

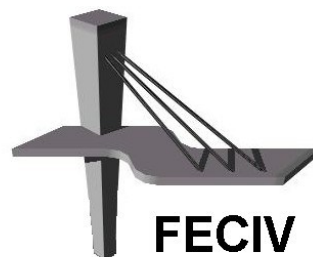


UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

DEFESA DE MESTRADO

**ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DO
EFEITO DE PINO EM LAJES MACIÇAS DE
CONCRETO ARMADO**

MÁRCIO ALVES DE OLIVEIRA FILHO



FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL



Márcio Alves de Oliveira Filho

**ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DO EFEITO DE
PINO EM LAJES MACIÇAS DE CONCRETO ARMADO**

Defesa apresentada à Faculdade de Engenharia Civil da
Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos
para a obtenção do título de **Mestre em Engenharia Civil**.

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Gustavo Delalibera

Uberlândia, 26 de setembro de 2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

O48a
2019

Oliveira Filho, Márcio Alves de, 1992-
Análise numérica e experimental do efeito de pino em lajes maciças
de concreto armado [recurso eletrônico] / Márcio Alves de Oliveira
Filho. - 2019.

Orientador: Rodrigo Gustavo Delalibera.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia,
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil.
Modo de acesso: Internet.
Disponível em: <http://dx.doi.org/10.14393/ufu.di.2019.70>
Inclui bibliografia.
Inclui ilustrações.

1. Engenharia civil. 2. Concreto armado. 3. Resistência de materiais.
4. Lajes de concreto. 5. Modelagem de processos. I. Delalibera, Rodrigo
Gustavo, 1976, (Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia.
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

CDU: 624



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Civil				
Defesa de:	Dissertação de Mestrado Acadêmico, 245, PPGEC				
Data:	26 de setembro de 2019	Hora de início:	10 h e 30 min	Hora de encerramento:	12 h e 30 min
Matrícula do Discente:	11722ECV002				
Nome do Discente:	Márcio Alves de Oliveira Filho				
Título do Trabalho:	Análise numérica e experimental do efeito de pino em lajes maciças de concreto armado				
Área de concentração:	Estruturas e Construção Civil				
Linha de pesquisa:	Estruturas				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Estacas metálicas: Análise da ligação das estacas com o bloco				

Reuniu-se na Sala de Projeções Prof. Celso Franco de Gouvêa, bloco 1Y, Campus Santa Mônica, da Universidade Federal de Uberlândia, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, assim composta: Professores Doutores: Antonio Carlos dos Santos – FECIV/UFU, José Luiz Pinheiro Melges – FEIS/Unesp e Rodrigo Gustavo Delalibera - FECIV/UFU orientador do candidato.

Iniciando os trabalhos o presidente da mesa, Dr. Rodrigo Gustavo Delalibera, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Rodrigo Gustavo Delalibera, Professor(a) do Magistério Superior**, em 26/09/2019, às 16:47, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Antônio Carlos dos Santos, Professor(a) do Magistério Superior**, em 27/09/2019, às 18:28, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).

Documento assinado eletronicamente por **José Luiz Pinheiro Melges, Usuário Externo**, em



29/09/2019, às 11:02, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1501570** e o código CRC **61B979F7**.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, por sempre me abençoar com saúde, sabedoria e paz.

Agradeço aos meus familiares: pai, mãe, madrinha, avó, irmãos, tios, a todos pelo apoio, incentivo e compreensão ao longo de toda minha vida. Agradeço à minha namorada Nayane por me apoiar, incentivar, aceitar e amar. Sempre foi um sonho ser professor; graças a ela também consigo realizar mais uma etapa em minha caminhada.

Ao Professor Dr. Rodrigo Gustavo Delalibera, orientador deste trabalho, a quem fica minha admiração e gratidão por todo o conhecimento compartilhado, pela atenção e paciência.

Aos amigos que tive o privilégio de conhecer no mestrado, em especial, Paulo e Vitor, pela parceria, aprendizado, convivência e por tornar a pós-graduação mais especial.

A todos os colaboradores da UFU, em especial à Cristiane, técnica do Laboratório de Estruturas, por sempre estar disposta a me auxiliar nos experimentos, pelos ensinamentos e incentivo. E ao Sr. Vino, responsável pela carpintaria, por me auxiliar em diversas fases do processo experimental.

A Professora Núbia, responsável pelo laboratório de Engenharia Mecânica, que me auxiliou nos ensaios de tração axial do aço.

À CAPES, pelo apoio financeiro à pesquisa e ao desenvolvimento tecnológico visando a compreensão do concreto armado, no qual incluo este trabalho.

Oliveira Filho, M. A. Análise numérica e experimental do efeito de pino em lajes maciças de concreto armado, 185 p., Defesa de Mestrado, Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, 2019.

RESUMO

Neste trabalho, estudou-se o comportamento de lajes submetidas à força cortante com foco no efeito de pino. Sabe-se que o efeito de pino é um dos mecanismos resistentes à força cortante. Nesse sentido, foram realizadas modelagens numéricas por meio do software ANSYS® variando os parâmetros que, segundo a literatura, influenciam a resistência a força cortante; dessa maneira foram realizadas 27 modelagens variando altura, taxa de armadura, resistência característica do concreto à compressão (f_{ck}) e o parâmetro αA . Este coeficiente permite considerar ou não a transferência de tensões de cisalhamento na fissura, pois o efeito de pino é a resistência à força cortante que armadura longitudinal possui por meio de uma fissura. Após as modelagens foi realizada uma análise estatística ANOVA e, por meio do índice f , foi definido quais parâmetros foram mais influentes na resistência à força cortante da laje. Para complementar os dados numéricos, foi iniciado o programa experimental, na qual foi realizada a montagem das fôrmas, armaduras, ensaio de tração no aço, ensaio de módulo de elasticidade, tração e compressão do concreto. A pesquisa visa avaliar quais são os parâmetros que interferem na resistência à força cortante e no efeito de pino; comparar dados numéricos, experimentais e normativos para compreender melhor as equações e posteriormente definir qual parcela da força cortante é referente ao fenômeno. Há uma proposta de ensaio para análise do efeito de pino e dos mecanismos de resistência à força cortante isolados. Os resultados das lajes no ensaio de cisalhamento e dos corpos de prova no ensaio de efeito de pino foram promissores quanto a fornecer parâmetros normativos (equações e parâmetro K), modos de ruptura, análise de deslocamentos, deformações no concreto e nas barras de aço, panorama de fissuração, entre outras análises.

Palavras-chave: Lajes maciças – Concreto armado – Força cortante – Efeito de pino.

Oliveira Filho, M. A. Numerical and experimental analysis of the dowel action on solid reinforced concrete slabs, 185 pp. MSc Dissertation, College of Civil Engineering, Federal University of Uberlândia, 2019.

ABSTRACT

In this work, the behavior of slabs subjected to shear force focusing on the dowel action was studied. It is known that the dowel action is one of the mechanisms resistant to shear strength. In this sense, numerical modeling was performed using ANSYS® software, varying the parameters that according to the literature influence the shearing strength, in this way 27 models were performed varying: height, rate of reinforcement, compressive strength of concrete (f_{ck}) and parameter αA . This parameter which is a coefficient which allows consider or not the transfer of shear in the crack, because the dowel action is the shear strength that longitudinal reinforcement possesses through a crack. After the modeling by performing a statistical analysis ANOVA and by means of ratio f , it was defined which parameter was influent in the shear strength of the slab. To complement the numerical data, the experimental program was started, in which the assembly of the formwork, reinforcement, steel tensile test, Young modulus test, concrete tensile and compression test were performed. The research aims to evaluate which are the parameters that interfere in the shear force resistance and the dowel action, compare numerical, experimental and normative data to better understand the equations and later define which part of the shear force was related to the phenomenon. There is a test proposal for analysis of the dowel action and the isolated shear strength mechanisms. The results of the shear test slabs and the dowel action test samples were promising for normative parameters (equations and parameter K), rupture modes, displacement analysis, concrete and steel deformations, cracking pattern, among other analyzes.

Keywords: Solid concrete slab – Reinforced concrete – Shear – Dowel Action.

SÍMBOLOS, ABREVIATURAS E SIGLAS

SÍMBOLOS

a	Distância da borda até o fim da fissura.
A_c	Área da seção transversal.
A_s	Área de aço de tração, em cm^2 .
A_{s1}	Área da armadura de tração.
b	Distância do apoio esquerdo.
b_w	Largura da laje.
C	Força resistente da parte comprimida de concreto.
c	Altura da biela comprimida.
c_1	Coefficiente adimensional relativo ao módulo de fundação.
d	Altura útil.
d_b	Diâmetro da barra, em m^2 .
E_s	Módulo de elasticidade do aço, em GPa.
f_{bd}	Resistência de cálculo da aderência.
f_c	Máxima tensão de compressão no concreto, em kN/cm^2 .
f_{ck}	Resistência à compressão do concreto, em MPa.
f_{ck}	Resistência característica à compressão do concreto.
$f_{ct,m}$	Resistência média do concreto a tração.
f_{ctd}	Resistência de cálculo do concreto a tração.
$f_{ctk,inf}$	Resistência característica do concreto à tração no quantil inferior.
F_d	Força resistida pelo efeito de pino da armadura transversal à interface.
f_s	Tensão na armadura, em kN/cm^2 .
f_y	Resistência ao escoamento do aço, em MPa.
f_{yk}	Máxima tensão de tração das armaduras, em kN/cm^2 .
G_f	Módulo de elasticidade cortante equivalente.
G_f	Módulo elástico de corte.
H	Altura.
I_b	Momento de inércia da barra.
I_s	Momento de inércia da barra, em mm^4 .

k	Coeficiente relativo a contribuição do efeito de pino.
K_c	Módulo de fundação para o cobrimento de concreto, em mm.
K_d	Rigidez da base, em kN/m.
K_t	Fator de correção de efeito de tamanho.
L	Comprimento que representa o quanto da barra está sujeita ao deslocamento de pino.
L_v	Comprimento da viga.
M_e	Momento elástico máximo.
M_p	Momento plástico.
M_r	Momento resistente, utilizado para as lajes com contribuição das barras de aço, em kN×cm.
M_u	Momento atuante na seção devido à aplicação de forças externas.
N_{sd}	Força longitudinal na seção.
P	Carga aplicada em cada passo de carga, em kN.
S	Deslizamento relativo na interface entre duas superfícies em contato, em mm.
S_s	Deslocamento da extremidade da armadura por ação de uma força transversal, em mm.
S_u	Deslizamento relativo último na interface entre duas superfícies em contato, em mm.
$T1 + T2$	Parcela resistente da armadura tracionada.
U_d	Componente referente ao efeito de pino, em kN.
U_{du}	Componente última referente ao efeito de pino, em kN.
V_b	Força cortante na barra.
V_{cc}	Força cortante no concreto.
V_{ci}	Força cortante na interface concreto-aço.
V_{ct}	Força cortante total.
V_d	Força referente ao efeito de pino, em kN.
V_{ea}	Força cortante resistida pelo Efeito arco.
V_{ep}	Força cortante resistida pelo Efeito de pino.
$V_{ep,fl}$	Força cortante resistida pelo efeito de pino na flexão local.
V_f	Força na fricção entre o concreto comprimido e o conector.
V_{rd2} / V_c	Força resistente de cálculo referente a ruptura por compressão das bielas diagonais de concreto.

V_{rd3} / V_{sw}	Força resistente de cálculo correspondente a ruptura por tração da armadura transversal.
V_{sc}	Força cortante resistida pela armadura transversal.
V_{sd}	Força solicitante de cálculo.
V_{sv}	Força de compressão axial.
V_{tc}	Tensões de tração residual no concreto.
V_u	Força de cisalhamento atuante na seção devido à aplicação de forças externas.
x	Altura da linha neutra, em cm.
y_{2k}	Distribuição da amostra.
α_e	Coefficiente relativo ao tipo de agregado.
γ_2	Variação da amostra.
γ_c	Deformação no corte.
γ_c	Coefficiente minorador da resistência do concreto.
Δ	Deslocamento de pino.
δ	Deslocamento experimental, em cm.
Δ_d	Deslocamento de pino sofrido pela armadura, em mm.
ε	Deformação longitudinal.
η_1	Parâmetro que considera a rugosidade da barra de aço.
η_2	Parâmetro que considera a posição da barra durante a concretagem.
η_3	Parâmetro que considera o diâmetro da barra.
λ	Rigidez relativa da fundação definida pelo cobrimento do concreto.
λ_c	Fator de modificação que reflete as propriedades mecânicas reduzidas do concreto leve.
ρ_1	Taxa de armadura.
σ_{cp}	Tensão longitudinal na seção.
σ_y	Tensão de escoamento do aço.
τ_y^f	Tensão de corte correspondente à força $V_{ep,fl}$.
τ_d	Tensão de cisalhamento na interface.
τ_{rd}	Tensão resistente de cisalhamento.
Φ	Diâmetro da barra.
Φ_s	Diâmetro da barra equivalente, em mm ² .

SIGLAS

ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas.

CEB-FIP *Model Code 1990* – Federação Internacional de Concreto Estrutural.

EUROCODE 2 - Norma européia.

FRP - Plásticos reforçados com fibras.

MDF - Método das diferenças finitas.

MEC - Método dos elementos de contorno.

MEF - Método dos Elementos Finitos.

NBR - Norma brasileira.

UHPC - Concreto de altíssima resistência.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Efeito de pino.	19
Figura 2 - Elementos de Superfície.	22
Figura 3 - Contribuição das forças para a resistência ao cisalhamento.	25
Figura 4 - Elementos geométricos considerados por Kim <i>et al.</i>	27
Figura 5 - Efeito de pino: (a) Manifestação; (b) Deslocamento vertical e comprimento. ...	28
Figura 6 - Diagramas de esforço cortante e momento fletor no efeito de pino.	29
Figura 7 - Mecanismo de transferência de forças para conexão; (a) sem estribos; (b) com estribos.	30
Figura 8 - Hipótese sobre base elástica para simulação do efeito de pino.	31
Figura 9 - Mecanismos que agem no efeito de pino: (a) Flexão local; (b) Corte local.	33
Figura 10 - Modelo proposto por Kwan, Ng e Lam.	35
Figura 11 - Seções analisadas.	38
Figura 12 - Variação da resistência ao cisalhamento dos mecanismos complementares em função da taxa de armadura longitudinal.	39
Figura 13 – Armadura contra colapso progressivo.	46
Figura 14- Forças atuantes consideradas no software.	50
Figura 15 - Discretização do modelo Winkler no ANSYS®.	51
Figura 16 - Geometria das lajes, dimensões em centímetros.	54
Figura 17 - Armaduras das lajes, dimensões em centímetros.	55
Figura 18 – Modelo desenvolvido com malha.	58
Figura 19 - Armaduras.	59
Figura 20 – Diagramas Força x Deslocamento.	60
Figura 21 - Dimensões das Lajes em centímetros (a) Vista Lateral; (b) Vista Superior.	65
Figura 22 – Volumes - Perspectiva 3D.	69
Figura 23 - Modelo com malha: (a) Vista superior; (b) Vista Lateral; (c) Perspectiva 3D.	70
Figura 24 – Influência da altura na resistência última. (a) 25MPa; (b) 35MPa; (c) 45MPa.	76
Figura 25 - Influência do f_{ck} na resistência última. (a) Grupo A; (b) Grupo B; (c) Grupo C.	77
Figura 26 - Influência da taxa de armadura. (a) Grupo A; (b) Grupo B; (c) Grupo C.	79
Figura 27 – Modelos de apoio no ensaio de cisalhamento.	93

Figura 28 – Modelos de apoio no ensaio de cisalhamento.	94
Figura 29 – Falhas no ensaio de cisalhamento.	95
Figura 30 - Execução das fôrmas.	96
Figura 31 – Curva de resistência do concreto à compressão.	97
Figura 32 – Ensaio no concreto: (a) Compressão axial; (b) Compressão diametral; (c) Módulo de elasticidade.	98
Figura 33 - Armaduras de longitudinais: (a) 0% ; (b) $A_{s,min}$; (c) $2 \times A_{s,min}$	99
Figura 34 – Ensaio de tração nas armaduras. (a) Posicionamento do corpo de prova; (b) Ajustando o extensômetro; (c) Momento da ruptura.	101
Figura 35 – Diagrama tensão-deformação dos corpos de prova.	102
Figura 36 - Diagrama tensão-deformação dos corpos de prova.	103
Figura 37 – Modelo de ensaio Experimental: Teórico.	103
Figura 38 - Posicionamento dos extensômetros. (a) Transporte; (b) $A_{s,min}$ e $2 \times A_{s,min}$. (c) Execução.	105
Figura 39 – Posicionamento dos extensômetros. (a) Transporte; (b) $A_{s,min}$ e $2 \times A_{s,min}$. (c) Execução.	106
Figura 40 – Posicionamento dos transdutores: (a) Teórico; (b) Execução.	107
Figura 41 – Modelo de ensaio. (a) Frontal; (b) Superior; (c) Detalhes.	109
Figura 42 – Modelo de ensaio. (a) Modelo A; (b) Modelo B; (c) Modelo C; (d) Modelo D.	110
Figura 43 – Deslocamentos. (a) Modelo A; (b) Modelo B; (c) Modelo C; (d) Modelo D.	111
Figura 44 – Fissuração. (a) Modelo A; (b) Modelo B; (c) Modelo C; (d) Modelo D.	112
Figura 45 – Tensões nas armaduras. (a) Modelo A; (b) Modelo B; (c) Modelo C; (d) Modelo D.	113
Figura 46 – Diagrama Força x Deslocamento – Modelos.	115
Figura 47 - Grupos de ensaio, efeito de pino: (a) Modelo I; (b) Modelo II; (c) Modelo III.	117
Figura 48 - Modelo de ensaio experimental – Efeito de pino: Teórico.	118
Figura 49 - Modelo de ensaio experimental: Prático.	121
Figura 50 – Modelo de ensaio H8 - T.	122
Figura 51 – Fissura na ruptura.	122
Figura 52 – Panorama de Fissuração.	123
Figura 53 - Modelo de ensaio H11 - As.	124

Figura 54 - Fissura na ruptura em ambos lados.....	124
Figura 55 - Panorama de Fissuração.	125
Figura 56 – Modelo de ensaio H8 - 2×As.	126
Figura 57 – Fissura na ruptura em ambos lados.	126
Figura 58 – Panorama de Fissuração.....	127
Figura 59 – Modelo de ensaio H11 - T.....	128
Figura 60 - Fissura na ruptura.....	128
Figura 61 - Panorama de Fissuração.	129
Figura 62 – Modelo de ensaio H11 - As.....	130
Figura 63 - Fissura na ruptura em ambos lados.....	130
Figura 64 – Panorama de Fissuração.....	131
Figura 65 - Modelo de ensaio H11 - 2×As.	132
Figura 66 - Fissura na ruptura em ambos lados.....	132
Figura 67 - Panorama de Fissuração.	133
Figura 68 - Fissura longitudinal.	133
Figura 69 - Modelo de ensaio H14 - T.	134
Figura 70 - Fissura na ruptura.....	135
Figura 71 - Panorama de Fissuração.	135
Figura 72 – Modelo de ensaio H14 - As.....	136
Figura 73 - Fissura na ruptura em ambos lados.....	137
Figura 74 – Panorama de Fissuração.....	137
Figura 75 - Modelo de ensaio H14 - 2×As.	138
Figura 76 - Fissura na ruptura em ambos lados.....	139
Figura 77 - Panorama de Fissuração.	139
Figura 78 - Modelo de ensaio experimental – Efeito de pino.	140
Figura 79 - Corpos de prova – Efeito de pino.	141
Figura 80 - Modelo I: Ruptura.....	141
Figura 81 - Modelo II: Ruptura.	142
Figura 82 - Modelo III: Ruptura.....	142
Figura 83 - Corte local nas barras de aço.	143
Figura 84 - Diagramas: Força × Deslocamento: (a) Grupo A; (b) Grupo B; (c) Grupo C.....	150
Figura 85 - Diagramas: Deformações no concreto: (a) ET1; (b) ET2.....	152
Figura 86 - Diagramas: Deformações nas barras de aço: (a) ET1; (b) ET2.....	154

Figura 87 - Deformações nos estádios 1, 2 e 3 (ET1).	156
Figura 88 - Deformações nos estádios 1, 2 e 3 (ET2).	158
Figura 89 - Panorama de fissuração lajes.	161
Figura 90 - Força \times Deslocamento, numérico: (a) concreto; (b) aço.	162
Figura 91 - Força \times Deslocamento, experimental.	165

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Lajes ensaiadas por Cavalcanti.....	55
Tabela 2 - Característica do concreto utilizado.	56
Tabela 3 - Características do aço utilizado.....	56
Tabela 4 – Análise dos resultados.	59
Tabela 5 - Caracterização dos grupos de ensaio analítico e numérico.	64
Tabela 6 - Determinação da força última.	71
Tabela 7 - Determinação dos deslocamentos verticais.....	72
Tabela 8 - Determinação da força última e deslocamentos verticais.	73
Tabela 9 - Relação entre métodos de cálculo.	75
Tabela 10 - Resultados numéricos da modelagem.	81
Tabela 11 - Planejamento Estatístico – Grupos A, B e C.....	82
Tabela 12 - Planejamento Estatístico – Grupos D.....	83
Tabela 13 - Graus de Liberdade.	85
Tabela 14 - Análise de variância do Grupo A (V_k).	86
Tabela 15 - Análise de variância do Grupo B (V_k).....	86
Tabela 16 - Análise de variância do Grupo C (V_k).....	87
Tabela 17 - Análise de variância do Grupo D (V_k).	87
Tabela 18 - Análise de variância do Grupo A ($\delta_{m\acute{a}x}$).	88
Tabela 19 - Análise de variância do Grupo B ($\delta_{m\acute{a}x}$).	89
Tabela 20 - Análise de variância do Grupo C ($\delta_{m\acute{a}x}$).	89
Tabela 21 - Análise de variância do Grupo D ($\delta_{m\acute{a}x}$).	90
Tabela 22 - Caracterização dos grupos de ensaio experimental.....	92
Tabela 23 – Fôrmas confeccionadas – Sarrafo com espessura de 2,5 centímetros.	96
Tabela 24 - Ensaios realizados para o concreto.....	98
Tabela 25 - Dados de entradas dos corpos de prova.....	100
Tabela 26 - Resultados obtidos no ensaio tração nas armaduras.....	102
Tabela 27 - Grupos de ensaio, efeito de pino.	116
Tabela 28 - Determinação da força última – Cortante e fletor.	119
Tabela 29 - Determinação dos deslocamentos verticais.....	120
Tabela 30 - Determinação da força última e dos deslocamentos verticais.....	120

Tabela 31 - Valores experimentais e normativos.	144
Tabela 32 - Relação dos valores normativos e experimentais.	145
Tabela 33 - Influência: altura útil e altura total.	146
Tabela 34 - Influência das armaduras.	147
Tabela 35 - Parâmetro K.	147
Tabela 36 - Comparação modelos.	148
Tabela 37 - Parâmetro K numérico.	149
Tabela 38 - Momentos de fissuração e momento último.	151
Tabela 39 - Relação: Momentos de fissuração e momento último.	151
Tabela 40 - Modos de ruptura.	159
Tabela 41 - Distribuição de força resistente por mecanismo (I).	163
Tabela 42 - Distribuição de força resistente por mecanismo (II).	163
Tabela 43 - Comparação numérico e experimental – Modelo de ensaio.	164
Tabela 44 - Distribuição de força resistente por mecanismo (I).	164
Tabela 45 - Distribuição de força resistente por mecanismo (II).	164

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	18
INTRODUÇÃO	18
1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS	18
1.2. JUSTIFICATIVA	20
1.3. OBJETIVOS	20
1.3.1. Objetivo Geral	20
1.3.2. Objetivos específicos	20
1.4. METODOLOGIA	20
1.5. ESTRUTURA DO TRABALHO	21
CAPÍTULO 2	22
REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	22
2.1. ELEMENTOS DE PLACA	22
2.2. TENSÃO DE CISALHAMENTO	23
2.3. EFEITO DE PINO (<i>dowel action</i>)	27
2.3.1. Definição	27
2.3.2. Modelos teóricos	30
2.3.3. Efeito de pino em lajes	36
2.3.4. Parâmetros que influenciam o efeito de pino	37
2.4. NORMAS TÉCNICAS	44
2.4.1. NBR 6118:2014	44
2.4.2. EUROCODE 2 (2004)	46
2.4.3. American Concrete Institute (ACI)	47
2.5. MODELAGEM COMPUTACIONAL	48
2.5.1. ANSYS®	48
2.5.2. Modelos computacionais	48
2.5.3. Não-linearidade física e geométrica	51
2.5.4. Coesão aço-concreto	52
2.5.5. Validação do modelo numérico	54
CAPÍTULO 3	63
MODELAGEM	63
3.1. GRUPOS	63
3.2. CONCEITOS	65

3.3.	ROTEIRO	66
3.3.1.	Analítico.....	66
3.3.2.	Numérico	68
3.4.	RESULTADOS	70
3.4.1.	Analítico.....	71
3.4.2.	Numérico	73
3.5.	ESTUDO ESTATÍSTICO	80
3.5.1.	Considerações iniciais	80
3.5.2.	Formulação da análise de variância	84
3.5.3.	Análise dos resultados.....	85
CAPÍTULO 4	91
PROGRAMA EXPERIMENTAL	91
4.1.	GRUPOS.....	91
4.2.	ENSAIO DE CISALHAMENTO - REVISÃO	92
4.3.	FÔRMAS	95
4.4.	CONCRETAGEM	97
4.5.	ARMADURAS.....	99
4.5.1.	Confecção das armaduras	99
4.5.2.	Ensaio de tração axial das barras de aço.....	100
4.6.	MODELO DE ENSAIO	103
4.7.	INSTRUMENTAÇÃO	104
4.7.1.	Extensômetros nas barras de aço	104
4.7.2.	Extensômetros no concreto	106
4.7.3.	Transdutores	107
CAPÍTULO 5	108
PROPOSTA DE ENSAIO - EFEITO DE PINO	108
5.1.	Análise teórica	108
5.2.	Modelagem	110
5.2.1.	Modelos.....	110
5.2.2.	Análise dos resultados dos modelos de ensaio.....	111
5.3.	Programa experimental	115
CAPÍTULO 6	119
RESULTADOS E DISCUSSÕES	119
6.1.	RESULTADOS ANALÍTICOS	119
6.2.	RESULTADOS NUMÉRICOS	120

6.3.	RESULTADOS EXPERIMENTAIS - LAJES.....	121
6.3.1.	Laje 1 (H8 - T).....	122
6.3.2.	Laje 2 (H8 - As).....	123
6.3.3.	Laje 3 (H8 - 2×As).....	125
6.3.4.	Laje 4 (H11 - T).....	127
6.3.5.	Laje 5 (H11 - As).....	129
6.3.6.	Laje 6 (H11 - 2×As).....	131
6.3.7.	Laje 7 (H14 - T).....	134
6.3.8.	Laje 8 (H14 - As).....	135
6.3.9.	Laje 9 (H14 - 2×As).....	138
6.4.	RESULTADOS EXPERIMENTAIS - EFEITO DE PINO	140
6.4.1.	Modelo I	141
6.4.2.	Modelo II	142
6.4.3.	Modelo III	142
6.5.	ANÁLISE DOS RESULTADOS	144
6.5.1.	Valores normativos	144
6.5.2.	Comparativo: Numérico e Experimental.....	148
6.5.3.	Força × Deslocamento e momentos de fissuração	149
6.5.4.	Deformações no concreto e nas barras de aço.....	152
6.5.5.	Panorama de fissuração das lajes – Modo de ruptura.....	159
6.5.6.	Efeito de pino	162
CAPÍTULO 7.....		167
CONCLUSÃO.....		167
7.1.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	167
7.2.	PRINCIPAIS CONCLUSÕES	167
-	Valores Normativos.....	167
-	Numérico e experimental	168
-	Momentos de Fissuração e Deformação no concreto e nas barras de aço	168
-	Panorama de Fissuração e modo de ruptura.....	169
-	Efeito de Pino	169
7.3.	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	170
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS		172

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A escolha da laje para determinada construção é realizada após estudos técnicos e de viabilidade econômica. Por meio das cargas permanentes e acidentais, distâncias efetivas dos vãos, o engenheiro define qual o melhor tipo de laje para atender tecnicamente e economicamente a solução estrutural adotada. As lajes maciças perderam espaço no mercado para estruturas de pequeno e médio porte, pois necessitam de maior volume de concreto, mais armaduras e maior tempo de mão de obra, sendo substituídas por pré-moldadas. Contudo, para obras de grande porte, as lajes maciças ainda são muito utilizadas, pois apresentam vantagens como: execução simples e rápida, deslocamentos relativamente pequenos, facilidade no lançamento e adensamento do concreto, melhor distribuição de cargas concentradas e aumento de rigidez da estrutura, contribuindo com a estabilidade global em edifícios altos.

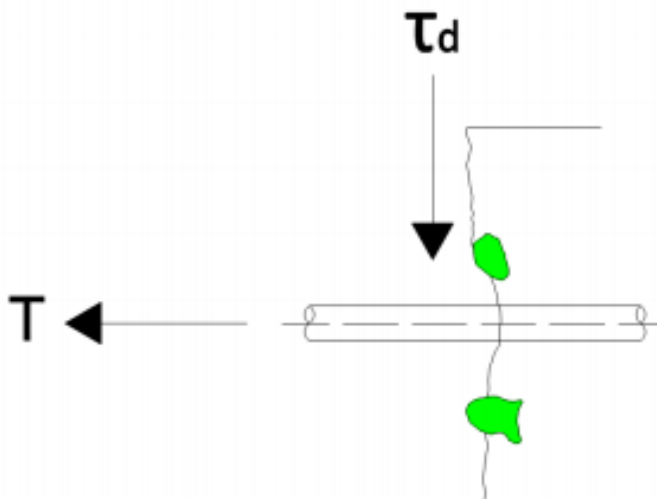
Há ainda dúvidas com relação ao comportamento de lajes maciças quanto à resistência à força cortante. A força cortante é resistida apenas pelo concreto em peças não fissuradas, quando as tensões principais de tração nos estados múltiplos de tensões existentes na alma da peça não provocam a fissuração do concreto por tração. No dimensionamento de lajes maciças, são realizadas verificações referentes à flexão, à força cortante, aos deslocamentos verticais (flechas), às aberturas de fissuras e à vibração. No que tange a força cortante, é necessário o conhecimento de alguns mecanismos para a resistência da laje: zona de concreto não fissurado, engrenamento dos agregados e efeito de pino, considerando-se um elemento sem força de protensão e sem armadura transversal. Geralmente, a fissura segue um traçado irregular e a transferência dos esforços que provocam tensão de cisalhamento é realizada por meio de saliências de partículas dos agregados de uma face que “empurra” a face oposta, referente ao engrenamento dos agregados; já no efeito de pino, as barras de aço

longitudinais contidas no plano das fissuras resistem a uma força perpendicular que tende a “cortar” e/ou “flexionar” a barra longitudinal que cruza a fissura.

A fissuração em lajes de concreto provoca uma redução significativa da rigidez e da resistência. O comportamento do concreto fissurado à flexão em lajes geralmente pode ser previsto; porém, o exato comportamento da resistência ao cisalhamento de lajes ainda requer estudo em função da complexidade dos mecanismos de resistentes.

Grande parte das pesquisas desenvolvidas em relação ao cisalhamento no concreto armado são realizadas em vigas; poucos são os trabalhos realizados em lajes. Além disso, existe uma carência de estudo sem os mecanismos de cisalhamento: principalmente, os que isolem o efeito de pino em relação ao engrenamento dos agregados. Muitos autores mencionam a dificuldade de realizar ensaios experimentais que isolem a contribuição de cada mecanismo individualizado. Para o dimensionamento e verificação desse mecanismo, é necessário o prévio conhecimento do comportamento dos materiais aço e concreto, do módulo de elasticidade e da resistência à tração para ambos, dimensões das fissuras, resistência à compressão do concreto, entre vários outros parâmetros que influenciam o efeito de pino. A Figura 1 ilustra o mecanismo.

Figura 1 – Efeito de pino.



Fonte: Samora (2015).

1.2. JUSTIFICATIVA

A NBR 6118:2014 não menciona explicitamente a contribuição do efeito de pino. Porém, analisando-se a equação relativa à resistência à força cortante (V_{rd1}), verifica-se que o coeficiente “k” é relativo a contribuição do efeito de pino e pode ser considerado de duas formas: se 50% da armadura inferior não chegar até o apoio, seu valor será igual a 1, ou seja, o efeito é nulo; para os demais casos: $k = |1,6 - d|$, não menor do que 1, com d em metros. Além disso, tem-se ainda um coeficiente ρ , relativo à taxa de armadura. Ou seja, o coeficiente k relativo à altura da peça e o coeficiente ρ relativo à taxa de armadura influenciam na resistência à força cortante.

Com o maior conhecimento de como esta contribuição ocorre em elementos de placa será possível ter um entendimento mais aprofundado sobre o efeito de pino e o engrenamento dos agregados.

1.3. OBJETIVOS

1.3.1. Objetivo Geral

O objetivo do estudo é analisar a contribuição do efeito de pino em elementos de placa por meio de análise numérica e experimental.

1.3.2. Objetivos específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- avaliar quais são os parâmetros que interferem no efeito de pino;
- comparar dados numéricos e experimentais;
- compreender qual parcela da força cortante é resistida pelo fenômeno.

1.4. METODOLOGIA

A metodologia adotada nesta pesquisa fundamenta-se nos trabalhos com ênfase numérica e experimental e pode ser dividida em quatro etapas.

A primeira consistiu em pesquisar sobre a resistência à força cortante e o efeito de pino em elementos de placa. Destes trabalhos, foram coletados os dados referentes a conceitos, novos modelos e resultados.

Na segunda etapa, foi executada a modelagem de 27 lajes com variações de altura, resistência à compressão do concreto e taxa de armadura, por meio do programa ANSYS®, visando identificar os parâmetros mais relevantes, por meio de uma análise estatística.

Na terceira etapa que tem caráter experimental foram ensaiadas 9 lajes com altura e taxa de aço variáveis; mas com a mesma resistência à compressão, com objetivo de comparar-se os dados experimentais com os dados analíticos obtidos pela NBR 6118:2014 e os dados numéricos obtidos na modelagem.

A quarta etapa corresponde à modelagem mais aprofundada e detalhada de uma proposta de modelo inovador, com o objetivo de mensurar a parcela contribuinte do efeito de pino e uma análise separada para cada mecanismo.

1.5. ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho é constituído de sete capítulos, organizados da seguinte maneira:

- Capítulo 1 – Introdução: apresenta-se o tema, justificativa, objetivo e o método empregado na pesquisa.
- Capítulo 2 – Revisão bibliográfica: apresenta-se uma síntese dos trabalhos mais importantes desenvolvidos a respeito do assunto, diferenciando-se tópicos relevantes do tema, além das recomendações normativas.
- Capítulo 3 – Modelagem computacional com foco na resistência à força cortante das lajes: apresenta embasamento teórico por meio do método dos elementos finitos, exhibe o procedimento da modelagem executada por meio do programa ANSYS® e define os parâmetros relevantes que foram analisados no programa experimental por meio de uma análise estatística.
- Capítulo 4 – Programa experimental: expõe as informações relativas aos ensaios realizados em laboratório. São mostradas as informações relativas à instrumentação utilizada, ao dimensionamento e ao detalhamento dos modelos ensaiados.
- Capítulo 5 – Modelagem computacional com foco no efeito de pino: modelagem executada por meio do programa computacional ANSYS® visando mensurar e compreender a transferência de tensões de cisalhamento entre concreto e aço.
- Capítulo 6 – Resultados e discussões: analisa todos os dados obtidos numericamente e experimentalmente visando compreender e relacionar os resultados encontrados.
- Capítulo 7 – Conclusão: apresenta as conclusões obtidas em função desse trabalho.

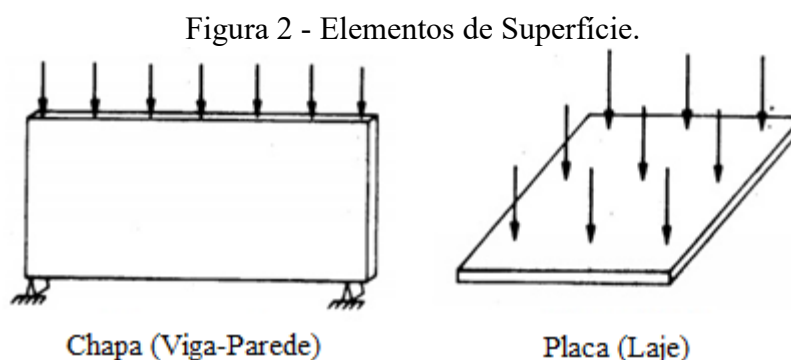
CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo traz uma revisão bibliográfica sobre lajes, conceitos, definições, normas técnicas nacionais e internacionais, teorias de cálculo, entre outros assuntos importantes para o entendimento e acompanhamento do trabalho realizado.

2.1. ELEMENTOS DE PLACA

Os elementos estruturais com base na geometria e nas dimensões são divididos em lineares, bidimensionais e tridimensionais. Esta classificação é feita comparando-se a ordem de grandeza das três dimensões principais do elemento (comprimento, altura e largura). Os chamados “elementos de superfície” são aqueles em que a altura é pequena comparada às outras duas dimensões; lajes e as paredes de reservatórios são os exemplos mais usuais. Quando a superfície é plana, tem-se placa ou chapa. A placa possui carregamento perpendicular ao plano da superfície; já a chapa tem o carregamento contido no plano da superfície. Sendo os exemplos mais comuns de placa e de chapa, respectivamente, a laje e a viga-parede. Se a placa possuir espessura maior que $1/3$ do vão, ela deve ser estudada como placa espessa. Além disso, tem-se o elemento chamado de casca, caso a superfície seja curva. A Figura 2 apresenta os elementos de superfície.



Fonte: Pinheiro *et al.* (2010), adaptada.

Costa (2014) menciona que, na maioria dos casos, a espessura das placas não é maior que um décimo da menor dimensão no plano. Por conta disso, é possível evitar o uso de formulações tridimensionais para a sua análise. Do ponto de vista computacional, isso resulta em menores custos, uma vez que a ordem dos elementos é reduzida. A teoria de placas espessas é uma extensão da teoria de Kirchhoff-Love, ou teoria de placas finas, que leva em consideração as deformações provocadas por tensões de cisalhamento por meio da espessura da placa. Por isso, também ficou conhecida como teoria de placas deformáveis por deformações de cisalhamento.

As lajes são elementos planos, em geral horizontais, com duas dimensões muito maiores que a terceira, sendo esta denominada de altura ou espessura. A principal função das lajes é receber os carregamentos atuantes provenientes do uso da construção (pessoas, móveis e equipamentos), e transferi-los para as fundações por meio das vigas e pilares. A primeira etapa no projeto das lajes é a definição do vão livre, da distância livre entre as faces dos apoios, e do vão teórico, que é, geralmente, a distância entre os centros dos apoios, ou também, o vão teórico mais a espessura. As vinculações das lajes podem ser simplesmente apoiadas ou engastadas, variando de acordo com o maior ou menor lado. (COSTA, 2014)

2.2. TENSÃO DE CISALHAMENTO

O comportamento do concreto armado à força cortante em vigas já foi tema de diversos trabalhos experimentais e teóricos, de maneira que é possível prevê-lo de forma satisfatória. “A analogia da treliça clássica de Rittler-Mörsh considera que um elemento estrutural em concreto armado fissurado, quando solicitado por momento fletor e força cortante, apresente comportamento semelhante a uma treliça.” Para que sejam feitas tais considerações, algumas hipóteses devem ser atendidas: treliça isostática com banzos paralelos, diagonais comprimidas com inclinação de 45° com os banzos, e as diagonais tracionadas ou pendurais, representados pelos estribos verticais. Resultados sobre o comportamento da treliça clássica comprovaram uma quantidade de aço superior à necessária, além da tensão de compressão nas bielas serem 10% superior à prevista. Portanto, essa teoria mostrou-se conservadora para o aço e inadequada para o concreto.

Modificações visando evoluir a teoria clássica deram origem à treliça generalizada, que se diferencia quanto: a treliça é internamente hiperestática, o banzo comprimido apresenta inclinações entre 30° e 45° com o banzo tracionado. Na prática, para efeitos de dimensionamento da treliça generalizada, foram criadas equações matemática para obter de

forma mais simples e econômica a quantidade de armadura para resistir à força cortante. Essas equações estão expressas nas normas nacionais e internacionais, a qual a força resistente deve ser maior ou igual a força cortante solicitante. As equações (1) e (2) apresentam equações básicas para melhor compreensão do cisalhamento.

$$V_{sd} \leq V_{rd2} = V_c \quad (1)$$

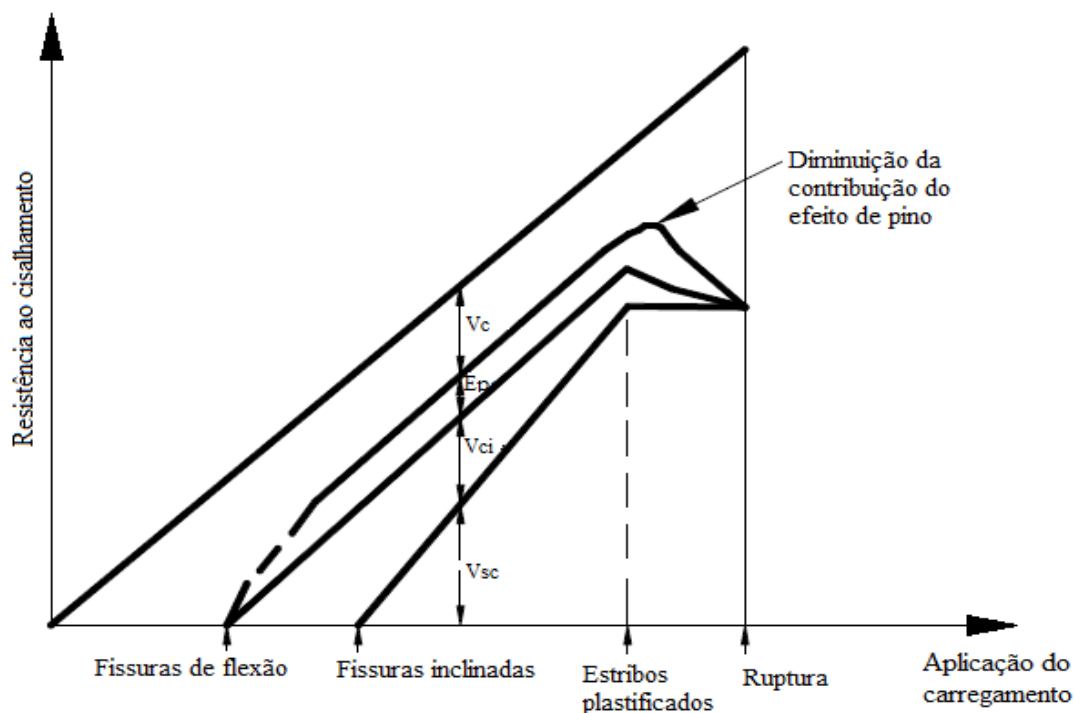
$$V_{sd} \leq V_{rd3} = V_{sw} \quad (2)$$

Na qual: V_{sd} é a força solicitante de cálculo; V_{rd2} (V_c) é a força resistente de cálculo referente à ruptura por compressão das bielas diagonais de concreto; V_{rd3} (V_{sw}) é a força resistente de cálculo correspondente a ruptura por tração da armadura transversal.

Diab e Naggar (2015) afirmam que as tensões de cisalhamento podem ser transferidas por meio de sete princípios básicos: força cortante no concreto (V_{cc}); força cortante na interface concreto-aço (V_{ci}); tensões de tração residual no concreto (V_{tc}), força cortante resistida pelo efeito arco (V_{ea}), força cortante resistida pelo efeito de pino (V_{ep}), força de compressão axial (V_{sv}) e a força cortante resistida pela armadura transversal (V_{sc}). Em uma viga sem esforços axiais, no geral, antes das fissuras de flexão, todas as forças que provocam tensões de cisalhamento são resistidas pelo concreto; após a formação de fissuras de flexão e antes da formação de fissuras de cisalhamento inclinado, o cisalhamento externo é resistido pelo concreto não fissurado, efeito de pino e pela coesão dos agregados. Neste momento, a tensão no concreto é igual à tensão nos estribos devido à compatibilidade de deformação (quando as deformações de aço são menores que 2‰). Assim, os estribos permitem que as fissuras diagonais se formem; logo, os estribos não contribuem na capacidade resistente ao cisalhamento da viga antes da fissuração.

Diab e Naggar (2015) asseguram que, quando a fissura inclinada se forma, a carga suportada pelos estribos aumenta à medida que a largura da fissura aumenta; no entanto, o aumento na largura da fissura diminui tanto com o efeito de pino quanto com os esforços resistidos pela coesão dos agregados. A Figura 3 apresenta a contribuição das forças internas para a resistência ao cisalhamento, em diferentes estágios de carregamento.

Figura 3 - Contribuição das forças para a resistência ao cisalhamento.



Fonte: ASCE-ACI (1973 apud Diab e Naggar 2015, p.65), adaptada.

Nogueira (2010) informa o que a doutrina define como mecanismos complementares de cisalhamento: o efeito de pino, o engrenamento dos agregados e a resistência residual à tração do concreto fissurado. Estes mecanismos, devido ao fato de serem variáveis em função das aberturas das fissuras, das redistribuições de tensões no concreto, do grau de danificação do concreto e do escoamento da armadura, são complexos de serem quantificados, fazendo com que cada norma faça uma consideração diferente.

A transferência da tensão de cisalhamento pela interface pode ser dividida em dois efeitos: a transferência por meio de superfície de contato e o da armadura cruzando a interface. No primeiro efeito estão associadas as seguintes parcelas: adesão, atrito e mecânica. Já o segundo efeito corresponde ao efeito de pino e a tensão normal na interface. Dentre os fatores que influenciam a resistência ao cisalhamento vale ressaltar a resistência do concreto ou rugosidade da superfície de contato, a quantidade de armadura que cruza a interface, tensão normal à interface, e as ações cíclicas. (EL DEBS, 2000)

Fusco (2008) menciona que a resistência ao cisalhamento de peças fissuradas por flexão pode ser justificada por meio de dois modelos diferentes do funcionamento da região de concreto situada entre duas fissuras adjacentes: cooperação máxima e cooperação mínima do concreto entre fissuras. No modelo de cooperação máxima do concreto entre fissuras, admite-se que a transmissão da força cortante ao longo do elemento possa ser feita por meio

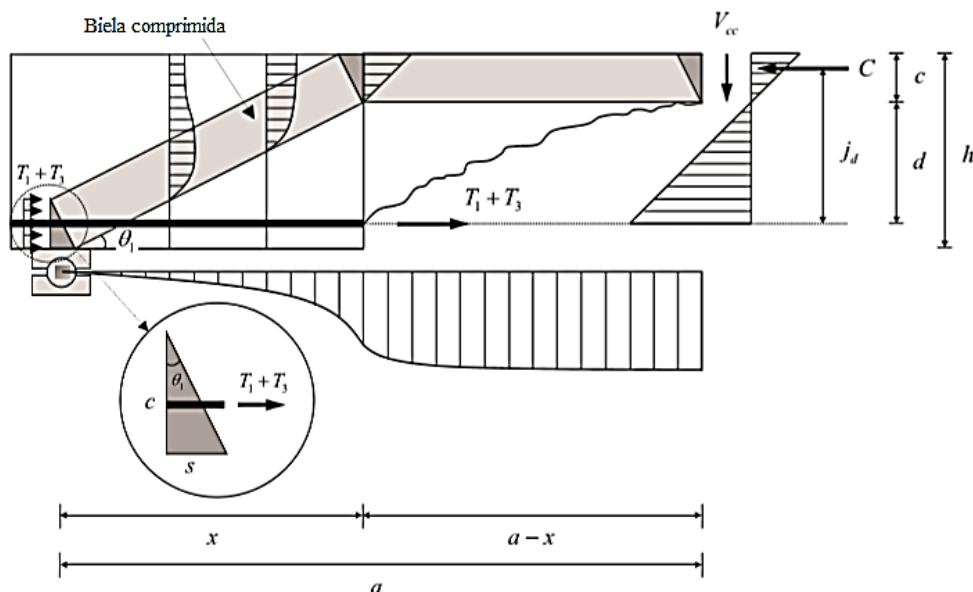
de três diferentes mecanismos resistentes alternativos, cada um deles transmitindo uma parcela da força cortante total: banzo comprimido da peça, parcela referente ao engrenamento existente entre os grãos do agregado graúdo e o efeito de pino. Já o modelo de cooperação mínima do concreto entre fissuras, que foi admitido desde os primórdios do concreto armado, admite que a força cortante seja transmitida inteiramente pelo banzo comprimido da peça.

Com base em Kim *et al.* (2017), as forças que provocam cisalhamento em vigas de concreto sem armadura podem ser divididas em força cortante na zona de compressão de concreto (V_{cc}), força cortante em função do efeito de pino (V_{ep}) e a força cortante em função do bloqueio do agregado (V_{ci}). Com objetivo de mensurar o valor da resistência total na viga utiliza-se um coeficiente K_t (fator de correção de efeito de tamanho). A equação 3 apresenta a resistência total referente a parcela de concreto resistente.

$$V_c = K_t \times (V_{cc} + V_{ep} + V_{ci}) \quad (3)$$

Existem, basicamente, dois comportamentos distintos para os problemas de transferência de tensões de cisalhamento: transferência por meio de um plano fissurado e não fissurado. O comportamento do plano fissurado é determinado pela relação entre a tensão de cisalhamento e o deslizamento do plano fissurado, que afeta a resistência da interface pelo engrenamento dos agregados, pela ação de pino e pela tensão normal ao plano de cisalhamento. A ruptura ocorre ao longo da fissura existente com pequeno ou nenhum aumento da abertura, exceto, quando há grande porcentagem de armadura atravessando a interface. A resistência final da interface é avaliada pela teoria atrito-cisalhamento. Por outro lado, a ruptura por cisalhamento em um plano não fissurado ocorre pela formação de inúmeras fissuras inclinadas em relação ao plano de cisalhamento. Neste caso, ocorre a ruptura pelo esmagamento das bielas comprimidas de concreto formadas paralelas às fissuras (Araújo e El Debs, 2001).

Visando quantificar a força cortante total (V_{ct}), variou-se a relação comprimento / altura útil em 2,5; 3,0; 3,5 e 4,0. Estes elementos são apresentados na Figura 4. O efeito de arco é predominante na resistência ao cisalhamento em vigas de concreto quando a relação (a/d) é inferior a 2,5, já com uma relação (a/d) maior que 2,5 e inferior ou igual a 5,6 tem-se maior contribuição de outras parcelas de cisalhamento (Kim *et al.*, 2017).

Figura 4 - Elementos geométricos considerados por Kim *et al.*

Fonte: Kim *et al.* (2017), adaptada.

Na Figura 4: h é a altura da viga; d é a distância da armadura até a linha neutra; c é a altura da biela comprimida; C é a força resistente da parte comprimida de concreto; $T_1 + T_2$ refere-se à parcela resistente da armadura tracionada; x é a distância do eixo do apoio até a fissura; a é a distância da borda até o fim da fissura.

Desse modo, Kim *et al.* (2017) mensuraram as forças de contribuição das parcelas resistentes variando a relação (a/d) e obtiveram as seguintes porcentagens: na zona comprimida de concreto não fissurado (V_{cc}) a contribuição variou de 47% à 57% da força cortante total (V_{ct}); em relação à ação do reforço longitudinal (E_p), foi de 25% a 30% do total e aumentou ligeiramente quando a proporção de (a/d) aumentou de 2,0 para 4,0; já a força cortante na interface aço-concreto, devido à coesão dos agregados (V_{ci}), representou apenas 18% à 30%, e é inversamente proporcional a relação (a/d) .

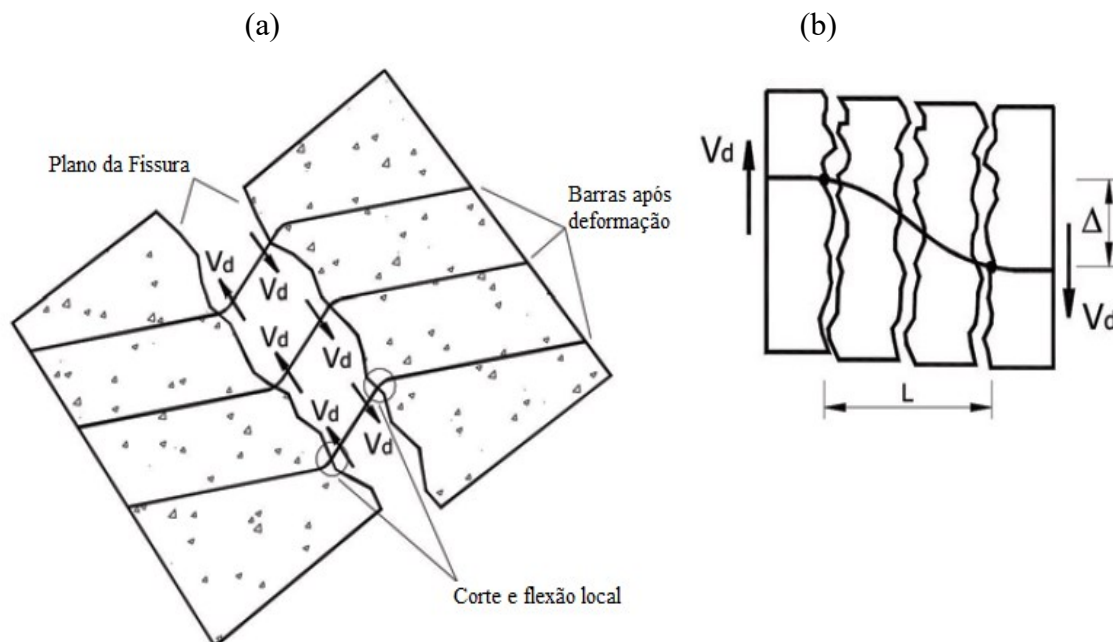
2.3. EFEITO DE PINO (*dowel action*)

2.3.1. Definição

De acordo com Nogueira *et al.* (2011), o efeito de pino é definido como sendo a contribuição na resistência à força cortante por meio das barras que compõem a armadura longitudinal. É a força de reação proveniente da tentativa de corte e flexão local das barras quando estas são interceptadas por uma fissura de cisalhamento com deslocamento relativo entre as faces adjacentes. A Figura 5(a) representa a manifestação do efeito de pino, o qual

V_d representa o efeito de pino em kN. A Figura 5(b) apresenta o comprimento L que representa o quanto da barra está sujeita ao deslocamento de pino Δ .

Figura 5 - Efeito de pino: (a) Manifestação; (b) Deslocamento vertical e comprimento.



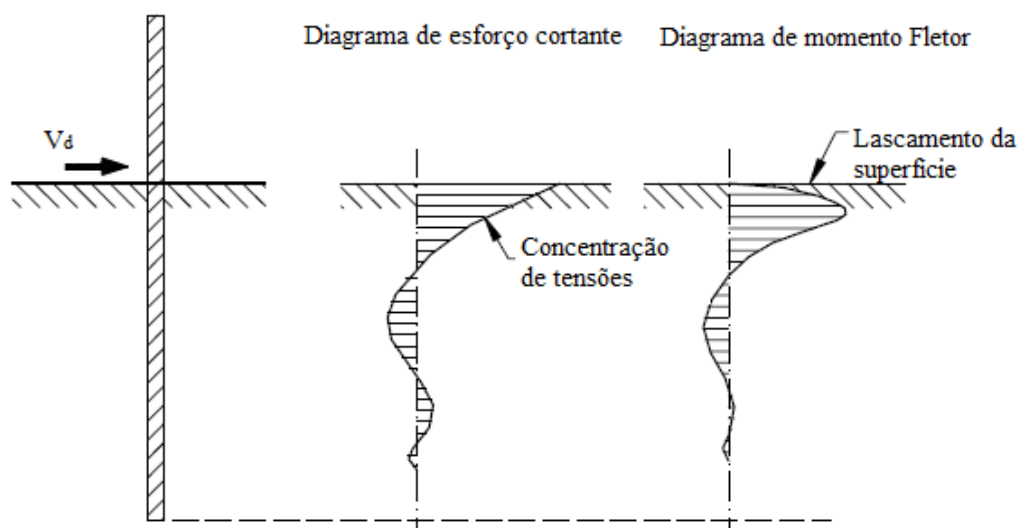
Fonte: Nogueira *et al.* (2011), adaptada.

Manzole *et al.* (2008) complementam a definição do efeito de pino afirmando que o mesmo pode contribuir significativamente para a transferência de esforços cortantes em elementos estruturais de concreto armado, principalmente nos estágios de carga próximos ou posteriores à carga crítica. As barras de aço que atravessam as fissuras produzem uma rigidez adicional ao cisalhamento; esse mecanismo de transferência de esforços cortantes provém da interação entre as barras de aço e o concreto circundante. Fusco (2008) adiciona que a contribuição do efeito de pino depende diretamente da qualidade do concreto que envolve a armadura longitudinal.

De acordo com FIB (2008) a ação de dobra de barras de aço, ou efeito de pino, parcialmente embutidas é um mecanismo básico na transferência da tensão de cisalhamento. O caso mais simples é quando um pino embutido em uma extremidade é carregado por uma força cortante que atua ao longo da face da junção ou a alguma distância da face da articulação. Quando este caso de carga foi estudado por Friberg, em 1938, pela teoria da elasticidade com uma viga sobre a base elástica, considerando uma análise linear, as tensões

em um plano através do pino no concreto variam conforme indicado na Figura 6, na qual V_d é a força cortante local. Como resultado, há tensões elevadas no pino perto da face da junção; o pino será submetido a uma tensão de cisalhamento que muda de sinal ao longo da barra e um momento fletor com um valor máximo logo abaixo da face comum.

Figura 6 - Diagramas de esforço cortante e momento fletor no efeito de pino.



Fonte: FIB (2008), adaptada.

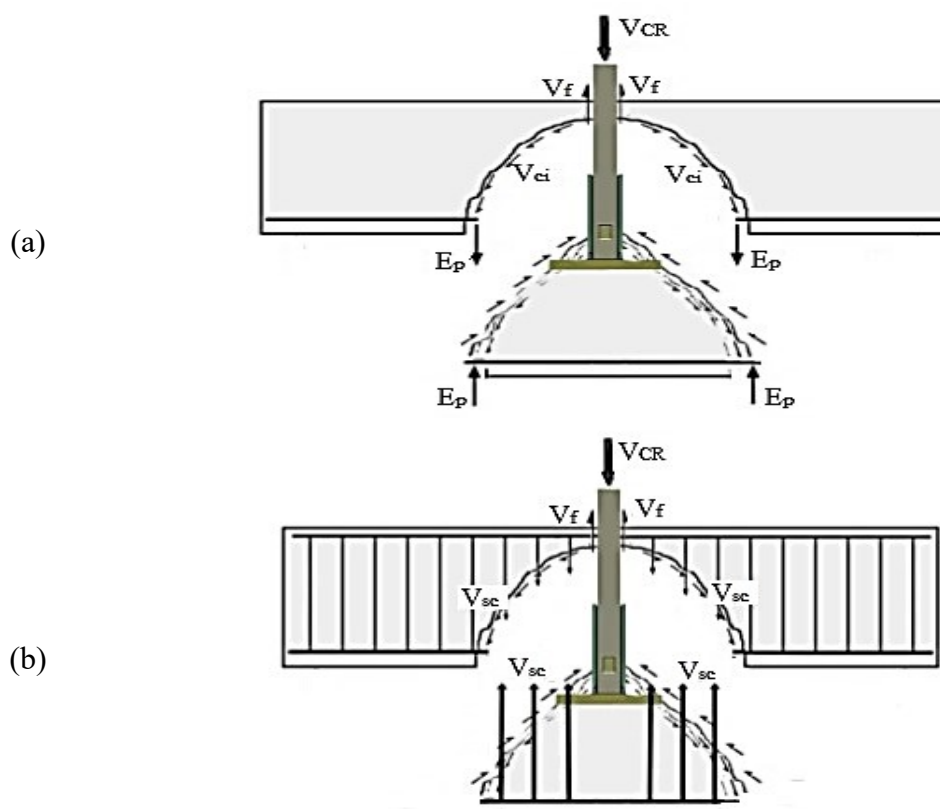
Com base em FIB (2008), os modos de falha que podem ocorrer no efeito de pino são: falha da tensão de cisalhamento em função das barras de aço; falha de divisão de concreto; falha de flexão das barras de aço; falha de concreto e aço combinados. Se o concreto possuir resistência muito alta, compressão e aderência combinados, quando conector estiver unido com a barra de aço de diâmetro pequeno, haverá falha no corte da barra. Já uma barra de aço com grande diâmetro, combinada com concreto de resistência baixa ou com pequena cobertura de concreto (cobrimento), resultará no lascamento do concreto.

Segundo Nogueira (2010), o efeito de pino possui comportamento não-linear já que a rigidez ao cisalhamento é influenciada pelo esmagamento e/ou fendilhamento do concreto embaixo das barras, ou seja, o cobrimento. Além disso, o autor menciona que o mecanismo de flexão local é predominante quando o cobrimento for pequeno.

Em uma análise do comportamento da transferência de carga em vigas após a fissuração por meio de uma conexão, a capacidade de resistência da conexão em uma viga de concreto armado será a soma da força do intertravamento dos agregados (V_{ci}), ação do

pino da armadura longitudinal (V_{ep}) e fricção entre o concreto comprimido e o conector (V_f), como mostrado na Figura 7(a), e Figura 7(b) quando existir a contribuição dos estribos (V_{sc}). Além disso, após a fragmentação da cobertura de concreto, a capacidade de resistência da conexão é igual à capacidade de tração dos estribos (V_{sc}) e a fricção entre o concreto comprimido e o conector (V_f).

Figura 7 - Mecanismo de transferência de forças para conexão; (a) sem estribos; (b) com estribos.



Fonte: Diab e Naggar (2015), adaptada.

2.3.2. Modelos teóricos

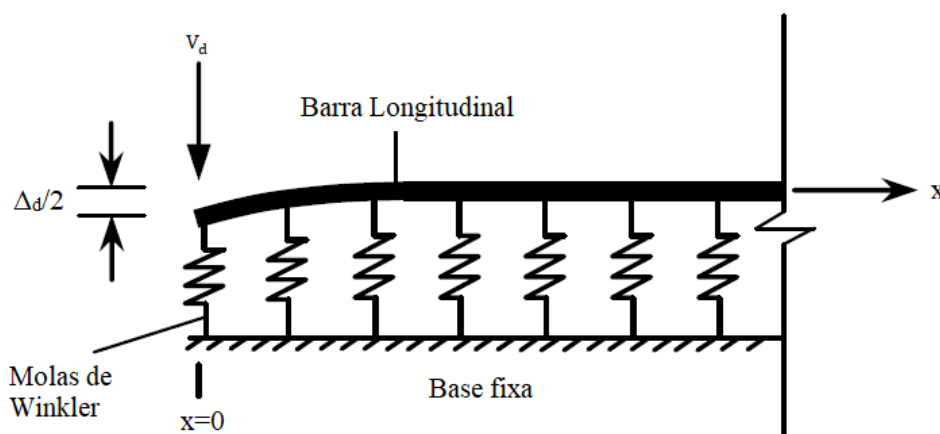
Neste tópico será mencionado o estado da arte relativo a modelos utilizados na análise do efeito de pino, desde o modelo mais antigo, que ainda é bastante usual, até aos desenvolvidos por novos estudiosos que tentaram desenvolver modelos mais eficientes. Existem modelos que analisam o encavilhamento da armadura no sentido longitudinal e transversal; ambos os modelos foram apresentados.

a) Hipótese de viga sobre base elástica (*Winkler spring*)

Desde que o efeito de pino foi reconhecido, na década de 30, como um mecanismo eficiente de transferência de tensões de cisalhamento em situação de serviço, a analogia com uma viga sobre base elástica foi introduzida. A vantagem dessa abordagem é que todas as particularidades do fenômeno são incorporadas em um único parâmetro definido como sendo o coeficiente de rigidez k , e em função de sua simplicidade e coerência é bastante utilizado até hoje. (Nogueira, 2010)

Nogueira *et al.* (2011) adotam a hipótese de viga sobre base elástica, desenvolvida por *Winkler spring*, em 1867, apresentada na Figura 8, para equacionar o efeito de pino no qual as barras da armadura longitudinal são consideradas como vigas apoiadas sobre uma base deformável de concreto. De acordo com esta hipótese a força de pino (V_d) pode ser escrita conforme a equação (4).

Figura 8 - Hipótese sobre base elástica para simulação do efeito de pino.



Fonte: Kwan; Ng e Lam (2009), adaptada.

$$V_d = K_d \times \Delta \quad (4)$$

Na qual: K_d a rigidez da base, em que na maioria dos casos será o cobrimento de concreto abaixo da barra longitudinal medido em kN/m; Δ é o deslocamento de pino sofrido pela armadura, em mm.

O parâmetro λ representa a rigidez relativa da fundação definida pelo cobrimento do concreto, em mm^{-1} . A equação (5) exhibe como este parâmetro é calculado.

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{K_c \times \Phi_s}{4 \times E_s \times I_s}} \quad (5)$$

Na qual: K_c é o módulo de fundação para o cobrimento de concreto, em mm; Φ_s é o diâmetro da barra equivalente correspondente à área total de uma camada de armadura, em mm²; E_s é o módulo de elasticidade do aço, em GPa; I_s é o correspondente ao momento de inércia da barra, em mm⁴, que no caso de barras circulares é dado por $\pi\Phi^4/64$.

Soroushian *et al.* (1987 apud Kwan; Ng e Lam 2009, p.703) propôs o cálculo do módulo de fundação para o cobrimento de concreto circundante. A equação (6) exhibe como o módulo é calculado.

$$K_C = \frac{127 \times c_1 \times \sqrt{f_{ck}}}{\sqrt[3]{\Phi_s^2}} \quad (6)$$

Na qual: f_{ck} é a resistência à compressão característica do concreto, em MPa; c_1 é um coeficiente adimensional que vale 0,6 para uma distância livre entre barras de até 25 mm, e vale 1,0 para distância livre maior.

Segundo Dulacska (1972 apud He e Kwan 2001, p.601), quando o limite elástico é excedido e a armadura situa-se no estado plástico, no estado limite último, ocorre o esmagamento local do concreto circundante e, ou o escoamento da barra de longitudinal. Com base em resultados experimentais, para o modelo de Rasmussen (1963), primeiro modelo utilizado, a força última de pino pode ser estimada pela equação (7).

$$V_{du} = 1,27 \times d_b^2 \sqrt{|f_{ck}| |f_y|} \quad (7)$$

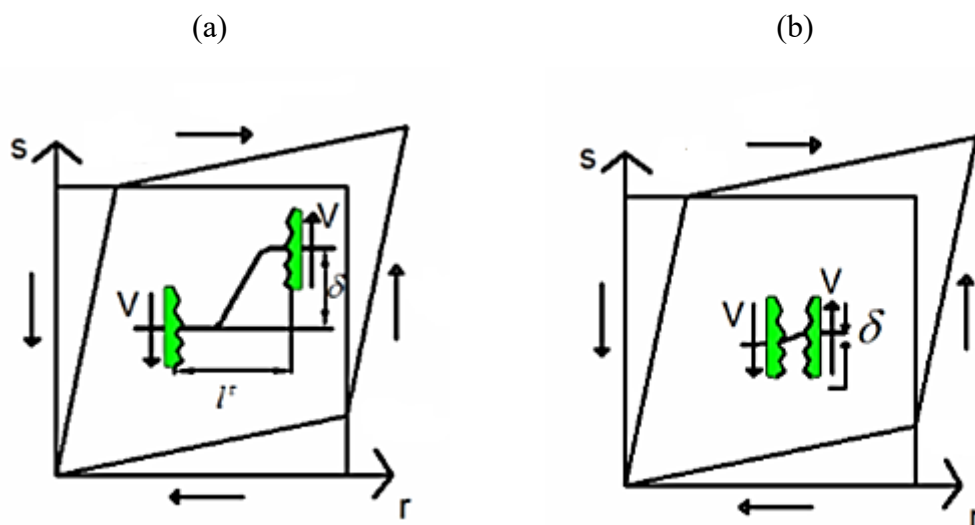
Na qual: d_b é o diâmetro da barra, em m²; f_y é a resistência ao escoamento do aço, em MPa.

b) Oliver et al. (2008)

David (2010) afirma que o fenômeno ocorre devido a dois mecanismos que agem sobre as barras de aço embutidas no concreto. Um deles é chamado de flexão de viga, que é acionado principalmente quando a abertura da fissura é grande o suficiente para levar em consideração a flexão local. O outro mecanismo é chamado de mecanismo de corte, que é

predominante quando as fissuras ainda são relativamente pequenas e a coesão dos agregados ainda suporta alguma tensão de corte. A Figura 9 apresenta os dois mecanismos, sendo a Figura 9(a) relativa à flexão local e a Figura 9(b) ao corte local. Jélic; Pavilovic e Kotsovos (1999) também mencionam os modos de falhas referentes ao efeito de pino. Com nomenclaturas diferentes, os autores classificam em: modo de falha I (rachadura do concreto) ou modo de falha II (escoamento da barra e esmagamento do concreto).

Figura 9 - Mecanismos que agem no efeito de pino: (a) Flexão local; (b) Corte local.



Fonte: David (2010), adaptada.

Na qual: s e r se referem ao sistema de coordenadas; l^f é a abertura da fissura; V é a força cortante atuante na armadura longitudinal; δ é o deslocamento vertical entre as faces adjacentes à fissura.

Conforme Oliver (2008), visando equacionar o efeito de pino para a flexão local, caso a, admite-se regime elástico e segue-se a teoria clássica da viga de Timoshenko, na parte elástica, admitindo-se que o máximo momento fletor é menor que o momento plástico apresentado nas equações 8 e 9, respectivamente.

$$M_e = \frac{V_b \times L_v}{2} \quad (8)$$

$$M_p = \sigma_y \left(\frac{\phi^3}{6} \right) \quad (9)$$

Na qual: M_e é o momento elástico máximo; M_p é o momento plástico; V_b é a força cortante na barra; L_v é o comprimento da viga; ϕ é o diâmetro da barra; σ_y é a tensão de escoamento do aço. Seguindo o modelo, em que o deslocamento relativo (δ) devido à força cortante na barra (V_b) fornece um módulo de elasticidade cortante equivalente (G_f), a força de corte referente ao limite elástico e a tensão de corte são dadas pelas equações 10 e 11.

$$V_b = \frac{12 \times E_s \phi \times I}{(L_v)^3} \times \gamma = G^f \times \left(\frac{\gamma}{L_v} \right) \times A^f; G^f = \frac{12 \times E_s \phi \times I}{I^2 \times A^f} \quad (10)$$

$$V_{ep,fl} = \left(\frac{4}{3 \times \pi} \right) \times \left(\frac{\phi}{L_v} \right) \times A^f \times \sigma_y^\phi = \tau_y^f \times A^f; \tau_y^f = \left(\frac{4}{3 \times \pi} \right) \times \left(\frac{\phi}{L_v} \right) \times \sigma_y^\phi \quad (11)$$

Na qual: I_b é o momento de inércia da barra; E_s é o módulo de elasticidade do aço; G_f é o módulo elástico de corte; γ_c é a deformação no corte; τ_y^f é a tensão de corte correspondente à força $V_{ep,fl}$.

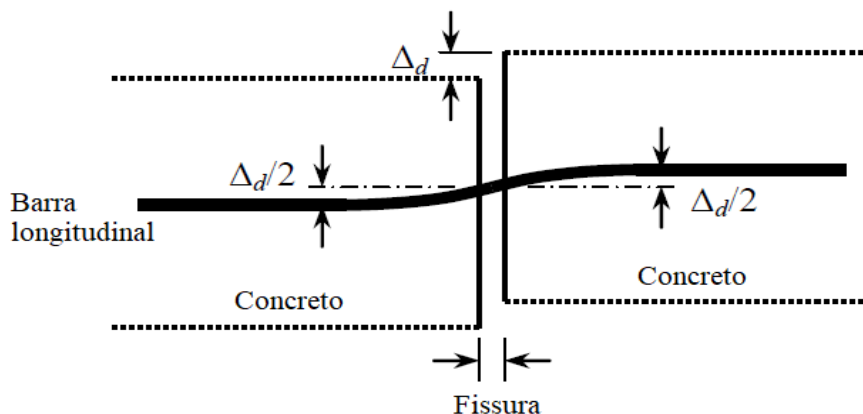
Oliver (2008) equaciona a parcela referente ao corte local considerando o critério de falha de Von Mises por meio de um modelo constitutivo elastoplástico unidimensional de corte e tensão-deformação, a qual será apresentada a equação 12, e que relaciona a tensão de corte na fibra ao sistema local de coordenadas (r,s), conforme a figura 5.

$$V_y = \frac{\sigma_y^d}{\sqrt{3}} \times A^f = \tau_y^f \times A^f; \tau_y^f = \frac{\sigma_y^d}{\sqrt{3}} \quad (12)$$

c) Kwan; Ng e Lam (2009)

Kwan; Ng e Lam (2009) propuseram incorporar a rigidez dos elementos da barra de aço nos elementos de concreto adjacentes para que os elementos de aço não precisem de graus de rotação. Isso é feito identificando-se os elementos de concreto adjacentes ao elemento de aço, o qual, para cada elemento de aço, devem haver dois elementos de concreto adjacentes. A energia associada ao trabalho realizado é distribuída sobre os dois elementos de concreto e para cada elemento de aço em uma base proporcional. A Figura 10 ilustra o modelo proposto e a equação (13) quantifica a nova proposta para o cálculo do efeito de pino.

Figura 10 - Modelo proposto por Kwan, Ng e Lam.



Fonte: Kwan; Ng e Lam (2009), adaptada.

Os resultados numéricos verificaram que o modelo do efeito de pino proposto poderia melhorar a previsão do comportamento de carga-deflexão para carga crítica de cisalhamento em elementos de concreto.

$$U_d = 0,5 \times \Delta_d \times (K_d \times \Delta_d) \quad (13)$$

Na qual: U_d é a componente referente ao efeito de pino, em kN; K_d a rigidez da base, em $\text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$; Δ_d é o deslocamento de pino sofrido pela armadura, em mm.

Kwan; Ng e Lam (2009) elaboraram a equação 14 que possibilita mensurar tanto a força do efeito de pino quanto o seu deslocamento, em função dos parâmetros vistos no modelo teórico da base elástica: K_d a rigidez da base; Δ é o deslocamento de pino sofrido pela armadura; λ que representa a rigidez relativa da fundação definida pelo cobrimento do concreto; K_c é o módulo de fundação para o cobrimento de concreto.

$$U_d = E_s \times I_s \times \lambda^3 \times \Delta_d \leq U_{du} \quad (14)$$

d) Tassios e Vintzeleou (efeito de pino transversal)

Araújo e El Debs (2001) analisaram vários modelos de transferência de tensões de cisalhamento em interfaces de concreto. Dentre estes modelos, destacam-se os ensaios experimentais desenvolvidos por Tassios e Vintzeleou, em Atenas, com o objetivo de simular o mecanismo de transferência de tensões de cisalhamento. O modelo de Tsoukantas

e Tassios (1989) e de Tassios e Vintzeleou (1990), visa mensurar a força resistida pelo efeito de pino da armadura transversal à interface (F_d).

Conforme Araújo (2002), o modelo é baseado na transferência de esforços pelo atrito entre as superfícies e pelo efeito de pino para avaliação do cisalhamento na interface de concreto, com superfície plana, variando-se apenas o deslocamento da extremidade da armadura observado nas equações 15(a) e 15(b). A equação 15(c) apresenta a força resistente última.

$$S_s \leq 0,1 \times S_{s,u}; F_d = \frac{5 \times F_{d,u} \times S_s}{S_{s,u}} \quad (15a)$$

$$0,1 \times S_{s,u} \leq S_s \leq S_{s,u}; S_s = 0,10 + 1,15 \times \left[\left(\frac{F_d}{F_{d,u}} \right)^4 - 0,5 \times \left(\frac{F_d}{F_{d,u}} \right)^3 \right] \times S_{s,u} \quad (15b)$$

$$F_{d,u} = 1,3 \times \varphi_s^2 \times \sqrt{f_{ck} \times f_y \times (1 - \varepsilon^2)} \quad (15c)$$

Na qual: S_u é o deslizamento relativo último na interface entre duas superfícies em contato, considerado constante, com valor de 2,0 mm; S é o deslizamento relativo na interface entre duas superfícies em contato, em mm; S_s é o deslocamento da extremidade da armadura por ação de uma força transversal, em mm; $S_{s,u}=0,05 \times \varphi_s$, em mm; φ_s é o diâmetro da armadura em mm; $\varepsilon = \sigma_s / f_y$, adimensional, com $\sigma_s < f_y$.

2.3.3. Efeito de pino em lajes

Soudki *et al.* (2012) admitem que a resistência a punção em uma laje de concreto é resistida por quatro mecanismos diferentes: contribuição de concreto não fissurado acima do eixo neutro, coesão dos agregados, efeito de pino e tensões de tração residual em todas as rachaduras inclinadas.

Sacramento *et al.* (2012) afirmam que a armadura de flexão tracionada influencia a resistência à punção, no caso de lajes lisas, principalmente nos casos de lajes sem armadura de cisalhamento. O aumento da taxa de armadura de flexão ocasiona o aumento da zona comprimida, a redução da quantidade e da espessura das fissuras de flexão, além de facilitar a transferência de forças por meio da coesão dos agregados e do efeito de pino. Os autores asseguram que as fissuras inclinadas são provocadas pela flexão da laje e se inclinam em direção ao pilar a medida que a resistência à tração do concreto nas diagonais aumenta. Na

região das fissuras tangenciais, uma parte do esforço cortante pode ser resistido pelo engrenamento dos agregados na superfície das fissuras e outra parte pode ser suportada pelo efeito de pino das armaduras de flexão.

2.3.4. Parâmetros que influenciam o efeito de pino

a) Altura do elemento

Zarrimpour e Chao (2017) analisaram doze vigas de concreto armado, com e sem reforço de fibras de aço, variando a altura de 305 a 1220 mm, e concluíram que o efeito de pino em vigas contribui com cerca de 10% a 30% para a resistência à força cortante final, com menores contribuições relacionadas ao aumento da altura da viga. Já a contribuição da zona de compressão diminui de 69% para 36 % com o aumento da altura da viga.

De acordo com Hedman e Losberg (1978 *apud* Cavalcanti 2011, pág. 64), a altura útil da peça na resistência à força cortante está relacionada com o controle da abertura das fissuras de flexão que é essencialmente realizado pela armadura de flexão. A eficiência da peça diminui à medida que aumenta a altura devido à armadura de flexão ficar cada vez mais distante dos trechos altos da seção transversal, desse modo a resistência específica as tensões de cisalhamento decresce à medida que aumenta a altura útil da peça. Conforme resultados experimentais de 255 vigas, os dados mostram que a altura útil deixa de ser significativa a partir de 0,6 metros, ou seja, não influencia o efeito de pino. A regressão linear expressa na equação 16 representa a resistência específica ao cisalhamento, apresentada pelo coeficiente y_{2m} .

$$y_{2m} = 0,090 \times (1,75 - 1,25 \times d) \quad (16)$$

Na qual: d é a altura útil em metros.

Os dados experimentais mostram que o coeficiente δ_2 vale 0,16, relativo à variação da amostra. Considerando a existência de um processo aleatório não estacionário na média, mas estacionário no coeficiente de variação, a função correspondente ao quantil (pontos estabelecidos em intervalos regulares a partir da função de distribuição acumulada) de 5% da variável y_{2k} . O valor característico do coeficiente y_{2k} é apresentado na equação 17, já a equação 18 apresenta o valor com coeficiente de segurança e utilizado em diversas normas. (Hedman e Losberg 1978 *apud* Cavalcanti 2011, pág. 64)

$$y_{2k} = \frac{0,090}{1,36} \times (1,75 - 1,25 \times d) \quad (17)$$

$$k = 1,6 - d \quad (18)$$

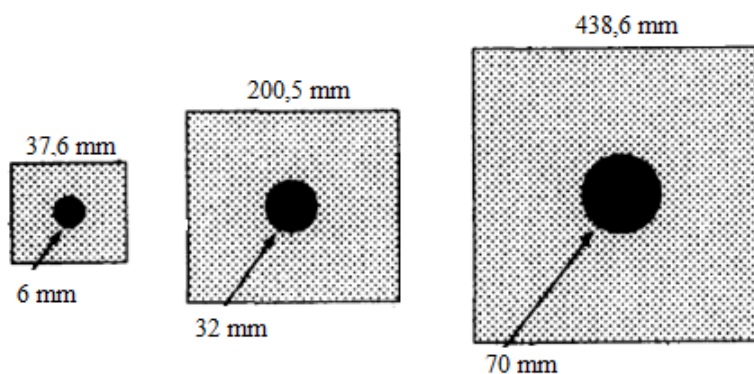
Na qual: d é a altura útil em metros.

b) Armadura Longitudinal (taxa de armadura, diâmetro, tensão na armadura)

Millard e Johnson (1984 *apud* Nogueira 2010, p. 55), concluíram que o aumento de tensão de tração na armadura ocasionou perda de rigidez e diminuição da capacidade última de resistência às tensões de cisalhamento; nesse caso, a ruína ocorreu por esmagamento do concreto ao redor da armadura longitudinal.

Maekawa e Qureshi (1997) analisaram a transferência de esforços por meio das interfaces no concreto reforçado, engrenamento dos agregados e efeito de pino, utilizando-se uma modelagem da transferência de tensões de cisalhamento que pode ser tratada em um conceito unificado, onde não são necessárias considerações e suposições separadas para cada mecanismo, já que o sistema de forças generalizado que mobiliza cada mecanismo tem a mesma origem. Ensaíram seções de concreto e aço com resistências de 40 e 400 MPa, respectivamente, e utilizando uma variação do tamanho da área transversal da seção de maneira que a área de aço fosse de 2% em relação a área da seção total. A Figura 11 apresenta as seções analisadas.

Figura 11 - Seções analisadas



Fonte: Maekawa e Qureshi (1997), adaptada.

Maekawa e Qureshi (1997) buscavam encontrar uma relação entre a capacidade máxima de resistência à força cortante e a influência da taxa de armadura, para diferentes tamanhos de barras, por meio da contribuição do engrenamento dos agregados e da ação de pino. Os resultados mostraram que, em relação ao efeito de pino, houve um ligeiro aumento

de resistência nas barras com maior diâmetro; já para o concreto circundante, uma resistência ligeiramente maior foi obtida quando foram usadas barras menores. Em uma análise com ambos os efeitos, as seções com bitolas menores obtiveram uma resistência às tensões cisalhantes ligeiramente melhores. O aumento da taxa de armadura causou um aumento significativo na resistência da peça e as fissuras podem ser consideradas semelhantes nos casos com variação de diâmetro da barra. As simulações numéricas comprovaram os resultados experimentais.

Samora *et. al.* (2017) confirmaram os resultados mencionados por Maekawa e Qureshi (1997), referentes à taxa de armadura longitudinal e ao concreto circundante das barras. Mantidas constantes as resistências características do concreto, uma menor taxa de armadura ocasionou um aumento da resistência dos mecanismos complementares de cisalhamento, conforme observado na Figura 12. A máxima força transferida pelo efeito de pino decresceu com o aumento do diâmetro das barras, fato que confirma o aumento do efeito de pino e do engrenamento dos agregados, com a diminuição do diâmetro das barras. É importante ressaltar a dificuldade em analisar apenas o efeito de pino isolado. Em vários trabalhos, o efeito de pino e a coesão dos agregados são analisados em conjunto.

Figura 12 - Variação da resistência ao cisalhamento dos mecanismos complementares em função da taxa de armadura longitudinal.

Pórticos	$F/2 = V_u (kN)$	$\Delta\%$
21,60 MPa – 1,32%	67,80	15,05
21,60 MPa – 1,55%	58,93	
40,50 MPa – 1,32%	101,32	21,91
40,50 MPa – 1,55%	83,11	

Fonte: Samora *et. al.* (2017), adaptada.

Millard e Johnson (1984 apud Nogueira 2010, p. 55) ensaiaram vigas de concreto armado com o intuito de analisar a influência do diâmetro da armadura longitudinal, da resistência à compressão no concreto e da tensão de tração na armadura longitudinal, no efeito de pino. Após ensaios experimentais, os autores observaram que maiores diâmetros de barras ocasionavam maior resistência de cisalhamento última. Em uma análise restrita ao

efeito, desconsiderando-se o concreto circundante, Maekawa e Qureshi (1997) também concluíram que um maior diâmetro aumenta a contribuição do efeito de pino.

Jélic; Pavilovic e Kotsovos (1999) focaram na influência do diâmetro das barras na contribuição para o efeito de pino e sua parcela na resistência à força cortante. Com isso, ensaiaram quatro vigas idênticas variando apenas o diâmetro das barras, mantendo a área de aço constante. Os resultados experimentais mostraram que a resistência última foi praticamente igual em todas as vigas. Pode-se observar que alguns autores afirmam a importância do diâmetro das barras no efeito de pino: com o aumento do diâmetro, tem-se um aumento na inércia, o que causaria maior dificuldade de flexão na armadura longitudinal na fissura; porém, existem outros que não encontraram resultados que comprovam tal afirmação.

Paulay *et al.* (1974 *apud* Jélic; Pavilovic e Kotsovos 1999, pág. 3) realizaram uma investigação sobre a ação de encavilhamento em juntas de construção, em vez de vigas, com falha ao cisalhamento; porém, os autores usaram superfícies lisas e enceradas entre dois blocos de concreto conectados com barras; desta forma, o atrito entre as superfícies foi minimizado e a ação real do efeito de pino na junta pôde ser analisado. No experimento, foram utilizados diferentes diâmetros de barra com a mesma área total de aço e a mesma força resultante. Os autores concluíram que a força referente ao efeito de pino é proporcional à área total do aço e não ao diâmetro da barra; um desempenho aparentemente superior nas barras de menor diâmetro é provavelmente devido a menores comprimentos de desenvolvimento e a distribuição mais uniforme das forças de reação no concreto. À medida que o número de barras aumenta, o efeito de dobra fica mais evidente nas barras com diâmetros menores, causando maiores ganhos de força no regime pós-elástico, devido aos grandes deslocamentos associados à força significativa na armadura; para fins de projeto, estágio 1 e 2, a contribuição do efeito de pino deve ser ignorada, pois a maior parcela resistente do mecanismo é identificada no estado limite último, quando há aberturas de fissuras maiores.

Utescher e Herrmann (1983 *apud* Pruijssers 1988, pág. 25) realizaram um grande número de testes observando o efeito de pino, focando na influência do diâmetro da barra e na excentricidade da carga. A excentricidade foi variada pela aplicação da carga a distâncias de 5, 10, 20 e 50 mm da superfície do concreto, e verificou-se que a excentricidade da carga influenciou na resistência final. A resistência referente à ação de pino foi proporcional à área

de aço e os autores observaram um considerável esmagamento do concreto perto do plano da fissura.

c) Fissuras

Watstein e Mathey (1958 *apud* Diab e Naggar 2015, p.21) ensaiaram nove vigas de concreto armado com estribos, com o objetivo de analisar o efeito de pino e as tensões de cisalhamento. Verificou-se que a contribuição das barras longitudinais variou de 38% a 75% quando a carga estava entre 42% e 46% da capacidade máxima da força cortante. Desse modo, concluíram que o efeito de pino diminui à medida que a fissura de cisalhamento aumenta, podendo até ser nula na ruptura.

Martín-Pérez e Pantazopoulou (2001) mencionam a coesão dos agregados como o principal mecanismo de resistência contra falha de cisalhamento, após a quebra dessa coesão devido a uma abertura considerável da fissura é o efeito de pino que passa a ser o principal mecanismo de resistência.

Tassios (1983) menciona o comportamento das tensões de cisalhamento na fissura, a cinemática do modelo e sua resposta dependem da microgeometria das faces da fissura (ou seja, da interface). De fato, a geometria é de natureza muito estocástica e está fadada a ser modificada durante o carregamento propriamente dito; portanto, não pode ser realisticamente previsto ou reproduzido perfeitamente. No entanto, várias formas geométricas simplificadas de interfaces podem ser investigadas, a fim de construir um modelo estrutural numericamente impreciso, mas que sua calibração, por meio de dados experimentais e ou estudos parâmetros numéricos produza previsões validas, com muito maior aplicabilidade do que qualquer método empírico formalístico.

Diab e Naggar (2015) notaram uma relação entre a abertura da fissura à medida que a taxa de armadura longitudinal aumenta. Na maioria das vigas analisadas o mesmo padrão de fissura e o ângulo das fissuras repetiu-se, e foi de aproximadamente de 35°.

Milard (1983 *apud* Pruijssers 1988, pág. 27) analisou a resistência à compressão do concreto, tensão na armadura e diâmetro das barras; os três parâmetros foram analisados em função da largura da fissura, que variou entre 0 e 2 mm. As taxas de armadura utilizadas foram de 0,53%; 1,20% e 2,13%, e quanto maior a taxa, maior a força última. Na análise da tensão na armadura, quando menor a tensão, maior a força última, para tensões 0; 175 MPa; 344 Mpa, respectivamente. Os dados obtidos de três amostras mostraram que quanto maior a deformação cisalhante maior a força última, para os dois primeiros parâmetros. Já

analisando-se o deslizamento devido ao cisalhamento, com variação entre 0 e 2 mm, os resultados em todas as amostras mostraram que a abertura da fissura, devido à deformação cisalhante, foi menor que 0,5 mm.

d) Aderência, concreto e agregado.

Xia *et al.* (2015), investigaram o efeito de pino em concreto de altíssima resistência sem armadura transversal e reforçado com fibras de aço, e estabeleceram que existem três mecanismos primários para resistir as tensões de cisalhamento: a tensão de cisalhamento do concreto da zona de compressão, as fibras que atravessam a fenda e o encavilhamento da armadura longitudinal. Já que o concreto de altíssimo desempenho (Ultra High Performance Concrete – UHPC) tem resistência à tração e coesão com a armadura longitudinal consideráveis, as fissuras são geralmente muito pequenas. Os autores mencionaram que as contribuições de cada parcela foram: 20-40%, 25-50%, 15-25%, respectivamente, com a zona comprimida de concreto, o engrenamento de agregado (agregados mais fibras) e o efeito de pino. Vale ressaltar que, para um concreto com fibras, além dos mecanismos referentes ao modelo de cooperação máximo do concreto na fissura, existe uma outra parcela que seria referente à resistência da fibra na fissura; desse modo, a parcela de engrenamento de agregados será bem maior nesse tipo de concreto.

Com base em David (2010), em peças de concreto armado tracionadas, ocorre um escorregamento relativo entre o concreto adjacente e as armaduras, principalmente quando as deformações nos materiais possuem valores diferentes. O escorregamento está relacionado à degradação da ligação por meio de fissuras entre ambos; estas fissuras são devidas à tensão de tração no concreto circundante. Quando ocorre a fissura, a tensão de tração no concreto adjacente à mesma tende a zero.

Millard e Johnson (1984 *apud* Nogueira 2010, p. 55), com relação à resistência à compressão do concreto, mencionaram que a contribuição do efeito de pino aumenta de maneira insignificante.

Diab e Naggar (2015) concluíram que o atrito entre duas superfícies fissuradas existe devido à rugosidade da fissura e à existência dos agregados que impedem o deslizamento, além disso, a resistência à força cortante na viga aumenta com o aumento do tamanho dos agregados e com a redução da largura da fissura. A existência da zona de compressão é o principal fator para prevenção de deslizamento e não há contribuição da coesão dos agregados nem do efeito de pino.

Ince, Yalcin e Arslan (2007) enfatizam que a capacidade de carga à força cortante também pode ser afetada pelo tamanho da amostra e pelo diâmetro máximo do agregado. Os dados experimentais e estatísticos das amostras indicam que a força nominal na falha diminui à medida que o tamanho da amostra aumenta. Consequentemente, os resultados do teste confirmam a validade da lei de efeito de tamanho de Bazant, relação do tamanho do agregado e do elemento estrutural de concreto. O modelo de Dulacska afirma que a capacidade à força cortante das amostras aumentou ligeiramente com o aumento do tamanho máximo do agregado.

Bashir e Ashour (2012) analisaram elementos de concreto armado reforçados longitudinalmente com plásticos reforçados com fibras (FRP) e elementos reforçados com fibras de aço. Os espécimes reforçados com FRP desenvolvem fissuras mais largas e profundas do que as reforçadas com o aço devido, principalmente, ao módulo de elasticidade relativamente baixo da FRP. Desse modo, as fissuras mais largas diminuem as contribuições de resistência ao cisalhamento pela coesão do agregado, pelo efeito de pino e pelos esforços de tração residual.

Vintzeleou (1984 *apud* Pruijssers 1988, pág. 27) realizou o ensaio experimental com uma versão reforçada de vigas em que as barras cruzaram perpendicularmente uma fissura de 4 mm, tamanho este que evita o mecanismo de intertravamento agregado e que foca apenas na contribuição da ação de pino. Os resultados experimentais para uma resistência ao escoamento de aço de 420 MPa, mostraram que a resistência última é aproximadamente proporcional à raiz quadrada da resistência do concreto.

e) Armadura transversal

He e Kwan (2001) analisaram três modelos de vigas de concreto armado, com variações na armadura longitudinal, transversal e resistência à compressão do concreto. Os autores obtiveram dados sobre os comportamentos das vigas na faixa pós-pico por meio de um programa computacional que utiliza o método dos elementos finitos embasado na teoria da base elástica do efeito de pino e que emprega a formulação de rigidez secante e esquema de controle iterativo do deslocamento para análises não-lineares. Os modelos foram analisados, primeiramente, negligenciando o efeito de pino, e, posteriormente, com o efeito incorporado. Os resultados analíticos foram comparados aos resultados experimentais e verificou-se que o efeito de pino pode ser significativo na resistência ao cisalhamento e na ductilidade das vigas de concreto armado, especialmente quando a quantidade de armadura

transversal é relativamente pequena, e que os resultados analíticos geralmente são semelhantes aos valores experimentais quando a ação de pino é levada em consideração.

Com base em El-Ariss (2007) ensaiou vigas de concreto armado duas vezes, primeiro com o efeito de pino negligenciado e, em seguida, com o efeito de pino incorporado, a fim de estudar a sua significância nessas vigas. O efeito da ação do pino torna-se evidente quando a carga aplicada se aproxima do pico e é ainda mais significativo quando a ação do intertravamento dos agregados ao longo das rachaduras cai devido ao aumento gradual das larguras das fissuras. A importância da ação do pino aumenta à medida que a quantidade de reforço transversal diminui. He e Kwan (2001) também afirmam que o efeito de pino pode ser significativo na resistência ao cisalhamento e na ductilidade das vigas de concreto armado, especialmente quando a quantidade de armadura transversal é relativamente pequena.

Diab e Naggar (2015) ao analisarem falhas por cisalhamento em vigas, observaram que rompiam sempre pela falta de reforço transversal; o reforço longitudinal e os estribos formam uma treliça que transfere a carga entre os dois segmentos de viga separados pelas fissuras. Se os estribos cedessem, a armadura longitudinal perdia seu apoio e a carga seria suportada apenas pela cobertura de concreto causando sua fragmentação.

2.4. NORMAS TÉCNICAS

2.4.1. NBR 6118:2014

A norma brasileira estabelece como elemento de superfície quando uma das dimensões do elemento é pequena em relação as demais, podendo ser classificadas como placas ou chapas.

- Placas são elementos de superfície plana, sujeitos principalmente a ações normais no seu plano. As placas de concreto são usualmente denominadas lajes. Placas com espessura maior que 1/3 do vão devem ser estudadas como placas espessas.

- Chapas são elementos de superfície plana, sujeitos principalmente a ações contidas em seu plano. As chapas de concreto em que o vão for menor que três vezes a maior dimensão da seção transversal são usualmente denominadas vigas-parede.

Outro conceito importante é citado no tópico 14.4.1 da norma que define elementos lineares como sendo aqueles em que o comprimento longitudinal supera em pelo menos três vezes a maior dimensão da seção transversal, sendo também denominados de barras. Assim, as vigas são elementos lineares em que a flexão é preponderante.

A NBR 6118:2014 divide o cálculo da força cortante em lajes em dois tópicos: com e sem armadura de cisalhamento. O item 19.4 da norma diz que a armadura transversal em lajes, maciças e nervuradas, e em elementos lineares, com a largura da seção (b_w) maior ou igual a cinco vezes a altura útil (d), pode ser dispensada caso a força cortante solicitante de cálculo (V_{sd}), a uma distância d da face do apoio, seja menor ou igual à força resistente (V_{rd1}). A equação (19) apresenta os coeficientes considerados no cisalhamento em lajes sem armadura de cisalhamento.

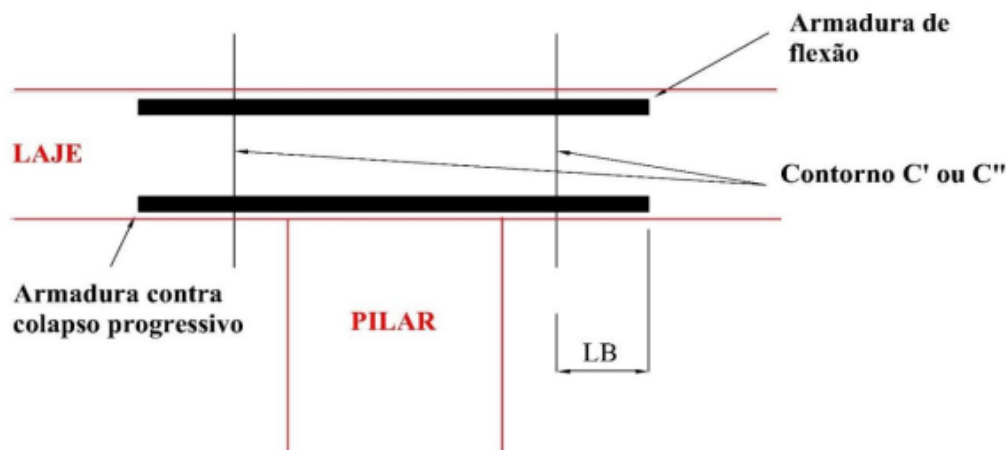
$$V_{rd1} = [\tau_{rd} \times k \times (1,2 + 40 \times \rho_1) + 0,15 \times \sigma_{cp}] \times b_w \times d \quad (189)$$

Na qual: $\tau_{rd} = 0,25 \times f_{ctd}$; $f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c$; $f_{ctk,inf} = 0,7 \times F_{ct,m}$; $f_{ct,m} = 0,3 \times f_{ck}^{2/3}$; f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto; k é o coeficiente referente ao efeito de pino; $\rho_1 = A_{s1} / (b_w \times d)$; A_{s1} é área da armadura de tração; $\sigma_{cp} = N_{sd} / A_c$; N_{sd} é força longitudinal na seção; A_c é a área da seção transversal; b_w é a soma das larguras das unidades de laje.

Há duas possibilidades para o coeficiente k : se 50% da armadura inferior não chegar até o apoio, seu valor é 1, logo não considera o efeito de pino; para os demais casos $k = |1,6 - d|$, não menor do que 1, com d em metros. Esta consideração de cálculo da norma está em evidência no trabalho, pois foram analisadas alternativas mais específicas para estimar o efeito de pino.

No roteiro de cálculo, para lajes lisas, a norma brasileira considera apenas: a tensão resistente de compressão do concreto no contorno C, tensão resistente à punção no contorno C', tensão resistente à punção no contorno C'', e, conseqüentemente, desconsidera o efeito de pino. Existe armadura de punção obrigatória mesmo que a tensão solicitante seja menor que a tensão resistente, e essa armadura deve equilibrar ao menos 50% da força solicitante. A Figura 13 apresenta uma visão detalhada das armaduras, do comprimento de ancoragem, dos contornos, logo, da ligação pilar-laje no caso de lajes lisas.

Figura 13 – Armadura contra colapso progressivo



Fonte: NBR 6118 (2014), adaptada.

2.4.2. EUROCODE 2 (2004)

De acordo com a norma europeia EUROCODE 2 (2004), considerando-se elementos pré-tracionados com um único vão e sem armadura transversal, a resistência ao esforço cortante em zonas fissuras à flexão, ou também denominada como *Flexural Shear Capacity*, pode ser calculada pela equação (20).

$$V_{Rd,c} = \left[C_{rd,c} \times k \times (100 \times \rho_1 \times f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0,15 \times \sigma_{cp} \right] \times b_w \times d \quad (20)$$

Com um valor mínimo apresentado na equação (21).

$$V_{Rd,c,min} = \left[0,035 \times (k)^{\frac{3}{2}} \times (f_{ck})^{\frac{1}{2}} + 0,15 \times \sigma_{cp} \right] \times b_w \times d \quad (21)$$

Na qual: $C_{rd,c}=0,18/\gamma_c$; γ_c é o coeficiente de minoração de resistência do concreto; k é o coeficiente referente ao efeito de pino, pode ser calculado como: $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$, com $k \leq 2,0$ e d em mm; $\rho_1 = \frac{A_s}{A_c}$, máximo de 2%.

Para uma laje com a presença de capa, lajes nervuradas, o cálculo para a determinação da resistência à força cortante em zonas fissuradas por flexão, pode ser realizado substituindo d por d' (altura útil da seção composta) e ρ_1 por ρ'_1 .

2.4.3. American Concrete Institute (ACI)

A norma americana dividiu o cálculo da resistência à força cortante em diversas formas: elementos submetidos à força cortante e flexão combinados, elementos com compressão axial, elementos com protensão maior que 40% do momento fletor provocado por ações permanentes e acidentais, além de variações mais específicas. De acordo com o ACI (2014), a resistência à força cortante nominal fornecida pelo concreto sem protensão para casos em que há apenas força cortante e flexão, a resistência pode ser calculada de acordo com a equação (22).

$$V_c = [2 \times \lambda_c \times \sqrt{f_{ck}} \times b_w \times d] \quad (22)$$

Na qual: λ_c é o fator de modificação que reflete as propriedades mecânicas do concreto leve, em relação ao peso normal do concreto com a mesma resistência à compressão, varia de 0,85 para concretos leves a 1,00 para concreto normal; b_w é a largura considerada da faixa de lajes; d é distância da fibra mais comprimida ao centro da armadura, não pode ser menor que $0,8h$; V_c é força cortante na seção devida à carga permanente sem fator de segurança. Para atingir melhor detalhamento, a equação (23) apresenta o cálculo detalhado da resistência ao cisalhamento.

$$V_c = \left[1,9 \times \lambda_c \times \sqrt{f_{ck}} + 2500 \times \rho \times \frac{V_u \times d}{M_u} \right] \times b_w \times d \quad (23)$$

Na qual: ρ é a taxa de armadura longitudinal; V_u é a força de cisalhamento atuante na seção devido à aplicação de forças externas; M_u é o momento atuante na seção devido à aplicação de forças externas, a parcela $\frac{V_u \times d}{M_u}$ deve ser menor que 1. De maneira que a força resistente V_c não seja superior ao valor encontrado na equação (24).

$$V_c = 3,5 \times \lambda_c \times \sqrt{f_{ck}} \times b_w \times d \quad (24)$$

A norma americana não indica o coeficiente k , referente à contribuição de pino, como nas outras normas. Porém, o coeficiente numérico que vem acompanhado de “ λ_c ” presente nas equações (22, 23, 24) é referente ao coeficiente μ que indica que o valor reduzido

apropriado para o caso, referente à fricção na região de tensões de cisalhamento, que é a união do efeito de pino e engrenamento dos agregados.

2.5. MODELAGEM COMPUTACIONAL

Este tópico apresenta um embasamento teórico sobre o programa computacional ANSYS®, o método dos elementos finitos e alguns trabalhos relacionados com a modelagem computacional, além de exibir o procedimento executado na modelagem e definir os parâmetros relevantes a serem analisados no programa experimental por meio de uma análise dos resultados do software.

2.5.1. ANSYS®

O ANSYS® é um programa computacional genérico para análise pelo método dos elementos finitos, desenvolvido pela empresa americana Swason Analysis Systems Inc. Trata-se de um programa rico quanto à biblioteca de elementos, tipos de análises possíveis, recursos numéricos. Permite a análise de problemas estruturais, fenômenos eletromagnéticos, transferência de calor, escoamento de fluidos, acústica, ainda dispõem de módulos para otimização de projetos. (SOUZA, 2010)

Na área de estruturas é possível realizar análises dinâmicas, estáticas e de estabilidade, além de análises não-lineares de naturezas tanto físicas quanto geométricas, levando-se em conta os deslocamentos, deformações, plasticidade, viscosidade, fluência, entre outros fenômenos. O programa computacional possui uma interface gráfica dotada de recursos para modelagem. Dentre as várias opções de modelos constitutivos, Oliveira (2007) menciona que duas são as mais adequadas para o concreto: o modelo elasto-plástico (baseado no critério de Drucker-Prager) e o de materiais frágeis (critério William-Warnke); confirmando as informações citadas de Souza (2010). Para o aço, pode-se escolher entre modelos bilineares ou multilineares, cinemáticos ou isotrópicos, com ou sem encruamento, segundo o critério de escoamento de Von Mises.

2.5.2. Modelos computacionais

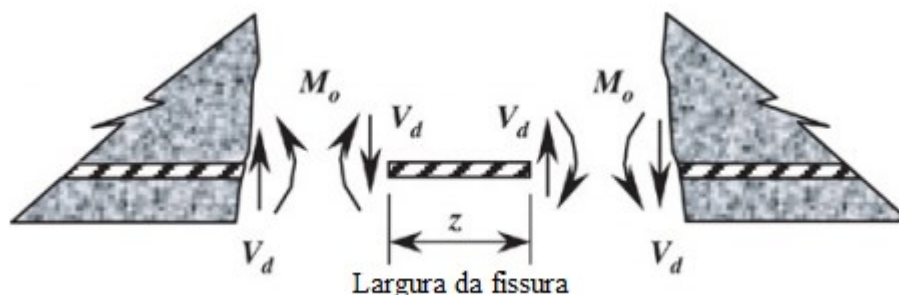
El-Ariss (2007) menciona que pouquíssimos trabalhos sobre a modelagem da ação de pino foram publicados devido às dificuldades envolvidas na modelagem do comportamento da ação do pino, além da difícil mensuração em testes experimentais da parcela referente à força resistida pela ação de pino porque está embutida com outros componentes de transferência de cisalhamento.

De acordo com David (2010), a implementação do modelo computacional na armadura tem as seguintes premissas: a armadura resiste apenas a tensões axiais na direção longitudinal; os deslocamentos de um ponto qualquer da barra são iguais aos do elemento de concreto adjacente. Desse modo, as armaduras contribuem apenas para rigidez longitudinal do elemento estrutural; os deslocamentos ao longo da barra são obtidos a partir dos deslocamentos nodais dos elementos de concreto. Consequentemente, a matriz de rigidez da armadura tem as mesmas dimensões do elemento de concreto.

Xia *et al.* (2015) mencionam que a análise unidimensional de elementos finitos usando elementos de viga geralmente não leva em conta a deformação de cisalhamento; portanto, não pode ser utilizado para explorar o efeito da ação de pino. He e Kwan (2001) desenvolveram um modelo plano bidimensional com elementos quadriláterais que foi usado para detalhar o contato entre vergalhões e concreto. Este modelo é uma alternativa para explorar o encavilhamento, em que foi adicionado um termo de módulo de cisalhamento após o concreto fissurado. Com este método é possível prever a resposta à flexão considerando-se o efeito de pino; porém, o módulo de cisalhamento correspondente precisa de calibração com base nos resultados experimentais.

El-Ariss (2007) incorporou os efeitos da ação do pino na análise não-linear de vigas de concreto armado e desenvolveu um modelo analítico simplificado. O modelo foi incorporado em um programa de computador que emprega o método dos deslocamentos e o procedimento inicial de rigidez, baseado no trabalho apresentado por Timoshenko e Lessels (1925) para a análise de vigas em base elástica. O comportamento da ação das barras de reforço que cruzam as fissuras no concreto é analisado tratando cada barra de uma viga e o concreto circundante como um leito de molas, para que a força de reação da fundação em qualquer ponto possa ser proporcional à deflexão da viga nesse ponto. A Figura 14 apresenta as parcelas atuantes quando uma fissura é formada. O modelo de El-Ariss é uma analogia à cooperação mínima do concreto entre fissuras mencionado por Fusco (2008).

Figura 14- Forças atuantes consideradas no software.



Fonte: El-Ariss (2007), adaptada.

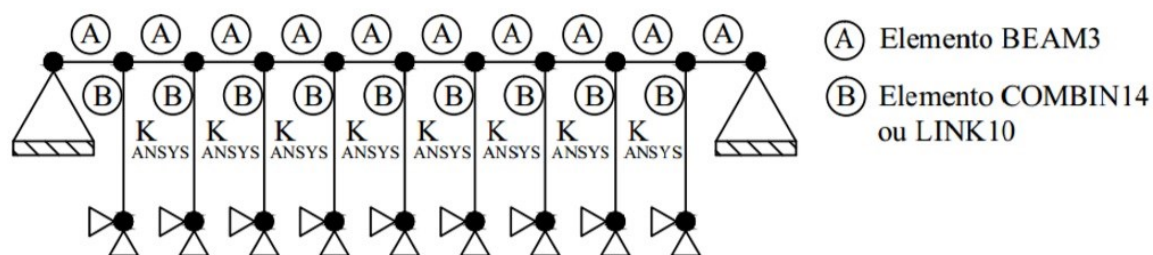
El-Ariss (2007) menciona que sua análise computacional pelo método de deslocamentos tem uma vantagem sobre o método padrão de elementos finitos. A característica essencial da análise é que sua forma defletida real é obtida integrando as deformações e curvaturas reais; já no método dos elementos finitos, a forma defletida de um membro é geralmente assumida em função dos deslocamentos nos nós e o equilíbrio entre as forças externas e internas é satisfeito apenas nos nós.

Segundo Santos (2016) existem algumas soluções para problemas de contato na modelagem computacional e vários artigos apresentam a aplicação de métodos na solução desse tipo de problema. O método dos elementos finitos (MEF) é o mais utilizado, porém outros que se destacam são: o método dos elementos de contorno (MEC), o método das diferenças finitas (MDF), o Método de Rayleigh-Ritz, o Método de Galerkin, a combinação entre métodos diferentes, entre outros.

Santos (2016) utilizou o software ANSYS® para representar o modelo da base elástica de Winkler, tópico 2.3.2-a. A análise computacional foi relacionada com a análise do solo, quando se utiliza o modelo contínuo de Winkler e sua modelagem em molas discretas. A relação força-deslocamento é realizada como linear, o que é motivo de críticas. A Figura 15 exibe a discretização do modelo Winkler no software.

Os seguimentos de reta B representam os elementos da base elástica que funcionam como molas discretas, oferecendo rigidez ao sistema. Esses elementos, chamados de elementos de mola, podem ser encontrados na biblioteca de elementos do ANSYS®. O elemento finito COMBIN14 é utilizado para a modelagem da base quando são assumidas as restrições bilaterais de contato, e o elemento finito LINK10 no caso das restrições unilaterais. O elemento BEAM3, representado pelos seguimentos de reta A, foi utilizado para a modelagem da estrutura. (SANTOS, 2016)

Figura 15 - Discretização do modelo Winkler no ANSYS®.



Fonte: Santos (2016).

O trabalho desenvolvido por Santos (2016) traz informações relevantes referente a utilização de elementos no ANSYS®, no qual o autor escolheu o elemento BEAM3 para simbolizar a estrutura; o elemento COMBIN14 para a simulação do modelo de molas discretas (base elástica) no caso do contato bilateral; e no caso do contato unilateral, a base elástica foi simulada pelo elemento LINK10.

2.5.3. Não-linearidade física e geométrica

De acordo com Oliveira (2007) a previsão do comportamento global de uma estrutura pode, eventualmente, mostrar-se de validade duvidosa e até mesmo temerária. Mas a realização de ensaios em estruturas na sua verdadeira ordem de grandeza é obviamente inviável por razões tanto práticas quanto econômicas. Para a previsão adequada do comportamento de estruturas é necessária a realização de análises numéricas confiáveis, com elevado grau de segurança quanto à validade dos resultados obtidos. O uso de computadores com ferramentas de análise estrutural possibilitou um grande avanço nos processos de análise de estruturas de concreto armado, viabilizando o emprego de modelos mais sofisticados e impulsionando o desenvolvimento de métodos numéricos, como o de elementos finitos.

Oliveira (2007) alega que o método dos elementos finitos é uma técnica extremamente eficiente que possibilita ao analista considerar diversas condições de restrição, de solicitação, de irregularidades geométricas e físicas do material, sendo capaz de descrever o comportamento global da estrutura. O trabalho desenvolvido pelo autor envolve a realização de análises numéricas, lineares e não-lineares, de pórticos pertencentes a edifícios usuais de concreto armado. Os resultados das não-linearidades são de suma importância, pois permite calibrar o modelo computacional conforme o elemento.

2.5.4. Coesão aço-concreto

A aderência é o mecanismo de transferência de tensões que existe na interface entre a barra de aço e o concreto que a envolve. Esse mecanismo é composto por três parcelas: a primeira surge no lançamento do concreto e aumenta até o endurecimento, conhecida por aderência por adesão; a outra parcela surge com o deslizamento entre os materiais, aderência por atrito; e a última parcela ocorre pelas saliências e reentrâncias da superfície das barras, aderência mecânica.

Alguns fatores influenciam na qualidade da aderência entre o concreto e o aço: adensamento, resistência mecânica do concreto, características geométricas da barra, posições das barras na concretagem, composição e qualidade do concreto, idade de carga. A posição das barras é tão relevante que, decorrente disso, a NBR 6118:2014 considera as barras de aço em situação de boa e má aderência dependendo da posição. Existem diversos ensaios para determinação dos valores médios de aderência entre aço e concreto: arrancamento excêntrico, arrancamento com anel circunferencial, flexão, extremo de viga, arrancamento direto, ensaio das quatro barras, entre outros. Em um estudo mais aprofundado com relação ao comportamento do efeito de pino, é muito importante que seja definido no software os dados referentes à aderência entre os dois materiais. O contato que ocorre entre eles deve ser modelado visando obter um comportamento real da transferência de cisalhamento entre eles.

A NBR 6118:2014 determina que, em relação à ancoragem de armaduras passivas, o cálculo da resistência de aderência (f_{bd}) entre a armadura e o concreto seja feito com a Equação 25. Essa equação fornece a tensão de aderência para um escorregamento de 0,10 mm da barra.

$$F_{bd} = \left[\frac{\eta_1 \times \eta_2 \times \eta_3 \times 0,7 \times 0,3 \times f_{ck} \left(\frac{2}{3} \right)}{\gamma_c} \right] \quad (25)$$

Em que: f_{ck} é a resistência característica do concreto à compressão; γ_c , o coeficiente minorador da resistência do concreto, que em condições de projeto é admitido em geral com o valor de 1,4; η_1 é o parâmetro que considera a rugosidade da barra de aço (1,0 para barras lisas; 1,4 para barras entalhadas; 2,25 para barras nervuradas); η_2 é o parâmetro que considera a posição da barra durante a concretagem (1,0 para situações de boa aderência; 0,7

para situações de má aderência); η_3 é o parâmetro que considera o diâmetro da barra (1,0 para diâmetros $\phi \leq 32$ mm; $(132-\phi)/100$, para diâmetros $\phi > 32$ mm, com ϕ = diâmetro da barra em mm).

Martins e Jacintho (2014) analisaram a aderência entre concreto e aço pelo ensaio APULOT utilizando concreto de alta resistência e verificaram que há uma elevação contínua da aderência ao longo das idades (3, 7 e 28 dias) nas resistências mecânicas do concreto. A tensão de aderência média para concretos de 20 MPa ficaram entre 30% a 40% da tensão de compressão simples.

Sartori *et al.* (2017) realizaram ensaios de arrancamento no concreto leve com adição de pérolas de EPS e armaduras. Para armaduras com diâmetro de 5,0 mm, o valor de f_{bd} é 2,79 MPa, conforme equação 25. Porém os valores da tensão máxima de aderência atingiram 17,49 MPa. Os autores realizaram 4 corpos de prova com armaduras de 5,0 mm, e obtiveram uma tensão máxima média de 14,85 MPa. Outra análise interessante é sobre a tensão de aderência e o escorregamento, para um valor de escorregamento de 0,10 mm os valores de tensão foram de 7,03 MPa. Dados referentes ao concreto convencional com resistência à compressão média de 42,63 MPa, analisando-se numericamente a relação dos valores de aderência e a resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}), tem-se: 6,5% do valor do f_{ck} referente ao f_{bd} ; 16,49% para tensão de aderência com um valor de escorregamento na ordem de 0,10 mm; e 34,83% para tensão de aderência máxima.

Reyes (2009) também realizou ensaios de arrancamento para concretos convencionais, porém com bitolas de aço de 10 mm de diâmetro. O valor de tensão para o escorregamento de 0,10 mm foi de 3,403 MPa, para tensão média os valores de 8,62 MPa. Analisando-se numericamente a relação de cada valor de aderência e o f_{ck} , tem-se: 11,34% para tensão de aderência para o escorregamento de 0,10 mm; e 28,73% para tensão de aderência média. Observa-se que em relação a Sartori *et al.* (2017), os valores das tensões médias de aderência encontram-se em média com valores de 30% do f_{ck} .

Lorrain *et al.* (2013) encontraram uma correlação entre a tensão máxima de aderência e a resistência à compressão do concreto e comprovaram que os resultados são adequados para estimar a tensão de aderência, em diversas idades. A análise estatística mostrou que a tensão máxima de aderência é influenciada pela variação do diâmetro da barra, composição e idade do concreto. Regressões lineares para encontrar a tensão máxima de aderência foram desenvolvidas para bitolas de 8, 10 e 12,5 mm.

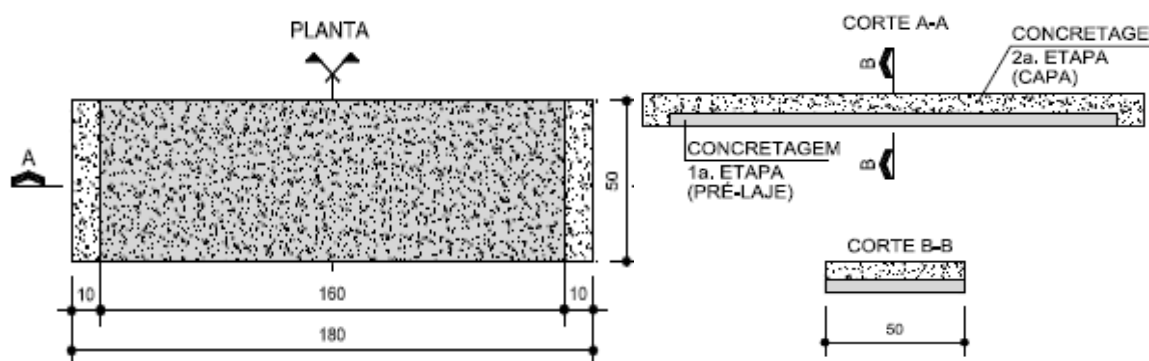
2.5.5. Validação do modelo numérico

Neste tópico foram desenvolvidas comparações numéricas e experimentais, utilizando dados de entrada necessários para a modelagem computacional fornecidos por Cavalcanti (2011) e também por Jiang and Wu (2012), visando obter um modelo próximo ao que foi realizado experimentalmente. O trabalho de Jiang and Wu (2012) fornece conhecimento para que seja realizada uma modelagem pelo critério de Drucker-Prager e posteriormente sejam analisados os resultados por um critério de ruptura diferente.

No trabalho desenvolvido, três lajes maciças foram modeladas no programa computacional ANSYS® e comparados os resultados numéricos com os resultados experimentais, cada uma das três lajes foram modeladas de três maneiras diferentes, variando os módulos de elasticidade longitudinal do concreto, experimental e corrigido, e por dois critérios de ruptura: Concrete (William Warnke) e Drucker-Prager.

Cavalcanti (2011) analisou o comportamento à fadiga ao cisalhamento em lajes executadas com pré-lajes armadas com barras e telas soldadas. A pesquisa experimental dividiu em duas etapas: ensaios estáticos com controle de deslocamento medindo-se as forças de fissuração e última; ensaios de fadiga com carregamentos cíclicos com controle de força, ambos em lajes de concreto com pré-lajes em concreto armado. A armadura longitudinal utilizada foi CA-50 com diâmetro de 10 mm na confecção das lajes dos ensaios. A Figura 16 traz a geometria das lajes ensaiadas, sendo que as pré-lajes possuem 5 cm.

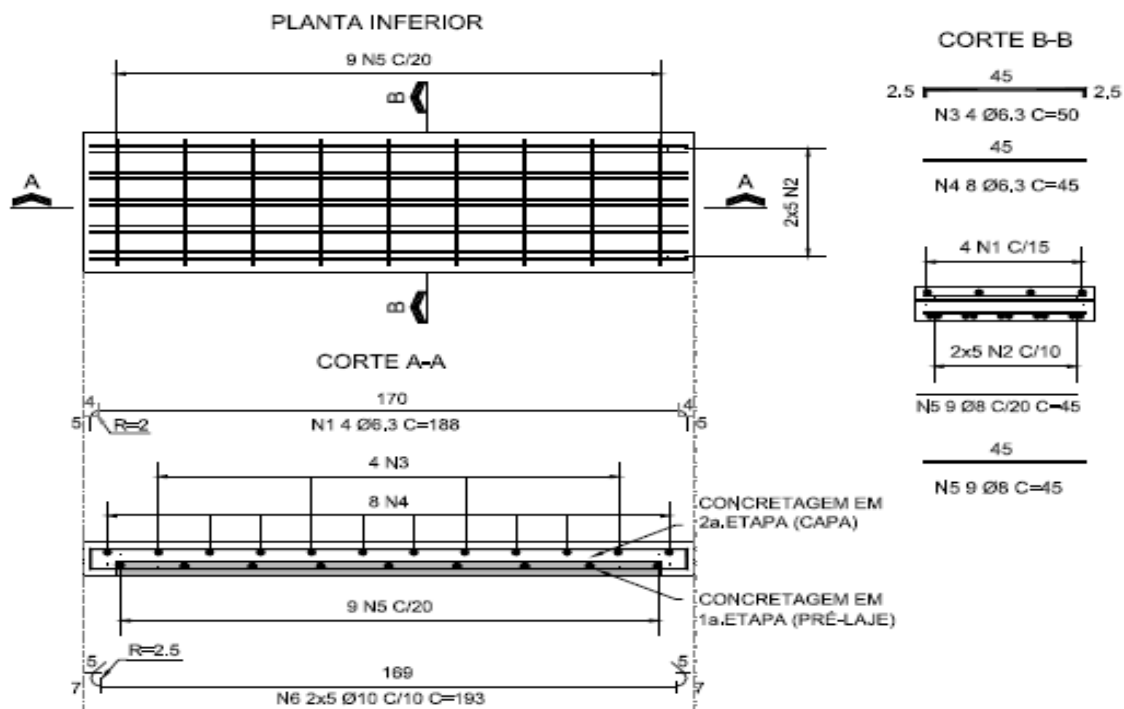
Figura 16 - Geometria das lajes, dimensões em centímetros.



Fonte: Cavalcanti (2011).

A distribuição das armaduras das 9 lajes montadas possui armadura positiva principal de 8 cm^2 ($2 \times 5 \phi 10\text{ mm}$, $c/10\text{ cm}$) e armadura de distribuição de $\phi 8\text{ mm}$, $c/20\text{ cm}$. A armadura negativa é de $\phi 6,3\text{ mm}$, $c/15\text{ cm}$, as lajes possuem cobertura de $2,5\text{ cm}$. A Figura 17 ilustra a configuração das armaduras.

Figura 17 - Armaduras das lajes, dimensões em centímetros.



Fonte: Cavalcanti (2011).

A Tabela 1 apresenta o resumo geral das lajes analisadas.

Tabela 1 – Lajes ensaiadas por Cavalcanti.

Laje	Dimensões	Superfície	Quantidade	Aço	A_s (cm ²)
1	1,80 X 0,50 X 0,12	Rugosa	3	CA-50	8,00
5	1,80 X 0,50 X 0,12	Rugosa	3	CA-50	8,00
7	1,80 X 0,50 X 0,12	Lisa	3	CA-50	8,00

Fonte: Cavalcanti (2011), adaptada.

O ponto de aplicação da carga foi a uma distância de 30 cm dos apoios, configurando ruptura por cisalhamento já que a laje possui muita armadura de flexão, o arranjo estrutural escolhido foi o de laje simplesmente apoiada. O esquema de ensaio é um pórtico fixado a uma laje de reação. Entre a laje e os apoios e o carregamento existem taliscas de madeira para que a carga seja distribuída uniformemente em uma faixa da laje, estas taliscas possuem 2 cm de largura e 1 cm de espessura e se estendem por toda extensão da laje.

Cavalcanti (2011) realizou a caracterização dos materiais por meio de ensaios complementares e para o concreto estes ensaios foram realizados aos 28 dias de idade e no mesmo dia do ensaio de ruptura estática. Na qual: f_c é a resistência à compressão do concreto aos 28 dias ou aquela do dia do ensaio j dias, obtida experimentalmente pela média das resistências; $f_{ct,sp}$ é a resistência à tração indireta (compressão diametral); f_{ct} é a resistência à

tração direta do concreto, considerada igual a $0,9 \times f_{ct,sp}$ conforme a NBR 6118; E_{ci} é o módulo de elasticidade tangente inicial cordal a 30% de f_c , obtido conforme ensaio descrito na ABNT 8522 (2008). A Tabela 2 apresenta estes valores para as 3 lajes, além do $E_{corrigido}$ que é o módulo de elasticidade longitudinal do concreto da seção homogeneizada. Já na caracterização do aço, as armaduras de CA-50 foram ensaiadas por meio de tração direta para barras isoladas. A Tabela 3 mostra os valores obtidos de acordo com o diâmetro.

Tabela 2 - Característica do concreto utilizado.

f_c (MPa)		f_{cj} (MPa)		$F_{ct,sp,exp}$	Módulo de elasticidade (E)	
Lajes	28 (dias)	(Dias)	(MPa)	(MPa)	E – experimental (GPa)	E - corrigido (GPa)
1	-	278	38,43	5,03	30,60	3,013
5	33,92	74	32,62	3,72	30,33	6,632
7	23,19	69	29,07	3,62	27,36	6,335

Fonte: Cavalcanti (2011), adaptada.

Tabela 3 - Características do aço utilizado.

ϕ (mm)	$A_{s,ef}$ (cm ²)	f_y (MPa)	ϵ_y (‰)	E (GPa)
8,00	0,503	603	3,03	198,80
10,00	0,785	592	3,10	191,08

Fonte: Cavalcanti (2011), adaptada.

O modelo desenvolvido é uma aproximação do trabalho de Cavalcanti (2011) na qual foram comparados os resultados experimentais obtidos pelo autor com os dados obtidos pelo programa computacional ANSYS®. Foram realizadas duas análises, uma utilizando o módulo de elasticidade experimental fornecido por Cavalcanti (2011) e outra com o módulo de elasticidade da seção homogeneizada, chamado módulo de elasticidade corrigido visando atingir um modelo mais realista e que possa fornecer um comportamento adequado das lajes. A Tabela 2 apresenta os módulos de elasticidade corrigidos, de acordo com o deslocamento experimental, inércia da seção homogeneizada e a área de aço efetiva, conforme a Equação 26 que representa a flecha para viga biapoiada.

$$E_{corrigido} = \frac{P \times b}{3 \times L \times I \times \delta} \times \sqrt{\left(\frac{L^2 - b^2}{3}\right)^3} \quad (26)$$

Em que: P é a carga aplicada em cada passo de carga (kN); b é a distância do apoio esquerdo; L é o vão efetivo da laje (cm); I é a inércia da seção homogeneizada (cm⁴); δ é o deslocamento experimental (cm).

Os valores de ruptura das lajes à força cortante foram o máximo medido nos ensaios imediatamente após a ruptura frágil, com a ocorrência da ruína total da peça ensaiada. As lajes 1, 5 e 7 foram submetidas ao ensaio de ruptura por Cavalcanti, as outras foram ensaiadas a fadiga. Logo, as lajes modeladas são as lajes 1, 5 e 7. Cavalcanti (2011) traz os resultados obtidos para cada laje detalhadamente, apresentando os passos de carga, força e deslocamentos. Para laje 1, foram realizados 28 passos de carga; para laje 5 foram 17; e para laje 7, 22. Este é outro parâmetro de entrada, número mínimo de passos de carga a serem realizados pelo software.

Jiang and Wu (2012) identificaram parâmetros importantes para o modelo de plasticidade de Drucker-Prager. A modelagem computacional pelo programa computacional ANSYS®, adotando como critério de ruptura o modelo de plasticidade de Drucker-Prager, necessita de parâmetros como: coesão, ângulo de atrito e ângulo de fluxo. Os autores trazem equações e maneiras de calcular estes parâmetros. A Equação 27 apresenta uma relação do ângulo de atrito interno com a resistência à compressão do concreto.

$$\phi = 36,65 - 1,1 \times \left(\frac{f_c}{1000} \right) \quad (27)$$

Em que: ϕ é o ângulo de fricção interna (°); f_c é a resistência do concreto não confinado à compressão (MPa).

A equação 28 apresenta a relação da coesão com o ângulo interno de fricção.

$$\text{tg}(\varphi) = 3 \times \left(\frac{K_e - 1}{2 + K_e} \right) = \left(\frac{6 \times \text{sen}\phi}{3 - \text{sen}\phi} \right) \quad (28)$$

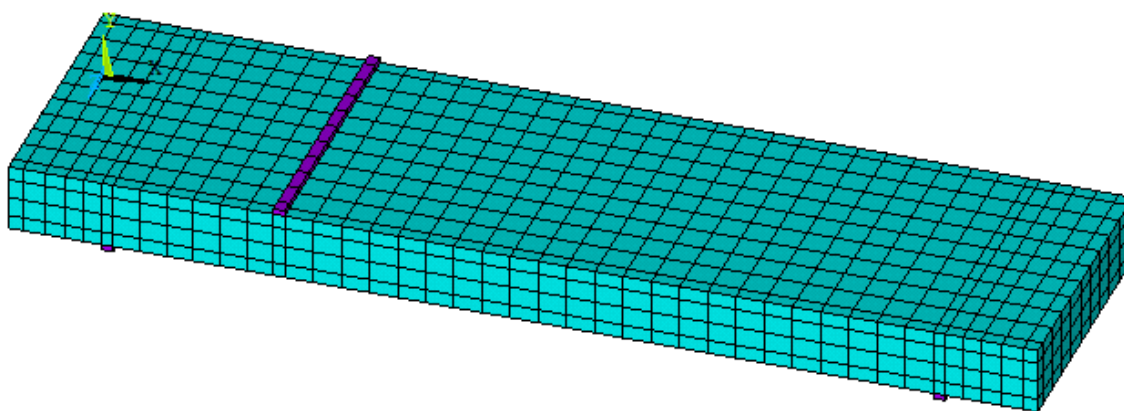
Em que: φ é o ângulo de fricção (°); ϕ é o ângulo de fricção interna (°); K_e é a coesão do concreto (MPa).

O desenvolvimento da modelagem computacional pelo software foi realizado através de arquivo de texto. Neste arquivo de texto é realizado todo o programa numérico: criação dos volumes, apoios, ponto de aplicação da força; propriedades dos materiais; definição da malha; definição das condições de contorno; aplicação do carregamento.

Para modelar o material concreto por meio do modelo plástico Concrete, baseado no modelo de Willian & Warnke, são necessários os seguintes dados de entrada: módulo de elasticidade longitudinal do concreto; resistência última do concreto à compressão e tração; coeficiente de Poisson; e coeficientes de transferência de cisalhamento (Alpha A e Alpha F, conforme o anexo). O módulo de elasticidade longitudinal do concreto, E_{ci} , a resistência característica à tração, f_{tk} , de acordo com os dados experimentais de Cavalcanti (2011). O coeficiente de Poisson, ν , adotado para o concreto foi igual a 0,2 e os coeficientes de transferência cisalhamento, Alpha A e F, foram iguais a 1 para fissuras fechadas e para fissuras abertas variou entre 0 e 1.

Para modelar o material concreto com o critério de Drucker-Prager são necessários os seguintes dados de entrada: módulo de elasticidade longitudinal do concreto, utilizado o corrigido conforme equação 26; coeficiente de Poisson, ν , adotado para o concreto foi igual a 0,2. Os parâmetros coesão do concreto e ângulo de atrito foram calculados conforme equações 27 e 28. A Figura 18 mostra a malha aplicada ao modelo, com distância entre nós de 5 cm.

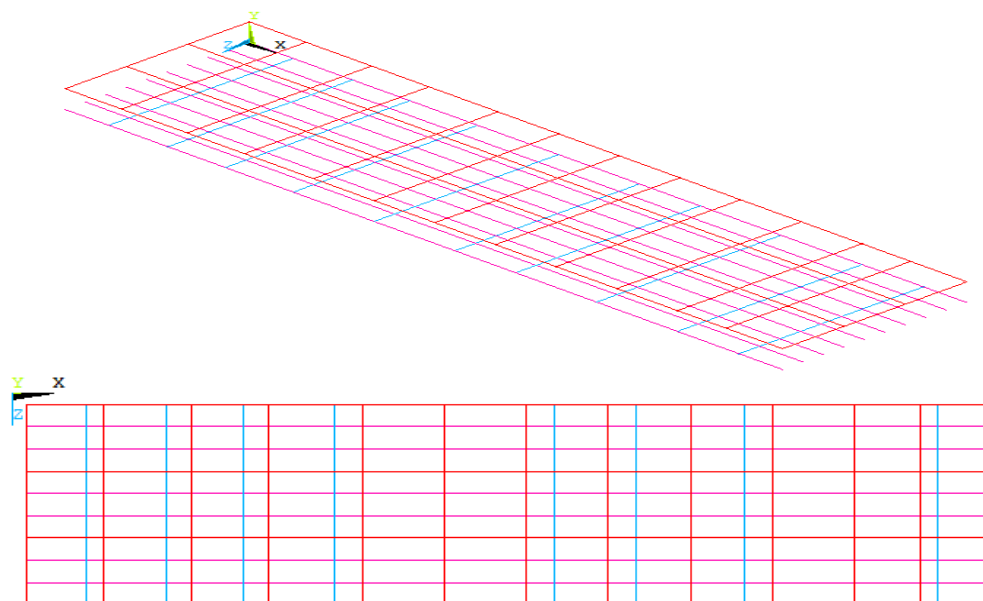
Figura 18 – Modelo desenvolvido com malha.



Fonte: Autor (2018).

Após as malhas foi realizada a criação dos elementos das armaduras, com elemento LINK180. Esta etapa está relacionada com a malha escolhida, pois é necessário ligar nó por nó para todas as armaduras. A Figura 19 apresenta as armaduras criadas na modelagem.

Figura 19 - Armaduras.



Fonte: Autor (2018).

Foi realizada uma análise da ruptura das lajes desconsiderando as armaduras, as forças de ruptura foram de 59,85 kN; 44,09 kN e 43,25 kN, respectivamente. Estes valores estão adequados, pois quanto menor a resistência à compressão do concreto, menor a parcela resistente.

A modelagem foi realizada para as três lajes e após os cálculos, o programa computacional forneceu dados em relação a ruptura e deslocamento máximo. A Tabela 4 apresenta a quantidade de passos de carga, deslocamento máximo no nó central abaixo do ponto de aplicação da carga e a força de ruptura. Cavalcanti (2011) traz todos os passos de carga, deslocamentos máximos e as forças de ruptura, dados que auxiliaram nos resultados. A fase de pós-processamento do software fornece os dados de passos de carga, deslocamentos e ruptura que compõem a análise dos resultados.

Tabela 4 – Análise dos resultados.

	Passos de carga (nº)			Deslocamento máximo (mm)			Fe (kN)		
Lajes	L1	L5	L7	L1	L5	L7	L1	L5	L7
Experimental	28	17	22	6,65	3,72	3,19	135,58	115,87	134,28
E (experimental)	61	53	27	1,06	0,86	0,62	139,27	111,97	81,26
E (corrigido) - concrete	32	43	28	7,644	3,678	3,103	166,48	138,18	121,79
E (corrigido) - Drucker Prager	29	24	25	7,016	3,721	3,832	167,50	171,36	170,34

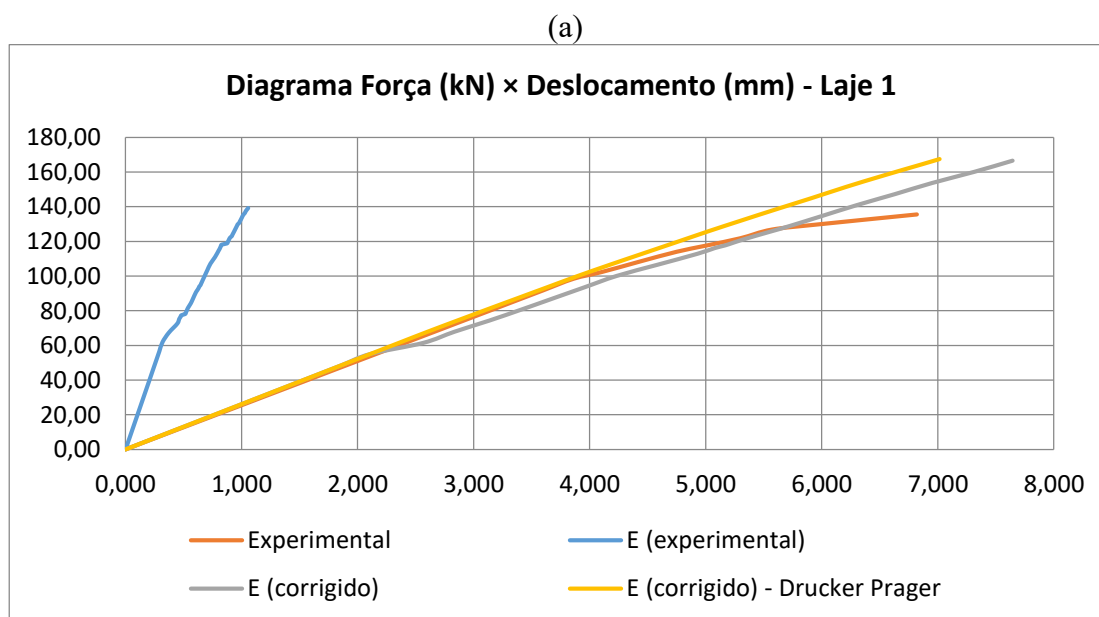
Fonte: Autor (2018).

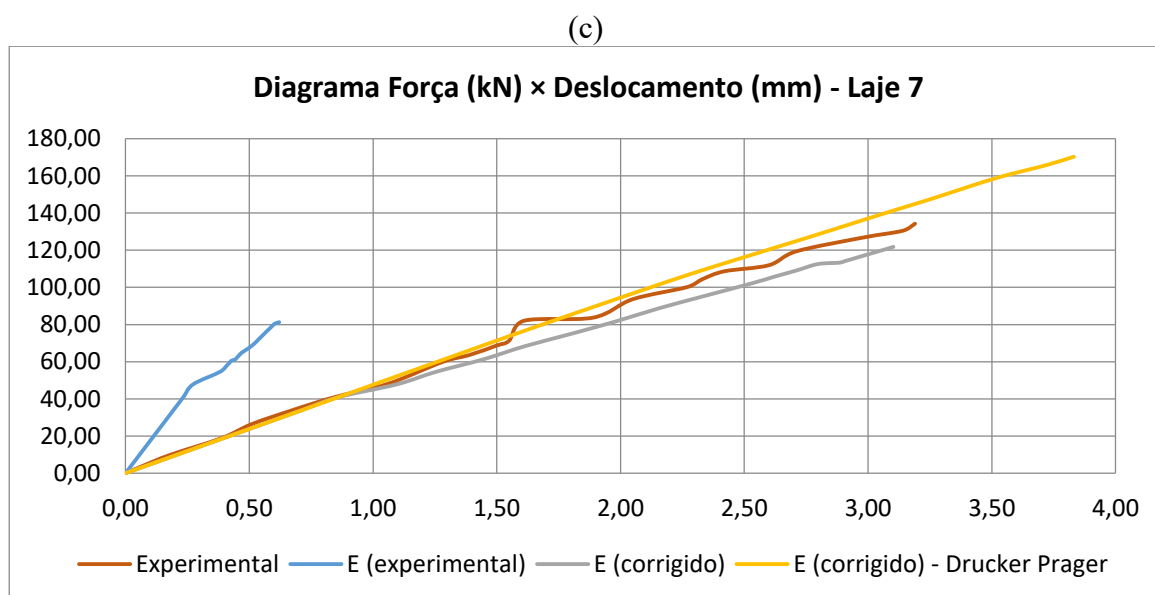
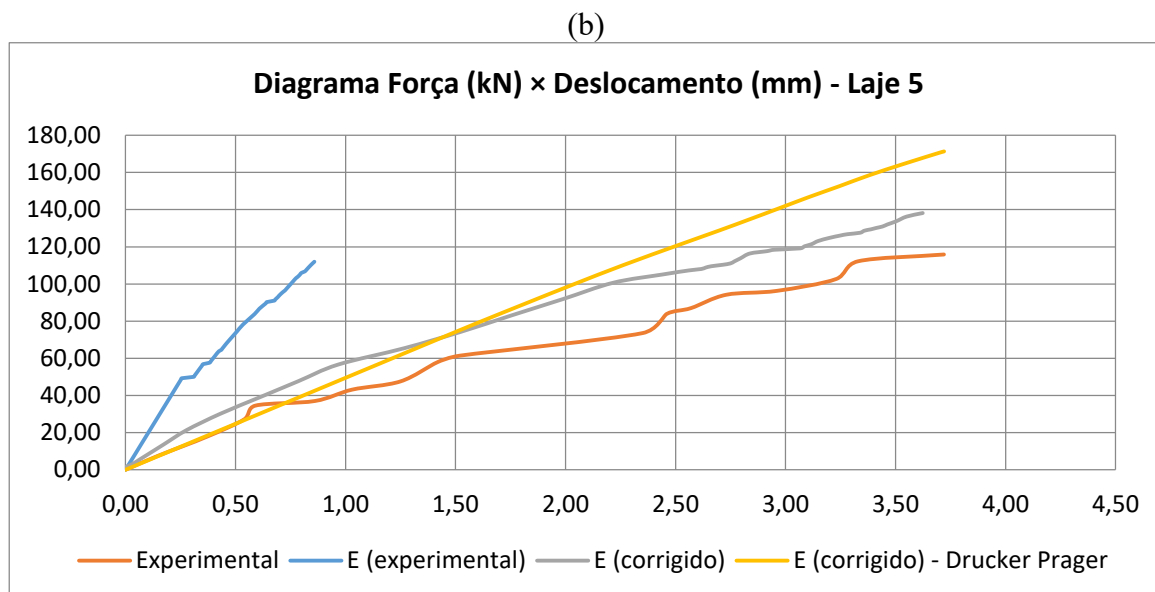
Observa-se que as forças de ruptura experimental e numérica, com módulo experimental, para as lajes 1 e 5 ficaram muito próximas, com menos de 5% de variação. A laje 7 apresentou uma resistência pelo modelo numérico menor, o que já era esperado já que possui menores valores de resistência à compressão, porém o modelo experimental se manteve próximo o que é uma contradição.

Os deslocamentos obtidos numericamente por meio do módulo experimental ficaram muito distantes dos deslocamentos experimentais, porém as forças de ruptura ficaram próximas. O modelo Concrete com módulo de elasticidade corrigido é o mais adequado, pois obteve um comportamento estrutural mais próximo do experimental no qual para as três lajes têm-se variações nos deslocamentos de: 13%, 1,14% e 2,9%, respectivamente.

As parcelas resistentes do concreto sem armadura correspondem a: 42,97%, 39,4% e 53,2%, respectivamente. Os diagramas força (kN) versus deslocamento (mm) para os quatro casos estão na Figura 20. Sendo que a curva experimental é referente aos dados experimentais fornecidos por Cavalcanti (2011), a curva 2 é referente ao modelo numérico desenvolvimento com módulo de elasticidade fornecido por Cavalcanti (2011), a curva 3 é referente ao módulo de elasticidade corrigido pelo modelo de ruptura Concrete, e a curva 4 pelo modelo de ruptura de Drucker-Prager.

Figura 20 – Diagramas Força x Deslocamento.





Fonte: Autor (2018).

As Figura 20(a), 20(b) e 20(c) apresentaram resultados satisfatórios, em que as forças de ruptura e os deslocamentos ficaram muito próximos para os três casos (experimental, módulo corrigido por Concrete e Drucker-Prager), além dos comportamentos das curvas 2 e 3 que também se assemelham bastante, o que traz confiabilidade ao modelo desenvolvido pois as 3 lajes modeladas ficaram praticamente idênticas. O modelo de Ducker-Prager tem uma curva acentuada no final dos passos de carga, já o modelo concrete não apresenta o caimento e teve curvas mais parecidas com o ensaio experimental.

O modelo numérico com o módulo experimental trouxe dados de ruptura coerentes, porém os deslocamentos numéricos ficaram distantes do experimental. O módulo corrigido

atingiu um comportamento muito interessante e com variações pequenas com relação ao experimental tanto para os deslocamentos quanto para a ruptura. O módulo de elasticidade corrigido foi fundamental para aproximação dos deslocamentos, tanto para o modelo plástico Concrete quanto para o modelo de Drucker-Prager atingirem valores de deslocamentos próximos ao experimental.

A partir das avaliações realizadas percebe-se o quanto o módulo de elasticidade longitudinal do concreto e o critério de ruptura influenciam no comportamento das estruturas. A utilização destes elementos faz grande diferença na análise, principalmente quando se utiliza o módulo corrigido conforme a seção homogeneizada. O critério de ruptura plástico Concrete apresentou-se como mais adequado do que o critério de Drucker-Prager, pois os diagramas de Força (kN) \times Deformação (mm) aproximaram-se dos experimentais.

Uma porção significativa das tensões de cisalhamento é resistida pelo concreto sem armadura longitudinal, entre 40 e 55 % da força última do elemento estrutural. Demonstrando a importância dos dados experimentais adequados a respeito do concreto. Em relação à análise numérica realizada, para os modelos desenvolvidos, verifica-se que os resultados obtidos com os parâmetros adotados ficam próximos dos valores experimentais de Cavalcanti (2011), logo, o modelo numérico foi validado.

CAPÍTULO 3

MODELAGEM

Este tópico apresenta o desenvolvimento do trabalho no âmbito computacional por meio do programa computacional ANSYS®. Realizou-se uma modelagem numérica inicial com 27 modelos variando os seguintes parâmetros: resistência à compressão do concreto, taxa geométrica longitudinal de armadura, espessura da laje e o parâmetro Alpha A, que representa a transferência de tensões cisalhantes pela fissura, este coeficiente varia de 0 a 1,0; com 0 representando uma fissura suave (perda completa da transferência de cisalhamento) e 1,0 representando uma fissura rugosa (sem perda de transferência de cisalhamento); esta especificação foi feita para a fissura aberta. Há ainda outro coeficiente que está relacionado com a fissura fechada, Alpha F.

Esta primeira modelagem teve o intuito de identificar quais são os parâmetros mais relevantes na resistência da laje à força cortante. Após, realizou-se um estudo estatístico utilizando-se análise de Variância (*Analysis of Variance* – ANOVA) para posteriormente desenvolver a análise experimental focada nos parâmetros principais.

A modelagem computacional por software permite a otimização e economia de dinheiro e tempo e, para que isso ocorra, é necessário definir critérios e montar um modelo ideal que possua parâmetros que se aproximem da realidade. A modelagem de elementos estruturais visa entender o comportamento mecânico sendo analisados: forças, deslocamentos, fissuras, tensões, entre outros.

3.1. GRUPOS

O programa numérico é composto por 3 grupos que variam as alturas das lajes. As lajes foram representadas por: LX-Y, em que L representa laje, X representa a variação da armadura e Y a variação no f_{ck} do concreto, em que as variações A,B,C representam, 25, 35 e 45 MPa respectivamente. Todas as lajes foram modeladas no programa ANSYS® e

comparados os resultados numéricos, analíticos e experimentais visando obter resultados satisfatórios.

As lajes foram armadas em uma única direção. As taxas de armadura de tração variam conforme indicações da NBR 6118:2014 variando entre 0%; armadura mínima e $2,0 \times$ armadura mínima, respeitando a taxa mínima absoluta de 0,15% e a taxa máxima de 4%. A Tabela 5 apresenta os grupos ensaiados e suas variações.

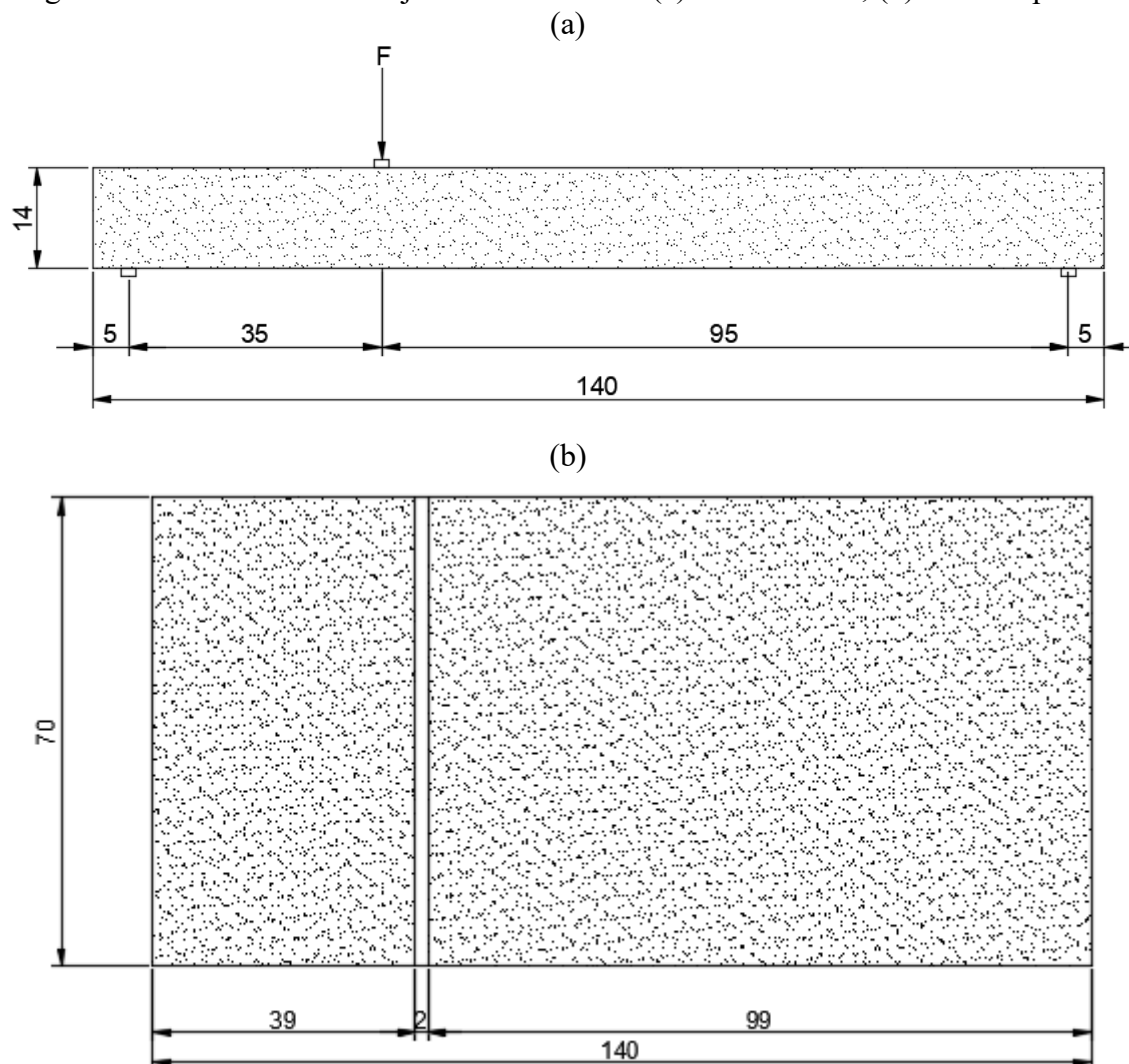
Tabela 5 - Caracterização dos grupos de ensaio analítico e numérico.

Lajes	Altura (cm)	f_{ck} (MPa)	$A_{s,efet}$ (cm ²)
Grupo A			
L1-A	8	25	0,000
L1-B	8	35	0,000
L1-C	8	45	0,000
L2-A	8	25	1,247
L2-B	8	35	1,247
L2-C	8	45	1,247
L3-A	8	25	2,494
L3-B	8	35	2,494
L3-C	8	45	2,494
Grupo B			
L4-A	11	25	0,000
L4-B	11	35	0,000
L4-C	11	45	0,000
L5-A	11	25	1,870
L5-B	11	35	1,870
L5-C	11	45	1,870
L6-A	11	25	3,429
L6-B	11	35	3,429
L6-C	11	45	3,429
Grupo C			
L7-A	14	25	0,000
L7-B	14	35	0,000
L7-C	14	45	0,000
L8-A	14	25	2,182
L8-B	14	35	2,182
L8-C	14	45	2,182
L9-A	14	25	4,364
L9-B	14	35	4,364
L9-C	14	45	4,364

Fonte: Autor (2018).

As dimensões largura e comprimento são idênticos para todas as amostras, 70 x 140 cm, conforme a Figura 21 que traz as dimensões e distâncias relevantes das lajes.

Figura 21 - Dimensões das Lajes em centímetros (a) Vista Lateral; (b) Vista Superior.



Fonte: Autor (2018).

3.2. CONCEITOS

A análise numérica tem como objetivo apresentar tendências de comportamento dos modelos analisados. Para a modelagem do material concreto, utilizou-se o elemento finito Solid 65; para os apoios e o ponto de aplicação da força, utilizou-se o elemento finito Solid 185 e para as armaduras o Link 180.

- Solid 65: esse elemento possui oito nós com três graus de liberdade por nó – translações nas direções x , y e z e apresenta deformações plásticas, fissuração e esmagamento em três direções ortogonais. A fissuração ocorre quando a tensão principal de tração em qualquer direção atinge a superfície de ruptura. Após a fissuração, o módulo de elasticidade do concreto tem valor igual a zero na direção considerada. O esmagamento ocorre quando todas as tensões de compressão atingem a superfície de ruptura,

subsequentemente, o módulo de elasticidade tem valor igual a zero em todas as direções. (ANSYS, 2017)

- Solid 185: os pontos de apoio e o ponto de aplicação das cargas foram modelados com o elemento finito do tipo SOLID185. Ele é definido por oito nós com três graus de liberdade em cada nó: translações nas direções x, y e z e permite a consideração da plasticidade e grandes deformações. Este elemento foi utilizado para simbolizar as taliscas de madeira utilizadas nos ensaios experimentais, conforme tópico 4.

- Link 180: este elemento foi utilizado para discretização das barras de aço. Todas as propriedades mecânicas e geométricas adotadas na análise comparativa foram iguais às usadas nos ensaios experimentais, módulo de elasticidade e tensão de escoamento. As condições de contorno empregadas nos modelos numéricos e o carregamento também buscaram representar, de maneira fiel, os testes experimentais. (ANSYS, 2017)

Uma das maneiras de criar a armadura é por meio das especificações do vergalhão, que são inseridas como constantes reais, incluem o número do material (MAT), a taxa de volume (VR) e os ângulos de orientação (THETA, PHI). As orientações do vergalhão podem ser verificadas graficamente com o comando / ESHAPE. A taxa de volume é definida como o volume do vergalhão dividido pelo volume total do elemento. A orientação é definida por dois ângulos (em graus) do sistema de coordenadas do elemento. A orientação do sistema de coordenadas do elemento é descrita conforme em sistemas de coordenadas.

Dados adicionais sobre o material concreto, como os coeficientes de transferência de cisalhamento, tensões de tração e tensões de compressão são inseridos inicialmente nos dados do material. Os coeficientes típicos de transferência de cisalhamento variam de 0 a 1,0; com 0 representando uma fissura suave (perda completa da transferência de cisalhamento) e 1,0 representando uma fissura rugosa (sem perda de transferência de cisalhamento). Esta especificação pode ser feita para a fissura aberta e fechada, respectivamente, ALPHA A e ALPHA F. Quando o elemento está fissurado ou com tensões de compressão iguais aos valores definidos no critério de falha, uma pequena quantidade de rigidez é adicionada ao elemento para estabilidade numérica. (ANSYS, 2017)

3.3. ROTEIRO

3.3.1. Analítico

O estudo analítico tem como objetivos determinar a força resistente última e o deslocamento vertical. A força resistente última característica é calculada conforme a

equação 19, porém é necessária a verificação a flexão, para definir qual a forma de ruptura da peça. Após a determinação da menor força de ruptura determina-se o deslocamento vertical máximo.

O modelo analítico utilizou o módulo de elasticidade calculado pela NBR 6118:2014 conforme equação 29, e o deslocamento da seção no ponto de aplicação da força, ou seja, a flecha para viga biapoiada conforme a equação 30.

$$E_{ci} = \alpha_e \times 5600 \times \sqrt{f_{ck}} \quad (29)$$

$$\delta = \frac{P \times b}{3 \times L \times I \times E} \times \sqrt{\left(\frac{L^2 - b^2}{3} \right)^3} \quad (30)$$

Em que: δ = deslocamento experimental (cm); P = carga aplicada em cada passo de carga (kN); b = distância do apoio esquerdo (cm); L = vão efetivo da laje (cm); I = inércia da seção homogeneizada (cm⁴);

Nos cálculos analíticos utilizou-se o momento de fissuração para as lajes que não possuem armaduras longitudinais, somente transporte, conforme a Tabela 19.1 da NBR 6118:2014, que traz valores mínimos para armaduras passivas aderentes que para o caso em questão refere-se a elementos estruturais sem armaduras ativas e armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção, em que $\rho_s \geq \rho_{min}$. E conforme a Tabela 17.3 da norma para seção retangular o ρ_{min} para concreto C25 é de 0,15. O dimensionamento da armadura de flexão deve seguir a equação 31.

$$M_{d,min} = 0,8 \times W_0 \times f_{ctk,sup} \quad (31)$$

Na qual: W_0 é o módulo de resistência da seção transversal bruta do concreto, relativo à fibra mais tracionada; $f_{ctk,sup}$ é a resistência característica superior do concreto a tração, calculado pela equação 32 para concretos até C50 conforme 8.2.5 da norma.

$$f_{ctk,sup} = 1,3 \times f_{ct,m} = 0,39 \times f_{ck}^{2/3} \quad (32)$$

Para o cálculo do momento resistente nas lajes com armaduras longitudinais é necessária a altura da linha neutra da peça, este que foi calculado conforme equação 33, com a altura da linha neutra próxima ao limite dos domínios 2-3.

$$x = \frac{A_s \times f_s}{0,8 \times f_c \times b} \quad (33)$$

Em que: x = altura da linha neutra (cm); A_s = área de aço de tração (cm²); f_s = é a tensão na armadura (kN/cm²) e foi considerada como valor característico do escoamento do aço na modelagem; f_c = máxima tensão de compressão no concreto (kN/cm²); b = largura da seção transversal (cm);

Posteriormente, foram calculados os momentos resistentes das lajes armaduras longitudinalmente, conforme equação 34.

$$M_r = A_s \times f_{yk} \times (d - 0,4 \times x) \quad (34)$$

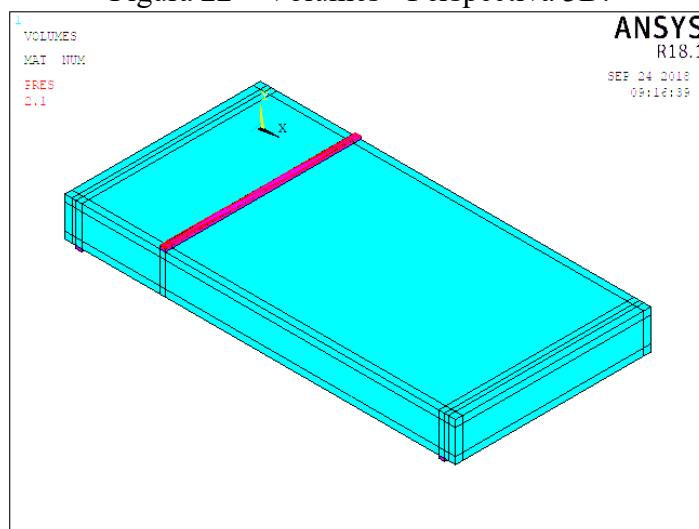
Em que: M_r = momento resistente, utilizado para as lajes com contribuição das barras de aço (kN×cm); f_{yk} = máxima tensão de tração das armaduras (kN/cm²); d = altura útil (cm).

3.3.2. Numérico

O desenvolvimento da modelagem computacional pelo software foi realizado por meio de arquivo de texto. Neste arquivo de texto é realizado todo o programa numérico: criação dos volumes, apoios, ponto de aplicação da força; propriedades dos materiais; definição da malha; definição das condições de contorno; aplicação do carregamento. O apêndice A contém o algoritmo utilizado para modelagem via texto, com observações em todas as linhas para melhor compreensão. O arquivo de texto não traz o desenvolvimento da armadura, esta etapa foi realizada pelo software, pois se trata de um procedimento mais elaborado e detalhado em que foi criado um elemento que representa as armaduras.

A rede de elementos finitos utilizadas para a discretização dos elementos de volume é apresentada na Figura 22, em azul claro, as taliscas de madeira tanto no ponto de aplicação da força quanto nos apoios direito e esquerdo, em roxo, e os elementos de barra que não são visíveis (barras de aço das armaduras). A força normal é perpendicular ao eixo longitudinal da laje e foi aplicada por meio de pressão no topo da chapa, a distância de 25 centímetros do apoio esquerdo.

Figura 22 – Volumes - Perspectiva 3D.

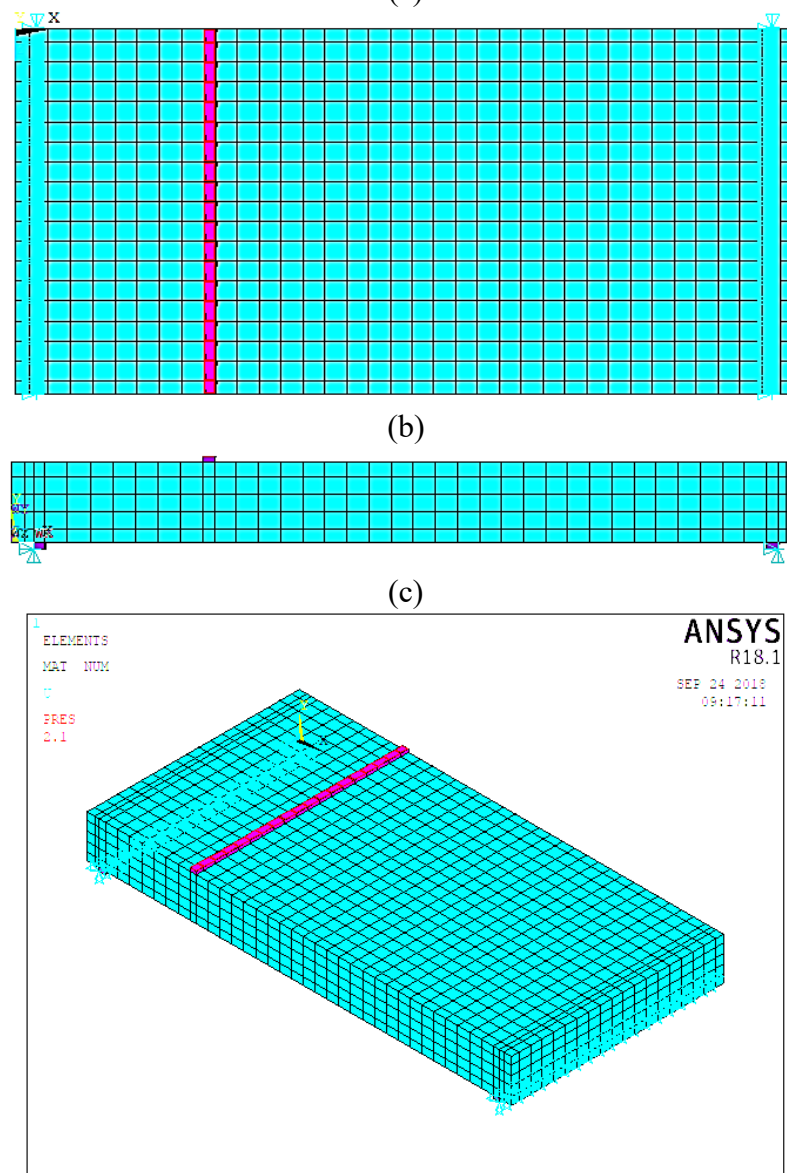


Fonte: Autor (2018).

Para modelar o material concreto por meio do modelo plástico, Concrete, baseado em Willian & Warncke, são necessários os seguintes dados de entrada: módulo de elasticidade longitudinal do concreto; resistência última do concreto à compressão e tração; coeficiente de Poisson; e coeficientes de transferência de cisalhamento (Alpha A e Alpha F). O módulo de elasticidade longitudinal do concreto, E_{ci} , foi calculado conforme a NBR 6118:2014 de acordo com a equação 27 e a resistência característica à tração, f_{tk} foi calculado conforme a NBR 6118:2014 de acordo com a equação 28. O coeficiente de Poisson, ν , adotado para o concreto foi igual a 0,2 e os coeficientes de transferência cisalhamento, Alpha A e F, foram iguais a 1 para fissuras abertas e 1 para fechadas na primeira modelagem e 0 para fissuras abertas e 1 para fechadas na segunda.

As propriedades dos materiais devem ser definidas no software. Para o concreto foi utilizado o SOLID65; para as taliscas no ponto de aplicação da força e nos apoios foi utilizado o SOLID185 visando o mínimo de interferência deste material, como se a distribuição da força seja uniforme; e para as armaduras foi utilizado o LINK180. Na criação dos volumes uma observação importante é que os volumes devem ser seccionados nos pontos de apoio e aplicação da carga, pois os nós da malha devem ficar nos vértices dos volumes. A Figura 23 apresenta a malha aplicada ao modelo, com distância entre nós de 4 cm, considerando cobrimento de 2,5 cm.

Figura 23 - Modelo com malha: (a) Vista superior; (b) Vista Lateral; (c) Perspectiva 3D.



Fonte: Autor (2018).

Após as malhas foi realizada a criação dos elementos das armaduras, com o elemento LINK180. Esta etapa está relacionada com a malha escolhida, pois é necessário ligar nó por nó para todas as armaduras.

3.4. RESULTADOS

Primeiramente foram desenvolvidos os dados analíticos conforme a NBR 6118:2014 que serviram de comparação com os dados numéricos. Na parte numérica foram realizados dois processamentos, considerando transferência de cisalhamento pela fissura aberta e não

considerando (ALPHA A=1 e ALPHA A=0). Essa variação na transferência de cisalhamento pela fissura está relacionada com o efeito de pino, pois para que haja a contribuição do efeito de pino é necessário que exista uma fissura, logo a variação serve para analisar qual laje teria maior relevância na influência da transferência ou não do cisalhamento pela fissura.

3.4.1. Analítico

A Tabela 6 traz os resultados analíticos relativos às forças últimas, calculadas pela força cortante e pelo momento fletor, de modo que a menor resistência entre os dois métodos será utilizada para o cálculo dos deslocamentos. Os resultados apresentados seguem o roteiro mencionado no item 3.3.1.

Tabela 6 - Determinação da força última.

d (cm)	Força Cortante			Momento Fletor		
	K	ρl	Vrk1 (kN)	x (cm)	Mrk (kN.cm)	Vrk (kN)
GRUPO A						
5,250	1,000	-	19,80	0,000	199,178	7,787
5,250	1,000	-	24,77	0,000	249,264	9,746
5,250	1,000	-	29,29	0,000	294,729	11,523
5,250	1,548	0,003	33,91	0,008	308,259	12,052
5,250	1,548	0,003	42,43	0,006	308,542	12,063
5,250	1,548	0,003	50,17	0,004	308,700	12,069
5,250	1,548	0,006	37,18	0,016	614,536	24,027
5,250	1,548	0,006	46,53	0,011	615,669	24,071
5,250	1,548	0,006	55,02	0,009	616,298	24,096
GRUPO B						
8,250	1,000	-	31,11	0,000	376,571	14,723
8,250	1,000	-	38,93	0,000	370,280	18,338
8,250	1,000	-	46,03	0,000	11948,403	591,730
8,250	1,518	0,003	52,02	0,008	728,677	36,087
8,250	1,518	0,003	65,10	0,005	728,755	36,091
8,250	1,518	0,003	76,97	0,004	728,797	36,093
8,250	1,518	0,006	56,30	0,014	1368,943	67,795
8,250	1,518	0,006	70,46	0,010	1371,217	67,908
8,250	1,518	0,006	83,31	0,008	1372,480	67,970
GRUPO C						
11,250	1,000	-	42,42	0,000	609,983	30,209
11,250	1,000	-	53,08	0,000	763,372	37,805
11,250	1,000	-	62,77	0,000	902,608	44,701
11,250	1,488	0,003	68,87	0,007	1214,617	60,152
11,250	1,488	0,003	86,18	0,005	1214,701	60,157
11,250	1,488	0,003	101,90	0,004	1214,748	60,159
11,250	1,488	0,005	74,63	0,014	2416,497	119,674
11,250	1,488	0,005	93,40	0,010	2420,305	119,863
11,250	1,488	0,005	110,44	0,008	2422,421	119,968

Fonte: Autor (2018).

É importante notar que as forças resistentes características das lajes em quase todos os casos é menor para momento fletor e que o cálculo da força resistente para momento fletor não considera a contribuição do concreto, logo os valores são iguais para 25, 35 e 45 MPa. Vale ressaltar também que o momento de fissuração independe da linha neutra. A Tabela 7 traz os resultados analíticos relativos às forças últimas e os deslocamentos calculados conforme equações apresentadas neste tópico.

Tabela 7 - Determinação dos deslocamentos verticais.

Vrk,mín (kN)	Eci (MPa)	ηl	ycg	Inércia (cm ⁴)	δ (cm)
GRUPO A					
7,787	28000,00	7,143	4,000	11946,667	0,011
9,746	33130,05	6,037	4,000	11946,667	0,012
11,523	37565,94	5,324	4,000	11946,667	0,012
12,052	28000,00	7,143	3,978	12064,805	0,017
12,063	33130,05	6,037	3,981	12046,741	0,014
12,069	37565,94	5,324	3,983	12035,055	0,013
24,027	28000,00	7,143	3,956	12179,496	0,033
24,071	33130,05	6,037	3,963	12144,337	0,028
24,096	37565,94	5,324	3,967	12121,507	0,025
GRUPO B					
14,723	28000,00	7,143	5,500	31056,667	0,008
18,338	33130,05	6,037	5,500	31056,667	0,008
46,029	37565,94	5,324	5,500	31056,667	0,019
36,087	28000,00	7,143	5,452	31578,260	0,019
36,091	33130,05	6,037	5,459	31498,597	0,016
36,093	37565,94	5,324	5,464	31447,043	0,014
56,299	28000,00	7,143	5,410	32027,974	0,030
67,908	33130,05	6,037	5,423	31881,406	0,030
67,970	37565,94	5,324	5,432	31786,216	0,027
GRUPO C					
30,209	28000,00	7,143	7,000	64026,667	0,008
37,805	33130,05	6,037	7,000	64026,667	0,008
44,701	37565,94	5,324	7,000	64026,667	0,009
60,152	28000,00	7,143	6,930	65291,098	0,016
60,157	33130,05	6,037	6,941	65097,877	0,013
60,159	37565,94	5,324	6,948	64972,852	0,012
74,634	28000,00	7,143	6,863	66516,934	0,019
93,402	33130,05	6,037	6,883	66141,322	0,020
110,438	37565,94	5,324	6,897	65897,343	0,021

Fonte: Autor (2018).

3.4.2. Numérico

Nesse item encontra-se os resultados referente aos parâmetros analisados na modelagem numérica, primeiramente por meio de tabelas e análise dos valores encontrados e no tópico 3.5 o estudo estatístico. A Tabela 8 traz os valores calculados pelo processo analítico, os resultados numéricos da modelagem relativos às forças últimas e os deslocamentos calculados conforme roteiro numérico apresentado no tópico 3.3.

Tabela 8 - Determinação da força última e deslocamentos verticais.

Lajes	Altura (cm)	Vk - Analítico (kN)	Vk – ANSYS (kN)	Vk- ANSYS - $\alpha A0$ (kN)	δ máx - Analítico (mm)	δ máx - ANSYS (mm)	δ máx - ANSYS $\alpha A0$ (mm)
Grupo A							
L1-A	8	9,864	12,750	12,750	0,127	0,281	0,281
L1-B	8	12,345	16,000	16,000	0,134	0,299	0,299
L1-C	8	14,596	19,000	19,000	0,140	0,314	0,314
L2-A	8	13,957	13,000	13,000	0,178	0,285	0,285
L2-B	8	14,821	16,250	16,250	0,160	0,302	0,302
L2-C	8	15,301	19,250	19,250	0,146	0,317	0,317
L3-A	8	25,427	13,750	13,200	0,321	0,354	0,288
L3-B	8	25,427	23,594	16,500	0,272	0,816	0,306
L3-C	8	27,241	27,125	20,325	0,258	0,834	0,401
Grupo B							
L4-A	11	25,643	22,500	22,400	0,127	0,156	0,156
L4-B	11	32,091	28,000	27,500	0,134	0,165	0,163
L4-C	11	37,944	33,000	32,900	0,140	0,172	0,172
L5-A	11	38,202	22,500	22,400	0,186	0,156	0,155
L5-B	11	38,482	28,400	28,400	0,159	0,167	0,167
L5-C	11	38,679	33,500	33,500	0,141	0,174	0,175
L6-A	11	54,032	23,000	22,900	0,259	0,158	0,158
L6-B	11	54,032	28,500	28,900	0,220	0,167	0,169
L6-C	11	54,032	33,500	33,500	0,195	0,174	0,174
Grupo C							
L7-A	14	43,361	30,000	30,600	0,104	0,028	0,028
L7-B	14	54,264	38,250	38,250	0,110	0,030	0,030
L7-C	14	64,162	45,750	45,600	0,115	0,031	0,032
L8-A	14	60,779	30,750	30,750	0,143	0,028	0,028
L8-B	14	60,934	38,250	38,250	0,122	0,030	0,030
L8-C	14	61,201	45,000	45,600	0,108	0,031	0,031
L9-A	14	76,027	39,563	30,600	0,176	0,059	0,028
L9-B	14	93,038	39,000	39,000	0,183	0,030	0,030
L9-C	14	93,038	45,750	46,350	0,162	0,031	0,032

Fonte: Autor (2018).

Nota-se na Tabela 8 que as forças resistentes características ficaram muito próximas tanto para o analítico quanto para o numérico do Grupo A, com exceção da L3-A, para os grupos B e C que possuem alturas maiores existe um distanciamento da força resistente última na comparação do analítico e numérico.

Para as lajes sem armadura e com armadura mínima, as forças resistentes máximas ao cisalhamento também ficaram próximas, com um incremento devido à armadura muito pequeno e com o aumento da altura a existência ou não de armadura fica irrelevante, ou seja, com o aumento da altura da peça as armaduras em nada contribuem para a resistência ao cisalhamento.

É perceptível que a presença de armadura aumenta significativamente a resistência, de acordo com o método analítico, o que não foi confirmado na modelagem numérica. No quesito $\alpha A=1$ as forças últimas ficaram muito próximas do $\alpha A=0$, com e sem transferência de cisalhamento pela fissura, respectivamente, porém na laje de 8 centímetros de altura com taxa de $2 \times A_{s,min}$, houve uma variação relevante. Este fato pode ser explicado porque quanto menor a altura da laje maior a relevância da taxa de armadura e quanto maior a taxa de armadura maior será a resistência à força cortante pela fissura.

Em relação aos deslocamentos verticais da laje, observa-se que para o Grupo A, pelo cálculo analítico os valores dos deslocamentos foram menores em todos os casos, mostrando que a modelagem numérica apresenta um comportamento mais real da estrutura. Para o Grupo B o comportamento mudou, houve um distanciamento nas lajes com taxa de $2 \times A_{s,min}$, já para as outras seis lajes o valor do deslocamento vertical ficou muito próximo. E para o Grupo C os deslocamentos numéricos ficaram bem distantes dos valores analíticos, os valores dos deslocamentos analíticos foram maiores em todos os casos, para as lajes de 14cm, os deslocamentos numéricos diminuíram consideravelmente, será interessante analisar experimentalmente o comportamento real das lajes mais rígidas. Essa variação nos deslocamentos está diretamente relacionada com o módulo de elasticidade utilizado que foi o recomendado pela norma 6118 (2014), porém estudos realizados verificaram que o comportamento tensão x deformação mais ideal seria com um módulo de elasticidade da seção homogeneizada.

No quesito $\alpha A=1$ os deslocamentos máximos ficaram muito próximos do $\alpha A=0$, com e sem transferência de cisalhamento pela fissura, respectivamente, para as lajes 1 e 2, porém nas lajes com taxa de $2 \times A_{s,min}$, o deslocamento foi muito superior quando consideramos a transferência de cisalhamento pela fissura. Fato este que ocorreu apenas para as lajes do

Grupo A, para as lajes com maior altura a transferência pela fissura não variou significativamente.

A Tabela 9 complementa a análise das forças últimas e dos deslocamentos verticais de modo a apresentar as razões entre cada um dos modelos calculados.

Tabela 9 - Relação entre métodos de cálculo.

Vk (Analítico / ANSYS)	Vk (ANSYS αA 1 / 0)	$\delta_{\text{máx}}$ (Analítico / ANSYS)	$\delta_{\text{máx}}$ (ANSYS αA 1 / 0)
Grupo A			
0,774	1,000	0,452	1,000
0,772	1,000	0,450	1,000
0,768	1,000	0,446	1,000
1,074	1,000	0,624	1,000
0,912	1,000	0,530	1,000
0,795	1,000	0,460	1,000
1,849	1,042	0,907	1,229
1,078	1,430	0,333	2,667
1,004	1,335	0,309	2,080
Grupo B			
1,140	1,004	0,815	1,000
1,146	1,018	0,815	1,012
1,150	1,003	0,815	1,000
1,698	1,004	1,193	1,006
1,355	1,000	0,951	1,000
1,155	1,000	0,810	0,994
2,349	1,004	1,642	1,000
1,896	0,986	1,319	0,988
1,613	1,000	1,120	1,000
Grupo C			
1,445	0,980	3,723	1,000
1,419	1,000	3,675	1,000
1,402	1,003	3,709	0,969
1,977	1,000	5,117	1,000
1,593	1,000	4,058	1,000
1,360	0,987	3,486	1,000
1,922	1,293	2,981	2,107
2,386	1,000	6,098	1,000
2,034	0,987	5,224	0,969

Fonte: Autor (2018).

Para a análise do efeito de pino, o caso mais interessante é o da Laje 3 que possui menor altura e taxa de armadura $2 \times A_{s,\text{mín}}$, pois estas três lajes apresentaram a maior variação entre os valores modelados com Alpha A=0 e Alpha A=1, com contribuição para força

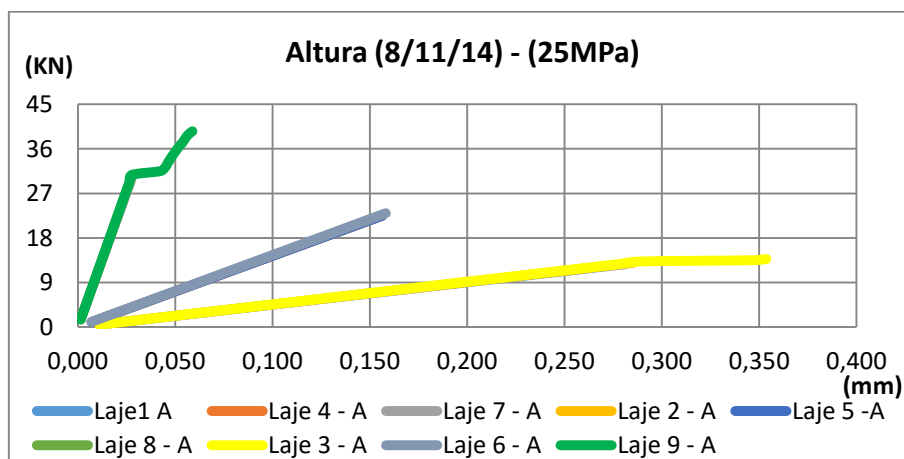
resistente entre 4,2% e 43%, e com deslocamentos verticais quase 3 vezes maiores. Este fato pode ser entendido de maneira que a transferência de cisalhamento por meio da fissura permite maior deslocamento dos nós e faz com que a armadura se deforme mais e auxilie na resistência ao cisalhamento.

3.4.2.1. Altura

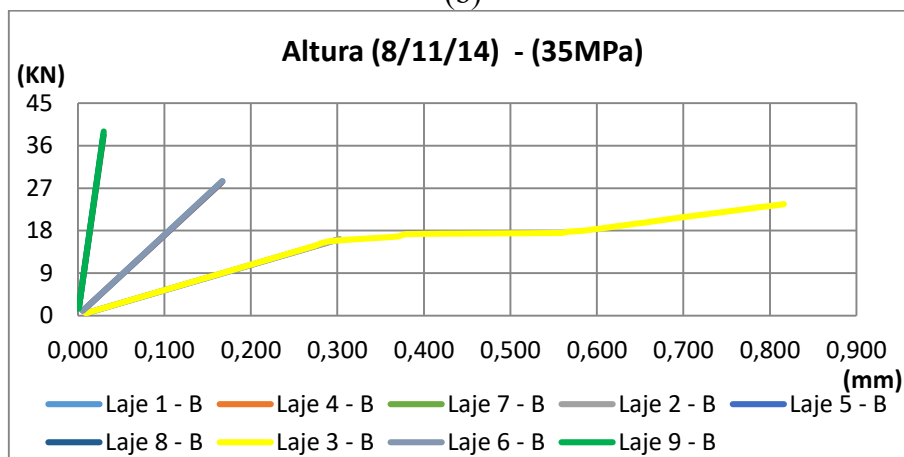
A Figura 24 apresenta os diagramas tensão \times deformação com a variação das alturas e das taxas de armadura, com o f_{ck} fixo.

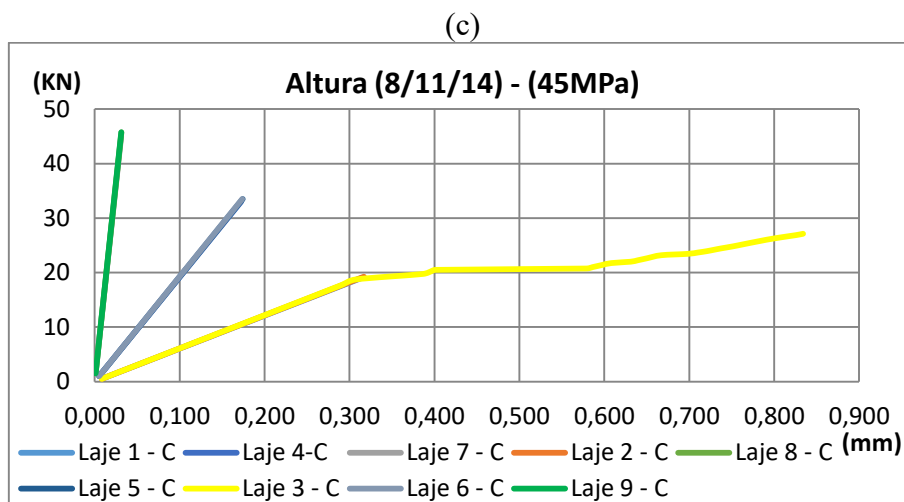
Figura 24 – Influência da altura na resistência última. (a) 25MPa; (b) 35MPa; (c) 45MPa.

(a)



(b)





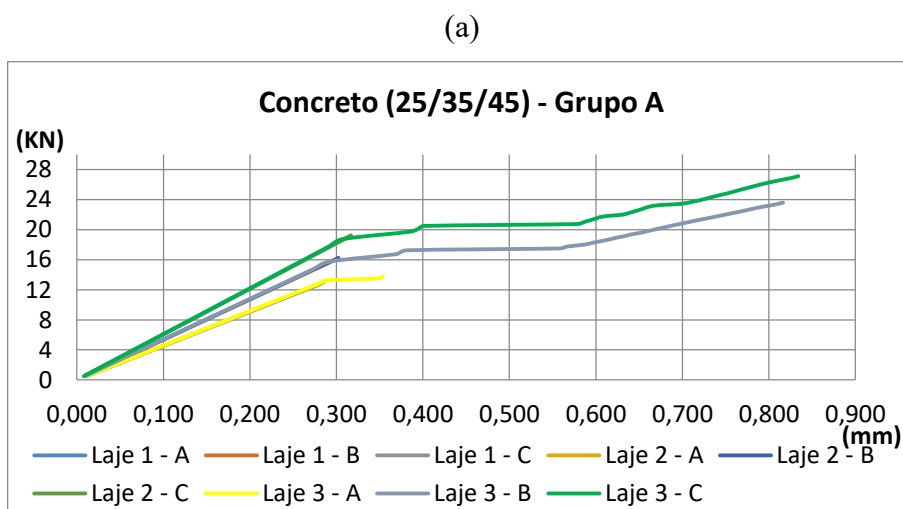
Fonte: Autor (2018).

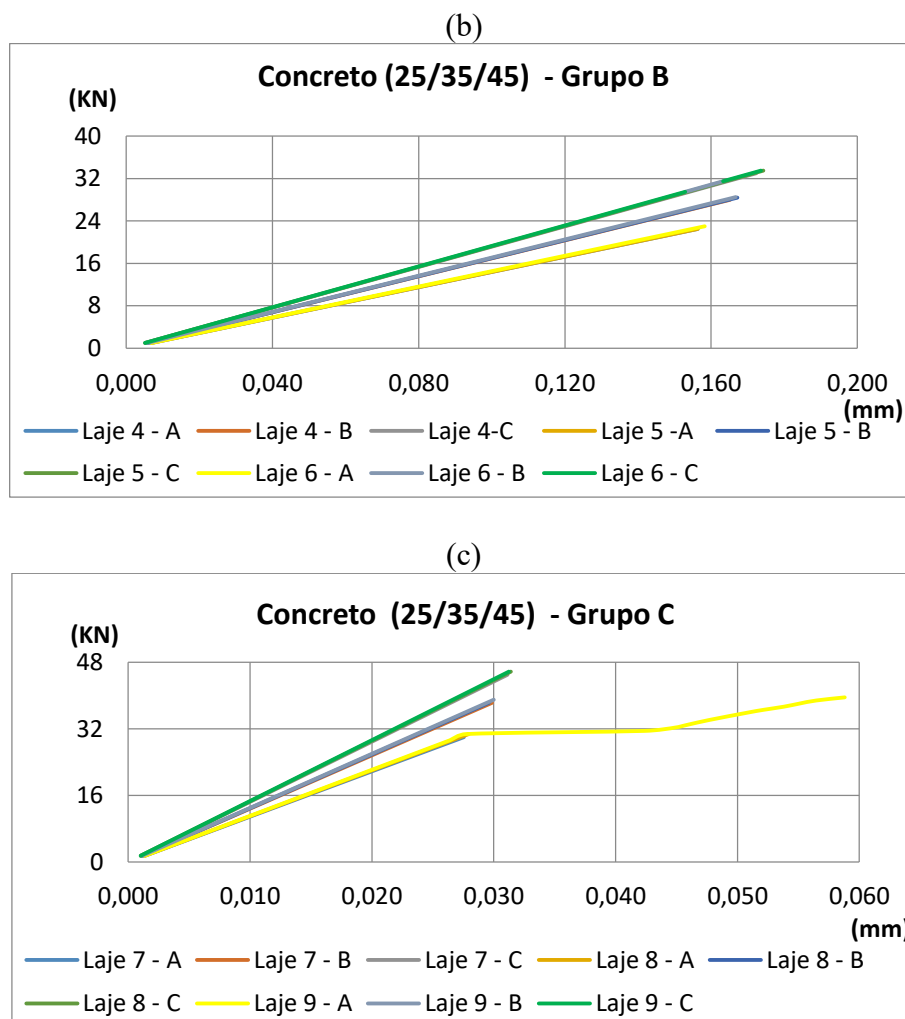
Observa-se que as lajes com mesma altura possuem comportamentos semelhantes, com exceção para as lajes 3-A, 3-B, 3-C que com o aumento da taxa de armadura se deslocaram bem mais. Os diagramas mostram que quanto maior a altura da laje maior sua resistência e menor o deslocamento, fatos que já eram esperados.

3.4.2.2. Resistência do concreto

A Figura 25 apresenta os diagramas tensão \times deformação com a variação do f_{ck} e das taxas de armadura, com a altura fixa.

Figura 25 - Influência do f_{ck} na resistência última. (a) Grupo A; (b) Grupo B; (c) Grupo C.





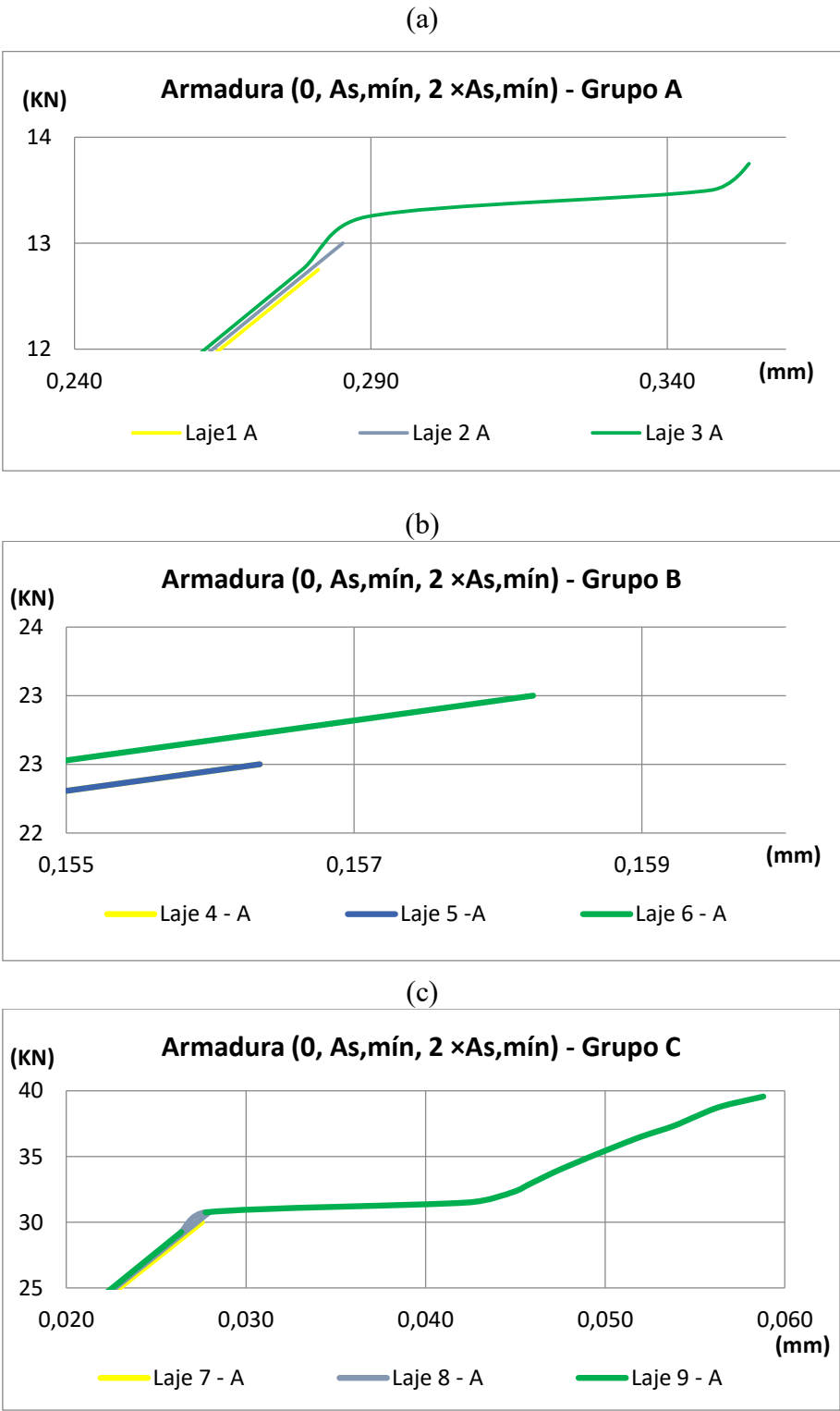
Fonte: Autor (2018).

Observa-se que as lajes com mesmo f_{ck} possuem comportamentos semelhantes, com exceção para as lajes 3-A, 3-B, 3-C e 9-A que com o aumento da taxa de armadura se deslocaram bem mais e suas resistências últimas aumentaram. Os diagramas mostram que quanto maior o f_{ck} do concreto utilizado maior sua resistência e maior o deslocamento.

3.4.2.3. Taxa de armadura

A Figura 26 apresenta os diagramas tensão \times deformação com a variação das taxas de armadura, com as alturas fixas. Focando no aumento do deslocamento com o aumento das armaduras para o f_{ck} fixo em 25 MPa.

Figura 26 - Influência da taxa de armadura. (a) Grupo A; (b) Grupo B; (c) Grupo C.



Fonte: Autor (2018).

Observa-se que a variação das armaduras das lajes com mesmo f_{ck} reflete em comportamentos distintos, em que as lajes com $2 \times A_{s,min}$ se deslocam bem mais do que as lajes com $A_{s,min}$ e sem armadura, e as suas resistências últimas também aumentaram. Os diagramas mostram que as lajes com $A_{s,min}$ e sem armadura não apresentaram variação significativa quanto a força resistente última e ao deslocamento vertical.

3.5. ESTUDO ESTATÍSTICO

3.5.1. Considerações iniciais

O estudo estatístico do trabalho foi realizado por Análise de variância que tem como objetivos fornecer subsídios para melhor compreensão do comportamento estrutural das lajes ao cisalhamento, otimizando o número de variáveis a serem investigadas. A análise foi desenvolvida utilizando dados da modelagem numérica, obtidos por meio de programa computacional baseado no método dos elementos finitos.

Com a análise de variância foi possível estabelecer quais os parâmetros mais relevantes a serem analisados experimentalmente, já que a análise experimental tem o objetivo de obter com precisão satisfatória a força de ruptura, modo de ruptura, deslocamento e fissuração da laje.

Este estudo estatístico, conhecido como ANOVA (*Analysis of Variance*), é a comparação de médias oriundas de grupos diferentes, chamados tratamentos. Existem dois tipos de problemas a serem resolvidos por meio da ANOVA, fatores fixos ou aleatórios. O caso em questão se refere ao estudo de fatores fixos, com quatro variáveis: altura do elemento, resistência à compressão do concreto, taxa de armadura e coeficiente Alpha A. Parâmetros estes que foram determinados devido à revisão bibliográfica, conforme item 2.3.4., em que foi possível determinar quais fatores possuem maior relevância no cisalhamento e, posteriormente, no efeito de pino.

Foram criados quatro grupos de análise e estes foram divididos em:

- Grupo A: Lajes com variação do f_{ck} , taxa de armadura e Alpha A; altura fixa de 8 centímetros.
- Grupo B: Lajes com variação do f_{ck} , taxa de armadura e Alpha A; altura fixa de 11 centímetros.
- Grupo C: Lajes com variação do f_{ck} , taxa de armadura e Alpha A; altura fixa de 14 centímetros.

- Grupo D: Todas as lajes foram analisadas, nenhum parâmetro fixado. É uma maneira de medir a influência da variação da altura da peça.

A Tabela 10 exibe as vinte e sete lajes analisadas, com os dados utilizados na análise de variância para a força última resistente ao cisalhamento e ao deslocamento vertical.

Tabela 10 - Resultados numéricos da modelagem.

Lajes	Altura (cm)	Fck (MPa)	Fct (MPa)	As,efet (cm²)	Eci (MPa)	Vk - ANSYS (kN)	Vk- ANSYS - αA (kN)	δ máx - ANSYS (mm)	δ máx - ANSYS - αA (mm)
Grupo A									
L1-A	8	25	3,001	0,000	28000,000	12,750	12,750	0,281	0,281
L1-B	8	35	3,756	0,000	33130,047	16,000	16,000	0,299	0,299
L1-C	8	45	4,441	0,000	37565,942	19,000	19,000	0,314	0,314
L2-A	8	25	3,001	1,247	28000,000	13,000	13,000	0,285	0,285
L2-B	8	35	3,756	1,247	33130,047	16,250	16,250	0,302	0,302
L2-C	8	45	4,441	1,247	37565,942	19,250	19,250	0,317	0,317
L3-A	8	25	3,001	2,494	28000,000	13,750	13,200	0,354	0,288
L3-B	8	35	3,756	2,494	33130,047	23,594	16,500	0,816	0,306
L3-C	8	45	4,441	2,494	37565,942	27,125	20,325	0,834	0,401
Grupo B									
L4-A	11	25	3,001	0,000	28000,000	22,500	22,400	0,156	0,156
L4-B	11	35	3,756	0,000	33130,047	28,000	27,500	0,165	0,163
L4-C	11	45	4,441	0,000	37565,942	33,000	32,900	0,172	0,172
L5-A	11	25	3,001	1,870	28000,000	22,500	22,400	0,156	0,155
L5-B	11	35	3,756	1,870	33130,047	28,400	28,400	0,167	0,167
L5-C	11	45	4,441	1,870	37565,942	33,500	33,500	0,174	0,175
L6-A	11	25	3,001	3,429	28000,000	23,000	22,900	0,158	0,158
L6-B	11	35	3,756	3,429	33130,047	28,500	28,900	0,167	0,169
L6-C	11	45	4,441	3,429	37565,942	33,500	33,500	0,174	0,174
Grupo C									
L7-A	14	25	3,001	0,000	28000,000	30,000	30,600	0,028	0,028
L7-B	14	35	3,756	0,000	33130,047	38,250	38,250	0,030	0,030
L7-C	14	45	4,441	0,000	37565,942	45,750	45,600	0,031	0,032
L8-A	14	25	3,001	2,182	28000,000	30,750	30,750	0,028	0,028
L8-B	14	35	3,756	2,182	33130,047	38,250	38,250	0,030	0,030
L8-C	14	45	4,441	2,182	37565,942	45,000	45,600	0,031	0,031
L9-A	14	25	3,001	4,364	28000,000	39,563	30,600	0,059	0,028
L9-B	14	35	3,756	4,364	33130,047	39,000	39,000	0,030	0,030
L9-C	14	45	4,441	4,364	37565,942	45,750	46,350	0,031	0,032

Fonte: Autor (2018).

A Tabela 11 apresenta uma análise de forma estatística em que: f_{ck} é dividido em três índices (-1, 0, 1) referente aos valores (25; 35; 45), em MPa; A_s é dividida em três índices (-

1, 0, 1) referente aos valores ($0; A_{s,min}; 2 \times A_{s,min}$), em cm^2 ; αA é dividido em dois índices (0, 1) referente aos valores utilizados na modelagem (0, 1), adimensional. Este método é uma forma de organização dos parâmetros e grupos analisados estatisticamente, tornando mais clara os dados a serem estudados.

Tabela 11 - Planejamento Estatístico – Grupos A, B e C.

Iterações	f_{ck}	$A_{s,efet}$	$\alpha A0$
1	-1	-1	0
2	-1	-1	1
3	0	-1	0
4	0	-1	1
5	1	-1	0
6	1	-1	1
7	-1	0	0
8	-1	0	1
9	0	0	0
10	0	0	1
11	1	0	0
12	1	0	1
13	-1	1	0
14	-1	1	1
15	0	1	0
16	0	1	1
17	1	1	0
18	1	1	1

Fonte: Autor (2018).

A Tabela 12 apresenta o planejamento fatorial para o Grupo D, que possui os mesmos índices da Tabela 11, porém com acréscimo da altura que é dividida em três índices (-1, 0, 1) referente aos valores (8; 11; 14), em centímetros.

Tabela 12 - Planejamento Estatístico – Grupos D.

Planejamento Fatorial (Numérico)									
Iterações	f_{ck}	$A_{s,efet}$	αA_0	H	Iterações	f_{ck}	$A_{s,efet}$	αA_0	H
1	-1	-1	0	-1	28	0	0	1	0
2	-1	-1	1	-1	29	1	0	0	0
3	0	-1	0	-1	30	1	0	1	0
4	0	-1	1	-1	31	-1	1	0	0
5	1	-1	0	-1	32	-1	1	1	0
6	1	-1	1	-1	33	0	1	0	0
7	-1	0	0	-1	34	0	1	1	0
8	-1	0	1	-1	35	1	1	0	0
9	0	0	0	-1	36	1	1	1	0
10	0	0	1	-1	37	-1	-1	0	1
11	1	0	0	-1	38	-1	-1	1	1
12	1	0	1	-1	39	0	-1	0	1
13	-1	1	0	-1	40	0	-1	1	1
14	-1	1	1	-1	41	1	-1	0	1
15	0	1	0	-1	42	1	-1	1	1
16	0	1	1	-1	43	-1	0	0	1
17	1	1	0	-1	44	-1	0	1	1
18	1	1	1	-1	45	0	0	0	1
19	-1	-1	0	0	46	0	0	1	1
20	-1	-1	1	0	47	1	0	0	1
21	0	-1	0	0	48	1	0	1	1
22	0	-1	1	0	49	-1	1	0	1
23	1	-1	0	0	50	-1	1	1	1
24	1	-1	1	0	51	0	1	0	1
25	-1	0	0	0	52	0	1	1	1
26	-1	0	1	0	53	1	1	0	1
27	0	0	0	0	54	1	1	1	1

Fonte: Autor (2018).

3.5.2. Formulação da análise de variância

Sejam A, B, C os fatores principais fixos da análise de variância, a, b, c, as variações desses fatores e n o número de réplicas. Em geral existirá $abc...n$ combinações possíveis. Se todos os fatores do experimento forem fixados, pode-se facilmente formular o problema, obtendo resultados que indicam quais dos fatores analisados são importantes.

A relevância de um determinado fator principal é realizada entre a média dos quadrados de cada fator principal ou combinação dos fatores principais pela média dos quadrados dos erros. A divisão entre as médias dos quadrados de cada fator pela média dos erros é chamada de F_0 . O número de graus de liberdade de cada fator principal é igual ao número de variações de cada fator menos a unidade. O número de graus de liberdade dos fatores combinados é o produto entre os fatores principais que foram combinados.

Para a determinação da relevância de uma variável aplica-se o teste F. Por meio de valores tabelados de $F_{\text{crít}}$ fornecidos por Montgomery (1996), compara-se o valor calculado de F_0 com o valor crítico $F_{\text{crít}}$. Se o valor calculado for maior que o tabelado significa que é um fator relevante, se menor, que não tem importância significativa. Os valores de $F_{\text{crít}}$ são função do número de graus de liberdade e dos graus de liberdade de cada variável.

O coeficiente de determinação (R^2) é uma medição do ajustamento de um modelo estatístico generalizado, a quantidade de variabilidade nos dados que é explicada pelo modelo de regressão ajustado, em relação aos valores observados. Este coeficiente varia de 0 a 1, indicando em porcentagem, o quanto o modelo consegue explicar os valores observados.

A soma dos quadrados dos desvios é chamada de somas quadráticas (SQ), cada soma quadrática está associada a um número de graus de liberdade, que indica quantos valores independentes envolvendo as n observações são necessários para determiná-la. Para a soma quadrática dos n desvios em relação à média, o número de graus de liberdade é (n-1) e não n, porque a soma dos desvios é nula. A equação 32 traz o cálculo da soma quadrática.

$$\sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (35)$$

$$[\text{S.Q. em torno da média}] = [\text{S.Q. devida à regressão}] + [\text{S.Q. residual}]$$

Em que: \bar{y} é a média global; \hat{y}_i é o ponto em questão; y_i é o valor previsto. Logo, temos que a primeira parcela é a diferença entre o ponto em questão e a média global; a segunda parcela entre o valor observado e a média global; e a terceira entre ponto observado e o previsto.

Dividindo as somas quadráticas pelos seus respectivos graus de liberdade, obtêm-se as médias quadráticas (MQ's). A soma quadrática residual representa parte da variação das respostas em torno da média que o modelo não consegue reproduzir. Essa estimativa pode ser interpretada como uma medida aproximada do erro médio se a regressão for utilizada.

A análise de variância (ANOVA) normalmente é acompanhada por um teste F, que considerada as seguintes hipóteses: as observações devem ser independentes; as variâncias devem ser iguais nos C grupos; a distribuição das observações em cada grupo deve ser normal. Por meio da análise da variação nos dados, tanto entre grupos e quanto dentro dos grupos, as conclusões podem ser tiradas sobre possíveis diferenças entre médias aritméticas de grupos. A variação total dos resultados é subdividida em: diferenças entre grupos e variações devidas ao acaso, a variação dentro dos grupos é considerada como erro experimental e a variação entre os grupos é atribuída a efeitos de tratamento.

Os graus de liberdade quando C níveis do fator estão sendo comparados, existem $(C - 1)$ graus de liberdade associados à soma dos quadrados entre grupos (SQE). Como cada um dos C níveis contribuem com $(n - 1)$ graus de liberdade e existem $(n - C)$ graus de liberdade associados a soma dos quadrados dentro dos grupos (SQD). Além disto, existem $(n - 1)$ graus de liberdade associados à soma total dos quadrados, conforme Tabela 13.

Tabela 13 - Graus de Liberdade.	
Fonte	Graus de Liberdade
Entre grupos	C - 1
Dentro dos grupos	n - C
Total	n - 1
Fonte: Autor (2018).	

3.5.3. Análise dos resultados

Este tópico visa entender a análise de variância e quais os principais fatores que contribuem para o aumento de resistência ao cisalhamento e o deslocamento vertical das lajes. Foram realizadas tabelas visando exibir de forma mais detalhada os dados estatísticos e os resultados obtidos, primeiramente resultados para os grupos com altura fixa, grupo A, B e C, e posteriormente, um grupo com todas as variações, Grupo D.

3.5.3.1. Resistência ao cisalhamento

Por meio do estudo estatístico com dezoito simulações de lajes obtêm-se os resultados exibidos na Tabela 14, referentes ao Grupo A.

Tabela 14 - Análise de variância do Grupo A (V_k).

Fatores	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Média dos quadrados	F_0	F_{crit}
f_{ck}	173.801	2	86.900	38.16	6.94
$A_{s,efet}$	37.170	2	18.585	8.16	6.94
$\alpha A0$	11.591	1	11.591	5.09	7.71
$f_{ck} \times A_{s,efet}$	12.220	4	3.055	1.34	6.39
$f_{ck} \times \alpha A0$	4.554	2	2.277	1.00	6.94
$A_{s,efet} \times \alpha A0$	23.181	2	11.591	5.09	6.94
Erro	9.108	4	2.277	-	-
Total	271.625	17	-	-	-

Fonte: Autor (2018).

Observa-se que para as lajes com altura de 8 centímetros tanto o f_{ck} quanto a área de aço foram superiores ao valor crítico F_0 . O coeficiente de determinação da amostra ficou em um nível adequado, com 96,6% dos valores observados.

A Tabela 15 apresenta o estudo estatístico com dezoito simulações de lajes de 11 centímetros de altura.

Tabela 15 - Análise de variância do Grupo B (V_k).

Fatores	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Média dos quadrados	F_0	F_{crit}
f_{ck}	343.871	2	171.936	5626.95	6.94
$A_{s,efet}$	1.351	2	0.676	22.11	6.94
$\alpha A0$	0.014	1	0.014	0.45	7.71
$f_{ck} \times A_{s,efet}$	0.329	4	0.082	2.69	6.39
$f_{ck} \times \alpha A0$	0.004	2	0.002	0.07	6.94
$A_{s,efet} \times \alpha A0$	0.084	2	0.042	1.38	6.94
Erro	0.122	4	0.031	-	-
Total	345.776	17	-	-	-

Fonte: Autor (2018).

No grupo B tanto o f_{ck} quanto a área de aço são relevantes. O coeficiente de determinação da amostra ficou ótimo com 100,0% dos valores observados.

A Tabela 16 apresenta o estudo estatístico com dezoito simulações de lajes de 14 centímetros de altura.

Tabela 16 - Análise de variância do Grupo C (V_k).

Fatores	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Média dos quadrados	F_0	F_{crit}
f_{ck}	557.950	2	278.975	55.52	6.94
$A_{s,efet}$	15.310	2	7.655	1.52	6.94
$\alpha A0$	2.971	1	2.971	0.59	7.71
$f_{ck} \times A_{s,efet}$	13.880	4	3.470	0.69	6.39
$f_{ck} \times \alpha A0$	8.870	2	4.435	0.88	6.94
$A_{s,efet} \times \alpha A0$	8.778	2	4.389	0.87	6.94
Erro	20.100	4	5.025	-	-
Total	627.858	17	-	-	-

Fonte: Autor (2018).

O grupo C traz informações muito importantes, com o aumento da altura da peça apenas o f_{ck} é relevante, o que confirma os estudos sobre cisalhamento de que a armadura efetiva perde drasticamente sua importância. O coeficiente de determinação da amostra ficou num nível ideal com 96,8% dos valores observados.

A Tabela 17 apresenta o estudo estatístico completo, com as cinquenta e quatro simulações de lajes, sendo dezoito amostras com 8, 11 e 14 centímetros de altura. Esta análise é a mais significativa, pois engloba o parâmetro altura.

Tabela 17 - Análise de variância do Grupo D (V_k).

Fatores	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Média dos quadrados	F_0	F_{crit}
f_{ck}	1018.900	2	509.450	174.244	3.34
$A_{s,efet}$	40.258	2	20.129	6.885	3.34
$\alpha A0$	9.174	1	9.174	3.138	4.20
H	4232.281	2	2116.141	723.769	3.34
$f_{ck} \times A_{s,efet}$	0.067	4	0.017	0.006	2.71
$f_{ck} \times \alpha A0$	0.318	2	0.159	0.054	3.34
$f_{ck} \times H$	56.715	4	14.179	4.849	2.71
$A_{s,efet} \times \alpha A0$	18.986	2	9.493	3.247	3.34
$A_{s,efet} \times H$	13.574	4	3.394	1.161	2.71
$\alpha A0 \times H$	5.402	2	2.701	0.924	3.34
Erro	81.866	28	2.924	-	-
Total	5477.541	53	-	-	-

Fonte: Autor (2018).

O grupo D afirma que a altura da peça, resistência do concreto e área das armaduras são os fatores relevantes quando se trata do cisalhamento, já o parâmetro $\alpha A0$ não é relevante na análise geral. Vale salientar que as armaduras foram modeladas utilizando o elemento

Link180, que não compreende a transferência de esforços tangenciais, logo o parâmetro $\alpha A0$, mede a transferência de cisalhamento na fissura no próprio concreto sem a contribuição do aço. O coeficiente de determinação da amostra ficou num nível muito bom com 98,5% dos valores observados. Em uma posterior análise sobre o efeito de pino, conforme observado nas Tabelas 8, 9 e 10, será mais interessante aprofundar em uma laje com menor altura, já que o parâmetro $\alpha A0$ e as armaduras diminuem drasticamente sua contribuição com o aumento da altura da peça.

3.5.3.2. Deslocamento vertical da Laje

Por meio do estudo estatístico com dezoito simulações de lajes obtêm-se os resultados exibidos na Tabela 18, referentes ao Grupo A.

Tabela 18 - Análise de variância do Grupo A ($\delta_{\text{máx}}$).

Fatores	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Média dos quadrados	F _o	F _{crit}
f_{ck}	2.47E-02	2	1.23E-02	5.25	6.94
$A_{s,\text{efet}}$	5.40E-02	2	2.70E-02	11.49	6.94
$\alpha A0$	1.42E-02	1	1.42E-02	6.03	7.71
$f_{ck} \times A_{s,\text{efet}}$	2.04E-02	4	5.10E-03	2.17	6.39
$f_{ck} \times \alpha A0$	4.70E-03	2	2.35E-03	1.00	6.94
$A_{s,\text{efet}} \times \alpha A0$	2.83E-02	2	1.42E-02	6.03	6.94
Erro	9.40E-03	4	2.35E-03	-	-
Total	0.156	17	-	-	-

Fonte: Autor (2018).

Observa-se que para as lajes com altura de 8 centímetros a área das armaduras mostrou-se significativa, fato que já era esperado pois as armaduras permitem maior deslocamento da estrutura. Vale salientar que o deslocamento máximo foi observado no nó intermediário da parte inferior logo abaixo do ponto de aplicação da força. O coeficiente de determinação da amostra ficou em um nível adequado, com 94,0% dos valores observados.

A Tabela 19 apresenta o estudo estatístico com dezoito simulações de lajes de 11 centímetros de altura.

Tabela 19 - Análise de variância do Grupo B ($\delta_{\text{máx}}$).

Fatores	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Média dos quadrados	F ₀	F _{crit}
f_{ck}	5.08E-04	2	2.54E-04	0.267	6.94
$A_{s,efet}$	9.48E-03	2	4.74E-03	4.976	6.94
$\alpha A0$	1.40E-05	1	1.40E-05	0.015	7.71
$f_{ck} \times A_{s,efet}$	3.76E-03	4	9.41E-04	0.987	6.39
$f_{ck} \times \alpha A0$	1.08E-03	2	5.39E-04	0.565	6.94
$A_{s,efet} \times \alpha A0$	8.83E-03	2	4.42E-03	4.635	6.94
Erro	3.81E-03	4	9.53E-04	-	-
Total	0.027	17	-	-	-

Fonte: Autor (2018).

O grupo B traz informações importantes, com o aumento da altura da peça a armadura efetiva perde sua importância no deslocamento da laje, nenhum parâmetro apresentou-se de maneira relevante. O coeficiente de determinação da amostra ficou num nível ideal com 86,1% dos valores observados.

A Tabela 20 apresenta o estudo estatístico com dezoito simulações de lajes de 14 centímetros de altura.

Tabela 20 - Análise de variância do Grupo C ($\delta_{\text{máx}}$).

Fatores	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Média dos quadrados	F ₀	F _{crit}
f_{ck}	7.00E-06	2	3.50E-06	0.264	6.94
$A_{s,efet}$	3.00E-05	2	1.50E-05	1.132	6.94
$\alpha A0$	1.20E-05	1	1.20E-05	0.906	7.71
$f_{ck} \times A_{s,efet}$	5.10E-05	4	1.28E-05	0.962	6.39
$f_{ck} \times \alpha A0$	2.90E-05	2	1.45E-05	1.094	6.94
$A_{s,efet} \times \alpha A0$	2.60E-05	2	1.30E-05	0.981	6.94
Erro	5.30E-05	4	1.33E-05	-	-
Total	2.08E-04	17	-	-	-

Fonte: Autor (2018).

O grupo C confirma que com o aumento da altura da peça, a armadura efetiva perde sua importância nos deslocamentos. O coeficiente de determinação da amostra ficou num nível adequado com 74,5% dos valores observados.

A Tabela 21 apresenta o estudo estatístico completo, com as cinquenta e quatro simulações de lajes, sendo dezoito amostras com 8, 11 e 14 centímetros de altura. Esta análise é a mais significativa, pois engloba o parâmetro altura.

Tabela 21 - Análise de variância do Grupo D ($\delta_{\text{máx}}$).

Fatores	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Média dos quadrados	F ₀	F _{crit}
f_{ck}	8.97E-03	2	4.49E-03	1.804	3.34
$A_{s,efet}$	3.60E-02	2	1.80E-02	7.246	3.34
$\alpha A0$	4.69E-03	1	4.69E-03	1.883	4.20
H	8.56E-01	2	4.28E-01	172.035	3.34
$f_{ck} \times A_{s,efet}$	4.52E-03	4	1.13E-03	0.454	2.71
$f_{ck} \times \alpha A0$	3.07E-03	2	1.53E-03	0.617	3.34
$f_{ck} \times H$	1.62E-02	4	4.04E-03	1.625	2.71
$A_{s,efet} \times \alpha A0$	3.11E-03	2	1.55E-03	0.624	3.34
$A_{s,efet} \times H$	2.74E-02	4	6.85E-03	2.753	2.71
$\alpha A0 \times H$	9.48E-03	2	4.74E-03	1.906	3.34
Erro	6.97E-02	28	2.49E-03	-	-
Total	1.04E+00	53	-	-	-

Fonte: Autor (2018).

O grupo D afirma que a $A_{s,efet}$, a altura e a interação $A_{s,efet} \times H$ são os fatores mais relevantes quando se trata do deslocamento vertical. O f_{ck} e o $\alpha A0$ não são relevantes nessa análise geral do deslocamento vertical. O coeficiente de determinação da amostra ficou num nível adequado com 93,3% dos valores observados.

Conforme esperado a altura da peça é o parâmetro mais relevante tanto para a resistência da peça à força cortante quanto para o deslocamento vertical. O f_{ck} é influente quando se trata da resistência do elemento, porém não influencia no deslocamento vertical. A área das armaduras é relevante na resistência do elemento quando em pequenas alturas, e tem influência significativa no deslocamento vertical. O parâmetro $\alpha A0$ foi realizado para analisar a transferência do cisalhamento por meio da fissura no software ANSYS®, porém a transferência de cisalhamento por meio da fissura no concreto, isolado, não foi relevante em nenhum caso, o que pode ser considerado como parcela referente ao engrenamento dos agregados sem a parcela de contribuição do efeito de pino, pois conforme mencionado o elemento utilizado na modelagem não permite que seja transferido força transversal. Logo será necessária uma modelagem com elementos de contato para uma análise mais realista do efeito de pino, visando analisar a transferência do cisalhamento não apenas no concreto conforme foi realizado, mas sim na armadura longitudinal em conjunto com o concreto.

CAPÍTULO 4

PROGRAMA EXPERIMENTAL

O programa experimental foi definido visando analisar da melhor maneira possível o comportamento de elementos de placa quanto à contribuição do efeito de pino no ensaio de resistência à força cortante. Os tópicos subsequentes apresentam: os grupos de ensaio e suas características, fôrmas, caracterização do aço, concretagem, instrumentação utilizada no ensaio.

Conforme o estudo estatístico a altura e a resistência à tração do concreto são os parâmetros mais relevantes no aumento de resistência à força cortante, porém por motivos financeiros, agilidade e trabalho em grupo, todas as lajes foram executadas com concreto C20. Foram apresentados os resultados de cargas de ruptura à força cortante de todas as lajes ensaiadas, fissuração de cisalhamento e flexão, deslocamento, dados dos extensômetros elétricos de resistência para as barras de aço e para o concreto.

4.1. GRUPOS

O programa experimental é composto por 3 grupos em que variam as alturas das lajes. As lajes foram representadas por: LX, em que L representa laje, X representa a variação entre parâmetros. Todas foram modeladas no programa ANSYS® e comparados os resultados visando calibrar o modelo desenvolvido e obter resultados satisfatórios. As dimensões largura e comprimento são idênticas para todas as amostras, 70×140 cm, as lajes foram armadas em uma única direção. As taxas de armadura de tração variam conforme indicações da NBR 6118:2014 variando entre 0%; armadura mínima e $2,0 \times$ armadura mínima, respeitando a taxa mínima absoluta de 0,15% e a taxa máxima de 4%.

A Tabela 22 traz as numerações de cada laje; altura; resistência do concreto aos 48 dias, dia de ruptura dos corpos de prova; área da seção transversal das barras de aço e a configuração da armadura, que indica a bitola utilizada e o espaçamento entre barras. A

configuração transporte é referente a armadura de transporte, que foi colocada para evitar que a laje sofresse ruptura pelo peso próprio quando for transportada para o local do ensaio de cisalhamento.

Tabela 22 - Caracterização dos grupos de ensaio experimental.

Lajes	Altura (cm)	$A_{s,min}$ (cm ²)	f_{cj} (MPa)	J (dias)	$A_{s,calc}$ (cm ²)	nº barras (ϕ 5,0)	$A_{s,efet}$ (cm ²)	Configuração
L1	8,00	1,20	17,93	48	0,00	-	-	Transporte
L2	8,00	1,20	17,93	48	1,20	6	1,178	6 ϕ 5,00 c/13
L3	8,00	1,20	17,93	48	2,40	12	2,356	12 ϕ 5,0 c/6,5
L4	11,00	1,65	17,93	48	0,00	-	-	Transporte
L5	11,00	1,65	17,93	48	1,65	9	1,767	9 ϕ 5,0 c/8
L6	11,00	1,65	17,93	48	3,30	17	3,338	17 ϕ 5,00 c/4
L7	14,00	2,10	17,93	48	0,00	-	-	Transporte
L8	14,00	2,10	17,93	48	2,10	11	2,160	11 ϕ 5,00 c/6,5
L9	14,00	2,10	17,93	48	4,20	22	4,320	22 ϕ 5,00 c/3

Fonte: Autor (2018).

4.2. ENSAIO DE CISALHAMENTO - REVISÃO

O programa da pesquisa consiste na investigação experimental da resistência à força cortante das lajes maciças, dando ênfase na contribuição do efeito de pino, no estado limite último.

A) Recomendações normativas

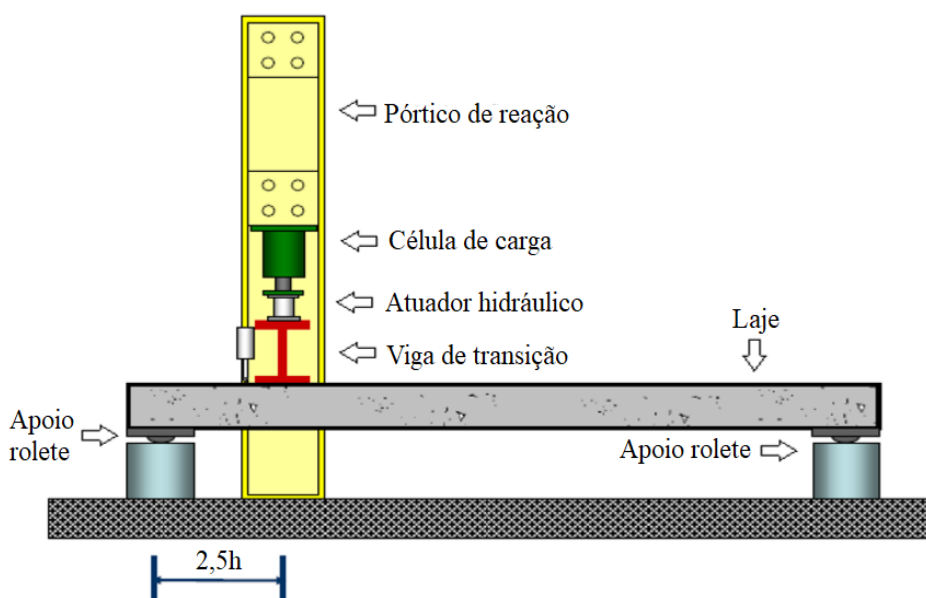
De acordo com Cavalcanti (2011) é importante realizar uma pesquisa sobre o ponto de aplicação do carregamento para que a ruptura por cisalhamento ocorra antes da ruptura por flexão. O método utilizado para definir a distância x , do apoio até o ponto de aplicação da força, foi por meio do critério de ruptura à força cortante da NBR 6118:2014 para laje sem armadura transversal, e posteriores comparações com as resistências últimas à flexão, de forma que o elemento rompa efetivamente pelo cisalhamento.

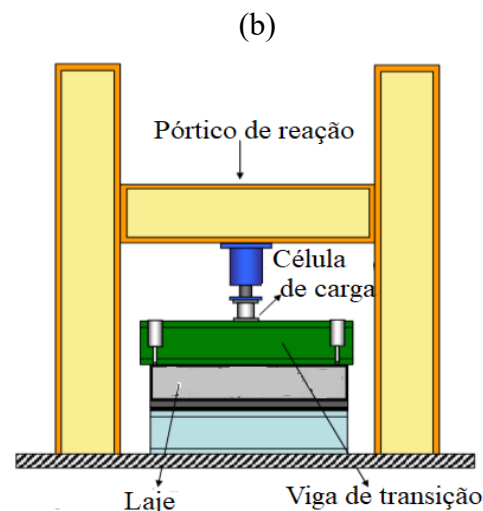
Com base em Catoia, Ferreira e Pinheiro (2016) um dos fatores que mais influenciam na resistência ao cisalhamento de lajes maciças é a resistência à tração do concreto, uma vez que esse tipo de laje não possui reforço, como uma armadura transversal, para esse tipo de solicitação. Sendo " h " a altura do elemento completo de laje, o ensaio prevê a aplicação da força a uma distância de $2,5h$ de um dos apoios. É recomendável que pelo menos o apoio mais próximo da aplicação da força seja do tipo rolete, capaz de distribuir uniformemente a

força ao longo da largura da peça e, também, de evitar o surgimento de forças longitudinais capazes de mover a laje sobre o apoio. Além disso, é recomendado usar uma viga de aço entre a laje e a o módulo de aplicação da força vertical (com altura entre 150 a 250 mm) com rigidez apropriada de modo a permitir a transferência uniforme do carregamento por toda largura da laje. E ainda é necessária a utilização de algum material para melhorar a distribuição da força entre a viga de aço e a laje, dentre os materiais mais usuais estão: chapa de madeira, neoprene, argamassa, gesso, tendo em vista eventual falta de nivelamento entre os dois elementos. O esquema básico desse ensaio é apresentado na Figura 27(a) e a Figura 27(b) traz uma vista frontal do ensaio.

Figura 27 – Modelos de apoio no ensaio de cisalhamento.

(a)



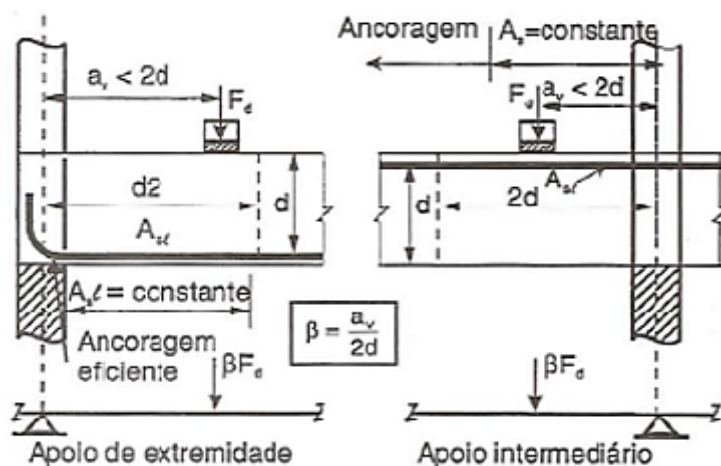


Fonte: Catoia, Ferreira e Pinheiro (2016).

B) Ensaios de cisalhamento em lajes de concreto armado

Cavalcanti (2011) em sua análise sobre cisalhamento em lajes de concreto armado, os resultados mostraram que para cargas diretas em linhas suficientemente afastadas dos apoios, a resistência das lajes não é mais influenciada pelo arqueamento dos esforços e depende apenas do engrenamento dos agregados, efeito de pino e tração do concreto. Já para cargas em linhas próximas aos apoios, a transmissão por meio do arqueamento dos esforços é significativa até a distância limite de $a = 3d$ conforme visualizado na Figura 288. Para cargas diretas aplicadas nesse intervalo, há uma redução da força cortante efetiva em razão de uma parcela da carga ser equilibrada diretamente por bielas inclinadas que partem da carga e se dirigem diretamente ao apoio. Em ensaios de cisalhamento na qual $a < 3d$ cria-se uma resistência fictícia ao cisalhamento.

Figura 28 – Modelos de apoio no ensaio de cisalhamento.

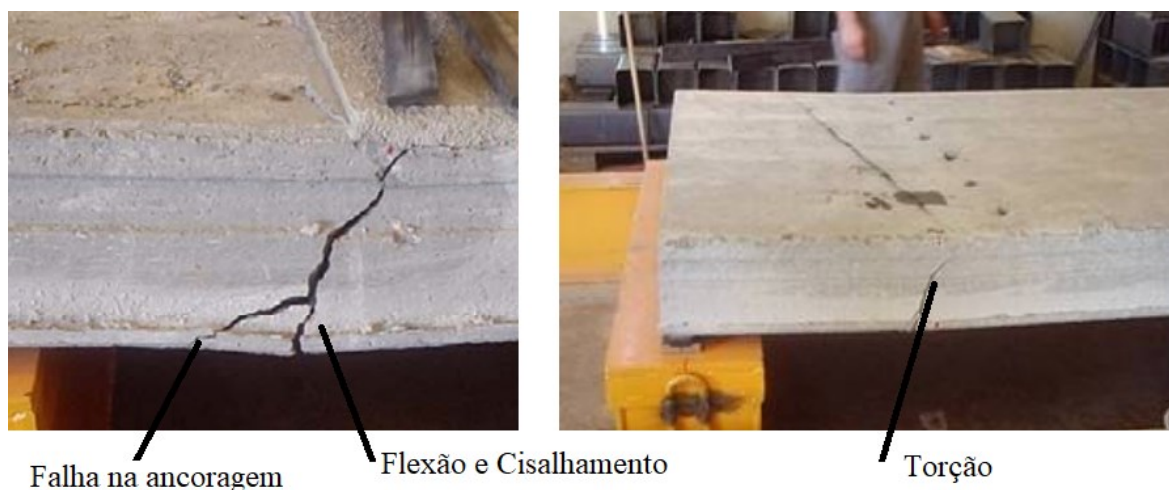


Fonte: Cavalcanti (2011).

Cavalcanti (2011) menciona uma variação na resistência ao cisalhamento em relação a cargas concentradas e distribuídas, na qual a resistência à força cortante é 50% maior do que em carregamentos em linha aplicados longe dos apoios. Aumento este que pode ser explicado devido ao carregamento em linha definir a posição da fissura crítica que produzirá a ruptura deixando o elemento dependente em grande parte da resistência à tração do concreto.

Catoia, Ferreira e Pinheiro (2016) ensaiaram lajes alveolares ao cisalhamento seguindo as recomendações da norma europeia EN 1168 (2005) e compararam os resultados experimentais com os valores obtidos teoricamente pelas equações recomendadas pela *Federation Internationale de La Precontrainte* (FIB). Os resultados foram consistentes considerando a seção composta (presença de vazios e núcleos preenchidos). No caso da laje de 200 mm de altura, para a carga aplicada a 2,5 h do suporte, os resultados experimentais revelaram que o mecanismo de cisalhamento pode ser afetado pela presença de trincas de flexão e pela falha na ancoragem da armadura longitudinal. A figura 29 traz com detalhes os modos de falhas nos dois casos.

Figura 29 – Falhas no ensaio de cisalhamento.



Fonte: Catoia, Ferreira e Pinheiro (2016).

4.3. FÔRMAS

Na execução das lajes de concreto armado foram confeccionadas 9 fôrmas de madeira de maneira que todas as lajes sejam concretadas com o mesmo concreto. A Tabela 23 traz as dimensões de todos os componentes necessários para realização das fôrmas.

Tabela 23 – Fôrmas confeccionadas – Sarrafo com espessura de 2,5 centímetros.

Quantidade	Dimensões (cm)
18	70x15x2,5
18	145x15x2,5

Fonte: Autor (2018).

Vale ressaltar que em três fôrmas foram realizados travamentos com sarrafo e nas outras seis foi realizado travamento com arame, visando que as fôrmas resistam no momento da concretagem. A Figura 30 apresenta as fôrmas desenvolvidas no Laboratório de estruturas da faculdade de engenharia civil da Universidade Federal de Uberlândia.

Figura 30 - Execução das fôrmas.



Fonte: Autor (2018).

Nesta etapa foi efetuada a limpeza das fôrmas removendo qualquer resíduo e foi aplicada uma lona preta que envolveu toda a madeira, com objetivo de facilitar a desmoldagem das lajes.

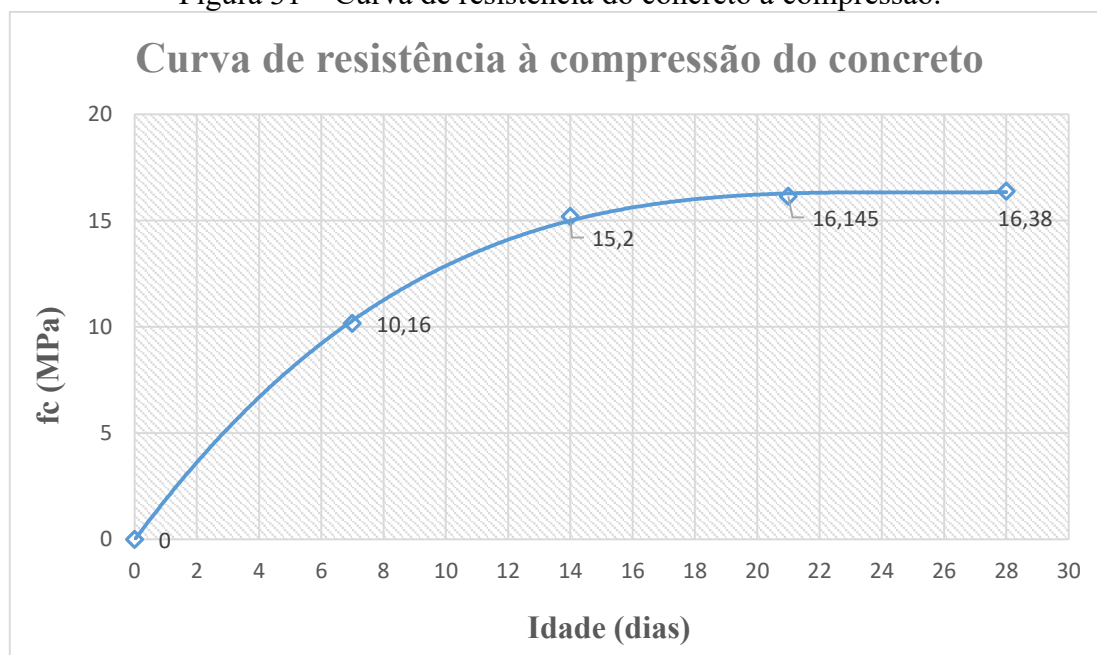
Foram colocados espaçadores do tipo “cadeira” para garantir o cobrimento de 2,5 centímetros das armaduras. O trabalho tem o objetivo de analisar apenas a contribuição da armadura longitudinal na maior direção, porém foi realizada uma armadura na menor direção por questões construtivas, para que o espaçamento entre barras fique adequado.

4.4. CONCRETAGEM

Esta etapa foi realizada por meio de um caminhão betoneira, o concreto usinado foi comprado e entregue no Laboratório de estruturas da Universidade Federal de Uberlândia. O traço do concreto pedido não foi informado pela concreteira, a resistência pedida foi de 20 MPa, com abatimento de 8 ± 2 cm. O concreto foi colocado nas fôrmas por meio de carrinhos de mão e nivelado conforme altura da peça.

Foram moldados 27 corpos de prova cilíndricos, com objetivo de realizar ensaios de compressão axial, módulo de elasticidade e compressão diametral. Destes 27 CP's, 9 foram ensaiados com objetivo de montar a curva característica à compressão do concreto, com 7, 14, 21 e 28 dias, conforme a Figura 31.

Figura 31 – Curva de resistência do concreto à compressão.



Fonte: Autor (2019).

Os corpos de prova restantes foram divididos em dois trabalhos, portanto, restaram 9 corpos de prova para o dia do ensaio das lajes. Os ensaios foram realizados em três dias, após 48 dias da concretagem, segue os valores obtidos de compressão axial, compressão diametral e módulo de elasticidade. Observa-se na Tabela 24 que um dos valores do ensaio de módulo foi desconsiderado, por apresentar resultado muito abaixo do esperado.

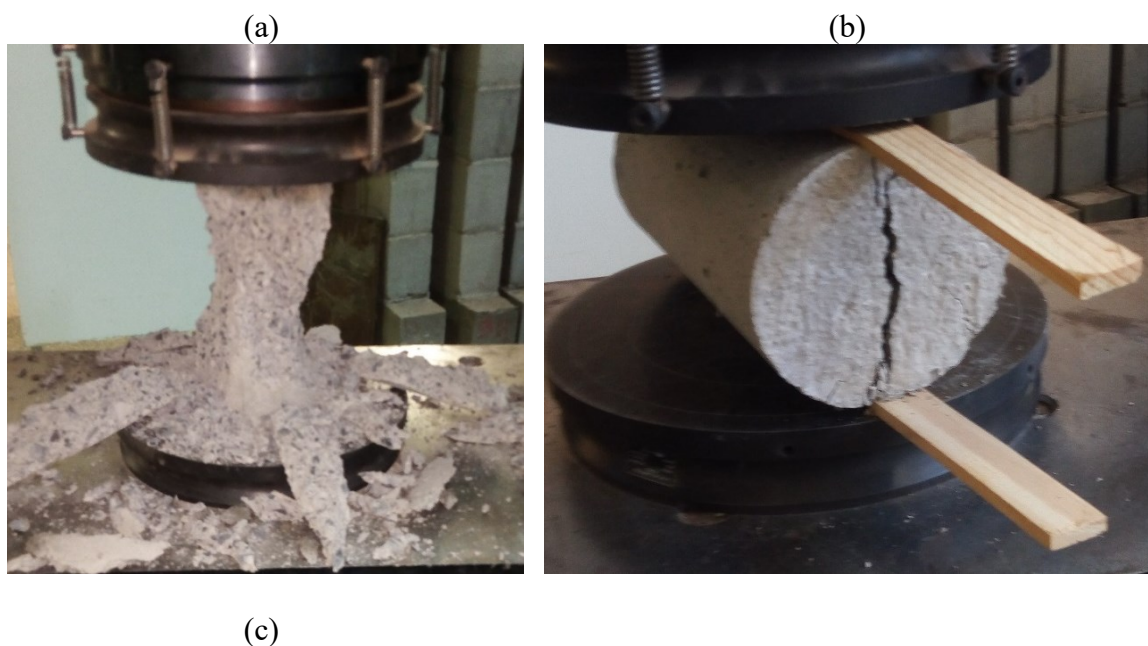
Tabela 24 - Ensaio realizados para o concreto.

Ensaio	f_c (MPa)	$f_{c,m}$ (MPa)
Compressão axial	17,79	17,93
	17,93	
	18,07	
Compressão diametral	2,29	2,22
	1,91	
	2,46	
Ensaio	E_c (GPa)	$E_{c,m}$ (GPa)
Módulo de elasticidade	16	14,65
	11,1*	
	13,3	

Fonte: Autor (2019).

A Figura 32 mostra a realização dos ensaios e o momento da ruptura dos corpos de prova para os três ensaios realizados.

Figura 32 – Ensaio no concreto: (a) Compressão axial; (b) Compressão diametral; (c) Módulo de elasticidade.





Fonte: Autor (2019).

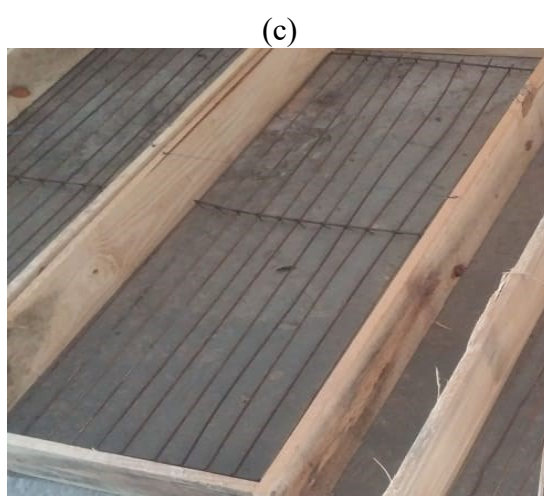
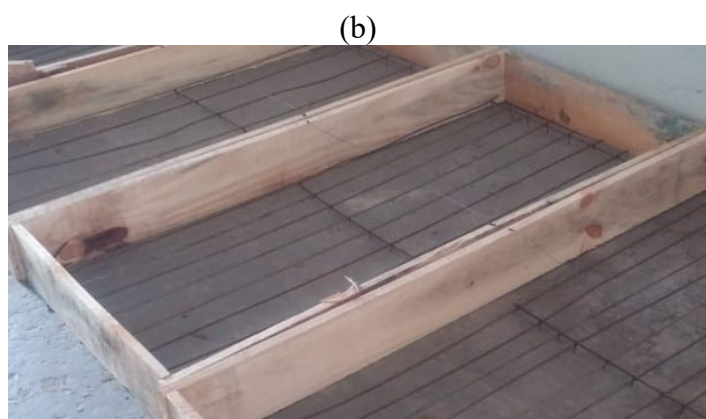
4.5. ARMADURAS

4.5.1. Confeção das armaduras

Foram empregadas armaduras passivas de flexão nas lajes com 0% de taxa de armadura: L1, L4, L7, visando à proteção do elemento no transporte, logo a armadura ficará à uma distância de 30 cm dos apoios de modo que não interfira na resistência ao cisalhamento. A Figura 33 exemplifica como foram cortadas as armaduras de flexão para transporte e as armaduras longitudinais, com comprimento de 80 centímetros e 135 centímetros, respectivamente.

Figura 33 - Armaduras de longitudinais: (a) 0% ; (b) $A_{s,min}$; (c) $2 \times A_{s,min}$.
(a)





Fonte: Autor (2018).

4.5.2. Ensaio de tração axial das barras de aço

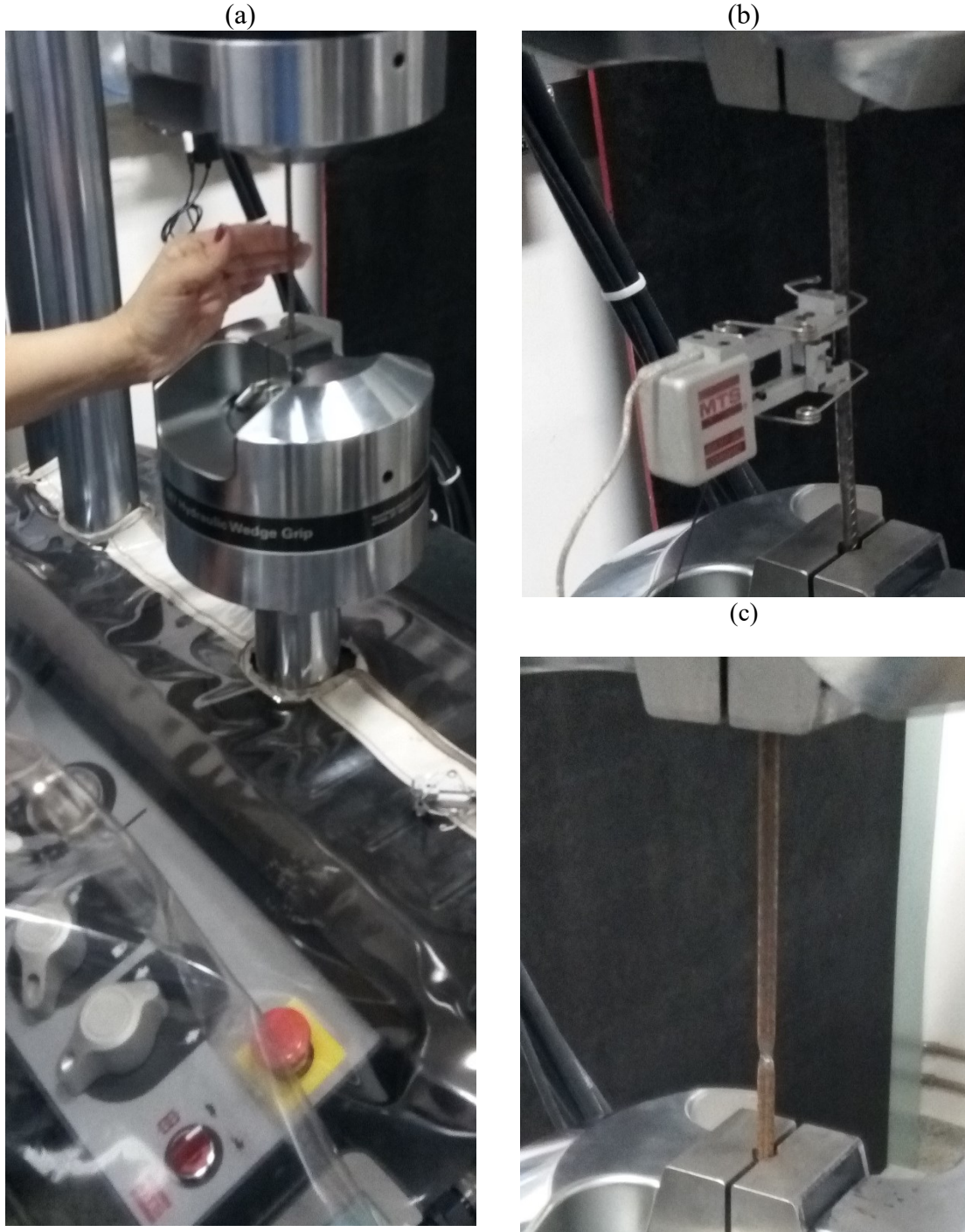
As armaduras utilizadas possuem diâmetro de 5,0 mm, aço CA-60. Foram realizados ensaios de tração longitudinal em 8 corpos de prova, visando obter a tensão de escoamento, tensão de ruptura, deformação longitudinal e módulo de elasticidade. Porém, dois corpos de provas foram desconsiderados, os quais obtiveram valores extremos. A Tabela 25 traz as dimensões, peso e diâmetro dos corpos de prova ensaiados. A Figura 34 apresenta o desenvolvimento do ensaio no Laboratório da faculdade de engenharia mecânica da Universidade Federal de Uberlândia.

Tabela 25 - Dados de entradas dos corpos de prova.

CP	Massa (g)	L (cm)	D (mm)
1	36,71	23,50	0,503
2	37,99	24,30	0,504
3	37,61	24,80	0,496
4	37,32	24,40	0,498
5	36,40	24,20	0,494
6	38,39	24,90	0,500

Fonte: Autor (2018).

Figura 34 – Ensaio de tração nas armaduras. (a) Posicionamento do corpo de prova; (b) Ajustando o extensômetro; (c) Momento da ruptura.



Fonte: Autor (2018).

A Tabela 26 traz os resultados obtidos dos corpos de prova ensaiados, como: módulo de elasticidade longitudinal do aço, tensão de escoamento do aço (f_{yk}) que para os aços sem patamar de escoamento é o valor da tensão correspondente à deformação permanente de 2 ‰ conforme item 8.3.6 da NBR 6118:2014, além de tensão máxima e de ruptura.

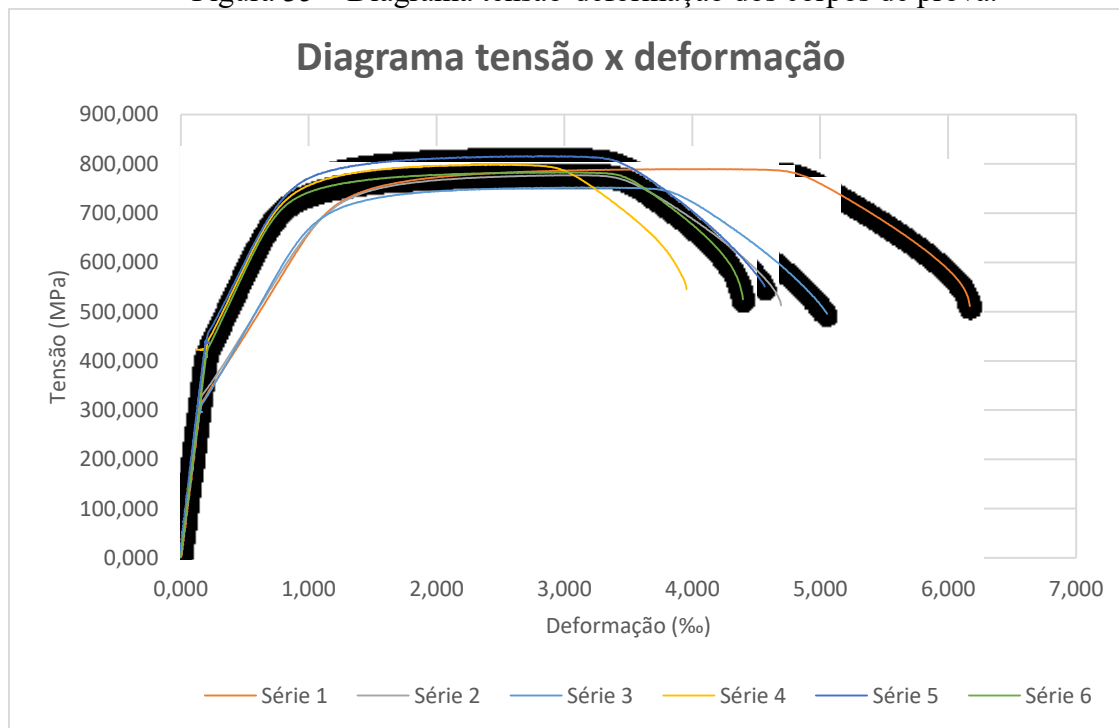
Tabela 26 - Resultados obtidos no ensaio tração nas armaduras.

CP	E (GPa)	σ_y (MPa)	$\sigma_{m\acute{a}x}$ (MPa)	$\sigma_{\acute{u}lt}$ (MPa)
1	199,322	772,373	789,459	511,063
2	211,894	759,706	777,280	512,663
3	200,495	744,349	752,632	495,888
4	214,837	795,517	798,083	545,058
5	221,871	811,026	815,723	550,600
6	203,409	777,481	782,573	524,431

Fonte: Autor (2018).

Foram adotados os valores médios do módulo de elasticidade do aço e da tensão de escoamento, respectivamente, 208,638 GPa e 776,742 MPa. A Figura 35 mostra o diagrama tensão-deformação dos corpos de prova no ensaio.

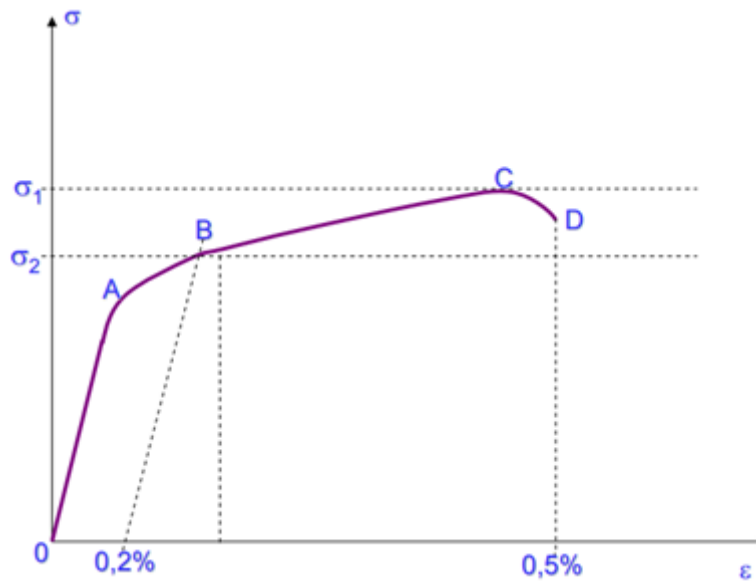
Figura 35 – Diagrama tensão-deformação dos corpos de prova.



Fonte: Autor (2018).

De acordo com a NBR 6118:2014, item 8.3.6, para aços CA-60 sem patamar de escoamento é considerado como tensão de escoamento o valor da tensão correspondente a 2 ‰, com alongamento máximo de 5 ‰. Conforme diagrama teórico para esse tipo de aços apresentado na Figura 36 podemos comparar o diagrama do ensaio com o teórico.

Figura 36 - Diagrama tensão-deformação dos corpos de prova.



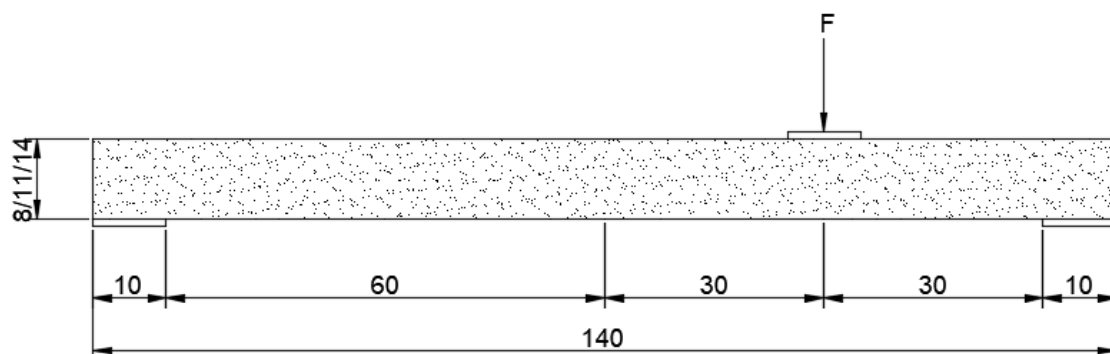
Fonte: NBR 6118 (2014), adaptada.

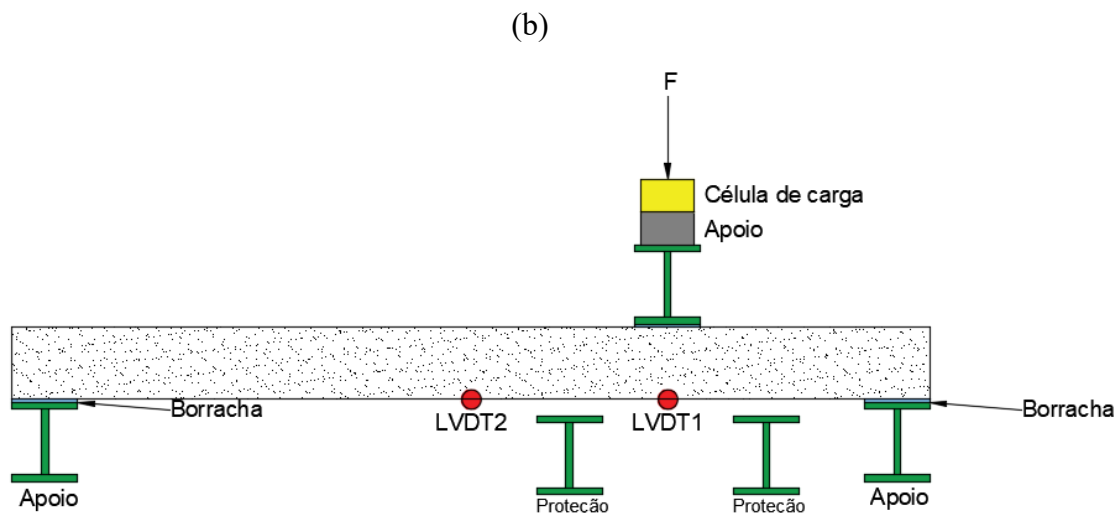
4.6. MODELO DE ENSAIO

O modelo de ensaio é o mesmo para todas as nove lajes, modelo que segue recomendações normativas e da literatura. A Figura 37 apresenta o modelo desenvolvido experimentalmente.

Figura 37 – Modelo de ensaio Experimental: Teórico.

(a)





Fonte: Autor (2019).

Observa-se que foi colocado dois perfis metálicos abaixo da laje com intuito de proteger a instrumentação. Ganchos foram confeccionados para que o transporte fosse realizado por meio de uma paleteira manual e um guincho girafa.

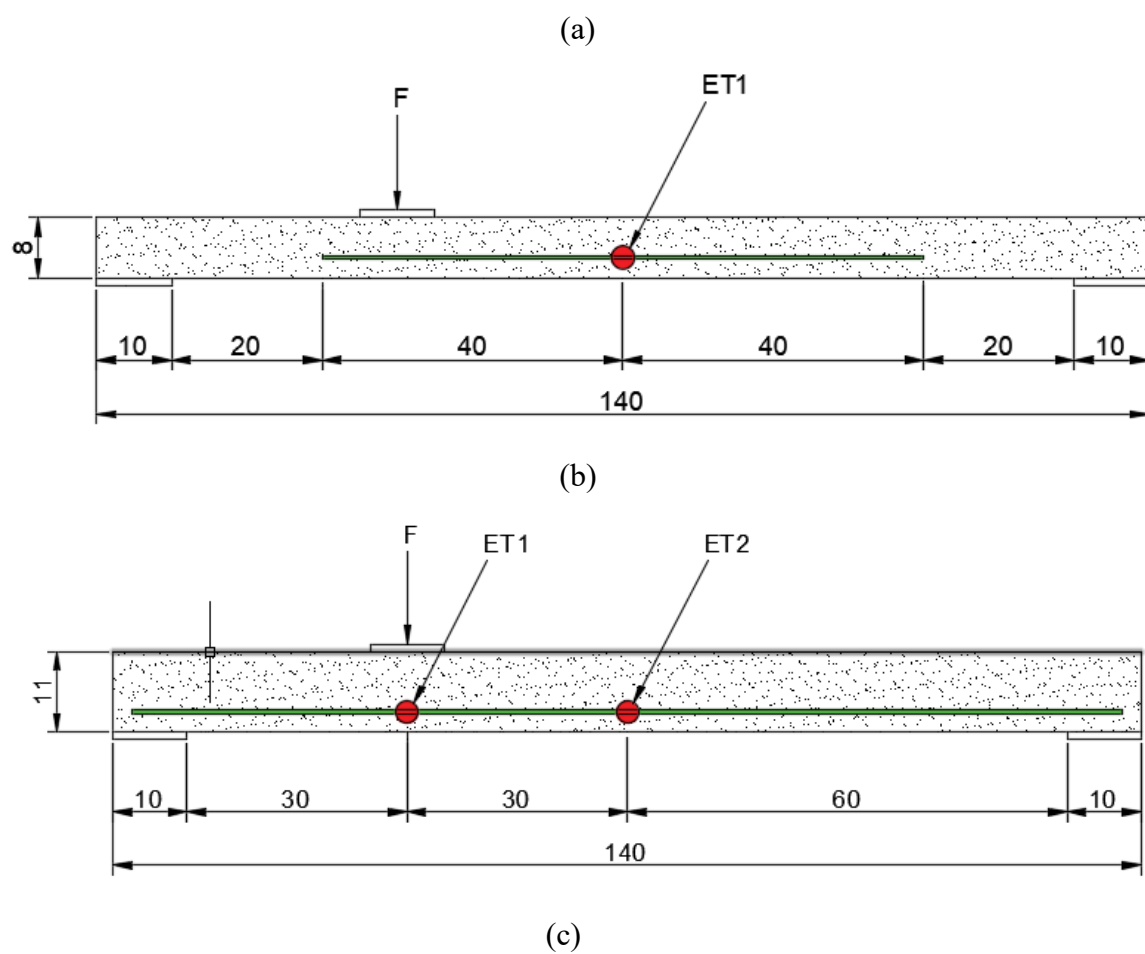
4.7. INSTRUMENTAÇÃO

Os ensaios das lajes contaram com extensômetros nas barras de aço e no concreto, além de dois transdutores para medição de deslocamentos verticais (Transformador Diferencial Variável Linear - LVTD).

4.7.1. Extensômetros nas barras de aço

Os extensômetros na barra central da laje permite que seja feito uma análise das deformações do aço em pontos relevantes do ensaio. A laje foi instrumentada em duas posições para os extensômetros de aço, sendo as lajes com armadura de transporte com extensômetros no meio do vão e as lajes com armadura mínima e $2 \times A_{s,min}$ com armaduras no ponto de aplicação do carregamento e no meio do vão, conforme Figura 38.

Figura 38 - Posicionamento dos extensômetros. (a) Transporte; (b) $A_{s,min}$ e $2 \times A_{s,min}$. (c) Execução.

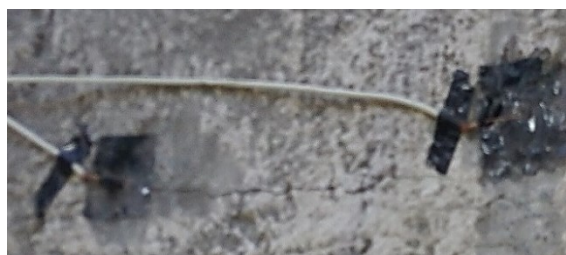
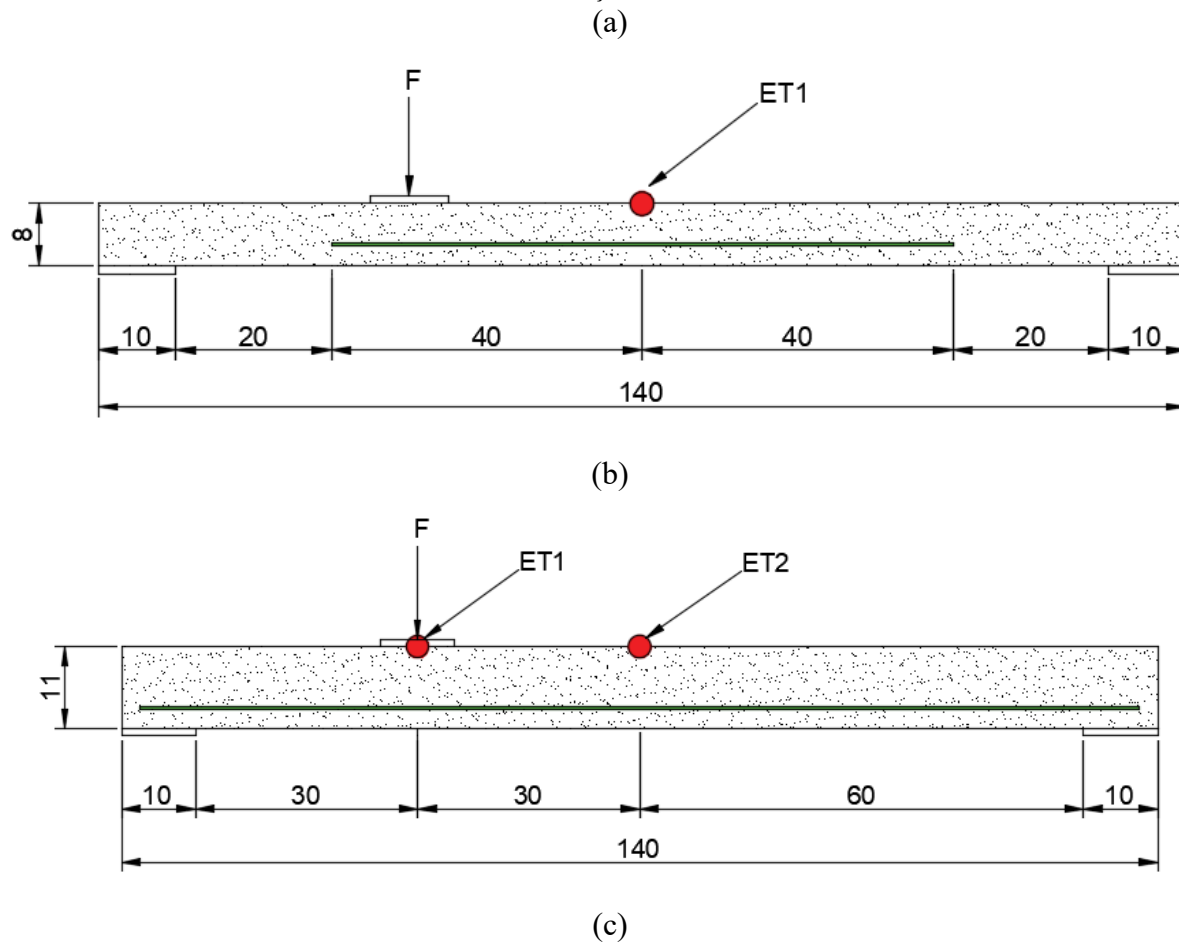


Fonte: Autor (2019).

4.7.2. Extensômetros no concreto

Os extensômetros no concreto na parte central da laje permitem que seja realizada uma análise das deformações do concreto em pontos relevantes do ensaio e analisar o comportamento conjunto aço-concreto. A laje foi instrumentada duas posições para os extensômetros de concreto, sendo as lajes com armadura de transporte com extensômetros no meio do vão e as lajes com armadura mínima e $2 \times A_{s,min}$ com armaduras no ponto de aplicação do carregamento e no meio do vão, conforme Figura 39. O posicionamento dos extensômetros do aço e concreto são os mesmos.

Figura 39 – Posicionamento dos extensômetros. (a) Transporte; (b) $A_{s,min}$ e $2 \times A_{s,min}$. (c) Execução.

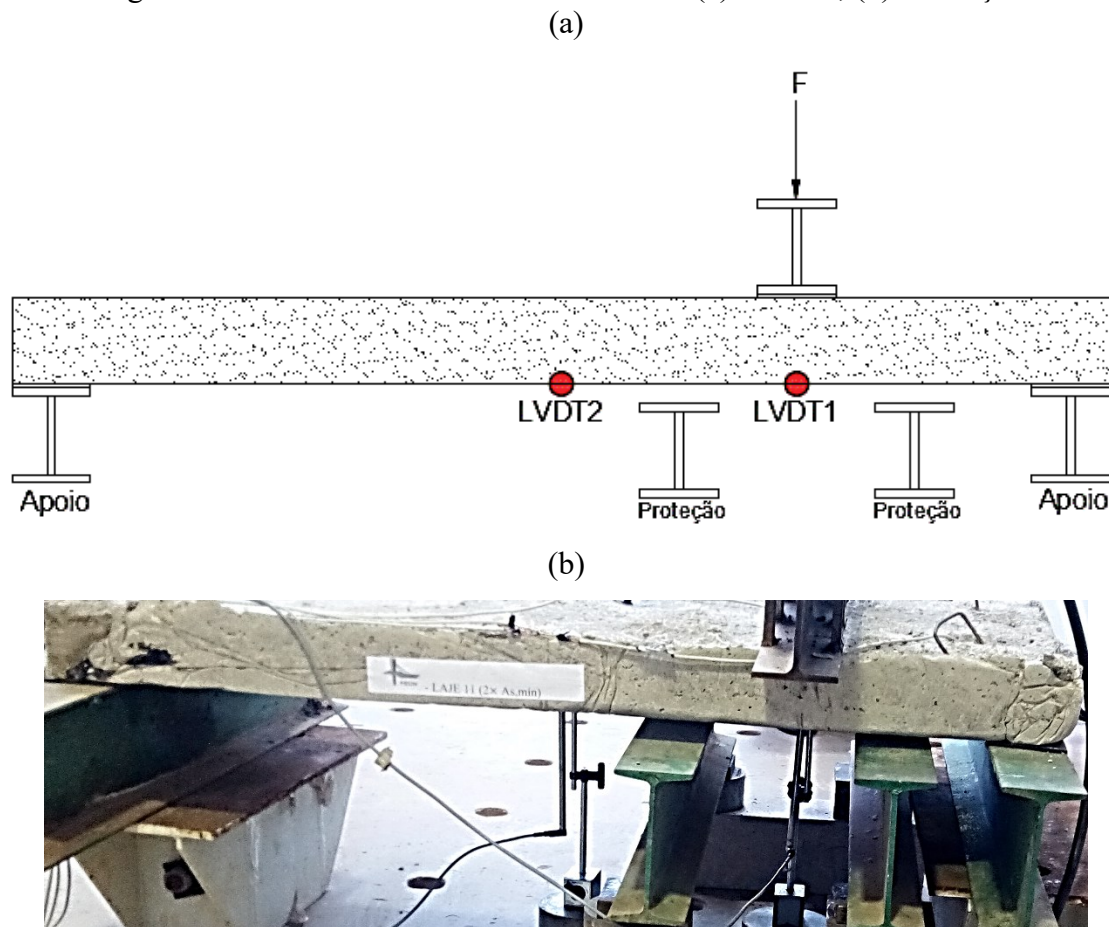


Fonte: Autor (2019).

4.7.3. Transdutores

Os transdutores permitem que seja realizada uma análise dos deslocamentos da laje em pontos relevantes do ensaio, além da construção do diagrama Força \times Deslocamento que possibilita uma análise minuciosa do comportamento do elemento estrutural. Os LVDT's foram colocados em dois pontos: abaixo do ponto de aplicação do carregamento e no meio do vão; sempre no meio da peça no sentido transversal. A Figura 40 apresenta a posição dos instrumentos.

Figura 40 – Posicionamento dos transdutores: (a) Teórico; (b) Execução.



Fonte: Autor (2019).

CAPÍTULO 5

PROPOSTA DE ENSAIO - EFEITO DE PINO

O programa numérico foi definido visando analisar da melhor maneira possível o comportamento de elementos de placa quanto à contribuição do efeito de pino no ensaio de resistência à força cortante. Os tópicos subsequentes apresentam: roteiro no software Ansys®, definição de corpo de prova para ensaio, análise dos modos de apoio, resultados referentes aos modelos desenvolvidos, e consequentemente, dados relativos a melhor condição de contorno para analisar o efeito de pino.

5.1. Análise teórica

O modelo a seguir é inovador. Foi desenvolvido para entender melhor o comportamento do efeito de pino e para analisar o mecanismo por meio de um ensaio, que atualmente não existe na literatura. A modelagem numérica foi desenvolvida imaginando-se quatro casos possíveis de serem realizados no laboratório, com intuito de analisar qual seria a condição de contorno mais adequada para que o efeito de pino estivesse em evidência.

O modelo desenvolvido deve seguir alguns parâmetros normativos para garantir outros fenômenos não influenciem no ensaio e apenas o efeito de pino seja analisado. Os parâmetros são: h , L_a , L_b e a_{bw} . Segue a maneira que deve ser seguida para definir as dimensões do corpo de prova.

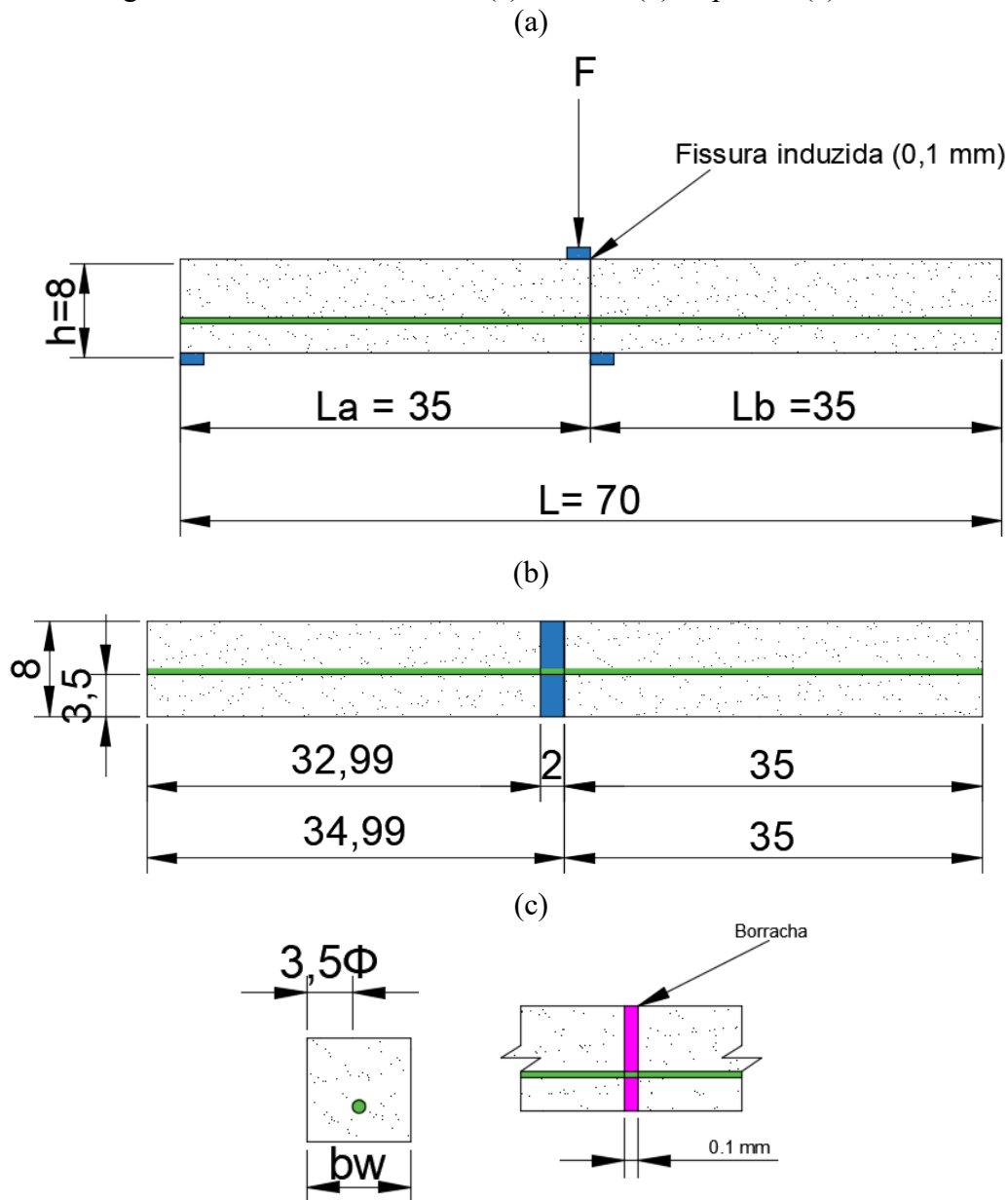
- h : é a altura do corpo de prova, referente à altura da laje analisada.
- L_a : é o comprimento do apoio esquerdo até o ponto de aplicação da carga, esse valor deve ser maior que $3 \times h$, $2,5 \times d$ e L_b , na qual h é a altura do corpo de prova, d é a altura útil e L_b é o comprimento de ancoragem básico conforme NBR 6118:2014 (item 9.4.2.4).

$$L_b = \frac{\phi}{4} \times \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \geq 25\phi \quad (36)$$

- L_a : é o comprimento de ancoragem do lado direito do ponto de aplicação da carga após a fissura, esse valor deve ser maior que L_b .
- B_w é a largura do corpo de prova, esse valor depende da região de envolvimento do concreto aderente, que vale $7,5 \times \phi$.

A Figura 41 ilustra o corpo de prova desenvolvido e analisado.

Figura 41 – Modelo de ensaio. (a) Frontal; (b) Superior; (c) Detalhes.



Fonte: Autor (2019).

O parâmetro que não possui recomendações normativas é a largura da fissura, que no caso é um dos parâmetros que deve ser variado para analisar qual sua influência na

resistência. Espera-se que com a análise numérica seja possível avaliar até que valor pode-se considerar um “corte” ou “flexão” local da barra, compreendendo melhor o efeito de pino.

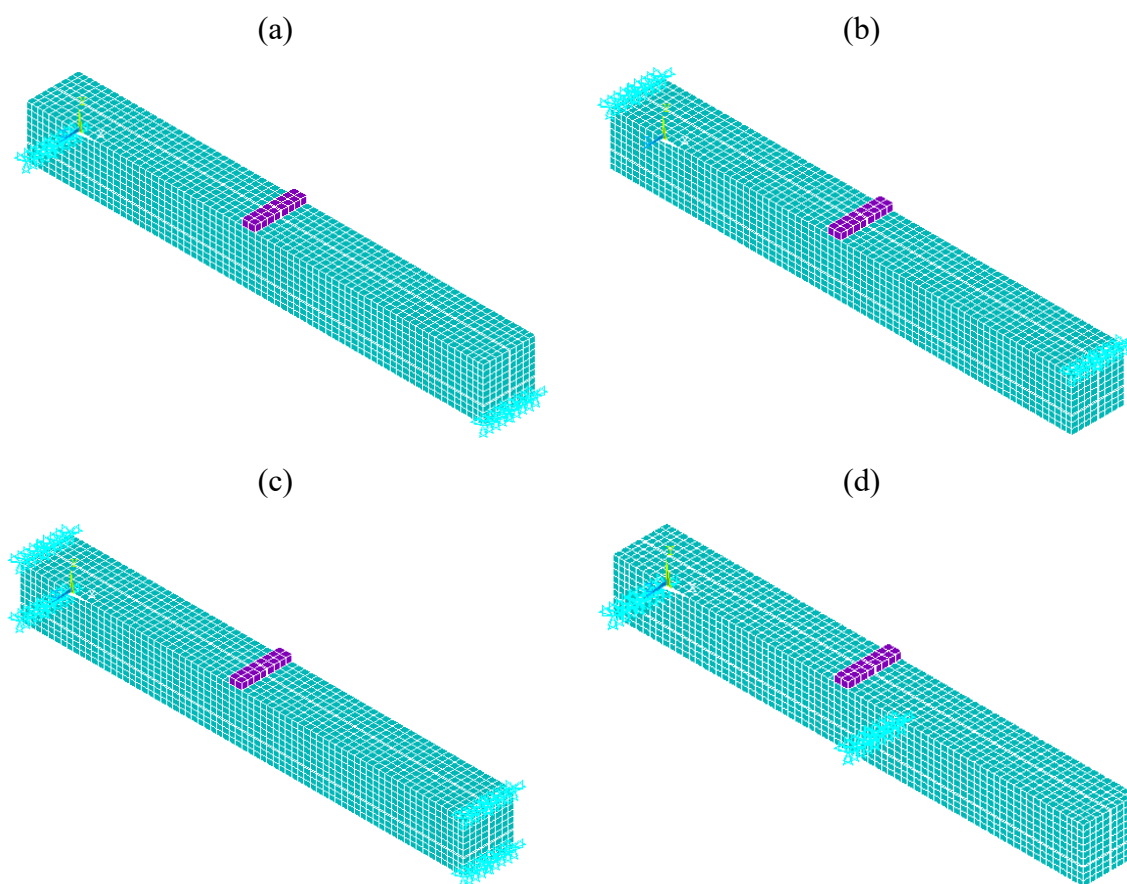
Com intuito de avaliar a parte prática do ensaio deve ser utilizado um material como uma “borracha”, de modo que seja criada uma fissura transversal com objetivo de simular uma fissura real e analisar a resistência a cortante no plano da fissura.

5.2. Modelagem

5.2.1. Modelos

Foram analisados numericamente quatro maneiras para ensaiar o corpo de prova, variando sua condição de contorno no software ANSYS®. A Figura 42 apresenta a variação dos modelos.

Figura 42 – Modelo de ensaio. (a) Modelo A; (b) Modelo B; (c) Modelo C; (d) Modelo D.



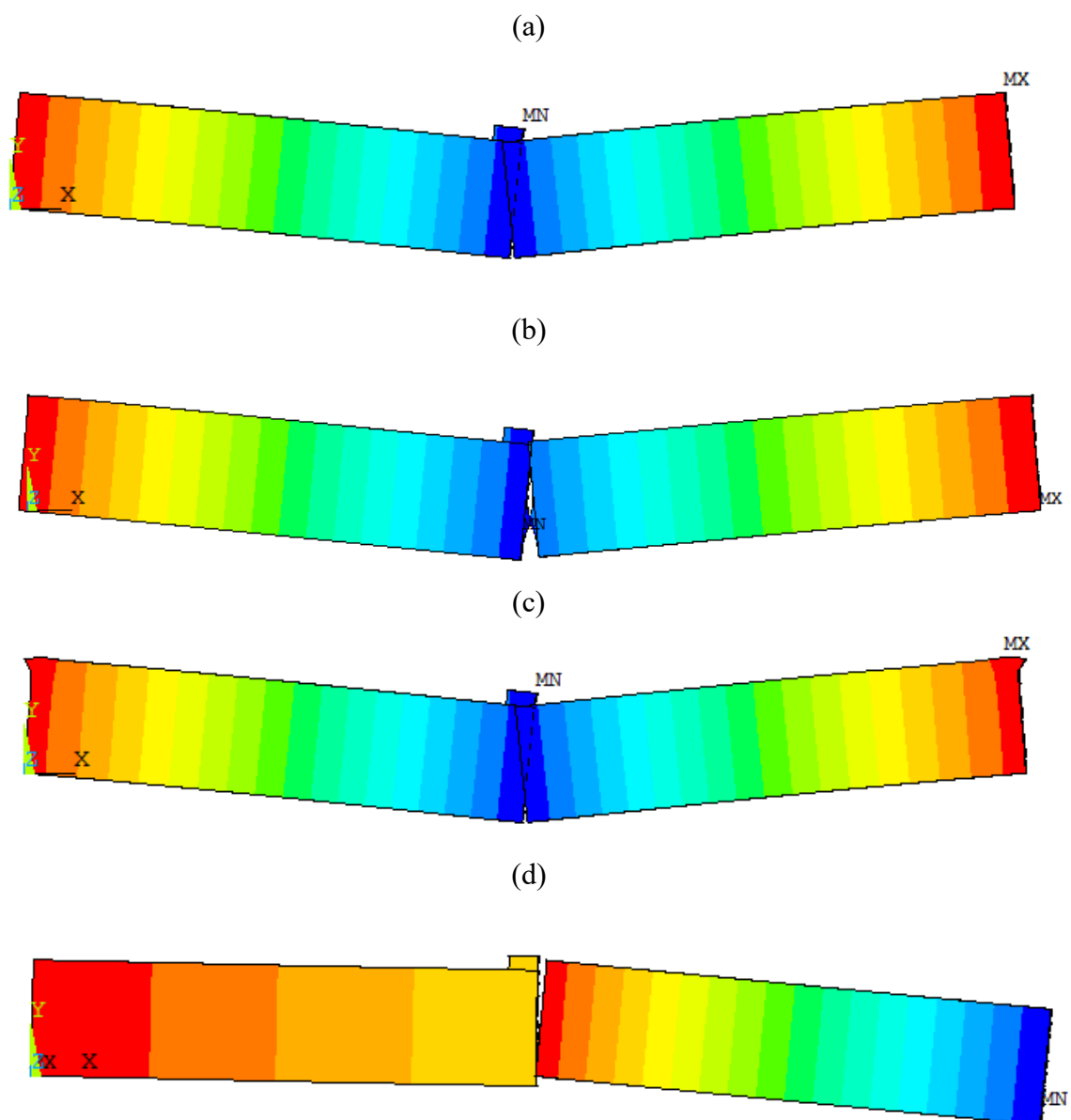
Fonte: Autor (2019).

5.2.2. Análise dos resultados dos modelos de ensaio

5.2.2.1. Deslocamento vertical

Após a modelagem dos modelos acima foram analisados os resultados com objetivo de verificar qual seria o modelo mais interessante em uma análise específica do efeito de pino no software ANSYS®. A Figura 43 apresenta os deslocamentos no eixo y dos modelos.

Figura 43 – Deslocamentos. (a) Modelo A; (b) Modelo B; (c) Modelo C; (d) Modelo D.



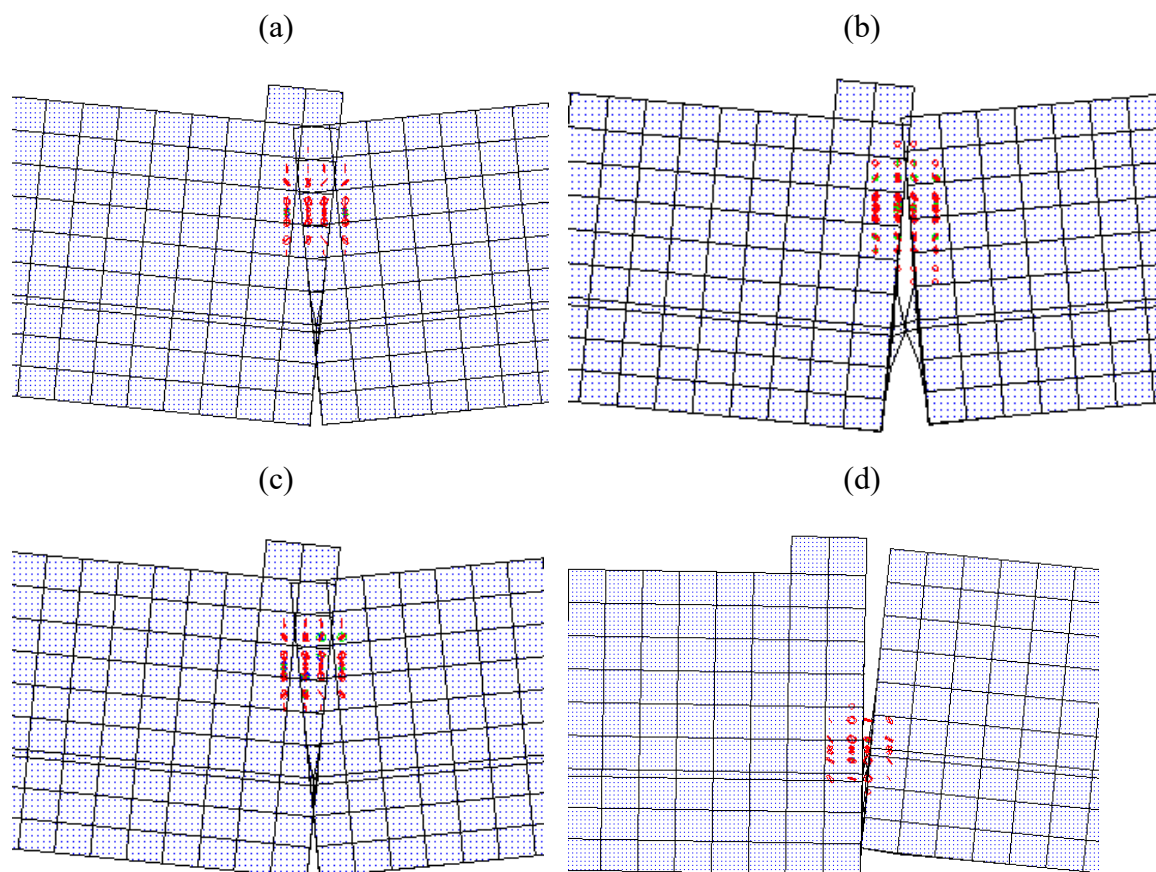
Fonte: Autor (2019).

Analisando os deslocamentos nos quatro modelos observa-se que no modelo A e C, a parte superior se desloca bastante, “penetrando” na outra parcela de concreto. É necessário salientar que esse comportamento é virtual, pois não foi criado o elemento “borracha” no modelo numérico, logo ficou um vazio de 0,1 mm referente a fissura. Os modelos B e D se comportaram de maneira ideal, imaginando que em um ensaio de análise do efeito de pino o concreto não pode interferir no comportamento e o aço deve ser solicitado em primeiro plano. No tópico 5.2.2.4 será apresentado mais informações sobre os deslocamentos e forças resistentes em cada modelo.

5.2.2.2. Fissuração no concreto

Esta etapa é muito relevante pois é necessário compreender os esforços solicitantes no concreto e verificar se estão de acordo com o esperado em uma análise do efeito de pino isolado. A Figura 44 apresenta as fissuras apresentadas no concreto no último passo de carga.

Figura 44 – Fissuração. (a) Modelo A; (b) Modelo B; (c) Modelo C; (d) Modelo D.



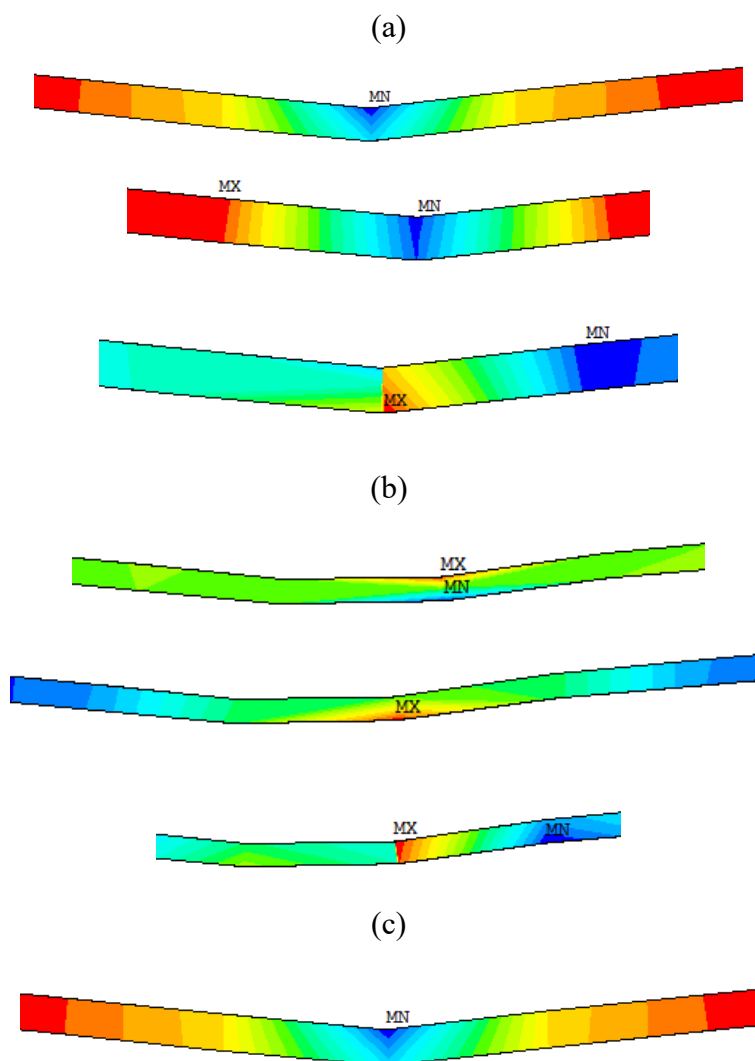
Fonte: Autor (2019).

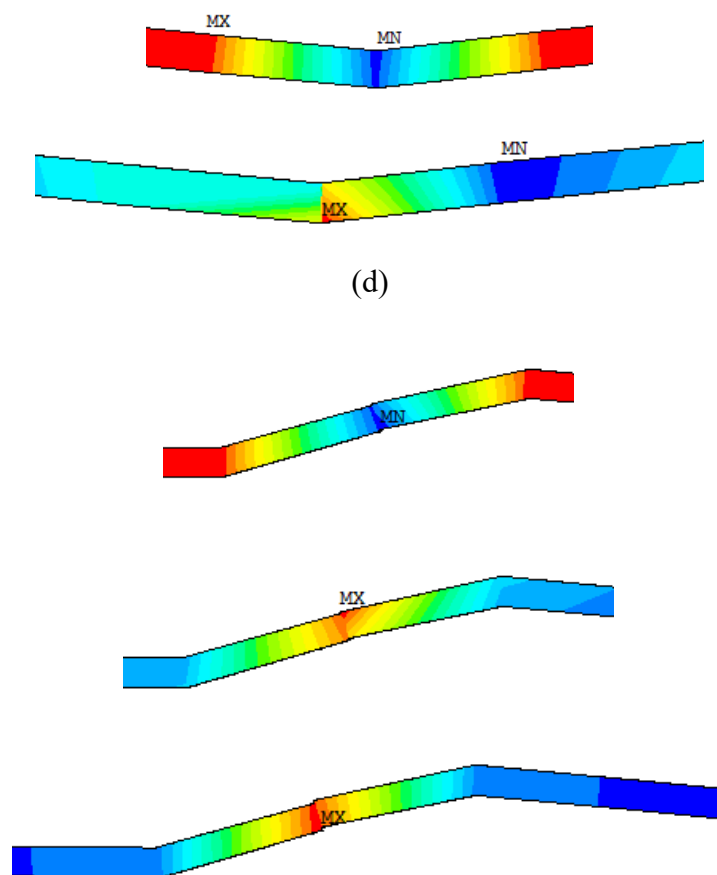
Analisando o panorama de fissuração nos quatro modelos observamos que apenas o modelo D possui um panorama ideal de análise para o efeito de pino, em que as fissuras no concreto se formam na região de envolvimento da barra.

5.2.2.3. Tensões na armadura

Além da análise no concreto é de fundamental importância o entendimento do comportamento da armadura longitudinal, já que é a partir dela que identificamos e mensuramos o efeito de pino. A Figura 45 apresenta as tensões de tração, compressão e cisalhamento, respectivamente, para cada modelo hipotético.

Figura 45 – Tensões nas armaduras. (a) Modelo A; (b) Modelo B; (c) Modelo C; (d) Modelo D.





Fonte: Autor (2019).

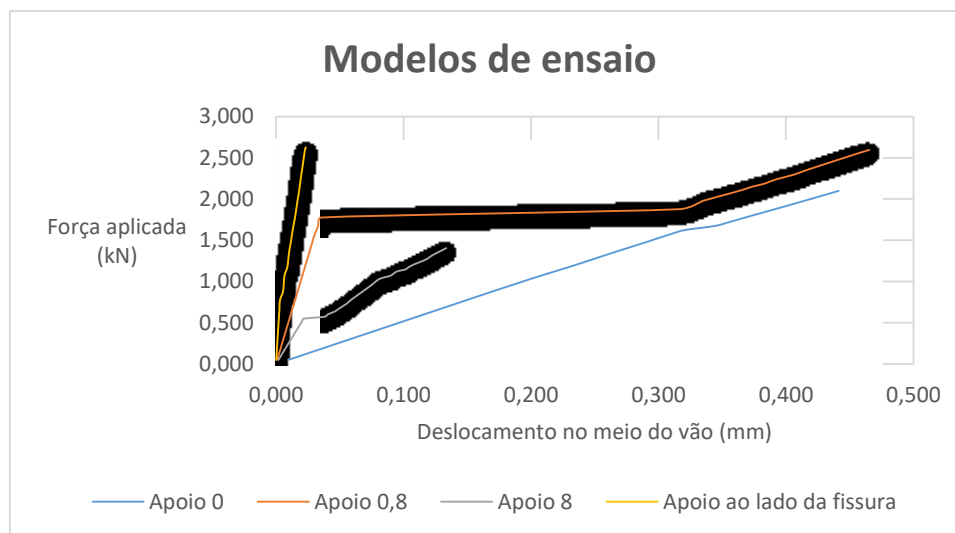
Analisando os deslocamentos das armaduras observa-se que o Modelo D apresenta um deslocamento característico do efeito de pino, corte local na seção da fissura. Os modelos A e C apresentam tensões de compressão na parcela superior da armadura, o modelo B teve comportamento distinto de todas com tensões de compressão na parte inferior.

As tensões de cisalhamento confirmam que o modelo D é o ideal para realização de um ensaio de efeito de pino, pois apresentou tensão máxima cisalhante de 14,36 kN/cm². Os modelos A, B e C apresentaram, respectivamente, 4,86 kN/cm²; 1,95 kN/cm²; 5,83 kN/cm².

5.2.2.4. Diagrama Força x Deslocamento

O diagrama apresentado na Figura 46 traz informações sobre os nós abaixo do ponto de aplicação da carga, nos nós centrais.

Figura 46 – Diagrama Força x Deslocamento – Modelos.



Fonte: Autor (2019).

Esta análise identificou que o melhor modelo a ser desenvolvido no laboratório é o modelo D. Com os dados experimentais será possível relacionar e validar os valores dos deslocamentos nos nós e as forças resistentes dos corpos de prova. Além disso é importante analisar também o deslocamento vertical relativo entre as armaduras no ponto antes e após a fissura. Para o Modelo D, com apoio ao lado da fissura, o deslocamento vertical relativo entre os nós antes e após a fissura foi de 8×10^{-4} mm.

O capítulo 6 traz resultados experimentais e numéricos, possibilitando uma análise sobre deslocamentos e resistência dos corpos de prova considerando as condições de apoio do modelo D e variações referentes a fissura. O apêndice B apresenta o arquivo de texto utilizado para modelar o ensaio, alguns detalhes foram feitos na plataforma do software.

5.3. Programa experimental

Este item apresenta uma proposta inovadora de ensaio, com objetivo analisar separadamente os mecanismos de resistência à força cortante: banzo comprimido, engrenamento dos agregados e efeito de pino. O ensaio foi desenvolvido numericamente para analisar a melhor condição de contorno e em seguida desenvolvidos modelos que permitam analisar cada mecanismo. O item 5.2 trouxe uma proposta para analisar as condições de contorno de um corpo de prova que respeite: a coesão do concreto e aço, ancoragem e que possibilite a melhor análise referente a contribuição do efeito de pino longitudinal. Como resultado o modelo D é o ideal para que seja ensaiado e analisado. Os

parágrafos subsequentes apresentam: os grupos de ensaio, características e instrumentação utilizada no ensaio.

É importante lembrar que o aço e concreto utilizados nos modelos são os mesmos utilizados nas lajes, portanto, a parcela referente a caracterização do aço e concreto se encontram no item 4.4 e 4.5. Algumas considerações foram realizadas em relação ao modelo numérico, este ensaio consiste na análise do deslocamento e da força última do corpo de prova por meio de uma fissura induzida de 2 mm de espessura. Este modelo é uma proposta com intuito de permitir uma análise minuciosa sobre a cooperação máxima e cooperação mínima do concreto entre fissuras, mencionado no item 2.2.

A cooperação máxima banzo consiste em: banzo comprimido da peça, parcela referente ao engrenamento existente entre os grãos do agregado graúdo e o efeito de pino. Já a cooperação mínima: banzo comprimido da peça. Nesta proposta, vamos separar cada um destes três mecanismos, com três variações de modelos:

I - Seção toda concretada;

II - Fissura transversal até 4 cm de altura (metade da seção);

III - Fissura transversal em toda extensão da seção;

De modo que modelo I corresponde a cooperação máxima, o modelo II ao banzo comprimido e ao efeito de pino e o modelo III apenas o efeito de pino. Os grupos de ensaio estão apresentados na Tabela 27.

Tabela 27 - Grupos de ensaio, efeito de pino.

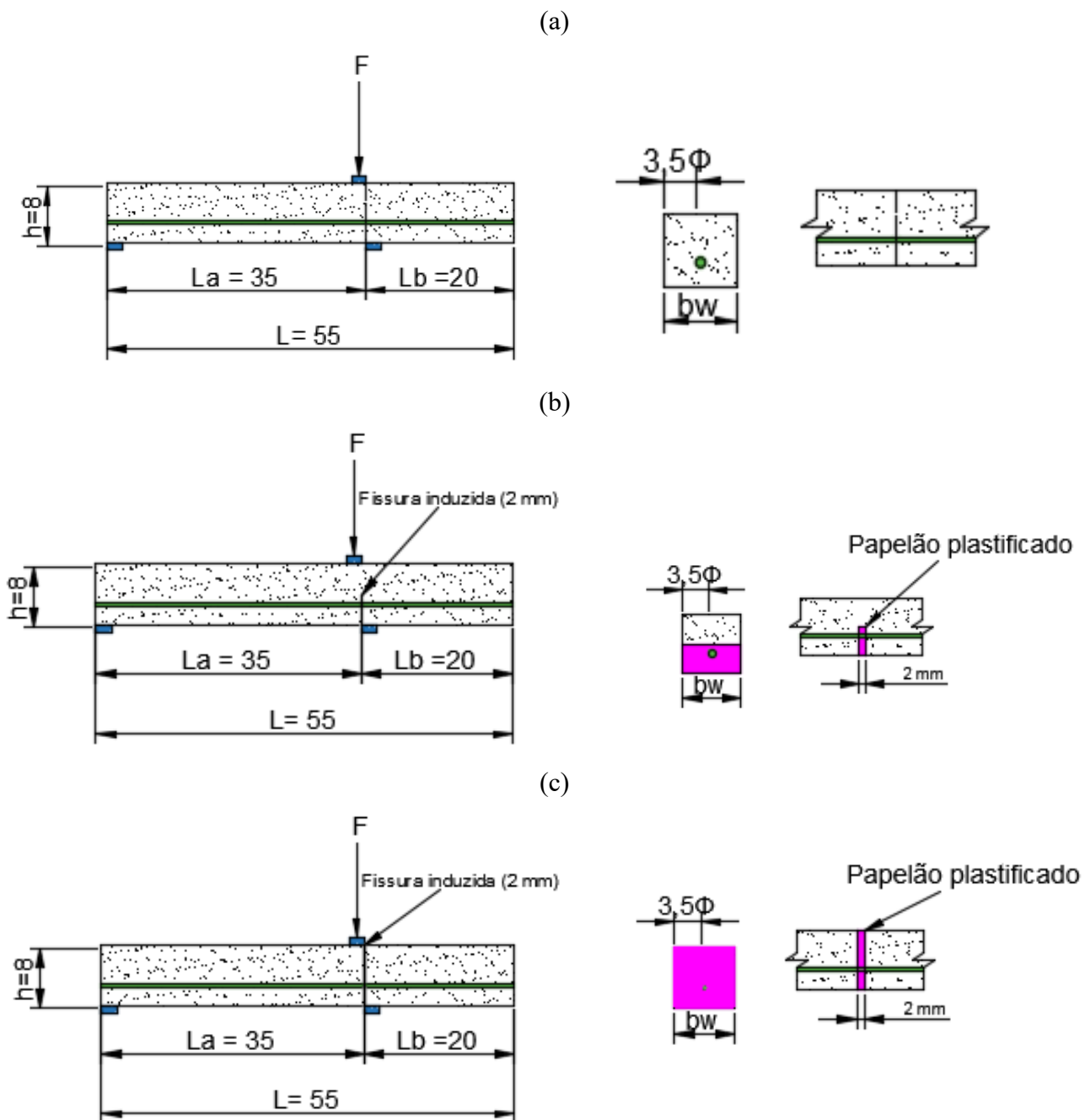
Modelo	Altura (cm)	$A_{s,efet}$ (cm ²)	f_{cj} (MPa)	f_{ctj} (MPa)	J (dias)	Mecanismo resistente		
						Banzo comprimido	Engrenamento dos agregados	Efeito de pino
I	8,00	0,196	17,93	1,998	48	X	X	X
I	8,00	0,196	17,93	1,998	48	X	X	X
II	8,00	0,196	17,93	1,998	48	X		X
II	8,00	0,196	17,93	1,998	48	X		X
III	8,00	0,196	17,93	1,998	48			X
III	8,00	0,196	17,93	1,998	48			X

Fonte: Autor (2019).

É de suma importância perceber que em todos os modelos há uma barra de 5 mm disposta longitudinalmente na seção transversal, conforme Figura 47. A barra de aço CA-60 possui as mesmas características observadas nas lajes que foram ensaiadas. O programa experimental é composto por 3 grupos em que variam o formato da fissura. Cada grupo

possui duas amostras idênticas, sendo assim, um total de 6 amostras. As dimensões largura e comprimento são idênticos para todas as amostras, $8 \times 8 \times 55$ cm.

Figura 47 - Grupos de ensaio, efeito de pino: (a) Modelo I; (b) Modelo II; (c) Modelo III.

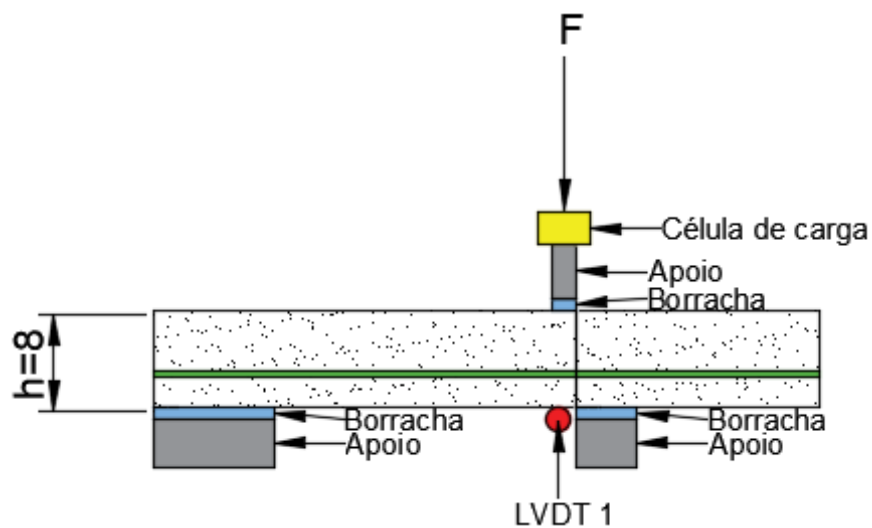


Fonte: Autor (2019).

O ensaio contou com um transdutor abaixo do ponto de aplicação do carregamento, além da célula de carga. Desse modo é possível verificar o comportamento dos modelos e

comparar os deslocamentos e forças resistentes em cada caso. A Figura 48 apresenta o modelo de ensaio desenvolvido experimentalmente e a instrumentação utilizada.

Figura 48 - Modelo de ensaio experimental – Efeito de pino: Teórico.



Fonte: Autor (2019).

CAPÍTULO 6

RESULTADOS E DISCUSSÕES

6.1. RESULTADOS ANALÍTICOS

A Tabela 28 traz os resultados analíticos relativos às forças últimas, calculadas pela força cortante e pelo momento fletor, de modo que a menor resistência entre os dois métodos será utilizada para o cálculo dos deslocamentos. Os resultados apresentados seguem o roteiro mencionado no item 3.3.1.

Tabela 28 - Determinação da força última – Cortante e fletor.

Força Cortante				Momento Fletor			
d (cm)	K	ρ_l	V_{rk1} (kN)	x	B_x (x/d)	M_{rk} (kN.cm)	V_{rk} (kN)
GRUPO A				GRUPO A			
5,250	1,000	-	22,03	-	-	155,151	6,066
5,250	1,548	0,003	37,73	0,091	0,017	477,054	18,652
5,250	1,548	0,006	41,37	0,182	0,035	947,438	37,043
GRUPO B				GRUPO B			
8,250	1,000	-	34,62	-	-	293,333	11,469
8,250	1,518	0,003	57,89	0,137	0,017	1131,438	56,033
8,250	1,518	0,006	62,65	0,258	0,031	2112,102	104,599
GRUPO C				GRUPO C			
11,250	1,000	-	47,20	-	-	475,151	23,531
11,250	1,488	0,003	76,63	0,167	0,015	1886,249	93,414
11,250	1,488	0,005	83,05	0,334	0,030	3729,647	184,706

Fonte: Autor (2019).

É importante notar que as forças resistentes características das lajes em quase todos os casos é menor para momento fletor em relação à força cortante, mesmo que o objetivo do ensaio seja analisar a resistência à força cortante, e seguindo os valores normativos nos ensaios, ou seja, uma laje romper por força cortante acontece em casos específicos. A Tabela 29 traz os resultados analíticos relativos às forças últimas e os deslocamentos com dados experimentais e módulo de elasticidade corrigido, calculados conforme equações apresentadas no item 3.3.

Tabela 29 - Determinação dos deslocamentos verticais.

Determinação do deslocamento							
$V_{rk,min}$ (kN)	E_{ci} (MPa)	η_l	y_{cg}	Inércia (cm ⁴)	$\delta_{exp.}$ (cm)	$E_{cor.}$ (MPa)	$\delta_{cor.}$ (cm)
GRUPO A							
6,066	13467,00	15,493	4,000	11946,667	0,018	855,921	0,281
18,652	13467,00	15,493	3,953	12198,544	0,054	578,224	1,252
37,043	13467,00	15,493	3,908	12435,008	0,105	572,157	2,465
GRUPO B							
11,469	13467,00	15,493	5,500	31056,667	0,013	755,888	0,231
56,033	13467,00	15,493	5,397	32167,045	0,061	280,197	2,943
62,649	13467,00	15,493	5,311	33091,932	0,067	324,385	2,763
GRUPO C							
23,531	13467,00	15,493	7,000	64026,667	0,013	670,980	0,259
76,633	13467,00	15,493	6,851	66720,360	0,040	375,094	1,450
83,052	13467,00	15,493	6,712	69241,864	0,042	354,879	1,600

Fonte: Autor (2019).

6.2. RESULTADOS NUMÉRICOS

Este tópico apresenta uma modelagem final, com correções singulares no modelo do Capítulo 4, como: condições de contorno e aplicação do carregamento, que refletem exatamente o modelo experimental. Foi feito ajustes referentes aos apoios e ao ponto de aplicação de carga, além de utilização dos dados obtidos pelo concreto (f_{ck} , f_{ct} , E_c) e pelo aço (f_{yk} e E_s). Com isso foi possível realizar uma comparação numérica e experimental adequada.

A Tabela 30 traz os resultados numéricos da modelagem utilizando os parâmetros experimentais do concreto e do aço, a tabela apresenta os valores de força última considerando módulo experimental e corrigido, além dos deslocamentos máximos abaixo do ponto de aplicação do carregamento.

Tabela 30 - Determinação da força última e dos deslocamentos verticais.

Lajes	$V_{rk1} - E_{exp.}$ (kN)	δ (cm)	$V_{rk1} - E_{corr.}$ (kN)	δ (cm)
L1	23,275	0,114	17,150	0,108
L2	23,765	0,224	27,318	0,480
L3	34,790	0,227	37,118	0,565
L4	27,440	0,168	26,460	0,535
L5	54,880	0,125	65,905	0,553
L6	94,846	0,104	100,144	0,409
L7	113,558	0,079	113,558	0,155
L8	132,300	0,084	116,680	0,235
L9	138,456	0,083	121,275	0,237

Fonte: Autor (2019).

6.3. RESULTADOS EXPERIMENTAIS - LAJES

Este tópico descreve e analisa os resultados dos ensaios realizados no Laboratório de Estruturas de Engenharia Civil, Universidade de Uberlândia. Primeiramente, apresenta o comportamento geral de cada modelo, modo de ruptura, deslocamentos no meio do vão e ponto de aplicação do carregamento e deformações nas barras de aço e no concreto.

O ensaio foi realizado em etapas crescentes de carregamento até o colapso, com a finalidade de analisar o modo de ruína, carga última, deslocamentos e deformações. As lajes foram ensaiadas aos 47/48 dias após a concretagem.

Em geral, todos os modelos apresentaram comportamento de ruptura semelhante, com uma fissura transversal ao longo de toda a extensão de aplicação do carregamento, conforme as figuras subsequentes nos itens de cada laje.

A Figura 49 apresenta o Setup de ensaio que foi realizado em todos os modelos, contendo dois apoios espaçados a 140 cm, perfis I com mesa de 10 cm de largura. Dois suportes visando proteger os LVDT's, caso a laje tenha ruptura brusca. Ponto de aplicação do carregamento com perfil I com mesa de 10 cm de largura, célula de carga com capacidade de 200 kN.

Figura 49 - Modelo de ensaio experimental: Prático.



Fonte: Autor (2019).

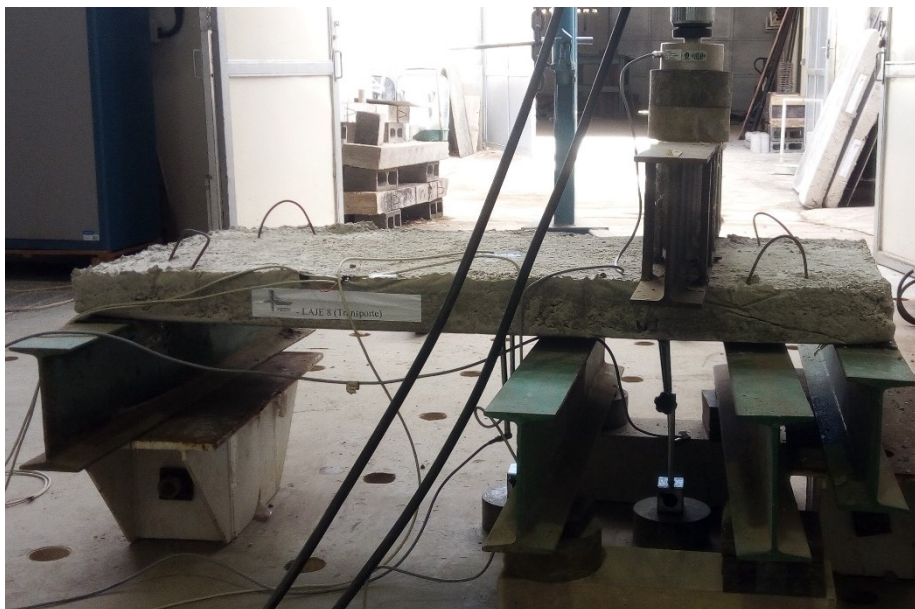
6.3.1. Laje 1 (H8 - T)

Nas lajes sem armadura longitudinal até os apoios era esperado que a ruptura ocorresse quando houvesse a primeira fissura, logo, uma ruptura com a aplicação do carregamento referente ao momento de fissuração.

Na Laje 1 o ensaio proporcionou 1057 passos de carga até a ruptura. A carga última foi de 6,95 kN, com deslocamento máximo de 0,56 mm no meio do vão e 0,00 mm no ponto de aplicação da carga, deformação máxima de -0,058 ‰ no concreto e 0,003 ‰ no aço, salientando que nas lajes de transporte há um extensômetro de concreto e um de aço no meio do vão.

A Figura 50 apresenta os detalhes do ensaio da laje 1.

Figura 50 – Modelo de ensaio H8 - T.



Fonte: Autor (2019).

As Figuras 51 e 52 apresentam a fissura na ruptura e o panorama de fissuração na parte inferior da laje após a ruptura.

Figura 51 – Fissura na ruptura.



Fonte: Autor (2019).

Figura 52 – Panorama de Fissuração.



Fonte: Autor (2019).

No panorama de fissuração da parcela inferior da laje percebe-se que uma fissura se estendeu abaixo da área de aplicação do carregamento, a fissura formou-se abaixo do ponto de aplicação do carregamento e o modo de ruptura foi conforme o esperado.

6.3.2. Laje 2 (H8 - As)

Nas lajes com armadura mínima longitudinal até os apoios era esperado deslocamento relevantes e que a força de ruptura aumentasse significativamente em relação a de transporte.

Na Laje 2 o ensaio proporcionou 4283 passos de carga até a ruptura. A carga última foi de 23,31 kN, com deslocamento máximo de 14,86 mm no ponto de aplicação do carregamento e 12,07 mm meio do vão e deformação máxima de -2,17 ‰ no concreto no ponto de aplicação do carregamento e de -0,26 ‰ no meio do vão, além de 1,89 ‰ no aço no meio do vão e 0,00 ‰ no aço no ponto de aplicação do carregamento, ressaltando que este extensômetro teve a leitura prejudicada no ensaio da laje.

A Figura 53 apresenta os detalhes do ensaio da laje 2.

Figura 53 - Modelo de ensaio H11 - As.



Fonte: Autor (2019).

As Figuras 54 e 55 apresentam a fissura na ruptura e o panorama de fissuração da parte inferior da laje após a ruptura. As primeiras fissuras foram vistas com carga aproximada de 13 kN, com carregamento de 15 kN e 20 kN observa-se fissuras no meio do vão. A formação de novas fissuras no ponto de aplicação do carregamento vai até 20 kN, após esta carga observa-se o aumento da espessura das fissuras existentes.

Figura 54 - Fissura na ruptura em ambos lados.



Fonte: Autor (2019).

Figura 55 - Panorama de Fissuração.



Fonte: Autor (2019).

No panorama de fissuração da parcela inferior da laje percebe-se que três fissuras se estenderam abaixo da área de aplicação do carregamento, duas das fissuras formaram-se abaixo do ponto de aplicação do carregamento e o modo de ruptura foi conforme o esperado. Já nessa laje, é possível verificar uma fissura bem próxima ao meio do vão, porém observa-se que as fissuras abaixo do ponto de aplicação do carregamento possuem aberturas maiores.

6.3.3. Laje 3 (H8 - 2×As)

Nas lajes com duas vezes a armadura mínima longitudinal até os apoios era esperado que houvesse maiores deslocamento, que a força de ruptura fosse elevada, e ainda que a armadura longitudinal contribuísse significativamente na resistência e com deformações significativas.

Na Laje 3 o ensaio proporcionou 7960 passos de carga até a ruptura. A carga última foi de 43,81 kN, com deslocamento máximo de 20,00 mm no ponto de aplicação do carregamento e 16,29 mm meio do vão e deformação máxima de -6,34 ‰ no concreto no ponto de aplicação do carregamento e de -1,39 ‰ no meio do vão, além de 1,86 ‰ no aço no meio do vão e 2,04 ‰ no aço no ponto de aplicação do carregamento, ressaltando que este extensômetro parou de funcionar durante o ensaio da laje.

A Figura 56 apresenta os detalhes do ensaio da laje 3.

Figura 56 – Modelo de ensaio H8 - 2×As.



Fonte: Autor (2019).

As Figuras 57 e 58 apresentam a fissura na ruptura e o panorama de fissuração da parte inferior da laje após a ruptura. As primeiras fissuras foram vistas com carga aproximada de 10 kN, com carregamento de 20 kN observa-se fissuras no meio do vão. A formação de novas fissuras no ponto de aplicação do carregamento vai até 20 kN, após esta carga observa-se o aumento da espessura das fissuras existentes, já no meio do vão novas fissuras são formadas até a ruptura.

Figura 57 – Fissura na ruptura em ambos lados.



Fonte: Autor (2019).

Figura 58 – Panorama de Fissuração.



Fonte: Autor (2019).

No panorama de fissuração da parcela inferior da laje percebe-se que três fissuras se estenderam abaixo da área de aplicação do carregamento, as fissuras formaram-se abaixo do ponto de aplicação do carregamento e o modo de ruptura foi conforme o esperado.

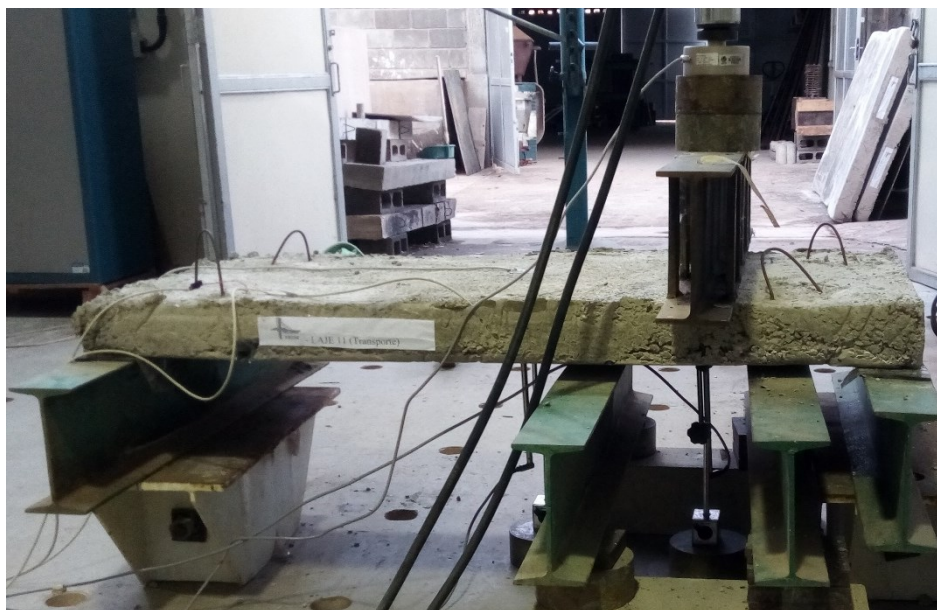
6.3.4. Laje 4 (H11 - T)

Nas lajes sem armadura longitudinal até os apoios era esperado que a ruptura ocorresse quando houvesse a primeira fissura, logo, a ruptura com a aplicação do carregamento referente ao momento de fissuração.

Na Laje 4 o ensaio proporcionou 572 passos de carga até a ruptura. A carga última foi de 12,73 kN, com deslocamento máximo de 0,62 mm no meio do vão e 0,75 mm no ponto de aplicação do carregamento, deformação máxima de -0,066 ‰ no concreto e 0,033 ‰ no aço, salientando que nas lajes de transporte há apenas um extensômetro de concreto e um de aço no meio do vão.

A Figura 59 apresenta os detalhes do ensaio da laje 4.

Figura 59 – Modelo de ensaio H11 - T.



Fonte: Autor (2019).

As Figuras 60 e 61 apresentam a fissura na ruptura e o panorama de fissuração da parte inferior da laje após a ruptura.

Figura 60 - Fissura na ruptura.



Fonte: Autor (2019).

Figura 61 - Panorama de Fissuração.



Fonte: Autor (2019).

No panorama de fissuração da parcela inferior da laje percebe-se que uma fissura se estendeu abaixo da área de aplicação do carregamento, a fissura formou-se abaixo do ponto de aplicação do carregamento e o modo de ruptura foi conforme o esperado.

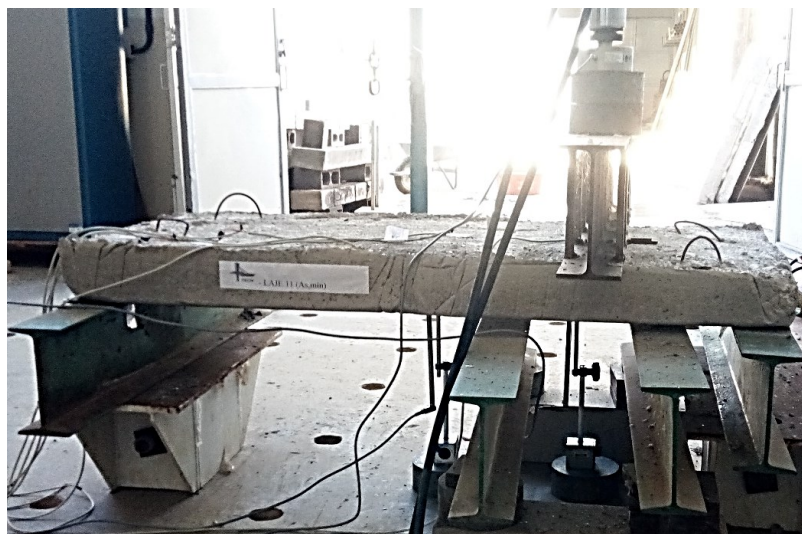
6.3.5. Laje 5 (H11 - As)

Nas lajes com armadura mínima longitudinal até os apoios era esperado deslocamento relevantes e que a força de ruptura aumentasse significativamente em relação a de transporte.

Na Laje 5 o ensaio proporcionou 6679 passos de carga até a ruptura. A carga última foi de 44,53 kN, com deslocamento máximo de 15,71 mm no ponto de aplicação do carregamento e 11,87 mm meio do vão e deformação máxima de -2,33 ‰ no concreto no ponto de aplicação do carregamento e de -0,50 ‰ no meio do vão, além de 4,90 ‰ no aço no meio do vão e 0,00 ‰ no aço no ponto de aplicação do carregamento, ressaltando que este extensômetro teve a leitura prejudicada no ensaio da laje.

A Figura 62 apresenta os detalhes do ensaio da laje 5.

Figura 62 – Modelo de ensaio H11 - As.



Fonte: Autor (2019).

As Figuras 63 e 64 apresentam a fissura na ruptura e o panorama de fissuração da parte inferior da laje após a ruptura. As primeiras fissuras foram vistas com carga aproximada de 15 kN, com carregamento de 20 kN e 30 kN observa-se fissuras no meio do vão. A formação de novas fissuras no ponto de aplicação do carregamento vai até 25 kN, após esta carga observa-se o aumento da espessura das fissuras existentes, já no meio do vão novas fissuras são formadas até a ruptura.

Figura 63 - Fissura na ruptura em ambos lados.



Fonte: Autor (2019).

Figura 64 – Panorama de Fissuração.



Fonte: Autor (2019).

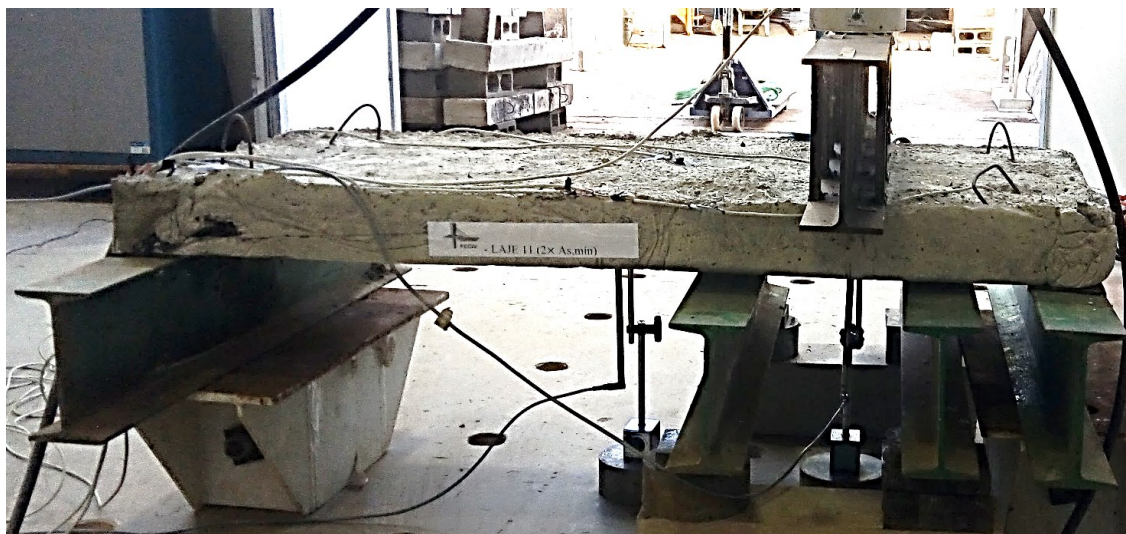
No panorama de fissuração da parcela inferior da laje percebe-se que duas fissuras se estenderam abaixo da área de aplicação do carregamento, as fissuras formaram-se abaixo do ponto de aplicação do carregamento e o modo de ruptura foi conforme o esperado. Já nessa laje, é possível verificar uma fissura no meio do vão que vai até o centro do elemento estrutural.

6.3.6. Laje 6 (H11 - 2×As)

Nas lajes com duas vezes a armadura mínima longitudinal até os apoios era esperado que houvesse maiores deslocamento, que a força de ruptura fosse elevada, que a armadura longitudinal contribuísse significativamente na resistência e com deformações significativas.

Na Laje 6 o ensaio proporcionou 4961 passos de carga até a ruptura. A carga última foi de 79,16 kN, com deslocamento máximo de 8,75 mm no ponto de aplicação do carregamento e 8,067 mm meio do vão e deformação máxima de -2,43 ‰ no concreto no ponto de aplicação do carregamento e de -1,01 ‰ no meio do vão, além de 2,13 ‰ no aço no meio do vão e 3,90 ‰ no aço no ponto de aplicação do carregamento.

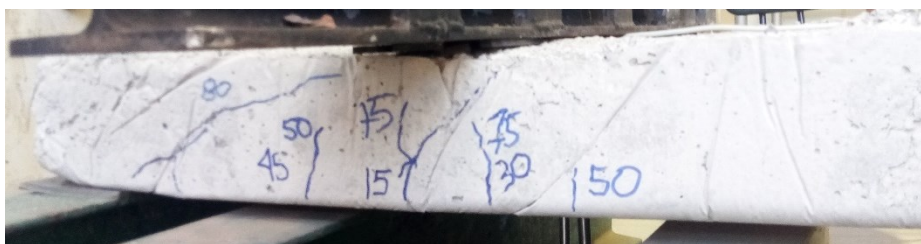
A Figura 65 apresenta os detalhes do ensaio da laje 3.

Figura 65 - Modelo de ensaio H11 - $2 \times A_s$.

Fonte: Autor (2019).

As Figuras 66 e 67 apresentam a fissura na ruptura e o panorama de fissuração da parte inferior da laje após a ruptura. As primeiras fissuras foram vistas com carga aproximada de 15 kN, com carregamento de 50 kN observa-se fissuras no meio do vão. A formação de novas fissuras no ponto de aplicação do carregamento vai até 50 kN, após esta carga observa-se o aumento da espessura das fissuras existentes, já no meio do vão novas fissuras são formadas até a ruptura.

Figura 66 - Fissura na ruptura em ambos lados.



Fonte: Autor (2019).

Figura 67 - Panorama de Fissuração.



Fonte: Autor (2019).

No panorama de fissuração da parcela inferior da laje percebe-se que uma fissura se estendeu abaixo do ponto de aplicação do carregamento até o lado posterior. Porém, esta laje apresentou uma fissura diagonal entre o apoio e o ponto de aplicação do carregamento. Como esta laje foi a primeira a ser ensaiada, supõem-se que as borrachas utilizadas na aplicação do carregamento não ficaram bem niveladas, ocasionando em um momento na direção do menor vão. Conforme pode ser observado uma fissura longitudinal, na Figura 68, que influenciou no modo de ruptura desta laje.

Figura 68 - Fissura longitudinal.



Fonte: Autor (2019).

6.3.7. Laje 7 (H14 - T)

Nas lajes sem armadura longitudinal até os apoios era esperado que a ruptura ocorresse quando houvesse a primeira fissura, logo, a ruptura com a aplicação do carregamento referente ao momento de fissuração.

Na Laje 7 o ensaio proporcionou 1995 passos de carga até a ruptura. A carga última foi de 26,81 kN, com deslocamento máximo de 1,47 mm no meio do vão e 1,01 mm no ponto de aplicação da carga, deformação máxima de -0,094 ‰ no concreto e 0,00 ‰ no aço, este extensômetro não funcionou. Salientando que nas lajes de transporte há um extensômetro de concreto e um de aço no meio do vão.

A Figura 69 apresenta os detalhes do ensaio da laje 7.

Figura 69 - Modelo de ensaio H14 - T.



Fonte: Autor (2019).

As Figuras 70 e 71 apresentam a fissura na ruptura e o panorama de fissuração da parte inferior da laje após a ruptura.

Figura 70 - Fissura na ruptura.



Fonte: Autor (2019).

Figura 71 - Panorama de Fissuração.



Fonte: Autor (2019).

No panorama de fissuração da parcela inferior da laje percebe-se que uma fissura se estendeu abaixo da área de aplicação do carregamento, a fissura formou-se abaixo do ponto de aplicação do carregamento e o modo de ruptura foi conforme o esperado.

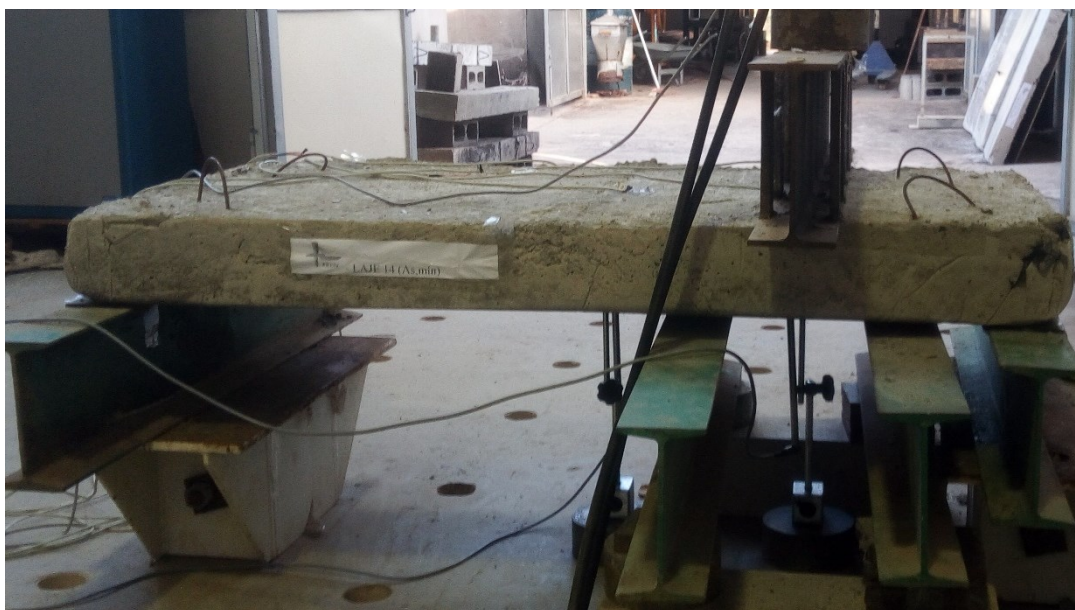
6.3.8. Laje 8 (H14 - As)

Nas lajes com armadura mínima longitudinal até os apoios era esperado deslocamento relevantes e que a força de ruptura aumentasse significativamente em relação a de transporte.

Na Laje 8 o ensaio proporcionou 5405 passos de carga até a ruptura. A carga última foi de 74,27 kN, com deslocamento máximo de 5,81 mm no ponto de aplicação do carregamento e 5,84 mm meio do vão e deformação máxima de -1,85 ‰ no concreto no ponto de aplicação do carregamento e de -0,78 ‰ no meio do vão, além de 1,94 ‰ no aço no meio do vão e 2,58 ‰ no aço no ponto de aplicação do carregamento.

A Figura 72 apresenta os detalhes do ensaio da laje 8.

Figura 72 – Modelo de ensaio H14 - As.



Fonte: Autor (2019).

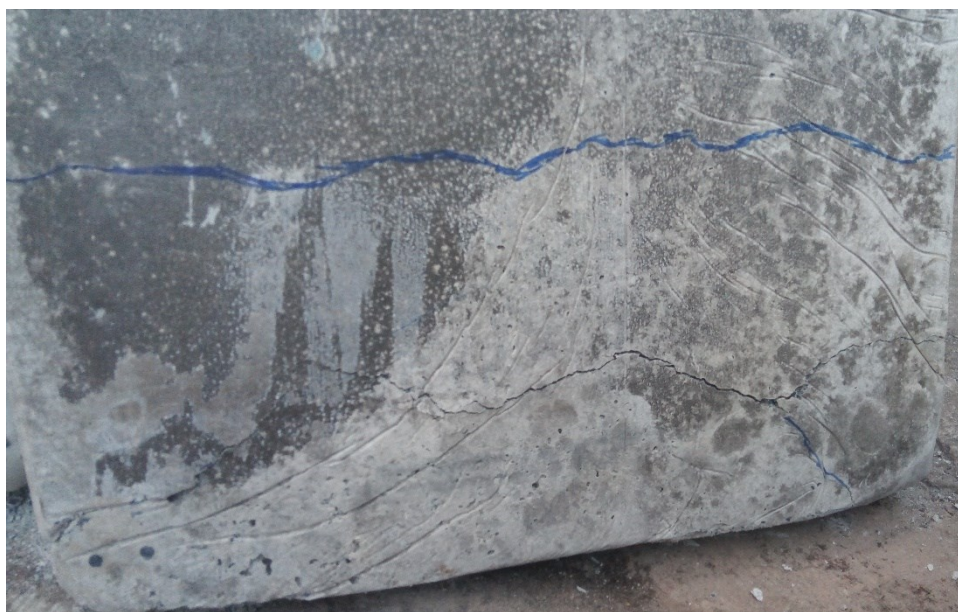
As Figuras 73 e 74 apresentam a fissura na ruptura e o panorama de fissuração da parte inferior da laje após a ruptura. As primeiras fissuras foram vistas com carga aproximada de 30 kN, com carregamento de 40 kN e 50 kN observa-se fissuras no meio do vão. A formação de novas fissuras no ponto de aplicação do carregamento vai até 40 kN, após esta carga observa-se o aumento da espessura das fissuras existentes, já no meio do vão novas fissuras são formadas até 60 kN.

Figura 73 - Fissura na ruptura em ambos lados.



Fonte: Autor (2019).

Figura 74 – Panorama de Fissuração.



Fonte: Autor (2019).

No panorama de fissuração da parcela inferior da laje percebe-se que duas fissuras se estenderam abaixo da área de aplicação do carregamento, as fissuras formaram-se abaixo do ponto de aplicação do carregamento. Porém nesta laje, é possível verificar que uma das fissuras está muito próxima do apoio.

6.3.9. Laje 9 (H14 - 2×As)

Nas lajes com duas vezes a armadura mínima longitudinal até os apoios era esperado que houvesse maiores deslocamento, que a força de ruptura fosse elevada, que a armadura longitudinal contribuísse significativamente na resistência e com deformações significativas.

Na Laje 9 o ensaio proporcionou 12.341 passos de carga até a ruptura. A carga última foi de 158,31 kN, com deslocamento máximo de 9,23 mm no ponto de aplicação do carregamento e 7,35 mm meio do vão e deformação máxima de -2,66 ‰ no concreto no ponto de aplicação do carregamento e de -0,74 ‰ no meio do vão, além de 2,37 ‰ no aço no meio do vão e 2,18 ‰ no aço no ponto de aplicação do carregamento.

A Figura 75 apresenta os detalhes do ensaio da laje 3.

Figura 75 - Modelo de ensaio H14 - 2×As.



Fonte: Autor (2019).

As Figuras 76 e 77 apresentam a fissura na ruptura e o panorama de fissuração da parte inferior da laje após a ruptura. As primeiras fissuras foram vistas com carga aproximada de 30 kN, com carregamento de 90 kN até 140 kN observa-se fissuras no meio do vão. A formação de novas fissuras no ponto de aplicação do carregamento vai até 100 kN, após esta carga observa-se o aumento da espessura das fissuras existentes, já no meio do vão novas fissuras são formadas até a ruptura.

Figura 76 - Fissura na ruptura em ambos lados.



Fonte: Autor (2019).

Figura 77 - Panorama de Fissuração.



Fonte: Autor (2019).

No panorama de fissuração da parcela inferior da laje percebe-se que duas fissuras com abertura 30 mm se estenderam abaixo da área de aplicação do carregamento, as fissuras formaram-se abaixo do ponto de aplicação do carregamento e o modo de ruptura foi conforme o esperado.

6.4. RESULTADOS EXPERIMENTAIS - EFEITO DE PINO

Este tópico descreve e analisa os resultados dos ensaios dos modelos realizados no Laboratório de Estruturas de Engenharia Civil, Universidade de Uberlândia. Primeiramente, apresenta o comportamento geral de cada modelo, modo de ruptura e deslocamentos ao lado do ponto de aplicação do carregamento. O ensaio foi realizado em etapas crescentes de carregamento até o colapso, com velocidade de 1,30 kN/min, a finalidade de analisar o modo de ruína, carga última e deslocamentos. Os modelos foram ensaiados aos 54 dias após a concretagem.

A Figura 78 apresenta o Setup de ensaio que foi realizado em todos os modelos, contendo dois apoios espaçados a 25 cm, elementos quadrados com 10 cm de largura. Suportes visando proteger o transdutor, caso o modelo tenha ruptura brusca, célula de carga com capacidade de 20 kN.

Figura 78 - Modelo de ensaio experimental – Efeito de pino.



Fonte: Autor (2019).

Em ambos os modelos não há um valor ou comportamento esperado, já que este ensaio só foi realizado numericamente e não há nenhum modelo parecido na literatura. A Figura 79 traz todos os 6 corpos de provas confeccionados para o ensaio.

Figura 79 - Corpos de prova – Efeito de pino.



Fonte: Autor (2019).

6.4.1. Modelo I

Os ensaios dos corpos de prova do modelo I resistiram a uma carga última de 15,19 kN, com deslocamento máximo de 4,44 mm no ponto de aplicação da carga e 11,04 kN, com deslocamento máximo de 5,15 mm no ponto de aplicação da carga. A Figura 80 traz o modo de ruptura do corpo de prova.

Figura 80 - Modelo I: Ruptura.



Fonte: Autor (2019).

A ruptura do corpo de prova do modelo I ocorreu por meio de uma fissura na posição de aplicação do carregamento que se estendeu primeiramente na parte inferior da peça e se estendeu para a parte superior conforme o carregamento aumentou.

6.4.2. Modelo II

Os ensaios dos corpos de prova do modelo II resistiram a uma carga última de 16,14 kN, com deslocamento máximo de 4,32 mm no ponto de aplicação da carga e 8,42 kN, com deslocamento máximo de 3,61 mm no ponto de aplicação da carga. A Figura 81 traz o modo de ruptura do corpo de prova.

Figura 81 - Modelo II: Ruptura.



Fonte: Autor (2019).

A ruptura do corpo de prova do modelo II ocorreu por meio da ruptura do banzo comprimido acima da fissura induzida pelo papelão plastificado.

6.4.3. Modelo III

Os ensaios dos corpos de prova do modelo III resistiram a uma carga última de 5,22 kN, com deslocamento máximo de 7,40 mm no ponto de aplicação da carga e 7,07 kN, com deslocamento máximo de 7,21 mm no ponto de aplicação da carga. A Figura 82 traz o modo de ruptura do corpo de prova.

Figura 82 - Modelo III: Ruptura.



Fonte: Autor (2019).

A ruptura do corpo de prova do modelo III não ocorreu. Pois como apenas a armadura está transpassando a fissura, a carga resultou numa tentativa de corte na seção, conforme esperado. Desse modo, a carga se estabilizou com um certo carregamento e apenas o deslocamento aumentou-se gradativamente. A Figura 83 confirma que a armadura longitudinal nos corpos de prova ensaiados se comportou da maneira esperada, com um corte local da seção, imaginando-se o comportamento adequado para análise do efeito de pino.

Figura 83 - Corte local nas barras de aço.



Fonte: Autor (2019).

6.5. ANÁLISE DOS RESULTADOS

6.5.1. Valores normativos

Neste tópico foi realizada uma análise comparativa dos nove modelos desenvolvidos calculados pelas normas: brasileira, americana e europeia. A Tabela 31 apresenta os resultados experimentais e normativos.

Tabela 31 - Valores experimentais e normativos.

NBR 6118:2014								ACI:2014	
Lajes	h (cm)	d (cm)	K	$\rho_{l,d}$	$V_{rk,d}$ (kN)	$\rho_{l,h}$	$V_{rk,h}$ (kN)	$V_{rk,d}$ (kN)	$V_{rk,h}$ (kN)
L1	8,00	5,25	1,000	0,000	22,028	0,000	33,566	24,55	37,41
L2	8,00	5,25	1,548	0,003	37,731	0,002	55,587	54,00	66,86
L3	8,00	5,25	1,548	0,006	41,373	0,004	59,229	83,46	96,32
L4	11,00	8,25	1,000	0,000	34,615	0,000	46,154	38,58	51,44
L5	11,00	8,25	1,518	0,003	57,887	0,002	75,396	82,76	95,62
L6	11,00	8,25	1,518	0,006	62,649	0,004	80,159	122,03	134,89
L7	14,00	11,25	1,000	0,000	47,203	0,000	58,741	52,61	65,47
L8	14,00	11,25	1,488	0,003	76,633	0,002	93,797	106,60	119,46
L9	14,00	11,25	1,488	0,005	83,052	0,004	100,216	160,60	173,46

EUROCODE 2:2004				CEB - FIB:2010			Experimental	
K	V_{min} (kN)	$V_{rk,d}$ (kN)	$V_{rk,h}$ (kN)	K	$V_{rk,d}$ (kN)	$V_{rk,h}$ (kN)	V_{rk1} (kN)	δ (cm)
1,000	11,252	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	6,950	0,056
2,000	31,825	23,699	36,113	1,348	15,799	24,075	23,306	1,486
2,000	31,825	29,859	45,499	1,348	19,906	30,333	43,814	2,000
1,000	11,252	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	12,730	0,075
2,000	31,825	36,668	48,891	1,278	24,445	32,594	44,533	1,571
2,000	31,825	45,327	60,436	1,278	30,218	40,291	79,016	0,875
1,000	11,252	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	26,806	0,147
2,000	31,825	48,210	59,995	1,238	32,140	39,996	74,275	0,581
2,000	31,825	60,741	75,589	1,238	40,494	50,392	158,308	0,923

Fonte: Autor (2019).

Observa-se que a norma brasileira apresenta valores mais conservadores quando comparada com a americana, e a norma europeia é ainda mais conservadora do que a brasileira. A norma americana não utiliza o coeficiente k , já a norma europeia utiliza um valor mínimo que depende apenas do coeficiente k e da resistência à compressão. Há apenas uma variação da norma europeia de 2004 para 2010, o coeficiente $C_{rd,c}$ existente na norma de 2004 varia de $0,18/\gamma_c$ para $0,12$.

A Tabela 32 apresenta os resultados normativos comparando-os aos valores experimentais, auxiliando a análise dos resultados.

Tabela 32 - Relação dos valores normativos e experimentais.

Lajes	NBR 6118:2014		ACI:2014		EUROCODE 2:2004		CEB - FIB:2010	
	$V_{rk,d}/V_e$	$V_{rk,h}/V_e$	$V_{rk,d}/V_e$	$V_{rk,h}/V_e$	$V_{rk,d}/V_e$	$V_{rk,h}/V_e$	$V_{rk,d}/V_e$	$V_{rk,h}/V_e$
L1	3,169	4,830	3,532	5,383	1,619	1,619	1,619	1,619
L2	1,619	2,385	2,317	2,869	1,366	1,550	0,678	1,033
L3	0,944	1,352	1,905	2,198	0,726	1,038	0,454	0,692
L4	2,719	3,626	3,031	4,041	0,884	0,884	0,884	0,884
L5	1,300	1,693	1,858	2,147	0,823	1,098	0,549	0,732
L6	0,793	1,014	1,544	1,707	0,574	0,765	0,382	0,510
L7	1,761	2,191	1,963	2,442	0,420	0,420	0,420	0,420
L8	1,032	1,263	1,435	1,608	0,649	0,808	0,433	0,538
L9	0,525	0,633	1,014	1,096	0,384	0,477	0,256	0,318

Fonte: Autor (2019).

A norma brasileira apresenta valores muito conservadores em lajes com maior taxa de armadura, já para as lajes sem armadura é o oposto, valores aquém da necessidade. Vale ressaltar que todos os cálculos realizados não possuem coeficientes de segurança, para que a análise seja mais próxima da realidade.

A norma americana apresentou todos os resultados acima dos valores experimentais, ou seja, está contra a segurança. Ela não apresenta o coeficiente k , em relação as armaduras, considera apenas a taxa de armadura (ρ). As lajes sem armadura longitudinal até os apoios apresentaram os valores mais distantes dos experimentais.

A norma europeia retratou resultados opostos a norma americana, praticamente todos os resultados menores do que os valores experimentais, ou seja, a favor da segurança. A laje 1 é uma laje intrigante, pois, mesmo que ela tenha sido ensaiada conforme ensaio de cisalhamento por não possuir armadura longitudinal até os apoios, rompeu-se por flexão e não por força cortante, fato que explica coeficientes comparativos com valores experimentais altos.

A variação entre utilização da altura útil e da altura total foi realizada em todas as análises, visando focar na variação pontual da altura da peça. A Tabela 33 apresenta os resultados normativos comparando-os aos valores experimentais, auxiliando a análise dos resultados.

Tabela 33 - Influência: altura útil e altura total.

Lajes	NBR 6118:2014	ACI:2014	EUROCODE 2:2004	CEB - FIB:2010
L1	1,524	1,524	1,000	1,000
L2	1,473	1,238	1,135	1,524
L3	1,432	1,154	1,430	1,524
L4	1,333	1,333	1,000	1,000
L5	1,302	1,155	1,333	1,333
L6	1,279	1,105	1,333	1,333
L7	1,244	1,244	1,000	1,000
L8	1,224	1,121	1,244	1,244
L9	1,207	1,080	1,244	1,244

Fonte: Autor (2019).

A norma brasileira apresentou variações maiores que 20% em todas as lajes neste quesito, com uma redução gradual com o aumento da altura da peça. Na norma americana a influência foi diminuindo com o aumento da altura da peça e a norma europeia também se comportou de maneira semelhante a americana, porém na norma europeia as lajes sem armadura resistem ao valor mínimo estabelecido que independe da altura da peça.

É importante salientar que em todas as normas analisadas a influência da altura diminui com o aumento da altura da peça, ou seja, os valores de resistência à força cortante diminuem proporcionalmente com a altura da peça, o que é coerente com a literatura exposta no tópico 2.3.4.

A influência da armadura longitudinal na resistência à força cortante é o principal foco de análise do estudo, o qual contém o efeito de pino. A Tabela 34 apresenta os resultados normativos comparando-os com eles mesmos, ou seja, proporção das lajes com armaduras e sem armaduras, para todas as normas e também os valores experimentais.

Tabela 34 - Influência das armaduras.

Lajes	NBR 6118:2014	ACI:2014	EUROCODE 2:2004	CEB - FIB:2010	Experimental
L1	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
L2	1,713	2,200	2,828	1,404	3,353
L3	1,878	3,399	2,828	1,769	6,304
L4	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
L5	1,672	2,145	3,259	2,173	3,498
L6	1,810	3,163	4,028	2,686	6,207
L7	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
L8	1,623	2,026	4,285	2,856	2,771
L9	1,759	3,053	5,398	3,599	5,906

Fonte: Autor (2019).

Considerando que a norma europeia foi atualizada, observa-se claramente que a influência das armaduras diminuiu drasticamente, aproximando-a das normas brasileira e americana.

A Tabela 34 é muito importante pois confirma o que a literatura exhibe no item 2.3.4. Tanto nos resultados experimentais quanto nas equações normativas observa-se que as armaduras aumentam significativamente a resistência da peça à força cortante, porém com o aumento da altura útil da peça as armaduras perdem sua contribuição gradativamente. Excetua-se a norma europeia que não seguiu esse padrão, com valores maiores com o aumento da peça, o que é uma contradição.

A Tabela 35 exhibe os valores normativos e experimentais do parâmetro K.

Tabela 35 - Parâmetro K.

Lajes	NBR 6118:2014	ACI:2014	EUROCODE 2:2004	CEB - FIB:2010	Experimental
L1	1,000	-	1,000	1,000	0,316
L2	1,548	-	2,000	2,000	0,956
L3	1,548	-	2,000	2,000	1,639
L4	1,000	-	1,000	1,000	0,368
L5	1,518	-	2,000	2,000	1,167
L6	1,518	-	2,000	2,000	1,914
L7	1,000	-	1,000	1,000	0,568
L8	1,488	-	2,000	2,000	1,442
L9	1,488	-	2,000	2,000	2,835

Fonte: Autor (2019).

Conforme mencionado, a norma americana não utiliza o parâmetro K. Não houve alteração no cálculo da europeia de 2004 para 2010. A norma brasileira é mais cautelosa do que a europeia nesta análise.

O K experimental traz informações relevantes apenas nas lajes que realmente romperam por meio da força cortante, os valores que estão em negrito expõem que a variação de $A_{s,min}$ para $2 \times A_{s,min}$ para estas lajes é significativa, porém o K é o mesmo tanto na norma europeia quanto na brasileira. Desse modo, concluímos que o ideal seria o parâmetro ρ (taxa de armadura) ter maior influência na força cortante do que o K, o que causaria maior equilíbrio nos valores normativos.

6.5.2. Comparativo: Numérico e Experimental

Neste tópico foi realizada uma análise comparativa dos nove modelos desenvolvidos considerando os dados experimentais: compressão do concreto, tração do concreto, módulo de elasticidade do concreto, módulo de elasticidade do aço e tração do aço. Os valores de força última e deslocamentos foram comparados para os nove modelos de laje, conforme a Tabela 36.

Tabela 36 - Comparação modelos.

Lajes	$V_{rk1} - \text{Exp.}$ (kN)	δ (cm)	$V_{rk1} - E_{exp.}$ (kN)	δ (cm)	$V_{rk1} - E_{corr.}$ (kN)	δ (cm)
L1	6,950	0,056	23,275	0,114	17,150	0,108
L2	23,306	1,486	23,765	0,224	27,318	0,480
L3	43,814	2,000	34,790	0,227	37,118	0,565
L4	12,730	0,075	27,440	0,104	26,460	0,535
L5	44,533	1,571	54,880	0,125	65,905	0,553
L6	79,016	0,875	94,846	0,168	100,144	0,409
L7	26,806	0,147	113,558	0,079	113,558	0,155
L8	74,275	0,581	132,300	0,084	116,680	0,235
L9	158,308	0,923	138,456	0,083	121,275	0,237

Fonte: Autor (2019).

Os valores de resistência das lajes ficaram adequados para alguns modelos, para as lajes com armadura de transporte nenhuma análise numérica ficou próxima do comportamento experimental. As lajes com $A_{s,min}$ apresentaram valores coerentes, assim como as lajes armadas com $2 \times A_{s,min}$.

Os deslocamentos experimentais exibem valores coerentes, exceto na laje 5 em que esperava-se um valor um pouco menor do que a laje 2 e na laje 6 valores maiores que a laje 5. Os deslocamentos numéricos ficaram distantes dos experimentais quando ocorre aumento da taxa de armadura, os resultados com módulo corrigido ficaram mais próximos do ideal.

A Tabela 37 exibe os valores numéricos e experimentais do parâmetro K , é uma análise que permite visualizar em que casos e até onde a análise numérica com armaduras é coerente.

Tabela 37 - Parâmetro K numérico.

Lajes	K_{exp}	$K_{num} - E_{exp}$	$K_{num} - E_{corr}$
L1	0,316	1,359	1,001
L2	0,956	1,835	1,441
L3	1,639	1,143	1,785
L4	0,368	1,019	0,983
L5	1,167	1,850	2,221
L6	1,914	2,954	3,119
L7	0,568	3,093	3,093
L8	1,442	3,302	2,912
L9	2,835	3,188	2,793

Fonte: Autor (2019).

Observa-se que o K numérico para as lajes que romperam por meio da força cortante (valores em negrito) expõem que a variação de $A_{s,min}$ para $2 \times A_{s,min}$ para estas lajes é significativa quando tem-se altura de 11 cm, fato que foi confirmado na tabela 35, porém o valor de K se equilibra para lajes de 14 cm. Conclui-se que a análise numérica é coerente quando utilizada em menores alturas de lajes, pois com alturas maiores as armaduras perdem influência na análise numérica.

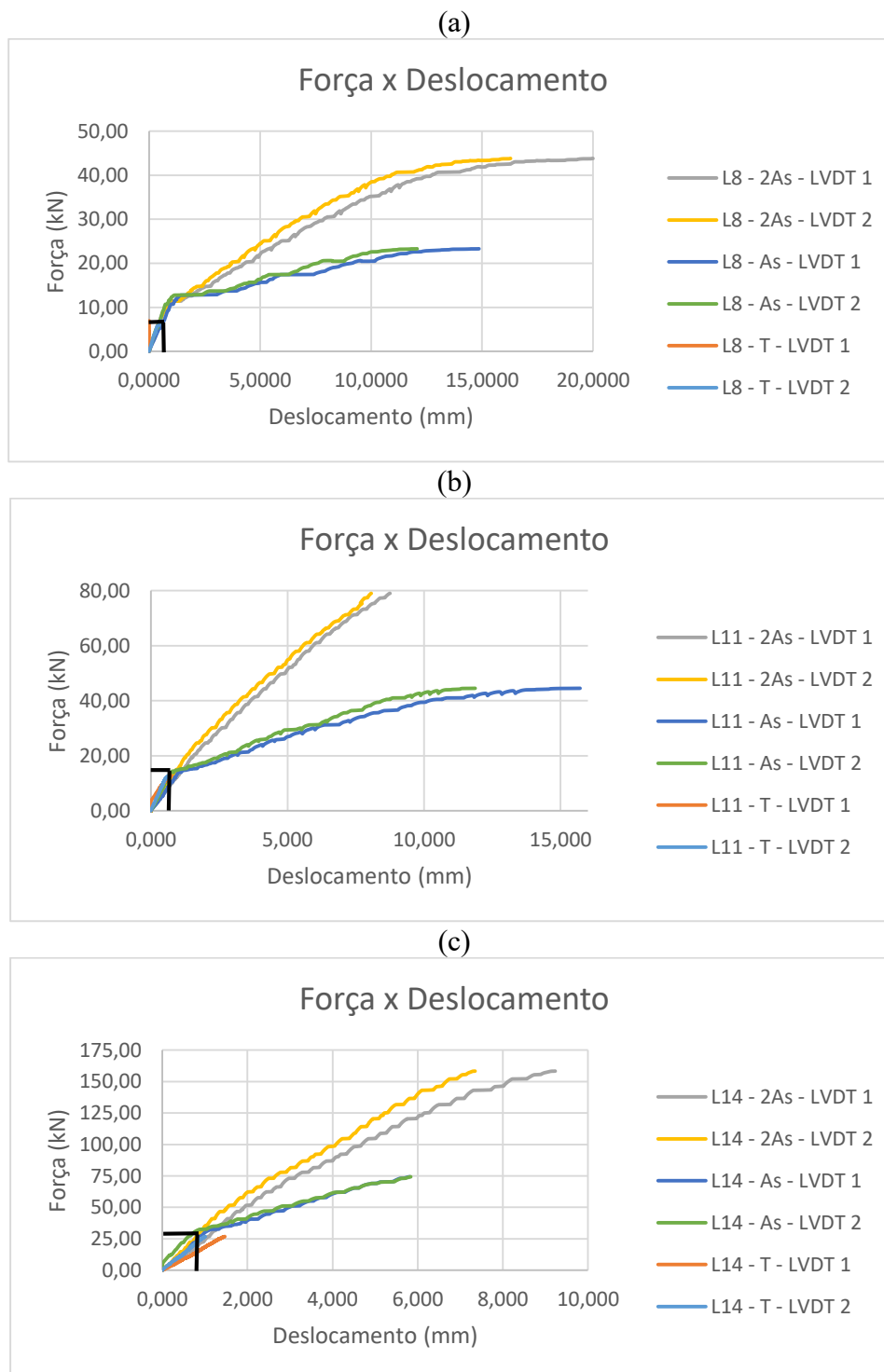
Para as lajes 1 e 4, os valores de K ficaram muito próximos de 1, valor definido pela norma brasileira quando as armaduras não chegam até o apoio.

6.5.3. Força \times Deslocamento e momentos de fissuração

Neste tópico foi realizada uma análise dos dados experimentais: deslocamentos nos transdutores e deformações no concreto e nas barras de aço. A Figura 84 apresenta os valores de força deslocamento para os grupos das lajes.

Os diagramas exibem os dados medidos pelos transdutores no meio do vão e no ponto de aplicação da carga, além de ser possível analisar o comportamento das lajes quanto a primeira fissura, carga máxima, deslocamentos quando em serviço. O comportamento dos modelos para os três grupos foi adequado, com diagramas semelhantes.

O transdutor no ponto de aplicação da carga na L8 – T não deslocou. Em todas as lajes os deslocamentos foram maiores abaixo do ponto de aplicação do carregamento, conforme esperado.

Figura 84 - Diagramas: Força \times Deslocamento: (a) Grupo A; (b) Grupo B; (c) Grupo C.

Fonte: Autor (2019).

Os diagramas serviram de suporte para identificar o momento de fissuração das lajes, visando realizar uma comparação entre os momentos de fissuração experimentais e normativos, motivo pelo qual se encontram retas perpendiculares ao ponto de inflexão do gráfico, referente a primeira fissura por meio de uma análise visual.

As cargas referentes ao ponto de inflexão para as lajes 8, 11 e 14 são, respectivamente, 5,86 kN, 12,56 kN e 23,75 kN. Estas forças são referentes aos diagramas e correspondem a momentos de fissuração: 1,512 kN.m, 3,297 kN.m e 6,234 kN.m.

A Tabela 38 exibe os valores referentes aos momentos de fissuração experimentais e normativos para as lajes, além de comparar com os resultados experimentais visuais apresentados no tópico 6.3. O momento de fissuração analítico é referente a equação (31) do tópico 4.3. O momento de fissuração experimental é referente aos valores das lajes com armadura de transporte.

Tabela 38 - Momentos de fissuração e momento último.

Lajes	Momento de fissuração - Analítico (kN.m)	Momento de fissuração - Exp. (kN.m)	Momento último - Analítico (kN.m)	Momento último - Exp. (kN.m)
L1	1,552	1,824	5,782	1,824
L2	1,552	1,824	9,904	6,118
L3	1,552	1,824	10,861	11,501
L4	2,933	3,342	9,087	3,342
L5	2,933	3,342	15,195	11,690
L6	2,933	3,342	16,445	20,742
L7	4,752	7,037	12,391	7,037
L8	4,752	7,037	20,116	19,497
L9	4,752	7,037	21,801	41,556

Fonte: Autor (2019).

Observa-se que os valores normativos para momentos de fissuração estão adequados, a Tabela 39 apresenta valores relativos entre eles.

Tabela 39 - Relação: Momentos de fissuração e momento último.

M_f (Anal./Exp.)	M_u (Anal./Exp.)
85,04%	316,95%
85,04%	161,89%
85,04%	94,43%
87,78%	271,93%
87,78%	129,99%
87,78%	79,29%
67,53%	176,09%
67,53%	103,17%
67,53%	52,46%

Fonte: Autor (2019).

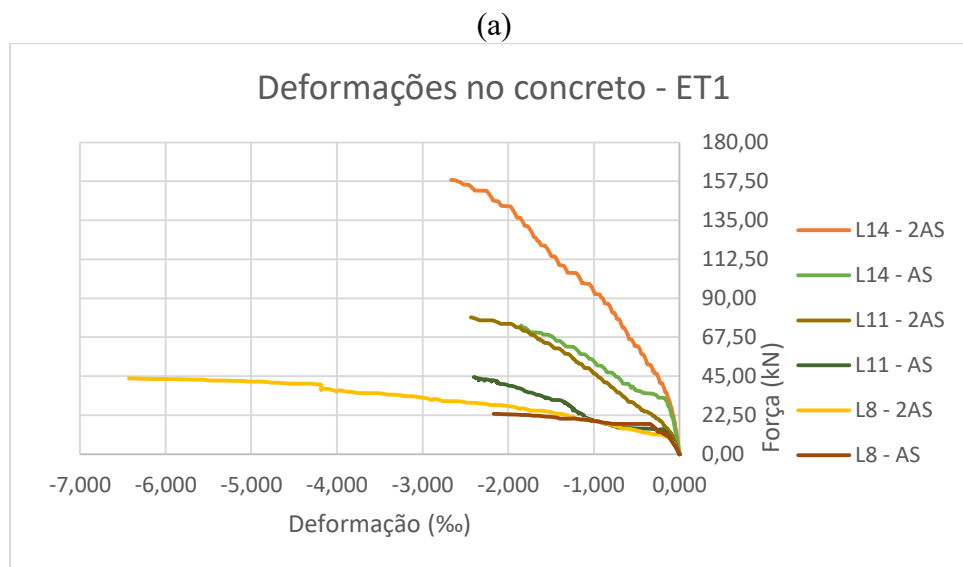
Os momentos analíticos estão todos a favor da segurança e em uma análise visual conforme mencionado no parágrafo anterior, os valores também encontram-se com uma margem de 15 à 30 % acima do experimental.

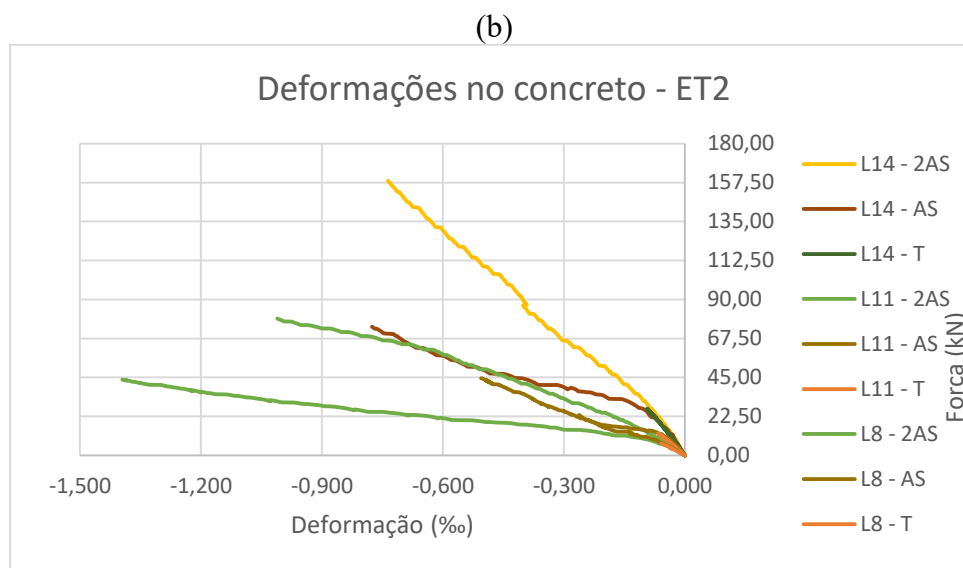
Os momentos últimos relativos as forças cortantes encontradas na NBR 6118:2014 resultaram em valores elevados, em que apenas as lajes com $2 \times A_{s,min}$ possuem valores a favor da segurança. Ressaltando que os valores comparativos não possuem coeficientes de segurança, logo a L9 pode considerar que os valores são muito conservadores. Já para as lajes sem armaduras longitudinais até a borda estão aquém dos valores, ou seja, contra segurança.

6.5.4. Deformações no concreto e nas barras de aço

Neste tópico foi realizada uma análise dos dados experimentais: deformações nas barras de aço e no concreto. Os extensômetros foram divididos em dois grupos: ET1 e ET2, respectivamente, no ponto de aplicação do carregamento e meio do vão. As lajes de transporte por não possuírem armaduras até a borda, possuem extensômetros apenas no meio do vão. A Figura 85 apresenta os valores das deformações no concreto.

Figura 85 - Diagramas: Deformações no concreto: (a) ET1; (b) ET2.





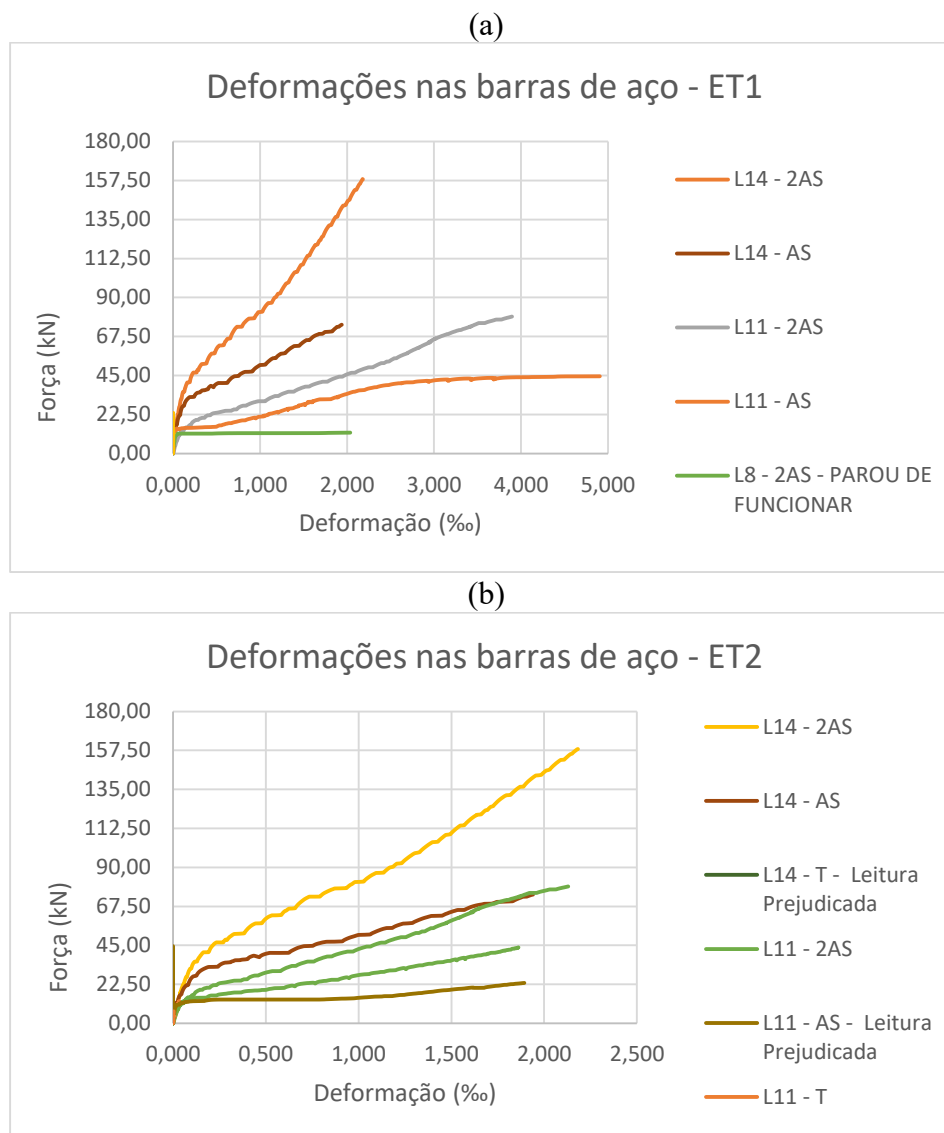
Os diagramas apresentam dados relevantes para uma análise do comportamento das lajes. Para o ET1 que está no local de aplicação do carregamento já esperava-se valores de deformações maiores, pois é o local mais solicitado. Observa-se que no diagrama (a) o concreto de quase todos os corpos de prova deformou entre 2 e 3 ‰. Conforme a literatura, no Estado Limite Último (ELU) convencional, a deformação de ruptura à compressão do concreto varia entre 2 ‰ (na compressão uniforme) e 3,5 ‰ (na flexão pura).

A laje 8 com $2 \times A_{s,min}$ destoou do restante das amostras, chegando a uma deformação máxima de 6,411 ‰, ou seja, ocorreu o esmagamento do concreto na região, já que passou do limite de 3,5 ‰. Porém a laje ganhou mais resistência após o esmagamento do concreto, logo em uma das hipóteses é de que as armaduras longitudinais contribuíram para o crescente aumento da resistência mesmo com a ruína do concreto. Além disso, o gráfico (a) exibe um aumento pontual na resistência quando a deformação é de 4,178 ‰, ou seja, o concreto colapsa neste ponto, as armaduras começam a trabalhar efetivamente e a laje que neste instante já resistira 37,47 kN chegou até 41,37 kN, devido as armaduras.

No diagrama (b) as deformações em todas as amostras fixaram-se em um patamar de utilização. As lajes com taxa de aço maiores tiveram deformações maiores, sendo que quanto menor a espessura da laje, maior sua deformação. As lajes com armaduras de transporte tiveram deformações da ordem de -0,05 ‰ à -0,10 ‰, ou seja, valores insignificantes.

A Figura 86 apresenta os valores das deformações nas barras de aço para os grupos analisados.

Figura 86 - Diagramas: Deformações nas barras de aço: (a) ET1; (b) ET2.



Fonte: Autor (2019).

Analisando o diagrama (a) observa-se que em quase todas as lajes nenhuma armadura se rompeu, pois conforme a bibliografia, item 4.5.2. a deformação máxima experimental ficou entre 4 ‰ à 5 ‰. A laje 11 com $A_{s,min}$ teve uma deformação máxima de 4,907 ‰, é provável que a armadura tenha chegado a ruptura. Os extensômetros das lajes com altura de 8 cm apresentaram mal funcionamento, era esperado que a maior deformação fosse visualizada nestas lajes. O ET1 obteve valores de deformações maiores do que ET2 conforme esperado. As lajes com $2 \times A_{s,min}$ deformaram-se mais do que $A_{s,min}$.

No diagrama (b) as deformações últimas das lajes fixaram-se em um patamar de utilização, próximo de 2 ‰. Fato interessante é a laje 14 - $2 \times A_{s,min}$ ter a maior deformação,

seguida pelas laje 11 - $2 \times A_{s,min}$, no meio do vão o comportamento das lajes foi distinto. Uma das hipóteses seria que quanto maior a espessura da laje melhor seu comportamento como placa e melhor distribuição das tensões por toda sua extensão, o que ocasionaria maiores deformações no meio do vão do que em lajes com espessuras menores.

As deformações nas lajes com armaduras de transporte foram insignificantes, portanto conclui-se que uma laje sem armaduras até a borda não é viável, pois nem o concreto nem o aço trabalham de maneira adequada, além das cargas últimas serem baixas e a primeira fissura já ocasionar a ruptura da peça.

A Figura 87 exibe o comportamento das amostras no ponto de aplicação do carregamento para os estádios 1, 2 e 3. Foi considerada a deformação no estágio 1 quando ocorreu a primeira fissura. O estágio 2 foi considerada com 70 % do carregamento de ruptura, e o estágio 3 na ruptura. Esta é uma proposta de análise para compreender o comportamentos e variações das lajes no quesito concreto e aço. Ressaltando que as lajes sem armadura (1, 4, 7) não possuem extensômetros no ponto de aplicação da carga.

A Figura 87 apresenta dados relativos aos estádios permitindo uma análise aprofundada do comportamento das lajes. Constata-se que quando ocorreu a primeira fissura as lajes estavam com deformações bem pequenas, ou seja, nenhuma das lajes em serviço se enquadrariam no estágio I.

Analizando no estágio II:



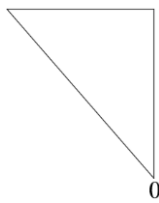

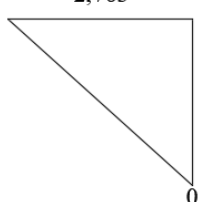
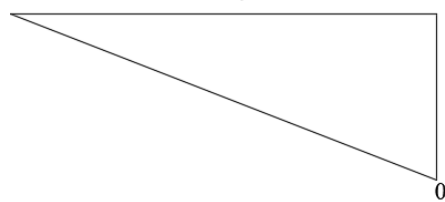

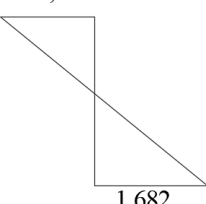
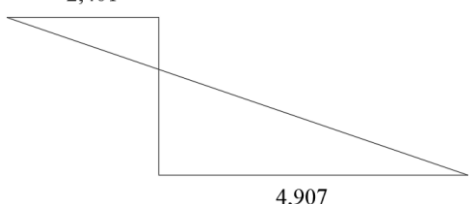

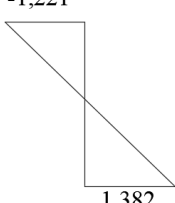
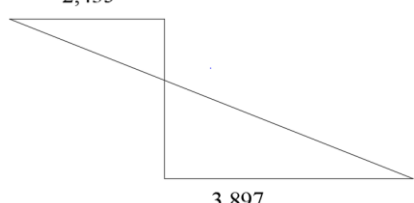

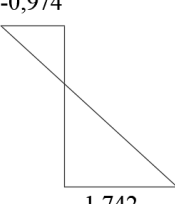
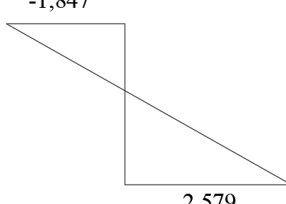

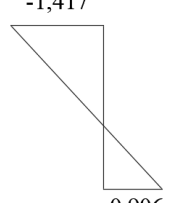
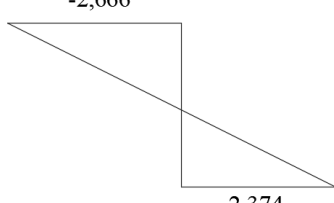
- Nas lajes com $A_{s,min}$ (2, 5, 8) o aço e o concreto estão com deformações ideais, o concreto possui uma margem de segurança aceitável para o esmagamento com deformação de -1,394 ‰ no pior caso; e o aço não escoou em nenhuma das hipóteses ($< 2\%$).
- Nas lajes com $2 \times A_{s,min}$ (3, 6, 9) apenas na laje 3 pode ter ocorrido o esmagamento do concreto, com deformação de -2,763 ‰, nas lajes com maior altura a deformação no concreto diminuiu; e o aço não escoou em nenhuma das hipóteses ($< 2\%$).
- Comparando as lajes $A_{s,min}$ (5, 8) com $2 \times A_{s,min}$ (6, 9) constata-se que o aço tem uma deformação maior nas lajes 5 e 8 do que nas 6 e 9, respectivamente, ou seja, as quanto maior a taxa de armadura menor a deformação.

Analizando no Estádio Limite Último (ELU):

- Provavelmente apenas na laje 3 houve esmagamento do concreto, com deformação maior que 3,5 ‰. Fato que era esperado pois as lajes se encontram no domínio 2.
- Em todas as amostras o aço escoou ($> 2\%$), não houver proporcionalidade na deformação do aço nas lajes analisadas.

- Na laje 5 o aço chegou próximo a ruptura (5 %).

Figura 87 - Deformações nos estádios 1, 2 e 3 (ET1).

Lajes	Aço	Estádio I	Estádio II	Estádio III
2	Leitura prejudicada	-0,070 	-0,312 	-2,17 
3	Leitura prejudicada	-0,065 	-2,763 	-6,429 
5	Armadura mínima	-0,157 	-1,394 	-2,401 
6	2 × Armadura mínima	-0,110 	-1,221 	-2,435 
8	Armadura mínima	-0,098 	-0,974 	-1,847 
9	2 × Armadura mínima	-0,080 	-1,417 	-2,666 

Fonte: Autor (2019).

A Figura 88 apresenta a deformação do aço e do concreto, no meio do vão para os estádios 1, 2 e 3.

As deformações no concreto no meio do vão, no estágio I, ficaram entre -0,05 ‰ à - 0,10 ‰, já no aço ficaram entre -0,001 ‰ à -0,10 ‰, ou seja, tanto o concreto como o aço no estágio I não sofrem solicitações significativas.

Comparando os valores no ponto de aplicação do carregamento e no meio do vão, constata-se que para o estágio I os valores são maiores nas lajes com espessura de 11 e 14 cm. Já para as lajes com 8 cm de altura, as deformações no concreto foram maiores no meio do vão para o estágio I. Como os valores são bem pequenos não há análise aprofundada sobre o estágio I para as deformações no concreto e no aço.

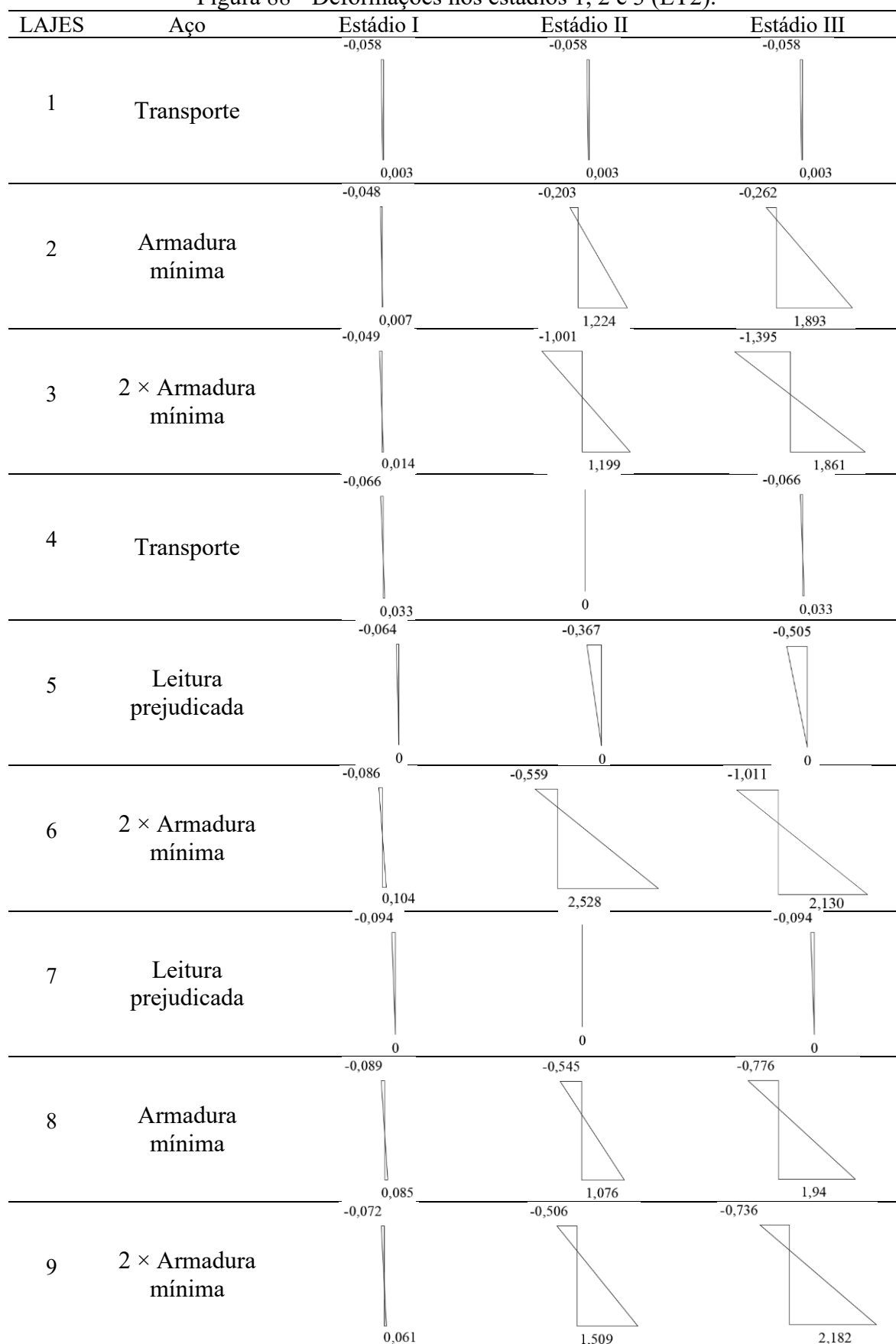
Analizando no estágio II:

- Nas lajes com $A_{s,min}$ (2, 5, 8) o aço e o concreto estão com deformações ideais, o concreto possui uma margem de segurança aceitável para o esmagamento com deformação de 0.545 ‰ no pior caso; e o aço não escoou em nenhuma das hipóteses ($< 2\text{‰}$), reafirmando o que ocorreu no ET1.
- Nas lajes com $2 \times A_{s,min}$ (3, 6, 9) a deformação no pior caso foi de 1,001 ‰, nas lajes com maior altura a deformação no concreto diminuiu e o aço não escoou em nenhuma das hipóteses ($< 2\text{‰}$), reafirmando o que ocorreu no ET1.
- Comparando as lajes $A_{s,min}$ (2, 5, 8) com $2 \times A_{s,min}$ (3, 6, 9), respectivamente, constata-se que não houve proporcionalidade nas deformações.

Analizando no Estádio Limite Último (ELU):

- Todas deformações foram menores do que no ponto de aplicação da carga, logo não houve esmagamento do concreto em nenhuma delas.
- Apenas nas lajes 6 e 9 o aço escoou ($> 2 \text{‰}$), nas lajes 2, 3 e 8 as deformações ficaram próximas 2 ‰. Não houver proporcionalidade na deformação do aço e concreto nas lajes analisadas, reafirmando o que ocorreu no ET1.
- Esta análise no ET2 é interessante para analisar principalmente as lajes com armadura de transporte, pois para os outros modelos apenas confirmam o que ocorreu no ET1. Focando a análise para as lajes 1, 4 e 7, constata-se que mesmo no estado limite último as armaduras e o concreto não foram solicitados.

Figura 88 - Deformações nos estádios 1, 2 e 3 (ET2).



Fonte: Autor (2019).

6.5.5. Panorama de fissuração das lajes – Modo de ruptura

Neste tópico foi realizada uma análise do modo de ruptura das lajes e do panorama de fissuração dos modelos. A Tabela 40 exibe os valores normativos referentes ao esmagamento das bielas e a tensão máxima de cisalhamento das armaduras, é uma análise que permite entender o modo de ruptura das lajes e verificar o panorama de fissuração.

Tabela 40 - Modos de ruptura.

Lajes	V_{rk1} (kN)	$V_{rk2,d}$ (kN)	$V_{rk2,h}$ (kN)	Resistencia das barras (kN)
L1	6,950	165,151	251,658	0,000
L2	23,306	165,151	251,658	54,905
L3	43,814	165,151	251,658	109,809
L4	12,730	259,523	346,030	0,000
L5	44,533	259,523	346,030	82,357
L6	79,016	259,523	346,030	155,563
L7	26,806	353,894	440,402	0,000
L8	74,275	353,894	440,402	100,658
L9	158,308	353,894	440,402	201,317

Fonte: Autor (2019).

A resistência das barras à força cortante é cerca de 60% da resistência à tração axial, analisando os valores máximos de resistência experimental e a resistência das barras à cortante observa-se que em nenhum dos casos ocorrerá a ruptura da armadura.

Os valores de $V_{rk2,d}$ são muito superiores aos valores experimentais, comprovando que em nenhum dos casos ocorrerá a ruptura por esmagamento do concreto, comprovando que o modo de ruptura foi por tração do concreto perpendicular a biela comprimida (fendilhamento).

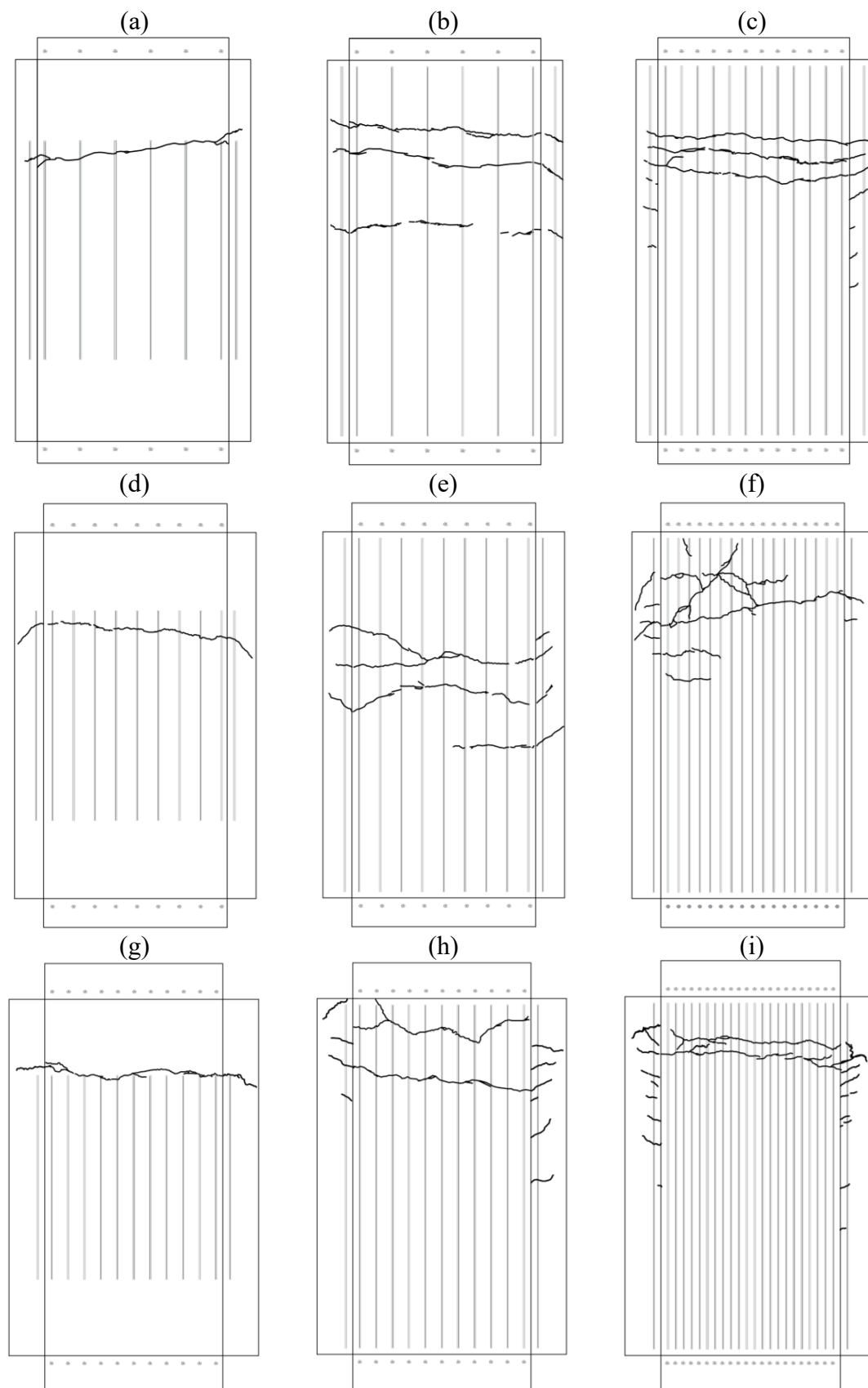
A Figura 89 apresenta uma proposta de análise da fissuração nas lajes, a imagem apresenta a parte inferior das lajes com as laterais rebatidas para baixo, possibilitando uma visualização completa do panorama de fissuração. A partir de uma análise geral, constata-se que as lajes com armadura de transporte apresentaram apenas uma fissura ao longo da extensão transversal do modelo, fissura esta que se encontra abaixo do ponto de aplicação do carregamento.

A laje “f” que se refere a $11 \ 2 \times A_{s,min}$, e a laje “h” que se refere a $14 \ A_{s,min}$, apresentaram fissuras em direção ao apoio, ou seja, a condição de contorno no momento de ensaio pode não ter sido adequada, e um dos apoios recebeu mais cargas do que outro. Em uma análise global constata-se que quanto maior a taxa de armadura, a laje tem um comportamento uniforme, se comporta como elemento de placa, e distribui melhor as

tensões, além de resistir a esforços maiores possui fissuras mais espaçadas, de modo que até no meio do vão existe fissuras.

Nas lajes com $A_{s,min}$ observa-se que existem fissuras próximas ao meio do vão que estendem-se por quase toda extensão do elemento, ou seja, estas lajes tem por possuírem taxa mínima de armadura fissuram bastante na região de maior momento fletor. Já para as lajes com $2 \times A_{s,min}$ isto não ocorre, em nenhum dos três casos (3, 6, 9) houve fissuração transversal de uma borda a outra, as fissuras se concentraram no ponto de aplicação do carregamento.

Figura 89 - Panorama de fissuração lajes.



Fonte: Autor (2019).

6.5.6. Efeito de pino

O Capítulo 5 menciona e especifica como será analisado numericamente e experimentalmente o modelo. O item 5.3 apresenta a metodologia experimental utilizada para obter-se os valores correspondentes aos resultados apresentados a seguir. O item 6.4 apresenta as imagens da execução dos ensaios. Após estas recapitulações, pelo processo numérico obtém-se os diagramas Força \times Deslocamento para o aço e o concreto, apresentados na Figura 90.

Figura 90 - Força \times Deslocamento, numérico: (a) concreto; (b) aço.



Fonte: Autor (2019).

Os três modelos foram modelados e as forças últimas foram de 6,900 kN, 4,091 kN, 0,825 kN; respectivamente aos modelos I, II, III. Os deslocamentos verticais no concreto foram de: 0,003; 0,015; 0,027 mm, respectivamente. E os deslocamentos verticais no aço foram de: 0,007; 0,010; 0,016 mm, respectivamente. A partir destes dados e dos diagramas apresentados na Figura 89 foram montadas duas tabelas que fazem comparações sobre os três mecanismos de resistência ao cisalhamento, admitindo a cooperação máxima e mínima dos mecanismos, conforme Fusco (2008).

Tabela 41 - Distribuição de força resistente por mecanismo (I).

Modelo	Mecanismo resistente (kN)		
	Banzo comprimido	Engrenamento dos agregados	Efeito de pino
I	3,641	3,084	0,175
II	3,641	0	0,450
III	0	0	0,825

Fonte: Autor (2019).

Tabela 42 - Distribuição de força resistente por mecanismo (II).

Modelo	Mecanismo resistente (kN)		
	Banzo comprimido	Engrenamento dos agregados	Efeito de pino
I	3,266	2,809	0,825
II	3,266	0	0,825
III	0	0	0,825

Fonte: Autor (2019).

A Tabela 41 considera a força do efeito de pino para o deslocamento correspondente, ou seja, é uma análise mais realista pois o valor correspondente a carga numérica para o modelo III. Em uma explicação com números, o Modelo I resistiu a 6,9 kN, porém, utilizando seu deslocamento último para encontrar a força resistente no Modelo III que possui apenas a contribuição da barra longitudinal encontra-se 0,175 kN, resistência correspondente a armadura. Fazendo estes cálculos para o Modelo I, obtém-se a contribuição de 2,54 % do efeito de pino, 44,70% para o engrenamento dos agregados e 52,76 % do banzo comprimido. Para o Modelo II, tem-se e 11,00 % do efeito de pino e 89,00 % do banzo comprimido. Consequentemente, o Modelo III apresenta 100 % resistido pelo efeito de pino.

A Tabela 42 não considera o deslocamento correspondente. As porcentagens para o Modelo I foram de: 47,33 %, 40,72 % e 11,96 %, respectivamente, banzo comprimido,

engrenamento dos agregados e efeito de pino. Para o Modelo II, foram: 79,83 % e 20,17%, respectivamente, banzo comprimido e efeito de pino. Consequentemente, o Modelo III apresenta 100 % resistido pelo efeito de pino.

A Tabela 43 apresenta a comparação dos valores numéricos com os valores experimentais, que foram apresentados no tópico 6.4.

Tabela 43 - Comparação numérico e experimental – Modelo de ensaio.

$V_{rk,num}$	$V_{rk,exp}$	Exp / Num
6,900	13,115	1,90
4,091	12,282	3,00
0,825	6,146	7,45

Fonte: Autor (2019).

Com estes dados constata-se que a análise numérica teve bastante influência para definição das condições de contorno, posição dos apoios, para visualizar o local de fissuração no concreto, porém para analisar um ensaio com pico de tensões em regiões bem pequenas, como é o caso do ensaio em questão, não obteve resultados satisfatórios. A relação das resistências últimas numéricas e experimentais ficaram distantes.

As Tabelas 44 e 45 trazem os valores das distribuições de forças por mecanismo para os ensaios experimentais.

Tabela 44 - Distribuição de força resistente por mecanismo (I).

Modelo	Mecanismo resistente (kN)		
	Banzo comprimido	Engrenamento dos agregados	Efeito de pino
I	6,752	2,972	3,391
II	6,752	0	5,530
III	0	0	6,146

Fonte: Autor (2019).

Tabela 45 - Distribuição de força resistente por mecanismo (II).

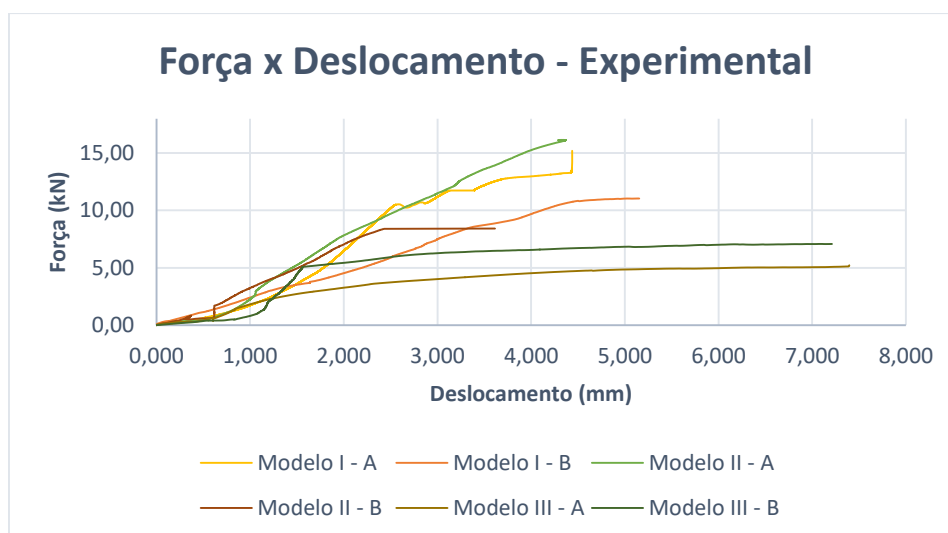
Modelo	Mecanismo resistente (kN)		
	Banzo comprimido	Engrenamento dos agregados	Efeito de pino
I	6,136	0,833	6,146
II	6,136	0	6,146
III	0	0	6,146

Fonte: Autor (2019).

Estas tabelas apresentam dados os valores experimentais. A Tabela 44 considera a força do efeito de pino para o deslocamento correspondente. As porcentagens para o Modelo I foram de: 51,48 %, 22,66 % e 25,86 %, respectivamente, banzo comprimido, engrenamento dos agregados e efeito de pino. Para o Modelo II, foram: 54,97 % e 45,03%, respectivamente, banzo comprimido e efeito de pino. Consequentemente, o Modelo III apresenta 100 % resistido pelo efeito de pino.

Comparados os valores numéricos e experimentais, observa-se também uma discrepância com relação os deslocamentos. A Figura 91 traz o diagrama Força × Deslocamento para os seis modelos ensaiados.

Figura 91 - Força × Deslocamento, experimental.



Fonte: Autor (2019).

Constata-se que as amostras do modelo III, que representam apenas a resistência das armaduras tiveram resistência média de 6,146 kN, valor muito superior ao numérico. Vale ressaltar que os modelos III não chegaram a romper-se, o ensaio foi paralisado pois a força estabilizou-se e apenas os deslocamentos aumentavam continuamente, conforme observado no diagrama acima. Ambas as amostras A e B do modelo III, tiveram comportamento semelhante, no item 6.4.3. é possível verificar por imagens que realmente houve o “corte”/”flexão local” da barra.

O modelo II teve em média resistência última menor que o modelo III, conforme esperado, pois o engrenamento dos agregados não havia sido considerado no II. Porém contrariando esta afirmação, a amostra mais resistente foi a Modelo II-A, o ideal seria que este estudo fosse continuado com variações de abertura da fissura, diâmetro das barras e f_{ck} .

Estes ensaios experimentais mostraram que o ensaio é palpável e que pode render valores interessantes para uma análise mais aprofundada dos mecanismos isolados.

Os deslocamentos verticais experimentais foram muito superiores aos numéricos, comprovando a inviabilidade de análise por software, ao menos do modo que foi realizado. O modo de ruptura dos modelos I e II foi pela fissuração no banzo comprimido, já o modelo III não se rompeu. Ou seja, é improvável que em uma análise à força cortante em lajes, que o elemento estrutural rompa-se por ruptura das armaduras, pois não ocorreu em nenhum ensaio.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÃO

7.1. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve como fim principal apresentar ao meio técnico e científico critério de dimensionamento seguro e com maior precisão do comportamento real de lajes maciças de concreto armado. Para que tal fim fosse atingido foi realizada uma análise do geral para o particular, ensaio de cisalhamento em lajes maciças e uma proposta de análise para um dos mecanismos resistentes isolado.

Todos os objetivos propostos foram atingidos. Prova disto são resultados satisfatórios e propostas analíticas para atingir valores mais realísticos.

Por meio da análise de variância desenvolvida otimizou-se o programa experimental possibilitando investigar somente variáveis que realmente tinham influência relevante no efeito de pino.

Os resultados experimentais foram bastante promissores, com constatações relevantes que podem modificar os critérios atuais de dimensionamento de lajes à força cortante.

7.2. PRINCIPAIS CONCLUSÕES

Seguem as principais conclusões obtidas.

- Valores Normativos

O ensaio de cisalhamento experimental foi realizado conforme recomendações. Devido as variações de altura das lajes, que foi um dos parâmetros analisados, algumas lajes atingiram o modo de ruptura por flexão antes da ruptura por força cortante, fato que já era esperado.

Para as lajes sem armadura, os valores de resistência à força cortante pela NBR 6118:2004 mostraram-se contra a segurança. Para lajes com armadura mínima os resultados analíticos e experimentais ficaram próximos, considerando que foi realizada uma análise sem coeficientes de segurança. E as lajes com o dobro da armadura mínima, apresentaram valores conservadores.

Para as lajes que efetivamente atingiram a ruptura por força cortante antes da flexão, os valores normativos ficaram em torno de 30%. Considerando em um dimensionamento a utilização de coeficientes de segurança, a norma apresenta-se conservadora.

As normas brasileira, americana e europeia utilizam coeficientes distintos. Até mesmo, o coeficiente K é calculado de forma distinta entre as normas brasileira e europeia. Analisando todas, observa-se que é necessário que estes coeficientes tenham o mesmo significado. É necessário que uma divisão seja realizada: cálculo para lajes sem armadura e lajes com armadura longitudinal, pois as lajes com armadura mínima apresentaram cerca de 320% maior resistência à força cortante, porém a norma apresentou um valor apenas 70% maior.

Além disso, o coeficiente K não apresenta valores condizentes com os dados experimentais. As lajes com o dobro da armadura mínima apresentaram resistências 614 % e 92,67 % maiores, respectivamente, sem armadura e com armadura mínima. Valores muito superiores as variações da norma brasileira, de 81,57 % e 8,70 %.

- Numérico e experimental

A análise numérica mostrou-se coerente quando utilizada em menores alturas de lajes, pois com alturas maiores as armaduras perdem influência na análise numérica.

Os valores numéricos para os deslocamentos são interessantes quando utilizado o módulo de elasticidade corrigido, pois são mais próximos da realidade.

A análise numérica provou-se ineficiente em situações com pico de tensões. Como é o caso da análise do efeito de pino, pois grandes tensões são aglomeradas na armadura na região de corte local ou flexão local. Logo, ensaios experimentais são mais interessantes para aprofundar na proposta de ensaio do que a parte numérica.

- Momentos de Fissuração e Deformação no concreto e nas barras de aço

Lajes com maior taxa de armadura atingiram resistências maiores e se deslocaram mais. As lajes com alturas iguais atingiram o momento de fissuração em pontos semelhantes.

Comparando os valores analíticos dos momentos de fissuração embasados na norma brasileira com os valores experimentais obtém-se valores próximos, com variação média de 19,9%. O que não foi observado para os momentos últimos, devido as grandes variações nas resistências últimas.

Em todos os casos, as deformações nas barras de aço e no concreto foram maiores no ponto de aplicação do carregamento, fato que era esperado. As deformações máximas do aço ficaram próximas aos valores normativos de escoamento, e o concreto aproximou-se do esmagamento.

Os materiais trabalharam de maneira homogênea, com melhor distribuição de tensão e melhor aproveitamento do conjunto aço-concreto, ou seja, comportamento de placa nas lajes com maior taxa de armadura.

- Panorama de Fissuração e modo de ruptura

O panorama de fissuração é muito relevante para a análise global do elemento. Nas lajes sem armadura até a borda, observou-se apenas uma fissura transversal que se estendeu abaixo do ponto de aplicação do carregamento que, com os passos de carga, teve cada vez maior abertura até o momento da ruptura.

Quanto maior a taxa de armadura, maior o número de fissuras, mais espaçadas podendo chegar até o meio do vão. A taxa de armadura influencia diretamente na abertura das fissuras e no comportamento do elemento, podendo se comportar como elemento de placa e distribuir melhor as tensões.

Todas as lajes romperam por tração diagonal. A resistência à força cortante das armaduras é muito superior aos valores de ruptura obtidos. O mesmo vale quando analisa-se a resistência ao esmagamento da biela comprimida. A laje 6 também rompeu-se por torção no sentido transversal devido ao mau posicionamento dos apoios. A laje 8 apresentou fissuras na direção do apoio, porém as fissuras transversais abaixo do ponto de aplicação da carga foram preponderantes.

- Efeito de Pino

O objetivo principal o trabalho está voltado para o efeito de pino. Foi realizado um estudo do geral para o particular. Entendendo primeiramente por meio de uma análise de variância, os principais parâmetros na resistência à força cortante. Definido os parâmetros a

serem analisados e posteriormente, juntamente com os resultados e a literatura, montar uma proposta de ensaio para compreender melhor o fenômeno.

A análise numérica foi relevante na definição das condições de contorno do ensaio. Conforme foi dito, para análise de pico de tensões não foi adequada. O comportamento dos corpos de prova experimentais foi inspirado na análise numérica, fato importante para o prosseguimento da análise.

A análise experimental mostrou-se promissora, as imagens e o comportamento da armadura após a ruptura foi idêntico ao estudo teórico, com a visível tentativa de corte local da barra. Os dados numéricos mostram que o efeito de pino pode corresponder a cerca de 26% na ruptura, o engrenamento dos agregados a 23 % e o banzo comprimido a cerca de 51 %.

A armadura longitudinal pode até escoar quando na seção transversal houver o corte da seção transversal. Porém o limitante de resistência é o concreto, pois o concreto romperá sempre antes da armadura. Mesmo que o elemento estrutural esteja no estágio II, faixa de utilização, o efeito de pino mostrou-se influente.

O deslocamento vertical, deflexão da laje, pode ser um parâmetro que pode determinar qual porcentagem máxima deva ser considerada para o efeito de pino, pois a armadura continuaria a deformar-se mesmo que o concreto já não resista mais. Logo, a flecha máxima pode definir qual deformação máxima adotar para o estágio II, e consequentemente, encontrar a deformação correspondente da armadura neste estágio e qual a força resistente pelo efeito de pino.

7.3. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Realizar trabalho semelhante com todas as lajes com taxa de armadura elevadas, para garantir que todas rompam-se por força cortante.
- Analisar a resistência a força cortante para lajes armadas em duas direções.
- Continuar a pesquisa focada na proposta de ensaio de efeito de pino, com variações de abertura de fissuras, diâmetro de barra, f_{ck} do concreto, inclinação da fissura, entre outros parâmetros. A análise numérica deve ser realizada considerando elementos de contato na região da aço-concreto, pois conforme conclusões, a análise numérica realizada no trabalho não obteve resultados adequados.

- Encontrar taxa de armadura ideal para o comportamento de lajes de concreto armado com intuito de obter melhor distribuição de tensões. Considerando que a taxa de aço máxima é de 2%, segundo a NBR 6114:2014, logo analisar até qual taxa de armadura ainda há ganho de resistência.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2014). **NBR 6118:2014 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro.

American Concrete Institute **ACI Committee 318**, Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-2008) and Commentary, Farmington Hills, MI, 2008.

ANSYS MECHANICAL APDL. Version 18.1. ANSYS INC.2017.

ARAÚJO, D. L.; EL DEBS, M. K. Cisalhamento na interface entre concreto pré-moldado e concreto moldado no local em vigas submetidas à flexão. **Cadernos de Engenharia de Estruturas**, São Carlos, n. 17, p. 1-27, 2001.

ARAÚJO, D. L. **Cisalhamento entre viga e laje pré-moldadas ligadas mediante nichos com concreto preenchidos com concreto de alto desempenho**. Tese, 319 páginas, Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, 2002.

BASHIR, R.; ASHOUR, A. Neural network modelling for shear strength of concrete members reinforced with FRP bars. **The University of Bradford Institutional Repository**, v. 43, n.8, 2012.
<https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2012.04.011>

CAVALCANTI, P. S. P. **Investigação experimental da fadiga ao cisalhamento em lajes de pontes com pré lajes**. Dissertação, 226 páginas, Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, 2011.

CATOIA, B.; FERREIRA, M. A.; PINHEIRO, L. M. Resistência ao cisalhamento de lajes alveolares protendidas. **Cadernos de Engenharia de Estruturas**, São Carlos, v. 16, n. 66, p. 69-84, 2016.

COSTA, D. I. G. **Nova formulação do método dos elementos de contorno para associação de placas espessas**. Tese, 133 páginas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul – DECEE-UFRS. Fev, 2014.
<http://dx.doi.org/10.26512/2014.11.T.18172>

DAVID, C. R. P. **Simulação numérica de painéis de concreto armado submetidos ao corte puro**. Dissertação, 191 páginas, Universidade de Brasília – DEM-UNB. Fev, 2010.

DIAB, M. A. M.; NAGGAR, M. H. E. Behaviour of Helical Pile connectors for New Foundations. **Electronic Thesis and Dissertation Repository**. 638 p. Tese - The University of Western Ontario community (hereinafter called Western). Oct. 2015.

EL DEBS, M. K. **Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações**. 1ª.ed. São Carlos: Edusp, 2000.

EL-ARISS, B. **Behavior of beams with dowel action**. *Engineering Structures*, v.29, p.899-903, 2007.

<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2006.07.008>

EUROCODE 2 - Comité Europeen de Normalisation, **CEN EN 1992-1-1.– Projeto de estruturas de betão – Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios**, 2004.

FIB (International Federation for Structural Concrete). Structural Connections for precast concrete buildings. **Guide to good practice prepared by Task Group 6.2**. Feb. 2008.

FUSCO, P. B. **Estruturas de concreto: Solicitações tangenciais**. São Paulo: Editora Pini, Ltda, 324p., 2008.

HE, X. G.; KWAN, A. K. H. Modeling dowel action of reinforcement bars for finite element analysis of concrete structures. *Computers and Structures*, v.79, p.569-604, may. 2001.

[https://doi.org/10.1016/S0045-7949\(00\)00158-9](https://doi.org/10.1016/S0045-7949(00)00158-9)

INCE, R.; YALCIN, E.; ARSLAN, A. Size-dependent response of dowel action in RC members. *Engineering Structures*, v.29, p. 955–961, 2007.

<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2006.07.006>

JIANG, J. F. and WU, Y. F. Identification of material parameters for Drucker-Prager plasticity model FRP confined circular concrete columns. *International Journal of Solids and Structures*. v.49, p.445-456, 2012.

<https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2011.10.002>

JÉLIC, L; PAVILOVIC, M.N.; KOTSOVOS, M. D. A study of dowel action in reinforced concrete beams. *Magazine of concrete research*, v.51, n.2, April, p.131-141, 1999.

<https://doi.org/10.1680/mac.1999.51.2.131>

KIM, H. G.; JEONG, G. Y.; KIM, M. J.; LEE, Y. J. PARK, J. H.; KIM, K. H. Prediction of shear strength of reinforced concrete beams without shear reinforcement considering bond action of longitudinal reinforcements. *Advances in Structural Engineering*. p.1-16, 2017.

<https://doi.org/10.1177/1369433217706778>

KWAN, A. K. H; NG, P. L.; LAM, J. Y. K. Modelling dowel action of discrete reinforcing bars in cracked concrete structures. In: **The 2nd International Symposium on Computational Mechanics and the 12th International Conference on the Enhancement and Promotion of Computational Methods in Engineering and Science (ISCM II and EPMESC XII)**, v. 1233, 30 Nov.-3 Dec. 2009, China, Hong Kong-Macau, 2009, p. 701-706.

<https://doi.org/10.1063/1.3452261>

Lorrain, M. S.; SILVA, B. V.; BARBOSA, M. P.; SILVA FILHO, L. C. P. C. Experimental investigation on the use of steel-concrete bond tests for estimating axial compressive strength of concrete: Part 1. *Revista Ibracon de Estruturas e Materiais*, v. 6, n. 5, p.715-736, oct. 2013.

<https://doi.org/10.1590/S1983-41952013000500003>

MAEKAWA, K.; QURESHI, J. Stress transfer across interfaces in reinforced concrete due to aggregate interlock and dowel action. **J. Materials, Conc. Struct., Pavements, JSCE**, v.34, p.159-172, feb. 1997.

https://doi.org/10.2208/jscej.1997.557_159

MANZOLI, O. L.; OLIVER, J.; DIAZ, G.; HUESPE, A. E. Análise tridimensional de elementos estruturais de concreto armado via elementos finitos com descontinuidades incorporadas. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, v. 1, n. 1, p.58-83, mar. 2008.

<https://doi.org/10.1590/S1983-41952008000100004>

MARTÍN-PEREZ, B.; PANTAZOPOULOU, S. J. Effect of bond, aggregate interlock and dowel action on the shear strength degradation of reinforced concrete. **Engineering Structures**, v.23, p.217-227, 2001.

[https://doi.org/10.1016/S0141-0296\(00\)00004-3](https://doi.org/10.1016/S0141-0296(00)00004-3)

MARTINS, J. V. R.; JACINTHO, A. E. P .G. A. Estudo da aderência entre concreto e aço pelo ensaio APULOT utilizando concreto de alta resistência. **PUC Campinas, Anais do XIX encontro de iniciação científica**, 2014.

<http://doi.org/10.1590/S1983-41952014000500006>

NOGUEIRA, C. G. **Desenvolvimento de modelos mecânicos, de confiabilidade e de otimização para aplicação em estruturas de concreto armado**. Tese, 353 páginas, Universidade de São Paulo. Maio, 2010.

NOGUEIRA, C. G.; CODA H. B.; VENTURINI, W.S. Mecanismos de resistência ao cisalhamento em estruturas de concreto armado: uma abordagem via método dos elementos finitos unidimensionais. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, v. 4, n. 1, p.111-122, mar. 2011.

<https://doi.org/10.1590/S1983-41952011000100006>

OLIVEIRA, D. M. **Estudo dos processos aproximados utilizados para a consideração das não-linearidades física e geométrica na análise global das estruturas de concreto armado**. Tese, 327 páginas, Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG. Ago, 2007.

OLIVER, J.; LINERO, D. L.; HUESPE, A. E.; MANZOLI, O. L. Two-dimensional modeling of material failure in reinforced concrete by means of a continuum strong discontinuity approach. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v.197, p.332-348, 2008.

<https://doi.org/10.1016/j.cma.2007.05.017>

PINHEIRO, L. M.; MUZARDO, C. D.; SANTOS, S. P. **Lajes maciças – Capítulo 11**. Notas de aula, 2010.

PRUIJSSERS, A.F. **Aggregate interlock and dowel action under monotonic and cyclic loading**. Delft University Press, 1988.

REYES, F. E. G. **Análise da aderência entre barras de aço e concretos (cc, caa e caafa), sob influência de ações monotônicas e cíclicas**. Dissertação, 253 páginas, Universidade de São Paulo – EESC-USP. Abril, 2009.

SACRAMENTO, P.V.P.; FERREIRA, M.P.; OLIVEIRA, D. R. C.; MELO, G. S. S. A. Punção em lajes lisas de concreto armado sem armadura de cisalhamento. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, v. 5, n. 5, p.675-691, out. 2012.
<http://doi.org/10.1590/S1983-41952012000500005>

SAMORA, M. S.; DOS SANTOS, A. C.; TRAUTWEIN, L. M.; MARQUES, M. G. Experimental analysis of the concrete contribution to shear strength beams without shear reinforcement. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, v. 10, n. 1, p.160-191, fev. 2017.
<https://doi.org/10.1590/s1983-41952017000100008>

SANTOS, L. C.. **Análise numérica via Ansys do equilíbrio não-linear e estabilidade elástica de estruturas com restrições de contato**. Dissertação, 154 páginas, Universidade Federal de Ouro Preto – DEC-UFOP. Agosto, 2016.

SARTORI, A. L.; PINHEIRO, L. M.; DA SILVA, R. M.; FREITAS, S. B.; CESAR, T. G. Adherence between steel bars and lightweight concrete with EPS beads. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, v. 10, n. 1, p.122-159, fev. 2017.
<http://doi.org/10.1590/s1983-41952017000100007>

SOUDKI, K.; EL-SAYED, A. K.; VANZWOL, T. Strengthening of concrete slab-column connections using CFRP strips. **Journal of King Saud University – Engineering Sciences**. King Saud University, v.24, p.25–33, 2012.
<https://doi.org/10.1016/j.jksues.2011.07.001>

SOUZA, F. M. N. **Proposta para utilização da simulação computacional em sistema de gestão, análise de risco e avaliação de desempenho ambientais**. Dissertação, 184 páginas, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Dezembro, 2010.
<https://doi.org/10.6008/ESS2179-6858.2011.002.0003>

TASSIOS, T. P. Physical and Mathematical Models for Re-design of Damaged Structures. **Ein Dienst der ETH-Bibliothek ETH Zürich**, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, 1983.

XIA, J.; XIAO, Y.; MACKIE, K. R.; AL-RAMAHEE, M.; MIRMIRAN, A. Dowel action and shear strength contribution of high strength rebar embedded in ultra-high performance fiber reinforced concrete. **Engineering Structures**, v.83, p. 223–232, 2015.
<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.11.004>

ZARRINPOUR, M. R.; CHAO, S. H. Shear Strength Enhancement Mechanisms of Steel Fiber- Reinforced Concrete Slender Beams. **ACI structural journal**. Title No. 114-S59. p.729, 2017.
<https://doi.org/10.14359/51689449>

Apêndice A

!INÍCIO

/PREP7	! Inicia o módulo pré-processamento
h = 8	! Altura da laje
bw = 70	! Largura da laje
L = 140	! Comprimento total da laje
Lef = 130	! vão efetivo (distância entre o centro dos apoios)
espchapa = 1.0	! Espessura das chapas de apoio e carregamento
Lchapa = 2.0	! Largura da taliscas nos apoios e carregamento
Lf = 30	! Aplicação da carga
c = 2.5	! Cobrimento
BLOCK, 0, c, 0, c, 0, c	! Desenha a laje (Parte 1 - cobertura)
BLOCK, 0, c, c, (h-c), 0, c	! Desenha a laje (Parte 1 - cobertura)
BLOCK, 0, c, (h-c), h, 0, c	! Desenha a laje (Parte 1 - cobertura)
BLOCK, 0, c, 0, c, c, (bw-c)	! Desenha a laje (Parte 1 - cobertura)
BLOCK, 0, c, c, (h-c), c, (bw-c)	! Desenha a laje (Parte 1 - cobertura)
BLOCK, 0, c, (h-c), h, c, (bw-c)	! Desenha a laje (Parte 1 - cobertura)
BLOCK, 0, c, 0, c, (bw-c), bw	! Desenha a laje (Parte 1 - cobertura)
BLOCK, 0, c, c, (h-c), (bw-c), bw	! Desenha a laje (Parte 1 - cobertura)
BLOCK, 0, c, (h-c), h, (bw-c), bw	! Desenha a laje (Parte 1 - cobertura)
BLOCK, c, ((L-Lef-Lchapa)/2), 0, c, 0, c	! Desenha a laje (Parte 2 - até ponto do apoio)
BLOCK, c, ((L-Lef-Lchapa)/2), c, (h-c), 0, c	! Desenha a laje (Parte 2 - até ponto do apoio)
BLOCK, c, ((L-Lef-Lchapa)/2), (h-c), h, 0, c	! Desenha a laje (Parte 2 - até ponto do apoio)
BLOCK, c, ((L-Lef-Lchapa)/2), 0, c, c, (bw-c)	! Desenha a laje (Parte 2 - até ponto do apoio)
BLOCK, c, ((L-Lef-Lchapa)/2), c, (h-c), c, (bw-c)	! Desenha a laje (Parte 2 - até ponto do apoio)
BLOCK, c, ((L-Lef-Lchapa)/2), (h-c), h, c, (bw-c)	! Desenha a laje (Parte 2 - até ponto do apoio)
BLOCK, c, ((L-Lef-Lchapa)/2), 0, c, (bw-c), bw	! Desenha a laje (Parte 2 - até ponto do apoio)
BLOCK, c, ((L-Lef-Lchapa)/2), c, (h-c), (bw-c), bw	! Desenha a laje (Parte 2 - até ponto do apoio)
BLOCK, c, ((L-Lef-Lchapa)/2), (h-c), h, (bw-c), bw	! Desenha a laje (Parte 2 - até ponto do apoio)
BLOCK, ((L-Lef-Lchapa)/2), ((L-Lef+Lchapa)/2), 0, c, 0, c	! Desenha a laje (Parte 3 - no ponto de apoio)
BLOCK, ((L-Lef-Lchapa)/2), ((L-Lef+Lchapa)/2), c, (h-c), 0, c	! Desenha a laje (Parte 3 - no ponto de apoio)
BLOCK, ((L-Lef-Lchapa)/2), ((L-Lef+Lchapa)/2), (h-c), h, 0, c	! Desenha a laje (Parte 3 - no ponto de apoio)
BLOCK, ((L-Lef-Lchapa)/2), ((L-Lef+Lchapa)/2), 0, c, c, (bw-c)	! Desenha a laje (Parte 3 - no ponto de apoio)
BLOCK, ((L-Lef-Lchapa)/2), ((L-Lef+Lchapa)/2), c, (h-c), c, (bw-c)	! Desenha a laje (Parte 3 - no ponto de apoio)
BLOCK, ((L-Lef-Lchapa)/2), ((L-Lef+Lchapa)/2), (h-c), h, c, (bw-c)	! Desenha a laje (Parte 3 - no ponto de apoio)
BLOCK, ((L-Lef-Lchapa)/2), ((L-Lef+Lchapa)/2), 0, c, (bw-c), bw	! Desenha a laje (Parte 3 - no ponto de apoio)
BLOCK, ((L-Lef-Lchapa)/2), ((L-Lef+Lchapa)/2), c, (h-c), (bw-c), bw	! Desenha a laje (Parte 3 - no ponto de apoio)
BLOCK, ((L-Lef-Lchapa)/2), ((L-Lef+Lchapa)/2), (h-c), h, (bw-c), bw	! Desenha a laje (Parte 3 - no ponto de apoio)
BLOCK, ((L-Lef+Lchapa)/2), ((L-Lef-Lchapa)/2)+Lf, 0, c, 0, c	! Desenha a laje (Parte 4 - no ponto de apoio)
BLOCK, ((L-Lef+Lchapa)/2), ((L-Lef-Lchapa)/2)+Lf, c, (h-c), 0, c	! Desenha a laje (Parte 4 - no ponto de apoio)
BLOCK, ((L-Lef+Lchapa)/2), ((L-Lef-Lchapa)/2)+Lf, (h-c), h, 0, c	! Desenha a laje (Parte 4 - no ponto de apoio)

BLOCK, $((L-Lef+Lchapa)/2), ((L-Lef-Lchapa)/2)+Lf$, 0, c, c, (bw-c)	! Desenha a laje (Parte 4 - no ponto de apoio)
BLOCK, $((L-Lef+Lchapa)/2), ((L-Lef-Lchapa)/2)+Lf$, c, (h-c), c, (bw-c)	! Desenha a laje (Parte 4 - no ponto de apoio)
BLOCK, $((L-Lef+Lchapa)/2), ((L-Lef-Lchapa)/2)+Lf$, (h-c), h, c, (bw-c)	! Desenha a laje (Parte 4 - no ponto de apoio)
BLOCK, $((L-Lef+Lchapa)/2), ((L-Lef-Lchapa)/2)+Lf$, 0, c, (bw-c), bw	! Desenha a laje (Parte 4 - no ponto de apoio)
BLOCK, $((L-Lef+Lchapa)/2), ((L-Lef-Lchapa)/2)+Lf$, c, (h-c), (bw-c), bw	! Desenha a laje (Parte 4 - no ponto de apoio)
BLOCK, $((L-Lef+Lchapa)/2), ((L-Lef-Lchapa)/2)+Lf$, (h-c), h, (bw-c), bw	! Desenha a laje (Parte 4 - no ponto de apoio)
BLOCK, $((L-Lef-Lchapa)/2)+Lf, ((L-Lef+Lchapa)/2)+Lf$, 0, c, 0, c	! Desenha a laje (Parte 5 - no ponto de aplicação da carga)
BLOCK, $((L-Lef-Lchapa)/2)+Lf, ((L-Lef+Lchapa)/2)+Lf$, c, (h-c), 0, c	! Desenha a laje (Parte 5 - no ponto de aplicação da carga)
BLOCK, $((L-Lef-Lchapa)/2)+Lf, ((L-Lef+Lchapa)/2)+Lf$, (h-c), h, 0, c	! Desenha a laje (Parte 5 - no ponto de aplicação da carga)
BLOCK, $((L-Lef-Lchapa)/2)+Lf, ((L-Lef+Lchapa)/2)+Lf$, 0, c, c, (bw-c)	! Desenha a laje (Parte 5 - no ponto de aplicação da carga)
BLOCK, $((L-Lef-Lchapa)/2)+Lf, ((L-Lef+Lchapa)/2)+Lf$, c, (h-c), c, (bw-c)	! Desenha a laje (Parte 5 - no ponto de aplicação da carga)
BLOCK, $((L-Lef-Lchapa)/2)+Lf, ((L-Lef+Lchapa)/2)+Lf$, (h-c), h, c, (bw-c)	! Desenha a laje (Parte 5 - no ponto de aplicação da carga)
BLOCK, $((L-Lef-Lchapa)/2)+Lf, ((L-Lef+Lchapa)/2)+Lf$, 0, c, (bw-c), bw	! Desenha a laje (Parte 5 - no ponto de aplicação da carga)
BLOCK, $((L-Lef-Lchapa)/2)+Lf, ((L-Lef+Lchapa)/2)+Lf$, c, (h-c), (bw-c), bw	! Desenha a laje (Parte 5 - no ponto de aplicação da carga)
BLOCK, $((L-Lef-Lchapa)/2)+Lf, ((L-Lef+Lchapa)/2)+Lf$, (h-c), h, (bw-c), bw	! Desenha a laje (Parte 5 - no ponto de aplicação da carga)
BLOCK, $((L-Lef+Lchapa)/2)+Lf, ((L+Lef-Lchapa)/2)$, 0, c, 0, c	! Desenha a laje (Parte 6 - depois do ponto de aplicação da carga)
BLOCK, $((L-Lef+Lchapa)/2)+Lf, ((L+Lef-Lchapa)/2)$, c, (h-c), 0, c	! Desenha a laje (Parte 6 - depois do ponto de aplicação da carga)
BLOCK, $((L-Lef+Lchapa)/2)+Lf, ((L+Lef-Lchapa)/2)$, (h-c), h, 0, c	! Desenha a laje (Parte 6 - depois do ponto de aplicação da carga)
BLOCK, $((L-Lef+Lchapa)/2)+Lf, ((L+Lef-Lchapa)/2)$, 0, c, c, (bw-c)	! Desenha a laje (Parte 6 - depois do ponto de aplicação da carga)
BLOCK, $((L-Lef+Lchapa)/2)+Lf, ((L+Lef-Lchapa)/2)$, c, (h-c), c, (bw-c)	! Desenha a laje (Parte 6 - depois do ponto de aplicação da carga)
BLOCK, $((L-Lef+Lchapa)/2)+Lf, ((L+Lef-Lchapa)/2)$, (h-c), h, c, (bw-c)	! Desenha a laje (Parte 6 - depois do ponto de aplicação da carga)
BLOCK, $((L-Lef+Lchapa)/2)+Lf, ((L+Lef-Lchapa)/2)$, 0, c, (bw-c), bw	! Desenha a laje (Parte 6 - depois do ponto de aplicação da carga)
BLOCK, $((L+Lef-Lchapa)/2), ((L+Lef+Lchapa)/2)$, 0, c, 0, c	! Desenha a laje (Parte 7 - no ponto de apoio)
BLOCK, $((L+Lef-Lchapa)/2), ((L+Lef+Lchapa)/2)$, c, (h-c), 0, c	! Desenha a laje (Parte 7 - no ponto de apoio)
BLOCK, $((L+Lef-Lchapa)/2), ((L+Lef+Lchapa)/2)$, (h-c), h, 0, c	! Desenha a laje (Parte 7 - no ponto de apoio)
BLOCK, $((L+Lef-Lchapa)/2), ((L+Lef+Lchapa)/2)$, 0, c, c, (bw-c)	! Desenha a laje (Parte 7 - no ponto de apoio)
BLOCK, $((L+Lef-Lchapa)/2), ((L+Lef+Lchapa)/2)$, c, (h-c), c, (bw-c)	! Desenha a laje (Parte 7 - no ponto de apoio)

BLOCK, ((L+Lef-Lchapa)/2), ((L+Lef+Lchapa)/2), (h-c), h, c, (bw-c) ponto de apoio)	! Desenha a laje (Parte 7 - no
BLOCK, ((L+Lef-Lchapa)/2), ((L+Lef+Lchapa)/2), 0, c, (bw-c), bw ponto de apoio)	! Desenha a laje (Parte 7 - no
BLOCK, ((L+Lef-Lchapa)/2), ((L+Lef+Lchapa)/2), c, (h-c), (bw-c), bw (Parte 7 - no ponto de apoio)	! Desenha a laje
BLOCK, ((L+Lef-Lchapa)/2), ((L+Lef+Lchapa)/2), (h-c), h, (bw-c), bw ponto de apoio)	! Desenha a laje (Parte 7 - no
BLOCK, ((L+Lef+Lchapa)/2), (L-c), 0, c, 0, c	! Desenha a laje (Parte 8 - no ponto de apoio)
BLOCK, ((L+Lef+Lchapa)/2), (L-c), c, (h-c), 0, c	! Desenha a laje (Parte 8 - no ponto de apoio)
BLOCK, ((L+Lef+Lchapa)/2), (L-c), (h-c), h, 0, c	! Desenha a laje (Parte 8 - no ponto de apoio)
BLOCK, ((L+Lef+Lchapa)/2), (L-c), 0, c, c, (bw-c)	! Desenha a laje (Parte 8 - no ponto de apoio)
BLOCK, ((L+Lef+Lchapa)/2), (L-c), c, (h-c), c, (bw-c)	! Desenha a laje (Parte 8 - no ponto de apoio)
BLOCK, ((L+Lef+Lchapa)/2), (L-c), (h-c), h, c, (bw-c)	! Desenha a laje (Parte 8 - no ponto de apoio)
BLOCK, ((L+Lef+Lchapa)/2), (L-c), 0, c, (bw-c), bw apoio)	! Desenha a laje (Parte 8 - no ponto de
BLOCK, ((L+Lef+Lchapa)/2), (L-c), c, (h-c), (bw-c), bw	! Desenha a laje (Parte 8 - no ponto de apoio)
BLOCK, ((L+Lef+Lchapa)/2), (L-c), (h-c), h, (bw-c), bw	! Desenha a laje (Parte 8 - no ponto de apoio)
BLOCK, (L-c), L, 0, c, 0, c	! Desenha a laje (Parte 9 - cobrimento)
BLOCK, (L-c), L, c, (h-c), 0, c	! Desenha a laje (Parte 9 - cobrimento)
BLOCK, (L-c), L, (h-c), h, 0, c	! Desenha a laje (Parte 9 - cobrimento)
BLOCK, (L-c), L, 0, c, c, (bw-c)	! Desenha a laje (Parte 9 - cobrimento)
BLOCK, (L-c), L, c, (h-c), c, (bw-c)	! Desenha a laje (Parte 9 - cobrimento)
BLOCK, (L-c), L, (h-c), h, c, (bw-c)	! Desenha a laje (Parte 9 - cobrimento)
BLOCK, (L-c), L, 0, c, (bw-c), bw	! Desenha a laje (Parte 9 - cobrimento)
BLOCK, (L-c), L, c, (h-c), (bw-c), bw	! Desenha a laje (Parte 9 - cobrimento)
BLOCK, (L-c), L, (h-c), h, (bw-c), bw	! Desenha a laje (Parte 9 - cobrimento)
BLOCK, (L/2 - Lef/2 - Lchapa/2), (L/2 - Lef/2 + Lchapa/2), 0, -espchapa, 0, c apoio esquerda	! Desenha a chapa de
BLOCK, (L/2 - Lef/2 - Lchapa/2), (L/2 - Lef/2 + Lchapa/2), 0, -espchapa, c, (bw-c) apoio esquerda	! Desenha a chapa de
BLOCK, (L/2 - Lef/2 - Lchapa/2), (L/2 - Lef/2 + Lchapa/2), 0, -espchapa, (bw-c), bw apoio esquerda	! Desenha a chapa de
BLOCK, (L/2 + Lef/2 - Lchapa/2), (L/2 + Lef/2 + Lchapa/2), 0, -espchapa, 0, c chapa de apoio direita	! Desenha a
BLOCK, (L/2 + Lef/2 - Lchapa/2), (L/2 + Lef/2 + Lchapa/2), 0, -espchapa, c, (bw-c) apoio direita	! Desenha a chapa de
BLOCK, (L/2 + Lef/2 - Lchapa/2), (L/2 + Lef/2 + Lchapa/2), 0, -espchapa, (bw-c), bw apoio direita	! Desenha a chapa de
BLOCK, (L/2 - Lef/2 + Lf - Lchapa/2), (L/2 - Lef/2 + Lf + Lchapa/2), h, (h + espchapa), 0, c ! Desenha a chapa de aplicação da carga	
BLOCK, (L/2 - Lef/2 + Lf - Lchapa/2), (L/2 - Lef/2 + Lf + Lchapa/2), h, (h + espchapa), c, (bw-c) ! Desenha a chapa de aplicação da carga	
BLOCK, (L/2 - Lef/2 + Lf - Lchapa/2), (L/2 - Lef/2 + Lf + Lchapa/2), h, (h + espchapa), (bw-c), bw ! Desenha a chapa de aplicação da carga	
ALLSEL,ALL	
VGLUE,ALL	! Unir os volumes
! PROPRIEDADE DOS MATERIAIS	! Tipo de elemento ANSYS
ET,1,SOLID65	! Concreto da laje
ET,2,SOLID185	! Apoios e aplicação da força
ET,3,LINK180	! Armaduras para aço
fck_laje = 2.5	! Resistência do concreto da laje em kN/cm²
fct_laje = 0.3001	! Resistência à tração do concreto da laje em kN/cm²
BetaA = 1	! Transferência de cisalhamento fissura aberta

BetaF = 1	! Transferência cisalhamento fissura fechada
!Material 1 - concreto da Laje	
Eci1 = 2800	
MP, EX, 1, Eci1	! Módulo de Elasticidade do concreto da laje
MP, PRXY, 1, 0.2	! Coeficiente de Poison
TB, CONC, 1, 1,	! Concreto
TBDATA, ,BetaA, BetaF, fct_laje, fck_laje	! fissura aberta, fissura fechada, fct, fck
!Material 2 - Apoio e Aplicação da força	
MP, EX, 2, 20000	! Módulo de Elasticidade do aço da chapa (kN/cm ²)
MP, PRXY, 2, 0.3	! Coeficiente de Poison
TB, BISO, 2	! Modelo constitutivo bilinear segundo Von-Mises
TBDATA, ,50,0	! Tensão de escoamento e Módulo tangente (kN/cm ²)
!Material 3 - armaduras 6.3	
MP, EX, 3, 20000	! Módulo de Elasticidade do aço da chapa (kN/cm ²)
MP, PRXY, 3, 0.3	! Coeficiente de Poison
TB, BISO, 3	! Modelo constitutivo bilinear segundo Von-Mises
TBDATA, ,50,0	! Tensão de escoamento e Módulo tangente (kN/cm ²)
SECTYPE,1,LINK, ,1	! Cria a seção 1 para o elemento link
SECDATA, 0.196,	! Atribui área da barra de 5,0 mm
SECCTRL,0,0	
! Criação de componentes	
VSEL, S, LOC, Y, h, (h + espchapa)	
VSEL, A, LOC, Y, 0, -espchapa	
CM,VOLUME_CHAPAS,VOLU	
! Seleciona a laje de concreto	
VSEL, S, LOC, Y, 0, h	
CM,VOLUME_LAJE,VOLU	
! DEFINIÇÃO DA MALHA	
ALLSEL,ALL	! Seleciona TUDO
LESIZE,ALL,4	! Divide todas as linhas do modelo com base no valor adotado
TYPE,1	! Seleciona o elemento 1 como o corrente (SOLID65)
MAT,1	! Seleciona o material 1 como o corrente
REAL,1	! Seleciona a constante real 1 como corrente
CMSEL,S, VOLUME_LAJE	! Seleciona o volume da laje
MSHKEY,1	! Malha mapeada
VMESH,ALL	! Aplica a malha na laje
TYPE,2	! Seleciona o elemento 2 como o corrente (SOLID185)
MAT,2	! Seleciona o material 2 como o corrente
REAL,2	! Seleciona a constante real 2 como corrente
CMSEL,S, VOLUME_CHAPAS	! Seleciona do volume das chapas
MSHKEY,1	! Malha mapeada
VMESH,ALL	! Aplica a malha nas chapas
ALLSEL,ALL	! Seleciona tudo
NUMMRG,ALL,0.001	! Unir tudo, para evitar deslocamento de corpo rígido
NUMMRG, KP, 0.01	! Junta todos os keypoints coincidentes a dada tolerância

NUMMRG, NODES, 0.01	! Junta todos os nós a uma dada tolerância
/NUMBER,1	! Organizar o modelo conforme a cor, de acordo com cada material
/PNUM,MAT,1	
! Carregamento	
ASEL,S,LOC,Y, (h+espchapa)	! Seleciona a área da chapa, na qual será aplicada a pressão
SFA, ALL,, PRES, 0.7	! 98 kN
! Condições de contorno	
! Apoio esquerdo (2° gênero)	
NSEL, S, LOC, Y, -espchapa	! Seleciona nós do apoio esquerdo
NSEL, R, LOC, X, 4	
D,ALL, Uy	! Restrições nos nós selecionados
D,ALL, Ux	
D,ALL, Uz	
! Apoio Direito (2° gênero)	
NSEL, S, LOC, Y, -espchapa	! Seleciona nós do apoio direito
NSEL, R, LOC, X, 136	
D,ALL, Uy	
D,ALL, Ux	
D,ALL, Uz	
ALLSEL,ALL	! Restrições nos nós selecionados
! SOLUÇÃO	
/SOLU	! Entra no módulo solução
ANTYPE, Static	! Análise estática
NROPT, MODI	! Modelo de Newton Raphson (MODI: modificado) (FULL: completo)
TIME,1	
AUTOTS, ON	! Passos de carga automáticos (ON ou OFF)
NSUBST, 100, 200, 50	! Número total de passos de carga, máximo de passos de carga, mínimo de
passos de carga	
NEQIT, 35	
RATE,1	! Creep
OUTRES,ERASE	! Resetar os resultados da lista
OUTRES,ALL,ALL	! Escrever o resultado para cada incremento de carga
CNVTOL,U, ,0.05, 2	! Critério de convergência
SOLVE	! Calcula o modelo

Apêndice B

!INÍCIO

/PREP7

h = 8

bw = 8

L = 70

f = 0.01

d = 0.2

c = 2.5

x = 2

e = 1

! Inicia o módulo pré-processamento

! Altura da laje

! Largura da laje

! Comprimento total da laje

! Fissura

! Diâmetro da barra (equivalente)

! Cobrimento

! Largura do ponto de aplicação da força

! Espessura do ponto de aplicação da força

BLOCK, 0, c, 0, c, 0, ((bw-d)/2)

! Desenha concreto (Parte 1 - cobrimento)

BLOCK, 0, c, c, (c+d), 0, ((bw-d)/2)

! Desenha concreto (Parte 1 - cobrimento)

BLOCK, 0, c, (c+d), h, 0, ((bw-d)/2)

! Desenha concreto (Parte 1 - cobrimento)

BLOCK, 0, c, 0, c, ((bw-d)/2), ((bw+d)/2)

! Desenha concreto (Parte 1 - cobrimento)

BLOCK, 0, c, c, (c+d), ((bw-d)/2), ((bw+d)/2)

! Desenha concreto (Parte 1 - cobrimento)

BLOCK, 0, c, (c+d), h, ((bw-d)/2), ((bw+d)/2)

! Desenha concreto (Parte 1 - cobrimento)

BLOCK, 0, c, 0, c, ((bw+d)/2), bw

! Desenha concreto (Parte 1 - cobrimento)

BLOCK, 0, c, c, (c+d), ((bw+d)/2), bw

! Desenha concreto (Parte 1 - cobrimento)

BLOCK, 0, c, (c+d), h, ((bw+d)/2), bw

! Desenha concreto (Parte 1 - cobrimento)

BLOCK, c, ((L-f)/2)-x, 0, c, 0, ((bw-d)/2)

! Desenha concreto (Parte 2 - Até aplicação da força)

BLOCK, c, ((L-f)/2)-x, c, (c+d), 0, ((bw-d)/2)

! Desenha concreto (Parte 2 - Até aplicação da força)

BLOCK, c, ((L-f)/2)-x, (c+d), h, 0, ((bw-d)/2)

! Desenha concreto (Parte 2 - Até aplicação da força)

BLOCK, c, ((L-f)/2)-x, 0, c, ((bw-d)/2), ((bw+d)/2)

! Desenha concreto (Parte 2 - Até aplicação da força)

BLOCK, c, ((L-f)/2)-x, c, (c+d), ((bw-d)/2), ((bw+d)/2)

! Desenha aço

BLOCK, c, ((L-f)/2)-x, (c+d), h, ((bw-d)/2), ((bw+d)/2)

! Desenha concreto (Parte 2 - Aplicação da força)

BLOCK, c, ((L-f)/2)-x, 0, c, ((bw+d)/2), bw

! Desenha concreto (Parte 2 - Aplicação da força)

BLOCK, c, ((L-f)/2)-x, c, (c+d), ((bw+d)/2), bw

! Desenha concreto (Parte 2 - Aplicação da força)

BLOCK, c, ((L-f)/2)-x, (c+d), h, ((bw+d)/2), bw

! Desenha concreto (Parte 2 - Aplicação da força)

BLOCK, ((L-f)/2)-x, ((L-f)/2), 0, c, 0, ((bw-d)/2)

! Desenha concreto (Parte 3 - Aplicação da força)

BLOCK, ((L-f)/2)-x, ((L-f)/2), c, (c+d), 0, ((bw-d)/2)

! Desenha concreto (Parte 3 - Aplicação da força)

BLOCK, ((L-f)/2)-x, ((L-f)/2), c, (c+d), 0, ((bw-d)/2)

! Desenha concreto (Parte 3 - Aplicação da força)

BLOCK, ((L-f)/2)-x, ((L-f)/2), c, (c+d), 0, ((bw-d)/2)

! Desenha concreto (Parte 3 - Aplicação da força)

BLOCK, ((L-f)/2)-x, ((L-f)/2), (c+d), h, 0, ((bw-d)/2)

! Desenha concreto (Parte 3 - Aplicação da força)

BLOCK, ((L-f)/2)-x, ((L-f)/2), 0, c, ((bw-d)/2), ((bw+d)/2)

! Desenha concreto (Parte 3 - Aplicação da força)

BLOCK, ((L-f)/2)-x, ((L-f)/2), 0, c, ((bw-d)/2), ((bw+d)/2)

! Desenha concreto (Parte 3 - Aplicação da força)

BLOCK, ((L-f)/2)-x, ((L-f)/2), c, (c+d), ((bw-d)/2), ((bw+d)/2)

! Desenha aço

BLOCK, ((L-f)/2)-x, ((L-f)/2), (c+d), h, ((bw-d)/2), ((bw+d)/2)

! Desenha concreto (Parte 3 - Aplicação da força)

BLOCK, ((L-f)/2)-x, ((L-f)/2), (c+d), h, ((bw-d)/2), ((bw+d)/2)

! Desenha concreto (Parte 3 - Aplicação da força)

BLOCK, ((L-f)/2)-x, ((L-f)/2), 0, c, ((bw+d)/2), bw

! Desenha concreto (Parte 3 - Aplicação da força)

BLOCK, ((L-f)/2)-x, ((L-f)/2), 0, c, ((bw+d)/2), bw

! Desenha concreto (Parte 3 - Aplicação da força)

BLOCK, ((L-f)/2)-x, ((L-f)/2), c, (c+d), ((bw+d)/2), bw

! Desenha concreto (Parte 3 - Aplicação da força)

BLOCK, ((L-f)/2)-x, ((L-f)/2), (c+d), h, ((bw+d)/2), bw

! Desenha concreto (Parte 3 - Aplicação da força)

BLOCK, ((L-f)/2)-x, ((L-f)/2), (c+d), h, ((bw+d)/2), bw

! Desenha concreto (Parte 3 - Aplicação da força)

BLOCK, ((L-f)/2), ((L+f)/2), c, (c+d), ((bw-d)/2), ((bw+d)/2)

! Desenha aço

BLOCK, ((L+f)/2), ((L-c)/2), 0, c, 0, ((bw-d)/2)

! Desenha concreto (Parte 4 - Após aplicação da força)

BLOCK, ((L+f)/2), ((L-c)/2), c, (c+d), 0, ((bw-d)/2)

! Desenha concreto (Parte 4 - Após aplicação da força)

BLOCK, ((L+f)/2), ((L-c)/2), (c+d), h, 0, ((bw-d)/2)

! Desenha concreto (Parte 4 - Após aplicação da força)

BLOCK, ((L+f)/2), ((L-c)/2), 0, c, ((bw-d)/2), ((bw+d)/2)

! Desenha concreto (Parte 4 - Após aplicação da força)

BLOCK, ((L+f)/2), ((L-c)/2), c, (c+d), ((bw-d)/2), ((bw+d)/2)

! Desenha aço

BLOCK, ((L+f)/2), ((L-c)/2), (c+d), h, ((bw-d)/2), ((bw+d)/2)

! Desenha concreto (Parte 4 - Após aplicação da força)

BLOCK, ((L+f)/2), ((L-c)/2), (c+d), h, ((bw-d)/2), ((bw+d)/2)

! Desenha concreto (Parte 4 - Após aplicação da força)

BLOCK, ((L+f)/2), ((L-c)/2), 0, c, ((bw+d)/2), bw

! Desenha concreto (Parte 4 - Após aplicação da força)

BLOCK, (L+f)/2, (L-c), c, (c+d), ((bw+d)/2), bw	! Desenha concreto (Parte 4 - Após aplicação da força)
BLOCK, (L+f)/2, (L-c), (c+d), h, ((bw+d)/2), bw	! Desenha concreto (Parte 4 - Após aplicação da força)
BLOCK, (L-c), L, 0, c, 0, ((bw-d)/2)	! Desenha concreto (Parte 5 - Cobrimento)
BLOCK, (L-c), L, c, (c+d), 0, ((bw-d)/2)	! Desenha concreto (Parte 5 - Cobrimento)
BLOCK, (L-c), L, (c+d), h, 0, ((bw-d)/2)	! Desenha concreto (Parte 5 - Cobrimento)
BLOCK, (L-c), L, 0, c, ((bw-d)/2), ((bw+d)/2)	! Desenha concreto (Parte 5 - Cobrimento)
BLOCK, (L-c), L, c, (c+d), ((bw-d)/2), ((bw+d)/2)	! Desenha concreto (Parte 5 - Cobrimento)
BLOCK, (L-c), L, (c+d), h, ((bw-d)/2), ((bw+d)/2)	! Desenha concreto (Parte 5 - Cobrimento)
BLOCK, (L-c), L, 0, c, ((bw+d)/2), bw	! Desenha concreto (Parte 5 - Cobrimento)
BLOCK, (L-c), L, c, (c+d), ((bw+d)/2), bw	! Desenha concreto (Parte 5 - Cobrimento)
BLOCK, (L-c), L, (c+d), h, ((bw+d)/2), bw	! Desenha concreto (Parte 5 - Cobrimento)
BLOCK, ((L-f)/2)-x, ((L-f)/2), h, (h+e), 0, ((bw-d)/2)	! Desenha o ponto de aplicação da força
BLOCK, ((L-f)/2)-x, ((L-f)/2), h, (h+e), ((bw-d)/2), ((bw+d)/2)	! Desenha o ponto de aplicação da força
BLOCK, ((L-f)/2)-x, ((L-f)/2), h, (h+e), ((bw+d)/2), bw	! Desenha o ponto de aplicação da força
ALLSEL,ALL	
VGLUE,ALL	! Unir os volumes
! PROPRIEDADE DOS MATERIAIS	! Tipo de elemento ANSYS
ET,1,SOLID65	! Concreto da laje
ET,2,SOLID185	! Aço e aplicação da força
fck_laje = 2.5	! Resistência do concreto da laje em kN/cm ²
fct_laje = 0.3001	! Resistência à tração do concreto da laje em kN/cm ²
BetaA = 1	! Transferência de cisalhamento fissura aberta
BetaF = 1	! Transferência cisalhamento fissura fechada
!Material 1 - concreto da Laje	
Eci1 = 2800	
MP, EX, 1, Eci1	! Módulo de Elasticidade do concreto da laje
MP, PRXY, 1, 0.2	! Coeficiente de Poison
TB, CONC, 1, 1	! Concreto
TBDATA, ,BetaA, BetaF, fct_laje, fck_laje	! fissura aberta, fissura fechada, fct, fck
!Material 2 - Apoio e Aplicação da força	
MP, EX, 2, 20000	! Módulo de Elasticidade do aço da chapa (kN/cm ²)
MP, PRXY, 2, 0.3	! Coeficiente de Poison
TB, BISO, 2	! Modelo constitutivo bilinear segundo Von-Mises
TBDATA, ,50,0	! Tensão de escoamento e Módulo tangente (kN/cm ²)
! DEFINIÇÃO DA MALHA	
ALLSEL,ALL	! Seleciona TUDO
LESIZE,ALL,1	! Divide todas as linhas do modelo com base no valor adotado
TYPE,1	! Seleciona o elemento 1 como o corrente (SOLID65)
MAT,1	! Seleciona o material 1 como o corrente
REAL,1	! Seleciona a constante real 1 como corrente
CMSEL,S,CONCRETO	! Seleciona o volume concreto
MSHKEY,1	! Malha mapeada
VMESH,ALL	! Aplica a malha na laje
TYPE,2	! Seleciona o elemento 2 como o corrente (SOLID185)
MAT,2	! Seleciona o material 2 como o corrente
REAL,2	! Seleciona a constante real 2 como corrente
CMSEL,S,ACO	! Seleciona do volume aço

MSHKEY,1	! Malha mapeada
VMESH,ALL	! Aplica a malha nas chapas
TYPE,2	! Seleciona o elemento 2 como o corrente (SOLID185)
MAT,2	! Seleciona o material 2 como o corrente
REAL,2	! Seleciona a constante real 2 como corrente
CMSEL,S,CHAPA	! Seleciona do volume aço
MSHKEY,1	! Malha mapeada
VMESH,ALL	! Aplica a malha nas chapas
ALLSEL,ALL	! Seleciona tudo
NUMMRG,ALL,0.001	! Unir tudo, para evitar deslocamento de corpo rígido
NUMMRG, KP, 0.001	! Junta todos os keypoints coincidentes a dada tolerância
NUMMRG, NODES, 0.001	! Junta todos os nós a uma dada tolerância
/NUMBER,1	! Organizar o modelo conforme a cor, de acordo com cada material
/PNUM,MAT,1	
! Carregamento	
ASEL,S,LOC,Y, (h+e)	! Seleciona a área da chapa, na qual será aplicada a pressão
SFA, ALL,, PRES, 0.07	! 1,12 kN
! Condições de contorno	
! Apoio esquerdo (2° gênero)	
NSEL, S, LOC, Y, 0	! Seleciona nós do apoio esquerdo
NSEL, R, LOC, X, 0	
D,ALL, Uy	! Restrições nos nós selecionados
D,ALL, Ux	
D,ALL, Uz	
! Apoio Direito (2° gênero)	
NSEL, S, LOC, Y, 0	! Seleciona nós do apoio direito
NSEL, R, LOC, X, 70	
D,ALL, Uy	
D,ALL, Ux	
D,ALL, Uz	
ALLSEL,ALL	! Restrições nos nós selecionados
! SOLUÇÃO	
/SOLU	! Entra no módulo solução
ANTYPE, Static	! Análise estática
NROPT, MODI	! Modelo de Newton Raphson (MODI: modificado) (FULL: completo)
TIME,1	
AUTOTS, ON	! Passos de carga automáticos (ON ou OFF)
NSUBST, 100, 200, 50	! Número total de passos de carga, máximo de passos de carga, mínimo de
passos de carga	
NEQIT, 35	
RATE,1	! Creep
OUTRES,ERASE	! Resetar os resultados da lista
OUTRES,ALL,ALL	! Escrever o resultado para cada incremento de carga
CNVTOL,U, ,0.05, 2	! Critério de convergência
SOLVE	! Calcula o modelo