



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO**



MÁRCIA REGINA GONÇALVES CARDOSO

**A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA NOS
ANOS INICIAIS: PERSPECTIVAS, DILEMAS E POSSIBILIDADES**

**Uberlândia – MG
2019**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO**



MÁRCIA REGINA GONÇALVES CARDOSO

**A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA NOS
ANOS INICIAIS: PERSPECTIVAS, DILEMAS E POSSIBILIDADES**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Uberlândia, como exigência parcial para a obtenção do Título de Doutor em Educação.

Linha de Pesquisa: Ensino de Ciências e Matemática

Orientador: Prof. Dr. Guilherme Saramago de Oliveira

Banca examinadora:

Prof. Dr. Guilherme Saramago de Oliveira – UFU

Prof. Dra. Tânia Nunes Davi – UNIFUCAMP

Prof. Dr. Gustavo Araújo Batista – UNIUBE

Prof. Dra. Mariana Batista do Nascimento – UFU

Prof. Dr. Carlos Alberto Lucena – UFU

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

C268 2019	<p>Cardoso, Marcia Regina Gonçalves, 1971- A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA NOS INICIAIS [recurso eletrônico] : PERSPECTIVAS, DILEMAS E POSSIBILIDADES / Marcia Regina Gonçalves Cardoso. - 2019.</p> <p>Orientador: Guilherme Saramago de Oliveira. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Pós- graduação em Educação. Modo de acesso: Internet. Disponível em: http://dx.doi.org/10.14393/ufu.te.2019.2386 Inclui bibliografia. Inclui ilustrações.</p> <p>1. Educação. I. Oliveira, Guilherme Saramago de , 1962-, (Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia. Pós-graduação em Educação. III. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDU: 37</p>
--------------	--

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:
Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Educação				
Defesa de:	Tese de Doutorado Acadêmico, 35/2019/225, Programa de Pós-graduação em Educação - PPGED				
Data:	Cinco de setembro de dois mil e dezenove	Hora de início:	09:00	Hora de encerramento:	12:00
Matrícula do Discente:	11613EDU036				
Nome do Discente:	MARCIA REGINA GONÇALVES CARDOSO				
Título do Trabalho:	"A resolução de Problemas para o ensino de Matemática nos anos iniciais: perspectivas, dilemas e possibilidades"				
Área de concentração:	Educação				
Linha de pesquisa:	Educação em Ciências e Matemática				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	"Ensino e Aprendizagem da Matemática: metodologias alternativas no desenvolvimento da prática pedagógica"				

Reuniu-se no Anfiteatro/Sala 145, Campus Santa Mônica, da Universidade Federal de Uberlândia, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Educação, assim composta: Professores Doutores: Gustavo Araújo Batista - UNIUBE; Tania Nunes Davi - FUCAMP; Mariana Batista do Nascimento Silva - UFU; Carlos Alberto Lucena - UFU e Guilherme Saramago de Oliveira, orientador(a) do(a) candidato(a).

Iniciando os trabalhos o(a) presidente da mesa, Dr(a). Guilherme Saramago de Oliveira, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato(a), agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovada

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação

interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Guilherme Saramago de Oliveira, Professor(a) do Magistério Superior**, em 05/09/2019, às 11:53, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Carlos Alberto Lucena, Professor(a) do Magistério Superior**, em 05/09/2019, às 11:55, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Tania Nunes Davi, Usuário Externo**, em 05/09/2019, às 15:33, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Gustavo Araújo Batista, Usuário Externo**, em 10/09/2019, às 16:41, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Mariana Batista do Nascimento Silva, Professor(a) do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico**, em 11/09/2019, às 14:03, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1526549** e o código CRC **AA58658F**.

Referência: Processo nº 23117.079729/2019-15

SEI nº 1526549

A meus pais, Geraldo e Doraci, a meus irmãos e irmã.

Ao meu marido, Saulo.

Aos meus filhos, Julia, Lara, Emanuel e Ana Alice.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu querido mestre, amigo e orientador – Prof. Dr. Guilherme Saramago de Oliveira. Seu apoio e incentivo foram essenciais para eu alcançar esse objetivo em minha vida. Na formação da minha identidade docente você, com certeza, influenciou muito. Obrigada por me contagiar com seu exemplo de integridade, ética e dedicação profissional. A você, a minha eterna gratidão.

Agradeço à professora Dra. Silvana Malusá por sua dedicação, carinho, zelo e desprendimento. Você foi, é e continuará sendo, fonte de inspiração para minha profissionalidade.

Agradeço à querida Prof. Graça Aparecida Cicillini por sua postura firme e, ao mesmo tempo, doce. Sua organização e conhecimento também guiarão meu trabalho.

Agradeço ao competentíssimo James Madson Mendonça pela atenção e disponibilidade com as quais sempre me recebeu na secretaria.

Agradeço aos colegas de caminhada do doutorado por dividirem comigo as suas experiências, seus saberes, suas dúvidas e, mesmo, suas angústias.

RESUMO

O presente texto relata algumas análises e reflexões decorrentes de uma pesquisa de doutoramento que buscou investigar a Resolução de Problemas como campo de pesquisa e sua aplicação ao ensino de Matemática. Este estudo foi norteado pela busca de resposta ao seguinte questionamento: como é concebida a Resolução de Problemas nos documentos orientadores para o ensino de Matemática do MEC, nos livros didáticos de Matemática utilizados pelas escolas públicas e nas questões que compõem os exames nacionais (eixo Matemática) para os anos iniciais do Ensino Fundamental? Diante desta questão, buscou-se analisar se o mau desempenho dos alunos em Matemática nas avaliações oficiais está associado, em parte, a uma possível discordância quanto ao tratamento dado à Resolução de Problemas nas orientações oficiais do MEC (através dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental), nos livros didáticos de Matemática utilizados nas escolas públicas e no próprio SAEB (através da Prova Brasil e suas matrizes de referência). De forma específica buscou-se ainda: (1) analisar os fundamentos teórico-metodológicos sobre a Resolução de Problemas; (2) examinar como é concebida a Resolução de Problemas nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental; (3) identificar como a Resolução de Problemas é abordada nos livros didáticos de Matemática fornecidos pelo FNDE; (4) investigar como a Resolução de Problemas é apresentada nas provas oficiais do SAEB (Prova Brasil); (5) confrontar os dados resultantes da pesquisa sobre o tema nas diferentes fontes; (6) sistematizar os conhecimentos em torno dos assuntos abordados. Para responder ao problema da pesquisa e alcançar os objetivos propostos foi desenvolvido um estudo teórico-bibliográfico e documental, de natureza qualitativa, com foco na Resolução de Problemas como metodologia de ensino de Matemática. A pesquisa demonstrou que o que é cobrado nas avaliações oficiais do SAEB, através da Prova Brasil, não se alinha às orientações do MEC/PCN para o ensino de Matemática, mas coincide com o que é trabalhado nas escolas públicas através dos livros didáticos fornecidos pelo FNDE. Portanto, SAEB e FNDE não se ajustam ao MEC quanto às orientações metodológicas para o ensino de Matemática, mas alinham-se entre si.

Palavras-chave: Resolução de problemas. Matemática. Prova Brasil. Livro Didático.

ABSTRACT

This paper reports some analyzes and reflections arising from a PhD research that sought to investigate Problem Solving as a research field and its application to mathematics teaching. This study was guided by the search for an answer to the following question: how is the Problem Solving conceived in the guidance documents for the Mathematics teaching of the MEC, in the Mathematics textbooks used by the public schools and in the questions that make up the national exams (Mathematical axis) for the early years of elementary school? Given this question, we sought to analyze whether the poor performance of students in mathematics in the official assessments is partly associated with a possible disagreement regarding the treatment given to Problem Solving in the official guidelines of the MEC (through the National Curriculum Parameters for Elementary Education), in the Mathematics textbooks used in public schools and in the SAEB (through Prova Brasil and its reference matrices). Specifically, it was also sought: (1) to analyze the theoretical-methodological foundations on Problem Solving; (2) examine how Problem Solving in National Curriculum Parameters for Elementary Education is designed; (3) identify how Problem Solving is addressed in the Mathematics textbooks provided by the FNDE; (4) investigate how Problem Solving is presented in the official tests of SAEB (Prova Brasil); (5) compare the data resulting from research on the theme in different sources; (6) systematize the knowledge around the subjects addressed. To answer the research problem and achieve the proposed objectives, a qualitative, bibliographical and documentary study was developed, focusing on Problem Solving as a teaching methodology for mathematics. The research showed that what is charged in the official assessments of SAEB, through Prova Brasil Test, is not in line with the MEC / PCN guidelines for teaching mathematics, but coincides with what is worked in public schools through textbooks provided by FNDE. Therefore, SAEB and FNDE do not fit the MEC regarding the methodological guidelines for teaching mathematics, but they align with each other.

Keywords: Problem Solving. Mathematics. Prova Brasil. Textbook.

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1	Livro de Matemática 1º ano - Questões eixo números e operações.....	84
GRÁFICO 2	Livro de Matemática 2º ano - Questões eixo números e operações.....	84
GRÁFICO 3	Livro de Matemática 3º ano – Questões eixo números e operações.....	85
GRÁFICO 4	Livro de Matemática 4º ano – Questões eixo números e operações.....	85
GRÁFICO 5	Livro de Matemática 5º ano – Questões eixo números e operações.....	86
GRÁFICO 6	Questões de Matemática - 1º ao 5º ano - números e operações.....	88
GRÁFICO 7	Questões: números e operações - livro de Matemática - 1º ao 5º ano...	89
GRÁFICO 8	Evolução dos resultados do Saeb: proficiência média em Matemática – 5º ano do Ensino Fundamental – Brasil 2005-2015	104
GRÁFICO 9	Evolução dos resultados no Saeb: proficiências médias do 5º ano do Ensino Fundamental em Matemática, por região - Brasil -2005-2015.	105

LISTA DE TABELAS

TABELA 1	PNLD 2016 - Coleções de Matemática mais distribuídas no Brasil.....	78
TABELA 2	PNLD 2016 - Coleções de Matemática mais distribuídas no Brasil.....	78
TABELA 3	Evolução dos resultados no Saeb: proficiências médias do 5º ano do Ensino Fundamental em Matemática, por região - Brasil - 2005-2015..	105
TABELA 4	Alunos com aprendizagem esperada em Matemática - 5º ano do Ensino Fundamental, por região - Brasil - 2013-2015 (em %)......	106

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1	Problema convencional (problema padrão simples)	86
FIGURA 2	Problema convencional (exercícios de algoritmo)	87
FIGURA 3	Problema convencional (Exercício de reconhecimento)	87
FIGURA 4	Exemplo de apresentação de resultado da escola conforme o Boletim Escolar da Anresc	99

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1	Matriz de Referência de Matemática – 5º ano do Ensino Fundamental	97
QUADRO 2	Escala de Proficiência de Matemática (parcial) – 5º ano do Ensino Fundamental.....	100
QUADRO 3	Questões por tipo de descritor – Exemplo de prova de Matemática – 5º ano EF.....	107
QUADRO 4	Questões por tipo de descritor – Simulado Prova Brasil Matemática – 5º ano EF.....	108

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	12
2	FUNDAMENTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	21
2.1	Um Breve Histórico da Resolução de Problemas.....	21
2.2	Resolver Exercícios Não é o Mesmo Que Resolver Problemas.....	24
2.3	Diferentes Perspectivas Sobre Resolução de Problemas.....	28
2.4	A Resolução de Problemas Segundo Polya.....	30
2.5	A Resolução de Problema como Metodologia de Ensino de Matemática.....	32
2.6	A Classificação de Problemas em Matemática.....	35
2.7	Orientações Didáticas e Objetivos de Resolução de Problemas	39
2.8	Fatores Que Dificultam o Problema e Possíveis Alternativas.....	45
2.9	Características de Um Bom Problema.....	51
2.10	Saberes Necessários Para a Resolução de Problemas (segundo as diferentes concepções).....	52
2.11	O Papel do Professor Segundo a Concepção de Resolução de Problemas Como Metodologia.....	54
3	A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS DOCUMENTOS OFICIAIS DO MEC.....	57
3.1	Os Parâmetros Curriculares Nacionais e o Conhecimento Matemático..	57
3.2	O Saber Matemático nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.....	59
3.3	Aprender e Ensinar Matemática: o papel do professor, dos alunos e suas interações.....	60
3.4	O Recurso à Resolução de Problemas nos PCN de Matemática.....	63
3.5	Avaliação em Matemática nos Moldes dos PCN.....	65
3.6	Objetivos e Conteúdos de Matemática para o Ensino Fundamental (anos iniciais)	66
4	A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS LIVROS DISTRIBUÍDOS PELO FNDE.....	68
4.1	PNLD – definição, objetivo e funcionamento.....	68
4.2	Como São Escolhidos os Livros Didáticos Que Vão Para a Escola.....	71
4.3	O Guia de Livros Didáticos - PNLD 2016: Alfabetização Matemática e Matemática.....	73
4.4	Os Livros Oficiais de Matemática e a Resolução de Problemas.....	77
4.4.1	<i>O Que Dizem as Resenhas dos Livros Pesquisados: uma análise inicial...</i>	78
4.4.1.1	Resenha ÁPIS – Alfabetização Matemática: 1º, 2º e 3º anos.....	79
4.4.1.2	Resenha ÁPIS – Matemática: 4º e 5º anos.....	80
4.4.1.3	Resenha Projeto Coopera – Alfabetização Matemática: 1º, 2º e 3º anos.....	80
4.4.1.4	Resenha Projeto Coopera – Matemática: 4º e 5º anos.....	81
4.4.1.5	Resenha Projeto Buriti Matemática – Alfabetização Matemática: 1º, 2º e 3º anos.....	81
4.4.1.6	Resenha Projeto Buriti – Matemática: 4º e 5º anos.....	82
4.4.2	<i>O Que Dizem os Livros Pesquisados.....</i>	82
5	A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS EXAMES DO SAEB	92
5.1	Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (ANRESC) – Prova Brasil.....	92

5.2	Matriz de Referência de Matemática do 5º Ano do Ensino Fundamental.....	86
5.3	As escalas de Proficiência de Matemática – 5º ano do Ensino Fundamental	98
5.4	Como São os Testes Aplicados na Prova Brasil	102
5.5	Estudo da Evolução dos Resultados da Prova Brasil no Período 2005-2015.....	103
5.6	Um Estudo das Questões da Prova Brasil de Matemática do 5º Ano do Ensino Fundamental.....	106
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	110
	REFERÊNCIAS.....	126

1 INTRODUÇÃO

A presente investigação relata algumas análises e indagações decorrentes de uma pesquisa de doutoramento que buscou investigar a Resolução de Problemas como campo de pesquisa e sua aplicação ao ensino de Matemática. Esse estudo foi norteado pela busca de resposta ao seguinte questionamento: como é concebida a Resolução de Problemas nos documentos orientadores para o ensino de Matemática do MEC¹, nos livros didáticos de Matemática utilizados pelas escolas públicas e nas questões que compõem os exames nacionais (eixo Matemática) para os anos iniciais do Ensino Fundamental?

A pesquisa trabalha com a hipótese de que talvez o baixo desempenho apresentado pelos alunos nas avaliações oficiais de Matemática seja, em parte, resultado da falta de entendimento sobre o assunto entre MEC, FNDE² e SAEB³, já que, em tese, a Resolução de Problemas é o fundamento para o ensino-aprendizagem de Matemática adotada por todos eles. Será que o que é cobrado nas avaliações oficiais do SAEB, através da Prova Brasil, coincide com as orientações do MEC para o ensino de Matemática (conforme PCN Matemática - 1997) e com o que é trabalhado nas escolas públicas, através dos livros didáticos fornecidos pelo FNDE?

Diante dessa questão, buscou-se analisar se os baixos índices de proficiência dos alunos em Matemática nas avaliações oficiais está associado, em parte, a uma possível discordância quanto ao tratamento dado à Resolução de Problemas nas orientações oficiais do MEC (através dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental), nos livros didáticos de Matemática utilizados nas escolas públicas e no próprio SAEB (através da Prova Brasil e suas matrizes de referência).

De forma específica, buscou-se ainda: (1) analisar os fundamentos teórico-metodológicos sobre a Resolução de Problemas; (2) examinar como é concebida a Resolução de Problemas nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental; (3) identificar como a Resolução de Problemas é abordada nos livros didáticos de Matemática fornecidos pelo FNDE; (4) investigar como a Resolução de Problemas é apresentada nas provas oficiais do SAEB (Prova Brasil); (5) confrontar os dados resultantes da pesquisa sobre

¹ MEC - Ministério da Educação.

² FNDE - Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação.

³ O SAEB - Sistema de Avaliação da Educação Básica, que é composto por: Avaliação Nacional da Educação Básica (ANEB); Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (ANRESC/Prova Brasil) e Avaliação Nacional de Alfabetização (ANA). O foco deste estudo são as questões de matemáticas aplicadas na Prova Brasil, para alunos do 5º ano do Ensino Fundamental.

o tema nas diferentes fontes; (6) sistematizar os conhecimentos em torno dos assuntos abordados.

Para responder adequadamente ao problema da pesquisa e alcançar os objetivos propostos foi desenvolvido um estudo teórico-bibliográfico e documental, de natureza qualitativa, com foco na Resolução de Problemas como metodologia de ensino de Matemática.

A pesquisa bibliográfica colabora efetivamente para a ampliação de saberes, sejam eles de natureza teórica ou prática, uma vez que possibilita a sistematização de conhecimentos que pesquisadores, por meio de suas investigações, conseguiram analisar, organizar e disponibilizar para que outros interessados tenham acesso e deles façam uso.

A pesquisa teórica, para Demo (2005, p. 22), é: “[...] dedicada a reconstruir teorias, conceitos, ideias, ideologias, polêmicas, tendo em vista os termos imediatos, para aprimoramento de fundamentos teóricos”.

Uma questão importante é que a pesquisa teórica, a priori, não tem a intenção imediata de realizar intervenções na realidade educacional. Seu papel essencial é criar as condições teóricas, que são essenciais para pensar e implementar a intervenção, e disponibilizar esses dados para que outros pesquisadores deles façam uso. Segundo Demo (1994, p. 36), “O conhecimento teórico adequado acarreta rigor conceitual, análise acurada, desempenho lógico, argumentação diversificada, capacidade explicativa”.

Na pesquisa teórica não há necessidade de realizar pesquisa de campo ou coletar dados empíricos, considerando que a principal finalidade desse tipo de pesquisa é aprofundar os conhecimentos sobre determinada questão que necessita ser mais bem compreendida.

Para Barros e Lehfeld (2000), as pesquisas teóricas têm por objetivo conhecer ou aprofundar conhecimentos e discussões a respeito de uma temática importante para determinada área de conhecimento. É o tipo de pesquisa que reconstrói saberes, pensamentos e concepções sobre o assunto estudado a partir de trabalhos ou ideias já desenvolvidos por outros pesquisadores.

De acordo com Tachizawa e Mendes (2006), a pesquisa teórica se desenvolve principalmente por meio da pesquisa bibliográfica. Portanto, é fundamental na pesquisa teórica a consulta e o estudo de livros, artigos científicos, trabalhos monográficos, dissertações e teses.

Sobre a pesquisa bibliográfica, Cerro, Bervian e Silva (2007, p. 79) asseveram que ela “[...] tem como objetivo encontrar respostas aos problemas formulados, e o recurso utilizado para isso é a consulta dos documentos bibliográficos”. Concluem os autores afirmando que

nesse tipo de pesquisa “[...] a fonte das informações, por excelência, estará sempre na forma de documentos escritos, estejam impressos ou depositados em meios magnéticos ou eletrônicos”.

A pesquisa documental apresenta pontos de semelhança com a pesquisa bibliográfica, já que as duas modalidades trabalham com dados já existentes. No entanto, enquanto a bibliográfica se utiliza basicamente de material elaborado com o propósito de ser lido, como livros e anais, a pesquisa documental vale-se de toda sorte de materiais, o que pode incluir registros cartoriais, bancos de dados (físico ou em meio eletrônico), filmes, fotografias, diários, cartas, etc.

“A pesquisa qualitativa trabalha com o universo dos significados, dos motivos, das aspirações, das crenças, dos valores e das atitudes”. (MINAYO, 2007, p.21). Não exclui dados quantitativos, ao contrário, eles podem ser bem úteis, como apoio às inferências e às interpretações do conteúdo pesquisado.

A abordagem qualitativa parte do fundamento de que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, uma interdependência viva entre o sujeito e o objeto, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito. O conhecimento não se reduz a um rol de dados isolados conectados por uma teoria explicativa; o sujeito observador é parte integrante do processo de conhecimento e interpreta os fenômenos, atribuindo-lhes significado. O objeto não é um dado inerte e neutro; está possuído de significado e relações que sujeitos concretos criam em suas ações. (CHIZZOTTI, 2010, p. 79).

Para o tratamento e análise dos dados pesquisados será utilizada a análise de conteúdo, entendendo que, na pesquisa qualitativa, a interpretação assume um ponto central, já que, diferentemente da pesquisa quantitativa, não pretende contar opiniões ou pessoas.

Para Gomes (2007), o foco da análise e interpretação de dados dentro de uma pesquisa qualitativa é a exploração do conjunto de opiniões e representações sociais sobre o tema investigado, bem como “compreender criticamente o sentido das comunicações, seu conteúdo manifesto ou latente, as significações explícitas ou ocultas”. (CHIZZOTTI, 2010, p.98).

O procedimento metodológico utilizado para análise de conteúdo é composto de quatro etapas: categorização, inferência, descrição e interpretação. Estes procedimentos não ocorrem necessariamente de forma sequencial.

A categorização pode ser definida como “uma operação de classificação de elementos constitutivos de um conjunto, por diferenciação e, seguidamente, por reagrupamento segundo

o gênero (analogia), com critérios previamente definidos”. (BARDIN, 1979, p. 117 apud GOMES, 2007).

As inferências são deduções de maneira lógica e consistente sobre algo do conteúdo que está sendo analisado. Para fazer inferências, é importante partir de premissas já aceitas com base em outros estudos sobre o assunto pesquisado. Já a descrição, é a enumeração das características do texto, resumida após tratamento analítico. Por fim, ao fazer a interpretação dos dados, o pesquisador procura atribuir um grau de significação mais amplo ao conteúdo analisado. Para fazer a interpretação, de acordo com Gomes (2007), além de ter como base as inferências realizadas com os resultados da pesquisa, é preciso também de uma sólida fundamentação teórica acerca do que está sendo investigado.

O referido autor esclarece que, apesar de fazerem parte da etapa final do trabalho de investigação no campo da pesquisa qualitativa, a análise e a interpretação ocorrem ao longo de todo o processo. Não há fronteiras nítidas entre coleta de informações e início do processo de análise e a interpretação.

A pesquisa de natureza teórico-bibliográfica se baseou, dentre outros, nos estudos de Dante (2010), Onuchic e Allevato (2009; 2011; 2012), Scheverría e Pozo (1998), Smole e Diniz (2001; 2016).

Para a pesquisa documental, valeu-se do Portal do FNDE para selecionar os livros didáticos de Matemática mais utilizados no Brasil nos últimos três anos, de acordo com o Programa Nacional do Livro Didático – PNLD. Conforme o calendário de atendimento do PNLD houve distribuição integral dos Livros Didáticos do 1º ao 5º ano do ensino fundamental em 2016 (utilizados no triênio 2016/2017/2018).

A amostra analisada foi composta das três coleções mais distribuídas em 2016, sendo: ÁPIS – Matemática, Projeto Coopera Matemática e Projeto Buriti Matemática, respectivamente 1º, 2º e 3º lugar. Foram analisadas as questões sobre Números e Operações, de 15 livros (cinco livros de cada coleção – 1º ao 5º ano), excluindo-se as demais questões dos eixos, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação.

O Banco de dados do SAEB foi utilizado também como fonte para a pesquisa documental. Através dele buscou-se conhecer o que é a Avaliação Nacional de Rendimento Escolar – ANRESC, mais conhecida como Prova Brasil. Dentro desse contexto, foram estudados também os demais instrumentos que compõem o SAEB/Prova Brasil, tais como as matrizes de referência, as escalas de proficiência, em especial as de Matemática do 5º ano do Ensino Fundamental. Pesquisou-se, ainda, sobre os testes de Matemática do SAEB, os resultados de 2005-2015 e a análise dos resultados.

Sobre as motivações da pesquisa, encontram-se aquelas de ordem teórica (as quais apontam as contribuições do estudo para a compreensão do problema apresentado); de ordem prática (que indicam a relevância da pesquisa para a intervenção na questão social abordada); e as de ordem pessoal (que demonstram a relevância da escolha do estudo em face da trajetória da pesquisadora).

A justificativa para a relevância teórica ou acadêmica desta investigação encontra-se na ideia de que os resultados das avaliações nacionais e internacionais acerca da qualidade do ensino básico no Brasil têm dado destaque aos baixos índices, obtidos com muita frequência, em relação à aprendizagem da Matemática. Nesta problemática, vários fatores têm sido apontados como causa, inclusive a prática do professor, mas o foco desta pesquisa será de outra ordem, conforme já elucidado antes.

Na edição 2015 do PISA - *Programme for International Student Assessment*, avaliação trienal feita pela Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE), a área da Matemática foi onde o Brasil obteve o pior resultado: o desempenho médio dos jovens brasileiros de 15 anos na avaliação da disciplina foi de 377, valor significativamente inferior à média (de 490) dos estudantes dos países membros da OCDE. Considerando-se o nível de 1 a 6, 70% dos alunos do Brasil estão abaixo do nível 2 em Matemática (nível mínimo necessário ao aluno para que possa exercer sua cidadania). Prova feita em 70 países, no ranking mundial o país ficou na 66ª posição em Matemática; além disso, o desempenho dos estudantes brasileiros no Pisa 2015 foi estatisticamente menor do que na edição de 2012 (BRASIL, 2016).

Por sua vez, os dados do SAEB (PORTAL BRASIL, 2017), a partir da Avaliação Nacional do Rendimento Escolar - ANRESC, conhecida como Prova Brasil, mostraram que entre 2005 e 2015, as proficiências médias em Matemática nacional evoluíram nos Anos Iniciais, de 182 para 219. Esse resultado inspira atenção, pois o país alcançou apenas o nível 4 na escala de proficiência crescente que vai do 1 ao 10.

O Brasil tem registrado progressos quanto à questão da universalização da Educação. No entanto, precisa avançar também na questão da qualidade e da permanência das crianças e jovens na escola. Dados como os apresentados anteriormente demonstram que o país não vai bem quanto ao ensino e à aprendizagem. Os baixos índices das avaliações externas demonstram que as crianças não têm aprendido o que é esperado para essa etapa do ensino em Matemática

As séries iniciais são responsáveis pela introdução das primeiras noções, não só da Matemática, mas das diversas áreas do conhecimento e representam a base para

aprendizagens futuras. A forma como esses conteúdos iniciais são trabalhados na escola pode determinar o sucesso (ou insucesso) dos alunos em sua vivência escolar. Logo, a qualidade das experiências matemáticas nos anos iniciais do Ensino Fundamental deve ser fator relevante e de reflexão a se considerar.

Por fim, as motivações de ordem pessoal estão relacionadas às minhas jornadas pessoal e profissional como professora do 1º ano do ensino fundamental de uma escola pública municipal; como professora do curso técnico de Magistério de uma escola estadual; como coordenadora do curso de formação de professores (licenciatura em Pedagogia) de uma faculdade particular; e como Gestora Municipal de Educação de Monte Carmelo/MG.

Formada em Pedagogia, com especialização em Educação Infantil, em diferentes momentos de minha vida estive envolvida com a Educação. Minha experiência permitiu vivenciar a regência de sala de aula (de turma e de aulas), a formação dos futuros professores e, recentemente, a gestão da Educação.

Sempre me inquietaram as questões relacionadas ao aprendizado escolar, entre o que acontece na escola e o que ocorre nas avaliações oficiais. Incomoda-me pensar que uma criança há quase cinco anos estudando praticamente os mesmos conteúdos (diferentes em níveis de complexidade), não consegue alcançar o nível esperado de proficiência em Matemática. O que contribuiu para o insucesso dessa criança? O que falhou nesse processo? O que pode ser feito para reverter esses péssimos resultados?

O estudo está estruturado em seis sessões. Na primeira, esta introdução, destacou, dentre outros, o tema, o problema, os objetivos, a delimitação do estudo, a relevância do estudo, o referencial teórico, o tipo de pesquisa.

Na segunda seção, denominada, Fundamentos Teórico- Metodológicos sobre Resolução de Problemas, buscou-se os fundamentos teóricos sobre o tema, tomando como base o que foi publicado nos últimos anos. Faz parte dessa seção questões relacionadas ao aspecto histórico de Resolução de Problemas, a diferença entre exercício e problema, as diferentes concepções sobre o tema, a classificação de problemas, os aspectos dificultadores e recomendações metodológicas para o processo ensino-aprendizagem de Matemática com a utilização de Resolução de Problema.

A terceira seção, A Resolução de Problemas nos Documentos Oficiais do MEC, foi dedicada às orientações oficiais do MEC para o ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Essas orientações estão presentes, dentre outros, nos Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática – de 1997. O objetivo nessa etapa da pesquisa é analisar quais são as recomendações oficiais para o processo de ensino-aprendizagem de Matemática

nas escolas brasileiras e, em especial, verificar como a Resolução de Problemas é abordada neste documento.

A quarta seção, A Resolução de Problemas nos Livros Distribuídos pelo FNDE, é dedicada a investigar como a Resolução de Problemas é pensada nos livros de Matemática distribuídos pelo FNDE para todas as escolas públicas do Brasil. O objetivo principal dessa etapa é examinar se a Resolução de Problema, como princípio metodológico adotado oficialmente para o ensino e a aprendizagem de Matemática, é efetivamente oportunizada nos livros aprovados pelo MEC no processo de avaliação dos materiais didáticos inscritos no âmbito do PNLD e em que medida.

Quinta seção, A Resolução de Problemas nos Exames do SAEB – nesta etapa do estudo serão pesquisadas as avaliações do SAEB, especificamente a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (ANRESC), mais conhecida como Prova Brasil. Pretende-se conhecer o que é a Prova Brasil, suas características e instrumentos de avaliação. Estudar e compreender as matrizes de referência e as escalas de proficiência, em especial as de Matemática do 5º ano do Ensino Fundamental. Serão ainda pesquisados os resultados da Prova Brasil de Matemática do 5º ano do Ensino Fundamental de 2005 a 2015, bem como a análise dos resultados. O objetivo é ter uma visão geral da Prova Brasil e seus resultados em nível nacional.

Contudo, ainda na quinta seção, o estudo pretende afunilar-se no sentido de pesquisar as provas aplicadas em 2013 e 2015. O objetivo é estudar as questões presentes nos testes, classificar quanto ao tipo de problema, separar e quantificar por eixo (Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação), com a intenção de verificar se o que é cobrado nos testes das avaliações externas coincide com todo o discurso presente no MEC, no FNDE e no próprio SAEB. Será que o tipo de questões dos testes corresponde ao ideário de Resolução de Problemas proposto nos documentos oficiais?

A última parte fica reservada para as Considerações Finais, quando será retomado o problema de pesquisa, a hipótese e as inferências decorrentes da pesquisa. A conclusão final do estudo será o resultado da interseção problema/hipótese/descobertas, confirmando (ou não) a hipótese inicial. Como as conclusões científicas são sempre parciais e provisórias, o presente estudo não encerrará sem antes apresentar a proposição de novos estudos sobre o tema.

Para fins de esclarecimento, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) não será abordada na pesquisa, tendo em vista que, mesmo já tendo sido homologada em dezembro de 2017, seus efeitos só serão conhecidos posteriormente à conclusão da presente investigação.

A BNCC é um documento de caráter normativo que define o conjunto de competências e habilidades essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas da Educação Básica.

O termo competência será utilizado na perspectiva de Perrenoud (1997, p.4), que o define como sendo a “capacidade de agir eficazmente em um determinado tipo de situação, apoiada em conhecimentos, mas sem se limitar a eles”, e o termo habilidades, como um saber fazer, que decorre diretamente das competências já adquiridas que se transformam em habilidades. “A partir do momento em que ele fizer ‘o que deve ser feito’ sem sequer pensar, pois já o fez, não se fala mais em competências, mas sim em habilidade ou hábitos”. (PERRENOUD, 1997, p.28).

A Base é a referência nacional que deve nortear os currículos dos sistemas e redes de ensinos, federal, estaduais, do Distrito Federal e municípios, como também as propostas pedagógicas de todas as escolas públicas e privadas de Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Além disso, a BNCC servirá de eixo para o alinhamento de outras políticas referentes à formação inicial e continuada dos professores, aos materiais didáticos, à elaboração de conteúdos e às matrizes de avaliações externas.

Em 2018, por exemplo, o MEC já publicou o *Sistema Avaliação da Educação Básica: Documentos de Referência versão 1.0*, onde apresenta as Matrizes de Referência alinhadas à BNCC. Está em processo desde 2018 a reformulação dos currículos escolares de Minas Gerais e de outros estados. O Edital de convocação para o processo de inscrição e avaliação de obras didáticas para o Programa Nacional do Livro e do Material Didático - PNLD 2019 também já se apresenta apoiado na BNCC.

Logo, a BNCC impactará o PNLD, o SAEB, os currículos e todas as demais políticas, programas e ações voltadas à Educação Básica. Contudo, os livros de Matemática disponíveis durante a realização da pesquisa, assim como as edições da Prova Brasil (2005-2015) utilizadas, ainda estão sob a égide dos PCN, razão pela qual serão eles o suporte deste estudo.

Ademais, os PCN não foram revogados, mesmo com a implantação da Base Nacional Comum Curricular, já que são de natureza metodológica. Enquanto a BNCC relaciona-se ao currículo em si, os PCN têm como foco a orientação didática para a organização e desenvolvimento do currículo. Portanto, permanecem válidos como documentos de caráter orientador, norteador e metodológico de como desenvolver a BNCC.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Esta seção levanta questões relacionadas ao aspecto histórico da Resolução de Problemas, a diferença entre exercício e problema, as diferentes concepções sobre o tema, classificação de problemas, os aspectos dificultadores na Resolução de Problemas e recomendações metodológicas para o processo ensino-aprendizagem de Matemática com a utilização de Resolução de Problema.

2.1 Um breve histórico da Resolução de Problemas

A importância dada à Resolução de Problemas como campo de pesquisa é bem recente e teve início com George Polya (1888-1983), nos Estados Unidos, nos anos 1960, por meio do livro que escreveu em 1945, intitulado *How to solve it*⁴. Pioneiro nessa linha, Polya apresenta um esquema de quatro fases interdependentes para resolver problemas matemáticos, sendo elas: compreensão do problema; estabelecimento de um plano; execução do plano e retrospecto.

Esse método será retomado oportunamente no decorrer do presente estudo. Por ora é suficiente afirmar sobre sua importância para o ensino de Matemática em sua época e para os tempos recentes, já que ainda é referência para vários pesquisadores que o sucederam.

Daqui em diante, o breve relato histórico continua tendo como referencial teórico os escritos de Onuchic e Allevato (2012, p. 234-238).

Na década de 1960-1970, o ensino de Matemática no Brasil era influenciado pelo movimento da Matemática Moderna, apoiada em uma estrutura lógica, algébrica, topológica e de ordem, enfatizando a teoria de conjuntos, as propriedades, as abstrações matemáticas. Havia preocupações excessivas com formalizações, utilização de símbolos e terminologias complexas que comprometiam e distanciavam a aprendizagem de questões práticas.

Devido ao insucesso da Matemática Moderna, houve a necessidade de novos estudos para responder às necessidades surgidas no período. Assim, emergem, no início dos anos 1970, investigações sistemáticas sobre Resolução de Problemas, ganhando espaço no mundo todo.

⁴ No Brasil, o livro foi traduzido e adaptado por Heitor Lisboa de Araújo, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, em 1995, e o título sofreu uma tradução livre passando a denominar-se como *A Arte de Resolver Problemas: um novo aspecto do Método Matemático*.

Em 1980, nos Estados Unidos, o *NCTM - National Council of Teachers of Mathematics* (Conselho Nacional de Professores de Matemática) manifestava sua preocupação com essas questões e, então, publicou o documento *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980's* (Uma Agenda para Ação: Recomendações para a Matemática escolar nos anos 1980), que chamava todos os interessados para procurarem uma melhor compreensão matemática para todos. A primeira dessas recomendações dizia: “resolver problemas deve ser o foco da matemática escolar para os anos 80”. (ONUChic; ALLEVATO, 2012, p. 235).

Durante a década de 1980, foram desenvolvidos muitos dos recursos em Resolução de Problemas, visando ao trabalho em sala de aula, na forma de coleção de problemas, listas de estratégias, sugestões de atividades e orientações para avaliar o desempenho em Resolução de Problemas.

Contudo, muito possivelmente devido à falta de concordância entre pessoas e grupos sobre o significado de Resolução de Problemas, o trabalho sobre o tema não chegou a um bom termo. Não havia uma forma única de entendimento sobre Resolução de Problemas. Na verdade, existiam grandes diferenças entre as concepções sobre o tema, gerando discordâncias quanto à forma de pensar e trabalhar.

Branca (1997), por exemplo, identifica três maneiras distintas de abordar Resolução de Problemas: (1) como *meta*; (2) como *processo*; e (3) como *habilidade básica*. Além destas, pesquisadores como Onuchic (1999) e Smole e Diniz (2001) acrescentam que na década de 1990 a Resolução de Problemas ganhou uma quarta dimensão, sendo descrita como: *metodologia do ensino da Matemática*. Mais recentemente e com base na influência de todas elas, Smole e Diniz (2001; 2016) definiram um quinto entendimento sobre o assunto, que elas chamam de *Perspectiva Metodológica de Resolução de Problemas*.

As diferentes abordagens de Resolução de Problemas e o impacto disso no processo educacional serão retomados detalhadamente em outra seção. Por enquanto é suficiente mencionar que não há um entendimento único sobre o assunto.

Assim, acabando a década de 1980, em que a ênfase em Resolução de Problemas era colocada sobre o uso de modelos e estratégias, novas discussões foram desencadeadas e a Resolução de Problemas como metodologia de ensino passou a ser o foco dos estudos e pesquisas sobre o tema, sendo, então, pensada como ponto de partida e meio de se ensinar Matemática a partir dos anos 1990.

No início da década de 1990, o NCTM, em busca de uma nova reforma para a Educação Matemática, publicou uma sequência de documentos: o *Curriculum and Evaluation*

Standards for the School Mathematics (NCTM, 1989), descreve a Matemática que todos os estudantes devem saber e ser capazes de fazer; o *Professional Standards for Teaching Mathematics* (NCTM, 1991), expõe os caminhos pelos quais os professores podem estruturar as atividades em sala de aula de modo a aprender a Matemática descrita no currículo; e o *Assessment Standards for School Mathematics* (NCTM, 1995) fala sobre os princípios apoiadores da prática pedagógica. Todos esses trabalhos culminaram com a publicação dos *Standards 2000*, oficialmente chamados *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000), que refinaram os documentos anteriores, indicando seis princípios (Equidade, Currículo, Ensino, Aprendizagem, Avaliação e Tecnologia), cinco Padrões de Conteúdos (Números e Operações, Álgebra e Geometria, Medida e Análise de dados e probabilidade) bem como, cinco padrões de procedimentos (Resolução de Problemas, Raciocínio de Prova, Comunicação, Conexão e Representação).

De acordo com os *Standards 2000*, resolver problemas não é somente um objetivo da aprendizagem matemática, mas também, um meio importante de se fazer Matemática.

No Brasil, alinhados às ideias dos *Standards* do NCTM, foram criados os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) numa tentativa de unificação do currículo para o Ensino Fundamental e Médio no território brasileiro:

PCN – Matemática – 1º e 2º ciclos – 1º a 4ª série – 1º ao 5º ano – 1997;

PCN – Matemática – 3º e 4º ciclos – 5ª a 8ª série – 6º ao 9º ano – 1998;

PCN – Matemática – Ensino Médio – 1999.

Nesse contexto, se insere a Resolução de Problemas como metodologia de ensino da Matemática. Nela, conforme recomendado pelos PCN (1997, p. 32),

[...] o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las.

As pesquisadoras Onuchic e Allevato (2012) ressaltam que:

O ensino-aprendizagem de um tópico deve sempre começar com uma situação-problema que expressa aspectos-chave desse tópico e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis à situação-problema dada. O aprendizado, deste modo, pode ser visto como um movimento do concreto (um problema do mundo real que serve como

exemplo do conceito ou da técnica operatória) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problemas e técnicas para operar com estes símbolos). (ONUChic; ALLEVATO, 2012, p. 242).

Segundo as autoras, ensinar Matemática via Resolução de Problemas é a abordagem mais consistente com as recomendações do NCTM e dos PCN, já que habilidades e conceitos matemáticos devem ser aprendidos no contexto da Resolução de Problemas.

Onuchic, inclusive, já pontuava em 1999 que o papel da Resolução de Problemas no currículo passaria de uma atividade limitada a engajar os alunos, depois da aquisição de certos conceitos e determinadas técnicas, para ser, tanto um meio de adquirir novos conhecimentos, como um *processo* no qual pode ser aplicado o que previamente havia sido construído.

Contudo, ainda que resolver problemas tenha sido apontado ao longo das duas últimas décadas como um bom caminho para se ensinar Matemática, “os problemas não têm desempenhado bem o seu papel no ensino, pois têm sido utilizados apenas como uma forma de aplicação de conhecimentos anteriormente adquiridos pelos alunos”. (ONUChic, 1999, p. 211).

2.2 Resolver exercícios não é o mesmo que resolver problemas

Mas, afinal, de que tipo de problema fala o presente estudo? A palavra problema tem mais de um sentido. Isto posto, é conveniente fazer alguns apontamentos sobre o termo para melhor entendimento e delimitação da pesquisa.

São definições e concepções sobre o tema, começando por Polya (1997, p.2), pelo seu vanguardismo no assunto. Para ele, “resolver um problema é encontrar um caminho onde nenhum outro é conhecido de antemão, encontrar um caminho a partir de uma dificuldade, [...] para alcançar um fim desejado, mas não alcançável imediatamente, por meios adequados”.

Kantowiski (1997, p.270) entende por problema, “uma situação que se enfrenta sem contar com um algoritmo que garanta uma solução. Para resolver um problema, é preciso reunir os conhecimentos que forem relevantes e organizá-los em uma nova disposição”. Esses que geralmente são encontrados no final das seções de livros didáticos não são problemas reais e sim, exercícios.

Echeverría e Pozo (1998) asseveram que:

[...] uma situação somente pode ser concebida como um problema [...] na medida em que não disponhamos de procedimentos automáticos que nos permitam solucioná-la de forma mais ou menos imediata, sem exigir, de alguma forma, um processo de reflexão ou uma tomada de decisões sobre a sequência de passos a serem seguidos. (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 16).

De modo análogo aos demais conceitos, Smole e Diniz (2016, p.11) destacam que problema, “é toda situação que não possui solução evidente e que exige que o resolvidor combine seus conhecimentos e se decida pela forma de usá-los em busca de solução”.

Definida a concepção de problema a ser trabalhada na presente pesquisa, é conveniente esclarecer também a diferença entre problema e exercício, termos frequentemente utilizados como sinônimos, gerando muitos equívocos na prática escolar.

Exercícios e problemas são igualmente importantes recursos para o ensino da Matemática, mas dão respostas a diferentes finalidades escolares. Logo, para ensinar Matemática o professor necessita ter clara a distinção entre um e outro e as diferentes consequências que têm para a aprendizagem.

Os exercícios servem para treinar habilidades e reforçar procedimentos necessários à resolução de problemas. A questão que está em debate é o uso demasiado dos exercícios em detrimento de problemas na sala de aula.

Dante (2010, p.48) distingue exercício de problema da seguinte forma: exercício “serve para praticar um determinado algoritmo ou processo. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas”. São exemplos, os exercícios de reconhecimento e os exercícios de algoritmo.

Exercícios de reconhecimento objetivam fazer com que o aluno reconheça, identifique ou lembre um conceito, um fato específico, uma definição, uma propriedade, etc. Exemplo: (1) Qual é o sucessor de 109? (2) Dê um exemplo de número primo.

Os Exercícios de algoritmos são exercícios que pedem a execução dos algoritmos da adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais. Seu objetivo é treinar a habilidade em executar um algoritmo e reforçar conhecimentos anteriores. Exemplo: Calcule $128 + 79$.

Por outro lado, Problema-processo “é a descrição de uma situação onde se procura algo desconhecido e não se tem previamente nenhum algoritmo que garanta sua solução”. Resolvê-lo exige uma dose de iniciativa, criatividade e o conhecimento de algumas estratégias, conclui Dante (2010, p.48).

Echeverría e Pozo, (1998, p.13) concebem a distinção entre exercícios e problemas de modo diferente. Para os referidos autores, a diferença está relacionada ao contexto da tarefa e ao aluno que a enfrenta. Nesse sentido, “o que para nós pode ser um problema relevante e significativo pode resultar trivial ou carecer de sentido para nossos alunos”.

Um problema se diferencia de um exercício, na medida em que, neste último caso, dispomos e utilizamos mecanismos que nos levam de forma imediata à solução. Por isso, é possível que uma mesma situação represente um problema para uma pessoa enquanto que para outra não existe, quer porque não se interesse pela situação, quer porque possua mecanismos para resolvê-la com um investimento mínimo de recursos cognitivos e pode reduzi-la a um simples exercício. (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p.16).

“Assim, responder à ‘defesa siciliana’ pode ser um problema para um jogador de inexperiente, mas constitui um exercício para um jogador suficientemente experiente, que já automatizou as aberturas mais comuns” no xadrez. Da mesma forma, “interpretar a informação contida num gráfico [...] pode representar um problema, um exercício, ou nenhuma das duas coisas, para alunos com diferentes conhecimentos e atitudes”. (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p.16).

[...] a realização de exercícios se baseia no uso de habilidades ou técnicas sobreaprendidas (ou seja, transformadas em rotinas automatizadas como consequência de uma prática contínua). Limitamo-nos a exercitar uma técnica quando enfrentamos situações ou tarefas já conhecidas, [...] e que, portanto, podem ser resolvidas pelos caminhos ou meios habituais. (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p.16).

Se o mecanismo utilizado para solução da tarefa apresentada for disposto de forma imediata, tratar-se-á de um exercício (automatização de algoritmos, cálculo mental, repetição da tabuada, por exemplo). Caso contrário, é um problema, esclarecem os autores.

Logo, conforme Echeverría e Pozo (1998, p.17), não é possível determinar, em geral, se uma tarefa escolar é um exercício ou um problema; “[...] isto depende não somente da experiência e dos conhecimentos prévios de quem executa, mas também dos objetivos que estabelece enquanto executa”, isto é, exercitar habilidades já adquiridas ou aprender novas.

O exercício é importante porque permite consolidar habilidades instrumentais básicas necessárias para o conhecimento matemático. “Se um problema repetidamente resolvido

acaba por tornar-se um exercício, a solução de um problema novo requer a utilização estratégica de técnicas ou habilidades previamente exercitadas”. (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p.17).

Portanto, ainda conforme Echeverría e Pozo (1998, p.17), “[...] a solução de problemas e a realização de exercícios constituem um *continuum* educacional cujos limites nem sempre são fáceis de estabelecer”. O que era problema vira exercício na medida em que é continuamente resolvido. Apesar dessa dificuldade de determinar até onde pode ser considerado exercício e o que é um problema, é importante que nas atividades em sala de aula a distinção entre um e outro esteja bem definida.

Um problema é de certa forma uma situação nova ou diferente do que já foi aprendido, que requer a utilização estratégica de técnicas já conhecidas, concluem Echeverría e Pozo (1998). As técnicas “sobreaprendidas”, como definem os autores, constituem um recurso instrumental necessário, mas não suficiente, para alcançar a solução; além delas, são exigidas estratégias, conhecimentos conceituais, atitudes, iniciativa, entre outros.

[...] os exercícios e os problemas exigem dos alunos a ativação de diversos tipos de conhecimento, não só de diferentes procedimentos, mas também de diferentes atitudes, motivações e conceitos. Na medida em que sejam situações mais abertas ou novas, a solução de problemas representa para o aluno uma demanda cognitiva e motivacional maior do que a execução de exercícios. No entanto, quando tentamos determinar o que os alunos precisam fazer para resolver um problema concreto com a finalidade de ajudá-los, nem sempre é fácil identificar os processos ou passos que precisam seguir. [...] Essa é uma característica de todo conhecimento procedimental. (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p.17-18).

Para Butts (1997, p.42), são problemas de pesquisa aberta aqueles em cujo enunciado não há uma estratégia para resolvê-los. Conseqüentemente, resolvê-los requer um nível mais complexo de raciocínio. “A função mais importante dos problemas de pesquisa aberta é incentivar a conjectura”.

Resumindo, problemas e exercícios coexistem nas aulas de Matemática, são igualmente necessários para a aprendizagem e requerem competências matemáticas de níveis variáveis de complexidade. Contudo, têm características específicas e respondem a objetivos diferentes no desenvolvimento do currículo. Saber dosá-los é necessário e essencial para a aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

Para que se configurem verdadeiros problemas que obriguem o aluno a tomar decisões, planejar e recorrer à sua bagagem de conceitos e procedimentos adquiridos, é preciso que as tarefas sejam abertas, diferentes umas das outras, ou seja, imprevisíveis. Um problema é sempre uma situação de alguma forma surpreendente. (POZO; ANGÓN, 1998, p. 160).

No entanto, adverte Echeverría (1998, p.48) que, “na sala de aula continua-se dedicando muito mais tempo à solução de exercícios do que à solução de problemas”. Os dois tipos de tarefas constituem recursos importantes para o ensino de Matemática, mas, “têm consequências muito diferentes para a aprendizagem e respondem a diferentes tipos de objetivos escolares”.

Os exercícios são necessários, mas é preciso prevenir-se quanto ao seu uso abusivo no contexto escolar. Para Pozo e Angón (1998, p.162) um bom equilíbrio entre exercícios e problemas pode ajudar os alunos a consolidar as suas habilidades, bem como colaborar na questão da motivação para a aprendizagem. A exercitação rotineira de habilidades não é muito interessante e seu abuso pode ter grandes efeitos sobre a motivação dos alunos. “É preciso compensar a necessária exercitação dessas habilidades instrumentais, [...], com o seu uso em contextos significativos e, se possível, problemáticos”, argumentam os autores.

Outra questão que tem gerado muita confusão é a falta de entendimento (até mesmo na literatura especializada) quanto à expressão Resolução de Problemas. Talvez como resultado do processo histórico que em diferentes momentos destacou uma ou outra concepção (como *processo, meta, habilidade, metodologia ou perspectiva*), é comum encontrar diferentes visões em um mesmo material pesquisado. Às vezes o autor apresenta um discurso de Resolução de Problema como *metodologia*, por exemplo, mas é possível identificar uma prática de Resolução como *processo*.

Ainda que diferentes visões influenciem a prática docente, é importante ter claro a diferença entre uma e outra quando se pretende uma prática docente profissional. Mesmo quando a opção seja pela combinação de diferentes perspectivas, que essa seja uma decisão consciente e esclarecida.

2.3 Diferentes perspectivas sobre resolução de problemas

A expressão Resolução de Problemas tem muitas interpretações fora e dentro da Matemática. É importante esclarecer as diferentes concepções sobre o tema, pois além da diferença de natureza teórico-metodológica, deve-se atentar para as repercussões na prática de sala aula e no tratamento curricular.

A depender da concepção, entra em jogo tipos de conhecimentos muito diferentes, com o consequente enfoque do trabalho docente. Conhecimentos que podem ser procedimentais (habilidades ou estratégias), conceituais, fatuais, ou mesmo atitudinais. O foco das aulas de Matemática poderá incidir nos procedimentos, nos resultados, no processo. A concepção de Resolução de problemas deve direcionar este estudo.

Branca (1997, p.10) adverte que é preciso considerar qual a interpretação, ou interpretações, estão presentes, inclusive de forma oculta, ao encontrar a expressão, pois seus múltiplos significados “podem facilmente levar um escritor à ambiguidade e um leitor a um equívoco”.

Ao analisar algumas dessas concepções no âmbito dessa pesquisa, destaca-se, segundo Branca (1997, p. 4-10) que as mais comuns são:

- a) Formulação e Resolução de Problemas como “meta” - aprender Matemática para resolver problema. Aprender a resolver problemas seria a razão principal para estudar Matemática. Nessa perspectiva, o ensino de Matemática, seus conceitos, técnicas e procedimentos devem ser ensinados antes, para que depois o aluno possa resolver problemas. A Resolução de Problemas, desse modo, seria uma consequência do saber matemático.
- b) Formulação e Resolução de Problemas como “processo” - o mais importante são os métodos, os procedimentos, as estratégias e as heurísticas que os alunos usam na Resolução de Problemas. Há certas estratégias gerais e métodos que são úteis em todos os tipos de problemas. As partes do processo da Resolução de Problemas tornam-se um foco do currículo da Matemática. Esse enfoque procura ressaltar o modelo de Polya (1945) ou alguma variação dele, ou seja, recomenda-se utilizar uma sequência de passos para melhor resolver problemas.
- c) Formulação e Resolução de Problemas como “habilidade básica” – trata-se de algo essencial que todos os indivíduos devem dominar para se inserir no mundo do conhecimento e do trabalho. O importante é munir o aluno de uma variedade de técnicas e estratégias úteis para a Resolução de Problemas. A partir desse enfoque, são necessárias escolhas cuidadosas quanto às técnicas e aos problemas usados no ensino. Tanto os problemas (convencionais e não convencionais), quanto os métodos e estratégias de resolução, são enfatizados para que se aprenda Matemática.

Embora, na teoria, as diferentes concepções de Resolução de Problemas possam ser separadas, na prática, essas três concepções não se excluem e podem ser encontradas em currículos, materiais didáticos e orientações do ensino, uma, com maior ou menor ênfase que as outras, conforme Onuchic (1999) e Smole e Diniz (2001; 2016), que acrescentam aqui uma quarta concepção:

- d) A Resolução de Problemas como “metodologia” do ensino da Matemática – essa concepção pode ser vista através de indicações de natureza puramente metodológica. É descrita como um conjunto de orientações e estratégias para o ensino e aprendizagem, tais como: usar o problema ou desafio como ponto de partida para o ensino e a aprendizagem de conhecimentos matemáticos; trabalhar com problemas abertos; usar a problematização ou a formulação de problemas.

Da influência de todas as concepções precedentes, Smole e Diniz (2001; 2016) apresentam mais um entendimento sobre o tema:

- e) Como “Perspectiva Metodológica” – para além de uma simples metodologia ou conjunto de orientações didáticas, a Resolução de Problemas como perspectiva é uma postura pautada pela investigação e pela problematização. Algumas de suas características são: considerar como problema, toda situação que permita alguma problematização (jogos, problemas não convencionais e até convencionais, desde que permitam o processo investigativo); questionar as soluções obtidas e a situação-problema em si; incentivar os alunos a procurarem por soluções diferentes; propor novas perguntas a partir da solução dada; valorizar o processo de resolução tanto quanto a resposta; valorizar a curiosidade do aluno e de suas ideias; e a não separação entre conteúdo e metodologia (as problematizações devem ter como objetivo a aprendizagem de algum conteúdo).

O enfoque do presente estudo é a Resolução de Problemas como metodologia de ensino de Matemática, sendo natural aprofundar o estudo somente da referida perspectiva. Contudo, será apresentado também o método de Resolução de Problemas de Polya (1945), pelo seu pioneirismo no assunto e por sua influência significativa nas pesquisas posteriores.

2.4 A Resolução de Problemas segundo Polya

Em 1945 George Polya publicou seu livro *How to solve it* e se destacou como o primeiro matemático a apresentar uma heurística de Resolução de Problemas específica para a Matemática. Por isso, representa uma referência no assunto, uma vez que suas ideias significaram uma inovação em relação ao pensamento sobre Resolução de Problemas da época. A concepção de Polya sobre o tema tem servido de alicerce para trabalhos de outros pesquisadores, contemporâneos a ele, até os dias atuais.

O referido autor propôs um método de Resolução de Problemas generalizável para qualquer área do conhecimento, mesmo reconhecendo que seu livro apresentasse como exemplos, quase que exclusivamente, problemas da Matemática elementar, como ele próprio admitiu. O objetivo era que o estudante desenvolvesse a capacidade de resolver problemas e não uma técnica específica. “A Heurística⁵ visa à generalidade, ao estudo de procedimentos que independem do assunto em questão e são aplicáveis a problemas de toda sorte”. (POLYA, 1995, p. 89).

Para resolver um problema, Polya (1995) ressalta que é necessário certo conjunto de conhecimentos previamente adquiridos, mobilizados a partir de fatos essenciais de problemas já resolvidos, de teoremas conhecidos e de definições. Além disso, é preciso reunir e selecionar os itens relevantes do conhecimento que se encontram em estado latente.

Os diálogos entre professor e alunos podem servir de modelos, não só para professores como também para aquele que procura sozinho resolver os seus problemas. “A descrição do pensamento como um ‘discurso mental’, como uma espécie de conversação do pensador consigo próprio, não é inapropriada. [...] Aquele que procura resolver o problema, ao falar consigo mesmo, poderá progredir de maneira indicada”. (POLYA, 1995, p. 89).

Polya (1995, p.87) afirma que o processo solucionador de problemas é complexo e apresenta quatro etapas de Resolução de Problemas:

1ª etapa: *Compreensão do problema*, na qual o primeiro passo é entender o problema e compreendê-lo bem. É importante fazer perguntas. Qual é a incógnita (o que o problema está perguntando)? Quais são os dados (informações dadas no problema)? Quais são as condições (condicionantes)? É possível satisfazer as condições? Elas são suficientes ou não para determinar a incógnita? Existem condições redundantes ou contraditórias? É possível estimar a resposta? É possível construir figuras para esquematizar a situação proposta no problema? Sempre que possível, procurar separar as condições em partes.

⁵ São várias as definições de Heurística. Para Polya (1995, p. 87) a “Heurística moderna procura compreender o processo solucionador do problema, particularmente as operações mentais típicas desse processo. O raciocínio heurístico é importante na descoberta de solução, mas não infalível”.

2ª etapa: *Estabelecimento de um plano*, isto é, encontrar conexões entre os dados e a incógnita. Talvez seja conveniente considerar problemas auxiliares ou particulares caso uma conexão não seja encontrada em tempo razoável. É importante fazer perguntas. Você já resolveu um problema como esse antes ou um parecido? Você conhece um problema semelhante que pode ajudar a resolver esse? Você consegue enunciar o problema de outra maneira? É possível resolver o problema por partes? Você consegue imaginar um caso particular mais acessível? É possível organizar as informações em tabelas e gráficos? É possível traçar mais de um caminho na busca da solução? Mantenha apenas parte das condições do problema e observe o que ocorre com a incógnita: como ela varia agora? Não se esqueça de levar em conta todos os dados e todas as condições. A concepção de um plano é o que mais importa na solução de um problema.

3ª etapa: *Execução do plano*. Frequentemente, esta é a etapa mais fácil do processo de resolução de um problema. Contudo, a maioria dos principiantes tende a pulá-la prematuramente e acabam se dando mal. Outros elaboram estratégias inadequadas e acabam se enredando terrivelmente na execução e, deste modo, acabam sendo obrigados a voltar para a etapa anterior e elaborar uma nova estratégia. Ao executar a estratégia, verifique cada passo.

4ª etapa: *Retrospecto*. Você deve examinar a solução obtida, verificando se o resultado satisfaz a(s) condicionante(s). Você pode obter a solução de algum outro modo? Em particular, você consegue usar o resultado – ou o método – em algum outro problema semelhante? Além de ser um excelente exercício de aprendizagem, essa etapa serve também para detectar e corrigir possíveis enganos.

Feita a apresentação sobre a perspectiva de Resolução de Problemas a partir de Polya, pelos motivos já esclarecidos, será dado sequência ao trabalho por meio do estudo específico de Resolução de Problemas como metodologia de ensino, por ser essa a concepção oficialmente adotada pelo MEC.

Para tanto, será dada evidência ao trabalho da pesquisadora Onuchic pelas razões que se seguem. A Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic é coordenadora, desde 1992, do Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP) da UNESP – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro. O GTERP se dedica atualmente a trabalhos na linha de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, como uma metodologia de ensino.

2.5 A Resolução de Problemas como metodologia de ensino de Matemática

Sob o enfoque de Resolução de Problemas como metodologia, Onuchic (1999) destaca que os problemas são propostos de modo a contribuir para a construção de novos conceitos e novos conteúdos, antes mesmo de sua apresentação em linguagem formal.

Para a autora, quando se fala em ensinar Matemática por meio da Resolução de Problemas, significa que atividades envolvendo problemas devem ser o veículo para o desenvolvimento do currículo, ou seja, a aprendizagem será uma consequência do processo de Resolução de Problemas. Nessa nova perspectiva, os problemas são tomados como ponto de partida.

Ainda segundo Onuchic (1999), ao invés de fazer da Resolução de Problemas o foco do ensino de Matemática, dever-se-ia fazer da compreensão, seu foco central e seu objetivo. Com isso não se pretende tirar a ênfase dada à Resolução de Problemas, mas sentir que o papel da Resolução de Problemas no currículo passaria de uma atividade limitada a engajar os alunos, depois da aquisição de certos conceitos e determinadas técnicas, para ser tanto um meio de adquirir novo conhecimento como um *processo* no qual pode ser aplicado aquilo que previamente havia sido construído.

Vale lembrar que, conforme Onuchic e Allevato (2012), a publicação de *Curriculum and Evaluation Standards*, do NCTM (1989), dizia que a Resolução de Problemas deveria ser o objetivo principal de todo o ensino de Matemática e uma parte integrante de toda a atividade matemática. Dez anos depois, os *Standards 2000* afirmaram, de forma clara, que Resolução de Problemas não é só um objetivo da aprendizagem matemática, mas também um meio importante para se fazer Matemática.

Na abordagem de Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino, o aluno tanto aprende matemática resolvendo problemas como aprende matemática para resolver problemas. O ensino de resolução de problemas não é mais um processo isolado. Nessa metodologia o ensino é fruto de um processo mais amplo, um ensino que se faz por meio da resolução de problemas. (ONUCHIC, 1999, p. 210).

Nessa metodologia, os problemas são propostos aos alunos antes de lhes terem sido apresentados formalmente o conteúdo matemático necessário à sua resolução, de acordo com o programa da disciplina da série atendida. Dessa forma, à luz de Allevato e Onuchic (2009), o ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com um problema que expressa aspectos-chave desse tópico, e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de

respostas ao problema dado. A avaliação do crescimento dos alunos é feita continuamente, durante a resolução do problema.

Onuchic e Allevato (2011, p. 82) afirmam que, “não há formas rígidas para colocar em prática essa Metodologia”. E, apresentam uma proposta que consiste em organizar as atividades seguindo as seguintes etapas:

1) *Preparação do problema* – Selecionar um problema, visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema não tenha, ainda, sido trabalhado em sala de aula. 2) *Leitura individual* – Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura. 3) *Leitura em conjunto* – Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos. Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo o problema. Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos, [...] busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário. 4) *Resolução do problema* – A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, num trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como co-construtores da matemática nova que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula. 5) *Observar e incentivar* – Nessa etapa o professor não tem o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles. O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias, já conhecidas, necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda aos alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho. 6) *Registro das resoluções na lousa* – Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam. 7) *Plenária* – Para esta etapa são convidados todos os alunos, afim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem. 8) *Busca do consenso* – Depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto. 9) *Formalização do conteúdo* – Neste momento, denominado formalização, o

professor registra na lousa uma apresentação formal – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto. (ONUChIC; ALLEVATO, 2011, p.83-85).

Na concepção de Onuchic e Allevato (2009), deve-se dar menos ênfase aos procedimentos e resultados e mais relevância aos conhecimentos matemáticos adquiridos no processo de resolução. No entanto, ironicamente, ao sugerir uma proposta para colocar em prática a metodologia de Resolução de Problemas com a sequência de passos apresentada, as autoras demonstram ênfase nos procedimentos.

Por outro lado, não esclarecem que tipo de problema deve ser utilizado nessa perspectiva ou em que medida. Sabendo que há diferentes tipos de problemas para cobrir uma gama também diversificada de objetivos dentro da Matemática e, sabendo ainda, da confusão rotineira que se faz entre exercícios e problemas, seria bastante oportuno esclarecer qual (ou quais) o tipo de problema deve ser utilizado nessa perspectiva.

Conhecer os diferentes tipos de problemas e saber utilizá-los em quantidade e variedade, conforme os objetivos que se deseja alcançar, deve ser parte integrante da prática pedagógica do professor que deseja ensinar Matemática de modo eficaz e significativo. A variedade de experiências em sala de aula, proporcionada por diferentes tipos de problemas, contempla principalmente a diferentes processos de raciocínio, tais como a dedução, a indução e a generalização, elementos essenciais para a aprendizagem matemática.

Há diferentes classificações sobre problemas matemáticos. Para esta pesquisa será utilizada a categorização de Dante (2002) e de Smole e Diniz (2016). As duas classificações juntas conseguem dar conta de uma boa parte da variedade de problemas.

2.6 A classificação de problemas em Matemática

Dante (2002) apresenta uma classificação de problemas da seguinte forma:

□ **Problemas-padrão:**⁶ sua resolução envolve a aplicação direta de um ou mais algoritmos e não exige qualquer estratégia. A solução do problema já está contida no

⁶ Leblanc, Proudfit, Putt (1997, p.149) denomina esse tipo como “*Problemas-modelo* de livros didáticos, que objetivam a recordação de fatos básicos, reforço de habilidades com os algoritmos das operações fundamentais e fortalecimento da relação entre as operações e suas aplicações em situações do mundo real”. Echeverría (1998, p.49) chama simplesmente de exercício, ou seja, não considera-o um problema. Se “propusermos que nos diga quantos animais há numa granja com sete pintinhos e cinco galinhas, estaremos propondo um exercício”.

enunciado, bastando transformar a linguagem usual em linguagem matemática e identificar o(s) algoritmo(s) necessário(s) para resolvê-lo. Esse, por sua vez, se subdivide em dois tipos:

Se com uma única operação os resolve, são denominados de ‘Problemas-padrão Simples’. Exemplo: um gato tem 4 patas. Quantas patas têm 3 gatos? Se envolverem mais de uma operação, são classificados como ‘Problemas-padrão compostos’. Exemplo: Luis tem 7 anos a mais que o triplo da idade de Felipe. Os dois juntos têm 55 anos. Qual a idade de cada um?

□ **Problemas-processo ou heurísticos:** são problemas cuja solução não se encontra no enunciado. Em geral não podem ser resolvidos pela aplicação automática de algoritmos, pois exigem do aluno tempo para pensar em uma estratégia que poderá levar à solução. Iniciam o aluno no desenvolvimento de estratégias e procedimentos para resolver situações-problema. Por isso, se tornam mais interessantes do que os problemas-padrão quando o professor está procurando contribuir para o desenvolvimento da criatividade e da iniciativa do aluno. Exemplo: Numa reunião há 6 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo?

□ **Problemas de aplicação:** são aqueles que retratam situações reais (quer nas informações nele contidas, quer nos valores numéricos apresentados) e que exigem o uso da Matemática para serem resolvidos. Em geral, são problemas que exigem pesquisa e levantamento de dados de uma situação real, organizando-os em tabelas, gráficos, operações, etc. Exemplo: O diretor da escola precisa calcular qual é o gasto mensal, por aluno, com merenda escolar. Vamos ajudá-lo a fazer esses cálculos?

□ **Problemas de quebra-cabeças:** envolvem e desafiam os alunos. Geralmente constituem a chamada Matemática Recreativa e sua solução depende, quase sempre, de um golpe de sorte ou da facilidade em perceber algum truque, que é a chave da solução. Exemplo: Com 24 palitos de fósforo forme 9 quadrados. Depois descubra como tirar apenas 4 palitos e deixar 5 quadrados.

Smole e Diniz (2016), no entanto, apresentam uma classificação um pouco diferente da classificação apresentada por Dante (2002). Para as autoras, os problemas podem ser: convencionais e não convencionais. Alguns problemas não convencionais podem ser sem solução, com mais de uma solução, com excesso de dados, de lógica e de estratégia.

□ **Problemas convencionais:** são propostos após a apresentação de determinado conteúdo; composto por frases, diagramas ou parágrafos curtos, os dados aparecem de forma explícita no enunciado e, em geral, na ordem que devem ser usados; a resolução depende da aplicação direta de um ou mais cálculos; ou aplicação de procedimentos já apresentados ao

resolvedor. A tarefa básica é identificar que operação (ou operações) deve ser utilizada e transformar as informações do problema em linguagem matemática. É essencial encontrar a resposta certa que existe que é, quase sempre, única.

Exemplos de problemas convencionais existem em grande quantidade nos livros didáticos e são apresentados sempre relacionados ao conteúdo previamente estudado. Problemas que se resolvem usando adição logo após o estudo da adição, problemas sobre medidas logo após a apresentação de medidas e assim por diante. São, na verdade, simples exercícios de aplicação ou de reforço de técnicas ou regras.

□ **Problemas não convencionais:** podem ter excesso de dados, várias soluções ou não ter solução evidente; nem sempre se resolve com uma conta ou algoritmo; podem ter mais de uma resposta correta ou não terem resposta possível. Podem ou não estar relacionados a um conteúdo específico, assim como podem ser apresentados através de diferentes tipos de textos (artigos de jornal, anúncios de vendas, tabelas, etc.). A resolução pode ser feita com esquemas, desenhos, cálculos escritos ou mentais.

Como já apresentado, dos problemas não convencionais alguns podem ser sem solução, com mais de uma solução, com excesso de dados, de lógica e de estratégias.

□ **Problemas sem solução:** esse tipo de problema evita que se estabeleça nos alunos a concepção de que os dados que estão no problema devem ser usados na resolução e de que todo problema tem solução. Além disso, ajuda a desenvolver no aluno a habilidade de aprender a duvidar, o que faz parte do pensamento crítico. Uma forma de obter esse tipo de problema é retirar um ou mais dados de um problema convencional. Exemplo: Mônica fez 240 bombons para vender e colocou em caixinhas com capacidade para 6 unidades cada. Na primeira semana ela vendeu 10 caixinhas. Quantas caixinhas ela vendeu nos dois primeiros dias?

□ **Problemas com mais de uma solução:** esse tipo serve ao propósito de romper com a crença de que todo problema tem uma única resposta certa. Exemplo: Imaginando que a tecla 5 está quebrada, como eu poderia calcular o resultado de 5×36 usando a calculadora?

□ **Problemas com excesso de dados:** são problemas com informações desnecessárias à resolução. Esse tipo de problema impede que os alunos desenvolvam a crença de que todos os dados do enunciado devem ser usados na solução, além de evidenciar ao aluno a importância de ler e aprender a selecionar os dados relevantes. Esse tipo de problema pode ser proposto a partir de dados em tabelas, gráficos, artigos de jornais, anúncios de vendas, etc., ou simplesmente acrescentando dados a mais em problemas convencionais. Exemplo: João fez

duas pizzas de mesmo tamanho. Uma delas ele dividiu em 6 fatias iguais e a outra, em 8 fatias. Qual a fração que corresponde a cada fatia da pizza dividida em 6 fatias?

□ **Problemas de lógica:** são problemas que exigem o raciocínio lógico-dedutivo em sua solução e propiciam o desenvolvimento de operações e pensamento como previsão e checagem, levantamento de hipóteses, análise e classificação. Muitas vezes não contém números em seus dados, mas pistas a serem combinadas para chegar à solução. Exemplo: a amiga de Bruna está jogando dardos. Andréa está brincando de bola. Claudia gosta muito do seu brinquedo. Cada menina está brincando somente de uma coisa. Quem está brincando de boneca?

□ **Problemas de estratégia:** são problemas que solicitam uma estratégia (não convencional) e a combinação de informações do texto para sua solução e não um algoritmo. Exemplo: numa festa estão oito convidados e todos eles se cumprimentam com um abraço. Quantos abraços serão dados?

Diniz (2001) adverte aos professores quanto aos perigos de se adotar os problemas convencionais como única fonte para o trabalho com Resolução de Problemas no ensino dos conteúdos de Matemática.

Quando adotamos os problemas convencionais como único material para o trabalho com resolução de problemas na escola, podemos levar o aluno à postura de fragilidade e insegurança frente a situações que exijam algum desafio maior. Ao se deparar com um problema no qual o aluno não identifica o modelo a ser seguido, lhe resta desistir ou esperar a resposta de um colega ou do professor. Muitas vezes ele resolverá o problema mecanicamente, sem ter entendido o que fez [...], sendo incapaz de verificar se a resposta é ou não adequada aos dados apresentados ou à pergunta feita no enunciado. (DINIZ, 2001, p.89).

Isso não significa romper com os problemas convencionais, mas com o modelo de ensino centrado em problemas convencionais. Significa diversificar os tipos de problemas (incluindo os problemas não convencionais). Problemas e exercícios são necessários ao processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos de Matemática, pois respondem a objetivos diferentes. O erro está em concentrar-se em apenas alguns tipos de problemas, especialmente os denominados convencionais.

O trabalho ao longo do ano baseado em *explicação seguida de lista de exercícios* utilizados para aplicar o que aprenderam na aula ou reforçar conhecimentos anteriores é que tem sido o grande impasse. Para os demais objetivos da Matemática, dentre eles o

desenvolvimento das capacidades básicas de inferir, conjecturar, argumentar e provar, esse modelo não satisfaz.

De acordo com Smole e Diniz (2016, p. 15), os problemas não convencionais favorecem o desenvolvimento da “capacidade de leitura e análise crítica, pois, para resolver a situação problema é necessário voltar muitas vezes ao texto para lidar com os dados e analisá-los, selecionando os que são relevantes e descartando os supérfluos”.

Problemas que não possuem solução evidente ou para os quais o aluno não sabe de antemão que conteúdo deve usar, exigem que ele planeje o que fazer, como fazer, e, ao encontrar uma resposta, é preciso verificar se faz sentido. O aluno naturalmente abandona a passividade e adquire uma postura diferenciada frente à resolução de problemas. (SMOLE; DINIZ, 2016, p. 15).

As autoras sugerem a resolução desses problemas ao longo do ano, de forma diversificada. Um ou dois problemas não convencionais a cada semana, alternando os tipos de problemas seria suficiente. “É importante que, antes da discussão coletiva, os alunos tenham tempo para pensar sobre o problema e tentar resolvê-los por si mesmos”. (SMOLE; DINIZ, 2016, p. 24). Mais importante que a quantidade de problemas é a qualidade das discussões com o coletivo da sala. É importante que haja momentos em duplas também.

Há vários tipos de problemas para cobrir uma variedade também ampla de objetivos dentro da Matemática. Conhecer as orientações didáticas sobre o ensino de Matemática através de Resolução de problemas será o próximo ponto de análise.

2.7 Orientações didáticas e objetivos da Resolução de Problemas

Apesar da importância da Matemática no desenvolvimento do raciocínio do aluno e por sua aplicabilidade nos problemas da vida diária, das ciências e da tecnologia, em geral, os alunos, logo nos primeiros contatos com a disciplina, têm uma atitude negativa ou tornam-se indiferentes a ela. “Isso pode ser atribuído ao exagero no treino dos algoritmos e regras desvinculadas de situações reais”. (DANTE, 2010, p. 21).

A oportunidade de usar os conceitos e procedimentos matemáticos no dia a dia favorece o desenvolvimento de uma atitude positiva do aluno em relação à matéria, evitando questionamentos como “para que serve isso?” ou “onde vou usar isso na minha vida?”. Não basta saber usar os algoritmos das quatro operações. É preciso saber como e quando usá-las convenientemente na resolução de situações-problema, assevera Dante (2010, p.21).

O ensino das quatro operações aritméticas tem de ir além dos procedimentos de cálculos e algoritmos. Os alunos devem compreender e construir um significado próprio dos conceitos envolvidos nas operações. A Matemática precisa fazer sentido para o aluno. Esses fatores estão relacionados à motivação para aprender. A criança precisa querer aprender. E isso não acontece se aquilo que ela deve aprender não fizer sentido para ela.

Sobre a compreensão de problemas matemáticos, Echeverría (1998) afirma que fatores diversos influenciam os alunos no entendimento da tarefa proposta e na forma de resolvê-la. Esses fatores podem ser tanto matemáticos como não matemáticos.

O conteúdo das tarefas, a sua relação com os conhecimentos armazenados pelo aluno, o contexto no qual ocorre, a forma e a linguagem que as expressões assumem, fazem com que haja uma variação considerável na tradução das tarefas para representações matemáticas, influenciando decisivamente na forma de resolvê-las. [...] a solução de problemas matemáticos exige que o sujeito possua um determinado domínio dos conhecimentos dessa área. Embora o conhecimento dessas técnicas costume ser uma condição necessária para a solução de [...] um problema, não parece ser uma condição suficiente, precisam estar integrados a uma estratégia que conduza a meta. (ECHEVERRÍA, 1998, p. 58-60).

Para Onuchic e Allevato (2012), compreender em Matemática é, essencialmente, relacionar.

Esta posição baseia-se na observação de que a compreensão aumenta quando o aluno é capaz de: relacionar uma determinada ideia Matemática a um grande número ou a uma variedade de ideias Matemáticas implícitas nele, construir relações entre as várias ideias Matemáticas contidas num problema. (ONUCHIC; ALLEVATO 2012, p. 242).

Além disso, é essencial lembrar que a criança, na tentativa de acertar, comete equívocos. Isso é natural e até esperado. O erro faz parte do processo de aprendizagem. Logo, não se deve proteger demais a criança do erro. O erro não deve ser visto como fracasso, mas como uma fonte de informações muito útil para o professor e para o próprio aluno. Por isso, conforme Echeverría (1998), Cavalcanti (2001) e Dante (2010), as crianças devem ser encorajadas a procurar o erro e descobrir por que erraram.

A partir das orientações didáticas, são apresentados os objetivos que a formulação e a Resolução de Problemas pretendem atingir, segundo Dante (2010): (1) desenvolver o poder de comunicação do aluno, (2) fazer o aluno pensar produtivamente, (3) desenvolver o raciocínio

do aluno, (4) ensinar o aluno a enfrentar situações novas, (5) dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da Matemática, (6) tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras, (7) equipar o aluno com estratégias para resolver problemas, (8) dar uma boa base matemática às pessoas, (9) liberar a criatividade do aluno.

Cândido (2001, p.15) afirma que a comunicação em Matemática tem um papel fundamental “para ajudar os alunos a construir um vínculo entre suas noções informais e intuitivas e a linguagem abstrata e simbólica da matemática”. Atividades que requeiram do aluno comunicar-se matematicamente com seus pares e com seu professor, ajudam-no a esclarecer, refinar e organizar seus pensamentos. Assim, “terão oportunidade para explorar, organizar e conectar seus pensamentos, novos conhecimentos e diferentes pontos de vista sobre o mesmo assunto”.

O nível ou grau de compreensão de um conceito ou ideia está intimamente relacionado à comunicação eficiente desse conceito ou ideia. A compreensão é acentuada pela comunicação, do mesmo modo que a comunicação é realçada pela compreensão. [...] Quando se trata de matemática, sempre que pedimos a uma criança ou a um grupo para dizer o que fizeram e por que fizeram, ou quando solicitamos que verbalizem os procedimentos que adotaram, justificando-os, ou comentem o que escreveram, representaram ou esquematizaram, relatando as etapas de sua pesquisa, estamos permitindo que modifiquem conhecimentos prévios e construam novos significados para as ideias matemáticas. Dessa forma, simultaneamente, os alunos refletem sobre os conceitos e os procedimentos envolvidos na atividade proposta, apropriam-se deles, revisam o que não entenderam, ampliam o que compreenderam e, ainda, explicitam suas dúvidas e dificuldades. (CÂNDIDO, 2001, p.16-17).

A discussão e análise das resoluções no coletivo da classe é um ponto essencial, pois “é nesse momento que os alunos revelam suas aprendizagens, partilham seus registros e formas de pensar e, assim, ampliam seu repertório em termos de estratégias e formas de organizar a resolução de problemas”. (SMOLE; DINIZ, 2016, p. 24).

Quanto ao professor, este terá uma valiosa oportunidade de analisar, de forma imediata, as concepções das crianças e suas incompreensões e, assim, planejar adequadas intervenções para superação dos obstáculos. A comunicação em sala de aula entre as crianças e com o professor sobre as estratégias para a Resolução de Problemas pode propiciar uma leitura rica da forma de pensar dos alunos, inclusive dos seus esperados erros.

Conforme Dante (2010), apresentar situações-problema que envolvam e motivem a querer resolvê-las, oportuniza ao aluno o pensar produtivamente, além de tornar as aulas de

Matemática mais atraentes e desafiadoras, com base na satisfação que surge quando o aluno, por si só, resolve um problema. Quanto mais difícil, maior a alegria e a satisfação em resolvê-lo. Buscar a solução de um problema que desafia o aluno é mais motivador do que o clássico esquema, explicar e reproduzir.

Formular problemas, segundo Chica (2001), é outra estratégia valorosa para alcançar os objetivos pretendidos, pois trabalha, entre outros, a criatividade, a iniciativa, a transferência de aprendizagens, o raciocínio lógico. Além disso, auxilia os alunos a lerem e interpretarem os problemas apresentados pelo professor ou nos livros didáticos. Propor problemas exige do aluno processos de pensamento muito mais elaborados do que o de, simplesmente, resolver.

Acostumados a assistir ao professor “fazer matemática”, nessa proposta didática os alunos são convidados a serem propositores de problemas, sob a argumentação de que esse seria um recurso valioso para o processo de aprendizagem da Matemática.

Quando o aluno cria seus próprios textos de problemas, ele precisa organizar tudo que sabe e elaborar o texto, dando-lhe sentido e estrutura adequada para que possa comunicar o que pretende. Nesse processo, aproximam-se a língua materna e a matemática, as quais se complementam na produção de textos e permitem o desenvolvimento da linguagem específica. O aluno deixa, então, de ser resolvidor para ser propositor de problemas, vivenciando o controle sobre o texto e as ideias matemáticas. (CHICA, 2001, p.151).

Chica (2001) defende que na formulação de problemas a criança empenha-se em pensar nele como um todo, não se detendo apenas nos números, em algumas palavras-chave ou na pergunta, como normalmente faz quando está diante de problema proposto para que resolva. Ela tem a oportunidade de se familiarizar e compreender melhor as características das situações-problema de forma abrangente.

Além disso, há outro forte argumento em defesa da formulação de problemas pelos alunos como uma estratégia para o processo de ensino-aprendizagem de Matemática.

Problemas criados pelos alunos frequentemente serão de interesse dos outros alunos, e os processos envolvidos na concepção e na resolução desses problemas podem melhorar seu desempenho em outros problemas. [...] Fazer com que os alunos compartilhem de problemas escritos por colegas deveria fazer parte do plano de ensino para a classe. (BARNETT; SOWDER; VOS, 1997, p.133).

Esse trabalho requer paciência, adverte Chica (2001), cabendo ao professor orientar os alunos sem atropelar o processo de criação, já que nas primeiras propostas de formulação de problemas as crianças demonstram dificuldade por estarem acostumadas a somente resolver problemas. As primeiras atividades deverão ser bem simples e, paulatinamente, ir avançando para as produções mais elaboradas. Pode iniciar de forma coletiva (o professor é quem escreve), e avançar para produções em dupla e individualmente.

Extraída de diversas fontes, como Chica (2001), Diniz (2001) e Dante (2010), a lista a seguir apresenta atividades diversas para trabalhar a iniciativa e a criatividade na formulação de problemas pelos alunos. Todas elas pretendem trabalhar a questão da autoria dos alunos.

As atividades estão relativamente organizadas na forma de propostas mais simples para as mais complexas, a saber: (1) a partir do problema dado, criar a pergunta correspondente, (2) a partir de uma figura dada, criar uma pergunta, (3) apresentar problemas sem números, somente com texto, fazendo com que as crianças completem e resolva-os, (4) a partir de um problema dado, criar um parecido, (5) a partir de problemas extravagantes, irreais e divertidos, criar um parecido, (6) a partir da pergunta, formular um problema, (7) a partir de uma resposta, formular o problema, (8) formulando problemas a partir de uma operação, de um tema, de uma imagem, ou, de uma série de dados numéricos.

Segundo Cavalcanti (2001), a valorização das diferentes formas de resolver problemas é outra estratégia para alcançar os objetivos propostos pela Resolução de Problemas como recurso metodológico. Valorizar as diferentes formas de Resolução de Problemas presta-se a trabalhar a autonomia da criança, a autoria, a criatividade, o pensar produtivo, além de combater o mito criado pela forma tradicional de ensinar Matemática, que existe sempre uma maneira correta e única de resolver o problema.

Lembra a autora, que desenhos ou outras formas de registros pictóricos podem ser admitidos como apoio à resolução, mas a resolução convencional, envolvendo algum tipo de algoritmo, é sempre a mais valorizada.

Para combater essa má concepção em relação a resolver problemas é necessário uma postura diferente do professor frente às diferentes tentativas das crianças de resolução de situações problemáticas.

Cavalcanti (2001) defende que, mesmo não conhecendo ainda o algoritmo convencional, crianças dos anos iniciais são capazes de resolver problemas utilizando de formas próprias, dentre elas, desenhos, esquemas.

No entanto, é prática comum exigir que os alunos comecem a resolver problemas escrevendo corretamente a sentença ou expressão matemática que o traduz. Ocorre que a

exigência precoce pelo uso da sentença e da operação matemática na Resolução de Problemas “pode criar dificuldades para os alunos, quer na compreensão do que o problema pede, quer na elaboração adequada de uma estratégia para a sua solução”. (CAVALCANTI, 2001, p.123).

O professor deve incentivar os alunos a buscarem diferentes formas de resolver problemas, sejam elas através de algoritmos convencionais, desenhos, esquemas ou até através da oralidade. Aceitar e analisar as diversas estratégias de resolução como válidas e importantes etapas do desenvolvimento do pensamento permitem a aprendizagem pela reflexão e auxiliam o aluno a ter autonomia e confiança em sua capacidade de pensar matematicamente. (CAVALCANTI, 2001, p. 121).

Cavalcanti (2001, p. 126) adverte que cabe ao professor assegurar “espaço para elaboração individual de estratégias e momentos coletivos, ou em pequenos grupos, para que as crianças apresentem suas hipóteses e possam ouvir a opinião dos colegas a respeito de seu procedimento de resolução”. As diferentes soluções encontradas devem ser apresentadas no quadro e comentadas, não com o objetivo de escolher a melhor, mas permitir a troca de ideias das diferentes estratégias utilizadas.

Lembrando que, ainda segundo Cavalcanti (2001, p. 126), “falar e ouvir nas aulas de matemática permite uma maior troca de experiências entre as crianças, amplia o vocabulário matemático e linguístico da classe e faz com que ideias e procedimentos sejam compartilhados”, favorecendo o processo de comunicação, atividade essencial para a aprendizagem matemática.

As crianças podem resolver problemas propostos pelo professor, criados por elas próprias ou por seus colegas. Esse trabalho criativo pode ser individualmente, em duplas ou em pequenos grupos.

A linguagem formal da Matemática, assim como a escrita convencional (de Matemática) é considerada uma conquista complexa, lenta e gradual, “que se faz por aproximações sucessivas mediadas pelas trocas que ocorrem entre os alunos e entre o professor e os alunos”. (CAVALCANTI, 2001, p.131). Daí a importância de se valorizar as diferentes formas e tentativas de resolver um problema. Conforme a autora já apresentou antes, pode ser danoso exigir dos alunos desde sua iniciação nos conhecimentos matemáticos, a escrita convencional da sentença ou expressão matemática.

Aprender a linguagem escrita da matemática é um dos conteúdos de aprendizagem escolar que se constrói através de seu uso, que se inicia de modo bastante simples e, [...] paulatinamente, torna-se mais sofisticado e complexo à medida que os alunos têm oportunidade de usar as formas de representação que consideram válidas, de confrontar-se com aquelas utilizadas por outros membros do grupo e de discutir a eficácia comunicativa das diversas representações que usam. (CAVALCANTI, 2001, p. 131).

É consenso na literatura que ensinar e aprender a resolver problemas são processos complexos que exigem profundo conhecimento, tanto em termos de conteúdo (conceitual, atitudinal, procedimental), quanto em relação aos saberes didáticos docente. O professor precisa saber o que ensinar e como ensinar, mas de outro lado, deve haver o envolvimento e a motivação para a aprendizagem da parte do aluno. Nesse processo, dificuldades se apresentarão. É preciso conhecer os fatores que dificultam e as possíveis soluções para cada caso.

2.8 Fatores que dificultam o problema e possíveis alternativas

Alguns fatores gerais influem no nível de dificuldade dos problemas. Dentre esses possíveis fatores que dificultam no processo de compreensão e resolução do problema, Leblanc, Proudfit e Putt (1997) e Dante (2010) pontuam que estão a linguagem e o vocabulário, a extensão e a estrutura das frases ou sentenças, o tamanho e a complexidade dos números, o cenário e a apresentação do problema.

O vocabulário deveria ser escolhido de modo a tornar a comunicação o mais simples possível. Os termos matemáticos (perpendicular, múltiplo, denominador, etc.) não deveriam ser evitados, mas é preciso que os alunos os entendam claramente. (LEBLANC, PROUDFIT, PUTT, 1997, p.151-152).

Dante (2010) assevera que o vocabulário matemático específico deve ser cuidadosamente trabalhado pelo professor com a turma. As crianças precisam de tempo e ajuda, para aprender a distinguir o significado de palavras como operação, primo, dobro, diferença, meio, vezes, conta, par, etc. Caso contrário, esse também pode se tornar um fator dificultador do entendimento do problema.

A linguagem apropriada a cada série e vocabulário mais próximo da realidade da criança é o primeiro fator. Palavras desconhecidas ou situações fora do contexto da criança podem prejudicar o entendimento do problema. É preciso garantir que a turma tenha uma

compreensão clara do problema, antes de começar a pensar no plano e nas estratégias de resolução, afirma Dante (2010).

Turmas ainda não alfabetizadas ou com dificuldade de leitura não configuram impedimento para Resolução de Problemas. Ao contrário, há recomendações de que a solução de problemas seja apresentada já nos primeiros anos da escolaridade, mesmo antes das crianças saberem ler e escrever convencionalmente. Pesquisadores como, Suydam (1997), Echeverría (1998), Smole e Diniz (2001) e Dante (2010) pontuam que o professor pode usar mais figuras do que palavras ou fazer a leitura para a turma. Progressivamente os problemas vão sendo apresentados numa linguagem mais discursiva.

Pesquisas [...] não indicam que a leitura seja um impedimento tão grande como se costuma pensar. Algumas pesquisas dão conta, obviamente, de uma correlação positiva entre a capacidade para a leitura e o êxito na resolução de problemas, mas isso pode não ter importância suficiente para se fazer um prognóstico preciso de êxito na resolução de problemas. (SUYDAM, 1997, p.59-60).

Smole e Diniz (2001, p. 69) afirmam que é comum os professores acreditarem que as dificuldades apresentadas por seus alunos em ler e compreender um problema ou exercício de Matemática estão associadas a dificuldades com a leitura.

[...] é comum a concepção de que, se o aluno tivesse mais fluência na leitura nas aulas de língua materna, conseqüentemente ele seria um melhor leitor nas aulas de matemática. [...] Embora tais afirmações estejam em parte corretas, [...] consideramos que não basta atribuir as dificuldades dos alunos em ler textos matemáticos à sua pouca habilidade de leitura. (SMOLE; DINIZ, 2001, p.69).

Schneider e Saunders (1997, p. 88) esclarecem que “os símbolos e a gramática da matemática constituem uma linguagem não familiar, e os alunos diferem na rapidez e facilidade com que conseguem compreendê-los”. Uma abordagem alternativa na fase inicial do ensino de Resolução de Problemas é o professor ensinar uma linguagem ilustrada com a qual as crianças possam registrar as informações. Feito isso, o professor lê o problema e os alunos desenham tudo o que pensam que pode ajudar a resolver o problema. Registradas as informações, as crianças podem se concentrar em resolver as operações envolvidas.

Considerando que “a abstração de ideias tem sua origem na manipulação e atividades mentais a ela associadas” (DANTE, 2010, p. 63), é altamente recomendável fazer com que as

crianças usem material de contagem (palitos, canudinhos, tampinhas), gravuras, diagramas, mapas, gráficos, durante todos os anos iniciais do Ensino Fundamental. Para Suydam (1997), a manipulação desse tipo de recurso material ajuda a aumentar a probabilidade de um problema ser entendido e resolvido corretamente.

Autores como Barnett, Sowder e Vos (1997), indicam que as ilustrações ou desenhos com o mínimo de palavras são importantes para aperfeiçoar a habilidade em Resolução de Problemas e são alternativas às palavras. Anúncios de jornais, por exemplo, podem ser boas fontes de problemas. “Os problemas formulados com ilustrações ou material concreto criam maior interesse, envolvem um extraordinário grau de realismo e podem ajudar alguns alunos com dificuldade fora do comum em problemas”. (BARNETT; SOWDER; VOS, 1997, p.137).

A extensão e complexidade das frases e sentenças no problema é outro fator complicador na leitura e compreensão do mesmo. Em geral as crianças se perdem na leitura de frases longas e complexas. Os problemas deveriam ser examinados tendo em vista a possibilidade de dividir uma sentença longa em duas ou mais sentenças ou reescrevê-la de maneira substancialmente menor, conforme pontuam Leblanc, Proudfit e Putt, (1997) e Dante, (2010).

Os autores supracitados asseveram que o tamanho e a complexidade dos números são também apontados como fatores que impactam na dificuldade do problema. Números muito grandes fazem com que toda a atenção da criança se volte para o número e para o algoritmo. Uma alternativa é substituir por números menores e simples, permitindo ao aluno concentrar-se na compreensão e resolução do problema muito mais do que nos cálculos.

“Mudar o cenário ou apresentação do problema pode alterar seu nível de dificuldade”. (LEBLANC; PROUDFIT; PUTT, 1997, p.152). Por exemplo: o problema do aperto de mãos⁷ é muito mais simples do que esse: se cada um dos seis pontos dados fosse ligado aos demais, quantos segmentos de reta teriam?

Para Leblanc, Proudfit e Putt (1997) e Dante (2010), outros fatores que afetam o nível de dificuldade e compreensão dos problemas são o número e o grau de complexidade do algoritmo. De modo geral, se a solução do problema requer apenas uma operação, ele é mais simples do que aqueles que requerem duas ou mais operações. De modo similar, problemas que envolvem porcentagem geralmente apresentam mais dificuldade do que um que envolva multiplicação simples. Porcentagem é um conceito mais complexo do que multiplicação simples.

⁷ Numa reunião há 6 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo?

Outra questão que impacta no nível de complexidade do problema é o tipo de estratégia com a qual o problema pode ser resolvido.

Se a estratégia envolver apenas a execução de algoritmos, ela é simples. Se exigir tentativa e erro, ela já requer uma certa habilidade para fazer estimativas. E, finalmente, se a estratégia for a elaboração de tabelas organizadas, gráficos, interpretação de gráficos e generalizações, a resolução do problema é considerada bem mais difícil. (DANTE, 2010, p.55).

Dante (2010, p.55) adverte que outro fator é o número de condicionantes (no caso de problema-processo) a serem satisfeitas e sua complexidade. “Se um problema apresenta duas ou mais condições a serem satisfeitas, ele se torna mais difícil porque, em geral, o aluno pensa que o problema já está resolvido quando consegue satisfazer apenas uma delas”. Exemplo: Jane viu 18 frangos e porcos no terreiro de uma fazenda. Se ela contou 50 patas, quantos frangos e quantos porcos havia no terreiro? São duas condicionantes a serem satisfeitas: 1) deve haver 18 animais, e 2) o número total de patas deve ser 50. A resposta *17 porcos e 1 frango* satisfaz a primeira condicionante, mas não a segunda⁸.

“O fato de esses fatores tornarem os problemas difíceis não significa que devemos evitá-los. Ao contrário, as crianças necessitam de experiências com uma série de problemas com elementos que os tornam difíceis.” (SUYDAM, 1997, p.58). Obviamente deve-se atentar quanto à dificuldade do problema já que um nível alto de dificuldade para a capacidade das crianças gera frustração.

Há uma tendência corrente entre os professores de, na tentativa de facilitar a compreensão, ensinar os alunos a buscarem as palavras-chave no problema. Expressões como “ao todo”, “mais do que”, “juntos”, “total de”, podem indicar que se trata de um problema de adição, assim como “sobrou”, “diferença”, “restou”, “perdeu”, podem indicar uma subtração. No entanto, há certo perigo na utilização desses “truques” para compreender o problema.

As palavras tidas como chave podem levar a interpretações equivocadas. O mais adequado é buscar a compreensão do contexto onde a palavra foi empregada. “A depender do contexto, o mesmo termo pode não indicar a mesma operação. Embora tais palavras sejam frequentemente indicadoras das operações requeridas, os alunos deveriam ser prevenidos no sentido de observar cuidadosamente o contexto em que aparecem.” (BARNETT; SOWDER; VOS, 1997, p.141).

⁸ Problema extraído de Leblanc, Proudfit, Putt (1997, p.153).

O verbo dar, por exemplo, pode sinalizar que se trata de uma subtração, mas essa vinculação não é inequívoca. Nos exemplos a seguir o verbo dar adquire significados opostos.

Exemplo: 1) João tinha R\$15,00, deu R\$5,00 para sua irmã. Com quantos reais João ficou? Exemplo: 2) A mãe de João deu a ele R\$15,00. Ele já tinha R\$5,00. Com quantos reais João ficou?

A maior proporção de respostas corretas ocorre, não por acaso, quando as palavras-chave atuam como pistas para o procedimento ou operação que podem ser usados para a solução. [...]. As crianças podem tirar proveito de alguma orientação que indique as palavras-chave, mas essa orientação deveria destacar tanto os perigos quanto os benefícios de confiar em palavras-chave. (SUYDAM, 1997, p.59).

Barnett, Sowder e Vos (1997) asseveram que as diferenças entre a leitura de textos em prosa e a de enunciados de problemas matemáticos vêm sendo consideradas há muitos anos como possíveis barreiras para a Resolução de Problemas. As diferenças aparecem, entre outras, na densidade do texto, nas unidades de pensamento, nas pistas de contexto, no vocabulário, nos padrões de leitura.

Os problemas de matemática são mais compactos e densos conceitualmente, do que a prosa corrente. Um parágrafo comum de prosa consta em geral de uma ideia principal, enquanto os problemas matemáticos frequentemente condensam várias ideias em uma única sentença. [...] Os problemas frequentemente contêm unidades de pensamento relativamente curtas, estritamente relacionadas umas com as outras. Um único enunciado de problema frequentemente contém muitas dessas unidades de pensamento. [...] Os enunciados de problemas muitas vezes carecem de pistas de contexto em que a prosa corrente é, em geral, relativamente abundante. [...] O vocabulário é outra questão difícil no que se refere à resolução de problemas. Muitas vezes o significado de uma palavra em um problema matemático é inteiramente diferente do significado dessa mesma palavra na prosa comum. As palavras operação, vezes, média, altura, [...] têm significados diferentes em problemas matemáticos. [...] Os padrões normais de leitura são geralmente ineficazes para os problemas. Os frequentes símbolos e numerais nos problemas podem truncar a linha de raciocínio dos alunos, já que o leitor frequentemente fixa sua atenção nos números do enunciado e pode não perceber as relações sugeridas pelos verbos e substantivos. (BARNETT; SOWDER; VOS, 1997, p.138-140).

De modo complementar, Smole e Diniz (2001, p.70) pontuam que “além dos termos e sinais específicos, existe na linguagem matemática uma organização da escrita nem sempre

similar àquela que encontramos nos textos de língua materna, o que exige um processo particular de leitura”.

A dificuldade que os alunos encontram em ler e compreender textos de problemas está, entre outros fatores, ligada à ausência de um trabalho específico com o texto do problema. O estilo no qual os problemas de matemática geralmente são escritos, a falta de compreensão de um conceito envolvido no problema, o uso de termos específicos da Matemática que, portanto, não fazem parte do cotidiano do aluno e até palavras que têm significados diferentes na Matemática e fora dela – total, diferença, ímpar, média, volume, produto – podem constituir-se em obstáculos para que ocorra a compreensão. (SMOLE; DINIZ, 2001, p.72).

Segundo Barnett, Sowder e Vos (1997, p.137) “há evidências acentuadas de que o ensino específico de leitura de problemas matemáticos pode redundar em êxito na resolução de problemas”.

Essas características levam-nos a considerar que os alunos devem aprender a ler matemática e ler para aprender matemática, pois para interpretar um texto matemático, o leitor precisa familiarizar-se com a linguagem e os símbolos próprios desse componente curricular, encontrando sentido no que lê, compreendendo o significado das formas escritas que são inerentes ao texto matemático, percebendo como ele se articula e expressa conhecimentos. (SMOLE; DINIZ, 2001, p.71).

Para desenvolver a leitura em matemática é preciso criar, conforme Smole e Diniz (2001), uma rotina de leitura que articule momentos de leitura individual, oral, silenciosa ou compartilhada. Os textos devem ser adequados aos objetivos que se pretende alcançar e diversificados, podendo incluir, além de problemas, textos com grande quantidade de informações numéricas e gráficas, encontrados em anúncios de jornal, panfletos de vendas, a fim de que a leitura seja mais contextualizada. A leitura de gráficos e tabelas deve ser incluída também.

Quando os alunos ainda não são leitores, o professor pode ler todo o problema para eles e, posteriormente, quando passam a ler o texto, pode auxiliá-los nessa leitura, garantindo que todos compreendam o problema, cuidando para não enfatizar palavras-chave nem usar qualquer recurso que os impeça de buscar a solução por si mesmos. Todavia, há outros recursos dos quais podemos nos valer para explorar alfabetização e matemática enquanto trabalhamos com problemas e para auxiliar os alunos que, mesmo

alfabetizados, apresentam dificuldades na interpretação dos textos de problemas. (SMOLE; DINIZ, 2001, p.72).

As referidas autoras apresentam outras estratégias para aprender a ler problemas. Um dos recursos é escrever uma cópia do problema no quadro e fazer uma leitura cuidadosa com os alunos para uma compreensão global.

Outra possibilidade é propor o problema escrito e fazer questionamentos orais com a classe, tais como: Do que o problema trata? Qual a pergunta? Há alguma palavra desconhecida? Quem pode recontar o problema? Os problemas são resolvidos após toda a discussão sobre o texto, que a essa altura já terá sido interpretado e compreendido pela classe.

Smole e Diniz (2001) sugerem ainda outras estratégias para aprender a ler problemas:

Problemas em tiras: nessa estratégia de leitura, os alunos, em duplas e depois individualmente, recebem um problema escrito em tiras, como se fosse um quebra-cabeças que deve ser montado na ordem correta antes de ser resolvido.

Com que conta resolve? Nessa proposta, são dados aos alunos dois ou três problemas e abaixo deles aparecem as operações. A tarefa consiste em ler cada problema e associar a ele a operação adequada, justificando, oralmente ou por escrito, a escolha feita. Os problemas podem ser convencionais ou não.

Comparando dois problemas: a função dessa proposta é fazer com que os alunos apropriem-se de estratégias de leitura que permitam compreender o papel dos dados e da pergunta na Resolução de Problemas. São fornecidos dois problemas para que analisem as semelhanças e diferenças entre eles. Essa atividade pode ser realizada em duplas ou com a classe toda.

Qual a pergunta? O objetivo dessa proposta é levar os alunos a perceberem como a pergunta de um problema está relacionada aos dados do problema e ao texto. É apresentado aos alunos um problema sem a pergunta, fornecendo uma série de quatro ou cinco questões que devem ser lidas e analisadas. Em duplas ou individualmente, os alunos devem decidir quais perguntas são adequadas ao problema dado.

2.9 Características de um bom problema

Dante (2002) esclarece que para propor problemas adequadamente a primeira condição a ser satisfeita é saber exatamente o que é um problema e o que é um exercício, muitas vezes usados de forma sinônima equivocadamente. Feito isso, há uma série de recomendações didáticas para propor um bom problema, de modo a despertar a iniciativa, o

interesse e a vontade do aluno de querer resolvê-lo. Além de controlar os fatores que podem dificultar a leitura e a compreensão do problema, conforme já apresentados.

Dante (2010, p.50-52) ressalta que um bom problema deve: ser desafiador para o aluno; ser real; ser interessante; ser o elemento de um problema realmente desconhecido; não consistir na aplicação evidente e direta de uma ou mais operações aritméticas; ter um nível adequado de dificuldade.

No entanto, Dante (2010) avalia que a maioria dos problemas trabalhados com os alunos é do tipo padrão ou simplesmente exercícios de algoritmo, que não desafiam ou motivam os alunos a querer resolvê-los.

Apresentar vários problemas de adição logo após o estudo dessa operação configura exercícios de aplicação para fixar a ideia de adição e o algoritmo de adição. Não se trata de problemas-processo, pois o algoritmo a ser usado já é conhecido. “Por isso, não há desenvolvimento de estratégias nem pesquisa e exploração. Basta apenas aplicar o algoritmo estudado anteriormente”, ressalta Dante (2010, p.62), explicando que o problema deve conter dados reais, quer nas informações nele contidas, quer nos valores numéricos apresentados. Dados artificiais ou desconexos com a realidade desmotivam o aluno e podem prejudicar a compreensão do problema.

Além disso, o problema deve ser de interesse dos alunos. A motivação é um dos fatores mais importantes para o envolvimento do aluno com o problema. Um problema envolvendo dados sobre um campeonato de futebol, por exemplo, é muito mais motivador para a criança do que uma situação imaginária ou fora de contexto.

Dante (2010) conclui que deve ter um nível adequado de dificuldade, pois nada mais desmotivador que reiterados insucessos na tentativa de solução de problemas não razoáveis para determinada série.

2.10 Saberes necessários para a Resolução de Problemas (segundo as diferentes concepções)

Sobre a Solução de Problemas *como conteúdo*, Echeverría e Pozo (1998, p.14) afirmam que sem procedimentos eficazes – sejam habilidades ou estratégias – o aluno não poderá resolver problemas. Por exemplo: Qual time de basquete é mais eficiente no arremesso à cesta, o *Seattle Supersonics*, que converteu 23 dos 40 arremessos tentados, ou o *Atlanta Hawks*, que encestou 28 das suas 47 tentativas? Sem habilidades adequadas de cálculo proporcional o aluno será incapaz de resolver este problema.

De certa forma, essas habilidades – um conhecimento de caráter procedimental – constituem o núcleo do saber necessário para resolver esse problema. Necessário, mas não suficiente, já que há fatores que podem interferir no processo de resolução do problema.

Pode ser que o aluno seja capaz de fazer [...] o cálculo proporcional, mas que não o faça neste caso por diversos motivos. Um primeiro motivo pode ter relação com as *atitudes* do aluno diante da aprendizagem concreta. Pode acontecer, [...], que tal pergunta não represente para ele um verdadeiro problema, ou porque não se interesse por basquete, ou porque [...], não seja para ele uma pergunta significativa ou, especialmente, porque não esteja disposto a propor-se um problema [...] com respeito a algo que não seja o *seu* problema. Ensinar a resolver problema não consiste somente em dotar os alunos de habilidades e estratégias eficazes, mas também em criar neles o hábito e a atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta. [...]. O verdadeiro objetivo final da aprendizagem da solução de problemas é fazer com que o aluno adquira o hábito de propor-se problemas e de resolvê-los como forma de aprender. Mas a solução de problemas não vai exigir somente procedimentos adequados e determinadas atitudes ou disposições. [...] Pode ser que outro motivo pelo qual o aluno não se mostre capaz de fazer o cálculo proporcional exigido seja o seu desconhecimento do basquete e de suas regras, com o que, num dado momento, não poderia atribuir significado aos dados propostos pelo problema e, por conseguinte, não poderia compreendê-lo. [...] Não é, portanto, um déficit procedimental, mas conceitual, que impede a solução da tarefa. Os procedimentos, sejam habilidades ou estratégias, aplicam-se a alguns conteúdos fatuais ou conceituais que, se não forem compreendidos pelos alunos, impossibilitam que estes concebam a tarefa como um problema. Em outras palavras, sem compreensão da tarefa os problemas se transformam em pseudoproblemas. (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 14-15).

Logo, com base em Echeverría e Pozo (1998), para a solução de problemas como um conteúdo da Educação Básica é necessário que o aluno tenha conhecimentos procedimentais (habilidades ou estratégias), conceituais, fatuais, atitude e disposição.

Echeverría e Pozo (1998, p.24) afirmam que para compreender o problema como *habilidade geral* é necessário, primeiramente,

[...] compreender a linguagem em que está expressa a tarefa e ter adquirido previamente certos conhecimentos como, por exemplo, as regras da adição. Além disso, exige que tomemos consciência de que estamos diante de uma tarefa conhecida, [...], mas ao mesmo tempo, de que esta tarefa apresenta elementos desconhecidos.

Ainda segundo os mesmos,

Como parece claro, a utilização desses procedimentos heurísticos ou estratégias não garante, por si só, o sucesso de um problema. As estratégias são métodos vagos e muito gerais e por isso dificilmente podem garantir que se alcance a solução de uma tarefa determinada. O sucesso de uma estratégia dependerá [...] de técnicas que contribuam para que o sujeito desenvolva de maneira efetiva seus planos. [...] Nesse sentido, parte das diferenças individuais na solução de problemas podem ser motivadas por diferenças na aprendizagem que contribuem para que as pessoas armazenem em sua memória, a longo prazo, tipos e números diferentes de regras concretas para os diferentes problemas. Grande parte dessas regras foram aprendidas através da apresentação reiterada de tarefas similares que contribuíram para automatizar métodos de solução. (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p.26).

Sobre a solução de Problemas como *processo*, Echeverría (1998, p.51) afirma que “o processo de solução de problemas matemáticos é muito mais complexo e entra em jogo tipos de conhecimentos muito diferentes”. Na realização desse processo uma série de passos determinados deve ser seguida.

A compreensão de problemas matemáticos é claramente influenciada por fatores diversos, tanto matemáticos como não matemáticos. O conteúdo das tarefas, a sua relação com os conhecimentos armazenados pelo aluno, o contexto no qual ocorre, a forma e a linguagem que as expressões assumem fazem com que haja uma variação considerável na tradução das tarefas para representações matemáticas, influenciando decisivamente na forma de resolvê-las. [...] a solução de problemas matemáticos exige que o sujeito possua um determinado domínio dos conhecimentos dessa área. Embora o conhecimento dessas técnicas costume ser uma condição necessária para a solução de [...] um problema, não parece ser uma condição suficiente, precisam estar integrados a uma estratégia que conduza a meta. (ECHEVERRÍA, 1998, p. 58-60).

2.11 O papel do professor segundo a concepção de Resolução de Problemas como metodologia

Polya (1995, p.1) já afirmava em *How to solve it* que o estudante deve ser incentivado a trabalhar de forma independente tanto quanto for possível. “Mas se ele for deixado sozinho, sem ajuda ou com um auxílio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso. Se o professor ajudar demais, nada restará para o aluno fazer. O professor deve auxiliar, nem demais nem de menos”.

A Resolução de Problema é uma habilitação prática. Logo, aprende-se a resolver problemas, resolvendo-os, afirma Polya (1995). Para desenvolver nos alunos a capacidade de resolver problemas deve-se dar muitas oportunidades de praticar. Além disso, “o professor

que desejar inculcar em seus alunos a correta atitude mental para com os problemas deverá ter, ele próprio, adquirido essa atitude”. (POLYA, 1995, p. 134).

Conforme Dante (2010, p.36), ensinar a resolver problemas é uma tarefa mais complexa do que “ensinar conceitos, habilidades e algoritmos. Não é um mecanismo direto de ensino, mas uma variedade de processos de pensamento que precisam ser cuidadosamente desenvolvidos pelo aluno” com o apoio do professor. É comum que os alunos saibam efetuar todos os algoritmos (adição, subtração, multiplicação, divisão), conheçam fórmulas, mas não consigam resolver um problema que envolva um ou mais desses algoritmos ou fórmulas, afirma o autor.

Ensinar a resolver problemas é algo que difere de todos os outros aspectos da educação matemática. A maioria dos professores concordaria que planejar o ensino de maneira a ajudar os alunos a se tornarem mais aptos para a resolução de problemas difíceis e não rotineiros, é a tarefa mais desafiadora enfrentada por eles nas aulas de matemática. (KANTOWISKI, 1997, p.270).

Segundo Onuchic (1999), na perspectiva de Resolução de Problemas como metodologia de ensino, o papel do professor muda de comunicador de conhecimento para o de observador, organizador, consultor, interventor, controlador e incentivador da aprendizagem. Sua tarefa principal é ajudar o aluno a ser um sujeito autônomo de sua aprendizagem, possibilitando que seja um investigador e criador de estratégias de Resolução de Problemas para apropriar-se dos conceitos matemáticos.

Para que a aprendizagem ocorra ela deve ser significativa e relevante, sendo vista como compreensão de significados, possibilitando relações com experiências anteriores, vivências pessoais e outros conhecimentos, dando espaço para formulação de problemas de algum modo desafiantes, [...], modificando comportamentos e permitindo a utilização do que é aprendido em diferentes situações escolares ou não. [...] Nessa concepção, o ensino é um conjunto de atividades sistemáticas, cuidadosamente planejadas, nas quais o professor e o aluno compartilham parcelas cada vez maiores de significados com relação aos conteúdos do currículo escolar, [...]. Uma proposta de trabalho em matemática que vise à aprendizagem significativa deve encorajar a exploração de uma grande variedade de ideias matemáticas não apenas numéricas, mas também aquelas relativas à geometria, às medidas, às noções estatísticas, sempre valorizando o conhecimento prévio do aluno, suas experiências e a linguagem natural da criança, sempre, no entanto, possibilitando ao aluno ir além do que parece saber. (CÂNDIDO, 2001, p.16).

De posse dos pressupostos teóricos sobre o tema, a próxima etapa da investigação é analisar como é pensada a Resolução de Problemas nos Parâmetros curriculares Nacionais.

3 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS DOCUMENTOS OFICIAIS DO MEC

Esta seção se propõe a analisar as orientações do MEC para o ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Estas orientações estão presentes, dentre outros, nos Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática – de 1997. O objetivo nessa etapa da investigação é analisar as recomendações oficiais para o processo de ensino-aprendizagem de Matemática nas escolas brasileiras e, em especial, verificar como a Resolução de Problemas é pensada nesses documentos.

3.1 Os Parâmetros Curriculares Nacionais e o conhecimento matemático

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para a área de Matemática no ensino fundamental são pautados pelos seguintes princípios:

— No ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. Nesse processo, a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a ‘falar’ e a ‘escrever’ sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados.

— O tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas. O significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e seu cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos.

— O conhecimento matemático deve ser apresentado aos alunos como historicamente construído e em permanente evolução. (BRASIL, 1997, p.19).

De acordo com os PCN (1997), a Matemática surgiu na Antiguidade por necessidades da vida cotidiana, ou seja, pela necessidade de contar, calcular, medir, organizar o espaço e as formas. Em todas as épocas, as atividades matemáticas foram uma das formas usadas pelo homem para interagir com o mundo natural, social e cultural. O surgimento da Matemática está associado, assim, a aspectos puramente pragmáticos.

Além do aspecto prático-utilitário, a Matemática apresenta também características de natureza mais abstrata e dedutiva, afirma Echeverría, (1998).

Assim, é possível reconhecer certos traços que caracterizam a Matemática como ciência: “abstração, precisão, rigor lógico, caráter irrefutável de suas conclusões, bem como o extenso campo de suas aplicações”. (BRASIL, 1997, p.23).

A abstração matemática revela-se no tratamento de relações quantitativas e de formas espaciais, destacando-as das demais propriedades dos objetos. Ainda que os matemáticos façam constante uso de modelos e recorram a exemplos bem concretos, a Matemática move-se quase exclusivamente no campo dos conceitos abstratos e de suas inter-relações. Para demonstrar suas afirmações, o matemático emprega apenas raciocínio lógico e cálculos, conforme Brasil (1997).

Sobre a Matemática, os PCN (1997) esclarecem que, apesar de seu caráter abstrato, seus conceitos e resultados têm origem no mundo real e encontram muitas aplicações em outras ciências (como Física, Química e Astronomia) e em inúmeros aspectos práticos da vida diária: na indústria, no comércio e na área tecnológica.

Essa potencialidade da Matemática como conhecimento de muita aplicabilidade deve ser explorada, da forma mais ampla possível, no ensino fundamental. É importante que a Matemática desempenhe, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares. (BRASIL, 1997, p.25).

Muitas ações cotidianas requerem competências matemáticas de níveis variáveis de complexidade. A Matemática está sempre presente em nossa vida, em diferentes contextos. Por isso é considerada uma ciência pura e ao mesmo tempo prática. São esses saberes, considerados utilitários, que a tornam uma ciência prática na mesma medida que é um saber teórico.

A Matemática pode ainda, segundo os PCN (1997), colaborar na construção da cidadania e da formação ética na medida em que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal, o respeito à forma de pensar dos colegas, a confiança na própria capacidade e na dos colegas de enfrentar desafios.

3.2 O saber matemático nos anos iniciais do Ensino Fundamental

O estudo dos fenômenos relacionados ao ensino e à aprendizagem da Matemática pressupõe a análise de variáveis envolvidas nesse processo — aluno, professor e saber matemático — assim como das relações entre elas.

Sobre o ensino da Matemática, é importante que o professor tenha clareza de suas próprias concepções sobre a mesma, uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetivos e conteúdos de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções.

Que concepção (ou concepções) sobre a Matemática permeia o fazer docente? Seria a Matemática concebida exclusivamente como ciência abstrata, dedutiva, pura, exata, infalível? Seria a Matemática uma ciência essencialmente aplicada, prática?

É importante também saber que antes mesmo de entrarem na escola, as crianças já desenvolveram noções informais sobre numeração, medida, espaço e forma, construídas em sua vivência cotidiana. Essas noções matemáticas prévias funcionarão como elementos de referência para o professor e como ponto de partida de aprendizagem para o aluno.

Os alunos trazem para a escola conhecimentos, ideias e intuições, construídos através de observações nas referências que conseguem estabelecer daquilo que é observado e nas experiências que vivenciam em seu grupo sociocultural. Eles chegam à sala de aula com diferenciadas ferramentas básicas para, por exemplo, classificar, ordenar, quantificar e medir. (BRASIL, 1997, p.25).

Deve-se reconhecer que mesmo não conhecendo ainda o algoritmo convencional, crianças dos anos iniciais são capazes de resolver problemas utilizando-se de formas próprias, lançando mão de seus conhecimentos sobre o assunto e buscando estabelecer relações entre o já conhecido e o novo. As crianças desenvolvem uma inteligência essencialmente prática, com base em necessidades cotidianas. Quando essas capacidades são potencializadas pela escola, a aprendizagem apresenta melhor resultado.

[...] partir dos conhecimentos que as crianças possuem não significa restringir-se a eles, pois é papel da escola ampliar esse universo de conhecimentos e dar condições a elas de estabelecerem vínculos entre o que conhecem e os novos conteúdos que vão construir, possibilitando uma aprendizagem significativa. (BRASIL, 1997, p.45).

Elas também utilizam de representações tanto para interpretar o problema como para comunicar sua estratégia de resolução. Essas representações evoluem de formas pessoais (pictóricas) para representações convencionais de Matemática (simbólicas). Essa evolução depende do trabalho do professor no sentido de chamar a atenção para as representações, mostrar suas diferenças, as vantagens de algumas, segundo os PCN (1997).

Os PCN (1997) ainda lembram que para um melhor resultado da aprendizagem discente, é importante saber que ao explorarem as situações-problema, os alunos dos anos iniciais precisam do apoio de material concreto para realizar contagem (fichas, palitos, reprodução de cédulas e moedas), de instrumentos de medida, calendários, embalagens, figuras tridimensionais e bidimensionais, entre outros.

Contudo, de forma progressiva, vão realizando ações mentalmente e, após algum tempo, essas ações são absorvidas e substituídas pelo pensamento. Com o incentivo do professor por meio de ações apropriadas, o aluno vai se mostrando cada vez mais capaz de resolver situações problema sem o apoio visual e manipulativo de material concreto.

No entanto, contrariando a essas orientações, a prática docente nos anos iniciais do ensino fundamental tem se revelado reprodutivista e sem sentido para o aluno.

[...] tem-se buscado, sem sucesso, uma aprendizagem em Matemática pelo caminho da reprodução de procedimentos e da acumulação de informações; nem mesmo a exploração de materiais didáticos tem contribuído para uma aprendizagem mais eficaz, por ser realizada em contextos pouco significativos e de forma muitas vezes artificial. (BRASIL, 1997, p.29).

3.3 Aprender e ensinar Matemática: o papel do professor, dos alunos e suas interações

No Brasil, a perspectiva reprodutivista de ensino, em que o professor demonstra e o aluno reproduz, tem-se mostrado ineficaz para uma aprendizagem, visto que a reprodução não significa necessariamente que o aluno compreendeu e construiu sentido e significado para o conteúdo apreendido.

Com base nos PCN (1997), tradicionalmente, a prática mais frequente no ensino de Matemática tem sido aquela que o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aplicação e fixação. Ao aluno cabe reproduzir com base no modelo dado, considerando a reprodução correta como evidência de que ocorrera a aprendizagem.

O modelo de trabalho docente que exige a mera repetição daquilo que foi repassado conduz o aluno a aplicar certas técnicas, estratégias e procedimentos matemáticos para solucionar os padronizados problemas e exercícios escolares [...]. Entretanto isso não indica que o educando domina o significado deles, e nem tão pouco que está compreendendo o que está fazendo. (OLIVEIRA, 2009, p. 30).

A prática pedagógica em Matemática nos primeiros anos de escolaridade, segundo Oliveira (2009), deve ser viva e concreta. Contudo, adverte que um número significativo de professores revela o modelo de ensino que, baseado estritamente em aulas expositivas, enfatiza o mero repasse, muitas vezes sem nenhuma contextualização, de regras e fórmulas presentes principalmente nos livros didáticos adotados. A transmissão verbal de conhecimentos tem sua utilidade, mas não pode ser a única.

[...] por mais eficiente que pareça aos professores e embora tenham alguma importância em determinados aspectos educativos, não tem contribuído para reverter os péssimos resultados obtidos pelos alunos dos primeiros anos do Ensino Fundamental em relação à aprendizagem dos conteúdos matemáticos. (OLIVEIRA, 2009, p. 33).

Na tentativa de reverter esse quadro, novas práticas e novos papéis têm sido pensados pelas políticas oficiais, tanto para o professor quanto para o aluno. Com base na perspectiva de trabalho em que se confere à criança um papel ativo na construção de sua aprendizagem, o papel do professor ganha novas dimensões, conforme a descrição seguinte:

Uma faceta desse papel é a de organizador da aprendizagem; para desempenhá-la, além de conhecer as condições socioculturais, expectativas e competência cognitiva dos alunos, precisará escolher o(s) problema(s) que possibilita(m) a construção de conceitos/procedimentos e alimentar o processo de resolução, sempre tendo em vista os objetivos a que se propõe atingir. Além de organizador, o professor também é consultor nesse processo. Não mais aquele que expõe todo o conteúdo aos alunos, mas aquele que fornece as informações necessárias, que o aluno não tem condições de obter sozinho. Nessa função, faz explicações, oferece materiais, textos, etc. Outra de suas funções é como mediador, ao promover a confrontação das propostas dos alunos, ao disciplinar as condições em que cada aluno pode intervir para expor sua solução, questionar, contestar. Nesse papel, o professor é responsável por arrolar os procedimentos empregados e as diferenças encontradas, promover o debate sobre resultados e métodos, orientar as reformulações e valorizar as soluções mais adequadas. Ele também decide se é necessário prosseguir o trabalho de pesquisa de um dado tema ou se é o momento de elaborar uma síntese, em função das expectativas de aprendizagem previamente estabelecidas em seu planejamento. Atua

como controlador ao estabelecer as condições para a realização das atividades e fixar prazos, sem esquecer de dar o tempo necessário aos alunos. Como um incentivador da aprendizagem, o professor estimula a cooperação entre os alunos, tão importante quanto a própria interação adulto/criança. A confrontação daquilo que cada criança pensa com o que pensam seus colegas, seu professor e demais pessoas com quem convive é uma forma de aprendizagem significativa, principalmente por pressupor a necessidade de formulação de argumentos (dizendo, descrevendo, expressando) e a de comprová-los (convencendo, questionando). (BRASIL, 1997, p.30-31).

A qualidade da interação entre professor e aluno, é, por razões óbvias, fundamental para o resultado do trabalho desenvolvido na escola. Não obstante, a interação entre alunos desempenha papel singular na formação das capacidades cognitivas e afetivas. “Em geral, explora-se mais o aspecto afetivo dessas interações e menos sua potencialidade em termos de construção de conhecimento.” (BRASIL, 1997, p.31).

Segundo os PCN (1997), ao oportunizar momentos de trabalho coletivo em sala de aula, o professor trabalhará a formação de uma série de aprendizagens cognitivas e afetivas dos alunos, como:

- Perceber que além de buscar a solução para uma situação proposta devem cooperar para resolvê-la e chegar a um consenso;
- Saber explicitar o próprio pensamento e tentar compreender o pensamento do outro;
- Discutir as dúvidas, assumir que as soluções dos outros fazem sentido e persistir na tentativa de construir suas próprias ideias;
- Incorporar soluções alternativas, reestruturar e ampliar a compreensão acerca dos conceitos envolvidos nas situações e, desse modo, aprender.

Essas aprendizagens só serão possíveis na medida em que o professor proporcionar um ambiente de trabalho que estimule o aluno a criar, comparar, discutir, rever, perguntar e ampliar ideias.

No entanto, o que acontece quando faltam ao professor os saberes necessários para ensinar a Matemática de modo geral e para a Resolução de Problema como metodologia?

[...] quando professores têm pouco conhecimento dos conteúdos que devem ensinar, despontam-se dificuldades para realizar situações didáticas, eles evitam ensinar temas que não dominam, mostram insegurança e falta de confiança perante circunstâncias não previstas, reforçam erros conceituais, têm maior dependência de livros didáticos, tanto no ensino como na

avaliação, e se apóiam na memorização de informações para atuar. (CURI, 2004, p. 162).

Parte dos problemas referentes ao ensino de Matemática, segundo os PCN (1997), está relacionada ao processo de formação docente, tanto em relação à formação inicial como à formação continuada. “Decorrentes dos problemas da formação de professores, as práticas na sala de aula tomam por base os livros didáticos, que, infelizmente, são muitas vezes de qualidade insatisfatória.” (BRASIL, 1997, p. 22).

Tais problemas acabam sendo responsáveis por muitos equívocos e distorções em relação aos fundamentos norteadores e ideias básicas que aparecem em diferentes propostas, inclusive a Resolução de Problemas.

Assim, conforme os PCN (1997), a concepção de Resolução de Problemas como método de ensino ainda é bastante desconhecida e, por vezes, tem sido incorporada equivocadamente como um item isolado, desenvolvido paralelamente como aplicação da aprendizagem, a partir de listagens de problemas, cuja resolução depende basicamente da escolha de técnicas ou formas de resolução conhecidas pelos alunos.

Na verdade nem poderiam ser denominados problemas, mas simplesmente exercícios de aplicação e reforço de aprendizagens.

Outra distorção verificada e apontada nos PCN (1997) é a excessiva hierarquização dos conteúdos, dominada pela ideia de pré-requisito. Embora esteja claro que alguns conhecimentos necessariamente precedem outros e que certo percurso deve ser respeitado, não existem, por outro lado, amarras tão fortes como algumas, comumente observadas na organização dos conteúdos.

O documento ressalta ainda que o conhecimento prévio dos alunos tem sido geralmente desconsiderado na construção de significados. É comum subestimar as noções informais da criança desenvolvidas ao longo de sua atividade prática em interações sociais, e partir para o “tratamento escolar, de forma esquemática, privando os alunos da riqueza de conteúdo proveniente da experiência pessoal”. (BRASIL, 1997, p.22).

3.4 O recurso à Resolução de Problemas nos PCN de Matemática

É consensual a ideia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática. Logo, conhecer diversas possibilidades metodológicas é fundamental para que o professor construa uma prática com base em opções conscientes e bem fundamentadas.

Dentre essas possibilidades, o recurso à Resolução de Problemas é destaque nos PCN (1997), ainda que tenham sido apresentados também a História da Matemática, as Tecnologias da Informação e os Jogos como opções metodológicas.

Ao colocar o foco na Resolução de Problemas, o que se defende nos PCN é uma proposta metodológica que poderia ser resumida nos seguintes princípios:

- O ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, idéias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
- O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;
- Aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na história da Matemática;
- O aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações;
- Resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas. (BRASIL, 1997, p.32-33).

Considerados esses princípios, os PCN apresentam algumas características das situações que podem ser entendidas (ou não) como problemas.

- É comum o fato de que os problemas apresentados aos alunos não constituírem verdadeiros problemas, pois normalmente não existe um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução.
- Por outro lado, o que é problema para um aluno pode não ser para outro, em função do seu nível de desenvolvimento intelectual e dos conhecimentos de que dispõe.
- Resolver um problema não se resume a compreender o que foi proposto e a dar respostas aplicando procedimentos adequados. Aprender a dar uma resposta correta, não é garantia de apropriação do conhecimento envolvido.

- Resolver um problema pressupõe que o aluno elabore um ou vários procedimentos de resolução; compare seus resultados com os de outros alunos; valide seus procedimentos. Nessa forma de trabalho, o valor da resposta correta cede lugar ao valor do processo de resolução.

O fato de o aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimentos.

Todavia, conforme advertem os PCN (1997), tradicionalmente os problemas não têm desempenhado seu verdadeiro papel no ensino, pois, na melhor das hipóteses, são utilizados apenas como forma de aplicação de conhecimentos adquiridos anteriormente pelos alunos.

A prática mais frequente consiste em ensinar um conceito, procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado. Para a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas. (BRASIL, 1997, p.32).

Contrariamente ao proposto nos PCN, o que o professor explora na atividade matemática apresentada desse modo não é mais a atividade, mas seus resultados, definições, técnicas e demonstrações.

Nesse caso, o saber matemático se apresenta como um interminável discurso simbólico, abstrato e incompreensível. E a concepção de ensino e aprendizagem subjacente a isso é a de que o aluno aprende por reprodução/imitação.

3.5 Avaliação em Matemática a partir dos PCN

Dentro da concepção de Resolução de Problemas como metodologia para o ensino de Matemática, alguns professores têm procurado elaborar instrumentos para registrar observações sobre os alunos.

Um exemplo são as fichas para registrar o desenvolvimento de atitudes, que incluem questões como: Procura resolver problemas por seus próprios meios? Faz perguntas? Usa estratégias criativas ou apenas as convencionais? Justifica as respostas obtidas? Comunica suas respostas com clareza? Participa dos trabalhos em grupo? Ajuda os outros na resolução de

problemas? Contesta pontos que não compreende ou não concorda? (BRASIL, 1997, p.41).

Ao levantar indícios sobre o desempenho dos alunos, o professor deve ter claro o que pretende obter e que uso fará desses indícios. Nesse sentido, a análise do erro pode ser uma pista interessante e eficaz.

Na aprendizagem escolar, conforme os PCN (1997), o erro é inevitável e, muitas vezes, pode ser interpretado como um caminho para buscar o acerto. No esforço de acertar, o aluno faz tentativas, à sua maneira, construindo uma lógica própria para encontrar a solução.

Ao procurar identificar, mediante a observação e o diálogo, como o aluno está pensando, o professor obtém as pistas do que ele não está compreendendo e pode interferir para auxiliá-lo. O erro não deve ser visto como fracasso, mas como algo inerente ao processo de aprendizagem, bem como importante fonte de informação para o professor.

3.6 Objetivos e conteúdos de Matemática para o Ensino Fundamental (anos iniciais)

Os PCN (1997) apresentam vários objetivos de Matemática para o Ensino Fundamental (anos iniciais). De todos, foram selecionados para comporem a presente investigação somente os que são relacionados ao tema da pesquisa. São objetivos para o ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, dentre outros, os seguintes:

- Construir o significado do número natural a partir de seus diferentes usos no contexto social, explorando situações-problema que envolvam contagens, medidas e códigos numéricos.
- Analisar, interpretar, formular e resolver situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações envolvendo números naturais e racionais.
- Resolver situações-problema e construir, a partir delas, os significados das operações fundamentais, buscando reconhecer que uma mesma operação está relacionada a problemas diferentes e um mesmo problema pode ser resolvido pelo uso de diferentes operações.
- Utilizar diferentes registros gráficos — desenhos, esquemas, escritas numéricas — como recurso para expressar ideias, ajudar a descobrir formas de resolução e comunicar estratégias e resultados.

- Vivenciar processos de resolução de problemas, percebendo que para resolvê-los é preciso compreender, propor e executar um plano de solução, verificar e comunicar a resposta.

Para alcançar os objetivos propostos, os PCN – Matemática (1997) apresentam os conteúdos categorizados em dois grandes blocos: 1) conceituais e procedimentais; 2) atitudinais.

O bloco de conteúdos conceituais e procedimentais subdivide-se em: Números Naturais e Sistema de Numeração Decimal; Operações com Números Naturais; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; Tratamento da Informação.

Destaca-se no bloco de conteúdos atitudinais, pela pertinência com a presente investigação: confiança na própria capacidade para propor e resolver problemas; para propor estratégias pessoais de cálculo, para elaborar estratégias pessoais de solução diante de situações-problema; na defesa de seus argumentos e flexibilidade para modificá-los; respeito pelo pensamento do outro e valorização do trabalho cooperativo como fonte de aprendizagem.

Os PCN têm, portanto, a concepção de Matemática como uma ciência viva, prática, aplicada, na mesma medida que, pura e abstrata.

Defende um papel ativo para os alunos na metodologia de ensino-aprendizagem de Matemática, de modo a deixar de ser um mero resolvidor de problemas, para ser coautor nesse processo. A concepção de ensino e aprendizagem subjacente a essa concepção não é a de mera reprodução de conhecimentos

Alinhado a esse novo papel do aluno, compete ao professor funções que extrapolam ao de mero expositor. Cabe a ele, além de organizar todo o processo ensino-aprendizagem, incentivar a participação dos alunos, mediar esse processo, enfim, permitir e prover os meios para que o aluno possa atuar em sala de aula.

Os PCN colocam o foco na Resolução de Problemas, como uma proposta metodológica para o ensino de Matemática que poderia ser resumida nos seguintes princípios: o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema; o problema certamente não é um exercício; um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações; resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem.

4 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS LIVROS DISTRIBUÍDOS PELO FNDE

A presente seção é dedicada a investigar como a Resolução de Problemas é pensada nos livros de Matemática distribuídos pelo FNDE para todas as escolas públicas do Brasil. O objetivo principal desta etapa é examinar se a Resolução de Problemas, como recurso metodológico oficialmente adotado para o ensino e a aprendizagem de Matemática, é efetivamente oportunizada nos livros aprovados pelo MEC/FNDE e em que medida.

Nesta etapa são apresentados os fundamentos do Programa Nacional do Livro e do Material Didático – PNLD, seu funcionamento, a metodologia de escolha dos livros didáticos, bem como o estudo das três coleções de livros didáticos de Matemática mais utilizados no país, com base nos dados FNDE – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação.

4.1 PNLD – definição, objetivo e funcionamento

O Programa Nacional do Livro Didático tem como principal objetivo apoiar o trabalho pedagógico dos professores por meio da distribuição de coleções de livros didáticos, com qualidade, aos alunos da educação básica. O programa é executado em ciclos trienais alternados. Assim, a cada ano o MEC adquire e distribui livros para todos os alunos de um segmento, que pode ser: anos iniciais do ensino fundamental, anos finais do ensino fundamental ou ensino médio.

À exceção dos livros consumíveis, os livros distribuídos deverão ser conservados e devolvidos para utilização por outros alunos por um período de três anos.

De acordo com o Decreto Nº 9.099, de 18 de julho de 2017:

Art. 1º O Programa Nacional do Livro e do Material Didático - PNLD, executado no âmbito do Ministério da Educação, será destinado a avaliar e a disponibilizar obras didáticas, pedagógicas e literárias, entre outros materiais de apoio à prática educativa, de forma sistemática, regular e gratuita, às escolas públicas de educação básica das redes federal, estaduais, municipais e distrital e às instituições comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas com o Poder Público. (BRASIL, 2017).

Conforme apresentado no Portal do FNDE, a execução do PNLD para o Ensino Fundamental (regular) segue os passos seguintes:

1. **Adesão** - As escolas federais e os sistemas de ensino estaduais, municipais e do Distrito Federal que desejem participar dos programas de material didático

deverão manifestar este interesse mediante adesão formal, conforme Resolução nº 42, de 28 de agosto de 2012.

2. **Editais** - Os editais que estabelecem as regras para a inscrição do livro didático são publicados no Diário Oficial da União e disponibilizados no Portal do FNDE na internet.
3. **Inscrição das editoras** – Os editais determinam o prazo e os regulamentos para a habilitação e a inscrição das obras pelas empresas detentoras de direitos autorais.
4. **Triagem/Avaliação** - Para constatar se as obras inscritas se enquadram nas exigências técnicas e físicas do edital, é realizada uma triagem pelo Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo (IPT). Os livros selecionados são encaminhados à Secretaria de Educação Básica (SEB/MEC), responsável pela avaliação pedagógica. A SEB escolhe os especialistas para analisar as obras, conforme critérios divulgados no edital. Esses especialistas elaboram as resenhas dos livros aprovados, que passam a compor o Guia de Livros Didáticos.
5. **Guia do livro** - O FNDE disponibiliza o Guia de Livros Didáticos em seu portal na internet e envia o mesmo material impresso às escolas cadastradas no censo escolar. O guia orientará a escolha dos livros a serem adotados pelas escolas.
6. **Escolha** - Os livros didáticos passam por um processo democrático de escolha, com base no Guia de Livros Didáticos. Diretores e professores analisam e escolhem as obras que serão utilizadas pelos alunos em sua escola.
7. **Pedido** - A formalização da escolha dos livros didáticos é feita via internet. De posse de senha previamente enviada pelo FNDE às escolas, professores fazem a escolha *on-line*, em aplicativo específico para este fim, disponível na página do FNDE.
8. **Aquisição** - Após a compilação dos dados referentes aos pedidos realizados pela internet, o FNDE inicia o processo de negociação com as editoras. A aquisição é realizada por inexigibilidade de licitação, prevista na Lei 8.666/93, tendo em vista que as escolhas dos livros são efetivadas pelas escolas e que são editoras específicas que detêm o direito de produção de cada livro.

9. **Produção** - Concluída a negociação, o FNDE firma o contrato e informa as quantidades de livros a serem produzidos e as localidades de entrega para as editoras.
10. **Análise de qualidade física** - O Instituto de Pesquisas Tecnológicas (IPT) acompanha também o processo de produção, sendo responsável pela coleta de amostras e pela análise das características físicas dos livros, de acordo com especificações da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), normas ISO e manuais de procedimentos de ensaio pré-elaborados.
11. **Distribuição** - A distribuição dos livros é feita por meio de um contrato entre o FNDE e a Empresa Brasileira de Correios e Telégrafos (ECT), que leva os livros diretamente da editora para as escolas. Essa etapa do PNLD conta com o acompanhamento de técnicos do FNDE e das secretarias estaduais de educação.
12. **Recebimento** - Os livros chegam às escolas entre outubro do ano anterior ao atendimento e o início do ano letivo. Nas zonas rurais, as obras são entregues nas sedes das prefeituras ou das secretarias municipais de educação, que devem efetivar a entrega dos livros.

Sobre o funcionamento do programa, é preciso saber ainda que os livros didáticos distribuídos pelo FNDE são confeccionados com uma estrutura física resistente para que possam ser utilizados por três anos consecutivos, beneficiando mais de um aluno.

No ensino fundamental, cada aluno tem direito a um exemplar dos seguintes componentes: Língua Portuguesa, Matemática, Ciências, História, Geografia e Língua Estrangeira (Inglês ou Espanhol, do 6º ao 9º ano). Os livros de Língua Portuguesa, Matemática, Ciências, História e Geografia são reutilizáveis, ou seja, devem ser devolvidos ao final do ano, para serem utilizados por outros alunos. Já os livros de alfabetização matemática, de alfabetização linguística (1º e 2º anos) e os de língua estrangeira, são repostos anualmente para os novos alunos. Nestes, os chamados livros consumíveis, os alunos podem, evidentemente, escrever, ao contrário dos outros.

Para a manutenção da uniformidade da alocação de recursos do FNDE no programa, evitando grandes oscilações a cada ano, e em face do prazo de três anos de utilização dos livros, as compras integrais para alunos do 1º ao 5º ano do ensino fundamental, do 6º ao 9º ano do ensino fundamental e dos três anos do ensino médio, ocorrem em exercícios alternados. Nos intervalos das compras integrais, são feitas reposições, por extravios ou perdas, e complementações, por acréscimo de matrículas.

O FNDE distribui os livros didáticos de acordo projeções do censo escolar referente a dois anos anteriores ao ano do programa, que é o censo disponível no momento do processamento da escolha feita pelas escolas. Dessa maneira poderá haver pequenas oscilações entre o número de livros e o de alunos. Para realizar o ajuste, garantindo o acesso de todos os alunos aos materiais, é necessário fazer o remanejamento daquelas escolas onde estejam excedendo, para aquelas onde ocorra falta de livros. As escolas podem recorrer, ainda, à reserva técnica, que consiste no percentual de livros disponibilizado às Secretarias Estaduais de Educação para atender a novas turmas e matrículas.

4.2 Como são escolhidos os livros didáticos que vão para a escola

Os materiais distribuídos pelo MEC às escolas públicas de educação básica do país são escolhidos pelas escolas, desde que inscritos no PNLD e aprovados em avaliações pedagógicas, hoje realizadas em parceria com universidades públicas em todo o país. A avaliação pedagógica, de acordo com o Guia Brasil (2015b), tem por objetivo qualificar ou selecionar os materiais inscritos no âmbito do FNDE com base em critérios estabelecidos.

As obras são inscritas pelos detentores de direitos autorais, conforme critérios previstos em edital, e avaliadas por especialistas das diferentes áreas do conhecimento. Se aprovadas, compõem o Guia de Livros Didáticos, que orienta o corpo docente e o corpo diretivo da escola na escolha das coleções para aquela etapa de ensino (Anos Iniciais do Ensino Fundamental, Anos Finais do Ensino Fundamental ou Ensino Médio).

O Decreto nº 9.099, de 18 de julho de 2017, prevê que a avaliação pedagógica dos materiais didáticos inscritos no âmbito do PNLD seja coordenada pelo Ministério da Educação com base nos seguintes critérios:

- I - O respeito à legislação, às diretrizes e às normas gerais da educação;
- II - A observância aos princípios éticos necessários à construção da cidadania e ao convívio social;
- III - A coerência e a adequação da abordagem teórico-metodológica;
- IV - A correção e a adequação da abordagem teórico-metodológica;
- V - A correção e a atualização de conceitos, informações e procedimentos;
- VI - A observância às regras ortográficas e gramaticais da língua na qual a obra está inscrita.
- VII - A adequação da estrutura editorial e do projeto gráfico; e
- VIII - A qualidade do texto e a adequação temática.

O processo de avaliação das obras didáticas submetidas à inscrição no PNLD busca garantir a produção de materiais com qualidade, pela indústria editorial, e cada vez mais adequados às necessidades da educação pública brasileira.

Espera-se, sobretudo, que o livro didático viabilize o acesso de professores, alunos e famílias a fatos, conceitos, saberes, práticas, valores e possibilidades de compreender, transformar e ampliar o modo de ver e fazer a ciência, a sociedade e a educação. Assim, iniciativas editoriais que associem correção conceitual, adequação de atividades e procedimentos, atualização pedagógica e reflexão sobre as interações entre ciência, tecnologia e sociedade constituem importantes instrumentos de apoio e qualificação do ensino. (BRASIL, 2015a, p. 15).

As obras didáticas aprovadas na avaliação são apresentadas no Guia de Livros Didáticos por meio de resenhas que informam aos professores da rede pública de ensino, as características pedagógicas de cada obra, seus pontos fortes e suas limitações.

As resenhas que compõem o guia apontam as possibilidades e limites de cada uma das obras, cabendo aos professores decidir quais são os aspectos realmente significativos, tendo em vista o contexto escolar em que estão inseridos. Portanto, o processo de avaliação do livro didático encerra-se quando alcança a escola, cabendo aos professores a palavra final.

Ressalta o Guia de Livros Didáticos 2016 que, no processo de escolha, é importante considerar as novas demandas apresentadas no âmbito da reorganização do ensino fundamental de nove anos e da constituição de um ciclo para os três primeiros anos desse segmento. Logo, coleções que apresentem propostas compatíveis, não só entre si, mas também com as opções do projeto pedagógico da escola e dos professores responsáveis, são mais adequadas.

Esclarece ainda o referido Guia que, no processo de escolha, os professores devem avaliar as características consideradas imprescindíveis para uma boa obra: a proposta de trabalho de cada obra deve estar de acordo com o projeto político pedagógico e com o currículo da escola para o componente curricular em questão; deve apresentar uma progressão adequada (de um volume para o outro e no interior de cada um deles); nos casos das obras de Alfabetização Matemática (1º ao 3º) e de Matemática (4º e 5º), as coleções devem apresentar propostas pedagógicas compatíveis, de modo a garantir uma progressão adequada.

O Guia de Livros Didáticos 2016 afirma que “o PNLD cumpre a função, também, de estimular a discussão e participação de professores na escolha dos materiais didáticos a serem

utilizados na escola, concorrendo, desse modo, para o exercício competente de sua profissão”. (BRASIL, 2015b, p. 15).

Esses cuidados e, principalmente, uma leitura atenta e coletiva do guia pelo conjunto de professores da escola, contribuem para a seleção de obras adequadas às necessidades dos alunos e professores e à proposta pedagógica da escola.

4.3 O Guia de Livros Didáticos - PNLD 2016: alfabetização matemática e Matemática

Para melhor análise do guia e de sua interface com os demais materiais pesquisados buscou-se compreender a concepção adotada de alguns termos conceituais fundamentais para o presente estudo, dentre eles o que é Matemática, ensino, problema, Resolução de Problemas.

De acordo com o Guia de Livros Didáticos (2015a), a Matemática é uma ciência viva e em permanente transformação.

Não se pode esquecer que as atividades matemáticas geraram, ao longo da história, um corpo de saber – a Matemática, que é um campo científico bastante extenso, diversificado e em permanente evolução nos dias atuais. Esse saber não é um repertório de conhecimentos antigos e cristalizados, mas sim um conjunto de ideias e procedimentos extremamente poderosos e em permanente desenvolvimento. (BRASIL, 2015a, p. 13).

A concepção de ensino, por sua vez, é a de um processo amplo e complexo, que não se reduz à transmissão de informações sobre o saber acumulado nesse campo. “O processo de ensino e aprendizagem da Matemática envolve um leque variado de competências cognitivas e requer, além disso, que se favoreça a participação ativa dos alunos.” (BRASIL, 2015a, p.14).

No que se refere à Resolução de Problemas, o guia se apoia na ideia de que é um princípio metodológico amplamente reconhecido hoje como relevante para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Nessa concepção, problema pode ser compreendido da seguinte forma:

Um problema não é uma atividade de simples aplicação de técnicas e procedimentos já exemplificados. Ao contrário, constitui-se em uma atividade na qual o aluno é desafiado a mobilizar seus conhecimentos matemáticos, e a procurar apropriar-se de outros, sozinho ou com a ajuda de

colegas e do professor, a fim de elaborar uma estratégia que o leve a uma solução da situação proposta. (BRASIL, 2015a, p.16).

Não é fácil encontrar consenso no que diz respeito a uma definição de problema. Talvez se possa dizer que “um problema é: uma situação ainda não conhecida que exige a mobilização de conhecimentos e atitudes para se chegar a uma conclusão sobre ela”. (BRASIL, 2015a, p.30).

Na concepção do guia, um bom problema é aquele que oportuniza o emprego de novas e variadas estratégias, desde os anos iniciais da escolaridade.

Historicamente, desde as mais remotas eras, a Matemática desenvolveu-se resolvendo problemas. Aquela que se estuda hoje, em todos os níveis, é a Matemática útil para resolver problemas que surgem nos vários níveis de aplicação dessa ciência. [...] a Matemática lida com problemas, ela não é um corpo de conhecimentos mortos, aprendidos apenas por amor à erudição. Em segundo lugar, como a arte, esse saber científico tem um componente criativo muito grande, não é um simples estoque de procedimentos prontos para serem aplicados a situações rotineiras. Esse aspecto criativo aflora naturalmente, e se desenvolve, com a resolução de problemas genuínos, cuidadosamente adequados ao desenvolvimento cognitivo e à escolaridade do aluno. (BRASIL, 2015a, p.17).

O Guia de Livros Didáticos 2016 adverte que a prática pedagógica que privilegia o processo de ensino e aprendizagem descontextualizado, repetitivo e sem sentido, resulta em grandes danos e não contribui para a formação adequada desses alunos.

A apresentação de conceitos e procedimentos sem motivação prévia, seguida de exemplos resolvidos como modelo para sua aplicação em exercícios repetitivos é danosa, pois não permite a construção, pelo aluno, de um conhecimento significativo e condena esse aluno a ser um simples repetidor de procedimentos memorizados. Assim, o ensino que ignore a necessidade de desenvolvimento das várias habilidades cognitivas e se dedique primordialmente à memorização de definições e de procedimentos e à resolução de exercícios rotineiros de fixação não propicia uma formação adequada para as demandas da sociedade atual. (BRASIL, 2015b, p. 12).

O Guia de Livros Didáticos - PNLD 2016: Alfabetização Matemática e Matemática - anos iniciais do Ensino Fundamental propõe o seguinte conjunto de competências a serem alcançadas nos anos iniciais do ensino fundamental:

Interpretar matematicamente situações do dia a dia ou de outras áreas do conhecimento; usar independentemente o raciocínio matemático para a compreensão do mundo que nos cerca; resolver problemas, criando estratégias próprias para sua resolução, e que desenvolvam a iniciativa, a imaginação e a criatividade; avaliar se os resultados obtidos na solução de situações problema são ou não razoáveis; estabelecer conexões entre os campos da Matemática e entre ela e as outras áreas do saber; raciocinar, fazer abstrações com base em situações concretas, generalizar, organizar e representar; compreender e transmitir ideias matemáticas, por escrito ou oralmente, desenvolvendo a capacidade de argumentação; utilizar a argumentação matemática apoiada em vários tipos de raciocínio (dedutivo, indutivo, probabilístico, por analogia, plausível, entre outros) para justificar suas soluções; comunicar-se utilizando as diversas formas de linguagem empregadas na Matemática; desenvolver a sensibilidade para as relações da Matemática com as atividades estéticas e lúdicas; utilizar as novas tecnologias de computação e de informação. (BRASIL, 2015a, p. 15).

As competências gerais, antes esboçadas, desenvolvem-se de forma articulada com competências associadas aos conteúdos matemáticos visados no ensino do 1º ao 5º ano. Esses conteúdos têm sido organizados em quatro grandes campos: números e operações; geometria; grandezas e medidas; e tratamento da informação (inclui estatística, probabilidade e combinatória).

Sem desconsiderar a sua importância, o livro didático não deve ser o único suporte do trabalho do professor. É sempre desejável buscar complementá-lo, a fim de ampliar as informações e as atividades nele propostas, para contornar deficiências e, acima de tudo, adequá-lo ao grupo de alunos que o utilizam.

O livro didático de Matemática é adequado na medida em que favorece a aquisição, pelo aluno, de um saber matemático autônomo e significativo, adquirido em níveis gradativamente mais elevados e complexos. Para a realização desse processo, alguns princípios gerais precisam ser considerados.

Nessa linha de reflexão, conforme Edital PNLD (2016), considera-se importante que o livro didático seja um instrumento que contribua para:

Concretizar escolha adequada de conteúdos e maneira pertinente para sua apresentação, em conformidade com as especificidades da Matemática e as demandas da sociedade atual; estimular a manifestação do conhecimento que o aluno já detém ao chegar à sala de aula e estabelecer nexos entre esse conhecimento e o conhecimento novo; favorecer a mobilização de múltiplas habilidades do aluno, em progressão bem dosada e pertinente; favorecer o desenvolvimento de competências cognitivas básicas, como observação, compreensão, memorização, organização, planejamento, argumentação, comunicação, entre outras; estimular o desenvolvimento de competências mais complexas, tais como análise, síntese, construção de estratégias de

resolução de problemas, generalização, entre outras; favorecer a integração e a interpretação dos novos conhecimentos no conjunto sistematizado de saberes; estimular o uso de estratégias de raciocínio típicos do pensamento matemático, tais como o cálculo mental. (BRASIL, 2016, p. 67).

Além disso, o livro didático de Matemática deve estimular o uso de material concreto como recurso na construção do sistema de numeração decimal, inclusive no 4º e 5º anos. Deve, ainda, ser coerente com os preceitos e os objetivos que afirma adotar, qualquer que seja sua opção metodológica. No caso de recorrer a mais de um modelo metodológico, o livro didático deve indicar claramente a articulação entre eles, conforme Edital PNLD (2016).

Diante das orientações contidas no referido Edital, que se baseiam nos textos legais emanados do MEC/FNDE e com base na análise das obras aprovadas e resenhadas no Guia de Livros Didáticos – Alfabetização Matemática e Matemática revelou-se certa uniformidade nas escolhas metodológicas.

Embora possam ser identificadas especificidades, em cada uma das coleções, há um traço geral que as caracteriza: nas unidades (ou nos capítulos) há uma ou duas páginas de abertura que trazem textos, imagens e questões, ou informações gerais, relacionadas com o conteúdo a ser estudado. Em geral, estes textos iniciais visam contextualizar os conteúdos, auxiliar na apuração dos conhecimentos anteriores do aluno e mobilizar o seu interesse para refletir sobre o que vai ser estudado. Seguem-se as explanações teóricas, com apoio em exemplos ou exercícios resolvidos, que são completados por exercícios propostos. (BRASIL, 2015a, p.57).

Outra observação apresentada no guia é que, em geral, as sistematizações de conteúdos são apresentadas muito rapidamente, por meio de definições, seguidas de exemplos ou exercícios resolvidos. E estes, por sua vez, são tratados como modelos a serem seguidos na resolução dos exercícios propostos.

Além de pouco estimulante, essa opção limita as possibilidades de o estudante acompanhar o texto com suas próprias reflexões e indagações. E mais, não favorece um trabalho de sala de aula voltado à reflexão sobre os conteúdos e a discussões de possíveis soluções para as questões propostas, que possam tornar os conhecimentos estudados mais significativos. (BRASIL, 2015a, p.58).

Considerando que o livro didático é um importante instrumento de apoio ao trabalho docente e fonte de aprendizagem do aluno, quando não o único, as revelações realizadas no

âmbito do processo de avaliação das obras inscritas e aprovadas no PNLD 2016 são preocupantes. Além das observações anteriores, há outras de igual importância para a nossa pesquisa.

São poucos os livros didáticos, destinados ao ensino fundamental, que exploram, satisfatoriamente, a utilização de diferentes estratégias na resolução de problemas e a verificação de processos e resultados pelos alunos. Igualmente, não são frequentes as atividades propostas que incentivam o desenvolvimento das capacidades básicas de inferir, conjecturar, argumentar e provar. E mais, as competências para organizar, analisar e sintetizar são insuficientemente requeridas em muitas obras didáticas. Além disso, na maioria das obras didáticas, também não são exploradas questões nas quais haja falta ou excesso de dados e, também, aquelas com várias soluções, que permitem boas discussões na sala de aula e enriquecem a aprendizagem. (BRASIL, 2015a, p.58).

Outro dado que chamou a atenção na leitura do Guia de Livros Didáticos – PNLD 2016 foi a afirmação de que raramente se reflete sobre a importância do erro na aprendizagem nas obras avaliadas. O erro não é tratado como parte natural do processo de aprendizagem.

4.4 Os livros oficiais de Matemática e a Resolução de Problemas

Resta analisar como, de fato, a Resolução de Problemas é abordada nos livros oficiais distribuídos pelo FNDE, numa amostra composta de três coleções distintas (as mais utilizadas no país), sendo um livro para cada ano (1º ao 5º), totalizando 15 livros.

Em 2016, de acordo com o calendário de atendimento do PNLD, foi realizada a distribuição integral dos Livros Didáticos do 1º ao 5º ano do ensino fundamental⁹ (triênio 2016/2017/2018). Com base na escolha realizada pela escola, cada aluno recebeu um volume de cada obra: Alfabetização e Letramento (1º ao 3º ano); Língua Portuguesa (4º e 5º); Alfabetização Matemática (1º ao 3º ano); Matemática (4º e 5º ano); História; Geografia; Ciências ou Ciências Humanas e da Natureza; Arte; Livro Regional.

Conforme amostragem previamente definida buscou-se investigar quais eram as três obras mais distribuídas no país a fim de analisar, com base nelas, que tipo de problemas

⁹ Em atendimento ao disposto na Resolução CNE/CEB Nº 7, de 14 de dezembro de 2010, que fixa Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de 9 (nove) anos, para o PNLD 2016 foram inscritas separadamente coleções para o ciclo de alfabetização – 1º, 2º e 3º anos – e coleções para os 4º e 5º anos. A forma como as coleções se apresentam tem por objetivo atender às novas demandas apresentadas no âmbito da reorganização do ensino fundamental de nove anos e da constituição de um ciclo para os três primeiros anos desse segmento.

matemáticos são abordados nos livros didáticos, com que frequência e qual a concepção de Resolução de Problemas presente no referido material.

Conforme dados do Portal do FNDE, as coleções de livros mais utilizadas no país são as que se seguem. O portal apresenta uma lista completa com os dados de todas as coleções distribuídas, mas para esta pesquisa, foram selecionadas apenas as três mais vendidas.

Tabela 1 - PNLD 2016 - Coleções de Matemática mais distribuídas no Brasil

Seq.	Alfabetização Matemática (1º - 2º - 3º ano)	Exemplares
1º	ÁPIS - Matemática (1º - 2º - 3º ano)	1.411.498
2º	Projeto Coopera Matemática	679.473
3º	Porta Aberta - Alfabetização Matemática	565.390
4º	Projeto Buriti Matemática	545.846

Fonte: MEC/FNDE 2016

Tabela 2 - PNLD 2016 - Coleções de Matemática mais distribuídas no Brasil

Seq.	Matemática (4º e 5º ano)	Exemplares
1º	ÁPIS - Matemática 4º e 5º ano	1.106.328
2º	Projeto Coopera Matemática	585.201
3º	Projeto Buriti Matemática	555.739

Fonte: MEC/FNDE 2016

Justifica-se aqui que para o estudo houve a substituição da coleção que respondia pelo 3º lugar entre as mais distribuídas do 1º ao 3º ano pela quarta, em favor de se manter o padrão de analisar os livros do 1º ao 5º ano de uma mesma coleção. Ademais, a diferença na quantidade de livros distribuídos entre o 3º e o 4º lugar é muito pequena, não comprometendo o rigor do estudo. Assim, a pesquisa será sobre a Coleção ÁPIS – Matemática; Projeto Coopera Matemática e Projeto Buriti Matemática.

Antes de pesquisar os livros, será analisada a impressão apresentada pelos especialistas avaliadores das obras, através das resenhas. As resenhas se revestem de uma importante fonte de informação, já que apresentam os pontos fortes e as limitações de cada obra aprovada no âmbito do PNLD.

4.4.1 O que dizem as resenhas dos livros pesquisados: uma análise inicial

O Guia de Livros Didáticos - PNLD 2016: Alfabetização Matemática e Matemática, do ensino fundamental - anos iniciais apresenta, para cada obra resenhada, uma visão geral, a descrição da coleção, os conteúdos a serem trabalhados e uma análise detalhada da obra. Nessa análise são avaliados os seguintes tópicos: a organização dos conteúdos matemáticos (números e operações; geometria; grandezas e medidas; tratamento da informação), a metodologia de ensino e aprendizagem, a interdisciplinaridade (se favorece ou não e, em que medida), a linguagem e aspectos gráfico-editoriais e o manual do professor.

De todos os aspectos analisados nas resenhas, nossa atenção foi direcionada para a metodologia de ensino e aprendizagem, tendo em vista os objetivos da pesquisa.

Para cada coleção estudada, será apresentada a análise dos aspectos metodológicos elaborada por professores especialistas da área, contratados pelo SEB/MEC, quando do processo de avaliação pedagógica das obras inscritas no PNLD.

4.4.1.1 Resenha ÁPIS – Alfabetização Matemática: 1º, 2º e 3º anos

Na coleção, os conteúdos são usualmente apresentados com base na exploração de uma situação contextualizada, que é seguida de exemplos e de propostas de aplicação dos conceitos abordados. As atividades propostas favorecem a interação entre alunos e desses com o professor. Além disso, algumas delas visam sistematizar ideias trabalhadas anteriormente. Em alguns momentos, o desenvolvimento dos conceitos parte de conhecimentos extraescolares dos estudantes, o que é positivo.

Valorizam-se diferentes estratégias de Resolução de Problemas, a verificação de processos ou de resultados, a formulação de problemas pelos alunos e o trabalho com situações-problema que apresentam várias soluções. Na obra, são valorizadas as atividades que possibilitem aos estudantes desenvolver estratégias pessoais para a Resolução de Problemas. No entanto, na maioria dos casos essas atividades são acompanhadas de um excesso de orientações, o que pode, ironicamente, inibir o desenvolvimento das próprias estratégias dos alunos.

Na abordagem de números e operações encontram-se diversas situações em que as atividades propostas requerem cálculo mental, arredondamentos e estimativas, o que contribui positivamente para a aprendizagem das operações.

O uso do material dourado como recurso, bem como de materiais concretos em geral é incentivado.

No Manual do professor há destaque à perspectiva de que o aluno constrói o seu conhecimento mediado pela interação com os colegas, com o material didático e com o professor.

4.4.1.2 Resenha ÁPIS – Matemática: 4º e 5º anos

A metodologia caracteriza-se por breves explicações, seguidas de exemplos e exercícios. Nas retomadas de conteúdos são valorizadas situações do cotidiano das crianças, o que é positivo. Entretanto, algumas vezes, essas retomadas são excessivamente repetitivas. Observa-se também o estímulo à interação entre os alunos e desses com o professor. Competências como observação, exploração, formulação de hipóteses, argumentação, generalização e registro, são bastante exploradas nos volumes da coleção.

Nas atividades, são incentivadas a utilização ou a comparação de diferentes estratégias, a verificação de processos ou resultados e a formulação de problemas.

Parte-se dos conhecimentos prévios dos estudantes sobre as operações com os números naturais para o estudo das operações. São incentivadas várias estratégias de cálculo, incluindo estimativas, cálculo mental, decomposição e algoritmos convencionais.

Os números e operações são abordados em suas diversas representações e usos, favorecendo a ideia de ensino e aprendizagem de modo contextualizado.

Na obra, a leitura é incentivada. O uso de materiais concretos diversificados que favorecem a construção dos conceitos abordados também é incentivado.

4.4.1.3 Resenha Projeto Coopera – Alfabetização Matemática: 1º, 2º e 3º anos

Na coleção, são incentivados o uso de materiais concretos, a argumentação oral e a interação entre os alunos. Os conteúdos são retomados ao longo dos livros, porém, algumas atividades são muito parecidas e diretivas.

No primeiro ano, valorizam-se os conhecimentos prévios dos alunos e a discussão em grupo. Nos anos seguintes, os conteúdos são apresentados com exemplos, seguidos de sistematização e da proposição de atividades similares. Na resolução das atividades, é privilegiado o trabalho individual do aluno, seguido de reflexões sobre as diferentes estratégias de resolução utilizadas, o que incentiva a argumentação oral. No entanto, poucas são as atividades que requerem, de fato, o trabalho em equipe. A coleção privilegia os diversos usos e representações dos números.

Problemas relativos às quatro operações são propostos, inicialmente, por intermédio de materiais concretos, de desenhos e do cálculo mental.

O Manual do Professor é um ponto forte da coleção, pois auxilia a conduzir e avaliar as atividades e enfatiza a importância da Resolução de Problemas.

4.4.1.4 Resenha Projeto Coopera – Matemática: 4º e 5º anos

A metodologia adotada na coleção favorece a Resolução de Problemas propostos e, também, incentiva a elaboração de problemas pelos alunos. No entanto, a verificação dos processos de resolução é direcionada pelo professor, restringindo oportunidades de interação e troca de conhecimentos entre alunos.

Na apresentação dos conteúdos matemáticos, são utilizadas situações do cotidiano do aluno e temas da realidade social. A retomada dos conhecimentos prévios é frequentemente valorizada na coleção. A compreensão, a síntese, o registro das estratégias utilizadas pelos alunos e a sua comunicação também são trabalhadas.

Quanto ao eixo números e operações, adequadamente os cálculos por estimativa e mental são bastante estimulados. No entanto, o uso de materiais concretos é pouco incentivado e, quando isso acontece, geralmente são utilizadas as ilustrações ou imagens de figuras. Em alguns momentos, são utilizadas imagens do ábaco e do material dourado, o que não é recomendável, uma vez que o manuseio desses materiais é importante para a compreensão de conceitos matemáticos.

4.4.1.5 Resenha Projeto Buriti Matemática – Alfabetização Matemática: 1º, 2º e 3º anos

Na coleção, a metodologia de ensino e aprendizagem caracteriza-se principalmente pela valorização de jogos e de situações voltadas à Resolução de Problemas. No entanto, por vezes, nota-se a preferência por certos procedimentos de resolução, além de ênfase na repetição e na aplicação de conhecimentos, em detrimento das estratégias pessoais dos alunos.

Sente-se falta do trabalho com diferentes procedimentos de cálculos e a valorização de estratégias próprias que os alunos possam usar na resolução dos problemas.

A sistematização dos conteúdos, as discussões e os encaminhamentos devem ser feitos pelo professor. Valorizam-se os momentos de interação entre os alunos e deles com o professor, em atividades orais e em grupos. Entretanto, muitas atividades envolvem somente aplicações imediatas de conhecimentos ensinados, o que é uma limitação da obra.

Na abordagem dos números e em atividades de contagem, ao longo do volume 1, são usados poucos materiais concretos. Nos demais volumes, o estudo do sistema de numeração decimal concentra-se na escrita do número, em detrimento do reconhecimento de suas características e propriedades. Além disso, observa-se poucas representações dos números no quadro valor de lugar, o que seria recomendável nesse nível de ensino. As estimativas são raras e o cálculo mental enfatiza resultados de adições e subtrações em detrimento das propriedades.

4.4.1.6 Resenha Projeto Buriti – Matemática: 4º e 5º anos

A metodologia adotada privilegia as informações e explicações, sem incentivo à participação mais ativa do estudante. As sistematizações de conteúdos são apresentadas ao longo das atividades, com excessivo enfoque em procedimentos, regras e mecanismos de cálculo. Aos estudantes cabe observar e responder.

Atividades de Resolução de Problemas são comuns e trazem alguma conexão entre a matemática escolar e outros campos de conhecimento. Porém, são poucas as situações em que as estratégias pessoais do aluno são valorizadas. Também não se encontram muitas atividades voltadas para o desenvolvimento de competências importantes, como a comparação de estratégias, verificação de resultados, argumentação e tomada de decisão.

No campo dos Números e operações, os números racionais são apresentados, com foco na notação e nomenclatura. Também é dada ênfase às regras operatórias e aos cálculos, sem muita utilização de materiais concretos.

No estudo das operações, são abordados os cálculos exato, aproximado, mental e escrito, o que é positivo. Mas há pouco incentivo à reflexão e à discussão de diferentes estratégias. Acertadamente, dedica-se bastante atenção à interação em sala de aula.

Apresentados de forma breve os principais pontos das resenhas das obras selecionadas para o estudo, é hora de conhecer e analisar os livros, a fim de ter a própria impressão da pesquisadora.

4.4.2 O que dizem os livros pesquisados

Dos 15 livros pesquisados foram analisadas somente as questões sobre Números e Operações, excluindo-se as vinculadas aos eixos Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Também não fizeram parte da análise, jogos e seções especiais

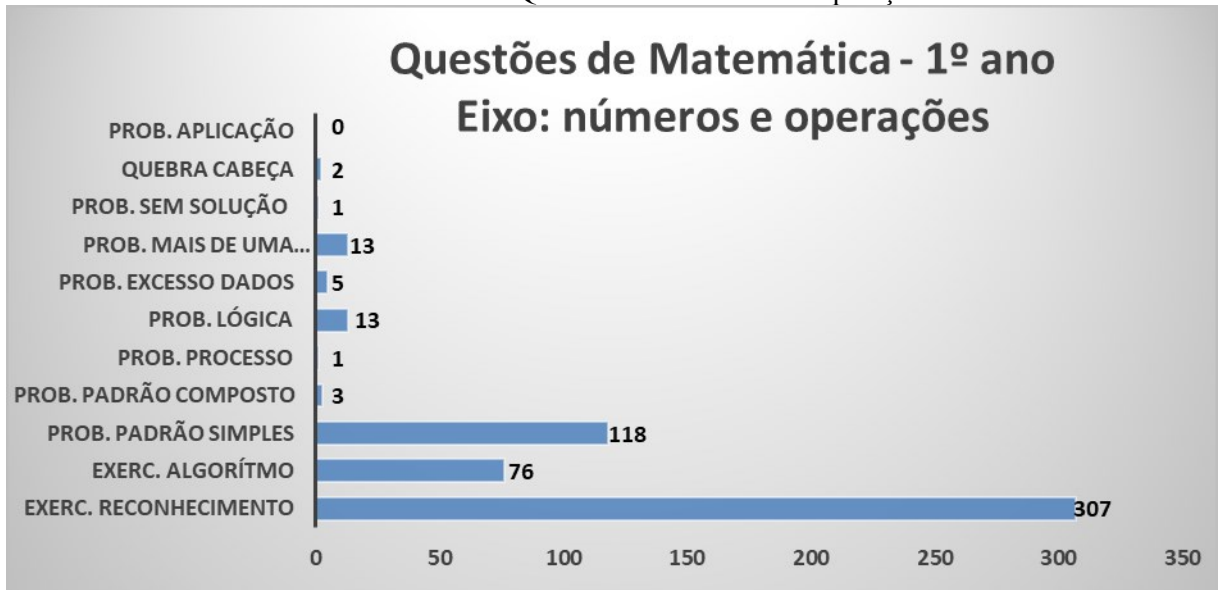
relacionados a saberes interdisciplinares do tipo, Trançando Saberes, Mundo Plural, A Matemática me ajuda a ser.

A seleção das questões foi simples, já que as coleções apresentam em seu sumário os conteúdos identificados conforme a natureza e o eixo que compõem. Somente a coleção Ápis não separa Tratamento da Informação dos demais eixos, distribuindo-o como atividades ao longo do livro. Para manter o mesmo padrão da pesquisa, foi necessário excluir as atividades intituladas como tabelas e gráficos, bem como problemas de possibilidades ou raciocínio combinatório, presentes no eixo Números e operações, na Coleção Ápis, já que nas demais coleções esse tipo de atividade fica separada na seção, Tratamento da Informação.

Com base no estudo realizado e nas diferentes classificações de problemas, notadamente em Dante (2002) e Smole e Diniz (2016), a partir desse ponto do estudo, ao se referir a *problemas convencionais*, estão sendo incluídos os problemas padrão (simples e composto), os exercícios de reconhecimento e os de algoritmo, de Dante (2002). Do mesmo modo, ao se usar a expressão *problemas não convencionais*, estão sendo englobados os problemas de aplicação e quebra-cabeça, de Dante (2002), e ainda os sem solução, com mais de uma solução, com excesso de dados, de lógica e de estratégia, de Smole e Diniz (2016).

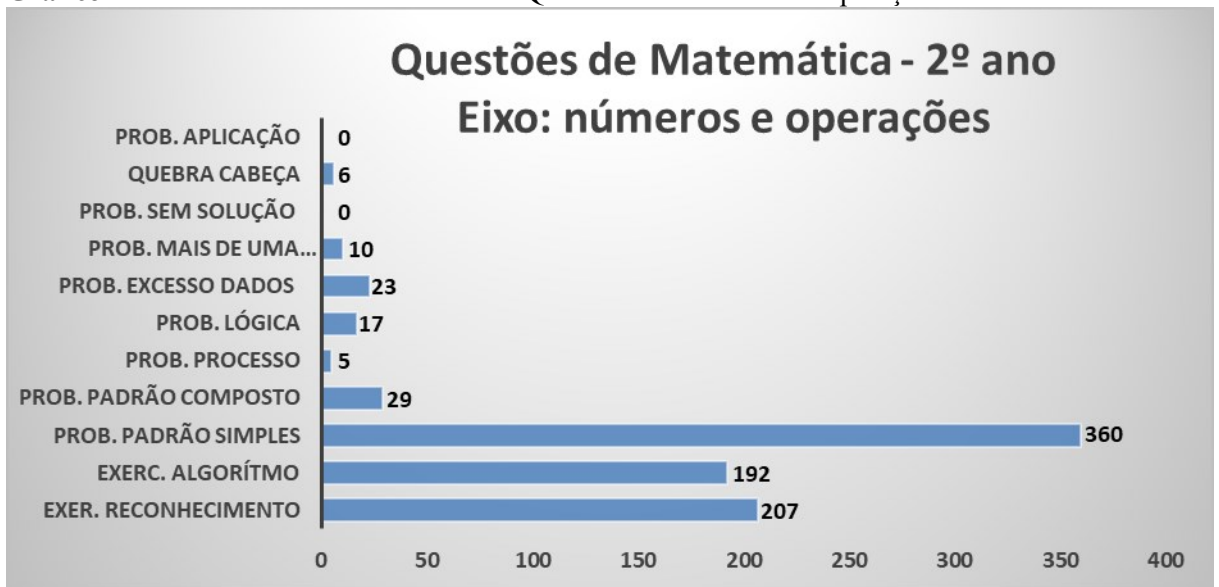
Essa classificação de problemas é a compilação dos achados dos autores referenciados, bem como resultado de sistematizações realizadas pela pesquisadora.

Gráfico 1 – Livros de Matemática 1º ano - Questões eixo números e operações



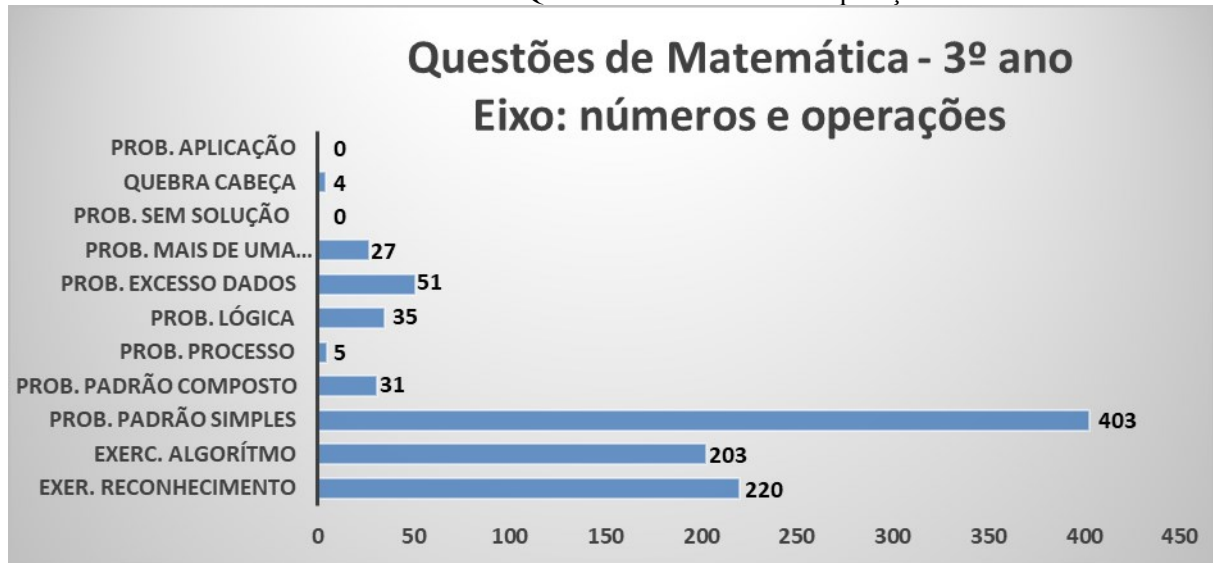
Fonte: a autora.

Gráfico 2 – Livros de Matemática 2º ano - Questões eixo números e operações



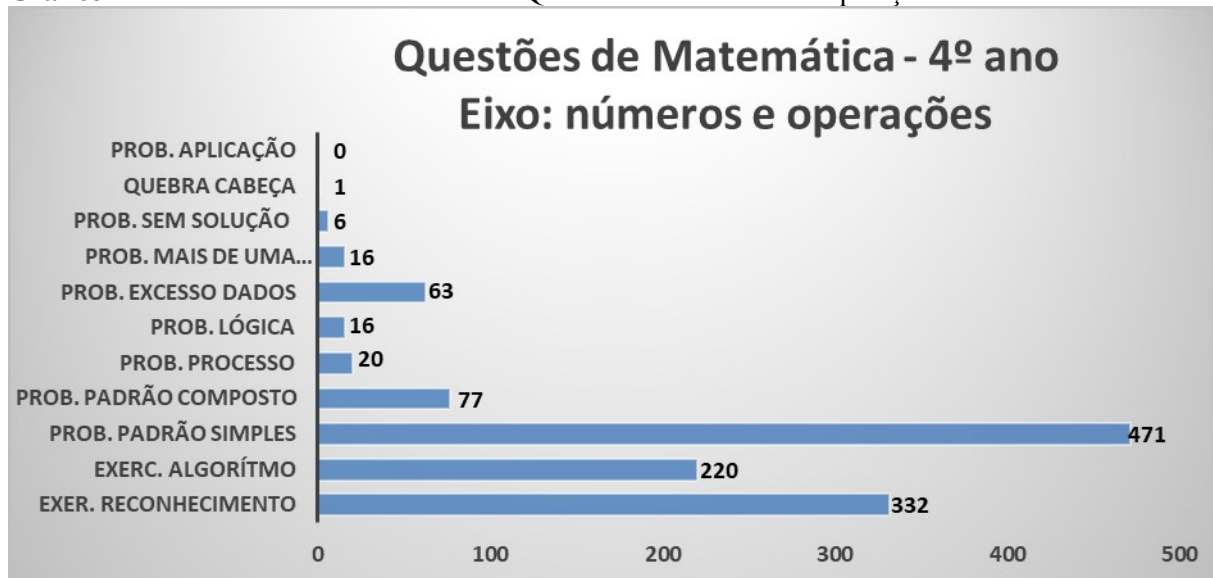
Fonte: a autora.

Gráfico 3 – Livros de Matemática 3º ano – Questões eixo números e operações



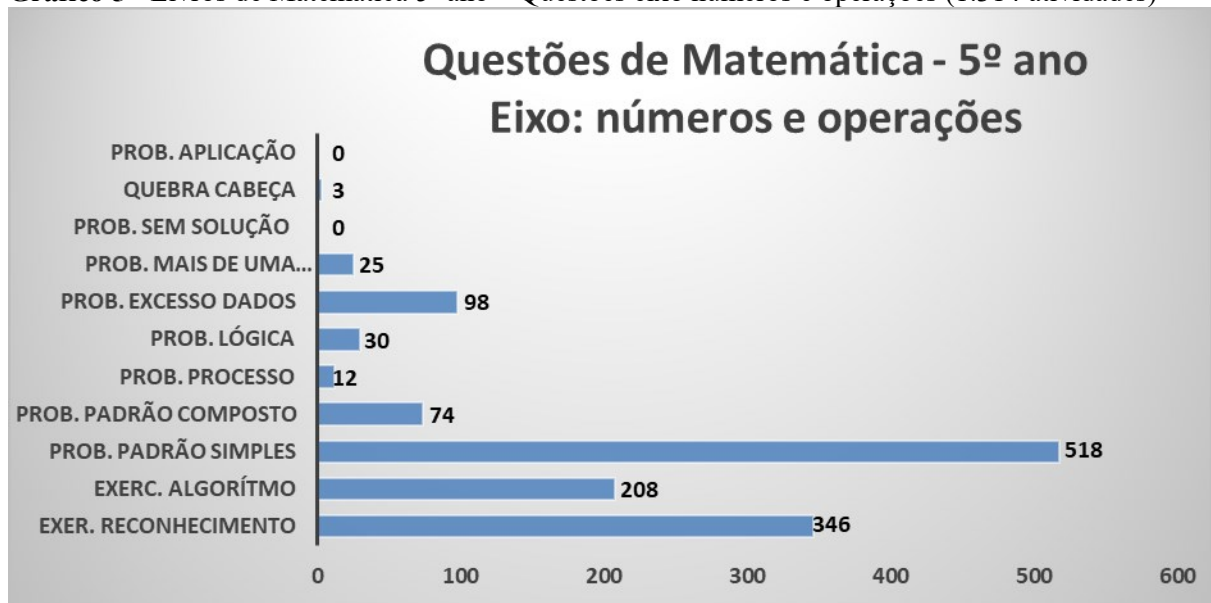
Fonte: a autora.

Gráfico 4 – Livros de Matemática 4º ano – Questões eixo números e operações



Fonte: a autora.

Gráfico 5 - Livros de Matemática 5º ano – Questões eixo números e operações (1.314 atividades)



Fonte: a autora.

Com base na análise das questões relacionadas ao eixo números e operações, das três coleções de livros didáticos de Matemática mais utilizadas nas escolas públicas brasileiras, é possível afirmar que os problemas ditos convencionais, conforme os exemplos abaixo, são a grande maioria do 1º ao 5º ano.

Figura 1 - Problema convencional (problema padrão)

3. Este mês, o jornal da escola de Larissa tinha 14 folhas. Foram impressos 525 jornais. Quantas folhas foram usadas?

4. Marisa e Frederico pretendem comprar jogos novos para brincar nas férias. Para isso, eles estão guardando dinheiro. O jogo que Marisa quer comprar custa R\$ 56,00 e o jogo que Frederico escolheu custa R\$ 72,00. Calcule quanto ainda falta para cada um deles poder comprar seu jogo.

Eu já tenho 27 reais.

E eu tenho 43 reais.

Fonte: Projeto Coopera: Matemática. 5º ano: ensino fundamental: anos iniciais. Autoras: Eliane Reame e Priscila Montenegro (2014).

Figura 2 – Problema convencional (exercícios de algoritmo)

2. Qual é o total?

a) $5892 + 8$	d) $24200 + 800$	g) $50000 + 2000 + 70 + 9$
b) $4 + 9676$	e) $400 + 37500$	h) $60000 + 4 + 700$
c) $15563 + 7$	f) $43500 + 1500$	i) $4000 + 900 + 10000$

Fonte: Projeto Coopera: Matemática. 5º ano: ensino fundamental: anos iniciais. Autoras: Eliane Reame e Priscila Montenegro (2014).

3. Qual é o antecessor e o sucessor de cada número?

a) 25587 $25586 - 25588$	c) 73760 $73759 - 73761$	e) 60000 $59999 - 60001$
b) 48201 $48200 - 48202$	d) 30949 $30948 - 30950$	f) 52789 $52788 - 52790$

Fonte: Projeto Coopera: Matemática. 4º ano: ensino fundamental: anos iniciais (Manual do Professor). Autoras: Eliane Reame e Priscila Montenegro (2014).

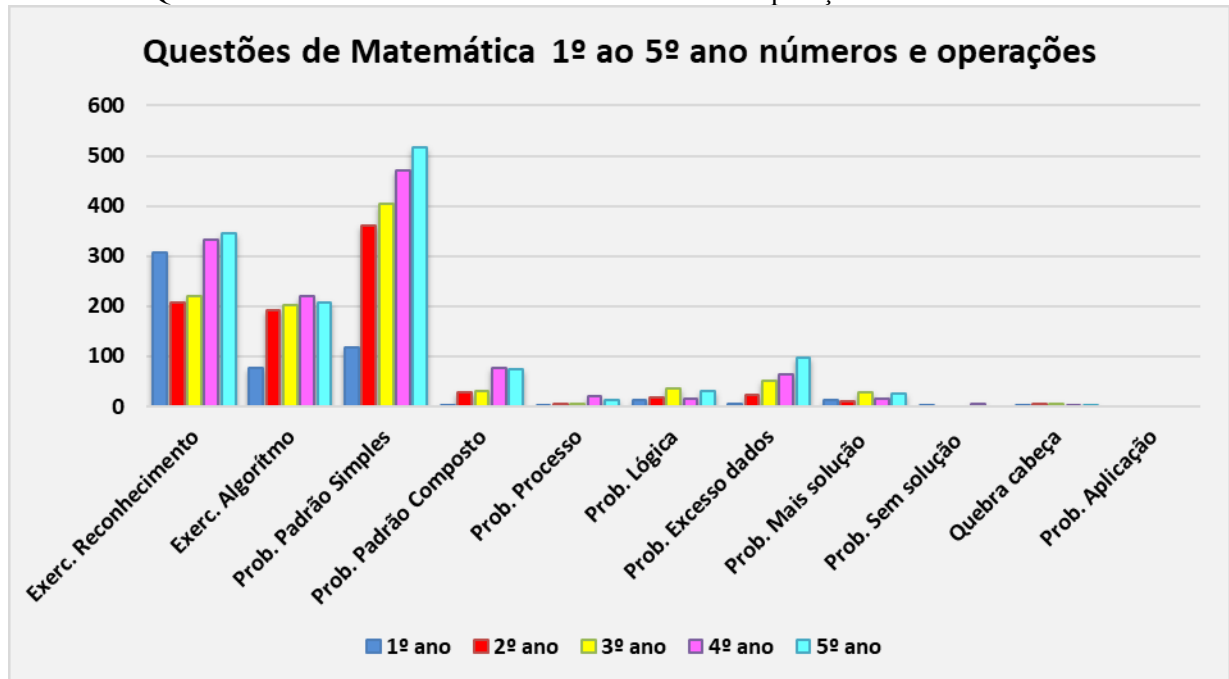
Os problemas não convencionais registram um aumento a partir do 3º ano, mas não representam nem 11% do total de questões analisadas.

Dos 15 livros didáticos de Matemática foram analisadas 4.903 questões, do 1º ao 5º ano, sendo: 539, 849, 979, 1.222 e 1.314 atividades de cada ano, respectivamente.

Foram identificadas 60 atividades de elaboração de problemas nos 15 livros pesquisados, do tipo: invente uma pergunta para o problema dado, invente um problema a partir das imagens, invente mais uma pergunta para o problema dado, invente um problema a partir da resposta dada, ou a partir da operação dada, entre outros.

Portanto, a informação presente em algumas resenhas, como no caso da Ápis (1º ao 5º ano) e do Projeto Coopera (4º e 5º ano), de que nas referidas coleções valoriza-se a elaboração de problemas pelos alunos, deve ser vista com ressalvas. Apesar das duas coleções sinalizarem quanto à importância estratégica de se proporcionar aos alunos oportunidades de inventar problemas a partir de variadas situações, o número de atividades desse tipo é bem reduzido. No caso da Ápis (1º ao 5º ano), num universo de 1.868 questões analisadas nos cinco livros da coleção, apenas 32 são do tipo invente um problema. Nos livros de 4º e 5º anos do Projeto Coopera, são apenas 10 atividades nesses moldes para um total de 714, pesquisadas nos dois livros.

Gráfico 6 - Questões de Matemática - 1º ao 5º ano - números e operações



Fonte: a autora.

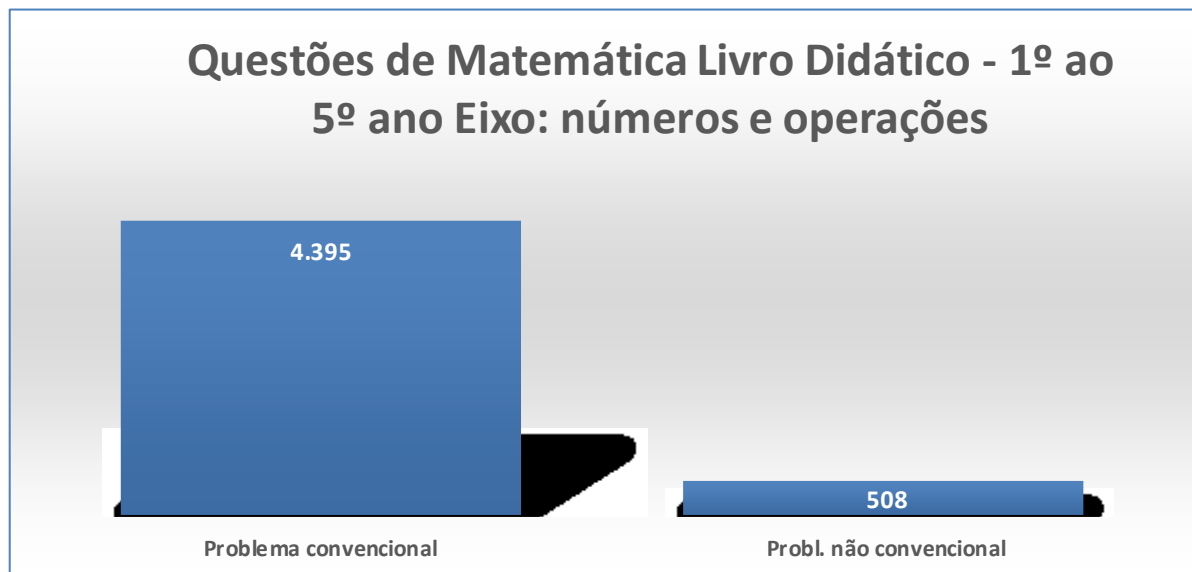
Neste gráfico, o objetivo era analisar como cada tipo de problema é utilizado ao longo dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Conforme o mesmo, mantém-se os exercícios de reconhecimento praticamente com o mesmo número de questões, do 1º ao 5º ano e sempre em número elevado. Os exercícios de algoritmos têm um início tímido no 1º ano, mas depois aumentam e mantêm-se na casa de 200 atividades em média, do 2º ao 5º ano. O mesmo ocorre com os problemas padrão simples, porém com a evidente diferença em relação à quantidade.

Percebe-se que os exercícios de reconhecimento são maioria no 1º ano em detrimento dos exercícios de algoritmo e dos problemas padrão. Depois, a situação se inverte e os problemas padrão passam a ocupar um maior espaço nos livros pesquisados.

Os problemas padrão do tipo composto são pouco utilizados em todos os anos, contrariando as expectativas do estudo. Em relação aos problemas processo, de lógica, com excesso de dados, com mais de uma solução, sem solução, quebra-cabeça e de aplicação, todos tiveram baixo registro de atividades. Não foi identificado sequer um problema de aplicação dentro do eixo estudado.

Se for separado o que é chamado de problemas convencionais de um lado e os problemas não convencionais de outro, fica mais evidente ainda a forte tendência de se privilegiar os problemas convencionais como recurso didático para o ensino dos conteúdos matemáticos de números e operações. É o que mostra o quadro a seguir.

Gráfico 7 – Questões: números e operações - livro de Matemática - 1º ao 5º ano



Fonte: a autora.

Outro ponto que chama a atenção, ao se confrontar o que diz as resenhas dos livros com os achados da pesquisa, é o fato de que são apresentadas afirmações do tipo a coleção valoriza o trabalho com situações-problema que apresentam várias soluções, encontrada na Resenha Coleção Ápis - 1º, 2º e 3º anos. Como afirmar que a metodologia da referida coleção de livros didáticos favorece o trabalho com problemas com várias soluções, se apenas oito, dos 966 problemas da referida coleção, são do tipo com mais de uma solução?

No aspecto discursivo, os fundamentos teóricos do guia estão de acordo com as orientações emanadas do MEC/PCN e do FNDE. Esta coerência está presente na concepção de ensino, de problemas, de exercícios, nas competências (apresentadas no guia) a serem alcançadas pelos alunos em Matemática e quanto aos princípios orientadores dos livros didáticos.

Só para lembrar, a Resolução de Problemas é apresentada no guia como um princípio metodológico para o processo ensino-aprendizagem de Matemática. Nesse sentido, defende que “problema não é uma atividade de simples aplicação de técnicas e procedimentos já exemplificados”. (BRASIL, 2015a, p. 16). E que um bom problema é aquele que oportuniza o emprego de novas e variadas estratégias, desde os anos iniciais da escolaridade.

Ainda de acordo com o Guia de Livros Didáticos 2016, o ensino repetitivo e a resolução de exercícios rotineiros de fixação são danosos para a formação do aluno, pois não permitem a construção de um conhecimento significativo e condenam esse aluno a ser um simples repetidor de procedimentos memorizados.

No entanto, em termos práticos, essa coerência não se materializa. Sabendo-se, a partir do estudo, que praticamente 90% das atividades pesquisadas nos livros didáticos de Matemática são problemas do tipo convencional, o que de fato significa as afirmações, presentes em algumas resenhas, de que a coleção enfatiza a importância da resolução de problema?

Se resolver exercício não é o mesmo que resolver problemas, como afirmar que um determinado livro valoriza a Resolução de Problemas se a maioria absoluta das atividades pesquisadas é composta de exercícios de aplicação e reforço de aprendizagens?

O trabalho pedagógico com a Resolução de Problemas como metodologia de ensino exige a utilização de problemas genuínos, que despertem o interesse em compreender e resolver. Os exercícios não se prestam a essa função pelo fato de não representarem verdadeiros desafios, já que podem ser resolvidos com a simples aplicação de técnicas e habilidades previamente treinadas.

Conforme Branca (1997, p.10), já citada nesta pesquisa, os múltiplos significados de Resolução de Problemas (como *meta, processo, habilidade básica, metodologia de ensino* ou como *perspectiva metodológica*) “podem facilmente levar um escritor à ambiguidade e um leitor a um equívoco”.

E, com base nos achados da pesquisa, há fortes indícios de que essa falta de clareza tenha levado os especialistas responsáveis pela análise das obras a elaborar resenhas, em parte, ambíguas.

O guia orienta a escolha do livro a ser realizada pela escola. Logo, ainda que o processo de avaliação dos livros didáticos termine na escola, com a análise e escolha realizada pelos professores, diretores e especialistas, as resenhas que compõem o Guia de Livros Didáticos exercem uma forte influência na opinião docente. Elas representam a chancela do FNDE para cada obra inscrita e aprovada.

Em tese, o PNLD deve ser coerente com as orientações didáticas emanadas do MEC, em especial dos PCN. No entanto, o que se observa, com base no resultado da pesquisa, é uma discordância entre o PNLD e o MEC/PCN no que se refere às concepções metodológicas para o ensino de Matemática, efetivamente presentes nos livros didáticos do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental distribuídos em 2016.

Embora o Guia do Livro Didático 2016 sinalize estar de acordo com as recomendações metodológicas do MEC/PCN para o processo de ensino-aprendizagem de Matemática, isso não se concretiza nos livros aprovados no âmbito do PNLD e distribuídos para todo o Brasil.

A Resolução de Problemas como metodologia de ensino não se concretiza, já que 90% das atividades presentes nos livros de Matemática do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental são do tipo listas de exercícios de aplicação e fixação de conhecimentos. Contrariamente ao que os PCN (1997) propõem, a Resolução de Problemas é desenvolvida como um item isolado, desenvolvido paralelamente ou como aplicação da aprendizagem, e não como uma orientação para a aprendizagem.

Sem problemas que constituam um real desafio, que exijam a mobilização de conhecimentos matemáticos, a fim de elaborar uma estratégia para a solução da situação proposta, não há que se falar em metodologia de Resolução de Problemas. Logo, a concepção de Resolução de Problemas presente nos livros didáticos estudados não é a de metodologia de ensino e contradiz as orientações emanadas do MEC/PCN.

Sabendo que o livro de Matemática representa para a grande maioria das escolas públicas brasileiras, o único recurso didático, o próximo passo deste estudo é verificar se o que é trabalhado em sala de aula, através, principalmente, do livro didático, coincide com o que é exigido nas avaliações oficiais do SAEB.

5 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS EXAMES DO SAEB

Nesta etapa da investigação serão pesquisadas as avaliações do SAEB, especificamente a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (ANRESC), mais conhecida como Prova Brasil. Pretende-se conhecer o que é a Prova Brasil, suas características e seus instrumentos de avaliação; estudar e compreender as matrizes de referência e as escalas de proficiência, em especial as de Matemática do 5º ano do Ensino Fundamental. Serão ainda pesquisados os resultados da Prova Brasil do período 2005-2015 de Matemática do 5º ano do Ensino Fundamental, bem como a análise dos resultados. O objetivo é ter uma visão geral da Prova Brasil e seus resultados em nível nacional.

Será utilizado como fonte de pesquisa o banco de dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), disponibilizado em meio eletrônico, e suas publicações impressas sobre o assunto.

Contudo, ainda na quinta seção, o estudo pretende afunilar-se no sentido de pesquisar as provas aplicadas em 2013 e 2015. O objetivo é estudar as questões presentes nos testes, classificar quanto ao tipo de problema, separar e quantificar por eixo (Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação).

A intenção é verificar se o que é cobrado nos testes das avaliações oficiais do governo coincide com todo o discurso presente no MEC, no FNDE e no próprio SAEB. Será que o tipo de questões dos testes corresponde ao ideário de Resolução de Problemas proposto nos documentos oficiais?

5.1 Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (ANRESC) – Prova Brasil

Com o objetivo de realizar um diagnóstico da educação básica brasileira e dos fatores que possam interferir no desempenho do estudante, foi criado o Sistema de Avaliação da Educação Básica – Saeb, composto por um conjunto de avaliações externas em larga escala. Esse levantamento produz informações que subsidiam a formulação, a reformulação e o monitoramento das políticas públicas educacionais, nas esferas municipal, estadual e federal, com vistas à melhoria da qualidade da educação. Além disso, procura oferecer indicadores sobre fatores de influência no desempenho dos alunos nas áreas e nos anos avaliados.

O Saeb, desde a sua criação em 1990, sofreu uma série de reformulações e atualmente é composto por três tipos de avaliação externa em larga escala: a Avaliação Nacional da Educação Básica (Aneb), a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (Anresc), criada em

2005, mais conhecida como Prova Brasil, e a Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA), última a ser incorporada ao Saeb, em 2013.

A ANA é aplicada de forma censitária (aplicação bianual) a todos os alunos do 3º ano do Ensino Fundamental, de todas as escolas públicas, com o objetivo de aferir os níveis de alfabetização e letramento em Língua Portuguesa e Matemática. Além dos testes de desempenho, que medem a proficiência dos estudantes nessas áreas, a ANA apresenta também indicadores contextuais, tais como: o Indicador de Nível Socioeconômico e o Indicador de Formação Docente da escola. Foram realizadas até o momento três edições da ANA - 2013, 2014, 2016.

Também censitária, a Anresc/Prova Brasil avalia alunos do 5º e 9º ano do Ensino Fundamental, e da 3ª série do Ensino Médio¹⁰ de escolas públicas que possuem no mínimo 10 alunos matriculados nas séries/anos avaliados. Seu objetivo principal é avaliar a qualidade do ensino ministrado nas escolas públicas, produzindo informações sobre os níveis de aprendizagem em Língua Portuguesa e em Matemática, além de fornecer resultados para cada unidade escolar participante e redes de ensino em geral. Tais informações servem para subsidiar reflexões, planejamento e direcionar o trabalho pedagógico de cada escola.

A Aneb utiliza os mesmos instrumentos da Anresc/Prova Brasil e é aplicada com a mesma periodicidade. Diferencia-se por ser amostral e por abranger escolas e alunos do 5º e 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio regular da rede privada do País, bem como aqueles da rede pública que não atendem aos critérios de participação da Anresc/Prova Brasil. Essa avaliação amostral, em conjunto com a realizada de forma censitária pela Anresc, contempla os objetivos e os procedimentos da avaliação da educação básica efetuada pelo Saeb.

A partir desse panorama geral do Saeb, centra-se a atenção na Anresc/Prova Brasil de Matemática do 5º ano do Ensino Fundamental, foco do estudo.

A Prova Brasil avalia o desempenho dos estudantes em Língua Portuguesa, com foco em leitura, e em Matemática, com ênfase na Resolução de Problemas. Produz informações a respeito da qualidade do ensino público, fornecendo resultados a cada unidade escolar participante e às redes de ensino. Além disso, fornece informações contextuais sobre as condições em que ocorre o trabalho da escola, os quais devem ser considerados na análise dos resultados. São disponibilizados o Indicador de Nível Socioeconômico e o Indicador de

¹⁰ Até 2015, a 3ª série do Ensino Médio das escolas públicas só participava de forma amostral, através da Aneb. A partir da Portaria 447, de 24 de maio de 2017 passou a ser incluída na Anresc, de forma censitária. A 3ª série do Ensino Médio da rede privada continua a fazer parte da Aneb, sendo apenas amostral. A mesma portaria também reduziu o número mínimo de alunos por turma de 20 para 10 para fazer parte do Saeb.

Formação Docente de cada escola e de cada município. Portanto, são dois os instrumentos de avaliação do Saeb: os testes de desempenho e os questionários contextuais.

Além dos testes, são aplicados questionários socioeconômico e cultural, junto ao caderno de provas. Os alunos devem responder a questões que servem para a caracterização dos estudantes. Os questionários dos estudantes coletam informações sobre aspectos de sua vida escolar e familiar, condições socioeconômicas e culturais, hábitos de estudo, etc.

Os Professores de Língua Portuguesa e Matemática das séries avaliadas, assim como os gestores das escolas, respondem a questionários que possibilitam conhecer a formação profissional, experiência profissional, condições de trabalho, recursos pedagógicos disponíveis na escola, práticas pedagógicas e/ou formas de gestão, tipos de liderança, clima escolar, entre outros. Os questionários destinados aos professores e diretores são entregues pelos aplicadores antes da realização dos testes por parte dos alunos e devem ser recolhidos ao final da prova.

Há ainda o questionário da escola, que deve ser preenchido pelo aplicador. Na mesma ocasião, os aplicadores dos testes preenchem um formulário sobre as condições de infraestrutura das escolas, estado de conservação, segurança, utilização dos espaços e características gerais. De posse desses dados, é possível estudar os principais fatores associados ao desempenho dos alunos. Testes e questionários são realizados em um único dia.

Sobre os testes, nem todos os conteúdos, competências e habilidades em Língua Portuguesa e Matemática são avaliados na Prova Brasil. A fim de fazer um recorte do currículo daquilo que deveria ser avaliado em cada etapa e área do conhecimento, o INEP criou as Matrizes de Referência. Esses instrumentos “compreendem o conjunto de conteúdos (tópicos ou temas) e habilidades a serem avaliados em cada área do conhecimento, que representam o que se espera que os alunos tenham desenvolvido ao final do 5º e do 9º ano do ensino fundamental” (BRASIL, 2013, p.7), bem como da 3ª série do ensino médio.

O termo Matriz de Referência serve para indicar as habilidades a serem avaliadas em cada etapa da escolarização e orientar a elaboração de itens de testes e provas, bem como a construção de escalas de proficiência que definem o quê e o quanto o aluno realiza no contexto da avaliação.

Para tanto, tomou por base os PCN, os currículos propostos pelas Secretarias Estaduais de Educação e por algumas redes municipais. Também foram examinados os livros didáticos mais utilizados para os anos avaliados. As matrizes atuais de Língua Portuguesa e Matemática da Anresc/Prova Brasil foram estabelecidas em 2001, em substituição às matrizes anteriores e,

por sua vez, devem ser revistas em breve em decorrência do estabelecimento da Base Nacional Comum Curricular – BNCC.

As Matrizes de Referência não podem ser confundidas com proposta curricular, já que não englobam todo o currículo escolar. Referem-se apenas a um recorte do todo (o currículo) para se estabelecer um conjunto mínimo de saberes e habilidades consideradas essenciais para cada etapa da Educação e que podem ser avaliadas por meio de testes padronizados.

As habilidades são detalhadas na Matriz por meio de descritores, que contemplam os objetivos de ensino [...] considerados mais relevantes e possíveis de serem avaliados por meio dos testes aplicados, os quais incluem itens de múltipla escolha. (BRASIL, 2013, p.7).

Conforme a Cartilha Prova Brasil (2013), as matrizes de referência estão subdivididas em tópicos ou temas e estes, em descritores. Cada descritor é uma associação entre conteúdos curriculares e operações mentais desenvolvidas pelos alunos, que traduzem certas competências e habilidades. Os conhecimentos e competências matemáticas esperadas para cada etapa estão indicados nos descritores da Matriz de Referência de Matemática, dividida em 5º e 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio. Cada descritor dá origem a diferentes itens e, a partir das respostas dadas, verifica-se quais habilidades os alunos efetivamente desenvolveram.

Os descritores indicam as habilidades gerais que se esperam dos alunos e constituem a referência para seleção dos itens que devem compor um teste.

As Matrizes de Referência da Prova Brasil reúnem os conteúdos (tópicos ou temas) e as respectivas habilidades (descritores), a serem avaliados em Língua Portuguesa e Matemática, para cada etapa da Educação Básica avaliada. Dentro de cada tema há um conjunto de descritores ligados às competências desenvolvidas.

Atualmente, o Saeb trabalha a partir de seis Matrizes de Referência: (1) Matriz de Referência de Língua Portuguesa – 5º ano do ensino fundamental; (2) Matriz de Referência de Língua Portuguesa – 9º ano do ensino fundamental; (3) Matriz de Referência de Língua Portuguesa – 3ª série do Ensino Médio; (4) Matriz de Referência de Matemática – 5º ano do ensino fundamental; (5) Matriz de Referência de Matemática – 9º ano do ensino fundamental; (6) Matriz de Referência de Matemática – 3ª série do Ensino Médio.

Em Língua Portuguesa, optou-se por avaliar as habilidades de leitura. Em Matemática, o eixo norteador da avaliação é a Resolução de Problemas. Nesse sentido, o conhecimento de Matemática na Prova Brasil é demonstrado por meio da Resolução de Problemas.

São consideradas capacidades, como observação, estabelecimento de relações, comunicação (diferentes linguagens), argumentação e validação de processos, estimulando formas de raciocínio, como intuição, indução, dedução e estimativa. A matriz de Matemática foi estabelecida a partir do pressuposto de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução, o que não exclui totalmente a possibilidade da proposição de alguns itens com o objetivo de avaliar se o aluno tem domínio de determinadas técnicas. (BRASIL, 2018, p.29).

Trabalha-se a partir do pressuposto de que o aluno desenvolveu certa habilidade quando ele é “capaz de resolver um problema a partir da utilização/aplicação de um conceito por ele já construído. Por isso, o teste busca apresentar, prioritariamente, situações em que a resolução de problemas seja significativa para o aluno e mobilize seus recursos cognitivos”. (BRASIL, 2008, p.106).

A partir do conhecimento, em linhas gerais, do que sejam as Matrizes de Referência que subsidiam a elaboração dos testes da Prova Brasil, passa-se ao estudo específico da Matriz de Referência de matemática do 5º ano do Ensino Fundamental, objeto da presente pesquisa.

5.2 Matriz de Referência de Matemática do 5º Ano do Ensino Fundamental

As Matrizes de Referência de Matemática contemplam habilidades relacionadas a conhecimentos e procedimentos passíveis de serem medidos em testes de larga escala.

A Matriz de Referência de Matemática do 5º ano do Ensino Fundamental é apresentada a partir de quatro tópicos/temas: I – Espaço e forma; II – Grandezas e medidas, III – Números e operações/álgebra e funções; IV – Tratamento da informação. Para cada tópico, são enumeradas as respectivas habilidades/descriptores de Matemática que representam o que se espera que os alunos tenham desenvolvido ao final do 5º ano do Ensino Fundamental.

Ao todo são 28 habilidades/descriptores de Matemática para o 5º ano do Ensino Fundamental, distribuídos entre os quatro tópicos, sendo: Tema I – Espaço e forma - descritor (D) 1 a 5; Tema II – Grandezas e medidas - D6 a D12; Tema III – Números e

operações/álgebra e funções – D13 a D26; Tema IV – Tratamento da informação – D27 e D28.

Apesar do recorte da pesquisa excluir os tópicos/temas Espaço e forma; Grandezas e medidas, e Tratamento da informação, serão apresentados todos os 28 descritores, pois nos testes constam obrigatoriamente itens relacionados a todos os temas, na proporcionalidade previamente estipulada. Se o estudo se der apenas em relação às questões sobre Números e operações/álgebra e funções, a amostra será muito pequena, já que a representatividade do referido Tema é em torno de 50% do total de itens do teste oficial do SAEB.

Quadro 1 - Matriz de Referência de Matemática – 5º ano do ensino fundamental

Tópico: Tema I – Espaço e forma	
Habilidades/Descritores	
D1	Identificar a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas.
D2	Identificar propriedades comuns e diferenças entre poliedros e corpos redondos, relacionando figuras tridimensionais com suas planificações.
D3	Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais pelo número de lados, pelos tipos de ângulos.
D4	Identificar quadriláteros observando as posições relativas entre seus lados (paralelos, concorrentes, perpendiculares).
D5	Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.
Tópico: Tema II – Grandezas e medidas	
Habilidades/Descritores	
D6	Estimar a medida de grandezas utilizando unidades de medida convencionais ou não.
D7	Resolver problemas significativos utilizando unidades de medida padronizadas como km/m/cm/mm, kg/g/mg, l/ml.
D8	Estabelecer relações entre unidades de medida de tempo.
D9	Estabelecer relações entre o horário de início e término e/ou o intervalo da duração de um evento ou acontecimento.
D10	Num problema, estabelecer trocas entre cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro, em função de seus valores.
D11	Resolver problema envolvendo o cálculo do perímetro de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.
D12	Resolver problema envolvendo o cálculo ou estimativa de áreas de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.
Tópico: Tema III - Números e operações/álgebra e funções	
Habilidades/Descritores	
D13	Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional;
D14	Identificar a localização de números naturais na reta numérica;
D15	Reconhecer a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens;
D16	Reconhecer a composição e a decomposição de números naturais em sua forma polinomial;
D17	Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais;

- D18 – Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais;
- D19 – Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa);
- D20 – Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, ideia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória;
- D21 – Identificar diferentes representações de um mesmo número racional;
- D22 – Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica;
- D23 – Resolver problema utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro;
- D24 – Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados;
- D25 – Resolver problema com números racionais expressos na forma decimal envolvendo diferentes significados da adição ou subtração;
- D26 – Resolver problema envolvendo noções de porcentagem (25%, 50%, 100%).

Tópico: Tema IV – Tratamento da informação

Habilidades/Descritores

- D27 – Ler informações e dados apresentados em tabelas.
- D28 – Ler informações e dados apresentados em gráficos (particularmente em gráficos de colunas).

Fonte: Brasil. Inep (2018)

5.3 As Escalas de Proficiência de Matemática – 5º Ano do Ensino Fundamental

Os resultados de desempenho nos testes da Anresc/Prova Brasil são expressos por números na escala de proficiência, que variam de zero a 500 pontos, dividida em intervalos de 25 pontos, que são chamados níveis de proficiência. Cada nível compreende um conjunto de habilidades e competências que os alunos, nele posicionados, provavelmente dominam.

A Escala de Matemática do 5º ano do Ensino Fundamental classifica os alunos entre os níveis zero a dez, sendo, segundo Brasil (2018): Nível 0 - Desempenho menor que 125; Nível 1 – Desempenho de 125 a 150; Nível 2 – de 150 a 175; Nível 3 - de 175 a 200; Nível 4 - de 200 a 225; Nível 5 - de 225 a 250; Nível 6 - de 250 a 275; Nível 7 - de 275 a 300; Nível 8 - de 300 a 325; Nível 9 - de 325 a 350; Nível 10 - de 350 a 375.

Os níveis da escala são progressivos e cumulativos. Isso significa que eles são organizados da menor para a maior proficiência. Além disso, quando um percentual de alunos foi posicionado em determinado nível da escala, pode-se pressupor que, além de provavelmente terem desenvolvido as habilidades referentes a este nível, também desenvolveram as habilidades referentes aos níveis anteriores. (BRASIL, 2013, p.17).

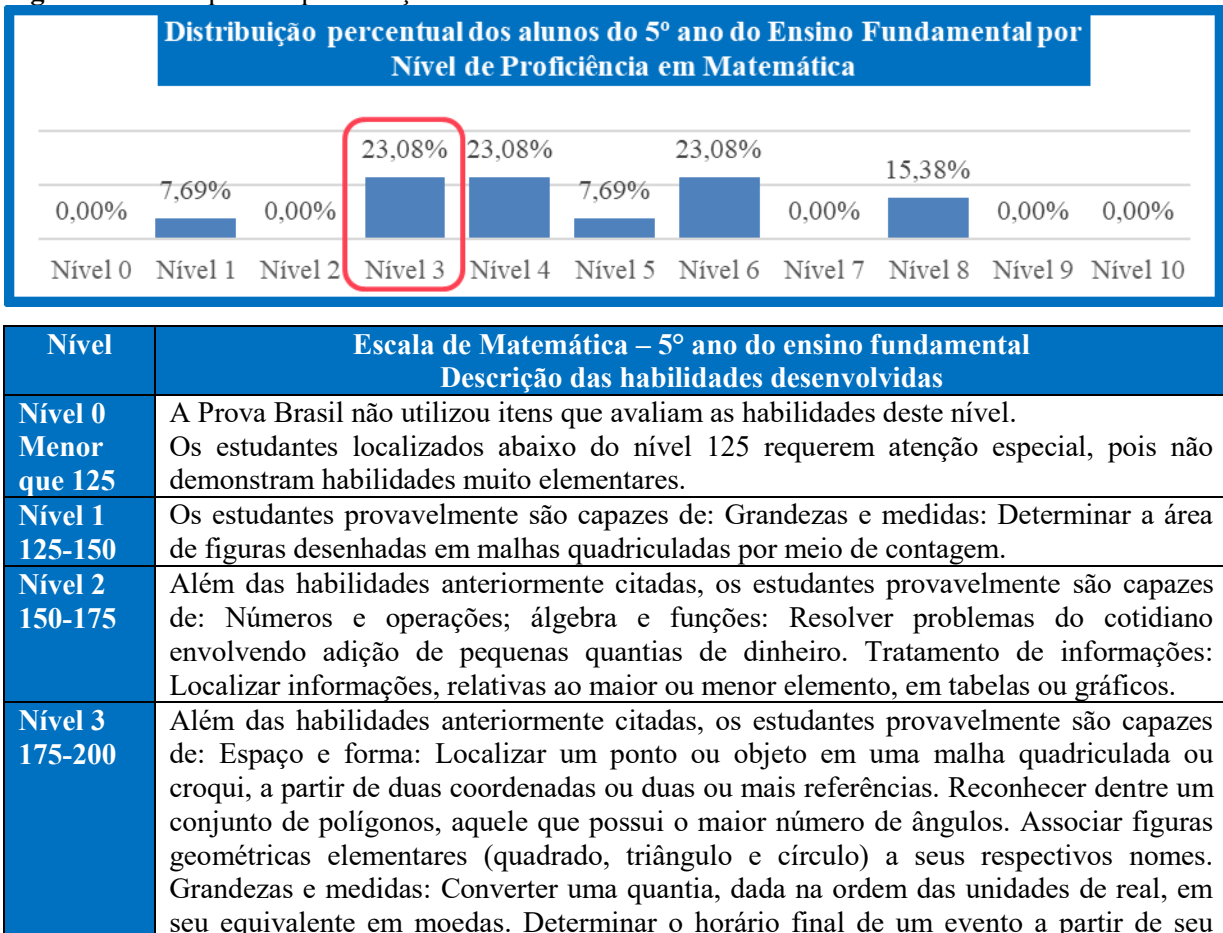
De acordo com essa premissa, espera-se que os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental dominem, além das competências e habilidades esperadas para seu ano escolar, também aquelas descritas para o 5º ano.

Para cada nível, a Escala de proficiência descreve as habilidades desenvolvidas dentro de cada área do conhecimento. Assim, é possível identificar que habilidades e competências previstas para aquele ano/série foram alcançadas e as que ainda não foram. A escala vai do nível mais elementar de desenvolvimento e termina no nível de aprendizagens consideradas essenciais para o ano/série avaliado, dentro de cada área e de acordo com as Matrizes de Referências.

Ao analisar os resultados da escola, a equipe escolar poderá verificar o percentual de alunos posicionados em cada nível da escala de proficiência, conferindo a descrição das habilidades referentes a esses níveis, para refletir pedagogicamente sobre tais resultados, não deixando de considerar, também, as condições contextuais da escola para essa análise.

Sendo a escala de proficiência, progressiva e cumulativa, quanto mais alunos posicionados nos níveis à esquerda, piores serão os resultados.

Figura 4 – Exemplo de apresentação de resultado da escola conforme o Boletim Escolar da Anresc



horário de início e de um intervalo de tempo dado, todos no formato de horas inteiras. Números e operações; álgebra e funções: Associar a fração $\frac{1}{4}$ a uma de suas representações gráficas. Determinar o resultado da subtração de números representados na forma decimal, tendo como contexto o sistema monetário. Tratamento de informações: Reconhecer o maior valor em uma tabela de dupla entrada cujos dados possuem até duas ordens. Reconhecer informações em um gráfico de colunas duplas.

Fonte: MEC/Inep (2018)

Nesse exemplo, 23,08 % dos alunos estão no nível 3 de aprendizado, o que significa que é alta a probabilidade de conseguirem realizar atividades do nível 1, 2 e 3, porém, provavelmente não conseguiriam acertar itens com habilidades dos níveis 4, 5 e 6.

A escola do exemplo é de zona rural e apenas 13 alunos fizeram o teste de Matemática do 5º ano do Ensino Fundamental. Em termos numéricos, significa que um aluno ficou posicionado no nível 1, três, no nível 3, três, no nível 4, um, no nível 5, três, no nível 6 e dois, no nível 8. O Desempenho Médio, em Matemática, dessa escola foi de 230,81 pontos.

Em relação à proficiência, é apresentado o que se espera que os alunos do 5º ano do Ensino Fundamental tenham alcançado especificamente no Tópico/tema *Números e operações*. Desse modo, as habilidades pertencentes aos demais tópicos foram excluídas da escala original, permanecendo somente aqueles de interesse para a pesquisa.

Quadro 2 – Escala de Proficiência de Matemática (parcial) – 5º ano do Ensino Fundamental

Nível	Descrição das habilidades desenvolvidas Tópico/tema III - Números e operações/álgebra e funções (excluídas aquelas dos Tópicos/Temas I, II e IV)
Nível 2 ¹¹ 150-175	Resolver problemas do cotidiano envolvendo adição de pequenas quantias de dinheiro.
Nível 3 175-200	Associar a fração $\frac{1}{4}$ a uma de suas representações gráficas. Determinar o resultado da subtração de números representados na forma decimal, tendo como contexto o sistema monetário.
Nível 4 200-225	Determinar o resultado da multiplicação de números naturais por valores do sistema monetário nacional, expressos em números de até duas ordens e posterior adição. Determinar os termos desconhecidos em uma sequência numérica de múltiplos de cinco. Determinar a adição, com reserva, de até três números naturais com até quatro ordens. Determinar a subtração de números naturais usando a noção de completar. Determinar a multiplicação de um número natural de até três ordens por cinco, com reserva. Determinar a divisão exata por números de um algarismo. Reconhecer o princípio do valor posicional do Sistema de Numeração Decimal. Reconhecer uma fração como representação da relação parte-todo, com o apoio de um conjunto de até cinco figuras. Associar a metade de um total ao seu equivalente em porcentagem. Associar um número natural à sua decomposição expressa por extenso. Localizar um número em uma reta numérica graduada onde estão expressos números naturais consecutivos e

¹¹ A Escala de Proficiência não apresenta descrição de habilidades para Números e operações/álgebra e funções nos Níveis zero e um.

	uma subdivisão equivalente à metade do intervalo entre eles.
Nível 5 225-250	Determinar o resultado da subtração, com recursos à ordem superior, entre números naturais de até cinco ordens, utilizando as ideias de retirar e comparar. Determinar o resultado da multiplicação de um número inteiro por um número representado na forma decimal, em contexto envolvendo o sistema monetário. Determinar o resultado da divisão de números naturais, com resto, por um número de uma ordem, usando noção de agrupamento. Resolver problemas envolvendo a análise do algoritmo da adição de dois números naturais. Resolver problemas, no sistema monetário nacional, envolvendo adição e subtração de cédulas e moedas. Resolver problemas que envolvam a metade e o triplo de números naturais. Localizar um número em uma reta numérica graduada onde estão expressos o primeiro e o último número representando um intervalo de tempo de dez anos, com dez subdivisões entre eles. Localizar um número racional dado em sua forma decimal em uma reta numérica graduada onde estão expressos diversos números naturais consecutivos, com dez subdivisões entre eles. Reconhecer o valor posicional do algarismo localizado na 4ª ordem de um número natural. Reconhecer uma fração como representação da relação parte-todo, com apoio de um polígono dividido em oito partes ou mais. Associar um número natural às suas ordens e vice-versa.
Nível 6 250-275	Determinar o resultado da diferença entre dois números racionais representados na forma decimal. Determinar o resultado da multiplicação de um número natural de uma ordem por outro de até três ordens, em contexto que envolve o conceito de proporcionalidade. Determinar o resultado da divisão exata entre dois números naturais, com divisor até quatro, e dividendo com até quatro ordens. Determinar 50% de um número natural com até três ordens. Determinar porcentagens simples (25%, 50%). Associar a metade de um total a algum equivalente, apresentado como fração ou porcentagem. Associar números naturais à quantidade de agrupamentos de 1000. Reconhecer uma fração como representação da relação parte-todo, sem apoio de figuras. Localizar números em uma reta numérica graduada onde estão expressos diversos números naturais não consecutivos e crescentes, com uma subdivisão entre eles. Resolver problemas por meio da realização de subtrações e divisões, para determinar o valor das prestações de uma compra a prazo (sem incidência de juros). Resolver problemas que envolvam soma e subtração de valores monetários. Resolver problemas que envolvam a composição e a decomposição polinomial de números naturais de até cinco ordens. Resolver problemas que utilizam a multiplicação envolvendo a noção de proporcionalidade. Reconhecer a modificação sofrida no valor de um número quando um algarismo é alterado. Reconhecer que um número não se altera ao multiplicá-lo por 1.

Nível 7 275-300	Determinar 25% de um número múltiplo de quatro. Determinar a quantidade de dezenas presentes em um número de quatro ordens. Resolver problemas que envolvem a divisão exata ou a multiplicação de números naturais. Associar números naturais à quantidade de agrupamentos menos usuais, como 300 dezenas. Determinar o minuendo de uma subtração entre números naturais, de três ordens, a partir do conhecimento do subtraendo e da diferença. Determinar o resultado da multiplicação entre o número oito e um número de quatro ordens com reserva. Reconhecer frações equivalentes. Resolver problemas envolvendo multiplicação com significado de combinatória. Comparar números racionais com quantidades diferentes de casas decimais.
Nível 8 300-325	Resolver problemas que envolvem grandezas diretamente proporcionais requerendo mais de uma operação. Resolver problemas envolvendo divisão de números naturais com resto. Associar a fração $\frac{1}{2}$ à sua representação na forma decimal. Associar 50% à sua representação na forma de fração. Associar um número natural de seis ordens à sua forma polinomial.
Níveis 9 325-350	Determinar o minuendo de uma subtração entre números naturais, de três ordens, a partir do conhecimento do subtraendo e da diferença. Determinar o resultado da multiplicação entre o número oito e um número de quatro ordens com reserva.
Nível 10 350-375	Reconhecer frações equivalentes. Resolver problemas envolvendo multiplicação com significado de combinatória. Comparar números racionais com quantidades diferentes de casas decimais.

Fonte: Brasil. Inep (2018)

5.4 Como são os testes aplicados na Prova Brasil

Para elaborar os cadernos de prova, o Inep utiliza uma metodologia denominada “Blocos Incompletos Balanceados (BIB), cujo objetivo é permitir que um grande número de itens (questões) seja aplicado ao conjunto de alunos avaliados, sem que cada aluno precise responder a todas as questões que cobrem a Matriz de Referência”. (BRASIL, 2013, p.14).

Ao todo, são confeccionados 21 tipos diferentes de cadernos de prova para cada ano/série, sendo que cada aluno responde a apenas um caderno de prova. Desta forma, dois alunos não respondem necessariamente às mesmas questões. Os estudantes do 5º ano respondem a 22 itens de Língua Portuguesa e 22 itens de Matemática. O tempo total estipulado para a realização das provas é de 2 horas e 30 minutos. As questões são de múltipla escolha, com quatro alternativas de resposta, sendo apenas uma correta. Durante o preenchimento do formulário de respostas o aluno deve assinalar a alternativa escolhida.

Os itens que compõem os testes da Aneb e Anresc (Prova Brasil) são provenientes do Banco Nacional de Itens (BNI) do Inep, que conta com professores colaboradores selecionados por chamada pública, capacitados e convidados a participar de oficinas para elaboração de itens, considerando

que a experiência docente é de fundamental importância para que se possam elaborar itens em consonância com o contexto educacional. A elaboração baseia-se nas matrizes de referência construídas para cada avaliação do Inep. (BRASIL, 2018, p.25).

5.5 Estudo da evolução dos resultados da Prova Brasil no período 2005-2015

Os resultados da Prova Brasil fornecem informações sobre o desempenho dos estudantes das escolas públicas em Língua Portuguesa e em Matemática, apresentando, a cada escola: a distribuição percentual dos alunos avaliados pelos níveis das escalas de proficiência; as médias de proficiência da escola nas áreas avaliadas; uma síntese do desempenho do grupo *Escolas Similares*¹²; indicadores contextuais (o indicador de nível socioeconômico e o indicador de formação docente).

Além disso, são apresentados resultados agregados de desempenho por rede de ensino, município, estado e para o Brasil, assim como dados do desempenho da escola na edição anterior para efeitos comparativos. Assim, é possível comparar o resultado da escola em relação à média das Escolas Similares, do município, do estado e do Brasil, por nível de proficiência.

A distribuição percentual dos alunos do 5º ano e/ou do 9º ano de uma escola pelos níveis das escalas de proficiência mostra a porcentagem de alunos avaliados posicionados em cada nível da escala.

Observando-se a distribuição percentual dos alunos pelos níveis de proficiência das escalas, tem-se um panorama do desempenho dos alunos e dos graus de desenvolvimento em que eles se encontram, uma vez que são apresentadas, para cada um desses níveis, de forma sucinta, as habilidades que os alunos provavelmente dominam, conforme descrito anteriormente. Desse modo, é possível identificar as habilidades relacionadas nas Matrizes de Referência de cada área do conhecimento que, provavelmente, já são de domínio dos alunos e quais necessitam ser trabalhadas.

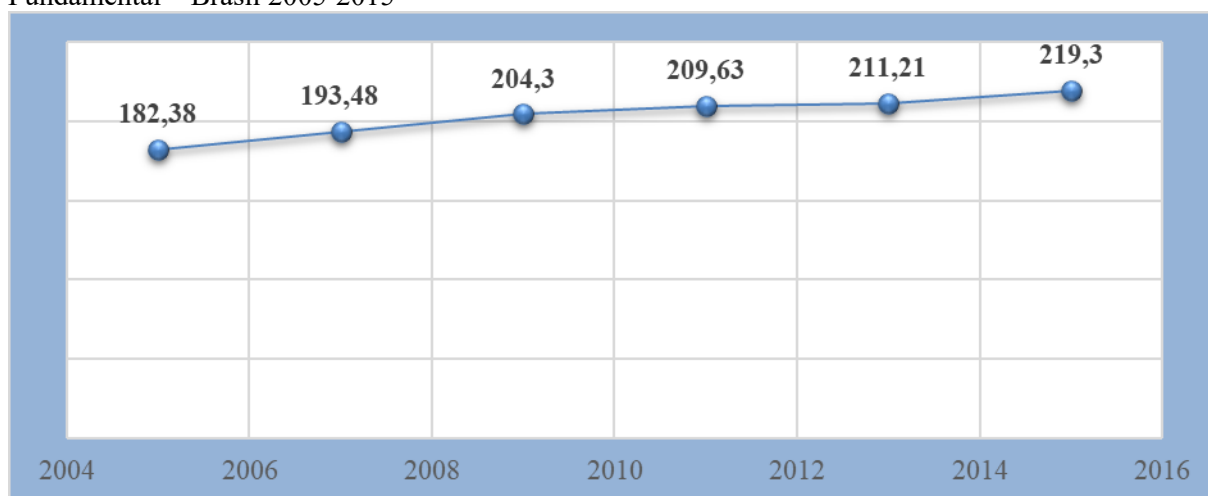
Lembrando que um dos objetivos prioritários dos resultados de desempenho apresentados na Prova Brasil é servir de subsídio para o diagnóstico, a reflexão e o planejamento do trabalho pedagógico da escola.

¹² “Escolas similares”, Brasil (2013), correspondem a grupos de escolas com características semelhantes, ou seja, pertencem à mesma microrregião geográfica, à mesma localização (urbana ou rural) e que possuem valores do Indicador de Nível Socioeconômico próximos.

Não obstante, esses dados não devem ser analisados de maneira desconectada do trabalho realizado pelos professores e das avaliações internas realizadas em sala de aula. Devem, sim, ser utilizados como um complemento ao diagnóstico realizado pelos próprios professores e pela equipe escolar. (BRASIL, 2013, p. 38).

A seguir serão mostrados, através de gráficos, alguns dados apresentados pelo Inep no Relatório Saeb (Aneb e Anresc) 2005-2015: Panorama da Década, publicado em 2018.

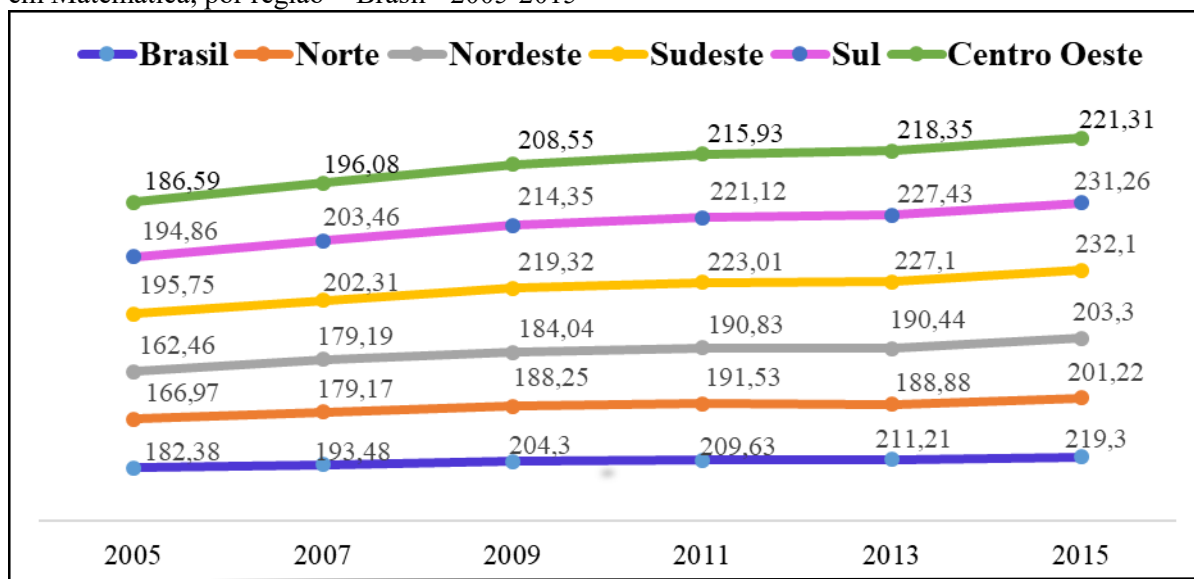
Gráfico 8 – Evolução dos resultados do Saeb: proficiência média em Matemática – 5º ano do Ensino Fundamental – Brasil 2005-2015



Fonte: Inep/MEC (2018)

De acordo com o gráfico 8, a Proficiência média brasileira em Matemática do 5º ano do Ensino Fundamental subiu 37 pontos no período de 2005 a 2015, indo de 182 a 219, mas ainda está no nível 4 da escala, que vai até o nível 10.

Gráfico 9 - Evolução dos resultados no Saeb: proficiências médias do 5º ano do Ensino Fundamental em Matemática, por região - Brasil - 2005-2015



Fonte: MEC/Inep (2018)

A média de proficiência dos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental em Matemática apresentou crescimento durante a série histórica analisada, em todas as regiões do país (Gráfico 9).

A variação das médias de proficiência alcançadas entre 2005 e 2015, nessa etapa, foi entre 34,25 (região Norte) e 40,84 (região Nordeste) pontos positivos, o que equivale ao salto de, no mínimo, um nível da escala de proficiência (Tabela 3). Isso corresponde ao Nível 4 da Escala.

Tabela 3 - Evolução dos resultados no Saeb: proficiências médias do 5º ano do Ensino Fundamental em Matemática, por região - Brasil - 2005-2015

	2005	2007	2009	2011	2013	2015	Diferença 2005-2015
Brasil	182,38	193,48	204,3	209,63	211,21	219,30	36,92
Norte	166,97	179,17	188,25	191,53	188,88	201,22	34,25
Nordeste	162,46	179,19	184,04	190,83	190,44	203,30	40,84
Sudeste	195,75	202,31	219,32	223,01	227,10	232,10	36,35
Sul	194,86	203,46	214,35	221,12	227,43	231,26	36,40
Centro Oeste	186,59	196,08	208,55	215,93	218,35	221,31	34,72

Fonte: MEC/Inep (2018).

Tabela 4 – Alunos com aprendizagem esperada em Matemática - 5º ano do Ensino Fundamental, por região - Brasil - 2013-2015 (em %)

	Total 2013	Total 2015	Diferença 2013-2015
Brasil	39,5	42,9	3,4
Norte	25,2	29,0	3,8
Nordeste	27,2	30,9	3,6
Sudeste	51,9	55,2	3,3
Sul	53,0	55,2	2,3
Centro Oeste	44,6	45,2	0,6

Fonte: MEC/Inep (2018).

No 5º ano do Ensino Fundamental, os dados mostram que em nível de Brasil, 42,9% dos alunos apresentaram desempenho adequado em Matemática, 3,4 pontos percentuais acima da taxa da última edição, que era de 39,5%. Apesar do crescimento, não se pode ignorar que 57% dos alunos do 5º ano não apresentam desempenho adequado em Matemática.

Em relação às regiões, os índices de crescimento dos resultados de Matemática registram aumento em todas. Norte e Nordeste, com respectivamente 3,8 e 3,6 pontos percentuais de aumento, foram as regiões que mais cresceram. Sudeste e Sul apresentam os maiores índices do País.

5.6 Um estudo das questões da Prova Brasil de Matemática do 5º Ano do Ensino Fundamental

Conforme proposta inicial da presente pesquisa, o objetivo era analisar as questões dos testes da Prova Brasil de 2013 e 2015. No entanto, após inúmeras tentativas, não foi disponibilizado pelo MEC/INEP os referidos documentos, sob nenhum argumento. A opção restada foi a de estudar as questões disponíveis no Portal do MEC e do INEP sobre o assunto.

No Portal do INEP, nos Instrumentos de Avaliação, é disponibilizado um exemplo de cada tipo de prova (Português e Matemática), para cada série/ano avaliado, com o respectivo gabarito. O exemplo de Prova de Matemática do 5º ano do Ensino Fundamental, diferentemente do teste oficial, apresenta uma lista com um total de 28 questões de Matemática, a Folha de Respostas e nada mais. As questões são de múltipla escolha, com quatro alternativas de resposta, sendo apenas uma correta.

Das 28 questões, cinco, são alusivas ao Tema I – Espaço e Forma, oito questões são relacionadas ao Tema II – Grandezas e medidas, treze, sobre o tema III – Números e operações/Álgebra e Funções, e duas, sobre o Tema IV – Tratamento da Informação. Em termos de representatividade, o Tema I está presente em 18% das questões, o Tema II, em

28%, o Tema III, em 47% e o Tema IV, em 7%. Apesar de não ser o teste oficial e contar com um número maior de questões, a distribuição proporcional dos itens se assemelha.

Quanto ao número de questões conforme o tipo de Descritor, a distribuição foi a seguinte.

Quadro 3 – Questões por tipo de descritor – Exemplo de prova de Matemática – 5º ano EF

Espaço e forma - 5 questões	Grandezas e medidas – 8 questões
Habilidades/Descritores	Habilidades/Descritores
D1 – 1 questão. D2 – 2 questões D4 – 1 questões. D5 – 1 questão.	D7 – 3 questões D8 – 1 questão D9 – 1 questão D10 – 1 questão D11 – 1 questão D12 – 1 questão
Números e operações - 13 questões	Tratamento da informação – 2 questões
Habilidades/Descritores	Habilidades/Descritores
D13 – 1 questões D14 – 1 questão D15 – 1 questão D17 – 1 questão D18 – 1 questão D19 – 2 questões D20 – 1 questão D21 – 2 questões D22 – 2 questões D26 – 1 questão	D27 – 1 questão D28 – 1 questão

Fonte: a autora.

Além do exemplo de prova disponibilizado no Portal do INEP, há ainda um modelo de teste da Prova Brasil, no Portal do MEC, intitulado *Simulado Prova Brasil 2011 - 4ª série/5º ano*.

O modelo é composto, assim como no teste oficial, de uma capa de rosto com instruções e espaço para identificação do aluno e da turma, e quatro blocos de questões, sendo: Blocos 1 e 2, com 22 questões de Matemática (11 em cada bloco); Blocos 3 e 4, com 22 questões de Língua Portuguesa (11 em cada bloco). Na sequência, ainda contém uma folha com orientações de como preencher o gabarito e, por fim, a folha de respostas.

O tempo para responder a cada bloco é de 25 minutos, com um pequeno intervalo entre um e outro, e mais 10 minutos para passar a limpo as respostas de Matemática e Língua Portuguesa para a Folha de Respostas. As questões são de múltipla escolha, com quatro alternativas de resposta, sendo apenas uma correta. Durante o preenchimento do formulário de respostas, o aluno deve assinalar a alternativa escolhida.

Analisando as 22 questões de Matemática, quatro, são relacionadas ao Tema I – Espaço e Forma, oito, pertencem ao Tema II – Grandezas e medidas, nove, são sobre o Tema III – Números e operações/Álgebra e Funções, e apenas uma questão sobre o Tema IV – Tratamento da Informação. Em termos de representatividade, o Tema I está presente em 18% das questões, o Tema II, em 36%, o Tema III, em 41% e o Tema IV, em 5%.

Quanto ao número de questões conforme o tipo de Descritor, a distribuição foi a seguinte.

Quadro 4 – Questões por tipo de descritor – Simulado Prova Brasil Matemática – 5º ano EF

Espaço e forma - 4 questões	Grandezas e medidas – 8 questões
Habilidades/Descritores	Habilidades/Descritores
D1 – 1 questão. D2 – 1 questões D3 – 1 questões. D4 – 1 questão.	D6 – 1 questão D7 – 4 questões D8 – 1 questão D9 – 1 questão D11 – 1 questão
Números e operações/álgebra e funções – 9 questões	Tratamento da informação – 1 questão
Habilidades/Descritores	Habilidades/Descritores
D14 – 1 questão D15 – 2 questões D16 – 1 questão D19 – 1 questões D20 – 1 questão D21 – 2 questões D23 – 1 questão	D28 – 1 questão

Fonte: a autora.

Quanto ao tipo de questão, os dois modelos da Prova Brasil de Matemática, disponibilizados nos Portais do MEC e do INEP, estão de acordo com a Matriz de Referência de Matemática para o 5º ano do Ensino Fundamental e apresentam questões de forma proporcional para cada Tema. Não contemplam todos os descritores, obviamente, pelos motivos já elucidados anteriormente, ou seja, um único teste não tem como abranger todos os descritores e sim a totalidade dos diferentes tipos de cadernos de prova aplicados para o ano/série, no caso da avaliação oficial.

Concluída a etapa de estudo da quantidade de questões por tema/descritores, a investigação agora se dará quanto ao tipo de problemas abordados em cada um dos modelos. A intenção é examinar se as questões apresentadas nos modelos da Prova Brasil de Matemática do 5º ano do Ensino Fundamental são problemas do tipo convencional ou não convencional e em que medida.

Analisando o Exemplo 1 de teste (Exemplo de Provas – 5º ano do Ensino Fundamental – Matemática, disponibilizado no Portal do INEP), são encontrados os seguintes dados: das 28 questões contidas no teste, 19 (68%), são do tipo problemas convencionais e nove (32%), são problemas não convencionais.

Examinando somente as 13 questões do Tema III – Números e Operações/Álgebra e Funções, foco do presente estudo, 12 (92%), são problemas convencionais e apenas uma (8%), é do tipo não convencional.

Do mesmo modo, analisando o exemplo 2 do teste apresentado no Portal do MEC, obteve-se: das 22 questões do teste (Simulado Prova Brasil 4ª série/5º ano), 12 (54,55%), são do tipo problemas convencionais e 10 (45,45%), são problemas não convencionais.

Quando se analisa somente as nove questões do Tema III, sete (78%), são problemas convencionais e duas (22%), são do tipo não convencional.

Como conclusões parciais da presente seção, é possível inferir que os itens dos exemplos de testes da Prova Brasil estão de acordo com a Matriz de Referência de Matemática, no que se refere aos descritores e à proporcionalidade de questões para cada tema.

Quanto aos resultados do SAEB/Prova Brasil, os dados demonstram que o Brasil vai mal quanto ao processo ensino-aprendizagem de Matemática, já que, apesar da melhoria crescente dos índices, 57% dos alunos do 5º ano não apresentam desempenho adequado na disciplina. De acordo com os resultados de 2015, o Brasil ainda está no nível 4 de proficiência em Matemática numa escala que vai até o 10.

Quanto ao tipo de problemas abordados nos testes, verifica-se a predominância do tipo convencional. No exemplo 1 de teste, 68% dos itens são do tipo problema convencional, e quando se analisa somente as questões do Tema III – Números e Operações/Álgebra e Funções, esse percentual sobe para 92%.

O exemplo 2 segue a mesma tendência: 54,55% do total de questões são do tipo problema convencional, subindo para 78% quando se examina somente os itens do Tema III.

Se forem analisados juntos os resultados dos exemplos 1 e 2 de teste, tem-se um total de 50 questões (28+22), sendo 31 (62%), de problemas convencionais. Em relação às questões somente do Tema III, esse índice chega a 86,36%, ou seja, de 22 problemas sobre Números e operações/Álgebra e funções, 19 são do tipo convencionais.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente investigação relata algumas análises e indagações decorrentes de uma pesquisa de doutoramento que buscou investigar a Resolução de Problemas como campo de pesquisa e sua aplicação ao ensino de Matemática. Esse estudo foi norteado pela busca de resposta ao seguinte questionamento: como é concebida a Resolução de Problemas nos documentos orientadores para o ensino de Matemática do MEC, nos livros didáticos de Matemática utilizados pelas escolas públicas e nas questões que compõem os exames nacionais (eixo Matemática) para os anos iniciais do Ensino Fundamental?

Para fins de esclarecimento, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) não foi abordada na pesquisa, tendo em vista que, mesmo já tendo sido homologada em dezembro de 2017, seus efeitos só serão conhecidos posteriormente à conclusão do presente estudo.

A BNCC é um documento de caráter normativo que define o conjunto de competências e habilidades essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas da Educação Básica.

A Base é a referência nacional que deve nortear os currículos dos sistemas e redes de ensino federal, estaduais, do Distrito Federal e municipais, como também as propostas pedagógicas de todas as escolas públicas e privadas de Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Além disso, a BNCC servirá de eixo para o alinhamento de outras políticas referentes à formação inicial e continuada dos professores, aos materiais didáticos, à elaboração de conteúdos e às matrizes de avaliações externas.

Em 2018, por exemplo, o MEC já publicou o *Sistema de Avaliação da Educação Básica: Documentos de Referência versão 1.0*, onde apresenta as Matrizes de Referência alinhadas à BNCC. Está em processo também, desde 2018, a reformulação dos currículos escolares de Minas Gerais e demais estados. O Edital de convocação para o processo de inscrição e avaliação de obras didáticas para o Programa Nacional do Livro e do Material Didático - PNLD 2019 já apresenta-se apoiado na BNCC.

Logo, a BNCC impactará o PNLD, o SAEB, os currículos e todas as demais políticas, os programas e as ações voltadas para a Educação Básica. Contudo, os livros de Matemática disponíveis durante a realização da pesquisa, assim como as edições da Prova Brasil utilizadas, ainda estão sob a égide dos PCN, razão pela qual foram eles o suporte do estudo.

Ademais, os PCN não foram revogados, mesmo com a implantação da Base Nacional Comum Curricular, já que são de natureza metodológica, enquanto a BNCC relaciona-se ao

currículo em si. Os PCN têm como foco a orientação didática para a organização e desenvolvimento do currículo. Portanto, permanecem válidos como documentos de caráter metodológico e orientador de como desenvolver a BNCC.

Esta pesquisa trabalhou com a hipótese de que talvez os baixos índices de proficiência apresentados pela maioria dos alunos nas avaliações oficiais de Matemática seja, em parte, resultado da falta de entendimento sobre o assunto entre MEC, FNDE e SAEB, já que, em tese, a Resolução de Problemas é o fundamento metodológico para o ensino-aprendizagem de Matemática adotada por todos eles.

Diante desta questão, buscou-se analisar se o mau desempenho dos alunos em Matemática nas avaliações oficiais está associado a uma possível discordância quanto ao tratamento dado à Resolução de Problemas nas orientações oficiais do MEC (através dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental), nos livros didáticos de Matemática utilizados nas escolas públicas e no próprio SAEB (através da Prova Brasil e suas matrizes de referência).

Na área da Matemática não há um entendimento único sobre a expressão Resolução de Problemas. Na verdade há diferentes concepções sobre o tema. Além da diferença de natureza teórico-metodológica, deve-se atentar para as repercussões na prática de sala aula e no tratamento curricular.

Ao longo do estudo sobre o tema, foram se acumulando interpretações variadas, bem como confusões e equívocos, justamente pela falta de clareza das diferenças entre uma e outra concepção. Essa confusão está presente, inclusive, nos dias atuais, quando autores de livros didáticos declaram uma concepção de Resolução de Problemas como metodologia, mas apresentam um material apoiado na abordagem como meta, por exemplo.

Com base nos achados dos autores que escreveram sobre o tema, em especial Branca (1997), Onuchic (1999) e Smole e Diniz (2001; 2016), há cinco maneiras distintas de abordar Resolução de Problemas: (1) como *meta*; (2) como *processo*; (3) como *habilidade básica*; (4) como *metodologia*; e (5) como *Perspectiva Metodológica*.

Na Resolução de Problemas como *meta* aprender a resolver problema seria a razão principal para estudar Matemática. Nessa perspectiva, o ensino de Matemática, seus conceitos, técnicas e procedimentos devem ser ensinados antes, para que depois o aluno possa resolver problemas.

Na Resolução de Problemas como *processo*, ao estilo de Polya (1945), o mais importante é aprender uma sequência de passos para melhor resolver problemas. Há certas

estratégias gerais e métodos que são úteis em todos os tipos de problemas. As partes do processo da Resolução de Problemas tornam-se um foco do currículo da Matemática.

Como *habilidade básica*, trata-se de algo essencial que todos os indivíduos devem dominar para se inserir no mundo do conhecimento e do trabalho. O importante é munir o aluno de uma variedade de técnicas e estratégias úteis para a Resolução de Problemas. A partir desse enfoque, são necessárias escolhas cuidadosas quanto às técnicas e aos problemas usados no ensino. Tanto os problemas (convencionais e não convencionais), quanto aos métodos e estratégias de resolução, são enfatizados para que se aprenda Matemática.

Como *metodologia do ensino da Matemática*, essa concepção pode ser vista como de natureza puramente metodológica. Nesta concepção, os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado, formalmente, o conteúdo matemático necessário à sua resolução. É descrita como um conjunto de orientações e estratégias para o ensino e aprendizagem, tais como: usar o problema como ponto de partida para o ensino e a aprendizagem de conteúdos matemáticos; trabalhar com problemas abertos; usar a problematização ou a formulação de problemas.

A Resolução de Problemas como *perspectiva metodológica* é uma postura pautada pela investigação e pela problematização. Algumas de suas características são: considerar como problema toda situação que permita alguma problematização (jogos, problemas não convencionais e até convencionais, desde que permitam o processo investigativo); questionar as soluções obtidas; incentivar os alunos a procurarem por soluções diferentes; propor novas perguntas a partir da solução dada; valorizar o processo de resolução tanto quanto a resposta; valorizar as ideias dos alunos; e a não separação entre conteúdo e metodologia.

A investigação pretendia conhecer qual era a concepção de Resolução de Problemas presente nos documentos oficiais do MEC, do FNDE e do SAEB, entre a declarada e a efetivamente presente nos materiais pesquisados (os PCN de Matemática, os livros de Matemática – 1º ao 5º ano, distribuídos pelo FNDE e os testes da Prova Brasil).

No que se refere às orientações metodológicas dos PCN (1997) para o ensino de Matemática nos anos iniciais, elas podem ser sistematizadas da seguinte maneira:

- Deve-se estimular o aluno a falar e a escrever sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados.
- Deve-se oportunizar momentos de trabalho coletivo em sala de aula.
- O tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas.

□ O significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e seu cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos.

□ O professor deve ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a sua prática em sala de aula está intimamente ligada a elas.

□ Mesmo não conhecendo ainda o algoritmo convencional, crianças dos anos iniciais são capazes de resolver problemas utilizando-se de formas próprias.

□ Crianças dos anos iniciais utilizam-se de representações, tanto para interpretar o problema como para comunicar sua estratégia de resolução. Essas representações evoluem de formas pessoais (pictóricas) para representações convencionais de Matemática (simbólicas).

□ A criança deve ter um papel ativo na construção de sua aprendizagem, e o trabalho do professor deve ganhar novas dimensões, de modo a possibilitar esse novo papel do aluno.

□ O professor deve proporcionar um ambiente de trabalho que estimule o aluno a criar, comparar, discutir, rever, perguntar e ampliar ideias.

□ É comum o fato de que os problemas apresentados aos alunos não constituem verdadeiros problemas, pois normalmente não existe um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução.

□ O que é problema para um aluno pode não ser para outro, em função do seu nível de desenvolvimento intelectual e dos conhecimentos de que dispõe.

□ Resolver um problema não se resume a compreender o que foi proposto e a dar respostas aplicando procedimentos adequados. Aprender a dar uma resposta correta, não é garantia de apropriação do conhecimento envolvido.

□ Resolver um problema pressupõe que o aluno elabore um ou vários procedimentos de resolução; compare seus resultados com os de outros alunos; valide seus procedimentos. Nessa forma de trabalho, o valor da resposta correta cede lugar ao valor do processo de resolução.

□ O aluno deve ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas.

□ O erro não deve ser visto como fracasso, mas como algo inerente ao processo de aprendizagem, bem como importante fonte de informação para o professor.

□ Ao explorarem as situações-problema, os alunos dos anos iniciais precisam do apoio de material concreto, já a aprendizagem das crianças pequenas é essencialmente prática.

Ao colocar o foco na Resolução de Problemas, o que se defende nos PCN é uma proposta metodológica que poderia ser resumida nos seguintes princípios: • O ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema; • Os problemas não devem ser vistos como um fim em si mesmo, mas como um meio de aprender Matemática; Conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las; • O problema não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório; • Aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros; • O aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas; • Resolução de Problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem.

Após o levantamento de como pensam os PCN em relação à Resolução de Problemas, é hora de conhecer qual é a concepção do FNDE sobre o assunto, através dos livros de Matemática, distribuídos gratuitamente para todos os alunos de escolas públicas dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A amostra da pesquisa foi composta de três coleções de livros didáticos de Matemática distribuídos pelo FNDE (as mais utilizadas no país), sendo um livro para cada ano (1º ao 5º do Ensino Fundamental), totalizando 15 livros.

De posse das três coleções (ÁPIS - Matemática, Projeto Coopera Matemática, Projeto Burity Matemática) foi pesquisado que tipos de problemas matemáticos são abordados nos livros didáticos, com que frequência e qual a concepção de Resolução de Problemas presente no referido material.

Dos 15 livros, foram analisadas somente as atividades sobre *Números e Operações*. Ao todo, foram 4.903 questões, do 1º ao 5º ano.

No aspecto discursivo, os fundamentos teóricos do guia estão de acordo com as orientações emanadas do MEC/PCN e do FNDE. Esta coerência está presente na concepção de Matemática, de ensino, de problemas, de exercícios, nas competências (apresentadas no guia) a serem alcançadas pelos alunos em Matemática e quanto aos princípios orientadores dos livros didáticos.

De acordo com o Guia de Livros Didáticos (2015), a Matemática é uma ciência viva e em permanente transformação. E problema não é uma atividade de simples aplicação de técnicas e procedimentos já exemplificados.

A concepção de ensino, por sua vez, é a de um processo amplo e complexo, que não se reduz à transmissão de informações sobre o saber acumulado nesse campo.

O Guia ainda defende a participação ativa dos alunos e condena a prática pedagógica que privilegia a apresentação de conceitos e procedimentos, seguida de exemplos resolvidos como modelo para sua aplicação em exercícios repetitivos.

No entanto, em termos práticos, essa coerência não se materializa, já que praticamente 90% das atividades pesquisadas nos livros didáticos de Matemática são problemas do tipo convencional (ou simplesmente exercícios de aplicação e reforço de aprendizagens).

O trabalho pedagógico com a Resolução de Problemas como metodologia de ensino exige a utilização de problemas genuínos, que despertem o interesse em compreender e resolver, que mobilizem os conhecimentos matemáticos, a fim de elaborar uma estratégia para a solução da situação proposta. Os exercícios não se prestam a essa função pelo fato de não representarem verdadeiros desafios, já que podem ser resolvidos com a simples aplicação de técnicas e habilidades previamente treinadas.

Os termos problema e exercício são frequentemente utilizados como sinônimos, o que tem gerado grande confusão na prática escolar. Problema é uma situação de certa forma surpreendente, que se enfrenta sem contar com um algoritmo no enunciado que garanta uma solução imediata. Os “problemas” sobre medidas, por exemplo, logo após a apresentação de medidas no livro didático são, na verdade, simples exercícios de aplicação ou de reforço de técnicas ou regras.

Problemas e exercícios são igualmente necessários para a aprendizagem matemática. A questão é o uso demasiado dos exercícios em detrimento de problemas, na sala de aula. O professor deve ter clara a distinção entre um e outro, as diferentes consequências que têm para a aprendizagem e saber dosá-los na prática escolar.

Os exercícios são importantes porque permitem consolidar habilidades instrumentais básicas necessárias para o conhecimento matemático, além de reforçar procedimentos necessários à resolução de problemas. Mas não respondem por todos os objetivos da Matemática.

Além disso, há diferentes tipos e classificações de problemas. Com base nos autores pesquisados e nas sistematizações da pesquisadora, os problemas matemáticos podem ser categorizados em: *convencionais* (incluem os problemas padrão, os exercícios de reconhecimento e os de algoritmo) e *não convencionais* (englobam os problemas de aplicação, quebra-cabeça, os sem solução, com mais de uma solução, com excesso de dados, de lógica e de estratégia).

Problemas convencionais são propostos após a apresentação de determinado conteúdo, composto por frases, diagramas ou parágrafos curtos, os dados aparecem de forma explícita no enunciado e, em geral, na ordem que devem ser usados. A resolução depende da aplicação direta de um ou mais cálculos, ou aplicação de procedimentos já apresentados ao resolvidor; a tarefa básica é identificar que operação (ou operações) deve ser utilizada e transformar as informações do problema em linguagem matemática. É essencial encontrar a resposta certa que existe que é, quase sempre, única.

São chamados de problemas-padrão quando sua resolução envolve a aplicação direta de um ou mais algoritmos e não exige qualquer estratégia. A solução do problema já está contida no enunciado, bastando transformar a linguagem usual em linguagem matemática e identificar o(s) algoritmo(s) necessário(s) para resolvê-lo. Esse, por sua vez, se subdivide em dois tipos:

Se com uma única operação os resolve, são denominados de Problemas-padrão Simples. Exemplo: um gato tem 4 patas. Quantas patas têm 3 gatos? Se envolverem mais de uma operação, são classificados como Problemas-padrão compostos. Exemplo: Luis tem 7 anos a mais que o triplo da idade de Felipe. Os dois juntos têm 55 anos. Qual a idade de cada um?

Os exercícios de reconhecimento objetivam fazer com que o aluno reconheça, identifique ou lembre um conceito, um fato específico, uma definição, uma propriedade, etc. Exemplo: (1) Qual é o sucessor de 107? (2) Dê um exemplo de número primo.

Já os exercícios de algoritmos são aqueles que pedem a execução dos algoritmos da adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais. Seu objetivo é treinar a habilidade em executar um algoritmo e reforçar conhecimentos anteriores. Exemplo: Calcule $158 + 79$.

Na verdade, exercícios de reconhecimento e de algoritmo nem poderiam ser chamados de problemas. No entanto, para fins de categorização, foram colocados no segmento dos problemas convencionais.

Em relação às características dos problemas não convencionais, nem sempre se resolve com uma conta ou algoritmo; podem ou não estar relacionados a um conteúdo específico, apresentados com diferentes tipos de textos (artigos de jornal, anúncios de vendas, tabelas, etc.). A resolução pode ser feita com esquemas, desenhos, cálculos escritos ou mentais. Não há solução evidente como é o caso dos problemas convencionais. Para resolver a situação problema é necessário voltar muitas vezes ao texto para lidar com os dados e analisá-los, selecionando os que são relevantes.

Problemas de aplicação são aqueles que retratam situações reais (quer nas informações nele contidas, quer nos valores numéricos apresentados) e que exigem o uso da Matemática para serem resolvidos. Em geral, são problemas que exigem pesquisa e levantamento de dados de uma situação real, organizando-os em tabelas, gráficos, operações, etc. Exemplo: A professora e sua turma de alunos querem doar cestas básicas para os desabrigados de Brumadinho. Para isso, precisam pesquisar onde poderão comprar pelo melhor preço, dividir o valor entre todos que vão colaborar e definir quantas cestas vão comprar. Vamos ajudá-los a fazer esses cálculos?

Problemas de quebra-cabeças são aqueles que envolvem e desafiam os alunos. Geralmente constituem a chamada Matemática Recreativa e sua solução depende, quase sempre, de um golpe de sorte ou da facilidade em perceber algum truque, que é a chave da solução. Exemplo: Com 12 palitos de fósforo forme 4 quadrados. Depois descubra como tirar apenas 3 palitos e deixar 3 quadrados.

Problemas sem solução é o tipo de problema utilizado para evitar que se estabeleça nos alunos a concepção de que os dados que estão no problema devem ser usados na resolução e de que todo problema tem solução. Além disso, ajuda a desenvolver no aluno a habilidade de aprender a duvidar, o que faz parte do pensamento crítico. Uma forma de obter esse tipo de problema é retirar um ou mais dados de um problema convencional. Exemplo: Mônica fez 240 bombons para vender e colocou em caixinhas com capacidade para 6 unidades cada. Na primeira semana ela vendeu 10 caixinhas. Quantas caixinhas ela vendeu nos dois primeiros dias?

Problemas com mais de uma solução servem ao propósito de romper com a crença de que todo problema tem uma única resposta certa. Exemplo: Imaginando que a tecla 5 está quebrada, como eu poderia calcular o resultado de 5×36 usando a calculadora?

Problemas com excesso de dados são aqueles com informações desnecessárias à resolução. Esse tipo de problema impede que se desenvolva a crença de que todos os dados do enunciado devem ser usados na solução, além de evidenciar ao aluno a importância de ler e aprender a selecionar os dados relevantes. Pode ser proposto a partir de dados em tabelas, gráficos, artigos de jornais, anúncios de vendas, etc. Ou simplesmente acrescentando dados a mais em problemas convencionais. Exemplo: João fez duas pizzas de mesmo tamanho. Uma delas ele dividiu em 6 fatias iguais e a outra, em 8 fatias. Qual a fração que corresponde a cada fatia da pizza dividida em 6 fatias?

Problemas de lógica são problemas que exigem o raciocínio lógico-dedutivo em sua solução e propiciam o desenvolvimento de operações e pensamento como previsão e

checagem, levantamento de hipóteses, análise e classificação. Muitas vezes não contém números em seus dados, mas pistas a serem combinadas para chegar à solução. Exemplo: a amiga de Bruna está jogando dardos. Andréa está brincando de bola. Claudia gosta muito do seu brinquedo. Cada menina está brincando somente de uma coisa. Quem está brincando de boneca?

Problemas de estratégia (ou processo) são problemas que solicitam uma estratégia (não convencional) e a combinação de informações do texto para sua solução e não um algoritmo. Resolvê-lo exige uma dose de iniciativa, criatividade e o conhecimento de algumas estratégias. Exemplo: numa festa estão oito convidados e todos eles se cumprimentam com um abraço. Quantos abraços serão dados?

Conhecer os diferentes tipos de problemas e saber utilizá-los em quantidade e variedade, conforme os objetivos que se deseja alcançar, devem fazer parte da prática pedagógica do professor que deseja ensinar Matemática de modo eficaz e significativo. A variedade de experiências em sala de aula, proporcionada por diferentes tipos de problemas, contempla principalmente a diferentes processos de raciocínio, tais como a dedução, a indução e a generalização, elementos essenciais para aprendizagem matemática.

Feitos os esclarecimentos devidos, conclui-se que a concepção de Resolução de Problemas presente nos livros didáticos de Matemática dos anos iniciais, distribuídos pelo FNDE, não é a de metodologia de ensino e contradiz as orientações emanadas do MEC/PCN.

Resta agora analisar qual o entendimento do SAEB, através da Prova Brasil, sobre o assunto.

A Prova Brasil avalia o desempenho dos estudantes em Língua Portuguesa, com foco em leitura, e em Matemática, com ênfase na Resolução de Problemas.

Sobre os testes, nem todos os conteúdos, competências e habilidades em Língua Portuguesa e Matemática são avaliados na Prova Brasil. A fim de fazer um recorte do currículo daquilo que deveria ser avaliado em cada etapa e área do conhecimento, o INEP criou as Matrizes de Referência. Esses instrumentos compreendem o conjunto de conteúdos (tópicos ou temas), competências e habilidades a serem avaliados em cada área do conhecimento, e representam o que se espera que os alunos tenham desenvolvido ao final de cada etapa escolar.

O termo Matriz de Referência serve para indicar as habilidades a serem avaliadas em cada etapa da escolarização e orientar a elaboração de itens de testes e provas, bem como a construção de escalas de proficiência que definem o que e o quanto o aluno realiza no contexto da avaliação.

Em Matemática, o eixo norteador da avaliação é a resolução de problemas. Nesse sentido, o conhecimento de Matemática na Prova Brasil é demonstrado por meio da Resolução de Problemas a partir de situações desafiadoras, o que não exclui totalmente a possibilidade da proposição de alguns itens com o objetivo de avaliar se o aluno tem domínio de determinadas técnicas.

Trabalha-se a partir do pressuposto de que o aluno desenvolveu certa habilidade quando ele é capaz de resolver um problema a partir da utilização/aplicação de um conceito por ele já construído. Por isso, o teste busca apresentar, prioritariamente, situações em que a resolução de problemas seja significativa para o aluno e mobilize seus recursos cognitivos.

Os resultados de desempenho nos testes da Anresc/Prova Brasil são expressos por números na escala de proficiência, dividida em intervalos de 25 pontos, que são chamados níveis de proficiência. Os níveis da escala são progressivos e cumulativos. Cada nível compreende um conjunto de habilidades e competências que os alunos nele posicionados provavelmente dominam. Assim, espera-se que os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental dominem, além das competências e habilidades esperadas para seu ano escolar, também aquelas descritas para o 5º ano.

A Escala de Matemática do 5º ano do Ensino Fundamental vai do nível zero ao dez, sendo: Nível 0 (Desempenho menor que 125); Nível 1 (Desempenho de 125 a 150); Nível 2 (150 a 175); Nível 3 (175 a 200); Nível 4 (200 a 225); Nível 5 (225 a 250); Nível 6 (250 a 275); Nível 7 (275 a 300); Nível 8 (300 a 325); Nível 9 (325 a 350); Nível 10 (350 a 375).

Analisando a evolução dos resultados do Saeb, a proficiência média brasileira em Matemática do 5º ano do Ensino Fundamental subiu 37 pontos no período de 2005 a 2015, indo de 182 a 219, mas ainda está no nível 4 da escala que vai até o 10.

No Brasil, em 2015, a taxa de alunos com aprendizagem esperada em Matemática do 5º ano do Ensino Fundamental foi de 42,9%, 3,4 pontos percentuais acima da taxa da última edição (2013), que foi de 39,5%. Apesar do crescimento, não se pode ignorar que 57% dos alunos do 5º ano não apresentam desempenho adequado em Matemática.

Os dados do SAEB demonstram, portanto, que o Brasil vai mal quanto ao processo ensino-aprendizagem de Matemática.

Conforme proposta inicial da presente pesquisa, o objetivo era analisar as questões dos testes da Prova Brasil de 2013 e 2015. No entanto, após inúmeras tentativas, não foram disponibilizados pelo MEC/INEP os referidos documentos, sob nenhum argumento. A opção restada foi a de estudar as questões disponíveis no Portal do MEC e do INEP sobre o assunto.

No Portal do INEP, nos Instrumentos de Avaliação, é disponibilizado um exemplo de cada tipo de prova (Português e Matemática), para cada série/ano avaliado, com o respectivo gabarito. O exemplo de Prova de Matemática do 5º ano do Ensino Fundamental apresenta uma lista com um total de 28 questões de Matemática de múltipla escolha, com quatro alternativas de resposta, sendo apenas uma correta.

Além do Exemplo de prova disponibilizado no Portal do INEP, há ainda um modelo de teste da Prova Brasil, no Portal do MEC, intitulado *Simulado Prova Brasil 2011 - 4ª série/5º ano*. O modelo é composto, assim como no teste oficial, de 22 questões de Matemática. As questões são de múltipla escolha, com quatro alternativas de resposta, sendo apenas uma correta.

Quanto ao tipo de questão, os dois modelos da Prova Brasil de Matemática, disponibilizados no Portal do MEC e do INEP, estão de acordo com a Matriz de Referência de Matemática para o 5º ano do Ensino Fundamental, e apresentam questões de forma proporcional para cada Tema. Não contemplam todos os descritores, obviamente, pelos motivos já elucidados anteriormente, ou seja, um único teste não tem como abranger todos os descritores.

Quanto ao tipo de problema, no Exemplo 1 (Exemplo de Provas – 5º ano do Ensino Fundamental – Matemática, disponibilizado no Portal do INEP), tem-se os seguintes dados: das 28 questões contidas no teste, 19 (68%) são do tipo problemas convencionais e nove (32%) são problemas não-convencionais.

Examinando somente as 13 questões do Tema III (Números e Operações/Álgebra e Funções), foco do presente estudo, 12 (92%) são problemas convencionais e apenas uma (8%) é do tipo não convencional.

Do mesmo modo, analisando o exemplo 2 (Simulado Prova Brasil 4ª série/5º ano), apresentado no Portal do MEC, obteve-se: das 22 questões do teste, 12 (54,55%) são do tipo problemas convencionais e 10 (45,45%) são problemas não convencionais.

Analisando apenas as nove questões do Tema III, sete (78%) são problemas convencionais e duas (22%) são do tipo não convencionais.

Se analisar junto os resultados dos exemplos 1 e 2 de teste, tem-se um total de 50 questões (28+22), sendo 31 (62%) problemas convencionais. Em relação às questões somente do Tema III, esse índice chega a 86,36%, ou seja, de 22 problemas sobre Números e operações/Álgebra e funções, 19 são do tipo convencionais.

Portanto, os exemplos de testes da Prova Brasil estão de acordo com a Matriz de Referência de Matemática, no que se refere aos descritores e à proporcionalidade de questões

para cada tema, mas não estão de acordo com a proposta de Resolução de Problemas como metodologia.

As descobertas da presente pesquisa confirmam parcialmente a hipótese do estudo. Os baixos índices de proficiência em Matemática apresentados pela maioria dos alunos nas avaliações oficiais de Matemática são, em parte, resultado da falta de entendimento sobre o assunto entre MEC, FNDE e SAEB quanto à Resolução de Problemas como fundamento metodológico para o ensino-aprendizagem de Matemática.

Considera-se que a hipótese do estudo foi em parte confirmada, já que imaginava-se que o formato das avaliações do SAEB não se alinhava ao que era ensinado nos livros didáticos do FNDE e com as orientações oficiais do MEC. A pesquisa demonstrou que o que é cobrado nas avaliações oficiais do SAEB, através da Prova Brasil, realmente não se alinha às orientações do MEC/PCN para o ensino de Matemática, mas coincide com o que é trabalhado nas escolas públicas através dos livros didáticos fornecidos pelo FNDE. Portanto, SAEB e FNDE não se ajustam ao MEC quanto às orientações metodológicas para o ensino de Matemática, mas alinham-se entre si.

Não obstante, se o SAEB/Prova Brasil se mostrou alinhado ao FNDE, como explicar o mau resultado nos testes?

Se acaso a Prova Brasil apresentasse em seu teste de Matemática questões, em sua maioria, que representassem problemas genuínos, poderia se atribuir os baixos níveis de proficiência em Matemática como resultado da falta de concordância entre o que é trabalhado nos livros didáticos (majoritariamente problemas convencionais) e o que é cobrado nas avaliações externas.

Contudo, tanto os livros de Matemática, quanto os testes da Prova Brasil utilizam em sua maioria questões do tipo problemas convencionais. A Prova Brasil e os livros didáticos de Matemática distribuídos pelo FNDE mostraram-se coerentes entre si, mas, ironicamente, isso não contribuiu para melhoria dos resultados nos testes de Matemática.

Se em sala de aula, o único recurso de que o professor basicamente dispõe é o livro didático, e esse apresenta em sua maioria problemas do tipo convencionais, seria razoável supor que os alunos conseguissem resolver questões semelhantes nos testes da Prova Brasil. No entanto, não é o que ocorre na prática.

O impasse, portanto, está na metodologia de como o conteúdo programático de Matemática é apresentado em sala de aula. O modelo em que se apoiam os livros didáticos, baseados na perspectiva de educação reprodutivista, não tem proporcionado aprendizagens verdadeiras, capazes de serem transpostas para situações novas.

O próprio MEC já afirmava isso em 1997, através dos PCN, ao advertir que no Brasil a perspectiva reprodutivista de ensino, em que o professor demonstra e o aluno reproduz, tem se mostrado ineficaz para uma aprendizagem. A reprodução não significa necessariamente que o aluno compreendeu e construiu sentido e significado para o conteúdo apreendido.

Tradicionalmente a prática mais frequente no ensino de Matemática tem sido aquela que o professor apresenta o conteúdo, partindo de definições, exemplos e demonstração, seguidos de exercícios de aplicação e fixação. Ao aluno cabe reproduzir com base no modelo dado, considerando a reprodução correta como evidência de que ocorrera a aprendizagem. Entretanto, isso não indica que o educando compreende o que está fazendo. A transmissão verbal tem sua utilidade, mas não pode ser a única.

Para que a aprendizagem ocorra, ela deve ser significativa e relevante, sendo vista com compreensão de significados, possibilitando relações com experiências anteriores, vivências pessoais e outros conhecimentos.

A Matemática precisa fazer sentido para o aluno. Esse fator está relacionado à motivação para aprender. A criança precisa querer aprender. E isso não acontece se aquilo que ela deve aprender não fizer sentido para ela.

Esses alunos, ao serem colocados diante de um contexto em que não encontram o modelo a ser seguido, não conseguem fazer as conexões e transferências necessárias para a solução. Mostram-se incapazes de utilizar o que “aprenderam” em sala de aula para resolver questões semelhantes àquelas apresentadas nos livros didáticos.

Essa assertiva corrobora com autores como Nunes e Bryant (1997), quando disseram ser possível aprender procedimentos sem entendê-los, mas que a aprendizagem resultante disso seria bastante irrelevante para o nosso pensamento. Ou ainda com Diniz (2001), ao advertir que quando se adota os problemas convencionais como único recurso para o trabalho com resolução de problemas, pode-se levar o aluno à postura de fragilidade e insegurança frente a situações novas.

O ensino por reprodução/imitação, ao retirar o foco do processo e colocar nas definições, na exploração de técnicas, demonstrações e resultados, apresenta o saber matemático como abstrato e incompreensível. Além disso, tem se mostrado inócuo na construção de saberes ao não favorecer o desenvolvimento da criatividade, confiança em si, da criação de estratégias pessoais, da iniciativa, comprovação e argumentação.

Os livros de Matemática, ao não seguirem as orientações metodológicas do MEC/PCN para o ensino da disciplina, mostram-se ineficazes e ineficientes na construção de

saberes e competências matemáticas. Paradoxalmente, o mesmo MEC que elabora as orientações metodológicas é o que aprova e distribui os livros.

Logo, o impasse não está nos testes do SAEB/Prova Brasil. Os baixos índices de proficiência em Matemática apresentados pela maioria dos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental não podem ser atribuídos aos testes em si, se difíceis ou inadequados. A questão está no que acontece na escola, nas aulas que utilizam o livro didático basicamente como único recurso no ensino da Matemática. A adequação rigorosa dos livros didáticos de Matemática aprovados e distribuídos pelo MEC/FNDE às metodologias ativas para o ensino, a exemplo da Resolução de Problemas, nos moldes apresentados pelos PCN, faz-se urgente.

Não é suficiente apresentar ilustrações bonitas, acabamento perfeito, mudar a ordem dos conteúdos, ou promover novos arranjos dos eixos/temas para cada ano. A questão vai além da forma de apresentação do conteúdo nos livros. Está na concepção de ensino adotada. O modelo baseado unicamente em *explicação seguida de lista de exercícios* utilizados para aplicar o que aprenderam na aula ou reforçar conhecimentos, está totalmente contraindicado.

Essa metodologia se presta a trabalhar em parte os objetivos da Matemática, mas não todos. Para o desenvolvimento das capacidades básicas de inferir, conjecturar, argumentar e provar, esse modelo não satisfaz.

No livro didático, conforme os moldes defendidos pelos PCN, a introdução de um novo conteúdo matemático deve ser realizada através de um problema cuja resolução exija saberes ainda não formalmente apresentados aos alunos. O problema representaria uma situação efetivamente desafiadora, e funcionaria como uma espécie de problema gerador. Se o novo conteúdo for a multiplicação, por exemplo, deve se apresentar um problema que envolva esse algoritmo para a sua solução e deixar os alunos trabalharem para resolvê-lo.

Esse trabalho exige que o professor dê-lhes tempo para lerem o problema individualmente e depois com eles, certificando-se de que não há dúvidas quanto à leitura e a interpretação do texto. Pode-se organizá-los em duplas ou pequenos grupos, para tentarem resolver. As diferentes formas de resolução devem ser apresentadas no quadro e defendidas pelos próprios alunos. Deve-se incentivá-los a falarem sobre como pensaram para resolver. A turma também participa desse momento coletivo, apresentando suas dúvidas e indagações. As sistematizações são feitas posteriormente pelo professor, com a ajuda do grupo.

Em todos os livros, do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental, deve-se diminuir a quantidade de exercícios para dar lugar aos problemas do tipo não convencionais. Os livros didáticos precisam conter mais problemas de lógica, do tipo quebra-cabeça, de aplicação, problemas-processo (de estratégia), os sem solução, com mais de uma solução e com excesso

de dados, de modo que os alunos trabalhem com esse tipo de problema de uma a duas vezes por semana.

Formular problemas é outra estratégia valorosa para alcançar os objetivos pretendidos, pois trabalha, entre outros, a criatividade, a iniciativa, a transferência de aprendizagens, o raciocínio lógico. Propor problemas exige do aluno processos de pensamento muito mais elaborados que o de simplesmente resolver.

As primeiras atividades deverão ser bem simples e, paulatinamente, ir avançando para as produções mais elaboradas. Pode iniciar de forma coletiva (o professor é o escriba), e avançar para produções em dupla e individualmente. Portanto, atividades do tipo *invente um problema* também devem fazer parte dos livros didáticos.

A valorização das diferentes formas de resolver problemas é outra estratégia para alcançar os objetivos propostos pela Resolução de Problemas como recurso metodológico. Essa concepção presta-se a trabalhar a autonomia da criança, a confiança, a criatividade, o pensar produtivo, além de combater o mito criado pela forma tradicional de ensinar Matemática, que existe sempre uma maneira correta e única de resolver o problema.

O professor deve incentivar os alunos a utilizarem diferentes estratégias para resolver problemas, sejam elas através de algoritmos, desenhos, esquemas ou outro tipo de representação. As diferentes formas de resolver problemas representam importantes etapas do desenvolvimento do pensamento.

Deve-se prever espaço para o trabalho coletivo em sala de aula, em duplas e grupos, pois é nesse momento que os alunos revelam suas aprendizagens e dúvidas, partilham seus registros e formas de pensar e, assim, ampliam seu repertório em termos de estratégias para resolução de problemas.

É altamente recomendável a utilização de material concreto para contagem (palitos, tampinhas, reprodução de cédulas e moedas), de instrumentos de medida, calendários, figuras tridimensionais e bidimensionais, diagramas, mapas e gráficos, durante todos os anos iniciais do Ensino Fundamental, como apoio na resolução dos problemas.

Os problemas devem conter dados reais, quer nas informações neles contidas, quer nos valores numéricos apresentados. Dados artificiais ou desconexos com a realidade desmotivam o aluno e podem prejudicar a compreensão do problema.

Por fim, o problema deve ser do interesse dos alunos. A motivação é um dos fatores mais importantes para o envolvimento do aluno com o problema.

A mudança perpassa também pela formação do professor e suas concepções metodológicas frente ao ensino, mas essa é outra vertente a ser debatida e enfrentada, e

extrapola a proposta do presente estudo. Por ora, é importante advertir que na falta de formação adequada para o ensino de Matemática, o professor se agarra quase que exclusivamente ao livro didático. Daí a importância de se aprimorar esse recurso didático, de modo a orientar a ação docente para uma prática escolar mais dinâmica, participativa e coletiva.

Sendo a Resolução de Problemas defendida pelos PCN de caráter essencialmente metodológico, é importante que o livro didático do professor apresente as principais recomendações defendidas nesse trabalho, de modo a orientar a ação docente.

O professor por si já carrega uma concepção tradicional de ensino, baseada unicamente em aulas expositivas. Se o livro didático adota a concepção de ensino baseada unicamente na imitação/reprodução, não restará nenhum espaço para a participação ativa dos alunos na construção do conhecimento. A eles caberá continuar a imitar/reproduzir.

O livro didático pode representar um material didático para o ensino de Matemática bem mais útil do que é hoje. É lógico que por si só não garante um ensino de Matemática com sucesso, pois é apenas um instrumento. Mas não é forçoso reconhecer que mesmo um professor bem intencionado, que deseja trabalhar com metodologias ativas, a exemplo da Resolução de Problemas, terá muita dificuldade de lograr êxito, utilizando o livro didático no modelo como se apresenta hoje.

Por fim, o profissional que deseja trabalhar o ensino da Matemática nos moldes da Resolução de Problemas como metodologia de ensino, tem à sua disposição uma série de recomendações presentes na literatura especializada e, inclusive, no presente estudo. Estudar essas indicações de natureza metodológica e aplicar em sala de aula pode contribuir muito para ensinar Matemática de modo eficaz e significativo.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**. Rio de Janeiro, Ano XXXIII, n.55, p.1- 19, jul./dez. 2009.

BARNETT, J. C.; SOWDER, L.; VOS, K. E. Problemas de livros didáticos: complementando-os e entendendo-os. In.: KRULIK, S.; REYS, R. (Org.). **A resolução de problemas na Matemática Escolar**. Tradução: Hygino H. Domingues, Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997.

BARROS, A. J. S. e LEHFELD, N. A. S. **Fundamentos de Metodologia**: Um Guia para a Iniciação Científica. 2 ed. São Paulo: Makron Books, 2000.

BRANCA, N. A. Resolução de problemas como meta, processo e habilidade básica. In.: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Org.). **A resolução de problema na matemática escolar**. Tradução Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997. P.4-12.

BRASIL. Lei 8.666/93. Regulamenta o art. 37, inciso XXI, da Constituição Federal, institui normas para licitações e contratos da Administração Pública e dá outras providências. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l8666cons.htm> Acesso em: 22 abr. 2019.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p.

BRASIL. **PDE**. Plano de Desenvolvimento da Educação: Prova Brasil: ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC, SEB; Inep, 2008. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/prova%20brasil_matriz2.pdf>. Acesso em 22 abr. 2019.

BRASIL. **Resolução Nº 42, de 28 de agosto de 2012**. Dispõe sobre o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) para a educação básica. MEC/FNDE. Brasília, 2012.

BRASIL. Caderno Prova Brasil: Avaliação do Rendimento Escolar 2013. Brasília: MEC, SEB; Inep, 2013.

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. Edital do PNLD 2016, SEB, MEC Brasília, 2014.

BRASIL. **Guia de livros didáticos**: PNLD 2016: Alfabetização Matemática e Matemática: ensino fundamental anos iniciais. Brasília: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, 2015a. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/component/k2/item/7027-escolha-pnld-2016>>. Acesso em 11 nov. 2017.

BRASIL. **Guia de livros didáticos**: PNLD 2016: Apresentação: ensino fundamental anos iniciais. Brasília: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, 2015b. Disponível em <<http://www.fnde.gov.br/component/k2/item/7027-escolha-pnld-2016>>. Acesso em 11 nov. 2017.

BRASIL. **Inep apresenta resultados da Prova Brasil 2015**. Publicado em 08-09-2016. Disponível em: < <http://www.brasil.gov.br/educacao/2016/09/inep-apresenta-resultados-da-prova-brasil-2015>>. Acesso em: 9 mar. 2018.

BRASIL. **Decreto Nº 9.099, de 18 de julho de 2017**. Dispõe sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático. MEC/FNDE. Brasília, 2017.

BRASIL. Portal do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação – FNDE/MEC. Disponível em: < <http://www.fnde.gov.br/programas/programas-do-livro?view=default>>. Acesso em 11 nov. 2017.

BRASIL. **Sistema de Avaliação da Educação Básica**: Documentos de Referência versão 1.0. Brasília: MEC, INEP, DAEB, 2018. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/2018/documentos/saeb_documentos_de_referencia_versao_1.0.pdf>. Acesso em 25 abr. 2019.

BUTTS, T. Formulando problemas adequadamente. In.: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Org.). **A resolução de problema na matemática escolar**. Tradução Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997. p. 32-48.

CÂNDIDO, P. T. Comunicação em matemática. In.: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (org.). **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 15-28.

CAVALCANTI, C. T. Diferentes formas de resolver problema. In.: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (org.). **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 121-150.

CERVO, A. L.; BERVIAN, P. A.; SILVA, R. **Metodologia científica**. 6. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2007.

CHICA, C. H. Por que formular problemas. In.: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (org.). **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. P.151-174

CHIZOTTI, A. **Pesquisa em Ciências Humanas e Sociais**. 11ª ed. São Paulo: Cortez, 2010.

CURI, E. **Formação de professores polivalentes**: uma análise de conhecimentos para ensino de Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. 278 p. Tese Doutorado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2004.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 12ª ed. São Paulo: Ática, 2002.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática**: teoria e prática. São Paulo: Ática, 2010.

DANTE, L. R. **Ápis**: Matemática – Ensino Fundamental – Anos Iniciais. 2 ed. São Paulo: Ática, 2014. (Obra em 3 v. do 1º ao 3º ano).

DANTE, L. R. **Ápis: Matemática – Ensino Fundamental – Anos Iniciais**. 2 ed. São Paulo: Ática, 2014. (Obra em 2 v. para 4º e 5º ano).

DEMO, P. **Pesquisa e construção do conhecimento: metodologia científica no caminho de Habermas**. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 1994.

DEMO, P. **Metodologia da investigação em educação**. Curitiba: Ibepex, 2005.

DINIZ, M. I. Os problemas convencionais nos livros didáticos. In.: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (org.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001. P. 99-102.

ECHEVERRIA, M. P. P. A solução de problemas em Matemática. In.: POZO, J. I. (Org.); **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Tradução Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artmed, 1998. p.43-63.

ECHEVERRIA, M. P. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In.: POZO, J. I. (Org.); **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Tradução Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artmed, 1998. p.13-41.

GOMES, R. Análise e interpretação de dados de pesquisa qualitativa. In.: MINAYO, M. C. S. et all (Org.). **Pesquisa Social: Teoria, método e criatividade**. 25ª ed. Revista e atualizada. Rio de Janeiro: Vozes, 2007. p. 79-107.

JEFFREY, C. B.; SOWDER, L.; VOS, K. E. Problemas de livros didáticos: complementando-os e entendendo-os. In.: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (Org.). **A resolução de problema na matemática escolar**. Tradução Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997. p. 131-147.

KANTOWSKI, M. G. Algumas considerações sobre o ensino para resolução de problemas. In.: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (Org.). **A resolução de problema na matemática escolar**. Tradução Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997. P.270-282.

LEBLANC, J. F.; PROUDFIT, L.; PUTT, I. J. Ensinando resolução de problemas na *elementary school*. In.: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (Org.). **A resolução de problema na matemática escolar**. Tradução Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997. p. 148-164

MINAYO, M. C. S. O desafio da pesquisa social. In.: MINAYO, M. C. S. et all (Org.). **Pesquisa Social: Teoria, método e criatividade**. 25ª ed. Revista e atualizada. Rio de Janeiro: Vozes, 2007. p. 9-30.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo Matemática**. Tradução: Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

OCDE - Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico. **Brasil no PISA 2015: análises e reflexões sobre o desempenho dos estudantes brasileiros**. São Paulo: Fundação Santillana, 2016.

OLIVEIRA, G. S. O. **Crenças de professores dos primeiros anos do Ensino Fundamental sobre a prática pedagógica em Matemática**. Tese de doutorado. Universidade Federal de Uberlândia. 2009.

ONUCHIC, L. R.; Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In.: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999. p.199-218.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**. Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In.: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. 4ª ed. São Paulo: Cortez, 2012. p.232-252.

PERRENOUD, P. **Construir as competências desde a escola**. Porto Alegre, Artmed Editora, 1999.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro, Interciência, 1995.

POLYA, G. Sobre a resolução de problemas de matemática na *high school*. In.: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (Org.). **A resolução de problema na matemática escolar**. Tradução Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997. P.1-3.

POZO, J. I.; ANGÓN, Y. P. A solução de problemas como conteúdo procedimental da Educação Básica. In.: POZO, J. I. (Org.); **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Tradução Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artmed, 1998. p.139-175.

REAME, E.; MONTENEGRO, P. **Projeto Coopera: alfabetização matemática. 1º ano: ensino fundamental: anos iniciais**. 1 ed. São Paulo: Saraiva, 2014.

REAME, E.; MONTENEGRO, P. **Projeto Coopera: alfabetização matemática. 2º ano: ensino fundamental: anos iniciais**. 1 ed. São Paulo: Saraiva, 2014.

REAME, E.; MONTENEGRO, P. **Projeto Coopera: alfabetização matemática. 3º ano: ensino fundamental: anos iniciais**. 1 ed. São Paulo: Saraiva, 2014.

REAME, E.; MONTENEGRO, P. **Projeto Coopera: Matemática. 4º ano: ensino fundamental: anos iniciais**. 1 ed. São Paulo: Saraiva, 2014.

REAME, E.; MONTENEGRO, P. **Projeto Coopera: Matemática. 5º ano: ensino fundamental: anos iniciais**. 1 ed. São Paulo: Saraiva, 2014.

Relatório SAEB (ANEB e ANRESC) 2005-2015: panorama da década. – Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2018.

ROCHA, A. G. (ed.). **Projeto Buriti Matemática: Matemática**. 3 ed. São Paulo: Editora Moderna, 2014. Obra em 2 volumes, alunos do 1º ao 3º anos do Ensino Fundamental.

ROCHA, A. G. (ed.). **Projeto Buriti Matemática: Matemática**. 3 ed. São Paulo: Editora Moderna, 2014. Obra em 2 volumes, alunos do 4º ao 5º anos do Ensino Fundamental.

SCHNEIDER, J.; SAUNDERS, K. W. As linguagens ilustradas na resolução de problemas. In.: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Org.). **A resolução de problema na matemática escolar**. Tradução Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997. P.88-98.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. Ler e aprender matemática. In.: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (org.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001. P. 69-86.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (org.) **Resolução de problemas nas aulas de matemática: o recurso da problemateca**. Porto Alegre: Penso, 2016.

SOUZA, A. C. P. **Análise combinatória no ensino médio apoiada na metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista. 2010.

SUYDAM, M. N. Desemaranhando pistas a partir da pesquisa sobre resolução de problema. In.: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Org.). **A resolução de problema na matemática escolar**. Tradução Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997. p.49-73.

TACHIZAWA, T.; MENDES, G. **Como fazer monografia na prática**. 12 ed. Rio de Janeiro: FGV, 2006.