

GABRIELA VIEIRA LIMA

**PLANEJAMENTO DE TRAJETÓRIAS PARA
QUADRICÓPTEROS EM TAREFAS DE
PERSEGUIÇÃO**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

2019

GABRIELA VIEIRA LIMA

**PLANEJAMENTO DE TRAJETÓRIAS PARA
QUADRICÓPTEROS EM TAREFAS DE PERSEGUIÇÃO**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **DOUTORA EM CIÊNCIAS**.

Banca Examinadora:

Aniel Silva de Morais, Dr. (Orientador) - UFU

Luís Cláudio Oliveira Lopes, Dr. (Coorientador) - UFU

Daniel Costa Ramos, Dr. - UFU

Aline Fernanda Bianco, Dr^a. - CEFET MG

Neusa Maria Franco de Oliveira, Dr^a. - ITA

UBERLÂNDIA – MG

2019

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

L732 2019	<p>Lima, Gabriela Vieira, 1990- Planejamento de trajetórias para quadricópteros em tarefas de perseguição [recurso eletrônico] / Gabriela Vieira Lima. - 2019.</p> <p>Orientador: Aniel Silva de Moraes. Coorientador: Luís Cláudio Oliveira Lopes. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Pós- graduação em Engenharia Elétrica. Modo de acesso: Internet. Disponível em: http://doi.org/10.14393/ufu.te.2019.2536 Inclui bibliografia. Inclui ilustrações.</p> <p>1. Engenharia elétrica. I. Moraes, Aniel Silva de, 1979-, (Orient.). II. Lopes, Luís Cláudio Oliveira, 1964-, (Coorient.). III. Universidade Federal de Uberlândia. Pós-graduação em Engenharia Elétrica. IV. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDU: 621.3</p>
--------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:
Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
 Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
 Av. João Naves de Ávila, 2121, Bloco 3N - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-MG, CEP 38400-902
 Telefone: (34) 3239-4707 - www.posgrad.feelt.ufu.br - copel@ufu.br



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Elétrica				
Defesa de:	Tese de Doutorado, 254, COPEL				
Data:	Vinte e sete de novembro de dois mil e dezenove	Hora de início:	13:30	Hora de encerramento:	16:30
Matrícula do Discente:	11523EEL012				
Nome do Discente:	Gabriela Vieira Lima				
Título do Trabalho:	Planejamento de trajetórias para quadricópteros em tarefas de perseguição				
Área de concentração:	Sistemas de Energia Elétrica				
Linha de pesquisa:	Controle e Automação				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Título: Técnica de identificação de sistemas visando aplicabilidade em processos industriais. Agência Financiadora: _ Início: 02/01/2013 Término __/__/__ No. do Projeto na agência: UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA – (Programa institucional de Apoio a pesquisa (apoio financeiro)) Professor Coordenador: Márcio José da Cunha				

Reuniu-se no Anfiteatro 1E, Campus Santa Mônica, da Universidade Federal de Uberlândia, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, assim composta: Professores Doutores: Luís Cláudio Oliveira Lopes - FEQUI/UFU; Daniel Costa Ramos - FEELT/UFU; Aline Fernanda Bianco Mattioli - CEFET/MG; Neusa Maria Franco de Oliveira - ITA; Aniel Silva de Moraes - FEELT/UFU, orientador(a) do(a) candidato(a).

Iniciando os trabalhos o(a) presidente da mesa, Dr(a). Aniel Silva de Moraes, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato(a), agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado(a).

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de **Doutor**.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Aniel Silva de Morais, Presidente**, em 27/11/2019, às 16:46, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Luis Claudio Oliveira Lopes, Professor(a) do Magistério Superior**, em 27/11/2019, às 16:47, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Daniel Costa Ramos, Professor(a) do Magistério Superior**, em 27/11/2019, às 16:48, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Aline Fernanda Bianco Mattioli, Usuário Externo**, em 27/11/2019, às 16:48, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Neusa Maria Franco de Oliveira, Usuário Externo**, em 27/11/2019, às 16:49, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1720560** e o código CRC **539F1125**.

Dedico este trabalho a minha mãe Guênia por ser um exemplo de esforço e dedicação e ao Rafael pelo amor e apoio constante, os quais foram essenciais nesta jornada em busca do conhecimento...

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por sempre me dar forças para vencer os obstáculos, e por ter colocado pessoas especiais em meu caminho.

Aos meus pais Guênia e Joel, pelas grandes lições de vida que são a minha fonte de inspiração e motivação. Obrigada pelo exemplo de dedicação e esforço. Não esqueço de um ensinamento da minha mãe, de que quando trabalhamos com o que gostamos, a vida torna-se mais leve.

Agradeço ao Rafael pelo companheirismo ao longo de todos estes anos, fundamental na superação de cada obstáculo. Um dos meus exemplos, nesta jornada em busca do conhecimento. Obrigada pelo amor, pela presença e por ter me incentivado a enfrentar as dificuldades e nunca desistir. Por tudo isso, e muito mais, esta conquista não é apenas minha, é nossa.

À Eliana Jorge (*in memoriam*) pela alegria, conselhos e incentivo constante.

Aos familiares, pelo carinho, apoio e, principalmente, pela compreensão da minha ausência em diversos momentos.

Ao meu orientador, o professor Aniel Silva de Moraes pela grande oportunidade de aprendizado, além da confiança e direcionamentos fornecidos durante a execução deste trabalho.

Estendo os meus agradecimentos ao professor Luís Cláudio Oliveira Lopes pela disposição em me auxiliar e receptividade sempre a mim dispensada. Dos valiosos ensinamentos obtidos com ele, um se destaca: um bom professor não é aquele que provê o conhecimento, mas sim, o que propicia e incentiva os seus alunos a buscarem as respostas. Confesso, que eu não me recordo de um momento em que eu apresentasse uma pergunta, e ele não me respondesse com outro questionamento.

Aos alunos de iniciação científica Mariana Korndörfer dos Santos, Marcela Coury Pinto e Gabriel Felipe Vieira de Souza, pelo trabalho desenvolvido ao longo dos últimos anos. Obrigada pelo empenho e dedicação. Também agradeço aos demais docentes e colegas do Laboratório de Automação, Servomecanismos e Controle.

À professora Vera Lúcia Franco pela oportunidade de iniciação científica ao longo da minha graduação, um período fundamental para que eu percebesse que o caminho da pesquisa é árduo e requer disciplina, mas que era o percurso que eu gostaria de trilhar.

Aos colegas de trabalho da Universidade Federal Rural de Pernambuco, pelo apoio e incentivo na conclusão deste trabalho.

Agradeço, por fim, à Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia, pela oportunidade, e à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo apoio financeiro.

“A melhor maneira de predizer o futuro é criá-lo”.

[Peter Drucker]

RESUMO

Em uma busca pela realização de tarefas cada vez mais complexas e com alto desempenho, os sistemas autônomos e multiagentes têm despertado o interesse de pesquisadores da área de robótica móvel. Neste contexto, este projeto abrange um sistema autônomo, de tal forma que uma aeronave não tripulada ou um enxame possa realizar operações de perseguição em ambiente tridimensional. Aplicações potenciais deste projeto incluem vigilância e rastreamento em espaços urbanos e ambientes naturais. O sistema supervisorio, implementado em uma estação terrestre, é responsável pelo planejamento de trajetórias viáveis para o processo de perseguição. O algoritmo empregado corresponde aos campos potenciais artificiais, sendo que a rota traçada deve garantir que não haja colisões com os obstáculos no espaço de trabalho e nem entre os agentes. Com o intuito de viabilizar o rastreamento das trajetórias, cada aeronave dispõe de uma estrutura de controle em cascata implementada no *firmware* e de um sistema de comunicação via rádio. As aeronaves utilizadas nos experimentos correspondem ao nano quadricóptero *Crazyflie 2.0*, que devido às suas dimensões reduzidas é ideal para voos próximos de humanos e operações em ambiente *indoor*. Este quadricóptero dispõe de uma unidade de medição inercial (IMU), que aliado a um sistema de posicionamento local, possibilita estabelecer a sua posição e orientação no espaço tridimensional. Com base nas estratégias adotadas, foi possível obter soluções para problemas de perseguição em diferentes cenários, sendo considerados ambientes convexos e limitados, operações cooperativas e análises em ambientes estáticos e dinâmicos. Para os ensaios experimentais, o ambiente e seus obstáculos foram previamente mapeados, já que as aeronaves não dispõem de sensores de mapeamento *online*.

ABSTRACT

In order to accomplish increasingly complex tasks with higher performance, the autonomous and multi-agent systems have aroused the interest of researchers of the area of mobile robotics. In this context, this project develops an autonomous system, in such a way that an unmanned aircraft or a swarm can perform pursuit operations in a three-dimensional environment. Potential applications include surveillance and tracking in urban and natural environments. The supervisory system, implemented at a ground station, is responsible for planning viable trajectories for the pursuit process. The algorithm employed corresponds to the potential fields, and the designed route must ensure that there are no collisions with the obstacles in the workspace or between the agents. In order to enable trajectory tracking, each aircraft has a cascade control structure implemented in the firmware and a radio communication system. The aircrafts used in the experiments corresponds to *Crazyflie 2.0* nano quadrotor, which due to its small size, is ideal for flights close to humans and indoor operations. This quadrotor has an inertial measurement unit (IMU), which combined with a local positioning system, makes it possible to estimate its position and orientation in three-dimensional space. Based on the strategies adopted, it was possible to obtain solutions to pursuit problems in different scenarios, considering convex and limited environments, cooperative operations and analysis in static and dynamic environments. For the experimental tests, the environment and its obstacles were previously mapped, as the aircraft do not have online mapping sensors.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Diagrama esquemático de um quadricóptero.....	01
Figura 1.2 - Ângulos de orientação: (ϕ) rolagem, (θ) arfagem e (ψ) guinada.....	02
Figura 2.1 - Representação espacial de um problema de trajetória.....	16
Figura 2.2 - Formulação de um campo potencial artificial.....	19
Figura 2.3 - Robô representado de forma pontual com o espaço de obstáculos expandido.....	20
Figura 2.4 - Diagrama do Filtro de Kalman Estendido.....	24
Figura 3.1 - Esquema de funcionamento do quadricóptero.....	27
Figura 3.2 - Sistemas de coordenadas do quadricóptero.....	29
Figura 4.1 - Veículo aéreo não tripulado <i>Crazyflie 2.0</i>	43
Figura 4.2 - Arquitetura do <i>Crazyflie 2.0</i>	44
Figura 4.3 - Disposição das âncoras no ambiente.....	46
Figura 4.4 - Componentes do sistema de posicionamento local: (a) receptor e (b) âncora.....	46
Figura 4.5 - Sistema de posicionamento local.....	47
Figura 4.6 - <i>Crazyradio</i>	48
Figura 4.7 - Modelo do <i>Crazyflie 2.0</i> em CAD.....	51
Figura 4.8 - Simulação para a determinação do coeficiente de arrasto.....	52
Figura 4.9 - Ensaio para a obtenção do coeficiente de empuxo.....	54
Figura 4.10 - Relação entre o <i>duty cycle</i> e o empuxo.....	54
Figura 4.11 - Relação entre a velocidade angular e o empuxo.....	55
Figura 4.12 - Análise da controlabilidade do <i>Crazyflie 2.0</i>	57
Figura 4.13 - Desacoplamento entre as dinâmicas da aeronave.....	58
Figura 4.14 - Estratégia de controle em cascata aplicada ao quadricóptero.....	59
Figura 4.15 - Malha de controle externa.....	59
Figura 4.16 - Malha de controle interna.....	60
Figura 4.17 - Filtro de Kalman Estendido implementado no <i>Crazyflie 2.0</i>	63
Figura 5.1 - Cenário 1: campo potencial resultante.....	68
Figura 5.2 - Cenário 1: mapa do ambiente e rota.....	69
Figura 5.3 - Cenário 1: coordenadas translacionais.....	69

Figura 5.4 - Cenário 1: coordenadas rotacionais.....	70
Figura 5.5 - Cenário 2: campo vetorial.....	73
Figura 5.6 - Cenário 2: visão bidimensional da rota.....	73
Figura 5.7 - Cenário 2: visão tridimensional da rota.....	74
Figura 5.8 - Cenário 2: coordenadas translacionais.....	74
Figura 5.9 - Cenário 2: coordenadas rotacionais.....	75
Figura 5.10 - Cenário 3: enxame em formação.....	77
Figura 5.11 - Cenário 3: formação na ausência de rotação.....	78
Figura 5.12 - Cenário 3: campo vetorial.....	79
Figura 5.13 - Cenário 3: visão bidimensional das rotas.....	80
Figura 5.14 - Cenário 3: visão tridimensional das rotas.....	80
Figura 5.15 - Cenário 3: coordenadas translacionais.....	81
Figura 5.16 - Cenário 3: coordenadas rotacionais.....	83
Figura 6.1 - Cenário 1: campo vetorial formulado para cada posição do alvo.....	88
Figura 6.2 - Cenário 1: planejamento de trajetória para um alvo aéreo móvel.....	89
Figura 6.3 - Cenário 1: coordenadas translacionais.....	90
Figura 6.4 - Cenário 1: coordenadas rotacionais.....	91
Figura 6.5 - Cenário 2: raio de segurança das aeronaves.....	93
Figura 6.6 - Cenário 2: campo vetorial (a) quadricóptero 1 e (b) quadricóptero 2.....	94
Figura 6.7 - Cenário 2: visão bidimensional da trajetória.....	94
Figura 6.8 - Cenário 2: visão tridimensional da trajetória.....	95
Figura 6.9 - Cenário 2: coordenadas translacionais.....	95
Figura 6.10 - Cenário 2: coordenadas rotacionais.....	97
Figura 6.11 - Cenário 3: definição do sentido do vórtice.....	100
Figura 6.12 - Cenário 3: campo vetorial nos instantes (a) inicial e (b) final.....	101
Figura 6.13 - Cenário 3: visão bidimensional da trajetória.....	101
Figura 6.14 - Cenário 3: visão tridimensional da rota.....	102
Figura 6.15 - Cenário 3: coordenadas translacionais.....	103
Figura 6.16 - Cenário 3: coordenadas rotacionais.....	103

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1 - Comparativo entre diversos tipos de VANT'S (1 = Ruim; 4 = Muito Bom).....	04
Tabela 4.1 - Parâmetros físicos do <i>Crazyflie 2.0</i>	49
Tabela 4.2 - Distribuição de massa no <i>Crazyflie 2.0</i>	50
Tabela 4.3 - Dados referentes ao ensaio de empuxo.....	53
Tabela 4.4 - Parâmetros dos controladores PID.....	62
Tabela 4.5 - Estimativa inicial das posições translacionais.....	64
Tabela 5.1 - Dados da simulação para o cenário 1.....	68
Tabela 5.2 - Cenário 1: análise dos resultados.....	71
Tabela 5.3 - Dados da simulação para o cenário 2.....	72
Tabela 5.4 - Cenário 2: análise dos resultados.....	76
Tabela 5.5 - Dados da simulação para o cenário 3.....	77
Tabela 5.6 - Cenário 3: análise dos resultados.....	84
Tabela 6.1 - Dados da simulação para o cenário 1.....	88
Tabela 6.2 - Cenário 1: análise dos resultados.....	92
Tabela 6.3 - Dados da simulação para o cenário 2.....	93
Tabela 6.4 - Cenário 2: análise dos resultados.....	99
Tabela 6.5 - Dados da simulação para o cenário 3.....	100
Tabela 6.6 - Cenário 3: análise dos resultados.....	104

LISTA DE QUADROS

Quadro 3.1 - Principais efeitos físicos que atuam no quadricóptero.....	28
--------------------------------------------------------------------------------	----

LISTA DE SÍMBOLOS

Notação

a	Letra minúscula em itálico denota um escalar
\mathbf{a}	Letra minúscula em itálico e negrito denota um vetor
\mathbf{A}	Letra maiúscula em itálico e negrito denota uma matriz
\mathbf{a}^T	Notação para vetor ou matriz transposta

Modelagem Dinâmica

m	Massa total do quadricóptero
b	Coefficiente de empuxo dos rotores
d	Coefficiente de arrasto das hélices
g	Aceleração devido à gravidade
l	Distância entre os rotores e o centro de massa do veículo
Ω_i	Velocidade angular do i -ésimo rotor ao redor do seu eixo de rotação
J_r	Momento de inércia do rotor ao redor do seu eixo de rotação
ϕ	Ângulo de rolagem
θ	Ângulo de arfagem
ψ	Ângulo de guinada
f_i	Força gerada pelo i -ésimo rotor
U_1	Força de empuxo total
τ_ϕ	Torque de rolagem
τ_θ	Torque de arfagem
τ_ψ	Torque de guinada
$I = \{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\}$	Sistema de coordenadas inercial
$B = \{\vec{x}_L, \vec{y}_L, \vec{z}_L\}$	Sistema de coordenadas fixo ao corpo rígido
L	Função Lagrangeano do sistema

E_{cRot}	Energia cinética rotacional
E_{cTrans}	Energia cinética translacional
E_p	Energia Potencial
I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}	Momentos de inércia sobre os eixos x, y, z
I_{xy}, I_{xz}, I_{yz}	Produtos de inércia sobre os eixos x, y, z
$\xi = [x \ y \ z]^T$	Vetor posição do centro de massa do veículo em relação ao referencial inercial
$\eta = [\phi \ \theta \ \psi]^T$	Vetor de orientação do veículo (ângulos de Euler)
$\omega = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$	Vetor de velocidade angular do quadricóptero em relação ao sistema de coordenadas fixo ao corpo rígido
$\dot{\eta} = [\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$	Vetor da derivada temporal dos ângulos de Euler
f_ξ	Vetor de forças generalizadas
τ_η	Vetor de torques generalizados
q	Vetor de coordenadas generalizadas
v	Vetor de velocidade linear do veículo em relação ao sistema inercial
R_B	Matriz de rotação que descreve a orientação do sistema inercial para o sistema de coordenadas fixo ao corpo rígido
R_I	Matriz de rotação que descreve a orientação do sistema fixo ao corpo rígido para o sistema de coordenadas inercial
W_η	Matriz de Euler

LISTA DE ABREVIATURAS

ESC	<i>Electronic Speed Control</i> – Controle Eletrônico de Velocidade
EKF	<i>Extended Kalman Filter</i> – Filtro de Kalman Estendido
GPS	<i>Global Positioning System</i> – Sistema de Posicionamento Global
IAE	<i>Integral Absolute Error</i> – Integral do Erro Absoluto
IMU	<i>Inertial Measurement Unit</i> – Unidade de Medição Inercial
MRS	<i>Multi-robot System</i> – Sistemas Multirrobo
PID	Proporcional Integral Derivativo
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i> – Modulação por Largura de Pulso
TDoA	<i>Time Difference of Arrive</i> – Diferença de Tempo de Chegada
TWR	<i>Two Way Ranging</i> – Em dois sentidos
UWB	<i>Ultra-wideband</i> – Banda Ultralarga
VANT	Veículo Aéreo Não Tripulado

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	01
1.1. Motivação.....	03
1.2. Estado da Arte.....	06
1.3. Justificativas.....	11
1.4. Objetivos.....	11
<i>1.4.1. Objetivos Específicos.....</i>	<i>12</i>
1.5. Organização Geral.....	12
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	14
2.1. Planejamento de Trajetórias.....	14
<i>2.1.1. Definições e Terminologia.....</i>	<i>15</i>
<i>2.1.2. Mapeamento do Ambiente.....</i>	<i>17</i>
<i>2.1.3. Campos Potenciais.....</i>	<i>17</i>
<i>2.1.4. Representação do Robô.....</i>	<i>20</i>
2.2. Controlador Proporcional Integral Derivativo.....	21
2.3. Filtro de Kalman Extendido.....	22
2.5. Conclusões.....	25
3. MODELAGEM DINÂMICA.....	26
3.1. Sistemas de Coordenadas.....	29
3.2. Formulação de Euler-Lagrange.....	33
<i>3.2.1. Energia Cinética Translacional.....</i>	<i>34</i>
<i>3.2.2. Energia Cinética Rotacional.....</i>	<i>34</i>

3.2.3. <i>Energia Potencial</i>	37
3.2.3. <i>Equações Dinâmicas via Euler-Lagrange</i>	38
3.4. Conclusões	42
4. CRAZYFLIE 2.0	43
4.1. Hardware	44
4.2. Sistema de Posicionamento Local	45
4.3. Comunicação	47
4.4. Parâmetros Físicos	49
4.4.1. <i>Massa</i>	49
4.4.2. <i>Distância entre o centro de massa e os rotores</i>	50
4.4.3. <i>Momentos de inércia</i>	50
4.4.4. <i>Coefficiente de arrasto</i>	51
4.4.5. <i>Coefficiente de empuxo</i>	52
4.5. Projeto de Controle	55
4.5.1. <i>Controlabilidade e Observabilidade</i>	56
4.5.2. <i>Controle em Cascata</i>	57
4.5.3. <i>Sintonia dos Controladores PID</i>	61
4.6. Parâmetros do Estimador de Estados	62
4.7. Conclusões	65
5. ANÁLISE EM AMBIENTE ESTÁTICO	66
5.1. Implementação Computacional	66
5.2. Cenário 1	67
5.3. Cenário 2	72

5.4. Cenário 3.....	76
5.4. Conclusões.....	85
6. ANÁLISE EM AMBIENTE DINÂMICO.....	86
6.1. Implementação Computacional.....	86
6.2. Cenário 1.....	87
6.3. Cenário 2.....	92
6.4. Cenário 3.....	99
6.5. Conclusões.....	105
7. CONCLUSÕES.....	106
7.1. Trabalhos Futuros.....	108
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	109

CAPÍTULO 1

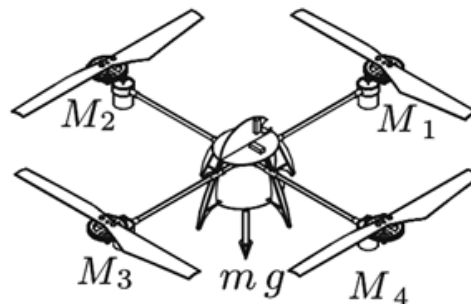
INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, o progresso nas áreas de sensoriamento, processamento de informações, armazenamento de energia e em metodologias de controle possibilitaram a ascensão dos veículos aéreos não tripulados (VANTs). Tais sistemas tem despertado o interesse de pesquisadores, uma vez que podem ser utilizados em importantes aplicações civis e militares, como: tarefas de busca e resgate, inspeções de grandes áreas, segurança, intervenção em ambientes hostis e nas indústrias de filmagem e entretenimento (Sá, 2012).

Dentre os VANTs, a configuração conhecida como quadricóptero (ou quadrirrotor) tem ganhando destaque por apresentar diversas vantagens quando comparado com aviões ou helicópteros convencionais.

O quadricóptero pertence à classe dos veículos aéreos não tripulados com asas rotativas, e apresenta quatro conjuntos motor/hélice, conforme a Figura 1.1.

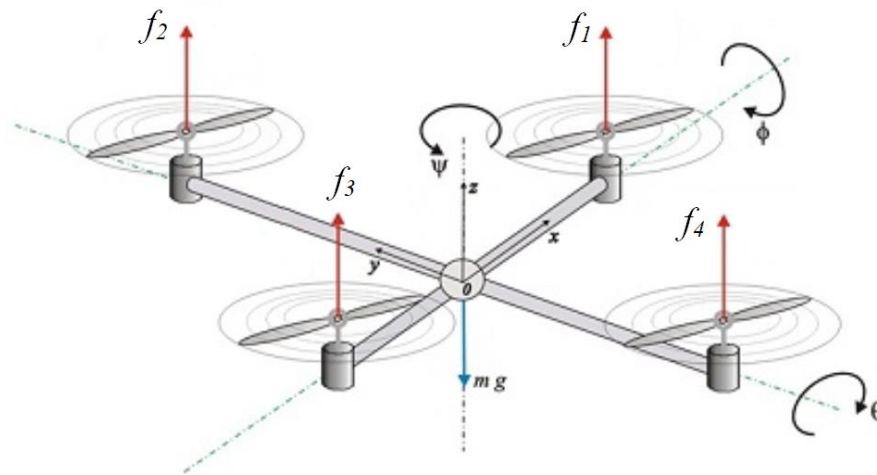
Figura 1.1 – Diagrama esquemático de um quadricóptero.



Fonte: Adaptado de Sanchez *et al.* (2010).

Este veículo aéreo apresenta seis graus de liberdade, sendo três coordenadas de posição no espaço tridimensional (x , y , z) e três ângulos de orientação (rolagem, arfagem e guinada - *roll*, *pitch* e *yaw*), conforme observado na Figura 1.2.

Figura 1.2 – Ângulos de orientação: (ϕ) rolagem, (θ) arfagem e (ψ) guinada.



Fonte: Adaptado de Shafiq *et al.* (2018).

Esta aeronave atua através do equilíbrio das forças produzidas pelos quatro rotores. Dois de seus rotores contrários giram em sentido horário, enquanto que os outros dois operam em sentido anti-horário. Desta forma, não se faz necessária a utilização de um rotor de cauda para compensar o torque gerado pelos propulsores.

Como o quadricóptero possui seis graus de liberdade e apenas quatro variáveis de controle (velocidade dos quatro rotores), o mesmo caracteriza-se por ser um sistema mecânico subatuado. Isto resulta na dificuldade de se regular todos os graus de liberdade do sistema no mesmo instante de tempo.

Sistemas mecânicos subatuados são mais complexos e se mostram como um desafio na área de controle. Além disso, os quadricópteros são não lineares, apresentam um comportamento variante no tempo, estão sujeitos às incertezas paramétricas, além de serem constantemente afetados por distúrbios aerodinâmicos. Desta forma, faz-se necessária a utilização de estratégias de controle mais avançadas que permitam voos com alto desempenho (Raffo, 2011).

1.1. Motivação

Diversos estudos têm sido publicados na área de controle de veículos aéreos não tripulados, sobretudo utilizando aviões e helicópteros. Contudo, nos últimos anos o quadricóptero tem ganhado destaque por apresentar grandes vantagens quando comparado com outros veículos, tais como:

- o quadricóptero é sustentado e acionado por quatro rotores, o que possibilita reduzir o tamanho individual de cada rotor e manter ou aumentar a capacidade total de carga (*payload*);
- a simplicidade mecânica do projeto, que provê o controle da movimentação através da variação de velocidade dos quatro rotores. Em um helicóptero convencional, a velocidade angular das hélices é mantida constante e o movimento é controlado variando-se o ângulo de ataque das pás. Isto requer sistemas de transmissão entre os rotores, bem como, dispositivos mecânicos para alterar os ângulos citados (Raffo, 2011);
- como estes veículos utilizam motores elétricos ao invés de motores à combustão, tornam-se uma boa alternativa para a utilização em ambientes fechados, uma vez que, não poluem o ambiente;
- tais veículos são baseados no conceito de decolagem e pouso vertical, o que proporciona manobrabilidade, capacidade de pairagem, e de realizar voos em ambientes hostis (Castillo, Lozano e Dzul, 2005).

As principais desvantagens do quadricóptero é que ele apresenta um peso e um consumo energético mais elevado, devido aos motores adicionais.

Na Tabela 1.1 é possível observar uma comparação do quadricóptero com outros VANTs, através de diversos aspectos, tais como: custo energético, manobrabilidade, simplicidade mecânica, entre outros.

Tabela 1.1 – Comparativo entre diversos tipos de VANTs (1 = Ruim; 4 = Muito Bom).

	A	B	C	D	E	F	G	H
Custo Energético	2	2	2	2	1	4	3	3
Custo de Controle	1	1	4	2	3	3	2	1
Capacidade de Carga	2	2	4	3	3	1	2	1
Manobrabilidade	4	3	2	2	3	1	3	3
Simplicidade Mecânica	1	2	3	1	4	4	1	1
Voo em Baixa Velocidade	4	3	4	3	4	4	2	2
Voo em Alta Velocidade	2	4	1	2	3	1	3	3
Miniaturização	2	3	4	2	3	1	2	4
Voo Estacionário	4	4	4	4	4	3	1	2

A: Helicóptero Convencional; B: Rotor Axial; C: Rotores Coaxiais; D: Rotores Tandem; E: Quadricóptero; F: Dirigível; G: Modelo Pássaro; H: Modelo Inseto.

Fonte: Adaptado de Bouabdallah (2007).

O quadricóptero pode ser utilizado em diversas atividades civis e militares. Nos últimos anos suas principais aplicações estão voltadas para as seguintes áreas:

- operações de busca e salvamento em diferentes ambientes (Kaya *et al.*, 2018);
- militares, para reconhecimento de ambientes hostis e vigilância de fronteiras (Berrahal *et al.*, 2016);
- serviços de transporte e entrega de mercadorias (Aghdam *et al.*, 2016);
- inspeções de linhas de transmissão e distribuição elétrica, não havendo a necessidade de verificação *in loco* de falhas (Ribeiro *et al.*, 2018);
- fotos e filmagens panorâmicas de baixo custo para a indústria cinematográfica e eventos esportivos (Mademlis *et al.*, 2019);
- monitoramento e vigilância de grandes áreas como: indústrias, plantações e criação de rebanho (Kefei *et al.*, 2019).

Em uma busca pela realização de tarefas cada vez mais complexas e com um elevado desempenho iniciaram-se as pesquisas em sistemas multirrobôs (MRS - *multi-robot system*) ou robótica multiagente. Tais sistemas são baseados na interação entre dois ou mais robôs autônomos, de forma que o trabalho conjunto e coordenado resulte em soluções para problemas complexos (Gregorin, 2016).

Conforme apresentado na literatura, existem diversas vantagens em se coordenar múltiplos robôs, ao invés de utilizar o trabalho de um robô individual. As motivações mais comuns para o desenvolvimento de sistemas multiagentes são:

- algumas tarefas são inerentemente complexas (ou impossíveis) para um único robô. Tal complexidade pode estar associada com a natureza distribuída das tarefas, como em ações simultâneas separadas espacialmente, e/ou quando robôs com distintas habilidades podem trabalhar em conjunto, oferecendo versatilidade (Gregorin, 2016);
- operar um conjunto de robôs de construção simplificada pode ser mais fácil e barato do que um único robô de mecanismo complexo, integrado com múltiplos sensores, atuadores e um avançado sistema de controle (Cao, Fukunaga e Kahng, 1997);
- normalmente, sistemas multiagentes são redundantes. Isso os torna mais tolerantes a falhas, sendo que a perda de um agente pode não comprometer a execução da tarefa. Tal fato torna estas aplicações mais confiáveis (Gautam e Mohan, 2012).

Sistemas constituídos por múltiplos robôs podem ser classificados em diferentes categorias. Segundo a literatura, o termo comportamento coletivo indica genericamente qualquer procedimento a ser realizado por um grupo de dois ou mais agentes. A cooperação é uma subclasse do comportamento coletivo, e é caracterizada pela interação entre os agentes, de tal forma que as ações de um indivíduo influenciam nas decisões de todo o grupo, com o intuito de obter um resultado progressivo e mútuo.

Outro termo comumente observado é a não cooperação. Nesta classe, os indivíduos não cooperam entre si, contudo, também não agem de forma deliberada a prejudicar uns aos outros, ou seja, as decisões são estabelecidas de forma individual. Por fim, há a classe da competição, sendo que, normalmente, estas aplicações apresentam um grupo de robôs que cooperam entre si e competem com outro robô ou grupo.

Tal cenário, conhecido como perseguição-evasão (por vezes referenciado como jogo, devido à sua natureza adversária), é baseado na ação de um ou mais agentes perseguidores tentando identificar, se aproximar e possivelmente capturar um ou mais agentes evasores, que por sua vez, buscam se distanciar e não serem capturados.

Esta tese de doutorado visa implementar um algoritmo de planejamento de trajetórias viáveis, em tarefas de perseguição de alvos no espaço tridimensional. Serão abordados diferentes cenários, em que um quadricóptero ou um enxame de aeronaves, operam de modo a perseguir e capturar um alvo em ambientes estáticos e dinâmicos.

1.2. Estado da Arte

Um dos primeiros e mais famosos jogos de perseguição-evasão é o problema *lion-and-man*, proposto em 1920 pelo matemático Richard Rado. O problema apresenta um caso geométrico clássico de perseguição-evasão cujas variações ainda são investigadas nos dias atuais, em que um leão tenta capturar um homem, ambos com a mesma velocidade, em uma arena fechada (Gregorin, 2016).

A partir do ano de 1951, Rufus Philip Isaacs propôs uma série de trabalhos que exploravam análises relacionadas ao problema de perseguição-evasão com o viés da teoria dos jogos diferenciais, onde os movimentos dos jogadores são modelados através de equações diferenciais, possibilitando a análise de sistemas dinâmicos.

Sua pesquisa precursora consistia na formulação e solução de um problema com dois jogadores (um perseguidor e um alvo) na ausência de obstáculos, em que a solução foi determinada através da ferramenta geométrica dos círculos de Apolônio (Isaacs, 1965).

Grande parte da literatura subsequente sobre este assunto lida com extensões e generalizações de problemas discutidos por Isaacs, sendo os principais: *Homicidal Chauffeur Game* e *Two-Car Differential Game* (Getz e Leitmann, 1979) e (Merz,1972). Em situações mais complexas, soluções analíticas para os algoritmos de perseguição-evasão são desconhecidas, sendo necessária a implementação dos métodos numéricos (Karaman e Frazzoli, 2011).

Os jogos de perseguição-evasão na presença de obstáculos também foram investigados. Em Bhattacharya, Hutchinson e Basar (2009) o objetivo não consistia na captura do alvo, mas na manutenção de uma linha de visão ininterrupta. Ambos os jogadores possuíam um mapa completo do ambiente, sendo que o perseguidor deveria determinar

trajetórias ótimas de modo a não perder a visibilidade do alvo. Oyler, Kabamba e Girard (2016) analisaram ambientes na presença de obstáculos, e através de ferramentas geométricas obtiveram as regiões de dominância, que garantiram a solução completa de seu jogo de perseguição-evasão. Um ponto no plano é dito ser dominado por um dos jogadores, se esse jogador conseguir alcançar este ponto antes dos demais, independentemente das ações dos jogadores adversos. Uma região de dominância é então o conjunto de todos os pontos dominados por um jogador particular.

Sistemas multiagentes também foram explorados em jogos diferenciais. Isaacs (1965) propôs o problema *The Two Cutters and the Fugitive Ship*, em que dois perseguidores atuaram de forma cooperativa na perseguição de um único alvo. No trabalho proposto por Jin e Qu (2010) múltiplos perseguidores atuaram contra um único alvo, cuja velocidade era mais elevada. A técnica dos círculos de Apolônio foi utilizada para determinar o número ótimo de perseguidores que garantiriam a captura, bem como a estratégia que os perseguidores deveriam adotar.

Uma das primeiras pesquisas que interligaram o problema de perseguição-evasão com os veículos não tripulados foi proposta por Kim, Shim e Sastry (2002). No trabalho foram utilizados robôs terrestres e helicópteros. Neste período, aeronaves não tripuladas de asas rotativas começaram a se destacar, devido à capacidade de realizar decolagens e pousos verticais e pairagem no ar. Os autores propuseram um alvo terrestre e perseguidores terrestres e aéreos, além disso, o mapa do ambiente ia sendo determinado pelos jogadores no decorrer dos experimentos. Na camada de controle, foi implementado um controlador preditivo baseado em modelo (MPC - *Model Predictive Control*) para os veículos terrestres e aéreos, e na camada de estratégia, um algoritmo para tomadas de decisões probabilísticas. Para tal foram utilizados os processos de decisão de Markov, para o caso parcialmente observável.

Dando prosseguimento a esta pesquisa, Vidal *et al.* (2002) analisou estratégias probabilísticas através de duas políticas de perseguição: *global-max* e *local-max*. Verificou-se que no método *global-max* é possível determinar um tempo de captura máximo que depende dos parâmetros do jogo, como: tamanho da arena, velocidade dos jogadores e capacidade de sensoriamento dos agentes responsáveis pela perseguição.

Fregene, Kennedy e Wang (2003) também propuseram um esquema de perseguição-evasão utilizando veículos não tripulados terrestres e aéreos. O alvo e os agentes de captura eram veículos terrestres, já as aeronaves tinham o papel de sobrevoar o ambiente e localizar o alvo, já que devido aos obstáculos, a visão dos veículos terrestres era limitada. Para informar

o posicionamento do alvo, as aeronaves possuíam um sistema de posicionamento global diferencial (*Differential Global Positioning System* - DGPS), que possibilita obter a localização com maior precisão. Os veículos terrestres dispunham de algoritmos para evitar colisões e desviar de obstáculos. Os resultados foram avaliados mediante ensaios computacionais.

Em Eklund, Sprinkle e Sastry (2005) foram apresentados os resultados experimentais de um jogo de perseguição-evasão em que um veículo aéreo não tripulado (VANT) de asas fixas deveria realizar manobras de evasão ao ser perseguido por uma aeronave tripulada. Para controlar o VANT foi implementado um controlador preditivo não linear. Na camada de estratégia foi aplicada a teoria dos jogos. Os resultados comprovaram que as técnicas utilizadas se mostraram eficazes em jogos de perseguição simétricos e assimétricos.

Um problema com múltiplos perseguidores cooperando entre si para a captura de um único alvo em um ambiente politópico, convexo e limitado no plano foi formulado por Huang *et al.* (2011). A estratégia de perseguição e captura baseou-se no Diagrama de Voronoi, em que os perseguidores operam de forma cooperativa para reduzir a área da célula de Voronoi do alvo. Através desta formulação, os autores garantiram a captura do alvo em um tempo finito.

A primeira associação do problema de perseguição-evasão com quadricópteros foi exposta em Alexopoulos, Schmidt e Badreddin (2014). O foco deste trabalho é em como a teoria dos jogos poderia ser aplicada no planejamento de estratégias em cenários de perseguição-evasão. Os autores desenvolveram um jogo dinâmico de competição, com a presença de dois jogadores (perseguidor e alvo), representados pelos quadricópteros. A perseguição ocorreu no espaço tridimensional, na ausência de obstáculos. O algoritmo desenvolvido opera em malha fechada e baseia-se na aplicação do equilíbrio de Nash em estratégias mistas. Segundo Alexopoulos, a estratégia desenvolvida pode ser aplicada em um sistema multiagente. Os resultados foram avaliados através de simulações e sistema experimental.

Em Ataei e Paschalidis (2015) o problema de perseguição-evasão foi analisado utilizando um agente perseguidor, representado por um quadricóptero autônomo, e um alvo, interpretado por um robô móvel terrestre, guiado manualmente. Um controlador preditivo robusto foi utilizado para controlar o veículo aéreo, garantindo robustez em relação às incertezas na modelagem e ruídos de medição. Foram consideradas restrições no espaço aéreo tridimensional, conhecidas como zonas de exclusão aérea. Conhecendo a posição do alvo,

quando o mesmo adentra uma zona de exclusão aérea, o quadricóptero é reposicionado de forma a minimizar o tempo de captura, quando o alvo se afastar da zona de exclusão aérea. Os resultados foram avaliados mediante simulações numéricas.

Dando prosseguimento a este trabalho, em 2016, Pierson *et al.* verificaram o problema de perseguição-evasão através de um sistema multiagente cooperativo. Um grupo de quadricópteros atuando de forma cooperativa na perseguição de um alvo terrestre. Esta pesquisa abordou o fato de que a posição do alvo era conhecida apenas enquanto ele estivesse fora da zona de exclusão aérea. Ao adentrar a região restrita, uma estimativa conservadora da posição do alvo era determinada e através do artifício matemático conhecido como Diagrama de Voronoi, os quadricópteros eram distribuídos ao redor da zona restrita, buscando minimizar o tempo de captura quando o alvo emergisse para a zona aérea livre. Além disso, um algoritmo de planejamento de trajetória, combinado com o controlador preditivo robusto garantiu que não houvesse colisões na presença de incertezas.

Em Gregorin (2016) foi proposto o uso de uma abordagem baseada em robótica evolutiva para solucionar o problema de perseguição-evasão de pior caso, em que os evasores são considerados infinitamente rápidos e oniscientes, enquanto os perseguidores têm capacidade de sensoriamento e comunicação limitados. Nesta pesquisa, não foram considerados nenhum conhecimento prévio a respeito do ambiente, e os resultados foram analisados via simulações computacionais. Foi proposto um sistema de controle descentralizado para múltiplos robôs baseado em uma máquina de estados finitos cujo mapeamento de estados em ações é definido por meio de um algoritmo genético, aplicado nos termos da robótica evolutiva.

Múltiplos perseguidores operando de forma cooperativa para a captura de um alvo com velocidade superior, foi proposto por Chen *et al.* (2016). A estratégia baseou-se na tentativa de formar um cerco ao alvo e impedir que ele pudesse escapar da barreira. Os autores se propuseram a analisar quantos perseguidores seriam necessários para garantir a captura do alvo, e qual o tipo de distribuição inicial no espaço que seria mais efetiva na minimização do tempo de captura. A análise se baseou apenas em resultados teóricos.

Em Tzannetos, Marantos e Kyriakopoulos, (2016) foi implementando um esquema de perseguição-evasão utilizando um *hexarotor* (veículo aéreo com seis rotores) e um alvo terrestre. Os jogadores foram programados para agir de forma independente, tentando satisfazer sua própria função objetivo. Especificamente a aeronave buscava reduzir a sua distância relativa em relação ao veículo terrestre, enquanto que este tentava aumentá-la. Desta

forma, foram implementados controladores preditivos não lineares para cada jogador, de modo que fosse possível obter em tempo real uma trajetória ótima, resolvendo uma função objetivo *min-max*, assumindo que o outro jogador apresentasse movimentos ótimos (considerando o pior caso). Como perspectiva futura, os autores planejam avaliar os resultados em um ambiente real.

Um algoritmo para a captura de múltiplos alvos através de múltiplos agentes de perseguição foi proposto por Pierson, Wang e Schwager (2017). Através da formulação exposta pelos autores, foi garantida a captura de todos os alvos, em um tempo finito, em um ambiente convexo e limitado. Os agentes perseguidores não tinham acesso ao esquema de evasão dos alvos. O ambiente foi dividido em células baseadas no Diagrama de Voronoi. A estratégia apresentada é descentralizada, ou seja, os agentes perseguidores precisam de informações apenas dos agentes presentes nas células vizinhas, para que desta forma possam determinar a melhor estratégia baseada na minimização de área das células do diagrama.

Scott e Leonard (2018) apresentaram um sistema de busca e evasão com um único perseguidor com velocidade limitada, e vários evasores heterogêneos com limites de velocidade, taxa de rotação angular e aceleração lateral. O objetivo do perseguidor é capturar um único evasor no menor tempo possível, e o objetivo de cada evasor é evitar a captura, se possível, ou atrasá-la pelo maior tempo possível. O método empregado corresponde aos jogos diferenciais, e foi avaliado através de simulações computacionais.

Estratégias envolvendo vários perseguidores e evasores também foram desenvolvidas por Makkapati e Tsiotras (2019). Foi presumido que todos os perseguidores e evasores sejam idênticos. O algoritmo é baseado nos círculos de Apolônio e permite que os perseguidores aloquem seus recursos de maneira inteligente, garantindo a captura do evasor em um tempo mínimo. Simulações numéricas foram incluídas para demonstrar o desempenho dos algoritmos propostos.

Após a análise dos trabalhos disponíveis na literatura, foi possível perceber que existe um bom entendimento em relação à robótica multiagente. Contudo, ainda existe um vasto campo para pesquisas, de modo que tais sistemas possam se tornarem mais robustos, eficientes e seguros.

1.3. Justificativas

Conforme apresentado na seção anterior, grande parte dos trabalhos disponíveis na literatura relacionam os jogos de perseguição-evasão com veículos terrestres e aéreos. Algumas aplicações das pesquisas apresentadas incluem: vigilância policial realizada por VANTs na perseguição de um fugitivo, o rastreamento de uma pessoa perdida e o monitoramento de animais ameaçados de extinção (Pierson *et al.*, 2016).

Desta forma, com o alvo sendo um veículo terrestre, geralmente são realizadas simplificações que consideram as aeronaves voando a uma altitude fixa, e o planejamento de trajetória passa a ser executado em um ambiente bidimensional. Além disso, conforme apresentado, os resultados tendem a ser avaliados apenas através de formulações teóricas e simulações computacionais.

Sendo assim, este projeto busca desenvolver soluções para o planejamento de trajetórias viáveis, em tarefas de perseguição de um alvo aéreo. Desta forma, o espaço de trabalho dos agentes e do alvo será o ambiente tridimensional. Também serão considerados obstáculos fixos e dinâmicos na análise dos resultados experimentais.

Este trabalho tem como intuito apresentar a perseguição de alvos aéreos, contudo, também pode ser aplicado a alvos terrestres, com alterações mínimas. Como serão considerados obstáculos no espaço tridimensional é possível analisar o processo de perseguição dos VANTs em ambientes que apresentem, por exemplo, edifícios, construções ou ambientes naturais que não sejam tão densos.

Com o intuito de obter rotas que otimizem o tempo de captura do alvo, mas mantendo uma distância segura em relação aos obstáculos e entre os agentes, deverá ser implementado um algoritmo de planejamento de trajetórias, responsável por traçar rotas viáveis de perseguição. A priori serão analisados ambientes estáticos, sendo que um mapa completo do ambiente estará disponível. Na sequência, serão avaliados os ambientes dinâmicos.

1.4. Objetivos

O objetivo principal desta pesquisa consiste no planejamento de trajetórias para um quadricóptero ou para um sistema multiagente, de tal forma que eles possam realizar tarefas de perseguição de alvos em espaços aéreos estáticos e dinâmicos.

1.4.1. Objetivos Específicos

- Implementação computacional do algoritmo de planejamento de trajetórias. As rotas traçadas devem garantir que não haja colisões com os obstáculos presentes no ambiente e nem entre os agentes.
- Sintonizar a estrutura de controle dos quadricópteros, de modo a possibilitar o rastreamento das trajetórias.
- Formulação de um *script* para a comunicação e controle de um enxame de aeronaves, via programação baseada em *threading*.
- Desenvolvimento dos ensaios experimentais para ambientes estáticos. A priori será considerado um ambiente convexo e limitado, na presença de obstáculos fixos.
- Implementação dos ensaios experimentais para ambientes dinâmicos. Neste caso, o planejamento de trajetória será executado em tempo real, na presença de alvo móvel e obstáculos dinâmicos.

1.5. Organização Geral

Esta tese é dividida nos seguintes capítulos:

- **Capítulo 2:** Apresenta uma breve fundamentação teórica sobre os assuntos pertinentes a este trabalho, tais como: planejamento de trajetórias para robôs móveis, controlador proporcional integral derivativo e observadores de estados.
 - **Capítulo 3:** Retrata o princípio de funcionamento de um quadricóptero, as premissas estabelecidas para a formulação do modelo, e o desenvolvimento das equações dinâmicas, com base nas leis físicas que atuam no veículo e no formalismo de Euler-Lagrange.
 - **Capítulo 4:** Apresenta um descritivo do sistema experimental utilizado neste projeto. A análise inclui informações a respeito do sistema de sensoriamento para operações em ambientes *indoor*, do sistema de comunicação, da estrutura de controle e do observador de estados.
-

- **Capítulo 5:** Exibe os resultados provenientes do algoritmo de planejamento de trajetórias e dos ensaios experimentais com os quadricópteros. Este capítulo analisa ambientes estáticos, em que o alvo e os obstáculos tem posição fixa. Também são considerados enxames em formação.
 - **Capítulo 6:** Neste capítulo são apresentados os resultados provenientes do algoritmo de planejamento de trajetórias e voos experimentais para ambientes dinâmicos, sendo considerados os casos de alvo em movimento, obstáculos dinâmicos e enxame de aeronaves com rotas independentes.
 - **Capítulo 7:** Este capítulo destina-se à apresentação das conclusões do trabalho, bem como sugestões para projetos futuros.
 - **Referências Bibliográficas**
-

CAPÍTULO 2

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta uma breve revisão a respeito de alguns temas essenciais para a compreensão deste trabalho e para a posterior discussão dos resultados, tais como: planejamento de trajetórias para robôs móveis, controlador proporcional integral derivativo e estimação de estados através do Filtro de Kalman Estendido.

2.1. Planejamento de Trajetórias

O problema básico referente ao planejamento de trajetórias pode ser definido da seguinte forma: a partir de uma posição e orientação inicial, é necessário gerar um caminho composto por uma sequência de movimentos, que busca evitar o contato com outros objetos no espaço de trabalho e que termina em uma posição de destino pré-estabelecida.

Mediante o conteúdo exposto na literatura, verifica-se que algumas situações vêm desafiando os pesquisadores da área de robótica móvel, como por exemplo: estimar o posicionamento do robô, a presença de obstáculos móveis, falhas no mapeamento do ambiente e imprecisão dos sensores. Várias técnicas têm sido desenvolvidas para tentar solucionar estes problemas e possibilitar uma navegação com melhor desempenho (Matoui, Boussaid e Abdelkrim, 2015; McIntyre *et al.*, 2016).

Planejar trajetórias para uma aeronave não tripulada é uma tarefa ainda mais complexa, devido às seguintes circunstâncias: restrições diferenciais de velocidade e aceleração, a turbulência atmosférica que dificulta seguir uma rota com precisão, espaço de

trabalho tridimensional, e informações reduzidas sobre o ambiente, devido às limitações do sistema de sensoriamento (Goerzen, Kong e Mettler, 2009).

Em relação ao planejamento de rotas, alguns aspectos importantes devem ser observados, tais como:

- a natureza do processo de otimização. Ou seja, se o objetivo é otimizar o comprimento do caminho, o tempo de execução da trajetória, a energia consumida ou outras variações (Silva, 2015);
- planejamento *online* e *off-line*. Em métodos *off-line* traça-se um caminho da posição inicial até a posição final. A rota é calculada a partir de um mapa do ambiente, previamente armazenado, e supondo que este seja estático. É usado, principalmente, em navegação de longa distância, onde os sensores do robô não conseguem captar informações sobre todo o percurso a partir da posição inicial. Já o planejamento *online* é aquele em que a solução é construída à medida que o robô se desloca pelo ambiente, através de informações obtidas pelo sistema de sensoriamento. De modo geral, é utilizado com o intuito de se evitar obstáculos dinâmicos no espaço de trabalho. A união de ambas as técnicas tem se apresentado como uma opção interessante aos projetistas (LaValle, 2006);
- um algoritmo de planejamento de rotas é considerado completo se ele sempre obtém uma solução, caso ela exista. Duas formas mais fracas de completude também são comumente utilizadas: completude em resolução e probabilisticamente completo. A completude em resolução está relacionada com a discretização do espaço de solução. À medida que a resolução da discretização aumenta, uma solução exata é alcançada. E por fim, um método é probabilisticamente completo, quando a probabilidade de se obter uma trajetória, se ela existir, tende a 1, quando o tempo de processamento tende ao infinito. Esta característica é típica de algoritmos que operam com busca aleatória (Hwang e Ahuja, 1992).

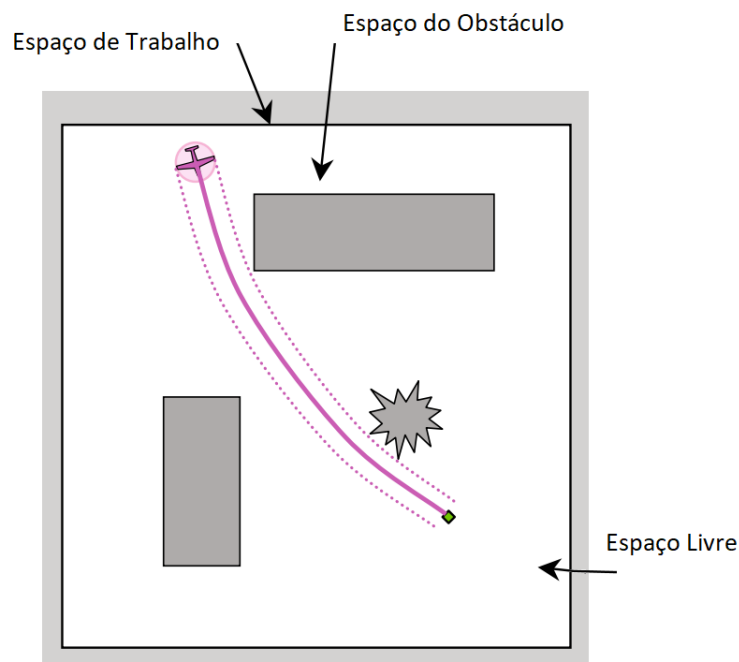
2.1.1. Definições e Terminologia

Com o intuito de propiciar a compreensão de conceitos abordados nesta tese, são apresentadas algumas definições associadas ao problema de planejamento de trajetória.

Na Figura 2.1 é possível identificar o espaço de trabalho, que representa o espaço físico pertinente ao robô e aos obstáculos. Veículos terrestres podem ser definidos em um espaço de trabalho bidimensional, enquanto que veículos aéreos podem operar no espaço tridimensional.

Ainda de acordo com a Figura 2.1, o espaço de trabalho pode ser dividido em espaço livre e espaço de obstáculos. O espaço livre é o subconjunto de pontos em que o veículo pode se deslocar sem entrar em contato com os obstáculos. Já o espaço de obstáculos é o subconjunto de pontos que representam uma colisão (ou uma região de inevitável colisão) entre o veículo e um obstáculo (Goerzen, Kong e Mettler, 2009).

Figura 2.1 – Representação espacial de um problema de trajetória.



Fonte: Adaptada de Goerzen, Kong e Mettler (2009).

A configuração de um robô consiste em um vetor cujos parâmetros especificam completamente a sua posição. Já o espaço de configuração representa o conjunto de todas as possíveis configurações de um robô em seu espaço de trabalho.

Os termos trajetória e caminho por vezes são tidos como sinônimos, o que é errôneo. Um caminho é uma curva traçada pelo robô no espaço de configuração. Já uma trajetória representa um caminho associado à informação temporal. Normalmente, as trajetórias são

vinculadas às equações de movimento, já que as mesmas descrevem o acoplamento entre a evolução espacial e temporal dos estados do sistema (Siegwart e Nourbakhsh, 2004).

2.1.2. Mapeamento do Ambiente

A eficiência do método empregado no planejamento automático de trajetórias depende principalmente da representação computacional adotada para o ambiente de navegação.

O mapeamento consiste em representar o espaço contínuo em que o robô se desloca, através de um mapa discreto, que expõe as regiões navegáveis e não navegáveis. O mapeamento do ambiente pode ser realizado através de informações previamente armazenadas ou obtidas via sistema sensorial, por meio de câmeras, sonares ou *lasers*.

Na literatura são expostas diferentes técnicas para se mapear um ambiente. Contudo, grande parte dos métodos apresentados se baseia em algumas estratégias gerais. Segundo Goerzen, Kong e Mettler (2009), estas estratégias podem ser agrupadas nas seguintes categorias: mapa de rotas, decomposição em células, campos potenciais e aproximações probabilísticas.

Como o objetivo do projeto envolve o planejamento de trajetórias para múltiplos agentes em movimento, aliado a um espaço de obstáculos que pode ser dinâmico, o algoritmo precisa lidar de forma natural com alterações sucessivas no espaço de trabalho. Além disso, ele deve apresentar um baixo custo computacional, com o intuito de operar em parceria com as aeronaves, em tempo real. Sendo assim, a técnica dos campos potenciais foi considerada a opção que melhor atende as expectativas deste projeto.

2.1.3. Campos Potenciais

Esta técnica de mapeamento considera o robô como uma partícula que se desloca no espaço de trabalho, sob a influência de um campo potencial artificial (*potential field*).

O mapa do ambiente é discretizado, sendo que cada posição da grade é associada ao valor de uma função que faz analogia a um campo potencial. A posição final do robô apresenta um potencial atrativo, enquanto que os obstáculos atuam como picos ou forças repulsivas. Sendo assim, o robô é guiado suavemente em direção ao seu objetivo, evitando os obstáculos presentes no ambiente (Siegwart e Nourbakhsh, 2004).

O potencial atrativo pode ser definido, por exemplo, através de uma função parabólica:

$$U_{att}(\mathbf{q}) = \frac{k_{att}}{2} \rho_{meta}^2(\mathbf{q}) \quad (2.1)$$

sendo que k_{att} representa o peso do campo atrativo, e $\rho_{meta}(\mathbf{q})$ define a distância euclidiana $\|\mathbf{q} - \mathbf{q}_{meta}\|$ entre o veículo e o alvo. Esta função é positiva definida, e alcança o seu mínimo em $U_{att}(\mathbf{q}_{meta}) = 0$. A força atrativa pode ser definida segundo a Eq. (2.2).

$$\mathbf{F}_{att} = -\vec{\nabla} U_{att}(\mathbf{q}) = -\xi(\mathbf{q} - \mathbf{q}_{meta}) \quad (2.2)$$

A força de atração converge linearmente para zero, à medida que o veículo se aproxima do ponto de destino. Estabilidade assintótica pode ser produzida adicionando forças dissipativas proporcionais a velocidade do robô (Latombe, 1991).

O potencial repulsivo tem como intuito criar uma barreira em torno de cada obstáculo presente no espaço de trabalho, de tal modo que o robô não possa alcançar estas regiões não navegáveis. Além disso, é geralmente desejável que o potencial de repulsão não afete o movimento do veículo quando ele está suficientemente longe. Um modo de atender tais restrições, é definir o potencial repulsivo conforme a Eq. (2.3):

$$\begin{cases} U_{rep}(\mathbf{q}) = \frac{k_{rep}}{2} \left(\frac{1}{\rho(\mathbf{q})} - \frac{1}{\rho_0} \right) & \rho(\mathbf{q}) \leq \rho_0 \\ 0 & \rho(\mathbf{q}) > \rho_0 \end{cases} \quad (2.3)$$

sendo que k_{rep} define o peso do campo repulsivo, $\rho(\mathbf{q})$ é a distância mínima do veículo até o obstáculo e ρ_0 é denominada como distância de influência. O potencial é positivo ou nulo, e tende ao infinito quanto mais próximo o veículo estiver do obstáculo (Latombe, 1991).

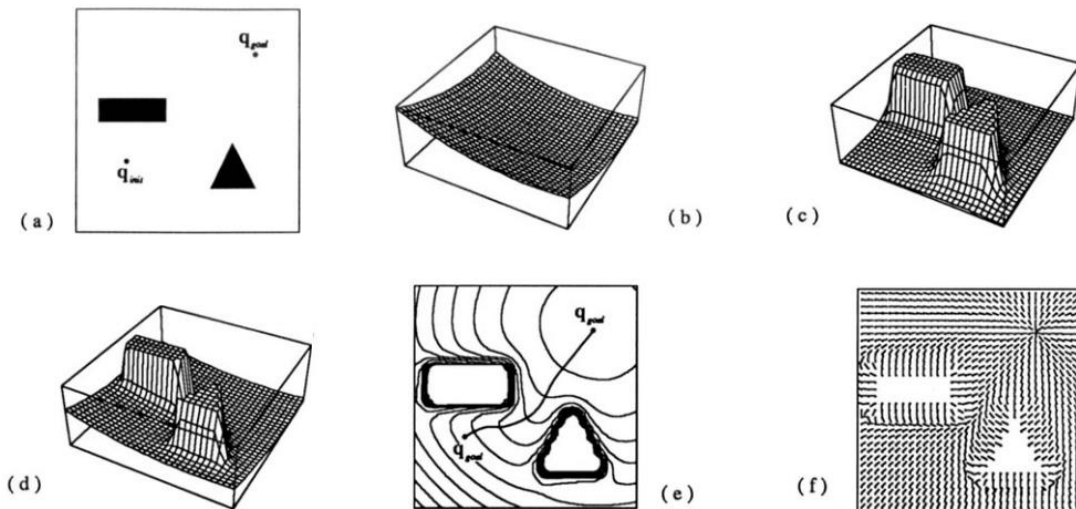
Se o obstáculo é convexo e seu limite é diferenciável por partes, $\rho(\mathbf{q})$ é diferenciável em qualquer lugar do espaço de configuração livre. Sendo assim, a força repulsiva pode ser definida segundo a Eq. (2.4).

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}_{rep} &= -\nabla U_{rep}(\mathbf{q}) \\
 &= \begin{cases} k_{rep} \left(\frac{1}{\rho(\mathbf{q})} - \frac{1}{\rho_0} \right) \frac{1}{\rho^2(\mathbf{q})} \vec{\nabla} \rho(\mathbf{q}) & \rho(\mathbf{q}) \leq \rho_0 \\ 0 & \rho(\mathbf{q}) > \rho_0 \end{cases}
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

A força resultante que atua no robô corresponde ao somatório das forças de atração e repulsão. A Figura 2.2 apresenta um exemplo da formulação do algoritmo de campos potenciais.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}(\mathbf{q}) &= \mathbf{F}_{att}(\mathbf{q}) + \mathbf{F}_{rep}(\mathbf{q}) \\
 &= -\vec{\nabla} U_{att}(\mathbf{q}) - \nabla U_{rep}(\mathbf{q})
 \end{aligned}
 \tag{2.5}$$

Figura 2.2 – Formulação de um campo potencial artificial.



Fonte: Extraída de Latombe (1991).

Segundo Khatib (1986), os campos potenciais se desenvolveram originalmente com o intuito de que os robôs evitassem colisões com obstáculos em ambientes dinâmicos, uma vez que não é necessária a criação prévia de nenhuma estrutura de dados na qual o algoritmo de planejamento irá se basear. Se, por ventura, novos obstáculos forem inseridos no espaço de trabalho, durante o movimento do robô, o campo potencial é imediatamente atualizado, para integrar a nova informação.

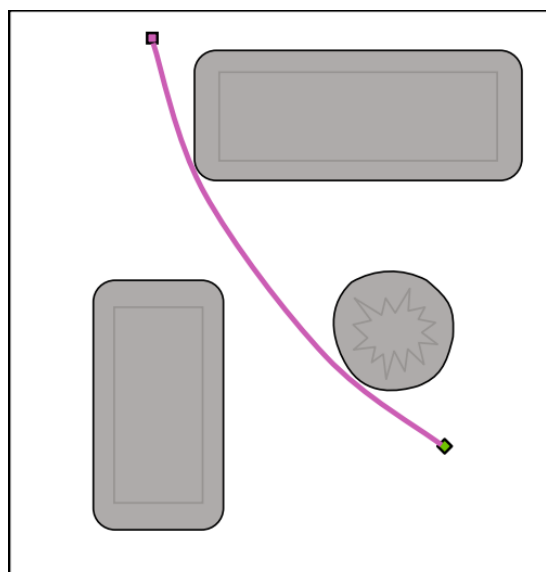
Os campos potenciais apresentam algumas desvantagens, relacionadas a problemas com mínimos locais e oscilações em passagens estreitas. Contudo, alternativas para tais situações têm sido apresentadas na literatura, como por exemplo, a utilização de campos de repulsão do tipo vórtice nos obstáculos. O vórtice reduz a probabilidade de o robô ficar preso em um ponto de mínimo local. Tal técnica também será implementada neste trabalho.

Os cálculos exigidos no planejamento de trajetórias, via campos potenciais artificiais, apresentam pouca complexidade. Além disso, esta técnica também pode ser aplicada em ambientes com dimensões arbitrárias, e já existem algoritmos que garantem a completude da solução, ou seja, se houver uma solução viável, ela será obtida (Goerzen, Kong e Mettler, 2009).

2.1.4. Representação do Robô

Na literatura, diferentes aplicações consideram suficiente que as aeronaves não tripuladas sejam modeladas como um objeto pontual. Sendo assim, considera-se que o veículo seja ajustado no interior de uma esfera, e o espaço de configuração tenha os seus obstáculos expandidos pelo raio da aeronave, conforme apresentado na Figura 2.3. Esta é uma aproximação conservadora e que simplifica o problema de planejamento de trajetórias (Goerzen, Kong e Mettler, 2009).

Figura 2.3 – Robô representado de forma pontual com o espaço de obstáculos expandido.



Fonte: Extraído de Goerzen, Kong e Mettler (2009).

Contudo, em problemas com restrições diferenciais, o tempo e os estados devem satisfazer as equações de movimento do veículo (associadas à segunda lei de Newton). De modo geral, os estados são limitados por restrições de velocidade e aceleração, e para muitas aplicações com VANTs, este modelo mais realista é necessário para um controle estável da aeronave.

Algoritmos projetados para solucionar problemas com restrições dinâmicas operam da seguinte forma: primeiro resolve-se o problema de planejamento de caminho, em seguida, faz-se necessário aplicar técnicas para suavizar a rota encontrada e gerar uma trajetória que assegure que as restrições do veículo aéreo sejam atendidas. Por fim, é necessária uma malha de controle para o rastreamento desta trajetória (LaValle, 2006).

2.2. Controlador Proporcional Integral Derivativo

A literatura dispõe de diversos trabalhos que analisam a aplicação de técnicas de controle PID em veículos aéreos não tripulados, incluindo o *Crazyflie 2.0* (Bouabdallah, 2007; Luis e Le Ny, 2016; Dunkley, 2014; Green e Mansson, 2019).

De modo sintetizado, este controlador é composto por três ações distintas: proporcional, integral e derivativa. A ação proporcional é assim denominada por atuar de modo proporcional ao valor do erro, ou seja, ela pondera a diferença entre o *setpoint* e a saída do processo. Um aumento no valor do ganho proporcional tem impacto direto na velocidade da resposta e no valor do erro em regime permanente (Aström e Hägglund, 1995).

Já a ação integral é complementar à ação proporcional, e o seu objetivo é remover o erro em regime permanente. É importante observar a magnitude do ganho integral, uma vez que, quanto mais alto, mais o sistema tenderá a apresentar um comportamento oscilatório, além de um sobressinal elevado.

A ação derivativa age proporcionalmente à derivada do erro. Ela tem por objetivo melhorar o desempenho transitório do sistema em malha fechada. É denominada como antecipatória ou preditiva, já que a sua ação se baseia na tendência de evolução do erro. Como em regime permanente o sinal de erro é constante, a ação derivativa não atua nesta etapa.

A estratégia de controle implementada no *Crazyflie 2.0* corresponde ao algoritmo PID paralelo, discreto, e do tipo posicional (Bitcraze, 2019). A derivada temporal do erro foi

aproximada via *backward-differences*, enquanto que na integração numérica foi aplicado o método *forward-rectangular integration*, conforme apresentado na Eq. (2.6):

$$\begin{cases} P_k = K_p e_k \\ I_k = I_{k-1} + K_i T_s e_k \\ D_k = K_d \frac{(e_k - e_{k-1})}{T_s} \\ u_k = P_k + I_k + D_k \end{cases} \quad (2.6)$$

sendo K_p , K_i e K_d os ganhos proporcional, integral e derivativo, respectivamente. O tempo de amostragem é definido por T_s , o sinal de erro é indicado por e_k e o sinal de saída do controlador é representado por u_k .

Uma ação condicional *anti-windup* foi incluída de modo a delimitar o termo integral ($|I_{limite}|$) e o sinal de saída do controlador ($|u_{limite}|$) (Bitcraze, 2019).

2.3. Filtro de Kalman Estendido

Ao projetar um sistema de controle baseado na realimentação de estados, admite-se que todas as variáveis de estado estejam disponíveis para retroação. Entretanto, em muitos casos é possível medir apenas parte destas variáveis, seja por aspectos técnicos ou econômicos, como por exemplo, inexistência de sensores adequados ou custo de aquisição. Sendo assim, os estados que não estão disponíveis precisam ser estimados através das saídas mensuráveis.

O Filtro de Kalman Estendido (EKF - *Extended Kalman Filter*) representa um método de estimação, orientado para sistemas dinâmicos não lineares, e apropriado para a fusão sensorial, em que as informações são advindas de diferentes tipos de sensores. O filtro é dividido em duas fases: predição e atualização, e a partir de sua recursividade, ele pode estimar os estados de um sistema dinâmico na presença de ruídos no modelo e na saída do processo (Bar-Shalom, Li e Kirubarajan, 2001).

Considere o seguinte modelo em espaço de estados, discreto, não linear e com ruídos aditivos:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)) + \mathbf{w}(k) \\ \mathbf{z}(k) &= \mathbf{h}(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{v}(k) \end{aligned} \quad (2.7)$$

em que \mathbf{x} é o vetor de estados, \mathbf{f} é uma função não-linear do processo, \mathbf{u} corresponde ao vetor de entradas, \mathbf{z} representa o vetor de saídas, \mathbf{h} uma função não-linear do sistema de medição, e $\mathbf{w}(k)$ e $\mathbf{v}(k)$ consistem em processos estocásticos que definem as incertezas do modelo e o ruído no sinal de saída, respectivamente. Tais processos são considerados como ruídos brancos, gaussianos, com média zero, não autocorrelacionados, cujas variâncias são \mathbf{Q} e \mathbf{R} .

Como o modelo dinâmico é não linear, a principal abordagem do EKF é a linearização do sistema. Para tal, utiliza-se o método de Expansão em Série de Taylor de primeira ordem, conforme apresentado na Eq. (2.8):

$$\mathbf{F}(k) = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}(k|k), \mathbf{u}(k)} \quad \mathbf{H}(k+1) = \left. \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}(k+1|k), \mathbf{u}(k)} \quad (2.8)$$

sendo que o termo $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$ representa o estado estimado no ciclo k , e $\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)$ representa o vetor de estados preditos no instante de tempo $k+1$, através das informações disponíveis no instante k . A função $\mathbf{F}(k)$ representa o jacobiano de \mathbf{f} em torno do último estado estimado. Já a função $\mathbf{H}(k+1)$ define o jacobiano de \mathbf{h} em relação ao estado predito (Bar-Shalom, Li e Kirubarajan, 2001).

A primeira etapa da filtragem consiste na predição dos estados com base no modelo da planta. Esta predição é realizada considerando o estado estimado no ciclo anterior. Posteriormente, é calculada a covariância do erro (representada por \mathbf{P}), associada a esta predição.

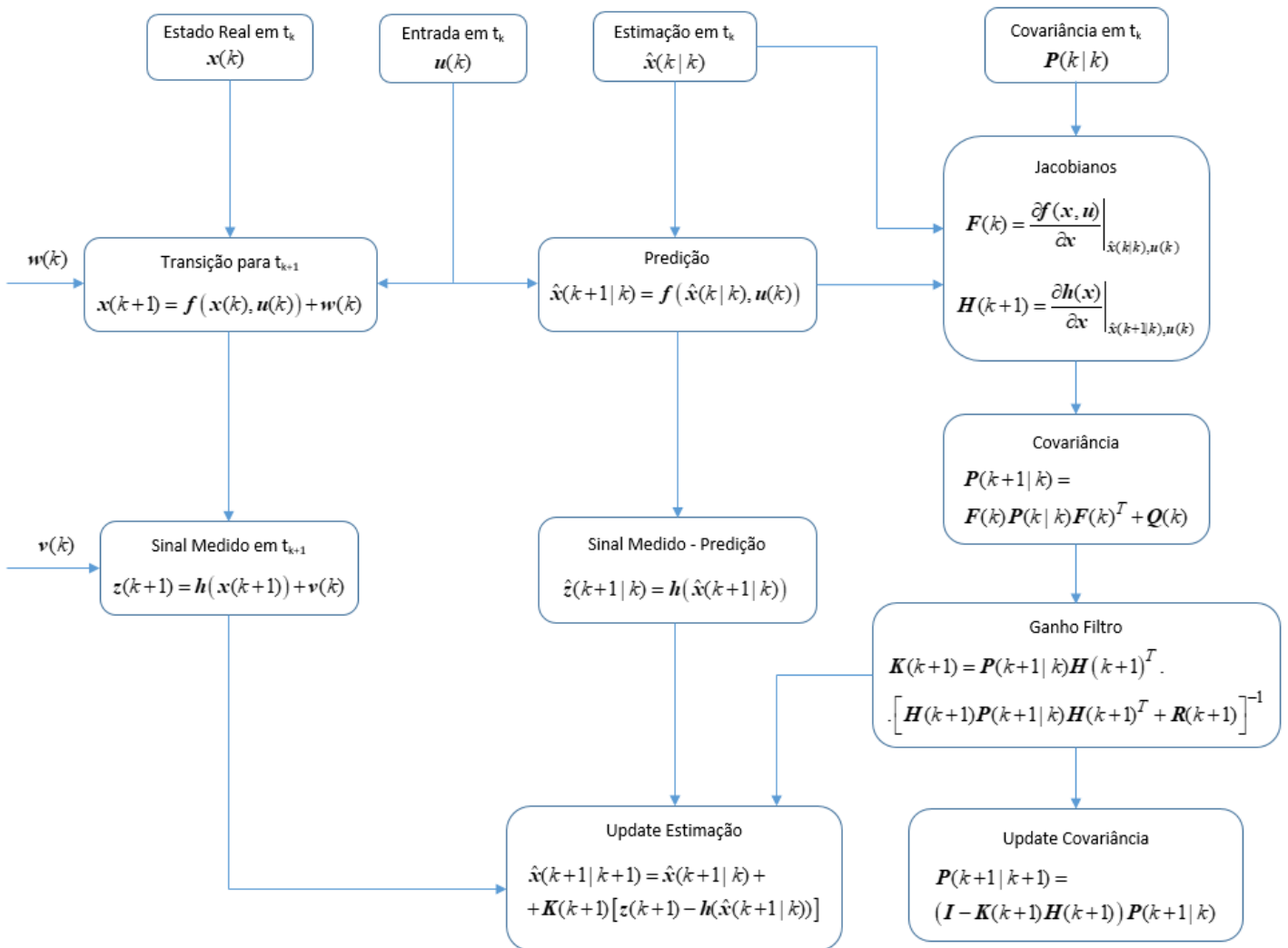
$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k+1|k) &= \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}(k|k), \mathbf{u}(k)) \\ \mathbf{P}(k+1|k) &= \mathbf{F}(k)\mathbf{P}(k|k)\mathbf{F}(k)^T + \mathbf{Q}(k) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Na sequência, durante a fase da atualização, o ganho de Kalman (\mathbf{K}) é corrigido através da covariância do erro. Em seguida, a estimação dos estados e a covariância do erro são atualizadas, e o processo reinicia-se no ciclo seguinte.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K}(k+1) &= \mathbf{P}(k+1|k)\mathbf{H}(k+1)^T \left[\mathbf{H}(k+1)\mathbf{P}(k+1|k)\mathbf{H}(k+1)^T + \mathbf{R}(k+1) \right]^{-1} \\
 \hat{\mathbf{x}}(k+1|k+1) &= \hat{\mathbf{x}}(k+1|k) + \mathbf{K}(k+1)[z(k+1) - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}(k+1|k))] \\
 \mathbf{P}(k+1|k+1) &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}(k+1)\mathbf{H}(k+1))\mathbf{P}(k+1|k)
 \end{aligned}
 \tag{2.10}$$

A Figura 2.4 representa um diagrama do Filtro de Kalman Estendido, para um ciclo de execução.

Figura 2.4 – Diagrama do Filtro de Kalman Estendido.



Fonte: Adaptada de Bar-Shalom, Li e Kirubarajan (2001).

É importante ressaltar, que ao contrário do Filtro de Kalman convencional, o EKF é um estimador subótimo, devido as suas inerentes aproximações, relacionadas às linearizações.

2.4. Conclusões

Esta seção apresentou uma breve fundamentação teórica sobre temas pertinentes a esta tese. Mediante o conteúdo exposto será possível analisar os resultados computacionais referentes ao algoritmo de planejamento de rotas, e os resultados experimentais relativos ao rastreamento de trajetórias executados pelo veículo aéreo não tripulado.

Maiores detalhes a respeito do estimador de estados e da estrutura de controle implementada na aeronave serão apresentados em capítulos posteriores.

CAPÍTULO 3

MODELAGEM DINÂMICA

Este capítulo apresenta a modelagem dinâmica de uma aeronave não tripulada, o quadricóptero. As equações de movimento do veículo foram elaboradas através das leis físicas que atuam no sistema, via formalismo de Euler-Lagrange. A posição do veículo é descrita por três coordenadas de posição espacial e três ângulos de Euler para especificar a orientação do corpo.

Para obtenção do modelo dinâmico supõe-se que o veículo aéreo é um corpo rígido no espaço, sujeito a uma força principal e torques. Outras premissas que podem ser estabelecidas são (Bouabdallah, 2007):

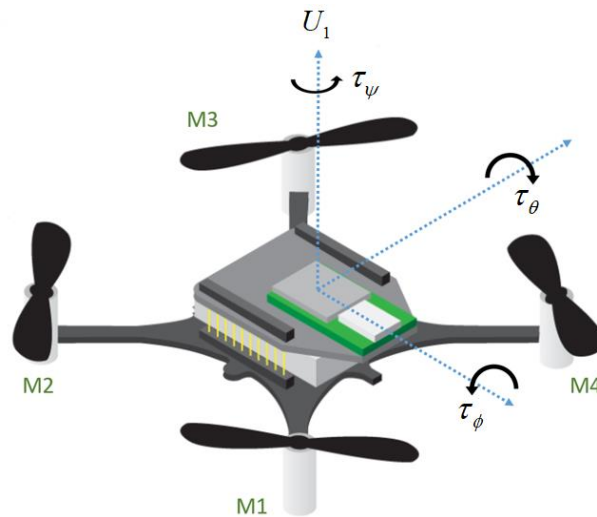
- a estrutura é rígida e simétrica;
- o centro de massa do veículo coincide com a origem do sistema de coordenadas fixo ao corpo rígido;
- as hélices são rígidas;
- as forças de empuxo e arrasto são proporcionais ao quadrado da velocidade das hélices.

O quadricóptero é controlado pela variação da velocidade angular de quatro motores elétricos, conforme apresentado na Figura 3.1. Cada motor produz uma força e um torque, que combinados geram uma força principal (empuxo) e três torques (de rolagem, arfagem e guinada).

A força de empuxo é denominada como U_1 , o torque de rolagem é representado por τ_ϕ , o momento de arfagem é designado como τ_θ e o momento de guinada é denotado como τ_ψ .

Os motores elétricos operam com sentido de rotação fixo, desta forma, a força gerada por cada motor é sempre positiva. Os motores M1 e M3 giram em sentido anti-horário, enquanto que os motores M2 e M4 operam em sentido horário.

Figura 3.1 – Esquema de funcionamento do quadricóptero.



Fonte: Adaptada de Bitcraze (2019).

A força de empuxo é responsável pelo movimento ascendente e descendente do quadricóptero, e corresponde à soma das forças individuais geradas por cada motor. Já os torques estão relacionados com a diferença de forças entre os motores. O torque de rolagem é função da diferença de forças entre os motores do lado esquerdo (M3/M4) e os do lado direito (M1/M2). Já o torque de arfagem relaciona-se com a diferença de forças dos motores traseiros (M2/M3) e dianteiros (M1/M4). Por fim, o torque de guinada está relacionado ao contra torque gerado em cada motor.

É possível constatar que na montagem da aeronave foi adotada a configuração cruzada (ou configuração em x), sendo que neste caso, nenhum dos atuadores está localizado na direção dos eixos coordenados. Desta forma, todos os motores contribuem para a produção do momento de giro, em qualquer um dos eixos. Segundo Gupte (2012), tal fato proporciona uma manobrabilidade ligeiramente maior.

O quadricóptero é um sistema mecânico ultraleve e complexo, desta forma, sua modelagem inclui importantes efeitos físicos como: efeitos aerodinâmicos e giroscópicos. Uma breve lista dos principais efeitos que atuam no veículo aéreo está descrita no Quadro 3.1. Sendo que C representa os termos constantes, Ω é a velocidade do rotor, J_r é o momento de inércia do rotor ao redor do seu próprio eixo, l é a distância do centro de massa aos rotores, J é o momento de inércia do corpo rígido e ϕ, θ, ψ são os ângulos de Euler (Raffo, 2007).

Quadro 3.1 – Principais efeitos físicos que atuam no quadricóptero.

Efeitos	Fontes	Formulação
Efeitos Aerodinâmicos	- Rotação dos rotores - Giro de Hélices	$C\Omega^2$
Contra Torque Inercial	- Mudança na velocidade de rotação das hélices	$J_r\dot{\Omega}$
Efeito da Gravidade	- Posição do centro de massa	l
Efeito Giroscópico	- Mudanças na orientação do corpo rígido - Mudanças na orientação do plano dos rotores	$J\theta\psi$ $J_r\Omega\theta, \phi$
Fricção	- Todos os movimentos do quadricóptero	$C\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$

Fonte: Adaptada de Bouabdallah (2007).

Contudo, o quadricóptero é um sistema mecânico subatuado, ou seja, possui seis graus de liberdade e apenas quatro variáveis manipuladas. Devido a esta complexidade, algumas considerações são feitas para o desenvolvimento do modelo matemático. Em Raffo (2007) sugere-se desconsiderar os momentos causados pelo corpo rígido sobre a dinâmica translacional, bem como o efeito solo, além das outras premissas já apresentadas.

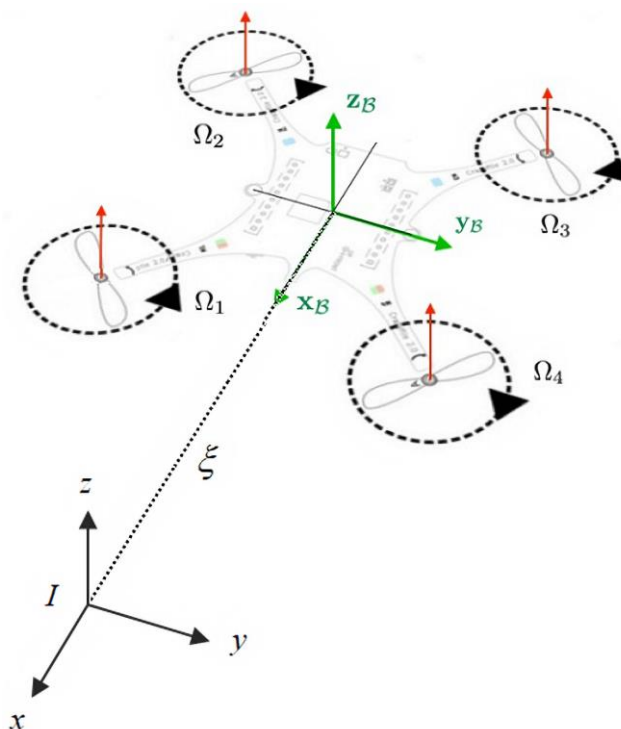
3.1. Sistemas de Coordenadas

Esta seção descreve os pontos de referência e os sistemas de coordenadas que são utilizados para estimar a posição e a orientação do corpo rígido no espaço tridimensional.

Inicialmente, deve ser considerado um sistema de coordenadas B fixo ao corpo rígido, localizado no centro de massa do veículo aéreo, e um sistema de coordenadas local, que se comporta como um referencial inercial I , fixo à Terra, conforme pode ser observado na Figura 3.2.

O sistema de coordenadas fixo ao quadricóptero é definido como $B = \{\vec{x}_B, \vec{y}_B, \vec{z}_B\}$. Sendo, \vec{x}_B o eixo da direção de voo, \vec{y}_B é ortogonal a \vec{x}_B e com o sentido positivo para bombordo, e \vec{z}_B é orientado no sentido ascendente e ortogonal ao plano $\vec{x}_B \vec{O} \vec{y}_B$. Já o referencial inercial é considerado fixo em relação à Terra, e é designado como $I = \{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\}$.

Figura 3.2 – Sistemas de coordenadas do quadricóptero.



Fonte: Adaptada de Bitcraze (2019).

O vetor $\xi = [x \ y \ z]^T$ representa a posição do centro de massa do quadricóptero em relação ao sistema de coordenadas inercial. Já a orientação da aeronave em relação ao referencial inercial pode ser obtida através de uma matriz de rotação $R_I : B \rightarrow I$.

Ângulos de Euler e quatérnions são as duas principais formas de se representar a orientação de um corpo rígido no espaço euclidiano tridimensional. Em aplicações aeroespaciais é mais comumente utilizada uma das representações dos ângulos de Euler, conhecida também como convenção *Tait-Bryan*. Nesta representação, a orientação do corpo rígido é obtida através de três rotações sucessivas, aplicadas de acordo com a sequência Z-Y-X (Greiff, 2017).

1. Rotação ao redor de \vec{z} de ψ : o primeiro movimento, supondo que o referencial inercial e o sistema de coordenadas fixo ao corpo rígido são coincidentes, é dado pela rotação ao redor do eixo \vec{z} pelo ângulo de guinada (ψ).

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \text{sen } \psi & 0 \\ -\text{sen } \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

2. Rotação ao redor de \vec{y}_1 de θ : a segunda rotação corresponde ao ângulo de arfagem (θ) e ocorre ao redor do novo eixo \vec{y}_1 .

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\text{sen } \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen } \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

3. Rotação ao redor de \vec{x}_2 de ϕ : o terceiro movimento corresponde ao ângulo de rolagem (ϕ) e ocorre ao redor do novo eixo \vec{x}_2 , levando o quadricóptero à sua posição final.

$$\begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \text{sen } \phi \\ 0 & -\text{sen } \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

A rotação destes ângulos é delimitada em: ângulo de rolagem ($-\pi/2 < \phi < \pi/2$), ângulo de arfagem ($-\pi/2 < \theta < \pi/2$) e ângulo de guinada ($-\pi < \psi < \pi$).

A partir destes três movimentos elementares, é possível definir as matrizes parciais:

$$\mathbf{R}(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \text{sen } \phi \\ 0 & -\text{sen } \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad \mathbf{R}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\text{sen } \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen } \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & \text{sen } \psi & 0 \\ -\text{sen } \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

A matriz de rotação completa que define a orientação do sistema inercial para o sistema de coordenadas fixo ao corpo rígido ($\mathbf{R}_B : I \rightarrow B$) é conhecida como Matriz dos Cossenos Diretores (Kane, Likins e Levinson, 1983):

$$\mathbf{R}_B = \mathbf{R}(\phi)\mathbf{R}(\theta)\mathbf{R}(\psi)$$

$$\mathbf{R}_B = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \text{sen } \psi \cos \theta & -\text{sen } \theta \\ \cos \psi \text{sen } \theta \text{sen } \phi - \text{sen } \psi \cos \phi & \text{sen } \psi \text{sen } \theta \text{sen } \phi + \cos \psi \cos \phi & \cos \theta \text{sen } \phi \\ \cos \psi \text{sen } \theta \cos \phi + \text{sen } \psi \text{sen } \phi & \text{sen } \psi \text{sen } \theta \cos \phi - \cos \psi \text{sen } \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

Devido a sua propriedade de ortogonalidade, para obter o mapeamento inverso, ou seja, a orientação do sistema fixo ao corpo rígido para o referencial inercial ($\mathbf{R}_I : B \rightarrow I$), basta realizar a transposição de \mathbf{R}_B .

$$\mathbf{R}_I = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Já a relação entre a velocidade angular da aeronave, expressa no sistema fixo ao corpo rígido $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$, e a derivada temporal dos ângulos de Euler $\dot{\boldsymbol{\eta}} = [\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$, pode ser determinada conforme a Eq. (3.7) (Kane, Likins e Levinson, 1983).

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \mathbf{I} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{R}(\phi) \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{R}(\phi)\mathbf{R}(\theta) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

A matriz resultante é denominada como matriz de Euler ($\mathbf{W}(\boldsymbol{\eta})$), e representa o mapeamento de $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ para $\boldsymbol{\omega}$:

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{W}(\boldsymbol{\eta})\dot{\boldsymbol{\eta}}$$

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

É importante salientar que a derivada temporal dos ângulos de Euler pode ser obtida através da inversão da matriz de Euler. Contudo, o mapeamento inverso existe se, e somente se, $\det(\mathbf{W}(\boldsymbol{\eta})) = \cos(\theta) \neq 0$. Quando $\theta = \pi(n+1/2)$, $n \in \mathbb{N}$, a matriz torna-se singular e não se admite inversa (Greiff, 2017). Tal situação é inerente aos ângulos de Euler, e será discutida com maiores detalhes posteriormente.

A velocidade angular expressa no sistema de coordenadas B pode ser fisicamente medida, por exemplo, através de giroscópios. No entanto, geralmente, veículos aéreos são equipados com unidades de medição inercial (IMU - *Inertial Measurement Unit*), que medem a velocidade angular e estimam os ângulos de Euler (Bouabdallah, 2007).

3.2. Formulação de Euler-Lagrange

Nesta seção o modelo dinâmico do quadricóptero é obtido através do formalismo de Euler-Lagrange, que se baseia nos conceitos de energia cinética e energia potencial do veículo aéreo.

Relembrando que o Lagrangeano é $L = E_c - E_p$, temos que a forma geral das equações de movimento pelo método de Lagrange pode ser definida como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_\xi \\ \boldsymbol{\tau}_\eta \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}_i} \quad (3.9)$$

sendo:

\mathbf{f}_ξ - forças generalizadas

$\boldsymbol{\tau}_\eta$ - torques generalizados

\mathbf{q}_i - coordenadas generalizadas

E_c - energia cinética total

E_p - energia potencial total

O vetor de coordenadas generalizadas é composto por três variáveis translacionais e três rotacionais:

$$\mathbf{q} = [x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi]^T. \quad (3.10)$$

A equação do Lagrangeano para o veículo aéreo em questão é definida através da seguinte equação:

$$L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = E_{cTrans} + E_{cRot} - E_p \quad (3.11)$$

sendo:

E_{cTrans} - energia cinética translacional

E_{cRot} - energia cinética rotacional

E_p - energia potencial

3.2.1. Energia Cinética Translacional

A solução do termo referente à energia cinética translacional depende da velocidade das coordenadas generalizadas. A velocidade linear é dada por $\dot{\xi} = \mathbf{v}$, portanto, o quadrado da velocidade é:

$$\dot{\xi}^2(x, y, z) = (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) = \dot{\xi}^T \dot{\xi}. \quad (3.12)$$

Desta forma, a energia cinética translacional pode ser determinada pela seguinte expressão, sendo m a massa do veículo e dm o diferencial de massa:

$$E_{cTrans} = \frac{1}{2} \int \dot{\xi}^2(x, y, z) dm = \frac{m}{2} \dot{\xi}^T \dot{\xi}. \quad (3.13)$$

3.2.2. Energia Cinética Rotacional

Para a solução do termo referente à energia cinética rotacional, deve ser considerado um ponto (${}^B \mathbf{r}$) fixo e em repouso no sistema de coordenadas B . Este mesmo ponto pode ser determinado em relação ao sistema de coordenadas inercial (${}^I \mathbf{r}$), sendo \mathbf{R}_I a matriz de rotação que relaciona o deslocamento espacial de ambos os sistemas de coordenadas:

$${}^I \mathbf{r} = \mathbf{R}_I {}^B \mathbf{r}$$

$$\begin{cases} {}^I r_x = (\cos \psi \cos \theta) x_B + (\cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi) y_B + (\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi) z_B \\ {}^I r_y = (\sin \psi \cos \theta) x_B + (\sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi) y_B + (\sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi) z_B \\ {}^I r_z = (-\sin \theta) x_B + (\cos \theta \sin \phi) y_B + (\cos \theta \cos \phi) z_B \end{cases} \quad (3.14)$$

Derivando a posição em relação ao tempo, tem-se as seguintes velocidades correspondentes:

$$\begin{aligned}
{}^I \mathbf{v}_x &= (-\text{sen } \theta \cos \psi \dot{\theta} - \cos \theta \text{sen } \psi \dot{\psi}) x_B \\
&\quad + (-\cos \psi \cos \phi \dot{\psi} + \text{sen } \psi \text{sen } \phi \dot{\phi} - \text{sen } \psi \text{sen } \phi \text{sen } \theta \dot{\psi} \\
&\quad + \cos \psi \cos \phi \text{sen } \theta \dot{\phi} + \cos \psi \text{sen } \phi \cos \theta \dot{\theta}) y_B \\
&\quad + (\cos \psi \text{sen } \phi \dot{\psi} + \text{sen } \psi \cos \phi \dot{\phi} - \text{sen } \psi \cos \phi \text{sen } \theta \dot{\psi} \\
&\quad - \cos \psi \text{sen } \phi \text{sen } \theta \dot{\phi} + \cos \psi \cos \phi \cos \theta \dot{\theta}) z_B \\
{}^I \mathbf{v}_y &= (-\text{sen } \theta \text{sen } \psi \dot{\theta} + \cos \theta \cos \psi \dot{\psi}) x_B \\
&\quad + (-\text{sen } \psi \cos \phi \dot{\psi} - \cos \psi \text{sen } \phi \dot{\phi} + \cos \psi \text{sen } \phi \text{sen } \theta \dot{\psi} \\
&\quad + \text{sen } \psi \cos \phi \text{sen } \theta \dot{\phi} + \text{sen } \psi \text{sen } \phi \cos \theta \dot{\theta}) y_B \\
&\quad + (\text{sen } \psi \text{sen } \phi \dot{\psi} - \cos \psi \cos \phi \dot{\phi} + \cos \psi \cos \phi \text{sen } \theta \dot{\psi} \\
&\quad - \text{sen } \psi \text{sen } \phi \text{sen } \theta \dot{\phi} + \text{sen } \psi \cos \phi \cos \theta \dot{\theta}) z_B \\
{}^I \mathbf{v}_z &= (-\cos \theta \dot{\theta}) x_B \\
&\quad + (\cos \phi \cos \theta \dot{\phi} - \text{sen } \phi \text{sen } \theta \dot{\theta}) y_B \\
&\quad + (-\text{sen } \phi \cos \theta \dot{\phi} - \cos \phi \text{sen } \theta \dot{\theta}) z_B.
\end{aligned} \tag{3.15}$$

Estas equações de velocidades podem ser reescritas como:

$$\begin{aligned}
{}^I \mathbf{v}_x &= {}^I \mathbf{v}_{x_{xB}} x_B + {}^I \mathbf{v}_{x_{yB}} y_B + {}^I \mathbf{v}_{x_{zB}} z_B \\
{}^I \mathbf{v}_y &= {}^I \mathbf{v}_{y_{xB}} x_B + {}^I \mathbf{v}_{y_{yB}} y_B + {}^I \mathbf{v}_{y_{zB}} z_B \\
{}^I \mathbf{v}_z &= {}^I \mathbf{v}_{z_{xB}} x_B + {}^I \mathbf{v}_{z_{yB}} y_B + {}^I \mathbf{v}_{z_{zB}} z_B.
\end{aligned} \tag{3.16}$$

Desta forma, o quadrado da velocidade do ponto ${}^I \mathbf{r}$ é dado por:

$${}^I v^2(x_B, y_B, z_B) = {}^I v_x^2(x_B, y_B, z_B) + {}^I v_y^2(x_B, y_B, z_B) + {}^I v_z^2(x_B, y_B, z_B)$$

$$\begin{aligned}
{}^I v^2(x_B, y_B, z_B) &= x_B^2 \cdot (\cos^2 \theta \dot{\psi}^2 + \dot{\theta}^2) \\
&+ y_B^2 \cdot (\dot{\psi}^2 (\cos^2 \phi + \sin^2 \phi \sin^2 \theta) + \dot{\psi} (-2 \sin \phi \cos \phi \cos \theta \dot{\theta} - 2 \dot{\phi} \sin \theta) + \sin^2 \phi \dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2) \\
&+ z_B^2 \cdot (\dot{\psi}^2 (\sin^2 \phi + \cos^2 \phi \sin^2 \theta) + \dot{\psi} (2 \sin \phi \cos \phi \cos \theta \dot{\theta} - 2 \dot{\phi} \sin \theta) + \cos^2 \phi \dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2) \\
&+ 2x_B y_B \cdot (\dot{\psi}^2 \sin \phi \sin \theta \cos \theta + \dot{\psi} (\cos \phi \sin \theta \dot{\theta} - \sin \phi \cos \theta \dot{\phi}) - \cos \phi \dot{\phi} \dot{\theta}) \\
&+ 2x_B z_B \cdot (\dot{\psi}^2 \cos \phi \sin \theta \cos \theta + \dot{\psi} (-\cos \phi \cos \theta \dot{\phi} - \sin \phi \sin \theta \dot{\theta}) + \sin \phi \dot{\phi} \dot{\theta}) \\
&+ 2y_B z_B \cdot (-\dot{\psi}^2 \sin \phi \cos \phi \cos^2 \theta + \dot{\psi} (\sin^2 \phi \cos \theta \dot{\theta} - \cos^2 \phi \cos \theta \dot{\theta}) + \sin \phi \cos \phi \dot{\theta}^2).
\end{aligned} \tag{3.17}$$

Reescrevendo a equação (3.17), obtemos a seguinte expressão:

$$\begin{aligned}
{}^I v^2(x_B, y_B, z_B) &= (y_B^2 + z_B^2) \cdot (\dot{\psi}^2 \sin^2 \theta - 2 \sin \theta \dot{\phi} \dot{\psi} + \dot{\phi}^2) \\
&+ (x_B^2 + z_B^2) \cdot (\dot{\psi}^2 \sin^2 \phi \cos^2 \theta + 2 \sin \phi \cos \phi \cos \theta \dot{\theta} \dot{\psi} + \cos^2 \phi \dot{\theta}^2) \\
&+ (x_B^2 + y_B^2) \cdot (\dot{\psi}^2 \cos^2 \phi \cos^2 \theta - 2 \sin \phi \cos \phi \cos \theta \dot{\theta} \dot{\psi} + \sin^2 \phi \dot{\theta}^2) \\
&+ 2x_B y_B \cdot (\dot{\psi}^2 \sin \phi \sin \theta \cos \theta + \dot{\psi} (\cos \phi \sin \theta \dot{\theta} - \sin \phi \cos \theta \dot{\phi}) - \cos \phi \dot{\phi} \dot{\theta}) \\
&+ 2x_B z_B \cdot (\dot{\psi}^2 \cos \phi \sin \theta \cos \theta + \dot{\psi} (-\cos \phi \cos \theta \dot{\phi} - \sin \phi \sin \theta \dot{\theta}) + \sin \phi \dot{\phi} \dot{\theta}) \\
&+ 2y_B z_B \cdot (-\dot{\psi}^2 \sin \phi \cos \phi \cos^2 \theta + \dot{\psi} (\sin^2 \phi \cos \theta \dot{\theta} - \cos^2 \phi \cos \theta \dot{\theta}) + \sin \phi \cos \phi \dot{\theta}^2).
\end{aligned} \tag{3.18}$$

Portanto, resolvendo a expressão da energia cinética rotacional:

$$\begin{aligned}
E_{cRot} &= \frac{1}{2} \left(\int (y_B^2 + z_B^2) dm \right) (\dot{\phi}^2 - \dot{\psi} \dot{\phi} 2 \sin \theta + \dot{\psi}^2 \sin^2 \theta) \\
&+ \frac{1}{2} \left(\int (z_B^2 + x_B^2) dm \right) (\dot{\theta}^2 \cos^2 \phi + \dot{\psi} \dot{\theta} 2 \sin \phi \cos \phi \cos \theta + \dot{\psi}^2 \sin^2 \phi \cos^2 \theta) \\
&+ \frac{1}{2} \left(\int (x_B^2 + y_B^2) dm \right) (\dot{\theta}^2 \sin^2 \phi - \dot{\psi} \dot{\theta} 2 \sin \phi \cos \phi \cos \theta + \dot{\psi}^2 \cos^2 \phi \cos^2 \theta) \\
&+ \left(\int (x_B y_B) dm \right) (\dot{\psi}^2 \sin \phi \sin \theta \cos \theta + \dot{\psi} (\cos \phi \sin \theta \dot{\theta} - \sin \phi \cos \theta \dot{\phi}) - \cos \phi \dot{\phi} \dot{\theta}) \\
&+ \left(\int (x_B z_B) dm \right) (\dot{\psi}^2 \cos \phi \sin \theta \cos \theta + \dot{\psi} (-\cos \phi \cos \theta \dot{\phi} - \sin \phi \sin \theta \dot{\theta}) + \sin \phi \dot{\phi} \dot{\theta}) \\
&+ \left(\int (y_B z_B) dm \right) (-\dot{\psi}^2 \sin \phi \cos \phi \cos^2 \theta + \dot{\psi} (\sin^2 \phi \cos \theta \dot{\theta} - \cos^2 \phi \cos \theta \dot{\theta}) + \sin \phi \cos \phi \dot{\theta}^2).
\end{aligned} \tag{3.19}$$

É possível observar que na expressão da energia cinética rotacional aparecem momentos de inércia (elementos da diagonal principal da matriz de inércia) e produtos de

inércia (elementos fora da diagonal principal). A simetria mecânica do quadricóptero permite negligenciar os produtos de inércia, e considerar a matriz de inércia como uma matriz diagonal (Bouabdallah, 2007).

$$\begin{aligned}
 I_{xx} &= \int (y_B^2 + z_B^2) dm \\
 I_{yy} &= \int (z_B^2 + x_B^2) dm \\
 I_{zz} &= \int (x_B^2 + y_B^2) dm \\
 I_{xy} &= \int (x_B y_B) dm = 0 \\
 I_{xz} &= \int (x_B z_B) dm = 0 \\
 I_{yz} &= \int (y_B z_B) dm = 0
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

Desta forma, obtemos a expressão final da energia cinética rotacional, representada pela equação (3.21):

$$\begin{aligned}
 E_{cRot} &= \frac{1}{2} I_{xx} (\dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta)^2 \\
 &+ \frac{1}{2} I_{yy} (\dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \sin \phi \cos \theta)^2 \\
 &+ \frac{1}{2} I_{zz} (\dot{\theta} \sin \phi - \dot{\psi} \cos \phi \cos \theta)^2.
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

3.2.3. Energia Potencial

A energia potencial do quadricóptero, expressa em termos das coordenadas generalizadas, é definida como:

$$E_p = mgz. \tag{3.22}$$

3.2.4. Equações Dinâmicas via Euler-Lagrange

Após obter as expressões da energia cinética e da energia potencial, as equações de movimento do quadricóptero podem ser apresentadas através da formulação de Lagrange, conforme a expressão (3.9).

O vetor de forças translacionais f_ξ corresponde à entrada de controle U_1 em relação ao sistema de coordenadas inercial:

$$f_\xi = R_I U_1. \quad (3.23)$$

No início do capítulo foi definido que o centro de massa do veículo aéreo coincide com a origem do sistema de coordenadas fixo ao corpo rígido. Desta forma, o Lagrangeano não contém termos de energia cinética combinando $\dot{\xi}$ e $\dot{\eta}$, ou seja, os ângulos $\eta = [\phi \ \theta \ \psi]^T$ e as suas derivadas temporais são independentes das componentes translacionais $(\xi, \dot{\xi})$. Portanto, as equações de Euler-Lagrange podem ser desacopladas e divididas em dois subsistemas: o translacional e o rotacional.

Equações Dinâmicas do Subsistema Translacional

As equações de movimento para o subsistema translacional podem ser definidas como:

$$L(\xi, \dot{\xi}) = E_{cTrans} - E_p$$

$$\frac{\partial L(\xi, \dot{\xi})}{\partial \xi} = -mge_3 \qquad \frac{\partial L(\xi, \dot{\xi})}{\partial \dot{\xi}} = m\dot{\xi}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L(\xi, \dot{\xi})}{\partial \dot{\xi}} \right) = m\ddot{\xi} \qquad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L(\xi, \dot{\xi})}{\partial \dot{\xi}} \right) - \frac{\partial L(\xi, \dot{\xi})}{\partial \xi} = f_\xi$$

$$m\ddot{\xi} + mge_3 = f_\xi \quad (3.24)$$

sendo $e_3 = [0 \ 0 \ 1]^T$.

Reescrevendo a equação (3.24) em função do vetor ξ , têm-se as equações dinâmicas referentes ao sistema de translação:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{m} (\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi) U_1 \\ \ddot{y} = \frac{1}{m} (\sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi) U_1 \\ \ddot{z} = -g + \frac{1}{m} (\cos \theta \cos \phi) U_1 \end{cases} \quad (3.25)$$

Equações Dinâmicas do Subsistema Rotacional

As equações de Euler-Lagrange para o subsistema rotacional são definidas como:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} &= \tau_\phi \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} &= \tau_\theta \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \psi} &= \tau_\psi \end{aligned} \quad (3.26)$$

A seguir é apresentado o desenvolvimento das equações dinâmicas, pelo método de Lagrange, para o subsistema rotacional:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} &= \ddot{\phi} I_{xx} - \dot{\psi} \sin \theta I_{xx} \\ &\quad - \dot{\psi} \dot{\theta} \cos \theta (I_{xx} + (I_{yy} - I_{zz})(2 \cos^2 \phi - 1)) \\ &\quad + \dot{\theta}^2 \frac{1}{2} \sin 2\phi (I_{yy} - I_{zz}) \\ &\quad - \dot{\psi}^2 \frac{1}{2} \sin 2\phi \cos^2 \theta (I_{yy} - I_{zz}) \\ &\quad + \int y dm(y) \cdot (-g \cos \phi \cos \theta) \\ &\quad + \int z dm(z) \cdot (g \sin \phi \cos \theta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} &= \ddot{\theta} (I_{yy} \cos^2 \phi + I_{zz} \sin^2 \phi) \\
&+ \ddot{\psi} \frac{1}{2} \sin 2\phi \cos \theta (I_{yy} - I_{zz}) \\
&+ \dot{\psi}^2 \frac{1}{2} \sin 2\theta (-I_{xx} + I_{yy} \sin^2 \phi + I_{zz} \cos^2 \phi) \\
&+ \dot{\theta} \dot{\phi} \sin 2\phi (I_{zz} - I_{yy}) \\
&+ \dot{\psi} \dot{\phi} \cos \theta (\cos 2\phi (I_{yy} - I_{zz}) + I_{xx}) \\
&+ \int x dm(x) \cdot (-g \cos \theta) \\
&- \int y dm(y) \cdot (g \sin \theta \sin \phi) \\
&- \int z dm(z) \cdot (g \cos \phi \sin \theta) \\
\\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} \right) &= \dot{\psi} (\cos^2 \theta (I_{zz} \cos^2 \phi + I_{yy} \sin^2 \phi) + \sin^2 \theta I_{xx}) \\
&- \ddot{\phi} \sin \theta I_{xx} \\
&+ \ddot{\theta} \frac{1}{2} \sin 2\phi \cos \theta (I_{yy} - I_{zz}) \\
&+ \dot{\theta} \dot{\psi} \sin 2\theta (I_{xx} - I_{zz} \cos^2 \phi + I_{yy} \sin^2 \phi) \\
&- \dot{\psi} \dot{\phi} \sin 2\phi \cos^2 \theta (I_{yy} - I_{zz}) \\
&+ \dot{\theta} \dot{\phi} \cos \theta (I_{xx} + (2 \cos^2 \phi - 1)(I_{yy} - I_{zz})) \\
&- \dot{\theta}^2 \frac{1}{2} \sin 2\phi \sin \theta (I_{yy} - I_{zz}).
\end{aligned} \tag{3.27}$$

Através da matriz de Euler (3.8), as equações (3.27) podem ser simplificadas expressando-se as velocidades e acelerações dos ângulos de Euler em função das velocidades e acelerações em relação ao sistema de coordenadas fixo ao corpo rígido:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} &= I_{xx} \dot{\omega}_x - (I_{yy} - I_{zz}) \omega_y \omega_z \\
&+ \int y dm(y) \cdot (-g \cos \phi \cos \theta) \\
&+ \int z dm(z) \cdot (+g \sin \phi \cos \theta)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} &= -\text{sen } \phi (\dot{\omega}_z I_{zz} - \omega_x \omega_y (I_{xx} - I_{yy})) \\
&\quad + \text{cos } \phi (\dot{\omega}_y I_{yy} - \omega_x \omega_z (I_{zz} - I_{xx})) \\
&\quad + \int x dm(x) \cdot (-g \cos \theta) \\
&\quad - \int y dm(y) \cdot (g \text{sen } \phi \text{sen } \theta) \\
&\quad - \int z dm(z) \cdot (g \text{cos } \phi \text{sen } \theta) \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} \right) &= -\text{sen } \theta (\dot{\omega}_x I_{xx} - \omega_y \omega_z (I_{xx} - I_{yy})) \\
&\quad + \text{sen } \phi \text{cos } \theta (\dot{\omega}_y I_{yy} - \omega_x \omega_z (I_{zz} - I_{xx})) \\
&\quad + \text{cos } \phi \text{cos } \theta (\dot{\omega}_z I_{zz} - \omega_x \omega_y (I_{xx} - I_{yy})).
\end{aligned} \tag{3.28}$$

Os torques não conservativos que atuam no quadricóptero decorrem da diferença de forças produzidas pelos quatro motores, conforme a Eq. (3.29):

$$\begin{aligned}
\tau_\phi &= \frac{bl}{\sqrt{2}} (-\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\
\tau_\theta &= \frac{bl}{\sqrt{2}} (-\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) \\
\tau_\psi &= d(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2).
\end{aligned} \tag{3.29}$$

Os ângulos de rolagem, arfagem e guinada devem ter valores pequenos para não ocorrer à desestabilização do veículo aéreo, portanto, é possível aplicar a aproximação para pequenos ângulos. Desta forma, temos que as equações dinâmicas do subsistema rotacional podem ser definidas como:

$$\left\{ \begin{aligned}
\ddot{\phi} &= \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \dot{\psi} \dot{\theta} + \frac{\frac{bl}{\sqrt{2}} (-\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2)}{I_{xx}} \\
\ddot{\theta} &= \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \dot{\psi} \dot{\phi} + \frac{\frac{bl}{\sqrt{2}} (-\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2)}{I_{yy}} \\
\ddot{\psi} &= \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \dot{\theta} \dot{\phi} + \frac{d(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2)}{I_{zz}}
\end{aligned} \right. \tag{3.30}$$

3.3. Conclusões

Este capítulo apresentou a formulação das equações dinâmicas do quadricóptero, através da análise das leis e efeitos físicos que atuam no sistema.

No desenvolvimento de um modelo dinâmico, faz-se necessário observar o seu propósito. Neste projeto, o modelo irá incorporar as simulações, para auxiliar na análise e sintonia das estratégias de controle. Além disso, também é avaliada a possibilidade da implementação de controladores baseados em modelo. Sendo assim, o mais indicado é a obtenção de um modelo simplificado, conforme as premissas apresentadas no início do capítulo. Modelos mais realistas e complexos elevam o esforço computacional, podendo inviabilizar aplicações práticas em tempo real.

Os parâmetros físicos relativos ao veículo aéreo não tripulado foram obtidos por meio de ensaios experimentais e serão apresentados no capítulo posterior.

CAPÍTULO 4

CRAZYFLIE 2.0

O projeto proposto utiliza o nano quadricóptero *Crazyflie 2.0*, fabricado pela empresa sueca Bitcraze. Esta aeronave é um dos menores quadricópteros disponíveis no mercado, sendo assim, é ideal para aplicações que exigem voos próximos de humanos e operações em ambiente *indoor*.

No *Crazyflie*, a distância entre os eixos dos motores diagonalmente opostos é de 92 mm, o seu peso é aproximadamente 27 g e a sua capacidade de carga (*payload*) é limitada em 15 g. Sua alimentação provém de uma bateria LiPo de 3,7 V (240 mAh), o que propicia energia para aproximadamente 5 minutos de voo contínuo (Bitcraze, 2019). A Figura 4.1 exibe o *Crazyflie 2.0*.

Figura 4.1 – Veículo aéreo não tripulado *Crazyflie 2.0*.



Fonte: Extraído de Bitcraze (2019).

O tamanho reduzido da aeronave se apresenta como um desafio na área da robótica móvel. Sua baixa inércia requer controladores que possam reagir com baixa latência. Além

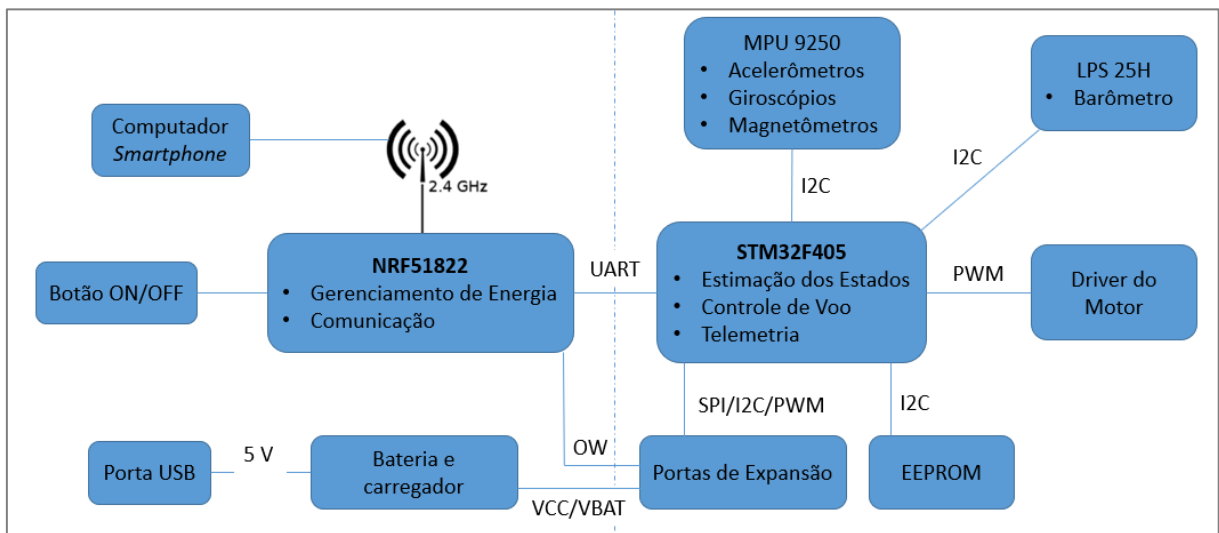
disso, sua capacidade de carga reduzida, limita a utilização de sensores adicionais (Landry, 2015).

Por outro lado, a grande vantagem do *Crazyflie* é que todos os softwares produzidos pela Bitcraze são de código aberto. Isso permite ao usuário um controle completo sobre o *firmware* da aeronave, do rádio e da biblioteca disponível para as estações base (computador). Por tais motivos, esta aeronave tem sido utilizada em pesquisas em todo o mundo.

4.1. Hardware

O *Crazyflie* opera com dois microcontroladores: o principal e um auxiliar. O microcontrolador auxiliar (nRF51822 ARM Cortex-M0 32MHz) é utilizado no gerenciamento de energia e na comunicação via rádio. Já o microcontrolador principal (STM32F405 ARM Cortex-M4 168MHz) atua essencialmente no sensoriamento, na estimação dos estados, no controle da aeronave e no acionamento dos motores. Um diagrama geral da arquitetura do sistema pode ser visualizado na Figura 4.2.

Figura 4.2 – Arquitetura do *Crazyflie 2.0*.



Fonte: Elaborada pela autora.

O sistema de sensoriamento dispõe de uma unidade de medição inercial que integra giroscópios, acelerômetros e magnetômetros em cada um dos três eixos (MPU-9250). Além disso, a aeronave conta com um sensor de pressão (LPS25H) para estimar a informação de altura. É importante destacar que o *Crazyflie* não apresenta nenhuma outra unidade de

sensoriamento em sua placa principal. Sendo assim, em sua versão básica, ele não é capaz de realizar um voo autônomo. Placas secundárias (*shields*) serão discutidas adiante.

O *Crazyflie* utiliza quatro motores DC escovados sem núcleo, o que teoricamente oferece uma maior aceleração. A velocidade de rotação máxima dos motores é aproximadamente 25000 rpm. As hélices são de material plástico e apresentam 45 mm de diâmetro. A aeronave não conta com controle eletrônico de velocidade (ESC – *Electronic Speed Control*), sendo que o driver do motor é um simples *MOSFET pull down* controlado através de modulação por largura de pulso (PWM – *Pulse Width Modulation*) (Dunkley, 2014). É importante destacar que é realizado um controle de compensação da bateria via software, em um esforço para que o desempenho do sistema não seja altamente deteriorado em função da queda de tensão gradual da bateria (Bitcraze, 2019).

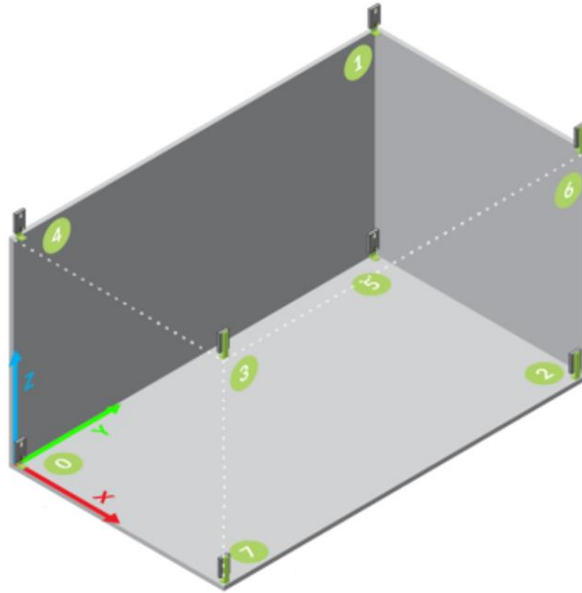
4.2. Sistema de Posicionamento Local

Conforme dito anteriormente, o *Crazyflie* não tem a real noção de sua posição no espaço tridimensional. Os sensores de bordo podem ser utilizados para fornecer uma estimativa aproximada de seus movimentos, mas não têm a precisão necessária para o reconhecimento da posição a longo prazo. Neste caso, é necessário um sistema adicional que possa fornecer informações a respeito dos estados posicionais. Em ambientes externos é habitual a utilização do GPS (*Global Positioning System*), contudo, em operações *indoor*, as opções são restritas.

Deste modo, foi adotado um sistema de posicionamento local de banda ultralarga (UWB - *Ultra-wideband*), desenvolvido pelo mesmo fabricante do *Crazyflie*. Este sistema se baseia no módulo *Decawave DWM1000*, via padrão IEEE 802.15.4a, e apresenta ± 10 cm de precisão (Bitcraze, 2019).

O sistema de posicionamento local opera através da troca de mensagens de rádio de alta frequência entre receptores nas aeronaves e âncoras dispostas no ambiente. Conforme exposto pelo fabricante, ao operar com mais de uma aeronave, o indicado é utilizar no mínimo oito âncoras e fixá-las conforme apresentado na Figura 4.3. As âncoras devem permanecer afastadas de 15 cm da parede, teto, ou qualquer obstáculo, de modo a evitar interferências reflexivas. É importante observar também que, idealmente, o ambiente não deve ser côncavo.

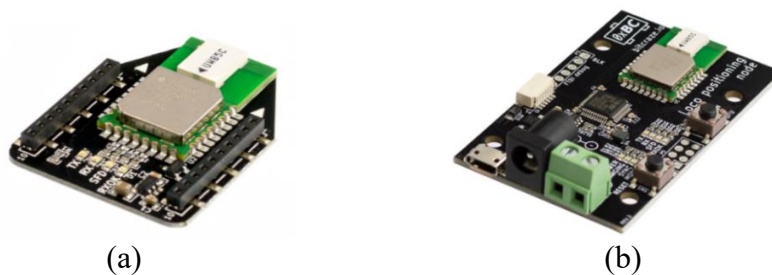
Figura 4.3 – Disposição das âncoras no ambiente.



Fonte: Adaptado de Bitcraze (2019).

As âncoras devem ser alimentadas por uma fonte externa de 5V a 12 V, sendo que cada uma consome uma corrente máxima de 180 mA. Já os módulos receptores devem ser acoplados nas aeronaves a serem rastreadas. A Figura 4.4 apresenta um receptor e uma âncora, respectivamente.

Figura 4.4 – Componentes do sistema de posicionamento local: (a) receptor e (b) âncora.



Fonte: Elaborada pela autora.

Durante a fase de montagem do experimento, a posição exata de cada âncora deve ser mensurada e armazenada via *software*. Esta informação pode ser configurada com precisão de duas casas decimais.

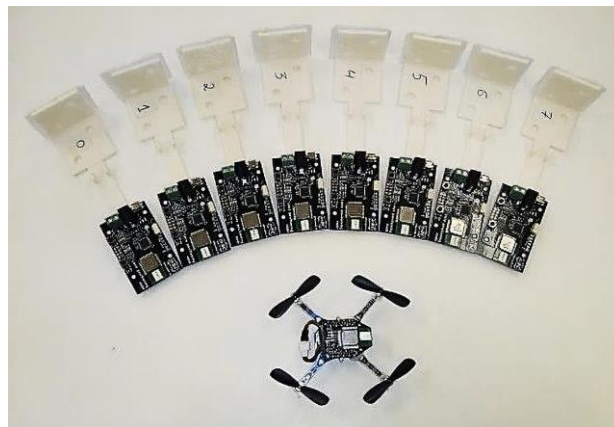
A estimação de posição pode ocorrer de dois modos distintos. No TWR (*Two Way Ranging*), o módulo receptor pinga as âncoras em sequência, o que permite medir sua

distância até elas, e estimar a sua posição. Este modo de operação é bastante preciso e permite que a aeronave deixe o espaço delimitado pelas âncoras.

O outro modo de operação é o TDoA (*Time Difference of Arrive*). O sistema de âncoras envia continuamente pacotes de sincronização. O receptor, ao receber esses pacotes pode calcular a distância relativa a duas âncoras, medindo a diferença de horário de chegada dos pacotes. A partir das informações do TDoA, é possível calcular a posição 3D no espaço. Nesse modo, o cálculo computacional é maior, a precisão é ligeiramente menor, a aeronave não pode deixar o espaço delimitado pelas âncoras, contudo, o receptor está apenas ouvindo passivamente, o que possibilita posicionar qualquer número de *Crazyflies* simultaneamente (Bitcraze, 2019). Devido a este fato, é o método utilizado neste projeto.

A Figura 4.5 apresenta as âncoras posicionadas em seus suportes, juntamente ao quadricóptero com o receptor acoplado na parte superior.

Figura 4.5 – Sistema de posicionamento local.



Fonte: Elaborada pela autora.

4.3. Comunicação

O *Crazyflie 2.0* suporta dois tipos de protocolos de rádio: ESB (*Enhanced ShockBurst*) compatível com um *dongle* conectado à porta USB do computador (*Crazyradio*), e a comunicação *Bluetooth* para dispositivos móveis.

Neste projeto foi utilizado o *Crazyradio*, devido ao fato de que este possui baixa latência, maior largura de banda e se conecta facilmente ao computador. A comunicação é bidirecional e realizada através de um transceptor *Nordic Semiconductor 2.4 GHz*, a uma taxa de até 2 Mb/s. O *Crazyradio* tem o seu alcance aumentado através de um amplificador na

saída de 20 dBm, testado com distâncias maiores que 1 km, com linha de visão (Bitcraze, 2019).

A comunicação ocorre através do envio de um pacote por um determinado canal, e em seguida, aguarda a confirmação. Se a aeronave receber o pacote sem erros, a confirmação é enviada. Caso a confirmação seja recebida, o *Crazyradio* envia o próximo pacote. Se nenhuma confirmação for recebida, automaticamente envia-se o mesmo pacote continuamente, enquanto houver uma aeronave detectada. É possível utilizar quase 80 canais diferentes e cada pacote é enviado com um endereço de acesso, de modo que mais de uma aeronave possa compartilhar o mesmo canal. A latência mínima para enviar um pacote é estimada em cerca de 2ms (mínimo de 1ms para o USB e latência medida de 1ms para o rádio a 2Mbps, sem novas tentativas). A Figura 4.6 exibe o *dongle Crazyradio*.

Figura 4.6 – *Crazyradio*.



Fonte: Elaborada pela autora.

O *Crazyflie* executa um *firmware* de código aberto, escrito em linguagem C, baseado no sistema operacional de tempo real *FreeRTOS*. A comunicação da aeronave com o computador ocorre através de programas escritos em *Python*.

A Bitcraze disponibiliza uma biblioteca que permite aos usuários desenvolverem os seus próprios aplicativos clientes. De modo geral, através dessa biblioteca é possível enviar *setpoints*, receber os dados advindos do sistema de sensoriamento, bem como alterar parâmetros diversos no *firmware*. A autora também desenvolveu a interligação de um *script* em *Python* com o *software* Matlab[®], de modo a possibilitar as análises que serão apresentadas em ambientes dinâmicos, e visando uma futura implementação de outra estratégia de controle.

4.4. Parâmetros Físicos

Com o intuito de viabilizar uma análise mais detalhada do *Crazyflie 2.0*, além de assegurar o desenvolvimento de simulações em ambiente computacional, foram realizados ensaios mecânicos para a obtenção dos parâmetros físicos da aeronave. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 4.1, e a metodologia adotada na execução dos ensaios será abordada nas próximas sessões. É importante destacar que os valores obtidos estão em conformidade com os apresentados na literatura (Forster, 2015; Greiff, 2017).

Tabela 4.1 – Parâmetros físicos do *Crazyflie 2.0*.

Descrição dos Parâmetros	Unidade	Ensaio	Literatura
Massa (m)	kg	0,0282	0,0284
Distância entre o centro de massa e os rotores (l)	m	0,0461	0,0467
Momento de inércia ao redor do eixo x (I_{xx})	kgm ²	$1,473 \times 10^{-5}$	$1,657 \times 10^{-5}$
Momento de inércia ao redor do eixo y (I_{yy})	kgm ²	$1,479 \times 10^{-5}$	$1,665 \times 10^{-5}$
Momento de inércia ao redor do eixo z (I_{zz})	kgm ²	$2,847 \times 10^{-5}$	$2,926 \times 10^{-5}$
Coefficiente de arrasto dos rotores (d)	kgm ² /rad ²	$1,217 \times 10^{-10}$	$1,688 \times 10^{-10}$
Coefficiente de empuxo dos rotores (b)	kgm/rad ²	$2,364 \times 10^{-8}$	$2,220 \times 10^{-8}$
Velocidade de rotação máxima dos rotores (Ω^{\max})	rad/s	2617	2500

Fonte: Elaborada pela autora.

4.4.1. Massa

Para determinar a massa da aeronave utilizou-se uma balança de precisão, cujas especificações são: capacidade máxima de 220 g e resolução de 0,0001 g.

O *Crazyflie 2.0* é composto por uma placa eletrônica, por uma bateria LiPo de 240 mAh, pelo suporte da bateria, por quatro motores elétricos e seus respectivos suportes e pelas quatro hélices. A distribuição de massa entre cada um destes componentes é apresentada na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Distribuição de massa no *Crazyflie 2.0*.

Componente	Massa (g)
Placa eletrônica	6,7307
Bateria LiPo de 240 mAh	7,1667
Suporte da bateria	1,4418
Motor	2,5768
Suporte do motor	0,3922
Hélice	0,2673
Total	28,2844

Fonte: Coury *et al.* (2019).

4.4.2. Distância entre o centro de massa e os rotores

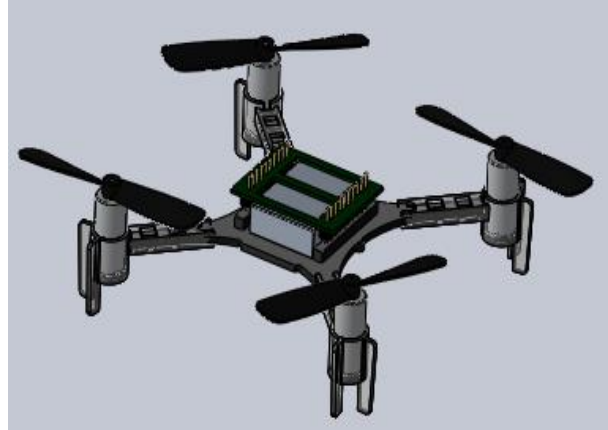
A distância entre o centro de massa do quadricóptero e o eixo do rotor foi obtida através de um paquímetro analógico, cuja capacidade máxima de medição é 200 mm e a resolução é 0,05 mm. O valor da distância medida no *Crazyflie 2.0* foi 0,0461 m.

4.4.3. Momentos de inércia

Para calcular os momentos de inércia do corpo rígido ao redor dos três eixos coordenados, utilizou-se o *software* SolidWorks e um modelo do *Crazyflie 2.0* desenvolvido em CAD (Desenho Assistido por Computador), conforme apresentado na Figura 4.7.

No *software*, faz-se necessária a inserção dos valores de massa de cada componente do quadricóptero. Após as simulações, foram obtidos os momentos de inércia ao redor dos eixos x , y e z , respectivamente.

$$\begin{aligned}
 I_{xx} &= 1,473 \times 10^{-5} \text{ kgm}^2 \\
 I_{yy} &= 1,479 \times 10^{-5} \text{ kgm}^2 \\
 I_{zz} &= 2,847 \times 10^{-5} \text{ kgm}^2
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

Figura 4.7 – Modelo do *Crazyflie 2.0* em CAD.

Fonte: Coury *et al.* (2019).

4.4.4. Coeficiente de arrasto

O coeficiente de arrasto, também denominado como coeficiente de resistência aerodinâmica, é um número adimensional utilizado para mensurar a força aerodinâmica devido à resistência do ar. No cálculo deste parâmetro, também foi utilizado o *software* SolidWorks e o modelo da aeronave em CAD.

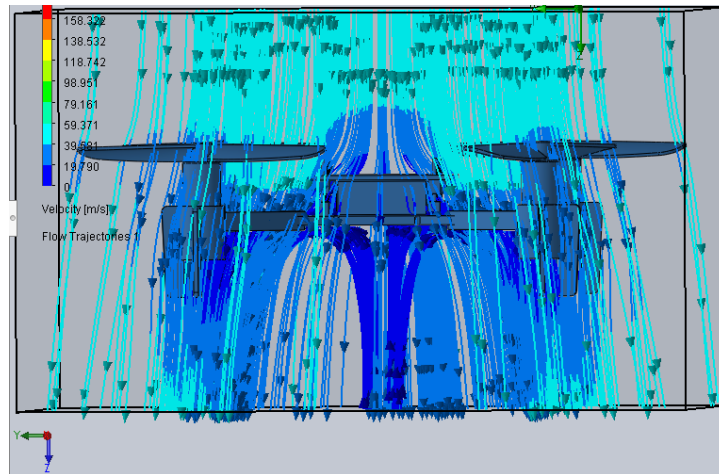
A formulação do coeficiente de arrasto é apresentada através da seguinte equação:

$$C_d = \frac{F_d}{(0.5V^2 A\rho)} \quad (4.2)$$

sendo F_d a força de resistência (arrasto), V corresponde a velocidade da aeronave, A representa a área da superfície de contato com o fluido e ρ define a densidade do fluido.

Através do pacote *Flow Simulation* presente no *software* SolidWorks, realizou-se a análise dinâmica, sendo adotados os seguintes parâmetros: $V = 45,535 \text{ m/s}$ e $\rho = 1,29 \text{ kg/m}^3$. A Figura 4.8 apresenta a simulação para a obtenção do coeficiente, sendo que o resultado determinado foi $C_d = 0,2056$.

Figura 4.8 – Simulação para a determinação do coeficiente de arrasto.



Fonte: Coury *et al.* (2019).

Segundo Bouabdallah e Siegwart (2007), o coeficiente de arrasto dimensional pode ser obtido conforme a Eq. (4.3), sendo que r representa o raio do rotor e A_h define a área do disco da hélice.

$$d = C_d \rho A_h r^3 \quad (4.3)$$

O diâmetro da hélice mede 45 mm, sendo que o cálculo do coeficiente de arrasto resultou em $d = 1,217 \times 10^{-10} \text{ kgm}^2 / \text{rad}^2$.

4.4.5. Coeficiente de empuxo

A força de empuxo é responsável pelo movimento ascendente e descendente do quadricóptero, e corresponde à soma das forças individuais geradas por cada motor.

No cálculo do coeficiente de empuxo dos rotores foram utilizados os seguintes equipamentos: uma balança com capacidade máxima de 500 g e resolução de 0,01 g, um tacômetro óptico com resolução de 0,01 rpm, o quadricóptero *Crazyflie 2.0*, uma garrafa com água, fitas adesivas e reflexivas.

A velocidade angular dos motores foi aferida através do tacômetro óptico e a balança foi utilizada para quantificar a força produzida pela aeronave. Durante o ensaio, a velocidade dos motores foi incrementada em 16 passos, através da variação do valor do *duty cycle*. O

ensaio foi repetido três vezes, sendo que os valores apresentados na Tabela 4.3 correspondem as respectivas médias.

Tabela 4.3 – Dados referentes ao ensaio de empuxo.

Empuxo (g)	PWM (%)	Veloc. Angular (RPM)
0,00	0,00	0,00
1,60	6,25	4804,33
5,10	12,50	7643,67
8,20	18,75	9796,00
11,90	25,00	11177,33
15,20	31,25	12134,67
18,10	37,50	12871,00
21,90	43,25	12945,00
25,30	50,00	15349,00
28,00	56,25	15990,33
31,10	62,50	16330,67
34,75	68,76	16840,00
39,70	75,00	19304,33
42,75	81,25	19910,00
46,45	87,50	20035,33
49,90	93,75	20449,00

Fonte: Coury *et al.* (2019).

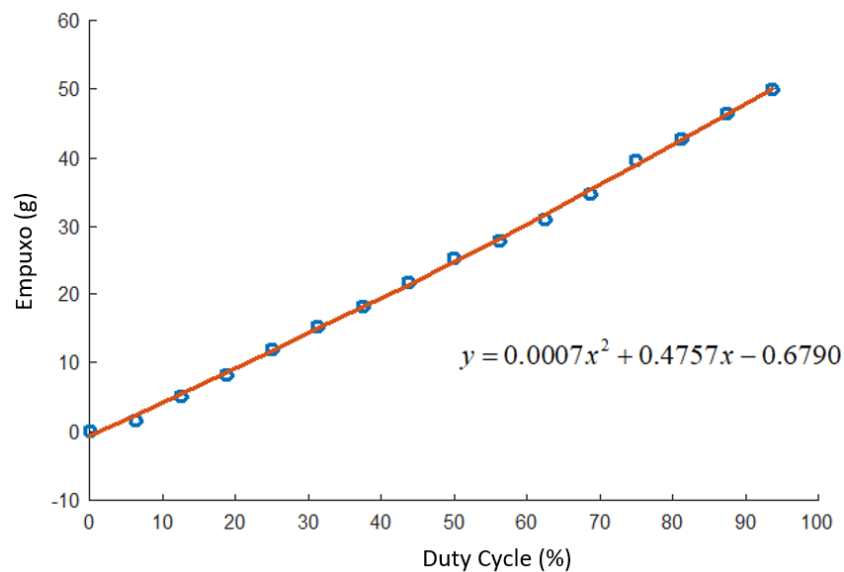
A Figura 4.9 representa o esquema de montagem para a obtenção do coeficiente de empuxo. Destaca-se que no decorrer dos ensaios, constatou-se que a superfície de contato da balança deve ser aproximadamente do mesmo tamanho que a base da garrafa de água. Caso contrário, o escoamento de ar sob a aeronave, exerceria uma força sobre a superfície da balança, que iria interferir nos resultados experimentais.

Figura 4.9 – Ensaio para a obtenção do coeficiente de empuxo.



Fonte: Coury *et al.* (2019).

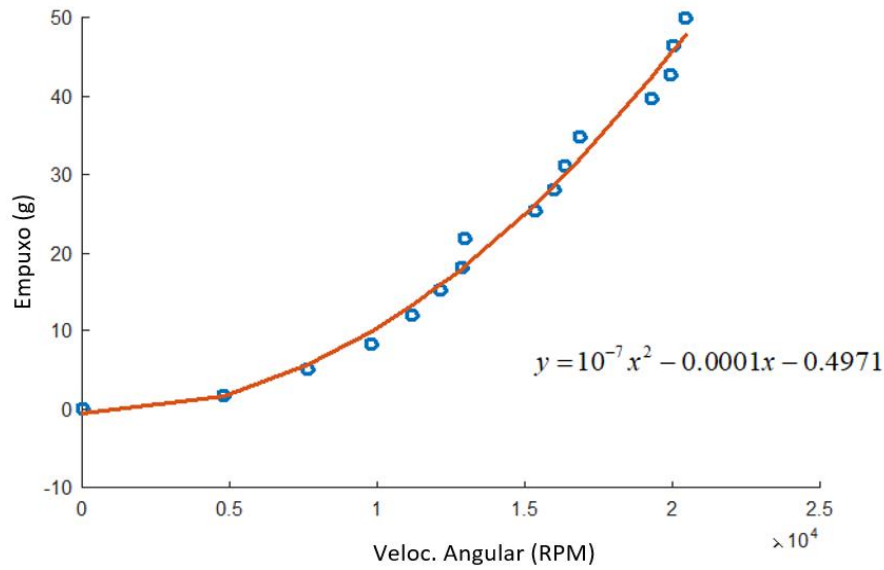
A Figura 4.10 indica a relação entre o *duty cycle* aplicado aos motores da aeronave e o empuxo produzido pelo quadricóptero.

Figura 4.10 – Relação entre o *duty cycle* e o empuxo.

Fonte: Adaptada de Coury *et al.* (2019).

Já a Figura 4.11 expõe a relação entre a velocidade angular dos motores e o empuxo gerado pela aeronave.

Figura 4.11 – Relação entre a velocidade angular e o empuxo.



Fonte: Adaptada de Coury *et al.* (2019).

Para o cálculo do coeficiente de empuxo utiliza-se a Eq. (4.4), bem como os dados coletados durante os ensaios. O resultado obtido foi $b = 2,364 \times 10^{-8} \text{ kgm} / \text{rad}^2$.

$$b = \frac{mg}{4\Omega^2} \quad (4.4)$$

4.5. Projeto de Controle

Ao elaborar um sistema de controle para um quadricóptero faz-se necessário observar que a sua dinâmica é não linear, o seu comportamento é instável em malha aberta e variante no tempo, e ele é mecanicamente subatuado. Além disso, de modo geral, busca-se atender aos seguintes requisitos de desempenho: pequeno sobressinal e tempo de subida e acomodação reduzido.

O sistema de controle projetado irá atuar nas doze variáveis de estado da aeronave, ou seja, posições e velocidades lineares e angulares.

4.5.1. Controlabilidade e Observabilidade

As condições de controlabilidade e observabilidade podem definir a existência de uma solução completa em um projeto de controle.

Um sistema é dito ser completamente controlável se, para qualquer estado inicial, existe um vetor de entradas que o transfira para qualquer estado final, em um intervalo de tempo finito. Em sistemas lineares e invariantes no tempo, é possível checar a controlabilidade de um modelo através do posto (*rank*) da matriz de controlabilidade (Ogata, 1998):

$$M_C = [B | AB | A^2B | \dots | A^{n-1}B] \quad (4.5)$$

sendo n a ordem do modelo, A representa a matriz do sistema e B define a matriz de entradas.

Quando o quadricóptero é linearizado em torno de um estado de pairagem (*hover*), seu modelo é considerado completamente controlável, ou seja, o posto da matriz de controlabilidade é completo. Contudo, para um bom desempenho em tarefas de rastreamento de trajetória, não se deve restringir a análise de controlabilidade exclusivamente em pontos de *hover*. No entanto, obter provas analíticas da controlabilidade do modelo não linear, também se apresenta como uma tarefa complexa, conforme retratado por Sato (2014).

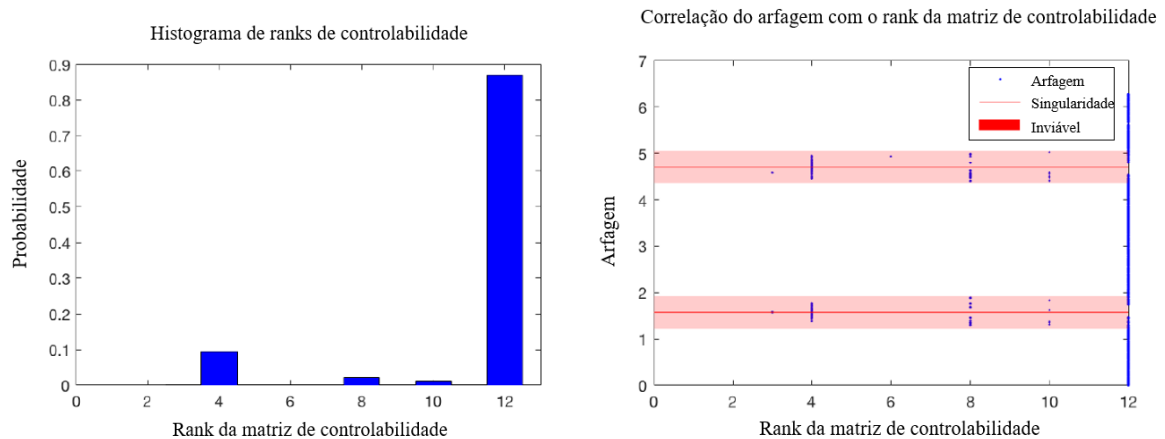
Desta forma, Greiff (2017) elaborou uma heurística simples com o intuito de analisar a controlabilidade do *Crazyflie 2.0*. Considerando as restrições físicas da aeronave, os dados para múltiplas linearizações foram distribuídos nas faixas apresentadas na Eq. (4.6). O programa executou 10^5 linearizações distintas, e foi possível concluir que em aproximadamente 90% dos casos, o sistema é completamente controlável, conforme apresentado na Figura 4.12.

$$\eta \sim (0, 2\pi), \quad \dot{\eta} \sim (-1, 1), \quad U_1 \sim (0.1, 0.5) \quad (4.6)$$

É possível verificar que a controlabilidade do modelo está fortemente relacionada à arfagem (θ). Quando o ângulo de arfagem é $\pi/2$ ou $3\pi/2$ rad, ocorre o fenômeno denominado como *Gimbal Lock*, e neste caso, o *rank* da matriz de controlabilidade é

reduzido. Regiões próximas também se tornam inviáveis. O *Gimbal Lock* gera o ponto de singularidade na Matriz de Euler, tratado no capítulo anterior.

Figura 4.12 – Análise da controlabilidade do *Crazyflie 2.0*.



Fonte: Adaptado de Greiff (2017).

Todos os modelos obtidos com base nos ângulos de Euler se tornam susceptíveis ao fenômeno do *Gimbal Lock*. Quando uma rotação produz um ângulo de arfagem igual ou próximo ao valor de $\pi/2$ rad, ocorre a perda de um grau de liberdade, devido ao alinhamento dos eixos x e z . Neste caso, uma rotação ao redor do eixo x produz os mesmos efeitos que uma rotação ao redor do eixo z .

Contudo, como este projeto não visa explorar manobras em *loops*, não se espera que ocorra a perda da controlabilidade da aeronave.

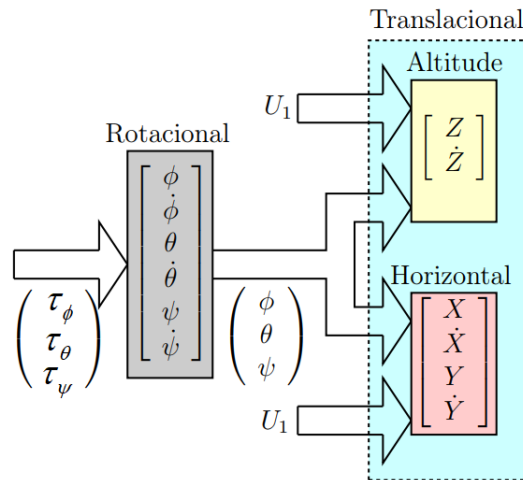
Já a propriedade de observabilidade é de vital importância para a estabilidade do estimador de estados. Como o quadricóptero apresenta uma dinâmica não linear, a análise de observabilidade torna-se complexa. Contudo, verifica-se que um melhor desempenho do estimador pode ser obtido se fornecermos informações dos estados de ordem zero, ou seja, informações referentes aos estados posicionais (Greiff, 2017).

4.5.2. Controle em Cascata

Conforme exposto no capítulo de modelagem dinâmica, através das equações (3.25) e (3.31), os ângulos e as suas derivadas temporais não dependem das componentes translacionais. Por outro lado, o sistema translacional depende das coordenadas angulares.

Sendo assim, o modelo da aeronave pode ser dividido em dois subsistemas: o translacional e o rotacional, conforme apresentado na Figura 4.13.

Figura 4.13 – Desacoplamento entre as dinâmicas da aeronave.



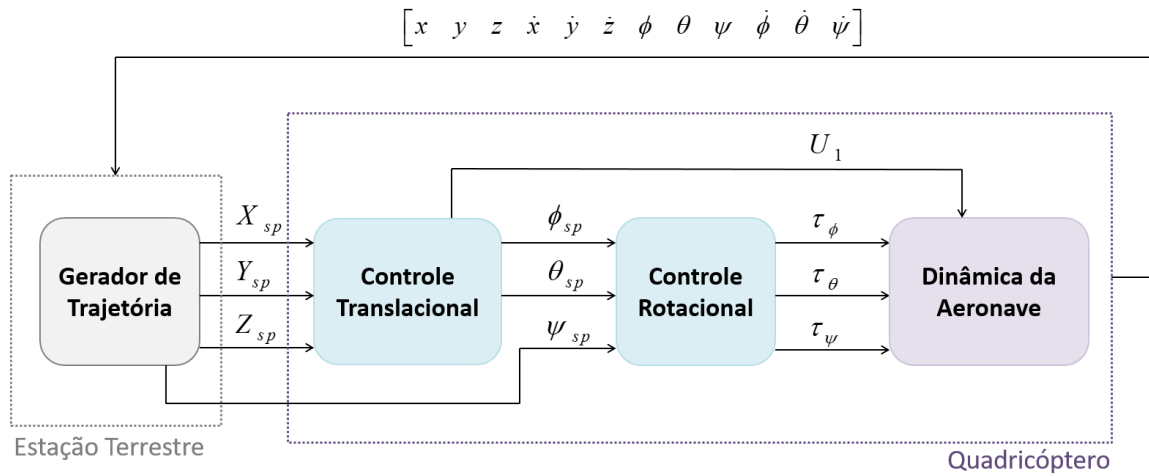
Fonte: Adaptado de Cândido, 2015.

Como a aeronave é um sistema mecânico subatuado, também existe a complexidade de se regular todos os graus de liberdade do sistema no mesmo instante de tempo. Sendo assim, uma estrutura de controle comumente aplicada em quadricópteros é a estratégia de controle em cascata (Bouabdallah, 2007; Raffo, 2011; Alexis, Nikolakopoulos e Tzes, 2014).

A dinâmica rotacional do quadricóptero já é naturalmente mais rápida, sendo assim, a estratégia de controle será composta por uma malha interna responsável pelo subsistema rotacional, e por uma malha externa que viabiliza os movimentos translacionais. Portanto, para o *loop* externo, admite-se que o sistema rotacional esteja em estado estacionário, entre os instantes de amostragem.

A estratégia de controle proposta para a aeronave está representada na Figura 4.14. A geração de trajetória está alocada na estação terrestre, sendo que os dados são enviados através de comunicação via rádio. A estrutura de controle está inserida no *firmware* da aeronave.

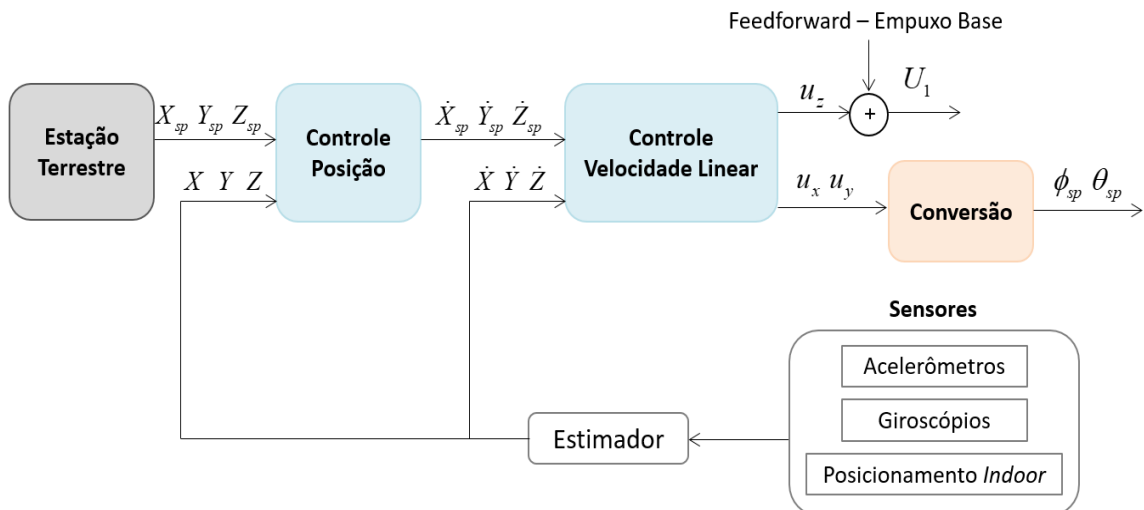
Figura 4.14 – Estratégia de controle em cascata aplicada ao quadricóptero.



Fonte: Elaborada pela autora.

A malha externa controla a posição tridimensional e, na sequência, as velocidades lineares da aeronave. Os sinais de saída desta malha correspondem à força de empuxo que regula a altitude do quadricóptero, e os sinais u_x e u_y que propiciam o deslocamento horizontal. O *setpoint* da malha externa advém da estação terrestre. O diagrama da malha externa é apresentado em detalhes na Figura 4.15.

Figura 4.15 – Malha de controle externa.



Fonte: Elaborada pela autora.

É usual adicionar um termo *feedforward* à saída do controlador de altitude, de modo a compensar o peso do veículo, e evitar o uso de ganhos elevados que podem ocasionar a saturação dos atuadores.

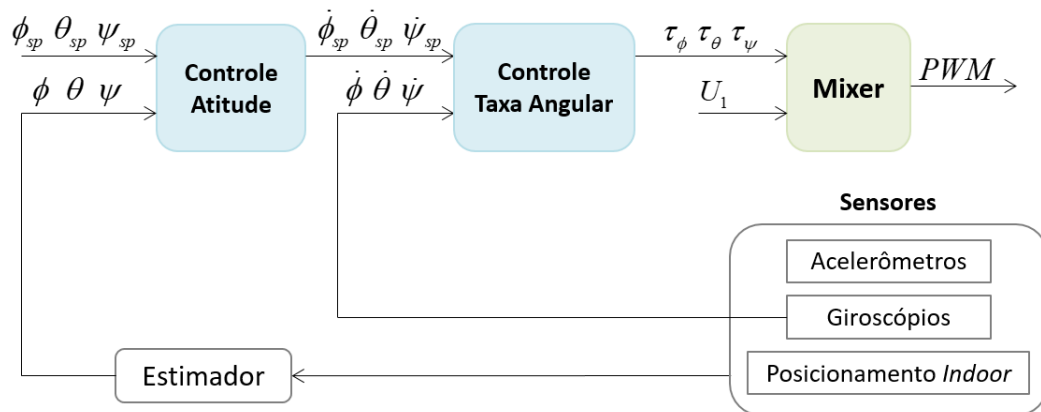
No bloco Conversão, determina-se as referências para os ângulos de rolagem e arfagem, conforme a Eq. (4.7):

$$\begin{bmatrix} \phi_{sp} \\ \theta_{sp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{sen}(\psi) & -\text{cos}(\psi) \\ \text{cos}(\psi) & \text{sen}(\psi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

sendo que u_x e u_y correspondem às saídas dos controladores de velocidade em relação aos eixos x e y , respectivamente.

Já a malha interna atua no controle da orientação e das taxas de variação angular, conforme apresentado na Fig. 4.16. O intuito desta malha é obter os desvios em relação ao ponto de equilíbrio dos motores, de modo a propiciar um momento angular que ocasione o deslocamento da aeronave. A priori, o *setpoint* de guinada tende a ser nulo, e advém da estação terrestre, e as demais referências provém da malha translacional.

Figura 4.16 – Malha de controle interna.



Fonte: Elaborada pela autora.

Projetos de controle em cascata carecem que a malha interna atinja o estado estacionário, antes que a malha externa altere o seu *setpoint*. Tal fato é observado no quadricóptero, cuja dinâmica de atitude é mais rápida que a dinâmica translacional, o que permite assumir que o controle de posição pode ser alcançado com precisão. Neste projeto a

malha externa atua em 100 Hz, enquanto na malha interna, o controle da taxa angular opera em 500 Hz, e o controle de posição angular em 250 Hz.

As informações advindas dos controladores PID são combinadas, de modo a gerar os sinais PWM que serão transmitidos aos quatro motores:

$$\begin{aligned}
 PWM_{Motor_1} &= U_1 - \frac{\tau_\phi}{2} - \frac{\tau_\theta}{2} - \tau_\psi \\
 PWM_{Motor_2} &= U_1 - \frac{\tau_\phi}{2} + \frac{\tau_\theta}{2} + \tau_\psi \\
 PWM_{Motor_3} &= U_1 + \frac{\tau_\phi}{2} + \frac{\tau_\theta}{2} - \tau_\psi \\
 PWM_{Motor_4} &= U_1 + \frac{\tau_\phi}{2} - \frac{\tau_\theta}{2} + \tau_\psi
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

em que U_1 representa o sinal PWM essencial para manter a aeronave em uma determinada altitude. Os valores $\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi$ indicam os desvios em relação ao empuxo base, de modo a obter os torques nos eixos x, y e z , respectivamente.

4.5.3. Sintonia dos Controladores PID

Conforme apresentado anteriormente, a estratégia de controle implementada no quadricóptero é um controle proporcional integral derivativo, paralelo e posicional. Há um controlador para cada estado do quadricóptero, portanto, há doze estruturas de controle PID organizadas no *firmware*.

Observou-se que a sintonia dos controladores PID poderia ser aprimorada segundo os objetivos deste projeto. Sendo assim, houve um novo processo de sintonia, via métodos empíricos, aliado à métrica IAE (*Integral Absolute Error*). A priori, as análises foram realizadas em ambiente computacional, com base no modelo matemático identificado para o *Crazyflie*. Em seguida, houve a validação experimental.

A Tabela 4.4 apresenta os valores obtidos para os ganhos proporcional, integral e derivativo, respectivamente. Na sequência, são definidos os valores que limitam o termo integral e o sinal de saída do controlador.

Tabela 4.4 – Parâmetros dos controladores PID.

Controlador	K_p	K_i	K_d	$ I_{\text{limite}} $	$ u_{\text{limite}} $
X	1,8	0,0	0,0	5000	1,10
Y	1,8	0,0	0,0	5000	1,10
Z	1,8	0,7	0,0	5000	1,10
\dot{X}	25,0	5,0	0,0	5000	22,0
\dot{Y}	25,0	5,0	0,0	5000	22,0
\dot{Z}	25,0	15,0	0,0	5000	32,7
ϕ	8,0	3,0	0,0	20,0	-
θ	8,0	3,0	0,0	20,0	-
ψ	4,0	1,0	0,35	360,0	-
$\dot{\phi}$	250	500,0	2,5	33,3	-
$\dot{\theta}$	250	500,0	2,5	33,3	-
$\dot{\psi}$	120	16,7	0,0	166,7	-

Fonte: Elaborada pela autora.

Os ganhos foram definidos de tal forma que a aeronave respondesse de modo menos oscilatório, e que houvesse uma redução no tempo de acomodação e no erro em regime permanente.

4.6. Parâmetros do Estimador de Estados

O estimador de estados é um requisito fundamental para voos autônomos em quadricópteros. A estratégia adotada consiste na fusão sensorial, em que há a associação de informações provenientes da unidade de medição inercial, com os sensores que fornecem a posição absoluta no espaço tridimensional. Conforme discutido anteriormente, no *firmware* do *Crazyflie 2.0* está implementado um Filtro de Kalman Estendido.

Na presença de uma unidade de medição inercial, todos os métodos de estimação tendem a utilizar as medidas provenientes dos giroscópios e dos acelerômetros como ponto de partida. As informações advindas do magnetômetro não são utilizadas, devido aos distúrbios magnéticos em ambientes internos. O estimador também não faz uso do barômetro, que no decorrer dos ensaios foi considerado pouco eficaz (Bitcraze, 2019).

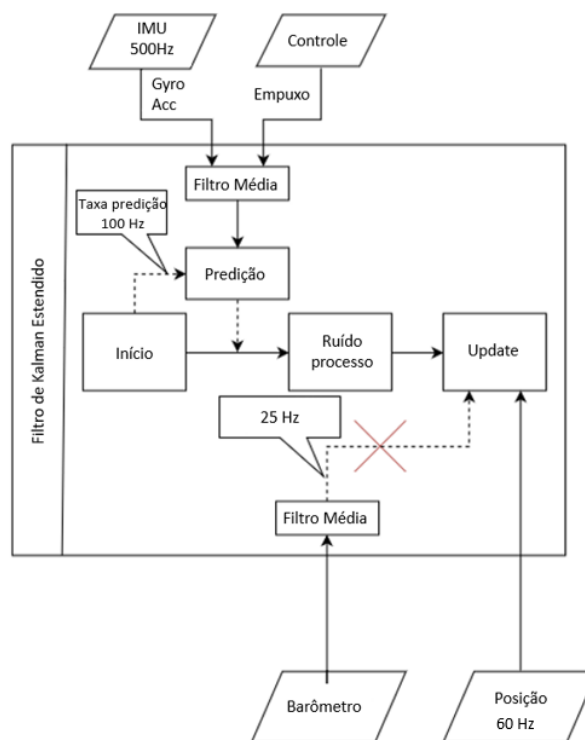
O estimador de Kalman implementado no quadricóptero é composto por apenas nove estados: posições e velocidades lineares e orientação angular, conforme a Eq. (4.9).

$$\hat{\mathbf{x}}_k = [x \ y \ z \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z} \ \phi \ \theta \ \psi]^T \quad (4.9)$$

As velocidades angulares da aeronave são obtidas diretamente a partir das medições provenientes dos giroscópios, devido a qualidade do sinal obtido. Tal situação reduz substancialmente a complexidade computacional do estimador de estados resultante, uma vez que, a complexidade de um filtro de Kalman é dimensionada aproximadamente como n^3 , sendo n o número de estados (Mueller, Hamer e D'Andrea, 2015).

O filtro implementado no quadricóptero opera conforme o diagrama apresentado na Figura 4.17.

Figura 4.17 – Filtro de Kalman Estendido implementado no *Crazyflie 2.0*.



Fonte: Adaptada de Poirier (2018).

O algoritmo faz uso das medições advindas dos acelerômetros e dos giroscópios para a sua etapa de predição e, mais precisamente, para o seu modelo dinâmico. No entanto, os dados dos acelerômetros precisam ser filtrados, sendo assim, a predição é realizada em uma taxa de 100 Hz. Já na fase de atualização são inseridas as medições provenientes do sistema de posicionamento local.

Para a implementação e a sintonia do filtro, o fabricante fez uso dos resultados e avaliações apresentadas por Mueller, Hamer e D’Andrea (2015) e Mueller, Hehn e D’Andrea (2016).

A Tabela 4.5 apresenta a estimativa inicial referente às posições translacionais. Os demais estados foram inicializados como zero.

Tabela 4.5 – Estimativa inicial das posições translacionais.

Estimativa Inicial	Valor
x	0.5 m
y	0.5 m
z	0.0 m

Fonte: Elaborada pela autora.

A estimativa inicial para a matriz de covariância do erro $P(0|0)$ foi definida segundo a Eq. (4.10).

$$P(0|0) = \text{diag}[10000 \quad 10000 \quad 1 \quad 0.0001 \quad 0.0001 \quad 0.0001 \quad 0.0001 \quad 0.0001 \quad 0.0001] \quad (4.10)$$

Os demais parâmetros que devem ser inicializados no EKF correspondem as matrizes Q e R , que representam às incertezas do modelo e o ruído no sinal de saída do processo, respectivamente.

$$Q = \text{diag}[10^{-6} \quad 10^{-6} \quad 10^{-6} \quad 2.5 \times 10^{-5} \quad 2.5 \times 10^{-5} \quad 10^{-4} \quad 10^{-6} \quad 10^{-6} \quad 10^{-6}]$$

$$R = \text{diag}[0.0625 \quad 0.0625 \quad 0.0625] \quad (4.11)$$

4.7. Conclusões

Este capítulo apresentou as principais características do quadricóptero utilizado neste projeto, o *Crazyflie 2.0*. Devido às suas dimensões reduzidas, ele é ideal para operações em ambiente *indoor*. Para que a aeronave possa determinar a sua localização em ambientes fechados, foi empregado um sistema de posicionamento local, baseado na troca de mensagens entre âncoras dispostas no ambiente e um receptor acoplado na aeronave.

Além disso, analisou-se a estrutura de controle em cascata implementada no quadricóptero, bem como as informações sobre o Filtro de Kalman Estendido, utilizado na estimação dos estados.

O próximo capítulo irá apresentar os resultados referentes ao planejamento de trajetórias e voos experimentais em ambientes estáticos.

CAPÍTULO 5

ANÁLISE EM AMBIENTE ESTÁTICO

Este capítulo tem como objetivo apresentar os resultados experimentais do problema de planejamento de trajetória para um ambiente estático, ou seja, tanto o alvo quanto os obstáculos têm posição fixa. As trajetórias são definidas através do método dos campos potenciais.

Sendo assim, serão analisados três cenários distintos. O primeiro caso considera que a aeronave voa em altitude fixa, sendo que o planejamento de trajetória é executado em um ambiente bidimensional. O segundo cenário demonstra o planejamento e os resultados experimentais obtidos, para voos em ambiente tridimensional. Ao final, o último cenário avalia o método dos campos potenciais, considerando um enxame de aeronaves em formação, em ambiente 3D.

5.1. Implementação Computacional

O algoritmo referente ao método dos campos potenciais foi implementado em *software* Matlab[®]. Conforme apresentado anteriormente, as aeronaves não contam com sensores específicos para a percepção do ambiente, como câmeras ou lasers, sendo assim, foi desenvolvido um ambiente virtual similar ao local disponível para a realização dos ensaios experimentais.

Como este capítulo analisa ambientes estáticos, em que as posições dos obstáculos e do alvo não se alteram ao longo do ensaio, o planejamento de trajetória é executado de modo

off-line, sendo que posteriormente, as rotas são enviadas às aeronaves para o rastreamento das trajetórias.

É importante ressaltar que o método dos campos potenciais fornece um caminho, ou seja, um conjunto de *waypoints*. Sendo assim, esses dados ainda precisam ser manipulados, antes de serem disponibilizados ao *Crazyflie 2.0*.

De posse de um conjunto de *waypoints*, faz-se necessário obter uma trajetória, isto é, um caminho associado a informação temporal. Além disso, é realizada uma suavização da trajetória, com o intuito de assegurar que as restrições físicas do veículo sejam atendidas, tais como velocidade, aceleração e posições angulares (Richter, Bry e Roy, 2016).

Na sequência, através de um programa em Python, esta trajetória é enviada ao *Crazyflie 2.0*. A comunicação é realizada via rádio. A malha de controle implementada na aeronave é responsável por realizar o rastreamento da trajetória. Em intervalos de 100 ms é realizado o armazenamento dos seis estados posicionais, advindos do estimador de Kalman.

5.2. Cenário 1

O primeiro cenário corresponde a um ambiente estático, em que a aeronave voa em uma altura fixa, portanto, o planejamento de trajetória ocorre em um ambiente bidimensional.

O quadricóptero é modelado como um corpo rígido, contudo, para o problema de planejamento de rota, ele pode ser representado de forma pontual. Neste caso, o espaço de trabalho deve ter todos os seus obstáculos expandidos. Tal expansão, considerou o raio da aeronave, além da incerteza do sistema de posicionamento local. Portanto, todos os obstáculos foram expandidos em 16,61 cm.

Com o intuito de que a aeronave seja atraída para o ponto de destino, foi considerado um potencial atrativo do tipo parabólico, sendo que a força atrativa converge linearmente para zero, à medida que o veículo se aproxima do destino. Além disso, para que o veículo desvie dos obstáculos presentes no ambiente, foi definido um campo de repulsão monotonicamente crescente, em relação ao inverso da distância entre o veículo e o obstáculo. Destaca-se que o potencial repulsivo não deve afetar a trajetória do veículo, quando o obstáculo está suficientemente distante.

Com o intuito de minimizar possíveis mínimos locais, que prejudicam a rota, ou impedem que a mesma alcance o ponto final, foi aplicado um campo potencial do tipo vórtice

em cada obstáculo no interior do espaço de trabalho. Este campo é tangencial ao obstáculo, e pode ser definido no sentido horário ou anti-horário.

Os dados referentes ao algoritmo implementado são apresentados na Tabela 5.1.

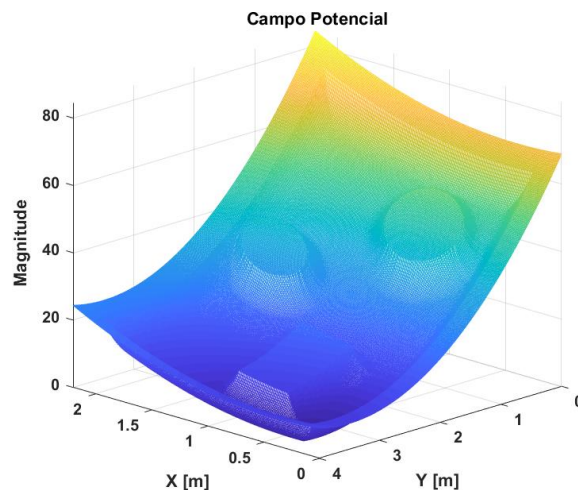
Tabela 5.1 – Dados da simulação para o cenário 1.

Variável	Valor	Unidade
Coordenada Inicial (x y z)	(2,0 0,3 1,0)	m
Coordenada Final (x y z)	(0,4 3,5 1,0)	m
Peso do Potencial Atrativo	5	-
Peso do Potencial Repulsivo	250	-
Raio de Influência do Potencial Repulsivo	0,2	m
Peso do Campo Vórtice	1,1	-
Tolerância de Proximidade do Alvo	0,01	m
Máximo de Iterações	100000	-

Fonte: Elaborada pela autora.

A Figura 5.1 representa o gráfico do potencial resultante, isto é, a soma dos potenciais de atração e repulsão. No gráfico é possível notar o potencial parabólico atraindo a aeronave para o ponto de destino, bem como os potenciais repulsivos, de modo que a rota gerada desvie dos obstáculos. Vale ressaltar que as bordas do ambiente também são consideradas como obstáculos, e foram expandidas, de modo que a aeronave se desloque com uma distância de segurança em relação às bordas do espaço de trabalho.

Figura 5.1 – Cenário 1: campo potencial resultante.

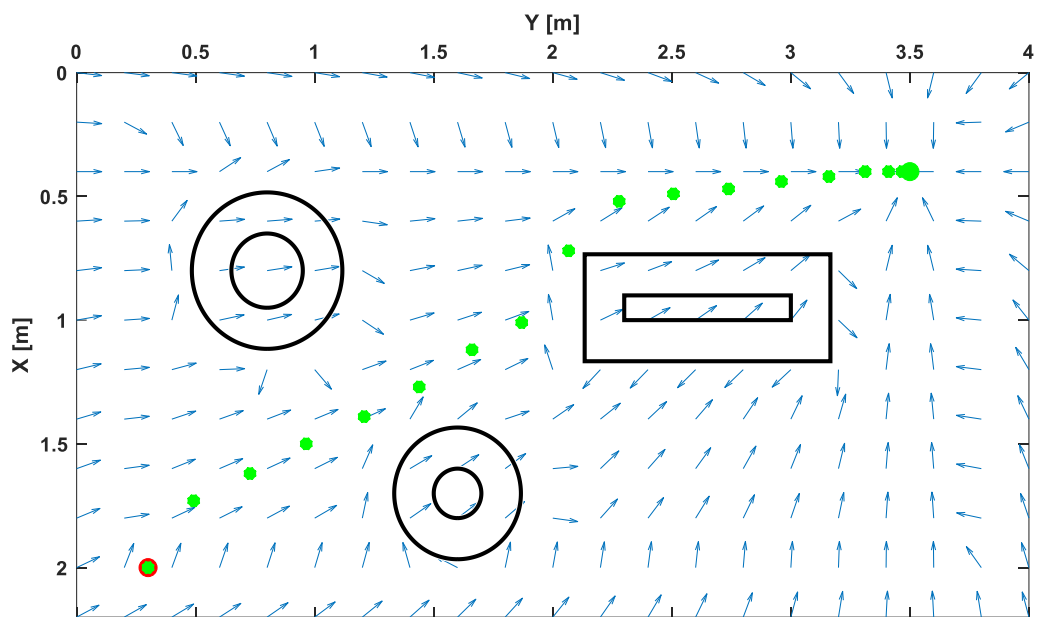


Fonte: Elaborada pela autora.

A Figura 5.2 representa o mapa bidimensional do ambiente. Destaca-se que os eixos estão dispostos de um modo incomum, contudo, estamos seguindo a nomenclatura e o formato adotados no ambiente real de voo, conforme apresentado anteriormente na Figura 4.3.

No gráfico abaixo é possível verificar os pontos inicial e final, os obstáculos expandidos, bem como o campo vetorial referente ao inverso do gradiente do potencial resultante. Também é possível observar claramente o campo do tipo vórtice criado ao redor de cada obstáculo, e a rota obtida através do algoritmo.

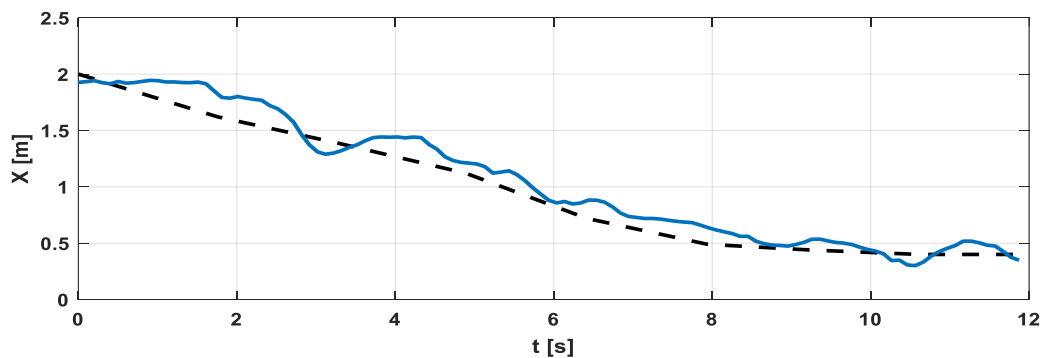
Figura 5.2 – Cenário 1: mapa do ambiente e rota.

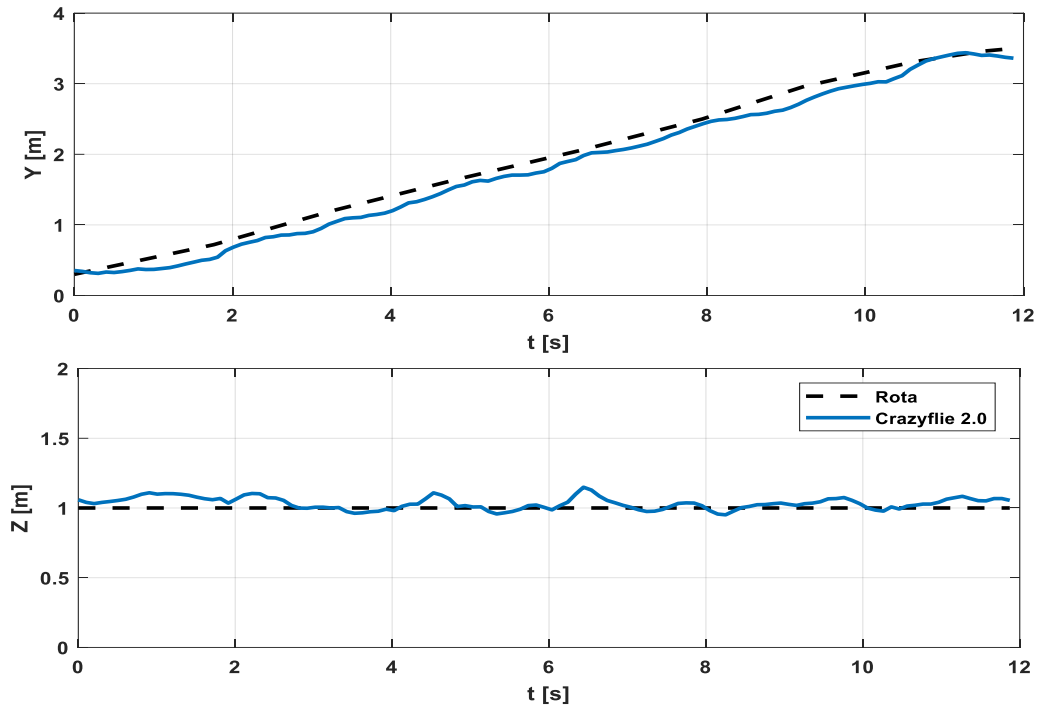


Fonte: Elaborada pela autora.

Após a obtenção da trajetória, a mesma foi enviada ao *Crazyflie 2.0*. A Figura 5.3 apresenta os resultados experimentais, referentes às coordenadas translacionais.

Figura 5.3 – Cenário 1: coordenadas translacionais.





Fonte: Elaborada pela autora.

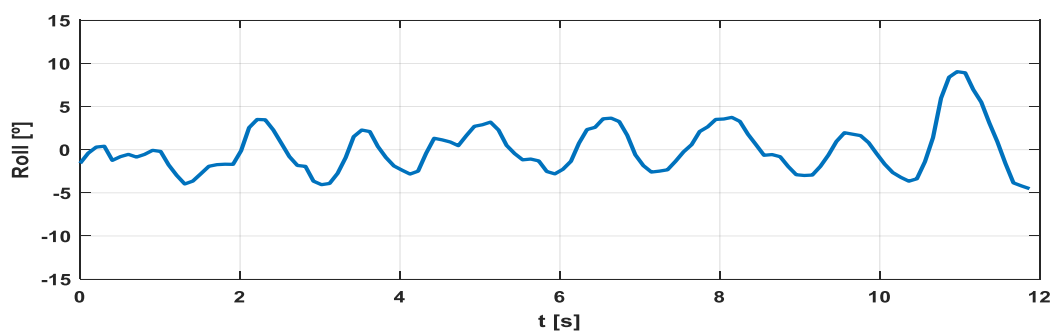
Devido a precisão do sistema de posicionamento local, bem como a técnica de controle aplicada, que é linear, já eram esperadas pequenas oscilações em torno do sinal de referência.

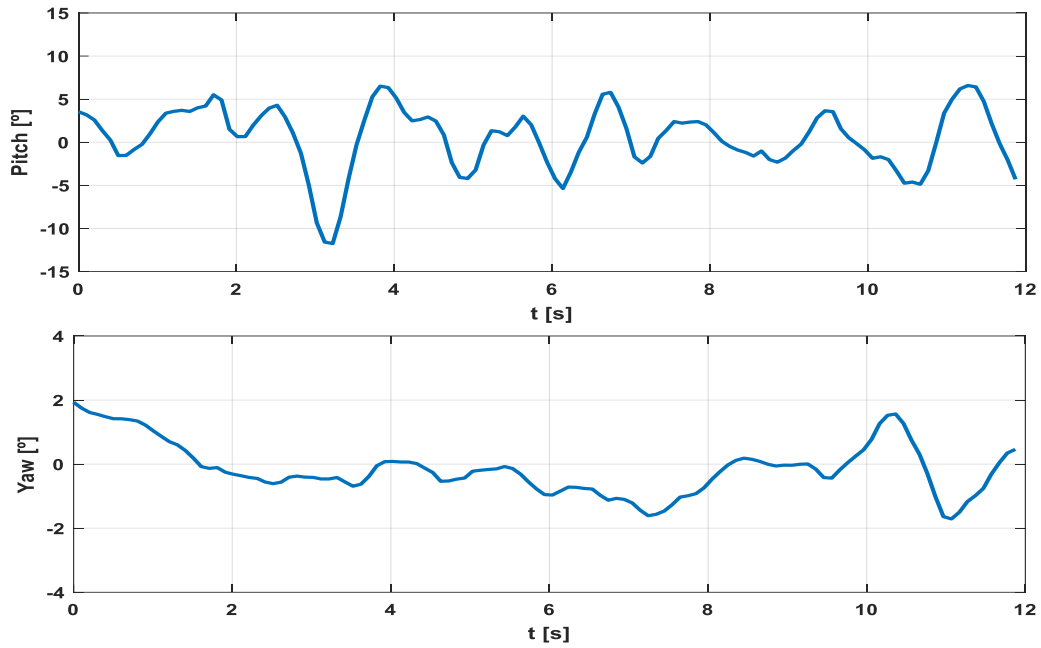
Além disso, verifica-se a presença de um pequeno erro permanente para o seguimento em rampa. Considerando que as dinâmicas desacopladas do quadricóptero podem ser consideradas, basicamente, como duplos integradores, tal situação deveria ser corrigida através de um processo de sintonia. Contudo, em testes experimentais, foi observado que erros menores tinham como custo um comportamento mais agressivo da aeronave.

Apesar de tais ocorrências, o rastreamento de trajetória executado pela aeronave foi considerado satisfatório.

A Figura 5.4 apresenta os resultados referentes às coordenadas rotacionais.

Figura 5.4 – Cenário 1: coordenadas rotacionais.





Fonte: Elaborada pela autora.

É possível verificar que as oscilações dos ângulos de rolagem e arfagem se concentram na faixa de 5/-5°, enquanto que a guinada oscila em uma faixa entre 1/-1°.

A Tabela 5.2 apresenta uma análise proveniente dos resultados experimentais, em relação às três coordenadas translacionais. São exibidos os valores dos erros máximo, mínimo e a métrica IAE (*Integral Absolute Error*). Tal métrica foi considerada a mais adequada para a análise dos resultados, sendo assim, não houve uma penalização em função do tempo. Considerou-se que erros no início do ensaio são tão importantes quantos os erros ao final.

Tabela 5.2 – Cenário 1: análise dos resultados.

Eixo	Erro Máximo	Erro Mínimo	IAE
Eixo X	0,267	0,000	1,332
Eixo Y	0,244	0,002	1,578
Eixo Z	0,148	0,000	0,512

Fonte: Elaborada pela autora.

5.3. Cenário 2

O segundo cenário, considera que o espaço de trabalho e os obstáculos são representados em três dimensões. Sendo assim, o algoritmo de planejamento de trajetória conta com mais um grau de liberdade, que corresponde à altura do voo da aeronave.

Neste caso, manteve-se a expansão dos obstáculos e das bordas do ambiente, bem como as funções que determinam os potenciais de atração, repulsão e vórtice. Contudo, o ambiente virtual e o algoritmo foram remodelados para um espaço tridimensional.

Os dados referentes ao algoritmo implementado, são apresentados na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Dados da simulação para o cenário 2.

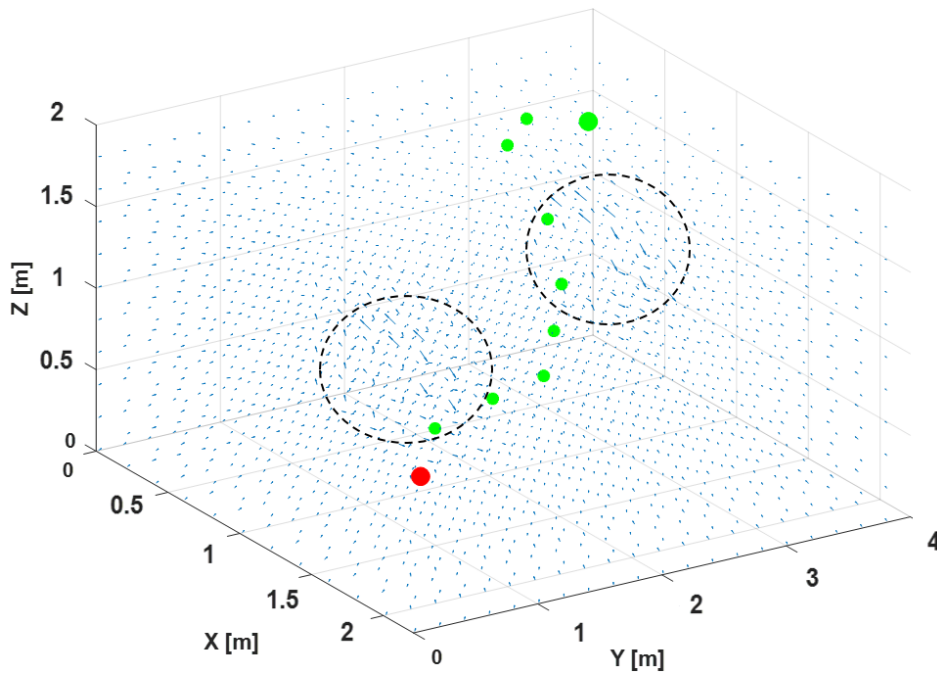
Variável	Valor	Unidade
Coordenada Inicial ($x y z$)	(2,0 0,3 0,8)	m
Coordenada Final ($x y z$)	(0,4 3,5 1,6)	m
Peso do Potencial Atrativo	0.025	-
Peso do Potencial Repulsivo	700	-
Raio de Influência do Potencial Repulsivo	0,5	m
Peso do Campo Vórtice	1,1	-
Tolerância de Proximidade do Alvo	0,01	m
Máximo de Iterações	100000	-

Fonte: Elaborada pela autora.

A Figura 5.5 exibe os pontos inicial e final, o campo vetorial relativo a força resultante, bem como a rota definida pelo algoritmo de campos potenciais.

Em destaque, verifica-se as perturbações no campo vetorial, causadas pelos potenciais repulsivos e pelos vórtices dos obstáculos. Nestes casos, as forças de repulsão se sobressaem, de modo a evitar que a rota intercepte os obstáculos do ambiente.

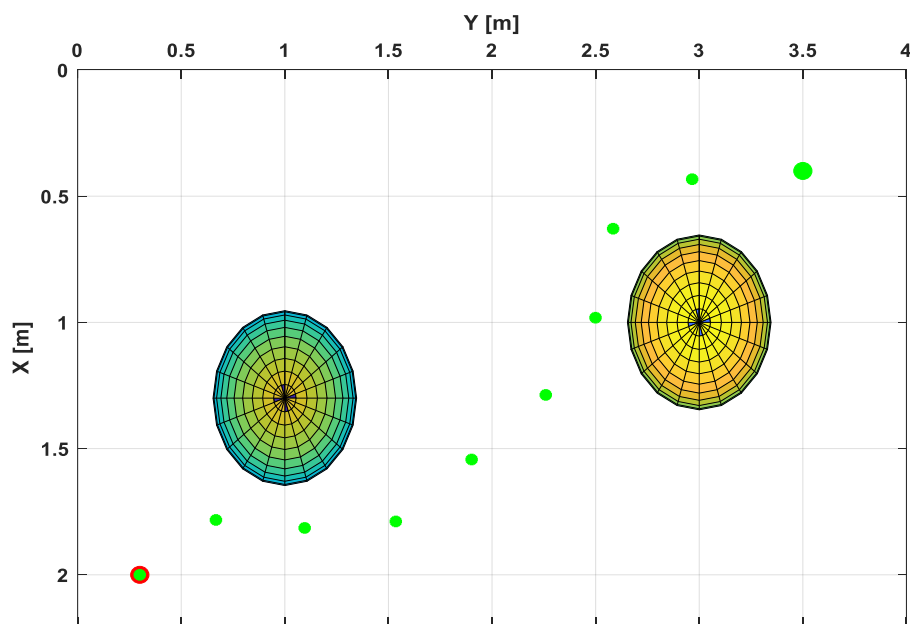
Figura 5.5 – Cenário 2: campo vetorial.



Fonte: Elaborada pela autora.

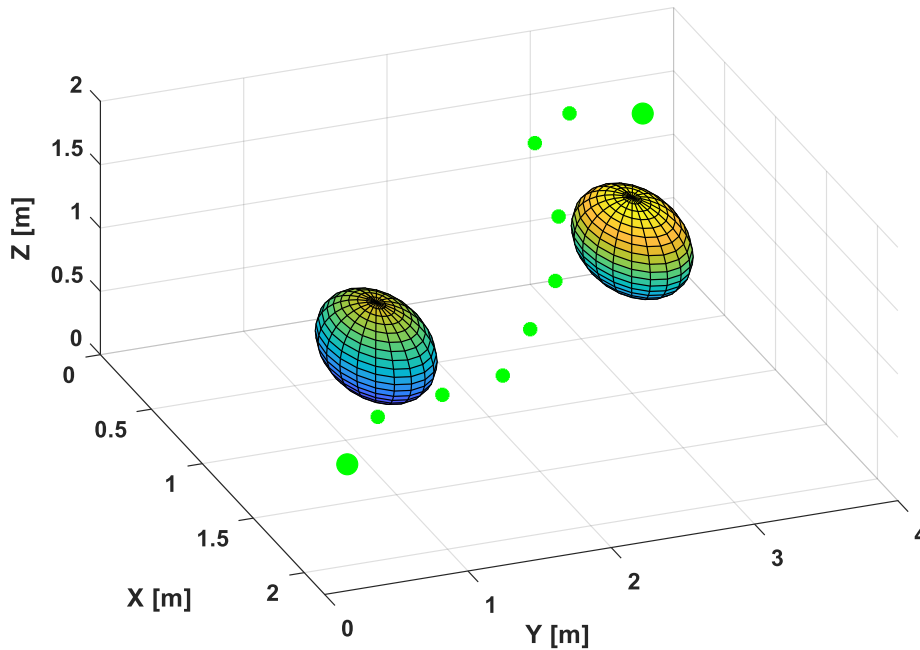
As Figuras 5.6 e 5.7 apresentam as visões bidimensional e tridimensional, respectivamente, das rotas provenientes do algoritmo de planejamento de trajetória. Os obstáculos apresentados nas figuras abaixo já estão expandidos.

Figura 5.6 – Cenário 2: Visão bidimensional da rota.



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 5.7 – Cenário 2: Visão tridimensional da rota.

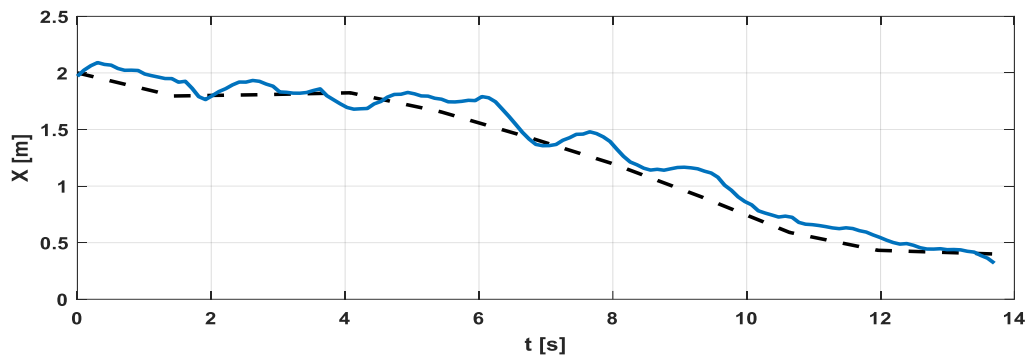


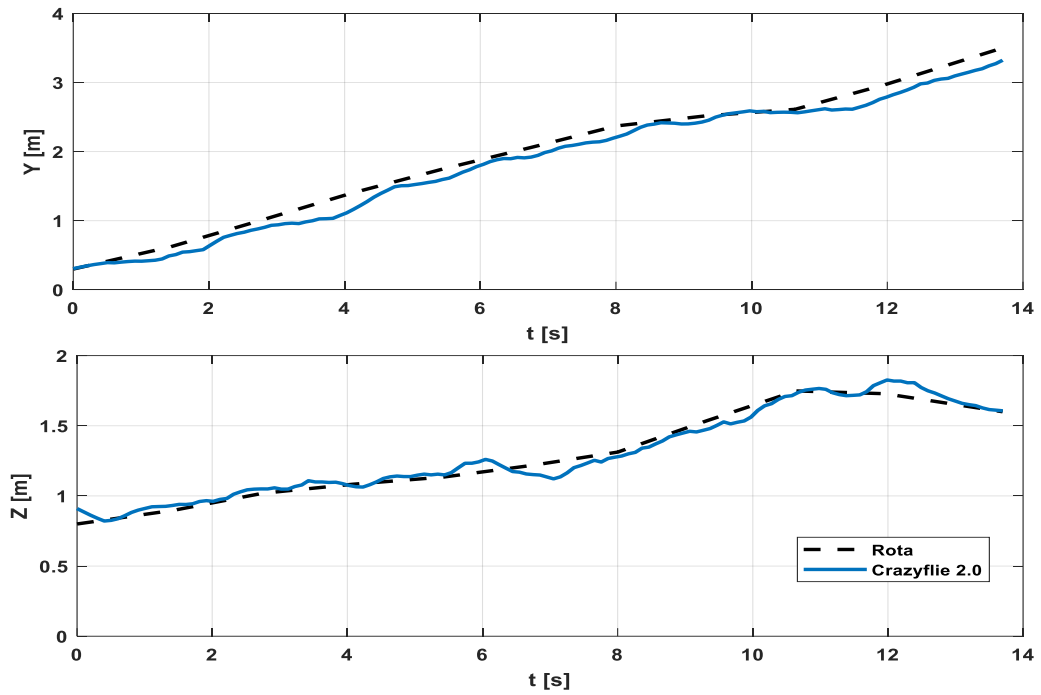
Fonte: Elaborada pela autora.

Para o ambiente tridimensional foi constatada a necessidade de diminuição do peso referente ao potencial de atração, caso contrário, as rotas tendem a não respeitar as regiões dos obstáculos.

Após a conversão do conjunto de *waypoints* em uma trajetória, foram realizados os ensaios no *Crazyflie 2.0*. A Figura 5.8 apresenta os resultados das três coordenadas translacionais.

Figura 5.8 – Cenário 2: coordenadas translacionais.



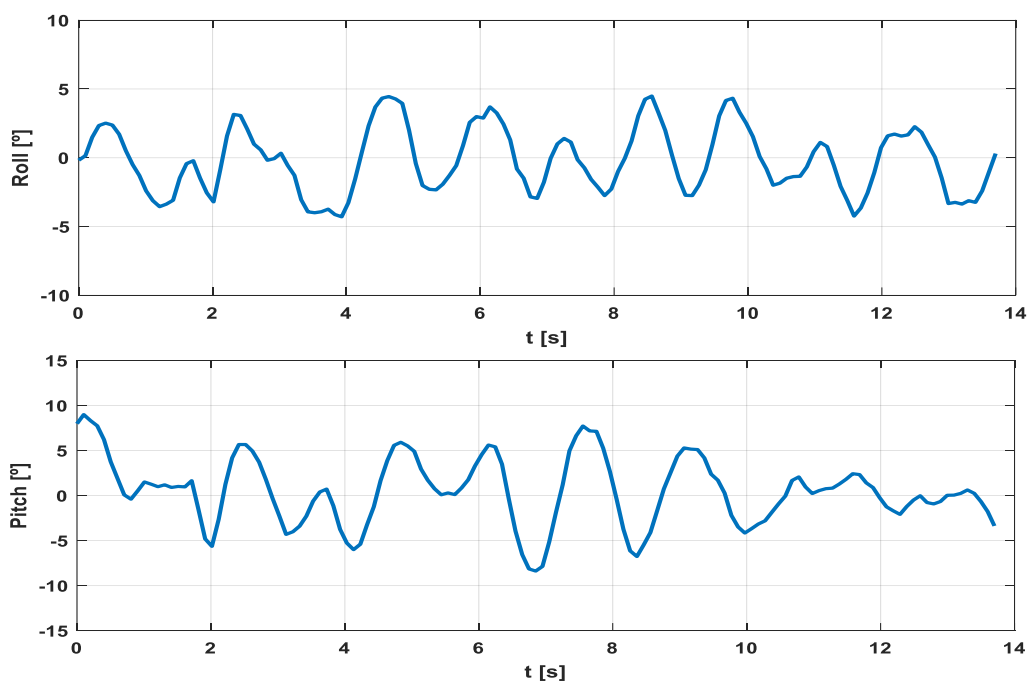


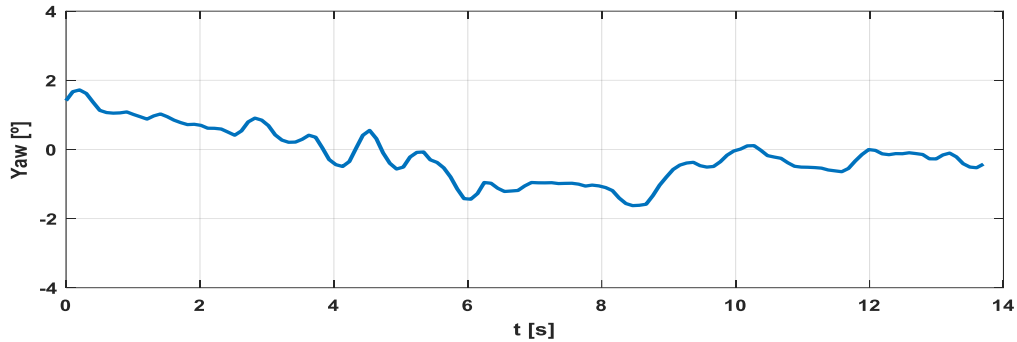
Fonte: Elaborada pela autora.

Em consonância com os resultados do cenário 1, observa-se que a coordenada x tende a apresentar maiores oscilações em torno da rota. Apesar disso, o rastreamento de trajetória foi considerado bem-sucedido.

A Figura 5.9 apresenta os resultados das três posições angulares.

Figura 5.9 – Cenário 2: coordenadas rotacionais.





Fonte: Elaborada pela autora.

Oscilações nas coordenadas rotacionais já eram previstas, dado o fato de que acelerômetros são sensores bastante ruidosos. Todavia, tais oscilações são pequenas, sendo que os ângulos de rolagem e arfagem se concentram na faixa de $5/-5^\circ$, enquanto que a guinada oscila em uma faixa entre $1/-1^\circ$. No decorrer dos ensaios, estas oscilações não se mostram significativamente perceptíveis a olho nu.

A Tabela 5.4 exibe as métricas referentes aos resultados do planejamento de trajetória e voo experimental, em ambiente tridimensional.

Tabela 5.4 – Cenário 2: análise dos resultados.

Eixo	Erro Máximo	Erro Mínimo	IAE
Eixo X	0,246	0,000	1,481
Eixo Y	0,286	0,000	1,702
Eixo Z	0,078	0,000	0,563

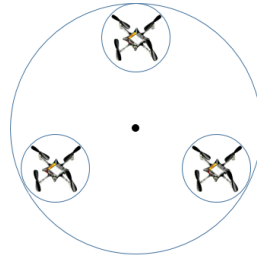
Fonte: Elaborada pela autora.

5.4. Cenário 3

No terceiro cenário foi elaborado um algoritmo de campos potenciais em ambiente tridimensional, considerando um enxame (*swarm*) de aeronaves.

Como este capítulo considera apenas ambientes estáticos, a formação do enxame já é pré-estabelecida, sendo que o algoritmo de campos potenciais irá determinar a rota do ponto central da formação. A partir do centro, as aeronaves foram distribuídas conforme apresentado na Figura 5.10.

Figura 5.10 – Cenário 3: enxame em formação.



Fonte: Elaborada pela autora.

Na formação, um dos quadricópteros é posicionado à frente, considerado como o líder do enxame, enquanto que os outros dois estão posicionadas na parte posterior, e defasados de 120° em relação à aeronave frontal.

A priori, o raio da formação foi definido em 23,2 cm. Tal valor considera o diâmetro do quadricóptero (13,2 cm), além de uma distância de segurança de 10 cm. Contudo, após a implementação dos primeiros ensaios em *swarm*, foi constatada a necessidade de aumentar o raio da formação. Este valor foi alterado para 28 cm.

Na formulação do algoritmo de campos potenciais, manteve-se a expansão dos obstáculos e das bordas do ambiente, bem como as funções que determinam os potenciais de atração, repulsão e vórtice. Além disso, a distância de influência do potencial repulsivo foi definida segundo o raio da formação.

Os dados referentes ao algoritmo implementado, são apresentados na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 – Dados da simulação para o cenário 3.

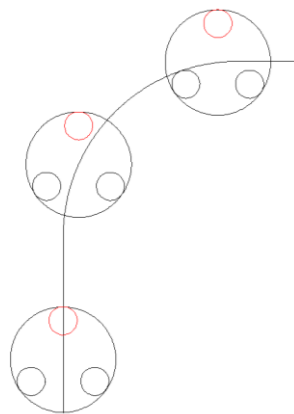
Variável	Valor	Unidade
Coordenada Inicial ($x y z$)	(0,4 0,4 0,5)	m
Coordenada Final ($x y z$)	(1,8 3,5 1,5)	m
Peso do Potencial Atrativo	1,1	-
Peso do Potencial Repulsivo	10	-
Raio de Influência do Potencial Repulsivo	0,28	m
Peso do Campo Vórtice	0,4	-
Tolerância de Proximidade do Alvo	0,01	m
Máximo de Iterações	100000	-

Fonte: Elaborada pela autora.

É importante observar que os campos potenciais fornecem a rota do ponto central da formação. Na sequência, faz-se necessário obter a rota individual de cada aeronave. Nesta etapa, considera-se que a formação se comporta como um corpo rígido no espaço, sujeita ao movimento de rotação.

O objetivo de considerar a rotação da formação é manter invariável as posições relativas das aeronaves em relação à trajetória, ou seja, a aeronave líder deve sempre permanecer na posição frontal, enquanto que as demais devem estar recuadas na parte posterior, independente do sentido da rota. Para tal, a formação deve rotacionar, de modo a acompanhar a tangente da trajetória. Caso contrário, a formação apresentaria um comportamento indesejado, conforme a Figura 5.11.

Figura 5.11 – Cenário 3: formação na ausência de rotação.



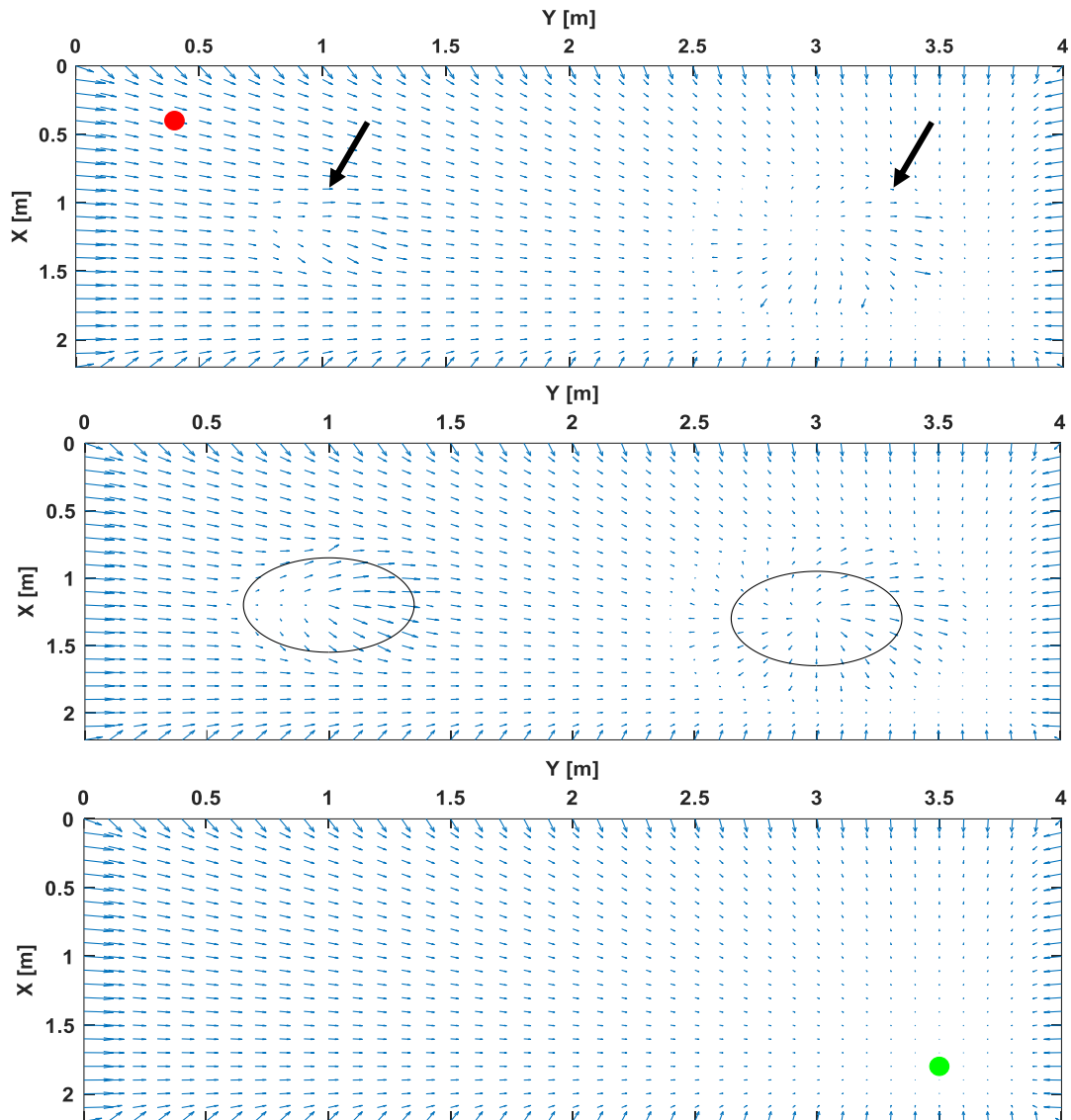
Fonte: Elaborada pela autora.

A Figura 5.12 apresenta gráficos bidimensionais do campo vetorial, considerando cortes em três alturas distintas.

No primeiro gráfico, o corte foi realizado na altura $Z = 0,5$ m, sendo possível observar o ponto de partida, bem como as perturbações causadas pelo potencial repulsivo e pelo vórtice. Destaca-se que nesta altura não há obstáculos, contudo, sua influência é notada nos pontos em destaque.

No segundo gráfico ($Z = 0,8$ m) é possível observar o contorno dos obstáculos, bem como os seus efeitos na força resultante. Por fim, o terceiro gráfico ($Z = 1,5$ m) apresenta a diminuição gradativa da força de atração, que se anula no ponto de destino da rota.

Figura 5.12 – Cenário 3: campo vetorial.

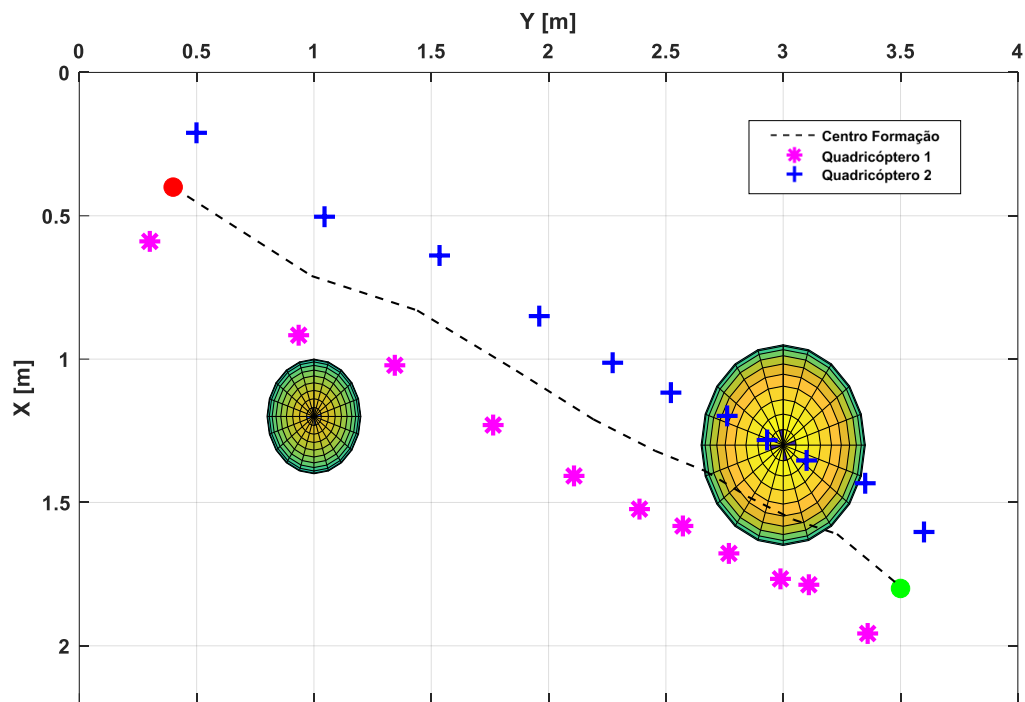


Fonte: Elaborada pela autora.

As Figuras 5.13 e 5.14 apresentam as visões bidimensional e tridimensional, respectivamente, das rotas provenientes do algoritmo de planejamento de trajetória. Os obstáculos apresentados nas figuras abaixo já estão expandidos, e a linha pontilhada representa o centro da formação.

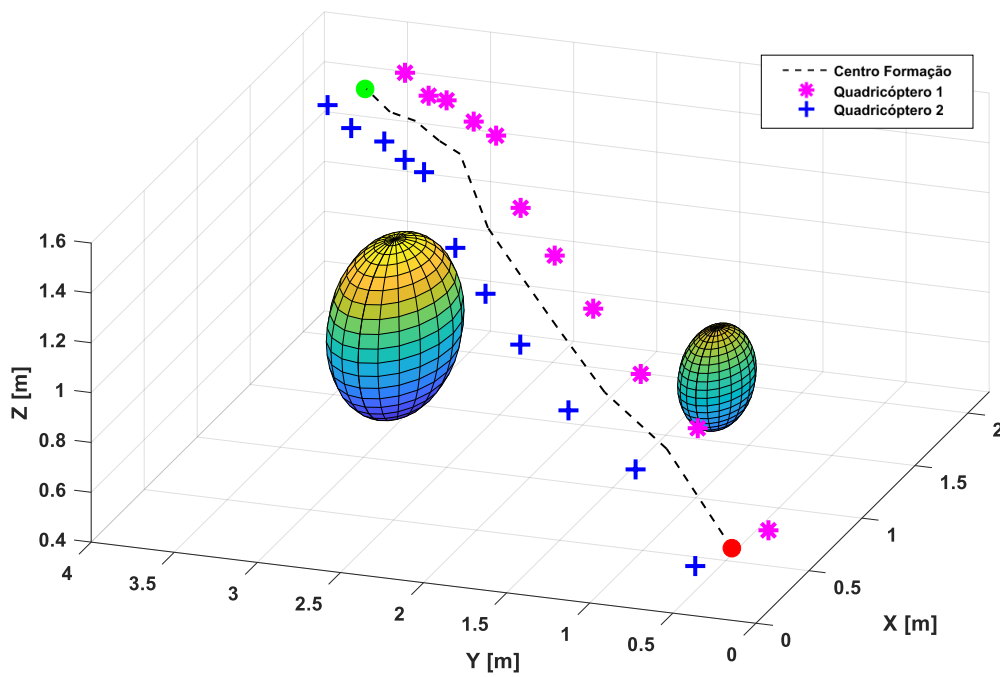
Destaca-se que, para os ensaios experimentais, foram considerados apenas os dois quadricópteros localizados na parte posterior da formação. Uma das placas receptoras, referente ao sistema de posicionamento local, apresentou falhas, impossibilitando o enxame com as três aeronaves previstas inicialmente.

Figura 5.13 – Cenário 3: visão bidimensional das rotas.



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 5.14 – Cenário 3: visão tridimensional das rotas.

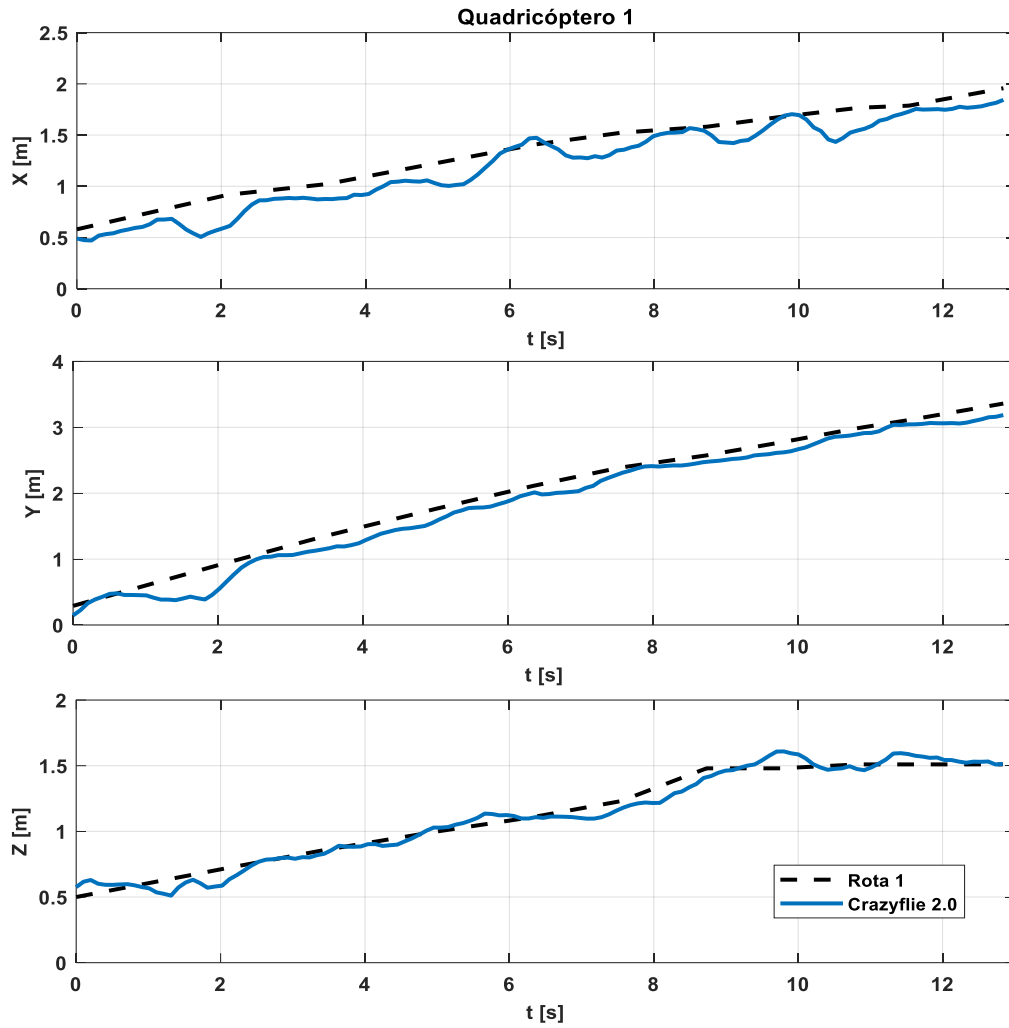


Fonte: Elaborada pela autora.

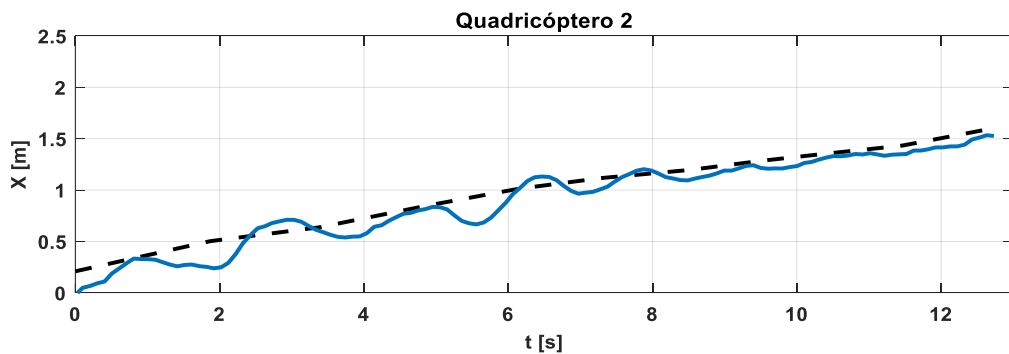
Em operações com *swarm*, a programação em Python se baseia em uma aplicação *multithreading*, o que possibilita comandar o voo de todas as aeronaves, de modo paralelo.

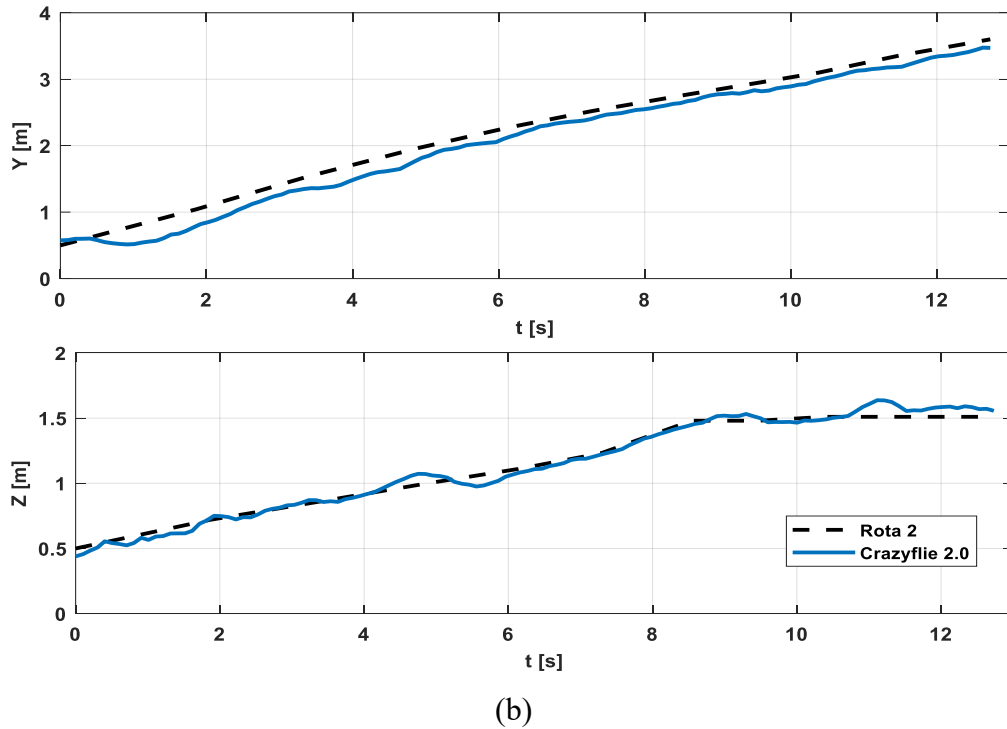
As Figuras 5.15 (a) e (b) apresentam os resultados experimentais, referentes às coordenadas translacionais dos quadricópteros 1 e 2, respectivamente.

Figura 5.15 – Cenário 3: coordenadas translacionais.



(a)





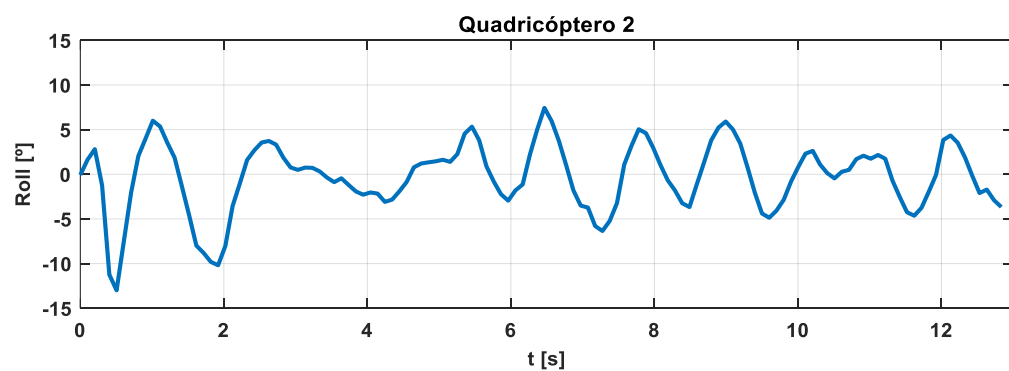
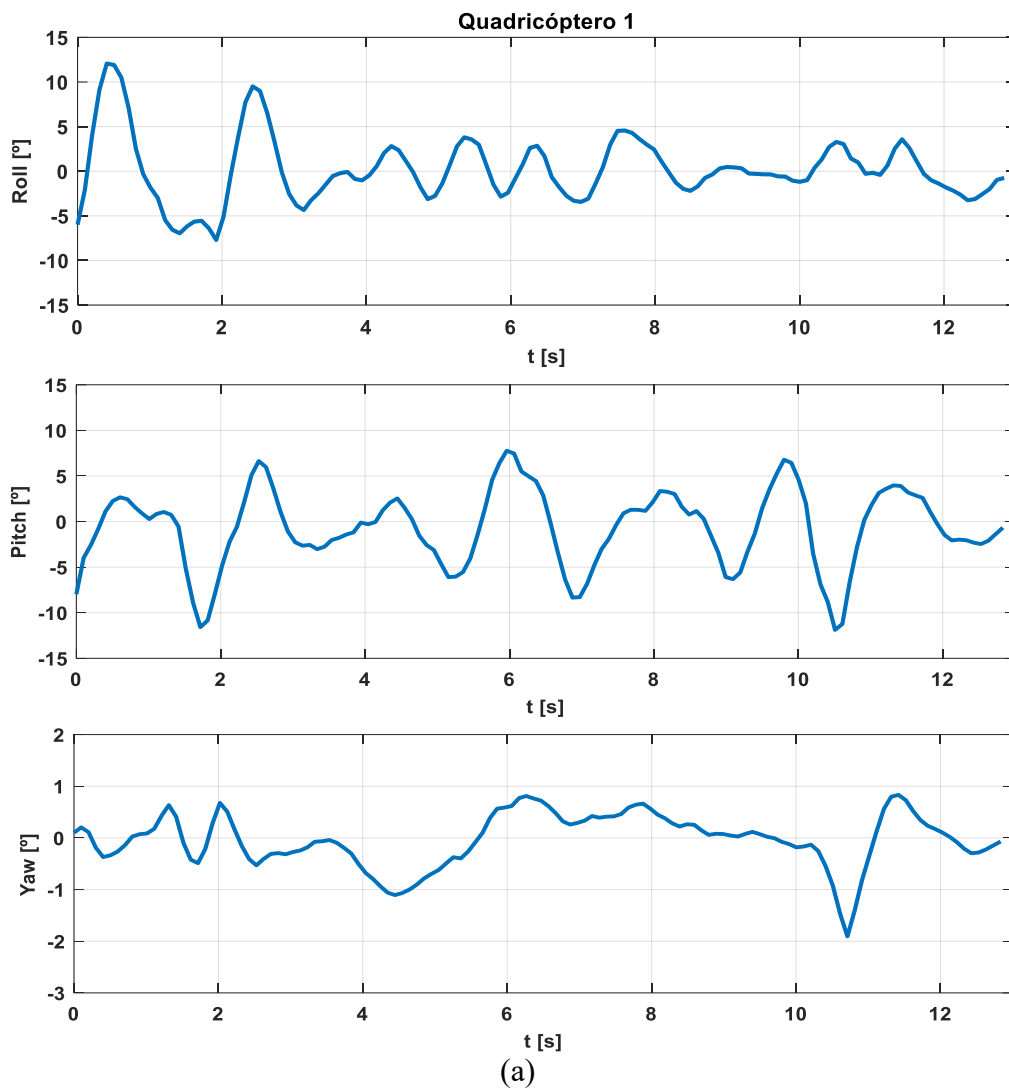
Fonte: Elaborada pela autora.

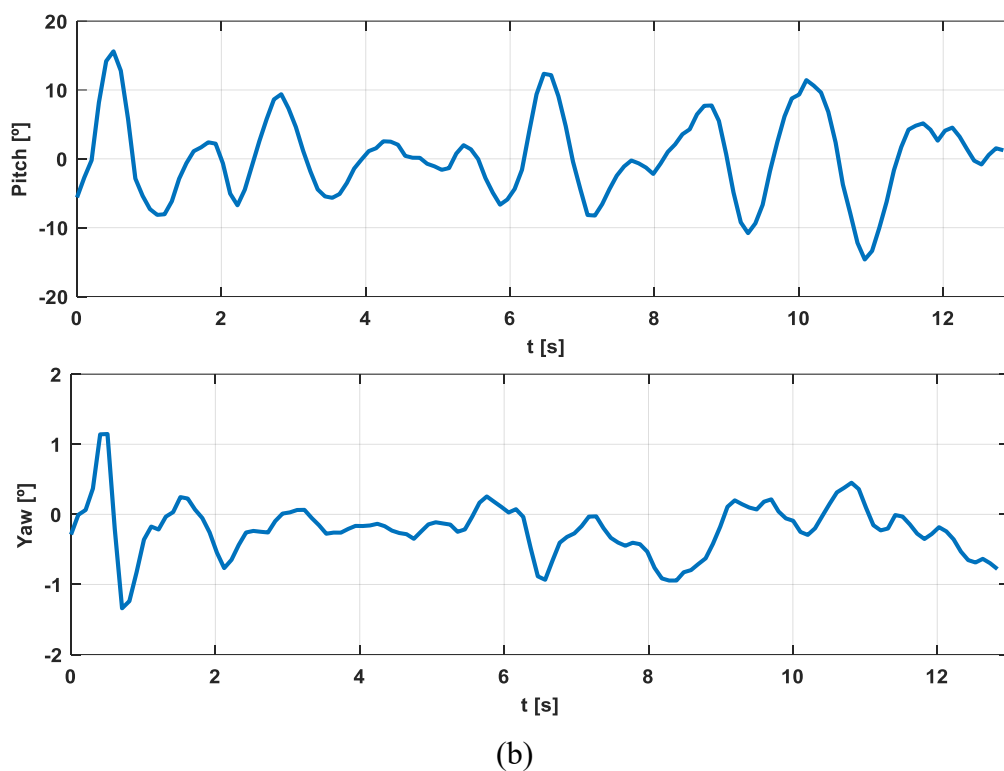
Em conformidade com as métricas que serão apresentadas posteriormente, é possível observar que operações em *swarm* deterioram a qualidade do voo das aeronaves. Verifica-se que os erros máximos tendem a ser mais elevados, quando comparado aos cenários anteriores. Tal situação embasou a decisão de aumentar o raio de formação, conforme citado anteriormente.

Além disso, novamente verifica-se que a coordenada x tende a apresentar maiores oscilações em torno da trajetória.

A Figura 5.16 apresenta os resultados das coordenadas angulares, para ambas as aeronaves. No quadricóptero 1 as oscilações dos ângulos de rolagem e arfagem se concentram na faixa de $5/-5^\circ$, enquanto que a guinada oscila em uma faixa entre $1/-1^\circ$. Já para o quadricóptero 2, a rolagem se concentra na faixa de $5/-5^\circ$, enquanto que o ângulo de arfagem ocupa a faixa de $10/-10^\circ$. Já o ângulo de guinada oscila entre $1/-1^\circ$.

Figura 5.16 – Cenário 3: coordenadas rotacionais.





Fonte: Elaborada pela autora.

A Tabela 5.6 exibe as métricas referentes aos resultados do planejamento de trajetória para o *swarm*.

Tabela 5.6 – Cenário 3: análise dos resultados.

Eixo	Erro Máximo	Erro Mínimo	IAE
Eixo X - Quad. 1	0,381	0,000	1,780
Eixo Y - Quad. 1	0,464	0,005	1,910
Eixo Z - Quad. 1	0,137	0,000	0,626
Eixo X - Quad. 2	0,276	0,005	1,214
Eixo Y - Quad. 2	0,299	0,000	1,920
Eixo Z - Quad. 2	0,122	0,000	0,471

Fonte: Elaborada pela autora.

5.5. Conclusões

Este capítulo apresentou os resultados referentes ao algoritmo de planejamento de rotas, e os ensaios experimentais de voos para um ambiente estático, ou seja, tanto o alvo, quanto os obstáculos presentes no espaço de trabalho tem posição fixa.

Analisou-se a formulação de rotas bidimensionais, ou seja, quando a aeronave voa em altitude fixa, e na sequência, considerou-se o caso tridimensional. Devido as dimensões reduzidas do espaço disponível para os ensaios experimentais, o campo potencial do tipo vórtice foi fundamental na formulação das rotas, caso contrário, o quadricóptero tende a sofrer oscilações em passagens estreitas, entre os obstáculos e as bordas do ambiente. A expansão dos obstáculos também foi essencial, já que na análise o quadricóptero foi representado de forma pontual.

Ao final do capítulo, analisou-se o caso de um enxame em formação. Elaborou-se a rota do ponto central, e em seguida, foram estabelecidas as rotas individuais para cada aeronave do enxame. Fez-se necessário considerar a rotação da formação, de modo a manter intacto o posicionamento do enxame em relação à trajetória obtida. Os resultados experimentais de voo, para o caso em formação, apresentaram resultados inferiores quando comparado aos cenários anteriores. Em parceria com o fabricante, foi discutido a possibilidade de como há uma elevada quantidade de transmissões em andamento, as transmissões dos rádios podem induzir ruídos no receptor do sistema de posicionamento local. Aliado a isso, a formulação de *threading* em Python também apresenta algumas limitações, o que pode gerar um pequeno atraso nas comunicações.

CAPÍTULO 6

ANÁLISE EM AMBIENTE DINÂMICO

Este capítulo aborda os resultados experimentais para problemas de planejamento de trajetórias em ambientes dinâmicos.

Três cenários distintos são avaliados, sendo que o primeiro considera a perseguição de um alvo aéreo em movimento. O segundo caso analisa o problema de planejamento de trajetória, para um enxame de aeronaves se deslocando de modo independente. No terceiro cenário, os resultados são avaliados mediante a presença de obstáculos dinâmicos no espaço de trabalho.

6.1. Implementação Computacional

Ao contrário das soluções apresentadas para ambientes estáticos, em que o planejamento de trajetória é executado de modo *off-line*, em ambientes dinâmicos, os resultados devem ser estabelecidos de forma *online*. Sendo assim, o *script* em Python que estabelece a comunicação com o *Crazyflie 2.0*, executa uma função implementada no *software* Matlab, em cada ciclo de operação.

Ao longo do ensaio, o algoritmo de campos potenciais artificiais é periodicamente acionado via Python. Após a execução dos cálculos, com base no mapa previamente armazenado, os *setpoints* são enviados às aeronaves para o rastreamento das trajetórias.

Destaca-se que, como as aeronaves não possuem sensores específicos para a percepção do ambiente, as trajetórias do alvo e dos obstáculos já estão previamente armazenadas, no entanto, o algoritmo tem acesso apenas às informações referentes ao ciclo atual.

O planejamento em ambientes dinâmicos não pode ser solucionado considerando apenas o conjunto de *waypoints* que interliga o robô ao ponto de destino. Ao invés disso, faz-se necessário obter uma função que especifica a configuração do robô em cada instante de tempo. Sendo assim, a informação temporal é adicionada, como uma nova dimensão, no espaço de configuração das aeronaves (Latombe, 1991).

6.2. Cenário 1

Este cenário representa um ambiente dinâmico, em que um quadricóptero persegue um alvo em movimento. A trajetória predefinida para o alvo abrange cinco posições distintas no espaço tridimensional, sendo que ele permanece por 4 segundos em cada uma das posições intermediárias. Na posição final, o alvo permanece até o encerramento do ensaio.

Em cada ciclo de operação, obtém-se o próximo *setpoint* a ser enviado para a aeronave, com base no campo potencial atrativo e na restrição de velocidade do veículo. Além disso, no momento em que o alvo translada no ambiente, o campo de atração é recalculado.

Neste primeiro cenário não foram considerados obstáculos no ambiente ou voos em formação. A priori, optou-se por um algoritmo de campos potenciais sintetizado, com o intuito de verificar a viabilidade da implementação em tempo real, em parceria com o *Crazyflie 2.0*.

O intervalo de tempo adotado para a transmissão de novos *setpoints* ao quadricóptero foi de 1 segundo, além do tempo necessário para a execução do algoritmo de campos potenciais, computado como aproximadamente 0,14 segundos. Para intervalos de tempo maiores, verificou-se que o veículo alcançava o *setpoint* e permanecia aguardando a próxima informação. Já para intervalos de tempos menores, constatou-se que a aeronave apresentava um movimento consideravelmente defasado. Tais análises foram provenientes de diferentes ensaios experimentais.

Os dados referentes ao algoritmo implementado são apresentados na Tabela 6.1.

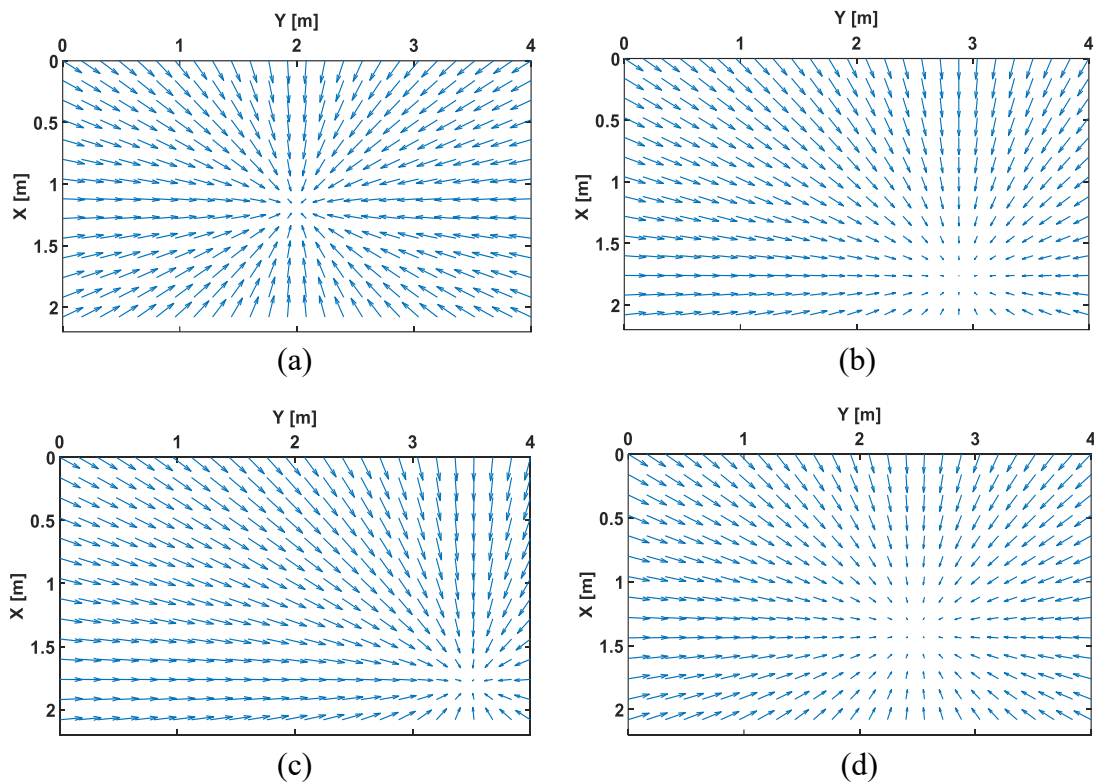
Tabela 6.1 – Dados da simulação para o cenário 1.

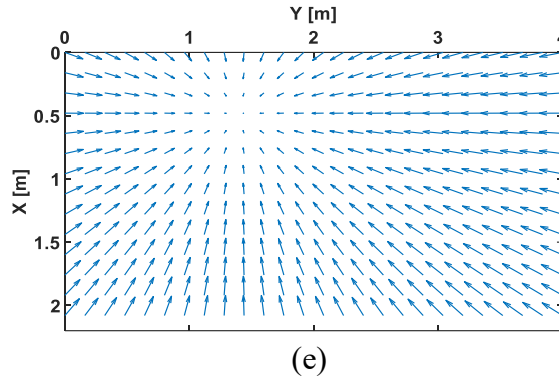
Variável	Valor	Unidade
Coordenada Inicial ($x y z$)	(0,5 0,5 0,5)	m
Posição 1 do Alvo ($x y z$)	(1,2 2,0 1,6)	m
Posição 2 do Alvo ($x y z$)	(1,8 2,9 0,8)	m
Posição 3 do Alvo ($x y z$)	(1,8 3,5 1,5)	m
Posição 4 do Alvo ($x y z$)	(1,4 2,5 0,6)	m
Posição 5 do Alvo ($x y z$)	(0,5 1,4 0,6)	m
Peso do Potencial Atrativo	5	-
Tolerância de Proximidade do Alvo	0,01	m
Restrição de Velocidade da Aeronave	0,3	m/s

Fonte: Elaborada pela autora.

A Figura 6.1 apresenta os campos vetoriais formulados ao longo do ensaio, tendo em vista cada uma das cinco posições do alvo. A visão bidimensional foi obtida considerando um corte na altura de $Z = 1$ m.

Figura 6.1 – Cenário1: campo vetorial formulado para cada posição do alvo.

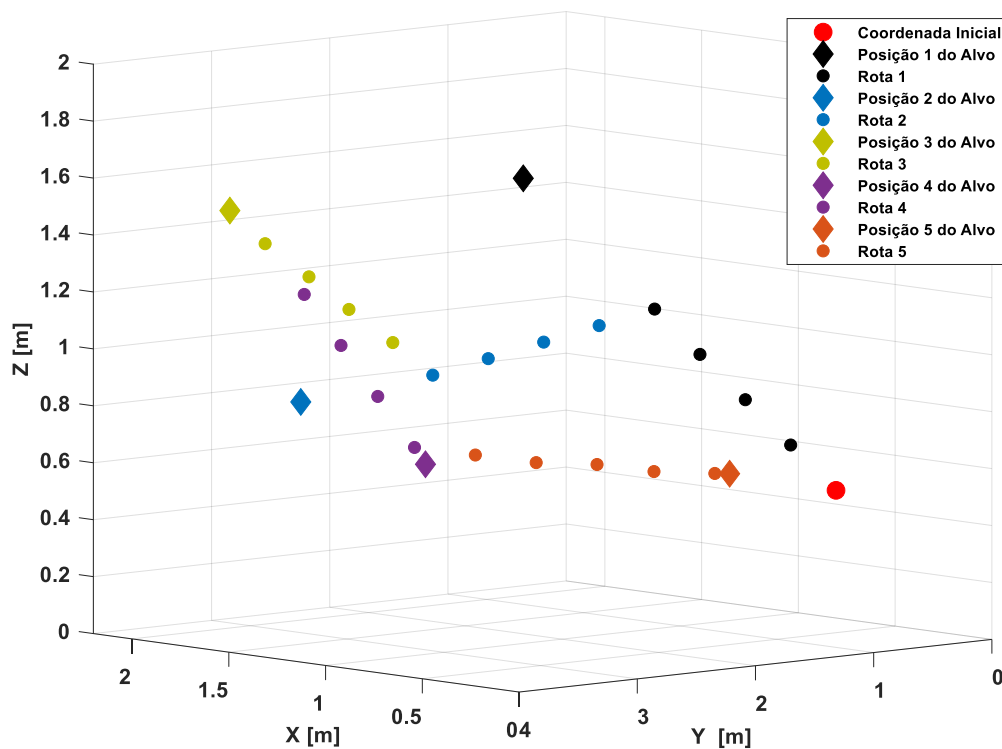




Fonte: Elaborada pela autora.

A Figura 6.2 apresenta os resultados do algoritmo de planejamento de trajetórias, considerando um alvo aéreo móvel. Observa-se a coordenada inicial do agente de perseguição, bem como as cinco posições predefinidas para o alvo. Além disso, verifica-se as rotas estabelecidas pelo algoritmo, de modo a atender a restrição de velocidade do quadricóptero. Destaca-se que, o agente de perseguição não alcança o alvo em pontos intermediários do ensaio, sendo que esta aproximação ocorre apenas no ponto final.

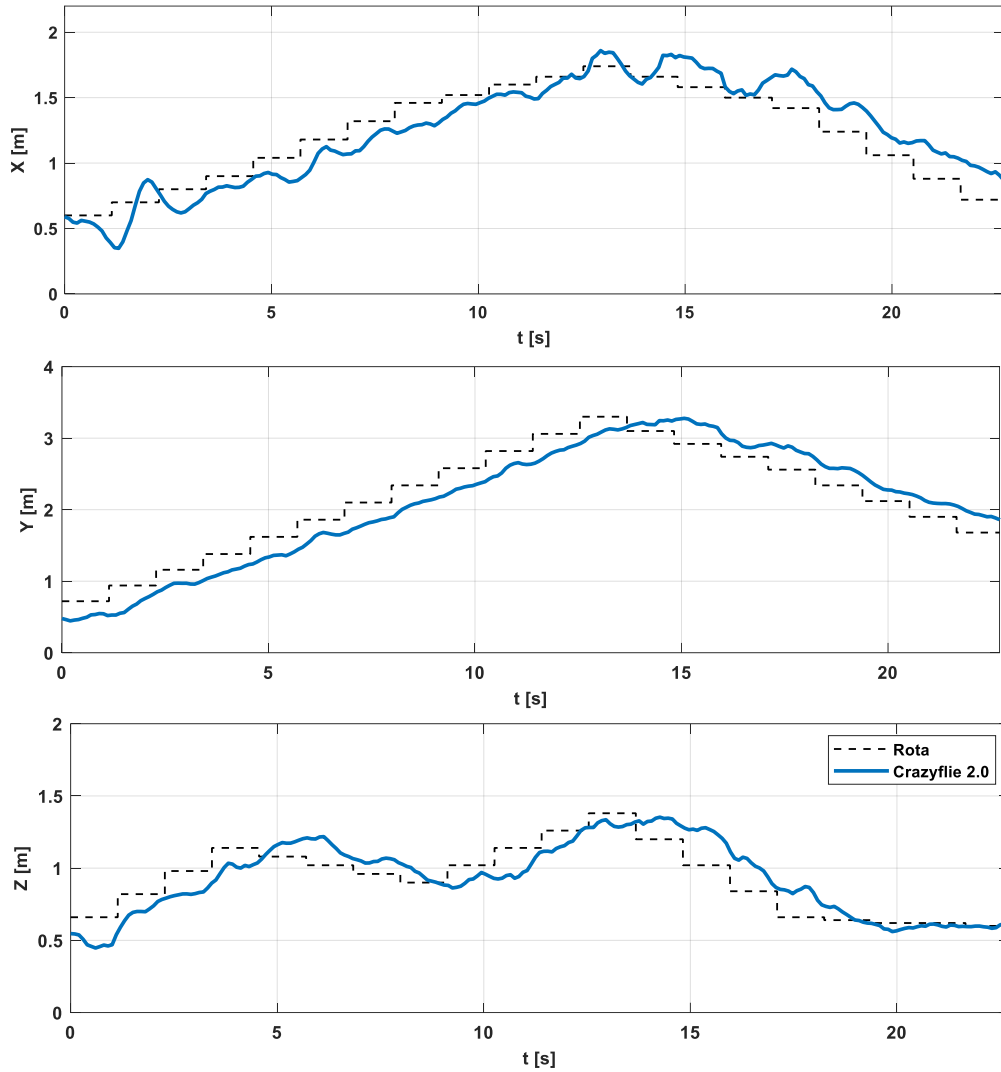
Figura 6.2 – Cenário1: planejamento de trajetória para um alvo aéreo móvel.



Fonte: Elaborada pela autora.

A Figura 6.3 apresenta os resultados experimentais, referentes às coordenadas translacionais. Os dados foram coletados ao longo dos ensaios, em um intervalo de 100 ms.

Figura 6.3 – Cenário 1: coordenadas translacionais.

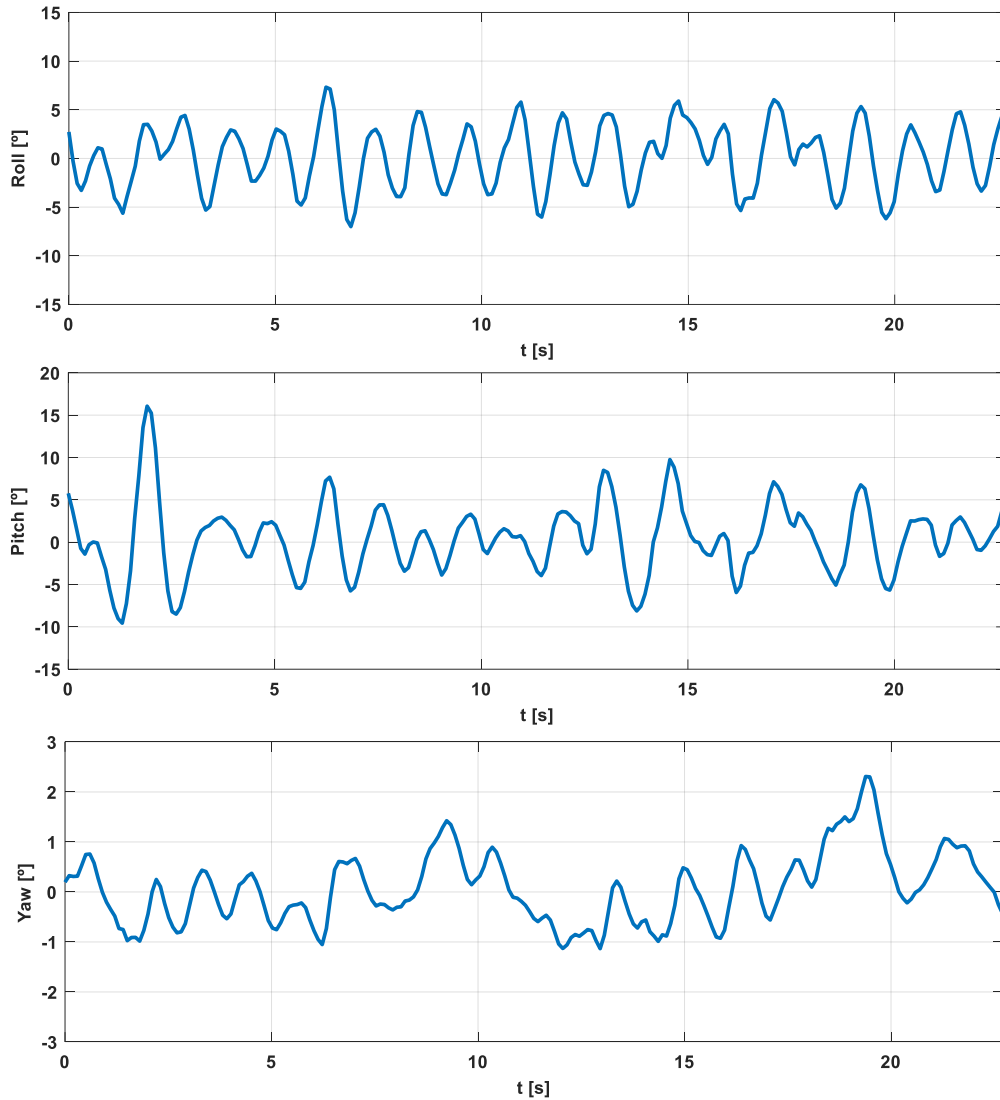


Fonte: Elaborada pela autora.

É possível observar que assim como nos resultados apresentados para problemas estáticos, neste cenário dinâmico a coordenada X também apresenta uma maior oscilação. Além disso, conforme constatado anteriormente, há a presença de um erro permanente para o seguimento em rampa. Contudo, para referências constantes este erro é eliminado, conforme apresentado ao final do gráfico relativo à coordenada Z . Apesar de tais ocorrências, o rastreamento de trajetória efetuado pela aeronave foi avaliado como satisfatório, considerando o fato de que o algoritmo está sendo executado de modo *online*.

A Figura 6.4 apresenta os resultados referentes às coordenadas rotacionais.

Figura 6.4 – Cenário 1: coordenadas rotacionais.



Fonte: Elaborada pela autora.

Verifica-se que as oscilações dos ângulos de rolagem e arfagem se concentram na faixa de $5/-5^\circ$, enquanto que a guinada oscila em uma faixa entre $2/-1^\circ$.

A Tabela 6.2 apresenta uma análise proveniente dos resultados experimentais, em relação as três coordenadas translacionais. São exibidos os valores dos erros máximo, mínimo e a métrica IAE. Em comparação com o capítulo anterior, já era esperado um erro mais elevado, devido ao fato de que o algoritmo de campos potenciais é executado em tempo real, o que pode acarretar possíveis atrasos, e um desempenho ligeiramente inferior.

Tabela 6.2 – Cenário 1: análise dos resultados.

Eixo	Erro Máximo	Erro Mínimo	IAE
Eixo X	0,351	0,006	3,131
Eixo Y	0,440	0,048	5,634
Eixo Z	0,280	0,000	2,532

Fonte: Elaborada pela autora.

6.3. Cenário 2

O segundo cenário aborda o problema de planejamento de trajetórias, considerando um enxame de aeronaves que se deslocam no espaço aéreo tridimensional, de forma independente.

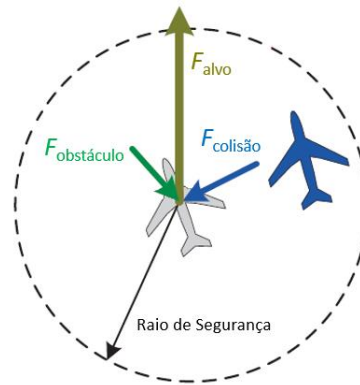
Para a análise em ambientes estáticos, considerava-se um enxame em formação, sendo que o algoritmo determinava a rota do ponto central da formação, e na sequência, a rota de cada aeronave. Já na análise de ambientes dinâmicos, o intuito é obter rotas individuais para cada agente de perseguição, garantindo que não haja colisão entre os agentes e nem com os obstáculos presentes no ambiente.

Desta forma, o algoritmo de planejamento deve ser executado de modo *online*. Neste cenário, considera-se o campo potencial de atração, referente a posição do alvo, os campos de repulsão e vórtice, relativos ao obstáculo no espaço de trabalho, e campos potenciais repulsivos ao redor de cada aeronave de perseguição.

Estes campos repulsivos devem ser recalculados em cada ciclo de operação, uma vez que dependem do posicionamento atual das aeronaves. Sendo assim, para distâncias maiores que o raio de influência, a trajetória de uma aeronave não é influenciada pelas demais, contudo, a medida que um agente de perseguição tenta adentrar o raio de segurança de uma outra aeronave, ele sofre o efeito da repulsão. O raio de segurança de cada aeronave foi configurado como 0,3 m. Estes conceitos podem ser observados na Figura 6.5.

Os dados referentes ao algoritmo implementado podem ser observados na Tabela 6.3.

Figura 6.5 – Cenário 2: raio de segurança das aeronaves.



Fonte: Adaptada de Huang *et al.* (2018).

Tabela 6.3 – Dados da simulação para o cenário 2.

Variável	Valor	Unidade
Coord. Inicial Quadricóptero 1 ($x y z$)	(0,5 0,5 0,5)	m
Coord. Inicial Quadricóptero 2 ($x y z$)	(1,3 0,5 0,5)	m
Posição do Alvo ($x y z$)	(1,3 3,4 1,5)	m
Peso do Potencial Atrativo	5	-
Peso do Potencial Repulsivo do Obstáculo	250	-
Distância de Influência do Obstáculo	0,3	m
Peso do Potencial Repulsivo Quadricópteros	150	-
Raio de Segurança dos Quadricópteros	0,3	m
Tolerância de Proximidade do Alvo	0,01	m
Restrição de Velocidade das Aeronaves	0,3	m/s

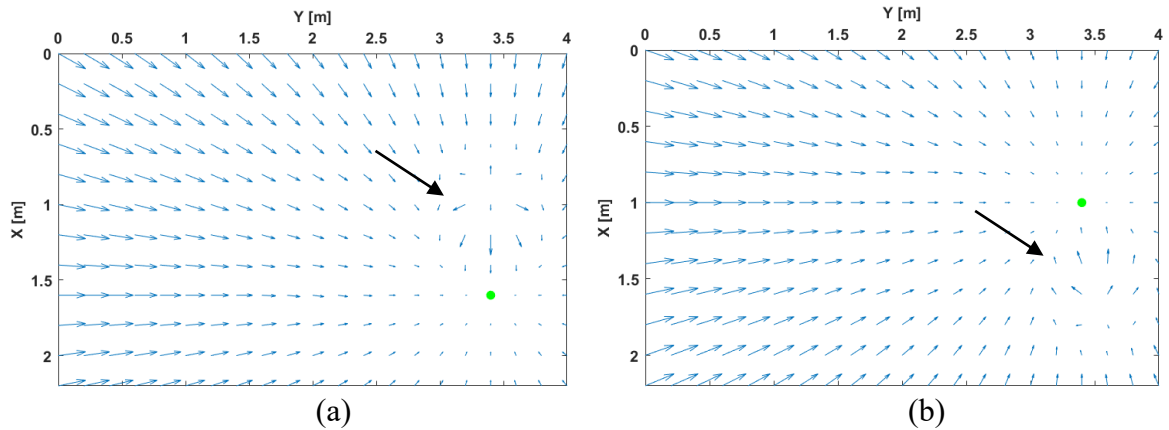
Fonte: Elaborada pela autora.

Na Figura 6.6 é possível visualizar o campo vetorial, bem como o ponto de destino de cada uma das duas aeronaves. Destaca-se que, o ponto de destino não corresponde exatamente a posição do alvo, dado o fato de que ambos os agentes não podem ocupar o mesmo espaço, no mesmo instante de tempo. Sendo assim, os quadricópteros estão contornando o alvo, à uma distância de 0,3 m.

Ainda na Figura 6.6, é possível verificar o campo de repulsão gerado pelo outro agente de perseguição presente no ambiente. Devido a esta força de repulsão, as aeronaves não se aproximam e não colidem no ar. Como o gráfico foi plotado considerando um corte na altura

de $Z = 1,6$ m, o campo repulsivo do obstáculo central não é perceptível nesta altura e, portanto, não é exibido nos gráficos.

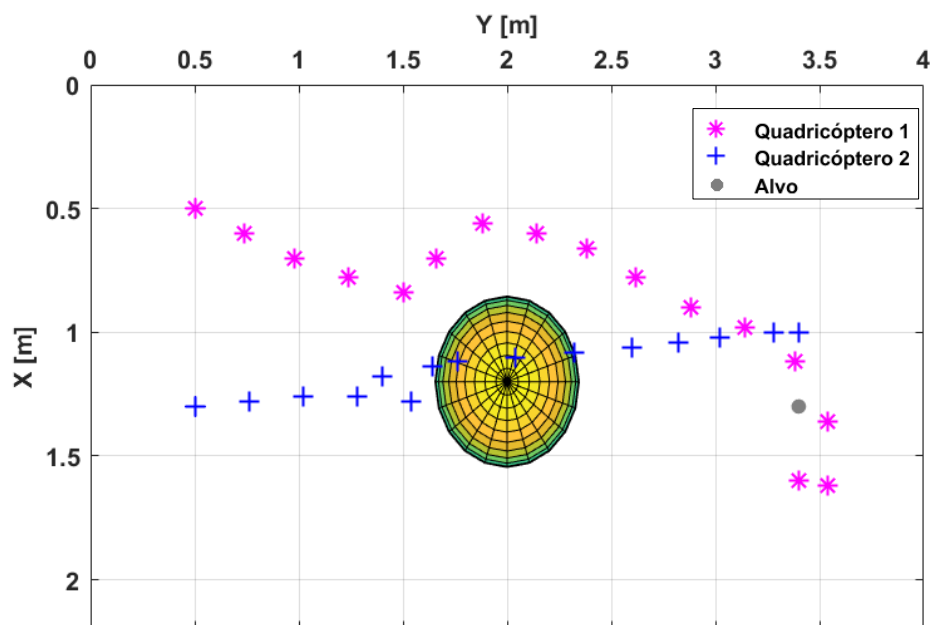
Figura 6.6 – Cenário 2: campo vetorial (a) quadricóptero 1 e (b) quadricóptero 2.



Fonte: Elaborada pela autora.

A Figura 6.7 apresenta as trajetórias definidas para ambos os quadricópteros. O alvo é identificado em cinza, sendo que as posições finais das aeronaves contornam o alvo, mantendo uma distância de segurança de 0,3 m. O ensaio foi encerrado quando ambas as aeronaves alcançaram a distância de tolerância de 0,01 m de seu respectivo ponto final.

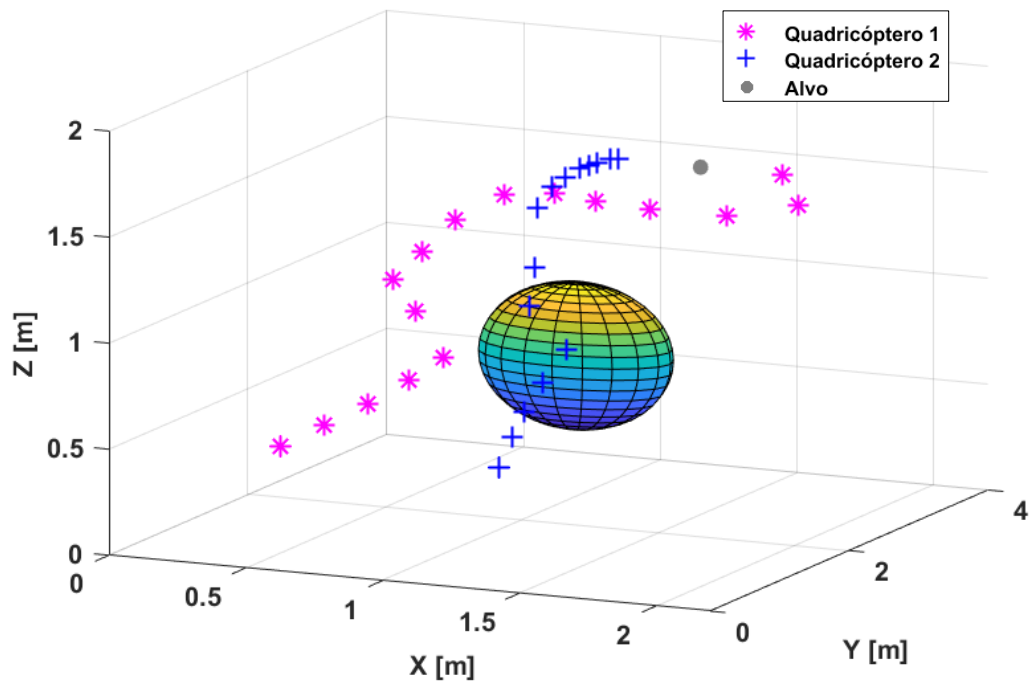
Figura 6.7 – Cenário 2: visão bidimensional da trajetória.



Fonte: Elaborada pela autora.

A Figura 6.8 apresenta a visão tridimensional da trajetória proveniente do algoritmo de planeamento. Destaca-se, que apesar das trajetórias se cruzarem durante o ensaio, as aeronaves não colidem, pois elas passam pelo ponto de cruzamento em momento distintos do ensaio. O campo de repulsão coordenada os movimentos, de modo que não haja colisões.

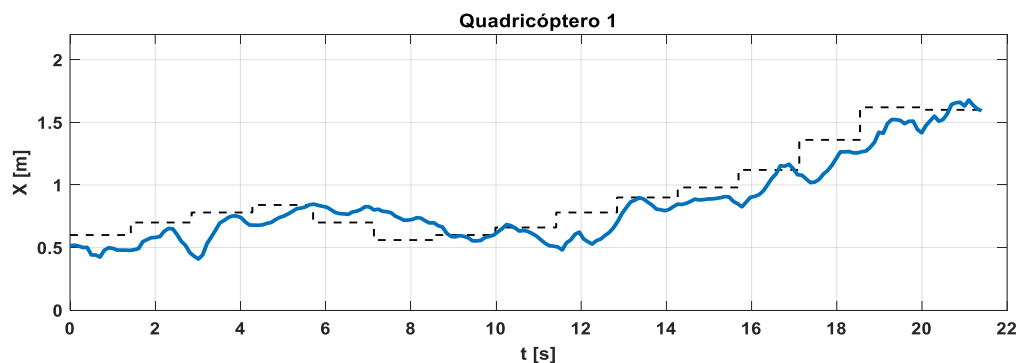
Figura 6.8 – Cenário 2: visão tridimensional da trajetória.

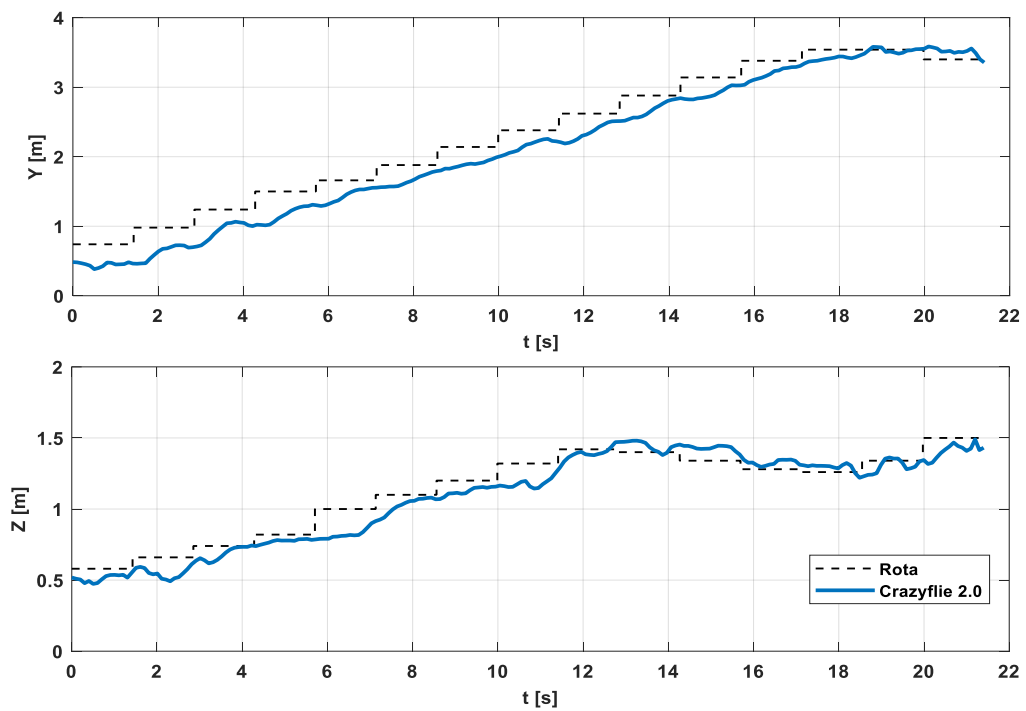


Fonte: Elaborada pela autora.

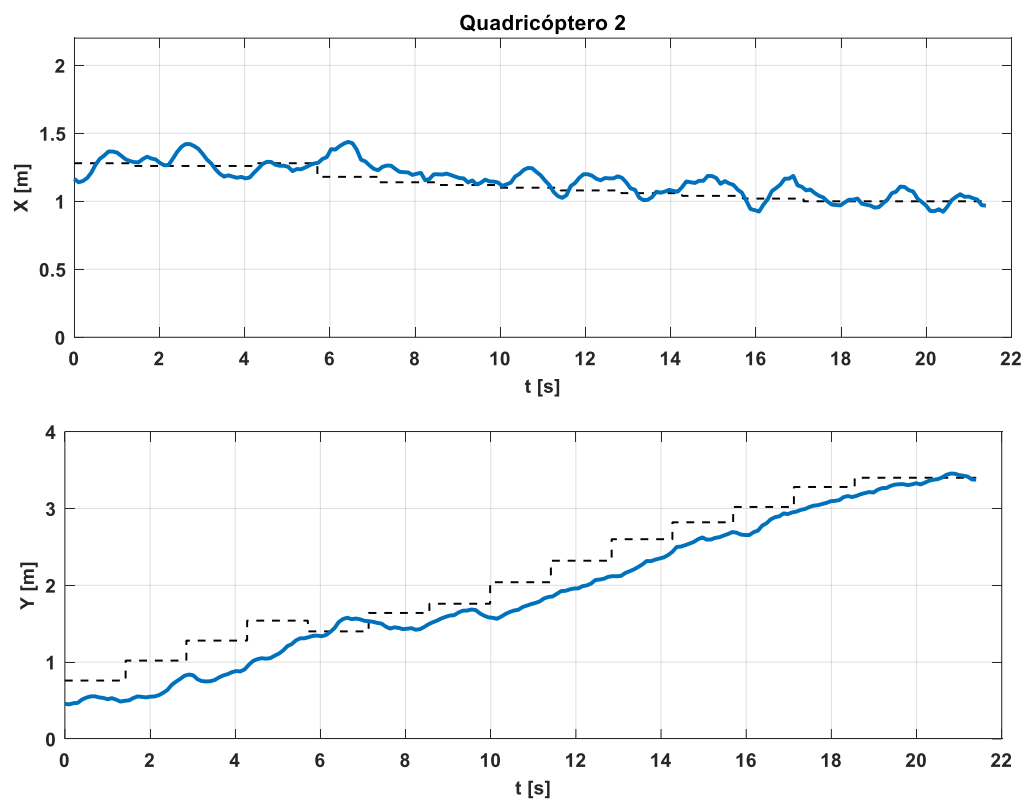
Os resultados experimentais, referentes às coordenadas translacionais de ambos os quadricópteros, podem ser observados na Figura 6.9. O intervalo de tempo para a transmissão de novos *setpoints* foi mantido em um 1 segundo, e o tempo necessário para a execução do algoritmo de campos potenciais foi computado como aproximadamente 0,45 segundos.

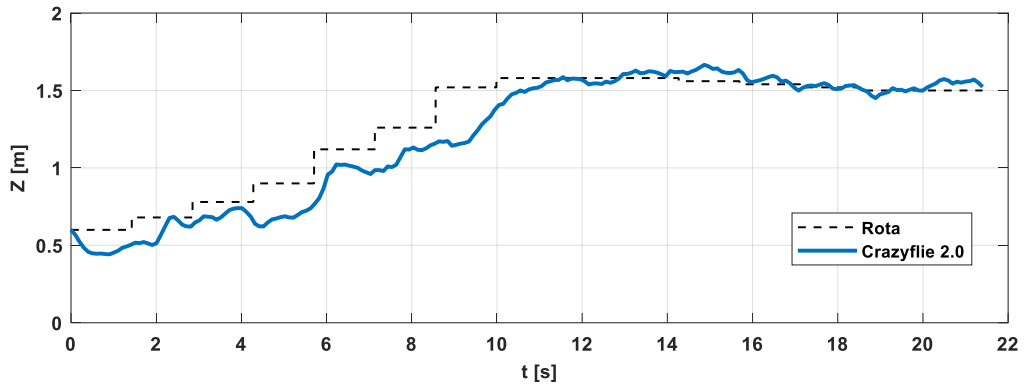
Figura 6.9 – Cenário 2: coordenadas translacionais.





(a)





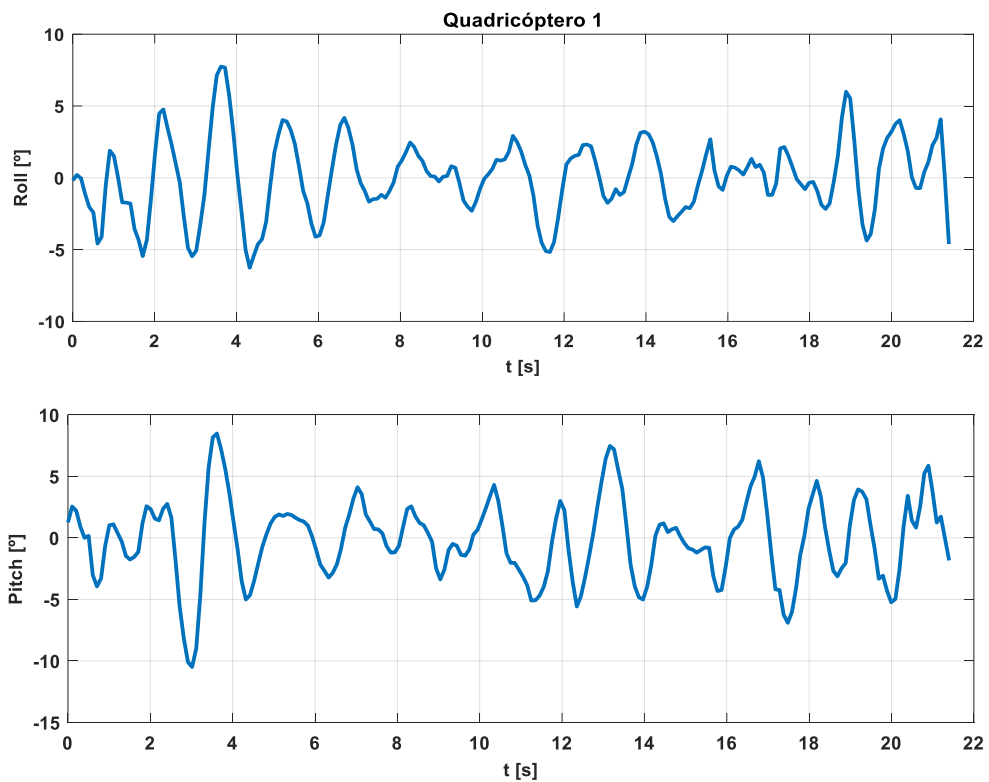
(b)

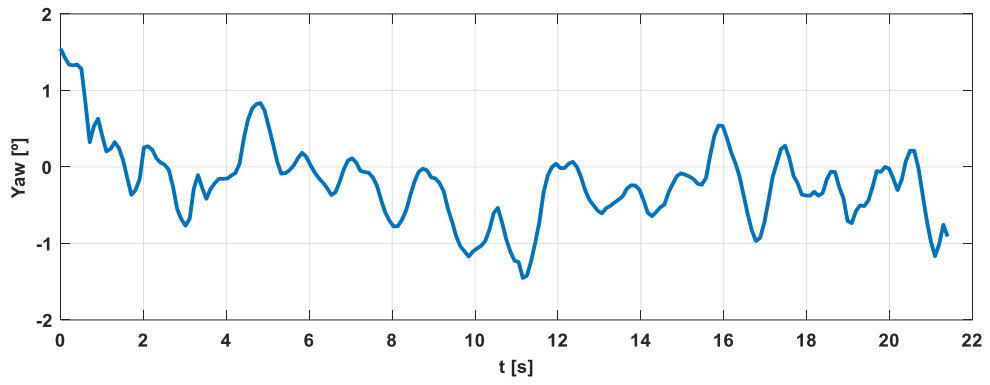
Fonte: Elaborada pela autora.

Através dos resultados apresentados, considera-se que o rastreamento foi executado de modo satisfatório. Verifica-se o erro permanente para o seguimento em rampa e erro nulo para referências constantes.

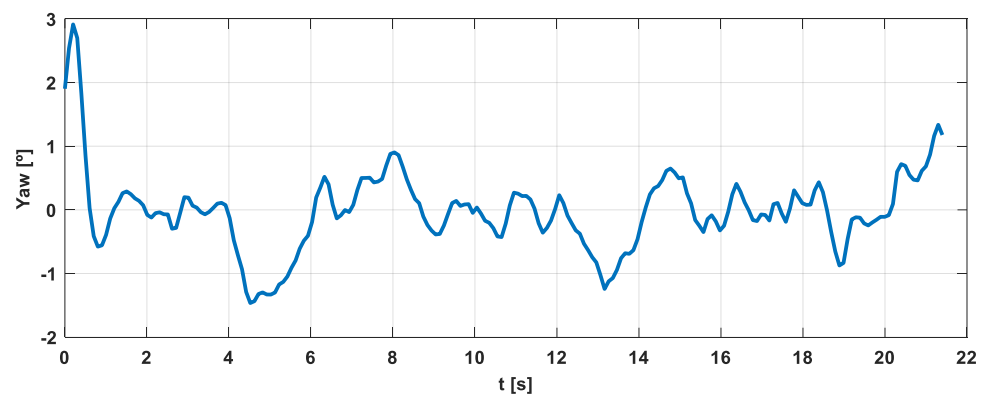
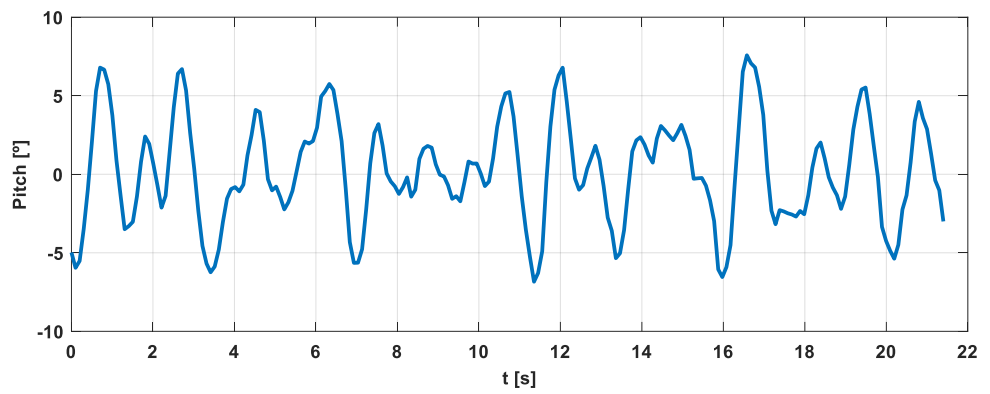
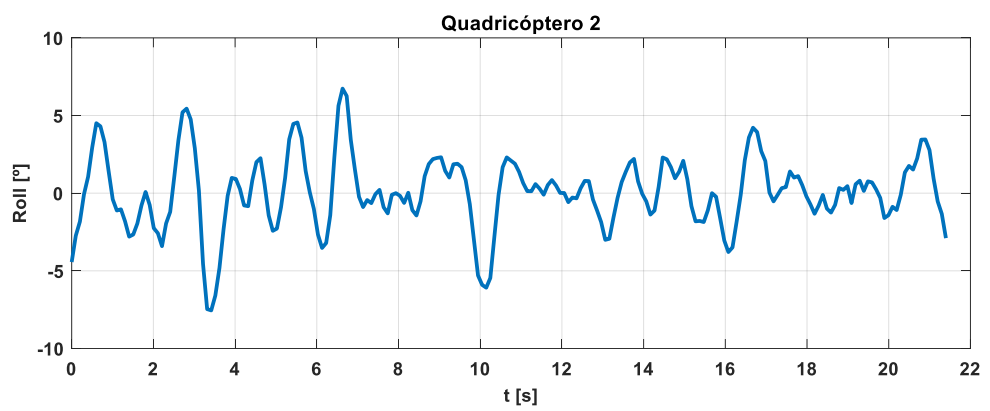
A Figura 6.10 apresenta os resultados para as coordenadas rotacionais: rolagem, arfagem e guinada.

Figura 6.10 – Cenário 2: coordenadas rotacionais.





(a)



(b)

Fonte: Elaborada pela autora.

Para ambos os quadricópteros, os ângulos de rolagem e arfagem oscilam entre $5/-5^\circ$, enquanto que o ângulo de guinada varia entre $1/-1^\circ$. Oscilações em níveis mais baixos produzem voos mais estáveis, uma vez que, na presença de inclinações angulares elevadas (maiores do que 20°), o sistema passa a operar em uma região em que as não linearidades tornam-se mais relevantes e, conseqüentemente, o controlador PID, essencialmente linear, falha em estabilizar a aeronave.

A Tabela 6.4 exhibe as métricas referentes aos resultados experimentais do planejamento de trajetória para o *swarm*.

Tabela 6.4 – Cenário 2: análise dos resultados.

Eixo	Erro Máximo	Erro Mínimo	IAE
Eixo X - Quad. 1	0,597	0,001	3,580
Eixo Y - Quad. 1	0,562	0,001	6,487
Eixo Z - Quad. 1	0,282	0,005	2,293
Eixo X - Quad. 2	0,257	0,001	1,546
Eixo Y - Quad. 2	0,661	0,002	6,825
Eixo Z - Quad. 2	0,423	0,000	2,531

Fonte: Elaborada pela autora.

6.4. Cenário 3

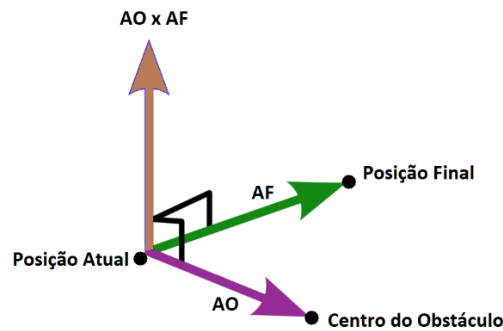
No terceiro cenário, os resultados experimentais são avaliados mediante a presença de obstáculos dinâmicos e alvos móveis no espaço de trabalho. O alvo e os obstáculos apresentam trajetórias predefinidas, e transladam no ambiente ao longo do ensaio. Sendo assim, o espaço de trabalho sofre sucessivas alterações, de tal modo que os campos potenciais artificiais devem ser constantemente recalculados, de modo que o veículo aéreo encontre uma trajetória viável.

Neste ensaio, foi implementado um campo de atração referente à posição do alvo, e campos de repulsão e vórtice para o obstáculo dinâmico. Ao contrário do capítulo anterior, em que o sentido do vórtice (horário ou anti-horário) era definido durante a formulação do cenário, neste caso, ele será apontado dinamicamente pelo próprio algoritmo. É importante

destacar que campos do tipo vórtice são fundamentais para eliminação de mínimos locais e oscilações em passagens estreitas.

Conforme apresentado na Figura 6.11, através de um cálculo vetorial, o algoritmo identifica o posicionamento do obstáculo, em relação a reta que interliga o veículo e o alvo, desta forma, ele pode definir o melhor sentido para o vórtice, e inclusive, este sentido é alterado no decorrer do ensaio. Se consideramos que o centro do obstáculo está à direita da reta que interliga a aeronave e o alvo, o melhor sentido para o vórtice é o horário. Caso contrário, se o obstáculo estiver localizado do lado esquerdo, o sentido ideal é o anti-horário.

Figura 6.11 – Cenário 3: definição do sentido do vórtice.



Fonte: Elaborada pela autora.

Os dados referentes ao algoritmo implementado podem ser observados na Tabela 6.5.

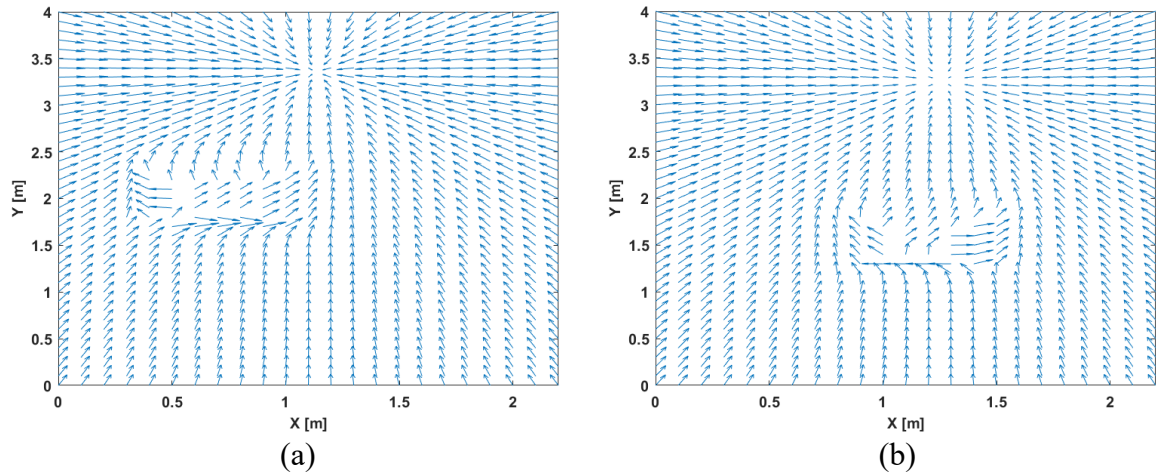
Tabela 6.5 – Dados da simulação para o cenário 3.

Variável	Valor	Unidade
Coordenada Inicial (x y z)	(0,4 0,4 0,5)	m
Peso do Potencial Atrativo	5	-
Peso do Potencial Repulsivo	12	-
Raio de Influência do Obstáculo	0,4	m
Peso do Campo Vórtice	5	-
Tolerância de Proximidade do Alvo	0,01	m
Restrição de Velocidade das Aeronaves	0,3	m/s

Fonte: Elaborada pela autora.

A Figura 6.12 retrata o campo vetorial formulado nos instantes inicial e final do ensaio. Verifica-se o campo de atração indicando a posição do alvo, além do campo repulsivo gerado pelo obstáculo dinâmico. Através do campo repulsivo, observa-se que o obstáculo transladou durante o ensaio.

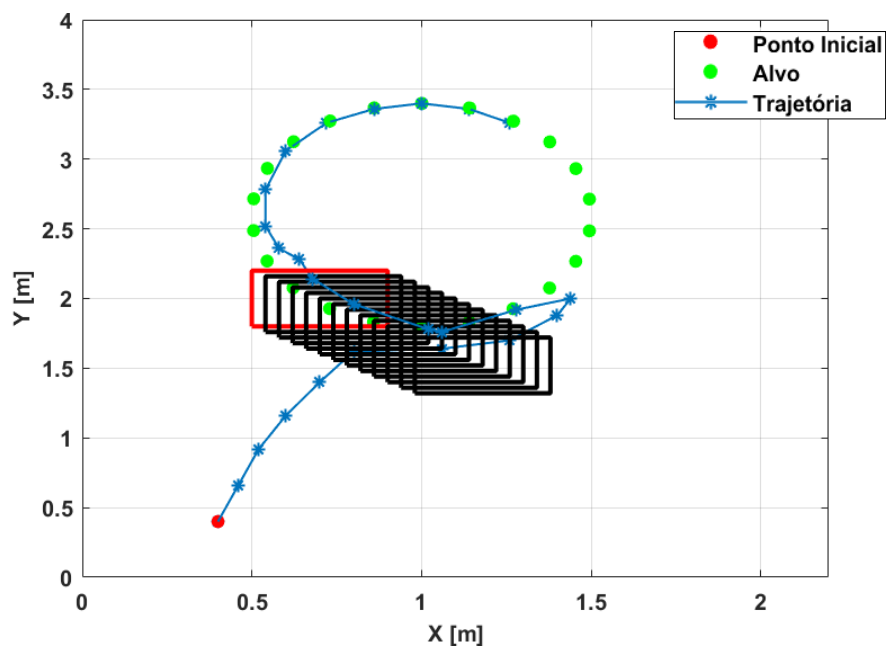
Figura 6.12 – Cenário 3: campo vetorial nos instantes (a) inicial e (b) final.



Fonte: Elaborada pela autora.

A Figura 6.13 apresenta uma visão bidimensional da trajetória proveniente do algoritmo de campos potenciais.

Figura 6.13 – Cenário 3: visão bidimensional da trajetória.

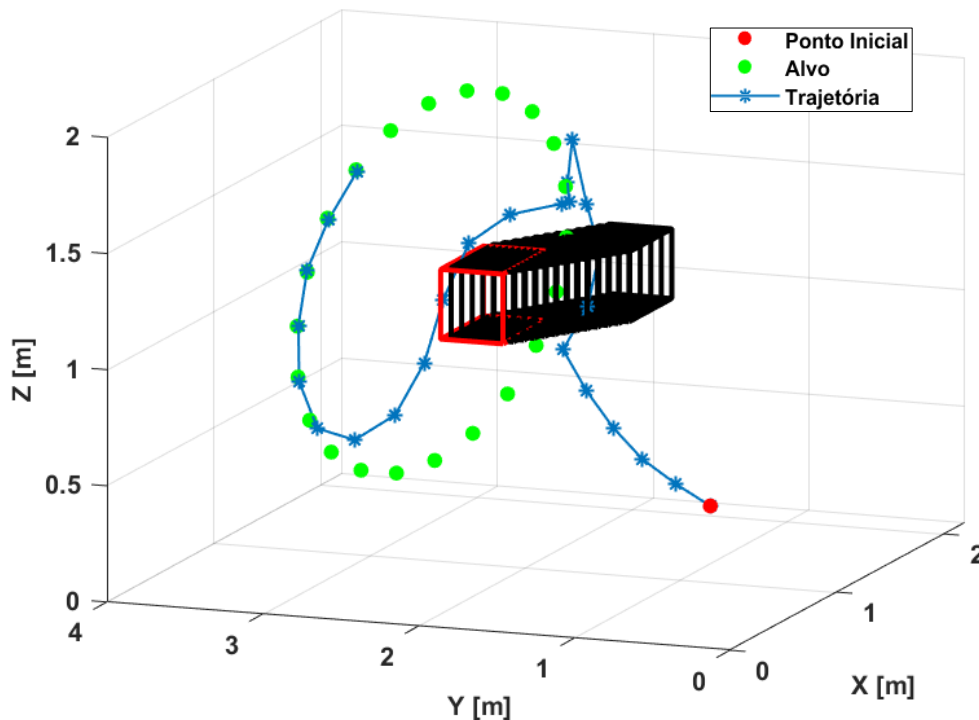


Fonte: Elaborada pela autora.

O alvo é identificado na cor verde, e executa uma trajetória circular. As marcações em vermelho identificam os pontos iniciais do quadricóptero e do obstáculo. A trajetória do obstáculo é definida em preto, e a rota da aeronave, em cor azul.

Já a Figura 6.14 apresenta a visão tridimensional da trajetória. Verifica-se que quando a aeronave parte do ponto inicial em direção ao alvo, ela não colide com o obstáculo, uma vez que, neste momento o obstáculo ainda não alcançou esta região. Em seguida, ao tentar rastrear o alvo, percebe-se que a rota é desviada para cima, de modo a não haver colisões. Ao final do desvio, quando a aeronave ligeiramente cruza o obstáculo marcado em vermelho, também não há colisão, pois neste instante, o obstáculo já não se localiza mais naquela região.

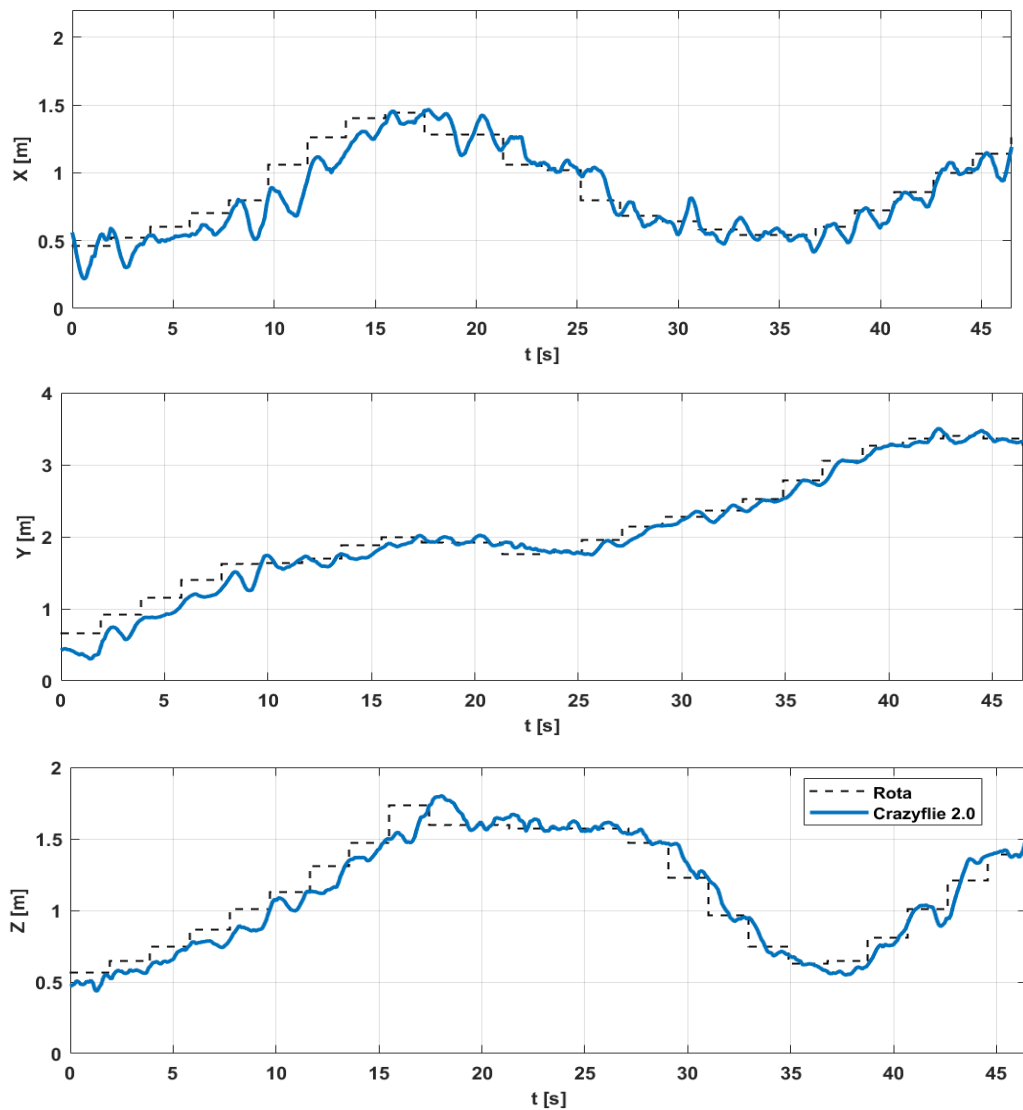
Figura 6.14 – Cenário 3: visão tridimensional da rota.



Fonte: Elaborada pela autora.

A Figura 6.15 apresenta os resultados experimentais para o rastreamento de trajetória, na presença de alvo e obstáculo móvel. O intervalo de tempo para o envio de novos *setpoints* foi mantido em 1 segundo, enquanto que o tempo para a execução do algoritmo em Matlab aumentou para aproximadamente 0,9 segundos, devido ao esforço computacional associado ao cálculo dos campos repulsivos.

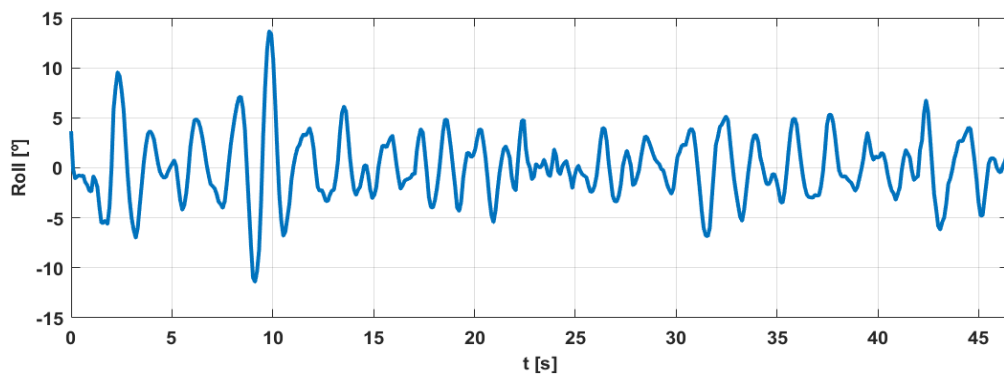
Figura 6.15 – Cenário 3: coordenadas translacionais.

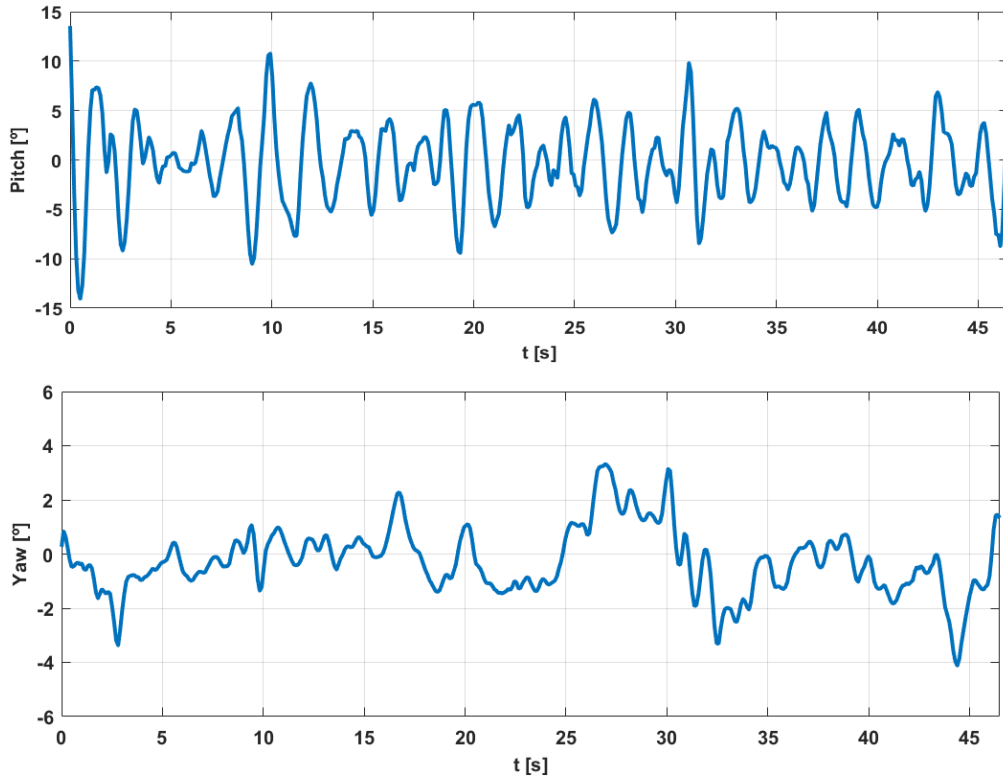


Fonte: Elaborada pela autora.

A Figura 6.16 exibe os resultados referentes às coordenadas rotacionais.

Figura 6.16 – Cenário 3: coordenadas rotacionais.





Fonte: Elaborada pela autora.

Observa-se que as oscilações para os ângulos de rolagem e arfagem se concentram na faixa de $5/-5^\circ$, enquanto que a oscilação do ângulo de guinada concentra-se na faixa de $2/-2^\circ$, com picos variando de $4/-4^\circ$.

A Tabela 6.6 apresenta as métricas referentes aos resultados experimentais do ensaio proposto.

Tabela 6.6 – Cenário 3: análise dos resultados.

Eixo	Erro Máximo	Erro Mínimo	IAE
Eixo X	0,577	0,000	6,318
Eixo Y	0,465	0,000	7,639
Eixo Z	0,423	0,000	6,378

Fonte: Elaborada pela autora.

Apesar da métrica IAE ter apresentado valores consideravelmente elevados para este cenário, deve ser observado que o tempo de ensaio também foi significativamente maior,

quando comparado aos ensaios anteriores. Desta forma, os erros foram acumulados por um período de tempo maior.

6.5. Conclusões

Este capítulo apresentou os resultados experimentais do problema de planejamento de trajetórias, para ambientes dinâmicos. Em tais casos, o algoritmo definido em *software* Matlab é periodicamente acionado pelo *script* em Python. O programa que viabiliza a comunicação com o *Crazyflie 2.0* realiza a leitura advinda dos estimadores de estados, aciona o algoritmo de planejamento, e retorna os *setpoints* para que as aeronaves possam realizar o rastreamento das trajetórias.

Foram avaliados três cenários distintos, sendo o primeiro caso representado pelos alvos móveis. Neste evento, uma aeronave realiza a perseguição de um alvo que se desloca no espaço tridimensional. O segundo cenário abrange um *swarm* de aeronaves, sendo que as suas trajetórias são definidas de modo independente. Um campo de repulsão ao redor de cada veículo, possibilita o voo em enxame, de modo que não haja colisão entre os agentes. Neste caso, o tempo de processamento do algoritmo de campos potenciais foi maior, quando comparado ao cenário 1, já que cálculos associados aos campos de repulsão apresentam um maior custo computacional.

Por fim, o último cenário avaliou o planejamento de trajetórias na presença de alvo e obstáculos dinâmicos. O custo computacional deste algoritmo foi significativamente maior, contudo, ao observar os resultados experimentais, verifica-se que o rastreamento de trajetória apresentou bons resultados, aparentemente diminuindo o erro em regime permanente para seguimentos em rampa. Tal situação, possivelmente está relacionada ao fato de que devido ao maior tempo para execução dos cálculos, os veículos aéreos têm um tempo maior para seguir a trajetória, antes que um novo *setpoint* seja fornecido. Contudo, maiores avaliações experimentais se fazem necessárias.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES

Esta tese abordou estratégias de planejamento de trajetórias, em tarefas de perseguição para veículos aéreos não tripulados, do tipo quadricópteros. A técnica de planejamento aplicada foram os campos potenciais artificiais. Os resultados experimentais foram avaliados através do nano quadricóptero *Crazyfly 2.0*.

A priori, analisou-se ambientes estáticos, sendo que o planejamento de trajetória foi executado de modo *off-line*. Após a obtenção do conjunto de *waypoints* que interliga as aeronaves ao ponto de destino, realizou-se uma suavização da trajetória, com o intuito de assegurar que as restrições físicas do veículo fossem atendidas. Avaliou-se ambientes bidimensionais e tridimensionais, na presença de obstáculos fixos, e na sequência foram realizados ensaios com um enxame de aeronaves.

Posteriormente, avaliou-se os ambientes dinâmicos, sendo que neste caso, o algoritmo de planejamento de trajetórias foi executado em tempo real. Três cenários distintos foram analisados: alvos móveis, obstáculos dinâmicos e enxame de aeronaves com rotas independentes. Todas as trajetórias obtidas garantiram que não houvesse colisões com os obstáculos do ambiente e nem entre os agentes de perseguição.

Os campos potenciais artificiais foram originalmente desenvolvidos com o intuito de evitar colisões em planejamentos de trajetórias executados de modo *online*, com ênfase em sua eficiência em tempo real. Como desvantagem, a literatura aponta a questão dos mínimos locais, contudo, para contornar este problema, nesta tese foi implementado os campos do tipo vórtice. Formulou-se uma estratégia em que o algoritmo é capaz de apontar dinamicamente o

melhor sentido para o vórtice, ao redor de cada obstáculo presente no espaço de trabalho, de modo a aumentar o desempenho do planejamento das trajetórias.

Os resultados obtidos através dos campos potenciais artificiais foram considerados satisfatórios, inclusive com a execução de voos com o algoritmo de planejamento operando em tempo real.

Para o controle das aeronaves adotou-se uma estrutura de controle em cascata, uma vez que, o quadricóptero é um sistema mecânico subatuado. A técnica de controle implementada corresponde ao controlador PID, que está armazenado no *firmware* da aeronave. Os resultados experimentais relativos ao rastreamento das trajetórias foram avaliados como regulares, devido à presença de erros em regime permanente para seguimentos em rampa.

Em relação ao sistema de posicionamento local, o fabricante informa que os módulos apresentam ± 10 cm de precisão. Quando a aeronave está parada, os valores obtidos estão dentro da faixa informada, contudo, em movimento o desvio do sinal é maior. Isto pode ser ocasionado por fatores como vibrações provenientes do movimento dos motores, e desbalanceio de hélices. Em quedas mais bruscas, o ideal é realizar a troca completa das hélices e dos motores, de modo a garantir voos mais estáveis.

Além disso, o fabricante recomenda que as âncoras estejam afastadas de no mínimo 2 metros, contudo, devido as dimensões reduzidas do espaço disponível para a realização dos ensaios experimentais, tanto para o eixo X , quanto para o eixo Z , o posicionamento das âncoras ficou próximo ao limiar. Isso ocasiona um excesso de reflexões e ecos que podem deteriorar o desempenho do sistema de posicionamento local.

As contribuições desta tese estão associadas à duas vertentes distintas, sendo a primeira relacionada ao viés experimental. De modo geral, as pesquisas concentram-se em simulações computacionais e não abrangem ensaios com sistemas reais. Desta forma, uma das inovações deste trabalho corresponde à validação experimental da técnica de campos potenciais artificiais, em diferentes cenários de perseguição com quadricópteros, em ambiente tridimensional.

A outra vertente está relacionada a contribuições no algoritmo de campos potenciais artificiais. Poucas formulações estão disponíveis para o *swarm*, sobretudo quando se trata do projeto de rotas independentes. Além disso, foram desenvolvidas manipulações no campo vórtice, de modo que o algoritmo seja capaz de apontar dinamicamente o sentido do vórtice

para cada obstáculo, em cada ciclo de operação. Adaptações simples, mas que eliminaram os problemas de mínimos locais, e possibilitaram a definição de trajetórias suaves.

7.1. Trabalhos Futuros

Existem várias vertentes de pesquisa, que se implementadas podem aprimorar os resultados alcançados por esta tese, tais como:

- implementação de novas técnicas de controle: embora os controladores PID sejam simples de implementar e apresentaram resultados medianos, eles não são a melhor escolha, quando se trata do rastreamento de trajetórias. Seria interessante explorar controladores mais avançados, possivelmente incorporando controladores baseados em modelo, uma vez que já foi realizada a identificação dos parâmetros da aeronave;
- estratégias de evasão: com o intuito de obter soluções para jogos de perseguição-evasão, uma das possibilidades de pesquisas futuras, que complementariam os resultados apresentados por esta tese, consiste na elaboração de estratégias ótimas de evasão de alvos, baseado em uma possível métrica relativa ao tempo de captura;
- sistema de sensoriamento exteroceptivo: implementação de sensores adicionais, como uma nano câmera ou *lasers*. Deste modo, o quadricóptero pode realizar o monitoramento do ambiente, de modo a desviar de obstáculos, e estimar a posição do alvo, evitando o armazenamento prévio das trajetórias.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGHDAM, A.; MENHAJ, M.; BARAZANDEH, F.; ABDOLLAHI, F. Cooperative Load Transport with Movable Load Center of Mass Using Multiple Quadrotor UAVs. In *Proceedings of the 4th International Conference on Control, Instrumentation, and Automation (ICCIA)*, 2016. <https://doi.org/10.1109/ICCIAutom.2016.7483130>

ALEXIS, K.; NIKOLAKOPOULOS, G.; TZES, A. On Trajectory Tracking Model Predictive Control of an Unmanned Quadrotor Helicopter Subject to Aerodynamic Disturbances. *Asian Journal of Control*, vol. 16, nº 1, pp. 209–224, 2014. <https://doi.org/10.1002/asjc.587>

ALEXOPOULOS, A.; SCHMIDT, T.; BADREDDIN E. Pursuit and Evasion in a Recursive Nested Behavioral Control Structure for Unmanned Aerial Vehicles. In *Proceedings of the 14th International Conference on Control, Automation and Systems*, pp. 1175–1180, Korea, 2014. <https://doi.org/10.1109/ICCAS.2014.6987737>

ASTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. *Automatic Tuning of PID Controllers*. ISA – Instrument Society of America, 1995.

ATAEI A.; PASCHALIDIS, I. C. *Robust Model Predictive Control of Quadrotors for Zone-aware Tracking*. Center for Information and Systems Engineering (CISE), Boston University, 2015.

BAR-SHALOM, Y.; LI, X. R.; KIRUBARAJAN, T. *Estimation with Applications to Tracking and Navigation: Theory, Algorithms and Software*. John Wiley & Sons, 2001. <https://doi.org/10.1002/0471221279>

BERRAHAL, S.; KIM, J.; REKHIS, S.; BOUDRIGA, N.; WILKINS, D.; ACEVEDO, J. Border Surveillance Monitoring using Quadcopter UAV-Aided Wireless Sensor Networks. *Journal of Communications Software and Systems*, vol. 12, nº 1, pp. 67-82, 2016. <https://doi.org/10.24138/jcomss.v12i1.92>

- BHATTACHARYA, S.; HUTCHINSON, S.; BASAR, T. Game-Theoretic Analysis of a Visibility Based Pursuit-Evasion Game in the Presence of Obstacles. In *Proceedings of the IEEE American Control Conference (ACC)*, pp. 373–378, USA, 2009. <https://doi.org/10.1109/ACC.2009.5160610>
- BITCRAZE. *Crazyflie Start Here*. Disponível em: <https://www.bitcraze.io/start>. Acesso em: 10 de abril de 2019.
- BOUABDALLAH, S. *Design and Control of Quadrotors with Application to Autonomous Flying*. PhD Thesis, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, 2007.
- CÂNDIDO, A. S. *Sistema de Gerenciamento de Voo de Quadricópteros Tolerante a Falhas*. Tese (Doutorado), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Computação, Área de Sistemas e Controle, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 2015.
- CAO, Y.; FUKUNAGA, A.; KAHNG, A. Cooperative Mobile Robotics: Antecedents and Directions. *Autonomous Robots*, v. 4, pp. 1–23, 1997. <https://doi.org/10.1023/A:1008855018923>
- CASTILLO, P.; LOZANO, R.; DZUL, A. *Modelling and Control of Mini-Flying Machines*. Springer-Verlag, Londres, 2005.
- CHEN, J.; ZHA, W.; PENG, Z.; GU, D. Multi-Player Pursuit-Evasion Games with One Superior Evader. *Automatica*, v. 71, pp. 24–32, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2016.04.012>
- COURY, M.; LIMA, G. V.; SOUSA, G. F.; SANTOS, M. K.; SOUZA, R. M.; SILVA, A. S. Parameterization and Experimental Control of a Mini Quadcopter. In *Proceedings of the 25th ABCM International Congress of Mechanical Engineering*, Uberlândia, 2019.
- DUNKLEY, O. M. W. *Visual Inertial Control of a Nano-Quadrotor*. Master Thesis, Fakultät für Informatik, Technischen Universität München, München, 2014.
- EKLUND, J. M.; SPRINKLE, J.; SASTRY, S. Implementing and Testing a Nonlinear Model Predictive Tracking Controller for Aerial Pursuit/Evasion Games on a Fixed Wing Aircraft. In *Proceedings of the American Control Conference (ACC)*, pp. 1509–1514, USA, 2005.
-

- FORSTER, J. *System Identification of the Crazyflie 2.0 Nano Quadcopter*. Bachelor Thesis, Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Zurich, 2015.
- FREGENE, K.; KENNEDY, D.; WANG, D. Multi-Vehicle Pursuit-Evasion: an Agent-Based Framework. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robots and Automation*, pp. 2707-2713, Taiwan, 2003.
- GAUTAM, A.; MOHAN, S. A. Review of Research in Multi-Robot Systems. In *Proceedings of the 7th IEEE International Conference on Industrial and Information Systems (ICIIS)*, India, 2012. <https://doi.org/10.1109/ICIInfS.2012.6304778>
- GETZ, W.; LEITMANN, G. Qualitative Differential Games with Two Targets. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, v. 68, pp. 421-430, 1979. [https://doi.org/10.1016/0022-247X\(79\)90126-4](https://doi.org/10.1016/0022-247X(79)90126-4)
- GOERZEN, C.; KONG Z.; METTLER B. A Survey of Motion Planning Algorithms from the Perspective of Autonomous UAV Guidance. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 57:65-100, 2009. <https://doi.org/10.1007/s10846-009-9383-1>
- GREEN, S.; MANSON, P. *Autonomous Control of Unmanned Aerial Multi-Agent Networks in Confined Spaces*. Master Thesis, Lund University, Sweden, 2019.
- GREGORIN, L. V. *Robótica Evolutiva Aplicada ao Problema de Perseguição-Evasão de Pior Caso com Múltiplos Robôs*. Dissertação (Mestrado), Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Sergipe, São Cristóvão, 2016.
- GREIFF, M. *Modelling and Control of the Crazyflie Quadrotor for Aggressive and Autonomous Flight by Optical Flow Driven State Estimation*. Master Thesis, Lund University, Sweden, 2017.
- GUPTE, S.; MOHANDAS, P. I. T.; CONRAD, J. A Survey of Quadrotor Unmanned Aerial Vehicles. In *Proceedings of the IEEE Southeastcon*, Orlando, 2012. <https://doi.org/10.1109/SECon.2012.6196930>
- HUANG, H.; ZHANG, W.; DING, J.; STIPANOVIC, D. M.; TOMLIN, C. Guaranteed Decentralized Pursuit-Evasion in the Plane with Multiple Pursuers. In *Proceedings of the 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC)*, pp. 4835-4840, USA, 2011. <https://doi.org/10.1109/CDC.2011.6161237>
-

- HWANG, Y. K.; AHUJA, N. Gross Motion Planning – A Survey. *ACM Computing Surveys*, vol. 24, nº 3, 1992. <https://doi.org/10.1145/136035.136037>
- ISAACS, R. *Differential Games*. Wiley, Nova York, 1965.
- JIN, S.; QU, Z. Pursuit-Evasion Games with Multi-Pursuer vs. One Fast Evader. In *Proceedings of the 8th World Congress on Intelligent Control and Automation*, pp. 3194-3189, China, 2010.
- KANE, T.; LIKINS, P.; LEVINSON, D. *Spacecraft Dynamics*. McGraw-Hill Book Co., 1983.
- KARAMAN, S.; FRAZZOLI, E. Incremental Sampling-Based Algorithms for a Class of Pursuit-Evasion Games. *Algorithmic Foundations of Robotics IX*, pp. 71-87, Springer-Verlag, 2011. https://doi.org/10.1007/978-3-642-17452-0_5
- KAYA, D.; KUTAY, A.; KURTULUS, D.; TEKINALP, O.; SIMSEK, I.; SOYSAL, S.; HOSGIT, G. Propulsion System Selection and Modeling for a Quadrotor with Search and Rescue Mission. *Journal of the American Institute of Aeronautics and Astronautics*, AIAA 2016-1528, 2016.
- KEFEI, S.; BAOYING, L.; HANXU, L.; CHEN, L. Agricultural Environment Monitoring Combined with Quadrotor Aircraft Control Algorithm. *Journal of Engineering Science and Technology Review*, 12(3), pp. 190-200, 2019.
- KHATIB, O. Real-Time Obstacle Avoidance for Manipulators and Mobile Robot. *International Journal of Robotics Research*, 5(1), 90-98, 1986. <https://doi.org/10.1177/027836498600500106>
- KIM, H. J.; SHIM, D. H.; SASTRY, S. Flying Robots: Modeling, Control and Decision Making. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 66-71, Washington, 2002.
- LATOMBE, J. C. *Robot Motion Planning*. Springer Science+Business Media New York, 1991. <https://doi.org/10.1007/978-1-4615-4022-9>
- LANDRY, B. *Planning and Control for Quadrotor Flight through Cluttered Environments*. Master Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, 2015.
- LAVALLE, S. M. *Planning Algorithms*. Cambridge, 2006. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511546877>
-

- LUIS, C.; LE NY J. *Design of a Trajectory Tracking Controller for a Nano Quadcopter*. Relatório Técnico. École Polytechnique de Montréal, Montreal, 2016.
- MADEMLIS, I.; MYGDALIS, V.; NIKOLAIDIS, N.; MONTAGNUOLO, M.; NEGRO, F.; MESSINA, A.; PITAS, I. High-Level Multiple-UAV Cinematography Tools for Covering Outdoor Events. In *Proceedings of the IEEE Transactions on Broadcasting*, v. 65-3, 2019. <https://doi.org/10.1109/TBC.2019.2892585>
- MAKKAPATI, V.; TSIOTRAS, P. Optimal Evading Strategies and Task Allocation in Multi-player Pursuit–Evasion Problems. *Dynamic Games and Applications*, v. 9 (4), pp. 1168-1187, 2019. <https://doi.org/10.1007/s13235-019-00319-x>
- MATOUÏ, F.; BOUSSAÏD, B.; ABDELKRIM, M. N. Local Minimum Solution for the Potential Field Method in Multiple Robot Motion Planning Task. In *Proceedings of the 16th International Conference on Sciences and Techniques of Automatic Control & Computer Engineering*, 2015. <https://doi.org/10.1109/STA.2015.7505223>
- MCINTYRE, D.; NAEEM, W.; AZHAR, S. S.; ANWER, A. Underwater Surveying and Mapping using Rotational Potential Fields for Multiple Autonomous Vehicles. In *Proceedings of the 6th International Conference on Underwater System Technology: Theory & Applications*, 2016. <https://doi.org/10.1109/USYS.2016.7893926>
- MERZ, A. The Game of Two Identical Cars. *Journal of Optimization Theory and Applications*, v. 9, nº 5, 1972. <https://doi.org/10.1007/BF00932932>
- MUELLER M. W.; HAMER M.; D’ANDREA R. Fusing Ultra-wideband Range Measurements with Accelerometers and Rate Gyroscopes for Quadrocopter State Estimation. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Washington, 2015. <https://doi.org/10.1109/ICRA.2015.7139421>
- MUELLER, M. W.; HEHN M.; D’ANDREA R. Covariance Correction Step for Kalman Filtering with an Attitude. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2016. <https://doi.org/10.2514/1.G000848>
- OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. LTC Editora, 3ª Edição, 1998.
-

- OYLER, D. W.; KABAMBA, P. T.; GIRARD, A. R. Pursuit–Evasion Games in the Presence of Obstacles. *Automatica*, (65) pp. 1-11, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2015.11.018>
- PIERSON, A. *Analysis of Multi-Agent Systems Under Varying Degrees of Trust, Cooperation, and Competition*. PhD Thesis, Boston University, College of Engineering, Boston, 2017.
- PIERSON A.; ATAEI A.; PASCHALIDIS I.; SCHWAGER, M. Cooperative Multi-Quadrotor Pursuit of an Evader in an Environment with No-Fly Zones. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 320-326, Sweden, 2016. <https://doi.org/10.1109/ICRA.2016.7487151>
- PIERSON A.; WANG, Z.; SCHWAGER, M. Intercepting Rogue Robots: An Algorithm for Capturing Multiple Evaders With Multiple Pursuers. In *Proceedings of the IEEE Robotics and Automation Letters*, v. 2, pp. 530-537, 2017. <https://doi.org/10.1109/LRA.2016.2645516>
- POIRIER, M. F. *Control of the Quadcopter Crazyflie*. Relatório Técnico. University of Manchester, 2018.
- RAFFO, G. V. *Modelado y Control de un Helicóptero Quadrotor*. Master's thesis, Universidad de Sevilla, Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Seville, 2007.
- RAFFO, G. V. *Robust Control Strategies for a Quadrotor Helicopter: An Underactuated Mechanical System*. PhD Thesis, Universidad de Sevilla, Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Seville, 2011.
- RIBEIRO, L.; DUARTE, C.; RAMOS, A.; MORA-CARMINO, F. Visual Servo Control in Quadrotor for Power Line Tracking. In *Proceedings of the 10th International Micro Air Vehicles, Conferences and Competitions*, Australia, 2018.
- RICHTER, C.; BRY, A.; ROY, N. Polynomial Trajectory Planning for Aggressive Quadrotor Flight in Dense Indoor Environments. In *Proceedings of the International Symposium on Robotics Research (ISRR)*, 2013.
- SÁ, R. C. *Construção, Modelagem Dinâmica e Controle PID para Estabilidade de um Veículo Aéreo Não Tripulado do Tipo Quadrirotor*. Dissertação (Mestrado), Curso de Engenharia em Teleinformática, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2012.
-

- SANCHEZ, A.; CARRILLO, L. R. G.; RONDON, E.; LOZANO, R.; GARCIA, O. Hovering Flight Improvement of a Quad-rotor Mini UAV Using Brushless DC Motors. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, pp. 61-85, 2010. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1110-5_7
- SATO, K. Algebraic Controllability of Nonlinear Mechanical Control Systems. *Journal of Control, Measurement, and System Integration*, vol. 7, nº. 4, pp. 191–198, 2014. <https://doi.org/10.9746/jcmsi.7.191>
- SCOTT, W.; LEONARD, N. Optimal Evasive Strategies for Multiple Interacting Agents with Motion Constraints. *Automatica*, 2018.
- SHAFIQ, M.; ALI ZA.; AHMED MA.; FAROOQ, F. Altitude Controlling and Trajectory Tracking of Quadrotor UAV by Using Model Predictive Control. *Journal of Aviation and Aeronautical Science*, v. 1, nº 1, 2018.
- SIEGWART, R.; NOURBAKHSI, I. R. *Introduction to Autonomous Mobile Robots*. A Bradford Book, 2004.
- SILVA, J. B. B. *Uma Heurística Simplificada para Funções Custo de Planejadores da Família A**. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Informática, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2015.
- TZANNETOS G.; MARANTOS, P.; KYRIAKOPOULOS, K. J. A Competitive Differential Game Between an Unmanned Aerial and a Ground Vehicle Using Model Predictive Control. In *Proceedings of the 24th Mediterranean Conference on Control and Automation*, pp. 1053-1058, Greece, 2016. <https://doi.org/10.1109/MED.2016.7535979>
- VIDAL, R.; SHAKERNIA, O.; KIM, H. J.; SHIM, D. H.; SASTRY, S. Probabilistic Pursuit–Evasion Games: Theory, Implementation, and Experimental Evaluation. In *Proceedings of the IEEE Transactions on Robotics and Automation*, v. 18, 2002. <https://doi.org/10.1109/TRA.2002.804040>
-