento convencional (80 cm): a espiga possuirá em média 1000 grãos, peso médio de 0,3535 kg;
 - Saca de milho: 60 kg;
 - Preço da saca de milho: R\$ 43,00;
 - A densidade recomendada de plantas pode variar de 40.000 a 70.000 por hectare, ultrapassando essas densidades as plantas não se desenvolveram normalmente devido à falta de nutrientes.
- (Relatório do Grupo 5).

O grupo levantou algumas questões que estariam relacionadas à produção e das quais deveria ter conhecimento. Dentre elas, destacamos o espaçamento entre plantas, a produção média de espigas por plantas (que gerou espanto em alguns alunos da turma), a quantidade média de grãos e o respectivo peso médio, o peso da saca de milho e a densidade recomendada de plantas, dentre outras. O estudo mais aprofundado dessas questões foi submetido no segundo relatório parcial, que abordaremos mais adiante.

Nos primeiros relatórios desse grupo, os alunos apresentaram uma informação que julgamos importante destacar, referente à quantidade média de espigas de milho produzidas por pé. Os alunos pesquisaram e explicaram que a quantidade de espigas depende muito da densidade do plantio, ou seja, do espaçamento entre os pés. Mas, que em média, colhe-se uma espiga por pé, principalmente em plantações com alto potencial genético. Dessa forma, os alunos

desse grupo assumiram, no desenvolvimento de seu projeto, que cada planta produzia em média apenas uma espiga de milho.

Relacionada à primeira etapa do Projeto, o **Grupo 8, Pastejo Rotacionado**, buscou informações/dados referentes à implantação do sistema de pastejo rotacionado. Transcreveremos a seguir algumas dessas informações:

- O pastejo rotacionado consiste na utilização de pelo menos dois piquetes submetidos a sucessivos períodos de descanso e ocupação.
- Durante o período de descanso, ocorre o rebrota da planta forrageira na ausência do animal. No período de ocupação, verifica-se a utilização do pasto pelos animais, ao processo de crescimento de forragem.
- A pastagem é subdividida em um número variável de piquetes, que são utilizados um após o outro.
- O número de divisões depende principalmente das características da gramínea predominante na área.
- N° de piquetes (NP) = (Período de descanso (PD)/ Período de ocupação (PO))+1.
- De forma geral utiliza-se 25, 30 ou 35 dias de descanso e 1, 3 ou 5 dias de ocupação. Estes intervalos atendem a maioria das gramíneas normalmente utilizadas. (Relatório do Grupo 8)

No relatório submetido pelo grupo, observamos que eles destacaram a importância de se escolher a espécie forrageira para a implantação do sistema, levando em consideração o período de descanso da espécie, como depreendemos no trecho a seguir:

Antes de iniciarmos a implantação de um sistema rotacionado precisamos conhecer a espécie forrageira a ser utilizada, para então direcionarmos o nosso projeto, respeitando a exigência produtiva desta forrageira. Nesse momento é importante conhecermos: o período de descanso exigido pela planta, para definirmos então o período de descanso dos piquetes. (Relatório do Grupo 8)

O tema/assunto Pastejo Rotacionado envolve os mais diversos conhecimentos para assegurar a eficiência do sistema. Sobre a espécie forrageira, por exemplo, requer saber sobre a fisiologia, o hábito de crescimento, a facilidade de propagação, a velocidade de rebrota, a adubação, a adequação às condições climáticas da região, dentre outros.

Considerando essas questões e também por sua popularidade nas pastagens do cerrado, os alunos optaram pela gramínea conhecida como Braquiarião. Sobre essa forrageira, os alunos levantaram algumas informações e chegaram a conclusões relevantes:

Tem um período de descanso de 30 a 35 dias, e é uma forrageira das mais utilizadas em pastagens para alimentação de bovinos no país, representando cerca de 85% das pastagens cultivadas. As braquiárias tem o crescimento prostrado que garante um menor número de piquetes, maior número dos dias de ocupação, e menor número de dias de descanso. (Relatório do Grupo 8)

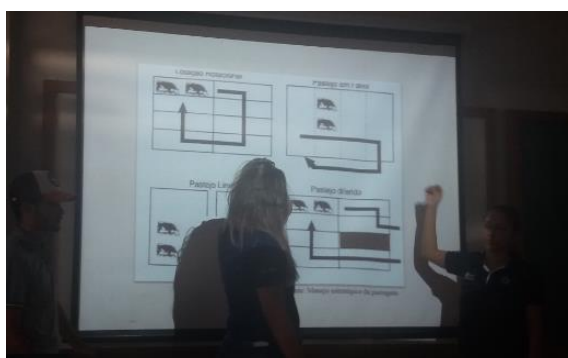
Em relação à fórmula apresentada no relatório sobre o número de piquetes, $NP = (PD/PO)+1$, os alunos iniciaram o processo de registro com notações e símbolos para simplificação e interpretação. Utilizaram NP para representar o número de piquetes, PO para período de ocupação e PD para período de descanso.

O grupo destacou que o número de piquetes (NP) depende do período de descanso (PD) e do período de ocupação (PO) indicados para a forrageira com que se está trabalhando; mencionaram ainda que a questão do “mais 1” da fórmula refere-se à utilização de pelo menos dois piquetes no sistema e que seria necessário, caso o período de ocupação coincidissem com o período de descanso; e que o período de ocupação não supera o período de descanso.

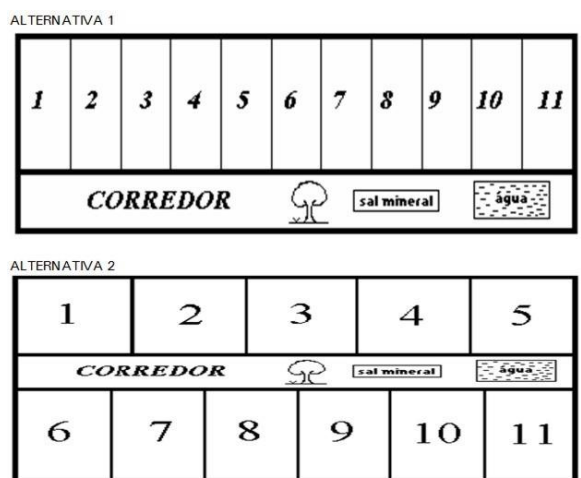
Por meio da fórmula, compreenderam ainda que, quanto maior o período de ocupação, menor será o número de piquetes; que quanto menor o período de ocupação, maior o desafio do produtor; e que quanto maior o período de descanso, maior será o número de piquetes, e conseqüentemente, isso implicaria em custo maior com a estrutura.

Para uma melhor compreensão do sistema, o grupo apresentou uma possibilidade de modelo de pastejo rotacionado e as opções de croqui, exemplificando os piquetes e área de descanso.

Figura 10 - Apresentação do Seminário do Grupo 8.



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 11 - Opções de croqui - piquetes e área de descanso.

Fonte: Relatório parcial do Grupo 8.

Questões como necessidade diária de área de pasto, taxa de lotação, dentre outras, e o estudo mais aprofundado dessas questões foram submetidas no segundo relatório parcial, que abordaremos mais adiante.

Em relação ao **Grupo 2, Irrigação de cebola por gotejamento**, no primeiro relatório parcial, os integrantes levantaram algumas informações sobre a cultura da cebola, sobre os tipos de irrigação (pivô central, aspersão localizada e gotejamento) e ainda destacaram a importância do planejamento do uso dos recursos hídricos na produção agrícola.

Apresentaram e justificaram a escolha do tema/assunto, indicando suas intenções, como depreendemos no trecho extraído do primeiro relatório parcial:

- A irrigação é a atividade produtiva que mais consome água doce na agricultura, superando inclusive o uso industrial.
- Sistema de gotejamento consiste na aplicação de água e nutrientes diretamente nas raízes das plantas.
- A irrigação por gotejamento é mais eficiente devido à menor quantidade de água utilizada e pela aplicação próximo ao solo.
- Vantagens: Menor uso de água; Mão de obra; Maior produtividade; Alta eficiência; Possibilidade de fertirrigação, que é uma técnica de adubação que utiliza a água de irrigação para levar nutrientes ao solo cultivado.
- O tempo de irrigação é igual ao tempo necessário para a água atingir o final do sulco, mais o tempo suficiente para infiltrar no solo, até onde o sistema radicular(raízes) alcança.
- [...] a cultura da cebola (*Allium cepa L.*), possui uma alta necessidade hídrica, onde graças a irrigação, podemos levar a água para suprir a necessidade hídrica dessa cultura. Pensando em evitar o uso irracional de água e desperdício em geral, podemos utilizar a matemática para solucionar esses problemas, sabendo o tempo de irrigação necessário para preencher a lâmina de água necessária para a cultura, sendo assim, evitando o uso irracional do bem mais precioso da Terra, a água, e também outros custos

derivados.

- O ciclo da cultura da cebola é em média 40 dias. (Relatório parcial do Grupo 2)

O primeiro aspecto identificado no projeto desse grupo está relacionado com o problema ambiental causado pelo uso indiscriminado da água em plantações. Isso pois, a agricultura, assim como a pecuária, as indústrias, etc., também possui o seu nível de impacto ambiental negativo, seja no uso da água, na monocultura, no desmatamento para o plantio, na contaminação das águas e solos com fertilizantes e agrotóxicos, dentre outros.

O segundo aspecto refere-se ao planejamento do uso dos recursos hídricos na produção agrícola, especialmente sobre a cultura da cebola (*Allium cepa L.*). O conhecimento sobre a quantidade de água necessária para obter o produto final é essencial para conhecer o impacto dessa atividade sobre o meio ambiente. Dessa forma, os alunos do Grupo 2, sabendo que o tempo de irrigação correto implicaria em economia de água, energia e mão de obra no cultivo da cebola, buscaram por uma técnica que oportunizasse eficiência no cultivo e, ao mesmo tempo, o uso racional da água.

Nas buscas por informações/dados, os alunos perceberam que o sistema de gotejamento era uma técnica viável e que a Matemática, segundo eles, poderia ser utilizada para solucionar os problemas relacionados ao uso indiscriminado da água por meio da determinação do tempo de irrigação necessário para a cultura.

Observamos que o grupo quis evidenciar a importância da conscientização ambiental entre os produtores ao buscar pela quantidade exata, em horas, para repor a lâmina d'água que é consumida pela cultura da cebola. Isso nos leva a refletir sobre a importância de se pensar um curso de Matemática para a Agronomia que possa ser incorporado às dimensões ambientais, que seja capaz de discutir os problemas ambientais, sobretudo os específicos da área de atuação desses alunos, e fazer uso da Matemática para compreendê-los e, quem sabe, minimizá-los.

A Educação Ambiental se inicia com o reconhecimento de que o cotidiano e as relações com o meio estão sempre presentes na sala de aula e na escola. Não só, evidentemente, mas também. (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p. 94)

Ao tratar da Educação Ambiental, Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), mencionam que o primeiro passo para a Educação ambiental vem do

reconhecimento de que professor e aluno trazem para a sala de aula todo o contexto externo a esse espaço, do cotidiano, incluindo problemas, saberes, vivências, preocupações, receios, concepções e tantas outras coisas.

Ao considerarmos o ambiente universitário e as disciplinas de Matemática, principalmente aquelas para cursos da área de Ciências Agrárias, acreditamos que o bom uso de toda a diversidade e bagagem desses alunos tem potencial de motivar o aprendizado dos conteúdos de Matemática associado à função de conscientizar e, por meio desses saberes, buscar por soluções de problemas ambientais, enquanto sujeitos que aprendem e que são replicadores de conhecimentos e atitudes.

O Grupo 2 abordou ainda muitas outras questões técnicas envolvendo o tempo de irrigação e as necessidades da cultura da cebola, tais como, a densidade do solo, a área na qual o gotejador está instalado, a vazão, a disponibilidade do solo, a profundidade do sistema radicular, a evapotranspiração da cultura, dentre outros, mas, o estudo mais aprofundado dessas questões foi submetido pelo grupo no segundo relatório parcial, que abordaremos mais adiante.

- *Zoom out*

Nessa primeira etapa os grupos foram **percebendo**, **aprendendo** e, em algumas situações, **compreendendo** e **explicitando** as ocorrências oportunizadas pelos processos interativos do Trabalho de Projeto em Matemática I.

Segundo Biembengut (2016, p. 195), nem todas as percepções levam à aprendizagem. Para a autora, aprender vai além da obtenção de informações, implica ter conhecimento. Percepção e apreensão configuram momentos não disjuntos, isso, pois, à medida que se percebe, algo acontece à apreensão num processo cíclico e crescente (BIMBENGUT, 2016, p. 130).

A etapa Preparo do “solo” estimulou a percepção e apreensão dos estudantes sobre um tema/assunto de seu contexto. Percebemos, de modo geral, o despertar do interesse pelo Projeto nos alunos, aguçando seus sentidos criativos e imaginativos. Mais ainda, essa primeira etapa configurou-se como expectativa entre os alunos (e professor): seja em relação às próximas etapas ou sobre como tudo aquilo serviria de guia ao aprendizado de conteúdos da disciplina Matemática I.

Sobre os processos interativos influenciados e oportunizados pelas TDIC, nesses primeiro e segundo momentos do Preparo do “solo”, destacamos a interação

mediada pelas tecnologias, entre aluno, computador e professor na submissão do primeiro relatório parcial; entre aluno, celular, aluno/pesquisadora nas conversas via aplicativo *WhatsApp* para o desenvolvimento do Projeto; e a interatividade, entre aluno e computador/celular nas pesquisas realizadas na *internet* (levantamento de informações/dados) ou na interação com o ambiente da disciplina no *Moodle* (materiais disponibilizados sobre o Projeto, sugestões de *sites*, etc.).

Em relação às interações presenciais, essas manifestaram-se entre os alunos nos grupos, em discussões internas, e entre os grupos na turma (na formação dos grupos, na escolha e familiarização dos temas/assuntos, no levantamento de informações/dados), mas também entre os alunos e professor/pesquisadora (escolha do tema/apresentação da proposta), e entre os alunos e pessoas externas, como os professores do Curso de Agronomia e familiares, produtores rurais, etc. (na escolha dos temas/assuntos, na familiarização, no levantamento de informações).

6.1.2 Plantio + Tratos

Inter-relacionado à primeira etapa, de Preparo do “solo”, a **segunda etapa** do Projeto em Matemática I, Plantio + Tratos, contemplou mais dois momentos do desenvolvimento do Projeto. Momentos esses em que as sementes do conhecimento foram lançadas e externadas pelas produções dos estudantes.

O **terceiro momento** consistiu em levarmos os estudantes a identificar alguns elementos do tema/assunto que eles pesquisaram, se inteirarem dos que eles não conheciam, e a explicitar os conceitos matemáticos envolvidos. Essa dinâmica aconteceu em reuniões com cada grupo, na sala do professor, agendadas após a submissão do primeiro relatório parcial e do professor ter se inteirado dos projetos.

Assim, o terceiro momento envolveu o levantamento de hipóteses ou pressupostos, a identificação/elaboração do problema, o momento de expressar os dados, além da elaboração de um segundo relatório parcial. Até a etapa anterior, os grupos estavam envolvidos principalmente com a área da Agronomia. Na maioria dos trabalhos percebemos a definição de constantes, de variáveis e a apresentação de possíveis relações entre os dados.

Os grupos apresentaram seus problemas de pesquisa nos relatórios, pelo

menos esboçaram a intencionalidade de suas pesquisas. Mas, apenas alguns grupos delimitaram e apresentaram o problema com indicativos da formulação de um modelo em termos matemáticos (Grupo 2 e Grupo 8). Ou seja, apenas dois dos nove grupos conseguiram avançar um pouco mais.

Acreditamos que o problema de pesquisa emerge do tema, é a problematização do tema, e portanto, surge da compreensão mais aprofundada do tema/assunto escolhido pelos grupos. Mencionaremos a seguir a formulação do problema inicial, extraída do segundo relatório de cada um dos grupos que possuem pelo menos um aluno protagonista desta pesquisa.

Posteriormente, no sexto momento, apresentaremos a situação-problema exposta pelos grupos desses alunos, nos seminários.

Quadro 11 - Problemas apresentados nos relatórios dos protagonistas desta pesquisa.

Grupo dos alunos protagonistas desta pesquisa	Problema
Grupo 2	Qual é o tempo de irrigação (T_i) necessário para repor a lâmina d'água consumida pela cultura da cebola, considerando um turno de rega máximo permitido?
Grupo 3	Considerando as técnicas de alta tecnologia e média tecnologia para o plantio do milho, qual opção de plantio o produtor deverá escolher para obter maior lucro?
Grupo 5	Qual é o espaçamento entre duas fileiras que proporcionará ao produtor uma maior produção?
Grupo 8	Considerando uma área plantada com Braquiarião (<i>Brachiaria brizantha</i>), para a implantação de um sistema de pastejo rotacionado para um grupo de x animais, como encontrar o número de piquetes necessários, saber a necessidade diária de pasto, a área do pasto e o tamanho total da área?

Fonte: A autora.

Os problemas apresentados no segundo relatório parcial dos Grupos 2 e 8, apesar de aprimorados no relatório final e seminário, em essência, permaneceram os mesmos até o final do Projeto. Esses foram os grupos que apresentaram a formulação de um modelo em termos matemáticos já nos primeiros relatórios parciais.

Sobre o Grupo 2, Irrigação de cebola (*Allium cepa L.*) por gotejamento, os alunos buscavam pelo tempo de irrigação por meio do sistema de gotejamento na

cultura da cebola. A seguir, apresentamos os relatos dos alunos desse grupo sobre o surgimento do problema:

Em Matemática I, para o problema, nós conversamos com os professores (da Agronomia). [...] eles viram a situação, ajudaram a gente, falaram o método e a gente desenvolveu a fórmula. A gente usou uma fórmula que é utilizada na Agrometeorologia. [...] Não que eles tenham feito pra gente, mas ajudaram desenvolver a fórmula. (Estudante 1, entrevista gravada em 26/06/2018)

Foi para sabermos a quantidade certa de água que a cultura ia necessitar. Ele (o problema) surgiu pra gente pensar no que utilizar a Matemática pra gente ter, tipo... não ter prejuízo e não jogar dinheiro fora. [...] Economizar... usar a Matemática pra gente economizar. (Estudante 2, entrevista gravada em 09/07/2018)

A intenção foi ver se compensava ou não fazer a irrigação de cebola através do gotejamento. [...] porque dá muito trabalho fazer esse sistema de gotejamento... Aí pra ver se compensa ou não montar. (Estudante 3, entrevista gravada em 03/07/2018)

O problema do Grupo 2 surgiu quando os alunos pensaram em um meio de utilizar a Matemática para economizar, conforme depreendemos na fala do Estudante 2. Com os dados levantados, o grupo desejava encontrar o tempo de irrigação necessário para repor a lâmina d'água consumida pela cultura da cebola, considerando um turno de rega máximo permitido. Com isso, de acordo com o Estudante 3, o grupo desejava verificar se a implementação do sistema por gotejamento seria interessante ou não.

Os alunos ressaltaram a interação com professores da Agronomia na formulação do problema e do modelo. O Estudante 1, por exemplo, mencionou a utilização de uma fórmula já conhecida por pesquisadores da área de Agrometeorologia (ou meteorologia agrícola), que é o ramo da meteorologia que estuda as relações de causa e efeito das condições meteorológicas com o meio rural e a produção agrícola, mas que foi adaptada, com auxílio dos professores da Agronomia, para o projeto deles.

De acordo com o grupo, o tempo de irrigação T_i é determinado por

$$T_i = \frac{(CC - PMP) \times DG \times Z \times F \times A}{Ea \times 100 \times Q}$$

A fórmula em questão determinava o tempo de irrigação, que eles chamaram de T_i , e que dependia de diversos fatores técnicos, tais como: o coeficiente da cultura (CC), o ponto de murcha permanente (PMP), a densidade do

solo (DG), a profundidade efetiva do sistema radicular da cultura (Z), o fator de disponibilidade de água no solo (F), a eficiência do sistema de irrigação (Ea), a área do gotejador (A) e a vazão do gotejador (Q).

O grupo apresentou uma tabela com todos esses coeficientes da cultura da cebola, do solo, da área e do sistema, a partir de dados levantados na literatura especializada da área. E na sequência encontraram o tempo necessário para a irrigação na cultura da cebola. Nas condições dos dados que eles obtiveram, o grupo encontrou o tempo de 6.01 horas ou 0,15 horas por dia, considerando o ciclo da cultura da cebola de 40 dias.

$$T_i = \frac{(45 - 12) \times 1 \times 300 \times 0,3 \times 324}{0,8 \times 100 \times 2000} = 6,01$$

Na apresentação do Grupo 2 (Seminário), os alunos explicitaram o modo como eles obtiveram esse tempo e ainda destacaram o que representava 0,15 horas por dia (9 minutos por dia) para a turma, conforme a Figura 12, a seguir.

Figura 12 - Slide da apresentação do Grupo 2.

Sr. José nos pergunta: Mais o que é 0.15 horas por dia????

- Por uma regra de três básica respondemos a pergunta dele:

6.01 horas (tempo total de irrigação)====360.6 Minutos
0.15 horas (tempo de irrigação por dia)==== X Minutos

X=9 Minutos por dia.

Sr. José, isso é igual a 9 minutos por dia, esse é o período diário que você deverá ligar seu sistema de irrigação.

Fonte: Apresentação do Grupo 2.

Além de utilizar a Matemática para “economizar”, o grupo também enfatizou a importância de ir em busca da maior produtividade. Dessa forma, no relatório do Grupo 2, os alunos ainda apresentaram dados referentes à lâmina de água e à produtividade média dos bulbos comerciais de duas cultivares de cebola, chamadas de A e O, em função das diferentes tensões de água no solo, em dois tipos de tratamentos experimentais.

As Cultivares A representavam uma variedade pura, cultivar comercial; já as

Cultivares O representavam uma variedade híbrido *Optima* F1 (onde F1 era o fruto do cruzamento entre duas variedades puras), que apresentava melhor desempenho (mais vigor ou maior produção) do que a média de seus pais.

De acordo com os alunos,

O conhecimento e o entendimento dessas variedades ajudam o produtor na escolha do tipo de cruzamento mais adequado conforme o sistema de produção adotado em sua propriedade, sendo assim, a explicação da maior produtividade (Relatório parcial do Grupo 2).

Com os dados levantados em um artigo científico (BOAS *et al.*, 2011)⁵⁹, o grupo apresentou uma tabela que continha dados referentes às lâminas de água e à produtividade média dos bulbos comerciais das duas cultivares de cebola, em função das diferentes tensões de água no solo.

Para saber qual foi o tempo de irrigação para cada tratamento, através da lâmina de água usada, o grupo apresentou uma “regra de três”, envolvendo as variáveis Q=Vazão do sistema(L/hora), H= Horas, La=Lâmina de água e x= Tempo de irrigação que eles pretendiam encontrar:

$$\begin{array}{l} Q\text{-----}H \\ La\text{-----}x \end{array}$$

Para exemplificar, apresentamos o desenvolvimento do tratamento A15 (Q= 2000 litros/horas; H= 1 hora; La= 615,2):

$$\begin{array}{l} 2000\text{-----}1 \\ 615,2\text{-----}x \\ x=0.30 \text{ horas por dia.} \end{array}$$

De acordo com o grupo,

Para o tempo de irrigação total, basta multiplicar pela quantidade de dias do ciclo da cultura - no caso da cebola, 40 dias. Então: 40 x 0.30= 12 horas, em que o sistema de gotejamento ficará em funcionamento durante o ciclo total da cebola (40 dias, média). (Relatório parcial do Grupo 2)

Observamos que os alunos apresentaram duas configurações para todos os tratamentos das cultivares A e O: a primeira, para determinar o tempo de irrigação (tempo em que o sistema ficará em funcionamento) por dia; e a segunda, que consiste no tempo em horas que a cultura necessita, considerando o ciclo da cultura em média 40 dias. Feito isso, o grupo adotou três valores médios da cultivar híbrida

⁵⁹BOAS, R. C. V. *et al.* Viabilidade econômica do uso do sistema de irrigação por gotejamento na cultura da cebola. *Ciência e Agrotecnologia*, [s.l.], v. 35, n. 4, p.781-788, ago. 2011. FapUNIFESP (SciELO).

(O) e três valores médios da cultivar pura (A), e apresentou uma tabela com essas médias e o respectivo gráfico elaborado no *Excel*.

Ao final desse processo os alunos compreenderam que a cultivar híbrida (O) obteve maior produção em relação à cultivar pura (A).

Partiremos para o projeto do Grupo 8, do Sistema de Pastejo Rotacionado para Bovinos a pasto. Ao conversarmos com a Estudante 7 desse grupo, ela nos contou que o grupo trouxe um problema comum entre os criadores de animais de corte que desejam aumentar a renda nas propriedades, implantando um sistema de pastejo rotacionado.

[...] eu falei que a pessoa tinha uma área, que tinha um tanto x de animais e eu tinha que fazer os piquetes. Eu acho que todo mundo que trabalha com pastejo rotacionado, trabalha diretamente com isso, pegar os animais e dividir em piquetes. Esse é o interesse de quem trabalha. (Estudante 7, entrevista gravada em 26/06/2018)

Na fala da aluna, observamos que a intenção do grupo era dividir uma quantidade x de animais em piquetes. Além da divisão dos piquetes, o grupo também buscou saber a necessidade diária de pasto, a área do pasto e o tamanho total da área.

Para isso, observamos que no relatório parcial do grupo também foram apresentados outros dados, envolvendo algumas características de um rebanho hipotético, como quantidade de cabeças, ingestão diária de massa seca de forragem, entre outros. Com as informações levantadas, o grupo calculou a necessidade diária de pasto, a área total de pasto para esse lote de animais.

O cálculo da necessidade diária de área de pasto foi feito pela fórmula:

$$\frac{\text{Consumo total da categoria (kg MS/dia)} \times 10000}{\text{Forragem disponível (kg MS/ha)} \times \text{número de UA}}$$

Para determinar a área total de pasto, os alunos utilizaram:

$$\frac{\text{Necessidade diária de pasto (m}^2\text{/UA)} \times \text{UA} \times \text{Duração do ciclo de pastejo (dias)}}{10000}$$

O grupo também apresentou dados referentes a diferentes gramíneas forrageiras (Braquiarião, Humidicola, *Tifton 85*, *Mombaça*, Tanzânia, *Coastcross*, Grama estrela, *Capim Tobiata*, *Napier*, *Cameroon*) com seus respectivos períodos de descanso em dias.

O grupo escolheu e expôs na situação-problema que a área era plantada

com a forrageira Braquiarião (*Brachiaria brizantha*) que, além de ser mais popular, tem um período de descanso que varia de 30 a 35 dias. Segundo os alunos, o número de divisões depende principalmente das características da gramínea predominante na área e por isso sua escolha era importante. Algumas informações foram levadas em consideração à escolha da forrageira, dentre elas a fisiologia, o crescimento, a facilidade de propagação, a velocidade de rebrota, a adubação e a adequação às condições climáticas da região.

Sobre a formulação do problema, o Grupo 3, de Milho e Tecnologias, investigou duas opções para o plantio - as técnicas de alta tecnologia e média tecnologia, e desejavam escolher aquela que fornecesse maior lucro. O foco dos alunos foi a questão da maior produção, como observamos na fala seguinte:

A gente queria saber a quantidade mesmo. Obter a colheita máxima. Os meninos [de outros grupos] queriam saber como que ia plantar [espaçamento]. Então, falei, vamos fazer diferente. Vamos procurar o quanto vai colher em uma tecnologia e na outra. Pra não ficar tudo repetitivo. (Estudante 4, entrevista gravada em 26/06/2018)

Na fala do Estudante 4, do Grupo 3, percebemos o cuidado do grupo em se diferenciar dos demais, que também escolheram o milho como tema, demonstrando que a turma mantinha uma comunicação, que interagira entre si e compartilhava suas ideias sobre os projetos.

O grupo levantou informações sobre o custo de produção de milho com a utilização de Alta tecnologia e Média tecnologia, envolvendo as despesas de custeio da lavoura, sementes, fertilizantes, defensivos, operação com máquinas, mão de obra, assistência técnica, transporte da produção, impostos, entre outros.

Observamos que essa etapa esteve permeada por muitas dificuldades em alguns grupos, sobretudo relacionado à Matemática, ao exprimir/identificar o problema e o modelo para aqueles que tentaram.

As dificuldades com a Matemática são evidenciadas nas seguintes falas:

[...] a Matemática, pra mim, é muito complicada. Não é que eu não goste de Matemática, mas eu acho muito complicada. (Estudante 1, entrevista gravada em 03/03/2017)

[...] eu tinha muita dificuldade em Matemática. Assim, pra falar a verdade, era quase que... como eu te falo... Achava muito ruim estudar Matemática. (Estudante 2, entrevista gravada em 03/03/2017)

[...] eu acho que quem veio do ensino médio para cá não tem o

conhecimento que essa matéria exige. Eu acho que faltava, tem uma matéria antes de Matemática I, Fundamentos [...]. (Estudante 4, entrevista gravada em 02/03/2017)

Assim, constatamos a aversão que alguns alunos nutrem (nutriam) pela Matemática, além de entendermos que as dificuldades trazidas do ensino médio para o ensino superior podem ter contribuído com o fato de alguns grupos ter apresentado dificuldades nessa etapa do Projeto.

Essas dificuldades podem ser percebidas, por exemplo, nos trechos que extraímos de uma conversa pelo aplicativo *WhatsApp* com os integrantes do Grupo 3 (iniciamos a apresentação desse diálogo em 6.1.1), ao mencionarem que não conseguiam encontrar uma função. Após todo o processo de familiarização e discussões, o Estudante 4 vislumbrou as funções custo, receita e lucro, faltando ainda atribuir e relacionar cada técnica de plantio – média e alta tecnologias.

23/10/16, 16:01 – Estudante 4: $C=C_v+ C_f$

$C=(d+i)x + g$

23/10/16, 16:01 – Estudante 4: Função Custo

23/10/16, 16:03 – Estudante 4: Função receita

$R(x)=\text{valor da venda} \cdot \text{Quantidade}$

23/10/16, 16:04 – Estudante 4: Função lucro $L=R(x)- C$

(Estudante 4, conversa pelo *WhatsApp* em 23/10/2016)

Percebermos uma interação maior com o Estudante 4, que tinha iniciado um curso de graduação em Matemática, liderando as discussões nessa etapa do Projeto. No trecho extraído da conversa pelo *WhatsApp* com os integrantes do Grupo 3, Milho e Tecnologias, captamos o início do processo de explicitação dos conceitos matemáticos envolvidos, o uso de notações e símbolos e a obtenção das funções. No caso, C representou o custo total, CV o custo variável, CF o custo fixo, R a receita e L o lucro.

Cerca de uma hora após encerrada a conversa com as funções genéricas de custo, receita e lucro, o grupo enviou imagens⁶⁰ de algumas folhas de caderno com o registro das funções para cada técnica.

Os alunos utilizaram, para a técnica de Média tecnologia, CM para representar o custo, RM para a receita e LM para o lucro; já para a Alta tecnologia, adotaram CA para representar o custo, RA para a receita e LA para o lucro. Utilizaram ainda, CV para o custo variável, CF para o custo fixo, PV para o preço de

⁶⁰ As imagens encontram-se no Anexo K.

venda, Q para a quantidade de sacas por hectare e x como sendo a variável, representando os hectares plantados.

O grupo levou em consideração que 1 hectare produz 130 sacas com 60 Kg cada e com preço médio de R\$ 43,00 na safra 2015/2016, no Sudeste. Com essas informações encontraram as funções custo, lucro e receita para cada tecnologia.

$$\begin{aligned} CA(x) &= CV(x) + CF = 2344,69(x) + 77,65 \\ RA(x) &= PV \cdot Q = 43,00(x) \cdot 130 = 5.590(x) \\ LA(x) &= RA(x) - CA(x) = 5.590(x) - (2.344,69(x) + 77,65) \\ &= 3.2345,3(x) - 77,65 \\ CM(x) &= CV + CF = (1.578,08 + 242,67)x + 80,52 \\ &= 1.820,75(x) + 80,52 \\ RM(x) &= PV \cdot Q = 43,00(x) \cdot 130 = 5.590(x) \\ LM(x) &= RM(x) - CM(x) = 5.590(x) - (1.820,75(x) + 80,52) \\ &= 3.769,25(x) - 80,52 \end{aligned}$$

(Relatório do Grupo 3).

Outro grupo de alunos desta pesquisa, que teve o milho como tema, foi o Grupo 5. Sobre a formulação do problema, os alunos do Grupo 5, de Plantação de Milho, desejavam descobrir o espaçamento ideal entre duas fileiras, que proporcionaria ao produtor uma maior produção.

No segundo relatório o grupo encontrou, para o plantio dessa cultura, informações sobre o espaçamento das “ruas” de 45 cm, 50 cm, 80 cm e 90 cm e buscava determinar qual espaçamento entre duas fileiras proporcionaria uma maior produção de milho, de acordo com sua produtividade por planta.

Segundo os alunos desse grupo e protagonistas desta pesquisa, em Matemática I, a intenção era saber a “produção”, “quantidade de sacas”, que estavam relacionadas com a questão do “espaçamento”.

A gente queria saber sobre produção... quantidade em sacas. A gente descobriu e levou para o professor (da disciplina) ver se estava certo. Porque na *internet*, a gente só acha para esse espaçamento, você tem tanto de produção. Aí, quantas sacas você obteria? Aí a gente foi atrás e descobriu. O problema ficou na questão do espaçamento... qual seria melhor, o de 80 ou 50? (Estudante 5, entrevista gravada em 09/07/2018)

Em Matemática I, foi o espaçamento. A gente estava pensando porque tinha que caber, se eu não me engano, 90000 mudas por hectare. Daí a gente queria saber o melhor espaçamento que daria o melhor resultado daquelas plantas. (Estudante 6, entrevista gravada em 26/06/2018)

Na fala da Estudante 5, percebemos que o foco do grupo era a questão do espaçamento (entre fileiras) e a produção. Ressaltou ainda o fato de não ter

encontrado, na *internet*, todas as informações consideradas necessárias pelo grupo. Acreditamos que o grupo buscava por informações semelhantes às apresentadas no dia da exposição da proposta com o problema da Plantação de Batatas.

Nas falas dos Estudantes 5 e 6, notamos que eles já mencionam a situação-problema final do grupo, com a simplificação em um terreno quadrado, cujos lados medem 100 metros e com os dados obtidos para o plantio, em relação ao espaçamento entre fileiras de 50 cm e 80 cm apenas.

Os alunos consideraram que a área de plantio era quadrada e a extensão de cada lado era de 100 m. No relatório desse grupo, os alunos explicitaram em uma tela, em relação aos espaçamentos das “ruas” com 45 cm, 50 cm, 80 cm e 90 cm, o número de “fileiras”, por meio de: $\text{Área (100m)} \div \text{Espaçamento ruas} = \text{N}^\circ \text{ fileiras}$.

Para encontrar o número de plantas por “fileira”, os alunos consideraram o espaçamento entre as plantas de 20 cm, e explicitaram da seguinte forma: $\text{Área (100m)} \div \text{distância entre plantas} = \text{N}^\circ \text{ de plantas por fileira}$; e obtiveram $100\text{m} \div 0,20\text{m} = 500$ plantas por fileira. Concluíram então que, para determinar o número de plantas da área total, precisariam fazer: $\text{N}^\circ \text{ de fileiras} \times \text{N}^\circ \text{ de plantas por fileira} = \text{N}^\circ \text{ total de plantas}$, e apresentaram novamente em uma tabela os resultados para cada espaçamento das ruas.

Apesar de o grupo iniciar o projeto analisando o espaçamento das ruas em 45cm, 50cm, 80cm e 90cm, ele conseguiu dados sobre a quantidade de grãos e peso médio relativo aos espaçamentos reduzido (50cm) e convencional (80cm). Por isso, para calcular a produtividade dos pés de milho, de acordo com o espaçamento de ruas, considerou apenas esses dois espaçamentos e explicitou (Tabela 5):

$\text{N}^\circ \text{ total de plantas} \times \text{Média de grãos por pé de milho} = \text{N}^\circ \text{ de grãos por hectare}$:

Tabela 5 - Resultados obtidos pelo Grupo 5 em Matemática I.

Espaçamento das ruas (cm)	Número de fileiras por hectare	Nº total de plantas por hectare	Nº de grãos por hectare
50	200	100.000	60.000.000
80	125	62.500	62.500.000

Fonte: Relatório do Grupo 5.

Nessa etapa em que o grupo se encontrava, já dava indícios de que o espaçamento que oportunizou uma maior produtividade foi o convencional, de 80cm. E finalizou o relatório determinando o número de plantas para completar uma saca e

o número de sacas por hectare, (Tabela 6) a partir de:

$$\begin{aligned} & \text{Saca de 60 Kg} \div \text{Peso médio dos grãos de uma espiga} \\ & = \text{N}^\circ \text{ de plantas necessário para completar uma saca} \end{aligned}$$

e,

$$\begin{aligned} & \text{N}^\circ \text{ total de plantas} \div \text{N}^\circ \text{ de plantas necessário pra completar uma saca} \\ & = \text{N}^\circ \text{ de sacas por hectare.} \end{aligned}$$

Tabela 6 - Resultados obtidos pelo Grupo 5 em Matemática I (n° de sacas por hectare).

Espaçamento das ruas (cm)	Número de fileiras por hectare	N° total de plantas por hectare	N° de grãos por hectare	N° de sacas por hectare
50	200	100.000	60.000.000	353,50
80	125	62.500	62.500.000	368,23

Fonte: Relatório do Grupo 5.

Apresentaremos a seguir, no Quadro 12, as situações-problemas apresentadas pelos grupos dos protagonistas desta pesquisa ao final do processo, nos seminários.

Quadro 12 - Situações-problemas apresentadas nos seminários dos protagonistas desta pesquisa.

Grupo 2	Qual é o tempo de irrigação (Ti) necessário para repor a lâmina d'água consumida pela cultura da cebola, considerando um turno de rega máximo permitido?
Grupo 3	Um produtor rural possui um terreno de 10.000m ² e deseja plantar milho. Suas opções para plantio são as técnicas de alta tecnologia e média tecnologia. Qual opção de plantio o produtor deverá escolher para obter maior lucro?
Grupo 5	O Sr. (nome do avô do Estudante 6) possui um terreno quadrado com lados medindo 100 metros e deseja plantar 90 mil pés de milho. Suas opções para o plantio, em relação ao espaçamento entre fileiras, são 50 cm e 80 cm. Qual é o espaçamento entre duas fileiras que proporcionará ao produtor uma maior produção?
Grupo 8	O Sr. ■■■■ deseja aumentar a renda em sua propriedade, onde cria animais de corte, implantando um sistema de pastejo rotacionado em sistema extensivo. Ele possui uma área plantada com Braquiário (<i>Brachiaria brizantha</i>), um lote de 200 animais com 200 kg de peso vivo, onde deseja dividir em um número de piquetes de áreas iguais. Além da divisão dos piquetes, o produtor deseja saber a necessidade diária de pasto, a área do pasto e o tamanho total da área.

Fonte: A autora.

A submissão do segundo relatório no *Moodle* concluiu a 2ª etapa do projeto. Nesse relatório os alunos ainda filtraram as informações e dados que expuseram no primeiro relatório, deixando apenas aqueles que se enquadravam no problema de pesquisa que estavam tratando. A resolução do problema, a partir do modelo, foi deixada para o relatório final, após a realização da próxima etapa do projeto, que descreveremos na seção terciária 6.1.3.

O **quarto momento**, foi o de direcionar ao aprendizado dos conteúdos curriculares (e não curriculares) do Cálculo na disciplina Matemática I. Nos três primeiros momentos do Projeto, os alunos estavam engajados na pesquisa, imersos em assuntos de seu interesse, já que foi dada a possibilidade de escolha no universo das Ciências Agrárias. No quarto momento, cada grupo foi convidado a criar um elo entre a Matemática estudada na universidade com a sua futura área de atuação, ao se tornarem egressos, por meio da pesquisa.

Até então os alunos estavam enveredados pelos caminhos da pesquisa científica. Fomos então levados a refletir: “a partir dos momentos oportunizados no Projeto, onde entraria o ensino de Cálculo?” Para responder a esse questionamento, apresentamos o papel das “Fichas Orientadoras”.

A partir das pesquisas realizadas pelos alunos, o professor e eu pensamos em uma alternativa para identificar qual conteúdo da disciplina seria mais adequado para encaminhar o trabalho de cada grupo. Para isso, estabelecemos a possibilidade de trabalhar com as fichas orientadoras, criando, portanto, um elo entre o ensino e a pesquisa.

Dessa forma, após a submissão das duas primeiras etapas pelos alunos na plataforma *Moodle*, elaboramos nove fichas personalizadas, uma para cada grupo, que foram chamadas de Fichas Orientadoras.

Trata-se do quarto momento do desenvolvimento do projeto. Foi quando o professor, de posse dos projetos dos alunos, tentou direcionar os temas escolhidos, os dados e questionamentos levantados pelos alunos para os conteúdos da disciplina e ainda formulou um modelo para aqueles que não conseguiram (Cultura do Café - Grupo 4, Cultura do Milho – Grupo 6 e Produção de Leite – Grupo 9).

Para esses grupos, o professor apresentou uma função para cada projeto, relacionada à investigação deles, geralmente uma função envolvendo mais de uma variável real. Dentre outras coisas, o professor solicitava a esses alunos que

encontrassem uma nova expressão para a função, de tal forma a depender apenas de uma variável e assim conseguir responder a situação-problema proposta. Os demais projetos concentravam-se na busca da função, análise, e interpretação para que os grupos conseguissem responder a situação-problema.

A análise e direcionamento dos projetos dos grupos para os conteúdos da disciplina ocorreu de forma natural (o que não significa que foi fácil!), ou seja, não seguiu regra específica alguma. O professor, de posse dos dados, das informações e do desenvolvimento dos alunos apresentado nos relatórios parciais, tentou percorrer os caminhos traçados nos grupos, para não perder a essência de cada projeto, os objetivos de cada grupo, e não tomar outros rumos – situação que poderia desmotivar os alunos na continuidade do trabalho proposto.

A estratégia adotada pelo professor consistiu em priorizar a obtenção de funções, a análise e a interpretação de seus gráficos e, quando possível, as aplicações dos conceitos de derivada e integral na solução de problemas, que são objetivos específicos da disciplina (Anexo H).

No Quadro 13, apresentaremos os conteúdos contemplados nos projetos, previstos na disciplina Matemática I.

Quadro 13- Conteúdos abordados nos projetos em Matemática I.

Grupos	Conteúdos abordados
Grupo 1	Função de uma variável; plano cartesiano; equação de retas; ponto de interseção de retas; construção da tabela densidade; gráficos.
Grupo 2	Função de uma variável.
Grupo 3	Função de uma variável; gráficos; ponto de nivelamento.
Grupo 4	Função de duas variáveis recaindo em uma função de uma variável; derivadas; ponto de máximo e valor máximo da função.
Grupo 5	Função de uma variável; plano cartesiano; equação de retas; ponto de interseção de retas.
Grupo 6	Função de duas variáveis recaindo em uma função de uma variável; derivadas; ponto de máximo e valor máximo da função.
Grupo 7	Função de uma variável; plano cartesiano; equação de retas; ponto de interseção de retas.
Grupo 8	Função de uma variável.
Grupo 9	Função de uma variável; derivadas; ponto de máximo e valor máximo da função.

Fonte: A autora.

As fichas direcionaram ao estudo de funções de uma variável, geralmente envolvendo o esboço de gráficos, o estudo de pontos de máximo, valor máximo, utilizando-se do cálculo de derivadas, dentre outros. O objetivo dessas fichas

consistiu na orientação dos alunos para a continuidade do trabalho, no sentido de direcioná-los ao aprendizado dos conteúdos da disciplina.

Para a elaboração das fichas (para compreender melhor o que cada grupo pretendia e/ou para encontrar funções), o professor contou com o auxílio dos *softwares Maple e GeoGebra*. Geralmente, as fichas eram compostas por adaptações das situações-problemas propostas pelos grupos, com uma questão principal a ser respondida, e também por outras questões que auxiliariam e conduziram à resolução da situação-problema.

Para os grupos que não conseguiram expressar uma situação-problema no segundo relatório, o professor, de posse dos dados levantados por esses grupos, elaborou a situação-problema. As situações-problemas propostas em todas as fichas são apresentadas resumidamente no Quadro 14, a seguir.

Quadro 14 - Resumo das situações-problemas abordadas nas fichas.

Grupos	Situação-problema
Grupo 1	Qual opção de plantio (espaçamento entre fileiras) o produtor deverá escolher para que ele tenha a maior produção, sabendo que ele irá utilizar uma densidade de 68000 plantas?
Grupo 2	Qual o tempo de irrigação necessário para repor a lâmina d'água consumida pela cultura de cebola, considerando um turno de rega máximo permitido?
Grupo 3	Dentre as técnicas de plantio, de alta e média tecnologia, qual opção de plantio o produtor deverá escolher para que ele tenha o maior lucro?
Grupo 4	Qual o espaçamento entre as plantas que proporcionará ao produtor uma maior produção?
Grupo 5	Qual o espaçamento entre duas fileiras que proporcionará ao produtor uma maior produção?
Grupo 6	Qual o espaçamento entre duas plantas, de uma mesma fileira, que proporcionará ao produtor uma maior produção?
Grupo 7	Qual o espaçamento entre duas fileiras que proporcionará ao produtor uma maior produção?
Grupo 8	Como determinar o número de piquetes e a taxa de lotação?
Grupo 9	Considerando o consumo médio de ração, a produção em litros de leite por dia de cada vaca e o lucro obtido com a venda deste leite em relação ao gasto com ração, qual será o maior lucro deste produtor, considerando apenas o gasto com ração?

Fonte: A autora.

Para os Grupos que conseguiram expressar, já no segundo relatório, a situação-problema (Grupo 2 e Grupo 8), as fichas orientadoras realizaram apenas a função de complementação, visto que esses grupos já haviam desempenhado com êxito as duas primeiras etapas do projeto, formulando o modelo, em termos matemáticos, dos dados referentes à questão por eles levantada. Dessa forma, para esses grupos, o professor apenas expôs algumas observações e deu sugestões

para uma melhor compreensão e término do projeto.

Para exemplificar esses episódios, destacamos a Ficha Orientadora elaborada para o Grupo 2. Além da situação-problema elaborada pelo grupo, a ficha foi composta por itens que, em essência, solicitavam aos alunos o esclarecimento de alguns pontos que foram apresentados nos relatórios parciais, sem muitos detalhes. Essas questões envolviam o desenvolvimento da expressão do tempo de irrigação, detalhando as contas; a explicação dos tratamentos experimentais; os motivos da escolha dos tratamentos apresentados em uma tabela, e ainda, a justificativa do gráfico elaborado pelo grupo no *Excel*.

Sobre a ficha do Grupo 8, o professor da disciplina até chegou a elaborar algumas questões envolvendo outras forrageiras para os alunos, mas deixou livre a escolha para o grupo fazer ou não. Sobre esse episódio, percebemos que os alunos do grupo não se sentiram satisfeitos, como depreendemos na fala a seguir:

A gente chegou lá [sala do professor] e ele falou que não ia passar a ficha para nós, que estava muito bom o nosso trabalho. No outro dia, a gente foi lá, não me lembro para quê, e ele falou: ah, vocês podiam fazer assim, assim, assim... Colocar isso aqui, isso aqui, isso aqui... E faltavam poucos dias pra gente apresentar. [...] Tanto que na apresentação ele cobrou. Falou: cadê o gráfico tal? [...] Não deu pra organizar. Eu estava mais preocupada com a apresentação nos últimos dias, focando na apresentação. (Estudante 7, entrevista gravada em 26/06/2018)

O grupo optou por não seguir os itens propostos na ficha orientadora, justificando a proximidade do seminário. Observamos que os alunos desempenharam esforços no aprimoramento dos relatórios parciais e na preparação da apresentação e que a solicitação do professor para que eles apresentassem um gráfico, no dia do seminário, causou insatisfação entre os integrantes do grupo.

Já a Ficha Orientadora elaborada para o Grupo 3, além de conter a situação-problema apontada pelo grupo, foi composta por itens que solicitavam, para cada técnica de plantio: a determinação das funções custo, receita e lucro; os respectivos gráficos de cada função; o ponto de nivelamento entre as funções custo e receita; a interpretação desses pontos; os gráficos das funções lucros em uma mesma tela; e então, solicitado que o grupo respondesse a situação-problema investigada.

As funções custo, receita e lucro para as técnicas de Alta e Média tecnologias já tinham sido apresentadas pelo grupo anteriormente, mas o professor colocou esse item (a) para, além de frisar a importância, compor um caminho para o

grupo responder a situação-problema.

Para a elaboração da Ficha Orientadora para o Grupo 5, foram levados em consideração os dados obtidos para o plantio, envolvendo apenas dois espaçamentos entre fileiras, o de 50 cm e o de 80 cm. Além da simplificação referente ao terreno quadrado, com lados medindo 100 metros, também foi considerada uma quantidade de 90.000 pés de milho por hectare (quantidade superior à densidade recomendada por hectare). A ideia era fazer com que os alunos determinassem qual seria o espaçamento entre fileiras, 50 cm ou 80 cm, que proporcionaria uma maior produção. Para isso, foram construídas questões que direcionariam os alunos desse grupo à resolução da situação-problema.

Essas questões envolviam: a determinação do número de fileiras e sacas por hectare, considerando os espaçamentos de 50 cm e 80 cm e quantidades de plantas e peso médio das espigas, situações estabelecidas (item a); a localização dos pontos x (número de plantas por hectare) e y (número de sacas por hectare) no plano cartesiano e indicação da reta determinada por estes pontos em cada espaçamento; o gráfico dessas retas em um mesmo plano cartesiano, o ponto em que elas se interceptam e a interpretação desse ponto; e a resposta da situação-problema investigada.

Conforme já mencionamos, os conteúdos abordados nas fichas dos grupos cujos alunos são os protagonistas desta pesquisa (Grupos 2, 3, 5 e 8), envolvem basicamente o estudo de função de uma variável, confecção e interpretação de gráficos no plano cartesiano, equação de retas, regra de três, entre outros, retomando e dando sentido a alguns dos conteúdos vistos no ensino médio por esses alunos, que estavam matriculados em uma disciplina de Matemática para ingressantes do curso de Agronomia.

As Fichas orientadoras dos outros grupos (Grupo 1, Grupo 4, Grupo 6 e Grupo 7) também seguiram a mesma dinâmica dos demais grupos, de apresentar a situação-problema (formulada pelo grupo ou (re)formulada pelo professor) seguida de questões que encaminharam à resolução do problema principal, destacando alguns conteúdos da disciplina. Mas, consideramos importante destacar as Fichas Orientadoras elaboradas para os Grupos 4 e 6. Ambas, envolveram o estudo de função de duas variáveis que recaíram em uma função de uma variável, derivadas, ponto de máximo e valor máximo da função, conteúdos considerados “novos” para a turma em Matemática I.

Dessa forma, constatamos que, despretensiosamente, as fichas contemplaram grande parte dos conteúdos da disciplina Matemática I que, em essência, abordam os conteúdos do Cálculo I, abrangendo as ferramentas de análise de funções, que podem ser utilizadas nas mais variadas formas, para resolver problemas simples e complexos.

Nessa segunda etapa do desenvolvimento do Trabalho de Projeto em Matemática I, no Plantio associado aos Tratos, os grupos foram **compreendendo** e **explicitando** as ocorrências oportunizadas pelos processos interativos dos terceiro e quarto momentos do desenvolvimento do Projeto em Matemática I.

Sobre os processos interativos influenciados e oportunizados pelas TDIC, destacamos a interação mediada pelas tecnologias, entre aluno, computador e professor na submissão do segundo relatório parcial no *Moodle*; ainda permaneceu a interação entre aluno, celular, aluno/pesquisadora nas conversas via aplicativo *WhatsApp* para o desenvolvimento do Projeto; e a interatividade entre professor e computador na elaboração das fichas orientadoras com a utilização de *softwares* matemáticos; e entre aluno e computador/celular nas pesquisas realizadas na *internet* (levantamento de hipóteses, elaboração/identificação da situação-problema), na expressão dos dados (elaboração do relatório parcial) ou na interação com o ambiente da disciplina no *Moodle* (materiais disponibilizados sobre o Projeto, etc.).

Em relação às interações presenciais, estas manifestaram-se entre os alunos nos grupos, em discussões internas, e entre os grupos na turma, mas também entre os alunos e professor/pesquisadora, sobretudo no período de expressão dos dados, e entre os alunos e pessoas externas, destacando a interação com professores do Curso de Agronomia.

Outra interação marcante nessa etapa, do “Plantio + Tratos”, aconteceu entre o professor da disciplina e a pesquisadora, na elaboração das fichas orientadoras. Foram várias reuniões com o propósito de direcionar os projetos dos grupos para o ensino dos conteúdos da disciplina.

Nesses encontros, algumas inseguranças e expectativas do docente (e da pesquisadora) foram evidenciadas, mas as que mais se destacaram envolveram as questões relativas à “pausa” do Projeto devido à greve. A incerteza do retorno das atividades, da forma como seriam conduzidas as reposições, e o modo como isso seria administrado pelos estudantes constituíram-se como dilemas ao docente (e à pesquisadora).

Por outro lado, como se tratava de um Projeto nunca antes vivenciado por nós, esse período foi utilizado com mais tranquilidade para a elaboração das fichas orientadoras. Afinal, a trajetória de tentarmos resgatar a essência do projeto de cada grupo (9 grupos), os seus objetivos e adequar individualmente ao ensino dos conteúdos da disciplina, sem tomar outros rumos, foi árdua e desafiadora.

6.1.3 Colheita I

Inter-relacionado à segunda etapa, de Plantio + Tratos, a **terceira etapa** do Projeto em Matemática I, a colheita, também contemplou mais dois momentos do desenvolvimento do Projeto - ocasiões de apreciar os frutos do Projeto.

No **quinto momento** os alunos foram norteados pelos os itens propostos nas fichas orientadoras, elaboradas e personalizadas para cada grupo. Contemplou o momento da resolução do problema, onde os alunos explicitaram o que foi compreendido com o auxílio das fichas orientadoras e também puderam interpretar a solução encontrada, avaliar e validar (mesmo que intuitivamente) o modelo, além de divulgar os trabalhos em forma de relatórios e seminários.

Os relatórios, parcial e final, e a apresentação dos Seminários configuraram-se como parte essencial do Projeto. Foram meios de comunicação dos resultados das investigações de cada grupo e das suas originais interpretações, tornando, então, o conhecimento socializado. Nos dias 21 e 22 de janeiro de 2017 ocorreram os momentos de socialização dos projetos dos alunos, encerrando o Projeto em Matemática I.

Para Moura e Barbosa (2013), a socialização dos resultados constitui-se como um dos quatro pilares fundamentais para o desenvolvimento do Trabalho de Projeto. Conforme já mencionamos, devido ao período de reposição de aulas, os seminários foram agendados fora do horário de aula, no período vespertino e em dois dias, para atender à disponibilidade dos estudantes.

Todos os grupos entregaram o relatório final e apresentaram seus trabalhos, utilizando o *data show* e a lousa. Alguns apresentaram vídeos e manipularam os *softwares* durante a apresentação do seminário. O relatório final consistiu no aprimoramento dos relatórios parciais, incluindo a resolução da ficha orientadora, que apareceu incorporada no corpo do texto redigido pelos grupos. Essa etapa foi facilitada com o auxílio de alguns *softwares*, como o *GeoGebra* e o *Excel*, utilizados

pelos alunos. Além disso, alguns alunos utilizaram as ferramentas disponíveis *online* por meio do *WolframAlpha*.

Alguns alunos já tinham conhecimento dessas tecnologias digitais. Para os alunos que as desconheciam e buscaram ajuda com o professor ou com a pesquisadora, foram apresentadas em horário extraclasse, como depreendemos no diálogo com os alunos do Grupo 3, a seguir.

14/02/17, 18:21 - Pesquisadora: Fizeram os gráficos? Analisaram?
 14/02/17, 18:21- ■■■■: Não estamos conseguindo fazer no *GeoGebra*
 14/02/17, 18:23 - ■■■■: Não consegui usar.
 14/02/17, 18:23 - ■■■■: Ajuda a gente?
 14/02/17, 18:23 - ■■■■: Não estamos conseguindo usar! Vamos pedir ajuda ao ■■■■ (professor da disciplina).
 14/02/17, 18:24 - Pesquisadora: Quinta-feira à tarde, alguns de vocês poderiam? Na minha sala. (Estudantes do Grupo 3, conversa pelo *WhatsApp* em 14/02/2017)

Ressaltamos também a utilização do *GeoGebra*, a partir do aplicativo para celular, pelo Grupo 3. Sobre esse grupo, vamos apresentar a discussão para a resolução de alguns itens da Ficha Orientadora.

O Grupo 3 já tinha encontrado as funções Receita, Lucro e Custo para as duas técnicas de plantio (alta e média tecnologias). Feito isso, o grupo passou para a determinação do ponto de nivelamento.

14/02/17, 18:07 – Estudante 4: O que seria esse nivelamento na questão C?
 14/02/17, 18:19 - Pesquisadora: O ponto de nivelamento é obtido onde $R=C$
 14/02/17, 18:21 - ■■■■: Onde o produtor não terá lucro nem prejuízo.
 14/02/17, 18:21 - ■■■■: $L=0$
 14/02/17, 18:21 - ■■■■: E a questão da área? Qual área?
 14/02/17, 18:21 - Pesquisadora: Fizeram os gráficos? Analisaram?
 14/02/17, 18:21- ■■■■: Não estamos conseguindo fazer no *GeoGebra*.
 [...]
 14/02/17, 18:53 - Estudante 4: Igualando a zero, eu vou passar um valor para o outro lado da igualdade, e depois farei a divisão? (Estudantes do Grupo 3, conversa pelo *WhatsApp* em 14/02/2017)

Ao mencionarmos que o ponto de nivelamento era obtido quando a receita coincidissem com o custo, os alunos disseram que seria onde o produtor não teria lucro nem prejuízo, ou seja, lucro zero. O Estudante 4 ainda questionou se ao igualar a zero ele estava procedendo da forma correta: “eu vou passar um valor para o outro lado da igualdade, e depois farei a divisão?”.

Questionaram também sobre os itens C e E da Ficha Orientadora, referentes à questão da área. No diálogo a seguir, podemos acompanhar o processo de

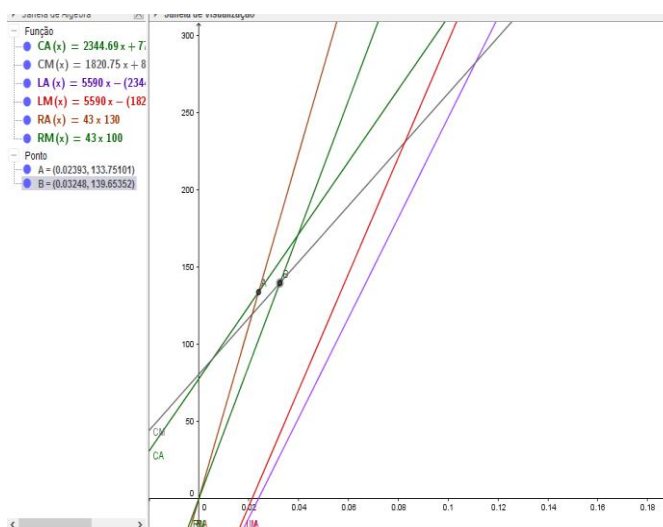
Segundo eles “Nesse ponto ele estará empatado” e concluíram que acima de 239,2 metros quadrados compensava o investimento na técnica de alta tecnologia.

Sabendo a área, o grupo substituiu o valor de x na função custo e obteve $CA(0,02392) = 2344,69 (0,02392) + 77,65 = 133,75$ reais, concluindo que para a área de 239,269 m², o produtor gastaria R\$133,75 (Anexo K).

De modo análogo, o grupo explicitou os cálculos e análises para a técnica de média tecnologia (Anexo K) e concluiu que para $x > 213,6$, compensa a média tecnologia. Ao chegarem a estas conclusões, em conversa via *WhatsApp*, um aluno do grupo qualificou o processo vivenciado de modo positivo ao expressar-se gestualmente levantando o seu polegar e, na sequência agendaram uma reunião presencial.

Sobre a construção dos gráficos, os alunos desse grupo utilizaram o *software GeoGebra* e apresentaram no relatório final as suas representações, incluindo uma, que apresentaremos a seguir, com todas as funções juntas:

Figura 13 - Gráficos para funções das técnicas de alta e média tecnologias.



Fonte: Relatório final do Grupo 3.

Na Figura 13, observamos a junção dos gráficos das técnicas investigadas para a produção de milho apresentada pelo grupo, destacando os pontos de nivelamento de ambas e concluíram que a opção que daria maior lucro ao produtor seria ao utilizar a Média Tecnologia.

Destacamos que acompanhar as discussões desse grupo pelo *WhatsApp*, foi fundamental para percebermos as dificuldades encontradas e o desenvolvimento

do grupo em cada passo da construção do conhecimento.

A respeito do Grupo 2, os alunos já tinham construído na etapa anterior uma tabela com três valores médios para uma cultivar híbrida (O) e três valores médios para uma cultivar pura (A) e um gráfico de colunas a partir desses dados no *Excel*. A quinta etapa do Projeto para esse grupo compreendeu o aprimoramento do relatório parcial. Envolveu o detalhamento dos cálculos apresentados e a explicação dos tratamentos experimentais, principalmente do gráfico apresentado por eles.

Diferentemente do relatório anterior, os alunos apresentaram nesse novo relatório uma legenda para o gráfico de colunas. Segundo eles, o eixo x representava as cultivares e o eixo y a produção de sacas de cebolas e as lâminas de água. Gráfico de coluna é uma das opções mais usadas no *Excel* e serve para comparar valores diferentes em série. Sobre a interpretação desse gráfico, o grupo mencionou que, mesmo em variedades diferentes, as lâminas de água permaneceram quase as mesmas.

O Grupo 8 trouxe para o relatório final a seguinte situação-problema: “O Sr. ■■■ deseja aumentar a renda em sua propriedade onde cria animais de corte, implantando um sistema de pastejo rotacionado em sistema extensivo. Ele possui uma área plantada com Braquiarião (*Brachiaria brizantha*), um lote de 200 animais com 200 kg de peso vivo, onde deseja dividir em um número de piquetes de áreas iguais e, além da divisão dos piquetes, o produtor deseja saber a necessidade diária de pasto, a área do pasto e o tamanho total da área”. Com os dados apresentados no relatório parcial, o grupo relatou:

Cálculo da divisão dos piquetes: $NP = PD \setminus PO + 1 = 30 \setminus 15 + 1 = 3$ piquetes que serão divididos dentro da mesma área.

Calculando a necessidade diária de pasto, a área do pasto e o tamanho total da área:

Necessidade diária de pasto ($m^2 \setminus UA$), em que UA= Unidade animal; MS= massa seca

Consumo total da categoria ($kg \setminus MS \setminus dia$) * 10.000 / forragem consumida ($kg \setminus MS \setminus ha \setminus ciclo$ de pastejo) * número de UA

$1.020 * 10.000 / 1.463 * 89 = 620 \text{ m}^2 \setminus UA$ = Necessidade diária de pasto por m^2 por animal.

Cálculo da Área do pasto:

Necessidade diária de pasto ($m^2 \setminus UA$) * UA * duração do ciclo do pastejo \ 10.000 = $78 * 89 * 38 \setminus 10.000 = 263,796 \setminus 10.000 = 26.3 \text{ ha}$ = A área do pasto.

Tamanho total da área: 26,3 ha; ha = hectare.
(Relatório final do Grupo 8)

Já o Grupo 5 apresentou a situação-problema da Ficha Orientadora, mas personalizada com o nome do avô de um dos integrantes do grupo, que foi uma das inspirações para a escolha do tema/assunto: “O Sr. ■■■■ possui um terreno quadrado com lados medindo 100 metros e deseja plantar 90 mil pés de milho. Suas opções para o plantio, em relação ao espaçamento entre fileiras, são 50 cm e 80 cm. Qual é o espaçamento entre duas fileiras que proporcionará ao produtor uma maior produção?”.

Os alunos explicaram como encontraram o número de fileiras por hectare ($10000 \div \text{espaçamento}$) e de sacas por hectares ($(\text{n}^\circ \text{ de pés por há} \times \text{Peso de cada espiga}) \div \text{Peso de 60 kg da saca de milho}$), e apresentaram uma tabela, Figura 14, a seguir:

Figura 14 - Respostas do item A (ficha orientadora) apresentadas pelo Grupo 5.

ESPAÇAMENTO	Nº de fileiras por hectare *	Nº de plantas por hectare (x)	Peso médio de cada espiga	Nº de sacas por hectare(y)*
50	200	10000	0.2121	353.5
50	200	77500	0.3535	456.6
80	125	62500	0.3535	368.23
80	125	77500	0.3300	426.25

Fonte: Relatório final do Grupo 5.

E ainda, considerando x como o número de plantas por hectare e y o número de sacas por hectare para os espaçamentos entre fileiras de 50cm e 80cm, o grupo determinou a equação das retas que passam pelo primeiro e último pontos para cada espaçamento e apresentou os seus respectivos gráficos separadamente, feitos com o auxílio do *GeoGebra*. Ainda que o *software* pudesse fornecer a equação das duas retas traçadas, os alunos preferiram determiná-las por meio da equação $y-y_0=m(x-x_0)$, onde m representava o coeficiente angular, e, posteriormente utilizar o *GeoGebra* para confirmá-las.

Para o espaçamento de 50 cm, o grupo encontrou $y = -0,00458x + 811,5$; e para o espaçamento de 80 cm, $y = 0,003868x + 126,48$.

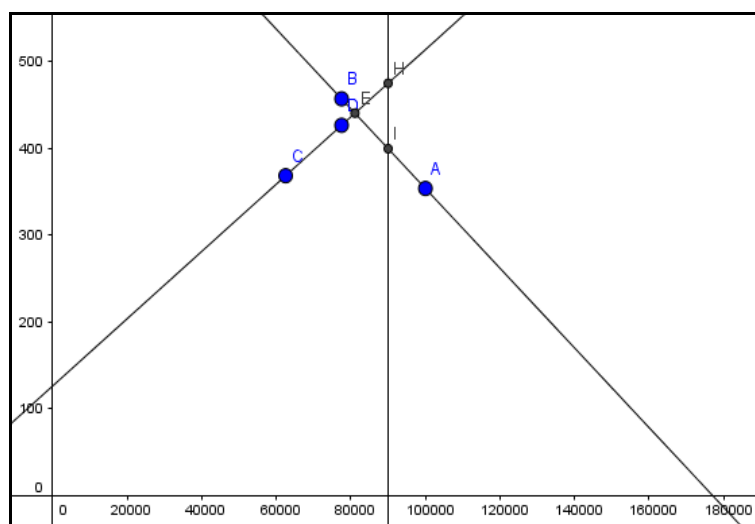
Logo após, com o *GeoGebra*, fizeram o gráfico das duas retas em um mesmo plano cartesiano e encontraram o ponto E, onde as retas se interceptavam.

Destacaram que o x do ponto E correspondia a 81.091 plantas de milho e o y do ponto E correspondia a 440 sacas de milho, com valores referentes a um hectare de terra (10.000m²).

Quanto à interpretação no ponto E(81.091, 440), os alunos mencionaram: *“Chegamos à conclusão que neste ponto o plantio terá a mesma produção em quantidade de sacas e número de plantas de milho, que está representado pelo ponto E no gráfico”* (Trecho extraído do relatório final do grupo).

E, a partir da reta traçada em $x=90000$, Figura 15, a seguir, observamos que os alunos perceberam que até o valor de $x=81.091$, o espaçamento de 50cm entre fileiras seria vantajoso ao produtor, mas como a intenção era de plantar 90 mil pés de milho, então a melhor opção passou a ser de 80cm de espaçamento entre fileiras.

Figura 15 - Gráfico feito no GeoGebra pelo Grupo 5.



Fonte: Relatório do Grupo 5.

O grupo apresentou ainda como encontrou o número de plantas por rua (nº de plantas por hectare dividido pelo nº de ruas, correspondendo a 720 plantas por rua) e o espaçamento entre plantas de uma mesma rua (10000 dividido pelo nº de plantas por rua, correspondendo a 13,88 cm), considerando 80 cm de espaçamento entre fileiras.

Mediante os cálculos realizados pelo grupo, atendendo às necessidades do produtor, obtiveram que o melhor espaçamento para uma plantação com maior produtividade é de 80 cm entre ruas, com o espaçamento de 13,88 entre plantas de uma mesma rua e concluíram que o produtor obteve uma safra com

aproximadamente 475 sacas de milho. Ao final, dando significado aos resultados obtidos, o grupo destacou que, diferentemente do que tinha feito no relatório anterior, considerou nos cálculos o peso médio das espigas e, portanto, as sacas eram formadas por espigas de milho inteiras e não por grãos de milho.

Sobre a etapa de verificação, o professor mencionou à turma que nem todos os desdobramentos dessa fase poderiam ser concluídos, principalmente considerando o quesito “tempo”. Para validar o modelo obtido em cada grupo seria necessário efetuar, por exemplo, uma atividade em caráter experimental e observar muitas outras variáveis que influenciariam os resultados.

Não que a atividade experimental seja regra. Nem todos os contextos necessitam da observação de experimentos para sua validação. Em algumas situações bastam algumas analogias, comparações e o teste de relações para que os alunos consigam emitir suas considerações. Entretanto, o temas escolhidos pelos grupos exigiram um pouco mais.

O tema plantio (sejam do milho, da cebola, do café ou da soja) por exemplo, requer saber sobre condições climáticas da região, do solo, fertilizantes, tempo de desenvolvimento das plantas, tipo de pragas, etc. Para o tema do sistema de pastejo rotacionado, requer saber sobre a espécie forrageira, o hábito de crescimento, os cuidados, o tempo de rebrota, condições climáticas, o tipo de gado, características sobre o lote de animais, etc. E, para o tema de produção de leite, requer saber, por exemplo, sobre o tipo de ração, sobre a espécie forrageira, o preço de mercado (tanto da ração quanto da venda do litro de leite), condições climáticas da região, etc.

Apesar dos alunos não terem realizado atividade experimental para validar o modelo que, além de não ter sido objetivo da proposta também não haveria tempo hábil para tal, consideramos que essa etapa foi contemplada por meio de análises, mesmo que superficiais, sobre as respostas dadas, a partir de questionamentos do professor e entre os próprios membros dos grupos.

A etapa da validação no Grupo 5 pode ser acompanhada no seguinte diálogo:

Estudante 6: Em Matemática I deu problema com a máquina.

Pesquisadora: Máquina?

Estudante 6: É! Para poder colher. Talvez até desse, mas tinha a questão da regulação para poder colher o milho. Mas eu achei interessante.

Pesquisadora: Você fala do espaçamento?

Estudante 6: Ahã. Na colheita pela máquina talvez não desse, dependendo do produtor.

Pesquisadora: Tem um espaçamento para a máquina poder colher?

Estudante 6: Ahã, só que ai a gente arredondou né, para 14 cm.

Pesquisadora: Lembro que o valor que vocês encontraram foi bem parecido com o que se usa mesmo. Você disse isso no seminário.

Estudante 6: Foi bem parecido. O meu avô usa. Mas, a gente arredondou. Porque a gente calculou e até falou que muitas colheitadeiras não tem como regular, porque já vêm de fábrica com uma medida padrão. Ai a gente foi e arredondou. Mas, hoje em dia, com as tecnologias, isso vem mudando, só as antigas que não permitem.

(Estudante 6, entrevista gravada em 26/06/2018)

O Grupo 5 apresentou como resposta um espaçamento que, segundo o Estudante 6, ao ser arredondado, ficou próximo ao que é utilizado na realidade e condizia com a configuração das colheitadeiras-padrão.

Uma das dificuldades para o uso de espaçamentos mais estreitos encontrava-se nas colheitadeiras, que, muitas vezes não se adaptavam a essa situação. De acordo com o Aluno 6, algumas colheitadeiras já vêm de fábrica com uma configuração, não dando flexibilidade ao produtor. No entanto, hoje, com a evolução do parque de máquinas agrícolas, esse problema quase não existe mais. Percebemos nas falas desse aluno que o grupo teve o cuidado e a sensibilidade de verificar, por meio de pesquisas, se o que eles encontraram como resposta fazia sentido e era aplicável no campo.

Por fim, o **sexto momento** compreendeu a avaliação do projeto como um todo, envolvendo a análise da proposta em si, dos seminários apresentados e da avaliação entre os próprios alunos.

A avaliação dos projetos envolveu todo o processo de desenvolvimento, desde a qualidade dos questionamentos, a profundidade da pesquisa realizada pelos alunos, os dados obtidos, a elaboração do modelo matemático, a adequação da solução apresentada e a exposição oral e escrita do trabalho. Foi analisado o empenho do aluno de forma individual e coletiva, a participação, o espírito colaborativo e a produção do trabalho.

Conforme já mencionamos, para essa proposta, foi atribuída uma pontuação significativa que compôs nota final da disciplina. Para o Projeto foi distribuído um total de 50 pontos, sendo que 15 pontos foram atribuídos para a avaliação dos relatórios, 30 pontos para a apresentação do seminário e 5 pontos referentes à avaliação realizada pelo grupo. Vale ressaltar que as notas dos alunos foram divulgadas ao final da última etapa do Projeto em Matemática I.

Para acompanhamento, o professor elaborou três fichas avaliativas⁶¹: 1 – ficha de avaliação do projeto; 2 – ficha de avaliação do seminário; e 3 – ficha de avaliação pelos pares (confidencial). As duas primeiras foram preenchidas pelo professor e a última, pelos alunos.

A ficha de avaliação do projeto auxiliou na análise da escrita do projeto, examinando as considerações sobre o processo e o resultado da pesquisa. Dentre os itens avaliados, o professor verificou: a apresentação do relatório (capa, organização, numeração dos tópicos, etc.); se o grupo descreveu sucintamente a introdução (nem muito longa, nem muito curta); se atingiu objetivos da ficha orientadora; se apresentou conclusão; se atendeu às normas gramaticais (redação correta e agradável); e se as referências, anexos e apêndices atenderam às normas.

Já a ficha do seminário auxiliou o professor na identificação do domínio do assunto demonstrado pelo grupo, na interação entre seus membros e no uso de recursos tecnológicos. O professor dividiu essa avaliação em duas partes. A primeira consistiu na análise geral do grupo, pontuando aspectos como o domínio do assunto apresentado, a exposição de forma lógica, ordenada e dividida em tópicos, o processo de interação entre os membros do grupo, a utilização dos recursos tecnológicos de apresentação, e a utilização do tempo. A segunda, refere-se à avaliação individual do integrante, analisando se o estudante demonstrou domínio do assunto apresentado, capacidade de transmissão do conteúdo – clareza, capacidade em responder às perguntas, e motivação.

As fichas de avaliação confidencial pelos pares foram preenchidas pelos alunos, no dia da apresentação dos seminários, e consistia em verificar a interação entre os integrantes e entre os integrantes com o Projeto, analisando a participação individual de cada membro no grupo.

Os itens dessa ficha referem-se a questões como: se o integrante do grupo demonstrou interesse pelo trabalho, se participou de forma eficiente no trabalho em equipe, se houve esforço para contribuir com o trabalho, se apresentou contribuições pessoais, se demonstrou segurança nas discussões/apresentação do trabalho, e ainda questionamos se o estudante escolheria a pessoa que estava sendo avaliada para grupos futuros (sim ou não).

Os alunos tiveram que atribuir, a cada uma das questões da ficha, uma

⁶¹ O roteiro elaborado para essas fichas encontra-se no Apêndice D.

pontuação, indicando a reação à frase de acordo com os critérios: 0 = discordo; 1 = neutro; e 2 = concordo. A nota final da avaliação de cada aluno, realizada pelo grupo, consistia na média das notas atribuídas pelos pares.

Nessa terceira e última etapa do desenvolvimento do Trabalho de Projeto em Matemática I, a Colheita, os grupos foram **significando** e **expressando** as ocorrências oportunizadas pelos processos interativos dos quinto e sexto momentos do desenvolvimento do Projeto em Matemática I.

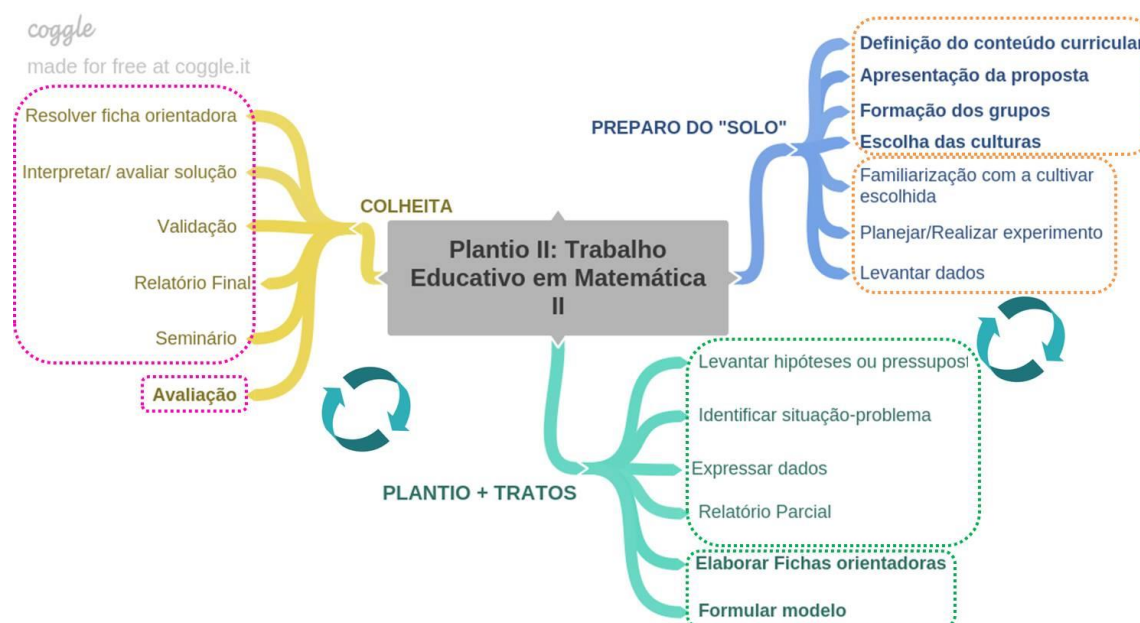
Em relação às interações presenciais, estas manifestaram-se entre os alunos nos grupos em discussões internas, entre os grupos na turma, entre os alunos e professor/pesquisadora, sobretudo para a resolução das fichas orientadoras, mas principalmente na apresentação dos Seminários.

Sobre os processos interativos influenciados e oportunizados pelas TDIC, destacamos: a interação mediada pelas tecnologias, entre aluno, computador e professor na submissão do relatório final e arquivo com a apresentação no *Moodle*; a permanência da interação entre aluno, celular, aluno/pesquisadora nas conversas via aplicativo *WhatsApp* para a finalização do Projeto; e a interatividade entre professor e computador na elaboração das fichas orientadoras com a utilização de *softwares* matemáticos; e entre aluno e computador/celular na resolução de alguns itens das fichas orientadoras, com a utilização de *softwares* matemáticos; ou na interação com o ambiente da disciplina no *Moodle* (materiais disponibilizados sobre o Projeto etc.).

6.2 PLANTIO II

Novamente, faremos uso da percepção visual de um mapa mental para compreendermos a situação estruturada na seção terciária 4.3.1, Figura 4, do Trabalho de Projeto desenvolvido na disciplina Matemática II. Apresentaremos novamente, porém adaptando-o às denominações das etapas referentes à metáfora da produção e plantio de saberes e expondo a nossa tradução desse mapa.

Figura 16 - Mapa mental do trabalho educativo desenvolvido em Matemática II.



Fonte: A autora.

A partir de um ciclo, no sentido horário, observamos que o Projeto em Matemática II foi dividido em três etapas inter-relacionadas – preparo do “solo”, plantio + tratos, e colheita - com seis momentos, também inter-relacionados, que abarcaram diferentes formas de interações, que analisaremos nesta seção.

6.2.1 Preparo do “solo”

A etapa do **preparo do “solo”** iniciou-se bem antes da apresentação da proposta aos estudantes. Isso pois, compreendeu também os bastidores do Trabalho de Projeto em Matemática II, envolvendo os momentos de planejamento da proposta na disciplina e das definições de ações do professor, que foi detalhada na subseção 4.3.

A fase de planejamento é, sem dúvida alguma, a mais importante para o sucesso de um Projeto. É nessa fase que o professor deve lançar mão de todas as ferramentas possíveis para uma boa implantação do Projeto. Em Matemática II, a ferramenta principal foi a análise da experiência vivenciada em Matemática I. Pois foi com ela que se verificou a necessidade de correção do “solo” para que os estudantes desenvolvessem todo o seu potencial produtivo em Matemática II.

O Preparo do “solo”, do Projeto em Matemática II, contemplou dois momentos. O **primeiro momento** compreendeu a definição do conteúdo curricular

pelo professor da disciplina, a apresentação da proposta, a formação dos grupos e a escolha das culturas para a realização da atividade experimental, apresentada na seção terciária 5.2.2.

Conforme já mencionamos, a proposta do Trabalho de Projeto em Matemática II foi desenhada com o propósito de ensinar, principalmente, máximos e mínimos de funções de duas variáveis com análise da matriz Hessiana e com a aplicação do Teorema de Weierstrass, e o Método dos Multiplicadores de Lagrange.

Encontrar os valores máximos e mínimos de funções de várias variáveis e saber onde eles ocorrem, é uma aplicação importante de Cálculo Diferencial e Integral de várias variáveis. Uma importante aplicação do estudo de derivadas parciais é a da otimização de funções. Otimizar uma função significa encontrar seu desempenho máximo ou mínimo.

Como para as funções de uma variável, quando as derivadas primeiras forem nulas, teremos pontos extremos que podem ser máximos ou mínimos. As condições necessárias para a existência de um extremo: primeiras derivadas parciais nulas ou primeiras derivadas parciais não definidas (ponto crítico). São condições necessárias, mas não suficientes. Em outras palavras, se o ponto for um ponto extremo, as derivadas se anulam, porém, quando as derivadas se anulam não podemos garantir que esse ponto seja um ponto extremo.

Os extremantes (pontos extremos, ou seja, ponto de máximo ou de mínimo) da função estão entre os seus pontos críticos. No entanto, um ponto crítico nem sempre é um ponto extremante (ponto de sela). A verificação se um ponto crítico é máximo ou mínimo (ou não) envolve o estudo do valor da função e dos sinais das primeiras derivadas nas proximidades do ponto crítico, ou dos sinais das segundas derivadas no ponto.

No Trabalho de Projeto desenvolvido em Matemática II, os alunos também tiveram que estudar máximos e mínimos de funções de duas variáveis com análise da matriz Hessiana, por meio do seguinte teorema:

Figura 17 - Teorema utilizado para classificar os pontos críticos da função.

Teorema: Seja $z = f(x, y)$ função cujas derivadas parciais de 1ª e 2ª ordem são contínuas num conjunto aberto que contém (x_0, y_0) e suponhamos que (x_0, y_0) seja um ponto crítico de f . Seja $H(x, y)$ o determinante:

$$H(x, y) = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) & \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y) \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y) & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) \end{vmatrix}$$

Temos:

- Se $H(x_0, y_0) > 0$ e $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x_0, y_0) > 0$, então (x_0, y_0) é um ponto de mínimo local de f .
- Se $H(x_0, y_0) > 0$ e $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x_0, y_0) < 0$, então (x_0, y_0) é um ponto de máximo local de f .
- Se $H(x_0, y_0) < 0$, então (x_0, y_0) não é extremante local. Nesse caso, (x_0, y_0) é um ponto de sela.
- Se $H(x_0, y_0) = 0$, nada se pode afirmar (pode ser um ponto de máximo, mínimo ou sela).

Fonte: http://www.pb.utfpr.edu.br/daysebatistus/maximos_minimos_donizetti.pdf

O teorema diz que se o determinante da matriz Hessiana é positivo em um ponto, então a superfície se curva da mesma maneira em todas as direções: para baixo, se $f_{xx} < 0$ dando origem a um máximo local e para cima, se $f_{xx} > 0$ dando origem a um mínimo local. Por outro lado, se o determinante é negativo em um ponto, então a superfície se curva para cima em algumas direções e para baixo em outras direções, assim temos um ponto de sela.

Quando temos um caso de uma função de duas variáveis, podemos determinar as mesmas características observando o sinal do primeiro elemento da matriz Hessiana e seu determinante. Se o determinante é negativo, o ponto em questão é um ponto de sela; se o determinante é positivo, precisamos checar o sinal do primeiro elemento: sendo positivo, o ponto é de mínimo, caso contrário, é de máximo. Se o determinante for zero, não obtemos informação alguma sobre o ponto.

Além dessa análise, no Trabalho de Projeto desenvolvido em Matemática II, os alunos tiveram que encontrar o maior e menor valor que uma função assumia em uma região (triângulo com vértices fornecidos). Ou seja, uma aplicação do Teorema de Weierstrass ou Teorema dos valores extremos, que diz que se a função é contínua⁶³, definida em um conjunto fechado⁶⁴ e limitado, então, possui valores

⁶² $f_{xx} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$

⁶³ Dizemos que uma função é contínua em um ponto (a, b) se o limite for igual ao valor da função

extremos nessa região (no caso dos projetos, seriam nos pontos do interior do triângulo, onde as derivadas parciais se anulam, e nos pontos localizados na fronteira do triângulo).

E por fim, o outro conteúdo que foi contemplado com a proposta do Trabalho de Projeto em Matemática II envolveu a questão dos máximos e mínimos condicionados, com problemas incluindo funções de duas variáveis e uma restrição, utilizando para a solução o Método dos Multiplicadores de Lagrange.

O método dos multiplicadores de Lagrange pode ser utilizado para auxiliar a determinar máximos e mínimos de funções de várias variáveis, sob determinadas condições, o que corresponde a analisar os pontos críticos da função com domínio restrito.

Figura 18 - Teorema para determinar máximos e mínimos de funções com restrições.

Teorema:

Seja $f(x, y)$ diferenciável num conjunto aberto U . Seja $g(x, y)$ uma função com derivadas parciais contínuas em U tal que $\nabla g(x, y) \neq (0, 0)$ para todo $(x, y) \in V$, onde $V = \{(x, y) \in U / g(x, y) = 0\}$. Uma condição necessária para que $(x_0, y_0) \in V$ seja extremante local de f em V é que:

$$\nabla f(x_0, y_0) = \lambda \cdot \nabla g(x_0, y_0)$$

para algum número real λ .

Assim, podemos dizer que os pontos de máximo e/ou mínimo condicionados de f devem satisfazer as equações:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lambda \cdot \frac{\partial g}{\partial x}; \frac{\partial f}{\partial y} = \lambda \cdot \frac{\partial g}{\partial y} \text{ e } g(x, y) = 0 \quad (1)$$

para algum número real λ .

O número real λ que torna compatível o sistema é chamado multiplicador de Lagrange.

O método proposto por Lagrange consiste, simplesmente, em definir a função de três variáveis:

$$L(x, y, \lambda) = f(x, y) - \lambda \cdot g(x, y)$$

e observar que o sistema (1) é equivalente à equação:

$$\nabla L = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial L}{\partial x} = 0; \frac{\partial L}{\partial y} = 0 \text{ e } \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0.$$

Fonte: http://www.pb.utfpr.edu.br/daysebatistus/maximos_minimos_donizetti.pdf

Assim, os candidatos a extremantes locais da função sobre $g(x, y) = 0$ são pesquisados entre os pontos críticos de L . Ou seja, os valores máximo e/ou mínimo da função sobre $g(x, y) = 0$ coincidem com os valores máximo e/ou mínimo livres de L . É importante observar que o método permite determinar potenciais pontos

naquele ponto: $\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x,y) = f(a,b)$, quando $(x,y) \rightarrow (a,b)$.

⁶⁴ Para verificar se um conjunto é fechado, devemos observar se ele contém sua fronteira.

extremantes, ou seja, a classificação desses pontos deve ser feita por outros meios, tais como argumentos geométricos, etc.

Depois de apresentar a proposta à turma e após a formação dos grupos, chegou o momento de cada grupo definir a cultura que eles adotariam para a realização do experimento. Os grupos já definidos foram numerados e as culturas escolhidas, após discussões internas e/ou com a participação do professor.

Nessa perspectiva, mais uma vez a liberdade de escolha do assunto de cada projeto por parte dos alunos foi garantida, o que vem ao encontro dos pensamentos de Moura e Barbosa (2013), como sendo um dos pilares para o desenvolvimento dos projetos de trabalho. O Trabalho de Projeto em Matemática II garantiu essa liberdade de escolha, entretanto, além de limitar-se ao universo da área das Ciências Agrárias também restringiu a escolha de uma cultura para ser plantada/cultivada por meio de um experimento.

Considerando a existência de uma atividade experimental, o professor estabeleceu prazos mais rígidos para todas as etapas do desenvolvimento do projeto, por conta da duração da disciplina e também tendo em vista que haviam outras atividades programadas fora do projeto para serem executadas concomitantemente.

Dessa forma, o processo de escolha da cultura pelos grupos foi fundamental para o andamento dos projetos. Os grupos tiveram que optar por culturas de bom desenvolvimento para obter uma quantidade suficiente de dados e dar continuidade aos trabalhos. Isso, pois dependendo da cultura escolhida não seria possível esperar o período “certo”, seja para a colheita ou para qualquer outra situação em análise que exija tempo, por conta dos prazos da disciplina e do próprio Projeto, para dar sequência às outras etapas.

Por isso, os grupos tiveram que levantar o maior número possível de informações na literatura disponível, por meio de *sites*, livros, revistas especializadas, dados fornecidos por especialistas da área, entre outros, para a escolha das culturas e para a preparação dos experimentos.

As escolhas das culturas pelos grupos estão representadas no Quadro 15, que ainda destaca os grupos/temas dos alunos protagonistas desta pesquisa (Grupos 3, 5, 6 e 9):

Quadro 15 - Culturas escolhidas pelos grupos em Matemática II.

Grupos	Temas
Grupo 1	Feijão
Grupo 2	Feijão
Grupo 3	Fungos
Grupo 4	Rabanete
Grupo 5	Alface
Grupo 6	Salsinha
Grupo 7	Cebolinha
Grupo 8	Milho
Grupo 9	Cebolinha
Grupo 10	Brócolis

Fonte: A autora.

Dos dez grupos, dois escolheram o Feijão como tema, outros dois escolheram a Cebolinha, enquanto os outros grupos escolheram Rabanete, Alface, Salsinha, Milho e Brócolis.

A escolha pela cultura da Alface pelo Grupo 5 foi abordada por alguns dos seus integrantes, alunos protagonistas desta pesquisa. A questão do tempo de cultivo (ciclo curto e desenvolvimento rápido) foi decisiva na hora da escolha, como podemos depreender nas seguintes falas:

Escolhemos a alface pela facilidade, porque o [redacted] [professor da disciplina] falou que em uma semana tinha que crescer. Então, a gente pegou uma cultura rápida, de ciclo curto e desenvolvimento rápido. Escolhemos a alface. A gente pesquisou para saber isso. Porque se demorasse, não tinha como fazer o projeto, porque o prazo era curto. (Estudante 1, entrevista gravada em 26/06/2018)

[...] a gente escolheu a alface, porque a gente já tinha pesquisado. O [redacted] [professor da disciplina] tinha mandado a gente pesquisar algumas culturas de ciclo curto para dar tempo de entregar o trabalho. E a gente viu a alface, viu que era interessante. O [redacted] [Estudante 1] já mexia na estufa com o projeto dele, aí a gente viu como oportunidade de estar aproveitando o espaço dele para implantar outro experimento. (Estudante 5, entrevista gravada em 09/07/2018)

Na Matemática II ele pediu pra fazer um experimento e a gente tinha que escolher a cultura. A gente trabalhou com Alface. Aí o [redacted] [Estudante 2] trabalhava com fertilizante, com ureia. Como eram duas variáveis, e ele trabalhava com ureia, então a gente usou ureia e água. Da alface, eu conheci um cara de Araguari que produzia mudas. Daí conversei com ele. Ele conseguiu as mudas para nós, daí não precisamos nem comprar. (Estudante 7, entrevista gravada em 26/06/2018)

[...] porque é uma cultivar muito utilizada, tanto plantada quanto consumida

na nossa região, e também tem essa necessidade de água maior no caso, não só é... digamos da chuva, por exemplo, então eu preciso ter uma terceira forma artificial que é a irrigação, no caso...aí a gente usou ela porque... a gente até pensou em fazer da cebola de novo, só que precisava de um período maior. O nosso era menor, não dava pra cebola produzir. O que mais produzia rápido nesse tempo tudo que a gente achou era a alface, que tem um ciclo de 40 dias...então, foi a alface mesmo que a gente pegou. (Estudante 2, entrevista gravada em 09/07/2018)

Além da questão do tempo limitado para realizar o experimento e conseguir dados, os Estudantes 2 e 7 abordaram a escolha das variáveis de comparação para a realização do experimento – no caso, foram a ureia e a água. A ureia já era objeto de estudo do Estudante 2, que no semestre anterior tinha desenvolvido, juntamente com o Estudante 1 desse grupo, um projeto sobre a irrigação de cebola por gotejamento. O Estudante 2 destacou ainda a intenção inicial de continuarem com o estudo com a cultura da cebola, mas que essa opção foi descartada por conta do tempo de realização do experimento (da cebola, exigiria mais dias).

Além disso, percebemos a interação do grupo com pessoas externas ao Projeto, à universidade, nessa etapa do desenvolvimento do projeto desse grupo. No caso, refere-se à interação da Estudante 7 com uma pessoa que trabalhava em um viveiro na cidade de Araguari, que cedeu as mudas para a realização do experimento do grupo.

As escolhas pelas culturas da Cebolinha (Grupo 9) e da Salsinha (Grupo 6) foram abordadas pelos Estudantes 6 e 3, protagonistas desta pesquisa. A questão do tempo de cultivo novamente foi decisiva para a escolha dessas culturas. Entretanto, o Grupo 3 iniciou o experimento com sementes e o Grupo 6, que iniciou o experimento um pouco depois, optou por pegar mudas já em desenvolvimento, como podemos depreender nas seguintes falas:

A gente escolheu por ser uma cultura mais fácil. A gente começou bem no último dia que podia começar. A gente pensou: a cebolinha é uma cultura fácil. Se a gente for plantar, a semente pode morrer, então a gente cortou as mudas todas iguais e vimos o resultado. (Estudante 6, entrevista gravada em 26/06/2018)

Foi de salsinha, porque a gente achou mais fácil. Dava pra achar semente até no supermercado. Aí escolhemos a salsinha. (Estudante 3, entrevista gravada em 03/07/2018)

Tivemos um grupo, o Grupo 3, que optou por trabalhar com o crescimento de fungos em culturas diversas (milho e mandioca), aproveitando dados de um

experimento de outra disciplina do curso, realizado concomitante à disciplina Matemática II, situação essa sugerida e prevista no Guia e que configurou-se como experiência e possibilidade interdisciplinar na universidade.

Foi muito bacana...nós enrolamos na hora de plantar, aí como os meninos eram todos veteranos, faziam matérias para frente, eles faziam matéria de fungos, aí decidimos fazer de fungos. Conversamos com o [redacted] [professor da disciplina] e ele deixou fazer com os fungos, e acabou que ficou muito mais interessante, porque ficou diferente de todo mundo e ficou bem complexo e de fácil entendimento. Usou muitas áreas da Agronomia para nós. Usou muitos conhecimentos, dos meninos que estavam mais para frente e a nossa, que estava vendo a matéria, com as matérias pra frente. (Estudante 4, entrevista gravada em 26/06/2018)

O Estudante 4, do Grupo 3, ao aproveitar os dados de um experimento, que alguns dos integrantes do seu grupo realizou em outra disciplina do curso, mencionou que o projeto se mostrou como diferenciado dos demais grupos e interessante, pois segundo ele, envolveu um assunto complexo (de semestres mais avançados) mas, de “fácil entendimento”.

As turmas eram mistas, formada por alunos de diversos períodos do curso (já que havia repetentes). Consideramos que essa diversidade promoveu uma maior interação entre os alunos com o curso, no caso, com as disciplinas específicas do curso, numa experiência interdisciplinar e, além disso, pode ser vista como uma possibilidade de aprimoramento do conhecimento desses alunos, tanto em relação aos alunos que estavam cursando Matemática II pela primeira vez, quanto para aqueles que estavam lá pela segunda ou mais vezes.

O **segundo momento**, do Preparo do “solo”, consistiu na familiarização com a cultura escolhida pelos grupos, no planejamento do experimento, na realização do experimento e na obtenção dos dados.

Assim como no trabalho educativo realizado no semestre anterior, a maioria das pesquisas foi realizada em buscas na *internet*, e também contou com informações fornecidas por especialistas da área, por professores de disciplinas específicas do curso de Agronomia, por familiares que trabalhavam no campo, entre outros.

O diferencial para o Projeto em Matemática II, sem dúvidas, foi o fato dos grupos produzirem seus próprios dados a partir da realização de um experimento. Apesar de ser uma atividade muito comum para alunos da Agronomia, para a maioria dos alunos dessa turma (de segundo período do curso), essa foi a primeira

experiência com experimentos no curso. Dessa forma, os alunos foram orientados a planejar com cuidado os experimentos e buscar auxílio, se necessário, com professores do *campus* ou com os alunos de períodos mais avançados.

Baseado em Biembengut (2016, p. 287), o grupo inicia por organizar os materiais para implementar a atividade experimental, que deve ser realizada quantas vezes for necessária, além disso, destaca a importância de se anotar as ocorrências que possam influenciar os resultados durante as experiências.

Para isso, os grupos tiveram que decidir o local de realização, o momento de iniciar o processo e o tempo de duração do acompanhamento do experimento para a coleta de dados; obter os instrumentos e os materiais necessários à experiência; definir os tratamentos em comparação; e fazer o registro por meio de um quadro, para constar os valores referentes às duas variáveis e também registrar com fotografias ou vídeos.

Iniciados os experimentos, cada grupo teve cerca de um mês para acompanhar o desenvolvimento em cada recipiente da cultivar escolhida e obter os dados.

Conforme já mencionamos, no processo de planejamento do experimento, os grupos tiveram que definir as variáveis de acompanhamento, ou seja, os tratamentos em comparação. As duas variáveis definidas pelos grupos, para os experimentos, são descritas no Quadro 16, a seguir.

Quadro 16 - Variáveis x e y definidas por cada grupo.

Grupos	Variáveis	
	X	Y
Grupo 1	Quantidade de água (ml) utilizada na rega.	Período de exposição ao sol (h).
Grupo 2	Quantidade de água (ml) utilizada na rega.	Quantidade de adubo (g).
Grupo 3	Temperatura (°C).	Pertence ao intervalo fechado [0,1]; É a combinação das soluções de milho e mandioca, sendo que y=0 significa que foi utilizada apenas a solução de milho e y=1 significa que foi utilizada apenas a solução de mandioca.
Grupo 4	Lâmina de irrigação (%) em relação ao índice de irrigação recomendado.	Pertence ao intervalo fechado [0,100]; É a porcentagem do adubo utilizada no experimento, sendo que y=0 significa que não foi realizada a adubagem e y=100 significa que foi utilizada 100 dm ³ de N.
Grupo 5	Quantidade de ureia (g)	Quantidade de água (ml) utilizada na rega.
Grupo 6	Quantidade de água (ml) utilizada na rega.	Período de exposição ao sol (h).

Grupo 7	Quantidade de água (ml) utilizada na rega.	Período de exposição ao sol (h).
Grupo 8	Quantidade de água (ml) utilizada na rega.	Quantidade de ureia (g)
Grupo 9	Quantidade de água (ml) utilizada na rega.	Período de exposição ao sol (h).
Grupo 10	Quantidade de água (ml) utilizada na rega.	Período de exposição ao sol (h).

Fonte: A autora.

Ao questionarmos sobre as duas variáveis escolhidas para acompanhamento do experimento, os alunos protagonistas desta pesquisa mencionaram:

No experimento, acompanhamos a alimentação dos fungos. Observamos qual seria o tamanho da alimentação dos fungos em diferentes temperaturas e soluções de milho e mandioca. (Estudante 4, entrevista gravada em 26/06/2018)

Em Matemática II, a gente escolheu duas variáveis para o experimento. A gente escolheu uma variável que vai pegar o crescimento da planta e a luminosidade, e a gente encontrou uma variável, só que foi num livro. Lembro que a gente teve que pesquisar o tanto de ureia que a gente ia usar. (Estudante 1, entrevista gravada em 26/06/2018)

No caso, o [professor da disciplina] pediu pra gente colocar duas variáveis, daí pensamos no nitrogênio e na água. Quantidade de água e quantidade de nitrogênio, que é uma solução quimicamente excelente e extremamente rentável. No caso, a gente pediu ajuda aos professores também. [...] A gente tinha dado a ideia da água, porque a gente já tinha trabalhado e perguntamos o que poderia ser um segundo fator, aí eles falaram: já que vocês estão mexendo com água, faz a adubação; coloca uma dosagem de nitrogênio. (Estudante 2, entrevista gravada em 09/07/2018)

Em Matemática II, era o desenvolvimento da alface em relação ao nitrogênio aplicado nela. A gente fez várias doses, pra saber qual era a dose adequada pra planta ter um maior crescimento. (Estudante 5, entrevista gravada em 09/07/2018)

Em Matemática II, a gente estava analisando a influência da água na cebolinha, porque a gente variou a água e a luminosidade. No caso, a interferência desses dois fatores no crescimento. (Estudante 6, entrevista gravada em 26/06/2018)

A gente estava acompanhando duas variáveis que eram a água e o tempo de exposição ao Sol. Qual combinação era melhor para o desenvolvimento dela? Se colocasse mais água ou se ficasse mais tempo no Sol? (Estudante 3, entrevista gravada em 03/07/2018)

Além de nos contar quais foram as variáveis escolhidas pelos grupos, os alunos ainda expressaram seu entendimento em relação às variáveis com o experimento. De acordo com o Estudante 4, o Grupo 3 acompanhou a alimentação

dos fungos a partir de diferentes temperaturas e soluções de milho e mandioca. Já os alunos do Grupo 5 (Estudantes 1, 2 e 5), mencionaram a utilização de água e nitrogênio (ureia – adubo nitrogenado) como fertilizante, para acompanhar o crescimento das mudas de alface.

Desse grupo, o Estudante 2 evidenciou a colaboração de professores do curso de Agronomia, principalmente para a determinação da segunda variável. Percebemos, sobretudo no Grupo 5, uma interação constante entre os alunos e professores do curso. Os alunos sempre solicitavam auxílio a esses professores e buscavam por ideias para aprimorar seu projeto.

Acreditamos que grande parte dessa interação ocorreu pela participação de alguns dos integrantes desse grupo em projetos de iniciação científica na universidade e também por estarem em contato com professores de disciplinas específicas do curso, por estarem em períodos mais avançados.

Já os Estudantes 1 e 5 deram ênfase à necessidade de saber a respeito da porção ideal de diluição de ureia antes de iniciarem o experimento. Acreditamos que o destaque dado à necessidade do conhecimento sobre a quantidade de fertilizante, na fala desses dois alunos, ocorreu devido a um episódio de queima das mudas dessa hortaliça logo no início da atividade experimental, que relataremos na sequência.

Os Estudantes 6 e 3, por sua vez, destacaram a interferência da água e do tempo de exposição ao Sol como fatores para acompanhar o crescimento das culturas da cebolinha e salsinha, respectivamente.

No Anexo D, apresentamos alguns dos registros fotográficos, feitos pelos estudantes, dos seus respectivos experimentos.

Para exemplificar a atividade experimental do Projeto, vamos apresentar, em destaque, o experimento realizado pelo Grupo 5, que escolheu a cultura da alface para acompanhamento.

- **Experimento – Grupo 5**

O ensaio foi montado utilizando mudas de alface lisa, adquiridas junto à uma empresa especializada em produção de mudas em ambiente protegido (viveiro localizado na cidade de Araguari). As mudas de alface foram plantadas em 9 vasos.

Cada vaso tinha um volume total de 5 litros. Neles, foi colocada uma porção

de solo, sem adubação e correção, pois, de acordo com os alunos isso implicaria em erro, nas variáveis avaliadas. Foram transplantadas para cada vaso duas mudas de alface lisa, cada uma contendo de 3 a 4 folhas. Para a rega desses vasos foram utilizadas três diferentes quantidades de água (ml): 200, 300 e 400, além de três diferentes quantidades de ureia (g): 50, 100 e 150.

O grupo acompanhou o experimento por 3 semanas, quando foi realizada a medição final da altura das plantas. Durante o acompanhamento do experimento, os alunos mediram as alturas das plantas com o auxílio de uma régua de 30 cm.

A quantidade de ureia diluída foi determinada pelo grupo após uma tentativa frustrada de iniciar o experimento, antes de se ter conhecimento sobre as necessidades da cultura e sobre o uso desse fertilizante, como depreendemos na seguinte fala:

A ureia fornece Nitrogênio, que é um macronutriente que a planta mais precisa para o desenvolvimento dela. Ela cresce novas células, novas folhas, e nas folhas aumentam a disponibilidade de clorofila para fazer fotossíntese. Então a gente avaliou o crescimento, a altura, número de folhas depois. Só que a gente teve problema no início. A gente aplicou ureia demais primeiro, que queimou as plantas. Acho que foi dose alta. Aí, depois, a gente teve que refazer os vasos, plantar de novo. (Estudante 7, entrevista gravada em 26/06/2018)

Depreendemos que o problema de pesquisa centrou-se na resposta da alface à adubação nitrogenada e da irrigação. Entretanto, na ânsia de iniciar logo o experimento, os alunos optaram por definir as quantidades de água para a diluição da ureia, aleatoriamente. Ao aplicar uma quantidade alta de ureia, sem a diluição adequada, algumas mudas queimaram e esses vasos tiveram que ser substituídos.

O [redacted] [Estudante 2] tinha um experimento com *Tifton* e a adubação dele era via ureia. Ele diluía a ureia e jogava, só que tem que tomar cuidado pra não queimar. A gente pensou, vamos usar água e adubação diluída de ureia. A gente até pediu ajuda do [redacted] [professor da disciplina] porque era muito difícil essa conta, foi muito complicado pra descobrir a quantidade de ureia. O problema de pesquisa do nosso projeto era acompanhar o crescimento e ver se com mais ou menos quantidade, qual responderia melhor. (Estudante 1, entrevista gravada em 26/06/2018)

Percebemos que a dosagem correta para a diluição da ureia foi o primeiro desafio do Grupo 5 com a atividade experimental, que contou com o auxílio do professor da disciplina para encontrar a proporção correta.

A utilização desse fertilizante por um dos integrantes do grupo, em outros

projetos, pode ter influenciado no início prematuro da atividade experimental, sem o devido cuidado com as quantidades de diluição. A etapa de correção dos vasos, que tiveram problemas inicialmente no experimento, foi descrita no relatório desse grupo, ao mencionarem a utilização de apenas 4 ml da solução do fertilizante, que foi preparado na proporção de 50 g de ureia para 200 ml de água.

O resultado que obtivemos na primeira aplicação foi que dos 9 vasos, 5 obtiveram sucesso e os outros 4 não resistiram ao excesso de ureia aplicada, ocorrendo o que chamamos de queima das plantas; esses foram então substituídos por novas plantas, e nesses foram reduzidas as dosagens, realizando apenas uma solução de 50g de ureia para 200ml de água, e foram aplicados 4ml nos vasos que foram trocados (4 vasos), e mantivemos os vasos que responderam à primeira aplicação.
(Relatório do Grupo 5)

A seguir, apresentamos algumas imagens, obtidas por meio dos relatórios submetidos pelo grupo, que captaram o acompanhamento do experimento, nos episódios em que alguns vasos não responderam à aplicação de ureia e quando responderam.

Figura 19 - Três vasos não responderam à aplicação de ureia.



Fonte: Relatório do Grupo 5.

Figura 20 - Todos os vasos responderam à aplicação.



Fonte: Relatório do Grupo 5.

No relatório do grupo, os alunos apresentaram os resultados obtidos ao final do experimento (Figura 21) e o delineamento do experimento (croqui) (Figura 22).

Figura 21 - Resultados obtidos pelo Grupo 5.

RESULTADOS OBTIDOS

Alturas das Plantas dia 10/05/2017	Altura das Plantas dia 17/05/2017	Alturas das Plantas dia 25/05/2017
Vaso 1 - 6,0cm	Vaso 1 - 6,5cm	Vaso 1 - 13,5cm
Vaso 5 - 5,2cm	Vaso 5 - 7,1cm	Vaso 5 - 9,5cm
Vaso 6 - 4,5cm	Vaso 6 - 8,2cm	Vaso 6 - 13,5cm
Vaso 8 - 6,5cm	Vaso 8 - 5,8cm	Vaso 8 - 17,0cm
Vaso 7 - 4,0cm	Vaso 7 - 6,9cm	Vaso 7 - 11,0cm
Vaso 2 - 3,5cm	Vaso 2 - 6,2cm	Vaso 2 - 10,0cm
Vaso 3 - 5,4cm	Vaso 3 - 6,2cm	Vaso 3 - 12,0cm
Vaso 9 - 4,0cm	Vaso 9 - 6,8cm	Vaso 9 - 11,0cm
Vaso 4 - 4,5cm	Vaso 4 - 7,5cm	Vaso 4 - 15,0cm

Fonte: Relatório do Grupo 5.

Figura 22 - Delineamento do experimento do Grupo 5.

DELINEAMENTO DO EXPERIMENTO (CROQUI)

	50g 4ml	100g 4ml	150g 4ml
200ml	Vaso 1	Vaso 8*	Vaso 3*
300ml	Vaso 5*	Vaso 7*	Vaso 9
400ml	Vaso 6	Vaso 2	Vaso 4

(*) - Vasos que foram substituídos após a primeira aplicação

Fonte: Relatório do Grupo 5.

Nessa etapa de Preparo do “solo”, do Trabalho de Projeto, em Matemática II, os grupos foram **percebendo**, **aprendendo**, e em algumas situações, **compreendendo** e **explicitando** as ocorrências oportunizadas por esses momentos do Projeto. Sobre os processos interativos influenciados e oportunizados pelas TDIC, nesses primeiro e segundo momentos do Preparo do “solo”, destacamos a interação mediada pelas tecnologias, entre aluno, computador e professor na submissão do relatório parcial; entre aluno, celular, aluno/pesquisadora nas conversas via aplicativo *WhatsApp* para o desenvolvimento do Projeto; e a interatividade entre aluno e computador/celular nas pesquisas realizadas na *internet* (levantamento de informações/dados).

Em relação às interações presenciais, essas manifestaram-se entre os alunos, nos grupos, em discussões internas e entre os outros grupos da turma, entre os alunos e professor/pesquisadora, e entre os alunos e pessoas externas, como o fornecedor das mudas de alface para o Grupo 5, ou com os professores de disciplinas específicas da Agronomia, por exemplo.

6.2.2 Plantio + Tratos

Permeada na primeira etapa, de Preparo do “solo”, a **segunda etapa** do Projeto em Matemática II, Plantio associado aos Tratos, contemplou mais dois momentos do desenvolvimento do Projeto.

O **terceiro momento** contemplou situações que envolveram o levantamento de hipóteses, a identificação da situação-problema, além da expressão dos dados, culminando na elaboração de um relatório parcial com a apresentação dos dados obtidos nos experimentos.

Os momentos de levantamento de hipóteses e identificação da situação-problema estavam, de certo modo, inter-relacionados à etapa anterior, no planejamento do experimento. Os grupos, ao definirem e iniciarem suas investigações, já foram reconhecendo e compreendendo as suas situações-problema com o acompanhamento das variáveis escolhidas.

O relatório parcial foi solicitado após, aproximadamente, um mês de início dos experimentos para acompanhamento do desenvolvimento dos projetos, submetido na plataforma *Moodle*. Consistiu na entrega da primeira etapa do Projeto.

Os alunos expuseram nesses relatórios os dados obtidos nos experimentos,

informações que julgaram relevantes e alguns apresentaram possíveis relações entre os dados. A apresentação do problema com a formulação de um modelo em termos matemáticos foi deixada para o professor, na realização do quarto momento do projeto, que descreveremos a seguir.

O **quarto momento**, foi o momento de direcionar ao aprendizado dos conteúdos curriculares (e não curriculares) do Cálculo na disciplina Matemática II. No quarto momento, cada grupo foi convidado a criar um elo entre a Matemática estudada na universidade com a sua futura área de atuação.

Após a submissão do relatório parcial pelos alunos na plataforma *Moodle*, o professor e eu elaboramos fichas personalizadas para cada grupo que, assim como no semestre anterior, foram chamadas de Fichas Orientadoras. Trata-se do quarto momento do desenvolvimento do projeto e foi o momento em que, de posse dos dados fornecidos pelos experimentos dos alunos, tentamos encontrar uma função que representasse a situação fornecida em experimento pelos grupos para, assim, direcionar o ensino dos conteúdos pré-determinados pelo professor, criando então um elo entre o ensino e a pesquisa.

Como nessa disciplina foram formados dez grupos de alunos, então foram elaboradas dez fichas orientadoras. Todas essas fichas direcionaram ao estudo de funções de duas variáveis reais e envolviam o esboço de gráficos, o estudo de pontos de máximo e mínimo, valor máximo e mínimo da função, utilizando o cálculo de derivadas parciais, a matriz Hessiana e o Teorema de Weierstrass, além de um problema de otimização, utilizando o Método dos Multiplicadores de Lagrange.

O objetivo dessas fichas consistia em orientar os alunos para a continuidade do trabalho, no sentido de direcioná-los ao aprendizado dos conteúdos mencionados dessa disciplina. As fichas eram compostas pela função obtida pelo professor a partir dos dados fornecidos pelos grupos, por algumas questões que direcionavam ao estudo dessa função, envolvendo o esboço do gráfico da função fornecida, a busca e classificação dos pontos críticos, a determinação do maior valor que a função assume livremente e em um triângulo, cujos vértices eram fornecidos.

Além disso, a ficha continha uma situação-problema de otimização restrita a ser respondida pelos grupos. Dada a função, as situações-problemas propostas nas fichas são apresentadas resumidamente no Quadro 17, a seguir.

Quadro 17 - Resumo das situações-problemas abordadas nas fichas.

Grupos	Situação-problema
Grupo 1	Sabendo que o custo de 1ml de água na rega das plantas é de R\$1,00, o custo de 1 hora de exposição a uma lâmpada que simula a luz solar é R\$10,00 e que dispomos de R\$130,00 para gastar entre água e exposição a luz, qual a combinação ideal de água e exposição a luz que devemos comprar para obtermos o maior comprimento da parte aérea dos pés de feijão?
Grupo 2	Sabendo que o custo de 1ml de água na rega das plantas é de R\$1,00, o custo de 1g de adubo é R\$4,00 e que dispomos de R\$450,00 para gastar entre água e adubo, qual a combinação ideal de água e adubo que devemos comprar para obtermos o maior comprimento das folhas?
Grupo 3	Foram apresentadas as funções objetivo e restrição.
Grupo 4	Foram apresentadas as funções objetivo e restrição.
Grupo 5	Sabendo que o custo de 1g de ureia é R\$2,00, o custo de 1ml de água na rega das plantas é de R\$1,00 e que dispomos de R\$500,00 para gastar entre ureia e água, qual a combinação ideal de ureia e água que devemos comprar para obtermos a maior altura das folhas de alface?
Grupo 6	Sabendo que o custo de 1ml de água na rega das plantas é de R\$1,00, o custo de 1 hora de exposição a uma lâmpada que simula a luz solar é R\$50,00 e que dispomos de R\$500,00 para gastar entre água e exposição a luz, qual a combinação ideal de água e exposição a luz que devemos comprar para obtermos o maior comprimento da parte aérea das salsinhas?
Grupo 7	Sabendo que o custo de 1ml de água na rega das plantas é de R\$1,00, o custo de 1 hora de exposição a uma lâmpada que simula a luz solar é R\$14,00 e que dispomos de R\$142,00 para gastar entre água e exposição à luz, qual a combinação ideal de água e exposição à luz que devemos comprar para obtermos o maior comprimento da parte aérea das cebolinhas?
Grupo 8	Sabendo que o custo de 1ml de água na rega das plantas é de R\$1,00, o custo de 1g de ureia é R\$10,00, e que dispomos de R\$400,00 para gastar entre água e ureia, qual a combinação ideal de água e ureia que devemos comprar para obtermos o maior comprimento das folhas de milho?
Grupo 9	Sabendo que o custo de 1ml de água na rega das plantas é de R\$1,00, o custo de 1 hora de exposição a uma lâmpada que simula a luz solar é R\$5,00 e que dispomos de R\$100,00 para gastar entre água e exposição à luz, qual a combinação ideal de água e exposição à luz que devemos comprar para obtermos o maior comprimento da parte aérea das cebolinhas?
Grupo 10	Sabendo que o custo de 1ml de água na rega das plantas é de R\$1,00, o custo de 1 hora de exposição a uma lâmpada que simula a luz solar é R\$25,00 e que dispomos de R\$200,00 para gastar entre água e exposição à luz, qual a combinação ideal de água e exposição à luz que devemos comprar para obtermos o maior comprimento da parte aérea dos pés de brócolis?

Fonte: A autora.

As situações-problemas apresentadas tratavam de questões restritas, cuja solução pode ser obtida pelo Método dos Multiplicadores de Lagrange, que foi um dos tópicos selecionados, pelo professor, para o Projeto, a partir da ficha da disciplina Matemática II.

Como na etapa anterior, destacamos o projeto do Grupo 5, da cultura da alface, continuaremos nessa seção a análise dessa etapa para esse grupo.

Os valores obtidos no experimento do Grupo 5 foram apresentados ao

professor da disciplina que os aproximou por uma função polinomial de duas variáveis, a saber:

$$f(x,y) = -0,0021x^2 + 0,42x - 0,0021y^2 + 1,05y - 133,25$$

onde x representava a quantidade de ureia (g), e, y a quantidade de água (ml) utilizada na rega dessas plantas.

O mesmo foi feito com os outros nove grupos.

Assim como o Grupo 5, cada grupo apresentou no relatório uma tabela com resultados semelhantes à Tabela 7 a seguir, onde $z(x,y)$ são os resultados observados a partir do experimento:

Tabela 7 - Esquema de apresentação dos dados obtidos nos experimentos.

		PARÂMETRO 2 (y)		
		y0	y1	y2
PARÂMETRO 1 (x)	x0	z(0,0)	z(0,1)	z(0,2)
	x1	z(1,0)	z(1,1)	z(1,2)
	x2	z(2,0)	z(2,1)	z(2,2)

Fonte: Registros do professor.

A partir desses resultados, os dados foram aproximados por uma função de duas variáveis do tipo parabolóide de rotação: $f(x,y) = a(x - x^*)^2 + a(y - y^*)^2 + c$.

O *Maple* foi o *software* utilizado pelo professor para obter essas funções. O cálculo dos valores de a e c foram realizados com o seguinte algoritmo implementado no *Maple* (Quadro 18):

Quadro 18 - Algoritmo implementado no *Maple* para obter as funções.

1	Escolha de um ponto (x^*, y^*) que seria o ponto máximo (vértice) desse parabolóide. Foi definido que y^* seria igual à y_1 , porém x^* diferente de x_0 , x_1 e x_2 ;
2	Estimativa do valor de $z(x^*, y^*)$;
3	Estimativa de valores $z(x^*, 0)$ e $z(x^*, 2)$;
4	Cálculo do polinômio interpolador de grau 2 em y , denominado $P_2(y)$, sobre os pontos $(y_0, z(x^*, 0))$, $(y^*, z(x^*, y^*))$ e $(y_2, z(x^*, 2))$;
5	O termo linear do polinômio $P_2(y)$ foi desconsiderado (para que não aparecesse um termo $\sqrt{x^2 + y^2}$ na expressão de $f(x,y)$). Assim, $P_2(y)$ foi reescrito como sendo $P_2(y) = ay^2 + c$;
6	Rotação de $P_2(y)$ em torno do eixo z substituindo y por $\sqrt{x^2 + y^2}$. Dessa forma, foi construído o polinômio $P_2(x,y)$;

7	Translação de $P2(x,y)$ com as seguintes substituições na expressão de $P2(x,y)$: $x \rightarrow (x-x^*)$ e $y \rightarrow (y-y^*)$;
8	Finalmente, $f(x,y) = P2(x,y) = a(x-x^*)^2 + a(y-y^*)^2 + c$.

Fonte: Registros do professor.

Foi pedido aos alunos que desenhasssem o gráfico dessa função, e que encontrassem e classificassem o ponto crítico, além de encontrar o máximo dessa função restrita a uma função do primeiro grau, denominada função restrição, utilizando os Multiplicadores de Lagrange.

No caso do Grupo 5, por exemplo, a função restrição foi criada de forma a simular uma situação em que se desejava comprar ureia e pagar a água utilizada na irrigação (variáveis definidas pelo grupo), com um limite fixo de dinheiro e obter o maior crescimento possível das folhas de alface: *“Sabendo que o custo de 1g de ureia é R\$2,00, o custo de 1ml de água na rega das plantas é de R\$1,00 e que dispomos de R\$500,00 para gastar entre ureia e água, qual a combinação ideal de ureia água que devemos comprar para obtermos a maior altura das folhas de alface?”*.

Vale ressaltar que cada ficha teve sua particularidade e o principal objetivo consistiu em deixar o problema “melhor” para a sala de aula, de modo a fazer com que o aluno entendesse determinados conteúdos da disciplina com sua participação. Assim, para o problema de otimização restrito, destacamos que o professor não utilizou dados “reais” na sua elaboração.

Sobre as fichas, os alunos protagonistas desta pesquisa afirmaram:

Na Matemática II a ficha orientadora foi ainda mais focada, porque foi a partir dela que a gente apresentou. Foi aplicar mesmo a disciplina, a matéria dentro do experimento que a gente executou. (Estudante 7, entrevista gravada em 26/06/2018)

No Cálculo II deu um foco a mais através dessa ficha orientadora porque teve os conteúdos explícitos. [...] Ajudou demais! Pra gente dar andamento no trabalho. Nossa...ajudou muito mesmo. Direcionou mais a Matemática. (Estudante 3, entrevista gravada em 03/07/2018)

Foi a que a gente tinha que resolver uma situação-problema do experimento, né? Isso que dificultou muito também, porque aquela fórmula foi muito sinistra. Eu achei muito sinistra aquela função, ela é da realidade, né? [...] Lembro que a gente usou Lagrange, ponto de máximo e de mínimo, era obrigatório achar. (Estudante 1, entrevista gravada em 26/06/2018)

Ele já deu resolvido, deu o que a gente tinha que usar, achar o ponto de máximo, ponto mínimo, aí já usava toda a matéria, ele deu a ficha com todo

o problema. Então, foi bem mais fácil, a gente sabia o ponto certo que a gente tinha que chegar. (Estudante 4, entrevista gravada em 26/06/2018)

Que ele deu um problema e eu tinha que dar uma solução pra ele. É a mesma coisa se um produtor chegar em você e te perguntar. Você tem que saber responder. É a mesma coisa da ficha, você tem que ter um experimento, ter plantado, fazer as coletas de dados, achar e jogar nas fórmulas e analisar o resultado para poder passar para o produtor. (Estudante 5, entrevista gravada em 09/07/2018)

Na opinião desses alunos, as Fichas Orientadoras no Projeto em Matemática II foi mais “focada” nos conteúdos da disciplina, “direcionou mais a Matemática”, já que, a partir dos valores obtidos no experimento realizado pelos grupos, o professor da disciplina os aproximou por uma função polinomial de duas variáveis.

Sobre essa função, o Estudante 1 mencionou o fato dela ser da “realidade” e por isso “muito sinistra”. A essa função, foi pedido aos alunos que desenharem o gráfico, encontrassem e classificassem o ponto crítico, além de encontrar o máximo dessa função restrita a uma função do primeiro grau, denominada função restrição, utilizando os Multiplicadores de Lagrange. Muitos alunos acharam mais fácil trabalhar dessa maneira do que na dinâmica de Matemática I.

Acreditamos que essa facilidade não ocorreu apenas pelo fato do professor ter apresentado a função e direcionado “um” mesmo conteúdo para todos os grupos, mas também pela questão do amadurecimento desses alunos, por já terem vivenciado uma experiência com Trabalho de Projeto, nessa perspectiva, em Matemática I.

A Estudante 5, por exemplo, destacou que situação semelhante à da Ficha Orientadora poderia acontecer na sua futura profissão, onde o “freguês” (produtor, etc.) propõe um problema da vida real e o aluno, futuro agrônomo, algumas vezes teria que realizar um experimento, simplificar o problema, escrevê-lo numa linguagem matemática, buscar por uma solução (aproximada), e analisar o resultado, verificar se a solução seria válida matematicamente e socialmente. Se não fosse, seria necessário retornar e refazer o processo novamente até que se encontrasse uma solução naturalmente ou socialmente válida.

Nessa etapa do desenvolvimento do Trabalho de Projeto em Matemática II, os grupos foram **compreendendo e explicitando** as ocorrências oportunizadas pelo terceiro momento do desenvolvimento do Projeto. E o quarto momento, por sua vez, estabeleceu-se como uma ligação com a próxima etapa do Projeto.

Sobre os processos interativos influenciados e oportunizados pelas TDIC, nesses terceiro e quarto momentos do Plantio associados aos Tratos, destacamos a interação mediada pelas tecnologias, entre aluno, celular, aluno/pesquisadora nas conversas via aplicativo *WhatsApp* para o desenvolvimento do Projeto; e a interatividade entre aluno e computador/celular para a elaboração do relatório parcial; e entre o professor e computador para encontrar as funções e elaborar as fichas orientadoras.

Em relação às interações presenciais, estas permaneceram na manifestação entre os alunos, nos grupos, em discussões internas e também entre os outros grupos da turma; entre os alunos e professor/pesquisadora; e entre os alunos e pessoas externas, destacando a interação com os professores da Agronomia.

6.2.3 Colheita II

Inter-relacionado à segunda etapa de Plantio associado aos Tratos, a **terceira etapa** do Projeto em Matemática II, a colheita, contemplou mais dois momentos do desenvolvimento do Projeto.

No **quinto momento** os alunos seguiram e responderam os itens propostos nas fichas orientadoras, que foram elaboradas e personalizadas para cada grupo. Contemplou a resolução do problema a partir do modelo, acolhendo os momentos de interpretação da solução e da avaliação e validação do modelo, além da elaboração de um relatório final e apresentação do projeto no seminário.

O relatório final consistiu no aprimoramento do relatório parcial, incluindo a resolução da ficha orientadora, que apareceu incorporada no corpo do texto redigido pelos grupos. Os grupos apresentaram as questões das fichas orientadoras e as resolveram utilizando o modelo fornecido pelo professor. Essa etapa foi facilitada com a utilização de alguns *softwares*, como o *GeoGebra* e o *Excel*, e também por ferramentas disponíveis *online* como o *WolframAlpha*.

No relatório, os alunos tiveram que colocar algumas informações relevantes sobre a cultivar escolhida, além da descrição do experimento, dos materiais utilizados, do lugar onde foi realizado, do acompanhamento e dos dados obtidos. Como forma de registro, foi solicitado que eles colocassem algumas fotografias do experimento. Além disso, no relatório deveriam constar o desenvolvimento matemático, a partir da ficha orientadora, e as considerações finais do grupo sobre o

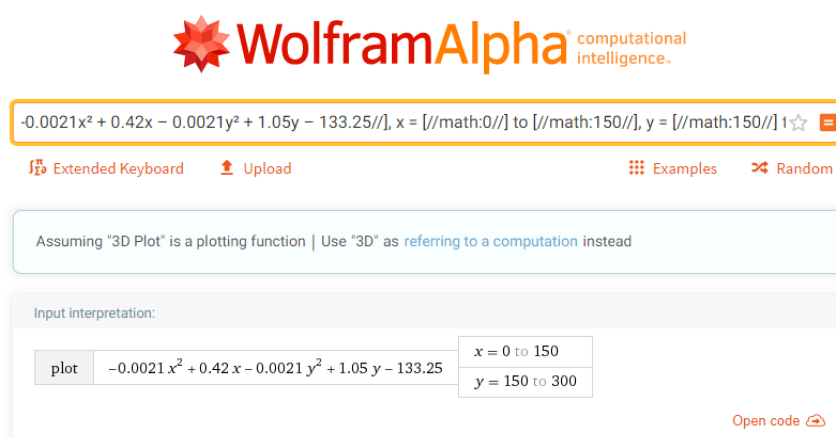
processo e os resultados obtidos.

O Grupo 5, que estamos evidenciando nesta seção, utilizou o *WolframAlpha* para construir o gráfico da função polinomial de duas variáveis que envolveu o cultivo da Alface na atividade experimental:

$$f(x,y) = -0,0021x^2 + 0,42x - 0,0021y^2 + 1,05y - 133,25$$

A seguir, apresentamos, na Figura 23, a página do *WolframAlpha* destinada à apresentação de gráficos de funções de duas variáveis reais.

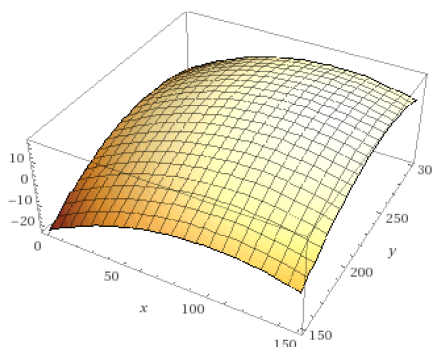
Figura 23 - Página do *site* para inserir a função.



Fonte: <https://www.wolframalpha.com>

Além da função, os alunos tiveram que entrar com valores para os intervalos de x e y . Para determinar os intervalos do gráfico exposto no relatório, os alunos se basearam em valores próximos aos utilizados para as quantidades de água (ml) e de ureia (g). O gráfico exposto pelo grupo no relatório final está representado a seguir, na Figura 24:

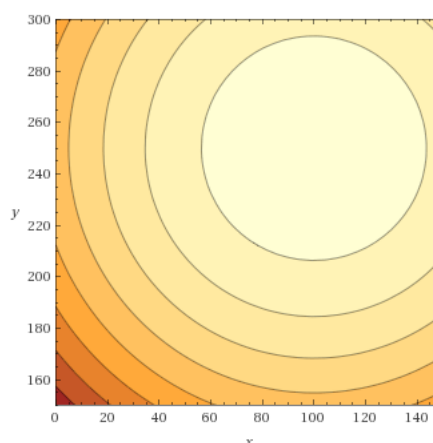
Figura 24 - Gráfico da função obtida para o grupo.



Fonte: Relatório do Grupo 5.

Uma forma de se visualizar funções de duas variáveis é um método semelhante ao da representação de uma paisagem tridimensional por meio de um mapa topográfico bidimensional. Dessa forma, além do gráfico em 3D, o *WolframAlpha* também fornece o mapa de contorno⁶⁵ da função, sendo portanto, mais uma possibilidade para o aluno interpretar e estudar a função de duas variáveis dadas. A seguir, na Figura 25, encontra-se a representação para a função do Grupo 5.

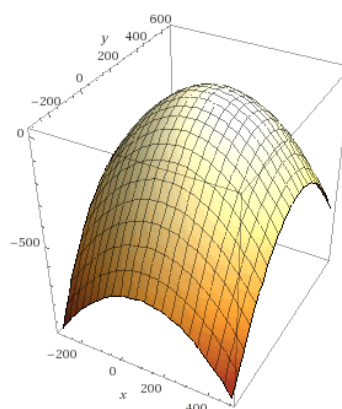
Figura 25 - Curvas de nível da função obtida.



Fonte: Relatório do Grupo 5.

Entretanto, para compreender melhor o comportamento dessa função, o grupo optou, com o *WolframAlpha*, em fazer uso de outras combinações para os intervalos de x e y , e obtiveram o gráfico da Figura 26.

Figura 26 - Gráfico da função obtida.



Fonte: Relatório do Grupo 5.

⁶⁵ Um mapa de contorno de uma função $z=f(x,y)$ é um conjunto de curvas de nível. Sendo que, uma curva de nível de altura k é a projeção no plano xy da interseção do gráfico de f com o plano $z = k$.

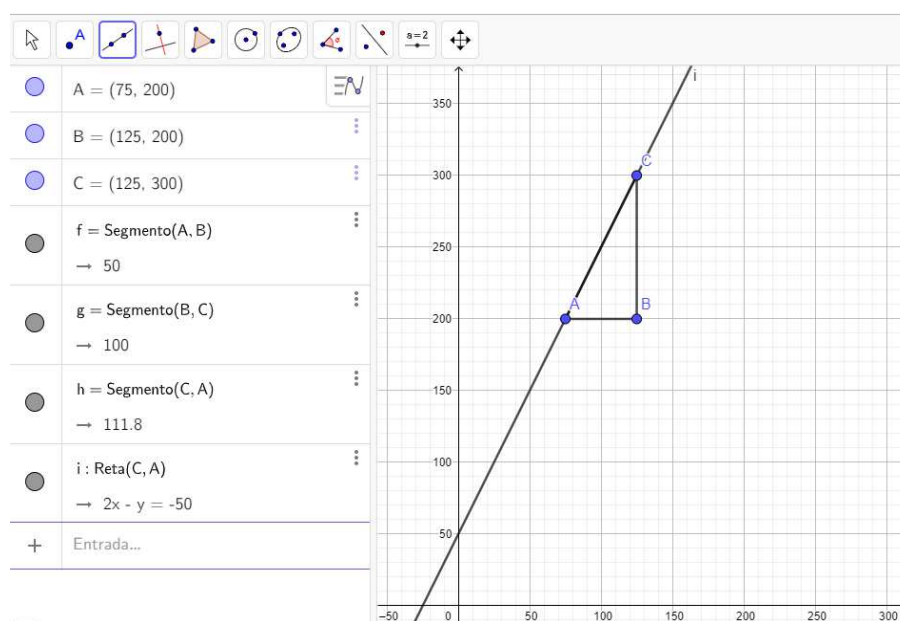
Essa etapa ajudou-os no momento de saber de qual superfície sua função tratava. Apesar de não constar no relatório do grupo, no dia do seminário os alunos mencionaram tratar-se de um parabolóide elíptico (relacionando com as maquetes das superfícies confeccionadas na disciplina).

O Grupo 5 encontrou como ponto crítico $(x,y)=(100,250)$ e $H(100,250)=0,00001764>0$, sendo portanto, um ponto de máximo da função. Na sequência, ao substituir esse ponto na expressão da função, encontrou $f(100,250)=19$, como o maior valor que a função assumiu.

Seguindo os itens da Ficha orientadora, o próximo passo do grupo consistiu em encontrar o maior e menor valor que a função assumiria no triângulo fornecido, de vértices $(75,200)$, $(125,200)$ e $(125,300)$. Trata-se de uma aplicação do Teorema de Weierstrass, e então os alunos tiveram que buscar pelos valores extremos nos pontos do interior do triângulo, onde as derivadas parciais se anulam, e nos pontos localizados na fronteira do triângulo.

Nessa etapa, alguns grupos utilizaram o *software GeoGebra* para visualizar a região triangular e, por facilidade, ainda determinar as equações das retas que passavam sobre as arestas do triângulo.

Figura 27 - Gráfico da função obtida para o grupo 5.



Fonte: Relatório do Grupo 5.

Após expressarem seus cálculos, os alunos do Grupo 5, avaliaram os

possíveis pontos candidatos a pontos de máximo e mínimo e relataram suas conclusões, conforme a Figura 28, a seguir:

Figura 28 - Análise dos pontos encontrados pelo Grupo 5.

X,Y	Posição	$f(x,y) = -0,0021x^2 + 0,42x - 0,0021y^2 + 1,05y - 133,25$
(100,200)	Fronteira	$f(x,y) = -0,0021(100)^2 + 0,42(100) - 0,0021(200)^2 + 1,05(200) - 133,25 = 13,75$
(125,250)	Fronteira	$f(x,y) = -0,0021(125)^2 + 0,42(125) - 0,0021(250)^2 + 1,05(250) - 133,25 = 17,68$
(100,250)	Fronteira	$f(x,y) = -0,0021(100)^2 + 0,42(100) - 0,0021(250)^2 + 1,05(250) - 133,25 = 19$
(75,200)	Vértice	$f(x,y) = -0,0021(75)^2 + 0,42(75) - 0,0021(200)^2 + 1,05(200) - 133,25 = 12,43$
(125,200)	Vértice	$f(x,y) = -0,0021(125)^2 + 0,42(125) - 0,0021(200)^2 + 1,05(200) - 133,25 = 12,43$
(125,300)	Vértice	$f(x,y) = -0,0021(125)^2 + 0,42(125) - 0,0021(300)^2 + 1,05(300) - 133,25 = 12,43$
(100,250)	Interior	$f(x,y) = -0,0021(100)^2 + 0,42(100) - 0,0021(250)^2 + 1,05(250) - 133,25 = 19$

Fonte: Relatório do Grupo 5

E, finalmente, ao resolverem o problema restrito utilizando o método de Lagrange, os alunos encontraram que a combinação ideal de ureia (g) e água (ml), para obter um melhor desempenho na altura das folhas de alface, atendendo às condições impostas na questão, foi de $x=120g$ e $y=260ml$.

Sobre a etapa de validação, o professor deixou claro que, apesar dos alunos terem efetuado um experimento, nem todos os desdobramentos dessa etapa poderiam ser concluídos, principalmente considerando o quesito tempo. No entanto, consideramos que tal etapa foi contemplada por meio de análises, mesmo que superficiais, sobre as respostas dadas, a partir de questionamentos do professor nos seminários e na interação entre os próprios membros dos grupos.

Os integrantes do Grupo 5, protagonistas desta pesquisa, mencionaram que:

“Casou” bem, foi dentro do que a gente fez. Comprovou o que a gente encontrou no experimento. O gráfico que encontramos com o experimento, por exemplo, o vaso 8, que teve a maior altura e foi com a combinação de 100g com 200ml e estava bem próximo do ponto de máximo da função. (Estudante 7, entrevista gravada em 26/06/2018)

A gente tinha que ver o custo da ureia, lembro que a gente fez um custo. O custo da ureia era de 2 reais e tinha 500 pra gastar. Não fugiu. Isso aí foi interessante! (Estudante 1, entrevista gravada em 26/06/2018)

Sobre essa etapa, também observamos opiniões contrárias. Apresentaremos o ponto de vista de um dos integrantes do Grupo 3:

Na Matemática II, o que a gente encontrou de solução não bateu com a realidade do experimento. Acho que por falta de entendimento dele

[professor da disciplina] na área também. [...] Eu acho que não bateu, não. O que deu certo foi o que usou Hessiana e Lagrange, as contas bateram certinho. Tipo, que uma era a prova real um do outro. Só que uma conta com o experimento que nós fizemos, deu diferente, não foi uma diferença muito grande, mas uma diferença considerável. Só que eu também não entendo, né, talvez por falta de conhecimento pra frente, não sei se o que foi feito é certo ou errado, no experimento mesmo. Acho que me faltou experiência na área mais pra frente. (Estudante 4, entrevista gravada em 26/06/2018)

O fato de não encontrarem exatidão nas resoluções causou estranhamento de alguns alunos. Essa situação é mais comum do que imaginamos ao trabalharmos com problemas que têm origem na vida real, já que eles apresentam inexatidão, resolução aproximada. Foi uma experiência inédita para os alunos, que estão acostumados com funções “bem comportadas” e com problemas cujas soluções são exatas.

Eu lembro que nós apresentamos certinho, mas deu um problema. Até foi o [professor da disciplina] que errou na função, aí o valor não deu certo, deu muito a mais. No dia que apresentamos, ele que falou que ele tinha errado, acho que foi numa vírgula, em um número. Daí o valor da água deu muito baixo...mas já não dava mais tempo. Corrigindo essa vírgula daria certo. (Estudante 3, entrevista gravada em 03/07/2018)

O episódio relatado pelo Estudante 3, do Grupo 6, mostra a importância da crítica daquilo que nós, professores, falamos e escrevemos. Não há aprendizagem sem crítica. O professor deve ter o papel de provocador, tem que incomodar o aluno. E, por sua vez, o aluno tem o papel de criticar o que foi dito pelo professor, o que foi apresentado por ele. Cabe ao aluno o papel de questionar, de refletir. A crítica vai desde a situação-problema utilizada, a Matemática utilizada e, sobretudo, dos resultados encontrados.

Nos dias 26 e 27 de junho de 2017 e 03, 04, 10 e 11 de julho de 2017, ocorreram os momentos de socialização dos projetos e conhecimentos, encerrando o Projeto. Ao contrário do trabalho realizado em Matemática I, os seminários em Matemática II foram agendados no horário de aula, visando à participação de todos os estudantes.

Moura e Barbosa (2013) mencionam que a socialização dos resultados constitui-se como um dos quatro pilares fundamentais para o desenvolvimento dos Trabalhos de Projeto. Nos seminários manifestaram-se, fortemente, as interações presenciais entre os alunos (grupo) e o professor, e entre os grupos (turma).

Todos os grupos entregaram o relatório final e apresentaram seus trabalhos, utilizando o *data show* e a lousa. Alguns usaram vídeos e manipularam os *softwares* durante o seminário. Os alunos se mostraram admirados com as aplicações da Matemática na Agronomia. Muitos questionaram sobre outras situações que poderiam utilizar não apenas esses, mas também outros conceitos de Matemática.

Diferente do semestre anterior, para o dia da apresentação dos seminários, o professor preparou algumas perguntas para os grupos. Essas perguntas foram feitas para aqueles grupos que não mencionaram tais questões no momento da apresentação. Um resumo com algumas das perguntas feitas pelo professor para os grupos encontra-se no Quadro 19, a seguir.

Quadro 19 - Questões elaboradas pelo professor para o dia das apresentações.

Qual o nome deste gráfico?
Qual o domínio de $f(x,y)$?
Qual a interseção do gráfico com o plano xz ? E com o plano yz ?
Este ponto de máximo é absoluto ou relativo?
Qual seria a classificação do ponto crítico se tivéssemos $H(x,y) < 0$?
O que deveria acontecer para que o ponto crítico pudesse ser classificado como “mínimo”?
Desenhe o vetor gradiente de $f(x,y)$.
Encontre a expressão de uma curva de nível de $f(x,y)$.
(Passar a expressão de $f(x,y)$ simplificada, se preciso.)
Qual a expressão da curva de nível $z = 5$?
(Utilizar outro valor para z , se necessário. Passar a expressão de $f(x,y)$ simplificada, se preciso.)
Calcule as derivadas parciais de primeira e segunda ordem de $f(x,y)$.
(Caso o grupo não tenha especificado o cálculo destas derivadas.)
Se o ponto crítico estivesse no interior (fora) do triângulo, qual seria o ponto de máximo? E o ponto de mínimo?

Fonte: A autora.

Por fim, o **sexto momento** compreendeu o momento de avaliação do projeto como um todo, envolvendo a análise do projeto em si, dos seminários apresentados e da avaliação entre os próprios alunos (dessa vez não valendo nota).

Como de costume, para essa proposta foi atribuída uma pontuação que compôs a nota final da disciplina, que também contou com uma prova escrita e trabalhos avaliativos realizados em sala de aula. Como já mencionado no planejamento da disciplina, para essa atividade foram atribuídos um total de 50 pontos, sendo 25 pontos para a apresentação do seminário, 5 pontos foram atribuídos para a avaliação do relatório final e 20 pontos referentes ao

desenvolvimento do projeto (experimento). Houve também uma avaliação realizada pelo grupo, entre os pares, à qual não foi atribuída nota.

Perguntamos sobre a questão da avaliação ao Estudante 6, principalmente em relação à análise entre os pares. Os alunos gostaram da ideia de avaliar os integrantes do grupo para que, na possibilidade do grupo ir mal no seminário, o professor identificasse quem não se empenhou da forma correta no desenvolvimento do projeto, como depreendemos na fala a seguir:

Pesquisadora: Teve alguém do seu grupo que você achou que não merecia a nota que obteve?

Estudante 6: Ah...teve. Mas na verdade a gente avaliou, né?

Pesquisadora: O que você achou das fichas de avaliação entre os pares?

Estudante 6: Foi interessante, porque se a pessoa não ajudar, o grupo entrega. (Estudante 6, entrevista gravada em 26/06/2018)

Vale ressaltar que as notas dos alunos foram divulgadas ao final da quarta e última etapa. Para acompanhamento, o professor elaborou duas fichas avaliativas: 1 – ficha de avaliação do seminário e 2 – ficha de avaliação pelos pares (confidencial). A primeira foi preenchida pelo professor e a última, pelos alunos. O modelo dessas fichas encontra-se no Apêndice D.

A ficha de avaliação do seminário auxiliou o professor na identificação do domínio do assunto demonstrado pelo grupo, da interação entre os membros do grupo e do uso de recursos tecnológicos. As fichas de avaliação confidencial pelos pares foram preenchidas pelos alunos, no dia da apresentação dos seminários, e consistia em verificar a participação individual de cada integrante no grupo.

A avaliação do relatório final ocorreu após a entrega desse e acolheu a análise da escrita do projeto, observando as considerações sobre o processo e o resultado da pesquisa. Já a avaliação do desenvolvimento do projeto (experimento) ocorreu durante o seu desenvolvimento, por meio das reuniões com os alunos e o professor (extraclasse), e na apresentação dos seminários, onde a elaboração e execução do experimento puderam ser evidenciadas pelos alunos.

Ao questionarmos os protagonistas desta pesquisa sobre o processo avaliativo do Trabalho de Projeto, os alunos mencionaram ter gostado da distribuição de pontos e do modo de avaliação, valorizando aqueles que de fato produziram e se dedicaram ao desenvolvimento do Projeto, como deduzimos nas seguintes falas:

Eu achei bom demais, muito bom, porque além de colocar a gente para utilizar a Matemática na nossa área, foi uma boa quantidade de pontos, então, ajudou bastante. (Estudante 2, entrevista gravada em 09/07/2018)

Eu gostei porque ele avaliou separado, principalmente no seminário. Cada aluno, separado. Gostei porque não influenciou na nota de ninguém, né? Se você tirou essa nota é porque você desempenhou aquele papel, lá. (Estudante 7, entrevista gravada em 26/06/2018)

O ■■■■ [professor da disciplina] avaliou de forma bem rígida. Eu lembro que ele perguntava bem o que o cara não sabia no seminário. Igual o ■■■■ [professor da Agronomia] fala, que você tem que saber tudo, porque o avaliador sempre pergunta logo o que você não sabe. (Estudante 1, entrevista gravada em 26/06/2018)

De maneira geral, eu achei correto o que ele fez. Porque avaliou bem certo para todo mundo. Na hora de apresentar, não ficou só um, que apresentou. Eu gostei da distribuição de pontos. (Estudante 4, entrevista gravada em 26/06/2018)

Como a gente estava no primeiro e segundo período, eu achei que foi avaliado até bem demais, porque como a gente nunca tinha apresentado seminário, na frente de todo mundo...essas coisas, achei boa a avaliação. Do Cálculo II eu achei até melhor do que do I. E a gente precisava sair bem nas provas e no trabalho também. (Estudante 3, entrevista gravada em 03/07/2018)

O Estudante 2, além de enfatizar que o Projeto propiciou a utilização da Matemática direcionada à Agronomia também destacou, positivamente, a pontuação destinada ao Trabalho de Projeto na disciplina. Já os Estudantes 7,1, 4 e 3 evidenciaram em seus relatos o modo de avaliação dos integrantes nos seminários pelo professor. Caracterizaram-na como individual, rígida e estimulante, quanto à participação de todos nas apresentações. De fato, na ficha de avaliação dos seminários, preenchida pelo professor, constavam itens que, além de avaliar de forma geral o grupo (o domínio do assunto, da apresentação, da utilização do tempo e de recursos tecnológicos, e o processo de interação entre os membros do grupo) também avaliava individualmente cada aluno (domínio do assunto, clareza, capacidade de responder às perguntas da turma e do professor e motivação).

Uma reflexão sobre os critérios de avaliação dos projetos, em Matemática II (e também em Matemática I), revelou que existiu uma lógica de avaliação seletiva e outra formativa. Isso pois a avaliação dos projetos envolveu todo o processo de desenvolvimento, desde a qualidade dos questionamentos, a profundidade da pesquisa realizada pelos alunos, o planejamento e a realização dos experimentos, os dados obtidos, a utilização e interpretação do modelo matemático, a adequação da solução apresentada e a exposição oral e escrita do trabalho. Além disso, foram

analisados o empenho do aluno de forma individual e coletiva, a participação, o espírito colaborativo e o processo de produção.

6.3 PONTOS A SUBLINHAR

Utilizando a metáfora da produção e plantio de saberes, acompanhamos nesta seção a implementação do Projeto nas disciplinas Matemática I e Matemática II, em dois momentos, Plantio I e Plantio II, por meio dos projetos dos alunos. Nesta subseção, além de fazer uma breve síntese dos Plantios I e II, discutiremos a satisfação que esses momentos oportunizaram aos alunos, apresentando os frutos do Projeto e evidenciando seus desdobramentos.

Os Plantios foram diferentes, as interações deram-se de distintos modos, mas não apenas pelas estratégias adotadas em cada semestre. Foram distintos porque os tempos eram diferentes, as constituições das turmas e dos grupos também, e claro, utilizaram-se “tratos” diferentes. Na prática, pode-se plantar uma mesma cultura e obter, a partir de uma mesma matéria-prima, produtos distintos, com finalidades diversas – uma lavoura de milho, por exemplo, pode ser destinada ao preparo de pamonhas numa safra e de curau de milho verde em outra. Tudo depende da forma como se conduz a “plantação”.

Acompanhamos um pouco as trajetórias dos grupos. Os grupos, e por consequência, os projetos que eles desenvolveram apresentaram identidades próprias e exerceram influências sobre outros grupos, além de, é claro, terem influenciado os seus próprios membros. O estudo das trajetórias dos grupos investigados mostrou-nos que o Trabalho de Projeto constituiu-se em produção coletiva e envolveu múltiplos processos interativos e de autoria do aluno na universidade.

A proposta de Trabalho de Projeto utilizou a essência do processo da Modelagem Matemática no ensino e na aprendizagem da Educação. Orientou-se pelo ensino de conteúdos do programa curricular das disciplinas Matemática I e II para o curso de Agronomia e, paralelamente, pela orientação à pesquisa, aproximando-nos da concepção de Modelagem na Educação de Biembengut (2016).

As três etapas do Projeto – Preparo do “Solo”, Plantio + Tratos e Colheita – dialogam com as três etapas da Modelagem Matemática na Educação – Percepção e Apreensão, Compreensão e Explicitação, e Significação e Expressão. Inspirados

em Biembengut (2016), elaboramos um quadro comparativo do Trabalho de Projeto realizado nesta pesquisa em cada disciplina, a partir das três etapas do processo de produção e plantio para auxiliar-nos na síntese desta seção.

Quadro 20 - Comparativo dos "Plantios" nas disciplinas.

	PLANTIO em Matemática I	PLANTIO em Matemática II
Preparo do "solo" Percepção e Apreensão		Definir o conteúdo curricular/ experimento
	Escolher os assuntos/ temas	Escolher as culturas
	Familiarizar-se com os assuntos/ temas	Familiarizar-se com a cultura escolhida
		Planejar/ Realizar os experimentos
	Levantar informações/ dados	Levantar dados
	Levantar questões/ sugestões	
Plantio + Tratos Compreensão e Explicitação	Estabelecer caminhos	
	Levantar hipóteses ou pressupostos	Levantar hipóteses ou pressupostos
	Identificar situação-problema	Identificar situação-problema
	Expressar dados	Expressar dados
	Identificar conteúdo curricular	
	Direcionar ao conteúdo	Direcionar ao conteúdo
	Formular modelo	Formular modelo
Colheita Significação e Expressão	Resolver questões/ problema	Resolver questões/ problema
	Interpretar/ Avaliar	Interpretar/ Avaliar
	Validar/ Expressar	Validar/ Expressar
	Avaliar	Avaliar

Fonte: A autora

Na discussão sobre esse quadro, apresentaremos alguns contextos e linguagens que emergiram durante o processo de implementação do Trabalho de Projeto. Isso, pois no processo que acompanhamos nesta pesquisa, diferentes contextos podem emergir, sejam eles histórico, social, linguístico, científico, artístico, semântico, dentre outros. E, em cada contexto, podem emergir diferentes linguagens: oral, escrita, sinais, etc. (BIEMBENGUT, 2016, p. 186).

Na etapa de Preparo do “solo”, os grupos, por meio de suas interações e ações em produção coletiva, foram percebendo, reconhecendo e compreendendo o sentido dos seus projetos. Consideramos que a escolha dos temas/assuntos foi uma das etapas mais importantes, tanto em Matemática I, ao fundamentar o projeto de cada grupo, quanto em Matemática II, ao ser condição necessária ao experimento (a cultura escolhida teria que ser boa o suficiente para o experimento dar “certo” e então obter os dados).

Em Matemática I, com exceção do caso da aluna que passou a frequentar as aulas após o início do Projeto, consideramos que o processo de escolha do tema/assunto foi feito em conjunto, num processo de negociação entre os alunos e com possíveis intervenções do professor, em alguns casos, necessárias. Em Matemática II, essas intervenções não ocorreram e ao que nos transpareceu, essa etapa de escolha foi tranquila aos alunos.

Para que os grupos compreendessem melhor o tema/assunto por eles escolhidos, precisaram perceber o contexto e apreender grande número de informações e dados, para assim reconhecer e familiarizar-se com o tema/assunto.

Nessa etapa, de Preparo do “solo”, manifestaram diferentes contextos que produziram diversas formas de expressão e linguagens (oral, escrita, gráfica e gestual). O contexto **interativo** presencial destacou-se nas relações entre o professor e os estudantes, entre os estudantes no grupo, entre os grupos, e entre os grupos e membros externos, seja para inteirar-se dos temas/assuntos na organização e trocas de ideias, busca/obtenção de dados, ou no planejamento/realização de experimentos; e o **virtual** ou **tecnológico** (que chamamos de interação mediada pelas TDIC e interatividade) na busca de dados e informações, destacando a utilização da *internet*, a utilização do *Moodle*, sendo uma interação dos grupos com as tecnologias digitais. O contexto **histórico** revelou-se

na compreensão da origem dos temas/assuntos e do embasamento para o desenvolvimento dos projetos. O contexto **científico** e **estrutural**, na condução dos projetos aos conteúdos e vice-versa.

De acordo com Biembengut (2016), “O elo entre a percepção e o conhecimento é a compreensão. Compreender é expressar de forma intuitiva uma sensação” (BIEMBENGUT, 2016, p. 73). A etapa de Plantio associado aos Tratos conduziu os estudantes a identificar alguns elementos do tema/assunto, a explicitarem o que foi apreendido, compreendido, e se inteirarem da linguagem científica e matemática, aprendendo a modelar, e demonstrarem habilidade em aplicar o conteúdo curricular e não curricular envolvido.

A segunda etapa do Projeto, Plantio associado aos Tratos, em Matemática I, consistiu na determinação dos possíveis caminhos para o desenvolvimento dos projetos, no levantamento de hipóteses ou pressupostos, na identificação ou formulação da situação-problema e na expressão dos dados considerados relevantes. Além disso, foi o momento da definição dos conteúdos que melhor se adequariam às situações apresentadas e à (re)formulação de um modelo.

O professor, de posse dos dados, das informações e do desenvolvimento dos alunos, apresentados nos relatórios parciais, tentou percorrer os caminhos traçados nos grupos e direcionar à continuidade do trabalho via ensino e aprendizagem de algum conteúdo da disciplina. Isso, para não perder a essência de cada projeto, os objetivos de cada grupo e não tomar outros rumos, situação que poderia desmotivar os alunos à continuidade do trabalho proposto.

Já no Projeto em Matemática II, encontramos os mesmos procedimentos, exceto aqueles que estavam relacionados para estabelecer caminhos, já que a dinâmica de como seria o desenrolar dos projetos estava acordada com o professor, e também a questão da identificação dos conteúdos curriculares, pois essa definição também foi feita no início.

O professor, com os valores obtidos nos experimentos, os aproximou por uma função polinomial de duas variáveis para cada grupo. Foi pedido aos alunos que desenhassem o gráfico dessa função, encontrassem e classificassem o ponto crítico, além de encontrar o máximo dessa função restrita a uma função do primeiro grau, denominada função restrição, utilizando os Multiplicadores de Lagrange.

O *Maple* foi um dos *softwares* escolhidos pelo professor, em ambos os semestres, para encontrar as funções. Vale ressaltar que o Projeto, desenvolvido e

acompanhado nesta pesquisa, teve continuidade em semestres posteriores (seja com o mesmo formato ou reformulado), entretanto, o professor passou a utilizar outro *software* – o *software* R⁶⁶. Isso, pois existe um comando no *software* R que, dado um conjunto de pontos (sejam bi ou tridimensionais) e a estrutura da função (duas ou três variáveis), o próprio *software* obtém uma função que se aproxima desses dados. Quando o Projeto foi desenvolvido em 2017/1, com a turma de Matemática 2, por exemplo, o professor procurou por um comando "semelhante" a esse no *Maple*, mas não encontrou e, por isso, para aproximar os dados apresentados pelos alunos, utilizou o procedimento explicitado no Quadro 18, desta seção.

Nessa etapa, de Plantio associado aos Tratos, foram manifestos os contextos **indagativos** e da **pressuposição** ao levantar hipóteses e suposições. Ao expressar os dados, os contextos **matemáticos** e **tecnológicos** entraram em cena, sendo que os tecnológicos auxiliaram os alunos e o professor no entendimento e na expressão dos dados, do modelo, e também contribuiu no processo comunicativo entre os envolvidos.

Com as fichas orientadoras, o professor buscou fazer um elo entre o conteúdo dos programas das disciplinas com os projetos dos alunos. Nesse momento dos Projetos evidenciamos os contextos **semânticos**, **científicos** e **linguísticos**. O contexto semântico refere-se ao momento em que os alunos fizeram correspondência de um vocábulo para um símbolo ou linguagem matemática, e de modo recíproco, quando a relação ocorreu da linguagem matemática, representação simbólica, para um vocábulo. O científico foi evidenciado na formulação de modelos, quando o professor “definiu” o foco que cada ficha adotaria, os conteúdos e os conceitos considerados pertinentes em cada projeto. O contexto linguístico emergiu das interações dos estudantes sobre os conteúdos curriculares e nas relações destes conteúdos com os projetos.

Na etapa da Colheita, os grupos significaram e expressaram os seus projetos, seguiram os itens propostos nas fichas orientadoras, fizeram e entregaram os relatórios finais e os apresentaram em seminários. A significação é a ação e o efeito de significar, de manifestar ou de fazer saber algo. Por sua vez, a expressão

⁶⁶ O R é um *software* gratuito para elaboração de gráficos e computação estatística. O programa oferece uma variedade de técnicas gráficas e estatísticas, modelos lineares e não lineares, testes estatísticos clássicos, análises de séries, classificação, etc.

permite exteriorizar todo o processo envolvido, o produto. Essa terceira etapa também consistiu no momento de validação do modelo e de avaliação de tudo o que foi apreendido do processo e aprendido dos conteúdos.

No processo de avaliação dos projetos, em ambas as disciplinas, percebemos que existiu uma lógica de avaliação formativa e seletiva, avaliando a produção dos alunos, o esforço que eles desempenharam para desenvolver os projetos, as interações, além de, é claro, olhar para os conteúdos.

Acreditamos que, em ambos os semestres, esse processo de avaliação não foi uma tarefa fácil para o professor. Entretanto, consideramos que, em Matemática I, essa etapa foi ainda mais difícil, pois os projetos desenvolvidos pelos alunos possuíam diferentes enfoques e, muitas vezes, alguns grupos demonstraram ter despendido mais energia para desenvolver o Projeto do que outros.

Sobre os contextos e linguagens dessa etapa, da Colheita, consideramos que emergiram os de caráter **científico**, que está relacionado ao momento em que o(s) professor/grupos conseguiu(ram) expressar um modelo de acordo com a linguagem científica, atendendo às normas das ciências, ou quando, por meio de um modelo, os alunos investigaram teorias e buscaram saber mais sobre algo da Matemática e da Agronomia, aprimorando seus aprendizados; o de caráter **discursivo**, no qual os estudantes se inteiraram da linguagem científica, seja na leitura de trabalhos científicos, conversas com professores especialistas, socialização dos projetos com a turma, etc.; e o de caráter **semântico**, que envolveu as ideias, as palavras nas construções dos projetos e nos diálogos do envolvidos. (BIEMBENGUT, 2016, p. 206).

Em todas as etapas, de ambos os Plantios, destacamos as **interações/interatividade** envolvidas no Trabalho de Projeto acompanhado, considerando o **aluno** enquanto sujeito produtor de conhecimento, conforme apresentamos na Seção 5.

Com isso, ponderamos que o modo como foi desenvolvido o Trabalho de Projeto nas disciplinas Matemática I e Matemática II, de forma sequencial, em ambos os semestres, com dinâmicas distintas, mas em essências semelhantes, com uma diversidade de contextos, interações/interatividades, contribuiu para a apropriação e aperfeiçoamento da linguagem matemática, tecnológica e científica pelos estudantes.

Alguns comentários e as produções dos participantes desta pesquisa,

apresentados no decorrer desta narrativa analítica, deixaram transparecer que a Modelagem Matemática desenvolveu habilidades, aprimorou conhecimentos e despertou o gosto pelo estudo, pela investigação, sobretudo no depoimento do Estudante 2, a seguir:

Acredito que se algum professor do curso técnico ou de quando fiz Matemática aqui [universidade] antes, tivesse passado um exemplo de Modelagem Matemática, eu teria me desenvolvido mais nessas disciplinas e em outras da graduação. Até eu entrar na UFU e fazer os projetos, eu nem imaginava que a Modelagem Matemática existia, então a Matemática para mim era um grande problema. Além de dificuldade, eu não sentia prazer em estudar Matemática, o que foi o grande ponto. Por não ter prazer, eu não estudava. Até que pela terceira vez em Matemática I, vocês [professor da disciplina e pesquisadora] nos trouxeram a ideia da Modelagem. Me mostrou que além de resolver problemas da nossa área, também pode ser um diferencial para nós no mercado de trabalho. (Estudante 2, entrevista gravada em 09/07/2018)

O Estudante 2 destacou que ao ser apresentado à Modelagem Matemática, via Trabalho de Projeto, ele voltou a sentir “prazer” em estudar Matemática. Além de associá-la à resolução de problemas para a área agrônômica, ele acredita que essa experiência pode ser considerada um diferencial para a turma no mercado de trabalho.

Alves (2017), argumenta em sua pesquisa que uma forma de implementar propostas educativas - como as acompanhadas nesta pesquisa, é por meio da *práxis* criadora da Modelagem Matemática. O autor compreende *práxis* não apenas pelos extremos (teoria ou prática), que são importantes na ação criadora, mas pela interação entre reflexão e ação. *Práxis*, através da qual a consciência se transforma e por esse movimento que só tem sentido quando o humano altera a realidade por meio de sua conduta.

Percebemos esse potencial de transformação nas turmas acompanhadas. Acreditamos que o aprendizado foi gerado de forma harmônica e de modo significativo aos estudantes, ao perceberem que os conteúdos estudados nessas disciplinas não estão limitados ao universo das disciplinas em si, isoladamente, mas estão em sintonia, sobretudo com o curso escolhido por eles, e que se integram e se inter-relacionam.

E como era de se esperar, o Trabalho de Projeto desenvolvido gerou muitos frutos. Os **frutos** produzidos foram variados e tiveram (e têm) alcance imensurável aos colaboradores desta pesquisa e à comunidade acadêmica em geral.

Em relação aos alunos colaboradores desta pesquisa, dos 7 alunos protagonistas, 5 se destacaram no envolvimento com alguma atividade que foi motivada pela participação no Trabalho de Projeto desenvolvido nas disciplinas Matemática I e II.

Apresentamos a seguir, o Quadro 21, quadro-resumo com informações sobre a origem (Grupo) dos alunos protagonistas desta pesquisa em Matemática I, o destino desses alunos (Grupo) em Matemática II, e a situação que nos chamou a atenção pelo desdobramento do Projeto com esses alunos.

Quadro 21 - Origem e destino (grupos) dos alunos protagonistas da pesquisa.

Grupo em Matemática I	Temas em Matemática I	Grupo em Matemática II	Temas em Matemática II	Situações
3 alunos Grupo 2	Irrigação de cebola (<i>Allium cepa</i> L.) por gotejamento	2 alunos Grupo 5	Alface	2 alunos Recepção Calouros
		1 aluno Grupo 6	Salsinha	-
1 aluno Grupo 3	Milho e tecnologias	1 aluno Grupo 3	Fungos	Monitor da disciplina
2 alunos Grupo 5	Plantação de milho	1 aluno Grupo 5	Alface	Iniciação Científica com o professor
		1 aluno Grupo 9	Cebolinha	-
1 aluna Grupo 8	Sistema de Pastejo Rotacionado p/ Bovinos a pasto	1 aluno Grupo 5	Alface	Iniciação Científica com o professor / Recepção Calouros / Participação no Simpósio

Fonte: A autora.

Os Estudantes 1, 2 e 7 participaram de um evento promovido pela coordenação do curso de Agronomia, na semana de recepção aos calouros do primeiro semestre de 2017. Trata-se de uma semana de apresentação do curso e da universidade para os alunos ingressantes. Nessa oportunidade, o professor sugeriu que alguns grupos apresentassem seus projetos desenvolvidos em 2016/2 na disciplina Matemática I para os alunos ingressantes, que cursariam essa disciplina naquele semestre.

Os grupos convidados e que aceitaram participar desse evento foram: Grupo 2, com a Irrigação de cebola (*Allium cepa* L.) por gotejamento e o Grupo 8, com o Sistema de Pastejo Rotacionado para Bovinos a pasto.

Sobre a experiência de apresentar o projeto para os ingressantes, o Estudante 2 destacou a importância de motivar os alunos recém-chegados à universidade, sobretudo em relação a importância da Matemática para o curso de

Agronomia.

Eu achei muito bom! Foi muito bom, explicar para eles o que aconteceu comigo. Acredito que tira um pouco o receio de fazer Matemática ou até fazer com que eles percebam a importância da Matemática! Eu pude dar o meu relato do que eu achava da Matemática antes do projeto e o que eu achei depois. Então, a gente acaba passando uma margem de tranquilidade para eles. Assim, acredito que tem vários que eram como eu, que tinha o mesmo problema, que achava que a Matemática não tinha nada a ver. Poder dar o relato da gente, de que aquilo é realmente o que a gente precisa estudar pra se dar bem na Agronomia, além de ser um diferencial que a gente pode usar no mercado. Sei lá, criar um tipo de modelagem pra descobrir como gastar menos, que o produtor vai ter um ganho econômico maior, não vai ter desperdício, esses tipos de coisas. (Estudante 2, entrevista gravada em 09/07/2018)

O aluno mencionou que, ao apresentar o seu projeto para os ingressantes, ele pôde dar o seu relato sobre sua mudança de pensamento em relação à Matemática depois de ter vivenciado o Projeto nas disciplinas, podendo dar mais tranquilidade para os ingressantes, tirando um pouco do receio de fazer as disciplinas de Matemática e fazendo com que eles percebessem a importância dessa disciplina.

Além de ter apresentado o projeto do Grupo 8 de Matemática I para os alunos ingressantes, a Estudante 7 também apresentou o projeto do seu grupo, realizado em Matemática II, o Grupo 5, com a cultura da alface, em um Simpósio promovido pelo curso de Agronomia no *Campus* Monte Carmelo, como comunicação oral.

Figura 29 - Apresentação da Estudante no Simpósio.



Fonte: Arquivos da pesquisa

Acreditamos que a divulgação dos projetos dos grupos tem a ver com proximidade, pois as pesquisas dos alunos têm que chegar ao outro. Para isso, observamos que esses alunos precisaram transformar a linguagem de suas

pesquisas para explicá-la para os alunos ingressantes, participantes do evento, e de modo geral, para a sociedade.

O projeto do Grupo 8 de Matemática I, que tratava sobre o Sistema de Pastejo Rotacionado, foi motivação para o professor, ao propor um projeto de pesquisa, via edital, do Programa Institucional de Iniciação Científica PIBIC\CNPQ\UFU e Programa Institucional de Iniciação Científica Voluntária PIVIC\UFU.

O projeto coordenado pelo professor colaborador desta pesquisa, denominado “Um Estudo Sobre a Quantidade de Animais Ideal e a Eficiência de Diferentes Tipos de Plantas Forrageiras no Sistema de Pastejo Rotacionado”, contou com a colaboração das Estudantes 5 e 7, e foi realizado no período de agosto de 2017 a Julho de 2018, após o encerramento do Trabalho de Projeto nas disciplinas Matemática I e II.

O aprimoramento do projeto dos alunos do Grupo 8, ao envolver a questão das plantas forrageiras, já tinha sido cogitado pela Estudante 7, ao final da disciplina Matemática I, como podemos observar na fala:

A gente estava até pensando que a ideia [do pastejo rotacionado] dá para fazer esses projetos aí de pesquisa e tal, iniciação científica. É uma ideia boa. Aqui no *campus* não tem campo agrostológico [para estudar as condições de adaptação de espécies forrageiras], que é um local que tem vários tipos de forrageiras e, a partir disso, dá para escolher uma. (Estudante 7, entrevista gravada em 02/03/2017)

O projeto desse grupo teve como objetivos o levantamento bibliográfico de resultados obtidos por produtores rurais com a utilização do pastejo rotacionado; o cultivo de plantas forrageiras em uma área experimental dentro do *campus* Monte Carmelo; a avaliação dos parâmetros como, por exemplo, altura, peso, contagem de folhas, entre outros, das forrageiras plantadas na área experimental; e o contato com produtores rurais e empresários da cidade que tinham interesse em colaborar com o projeto, cedendo as sementes que foram plantadas na área experimental.

Sobre a oportunidade de ter participado de um projeto de iniciação científica, que surgiu do tema/assunto do projeto do Grupo 8 em Matemática I, a Estudante 7 refletiu e descreveu da seguinte maneira:

Acho que o projeto em Matemática I foi um presente. A partir dele surgiu a IC. Então, nós plantamos, acompanhamos. Agora nós pegamos os dados e ainda estamos plotando. Estamos usando um *software* matemático. Nossa,

foi muito satisfatório, os valores que deram das alturas. Foram três espécies diferentes de forrageiras da mesma família (*Capim Zuri*, *Mambaça* e *Quênia*), os resultados deram muito diferentes. As alturas das plantas, peso também foi muito diferente. As variáveis foram altura, massa seca e massa verde. A gente queria comparar as alturas e o tratamento delas eram os mesmos. Usamos a água da chuva apenas, não aguamos e não teve adubação. Só plantamos porque o [professor das disciplinas/orientador] tirou a análise do solo e mandou para o laboratório, e não precisou nem corrigir. Estava tudo perfeito. Deu tudo certo! Agora eu vou escrever o relatório, ainda não tive tempo, aí depois vamos escrever o artigo. Estamos a [Estudante 5] e eu. Eu a chamei. Na verdade, na recepção dos calouros, quando fui apresentar, ela estava lá e gostou. Foi legal apresentar para a turma o trabalho de Matemática I. Apresentei também no simpósio ano passado, o de Matemática II.

O projeto de IC surgiu lá em Matemática I, e o [professor das disciplinas/orientador] aproveitou com os meninos agora, do primeiro período. No começo do semestre a gente ainda estava fazendo os cortes, daí os meninos da Matemática I que fizeram pra gente. Daí, com os valores, ele pegou e passou algumas questões pra eles, envolvendo limites, derivadas...mais ou menos o que ele fez com a gente. Usou os nossos dados. Está terminando... Foi um ano de IC. O projeto rendeu frutos... Penso em apresentar depois. (Estudante 7, entrevista gravada em 26/06/2018)

Além de considerar o projeto desenvolvido em Matemática I como um “presente”, a Estudante 7 reflete que ele “rendeu frutos”. Destacou a participação no projeto de iniciação científica, a apresentação da proposta na recepção dos calouros, no simpósio científico, a utilização dos dados da pesquisa provenientes da iniciação científica, nas aulas do professor, e o trabalho em conjunto com a Estudante 5.

A Estudante 5, por sua vez, também destacou a participação dos alunos da disciplina Matemática I no período em que elas estavam coletando os dados em campo e a importância de se contextualizar os conteúdos, de vivenciar na prática, para que os alunos consigam visualizar a aplicação em sua respectiva área.

Minha iniciação científica foi sobre a pastagem. O professor levou os alunos no campo. Eles estavam fazendo a coleta e usando os dados dentro de sala de aula. Uma coisa é você pegar aquilo dentro de sala de aula pronta e outra coisa é você ir lá, coletar os seus dados e desenvolver eles. Tipo: ah, eu medi isso e isso, então, quanto vai ser aquilo? É muito mais interessante você fazer uma aula prática e depois fazer a discussão dos dados, as contas em sala de aula, do que você já pegar um problema e desenvolver ele. (Estudante 5, entrevista gravada em 09/07/2018)

Práticas assim, em disciplinas como Cálculo, é um diferencial enriquecedor e significativo para os alunos. A seguir apresentamos um registro (Figura 30) de uma turma de Matemática I, em atividade experimental, posterior ao Projeto

acompanhado.

Figura 30 - Turma de Matemática I em atividade experimental.



Fonte: Professor da disciplina.

E, finalmente, tivemos um aluno, o Estudante 4, que se destacou auxiliando os grupos no desenvolvimento dos Projetos em Matemática I e II e sendo monitor de Matemática.

Muitos alunos mencionaram ter buscado ajuda desse aluno em algum momento, sobretudo para resolver as fichas orientadoras. Depois de ter cursado as disciplinas com o Trabalho de Projeto, esse aluno se ofereceu para dar monitoria de Matemática I para outras turmas.

Sobre a experiência com a atividade de monitoria, o Estudante 4 mencionou ter gostado, pois também o ajudava a estudar, como depreendemos na seguinte fala:

Eu gostei de ser porque tinha que estudar também. Eu ajudava os meninos nos projetos deles antes de ser monitor. [...] Na monitoria, se alguém me perguntasse, eu tinha que ensinar. No começo do período todo mundo procura, né. Aí eu tinha que estudar. Estudar para ensinar os outros. Estudar para mim mesmo, eu não gosto, mas pra ensinar os outros, eu gosto. Para ensinar, precisa estudar. Aí eu sentava e estudava até aprender. (Estudante 4, entrevista gravada em 26/06/2018)

Além de ter participado do Trabalho de Projeto e se sentir motivado em ajudar os alunos em seus projetos, acreditamos que a facilidade com a área de exatas e o fato de ter feito alguns períodos do curso de Matemática antes de ingressar no curso de Agronomia, pode ter contribuído para a opção desse aluno em ser monitor dessa disciplina.

Desde que nos propusemos a desenvolver o Trabalho de Projeto, sabíamos

que o Projeto afetaria de algum modo os alunos que dele participassem. Ao acompanharmos os estudantes nesta pesquisa, observamos que a maioria foi afetada de maneira positiva, seja do ponto de vista acadêmico, com a apropriação e aperfeiçoamento da linguagem científica, tecnológica e matemática, quanto do pessoal, com mudanças de atitudes, de comportamentos e de pensamentos, como depreendemos nas falas a seguir:

A Matemática para mim passou ser vista com outros olhos. Tanto, que em Matemática II, que tem matérias mais complicadas do que a Matemática I, eu não tive nenhum problema, sendo aprovado de primeira. Então, a ideia dos projetos me auxiliou muito, por tirar o que era um tormento e transformar em um diferencial! (Estudante 2, conversa no *WhatsApp*)

No geral, os estudantes sabiam que estavam participando de uma experiência diferenciada nessas disciplinas de Matemática em relação a muitos outros alunos do curso. Quando questionamos os protagonistas desta pesquisa sobre o que eles “ganharam” ao participar do Projeto, as palavras “experiência”, “conhecimento” e “aplicação” se destacaram.

Nossa! Foi uma experiência enorme. Já chegar aqui e ter um contato desses, assim direto com o curso. Foi muito bom, né, para o andamento final, para o resto do curso. Eu acho que é isso... Ganhei experiência! (Estudante 7, entrevista gravada em 26/06/2018)

Ganhei conhecimento, aplicação. Porque o aluno que fez de outro jeito só sabe em relação à Matemática mesmo. E eu já sei que aquilo lá eu posso aplicar, igual à modelagem matemática. Você desenvolve aquilo em cima da Matemática. Ele vai ter só a Matemática pura e eu tenho o desenvolvimento, já tenho o conhecimento da Matemática aplicada. (Estudante 5, entrevista gravada em 09/07/2018)

Ganhei tudo o que eu já falei, já... A questão da Agronomia mesmo. Porque Matemática I e II com trabalho de projeto entrou mais na área da Agronomia. O que eu ganhei foi isso. Porque, quando eu converso com outras pessoas, o foco mesmo não era esse, era só Matemática mesmo. Até induziu a gente estudar mais. (Estudante 3, entrevista gravada em 03/07/2018)

As Estudantes 7 e 5, além de mencionar o ganho de experiência e conhecimento com o desenvolvimento do Projeto, apontaram a questão da aplicabilidade da Matemática como sendo um diferencial para o aluno ingressante, já que as disciplinas Matemática I e II são ofertadas nos períodos iniciais do curso de Agronomia. Ainda sobre essa questão, o Estudante 3 também enfatizou que o Projeto oportunizou uma disciplina de Matemática direcionada ao curso, induzindo-o a estudar mais.

Tivemos também o relato de alguns dos alunos protagonistas desta pesquisa que já tinham cursado essas disciplinas uma ou mais vezes, sem êxito, antes de cursá-las com os Projetos.

Eu já tinha feito a Matemática I sem o projeto. Com o projeto, a gente viu sobre a aplicação da Matemática na Agronomia. Quando eu fiz primeiro, não tinha muita aplicação, principalmente da derivada. [...] Foi uma das primeiras pesquisas que eu fiz. Foi mais interessante por ser sobre a Agronomia mesmo. (Estudante 6, entrevista gravada em 26/06/2018)

Eu já tinha feito Matemática I e não passei, não aprendi derivadas, e se eu tivesse passado, seria colando. Nossa! [...] Se eu não tivesse feito Matemática I desse jeito, não ia saber desenvolver esses modelos, não ia saber que a Matemática poderia ser utilizada na Agronomia. [...] Acho que a Matemática é o elo que você precisa pra alavancar no seu curso. Quem fez as disciplinas com o projeto, vai bem melhor. Foi uma pesquisa. (Estudante 1, entrevista gravada em 26/06/2018)

Já tinha feito Matemática I antes, por duas vezes. Uma vez foi com o [redacted] [professor das disciplinas], foi a primeira vez quando eu cheguei e depois com o [redacted] [outro docente], aí, com ele, não tinha jeito de passar mesmo, não. Eu fiz essas duas vezes de uma forma e depois de outra totalmente diferente [com o projeto], e eu gostava de estudar Matemática. Eu acho que ficou mais fácil pra mim a Matemática, para aprender. Aí depende se a pessoa tem facilidade ou não, mas no meu caso, eu tinha muita dificuldade... Assim, mas eu acho que a minha dificuldade era mais porque eu falava: ah, mas isso não tem nada a ver com a Agronomia. Eu não tinha entusiasmo pra estudar Matemática. Mas depois do projeto, foi me mostrando que era o que eu realmente precisava, que podia ser um diferencial pra mim. Saber usar a Matemática em favor da Agronomia, foi isso. (Estudante 2, entrevista gravada em 09/07/2018)

Além de considerarem positivamente o modo como a disciplina Matemática I foi ministrada, com o Trabalho de Projeto, esses alunos evidenciaram a visualização das aplicações da Matemática no curso como fator que contribuiu no empenho e desempenho deles nas disciplinas de Matemática e no curso, ao “saber usar a Matemática em favor da Agronomia”.

Ao questionarmos sobre as contribuições do Projeto, sobretudo para a formação desses estudantes para a Agronomia, as experiências oportunizadas por terem vivenciado uma atividade direcionada à área, logo no início do curso, foi destaque nas falas dos nossos protagonistas, como depreendemos a seguir:

Experiência. Antes de plantar alguma coisa, eu vou fazer aquilo lá pra ver o melhor resultado que eu vou ter. (Estudante 6, entrevista gravada em 26/06/2018)

Pra mim, hoje, que até agora não fiz matéria nenhuma específica da Agronomia, eu acho que não teve contribuição específica ainda não, só que

futuramente vai ter, vai me ajudar bastante. Na hora que eu chegar na matéria de fungos, eu vou ter a noção de que eu já fiz no passado. Como estou no quarto período e não fiz nenhuma matéria específica, ainda não vi a contribuição, mas tem muita coisa que pra frente eu vou usar. (Estudante 4, entrevista gravada em 26/06/2018)

É igual eu estava falando antes, ajudou...é... aqui na UFU não tem introdução à Agronomia, eu acho que falta isso, mostrar os cultivos, e o projeto ajudou nisso. Eu entrei e já conheci o que é cebola irrigada, salsinha lisa. (Estudante 3, entrevista gravada em 03/07/2018)

Nossa...acho que primeiramente é lidar com as pessoas, trabalhar em grupo. Acho que todo trabalho que você faz é um momento que você tem pra saber lidar com todo mundo. E na experiência, né... posso falar que já fiz, já mexi com isso, sei mais ou menos o que pode dar, o que pode acontecer. (Estudante 7, entrevista gravada em 26/06/2018)

Além da experiência, a Estudante 7 também destacou a oportunidade de trabalhar em grupo. Esse foi um aspecto importante e fundamental no Trabalho de Projeto desenvolvido. Outro aspecto refere-se à mudança de pensamento sobre a Matemática enquanto área do saber.

Foi ver que a Matemática era outra coisa, que a Matemática não é só cálculo e tal, que dá pra colocar a Matemática em tudo. Porque eu sempre me fiz essa pergunta: para que eu vou usar a Matemática? Vou fazer Agronomia porque eu não gosto de Matemática. Eu pensei nisso. Mas tem! Será que eu vou querer isso mesmo? Mas foi um desafio e eu encarei. (Estudante 1, entrevista gravada em 26/06/2018)

Foi muito boa! Igual eu te falei, eu tinha um certo trauma com Matemática, aí depois que eu fiz essas disciplinas com projetos, eu comecei a olhar ela com outros olhos, literalmente. (Estudante 2, entrevista gravada em 09/07/2018)

Porque a gente acha que não vai usar isso (Matemática) para nada. A gente mesmo fala em sala de aula: por que estou aprendendo isso? Não vou usar isso. Mas aí a gente viu que usa, sim! (Estudante 5, entrevista gravada em 09/07/2018)

Questões sobre a aplicabilidade da Matemática e sobre a necessidade de se aprendê-la, como as levantadas pelos Estudantes 1 e 5, são clássicas entre os alunos em qualquer nível de ensino. Quando essas perguntas não são respondidas ou quando não é dada importância à elas, acabam produzindo alguns “traumas” entre os alunos. Com o Trabalho de Projeto desenvolvido, percebemos algumas mudanças de concepções entre os alunos. Ouvir os relatos como os desses alunos, de superação, nos fazem crer que o Projeto impactou-os de modo positivo e que, por isso, todos os esforços empenhados valeram a pena.

7 CONCLUSÕES

... não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. Esses *que-fazer*s se encontram um no corpo do outro. Enquanto ensino continuo buscando, reprocurando. Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo educo e me educo. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade. (FREIRE, 1996, p. 32)

Entendemos o ensino com pesquisa, neste estudo, como “uma sequência organizada de situações estimuladoras e desafiadoras de aprendizagem, na qual professor e alunos estão envolvidos como sujeitos do processo” (LAMPERT, 2007, p. 78). Nesta perspectiva, há um redimensionamento do processo de ensino, da prática pedagógica, onde a teoria se alia à prática, uma renovando e reconstruindo a outra. Assim como Lampert (2007), acreditamos que a pesquisa tem

a premissa de ajudar a melhorar o ensino, principalmente através do ensino com pesquisa. Cabe a universidade produzir saber e não, conforme vem fazendo ao longo dos séculos, simplesmente repassar e/ou reproduzir os conhecimentos advindo de outras áreas. (LAMPERT, 2007, p. 74)

Ao analisarmos os projetos apresentados pelos grupos e ao acompanharmos a trajetória das turmas em Matemática I e II, entendemos que os alunos tiveram que explorar diferentes contextos, realizar diversas análises (do ponto de vista matemático, agrônomico, tecnológico etc.), emitir opiniões/pensamentos. Chegamos à conclusão de que, em relação ao Trabalho de Projeto, predominou um tratamento no qual o aluno era concebido como sujeito produtor de conhecimento.

Entendemos que o movimento de produção de saberes no Trabalho de Projeto foi caracterizado pelo movimento dialético: os saberes singulares dos indivíduos contribuíram na construção de um saber coletivo e, em contrapartida, os saberes produzidos de modo coletivo propiciaram o desenvolvimento do saber do indivíduo.

O Projeto desenvolvido proporcionou aos estudantes uma experiência diferenciada nas disciplinas de Matemática I e II, como depreendemos na fala que segue:

Os meninos lá de casa fizeram Matemática II com ■■■■ [outro docente], sem projetos, e eu acho que eu aprendi muita coisa, porque o outro professor deixou muito a desejar. Com o projeto, foi vantajoso e com o ■■■■ [professor das disciplinas] dando as aulas, também. Ele é bem calmo, sabe explicar direito. [...] Eu ganhei muito aprendizado! Porque se fosse para estudar aquelas matérias, eu não estudava. Esses projetos forçam o estudo, ainda mais em grupo [...] um força o outro, fazer papel de pesquisador. (Estudante 4, entrevista gravada em 26/06/2018, grifos nossos)

O Estudante 4 mencionou ter aprendido “muita coisa” em relação aos colegas de curso que moravam com ele. Além de ter relacionado o ganho de “muito aprendizado” com as dinâmicas adotadas nessas disciplinas e destacado algumas virtudes do professor colaborador desta pesquisa, o aluno ressaltou a importância do trabalho ter sido desenvolvido em grupo, como motivação para o estudo, e ainda destacou o **papel de pesquisador** que ele e seus colegas desempenharam com o Trabalho de Projeto.

Assim, de maneira similar à pesquisa de Souza Junior (2000), pensamos que, ao propor que os alunos desenvolvessem os projetos, o professor passou a trabalhar o **ensino com pesquisa** na universidade. Além disso, a **extensão** esteve presente em todos os projetos dos grupos, estabelecendo uma relação entre a comunidade e a universidade.

Por trás da missão de se construir saberes, de formar cidadãos críticos, capazes de entender, questionar e transformar a realidade circundante, encontramos a pesquisa, o ensino e a extensão formando o tripé que constitui o eixo fundamental da universidade. Como tal, esse tripé não pode ser compartimentado. Seguindo Freire, aceitamos a concepção de que

toda a docência implica pesquisa e toda pesquisa verdadeira implica docência. Não há docência verdadeira em cujo processo não se encontre a pesquisa como pergunta, como indagação, curiosidade, criatividade, assim como não há pesquisa cujo andamento necessariamente não se aprenda porque se conhece e não se ensina porque se conhece e não se ensina porque se aprende. (FREIRE, 1992, p. 192)

Mesmo com esse princípio da indissociabilidade em que se assenta a universidade, percebemos poucas mudanças em relação à metodologia de ensino adotada pela maioria dos professores universitários. Atualmente, salvo raras exceções, presenciamos a priorização da educação bancária que, na visão freireana, parte do pressuposto de que o aluno nada sabe e o professor é detentor

do saber, estabelecendo-se uma relação vertical entre o educador e o educando.

É consenso que a produção de conhecimento sustenta a universidade, mas muitos não percebem que é a dimensão formativa que dá sentido à ela. Em muitas universidades, a pesquisa está consolidada por meio de programas de pós-graduação, projetos de pesquisa, iniciações científicas, etc., entretanto, o ensino com pesquisa, como metodologia de trabalho, sem perder a compreensão ético-político-social conferida quando se pensa na sociedade - destinatário final do saber produzido nesse espaço - está longe de ser uma realidade na docência do ensino superior.

Decerto que poucos professores praticam o ensino com pesquisa e extensão na universidade, conhecem seus benefícios e buscam por metodologias e tecnologias para a melhoria da qualidade do ensino. Esse cenário apresenta-nos diversos desafios e coloca a conclusão desta pesquisa como ponto de partida em novos campos de investigação.

Nesta pesquisa acompanhamos uma possibilidade metodológica para desenvolver práticas educativas no trabalho com o Cálculo. A proposta utilizou a essência do processo da Modelagem Matemática no ensino e na aprendizagem da Educação. Orientou-se pelo ensino de conteúdos do programa curricular das disciplinas Matemática I e II para o curso de Agronomia e, paralelamente, pela orientação à pesquisa, aproximando-nos da concepção de Modelagem na Educação de Biembengut (2016).

A proposta foi **implementada em diferentes formas de interação** e teve, como principais propulsores, os grupos de alunos e suas ações em produção coletiva. O Trabalho de Projeto foi implementado com dinâmicas diferentes em cada semestre e as interações deram-se de distintos modos, mas não apenas pelas estratégias adotadas em cada semestre. Foram distintos porque os tempos eram diferentes, as constituições das turmas e dos grupos também - alunos que se modificam, mudam ideias, interesses, competências - e claro, utilizaram-se “tratos” diferentes.

Pensamos que, nesta pesquisa, os processos interativos foram evidenciados por três vias. A primeira refere-se à **interação presencial**, entre aluno e aluno (no grupo ou com a turma), entre aluno e professor/pesquisadora, entre aluno e pessoas externas. A segunda e a terceira estão direcionadas aos processos interativos influenciados e oportunizados pelas TDIC: na **interação mediada pelas**

tecnologias, entre aluno, computador e professor ou entre aluno, celular, aluno/pesquisadora; e na **interatividade** entre aluno/professor e computador/celular.

Mais ainda, pensamos que as TDIC atuaram no desenvolvimento do Trabalho de Projeto também por três vias. A primeira, relacionada ao processo de **constituição da disciplina**, abrangendo a criação de um ambiente para as disciplinas (e o Projeto) no *Moodle*; a segunda ocorreu por meio do processo de **modelagem dos dados** e na **elaboração e resolução das fichas orientadoras**, com a utilização dos *softwares* por alunos e professor; e a terceira estava relacionada ao **processo comunicativo** entre os envolvidos, por meio do aplicativo *WhatsApp Messenger*, *e-mails*, fóruns, etc.

Assim, nesta pesquisa, as TDIC apresentaram-se como agentes capazes de potencializar a aprendizagem, como agentes instauradores de uma cultura de autoria e de pesquisa, que implica em uma transformação dos próprios estudantes.

Apesar da utilização dessas ferramentas tecnológicas ter oportunizado mais facilidade, praticidade e agilidade no processo de ensino e aprendizagem, e promovido interatividade e interação entre os sujeitos envolvidos no trabalho educativo acompanhado, consideramos que, em ambas as disciplinas, os alunos mantiveram uma preferência pela interação presencial à virtual.

A maioria não utilizou, por exemplo, os fóruns disponibilizados no AVA criado no *Moodle* para a troca de experiências da realização do Projeto, esclarecimento de dúvidas e também para os possíveis questionamentos sobre a realização das etapas. Isso pode ser justificado por questões culturais - em que muitos docentes acabam utilizando o *Moodle* apenas como depósito de materiais - ou até mesmo pelo fato das relações humanas se estabelecerem, primordialmente, na presença física. Em contrapartida, as monitorias também não foram muito frequentadas para fins do Trabalho de Projeto, o que nos leva a concluir que os alunos tinham preferência pelo contato presencial, mas que esse contato tinha predileção pelo(a) professor/pesquisadora para as orientações sobre o Projeto e pelo Estudante 4 (encontros não formais), que auxiliou alguns grupos.

A utilização de *softwares* – como o *GeoGebra*, o *Maple*, o *Excel* e o *WolframAlpha* – marcaram o processo de modelagem dos dados, a elaboração e resolução das fichas orientadoras, que tiveram um papel fundamental na proposta acompanhada. Foi a partir delas que o professor buscou fazer um elo entre o conteúdo dos programas das disciplinas e os projetos dos alunos – um elo entre o

ensino e a pesquisa/extensão.

Em Matemática I, o professor, de posse dos dados, das informações e do desenvolvimento dos alunos, apresentados nos relatórios parciais, tentou percorrer os caminhos traçados nos grupos, definiu os conteúdos que melhor se adequariam às situações apresentadas e elaborou questões que direcionariam a (re)formulação de um modelo, tentando não perder a essência de cada projeto e os objetivos de cada grupo.

Já no Projeto em Matemática II, o professor definiu inicialmente os conteúdos curriculares que seriam abordados nas fichas orientadoras e direcionou os grupos para a realização de experimentos, também com orientações pré-estabelecidas: escolhia-se uma cultura, o quê seria acompanhado (alturas médias das folhas ou caules, etc.) e duas variáveis que interfeririam no seu desenvolvimento (quantidades diferentes de água e diferentes períodos de exposição ao sol, etc.).

Feito isso, o professor, com os valores obtidos nos experimentos, os aproximou por uma função polinomial de duas variáveis para cada grupo. Com essa função, foi pedido aos alunos que seguissem alguns caminhos para responder às questões propostas, que envolviam a elaboração de gráficos, a busca e classificação de ponto crítico, além de encontrar o máximo da função obtida, restrita a uma função do primeiro grau (função restrição), utilizando os Multiplicadores de Lagrange.

A utilização do *WhatsApp* (aluno, celular, aluno/pesquisadora) esteve relacionada ao processo comunicativo entre os envolvidos. Essa interação mediada pelas tecnologias aproximou os alunos nas relações com o grupo, com a turma, com a pesquisadora, com membros externos, e, algumas vezes, possibilitou a comunicação em tempo real, apresentando-se como possibilidade para o desenvolvimento dos projetos nas reuniões de alguns grupos e na preparação dos seminários.

Os seminários constituíram-se como momentos de manifestação das interações presenciais entre os alunos (grupo) e o professor, e entre os grupos (turma). A socialização dos resultados constituiu-se como um dos quatro pilares fundamentais para o desenvolvimento dos Trabalhos de Projeto (MOURA; BARBOSA, 2013), assim como a liberdade de escolha do tema por parte dos alunos, a formação de grupos de alunos e a visão de laboratório aberto, com a utilização de múltiplos recursos.

A divulgação científica tem a ver com proximidade. Foram momentos ricos de questionamentos e produção coletiva. Os alunos se mostraram-se admirados com as aplicações da Matemática na Agronomia e muitos questionaram o professor sobre situações nas quais poderiam utilizar outros conteúdos das disciplinas. Percebemos o cuidado de alguns alunos ao transformar a linguagem da sua pesquisa, sobretudo relacionada a assuntos técnicos da Agronomia, para explicá-la para os colegas.

Para muitos, foram os primeiros seminários apresentados por eles em suas trajetórias acadêmicas. Alguns grupos usaram vídeos e manipularam os *softwares* durante o seminário, mostrando passo a passo o desenvolvimento de seus projetos.

Conforme já mencionamos, os processos interativos oportunizados com o Trabalho de Projeto consolidaram-se tendo o ensino aliado à pesquisa com princípios científico e educativo. No processo de avaliação dos projetos, em ambas as disciplinas, percebemos que existiu uma lógica de avaliação formativa e seletiva, analisando a produção dos alunos, o esforço que eles desempenharam para desenvolver os projetos, as interações, além de, é claro, olhar para os conteúdos.

Quanto ao processo de avaliação, seguimos Souza Junior (2000, p. 275) no acreditar que, ao avaliar o aluno nessa perspectiva, “espera-se e acredita-se que o produto que o aluno elabora em cada momento, e que é avaliado, seja apenas parte de um processo de produção do conhecimento muito mais amplo”. Dessa forma, o processo de avaliação dos projetos, considerando os alunos como produtores de conhecimentos, mostrou-se diferente de fazê-lo acreditando que os alunos eram meros reprodutores.

Refletimos que o Trabalho de Projeto proposto aos alunos requereu envolvimento, preparação, criação e teve o potencial de propiciar o entusiasmo e o interesse pelos conteúdos das disciplinas de Matemática, levando-os a perceber que esses são meios importantes para a compreensão de situações inerentes ao seu curso da área Agronômica.

No processo que acompanhamos nesta pesquisa, diferentes contextos emergiram - histórico, social, linguístico, científico, semântico, dentre outros. E, em cada contexto, emergiram diferentes linguagens - oral, escrita, sinais, etc. Ao analisarmos esses contextos, que evidenciamos na proposta educativa desenvolvida, acreditamos que a Modelagem Matemática e a utilização de TDIC, via Trabalho de Projeto, podem contribuir para a apropriação e aperfeiçoamento da

linguagem matemática, científica e tecnológica pelos estudantes.

Quanto a seus aspectos organizacionais, evidenciaram características de um trabalho colaborativo dos grupos de alunos e professores (das disciplinas Matemática I e II, e do curso de Agronomia). Apesar de termos focado, nesta pesquisa, no olhar dos estudantes do curso da Agronomia, a análise do processo de constituição e implementação da proposta traz evidências de que esse trabalho colaborativo trouxe benefícios para todos os envolvidos: professores, estudantes matriculados nas disciplinas de Matemática I e II, nos semestres 2016/2, 2017/1, e em outros semestres, com a continuidade do Projeto.

Professor(es) e alunos trabalharam de forma coletiva e contaram com a colaboração de outros membros da universidade e externos à ela, em prol da formação desses alunos, a partir de um curso customizado. O estudo da trajetória dessas turmas investigadas mostrou-nos que o trabalho coletivo é um caminho possível e viável para que os alunos (e professor) possam produzir, no seu cotidiano, saberes e conhecimentos por meio do ensino com pesquisa na graduação.

Os alunos, que antes trabalhavam com pesquisa somente em projetos de iniciação científica (acessíveis apenas para alguns) ou em seus trabalhos de conclusão de cursos a partir dos últimos semestres, começaram a desenvolver um trabalho de reflexão, de formação e de produção desde o início do curso, a partir de disciplinas que para muitos deles não fazia sentido estudarem na Agronomia, favorecendo a significação da aprendizagem.

Os projetos de alguns grupos deram origem a trabalhos posteriores, que foram enviados e aprovados em eventos científicos, a projetos de iniciação científica e a projetos de ensino em subprogramas que têm como foco o combate assertivo à retenção e à evasão nos cursos de graduação da universidade. Isso demonstra o potencial dos alunos e o nível da proposta, além de evidenciar que o ensino com pesquisa, com rigor científico e potencial educativo, está ganhando seu espaço e vem sendo feito com qualidade.

Além de ser fonte de conhecimento, de aprendizado, de contribuições e de ser responsável pelo amadurecimento dos envolvidos, o Trabalho de Projeto foi replicado e aprimorado em todos os semestres seguintes à aplicação desta pesquisa, pelo professor colaborador desta pesquisa e por outros professores (de Matemática e de Estatística – este último, em outra perspectiva, porém dialogava

com os objetivos desta pesquisa), em semestres seguintes para alunos do curso de Agronomia e que culminou com a expansão também para os alunos do curso de Engenharia Florestal, abarcando uma quantidade significativa de envolvidos.

Mais que ser replicado e aprimorado, o Trabalho de Projeto desenvolvido foi transformado e deu origem a projetos que foram aprovados para 2019 e 2020, por meio de editais de um programa da Pró-Reitoria de Graduação – o Programa Institucional de Graduação Assistida (PROSSIGA), no qual objetiva-se enfrentar o problema das altas taxas de retenção e evasão em determinadas disciplinas, entre as quais, os Cálculos.

Esses projetos, coordenados pelo professor colaborador desta pesquisa, contam com a colaboração de docentes da Matemática e da Agronomia, além de alunos bolsistas. As propostas visam resgatar a motivação dos alunos, utilizando experimentos interdisciplinares, relacionando os conteúdos de Matemática aprendidos em sala de aula com situações práticas da área de Ciências Agrárias.

Os projetos contam com várias ações e abrangem as turmas de Matemática I e II dos cursos de Agronomia e Engenharia Florestal do *Campus*. Juntas, essas turmas abarcam uma quantidade significativa de alunos atingidos.

Ao presenciarmos a continuação, a reformulação e o aprimoramento da proposta do Trabalho de Projeto pelo docente e por outros, por ele mobilizados, acompanhamos um processo de transformação docente. Essa possibilidade metodológica colocou o professor em uma posição de pesquisador replicador, no sentido de ser capaz de questionar e refletir sobre a sua prática e disseminar suas experiências para outros docentes, trazendo grandes benefícios aos profissionais envolvidos, ao processo de ensino e à universidade.

Professores que antes trabalhavam visando somente objetivos das suas respectivas disciplinas têm feito, a partir da ideia do Trabalho de Projeto desenvolvido, um trabalho conjunto visando a integração e contextualização dos conteúdos da Matemática e das Ciências Agrárias. De acordo com Biembengut (2016, p. 344), “A atividade de ensinar é um precioso meio para aprender, ou mesmo aprender como os estudantes percebem, apreendem, compreendem, explicitam, significam, expressam”. Observamos avanços no trabalho coletivo no *campus*, com a construção de uma rede, ainda tímida, de docentes da Matemática, da Estatística e da Agronomia, e de alunos que querem aprender, pensar, trabalhar e produzir juntos.

As perspectivas são de crescimento do número de docentes e de alunos participando de propostas semelhantes a esta e um número cada vez maior de projetos de qualidade sendo apresentados nas disciplinas. Começamos a preparar os campos para novas possibilidades e começamos a plantar as sementes, usando a experiência do que vivemos com o Projeto.

O intuito de trazer esta proposta de Trabalho de Projetos é que valha como exemplo aos professores do Ensino Superior para fazer uso dessa possibilidade metodológica para desenvolver, na prática, o trabalho com o Cálculo, sobretudo em cursos que não são da área de exatas. Não apenas trazer ao curso de Agronomia uma disciplina de Cálculo com aplicações matemáticas e que busque mais informações sobre tópicos das Ciências Agrárias, mas, especialmente, propiciar aos estudantes a possibilidade de fazer o percurso da pesquisa em um curso customizado.

A nossa percepção de Trabalho de Projeto, de Ensino com Pesquisa, de Modelagem Matemática e da utilização de TDIC na Educação não tem pretensão de apresentar-se como uma nova teoria da Educação Matemática, mas, sim, como uma preocupação para com ela, como a de muitos outros pesquisadores da área.

Defendemos a proposição de Projetos que integrem a Matemática aos assuntos relacionados ao curso que o aluno encontra-se matriculado, fazendo uso das TDIC para facilitar a compreensão dos campos de conhecimentos envolvidos, além de nos permitir “ampliar o conceito de aula, de espaço e tempo, de comunicação audiovisual, e estabelecer pontes novas entre o presencial e o virtual, entre o estar junto e o estarmos conectados a distância” (MORAN; MASETTO; BEHRENS, 2003, p.12); e, apoiados nos princípios da Modelagem Matemática, com pensamento, prática e linguagem, para, de modo progressivo, desenvolver habilidades, aprimorar conhecimentos e despertar o gosto pela investigação, ao oportunizarmos aos estudantes a vivência de etapas requeridas de um pesquisador – perspectiva de Educação para uma cidadania crítica.

Assim, de maneira similar à pesquisa de Alves (2017), pensamos que uma forma de implementar uma proposta de Trabalho de Projeto é pela práxis criadora da Modelagem Matemática, enquanto pesquisa científico-tecnológica no contexto da Cultura Digital. Nesta perspectiva, no Trabalho de Projeto acompanhado, os alunos estudaram as informações perceptíveis dos temas/assuntos do interesse deles e produziram novas - antes imperceptíveis, sob a orientação do professor.

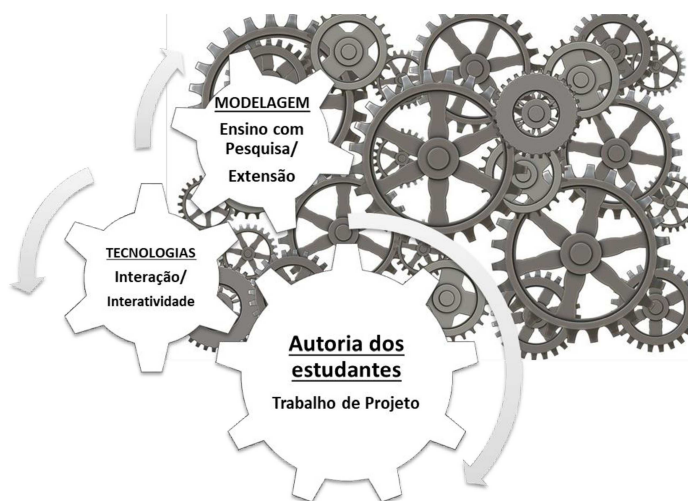
Por meio dos processos interativos essas informações e, as tecnologias digitais utilizadas, foram selecionadas. Coadunamos com Alves (2017) na compreensão de que essas interações têm o potencial de transformar as informações em conhecimentos - ao compreender ou criar modelos para a resolução dos problemas, possibilitar a educação dos alunos pela pesquisa numa práxis da Modelagem Matemática.

O percurso acompanhado nesta pesquisa, sobretudo pelas experiências vivenciadas e contribuições alcançadas, nos permite concluir que **fazer Modelagem nos tempos de hoje é fazer Modelagem em diferentes tipos de interação e interatividade, propiciando a autoria dos estudantes.**

Os estudantes são, reconhecidamente, os principais autores desse processo e a principal peça da engrenagem Educação – formada, também, pelos professores, coordenadores, administradores, pela estrutura física, pelos recursos tecnológicos, etc. Essas peças principais da engrenagem estão associadas à peças adjacentes – pedagogia escolhida pelo professor, metodologia do curso, etc., que fortalecem o sistema e que precisam estar ativas e em harmonia com todas as outras peças que a compõem. Isso, pois, quando uma dessas peças, independentemente da função que desempenha, apresenta algum problema, todo o conjunto é prejudicado imediatamente.

A seguir apresentamos a Figura 31, construída para mostrarmos algumas dessas peças adjacentes, que compõe a engrenagem da pedagogia adotada pelo professor no desenvolvimento do Projeto acompanhado nesta pesquisa.

Figura 31 - Engrenagem da Modelagem na perspectiva desta pesquisa.



Fonte: A autora.

Com foco no protagonismo dos estudantes, esta pesquisa nos mostrou como as disciplinas Matemática I e Matemática II foram aprendidas por eles, em função da pedagogia escolhida pelo professor – engrenagem da Modelagem. Nessa engrenagem, o fazer Modelagem na universidade, na perspectiva de ensino com pesquisa e extensão, foi possível ao associá-la às Tecnologias. Essas, por sua vez, propiciaram diferentes formas de interação e interatividade, que oportunizaram a autoria dos estudantes no desenvolvimento dos projetos.

Embora essa "engrenagem" apresente um caráter subjetivo, o seu diferencial se encontra no modo como o trabalho foi conduzido, e que nesta pesquisa foi apresentado na Figura 5, da subseção 4.4. Ao analisarmos as contribuições da proposta realizada, constatamos que todas as peças da "engrenagem" desenvolveram seu papel de maneira adequada, fazendo com que o Projeto funcionasse satisfatoriamente nas turmas acompanhadas.

Certamente, por ter sido acompanhada apenas em dois semestres letivos, ainda há um amplo campo de possibilidades a ser explorado em pesquisas futuras:

- Explorar a proposta educativa em outros cursos do campus, estendendo assim, para disciplinas que abordam os conteúdos dos outros Cálculos, como os Cálculos III e IV.

- Abrir espaços para reflexão e discussão sobre a Modelagem e sobre o uso das TDIC no ensino de Cálculo, contribuindo para a formação docente.

- Planejar e implementar novas propostas de trabalho colaborativo com foco no ensino, na pesquisa e na extensão e, envolvendo outros "modelos" de Modelagem, com TDIC e com outras perspectivas de Trabalho de Projetos.

Assim, vislumbramos um longo e promissor caminho a ser percorrido. Ao findar o texto desta tese, refletimos que há, de fato, sabedoria na metáfora da produção e plantio no contexto educacional, sobretudo se expandirmos nosso olhar para a proposta como um todo. Em primeiro lugar, preparam-se os campos. O "solo", tal como nós o vemos nas universidades, nem sempre está apto a receber algumas sementes. Ele precisa ser preparado, estimulado, para que receba as sementes, plenamente elaborado para a germinação. Para isso, pelas mãos dos principais protagonistas deste cenário (estudantes e professores universitários), adicionam-se o "adubo" e os "nutrientes". O adubo, pelas mãos dos professores – do querer ensinar, e os nutrientes pelas mãos de cada estudante que traz consigo a seiva necessária à natureza do querer saber, do fazer e do ser, que possibilita essa

nutrição.

As “sementes” também precisam ser selecionadas. Cada uma é ideal para um tipo diferente de solo. Esses cuidados devem ser tomados, caso contrário, não conseguiremos colher os “frutos” que esperamos. As nossas sementes, que estão sendo plantadas hoje, na forma de propostas e tentativas, erros e acertos, vão gerar frutos, que serão colhidos no futuro, nas esferas pessoal e profissional de cada envolvido, na sociedade e na natureza.

E, por mais expectativa que se crie pela “colheita”, acreditamos que o processo, a caminhada, os movimentos de transformação e expansão, oportunizados com propostas como estas, não devem ser esquecidos. Além disso, precisamos cuidar ainda mais daquelas sementes que não germinaram e admirar cada um dos brotos.

As sementes têm um poder imensurável e por isso, Biembengut (2016) escolheu os seguintes dizeres de Henry Thomas (1964), para encerrar seu livro, que tratou sobre Modelagem na Educação Matemática e na Ciência e que tanto nos inspirou:

Sem crescer um tantinho e sem tomar alimento algum, mas apenas absorvendo água, uma semente pode exercer mais pressão do que vós ou eu podemos com músculos ou com as mãos. [...] Umedecei as sementes e verificai a semente no dia seguinte. Ficareis espantados com a pressão indicada pelo aumento de peso das sementes. (THOMAS, 1964, p. 321)

Como toda semente plantada em solo fértil, este Projeto dará eternos frutos sob a sombra daqueles que, mesmo que timidamente, optarem por umedecê-la, e sob a luz daqueles que apostarem na Modelagem, como princípio investigativo, sendo um meio de educar matematicamente, no ensino com pesquisa e extensão, no Trabalho de Projeto, em propostas interdisciplinares, na utilização de TDIC e nas interações oportunizadas em propostas que, como esta, semeiam, mobilizam e tornam os estudantes produtores de conhecimentos, para qualquer grupo de pessoas, em qualquer campo que escolherem.

REFERÊNCIAS

- ABRANTES, P. Trabalho de projecto e aprendizagem Matemática. *In: II CIBIEM*, 2., 1994, Blumenau. **Anais**[...]. Blumenau, 1994. 17p.
- AGUIAR, E. V. B. As novas tecnologias e o ensino-aprendizagem. *In: Vértices*, IF – Fluminense: Campos dos Goytacazes/ RJ, v. 10, n. 1/3, jan./dez. 2008.
- ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Modelagem em cursos de formação de professores. *In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. Modelagem matemática na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais*. Recife: SBEM, 2007, p. 253-268. (Biblioteca do Educador Matemático). v. 3.
- ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- ALVES, C. A. **Os saberes mobilizados por futuros professores em atividades de modelagem matemática envolvendo a função afim**. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2015.
- ALVES, D. B. **Modelagem matemática no contexto da cultura digital: uma perspectiva de educar pela pesquisa no curso de técnico em meio ambiente integrado ao ensino médio**. 2017. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2017.
- BARBOSA, E. F.; MOURA, D. G.; BARBOSA, A. F. Inclusão das tecnologias de informação e comunicação na educação através de projetos. **Anais do CONGRESSO ANUAL DE TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO**, 2004. p.1-13.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino–aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2011.
- BELLONI, M. L. Ensaio sobre a educação a distância no Brasil. *In: Educação e Sociedade*, v. 23, n. 78, p.117-142, abr.2002. <https://doi.org/10.1590/S0101-73302002000200008>
- BIEMBENGUT, M. S. **Mapeamento na Pesquisa Educacional**. Rio de Janeiro: Ed. Ciência Moderna Ltda., 2008.
- BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem na educação matemática e na ciência**. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2016.
- BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem no ensino fundamental**. Blumenau: Edifurb, 2014.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Tradução Maria João Alvarez; Sara Bahia dos Santos; Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994. 336 p.

BOTTENTUIT JUNIOR, J. B.; ALBUQUERQUE, O. C. P.; COUTINHO, C. P. *Whatsapp e suas Aplicações na Educação: uma revisão sistemática da Literatura*. *In: Revista EducaOnline*, v. 10, n. 2, maio/ago. 2016.

BOUTINET, J. P. **Antropologia do projecto**. Lisboa: Instituto Piaget, 1990.

CALDEIRA, A. D. Modelagem matemática: um novo olhar. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.33-54, jul. 2009.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Porto Alegre: Artmed, 2007. 248p. <https://doi.org/10.26512/les.v13i1.11610>

D'AMBROSIO, U. **Temas transversais e educação em valores humanos**. São Paulo: Peirópolis, 1999.

DEMO, P. **Educar pela pesquisa**. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 1998.

DEWEY, J. **Vida e educação**. São Paulo: Melhoramentos; [Rio de Janeiro]: Fundação Nacional de Material Escolar. Tradução Anísio Teixeira. 1978.

DOMINGOS, R. M. C. **Resolução de problemas e modelagem matemática: uma experiência na formação inicial de professores de física e matemática**. 2016. 193 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

EL ANDALOUSSI, K. **Pesquisas - ações: ciências, desenvolvimento, democracia**. Tradução Michel Thiollent. São Carlos: Edufscar, 2004.

ENRICONE, D. A dimensão pedagógica da prática docente futura. *In: ENRICONE, D. (org.). A docência na educação superior: sete olhares*. Porto Alegre: Evangraf, 2006. p. 9-28.

FERREIRA, V. G. G. **Exploring mathematical functions through dynamic microworlds**. 1996. Thesis (PhD) - Institute of Education, University of London, 1997.

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? *In: BORBA, M. de C.; ARAÚJO, J. de L. (org.). Pesquisa qualitativa em educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 47-76.

FLICK, V. **An introduction to qualitative research**. London: Sage Publications, 1999.

FLORES, J. B.; LIMA, V. M. R.; MÜLLER, T. J. O uso das tecnologias da informação e comunicação no ensino de cálculo diferencial e integral: reflexões a partir de uma metanálise. *In: Abakos*, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais PUC-MG, Belo Horizonte, v. 6, n. 2, p. 21-35, 2018. <https://doi.org/10.5752/P.2316-9451.2018v6n2p21-35>

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa.** 9.ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREIRE, P. **Pedagogia da esperança: um reencontro com a pedagogia do oprimido.** Rio de Janeiro : Paz e Terra, 1992.

FREITAS, C. A. M. de. **Modelagem matemática da araucária angustifolia nos campos de Lages, Santa Catarina:** uma proposta metodológica regional para o estudo do cálculo diferencial e integral em sala de aula. 2006. 120 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2006.

GEERTZ, C. **A interpretação das culturas.** São Paulo: LCT, 1989.

GOLDENBERG, P. Mathematics, metaphors and human factors: mathematical, technical and pedagogical challenges in the educational use of graphical representation of functions. **The Journal of Mathematical Behavior**, v.7, n. 2, p. 135-73, 1988.

GOMES FERREIRA, V. G. *Exploring Mathematical Functions through Dynamic Microworlds*, Tese de Doutorado (D.Phil). Instituto de Education, Universidade de Londres, 1997.

GRAVINA, Maria Alice. O potencial semiótico do *GeoGebra* na aprendizagem da geometria: uma experiência ilustrativa. *Vydia*, Santa Maria, v. 35, n. 2, p. 237-253, jul. 2015.

HABERMAS, J. **Conhecimento e interesse:** com um novo posfácio. Tradução José N. Keck. Rio de Janeiro: Zahar Editora, 1982.

KLÜBER, T. E. **Uma metacompreensão da modelagem matemática na educação matemática.** 2012. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

KNOLL, M. The project method: Its vocational education origin and international development. *In: Journal of Industrial Teacher Education*, v.34, n.3, 1997.

LAMPERT, E. O ensino com pesquisa: realidade, desafios e perspectivas na universidade brasileira. *In: Comunicações: Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação da UNIMEP*, ano 14, n.1. p. 71-87, 2007. <https://doi.org/10.15600/2238-121X/comunicacoes.v14n1p71-87>

LARROSA, J. **Tremores:** escritos sobre experiência. Belo Horizonte: Grupo Autêntica, 2014. 176 p.

LEFEBVRE, H. **La production de l'espace.** Paris: Éditions Anthropos, 1981.

LEINHARDT, G.; ZASLAVSKY, O.; STEIN, M. Functions, graphs, and graphing: tasks, learning and teaching. **Review of Educational Research**, v. 60, n. 1, p. 1-64.

1990. <https://doi.org/10.3102/00346543060001001>

LIBÂNEO, J. C. **Democratização da escola pública a pedagogia crítica social dos conteúdos**. São Paulo: Loyola, 1985.

LIMA, G. L.; BIANCHINI B. L.; GOMES, E. Cálculo e análise: mapeamento das pesquisas do GT04 - educação matemática no ensino superior. **VIDYA**, Santa Maria, v. 37, n. 2, p. 317-334, jul./dez., 2017.

LIMA, P. G. **Tendências paradigmáticas na pesquisa educacional**. Artur Nogueira, SP: Amil, 2003. 196 p.

LOPES, E. M. C. **Integração de mídias na disciplina de geometria analítica em um curso de graduação em matemática**. 2019. 270 p. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 2019. <https://doi.org/10.14393/ufu.te.2019.920>

LÜCK, H. **Metodologia de projetos: uma ferramenta de planejamento e gestão**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2003.

MALHEIROS, A. P. S. Algumas interseções entre projetos e modelagem no contexto da educação matemática. **Acta Scientiae**, v.13, n.1, p. 71-86, jan./jun., 2011.

MALHEIROS, A. P. S. **Educação matemática online: a elaboração de projetos de modelagem matemática**. 2008. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, SP, 2008. <https://doi.org/10.1590/s0103-636x2012000200019>

MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem matemática e pedagogia de projetos: possíveis interseções**. Comunicação Científica. *In: IX ENEM*, Belo Horizonte, p. 1-15, jul. 2007.

MANZINI, E. J. **A entrevista na pesquisa social**. Didática: São Paulo, v. 26/27, p. 149-158, 1990/1991.

MARIN, D. **Professores de matemática que usam a tecnologia de informação e comunicação no ensino superior**. 2009. 164p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2009.

MATTOS, S. G. de. **Licenciatura em Matemática a distância: compreensões a partir de um estudo sobre o ensino de vetores**. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012.

MENEZES, R. O. **O uso de tecnologias digitais no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática**. 2016. 86 p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Universidade Federal do Pará, Belém, 2016.

MEYER, J. F. C. A. O que nos fez e faz sermos matemáticos, professores de matemática? *In: XVIII ENCONTRO REGIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA, Anais[...]*. Campinas, 2005.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS A. P. S. **Modelagem em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

MINAYO, M. C. S. O desafio do conhecimento: pesquisa qualitativa em saúde. São Paulo: HCITEC-ABRASCO, 1996. *In: LIMA, P. G. Tendências paradigmáticas na pesquisa educacional*. Artur Nogueira, SP: Amil, 2003. 196 p.

MORAN, J. M.; MASETTO, M; BEHRENS, M. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. São Paulo: Papirus, 2003. p.12.

MORIN, E. Entrevista para Audrey Furlaneto, **O GLOBO**. 7 jun.2019. Disponível em : <https://oglobo.globo.com/sociedade/resistir-as-incertezas-parte-da-educacao-diz-edgar-morin-23723035>. Acesso em: 15 julho. 2019.

MOURA, D. G.; BARBOSA, E. F. **Trabalhando com projetos: planejamento e gestão de projetos educacionais**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2013.

NASCIMENTO, R. A. do. **Modelagem matemática com simulação computacional na aprendizagem de função**. 2007. 344 p. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007.

OLIVEIRA, J. D. de. **Mapeamento de pesquisas que utilizam a modelagem matemática para o ensino e aprendizagem do cálculo diferencial e integral: uma análise a partir da construção de um banco de dados**. 2018. 222p; Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, BA, 2018.

OLIVEIRA, J. D.; MADRUGA, Z. E. F. Mapeamento de produções brasileiras sobre o uso da modelagem matemática no ensino do cálculo diferencial integral. **Revista Docência do Ensino Superior**, v. 8, p. 211-227, 2018. <https://doi.org/10.35699/2237-5864.2018.2436>

PAGANI, E. M.; ALLEVATO, N. S. G. Ensino e aprendizagem de cálculo diferencial e integral: um mapeamento de algumas teses e dissertações produzidas no Brasil. **VIDYA**, Santa Maria, v. 34, n. 2, p. 61-74, jul./dez., 2014.

PARANHOS, M. de M. **Parametrização e movimentação de curvas e superfícies para uso em modelação matemática**. 2015. 147 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

PEREIRA, R. S. G.; SEKI, J. T. P.; PALHARINI, B. N.; COELHO NETO, J.; SILVA, A. C.; DAMIN, W.; MARTINS, B. O. Modelagem matemática e tecnologias digitais educacionais: possibilidades e aproximações por meio de uma revisão sistemática de literatura. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa)**, v. 8, p. 80-94, 2017. <https://doi.org/10.26843/rencima.v8i2.1214>

PERGHER, N.; DIAS, M. O carteiro, o poeta e skinner: um estudo sobre a metáfora. **Revista Brasileira de Terapia Comportamental e Cognitiva**, v.11, n. 1, p. 1-14, 2008. <https://doi.org/10.31505/rbtcc.v11i1.380>

PONTE, J. P. **O computador: um instrumento da educação**. Porto: Texto Editora, 1992.

REY, F. G. **O social na psicologia e a psicologia social: a emergência do sujeito**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2004.

REY, F. G. **Pesquisa qualitativa e subjetividade: Os processos de construção da informação**. Tradução Marcèj Aristides Ferrada Silva. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2005. 222 p.

RIPARDO, R. B.; OLIVEIRA, M. de S.; SILVA, F. H. da. Modelagem matemática e pedagogia de projetos: aspectos comuns. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.87-116, jul. 2009.

ROMANOWSKI, J. P.; ENS, R. T. As pesquisas denominadas do tipo “estado da arte” em educação. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 6, n.19, p.37-50, set./dez., 2006.

SANTOS, F. V. **Modelagem matemática e tecnologias de informação e comunicação: o uso que os alunos fazem do computador em atividades de modelagem**. 2008. 176 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

SCHUTZ, C. **Modelagem matemática e recursos tecnológicos: uma experiência em um curso de formação inicial de professores**. 2015. 127 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015.

SILVEIRA, M. R. A. *et al.* Reflexões acerca da contextualização dos conteúdos no ensino da matemática. **Currículo sem Fronteiras**, v.14, n.1, p.151-172, jan./abr. 2014.

SKINNER, B. F. **O comportamento verbal**. 1957. São Paulo: Cultrix, 1978.

SOARES, L. H. **Aprendizagem significativa na educação matemática: uma proposta para a aprendizagem de geometria básica**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2009.

SOARES, M. B.; MACIEL, F. **Alfabetização**. Brasília, DF: MEC/Inep/Comped, 2000. (Estado do Conhecimento, n.1).

SOUZA, M. C. S. de; BURNHAM, T. F. Produção do conhecimento em EAD: um elo entre professor – curso – aluno. *In: Encontro Nacional de Ciência da Informação*, 2004, Salvador. Ciência da Informação: Fronteiras e Tendências. Salvador: EDUFBA, 2004. Disponível em: <http://www.cinform->

anteriores.ufba.br/v_anais/artigos/mariacarolinasantos.html. Acesso em: 03 dez. 2019.

SOUZA JUNIOR, A. J. **Concepções do professor universitário sobre o ensino da matemática**. 1993. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1993.

SOUZA JUNIOR, A. J. **Trabalho coletivo na universidade: trajetória de um grupo no processo de ensinar e aprender cálculo diferencial e integral**. 2000. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

TONUS, M. **Interações digitais: uma proposta de ensino de radiojornalismo por meio das TIC**. 2007. Tese (Doutorado em Multimeios) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2007.

TORREZZAN, C. A. W.; BEHAR, P. A. Parâmetros para a construção de materiais educacionais digitais do ponto de vista do design pedagógico. *In*: BEHAR, P. A. (org.). **Modelos pedagógicos em educação a distância**. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. p. 33-65.

THOMAS, H. **As maravilhas do conhecimento humano**. Tradução Oscar Mendes. V.2. Porto Alegre: Editora Globo, 1964.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA. Faculdade de Matemática. **Plano de Ensino de Matemática I para o curso de Graduação em Agronomia – Campus Monte Carmelo**. Uberlândia, 2014a. 3 p.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA. Faculdade de Matemática. **Plano de Ensino de Matemática II para o curso de Graduação em Agronomia – Campus Monte Carmelo**. Uberlândia, 2014b. 3 p.

VALENTE, L.; MOREIRA, P.; DIAS, P. Moodle: moda, mania ou inovação na formação? *In*: ALVES, Lynn; BARROS, Daniela; OKADA, Alexandra (org.). **Moodle: estratégias pedagógicas e estudo de caso**. Salvador: EDUNEB, 2009. p. 35-54.

VIANNA, H. M. **Pesquisa em educação: a observação**. Série Pesquisa, v. 5. Brasília: Leber Livro Editora, 2007. 108 p.

ANEXOS

ANEXO A: PLANO DE ENSINO DA DISCIPLINA MATEMÁTICA I

Instituto de Ciências Agrárias
COLEGIADO DO CURSO DE AGRONOMIA

PLANO DE ENSINO

1. IDENTIFICAÇÃO

COMPONENTE CURRICULAR: MATEMÁTICA 1				
UNIDADE OFERTANTE: FACULDADE DE MATEMÁTICA				
CÓDIGO: GAG 501		PERÍODO: 1º		TURMA: G
CARGA HORÁRIA			NATUREZA	
TEÓRICA: 60	PRÁTICA: 0	TOTAL: 60	OBRIGATÓRIA: (X)	OPTATIVA: ()
PROFESSOR(A): _____				ANO/SEMESTRE: 2016/2º
Prof. Dr. [REDACTED]				
OBSERVAÇÕES: e-mail: [REDACTED]@ufu.br / sala [REDACTED]				

2. EMENTA

Introdução à Geometria Analítica e Funções
Vetores
Limite e Continuidade
Integral

3. JUSTIFICATIVA

Para o desenvolvimento das teorias agronômicas é necessário um bom embasamento matemático para uma capacidade de raciocínio na elaboração e resolução de problemas.

4. OBJETIVO

Objetivo Geral: -Propiciar ao aluno o embasamento matemático necessário às disciplinas do curso de Agronomia.

-Dar ao aluno condições de nivelamento para o tratamento matemático das teorias agronômicas, bem como, ampliar sua capacidade de raciocínio

Objetivos específicos:

Ao final do curso o estudante deverá ser capaz de:

- Utilizar vetores na solução de problemas práticos;
- Analisar e interpretar gráfico de funções elementares;
- Aplicar os conceitos de derivada e integral na solução de problemas.

5. PROGRAMA

INTRODUÇÃO À GEOMETRIA ANALÍTICA E FUNÇÕES

O plano cartesiano e coordenadas de pontos.

Distância entre dois pontos.

Estudo das retas: equações, coeficientes angular e posições relativas entre duas retas.

Estudo de circunferências: equações e determinação de centro e raio.

Estudo de parábolas: equações e determinação de vértices.

Estudo de algumas funções: polinomiais, modulares, compostas, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas (seno e cosseno).

VETORES

Definição e apresentação.

Operações: adição e subtração de vetores e multiplicação de vetor por escalar.

Produto escalar e ângulo entre dois vetores.

Produto vetorial e interpretação geométrica.

LIMITE E CONTINUIDADE

O conceito geométrico de limite.

Propriedade operacionais de limites.

Limites laterais, limites infinitos e limites no infinito.

O conceito de continuidade de funções.

DERIVADA

Interpretação geométrica e cinemática da derivada.

Determinação de retas tangentes e normais ao gráfico de uma função.

Regras de derivação e derivadas das principais funções.

Derivadas de funções compostas: Regra da Cadeia.

O conceito de derivada como taxa de variação.

Aplicações de derivadas no estudo do gráfico de uma função.

Problemas de maximização e otimização.

Regra de L'Hospital e Fórmula de Taylor.

INTEGRAL

Integral Indefinida:

Definição de integral indefinida e propriedades.

Integração por substituição.

Integração por partes.

Integral Definida:

Definição de integral definida e propriedades.

Significado geométrico da integral definida.

Cálculo de áreas.

6. METODOLOGIA

O conteúdo da disciplina será ministrado em sua maior na forma de aulas expositivas e com o auxílio de data show. Serão apresentados exercícios relativos aos conteúdos e marcados dois horários de atendimento para dúvidas teóricas e de exercícios. Este atendimento será às **** das **h às **h.

7. AVALIAÇÃO

A avaliação será composta por 1 seminário, 2 provas teóricas no valor de 30 pontos cada e por alguns Trabalhos, podendo ser estes realizados em sala de aula e/ou por listas de exercícios, totalizando um valor de 10 pontos. Abaixo seguem as datas e valores para as avaliações.

Tipo de Avaliação	Sugestão de data	Valor
Seminário	04/11/2016	30
Prova 1	01/12/2016	30
Prova 2	16/12/2016	30
Trabalhos	A serem combinadas com os alunos	10

Será considerado APROVADO aquele aluno que obtiver, ao final da avaliação, uma média final igual ou superior a 60 pontos e tiver frequência igual ou superior a 75%. A média final do aluno será igual ao total de pontos obtido pelo aluno nas avaliações citadas acima.

8. BIBLIOGRAFIA

Básica

IEZZI, G. Fundamentos de Matemática Elementar(11 vols.) Vol. 7 (Geometria Analítica). 5a ed. São Paulo: Atual Editora, 2005.

IEZZI, G., MURAKAMI,C. Fundamentos de Matemática Elementar(11 vols.) Vol. 1 (Conjunto e Funções). 8a ed. São Paulo: Atual Editora, 2004.

IEZZI, G., MURAKAMI,C. E MACHADO, N. J. Fundamentos de Matemática Elementar(11 vols.) Vol. 8 (Limites, Derivadas, Noções de Integral). 5a ed. São Paulo: Atual Editora, 1993.

Complementar

FLEMMING, D. M. E GONÇALVES, M. B. Cálculo A: funções, limite, derivação e integração. 6A ed. São Paulo: Editora Prentice Hall, 2007.

GUIDORIZZI, H. L. Um Curso de Cálculo (4 vols.). Vol. 1 5a. ed. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora, 2001.

MORETTIN, P. A. ,BUSSAB, W.O. e MACHADO, N. J. Cálculo: funções de uma e de várias variáveis. São Paulo: Editora Saraiva, 2003.

STEWART, J. Cálculo. 5a. ed. São Paulo: Editora Pioneira – Thomson Learning, 2005. (2 volumes).

WINTERLE, P. Vetores e Geometria Analítica. São Paulo: Editora Makron Books, 2000.

9. APROVAÇÃO

Aprovado em reunião do Colegiado realizada em: ____/____/____

Coordenação do Curso de Graduação em Agronomia

5. PROGRAMA

Unidade 1 - FUNÇÕES REAIS DE DUAS VARIÁVEIS REAIS

Definição de função de duas variáveis.

Gráfico de funções de duas variáveis e curvas de nível.

Limite e continuidade de funções de duas variáveis.

Derivadas parciais de funções de duas variáveis.

Significado geométrico das derivadas parciais.

Derivadas parciais de segunda ordem.

Derivadas direcionais e vetores gradiente.

Unidade 2 - MÁXIMOS E MÍNIMOS DE FUNÇÕES DE DUAS VARIÁVEIS

Máximos e mínimos relativos e absolutos de funções de duas variáveis.

Critérios para caracterização de pontos críticos de funções de duas variáveis.

Análise dos valores de uma função de duas variáveis nos pontos da fronteira de seu domínio.

Máximos e mínimos condicionados: Multiplicadores de Lagrange.

Unidades 3 - INTEGRAIS MÚLTIPLAS

Definição.

Cálculo de integrais duplas simples.

Área por integração dupla;

Unidade 4 - EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DE PRIMEIRA ORDEM

Classificação das equações diferenciais de primeira ordem;

Resoluções de equações diferenciais de primeira ordem lineares;

Resoluções de equações diferenciais de primeira ordem não-lineares de variáveis separáveis e exatas.

Aplicações de equações diferenciais de primeira ordem.

Unidade 5 - MATRIZES E SISTEMAS LINEARES

Definição de matriz e principais tipos de matrizes.

Propriedades de matrizes.

Operações com matrizes.

Escalonamento de matrizes.

Definição de sistemas lineares.

Propriedades de sistemas lineares.

Resolução de um sistema linear por escalonamento.

6. METODOLOGIA

O desenvolvimento do programa da disciplina será através de aulas expositivas, com direito ao aluno fazer perguntas a qualquer momento. Os mesmos contarão com atendimento extra-aula, por parte do professor para esclarecimento de dúvidas de conteúdos e/ou listas de exercícios. Este atendimento será **às quintas-feiras das 9:30h às 11:30h**. No decorrer do curso serão dadas listas de exercícios sobre os assuntos discutidos em sala de aula. Esporadicamente, poderá ser pedido aos alunos que entreguem alguns exercícios ao professor com o intuito de que eles mantenham a matéria em dia.

7. AVALIAÇÃO

A avaliação será composta por **três provas** escritas, e sem consulta, e **um seminário** totalizando 90 pontos. Além de alguns **trabalhos**, podendo estes ser feitos em horário de aula e sem aviso prévio, totalizando um valor de 10 pontos.

7.1 Será considerado APROVADO aquele aluno que obtiver, ao final das avaliações, um número de pontos igual ou superior a 60 e tiver frequência igual ou superior a 75%.

7.2 Data sugerida de cada avaliação:

1ª prova: 15/05/2017 com valor de 20 pontos.

1º seminário: 19/06/2017 com valor de 30 pontos.

2ª prova: 10/07/2017 com valor de 25 pontos.

3ª prova: 01/08/2017 com valor de 15 pontos.

8. BIBLIOGRAFIA

Básica

LEITHOLD, L. **O cálculo com geometria analítica**. 3. ed. São Paulo: Harper e Row, 1994. v. 2.

STEWART, J. **Cálculo**. 5. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2005. v. 2.

THOMAS, G. B. et al. **Cálculo**. 2. ed. Rio de Janeiro: Pearson Education, 2006. v. 2.
242 317 482

Complementar

ANTON, H.; RORRES, C. **Álgebra linear com aplicações**. 8. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

BOULOS, P.; ABUD, Z. I. **Cálculo diferencial e integral**. São Paulo: Makron, 2002. v. 2.

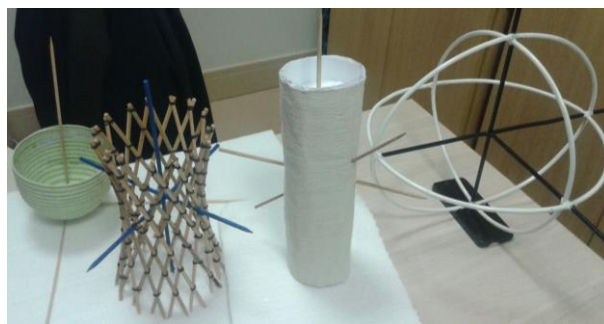
GUIDORIZI, H. **Um curso de cálculo**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 2001. v. 2.

_____. **Um curso de cálculo**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 2001. v. 3.

IEZZI, G.; HAZZAN, S. **Fundamentos de matemática elementar**: sequências, matrizes, determinantes e sistemas. 7. ed. São Paulo: Atual, 2004. v. 4.

MORETTIN, P. A.; BUSSAB, W. O.; HAZZAN, S. **Cálculo**: funções de uma e de várias variáveis. São Paulo: Saraiva, 2003.

ANEXO C: REGISTROS FOTOGRÁFICOS DAS MAQUETES CONSTRUÍDAS NA DISCIPLINA MATEMÁTICA II



ANEXO D: REGISTROS FOTOGRÁFICOS DOS EXPERIMENTOS REALIZADOS NA DISCIPLINA MATEMÁTICA II

Experimento Grupo 1 – Feijão (Variáveis água e tempo de exposição à luz)

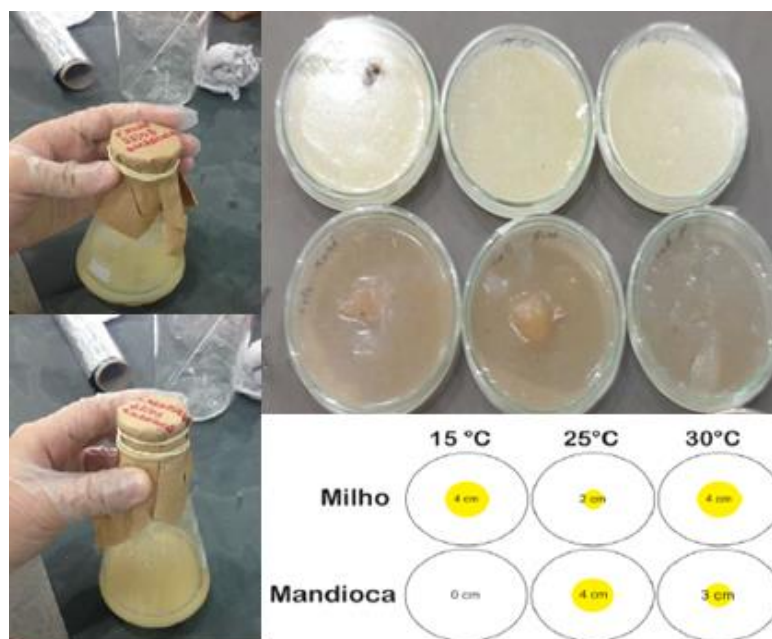


Fonte: Relatório final do Grupo 1.

Experimento Grupo 2 – Feijão (Variáveis água e adubo)



Fonte: Relatório final do Grupo 2.

Experimento Grupo 3 – Fungos (Variáveis temperatura e solução)

Fonte: Relatório final do Grupo 3.

Experimento Grupo 4 – Rabanete (Variáveis água e adubo)

Fonte: Relatório final do Grupo 4.

Experimento Grupo 5 – Alface (Variáveis uréia e água)



Fonte: Relatório final do Grupo 5.

Experimento Grupo 6 – Salsinha (Variáveis água e tempo de exposição a luz)



Fonte: Relatório final do Grupo 6.

Experimento Grupo 7 – Cebolinha (Variáveis água e tempo de exposição a luz)

Fonte: Relatório final do Grupo 7.

Experimento Grupo 8 – Milho (Variáveis água e uréia)

Fonte: Relatório final do Grupo 8.

Experimento Grupo 9 – Cebolinha (Variáveis água e tempo de exposição a luz)

4 HRS DE SOL

8 HRS DE SOL

12 HRS DE SOL

Fonte: Relatório final do Grupo 9.

Experimento Grupo 10 – Brócolis (Variáveis água e tempo de exposição a luz)

Fonte: Relatório final do Grupo 10.

ANEXO E: ART. 116 SOBRE A PRIORIDADE DE RENOVAÇÃO E AJUSTE DE MATRÍCULA PARA CADA COMPONENTE CURRICULAR



**SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**



§ 7º O Colegiado de Curso, em função da especificidade do curso, poderá estabelecer normas complementares para renovação de matrícula, desde que sejam compatíveis com estas Normas, com parecer favorável da PROGRAD, e com base em parecer técnico do Centro de Tecnologia da Informação da UFU.

Art. 116. Na renovação e no ajuste de matrícula, o preenchimento das vagas para cada componente curricular será realizado na seguinte ordem de prioridade:

- I – discente em condição de matrícula ideal do curso e do turno em que a turma está alocada;
- ~~II – discente em condição de se tornar provável formando no período letivo da solicitação de matrícula;~~
- II – discente do curso em condição de se tornar provável formando no período letivo da solicitação de matrícula; (Redação dada pela Resolução nº 07/2017/CONGRAD, de 17/3/2017)
- ~~III – discente do curso e do turno em que o componente curricular está alocado e que foi anteriormente reprovado, com frequência suficiente;~~
- III – discente que não possui condição de matrícula ideal, porém está com o currículo regular, sem pendências em componentes curriculares, definindo-se, como currículo regular, o currículo daquele discente que não possui pendência de componentes curriculares anteriores àquele período em que o componente curricular a ser cursado é ofertado; (Redação dada pela Resolução nº 07/2017/CONGRAD, de 17/3/2017)
- IV – discente que já teve alguma reprovação em qualquer componente curricular, ou que tenha realizado trancamento geral ou parcial, ou que tenha ingressado por transferência ou portador de diploma, e que possui, percentualmente, a menor quantidade de pendências de componentes curriculares, ou seja, a quantidade de componentes curriculares devidos nos semestres anteriores àquele no qual o componente curricular a ser cursado está sendo ofertado; (Incluído pela Resolução nº 07/2017/CONGRAD, de 17/3/2017)

~~V - V – discente do curso, em condição de matrícula ideal, do mesmo turno, que queira adiantar a sua integralização curricular; (Renumerado pela Resolução nº 07/2017/CONGRAD, de 17/3/2017)~~

~~V - VI – discente do curso, em condição de matrícula ideal, de outro turno, que queira adiantar a sua integralização curricular; (Renumerado pela Resolução nº 07/2017/CONGRAD, de 17/3/2017)~~

~~V - VII – discente do curso, de outro turno, que tenha o componente curricular como obrigatório em seu currículo e que não tenha tido reprovação no componente curricular; (Renumerado pela Resolução nº 07/2017/CONGRAD, de 17/3/2017)~~

~~V - VIII – discente do curso, de outro turno, e que foi reprovado anteriormente no componente curricular, com frequência suficiente; e (Renumerado pela Resolução nº 07/2017/CONGRAD, de 17/3/2017)~~

~~V - IX – discente do curso, do mesmo turno, e que foi reprovado anteriormente no componente curricular, com frequência insuficiente. (Renumerado pela Resolução nº 07/2017/CONGRAD, de 17/3/2017)~~

§ 1º Caso mais de um critério de priorização se aplique ao discente, será considerado apenas o critério de mais alto grau de priorização.

§ 2º Havendo empate na aplicação de cada um destes critérios, o desempate será feito com base na ordem decrescente do CRA.

§ 3º Permanecendo o empate, dar-se-á prioridade ao discente com a maior carga horária cursada com aprovação.

§ 4º Nos casos de adaptação curricular de discentes oriundos de Transferência Facultativa, Transferência *ex officio* ou Mobilidade Acadêmica, o Coordenador de Curso poderá propor aumento de vagas ofertadas, ouvida a Unidade Acadêmica ofertante.

Art. 117. A efetivação da renovação da matrícula somente poderá ocorrer sem choques de horários e com o cumprimento dos co-requisitos e pré-requisitos.

Art. 118. O Coordenador de Curso poderá autorizar a quebra de pré-requisitos nos seguintes casos:

- I – formandos que estão no último semestre de integralização curricular, por uma única vez;
- II – adaptação curricular por duas renovações de matrículas consecutivas; e
- III – discente que obteve rendimento entre 50 e 59 pontos de nota e frequência mínima de 75% no componente curricular, somente para o semestre ou ano letivo subsequente.

ANEXO F: EXEMPLO DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA APLICADA EM MATEMÁTICA I

Nome:

Matrícula:

1. (24 pontos) Complete os espaços em branco.

a) $\frac{2}{3} = \frac{4}{\quad}$	b) $\frac{15}{25} = \frac{3}{\quad}$	c) $\frac{3}{5} \div \frac{2}{3} =$
d) $\frac{8}{7} \times \frac{2}{5} =$	e) $\frac{3}{11} \times \text{---} = 1$	f) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$
g) 10% de 25 =	h) % de 30 = 9	

2. (12 pontos) Sejam os conjuntos $A = \{p, q, r, s\}$, $B = \{r, t, u\}$, $C = \{p, s, t, u\}$ e o conjunto universo $U = \{p, q, r, s, t, u, v, w\}$. Calcule:

a) $B \cap C$ b) $A \cup C$ c) C^C

2. (12 pontos) Considerando os conjuntos do exercício anterior, classifique em verdadeiro (V) ou falso (F) as afirmações abaixo. Justifique as afirmações falsas.

a) $p \in A$ b) $r \in (A \cap B \cap C)$ c) $B \subset C$

3. (16 pontos) Resolva as equações abaixo:

a) $7x + 4 = 39$ b) $9x = 7x - 3$ c) $x^2 - 8x + 12 = 0$ d) $x^2 + 12x + 36 = 0$

4. (12 pontos) Se com 20 litros de combustível, um automóvel percorreu 160 km, quantos quilômetros percorrerá com 35 litros?

5. (12 pontos) Numa fábrica de brinquedos, 8 homens montam 20 carrinhos em 5 dias. Quantos carrinhos serão montados por 4 homens em 16 dias?

6. (12 pontos) Uma mercadoria foi vendida com um lucro de 20% sobre a venda. Qual o preço de venda desta mercadoria se o seu preço de custo foi de R\$160,00?

BOA PROVA!

“ Sem sacrifício não há vitória. ” *Optimus Prime.*

ANEXO G: RECOMENDAÇÕES PARA OS ALUNOS A PARTIR DOS RESULTADOS DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

AGRONOMIA – MATEMÁTICA 1 - Avaliação Diagnóstica

MATRICULA	A.D.	RECOMENDAÇÕES
31621AGR025	47	Estudar operações entre conjuntos. Rever regra de três.
31621AGR028		
31621AGR022	70	Rever operações de frações.
31621AGR003	44	Estudar operações de frações, operações entre conjuntos.
31621AGR026	36	Estudar operações de frações, operações entre conjuntos, equações do 1º e 2º graus. Rever regra de três (composta)
31621AGR021	47	Estudar operações entre conjuntos e equações do 1º e 2º graus. Rever soma e divisão de frações.
31521AGR001	48	Estudar operações entre conjuntos. Rever regra de três (composta)
31621AGR019	45	Estudar operações de frações, operações entre conjuntos e equações do 1º e 2º graus.
31611AGR029		
31621AGR037	49	Estudar operações entre conjuntos, equações do 1º e 2º graus e porcentagem.
31521AGR023	53	Estudar operações entre conjuntos e equações do 2º grau.
31621AGR038	33	Estudar operações entre conjuntos. Rever soma de frações e equações do 2º grau.
31621AGR009	41	Estudar operações entre conjuntos e porcentagem. Rever regra de três (composta).
31421AGR016	50	Estudar equações do 2º grau. Rever operações entre conjuntos, regra de três e porcentagem.
31621AGR001	50	Estudar operações de frações, operações entre conjuntos e equações do 2º grau.
31621AGR018	42	Estudar operações entre conjuntos, equações do 1º e 2º graus e porcentagem.
31621AGR036	36	Escrever as contas na prova. Estudar operações de frações, operações entre conjuntos e equações do 1º e 2º graus.
31611AGR021	61	Rever operações entre conjuntos.
31421AGR028	33	Estudar operações de frações, operações entre conjuntos e equações do 1º e 2º graus
31621AGR030		
31421AGR013		
31621AGR006	12	Estudar operações de frações, operações entre conjuntos, resolução de equações do 1º e 2º graus, regra de três e porcentagem.
31621AGR004	32	Estudar operações de frações, operações entre conjuntos e equações do 2º grau. Rever regra de três (composta).
31621AGR013	65	Rever soma de frações e regra de três (composta).
31621AGR034	40	Estudar operações entre conjuntos. Rever regra de três (composta)
31621AGR033	57	Estudar operações entre conjuntos.
31621AGR011	30	Escrever as contas na prova. Estudar operações de frações, operações entre conjuntos, equações do 1º e 2º graus e porcentagem.
31611AGR032	40	Estudar operações de frações, operações entre conjuntos e equações do 1º e 2º graus.

31621AGR029	32	Estudar operações de frações, operações entre conjuntos, equações do 2º grau, regra de três e porcentagem.
31521AGR002		
31521AGR025	69	
31621AGR015		
31621AGR002		
31621AGR016	52	Estudar operações entre conjuntos. Rever operações de frações, equações do 1º e 2º graus.
31621AGR008	47	Rever soma e divisão de frações, e regras de três (composta). Estudar operações entre conjuntos.
31621AGR010	53	Estudar operações de frações e operações entre conjuntos.
31621AGR042		
31621AGR035	42	Estudar operações entre conjuntos e regra de três.
31621AGR017		
31621AGR041	28	Estudar operações de frações, operações entre conjuntos, resolução de equações do 1º e 2º graus, regra de três e porcentagem.
31621AGR031	40	Escrever as contas na prova. Estudar operações de frações, operações entre conjuntos e equações do 1º e 2º graus.
31621AGR027	15	Estudar operações de frações, operações entre conjuntos, resolução de equações do 1º e 2º graus, regra de três e porcentagem.
31511AGR044		
31621AGR040	33	Escrever as contas na prova. Estudar operações de frações, operações entre conjuntos, equações do 1º e 2º graus, e porcentagem.
31411AGR037		
31621AGR012	46	Estudar operações de frações, operações entre conjuntos e resolução de equações do 1º e 2º graus.
31621AGR024	12,0	Estudar operações de frações, operações entre conjuntos, resolução de equações do 1º e 2º graus, regra de três e porcentagem.
31621AGR023	65	Estudar operações entre conjuntos.
31621AGR007		
31621AGR032	56	Rever operações de frações e regra de três (composta).

Total de provas: 38

Média
das provas: 43,45

ANEXO H: SLIDES APRESENTADOS NA AULA SOBRE O PROJETO EM MATEMÁTICA I



1ª etapa da Modelagem (Percepção e Apreensão):

Trata-se do momento de escolha e familiarização com o tema.

PLANTACÃO DE BATATAS

Exemplo apresentado pelo professor Rodney Bassanezi na UNICAMP para alunos ingressantes na disciplina de Cálculo em 1983.



A batata (tubérculo que se desenvolve na raiz da planta) faz parte dos alimentos da população da maioria dos países. Há variedades de espécies e de diferentes tamanhos. A planta chega a ter entre 60 e 100 centímetros.

...

Na alimentação ela é usada de diferentes formas, compondo outros alimentos, por exemplo, na feitura de pão, etc.

Segundo dados fornecidos pela EMBRAPA (Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária) e demais dados obtidos por Bassanezi temos:

- Espaçamento entre duas “ruas” deve ser, no mínimo, de 80cm para que se possa fazer a limpeza;
- Cada planta isolada produz, em média, 8,25 batatas (graúdas e miúdas);
- Peso médio de 8 batatas, de uma mesma planta, é de 639 gramas;
- Dados experimentais fornecem a relação entre o espaçamento de uma planta e outra da mesma “rua” (em cm) e a quantidade média de batatas por planta.

ESPAÇAMENTO (d)	Nº de BATATAS (b)
25	4,5
30	6,5
35	7,5
40	8,0
45	8,25



2ª etapa do projeto – Contempla a 2ª etapa da Modelagem:

(Compreensão e Explicação) Trata-se da formulação do problema, da questão e da hipótese, da formulação de um modelo, da resolução do problema a partir do modelo.

Qual é o espaçamento entre duas plantas que propicia maior produção de batatas?

Nesta etapa a partir das informações e dados vamos nos fazendo alguns questionamentos e montaremos um quadro.

1º Esboçar a área de plantio e calcular número de ruas.

O espaçamento entre “ruas” é de 80 cm ou 0,80 m. Supondo que a área de plantio seja quadrada e a extensão de cada lado seja de 100 m, o número de “ruas” obtém-se:

$$100 \text{ m} \div 0,80 \text{ m} = 125 \text{ ruas}$$

2º Encontrar o **número de plantas por “rua”**, de acordo com os respectivos espaçamentos (d) e anotar no quadro:

$$n^{\circ} \text{ de plantas/rua} = 100m \div \text{espaçamento entre plantas}$$

$$n^{\circ} \text{ de plantas por rua} = \frac{100}{d}$$

Exemplo: $d=0,25$ m

$$n^{\circ} \text{ de plantas por rua} = \frac{100}{0,25} = 400 \text{ plantas por rua}$$

espaçamento (d)	nº de batatas (b)	nº de planta/rua
25	4,5	400
30	6,5	~333,4
35	7,5	~285,7
40	8,0	250
45	8,25	~222,2

3º Encontrar a **quantidade de batatas (b) por rua**, de acordo com os respectivos espaçamentos (d) e anotar no quadro:

O número de ruas é fixo em 125 (constante).

$$n^{\circ} \text{ de batatas/rua} = n^{\circ} \text{ de plantas/rua} \times n^{\circ} \text{ médio de batatas/planta}$$

$$n^{\circ} \text{ de batatas/rua}$$

$$= 100m \div \text{esp. entre plantas}(d) \times n^{\circ} \text{ médio de batatas/planta}(b)$$

$$n^{\circ} \text{ de batatas por rua} = \frac{100}{d} \times b$$

Exemplo: $d=0,25$ m

$$n^{\circ} \text{ de batatas por rua} = \frac{100}{0,25} \times 4,5 = 400 \times 4,5 = 1800 \text{ batatas por rua}$$

espaçamento (d)	nº de batatas (b)	nº de planta/rua	nº de batatas/rua
25	4,5	400	1800
30	6,5	~333,4	~2167
35	7,5	~285,7	~2143
40	8,0	250	2000
45	8,25	~222,2	~1834

Modelo de escala numérico que representa as quantidades de produção de batatas/rua de acordo com o espaçamento entre uma planta e outra. (Já seria a 3ª etapa permitindo que se tome a decisão sobre o espaçamento ideal p/max. Prod.)

Podemos incluir ainda outras 2 colunas em que constam: quantidade de batatas/área (n° total de batatas \times 125 ruas, ou seja, n° de batatas/área = $\frac{100}{d} \times b \times 125$) e a quantidade de sacas (n° total de batatas \div 40), pois cada saca tem 40kg de batatas. Como o peso médio de 8 batatas, de uma mesma planta, é de 639 gramas ou 0,639 kg, incluiríamos a **produção por planta em kg em sacas de 40 kg**. Isto é

$$n^{\circ} \text{ de sacas de 40kg} = n^{\circ} \text{ batatas/área} \times 0,639 \text{ kg} \div 8 \div 40$$

Exemplo: $d=0,25$ m e $b=4,5$

$$n^{\circ} \text{ de sacas de 40kg} = 225.000 \times 0,639 \div 8 \div 40 = \sim 450$$

espaçamento (d)	nº de batatas (b)	nº de planta/rua	nº de batatas/rua	nº de batatas/área	nº sacas 40kg
25	4,5	400	1800	225.000	~450
30	6,5	~333,4	~2167	~270.875	~541
35	7,5	~285,7	~2143	~267.875	~535
40	8,0	250	2000	250.000	~500
45	8,25	~222,2	~1834	~229.250	~458

Modelo Produção de Batatas em $10.000m^2$ conforme distância entre plantas

A partir dos dados do quadro, deste modelo de escala numérico, passamos a realizar, conjuntamente, um modelo analógico.

A Produção de batatas (P) depende do espaçamento entre uma planta e outra (d) e o número de batatas por planta (b).

E reescreveremos o modelo matemático – uma função de duas variáveis:

$$P = P(d, b).$$

Quantidade de sacas de batata de 40 kg (P), pode ser expressa:

$$P = P(d, b) = \frac{100}{d} \times b \times 125 \times 0,639 \div 8 \div 40$$

Ou ainda

$$P(d, b) = \frac{24,9 \times b}{d}$$

Essa função de duas variáveis representa um modelo analógico.

Exemplo: $d=0,25$ m e $b=4,5$

$$P = \frac{24,9 \times 4,5}{0,25} = \sim 450 \text{ sacas de } 40\text{kg}$$

A produção é diretamente proporcional à quantidade de batatas por planta e inversamente proporcional ao espaçamento entre duas plantas consecutivas da mesma linha.

Como transformar esta função de duas variáveis em uma variável?

$$P(d, b) = \frac{24,9 \times b}{d}$$

Para expressar P em uma função de uma variável deve-se encontrar uma relação entre b e d .

A partir dos dados e da sua discretização tem-se:

$$b_0 = f(d_0)$$

$$b_1 = f(d_1)$$

$$b_2 = f(d_2)$$

⋮

Encontrando a função $b=f(d)$

$$f(d_1) - f(d_0) = 6,5 - 4,5 = 2$$

$$f(d_2) - f(d_1) = 7,5 - 6,5 = 1$$

$$f(d_3) - f(d_2) = 8 - 7,5 = \frac{1}{2}$$

$$f(d_4) - f(d_3) = 8,25 - 8 = \frac{1}{4}$$

⋮

$$f(d_n) - f(d_{n-1}) = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$$

ESPAÇAMENTO (d)	Nº de BATATAS (b)
25	4,5
30	6,5
35	7,5
40	8,0
45	8,25

Os termos à direita da igualdade representam a soma de uma PG de n termos com $a_1 = 2$, razão $q = \frac{1}{2}$ e último termo $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$

Encontramos $n = 20d - 5$

Desse modo,

$$\begin{aligned} b_n = f(d_n) &= 8,5 - 2^{2-n} \\ &= 8,5 - 2^{2-(20d-5)} \\ &= 8,5 - 2^{2-20d+5} \\ &= 8,5 - 2^{7-20d} \end{aligned}$$

Como

$$P(d, b) = \frac{24,9 \times b}{d}$$

Então

$$P(d) = \frac{24,9 \times (8,5 - 2^{7-20d})}{d}$$

Ou

$$P(d) = \frac{24,9 \times \{8,5 - \exp[(7 - 20d) \ln 2]\}}{d}$$

O próximo passo seria encontrar o valor de d de modo que $P(d)$ seja máximo.

...

Requer conhecimento de derivadas que vocês aprenderão nesta disciplina!



3ª e 4ª etapas do projeto - Contempla a **3ª etapa da Modelagem (Significação e Expressão)** - Trata-se do momento de interpretação da solução, da avaliação e validação do modelo - e a **Apresentação – Seminário**.

- A 3ª etapa é o momento de avaliar a validade do modelo.

Podemos buscar dados de pesquisas disponíveis em sites na internet e/ou contatarmos pessoas especializadas no assunto (agricultor, agrônomos, ou pesquisadores) que aceitem contribuir. Aqui também é importante identificar quais conhecimentos e de quais áreas foram necessários para se inteirar para compreender, significar e expressar.

- 4ª etapa do projeto: Divulgar é de essencial importância. Propomos a realização de um seminário em que possam expressar o que realizaram. Cada grupo deve mostrar aos demais seus registros, suas formas de representar os dados e a suas considerações sobre a validade do resultado.

ANEXO I: PRIMEIRO RELATÓRIO PARCIAL APRESENTADO PELO GRUPO 3 EM MATEMÁTICA I

1º Etapa da Modelagem Matemática

Monte Carmelo, Outubro de 2016.

1. Apresentação do tema abordado

- Plantação de Abacate.

O abacate é uma fruta tropical nativa do continente americano, as primeiras referências sobre ele foram feitas por navegadores, ainda nos primeiros anos do descobrimento da América, entre 1526 e 1554 em relatos descrevendo plantas encontradas na antiga cidade do México e no local onde hoje é a Colômbia. Nesses relatos os abacates receberam várias denominações, como nahuatl e ahucatl, provavelmente de origem indígena. Pesquisas arqueológicas indicam que o abacateiro era explorado na região há mais de 10 mil anos (Koller, 1984). Uma fruta de alto valor para a alimentação humana, contendo importantes vitaminas e sais minerais, o benefício de se incluir o abacate na alimentação são: ajudar a hidratar a pele e os cabelos e melhorar a circulação sanguínea, por ser rico em ômega 3, que atua como antioxidante e melhora o controle do colesterol, além disso ajuda na prevenção de doenças cardíacas e câncer. O seu cultivo é possível em diversos climas, desde que observada à origem da raça a ser cultivada. Atualmente no mercado há 17 cultivares de abacates oriundas de três raças: Mexicana, Antilhana e Guatemalense.

Outra característica importante para o cultivo de abacate é a escolha de solo e climas influenciarão diretamente na produtividade além da quantidade de chuva, luminosidade e altitude, abordando melhor as características do solo ideal para o cultivo, têm-se o ph por volta de 5 -6,5, já no que diz respeito à salinidade do solo o ideal seria até 3mm hos/cm pois se exceder esse valor a queima da ponta e bordas das folhas.

De acordo com a EMATER, recomenda-se o espaçamento de 10x10 metros para porte alto e 10 x 8 metros para porte baixo, entretanto o ICIAG (Instituto de Ciências Agrárias- UFU) indica o espaçamento variando de acordo com a forma do terreno, para espaçamento em forma de quadrado é indicado para áreas planas, e permite boa insolação em volta de toda a planta nos espaçamentos maiores, variando de 6 a 12m. O espaçamento em retângulo é utilizado para áreas em declive e permite insolação maior nas áreas laterais das plantas ao longo das linhas. Geralmente se usa 5 a 7m na linha, e 8 a 12m na entrelinha. O espaçamento em forma de triângulo é utilizado em terrenos acidentados e permite um maior rendimento de plantio. Ainda segundo o ICIAG o plantio das mudas por covas variam entre 50 -60 cm.

Durante uma conversa com um Agrônomo nos foi informado que na plantação de abacate na qual trabalha foi adotado primeiramente: Na mesma rua foi plantado com espaço de 6m entre um pé e outro e com espaçamento de 10x 12 metros, por não obter bons resultados com esses espaçamentos entre as ruas de plantio ele decidiu mudar, aderindo o espaçamento de 6x8 metros entre as ruas, e com essa mudança obteve-se o resultado na plantação de 40 caixas de frutos, cada caixa contendo 22 Kg, dando em média 35 frutos por pé.

Diante desse impasse entre teoria e prática, e para ajudar o produtor fizemos o seguinte questionamento: **Em qual espaçamento das ruas o cultivo de abacate produziria mais?**

2. Referencias bibliográficas

<http://www.almanaquedocampo.com.br/imagens/files/Abacate%20EMATER.pdf>
<http://www.fruticultura.iciag.ufu.br/abacate.html>

ANEXO J: TABELA APRESENTADA NO RELATÓRIO DO GRUPO 3 EM MATEMÁTICA I

CUSTO DE PRODUÇÃO DE MILHO - SAFRA 2015/2016

Sudeste - Janeiro/2015



Componentes do Custo	Alta Tecnologia			Média Tecnologia		
	(R\$/ha)	(US\$/ha)	(R\$/60kg)	(R\$/ha)	(US\$/ha)	(R\$/60kg)
I - DESPESAS DE CUSTEIO DA LAVOURA						
DESPESAS COM INSUMOS	R\$ 1.226,97	\$ 465,82	R\$ 9,44	R\$ 890,70	\$ 338,15	R\$ 8,91
Sementes	R\$ 376,48	\$ 142,93	R\$ 2,90	R\$ 256,66	\$ 97,44	R\$ 2,57
Semente de Milho	R\$ 376,48	\$ 142,93	R\$ 2,90	R\$ 256,66	\$ 97,44	R\$ 2,57
Semente de Cobertura	R\$ -	\$ -	R\$ -	R\$ -	\$ -	R\$ -
Fertilizantes	R\$ 574,98	\$ 218,29	R\$ 4,42	R\$ 354,40	\$ 134,55	R\$ 3,54
Corretivo de Solo	R\$ -	\$ -	R\$ -	R\$ -	\$ -	R\$ -
Macronutriente	R\$ 563,71	\$ 214,01	R\$ 4,34	R\$ 343,11	\$ 130,26	R\$ 3,43
Micronutriente	R\$ 11,28	\$ 4,28	R\$ 0,09	R\$ 11,29	\$ 4,29	R\$ 0,11
Defensivos	R\$ 275,51	\$ 104,60	R\$ 2,12	R\$ 279,63	\$ 106,16	R\$ 2,80
Fungicida	R\$ 78,76	\$ 29,90	R\$ 0,61	R\$ 78,76	\$ 29,90	R\$ 0,79
Herbicida	R\$ 109,57	\$ 41,60	R\$ 0,84	R\$ 78,47	\$ 29,79	R\$ 0,78
Inseticida	R\$ 75,67	\$ 28,73	R\$ 0,58	R\$ 110,90	\$ 42,10	R\$ 1,11
Adjuvante	R\$ 11,50	\$ 4,37	R\$ 0,09	R\$ 11,50	\$ 4,37	R\$ 0,12
Operação com Máquinas	R\$ 73,59	\$ 27,94	R\$ 0,57	R\$ 70,03	\$ 26,59	R\$ 0,70
Manejo Pré Plantio	R\$ 3,21	\$ 1,22	R\$ 0,02	R\$ 3,21	\$ 1,22	R\$ 0,03
Adução e Plantio	R\$ 24,05	\$ 9,13	R\$ 0,19	R\$ 22,41	\$ 8,51	R\$ 0,22
Aplicações com Máquinas	R\$ 9,62	\$ 3,65	R\$ 0,07	R\$ 7,69	\$ 2,92	R\$ 0,08
Colheita	R\$ 36,72	\$ 13,94	R\$ 0,28	R\$ 36,72	\$ 13,94	R\$ 0,37
Manejo Pós Colheita	R\$ -	\$ -	R\$ -	R\$ -	\$ -	R\$ -
Operação com Avião	R\$ -	\$ -	R\$ -	R\$ -	\$ -	R\$ -
Aplicações com Avião	R\$ -	\$ -	R\$ -	R\$ -	\$ -	R\$ -
Mão de Obra	R\$ 76,51	\$ 29,05	R\$ 0,59	R\$ 76,51	\$ 29,05	R\$ 0,77
TOTAL DAS DESPESAS DE CUSTEIO DA LAVOURA (A)	R\$ 1.377,07	\$ 522,81	R\$ 10,59	R\$ 1.037,24	\$ 393,79	R\$ 10,37
II - OUTRAS DESPESAS						
Assistência Técnica	R\$ 12,27	\$ 4,66	R\$ 0,09	R\$ 7,19	\$ 2,73	R\$ 0,07
Transporte da Produção	R\$ 130,00	\$ 49,35	R\$ 1,00	R\$ 90,00	\$ 34,17	R\$ 0,90
Beneficiamento	R\$ 164,36	\$ 62,40	R\$ 1,26	R\$ 113,79	\$ 43,20	R\$ 1,14
Classificação	R\$ -	\$ -	R\$ -	R\$ -	\$ -	R\$ -
Armazenagem	R\$ 164,36	\$ 62,40	R\$ 1,26	R\$ 113,79	\$ 43,20	R\$ 1,14
Despesas Administrativas	R\$ 112,70	\$ 42,79	R\$ 0,87	R\$ 112,70	\$ 42,79	R\$ 1,13
Impostos	R\$ 49,01	\$ 18,61	R\$ 0,38	R\$ 33,88	\$ 12,86	R\$ 0,34
Furruval	R\$ 49,01	\$ 18,61	R\$ 0,38	R\$ 33,88	\$ 12,86	R\$ 0,34
Fathab	R\$ -	\$ -	R\$ -	R\$ -	\$ -	R\$ -
Facs	R\$ -	\$ -	R\$ -	R\$ -	\$ -	R\$ -
TOTAL DAS OUTRAS DESPESAS (B)	R\$ 632,70	\$ 240,21	R\$ 4,87	R\$ 471,35	\$ 178,95	R\$ 4,71
III - DESPESAS FINANCEIRAS						
Juros do Financiamento	R\$ 92,25	\$ 35,02	R\$ 0,71	R\$ 69,49	\$ 26,38	R\$ 0,69
TOTAL DAS DESPESAS FINANCEIRAS (C)	R\$ 92,25	\$ 35,02	R\$ 0,71	R\$ 69,49	\$ 26,38	R\$ 0,69
CUSTO VARIÁVEL (A+B+C=D)	R\$ 2.102,03	\$ 798,04	R\$ 16,17	R\$ 1.578,08	\$ 599,12	R\$ 15,78
IV - DEPRECIAÇÃO						
Depreciações	R\$ 75,01	\$ 28,48	R\$ 0,58	R\$ 77,87	\$ 29,56	R\$ 0,78
Máquinas e Implementos	R\$ 61,90	\$ 23,50	R\$ 0,48	R\$ 64,77	\$ 24,59	R\$ 0,65
Benefetorias e Instalações	R\$ 13,11	\$ 4,98	R\$ 0,10	R\$ 13,11	\$ 4,98	R\$ 0,13
TOTAL DE DEPRECIAÇÕES (E)	R\$ 75,01	\$ 28,48	R\$ 0,58	R\$ 77,87	\$ 29,56	R\$ 0,78
V - OUTROS CUSTOS FIXOS						
Manutenção Periódica	R\$ 0,96	\$ 0,36	R\$ 0,01	R\$ 0,97	\$ 0,37	R\$ 0,01
Seguro do Capital Fixo	R\$ 1,68	\$ 0,64	R\$ 0,01	R\$ 1,68	\$ 0,64	R\$ 0,02
TOTAL DE OUTROS CUSTOS FIXOS (F)	R\$ 2,64	\$ 1,00	R\$ 0,02	R\$ 2,65	\$ 1,00	R\$ 0,03
CUSTO FIXO (E+F=G)	R\$ 77,65	\$ 29,48	R\$ 0,60	R\$ 80,52	\$ 30,57	R\$ 0,81
CUSTO OPERACIONAL (D+G=H)	R\$ 2.179,68	\$ 827,52	R\$ 16,77	R\$ 1.658,60	\$ 629,69	R\$ 16,59
VI - RENDA DE FATORES						
Custo da Terra	R\$ 242,67	\$ 92,13	R\$ 1,87	R\$ 242,67	\$ 92,13	R\$ 2,43
TOTAL DE RENDA DE FATORES (I)	R\$ 242,67	\$ 92,13	R\$ 1,87	R\$ 242,67	\$ 92,13	R\$ 2,43
CUSTO TOTAL (H+I=J)	R\$ 2.422,34	\$ 919,64	R\$ 18,63	R\$ 1.901,26	\$ 721,82	R\$ 19,01

Considerações:
 *Incluso no Beneficiamento
 Produtividade Estimada: 130 sacas/ha
 Taxa de Câmbio: R\$ 2,63
 Fonte: IMEA

ANEXO K: IMAGENS DE FOLHAS DE CADERNO DO GRUPO 3 EM MATEMÁTICA

I

Balauços

→ média tecnologia

1° função de custo (C)

CM = custo média tecnologia
 CV = custo variável
 CF = custo fixo

$$CM(x) = CV + CF$$

$$CM(x) = (1578,08 + 242,67x) + (80,52)$$

$$CM(x) = 1.820,75(x) + 80,52$$

2° função receita

→ valor da venda

$R(x) = PV \cdot Q$
 $R(x) = 43,00 \times 130 \text{ sacas}$
 $R(x) = 5,590(x) \text{ reais - per hectare}$

3° Lucro

$$L^M(x) = R(x) - CM(x)$$

$$L^M(x) = 5,590(x) - (1.820,75(x) + 80,52)$$

$$L^M(x) = 3.769,25(x) - 80,52$$

alta tecnologia

1° função de custo (CA)

$$CA(x) = CV(x) + CF$$

$$CA(x) = 2.344,69(x) + 77,65$$

2° função receita per saca

$R(x) = \overset{\text{valor}}{PV} \cdot \overset{\text{sacas}}{Q}$
 $R(x) = 43,00 \times 130 \text{ sacas}$
 $R(x) = 5,590(x) \text{ reais - per hectare}$

3° Lucro

$$L^A(x) = R^A(x) - CA(x)$$

$$L^A(x) = 5,590(x) - (2.344,69(x) + 77,65)$$

$$L^A(x) = 3.245,3(x) - 77,65$$

4º nivelamento alta

$$L^A(x) = R^A(x) - CA(x) \quad L^A(x) = 0$$

$$0 = 3.245,3(x) - 77,65$$

$$x = \frac{77,65}{3.245,3}$$

$$x = 0,02392/\text{ha} \quad (\text{onde o custo é } 0)$$

area: $\frac{1 \text{ ha}}{0,02392} = \frac{10.000 \text{ m}^2}{x}$

$$x = 239,269 \text{ m}^2$$

↳ para começar ter lucro.

*
Agora sabendo a área podemos substituir o valor de x no custo exemplo:

$$CA(x) = 2344,69(x) + 77,65$$

$$CA(0,02392) = 2344,69(0,02392) + 77,65$$

$$CA(0,02392) \approx 133,75 \text{ reais}$$

então na área $239,269 \text{ m}^2$ o produtor irá gastar $133,75$

4º nivelamento

$$L(x) = 0$$

$$0 = 3.769,25(x) - 80,52$$

$$x = \frac{80,52}{3.769,25}$$

$$x = 0,02136 \rightarrow \text{começa a ganhar.}$$

↳ onde seu custo e sua receita se igualam (nem ganho nem perda)

Em um área de:

Se um hectare tem 10000 m^2 corresponde a:

$$\frac{10000 \text{ m}^2}{x} \rightarrow 1 \text{ h}$$

$$x \rightarrow 0,02136$$

$$x = 213,6 \text{ metros}^2$$

↳ para começar a ter lucro.

*
(na folha depois)

$$CM(x) = 1820,75(x) + 80,52$$

$$CM(0,02136) = 1820,75(0,02136) + 80,52$$

$$CM(0,02136) \approx 119,41 \text{ reais}$$

então o produtor irá gastar $\approx 119,41$ na área de $213,6 \text{ metros}^2$

APÊNDICES

APÊNDICE A - DISSERTAÇÕES E TESES ANALISADAS NA SEÇÃO 2

ARAÚJO, J. de L. **Cálculo, tecnologias e modelagem matemática**: as discussões dos alunos. 2002. 173 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2002.

BATISTA, J. de F. R. **Modelagem matemática no ambiente virtual de aprendizagem (AVA)**: entendendo as suas dimensões crítica e reflexiva a partir de um estudo de caso. 2016. 252 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2016.

BELTRÃO, M. E. P. **Ensino de cálculo pela modelagem matemática e aplicações**: teoria e prática. 2009. 322 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

BORSSOI, A. H. **Modelagem matemática, aprendizagem significativa e tecnologias**: articulações em diferentes contextos educacionais. 2013. 256 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

CAMPOS, I. da S. **Alunos em ambientes de modelagem matemática**: caracterização do envolvimento a partir da relação com o *background* e o *foreground*. 2013. 203 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2013.

DOMINGOS, R. M. C. **Resolução de problemas e modelagem matemática**: uma experiência na formação inicial de professores de física e matemática. 2016. 193 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática.) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

FECCHIO, R. **Modelagem Matemática e a interdisciplinaridade na introdução do conceito de equação diferencial em cursos de engenharia**. 2011. 208 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

FERRUZZI, E. C. **Interações discursivas e aprendizagem em modelagem matemática**. 2011. 228 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2011.

FREITAS, C. A. M. de. **Modelagem matemática da araucária angustifolia nos campos de Lages, Santa Catarina**: uma proposta metodológica regional para o estudo do cálculo diferencial e integral em sala de aula. 2006. 120 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2006.

FURTADO, A. B. **Avaliação do uso de tecnologias digitais no apoio ao processo de modelagem matemática**. 2014. 182 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Federal do Pará, Belém, 2014.

MALHEIROS, A. P. dos S. **Produção matemática dos alunos em um ambiente de modelagem.** 2004. 180 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2004.

MENEZES, R. O. **O uso de tecnologias digitais no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.** 2016. 86 p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Universidade Federal do Pará, Belém, 2016.

NASCIMENTO, R. A. do. **Modelagem matemática com simulação computacional na aprendizagem de função.** 2007. 344 p. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007.

PARANHOS, M. de M. **Parametrização e movimentação de curvas e superfícies para uso em modelação matemática.** 2015. 147 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

RILHO, B. C. **Uma experiência em ensino e aprendizagem:** modelos de investimento e as derivadas. 2005. 155 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2005.

SANTOS, F. V. **Modelagem matemática e tecnologias de informação e comunicação:** o uso que os alunos fazem do computador em atividades de modelagem. 2008. 176 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

SCHUTZ, C. **Modelagem matemática e recursos tecnológicos: uma experiência em um curso de formação inicial de professores.** 2015. 127 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015.

SILVA, C. A. da. **Introdução ao conceito de integral de funções polinomiais em um curso de engenharia de produção por meio de tarefas fundamentais em princípios da modelagem matemática.** 2013. 349 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

VIDIGAL, C. L. **Desenvolvendo criticidade e criatividade com estudantes de geografia por meio de modelagem.** 2013. 149 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2013.

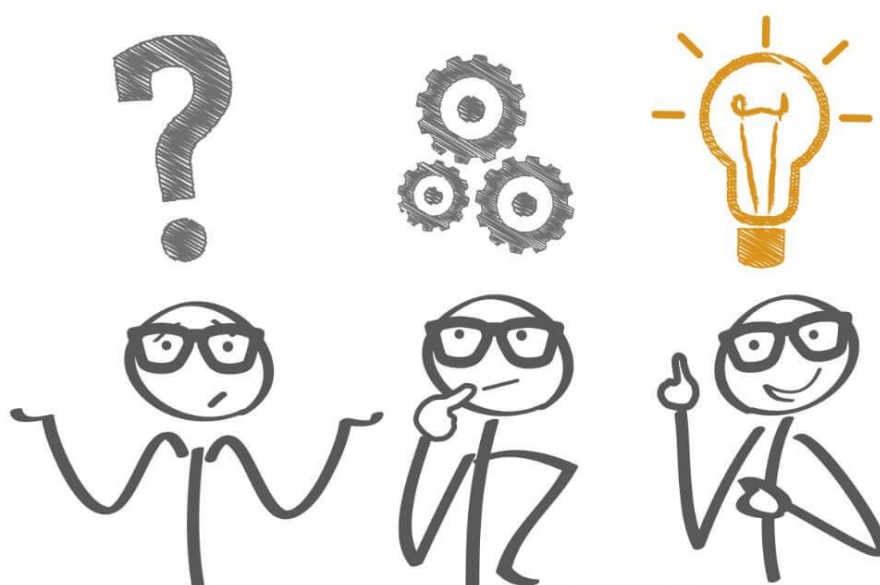
ZANIM, A. P. **Competências dos alunos em atividades de modelagem matemática.** 2015. 164 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.

APÊNDICE B- GUIA - MATEMÁTICA I



Matemática I – Agronomia

2016/02



GUIA PARA AUXILIAR NA REALIZAÇÃO DO PROJETO

Prezados alunos(as) da disciplina Matemática I,

Este guia foi elaborado com a intenção de auxiliá-los na realização do trabalho (projeto) proposto para este semestre 2016/02, que deverá ser desenvolvido em grupos de 5 integrantes cada.

A ideia é que vocês desenvolvam, no decorrer deste semestre, um projeto tendo a Modelagem Matemática como estratégia de pesquisa. Para aqueles que não fazem ideia do que se trata a Modelagem Matemática nesta perspectiva, tentaremos apresentá-la de forma resumida.

Nas palavras de Biembengut (2016), “Modelagem (matemática) é um método para solucionar alguma situação-problema ou para compreender um fenômeno utilizando-se de alguma teoria (matemática)” (p.98). A modelagem inicia-se com um conjunto de ideias para resolver uma situação-problema que ao final do processo vai requerer verificações e conclusões para que se faça uso. A modelagem é esse

processo de elaboração de modelo (representação ou reprodução de alguma coisa). Para modelar uma situação-problema os procedimentos são, em essência, os mesmos da pesquisa científica.

A seguir apresentaremos os procedimentos da modelagem em três etapas que servirão de norte para a realização do projeto que vocês desenvolverão em quatro etapas (as três da modelagem e a apresentação final em forma de seminário).

Cada grupo deverá seguir todas as etapas do desenvolvimento da modelagem para desenvolver um modelo na área de **Ciências Agrárias** sobre:

- a) o mesmo tema utilizado para abordar o conteúdo a partir de outros dados, outra hipótese; ou
- b) outro tema que permita fazer um modelo análogo ao modelo que foi apresentado; ou ainda
- c) um tema de interesse do grupo, mas que gere um modelo distinto da abordagem do conteúdo.

Exemplo de cada item: Se o grupo optar pelo item a – Se o tema for plantação de batatas, então para que vocês façam Modelagem, propomos que se organizem para saberem mais e modelar sobre as variedades desta espécie, observando as diferentes características como tamanho, cor, textura, sabor, etc.

Se o grupo optar pelo item b - Para que vocês façam Modelagem, propomos que se organizem para saberem mais e fazer um modelo (análogo ou não) sobre plantio de outra espécie (milho, tomate, maçã, laranja, dentre outras).

Se o grupo optar pelo item c - Para que vocês façam Modelagem, vocês deverão instigar mais ainda o espírito científico de vocês e seguir todas as etapas da modelagem. Aqui vocês escolherão o tema, levantarão dados, elegerão a questão da pesquisa e o objetivo, formularão a situação-problema, formularão o modelo, resolverão a questão, analisarão os resultados a partir do modelo e avaliarão a validade do modelo.

Independente da escolha do seu grupo (a, b ou c) vocês deverão seguir as seguintes etapas do projeto:

ETAPAS



1ª etapa do projeto – Contempla a 1ª etapa da Modelagem (Percepção e Apreensão): Trata-se do momento de escolha e familiarização com o tema.

DATA DE ENTREGA DA PRIMEIRA ETAPA: __/__/____.

Os integrantes do grupo definirão o tema e assunto que pretendem pesquisar e farão os levantamentos das informações e dados a respeito.

Uma vez delineada a situação que se pretende estudar, deve ser feito um estudo sobre o assunto de modo indireto (por meio de livros e revistas especializadas, entre outros) e/ou direto, *in loco* (por meio da experiência em campo, de dados experimentais obtidos com especialistas da área).

Embora esta primeira etapa esteja subdividida em duas – *reconhecimento* da situação problema e *familiarização* – ela não obedece a uma ordem rígida tampouco se finda ao passar para a etapa seguinte. A situação problema torna-se cada vez mais clara, à medida que se vai interagindo com os dados.

Esta fase consiste em *perceber* ideias, informações, dados, eventos e *apreendê-los*, selecionando-os e relacionando-os aos se já se dispõe.

DICAS para a realização da 1ª etapa:

- Faça uma pré-seleção do que existe sobre o tema escolhido por vocês; Utilize sites de busca na internet. Identifique literatura bibliográfica e/ou especialistas.
- Levante o maior número de possível de dados, informações na literatura disponível, por meio de livros, revistas especializadas, dados fornecidos por especialistas da área, entre outros. É uma excelente oportunidade para vocês conhecerem a área profissional que vocês atuarão no futuro, os professores e colegas do seu curso, e também para vocês se inteirarem dos programas que são oferecidos pelo curso (ex.: Programa de Educação Tutorial (PET) da Agronomia, ConCampo Jr – Empresa Júnior da Agronomia da UFU Campus Monte Carmelo). Lembrem-se: Se for fazer alguma entrevista (caso haja consentimento do participante) registre as informações por meio de gravador ou vídeo. Se forem fazer visitas *in loco* registre com fotografias ou vídeos.

- Inteirar esses dados e apreender o que se julga relevante ao que seu grupo decidiu aprimorar.
- Delimitar melhor a situação-problema, fenômeno, ou assunto a tratar.
- Efetuar uma primeira descrição de termos, conceitos e dados, organizando-os de forma que melhor permitam o estudo e análise posterior.
- **Elabore um texto preliminar que contenham: o motivo pelo qual escolheu o tema, conceitos e informações gerais sobre o tema que seu grupo esta pesquisando, dados diversos obtidos, constituição e importância à comunidade.** Lembrem-se de anotar todas as referências bibliográficas e não se esqueçam das Normas Básicas para o desenvolvimento e entrega de um trabalho acadêmico! Capa para o trabalho com o nome da instituição, nome da disciplina, nomes completos dos alunos(as), ano e o semestre (2016 – 2); Desenvolvimento claro do conteúdo em folhas sulfite A4 ou em folhas de caderno com a borda da folha destacada, evitando rasuras e com letra legível; Todas as folhas que constituem o trabalho devem estar devidamente anexadas, ou seja, grampeadas ou encadernadas.



2ª etapa do projeto – Contempla a **2ª etapa da Modelagem: (Compreensão e Explicação)** Trata-se da formulação do problema, da questão e da hipótese, da formulação de um modelo, da resolução do problema a partir do modelo.

DATA DE ENTREGA DA SEGUNDA ETAPA: __/__/__.

Nesta segunda fase, a primeira coisa que vocês precisam é ter uma ideia, uma vaga noção do que pode ser resolvido ou simplificado – o problema nas mãos.

Esta etapa, a mais “desafiante”, em geral subdivide-se em *formulação* do problema e *resolução*. É aqui que se dá a “tradução” da situação problema para a linguagem matemática. Intuição, criatividade e experiência acumulada são elementos indispensáveis neste processo.

Formulação do problema (hipóteses): Nesta etapa é especialmente importante a classificação das informações (relevantes e não relevantes), o

levantamento de hipóteses, a seleção das variáveis relevantes e constantes envolvidas, a seleção de símbolos apropriados para essas variáveis, e a descrição dessas relações em termos matemáticos.

O objetivo deste momento (formulação) do processo de modelar é chegar a um conjunto de expressões aritméticas ou fórmulas, ou equações, ou gráfico, ou representações, ou programa computacional, que levem à solução ou permitam a dedução de uma solução.

Resolução do problema em termos do modelo: Uma vez formulada a situação problema, passa-se à resolução ou análise com o “ferramental” matemático de que se dispõe.

DICAS para a realização da 2ª etapa:

- Exponha os dados de forma que vocês possam observá-los, como um quadro, em ordem e disposição. Classifique as informações relevantes e não relevantes.
- Observe as tendências dos dados se utilizando que quadro, gráfico ou mesmo algum recurso computacional. Identifique se há equivalências dentro de um determinado intervalo de escala.
- Verifique se há constantes, variáveis e possíveis relações entre os dados.
- Delimite o problema e/ou levante algumas questões sobre o tema, cujas respostas não estão presentes no texto. Eleja uma das questões levantadas, talvez aquela que requeira matemática mais elementar para vocês sentirem o papel do modelador. Selecione as variáveis relevantes e símbolos apropriados para estas variáveis.
- Formule um primeiro modelo em termos matemáticos dos dados referentes à questão e/ou hipótese levantada.
- Se for o caso, retome as questões levantadas e eleja outra para ser modelada (conteúdo matemático não tão elementar).
- **Elabore um texto que contenha: A exposição do modelo (questão/ões, hipótese/s, desenvolvimento).** Lembrem-se de anotar todas as referências bibliográficas utilizadas e não se esqueçam das Normas Básicas para o desenvolvimento e entrega de um trabalho acadêmico! Capa para o trabalho com o nome da instituição, nome da disciplina, nomes

completos dos alunos(as), ano e o semestre (2016 – 2); Desenvolvimento claro do conteúdo em folhas sulfite A4 ou em folhas de caderno com a borda da folha destacada, evitando rasuras e com letra legível; Todas as folhas que constituem o trabalho devem estar devidamente anexadas, ou seja, grampeadas ou encadernadas.



3ª etapa e 4ª etapa do projeto: Contempla a **3ª etapa da Modelagem** (Significação e Expressão) - Trata-se do momento de interpretação da solução, da avaliação e validação do modelo - e a **Apresentação – Seminário.**

DATA DE ENTREGA DA TERCEIRA ETAPA E APRESENTAÇÃO

(QUARTA ETAPA): __/__/____.

Para concluir o modelo, torna-se necessária uma avaliação para verificar em que nível ele se aproxima da situação problema representada e, a partir daí, verificar também o grau de confiabilidade na sua utilização. Dessa forma, faz-se a interpretação do modelo, analisando as implicações da solução derivada daquele que está sendo investigado e a verificação de sua adequabilidade, retornando à situação problema e avaliando quão significativa e relevante é a solução – validação. Se o modelo não atender às necessidades que o geraram, o processo poderá ou não, (no caso desta proposta), ser retomado na segunda etapa, mudando-se ou ajustando hipóteses, variáveis etc.

DICAS para a realização das 3ª e 4ª etapas:

- Nesta etapa vocês precisam retomar a fonte de pesquisa para verificar o quão esse modelo se aproxima da realidade: se a(s) questão(ões) levantada(s) permite(m) ser respondida(s); se a(s) hipótese(s) posta(s) seja(m) passível(eis) de verificação.
- Avalie em que medida o modelo contribui à solução da situação-problema ou na interpretação do fenômeno em questão.
- **Elabore um texto que contenham: As considerações sobre o processo e o resultado.** Lembrem-se de anotar todas as referências bibliográficas utilizadas e não se esqueçam das Normas Básicas para o desenvolvimento e entrega de um trabalho acadêmico! Capa para o trabalho com o nome da instituição, nome da disciplina, nomes completos dos alunos(as), ano e o

semestre (2016 – 2); Desenvolvimento claro do conteúdo em folhas sulfite A4 ou em folhas de caderno com a borda da folha destacada, evitando rasuras e com letra legível; Todas as folhas que constituem o trabalho devem estar devidamente anexadas, ou seja, grampeadas ou encadernadas.

- Divulgar é de essencial importância. Propomos a **realização de um seminário** em que possam expressar o que realizaram. Cada grupo deve mostrar aos demais seus registros, suas formas de representar os dados e a suas considerações sobre a validade do resultado. E ainda que expresse o que compreendeu dos conteúdos.
- A apresentação será oral e poderá fazer uso de tecnologias disponíveis.
- A apresentação deve conter: (1) apresentação do motivo pelo qual escolheu o tema; (2) breve histórico sobre o tema (podem constar dados não apenas da pesquisa indireta – livros, revistas – como também da pesquisa direta – entrevistas, fotos de visitas, das reuniões do grupo); (3) exposição do modelo (questão(ões), hipótese(s), desenvolvimento); e (4) considerações sobre o processo e resultado.

ACOMPANHAMENTO DAS ETAPAS:

Para o desenvolvimento das etapas os estudantes contarão com a orientação do professor da disciplina, com a colaboração da prof. Giselle e de outros professores que se dispuserem a colaborar de outras disciplinas específicas do curso.

Poderão ser agendadas reuniões extraclasse para acompanhamento dos projetos e para orientações personalizadas aos grupos. Este acompanhamento também poderá ser feito por meio de um ambiente virtual de aprendizagem criado para a disciplina no MOODLE.

AVALIAÇÃO DO PROCESSO:

Para esta atividade será distribuído um total de 30 pontos. A nota do aluno será divulgada ao final de todas as etapas.

Será avaliado todo o processo de desenvolvimento do trabalho: a qualidade dos questionamentos, a pesquisa elaborada pelos alunos, a obtenção de dados sobre o problema a ser modelado, a interpretação e elaboração de modelos

matemáticos, a discussão e a decisão sobre a natureza do problema levantado, a adequação da solução apresentada e, a exposição oral e escrita do trabalho.

Quanto ao aspecto subjetivo, o da observação, será analisado o empenho do aluno, a participação, a assiduidade nas reuniões agendadas pelo grupo, o cumprimento das tarefas, o espírito colaborativo e a produção do trabalho de modelagem em grupo (que deverá ser entregue em etapas, com datas pré-estabelecidas no início do semestre).

Ao final das etapas o importante é que os estudantes tenham atingido os objetivos e aprendam o processo de pesquisa, dispondo de um trabalho final fruto de suas respectivas pesquisas para serem apresentados aos demais estudantes.

Referências Bibliográficas

Biembengut, Maria Salett. Modelagem na Educação Matemática e na Ciência. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.

Biembengut, Maria Salett. Modelagem no Ensino Fundamental. Blumenau: Edifurb, 2014.

APÊNDICE C- GUIA - MATEMÁTICA II

Matemática II – Agronomia**2017/01****GUIA PARA AUXILIAR NA REALIZAÇÃO DO PROJETO**

Prezados alunos(as) da disciplina Matemática II,

Este guia foi elaborado com a intenção de auxiliá-los na realização do trabalho (projeto) proposto para este semestre 2017/01, que deverá ser desenvolvido em grupos de 05 integrantes cada.

A ideia é que vocês desenvolvam, no decorrer deste semestre, um projeto tendo a Modelagem Matemática como estratégia de pesquisa.

A seguir apresentaremos os procedimentos que servirão de norte para a realização do projeto que vocês desenvolverão em etapas.

Chegou a hora de pôr a “mão na massa”, ou melhor, a “mão na terra”!

A disciplina Matemática II aborda o estudo de funções de duas variáveis reais, $f(x, y)$. Por esse motivo, propomos um trabalho onde cada grupo deverá **realizar um experimento** com algum tipo de cultura para ser plantada e escolher dois elementos variáveis que influenciarão no seu desenvolvimento.

*Por exemplo: um grupo decide plantar cebolinha-verde (*Allium fistulosum*) em alguns recipientes utilizando um determinado tipo de solo para todos, mas varia a quantidade de água que será colocada diariamente em cada recipiente (x) e o tempo de exposição ao Sol (y).*



Planejamento do experimento: O grupo definirá qual cultivar será analisada, os tratamentos em comparação e quanto tempo vai durar o acompanhamento do experimento para a coleta de dados.

Dependendo da cultura escolhida não será possível esperar o tempo “certo” para a colheita, por conta dos prazos desta disciplina. Por isso escolha do cultivar é fundamental. Prefiram aquelas que possuem um bom desenvolvimento e/ou crie condições de cultivo para que isto ocorra.

No caso da cultura da cebolinha-verde do exemplo, para decidir a quantidade de água e tempo de exposição ao Sol que o grupo irá utilizar para acompanhar o crescimento, faz-se necessário ter conhecimento sobre cultura. Portanto, informações que favorecem o desenvolvimento desta cultura os auxiliarão na decisão (como o clima, luminosidade, solo, irrigação, plantio, etc.).

Para isso o grupo precisa levantar o maior número de possível de informações na literatura disponível, por meio de sites, livros, revistas especializadas, dados fornecidos por especialistas da área, entre outros.

Levantamento de dados: O grupo acompanhará o desenvolvimento em cada recipiente da cultivar escolhida e anotará as informações obtidas (tabela). Como sugestão faça fichas de acompanhamento e registre o experimento com fotografias ou vídeos. Será importante para o relatório final!

Relatório Parcial: O relatório final deverá conter: Capa (com o nome da instituição, nome da disciplina, nomes completos dos alunos(as), ano e o semestre (2017 – 1); Introdução, com a descrição e informações relevantes da cultivar escolhida; Material e Métodos, com a descrição do experimento, dos materiais utilizados, do lugar onde foi realizado; Desenvolvimento, com o acompanhamento e dos dados obtidos (coloque as fotografias como forma de registro); e Referências Bibliográficas.

DATA DE ENTREGA: __ / __ / __ via moodle.



Formulação do problema (hipóteses): Nesta etapa é especialmente importante a classificação das informações (relevantes e não relevantes), o levantamento de hipóteses, a seleção de símbolos apropriados para as variáveis, e a descrição dessas relações em termos matemáticos.

O objetivo deste momento (formulação) do processo de modelar é chegar a um conjunto de expressões aritméticas ou fórmulas, ou equações, ou gráfico, ou representações, ou programa computacional, que levem à solução ou permitam a dedução de uma solução.

Esta etapa será realizada pelos professores com a elaboração da **ficha orientadora**.

Resolução do problema em termos do modelo: Uma vez formulada a situação problema (ficha-orientadora), passa-se à resolução ou análise com o

“ferramental” matemático de que se dispõe.

No caso da cultura da cebolinha-verde do exemplo, o grupo pode estar interessado em descobrir quais condições de irrigação e luminosidade que proporcionará o maior crescimento da cultivar. Com os dados coletados, os conhecimentos adquiridos na disciplina Matemática II e com o auxílio de um software o grupo poderá resolver as questões da ficha orientadora.



Validação: Para concluir o modelo, torna-se necessária uma avaliação para verificar em que nível ele se aproxima da situação problema representada e, a partir daí, verificar também o grau de confiabilidade na sua utilização. Dessa forma, faz-se a interpretação do modelo, analisando as implicações da solução derivada daquele que está sendo investigado e a verificação de sua adequabilidade, retornando à situação problema e avaliando quão significativa e relevante é a solução. Se o modelo não atender às necessidades que o geraram, o processo poderá ou não, (no caso desta proposta), ser retomado na segunda etapa, mudando-se ou ajustando hipóteses, variáveis etc.

Relatório Final: O relatório final deverá conter: Capa (com o nome da instituição, nome da disciplina, nomes completos dos alunos(as), ano e o semestre (2017 – 1); Introdução, com a descrição e informações relevantes da cultivar escolhida; Material e Métodos, com a descrição do experimento, dos materiais utilizados, do lugar onde foi realizado; Desenvolvimento, com o acompanhamento e dos dados obtidos (coloque as fotografias como forma de registro), a pergunta da pesquisa, o desenvolvimento matemático (mencione se usou algum software etc.); Considerações Finais sobre o processo e resultado; e Referências Bibliográficas.

Seminário: Divulgar é de essencial importância. Propomos a realização de um seminário em que possam expressar o que realizaram. Cada grupo deve mostrar aos demais seus registros, suas formas de representar os dados e a suas considerações sobre o resultado. E ainda que expresse o que compreendeu dos conteúdos.

A apresentação será oral e poderá fazer uso de tecnologias disponíveis.

A apresentação deve conter: (1) Um breve histórico sobre o tema; (2) exposição do experimento (fotos ou vídeos) e das reuniões do grupo; (3) exposição do modelo (questão, desenvolvimento, etc); e (4) considerações sobre o processo e

resultado.

DATA DE ENTREGA E APRESENTAÇÃO: __ / __ / __.

POSSÍVEIS VARIAÇÕES:

O importante é que o projeto de cada grupo desenvolva um modelo na área de **Ciências Agrárias**. Caso o grupo já tenha dados de experimentos realizados em outras disciplinas/pesquisas, estes poderão ser utilizados para o desenvolvimento deste projeto. Converse com o professor sobre esta possibilidade!

ACOMPANHAMENTO DAS ETAPAS:

Para o desenvolvimento das etapas os estudantes contarão com a orientação do professor Danilo, com a colaboração da prof. Giselle e de outros professores que se dispuserem a colaborar de outras disciplinas específicas do curso.

Se necessário serão agendadas reuniões extraclases para acompanhamento dos projetos e para orientações personalizadas aos grupos. Este acompanhamento também poderá ser feito por meio de um ambiente virtual de aprendizagem criado para a disciplina no MOODLE.

CONSIDERAÇÕES:

- O trabalho deve ser realizado em **GRUPO!** Portanto todos os integrantes devem se dedicar para o seu desenvolvimento.
- Promova encontros semanais para discussão do projeto. Se possível façam relatórios desses encontros.
- Atribuem tarefas e responsabilidades diárias para cada integrante.
- Decidam cada etapa em grupo! A decisão é pautada no **diálogo**.
- Fiquem atentos aos prazos! Por se tratar de um experimento vocês devem começar o projeto o quanto antes. Não deixe para amanhã! Comece a planejar!

Exemplo:

Em um experimento foram observados a altura média das folhas de nove plantações de **cebolinha verde**, sendo que nestas plantações foram utilizadas três diferentes quantidades de água na rega e três diferentes períodos de exposição ao sol. As alturas médias são apresentadas na tabela abaixo.

EXPOSIÇÃO AO SOL (h)	QUANTIDADE DE ÁGUA NA REGA (ml)		
	x ₁	x ₂	x ₃
y ₁	?	?	?
y ₂	?	?	?
y ₃	?	?	?

1. Utilizar nove vasos diferentes para plantar cebolinha verde;
2. Fotografar os vasos a cada 2 ou 3 dias;
3. Escrever um relatório explicando os procedimentos dos experimentos e completar a tabela acima com os resultados (altura das folhas) após 20 dias;
4. O professor da disciplina e a professora Giselle elaborarão uma ficha orientadora com questões relacionadas ao experimento do grupo;
5. O grupo deverá responder estas questões com a elaboração de um segundo relatório e apresentar estas respostas em um seminário.

APÊNDICE D- MODELO DAS FICHAS AVALIATIVAS DO PROJETO EM MATEMÁTICA I E II

Ficha de Avaliação do Seminário

Título do trabalho:

Discente:

Data: _____ Início: _____ Fim: _____ Tempo de apresentação: _____

I – Avaliação geral do grupo	PESO	NOTA
Domínio do assunto apresentado.	5,00	
Apresentação de forma lógica, ordenada, dividida em tópicos.	1,00	
Processo de interação entre os membros do grupo.	2,00	
Utilização dos recursos tecnológicos de apresentação.	1,00	
Utilização do tempo.	1,00	
TOTAL	--	

Comentários/Sugestões: _____

II – Avaliação Individual/Aluno(a):	PESO	NOTA
Domínio do assunto apresentado.	10,00	
Capacidade de transmissão do conteúdo - clareza.	5,00	
Capacidade em responder às perguntas.	2,00	
Motivação e desembaraço.	3,00	
TOTAL	--	

Comentários/Sugestões: _____

Eu, _____,

confirmando que sou o responsável pelas pontuações fornecidas no verso desta página.

ASSINATURA ALUNO(A)

Ficha de Avaliação pelos Pares - CONFIDENCIAL

(Deve ser completada uma ficha por cada membro do grupo)

INSTRUÇÕES: Atribua a cada uma das questões apresentadas uma pontuação, indicando a sua reação à frase de acordo com os critérios abaixo

0 = discordo; 1 = neutro; 2 = concordo

Avaliação Individual/Aluno(a): _____	Pontuação	Nota (preenchida pelo professor)
Demonstrou interesse pelo trabalho.		
Participou de forma eficiente no trabalho em equipe.		
Esforçou para contribuir com o trabalho.		
Apresentou contribuições pessoais.		
Apresentou segurança nas discussões ou apresentação do trabalho.		
Escolheria esta pessoa para estar com você em grupos futuros? (S/N)		TOTAL:

Avaliação Individual/Aluno(a): _____	Pontuação	Nota (preenchida pelo professor)
Demonstrou interesse pelo trabalho.		
Participou de forma eficiente no trabalho em equipe.		
Esforçou para contribuir com o trabalho.		
Apresentou contribuições pessoais.		
Apresentou segurança nas discussões ou apresentação do trabalho.		
Escolheria esta pessoa para estar com você em grupos futuros? (S/N)		TOTAL:

Avaliação Individual/Aluno(a): _____	Pontuação	Nota (preenchida pelo professor)
Demonstrou interesse pelo trabalho.		
Participou de forma eficiente no trabalho em equipe.		
Esforçou para contribuir com o trabalho.		
Apresentou contribuições pessoais.		
Apresentou segurança nas discussões ou apresentação do trabalho.		
Escolheria esta pessoa para estar com você em grupos futuros? (S/N)		TOTAL:

Avaliação Individual/Aluno(a): _____	Pontuação	Nota (preenchida pelo professor)
Demonstrou interesse pelo trabalho.		
Participou de forma eficiente no trabalho em equipe.		
Esforçou para contribuir com o trabalho.		
Apresentou contribuições pessoais.		
Apresentou segurança nas discussões ou apresentação do trabalho.		
Escolheria esta pessoa para estar com você em grupos futuros? (S/N)		TOTAL:

Ficha de Avaliação do Relatório

Grupo: _____

Título do trabalho: _____

ITENS A SEREM AVALIADOS	PESO	NOTA
Apresentação (capa, organização, numeração dos tópicos, etc.)	2,00	
Descreveu sucintamente a introdução (nem muito longa, nem muito curta)	2,00	
Atingiu objetivos da ficha orientadora	6,00	
Apresentou conclusão	2,00	
Atende as normas gramaticais (possui redação correta e agradável)	2,00	
Referências, anexos e apêndices atendem as normas	1,00	
TOTAL	--	

Comentários/Sugestões: _____

APÊNDICE E- FICHAS ORIENTADORAS - MATEMÁTICA I



FICHA ORIENTADORA DO SEMINÁRIO DE MATEMÁTICA 1

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CAMPUS MONTE CARMELO

1º Período - Agronomia

Prof.: xxxx

** / **/16.

Grupo 1: Milho safrinha

Situação: Um produtor rural possui um terreno quadrado com lados medindo 100m e deseja plantar milho. Suas opções para o plantio, em relação ao espaçamento entre fileiras, são 50 cm e 80 cm. **Qual opção de plantio o produtor deverá escolher para que ele tenha a maior produção sabendo que ele irá utilizar uma densidade de 68000 plantas?**

Podemos responder a questão acima respondendo as seguintes questões.

- a) Construa uma tabela de densidade de plantas por hectare em relação ao rendimento, considerando 80 cm como espaçamento entre fileiras.
- b) Marque os pontos da tabela em um plano cartesiano e determine a equação da reta que passa pelo primeiro e último pontos.
- c) Construa uma tabela de densidade de plantas por hectare em relação ao rendimento, considerando 50 cm como espaçamento entre fileiras.
- d) Marque os pontos da tabela do item anterior em um plano cartesiano e determine a equação da reta que passa pelo primeiro e último pontos.
- e) Faça o gráfico das duas retas em um mesmo plano cartesiano. Encontre o ponto onde as retas se interceptam. O que este ponto representa?
- f) Responda a pergunta do produtor. Quantas fileiras e quantas plantas por fileira o produtor deverá plantar?



FICHA ORIENTADORA DO SEMINÁRIO DE MATEMÁTICA 1

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

CAMPUS MONTE CARMELO

1º Período - Agronomia

Prof.: xxxx

** / **/16.

Grupo 2: Cultura da cebola

Situação: Qual é o tempo de irrigação (T_i) necessário para repor a lâmina d'água consumida pela cultura da cebola, considerando um turno de rega máximo permitido?

- a) Desenvolva a expressão de T_i .
- b) Detalhar as contas do tempo de irrigação.
- c) Explicar os tratamentos experimentais apresentados na Tabela 1 da página 5.
- d) Por que foram selecionados os tratamentos apresentados na Tabela 1 da página 12?
- e) Qual a intenção do gráfico apresentado na página 12? Por exemplo, o grupo deseja responder a pergunta: qual a maior produção com a menor lâmina de água?



FICHA ORIENTADORA DO SEMINÁRIO DE MATEMÁTICA 1

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CAMPUS MONTE CARMELO

1º Período - Agronomia

Prof.: xxxx

** / ** / 16.

Grupo 3: Milho e tecnologias

Situação: Um produtor rural possui um terreno de $10.000m^2$ e deseja plantar milho. Suas opções para o plantio são as técnicas de *alta tecnologia* e *média tecnologia*. **Qual opção de plantio o produtor deverá escolher para que ele tenha o maior lucro?**

Podemos responder a questão acima respondendo as seguintes questões.

- a) Encontre as funções Custo, Receita e Lucro para cada tecnologia.
- b) Faça o gráfico das funções Custo, Receita e Lucro da alta tecnologia.
- c) Qual o ponto de nivelamento entre as funções Custo e Receita da alta tecnologia? Este ponto equivale a qual área?
- d) Faça o gráfico das funções Custo, Receita e Lucro da média tecnologia.
- e) Qual o ponto de nivelamento entre as funções Custo e Receita da média tecnologia? Este ponto equivale a qual área?
- f) Faça o gráfico das duas funções Lucro.
- g) Responda a pergunta do produtor.



FICHA ORIENTADORA DO SEMINÁRIO DE MATEMÁTICA 1

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

CAMPUS MONTE CARMELO

1º Período - Agronomia

Prof.: xxxx

** / ** / 16.

Grupo 4: Cultura do café

Situação: Um produtor rural possui um terreno quadrado com lados medindo 100m e deseja plantar café. Suas opções para o plantio, em relação ao espaçamento entre plantas, são apresentados na tabela abaixo. **Sabendo que ele utilizará 3,75m de espaçamento entre ruas, qual é o espaçamento entre plantas que proporcionará ao produtor uma maior produção?**

Podemos responder a questão acima utilizando a seguinte tabela.

Espaçamento (m) (d)	Produção média por planta (g)
0,5	610
1,0	970
1,5	1.330
2,0	1.370

- a) Qual o número de plantas por rua de acordo com os respectivos espaçamentos acima?
E a produção média por rua?
- b) Qual o número de plantas por área em cada espaçamento?
- c) Qual a quantidade de sacas de 60 kg obtidas em cada espaçamento?
- d) Encontre a função produção $P(d, g)$ em relação ao espaçamento entre plantas (d) e a produção média por planta (g).
- e) Sabendo que $g = 1000(1.4 - 2^{1.5-3.5d})$ encontre uma expressão para a função P que dependa apenas de d .
- f) Responda a pergunta do produtor. Para isso, utilize o fato de $x = 0.7$ ser a raiz da equação

$$(157.5d \cdot \ln(2) + 45) \cdot 2^{1.5-3.5d} - 63 = 0.$$



FICHA ORIENTADORA DO SEMINÁRIO DE MATEMÁTICA 1

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CAMPUS MONTE CARMELO

1º Período - Agronomia

Prof.: xxxx

** / ** / 16.

Grupo 5: Plantação de milho

Situação: Um produtor rural possui um terreno quadrado com lados medindo 100m e deseja plantar 90 mil pés de milho. Suas opções para o plantio, em relação ao espaçamento entre fileiras, são 50 cm e 80 cm. **Qual é o espaçamento entre duas fileiras que proporcionará ao produtor uma maior produção?**

Podemos responder a questão acima respondendo as seguintes questões.

a) Complete a tabela abaixo

Espaçamento (cm)	Nº de fileiras por hectare	Nº de plantas por hectare (x)	Peso média de cada espiga	Nº de sacas por hectare (y)
50		100000	0.2121	
50		77500	0.3535	
80		62500	0.3535	
80		77500	0.3300	

- b) Considerando cada espaçamento, marque os pontos (x, y) da tabela do item anterior em um plano cartesiano e determine a equação da reta que passa pelo primeiro e último pontos.
- c) Faça o gráfico das duas retas em um mesmo plano cartesiano. Encontre o ponto onde as retas se interceptam. O que este ponto representa?
- d) Responda a pergunta do produtor. Qual espaçamento entre pés, de uma mesma fileira, o produtor deverá utilizar?



FICHA ORIENTADORA DO SEMINÁRIO DE MATEMÁTICA 1

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CAMPUS MONTE CARMELO

1º Período - Agronomia

Prof.: xxxx

** / ** / 16.

Grupo 6: Cultura do milho

Situação: Um produtor rural possui um terreno quadrado com lados medindo 100m e deseja plantar milho. Sabendo que ele utilizará 80 cm de espaçamento entre as ruas, **qual deve ser o espaçamento entre duas plantas para que o produtor tenha a maior produção?**

Podemos responder a questão acima utilizando a seguinte tabela.

Espaçamento (m) (d)	média de grãos por planta (g)
0,50	600
0,60	800
0,70	900
0,80	950
0,90	975

- a) Qual o número de plantas por rua de acordo com os respectivos espaçamentos acima?
E o número de grãos por rua?
- b) Qual o número de plantas por área em cada espaçamento?
- c) Sabendo que cada grão de milho pesa, aproximadamente, 0,3g, calcule a quantidade de sacas de 60 kg obtidas em cada espaçamento?
- d) Encontre a função produção $P(d, g)$ em relação ao espaçamento entre plantas (d) e a média de grãos por planta (g).
- e) Sabendo que $g = 100(10 - 2^{7-10d})$ encontre uma expressão para a função P que dependa apenas de d .
- f) Responda a pergunta do produtor. Para isso, utilize o fato de $x = 0.605$ ser a raiz da equação

$$(62.5d \cdot \ln(2) + 6.25) \cdot 2^{7-10d} - 62.5 = 0.$$



FICHA ORIENTADORA DO SEMINÁRIO DE MATEMÁTICA 1

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CAMPUS MONTE CARMELO

1º Período - Agronomia

Prof.: xxxx

** / ** / 16.

Grupo 7: Cultura da soja

Situação: Um produtor rural possui um terreno quadrado com lados medindo 100m e deseja plantar entre 300 mil e 400 mil pés de soja. Suas opções para o plantio, em relação ao espaçamento entre fileiras, são 40 cm e 60 cm. **Qual é o espaçamento entre duas fileiras que proporcionará ao produtor uma maior produção?**

Podemos responder a questão acima respondendo as seguintes questões.

a) Complete a tabela abaixo

Espaçamento (cm)	Nº de fileiras por hectare	Nº de mil plantas por hectare (x)	Peso média de cada mil grãos	Nº de sacas por hectare (y)
40		300	0.150	
40		400	0.170	
60		300	0.170	
60		400	0.150	

- b) Considerando cada espaçamento, marque os pontos (x, y) da tabela do item anterior em um plano cartesiano e determine a equação da reta que passa pelo primeiro e último pontos.
- c) Faça o gráfico das duas retas em um mesmo plano cartesiano. Encontre o ponto onde as retas se interceptam. O que este ponto representa?
- d) Responda a pergunta do produtor. Qual espaçamento entre pés, de uma mesma fileira, o produtor deverá utilizar?



FICHA ORIENTADORA DO SEMINÁRIO DE MATEMÁTICA 1

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CAMPUS MONTE CARMELO

1º Período - Agronomia

Prof.: xxxx

** / ** / 16.

Grupo 8: Pastejo rotacionado

Situação: Um produtor rural deseja comprar entre 50 e 100 bovinos leiteiros, e aplicar o sistema de pastejo rotacionado. Se ele plantar o capim-braquiária quantos piquetes ele deverá utilizar? E, qual deve ser a dimensão de cada piquete?

Podemos responder as questões acima utilizando a seguinte tabela.

Forrageira (capim)	Período de descanso (dias)	Valores de referência (t de MS/ha por ano)
braquiária	32	18
tanzânia	32	25
tifton	28	18

- Encontre duas funções que representem, respectivamente, a área de cada piquete em função da quantidade de animais e a área total a ser utilizada no pastejo rotacionado, também, em função da quantidade de animais.
- Responda a pergunta do produtor.
- Supondo que este produtor possua 10 hectares a serem utilizados no pastejo rotacionado, quantos animais ele deverá comprar?
- Supondo que o produtor tenha comprado 75 animais, qual forrageira ele deverá plantar para utilizar a menor área?



FICHA ORIENTADORA DO SEMINÁRIO DE MATEMÁTICA 1

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

CAMPUS MONTE CARMELO

1º Período - Agronomia

Prof.: xxxx

** / **/16.

Grupo 9: Produção de leite

Situação: Um produtor de leite deseja comprar ração para suas vacas. Sabendo que cada vaca consome, em média, 41Kg de ração por dia e produz q_l litros de leite por dia, e que a função $L(q_l, q_c, q_{vo})$ abaixo representa o lucro obtido com a venda deste leite em relação ao gasto com ração, **qual será o maior lucro deste produtor considerando apenas o gasto com ração?** A função $L(q_l, q_c, q_{vo})$ é dada pela expressão,

$$L(q_l, q_c, q_{vo}) = q_l V_l - 41(q_c V_c + q_{vo} V_{vo}),$$

sendo que

- q_l representa a quantidade de litros de leite produzidos na propriedade;
- q_c representa a porcentagem de concentrado utilizada na ração dos animais;
- q_{vo} representa a porcentagem de volumoso utilizada na ração dos animais;
- V_l representa o valor de venda do litro de leite;
- V_c representa o custo de concentrado por quilo de ração;
- V_{vo} representa o custo de volumoso por quilo de ração.

Podemos responder a questão acima respondendo as seguintes questões.

- a) Qual a relação entre q_c e q_{vo} ?
- b) Sabendo que $-36q_c + 0.25q_l = -8$ encontre uma expressão para a função L que dependa apenas de q_c . Faça o gráfico de $L(q_c)$.
- c) Qual o valor máximo de $L(q_c)$? Neste caso, quais as quantidades ideais de volumoso e concentrado a serem utilizadas na ração dos animais?
- d) Responda as perguntas do item acima utilizando $L_1(q_c) = -q_c^2 + q_c$ como a função que representa o lucro.

APÊNDICE F: FICHAS ORIENTADORAS - MATEMÁTICA II



FICHA ORIENTADORA DO SEMINÁRIO DE MATEMÁTICA 2

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CAMPUS MONTE CARMELO

2º Período - Agronomia

Prof.: xxxx

19/06/17.

Grupo 1

Em um experimento envolvendo cultivo de feijão, foi obtida a função abaixo que representa o comprimento da parte aérea (cm), 24 dias após o início do experimento com o plantio das sementes.

$$f(x, y) = -0,035x^2 + 6,3x - 0,035y^2 + 0,49y - 265,715.$$

onde

- x representa a quantidade de água (ml) utilizada na rega, e
- y o período de exposição ao sol (h).

- Faça o gráfico de $f(x, y)$.
- Encontre e classifique o ponto crítico de $f(x, y)$.
- Qual o maior valor que a função assume?
- Encontre o maior e menor valor que a função assume no triângulo com vértices $(80, 6)$, $(100, 6)$ e $(100, 8)$.
- Sabendo que o custo de 1ml de água na rega das plantas é de R\$1,00, o custo de 1 hora de exposição a uma lâmpada que simula a luz solar é R\$10,00 e que dispomos de R\$130,00 para gastar entre água e exposição a luz, qual a combinação ideal de água e exposição a luz que devemos comprar para obtermos a maior comprimento da parte aérea dos pés de feijão? Em outras palavras, resolva o seguinte problema restrito:

$$\max = -0,035x^2 + 6,3x - 0,035y^2 + 0,49y - 265,715.$$

$$\text{s.a.} = x + 10y = 130$$



FICHA ORIENTADORA DO SEMINÁRIO DE MATEMÁTICA 2

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

CAMPUS MONTE CARMELO

2º Período - Agronomia

Prof.: xxxx

*/ */17.

Grupo 2

Em um experimento envolvendo cultivo de feijão, foi obtida a função abaixo que representa o comprimento médio das folhas (cm), 24 dias após o início do experimento com o plantio das sementes.

$$f(x, y) = -0,0004x^2 + 0,32x - 0,0004y^2 + 0,008y - 54,045.$$

onde

- x representa a quantidade de água (ml) utilizada na rega, e
- y a quantidade de adubo (g).

- Faça o gráfico de $f(x, y)$.
- Encontre e classifique o ponto crítico de $f(x, y)$.
- Qual o maior valor que a função assume?
- Encontre o maior e menor valor que a função assume no triângulo com vértices $(350, 0)$, $(450, 0)$ e $(450, 20)$.
- Sabendo que o custo de 1ml de água na rega das plantas é de R\$1,00, o custo de 1g de adubo é R\$4,00 e que dispomos de R\$450,00 para gastar entre água e adubo, qual a combinação ideal de água e adubo que devemos comprar para obtermos o maior comprimento das folhas? Em outras palavras, resolva o seguinte problema restrito:

$$\max = -0,0004x^2 + 0,32x - 0,0004y^2 + 0,008y - 54,04$$

$$\text{s.a.} = x + 4y = 450$$



FICHA ORIENTADORA DO SEMINÁRIO DE MATEMÁTICA 2

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CAMPUS MONTE CARMELO

2º Período - Agronomia

Prof.: xxxx

*/ */17.

Grupo 3

Em um experimento foram utilizadas um total de 6 placas de Petri, sendo que 3 delas continham uma solução de milho e as outras 3 placas continham uma solução de mandioca. Estas 6 placas foram divididas em pares, onde cada par continha uma placa com cada tipo de solução, e, além disso, estes pares de placas foram submetidos a diferentes temperaturas ($15^{\circ}C$, $25^{\circ}C$ e $30^{\circ}C$) por um período de 7 dias. A função abaixo representa o tamanho que um determinado fungo ocupava em cada placa de Petri ao final deste experimento

$$f(x, y) = -0,3667x^2 + 19,8x - 0,3667y^2 + 0,5867y - 262,5347.$$

onde

- x representa a temperatura ($^{\circ}C$), e
- $y \in [0, 1]$ é a combinação das soluções de milho e mandioca, sendo que $y = 0$ significa que foi utilizada apenas a solução de milho e $y = 1$ significa que foi utilizada apenas a solução de mandioca.

- a) Faça o gráfico de $f(x, y)$.
- b) Encontre e classifique o ponto crítico de $f(x, y)$.
- c) Qual o maior valor que a função assume?
- d) Encontre o maior e menor valor que a função assume no triângulo com vértices $(23, 0)$, $(28, 0)$ e $(28, 1)$.
- e) Resolva o seguinte problema restrito:

$$\max = -0,3667x^2 + 19,8x - 0,3667y^2 + 0,5867y - 262,5347$$

$$\text{s.a.} = x + 5y = 30$$



FICHA ORIENTADORA DO SEMINÁRIO DE MATEMÁTICA 2

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CAMPUS MONTE CARMELO

2º Período - Agronomia

Prof.: xxxx

*/ */17.

Grupo 4

Após um experimento envolvendo cultivo de rabanetes, foi obtida a função abaixo que representa o comprimento da planta (cm), medido a partir do colo da planta até o ápice da folha mais alta, 26 dias após o plantio das sementes,

$$f(x, y) = -0,0425x^2 + 9,35x - 0,0425y^2 + 0,068y - 489,7772.$$

onde

- x representa a lâmina de irrigação (%) em relação ao índice de irrigação recomendado, e
- $y \in [0, 100]$ é a porcentagem do adubo utilizada no experimento, sendo que $y = 0$ significa que não foi realizada a adubagem e $y = 100$ significa que foi utilizada 100 mg dm^3 de N.

- a) Faça o gráfico de $f(x, y)$.
- b) Encontre e classifique o ponto crítico de $f(x, y)$.
- c) Qual o maior valor que a função assume?
- d) Encontre o maior e menor valor que a função assume no triângulo com vértices (**), (**) e (**).
- e) Resolva o seguinte problema restrito:

$$\max = -0,0425x^2 + 9,35x - 0,0425y^2 + 0,068y - 489,7772$$

$$\text{s.a.} = **$$



FICHA ORIENTADORA DO SEMINÁRIO DE MATEMÁTICA 2

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CAMPUS MONTE CARMELO

2º Período - Agronomia

Prof.: xxxx

*/ */17.

Grupo 5

Em um experimento envolvendo cultivo de alface, foi obtida a função abaixo que representa a altura das folhas (cm), 23 dias após o início do experimento.

$$f(x, y) = -0,0021x^2 + 0,42x - 0,0021y^2 + 1,05y - 133,25,$$

onde

- x representa a quantidade de uréia (g), e
- y a quantidade de água (ml) utilizada na rega destas plantas.

- Faça o gráfico de $f(x, y)$.
- Encontre e classifique o ponto crítico de $f(x, y)$.
- Qual o maior valor que a função assume?
- Encontre o maior e menor valor que a função assume no triângulo com vértices $(75, 200)$, $(125, 200)$ e $(125, 300)$.
- Sabendo que o custo de 1g de uréia é R\$2,00, o custo de 1ml de água na rega das plantas é de R\$1,00 e que dispomos de R\$500,00 para gastar entre uréia e água qual a combinação ideal de uréia e água que devemos comprar para obtermos a maior altura das folhas de alface? Em outras palavras, resolva o seguinte problema restrito:

$$\max = -0,0021x^2 + 0,42x - 0,0021y^2 + 1,05y - 133,25$$

$$\text{s.a.} = 2x + y = 500$$



FICHA ORIENTADORA DO SEMINÁRIO DE MATEMÁTICA 2

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CAMPUS MONTE CARMELO

2º Período - Agronomia

Prof.: xxxx

*/ */17.

Grupo 6

Em um experimento envolvendo cultivo de salsinha lisa, foi obtida a seguinte função que representa o comprimento do caule (cm), 21 dias após o plantio das sementes,

$$f(x, y) = -0,00013333x^2 + 0,072x - 0,00013333y^2 + 0,0013333y - 8,72333.$$

onde

- x representa a quantidade de água (ml) utilizada na rega,
- y o período de exposição ao sol (h).

- Faça o gráfico de $f(x, y)$.
- Encontre e classifique o ponto crítico de $f(x, y)$.
- Qual o maior valor que a função assume?
- Encontre o maior e menor valor que a função assume no triângulo com vértices $(250, 4)$, $(285, 4)$ e $(285, 6)$.
- Sabendo que o custo de 1ml de água na rega das plantas é de R\$1,00o, o custo de 1 hora de exposição a uma lâmpada que simula a luz solar é R\$50,00 e que dispomos de R\$500,00 para gastar entre água e exposição a luz, qual a combinação ideal de água e exposição a luz que devemos comprar para obtermos a maior comprimento da parte aérea dos pés de salsinha lisa? Em outras palavras, resolva o seguinte problema restrito:

$$\max = -0,00013333x^2 + 0,72x - 0,00013333y^2 + 0,0013333y - 8,72333$$

$$\text{s.a.} = x + 50y = 500$$



FICHA ORIENTADORA DO SEMINÁRIO DE MATEMÁTICA 2

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CAMPUS MONTE CARMELO

2º Período - Agronomia

Prof.: xxxx

*/ */17.

Grupo 7

Em um experimento envolvendo cultivo de cebolinha, foi obtida a seguinte função que representa o comprimento do caule (cm), 21 dias após o plantio das sementes,

$$f(x, y) = -0,00875x^2 + 1,4x - 0,00875y^2 + 0,07875y - 36,6772.$$

onde

- x representa a quantidade de água (ml) utilizada na rega, e
- y o período de exposição ao sol (h).

- Faça o gráfico de $f(x, y)$.
- Encontre e classifique o ponto crítico de $f(x, y)$.
- Qual o maior valor que a função assume?
- Encontre o maior e menor valor que a função assume no triângulo com vértices $(70, 0)$, $(90, 0)$ e $(90, 9)$.
- Sabendo que o custo de 1ml de água na rega das plantas é de R\$1,00, o custo de 1 hora de exposição a uma lâmpada que simula a luz solar é R\$14,00 e que dispomos de R\$142,00 para gastar entre água e exposição a luz, qual a combinação ideal de água e exposição a luz que devemos comprar para obtermos a maior comprimento da parte aérea dos pés de cebolinha? Em outras palavras, resolva o seguinte problema restrito:

$$\begin{aligned} \max &= -0,00875x^2 + 1,4x - 0,00875y^2 + 0,07875y - 36,6772 \\ \text{s.a.} &= x + 14y = 142 \end{aligned}$$



FICHA ORIENTADORA DO SEMINÁRIO DE MATEMÁTICA 2

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CAMPUS MONTE CARMELO

2º Período - Agronomia

Prof.: xxxx

*/ */17.

Grupo 8

Em um experimento envolvendo cultivo de milho, foi obtida a seguinte função que representa o comprimento médio das folhas (cm), 21 dias após a emergência da planta,

$$f(x, y) = -0,00875x^2 + 4,725x - 0,00875y^2 + 0,175y - 621,75.$$

onde

- x representa a quantidade de água (ml) utilizada na rega destas plantas, e
- y a quantidade de uréia (g).

- Faça o gráfico de $f(x, y)$.
- Encontre e classifique o ponto crítico de $f(x, y)$.
- Qual o maior valor que a função assume?
- Encontre o maior e menor valor que a função assume no triângulo com vértices $(75, 200)$, $(125, 200)$ e $(125, 300)$.
- Sabendo que o custo de 1ml de água na rega das plantas é de R\$1,00, o custo de 1g de uréia é R\$10,00, e que dispomos de R\$400,00 para gastar entre água e uréia, qual a combinação ideal de água e uréia que devemos comprar para obtermos o maior comprimento das folhas de milho? Em outras palavras, resolva o seguinte problema restrito:

$$\max \quad -0,00875x^2 + 4,725x - 0,00875y^2 + 0,175y - 621,75$$

$$\text{s.a.} \quad x + 10y = 400$$



FICHA ORIENTADORA DO SEMINÁRIO DE MATEMÁTICA 2

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CAMPUS MONTE CARMELO

2º Período - Agronomia

Prof.: xxxx

*/ */17.

Grupo 9

Em um experimento envolvendo cultivo de cebolinha, foi obtida a seguinte função que representa o comprimento das folhas (cm), 21 dias após o plantio de mudas que apresentavam folhas com 10 cm de comprimento,

$$f(x, y) = -0,003125x^2 + 0,5x - 0,003125y^2 + 0,0296875y + 14,4295.$$

onde

- x representa a quantidade de água (ml) utilizada na rega, e
- y o período de exposição ao sol (h).

- Faça o gráfico de $f(x, y)$.
- Encontre e classifique o ponto crítico de $f(x, y)$.
- Qual o maior valor que a função assume?
- Encontre o maior e menor valor que a função assume no triângulo com vértices $(70, 4)$, $(80, 4)$ e $(80, 6)$.
- Sabendo que o custo de 1ml de água na rega das plantas é de R\$1,00, o custo de 1 hora de exposição a uma lâmpada que simula a luz solar é R\$5,00 e que dispomos de R\$100,00 para gastar entre água e exposição a luz, qual a combinação ideal de água e exposição a luz que devemos comprar para obtermos a maior comprimento da parte aérea dos pés de cebolinha? Em outras palavras, resolva o seguinte problema restrito:

$$\max = -0,003125x^2 + 0,5x - 0,003125y^2 + 0,0296875y + 14,4295$$

$$\text{s.a.} = x + 5y = 100$$



FICHA ORIENTADORA DO SEMINÁRIO DE MATEMÁTICA 2

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CAMPUS MONTE CARMELO

2º Período - Agronomia

Prof.: xxxx

*/ */17.

Grupo 10

Em um experimento envolvendo cultivo de mudas de brócolis, foi obtida a seguinte função que representa o comprimento das plantas (cm), medido a partir da raiz até o ápice da maior folha, 21 dias após o plantio destas mudas que apresentavam um comprimento de 7 cm,

$$f(x, y) = -0,001x^2 + 0,2x - 0,001y^2 + 0,01y + 7,475.$$

onde

- x representa a quantidade de água (ml) utilizada na rega, e
- y o período de exposição ao sol (h).

- Faça o gráfico de $f(x, y)$.
- Encontre e classifique o ponto crítico de $f(x, y)$.
- Qual o maior valor que a função assume?
- Encontre o maior e menor valor que a função assume no triângulo com vértices $(125, 6)$, $(75, 4)$ e $(125, 4)$.
- Sabendo que o custo de 1ml de água na rega das plantas é de R\$1,00, o custo de 1 hora de exposição a uma lâmpada que simula a luz solar é R\$25,00 e que dispomos de R\$200,00 para gastar entre água e exposição a luz, qual a combinação ideal de água e exposição a luz que devemos comprar para obtermos a maior comprimento da parte aérea dos pés de brócolis? Em outras palavras, resolva o seguinte problema restrito:

$$\max = -0,001x^2 + 0,2x - 0,001y^2 + 0,01y + 7,475$$

$$\text{s.a.} = x + 25y = 200$$