



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA**



**CARACTERIZAÇÃO DE HIDROCICLONES CILÍNDRICO-FILTRANTES**  
**OTIMIZADOS**

**Guilherme Guimarães Ascendino**

**Uberlândia – MG**

**2019**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA**



## **CARACTERIZAÇÃO DE HIDROCICLONES CILÍNDRICO-FILTRANTES OTIMIZADOS**

Guilherme Guimarães Ascendino

Orientadores: Luiz Gustavo Martins Vieira

Marcos Antonio de Souza Barrozo

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Química.

**Uberlândia – MG**

**2019**

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU  
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

A811 2019	<p>Ascendino, Guilherme Guimarães, 1991- Caracterização de Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes Otimizados [recurso eletrônico] / Guilherme Guimarães Ascendino. - 2019.</p> <p>Orientador: Luiz Gustavo Martins Vieira. Coorientador: Marcos Antonio de Souza Barrozo. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Pós-graduação em Engenharia Química. Modo de acesso: Internet. Disponível em: <a href="http://dx.doi.org/10.14393/ufu.di.2019.2201">http://dx.doi.org/10.14393/ufu.di.2019.2201</a> Inclui bibliografia. Inclui ilustrações.</p> <p>1. Engenharia química. I. Martins Vieira, Luiz Gustavo, 1976-, (Orient.). II. de Souza Barrozo, Marcos Antonio, 1961-, (Coorient.). III. Universidade Federal de Uberlândia. Pós-graduação em Engenharia Química. IV. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDU: 66.0</p>
--------------	---

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:  
Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091  
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

**ATA DE DEFESA**

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Química				
Defesa de:	Dissertação de Mestrado, 16/2019, PPGEQ				
Data:	Quinze de julho de dois mil e dezanove	Hora de início:	08:00	Hora de encerramento:	09:40
Matrícula do Discente:	11722EQU005				
Nome do Discente:	Guilherme Guimarães Ascendino				
Título do Trabalho:	Caracterização de hidrociclones filtrantes otimizados				
Área de concentração:	Desenvolvimento de processos químicos				
Linha de pesquisa:	Processos de Separação				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Estudo experimental e de simulação em hidrociclones não convencionais				

Reuniu-se na sala 1K228, Campus Santa Mônica, da Universidade Federal de Uberlândia, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Química, assim composta: Professores Doutores: Fernanda Falqueto Salvador - CCAE/UFES; Danylo de Oliveira Silva - PPGEA/UFU; Marina Seixas Pereira - PPGEQ/UFU; Marcos Antonio de Souza Barrozo - PPGEQ/UFU, coorientador e Luiz Gustavo Martins Vieira - PPGEQ/UFU, orientador do candidato. Ressalta-se que a Profa. Dra. Fernanda Falqueto Salvador participou da defesa por meio de videoconferência desde a cidade de Alegre/ES. Os demais membros da banca e o aluno participaram in loco.

Iniciando os trabalhos o presidente da mesa, Prof. Dr. Luiz Gustavo Martins Vieira, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado.

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Danylo de Oliveira Silva, Professor(a) do Magistério Superior**, em 15/07/2019, às 09:40, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Luiz Gustavo Martins Vieira, Professor(a) do Magistério**

**Superior**, em 15/07/2019, às 09:40, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).

---



Documento assinado eletronicamente por **Marina Seixas Pereira, Professor(a) do Magistério Superior**, em 15/07/2019, às 09:41, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).

---



Documento assinado eletronicamente por **Marcos Antonio de Souza Barrozo, Professor(a) do Magistério Superior**, em 15/07/2019, às 09:46, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).

---



Documento assinado eletronicamente por **Fernanda Falqueto Salvador, Usuário Externo**, em 15/07/2019, às 09:57, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).

---



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://www.sei.ufu.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **1386086** e o código CRC **DE748A5C**.

---

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA QUÍMICA, EM 15 DE JULHO DE 2019.

BANCA EXAMINADORA:

---

Prof. Dr. Luiz Gustavo Martins Vieira  
Orientador PPGEQ/UFU

---

Prof. Dr. Marcos Antonio de Souza Barrozo  
Orientador PPGEQ/UFU

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Marina Seixas Pereira  
PPGEQ/UFU

---

Prof. Dr. Danylo de Oliveira Silva  
PPGEA/UFU

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Fernanda Falqueto Salvador  
CCAEE/UFES

Dedico este trabalho à minha mãe Zildete, ao meu pai Paulo e ao meu irmão Heitor.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ser a força-motriz da minha vida e por sempre me guiar pelo melhor caminho. Toda honra e glória a Ele!

Agradeço imensamente aos meus pais, Zildete e Paulo, que se dedicaram ao trabalho diário para me proporcionarem conhecimento vitalício. Ao meu irmão Heitor, por sempre acreditar no meu potencial e me encorajar a lutar por meus objetivos. À minha avó Francisca, por sempre me confortar com suas sábias palavras. Aos meus tios e primos que sempre me apoiaram e me admiraram. Amo vocês!

Aos meus orientadores, Luiz Gustavo Martins Vieira e Marcos Antonio de Souza Barrozo, pelos ensinamentos e pela confiança depositada em mim como pesquisador.

Aos amigos que o mestrado me deu, por compartilharem comigo momentos divertidos e as dificuldades da pós-graduação. Em especial ao Antônio Carlos Silva dos Santos, Raquel Stavale Schimicoscki, Letícia Maia Rezende Costa, Larissa Rodrigues Demuner, Ana Carolina Tolentino Brandão, Ana Carolina Mocchi Françoso e Ana Caroline Pereira Oliveira.

Aos amigos do laboratório LASER que sempre estiveram aptos a me auxiliar durante a realização desse trabalho. Em especial à Érica Victor de Faria que sempre me transmitiu segurança e não mediu esforços para contribuir com o andamento da minha pesquisa, e à Suélen Mara Gonçalves pelos ensinamentos no laboratório.

Aos professores e funcionários da Faculdade de Engenharia Química, que contribuíram de alguma forma para a concretização deste trabalho.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia pela tão almejada oportunidade, e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro.

Gratidão!



*“Tudo o que fizerdes,  
fazei-o de todo o coração.”*

(Colossenses 3.23)

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>i</b>
<b>LISTA DE TABELAS.....</b>	<b>vii</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS .....</b>	<b>x</b>
<b>RESUMO.....</b>	<b>xii</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>xiii</b>
<b>CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 – Objetivos.....	5
<b>CAPITULO 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>6</b>
2.1 – Características dos Hidrociclones Convencionais: Geometria e Escoamento.....	6
2.2 – Conceitos Básicos aplicados à Hidrociclonagem .....	12
2.2.1 – Concentrações Volumétricas ( $C_{VA}$ , $C_{VU}$ ) .....	12
2.2.2 – Vazões Volumétricas ( $Q$ , $Q_U$ ) .....	13
2.2.3 – Razão de Líquido ( $R_L$ ) .....	14
2.2.4 – Eficiência Total ( $\eta$ ).....	14
2.2.5 – Eficiência Total Reduzida ( $\eta'$ ) .....	15
2.2.6 – Eficiência Granulométrica ( $G$ ) .....	15
2.2.7 – Eficiência Granulométrica Reduzida ( $G'$ ).....	16
2.2.8 – Diâmetro de Corte ( $d_{50}$ ) .....	16
2.2.9 – Diâmetro de Corte Reduzido ( $d'_{50}$ ) .....	16
2.2.10 – Número de Euler ( $Eu$ ).....	16
2.3 – Modelos para a Previsão do Desempenho de Separação de Hidrociclones .....	17
2.4 – Hidrociclones Não-Convencionais .....	19
2.5 – Breve Histórico dos Hidrociclones Filtrantes Estudados na FEQUI/UFU .....	22
<b>CAPÍTULO 3 – MATERIAL E MÉTODOS.....</b>	<b>29</b>
3.1 – Material Particulado .....	29
3.1.1 – Preparação do Material Particulado.....	30

3.1.2 – Distribuição Granulométrica .....	30
3.2 – Unidade Experimental .....	31
3.3 – Hidrociclones.....	33
3.4 – Planejamentos Experimentais.....	36
3.5 – Procedimento Experimental .....	38
3.6 – Caracterização dos Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes.....	38
<b>CAPÍTULO 4 – RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>42</b>
4.1 – Estudo do Desempenho dos Hidrociclones Pertencentes ao Caso 1 (Máxima Eficiência Total) .....	42
4.1.1 – Eficiência Total e Diâmetro de Corte .....	42
4.1.2 – Razão de Líquido e Concentração Volumétrica de Sólidos na Corrente de <i>Underflow</i> .....	49
4.1.4 – Número de Euler.....	55
4.2 – Estudo do Desempenho dos Hidrociclones Pertencentes ao Caso 2 (Mínima Razão de Líquido) .....	59
4.2.1 – Razão de Líquido e Concentração Volumétrica de Sólidos no <i>Underflow</i> .....	59
4.2.2 – Eficiência Total e Diâmetro de Corte .....	66
4.2.3 – Número de Euler.....	72
4.3 – Estudo do Desempenho dos Hidrociclones Pertencentes ao Caso 3: Mínimo Número de Euler .....	74
4.3.1 – Número de Euler.....	74
4.3.2 – Razão de Líquido e Concentração Volumétrica de Sólidos na Corrente de <i>Underflow</i> .....	78
4.3.3 – Eficiência Total e Diâmetro de Corte .....	83
4.4 – Caracterização dos Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes.....	89
4.4.1 – Equações de Projeto.....	89
4.4.2 – Curvas de Eficiência Total .....	93
<b>CAPITULO 5 – CONCLUSÕES .....</b>	<b>109</b>

5.1 – Conclusões.....	109
5.2 – Sugestões .....	112
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>113</b>
<b>APÊNDICE A .....</b>	<b>118</b>
<b>RESULTADOS EXPERIMENTAIS PARA OS AJUSTES DO MODELO RRB E DAS CURVAS DE EFICIÊNCIA PARA OS HIDROCICLONES CILÍNDRICO-FILTRANTES.....</b>	<b>118</b>
A.1 – Parâmetros do Modelo RRB para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes .....	118
A.2 – Parâmetros do modelo de Curva de Eficiência para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 1 .....	120
A.3 – Parâmetros do modelo de Curva de Eficiência para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 2 .....	123
A.4 – Parâmetros do modelo de Curva de Eficiência para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 3 .....	126
A.5 – Procedimento para a Construção das Curvas de Eficiência .....	129
<b>APÊNDICE B.....</b>	<b>131</b>
<b>RESULTADOS EXPERIMENTAIS PARA OS HIDROCICLONES CILÍNDRICO-FILTRANTES E CONVENCIONAIS .....</b>	<b>131</b>
B.1 – Resultados dos Planejamentos para os Hidrociclones HC <sub>i</sub> F <sub>1</sub> e HCON <sub>1</sub> .....	131
B.2 – Equações de regressão múltipla obtidas para o HCON <sub>1</sub> .....	138
B.3 – Equações de regressão múltipla obtidas para o HCON <sub>2</sub> .....	139
B.4 – Equações de regressão múltiplas obtidas para o HCON <sub>3</sub> .....	140
B.5 - Valores dos Desvios Experimentais das Grandezas Analisadas .....	142
B.6 – Resultados obtidos dos Testes de Hipóteses.....	142
<b>ANEXO 1.....</b>	<b>149</b>
<b>RESULTADOS EXPERIMENTAIS PARA OS HIDROCICLONES CILÍNDRICO-FILTRANTES OTIMIZADOS POR SALVADOR (2017).....</b>	<b>149</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Número de publicações sobre hidrociclonação nas últimas duas décadas .....	2
Figura 1.2 – Número de citações sobre hidrociclonação nas últimas duas décadas. ....	2
Figura 1.3 – Esboço da trajetória de uma suspensão ou emulsão dentro de um hidrociclone. ...	3
Figura 2.1 – Dimensões características de um hidrociclone .....	7
Figura 2.2 – Tipos de descarga no Apex de um hidrociclone .....	8
Figura 2.3 – Forças que atuam em uma partícula no interior de um hidrociclone. ....	10
Figura 2.4 – Decomposição do vetor velocidade em uma partícula no interior de um hidrociclone. ....	10
Figura 2.5 – Região de curto-circuito no interior de um hidrociclone. ....	12
Figura 2.6 – Esboço do hidrociclone confeccionado pelos autores. ....	19
Figura 3.1 – Distribuição granulométrica típica do quartzito moído .....	31
Figura 3.2 – Unidade experimental. ....	32
Figura 3.3 – Medidor de vazão mássica do tipo Coriolis – (I) sensor, (II) display. ....	33
Figura 3.4 – Hidrociclones do caso 1 – (a) HCiF <sub>1</sub> , (b) HCON <sub>1</sub> . ....	34
Figura 3.5 – Hidrociclones do caso 2 – (a) HCiF <sub>2</sub> , (b) HCON <sub>2</sub> . ....	35
Figura 3.6 – Hidrociclones do caso 3 – (a) HCiF <sub>3</sub> , (b) HCON <sub>3</sub> . ....	35
Figura 4.1 – Eficiências totais para os hidrociclones HCiF <sub>1</sub> e HCON <sub>1</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 3 mm. ....	43
Figura 4.2 – Eficiências totais para os hidrociclones HCiF <sub>1</sub> e HCON <sub>1</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 4 mm. ....	43
Figura 4.3 – Eficiências totais para os hidrociclones HCiF <sub>1</sub> e HCON <sub>1</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 5 mm. ....	44
Figura 4.4 – Diâmetros de corte para os hidrociclones HCiF <sub>1</sub> e HCON <sub>1</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 3 mm. ....	45
Figura 4.5 – Diâmetros de corte para os hidrociclones HCiF <sub>1</sub> e HCON <sub>1</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 4 mm. ....	46
Figura 4.6 – Diâmetros de corte para os hidrociclones HCiF <sub>1</sub> e HCON <sub>1</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 5 mm. ....	46
Figura 4.7 – Superfície de Resposta para a eficiência total para os hidrociclones filtrantes segundo o par $X_1$ - $X_2$ . ....	47

Figura 4.8 – Superfícies de resposta para o diâmetro de corte para os hidrociclones filtrantes segundo o par $X_1$ - $X_2$ .	48
Figura 4.9 - Razão de líquido para os hidrociclones HCiF <sub>1</sub> e HCON <sub>1</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 3 mm.	50
Figura 4.10 – Razão de líquido para os hidrociclones HCiF <sub>1</sub> e HCON <sub>1</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 4 mm.	50
Figura 4.11 - Razão de líquido para os hidrociclones HCiF <sub>1</sub> e HCON <sub>1</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 5 mm.	51
Figura 4.12 – Superfície de Resposta para o número de Euler para os hidrociclones filtrantes segundo o par $X_1$ - $X_2$ .	52
Figura 4.13 – Concentração volumétrica de sólidos na corrente de <i>underflow</i> para os hidrociclones convencionais e cilíndrico-filtrantes com diâmetros de <i>underflow</i> de 3 mm.	53
Figura 4.14 – Concentração volumétrica de sólidos na corrente de <i>underflow</i> para os hidrociclones convencionais e cilíndrico-filtrantes com diâmetros de <i>underflow</i> de 4 mm.	53
Figura 4.15 – Concentração volumétrica de sólidos na corrente de <i>underflow</i> para os hidrociclones convencionais e cilíndrico-filtrantes com diâmetros de <i>underflow</i> de 5 mm.	54
Figura 4.16 – Superfícies de resposta para a concentração volumétrica de sólidos na corrente de <i>underflow</i> para os hidrociclones HCiF <sub>1</sub> segundo os pares $X_1$ - $X_2$ .	55
Figura 4.17 - Número de Euler para os hidrociclones HCiF <sub>1</sub> e HCON <sub>1</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 3 mm.	56
Figura 4.18 – Número de Euler para os hidrociclones HCiF <sub>1</sub> e HCON <sub>1</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 4 mm.	56
Figura 4.19 – Número de Euler para os hidrociclones HCiF <sub>1</sub> e HCON <sub>1</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 5 mm.	57
Figura 4.20 – Superfície de Resposta para o número de Euler para os hidrociclones HCiF <sub>1</sub> segundo o par $X_1$ - $X_2$ .	58
Figura 4.21 – Razões de Líquido para os hidrociclones HCiF <sub>2</sub> e HCON <sub>2</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 3 mm.	59
Figura 4.22 – Razões de Líquido para os hidrociclones HCiF <sub>2</sub> e HCON <sub>2</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 4 mm.	60

Figura 4.23 – Razões de Líquido para os hidrociclones HClF <sub>2</sub> e HCON <sub>2</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 5 mm. ....	60
Figura 4.24 – Concentrações volumétricas de sólidos no <i>underflow</i> para os hidrociclones HClF <sub>2</sub> e HCON <sub>2</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 3 mm. ....	62
Figura 4.25 - Concentrações volumétricas de sólidos no <i>underflow</i> para os hidrociclones HClF <sub>2</sub> e HCON <sub>2</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 4 mm. ....	62
Figura 4.26 - Concentrações volumétricas de sólidos no <i>underflow</i> para os hidrociclones HClF <sub>2</sub> e HCON <sub>2</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 5 mm. ....	63
Figura 4.27 – Superfícies de resposta para a razão de líquido para os hidrociclones HClF <sub>2</sub> segundo o par X <sub>1</sub> -X <sub>2</sub> . ....	64
Figura 4.28 - Superfícies de resposta para a concentração volumétrica de sólidos no <i>underflow</i> para os hidrociclones HClF <sub>2</sub> segundo o par X <sub>1</sub> -X <sub>2</sub> . ....	65
Figura 4.29 – Eficiências totais para os hidrociclones HClF <sub>2</sub> e HCON <sub>2</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 3 mm. ....	66
Figura 4.30 – Eficiências totais para os hidrociclones HClF <sub>2</sub> e HCON <sub>2</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 4 mm. ....	67
Figura 4.31 – Eficiências totais para os hidrociclones HClF <sub>2</sub> e HCON <sub>2</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 5 mm. ....	67
Figura 4.32 – Diâmetros de Corte para os hidrociclones HClF <sub>2</sub> e HCON <sub>2</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 3 mm. ....	68
Figura 4.33 - Diâmetros de Corte para os hidrociclones HClF <sub>2</sub> e HCON <sub>2</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 4 mm. ....	69
Figura 4.34 – Diâmetros de Corte para os hidrociclones HClF <sub>2</sub> e HCON <sub>2</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 5 mm. ....	69
Figura 4.35 - Superfícies de resposta para a eficiência total para o hidrociclone HClF <sub>2</sub> segundo o par X <sub>1</sub> -X <sub>2</sub> . ....	71
Figura 4.36 – Superfície de resposta para o diâmetro de corte para o hidrociclone HClF <sub>2</sub> segundo o par X <sub>1</sub> -X <sub>2</sub> . ....	71
Figura 4.37 - Números de Euler para os hidrociclones HClF <sub>2</sub> e HCON <sub>2</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 3 mm. ....	72
Figura 4.38 - Números de Euler para os hidrociclones HClF <sub>2</sub> e HCON <sub>2</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 4 mm. ....	73
Figura 4.39 – Números de Euler para os hidrociclones HClF <sub>2</sub> e HCON <sub>2</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 5 mm. ....	73

Figura 4.40 - Número de Euler para os hidrociclones $\text{HCiF}_3$ e $\text{HCON}_3$ com diâmetros de <i>underflow</i> de 3 mm. ....	75
Figura 4.41 - Número de Euler para os hidrociclones $\text{HCiF}_3$ e $\text{HCON}_3$ com diâmetros de <i>underflow</i> de 4 mm. ....	75
Figura 4.42 – Número de Euler para os hidrociclones $\text{HCiF}_3$ e $\text{HCON}_3$ com diâmetros de <i>underflow</i> de 5 mm. ....	76
Figura 4.43 - Superfícies de resposta para o número de Euler para os hidrociclones $\text{HCiF}_3$ segundo o par $X_1$ - $X_2$ . ....	77
Figura 4.44 - Razões de líquido para os hidrociclones $\text{HCiF}_3$ e $\text{HCON}_3$ com 3 mm de diâmetro de <i>underflow</i> . ....	78
Figura 4.45 – Razões de líquido para os hidrociclones $\text{HCiF}_3$ e $\text{HCON}_3$ com 4 mm de diâmetro de <i>underflow</i> . ....	79
Figura 4.46 - Razões de líquido para os hidrociclones $\text{HCiF}_3$ e $\text{HCON}_3$ com 5 mm de diâmetro de <i>underflow</i> . ....	79
Figura 4.47 - Concentrações volumétricas de sólidos na corrente de <i>underflow</i> para os hidrociclones $\text{HCiF}_3$ e $\text{HCON}_3$ com diâmetros de <i>underflow</i> de 3 mm.....	80
Figura 4.48 - Concentrações volumétricas de sólidos na corrente de <i>underflow</i> para os hidrociclones $\text{HCiF}_3$ e $\text{HCON}_3$ com diâmetros de <i>underflow</i> de 4 mm.....	81
Figura 4.49 - Concentrações volumétricas de sólidos na corrente de <i>underflow</i> para os hidrociclones $\text{HCiF}_3$ e $\text{HCON}_3$ com diâmetros de <i>underflow</i> de 5 mm.....	81
Figura 4.50 – Superfície de resposta para a razão de líquido para os hidrociclones $\text{HCiF}_3$ segundo o par $X_1$ - $X_2$ . ....	82
Figura 4.51 - Superfícies de resposta para a concentração volumétrica de sólidos no <i>underflow</i> para os hidrociclones $\text{HCiF}_3$ segundo o par $X_1$ - $X_2$ . ....	83
Figura 4.52 – Eficiências totais para os hidrociclones $\text{HCiF}_3$ e $\text{HCON}_3$ com diâmetro de <i>underflow</i> de 3 mm. ....	84
Figura 4.53 – Eficiências totais para os hidrociclones $\text{HCiF}_3$ e $\text{HCON}_3$ com diâmetro de <i>underflow</i> de 4 mm. ....	84
Figura 4.54 – Eficiências totais para os hidrociclones $\text{HCiF}_3$ e $\text{HCON}_3$ com diâmetro de <i>underflow</i> de 5 mm. ....	85
Figura 4.55 – Diâmetros de corte para os hidrociclones $\text{HCiF}_3$ e $\text{HCON}_3$ com diâmetros de <i>underflow</i> de 3 mm. ....	86
Figura 4.56 – Diâmetros de corte para os hidrociclones $\text{HCiF}_3$ e $\text{HCON}_3$ com diâmetros de <i>underflow</i> de 4 mm. ....	86



Figura 4.57 - Diâmetros de corte para os hidrociclones HCiF <sub>3</sub> e HCON <sub>3</sub> com diâmetros de <i>underflow</i> de 5 mm. ....	87
Figura 4.58 - Superfície de resposta para a eficiência total para os hidrociclones HCiF <sub>3</sub> segundo o par $X_1$ - $X_2$ . ....	88
Figura 4.59 - Superfície de resposta para o diâmetro de corte para os hidrociclones HCiF <sub>3</sub> segundo o par $X_1$ - $X_2$ . ....	88
Figura 4.60 - Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 1, com $D_u = 3,0$ mm e $C_{VA} = 1,0\%$ . ....	94
Figura 4.61 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 1, com $D_u = 3,0$ mm e $C_{VA} = 5,5\%$ . ....	94
Figura 4.62 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 1, com $D_u = 3,0$ mm e $C_{VA} = 10,0\%$ . ....	95
Figura 4.63 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 1, com $D_u = 4,0$ mm e $C_{VA} = 1,0\%$ . ....	95
Figura 4.64 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 1, com $D_u = 4,0$ mm e $C_{VA} = 5,5\%$ . ....	96
Figura 4.65 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 1, com $D_u = 4,0$ mm e $C_{VA} = 10,0\%$ . ....	96
Figura 4.66 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 1, com $D_u = 5,0$ mm e $C_{VA} = 1,0\%$ . ....	97
Figura 4.67 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 1, com $D_u = 5,0$ mm e $C_{VA} = 5,5\%$ . ....	97
Figura 4.68 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 1, com $D_u = 5,0$ mm e $C_{VA} = 10,0\%$ . ....	98
Figura 4.69 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 2, com $D_u = 3,0$ mm e $C_{VA} = 1,0\%$ . ....	99
Figura 4.70 - Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 2, com $D_u = 3,0$ mm e $C_{VA} = 5,5\%$ . ....	99
Figura 4.71 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 2, com $D_u = 3,0$ mm e $C_{VA} = 10,0\%$ . ....	100
Figura 4.72 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 2, com $D_u = 4,0$ mm e $C_{VA} = 1,0\%$ . ....	100
Figura 4.73 - Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 2, com $D_u = 4,0$ mm e $C_{VA} = 5,5\%$ . ....	101

Figura 4.74 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 2, com $D_u = 4,0$ mm e $C_{VA} = 10,0\%$ .....	101
Figura 4.75 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 2, com $D_u = 5,0$ mm e $C_{VA} = 1,0\%$ .....	102
Figura 4.76 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 2, com $D_u = 5,0$ mm e $C_{VA} = 5,5\%$ .....	102
Figura 4.77 - Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 2, com $D_u = 5,0$ mm e $C_{VA} = 10,0\%$ .....	103
Figura 4.78 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 3, com $D_u = 3,0$ mm e $C_{VA} = 1,0\%$ .....	104
Figura 4.79 - Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 3, com $D_u = 3,0$ mm e $C_{VA} = 5,5\%$ .....	104
Figura 4.80 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 3, com $D_u = 3,0$ mm e $C_{VA} = 10,0\%$ .....	105
Figura 4.81 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 3, com $D_u = 4,0$ mm e $C_{VA} = 1,0\%$ .....	105
Figura 4.82 - Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 3, com $D_u = 4,0$ mm e $C_{VA} = 5,5\%$ .....	106
Figura 4.83 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 3, com $D_u = 4,0$ mm e $C_{VA} = 10,0\%$ .....	106
Figura 4.84 - Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 3, com $D_u = 5,0$ mm e $C_{VA} = 5,5\%$ .....	107
Figura 4.85 - Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 3, com $D_u = 5,0$ mm e $C_{VA} = 5,5\%$ .....	107
Figura 4.86 - Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 3, com $D_u = 5,0$ mm e $C_{VA} = 10,0\%$ .....	108

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Relações geométricas de cada família de hidrociclones.....	7
Tabela 3.1 – Composição química do quartzito. ....	30
Tabela 3.2 – Matriz de planejamento para os experimentos. ....	36
Tabela 3.3 – Correspondência entre os fatores e as suas formas codificadas. ....	37
Tabela A.1 – Parâmetros do modelo RRB para os hidrociclones cilíndrico-filtrantes oriundos do caso 1. ....	118
Tabela A.2 – Parâmetros do modelo RRB para os hidrociclones cilíndrico-filtrantes oriundos do Caso 2. ....	119
Tabela A.3 – Parâmetros do modelo RRB para os hidrociclones cilíndrico-filtrantes oriundos do Caso 3. ....	119
Tabela A.4 – Dados do HCiF <sub>1</sub> com $D_u$ de 3,0 mm e $C_{VA}$ de 1,0%. ....	120
Tabela A.5 – Dados do HCiF <sub>1</sub> com $D_u$ de 3,0 mm e $C_{VA}$ de 5,5%. ....	120
Tabela A.6 – Dados do HCiF <sub>1</sub> com $D_u$ de 3,0 mm e $C_{VA}$ de 10,0%. ....	120
Tabela A.7 – Dados do HCiF <sub>1</sub> com $D_u$ de 4,0 mm e $C_{VA}$ de 1,0%. ....	121
Tabela A.8 – Dados do HCiF <sub>1</sub> com $D_u$ de 4,0 mm e $C_{VA}$ de 5,5%. ....	121
Tabela A.9 – Dados do HCiF <sub>1</sub> com $D_u$ de 4,0 mm e $C_{VA}$ de 10,0%. ....	121
Tabela A.10 – Dados do HCiF <sub>1</sub> com $D_u$ de 5,0 mm e $C_{VA}$ de 1,0%. ....	122
Tabela A.11 – Dados do HCiF <sub>1</sub> com $D_u$ de 5,0 mm e $C_{VA}$ de 5,5%. ....	122
Tabela A.12 – Dados do HCiF <sub>1</sub> com $D_u$ de 5,0 mm e $C_{VA}$ de 10,0%. ....	122
Tabela A.13 – Dados do HCiF <sub>2</sub> com $D_u$ de 3,0 mm e $C_{VA}$ de 1,0%. ....	123
Tabela A.14 - Dados do HCiF <sub>2</sub> com $D_u$ de 3,0 mm e $C_{VA}$ de 5,5%. ....	123
Tabela A.15 - Dados do HCiF <sub>2</sub> com $D_u$ de 3,0 mm e $C_{VA}$ de 10,0%. ....	123
Tabela A.16 – Dados do HCiF <sub>2</sub> com $D_u$ de 4,0 mm e $C_{VA}$ de 1,0%. ....	124
Tabela A.17 – Dados do HCiF <sub>2</sub> com $D_u$ de 4,0 mm e $C_{VA}$ de 5,5%. ....	124
Tabela A.18 – Dados do HCiF <sub>2</sub> com $D_u$ de 4,0 mm e $C_{VA}$ de 10,0%. ....	124
Tabela A.19 – Dados do HCiF <sub>2</sub> com $D_u$ de 5,0 mm e $C_{VA}$ de 1,0%. ....	125
Tabela A.20 – Dados do HCiF <sub>2</sub> com $D_u$ de 5,0 mm e $C_{VA}$ de 5,5%. ....	125
Tabela A.21 - Dados do HCiF <sub>2</sub> com $D_u$ de 5,0 mm e $C_{VA}$ de 10,0%. ....	125
Tabela A.22 – Dados do HCiF <sub>3</sub> com $D_u$ de 3,0 mm e $C_{VA}$ de 10,0%. ....	126
Tabela A.23 – Dados do HCiF <sub>3</sub> com $D_u$ de 3,0 mm e $C_{VA}$ de 5,5%. ....	126
Tabela A.24 – Dados do HCiF <sub>3</sub> com $D_u$ de 3,0 mm e $C_{VA}$ de 10,0%. ....	126
Tabela A.25 - Dados do HCiF <sub>3</sub> com $D_u$ de 4,0 mm e $C_{VA}$ de 1,0%. ....	127

Tabela A.26 - Dados do HClF <sub>3</sub> com $D_u$ de 4,0 mm e $C_{VA}$ de 5,5%.....	127
Tabela A.27 - Dados do HClF <sub>3</sub> com $D_u$ de 4,0 mm e $C_{VA}$ de 10,0%.....	127
Tabela A.28 – Dados do HClF <sub>3</sub> com $D_u$ de 5,0 mm e $C_{VA}$ de 1,0%.....	128
Tabela A.29 – Dados do HClF <sub>3</sub> com $D_u$ de 5,0 mm e $C_{VA}$ de 5,5%.....	128
Tabela A.30 – Dados do HClF <sub>3</sub> com $D_u$ de 5,0 mm e $C_{VA}$ de 10,0%.....	128
Tabela B.1 – Resultados experimentais para o hidrociclone HCON <sub>1</sub> .....	131
Tabela B.2 – Resultados Experimentais para o hidrociclone HClF <sub>1</sub> .....	133
Tabela B.3 - Resultados experimentais para o hidrociclone HCON <sub>2</sub> .....	134
Tabela B.4 - Resultados Experimentais para o hidrociclone HClF <sub>2</sub> .....	135
Tabela B.5 – Resultados experimentais para o hidrociclone HCON <sub>3</sub> .....	136
Tabela B.6 – Resultados experimentais para o hidrociclone HClF <sub>3</sub> .....	137
Tabela B.7 - Valores dos desvios experimentais das grandezas analisadas para os hidrociclones das matrizes de planejamento (ponto central).....	142
Tabela B.8 – Teste de hipótese para HCON <sub>1</sub> /HClF <sub>1</sub> ( $C_{VA} = 1,0\%$ ; $D_U = 3$ mm).....	142
Tabela B.9 - Teste de hipótese para HCON <sub>1</sub> /HClF <sub>1</sub> ( $C_{VA} = 1,0\%$ ; $D_U = 4$ mm).....	143
Tabela B.10 – Teste de hipótese para HCON <sub>1</sub> /HClF <sub>1</sub> ( $C_{VA} = 1,0\%$ ; $D_U = 5$ mm).....	143
Tabela B.11 - Teste de hipótese para HCON <sub>1</sub> /HClF <sub>1</sub> ( $C_{VA} = 5,5\%$ ; $D_U = 3$ mm).....	143
Tabela B.12 - Teste de hipótese para HCON <sub>1</sub> /HClF <sub>1</sub> ( $C_{VA} = 5,5\%$ ; $D_U = 4$ mm).....	143
Tabela B.13 – Teste de hipótese para HCON <sub>1</sub> /HClF <sub>1</sub> ( $C_{VA} = 5,5\%$ ; $D_U = 5$ mm).....	143
Tabela B.14 – Teste de hipótese para HCON <sub>1</sub> /HClF <sub>1</sub> ( $C_{VA} = 10,0\%$ ; $D_U = 3$ mm).....	144
Tabela B.15 - Teste de hipótese para HCON <sub>1</sub> /HClF <sub>1</sub> ( $C_{VA} = 10,0\%$ ; $D_U = 4$ mm).....	144
Tabela B.16 – Teste de hipótese para HCON <sub>1</sub> /HClF <sub>1</sub> ( $C_{VA} = 10,0\%$ ; $D_U = 5$ mm).....	144
Tabela B.17 – Teste de hipótese para HCON <sub>2</sub> /HClF <sub>2</sub> ( $C_{VA} = 1,0\%$ ; $D_U = 3$ mm).....	144
Tabela B.18 – Teste de hipótese para HCON <sub>2</sub> /HClF <sub>2</sub> ( $C_{VA} = 1,0\%$ ; $D_U = 4$ mm).....	144
Tabela B.19 - Teste de hipótese para HCON <sub>2</sub> /HClF <sub>2</sub> ( $C_{VA} = 1,0\%$ ; $D_U = 5$ mm).....	145
Tabela B.20 – Teste de hipótese para HCON <sub>2</sub> /HClF <sub>2</sub> ( $C_{VA} = 5,5\%$ ; $D_U = 3$ mm).....	145
Tabela B.21 – Teste de hipótese para HCON <sub>2</sub> /HClF <sub>2</sub> ( $C_{VA} = 5,5\%$ ; $D_U = 4$ mm).....	145
Tabela B.22 – Teste de hipótese para HCON <sub>2</sub> /HClF <sub>2</sub> ( $C_{VA} = 5,5\%$ ; $D_U = 5$ mm).....	145
Tabela B.23 – Teste de hipótese para HCON <sub>2</sub> /HClF <sub>2</sub> ( $C_{VA} = 10,0\%$ ; $D_U = 3$ mm).....	145
Tabela B.24 – Teste de hipótese para HCON <sub>2</sub> /HClF <sub>2</sub> ( $C_{VA} = 10,0\%$ ; $D_U = 4$ mm).....	146
Tabela B.25 – Teste de hipótese para HCON <sub>2</sub> /HClF <sub>2</sub> ( $C_{VA} = 10,0\%$ ; $D_U = 5$ mm).....	146
Tabela B.26 – Teste de hipótese para HCON <sub>3</sub> /HClF <sub>3</sub> ( $C_{VA} = 1,0\%$ ; $D_U = 3$ mm).....	146
Tabela B.27 - Teste de hipótese para HCON <sub>3</sub> /HClF <sub>3</sub> ( $C_{VA} = 1,0\%$ ; $D_U = 4$ mm).....	146
Tabela B.28 – Teste de hipótese para HCON <sub>3</sub> /HClF <sub>3</sub> ( $C_{VA} = 1,0\%$ ; $D_U = 5$ mm).....	146

---

Tabela B.29 – Teste de hipótese para HCON <sub>3</sub> /HCiF <sub>3</sub> ( $C_{VA} = 5,5\%$ ; $D_U = 3$ mm). .....	147
Tabela B.30 – Teste de hipótese para HCON <sub>3</sub> /HCiF <sub>3</sub> ( $C_{VA} = 5,5\%$ ; $D_U = 4$ mm). .....	147
Tabela B.31 – Teste de hipótese para HCON <sub>3</sub> /HCiF <sub>3</sub> ( $C_{VA} = 5,5\%$ ; $D_U = 5$ mm). .....	147
Tabela B.32 – Teste de hipótese para HCON <sub>3</sub> /HCiF <sub>3</sub> ( $C_{VA} = 10,0\%$ ; $D_U = 3$ mm). .....	147
Tabela B.33 – Teste de hipótese para HCON <sub>3</sub> /HCiF <sub>3</sub> ( $C_{VA} = 10,0\%$ ; $D_U = 4$ mm). .....	147
Tabela B.34 – Teste de hipótese para HCON <sub>3</sub> /HCiF <sub>3</sub> ( $C_{VA} = 10,0\%$ ; $D_U = 5$ mm). .....	148
Tabela C.1 – Resultados experimentais obtidos por Salvador (2017). .....	149

## LISTA DE SÍMBOLOS

$C_V$	Concentração volumétrica de sólidos, $[M^0L^0T^0]$
$C_{VA}$	Concentração volumétrica de sólidos na corrente de alimentação, $[M^0L^0T^0]$
$C_{VU}$	Concentração volumétrica de sólidos na corrente de <i>underflow</i> , $[M^0L^0T^0]$
$C_{WA}$	Concentração mássica de sólidos na corrente de alimentação, $[M^0L^0T^0]$
$C_{WU}$	Concentração mássica de sólidos na corrente de <i>underflow</i> , $[M^0L^0T^0]$
$d_{50}$	Diâmetro de corte, $[M^0L^1T^0]$
$d'_{50}$	Diâmetro de corte reduzido, $[M^0L^1T^0]$
$d_{63,2}$	Parâmetro ajustado do modelo RRB, $[M^0L^1T^0]$
$d_{63,2A}$	Parâmetro ajustado do modelo RRB para a corrente de alimentação, $[M^0L^1T^0]$
$d_{63,2u}$	Parâmetro ajustado do modelo RRB para a corrente de <i>underflow</i> , $[M^0L^1T^0]$
$D_c$	Diâmetro da seção cilíndrica do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
$D_i$	Diâmetro do duto de alimentação do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
$D_o$	Diâmetro do duto de <i>overflow</i> do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
$d_p$	Diâmetro da partícula, $[M^0L^1T^0]$
$D_u$	Diâmetro do duto de <i>underflow</i> do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
$Eu$	Número de Euler, $[M^0L^0T^0]$
$G$	Eficiência granulométrica, $[M^0L^0T^0]$
$G'$	Eficiência granulométrica Reduzida, $[M^0L^0T^0]$
$H$	Comprimento da seção cônica do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
$h$	Comprimento da seção cilíndrica do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
$L$	Comprimento total do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
$\ell$	Comprimento do <i>vortex finder</i> , $[M^0L^1T^0]$
$n$	Parâmetro ajustado do modelo RRB, $[M^0L^0T^0]$
$n_A$	Parâmetro ajustado do modelo RRB para a corrente de alimentação, $[M^0L^0T^0]$
$n_u$	Parâmetro ajustado do modelo RRB para a corrente de <i>underflow</i> , $[M^0L^0T^0]$
$P$	Parâmetro ajustado para o modelo de curva de eficiência, $[M^0L^0T^0]$
$Q$	Vazão volumétrica da corrente de alimentação do hidrociclone, $[M^0L^3T^{-1}]$
$Q_F$	Vazão volumétrica da corrente de filtrado do hidrociclone, $[M^0L^3T^{-1}]$
$Q_O$	Vazão volumétrica da corrente de <i>overflow</i> do hidrociclone, $[M^0L^3T^{-1}]$

$Q_U$	Vazão volumétrica da corrente de <i>underflow</i> do hidrociclone, $[M^0L^3T^{-1}]$
$RL$	Razão de líquido, $[M^0L^0T^0]$
$u_c$	Velocidade do fluido na seção cilíndrica, $[M^0L^1T^{-1}]$
$W$	Vazão mássica da corrente de alimentação, $[M^1L^0T^{-1}]$
$W_U$	Vazão mássica da corrente de <i>underflow</i> , $[M^1L^0T^{-1}]$
$X$	Fração mássica de partículas com diâmetro igual ou menor a $d_p$ na corrente de alimentação, $[M^0L^0T^0]$
$X_U$	Fração mássica de partículas com diâmetro igual ou menor a $d_p$ na corrente de <i>underflow</i> , $[M^0L^0T^0]$
$X_i$	Variável $i$ codificada, $[M^0L^0T^0]$

### Símbolos Gregos

$-\Delta P$	Queda de pressão, $[M^1L^{-1}T^2]$
$\eta$	Eficiência total, $[M^0L^0T^0]$
$\eta'$	Eficiência reduzida, $[M^0L^0T^0]$
$\theta$	Ângulo da seção cônica do hidrociclone, $[^0]$
$\mu$	Viscosidade do fluido, $[M^1L^{-1}T^1]$
$\rho$	Densidade da corrente do líquido, $[M^1L^{-3}T^0]$
$\rho_A$	Densidade da corrente de alimentação, $[M^1L^{-3}T^0]$
$\rho_s$	Densidade dos sólidos, $[M^1L^{-3}T^0]$
$\rho_u$	Densidade da corrente de <i>underflow</i> , $[M^1L^{-3}T^0]$

---

## RESUMO

---

Os hidrociclones são equipamentos utilizados em processos de separação sólido-líquido e líquido-líquido, possuem tamanho reduzido e baixo custo de aquisição e manutenção. Diversos estudos vêm sendo desenvolvidos na busca por melhorar o desempenho desses equipamentos, garantindo um processo mais eficiente e com menores gastos energéticos. Neste âmbito, pesquisadores da FEQUI/UFU desenvolveram hidrociclones filtrantes. A proposta deste trabalho foi avaliar o desempenho de hidrociclones cilíndrico-filtrantes otimizados por Salvador (2017) frente a hidrociclones convencionais sob os mesmos parâmetros geométricos e operacionais. Para isso, variaram-se em três níveis a concentração volumétrica de sólidos na alimentação, o diâmetro de *underflow* e a queda de pressão nos equipamentos. Para o caso de máxima eficiência total, a maior eficiência foi para o equipamento filtrante com 5 mm de diâmetro de *underflow*, operando a 1,77 bar e com uma suspensão de quartzito com concentração volumétrica de 1%, sendo de 88,55%. O aumento da concentração de sólidos na alimentação prejudicou a eficiência de separação. No segundo caso de otimização (mínima razão de líquido), os menores valores encontrados para a razão de líquido foram para os hidrociclones na condição mais diluída, chegando a 0,57% para uma modalidade convencional e 0,65% para uma filtrante. Para manter baixos valores de razão de líquido e valores de eficiência mais altos, foi necessário trabalhar com uma suspensão mais diluída. Já no terceiro caso de otimização, cujo objetivo era minimizar o número de Euler, o equipamento filtrante com 5 mm de diâmetro de *underflow*, em uma concentração volumétrica de alimentação de 5,5% exibiu menor número de Euler, sendo de 578. O acréscimo no percentual de sólidos causou uma diminuição do gasto energético para esses equipamentos. Por fim, as equações de projeto e as curvas de eficiência para os hidrociclones cilíndrico-filtrantes foram levantadas com um ajuste satisfatório.

Palavras-chave: separação sólido-líquido, concentração volumétrica de sólidos, filtração, diâmetro de *underflow*, equações de projeto.



---

## ABSTRACT

---

Hydrocyclones are devices used in solid-liquid and liquid-liquid separation processes, having a small size and low acquisition and maintenance cost. Several studies have been developed to increase the performance of these equipment, guaranteeing a more efficient process with lower energy costs. In this context, researchers from FEQUI/UFU developed filtering hydrocyclones. The purpose of this paper was to evaluate the performance of cylindrical-filtering hydrocyclones optimized by Salvador (2017) towards conventional hydrocyclones with the same geometric and operational parameters. Thereunto, the volumetric concentration of solids in the feed, the underflow diameter and the pressure drop in the equipment were varied in three levels. For the case of maximum total efficiency, the highest efficiency was obtained for the filtering equipment with 5 mm of underflow diameter, operating at 1.77 bar and with a quartzite suspension with volumetric concentration of 1%, being 88.55%. The increase of feed's solids concentration impaired the separation efficiency. In the second case of optimization (minimum underflow-to-throughput ratio), the lowest values found were obtained for the hydrocyclones in the most diluted condition, reaching 0.57% for a conventional modality and 0.65% for a filtering one. To maintain lower net ratios and higher efficiency values, it was necessary to work with a more diluted suspension. In the third optimization case, whose objective was to minimize Euler number, the filtering equipment with 5 mm of underflow diameter, in a volumetric feed concentration of 5.5% showed a smaller Euler number, being 578. The increment in the percentage of solids caused a decrease on the energy cost for these devices. Finally, the project equations and efficiency curves for the cylindrical-filtering hydrocyclones were raised with satisfactory adjusts.

Keywords: solid-liquid separation, volumetric concentration of solids, filtration, underflow diameter, project equations.

---

## CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

---

Em diferentes setores industriais, a busca pela pureza de um produto é um fator determinante e imprescindível ao êxito de um processo químico. Em suma, os processos de separação estão diretamente relacionados à purificação das matérias-primas, a fim de se obter produtos que não estejam misturados a subprodutos ou até mesmo carregados de impurezas. Os processos de separação sólido-líquido fazem parte de um rol de operações unitárias muito importantes e bastante requeridas no âmbito industrial. Sendo assim, filtros, centrífugas e hidrociclones são predominantemente utilizados para o fim declarado (PATRA *et al.*, 2018).

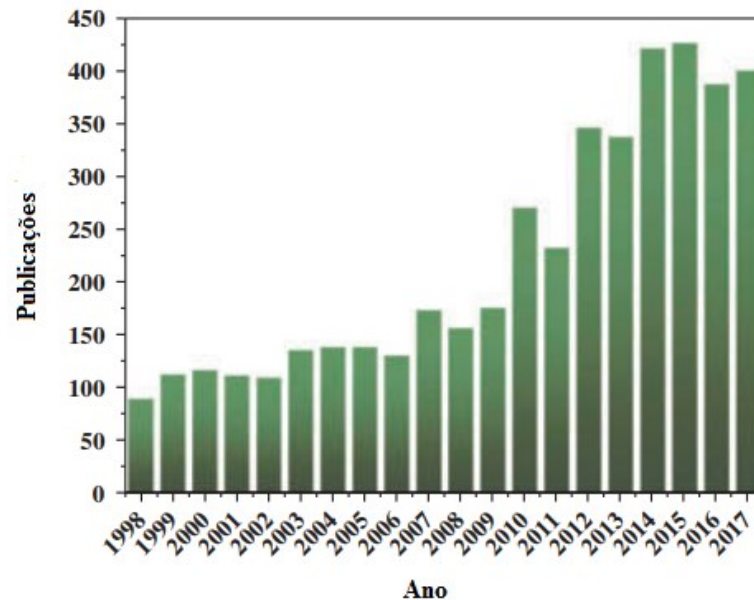
Com relação aos equipamentos capazes de separar sólidos de líquidos, destacam-se os hidrociclones. Trata-se de equipamentos bastante versáteis se comparados a outros separadores, como centrífugas e sedimentadores, apresentando algumas vantagens, tais como: baixo custo de instalação e baixa necessidade de manutenção por serem desprovidos de peças móveis. Além disso, são aplicáveis em condições mais restritas, como em processos onde pressão e temperatura estão em condições extremas, bem como em ambientes quimicamente agressivos (CHANG, 2016).

Além disso, os hidrociclones são equipamentos amplamente empregados em processos de separação sólido-líquido e líquido-líquido, que ocorrem devido à presença de um campo centrífugo. Sua aplicação se dá em diferentes setores industriais como o químico, petroquímico, minero-metalúrgico, alimentício, dentre outros. Não obstante, a aplicação desses equipamentos em alguns setores continua obscura, tendo em vista o pouco entendimento por parte dos projetistas dos complexos fenômenos envolvidos no escoamento interno desses separadores (TONIN *et al.*, 2015). Sendo assim, diversos estudos continuam sendo executados a fim de aprimorar e conhecer mais precisamente o comportamento de um fluido/suspensão durante o processo de separação, além da busca pela otimização das condições de operação e parâmetros geométricos dos hidrociclones.

Corroborando o fato de que numerosos grupos de pesquisa estão cada vez mais obstinados a estudar todos os aspectos supracitados acerca da hidrociclonagem, Tian *et al.* (2018) realizaram um levantamento da literatura no qual revela que a maioria dos estudos sobre

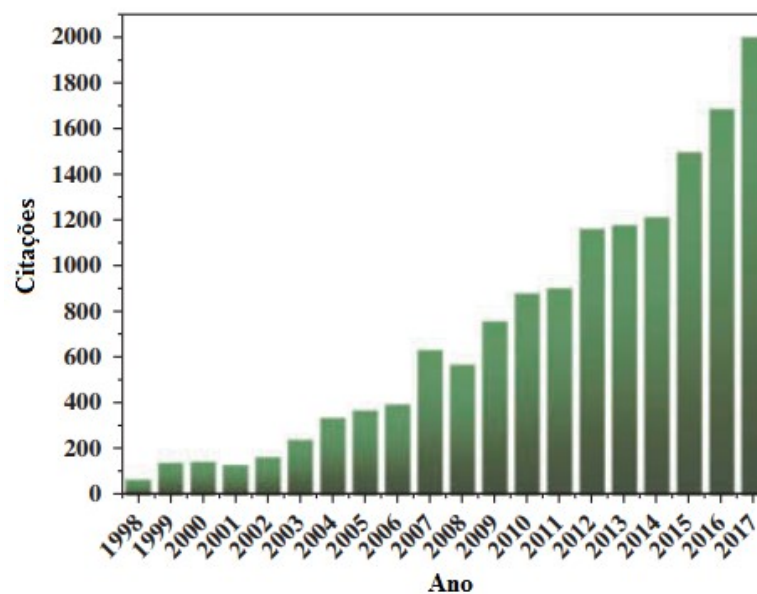
hidrociclones foram publicados e citados nas últimas duas décadas, como pode ser visto nas figuras 1.1 e 1.2.

Figura 1.1 – Número de publicações sobre hidrociclonagem nas últimas duas décadas



Fonte: Adaptado de Tian *et al.* (2018).

Figura 1.2 – Número de citações sobre hidrociclonagem nas últimas duas décadas.

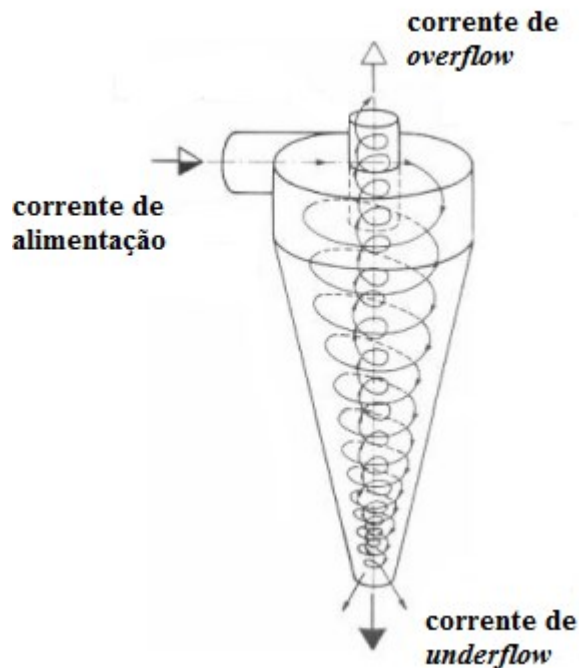


Fonte: Adaptado de Tian *et al.* (2018).

Os hidrociclones são equipamentos com uma estrutura relativamente simples, composta, basicamente, de uma parte superior cilíndrica acoplada a uma seção cônica inferior. Possuem um duto de entrada (alimentação) e dois de saída (*overflow* e *underflow*). A

alimentação é introduzida tangencialmente ao equipamento e, devido à geometria desse separador, a suspensão inicia um movimento rotacional descendente. Apresentam-se na Figura 1.3 as características mencionadas.

Figura 1.3 – Esboço da trajetória de uma suspensão ou emulsão dentro de um hidrociclone.



Fonte: Adaptado de Svarovsky (1984).

O princípio de separação nesses equipamentos é a sedimentação centrífuga. As partículas são separadas com base em seus tamanhos e densidades. Após a polpa ser introduzida, tangencialmente, a uma alta velocidade no hidrociclone, as partículas maiores, mais densas, ou de maior momento angular tendem a ocupar regiões mais próximas à parede do equipamento, sofrendo a ação das forças centrífuga e gravitacional. Essas partículas são descarregadas no *underflow* junto com uma pequena quantidade de fluido. Já as partículas menores, menos densas ou de menor momento angular tendem a ocupar a região central do equipamento e são forçadas a inverter a direção do fluxo por um vórtice ascendente interno que é direcionado ao *vortex finder* até sair através do *overflow*.

Svarovsky (2000) enfatiza que um conhecimento acerca do escoamento no interior de um hidrociclone é imprescindível para compreender a sua função e, *a posteriori*, para o projeto ideal e avaliação das trajetórias das partículas, o que permite fazer uma previsão da eficiência de separação. O autor também esclarece que a separação sólido-líquido que ocorre nos

hidrociclones nunca é completa. Partículas finas podem ser encontradas na corrente de *underflow*, bem como as grossas podem ser detectadas na corrente de *overflow*.

Como proferido, a hidrociclonagem é uma operação unitária presente em diversos setores industriais. Destacando-se o setor mineral das indústrias brasileiras, a aplicação de hidrociclones é bastante viável em seus processos de separação sólido-líquido. Exemplificando, a hidrociclonagem é muito empregada na área de processamento mineral, na deslamagem de minérios para a flotação, na remoção de partículas menores que 10  $\mu\text{m}$ , na retirada de impurezas em polpas minerais, em circuitos fechados de moagem, dentre outros. Com o objetivo de melhorar cada vez mais o desempenho desses separadores e de melhor adequar o uso de hidrociclones a processos específicos, diversos estudos vêm sendo pautados na projeção e construção de hidrociclones não-convencionais. Sendo assim, mudanças nos equipamentos são realizadas alterando-se aspectos geométricos deles, ou até mesmo associando-se uma ou mais operações unitárias simultâneas à hidrociclonagem. Neste contexto, apontam-se os hidrociclones filtrantes, capazes de proporcionar melhor desempenho na separação sólido-líquido quando comparados àqueles convencionais de mesma configuração geométrica e operando nas mesmas condições (SILVA, 2014).

A Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia (FEQUI/UFU) vem desenvolvendo desde a década de 1980 hidrociclones não-convencionais com o objetivo de otimizar a separação desses equipamentos. Para isso, a incorporação de uma ou mais seções filtrantes nos hidrociclones foi e continua sendo objeto de estudo dos pesquisadores. O processo de separação em hidrociclones filtrantes é similar ao dos convencionais. O que difere nos novos equipamentos é o surgimento de uma corrente adicional de fluido advinda da região filtrante do separador que pode ser a cilíndrica, a cônica ou ambas. Sendo assim, diversos pesquisadores estudaram a implementação de uma ou mais seções porosas ao hidrociclone, e os resultados encontrados nas pesquisas da FEQUI/UFU explicitam que pode haver uma redução nos custos energéticos e que a filtração pode vir a aumentar eficiência de separação dos hidrociclones filtrantes comparados aos convencionais.

Além de incorporar a filtração como operação unitária à hidrociclonagem, torna-se curioso avaliar, concomitantemente, mudanças em variáveis geométricas e/ou operacionais nesse processo de separação, buscando uma otimização do hidrociclone. Sendo assim, a continuidade das investigações com hidrociclones filtrantes pode contribuir para o aprimoramento de um processo extensivamente requerido nas indústrias de todo o mundo.

## 1.1 – Objetivos

Considerando todos os aspectos abordados, o objetivo geral deste trabalho foi avaliar o desempenho de hidrociclones cilíndrico-filtrantes otimizados por Salvador (2017), buscando potencializar o desempenho de separação deste equipamento filtrante. Para isso, os seguintes objetivos específicos foram estabelecidos:

- Avaliar a influência das variáveis geométricas (diâmetro de *underflow*, concentração volumétrica da corrente de alimentação e queda de pressão) bem como a interação entre elas, no desempenho dos hidrociclones cilíndrico-filtrantes otimizados para máxima Eficiência Total (caso 1), mínima Razão de Líquido (caso 2) e mínimo Número de Euler (caso 3);
- Comparar o desempenho dos hidrociclones cilíndrico-filtrantes otimizados com suas respectivas modalidades convencionais (totalmente maciço), diante de alterações nas variáveis mencionadas;
- Levantar as equações de projeto dos hidrociclones cilíndrico-filtrantes otimizados e suas respectivas curvas de eficiência.

---

## CAPITULO 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

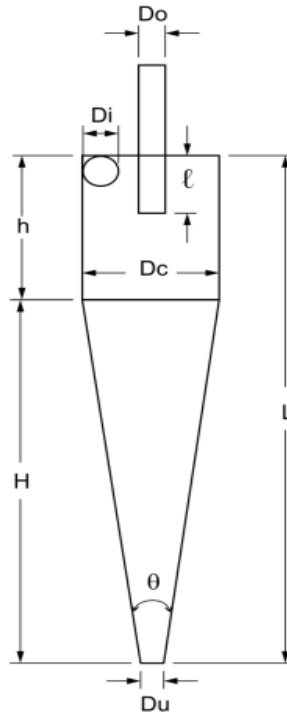
---

Neste capítulo, apresentam-se as características gerais dos hidrociclones. Além disso, as variáveis relacionadas ao processo de separação são elencadas. Posteriormente, uma abordagem atual referente a alguns estudos sobre hidrociclones não-convencionais é feita, e um breve estudo dos hidrociclones filtrantes desenvolvidos na FEQUI/UFU é descrito. Por fim, apresentam-se modelos matemáticos que estão associados à caracterização desses equipamentos.

### **2.1 – Características dos Hidrociclones Convencionais: Geometria e Escoamento**

Os hidrociclones são equipamentos muito versáteis no âmbito industrial. Eles são utilizados em processos de separação sólido-líquido, líquido-líquido ou até mesmo gás-líquido, onde a presença de um campo centrífugo delimita o processo. Conforme explanado anteriormente, a alimentação é introduzida tangencialmente a um hidrociclone e, devido à sua geometria, a suspensão inicia um movimento rotacional descendente. Para tornar mais fácil o entendimento acerca da trajetória das partículas dentro do equipamento é necessário, *a priori*, elencar genericamente as dimensões características de um hidrociclone. Explicita-se na Figura 2.1 a geometria de um hidrociclone convencional.

Figura 2.1 – Dimensões características de um hidrociclone



Fonte: Adaptado de Silva (2014).

As principais dimensões características visualizadas na Figura 2.1 são: diâmetro da alimentação ( $D_i$ ), diâmetro do *overflow* ( $D_o$ ), diâmetro do *underflow* ( $D_u$ ), diâmetro da seção cilíndrica ( $D_c$ ), comprimento total ( $L$ ), comprimento do *vortex finder* ( $\ell$ ), comprimento da seção cilíndrica ( $h$ ), comprimento do tronco de cone ( $H$ ) e ângulo do tronco de cone ( $\theta$ ).

Definidas as suas dimensões, os hidrociclones podem ser agrupados em famílias. Cada família agrupa um conjunto de separadores que mantêm uma proporção fixa de suas principais dimensões geométricas com o diâmetro da parte cilíndrica (Vieira, 2006). Como exemplos, mencionam-se quatro famílias clássicas: Bradley, Rietema, Krebs e Demco II. Apresentam-se na Tabela 2.1 as principais relações geométricas para cada família de hidrociclones.

Tabela 2.1 – Relações geométricas de cada família de hidrociclones

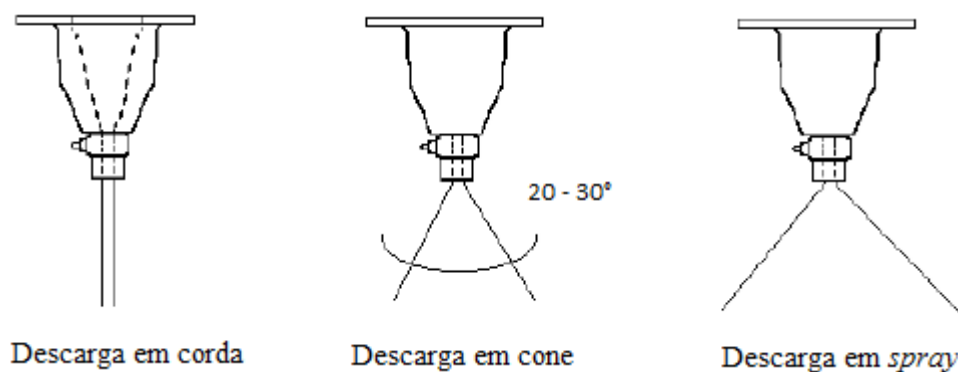
<i>Família</i>	$D_i/D_c$	$D_o/D_c$	$\ell/D_c$	$L/D_c$	$\theta$
Bradley	0,133	0,200	0,330	6,850	9,0°
Rietema	0,280	0,340	0,400	5,000	20,0°
Demco II	0,244	0,313	0,833	3,900	20,0°
Krebs	0,267	0,159	-	5,874	12,7°

Fonte: Adaptada de Silva (2014).



Dependendo do tipo de descarga no *apex* (região onde as partículas mais grossas e densas são orientadas), torna-se possível avaliar as condições de operação de um hidrociclone. Três tipos de descarga podem ser observados: descarga em corda, em cone ou em *spray*. Na descarga em corda o diâmetro do *apex* é insuficiente, fazendo com que partículas grossas sejam desviadas para o *overflow*. É comumente utilizada quando se tem o objetivo de adensar, e não de classificar. A descarga em cone é tida como uma operação normal, onde o *apex* está normalmente dimensionado. Já na descarga em “*spray*”, o diâmetro do *apex* excede o recomendável, resultando na passagem de partículas finas também para o *underflow* (CARRISSO e CORREIA, 2004). Os três tipos de descarga supracitados estão ilustrados na Figura 2.2.

Figura 2.2 – Tipos de descarga no Apex de um hidrociclone



Fonte: Adaptado de CARRISSO e CORREIA (2004).

Svarovsky (2000) destaca a aplicação da hidrociclonação em três processos industriais: a classificação, o espessamento e a clarificação. Além disso, o referido autor cita que alterar as dimensões geométricas supracitadas em um hidrociclone influencia seu poder de classificação. De acordo com Machaca (2010), a classificação consiste em separar uma quantidade inicial de partículas com base em suas diferenças de tamanho. No caso da hidrociclonação, pode ser aplicada na separação dos sólidos em finos e grossos. A clarificação, segundo Salvador (2013), é utilizada quando o principal objetivo de uma indústria é produzir um *overflow* limpo, ou seja, aumentar a recuperação de sólidos advindos da alimentação, obtendo a clarificação do líquido. Em contrapartida, quando a principal finalidade em um processo é o de garantir uma alta concentração de sólidos na corrente de *underflow*, emprega-se o processo de espessamento, no qual qualquer perda de sólidos no *overflow* é inconveniente.

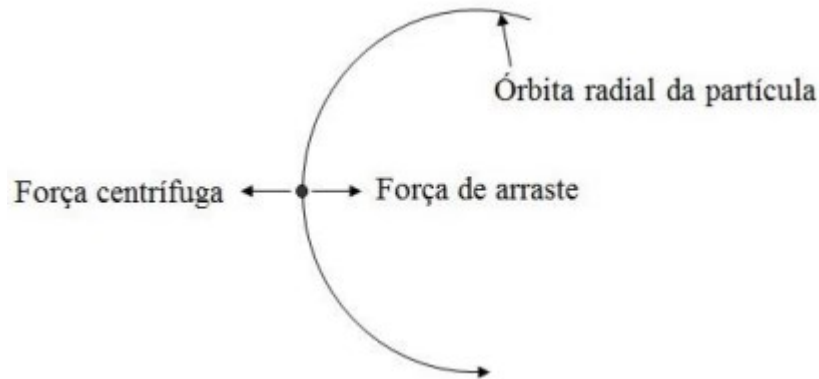
Sabendo-se então que a geometria de um hidrociclone está intimamente ligada à função que ele desempenha, a modificação de algumas variáveis geométricas pode alterar a função do equipamento. Exemplificando, Svarovsky (2000) cita que diminuir o orifício de alimentação causa maior resistência ao escoamento, não obstante consegue-se recuperar mais partículas devido à maior velocidade de alimentação.

Acerca das famílias de hidrociclones previamente apresentadas na Tabela 2.1, Gonçalves (2016) destaca que os hidrociclones da família Rietema apresentam um baixo gasto energético e são bons concentradores, além de possuírem o comprimento da parte cilíndrica maior que o comprimento do tronco de cone. Já aqueles pertencentes à família Bradley exibem um maior tronco de cone e um menor ângulo, sendo bons classificadores. Todavia demandam um alto gasto energético.

Fica claro, pois, que manipular as dimensões características em um projeto de hidrociclone, pode afetar significativamente o desempenho e a eficiência deste equipamento. Ademais, há outras condições operacionais extremamente importantes na avaliação de um hidrociclone, como a queda de pressão e a concentração na corrente de alimentação. Tais condições serão elucidadas posteriormente, quando alguns conceitos básicos relativos à separação em hidrociclones forem apresentados.

O movimento rotacional do fluido dentro de um hidrociclone é assegurado pela entrada tangencial (alimentação) e pela energia de pressão. Ocorre uma aceleração centrífuga de modo que a separação aconteça na direção radial. Em se tratando de partículas em aceleração, é interessante destacar as forças que agem sobre cada uma delas durante a hidrociclonagem: a força centrífuga e a força de arraste. Svarovsky (1984) garante que, apesar de estar presente, a força gravitacional não afeta significativamente o processo de separação, visto que o campo centrífugo é muito superior ao campo gravitacional dentro do equipamento. É pelo fato de a força gravitacional não influenciar significativamente a separação, que os hidrociclones podem ser operados verticalmente, horizontalmente ou inclinados em qualquer ângulo. Essas forças atuantes estão explicitadas na Figura 2.3.

Figura 2.3 – Forças que atuam em uma partícula no interior de um hidrociclone.

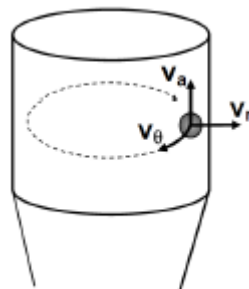


Fonte: Adaptado de Wills et al. (2006).

Com base no balanço de forças que atuam sobre cada partícula dentro de um hidrociclone, é relevante destacar que se a força centrífuga for maior que a força de arraste, as partículas se movimentarão em direção à parede do equipamento. Em contrapartida, caso a força de arraste seja superior à força centrífuga, haverá um movimento em direção ao centro do equipamento.

São os vetores da velocidade que determinam a força que atua nas partículas. A força centrífuga está relacionada ao vetor velocidade tangencial ( $v_{\theta}$ ), ao passo que a força de arraste está associada ao vetor velocidade radial ( $v_r$ ) (SVAROVSKY, 2000). Contudo, além dessas duas componentes de velocidade, existe uma terceira denominada velocidade axial ( $v_a$ ). Ela é responsável pela descarga das partículas e não influencia diretamente o balanço de forças durante o processo (MELO, 2010). Na Figura 2.4 esboçam-se as componentes da velocidade em uma partícula no hidrociclone.

Figura 2.4 – Decomposição do vetor velocidade em uma partícula no interior de um hidrociclone.



Fonte: BERGSTRÖM (2006).

Embora a componente de velocidade dominante em um hidrociclone seja a tangencial, a presença das componentes nas direções radial e axial dificulta o movimento. O campo de escoamento formado por essas três componentes de velocidade é bastante complexo e resulta em colisões significativas entre as partículas. A componente axial da velocidade também é significativa, mas desempenha um papel indireto na separação, visto que ela varia com a distância do eixo de uma maneira complexa (DARBY, 2001; POPESCU *et al.*, 2015).

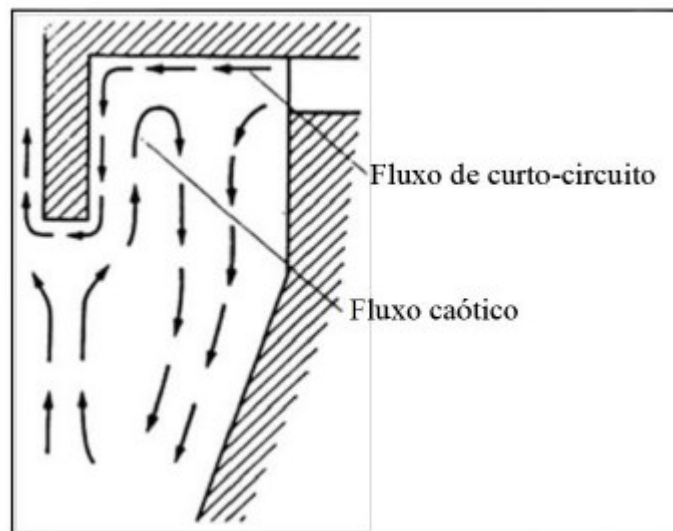
A velocidade tangencial é considerada a mais dominante na hidrociclonagem e é a principal responsável por expulsar o fluido através do *overflow* (WANG e YU, 2008; DELGADILLO e RAJAMANI, 2009). Tal velocidade não se altera significativamente na seção cilíndrica do hidrociclone, mas à medida que se move em direção à seção cônica, sua magnitude em uma posição radial específica diminui, devido ao decaimento sucessivo da intensidade do fluxo turbulento (BANERJEE *et al.*, 2016).

De acordo com Banerjee *et al.* (2016), entender o mecanismo de separação nos hidrociclones é complicado pelo fato de ele possuir geometria cilíndrica e cônica. Portanto, torna-se essencial desenvolver modelos matemáticos industrialmente amigáveis para superar as limitações em um hidrociclone. Quanto ao escoamento turbulento no interior do equipamento, os autores citam que ocorre um fluxo do tipo de vórtice composto, o qual compreende uma zona de vórtice livre e forçada. Próximo à região central do equipamento, há uma zona de vórtice forçado, já a zona de vórtice livre é encontrada mais próxima à parede do hidrociclone, e esses vórtices são movimentos espirais que surgem em decorrência da diferença de pressão entre regiões vizinhas no separador.

Acredita-se que o vórtice interno em um hidrociclone se origina perto da região do *apex* e sai através do *vortex finder* em alta velocidade. E é devido à diferença de pressão entre o *apex* e a região do *vortex finder* que há um movimento de fluxo ascendente. À medida que o fluido percorre a seção cônica, as componentes de velocidade se tornam maiores devido à diminuição da seção disponível ao escoamento. Altas velocidades tangenciais provocam a diminuição da queda de pressão e, devido ao surgimento de uma região de pressão negativa no eixo central, forma-se o *air core*. Este fenômeno induz a entrada de ar pelo duto de *underflow* e a saída do mesmo pelo *overflow*. Conforme o fluido se move para cima, sua velocidade começa a acelerar devido ao fluxo adicional, atingindo seu valor máximo logo antes de entrar no *vortex finder*, o que rege o mecanismo de divisão de fluxos no interior do hidrociclone (YAO e FANG, 2012; BANERJEE *et al.*, 2016; GONÇALVES, 2016). Consoante Vieira (2006), o *air core* pode ser evitado através da adição de contrapressão ou alterando-se a faixa de operação em que o hidrociclone é utilizado.

Outra particularidade referente ao escoamento interno nos hidrociclones é a ocorrência de um fenômeno denominado curto-circuito. Ele ocorre entre o orifício de entrada e o duto de *overflow*, devido à obstrução do fluxo tangencial pela corrente que entra no equipamento (SALVADOR, 2013). Diante disso, o projeto adequado de um *vortex finder* é imprescindível para garantir a menor perda de material não-classificado. Um *vortex finder* muito pequeno poderá ocasionar um curto-circuito de partículas no hidrociclone. Em contrapartida, para um *vortex finder* muito longo, uma menor quantidade de partículas poderá ser coletada no *underflow*, comprometendo a eficiência de separação do equipamento (SILVA, 2014). Apresenta-se na Figura 2.5 um esboço da região de curto-circuito em um hidrociclone.

Figura 2.5 – Região de curto-circuito no interior de um hidrociclone.



Fonte: GONÇALVES (2016).

## 2.2 – Conceitos Básicos aplicados à Hidrociclonação

No que tange aos processos de separação em hidrociclones, alguns conceitos básicos são fundamentais para o estudo destes processos. Sendo assim, essas definições serão abordadas a fim de facilitar a compreensão do trabalho desenvolvido.

### 2.2.1 – Concentrações Volumétricas ( $C_{VA}$ , $C_{VU}$ )

A partir das concentrações mássicas e das densidades do fluido e do material particulado, obtêm-se as suas concentrações volumétricas da corrente de alimentação ( $C_{VA}$ ) e da corrente de *underflow* ( $C_{VU}$ ), explicitadas nas equações 2.1 e 2.2 respectivamente.

$$C_{VA} = \frac{1}{\left[ \frac{\rho_s}{\rho} \left( \frac{1}{C_{WA}} - 1 \right) + 1 \right]} \quad (2.1)$$

$$C_{VU} = \frac{1}{\left[ \frac{\rho_s}{\rho} \left( \frac{1}{C_{WU}} - 1 \right) + 1 \right]} \quad (2.2)$$

Em que  $C_{WA}$  é a concentração mássica de sólidos na corrente de alimentação;  $C_{WU}$  é a concentração mássica de sólidos na corrente de *underflow*;  $\rho_s$  é a densidade de sólidos e  $\rho$  é a densidade do líquido.

### 2.2.2 – Vazões Volumétricas ( $Q$ , $Q_U$ )

O quociente da vazão mássica de uma corrente pela sua respectiva densidade é a sua própria vazão volumétrica. As vazões volumétricas das correntes de alimentação e *underflow* estão descritas pelas Equações 2.3 e 2.4 respectivamente.

$$Q = \frac{W}{\rho_A} \quad (2.3)$$

$$Q_U = \frac{W_U}{\rho_U} \quad (2.4)$$

Em que  $W$  é a vazão mássica na corrente de alimentação e  $W_U$  é a vazão mássica na corrente de *underflow*. As densidades das correntes de alimentação ( $\rho_A$ ) e *underflow* ( $\rho_U$ ) podem ser calculadas pelas Equações 2.5 e 2.6.

$$\rho_A = \frac{\rho}{1 - C_{WA} \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_s} \right)} \quad (2.5)$$

$$\rho_U = \frac{\rho}{1 - C_{WU} \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_s} \right)} \quad (2.6)$$

### 2.2.3 – Razão de Líquido ( $R_L$ )

Basicamente, durante o escoamento os hidrociclones agem como um divisor de corrente, sendo esse efeito comumente conhecido como “efeito T” que permite um arraste das partículas em direção ao *underflow*. É interessante destacar que esse efeito é independente da existência de campo centrífugo dentro do equipamento, visto que uma quantidade de sólidos pode ser removida no concentrado. A razão de líquido é, portanto, uma fração correspondente à quantidade de líquido descarregada na corrente de *underflow* comparada àquela alimentada inicialmente no hidrociclone. Essa fração está representada pela Equação 2.7.

$$R_L = \frac{Q_U(1 - C_{VU})}{Q(1 - C_{VA})} \quad (2.7)$$

Pela equação apresentada, fica claro que quanto maior for a vazão na corrente de *underflow* ( $Q_U$ ), maior será a razão de líquido ( $R_L$ ). Maiores valores de razão de líquido indicam, pois, que mais partículas são arrastadas para a corrente de *underflow*, aumentando a eficiência de separação.

### 2.2.4 – Eficiência Total ( $\eta$ )

O cálculo para a eficiência total de um hidrociclone é feito conforme a Equação 2.8. Esse parâmetro indica qual foi a quantidade de sólidos obtidos na corrente de *underflow* comparada àquela introduzida na alimentação, sendo expressa por um valor de zero a 1 ou em porcentagem. Conceitualmente, a eficiência total de um hidrociclone independe se a separação no mesmo foi por centrifugação ou simplesmente pelo já referido “efeito T”.

$$\eta = \frac{C_{WU}W_U}{C_{WA}W} \quad (2.8)$$

### 2.2.5 – Eficiência Total Reduzida ( $\eta'$ )

O que difere a eficiência total reduzida da eficiência total de um hidrociclone é que a reduzida é obtida levando em consideração apenas as partículas coletadas no *underflow* via centrifugação. Para isso, deve-se descontar o valor da razão de líquido no cálculo da eficiência total. O cálculo da eficiência total reduzida de um hidrociclone é efetuado segundo a Equação 2.9.

$$\eta' = \frac{\eta - R_L}{1 - R_L} \quad (2.9)$$

### 2.2.6 – Eficiência Granulométrica ( $G$ )

A eficiência granulométrica é calculada tendo como referência um determinado tamanho individual da partícula. Quando conhecida a distribuição granulométrica das partículas, a eficiência granulométrica pode ser obtida. Também conhecida como eficiência por tamanho, ela é definida como a razão entre a taxa mássica das partículas no *underflow* e a taxa mássica dos sólidos de mesmo tamanho na alimentação, conforme descrito pela Equação 2.10.

$$G = \eta \frac{\frac{dX_U}{d(d_p)}}{\frac{dX}{d(d_p)}} \quad (2.10)$$

Na equação descrita,  $X_U$  é a fração mássica de partículas com diâmetro igual ou menor que  $d_p$  na corrente de *underflow*,  $X$  é a fração mássica de partículas com diâmetro igual ou menor que  $d_p$  na corrente de alimentação, e  $d_p$  é o diâmetro da partícula.

Consoante Svarovsky (2000), a eficiência de separação tem um caráter de probabilidade. Então, os resultados encontrados a partir da equação 2.10 são analisados por intermédio de uma curva de probabilidade que relaciona a eficiência granulométrica ao tamanho da partícula. A curva de eficiência granulométrica representa a probabilidade em que partículas de mesmo tamanho sejam separadas na corrente de *underflow* a partir da alimentação no hidrociclone (SILVA, 2012).



### 2.2.7 – Eficiência Granulométrica Reduzida ( $G'$ )

Similarmente à eficiência total reduzida ( $\eta'$ ), a eficiência granulométrica reduzida ( $G'$ ) leva em consideração apenas as partículas que sofreram ação do campo centrífugo dentro de um hidrociclone. Portanto, o efeito da razão de líquido deve ser descontado, como visto na Equação 2.11.

$$G' = \frac{G - R_L}{1 - R_L} \quad (2.11)$$

### 2.2.8 – Diâmetro de Corte ( $d_{50}$ )

Este parâmetro representa o diâmetro da partícula que será separada com eficiência ' $G'$ ' de 50%. Essa percentagem de 50% significa que partículas com diâmetro  $d_{50}$  têm a mesma probabilidade de serem direcionadas tanto para o *underflow* quanto para o *overflow*. Sendo assim, partículas maiores que  $d_{50}$  terão mais chances de serem coletadas com uma eficiência granulométrica maior que 50% e, em contrapartida, aquelas menores que  $d_{50}$  serão coletadas com uma eficiência menor que 50%.

### 2.2.9 – Diâmetro de Corte Reduzido ( $d'_{50}$ )

Assim como as variáveis anteriores, desconta-se do diâmetro de corte a razão de líquido, resultando no diâmetro de corte reduzido ( $d'_{50}$ ). Esse parâmetro é utilizado como referência ao poder de classificação dos hidrociclones, considerando apenas a ação do campo centrífugo (SALVADOR, 2013).

### 2.2.10 – Número de Euler ( $Eu$ )

O número de Euler é um adimensional que está associado à perda de pressão baseada na queda de pressão estática do hidrociclone (SVAROVSKY, 2000). Ele relaciona a queda de pressão (diferença de pressão entre a alimentação e o overflow) à energia cinética por volume, como mostrado na Equação 2.12.

$$Eu = \frac{-\Delta P}{\frac{\rho u_c^2}{2}} \quad (2.12)$$

Na Equação 2.12,  $u_c$  é a velocidade do fluido na seção cilíndrica do hidrociclone, a qual é dada por:

$$u_c = \frac{4Q}{\pi D_c^2} \quad (2.13)$$

### 2.3 – Modelos para a Previsão do Desempenho de Separação de Hidrociclones

Na literatura, existem correlações matemáticas capazes de prever o desempenho de separação dos hidrociclones e o uso dessas correlações se dá mediante a coleta dos resultados experimentais. Assim sendo, tais modelos/correlações garantem uma boa previsão da performance de separação desses separadores sem a necessidade de serem realizados copiosos testes experimentais ou projeções computacionais.

De acordo com Arruda (2003), o Modelo do Tempo de Residência foi inicialmente proposto por Rietema (1961) e pressupõe que uma determinada partícula só seria coletada caso ela fosse capaz de se deslocar radialmente da entrada até a parede do hidrociclone em um tempo igual ou inferior àquele em que permaneceu no interior do equipamento, ou seja, num tempo de residência disponível. Este modelo tem as seguintes hipóteses: distribuição homogênea das partículas no duto de alimentação, validade do regime de Stokes para a velocidade terminal e desprezo aos efeitos de concentração e turbulência no processo.

Rietema (1961) relacionou a velocidade radial da partícula ao tamanho da própria partícula, à viscosidade do fluido e à força centrífuga, como explicitado na Equação 2.14.

$$\frac{-\Delta P(\rho_s - \rho)}{\mu \rho Q} L d_{50}' = \frac{18}{\pi} \frac{v_z}{v_i} \frac{D_c}{D_i} \quad (2.14)$$

Massarani (1989) fez modificações nas equações de Rietema (1961), passando a levar em consideração os efeitos da concentração de sólidos e da razão de líquido para o diâmetro de corte reduzido. As equações de Massarani (1989) fornecem a relação entre o diâmetro de corte,

as dimensões do hidrociclone, suas condições operacionais e as propriedades físicas do sistema, conforme disposto na Equação 2.15.

$$\frac{d'_{50}}{D_c} = K \left[ \frac{\mu D_c}{Q(\rho_s - \rho)} \right]^{\frac{1}{2}} f(R_L) g(C_V) \quad (2.15)$$

Na Equação 2.15,  $D_c$  é o diâmetro da seção cilíndrica do hidrociclone,  $\mu$  e  $Q$  são, respectivamente, a viscosidade e a vazão do fluido que alimenta o hidrociclone,  $K$  é um parâmetro que depende da configuração do equipamento,  $f$  é um fator de correção que leva em consideração a coleta das partículas no *underflow* sem ação do campo centrífugo (efeito “T”) e  $g$  é um fator relacionado à concentração volumétrica de sólidos na alimentação.

Os fatores  $f$  e  $g$  da equação de Massarani (1989) são expressos pelas equações 2.16, 2.17 e 2.18.

$$f(R_L) = 1 + AR_L \quad (2.16)$$

Sendo:

$$R_L = B \left( \frac{D_U}{D_C} \right)^C \quad (2.17)$$

$A$ ,  $B$  e  $C$  são parâmetros relacionados à configuração do hidrociclone estudado e  $D_U$  é o diâmetro de *underflow* do mesmo equipamento.

$$g(C_V) = \frac{1}{\left[ 4,8(1 - C_V)^2 - 3,8(1 - C_V) \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (2.18)$$

Baseado no que fora aludido, é ponderoso salientar que a busca por novas correlações que descrevam a performance de hidrociclones, a partir ou não de modelos pré-determinados como o de Massarani (1989), é objeto de estudo em diversas pesquisas em processos de separação, incluindo a deste presente estudo.

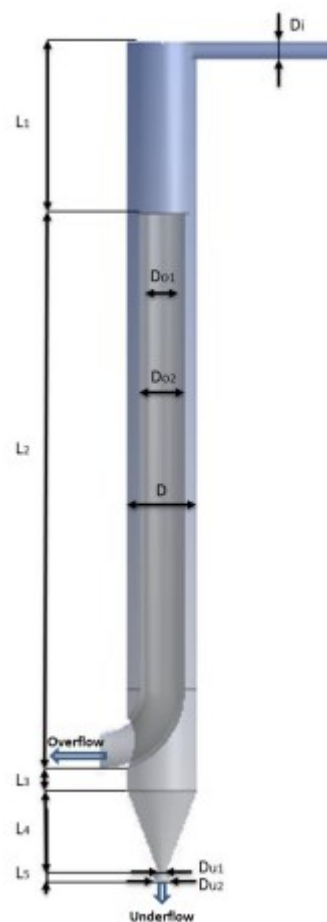
## 2.4 – Hidrociclones Não-Convencionais

A fim de melhorar o desempenho dos hidrociclones convencionais, diversos estudos foram e continuam sendo realizados. Como resultado, os hidrociclones convencionais passaram por um desenvolvimento significativo (TIAN *et al.*, 2018). E neste sentido, alguns estudos sobre hidrociclones não convencionais merecem destaque e serão mencionados a seguir.

Niazi *et al.* (2017) confeccionaram um mini-hidrociclone para a remoção de micron e sub-mícron partículas de metais pesados da água. Estudos sobre o tratamento de água e esgoto indicam que os hidrociclones podem ser uma solução confiável para este problema, apresentando várias vantagens quando comparados a outros métodos.

Sendo assim, a ideia dos autores foi projetar um hidrociclone que melhorasse a eficiência de separação além de simplificar a geometria e o fluxo interno do equipamento. Ao contrário dos hidrociclones convencionais, este novo equipamento apresenta correntes de *overflow* e *underflow* na mesma direção, como mostrado na Figura 2.6.

Figura 2.6 – Esboço do hidrociclone confeccionado pelos autores.



Fonte: NIAZI *et al.* (2017).

Os efeitos da corrente de alimentação e da concentração de sólidos foram estudados. Os resultados mostram uma boa eficiência de separação, variando de 69% a 90% variando a vazão de 15 a 45 mL s<sup>-1</sup>. Além disso, os baixos valores encontrados para o número de Euler indicaram uma economia no gasto energético deste equipamento. Quanto ao efeito de concentração de sólidos, o estudo mostrou que em uma variação de 0,1 a 4,0 g L<sup>-1</sup>, o teor de sólidos tem um pequeno efeito na eficiência de separação. Um aumento na concentração de sólidos até 2 g L<sup>-1</sup> aumentou a eficiência de separação, mas a partir disso, houve um decréscimo nessa resposta.

Bawab *et al.* (2016) construíram um sistema de lavagem com dois hidrociclones para o processo de beneficiamento de carvões, sendo um hidrociclone com fundo cônico e outro com fundo plano. Para descobrirem quais fatores causavam um efeito mais significativo durante o processo, os autores fizeram um planejamento fatorial fracionado de resolução IV e realizaram uma análise de variância.

Na análise estatística, um fator qualitativo (tipo de hidrociclone) e três quantitativos (diâmetro de partícula, concentração da suspensão e dimensão do orifício de *underflow*) foram avaliados em dois níveis. Com o hidrociclone de fundo plano e o hidrociclone cônico com diâmetro de descarga entre 15 e 17 mm, foi possível obter rendimentos em massa entre 70% e 80% e remoções semelhantes de cinzas e enxofre entre 30% e 40%. Contudo, o hidrociclone de fundo plano permitiu obter estes resultados com o dobro da concentração de carbono na alimentação. A partir da análise estatística os autores concluíram que tanto o diâmetro das partículas quanto as interações entre os fatores porcentagem em peso/diâmetro da partícula e porcentagem em peso/tipo de equipamento, não tinham efeito significativo no rendimento mássico do processo.

Para concentrações de 5% e 10% em peso de carbono, os autores concluíram que o  $D_u$  tinha um efeito significativo no processo de lavagem quando o hidrociclone de fundo cônico era usado, mas quando se utilizava o hidrociclone de fundo plano com 5% de concentração, o diâmetro de *underflow* não causava efeito significativo no processo. Por fim, os autores mencionam que o tipo de equipamento a ser utilizado deve ser selecionado de acordo com o objetivo desejado do processo. Se for desejado remover muita cinza e/ou enxofre, o equipamento a ser usado deve ser o hidrociclone de fundo plano, enquanto se o objetivo for atingir um rendimento de massa mais alto, um hidrociclone de fundo cônico deverá ser optado.

Patra *et al.* (2017) introduziram espiras de aço ao redor da seção cilíndrica de um hidrociclone em busca de um melhor desempenho de separação. Os experimentos foram conduzidos para diferentes tamanhos de partículas de areia, tanto no hidrociclone convencional quanto naquele com espiras, e os ensaios foram realizados com quatro velocidades de entrada

diferentes, sendo esta a variável operacional. A pressão estática diminuiu radialmente da parede para o eixo central de ambos os hidrociclones. A queda de pressão do hidrociclone com espiras foi menor do que a do hidrociclone convencional, indicando que utilizá-lo no processo de separação traria menores custos de bombeamento. As espiras guiavam melhor o fluido no hidrociclone, e o escoamento tornava-se mais suave. Como resultado, havia menor perda de energia cinética do fluido quando comparado ao do hidrociclone convencional. A eficiência de separação de ambos os hidrociclones aumentou com o tamanho das partículas, não obstante a eficiência de separação foi maior para o hidrociclone com espiras em comparação com o hidrociclone convencional de mesma dimensão. Isso também está relacionado ao fato de que as espiras guiavam melhor o fluido, além das partículas perderem energia cinética mais rapidamente devido à colisão inter-partículas e entre elas e as espiras. Por fim, o hidrociclone com espiras apresentou um menor diâmetro de corte em comparação com os hidrociclones convencionais.

Buscando remover flúor de águas residuais utilizando alumina ativada tratada com ácido clorídrico, Patra *et al.* (2018) desenvolveram um hidrociclone com espiras de aço inoxidável. Avaliando o efeito da vazão de entrada da suspensão, os autores concluíram que a eficiência para ambos os equipamentos se elevava quando se aumentava a vazão de entrada. Entretanto, a eficiência do hidrociclone não-convencional era sempre maior quando comparada ao equipamento convencional. Já o diâmetro de corte sempre decrescia com o aumento da vazão de entrada, além do que para o hidrociclone com espiras o  $d_{50}$  era sempre inferior. O efeito da alumina e da dose de alumina ativada tratada com HCl na remoção de fluoreto, em uma vazão de alimentação, também foi avaliado. Notou-se que a porcentagem de remoção de fluoreto se ampliava com o aumento das doses de alumina ou alumina tratada com HCl, à medida que se aumentava o número de partículas adsorventes. Ademais, a porcentagem de remoção de fluoreto diminuiu com o aumento da concentração inicial deste íon, utilizando tanto alumina ou alumina tratada com HCl.

Outra vertente de pesquisa no âmbito dos hidrociclones não-convencionais está relacionada à incorporação de um meio filtrante à seção cilíndrica e/ou cônica neste equipamento. É pertinente ressaltar que o processo de separação dos hidrociclones filtrantes se assemelha do convencional, exceto pelo surgimento de uma corrente adicional de fluido, a qual advém da coleta de filtrado produzido na região filtrante do separador (SALVADOR, 2017). A Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia vem desenvolvendo, com louvor, pesquisas acerca do tema supracitado. Portanto, os trabalhos realizados na FEQUI/UFU serão brevemente explanados na seção seguinte.

## 2.5 – Breve Histórico dos Hidrociclones Filtrantes Estudados na FEQUI/UFU

Os hidrociclones filtrantes se diferenciam dos convencionais por apresentarem uma ou mais paredes feitas de material poroso, tornando a seção permeável. Esse meio filtrante pode ser inserido ao longo do corpo do hidrociclone, sendo na seção cilíndrica, cônica ou em ambas. Damasceno e Massarani (1986) confeccionaram um sedimentador com fundo filtrante que serviu de inspiração para a futura construção de um hidrociclone filtrante, patenteado em 1991 (SALVADOR, 2017).

O primeiro trabalho realizado na FEQUI/UFU sobre hidrociclones filtrantes foi o de Lanna *et al.* (1992). Os autores desenvolveram um hidrociclone cônico-filtrante da família Bradley, sendo a seção cônica feita de nylon. Para avaliar o desempenho de separação deste equipamento não-convencional, um hidrociclone convencional com os mesmos parâmetros geométricos foi confeccionado a título de comparação. Os materiais particulados utilizados no processo foram carbonato de cálcio e sulfato de bário. Em um intervalo de queda de pressão de 0,55 a 2,25 kgf/cm<sup>2</sup>, os autores observaram que a vazão volumétrica de alimentação, a concentração de sólidos no *underflow* e o diâmetro de corte reduzido eram maiores para o hidrociclone filtrante, havendo decréscimo também na eficiência total do novo equipamento. Além disso, os gastos energéticos foram minimizados, uma vez que o número de Euler para o hidrociclone filtrante foi menor.

Vieira (1997) também estudou um hidrociclone filtrante da família Bradley. O propósito do seu trabalho foi avaliar diferentes meios filtrantes na separação de sulfato de bário. Ele utilizou as mesmas condições operacionais e os mesmos parâmetros geométricos de Lanna *et al.* (1992), com exceção do material da seção cônica que foi de polipropileno. As análises resultaram num comportamento semelhante do hidrociclone filtrante de propileno ao de *nylon* quando comparados aos convencionais.

Dando prosseguimento aos estudos do meio filtrante utilizado em hidrociclones, Souza (1999) confeccionou uma seção cônica permeável de partículas de bronze sinterizado para o hidrociclone, que oferecia mais rigidez mecânica ao equipamento. O material particulado foi um minério de nióbio, e a resistência do meio filtrante também foi analisada (utilizando as mesmas condições operacionais e parâmetros geométricos dos trabalhos anteriores). Como resultados, Souza (1999) verificou que a vazão volumétrica de alimentação era maior para o hidrociclone filtrante, o que ocasionava uma maior força centrífuga no interior do equipamento filtrante comparado ao convencional. Essa força era destinada à separação sólido-líquido e à produção de filtrado. Além do mais, o autor constatou que esse aumento na vazão de

alimentação era inversamente proporcional à resistência do meio filtrante. O número de Euler foi minorado e era função da resistência do meio filtrante.

Analisando a razão de líquido, Souza (1999) constatou que ela era diretamente proporcional à resistência do meio filtrante. Essa relação está associada aos vórtices criados no interior do equipamento, que sofriam influência da nova corrente de filtrado gerada no processo. Para meios filtrantes de alta permeabilidade (baixa resistência), a razão de líquido não sofreu alterações significativas quando o diâmetro de *underflow* foi modificado. Em meios mais permeáveis, houve maior migração de partículas e, conseqüentemente, maior direcionamento da suspensão para o *overflow*, minimizando a razão de líquido. Ademais, a migração mais intensa de partículas para o *overflow* também impactou no diâmetro de corte, o qual foi majorado. Logo, o autor concluiu que para meios filtrantes de alta resistência, havia menor turbulência e, conseqüentemente, os vórtices interno e externo não se misturavam. Já para meios filtrantes de baixa resistência, a mistura de vórtices era expressiva (maior turbulência).

Um hidrociclone da família Rietema foi objeto de estudo de Vieira (2001). O referido autor utilizou as mesmas condições operacionais e parâmetros geométricos dos trabalhos anteriores, contudo avaliar-se-iam três seções cônicas filtrantes de bronze sinterizado com diferentes resistências à filtração. Observou-se um maior número de Euler para o processo, devido à diminuição das vazões volumétricas dos hidrociclones filtrantes. As correntes de *underflow* eram mais diluídas, comprometendo a razão de líquido para os hidrociclones filtrantes que foi aumentada. Este aumento na razão de líquido foi acompanhado de um aumento na eficiência total, visto que os hidrociclones da família Rietema apresentavam menores valores para o diâmetro de corte reduzido.

Comparado aos hidrociclones da família Bradley, os da família Rietema possuem ângulo do tronco de cone mais obtusos. Isso resulta em uma maior distância entre os vórtices formados (forçado e livre), então o líquido e as partículas são menos arrastados pelo vórtice interno e se mantêm na região de vórtice externo, posteriormente se encaminhando ao *underflow* (VIEIRA, 2001).

Arruda *et al.* (2002) estudaram os hidrociclones da família Krebs. O ângulo do tronco de cone para essa família é intermediário ao das famílias Bradley e Rietema. Os autores concluíram que os hidrociclones filtrantes da família Krebs não explicitaram mudanças significativas no desempenho de separação, visto que os valores encontrados para o diâmetro de corte reduzido, número de Euler e razão de líquido eram similares aos do hidrociclone convencional.



Arruda (2003) tinha como novo objeto de estudo um hidrociclone cônico-filtrante da família Demco. O material particulado utilizado foi a rocha fosfática, e o autor realizou também estudo via CFD. Comparado às demais famílias, o hidrociclone da família Demco apresentou menores valores para a razão de líquido. Além disso, a razão de líquido era expressivamente superior para o hidrociclone filtrante Demco frente ao hidrociclone convencional. Os equipamentos dessa família também esboçaram números de Euler menores comparados aos das famílias anteriormente estudadas. Isso foi benéfico do ponto de vista de requerimento energético.

Buscando encontrar uma condição onde haveria uma diminuição no número de Euler e no diâmetro de corte reduzido, Vieira (2006) desenvolveu um trabalho onde as relações geométricas utilizadas envolvessem todas as famílias de hidrociclone estudadas. Sendo assim, para encontrar as dimensões geométricas e condições de operação ótimas, o autor utilizou o diâmetro de alimentação, o diâmetro de *overflow*, o comprimento total do hidrociclone e o ângulo do tronco de cone como variáveis geométricas. O diâmetro da seção cilíndrica foi fixo em 30,0 mm, o comprimento do *vortex finder* em 12,0 mm e o diâmetro de *underflow* em 5,0 mm. O material particulado utilizado também foi a rocha fosfática.

Vieira (2006) também utilizou técnicas de fluidodinâmica computacional (CFD) para melhor avaliar os perfis de escoamento nos hidrociclones. O autor realizou um planejamento composto central (PCC) para verificar a influência das variáveis nas respostas de interesse, que eram razão de líquido, número de Euler, eficiência total e diâmetro de corte, além de usar também a técnica de superfície de respostas.

Com os resultados experimentais, Vieira (2006) chegou à conclusão de que o diâmetro de alimentação era a variável que mais causava efeito no número de Euler. Variando o ângulo do tronco de cone, o número de Euler não se alterava significativamente. Já o diâmetro de *overflow* foi a variável que mais influenciou a razão de líquido. Por fim, a eficiência e o diâmetro de corte foram mais afetados pelo diâmetro de *overflow*, ângulo do tronco de cone e queda de pressão. Numa mesma queda de pressão, o hidrociclone filtrante conseguiu processar mais volume de suspensão, resultando em menos energia para o bombeamento. Além disso, para aliar baixo número de Euler e alta eficiência total, Vieira (2006) criou intervalos para as relações geométricas estudadas, onde englobariam os 25 hidrociclones propostos.

Dando continuidade ao trabalho de Vieira (2006), Almeida (2008) estudou a influência do diâmetro de *underflow* e do comprimento do *vortex finder* no hidrociclone otimizado por Vieira (2006), o HF11. Esse estudo foi pautado em testes experimentais e CFD. Cada uma das

três variáveis mencionadas possuía três níveis no planejamento fatorial. O autor fez, então, regressões múltiplas para as respostas analisadas, chegando às seguintes conclusões:

- O número de Euler da configuração filtrante era sempre menor comparado ao do equipamento convencional;
- O número de Euler aumentava com o aumento do comprimento do *vortex finder*;
- Os diâmetros de corte para os hidrociclones filtrantes eram inferiores aos dos convencionais;
- A razão de líquido não era influenciada pelo comprimento do *vortex finder*, porém aumentava com o aumento do diâmetro de *underflow*;
- Diâmetros de *underflow* maiores acarretavam menores números de Euler.

Com base nessas conclusões, o autor pontuou que o diâmetro de *underflow* influenciava diretamente o poder de classificação das partículas, tendo em vista que para maiores valores de razão de líquido, mais partículas eram arrastadas para a corrente de *underflow*. Neste trabalho, o equipamento filtrante sempre se mostrou mais benéfico perante o convencional, pois sua operação resultou em menor número de Euler e maior eficiência de coleta.

O primeiro trabalho no qual a parede porosa foi transposta da seção cônica para a cilíndrica foi o de Façanha (2012). A autora fez essa modificação no hidrociclone HC11 de Vieira (2006), originando o HCiF (Hidrociclone Cilíndrico-Filtrante). Sendo assim, três configurações foram propostas: HCON (Hidrociclone Convencional), HCoF (Hidrociclone cônico-filtrante) e HCiF (Hidrociclone cilíndrico-filtrante). A fim de se avaliar a influência da matriz porosa do HCiF em seu desempenho, a autora usou três matrizes porosas com diferentes permeabilidades.

De acordo com a permeabilidade utilizada, o desempenho do HCiF foi alterado. Ao empregar a matriz com permeabilidade intermediária, menores número de Euler e razão de líquido foram obtidos. Em contrapartida, quando se utilizava uma matriz porosa com alta permeabilidade, a eficiência total reduzida era comprometida, porque menos material particulado era coletado no *underflow*.

Comparando-se HCiF, HCoF e HCON, Façanha (2012) concluiu que:

- O número de Euler era menor para os equipamentos filtrantes frente ao convencional;
- O número de Euler para o HCiF era ligeiramente menor comparado ao HCoF;
- As razões de líquido eram menores para os hidrociclones filtrantes comparados ao convencional;

- A eficiência total reduzida era maior para o HCoF em relação ao HCON, mas era menor para o HCoF comparada ao convencional.

A partir da obtenção do hidrociclone HF11 do trabalho de Vieira (2006), Salvador (2013) comparou o desempenho de um hidrociclone cilíndrico-cônico-filtrante com um convencional (HCON), um cilíndrico-filtrante (HCiF) e um cônico-filtrante (HCoF). Os três hidrociclones filtrantes não tiveram mudanças significativas em suas eficiências totais quando comparados ao convencional. Dependendo da permeabilidade do meio poroso, que também foi avaliada, os hidrociclones filtrantes apresentavam número de Euler maior ou menor comparados aos convencionais. A menor permeabilidade garantiu número de Euler menor, assim como uma maior permeabilidade do meio filtrante resultou em um aumento no número de Euler comparado ao do hidrociclone convencional.

A razão de líquido dos hidrociclones filtrantes era maximizada quando se retirava o filtrado. Incrementos na permeabilidade do meio filtrante também provocaram redução na razão de líquido nos hidrociclones filtrantes estudados, mas não ocasionaram modificações significativas em suas eficiências totais.

Silva (2014) realizou um estudo que envolveu otimização de um hidrociclone cônico-filtrante. Para isso, a autora fez o uso combinado de técnicas de superfície de resposta e algoritmo de Evolução Diferencial. Três configurações geométricas foram otimizadas e foram analisados os efeitos do diâmetro de *underflow* e do comprimento do *vortex finder* nos hidrociclones, através de um Planejamento Composto Central.

Os casos de otimização foram: maximizar a eficiência (HFOT1), minimizar a razão de líquido (HFOT2) e minimizar o número de Euler (HFOT3). As três configurações ótimas encontradas foram: HFOT1, com alta eficiência de separação ( $\eta = 89,11\%$ ); HFOT2, com razão de líquido pequena ( $R_L = 17,12\%$ ) e HFOT3, com baixo número de Euler ( $Eu = 753$ ). Analisando o diâmetro de *underflow* e comprimento do *vortex finder*, a autora concluiu que para o HFOT1, os valores já estavam adequados para fornecer máxima eficiência; para o HFOT2, alterar os valores das duas variáveis poderia reduzir ainda mais a razão de líquido; e para o HFOT3, o número de Euler foi pouco alterado por essas variáveis.

A partir do estudo de Silva (2014), Gonçalves (2016) escolheu a geometria otimizada HFOT3 para analisar o efeito do diâmetro de *underflow* e da concentração volumétrica da alimentação no desempenho do hidrociclone filtrante. Para isso, a autora realizou um planejamento fatorial a 3 níveis. Um incremento no diâmetro de *underflow* resultou na

maximização do número de Euler, na razão de líquido e na eficiência. Porém, provocou uma diminuição na concentração volumétrica da corrente de *underflow*.

Analisando a concentração volumétrica da corrente de alimentação, a autora notou que ao se utilizar uma alimentação mais concentrada, o número de Euler e a eficiência diminuíram, mas provocava um aumento na concentração de sólidos no *underflow*. Os valores encontrados para a razão de líquido foram baixos para os três diâmetros de *underflow* analisados, o que bem indica a utilização do HFOT3 para operações de espessamento.

Salvador (2017) estudou o efeito da incorporação de uma parede permeável na seção cônica, cilíndrica e em ambas para avaliar o desempenho de separação de hidrociclones. A autora realizou um Planejamento Composto Central (PCC) para as quatro modalidades de hidrociclones estudadas. As variáveis estudadas foram: diâmetro de alimentação, diâmetro de *overflow*, comprimento total do hidrociclone e ângulo do tronco de cone. A partir dos resultados experimentais do PCC, Salvador (2017) obteve equações de regressão para  $Eu$ ,  $RL$ ,  $\eta$  e  $d_{50}$ . A partir dessas equações e do algoritmo de Evolução Diferencial, a autora estudou três casos de otimização para as quatro categorias de hidrociclones.

Os casos de otimização foram: o primeiro, onde buscava-se maximizar a eficiência de separação; o segundo, onde almejava-se minimizar a razão de líquido; e o terceiro, no qual um número de Euler mínimo era requerido. A autora constatou que a principal diferença entre os hidrociclones filtrantes e o convencional estava no número de Euler. Além disso, as geometrias otimizadas alcançaram maiores eficiências totais e menores razões de líquido e números de Euler, quando comparados aos obtidos para as 25 configurações do PCC. Os resultados encontrados na otimização foram:

- HCON-OT1:  $\eta = 95,47\%$ ; HCON-OT2:  $RL = 5,53\%$ ; HCON-OT3:  $Eu = 845$
- HCIF-OT1:  $\eta = 91,91\%$ ; HCiF-OT2:  $RL = 7,89\%$ ; HCiF-OT3:  $Eu = 665$
- HCOF-OT1:  $\eta = 90,31\%$ ; HCoF-OT2:  $RL = 9,59\%$ ; HCoF-OT3:  $Eu = 648$
- HCICOF-OT1:  $\eta = 89,59\%$ ; HCiCoF-OT2:  $RL = 12,41\%$ ; HCiCoF-OT3:  $Eu = 582$

Diante dos trabalhos realizados na FEQUI/UFU sobre hidrociclones filtrantes, nota-se que os estudos sobre essa temática continuam avançando cada vez mais. Sendo assim, é incentivador buscar benefícios na separação sólido-líquido através desses equipamentos não-convencionais, visto que melhorias no desempenho de hidrociclones são importantes para o desenvolvimento industrial.

Os trabalhos realizados por Façanha (2012), Salvador (2013) e Salvador (2017) englobaram estudos onde a seção cilíndrica foi utilizada como meio filtrante (inclusive). Por

consequente, os resultados encontrados pelos referidos autores sempre servirão como referência para este trabalho. Para mais, o hidrociclone cilíndrico-filtrante otimizado por Salvador (2017) será utilizado neste estudo, não obstante utilizar-se-á o diâmetro de *underflow*, a concentração volumétrica de alimentação e a queda de pressão como novos parâmetros a serem avaliados. Isso servirá como subsídio ao aprimoramento de um equipamento extensivamente aplicado em inúmeras indústrias de todo o mundo.

---

## CAPÍTULO 3 – MATERIAL E MÉTODOS

---

Neste capítulo, são relatadas as informações pertinentes à preparação do material particulado e como se deu todo o procedimento experimental. Além disso, apresenta-se o planejamento experimental utilizado no desenvolvimento deste trabalho e a metodologia empregada para realizar a caracterização dos hidrociclones cilíndrico-filtrantes otimizados por Salvador (2017).

### 3.1 – Material Particulado

O quartzito é uma rocha metamórfica e sua origem está relacionada com ação de processos metamórficos desencadeados principalmente sobre rochas sedimentares ricas em quartzo, tais como arenitos e *cherts*. Além disso, a rocha pela qual é formada o quartzito possui uma estrutura cristalina muito densa e organizada, resultando, pois, numa resistência interna elevada (BABISK *et al.*, 2010). É exatamente por essa alta dureza e boa resistência à quebra que utilizar o quartzito em processos de hidrociclonagem se torna algo proveitoso, visto que a classificação por tamanho das partículas desta rocha será mais eficiente uma vez que os tamanhos originais das partículas serão mantidos ao longo de vários testes experimentais. No âmbito brasileiro, o estado de Minas Gerais responde pela maior parte da produção brasileira de quartzito, sendo utilizada tanto como rocha ornamental como para revestimento. As cidades de Alpinópolis, Ouro Preto, Diamantina e São Tomé das Letras destacam-se como centros de lavras de quartzito em Minas Gerais (DREYER, 2016).

O material particulado utilizado nessa pesquisa foi o quartzito, doado pela ANEX Mineração (Itabirito – MG), cuja composição química, determinada pela mineradora, está representada na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Composição química do quartzito.

<b>Espécie</b>	<b>Composição Química (%)</b>
SiO <sub>2</sub>	95,45
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	3,56
K <sub>2</sub> O	0,65
Na <sub>2</sub> O	0,20
TiO <sub>2</sub>	0,08
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0,04
CaO	0,01
MgO	0,01

Fonte: Adaptado de Salvador (2017).

### 3.1.1 – Preparação do Material Particulado

A operação unitária direcionada à preparação do material particulado em questão foi a moagem. Para isso, utilizou-se um moinho de bolas para que as partículas de quartzito alcançassem a distribuição de tamanho de partículas na faixa desejada. Após a cominuição das partículas via moagem, elas deveriam ser finas para não dificultar a comparação da performance dos hidrociclones posteriormente operados. O moinho de bolas continha um vaso cerâmico de, aproximadamente, 30 cm de altura e 20 cm de diâmetro, operando com rotação de 23 rpm e com 75 bolas de cerâmica de 4 cm de diâmetro. O moinho comportava 3 kg de quartzito por batelada, sendo necessárias, aproximadamente, 55 h para cada moagem. A densidade real do quartzito, obtida por picnometria a gás Hélio, foi de  $2,6707 \pm 0,0008$  g/cm<sup>3</sup>. Em contrapartida, a densidade aparente deste material foi de  $2,6282 \pm 0,0152$  g/cm<sup>3</sup>, obtida via picnometria convencional (gravimetria).

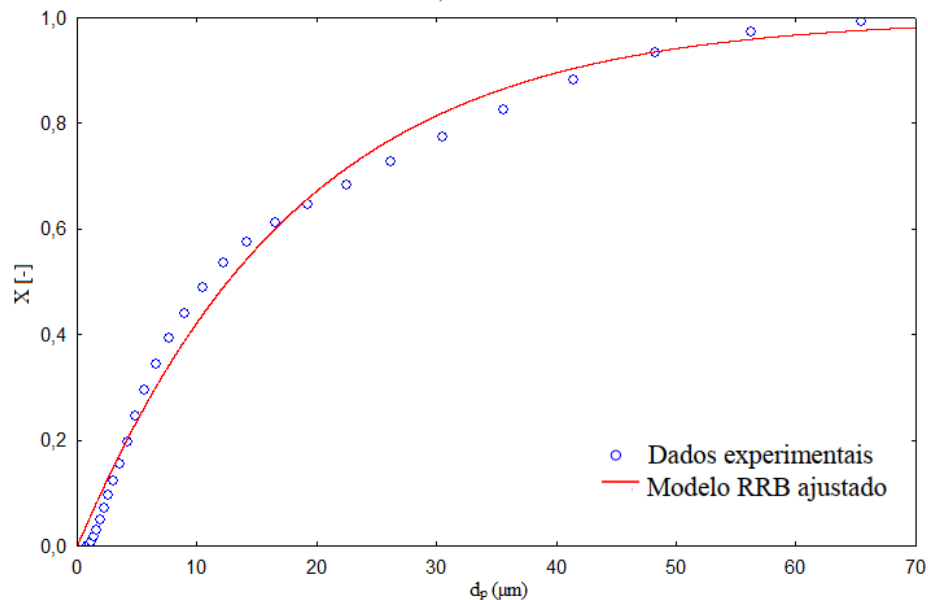
### 3.1.2 – Distribuição Granulométrica

Um analisador de partículas por difração a *laser* da Malvern, modelo Mastersizer Microplus, foi utilizado para se obter a distribuição granulométrica característica das amostras de quartzito. O equipamento fornecia o diâmetro volumétrico das partículas como dimensão característica. Ilustra-se na Figura 3.1 uma distribuição granulométrica típica do quartzito

obtida por esse equipamento. As análises granulométricas de sólidos podem ser representadas pelos modelos de distribuição granulométrica e o modelo RRB (Rosin-Rammler-Bennet) foi o que melhor se ajustou às informações experimentais da rocha quartzito, corroborado pelo coeficiente de determinação ( $R^2$ ) igual a 0,9917. Os parâmetros  $d_{63,2}$  (igual a 17,98  $\mu\text{m}$ ) e  $n$  (igual a 1,02) foram encontrados através do *software* Statistica® e estão incorporados na Equação 3.1.

$$X = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{d_p}{17,98} \right)^{1,02} \right] \quad (3.1)$$

Figura 3.1 – Distribuição granulométrica típica do quartzito moído



Fonte: O autor.

### 3.2 – Unidade Experimental

Os experimentos foram realizados no Laboratório de Separação e Energias Renováveis da Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia (LASER – FEQUI/UFU). A unidade experimental está explicitada na Figura 3.2. Ela era constituída de um reservatório (1), um agitador mecânico (2), uma bomba centrífuga (3), um medidor de vazão do tipo Coriolis (4), um manômetro digital (5) e o hidrociclone de trabalho (6).

A partir do bombeamento da suspensão, ela era dividida em duas correntes: a da linha de alimentação do hidrociclone (a), e a do duto de *bypass* (b). Na linha de alimentação, havia



uma válvula globo (A) e no duto de *bypass* uma válvula gaveta (B), ambas para o ajuste de vazão.

Figura 3.2 – Unidade experimental.



Fonte: O autor.

O reservatório utilizado para o armazenamento da suspensão era de polietileno e tinha capacidade de 250 L. Um par de chicanas foi instalado próximo às paredes do mesmo para que se evitasse a formação de vórtices no tanque. Um agitador mecânico de 1,5 cv com inversor de frequência foi utilizado a fim de se garantir uma boa homogeneização da suspensão.

A bomba centrífuga da unidade (1,5/1B-AH da Weir Mineral) tinha uma potência de 5 cv e era dotada de revestimento especial para sistemas abrasivos

O medidor de vazão mássica era do modelo RHM08-3FS1PN da Metroval e foi instalado na linha de alimentação do hidrociclone com o objetivo de determinar a vazão mássica que alimentava tangencialmente o separador. Sua faixa de operação compreendia de 300 a 1800 kg/h, suportando pressões de até 15,5 bar. Além disso, ele era constituído de um sensor de medição de vazão do tipo Coriolis e um *display* com transmissão de informações referentes à vazão, como mostrado na Figura 3.3. Um manômetro digital de Bourdon media a queda de pressão na entrada do hidrociclone, operando na faixa de 0 a 7 bar.

Figura 3 3 – Medidor de vazão mássica do tipo Coriolis – (I) sensor, (II) display.



Fonte: SALVADOR (2013).

### 3.3 – Hidrociclones

Os hidrociclones cilíndrico-filtrantes otimizados por Salvador (2017) foram utilizados no desenvolvimento deste trabalho. Todos os equipamentos possuíam o diâmetro da seção cilíndrica ( $D_c$ ) e o comprimento do *vortex finder* ( $\ell$ ) constantes e iguais a 30 e 12 mm, respectivamente. Cada caso de otimização da referida autora agrupou as seguintes proporções geométricas para os hidrociclones cilíndrico-filtrantes:

- Caso 1 – Máxima Eficiência Total (HCiF-OT1):  $\{D_i/D_c; D_o/D_c; L/D_c; \theta\} = \{0,16; 0,19; 7,3; 9,0^\circ\}$ ;
- Caso 2 – Mínima Razão de Líquido (HCiF-OT2):  $\{D_i/D_c; D_o/D_c; L/D_c; \theta\} = \{0,26; 0,35; 5,3; 14,5^\circ\}$ ;
- Caso 3 – Mínimo Número de Euler (HCiF-OT3):  $\{D_i/D_c; D_o/D_c; L/D_c; \theta\} = \{0,26; 0,35; 5,8; 14,5^\circ\}$ .

A fim de se comparar o desempenho dos hidrociclones cilíndrico-filtrantes perante os convencionais nas mesmas condições operacionais, esses últimos foram construídos com as mesmas proporções geométricas fixadas para os equipamentos filtrantes. Genericamente, a nomenclatura dada para os hidrociclones durante o desenvolvimento deste trabalho foi:

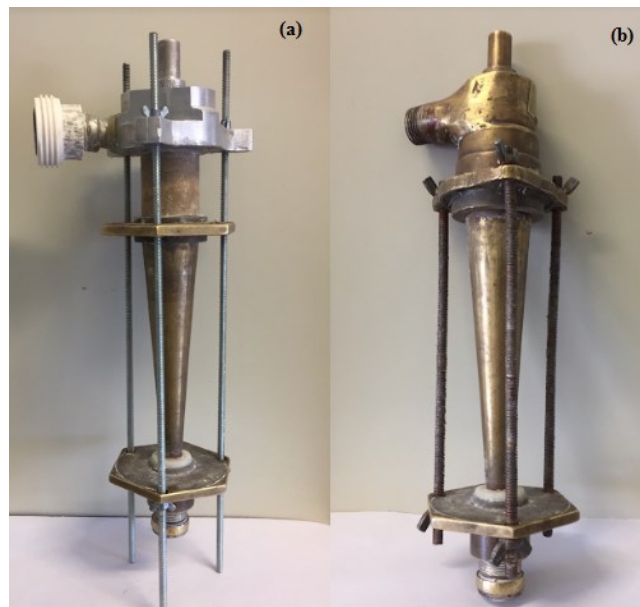
- Caso 1 – Máxima Eficiência Total: HClF<sub>1</sub> e HCON<sub>1</sub>;
- Caso 2 – Mínima Razão de Líquido: HClF<sub>2</sub> e HCON<sub>2</sub>;

- Caso 3 – Mínimo Número de Euler:  $\text{HCiF}_3$  e  $\text{HCON}_3$ .

Ressalta-se que a sigla **HCiF** é designada aos **Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes**, já **HCON** abrevia os **Hidrociclones Convencionais**. Logo, seis hidrociclones foram montados segundo as geometrias advindas da otimização de Salvador (2017). Os equipamentos tiveram seu sistema de montagem modular. Sendo assim, os dutos de alimentação, os tubos de *overflow* e *underflow*, as seções cilíndricas e os troncos de cone eram peças intercambiáveis sendo acopladas por sistemas de roscas ou travas mecânicas.

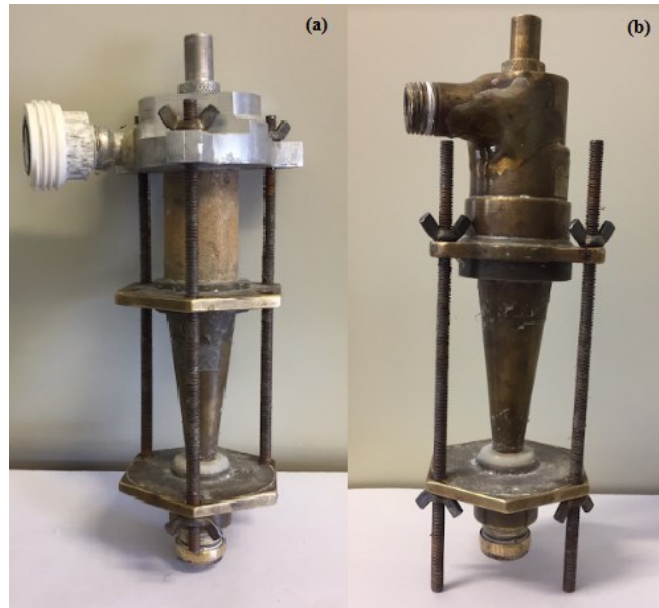
Na Figura 3.4 ilustram-se os hidrociclones pertencentes ao caso 1 (Máxima Eficiência Total).

Figura 3.4 – Hidrociclones do caso 1 – (a)  $\text{HCiF}_1$ , (b)  $\text{HCON}_1$ .



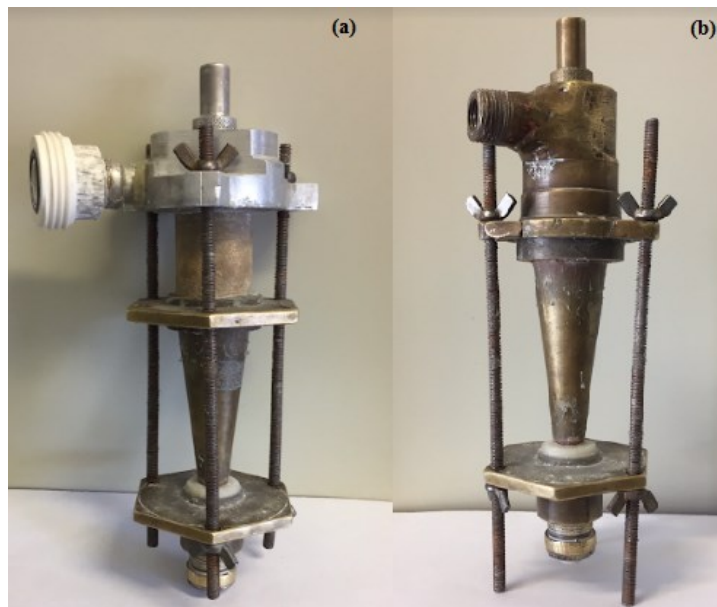
Fonte: O autor.

Os hidrociclones pertencentes ao segundo caso de otimização (Mínima Razão de Líquido) são mostrados na Figura 3.5.

Figura 3.5 – Hidrociclones do caso 2 – (a)  $\text{HClF}_2$ , (b)  $\text{HCON}_2$ .

Fonte: O autor.

Por fim, os hidrociclones montados para o caso 3 (Mínimo Número de Euler) estão apresentados na Figura 3.6.

Figura 3.6 – Hidrociclones do caso 3 – (a)  $\text{HClF}_3$ , (b)  $\text{HCON}_3$ .

Fonte: O autor.

### 3.4 – Planejamentos Experimentais

Um planejamento fatorial completo a 3 níveis com duas réplicas no ponto central foi proposto para cada hidrociclone. As variáveis escolhidas para esse planejamento foram: a concentração volumétrica de alimentação ( $C_{VA}$ ), o diâmetro de *underflow* ( $D_u$ ) e a queda de pressão nesses equipamentos ( $-ΔP$ ).

Pelo Planejamento Fatorial Completo com 3 níveis, cada fator passa a ser representado por sua forma codificada, sendo elas: -1, 0 e +1. Apresenta-se na Tabela 3.2 o planejamento genérico que servirá de base para os 6 hidrociclones estudados.

Tabela 3.2 – Matriz de planejamento para os experimentos.

Experimento	$C_{VA}$	$D_u$	$-ΔP$
01	-1	-1	-1
02	-1	-1	0
03	-1	-1	1
04	-1	0	-1
05	-1	0	0
06	-1	0	1
07	-1	1	-1
08	-1	1	0
09	-1	1	1
10	0	-1	-1
11	0	-1	0
12	0	-1	1
13	0	0	-1
14	0	0	1
15	0	1	-1
16	0	1	0
17	0	1	1
18	1	-1	-1
19	1	-1	0
20	1	-1	1
21	1	0	-1
22	1	0	0
23	1	0	1
24	1	1	-1
25	1	1	0
26	1	1	1
27(2)	0	0	0

Fonte: O autor.

A Equação 3.2 representa a equação de codificação para cada variável ( $\delta$ ). Nela,  $\delta_i$  é o valor do fator em sua forma original,  $\bar{\delta}_i$  é o nível do valor central utilizado no experimento e  $\Delta X_i$  é o incremento na variável independente, ou seja, a diferença entre o nível alto (+1) e baixo (-1).

$$X_i = 2 \frac{\delta_i - \bar{\delta}_i}{\Delta X_i} \quad (3.2)$$

Por conseguinte, cada variável em sua forma codificada está representada pelas equações 3.3, 3.4 e 3.5.

$$X_1 = \frac{C_{VA} - 5,5}{4,5} \quad (3.3)$$

$$X_2 = \frac{D_u - 4,0}{1,0} \quad (3.4)$$

$$X_3 = \frac{(-\Delta P) - 1,47}{0,295} \quad (3.5)$$

A correspondência dos fatores com as suas formas codificadas está explicitada na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 – Correspondência entre os fatores e as suas formas codificadas.

	$C_{VA}$ (%)	$D_u$ (mm)	$-\Delta P$ (bar)
-1	1,0	3,0	1,18
0	5,5	4,0	1,47
+1	10,0	5,0	1,77

Fonte: O autor.

### 3.5 – Procedimento Experimental

O procedimento experimental realizado no desenvolvimento do presente trabalho envolveu algumas etapas. Primeiramente, montou-se o hidrociclone que foi acoplado à unidade experimental. Alimentou-se o reservatório com, aproximadamente, 200 L da suspensão com a concentração requerida para cada teste. A homogeneização da suspensão foi realizada através do agitador mecânico, que permanecia em funcionamento ao longo dos experimentos. Além disso, todas as válvulas presentes nas tubulações eram verificadas e, quando necessário, posicionadas adequadamente.

Realizava-se a escorva da bomba centrífuga, que era, posteriormente, acionada. Essa operação era imprescindível, pois se evitava a cavitação da mesma. Através das válvulas globo e gaveta, a quantidade de suspensão direcionada à linha do hidrociclone era controlada até que o manômetro digital indicasse a pressão de operação solicitada. Após a estabilização da queda de pressão, a vazão mássica de alimentação era lida no *display* do sensor de vazão e, então, registrada. Já as vazões mássicas das correntes de *underflow*, *overflow* e filtrado eram determinadas através de técnicas gravimétricas, coleta e pesagem das amostras em uma balança semianalítica. Assim sendo, três amostras de cada corrente (exceto a de filtrado) eram coletadas, pesadas e levadas à estufa por 24 h a 105°C. Após esse tempo, pesavam-se as amostras e registravam-se suas massas para os cálculos das concentrações.

Alíquotas das correntes de alimentação e *underflow* também eram retiradas para análise granulométrica que era realizada através do Mastersizer Microplus da Malvern. Este equipamento era ligado 30 min antes de ser realizada a leitura das amostras. Efetuava-se, então, a calibração através da medida do “branco”, o qual era composto por água destilada e o dispersante Calgon a 1,0 g L<sup>-1</sup> (hexametáfosfato de sódio). Transfer-se-ia a amostra a ser analisada para o béquer que continha o “branco”, que era submetida a um banho ultrassônico por 30 s. As medidas coletadas no Mastersizer Microplus eram postas em uma planilha eletrônica na forma de diâmetros de partículas e frações cumulativas. Por fim, através do *software* Statistica®, computavam-se os parâmetros do modelo RRB.

### 3.6 – Caracterização dos Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes

De posse das informações experimentais coletadas, a caracterização dos hidrociclones cilíndrico-filtrantes se faz pertinente. Isso envolve determinar as Equações de Projeto e o levantamento de curvas de eficiência  $[(\eta = F(d'_{50}/d_{63,2})]$  para tais equipamentos.

As curvas de eficiência de um hidrociclone são informações sistematizadas que

permitem efetuar uma rápida estimativa da eficiência total do equipamento quando submetido a suspensões com outras distribuições granulométricas (GONÇALVES, 2016).

As Equações de Projeto do presente estudo foram inspiradas na metodologia proposta por Massarani (1989), descrita na revisão bibliográfica. Destaca-se que o referido autor estabelece uma relação entre as propriedades físico-químicas do sistema com as características geométricas e operacionais de um hidrociclone.

Sendo assim, as Equações de Projeto do presente estudo foram obtidas através de regressões múltiplas como uma forma alternativa para a caracterização dos hidrociclones cilíndrico-filtrantes. A variável  $X_I$  está associada ao adimensional de Stokes-Euler,  $X_{II}$  à razão de líquido,  $X_{III}$  à concentração volumétrica de sólidos na alimentação e  $X_{IV}$  à razão  $D_U/D_C$ .

A partir dos resultados experimentais obtidos para os hidrociclones cilíndrico-filtrantes em cada caso de otimização, formularam-se as equações de codificação. Para o caso 1, tem-se:

$$X_I = \frac{\left[ \frac{\mu D_C}{Q(\rho_s - \rho)} \right]^{\frac{1}{2}} - 8,90 \cdot 10^{-3}}{7,40 \cdot 10^{-4}} \quad (3.6)$$

$$X_{II} = \frac{R_L - 1,83 \cdot 10^{-1}}{1,14 \cdot 10^{-1}} \quad (3.7)$$

$$X_{III} = \frac{C_{VA} - 5,49 \cdot 10^{-2}}{4,55 \cdot 10^{-2}} \quad (3.8)$$

$$X_{IV} = \frac{\frac{D_U}{D_C} - 1,33 \cdot 10^{-1}}{3,33 \cdot 10^{-2}} \quad (3.9)$$

Para o caso 2, de mínima razão de líquido, as equações estão explicitadas a seguir.

$$X_I = \frac{\left[ \frac{\mu D_C}{Q(\rho_s - \rho)} \right]^{\frac{1}{2}} - 5,90 \cdot 10^{-3}}{4,10 \cdot 10^{-4}} \quad (3.10)$$



$$X_{II} = \frac{R_L - 4,08 \cdot 10^{-2}}{3,43 \cdot 10^{-2}} \quad (3.11)$$

$$X_{III} = \frac{C_{VA} - 5,50 \cdot 10^{-2}}{4,50 \cdot 10^{-2}} \quad (3.12)$$

$$X_{IV} = \frac{\frac{D_U}{D_C} - 1,33 \cdot 10^{-1}}{3,33 \cdot 10^{-2}} \quad (3.13)$$

Por fim, para o terceiro caso de otimização, as equações codificadas são:

$$X_I = \frac{\left[ \frac{\mu D_C}{Q(\rho_s - \rho)} \right]^{\frac{1}{2}} - 5,81 \cdot 10^{-3}}{4,60 \cdot 10^{-4}} \quad (3.14)$$

$$X_{II} = \frac{R_L - 4,80 \cdot 10^{-2}}{4,16 \cdot 10^{-2}} \quad (3.15)$$

$$X_{III} = \frac{C_{VA} - 5,51 \cdot 10^{-2}}{4,56 \cdot 10^{-2}} \quad (3.16)$$

$$X_{IV} = \frac{\frac{D_U}{D_C} - 1,33 \cdot 10^{-1}}{3,33 \cdot 10^{-2}} \quad (3.17)$$

Portanto, as equações de regressão em função das variáveis codificadas anteriormente poderão ser estimadas.

O procedimento para a obtenção das curvas de eficiência está descrito no Apêndice A. A partir disso, um ajuste não-linear foi feito no *software* Statistica® conforme a Equação 3.18.

$$\eta = 1 - \exp \left[ \frac{\left( \frac{d_{63,2}}{d'_{50}} \right)^{P_2}}{P_1} \right] \quad (3.18)$$

As curvas foram ajustadas para cada valor de  $\eta$ . Além disso, para cada valor de  $d_{63,2}/d'_{50}$ , haverá um valor correspondente de eficiência total.

---

## CAPÍTULO 4 – RESULTADOS E DISCUSSÕES

---

Neste capítulo são apresentados os resultados experimentais obtidos para os hidrociclones cilíndrico-filtrantes (HCiF) segundo o planejamento experimental. Os resultados experimentais para os hidrocilones filtrantes são comparados com o hidrociclone convencional (HCON). Posteriormente, a caracterização dos hidrociclones cilíndrico-filtrantes para os três casos de otimização estudados é apresentada. Maiores detalhes sobre os resultados experimentais podem ser encontrados no Apêndice B. Ressalta-se que os fatores  $X_1$ ,  $X_2$  e  $X_3$  representam as codificações das variáveis  $C_{VA}$ ,  $D_U$  e  $-ΔP$ , respectivamente.

### 4.1 – Estudo do Desempenho dos Hidrociclones Pertencentes ao Caso 1 (Máxima Eficiência Total)

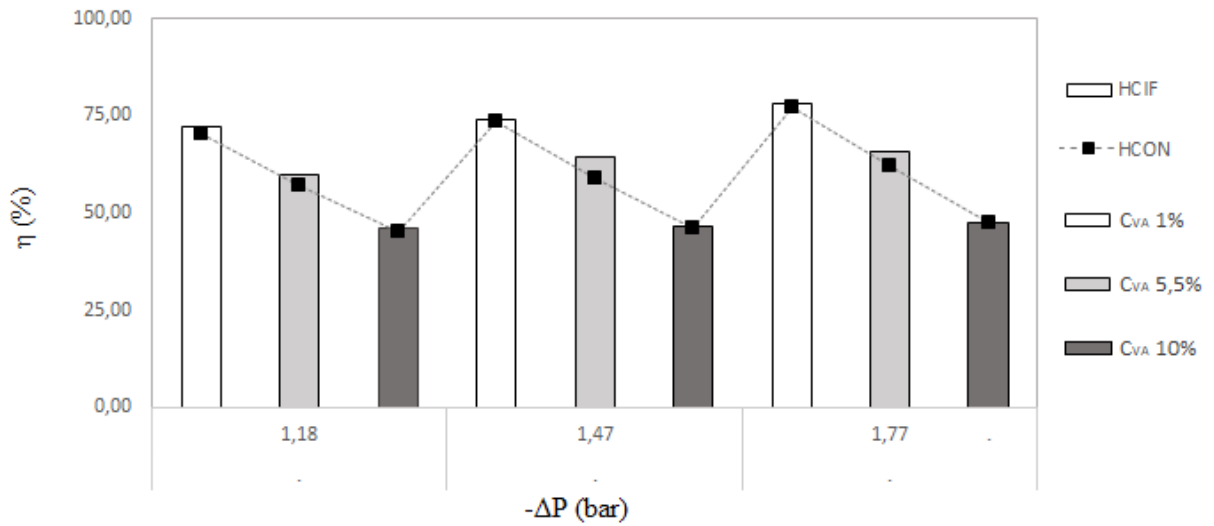
Os desempenhos dos hidrociclones cilíndrico-filtrantes e convencionais no primeiro caso de otimização serão comparados, analisando-se o comportamento dos seguintes parâmetros: número de Euler, razão de líquido, eficiência total, diâmetro de corte e concentração volumétrica de sólidos no *underflow*.

#### 4.1.1 – Eficiência Total e Diâmetro de Corte

Os valores obtidos para as eficiências totais dos hidrociclones cilíndrico-filtrantes comparados ao convencional estão explicitados nas Figuras 4.1, 4.2 e 4.3. Em um diâmetro de *underflow* de 3 mm, a eficiência total para o HCiF<sub>1</sub> esteve entre 46 e 79% e para o HCON de 45 a 78%. Em média, o equipamento filtrante foi 3,12% mais eficiente que o convencional. Já para os hidrociclones com diâmetros de *underflow* de 4 mm, os filtrantes apresentaram eficiências entre 60 e 83%, ao passo que os convencionais entre 61 e 82%, sendo o HCiF 2,65% em média mais eficiente que o HCON. Por fim, quando o diâmetro de *underflow* era de 5 mm, os hidrociclones filtrantes tiveram eficiências compreendidas entre 67 e 89%, e os

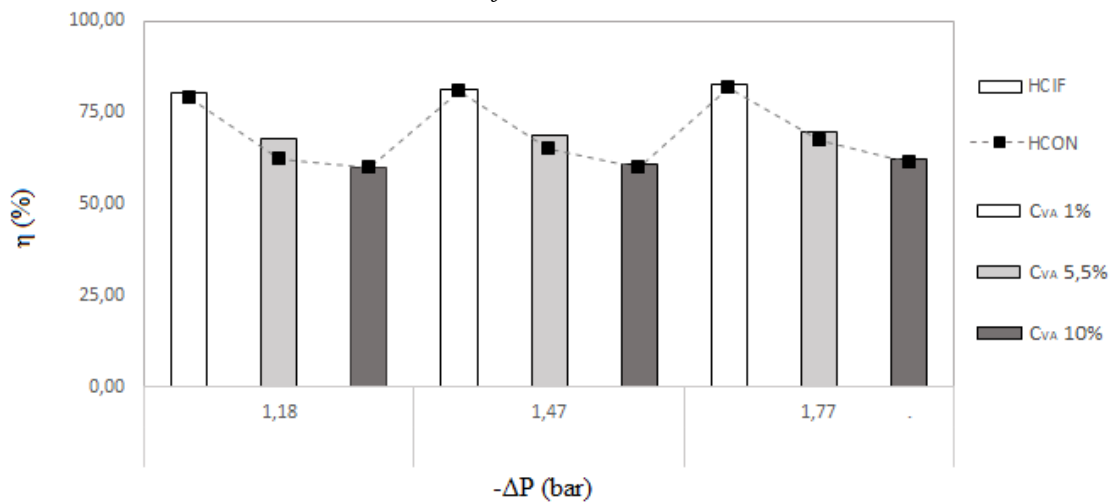
convencionais de 66 a 88%. Nesse caso, o equipamento filtrante apresentou, em média, eficiência total 2,96% maior comparado ao separados convencional.

Figura 4.1 – Eficiências totais para os hidrociclones HCiF<sub>1</sub> e HCON<sub>1</sub> com diâmetros de *underflow* de 3 mm.



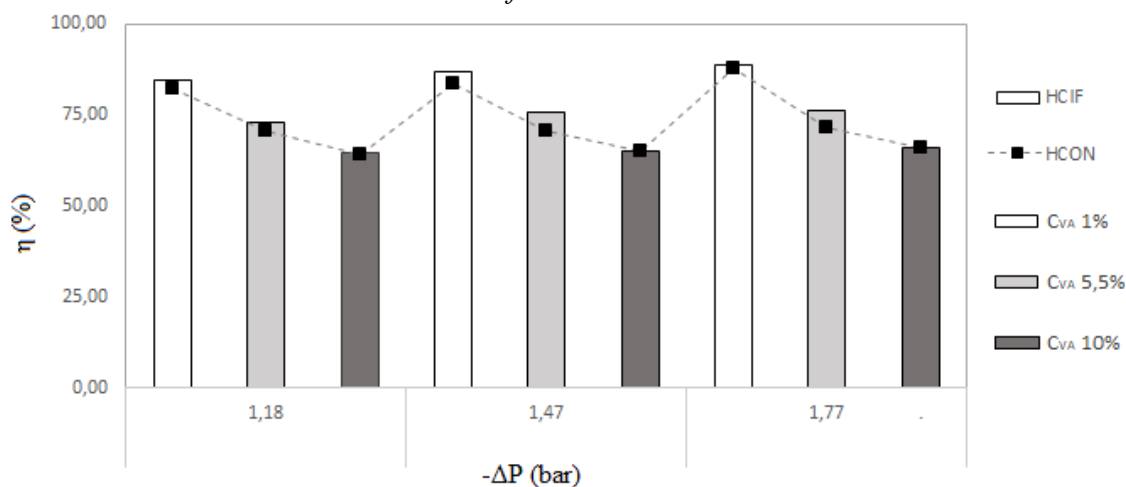
Fonte: O autor.

Figura 4.2 – Eficiências totais para os hidrociclones HCiF<sub>1</sub> e HCON<sub>1</sub> com diâmetros de *underflow* de 4 mm.



Fonte: O autor.

Figura 4.3 – Eficiências totais para os hidrociclones HClF<sub>1</sub> e HCON1 com diâmetros de *underflow* de 5 mm.



Fonte: O autor.

Em todos os casos, as eficiências totais para os hidrociclones cilíndrico-filtrantes foram superiores quando comparadas às eficiências totais dos equipamentos convencionais. Isso significa que a utilização da filtração como operação unitária adjunta à hidrociclonação foi eficaz, uma vez que o objetivo do primeiro caso de otimização foi construir um equipamento filtrante com a máxima eficiência possível. Sob uma ótica fluidodinâmica, acredita-se que as partículas do vórtice externo tenderam a ir mais rapidamente em direção à parede porosa, em virtude da retirada de filtrado. Não obstante, tal constatação só poderá ser confirmada através das técnicas de CFD.

Almeida (2008), tendo o seu estudo pautado em um hidrociclone cônico-filtrante, obteve eficiências totais para o equipamento não-convencional superiores ao convencional de mesma geometria. O referido autor elucidou que seria provável que a retirada de fluido pelos poros da parede filtrante tenha comprometido os gradientes de velocidade radial próximo à parede porosa, e isso causaria uma menor migração radial de líquido em direção ao eixo do hidrociclone. Como consequência disso, uma partícula teria maior probabilidade de permanecer próxima à parede (camada limite) e, então, ser coletada na corrente de *underflow*. Mais partículas nesta corrente acarretam em um aumento na concentração volumétrica de sólidos da mesma, majorando, pois, a eficiência total do hidrociclone. Novamente, é pertinente ressaltar que apenas um estudo via CFD pode ser capaz de constatar tais suposições para o hidrociclone cilíndrico-filtrante em questão.

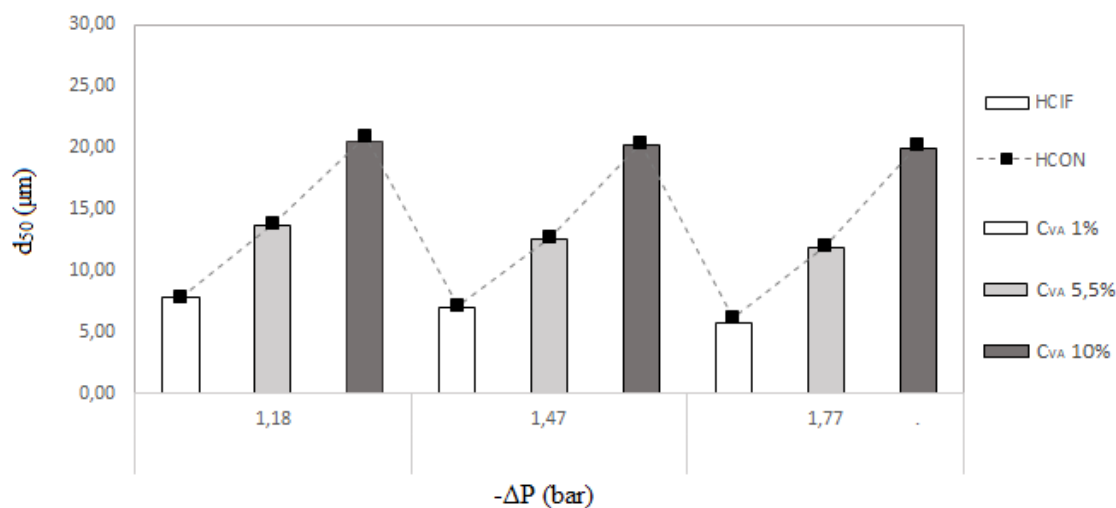
Ademais, com o aumento da concentração volumétrica de sólidos na corrente alimentação, a eficiência total decresceu. Em sistemas mais concentrados, as partículas

adquirem menor velocidade terminal e são direcionadas ao vórtex interno, minimizando, pois, a eficiência total. Este comportamento fora também observado por Gonçalves (2016). Para o equipamento filtrante com  $D_U = 3$  mm, por exemplo, o aumento de  $C_{VA}$  de 1,0% a 10,0% minimizou a eficiência total em 37,6%. Já para o HClF<sub>1</sub> com  $D_U = 4$  mm, essa redução foi de 25,2% e para o  $D_U = 5$  mm, o decréscimo foi de 24,7%.

O aumento da eficiência com acréscimos na queda de pressão é bastante pertinente. A velocidade terminal das partículas em quedas de pressão maiores é majorada, fazendo com que mais partículas sejam direcionadas à parede do equipamento e, posteriormente, coletadas na corrente de *underflow*.

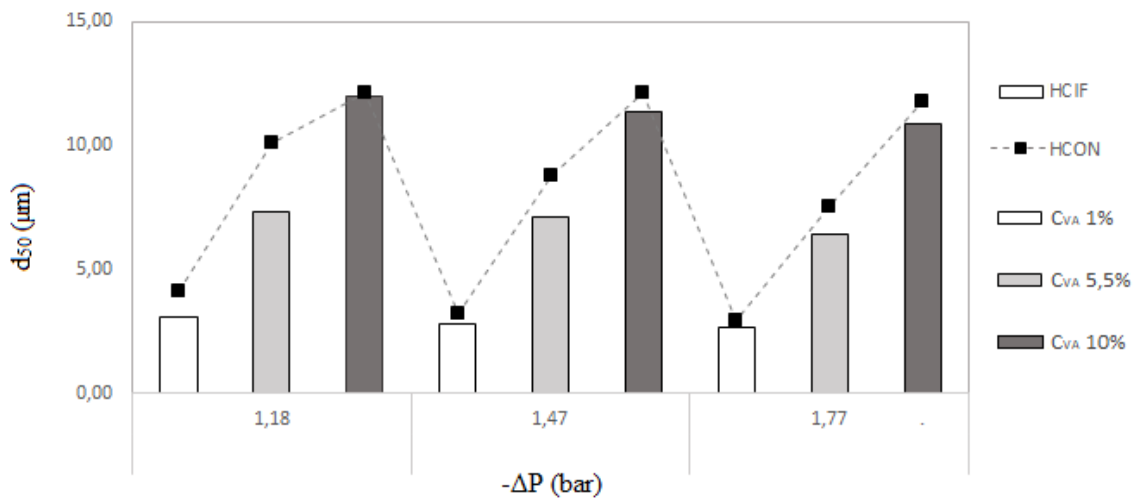
O diâmetro de corte é uma grandeza inversamente proporcional à eficiência total, cujo comportamento pode ser visto nas figuras 4.4, 4.5 e 4.6. Sendo assim, ao contrário do que fora observado para a eficiência total, o aumento da concentração volumétrica de sólidos na corrente de alimentação majorou o diâmetro de corte, e incrementos em  $D_U$  minimizaram o diâmetro de corte.

Figura 4.4 – Diâmetros de corte para os hidrociclones HClF<sub>1</sub> e HCON<sub>1</sub> com diâmetros de *underflow* de 3 mm.



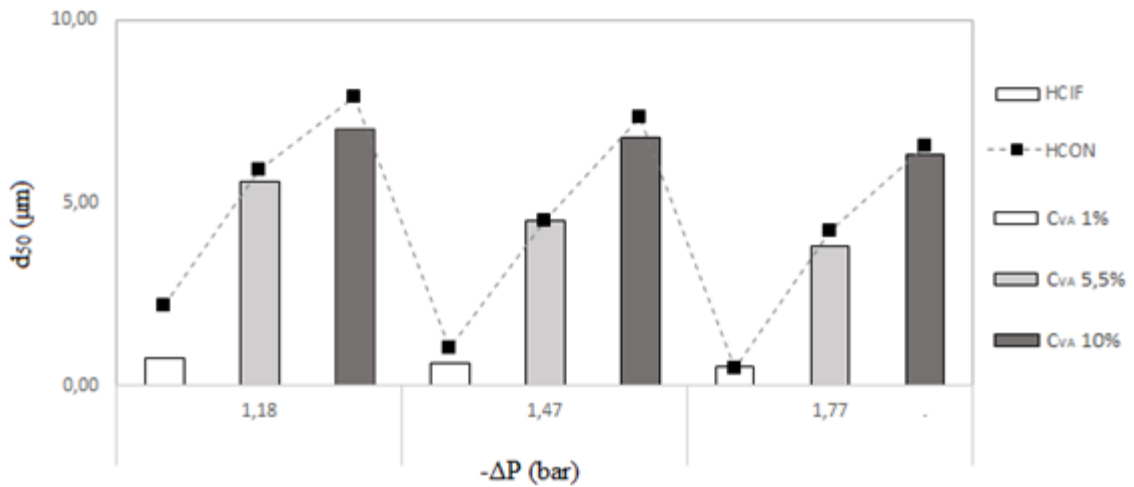
Fonte: O autor.

Figura 4.5 – Diâmetros de corte para os hidrociclones HCiF<sub>1</sub> e HCON<sub>1</sub> com diâmetros de *underflow* de 4 mm.



Fonte: O autor.

Figura 4.6 – Diâmetros de corte para os hidrociclones HCiF<sub>1</sub> e HCON<sub>1</sub> com diâmetros de *underflow* de 5 mm.



Fonte: O autor.

De posse dos resultados experimentais, foram realizadas regressões múltiplas para as respostas: eficiência total (Equação 4.1) e diâmetro de corte (Equação 4.2) do hidrociclone cilíndrico-filtrante.

$$\eta = 69,11 + X_i' b_{1a} + X_i' B_{1a} X_i \quad R^2 = 0,974 \quad (4.1)$$

Sendo:

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, b_{1a} = \begin{bmatrix} -11,68 \\ 6,98 \\ 1,58 \end{bmatrix} \text{ e } B_{1a} = \begin{bmatrix} 0 & 0,84 & 0 \\ 0,84 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

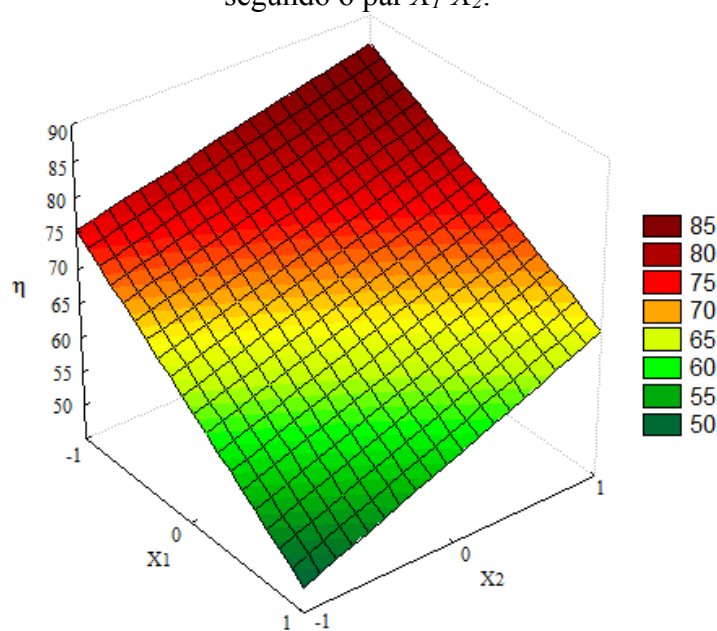
$$d_{50} = 8,14 + X_i' b_{2a} + X_i' B_{2a} X_i \quad R^2 = 0,991 \quad (4.2)$$

Em que:

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, b_{2a} = \begin{bmatrix} 4,67 \\ -4,64 \\ 0,53 \end{bmatrix} \text{ e } B_{2a} = \begin{bmatrix} 0 & -0,91 & 0 \\ -0,91 & -0,72 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

As superfícies de resposta para a eficiência total e para o diâmetro de corte dos hidrociclones cilíndrico-filtrantes estão apresentadas nas Figuras 4.7 e 4.8, respectivamente, considerando o par  $X_1$ - $X_2$  com os demais fatores no nível central.

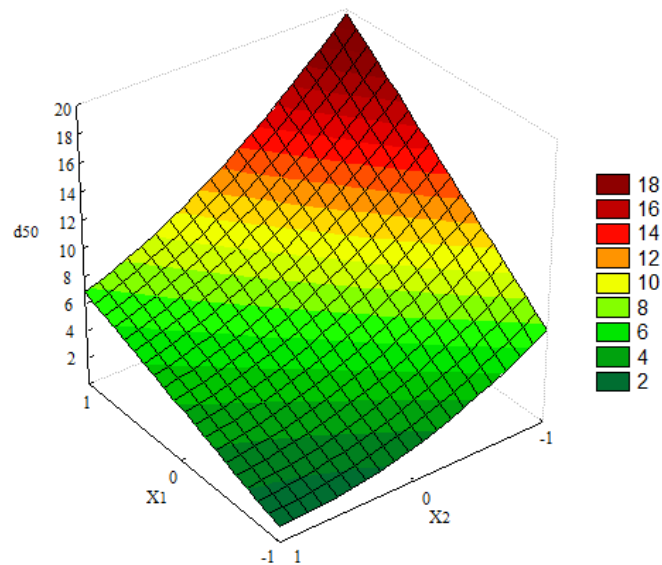
Figura 4.7 – Superfície de Resposta para a eficiência total para os hidrociclones filtrantes segundo o par  $X_1$ - $X_2$ .



Fonte: O autor.



Figura 4.8 – Superfícies de resposta para o diâmetro de corte para os hidrociclones filtrantes segundo o par  $X_1$ - $X_2$ .



Fonte: O autor.

De acordo com as equações de regressão e as superfícies de resposta obtidas, fica claro que o fator que mais influenciou a eficiência total foi a concentração volumétrica de alimentação ( $X_1$ ), seguido do diâmetro de *underflow* ( $X_2$ ) e da queda de pressão ( $X_3$ ). Para o diâmetro de corte, essa mesma ordem de relevância é seguida.

Considerando a variabilidade dos dados experimentais, verificou-se que os resultados obtidos para a eficiência total para o Hidrociclone Cilíndrico-Filtrante eram muito próximos dos resultados obtidos para o Hidrociclone Convencional. Sendo assim, as flutuações dos dados experimentais podem ter sido responsáveis pelo aumento ou diminuição da eficiência total e não estarem diretamente relacionadas ao efeito da filtração.

A fim de se verificar a diferença significativa entre as respostas médias dos hidrociclones HCiF<sub>1</sub> e HCON<sub>1</sub>, propõe-se um teste de hipótese. Considerando um nível de significância de 5%, tm-se as seguintes hipóteses:

- $H_0$  (hipótese de nulidade), que nega a afirmação baseada na amostra, neste caso, afirma que os hidrociclones HCiF<sub>1</sub> e HCON<sub>1</sub> apresentam eficiências totais iguais;
- $H_1$  (hipótese alternativa) a qual representa o efeito comprovado pelos resultados experimentais, ou seja, HCiF<sub>1</sub> e HCON<sub>1</sub> apresentam eficiências totais diferentes.

Para que a hipótese alternativa seja verdadeira, o nível de significância (*p value*) de um teste utilizando distribuição *t* de *Student* deve ser menor que 0,05. Os valores encontrados para

$p$  value estão dispostos em tabelas disponíveis no Apêndice B. A partir dos testes de hipóteses, concluiu-se que em todos os casos analisados HCiF<sub>1</sub> e HCON<sub>1</sub> apresentaram eficiências totais estatisticamente iguais, com exceção dos equipamentos com  $D_U = 5$  mm, operando a  $C_{VA} = 5,5\%$  ( $p$  value = 0,0262).

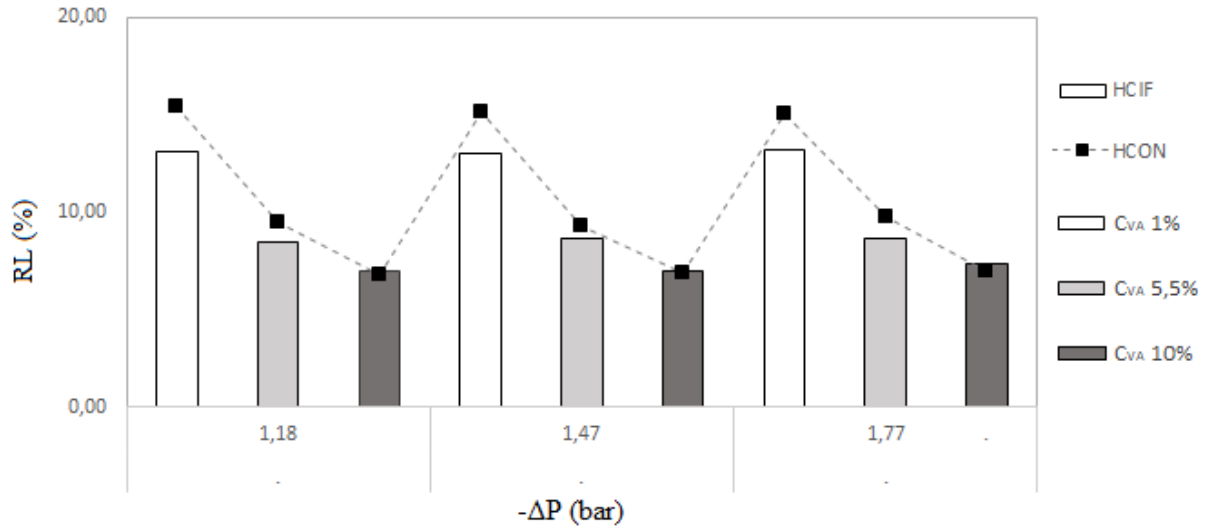
Destaca-se que HCiF<sub>1</sub> e HCON<sub>1</sub> são os hidrociclones que possuem o maior tronco de cone dentre os três casos de otimização. Sendo assim, é de se esperar que a eficiência total desses separadores seja maior, assim como observado em um hidrociclone da família Bradley. Isso ocorre porque o poder de separação de um hidrociclone está relacionado, principalmente, à seção cônica deste equipamento. Dentre todos os experimentos executados, a maior eficiência total obtida (88,55%) foi para o HCiF<sub>1</sub> com  $D_U = 5$  mm, operando a 1,77 bar com uma suspensão 1,0%v.

#### **4.1.2 – Razão de Líquido e Concentração Volumétrica de Sólidos na Corrente de Underflow**

As razões de líquido coletadas para os hidrociclones HCiF<sub>1</sub> e HCON<sub>1</sub> são comparadas e apresentadas nas figuras 4.9, 4.10 e 4.11. Para os hidrociclones com diâmetro de *underflow* de 3 mm, os filtrantes tiveram razões de líquido menores, variando de 6,94 a 13,23%. Já os hidrociclones convencionais apresentaram razões de líquido na faixa de 6,78 a 15,42%. O fato de existir uma matriz porosa pode fazer com que haja alguma alteração entre as componentes de velocidade do fluido (axial, radial e tangencial), modificando o comportamento dos vórtices no hidrociclone. Isso pode ocasionar uma diminuição da quantidade de líquido que é descarregada no *underflow* (VIEIRA, 2006; FAÇANHA, 2012). Em média, o separador convencional apresentou razão de líquido 9,88% maior que o filtrante para  $D_U = 3$  mm. Com diâmetro de *underflow* de 4 mm, os equipamentos convencionais apresentaram razões de líquido de 19,88 a 28,83%, e os filtrantes de 18,94 a 28,01%. É perceptível que a  $RL$  dos hidrociclones convencionais é bem próxima à do HCiF<sub>1</sub>, sendo minorada em poucas ocasiões frente ao filtrante. Em média, o hidrociclone cilíndrico-filtrante apresentou razão de líquido 2,7% maior que o convencional para  $D_U = 4$  mm. Com relação aos hidrociclones com  $D_U = 5$  mm, a razão de líquido para os hidrociclones cilíndrico-filtrantes compreendeu valores entre 29,64 e 41,89%, ao passo que para os separadores convencionais essa faixa foi de 28,70 a 39,12%. Assim como no caso anterior ( $D_U = 4$  mm), em algumas ocasiões a razão de líquido dos hidrociclones convencionais foi menor. Outrossim, para  $D_U = 5$  mm, os valores para  $RL$

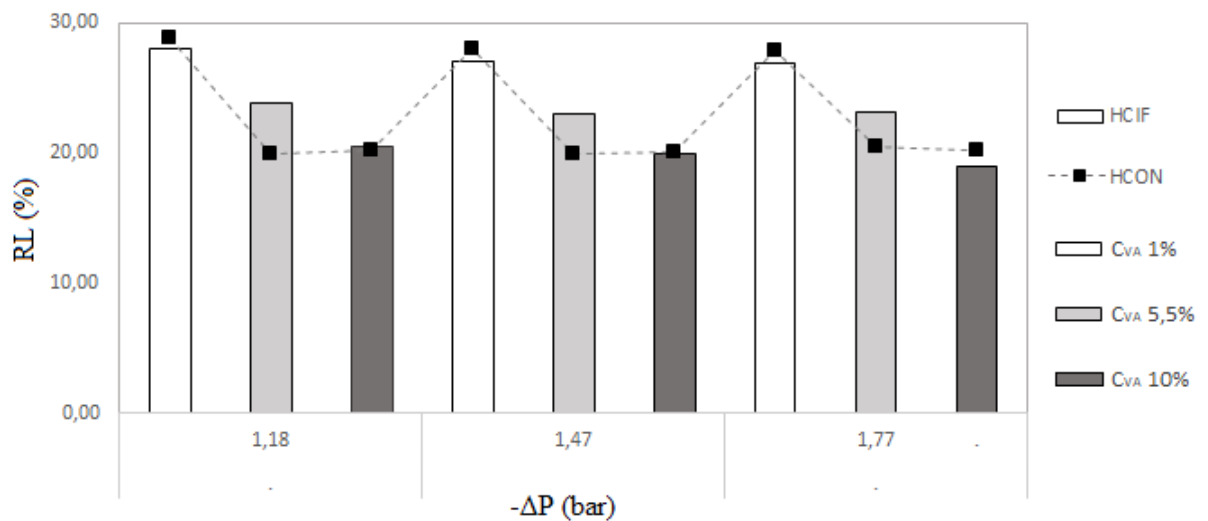
encontrados foram similares (em média, o equipamento convencional apresentou uma razão de líquido 1,15% maior que o HCiF).

Figura 4.9 - Razão de líquido para os hidrociclones HCiF<sub>1</sub> e HCON<sub>1</sub> com diâmetros de *underflow* de 3 mm.



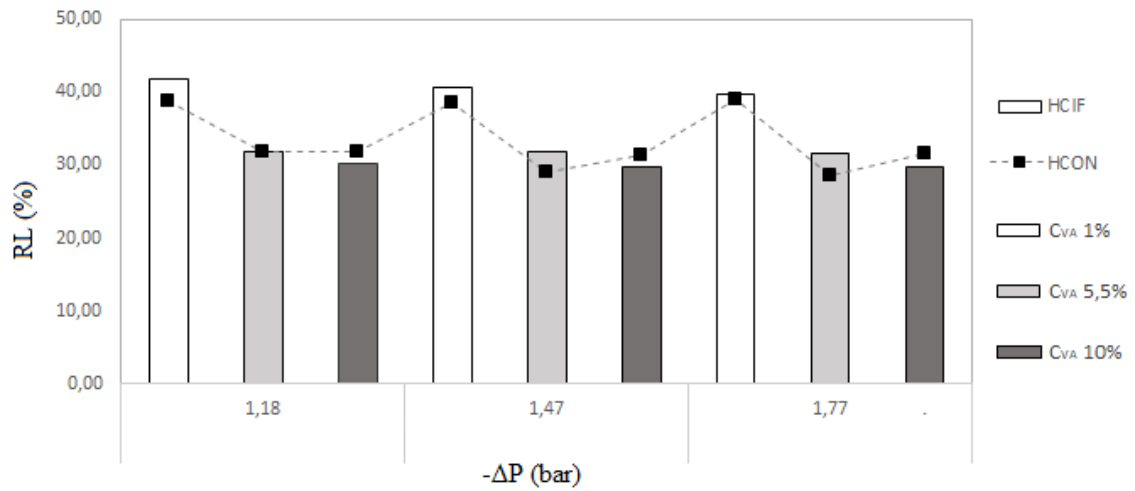
Fonte: O autor.

Figura 4.10 – Razão de líquido para os hidrociclones HCiF<sub>1</sub> e HCON<sub>1</sub> com diâmetros de *underflow* de 4 mm.



Fonte: O autor.

Figura 4.11 - Razão de líquido para os hidrociclones HCiF<sub>1</sub> e HCON<sub>1</sub> com diâmetros de *underflow* de 5 mm.



Fonte: O autor.

Para os três diâmetros de *underflow* utilizados, a razão de líquido apresentou um maior valor no sistema mais diluído ( $C_{VA} = 1,0\%$ ). Isso explica também as maiores eficiências totais encontradas para esta concentração, visto que provavelmente houve um aumento das velocidades radial e axial das partículas quando comparado aos sistemas mais concentrados.

A partir dos resultados experimentais obtidos, foi realizada uma regressão múltipla, indicada pela Equação 4.3.

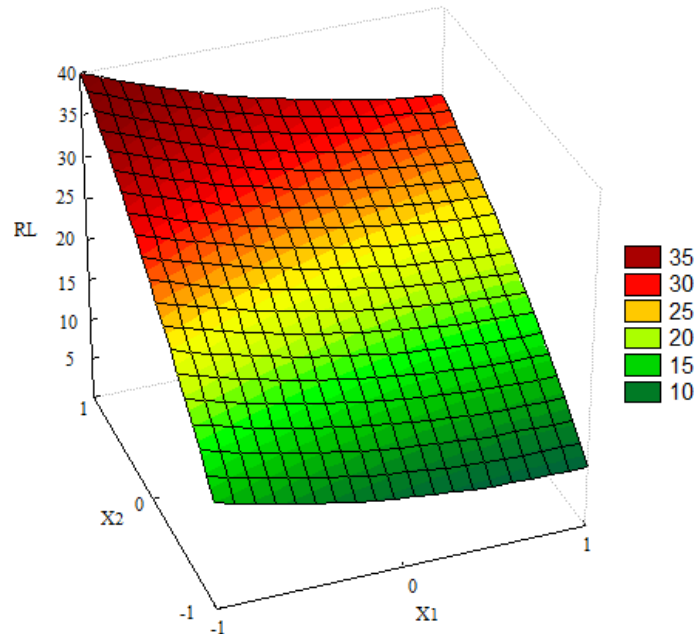
$$RL = 22,43 + X'_i b_{3a} + X'_i B_{3a} X_i \quad R^2 = 0,994 \quad (4.3)$$

Em que:

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, \quad b_{3a} = \begin{bmatrix} -4,08 \\ 12,26 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B_{3a} = \begin{bmatrix} -0,84 & -0,61 & 0 \\ -0,61 & 0,85 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A superfície de resposta foi, então, estimada para a razão de líquido para o hidrociclone HCiF. Tal superfície é ilustrada na Figura 4.12 conforme o par  $X_1$ - $X_2$ .

Figura 4.12 – Superfície de Resposta para o número de Euler para os hidrociclones filtrantes segundo o par  $X_1$ - $X_2$ .



Fonte: O autor.

A equação de regressão (Equação 4.2) e as superfícies de resposta (Figura 4.8) para a razão de líquido indicam que o diâmetro de *underflow* ( $X_2$ ) foi a variável que mais influenciou a  $RL$ , seguido pela concentração volumétrica de alimentação ( $X_1$ ). O fator  $X_3$  (queda de pressão) não teve nenhuma influência nessa resposta (efeitos lineares, quadráticos e cruzados nulos). Esse comportamento também fora observado por Massarani (1989), o qual associa a razão de líquido a uma característica geométrica (diâmetro de *underflow*) do hidrociclone.

A escolha de um hidrociclone com determinada razão de líquido deve ser feita conforme a aplicação à qual o equipamento será submetido. Hidrociclones com altos valores de razão de líquido são classificadores, ao passo que razões de líquidos pequenas remetem a processos de concentração ou espessamento da corrente de alimentação (Salvador, 2017). Para o caso de otimização descrito (Máxima Eficiência Total), ambos os hidrociclones apresentaram razões de líquido significativamente altas em algumas ocasiões. Isso é mais perceptível com o aumento do diâmetro de *underflow*, visto que maior é a passagem de fluido pelo orifício de *underflow* quando este é mais largo.

Sabe-se que quanto maior a concentração volumétrica de sólidos na corrente de *underflow*, menor é a razão de líquido de um hidrociclone (FAÇANHA, 2012; SILVA, 2014; GONÇALVES, 2016). Portanto, um comportamento inverso ao da razão de líquido pode ser visto nas figuras 4.13, 4.14 e 4.15, em que são apresentados os resultados de  $C_{VU}$ .

Figura 4.13 – Concentração volumétrica de sólidos na corrente de *underflow* para os hidrociclones convencionais e cilíndrico-filtrantes com diâmetros de *underflow* de 3 mm.

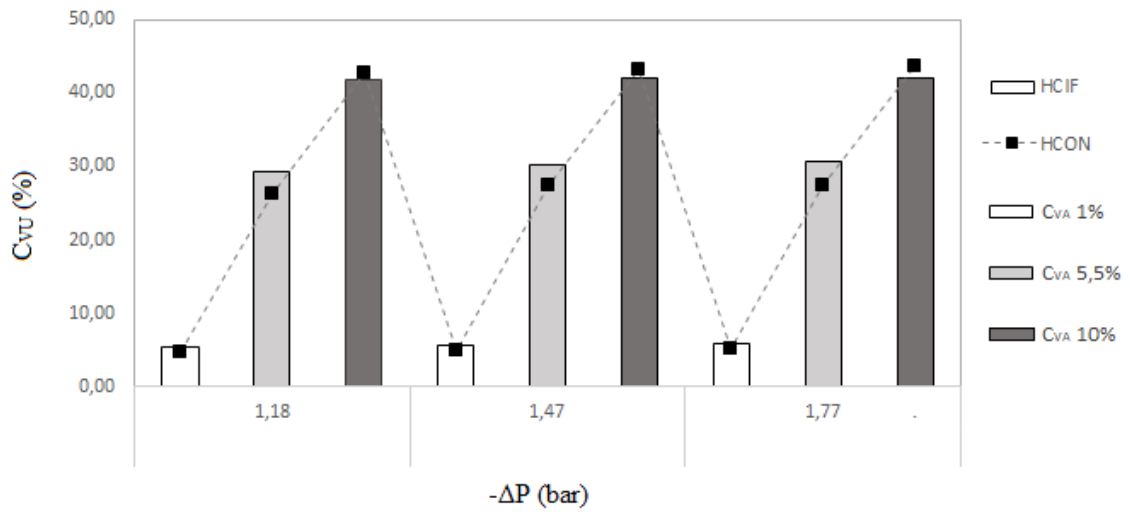


Figura 4.14 – Concentração volumétrica de sólidos na corrente de *underflow* para os hidrociclones convencionais e cilíndrico-filtrantes com diâmetros de *underflow* de 4 mm.

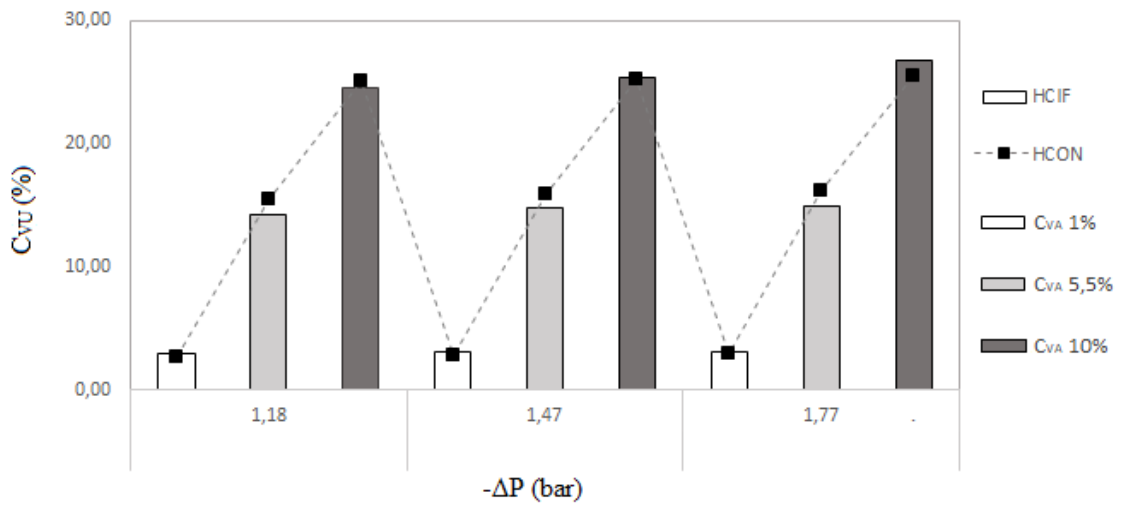
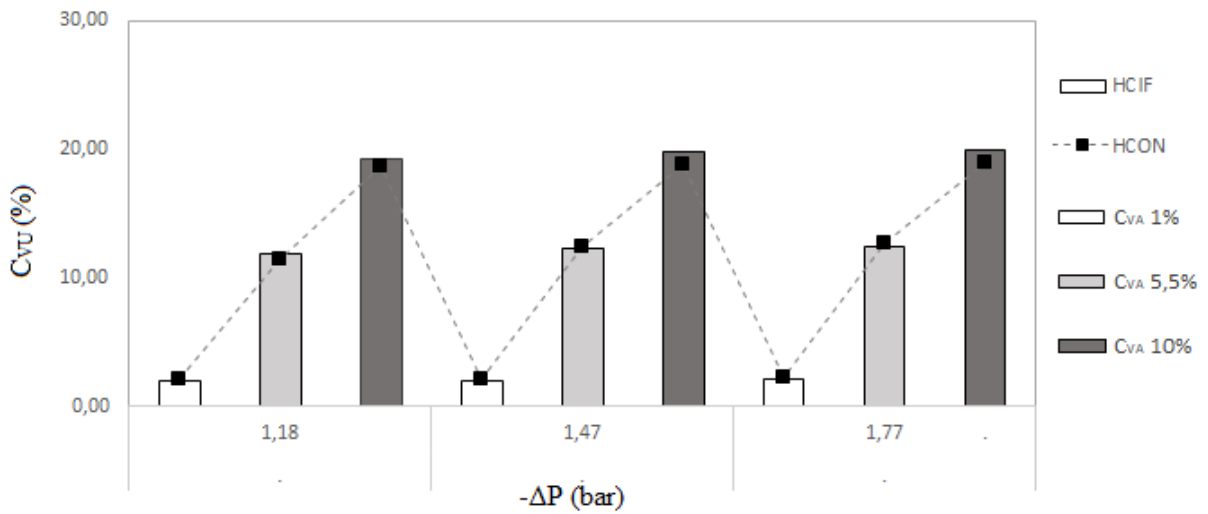


Figura 4.15 – Concentração volumétrica de sólidos na corrente de *underflow* para os hidrociclones convencionais e cilíndrico-filtrantes com diâmetros de *underflow* de 5 mm.



Fonte: O autor.

Em todos os casos, a concentração volumétrica de sólidos na corrente de *underflow* aumentou significativamente com o acréscimo na concentração volumétrica de sólidos na corrente de alimentação. E na maioria dos casos analisados, a  $C_{VU}$  dos hidrociclones cilíndrico-filtrantes foi minorada em relação aos hidrociclones convencionais. Os resultados experimentais obtidos para a concentração volumétrica de sólidos no *underflow* estiveram entre 2,12 a 43,58% para os separadores convencionais e entre 1,93 a 42,14% para os hidrociclones cilíndrico-filtrantes.

A Equação 4.4 explicita a regressão múltipla para a resposta  $C_{VU}$ .

$$C_{VU} = 17,12 + X_i' b_{4a} + X_i' B_{4a} X_i \quad R^2 = 0,985 \quad (4.4)$$

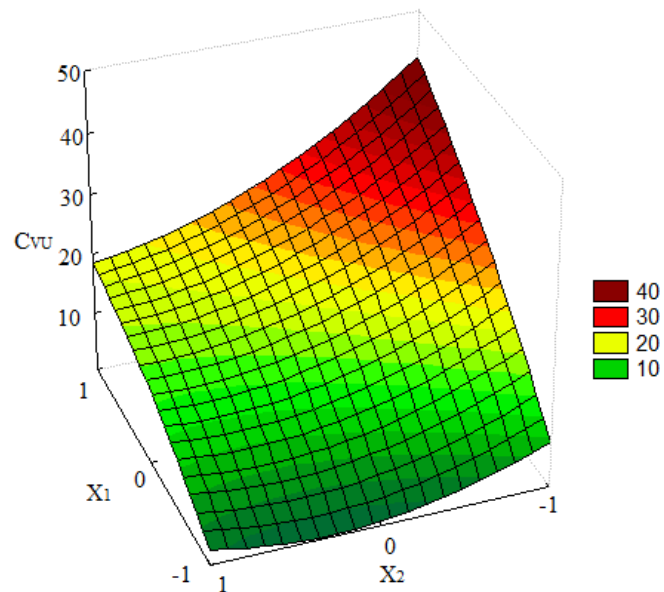
Em que:

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, \quad b_{4a} = \begin{bmatrix} 12,74 \\ -7,30 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B_{4a} = \begin{bmatrix} 1,20 & 2,34 & 0 \\ 2,34 & -2,19 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A superfície de resposta estimada está ilustrada na Figura 4.16, considerando o par  $X_1$ - $X_2$ . A equação de regressão bem como a superfície de resposta evidenciam que a variável que mais afetou o comportamento de  $C_{VU}$  foi a concentração volumétrica de sólidos na alimentação

( $X_1$ ), seguida do diâmetro de *underflow* ( $X_2$ ), tendo este último um efeito inversamente proporcional devido ao seu coeficiente negativo. Similarmente à razão de líquido,  $X_3$  não exerceu nenhum efeito significativo.

Figura 4.16 – Superfícies de resposta para a concentração volumétrica de sólidos na corrente de *underflow* para os hidrociclones HCiF<sub>1</sub> segundo os pares  $X_1$ - $X_2$ .



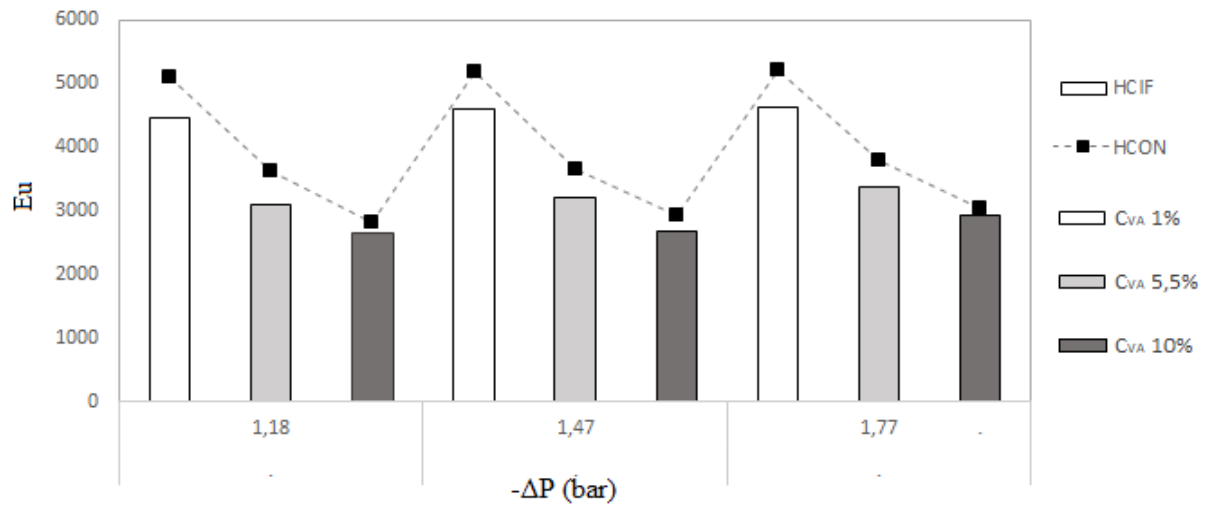
Fonte: O autor.

#### 4.1.4 – Número de Euler

As Figuras 4.17, 4.18 e 4.19 exibem o comportamento dos números de Euler para os hidrociclones HCiF<sub>1</sub> e HCON<sub>1</sub> com seus respectivos diâmetros de *underflow* de 3, 4 e 5 mm.

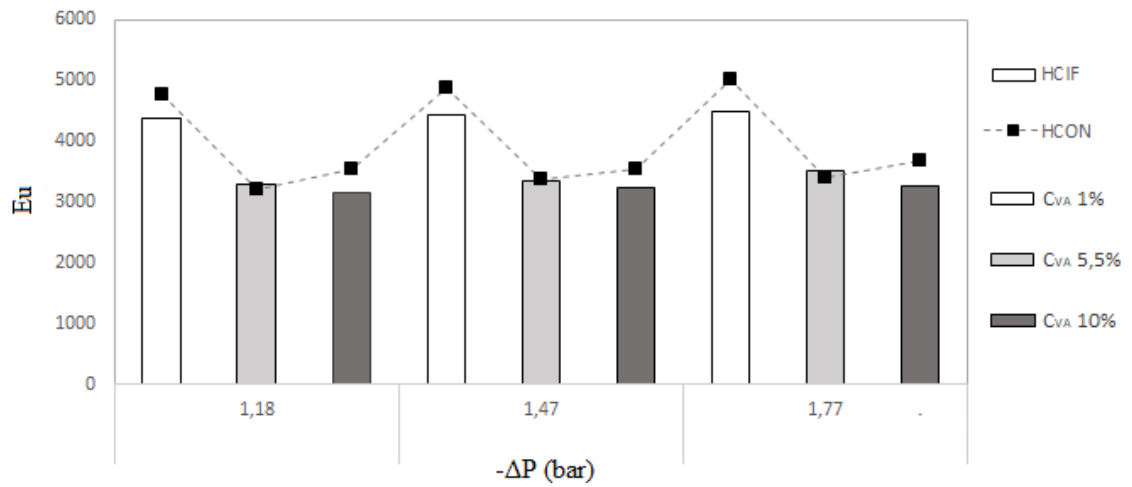


Figura 4.17 - Número de Euler para os hidrociclones HCiF<sub>1</sub> e HCON<sub>1</sub> com diâmetros de *underflow* de 3 mm.



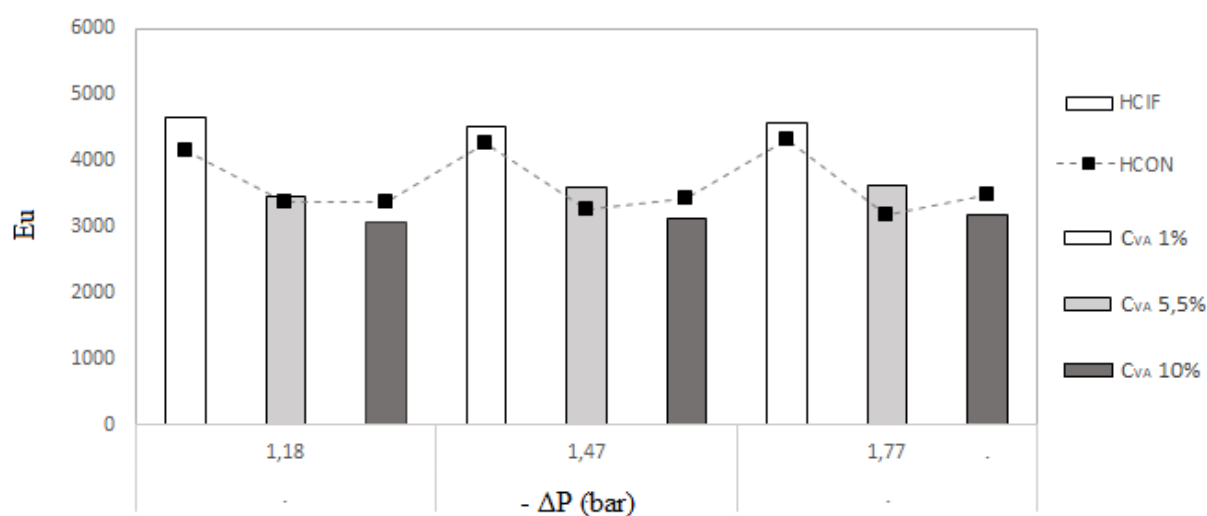
Fonte: O autor.

Figura 4.18 – Número de Euler para os hidrociclones HCiF<sub>1</sub> e HCON<sub>1</sub> com diâmetros de *underflow* de 4 mm.



Fonte: O autor.

Figura 4.19 – Número de Euler para os hidrociclones HCiF<sub>1</sub> e HCON<sub>1</sub> com diâmetros de *underflow* de 5 mm.



Fonte: O autor.

De acordo com os resultados experimentais obtidos, percebe-se que na grande maioria das vezes o número de Euler para os hidrociclones cilíndrico-filtrantes foi minorado frente aos dos separadores convencionais. Isso é um aspecto muito bem-vindo ao processo, pois significa uma redução de gasto energético quando se utiliza a filtração como operação unitária adjunta à hidrociclonagem. Vale ressaltar que os hidrociclones HCiF<sub>1</sub> e HCON<sub>1</sub> são classificadores, exibindo números de Euler relativamente altos (na faixa de 2600 a 5100).

Para o diâmetro de *underflow* de 3 mm, por exemplo, houve uma redução média de 11,73% no gasto energético do equipamento filtrante. Para o  $D_U = 4$  mm, o decréscimo médio observado foi de 6,57%. Já para o maior diâmetro de *underflow* ( $D_U = 5$  mm), os equipamentos apresentaram valores muito semelhantes para o número de Euler. Em média, HCiF<sub>1</sub> apresentou um gasto energético 3% maior para este caso. Façanha (2012), em seu estudo com um hidrociclone cilíndrico-filtrante otimizado, encontrou valores menores para o número de Euler no equipamento filtrante, no entanto, a autora não variou a  $C_{VA}$  e o  $D_U$ . A autora ainda elucida que essa diminuição no gasto energético está associada ao aumento da capacidade de processamento dos hidrociclones filtrantes perante os convencionais. Neste presente estudo, a capacidade de processamento (associada à vazão volumétrica de alimentação) para o equipamento filtrante foi, aproximadamente, 2,30% maior.

A partir dos resultados experimentais, foram realizadas regressões múltiplas para o número de Euler do hidrociclone cilíndrico-filtrante, expressa pela Equação 4.5.

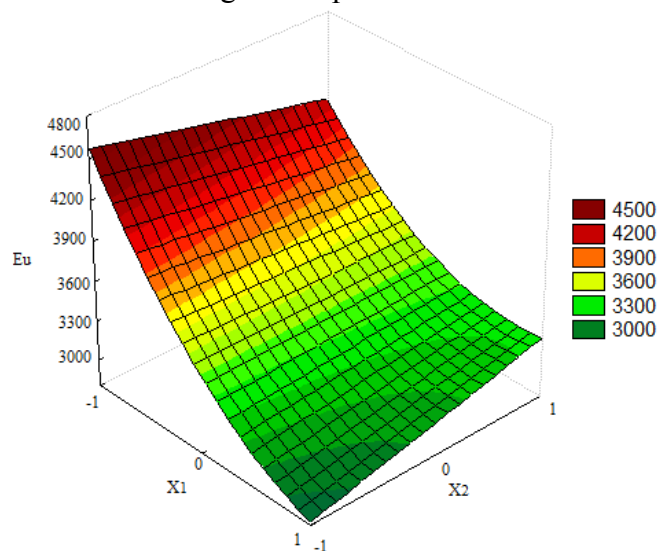
$$Eu = 3600,31 + X_i' b_{1a} + X_i' B_{1a} X_i \quad R^2 = 0,872 \quad (4.5)$$

Em que:

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, \quad b_{1a} = \begin{bmatrix} -622,22 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B_{1a} = \begin{bmatrix} -147,03 & 104,42 & 73,58 \\ 104,42 & 0 & 84,42 \\ 73,58 & 84,42 & 0 \end{bmatrix}$$

A Figura 4.20 representa a superfície de resposta para o número de Euler, obtida a partir da equação de regressão acima, conforme o pares  $X_1$ - $X_2$ , com os demais fatores mantidos no nível central.

Figura 4.20 – Superfície de Resposta para o número de Euler para os hidrociclones HCiF<sub>1</sub> segundo o par  $X_1$ - $X_2$ .



Fonte: O autor.

A equação de regressão e a superfície de resposta mostra que a concentração volumétrica de sólidos na alimentação ( $X_1$ ) foi a variável que mais influenciou no comportamento do número de Euler, seguida do diâmetro de *underflow* ( $X_2$ ) e da queda de pressão ( $X_3$ ). O coeficiente negativo significa que o efeito da variável  $X_1$  é inversamente proporcional, ou seja, o aumento dessa variável acarreta decréscimos no número de Euler.

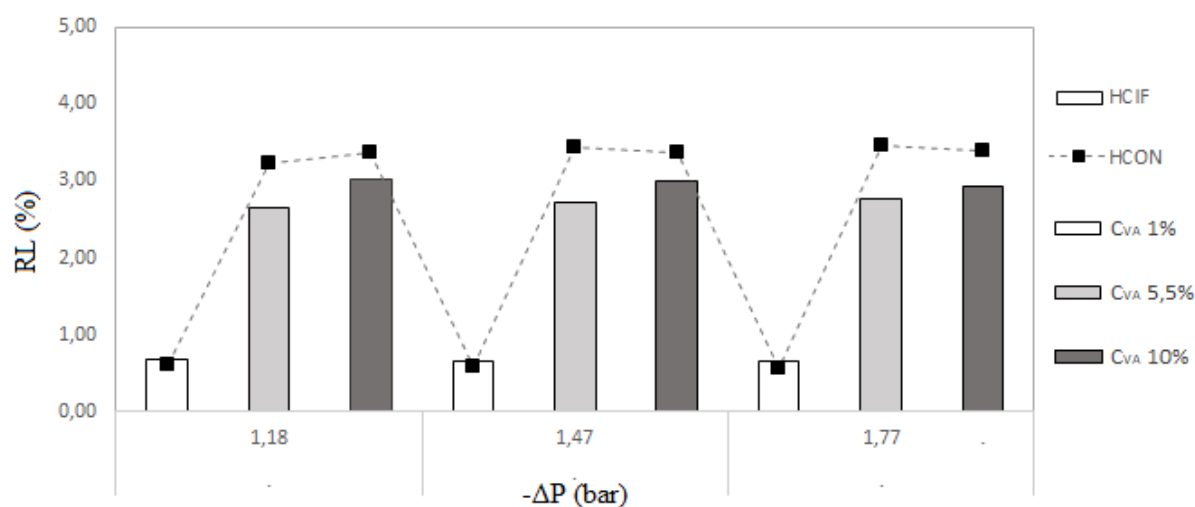
## 4.2 – Estudo do Desempenho dos Hidrociclones Pertencentes ao Caso 2 (Mínima Razão de Líquido)

Os desempenhos dos hidrociclones cilíndrico-filtrantes e convencionais no segundo caso de otimização serão comparados. O comportamento dos seguintes parâmetros será avaliado: número de Euler, razão de líquido, eficiência total, diâmetro de corte e concentração volumétrica de *underflow*. É pertinente ressaltar que para o segundo caso de otimização de Salvador (2017), o hidrociclone filtrante é concentrador.

### 4.2.1 – Razão de Líquido e Concentração Volumétrica de Sólidos no *Underflow*

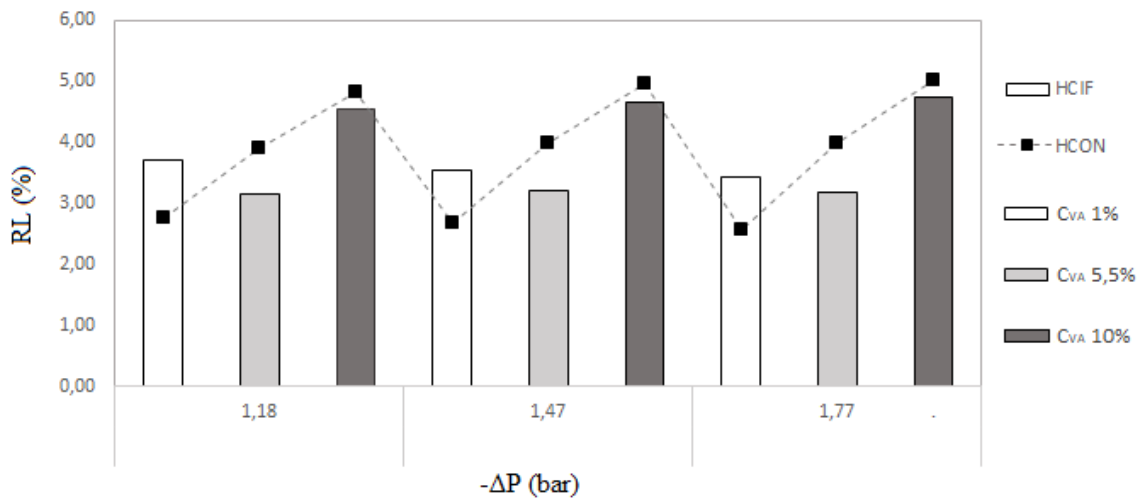
As razões de líquido obtidas para os hidrociclones HCiF<sub>2</sub> e HCON<sub>2</sub> são comparadas e estão explicitadas nas figuras 4.21, 4.22 e 4.23.

Figura 4.21 – Razões de Líquido para os hidrociclones HCiF<sub>2</sub> e HCON<sub>2</sub> com diâmetros de *underflow* de 3 mm.



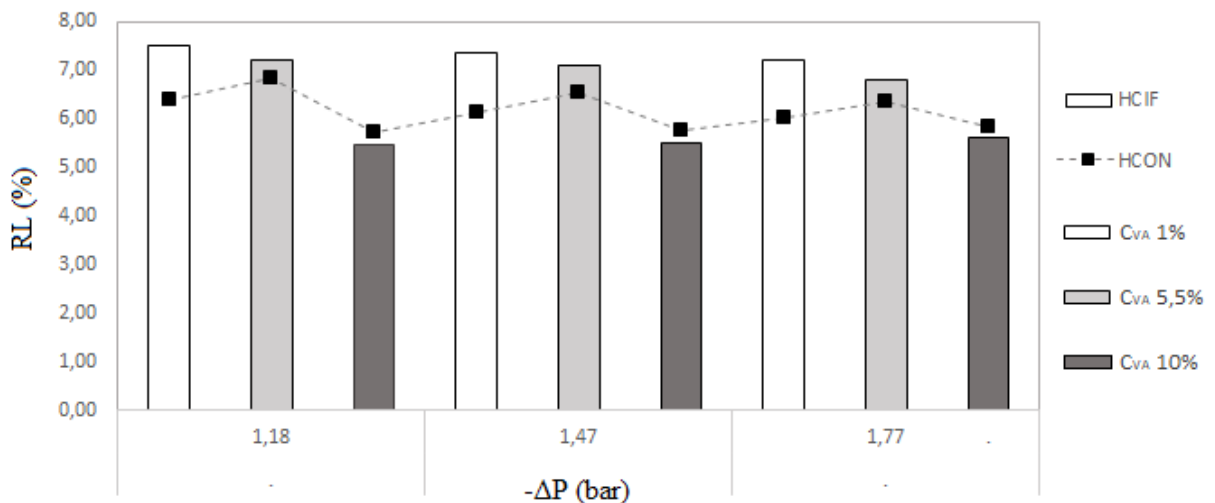
Fonte: O autor.

Figura 4.22 – Razões de Líquido para os hidrociclones HCiF<sub>2</sub> e HCON<sub>2</sub> com diâmetros de *underflow* de 4 mm.



Fonte: O autor.

Figura 4.23 – Razões de Líquido para os hidrociclones HCiF<sub>2</sub> e HCON<sub>2</sub> com diâmetros de *underflow* de 5 mm.



Fonte: O autor.

Verificou-se que para os hidrociclones com diâmetros de *underflow* de 3 e 4 mm, os equipamentos filtrantes apresentaram menores razões de líquido na maior parte das ocasiões. Isso é extremamente benéfico, visto que este hidrociclone cilíndrico-filtrante foi projetado para alcançar baixas razões de líquido. Com 3 mm de diâmetro de *underflow*, as razões de líquido para os equipamentos filtrantes foi em média 16% menor comparada ao convencional. Para os de 4 mm, essa média foi de, aproximadamente, 1,6%. Acerca dos separadores com diâmetro de *underflow* de 5 mm, a razão de líquido dos hidrociclones cilíndrico-filtrantes foi, em média,

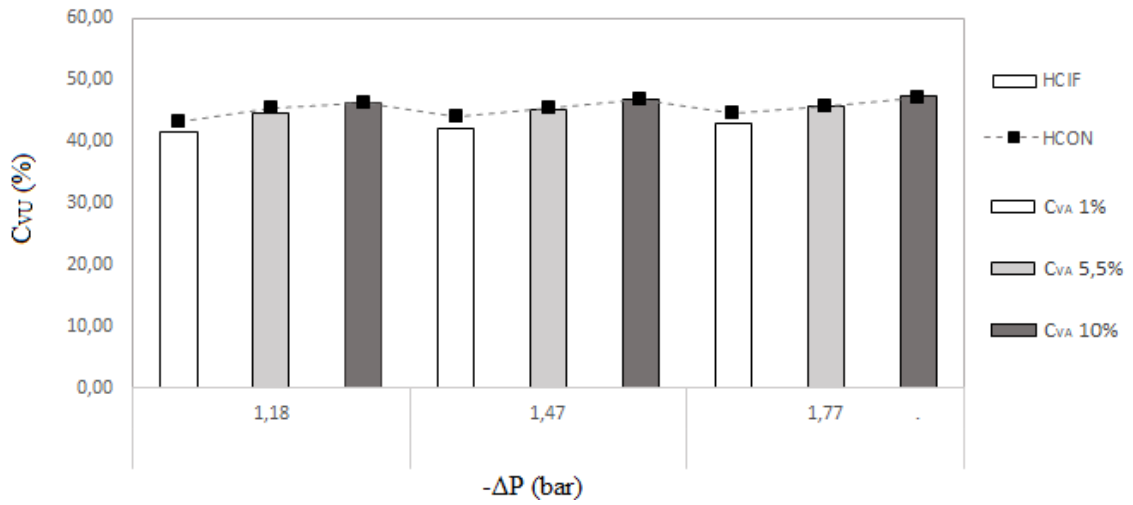
7,4% superior ao dos convencionais. Em geral, com o aumento do diâmetro de *underflow*, as razões de líquidos tenderam a ser majoradas (SALVADOR, 2013). É pertinente destacar que os pequenos valores para a razão de líquido serão sentidos na eficiência total de separação (seção 4.2.2).

O comportamento da razão de líquido diante de variações em  $D_U$  e  $C_{VA}$  para o  $\text{HCiF}_2$  mostra que pode ter havido um efeito combinado entre essas variáveis. Esse comportamento também fora observado por Gonçalves (2016) no estudo de um hidrociclone cônico-filtrante. O hidrociclone convencional com  $D_U = 4$  mm, exibiu um comportamento crescente para a razão de líquido com o aumento de  $C_{VA}$ , contudo este efeito não foi notado para o separador filtrante. No sistema mais diluído, as partículas tinham maior velocidade axial e radial, porém com a retirada de filtrado, houve uma mudança no comportamento dos vórtices encaminhando mais partículas ao vórtice interno, o que pode ter majorado a razão de líquido neste equipamento. O diâmetro *underflow* de 4 mm é o diâmetro intermediário, então não há uma restrição ao escoamento como a que o diâmetro de 3 mm provoca, nem há uma tendência para majorar a quantidade de fluido que passa na corrente de *underflow* como no diâmetro de 5 mm. Nesse caso, pode ser que o  $D_U = 4$  mm funcionou como um valor ótimo para minimizar a razão de líquido na concentração intermediária.

Para o  $\text{HCiF}_2$  com  $D_U = 3$  mm, houve uma redução de 77,9% na razão de líquido ao se passar do sistema mais concentrado para o menos concentrado. Para o  $D_U = 4$  mm, essa redução foi de 23,2% e para o  $D_U = 5$  mm,  $\text{HCiF}_2$  apresentou RL 33,2% maior em média que  $\text{HCON}_2$ .

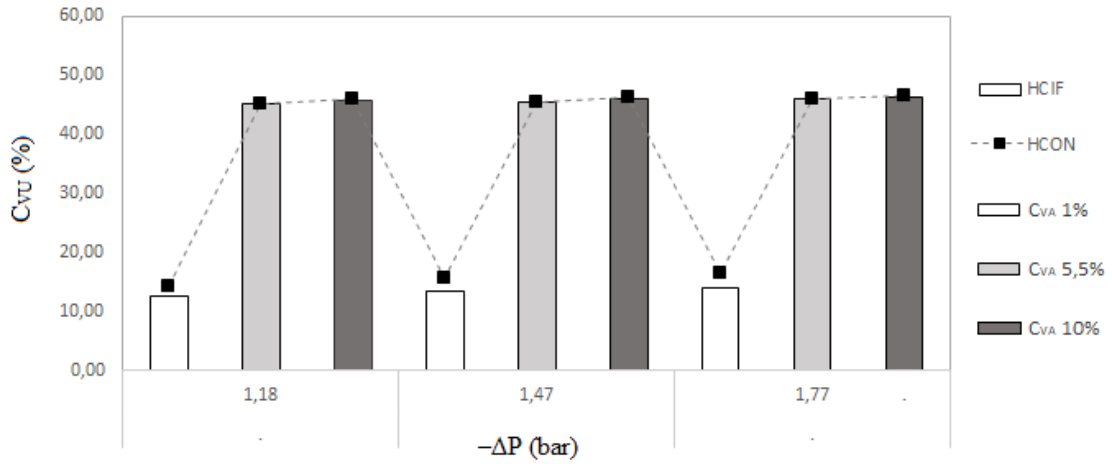
Os valores obtidos para as concentrações volumétricas de *underflow* dos hidrociclones convencionais e cilíndrico-filtrantes estão dispostos nas figuras 4.24, 4.25 e 4.26.

Figura 4.24 – Concentrações volumétricas de sólidos no *underflow* para os hidrociclones HCiF<sub>2</sub> e HCON<sub>2</sub> com diâmetros de *underflow* de 3 mm.



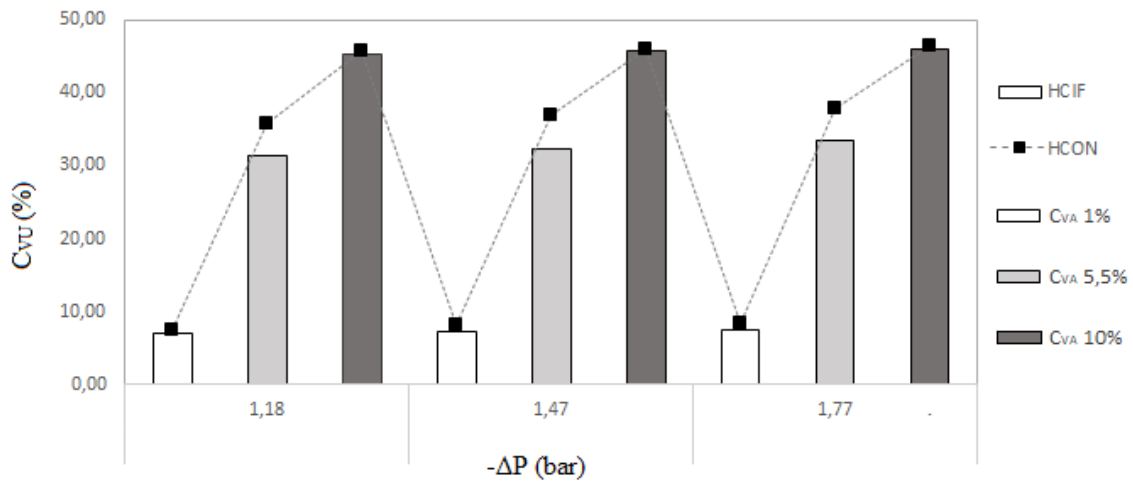
Fonte: O autor.

Figura 4.25 – Concentrações volumétricas de sólidos no *underflow* para os hidrociclones HCiF<sub>2</sub> e HCON<sub>2</sub> com diâmetros de *underflow* de 4 mm.



Fonte: O autor.

Figura 4.26 – Concentrações volumétricas de sólidos no *underflow* para os hidrociclones HCiF<sub>2</sub> e HCON<sub>2</sub> com diâmetros de *underflow* de 5 mm.



Fonte: O autor.

Os resultados experimentais mostram que para uma concentração volumétrica de sólidos na alimentação de 1%, aumentando-se o diâmetro de *underflow* minimizava-se  $C_{vU}$ . Isso pode ser justificado pelo fato da razão de líquido ter aumentado com o aumento do diâmetro de *underflow* para este caso. Uma razão de líquido mais elevada significa que há uma quantidade maior de líquido sendo descarregado na corrente de *underflow*. Conseqüentemente, será uma corrente mais diluída (com  $C_{vU}$  menor). É interessante destacar que para  $D_U = 3$  mm,  $C_{vU}$  sempre se manteve num patamar de 40-50%, possivelmente devido à maior restrição ao escoamento nesse diâmetro houve uma maior quantidade de líquido encaminhada ao *overflow*.

Com base nos resultados experimentais, realizaram-se regressões múltiplas para a razão de líquido e para a concentração volumétrica de sólidos na corrente de *underflow* (expressas pelas equações 4.6 e 4.7). Além disso, as superfícies de resposta foram estimadas e são apresentadas nas figuras 4.27 e 4.28.

$$RL = 4,17 + X_i' b_{1c} + X_i' B_{1c} X_i \quad R^2 = 0,955 \quad (4.6)$$

Em que:

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, \quad b_{1c} = \begin{bmatrix} 0,26 \\ 2,26 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B_{1c} = \begin{bmatrix} 0 & -0,52 & 0 \\ -0,52 & -0,32 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

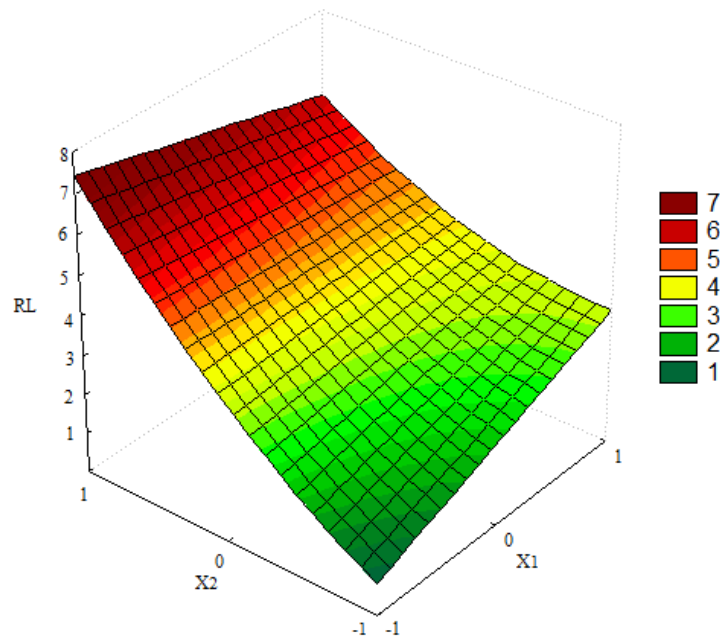


$$C_{VU} = 36,30 + X_i' b_{2c} + X_i' B_{2c} X_i \quad R^2 = 0,930 \quad (4.7)$$

Em que:

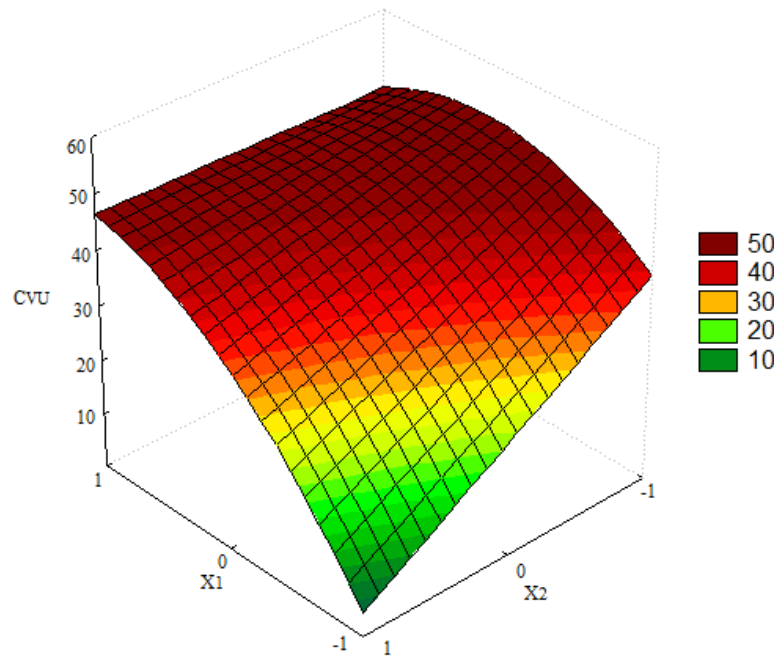
$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, \quad b_{2c} = \begin{bmatrix} 12,60 \\ -8,16 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B_{2c} = \begin{bmatrix} 4,13 & 4,24 & 0 \\ 4,24 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Figura 4.27 – Superfícies de resposta para a razão de líquido para os hidrociclones HCiF<sub>2</sub> segundo o par X<sub>1</sub>-X<sub>2</sub>.



Fonte: O autor.

Figura 4.28 – Superfícies de resposta para a concentração volumétrica de sólidos no *underflow* para os hidrociclones HCiF<sub>2</sub> segundo o par  $X_1$ - $X_2$ .



Fonte: O autor.

A Figura 4.27 ilustra a superfície de resposta obtida para a razão de líquido para o hidrociclone HCiF<sub>2</sub>, conforme o par  $X_1$ - $X_2$ . Através da equação de regressão e da superfície de resposta, pode-se afirmar que o diâmetro de *underflow* ( $X_2$ ) foi a variável que mais exerceu influência na  $RL$ , seguido pela concentração volumétrica de alimentação ( $X_1$ ). Salienta-se que Massarani (1989) já observava a independência da razão de líquido com a queda de pressão. Para  $CVU$ , a queda de pressão teve uma influência praticamente inexistente nessa resposta também, como explicitado na Equação 4.7.

As menores razões de líquido obtidas para o segundo caso de otimização foram para os hidrociclones com  $D_U = 3$  mm operando sob condição de meio diluído ( $CV_A = 1,0\%$ ).

A fim de se verificar a diferença significativa entre as respostas médias dos hidrociclones HCiF<sub>2</sub> e HCON<sub>2</sub>, um teste de hipótese é proposto. Considerando um nível de significância de 5%, tem-se as seguintes hipóteses:

- $H_0$  (hipótese de nulidade) a qual nega a afirmação baseada na amostra, neste caso, afirma que os hidrociclones HCiF<sub>2</sub> e HCON<sub>2</sub> apresentam razões de líquido iguais;
- $H_1$  (hipótese alternativa) a qual representa o efeito comprovado pelos resultados experimentais, ou seja, HCiF<sub>2</sub> e HCON<sub>2</sub> apresentam razões de líquido diferentes.

Para que a hipótese alternativa seja verdadeira, o nível de significância ( $p$  value) de um teste utilizando distribuição  $t$  de Student deve ser menor que 0,05. Os valores encontrados para

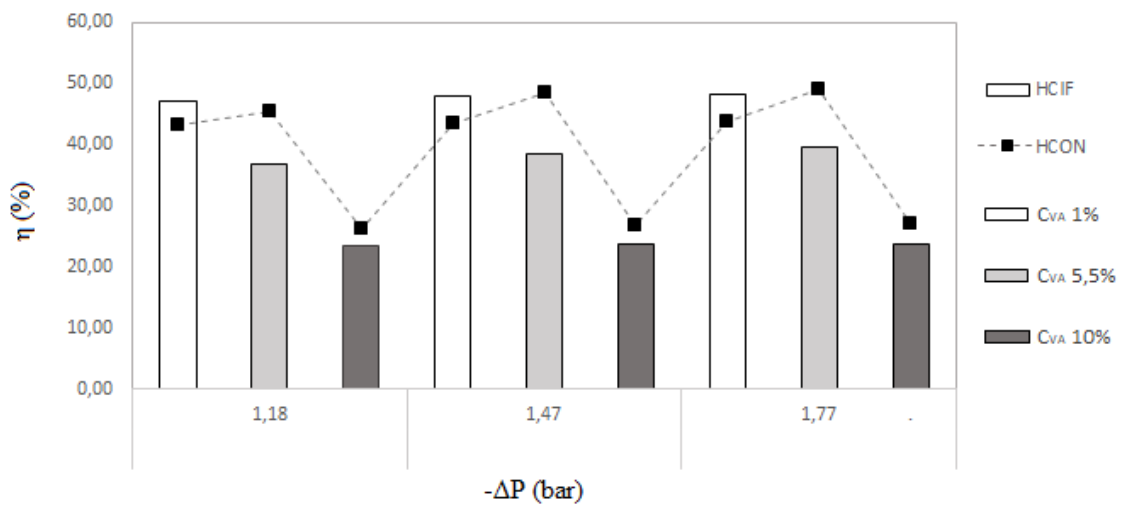
$p$  value estão dispostos em tabelas disponíveis no Apêndice B. A partir dos testes de hipóteses, concluiu-se que em todos os casos analisados HClF<sub>2</sub> e HCON<sub>2</sub> apresentaram razões de líquido estatisticamente diferentes, com exceção dos equipamentos com  $D_U = 5$  mm, operando a  $C_{VA} = 5,5\%$  ( $p$  value = 0,067).

Dentre todos os experimentos realizados, a menor razão de líquido obtida (0,57%) foi para o HCON<sub>2</sub> com  $D_U = 3$  mm, operando a 1,77 bar com uma suspensão 1,0%v.

#### 4.2.2 – Eficiência Total e Diâmetro de Corte

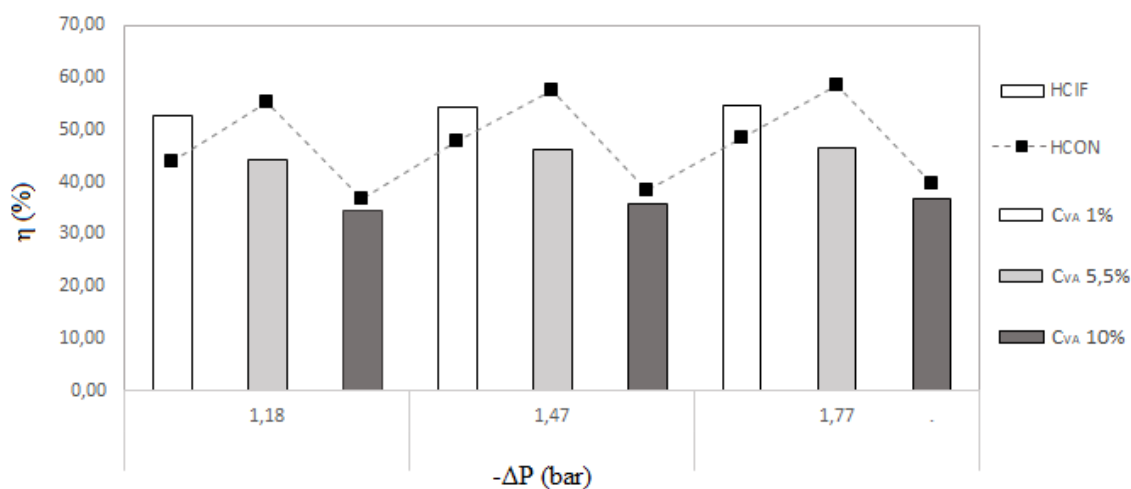
Nas figuras 4.29, 4.30 e 4.31 são mostradas as eficiências totais dos hidrociclones estudados (HClF<sub>2</sub> e HCON<sub>2</sub>).

Figura 4.29 – Eficiências totais para os hidrociclones HClF<sub>2</sub> e HCON<sub>2</sub> com diâmetros de *underflow* de 3 mm.



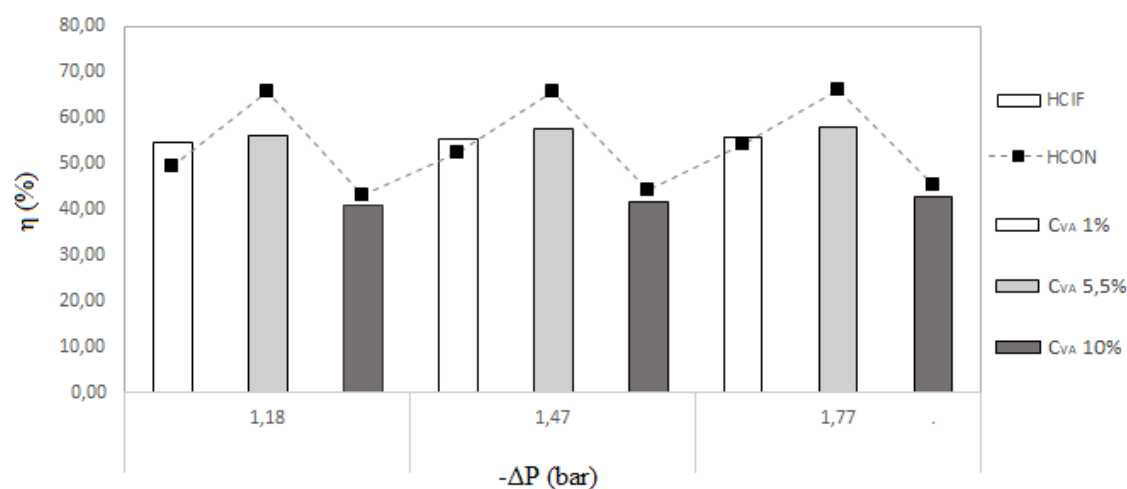
Fonte: O autor.

Figura 4.30 – Eficiências totais para os hidrociclones HCiF<sub>2</sub> e HCON<sub>2</sub> com diâmetros de *underflow* de 4 mm.



Fonte: O autor.

Figura 4.31 – Eficiências totais para os hidrociclones HCiF<sub>2</sub> e HCON<sub>2</sub> com diâmetros de *underflow* de 5 mm.



Fonte: O autor.

Com base nos gráficos apresentados acima, é possível inferir que para o sistema mais diluído ( $C_{VA} = 1,0\%$ ), a eficiência total do HCiF<sub>2</sub> foi superior à do HCON<sub>2</sub> independentemente do diâmetro de *underflow* utilizado (comportamento igualmente observado no caso 1). Esse comportamento também fora observado por Vieira (2006), onde o autor encontrou maior eficiência para um hidrociclone cônico-filtrante comparado ao um convencional. Ademais, Almeida (2008) e Silva (2014) também encontraram maiores eficiências totais para os hidrociclones filtrantes de seus estudos.

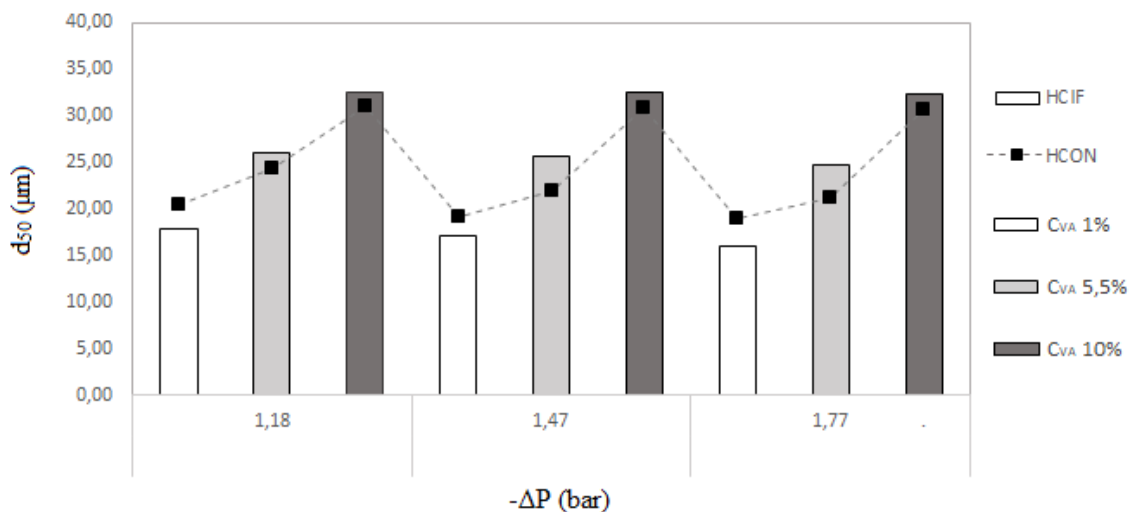
Em média, o sistema mais diluído apresentou eficiências totais 10% maiores que o sistema mais concentrado. Em contrapartida, para as outras duas concentrações volumétricas, a eficiência total do equipamento convencional foi superior à do filtrante. Mas vale ressaltar que o objetivo para esse caso de otimização foi minimizar a razão de líquido do hidrociclone. Provavelmente, ao se alimentar um hidrociclone filtrante com suspensões mais concentradas, afeta-se o comportamento dos vórtices dentro do mesmo. Essa alteração somada à retirada de filtrado que, segundo Vieira (2006), também modifica a relação entre os vórtices, pode ter desencadeado esse efeito na eficiência total para esses hidrociclones concentradores.

Para as concentrações de 5,5% e 10,0%, houve benefícios para a razão de líquido, visto que o HClF<sub>2</sub> apresentou menor valor em média que o HCON<sub>2</sub> para a resposta avaliada. E nessas mesmas concentrações, a eficiência total foi menor para o HClF<sub>2</sub>. Isso mostra que a eficiência total sofreu reflexo da razão de líquido. Somente no sistema diluído ( $C_{VA} = 1,0\%$ ), o HClF<sub>2</sub> apresentou eficiência total maior. Os diâmetros de corte também refletem esse resultado.

Para o diâmetro de *underflow* igual a 3 mm, a eficiência total obtida no meio mais concentrado ( $C_{VA} = 10,0\%$ ) foi 50,5% menor, em média, que aquela encontrada para o sistema mais diluído. Para  $D_U = 4$  mm, esse decréscimo foi de 33,6% e para  $D_U = 5$  mm, a redução foi de 24,6%.

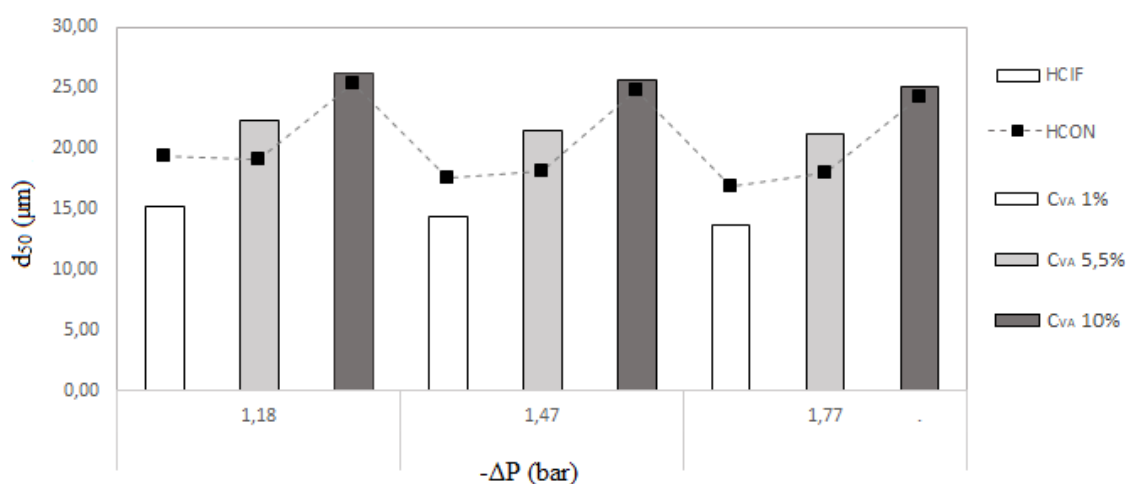
O diâmetro de corte é um parâmetro que tende a decrescer com o aumento da eficiência total de um hidrociclone. Este comportamento pode ser visto nas figuras 4.32, 4.33 e 4.34.

Figura 4.32 – Diâmetros de Corte para os hidrociclones HClF<sub>2</sub> e HCON<sub>2</sub> com diâmetros de *underflow* de 3 mm.



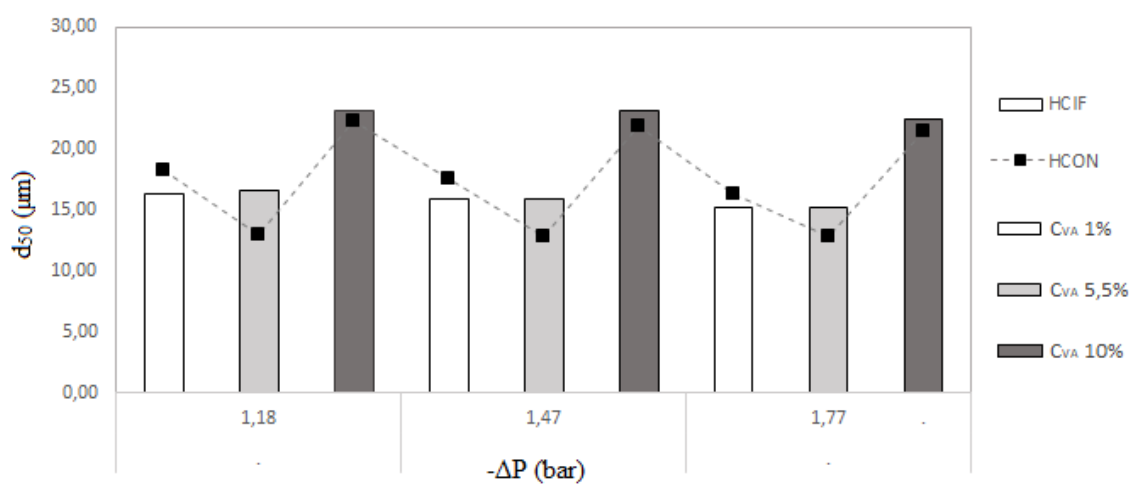
Fonte: O autor.

Figura 4.33 - Diâmetros de Corte para os hidrociclones HCiF<sub>2</sub> e HCON<sub>2</sub> com diâmetros de *underflow* de 4 mm.



Fonte: O autor.

Figura 4.34 – Diâmetros de Corte para os hidrociclones HCiF<sub>2</sub> e HCON<sub>2</sub> com diâmetros de *underflow* de 5 mm.



Fonte: O autor.

Os menores diâmetros de corte obtidos foram para o hidrociclone convencional com diâmetro de *underflow* de 5 mm. Seus valores diminuíram de 12,93 a 12,82 com o aumento da queda de pressão. E esses foram, justamente, os equipamentos com maiores eficiências totais (66% em média). Silva (2014) esclarece que para um  $D_U$  alto, a restrição ao escoamento no orifício de *underflow* torna-se baixa. Sendo assim, mais líquido é direcionado ao *underflow* e mais partículas saem por essa corrente arrastadas pelo fluido. A maior coleta de sólidos na corrente de *underflow* (maior  $C_{VU}$ ) eleva a eficiência do hidrociclone.

Para condições diluídas ( $C_{VA} = 1,0\%$ ), equipamentos filtrantes são melhores. No entanto, para suspensões mais concentradas (5,5% e 10,0%), há inversão. O fato de existir uma matriz porosa associado à presença de suspensões mais concentradas pode ter prejudicado a eficiência total do HCIF<sub>2</sub>. A velocidade das partículas nos sistemas mais concentrados é menor, então há menor probabilidade de serem coletadas no *underflow*.

De posse dos resultados experimentais, foram realizadas regressões múltiplas para as respostas: eficiência total (Equação 4.8) e diâmetro de corte (Equação 4.9) do hidrociclone cilíndrico-filtrante.

$$\eta = 44,45 + X_i' b_{3c} + X_i' B_{3c} X_i \quad R^2 = 0,973 \quad (4.8)$$

Em que:

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, b_{3c} = \begin{bmatrix} -9,29 \\ 7,46 \\ 0,85 \end{bmatrix} \text{ e } B_{3c} = \begin{bmatrix} 2,15 & 1,31 & 0 \\ 1,31 & 0,63 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

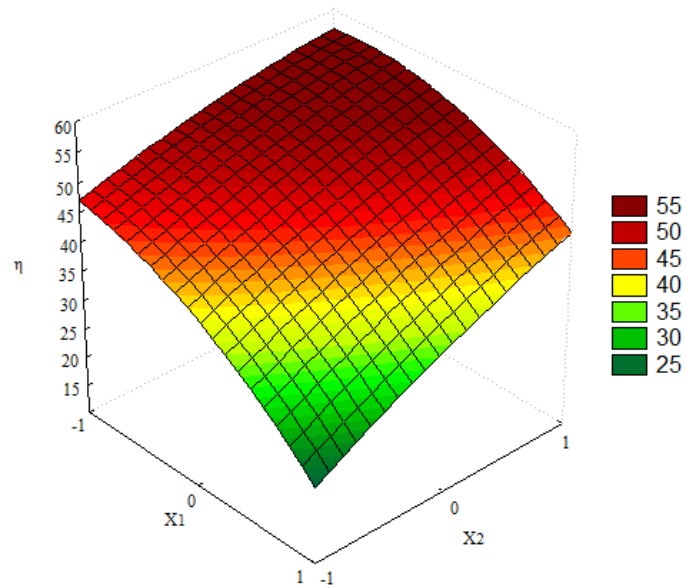
$$d'_{50} = 21,05 + X_i' b_{4c} + X_i' B_{4c} X_i \quad R^2 = 0,975 \quad (4.9)$$

Em que:

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, b_{4c} = \begin{bmatrix} 5,89 \\ -3,67 \\ -0,56 \end{bmatrix} \text{ e } B_{4c} = \begin{bmatrix} 0 & -0,85 & 0 \\ -0,85 & -0,42 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

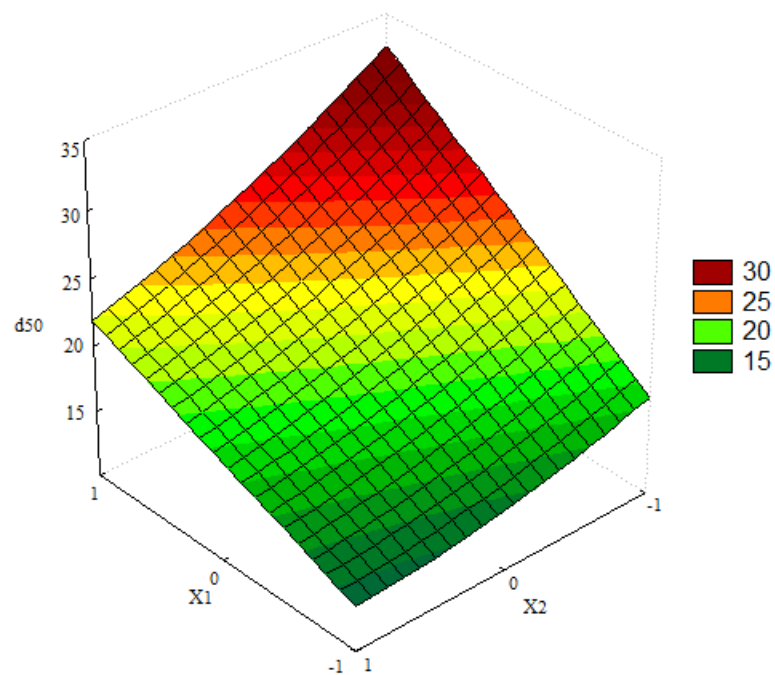
As superfícies de resposta para a eficiência total e o diâmetro de corte dos hidrocilones cilíndrico-filtrantes estão explicitadas nas figuras 4.35 e 4.36. Através delas, é possível afirmar que para a eficiência total, a variável que mais exerce influência é a concentração volumétrica de alimentação ( $X_1$ ), seguido do diâmetro de *underflow* ( $X_2$ ) e da queda de pressão ( $X_3$ ). Para o diâmetro de corte, a mesma ordem é mantida, sendo a concentração volumétrica de alimentação ( $X_1$ ) a variável que mais afeta o comportamento do  $d_{50}$ .

Figura 4.35 – Superfícies de resposta para a eficiência total para o hidrociclone HCiF<sub>2</sub> segundo o par  $X_1$ - $X_2$ .



Fonte: O autor.

Figura 4.36 – Superfície de resposta para o diâmetro de corte para o hidrociclone HCiF<sub>2</sub> segundo o par  $X_1$ - $X_2$ .



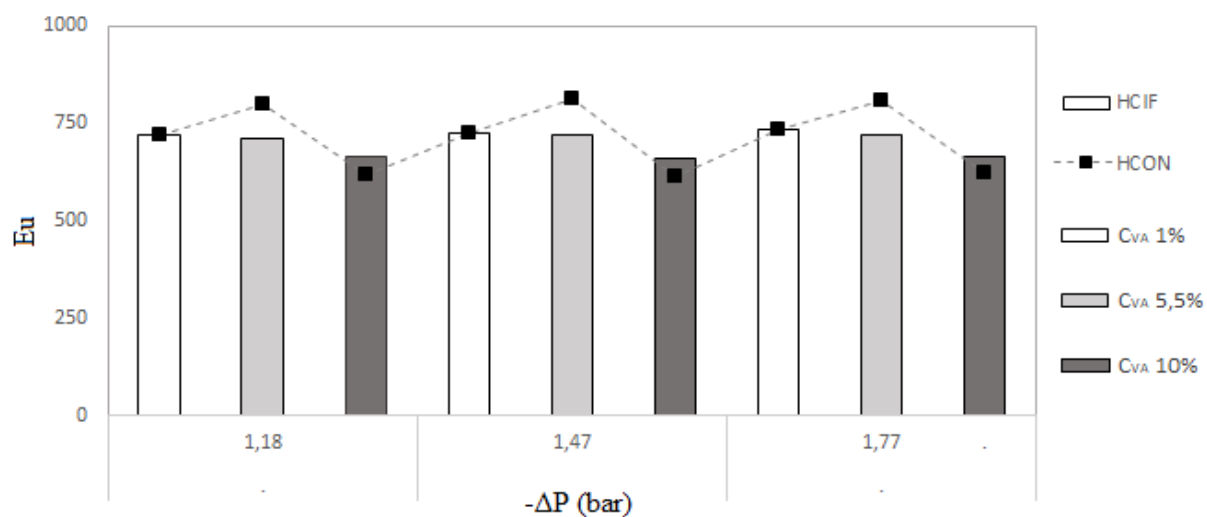
Fonte: O autor.



### 4.2.3 – Número de Euler

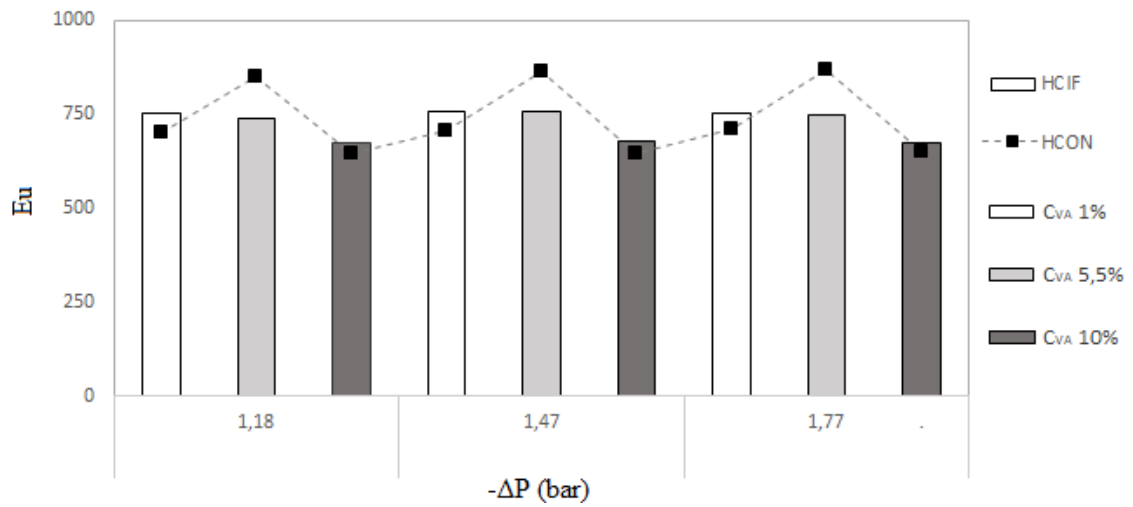
O comportamento do número de Euler para os hidrociclones  $\text{HCiF}_2$  e  $\text{HCON}_2$  está mostrado nas Figuras 4.37, 4.38 e 4.39. Para os hidrociclones concentradores, o número de Euler é menor quando comparado àqueles que são classificadores. Para o equipamento filtrante, os números de Euler obtidos variaram de 661 a 789, enquanto para os equipamentos convencionais essa variação foi de 613 a 893. Os valores para o número de Euler encontrados para os hidrociclones são similares, visto que os desvios médios encontrados são muito pequenos. Para os equipamentos com  $D_U = 3$  mm, o equipamento filtrante apresentou número de Euler 0,5% maior que o convencional. Já nos equipamentos com  $D_U = 4$  mm, o hidrociclone convencional exibiu número de Euler 1,7% maior que o filtrante. Por fim, para o separador com  $D_U = 5$  mm, a modalidade convencional indicou  $Eu$  3,5% maior. É interessante ressaltar que para a concentração intermediária ( $C_{VA} = 5,5\%$ ), o número de Euler do  $\text{HCiF}_2$  sempre foi menor que do  $\text{HCON}_2$ .

Figura 4.37 – Números de Euler para os hidrociclones  $\text{HCiF}_2$  e  $\text{HCON}_2$  com diâmetros de *underflow* de 3 mm.



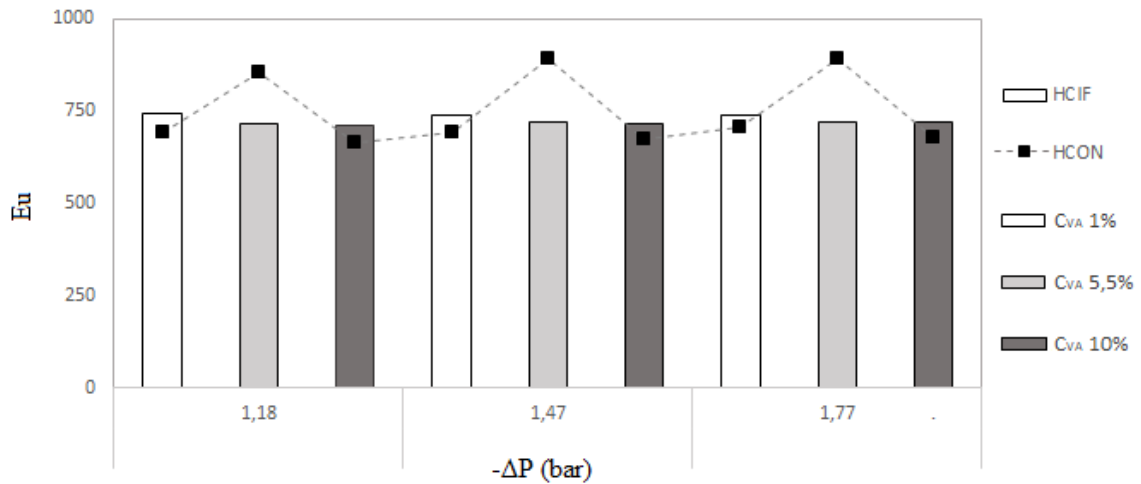
Fonte: O autor.

Figura 4.38 - Números de Euler para os hidrociclones HCiF<sub>2</sub> e HCON<sub>2</sub> com diâmetros de *underflow* de 4 mm.



Fonte: O autor.

Figura 4.39 – Números de Euler para os hidrociclones HCiF<sub>2</sub> e HCON<sub>2</sub> com diâmetros de *underflow* de 5 mm.



Fonte: O autor.

Os valores de número de Euler para esse caso oscilaram bastante. Isso é refletido no valor de  $R^2$  que é uma medida descritiva da qualidade do ajuste.

A Equação 4.10 mostra a regressão múltipla para os resultados experimentais coletados para o número de Euler do hidrociclone cilíndrico-filtrante.

$$Eu = 718,62 + X'_i b_{5c} + X'_i B_{5c} X_i \quad R^2 = 0,540 \quad (4.10)$$

Em que:

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, b_{5c} = \begin{bmatrix} -31,89 \\ 16,78 \\ 7,06 \end{bmatrix} \text{ e } B_{5c} = \begin{bmatrix} 85,96 & 10,63 & 0 \\ 10,63 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Pelo coeficiente encontrado ( $R^2 = 0,540$ ), é possível concluir que, neste caso, o número de Euler não está correlacionado com os fatores. Sendo assim, ele se comportou como constante. Esse discurso de que esse adimensional se mantém constante foi muito utilizado por Massarani (1989) e para este hidrociclone concentrador, isto foi verdade.

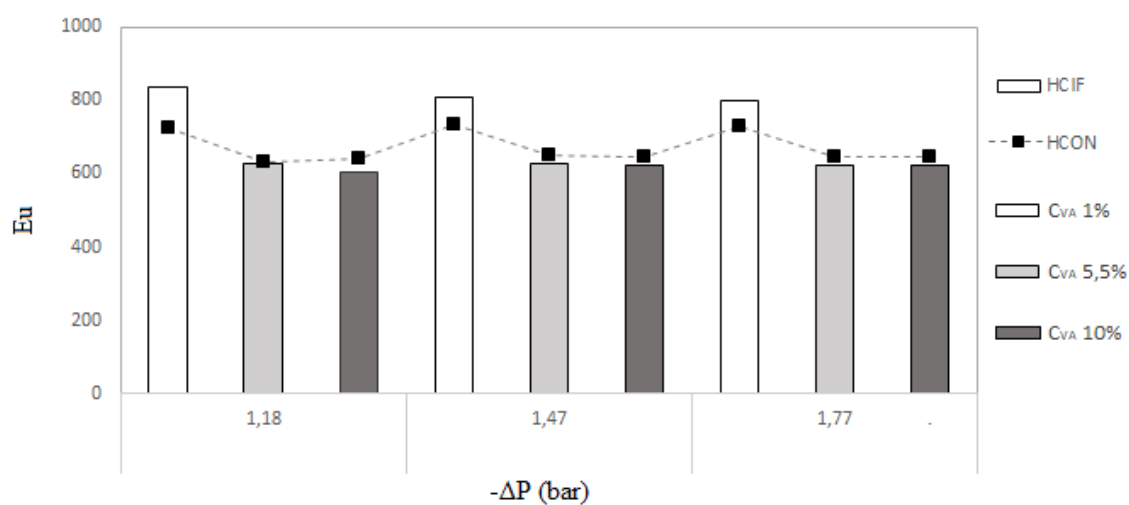
### 4.3 – Estudo do Desempenho dos Hidrociclones Pertencentes ao Caso 3: Mínimo Número de Euler

Os hidrociclones construídos para este caso são concentradores, possuem alta capacidade de processamento e um baixo consumo energético. Nesta seção, os desempenhos dos hidrociclones cilíndrico-filtrantes e convencionais são comparados e o comportamento dos seguintes parâmetros é avaliado: número de Euler, razão de líquido, eficiência total, diâmetro de corte e concentração volumétrica de *underflow*.

#### 4.3.1 – Número de Euler

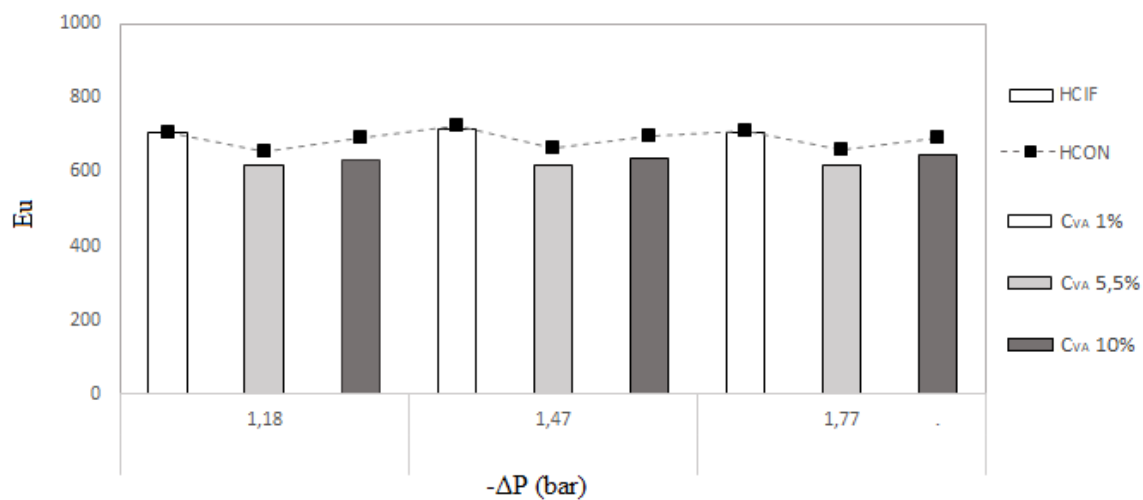
Os números de Euler obtidos para os hidrociclones HClF<sub>3</sub> e HCON<sub>3</sub> estão dispostos nas figuras 4.40, 4.41 e 4.42. Para os hidrociclones cilíndrico-filtrantes, esse adimensional esteve na faixa de 578 a 838 e de 633 a 733 para os convencionais. Para os sistemas mais concentrados ( $C_{VA} = 5,5\%$  e  $C_{VA} = 10,0\%$ ), a filtração favoreceu a minimização do número de Euler.

Figura 4.40 - Número de Euler para os hidrociclones HCiF<sub>3</sub> e HCON<sub>3</sub> com diâmetros de *underflow* de 3 mm.



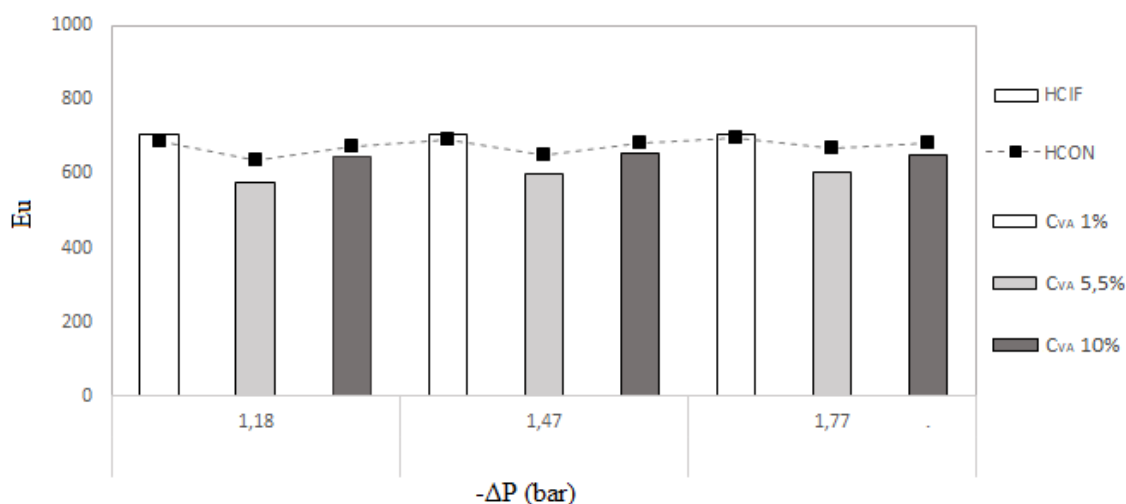
Fonte: O autor.

Figura 4.41 - Número de Euler para os hidrociclones HCiF<sub>3</sub> e HCON<sub>3</sub> com diâmetros de *underflow* de 4 mm.



Fonte: O autor.

Figura 4.42 – Número de Euler para os hidrociclones HCiF<sub>3</sub> e HCON<sub>3</sub> com diâmetros de *underflow* de 5 mm.



Fonte: O autor.

Para este caso, ao se aumentar a concentração volumétrica de alimentação, o número de Euler foi minorado. Possivelmente, isso está relacionado à maior capacidade de processamento que os equipamentos exibiram em sistemas mais concentrados. Os valores da vazão volumétrica de alimentação estão dispostos no Apêndice B. Uma maior capacidade de processamento acarreta um menor gasto energético. Além disso, a intensidade do campo centrífugo diminui com o aumento da concentração volumétrica de sólidos na suspensão, ou seja, no sistema mais diluído ( $C_{VA} = 1,0\%$ ) há maior perda de energia. Conseqüentemente, o número de Euler é minorado. Esse efeito também é sentido na eficiência total.

Para o HCiF<sub>3</sub> com  $D_U = 3$  mm, ao se passar do meio mais diluído para o mais concentrado, o número de Euler foi reduzido, em média, 24,6%. Para  $D_U = 4$  mm, a redução observada foi de 10,1% e para  $D_U = 5$  mm, o decréscimo foi de 7,7%. Ademais, vale ressaltar que ao se utilizar o diâmetro de *underflow* de 3 mm, os valores encontrados para o número de Euler foram maiores comparados aos demais diâmetros de *underflow*. Isso ocorre pois como neste orifício há maior restrição ao escoamento, a perda de carga conseqüentemente aumenta, elevando o gasto energético do equipamento.

A Equação 4.11 mostra a regressão múltipla para os resultados experimentais obtidos para o número de Euler dos hidrociclones filtrantes.

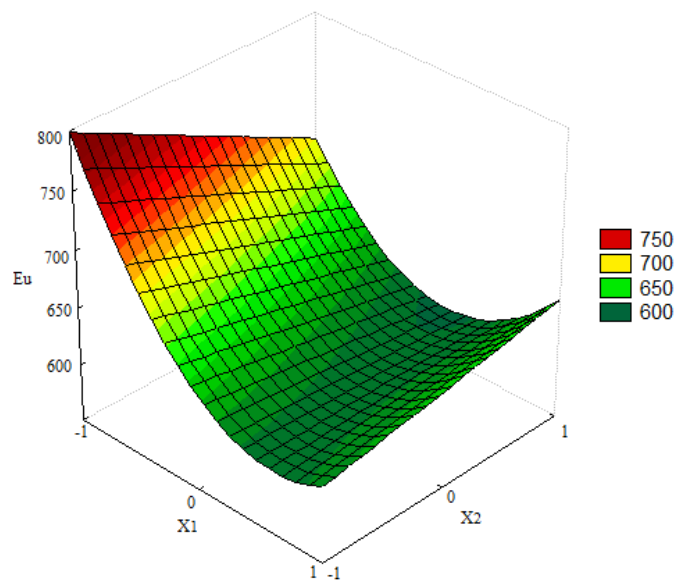
$$Eu = 664,67 + X'_i b_{1d} + X'_i B_{1d} X_i \quad R^2 = 0,941 \quad (4.11)$$

Em que:

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, b_{1d} = \begin{bmatrix} -54,44 \\ -17,67 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ e } B_{1d} = \begin{bmatrix} -37,32 & 18,38 & 0 \\ 18,38 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A superfície de resposta para o número de Euler é revelada na Figura 4.43, gerada a partir da equação de regressão acima, conforme o par  $X_1$ - $X_2$ . Através dela e da equação de regressão acima (Equação 4.11), fica claro que a concentração volumétrica de sólidos na alimentação ( $X_1$ ) é o fator que mais influencia o número de Euler para este caso, seguida do diâmetro de *underflow* ( $X_2$ ), ambos inversamente proporcionais. Portanto, com o aumento desses dois fatores, ocorre a diminuição de gastos energéticos.

Figura 4.43 – Superfícies de resposta para o número de Euler para os hidrociclones HClF<sub>3</sub> segundo o par  $X_1$ - $X_2$ .



Fonte: O autor.

Com o objetivo verificar a diferença significativa entre as respostas médias dos hidrociclones HClF<sub>3</sub> e HCON<sub>3</sub>, um teste de hipótese é proposto. Considerando um nível de significância de 5%, tem-se as seguintes hipóteses:

- H<sub>0</sub> (hipótese de nulidade) a qual nega a afirmação baseada na amostra, neste caso, afirma que os hidrociclones HClF<sub>3</sub> e HCON<sub>3</sub> apresentam números de Euler iguais;

- $H_1$  (hipótese alternativa) a qual representa o efeito comprovado pelos resultados experimentais, ou seja,  $\text{HClF}_3$  e  $\text{HCON}_3$  apresentam números de Euler diferentes.

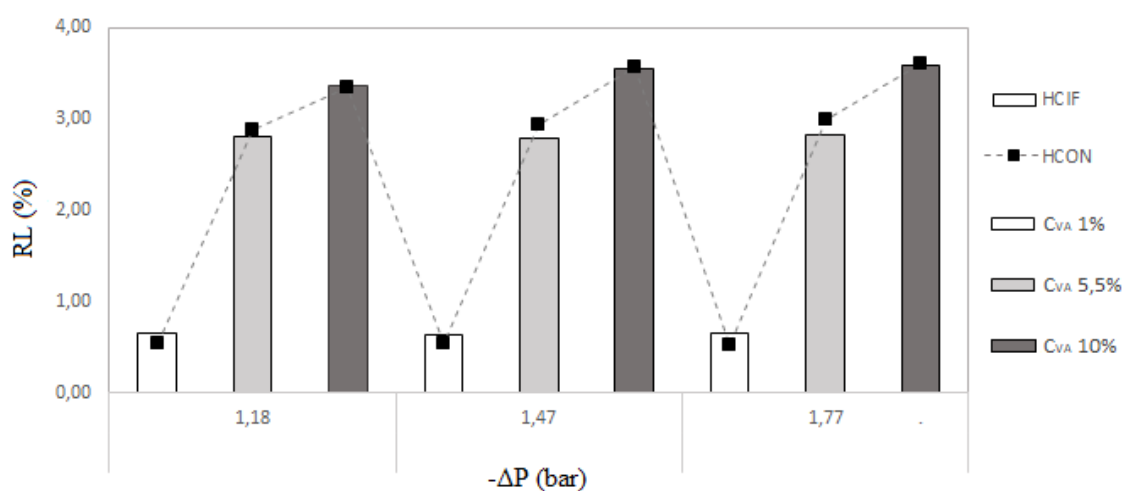
Para que a hipótese alternativa seja verdadeira, o nível de significância (*p value*) de um teste utilizando distribuição *t* de *Student* deve ser menor que 0,05. Os valores encontrados para *p value* estão dispostos em tabelas disponíveis no Apêndice B. A partir dos testes de hipóteses, concluiu-se que em todos os casos analisados  $\text{HClF}_3$  e  $\text{HCON}_3$  apresentaram números de Euler estatisticamente diferentes, com exceção dos equipamentos com  $D_U = 4$  mm, operando a  $C_{VA} = 1,0\%$  (*p value* = 0,6465).

Dentre todos os experimentos realizados, o menor número de Euler encontrado (578) foi para o  $\text{HClF}_3$  com  $D_U = 5$  mm, operando a 1,18 bar com uma suspensão 5,5%v.

#### 4.3.2 – Razão de Líquido e Concentração Volumétrica de Sólidos na Corrente de *Underflow*

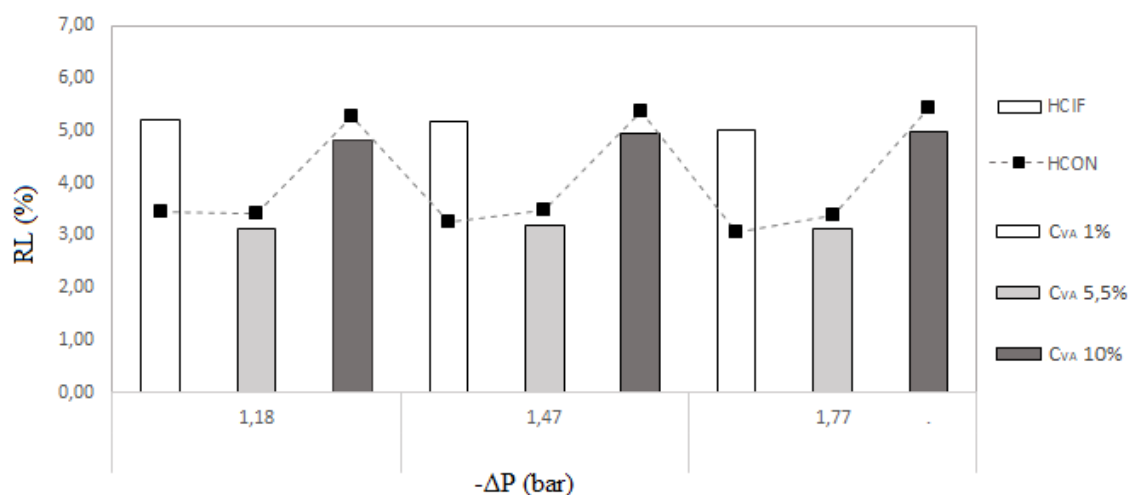
As razões de líquido obtidas para os hidrociclones filtrantes e convencionais estão apresentadas nas figuras 4.44, 4.45 e 4.46. Os dados experimentais revelam que para os hidrociclones com diâmetros de *underflow* de 3 mm, *RL* aumentou com o acréscimo na concentração volumétrica de alimentação ( $C_{VA}$ ). Este mesmo comportamento foi observado no caso 2 (mínima razão de líquido).

Figura 4.44 – Razões de líquido para os hidrociclones  $\text{HClF}_3$  e  $\text{HCON}_3$  com 3 mm de diâmetro de *underflow*.



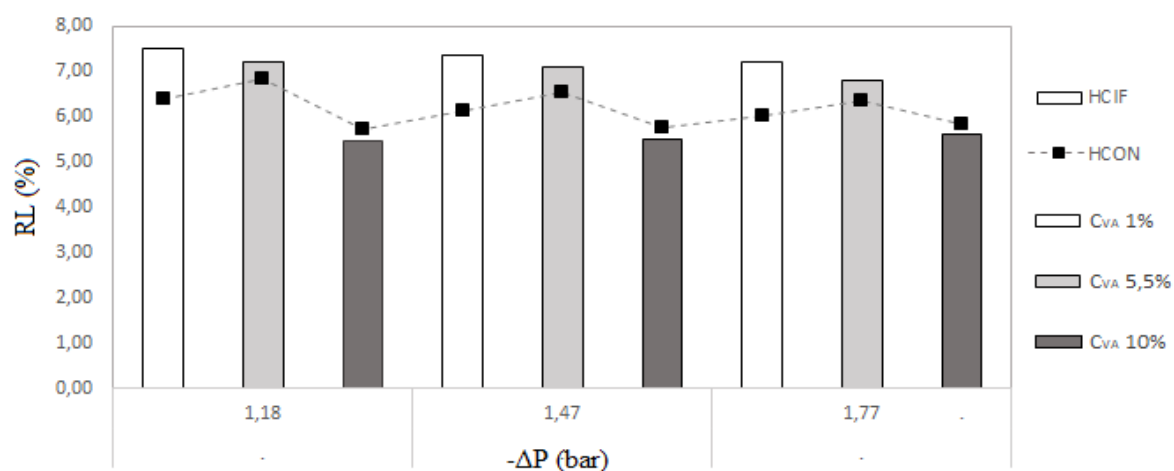
Fonte: O autor.

Figura 4.45 – Razões de líquido para os hidrociclones HCiF<sub>3</sub> e HCON<sub>3</sub> com 4 mm de diâmetro de *underflow*.



Fonte: O autor.

Figura 4.46 – Razões de líquido para os hidrociclones HCiF<sub>3</sub> e HCON<sub>3</sub> com 5 mm de diâmetro de *underflow*.



Fonte: O autor.

Para os hidrociclones cilíndrico-filtrantes com 5 mm de diâmetro de *underflow*, a razão de líquido decresceu com o aumento de  $C_{VA}$ . Observa-se também que a razão de líquido alcançou maiores valores neste caso em que há maior incremento na abertura do orifício de *underflow*, logo isso contribuiu para que mais líquido saísse por este duto.

Em relação à concentração volumétrica de alimentação, o comportamento foi variável: para o menor diâmetro de *underflow* (3 mm), o aumento do percentual de sólidos na alimentação aumentou a razão de líquido; para o nível intermediário de  $D_U$  (4 mm), a razão de líquido esteve num patamar entre 3,13 e 5,21% para o HCiF<sub>3</sub> e entre 3,05 e 5,44% para o HCON<sub>3</sub>; e no maior

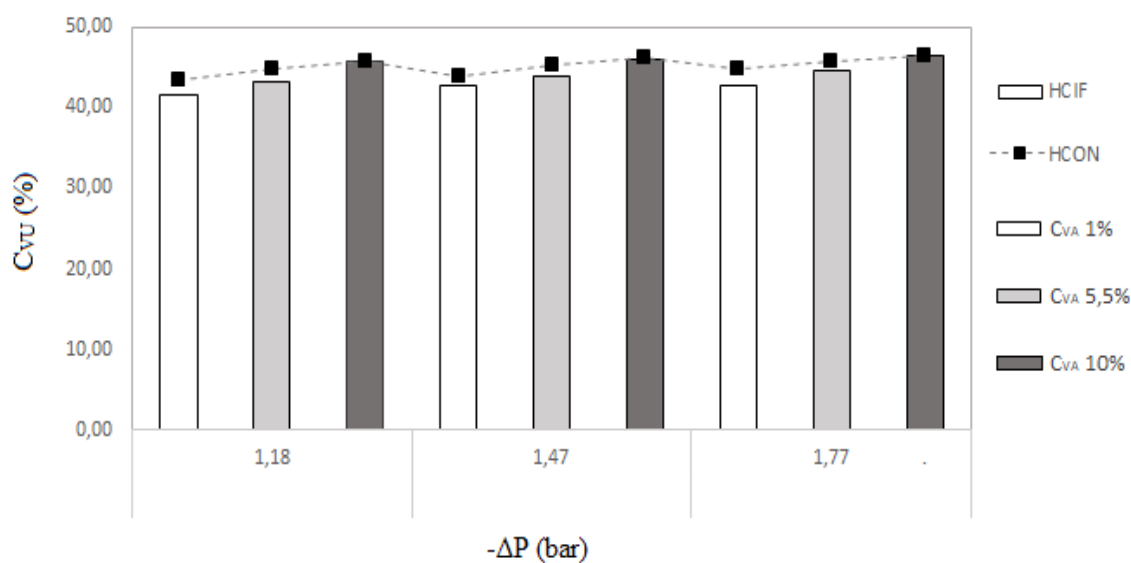


orifício de *underflow* estudado,  $D_U = 5$  mm, a razão de líquido diminuiu com o acréscimo na concentração da alimentação. Sendo assim, é possível afirmar que existiu um efeito combinado entre os fatores  $D_U$  e  $C_{VA}$ . Este mesmo comportamento com o aumento de  $C_{VA}$  fora detectado por Gonçalves (2016) em seu estudo sobre hidrociclones cônico-filtrantes.

Cabe ressaltar que apesar do objetivo do caso 3 ter sido minimizar o número de Euler, os hidrociclones convencionais e filtrantes também apresentaram razões de líquido nos mesmos patamares do caso 2 (equipamento exclusivo para minimização da razão de líquido).

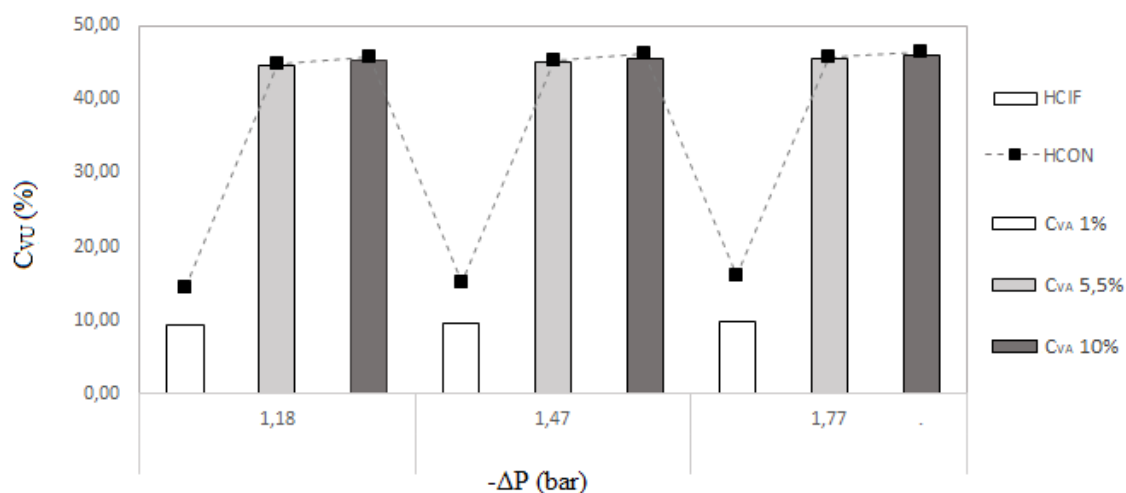
Nas figuras 4.47, 4.48 e 4.49 são mostrados os valores coletados para as concentrações volumétricas da corrente de *underflow* para os hidrociclones HCiF<sub>3</sub> e HCON<sub>3</sub> com diferentes diâmetros de *underflow*.

Figura 4.47 - Concentrações volumétricas de sólidos na corrente de *underflow* para os hidrociclones HCiF<sub>3</sub> e HCON<sub>3</sub> com diâmetros de *underflow* de 3 mm.



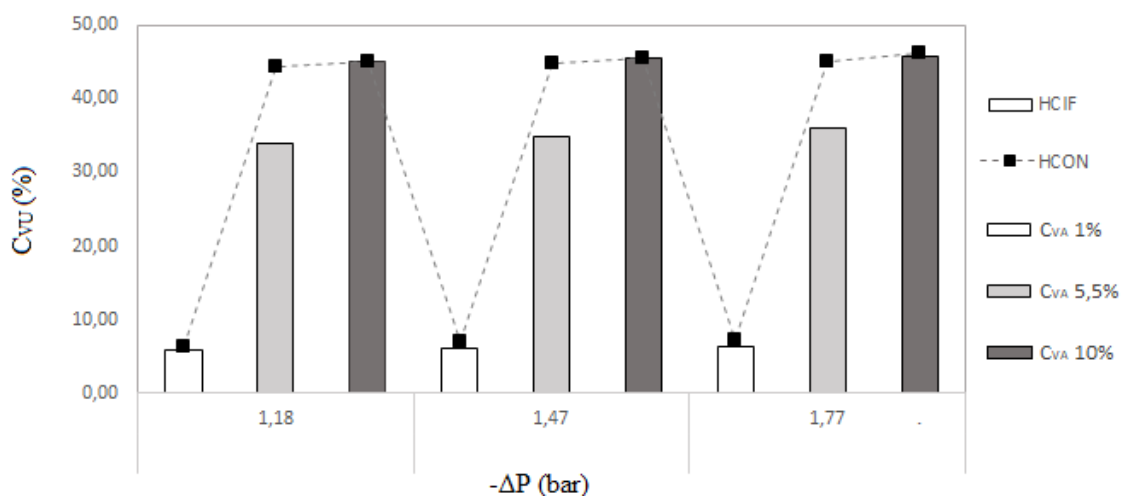
Fonte: O autor.

Figura 4.48 – Concentrações volumétricas de sólidos na corrente de *underflow* para os hidrociclones HCiF<sub>3</sub> e HCON<sub>3</sub> com diâmetros de *underflow* de 4 mm.



Fonte: O autor.

Figura 4.49 – Concentrações volumétricas de sólidos na corrente de *underflow* para os hidrociclones HCiF<sub>3</sub> e HCON<sub>3</sub> com diâmetros de *underflow* de 5 mm.



Fonte: O autor.

Assim como no caso 2 (Mínima Razão de Líquido), os resultados experimentais mostraram que para uma concentração volumétrica de sólidos na alimentação de 1,0%, um incremento no diâmetro de *underflow* causava uma diminuição em  $C_{vu}$ . Isso também pode ser justificado pelo fato da razão de líquido ter aumentado com o aumento do diâmetro de *underflow*. É interessante salientar que tanto no caso 2 (Mínima Razão de Líquido) quanto no caso 3 em questão (Mínimo Número de Euler) os hidrociclones são concentradores, ou seja, produzem correntes de *underflow* mais concentradas.

De posse dos resultados experimentais, realizaram-se regressões múltiplas (equações 4.12 e 4.13) e estimaram-se as superfícies de resposta para os hidrociclones cilíndrico-filtrantes segundo os pares  $X_1$ - $X_2$ , com os demais fatores no nível central (figuras 4.50 e 4.51).

$$RL = 4,42 + X_i' b_{2d} + X_i' B_{2d} X_i \quad R^2 = 0,922 \quad (4.12)$$

Em que:

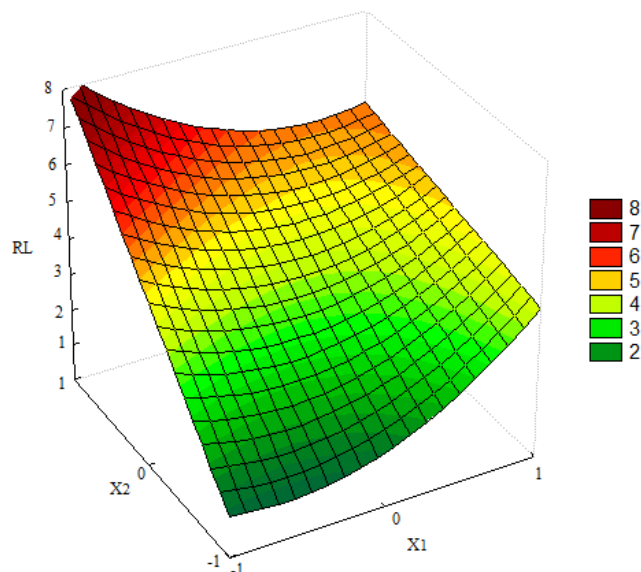
$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, \quad b_{2d} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2,17 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B_{2d} = \begin{bmatrix} -0,56 & -0,74 & 0 \\ -0,74 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_{VU} = 35,66 + X_i' b_{3d} + X_i' B_{3d} X_i \quad R^2 = 0,904 \quad (4.13)$$

Em que:

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, \quad b_{3d} = \begin{bmatrix} 13,20 \\ -7,66 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B_{3d} = \begin{bmatrix} 4,70 & 4,45 & 0 \\ 4,45 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

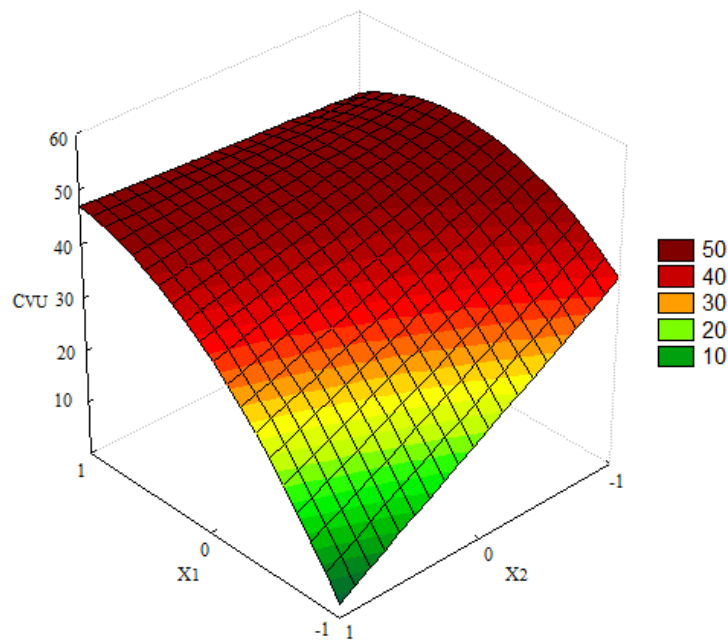
Figura 4.50 – Superfície de resposta para a razão de líquido para os hidrociclones HCiF<sub>3</sub> segundo o par  $X_1$ - $X_2$ .



Fonte: O autor.

Para este caso, o diâmetro de *underflow* ( $X_2$ ) é a única variável que exerce efeito significativo sobre a razão de líquido, sendo este efeito inversamente proporcional. Este resultado é coerente com a correlação de Massarani (1989), pois para o referido autor a  $RL$  está associada à razão  $D_U/D_C$ .

Figura 4.51 – Superfícies de resposta para a concentração volumétrica de sólidos no *underflow* para os hidrociclones HCiF<sub>3</sub> segundo o par  $X_1$ - $X_2$ .



Fonte: O autor.

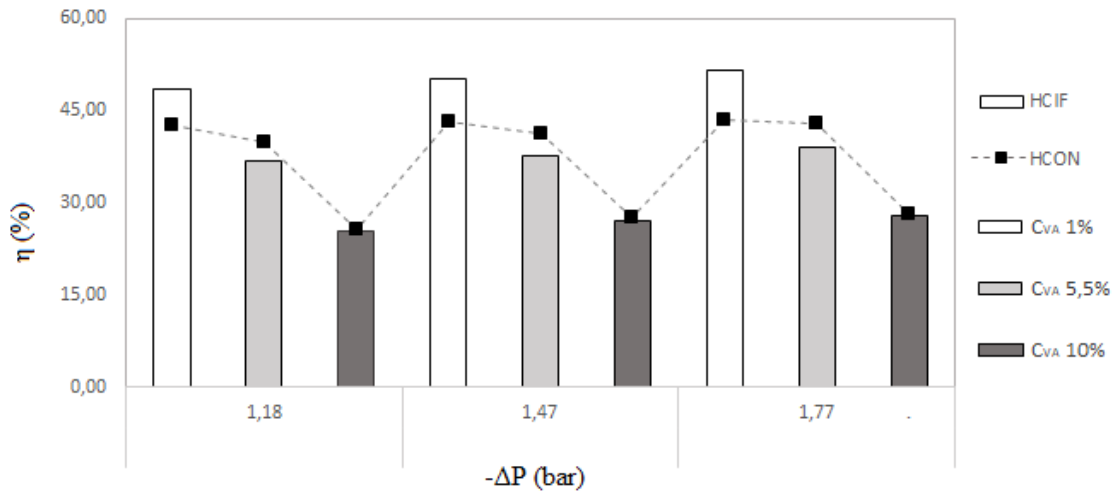
Com base na equação de regressão múltipla (Equação 4.13) e na superfície de resposta estimada (Figura 4.51), conclui-se que o fator que mais afeta a concentração volumétrica de sólidos no *underflow* para o HCiF<sub>3</sub> é a concentração volumétrica de sólidos na alimentação ( $X_1$ ), seguida do diâmetro de *underflow* ( $X_2$ ), sendo este último acarretando um efeito inversamente proporcional à resposta avaliada.

### 4.3.3 – Eficiência Total e Diâmetro de Corte

As eficiências totais encontradas para os hidrociclones cilíndrico-filtrantes e convencional estão ilustradas nas figuras 4.52, 4.53 e 4.54. Para cada concentração estudada, menores valores de eficiência total foram alcançados com a diminuição do orifício de *underflow*. Isso ocorre porque uma menor quantidade de fluido responsável pela separação é

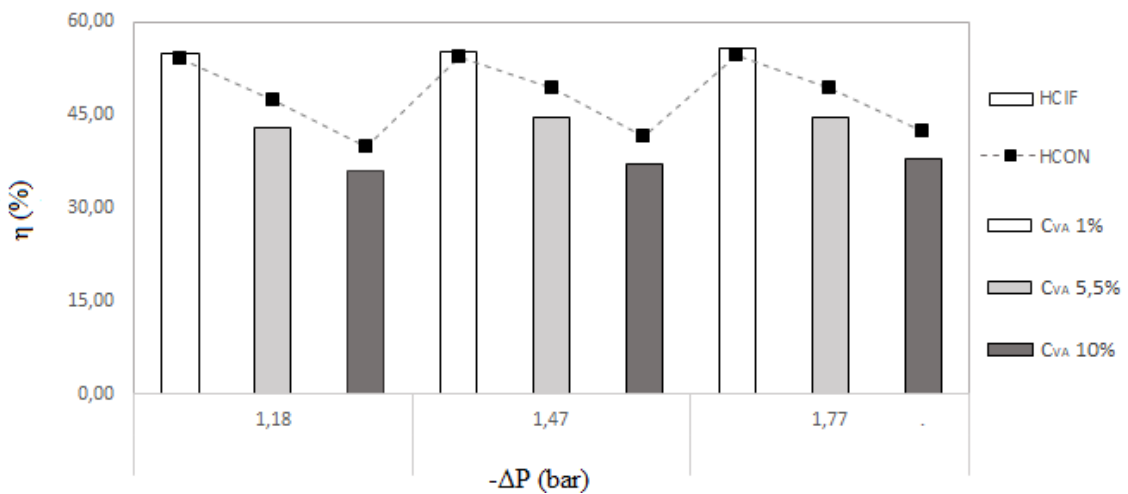
descarregada nesta corrente. Sendo assim, é preferível utilizar diâmetros de *underflow* mais largos para se obter valores razoáveis para a eficiência total, caso seja necessário trabalhar com suspensões concentradas (GONÇALVES, 2016).

Figura 4.52 – Eficiências totais para os hidrociclones HClF<sub>3</sub> e HCON<sub>3</sub> com diâmetro de *underflow* de 3 mm.



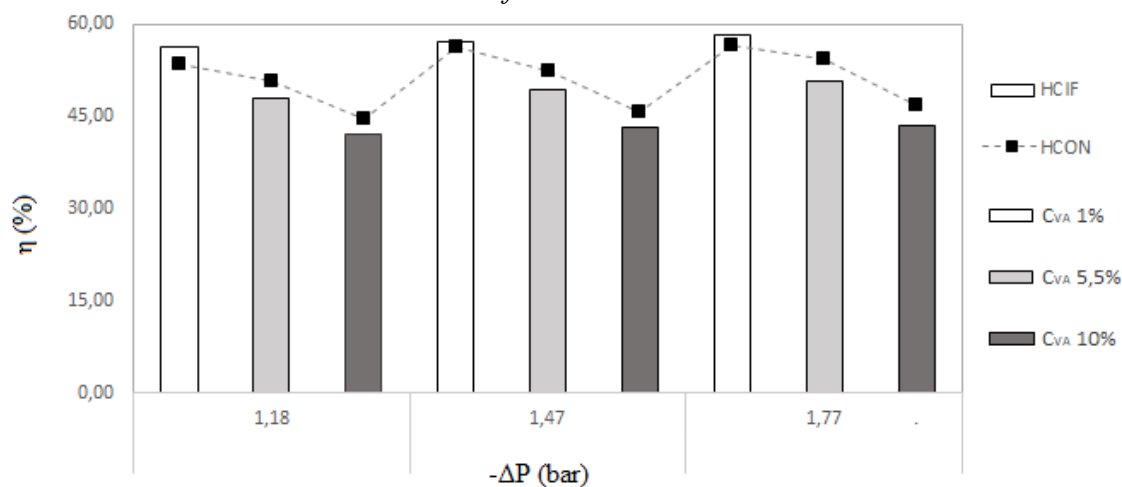
Fonte: O autor.

Figura 4.53 – Eficiências totais para os hidrociclones HClF<sub>3</sub> e HCON<sub>3</sub> com diâmetro de *underflow* de 4 mm.



Fonte: O autor.

Figura 4.54 – Eficiências totais para os hidrociclones HCiF<sub>3</sub> e HCON<sub>3</sub> com diâmetro de *underflow* de 5 mm.



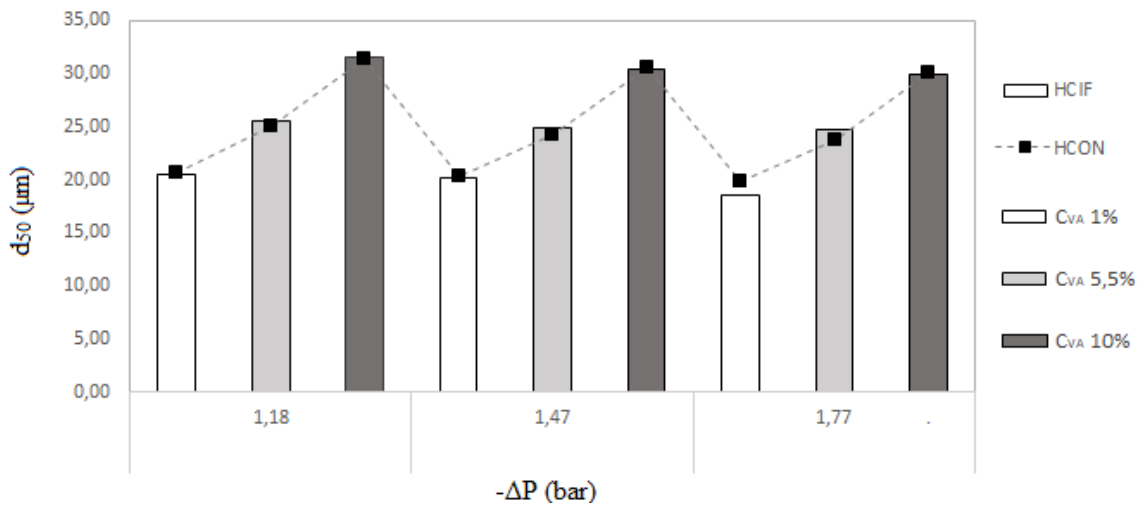
Fonte: O autor.

A maioria dos hidrociclones convencionais avaliados obteve eficiências totais superiores às dos cilíndrico-filtrantes, exceto quando a concentração volumétrica de sólidos na alimentação era de 1,0%. Sabe-se que para alcançar uma melhor separação de sólidos é preferível trabalhar com suspensões mais diluídas (SVAROVSKY, 2000). E de acordo com os resultados experimentais, foi possível verificar que o aumento do percentual de sólidos na alimentação diminuiu a eficiência de separação, constatação evidenciada também por Gonçalves (2016) e percebida no caso 2 deste presente estudo. Avaliando o efeito da concentração de sólidos na eficiência total dos hidrociclones cilíndrico-filtrantes, nota-se que ao passar do sistema mais diluído ( $C_{VA} = 1,0\%$ ) ao mais concentrado ( $C_{VA} = 10,0\%$ ), houve os seguintes decréscimos na eficiência total: 46,3% nos equipamentos com  $D_U = 3$  mm, 33,0% nos hidrociclones com  $D_U = 4$  mm e 25,2% para aqueles com  $D_U = 5$  mm.

Para os testes realizados com  $C_{VA} = 5,5\%$ , a eficiência total dos equipamentos convencionais foi em média 8% superior às eficiências dos separadores filtrantes. Já para o sistema mais concentrado ( $C_{VA} = 10,0\%$ ), essa média foi de, aproximadamente, 7%. Cabe ressaltar que por serem hidrociclones concentradores, as baixas eficiências totais são corroboradas pelos baixos valores de razão de líquido.

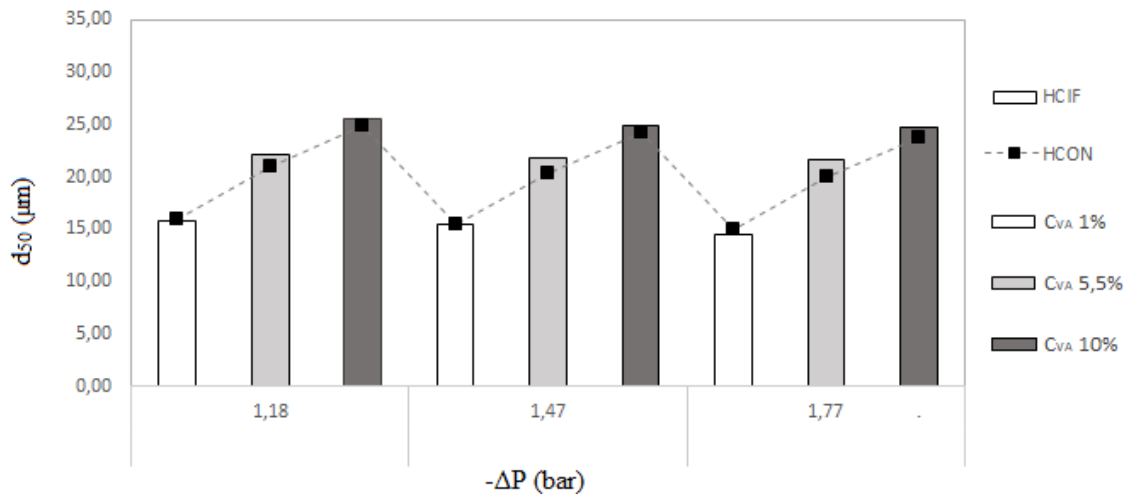
Os diâmetros de corte encontrados para os hidrociclones cilíndrico-filtrantes e convencional estão explicitados nas figuras 4.55, 4.56 e 4.57. Como esperado, fica claro que o comportamento do diâmetro de corte foi inversamente proporcional ao da eficiência total. Ao se majorar a concentração de sólidos na alimentação, decrescia-se a eficiência total dos hidrociclones e, conseqüentemente, aumentava-se o diâmetro de corte destes equipamentos.

Figura 4.55 – Diâmetros de corte para os hidrociclones HCiF<sub>3</sub> e HCON<sub>3</sub> com diâmetros de *underflow* de 3 mm.



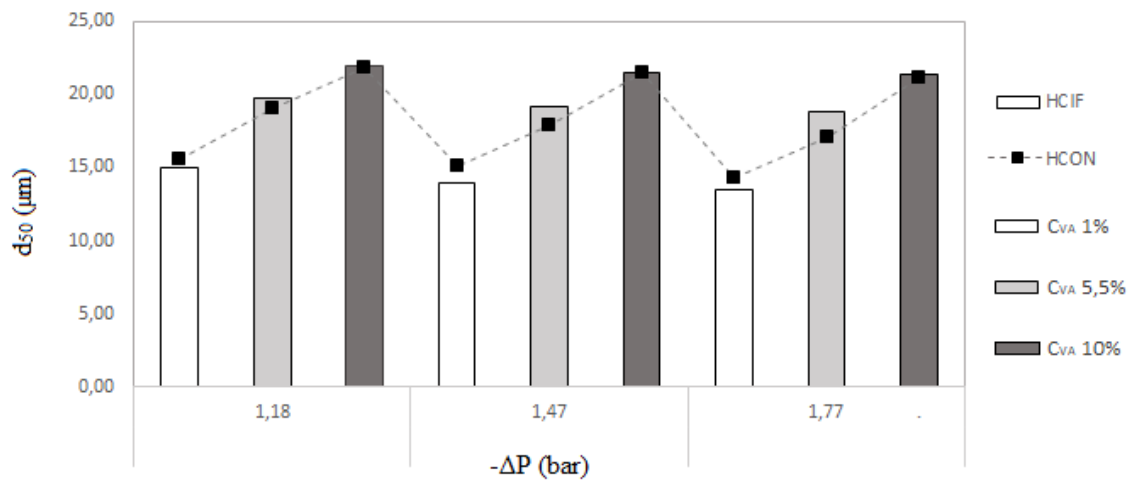
Fonte: O autor.

Figura 4.56 – Diâmetros de corte para os hidrociclones HCiF<sub>3</sub> e HCON<sub>3</sub> com diâmetros de *underflow* de 4 mm.



Fonte: O autor.

Figura 4.57 – Diâmetros de corte para os hidrociclones HClF<sub>3</sub> e HCON<sub>3</sub> com diâmetros de *underflow* de 5 mm.



Fonte: O autor.

A equações 4.14 e 4.15 exibem as regressões múltiplas para os resultados experimentais obtidos para a eficiência total e diâmetro de corte, respectivamente, do HClF<sub>3</sub>. As superfícies de resposta são mostradas nas figuras 4.58 e 4.59, considerando o par  $X_1$ - $X_2$  com os demais fatores no nível central.

$$\eta = 44,47 + X_i' b_{4d} + X_i' B_{4d} X_i \quad R^2 = 0,997 \quad (4.14)$$

Em que:

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, b_{4d} = \begin{bmatrix} -9,30 \\ 5,80 \\ 1,02 \end{bmatrix} \text{ e } B_{4d} = \begin{bmatrix} -0,57 & 1,09 & 0 \\ 1,09 & 0,66 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

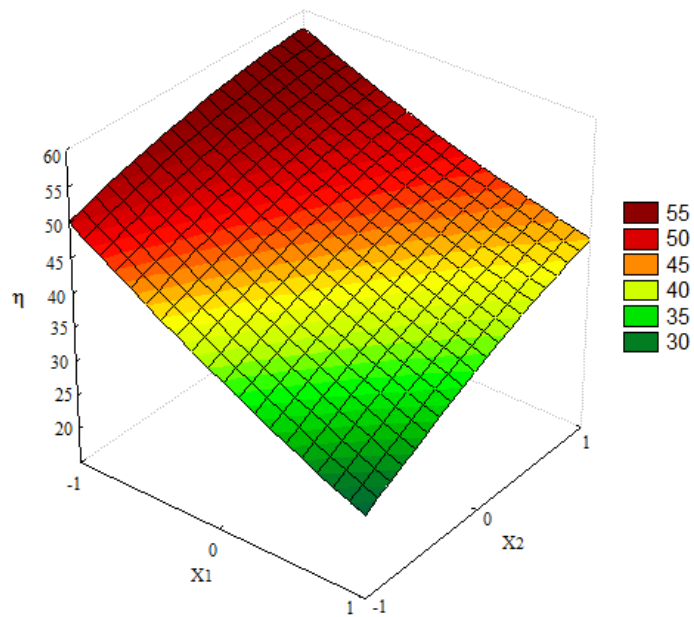
$$d'_{50} = 21,42 + X_i' b_{5d} + X_i' B_{5d} X_i \quad R^2 = 0,989 \quad (4.15)$$

Em que:

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, b_{5d} = \begin{bmatrix} 4,69 \\ -3,41 \\ -0,58 \end{bmatrix} \text{ e } B_{5d} = \begin{bmatrix} 0,55 & -0,43 & 0 \\ -0,43 & -0,47 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

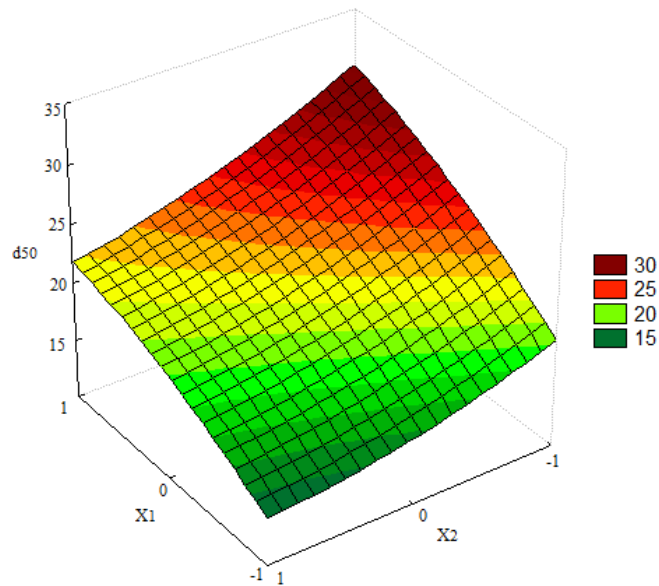


Figura 4.58 – Superfície de resposta para a eficiência total para os hidrociclones HCiF<sub>3</sub> segundo o par  $X_1$ - $X_2$ .



Fonte: O autor.

Figura 4.59 – Superfície de resposta para o diâmetro de corte para os hidrociclones HCiF<sub>3</sub> segundo o par  $X_1$ - $X_2$ .



Fonte: O autor.

As equações de regressão e as superfícies de resposta evidenciam que a concentração volumétrica de sólidos na alimentação ( $X_1$ ) do hidrociclone teve o maior efeito no comportamento da eficiência total e do diâmetro de corte, seguido do diâmetro de *underflow*

( $X_2$ ) e da queda de pressão ( $X_3$ ). Este mesmo comportamento foi visto nos casos 1 e 2 já discutidos.

É pertinente destacar que, assim como os hidrociclones do caso 2 (Mínima Razão de Líquido), os equipamentos do caso 3 (Mínimo Número de Euler) apresentaram baixos valores para  $RL$ , sendo registrados, inclusive, valores menores para a razão de líquido (0.55%). O comportamento similar dessas duas categorias de hidrociclones é explicado pela geometria destes equipamentos. Ambos possuem o mesmo tronco de cone (que está diretamente relacionado ao poder de separação de um hidrociclone). O que os difere é a seção cilíndrica, sendo a do caso 2 maior. Isso modificaria, principalmente, o número de Euler nesse separador.

#### 4.4 – Caracterização dos Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes

##### 4.4.1 – Equações de Projeto

Massarani (1989) garante que é possível prever o diâmetro de corte reduzido de uma família de hidrociclones através de suas Equações de Projeto (GONÇALVES, 2016). Nessas equações, corrige-se o efeito “T” através da razão de líquido, já os efeitos de concentração de sólidos são corrigidos pelo fator de concentração.

Tendo como base os mesmos adimensionais utilizados pela equação de Massarani (1989) – Número de Stokes-Euler, Razão de Líquido e Concentração Volumétrica –, regressões múltiplas foram realizadas para cada equipamento a fim de se obter as respectivas equações de projeto. Sob a forma de números adimensionais, num momento posterior, as Equações de Regressão serviriam para mudança de escala (*scale-up* ou *scale-down*), bem como meio para o levantamento das curvas de Eficiências Totais generalizadas para outras distribuições granulométricas, porventura presentes nas demandas de outros usuários. Para os hidrociclones cilíndrico-filtrantes pertencentes ao caso 1 (Máxima Eficiência Total), obteve-se a Equação 4.16.

$$\frac{d'_{50}}{D_C} = 4,13 \cdot 10^{-10} + X'_i b_{1e} + X'_i B_{1e} X_i \quad R^2 = 0,967 \quad (4.16)$$

Em que:

$$X_i = \begin{bmatrix} X_I \\ X_{II} \\ X_{III} \end{bmatrix}, b_{1e} = \begin{bmatrix} 3,20 \cdot 10^{-5} \\ -4,50 \cdot 10^{-5} \\ 18,30 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix} \text{ e } B_{1e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6,40 \cdot 10^{-5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

De acordo com a Equação 4.16, a concentração volumétrica de sólidos na alimentação ( $X_{III}$ ) é o fator que mais influencia o comportamento de  $d'_{50}/D_C$  seguido da razão de líquido ( $X_{II}$ ) e do grupo adimensional ( $X_I$ ). Não obstante a razão de líquido acarreta um efeito inverso ao parâmetro avaliado.

O comportamento da razão de líquido em função das variáveis codificadas ( $X_I$ ,  $X_{III}$  e  $X_{IV}$ ) é apresentado na sequência:

$$RL = 0,22 + X'_I b_{2e} + X'_I B_{2e} X_i \quad R^2 = 0,995 \quad (4.17)$$

Em que:

$$X_i = \begin{bmatrix} X_I \\ X_{III} \\ X_{IV} \end{bmatrix}, b_{2e} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,04 \\ 0,12 \end{bmatrix} \text{ e } B_{2e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,02 & -0,01 \\ 0 & -0,01 & -0,02 \end{bmatrix}$$

Pela Equação 4.17, pode-se inferir que  $D_U/D_C$  ( $X_{IV}$ ) é o fator que mais interfere no comportamento da razão de líquido, seguido de  $C_{VA}$  ( $X_{III}$ ). É interessante destacar que o efeito que a concentração volumétrica de sólidos na alimentação tem na sobre a razão de líquido é inversamente proporcional (coeficiente negativo). Corroborando o que fora discutido por Massarani (1989), a razão de líquido de um hidrociclone é dependente de uma característica geométrica do equipamento ( $D_U/D_C$ ).

A equação que descreve o comportamento do número de Euler está apresentada a seguir.

$$Eu = 3414,97 + X'_I b_{3e} + X'_I B_{3e} X_i \quad R^2 = 0,969 \quad (4.18)$$

Em que:

$$X_i = \begin{bmatrix} X_I \\ X_{II} \\ X_{III} \end{bmatrix}, b_{3e} = \begin{bmatrix} 0 \\ 180,89 \\ -701,17 \end{bmatrix} \text{ e } B_{3e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 79,06 \\ 0 & 79,06 & 432,08 \end{bmatrix}$$

A partir da Equação 4.18, fica claro que o número de Euler é mais afetado por variações em  $C_{VA}$ , de forma inversa, seguido pela razão de líquido.

Para os hidrociclones pertencentes ao segundo caso de otimização (Mínima Razão de Líquido), as equações de projeto estão listadas na sequência.

$$\frac{d'_{50}}{D_C} = 7,19 \cdot 10^{-4} + X_I' b_{4e} + X_{III}' B_{4e} X_I \quad R^2 = 0,983 \quad (4.19)$$

Em que:

$$X_i = \begin{bmatrix} X_I \\ X_{II} \\ X_{III} \end{bmatrix}, b_{3e} = \begin{bmatrix} 2,10 \cdot 10^{-5} \\ -22,90 \cdot 10^{-5} \\ 22,60 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix} \text{ e } B_{3e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6,40 \cdot 10^{-5} & 10,45 \cdot 10^{-5} \\ 0 & 10,45 \cdot 10^{-5} & 0 \end{bmatrix}$$

De acordo com a Equação 4.19, a razão de líquido ( $X_{II}$ ) e  $C_{VA}$  ( $X_{III}$ ) são os fatores que mais influenciam no comportamento de  $d'_{50}/D_C$ . Não obstante a razão de líquido acarreta um efeito inverso à resposta avaliada. Os resultados são condizentes à correlação de Massarani (1989).

O comportamento da razão de líquido em função das variáveis codificadas ( $X_I$ ,  $X_{III}$  e  $X_{IV}$ ) é apresentado na Equação 4.20.

$$RL = 0,04 + X_I' b_{5e} + X_{III}' B_{5e} X_I \quad R^2 = 0,957 \quad (4.20)$$

Em que:

$$X_i = \begin{bmatrix} X_I \\ X_{III} \\ X_{IV} \end{bmatrix}, b_{4e} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2,62 \cdot 10^{-3} \\ 22,63 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \text{ e } B_{4e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5,21 \cdot 10^{-3} \\ 0 & -5,21 \cdot 10^{-3} & 5,85 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}$$

Pela Equação 4.20, pode-se inferir que o parâmetro que mais interfere no comportamento da razão de líquido é  $D_U/D_C$  ( $X_{IV}$ ), seguido de  $C_{VA}$  ( $X_{III}$ ). Massarani (1989)

afirma que a razão de líquido depende da relação  $Du/Dc$  (característica geométrica do equipamento). Isso foi verificado pela equação de regressão acima (Equação 4.20).

A equação que descreve o comportamento do número de Euler está apresentada abaixo.

$$Eu = 722,64 + X_I' b_{6e} + X_I' B_{6e} X_i \quad R^2 = 0,848 \quad (4.21)$$

Em que:

$$X_i = \begin{bmatrix} X_I \\ X_{II} \\ X_{III} \end{bmatrix}, b_{6e} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -37,94 \end{bmatrix} \text{ e } B_{6e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12,89 \\ 0 & 12,89 & 0 \end{bmatrix}$$

A partir da equação 4.21, fica claro que o número de Euler é mais afetado por variações na concentração volumétrica de sólidos na corrente de alimentação ( $X_{III}$ ).

Para o caso 3 (Mínimo Número de Euler), as equações de projeto também foram estimadas.

$$\frac{d'_{50}}{D_C} = 7,00 \cdot 10^{-4} + X_I' b_{7e} + X_I' B_{7e} X_i \quad R^2 = 0,970 \quad (4.22)$$

Em que:

$$X_i = \begin{bmatrix} X_I \\ X_{II} \\ X_{III} \end{bmatrix}, b_{7e} = \begin{bmatrix} 2,90 \cdot 10^{-5} \\ -26,20 \cdot 10^{-5} \\ 16,10 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix} \text{ e } B_{7e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5,40 \cdot 10^{-5} & -20,60 \cdot 10^{-5} \\ 0 & -20,60 \cdot 10^{-5} & 0 \end{bmatrix}$$

A Equação 4.22 mostra que a razão de líquido ( $X_{II}$ ) e  $C_{VA}$  ( $X_{III}$ ) são os fatores que mais influenciam no comportamento de  $d'_{50}/D_C$ . Isso foi observado nos dois casos anteriores e é endossado pela correlação matemática de Massarani (1989).

O comportamento da razão de líquido em função das variáveis codificadas ( $X_I$ ,  $X_{III}$  e  $X_{IV}$ ) é apresentado na Equação 4.23.

$$RL = 0,04 + X_i' b_{8e} + X_i' B_{8e} X_i \quad R^2 = 0,925 \quad (4.23)$$

Em que:

$$X_i = \begin{bmatrix} X_I \\ X_{III} \\ X_{IV} \end{bmatrix}, b_{8e} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 21,7 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \text{ e } B_{8e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10,20 \cdot 10^{-3} & -7,46 \cdot 10^{-3} \\ 0 & -7,46 \cdot 10^{-3} & 0 \end{bmatrix}$$

Pela Equação 4.23, pode-se inferir que  $D_U/D_C$  é o único fator que influencia significativamente o comportamento da razão de líquido. Novamente, esse efeito foi registrado por Massarani (1989).

A equação que descreve o comportamento do número de Euler está explicitada sequencialmente.

$$Eu = 606,27 + X_i' b_{9e} + X_i' B_{9e} X_i \quad R^2 = 0,980 \quad (4.24)$$

Em que:

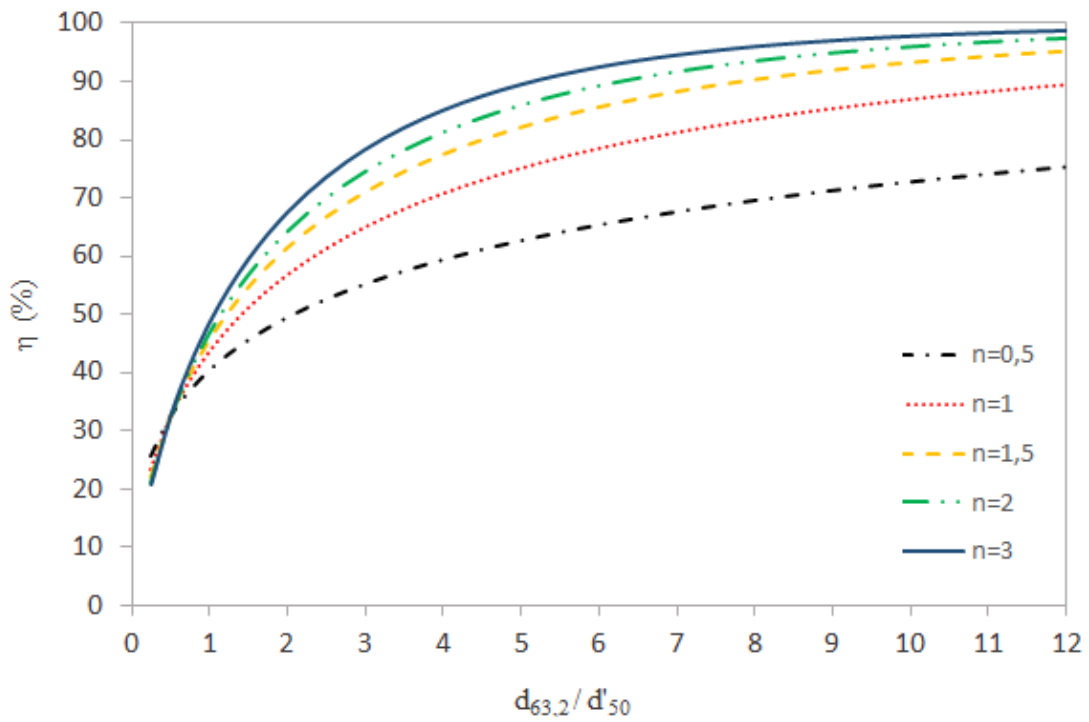
$$X_i = \begin{bmatrix} X_I \\ X_{II} \\ X_{III} \end{bmatrix}, b_{9e} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -39,66 \end{bmatrix} \text{ e } B_{9e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50,01 & 27,82 \\ 0 & 27,82 & 67,22 \end{bmatrix}$$

A partir da Equação 4.24, nota-se que o número de Euler é mais afetado por variações em  $C_{VA}$ , de forma inversa. É interessante ressaltar que nas três equações obtidas para o número de Euler,  $C_{VA}$  foi o fator que mais influenciou significativamente o comportamento desse adimensional. Sendo assim, a constatação de Massarani (1989) de que o número de Euler é praticamente constante, não fora observada nas equações de projeto para os três casos de otimização deste presente estudo.

#### 4.4.2 – Curvas de Eficiência Total

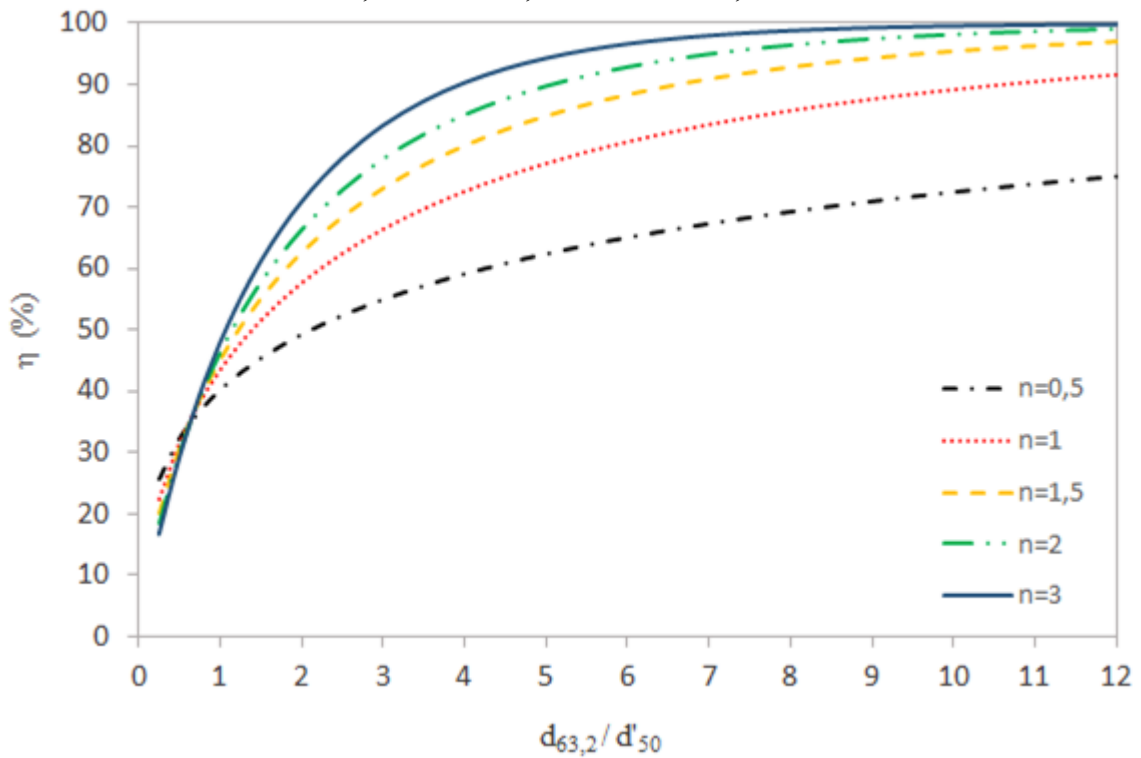
As curvas de Eficiência Total dos Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 1 (Máxima Eficiência Total) estão dispostas a seguir.

Figura 4.60 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 1, com  $D_u = 3,0$  mm e  $C_{VA} = 1,0\%$ .



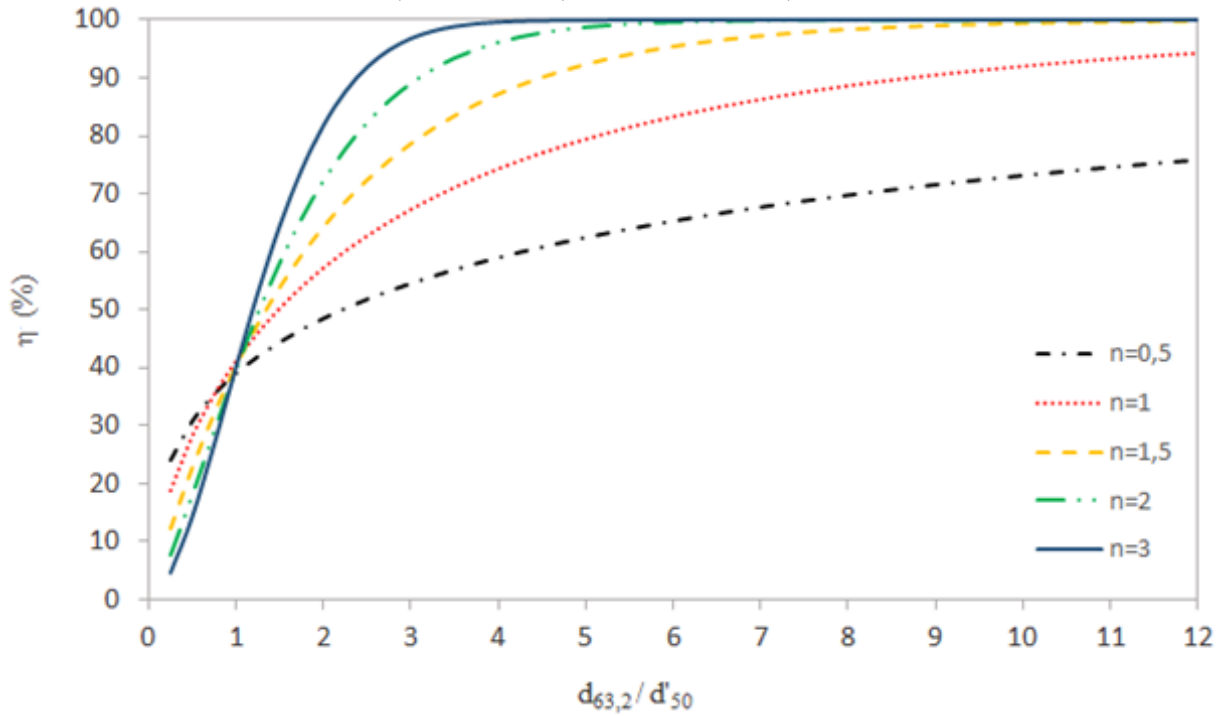
Fonte: O autor.

Figura 4.61 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 1, com  $D_u = 3,0$  mm e  $C_{VA} = 5,5\%$ .



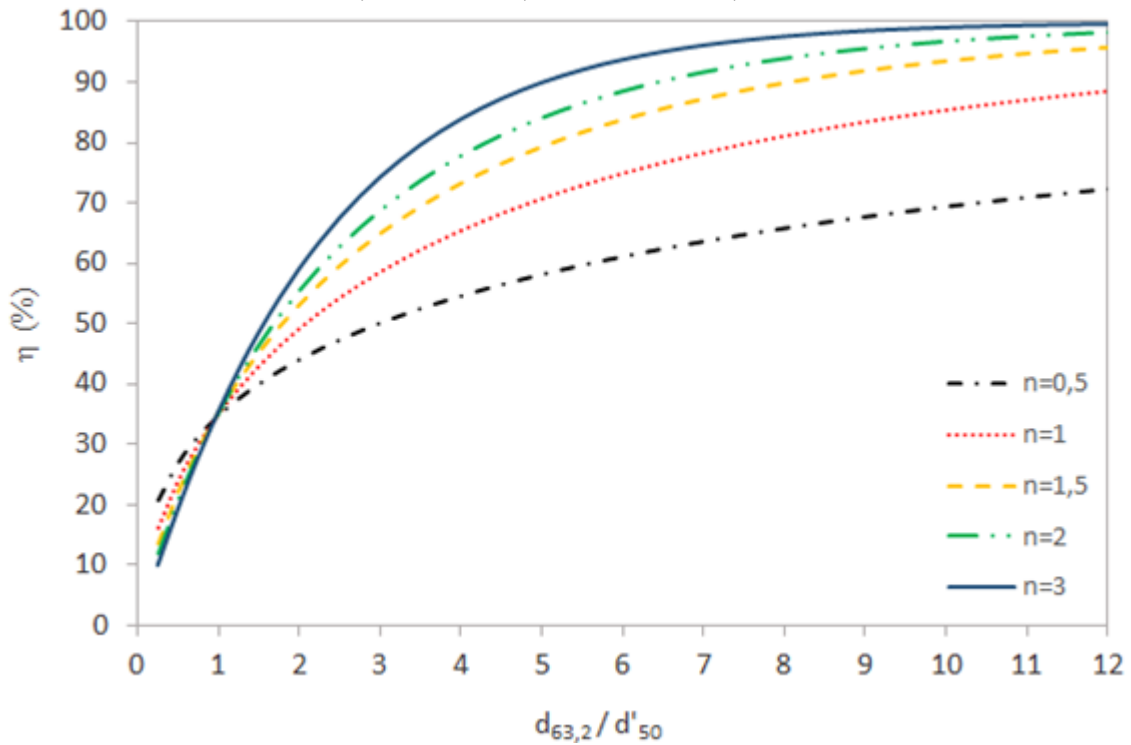
Fonte: O autor.

Figura 4.62 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 1, com  $D_u = 3,0$  mm e  $C_{VA} = 10,0\%$ .



Fonte: O autor.

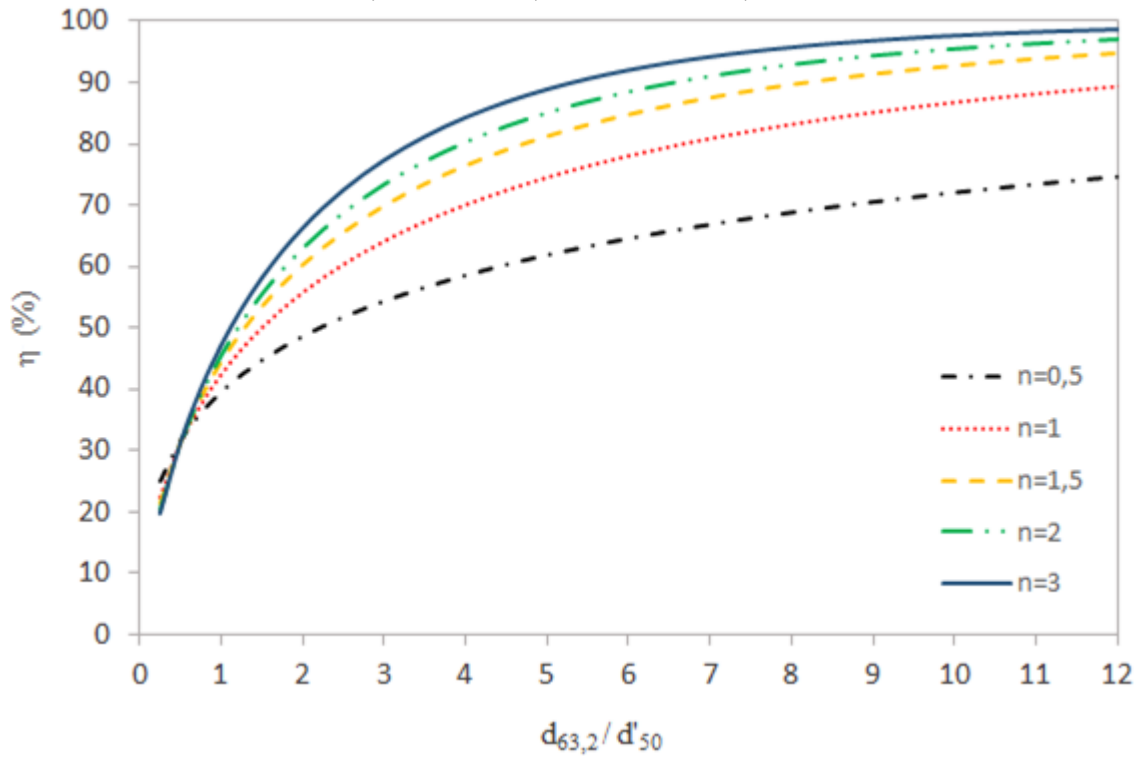
Figura 4.63 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 1, com  $D_u = 4,0$  mm e  $C_{VA} = 1,0\%$ .



Fonte: O autor.

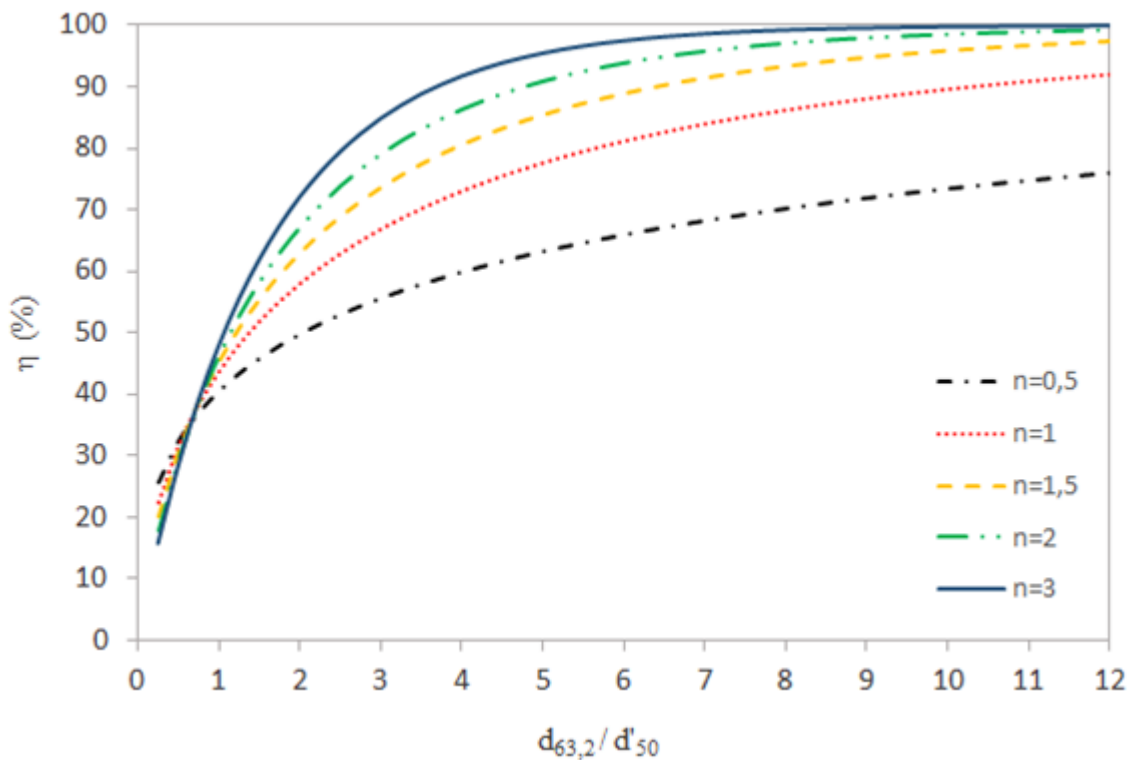


Figura 4.64 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 1, com  $D_u = 4,0$  mm e  $C_{VA} = 5,5\%$ .



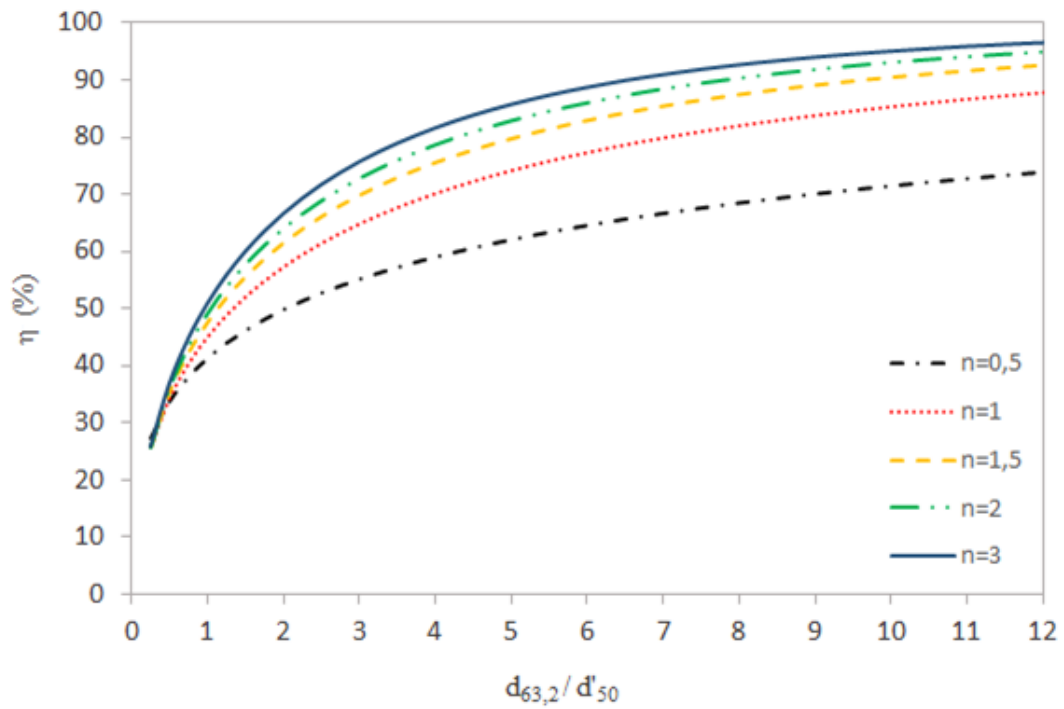
Fonte: O autor.

Figura 4.65 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 1, com  $D_u = 4,0$  mm e  $C_{VA} = 10,0\%$ .



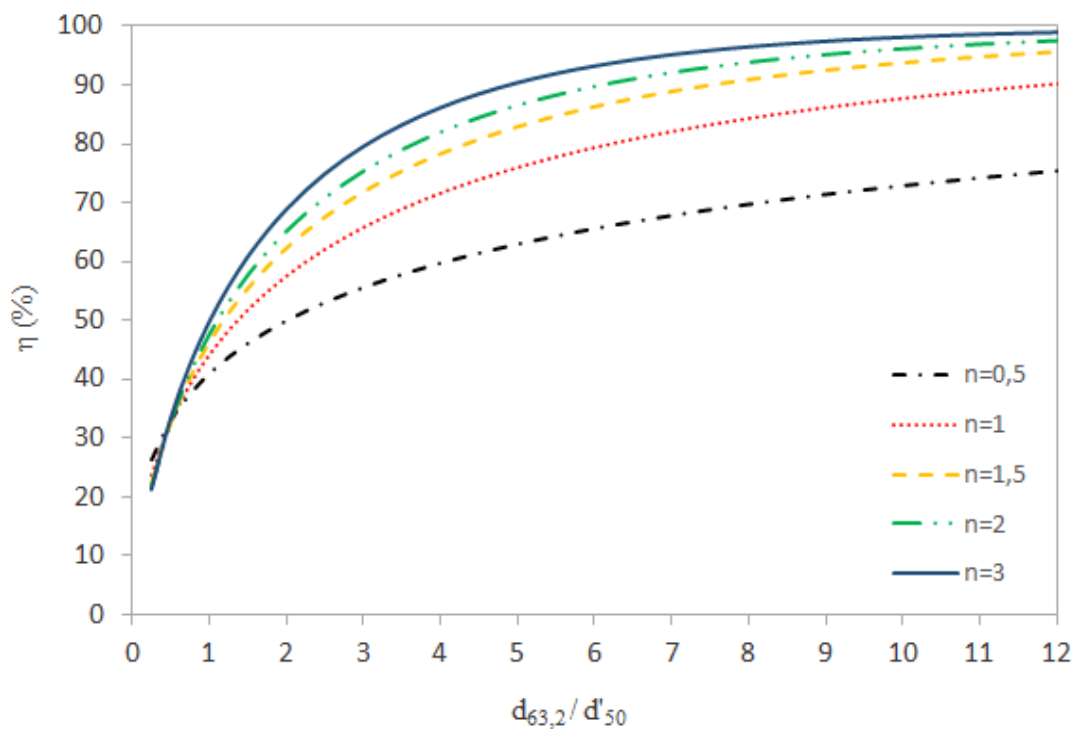
Fonte: O autor.

Figura 4.66 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 1, com  $D_u = 5,0$  mm e  $C_{VA} = 1,0\%$ .



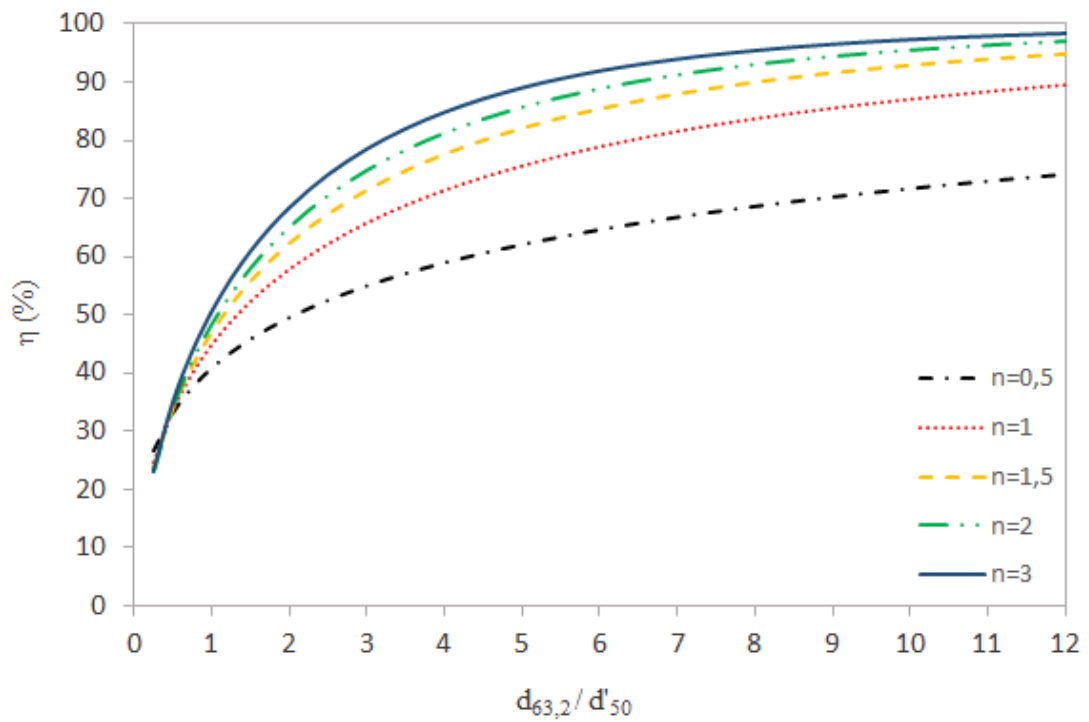
Fonte: O autor.

Figura 4.67 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 1, com  $D_u = 5,0$  mm e  $C_{VA} = 5,5\%$ .



Fonte: O autor.

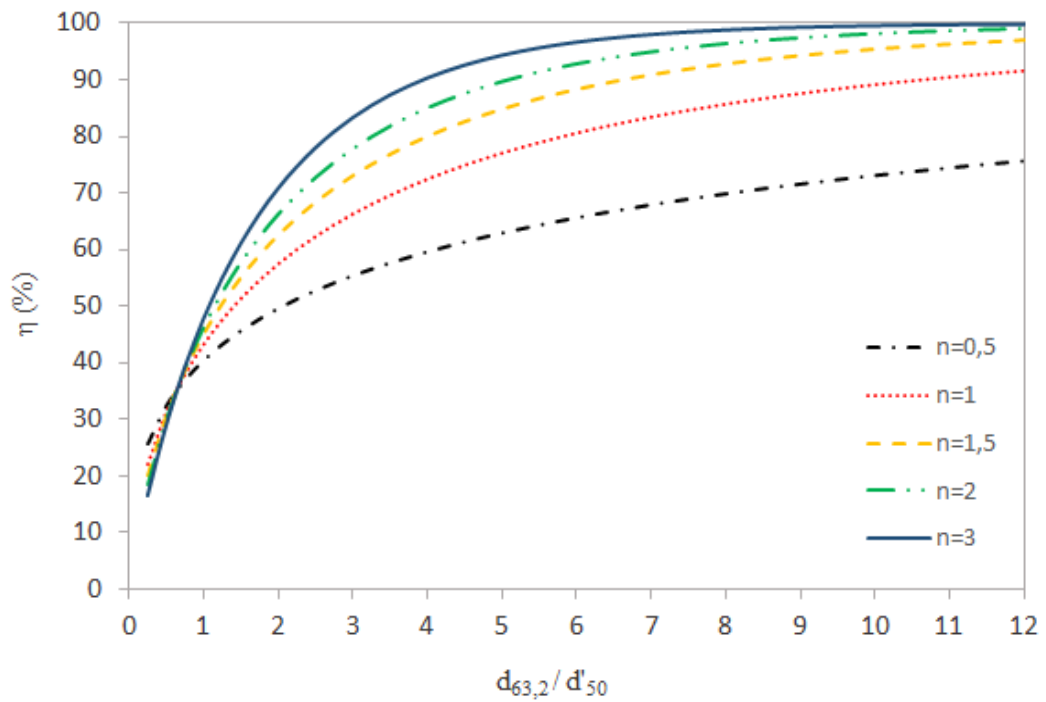
Figura 4.68 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 1, com  $D_u = 5,0$  mm e  $C_{VA} = 10,0\%$ .



Fonte: O autor.

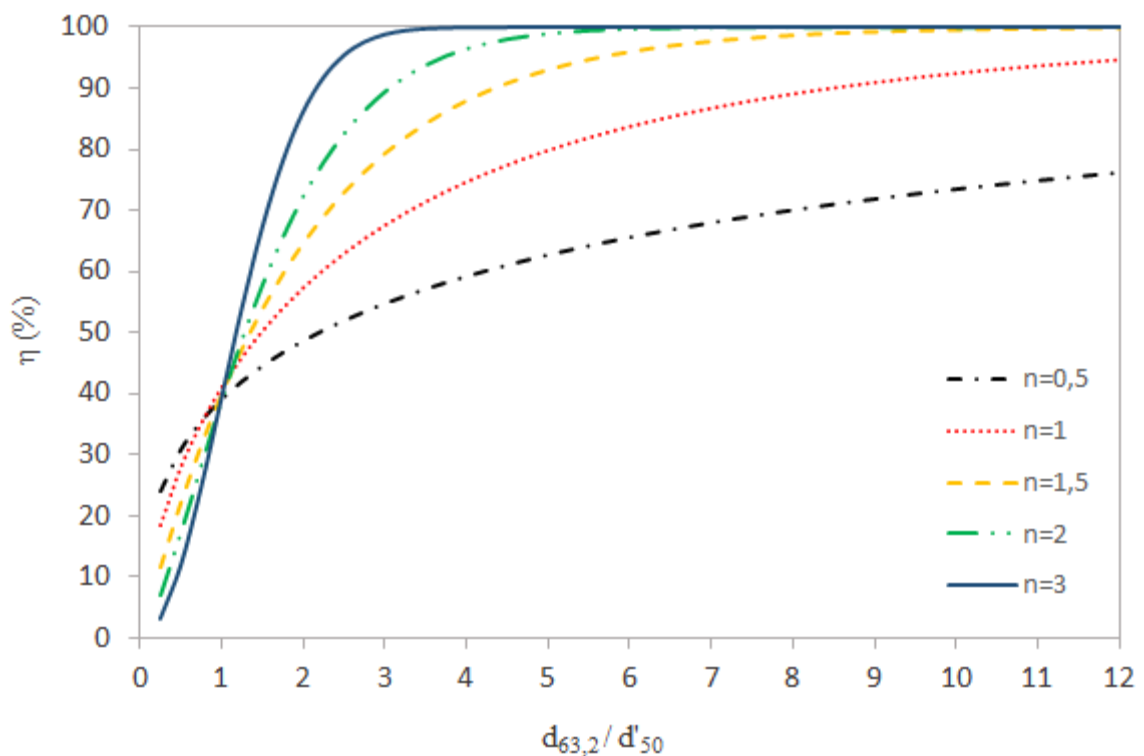
As curvas estimadas para os hidrociclones cilíndrico-filtrantes do segundo caso de otimização (Mínima Razão de Líquido) estão explicitadas a seguir.

Figura 4.69 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 2, com  $D_u = 3,0$  mm e  $C_{VA} = 1,0\%$ .



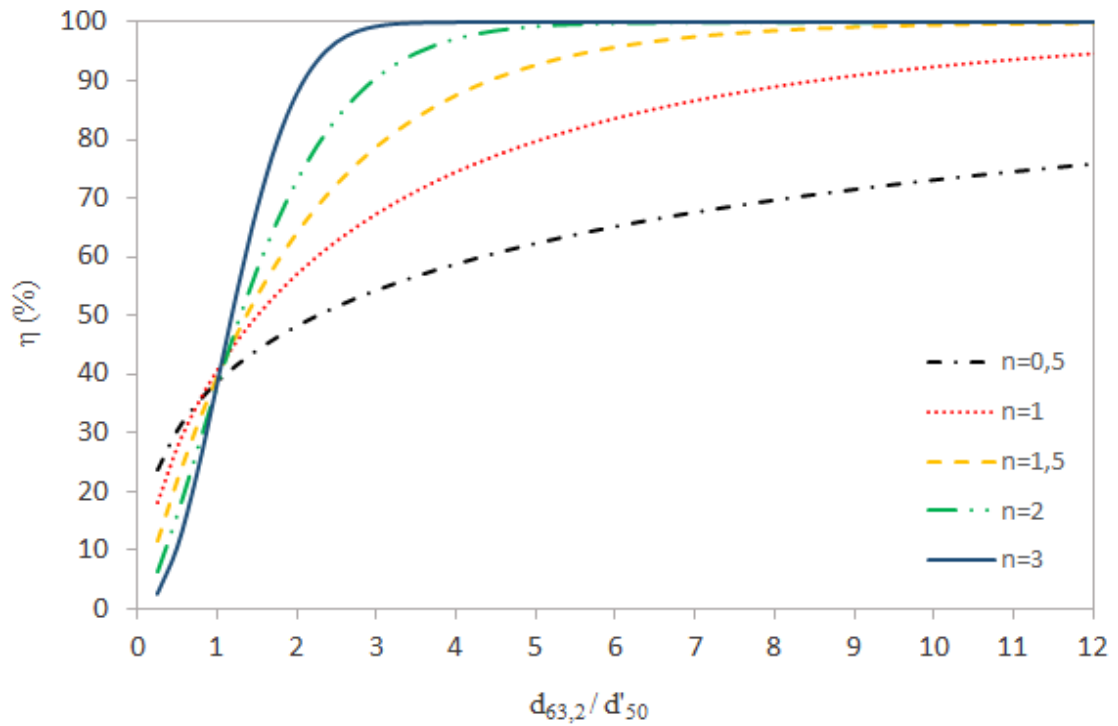
Fonte: O autor.

Figura 4.70 - Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 2, com  $D_u = 3,0$  mm e  $C_{VA} = 5,5\%$ .



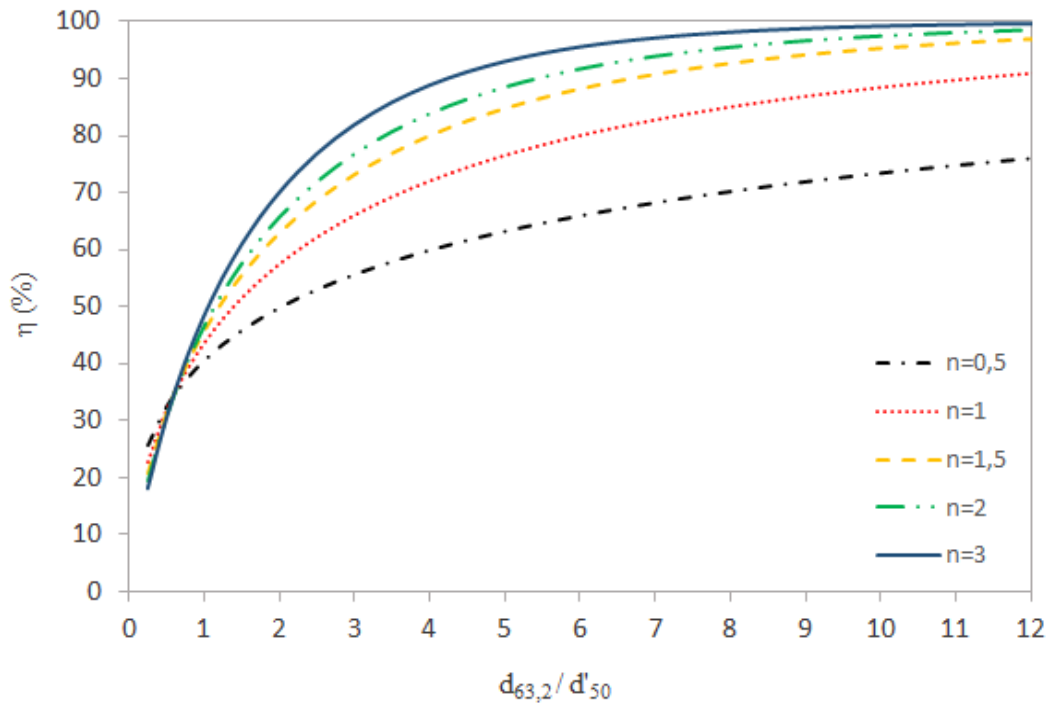
Fonte: O autor.

Figura 4.71 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 2, com  $D_u = 3,0$  mm e  $C_{VA} = 10,0\%$ .



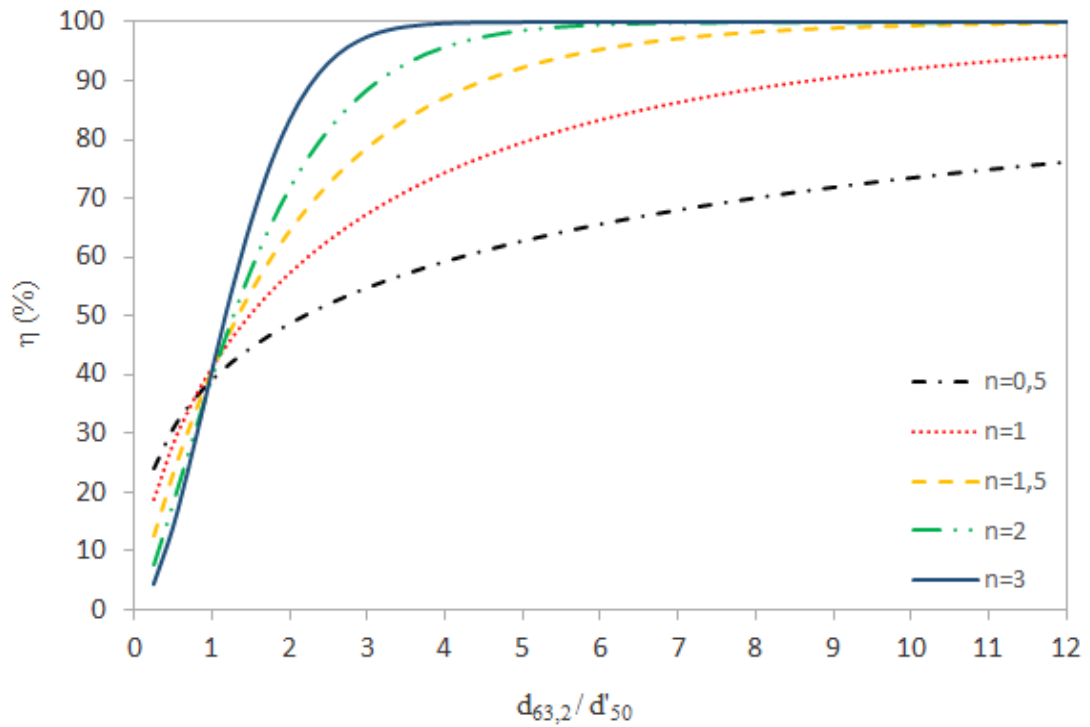
Fonte: O autor.

Figura 4.72 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 2, com  $D_u = 4,0$  mm e  $C_{VA} = 1,0\%$ .



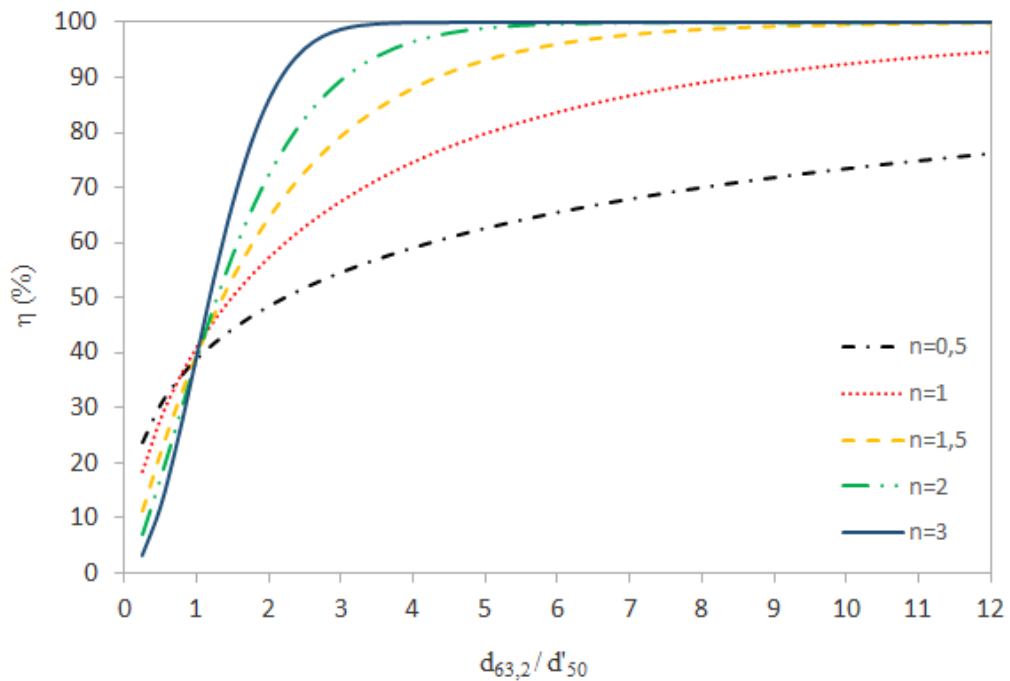
Fonte: O autor.

Figura 4.73 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 2, com  $D_u = 4,0$  mm e  $C_{VA} = 5,5\%$ .



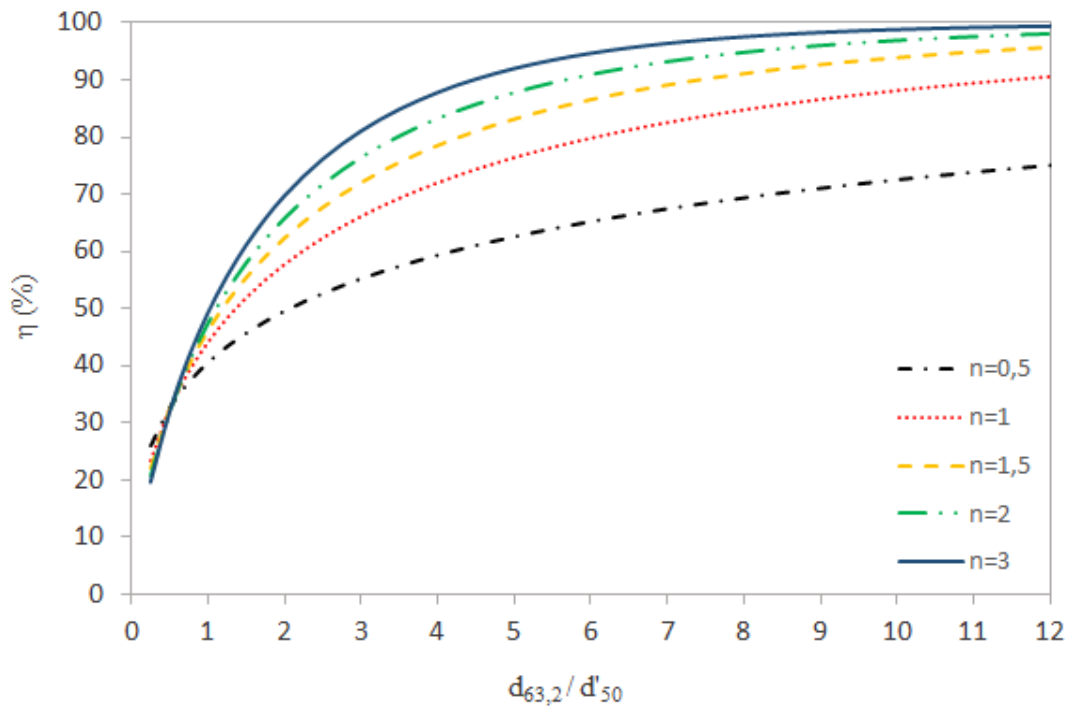
Fonte: O autor.

Figura 4.74 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 2, com  $D_u = 4,0$  mm e  $C_{VA} = 10,0\%$ .



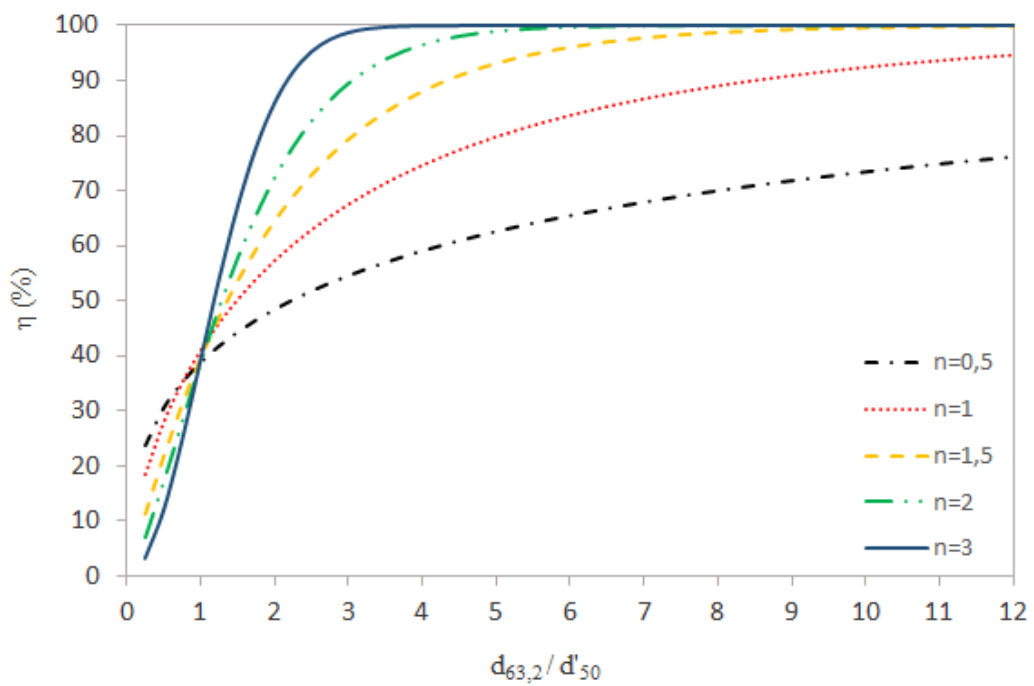
Fonte: O autor.

Figura 4.75 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 2, com  $D_u = 5,0$  mm e  $C_{VA} = 1,0\%$ .



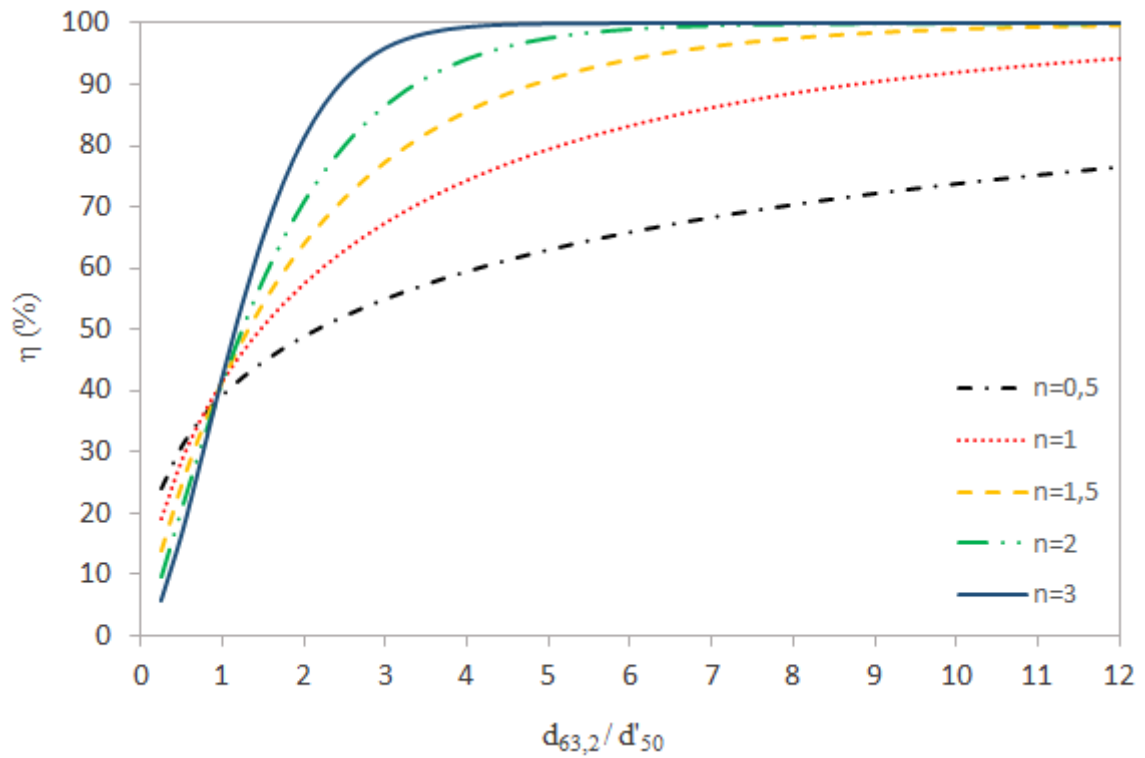
Fonte: O autor.

Figura 4.76 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 2, com  $D_u = 5,0$  mm e  $C_{VA} = 5,5\%$ .



Fonte: O autor

Figura 4.77 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 2, com  $D_u = 5,0$  mm e  $C_{VA} = 10,0\%$ .

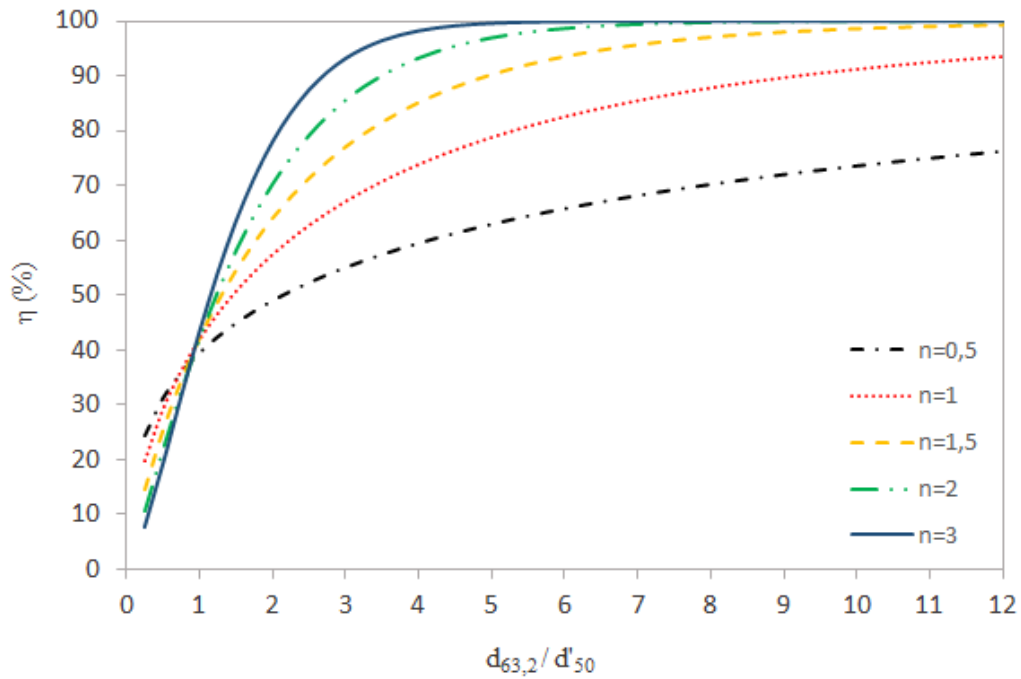


Fonte: O autor.

De maneira análoga, obteve-se as curvas de eficiência total para os hidrociclones cilíndrico-filtrantes do Caso 3 (Mínimo Número de Euler).

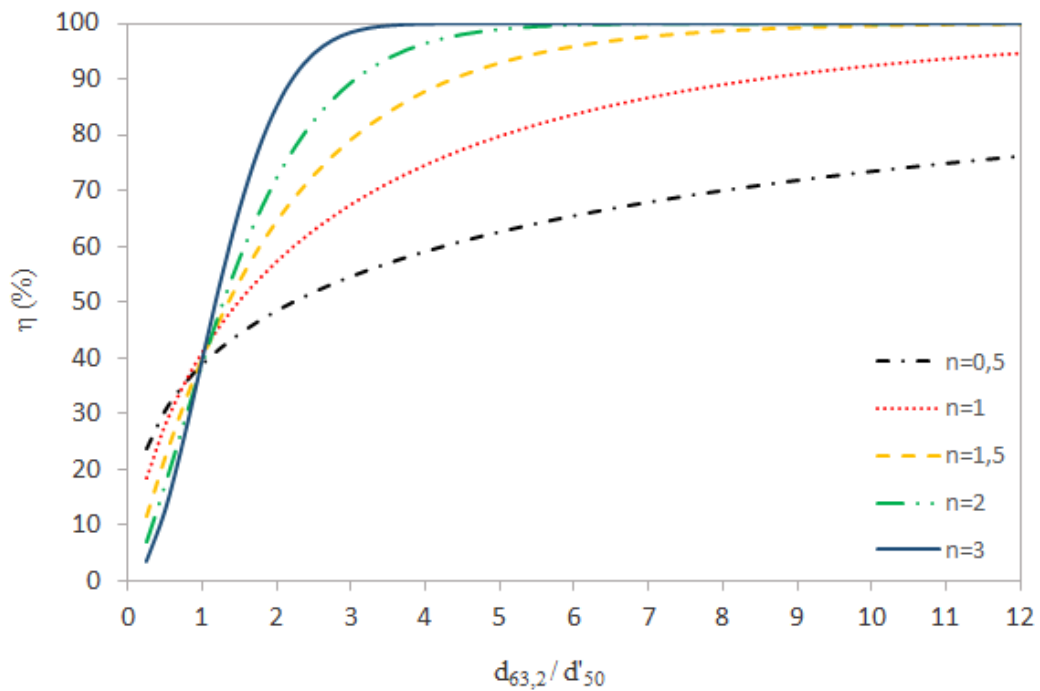


Figura 4.78 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 3, com  $D_u = 3,0$  mm e  $C_{VA} = 1,0\%$ .



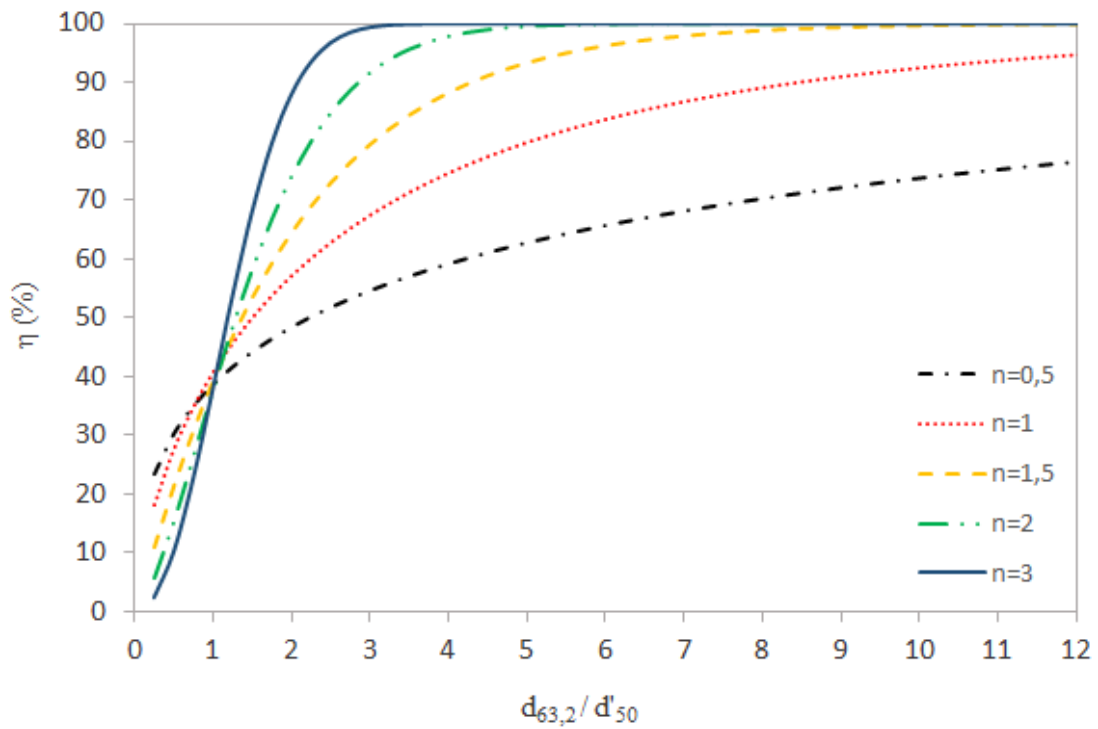
Fonte: O autor.

Figura 4.79 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 3, com  $D_u = 3,0$  mm e  $C_{VA} = 5,5\%$ .



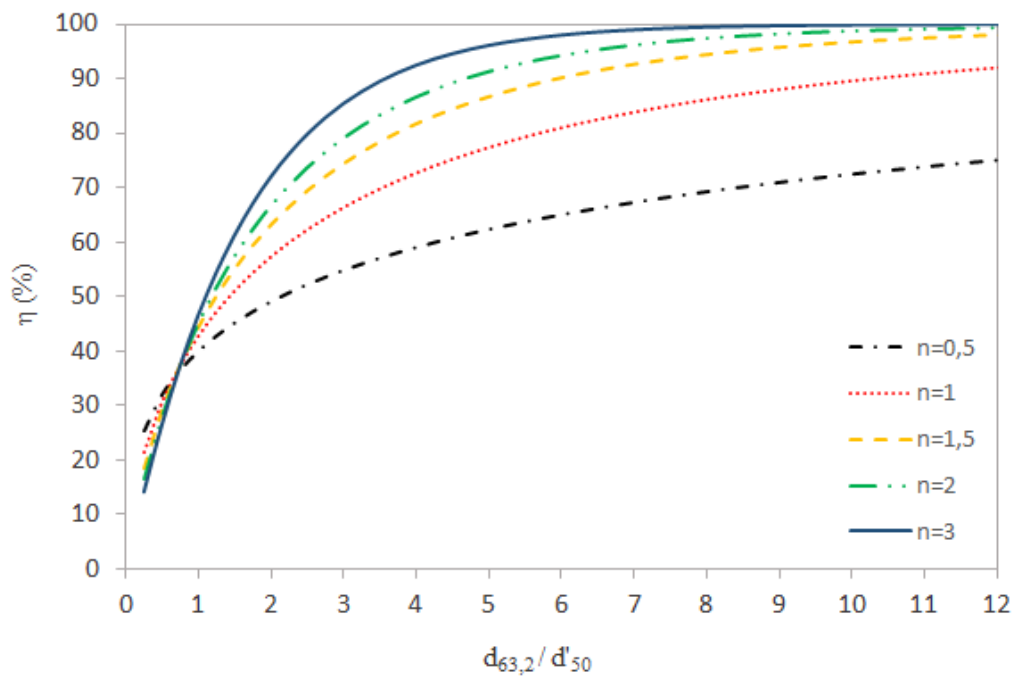
Fonte: O autor.

Figura 4.80 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 3, com  $D_u = 3,0$  mm e  $C_{VA} = 10,0\%$ .



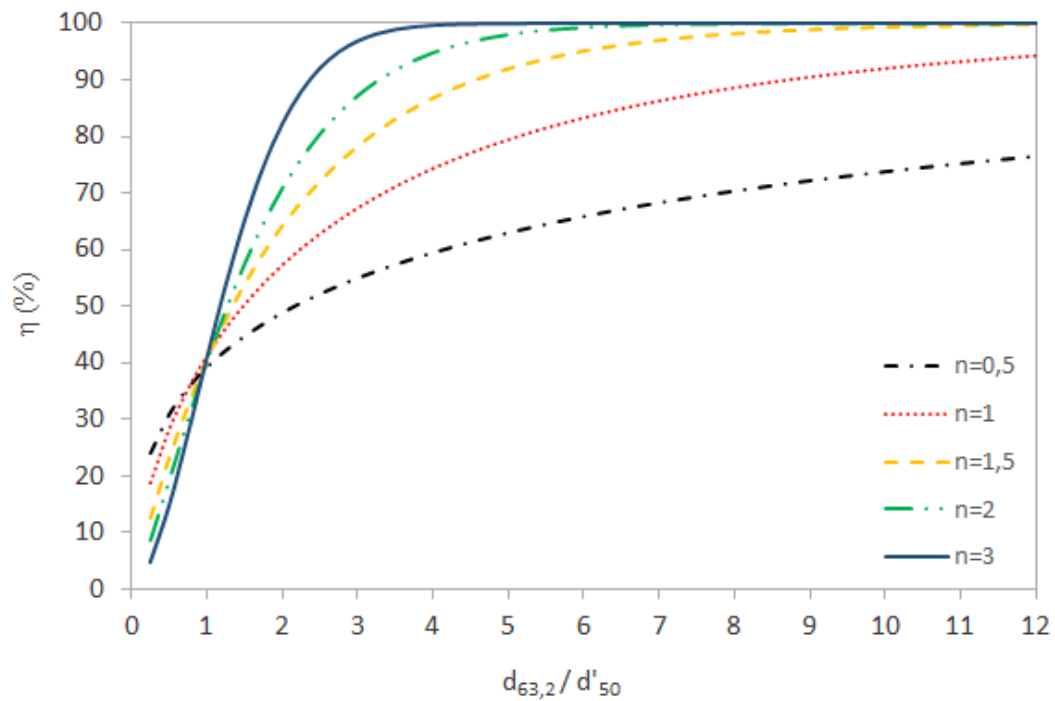
Fonte: O autor.

Figura 4.81 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 3, com  $D_u = 4,0$  mm e  $C_{VA} = 1,0\%$ .



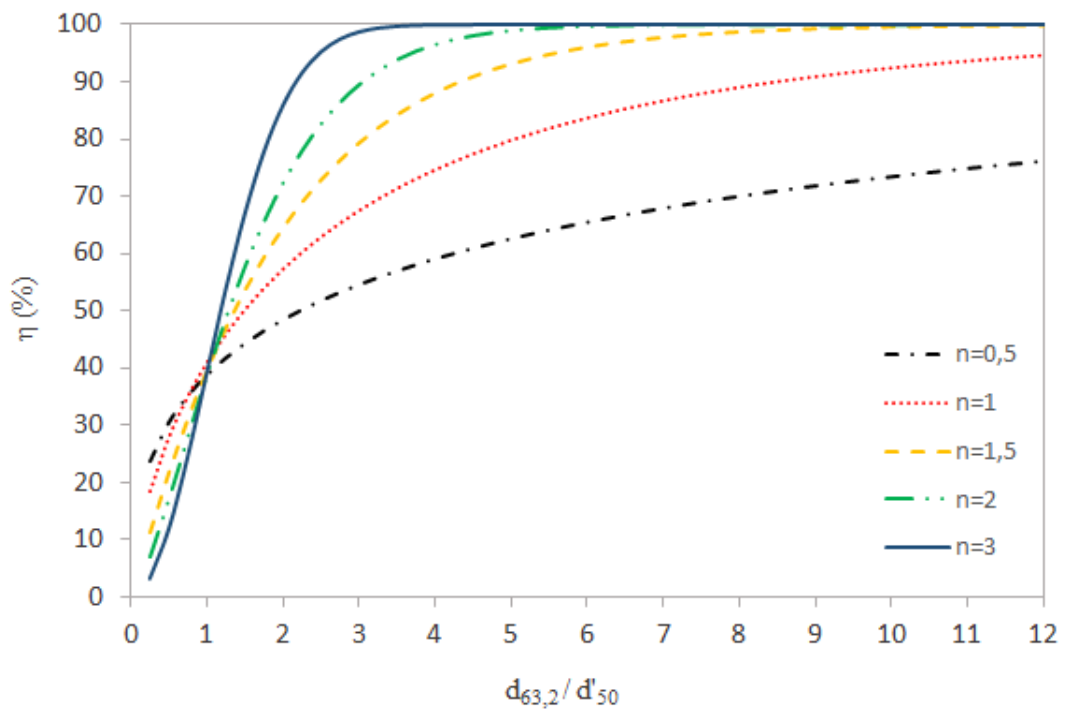
Fonte: O autor.

Figura 4.82 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 3, com  $D_u = 4,0$  mm e  $C_{VA} = 5,5\%$ .



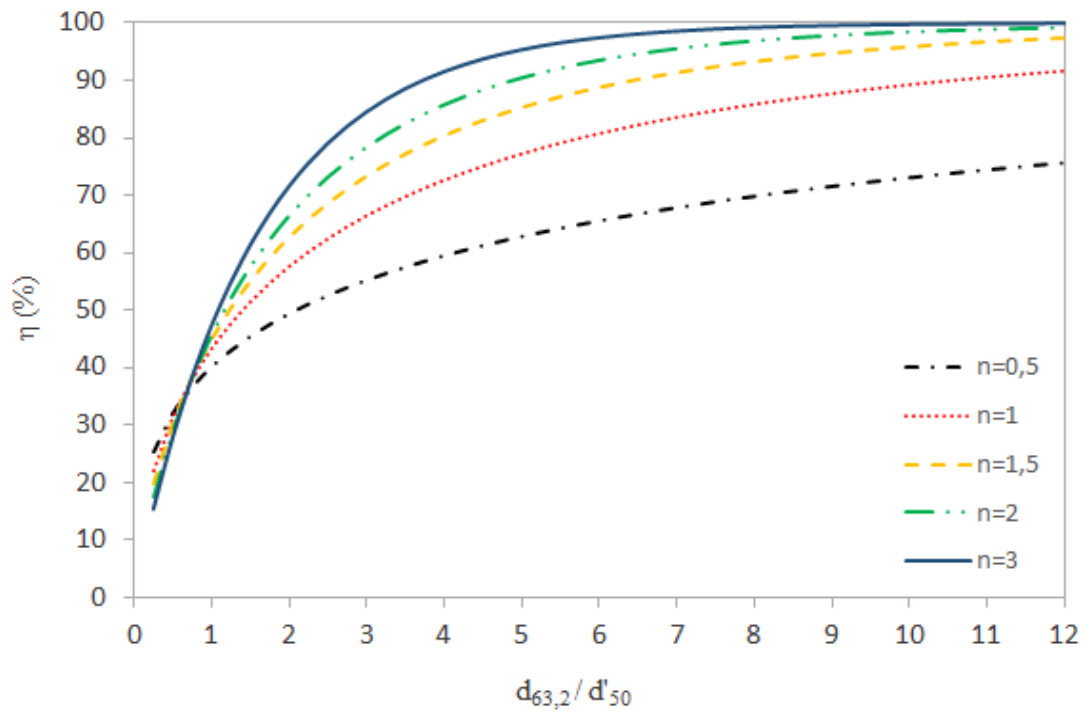
Fonte: O autor.

Figura 4.83 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 3, com  $D_u = 4,0$  mm e  $C_{VA} = 10,0\%$ .



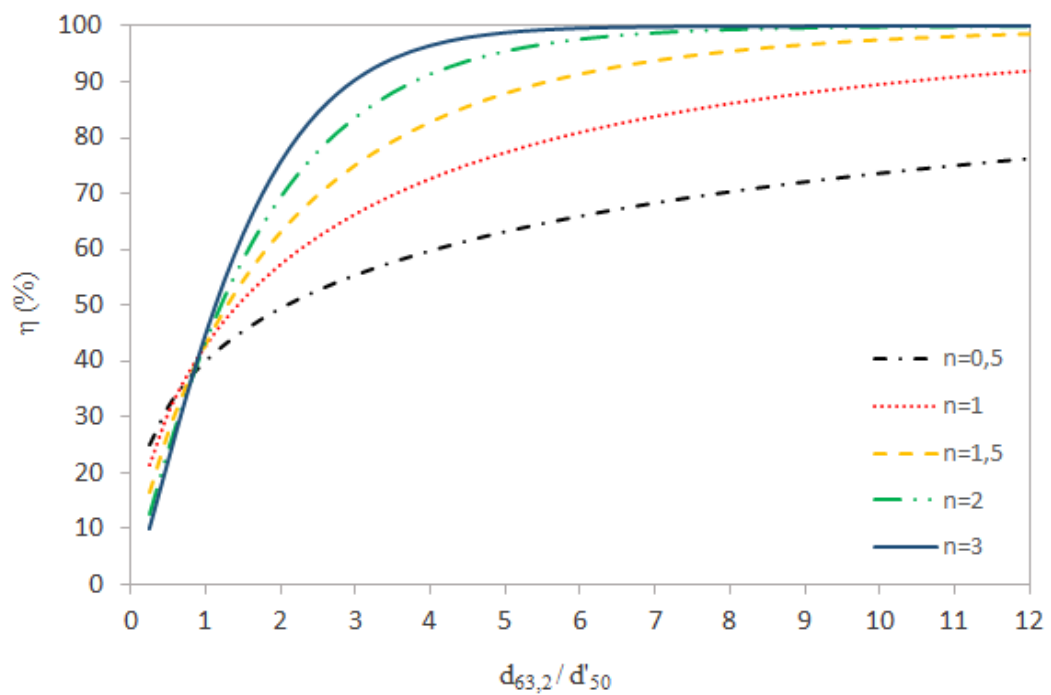
Fonte: O autor.

Figura 4.84 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 3, com  $D_u = 5,0$  mm e  $C_{VA} = 5,5\%$ .



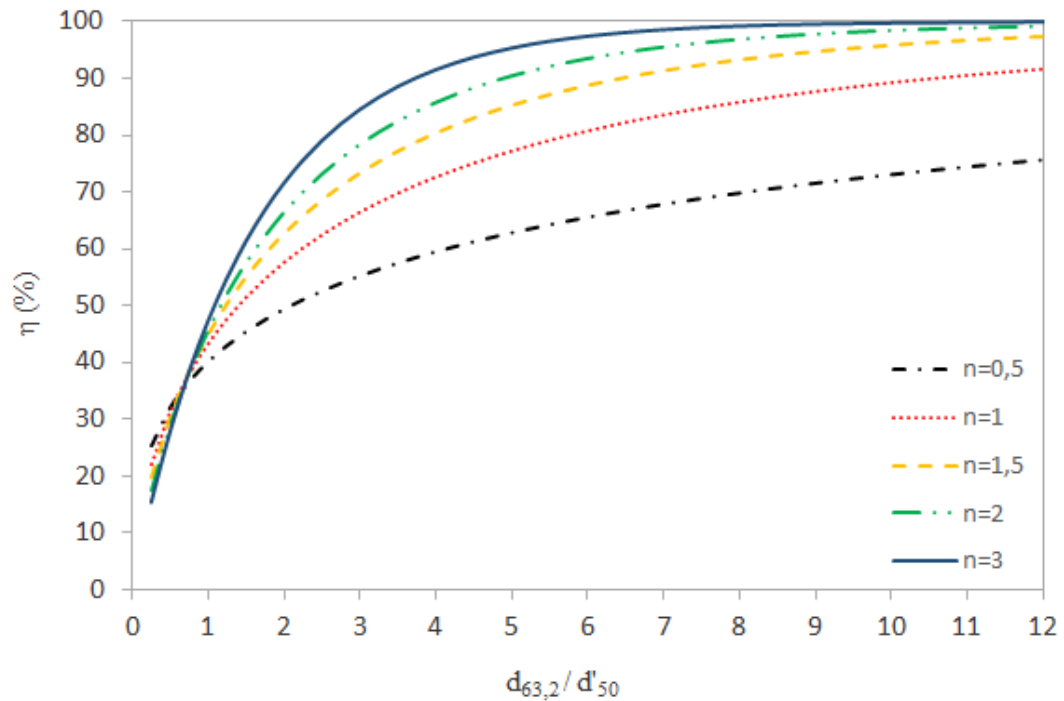
Fonte: O autor.

Figura 4.85 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 3, com  $D_u = 5,0$  mm e  $C_{VA} = 5,5\%$ .



Fonte: O autor.

Figura 4.86 – Curvas de Eficiência Total para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 3, com  $D_u = 5,0$  mm e  $C_{VA} = 10,0\%$ .



Fonte: O autor.

As curvas de eficiência foram capazes de mostrar que o desempenho do hidrociclone cilíndrico-filtrante depende diretamente da granulometria do material particulado que é alimentado no equipamento. Os resultados explicitam que para partículas mais grossas, a eficiência total do separador é maior. Industrialmente, conforme o interesse do usuário, a eficiência total de um hidrociclone pode ser obtida através dos diagramas apresentados, seja na previsão da eficiência total de um equipamento classificador ou de um concentrador.

---

---

## CAPITULO 5 – CONCLUSÕES

---

---

Este capítulo apresenta as principais conclusões obtidas nesse trabalho. Além disso, sugestões para trabalhos futuros são elencadas.

### 5.1 – Conclusões

Com base nos resultados experimentais adquiridos durante a realização desse trabalho, foi possível concluir que a aplicação da filtração como operação unitária adjunta à hidrociclonagem pode trazer benefícios ao desempenho de hidrociclones.

Em relação aos resultados advindos dos planejamentos fatoriais a três níveis para o primeiro caso de otimização (Caso 1: Máxima Eficiência Total), foi possível inferir que:

- A eficiência total foi maior para os hidrociclones filtrantes em todas as concentrações volumétricas de alimentação. Além disso, com o aumento do diâmetro de *underflow* e da queda de pressão, a eficiência se majorava.
- A máxima eficiência total foi alcançada pelo hidrociclone cilíndrico-filtrante com 5 mm de diâmetro de *underflow*, na queda de pressão de 1,77 bar e operando com uma suspensão de 1,0% v/v, cujo valor foi de 88,55%. Houve um incremento médio de 1,08% na eficiência total quando o hidrociclone cilíndrico-filtrante foi utilizado.
- O aumento em  $C_{VA}$  minimizou a eficiência total do HCiF<sub>1</sub>. Com diâmetro de *underflow* de 3 mm, essa redução foi, em média, de 37%. Já quando o diâmetro de *underflow* utilizado foi o de 4 mm, houve um decréscimo de 25,2% em  $\eta$ . Por fim, quando o diâmetro de *underflow* utilizado foi de 5 mm, essa redução foi de 24,7%.
- As razões de líquido para os equipamentos filtrantes foram, na maioria dos casos, inferiores às do hidrociclone convencional, o que certamente favorece a existência de maiores concentrações de sólidos na corrente de *underflow*.
- Os diâmetros de corte chegaram a valores muito baixos no sistema mais diluído ( $C_{VA} = 1,0\%$  v/v). Para  $D_U = 5$  mm, por exemplo, o HCiF<sub>1</sub> apresentou maior diâmetro de corte 0,77  $\mu\text{m}$ , ao passo que o HCON<sub>1</sub> de 2,18  $\mu\text{m}$ .

- Nos sistemas mais concentrados ( $C_{VA} = 5,5\%$  e  $C_{VA} = 10,0\%$ ), os hidrociclones cilíndrico-filtrantes que apresentaram máxima eficiência foram também os de 5 mm de diâmetro de *underflow*, operando a 1,77 bar. Não obstante, para a concentração intermediária a eficiência foi 13,80% menor comparado ao do sistema diluído. Já para a máxima CVA, esse valor foi 25,42% inferior.
- Os maiores valores para o número de Euler foram encontrados no sistema mais diluído (acima de 5000).
- Para os hidrociclones cilíndrico-filtrantes, a eficiência total de separação foi influenciada principalmente pela concentração volumétrica da corrente de alimentação, seguido pelo diâmetro de *underflow* e queda de pressão.

Para os hidrociclones pertencentes ao segundo caso de otimização (Caso 2: Mínima Razão de Líquido), as seguintes conclusões foram notadas:

- Os menores valores encontrados para a razão de líquido advieram do sistema mais diluído ( $C_{VA} = 1,0\%$ ).
- Os hidrociclones cilíndrico-filtrantes esboçaram razões de líquido superiores que os convencionais.
- A menor razão de líquido obtida foi para o hidrociclone convencional de 3,0 mm de diâmetro de *underflow*, sendo de 0,57%. Para o respectivo filtrante, tal valor foi de 0,65%, ou seja, 14,08% maior.
- O maior valor observado para a razão de líquido foi no sistema de concentração intermediária ( $C_{VA} = 5,5\%$ ), sendo de 7,20%.
- Houve uma redução brusca no número de Euler para os equipamentos pertencentes a esse caso de otimização quando comparados ao primeiro. Os valores encontrados foram todos inferiores a 900. Isso garante que além de serem bons concentradores, os hidrociclones tiveram um bom desempenho na diminuição dos custos energéticos.
- Quando a concentração volumétrica da suspensão era de 1,0%, a eficiência dos hidrociclones cilíndrico-filtrantes era superior à dos convencionais. Quando o diâmetro de *underflow* usado foi de 4,0 mm, a eficiência do separador filtrante foi 17,03% superior à do convencional na queda de pressão de 1,18 bar.
- A variável que mais influenciou no comportamento de *RL* para os hidrociclones cilíndrico-filtrantes foi o diâmetro de *underflow*, seguido da concentração volumétrica

da corrente de alimentação. A queda de pressão não exerceu uma influência significativa nessa resposta.

No terceiro caso de otimização (Mínimo Número de Euler), as seguintes conclusões podem ser registradas:

- O menor valor para o número de Euler encontrado foi do hidrociclone cilíndrico-filtrante de 5,0 mm de diâmetro de *underflow* operando sob  $C_{VA} = 5,5\%$ . Tal valor foi de 578, sendo 5,71% menor que o equipamento com menor número de Euler do Caso 2.
- Com exceção dos hidrociclones que operavam com a suspensão mais diluída ( $C_{VA} = 1,0\%$ ), todos os separadores filtrantes apresentaram menores número de Euler do que os respectivos equipamentos convencionais. Além disso, o número de Euler foi minorado com o aumento de  $C_{VA}$ . Para  $D_U = 3$  mm, o número de Euler para o HCIF<sub>3</sub> reduziu, em média, 24,6% ao passar do meio mais diluído para o mais concentrado. O decréscimo observado para  $D_U = 4$  mm foi de 10,1%, e para  $D_U = 5$  mm, 7,7%.
- O maior valor para esse adimensional foi registrado pelo hidrociclone cilíndrico filtrante com  $D_U = 3,0$  mm e  $C_{VA} = 1,0\%$ , sendo de 838.
- Assim como no caso 2, os hidrociclones apresentaram baixas razões de líquido. Registraram-se, inclusive, razões de líquido menores ( $RL = 0,55\%$ ) que aquelas do segundo caso de otimização.
- Aumentos em  $C_{VA}$  e em  $D_U$  provocaram uma diminuição no número de Euler para os hidrociclones cilíndrico-filtrantes.
- A eficiência de separação foi prejudicada pelos valores baixos encontrados para a razão de líquido, chegando a 25,50% para o hidrociclone filtrante com 3 mm de diâmetro de *underflow*, operando a 1,18 bar no sistema mais concentrado.

O estudo experimental possibilitou o levantamento das Equações de Projeto e 27 diagramas para Curvas de Eficiência dos Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes. Esse levantamento é extremamente positivo, visto que a partir de dados referentes às principais características de uma suspensão, bem como das condições operacionais empregadas na hidrociclonagem, torna-se possível prever a eficiência total de maneira simples e rápida a quem interessar, seja aumentando a escala do hidrociclone ou modificando a distribuição granulométrica presente na alimentação do separador.



## 5.2 – Sugestões

A partir dos resultados encontrados neste trabalho, sugere-se para trabalhos futuros:

- Utilização de técnicas de fluidodinâmica computacional (CFD) para auxiliar no entendimento do escoamento interno dos hidrociclones cilíndrico-filtrantes
- Estudo do comportamento de fluidos não-newtonianos em hidrociclones cilíndrico-filtrantes.
- Realização dos mesmos testes experimentais deste trabalho para Hidrociclones Cônico-Filtrantes e Hidrociclones Cilíndrico-Cônico-Filtrantes.
- Estudo da incorporação de um segundo duto de alimentação na região cilíndrica do Hidrociclone Convencional e Cilíndrico-Filtrante.

---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

ALMEIDA, C. A. K. *Comportamento do hidrociclone filtrante frente às modificações no diâmetro de underflow e no tubo de vortex finder*. 2008. 89 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – UFU, Uberlândia, 2008.

ARRUDA, E. B.; KOBOLDT, C. A.; VIEIRA, L. G. M.; DAMASCENO, J. J. R.; BARROZO, M. A. S. Avaliação do comportamento de hidrociclones filtrantes de Krebs. *XXX Encontro nacional sobre escoamento em meios porosos*, São Carlos. [S.1.: s.n.], 2002.

ARRUDA, E. B. *Performance de hidrociclones filtrantes com geometria Demco*. 2003. 185 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – UFU, Uberlândia, 2003.

BABISK, M. P.; VIDAL, F. W. H.; CORREIA, J. C. G. Estudo de aproveitamento de resíduos finos de quartzito da região de Seridó. *In: II Simpósio de Minerais Industriais do Nordeste*, 2010, Campina Grande. **Anais** [...]. Campina Grande: CETEM/UFPE, 2010. p. 195-200.

BANERJEE, C.; CLIMENT, E.; MAJUMDER, A.K. Mechanistic modelling of water partitioning behaviour in hydrocyclone. **Chemical Engineering Science**, v. 152, p. 724-735, 2 outubro 2016. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2016.06.037>

BAWAB, M. A.; CHAMORRO, M. V.; OCHOA, G. V. Statistical analysis of a hydrocyclone system for coals benefit. **Prospect**, v. 14, n. 2, p. 53-61, 2016. <https://doi.org/10.15665/rp.v14i2.652>

BERGSTRÖM, J. *Flow Field and Fibre Fractionation Studies in Hydrocyclones*. 2006. 59 f. Tese (Doutorado) – Royal Institute of Technology, Stockholm, 2006.

CARRISSO, R. C. C.; CORREIA, J. C. G. Classificação e Peneiramento. *In*: LUZ, A. B.; SAMPAIO, J. S.; ALMEIDA, S. L. M. **Tratamento de Minérios**. 4. ed. Rio de Janeiro: CETEM/MCT, 2004. p.197-237.

CHANG, Y. *Study of the flow in a hydrocyclone using positron emission particle tracking and computational fluid dynamics simulation*. 2016. 115 p. [Ph. D. thesis] – University of Bergen, Bergen, 2016.

DAMASCENO, J. J. R., MASSARANI, G. *Estudo de um sedimentador contínuo com fundo filtrante*. XIV Encontro Nacional sobre Escoamento em Meios Porosos. Campinas, p. 283-290, 1986.

DARBY, R. *Chemical Engineering Fluid Mechanics*. 2<sup>nd</sup> ed. New York: Taylor & Francis, 2001. 559 p. <https://doi.org/10.1201/9781315274492>

DELGADILLO, J. A.; RAJAMANI, R. K.; Computational fluid dynamics prediction of the air-core in hydrocyclones. **International Journal of Computational Fluid Dynamics**, v.23 n.2, p. 189-197, 2009. <https://doi.org/10.1080/10618560902724893>

DREYER, T. *Potencialidade dos quartzitos do Complexo Porongos da região de Torrinhas para seu aproveitamento na construção civil*. 2016. 55 f. Monografia (Bacharel em Geologia) – UFRGS, Porto Alegre, 2016.

FAÇANHA, J. M. F. *Incorporação de um cilindro filtrante na separação sólido-líquido em hidrociclones*. 2012. 83 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – UFU, Uberlândia, 2012.

GONÇALVES, S. M. *Efeito da Concentração de Sólidos e de Variáveis Operacionais no Desempenho de um Hidrociclone Concentrador*. 2016. 91 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – UFU, Uberlândia, 2016.

KYRIAKIDIS, Y. N. *Análise do Efeito de Variáveis Geométricas sobre o Desempenho de Hidrociclones Otimizados*. 2014. 148f. Dissertação (Mestrado), UFU, Uberlândia, MG, 2014.

MACHACA, Y. Y. C. *Modelagem da Classificação de Polpas de Bauxita e de Fosfato em Hidrociclones*. 2010. 151 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Metalúrgica e de Materiais) – UFRJ, Rio de Janeiro, 2010.

MASSARANI, G. *Projeto e análise do desempenho de ciclones e hidrociclones ii*. In: Anais do XVII Encontro Nacional sobre Escoamento em Meios Porosos, São Carlos. [S.l.: s.n.], 1989. p 125-136.

MELO, C. H. *Modelagem da Classificação de Minério de Ferro em Hidrociclones*. 2010. 78 f. Monografia (Bacharel em Engenharia Metalúrgica) – UFRJ, Rio de Janeiro, 2010.

NIAZI, S., HABIBIAN, M., RAHIMI, M. Performance evaluation of a uniflow mini-hydrocyclone for removing fine heavy metal particles from water. **Chemical Engineering Research and Design**, v. 126, p. 89–96, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.cherd.2017.08.009>

PATRA, G.; DAS, P.; CHAKRABORTY, S.; MEIKAP, B. C. Removal of fluoride from wastewater using HCL-treated activated alumina in a ribbed hydrocyclone separator. **Journal of Environmental Science and Health, Part A**, v 53, p 601-608, 2018.

<https://doi.org/10.1080/10934529.2018.1429728>

PATRA, G.; VELPURI, B.; CHAKRABORTY, S.; MEIKAP, B. C. Performance evaluation of a hydrocyclone with a spiral rib for separation of particles. **Advanced Powder Technology**, v. 28, n. 12, p. 3222-3232, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.apt.2017.10.002>

POPESCU, M. G.; NICULAE, G. C. STAN, I. G.; GHETIU, I. V. The influence of geometric elements of the hydrocyclone on the efficiency of cleaning the drilling mud. “**Mircea cel Batran**” **Naval Academy Scientific Bulletin**, v. 19, p. 285-289, 2015. <https://doi.org/10.21279/1454-864X-16-I2-042>

RIETEMA, K. Performance and design of hydrocyclones, parts i to iv. **Chemical Engineering Science**, v. 15, p. 298-325, 1961. [https://doi.org/10.1016/0009-2509\(61\)85036-7](https://doi.org/10.1016/0009-2509(61)85036-7)

SALVADOR, F. F. *Otimização Geométrica de Hidrociclones com Cilindros e Cones Permeáveis*. 2017. 132 f. Tese (Doutorado em Engenharia Química) – UFU, Uberlândia, 2017.

SALVADOR, F. F. *Estudo Experimental do Comportamento de um Hidrociclone com Cone e Cilindro Filtrantes*. 2013. 119 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – UFU, Uberlândia, 2013.

SILVA, D. O. *Otimização da Separação Sólido-Líquido em Hidrociclones Mediante Modificações Geométricas*. 2012. 189 f. Tese (Doutorado em Engenharia Química) – UFU, Uberlândia, 2012.

SILVA, N. K. G. *Estudo de Otimização da Configuração do Hidrociclone Filtrante*. 2014. 102 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – UFU, Uberlândia, 2014.

SOUZA, F.J. *Análise da Influência do Meio Filtrante no Comportamento do Hidrociclone Filtrante*. 1999. 85 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – UFU, Uberlândia, 1999.

SVAROVSKY, L. *Hydrocyclones*. Eastbourn, UK: Holt, Reinhart & Winston, 1984. 198 p.

SVAROVSKY, L. *Solid-Liquid Separation*. 4<sup>th</sup> ed. Boston: Butterworth-Heinemann, 2000. 554p.

TIAN, J.; NI, L.; SONG, T.; OLSON, J.; ZHAO, J. An overview of operation parameters and conditions in hydrocyclones for enhanced separations. **Separation and Purification Technology**, v. 206, p. 268-285, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.seppur.2018.06.015>

TONIN, P. C.; NETO, J. D.; SANTOS, J. A. A. Simulação computacional de Hidrociclone da família Rietema aplicado na agricultura irrigada. **Revista Ciência Agronômica**, Fortaleza, v. 46, n. 1, p. 38-47. 2015. <https://doi.org/10.1590/S1806-66902015000100005>

VIEIRA, L. G. M. *Análise da Separação Sólido-Líquido em Hidrociclone Filtrante*. Uberlândia: [s.n.], 1997.

VIEIRA, L. G. M. *Estudo da Performace de Hidrociclones Filtrantes de Rietema*. 2001. 141 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – UFU, Uberlândia, 2001.

VIEIRA, L. G. M. *Otimização dos Processos de Separação em Hidrociclones Filtrantes*. 2006. 297 f. Tese (Doutorado em Engenharia Química) – UFU, Uberlândia, 2006.

WANG, B.; YU, A. Numerical study of the gas-liquid-solid flow in hydrocyclones with different configuration of vortex finder. **Chemical Engineering Journal**, v. 135, p. 33-42, 2008. <https://doi.org/10.1016/j.cej.2007.04.009>

WILLS, B. A.; NAPIER-MUNN, T. *Will's Mineral Processing Technology: An Introduction to the Practical Aspects of Ore Treatment and Mineral Recovery*. 7. ed. Boston: Butterworth-Heinemann, 2006. 456 p.

YAO, S.; FANG, T. Analytical solutions of laminar swirl decay in a straight pipe. **Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation**, v. 17, p. 3235–3246, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2011.11.038>

---

---

**APÊNDICE A**

**RESULTADOS EXPERIMENTAIS PARA OS AJUSTES DO MODELO RRB E DAS CURVAS DE EFICIÊNCIA PARA OS HIDROCICLONES CILÍNDRICO-FILTRANTES**

---

---

**A.1 – Parâmetros do Modelo RRB para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes**

Tabela A.1 – Parâmetros do modelo RRB para os hidrociclones cilíndrico-filtrantes oriundos do caso 1.

$D_U$	$C_{VA}$	$d_{63,2A}$	$n_A$	$d_{63,2U}$	$n_U$
3	1,0	17,80	1,05	27,03	1,32
3	5,5	17,64	1,10	30,80	1,42
3	10,0	17,44	1,09	38,16	2,07
4	1,0	16,11	1,06	26,34	1,28
4	5,5	18,03	1,08	26,23	1,23
4	10,0	17,93	1,06	28,12	1,30
5	1,0	15,84	1,02	22,29	1,10
5	5,5	17,97	1,10	25,70	1,21
5	10,0	17,95	1,09	25,01	1,16

Fonte: O autor.

Tabela A.2 – Parâmetros do modelo RRB para os hidrociclones cilíndrico-filtrantes oriundos do Caso 2.

$D_U$	$C_{VA}$	$d_{63,2A}$	$n_A$	$d_{63,2U}$	$n_U$
3	1,0	15,76	1,03	29,20	1,40
3	5,5	17,51	1,10	44,03	2,49
3	10,0	17,67	1,08	48,60	2,69
4	1,0	16,36	1,01	29,32	1,33
4	5,5	17,43	1,10	40,04	2,22
4	10,0	17,35	1,08	43,39	2,38
5	1,0	15,82	1,04	27,98	1,26
5	5,5	17,96	1,06	34,41	1,63
5	10,0	17,47	1,10	39,12	1,77

Fonte: O autor.

Tabela A.3 – Parâmetros do modelo RRB para os hidrociclones cilíndrico-filtrantes oriundos do Caso 3.

$D_U$	$C_{VA}$	$d_{63,2A}$	$n_A$	$d_{63,2U}$	$n_U$
3	1,0	18,27	1,04	38,36	1,83
3	5,5	16,76	1,10	44,14	2,32
3	10,0	17,65	1,09	47,37	2,79
4	1,0	17,18	1,02	32,07	1,44
4	5,5	17,53	1,10	39,77	2,11
4	10,0	17,78	1,08	42,78	2,43
5	1,0	17,32	1,03	30,99	1,35
5	5,5	17,57	1,10	35,53	1,55
5	10,0	17,38	1,09	38,61	1,95

Fonte: O autor.



## A.2 – Parâmetros do modelo de Curva de Eficiência para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 1

Tabela A.4 – Dados do HCiF<sub>1</sub> com  $D_u$  de 3,0 mm e  $C_{VA}$  de 1,0%.

$n$	$P1$	$P2$	$R^2$
0,5	5,2095	0,3996	0,9848
1,0	2,7378	0,5529	0,9809
1,5	2,1678	0,6480	0,9813
2,0	1,9285	0,7039	0,9834
3,0	1,7138	0,7587	0,9850

Fonte: O autor.

Tabela A.5 – Dados do HCiF<sub>1</sub> com  $D_u$  de 3,0 mm e  $C_{VA}$  de 5,5%.

$n$	$P1$	$P2$	$R^2$
0,5	5,3174	0,3999	0,9845
1,0	2,6025	0,5905	0,9786
1,5	2,0456	0,7130	0,9810
2,0	1,7981	0,8032	0,9843
3,0	1,5927	0,9206	0,9884

Fonte: O autor.

Tabela A.6 – Dados do HCiF<sub>1</sub> com  $D_u$  de 3,0 mm e  $C_{VA}$  de 10,0%.

$n$	$P1$	$P2$	$R^2$
0,5	5,2499	0,4252	0,9809
1,0	2,5456	0,6807	0,9686
1,5	1,9412	0,9961	0,9809
2,0	1,6632	1,3472	0,9894
3,0	1,4700	1,7350	0,9931

Fonte: O autor.

Tabela A.7 – Dados do HCiF<sub>1</sub> com  $D_u$  de 4,0 mm e  $C_{VA}$  de 1,0%.

<i>n</i>	<i>PI</i>	<i>P2</i>	<i>R</i> <sup>2</sup>
0,5	6,8196	0,4436	0,9830
1,0	3,6313	0,6488	0,9800
1,5	2,8197	0,7970	0,9820
2,0	2,5286	0,8926	0,9861
3,0	2,2297	1,0305	0,9902

Fonte: O autor.

Tabela A.8 – Dados do HCiF<sub>1</sub> com  $D_u$  de 4,0 mm e  $C_{VA}$  de 5,5%.

<i>n</i>	<i>PI</i>	<i>P2</i>	<i>R</i> <sup>2</sup>
0,5	5,4704	0,4028	0,9856
1,0	2,8785	0,5637	0,9830
1,5	2,2702	0,6504	0,9825
2,0	2,0179	0,7103	0,9839
3,0	1,7974	0,7702	0,9863

Fonte: O autor.

Tabela A.9 – Dados do HCiF<sub>1</sub> com  $D_u$  de 4,0 mm e  $C_{VA}$  de 10,0%.

<i>n</i>	<i>PI</i>	<i>P2</i>	<i>R</i> <sup>2</sup>
0,5	4,9842	0,4069	0,9834
1,0	2,5482	0,5952	0,9773
1,5	2,0212	0,7201	0,9798
2,0	1,7546	0,8395	0,9842
3,0	1,5547	0,9671	0,9894

Fonte: O autor.

Tabela A.10 – Dados do HCiF<sub>1</sub> com  $D_u$  de 5,0 mm e  $C_{VA}$  de 1,0%.

<i>n</i>	<i>PI</i>	<i>P2</i>	<i>R</i> <sup>2</sup>
0,5	5,4661	0,3727	0,9881
1,0	2,7343	0,5065	0,9861
1,5	2,1623	0,5621	0,9842
2,0	1,9312	0,5942	0,9853
3,0	1,7241	0,6264	0,9855

Fonte: O autor.

Tabela A.11 – Dados do HCiF<sub>1</sub> com  $D_u$  de 5,0 mm e  $C_{VA}$  de 5,5%.

<i>n</i>	<i>PI</i>	<i>P2</i>	<i>R</i> <sup>2</sup>
0,5	5,1373	0,3934	0,9856
1,0	2,6545	0,5573	0,9820
1,5	2,0878	0,6469	0,9822
2,0	1,8578	0,7036	0,9842
3,0	1,6373	0,7625	0,9861

Fonte: O autor.

Tabela A.12 – Dados do HCiF<sub>1</sub> com  $D_u$  de 5,0 mm e  $C_{VA}$  de 10,0%.

<i>n</i>	<i>PI</i>	<i>P2</i>	<i>R</i> <sup>2</sup>
0,5	5,3914	0,3804	0,9864
1,0	2,6249	0,5344	0,9815
1,5	2,0890	0,6164	0,9823
2,0	1,8545	0,6669	0,9823
3,0	1,6398	0,7113	0,9837

Fonte: O autor.

### A.3 – Parâmetros do modelo de Curva de Eficiência para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 2

Tabela A.13 – Dados do HCiF<sub>2</sub> com  $D_u$  de 3,0 mm e  $C_{VA}$  de 1,0%.

$n$	$P1$	$P2$	$R^2$
0,5	5,1546	0,4041	0,9841
1,0	2,6090	0,5906	0,9789
1,5	2,0493	0,7121	0,9810
2,0	1,8051	0,8035	0,9848
3,0	1,5975	0,9245	0,9886

Fonte: O autor.

Tabela A.14 - Dados do HCiF<sub>2</sub> com  $D_u$  de 3,0 mm e  $C_{VA}$  de 5,5%.

$n$	$P1$	$P2$	$R^2$
0,5	5,1770	0,4290	0,9793
1,0	2,5316	0,6897	0,9663
1,5	1,9268	1,0263	0,9797
2,0	1,6677	1,3790	0,9881
3,0	1,4209	1,9902	0,9937

Fonte: O autor.

Tabela A.15 - Dados do HCiF<sub>2</sub> com  $D_u$  de 3,0 mm e  $C_{VA}$  de 10,0%.

$n$	$P1$	$P2$	$R^2$
0,5	5,2853	0,4312	0,9785
1,0	2,5470	0,6912	0,9647
1,5	1,9564	1,0247	0,9784
2,0	1,6612	1,4516	0,9885
3,0	1,4098	2,1255	0,9934

Fonte: O autor.

Tabela A.16 – Dados do HClF<sub>2</sub> com  $D_u$  de 4,0 mm e  $C_{VA}$  de 1,0%.

$n$	$PI$	$P2$	$R^2$
0,5	5,0043	0,4073	0,9846
1,0	2,6145	0,5755	0,9790
1,5	2,0307	0,6973	0,9811
2,0	1,8283	0,7684	0,9830
3,0	1,6137	0,8656	0,9884

Fonte: O autor.

Tabela A.17 – Dados do HClF<sub>2</sub> com  $D_u$  de 4,0 mm e  $C_{VA}$  de 5,5%.

$n$	$PI$	$P2$	$R^2$
0,5	5,1442	0,4261	0,9801
1,0	2,5318	0,6803	0,9675
1,5	1,9342	0,9876	0,9796
2,0	1,6739	1,3249	0,9888
3,0	1,4431	1,7851	0,9935

Fonte: O autor.

Tabela A.18 – Dados do HClF<sub>2</sub> com  $D_u$  de 4,0 mm e  $C_{VA}$  de 10,0%.

$n$	$PI$	$P2$	$R^2$
0,5	5,1844	0,4298	0,9796
1,0	2,5383	0,6897	0,9650
1,5	1,9330	1,0363	0,9790
2,0	1,6702	1,3875	0,9879
3,0	1,4252	1,9796	0,9938

Fonte: O autor.

Tabela A.19 – Dados do HClF<sub>2</sub> com  $D_u$  de 5,0 mm e  $C_{VA}$  de 1,0%.

$n$	$PI$	$P2$	$R^2$
0,5	5,2250	0,3937	0,9846
1,0	2,5874	0,5643	0,9795
1,5	2,0632	0,6560	0,9812
2,0	1,8116	0,7373	0,9845
3,0	1,6100	0,8181	0,9869

Fonte: O autor.

Tabela A.20 – Dados do HClF<sub>2</sub> com  $D_u$  de 5,0 mm e  $C_{VA}$  de 5,5%.

$n$	$PI$	$P2$	$R^2$
0,5	5,2034	0,4301	0,9802
1,0	2,5383	0,6897	0,9650
1,5	1,9330	1,0363	0,9790
2,0	1,6703	1,3884	0,9879
3,0	1,4252	1,9796	0,9938

Fonte: O autor.

Tabela A.21 - Dados do HClF<sub>2</sub> com  $D_u$  de 5,0 mm e  $C_{VA}$  de 10,0%.

$n$	$PI$	$P2$	$R^2$
0,5	5,0986	0,4272	0,9794
1,0	2,5341	0,6705	0,9700
1,5	1,9590	0,9233	0,9787
2,0	1,6827	1,2077	0,9881
3,0	1,4553	1,6123	0,9935

Fonte: O autor.

#### A.4 – Parâmetros do modelo de Curva de Eficiência para os Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes do Caso 3

Tabela A.22 – Dados do HClF<sub>3</sub> com  $D_u$  de 3,0 mm e  $C_{VA}$  de 10,0%.

$n$	$P1$	$P2$	$R^2$
0,5	5,0463	0,4235	0,9796
1,0	2,5444	0,6516	0,9707
1,5	1,9452	0,9004	0,9804
2,0	1,6937	1,1527	0,9892
3,0	1,4942	1,4160	0,9926

Fonte: O autor.

Tabela A.23 – Dados do HClF<sub>3</sub> com  $D_u$  de 3,0 mm e  $C_{VA}$  de 5,5%.

$n$	$P1$	$P2$	$R^2$
0,5	5,1899	0,4295	0,9796
1,0	2,5355	0,6862	0,9656
1,5	1,9295	1,0207	0,9793
2,0	1,6671	1,3765	0,9884
3,0	1,4302	1,9148	0,9931

Fonte: O autor.

Tabela A.24 – Dados do HClF<sub>3</sub> com  $D_u$  de 3,0 mm e  $C_{VA}$  de 10,0%.

$n$	$P1$	$P2$	$R^2$
0,5	5,1732	0,4345	0,9756
1,0	2,5450	0,6943	0,9654
1,5	1,9362	1,0485	0,9785
2,0	1,6403	1,5060	0,9884
3,0	1,4114	2,1540	0,9931

Fonte: O autor.

Tabela A.25 - Dados do  $\text{HCiF}_3$  com  $D_u$  de 4,0 mm e  $C_{VA}$  de 1,0%.

<b><i>n</i></b>	<b><i>PI</i></b>	<b><i>P2</i></b>	<b><i>R</i><sup>2</sup></b>
0,5	5,2852	0,4013	0,9827
1,0	2,5991	0,6072	0,9763
1,5	2,0025	0,7671	0,9821
2,0	1,7917	0,8753	0,9856
3,0	1,5786	1,0221	0,9903

Fonte: O autor.

Tabela A.26 - Dados do  $\text{HCiF}_3$  com  $D_u$  de 4,0 mm e  $C_{VA}$  de 5,5%.

<b><i>n</i></b>	<b><i>PI</i></b>	<b><i>P2</i></b>	<b><i>R</i><sup>2</sup></b>
0,5	5,1028	0,4287	0,9805
1,0	2,5341	0,6776	0,9689
1,5	1,9469	0,9782	0,9807
2,0	1,6978	1,2659	0,9881
3,0	1,4574	1,7217	0,9935

Fonte: O autor.

Tabela A.27 - Dados do  $\text{HCiF}_3$  com  $D_u$  de 4,0 mm e  $C_{VA}$  de 10,0%.

<b><i>n</i></b>	<b><i>PI</i></b>	<b><i>P2</i></b>	<b><i>R</i><sup>2</sup></b>
0,5	5,2034	0,4301	0,9802
1,0	2,5383	0,6897	0,9650
1,5	1,9330	1,0363	0,9790
2,0	1,6703	1,3884	0,9879
3,0	1,4252	1,9796	0,9938

Fonte: O autor.



Tabela A.28 – Dados do  $\text{HCiF}_3$  com  $D_u$  de 5,0 mm e  $C_{VA}$  de 1,0%.

<i>n</i>	<i>PI</i>	<i>P2</i>	<i>R<sup>2</sup></i>
0,5	5,0932	0,4078	0,9835
1,0	2,5713	0,5951	0,9779
1,5	2,0479	0,7229	0,9793
2,0	1,7973	0,8374	0,9853
3,0	1,5800	0,9732	0,9890

Fonte: O autor.

Tabela A.29 – Dados do  $\text{HCiF}_3$  com  $D_u$  de 5,0 mm e  $C_{VA}$  de 5,5%.

<i>n</i>	<i>PI</i>	<i>P2</i>	<i>R<sup>2</sup></i>
0,5	5,0077	0,4176	0,9805
1,0	2,5991	0,6072	0,9711
1,5	2,0031	0,8243	0,9791
2,0	1,7057	1,0522	0,9886
3,0	1,5195	1,2519	0,9920

Fonte: O autor.

Tabela A.30 – Dados do  $\text{HCiF}_3$  com  $D_u$  de 5,0 mm e  $C_{VA}$  de 10,0%.

<i>n</i>	<i>PI</i>	<i>P2</i>	<i>R<sup>2</sup></i>
0,5	5,0931	0,4078	0,9835
1,0	2,5713	0,5951	0,9779
1,5	2,0479	0,7229	0,9793
2,0	1,7973	0,8374	0,9853
3,0	1,5800	0,9732	0,9890

Fonte: O autor.

### A.5 – Procedimento para a Construção das Curvas de Eficiência

O procedimento realizado para a obtenção das curvas de eficiência do hidrociclone baseia-se na definição de eficiência total e de eficiência total reduzida. Rearranjando a Equação 2.9 que define a eficiência total reduzida, a eficiência total ( $\eta$ ) de um hidrociclone torna-se:

$$\eta = (1 - RL)\eta' + RL \quad (A.1)$$

Além disso, eficiência total reduzida é a integral da eficiência granulométrica reduzida, conforme a equação abaixo.

$$\eta = \int_0^1 G' dX \quad (A.2)$$

Com base nos resultados experimentais para o diâmetro de corte reduzido, os parâmetros  $N$  e  $m$  foram estimados através de regressão não-linear pelo Statistica®.

$$G' = \frac{\left(\frac{d_p}{d'_{50}}\right)^m}{N + \left(\frac{d_p}{d'_{50}}\right)^m} \quad (A.3)$$

O diâmetro da partícula pode ser explicitado a partir da equação do modelo RRB.

$$d_p = d_{63,2} \left[ \ln\left(\frac{1}{1-X}\right) \right]^{\frac{1}{n}} \quad (A.4)$$

Substituindo a Equação 51 na Equação 50:

$$G' = \frac{\left\{ \frac{d_{63,2}}{d'_{50}} \left[ \ln\left(\frac{1}{1-X}\right) \right]^{\frac{1}{n}} \right\}^m}{N + \left\{ \frac{d_{63,2}}{d'_{50}} \left[ \ln\left(\frac{1}{1-X}\right) \right]^{\frac{1}{n}} \right\}^m} \quad (A.5)$$

A partir da equação anterior (eficiência granulométrica individual reduzida) realiza-se a integração em “ $X$ ” (conforme equação abaixo) para o Cálculo da Eficiência Total Reduzida, variando “ $n$ ” e “ $d_{63,2}/d'_{50}$ ”.

$$\eta' = \int_0^1 \frac{\left\{ \frac{d_{63,2}}{d'_{50}} \left[ \ln \left( \frac{1}{1-X} \right)^{\frac{1}{n}} \right] \right\}^m}{N + \left\{ \frac{d_{63,2}}{d'_{50}} \left[ \ln \left( \frac{1}{1-X} \right)^{\frac{1}{n}} \right] \right\}^m} dX \quad (A.6)$$

Fixado um valor de  $n$ , que corresponde a determinada granulometria, para cada valor de  $d_{63,2}/d'_{50}$  haverá um valor correspondente de eficiência total reduzida ( $\eta'$ ). A partir de cada eficiência global reduzida, calcula-se então a eficiência total. Desse modo, é formada uma série de dados de  $\eta$  para diferentes razões de  $d_{63,2}/d'_{50}$ , para um determinado  $n$ . Repete-se o procedimento alterando o valor de  $n$ .

Para cada  $n$ , foi construída uma curva diferente, sendo plotadas num mesmo gráfico, relacionando os dados de eficiência total ( $\eta$ ) obtidos variando-se  $d_{63,2}/d'_{50}$ .

**APÊNDICE B**

**RESULTADOS EXPERIMENTAIS PARA OS HIDROCICLONES**

**CILÍNDRICO-FILTRANTES E CONVENCIONAIS**

**B.1 – Resultados dos Planejamentos para os Hidrociclones HCiF<sub>1</sub> e HCON<sub>1</sub>**

Tabela B.1 – Resultados experimentais para o hidrociclone HCON<sub>1</sub>.

$C_{VA}$ (%)	$D_u$ (mm)	$-ΔP$ (bar)	$η$ (%)	$η'$ (%)	$d_{50}$ ( $μm$ )	$d'_{50}$ ( $μm$ )	$RL$ (%)	$Eu$	$C_{VU}$ (%)	$Q$ ( $cm^3s^{-1}$ )
1,02	3,00	1,18	70,26	64,84	7,84	10,14	15,42	5096	4,65	151,87
1,02	3,00	1,47	73,79	69,11	7,10	9,34	15,15	5192	4,95	168,64
1,02	3,00	1,77	77,15	73,10	6,23	8,41	15,05	5213	5,19	184,42
1,03	4,00	1,18	78,89	70,34	4,15	8,99	28,83	4761	2,74	157,79
1,03	4,00	1,47	80,78	73,29	3,25	8,27	28,07	4884	2,87	173,57
1,03	4,00	1,77	81,89	74,91	2,95	7,02	27,84	5010	2,94	188,36
1,01	5,00	1,18	82,21	70,94	2,18	9,14	38,79	4146	2,12	168,64
1,01	5,00	1,47	83,46	73,08	1,03	9,01	38,56	4277	2,17	185,40
1,01	5,00	1,77	87,60	79,63	0,47	7,40	39,12	4319	2,24	202,17
5,60	3,00	1,18	56,93	52,39	13,78	15,85	9,53	3635	26,19	180,22
5,60	3,00	1,47	59,12	54,92	12,75	14,85	9,32	3647	27,37	201,15
5,60	3,00	1,77	62,22	58,14	12,06	13,86	9,75	3788	27,47	216,19
5,51	4,00	1,18	62,39	53,06	10,10	15,66	19,88	3199	15,48	192,13
5,51	4,00	1,47	64,95	56,21	8,82	14,23	19,97	3372	15,95	208,60
5,51	4,00	1,77	67,49	59,14	7,50	13,07	20,44	3412	16,16	227,81
5,51	5,00	1,18	70,57	56,78	5,91	5,91	31,90	3370	11,42	186,64
5,51	5,00	1,47	70,72	58,78	4,52	4,52	28,97	3263	12,45	212,26
5,51	5,00	1,77	71,74	60,36	4,25	4,25	28,70	3171	12,71	236,05
10,04	3,00	1,18	45,38	41,41	20,97	21,82	6,78	2805	42,77	204,43
10,26	3,00	1,47	46,02	42,01	20,32	21,20	6,91	2935	43,23	224,02

(continua)

$C_{VA}$ (%)	$D_u$ (mm)	$-\Delta P$ (bar)	$H$ (%)	$\eta'$ (%)	$d_{50}$ ( $\mu\text{m}$ )	$d'_{50}$ ( $\mu\text{m}$ )	$RL$ (%)	$Eu$	$C_{VU}$ (%)	$Q$ ( $\text{cm}^3\text{s}^{-1}$ )
10,23	3,00	1,77	47,55	43,59	20,23	21,10	7,02	3039	43,58	241,91
10,18	4,00	1,18	59,86	49,65	12,13	18,24	20,28	3541	25,08	182,28
10,10	4,00	1,47	60,03	50,02	12,10	18,00	20,03	3550	25,20	203,58
10,14	4,00	1,77	61,53	51,76	11,80	17,50	20,25	3680	25,54	218,91
10,17	5,00	1,18	64,13	47,46	7,88	24,96	31,73	3371	18,62	187,39
1,010	5,00	1,47	64,95	48,86	7,36	18,46	31,47	3426	18,83	206,98
10,06	5,00	1,77	65,93	50,21	6,53	16,99	31,58	3473	18,94	225,72

Fonte: O autor.

Tabela B.2 – Resultados Experimentais para o hidrociclone HCiF<sub>1</sub>.

<i>CVA</i> (%)	<i>D<sub>u</sub></i> (mm)	<i>-ΔP</i> (bar)	<i>η</i> (%)	<i>η'</i> (%)	<i>d<sub>50</sub></i> (μm)	<i>d'<sub>50</sub></i> (μm)	<i>RL</i> (%)	<i>Eu</i>	<i>C<sub>VU</sub></i> (%)	<i>Q</i> (cm <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> )	<i>Q<sub>F</sub></i> (cm <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> )
1,04	3,00	1,18	72,26	68,09	7,79	10,08	13,07	4451	5,46	163,04	0,0057
1,04	3,00	1,47	74,24	70,37	7,05	8,79	13,03	4596	5,62	179,84	0,0060
1,04	3,00	1,77	78,19	74,86	5,79	7,65	13,23	4626	5,82	195,65	0,0069
1,07	4,00	1,18	80,48	72,89	3,11	7,25	28,01	4374	2,95	164,03	0,0146
1,06	4,00	1,47	81,47	74,63	2,79	7,04	26,99	4443	3,12	173,91	0,0165
1,06	4,00	1,77	82,51	76,07	2,64	6,73	26,89	4475	3,17	188,74	0,0179
0,97	5,00	1,18	84,62	73,53	0,77	8,32	41,89	4652	1,93	159,09	0,0079
0,96	5,00	1,47	87,08	78,22	0,60	6,87	40,69	4528	2,04	180,83	0,0106
0,94	5,00	1,77	88,55	81,00	0,51	6,27	39,73	4574	2,07	194,66	0,0189
5,48	3,00	1,18	59,99	56,31	13,66	15,57	8,43	3093	29,21	195,05	0,0020
5,48	3,00	1,47	64,44	61,07	12,55	14,06	8,66	3209	30,14	214,29	0,0037
5,48	3,00	1,77	65,86	62,62	11,84	13,39	8,66	3382	30,60	228,94	0,0065
5,47	4,00	1,18	67,97	57,95	7,30	13,55	23,82	3289	14,18	189,56	0,0019
5,47	4,00	1,47	68,89	59,58	7,09	13,23	23,04	3337	14,76	210,62	0,0033
5,47	4,00	1,77	69,89	60,84	6,40	12,13	23,10	3514	14,90	224,36	0,0034
5,56	5,00	1,18	72,81	60,08	5,58	13,32	31,88	3458	11,85	184,98	0,0024
5,56	5,00	1,47	75,55	64,16	4,50	13,03	31,79	3592	12,28	203,30	0,0031
5,56	5,00	1,77	76,33	65,45	3,80	11,68	31,50	3634	12,49	220,70	0,0038
10,06	3,00	1,18	46,06	41,65	20,47	21,38	6,94	2653	41,80	210,39	0,0016
10,06	3,00	1,47	46,55	42,26	20,26	21,15	6,97	2692	42,05	233,39	0,0018
10,16	3,00	1,77	47,61	43,42	19,91	20,76	7,40	2936	42,14	245,32	0,0018
10,00	4,00	1,18	60,05	49,77	12,02	17,27	20,46	3158	24,59	192,50	0,0008
10,00	4,00	1,47	60,68	50,91	11,35	16,25	19,89	3224	25,31	212,95	0,0014
10,00	4,00	1,77	62,22	53,39	10,90	15,33	18,94	3268	26,74	231,69	0,0016
10,04	5,00	1,18	64,61	49,28	7,00	17,76	30,22	3080	19,26	195,06	0,0010
10,04	5,00	1,47	65,29	50,66	6,80	17,78	29,64	3137	19,73	216,35	0,0011
10,04	5,00	1,77	66,04	51,70	6,31	17,22	29,70	3177	19,88	235,95	0,0013

Fonte: O autor.

Tabela B.3 - Resultados experimentais para o hidrociclone HCON<sub>2</sub>.

$C_{VA}$ (%)	$D_u$ (mm)	$-ΔP$ (bar)	$η$ (%)	$η'$ (%)	$d_{50}$ ( $μm$ )	$d'_{50}$ ( $μm$ )	$RL$ (%)	$Eu$	$C_{VU}$ (%)	$Q$ ( $cm^3s^{-1}$ )
1,03	3,00	1,18	43,25	42,92	20,37	20,43	0,60	720	43,18	405,73
1,03	3,00	1,47	43,37	43,04	19,15	19,21	0,58	725	44,07	451,14
1,03	3,00	1,77	43,72	43,40	19,05	19,12	0,57	736	44,55	490,62
1,04	4,00	1,18	43,80	42,22	19,36	19,78	2,75	703	14,34	410,66
1,04	4,00	1,47	47,68	46,24	17,58	18,00	2,69	704	15,71	458,05
1,04	4,00	1,77	48,51	47,15	16,83	17,24	2,57	711	16,55	499,51
1,03	5,00	1,18	49,55	46,09	15,14	15,92	6,41	694	7,42	412,64
1,03	5,00	1,47	52,48	49,37	14,38	15,09	6,14	693	8,14	461,99
1,03	5,00	1,77	54,23	51,29	13,62	14,32	6,03	707	8,53	500,49
5,58	3,00	1,18	45,48	43,65	24,41	24,67	3,24	799	45,31	384,26
5,58	3,00	1,47	48,89	46,65	21,90	22,22	3,45	811	45,38	426,35
5,58	3,00	1,77	49,11	47,29	21,18	21,51	3,46	810	45,63	467,52
5,47	4,00	1,18	55,37	53,56	19,05	19,41	3,90	850	45,09	372,37
5,47	4,00	1,47	57,68	55,92	18,12	18,49	3,99	863	45,54	412,63
5,47	4,00	1,77	58,38	56,66	17,92	18,32	3,98	870	45,88	450,14
5,50	5,00	1,18	65,65	63,13	12,93	13,91	6,83	857	35,89	370,54
5,50	5,00	1,47	65,69	63,28	12,85	13,82	6,54	891	36,90	406,22
5,50	5,00	1,77	66,31	64,03	12,82	13,75	6,34	893	37,86	444,65
10,02	3,00	1,18	26,13	23,55	31,05	31,40	3,37	619	46,34	435,26
10,02	3,00	1,47	26,66	24,10	30,89	31,24	3,38	613	46,79	488,93
10,02	3,00	1,77	27,06	24,51	30,62	30,95	3,39	622	47,09	532,37
10,06	4,00	1,18	36,66	34,44	25,31	25,83	4,83	645	45,91	426,75
10,06	4,00	1,47	38,25	35,03	24,74	25,27	4,96	647	46,34	476,15
10,06	4,00	1,77	39,56	36,32	24,22	24,76	5,03	651	46,57	520,44
10,04	5,00	1,18	43,10	39,64	22,24	22,93	5,72	666	45,66	419,93
10,04	5,00	1,47	44,25	40,83	21,82	22,52	5,78	676	46,06	465,93
10,04	5,00	1,77	45,36	41,96	21,50	22,19	5,85	680	46,39	508,52

Fonte: O autor.

Tabela B.4 - Resultados Experimentais para o hidrociclone HCiF<sub>2</sub>.

$C_{VA}$ (%)	$D_u$ (mm)	$-ΔP$ (bar)	$η$ (%)	$η'$ (%)	$d_{50}$ ( $μm$ )	$d'_{50}$ ( $μm$ )	$RL$ (%)	$Eu$	$C_{VU}$ (%)	$Q$ ( $cm^3s^{-1}$ )	$Q_F$ ( $cm^3s^{-1}$ )
1,00	3,00	1,18	47,11	47,48	17,84	17,96	0,67	770	41,57	391,91	0,0270
1,00	3,00	1,47	47,83	47,82	17,11	17,24	0,66	789	42,19	432,38	0,0283
1,00	3,00	1,77	48,16	47,83	16,10	16,23	0,65	789	42,90	473,84	0,0370
1,01	4,00	1,18	52,79	50,96	15,14	15,92	3,72	753	12,68	395,85	0,0121
1,01	4,00	1,47	54,15	52,46	14,38	15,09	3,55	757	13,49	442,25	0,0126
1,01	4,00	1,77	54,67	53,06	13,62	14,32	3,43	754	14,03	484,70	0,0264
1,03	5,00	1,18	54,72	51,05	14,70	16,27	7,51	743	7,02	398,82	0,0302
1,03	5,00	1,47	55,53	52,00	14,28	15,91	7,36	741	7,25	447,19	0,0349
1,03	5,00	1,77	55,76	52,33	13,65	15,27	7,20	741	7,43	489,63	0,0259
5,50	3,00	1,18	36,88	35,16	26,11	26,38	2,65	710	44,74	416,29	0,0025
5,50	3,00	1,47	38,48	36,77	25,65	25,92	2,71	720	45,28	451,97	0,0033
5,50	3,00	1,77	39,73	38,02	24,81	25,10	2,76	721	45,59	494,97	0,0047
5,50	4,00	1,18	44,37	42,56	22,29	22,63	3,14	739	45,08	398,90	0,0036
5,50	4,00	1,47	46,07	44,29	21,46	21,81	3,21	755	45,53	441,90	0,0046
5,50	4,00	1,77	46,44	44,68	21,24	21,58	3,18	749	45,90	485,82	0,0060
5,54	5,00	1,18	56,21	52,81	16,56	17,61	7,20	715	31,40	406,22	0,0024
5,54	5,00	1,47	57,79	54,56	15,88	16,82	7,11	719	32,27	452,88	0,0049
5,54	5,00	1,77	58,09	55,04	15,21	16,20	6,80	720	33,36	495,88	0,0063
9,98	3,00	1,18	23,45	21,07	32,58	32,91	3,02	663	46,28	420,78	0,0015
9,98	3,00	1,47	23,68	21,32	32,54	32,84	3,00	661	46,70	471,04	0,0024
9,98	3,00	1,77	23,75	21,44	32,26	32,60	2,94	664	47,26	514,48	0,0026
9,98	4,00	1,18	34,61	31,49	26,14	26,64	4,55	673	45,73	417,38	0,0015
9,98	4,00	1,47	35,90	32,76	25,63	26,13	4,66	677	46,07	465,08	0,0018
9,98	4,00	1,77	36,82	33,68	25,12	25,64	4,73	676	46,32	510,22	0,0026
9,99	5,00	1,18	40,78	37,35	23,12	23,81	5,48	710	45,26	406,30	0,0016
9,99	5,00	1,47	41,62	38,23	23,08	23,91	5,49	717	45,71	452,30	0,0017
9,99	5,00	1,77	42,85	39,47	22,42	23,27	5,60	720	45,96	494,04	0,0018

Fonte: O autor.



Tabela B.5 – Resultados experimentais para o hidrociclone HCON<sub>3</sub>.

$C_{VA}$ (%)	$D_u$ (mm)	$-\Delta P$ (bar)	$\eta$ (%)	$\eta'$ (%)	$d_{50}$ ( $\mu\text{m}$ )	$d'_{50}$ ( $\mu\text{m}$ )	$RL$ (%)	$Eu$	$C_{VU}$ (%)	$Q$ ( $\text{cm}^3\text{s}^{-1}$ )
0,98	3,00	1,18	42,76	42,44	20,66	20,53	0,55	726	43,43	402,76
0,98	3,00	1,47	43,33	43,02	20,36	19,98	0,55	733	43,88	448,17
0,98	3,00	1,77	43,36	43,06	19,85	19,66	0,53	731	44,83	491,61
1,06	4,00	1,18	54,00	52,35	15,94	16,44	3,46	704	14,34	410,66
1,06	4,00	1,47	54,36	52,83	15,53	16,01	3,26	723	15,18	452,12
1,06	4,00	1,77	54,61	53,19	15,00	15,47	3,05	712	16,13	499,51
0,98	5,00	1,18	53,58	49,71	15,62	17,02	7,70	686	6,43	414,61
0,98	5,00	1,47	56,18	52,65	15,12	16,43	7,44	691	6,94	461,99
0,98	5,00	1,77	56,66	53,29	14,28	15,57	7,22	696	7,19	504,44
5,55	3,00	1,18	39,98	38,20	24,99	25,27	2,88	633	44,91	431,84
5,55	3,00	1,47	41,39	39,61	24,18	24,47	2,94	649	45,29	476,67
5,55	3,00	1,77	42,89	41,12	23,69	23,97	3,00	647	45,68	523,33
5,51	4,00	1,18	47,41	45,56	20,95	21,31	3,41	657	44,79	423,60
5,51	4,00	1,47	49,21	47,38	20,30	20,66	3,48	665	45,20	471,18
5,51	4,00	1,77	49,39	47,61	20,09	20,45	3,40	658	45,81	518,76
5,60	5,00	1,18	50,68	48,75	19,07	19,60	3,76	636	44,38	430,92
5,60	5,00	1,47	52,32	50,42	17,84	18,40	3,83	650	44,73	476,67
5,60	5,00	1,77	54,32	52,42	17,09	17,67	3,93	670	45,01	514,18
9,98	3,00	1,18	25,59	23,01	31,32	31,71	3,35	640	45,84	428,45
9,98	3,00	1,47	27,76	25,09	30,61	30,98	3,57	644	46,28	477,00
9,98	3,00	1,77	28,25	25,57	30,04	30,42	3,60	647	46,50	521,29
10,00	4,00	1,18	39,76	36,42	24,81	25,39	5,26	693	45,64	411,41
10,00	4,00	1,47	41,43	38,12	24,20	24,79	5,35	699	46,23	458,26
10,00	4,00	1,77	42,49	39,19	23,81	24,40	5,44	694	46,48	503,41
10,01	5,00	1,18	44,48	40,92	21,79	22,48	6,04	673	45,03	417,38
10,01	5,00	1,47	45,65	42,15	21,44	22,12	6,05	683	45,61	463,37
10,01	5,00	1,77	46,96	43,53	21,09	21,76	6,07	682	46,22	508,52

Fonte: O autor.

Tabela B.6 – Resultados experimentais para o hidrociclone HCiF<sub>3</sub>.

$C_{VA}$ (%)	$D_u$ (mm)	$-ΔP$ (bar)	$η$ (%)	$η'$ (%)	$d_{50}$ ( $μm$ )	$d'_{50}$ ( $μm$ )	$RL$ (%)	$Eu$	$C_{VU}$ (%)	$Q$ ( $cm^3s^{-1}$ )	$Q_F$ ( $cm^3s^{-1}$ )
0,95	3,00	1,18	48,42	48,08	20,55	20,65	0,65	838	41,48	375,12	0,0476
0,95	3,00	1,47	50,05	49,73	20,11	20,20	0,64	810	42,77	426,46	0,0535
0,95	3,00	1,77	51,45	51,13	18,58	18,67	0,66	801	42,82	469,89	0,0474
0,97	4,00	1,18	54,79	52,31	15,82	16,67	5,21	708	9,35	407,70	0,0375
0,97	4,00	1,47	55,09	52,65	15,40	16,29	5,16	715	9,48	454,10	0,0485
0,97	4,00	1,77	55,70	53,37	14,47	15,35	5,00	707	9,84	500,49	0,0915
0,98	5,00	1,18	56,42	57,21	15,00	16,67	8,95	706	5,91	408,69	0,0588
0,98	5,00	1,47	57,21	53,07	13,90	15,34	8,82	706	6,07	457,06	0,0708
0,98	5,00	1,77	58,25	54,25	13,46	15,19	8,73	705	6,23	501,48	0,0982
5,49	3,00	1,18	36,90	35,07	25,52	25,82	2,81	627	43,28	433,67	0,0005
5,49	3,00	1,47	37,76	35,97	24,94	25,24	2,79	627	44,00	484,90	0,0008
5,49	3,00	1,77	39,02	37,24	24,70	25,00	2,83	625	44,49	531,56	0,0009
5,53	4,00	1,18	42,99	41,14	22,07	22,44	3,14	617	44,48	437,33	0,0008
5,53	4,00	1,47	44,62	42,79	21,77	22,16	3,19	617	45,03	488,56	0,0009
5,53	4,00	1,77	44,64	42,81	21,62	21,99	3,13	619	45,49	534,31	0,0010
5,54	5,00	1,18	48,03	45,02	19,80	20,78	5,47	578	34,00	451,97	0,0018
5,54	5,00	1,47	49,24	46,34	19,21	20,19	5,40	600	34,85	495,88	0,0022
5,54	5,00	1,77	50,82	48,08	18,76	19,69	5,28	606	36,09	540,71	0,0022
10,04	3,00	1,18	25,50	22,90	31,52	31,88	3,37	604	45,77	441,23	0,0002
10,04	3,00	1,47	27,03	24,36	30,42	30,78	3,54	621	46,05	486,37	0,0003
10,04	3,00	1,77	27,98	25,29	29,91	30,28	3,59	621	46,52	532,37	0,0004
10,03	4,00	1,18	35,92	32,67	25,60	26,13	4,82	632	45,37	431,01	0,0001
10,03	4,00	1,47	37,00	33,74	24,86	25,41	4,93	638	45,58	479,56	0,0002
10,03	4,00	1,77	37,97	34,72	24,64	25,18	4,97	645	46,02	522,15	0,0002
10,06	5,00	1,18	41,99	38,47	21,99	22,69	5,73	647	45,04	425,89	0,0004
10,06	5,00	1,47	43,13	39,64	21,44	22,21	5,78	656	45,51	473,59	0,0006
10,06	5,00	1,77	43,41	39,94	21,35	22,10	5,78	652	45,64	519,59	0,0007

Fonte: O autor.

**B.2 – Equações de regressão múltipla obtidas para o HCON<sub>1</sub>**

**B.2.1 – Número de Euler**

$$Eu = 3829,72 + X_i' b_{1f} + X_i' B_{1f} X_i \quad R^2 = 0,959 \quad (\text{B.1})$$

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, b_{1f} = \begin{bmatrix} -726,56 \\ -140,78 \\ 65,61 \end{bmatrix} \text{ e } B_{1f} = \begin{bmatrix} -315,26 & 177,08 & 0 \\ 177,08 & 64,08 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

**B.2.2 – Razão de Líquido**

$$R_L = 22,31 + X_i' b_{2f} + X_i' B_{2f} X_i \quad R^2 = 0,990 \quad (\text{B.2})$$

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, b_{2f} = \begin{bmatrix} -3,93 \\ 11,44 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ e } B_{2f} = \begin{bmatrix} -1,78 & 0 & 0 \\ 0 & 0,49 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

**B.2.3 – Eficiência Total**

$$\eta = 67,12 + X_i' b_{3f} + X_i' B_{3f} X_i \quad R^2 = 0,965 \quad (\text{B.3})$$

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, b_{3f} = \begin{bmatrix} -11,15 \\ 6,83 \\ 1,80 \end{bmatrix} \text{ e } B_{3f} = \begin{bmatrix} -1,94 & 1,00 & 0 \\ 1,00 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

**B.2.4 – Diâmetro de Corte**

$$d_{50} = 8,66 + X_i' b_{4f} + X_i' B_{4f} X_i \quad R^2 = 0,987 \quad (\text{B.4})$$

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, b_{4f} = \begin{bmatrix} 4,67 \\ -4,51 \\ 0,72 \end{bmatrix} \text{ e } B_{4f} = \begin{bmatrix} 0 & -0,93 & 0 \\ -0,93 & -0,46 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

**B.2.5 – Concentração Volumétrica de sólidos no *Underflow***

$$C_{UV} = 16,85 + X_i' b_{5f} + X_i' B_{5f} X_i \quad R^2 = 0,993 \quad (\text{B.5})$$

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, b_{5f} = \begin{bmatrix} 12,88 \\ -6,99 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ e } B_{5f} = \begin{bmatrix} 0,98 & -2,71 & 0 \\ -2,71 & -1,80 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

**B.3 – Equações de regressão múltipla obtidas para o HCON<sub>2</sub>**

**B.3.1 – Número de Euler**

$$Eu = 735,75 + X_i' b_{1g} + X_i' B_{1g} X_i \quad R^2 = 0,974 \quad (\text{B.6})$$

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, b_{1g} = \begin{bmatrix} -31,89 \\ 16,78 \\ 7,06 \end{bmatrix} \text{ e } B_{1g} = \begin{bmatrix} 85,96 & 10,63 & 0 \\ 10,63 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

**B.3.2 – Razão de Líquido**

$$R_L = 4,12 + X_i' b_{2g} + X_i' B_{2g} X_i \quad R^2 = 0,948 \quad (\text{B.7})$$

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, b_{2g} = \begin{bmatrix} 0,78 \\ 1,87 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ e } B_{2g} = \begin{bmatrix} 0,30 & -0,40 & 0 \\ -0,40 & -0,29 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

**B.3.3 – Eficiência Total**

$$\eta = 46,52 + X_i' b_{3g} + X_i' B_{3g} X_i \quad R^2 = 0,953 \quad (\text{B.8})$$

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, b_{3g} = \begin{bmatrix} -5,53 \\ 7,41 \\ 1,29 \end{bmatrix} \text{ e } B_{3g} = \begin{bmatrix} 6,97 & 1,12 & 0 \\ 1,12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

### B.3.4 – Diâmetro de Corte

$$d_{50} = 20,68 + X_i' b_{4g} + X_i' B_{4g} X_i \quad R^2 = 0,945 \quad (\text{B.9})$$

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, b_{4g} = \begin{bmatrix} 3,95 \\ -3,63 \\ -0,69 \end{bmatrix} \text{ e } B_{4g} = \begin{bmatrix} -1,80 & -0,73 & 0 \\ -0,73 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

### B.3.5 – Concentração Volumétrica de sólidos no *Underflow*

$$C_{UV} = 37,30 + X_i' b_{5g} + X_i' B_{5g} X_i \quad R^2 = 0,932 \quad (\text{B.10})$$

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, b_{5g} = \begin{bmatrix} 11,93 \\ -7,53 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ e } B_{5g} = \begin{bmatrix} 4,31 & 4,40 & 0 \\ 4,40 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

## B.4 – Equações de regressão múltiplas obtidas para o HCON<sub>3</sub>

### B.4.1 – Número de Euler

$$Eu = 678,67 + X_i' b_{1h} + X_i' B_{1h} X_i \quad R^2 = 0,906 \quad (\text{B.11})$$

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, b_{1h} = \begin{bmatrix} -19,28 \\ 0 \\ 4,94 \end{bmatrix} \text{ e } B_{1h} = \begin{bmatrix} -20,07 & 9,33 & 0 \\ 9,33 & 8,26 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

#### B.4.2 – Razão de Líquido

$$R_L = 4,04 + X_i' b_{2h} + X_i' B_{2h} X_i \quad R^2 = 0,800 \quad (\text{B.12})$$

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, \quad b_{2h} = \begin{bmatrix} 0,61 \\ 1,73 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B_{2h} = \begin{bmatrix} -0,48 & -0,55 & 0 \\ -0,55 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

#### B.4.3 – Eficiência Total

$$\eta = 45,43 + X_i' b_{3h} + X_i' B_{3h} X_i \quad R^2 = 0,971 \quad (\text{B.13})$$

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, \quad b_{3h} = \begin{bmatrix} -6,47 \\ 6,97 \\ 1,15 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B_{3h} = \begin{bmatrix} 1,38 & 0,77 & 0 \\ 0,77 & 1,80 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

#### B.4.4 – Diâmetro de Corte

$$d_{50} = 21,11 + X_i' b_{4h} + X_i' B_{4h} X_i \quad R^2 = 0,990 \quad (\text{B.14})$$

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, \quad b_{4h} = \begin{bmatrix} 4,26 \\ -3,46 \\ -0,57 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B_{4h} = \begin{bmatrix} 0 & 0,49 & 0 \\ -0,49 & -0,75 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

#### B.4.5 – Concentração Volumétrica de sólidos no *Underflow*

$$C_{VU} = 37,74 + X_i' b_{5h} + X_i' B_{5h} X_i \quad R^2 = 0,904 \quad (\text{B.15})$$

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, b_{4h} = \begin{bmatrix} 11,97 \\ -6,39 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ e } B_{3h} = \begin{bmatrix} 5,59 & 4,58 & 0 \\ 4,58 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

### B.5 - Valores dos Desvios Experimentais das Grandezas Analisadas

Na Tabela B.7 estão apresentados os desvios experimentais das grandezas analisadas para os 6 tipos de hidrociclones das matrizes de planejamento, considerando as duas réplicas no ponto central.

Tabela B.7 – Valores dos desvios experimentais das grandezas analisadas para os hidrociclones das matrizes de planejamento (ponto central).

Hidrociclone	$\eta$ (%)	$\eta'$ (%)	$d_{50}$ ( $\mu\text{m}$ )	$d_{50}'$ ( $\mu\text{m}$ )	$RL$ (%)	$Eu$	$C_{VU}$ (%)	$Q$ ( $\text{cm}^3/\text{s}$ )	$Q_F$ ( $\text{cm}^3/\text{s}$ )
HCON01	1,8474	2,7132	0,5905	0,7001	0,6559	24,5017	0,6358	0,3464	
HCiF01	1,1322	1,4320	0,4252	0,4508	0,0800	77,3585	0,1436	2,4307	0,0004
HCON02	4,0419	4,0858	1,0416	1,0440	0,2307	5,5076	0,1905	1,7308	
HCiF02	2,0210	1,9810	1,0153	0,9697	0,1952	102,2204	0,2122	7,8083	0,0008
HCON03	0,3873	0,3727	0,1150	0,1106	0,0529	6,0277	0,3188	2,0553	
HCiF03	0,6374	0,6453	0,5353	0,5205	0,0153	5,6862	0,2364	1,9143	0,0001

Fonte: O autor.

### B.6 – Resultados obtidos dos Testes de Hipóteses

Nas tabelas a seguir são apresentados os resultados dos testes de hipóteses.

Tabela B.8 – Teste de hipótese para HCON<sub>1</sub>/HCiF<sub>1</sub> ( $C_{VA} = 1,0\%$ ;  $D_U = 3 \text{ mm}$ ).

Equipamento	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_3$	Média	Desvio padrão	$p \text{ value}$
HCON <sub>1</sub>	70,26	73,79	77,15	73,73	3,45	0,6834
HCiF <sub>1</sub>	72,26	74,24	78,19	74,89	3,01	

Fonte: O autor.

Tabela B.9 - Teste de hipótese para HCON<sub>1</sub>/HCiF<sub>1</sub> ( $C_{VA} = 1,0\%$ ;  $D_U = 4$  mm).

Equipamento	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_3$	Média	Desvio padrão	<i>p value</i>
HCON <sub>1</sub>	78,89	80,78	81,89	80,52	1,52	0,4109
HCiF <sub>1</sub>	70,34	73,29	74,91	81,49	1,02	

Fonte: O autor.

Tabela B.10 – Teste de hipótese para HCON<sub>1</sub>/HCiF<sub>1</sub> ( $C_{VA} = 1,0\%$ ;  $D_U = 5$  mm).

Equipamento	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_3$	Média	Desvio padrão	<i>p value</i>
HCON <sub>1</sub>	56,93	59,12	62,22	59,42	2,66	0,1622
HCiF <sub>1</sub>	59,99	64,44	65,86	63,43	3,06	

Fonte: O autor.

Tabela B.11 – Teste de hipótese para HCON<sub>1</sub>/HCiF<sub>1</sub> ( $C_{VA} = 5,5\%$ ;  $D_U = 3$  mm).

Equipamento	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_3$	Média	Desvio padrão	<i>p value</i>
HCON <sub>1</sub>	56,93	59,12	62,22	59,42	2,66	0,1622
HCiF <sub>1</sub>	59,99	64,44	65,86	63,43	3,06	

Fonte: O autor.

Tabela B.12 – Teste de hipótese para HCON<sub>1</sub>/HCiF<sub>1</sub> ( $C_{VA} = 5,5\%$ ;  $D_U = 4$  mm).

Equipamento	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_3$	Média	Desvio padrão	<i>p value</i>
HCON <sub>1</sub>	62,39	64,95	67,49	64,94	2,55	0,065
HCiF <sub>1</sub>	67,97	68,89	69,89	68,92	0,96	

Fonte: O autor.

Tabela B.13 – Teste de hipótese para HCON<sub>1</sub>/HCiF<sub>1</sub> ( $C_{VA} = 5,5\%$ ;  $D_U = 5$  mm).

Equipamento	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_3$	Média	Desvio padrão	<i>p value</i>
HCON <sub>1</sub>	70,57	70,72	71,74	71,01	0,64	0,0262
HCiF <sub>1</sub>	76,33	75,55	76,33	74,90	1,85	

Fonte: O autor.



Tabela B.14 – Teste de hipótese para HCON<sub>1</sub>/HCiF<sub>1</sub> ( $C_{VA} = 10,0\%$ ;  $D_U = 3$  mm).

Equipamento	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_3$	Média	Desvio padrão	$p$ value
HCON <sub>1</sub>	45,38	46,02	47,55	46,32	1,12	0,6203
HCiF <sub>1</sub>	46,06	46,55	47,61	46,74	0,79	

Fonte: O autor.

Tabela B.15 – Teste de hipótese para HCON<sub>1</sub>/HCiF<sub>1</sub> ( $C_{VA} = 10,0\%$ ;  $D_U = 4$  mm).

Equipamento	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_3$	Média	Desvio padrão	$p$ value
HCON <sub>1</sub>	59,86	60,03	61,53	60,47	0,92	0,5743
HCiF <sub>1</sub>	60,05	60,68	62,22	60,98	1,12	

Fonte: O autor.

Tabela B.16 – Teste de hipótese para HCON<sub>1</sub>/HCiF<sub>1</sub> ( $C_{VA} = 10,0\%$ ;  $D_U = 5$  mm).

Equipamento	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_3$	Média	Desvio padrão	$p$ value
HCON <sub>1</sub>	64,13	64,95	65,93	65,00	0,90	0,665
HCiF <sub>1</sub>	64,61	65,29	66,04	65,31	0,72	

Fonte: O autor.

Tabela B.17 – Teste de hipótese para HCON<sub>2</sub>/HCiF<sub>2</sub> ( $C_{VA} = 1,0\%$ ;  $D_U = 3$  mm).

Equipamento	$RL_1$	$RL_2$	$RL_3$	Média	Desvio padrão	$p$ value
HCON <sub>2</sub>	0,60	0,58	0,57	0,58	0,02	0,0019
HCiF <sub>2</sub>	0,67	0,66	0,65	0,66	0,01	

Fonte: O autor.

Tabela B.18 – Teste de hipótese para HCON<sub>2</sub>/HCiF<sub>2</sub> ( $C_{VA} = 1,0\%$ ;  $D_U = 4$  mm).

Equipamento	$RL_1$	$RL_2$	$RL_3$	Média	Desvio padrão	$p$ value
HCON <sub>2</sub>	2,75	2,69	2,57	2,67	0,09	0,0008
HCiF <sub>2</sub>	3,72	3,55	3,43	3,57	0,15	

Fonte: O autor.

Tabela B.19 – Teste de hipótese para HCON<sub>2</sub>/HCiF<sub>2</sub> ( $C_{VA} = 1,0\%$ ;  $D_U = 5$  mm).

Equipamento	$RL_1$	$RL_2$	$RL_3$	Média	Desvio padrão	$p$ value
HCON <sub>2</sub>	6,41	6,14	6,03	6,19	0,20	0,0013
HCiF <sub>2</sub>	7,51	7,36	7,20	7,36	0,16	

Fonte: O autor.

Tabela B.20 – Teste de hipótese para HCON<sub>2</sub>/HCiF<sub>2</sub> ( $C_{VA} = 5,5\%$ ;  $D_U = 3$  mm).

Equipamento	$RL_1$	$RL_2$	$RL_3$	Média	Desvio padrão	$p$ value
HCON <sub>2</sub>	3,24	3,45	3,46	3,38	0,12	0,001
HCiF <sub>2</sub>	2,65	2,71	2,76	2,71	0,06	

Fonte: O autor.

Tabela B.21 – Teste de hipótese para HCON<sub>2</sub>/HCiF<sub>2</sub> ( $C_{VA} = 5,5\%$ ;  $D_U = 4$  mm).

Equipamento	$RL_1$	$RL_2$	$RL_3$	Média	Desvio padrão	$p$ value
HCON <sub>2</sub>	3,90	3,99	3,98	3,96	0,05	0,000
HCiF <sub>2</sub>	3,14	3,21	3,18	3,18	0,04	

Fonte: O autor.

Tabela B.22 – Teste de hipótese para HCON<sub>2</sub>/HCiF<sub>2</sub> ( $C_{VA} = 5,5\%$ ;  $D_U = 5$  mm).

Equipamento	$RL_1$	$RL_2$	$RL_3$	Média	Desvio padrão	$p$ value
HCON <sub>2</sub>	6,83	6,54	6,34	6,57	0,25	0,067
HCiF <sub>2</sub>	7,20	7,11	6,80	7,04	0,21	

Fonte: O autor.

Tabela B.23 – Teste de hipótese para HCON<sub>2</sub>/HCiF<sub>2</sub> ( $C_{VA} = 10,0\%$ ;  $D_U = 3$  mm).

Equipamento	$RL_1$	$RL_2$	$RL_3$	Média	Desvio padrão	$p$ value
HCON <sub>2</sub>	3,37	3,38	3,39	3,38	0,01	0,0001
HCiF <sub>2</sub>	3,02	3,00	2,94	2,99	0,04	

Fonte: O autor.

Tabela B.24 – Teste de hipótese para HCON<sub>2</sub>/HCiF<sub>2</sub> ( $C_{VA} = 10,0\%$ ;  $D_U = 4$  mm).

Equipamento	$RL_1$	$RL_2$	$RL_3$	Média	Desvio padrão	$p$ value
HCON <sub>2</sub>	4,83	4,96	5,03	4,94	0,10	0,02
HCiF <sub>2</sub>	4,55	4,66	4,73	4,65	0,09	

Fonte: O autor.

Tabela B.25 – Teste de hipótese para HCON<sub>2</sub>/HCiF<sub>2</sub> ( $C_{VA} = 10,0\%$ ;  $D_U = 5$  mm).

Equipamento	$RL_1$	$RL_2$	$RL_3$	Média	Desvio padrão	$p$ value
HCON <sub>2</sub>	5,72	5,78	5,85	5,78	0,07	0,008
HCiF <sub>2</sub>	5,48	5,49	5,60	5,52	0,07	

Fonte: O autor.

Tabela B.26 – Teste de hipótese para HCON<sub>3</sub>/HCiF<sub>3</sub> ( $C_{VA} = 1,0\%$ ;  $D_U = 3$  mm).

Equipamento	$Eu_1$	$Eu_2$	$Eu_3$	Média	Desvio padrão	$p$ value
HCON <sub>3</sub>	726	733	731	730	3,6	0,0016
HCiF <sub>3</sub>	838	810	801	816,33	19,3	

Fonte: O autor.

Tabela B.27 – Teste de hipótese para HCON<sub>3</sub>/HCiF<sub>3</sub> ( $C_{VA} = 1,0\%$ ;  $D_U = 4$  mm).

Equipamento	$Eu_1$	$Eu_2$	$Eu_3$	Média	Desvio padrão	$p$ value
HCON <sub>3</sub>	704	723	712	713	9,54	0,6463
HCiF <sub>3</sub>	708	715	707	710	4,36	

Fonte: O autor.

Tabela B.28 – Teste de hipótese para HCON<sub>3</sub>/HCiF<sub>3</sub> ( $C_{VA} = 1,0\%$ ;  $D_U = 5$  mm).

Equipamento	$Eu_1$	$Eu_2$	$Eu_3$	Média	Desvio padrão	$p$ value
HCON <sub>3</sub>	686	691	696	691	5,00	0,0072
HCiF <sub>3</sub>	706	706	705	705,67	0,58	

Fonte: O autor.

Tabela B.29 – Teste de hipótese para HCON<sub>3</sub>/HCiF<sub>3</sub> ( $C_{VA} = 5,5\%$ ;  $D_U = 3$  mm).

Equipamento	$Eu_1$	$Eu_2$	$Eu_3$	Média	Desvio padrão	$p$ value
HCON <sub>3</sub>	633	649	647	643	8,72	0,03
HCiF <sub>3</sub>	627	627	625	623,33	1,15	

Fonte: O autor.

Tabela B.30 – Teste de hipótese para HCON<sub>3</sub>/HCiF<sub>3</sub> ( $C_{VA} = 5,5\%$ ;  $D_U = 4$  mm).

Equipamento	$Eu_1$	$Eu_2$	$Eu_3$	Média	Desvio padrão	$p$ value
HCON <sub>3</sub>	657	665	658	660	4,36	0,007
HCiF <sub>3</sub>	617	617	619	617,67	1,15	

Fonte: O autor.

Tabela B.31 – Teste de hipótese para HCON<sub>3</sub>/HCiF<sub>3</sub> ( $C_{VA} = 5,5\%$ ;  $D_U = 5$  mm).

Equipamento	$Eu_1$	$Eu_2$	$Eu_3$	Média	Desvio padrão	$p$ value
HCON <sub>3</sub>	636	650	670	652	17,09	0,01
HCiF <sub>3</sub>	578	600	606	594,67	14,74	

Fonte: O autor.

Tabela B.32 – Teste de hipótese para HCON<sub>3</sub>/HCiF<sub>3</sub> ( $C_{VA} = 10,0\%$ ;  $D_U = 3$  mm).

Equipamento	$Eu_1$	$Eu_2$	$Eu_3$	Média	Desvio padrão	$p$ value
HCON <sub>3</sub>	640	644	647	643,67	3,51	0,009
HCiF <sub>3</sub>	604	621	621	615,33	9,81	

Fonte: O autor.

Tabela B.33 – Teste de hipótese para HCON<sub>3</sub>/HCiF<sub>3</sub> ( $C_{VA} = 10,0\%$ ;  $D_U = 4$  mm).

Equipamento	$Eu_1$	$Eu_2$	$Eu_3$	Média	Desvio padrão	$p$ value
HCON <sub>3</sub>	693	699	694	695,33	3,21	0,0002
HCiF <sub>3</sub>	632	638	645	638,33	6,51	

Fonte: O autor.

Tabela B.34 – Teste de hipótese para HCON<sub>3</sub>/HClF<sub>3</sub> ( $C_{VA} = 10,0\%$ ;  $D_U = 5$  mm).

Equipamento	$\bar{Eu}_1$	$\bar{Eu}_2$	$\bar{Eu}_3$	Média	Desvio padrão	<i>p value</i>
HCON <sub>3</sub>	673	683	682	679,33	5,51	0,003
HClF <sub>3</sub>	647	656	652	651,67	4,51	

Fonte: O autor.

---

---

**ANEXO 1**

**RESULTADOS EXPERIMENTAIS PARA OS HIDROCICLONES  
CILÍNDRICO-FILTRANTES OTIMIZADOS POR SALVADOR (2017)**

---

---

Tabela C.1 – Resultados experimentais obtidos por Salvador (2017).

Hidrociclone	$Q$ (cm <sup>3</sup> /s)	$Eu$	$RL$ (%)	$\eta$ (%)	$\eta'$ (%)	$d_{50}$ ( $\mu$ m)	$d'_{50}$ ( $\mu$ m)	$C_{VU}$ (%)	$Q_F$ (cm <sup>3</sup> /s)
HCIF-OT1	187,70	4190	41,19	91,91	86,24	0,85	7,01	2,21	0,001
HCIF-OT2	434,71	780	7,89	64,79	61,77	13,28	14,66	7,56	0,023
HCIF-OT3	470,93	665	9,58	62,13	58,12	13,88	15,71	6,11	0,098

Fonte: Adaptado de Salvador (2017).