

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE MESTRADO EM MECÂNICA

CONTROLE DAS VIBRAÇÕES DE ROTORES
FLEXÍVEIS PELA INTRODUÇÃO DE FORÇAS
EXTERNAS , ATRAVÉS DE TÉCNICAS DE
OTIMIZAÇÃO.

Dissertação apresentada por ADEMYR GONÇALVES DE OLIVEIRA, à
Universidade Federal de Uberlândia, para a obtenção do título de Mestre
em Engenharia Mecânica.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Valder Steffen Jr. - UFU- (Presidente)

Prof. Dr. Francisco Paulo Léopore Neto. - UFU

Prof. Dr. Robson Pederiva. - UNICAMP

DIRBI/UFU

621.81 048c /TES/FU
01892/94



1000016619

Uberlândia, 23 de Fevereiro de 1994.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Thomas e Graciema pelo incentivo e apoio.

Ao Professor Valder Steffen Junior, pelo apoio durante o período de orientação do trabalho.

Ao Professor Francisco P. Lépore Neto, pela sua valiosa colaboração.

À CAPES (Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e à FAPEMIG (Fundação de Apoio à Pesquisa do Estado de Minas Gerais), pelo apoio financeiro.

Aos amigos que compreenderam a minha falta de humor.

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	ii
RESUMO	vi
ABSTRACT	vii
LISTA DE FIGURAS E TABELAS.....	viii
SÍMBOLOS	x
CAPÍTULO 1	
INTRODUÇÃO	13
CAPÍTULO 2	
MODELO MATEMÁTICO.....	17
2.1 -Considerações Gerais.....	17
2.2 -O Método das Matrizes de Transferência.....	17
2.2.1 -Modelo Matemático do Disco.....	20
2.2.2 - Modelo Matemático do Eixo.....	24
2.2.3 - Modelo Matemático do Mancal.....	31
2.3 - A Matriz de Transferência Global: Obtenção dos Auto-valores e Auto-vetores. ..	32
CAPÍTULO 3	
RESPOSTA DE UM ROTOR À EXCITAÇÃO.....	35
3.1 - Considerações Gerais.....	35
3.2 - Cálculo da Energia Total de Deformação do Sistema.	39
CAPÍTULO 4	
OTIMIZAÇÃO.....	40
4.0 - Introdução.....	40
4.1 - Definição Geral.	40
4.2 - Otimização Iterativa.	41
4.3 - Minimização Irrestrita.	42
4.4 - Existência e Unicidade de uma Solução Ótima	43
4.5 - Métodos de Busca: Aspectos Gerais.	44

4.6 - O Método de Davidon, Fletcher e Powell (DFP)	45
4.7 - O Método da Secção Áurea.	49
4.8 - Estratégia Geral de Otimização.	51
4.9 - Algoritmo de Otimização: Aspectos Gerais	52
CAPÍTULO 5	
MODELO COMPUTACIONAL	54
5.1 - Características gerais	54
5.2 - Programa Principal (CVR).....	55
5.3 - Sub-rotina Reduz.	57
5.4 - Sub-rotina Solve.	57
5.5 - Sub-rotina Força.	60
5.6 - Sub-rotina Matriz.	61
5.7 - Aspectos Gerais do Programa ADS.	61
CAPÍTULO 6	
SIMULAÇÃO NUMÉRICA	65
6.1 - Introdução.....	65
6.2 - Aplicação A.	65
6.3 - Aplicação B.	72
6.4 - Comentário final sobre a obtenção do mínimo da função objetivo	79
CAPÍTULO 7	
CONCLUSÕES E SUGESTÕES	81
REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS	84
ANEXO 1	
Estrutura do Arquivo *.INI	88
ANEXO 2	
Arquivo de entrada: rotor A, forças de controle aplicadas aos discos.	94
ANEXO 3	
Arquivo de resposta: rotor A, forças de controle aplicadas sobre os discos.	98
ANEXO 4	
Arquivo de entrada: rotor A, forças de controle aplicadas adjacentes aos mancais. ...	101

ANEXO 5

Arquivo de resposta: rotor A, forças de controle aplicadas adjacente aos mancais. ... 105

ANEXO 6

Arquivo de entrada: rotor B, forças de controle aplicadas às estações 6 e 18. 108

ANEXO 7

Arquivo de resposta: rotor B, força de controle aplicada nas estações 6 e 18 112

ANEXO 8

Arquivo de dados básico do rotor B para o programa MONOROTOR. 115

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA	
DIRBI - DIRETORIA DE BIBLIOTECAS	
Procedência	—
Valor Cr\$	DUZENTOS
Rec. em	1 1994, N.º 1
O.P.D.	— 1 —
H. Fiscal/Fat.	— de 1 1
Reg.	1897/94 Data 15/09/94
Vd.	Ex. 1

FU-00002559-7

OLIVEIRA, Ademyr G. de; "Controle de Vibrações de Rotores Flexíveis pela Introdução de Forças Externas, através de Técnicas de Otimização", Uberlândia, 1993.

RESUMO

Este trabalho apresenta um método alternativo de controle, em malha aberta, do nível de vibração de rotores flexíveis, através da introdução de forças externas à máquina rotativa, diretamente sobre o rotor. Tais forças, o seu número e distribuição ao longo do rotor, são selecionados a partir de técnicas de análise modal. Os parâmetros que definem cada uma das forças de controle: amplitude, frequência e ângulo de incidência sobre o eixo, são definidos por meio de técnicas de otimização numérica, de forma a minimizar a energia total de deformação do sistema. O rotor é modelado pelo método das matrizes de transferência e os auto-valores do sistema giroscópico são obtidos através de um método polinomial. A resposta do sistema às excitações é calculada para o regime permanente, pelo método modal. São mostrados resultados de simulação numérica, onde se evidencia redução da ordem de 90% da energia total de deformação do sistema rotor-mancais, o que corresponde a uma redução expressiva do nível de vibração.

ROTOR FLEXÍVEL, CONTROLE DE VIBRAÇÃO, OTIMIZAÇÃO, MATRIZES DE TRANSFERÊNCIA.

OLIVEIRA, Ademyr G. de; "Flexible Rotors Vibration Control by the Introduction of External Forces through Optimization Technics", Uberlândia, 1993.

ABSTRACT

This work presents an alternative open loop control method of flexible rotors vibration level, through the introduction of external forces to a rotating machine, straight along the rotors. Such forces, its number and distribution along the rotors, are selected observing the system modal information. The forces are defined by the following parameters: amplitude, frequency of excitation and angle of actuation and are determined through numerical optimization techniques, in a way which minimizes the system deformation energy. The rotor is modeled through the transfer matrix method where gyroscopic system eigenvalues are obtained through a polynomial method. The steady-state response of the system is calculated by a modal method. Numerical simulation shows a reductions up to 90% of the deformation energy of the shaft-bearings system, what indicates a significant reduction on the vibration level.

FLEXIBLE ROTORS, VIBRATION CONTROL, OPTIMIZATION, TRANSFER MATRIX.

LISTA DAS FIGURAS E TABELAS

Figura 2.1- Modelo de rotor flexível.	18
Figura 2.2- Configuração básica de uma estação	19
Figura 2.3- Modelo do disco.	20
Figura 2.4 - Elemento de disco.	22
Figura 2.5.a - Elemento genérico de eixo.	25
Figura 2.5.b - Projeção do elem. de eixo nos planos ZY e XY.	25
Figura 2.6 - Mancal	31
Figura 4.1 - Representação gráfica do Método da Secção Áurea	49
Figura 4.2- Fluxograma simplificado do processo de otimização irrestrita.	53
Figura 5.1 - Fluxograma simplificado do programa principal.	56
Figura 5.2 - Estrutura simplificada da sub-rotina REDUZ.	57
Figura 5.3 - Estrutura da sub-rotina SOLVE.	58
Figura 5.4 - Deslocamento das estações, sub-rotina SOLVE.	59
Figura 5.5 - Energia de deformação, sub-rotina SOLVE.	59
Figura 5.6 - Forças ativas e reativas ao longo uma viga.	60
Tabela 5.1 - Estratégias tratadas pelo ADS.	62
Tabela 5.2 - Métodos de otimização tratadas pelo ADS.	62
Tabela 5.3 - Métodos de busca tratadas pelo ADS.	63
Tabela 5.4 - Combinações de métodos, válidas para o ADS.	64
Figura 6.1 - Representação do rotor A.	66
Tabela 6.1 - Dados físicos do rotor A.	66
Tabela 6.2 - Forças de excitação do rotor A.	67
Figura 6.2 - Diagrama de Campbell do rotor A.	68
Figura 6.3 - Deslocamento X e Z, forças de controle atuando nos discos.	

Tabela 6.3 - Estado inicial e final do rotor A com forças de controle aplicadas aos discos B e D.....	70
Tabela 6.4 - Estado inicial e final do rotor A com forças de controle aplicadas às estações adjacentes aos mancais.....	70
Figura 6.4 - Deslocamentos X e Z, rotor A. Forças de controle aplicadas nas estações adjacentes aos mancais.	71
Figura 6.5 -Representação esquemática do rotor B.....	72
Figura 6.6 - Distribuição das estações no rotor B.....	72
Tabela 6.5 - Propriedades físicas do rotor B.....	73
Figura 6.7 - Modo 4 do rotor B [132.40 rad/s].....	74
Figura 6.8 - Modo 5 do rotor B [259.89 rad/s].....	74
Figura 6.9 - Diagrama de Campbell característico do rotor B.....	75
Tabela 6.6 - Rotor B, posicionamento das forças de controle.	76
Tabela 6.7 - Rotor B, estado inicial e final.	76
Figura 6.10 - Deslocamento X e Z do rotor B antes e depois da aplicação das forças de controle.....	77
Figura 6.11 - Redução percentual do deslocamento, eixo X.	78
Figura 6.12 - Redução percentual do deslocamento, eixo Z.	79
Figura 6.13 - Exemplo de superfície de uma função objetivo.....	79

SÍMBOLOS

A	área da secção transversal.
C	matriz amortecimento do sistema.
C	matriz obtida da soma das matrizes amortecimento e giroscópica.
c_{jk}	amortecimento entre as coordenadas j e k .
F	vetor força generalizado.
F_x	força na direção x .
F_z	força na direção z .
f	vetor força de excitação.
F	vetor força de excitação generalizado.
F	amplitude da força de excitação.
$F(X)$	função objetivo.
G	matriz giroscópica do sistema.
G	coeficiente de cisalhamento do material.
G_d	matriz giroscópica do disco.
H	matriz hessiana.
I	matriz identidade.
I_{p_n}	inércia polar do mancal.
I_{t_n}	inércia transversal do mancal.
I_y	inércia da estação com relação ao eixo y .
I_t	momento de inércia transversal .
I_p	momento de inércia polar.
I_x	momento de inércia na direção do eixo x .
I_y	momento de inércia na direção do eixo y .
I_z	momento de inércia na direção do eixo z .
J_x	momento estático de área na direção do eixo x .
J_y	momento estático de área na direção do eixo y .

K	matriz rigidez do sistema.
md	massa de desbalanceamento,
M	matriz massa do sistema.
m	massa da estação.
M_d	matriz massa de elemento de disco.
M_d	massa de um elemento de disco.
M_m	massa do mancal.
M_x	momento fletor no plano xy.
M_z	momento fletor no plano zy.
Q	vetor de estado.
r	excentricidade da massa de desbalanceamento.
r_{jk}	rigidez entre as coordenadas j e k .
S	vetor direção, no espaço das variáveis de decisão.
TG	matriz de transferência global do sistema.
TE	matriz de transferência do elemento eixo.
TM	matriz de transferência do elemento mancal.
TD	matriz de transferência do elemento disco.
V_x	esforço cortante no plano xy.
V_z	esforço cortante no plano zy.
X	vetor das variáveis de decisão.
X_j	j -ésimo elemento do vetor X .
X^*	vetor otimizado, das variáveis de decisão.
X^l	vetor do limite inferior das variáveis de decisão.
X^u	vetor do limite superior das variáveis de decisão.
V_d	velocidade do centro de massa.
w	freqüência da força de excitação.
Z_k	impedância mecânica de ligação entre disco e eixo.
Z_d	impedância mecânica do disco.

(x,y,z)	referencial móvel.
(X,Y,Z)	referencial inercial.
α	fator associado à forma da secção transversal do eixo.
β	ângulo de incidência da força de controle sobre o rotor.
δ^*	deslocamento genérico.
Δ	vetor deslocamento generalizado, definido pelos quatro graus de liberdade.
Φ	matriz modal do sistema não-giroscópico
θ, ψ, ϕ	ângulos de rotação de referencial, definidos por Euler.
ρ	massa específica.
Ω	velocidade angular do rotor.
ω_d	freqüência de vibração amortecida dos sistema.
ω_n	freqüência de vibração natural do sistema.

Sobrescritos e Subscritos:

d	referente ao elemento de disco.
e	referente ao elemento de eixo.
L	lado esquerdo de um elemento.
m	referente ao elemento de mancal.
R	lado direito de um elemento.
RM	referente ao referencial móvel.
RI	referente ao referencial inercial.
t	transposto.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

O perfeito funcionamento das máquinas rotativas é constantemente afetado por vibrações causadas principalmente por desbalanceamentos devidos a imperfeições de fabricação, desgaste, corrosão, desalinhamento na montagem, fluência e deformações térmicas. Tais desbalanceamentos induzem o aparecimento de cargas dinâmicas que causam fadiga da estrutura, degradação prematura dos mancais, redução da performance geral do equipamento e desconforto para quem o opera.

Além das excitações provocadas por desbalanceamento, outras associadas a problemas de interação fluido-estrutura ou ainda a campos eletromagnéticos podem também perturbar o perfeito funcionamento das máquinas rotativas.

A transposição das velocidades críticas, quer seja durante a aceleração ou desaceleração das máquinas rotativas, pode ocasionar níveis de vibrações capazes de comprometer severamente a vida útil do equipamento.

Nas últimas décadas, o desenvolvimento das turbo-máquinas têm exigido o emprego de rotores em velocidades de rotação cada vez mais elevadas, o que torna imperativo o desenvolvimento de técnicas mais eficazes para o controle das vibrações.

As técnicas de controle de vibrações atualmente mais empregadas podem ser agrupados em duas categorias: aquelas que utilizam massas de correção e as que se servem de atuadores externos. Quanto às técnicas de balanceamento, pode-se encontrar na bibliografia vários métodos recomendados. De uma forma geral, pode-se dizer que dois métodos básicos são frequentemente citados: o método dos coeficientes de influ-

ência e o método modal. A referência [7] apresenta interessante revisão bibliográfica sobre esse assunto, além de reforçar um aprimoramento do método dos coeficientes de influência, com vistas ao balanceamento de rotores flexíveis, já a referência [4] concentra-se no uso de atuadores externos com o objetivo de controlar as vibrações, através do uso de forças de excitações de origem magnéticas, carregando fortes não-linearidades. Pode-se ainda acrescentar que tentativas tem sido feitas no sentido de se estabelecer condições que promovam o chamado auto-desbalanceamento de rotores, como na referência [1]. Entretanto pouco se pode dizer do sucesso desse tipo de abordagem.

A utilização de atuadores externos têm por objetivo o controle das vibrações dos rotores em operação, seja no regime permanente seja em transitórios. Destaca-se o uso de atuadores hidrodinâmicos acoplados aos mancais do rotor e a utilização de mancais magnéticos ativos com controle em malha fechada.

Amortecedores hidrodinâmicos têm sido usados para atenuar a ressonância durante a passagem pelas velocidades críticas [3].

Estudos mostram que forças de controle de caráter não dissipativo aplicadas em posições estratégicas ao longo do rotor, são mais eficientes na redução do nível de vibração, do que as aplicadas nos mancais [2].

Os mancais magnéticos controlados em malha fechada promovem resultados satisfatórios na redução do nível de vibração [22], o que justifica o seu uso em aplicações especiais; porém esta é uma solução de alto custo e sofisticação, particularmente em relação aos controladores.

Este trabalho propõe uma metodologia alternativa na redução do nível de vibração das máquinas rotativas aplicável nas situações em que o controle de malha aberta seja suficiente. Trata-se do emprego de forças de controle, externas ao sistema, de maneira a combater os efeitos

dos desbalanceamentos e outros tipos de excitação harmônica. Tais forças de controle têm seus parâmetros de amplitude, frequência e ângulo de incidência, completamente definidos para uma dada condição de funcionamento, a partir de técnicas de otimização que buscam a combinação de tais parâmetros de sorte a minimizar a energia de deformação total do sistema. A distribuição dessas forças ao longo do rotor é decidida com o auxílio da informação modal do sistema, critério este que mostrou-se eficiente em estudos anteriores [5]. Para tanto a máquina rotativa é modelada através da técnica das matrizes de transferência, base de um programa computacional para análise dinâmica de rotores, que foi especialmente adaptado para este trabalho. Para a otimização das forças de controle, usou-se o programa ADS - "Automated Design Synthesis", desenvolvido pela equipe do Professor G. Vanderplaats (USA), que oferece um elenco expressivo de estratégias, otimizadores e formas de busca unidimensional, permitindo escolher a combinação que melhor se adapta a uma dada classe de problemas. Evidentemente, os dois programas acima citados foram acoplados, permitindo proceder iterativamente o processo de otimização do sistema em estudo.

O capítulo 2 apresenta o modelo matemático utilizado, onde o rotor flexível é representado de tal forma que as propriedades dos elementos de disco, mancal e eixo são distribuídas em estações. Dessa forma o método das matrizes de transferências é aplicado para cada tipo de elemento, até a obtenção das matrizes de transferência global, que contém todas as informações sobre as características dinâmicas do sistema.

O capítulo 3 considera o rotor excitado, sendo que o método pseudo modal é usado para a obtenção da resposta. São considerados diferentes tipos de excitações lineares, possibilitando empregar o princípio da superposição.

No capítulo 4 faz-se uma breve revisão sobre otimização apli-

cada a projeto de engenharia, dando algum destaque às técnicas que correspondem à melhor combinação de estratégia - otimizador - busca uni-dimensional, dentre aquelas oferecidas pelo programa de otimização utilizado.

O capítulo 5 trata da estratégia computacional utilizada neste trabalho, dando informações sobre o programa de análise dinâmica de rotores e sobre o programa ADS, além de esclarecer o acoplamento entre ambos, permitido ao programa principal (CVR) que gerencia o que se pode chamar de projeto automatizado iterativo.

No capítulo 6 são apresentados resultados de simulação computacional, selecionados dentre um grande número de casos estudados, propiciando colocar em evidência a eficácia da metodologia desenvolvida.

Finalmente, no capítulo 7, são apresentadas as principais conclusões deste trabalho, assim como sugestões para investigações futuras.

CAPÍTULO 2

MODELO MATEMÁTICO

2.1 - Considerações Gerais.

A literatura apresenta farto material sobre a obtenção das equações de movimento de rotores, destacando-se o método dos elementos finitos e o método das matrizes de transferência [14,15,16,17,18].

O método dos elementos finitos, trata um sistema contínuo discretizando-o num conjunto de elementos que, individualmente, são considerados contínuos.

Na sua essência, o método dos elementos finitos expressa o deslocamento de qualquer ponto do sistema contínuo em termos dos deslocamentos de um conjunto finito de pontos, ditos pontos nodais, multiplicados por uma dada função de interpolação. Este método produz resultados bastante satisfatórios no estudo de problemas estruturais, sendo utilizado em um grande número de pacotes voltados para a análise estática e dinâmica de sistemas mecânicos. Já o método das matrizes de transferência, pode partir tanto do sistema considerado contínuo, como também discretizado num certo número de estações.

2.2 - O Método das Matrizes de Transferência.

Um modelo genérico de rotor flexível é representado pela figura 2.1, onde a massa e as propriedades de inércia dos elementos de disco, mancal e eixo são distribuídas em estações.

As partes rotativas são consideradas com propriedades mecânicas e geométricas isotrópicas.

CAPÍTULO 2

MODELO MATEMÁTICO

2.1 - Considerações Gerais.

A literatura apresenta farto material sobre a obtenção das equações de movimento de rotores, destacando-se o método dos elementos finitos e o método das matrizes de transferência [14,15,16,17,18].

O método dos elementos finitos, trata um sistema contínuo discretizando-o num conjunto de elementos que, individualmente, são considerados contínuos.

Na sua essência, o método dos elementos finitos expressa o deslocamento de qualquer ponto do sistema contínuo em termos dos deslocamentos de um conjunto finito de pontos, ditos pontos nodais, multiplicados por uma dada função de interpolação. Este método produz resultados bastante satisfatórios no estudo de problemas estruturais, sendo utilizado em um grande número de pacotes voltados para a análise estática e dinâmica de sistemas mecânicos. Já o método das matrizes de transferência, pode partir tanto do sistema considerado contínuo, como também discretizado num certo número de estações.

2.2 - O Método das Matrizes de Transferência.

Um modelo genérico de rotor flexível é representado pela figura 2.1, onde a massa e as propriedades de inércia dos elementos de disco, mancal e eixo são distribuídas em estações.

As partes rotativas são consideradas com propriedades mecânicas e geométricas isotrópicas.

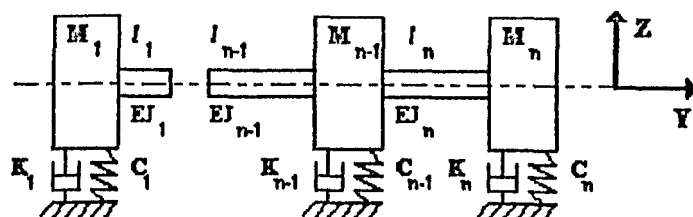


Figura 2.1- Modelo de rotor flexível.

Os discos são considerados rígidos e o efeito giroscópico é considerado. No caso de discos longos, sua massa e momentos de inércia são distribuídos em estações ao longo do seu comprimento.

Os mancais são sustentados por forças de rigidez e amortecimento, linearizadas em torno de sua posição de funcionamento. São considerados os efeitos devido à presença de massa e inércias devido à carcaça.

A linha que une os centros dos mancais coincide com o centro do eixo quando o rotor está em repouso.

Os elementos de eixo são assumidos como sendo corpos flexíveis, de massa e inércia desprezíveis quando comparadas às dos discos e mancais. O eixo, pode ser tratado como viga de Timoshenko ou de Euler-Bernoulli, dependendo das suas características geométricas.

Finalmente, as massas e inércias de todos os tipos de elementos, são concentradas em dois pontos nodais chamados estações. Desta forma, um modelo contínuo é transformado em modelo discreto equivalente, conveniente para o estudo do comportamento dinâmico do rotor. As imprecisões decorrentes das linearizações são aceitáveis, uma vez que, nas aplicações práticas, os deslocamentos de um rotor são de pequena magnitude.

O método das matrizes de transferência, inicialmente proposto por Prohl [10] e posteriormente atualizado, relaciona as propriedades estática e dinâmica entre dois pontos consecutivos de um sistema contí-

nuo, subdividindo-o em sub-sistemas simples. A formulação se dá em termos do vetor de estado que é uma matriz coluna dos deslocamentos e das forças internas; da matriz ponto, que encerra as propriedades dinâmicas do sub-sistema e da matriz campo, que define as propriedades elásticas do sub-sistema.

O cálculo se processa em termos dessas quantidades, de um extremo a outro do sistema, satisfazendo as condições de contorno apropriadas.

Neste trabalho foi considerado que um ponto genérico do sistema possui quatro graus de liberdade: duas translações e duas rotações, logo o vetor de estado Q foi definido pelos quatro deslocamentos e pelas quatro forças generalizadas a eles associadas.

$$Q = \{X, Z, \Theta, \Psi, V_x, V_z, M_x, M_z\}^t \quad (2.1)$$

Define-se estação como sendo um elemento de massa associado, à sua direita, a um elemento de eixo, como mostra a figura abaixo.

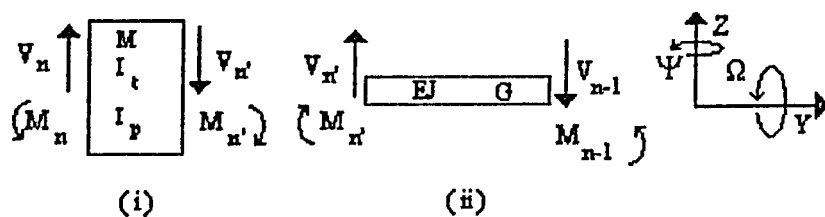


Figura 2.2- Configuração básica de uma estação

Onde: (i) elemento de massa (mancal ou disco) e (ii) elemento de eixo.

2.2.1 - Modelo Matemático do Disco.

O disco é assumido como sendo um corpo rígido com quatro graus de liberdade (x, y, θ, ψ) , de massa M_d , de momentos de inércia I_x , I_y e I_z . Sua equação de movimento é obtida pela aplicação das equações do Lagrange.

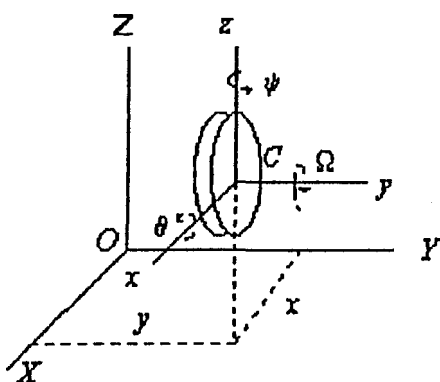


Figura 2.3- Modelo do disco.

O referencial móvel (x, y, z) é obtido a partir do referencial inercial (X, Y, Z) , submetendo-o às seguintes transformações: rotação θ , ψ , ϕ , respectivamente em torno dos eixos Y , Z e X . Assim, a velocidade angular do disco, expressa no referencial móvel é dada por:

$$\omega_d|_{RM} = \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\psi \cos\theta \sin\phi + \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \sin\phi + \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \cos\theta \sin\phi + \dot{\theta} \sin\phi \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

A posição do centro de massa do disco é expressa por

$$\overline{OC}|_{RI} = \{X, Y, Z\}^t$$

Como a coordenada Y é constante, a velocidade do centro de massa é descrita por:

$$V_d = \frac{d}{dt} \overline{OC} \Big|_{RI} = \{ \dot{X}, 0, \dot{Z} \} \quad (2.3)$$

O tensor de inércia do disco, simétrico e homogêneo, é tal que os eixos principais de inércia coincidem com os eixos do referencial móvel.

$$I_d = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

A energia cinética do disco inclui as parcelas devido à translação e à rotação:

$$T_d = \frac{1}{2} \cdot M_d \cdot V_d^t \cdot V_d + \frac{1}{2} \cdot \omega_d^t \cdot I_d \cdot \omega_d \quad (2.5)$$

Considerando as equações (2.2), (2.3) e (2.4), a equação (2.5) pode ser reescrita como:

$$T_d = \frac{1}{2} \cdot M_d \cdot (x^2 + y^2) + \frac{1}{2} \cdot I_x \cdot (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) + \frac{1}{2} \cdot I_y \cdot (\Omega^2 + 2\Omega \dot{\psi} \theta) \quad (2.6)$$

As equações que regem o movimento do disco são obtidas pela equação:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_d}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T_d}{\partial q_i} = F \quad (2.7)$$

Onde $q = \{x, z, \theta, \psi\}^t$ é o vetor das coordenadas generalizadas e F é o vetor das forças generalizadas que atuam sobre o disco.

As equações (2.6) e (2.7) permitem escrever a equação matricial abaixo:

$$\begin{bmatrix} m_d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_z \cdot \Omega \\ 0 & 0 & I_x \cdot \Omega & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Sigma F_x \\ \Sigma F_z \\ \Sigma M_x \\ \Sigma M_z \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

ou seja:

$$\mathbf{M}_d \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}_d \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{F} \quad (2.9)$$

\mathbf{M}_d é a matriz massa do disco.

\mathbf{G}_d é a matriz giroscópica do disco.

ΣF_x força resultante na direção x.

ΣF_z força resultante na direção z.

ΣM_x momento resultante em torno do eixo x.

ΣM_z momento resultante em torno do eixo z.

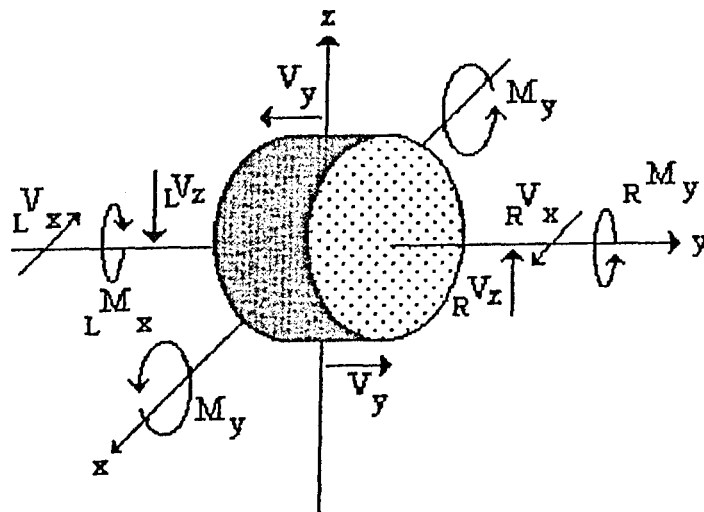


Figura 2.4 - Elemento de disco.

A figura 2.4 mostra o elemento de disco e os esforços, que sobre ele atuam.

As equações abaixo são obtidas observando as condições de equilíbrio, compatibilidade e as relações de transferência do vetor de estado do lado esquerdo (L) para o lado direito (R) do disco.

$$\begin{aligned}
 {}_R X &= {}_L X; & {}_R Z &= {}_L Z; \\
 {}_R \theta &= {}_L \theta; & {}_R \psi &= {}_L \psi; \\
 {}_R V_x &= {}_L V_x + m_d \cdot \ddot{x}; & {}_R V_z &= {}_L V_z + m_d \cdot \ddot{y}; \\
 {}_R M_x &= {}_L M_x + I_t \cdot \ddot{\theta} - I_p \cdot \Omega \cdot \dot{\psi}; & {}_R M_y &= {}_L M_y + I_t \cdot \ddot{\psi} + I_p \cdot \Omega \cdot \dot{\theta}.
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

As equações acima são resolvidas e reescritas na forma matricial, admitindo solução do tipo:

$$\{x, z, \theta, \psi\}^t = \{X, Z, \Theta, \Psi\}^t \cdot e^{st} \tag{2.11}$$

Onde $s = -\zeta \omega n + i \omega d$ é o auto-valor complexo.

Tem-se portanto:

$${}_R \{x, z, \theta, \psi, V_x, V_z, M_x, M_z\}^t = TD \cdot {}_L \{x, z, \theta, \psi, V_x, V_z, M_x, M_z\}^t \tag{2.12}$$

Onde TD é matriz de transferência do disco.

Da equação (2.10) tem-se:

$${}_R M_x = {}_L M_x + I_t \cdot \ddot{\theta} - I_p \cdot \Omega \cdot \dot{\psi}$$

Admitindo também para esta equação uma solução do tipo da equação (2.11), tem-se:

$${}_R M_x = {}_L M_x + I_t \cdot s^2 \theta - I_p \cdot \Omega \cdot s \psi$$

A impedância mecânica do disco para a união rígida ao eixo pode ser definida como:

$$Z_d = \frac{M}{\theta} = I t s^2$$

Com o objetivo de introduzir no modelo o efeito da ligação flexível disco-eixo, da teoria da elasticidade [11], obtém-se a impedância (Z_k) de mola de torção inserida na ligação disco-eixo. A rigidez equivalente, supondo que a impedância mecânica do disco (Z_d) esteja associada em série com a impedância da mola de torção, é dada por:

$$Z_e = \frac{1}{\frac{1}{Z_k} + \frac{1}{Z_d}}$$

Então, a matriz de transferência do elemento disco levando em consideração o efeito acima mencionado, é dada por:

$$TD = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ s^2 \cdot m_d & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s^2 \cdot m_d & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s^2 \cdot m_d & s \cdot \Omega \cdot I_p & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -Z_e \cdot \Omega & s^2 \cdot m_d & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

2.2.2 - Modelo Matemático do Eixo.

Para o elemento de eixo homogêneo, é considerado que a seção transversal e os momentos de inércia de área J_x e J_z são constantes ao

longo de seu comprimento. Este elemento, com as forças cortantes e momentos fletores aplicados nas suas extremidades, é mostrado nas figuras 2.5.a e 2.5.b.

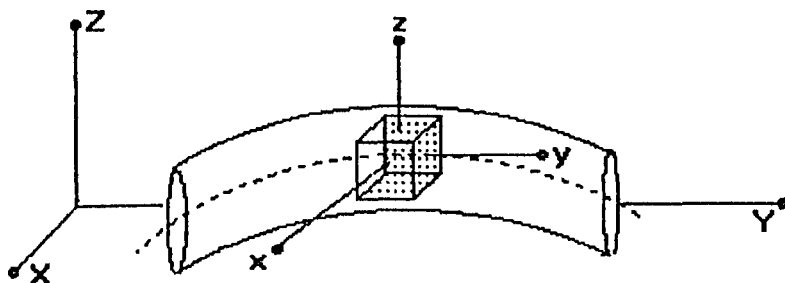


Figura 2.5.a - Elemento genérico de eixo.

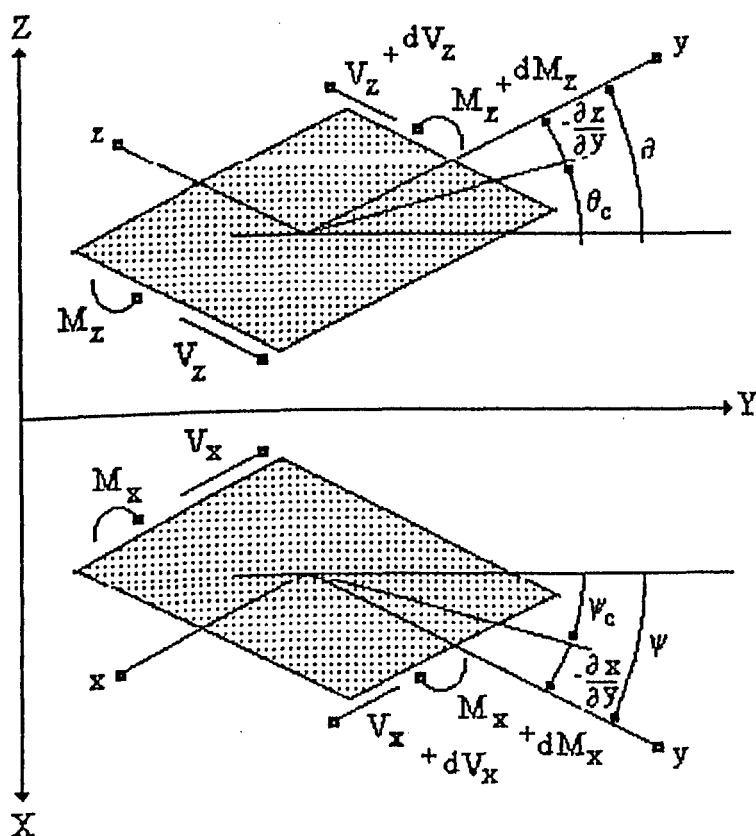


Figura 2.5.b - Projeção do elem. de eixo nos planos ZY e XY.

As relações entre as deflexões, as inclinações, os momentos fletores e os esforços cortantes entre as extremidades de um elemento de eixo, são estabelecidas observando o modelo de viga de Timoshenko,

como mostram as equações (2.14), (2.15) e (2.16):

$$\theta = \frac{V_x}{\alpha AG} + \frac{\partial x}{\partial y} = \theta_0 + \frac{\partial x}{\partial y} \quad ; \quad \psi = \frac{V_z}{\alpha AG} + \frac{\partial z}{\partial y} = \psi_0 + \frac{\partial z}{\partial y} \quad (2.14)$$

Onde: α é um fator associado à forma da secção transversal.

A , é a área da secção transversal.

G , é o coeficiente de cisalhamento do material.

$$M_x = E J_x \frac{\partial \theta}{\partial y} \quad M_z = E J_z \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (2.15)$$

Onde: J_x e J_z são os momentos inércia de área.

$$V_x = -\alpha AG \left(\frac{\partial x}{\partial y} + \theta \right) \quad ; \quad V_z = \alpha AG \left(\frac{\partial z}{\partial y} + \psi \right) \quad (2.16)$$

Assumindo que o elemento de eixo é simétrico em relação ao eixo y e não possui desbalanceamento, estabelece-se então as equações de equilíbrio dinâmico para os deslocamentos angulares e de translação, respectivamente as equações (2.17) e (2.18).

Onde: I_t , I_p e ρ são respectivamente: os momentos de inércia transversal e polar e a massa específica.

$$I_t \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + \Omega I_p \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial M_x}{\partial y} - V_x \quad I_t \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \Omega I_p \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial M_z}{\partial y} - V_z \quad (2.17)$$

$$\rho A \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \frac{\partial V_x}{\partial y} \quad ; \quad \rho A \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = \frac{\partial V_z}{\partial y} \quad (2.18)$$

O primeiro termo das equações (2.17) representam os efeitos

da inércia rotativa (Rayleigh) e o primeiro termo do segundo membro das equações (2.14) representa os efeitos das deformações cisalhantes (Timoshenko).

Após derivar a equação (2.16) em relação a y e efetuar a substituição nas equações (2.17) e (2.18), obtém-se:

$$M_x = \frac{\rho E J_x}{\alpha G} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + E J_x \frac{\partial^2 x}{\partial y^2} ; \quad M_z = \frac{\rho E J_y}{\alpha G} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + E J_z \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \quad (2.19)$$

Substituindo, nas equações (2.18), as derivadas em relação a y das equações (2.17), obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 M_x}{\partial y^2} &= \frac{I_t}{E J_x} \frac{\partial^2 M_x}{\partial t^2} + \frac{\Omega I_p}{E J_y} \frac{\partial M_y}{\partial t} - \rho A \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} &= \frac{I_t}{E J_y} \frac{\partial^2 M_y}{\partial t^2} + \frac{\Omega I_p}{E J_x} \frac{\partial M_x}{\partial t} - \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Após manipulação algébrica, as equações anteriores permitem obter:

$$\begin{aligned} E J_x \frac{\partial^4 X}{\partial y^4} + \rho J_x \Omega^2 \left(\frac{E}{\alpha G} - \frac{I_t}{\rho J_x} \right) \frac{\partial^2 X}{\partial y^2} - \rho A \Omega^2 \left(1 - \frac{\Omega^2 I_t}{\alpha G A} \right) X - i \Omega^2 I_p \frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} - i \frac{\rho \Omega^4 I_p}{\alpha G} Z &= 0 \\ E J_z \frac{\partial^4 Z}{\partial y^4} + \rho J_z \Omega^2 \left(\frac{E}{\alpha G} - \frac{I_t}{\rho J_z} \right) \frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} - \rho A \Omega^2 \left(1 - \frac{\Omega^2 I_t}{\alpha G A} \right) Z - i \Omega^2 I_p \frac{\partial^2 X}{\partial y^2} - i \frac{\rho \Omega^4 I_p}{\alpha G} X &= 0 \end{aligned} \quad (2.21)$$

Incorporando os efeitos de inércia rotacional e giroscópico do elemento de eixo ao elemento de disco ou mancal adjacente, as equações (2.21) se simplificam e tornam-se idênticas. Para a direção x , resulta:

$$\frac{\partial^4 X}{\partial z^4} + 2 \delta^2 \beta^4 \frac{\partial^2 X}{\partial z^2} - \beta^4 X = 0 \quad (2.22)$$

Onde:

$$\delta^2 = \frac{E J_x}{2\alpha G A} \quad \beta^2 = \frac{\rho A \Omega^2}{E J_x}$$

As equações abaixo são as raízes da equação característica da equação (2.22), para solução do tipo $x = X e^{sz}$.

$$s_1 = \pm \beta \sqrt{-(\delta\beta)^2 - \sqrt{1 + (\delta\beta)^4}} \quad ; \quad s_2 = \pm \beta \sqrt{-(\delta\beta)^2 + \sqrt{1 + (\delta\beta)^4}} \quad (2.23)$$

A solução geral da Equação (2.22) pode ser escrita como:

$$X = A \cosh(s_1 z) + B \sinh(s_1 z) + C \cos(s_2 z) + D \sin(s_2 z) \quad (2.24)$$

Da equação (2.23) tem-se:

$$s_1^2 + s_2^2 = -2 \delta^2 \beta^4 = -\frac{\Omega^2 \rho}{\alpha G} \quad (2.25)$$

Derivando as equações (2.14) e usando as equações (2.18) e (2.25), tem-se:

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = (s_1^2 + s_2^2) \left(\frac{1}{\Omega^2} \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} \right) + \frac{\partial^2 X}{\partial z^2} \quad (2.26)$$

Para a solução harmônica:

$$\frac{\partial^2 X}{\partial t^2} = -X \Omega^2 \quad (2.27)$$

Usando a equação (2.15) após a substituição de (2.27) em (2.26) tem-se:

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = -(s_1^2 + s_2^2)X + \frac{\partial^2 X}{\partial z^2} = \frac{M_x}{EJ}$$

As equações anteriores permitem então obter:

$$\theta = -\frac{s_1^2 + s_2^2}{\beta^4} \frac{V_x}{EJ_x} + \frac{\partial X}{\partial z} ; \quad V_x = \frac{\partial M_x}{\partial z} \quad (2.29)$$

Para o elemento de eixo, tem-se as seguintes condições de contorno:

$$\begin{aligned} z=0 &\Rightarrow X=L X ; \theta=L \theta ; M_x=L M_x ; V_x=L V_x \\ z=l &\Rightarrow X=R X ; \theta=R \theta ; M_x=R M_x ; V_x=R V_x \end{aligned} \quad (2.30)$$

As relações de transferência entre as extremidades de um elemento de eixo são obtidas a partir das equações (2.24), (2.28), (2.29) e (2.30).

$$\begin{aligned} R X &= a_1 L X + l L \theta + b_2 a_4 L M_x + b_3 a_7 L V_x \\ R \theta &= \frac{1}{3} \mu a_5 b_2 L X + a_2 R \theta + b_1 a_6 L M_x + b_2 a_4 L V_x \\ R V_x &= \mu a_3 L X + \frac{1}{2} \mu l a_4 R \theta + \frac{1}{3} \mu b_2 a_5 L M_x + a_1 L V_x \\ R M_x &= \frac{1}{2} \mu l a_4 L X + \frac{1}{6} \mu l^2 a_5 L \theta + a_2 L M_x + l a_3 L V_x \end{aligned} \quad (2.31)$$

Onde:

$$\begin{aligned}
a_1 &= \frac{s_1^2 \cosh \delta_1 + s_2^2 \cos \delta_2}{s_1^2 + s_2^2} \\
a_2 &= \frac{s_1^2 \cos \delta_2 + s_2^2 \cosh \delta_1}{s_1^2 + s_2^2} ; a_3 = \frac{s_1 \sinh \delta_1 + s_2 \sin \delta_2}{(s_1^2 + s_2^2) l} \\
a_4 &= \frac{2 (\cosh \delta_1 - \cos \delta_2)}{(s_1^2 + s_2^2) l^2} ; a_5 = \frac{6 (s_2 \sinh \delta_1 - s_1 \sin \delta_2)}{(s_1^2 + s_2^2) l^3 \beta^2} \\
a_6 &= \frac{s_2^3 \sinh \delta_1 + s_1^3 \sin \delta_2}{(s_1^2 + s_2^2) l \beta^2} ; a_7 = \frac{6 (s_1^3 \sinh \delta_1 - s_2^3 \sin \delta_2)}{(s_1^2 + s_2^2) l^3 \beta^4} \\
\delta_1 &= s_1 l ; \quad \delta_2 = s_2 l ; \quad \mu = \Omega^2 \rho A l \\
b_1 &= \frac{l}{EJ} ; \quad b_2 = \frac{l^2}{2 EJ} ; \quad b_3 = \frac{l^3}{6 EJ}
\end{aligned}$$

Para pequenas velocidades angulares, o efeito giroscópico no elemento de eixo pode ser desprezado ($\beta=0$) e a sua massa pode ser transferida para as estações adjacentes ($\mu=0$); então a matriz de transferência do elemento de eixo é dada por:

$$\mathbf{R} \{x, z, \theta, \psi, V_x, V_z, M_x, M_z\}^t = \mathbf{TE} \cdot \mathbf{L} \{x, z, \theta, \psi, V_x, V_z, M_x, M_z\}^t$$

Onde:

$$\mathbf{TE} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & l & 0 & b_3 & 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l & 0 & b_3 & 0 & b_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & b_2 & 0 & b_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & b_2 & 0 & b_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & l & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

2.2.3 - Modelo Matemático do Mancal.

O mancal é sustentado por molas e amortecedores, como mostra a figur 2.6. Seu comportamento é assumido como sendo linear em torno de sua posição de funcionamento. O modelo do mancal considera ainda, a massa equivalente (M_m) e suas propriedades de inércia polar (I_{p_m}) e transversal (I_{t_m}) da carcaça.

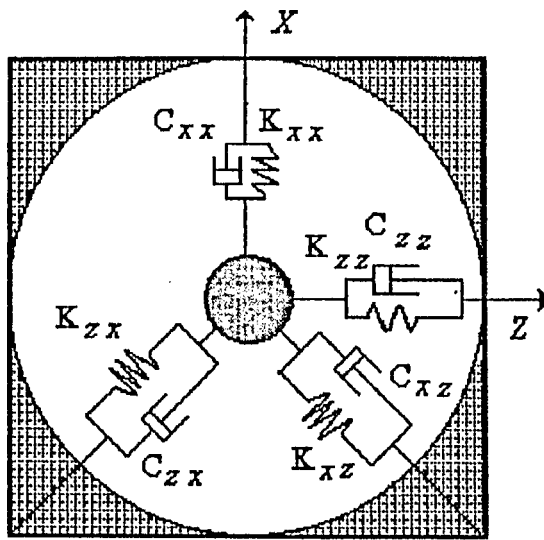


Figura 2.6 - Mancal

O vetor das forças generalizadas pode então ser escrito como:

$$\begin{Bmatrix} V_x \\ V_z \\ M_x \\ M_z \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xz} & K_{x0} & K_{x\psi} \\ K_{zx} & K_{zz} & K_{z0} & K_{z\psi} \\ K_{0x} & K_{0z} & K_{00} & K_{0\psi} \\ K_{\psi x} & K_{\psi z} & K_{\psi 0} & K_{\psi\psi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ z \\ \theta \\ \psi \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} C_x & C_{zx} & C_{x0} & C_{x\psi} \\ C_{zx} & C_z & C_{z0} & C_{z\psi} \\ C_{0x} & C_{0z} & C_{00} & C_{0\psi} \\ C_{\psi x} & C_{\psi z} & C_{\psi 0} & C_{\psi\psi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix}$$

Considerando a solução desta equação como sendo dada por $\{x, z, \theta, \psi\}^t = \{X, Z, \Theta, \Psi\}^t \cdot e^{st}$, a matriz de transferência do elemento mancal é:

$${}_R\{x, z, \theta, \psi, V_x, V_z, M_x, M_z\}^t = \text{TM} \cdot {}_L\{x, z, \theta, \psi, V_x, V_z, M_x, M_z\}^t$$

Onde:

$$\begin{aligned} \text{TM}_{31} &= -s^2 M_m - C_{xx} s - K_{xx} & \text{TM}_{52} &= -C_{xx} s - K_{xx} \\ \text{TM}_{33} &= -C_{x0} s - K_{x0} & \text{TM}_{54} &= -C_{xy} s - K_{xy} \\ \text{TM}_{61} &= -C_{xx} s - K_{xx} & \text{TM}_{62} &= -s^2 M_m - C_{xx} s - K_{xx} \\ \text{TM}_{63} &= -C_{x0} s - K_{x0} & \text{TM}_{64} &= -C_{xy} s - K_{xy} \\ \text{TM}_{71} &= C_{0x} s + K_{0x} & \text{TM}_{72} &= C_{0x} s + K_{0x} \\ \text{TM}_{73} &= s^2 I p_m + C_{00} s + K_{00} & \text{TM}_{74} &= s I p_m \Omega + C_{0\psi} s + K_{0\psi} \\ \text{TM}_{81} &= C_{\psi x} s + K_{\psi x} & \text{TM}_{82} &= C_{\psi x} s + K_{\psi x} \\ \text{TM}_{83} &= -s I p_m \Omega + C_{\psi 0} s + K_{\psi 0} & \text{TM}_{84} &= s^2 I t_m - C_{\psi \psi} s + K_{\psi \psi} \\ \text{TM}_{ij} &= 0 \text{ para } i \neq j & \text{TM}_{ij} &= 1 \text{ para } i = j \end{aligned} \quad (2.33)$$

2.3 - A Matriz de Transferência Global: Obtenção dos Auto-valores e Auto-vetores.

Como já visto na figura 2.1, o método das matrizes de transferência subdivide um rotor em sub-sistemas formados pela associação de um elemento de massa (elemento de mancal ou de disco) com um elemento de eixo. A matriz de transferência global (TG) é obtida multiplicando as matrizes de transferência elementares, dos sub-sistemas, de uma extremidade à outra do rotor; logo:

$${}_R\{x, z, \theta, \psi, V_x, V_z, M_x, M_z\}^t = \text{TG} \cdot {}_L\{x, z, \theta, \psi, V_x, V_z, M_x, M_z\}^t \quad (2.34)$$

A matriz de transferência global contém todas as informações relativas à dinâmica do sistema em estudo.

Os auto-vetores e auto-valores do sistema podem ser determinados a partir da matriz de transferência global, considerando condições de contorno livre-livre. As oito condições de contorno são então dadas por:

$$\begin{aligned} V_x|_1 = 0, \quad V_z|_1 = 0, \quad M_x|_1 = 0 \text{ e } M_z|_1 = 0. \\ V_x|_n = 0, \quad V_z|_n = 0, \quad M_x|_n = 0 \text{ e } M_z|_n = 0. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Da equação (2.34), considerando as equações de contorno 2.35, obtém-se a equação matricial que permite a obtenção das propriedades de uma dada estação, com base nas propriedades de uma estação adjacente.

$$\begin{pmatrix} X \\ Z \\ \Theta \\ \Psi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_n = \begin{bmatrix} TG_{11} & TG_{12} & TG_{13} & TG_{14} & TG_{15} & TG_{16} & TG_{17} & TG_{18} \\ TG_{21} & TG_{22} & TG_{23} & TG_{24} & TG_{25} & TG_{26} & TG_{27} & TG_{28} \\ TG_{31} & TG_{32} & TG_{33} & TG_{34} & TG_{35} & TG_{36} & TG_{37} & TG_{38} \\ TG_{41} & TG_{42} & TG_{43} & TG_{44} & TG_{45} & TG_{46} & TG_{47} & TG_{48} \\ \hline TG_{51} & TG_{52} & TG_{53} & TG_{54} & TG_{55} & TG_{56} & TG_{57} & TG_{58} \\ TG_{61} & TG_{62} & TG_{63} & TG_{64} & TG_{65} & TG_{66} & TG_{67} & TG_{68} \\ TG_{71} & TG_{72} & TG_{73} & TG_{74} & TG_{75} & TG_{76} & TG_{77} & TG_{78} \\ TG_{81} & TG_{82} & TG_{83} & TG_{84} & TG_{85} & TG_{86} & TG_{87} & TG_{88} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Z \\ \Theta \\ \Psi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{n-1}$$

Da equação anterior obtém-se:

$$\begin{bmatrix} TG_{31} & TG_{32} & TG_{33} & TG_{34} \\ TG_{61} & TG_{62} & TG_{63} & TG_{64} \\ TG_{71} & TG_{72} & TG_{73} & TG_{74} \\ TG_{81} & TG_{82} & TG_{83} & TG_{84} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Z \\ \Theta \\ \Psi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

Como o interesse está na obtenção das soluções não triviais,

impõe-se:

$$\begin{vmatrix} TG_{51} & TG_{52} & TG_{53} & TG_{54} \\ TG_{61} & TG_{62} & TG_{63} & TG_{64} \\ TG_{71} & TG_{72} & TG_{73} & TG_{74} \\ TG_{81} & TG_{82} & TG_{83} & TG_{84} \end{vmatrix} = 0 \quad (2.37)$$

As raízes complexas do polinômio estabelecido pela relação anterior, são os auto-valores do sistema. Aqui, o procedimento mais adequado para a obtenção das raízes é conhecido como método polinomial. Os auto-vetores correspondentes são determinados pela substituição de cada auto-valor nas matrizes de transferência. Maiores detalhes sobre o método e sobre a determinação dos auto-valores e auto-vetores podem ser encontrados na referência [4].

CAPÍTULO 3

RESPOSTA DE UM ROTOR À EXCITAÇÃO.

3.1 - Considerações Gerais

Neste trabalho a resposta à excitação é obtida através do método pseudo modal [9]. São consideradas as forças harmônicas de excitação devido ao desbalanceamento e forças harmônicas introduzidas por atuadores externos, com o objetivo de controlar as vibrações. A equação diferencial que representa matematicamente o movimento de um rotor genérico, é expressa como:

$$M\ddot{\Delta} + C\dot{\Delta} + K\Delta = f \quad (3.1)$$

Onde:

Δ é o vetor deslocamento generalizado;

$$\Delta = \{x, z, \theta, \psi\}^t \quad (3.2)$$

f é o vetor das forças de excitação;

K é a matriz de rigidez;

M , C e G são respectivamente: matriz de massa, de amortecimento e a matriz giroscópica do sistema. Observando a equação (3.2), define-se para cada estação do rotor:

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}; \quad G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_y \Omega \\ 0 & 0 & I_y \Omega & 0 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xz} & c_{x\theta} & c_{x\psi} \\ c_{zx} & c_{zz} & c_{z\theta} & c_{z\psi} \\ c_{\theta x} & c_{\theta z} & c_{\theta\theta} & c_{\theta\psi} \\ c_{\psi x} & c_{\psi z} & c_{\psi\theta} & c_{\psi\psi} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Ω é a velocidade angular de rotação do rotor.

m é a massa da estação.

I_x é a inércia da estação com relação ao eixo x .

I_y é a inércia da estação com relação ao eixo y .

I_z é a inércia da estação com relação ao eixo z .

c_{jk} é o amortecimento entre as coordenadas j e k .

Por definição:

$$\mathbf{C} = (\mathbf{C} + \mathbf{G}) \quad (3.4)$$

A base modal do sistema não-giroscópico associado, obtida a partir da solução do problema de auto-valores e auto-vetores quando se faz $W=0$, é usada para reduzir a ordem do sistema giroscópico. Este procedimento permite a diagonalização das matrizes de massa e rigidez através da seguinte transformação de coordenadas:

$$\Delta = \Phi \mathbf{q} \quad (3.5)$$

Onde Φ é a matriz modal do sistema não-giroscópico, considerando que n modos próprios foram retidos.

Substituindo a equação (3.5) em (3.1) obtém-se, após premultiplicação por Φ^t :

$$\Phi^t \mathbf{M} \Phi \ddot{\mathbf{q}} + \Phi^t \mathbf{C} \Phi \dot{\mathbf{q}} + \Phi^t \mathbf{K} \Phi \mathbf{q} = \Phi^t \mathbf{f} \quad (3.6)$$

A equação (3.6) pode ser reescrita como:

$$\mathbf{M}' \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}' \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}' \mathbf{q} = \Phi^t \mathbf{f} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} \text{Onde:} \quad \mathbf{M}' &= \mathbf{\Phi}^t \mathbf{M} \mathbf{\Phi} \\ \mathbf{D} &= \mathbf{\Phi}^t \mathbf{C} \mathbf{\Phi} \\ \mathbf{K}' &= \mathbf{\Phi}^t \mathbf{K} \mathbf{\Phi} \end{aligned}$$

As operações que culminaram com a obtenção da equação (3.7), reduzem drasticamente o esforço computacional e a necessidade de memória que seriam necessários para a implementação da equação (3.1), sem prejuízos significativos para com a precisão dos resultados finais [9].

O vetor força ($f = f_d + f_e + f_c$), neste trabalho, é composto pelos vetores força generalizados de desbalanceamento, de excitação externa e de controle, assim definidos respectivamente:

$$f_d = F_d e^{i\Omega t} \quad , \quad f_e = F_e e^{i\omega_e t} \quad \text{e} \quad f_c = F_c e^{i\omega_c t} \quad (3.8)$$

Onde:

$$F_d = \begin{Bmatrix} m_d & r \Omega^2 \cos \beta_d \\ m_d & r \Omega^2 \sin \beta_d \\ & M_x \\ & M_z \end{Bmatrix} \quad , \quad F_e = \begin{Bmatrix} F_e \cos \beta_e \\ F_e \sin \beta_e \\ M_x \\ M_z \end{Bmatrix} \quad \text{e} \quad F_c = \begin{Bmatrix} F_c \cos \beta_c \\ F_c \sin \beta_c \\ M_x \\ M_z \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

Onde:

β é o ângulo de incidência da força sobre o rotor,
 m_d é a massa de desbalanceamento,
 r é a excentricidade da massa de desbalanceamento,
 F_e é amplitude da força de excitação,
 F_c é amplitude da força de controle,
 M_x e M_z são, pela ordem, momentos fletores nos planos xy e zy que atuam e em cada segmento do rotor, causado por cada modalidade

de excitação em separado.

Verifica-se que as diferentes forças de excitação são de natureza linear, o que permite obter a resposta do sistema calculando-a para cada excitação em separado para, depois, somar os efeitos (princípio da superposição).

A equação diferencial (3.7) admite solução do tipo:

$$\mathbf{q} = \mathbf{Q} e^{i\omega t} \quad (3.10)$$

Onde ω é a frequência genérica da força de excitação.

Substituindo a equação (3.10) na equação (3.5) obtém-se

$$\left(-\omega^2 \mathbf{M}' + i\omega \mathbf{D} + \mathbf{K}'\right) \mathbf{Q} = \mathbf{F}' \quad (3.11)$$

Onde:

$$\mathbf{F}' = \Phi' f \quad (3.12)$$

Aplicando o princípio da superposição, a resposta ao conjunto das forças de excitação é finalmente obtida somando as respostas devidas ao desbalanceamento, à excitação harmônica externa e à excitação de controle:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_d + \mathbf{Q}_e + \mathbf{Q}_c \quad (3.13)$$

O retorno às coordenadas de origem se faz simplesmente, pela relação:

$$\Delta = \Phi \mathbf{Q} \quad (3.14)$$

3.2 - Cálculo da Energia Total de Deformação do Sistema.

A energia total de deformação do sistema rotor-mancais é dada pela equação abaixo:

$$E = \frac{1}{2} \Delta' K \Delta \quad (3.15)$$

Assim, a energia de deformação é uma função quadrática, envolvendo a matriz de rigidez do sistema e os deslocamentos nodais generalizados.

Substituindo a equação (3.14) na equação (3.15), tem-se:

$$E = \frac{1}{2} Q' \Phi' K \Phi Q \quad (3.16)$$

Lembrando-se de que:

$$\lambda = [\Phi' M \Phi]^{-1} \cdot [\Phi' K \Phi]$$

a equação (3.16) pode então ser reescrita como:

$$E = \frac{1}{2} Q' [\Phi' M \Phi] \lambda Q \quad (3.17)$$

O processo de otimização, discutido a seguir, terá como objetivo minimizar a energia de deformação acima definida. Isto porque admite-se que tal situação corresponda ao menor nível de vibração do sistema rotor-mancais. Nesta configuração, as excitações provocadas tanto por forças de desbalanceamento como por forças de excitação harmônica, terão seus efeitos minimizados pelas forças ditas "de controle", reduzindo assim o nível de vibração.

CAPÍTULO 4

OTIMIZAÇÃO

4.0 - Introdução.

O propósito da otimização é o de promover a busca racional de uma dada configuração de projeto, de forma a melhor atender a um conjunto de necessidades, as quais se propõe suprir. Modernamente, isto é feito de forma automatizada, através de computação digital.

A otimização pode ser vista como o processo pelo qual se encontra o mínimo ou o máximo de uma dada função, chamada "função objetivo", satisfazendo um certo conjunto de exigências, chamadas de "restrições".

Nos últimos 30 anos, muitas técnicas de otimização, tais como os algoritmos de programação linear, quadrática, geométrica, etc., tem sido desenvolvidos com o objetivo de atender à classes específicas de problemas de otimização. O uso da otimização numérica popularizou-se na engenharia em 1960 quando Schimit [8] aplicou técnicas de otimização não linear em projeto estrutural.

4.1 - Definição Geral.

O problema de otimização mais geral, cuja função objetivo é não-linear e está sujeita à restrições por vezes também não-lineares, pode ser matematicamente representado como se segue:

Minimizar a função objetivo:

$$F(X) \tag{4.1}$$

Sujeito a:

restrições de desigualdade:

$$g_j(\mathbf{X}) \leq 0 \quad j = 1, m \quad (4.2)$$

restrições de igualdade:

$$h_k(\mathbf{X}) = 0 \quad k = 1, l \quad (4.3)$$

restrições laterais:

$$X_i' \leq X_i \leq X_i'' \quad i = 1, n \quad (4.4)$$

Onde o vetor das variáveis de decisão é dado por

$$\mathbf{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_n\} \quad (4.5)$$

A função objetivo, bem como as funções de restrição, podem ser lineares ou não e implícitas ou não com relação às variáveis de decisão; além disso, estas funções podem ser calculadas por quaisquer métodos, exatos ou numéricos. Entretanto, exceto para classes especiais de problemas de otimização, é importante que tais funções sejam contínuas e que tenham a primeira derivada, com relação às variáveis de decisão, também contínuas.

4.2 - Otimização Iterativa.

A maioria dos algoritmos de otimização requer que \mathbf{X} , o conjunto das variáveis de decisão, seja inicialmente atribuído valores

iniciais aos seus componentes, os quais são atualizados iterativamente no decorrer do processo de otimização.

A forma mais usual de otimização iterativa é assim definida:

$$\mathbf{X}^i = \mathbf{X}^{i-1} + \delta^* \cdot \mathbf{S}^i \quad (4.6)$$

Onde:

i = número da iteração.

\mathbf{S} = vetor das direções, no espaço das variáveis de decisão.

δ^* = define a distância (ou passo) que se deseja mover na direção de \mathbf{S} .

4.3 - Minimização Irrestrita.

Minimizar uma função objetivo, sem a imposição de restrições, é fazer com que o seu gradiente inexistia, ou seja: $\nabla F(\mathbf{X}) = \mathbf{0}$.

Onde:

$$\nabla F(\mathbf{X}) = \begin{pmatrix} \partial F(\mathbf{X}) / \partial X_1 \\ \dots \\ \partial F(\mathbf{X}) / \partial X_n \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

Entretanto, esta é uma condição necessária porém não suficiente para garantir que o vetor \mathbf{X} represente um ponto de mínimo da função objetivo $F(\mathbf{X})$.

Define-se a matriz hessiana como sendo a matriz formada

pelas derivadas segundas da função objetivo, com relação às variáveis de decisão.

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 F(\mathbf{X})}{\partial^2 X_1^2} & \dots & \frac{\partial^2 F(\mathbf{X})}{\partial X_1 \partial X_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial^2 F(\mathbf{X})}{\partial X_n \partial X_1} & \dots & \frac{\partial^2 F(\mathbf{X})}{\partial^2 X_n^2} \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

O vetor \mathbf{X} define um ponto de mínimo da função $F(\mathbf{X})$ se o gradiente for zero e a matriz hessiana for positiva definida, procedimento que representa a base dos algoritmos de otimização.

4.4 - Existência e Unicidade de uma Solução Ótima

Nas otimizações numéricas, cujas funções objetivo são de interesse prático, é raramente possível verificar se o ponto ótimo, é o mínimo absoluto da função será encontrado. Isto se dá porque vários mínimos relativos podem existir ou, simplesmente, devido à escolha de um método de otimização não adequado à classe do problema. Nestes casos o processo de convergência torna-se lento e, então, os critérios de verificação de convergência abortam o processo, levando a resultados insatisfatórios que podem corresponder a um projeto considerado ótimo, sem que rigorosamente o mínimo da função objetivo tenha sido obtido.

Um método prático de verificar se a resposta encontrada é verdadeiramente o mínimo ou o máximo absoluto, num dado domínio da função objetivo, é repetir o processo de otimização a partir de um novo conjunto de condições iniciais, e verificar se o ponto obtido se mantém.

4.5 - Métodos de Busca: Aspectos Gerais.

Os métodos de busca se destinam a indicar ao processo de otimização, a direção, no espaço definido pelas variáveis de decisão, na qual o mínimo da função objetivo se localiza.

Os métodos de busca são divididos em métodos de ordem zero, de primeira e de segunda ordem.

No método de ordem zero, tem-se o processo mais simples de minimização de $F(\mathbf{X})$, que é selecionar aleatoriamente um grande conjunto de vetores \mathbf{X} e avaliar a função objetivo para cada um deles, de modo a indicar aquele que correspondente ao mínimo de $F(\mathbf{X})$.

Os métodos de primeira ordem, são assim chamados porque necessitam das primeiras derivadas da função objetivo, ou seja, do gradiente $\nabla F(\mathbf{X})$, cuja obtenção nem sempre é possível. A direção indicada é a do gradiente, com o sentido oposto, logo:

$$\mathbf{X}^i = \mathbf{X}^{i-1} - \delta^* \cdot \nabla F(\mathbf{X}^i) \quad (4.9)$$

Os métodos de segunda ordem consideram a expansão da função $F(\mathbf{X})$ em série de Taylor, em torno da posição .

$$F(\mathbf{X}) \cong F(\mathbf{X}^0) + \nabla F(\mathbf{X}^0) \cdot \Delta \mathbf{X} + \frac{1}{2} \cdot \Delta \mathbf{X}^t \cdot \mathbf{H}(\mathbf{X}^0) \cdot \Delta \mathbf{X} \quad (4.10)$$

Onde a matriz \mathbf{H} é definida pela equação (4.8) e

$$\Delta \mathbf{X} = \mathbf{X} - \mathbf{X}^0 \quad (4.11)$$

Assumindo que \mathbf{H} seja disponível e que \mathbf{X}^0 esteja próximo do

ponto ótimo \mathbf{X}^* , a equação (4.10) representa uma boa aproximação.

Derivando a equação (4.10):

$$\nabla F(\mathbf{X}) \cong \nabla F(\mathbf{X}^0) + \mathbf{H}(\mathbf{X}^0) \cdot \Delta \mathbf{X} \quad (4.12)$$

Lembrando que no ponto ótimo tem-se $\nabla F(\mathbf{X}^*) = \mathbf{0}$, logo:

$$\Delta \mathbf{X} = -\mathbf{H}(\mathbf{X}^0)^{-1} \cdot \nabla F(\mathbf{X}^0) \quad (4.13)$$

Usando as equações (4.11) e (4.13), obtém-se:

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}^0 - \mathbf{H}(\mathbf{X}^0)^{-1} \cdot \nabla F(\mathbf{X}^0) \quad (4.14)$$

Diversos algoritmos de busca, são disponíveis na bibliografia.

4.6 - O Método de Davidon, Fletcher e Powell (DFP).

O método DFP, é um método de primeira ordem que considera os dois primeiros termos da expansão da função $F(\mathbf{X})$ em série de Taylor, em torno da posição \mathbf{X}^0 , limitada apenas aos termos de ordem "0" e de ordem "1".

$$F(\mathbf{X}) \cong F(\mathbf{X}^0) + \nabla F(\mathbf{X}^0) \cdot \Delta \mathbf{X} \quad (4.15)$$

Na equação (4.15), em virtude do produto escalar entre $\nabla F(\mathbf{X}^0)$ e $\Delta \mathbf{X}$, a função $F(\mathbf{X})$ mais se aproxima de $F(\mathbf{X}^0)$ quando o vetor \mathbf{X} for

definido na direção $-\nabla F(\mathbf{X})$ e sobre a semi-reta de origem em \mathbf{X}^0 . Logo adota-se como vetor direção na busca uni-direcional:

$$\mathbf{S}^i = -\nabla F(\mathbf{X}^i) \quad (4.16)$$

À medida que \mathbf{X} se aproxima de \mathbf{X}^* , o ponto mínimo da função $F(\mathbf{X})$, a convergência do processo iterativo torna-se lenta. Vários métodos de primeira ordem adotam para direção de busca uni-direcional:

$$\mathbf{S}^i = -\Gamma \nabla F(\mathbf{X}^i) \quad (4.17)$$

onde Γ é dita "matriz métrica" e é uma matriz apropriada à aceleração da convergência do processo de minimização.

O princípio básico desse método é que ao atualizar Γ através da equação recursiva:

$$\Gamma^i = \Gamma^{i-1} + \Gamma_c^{i-1} \quad (4.18)$$

onde a matriz de correção Γ_c é selecionada de modo que a seqüência $\Gamma^1, \Gamma^2, \Gamma^3, \dots$ aproxime-se de $[\mathbf{H}(F(\mathbf{X}^*))]^{-1}$, onde \mathbf{H} é a matriz hessiana definida pela equação (4.8).

Na primeira iteração, adota-se $\Gamma^1 = \mathbf{I}$, \mathbf{I} é a matriz identidade. Para determinar a matriz de correção Γ_c^i considera-se a aproximação linear do gradiente de $F(\mathbf{X})$.

$$\nabla F(\mathbf{X}) \cong \nabla F(\mathbf{X}^*) + \mathbf{H}(F(\mathbf{X}^*)) (\mathbf{X} - \mathbf{X}^*) \quad (4.19)$$

Se a matriz \mathbf{H} for inversível, da equação anterior obtém-se:

$$(\mathbf{X}^{i+1} - \mathbf{X}^i) \cong [\mathbf{H}(\mathbf{F}(\mathbf{X}^*))]^{-1} [\nabla \mathbf{F}(\mathbf{X}^{i+1}) + \nabla \mathbf{F}(\mathbf{X}^i)] \quad (4.20)$$

Impondo $\Gamma^i = \Gamma^{i-1} + \Gamma_c^{i-1} = [\mathbf{H}(\mathbf{F}(\mathbf{X}^*))]^{-1}$, na equação anterior, obtém-se:

$$(\mathbf{X}^{i+1} - \mathbf{X}^i) = [\Gamma^i + \Gamma_c^i] [\nabla \mathbf{F}(\mathbf{X}^{i+1}) + \nabla \mathbf{F}(\mathbf{X}^i)] \quad (4.21)$$

Γ_c^i deve ser solução da equação matricial:

$$\Gamma_c^i \mathbf{Y} = \mathbf{P} - \Gamma^i \mathbf{Y} \quad (4.22)$$

Define-se :

$$\mathbf{P} = \mathbf{X}^{i+1} - \mathbf{X}^i \quad (4.23)$$

$$\mathbf{Y} = \nabla \mathbf{F}(\mathbf{X}^{i+1}) - \nabla \mathbf{F}(\mathbf{X}^i) \quad (4.24)$$

Verifica-se, por simples substituição, que, para qualquer \mathfrak{R} e φ pertencente ao espaço dos reais, a matriz dada pela equação (4.25) é solução de (4.22).

$$\mathfrak{h} = \frac{\mathbf{P} \mathfrak{R}^t}{\mathfrak{R}^t \mathbf{Y}} - \frac{\Gamma^i \mathbf{Y} \varphi^t}{\varphi^t \mathbf{Y}} \quad (4.25)$$

No método proposto por Davidon [20] e posteriormente implementado por Fletcher e Powell [21], adota-se:

$$\mathfrak{R} = \mathbf{P} \quad \text{e} \quad \varphi = \Gamma^i \mathbf{Y} \quad (4.26)$$

Substituindo as equações (4.26) na equação (4.25) obtém-se:

$$\Gamma^i = \frac{P P^t}{P^t Y} - \frac{\Gamma^i Y (\Gamma^i Y)^t}{(\Gamma^i Y)^t Y} \quad (4.27)$$

A seleção de \mathfrak{R} e \wp como definidos em (4.26) e a adoção de $\Gamma^1 = I$, torna cada matriz da seqüência $\Gamma^1, \Gamma^2, \Gamma^3, \dots$, simétrica e positiva definida. Assim a cada iteração,

$$[\nabla F(X^i)]^t S^i = -[\nabla F(X^i)]^t \Gamma^i \nabla F(X^i) < 0 \quad (4.28)$$

Logo, o vetor da direção de busca atua sempre no sentido de minimizar a função $F(X)$, o que garante a estabilidade do problema.

O algoritmo DFP pode ser resumido nos seguintes passos:

1 - Fazer $i=1$. Escolher o vetor inicial X^i . Calcular o gradiente $\nabla F(X^i)$ e adotar $\Gamma^i = I$.

2 - Tomar como direção de busca $S^i = -\Gamma^i \nabla F(X^i)$.

3 - Obter $X^{i+1} = X^i + \delta^* S^i$, onde δ^* é o ponto de mínimo da função:

$$r(\delta) = F(X^i + \delta S^i)$$

4 - Calcular $\nabla F(X^{i+1})$. Atualizar Γ^i através da equação:

$$\Gamma^{i+1} = \Gamma^i + \frac{P P^t}{P^t Y} - \frac{\Gamma^i Y (\Gamma^i Y)^t}{(\Gamma^i Y)^t Y} \quad (4.29)$$

5 - Fazer $X^i = X^{i+1}$ e $\Gamma^i = \Gamma^{i+1}$. Retornar ao passo 2 até que a convergência seja alcançada.

4.7 - O Método da Secção Áurea.

Trata-se aqui de uma técnica para estimar o ponto de máximo, de mínimo ou zeros de uma função de uma variável assumida como uni-modal.

Supondo conhecidos os limites superior e inferior da variável X , respectivamente X_u e X_l , bem como os valores da função nos respectivos pontos, F_1 e F_2 , tem-se a representação da figura 4.1

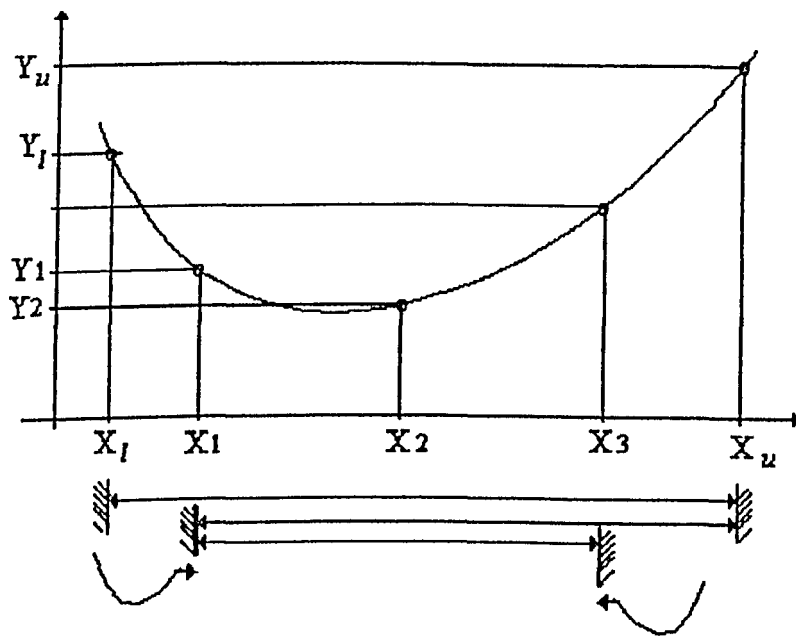


Figura 4.1 - Representação gráfica do Método da Secção Áurea

Dispõem-se de dois pontos intermediários X_1 e X_2 tal que $X_1 < X_2$, como mostrado pela figura. Calcula-se então o valor da função para os respectivos pontos, F_1 e F_2 .

Como foi assumido que a função é uni-modal, X_1 ou X_2 poderá ser o novo limite em torno do ponto de mínimo da função. Neste caso $F_1 > F_2$, logo o novo intervalo que contém o mínimo é X_1 e X_u ; por outro lado se $F_2 > F_1$, o novo intervalo é então X_l e X_2 . Assim, sucessivamente,

o intervalo que contém o mínimo da função torna-se menor.

Em função das condições iniciais, X_l , X_u e X_1 , pode-se estabelecer uma função para seleccionar a seqüência X_1, X_2, X_3, \dots , de modo a reduzir o intervalo entre os limites o mais rapidamente possível. Um algoritmo eficaz poderá reduzir o intervalo entre limites, na mesma razão, a cada iteração.

O valor central do intervalo é definido por:

$$X_u - X_2 = X_1 - X_l \quad (4.30)$$

A equação anterior pode ser reescrita como:

$$\frac{X_1 - X_l}{X_u - X_l} = \frac{X_2 - X_l}{X_u - X_l} \quad (4.31)$$

Por conveniência seja $X_l = 0$ e $X_u = 1$; então da equação (4.31) tem-se:

$$X_1 = \frac{1 - 2X_1}{1 - X_1} \quad (4.32)$$

Simplificando e resolvendo (4.32):

$$\begin{aligned} X_1^2 - 3X_1 + 1 &= 0 \\ X_1 &= \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} = .38197, 2.61803 \end{aligned} \quad (4.33)$$

A segunda raiz da equação está fora de questão, uma vez que $X_u = 1$. De (4.32) tem-se que:

$$X_2 = 1 - X_1 = 0.61803 \quad (4.34)$$

De (4.34) e (4.33) obtém-se a relação cujo valor é conhecido

como "secção áurea":

$$\frac{X_2}{X_1} = 1.61803 \quad (4.35)$$

A relação anterior possui as seguintes propriedades:

$$\frac{X_1}{X_2} = 0.61803 = X_2 \quad \text{e} \quad X_1 = X_2^2 \quad (4.36)$$

Da equação (4.33) define-se:

$$\tau = X_2 = 0.38197 \quad (4.38)$$

Substituindo (4.38) em (4.32) obtém-se então:

$$\begin{aligned} X_1 &= (1-\tau)X_l + \tau X_u \\ X_2 &= \tau X_l + (1-\tau)X_u \end{aligned} \quad (4.39)$$

4.8 - Estratégia Geral de Otimização.

Como já foi dito, otimização é um processo iterativo, conforme a equação (4.6), aqui reescrita:

$$X^i = X^{i-1} + \delta^* \cdot S^i \quad (4.15)$$

Os elementos da equação (4.15) já foram descritos na seção (4.2).

Computacionalmente, é desejável normalizar pela máxima co-

ordenada, o vetor direção S , o que facilita a obtenção do parâmetro δ^* e promove uma variação mais acentuada nas variáveis de projeto, ou seja, nos elementos de X .

Geometricamente, a aplicação da equação (4.15) é equivalente à obtenção de uma curva definida pela intercessão entre um plano na direção de S , vertical à superfície determinada pelas coordenadas de X . Esta curva representa a variação da função $F(X)$ com relação ao parâmetro δ^* . Então, através de um algoritmo de busca uni-dimensional, obtém-se o valor de δ^* o qual minimizar $F(X)$.

4.9 - Algoritmo de Otimização: Aspectos Gerais

A figura 4.2 mostra o fluxograma simplificado do processo de minimização de funções não restritas. Como mostra a figura, um programa de otimização consiste de três componentes principais:

1. Determinação da direção em que se encontra o ponto ótimo da função $F(X)$.
2. Determinação uni-dimensional [6] do parâmetro de incremento das variáveis de decisão δ^* , e posterior atualização do vetor X .
3. Verificação da convergência [6] do processo.

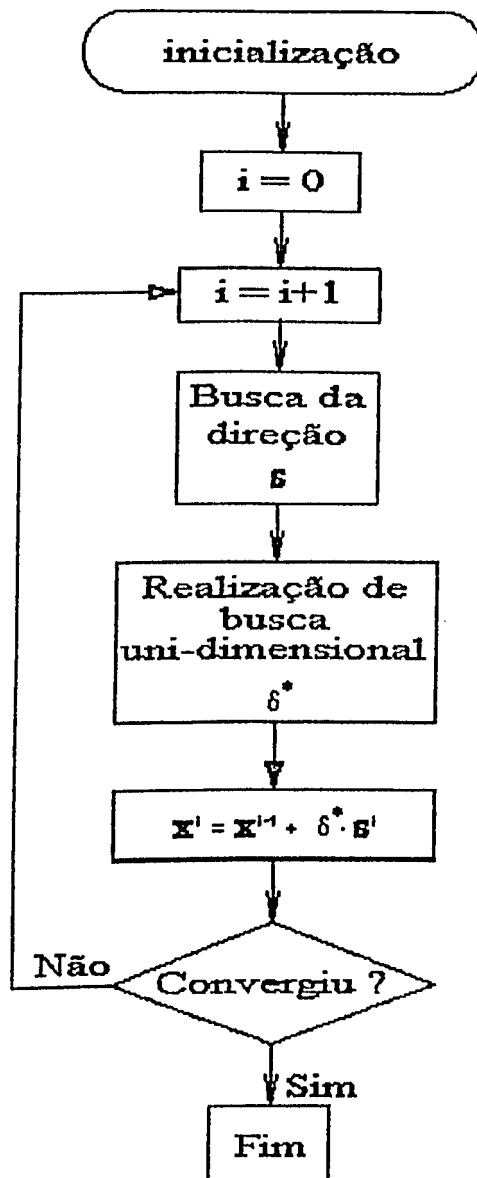


Figura 4.2- Fluxograma simplificado do processo de otimização irrestrita.

CAPÍTULO 5

MODELO COMPUTACIONAL.

5.1 - Características gerais

A implementação da metodologia descrita nos capítulos anteriores, foi feita usando a linguagem FORTRAN (Microsoft Fortran 5.0), com recursos de programação avançados, tais como alocação dinâmica de memória, específicos para uso sob os ambientes DOS ou OS/2.

O código implementado é composto de dois módulos. O primeiro módulo (MARQ) trata-se de um programa que tem por finalidade a geração do arquivo dos dados que caracterizam o rotor a ser analisado. Este arquivo (*.INI) será usado pelo módulo seguinte (CVR). O programa CVR acopla dois outros códigos: os programas MTROTOR e o programa de otimização ADS.

O programa MTROTOR [4], desenvolvido no LABORATÓRIO DE DINÂMICA do Departamento de Engenharia Mecânica da UFU, foi modificado e acrescido de sub-rotinas auxiliares, para uso neste trabalho. Este programa discretiza um dado rotor pelo método das matrizes de transferência, calcula suas matrizes de massa, giroscópica e de amortecimento bem como seus auto-valores e auto-vetores.

O programa ADS (Automated Design Synthesis), anteriormente desenvolvido e atualizado em 1985 pela equipe do Prof. Garret N. VANDERPLAATS [13], da Universidade da Califórnia (USA), é um conjunto de rotinas destinadas à otimização de sistemas de engenharia e, principalmente otimização de estruturas.

5.2 - Programa Principal (CVR).

O programa principal (CVR), recebe através da linha de comando o *nome* do arquivo de dados previamente criado. No passo seguinte o programa MTROTOR é acionado, são então gerados os arquivos contendo as matrizes dos auto-valores e dos auto-vetores, a matriz massa, a matriz giroscópica e a matriz de amortecimento, cujas extensões são respectivamente VAL, VET, MAS, GIR e DMP. O arquivo das forças de controle (*.FC) é montado, o que é iterativamente atualizado durante o processo de otimização.

A sub-rotina SOLVE é solicitada para calcular a energia total de deformação e a resposta do sistema, ainda sem a atuação de nenhuma força de controle. Um "loop" é então estabelecido, chamando o programa ADS e a sub-rotina SOLVE, até que o mínimo da função objetivo (energia total de deformação do sistema) seja atingido. A sub-rotina SOLVE é mais uma vez executada para calcular a resposta do sistema, já com as forças de controle devidamente selecionadas e posicionadas ao longo do rotor.

A figura 5.1 apresenta o fluxograma geral simplificado do programa principal.

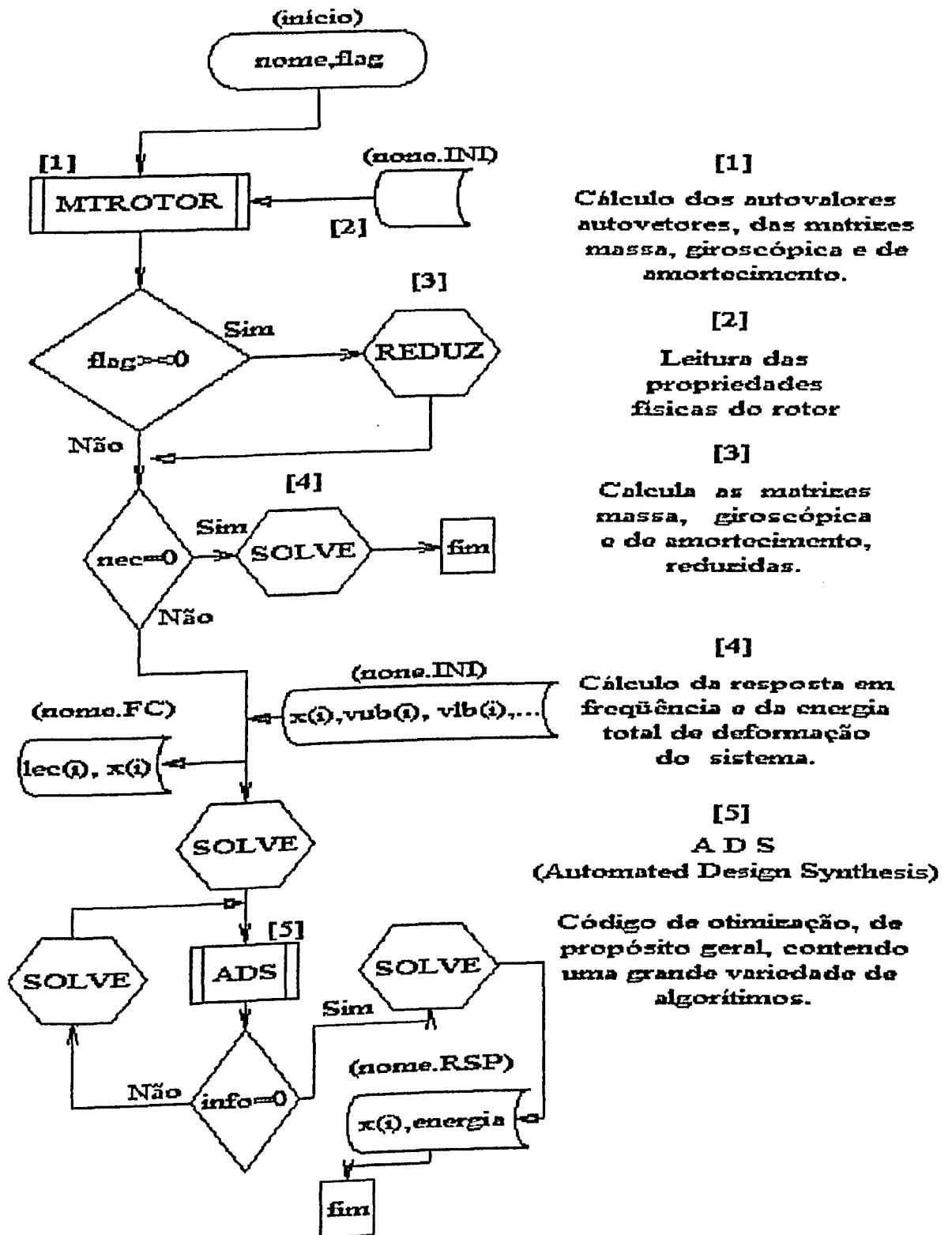


Figura 5.1 - Fluxograma simplificado do programa principal.

5.3 - Sub-rotina Reduz.

Esta sub-rotina é responsável pela obtenção das matrizes globais reduzidas de massa, giroscópica e de amortecimento, respectivamente $\Phi^t M \Phi$, $\Phi^t G \Phi$ e $\Phi^t C \Phi$. Tais matrizes são armazenadas no arquivo *.SOL, conforme mostra a figura 5.2.

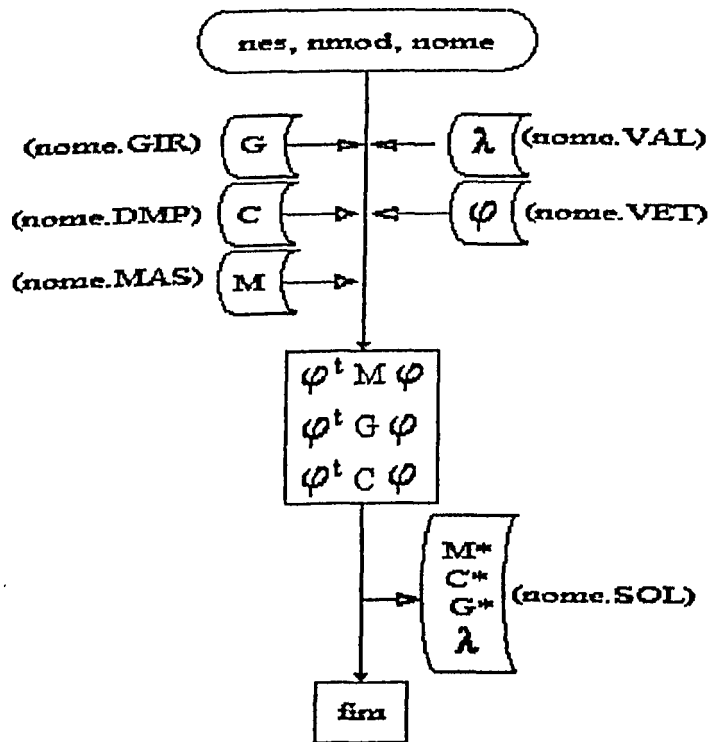


Figura 5.2 - Estrutura simplificada da sub-rotina REDUZ.

5.4 - Sub-rotina Solve.

A sub-rotina SOLVE retorna ao programa principal a energia total de deformação do sistema e, quando solicitada, gera a impressão, no arquivo *.RSP, da resposta nas coordenadas naturais (X, Z, θ, ψ) , ou

seja, de acordo com os graus de liberdade do sistema de referência inercial.

As figuras 5.3, 5.4 e 5.5 retratam, de forma simplificada, a estrutura da sub-rotina solve.

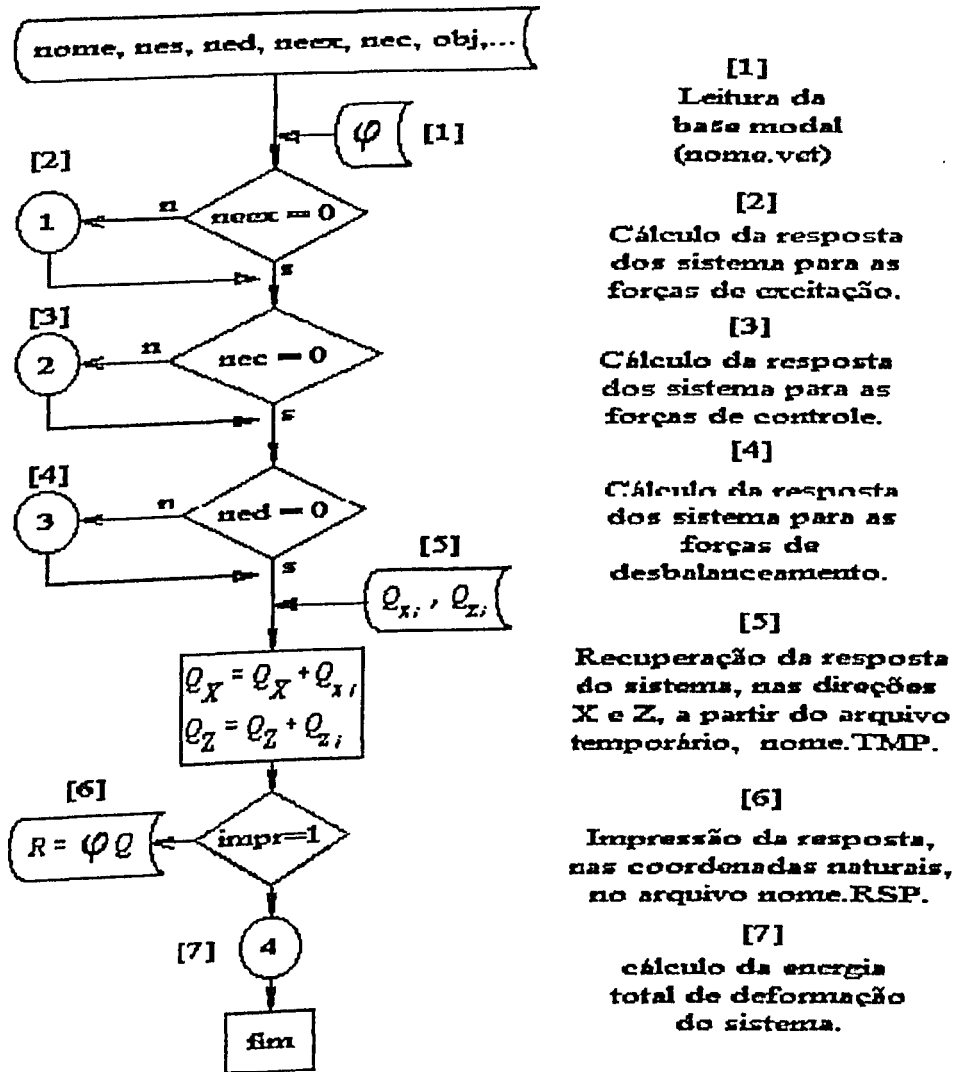


Figura 5.3 - Estrutura da sub-rotina SOLVE.

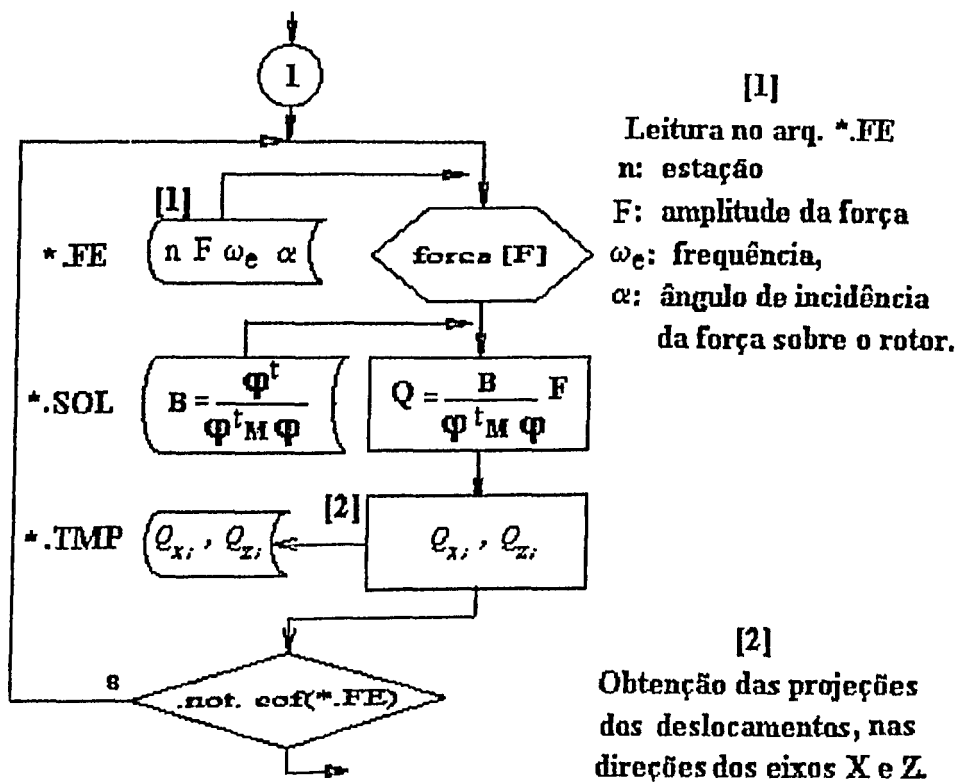


Figura 5.4 - Deslocamento das estações, sub-rotina SOLVE.

Os fluxogramas (2) e (3) são idênticos ao apresentado na figura 5.4, exceto que o arquivo das forças de excitação (*.FE) é substituído pelos arquivos das forças de controle e desbalanceamento, respectivamente.

A figura 5.5 representa a porção da sub-rotina SOLVE que calcula a energia total de deformação do sistema rotor-mancais.

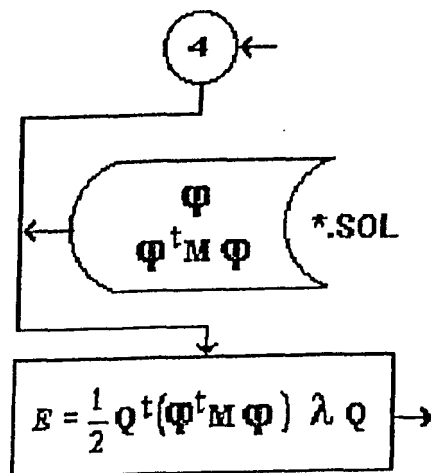


Figura 5.5 - Energia de deformação, sub-rotina SOLVE.

Reescrevendo a equação (5.1) na forma matricial, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ (r_1 - r_1) & (r_2 - r_1) & \dots & (r_4 - r_1) \\ (r_1 - r_2) & (r_1 - r_2) & \dots & (r_1 - r_2) \\ (r_1 - r_{j-1}) & (r_1 - r_{j-1}) & \dots & (r_1 - r_j) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \dots \\ R_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\sum F_i \\ -\sum (r_i - r_1) F_i \\ \dots \\ -\sum (r_i - r_{j-1}) F_i \end{Bmatrix} \quad (5.2)$$

A solução do sistema de equações lineares (Eq. 5.2) é obtida para cada plano de forças, por retro-substituição do sistema previamente tratadò pelo método de decomposição de Luemberg [12] (Sub-rotina SOLLU). Finalmente, são calculados os momentos nos planos de forças e é, então, montado o vetor força generalizado.

5.6 - Sub-rotina Matriz.

A sub-rotina matriz monta as matrizes de amortecimento e giroscópica do sistema completo e a matriz das forças de desbalanceamento, gerando os respectivos arquivos.

A descrição completa do arquivo de dados (*.INI) está no anexo 1.

5.7 - Aspectos Gerais do Programa ADS.

O programa ADS (Automated Design Synthesis) é um pacote comercial aberto, codificado em FORTRAN - 77 (ANSI), composto de um grande número de sub-rotinas que permitem 48 combinações diferentes entre os vários métodos de estratégia, otimização e de busca unidimensional, que possibilitam a minimização de funções objetivo com o

sem restrições, respectivamente mostradas pelas tabelas 5.1, 5.2 e 5.3. A tabela 5.4 mostra as combinações válidas entre os diversos métodos.

Tabela 5.1 - Estratégias tratadas pelo ADS.

ESTRATÉGIA	ISTRAT
Nenhum. Vai direto para o método de otimização.	0
Minimização seqüencial irrestrita usando função penalte exterior.	1
Minimização seqüencial irrestrita usando função penalte linear, interior.	2
Minimização seqüencial irrestrita usando função penalte interior, quadrática.	3
Minimização seqüencial irrestrita usando função penalte interior, cúbica.	4
Método de Multiplicador Aumentado de Lagrange.	5
Programação seqüencial linear.	6
Método dos Centros.	7
Programação seqüencial quadrática.	8
Programação seqüencial convexa.	9

Tabela 5.2 - Métodos de otimização tratadas pelo ADS.

MÉTODOS DE BUSCA	IOPT
Nenhum. Vai direto para o método de busca uni-dimensional.	0
Método de Fletcher-Reeves para sistemas irrestritos.	1
Método de Davidon-Fletcher-Powell (DFP) para sistemas irrestritos.	2
Método de Broydon-Fletcher-Goldfarb-Shanno para sistemas irrestritos.	3
Método das Direções Possíveis (MFD) para sistema restritos.	4
Método modificado das Direções Possíveis para sistema restritos.	5

Tabela 5.3 - Métodos de busca tratadas pelo ADS.

MÉTODOS DE BUSCA UNI-DIMENSIONAL	IONED
Método da Secção Áurea para função irrestritas.	1
Método da Secção Áurea seguido de interpolação polinômial para função irrestrita.	2
Busca dos contornos da função irrestrita seguido de interpolação polinômial.	3
Método da interpolação/extrapolação polinômial para função irrestrita.	4
Método da Secção Áurea para função com restrições.	5
Método da Secção Áurea seguido de interpolação polinômial para função com restrições.	6
Busca dos contornos da função com restrições seguido de interpolação polinômial.	7
Método da interpolação/extrapolação polinômial para função com restrições.	8

Tabela 5.4 - Combinações de métodos, válidas para o ADS.

COMBINAÇÕES DOS ALGORÍTIMOS DISPONÍVEIS NO PROGRAMA ADS.					
	OTIMIZADOR (IOPT)				
ESTRATÉGIA (ISTRAT)	1		3	4	5
0	X	X	X	X	X
1	X	X	X	-	-
	X	X	X	-	-
3	X	X	X	-	-
4	X	X	X	-	-
5	X	X	X	-	-
6	-	-	-	X	X
7	-	-	-	X	X
8	-	-	-	X	X
9	-	-	-	X	X
BUSCA (IONED)					
1	X	X	X	-	-
2	X	X	X	-	-
	X	X	X	-	-
4	X	X	X	-	-
5	-	-	-	X	X
6	-	-	-	X	X
7	-	-	-	X	X
8	-	-	-	X	X

CAPÍTULO 6

SIMULAÇÃO NUMÉRICA

6.1 - Introdução.

Serão mostrados resultados que permitem verificar a influência da ação de forças externas à uma máquina rotativa, com o objetivo de reduzir o seu nível de vibração. A simulação numérica é realizada em dois modelos de rotor flexível, rotor A e rotor B, sendo que o segundo corresponde a uma bancada disponível no Laboratório de Dinâmica da UFU.

Nas aplicações que se seguem, usou-se o mesmo elenco de opções do programa de otimização (ADS). Para se chegar à melhor configuração possível, envolvendo a estratégia, o otimizador e busca uni-direcional, testou-se as várias possibilidades oferecidas pelo programa, até identificar aquela que consegue levar o sistema à mínima energia de deformação. Dessa forma usou-se o seguinte:

- Estratégia: Minimização seqüencial usando Função Penalidade Exterior [10].
- Otimizador: Método de Davidon - Fletcher - Powell (DFP) [20,21].
- Busca uni-direcional: Método da Secção Áurea [10].

Na seqüência são apresentadas aplicações relacionadas dentre as várias realizadas ao longo da pesquisa feita durante esta dissertação.

6.2 - Aplicação A.

O primeiro modelo utilizado, rotor A, constitui-se de um eixo construído em aço, montado sobre mancais flexíveis e que suporta cinco

discos também de aço, conforme mostra a figura abaixo.

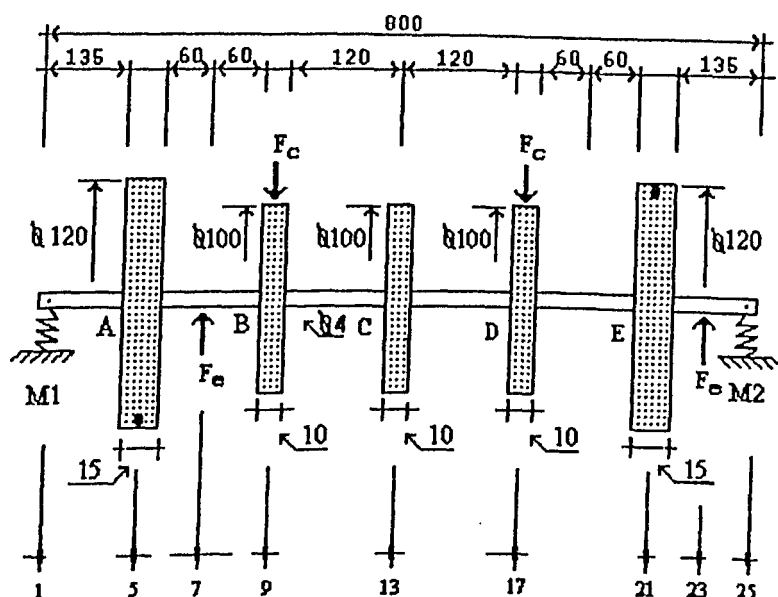


Figura 6.1 - Representação gráfica do rotor A e o posicionamento de algumas estações.

A tabela abaixo mostra as características físicas dos mancais, discos e dos desbalanceamentos presentes no rotor A

Tabela 6.1 - Dados físicos do rotor A.

Disco	Densidade [Kg/m ²]	Diâmetro [m]	Espessura [m]	Massa de desbalanceamento [Kg]	Excentricidade [m]
A	7800	120.0 E-3	15.0 E-3	20.0 E-3	60.0 E-3
B	7800	100.0 E-3	10.0 E-3	0	0
C	7800	100.0 E-3	10.0 E-3	0	0
D	7800	100.0 E-3	10.0 E-3	0	0
E	7800	120.0 E-3	15.0 E-3	20.0 E-3	60.0 E-3
Mancal	K _{xx} [N/m]	K _{xz} [N/m]	K _{zz} [N/m]	K _{zx} [N/m]	Massa Suplementar [Kg]
M1	2.5 E+4	0	4.5 E+4	0	0
M2	4.5 E+4	0	2.5 E+4	0	0

A tabela abaixo mostra as características das forças harmônicas de excitação, aplicadas sobre o eixo, nas posições indicadas na figura 6.1.

Tabela 6.2 - Forças de excitação do rotor A.

Estação	Amplitude [N]	Frequência [rad/s]	Posição angular [graus]
7	10,00	52,36	90,00
23	10,00	471,24	270,00

Considera-se que a rotação de trabalho do rotor é 2000 rpm.

A seleção criteriosa das estações, nas quais atuarão as forças de controle, tem fundamental importância no processo de redução do nível de vibração do sistema.

As forças de controle devem se contrapor às forças e aos momentos, causados pelos desbalanceamentos da máquina rotativa, assim, o número mínimo de forças de controle é dois.

Inicialmente, optou-se pelo posicionamento de duas forças de controle, atuando respectivamente nos discos B e D mostrado na figura 6.1.

A figura 6.2 apresenta o Diagrama de Campbell correspondente ao rotor A.

A figura 6.3 mostra os deslocamentos nos planos XY e ZY, antes e após a aplicação das forças de controle, as quais foram otimizadas buscando a mínima energia de deformação global do sistema.

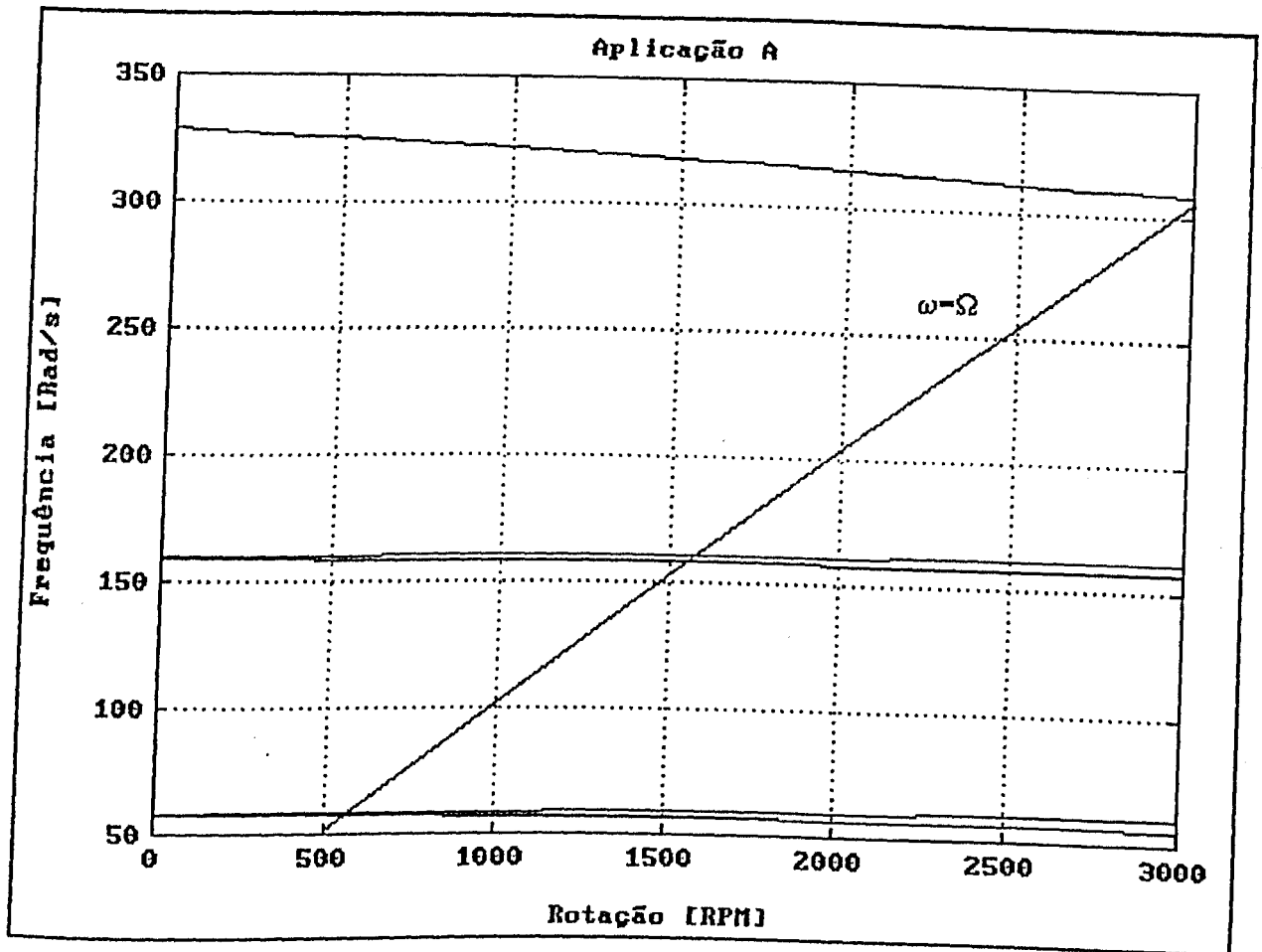


Figura 6.2 - Diagrama de Campbell do rotor A.

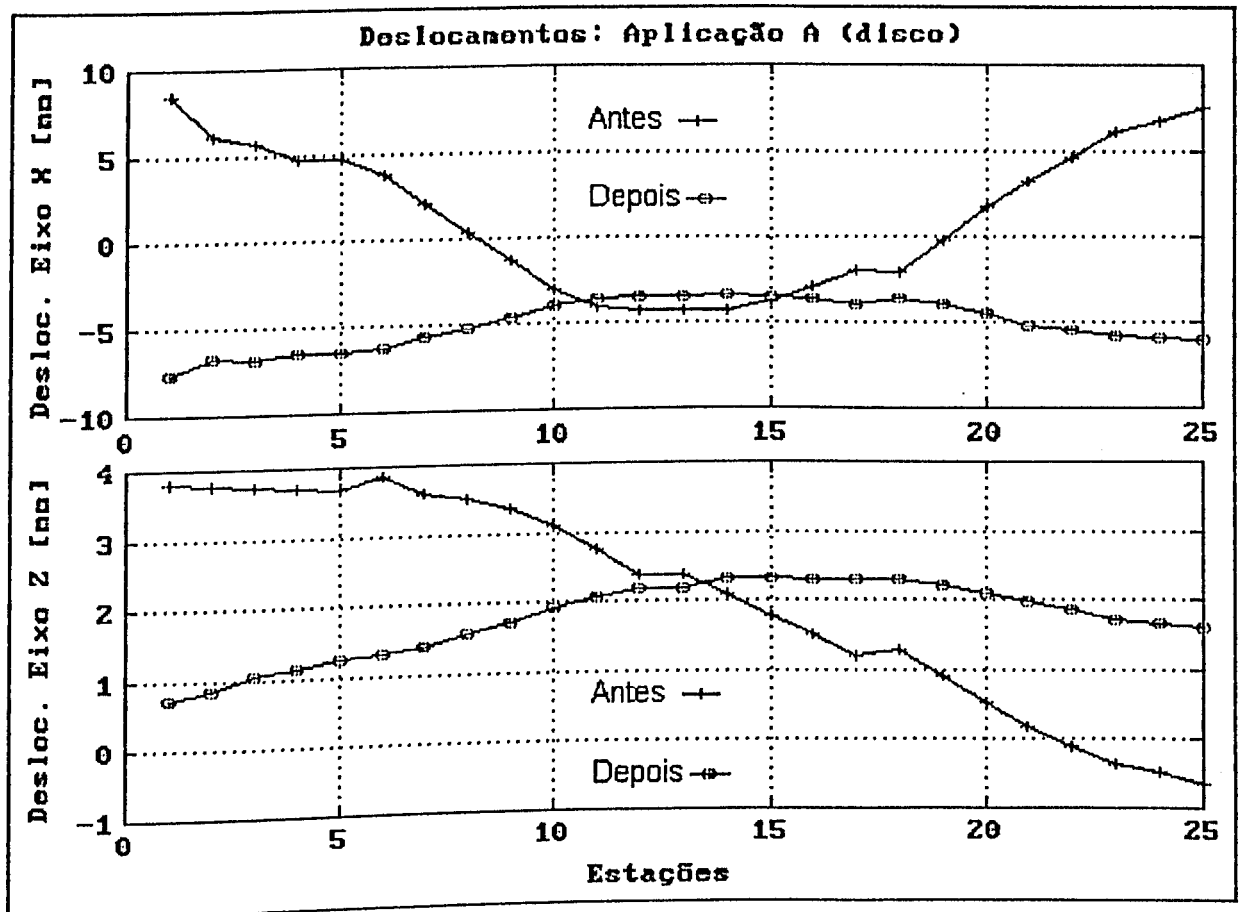


Figura 6.3 - Deslocamentos nas direções X e Z.
Forças de controle atuando próximas aos discos.

Neste caso a redução da energia total de deformação foi da ordem de 60%.

As características das forças de controle, bem como os demais parâmetros encontradas pelo procedimento de otimização são dadas pela tabela 6.3.

O arquivo de dados e o arquivo de respostas se encontram respectivamente nos anexos 2 e 3.

Tabela 6.3 - Estado inicial e final do rotor A com forças de controle aplicadas aos discos B e D

		Fc - Estação 9			Fc - Estação 17		
	Energia [J]	Amplitude [N]	Frequência [rad/s]	Posição angular [graus]	Amplitude [N]	Frequência [rad/s]	Posição angular [graus]
Inicial	4,807	0	0	0	0	0	0
Final	1,906	-125,001	499,891	-46,995	124,997	249,999	-46,976
Ponto de partida		-125	500	-45	125	250	-45

O rotor A, com as mesmas características de desbalanceamento (tabelas 6.1), de excitação externa (tabela 6.2) e de rotação (2000 rpm), agora é otimizado quanto à sua energia de deformação, posicionando as forças de controle nas estações adjacentes aos mancais.

As características das forças de controle bem como os demais parâmetros selecionadas pelo processo de otimização são dadas agora pela tabela 6.4.

Tabela 6.4 - Estado inicial e final do rotor A com forças de controle aplicadas às estações adjacentes aos mancais.

		Fc - Estação 2			Fc - Estação 24		
	Energia [J]	Amplitude [N]	Frequência [rad/s]	Posição angular [graus]	Amplitude [N]	Frequência [rad/s]	Posição angular [graus]
Inicial	4,807	0	0	0	0	0	0
Final	0,503	-250,012	499,999	-43,921	250,001	250	-47,197
Ponto de partida		-125	500	-45	125	250	-45

A redução da energia total de deformação do sistema eixo-mancais foi da ordem de 89%.

A Figura 6.4 mostra as projeções dos deslocamentos nos planos XY e ZY respectivamente, antes e depois da aplicação das forças de controle. Para este caso os arquivos de entrada e saída de dados se encontram respectivamente nos anexos 4 e 5.

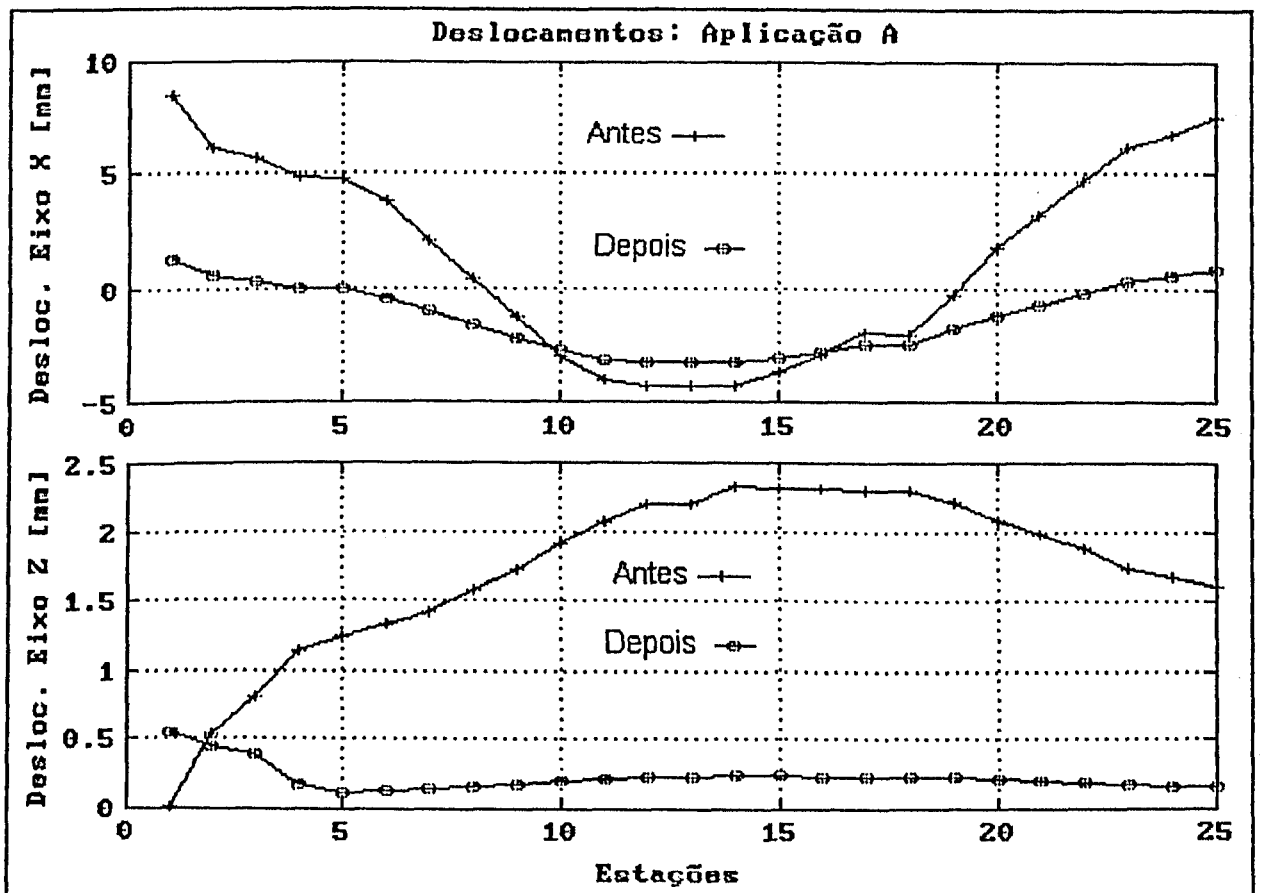


Figura 6.4 - Deslocamentos X e Z, rotor A. Forças de controle aplicada nas estações adjacentes aos mancais.

6.3 - Aplicação B

O rotor B, constitui-se de um eixo em aço, montado sobre mancais de rolamentos, disposto verticalmente e que suporta três discos do mesmo material, como mostra a figura 6.5.

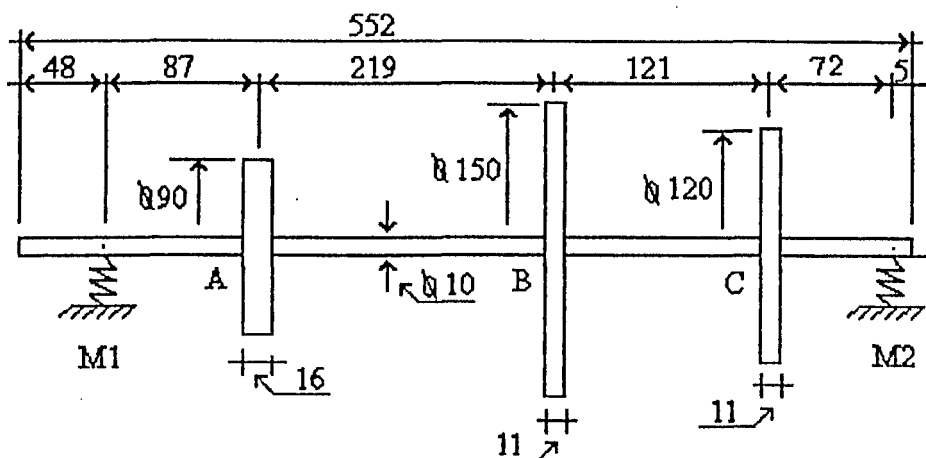


Figura 6.5 -Representação esquemática do rotor B.

O rotor anteriormente descrito, já foi objeto de estudos anteriores. As propriedades dos discos e mancais, mostrados pela tabela 6.5, foram extraídos da referência [7].

O modelo de matrizes de transferência do rotor em questão, foi discretizado, como sugeriu Araújo [4], em 23 estações a saber: 3 estações de disco, 2 estações de mancal e 8 estações para os elementos de eixo, como mostra a figura 6.6.

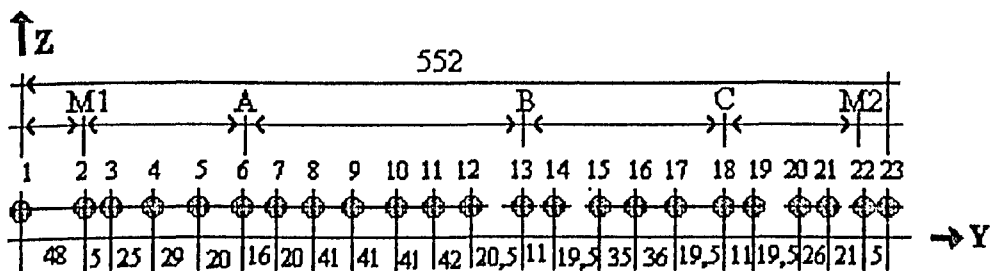


Figura 6.6 - Distribuição das estações no rotor B.

Tabela 6.5 - Propriedades físicas do rotor B.

Disco	Densidade [Kg/m ³]	Diâmetro [m]	Espessura [m]	Massa de desbalanceamento [Kg]	Excentricidade [m]
A	7800	0,09	0,016	0	0
B	7800	0,15	0,011	0,02	0,075
C	7800	0,12	0,011	0	0
Mancal	Rxx [N/m]	Rxy [N/m]	Rzz [N/m]	Rzx [N/m]	Massa Suplementar [Kg]
M1	18750,00	0	22000,00	0	0,818
M2	2000,00	0	24770,00	0	0,735

A seleção criteriosa das estações, nas quais atuarão as forças de controle, tem fundamental importância no processo de redução do nível de vibração do sistema.

Considera-se que o posicionamento das forças de controle nas estações que sofrem os maiores deslocamentos com relação à posição de equilíbrio, promovem resultados mais eficazes, o que já foi observado anteriormente quando do estudo sobre balanceamento de rotores flexíveis apresentado pela referência [5].

A análise modal feita previamente revela as estações candidatas à recepção das forças de controle. A forma da resposta de um sistema muito se aproxima da forma do modo cuja frequência está mais próxima da frequência de rotação e pressupõe-se que este é o modo mais excitado. Logo, a forma do modo assim considerado fornece uma indicação a respeito da resposta do sistema.

As figuras 6.7 e 6.8 mostram as projeções das formas modais, no plano XY, do quarto e quinto modo do sistema em estudo.

A frequência de trabalho do rotor em questão é de 2000.0 rpm, estando posicionada entre o quarto e o quinto modo. Das figuras 6.7 e 6.8, elege-se as estações 6, 13 e 18 como sendo indicadas à aplicação das forças de controle, pois apresentam grandes deslocamentos em relação à posição de equilíbrio.

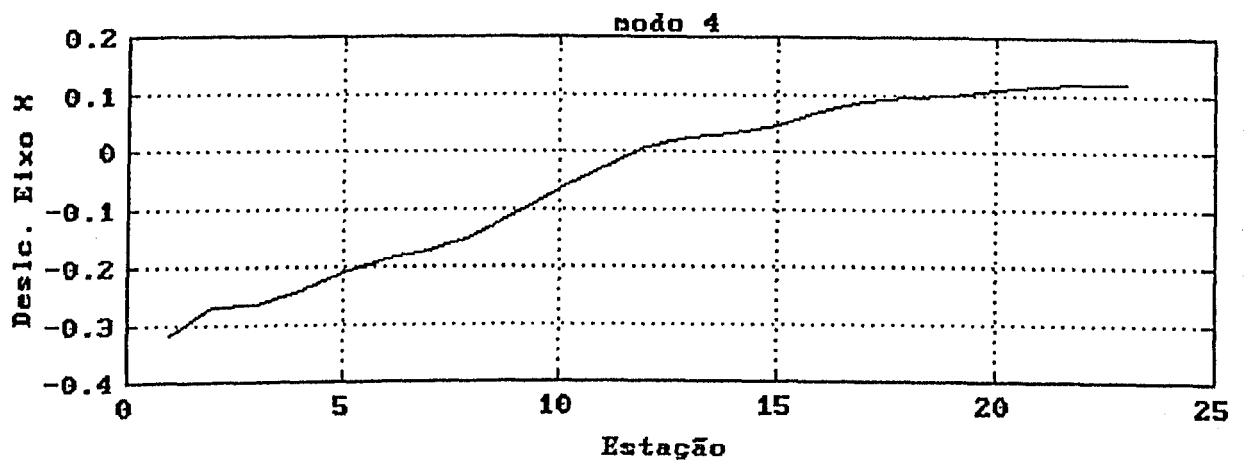


Figura 6.7 - Modo 4 do rotor B [132.40 rad/s].

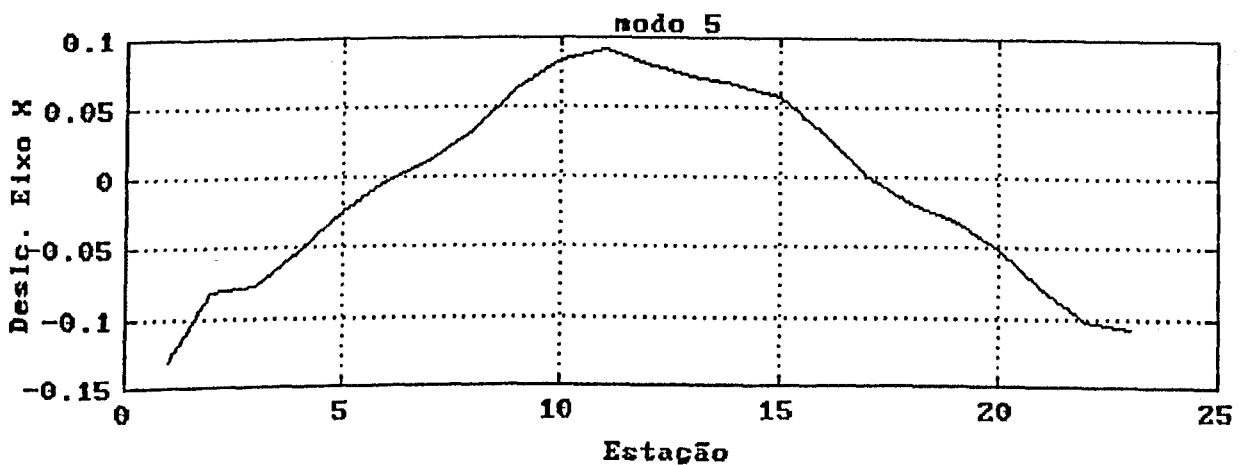


Figura 6.8 - Modo 5 do rotor B [259.89 rad/s].

A figura 6.9 mostra o Diagrama de Campbell característico do rotor B, obtido pelo programa CVR.

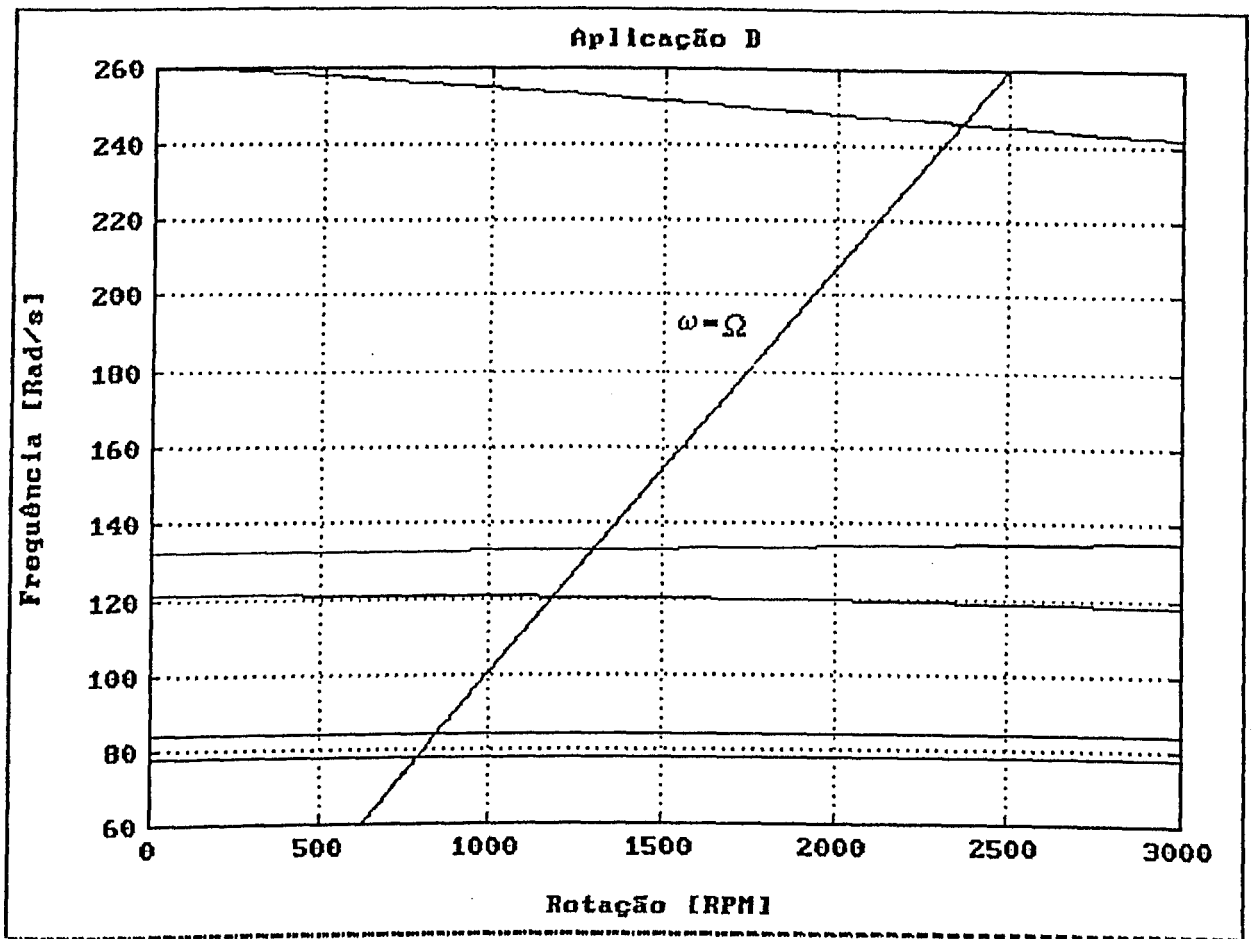


Figura 6.9 - Diagrama de Campbell característico do rotor B.

Vários casos estudados permitem dizer que o aumento do número de forças de controle não se traduz necessariamente numa redução mais acentuada da energia de deformação global do sistema. É mais vantajosa a escolha criteriosa das estações de controle.

A tabela 6.6 mostra a influência do número e dos diferentes posicionamentos das forças de controle no comportamento do sistema em estudo, mantidas as mesmas condições anteriores.

Tabela 6.6 - Rotor B, posicionamento das forças de controle.

Teste	Número de Forças de Controle	Estações de Controle	Redução da Energia de Deformação.
1	4	6; 10; 13; 18	68%
2	3	6; 13; 18	56%
3	2	6; 13	98%
4	2	6; 18	86%
5	2	13; 18	89%

A tabela 6.7 mostra as características das forças de controle selecionadas pelo processo de otimização.

A figura 6.10 mostra os deslocamentos das estações do rotor em estudo, ao longo do eixo X, nas situações antes e após a aplicação das de controle nas estações 6 e 13.

Tabela 6.7 - Rotor B, estado inicial e final.

	Energia [J]	Fc - Estação 6			Fc - Estação 13		
		Amplitude [N]	Frequência [rad/s]	Posição angular [graus]	Amplitude [N]	Frequência [rad/s]	Posição angular [graus]
Inicial	1,356	0	0	0	0	0	0
Final	0,007	8,485	209,571	-46,995	-6,987	209,451	0,373
Ponto de partida		0	250	0	0	500	0

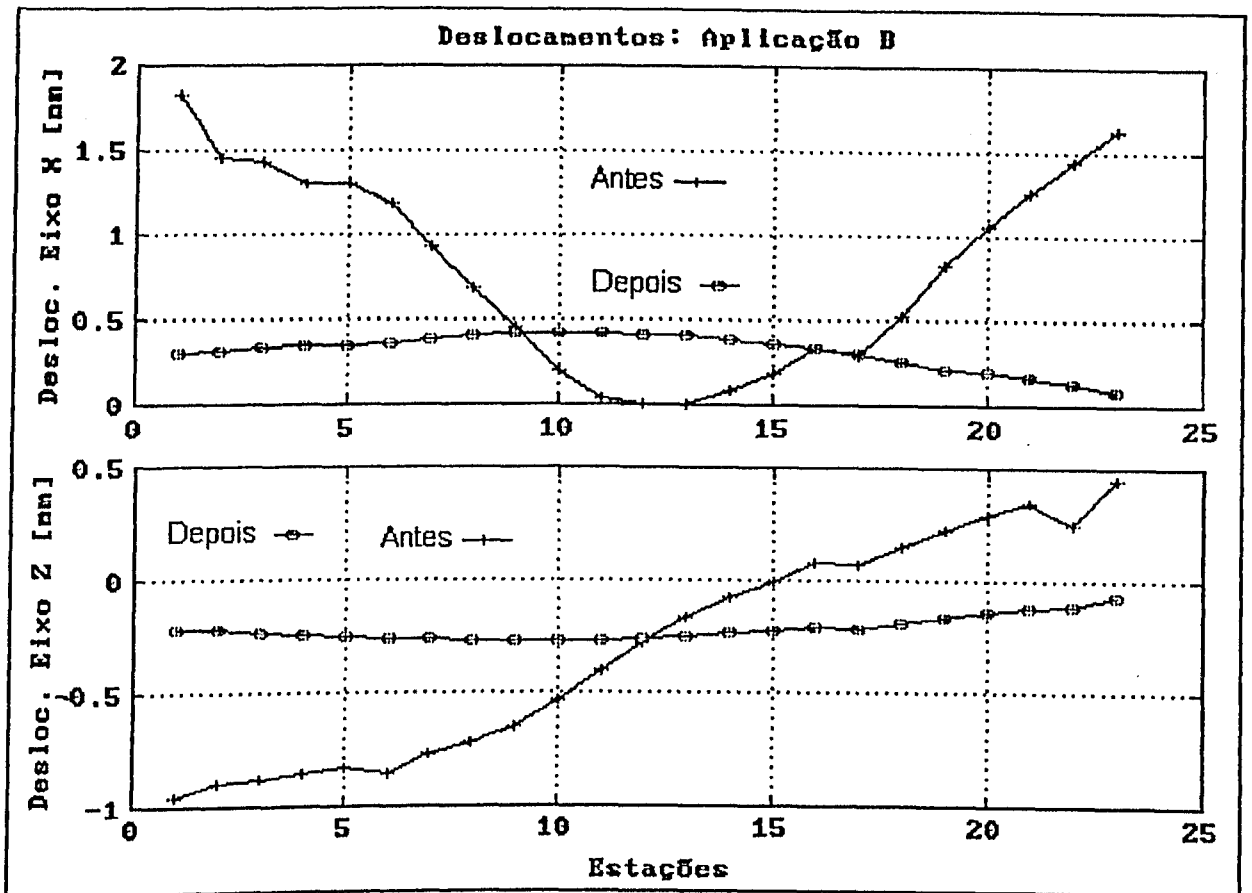


Figura 6.10- Deslocamentos X [mm] e Z [mm] do rotor B, antes e depois da aplicação das forças de controle.

Ainda sobre o rotor B acima descrito, desejou-se fazer uma comparação da resposta obtida através das técnicas descritas neste trabalho (programa CVR) com aquela obtida através do programa ROTOR [13]. Cabe lembrar que este último é um código computacional voltado para análise estática e dinâmica de rotores, baseado no método dos elementos finitos, desenvolvido pela equipe do Prof. M. Lalanne, no INSA de Lyon - França.

Neste sentido, uma vez obtida as forças ótimas de controle

estas foram utilizadas no arquivo de dados do programa ROTOR para obter a resposta do sistema. Foi necessário entrar repetidamente neste programa com cada uma das forças, sendo que no final, a resposta completa foi obtida pelo somatório das respostas isoladas - aplicação do princípio da superposição.

Nos anexos 6 e 7 estão respectivamente o arquivo de dados e o arquivo de resposta do programa CVR. Semelhantemente, no anexo 8 se encontra um exemplo de configuração básica do arquivo de dados do rotor B, para o programa ROTOR.

As figuras 6.11 e 6.12 mostram respectivamente a redução percentual dos deslocamentos nas direções dos eixos X e Z, calculados pelos programas CVR e ROTOR. Nos anexos 6 e 7 estão respectivamente o arquivo de dados e o arquivo de resposta do programa CVR, para o rotor B.

A resposta do ROTOR ao conjunto das excitações atuantes no rotor B, foi obtida somando as respostas à cada uma das excitações em particular. A configuração básica do arquivo de dados do rotor B para o programa ROTOR está no anexo 8.

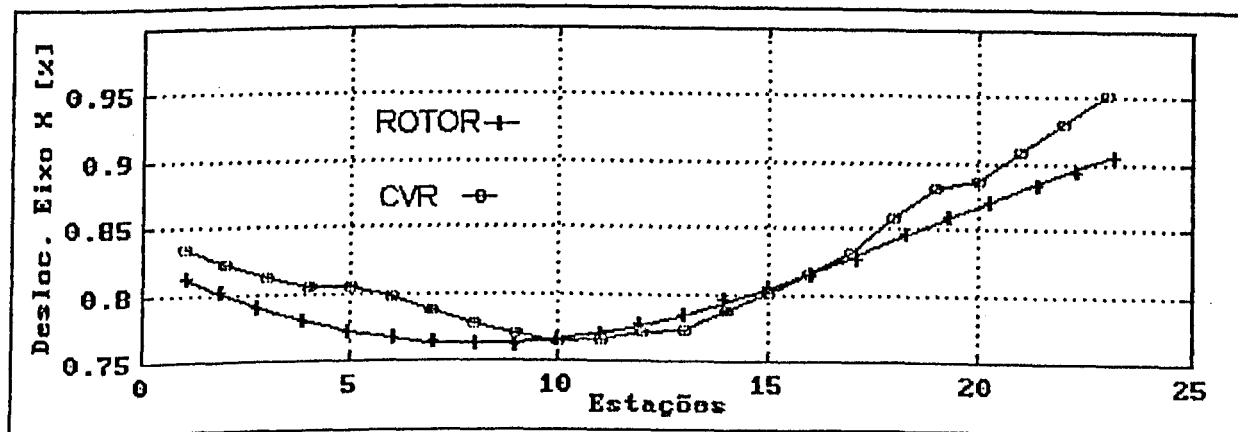


Figura 6.11 - Redução percentual do deslocamento, eixo X.

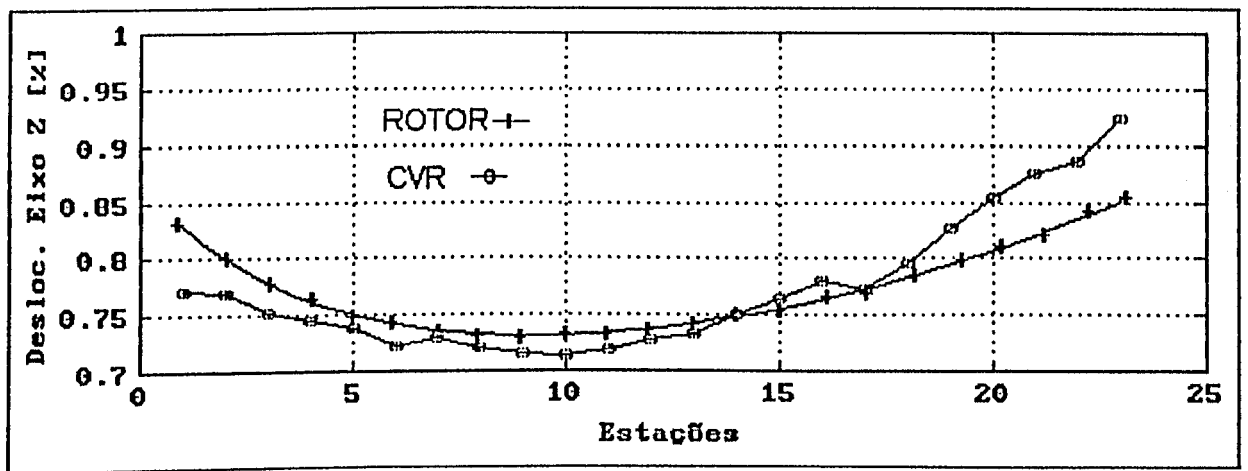


Figura 6.12 - Redução percentual do deslocamento, eixo Z.

6.4 - Comentário final sobre a obtenção do mínimo da função objetivo

O resultado final do processo de otimização depende em grande parte dos valores iniciais das variáveis de decisão ou seja, do ponto do domínio inicialmente assumido pelas variáveis de decisão.

A função objetivo define uma superfície no espaço R^n , onde n é o número de variáveis de decisão, por exemplo, como esta mostrada na figura 6.13, onde a superfície é definida pelas variáveis X e Y.

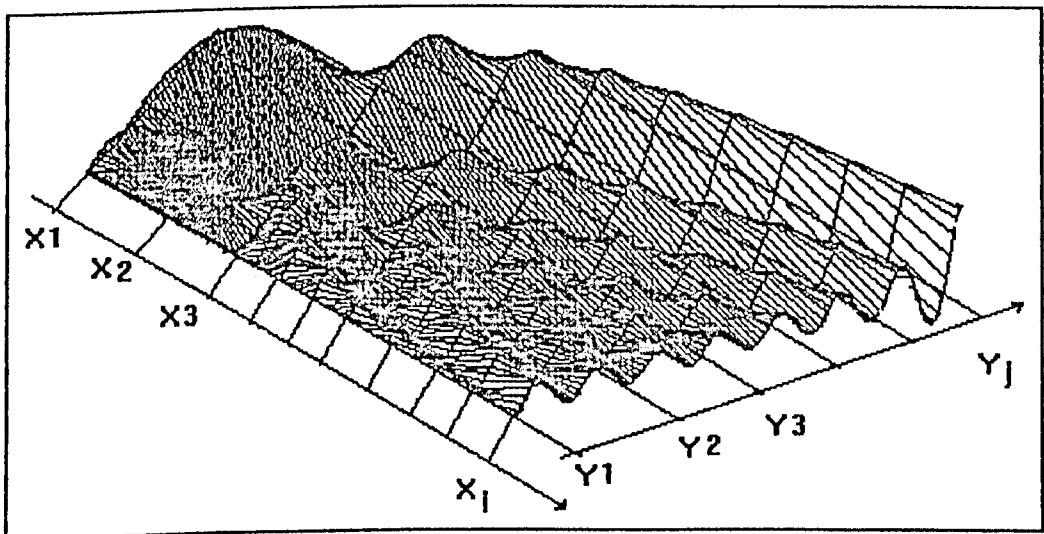


Figura 6.13 - Exemplo de superfície de uma função objetivo

O processo de minimização busca uma concavidade nesta superfície, a partir de um ponto inicialmente dado. Não se pode garantir que o ponto de mínimo da concavidade encontrada defina o menor valor da função objetivo. Uma solução simples seria fazer uma discretização do domínio da função, definindo dessa forma vários pontos de partida, não restando outra alternativa senão a de testá-los um de cada vez. A consideração está associada à dificuldade encontrada na obtenção automática do projeto ótimo em engenharia.

Nas aplicações feitas neste capítulo o problema de otimização foi considerado com restrições laterais, porém não se preocupou em verificar se os valores que delimitam a faixa de variação dos parâmetros das forças de controle estão em concordância com as limitações de natureza tecnológica, o que deve ser uma preocupação constante nas aplicações reais.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Os resultados da simulação computacional, apresentados no capítulo 6 e anexos, permitem concluir que a metodologia proposta neste trabalho representa uma alternativa eficiente para a atenuação do nível de vibração em rotores flexíveis, cujo emprego é especialmente indicado para as máquinas rotativas que apresentam dificuldades técnicas de balanceamento convencional, caso típico das turbo-máquinas que, devido às altas rotações de funcionamento, torna-se crítica a precisão requerida no processo convencional de balanceamento.

O uso da informação modal como ferramenta capaz de indicar quais as estações do rotor são mais perturbadas na faixa de funcionamento, propicia uma alternativa eficaz para a determinação do número e disposição das forças de controle ao longo do rotor.

O uso da poderosa ferramenta de projeto, a otimização numérica, permite a escolha acertada dos parâmetros das forças de controle: amplitudes, frequências e ângulos de incidência sobre o eixo ou disco da máquina rotativa, o que viabiliza tecnicamente o emprego satisfatório de sistemas de controle de vibração em malha aberta, de baixo custo.

Da tabela 6.1, observa-se que a redução da energia total deformação do sistema, é mais sensível à disposição correta das forças de controle ao longo do rotor, que propriamente ao número de forças empregadas no controle.

Da figura 6.12 e 6.13, verifica-se que a redução percentual das projeções da resposta do sistema nos planos XY e ZY, calculadas pelos programas ROTOR e CVR apresentam o mesmo formato porém, há discre-

pâncias quanto aos valores. Isto se justifica pelos seguintes motivos:

- a dificuldade de se modelar um mesmo rotor através de dois métodos diferentes (Elementos Finitos e Matrizes de Transferência) preservando as mesmas características funcionais,
- o pequeno número de elementos (Elementos Finitos) ou de estações (Matrizes de Transferências) considerados na discretização do modelo, em virtude da limitação do sistema operacional utilizado (DOS).

A contribuição maior deste trabalho é a demonstração da possibilidade da redução do nível de vibração das máquinas rotativas, através do controle em malha aberta, por meio da utilização de forças de controle externas ao sistema, forças estas definidas com o auxílio de otimização numérica.

A título de sugestão de continuidade deste trabalho, propõe-se:

I- O desenvolvimento de um sistema de excitação cujo comportamento seja linearizável em faixas específicas de utilização e posterior emprego experimental para comprovação dos resultados numéricos aqui apresentados,

II- A modificação da sub-rotina SOLVE de modo a permitir a simulação numérica de forças não lineares.

III- A modificação do programa MTROTOR no que se refere ao cálculo dos auto-valores e auto-vetores, pois o método polinomial aqui utilizado não confere precisão às frequências mais elevadas, e conseqüentemente aos respectivos auto-vetores (Araújo [4]). Neste caso, a precisão

da resposta do sistema obtida através do Método Modal fica prejudicada.

IV- A migração do código computacional, desenvolvido neste trabalho, para sistemas operacionais que enderecem maiores quantidades de memória, o que permitirá uma maior discretização dos rotores em estudo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] GOSIIEWSKI, Z.; "Automatic balancing of Flexible Rotors, Part I: Teorical Background", Journal of Sound and Vibration, 100 (4), p. 551 - 567, 1985.
- [2] LÉPORE N., F. P. and STEFFEN, V. Jr.; "A Control Force to Reduce Magnetically Excited Rotor Vibration", Mécanique Matériaux Électricité, (404), p. 90 - 93, Abril 1984.
- [3] ROBERTS, J. B.; "Vibration Control of Flexible Transmission Shaft by Means of a Squeeze-Film Damper: An Experimental Investigation", Journal of Sound and Vibration, 113 (2), p. 329 - 345, 1987.
- [4] ARAÚJO, C. A.; "Controle da Vibração de Rotores Flexíveis Usando Forças Magnéticas Externas", tese de mestrado em Eng. Mecânica, UFU, Março de 1993.
- [5] LACERDA, H. B.; "Racionalização do Método dos Coeficientes de Influência aplicado ao Balanceamento de Rotores Flexíveis", dissertação de mestrado, U.F. Uberlândia, 1991.
- [6] VANDERPLAATS, G.; Numerical Optimization Techniques for Engineering Design, McGraw-Hill, 1984.

- [7] LACERDA, H. B. e STEFFEN, V. Jr.; Balanceamento de Rotores Flexíveis Usando Otimização, U.F. Uberlândia ,Junho de 1991.
- [8] SCHIMIT, L. A.; Structural Disign by Systematic Synthesis, 2ª Conferência de Procedimentos em Computação Eletrônica, ASCE, New York, pp. 105-122 ,1960.
- [9] BERTHIER, P. ; FERRARIS, G.; DER HAGOPIAN, J.;LALANNE, M.,; Application d'une méthode pseudo-modale à la détermination du comportement dynamique des monorotors et des multrotors coaxiaux. Proceeding 7th Word IFToMM Congress, Pergamon Press, 1987.
- [10] FARIA, MÁRIO LUIZ M.; "Uma Contribuição aos Procedimentos de Otimização Aplicados a Sistemas Mecânicos" , dissertação de mestrado, U.F. Uberlândia , 1991.
- [11] ROARK, R. J.; "Formules for Stress and Strain", McGraw-Hill, New York, 1965.
- [12] PRESS,W. H.; FLANNERY, B. P.; VETTERLING, W. T.; Numerical Recipes. The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press, New York, 1990.
- [13] Manual de Utilização do ADS.

- [14] STEFFEN Jr., V.; "Estudo Analítico e Experimental de Dinâmica de Rotores" Rev. Bras. de C. Mec., 3(3): 3-8 Set. 1981.
- [15] LALLEMENT, LECOANET e STEFFEN; "Vibration de Rotors sur Paliers à Matrice de Raideur non Symétrique", Mech and Mach Theory, 17(1): 4755,1982.
- [16] LALANNE, QUEAU e TRAN; "Dynamique des Rotors: Vitesses Critiques, Instabilités"; Laboratoire de Mécanique des Structures - I.N.S.A. (França), 105-113.
- [17] RUHL, R. e BOOKER, J.; "A Finit Element Model for Distributed Parameter Turborotor Systems, ASME Jou. of Eng. for Ind. 126-132, Fev. 1972.
- [18] BERTHIER, FERRARIS e LALANNE; "Prediction of Critical Speeds, Unbalance and Nonsynchronous Forced Response of Rotors", The Shock and Vibr. Bull, parte 4, 103-111, Maio 1983.
- [19] DAVIDON, W. C.; Variable Method for Minimization, Research and Development Report ANL-5990, 1969.
- [20] FLETCHER, R., POWELL, M. J. D., A Rapidly Convergent Descent Method for Minimization, Computer J., 6 (2) : 163-168, 1963.
- [21] STEFFEN Jr., V.; FARIA, M. L. M.; "Otimização de projetos Mecânicos", Simpósio Mineiro de Mecânica Computacional, UFMG, Belo Horizonte, Dezembro de 1991, pag. 415-428.

- [22] SCHWEITZER, G., "Characteristics of a magnetic rotor bearing for active vibration control"; Conf. on Vibration in Rotating Machinery, Churchill College - Univ. of Cambridge, Sept. 1976.

Estrutura do Arquivo *.INI

O arquivo *.INI contém todas as informações básicas necessárias para o funcionamento dos programas MTROTOR e CVR. Sua estrutura é composta de 13 campos, com uma ou mais linhas cada, como definidos a seguir:

[considera-material-homogeneo]

iprm: {0=não,1=sim}

[considera-efeito-de-cisalhamento]

iefc: {0=não,1=sim}

[numero-de-estacoes]

nes

[numero-de-modos]

nmod: número de modos considerados na redução do sistema

Nota: Quatro vezes o número de modos deve ser menor ou igual a quatro vezes o número total de estações [4,9].

[numero-de-mancais]

nem

[numero-de-discos]

ned

[numero-de-frequencias]

nfn: número de frequências a serem calculadas [4]

[numero-maximo-de-iteracoes]

itm

[fator-de-forma]

f

[fator-de-ajuste-do-polinomio]

fat [4].

[rotacao]

wrot: rotação do sistema em regime permanente [rpm].

[campbell]

wroti, wrotf, wrotp

wroti: rotação inicial [rpm]

wrotf: rotação final [rpm]

wrotp: passo de rotação [rpm]

[lista-das-estacoes-com-discos]

ned : número de discos

led: lista das estações com discos

[lista-das-estacoes-com-mancais]

lem

[lista-dos-comprimentos-das-estacoes] $co(i=1, nes)$

co: [m]

[lista-dos-diametros-das-estacoes] $di(i=1, nes)$

di: lista dos diâmetros das estações [m].

[listas-das-rigidezes-nos-mancais]

$$rzz(i), rzx(i), rxz(i), rxx(i), rzt(i), rtz(i), rzf(i), r fz(i), +$$

$$+ rxt(i), rtx(i), rxf(i), rfx(i), rtt(i), rtf(i), rft(i), rff(i)$$

$rjk (i=1, nes)$: conjunto de listas com as rigidezes nas direções ij , onde j e k assumem x, y, z, t e f . $t=\theta$ e $f=\phi$. [N/m]

A figura 2.6 ilustra a disposição física das rigidezes no mancal.

[listas-dos-amortecimentos-nos-mancais]

$$czz(i), czx(i), cxz(i), cxx(i), czt(i), ctz(i), czf(i), cfz(i), +$$

$$+ cxt(i), ctx(i), cxf(i), cfx(i), ctt(i), ctf(i), cft(i), cff(i)$$

cjk [N s/m]: conjunto de listas com os amortecimentos nas direções jk , onde i e j x, y, z, t e f . $t=\theta$ e $f=\phi$.

[listas-das-massas-adic.-dos-mancais]

$pm (j=1, nem)$: [Kg].

[listas-das-inerc.-transv.-dos-mancais]

$wt (j=1, nem)$: lista das inércias transversais dos mancais [Kg m²].

[listas-das-inerc.-polares-dos-mancais]***wp(j=1, nem)******wp: lista das inércias polares dos mancais [Kg m²].******[lista-das-densidades]******ro(i=1, nes)******ro: lista das densidades [Kg/ m³].***

Se o material for dito homogêneo, é suficiente fornecer apenas um único valor.

[lista-das-elasticidades]***el(i=1, nes)******el: lista dos coeficiente de elasticidade. [N/ m²]***

Se o material for dito homogêneo, é suficiente fornecer apenas um único valor.

[lista-dos-cisalhamentos]***gc(i=1, nes)******gc: lista dos coeficiente de cisalhamento [N/ m²].***

Se o material for dito homogêneo, é suficiente fornecer apenas um único valor.

[controle]**nec****lec(i)**, para $i=1, nec$ **al(i), wl(i), posl(i)**, para $i=1, nec$ **ai(i), wi(i), posi(i)**, para $i=1, nec$ **au(i), wu(i), posu(i)**, para $i=1, nec$ **nec** : número de estações de controle.**ai** : lista com as amplitudes iniciais das forças de controle [N].**al** : lista com o limite superior das amplitudes [N].**au** : lista com o limite inferior das amplitudes [N].**wi** : lista com as frequências iniciais das forças de controle [rad/s].**wl** : lista com o limite superior das frequências [rad/s].**wu** : lista com o limite inferior das frequências [rad/s].**posi** : lista com os ângulos de posicionamento iniciais das forças de controle [graus].**posl** : lista com o limite superior dos ângulos [graus].**posu** : lista com o limite inferior dos ângulos [graus].**[excitacao]****neex****leex(i)**, para $i=1, neex$ **a(i), w(i), p(i)**, para $i=1, neex$ **neex** : numero de estações com forças de excitação.**leex** : lista com as estações com forças de excitação.**a** : lista com as amplitudes das forças de excitação [N].**w** : lista com as frequências das forças de excitação [N].**p** : lista com os ângulos de incidência das forças de excitação [graus].

*[configuracao do ads]**istrat,iopt,ioned,iprint**istrat*: estratégia a ser usada no processo de otimização.*iopt*: método de otimização a ser usado.*ioned*: método de busca a ser usado.*iprint*: opção de impressão dos resultados.

Os valores que definem as diversas opções das variáveis acima, estão definidos no *Manual de Utilização do ADS*.

*[desbalanceamento]**ned**led(i)*, para $i=1, ned$ *md(i), exc(i), pos(i)*, para $i=1, ned$ *ned*: número de discos com desbalanceamentos.*md*: lista com as massas de desbalanceamento [Kg].*exc*: lista com as excentricidades das massas de desbalanc. [m].*pos*: lista com os ângulos de posicionamento, das massas de desbalanceamentos, no plano ZX [graus].

ANEXO 2

Arquivo de entrada: rotor A, forças de controle aplicadas aos discos.

[rotacao]

2000.

[campbell]

0.,3000.,100.

[numero-de-estacoes]

25

[numero-de-modos]

6

[numero-de-frequencias]

6

[numero-de-mancais]

2

[lista-das-estacoes-com-mancais]

1,25

[numero-maximo-de-iteracoes]

1000

0.,0.

[considera-efeito-de-cisalhamento]

1

[considera-material-homogeneo]

1

[lista-das-densidades]

7800.

[lista-das-elasticidades]

2.07e+11

[lista-dos-cisalhamentos]

8.27e+10

[numero-de-discos]

5

[lista-das-estacoes-com-discos]

5,9,13,17,21

[excitacao]

2

7,23

10.,52.36,90.

10.,471.24,270.

[configuracao-do-ads]

1,2,1,1000

[desbalanceamento]

2

5,21

.02,.06,0.

.02,.06,120.

[controle]

2

9,17

-1000.,0.,-90.

-1000.,0.,-90.

-125.,500.,-45

125.,250.,-45.

1000.,1000.,90.

1000.,1000.,90.

Anexo 3

Arquivo de resposta: rotor A, forças de controle aplicadas sobre os discos.

estacao	desl. x [mm]	desl. z [mm]	rot. x [Graus]	rot. z [Graus]
1	.8529329E+01	.7424539E+00	.6325230E-02	.5876168E-01
2	.6160229E+01	.4536671E+02	.3254610E-02	.5900611E-01
3	.5710827E+01	.1046039E+01	.6326810E-02	.5861247E-01
4	.4831365E+01	.1140900E+01	.6304721E-02	.5864973E-01
5	.4754932E+01	.1245878E+01	.6246335E-02	.5867444E-01
6	.3801871E+01	.1325093E+01	.5859735E-02	.5898734E-01
7	.2100502E+01	.1412358E+01	.5993172E-02	.6015845E-01
8	.3980023E+00	.1575153E+01	.5602395E-02	.6154150E-01
9	-.1240480E+01	.1725172E+01	.5116565E-02	.5075628E-01
10	-.2980550E+01	.1918133E+01	.4264779E-02	.3389440E-01
11	-.4005842E+01	.2072738E+01	.3246084E-02	.1592224E-01
12	-.4280500E+01	.2196513E+01	.2883074E-02	-.9630876E-02
13	-.4280500E+01	.2196513E+01	.2883074E-02	-.9630876E-02
14	-.4278010E+01	.2332438E+01	.1580419E-02	-.3029196E-02
15	-.3676951E+01	.2322318E+01	.2989101E-03	-.2292101E-01
16	-.2912602E+01	.2314612E+01	-.6691265E-03	-.3567047E-01
17	-.1928140E+01	.2306575E+01	-.1737766E-02	-.4466901E-01
18	-.2019416E+01	.2301899E+01	-.1755168E-02	-.4515951E-01
19	-.2616415E+00	.2221419E+01	-.2904033E-02	-.5359528E-01
20	.1779617E+01	.2087892E+01	-.3776833E-02	-.5774770E-01
21	.3248421E+01	.1989895E+01	-.4340517E-02	-.5798241E-01
22	.4694750E+01	.1876964E+01	-.4720864E-02	-.5594478E-01
23	.6156253E+01	.1133870E+01	-.4864614E-02	-.5490281E-01

24 .6759814E+01 .1676959E+01 -.4879624E-02 -.5480288E-01

25 .7582265E+01 .1603808E+01 -.4879537E-02 -.5481138E-01

Energia de deformacao (inicial)= 4.807543215592529

valor da objetivo = 1.906045296001869

estacao	desl. x [mm]	desl. z [mm]	rot. x [Graus]	rot. z [Graus]
1	-.7599054E+01	.3822055E+01	-.1687479E-02	-.1736443E-01
2	-.6680506E+01	.4769327E+01	-.7841323E-02	-.2403031E-01
3	-.6766587E+01	.3741116E+01	-.1680301E-02	-.1728762E-01
4	-.6507220E+01	.3715703E+01	-.1756174E-02	-.1738884E-01
5	-.6532026E+01	.3707778E+01	-.2034581E-02	-.1743445E-01
6	-.6290741E+01	.3869007E+01	-.2742055E-02	-.1792470E-01
7	-.5715588E+01	.3619564E+01	-.2851246E-02	-.1915647E-01
8	-.5150352E+01	.3521871E+01	-.4232722E-02	-.2140034E-01
9	-.4599000E+01	.3383424E+01	-.5646256E-02	-.1810217E-01
10	-.3961718E+01	.3113534E+01	-.7464738E-02	-.1289422E-01
11	-.3547029E+01	.2775202E+01	-.8976013E-02	-.7276228E-02
12	-.3409417E+01	.2398530E+01	-.9370055E-02	-.1263282E-01
13	-.3409417E+01	.2398530E+01	-.9370055E-02	-.1263282E-01
14	-.3368693E+01	.2085566E+01	-.9222051E-02	-.1305687E-02
15	-.3445809E+01	.1773099E+01	-.1031692E-01	.5095836E-02
16	-.3630499E+01	.1506140E+01	-.1063993E-01	.9165390E-02
17	-.3892462E+01	.1196728E+01	-.1059205E-01	.1152278E-01
18	-.3537748E+01	.1280117E+01	-.1020392E-01	.9845814E-02
19	-.3914486E+01	.9165005E+00	-.1049634E-01	.1204552E-01
20	-.4509265E+01	.5252510E+00	-.1099153E-01	.1287867E-01
21	-.5158656E+01	.1716248E+00	-.1119161E-01	.1273032E-01
22	-.5454071E+01	-.1103619E+00	-.1127853E-01	.1111946E-01
23	-.5728971E+01	-.3549572E-01	-.1142210E-01	.1029104E-01

100

24 -.5841352E+01 -.4899402E+00 -.1143633E-01 .1020944E-01

25 -.5994702E+01 -.6615331E+00 -.1143650E-01 .1021366E-01

Energia = 1.906045296001869

vetor x

estacao 9

amplitude -125.000023792831900

frequencia 499.999987343114300

angulo -46.995998358991830

estacao 17

amplitude 124.997136230082200

frequencia 249.999956380082400

angulo -46.976451972884380

ANEXO 4

Arquivo de entrada: rotor A, forças de controle aplicadas adjacentes aos mancais.

[rotacao]

2000.

[campbell]

0.,3000.,100.

[numero-de-estacoes]

25

[numero-de-modos]

6

[numero-de-frequencias]

6

[numero-de-mancais]

2

[lista-das-estacoes-com-mancais]

1,25

[numero-maximo-de-iteracoes]

1000

[fator-de-forma]

1.33

[fator-de-ajuste-do-polinomio]

1500.

[lista-dos-comprimentos-das-estacoes]

.01,.04,.04,.04,.015,.04,.04,.04,.01,.04,.04,.04,.01,.04,.04,.04,.01,.04,.04,.04,.015,.04,.04,.04,.01

[lista-dos-diametros-das-estacoes]

.01,.01,.01,.01, .12,.01,.01,.01,0.1,.01,.01,.01,0.1,.01,.01,.01,0.1,.01,.01,.01,0.12,.01,.01,.01,.01

[listas-das-rigidezes-nos-mancais]

45000.,0.,0.,25000.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.

25000.,0.,0.,45000.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.

[listas-dos-amortecimentos-nos-mancais]

0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.

0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.

[listas-das-massas-adic.-dos-mancais]

0.,0.

[listas-das-inerc.-transv.-dos-mancais]

0.,0.

[listas-das-inerc.-polares-dos-mancais]

0.,0.

[considera-efeito-de-cisalhamento]

1

[considera-material-homogeneo]

1

[lista-das-densidades]

7800.

[lista-das-elasticidades]

2.07e+11

[lista-dos-cisalhamentos]

8.27e+10

[numero-de-discos]

5

[lista-das-estacoes-com-discos]

5,9,13,17,21

[excitacao]

2

7,23

10.,52.36,90.

10.,471.24,270.

[configuracao-do-ads]

1,2,1,1000

[desbalanceamento]

2

5,21

.02,.06,0.

.02,.06,120.

[controle]

2

9,17

-1000.,0.,-90.

-1000.,0.,-90.

-125.,500.,-45

125.,250.,-45.

1000.,1000.,90.

1000.,1000.,90.

ANEXO 5

Arquivo de resposta: rotor A, forças de controle aplicadas adjacente aos mancais.

estacao	desl. x [mm]	desl. z [mm]	rot. x [Graus]	rot. z [Graus]
1	.8529329E+01	.1424539E-01	.6325230E-02	.5876168E-01
2	.6160229E+01	.5366671E+00	.3254610E-02	.5900611E-01
3	.5710827E+01	.8046039E+00	.6326810E-02	.5861247E-01
4	.4831365E+01	.1140900E+01	.6304721E-02	.5864973E-01
5	.4754932E+01	.1245878E+01	.6246335E-02	.5867444E-01
6	.3801871E+01	.1325093E+01	.5859735E-02	.5898734E-01
7	.2100502E+01	.1412358E+01	.5993172E-02	.6015845E-01
8	.3980023E+00	.1575153E+01	.5602395E-02	.6154150E-01
9	-.1240480E+01	.1725172E+01	.5116565E-02	.5075628E-01
10	-.2980550E+01	.1918133E+01	.4264779E-02	.3389440E-01
11	-.4005842E+01	.2072738E+01	.3246084E-02	.1592224E-01
12	-.4280500E+01	.2196513E+01	.2883074E-02	-.9630876E-02
13	-.4280500E+01	.2196513E+01	.2883074E-02	-.9630876E-02
14	-.4278010E+01	.2332438E+01	.1580419E-02	-.3029196E-02
15	-.3676951E+01	.2322318E+01	.2989101E-03	-.2292101E-01
16	-.2912602E+01	.2314612E+01	-.6691265E-03	-.3567047E-01
17	-.1928140E+01	.2306575E+01	-.1737766E-02	-.4466901E-01
18	-.2019416E+01	.2301899E+01	-.1755168E-02	-.4515951E-01
19	-.2616415E+00	.2221419E+01	-.2904033E-02	-.5359528E-01
20	.1779617E+01	.2087892E+01	-.3776833E-02	-.5774770E-01
21	.3248421E+01	.1989895E+01	-.4340517E-02	-.5798241E-01
22	.4694750E+01	.1876964E+01	-.4720864E-02	-.5594478E-01
23	.6156253E+01	.1733870E+01	-.4864614E-02	-.5490281E-01

24 .6759814E+01 .1676959E+01 -.4879624E-02 -.5480288E-01
 25 .7582265E+01 .1603808E+01 -.4879537E-02 -.5481138E-01
 Energia de deformacao (inicial)= 4.807543215592529

valor da objetivo = 5.033648973155621E-001

estacao	desl. x [mm]	desl. z [mm]	rot. x [Graus]	rot. z [Graus]
1	.1334061E+01	.5499924E+00	.7025232E-02	.2076813E-01
2	.5978453E+00	.4425962E+00	.3328781E-02	.1854049E-01
3	.3377323E+00	.3871785E+00	.7025235E-02	.2072951E-01
4	.2668836E-01	.1692446E+00	.7003437E-02	.2071458E-01
5	-.3660308E-01	.1208809E+00	.6926034E-02	.2072308E-01
6	-.4062895E+00	.1305583E+00	.6484566E-02	.2073900E-01
7	-.9827678E+00	.1395063E+00	.6704757E-02	.2090796E-01
8	-.1566472E+01	.1577977E+00	.6329064E-02	.2075617E-01
9	-.2148391E+01	.1746766E+00	.5722710E-02	.1724526E-01
10	-.2743505E+01	.1960779E+00	.4681836E-02	.1170525E-01
11	-.3103253E+01	.2128298E+00	.3460141E-02	.5765357E-02
12	-.3230109E+01	.2255383E+00	.2753530E-02	-.7814312E-02
13	-.3230109E+01	.2255383E+00	.2753530E-02	-.7814312E-02
14	-.3215363E+01	.2395710E+00	.1568878E-02	-.5455819E-03
15	-.3011449E+01	.2379112E+00	.5877407E-04	-.7074139E-02
16	-.2769676E+01	.2363206E+00	-.1057268E-02	-.1133452E-01
17	-.2463411E+01	.2344556E+00	-.2233964E-02	-.1461521E-01
18	-.2401760E+01	.2371610E+00	-.2104777E-02	-.1559676E-01
19	-.1783238E+01	.2277480E+00	-.3385170E-02	-.1860387E-01
20	-.1115198E+01	.2111711E+00	-.4366231E-02	-.2020711E-01
21	-.7133103E+00	.1968973E+00	-.5001706E-02	-.2041131E-01
22	-.1886980E+00	.1839851E+00	-.5363862E-02	-.2009806E-01
23	.3497365E+00	.1777721E+00	-.5497131E-02	-.1994255E-01

24 .5694670E+00 .1615765E+00 -.5511196E-02 -.1992896E-01

25 .8684974E+00 .1533126E+00 -.5511107E-02 -.1993113E-01

Energia = 5.033648973155621E-001

vetor x

estacao 2

amplitude -250.000000030760800

frequencia 499.999999821311100

angulo -43.920428202658890

estacao 24

amplitude 250.000014828466100

frequencia 250.000110630784100

angulo -47.196351671963840

ANEXO 6

Arquivo de entrada: rotor B, forças de controle aplicadas às estações 6 e 18.

[numero-de-discos]

3

[lista-das-estacoes-com-discos]

6,13,18

[rotacao]

2000.

[campbell]

0.,3000.,100.

[numero-de-estacoes]

23

[numero-de-modos]

5

[numero-de-frequencias]

12

[numero-de-mancais]

2

[lista-das-estacoes-com-mancais]

2,22

[numero-maximo-de-iteracoes]

1000

[fator-de-forma]

1.33

[fator-de-ajuste-do-polinomio]

1500.

[lista-dos-comprimentos-das-estacoes]

.048,.005,.025,.029,.024,.016,.024,.041,.041,.041,.042,.0205,.011,.0195,.035,.036,.0195,.011,.0195,.026,.021,.005,.005

[lista-dos-diametros-das-estacoes]

.008,.0096,.0096,.0096,.014,.09,.014,.0096,.0096,.0096,.0096,.014,.15,.014,.0096,.0096,.014,.12,.014,.0096,.0096,.0096,.0096

[listas-das-rigidezes-nos-mancais]

22000.,0.,0.,18750.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.

24770.,0.,0.,20000.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.

[listas-dos-amortecimentos-nos-mancais]

0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.

1,2,1,1000

[desbalanceamento]

1

13

.02,.075,0.

[controle]

2

6,13

-500.,0.,-90.

-500.,0.,-90.

0.,250.,0.

0.,500.,0.

500.,1000.,90.

500.,1000.,90.

ANEXO 7

Arquivo de resposta: rotor B, força de controle aplicada nas estações 6 e 18

estacao	desl. x [mm]	desl. z [mm]	rot. x [Graus]	rot. z [Graus]
1	.1823874E+01	-.9575915E+00	.1710069E-02	.8243669E-02
2	.1459768E+01	-.9165608E+01	.2621801E-02	.9017811E-02
3	.1428528E+01	-.8755302E+00	.1708048E-02	.8218109E-02
4	.1305230E+01	-.8498886E+00	.1725446E-02	.8234140E-02
5	.1305688E+01	-.8246548E+00	.1784543E-02	.8243283E-02
6	.1182096E+01	-.8504927E+00	.1890536E-02	.8338224E-02
7	.9314181E+00	-.7695849E+00	.1980181E-02	.8590781E-02
8	.6853764E+00	-.7099821E+00	.2301303E-02	.9017861E-02
9	.4519130E+00	-.6414402E+00	.2588813E-02	.7443526E-02
10	.1963583E+00	-.5282185E+00	.2912543E-02	.4988206E-02
11	.4492287E-01	-.4041319E+00	.3118538E-02	.2373263E-02
12	.8351656E-02	-.2768380E+00	.3064572E-02	.1350090E-02
13	.2909208E-02	-.1644534E+00	.2853551E-02	-.3799224E-03
14	.8239132E-01	-.8006568E-01	.2892351E-02	-.3294671E-02
15	.1921311E+00	-.8292061E-02	.2785425E-02	-.5146951E-02
16	.3359396E+00	.7483105E-01	.2564767E-02	-.6372041E-02
17	.2906969E+00	.6498548E-01	.2519146E-02	-.6201580E-02
18	.5295701E+00	.1515110E+00	.2368211E-02	-.7357727E-02
19	.8235340E+00	.2291110E+00	.2319367E-02	-.7881662E-02
20	.1059843E+01	.2950554E+00	.2246722E-02	-.7868528E-02
21	.1251835E+01	.3511518E+00	.2208303E-02	-.7445143E-02
22	.1442921E+01	.2484333E+00	.2225386E-02	-.7227186E-02
23	.1630409E+01	.4512275E+00	.2226992E-02	-.7207546E-02

Energia de deformacao (inicial)= 1.356575505500581

valor da objetivo = 6.962832360314667E-003

estacao	desl. x [mm]	desl. z [mm]	rot. x [Graus]	rot. z [Graus]
1	.3020801E+00	-.2197913E+00	-.3839093E-03	-.8340899E-03
2	.3232044E+00	-.2290057E+00	.1613873E-03	-.3086369E-03
3	.3421119E+00	-.2382198E+00	-.3842599E-03	-.8340156E-03
4	.3546290E+00	-.2439650E+00	-.3793155E-03	-.8266632E-03
5	.3552724E+00	-.2516287E+00	-.3608470E-03	-.8214641E-03
6	.3678387E+00	-.2656372E+00	-.2974806E-03	-.7854640E-03
7	.3863434E+00	-.2594651E+00	-.3091139E-03	-.7172800E-03
8	.4047929E+00	-.2669763E+00	-.2204139E-03	-.5911542E-03
9	.4171540E+00	-.2717136E+00	-.1164716E-03	-.3926154E-03
10	.4272736E+00	-.2733949E+00	.3430416E-04	-.1006870E-03
11	.4254034E+00	-.2689205E+00	.1829153E-03	.1929903E-03
12	.4145436E+00	-.2600537E+00	.2494987E-03	.1508182E-02
13	.4113542E+00	-.2550191E+00	.3178051E-03	.4865862E-03
14	.3857745E+00	-.2396572E+00	.4662283E-03	.7935671E-03
15	.3627742E+00	-.2264530E+00	.5538744E-03	.9796314E-03
16	.3357466E+00	-.2111468E+00	.6290617E-03	.1132400E-02
17	.3062396E+00	-.2176745E+00	.5987852E-03	.1249424E-02
18	.2590114E+00	-.1950856E+00	.6972240E-03	.1408395E-02
19	.2177876E+00	-.1660861E+00	.7863804E-03	.1498520E-02
20	.2056728E+00	-.1397498E+00	.8396543E-03	.1509216E-02
21	.1679078E+00	-.1183767E+00	.8680063E-03	.1549356E-02
22	.1278488E+00	-.1092971E+00	.8836246E-03	.1569421E-02
23	.8700270E-01	-.7299869E-01	.8852332E-03	.1571543E-02

Energia = 6.962832360314667E-003

vetor x

estacao 6

amplitude 8.485750402196816

frequencia 209.570311275532900

angulo -3.261884847453816E-001

estacao 13

amplitude -6.987892898249878

frequencia 209.451551717580800

angulo 3.731724567197165E-001

ANEXO 8

Arquivo de dados básico do rotor B para o programa
MONOROTOR.

Rotor-B

7,20,2.,6,1,3,.9,10,10,1.e-8,1.e-2

1,0.,1

2,.048,1

3,.063,1

4,.078,1

5,.107,1

6,.135,1

7,.163,1

8,.204,1

9,.245,1

10,.286,1

11,.328,1

12,.354,1

13,.379,1

14,.414,1

15,.45,1

16,.475,1

17,.5,1

18,.526,1

19,.537,1

20,.552,1

99999

99999

1,1,2,1,1,1,0,0,0
2,2,3,1,2,2,0,0,0
3,3,4,1,2,2,0,0,0
4,4,5,1,2,2,0,0,0
5,5,6,1,2,2,0,0,0
6,6,7,1,2,2,0,0,0
7,7,8,1,2,2,0,0,0
8,8,9,1,2,2,0,0,0
9,9,10,1,2,2,0,0,0
10,10,11,1,2,2,0,0,0
11,11,12,1,2,2,0,0,0
12,12,13,1,2,2,0,0,0
13,13,14,1,2,2,0,0,0
14,14,15,1,2,2,0,0,0
15,15,16,1,2,2,0,0,0
16,16,17,1,2,2,0,0,0
17,17,18,1,2,2,0,0,0
18,18,19,1,2,2,0,0,0
19,19,20,1,2,2,0,0,0
2,3
20,6,0,1,3,3,0,0,0
21,12,0,1,4,4,0,0,0
22,16,0,1,5,5,0,0,0
3,2
23,2,0,0,6,7,0,0,0
24,19,0,0,8,7,0,0,0
99999
1,2.07e+11,7800.,.3,0.
1,.004,0.,0.,2.

2,.005,0.,0.,2.

3,.09,.005,.016,2.

4,.075,.005,.011,2.

5,.06,.005,.011,2.

6,18750.,18750.,0.,0.

7,0.,0.,0.,0.

8,24770.,24770.,0.,0.

99999

99999

0,1.,3000.,200.

2,1.,2000.,2000.

99999

4,1.,0.

18,1.5,180.

6,1.634428,8.576520E-01

12,5.735435.1.262972

99999

1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16

99999