

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

MON
621:534
A345C
TES/MEM

**CONCEPÇÃO E ANÁLISE DE DESEMPENHO DE UM
TRANSPORTADOR VIBRATÓRIO LINEAR COM ACIONAMENTO
PIEZOELÉTRICO**

Dissertação apresentada
à Universidade Federal de Uberlândia por:

EMERSON BASTOS DE ALBUQUERQUE

como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre
em Engenharia Mecânica

Avaliada por:

Prof. Dr. Domingos Alves Rade - (UFU) - Orientador

Prof. Dr. João Carlos Mendes Carvalho - (UFU) – Co-orientador

Prof. Dr. Emílio Carlos Nelli Silva - (USP)

Prof. Dr. Roberto de Souza Martins – (Uniminias)

Uberlândia, 21 de dezembro de 2004

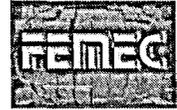
SISBI/UFU



1000220577



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
Av. João Naves de Ávila, 2121 - 38400-902 Fone: 0XX(34)32394149 Ramal 42
FAX: 0XX(34)32394282 - Campus Santa Mônica - Uberlândia MG



ESTUDANTE: Emerson Bastos de Albuquerque

NÚMERO DE MATRÍCULA: 5022612-3

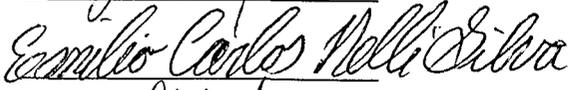
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: Mecânica dos Sólidos e Vibrações

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO:

“Concepção e Análise de Desempenho de um Transportador Vibratórios Linear com Acionamento Piezoelétrico”

ORIENTADOR: Prof. Dr. Domingos Alves Rade

A Dissertação foi **APROVADA**, em reunião pública realizada no anfiteatro do Bloco X, Campus Santa Mônica, em 21 de dezembro de 2004, às 14:00 horas, com a seguinte Banca Examinadora:

NOME		ASSINATURA
Domingos Alves Rade, Prof. Dr.	UFU	
João Carlos Mendes Carvalho, Prof. Dr.	UFU	
Emílio Carlos Nelli Silva, Prof. Dr.	USP	
Roberto de Souza Martins, Prof. Dr.	UNIMINAS	

Uberlândia, 21 de dezembro de 2004.

**Dedico aos meus pais,
José Toledo e Maria Lúcia.**

AGRADECIMENTOS

Aos meus orientadores, Professor Domingos Alves Rade, pela orientação, dedicação e amizade e ao Professor João Carlos Mendes Carvalho pelo apoio durante todo este trabalho.

Aos Professores Emílio Carlos Nelli Silva e Roberto de Souza Martins pela participação na Banca Examinadora.

Ao Curso de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia pela oportunidade que me concedeu na realização deste trabalho.

A todos os professores e funcionários do curso de graduação e pós-graduação pela minha formação.

Aos amigos do Laboratório de Mecânica de Estruturas pela paciência, amizade e apoio durante este trabalho.

Aos amigos e colegas da Faculdade de Engenharia Mecânica que contribuíram para a realização deste trabalho

Ao CNPq, pela bolsa de estudo e apoio financeiro.

À minha família, pela paciência e incentivo em todos os momentos.

Sumário

Resumo e Abstract	I
Lista de Símbolos e Abreviaturas	III
Lista de Tabelas	VI
Lista de Figuras	VII
CAPÍTULO I: Introdução	01
CAPÍTULO II: Transportadores vibratórios	05
2.1 - Generalidades sobre transportadores vibratórios industriais	05
2.2 - Movimento de material sobre a pista do transportador	06
2.3 - Classificação dos transportadores vibratórios	07
2.4 - Utilização industrial de Transportadores Vibratórios	09
2.4.1 - Seleção e orientação de peças	10
2.5 - Estudo dos possíveis sistemas de atuação piezoelétrica em um transportador vibratório linear	13
2.6 – Comparação entre os sistemas tradicionais de excitação e a atuação por pastilhas piezoelétricas	14
CAPÍTULO III: Fundamentos da Piezeletricidade	17
3.1 - Introdução	17
3.2 - O Efeito Piezoelétrico	18
3.2.1- Equações Constitutivas da Piezeletricidade Linear	21
3.2.2 - Considerações para especificação de atuadores piezoelétricos	24
3.3 - Observações quanto o manuseio e utilização de pastilhas piezoelétricas	25
CAPÍTULO IV: Modelo Matemático do Movimento do Material Transportado em Transportadores Vibratórios Lineares	29
CAPÍTULO V: Modelagem por Elementos Finitos de um Transportador Vibratório Linear com Acionamento Piezoelétrico	37
5.1 – introdução	37
5.2 - Princípio do Trabalho Virtual considerando efeitos elétricos e mecânicos	38

5.3 - Modelagem por Elementos Finitos de Sistemas Estruturais Planos Constituídos por Vigas de Euler-Bernoulli com Sensores e Atuadores Piezoelétricos	39
5.3.1 - Obtenção das matrizes elementares	39
5.3.2 – Montagem das Matrizes Elementares	45
5.4 - Implementação computacional do modelo	49
5.5 - Modelo implementado no ANSYS® para a validação do modelo desenvolvido em MATLAB®	52
CAPÍTULO VI: Simulações Numéricas por Elementos Finitos do Transportador Vibratório Linear com Acionamento Piezoelétrico	55
6.1 - Análise modal	57
6.2 - Análise de resposta em frequência	62
6.3 - Análise dinâmica no domínio do tempo	64
6.4 - Simulação do movimento do material sobre a pista do transportador	69
CAPÍTULO VII: Construção e Ensaio Experimentais de um Protótipo de Transportador Vibratório Linear Com Acionamento Piezoelétrico	75
7.1 - Construção do protótipo	75
7.2 – Experimentação do protótipo	78
7.2.1 – Obtenção experimental de FRFs	78
7.2.2 – Análise experimental para determinação de velocidades médias de transporte de peças avulsas	84
CAPÍTULO VIII: Otimização de Transportadores Vibratórios Lineares com Acionamento Piezoelétrico	89
8.1 – Primeira aplicação: otimização da frequência natural do transportador	89
8.2 – Segunda aplicação: otimização da velocidade de transporte	91
CAPÍTULO IX: Conclusões Gerais e Perspectivas Futuras	97
Referências Bibliográficas	99

Albuquerque, E. B., 2004, Concepção e Análise de Desempenho de um Transportador Vibratório Linear com Acionamento Piezoelétrico, Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, UFU; MG.

Resumo

Transportadores vibratórios têm sido largamente utilizados em diversos ramos do setor industrial para o transporte e a orientação de peças avulsas e materiais a granel. Tradicionalmente, o movimento é gerado por mecanismos do tipo biela-manivela, massas desbalanceadas rotativas, sistemas hidráulicos ou pneumáticos, ou ainda pela aplicação de forças eletromagnéticas. Neste trabalho, é proposta uma configuração inovadora de transportadores vibratórios de pequeno e médio porte, baseada no uso de materiais piezoelétricos para a geração de movimento. A avaliação das características operacionais e do desempenho da configuração proposta é feita primeiramente por via numérica, tendo sido desenvolvidos, para isso, modelos de elementos finitos que consideram o acoplamento eletromecânico característico dos materiais piezoelétricos. Os modelos de elementos finitos são associados a um modelo analítico fundamentado na dinâmica de uma partícula para a previsão das características do movimento do material transportado e, em particular, da velocidade média de transporte. Com base nos modelos analíticos, é também desenvolvido um estudo sobre a otimização do transportador vibratório. A avaliação das características dinâmicas e do desempenho do transportador vibratório é complementada por ensaios experimentais realizados sobre um protótipo. Os resultados das simulações numéricas e dos testes experimentais indicam a viabilidade prática do sistema de acionamento proposto, o qual, com o devido aperfeiçoamento, pode oferecer significativas vantagens em relação aos sistemas tradicionais de acionamento.

Palavras chave: Transportador Vibratório. Piezoelectricidade. Método de Elementos Finitos. Automação.

Albuquerque, E. B., 2004, Conceptual Design and Performance Analysis of a Piezoelectric Linear Vibratory Feeder, Master Dissertation in Mechanical Engineering, Federal University of Uberlândia - Brazil.

Abstract

Vibratory feeders have been extensively used in industry for the transport and orientation of different types of separate parts and bulk material. Traditionally, motion is generated by slider-crank mechanisms, rotating unbalanced masses, hydraulic or pneumatic systems or by applying electromagnetic forces. In this work it is proposed a novel configuration of small and medium size vibratory feeders based on the use of piezoelectric materials as actuators for motion generation. The assessment of the operation features and performance of the suggested configuration is first made by performing numerical simulations. With this aim, finite element models are developed, taking into account the electromechanical coupling exhibited by piezoelectric materials. Those finite element models are combined with an analytical model based on the equation of motion for a particle, to predict the characteristics of motion of the transported material, including its mean velocity. Based on these finite element/analytical models, a study about the optimization of the piezoelectric feeder is carried out. Also, the assessment of the dynamic characteristics and transport performance is made from experiments carried out in laboratory using a prototype. The results obtained from both numerical simulations and experiments indicate the practical feasibility of the piezoelectric driving system, which, upon improvements, can provide important advantages with respect to traditional driving systems.

Key words: Vibratory Conveyors. Piezoelectricity. Finite Element Method. Automation.

Simbologia

$[c^E]$: matriz de elasticidade para campo elétrico constante $[N/m^2]$

d_{ijk} , d_{ij} , módulo piezoelétrico

$[d]$: matriz dos módulos piezoelétricos $[m/V]$

$\{D\}$: vetor deslocamento elétrico $[C/m^2]$

$[e]$: matriz das constantes de tensões piezoelétricas $[C/m^2]$

E : Módulo de elasticidade

E_i : componente do vetor campo elétrico

$\{E\}$: vetor campo elétrico $[V/m]$

f : frequência $[Hz]$

$[H(\Omega)]$: matriz de FRF's

I : Momento de inércia da área A

$[Kqq^{(e)}]$: Matriz de rigidez do elemento

$[Kqq]$: Matriz de rigidez global

$[Kq\phi^{(e)}] = [K\phi q^{(e)}]$: Matriz de acoplamento eletromecânico elementar

$[Kq\phi] = [K\phi q]$: Matriz de acoplamento eletromecânico global

$[K\phi\phi^{(e)}]$: Rigidez dielétrica global

$[K\phi\phi]$: Rigidez dielétrica do elemento

$[Mqq^{(e)}]$: Matriz de massa elementar

$[Mqq]$: Matriz de massa global

N : força normal

P_i : componente do vetor deslocamento elétrico

$\{q\}$, $\{\dot{q}\}$ e $\{\ddot{q}\}$: Vetor deslocamento velocidade e aceleração

$[Rot]$: matriz de transformação geométrica, matriz de rotação

$[s^E]$: matriz de flexibilidade a campo elétrico constante $[m^2/N]$

$\{u\}$: vetor de deslocamentos mecânicos $[m]$

$\tilde{u}(\xi)$: deslocamento axial

x_m, \dot{x}_m e \ddot{x}_m : deslocamento, velocidade e aceleração de peças sobre a pista no eixo x

y_m, \dot{y}_m e \ddot{y}_m : deslocamento, velocidade e aceleração de peças sobre a pista no eixo y

x_{mo}, \dot{x}_{mo} e \ddot{x}_{mo} : deslocamento, velocidade e aceleração inicial de peças sobre a pista no eixo x

y_{mo}, \dot{y}_{mo} e \ddot{y}_{mo} : deslocamento, velocidade e aceleração inicial de peças sobre a pista no eixo

y

x_p, \dot{x}_p e \ddot{x}_p : deslocamento, velocidade e aceleração da pista de transporte no eixo x

y_p, \dot{y}_p e \ddot{y}_p : deslocamento, velocidade e aceleração da pista de transporte no eixo y

\ddot{x}_{mr} : aceleração de peças no eixo x em movimento de recuo

\ddot{x}_{ma} : aceleração de peças no eixo x no movimento de avanço

$\tilde{w}(\xi)$: deslocamento transversal

α : ângulo de inclinação da pista com à horizontal

ε_{jk} : componente de deformação mecânica

$\{\varepsilon\}$: tensor das deformações mecânicas

ζ_{33}^E : permissividade elétrica para tensão constante na direção 3 [F/m]

$[\xi^E]$: matriz de permissividade elétrica para tensão constante [F/m]

$[\xi^\sigma]$: matriz das permissividade elétrica para tensão mecânica constante [F/m]

θ : ângulo entre o elemento e a horizontal no sentido horário;

μ : coeficiente de atrito

ρ : densidade

σ_{jk} : componentes do tensor das tensões

$\{\sigma\}$: vetor das tensões mecânicas [N/m²]

σ_q : densidade superficial de carga elétrica [C/m²]

$\{\phi_A\}$: voltagens aplicadas aos elementos piezoelétricos [V]

ϕ : potencial elétrico [V]

$\{\Delta(t)\}$: vetor dos graus de liberdade estruturais "livres",

ν : coeficiente de Poisson

Índices:

pi, L : refere-se a pastilha piezoelétrica inferior

ps, U : refere-se a pastilha piezoelétrica superior

m: refere-se a movimento da peça transportada

p: refere-se a movimento da pista de transporte

(e): refere-se a variáveis em nível elementar

Lista de Tabelas

Tabela 4.1 – Equações para cada tipo de movimento	36
Tabela 6.1 – Valores dos parâmetros físicos do transportador	57
Tabela 6.2 – Valores das frequências naturais para modelo 2D	58
Tabela 6.3 – Frequências naturais considerando a condição de atuadores curto-circuitados	58
Tabela 6.4 – Comparação dos valores das frequências naturais	63
Tabela 6.5 – Valores de amplitudes do deslocamento através de análise harmônica e temporal	68
Tabela 7.1 – Frequências naturais experimentais e teóricas (Hz)	83
Tabela 7.2 – Frequências naturais experimentais e teóricas, após o primeiro ajuste (Hz)	84
Tabela 7.3 – Frequências naturais experimentais e teóricas, após ajuste final	84
Tabela 7.4 – Velocidades médias de transporte experimentais	85
Tabela 7.5 – Velocidade média de transporte experimental e teórica	86
Tabela 8.1 - Resultados da primeira aplicação de otimização	90
Tabela 8.2 - Parâmetros físicos do sistema	91
Tabela 8.3 – Resultados da otimização do ângulo de inclinação	93
Tabela 8.4 – Resultados para a otimização do coeficiente de atrito	94
Tabela 8.5 – Resultados para a otimização do ângulo de inclinação da pista e do coeficiente de atrito	94
Tabela 8.6 – Resultados para a otimização do ângulo de inclinação da pista, do coeficiente de atrito e da amplitude da voltagem de acionamento	95

Lista de Figuras

Figura 1.1 – Transportadores vibratórios lineares produzidos pela PRAB e pela NTG	01
Figura 1.2 – Transportador vibratório circular para orientação de peças, produzido pela NTG	02
Figura 2.1 – Elementos principais de transportadores vibratórios industriais (extraído e adaptado de NTG(2004))	05
Figura 2.2 - Esquema do movimento da pista e peça transportada	06
Figura 2.3 – Tipos de acionamento de transportadores vibratórios	08
Figura 2.4 - Degrau simples para orientação de blocos (adaptado de (Boothroyd,1968))	11
Figura 2.5 - Dispositivo para orientação de blocos em transportadores vibratórios (adaptado de (Boothroyd, 1968))	11
Figura 2.6 - Dispositivos para orientação de copos em transportadores vibratórios (adaptado de (Boothroyd,1968))	12
Figura 2.7 - Dispositivos para orientação de arruelas em transportadores vibratórios (adaptado de (Boothroyd, 1968))	12
Figura 2.8 - Dispositivos para orientação de grampos em transportadores vibratórios (adaptado de (Boothroyd, 1968))	12
Figura 2.9 – Sistemas de atuação piezelétrica em um transportador vibratório linear	14
Figura 3.1 – Polarização de um cristal (adaptado de (Piezo Systems,1999))	18
Figura 3.2 – Ilustração do efeito piezelétrico inverso	19
Figura 3.3 - Efeito piezelétrico direto (adaptado de Banks, 1996)	19
Figura 3.4 – Ciclo de histerese dos materiais piezelétricos	20
Figura 3.5 - Tensões atuantes em um elemento de volume de uma material piezoelétrico (adaptado de (Santana, 2002))	21
Figura 3.6 – (a) Atuador engastado - livre ou “Deflexão livre” (b) Atuador engastado – engastado ou “força bloqueada”	25
Figura 3.7 - Diagrama Força versus Deflexão para um atuador piezelétrico (adaptado de Piezo Systems (1999))	25
Figura 3.8 – Pastilha piezelétrica semi-acabada (Piezo Systems, 2003)	26
Figura 3.9 – Atuador piezelétrico acabado (Midé/ACX,2003)	26
Figura 3.10 - Detalhe de rebaixamento da superfície para colagem de pastilhas semi-acabadas	27
Figura 3.11 – Configurações para dois atuadores piezelétricos	28

Figura 4.1 - Esquema do movimento da pista e peça transportada	29
Figura 4.2 – Diagrama de corpo livre de uma peça sobre a pista de um transportador vibratório Linear	30
Figura 5.1 – Esquema simplificado de um transportador vibratório acionado por pastilhas Piezoelétricas	38
Figura 5.2 - Cinemática da deformação de uma viga de Euler-Bernoulli	40
Figura 5.3 - Geometria do elemento de viga com os PZTs	40
Figura 5.4 - Graus de liberdade elementares	41
Figura 5.5 - Montagem de dois elementos	46
Figura 5.6 – Orientação dos elementos quanto ao sistema de referência global da estrutura	47
Figura 5.7 – Fluxograma dos programas desenvolvidos	50
Figura 6.1 – Protótipo do transportador vibratório com acionamento piezoelétrico utilizado	55
Figura 6.2 – Modelo tridimensional do transportador vibratório implementado no ANSYS®	56
Figura 6.3 – Detalhe do modelo tridimensional do transportador vibratório no ANSYS®	56
Figura 6.4 - Modo 1	59
Figura 6.5 - Modo 2	59
Figura 6.6 - Modo 3	60
Figura 6.7 - Modo 4	60
Figura 6.8 - Modo 5	61
Figura 6.9 – Amplitudes da FRF correspondente ao deslocamento horizontal do nó 6, devido a uma voltagem aplicada nas pastilhas piezoelétricas	62
Figura 6.10 – Detalhamento da FRF correspondente ao deslocamento horizontal do nó 6, devido a uma voltagem aplicada nas pastilhas piezoelétricas, na vizinhança da primeira frequência natural	63
Figura 6.11 – Confrontação das amplitudes das FRFs correspondentes ao deslocamento horizontal do nó 6, devido a uma voltagem aplicada nas pastilhas piezoelétricas	64
Figura 6.12 - História de deslocamento do nó 6 na direção horizontal	65
Figura 6.13 - História de deslocamento do nó 6 na direção vertical	66
Figura 6.14 - Deslocamento horizontal versus deslocamento vertical do nó 6	66
Figura 6.15 – Detalhamento da história de deslocamento do nó 6 na direção horizontal	67
Figura 6.16 - História de velocidade do nó 6 na direção horizontal	67
Figura 6.17 - História de aceleração do nó 6 na direção horizontal	68
Figura 6.18 – Histórias em deslocamento da peça e da pista na direção horizontal	70
Figura 6.19 - Histórias em deslocamento da peça e da pista na direção vertical	70

Figura 6.20 - Histórias em velocidade da peça e da pista na direção horizontal	71
Figura 6.21 - Histórias em velocidade da peça e da pista na direção vertical	71
Figura 6.22 - Acelerações de peças na direção horizontal	72
Figura 6.23 - Acelerações de peças na direção vertical	72
Figura 7.1 – Foto do protótipo	75
Figura 7.2 – Vista do protótipo	76
Figura 7.3 - Detalhe dos acoplamentos das molas à base e à pista do transportador	77
Figura 7.4 - Detalhe da pastilha piezoelétrica colada a uma das molas	77
Figura 7.5 – Bancada experimental para a determinação da FRF	79
Figura 7.6 – Analisador de espectro SD380 e computador para aquisição de sinais	80
Figura 7.7 – FRF com pastilhas PZT em circuito aberto	80
Figura 7.8 – FRF com pastilhas PZT em circuito aberto.	81
Figura 7.9 – FRF com pastilhas PZT em circuito fechado	81
Figura 7.10 – FRF com pastilhas PZT em circuito fechado	82
Figura 7.11 – História de deslocamento na direção horizontal	86
Figura 7.12 – Histórias de velocidades e acelerações nas direções horizontal e vertical (linha contínua: movimento da pista, linha tracejada: movimento da peça)	87
Figura 8.1 - Transportador vibratório linear	91

CAPÍTULO I

Introdução

Como resultado do processo de globalização tem-se atualmente uma grande preocupação na busca de redução de custos, aumento de produtividade e aumento da qualidade dos produtos industrializados. De modo particular, a movimentação de materiais dentro de empresas industriais modernas é um dos grandes focos de estudo, visto que a otimização do transporte interno tende a conduzir a um aumento de produtividade, redução de custos e uma melhor previsibilidade do sistema de produção, permitindo que este opere próximo de sua capacidade máxima, sem acentuar os riscos de paralisação.

Dentre os sistemas de transporte de materiais, pode-se destacar os equipamentos para transporte discreto, tais como elevadores, guindastes, pontes rolantes e empilhadeiras e equipamentos para transporte contínuo, tais como esteiras rolantes e transportadores vibratórios.

Os transportadores vibratórios, que constituem o objeto de estudo do presente trabalho, têm sido largamente utilizados em diversos ramos do setor industrial para o transporte e a orientação de peças e material a granel. No que diz respeito à trajetória desenvolvida pelo material transportado, os transportadores podem ser classificados em transportadores lineares ou circulares. Exemplos de tais configurações são ilustrados na Figura 1.1 e 1.2, respectivamente.

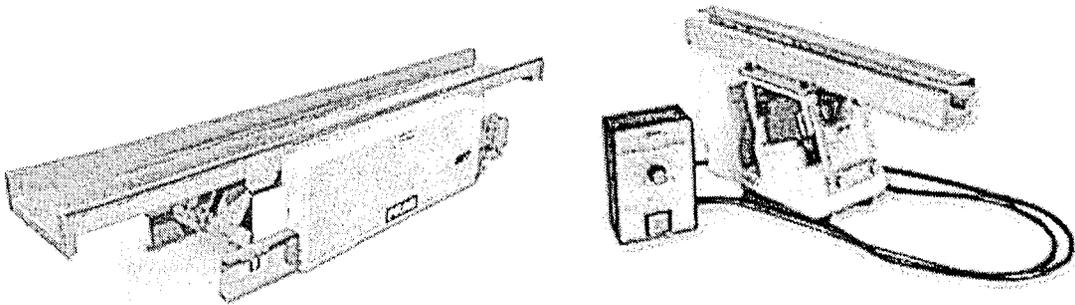


Figura 1.1 – Transportadores vibratórios lineares (extraído de PRAB (2004) NTG (2004))



Figura 1.2 – Transportador vibratório circular para orientação de peças (NTG, 2004)

O acionamento (geração de movimento) dos transportadores vibratórios comerciais pode ser feito de diferentes formas, podendo-se destacar:

- acionamento por mecanismo motor-biela-manivela;
- acionamento por desbalanceamento, no qual uma massa desbalanceada é posta a girar por um motor elétrico;
- acionamento eletromagnético, através de um eletroímã.

Menos freqüentes sistemas de acionamento hidráulico e pneumático.

O presente trabalho tem por objetivo geral realizar um estudo de viabilidade de um tipo inovador de sistema de acionamento dos transportadores vibratórios, consistindo da utilização de pastilhas piezoelétricas para geração do movimento, sendo este estudo conduzido por meio de procedimentos de simulação numérica e testes experimentais em um protótipo.

A utilização de materiais piezoelétricos tem como principal vantagem o pequeno peso acrescido à estrutura, associado à sua boa capacidade de geração de esforços em uma ampla faixa de freqüências. Os PZTs (titanato-zirconato de chumbo) são as cerâmicas piezoelétricas mais freqüentemente utilizadas, possuindo alta rigidez e significativa capacidade de conversão de energia elétrica em energia mecânica, fatos que as fazem eficientes atuadores em uma grande variedade de aplicações.

O trabalho é estruturado em oito capítulos, além deste capítulo introdutório, organizados da seguinte forma:

No Capítulo II é realizado um estudo bibliográfico acerca dos transportadores vibratórios, apresentando-se os diferentes tipos de transportadores e suas principais características. É introduzido o conceito proposto de acionamento piezoelétrico.

No Capítulo III são apresentados os fundamentos da piezoelectricidade, incluindo a caracterização do efeito piezoelétrico e a descrição de algumas aplicações práticas.

No Capítulo IV apresenta-se a formulação de um modelo matemático destinado a representar o movimento de peças avulsas sobre transportadores vibratórios lineares a partir do movimento da pista do transportador.

No Capítulo V é desenvolvido um procedimento de modelagem por elementos finitos para a caracterização do comportamento estático e dinâmico de transportadores vibratórios lineares com acionamento piezoelétrico, com base na teoria de vigas de Euler-Bernoulli.

No Capítulo VI são realizadas simulações numéricas de um transportador vibratório linear com acionamento piezoelétrico utilizando o procedimento de modelagem apresentado no Capítulo V. Os resultados numéricos são então confrontados com aqueles obtidos utilizando o programa comercial ANSYS®, com o objetivo de validar o procedimento de modelagem desenvolvido.

No Capítulo VII é descrita a construção de um protótipo e são apresentados os resultados de ensaios experimentais de um transportador vibratório linear acionado por pastilhas piezoelétricas de PZT.

Combinando o procedimento de análise estrutural por elementos finitos, desenvolvido no Capítulo V, e o modelo de movimentação das peças, focado no Capítulo IV, realiza-se, no Capítulo VIII, um estudo com vistas à otimização do transportador, com respeito a algumas características relevantes (coeficiente de atrito, ângulo de inclinação das molas, amplitude e frequência da voltagem aplicada às pastilhas piezoelétricas). Tal estudo objetiva, principalmente, a maximização da velocidade de transporte.

Por fim, no Capítulo IX são apresentadas as conclusões do estudo e as propostas de continuidade do trabalho desenvolvido.

CAPÍTULO II

Transportadores Vibratórios

2.1 - Generalidades sobre transportadores vibratórios industriais

Transportadores vibratórios são equipamentos de transporte amplamente utilizados no setor industrial que utilizam movimento vibratório para a movimentação, seleção e orientação de peças avulsas e materiais a granel.

A utilização de vibração para o transporte já é conhecida há muitos anos, sendo que a literatura relata a utilização de equipamentos para transporte de material utilizando vibração em minas de carvão já no século XIX (Gaberson 1983).

Os transportadores vibratórios são compostos geralmente por uma pista, um elemento elástico (mola), uma base e um sistema de excitação, os quais são indicados na Figura 2.1:

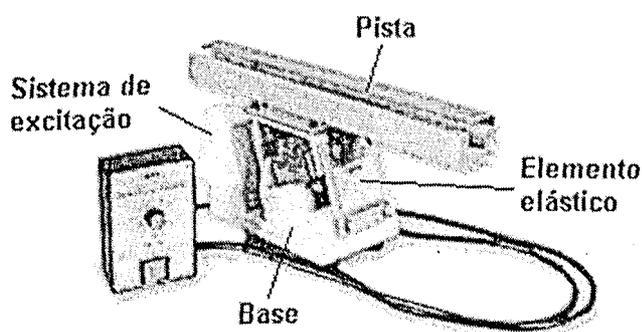


Figura 2.1 – Elementos principais de transportadores vibratórios industriais
(extraído e adaptado de NTG(2004))

A pista pode ser feita de diferentes materiais e ter diferentes formas. Utiliza-se normalmente pista de aço, que são mais resistentes ao desgaste. Porém, pode-se utilizar plásticos (que proporciona coeficiente de atrito adequado ao transporte e amortecimento do impacto entre a peça e a pista), outros metais (com diferentes coeficientes de atrito), pistas revestidas com “pelos” (que conferem diferentes valores de atrito nos dois sentidos de movimento – para frente e para trás).

Para os elementos elásticos utilizam-se normalmente molas de lâminas de aço ou materiais plásticos. As molas têm a função de sustentar a pista e conferir flexibilidade ao dispositivo.

A base tem como função fixar a parte inferior das molas, além de reduzir parcialmente a vibração transmitida ao solo.

O sistema de excitação é responsável pela movimentação da pista, podendo ser constituído de diferentes tipos de acionadores, tradicionalmente: eletromagnéticos, centrífugos, sistema biela-manivela, pneumáticos e hidráulicos.

2.2 - Movimento de material sobre a pista do transportador

O movimento da peça sobre a pista ocorre devido ao movimento oscilatório desta, conforme ilustrado na Figura 2.2. A eficiência do transportador é traduzida pela velocidade de transporte do material sobre a pista, que é função, principalmente, da inclinação da pista, do coeficiente de atrito entre o material e a pista, além da forma, amplitude e frequência de excitação.

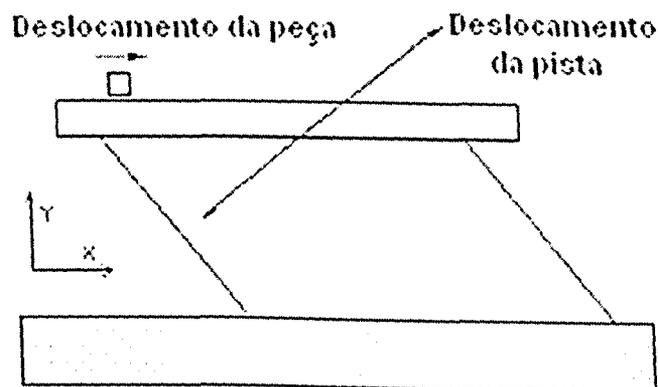


Figura 2.2 - Esquema do movimento da pista e peça transportada

Conforme evidenciado por Martins (2001), a peça poderá ter 4 tipos de movimentos distintos:

- Repouso relativo à pista – ocorre quando a peça possui os mesmos movimento da pista, em ambos os eixos.
- Avanço relativo – ocorre quando a peça possui o mesmo movimento da pista no eixo y e maior velocidade que a pista no eixo x .
- Recuo relativo – ocorre quando a peça possui o mesmo movimento da pista no eixo y e menor velocidade que a pista no eixo x .
- Vôo – ocorre quando a força normal se anula.

Martins (2001) implementou um modelo destinado à caracterização do movimento de uma peça sobre um transportador vibratório a partir do movimento da pista, suposto conhecido.

Este modelo resulta da aplicação das leis de Newton a uma peça isolada, à qual encontra-se aplicada a força peso e a força de contato com a pista. Este modelo será detalhado no Capítulo IV.

2.3 – Classificação dos transportadores vibratórios

Existem várias formas de se classificar os transportadores vibratórios, podendo-se destacar as três classificações principais:

- **Classificação segundo a trajetória desenvolvida pelo material transportado.**

No que diz respeito à trajetória desenvolvida pelo material transportado, os transportadores podem ser classificados em transportadores lineares ou circulares. Os transportadores lineares são muito utilizados para o transporte de peças entre estações de trabalho. Já os transportadores circulares são frequentemente utilizados para elevação e orientação de peças permitindo também, caso seja necessário, o resfriamento das mesmas. Exemplos de transportadores linear e circular são mostrados nas figuras 1.1 e 1.2.

- **Classificação segundo a fonte de excitação.**

Esta classificação pode ser considerada a mais importante, visto que a fonte de excitação determinará a maior parte das características e a maior parcela dos custos de fabricação e manutenção do equipamento.

O acionamento (geração de movimento) pode ser feito de diferentes formas (vide Figura 2.3), podendo-se destacar as seguintes formas tradicionais:

- acionamento por sistema mecânico motor-biela-manivela;
- acionamento centrífugo, no qual uma massa desbalanceada é posta a girar por um motor elétrico;
- acionamento eletromagnético, através de um eletroímã;
- acionamento pneumático ou hidráulico.

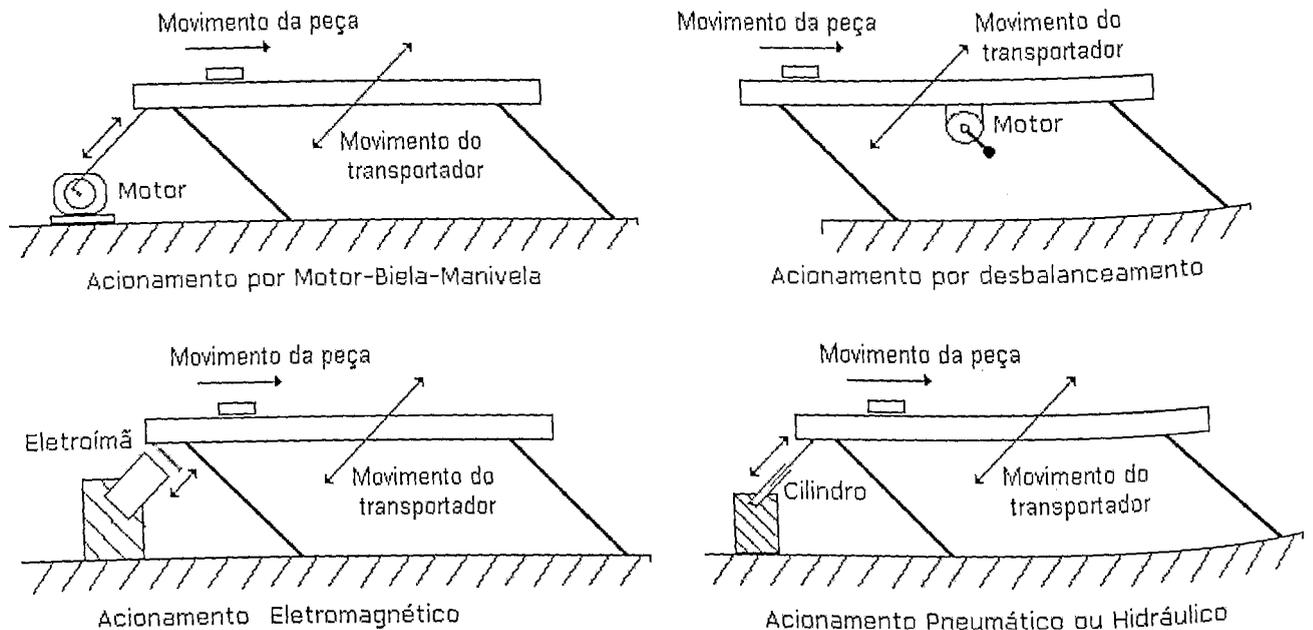


Figura 2.3 – Tipos de acionamento de transportadores vibratórios

- **Classificação por força imposta ou por deslocamento imposto.**

Os transportadores podem ser também classificados como transportadores com imposição de força ou com imposição de deslocamento. Pode-se citar, como exemplo de transportador com imposição de deslocamento, aqueles acionados por biela e manivela. Neste tipo de acionamento tem-se o controle sobre o deslocamento, velocidade e aceleração da pista.

Como exemplos de transportadores com imposição de forças pode-se citar os transportadores eletromagnéticos e os transportadores centrífugos. Neste tipo de acionamento, o movimento da pista, em termos de seu deslocamento, velocidade e aceleração não são conhecidos *a priori*, sendo dependente da frequência de vibração, amortecimento do transportador e carga transportada.

Outras duas classificações ainda são utilizadas:

Classificação segundo a função de excitação: os transportadores podem ser classificados segundo o tipo da função de excitação, tal como um sinal senoidal, triangular, retangular, etc. Verifica-se que a grande maioria dos transportadores utiliza sinais senoidais.

Classificação segundo a frequência de excitação: caso o transportador vibratório seja excitado com uma frequência próxima a uma de suas frequências naturais, este transportador

é classificado como transportador ressonante; caso contrário, é classificado como não-ressonante (Hickeson, 1967; Colijn, 1984)

2.4 - Utilização industrial de Transportadores Vibratórios

Em indústrias de processamento necessita-se a constante movimentação de peças e insumos. Para isso são empregados diferentes sistemas de transporte tais como empilhadeiras, pontes rolantes, elevadores, guindastes, elevadores de canecos, transportadores vibratórios e esteiras rolantes.

Devido ao fato de possuírem as mesmas características de movimento de peças (fluxo contínuo com ou sem elevação), os transportadores vibratórios são freqüentemente comparados com as esteiras rolantes, fazendo-se necessárias algumas observações:

- 1) **Tipo de transporte:** Para ambos os transportadores, o fluxo de material transportado é dito contínuo (em oposição aos demais, em que o transporte é discreto);
- 2) **Confiabilidade:** Ambos os sistemas possuem baixo risco de pane, caso se observem os procedimentos adequados de manutenção.
- 3) **Manutenção:** O transportador vibratório requer menor número de paradas para manutenção devido ao fato de não possuir elementos girantes.
- 4) **Distâncias de transporte:** Para pequenas distâncias de transporte, o transportador vibratório possui custos de instalação e manutenção inferiores aos observados para esteiras. Porém encontram dificuldades para concorrer com elas quando se trata de distâncias de transporte maiores.
- 5) **Carga transportada:** Transportadores vibratórios tendem a ser mais vantajosos para cargas mais leves, enquanto esteiras são mais adequadas para volume elevado de carga.
- 6) **Tipo de carga a ser transportada:** Transportadores vibratórios são mais resistentes à abrasão, sendo geralmente aconselhados para o transporte de peças abrasivas ou que podem danificar a correia da esteira rolante.
- 7) **Flexibilidade:** Transportadores vibratórios são geralmente produzidos em módulos, propiciando elevada flexibilidade, permitindo variar rapidamente o *lay-out* da produção a baixos

custos. Por outro lado, esteiras são geralmente produzidas para uma atividade específica, possuindo pouca flexibilidade.

8) Seleção e orientação: Transportadores vibratórios são utilizados para a orientação e seleção de peças utilizando-se para isso armadilhas tais como as ilustradas nas Figuras 2.4 a 2.8, as quais permitem que máquinas e robôs adquiram a peça a ser trabalhada na orientação correta, conforme será detalhado na seção seguinte.

9) Velocidade de transporte: Esteiras permitem velocidades de transporte superiores às observadas em transportadores vibratórios. Porém, caso se deseje uma baixa velocidade de transporte, para que não ocorra "congestionamento" de peças na entrada de uma máquina, por exemplo, as esteiras rolantes tornam-se inviáveis devido à necessidade de se utilizarem redutores com gigantescas relações de redução. Por outro lado, transportadores vibratórios permitem baixa velocidade de transporte.

10) limpeza e bloqueio de peças: Transportadores vibratórios são auto-limpantes e, devido à vibração, não há tendência de ocorrer travamento de peças.

Em virtude de todas as características descritas acima, os transportadores vibratórios vêm sendo cada vez mais utilizados na indústria, oferecendo ainda a possibilidade de se combinar o transporte com outras operações, tais como: lavagem, resfriamento, secagem e rebarbamento.

2.4.1 - Seleção e orientação de peças

Diferentemente dos demais sistemas de transporte de peças, os transportadores vibratórios podem desempenhar uma outra importante função para os sistemas de manufatura, mediante a possibilidade de se adaptar nas pistas dos mesmos dispositivos destinados à orientação e à seleção de peças. Estes dispositivos são conhecidos como armadilhas. O projeto de armadilhas é feito a partir de estudos geométricos, estáticos ou dinâmicos das peças transportadas, de modo a garantir o correto descarte de peças danificadas e a orientação correta das peças selecionadas, para que máquinas e robôs recebam a peça a ser trabalhada na orientação correta.

Nas Figuras 2.4 a 2.8 encontram-se exemplos de armadilhas para orientação de peças. Na Figura 2.4 ilustra-se a possibilidade de orientação de peças através de um simples degrau; na Figura 2.5 apresenta-se uma armadilha que permite a orientação de blocos; na Figura 2.6

mostra-se um dispositivo que permite a passagem de peças em uma única posição, as peças não orientadas corretamente retornam ao início do processo; na Figura 2.7 tem-se uma armadilha que permite a passagem de apenas uma arruela por vez, além de orientar corretamente o chanfro; A Figura 2.8 apresenta uma armadilha que permite a orientação de grampos.

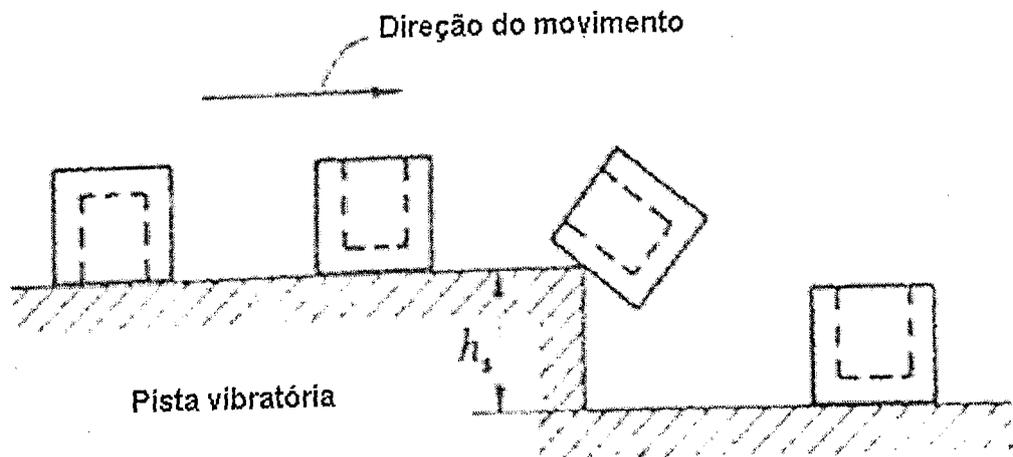


Figura 2.4 - Degrau simples para orientação de blocos (adaptado de (Boothroyd, 1968))

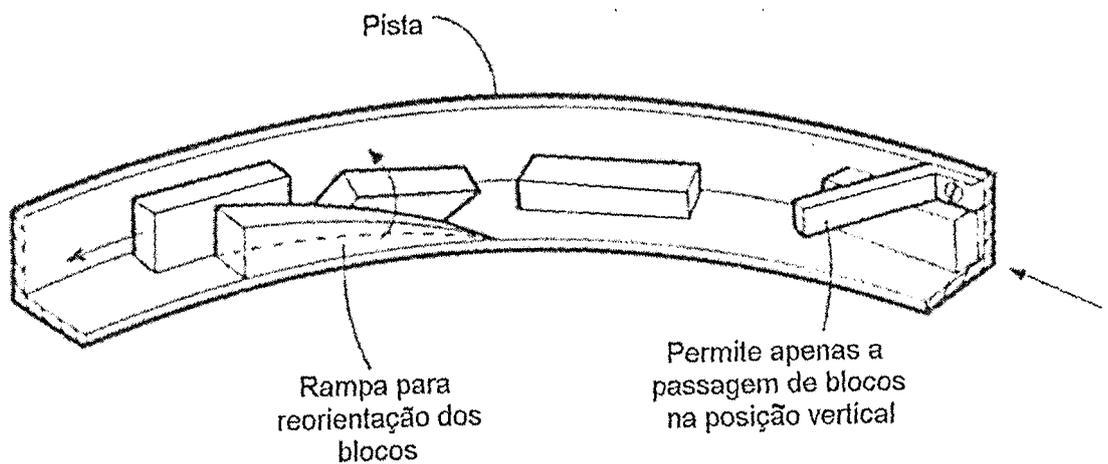


Figura 2.5 - Dispositivo para orientação de blocos em transportadores vibratórios (adaptado de (Boothroyd, 1968))

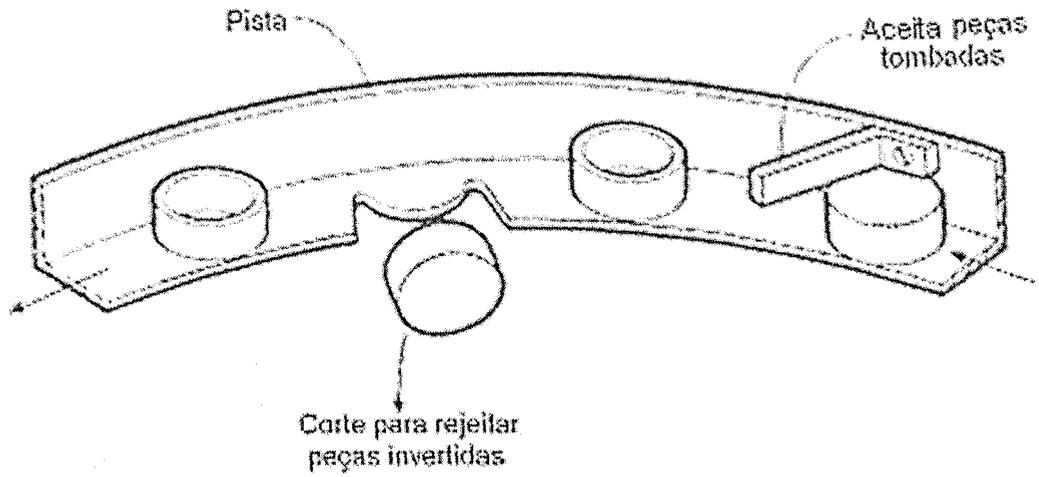


Figura 2.6 - Dispositivos para orientação de copos em transportadores vibratórios (adaptado de Boothroyd, 1968))

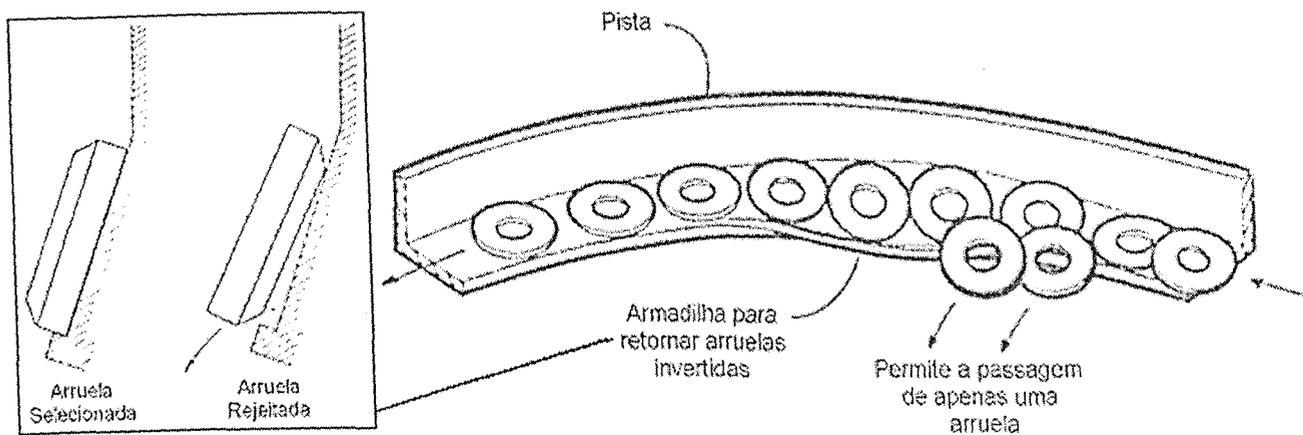


Figura 2.7 - Dispositivos para orientação de arruelas em transportadores vibratórios (adaptado de Boothroyd, 1968)

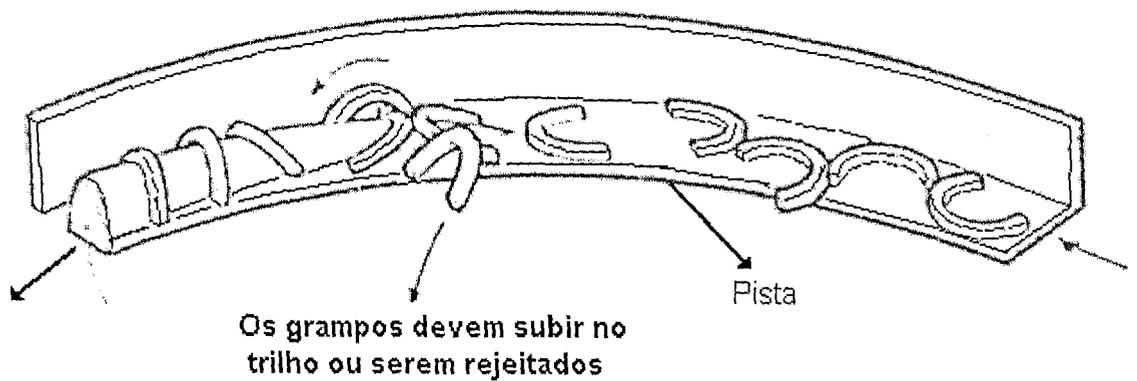


Figura 2.8 - Dispositivos para orientação de grampos em transportadores vibratórios (adaptado de Boothroyd, 1968))

2.5 - Estudo dos possíveis sistemas de atuação piezoelétrica em um transportador vibratório linear.

Conforme será evidenciado no Capítulo 3, o efeito piezoelétrico inverso possibilita a utilização de materiais piezoelétricos para a geração de movimento, mediante a aplicação de voltagem elétrica variável com o tempo.

Com base no princípio de funcionamento de transportadores vibratórios lineares e dos fundamentos da piezoelectricidade, foram concebidas algumas formas de acionamento de transportadores vibratórios lineares utilizando pastilhas de cerâmicas piezoelétricas do tipo PZT. Foram concebidas duas configurações principais de acionamento, com algumas variações, conforme ilustrado na Figura 2.9. Nas duas primeiras variantes, (a) e (b), a pastilha transfere o seu deslocamento diretamente à pista do transportador; nas configurações (c), (d) e (e), as pastilhas piezoelétricas são acopladas às molas do transportador, o movimento sendo transferido à pista pela flexão das molas. A configuração (c), (d) e (e) foram inicialmente consideradas para este estudo, por se tratar de configurações mais compactas e não necessitarem de mais um ponto de fixação.

O número de atuadores utilizados para o acionamento do transportador define os níveis de vibração da pista e, conseqüentemente, a velocidade de transporte. Além disso, o uso de um maior número de atuadores pode favorecer a obtenção do movimento desejado com menor voltagem aplicada aos atuadores piezoelétricos. Assim, para se definir a configuração a ser testada foram realizadas simulações que comprovaram que dois atuadores propiciariam o movimento adequado ao transportador, sendo os mesmos posicionados simetricamente em cada elemento elástico (mola), gerando uma simetria adequada ao sistema de transporte. Desta forma, o último tipo de configuração foi a escolhida para o desenvolvimento do estudo reportado nesta Dissertação.

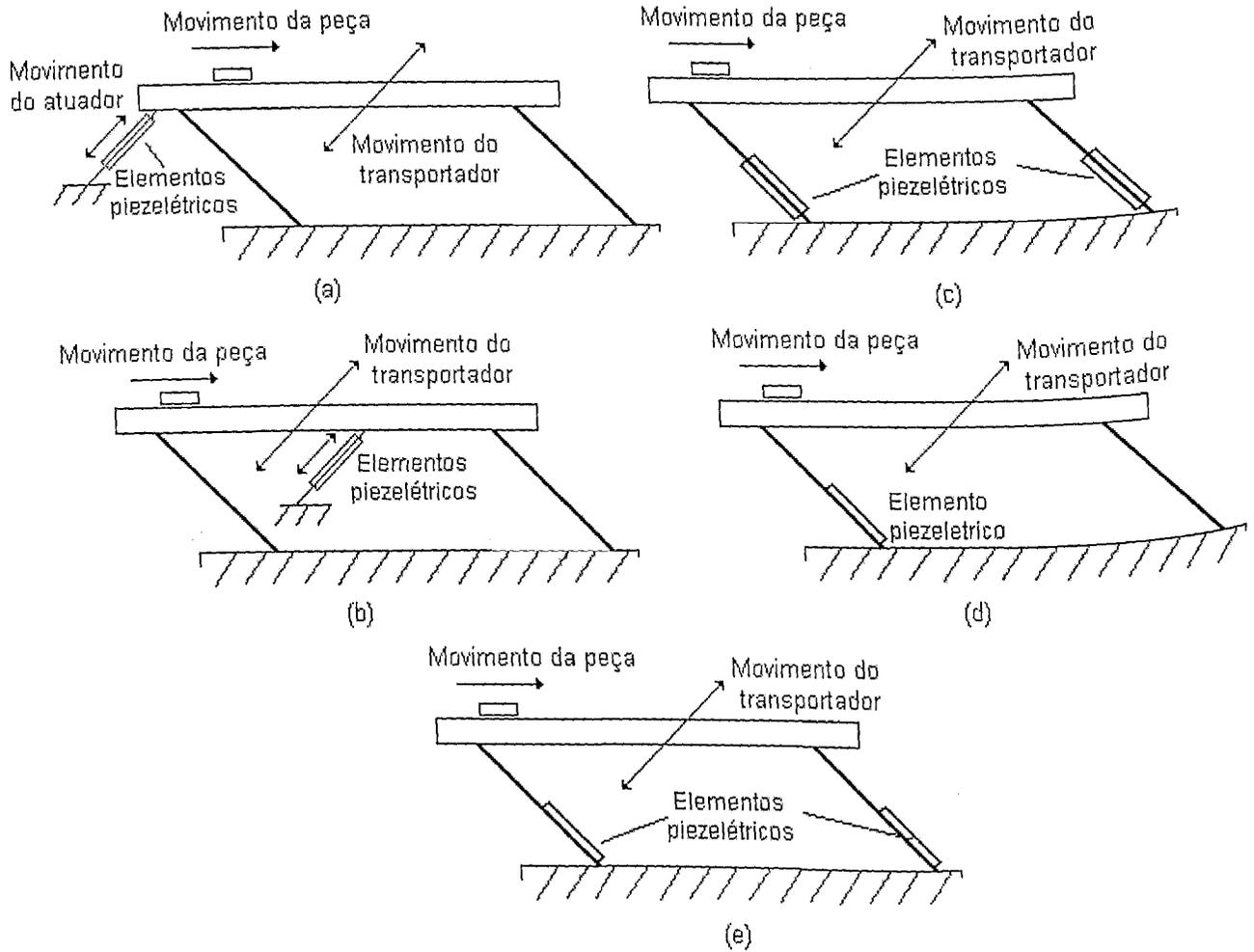


Figura 2.9 – Sistemas de atuação piezoelétrica em um transportador vibratório linear

2.6 – Comparação entre os sistemas tradicionais de excitação e a atuação por pastilhas piezoelétricas

É proposta neste trabalho a utilização de pastilhas piezoelétricas integradas às molas, como um tipo de sistema de acionamento alternativo aos sistemas tradicionais apresentados na Seção 2.3. Naturalmente, suscita a questão acerca das vantagens e inconvenientes desta nova configuração, confrontada com as configurações tradicionais.

Embora, em geral, o transporte vibratório tradicional revele-se eficiente e econômico, há, naturalmente, alguns inconvenientes. Assim, os dois primeiros tipos de acionamento da Figura 2.3 apresentam, como desvantagens, a necessidade de freqüente manutenção, principalmente devido ao desgaste das partes móveis e os elevados níveis de ruído emitido. O acionamento eletromagnético, por sua vez, apresenta a desvantagem de não se poder prever o movimento do material transportado em virtude da característica não linear das forças eletromagnéticas

(Martins, 1997). Por fim, os transportadores pneumáticos e hidráulicos possuem elevado custo de instalação e manutenção, sendo raramente utilizados.

Apesar das desvantagens descritas, o acionamento eletromagnético é o mais utilizado para sistemas de pequeno e médio porte devido, principalmente, aos baixos custos de produção e manutenção. O sistema motor-biela-manivela é muito utilizado para sistemas de grande porte.

Em relação aos tipos tradicionais de acionamento, os transportadores vibratórios com acionamento piezoelétrico podem, potencialmente, apresentar importantes vantagens, tais como:

- permitem acionamento em amplas faixas de frequência, com formas de onda arbitrárias, não necessariamente harmônicas;
- apresentam baixos níveis de ruído;
- seu funcionamento é feito com reduzido consumo de energia.

Acredita-se que os custos de manutenção sejam reduzidos devido, principalmente, à inexistência de peças móveis. Outra importante vantagem é relacionada à possibilidade de miniaturização do sistema de transporte.

Prevê-se que os transportadores com acionamento piezoelétrico tenham como principal inconveniente o elevado custo atual das cerâmicas piezoelétricas. Nota-se, entretanto, a tendência de progressiva redução do custo destas cerâmicas no mercado internacional.

Tem-se também como um possível fator limitante, para sistemas em funcionamento contínuo, o fenômeno de fadiga e aquecimento observado em atuadores piezoelétricos. Estes fenômenos necessitam de estudos suplementares para se verificar o tipo de pastilha mais adequada para o uso em transportadores vibratórios.

Uma outra questão relevante diz respeito ao fato das cerâmicas piezoelétricas serem alimentadas com elevadas voltagens (da ordem de centenas de volts). Isso requer a adoção de procedimentos adequados de isolamento.

Deve-se ainda notar que, ao contrário do que ocorre com sistemas de controle ativo de vibrações e ruído empregando pastilhas piezoelétricas, nos quais o sinal de controle gerado em uma placa conversora D/A deve ser fortemente amplificado antes de alimentar as pastilhas piezoelétricas – o que requer amplificadores de potência relativamente complexos e onerosos, no caso dos transportadores com acionamento piezoelétrico, a amplificação da voltagem pode ser feita de forma mais simples, ou até mesmo ser desnecessária, podendo-se efetuar a alimentação diretamente da rede de distribuição elétrica.

CAPÍTULO III

Fundamentos da Piezoeletricidade

3.1 - Introdução

Piezoeletricidade é a propriedade que apresentam certos materiais naturais ou sintéticos de se deformarem na presença de um campo elétrico e, inversamente, de produzir cargas elétricas quando solicitados mecanicamente.

A primeira observação experimental da conexão entre o fenômeno piezoelétrico e as estruturas cristalográficas foi publicada em 1880 por Pierre e Jacques Curie. O experimento consistiu de uma medição conclusiva do aparecimento de cargas superficiais em cristais especialmente preparados (turmalina, quartzo e topázio) submetidos a tensões mecânicas. Nos círculos científicos da época, esse efeito foi rapidamente denominado *piezoeletricidade*, a fim de distingui-lo de outras áreas da experiência fenomenológica científica como a “eletricidade de contato” (eletricidade estática gerada a partir de fricção) e a “piroeletricidade” (eletricidade gerada a partir de aquecimento).

Os irmãos Curie não fizeram, contudo, previsões de que os cristais exibiriam o efeito piezoelétrico inverso (deformações mecânicas na presença de um campo elétrico aplicado). Essa propriedade foi matematicamente deduzida de princípios fundamentais da termodinâmica por Lippmann, em 1881. Os Curie confirmaram imediatamente a existência do “efeito de conversão” e continuaram as pesquisas para obter a prova quantitativa da reversibilidade completa das deformações eletro-elasto-mecânicas dos cristais piezoelétricos.

Durante a II Guerra Mundial, nos Estados Unidos, Japão e União Soviética, grupos isolados de pesquisa, trabalhando na melhoria de materiais capacitivos, descobriram que materiais cerâmicos exibiam constantes dielétricas mais de 100 vezes maiores que cristais comuns. A descoberta de cerâmicas piezoelétricas facilmente usáveis, com excelentes características, contribuiu significativamente para o desenvolvimento e a proliferação do uso de dispositivos piezoelétricos.

Os avanços na Ciência dos Materiais, alcançados durante esta fase, levaram ao desenvolvimento da família de piezocerâmicos: Titanato de Bário e mais tarde do Titanato Zirconato de Chumbo (PZT). Estes compostos piezocerâmicos permitiram uma ampliação expressiva no número de aplicações desenvolvidas.

Todos os materiais em uso comum atualmente foram desenvolvidos por volta dos anos 70. No mesmo período, poucas aplicações comerciais de volume tinham incorporado essa

tecnologia. Isso porque os novos materiais e dispositivos prosperaram em uma atmosfera de segredo industrial, novos mercados não foram desenvolvidos, e o crescimento industrial foi severamente dificultado.

Após os anos 80, com uma contínua automatização de sistemas, verificou-se grande expansão no desenvolvimento e aplicação de sensores e atuadores piezoelétricos na indústria japonesa. Esse sucesso atraiu a atenção da indústria de outras nações e incentivou novos esforços no sentido de desenvolver produtos piezocerâmicos. O grande número de patentes e artigos publicados nas áreas de materiais e aplicações piezoelétricos confirma a continuidade desse crescimento (Martins, 1999).

3.2 – O Efeito Piezoelétrico

Os materiais piezoelétricos mais utilizados industrialmente são as cerâmicas policristalinas, compostas de cristais orientados aleatoriamente. Conforme ilustrado na Figura 3.1, cada cristal é formado por regiões que possuem um arranjo similar de dipólos elétricos que resultam de assimetria da rede cristalina. Durante o processo de fabricação, o material é submetido a um campo elétrico externo de grande intensidade, o qual induz uma direção preferencial para a polarização dos cristais, atribuindo então características piezoelétricas macroscópicas ao material.

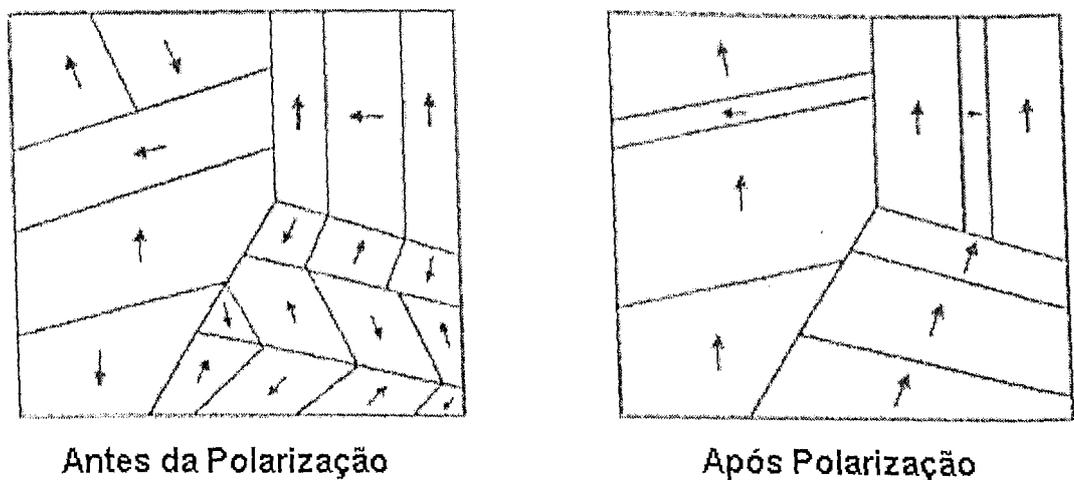


Figura 3.1 – Polarização de um policristal (adaptado de Piezo Systems (1999))

Durante a polarização elétrica, o material adquire um alongamento permanente de suas dimensões na direção do vetor campo elétrico de polarização e uma redução em suas dimensões nas direções transversais. Quando uma voltagem é subsequente aplicada na mesma direção e no sentido do campo elétrico de polarização, o material se alonga ainda mais na direção de polarização e se contrai nas direções transversais (Figura 3.2 (b)). Com a

remoção da voltagem, o material retorna às suas dimensões pós-polarização. Com aplicação de voltagem na mesma direção e sentido contrário ao da polarização, o material se contrai na direção de polarização e se alonga nas direções transversais, (Figura 3.2 (c)), retornando às dimensões iniciais após retirada da voltagem externa. Este é o chamado *efeito piezoelétrico inverso*.

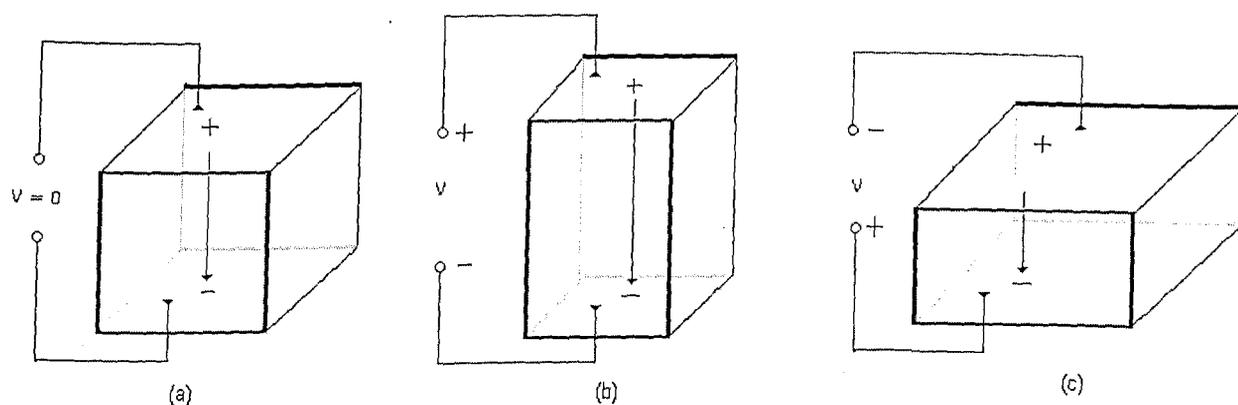


Figura 3.2 – Ilustração do efeito piezoelétrico inverso

Outro efeito que pode ser observado em materiais piezoelétricos ocorre quando estes produzem deslocamentos elétricos (distribuição de cargas elétricas) quando sofrem uma deformação mecânica. Este efeito, conhecido como *efeito piezoelétrico direto*, está ilustrado na Figura 3.3.

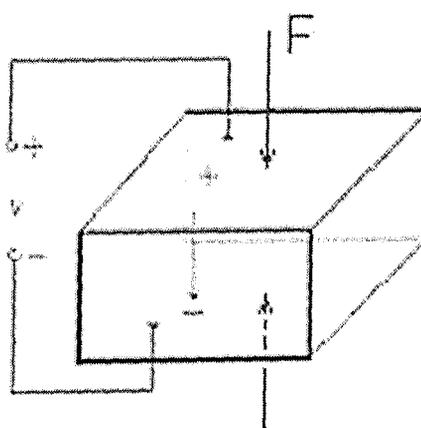


Figura 3.3 - Efeito piezoelétrico direto (adaptado de Banks, 1996)

Para a concepção de atuadores e sensores piezoelétricos são explorados os efeitos piezoelétricos inverso e direto, respectivamente. Os sensores, geralmente construídos em finas camadas de material piezoelétrico, são colados sobre a estrutura, de modo que quando esta sofre uma deformação mecânica, parte da deformação é transferida para o sensor, que gera

uma distribuição de cargas elétricas que resultam em uma diferença de potencial que pode ser medida. Por outro lado, os atuadores se deformam com a aplicação de uma voltagem externa, transferindo sua deformação e gerando esforços sobre a estrutura à qual se encontra acoplado.

Os materiais piezoelétricos geralmente possuem boa linearidade da relação $E \times \mathcal{E}$ (E campo elétrico, \mathcal{E} deformação) para baixos valores de campo elétrico. Conforme mostra a Figura 3.4, quando se tem elevado campo elétrico observa-se que o comportamento não é linear, havendo histerese, que gera calor, elevando a temperatura da pastilha. Este efeito dificulta a utilização prática neste regime. Deve-se, então, observar o valor máximo de voltagem aplicada a cada elemento piezoelétrico para evitar a histerese.

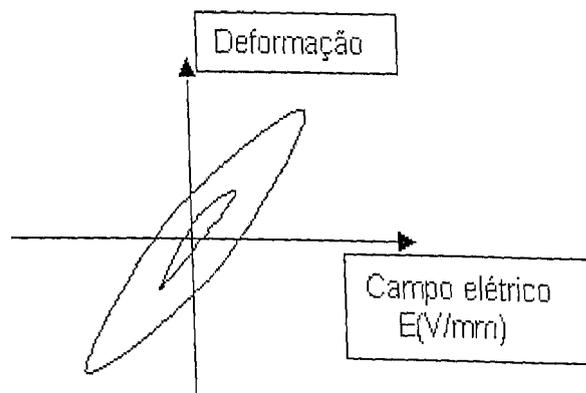


Figura 3.4 – Ciclo de histerese dos materiais piezoelétricos

Uma das vantagens do uso de materiais piezoelétricos como sensores e/ou atuadores é sua pequena sensibilidade a variações de temperatura. Contudo, existe uma temperatura limite, chamada *temperatura de Curie* (Utku, 1998), acima da qual eles se despolarizam, perdendo as propriedades piezoelétricas.

Materiais piezoelétricos podem ser sintéticos ou naturais, podendo-se citar alguns exemplos:

- quartzo natural;
- cerâmicas PZT: titanato-zirconato de chumbo;
- polímeros PVDF: fluoreto de polivinilideno.

Os PZTs possuem alta rigidez e são excelentes conversores de energia elétrica em energia mecânica, mostrando-se eficientes atuadores em uma grande variedade de aplicações. Eles também podem ser utilizados como sensores, embora os polímeros PVDF sejam mais indicados para esta finalidade. Os PVDFs possuem a consistência e densidade de materiais

plásticos, e se apresentam sob a forma de películas, as quais acrescentam pouca massa e rigidez ao sistema sensoriado, não influenciando na sua dinâmica.

3.2.1- Equações Constitutivas da Piezoelectricidade Linear

Considere um elemento de volume de um material piezoelétrico submetido ao estado mais geral de tensões, conforme apresenta a Figura 3.5. Visando possibilitar o uso da notação indicial, emprega-se o conjunto de eixos ortogonais (1,2,3).

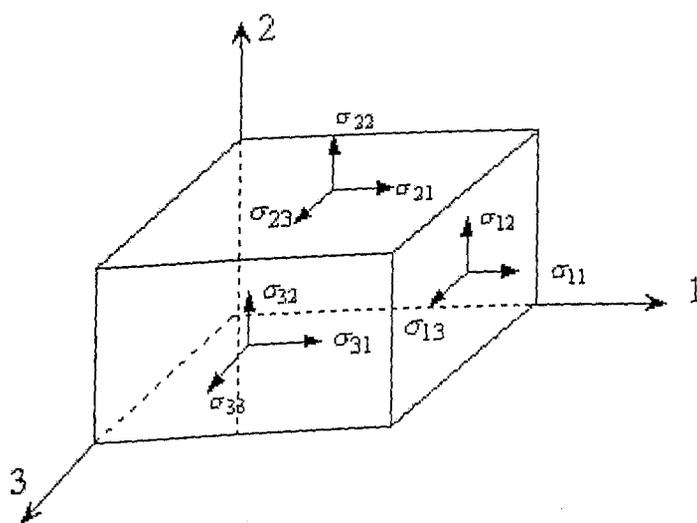


Figura 3.5 - Tensões atuantes em um elemento de volume de uma material piezoelétrico (adaptado de Santana (2002))

A relação entre as componentes do vetor deslocamento elétrico P_i (C/m²) e as componentes do tensor das tensões σ_{jk} (N/m²) é estabelecida pela seguinte expressão (Clark *et al.*, 1998):

$$P_i = d_{ijk} \sigma_{jk} \quad i, j, k = 1, 2, 3 \quad (3.1)$$

Utilizando contração de índices, conforme detalhado abaixo:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \sigma_1 & \sigma_6 & \sigma_5 \\ \sigma_6 & \sigma_2 & \sigma_4 \\ \sigma_5 & \sigma_4 & \sigma_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (3.2)$$

a Equação (3.1) pode ser escrita da seguinte forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (3.3.a)$$

$$\text{ou } \{D\} = [d]^T \{\sigma\} \quad (3.3.b)$$

As constantes d_{ij} , denominadas *módulos piezoelétricos*, são características de cada material, sendo definidas pela relação:

$$d_{ij} = \frac{\text{densidade de carga na direção } i \left[\frac{C}{m^2} \right]}{\text{tensão mecânica aplicada na direção } j \left[\frac{N}{m^2} \right]} \quad (3.4)$$

Quando campos elétricos externos E_i (V/m) são aplicados segundo os eixos 1, 2 e 3 do elemento de volume ilustrado na Figura 3.5, o material apresenta alongamentos e distorções geométricas que são proporcionais aos campos elétricos aplicados. A relação entre as componentes do vetor campo elétrico e as componentes do tensor de deformações é dada por (Clark *et al.*, 1998):

$$\varepsilon_{jk} = d_{ijk} E_i \quad (3.5)$$

Introduzindo mais uma vez a contração de índices:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & \varepsilon_6 & \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 & \varepsilon_2 & \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 & \varepsilon_4 & \varepsilon_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

a equação (3.5) pode ser escrita sob a seguinte forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{21} & d_{31} \\ d_{12} & d_{22} & d_{32} \\ d_{13} & d_{23} & d_{33} \\ d_{14} & d_{24} & d_{34} \\ d_{15} & d_{25} & d_{35} \\ d_{16} & d_{26} & d_{36} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (3.7.a)$$

ou:

$$\{\varepsilon\} = [d]\{E\} \quad (3.7.b)$$

Considerando agora o material piezoelétrico, que é dielétrico, submetido simultaneamente a carregamento mecânico e a um campo elétrico externo, tem-se as seguintes relações que traduzem o acoplamento eletromecânico (Cady, 1946):

$$\{\varepsilon\} = [s^E]\{\sigma\} - [d]\{E\} \quad (3.8)$$

$$\{D\} = [d]^T\{\sigma\} + [\xi^E]\{E\} \quad (3.9)$$

$\{\varepsilon\}$: vetor das deformações mecânicas;

$[s^E]$: matriz de flexibilidade a campo elétrico constante [m^2/N];

$\{\sigma\}$: vetor das tensões mecânicas [N/m^2];

$[d]$: matriz dos módulos piezoelétricos [m/V];

$\{E\}$: vetor campo elétrico [V/m];

$\{D\}$: vetor deslocamento elétrico [C/m^2];

$[\xi^E]$: matriz de permissividade elétrica para tensão constante [F/m].

Manipulando as equações (3.8) e (3.9), obtêm-se as equações constitutivas de piezoeletricidade linear sob a seguinte forma alternativa (Utku, 1998 ; Banks, 1996):

$$\{\sigma\} = [c^E] \{\varepsilon\} - [e]\{E\} \quad (3.10)$$

$$\{D\} = [e]^T \{\varepsilon\} + [\xi^E] \{E\} \quad (3.11)$$

com:

$$[e] = [c^E] [d] \quad (3.12)$$

$$[\xi^E] = [\xi^\sigma] - [d]^T [c^E] [d] \quad (3.13)$$

onde:

$[e]$: matriz das constantes de tensões piezoelétricas [C/m²];

$[c^E]$: matriz de elasticidade para campo elétrico constante [N/m²];

$[\xi^E]$: matriz das constantes dielétricas para deformação constante [F/m];

$[\xi^\sigma]$: matriz das constantes dielétricas para tensão mecânica constante [F/m];

$[d]$: matriz dos módulos piezoelétricos [m/V].

3.2.2 - Considerações para especificação de atuadores piezoelétricos

Atuadores piezoelétricos convertem energia elétrica em energia mecânica e podem ser encontrados comercialmente em diferentes dimensões e espessuras, tendo cada um sua própria capacidade força-deslocamento. Atuadores rígidos, com elevado módulo de elasticidade, produzem elevados níveis de forças e reduzido deslocamento. Por outro lado atuadores com baixo módulo de elasticidade deformam-se mais, porém não geram grandes esforços. Assim, deve-se sempre realizar um estudo de desempenho força-deslocamento antes de se especificar um atuador piezoelétrico.

Atuadores piezoelétricos são caracterizados quanto à “deflexão livre” e à “força bloqueada” (Piezo Systems, 2001). Conforme ilustrado na Figura 3.6, deflexão livre refere-se à máxima deflexão do atuador quando o mesmo encontra-se totalmente livre e com a máxima voltagem recomendada. Força bloqueada é a força que o atuador exerce quando se encontra totalmente bloqueado ao deslocamento sob a máxima voltagem. Entretanto, nas aplicações práticas, raramente se observa uma destas duas condições limites, sendo normalmente verificada a necessidade de se desenvolver força e deslocamento simultaneamente. Para se realizar uma análise simultânea de força e deslocamento, pode ser utilizado um gráfico Força x

Deflexão como o mostrado na Figura 3.7. Para se utilizar a deflexão máxima não haverá força disponível para gerar trabalho; igualmente, quando se utiliza a força máxima não se obtém nenhum deslocamento, ou seja, o trabalho permanece nulo. Assim, considerando a relação linear entre força-deslocamento, o trabalho produzido será maximizado quando se utilizar a metade da força máxima, possibilitando que o atuador se desloque a metade do deslocamento total.

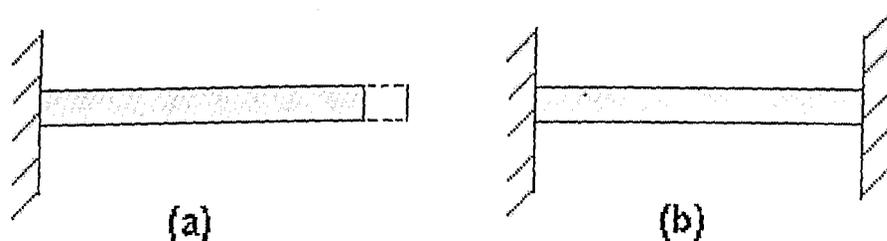


Figura 3.6 – (a) Atuador engastado - livre ou “Deflexão livre” (b) Atuador engastado - engastado ou “força bloqueada”

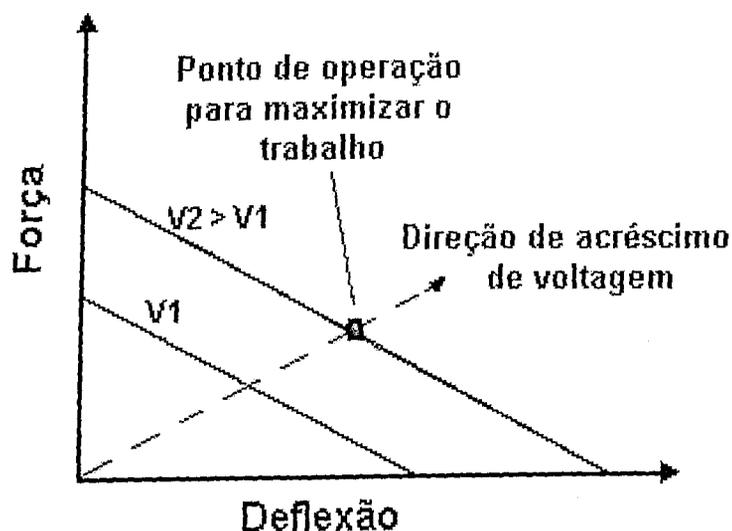


Figura 3.7 - Diagrama força versus deflexão para um atuador piezoelétrico (adaptado de Piezo Systems (1999))

3.3 - Observações quanto ao manuseio e utilização de pastilhas piezoelétricas

Pastilhas piezoelétricas são sensores e atuadores robustos, porém possuem limites de capacidade que devem ser observados a fim de não comprometer seu desempenho. Assim, no projeto para utilização de sensores ou atuadores piezoelétricos, dever-se-á sempre observar o limite de temperatura (temperatura de Curie), campo elétrico máximo aplicado em oposição ao campo elétrico de polarização inicial, e limite à deformação mecânica.

As pastilhas piezoelétricas encontram-se no mercado sob duas formas principais: no formato semi-acabado, como aquelas produzidas pela Piezo Systems (Figura 3.8), que possuem uma metalização de níquel ou prata para a homogeneização do campo elétrico sobre a cerâmica, ou pastilhas acabadas, como as fabricadas pela Midé/ACX (Figura 3.9), estas últimas possuem terminais elétricos para ligação, além de isolamento elétrico sobre a pastilha. Pode-se destacar como vantagens para as pastilhas acabadas sua facilidade de aplicação, reduzindo custos com perdas de material devido a quebras, devendo ser lembrada a extrema fragilidade das cerâmicas piezoelétricas. Porém, elas possuem um custo mais elevado, além de não favorecerem a mesma flexibilidade para a concepção geométrica proporcionada pelas pastilhas semi-acabadas, as quais podem ser cortadas em qualquer dimensão e geometria.

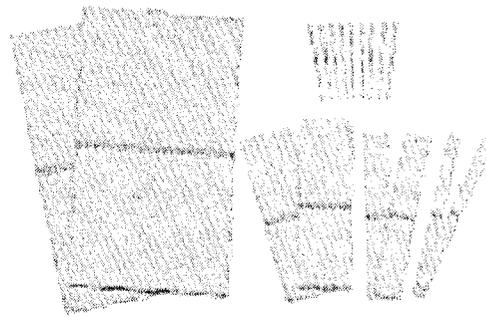


Figura 3.8 – Pastilha piezoelétrica semi-acabada (Piezo Systems, 2003)

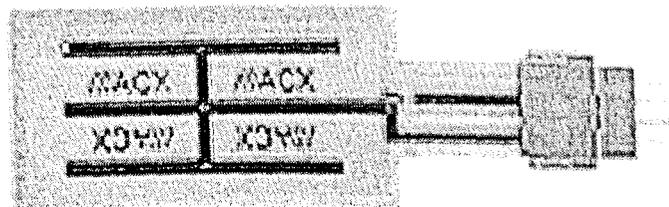


Figura 3.9 – Atuador piezoelétrico acabado (Midé/ACX, 2003)

Para serem utilizadas, as pastilhas semi-acabadas de PZT devem ser cortadas, ter os eletrodos soldados em suas faces e coladas sobre a estrutura. Estes procedimentos necessitam de grande cuidado, visto que o PZT é um material frágil. Assim recomenda-se:

Corte: O corte das pastilhas pode-ser realizado com um estilete, efetuando várias passagens que irão enfraquecer a região a ser dividida, que se fratura com a carga aplicada pelo estilete. Pelo fato do PZT possuir elevada dureza, a lâmina do estilete perde rapidamente sua afiação e deverá ser trocada durante o processo de corte, sempre que se observar inoperância da mesma.

Soldagem: o processo de soldagem deve ser cuidadoso, evitando-se temperaturas muito elevadas na pastilha piezoelétrica. Os fabricantes fornecem *kits* para soldagem com instruções sobre as técnicas necessárias para uma boa soldagem. Um fato que deve também ser observado é que a solda realizada na face da pastilha que será colada à superfície da estrutura impede a fixação correta da pastilha, muitas vezes gerando a quebra da mesma. Para resolver este problema pode-se efetuar um rebaixo na estrutura para acomodar o ressalto da solda, conforme mostrado na Figura 3.10. Este rebaixo pode ser realizado com uma broca e uma lima.

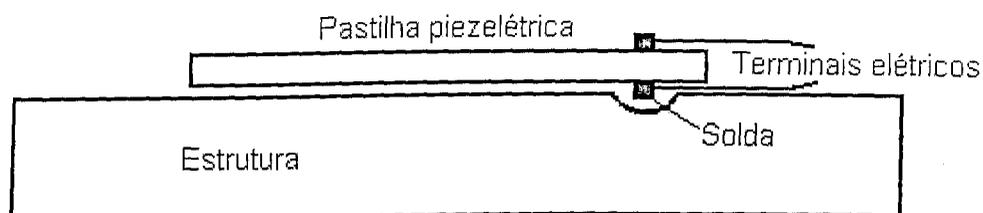


Figura 3.10 - Detalhe de rebaixamento da superfície para colagem de pastilhas semi-acabadas

Colagem: os fabricantes aconselham a utilização de colas epóxi, dada sua resistência e durabilidade. Antes da colagem, as superfícies devem ser lixadas e limpas. Durante o processo de fixação a pastilha piezoelétrica deverá ser prensada contra a superfície de fixação, reduzindo-se ao máximo a espessura da camada de cola.

É também importante observar que as pastilhas piezoelétricas tendem a se despolarizar ao longo do tempo de utilização. Porém, caso se aplique uma voltagem excessivamente elevada gerando um campo elétrico de sentido contrário ao da polarização inicial, a pastilha poderá se despolarizar imediatamente. Assim, os fabricantes especificam nos catálogos o valor máximo do campo elétrico que pode ser aplicado sem que haja despolarização da pastilha. O campo elétrico necessário para iniciar o processo de despolarização depende do material, duração de aplicação e da temperatura. Pode-se citar como exemplo a pastilha PSI-5A-S4-ENH fabricada pela Piezo Systems que possui um limite de 475 Volts/mm para uma voltagem contínua contrária ao sentido de polarização, ou de aproximadamente 600 Volts/mm para voltagem alternada com uma frequência de 60 Hz (Piezo Systems, 1999).

No projeto de atuadores piezoelétricos, diferentes configurações são possíveis, conforme o número de pastilhas empregadas (uma ou duas) e o tipo de ligação elétrica (em série, em paralelo, ou independente). Estas configurações são ilustradas nas Figura 3.11.

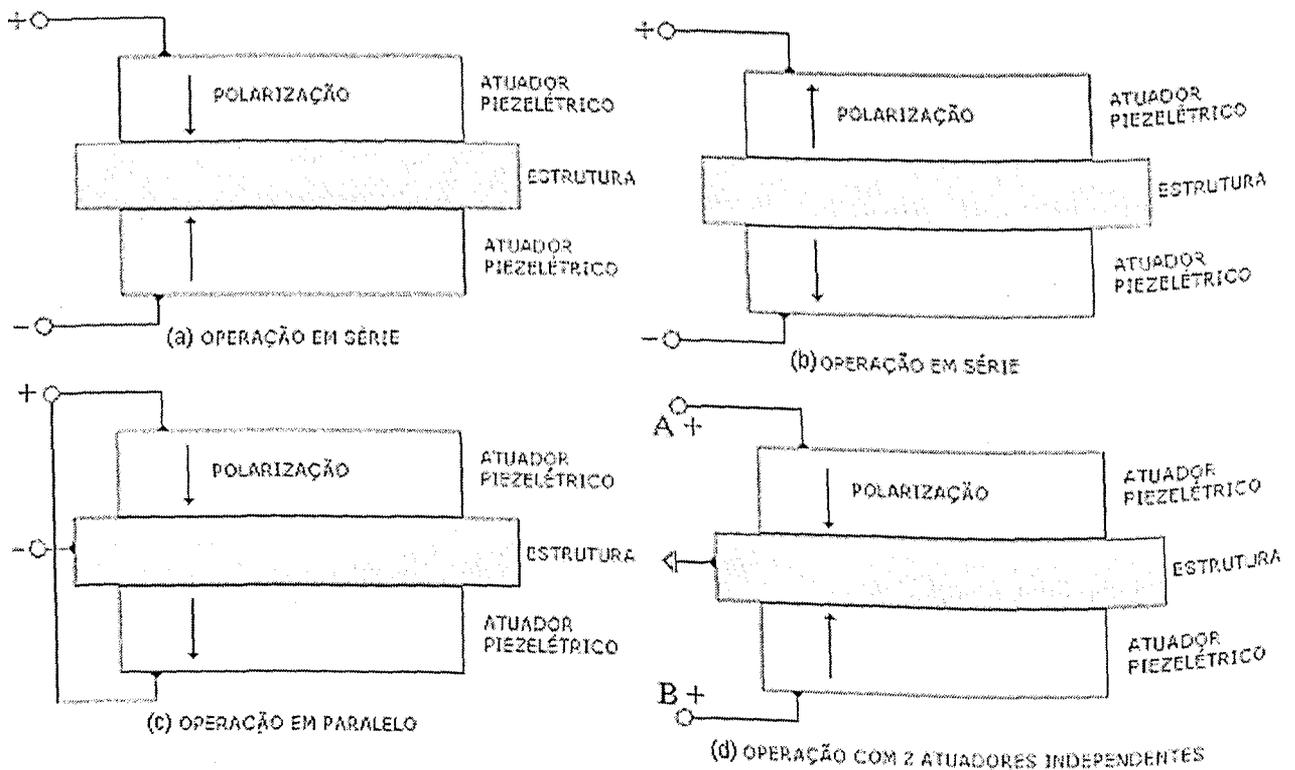


Figura 3.11 – Configurações para dois atuadores piezoelétricos

Para se realizar uma ligação em série as pastilhas deverão ser acopladas com a polarização invertida (Figura 3.11 (a) e (b)). Assim, ao se aplicar uma diferença de potencial entre as duas pastilhas, as mesmas irão desenvolver deformações de sentido inverso, enquanto uma se alonga a outra se contrai, gerando esforços que tendem a fletir a estrutura.

Para a ligação em paralelo as pastilhas deverão ser acopladas com a polarização no mesmo sentido (Figura 3.11 (c)), de modo que, ao se aplicar voltagem nas duas pastilhas, as mesmas irão apresentar deformações de sentido inverso, gerando esforços que tendem a fletir a estrutura.

Tanto na ligação em série, quanto na ligação em paralelo, uma das pastilhas estará sendo acionada com um campo elétrico em oposição ao campo de polarização. Assim, em ambas as ligações, deverá se limitar o campo elétrico máximo aplicado para evitar despolarização. Para suprir esta deficiência, que restringe a utilização de ligações em série e em paralelo quando se necessita de grandes deflexões, pode-se empregar uma configuração de ligação com dois atuadores independentes. A configuração da fixação das pastilhas é a mesma da ligação em série, a diferença encontrando-se na ligação elétrica, que deverá ser feita como mostrado na Figura 3.11 (d). A voltagem aplicada em ambas pastilhas será sempre no mesmo sentido da polarização de fabricação, permitindo aplicação de elevados campos elétricos sem despolarizar os atuadores.

CAPÍTULO IV

Modelo Matemático do Movimento do Material Transportado em Transportadores Vibratórios Lineares

Todo transportador vibratório, independentemente do tipo de acionamento, gera o movimento das peças transportadas a partir do movimento oscilatório de sua pista. Desta forma, o estudo de transportadores vibratórios lineares exige uma caracterização do movimento das peças transportadas a partir das características do movimento de sua pista, em termos das variações temporais e amplitudes.

Neste capítulo será apresentado um modelo matemático simplificado que relaciona o movimento da pista de um transportador linear com o movimento das peças avulsas transportadas, conforme ilustração apresentada na Figura 4.1. Este modelo, desenvolvido por Carvalho (1991) e Martins (2001), resulta da aplicação das leis de Newton a uma peça isolada, à qual encontra-se aplicada a força peso e a força de contato com a pista. Assim a peça poderá ter quatro tipos de movimento distintos:

- **Repouso relativo à pista** – ocorre quando a peça possui os mesmos movimento da pista, em ambos os eixos.
- **Avanço relativo** – ocorre quando a peça possui o mesmo movimento da pista no eixo y e maior velocidade que a pista no eixo x.
- **Recuo relativo** – ocorre quando a peça possui o mesmo movimento da pista no eixo y e menor velocidade que a pista no eixo x.
- **Vôo** – ocorre quando a força normal se anula.

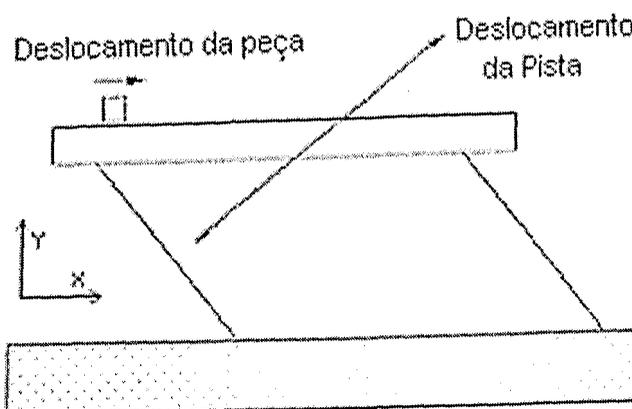


Figura 4.1 - Esquema do movimento da pista e peça transportada

As seguintes hipóteses são admitidas no desenvolvimento do equacionamento matemático apresentado a seguir:

- a peça é considerada como partícula e não sofre rolamento sobre a pista;
- o atrito entre a peça e a pista é modelado como atrito seco de Coulomb em regime estático;
- a resistência do ar não é considerada;
- a peça não repica ao retornar à pista após o vôo;
- a peça não interfere no movimento do transportador;
- o modelo não considera as interferências entre os movimentos de peças transportadas simultaneamente (colisões).

A Figura 4.2 apresenta o diagrama de corpo livre de uma peça posicionada sobre a pista de transporte, a qual tem inclinação de um ângulo α em relação à horizontal. Neste trabalho as simulações e os experimentos são realizados para $\alpha = 0$.

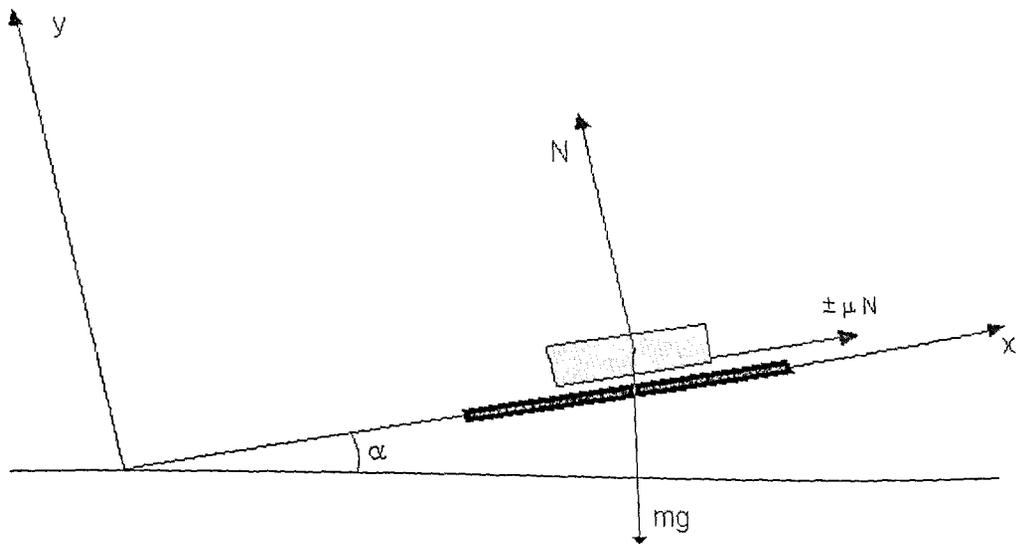


Figura 4.2 – Diagrama de corpo livre de uma peça sobre a pista de um transportador vibratório linear

As equações que governam o movimento da peça sobre a pista do transportador vibratório podem ser determinadas através da aplicação da Segunda Lei de Newton nas direções x e y . Assim, obtém-se:

$$\pm \mu N - mg \sin(\alpha) = m\ddot{x}_m \quad (4.1)$$

$$N - mg \cos(\alpha) = m\ddot{y}_m \quad (4.2)$$

A partir das equações acima, distinguem-se duas situações:

Quando a peça desliza para trás, a Equação 4.1 ficará:

$$\ddot{x}_{mr} = + \frac{\mu N}{m} - g \operatorname{sen}(\alpha) \quad (4.3)$$

onde \ddot{x}_{mr} é a aceleração da peça no eixo x no movimento de recuo.

Quando a peça desliza para frente a Equação 4.1 ficará:

$$\ddot{x}_{ma} = - \frac{\mu N}{m} - g \operatorname{sen}(\alpha) \quad (4.4)$$

onde \ddot{x}_{ma} é aceleração da peça no eixo x no movimento de avanço.

A Equação 4.5 expressa as condições que devem ser satisfeitas para assegurar a condição de repouso relativo entre a pista e a peça.

$$\dot{x}_m = \dot{x}_p \quad \dot{y}_m = \dot{y}_p \quad (4.5)$$

Este modo continuará até que a seguinte condição seja violada:

$$\ddot{x}_{ma} \leq \ddot{x}_p \leq \ddot{x}_{mr} \quad (4.6)$$

onde:

\ddot{x}_p : aceleração da pista no eixo X

y_m : posição da peça no eixo y

y_p : posição da pista no eixo y

Pode-se comprovar a condição expressa por (4.6) por meio da análise do limite de escorregamento da peça sobre a pista. Carvalho (1991) e Martins (2001) analisam estas condições considerando inicialmente a pista estacionária e, posteriormente, a pista em movimento.

Outra condição que também deverá ser observada para caracterizar o repouso relativo é que a força normal deve ser maior que zero, condição esta que também será verificada para o avanço ou recuo relativo da peça em relação à pista. Uma força normal nula indica a ocorrência de vôo da peça, e permanece até que a peça volte a tocar a pista. Este acontecimento é verificado com o retorno da massa sobre a pista, ou seja, quando sua coordenada no eixo y for a mesma da pista.

Caso a normal permaneça maior que zero e a aceleração da pista seja suficientemente grande, verifica-se a condição 4.7, e a peça deslizará para trás em relação à pista, permanecendo neste movimento enquanto se verificar a desigualdade 4.8.

$$\ddot{x}_p > \ddot{x}_{mr} \quad (4.7)$$

$$\dot{x}_p > \dot{x}_m \quad (4.8)$$

Com uma força normal positiva e uma elevada aceleração negativa da pista, verifica-se a condição 4.9, e a peça avançará em relação à pista, permanecendo neste movimento enquanto se verificar a condição 4.10.

$$\ddot{x}_p < \ddot{x}_{ma} \quad (4.9)$$

$$\dot{x}_p < \dot{x}_m \quad (4.10)$$

Definidas as condições para o repouso relativo, avanço relativo, recuo relativo e vôo, pode-se escrever as equações que irão governar o movimento da peça a partir do movimento da pista para cada uma destas quatro fases do movimento:

a) Repouso relativo

Na fase de repouso relativo o deslocamento, a velocidade e a aceleração da peça são os mesmos da pista, conforme se exprime pelas equações a seguir:

$$\ddot{x}_m = \ddot{x}_p \quad \dot{x}_m = \dot{x}_p \quad x_m = x_{m_0} + (x_p - x_{p_0}) \quad (4.11)$$

$$\ddot{y}_m = \ddot{y}_p \quad \dot{y}_m = \dot{y}_p \quad y_m = y_p \quad (4.12)$$

b) Deslizamento para trás

No movimento de deslizamento para trás a peça mantém contato com a pista, sendo as componentes de sua aceleração, velocidade e deslocamento no eixo y as mesmas da pista:

$$\ddot{y}_m = \ddot{y}_p \qquad \dot{y}_m = \dot{y}_p \qquad y_m = y_p \qquad (4.13)$$

Da Equação 4.2, tem-se:

$$\frac{N}{m} = \ddot{y}_m + g \cos(\alpha) \qquad (4.14)$$

Combinando as equações 4.3, 4.13 e 4.14, obtêm-se a seguinte expressão para a aceleração na direção x durante o movimento de recuo:

$$\ddot{x}_m = g [\mu \cos(\alpha) - \text{sen}(\alpha)] + \mu \ddot{y}_p \qquad (4.15)$$

Integrando sucessivamente a equação 4.15, entre dois instantes t_0 e t , obtêm-se as seguintes expressões para a velocidade e o deslocamento da peça:

$$\dot{x}_m = \dot{x}_{m0} + g [\mu \cos(\alpha) - \text{sen}(\alpha)](t - t_0) + \mu (\dot{y}_p - \dot{y}_{p0}) \qquad (4.16)$$

$$x_m = x_{m0} + \mu (y_p - y_{p0}) + (\dot{x}_{m0} - \mu \dot{y}_{p0})(t - t_0) + \frac{1}{2} g [\mu \cos(\alpha) - \text{sen}(\alpha)](t - t_0)^2 \qquad (4.17)$$

c) Deslizamento para frente

No movimento de deslizamento para frente, a peça mantém contato com a pista, sendo as componentes de sua aceleração, velocidade e deslocamento na direção y as mesmas da pista, ou seja:

$$\ddot{y}_m = \ddot{y}_p \qquad \dot{y}_m = \dot{y}_p \qquad y_m = y_p \qquad (4.18)$$

Combinando as equações 4.4, 4.14 e 4.18, obtém-se a seguinte expressão para aceleração da peça na direção x :

$$\ddot{x}_m = -g[\mu \cos(\alpha) + \text{sen}(\alpha)] + -\mu \ddot{y}_p \quad (4.19)$$

Integrando sucessivamente a equação 4.19 entre dois instantes de tempo t_0 e t , obtém-se as seguintes expressões para a velocidade e o deslocamento da peça:

$$\dot{x}_m = \dot{x}_{m0} - g[\mu \cos(\alpha) + \text{sen}(\alpha)](t - t_0) - \mu (\dot{y}_p - \dot{y}_{p0}) \quad (4.20)$$

$$x_m = x_{m0} - \mu (y_p - y_{p0}) + (\dot{x}_{m0} + \mu \dot{y}_{p0})(t - t_0) - \frac{1}{2} g[\mu \cos(\alpha) + \text{sen}(\alpha)](t - t_0)^2 \quad (4.21)$$

d) Vôo

Na fase de vôo a peça se desprende da pista ficando assim sujeita apenas à força peso. Como o sistema de eixos xy está rotacionado de um ângulo α em relação às direções horizontal e vertical, a aceleração da gravidade ficará decomposta nos dois eixos, de acordo com as equações abaixo:

$$\ddot{x}_m = -g \text{sen}(\alpha) \quad (4.22)$$

$$\ddot{y}_m = -g \cos(\alpha) \quad (4.23)$$

Integrando as equações acima, obtém-se as seguintes expressões para as componentes da velocidade e do deslocamento da peça nas direções x e y :

$$\dot{x}_m = \dot{x}_{m0} - g \text{sen}(\alpha)(t - t_0) \quad (4.24)$$

$$x_m = x_{m0} + \dot{x}_{m0}(t - t_0) - \frac{1}{2} g \text{sen}(\alpha)(t - t_0)^2 \quad (4.25)$$

$$\dot{y}_m = \dot{y}_{m0} - g \cos(\alpha)(t - t_0) \quad (4.26)$$

$$y_m = y_{m0} + \dot{y}_{m0}(t-t_0) - \frac{1}{2}g \cos(\alpha)(t-t_0)^2 \quad (4.27)$$

A formulação modelo, que se encontra resumida na Tabela 4.1, foi implementada em ambiente MATLAB[®] e utilizada, neste trabalho, em combinação com o modelo de elementos finitos de um transportador vibratório linear com acionamento piezoelétrico, para caracterização do movimento da peça e previsão da velocidade média de transporte. Tal procedimento será detalhado nos capítulos subseqüentes.

Tabela 4.1 – Equações para cada tipo de movimento

Tipo de movimento	Início do movimento	Continuidade do	Equações de movimento da peça
Repouso relativo	$N > 0$	$N > 0$	$\ddot{x}_m = \ddot{x}_p$
	$\dot{x}_m = \dot{x}_p$ $\dot{y}_m = \dot{y}_p$	$\ddot{x}_{ma} \leq \ddot{x}_p \leq \ddot{x}_{mr}$	$\dot{x}_m = \dot{x}_{m_0} + (x_p - x_{p_0})$ $\dot{y}_m = \dot{y}_p \quad \dot{y}_m = \dot{y}_p$
Deslizamento para trás (reco)	$N > 0$	$N > 0$	$\ddot{x}_m = -g [\mu \cos(\alpha) + \sin(\alpha)] + -\mu \ddot{y}_p$
	$\ddot{x}_p > \ddot{x}_{mr}$ com:	$\dot{x}_p > \dot{x}_m$	$\dot{x}_m = \dot{x}_{m_0} - g [\mu \cos(\alpha) + \sin(\alpha)] (t - t_0) - \mu (\dot{y}_p - \dot{y}_{p_0})$
	$\ddot{x}_{mr} = + \frac{\mu N}{m} - g \sin(\alpha)$		$x_m = x_{m_0} + \mu (y_p - y_{p_0}) + (\dot{x}_{m_0} - \mu \dot{y}_{p_0})(t - t_0) + g [\mu \cos(\alpha) - \sin(\alpha)] (t - t_0)^2 / 2$ $\dot{y}_m = \dot{y}_p \quad \dot{y}_m = \dot{y}_p \quad y_m = y_p$
Deslizamento para frente (avanço)	$N > 0$	$N > 0$	$\ddot{x}_m = -g [\mu \cos(\alpha) + \sin(\alpha)] + -\mu \ddot{y}_p$
	$\ddot{x}_p < \ddot{x}_{ma}$ com:	$\dot{x}_p < \dot{x}_m$	$\dot{x}_m = \dot{x}_{m_0} - g [\mu \cos(\alpha) + \sin(\alpha)] (t - t_0) - \mu (\dot{y}_p - \dot{y}_{p_0})$
	$\ddot{x}_{ma} = - \frac{\mu N}{m} - g \sin(\alpha)$		$x_m = x_{m_0} - \mu (y_p - y_{p_0}) + (\dot{x}_{m_0} + \mu \dot{y}_{p_0})(t - t_0) - g [\mu \cos(\alpha) + \sin(\alpha)] (t - t_0)^2 / 2$ $\dot{y}_m = \dot{y}_p \quad \dot{y}_m = \dot{y}_p \quad y_m = y_p$
Vôo	$N = 0$	$y_m > y_p$	$\ddot{x}_m = -g \sin(\alpha)$
			$\dot{x}_m = \dot{x}_{m_0} - g \sin(\alpha)(t - t_0)$
			$x_m = x_{m_0} + \dot{x}_{m_0}(t - t_0) - g \sin(\alpha)(t - t_0)^2 / 2$ $\dot{y}_m = -g \cos(\alpha)$ $\dot{y}_m = \dot{y}_{m_0} - g \cos(\alpha)(t - t_0)$ $y_m = y_{m_0} + \dot{y}_{m_0}(t - t_0) - g \cos(\alpha)(t - t_0)^2 / 2$

CAPÍTULO V

Modelagem por Elementos Finitos de um Transportador Vibratório Linear com Acionamento Piezoelétrico

5.1 - INTRODUÇÃO

Uma das características marcantes da engenharia moderna é o uso de modelos matemáticos como ferramentas de auxílio na análise de desempenho e projeto de sistemas mecânicos complexos. Em particular, foram desenvolvidos, nas duas últimas décadas, técnicas de modelagem numérica destinadas a representar o comportamento mecânico (estático e dinâmico) de estruturas elásticas combinadas com materiais piezoelétricos. A maior parte deste desenvolvimento está ligada ao controle ativo de vibrações e ruído usando sensores e atuadores piezoelétricos (Lima Jr., 1999), à concepção de transdutores piezoelétricos ultrasônicos e à concepção de acionadores (Silva, 1993; Silva, 2003).

Dentre os diferentes tipos de modelos, aqueles baseados na técnica de Elementos Finitos revelam-se os mais adequados, dada a possibilidade de modelagem de diferentes tipos de elementos estruturais combinados para compor geometrias complexas.

Transportadores vibratórios lineares são, na realidade, estruturas tridimensionais. Entretanto, o movimento predominante, de interesse para o funcionamento de um transportador vibratório linear, ocorre apenas em um plano, fato que permite realizar a análise com um modelo bidimensional. Para uma análise por elementos finitos, esta redução de três para duas dimensões, reduz drasticamente o número de graus de liberdade do modelo e, conseqüentemente, o esforço computacional.

Um ponto importante na análise por elementos finitos é a escolha do tipo de elemento utilizado para discretizar a estrutura. Para uma análise bidimensional pode-se utilizar elementos formulados com base na teoria de vigas de Timoshenko ou na teoria de Euler-Bernoulli (Lima, Jr, 1999). O modelo de viga de Timoshenko é um modelo mais completo, que leva em consideração o cisalhamento transversal e a inércia de rotação das seções transversais, sendo adequado para a modelagem de vigas curtas, no domínio de médias e altas frequências (Rade, 1987). Já o modelo de Euler-Bernoulli desconsidera os efeitos secundários mencionados, sendo aplicável a vigas esbeltas, no domínio de baixas frequências.

Para o transportador vibratório linear em estudo, ilustrado na Figura 5.1, verifica-se que as molas do transportador podem ser caracterizadas como vigas finas, o que justifica o uso do modelo de Euler-Bernoulli. Por outro lado, a pista do transportador é relativamente espessa, fato que justificaria o uso do modelo de Timoshenko para sua discretização. Contudo, como será evidenciado mais adiante, devido à alta rigidez da pista, os modos de vibração do sistema, para os quais ocorre alguma deformação deste componente, encontram-se fora da banda de frequência de interesse. Isso significa que, na faixa de baixas frequências a pista se comporta como um corpo rígido, fato que permite utilizar, em sua discretização, elementos de viga de Euler-Bernoulli, sem incorrer em perda de precisão das previsões numéricas.

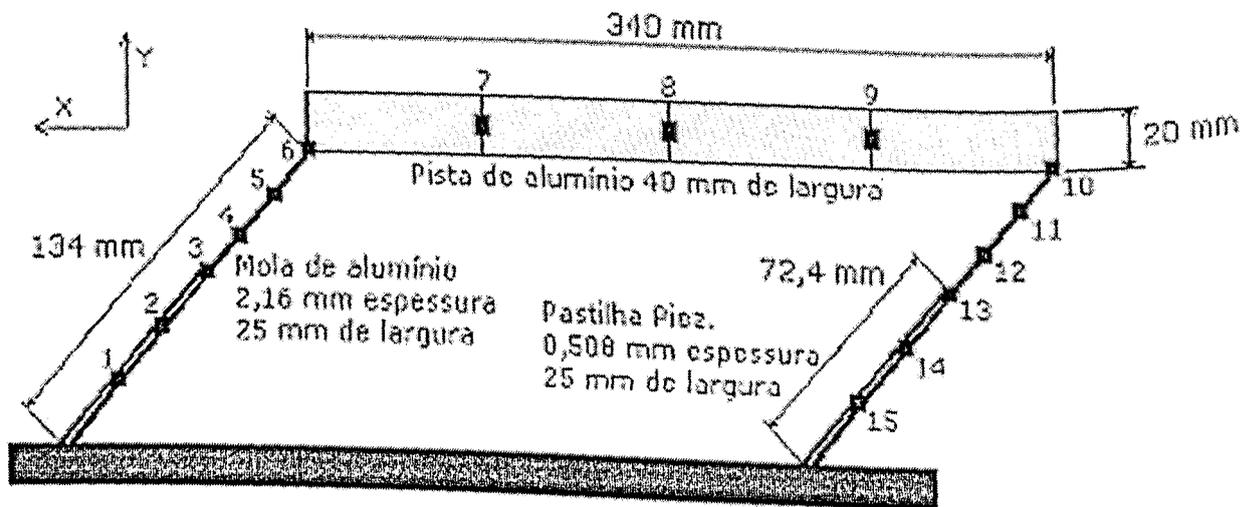


Figura 5.1 – Esquema simplificado de um transportador vibratório acionado por pastilhas piezoelétricas

É apresentada, a seguir, a formulação empregada nos procedimentos de modelagem por elementos finitos desenvolvidos, os quais foram implementados em ambiente MATLAB®.

5.2 - Princípio do Trabalho Virtual considerando efeitos elétricos e mecânicos

De acordo com Lima Jr. (1999) o Princípio do Trabalho Virtual considerando simultaneamente efeitos elétricos e mecânicos é expresso pela seguinte relação:

$$\int_V \rho \{\delta u\}^T \{\ddot{u}\} dV + \int_V \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dV - \int_V \{\delta E\}^T \{D\} dV = \int_V \{\delta u\}^T \{\bar{f}_v\} dV + \int_{S_f} \{\delta u\}^T \{\bar{f}_s\} dS - \int_{S_q} \delta \phi \sigma_q dS \quad (5.1)$$

onde:

$$\{E\} = -\vec{\nabla}\phi$$

$\{u\}$: vetor de deslocamentos mecânicos [m];

$\{\sigma\}$: vetor das tensões mecânicas [N/m²];

$\{\varepsilon\}$: vetor das deformações mecânicas;

$\{E\}$: vetor campo elétrico [V/m];

$\{D\}$: vetor deslocamento elétrico [C/m²];

$\{\bar{f}_V\}$: vetor das forças de volume [N/m³];

$\{\bar{f}_S\}$: vetor das forças impostas no contorno [N/m²];

σ_q : densidade superficial de carga elétrica [C/m²];

ϕ : potencial elétrico [V]

Substituindo as equações constitutivas (3.3) e (3.10) em (5.1), obtém-se a seguinte equação que expressa o Princípio Variacional Eletromecânico para meios piezoelétricos (Lima, 1999):

$$\begin{aligned} & \int_V \rho \{\delta u\}^T \{\ddot{u}\} dV + \int_V \{\delta \varepsilon\}^T [c^E] \{\varepsilon\} dV - \int_V \{\delta \varepsilon\}^T [c^E] [d] \{E\} dV - \\ & - \int_V \{\delta E\}^T [c^E] [d] \{E\} dV - \int_V \{\delta \varepsilon\}^T [\xi^e] \{E\} dV = \\ & = \int_V \{\delta u\}^T \{\bar{f}_V\} dV + \int_{S_f} \{\delta u\}^T \{\bar{f}_S\} dS - \int_{S_q} \delta \phi \sigma_q dS \end{aligned} \quad (5.2)$$

5.3 - Modelagem por Elementos Finitos de Sistemas Estruturais Planos Constituídos por Vigas de Euler-Bernoulli com Sensores e Atuadores Piezoelétricos

5.3.1 - Obtenção das matrizes elementares

Na Figura 5.2 ilustra-se a cinemática da deformação de um elemento de viga segundo a teoria de Euler-Bernoulli (Allik 1970 ; Lima 1999), destacando-se o deslocamento de um ponto genérico P .

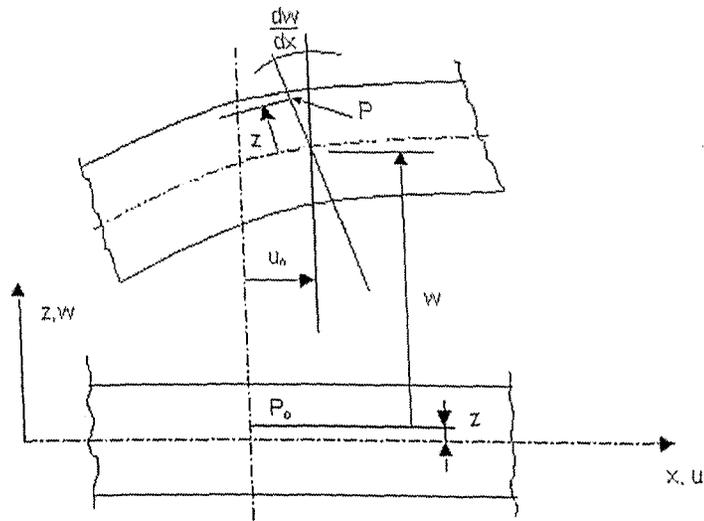


Figura 5.2 - Cinemática da deformação de uma viga de Euler-Bernoulli.

Com base na Figura 5.2, o deslocamento do ponto P na direção longitudinal é dado por:

$$u_p = u_0 - z \frac{\partial w}{\partial x} \quad (5.3)$$

A deformação axial na posição ocupada pelo ponto P é dada por:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_p}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (5.4)$$

A Figura 5.3 mostra a geometria do elemento de viga com pastilhas piezoelétricas acopladas nas superfícies superior e inferior.

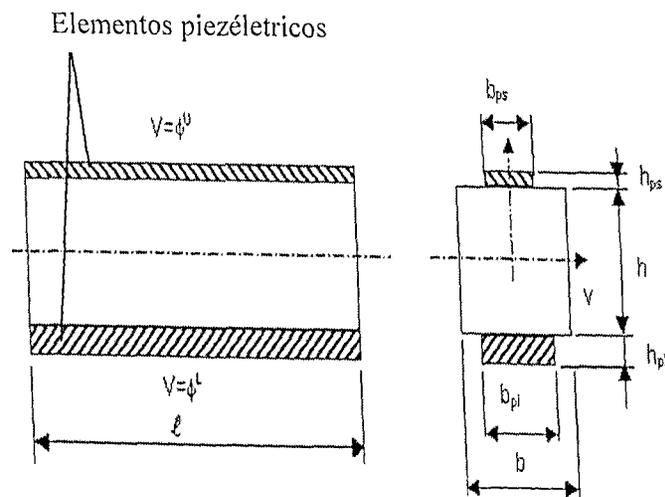


Figura 5.3 - Geometria do elemento de viga com os PZTs

Na Figura 5.4 são apresentados os graus de liberdade elementares estruturais $\{u_i, w_i, \theta_i, u_j, w_j, \theta_j\}$ e os graus de liberdade elétricos $\{\phi_U, \phi_L\}$. Estes últimos são os potenciais elétricos aplicados às pastilhas piezoelétricas superior e inferior, respectivamente. Estes potenciais são admitidos constantes sobre as superfícies das pastilhas e têm variação linear ao longo de suas espessuras. Assim, as componentes do campo elétrico resultam em:

$$\begin{aligned} E_x^U &= -\frac{\partial \phi_U}{\partial x} = 0; & E_y^U &= -\frac{\partial \phi_U}{\partial y} = 0; & E_z^U &= -\frac{\partial \phi_U}{\partial z} = -\frac{\phi_U}{h_{ps}}; \\ E_x^L &= -\frac{\partial \phi_L}{\partial x} = 0; & E_y^L &= -\frac{\partial \phi_L}{\partial y} = 0; & E_z^L &= -\frac{\partial \phi_L}{\partial z} = -\frac{\phi_L}{h_{pi}} \end{aligned} \quad (5.5)$$

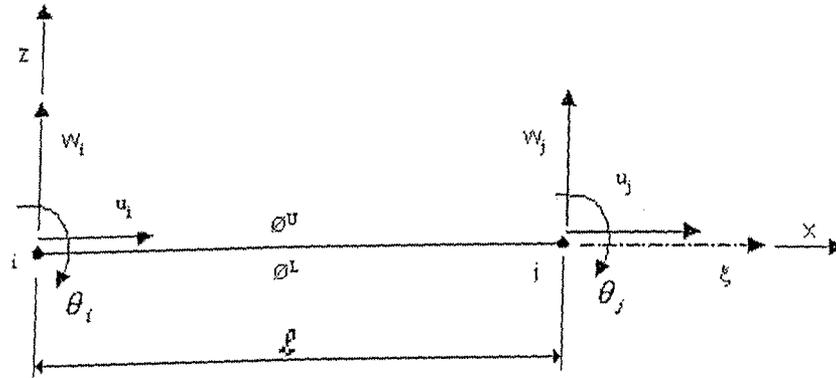


Figura 5.4 - Graus de liberdade elementares

É adotada a seguinte aproximação linear para o deslocamento axial:

$$\tilde{u}(\xi) = [N_u(\xi)]\{q\}, \quad (5.6)$$

com:

$$[N_u(\xi)] = [1 - \xi \quad 0 \quad 0 \quad \xi \quad 0 \quad 0] \quad (5.7)$$

$$\{q\} = [u_i \quad w_i \quad \theta_i \quad u_j \quad w_j \quad \theta_j]^T \quad (5.8)$$

$$\tilde{u}' = \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} = \frac{1}{l} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \xi} = \frac{1}{l} \frac{d[N_u]}{d\xi} \{q\} = [B_u] \{q\} \quad (5.9)$$

onde:

$$[B_u] = \ell \frac{d[N_u]}{d\xi} = \frac{1}{\ell} [-1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0] \quad (5.10)$$

Adota-se também a seguinte aproximação cúbica para o deslocamento transversal.

$$\tilde{w}(\xi) = [N_w(\xi)] \{q\} \quad (5.11)$$

com:

$$[N_w(\xi)] = [0 \ 1-3\xi^2+2\xi^3 \ \ell(\xi-2\xi^2+\xi^3) \ 0 \ 3\xi^2+2\xi^3 \ \ell(2\xi^2+\xi^3)] \quad (5.12)$$

$$\tilde{w}' = \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} = \frac{1}{\ell} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \xi} = [B_w] \{q\} \quad (5.13)$$

$$\tilde{w}'' = \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial x^2} = \frac{1}{\ell^2} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \xi^2} = [B_w'] \{q\} \quad (5.14)$$

com:

$$[B_w] = \frac{1}{\ell} \frac{d[N_w]}{d\xi} = \frac{1}{\ell} [0 \ -6\xi^2+6\xi^3 \ 0 \ \ell(1-4\xi+3\xi^2) \ 6\xi^2+6\xi^3 \ \ell(-2\xi+3\xi^2)] \quad (5.15)$$

$$[B_w'] = \frac{1}{\ell^2} [0 \ -6+12\xi \ \ell(-4+6\xi) \ 0 \ 6-12\xi \ \ell(-2-6\xi)] \quad (5.16)$$

Para as componentes do vetor campo elétrico escreve-se:

$$\{E^L\} = [B_\phi^L] \{\phi\} \quad (5.17)$$

$$\{E^U\} = [B_\phi^U] \{\phi\} \quad (5.18)$$

com:

$$\{\phi\} = [\phi^U \ \phi^L]^T \quad (5.19)$$

Levando em conta as relações (5.5), tem-se:

$$[B_{\phi}^U] = -\frac{1}{h_{ps}} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

$$[B_{\phi}^L] = -\frac{1}{h_{pi}} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

Introduzindo as aproximações (5.6) e (5.11), combinadas com as relações (5.4) e (5.17) e (5.18) em (5.2) e efetuando as integrações indicadas, obtêm-se:

$$\begin{aligned} \{\delta q\}^T \left([Kqq^{(e)}] \{q\} + [Kq\phi^{(e)}] \{\phi\} + [Mqq^{(e)}] \{\ddot{q}\} \right) + \{\delta\phi\}^T \left([K\phi q^{(e)}] \{q\} + [K\phi\phi^{(e)}] \{\phi\} \right) = \\ \{\delta q\}^T \left(\{F_V^{(e)}\} + \{F_S^{(e)}\} \right) + \{\delta\phi\}^T \{F_{\sigma}^{(e)}\} \end{aligned} \quad (5.22)$$

Como os deslocamentos virtuais são arbitrários e independentes, da equação acima resultam as seguintes equações diferenciais do movimento em nível elementar que levam em conta o acoplamento eletromecânico:

$$[Mqq^{(e)}] \{\ddot{q}\} + [Kqq^{(e)}] \{q\} + [Kq\phi^{(e)}] \{\phi\} = \{Fq^{(e)}\} \quad (5.23)$$

$$[K\phi q^{(e)}] \{q\} + [K\phi\phi^{(e)}] \{\phi\} = \{Q^{(e)}\} \quad (5.24)$$

com:

$$\{F_q^{(e)}\} = \{F_V^{(e)}\} + \{F_S^{(e)}\} \quad (5.25)$$

Detalham-se, a seguir, as formas das matrizes figurando nas equações (5.23) e (5.24), cuja dedução é apresentada por (Abreu, 2003):

• Matriz de rigidez elementar:

$$\begin{aligned}
 [K_{qq}^{(e)}] = & \frac{E_{viga} A_{viga} + E_{ps} A_{ps} + E_{pi} A_{pi}}{\ell} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \\
 & + \frac{E_{viga} I_{viga} + E_{ps} I_{ps} + E_{pi} I_{pi}}{\ell} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 6\ell & 0 & -12 & 6\ell \\ 0 & 6\ell & 4\ell^2 & 0 & -6\ell & 2\ell^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -12 & -6\ell & 0 & 12 & -6\ell \\ 0 & 6\ell & 2\ell^2 & 0 & -6\ell & 4\ell^2 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{5.26}$$

Deve-se notar que o índice 'viga', caracteriza variáveis referentes à estrutura base, 'ps' e 'pi' designam as grandezas associadas às pastilhas piezoelétricas acopladas às superfícies superior e inferior da viga, respectivamente.

• Matriz elementar de acoplamento eletromecânico:

$$\begin{aligned}
 [K_{qo}^{(e)}] = & \frac{d_{31ps} E_{ps} A_{ps}}{2h_{ps}} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{d_{31pi} E_{pi} A_{pi}}{2h_{pi}} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 & - \frac{h+h_{ps}}{2} b_{ps} d_{31ps} E_{ps} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \frac{h+h_{pi}}{2} b_{pi} d_{31pi} E_{pi} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{5.27}$$

- Matriz dielétrica elementar:

$$[K_{00}^{(e)}] = -\frac{\zeta_{33ps}^E A_{ps} \ell}{2h_{ps}^2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \frac{\zeta_{33pi}^E A_{pi} \ell}{2h_{pi}^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

- Matriz de massa elementar:

$$[M_{qq}^{(e)}] = \ell(\rho_{viga} A + \rho_{ps} A_{ps} + \rho_{pi} A_{pi}) \times \begin{bmatrix} 1/3 & 0 & 0 & 1/6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/6 & 0 & 0 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \quad (5.29)$$

$$+ \ell(\rho_{viga} A + \rho_{ps} A_{ps} + \rho_{pi} A_{pi}) \times \frac{1}{420} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22\ell & 0 & 54 & -13\ell \\ 0 & 22\ell & 4\ell^2 & 0 & 13\ell & -3\ell^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13\ell & 0 & 156 & -22\ell \\ 0 & -13\ell & -3\ell^2 & 0 & -22\ell & 4\ell^2 \end{bmatrix}$$

As equações (5.23) e (5.24) podem ser montadas da forma usual para obtenção das matrizes globais, conforme detalhado a seguir:

5.3.2 – Montagem das Matrizes Elementares

Para montagem das matrizes globais a partir das matrizes elementares utiliza-se o procedimento usual de montagem do método de elementos finitos, baseado no estabelecimento das relações de conectividade que se traduzem por relações entre os graus de liberdade elementares e os graus de liberdade globais, conforme ilustra a Figura 5.5 para o caso particular da montagem de dois elementos:

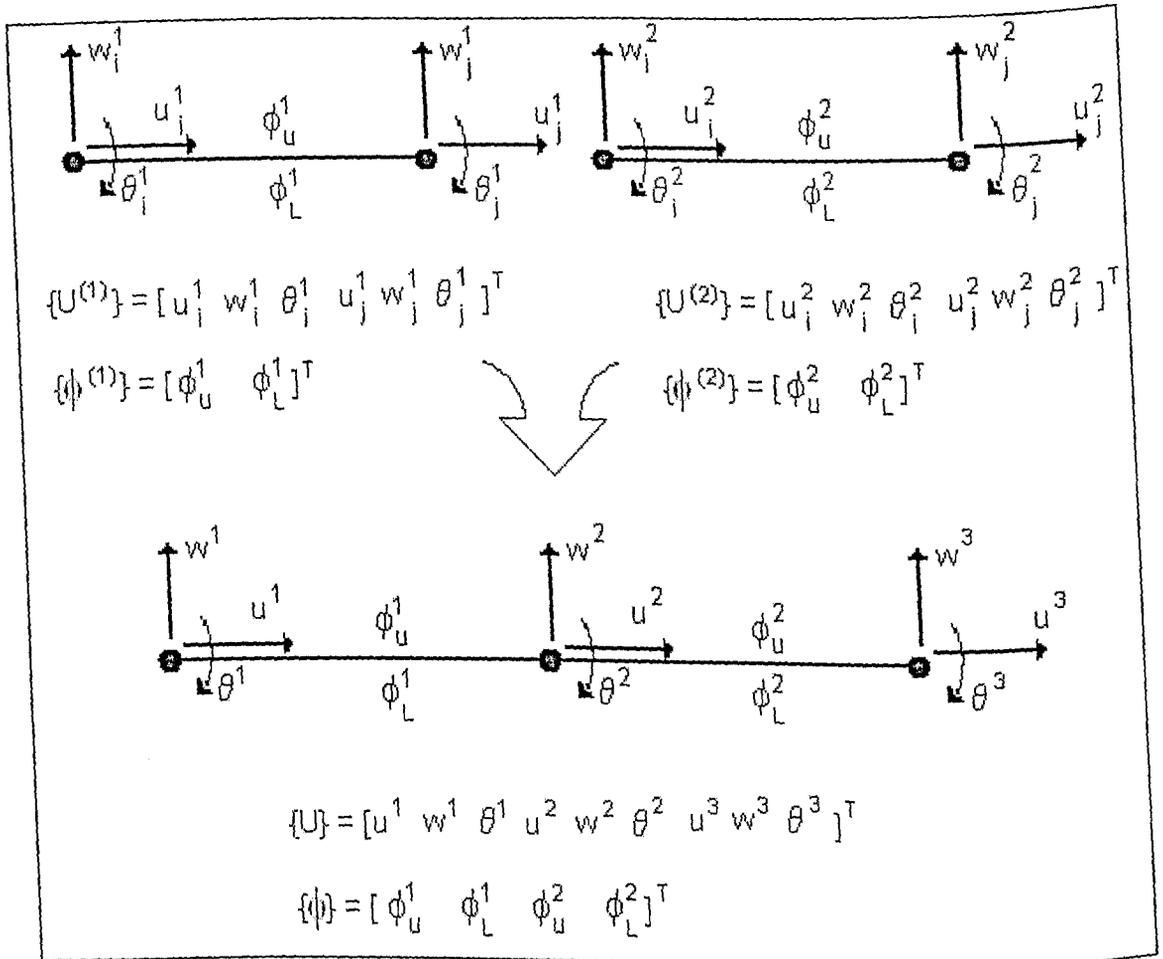


Figura 5.5 - Montagem de dois elementos

Uma etapa prévia ao procedimento de montagem consiste em promover transformações das matrizes elementares para levar em conta o fato que os elementos individuais podem ter orientações diferentes em relação ao sistema de referência global, conforme ilustrado em Figura 5.6. A consideração desta possibilidade é indispensável na modelagem de transportadores lineares considerados neste trabalho, cuja estrutura apresenta-se sob a forma de pórticos planos.

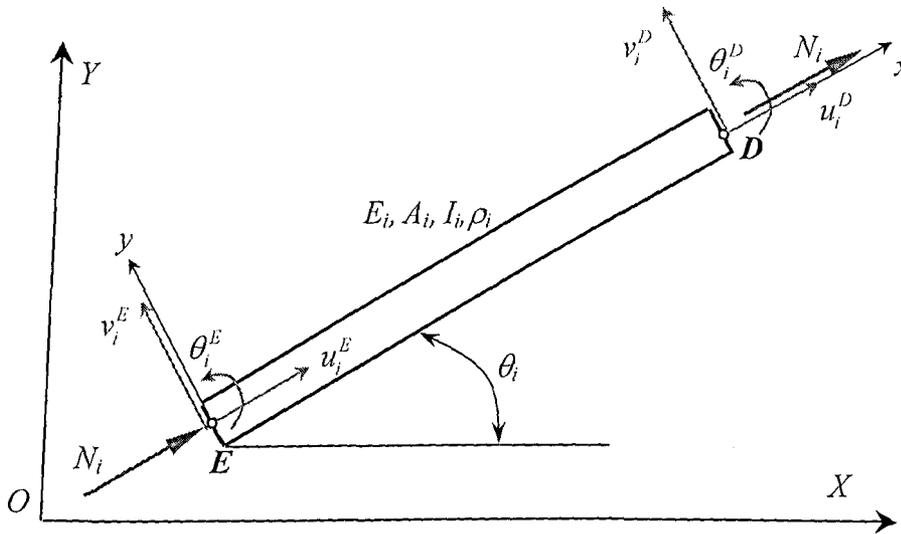


Figura 5.6 – Orientação dos elementos quanto ao sistema de referência global da estrutura

De acordo com Craig Jr. (1995) considerando um elemento orientado segundo o ângulo θ_i , define-se a matriz de transformação geométrica segundo:

$$[Rot] = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

As matrizes elementares referentes aos graus de liberdade estruturais são então transformadas de acordo com as relações:

$$[\tilde{M}_{qq}^{(e)}] = [Rot]^T [M_{qq}^{(e)}] [Rot]$$

$$[\tilde{K}_{qq}^{(e)}] = [Rot]^T [K_{qq}^{(e)}] [Rot]$$

$$[\tilde{K}_{q\phi}^{(e)}] = [Rot]^T [K_{q\phi}^{(e)}]$$

Após o processo de rotação das matrizes elementares as mesmas podem ser incorporadas as matrizes globais através das relações.

$$[\tilde{M}_{qq}] = \sum_{e=1}^{n \text{ elem}} [L_q^{(e)}]^T [\tilde{M}_{qq}^{(e)}] [L_q^{(e)}] \quad (5.31)$$

$$[\tilde{K}_{qq}] = \sum_{e=1}^{n \text{ elem}} [L_q^{(e)}]^T [\tilde{K}_{qq}^{(e)}] [L_q^{(e)}] \quad (5.32)$$

$$[\tilde{K}_{q\phi}] = \sum_{e=1}^{n \text{ elem}} [L_q^{(e)}]^T [\tilde{K}_{q\phi}^{(e)}] [L_\phi^{(e)}] \quad (5.33)$$

$$[\tilde{K}_{\phi\phi}] = \sum_{e=1}^{n \text{ elem}} [L_\phi^{(e)}]^T [\tilde{K}_{\phi\phi}^{(e)}] [L_\phi^{(e)}] \quad (5.34)$$

Nas equações acima as matrizes $[L_q^{(e)}]$ e $[L_\phi^{(e)}]$ expressam a conectividade entre os elementos, estabelecendo relações entre os vetores dos graus de liberdade elementares e dos graus de liberdade globais, da forma:

$$\{U^{(e)}\} = [L_q^{(e)}] \{U\} \quad \{\phi^{(e)}\} = [L_\phi^{(e)}] \{\phi\}$$

Após a imposição das condições de contorno relativas aos graus de liberdade estruturais, o que se faz eliminando as linhas e colunas correspondentes das matrizes $[\tilde{M}_{qq}]$, $[\tilde{K}_{qq}]$, $[\tilde{K}_{q\phi}]$ obtêm-se as equações do movimento em nível global.

$$[M_{qq}] \{\ddot{\Delta}(t)\} + [K_{qq}] \{\Delta(t)\} + [K_{q\phi}] \{\phi(t)\} = \{F_q\} \quad (5.35)$$

$$[K_{\phi q}] \{\Delta(t)\} + [K_{\phi\phi}] \{\phi(t)\} = \{Q\} \quad (5.36)$$

onde $\{\Delta(t)\}$ designa o vetor dos graus de liberdade estruturais "livres", que não são afetados pela imposição das condições de contorno geométricas.

Admitindo que algumas pastilhas piezoelétricas sejam utilizadas como sensores, e outras como atuadores, pode-se modificar as equações (5.35) e (5.36) para caracterizar estas duas condições, como segue:

• Equação do sensor:

Para o sensor não há nenhuma voltagem elétrica aplicada. Assim, de (5.36), com $\{F_\phi\} = \{0\}$, obtém-se:

$$\{\phi_s(t)\} = -[K_{\phi\phi}]^{-1}[K_{\phi q}]\{\Delta(t)\} \quad (5.37)$$

• Equação do atuador:

Para o atuador, da equação (5.35) obtém-se:

$$[M_{qq}]\{\ddot{\Delta}(t)\} + [K_{qq}]\{\Delta(t)\} = \{F_q\} - [K_{q\phi}]\{\phi_A(t)\} \quad (5.38)$$

Eliminando os graus de liberdade elétricos nas equações (5.35) e (5.36), obtém-se o seguinte sistema de equações diferenciais do movimento, exclusivamente em termos dos graus de liberdade estruturais:

$$[M_{qq}]\{\ddot{\Delta}(t)\} + \left([K_{qq}] - [K_{q\phi}][K_{\phi\phi}]^{-1}[K_{\phi q}] \right)\{\Delta(t)\} = \{F_q\} - [K_{q\phi}][K_{\phi\phi}]^{-1}\{F_\phi(t)\} \quad (5.39)$$

A resolução do sistema (5.39) permite determinar a resposta dinâmica do sistema estrutural quando este é simultaneamente excitado por forças nodais externas, representadas pelo vetor $\{F_q\}$ e por cargas elétricas nodais aplicadas aos elementos piezoelétricos, as quais compõem o vetor $\{F_\phi(t)\}$.

5.4 - Implementação computacional do modelo

A formulação desenvolvida na seção anterior foi implementada computacionalmente em ambiente MATLAB®, permitindo contemplar a utilização de pastilhas piezoelétricas com características distintas (material e geometria) aplicadas em ambos os lados da viga-base, ou ainda a utilização de apenas uma pastilha piezoelétrica posicionada de um único lado. Além disso, o modelo implementado permite incluir elementos piezoelétricos com função de sensores ou de atuadores.

O programa computacional desenvolvido foi estruturado para facilitar a sua utilização e reduzir o reprocessamento, visto que a entrada de dados e as matrizes globais necessitam ser

obtidas apenas uma vez, independentemente do número de análises que serão realizadas. Para isso, o programa foi desenvolvido seguindo o fluxograma apresentado na Figura 5.7.

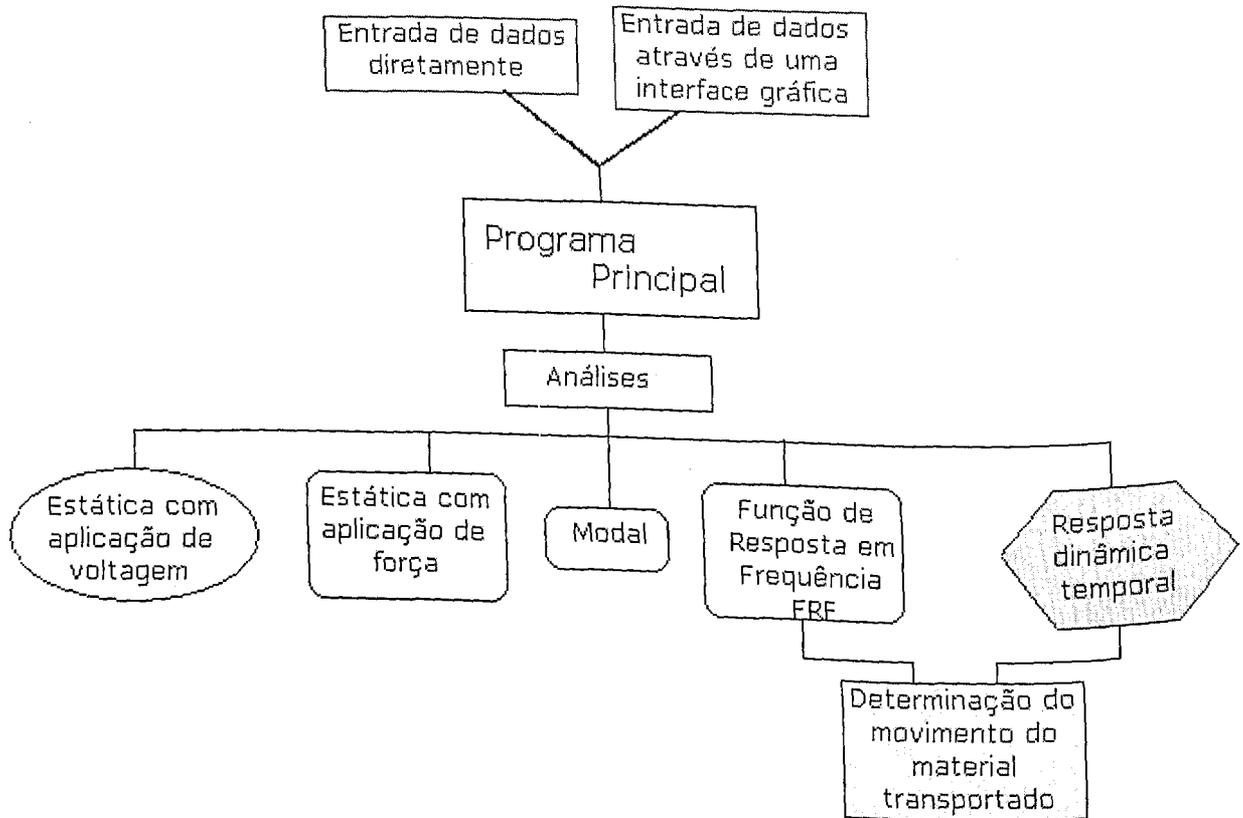


Figura 5.7 – Fluxograma dos programas desenvolvidos

Entrada de dados: A entrada de dados pode se processar de duas formas. Na primeira é utilizada uma interface gráfica, sendo necessário informar as características geométricas da estrutura a ser analisada, o número de elementos em que se deseja dividir cada elemento estrutural e as propriedades físicas da estrutura. O programa adquire os dados fornecidos e gera a malha a ser utilizada, a posição de cada nó e as características de cada elemento da estrutura. A segunda possibilidade é entrar diretamente com a malha e as características dos elementos.

Programa principal: Este programa gera as matrizes elementares e faz a montagem das matrizes globais.

Análises numéricas: Após a obtenção das matrizes globais, pode-se utilizar outros módulos desenvolvidos para realização das seguintes análises numéricas do comportamento da estrutura:

- *Análise estática:* Este módulo possibilita a determinação dos deslocamentos para um esforço externo aplicado à estrutura, permitindo trabalhar estaticamente com as pastilhas piezoelétricas como sensores ou atuadores. No primeiro caso, pode-se calcular as voltagens desenvolvidas nas pastilhas piezoelétricas devidas à deformação da estrutura submetida a forças estáticas externas. Para isso, são resolvidas, sucessivamente, as equações seguintes, derivadas de (5.37) e (5.39), admitindo $\{F_\phi\} = \{0\}$:

$$\left([K_{qq}] - [K_{q\phi}] [K_{\phi\phi}]^{-1} [K_{\phi q}] \right) \{\Delta\} = \{F_q\} \quad (5.40)$$

$$\{\phi_s\} = -[K_{\phi\phi}]^{-1} [K_{\phi q}] \{\Delta\} \quad (5.41)$$

No segundo caso, pode-se aplicar uma voltagem estática nas pastilhas piezoelétricas e determinar o campo de deslocamentos resultante da estrutura, mediante a resolução das equações:

$$[K_{qq}] \{\Delta\} = -[K_{q\phi}] \{\phi_A(t)\} \quad (5.42)$$

- *Análise modal:* Este módulo possibilita a obtenção das freqüências naturais e dos modos naturais de vibração através da determinação dos autovalores e autovetores da estrutura, mediante a resolução do seguinte problema de autovalores associado à Equação (5.39):

$$\left([K_{qq}] - [K_{q\phi}] [K_{\phi\phi}]^{-1} [K_{\phi q}] - \omega_n^2 [M_{qq}] \right) \{\Delta_n\} = \{0\} \quad (5.43.a)$$

onde ω_n e $\{\Delta_n\}$ indicam, respectivamente, a n -ésima freqüência natural e a n -ésima forma modal do sistema com as pastilhas piezoelétricas em circuito aberto. Para o caso em que as pastilhas são curto-circuitadas (o que corresponde à eliminação do efeito piezoelétrico) a equação (5.43) assume a forma:

$$\left([K_{qq}] - \omega_n^2 [M_{qq}] \right) \{\Delta_n\} = \{0\} \quad (5.43.b)$$

- *Análise harmônica:* Este módulo obtém as FRFs (funções de resposta em frequência) da estrutura, as quais representam as amplitudes das respostas harmônicas em regime permanente. A matriz de FRFs é calculada com base na equação:

$$[H(\Omega)] = \left([K_{qq}] - [K_{q\phi}] [K_{\phi\phi}]^{-1} [K_{\phi q}] - \Omega^2 [M_{qq}] \right)^{-1} \quad (5.44)$$

- *Resposta dinâmica no domínio do tempo:* este módulo é destinado a calcular a resposta dinâmica no domínio do tempo, mediante a integração numérica das equações do movimento, expressas por (5.39). Tal integração pode, em princípio, ser feita utilizando diferentes algoritmos, tais como os métodos da família Newmark, que são bastante difundidos na análise dinâmica de estruturas (Bathe, 1996). Neste trabalho, fez-se a escolha pelo método de integração de Runge-Kutta de quarta ordem, que já havia sido testado com sucesso em algumas aplicações envolvendo piezoelectricidade, no qual tem-se a opção de escolha do passo temporal de integração. Como resposta tem-se as histórias em deslocamento, velocidade e aceleração de um ponto qualquer da estrutura.
- *Determinação do movimento do material transportado:* de posse dos valores de deslocamento, velocidade e aceleração obtidos do módulo para resposta dinâmica temporal, ou da FRF, efetua-se a simulação numérica do movimento de uma peça transportada usando o modelo apresentado no Capítulo IV.

5.5 - Modelo implementado no ANSYS® para a validação do modelo desenvolvido em MATLAB®

Objetivando a validação dos procedimentos de modelagem anteriormente desenvolvidos em ambiente MATLAB®, e também considerando a possibilidade de se utilizar outros tipos de elementos para produção de modelos mais detalhados de transportadores vibratórios com acionamento piezoelétrico, foi desenvolvido um procedimento de modelagem utilizando o programa computacional de análise por elementos finitos ANSYS®.

O ANSYS® dispõe de elementos sólidos e elementos planos (admitindo estado plano de tensão ou estado plano de deformação), com capacidade de representar o efeito piezoelétrico, a saber:

- PLANE13 – Elemento plano retangular
- SOLID5 – Elemento sólido retangular de 8 nós

BIBLIOTECA FEDERAL DE UBERLÂNDIA

- SOLID98 - Elemento sólido tetraédrico 10 nós

Neste trabalho, foi feita a opção pelo uso de elementos sólidos para a geração de modelos tridimensionais destinados à análise do comportamento estático e dinâmico do transportador vibratório. Conforme será evidenciado no Capítulo VI, a correlação entre as respostas dinâmicas do modelo bidimensional com aquelas do modelo tridimensional requer certo cuidado, levando-se em conta que, ao contrário do modelo tridimensional, o modelo bidimensional não tem a capacidade de previsão de respostas dinâmicas envolvendo movimento fora do plano do transportador.

Na modelagem do transportador foram utilizados os elementos SOLID5 e SOLID45. Para o SOLID5 é necessária a entrada dos valores das propriedades físicas: densidade, módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson, além da matriz de coeficientes piezoelétricos em termos de deformação $[e]$ e da matriz dielétrica $\begin{bmatrix} \xi^E \\ \xi \end{bmatrix}$, que tem por forma:

$$\begin{bmatrix} \xi^E \\ \xi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \xi_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \xi_{33} \end{bmatrix} \quad (5.45)$$

A entrada dos termos da matriz dielétrica é feita através dos comandos MP,PERX; MP,PERY; MP,PERZ;

A entrada da matriz de módulos piezoelétricos é mais complexa, visto que usualmente os fabricantes fornecem os valores dos coeficientes piezoelétricos em termos de tensão $[d]$. Deve-se então fazer a transformação através da relação (3.12), conforme detalhamento a seguir:

$$\begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \\ e_{41} & e_{42} & e_{43} \\ e_{51} & e_{52} & e_{53} \\ e_{61} & e_{62} & e_{63} \end{bmatrix} = [S]^{-1} \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{bmatrix}^T \quad (5.46)$$

$$\begin{bmatrix} c^E \end{bmatrix} = [S]^{-1} \quad (5.47)$$

$$[S] = \begin{bmatrix} 1/E & -\nu/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & 1/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & -\nu/E & 1/E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2*(1+\nu)/E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2*(1+\nu)/E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2*(1+\nu)/E \end{bmatrix} \quad (5.48)$$

Na modelagem foi considerado o valor do coeficiente de Poisson de 0,33. Neste ponto, é importante destacar que, devido à insuficiência de dados fornecidos pelo fabricante das pastilhas piezoelétricas utilizadas neste trabalho, a anisotropia das cerâmicas PZT não foi considerada na modelagem tri-dimensional, conforme expressa a Equação (5.48). Os resultados das simulações numéricas apresentados mais adiante (em que são comparados resultados provenientes de modelos tridimensionais e modelos baseados na teoria de vigas de Euler-Bernoulli) revelam que, em se tratando da modelagem de estruturas do tipo viga, o efeito da anisotropia tem pouca influencia no comportamento mecânico. Além disso, o PZT em estudo possuía apenas valores para os termos não nulos e_{13} , e_{23} , e_{33} , sendo todos os demais valores iguais a zero. Assim a matriz piezoelétrica dos elementos é incluída no ANSYS® através dos comandos TB,PIEZ,1 TBCDATA,3, e_{13} TBCDATA,6, e_{23} TBCDATA,9, e_{33}

CAPÍTULO VI

Simulações Numéricas por Elementos Finitos do Transportador Vibratório Linear com Acionamento Piezoelétrico

Utilizando a modelagem por elementos finitos de estruturas bidimensionais acionadas por elementos piezoelétricos desenvolvida no Capítulo V, implementada em ambiente MATLAB®, foram realizadas várias simulações numéricas em regime estático e dinâmico para diferentes configurações geométricas de transportadores vibratórios lineares com acionamento piezoelétrico. A título de validação do procedimento de modelagem, os resultados obtidos para o transportador vibratório linear da Figura 6.1 (cujo protótipo foi construído para a avaliação experimental, conforme será apresentado no Capítulo VII) foram comparados com os resultados obtidos utilizando o programa comercial de análise por elementos finitos ANSYS®, no qual foi desenvolvido um modelo, Figuras 6.2 e 6.3, constituído de elementos sólidos do tipo SOLID 45 e SOLID 5 descritos na Seção 5.5.

O transportador é constituído de uma pista de alumínio e molas planas de alumínio. As molas foram construídas especialmente para este transportador, sendo a alumínio escolhido devido à sua resistência à oxidação, facilidade de usinagem e disponibilidade na espessura desejada. A conexão entre as molas e a pista é feita por peças em aço com massa total de 140 gramas cada.

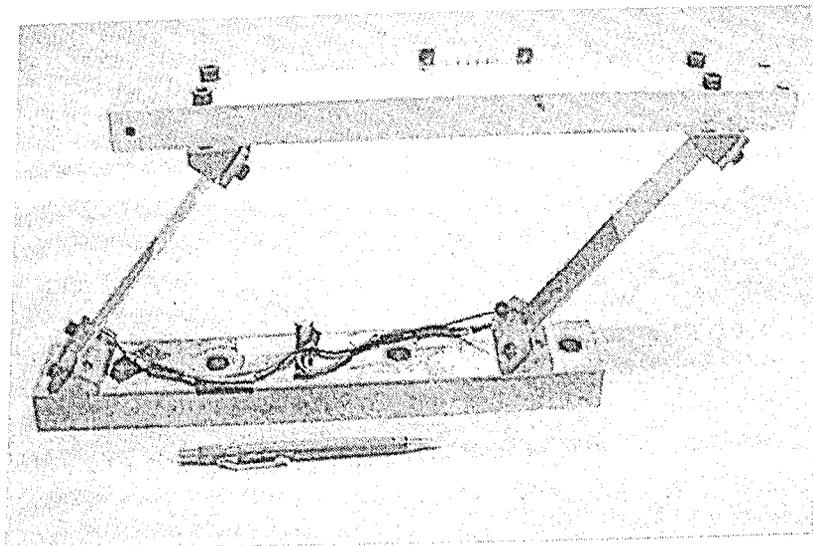


Figura 6.1 – Protótipo do transportador vibratório com acionamento piezoelétrico utilizado.

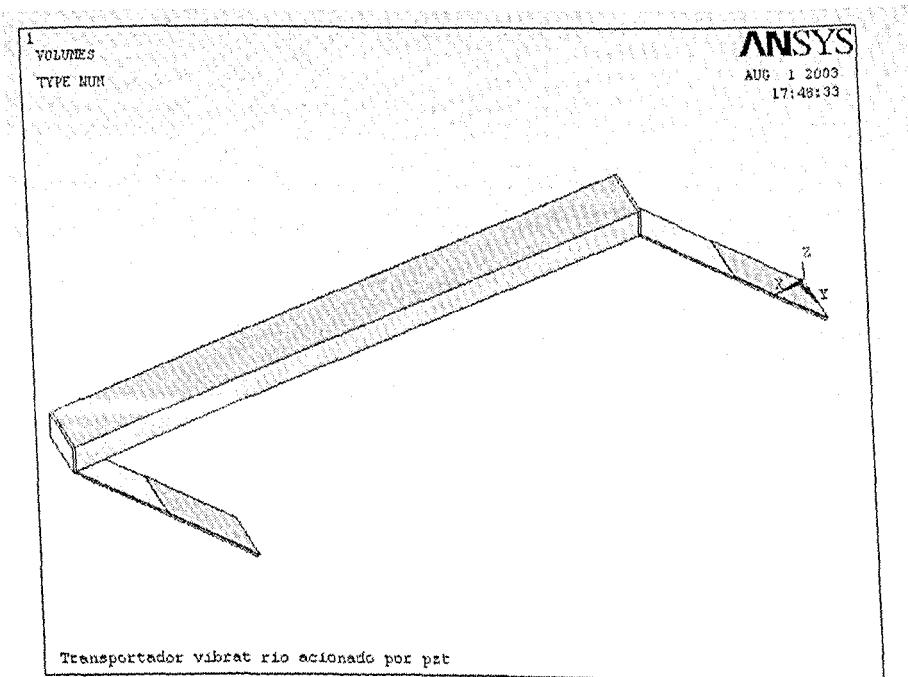


Figura 6.2 – Modelo tridimensional do transportador vibratório implementado no ANSYS®

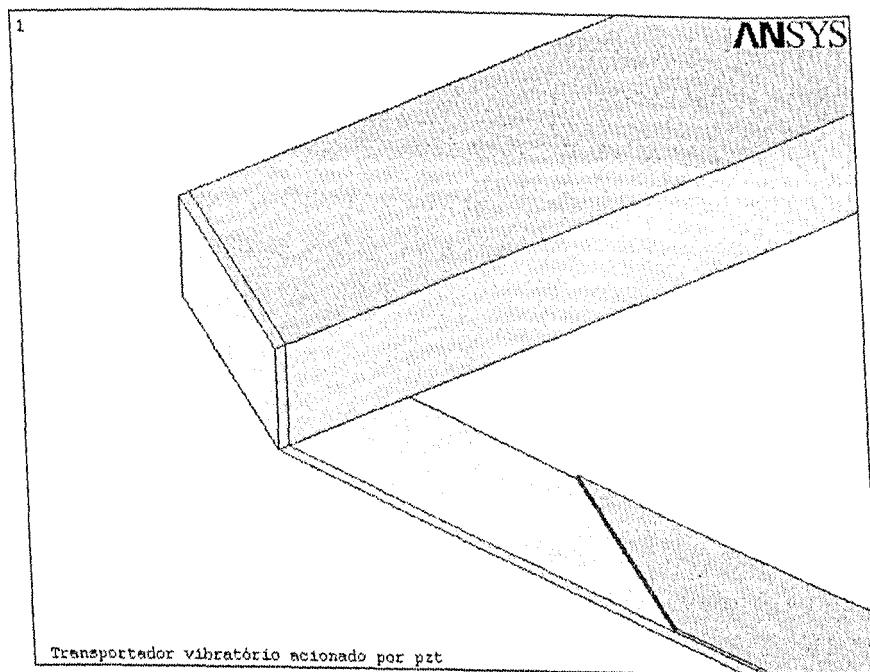


Figura 6.3 – Detalhe do modelo tridimensional do transportador vibratório no ANSYS®

A malha utilizada para discretização no modelo implementado em MATLAB® pode ser observada na Figura 5.1 e a malha empregada na modelagem tridimensional no programa ANSYS® pode ser vista na Figura 6.4. Na discretização das molas do transportador implementado no ANSYS® dividiu-se a espessura em 3 elementos, sendo a divisão na largura e no comprimento suficientes para gerar elementos aproximadamente cúbicos.

Na Tabela 6.1 encontram-se os valores de propriedades físicas dos materiais que constituem as molas, a pista e os acionadores piezoelétricos, utilizadas na geração dos modelos de elementos finitos do transportador.

Tabela 6.1 – Valores dos parâmetros físicos do transportador

	MOLAS	PISTA	ATUADOR
Material	Alumínio	Alumínio	PZT
Modulo de Elasticidade [N/m ²]	0,7x10 ¹¹	0,7x10 ¹¹	0,66x10 ¹¹
Densidade [kg/m ³]	2700	3721*	7800
d ₃₁ [m/v]	--	--	1,9x10 ⁻¹⁰
ε ₃₃ [F/m]	--	--	15,93x10 ⁻⁹

* A massa do sistema de fixação das molas à pista foi acrescida a massa da pista através da elevação de sua densidade de 2700 para 3721, Figura 7.1

Os resultados de simulações numéricas são apresentados a seguir:

6.1 - Análise modal

A análise modal tem por objetivo a determinação dos valores das freqüências, modos naturais e fatores de amortecimento modais do transportador vibratório, sendo realizada mediante a resolução numérica do problema de autovalor associado à Equação 5.39. São consideradas duas situações: na primeira as pastilhas encontram-se com suas duas faces em curto circuito. Isso corresponde à eliminação dos graus de liberdade elétricos (voltagens) na Equação 5.43. Na segunda situação as pastilhas encontram-se em circuito aberto. Desta forma, os graus de liberdade elétricos devem ser considerados e o problema de autovalor associado será a Equação 5.43.

Na Tabela 6.2 são fornecidos os valores das dez primeiras freqüências naturais do transportador vibratório esquematizado na Figura 6.1, calculados a partir do modelo de EF bidimensional nas duas condições consideradas, podendo-se observar a pequena influência da condição circuito aberto/circuito fechado sobre os valores das freqüências naturais, notando-se que a situação de circuito aberto corresponde a um sistema estrutural mais rígido, fato evidenciado pelos valores mais elevados das freqüências naturais.

Tabela 6.2 – Valores das frequências naturais para modelo 2D

PZT curto circuito	PZT circuito aberto	Diferença %
21,78	22,11	1,52
391,85	392,06	0,05
615,12	622,83	1,25
621,17	628,87	1,24
1.141,20	1143,20	0,18
1.747,40	1765,50	1,04
1.751,40	1769,80	1,05
2.109,50	2116,00	0,31
3.010,30	3018,60	0,28
3.417,00	3446,40	0,86

Para efeito de validação do procedimento de modelagem bidimensional, é apresentada na Tabela 6.3, a confrontação dos valores das frequências naturais obtidos como o modelo bidimensional em Matlab® com aquelas obtidas pela modelagem usando o programa ANSYS®, considerando a condição dos elementos piezoelétricos curto-circuitados.

Tabela 6.3 – Frequências naturais considerando a condição de atuadores curto-circuitados.

MODO	FREQUÊNCIA (HZ)		Diferença (%)
	MODELO 3D	MODELO 2D	
1	21,89	21,78	-0,50
2	99,11	---	---
3	306,63	---	---
4	402,00	391,85	-2,52
5	617,94	615,12	-0,46
6	620,67	621,17	0,08
7	966,25	---	---
8	1158,10	1141,12	-1,47
9	1443,40	---	---
10	1735,00	1747,40	0,71

Os valores omitidos das frequências naturais do modelo bidimensional correspondem a modos de vibração contendo componentes de movimento fora do plano do transportador que não podem ser previstos pelo modelo bidimensional. Os campos de deslocamento correspondentes aos cinco primeiros modos naturais de vibração obtidos para o modelo tridimensional são ilustrados nas Figuras 6.4 a 6.8.

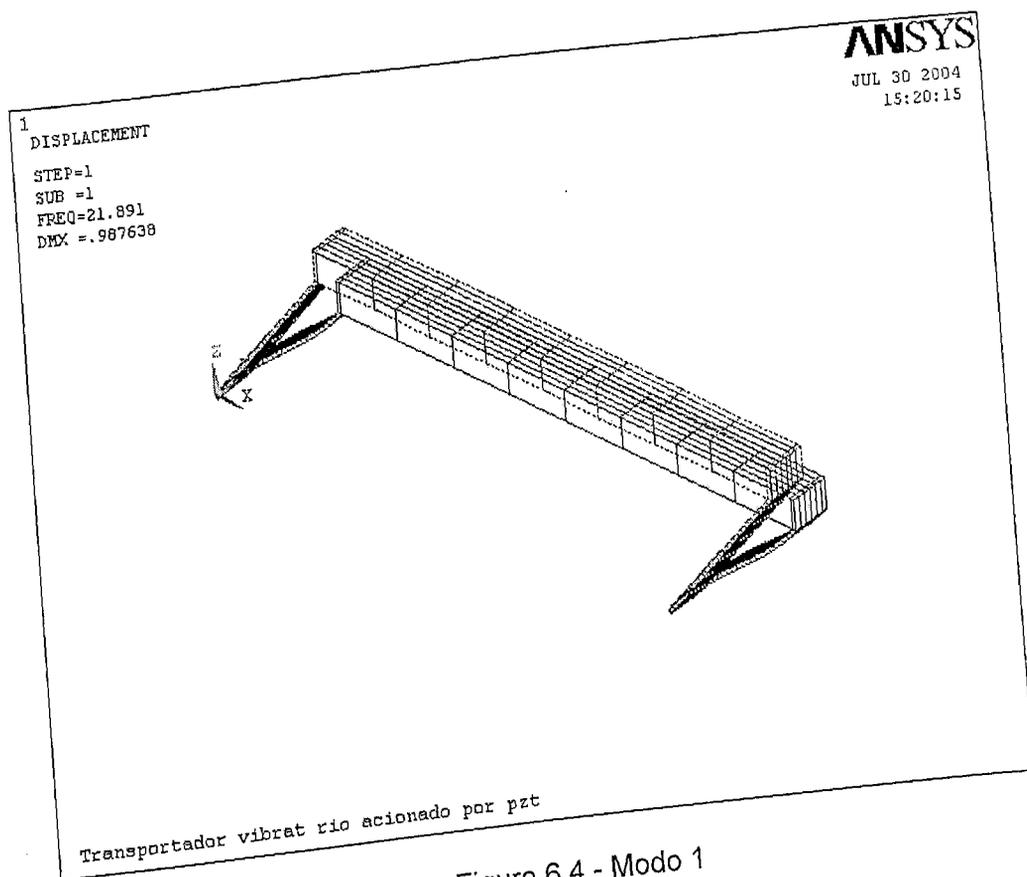


Figura 6.4 - Modo 1

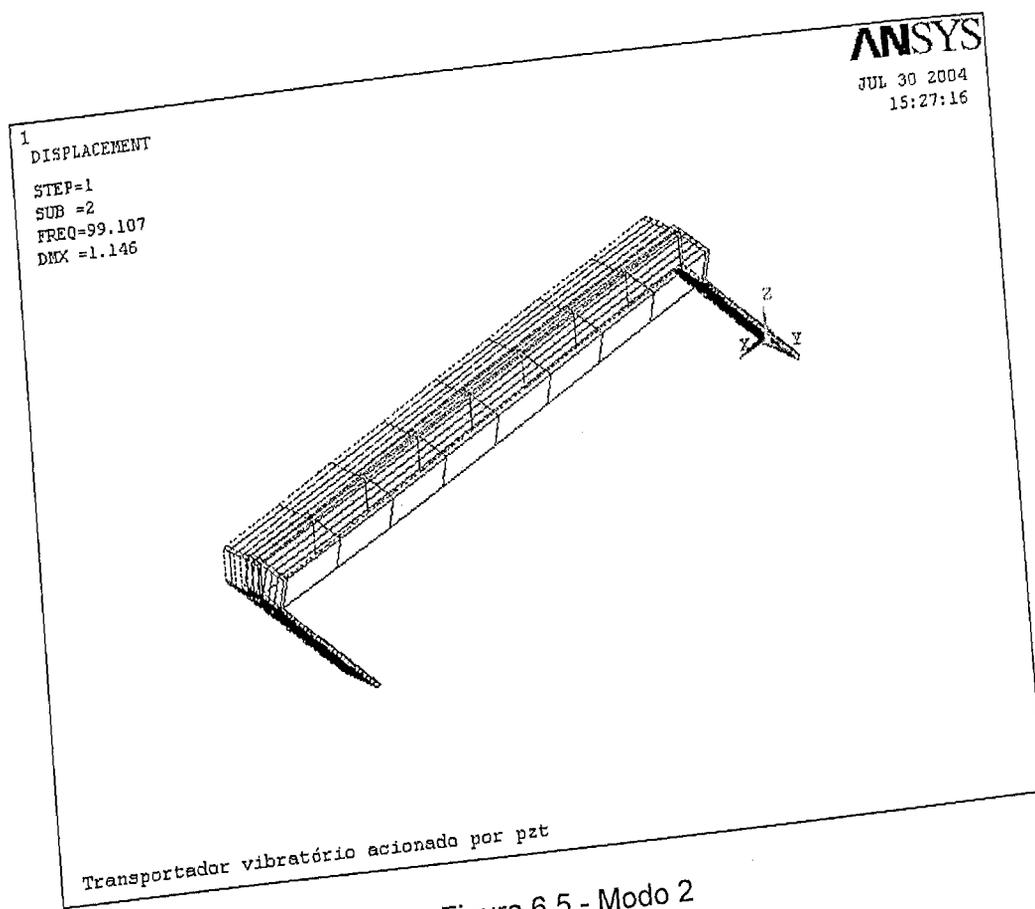


Figura 6.5 - Modo 2

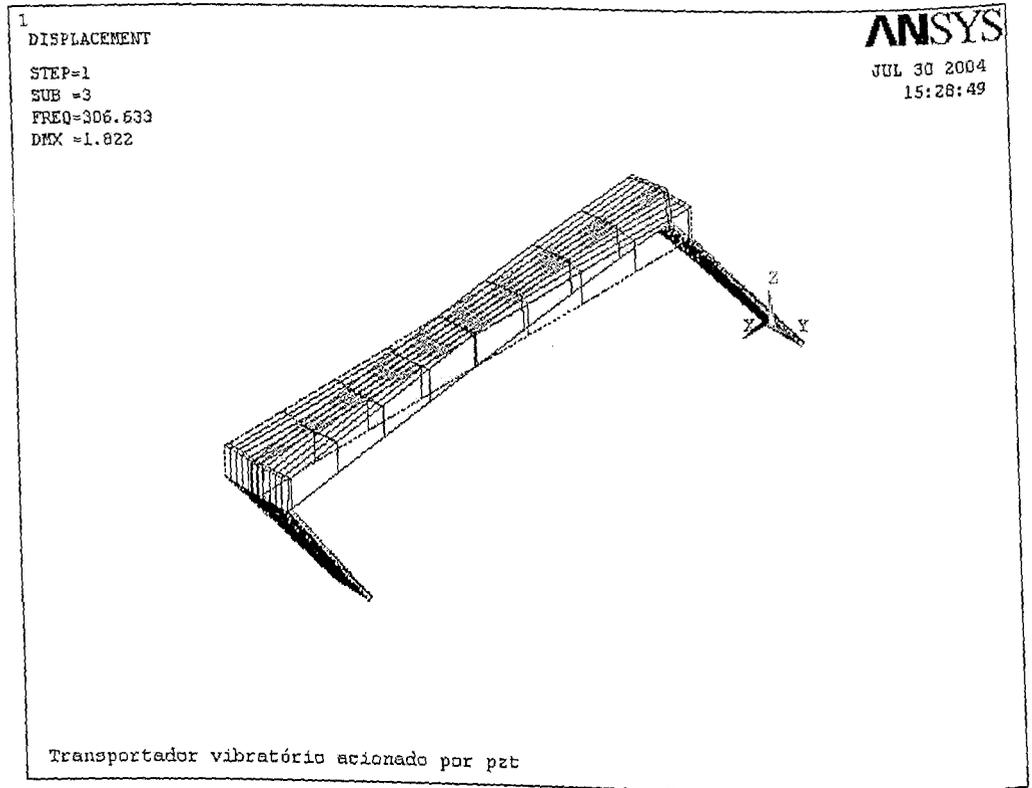


Figura 6.6 - Modo 3

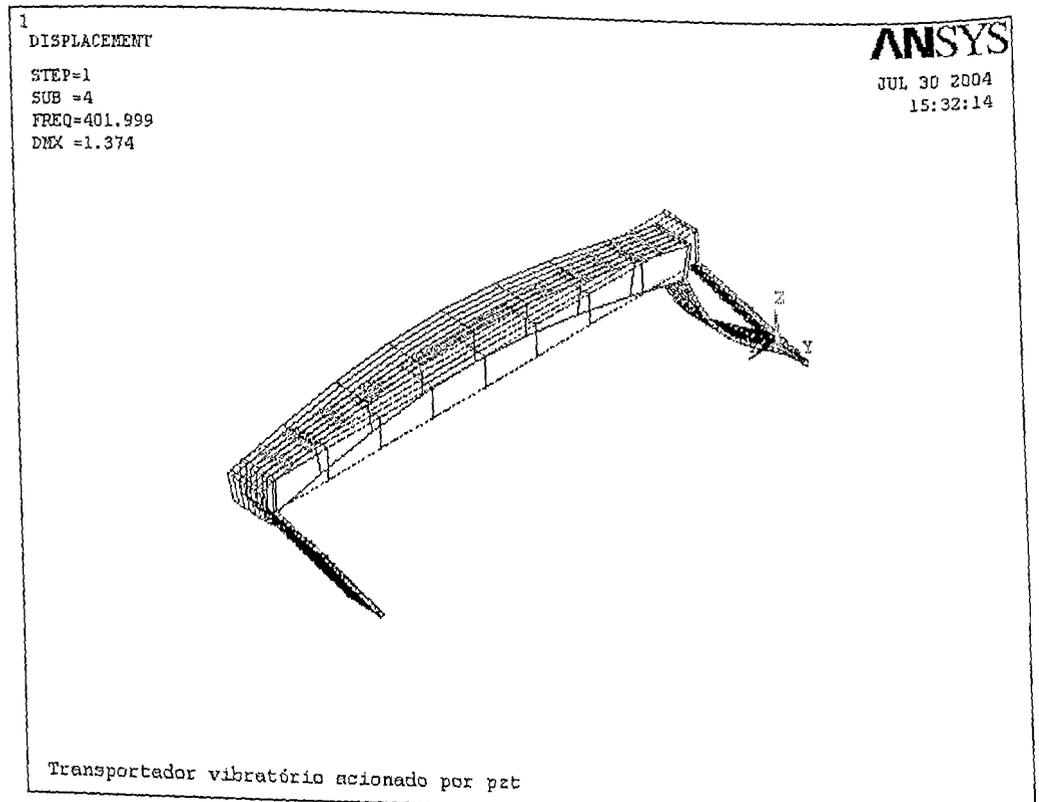


Figura 6.7 - Modo 4

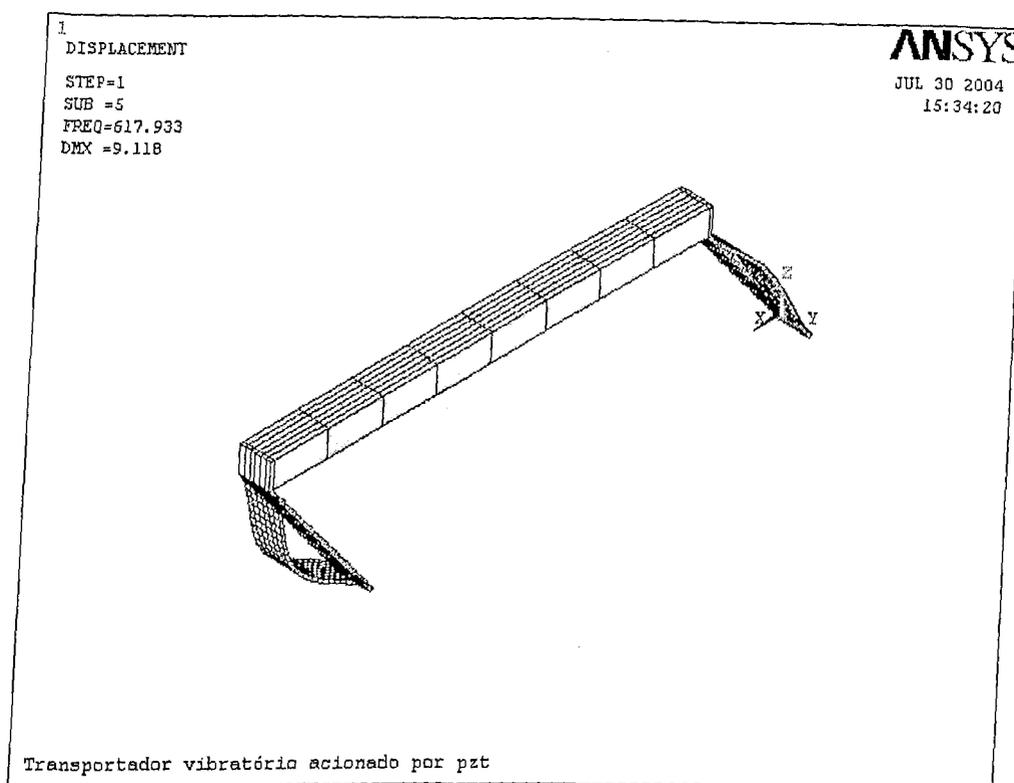


Figura 6.8 - Modo 5

Da análise das formas modais ilustradas nas Figuras 6.4 a 6.8, pode-se verificar que o primeiro modo é o mais importante para a movimentação de material sobre a pista do transportador, correspondendo aproximadamente à vibração de um sistema de um grau de liberdade em que a massa é dada pela massa da pista e a rigidez é dada pela rigidez equivalente de flexão do conjunto de molas. Esta interpretação havia sido evidenciada experimentalmente por Martins (1999).

Apesar dos modelos bidimensional e tridimensional serem bastante distintos entre si no que se refere aos graus de liberdade e às funções de interpolação empregados em cada um deles, observa-se que os resultados obtidos pelos dois procedimentos de modelagem são satisfatoriamente próximos, permitindo concluir que o modelo bidimensional constitui um bom modelo simplificado para a modelagem do comportamento dinâmico do transportador vibratório. O uso deste modelo simplificado permite uma significativa redução do esforço computacional.

6.2 - Análise de resposta em frequência

Considera-se nesta seção a análise de resposta em frequência cuja formulação é apresentada na Seção 5.4.

Utilizando o modelo bidimensional, considerando uma excitação sob a forma de voltagem elétrica aplicada às pastilhas piezoelétricas, foi obtida a função de resposta em frequência correspondente ao deslocamento do nó 6 na direção x (ver Figura 6.2). As amplitudes desta FRF são apresentadas nas Figuras 6.9 e 6.10, para duas situações: sistema sem amortecimento e com amortecimento. A utilização de amortecimento tornou-se necessária por se trabalhar próximo de uma frequência natural do transportador, e o amortecimento foi obtido de análise experimental através do método da banda de meia potência aplicado às FRFs apresentadas no Capítulo VII. Pelo fato do amortecimento ser baixo só se pode verificar diferença entre a FRF amortecida e sem amortecimento nas proximidades das frequências naturais, como pode ser visto na Figura 6.10. Pode-se observar que os picos da FRF correspondem às frequências naturais do transportador vibratório para as pastilhas de PZT em circuito aberto, dadas na Tabela 6.3. Foi também observada uma anti-ressonância em aproximadamente 230 Hz.

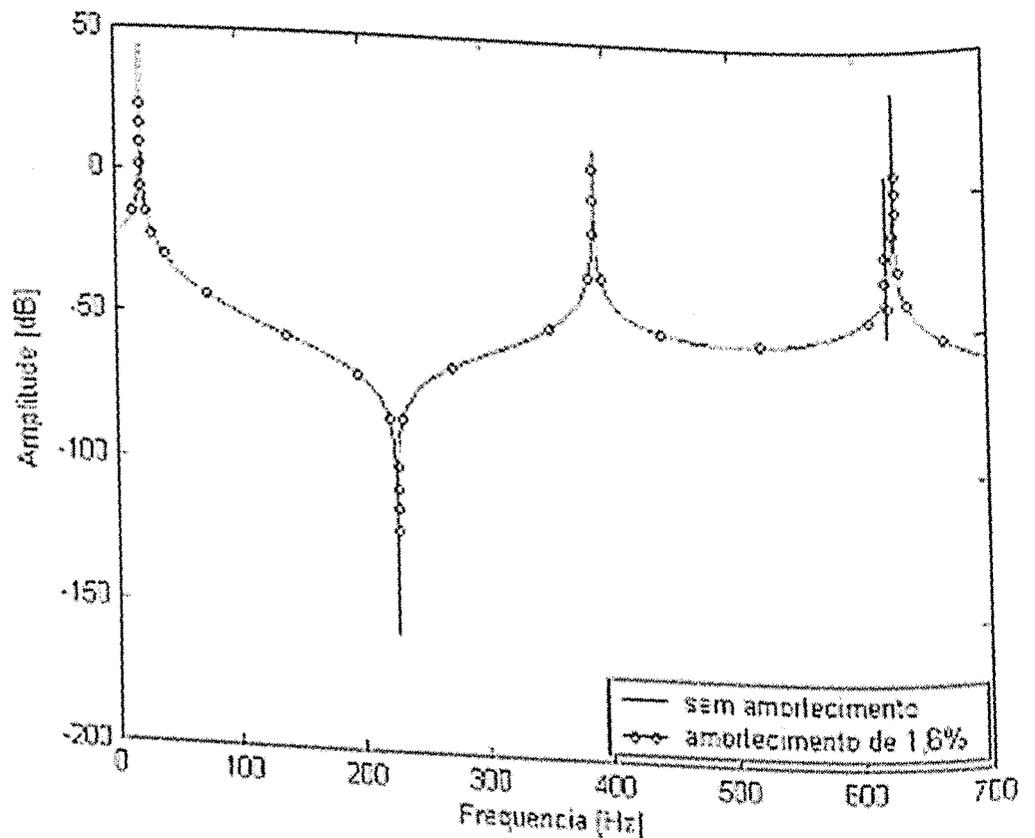


Figura 6.9 – Amplitudes da FRF correspondente ao deslocamento horizontal do nó 6, devido a uma voltagem aplicada nas pastilhas piezoelétricas.

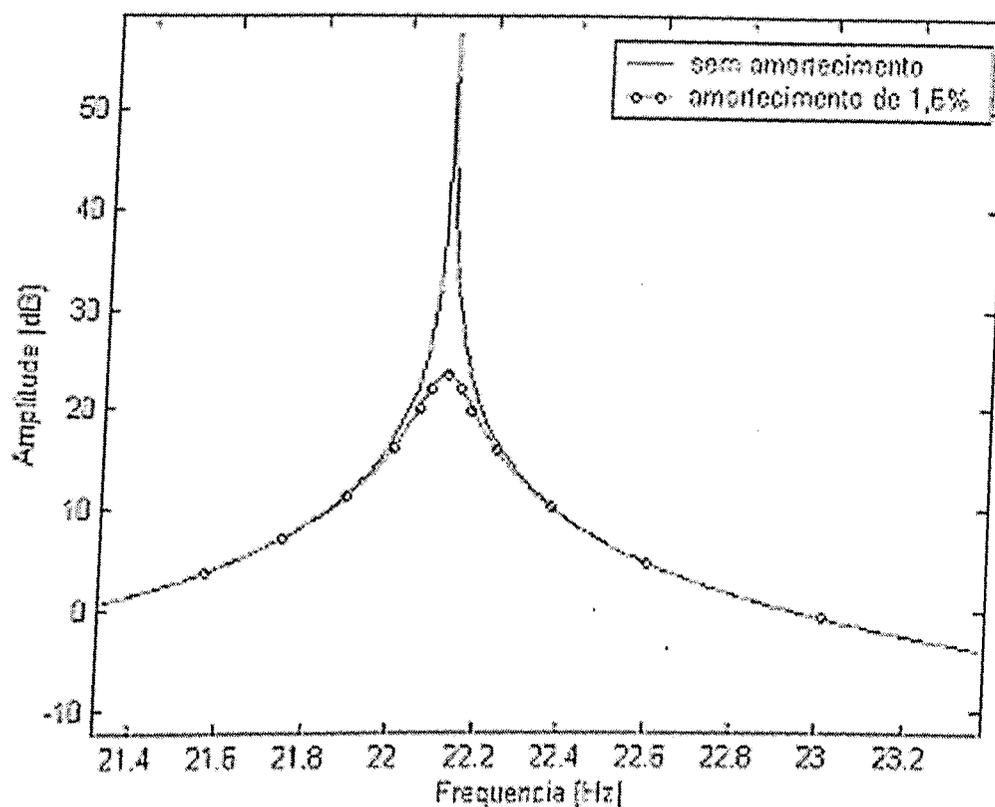


Figura 6.10 – Detalhamento da FRF correspondente ao deslocamento horizontal do nó 6, devido a uma voltagem aplicada às pastilhas piezoelétricas, na vizinhança da primeira frequência natural.

A Tabela 6.4 traz a comparação, para a condição de elementos piezoelétricos em circuito aberto, entre os valores das frequências naturais obtidas pela análise modal descrita na Seção 6.1 e os valores correspondentes obtidos na análise harmônica, as quais correspondem aos valores das frequências para os quais observam-se os picos de ressonância da FRF ilustrada na Figura 6.9.

Tabela 6.4 – Comparação dos valores das frequências naturais

FREQUENCIAS NATURAIS (Hz)		
Análise harmônica	Análise Modal	Diferença (%)
22,11	22,11	0
392,06	392,06	0
622,83	622,83	0
628,87	628,87	0

Prosseguindo com o processo de validação do modelo implementado em ambiente MATLAB®, especialmente no tocante à modelagem do efeito piezoelétrico, a análise harmônica foi também conduzida utilizando o modelo tridimensional elaborado no programa ANSYS®. As amplitudes das FRFs obtidas com o modelo implementado em MATLAB® e com o programa em ANSYS® são confrontadas na Figura 6.11, que mais uma vez revela a concordância satisfatória entre os resultados obtidos através dos dois procedimentos de modelagem.

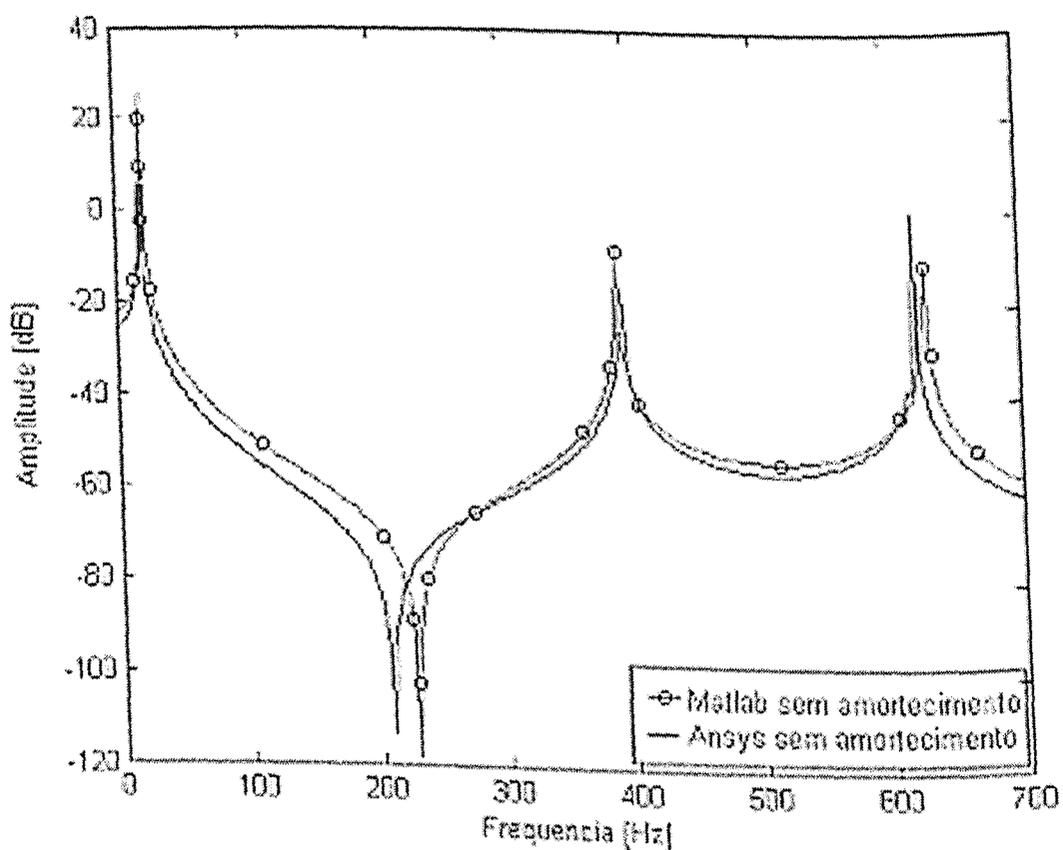


Figura 6.11 – Confrontação das amplitudes das FRFs correspondentes ao deslocamento horizontal do nó 6, devido a uma voltagem aplicada nas pastilhas piezoelétricas.

6.3 - Análise dinâmica no domínio do tempo

No âmbito do trabalho de pesquisa aqui reportado, a análise dinâmica do transportador vibratório no domínio do tempo é indispensável para a caracterização do movimento do material transportado, de acordo com o modelo considerado na Seção 5.4. Este tipo de análise é ilustrado nesta seção.

Aplicando uma voltagem com variação harmônica com frequência de 21,61Hz (valor próximo ao da primeira frequência natural do transportador) e amplitude de 100 V nas pastilhas piezoelétricas das molas à esquerda da Figura 6.1, utilizando o modelo bidimensional

implementado em MATLAB® obteve-se, por integração numérica das equações do movimento (5.39), as histórias temporais de deslocamento, velocidade e aceleração em cada nó do modelo de elementos finitos, tendo sido utilizado o método de Runge-Kutta de 4ª ordem para integração numérica. Nesta análise foi acrescentado um amortecimento de 1,6% para se permitir uma comparação entre a simulação numérica e os resultados experimentais. O amortecimento foi obtido utilizando banda de meia potência nos resultados experimentais. As Figuras 6.12 a 6.14 ilustram os resultados correspondentes aos deslocamentos horizontal e vertical do nó 6 do modelo bidimensional, ilustrado na Figura 6.1.

A Figura 6.15 apresenta o detalhamento da resposta temporal ilustrada na Figura 6.12, permitindo observar a variação harmônica do movimento do transportador vibratório na condição de regime permanente.

As histórias temporais da velocidade e aceleração são ilustradas nas Figuras 6.16 e 6.17, respectivamente.

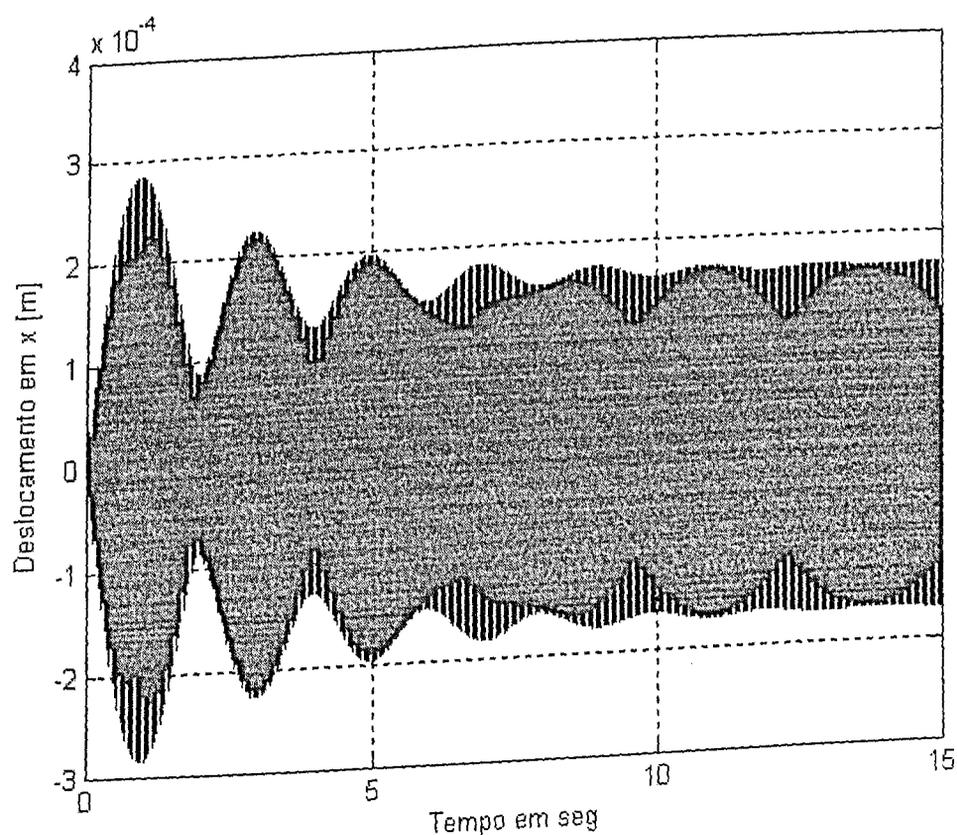


Figura 6.12 - História de deslocamento do nó 6 na direção horizontal.

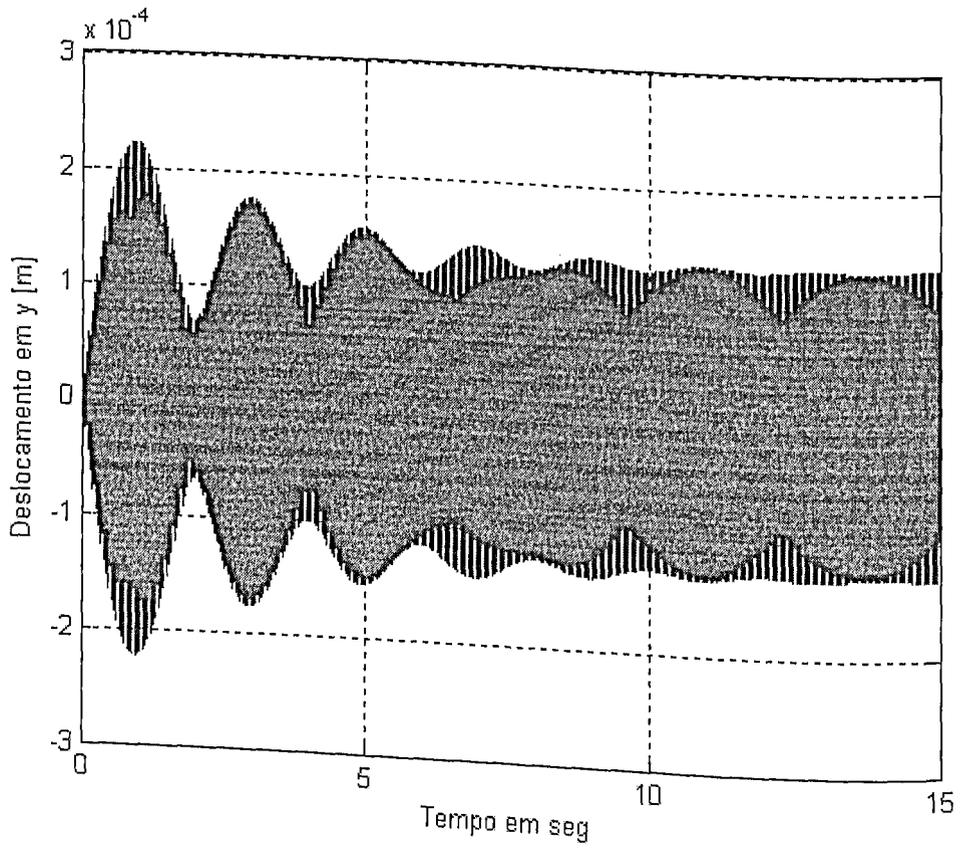


Figura 6.13 - História de deslocamento do nó 6 na direção vertical.

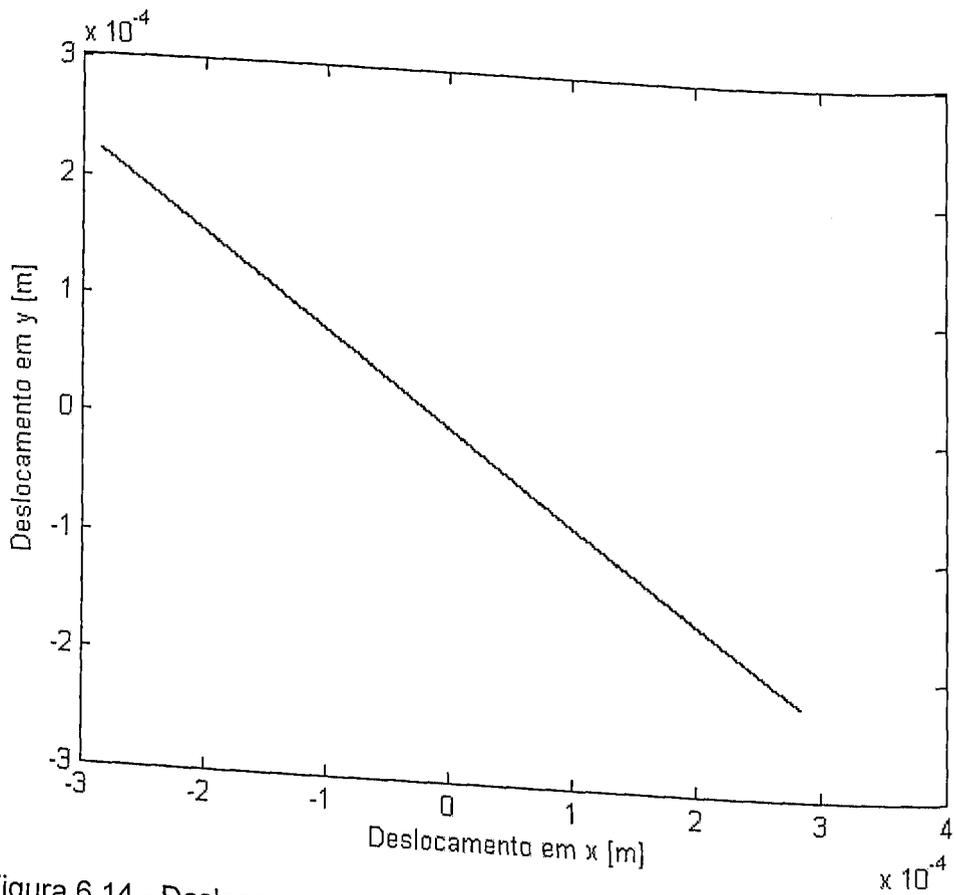


Figura 6.14 - Deslocamento horizontal versus deslocamento vertical do nó 6.

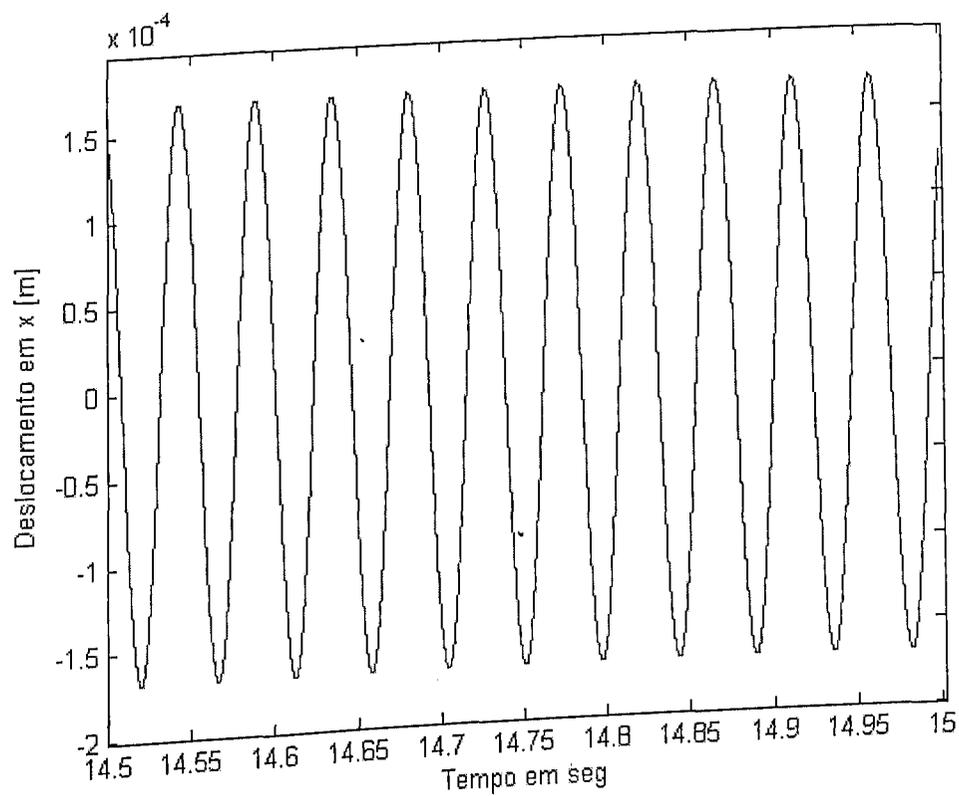


Figura 6.15 – Detalhamento da história de deslocamento do nó 6 na direção horizontal.

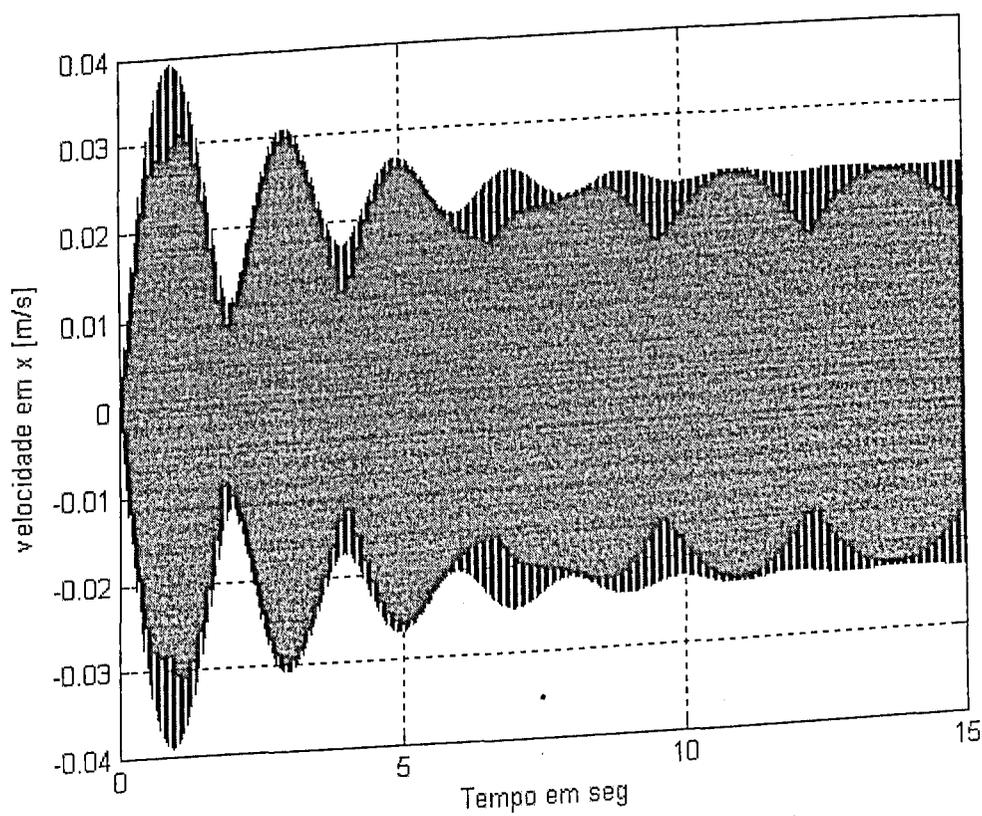


Figura 6.16 - História de velocidade do nó 6 na direção horizontal.

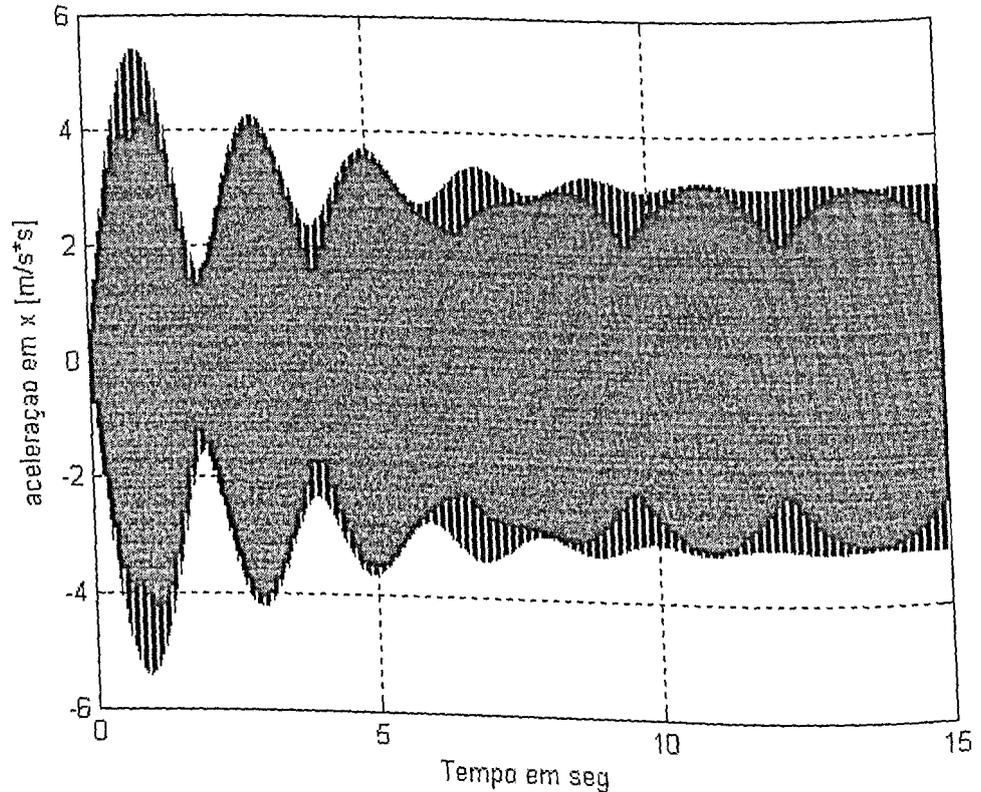


Figura 6.17 - História de aceleração do nó 6 na direção horizontal.

Para validação do módulo de análise dinâmica no domínio do tempo, os valores das amplitudes em regime permanente obtidas para diferentes valores da frequência de excitação foram comparados aos valores das amplitudes da FRF calculadas na análise harmônica, esta comparação encontra-se na Tabela 6.5.

Tabela 6.5 – Valores de amplitudes do deslocamento através de análise harmônica e temporal

Frequência de excitação	Análise Harmônica	Análise no domínio do tempo	Diferença (%)
21,61	$1,684 \times 10^{-4}$	$1,685 \times 10^{-4}$	0,06
22,01	$7,275 \times 10^{-4}$	$7,265 \times 10^{-4}$	-0,14
22,11	$14,900 \times 10^{-4}$	$14,89 \times 10^{-4}$	-0,07
22,21	$7,355 \times 10^{-4}$	$7,345 \times 10^{-4}$	-0,14
22,61	$1,652 \times 10^{-4}$	$1,651 \times 10^{-4}$	-0,06

A proximidade observada entre os valores das amplitudes de movimento obtidas em ambas as análises revelam a coerência entre os dois módulos de cálculo e constitui mais um elemento para a validação do procedimento de modelagem implementado.

6.4 - Simulação do movimento do material sobre a pista do transportador

Os módulos de análise harmônica e análise no domínio do tempo possibilitam a obtenção do movimento vibratório (em termos das histórias em deslocamento, velocidade e aceleração) dos pontos da pista do transportador vibratório em estudo. De posse destes dados, e considerando a frequências de excitação próximas à primeira frequência natural do transportador, pode-se adotar, para simplificação, a hipótese que a pista se comporta como um corpo rígido deslocando-se exclusivamente na direção horizontal, atribuindo-se o mesmo movimento oscilatório a todos os seus pontos. Observe-se que a admissão desta hipótese foi possível devido ao acionamento ser feito nas duas molas, gerando simetria de excitação. A combinação dos resultados da análise cinemática do transportador com o modelo de movimento das peças transportadas, apresentado no Capítulo IV, permitem avaliar as características cinemáticas do movimento de uma peça isolada ao longo da pista, em termos das histórias em deslocamento, velocidade e aceleração.

Os resultados obtidos através deste procedimento são apresentados nas Figuras 6.18 a 6.23, para uma excitação elétrica de amplitude 100 V e frequência 21,61Hz aplicada em ambas pastilhas piezoelétricas, sendo esta frequência próxima à primeira frequência natural do transportador. Todas as análises são feitas para condições de movimento permanente, adotando-se um valor do coeficiente de atrito de 0,2. Para permitir uma melhor visualização dos tipos de movimento neste regime, apresentam-se os resultados referentes a períodos curtos do movimento no intervalo de 14,6 e 15 segundos.

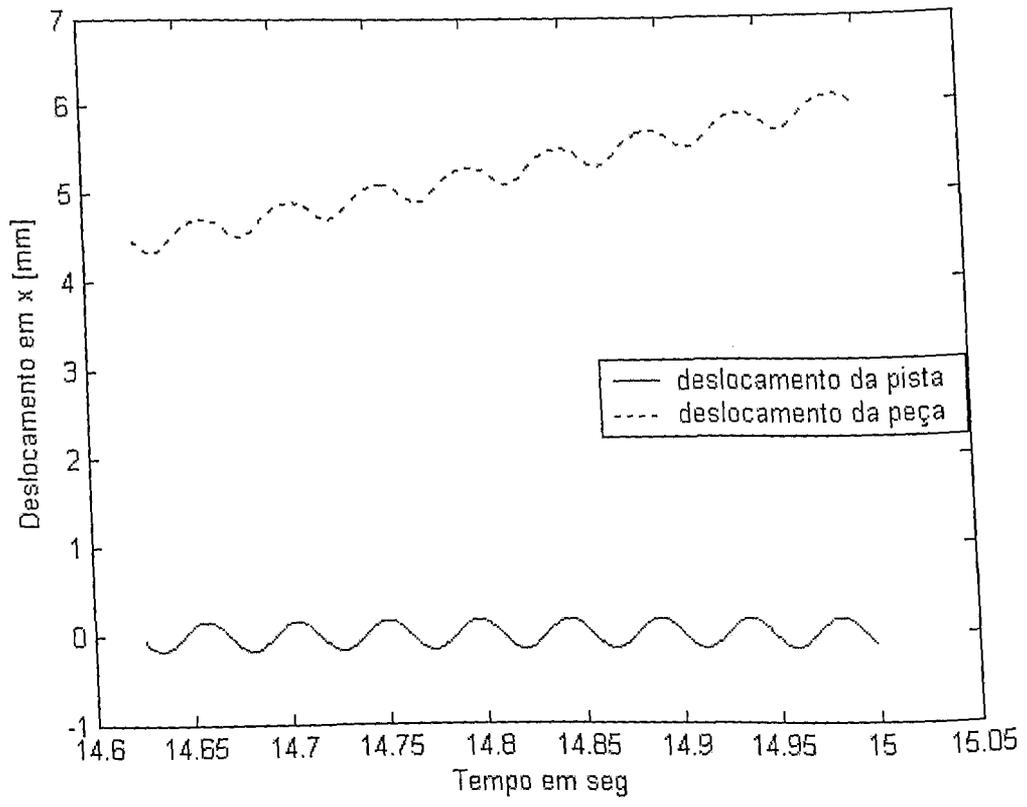


Figura 6.18 – Histórias em deslocamento da peça e da pista na direção horizontal X

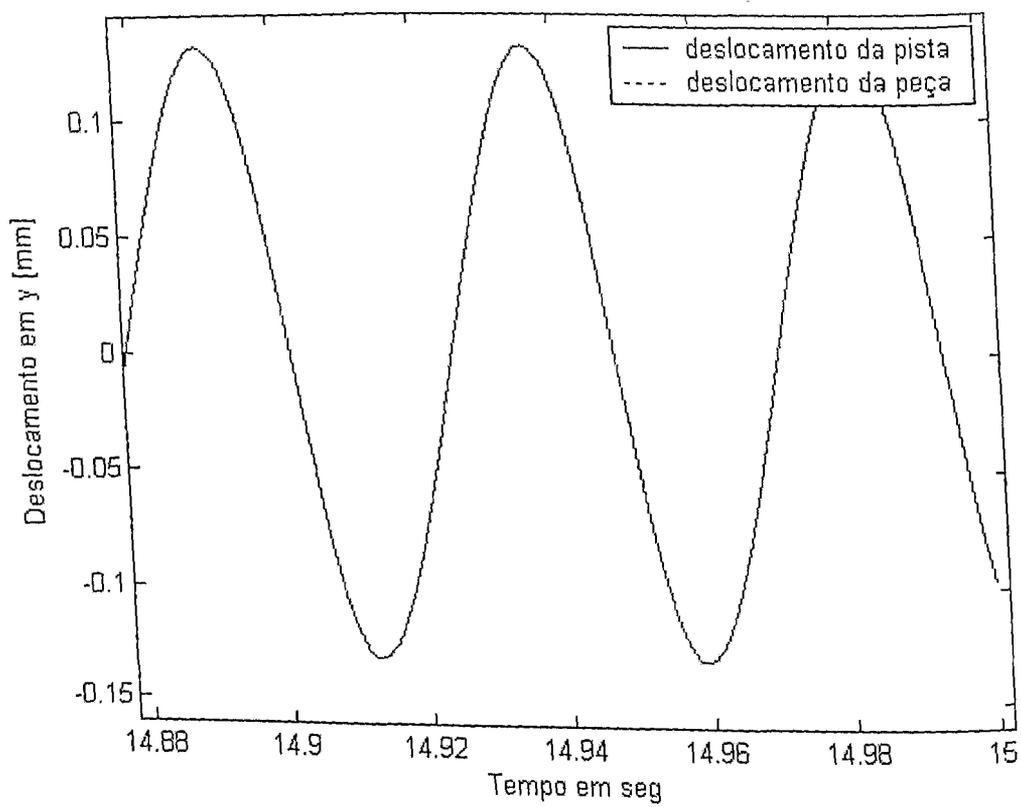


Figura 6.19 - Histórias em deslocamento da peça e da pista na direção vertical

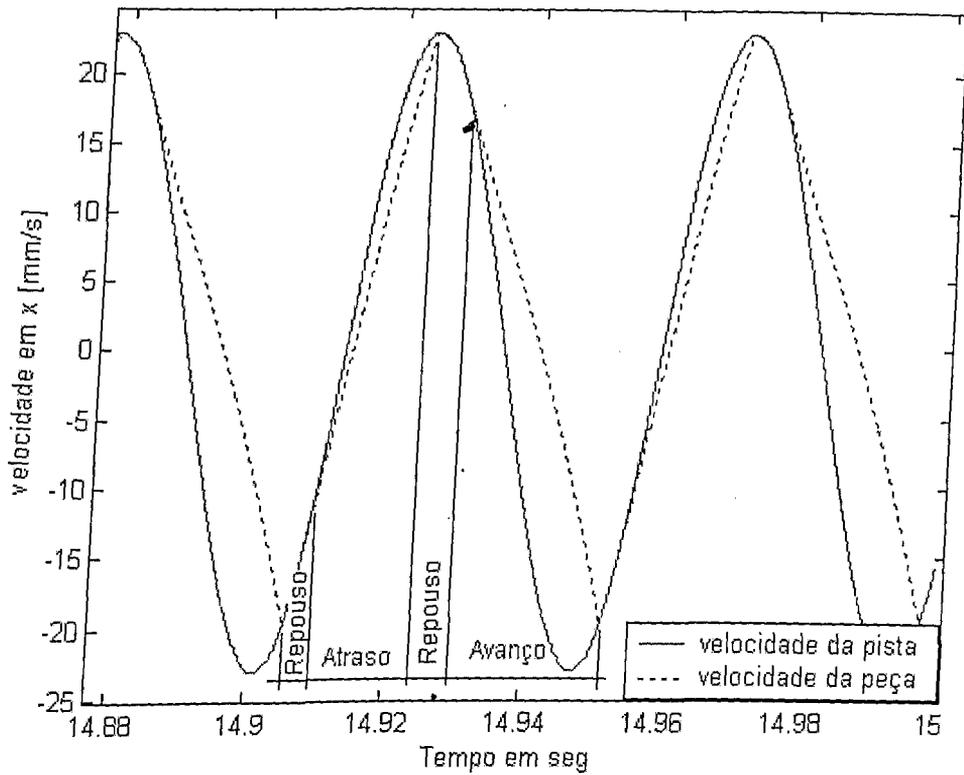


Figura 6.20 - Histórias em velocidade da peça e da pista na direção horizontal

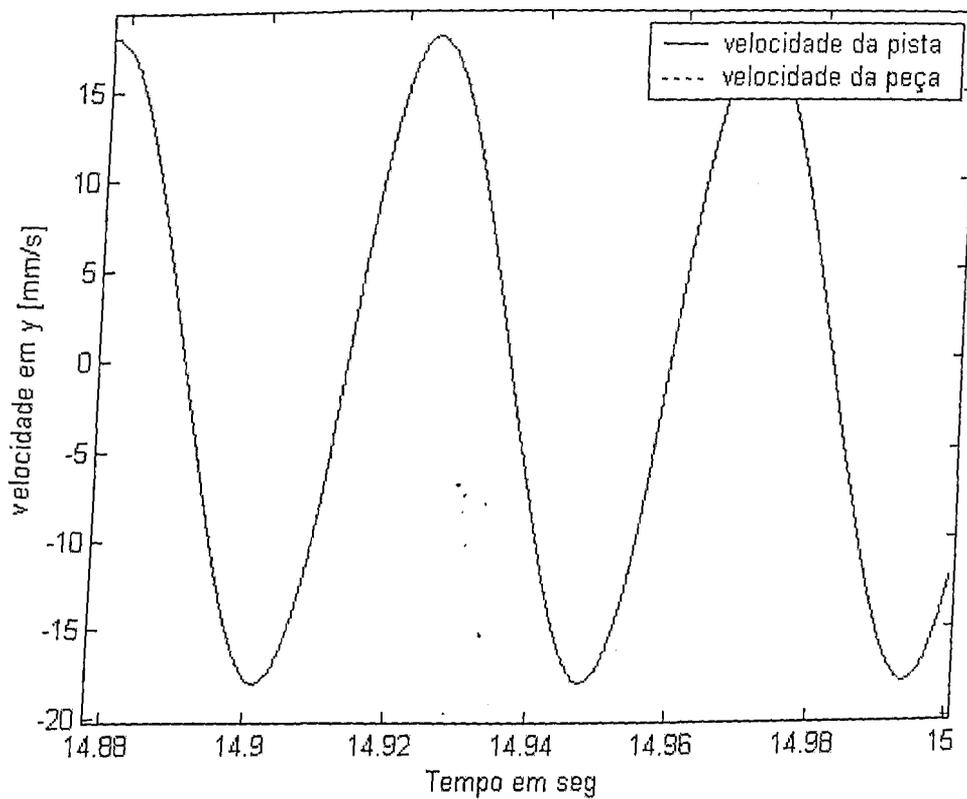


Figura 6.21 - Histórias em velocidade da peça e da pista na direção vertical

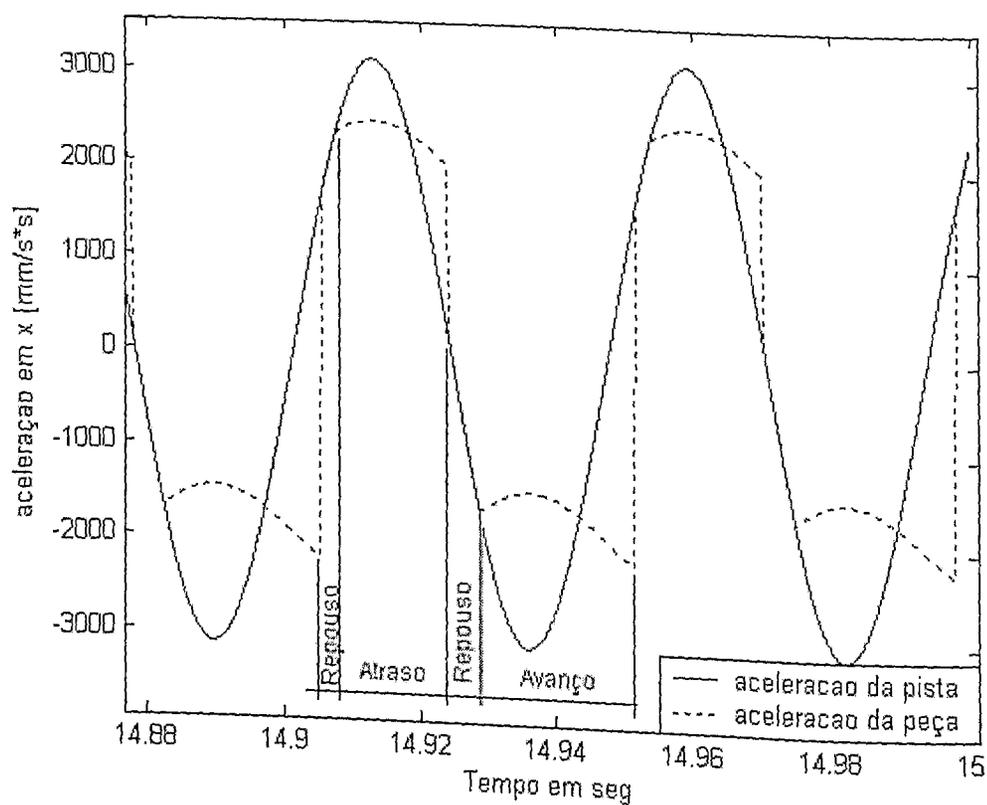


Figura 6.22 - Aceleração da peça na direção horizontal

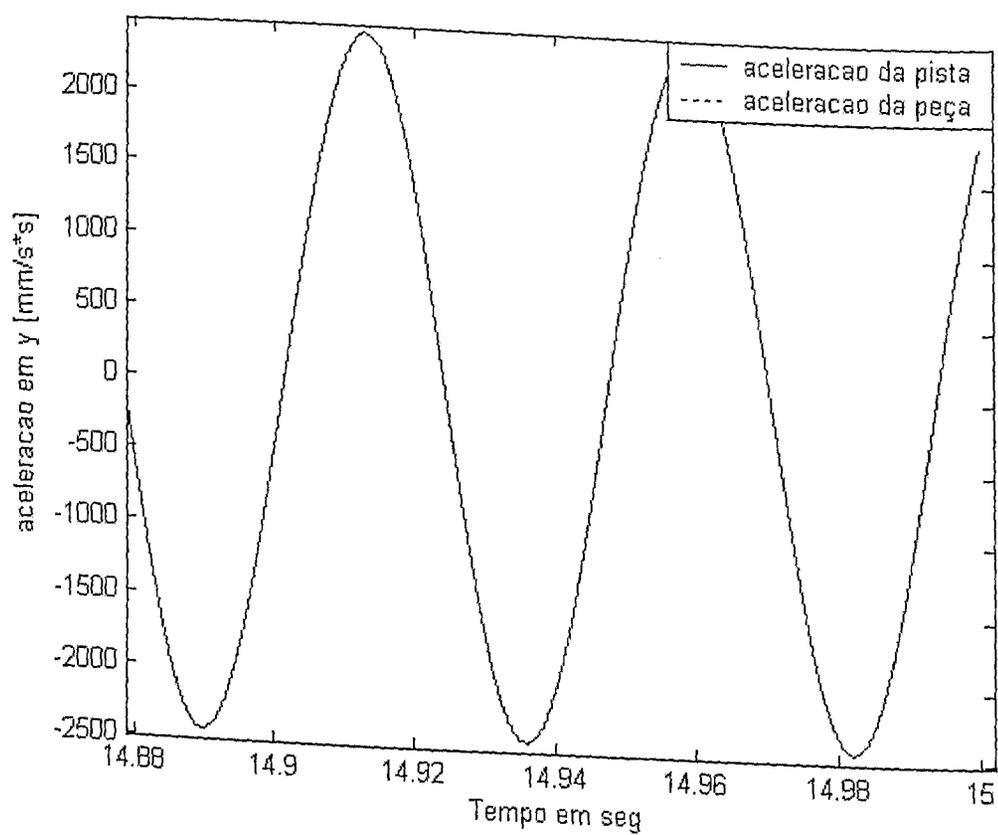


Figura 6.23 - Aceleração da peça na direção vertical.

Pode-se observar, na Figura 6.18, que ocorre deslocamento horizontal da peça ao longo da pista do transportador, enquanto a pista realiza um movimento oscilatório, fato que evidencia o efetivo transporte e valida a concepção do transportador vibratório acionado por pastilhas piezoelétricas.

A análise dos resultados obtidos permite identificar os diferentes tipos de movimento da peça transportada, descritos no Capítulo IV. Nas Figuras 6.19, 6.21 e 6.23, verificam-se deslocamento, velocidade e aceleração vertical idênticos para a pista e a peça transportada, o que indica não haver desprendimento da peça em relação à pista (fase de vôo). Nas figuras 6.20 e 6.22 pode-se identificar a ocorrência de recuo relativo, repouso relativo e avanço relativo da peça em relação à pista do transportador.

Uma análise da Figura 6.20 permite observar que a área entre a curva de velocidade da peça transportada e o eixo dos tempos é predominante para valores positivos da velocidade, fato que se traduz por um deslocamento da peça no sentido positivo do eixo x (avanço ao longo da pista) no intervalo de tempo da simulação.

Quanto à Figura 6.22, percebe-se que a curva de aceleração da peça delimita áreas aproximadamente iguais acima e abaixo do eixo dos tempos, indicando uma aceleração média e igual a zero e, portanto, uma velocidade média constante. Isto indica que o movimento da peça se faz em regime permanente.

CAPÍTULO VII

Construção e Ensaio Experimentais de um Protótipo de Transportador Vibratório Linear Com Acionamento Piezoelétrico

Utilizando o modelo de elementos finitos do transportador vibratório acionado por pastilhas piezoelétricas, apresentado no Capítulo 5, em combinação com o modelo matemático de movimento de peças sobre o transportador, foram realizadas várias simulações numéricas com o intuito de se obter um conjunto de configuração geométrica e características físicas de um protótipo de transportador, o qual foi construído e ensaiado em laboratório conforme descreve-se nas seções seguintes.

O estudo experimental objetivou a comprovação definitiva da possibilidade de se promover o transporte de peças por meio do acionamento piezoelétrico, que já havia sido evidenciada nas simulações numéricas apresentadas no Capítulo 6. Em outras palavras, buscou-se comprovar que, com o acionamento piezoelétrico, pode-se obter níveis suficientes de vibração para a manutenção do movimento do material transportado ao longo da pista.

O estudo experimental permitiu ainda avaliar diversas características operacionais do transportador vibratório, incluindo a influência da frequência de alimentação elétrica no movimento do material transportado.

7.1 - Construção do protótipo

Para o protótipo do transportador vibratório linear com acionamento piezoelétrico foi tomada como configuração-base um transportador já existente, acionado por mecanismo motor-biela-manivela, anteriormente estudado por Martins (2001). O sistema original de acionamento e as molas do transportador foram substituídos por molas de alumínio com pastilhas piezoelétricas de PZT (Zirconato Titanato de Chumbo) a elas coladas.

O PZT foi escolhido para o acionamento do transportador devido à sua conhecida característica de elevada capacidade de geração de esforços e de maior eficiência na transformação de energia elétrica em mecânica (elevado fator de acoplamento eletromecânico).

Na busca por uma configuração adequada do protótipo do transportador vibratório foi considerada uma única configuração de pista, considerando-se a possibilidade de variação da

espessura das molas e das pastilhas piezoelétricas, levando-se em consideração as medidas comerciais tanto do alumínio quanto das pastilhas de PZT.

O estudo realizado com base na modelagem numérico-computacional levou a conclusão que uma configuração adequada consistiria na utilização de molas de alumínio com espessura de $3/32''$ (2,16 mm) e pastilhas de PZT com espessura de $0,02''$ (0,508 mm).

Outro aspecto considerado foi o comprimento das pastilhas piezoelétricas. As simulações numéricas indicaram que as máximas amplitudes de deslocamento seriam obtidas com o recobrimento total das duas faces das duas molas do transportador. Entretanto, os testes revelaram que o recobrimento parcial de apenas uma das faces de cada mola, na região próxima à base do transportador, seria o suficiente para a geração do movimento requerido para o transporte de peças avulsas. Foi então definido que seriam utilizadas pastilhas piezoelétricas comerciais com o comprimento $2''$, as quais foram posicionadas no mesmo lado das duas molas para possibilitar um acionamento elétrico em paralelo com apenas uma fonte, ou seja, mesma voltagem para ambos acionadores.

Assim, após as análises descritas acima, foi definida a configuração esquematizada na Figura 5.1. Nas Figuras 7.1 a 7.4 tem-se as fotografias do protótipo construído.

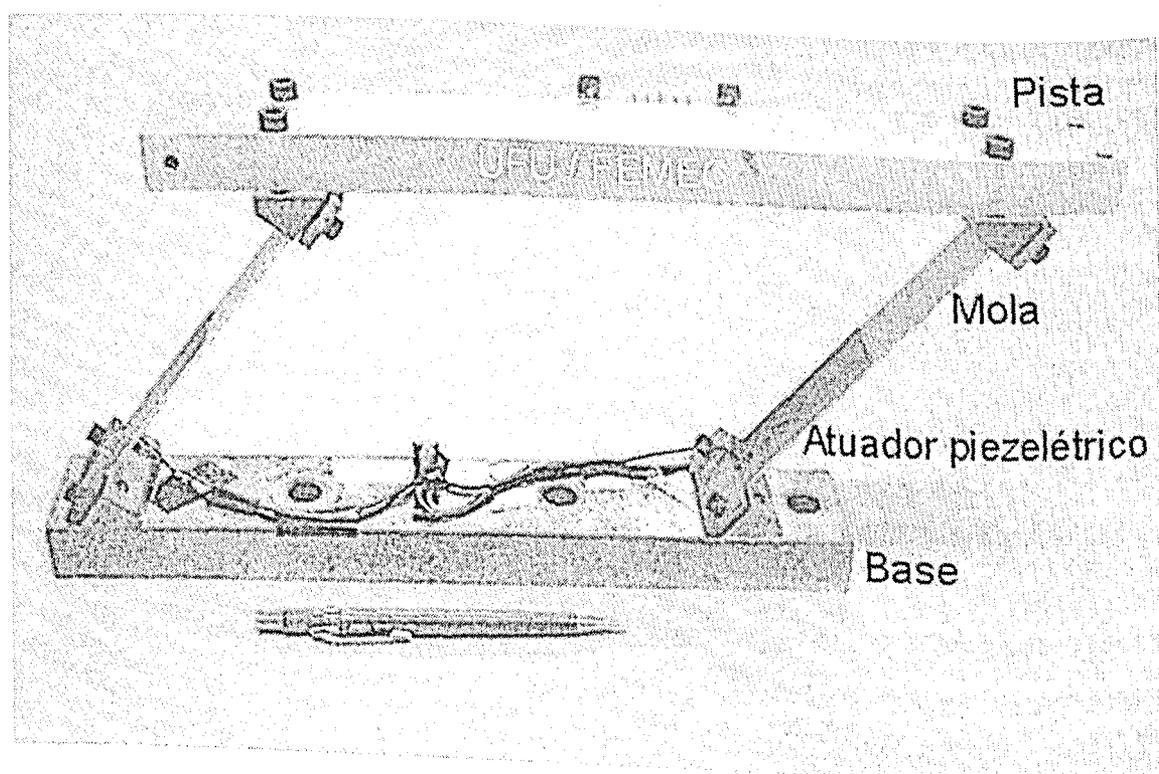


Figura 7.1 – Foto do protótipo

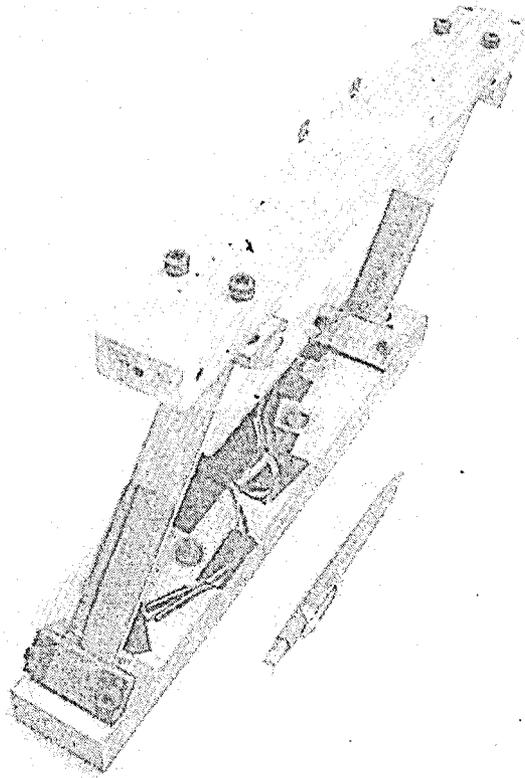


Figura 7.2 – Vista do protótipo

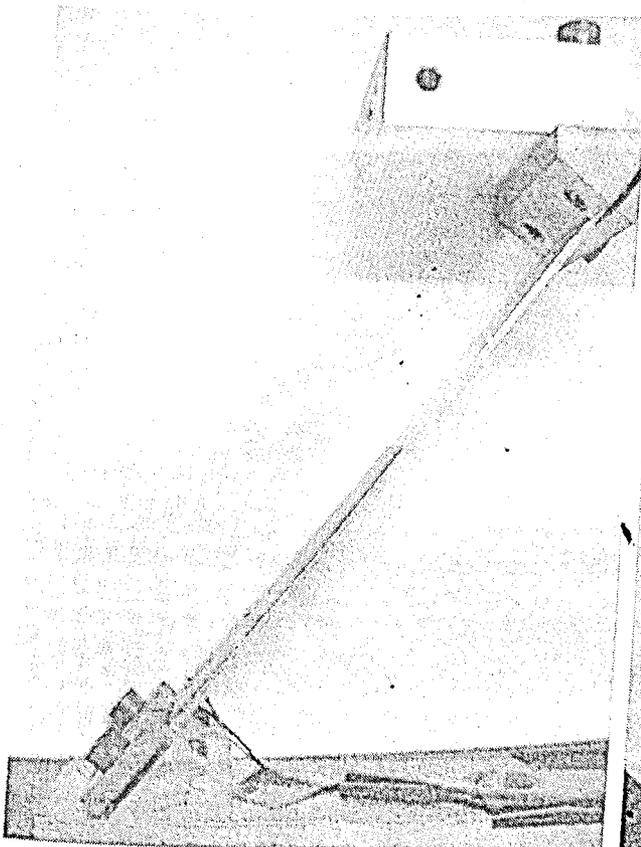


Figura 7.3 - Detalhe dos acoplamentos das molas à base e à pista do transportador

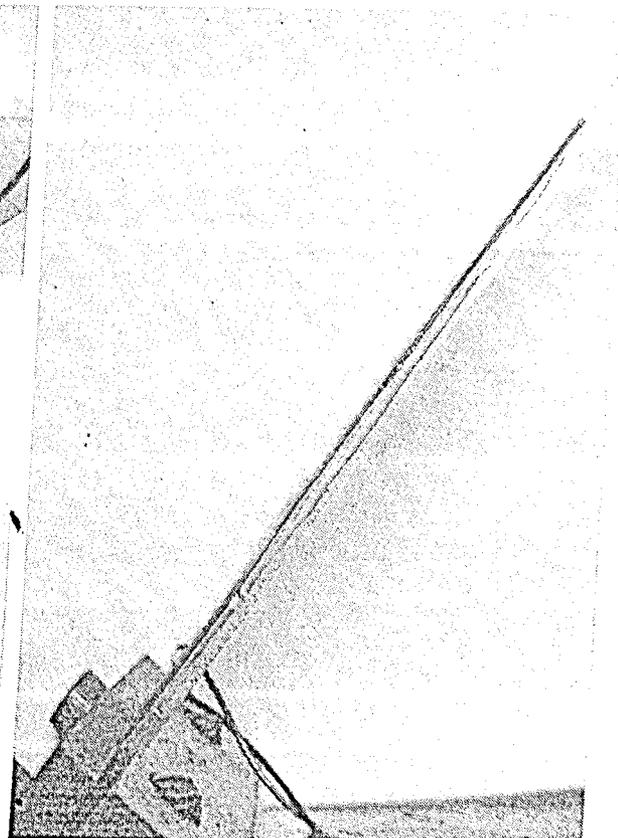


Figura 7.4 - Detalhe da pastilha piezoelétrica colada a uma das molas

7.2 – Experimentação do protótipo

Foi realizado um primeiro teste para verificação do funcionamento do dispositivo. Nesta etapa o protótipo foi acionado com uma voltagem com frequência de 18 Hz e 79 Volts em cada uma das pastilhas, verificando-se o transporte de vários tipos de peças avulsas (parafusos, arruelas e porcas) sobre a pista do transportador vibratório. Foi feita assim uma primeira validação experimental da concepção de transportadores vibratórios acionados por pastilhas piezoelétricas. A alimentação elétrica foi feita usando um gerador de sinais Bruel & Kjaer tipo 1049 e um amplificador de potência Midé EL-1224/5 QuickPack Power Amplifier (QPA).

Foi então realizada uma campanha mais abrangente de testes experimentais, dividida em duas etapas, com os seguintes objetivos:

- **1ª etapa:** caracterização do comportamento dinâmico do protótipo mediante a obtenção de funções de resposta em frequência;
- **2ª etapa:** avaliação mais detalhada das características operacionais do transportador, incluindo a avaliação da velocidade média do material transportado.

As duas etapas de testes são descritas nas seções seguintes.

7.2.1 – Obtenção experimental de FRFs.

Estes ensaios foram realizados com a finalidade de determinar, a partir de uma FRF obtida experimentalmente, o valor da primeira frequência natural do transportador, visto que esta é a frequência que corresponde ao modo de vibração mais significativo para a geração do movimento oscilatório da pista e, conseqüentemente, para o movimento do material transportado (vide ilustração deste modo na Figura 6.4).

Nas Figuras 7.5 e 7.6 pode-se observar a montagem da bancada experimental, sendo esta composta por uma mesa inercial, o protótipo do transportador, um martelo de impacto instrumentado com célula de carga piezoelétrica (Brüel & Kjaer, tipo 8202, sensibilidade 1,03 pC/N), um acelerômetro piezoelétrico (Brüel & Kjaer, tipo 8200, sensibilidade 1,94pC/ms⁻²), dois amplificadores de carga (Brüel & Kjaer, tipo 2635), um analisador de espectro de dois canais Scientific-Atlanta SD 380 e um computador com placa GPIB para armazenamento e processamento numérico dos dados.

Foi selecionada uma ponta para o martelo excitar o transportador para frequências de até 1000 Hz. Os amplificadores de carga foram ambos ajustados para amplificação dos sinais em 10 vezes e corte de frequências superiores a 500 Hz.

Pode-se ainda observar na Figura 7.5 o posicionamento do acelerômetro em uma das extremidades da pista do transportador, com seu eixo alinhado com a direção horizontal. Os impactos com o martelo foram também realizados na pista, na mesma direção do acelerômetro, porém na extremidade oposta desta. Para a estimação das FRFs, foram computadas as médias de 20 amostras dos auto-espectros da entrada e da saída e dos espectros cruzados entrada-saída (Bendat e Piersol, 1971).

Os ensaios foram realizados considerando as pastilhas piezoelétricas em duas condições: em circuito aberto e em circuito fechado. As funções de resposta em frequência obtidas para estas duas condições são mostradas graficamente nas Figuras 7.7 a 7.10, em duas faixas de frequência: [0-500 Hz] (resolução $\Delta f=0,625$ Hz) e [0-50 Hz] (resolução $\Delta f=0,0625$ Hz).

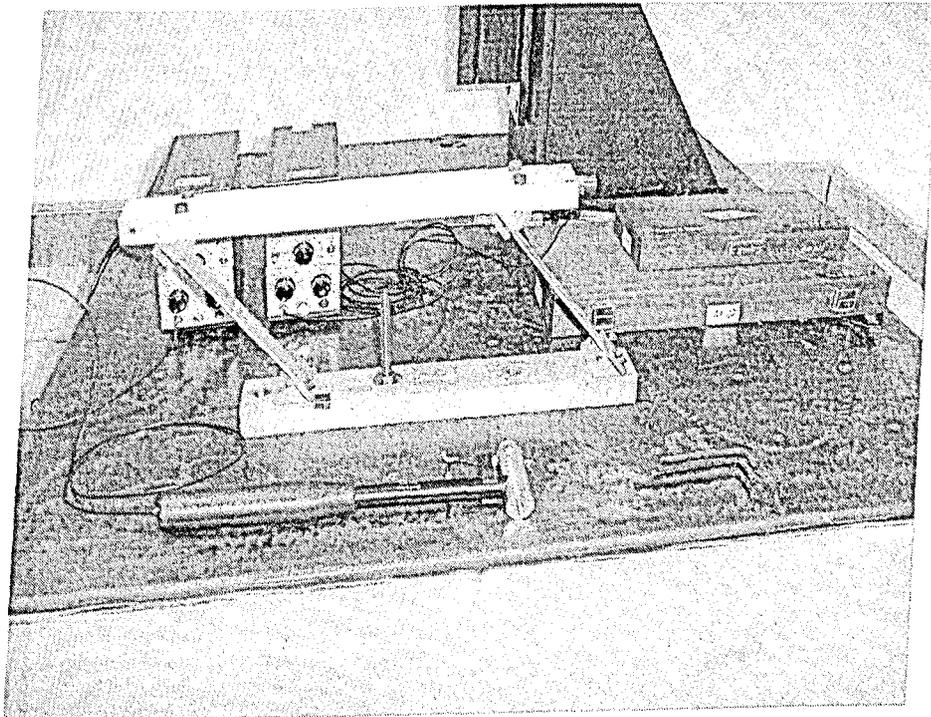


Figura 7.5 – Bancada experimental para a determinação da FRF

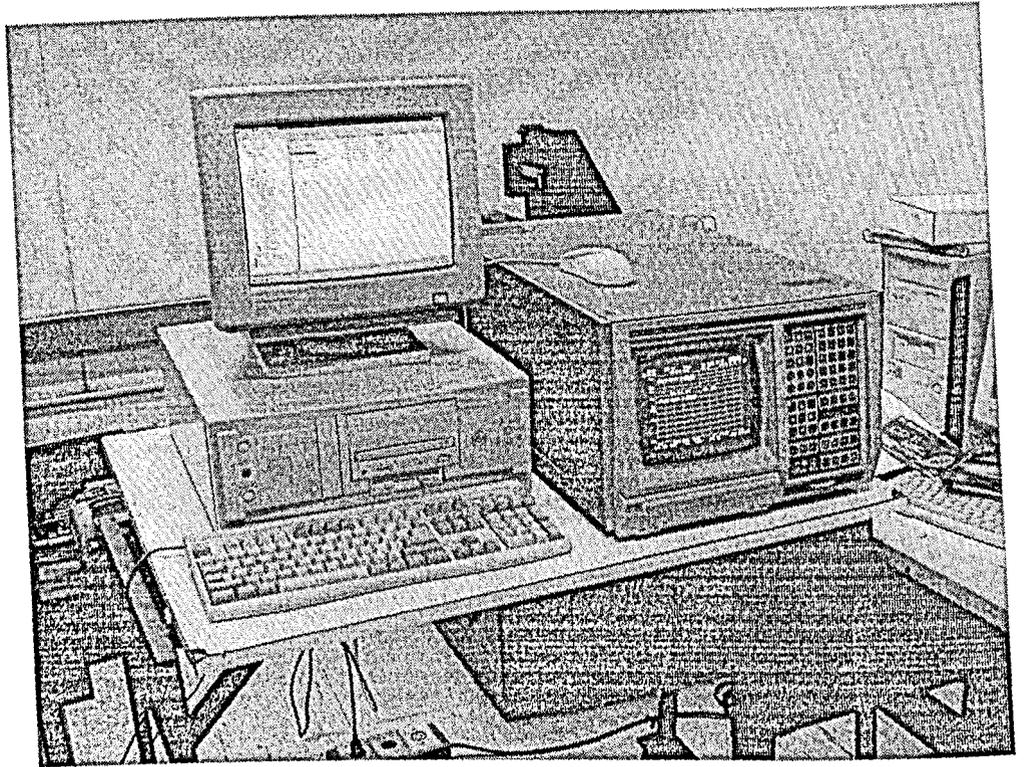


Figura 7.6 – Analisador de espectro SD380 e computador para aquisição de sinais

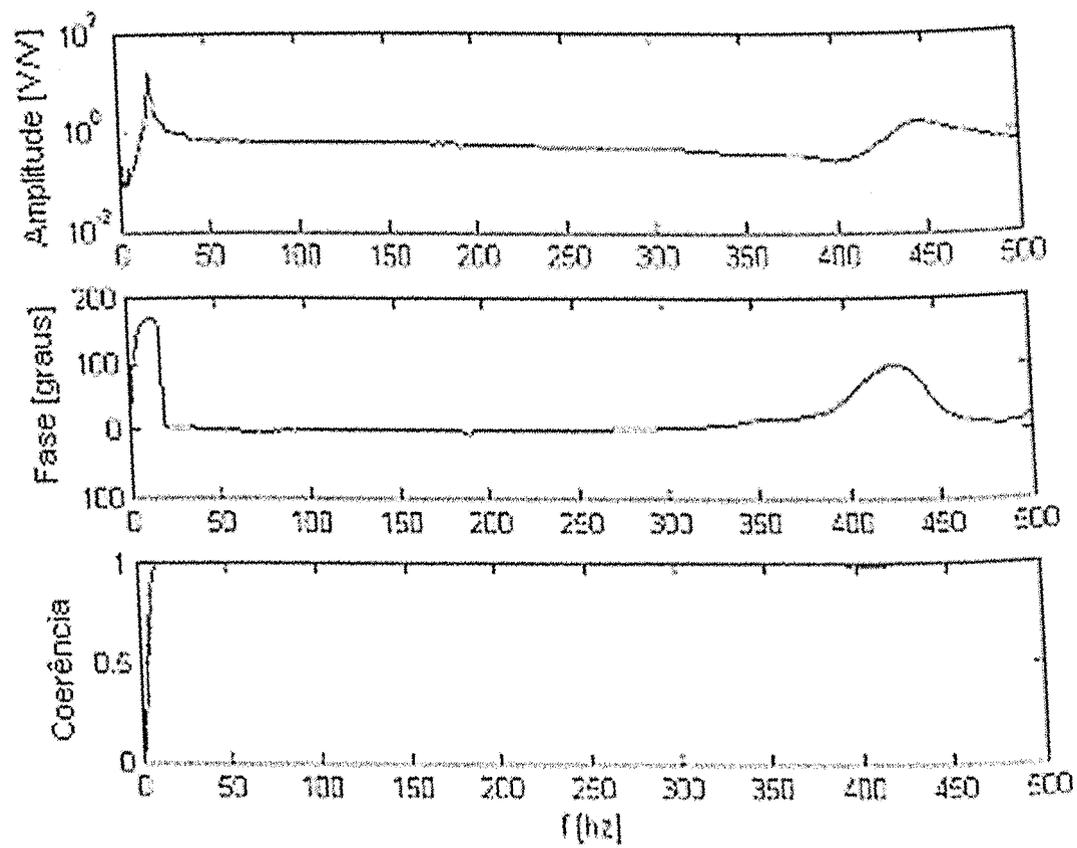


Figura 7.7 – FRF com pastilhas PZT em circuito aberto

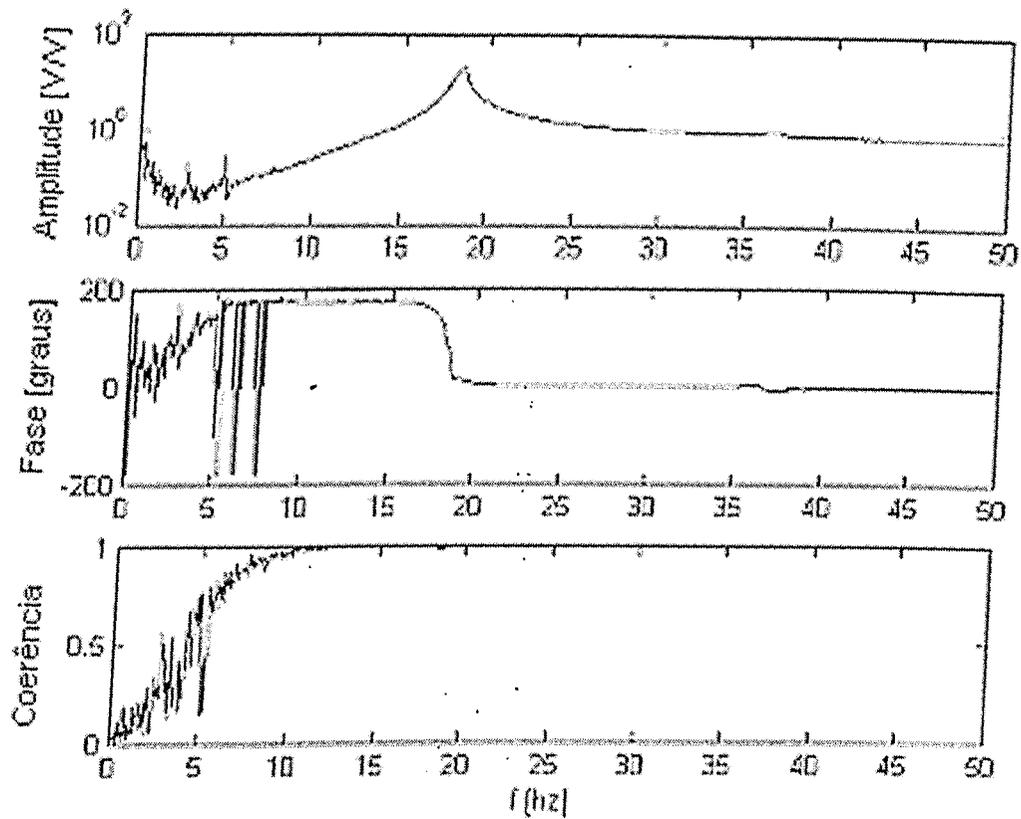


Figura 7.8 – FRF com pastilhas PZT em circuito aberto

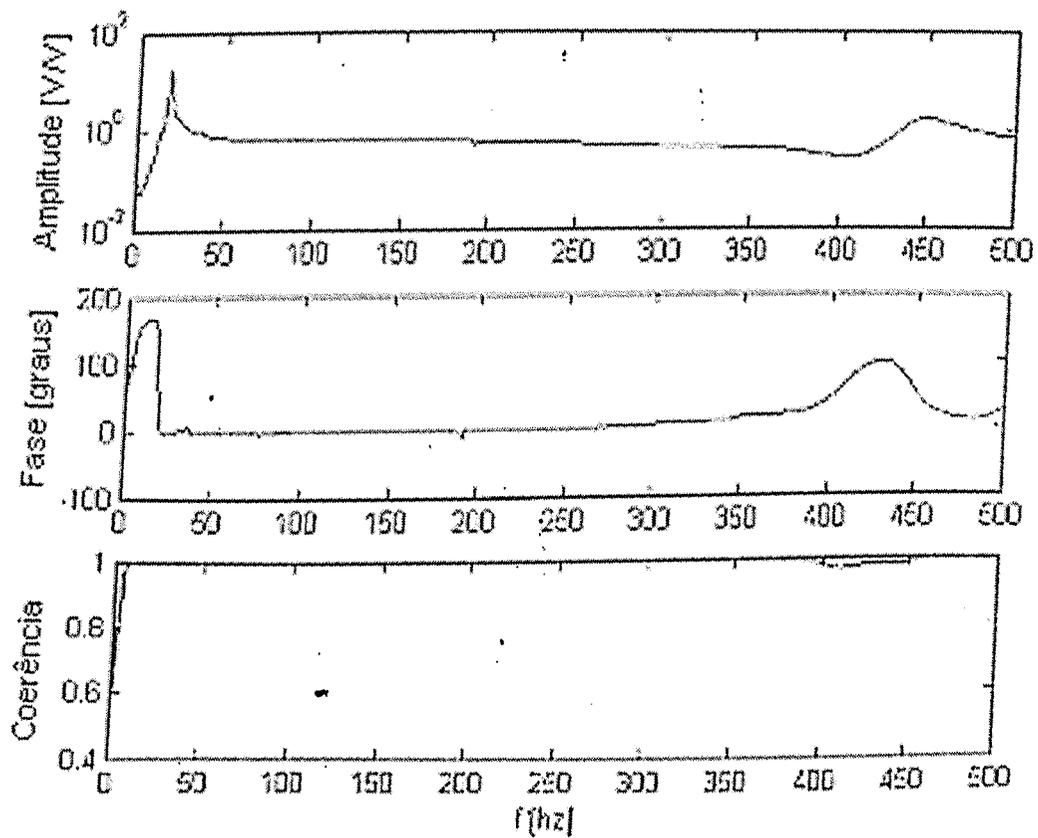


Figura 7.9 – FRF com pastilhas PZT em circuito fechado

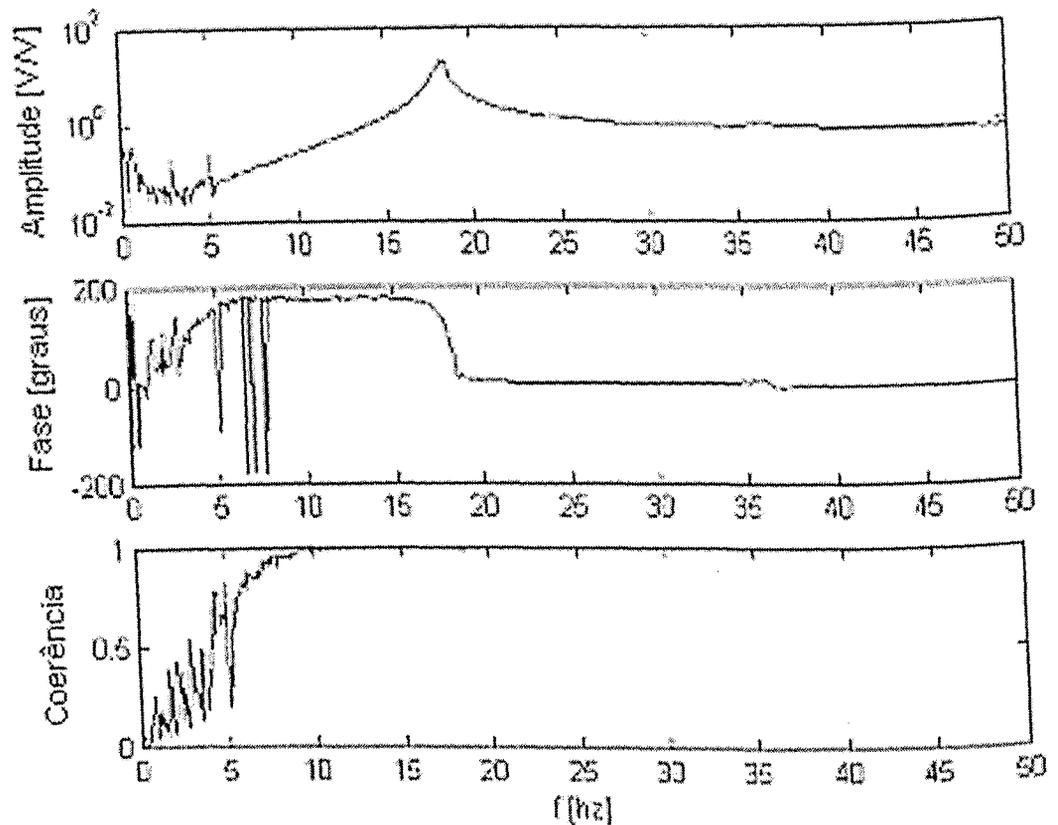


Figura 7.10 – FRF com pastilhas PZT em circuito fechado

As FRFs mostradas acima comprovam que, na faixa de freqüências [0-400 Hz] o transportador comporta-se essencialmente como um sistema vibratório de um grau de liberdade, sendo sua resposta determinada pelo modo de vibração correspondente ao primeiro modo de vibração de flexão das molas.

A partir das curvas de amplitudes das FRFs na faixa [0 – 50 Hz], por meio da identificação das posições dos picos de ressonância, foi possível identificar os seguintes valores das freqüências naturais correspondente ao primeiro modo de vibração do transportador:

- Circuito aberto: $f_1 = 18,33\text{Hz}$
- Circuito fechado: $f_2 = 18,26\text{Hz}$

Houve o interesse de se confrontar os valores da primeira freqüência natural obtidos experimentalmente com aqueles previstos pelo modelo de elementos finitos bidimensional desenvolvido, cuja formulação é apresentada no Capítulo 5. Esta confrontação é feita na Tabela 7.1.

Tabela 7.1 – Valores da primeira frequência natural, experimentais e teóricas (Hz)

Situação		MEF	Experimental	Diferença (%)
Molas de alumínio com pastilhas de PZT	Circuito fechado	21,78	18,26	19,28
	Circuito aberto	22,11	18,33	20,62
Molas de alumínio sem pastilhas de PZT		18,95	16,75	13,13

Verifica-se na Tabela 7.1 uma significativa diferença entre os valores teóricos e experimentais. Notando-se que o protótipo mostra-se menos rígido que o modelo de elementos finitos. Esta diferença pode ser atribuída a um ou mais dos seguintes fatores:

1 – tendo sido realizados com perfil chato de 5 mm de espessura (vide Figura 7.4), as conexões das molas com a base e com a pista do transportador dispõem de alguma flexibilidade que não é considerada no modelo de elementos finitos.

2 – foram utilizados, no modelo de elementos finitos, os valores estatísticos dos módulos de elasticidade do alumínio e do módulo de elasticidade do PZT. Tais valores podem não corresponder aos valores dos módulos dos materiais utilizados, em virtude de variabilidade nas suas composições químicas e no processo de fabricação.

3 – é amplamente conhecido o fato que a colagem pode influenciar significativamente as características mecânicas do conjunto mola-pastilhas piezoelétricas. Em geral, a colagem torna o conjunto mais flexível, sendo esta flexibilidade dependente das características mecânicas e da espessura da camada de cola. Por outro lado, o modelo de elementos finitos considera adesão perfeita entre os dois componentes.

Para uma melhor avaliação dos fatores responsáveis pelos desvios observados, alguns ensaios complementares foram realizados. No primeiro experimento, as molas com as pastilhas piezoelétricas foram substituídas por molas idênticas de alumínio, contudo desprovidas das pastilhas de PZT. A Tabela 7.1 mostra os resultados obtidos, os quais revelam que menores desvios entre os resultados teóricos e experimentais foram obtidos nos ensaios com as molas sem as pastilhas de PZT. Esta observação permite concluir que parte dos erros deve-se à colagem e/ou à incorreta estimação das propriedades elásticas das pastilhas de PZT.

Buscou-se reduzir os desvios remanescentes ajustando o módulo de elasticidade das molas de alumínio. Determinou-se o valor de E que fizesse coincidir os valores da primeira frequência natural teórica e experimental do transportador sem as pastilhas PZT, chegando-se

a um fator multiplicativo de 0,780 a ser aplicado ao valor inicial do módulo de elasticidade do alumínio. Para o modelo assim ajustado, obtiveram-se os valores da primeira frequência natural apresentados na Tabela 7.2.

Tabela 7.2 – Frequências naturais experimentais e teóricas, após o primeiro ajuste (Hz)

Situação		MEF	Experimental	Diferença (%)
Molas de alumínio com pastilhas de PZT	Circuito fechado	19,757	18,26	8,20
	Circuito aberto	20,106	18,33	9,69
Molas de alumínio sem pastilhas de PZT		16,75	16,75	0

Após o ajuste do módulo de elasticidade do alumínio, por procedimento similar buscou-se corrigir o valor do módulo de elasticidade do PZT empregado no modelo de elementos finitos, utilizando os valores da primeira frequência natural do transportador com as pastilhas piezoelétricas. Chegou-se a um fator multiplicativo de 0,416.

Para o modelo ajustado, obtiveram-se os valores da primeira frequência natural apresentados na Tabela 7.3.

Tabela 7.3 – Frequências naturais experimentais e teóricas, após ajuste final

Situação		MEF	Experimental	Diferença (%)
Molas de alumínio com pastilhas de PZT	Circuito fechado	18,2606	18,26	0,003
	Circuito aberto	18,3321	18,33	0,011
Molas de alumínio sem pastilhas de PZT		16,75	16,75	0

Deve-se notar que o sucesso no ajuste do modelo para representar o comportamento do protótipo ensaiado experimentalmente mostra que as correções efetuadas de rigidez permitem incluir, de forma global, as influências dos fatores causadores dos desvios iniciais observados que foram enumerados anteriormente.

7.2.2 – Análise experimental para determinação de velocidades médias de transporte de peças avulsas

Nesta segunda etapa da campanha experimental o protótipo foi acionado para transporte de peças avulsas sobre o transportador. Foi então determinada a velocidade média de transporte das peças com o auxílio de um cronômetro, a qual foi comparada com

velocidade média obtida por simulação numérica, mediante a combinação do modelo de elementos finitos do transportador com o modelo teórico de movimentação das peças, desenvolvido no Capítulo 4.

Foi cronometrado o tempo necessário para que uma peça percorresse um trecho delimitado na pista do transportador, com 250mm de comprimento. A velocidade média foi obtida com base na média dos valores de seis cronometragens. A peça transportada foi sempre posicionada a uma certa distância do ponto de início da cronometragem, permitindo que seu movimento estivesse em regime permanente no início da cronometragem.

Foram realizados vários testes, sendo apresentadas na Tabela 7.4 as velocidades médias de transporte obtidas em cada um deles.

Tabela 7.4 – Velocidades médias de transporte experimentais

	Características dos testes	Tempo médio (s)	Velocidade média experimental (mm/s)
1	Acionamento de ambos atuadores com 80 V, 17,75 Hz	30,81	8,11
2	Acionamento de ambos atuadores com 80 V, 18,00 Hz	6,35	39,37
3	Acionamento de ambos atuadores com 80 V, 18,30 Hz	4,56	54,82
4	Acionamento de ambos atuadores com 80 V 18,50 Hz	8,55	29,24
5	Acionamento de ambos atuadores com 80 V 18,80 Hz	29,31	8,53
6	Acionamento de ambos atuadores com 100 V 18,30 Hz	3,64	68,68
7	Acionamento do primeiro atuador com 100 V 18,30 Hz	18,92	13,21
8	Acionamento do segundo atuador com 100 V, 18,30 Hz	9,06	27,59

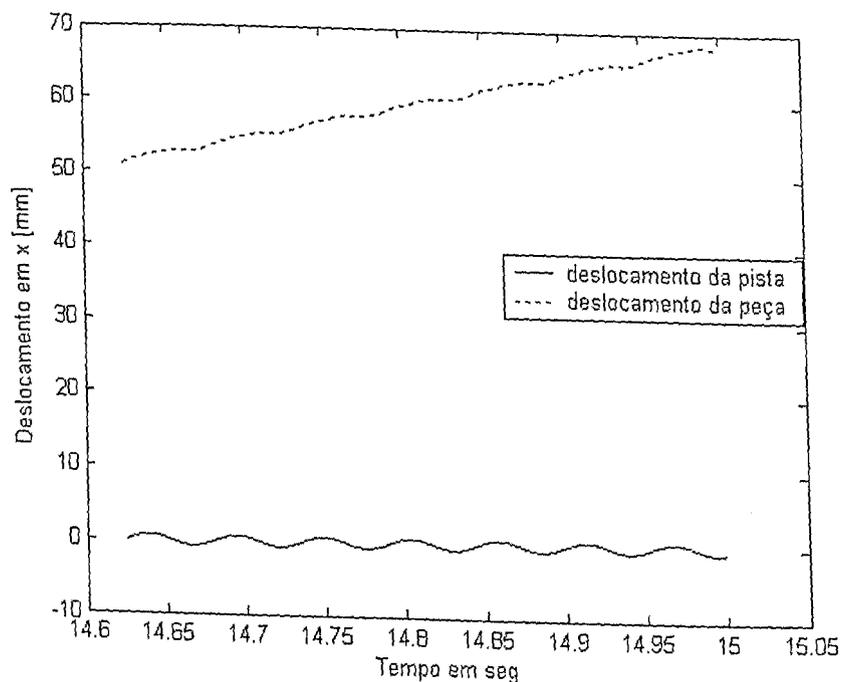
Os resultados da tabela 7.4 evidenciam que os valores experimentais da velocidade média de transporte variam significativamente com a frequência de acionamento na região vizinha à frequência natural do transportador.

A ausência de comparação para os sete primeiros testes constantes da Tabela 7.5 explica-se pelo fato que, durante a realização dos testes iniciais, verificou-se uma expressiva diferença entre os valores da velocidade média obtidas com o acionamento individual do primeiro e do segundo acionador, sendo todas as demais condições idênticas (testes 7 e 8). Esta observação levou a considerar a existência de algum problema nos acionadores piezoelétricos, uma vez que, devido à simetria do transportador, estas velocidades médias

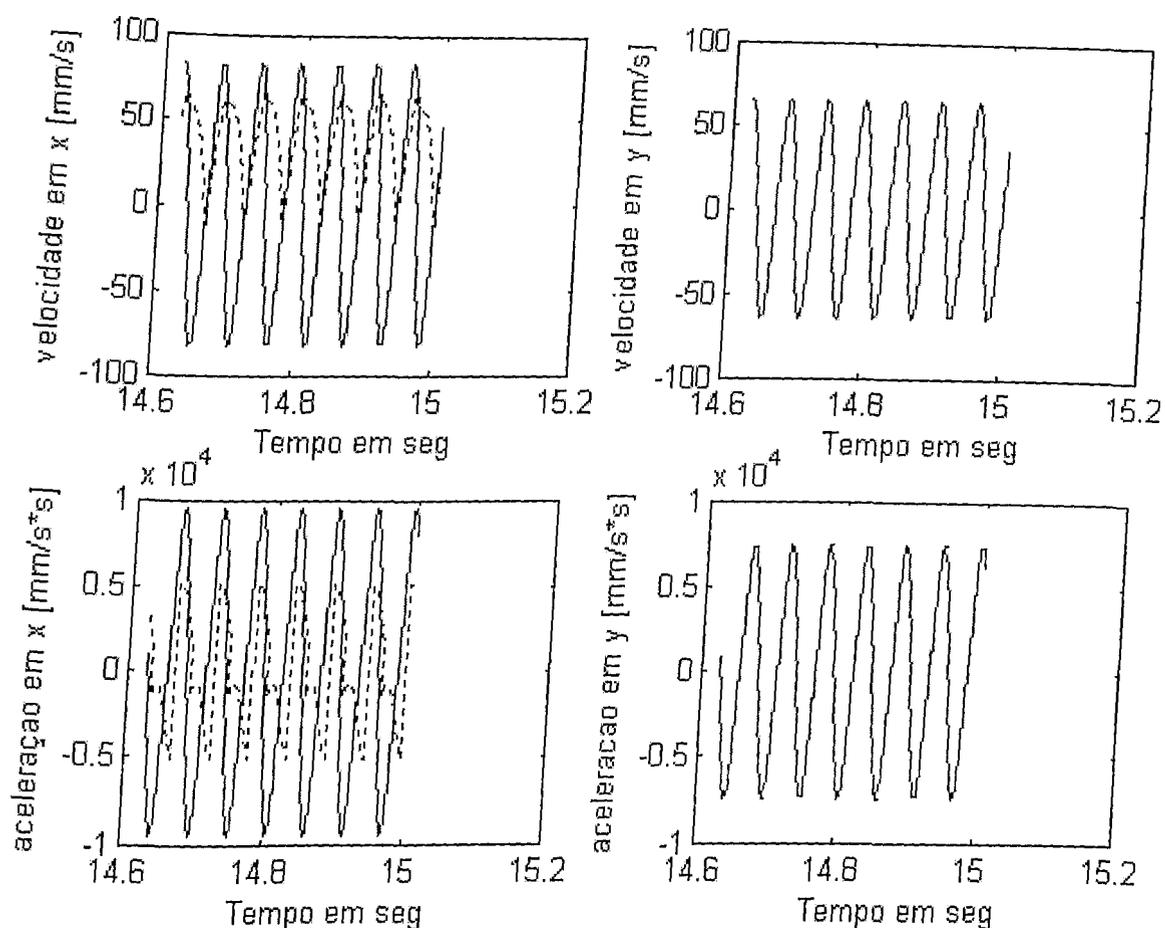
deveriam ser, ao menos teoricamente, idênticas. Para confirmar que não seria uma falha na fonte de energia, o cabo de energia foi invertido e o teste foi refeito para cada um dos atuadores separadamente, sendo confirmados os valores das velocidades médias obtidas anteriormente. Assim a diferença observada entre os valores das velocidades médias de transporte com o acionamento de cada um dos atuadores individualmente foi então atribuída a um curto circuito ocorrido na segunda pastilha piezoelétrica durante as fases iniciais de teste, que provocou o destacamento de uma pequena parte da pastilha (de aproximadamente 4 mm²), que, em um primeiro momento, fora considerado inócuo. Considera-se ainda a possibilidade de que o curto circuito tenha causado trincas imperceptíveis, despolarização localizada devida ao sobre-aquecimento. Desta forma, os valores obtidos para todos os acionamentos que utilizaram a segunda pastilha piezoelétrica foram considerados não confiáveis para efeito de comparação com as simulações numéricas, restando, para este fim, apenas os resultados do teste número 8 da Tabela 7.5. Para este teste, as Figuras 7.11 e 7.12 ilustram as histórias temporais de deslocamento, velocidade e aceleração da pista e da peça transportada, obtidas por meio da modelagem numérico-computacional.

Tabela 7.5 – Velocidade média de transporte experimental e teórica

	Características dos testes	Tempo médio (s)	Velocidade média experimental (mm/s)	Velocidade média Simulação (mm/s)	Diferença (%)
8	Acionamento do segundo atuador com 100 V, 18,30 Hz	9,06	27,59	45,88	66,3



Figuras 7.11 – História de deslocamento na direção horizontal



Figuras 7.12 – Histórias de velocidades e acelerações nas direções horizontal e vertical (linha contínua: movimento da pista, linha tracejada: movimento da peça)

Nota-se, para o teste número 8, uma expressiva diferença entre os valores experimental e teórico da velocidade média de transporte. Este fato pode ser atribuído aos seguintes fatores:

- o acionamento é feito na condição quase-ressonante (frequência de acionamento próxima à primeira frequência natural do transportador). Observando as amplitudes da FRF na Figura 7.9, nota-se que na região vizinha ao pico de ressonância, as amplitudes apresentam forte dependência em relação ao valor da frequência de acionamento. Assim, pequenas variações no valor da frequência de acionamento experimental, provocadas pela resolução finita do equipamento experimental ($\Delta f = 0,0625$ Hz), pode gerar fortes variações na amplitude de vibração da pista do transportador e, conseqüentemente, na velocidade média da peça transportada. Para uma avaliação dessa consideração foi feita uma simulação com o sistema amortecido, verificando-se que uma redução de 0,05 Hz na frequência de 18,3 Hz ocasiona uma variação de movimento na pista do

transportador da ordem de 40%. Assim, acredita-se que a operação em regime quase-ressonante gera dificuldades em se obter uma correlação satisfatória entre os valores das velocidades médias de transporte experimentais e teóricas. Note-se que, no trabalho de Martins (2001), correlação satisfatória foi obtida utilizando o mesmo modelo de movimentação da peça, considerando-se, contudo, o acionamento em frequência distante da ressonante.

- sabe-se que, nas vizinhas do pico de ressonância, as amplitudes da oscilação forçada dependem fortemente do amortecimento. Desta forma, a não consideração exata do amortecimento no modelo pode repercutir sobre amplitude de vibração da pista do transportador e, conseqüentemente, na velocidade média da peça transportada.
- Outro ponto a ser considerado refere-se ao atrito peça-pista. Observações feitas durante as simulações confirmam que o atrito influencia significativamente o movimento da peça, alterando a velocidade média de transporte. Assim, acredita-se que um pequeno erro na estimativa do coeficiente de atrito peça-pista possa levar a uma diferença significativa na velocidade de transporte. O valor do coeficiente de atrito utilizado nas simulações foi obtido do trabalho de Martins (1999). A pista utilizada é a mesma do trabalho de Martins (1999) e a peça transportada do mesmo material. Entretanto, o valor do atrito pode ter se alterado, como resultado da oxidação das peças e depósito de poeira e outros resíduos sobre a pista.
- Para a simulação, a pista foi considerada rígida, com movimento perfeitamente uniforme. Assim, uma parcela dos erros pode ser devida ao fato do protótipo não ser perfeitamente simétrico, gerando velocidades diferentes em pontos distintos da pista.

CAPÍTULO VIII

Otimização de Transportadores Vibratórios Lineares com Acionamento Piezoelétrico

Neste capítulo apresenta-se um estudo preliminar acerca de uma metodologia de projeto ótimo de transportadores vibratórios lineares com acionamento piezoelétrico, a qual baseia-se no uso dos modelos numérico computacionais desenvolvidos nos capítulos 4 e 5 combinados com algoritmos clássicos de otimização restrita não linear.

São consideradas duas aplicações: na primeira busca-se projetar a geometria do transportador de modo a que sua primeira frequência natural esteja próxima de 60 Hz, o que permitiria acionar o transportador na condição ressonante com alimentação direta da rede elétrica (dispensar-se-ia, assim, o uso de dispositivo variador de frequência). Na segunda aplicação busca-se maximizar a velocidade de transporte de peças otimizando os valores do ângulo de inclinação da pista, do coeficiente de atrito entre a peça e a pista e da amplitude da voltagem de acionamento das pastilhas piezoelétricas.

8.1 – Primeira aplicação: otimização da frequência natural do transportador

Nesta primeira aplicação, partindo da configuração do transportador apresentado no Capítulo VII, após o ajuste para melhor concordância entre os valores teóricos e experimentais da primeira frequência natural, cujo valor é de 18,26 Hz, deseja-se que o valor da primeira frequência natural do transportador esteja próximo de 60Hz, assegurando-se, ao mesmo tempo, uma configuração geométrica realizável. Para isto, foram consideradas, como variáveis de projeto, o comprimento das molas H (que tem ligação preponderante com a rigidez) e a largura da pista L (que influi diretamente sobre a massa do transportador), sendo estas variáveis sujeitas a restrições laterais.

As equações abaixo representam, simbolicamente, o problema de otimização formulado:

$$\min_{(H,L)} J = [f_1(H,L) - 60]^2 \quad (8.1)$$

$$10\text{mm} \leq H \leq 50\text{mm} \quad (8.2)$$

$$20\text{mm} \leq L \leq 100\text{mm} \quad (8.3)$$

Para resolução do problema de otimização, foi utilizado o algoritmo "constr" do *Toolbox* de otimização do Matlab®, que implementa um método tipo Quase-Newton.

Na Tabela 8.1 mostra-se a evolução do processo de otimização ao curso das iterações.

Tabela 8.1 - Resultados da primeira aplicação de otimização

ITERAÇÃO	f_1 (Hz)	VALOR DA FUNÇÃO OBJETIVO (Hz ²)	RESULTADOS	
			Comprimento das molas (mm)	Largura da pista (mm)
1	18,26	1742,0	134,0	40,0
2	57,98	4,05	72,0	25,0
3	60,63	0,3992	68,1	27,0
4	60,52	0,2728	72,1	22,8
5	59,75	0,0636	72,1	23,4
6	59,9937	4×10^{-5}	71,9	23,3
7	60,0001	8×10^{-9}	71,941	23,336

Os resultados apresentados na Tabela 8.1 mostram que a configuração ótima pôde ser obtida após umas poucas iterações e confirmam a possibilidade de se utilizar os procedimentos de otimização com ferramenta de projeto de transportadores vibratórios lineares acionados por pastilhas piezoelétricas.

Deve-se observar que, considerando o fato que o transportador vibratório comporta-se essencialmente como um sistema de um grau de liberdade, para o qual a frequência natural é dada por:

$$f = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

a otimização poderia ser feita de forma aproximada, buscando-se os valores das variáveis de projeto que resultassem em um valor desta frequência próximo de 60 Hz. Contudo, houve aqui o interesse de ilustrar o procedimento de otimização baseado no uso do modelo de elementos finitos, que seria aplicável no caso de se considerar problemas de otimização mais complexos, contendo um conjunto mais amplo de variáveis de projeto (Silva, 2003).

8.2 – Segunda aplicação: otimização da velocidade de transporte

Nesta segunda aplicação considera-se o transportador vibratório esquematizado na Figura 8.1, que é constituído de uma pista de alumínio com largura de 40 mm e espessura de 20 mm e pastilhas piezoelétricas de 0,508 mm de espessura e 25,4 mm de largura. Diferentemente do transportador considerado na seção anterior, as molas são lâminas de aço com largura de 25,4 mm e espessura de 1,2 mm.

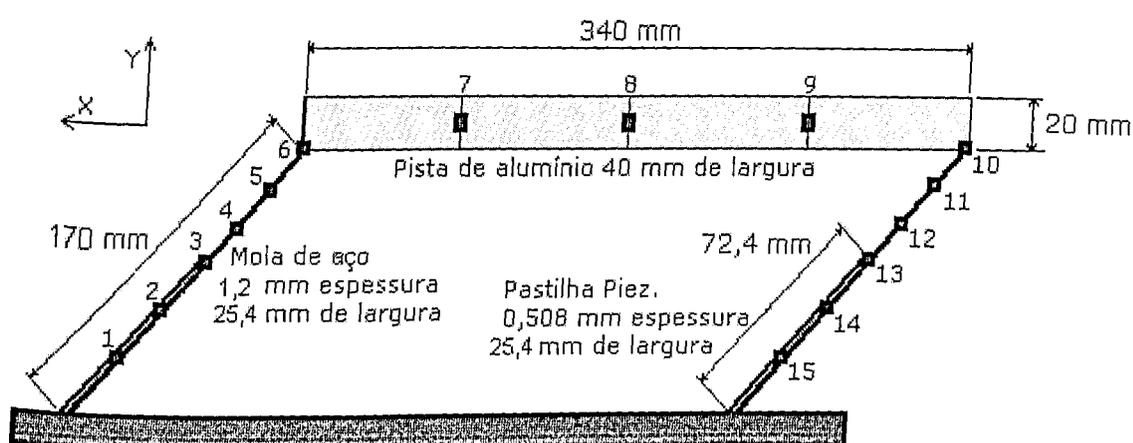


Figura 8.1 - Transportador vibratório linear

Os valores dos parâmetros físicos do transportador em questão são apresentados na Tabela 8.2.

Tabela 8.2 - Parâmetros físicos do sistema

	PISTA	VIGAS	ATUADOR
Material	Alumínio	Aço	PZT
Módulo de Elasticidade [N/m ²]	$0,7 \times 10^{11}$	$2,1 \times 10^{11}$	$2,0 \times 10^9$
Densidade [kg/m ³]	3799	7800	1800
d_{31} [m/v]	--	--	$-1,9 \times 10^{-10}$
ξ_{33} [F/m]	--	--	$1,53 \times 10^{-8}$

Os resultados de simulações numéricas mostraram que o ângulo de inclinação das molas da pista tem pouca influência sobre o valor da primeira frequência natural do transportador (os valores apresentados correspondem ao transportador sem as pastilhas piezoelétricas). Desta forma, a inclusão deste parâmetro com vistas à maximização da velocidade de transporte pode ser feita sem a necessidade de se considerar a frequência de acionamento como variável de projeto para assegurar operação na condição ressonante.

Foram realizados quatro testes de otimização, com as respectivas variáveis de projeto:

1º teste - Ângulo de inclinação das molas da pista;

2º teste - Coeficiente de atrito peça-pista;

3º teste - Ângulo de inclinação da pista e coeficiente de atrito peça-pista;

4º teste - Ângulo de inclinação da pista e coeficiente de atrito peça-pista e amplitude da voltagem aplicada às pastilhas piezoelétricas.

Devido ao fato do algoritmo "constr" do Matlab buscar o mínimo da função objetivo, esta foi adotada como sendo o inverso da velocidade média de transporte, possibilitando assim a maximização da velocidade média:

$$J = \frac{1}{vel_média} \quad (8.4)$$

Deve-se notar que, embora a definição da função objetivo (8.4) possa, teoricamente, resultar em dificuldades numéricas devidas à singularidade, a ocorrência de tais dificuldades não foi observada nas aplicações numéricas.

Foram introduzidas restrições laterais para satisfazer às seguintes delimitações das variáveis de projeto:

- Ângulo de inclinação das molas da pista entre 0 e 90 graus;
- Coeficiente de atrito entre 0,1 e 1,0 (o limite de 1,0 foi escolhido considerando contatos metálicos. Sabe-se, entretanto, que o contato entre polímeros pode ter coeficiente de atrito maior que 1);
- Amplitude da voltagem aplicada entre 0 e 200 volts

O critério de parada em todos os testes foi o número de avaliações da função objetivo.

Os problemas de otimização foram resolvidos numericamente utilizando a função "fmincon" do *Toobox* de Otimização do MATLAB® que implementa um método de Quase-Newton.

É sabido, que dentre os tipos de movimento possíveis, o vôo é o mais eficiente, gerando rápida movimentação da peça transportada. Contudo, foi considerado na otimização o fato de não se desejar a ocorrência da fase de vôo da peça transportada, pois, em situações práticas, as colisões da peça com a pista no momento de retorno do vôo podem gerar transporte irregular. Assim, para que esta restrição fosse obedecida, foi acrescentado um "contador de vôos"

dentro do programa implementado. Caso a peça decolasse, o valor da velocidade média seria penalizado de acordo com a equação 8.5:

$$Vel_m\u00e9dia = \frac{Vel_m\u00e9dia_real}{n\u00famero_v\u00f4os} \quad (8.5)$$

Um outra possibilidade de otimiza\u00e7\u00e3o consiste em levar em considera\u00e7\u00e3o as velocidades da pista e da pe\u00e7a no momento do retorno da pe\u00e7a \u00e0 pista, procurando otimizar o movimento atr\u00e1ves da redu\u00e7\u00e3o da diferen\u00e7a de velocidades pe\u00e7a-pista na direcao y, ao mesmo tempo que se procura maximizar a velocidade m\u00e9dia.

Os resultados obtidos para cada um dos testes de otimiza\u00e7\u00e3o efetuados s\u00e3o apresentados a seguir.

• 1\u00b0 teste

Na Tabela 8.3 tem-se os resultados obtidos para otimiza\u00e7\u00e3o do \u00e2ngulo de inclina\u00e7\u00e3o das molas da pista, considerando os seguintes valores dos demais par\u00e2metros:

- \u00e2ngulo inicial de inclina\u00e7\u00e3o das molas da pista: 11,47 graus
- coeficiente de atrito: 0,4
- frequ\u00eancia de acionamento: 15,5 Hz
- amplitude da voltagem de acionamento: 100 volts

Tabela 8.3 – Resultados da otimiza\u00e7\u00e3o do \u00e2ngulo de inclina\u00e7\u00e3o

Itera\u00e7\u00f5es	\u00c2ngulo (graus)	Velocidade media da pe\u00e7a
1	11,47	21,36
2	31,11	46,90
3	36,21	47,99
4	36,42	48,00

• 2º teste

Na Tabela 8.4 tem-se os resultados obtidos para otimização do coeficiente de atrito, considerando os seguintes valores dos demais parâmetros:

- valor inicial do coeficiente de atrito: 0,1
- ângulo de inclinação das molas da pista = $36,42^\circ$ (valor ótimo encontrado no 1º teste)
- frequência de acionamento: 15,5 Hz
- amplitude da voltagem de acionamento: 100 volts

Tabela 8.4 – Resultados para a otimização do coeficiente de atrito

Iterações	Atrito	Velocidade média da peça
1	0,1000	18,45
2	0,3710	49,16
3	0,3729	49,18
4	0,3733	49,19

• 3º teste

Na Tabela 8.5 tem-se os resultados obtidos para otimização simultânea do ângulo de inclinação da pista e do coeficiente de atrito, considerando os seguintes valores dos demais parâmetros:

- valor inicial do coeficiente de atrito: 0,2
- valor inicial do ângulo de inclinação das molas da pista: 11,46 graus
- frequência de acionamento: 15,5 Hz
- amplitude da voltagem de acionamento: 100 volts

Tabela 8.5 – Resultados para a otimização do ângulo de inclinação das molas da pista e do coeficiente de atrito

Iterações	Ângulo (graus)	Coef. de atrito	Veloc. média
1	11,46	0,2000	12,2265
2	31,11	0,3022	42,7285
3	35,49	0,3283	48,2262
4	41,57	0,3523	49,2872
5	41,57	0,3523	49,3060

• 4º teste

São apresentados, na Tabela 8.6, os resultados obtidos para otimização simultânea do ângulo de inclinação das molas da pista, do coeficiente de atrito e da amplitude da voltagem de acionamento, considerando os seguintes valores dos demais parâmetros:

- valor inicial do coeficiente de atrito: 0,2
- valor inicial do ângulo de inclinação das molas da pista: 11,47 graus
- frequência de acionamento: 15,5 Hz
- valor inicial da amplitude da voltagem de acionamento: 80 volts

Tabela 8.6 – Resultados para a otimização do ângulo de inclinação das molas da pista, do coeficiente de atrito e da amplitude da voltagem de acionamento.

ITERAÇÃO	Ângulo (graus)	Coef. de atrito	Voltagem (V)	Velocidade média
1	11,46	0,2000	80,00	9,63
2	31,11	0,3297	100,45	45,04
3	32,37	0,3599	120,57	62,59
4	34,49	0,4067	144,34	88,63
5	35,41	0,4253	153,50	100,02
6	35,47	0,4264	154,04	100,75
7	35,47	0,4264	154,04	100,76

Os resultados dos dois primeiros testes revelam que a velocidade média de transporte depende fortemente do ângulo de inclinação da pista e do coeficiente de atrito peça-pista, quando cada um destes fatores é considerado separadamente, e que um aumento expressivo da velocidade média de transporte pode ser obtida através da otimização sucessiva e independente destes dois parâmetros. O 3º teste mostrou que a otimização simultânea destes dois fatores conduz ainda a um pequeno aumento da velocidade média de transporte, em relação ao valor obtido no 2º teste, o que leva a concluir que as influências destes dois fatores são pouco acopladas no problema de otimização.

No 4º teste, observa-se que a amplitude da voltagem de acionamento parece ser o parâmetro mais significativo na velocidade média de transporte e sua consideração como variável de projeto, conjuntamente com o ângulo de inclinação das molas da pista e o coeficiente de atrito, permite elevar significativamente a velocidade média de transporte.

CAPÍTULO IX

Conclusões Gerais e Perspectivas Futuras

O presente trabalho teve por principal objetivo a realização de um estudo de viabilidade de um sistema de acionamento de transportadores vibratórios, baseado no uso pastilhas piezoelétricas. Embora as cerâmicas piezoelétricas venham sendo utilizadas há longo tempo na confecção de acionadores, o estudo deveria fornecer resposta sobre a real possibilidade de se obter o transporte vibratório eficiente em um tipo de estrutura mecânica ao qual não se havia associado atuadores piezoelétricos anteriormente. Assim, havia dúvidas sobre a capacidade do acionamento piezoelétrico de promover níveis adequados de vibração para realização do transporte. O estudo consistiu do desenvolvimento e aplicação de técnicas numéricas de modelagem e da realização de testes experimentais em um protótipo.

As simulações numéricas e os primeiros experimentos permitiram comprovar a viabilidade do método de acionamento proposto o qual, acredita-se, pode trazer vantagens com relação aos tipos tradicionais de acionamento, quando utilizada em alguns tipos de transportadores industriais, destacando-se:

- a inexistência de peças móveis, o que leva a uma redução do desgaste do equipamento e, conseqüentemente, da necessidade de manutenção;
- a baixa emissão de ruído durante a operação;
- a maior flexibilidade de projeto do sistema de acionamento, mediante a escolha das características físicas e geométricas da pastilhas piezoelétricas;
- a maior flexibilidade de ajuste do regime de funcionamento do sistema de acionamento, por meio da variação da amplitude e freqüência da voltagem de alimentação.

Por outro lado, alguns aspectos devem ainda ser investigados com vistas ao possível emprego do acionamento piezoelétrico em escala industrial, a saber:

- Avaliação do custo de produção de transportadores vibratórios com acionamento piezoelétrico em comparação com os acionamentos tradicionais. Neste sentido, deve-se levar em conta o custo elevado das cerâmicas piezoelétricas, havendo, contudo, uma tendência de redução de preços no mercado internacional.

- Avaliação do custo de manutenção dos transportadores vibratórios com acionamento piezoelétrico em comparação com os acionamentos tradicionais. Em relação a este aspecto deve-se considerar que as cerâmicas piezoelétricas são extremamente frágeis e sua resistência à fadiga necessita ser melhor caracterizada.

As ferramentas numéricas de simulação desenvolvidas, baseadas na técnica de elementos finitos, mostram-se eficientes e úteis na caracterização do movimento do material transportado e no projeto e otimização de transportadores vibratórios com acionamento piezoelétrico. Este último aspecto foi abordado preliminarmente neste trabalho e deve ser tratado com maior abrangência em estudos futuros.

É importante observar que, embora neste estudo tenha sido considerada a configuração de transportador vibratório linear, o acionamento piezoelétrico pode, em princípio, ser associado a outros tipos de transportador, tal como o transportador circular. Esta possibilidade deve ser avaliada em estudos futuros.

Como resultado do estudo realizado no âmbito desta Dissertação, foi depositado pedido de patente no INPI através da Procuradoria Jurídica do CNPq (protocolo provisório número 46303).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABREU, G.L.C.M. 2003, Projeto Robusto Hinf Aplicado no Controle de Vibrações em Estruturas Flexíveis com Materiais Piezelétricos Incorporados. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Uberlândia.
- ALLIK, H.; Hughes, T.J.R., 1970, Finite Element Method for Piezoelectric Vibration, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol 2, pp 151-157.
- BANKS, H.T., Smith, R.C., Wang, Y., 1996, *Smart Material Structures: Modeling, Estimation and Control*, Wiley _ Masson Research in Applied Mathematics Series.
- BATHE, K. J. 1996, *Finite Element Procedures*. Prentice Hall.
- BENDAT, J.S. E PIERSOL, A.G., 1971, *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*, New York, Wiley.
- BOOTHROYD, 1968, *Mechanized Assembly*, p 80-81.
- CADY, W. G., 1946, *Piezoelectricity – An Introduction to the Theory and applications of Electromechanical Phenomena in Crystals*, McGraw-Hill, 806p.
- CARVALHO, J.C.M., 1991, *Transporteur Vibrants à Déplacement Imposé: Modélisation et Applications*, Tese de Doutorado, Univ. de Franche-Comté, França.
- CLARK, R. L., Saunders, W.R., Gibbs, G. P., 1998, *Adaptive Structures Dynamics and Control*, John Wiley & Sons, New York, 467p.
- COLIJIN, H., 1984, *Selecting and Applying Vibrating Conveyors*, *Plant Engeneering*, 38(17), 1984, pp. 60-61.
- CRAIG, A. R., SU, W. Z. (1995), "Powerflow and Consumption in Piezoelectrically Actuated Structures", *AIAA Journal*, v 33, n 7, pp 1305-1311.
- GABERSON, H. A., 1983, *A Review of Vibratory Technology, Productive Applications of Mechanical Vibrations (AMD)*, vol.52, 1983, pp. 1-13.
- HICKERSON, W. L., 1967, *Vibrating Conveyor and Feeder Systems*, ASME, n° 67, VIBR.40.

- LIMA, J.J., 1999, Modelagem de Sensores e Atuadores Piezelétricos com Aplicações em Controle Ativo de Estruturas, Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica, Campinas;
- MARTINS, C.A.O., 1999, Controle de Estruturas Flexíveis Utilizando Pastilhas Piezoelétricas, Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, RJ, Brasil.
- MARTINS, R.S., 1997, Modelagem de Transportador Vibratório Linear com Excitação Eletromagnética: Aplicação a casos reais, Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Mecânica, UFU, MG, Brasil
- MARTINS, R.S., 2001, Modelagem de Transportador Vibratório Linear, Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica, UFU, MG, Brasil
- RADE, D.A., 1987 "Vibrações e Estabilidade de Vigas Segundo a teoria de Timoshenko". Dissertação de Mestrado em Engenharia Aeronáutica, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP.
- SANTOS, M. A. P., 1988, Síntese e Caracterização de Cerâmica Piezoelétrica Tipo PZT Utilizada em Transdutores Eletroacústicos a Partir de Insumos Nacionais, Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, RJ, Brasil.
- SILVA, E.C., 1993, Modelagem Vibracional de Transdutores de Ultra-Som Piezoelétricos pelo Método de Elementos Finitos, Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica Universidade de São Paulo, USP.
- SILVA, E. C. N., NADER, G., SHIRAHIGE, A. B., ADAMOWSKI, J. C., 2003, Characterization of Novel Flextensional Actuators Designed by Using Topology Optimization Method. Journal Of Intelligent Material Systems And Structures. EUA: , v.14, n.4-5, p.297 – 308.
- SANTANA, D. C. , 2002, "Controle Ativo de Ruído Empregando Placas Retangulares com Atuadores Piezelétricos Distribuídos", Dissertação de Mestrado, UFU, Uberlândia, MG.
- UTKU S., 1998, Theory of adaptive Structures, by CRC press LLC.
- Piezo Systems, 1999, Catálogo Técnico e de Produtos
- Piezo Systems, 2001, Piezelectric Motor/Actuator Kit Manual
- Piezo Systems, 2003, Catálogo Técnico e de Produtos
- Midé/ACX, 2003, Catálogo
- <http://www.acx.com> <http://www.prab.com> <http://www.ntgequip.com.br>