

MON  
621:534  
C9720-  
TES/MEI



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA



CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**AVALIAÇÃO NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DE ABSORVEDORES  
DINÂMICOS DE VIBRAÇÕES ATIVOS E ADAPTATIVOS**

Tese apresentada

à Universidade Federal de Uberlândia por:

**SEBASTIÃO SIMÕES DA CUNHA JÚNIOR**

Como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em  
Engenharia Mecânica

Aprovada por:

Prof. Dr. Domingos Alves Rade – (FEMEC/UFU) – Orientador  
Prof. Dr. José Francisco Ribeiro – (FEMEC/UFU)  
Dr. Luciano Afonso da Silva – (CNPq/UFU)  
Prof. Dr. Paulo Sérgio Varoto – (EESC/USP)  
Prof. Dr. Róbson Pederiva – (DPM/FEM/UNICAMP)

SISBI/UFU



1000215464

Uberlândia, 28 de Junho de 2004.



## FOLHA DE APROVAÇÃO

**ALUNO:** Sebastião Simões da Cunha Júnior

**NÚMERO DE MATRÍCULA:** 5991915-6

**ÁREA DE CONCENTRAÇÃO:** Mecânica dos Sólidos e Vibrações

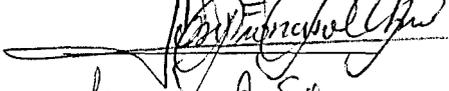
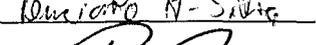
**PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA: NÍVEL DOUTORADO**

**TÍTULO DA TESE:**

**“AVALIAÇÃO NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DE ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÕES ATIVOS E ADAPTATIVOS.”**

**ORIENTADOR:** Prof. Dr. Domingos Alves Rade

A Tese foi **APROVADA** em reunião pública, realizada no anfiteatro do bloco X, do Campus Santa Mônica, em 28 de junho de 2004, às 14:00 horas, com a seguinte Banca Examinadora:

NOME	ASSINATURA
Domingos Alves Rade, Prof. Dr. (Orientador)	- FEMEC/UFU 
José Francisco Ribeiro, Dr.	- FEMEC/UFU 
Luciano Afonso da Silva, Dr. Prof.	- CNPq / UFU 
Robson Pederiva, Prof. Dr.	- FEM / UNICAMP 
Paulo Sérgio Varoto, Dr.	- EESC / USP 

Uberlândia, 28 de junho de 2004.

Aos meus pais, **Sebastião e Marina Simões** e a minha esposa **Valquíria** pelo apoio e incentivo fundamentais à realização deste trabalho, aos meus irmãos **Antônio e Kristhianne**, meus sobrinhos **Maurício e Fernanda** e principalmente à minha filhinha do coração **Lara** que é a pessoa mais importante da minha vida e a **Deus** que me iluminou em todos os instantes.

## AGRADECIMENTOS

Ao professor **Domingos Alves Rade** "*my boss*", uma pessoa brilhante que me deu a oportunidade de crescer como pessoa e como profissional. Uma pessoa que tem todo o meu carinho, respeito e admiração (estendo a seus familiares – **Raquel, Arthur e Leticia**).

Aos professores e pesquisadores **Róbson Pederiva, Paulo Sérgio Varoto e Luciano Afonso da Silva** "*Tilu*", pela participação na banca examinadora e pelas contribuições dadas neste trabalho.

Ao professor **José Francisco Ribeiro** "*Tito*", pela paciência e esclarecimentos fornecidos ao longo destes anos.

Ao professor **Marcus Antonio Viana Duarte**, pela ajuda na aquisição do atuador inercial.

Ao Professor **Valder Steffen Jr**, pela amizade, compreensão das dificuldades e pelo suporte dado a minha pessoa.

Ao colega de trabalho **Patrick Magalhães Cardoso**, pelo companheirismo e pela ajuda inestimável na realização deste trabalho.

A todos os colegas do **LMEST – Laboratório de Mecânica de Estruturas**.

A todos os colegas do **Laboratório de Dinâmica**.

Aos alunos de iniciação científica **Rodrigo da Silva Alves Rodrigues e Erickson Nunes** pela ajuda no desenvolvimento desta tese de doutorado.

Ao **Baltazar** "*Abacate*", pelo companheirismo.

À **Inês**, pela amizade e ajuda nas horas complicadas.

Ao **CNPq** – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico– pelo apoio financeiro.

À **Faculdade de Engenharia Mecânica** e à **Coordenação do Curso de Pós-Graduação**, por permitir que o trabalho pudesse ser realizado em boas condições.

## Sumário

<b>Lista de Símbolos.....</b>	<b>ix</b>
<b>Lista de Figuras.....</b>	<b>xiv</b>
<b>Lista de Tabelas.....</b>	<b>xix</b>
<b>Resumo.....</b>	<b>xx</b>
<b>Abstract.....</b>	<b>xxi</b>
<b>Capítulo I – Introdução.....</b>	<b>1</b>
1.1 Revisão bibliográfica.....	1
1.2 Objetivos do trabalho.....	15
<b>Capítulo II – Teoria dos Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Passivos.....</b>	<b>18</b>
2.1 Introdução.....	18
2.1.1 Teoria dos Absorvedores Dinâmicos não amortecidos aplicados a sistemas primários de um grau de liberdade.....	18
2.1.2 Teoria dos Absorvedores Dinâmicos amortecidos aplicados a sistemas primários de um grau de liberdade.....	24
2.1.3 Teoria modal para o projeto ótimo de ADVs simples e múltiplos amortecidos aplicados a sistemas primários vários graus de liberdade.....	29
<b>Capítulo III – Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Ativos.....</b>	<b>36</b>
3.1 Introdução.....	36
3.2 ADV Ativo com realimentação em deslocamento, velocidade e aceleração.....	38
3.2.1 ADV ativo com realimentação em deslocamento, velocidade e aceleração relativa entre a massa do ADV e o sistema primário de um grau de liberdade.....	38

3.2.1.1	Análise da estabilidade do ADV ativo.....	41
3.2.2	ADV ativo com realimentação em deslocamento, velocidade e aceleração relativa entre a massa do ADV e o sistema primário de vários gdl empregando a teoria modal.....	42
3.2.3	Vários ADVs ativos com realimentação em deslocamento, velocidade e aceleração relativa entre as massas dos ADVs e o sistema primário de vários gdl.....	43
3.2.3.1	Análise da estabilidade para sistemas com vários ADVs.....	49
3.3	ADV Ativo usando Controle Ótimo.....	51
3.3.1	Redução Pseudo-modal.....	57
3.4	ADV Ativo usando uma lei de controle ótimo modificada.....	60
3.4.1	Algoritmo de controle ótimo modificado.....	61
	<b>Capítulo IV – Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Adaptativos.....</b>	<b>68</b>
4.1	Introdução.....	68
4.2	Absorvedor Dinâmico de Vibrações Eletromecânico.....	70
4.2.1	Equações do Movimento.....	71
4.2.2	Procedimento para a obtenção da adaptabilidade.....	75
	<b>Capítulo V – Simulações Numéricas.....</b>	<b>78</b>
5.1	ADV Ativo com realimentação em velocidade e deslocamento relativos entre a massa do ADV e o sistema primário.....	78
5.1.1	ADV ativo com realimentação em velocidade e deslocamento relativos acoplado a um sistema primário de 1 gdl.....	78
5.1.1.1	Análise no domínio da frequência.....	78
5.1.1.2	Análise no domínio do tempo.....	81

5.1.2 ADV ativo com realimentação em deslocamento e velocidade relativas acoplado a um sistema primário de vários gdl.....	84
5.1.2.1 Acoplamento de 1 ADV ativo ao sistema primário de vários gdl.....	86
5.1.2.2 Acoplamento de 1 ADV ativo ótimo ao sistema primário de vários gdl.....	87
5.1.2.3 Acoplamento simultâneo de 2 ADV ativos a um sistema primário de vários gdl.....	89
5.2 ADV Ativo usando Controle Ótimo.....	90
5.2.1 ADV ativo acoplado a um sistema primário de 1 gdl.....	90
5.2.1.1 Sistema primário excitado por uma força harmônica.....	91
5.2.1.2 Sistema primário excitado por uma força periódica.....	93
5.2.1.3 Sistema primário excitado por uma força impulsiva.....	95
5.2.2 ADV ativo combinado com controle ótimo acoplado a um sistema primário de vários gdl.....	97
5.3 ADV ativo usando uma lei de controle ótimo modificada associada às Redes Neurais Artificiais.....	101
5.3.1 ADV ativo usando uma lei de controle ótimo modificada.....	101
5.4 ADV Eletromecânico.....	108
5.4.1 Análise no Domínio da Freqüência.....	108
5.4.2 Análise no Domínio do Tempo.....	111
<b>Capítulo VI – Validação Experimental.....</b>	<b>113</b>
6.1 ADV Ativo com Realimentação de sinais de Velocidade e Deslocamento relativos.....	113
6.1.1 Montagem Experimental.....	113

6.1.2 Resultados.....	117
6.2 ADV Ativo usando Controle Ótimo.....	122
6.2.1 Montagem Experimental.....	122
6.2.2 Modelagem do Sistema Primário.....	124
6.2.3 Projeto do Estimador de estados e do Controlador.....	126
6.2.4 Resultados.....	126
<b>Capítulo VII – Conclusões, Contribuições e Trabalhos Futuros.....</b>	<b>129</b>
<b>Capítulo VIII – Referências Bibliográficas.....</b>	<b>133</b>
<b>Apêndice A – Atuador Inercial modelo 712A02.....</b>	<b>140</b>
<b>Apêndice B – Transformada de Wavelet.....</b>	<b>148</b>
<b>Apêndice C – Equipamentos utilizados nos ensaios experimentais.....</b>	<b>150</b>
<b>Apêndice D – Controlabilidade.....</b>	<b>152</b>
<b>Apêndice E – Indutor Sintético.....</b>	<b>155</b>

## Simbologia e Abreviaturas

### Letras latinas

ADV	Absorvedor Dinâmico de Vibrações
FRF	Função de Resposta em Freqüência
$a_i$	Coefficientes da equação característica
$[A]$	Matriz de estados
$[A_0]$	Matriz de estados na forma canônica de fase variável
B	Campo magnético [G]
$\{B\}$	Vetor de forças no espaço de estados
$\{B_0\}$	Vetor de forças na forma canônica de fase variável
C	Capacitância elétrica [F]
$[C]$	Matriz de amortecimento; Matriz posicionadora de sensores
$c_1$	Amortecimento do sistema primário [Ns/m]
$\tilde{c}_1$	Amortecimento do sistema reduzido [Ns/m]
$c_2$	Amortecimento do absorvedor [Ns/m]
df	Resolução em freqüência [Hz]
$[D]$	Matriz de perturbação dos sensores devido aos atuadores
$f_s$	Fator de sintonização
$f_{ot}$	Fator de sintonização ótimo
$F_0$	Amplitude da força de excitação [N]
F	Função de dissipação de Rayleigh
g	Razão de freqüências forçadas
$H(\Omega)$	Função de Resposta em Freqüência
$[I]$	Matriz identidade

$j, i$	$\sqrt{-1}$ = unidade imaginária
$J$	Índice de desempenho
$k_1$	Rigidez do sistema primário [N/m]
$\tilde{k}_1$	Rigidez do sistema reduzido [N/m]
$k_2$	Rigidez do absorvedor [N/m]
$K$	ganho do controle ótimo
$K_{ef}$	Rigidez efetiva
$[K]$	Matriz de rigidez; Matriz de ganho do controlador ótimo
$L$	Indutância elétrica [H]
$m_1$	Massa do sistema primário [kg]
$\tilde{m}_1$	Massa do sistema reduzido [kg]
$m_2$	Massa do absorvedor [kg]
$M_{ef}$	Massa efetiva
$M_\sigma$	Massa generalizada da estrutura primária
$[M]$	Matriz de massa
$n$	número de gdl do sistema primário
$P$	Ponto invariante
$Q$	Ponto invariante
$[Q]$	Fator de ponderação
$Q_2$	Força generalizada do ADV
$Q_\sigma$	Força generalizada
$q_\sigma(t)$	Coordenada modal generalizada
$R$	Resistência elétrica [ $\Omega$ ]
$s$	Variável da Transformada de Laplace
$t$	Tempo [s]
$T$	Energia cinética
$[T]$	Matriz contendo os autovalores da matriz de estados [A]
$u(t)$	Força de controle [N]

$u^0(t)$	Controle ótimo modificado [N]
$V$	Energia de deformação [J]
$w(t)$	Força de excitação externa [rad/s]
$w_i(t)$	Ruído branco
$W$	Trabalho virtual da força excitadora [J]
$y(t)$	Vetor de estado de um sistema auxiliar; Variável de saída do estado
$x(t)$	Variável de estado
$\hat{x}(t)$	Variável de estado estimada
$x_1(t)$	Deslocamento do sistema primário [m]
$\tilde{x}_1(t)$	Deslocamento do sistema reduzido [m]
$x_2(t)$	Deslocamento do ADV [m]
$x_\sigma(t)$	Resposta da estrutura primária utilizando a teoria modal
$Z[\Omega]$	Matriz de rigidez dinâmica

## Letras Gregas

$\alpha$	Ganho de realimentação em aceleração $[\text{Ns}^2/\text{m}]$
$\beta$	Ganho de realimentação em velocidade $[\text{Ns}/\text{m}]$
$\beta_i$	Excitação para o ADV ativo usando o controle ótimo modificado
$\gamma$	Ganho de realimentação em deslocamento $[\text{N}/\text{m}]$
$\gamma_i$	parâmetro de realimentação do controle ótimo modificado
$\Delta$	Coordenada de conexão do ADV ativo
$\delta$	Delta de Kronecker
$\delta w$	Trabalho virtual associado à força excitadora
$\phi$	ângulo de fase
$\phi(u)$	Função usada no controle ótimo modificado
$[\Phi]$	Matriz de transformação modal
$\zeta$	Fator de amortecimento
$\psi$	Wavelet Mãe – geração do dicionário de Wavelets
$\Psi_\sigma$	autovetor do sistema primário
$\Omega$	Frequência circular de excitação $= 2\pi f$ $[\text{rad}/\text{s}]$
$\omega_1$	Frequência natural da estrutura primária $[\text{rad}/\text{s}]$
$\omega_2$	Frequência natural do absorvedor $[\text{rad}/\text{s}]$
$\omega_\sigma$	$\sigma$ -ésima frequência natural do sistema primário
$\rho$	Densidade $[\text{kg}/\text{m}^3]$
$\mu$	Razão de massas
$\sigma$	modo de vibrar – teoria modal
$[\Phi(t)]$	Matriz de transição
$\lambda_i$	parâmetro de realimentação do controle ótimo modificado
$[\Lambda]$	Matriz diagonal contendo os autovalores da matriz de estados $[\text{A}]$
$\tau$	vetor de ganho de realimentação ótimo

## Unidades no Sistema Internacional

$\Omega$	ohm
F	faraday
G	gauss
H	henry
Hz	hertz
J	joule
m	metro
N	newton
rad	radianos
s	segundo

## Lista de Figuras

1.1 – Diferentes configurações e aplicações dos ADVs passivos.....	2
1.2 – Absorvedor de Vibrações do tipo “Cruciforme”.....	2
1.3 – ADV do tipo viga.....	3
1.4 – ADV na forma de lâminas tensionadas de comprimento ajustável.....	4
1.5 – ADV passivo com o amortecimento por impacto.....	5
1.6 – Primeiro ADV passivo usado em altos edifícios no Japão.....	5
1.7 – ADV com molas e amortecedores viscoelásticos.....	6
1.8 – ADV adaptativo usando um amortecedor magnético e rigidez variável.....	7
1.9 – Algumas configurações de ADVs baseados em uma coluna de líquido ajustável.	8
1.10 – Absorvedor adaptativo pendular para controle de vibrações lineares.....	9
1.11 – Sistema de válvula, cilindro e pistão para variação do amortecimento.....	9
1.12 – ADV adaptativo esférico.....	10
1.13 – ADV adaptativo com massas concentradas e motor de passo.....	10
1.14 – ADV adaptativo para absorção de impacto.....	11
1.15 – Esquema do Ressonador Defasado.....	12
1.16 – Atuador inercial usado como Ressonador Defasado.....	12
1.17 – Ressonador Defasado Centrífugo.....	13
1.18 – ADV ativo com uma distribuição de massa variada.....	13
1.19 – ADV ativo usando atuadores eletromagnéticos.....	14
2.1 – Modelo de uma estrutura primária acoplada a um ADV não amortecido.....	19
2.2 – FRF pontual na massa primária $m_1$ , para $\mu = 0,10$ e $f = 1$ .....	21
2.3 – Amplitude de vibração do ADV, para $\mu = 0,10$ e $f = 1$ .....	22
2.4 – Variação das frequências naturais do sistema acoplado em função de $\mu$ .....	23

2.5 – Sistema primário acoplado a um ADV com amortecimento viscoso.....	24
2.6 – FRFs pontuais da massa $m_1$ , para diferentes valores do amortecimento do ADV.....	25
2.7 – Otimização pelo método dos Picos Iguais, ( $\mu = 0,1$ ).....	26
2.8 – FRF para o sistema primário e ADVs amortecidos.....	29
2.9 – Esquema de um sistema primário acoplado a um ADV amortecido.....	29
2.10 – Sistema primário acoplado a vários ADVs passivos simultaneamente.....	35
3.1 – Absorvedor dinâmico ativo acoplado ao sistema primário.....	37
3.2 – Conjunto de ADVs ativos acoplados a um sistema de vários gdl.....	45
3.3 – Sistema de controle ótimo.....	53
3.4 – Diagrama de blocos do controle ativo usando a teoria de Johnson.....	64
3.5 – Esquema da RNA utilizada no controle ótimo modificado.....	67
3.6 – Estrutura do sistema de controle usando as RNA.....	67
4.1 – Modelo do ADV Eletromecânico.....	71
4.2 – Esquema de um potenciômetro digital.....	75
4.3 – Esquema do sistema de controle do ADV eletromecânico.....	76
5.1 – FRFs do sistema sem ADV, com ADV passivo e com ADV ativo sintonizado.....	80
5.2 – FRFs do sistema sem ADV, com ADV passivo e com ADV ativo com ganhos de realimentação ótimos.....	81
5.3 – Deslocamento no tempo do sistema primário após o acoplamento do ADV.....	82
5.4 – Histórico da força de controle exercida pela ADV ativo.....	82
5.5 – Deslocamento sistema primário após o acoplamento do ADV ativo (20% de ruído).....	83
5.6 – Esforço de controle exercido pelo ADV ativo.....	83
5.7 – Modelo de elementos finitos do sistema primário.....	84
5.8 – Segundo modo de vibração do sistema primário.....	85

5.9 – FRFs do sistema primário com ADV passivo e ADV ativo.....	86
5.10 – FRF do sistema primário acoplado a um ADV ativo com ganhos de realimentação ótimos.....	88
5.11 – FRFs do sistema primário com os ADVs passivos e ativos.....	90
5.12 – Resposta temporal em deslocamento do sistema primário acoplado ao ADV passivo e após o acionamento do ADV ativo ótimo.....	92
5.13 – Força de controle exercida pelo ADV ativo ótimo.....	92
5.14 – FRF utilizando ADV passivo e ADV ativo associado com controle ótimo.....	93
5.15 – Força de excitação do tipo onda triangular.....	93
5.16 – Resposta temporal em deslocamento do sistema primário acoplado ao ADV passivo e após o acionamento do ADV ativo ótimo.....	94
5.17 – Força de controle exercida pelo atuador.....	95
5.18 – Respostas ao impulso unitário do sistema primário sem controle e controlado..	96
5.19 – Força de controle exercida pelo ADV ativo.....	96
5.20 – Modelo de elementos finitos do sistema primário.....	97
5.21 – Segundo modo de vibração do sistema primário.....	98
5.22 – FRF para o sistema simulado via elementos finitos e para o sistema reduzido..	99
5.23 – Respostas temporais do sistema primário sem controle e controlado.....	100
5.24 – Força de controle exercida pelo ADV ativo.....	101
5.25 – Respostas temporais do sistema primário usando ADV passivo e ADV ativo ótimo modificado.....	103
5.26 – Força exercida pelo ADV ativo.....	104
5.27 – Respostas temporais usando duas versões de ADV ativo.....	104
5.28 – Respostas temporais para o ADV ativo sintonizado e não sintonizado com a frequência de excitação.....	105
5.29 – Respostas temporais de deslocamento da estrutura primária com frequência de excitação variando de $\Omega = 7,5 \text{ rad/s}$ a $\Omega = 15,0 \text{ rad/s}$ .....	107
5.30 – Esforço de controle exercido pelo ADV ativo.....	107

5.31 – Amplitude de vibração da massa primária sem ADV, com ADV passivo e com o ADV eletromecânico.....	109
5.32 – Corrente elétrica que passa através do circuito RLC.....	110
5.33 – Amplitude de vibração da massa primária utilizando $R = 10000\Omega$ .....	110
5.34 – Deslocamento do sistema primário antes e após o acionamento do ADV eletromecânico.....	111
5.35 – Corrente que circula na bobina do circuito RLC.....	112
6.1 – Vista superior da montagem experimental utilizada nos ensaios.....	114
6.2 – Atuador inercial.....	114
6.3 – Esquema do fluxo dos sinais no experimento.....	115
6.4 – Ilustração dos equipamentos.....	116
6.5 – Detalhe da placa de aquisição de sinais.....	116
6.6 – Função Resposta em Freqüência do sistema acoplado (viga+atuador).....	117
6.7 – Deslocamento da estrutura primária antes e após o controle para $\Omega = 119\text{Hz}$ ...	118
6.8 – Força de controle exercida pelo atuador inercial para $\Omega = 119\text{Hz}$ .....	119
6.9 – Densidade espectral de potência antes e após o acoplamento do ADV.....	119
6.10 – Deslocamento da estrutura primária antes e após o controle, $\Omega = 124\text{Hz}$ .....	120
6.11 – Força de controle exercida pelo atuador inercial para $\Omega = 124\text{Hz}$ .....	121
6.12 – Densidade espectral de Potência antes e após o acoplamento do ADV.....	122
6.13 – Esquema da montagem experimental.....	123
6.14 – Foto ilustrando o sistema primário (viga de aço) e o atuador inercial.....	123
6.15 – Esquema do experimento de controle ótimo.....	124
6.16 – FRFs para o sistema real e simulado com atuador incorporado.....	125
6.17 – Resposta temporal com e sem o acoplamento do ADV ativo.....	127
6.18 – FRFs antes e após o acionamento do ADV ativo.....	128

A.1 – Atuador 712A02 com massa inercial.....	140
A.2 – Resposta do atuador usando massa inercial de 100 g.....	141
A.3 – Resposta do atuador usando massa inercial de 150 g.....	141
A.4 – Resposta do atuador usando massa inercial de 223,15 g.....	142
A.5 – Sinais de resposta ao impulso experimental e decomposto via Wavelet para o conjunto atuador-massa inercial de 100 g.....	143
A.6 – Sinais de resposta ao impulso experimental e decomposto via Wavelet para o conjunto atuador-massa inercial de 150 g.....	144
A.7 – Sinais de resposta ao impulso experimental e decomposto via Wavelet para o conjunto atuador-massa inercial de 223,15 g.....	144
A.8 – Vistas do atuador inercial.....	146
A.9 – Esquema de montagem do atuador inercial.....	147
E.1 – Esquema do circuito que simula um indutor sintético.....	157
E.2 – Esquema para montagem do circuito para o indutor sintético.....	159

## Lista de Tabelas

5.1 – Valores dos parâmetros passivos do sistema primário e ADV passivo.....	79
5.2 – Principais características do modelo de elementos finitos do sistema primário....	84
5.3 – Características do ADV passivo e frequências naturais do sistema primário.....	85
5.4 – Componentes das auto soluções para o sistema primário.....	87
5.5 – Parâmetros passivos do ADV.....	87
5.6 – Parâmetros usados no projeto de um ADV ativo ótimo.....	87
5.7 – Parâmetros passivos dos dois ADVs.....	89
5.8 – Valores dos parâmetros do sistema.....	91
5.9 – Principais características do modelo de elementos finitos do sistema primário....	97
5.10 – Dados do ADV passivo e frequências naturais da viga.....	98
5.11 – Valores dos parâmetros do sistema.....	102
5.12 – Conjunto de dados usados para o treinamento da Rede Neural Artificial.....	106
5.13 – Parâmetros físicos passivos do sistema primário e do ADV puramente mecânico e parâmetros do circuito RLC.....	108
6.1 – Características do modelo de elementos finitos da viga engastada-livre.....	125
A.1 – Valores experimentais para a frequência natural, rigidez e fator de amortecimento do atuador para diferentes massas inerciais.....	143

Cunha Jr, S. S., 2004, "Avaliação Numérica e Experimental de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Ativos e Adaptativos", Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica, Uberlândia, MG.

## Resumo

A utilização de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações (ADVs) é uma solução bastante interessante do ponto de vista da eficiência e do custo de implementação para o problema de controle de vibrações em sistemas vibratórios. Em sua configuração mais simples, tais dispositivos são denominados ADVs passivos, sendo constituídos por parâmetros concentrados de inércia, rigidez e amortecimento. Contudo, a utilização dos ADVs passivos é restrita, uma vez que eles devem ser projetados para atenuar componentes vibratórias a uma dada frequência fixa (diz-se então que o ADV é sintonizado para este valor de frequência). Caso o valor dessa frequência venha se modificar, o absorvedor perde sua eficiência. Afim de se evitar tal problema causado pela má sintonização dos ADVs passivos, vem sendo explorada a utilização de ADVs ativos, dispositivos dotados de atuadores que são realimentados com sinais vibratórios do sistema a controlar, e ADVs adaptativos, dispositivos cujos parâmetros físicos podem ser contínua e automaticamente variados de modo que os mesmos estejam sempre sintonizados, independentemente de variações na frequência de excitação. Neste trabalho são avaliadas numérica e experimentalmente três configurações de ADVs ativos: a) ADV ativo com realimentação dada por uma combinação linear dos sinais de deslocamento, velocidade e aceleração relativos entre o ADV e o sistema a controlar; b) ADV ativo cuja lei de controle é obtida com a teoria de controle ótimo e c) ADV ativo com lei de controle ótimo modificado associado às Redes Neurais Artificiais, e uma configuração de ADV alternativo, o qual substitui um ADV puramente mecânico por um sistema eletromecânico e um circuito elétrico RLC, o qual pode ser adaptado para funcionar como um ADV adaptativo mediante variação nos parâmetros do circuito elétrico.

---

Palavras-chave: Vibrações, Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Ativos e Adaptativos, Controle ativo.

Cunha Jr, S. S., 2004, "Numerical and Experimental Assessment of Active and Adaptive Dynamic Vibration Absorbers", Doctorate Thesis, Federal University of Uberlândia, School of Mechanical Engineering, Uberlândia, MG, Brazil.

### Abstract

The use of Dynamic Vibration Absorbers (DVAs) has been seen as an interesting alternative to tackle the problem of vibration control, from the standpoints of efficiency and cost-effectiveness. In their simplest configuration, these devices are named passive DVAs, been formed by lumped single degree-of-freedom systems comprising inertia, damping and stiffness parameters. However, it is widely recognized that the practical utility of passive DVAs is limited by the fact that they can only be designed to operate in a rather narrow, previously fixed, frequency band outside which their effectiveness cannot be ensured. To avoid such difficulty, it has been investigated novel configurations of DVAs which very frequently incorporate recent technological achievements. In this sense, this work addresses the use of two different alternatives to the classical passive DVAs, namely: the *active DVAs*, which contain an actuator fed with a control signal calculated from the vibration responses according to an adequate control law, and the so-called *adaptive DVAs*, understood as those whose parameters of inertia and/or damping and/or stiffness can be varied in a controlled, continuous way, by some kind of external action. In both cases, it becomes possible to keep the absorbing device tuned to the excitation frequency, thus effective in a larger frequency band. In this work three configurations of active DVAs are assessed in terms of the underlying theory, numerical simulations and experimental appraisal, namely: a) an active DVA employing a feedback law expressed as a linear combination of the displacement, velocity and acceleration signals of the DVA mass with respect to the primary system; b) an active DVA based on the theory of classical optimal control; c) an active DVA using a modified optimal control strategy, which incorporates the excitation into the model and uses Artificial Neural Networks to enable automatic frequency tracking. It is also proposed a novel configuration of an electromechanical DVA, in which a passive DVA is combined with a RLC circuit in such a way that frequency tuning can be achieved by changing the parameters of the electric circuit. A particular interest in this configuration is the possibility of real time tuning by combining automatic frequency tracking with digital control of the parameters of the electric circuit.

---

Keywords: Vibrations, Dynamic Vibration Absorbers, Active Control, Adaptive Vibration Absorbers.

# CAPÍTULO I

## Introdução

O problema de atenuação dos níveis de vibração em máquinas e estruturas está freqüentemente presente em vários ramos da atividade produtiva, tais como nas indústrias de construção civil, automotiva, aeronáutica, naval, de geração e distribuição de energia, etc. A importância atribuída à resolução deste problema vem crescendo continuamente, determinada pela tendência de realização de configurações estruturais de grande extensão e peso moderado, pela rapidez crescente das máquinas e pelo rigor cada vez maior dos padrões sanitários que estabelecem limites restritos para os níveis aceitáveis de vibração e ruído.

Diversos métodos destinados ao controle dos níveis de vibração foram desenvolvidos e vêm sendo extensivamente utilizados, abrangendo desde os métodos simples e econômicos de controle passivo, usualmente feito empregando materiais dissipadores de energia, até sofisticados métodos de controle ativo em malha fechada, utilizando atuadores controlados por computadores digitais. Uma solução intermediária bastante interessante do ponto de vista da eficiência e do custo de implementação são os *Absorvedores Dinâmicos de Vibrações (ADVs)*. Em sua configuração mais simples, tais dispositivos são denominados ADV passivos, sendo constituídos por sub-sistemas do tipo massa-mola-amortecedor que, uma vez acoplados à estrutura da qual deseja-se atenuar os níveis de vibrações, absorvem parcial ou totalmente a energia vibratória no ponto de acoplamento (Korenev e Reznikov, 1993).

Existem hoje diversas aplicações nos diferentes ramos da atividade produtiva para os *ADVs passivos*, destacando-se as seguintes aplicações:

- Estruturas de Engenharia Civil tais como altos edifícios, camarotes, pontes rodoviárias, passarelas para pedestres e plataformas *offshore* as quais são geralmente excitadas em seus primeiros modos de vibração por terremotos, ventos e ondas oceânicas,
- Cabos aéreos de transmissão de energia elétrica que são excitados pelo vento,
- Rotores de helicópteros sujeitos a vibrações torcionais,
- Cabines de aeronaves.
- Máquinas-ferramenta.

Como exemplos de utilização e de configurações de ADVs passivos, tem-se na Figura 1.1(a) um típico ADV passivo desenvolvido para atuar em aplicações de pequeno porte. O ajuste da frequência de atuação do ADV se dá por meio de sua massa e da rigidez complexa obtida pelo uso de matérias viscoelásticas (Damping Tech). Na Figura 1.1(b) tem-se um conjunto de ADVs constituídos por materiais viscoelásticos acoplados à fuselagem de um avião com o objetivo de atenuar tanto ruído quanto vibrações (Quiet Flight) e na Figura 1.1(c) tem-se um ADV utilizado no controle de vibrações em uma arquibancada de um estádio de futebol cuja frequência natural pode ser mudada mediante variação na posição da massa concentrada ao longo de seu suporte. (Cameron Holdsworth)

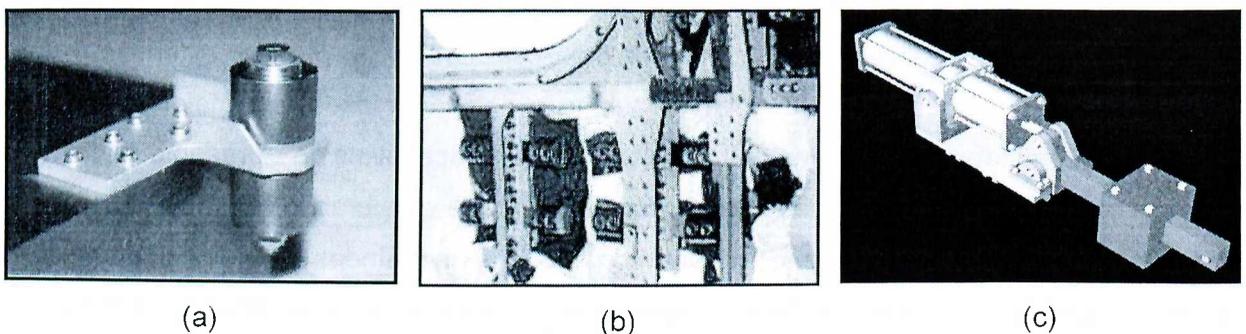


Figura 1.1 – Diferentes configurações e aplicações dos ADVs passivos.

Um número expressivo de publicações científicas tem focado os aspectos teóricos e diferentes formas construtivas de ADVs passivos. Dentre elas pode-se citar o trabalho desenvolvido por Snowdon *et al.* (1984). Os autores propuseram um ADV passivo do tipo cruciforme, Figura 1.2, o qual é capaz de absorver a energia vibratória em duas frequências distintas simultaneamente uma vez que, cada “braço” do ADV pode ser ajustado, mediante a variação da massa  $m_i$  e do comprimento  $a_i$ , para atuar em uma dada frequência.

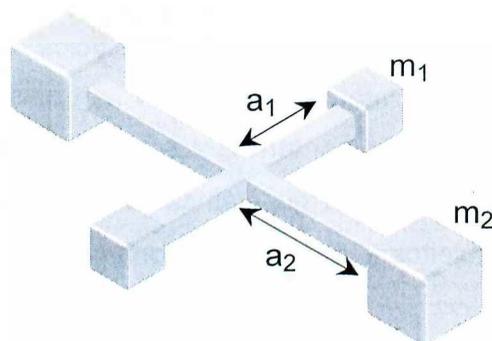


Figura 1.2 – Absorvedor de Vibrações do tipo Cruciforme. Adaptado de Snowdon *et al.* (1984).

Cunha Jr e Rade (1999a) mostraram uma metodologia de projeto ótimo de um Absorvedor Dinâmico de Vibrações (ADV) passivo do tipo viga para atenuação de vibrações em estruturas de vários graus de liberdade utilizando uma técnica de acoplamento de subestruturas baseada em funções de resposta em frequência (FRFs). Cunha Jr e Rade (2000) estenderam este estudo para o caso de atenuação simultânea de vibrações de translação e de rotação de sistemas estruturais planos.

Freitas e Espíndola (1993) avaliaram a utilização de ADVs viscoelásticos do tipo viga dentro do contexto de uma teoria geral usada para o projeto ótimo de sistemas neutralizadores.

Aida *et al.* (1992) avaliaram a utilização de um ADV passivo acoplado a uma viga (estrutura principal), composto por uma viga sob as mesmas condições de contorno da estrutura principal, uniformemente distribuída e conectada à estrutura principal por meio de estruturas de rigidez e amortecedores como mostra a Figura 1.3. Desta forma o ADV pode atuar em diferentes faixas de frequências simultaneamente.

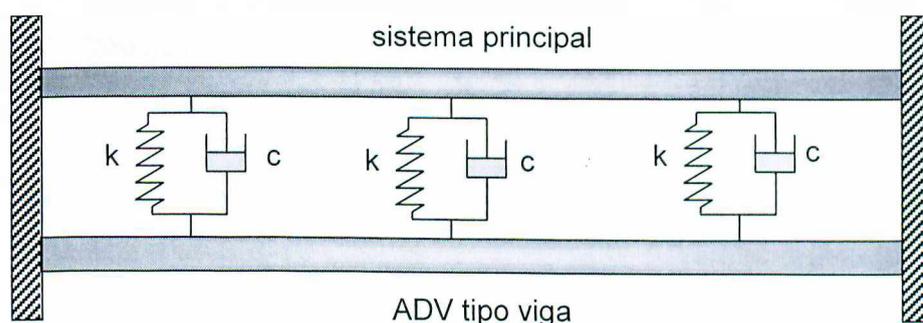


Figura 1.3 – ADV do tipo viga. Adaptado de Aida *et al.* (1992).

Warburton (1982) fez um estudo acerca da obtenção dos parâmetros ótimos de um ADV passivo aplicado a sistemas de um grau de liberdade não amortecidos sujeitos a excitações tanto harmônicas quanto aleatórias do tipo ruído branco. Neste estudo o autor avaliou diferentes combinações de excitações e respostas do sistema. Avaliaram-se tanto excitações exercidas na base da estrutura quanto aquelas exercidas por forças aleatórias e harmônicas aplicadas diretamente à estrutura principal. Como respostas, o autor avaliou o deslocamento, a velocidade e a aceleração da estrutura principal, a força transmitida à base da estrutura e o deslocamento relativo da massa principal quando se tinha uma aceleração junto à base. Em todos os casos, expressões simples para os parâmetros ótimos do ADV (massa, rigidez e

amortecimento) foram obtidos.

Cunha Jr e Rade (1999b) mostraram a viabilidade de utilização de ADVs múltiplos, como forma de garantir a atenuação simultânea em diversas bandas de frequência e a atenuação de vibrações periódicas com diversas componentes harmônicas dominantes, além de tratar do problema de otimização simultânea de vários ADVs, acoplados à estruturas primárias de geometria qualquer.

Dimentberg *et al.* (1990) avaliaram o uso de ADVs para o controle da resposta de estruturas *offshore* sujeitas a ondas oceânicas. O ADV apresenta-se como um dispositivo constituído na forma de lâminas tensionadas de comprimento ajustável como mostra a Figura 1.4. Desta forma, estas lâminas devem ser ajustadas de acordo com a frequência natural da plataforma em estudo.

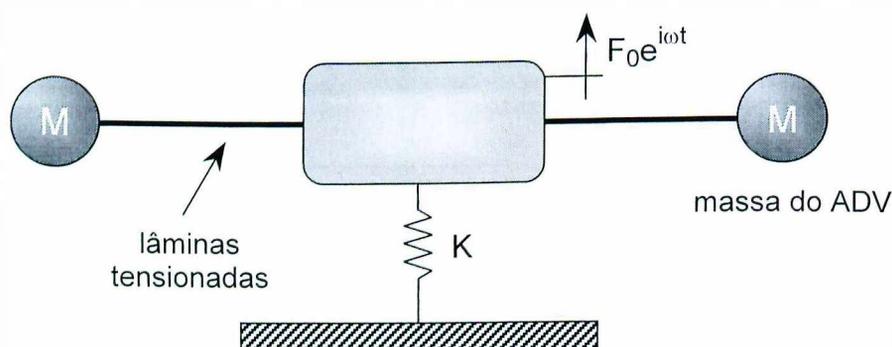


Figura 1.4 – ADV na forma de lâminas tensionadas de comprimento ajustável. Adaptado de Dimentberg *et al.* (1990).

Semercigil *et al.* (1992) avaliaram um novo conceito de ADV passivo. A este foi incorporado um dispositivo chamado amortecedor por impacto o qual na verdade é uma massa rígida presa ao ADV passivo por meio de um recipiente, porém com espaço para se movimentar em diferentes direções (Figura 1.5). Quando o sistema é excitado, a massa adicional choca-se contra as paredes do recipiente produzindo uma energia de dissipação que associada ao ADV passivo atenua mais efetivamente a amplitude de vibração do sistema.

Os ADVs passivos são bastante explorados no campo das estruturas de engenharia civil de grande porte. A seguir, têm-se alguns exemplos bem sucedidos destes dispositivos.

A Figura 1.6 mostra o primeiro ADV usado em altos edifícios no Japão (Mazda *et al.* 1989). O ADV possui uma massa de 1/120 da massa modal do primeiro modo do edifício e pode atuar em duas direções simultaneamente com um deslocamento relativo de até 1 m em

cada direção. Com o uso do ADV, observou-se uma redução de até 40% no deslocamento no topo da torre.

Novas configurações mais leves, baratas e eficientes vêm sendo continuamente empregadas como no caso do esquema mostrado pela Figura 1.7(a). Este dispositivo emprega uma montagem de mancais de borracha, que funcionam como molas de cisalhamento, e elementos de composto de borracha de BITUMEN, que fornecem capacidade de amortecimento viscoelástico. A Figura 1.7b mostra o ADV já instalado e em operação.

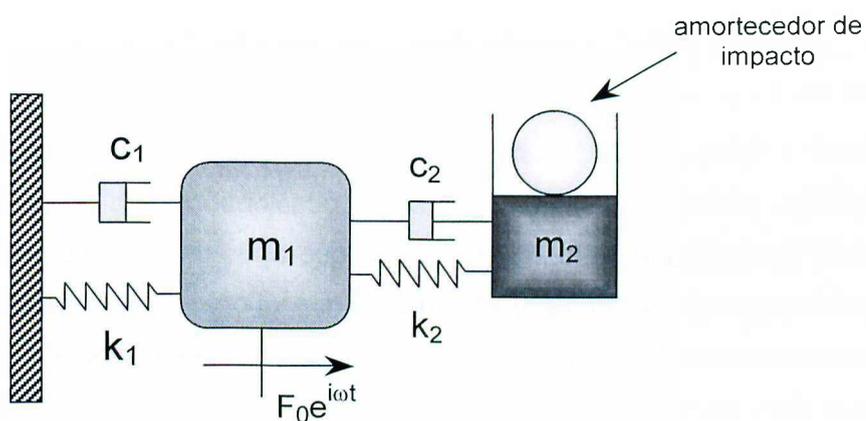


Figura 1.5 – ADV com o amortecimento por impacto. Retirada de Semercigil *et al.* (1992).

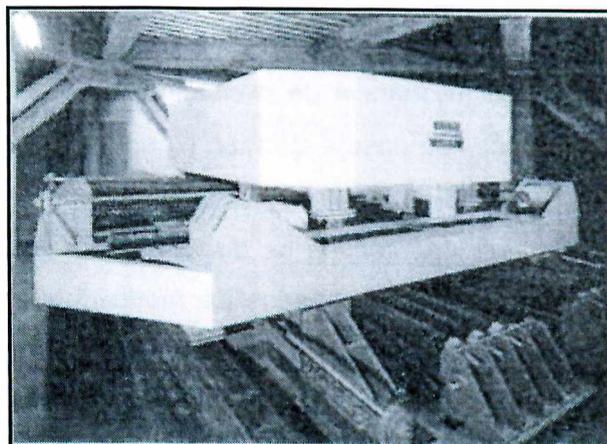


Figura 1.6 – Primeiro ADV passivo usado em altos edifícios no Japão. Ilustração retirada de Mazda *et al.* (1989).

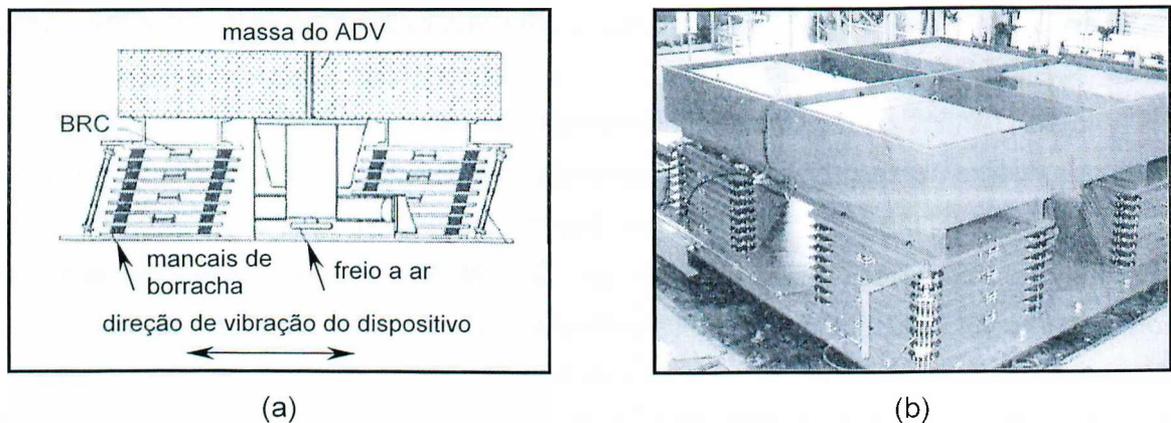


Figura 1.7 – ADV com molas e amortecedores viscoelásticos. Retirada de Mazda *et al.* (1989) .

Setareh e Hanson (1992) usaram absorvedores passivos para reduzirem os níveis de vibrações em camarotes de casas de espetáculo, ocasionados pela ressonância induzida pelos espectadores. Os resultados obtidos mostraram que após o acoplamento dos ADVs os níveis de vibrações da estrutura foram reduzidos a 20% dos valores anteriormente medidos.

Independentemente da configuração adotada, a utilização dos ADVs passivos é restrita, uma vez que eles devem ser projetados para atenuar componentes vibratórias a uma dada frequência fixa (diz-se então que o ADV é sintonizado para este valor de frequência). Caso o valor dessa frequência venha se modificar, o absorvedor perde sua eficiência, e o sistema com ADV pode até mesmo apresentar amplitudes de vibração mais elevadas que as do sistema sem ADV.

Afim de evitar este problema causado pela má sintonização dos ADVs passivos, vem sendo explorada a utilização de *ADVs Ativos* e *Adaptativos*, que possuem a capacidade de se adaptar às mudanças tanto na frequência de excitação como nas características da própria estrutura principal cujas vibrações se deseja atenuar. Neste contexto, entende-se por:

- *Absorvedores Dinâmicos Adaptativos* os dispositivos cujos parâmetros físicos podem ser contínua e automaticamente variados de modo que os mesmos estejam sempre sintonizados, independentemente de variações na frequência de excitação. O surgimento dos chamados *materiais inteligentes* tais como materiais piezelétricos, materiais com memória de forma e os fluidos eletroreológicos e magnetoreológicos abre novas possibilidades para se obter as características desejadas de adaptabilidade em amplas faixas de operação, com mínimo consumo de energia (Sun *et al.*, 1995). Em um contexto mais amplo, *estruturas inteligentes* ou *adaptativas* são entendidas como sistemas estruturais dotados de sensores e atuadores integrados, sendo capazes de detectar mudanças ocorridas nas solicitações através de seus sensores e de adaptar-se

a essas mudanças através dos atuadores, garantindo assim um comportamento mecânico satisfatório (Banks *et al.*, 1996).

- Absorvedores Dinâmicos Ativos, os dispositivos dotados de atuadores que são realimentados com sinais vibratórios do sistema primário, sendo a determinação ótima dos ganhos do atuador obtida através de técnicas clássicas ou modernas de controle ativo (Chang e Soong, 1980).

Os absorvedores dinâmicos adaptativos vêm recebendo grande atenção nestes últimos anos. Seto e Yamanouch (1978) propuseram a utilização de um ADV adaptativo o qual utiliza um amortecedor magnético que usa o efeito de amortecimento causado pela corrente de Eddy. A Figura 1.8 mostra este ADV adaptativo. O sistema absorvedor consiste de uma mola na forma de uma viga, a qual tem uma de suas extremidades fixada na massa da estrutura principal  $m_1$ , uma massa  $m_2$  na outra extremidade da viga, a qual pode se mover ao longo do eixo variando-se assim a rigidez do sistema, e um amortecedor magnético o qual gera amortecimento entre a massa  $m_2$  e a estrutura principal.

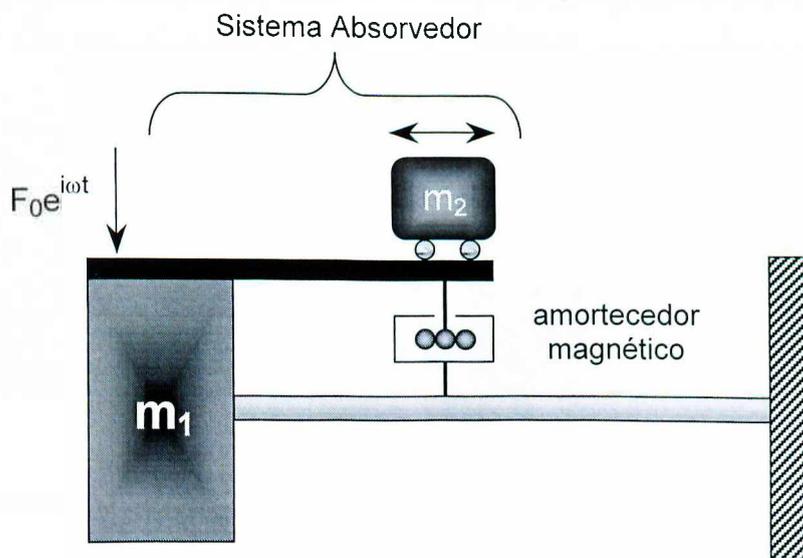


Figura 1.8 – ADV adaptativo usando um amortecedor magnético e rigidez variável. Ilustração retirada de Seto e Yamanouch (1978).

Cunefare *et al.* (2000) fizeram um estudo acerca da implementação de um absorvedor dinâmico capaz de variar instantaneamente a sua rigidez. Esta variação é possível graças à utilização de um elemento piezelétrico que é adicionado em série com a rigidez do ADV. Assim,

fazendo-se passar uma tensão pelo material piezelétrico torna-se possível variar a rigidez do ADV tornando-o adaptativo.

Sun *et al.* (1995) fizeram um estudo acerca da utilização de ADVs adaptativos mediante a variação da rigidez dos ADVs por meio de motores de corrente contínua.

Marques (2000) fez um estudo teórico abrangente de diferentes formas construtivas de ADVs adaptativos incluindo ADVs do tipo corda vibrante, constituído por uma massa concentrada presa ao longo de um cabo flexível e tendo como parâmetros de ajuste da frequência natural do ADV a tração e a posição da massa ao longo do cabo, e um ADV pendular constituído por uma haste uniforme contendo uma massa concentrada em sua extremidade e ligada a um elemento de rigidez tendo como parâmetros ajustáveis o comprimento da haste do pêndulo e a rigidez associada.

Gao *et al.* (1997) fizeram um estudo acerca de um ADV adaptativo baseado em uma coluna de líquido ajustável. Desta forma, quando a coluna de líquido, que deve estar acoplada à estrutura na qual deseja-se atenuar os níveis de vibrações, move-se, o líquido dentro da coluna também se move. Variando-se adequadamente os parâmetros da coluna, o movimento não linear do líquido absorve a energia vibratória da estrutura principal em diferentes faixas de frequência. Na Figura 1.9 têm-se duas configurações para este tipo de ADV. A adaptabilidade é obtida mediante a variação da quantidade de líquido que circula dentro da coluna.

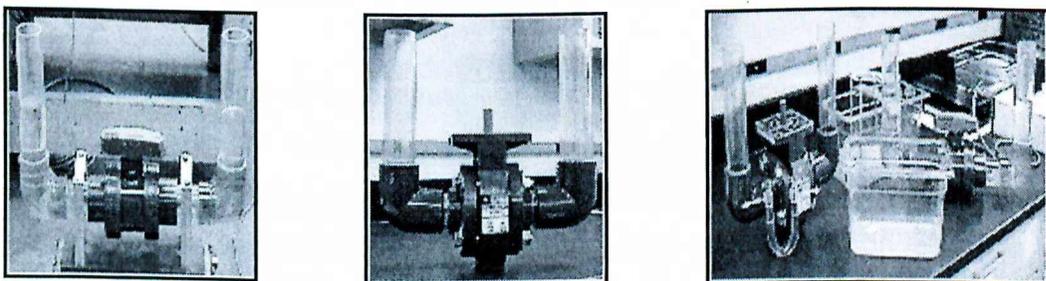


Figura 1.9 – Algumas configurações de ADVs baseados em uma coluna de líquido ajustável. Ilustrações retiradas de Gao *et al.* (1997).

Reed (1949) propôs o uso de um ADV pendular centrífugo para o controle de vibrações lineares. Esta estrutura é mostrada na Figura 1.10. Este ADV consiste de dois pêndulos, cada um livre para oscilar no plano contendo o eixo de rotação do dispositivo. Os pêndulos são idênticos e estão dispostos de tal forma que a força centrífuga que age no sistema seja sempre nula. Desta forma, acoplando-se este ADV a um sistema excitado harmonicamente torna-se possível à atenuação da energia vibratória no ponto de acoplamento.

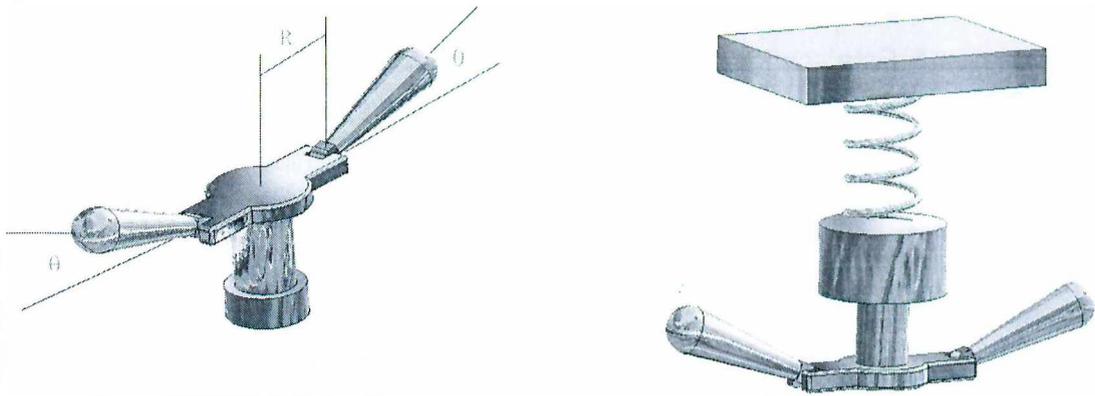


Figura 1.10 – Absorvedor adaptativo pendular para controle de vibrações lineares. Ilustração adaptada de Reed (1949).

Hrovat *et al.* (1983) avaliaram o desempenho de um ADV com variação de amortecimento para o controle de vibrações em estruturas de construção civil. Para obter a variação do amortecimento, foi usado um conjunto cilindro-pistão comandado por uma válvula de controle como mostra a Figura 1.11. Desta forma, quando o sistema está em operação, a válvula recebe sinais elétricos de controle de forma a aumentar ou diminuir o fluxo de material viscoelástico que circula dentro do dispositivo, fazendo com que haja um aumento ou uma diminuição no amortecimento do sistema de forma automática.

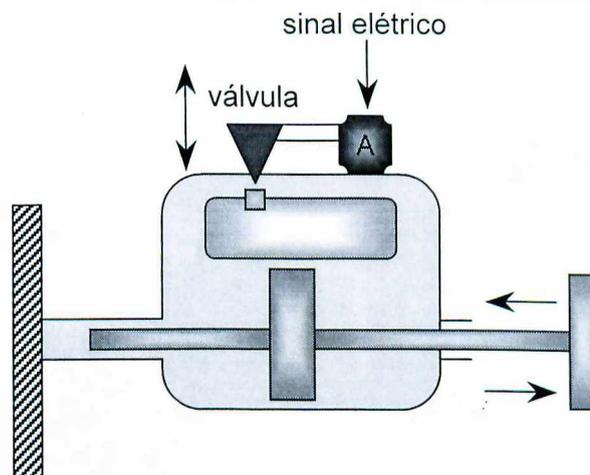


Figura 1.11 – Sistema de válvula, cilindro e pistão para variação do amortecimento. Ilustração retirada de Hrovat *et al.* (1983).

Naprstek e Pirner (2002) avaliaram a utilização de um ADV adaptativo do tipo esférico tal como dado na Figura 1.12. O princípio de funcionamento baseia-se no movimento de

rotação de uma esfera metálica dentro de uma superfície também metálica revestida por uma camada de borracha. Esta configuração é bastante útil quando não se dispõe de espaço físico para a instalação de um ADV convencional, uma vez que este dispositivo é compacto e possui pouco peso além de praticamente não requerer manutenção.

Ting-Kong (1999) projetou e construiu dois ADVs adaptativos. O primeiro utiliza uma câmara de ar comprimido afim de modificar a rigidez do ADV pela variação do volume de ar dentro do ADV. No segundo tem-se duas massas concentradas nas extremidades de duas barras interligadas por um motor de passo que faz estas massas se moverem ao longo das barras, variando-se assim frequência natural do absorvedor. O ADV é mostrado na Figura 1.13.

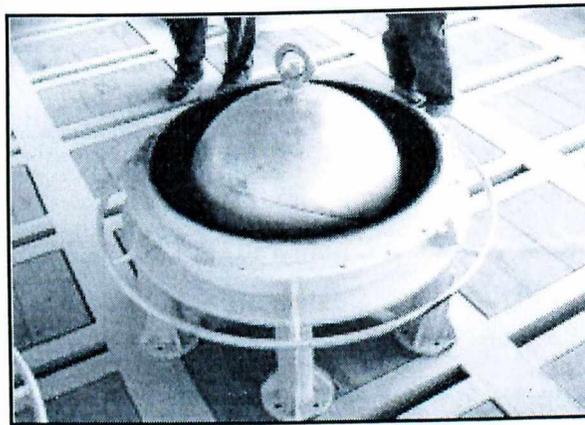


Figura 1.12 – ADV adaptativo esférico. Retirada de Naprstek e Pirner (2002).

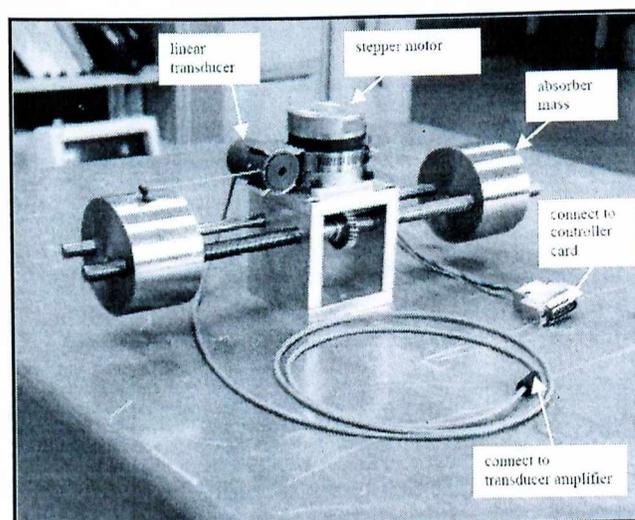


Figura 1.13 – ADV adaptativo com massas concentradas e motor de passo. Ilustração retirada de Ting-Kong (1999).

Tanaka e Kikushima (1992) utilizaram o ADV adaptativo da Figura 1.14 no controle de vibrações por impacto. O princípio de funcionamento do ADV consiste em se dar um deslocamento inicial à massa do ADV instantes antes do impacto ocorrer no sistema principal. Desta forma, o ADV adquire força suficientemente para absorver a onda de choque causada pelo impacto.

Como exemplos de aplicações dos ADVs ativos no controle de vibrações, tem-se o trabalho de Oueini *et al.* (1999) os quais mostram a utilização de um ADV ativo não linear que usa sinais de controle quadráticos.

Stephens *et al.* (1991) propõem uma configuração cujo atuador é realimentado por uma combinação dos sinais de velocidade e aceleração absolutas do sistema primário. Observa-se que este tipo de configuração não possibilita a sintonização do ADV para uma frequência de excitação qualquer.

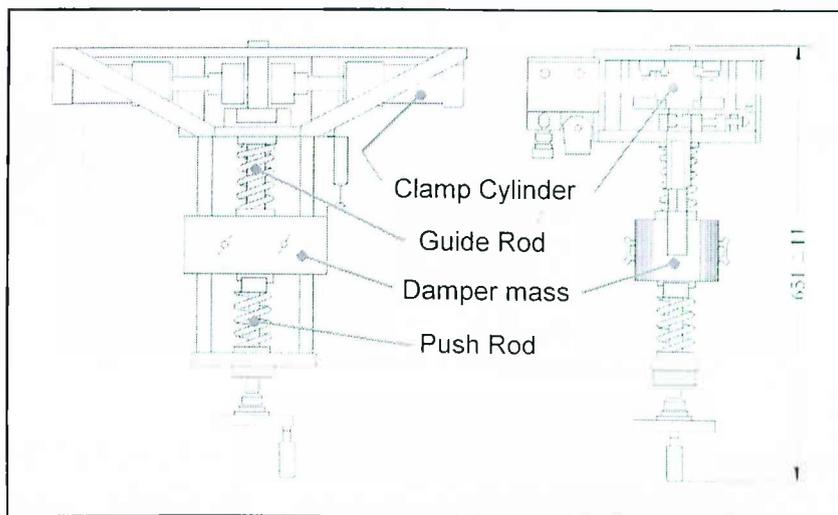


Figura 1.14 – ADV adaptativo para absorção de impacto. Ilustração retirada de Tanaka e Kikushima (1992).

Olgac e Holm-Hansen (1995) propõem um novo conceito de ADV ativo denominado Ressonador Defasado (Figura 1.15) que utiliza um atuador realimentado com o sinal de deslocamento da massa do absorvedor, defasada no tempo. Em seguida, Olgac e Hosek (1997) expandiram a utilização do Ressonador Defasado com o uso de medidas relativas ao invés de absolutas. A eficiência deste dispositivo foi avaliada experimentalmente em Olgac *et al.* (1999a). Em todos os casos acima estudados, utilizou-se um atuador inercial como o da Figura 1.16 como elemento ativo.

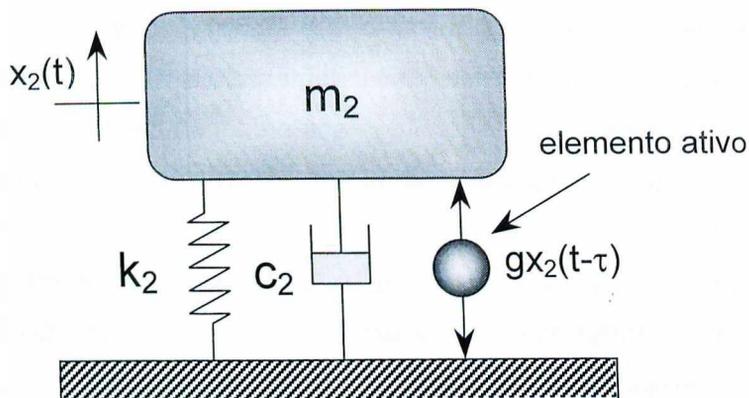


Figura 1.15 – Esquema do Ressonador Defasado. Ilustração retirada de Olgac e Holm-Hansen (1995).

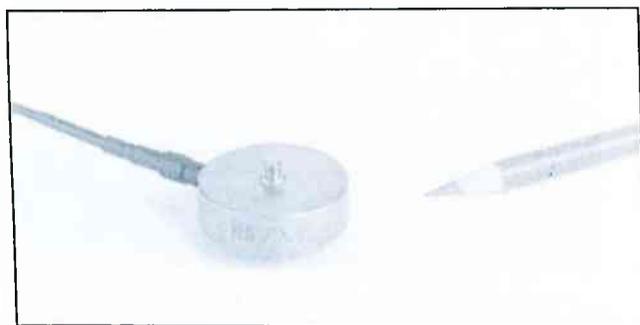


Figura 1.16 – Atuador inercial usado como Ressonador Defasado.

Em seguida, Olgac *et al.* (1999b) propuseram a utilização de um Ressonador Defasado Centrífugo como forma de eliminar oscilações torsionais em estruturas mecânicas rotativas. A idéia principal deste dispositivo é de se usar a configuração básica de um pêndulo centrífugo amortecido, Figura 1.17(a), porém ajustável em tempo real, Figura 1.17(b).

Marcotte *et al.* (1999) avaliaram diferentes ADVs ativos de parâmetros distribuídos no controle de ruído emitido por placas. Dentre eles, pode-se citar o ADV ativo formado por uma camada elástica ativa sob a qual tem-se uma massa distribuída como mostra a Figura 1.18. O funcionamento do ADV se dá por meio da adição de uma excitação ativa junto à camada elástica formando-se então um ADV ativo distribuído. O ADV pode ser ajustado mediante a variação da distribuição de massa e de rigidez ao longo do ADV. O controle ativo se dá por meio de um algoritmo baseado em mínimos quadrados.

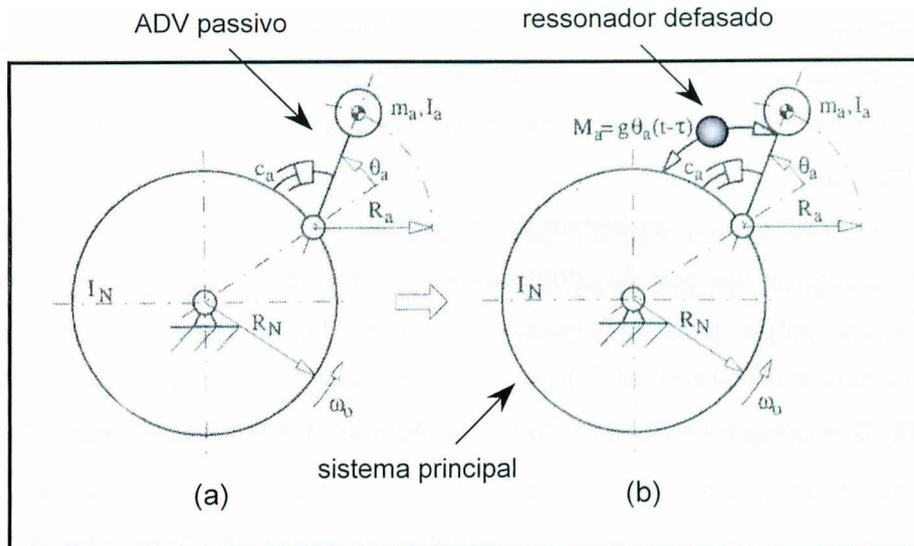


Figura 1.17 – Ressonador Defasado Centrifugo. Ilustração retirada de Olgac *et al.* (1999)(b).

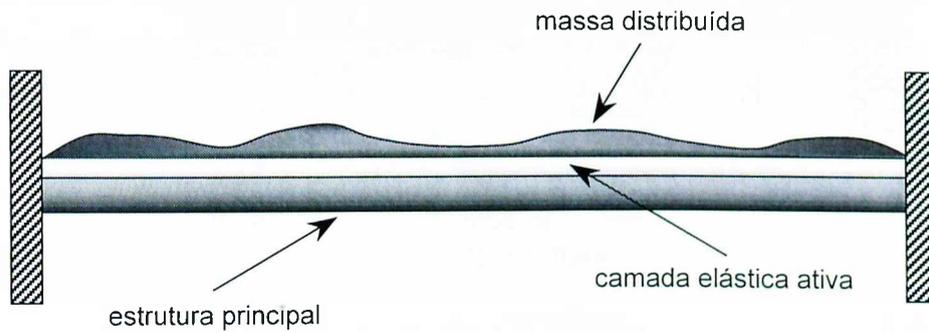


Figura 1.18 – ADV ativo com uma distribuição de massa variada. Ilustração retirada de Marcotte *et al.* (1999).

Lund (1979) investigou a possibilidade do uso de atuadores ativos em conjunto com molas pneumáticas na concepção de um ADV ativo para o controle de vibrações em edifícios esbeltos. A inclusão do elemento ativo aumentou consideravelmente o nível de amortecimento do edifício se comparado à utilização de um ADV passivo.

Samali e Al-Dawod (2003) avaliaram o desempenho de um ADV ativo acoplado a um sistema de vários graus de liberdade, cuja lei de controle é baseada no controlador lógico Fuzzy. A excitação do sistema se dá por meio de simulação de terremotos.

Chang e Soong (1980) e Nishimura *et al.* (1989) propuseram a utilização de ADVs ativos com força de controle baseada na teoria clássica de controle ótimo para o controle de vibrações estruturais.

Mizuno e Araki (1998) avaliaram o uso de um ADV ativo cujos sinais de controle são gerados pelo cálculo da integral da convolução ao invés da solução das equações em espaço de estado. Sinais exógenos sincronizados com a excitação são utilizados na resolução da convolução. O ADV é mostrado na Figura 1.19. Ele consiste de uma haste que oscila em torno do mancal em “o” e um par de atuadores eletromagnéticos agindo sobre a haste.

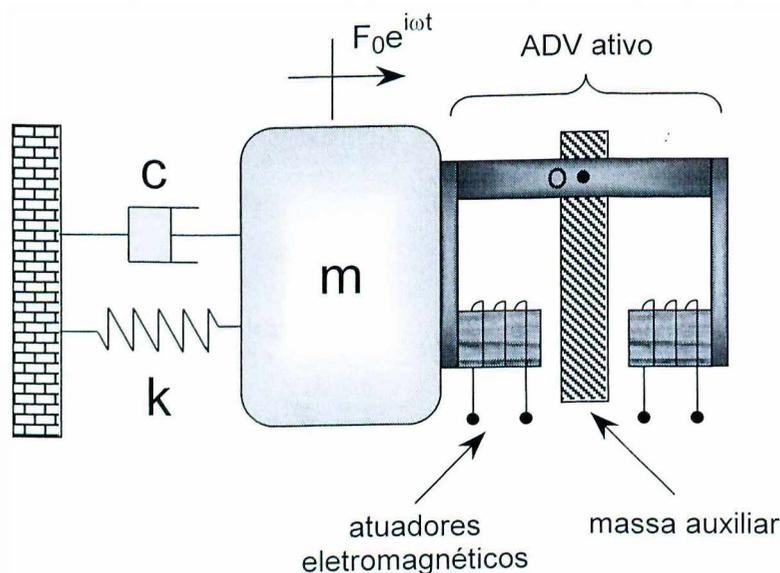


Figura 1.19 – ADV ativo usando atuadores eletromagnéticos. Ilustração retirada de Mizuno e Araki (1998).

Dentre as recentes aplicações dos ADVs ativos e adaptativos destacam-se:

- ADVs híbridos, que ora funcionam como ADV ativo ora como ADV passivo. São geralmente utilizados para atenuar vibrações em edifícios esbeltos (Abe e Igusa, 1996).
- redução dos níveis de ruído e vibração no interior de automóveis, aviões e dutos.
- utilização em sistemas de suspensão automotiva (Ivers e Miller, 1991), (Rengarajan, 1995).

- controle de vibrações em pontes rodoviárias e passarelas para pedestres (Liu *et al.*, 2000).
- controle ativo de vibrações em máquinas ferramenta (Tanaka e Kikushima, 1989).
- construção de amortecedores utilizando fluidos eletroreológicos (Coulter e Duclos, 1989).
- absorvedores de choque para veículos usando fluidos magnetoreológicos (Kelso e Gordaninejad, 1999).

As duas estratégias descritas acima podem ser vistas como técnicas de controle semi-ativo, uma vez que os procedimentos de controle são utilizados para adaptar não a estrutura principal cujas vibrações deseja-se atenuar e sim o ADV que, por sua vez, constitui o elemento principal de absorção de energia vibratória.

O estudo dos ADVs Ativos e Adaptativos justifica-se pela importância tecnológica destes dispositivos, associada à necessidade de se estabelecer uma metodologia de projeto solidamente fundamentada em princípios teóricos.

## Objetivos do Trabalho

O principal objetivo deste trabalho é de se fazer um estudo teórico, numérico e experimental de diferentes configurações de ADVs adaptativos e ativos. Almeja-se especificamente com este trabalho de pesquisa:

- efetuar uma avaliação de diferentes estratégias de controle utilizadas na concepção de ADVs ativos;
- avaliar a viabilidade de projeto e construção de um ADV adaptativo eletromecânico no qual um típico ADV mecânico é substituído por um sistema eletromecânico e um circuito elétrico tipo shunt (circuito RLC);
- avaliar experimentalmente o desempenho das estratégias de controle utilizando um atuador inercial como um ADV Ativo aplicado a estruturas ensaiadas em laboratório;

Este trabalho está dividido em sete capítulos, organizados da seguinte forma:

No Capítulo I são apresentados os comentários introdutórios ao trabalho e uma revisão bibliográfica sobre os absorvedores dinâmicos de vibrações.

O Capítulo II é dedicado aos ADVs passivos mostrando a sua formulação e também técnicas de otimização incluindo a utilização de ADVs de diferentes configurações como os ADVs múltiplos e os contínuos de geometria qualquer. O estudo dos ADVs passivos se justifica pelo fato de que a teoria pertinente a estes dispositivos fundamenta todos os desenvolvimentos posteriores relativos aos ADVs ativos e adaptativos.

O Capítulo III apresenta os ADVs ativos, com suas formulações, aplicabilidade, vantagens com relação aos ADVs passivos, análise de estabilidade e suas leis de controle. São estudadas, neste capítulo, três configurações distintas de ADVs ativos:

- ADV ativo com realimentação dada por uma combinação linear dos sinais de deslocamento, velocidade e aceleração relativos entre o ADV e o sistema primário;
- ADV ativo cuja lei de controle é obtida com a teoria de controle ótimo;
- ADV ativo cuja lei de controle é baseada na teoria proposta por Johnson (1970). Nesta proposta, a excitação harmônica permanente é incluída nas equações de estado do sistema linear. Contudo, caso a excitação seja diferente da excitação para a qual os ganhos do controle foram calculados, a teoria não fornece resultados satisfatórios. Assim, pretende-se utilizar as Redes Neurais Artificiais como forma de se resolver o problema de controle quando se tem uma frequência de excitação variável no tempo.

O Capítulo IV é destinado ao estudo de algumas configurações de ADVs adaptativos com suas formas de auto-adaptação e formas construtivas. Será apresentada uma configuração alternativa a qual substitui um ADV puramente mecânico por um sistema eletromecânico e um circuito elétrico RLC, o qual pode funcionar como um ADV adaptativo mediante a variação controlada nos parâmetros do circuito elétrico.

No Capítulo V são apresentadas diversas simulações numéricas com todas as configurações de ADVs estudadas, com o objetivo de ilustrar os aspectos teóricos pertinentes aos mesmos bem como mostrar as características operacionais destes dispositivos.

No Capítulo VI apresentam-se os resultados obtidos experimentalmente quando utilizou-se de um atuador inercial com acionamento piezelétrico como ADV ativo acoplado a sistemas primários de vários graus de liberdade usando as diferentes estratégias de controle estudadas.

Por fim, o Capítulo VII traz as conclusões finais do trabalho, as contribuições e as propostas de trabalhos futuros.

## CAPÍTULO II

### Teoria dos Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Passivos

#### 2.1 – Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Passivos

Neste capítulo serão abordados os fundamentos teóricos pertinentes aos ADVs passivos. Estes fundamentos constituem a base para o entendimento do princípio de funcionamento destes dispositivos e são também primordiais na concepção dos ADV ativos e adaptativos enfocados nos capítulos seguintes. Desta forma, será discutida a formulação para os ADVs passivos não amortecidos e para os ADVs com amortecimento viscoso, sendo ambos os tipos inicialmente acoplados a estruturas primárias constituídas de sistemas amortecidos e não amortecidos de um grau de liberdade. Em seguida, será discutida a teoria geral considerando o sistema primário modelado como sistemas de vários graus de liberdade, aos quais podem ser associados ADVs simples e múltiplos, além de ADVs contínuos, com ou sem amortecimento viscoso.

##### 2.1.1 – Teoria dos absorvedores dinâmicos não amortecidos aplicados a sistemas primários de um grau de liberdade

Considere-se o sistema vibratório de 1 gdl mostrado na Figura 2.1(a), de massa  $m_1$  e rigidez  $k_1$  sujeito a uma força harmônica de frequência circular constante  $\Omega$ . Afim de reduzir ou anular os níveis de vibrações deste sistema, aqui denominado *Sistema Primário*, acopla-se um sistema vibratório secundário, também de 1 gdl, com massa  $m_2$  e rigidez  $k_2$ . Pretende-se que este sistema secundário funcione como um ADV.

O princípio básico do funcionamento do ADV é baseado no fato que, escolhendo-se adequadamente os valores dos parâmetros  $(m_2, k_2)$ , a resposta harmônica da massa primária  $m_1$  terá amplitude nula quando se verificar a relação  $\Omega = \sqrt{k_2/m_2}$ . Observe-se que  $\sqrt{k_2/m_2}$  corresponde à frequência natural do sistema absorvedor quando conectado diretamente à base fixa, na situação ilustrada na Figura 2.1(b).

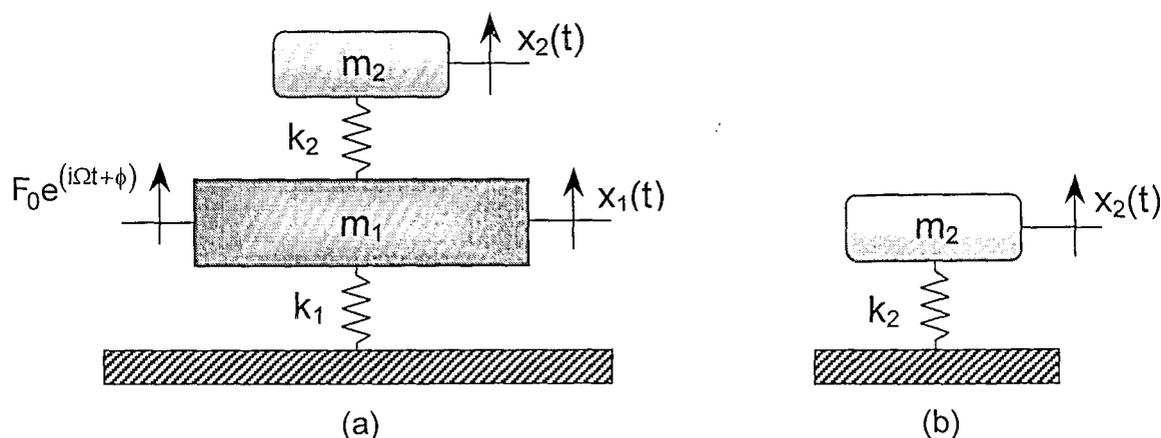


Figura 2.1 – Modelo de uma estrutura primária acoplada a um ADV não amortecido.

Afim de demonstrar este princípio, escrevem-se as equações do movimento do sistema acoplado representado na Figura 2.1(a) na forma matricial:

$$[M] \{\ddot{x}(t)\} + [K] \{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (2.1)$$

onde:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \quad [K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix}$$

$$\{x(t)\} = \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} \quad \{f(t)\} = \begin{Bmatrix} F_0 e^{(i\Omega t + \phi)} \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Pode-se facilmente representar as equações do movimento, equação (2.1), no domínio da frequência (regime harmônico permanente). Desta forma, considerando  $\phi = 0$ , obtêm-se as expressões para as Funções de Resposta em Frequência (FRF) pontuais, tanto para a estrutura primária quanto para o ADV, dadas pelas equações:

$$H_{11}(\Omega) = \frac{X_1(\Omega)}{F_0} = \frac{k_2 - \Omega^2 m_2}{(k_1 - \Omega^2 m_1)(k_2 - \Omega^2 m_2) - m_2 \Omega^2 k_2} \quad (2.2)$$

$$H_{21}(\Omega) = \frac{X_2(\Omega)}{F_0} = \frac{-k_2}{(k_1 - \Omega^2 m_1)(k_2 - \Omega^2 m_2) - m_2 \Omega^2 k_2} \quad (2.3)$$

Os valores absolutos destas FRFs representam as amplitudes de vibração por unidade de força da estrutura primária e do ADV, respectivamente.

Na equação (2.2) pode-se observar que a amplitude da resposta  $X_1$  da estrutura primária anula-se quando  $\Omega^2 = k_2/m_2$ . Isto ocorre quando a frequência de excitação  $\Omega$  coincide com a frequência natural do ADV isolado, conforme Figura 2.1(b). Pode-se ainda afirmar que a este valor de frequência corresponde um zero, ou uma anti-ressonância da FRF  $H_{11}(\omega)$ . Isto comprova a afirmação anteriormente feita a respeito do funcionamento dos ADVs de um grau de liberdade não amortecidos.

Impondo  $X_1 = 0$  em (2.2), tem-se que, para  $\Omega^2 = k_2/m_2$ , a força exercida pelo sistema secundário sobre o sistema primário é dada por:

$$F_0 = k_2 X_2 \quad (2.4)$$

Desta forma, o sistema secundário exerce sobre o sistema primário uma força igual e oposta à força de excitação tendo, como consequência, o equilíbrio deste sistema.

É interessante expressar as equações (2.2) e (2.3) em função de parâmetros adimensionais. Desta forma, pode-se escrever:

$$\left| \frac{X_1}{F_0 k_1^{-1}}(\Omega) \right| = \frac{(g^2 - f_s^2)^2}{\sqrt{[\mu g^2 f_s^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f_s^2)]^2}} \quad (2.5)$$

$$\left| \frac{X_2}{F_0 k_1^{-1}}(\Omega) \right| = \frac{f_s^2}{\sqrt{[\mu g^2 f_s^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f_s^2)]^2}} \quad (2.6)$$

onde:

$\mu = m_2/m_1$  : Razão de massas.

$\omega_1 = \sqrt{k_1/m_1}$  : Frequência natural da Estrutura Primária isolada.

$\omega_2 = \sqrt{k_2/m_2}$  : Frequência natural do ADV isolado.

$g = \Omega/\omega_1$  : Frequência de excitação normalizada.

$f_s = \omega_2/\omega_1$  : Fator de sintonização.

A Figura 2.2 mostra as FRFs tanto para o sistema primário isolado quanto para o sistema acoplado com o ADV sintonizado para a frequência natural do sistema primário, ( $f_s = 1$ ) e razão de massas  $\mu = 0,1$  e na Figura 2.3 tem-se a amplitude de vibração da massa do ADV. Observa-se na Figura 2.2 que com o acoplamento do ADV há total absorção da amplitude de vibração do sistema primário já que o pico de ressonância é substituído por uma anti-ressonância. Porém, com o acoplamento do ADV, surgem dois novos picos de ressonância que correspondem às frequências naturais do sistema de 2 gdl resultante. Estas duas últimas frequências podem ser facilmente determinadas. Para isto, deve-se igualar a zero o denominador das equações (2.5) e (2.6):

$$\mu g^2 f_s^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f_s^2) = 0 \quad (2.7)$$

Particularizando para o caso em que o ADV está sintonizado para a frequência natural do sistema primário ( $f_s = 1$ ), obtém-se a seguinte relação:

$$g_{(1,2)} = 1 + \frac{\mu}{2} \pm \sqrt{\mu + \frac{\mu^2}{4}} \quad (2.8)$$

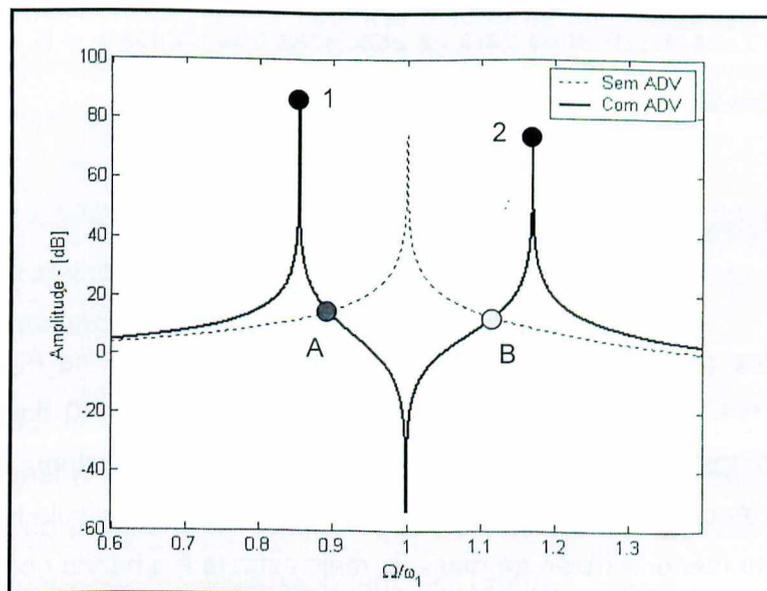


Figura 2.2 – FRF pontual na massa primária para  $\mu = 0,10$  e  $f_s = 1$ .

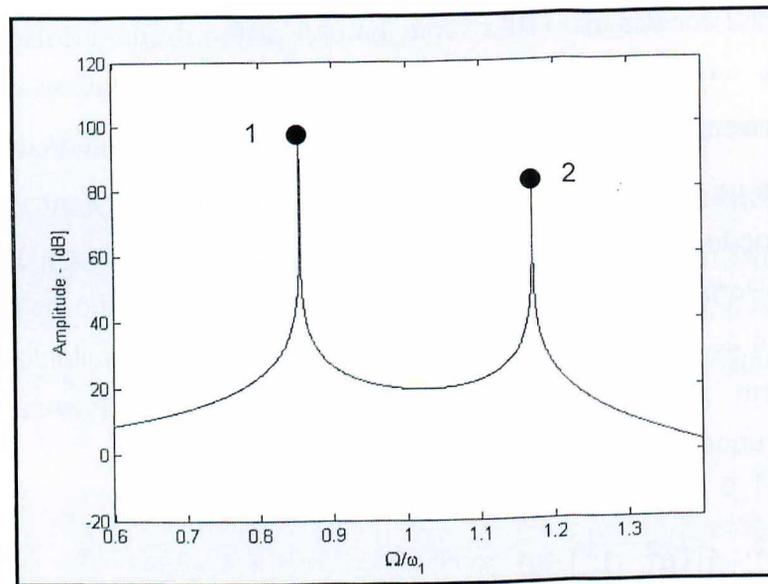


Figura 2.3 – Amplitude de vibração do ADV para  $\mu = 0,10$  e  $f_s = 1$ .

Desta forma é possível prever quais serão as frequências naturais do sistema de dois gdl resultante e assim concluir acerca do comportamento dinâmico do sistema acoplado.

Outro parâmetro relevante que se pode determinar é a banda de frequência delimitada pelos pontos A e B na Figura 2.2, em que o ADV proporciona redução de amplitude. As abscissas dos pontos A e B podem ser determinadas igualando-se a equação (2.5) à expressão para a FRF do sistema primário sem ADV. Desta forma, particularizando para o caso em que  $f_s = 1$ , as expressões para as abscissas dos pontos A e B, em função da razão de massas, se escrevem:

$$g_{(A,B)} = \frac{1}{4} \left( \sqrt{2\mu + 16} \pm \sqrt{2\mu} \right) \quad (2.9)$$

As equações (2.8) e (2.9) são apresentadas graficamente na Figura 2.4. Como um exemplo, nota-se que a utilização de um ADV de massa igual a 1/10 da massa da estrutura primária provoca o aparecimento de duas frequências naturais do sistema acoplado em 0,85 e 1,17 vezes a frequência natural da estrutura primária, considerada isoladamente. Observa-se também que quanto menor a razão de massas, mais estreita é a banda operacional do ADV.

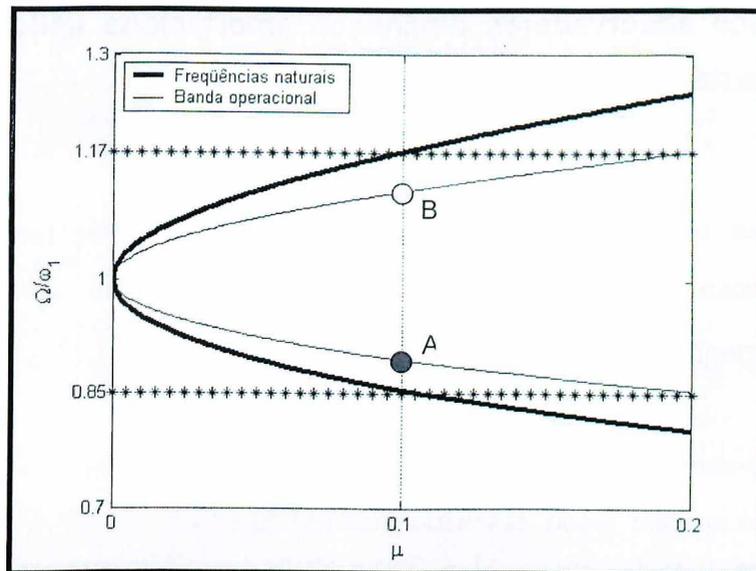


Figura 2.4 – Variação das frequências naturais do sistema acoplado em função de  $\mu$ .

Os ADVs não amortecidos são eficientes quando a frequência de excitação for essencialmente constante, hipótese esta dificilmente verificada na prática. Conforme observado na Figura 2.2, pequenas variações da frequência de excitação podem conduzir a reduções significativas da capacidade de atenuação do absorvedor. Além disso, dois picos de ressonância, apresentando amplitudes de vibração elevadas, continuam a existir nas vizinhanças da frequência natural da estrutura primária.

O projeto ótimo de ADVs deve, objetivar a máxima atenuação de vibrações em uma dada banda de frequências em torno de uma frequência de sintonização nominal. Este objetivo pode ser atingido empregando duas estratégias distintas:

- a) Uso de ADVs ativos e adaptativos, cujos parâmetros podem ser contínua e automaticamente variados para garantir, a cada instante, a sintonização com o valor corrente da frequência de excitação (Sun *et al.*, 1995);
- b) Introdução de mecanismos de dissipação de energia (amortecimento) no ADV. O amortecimento desempenha ainda a importante função de limitar as amplitudes de vibração do próprio absorvedor, o que permite atender às restrições de projeto e limitar as tensões de fadiga (Dimarogonas, 1996).

A segunda estratégia é sumarizada a seguir. Apresenta-se a teoria dos absorvedores de um grau de liberdade com amortecimento viscoso (Den Hartog, 1956), (Frahm, 1911), a qual despreza o amortecimento da estrutura primária.

### 2.1.2 – Teoria dos absorvedores dinâmicos amortecidos aplicados a sistemas primários de um grau de liberdade

Considere-se o sistema representado na Figura 2.5 onde tem-se um ADV com amortecimento viscoso  $(m_2, c_2, k_2)$ , acoplado à estrutura primária não amortecida  $(m_1, k_1)$ . As equações do movimento na forma matricial escrevem-se:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (2.10)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \quad [C] = \begin{bmatrix} c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \quad [K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix}$$

onde:

$$\{x(t)\} = \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} \quad \{f(t)\} = \begin{Bmatrix} F_0 e^{i(\Omega t + \phi)} \\ 0 \end{Bmatrix}$$

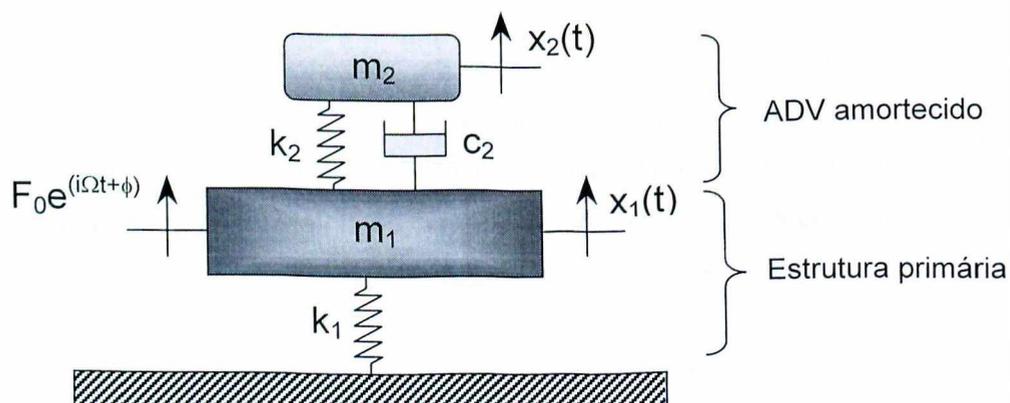


Figura 2.5 – Sistema primário acoplado a um ADV com amortecimento viscoso.

As amplitudes de vibração em regime harmônico permanente, considerando  $\phi = 0$ , são expressas em termos de parâmetros adimensionais segundo (Dimarogonas, 1996):

$$\left| \frac{X_1}{F_0 k_1^{-1}}(\Omega) \right| = \sqrt{\frac{(2\zeta g)^2 + (g^2 - f_s^2)^2}{(2\zeta g)^2 (g^2 - 1 + \zeta g^2)^2 + [\zeta f_s^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f_s^2)]^2}} \quad (2.11)$$

$$\left| \frac{X_2}{F_0 k_1^{-1}}(\Omega) \right| = \sqrt{\frac{(2\zeta g)^2 + (f_s^2)^2}{(2\zeta g)^2 (g^2 - 1 + \zeta g^2)^2 + [\zeta f_s^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f_s^2)]^2}} \quad (2.12)$$

onde  $\zeta = c_2/2m_2\omega_1$  é o fator de amortecimento do ADV.

Na Figura 2.6 nota-se a influência do fator de amortecimento na resposta do sistema. Verifica-se que, em comparação com os ADVs não amortecidos, a introdução do amortecimento no ADV permite obter amplitudes menores em uma banda de frequências mais larga, em torno de  $\Omega/\omega_1 = 1$ . Pode-se também observar, nesta mesma figura, que todas as curvas interceptam-se nos pontos P e Q que são chamados *Pontos Invariantes*.

Cabe ainda salientar que o fator de amortecimento influencia o grau de achatamento da curva de resposta e que quando se utiliza um amortecimento muito grande, tendendo a um valor infinito, as duas massas são virtualmente ligadas entre si. Neste caso, tem-se essencialmente um sistema de um grau de liberdade com massa  $m_1 + m_2$ .

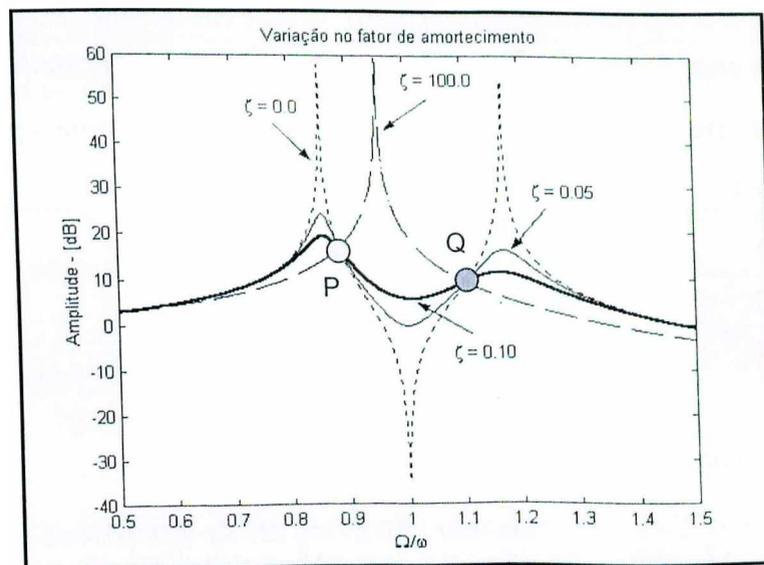


Figura 2.6 – FRFs pontuais da massa  $m_1$ , para diferentes valores do amortecimento do ADV.

De acordo com Brock (1946) e Den Hartog (1956) é possível obter um ADV com os parâmetros  $f_s$  e  $\zeta$  otimizados que conduzem a mínimas amplitudes da FRF, explorando a existência dos pontos invariantes. O conjunto ótimo de parâmetros  $(f_{ot}, \zeta_{ot})$  é aquele que conduz aos dois pontos invariantes posicionados a uma mesma altura, com a curva de

resposta possuindo inclinação nula em ambos os pontos, como mostrado na Figura 2.7.

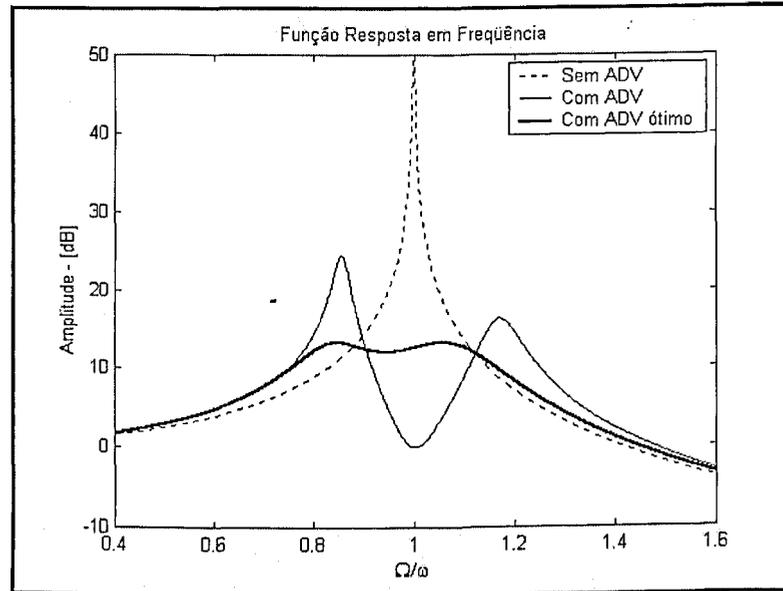


Figura 2.7 – Otimização pelo método dos Picos Iguais ( $\mu = 0.1$ ).

Para determinar a posição dos pontos invariantes deve-se retornar à equação (2.11) para verificar se existem valores de  $g$  para os quais  $X_1/Fk_1^{-1}$  torna-se independente de  $\zeta$ . Para tanto, a equação (2.11) é escrita sob a forma:

$$\frac{X_1}{Fk_1^{-1}} = \frac{\sqrt{C\zeta^2 + D}}{\sqrt{R\zeta^2 + Z}} \quad (2.13)$$

que é independente do amortecimento quando  $C/R = D/Z$ , ou seja:

$$\left( \frac{1}{g^2 - 1 + \mu g^2} \right)^2 = \left( \frac{g^2 - f_s^2}{\mu f_s^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f_s^2)} \right)^2 \quad (2.14)$$

O desenvolvimento de (2.14) conduz à seguinte equação bi-quadrada:

$$g^4 - 2g^2 \frac{1 + f_s^2 + \mu f_s^2}{2 + \mu} + \frac{2f_s^2}{2 + \mu} = 0, \quad (2.15)$$

cujas soluções positivas dão os valores das abscissas dos pontos invariantes P e Q que são funções de  $\mu$  e  $f_s$ . Lembrando que em P e Q a amplitude de vibração independe do amortecimento, pode-se selecionar um valor de  $\zeta$  que reduza a equação (2.15) a uma forma mais simples. Isto ocorre quando  $\zeta = \infty$ . Neste caso, tem-se que:

$$\frac{X_1}{F_0 k_1^{-1}} = \frac{1}{1 - g^2(1 + \mu)} \quad (2.16)$$

Considerando que as amplitudes são grandezas positivas e que quando  $g^2 < 1/(1 + \mu)$  o denominador da equação (2.16) é negativo, toma-se para a primeira raiz  $g_P$  o sinal negativo e para a segunda raiz  $g_Q$  o valor positivo. Impondo a condição de mesma amplitude para os dois pontos chega-se à seguinte expressão:

$$\frac{1}{1 - g_P^2(1 + \mu)} = -\frac{1}{1 - g_Q^2(1 + \mu)} \quad (2.17)$$

$$g_P^2 + g_Q^2 = \frac{2}{1 + \mu} \quad (2.18)$$

Não é necessário resolver a equação (2.15), pois o coeficiente de  $g^2$  na equação quadrática é igual à soma das raízes. Logo:

$$g_P^2 + g_Q^2 = \frac{2(1 + f_s^2 + \mu f_s^2)}{2 + \mu} \quad (2.19)$$

Desta forma, substituindo (2.19) em (2.18), tem-se:

$$f_{ot} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (2.20)$$

A equação acima fornece a sintonização ótima em função da razão de massas. Falta determinar o fator de amortecimento ótimo, que juntamente com a equação (2.20) fornecerá uma curva de resposta que terá inclinação nula nos pontos invariantes.

O valor deste fator de amortecimento pode ser obtido partindo da equação (2.18) e

introduzindo nesta a equação (2.20). Em seguida, deriva-se a equação resultante em relação a  $\mu$ , encontrando-se assim a sua inclinação, que é então igualada a zero para cada um dos pontos invariantes. Este procedimento conduz a duas expressões distintas para o fator de amortecimento ótimo:

$$(\zeta_{ot})_P^2 = \frac{\mu(3 - \sqrt{\mu/(\mu + 2)})}{8(1 + \mu)^3} \quad (2.21)$$

$$(\zeta_{ot})_Q^2 = \frac{\mu(3 + \sqrt{\mu/(\mu + 2)})}{8(1 + \mu)^3} \quad (2.22)$$

Den Hartog (1956) propõe adotar um valor médio entre os dois valores acima, assim:

$$\zeta_{ot} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)^3}} \quad (2.23)$$

Conforme demonstram Randall *et al.* (1981), quando se considera o amortecimento na estrutura primária, os pontos invariantes não existem (ver Figura 2.8), e o método de otimização descrito acima não mais se aplica. Neste caso, deve-se proceder à minimização da máxima amplitude da resposta em frequência da massa primária empregando técnicas numéricas de otimização (Cunha Jr., 1999).

A teoria clássica até aqui apresentada leva em consideração o uso de um único absorvedor em uma estrutura primária de 1 gdl. Contudo, na maioria das aplicações práticas, os sistemas primários são constituídos de máquinas e estruturas que são mais convenientemente modeladas como sistemas discretos de vários gdl ou ainda como sistemas de parâmetros distribuídos (sistemas contínuos). Além disso, com o intuito de promover a atenuação das vibrações em diferentes bandas de frequências descontínuas, é interessante o acoplamento de vários ADVs, simultaneamente. Tal é o caso, por exemplo, nas seguintes situações:

- a) O sistema primário é excitado simultaneamente por diferentes fontes independentes, cada uma delas gerando vibrações harmônicas a uma dada frequência;
- b) A estrutura primária é excitada por uma fonte única que gera vibrações periódicas com um certo número de componentes harmônicas dominantes.

Esta análise requer o uso de uma teoria mais geral, que é abordada a seguir.

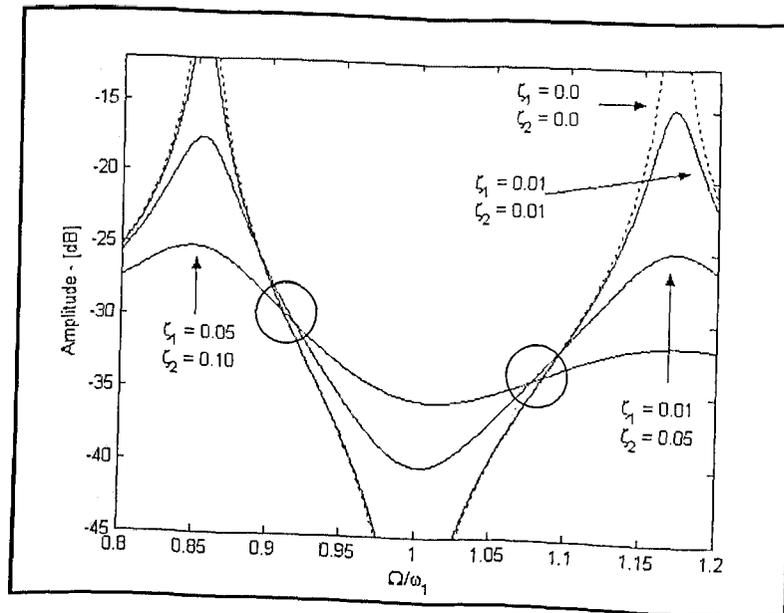


Figura 2.8 – FRF para o sistema primário e ADVs amortecidos.

### 2.1.3 – Teoria modal para o projeto ótimo de ADVs simples e múltiplos amortecidos aplicados a sistemas primários de vários gdl

A teoria aqui apresentada foi desenvolvida por Cunha Jr. (1999) a partir de uma teoria específica para sistemas primários de vários gdl, de geometria simples (vigas, placas e cascas cilíndricas), desenvolvida por Warburton e Ayorinde (1980).

Considere-se a estrutura primária da Figura 2.9 representada pelas matrizes de inércia  $[M]$  e rigidez  $[K]$ , sendo excitada por uma força harmônica  $F(t)$  na coordenada  $x_f$ .

A esta estrutura acopla-se um ADV passivo amortecido  $(m_2, c_2, k_2)$  conectado à coordenada  $x_c$ .

Admite-se, por hipótese, que a resposta dinâmica do conjunto seja dominada por apenas um modo de vibração e que a massa do ADV seja suficientemente pequena, de modo que as frequências naturais e modos da estrutura primária não sejam significativamente alterados pela conexão do ADV.

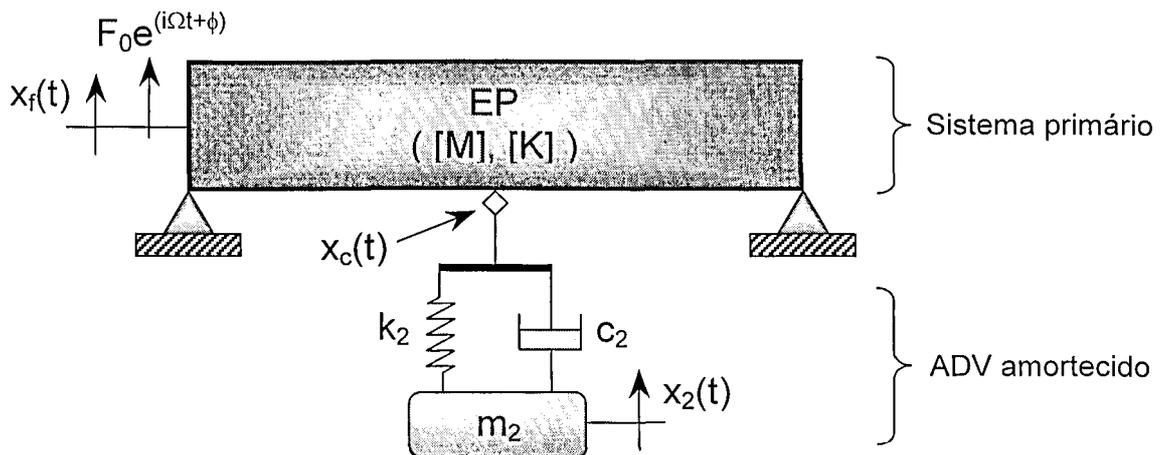


Figura 2.9 – Esquema do sistema primário acoplado a um ADV amortecido.

Desta forma, a resposta do sistema primário pode ser expressa sob a forma:

$$\{x_{\sigma}(t)\} = \{\Psi_{\sigma}\} q_{\sigma}(t) \quad (2.24a)$$

$$\{\dot{x}_{\sigma}(t)\} = \{\Psi_{\sigma}\} \dot{q}_{\sigma}(t) \quad (2.24b)$$

onde  $\{\Psi_{\sigma}\}$  é o autovetor associado ao  $\sigma$ -ésimo modo de vibração do sistema primário sem o ADV e  $q_{\sigma}(t)$  é a correspondente coordenada modal generalizada. Assim, tem-se:

$$x_{of}(t) = \Psi_{of} q_{\sigma}(t) \quad (2.25a)$$

$$x_{oc}(t) = \Psi_{oc} q_{\sigma}(t) \quad (2.25b)$$

onde  $\Psi_{of}$  e  $\Psi_{oc}$  são as componentes do autovetor  $\{\Psi_{\sigma}\}$  correspondentes às coordenadas onde a força excitadora é aplicada  $f$  e onde o ADV é conectado  $c$ , respectivamente.

Os autovetores do sistema primário possuem a propriedade de ortogonalidade com respeito às matrizes de massa e de rigidez. Admite-se que sejam normalizados de modo a satisfazerem:

$$\{\Psi_\sigma\}^T [M] \{\Psi_\sigma\} = M_\sigma \quad (2.26a)$$

$$\{\Psi_\sigma\}^T [K] \{\Psi_\sigma\} = M_\sigma \omega_\sigma^2 \quad (2.26b)$$

onde  $M_\sigma$  é a massa generalizada do sistema primário e  $\omega_\sigma$  é sua  $\sigma$ -ésima frequência natural.

A energia cinética associada ao sistema acoplado pode ser escrita como:

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{x}_\sigma(t)\}^T [M] \{\dot{x}_\sigma(t)\} + \frac{1}{2} m_2 \dot{x}_2^2(t) \quad (2.27)$$

Introduzindo (2.24a) em (2.27) e fazendo uso de (2.26a), obtém-se:

$$T = \frac{1}{2} M_\sigma \dot{q}_\sigma^2(t) + \frac{1}{2} m_2 \dot{x}_2^2(t) \quad (2.28)$$

De forma análoga, escreve-se a energia de deformação do sistema acoplado:

$$V = \frac{1}{2} \{x_\sigma(t)\}^T [K] \{x_\sigma(t)\} + \frac{1}{2} k_2 [x_2(t) - x_{\sigma c}(t)]^2 \quad (2.29a)$$

$$V = \frac{1}{2} M_\sigma \omega_\sigma^2 q_\sigma^2(t) + \frac{1}{2} k_2 [x_2(t) - \Psi_{\sigma c} q_\sigma(t)]^2 \quad (2.29b)$$

A função de dissipação de Rayleigh para o sistema acoplado é dada por:

$$F = \frac{1}{2} c_2 [\dot{x}_2(t) - \dot{x}_{\sigma c}(t)]^2 \quad (2.30a)$$

$$F = \frac{1}{2} c_2 [\dot{x}_2(t) - \Psi_{\sigma c} \dot{q}_\sigma(t)]^2 \quad (2.30b)$$

O trabalho virtual associado à força excitadora é dado pelas expressões:

$$\delta W^{nc} = F_0 e^{i\Omega t} \delta x_{\sigma f} = F_0 e^{i\Omega t} \Psi_{\sigma f} \delta q_{\sigma} \quad (2.31a)$$

$$\delta W^{nc} = Q_{\sigma} \delta q_{\sigma} + Q_2 \delta x_2, \quad (2.31b)$$

donde resultam as forças generalizadas:

$$Q_{\sigma} = F_0 e^{i\Omega t} \Psi_{\sigma f} \quad (2.32a)$$

$$Q_2 = 0 \quad (2.32b)$$

As equações do movimento do sistema composto são obtidas empregando as equações de Lagrange (Meirovitch, 1975):

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_{\sigma}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_{\sigma}} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_{\sigma}} = Q_{\sigma} \quad (2.33a)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_2} + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}_2} = Q_2 \quad (2.33b)$$

onde:  $L = T - V$ .

Substituindo as equações (2.28), (2.29b), (2.30b) e (2.32) em (2.33.a) e (2.33.b), obtêm-se as equações do movimento para o sistema acoplado na forma matricial:

$$[\tilde{M}] \{\ddot{\tilde{x}}(t)\} + [\tilde{C}] \{\dot{\tilde{x}}(t)\} + [K] \{\tilde{x}(t)\} = \{\tilde{f}(t)\} \quad (2.34)$$

onde:

$$[\tilde{M}] = \begin{bmatrix} M_{\sigma} & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \quad [\tilde{C}] = \begin{bmatrix} c_2 \Psi_{\sigma c}^2 & -c_2 \Psi_{\sigma c} \\ -c_2 \Psi_{\sigma c} & c_2 \end{bmatrix} \quad [\tilde{K}] = \begin{bmatrix} M_{\sigma} \omega_{\sigma}^2 + k_2 \Psi_{\sigma c}^2 & -k_2 \Psi_{\sigma c} \\ -k_2 \Psi_{\sigma c} & k_2 \end{bmatrix}$$

$$\{\tilde{x}(t)\} = \begin{Bmatrix} q_{\sigma} \\ x_2 \end{Bmatrix} \quad \{\tilde{f}(t)\} = \begin{Bmatrix} \Psi_{\sigma f} F_0 e^{i\Omega t} \\ 0 \end{Bmatrix}$$

São agora introduzidos os conceitos de *massa e rigidez efetivas*. A massa efetiva ( $M_{ef}$ ) do sistema primário é definida como sendo a massa que, quando colocada na coordenada de conexão do ADV, resulta na mesma energia cinética que o sistema primário possui quando vibra em seu  $\sigma$ -ésimo modo natural. Desta forma, escreve-se:

$$\frac{1}{2} M_{ef} \dot{x}_{\sigma c}^2(t) = \frac{1}{2} \{\dot{x}_{\sigma}(t)\}^T [M] \{\dot{x}_{\sigma}(t)\} \quad (2.35)$$

$$M_{ef} \Psi_{\sigma c}^2 \dot{q}_{\sigma}^2(t) = [\Psi_{\sigma}]^T [M] [\Psi_{\sigma}] \dot{q}_{\sigma}^2(t) \quad (2.36)$$

$$M_{ef} = \frac{M_{\sigma}}{\Psi_{\sigma c}^2} \quad (2.37)$$

A rigidez efetiva ( $K_{ef}$ ) é definida como sendo a rigidez que, quando colocada no ponto de conexão do ADV, resulta na mesma energia de deformação que o sistema primário possui quando este vibra em seu  $\sigma$ -ésimo modo natural. Assim, tem-se:

$$\frac{1}{2} k_{ef} x_{\sigma c}^2(t) = \frac{1}{2} \{x_{\sigma}(t)\}^T [K] \{x_{\sigma}(t)\} \quad (2.38)$$

$$K_{ef} \Psi_{\sigma c}^2 q_{\sigma}^2(t) = \{\Psi_{\sigma}\}^T [K] \{\Psi_{\sigma}\} q_{\sigma}^2 \quad (2.39)$$

$$k_{ef} = \frac{M_{\sigma} \omega_{\sigma}^2}{\Psi_{\sigma c}^2} \quad (2.40)$$

Retornando ao sistema (2.34), as respostas em regime harmônico permanente associadas às coordenadas  $q_{\sigma}(t)$  e  $x_2(t)$  são dadas pelas expressões:

$$\begin{cases} q_{\sigma}(t) = Q_{\sigma} e^{i\Omega t} \\ x_2(t) = X_2 e^{i\Omega t} \end{cases} \quad (2.41)$$

com:

$$\frac{Q_\sigma}{F_0}(\Omega) = \frac{\Psi_{\text{of}}(k_2 - m_2\Omega^2 + i\Omega c_2)}{\Psi_{\text{oc}}^2 \left\{ \left[ M_{\text{ef}}(\omega_\sigma^2 - \Omega^2) + k_2 + i\Omega c_2 \right] (k_2 - m_2\Omega^2 + i\Omega c_2) - (k_2 + i\Omega c_2)^2 \right\}} \quad (2.42)$$

São definidos os seguintes parâmetros adimensionais:

$$\begin{aligned} \mu_{\text{ef}} = m_2/M_{\text{ef}} & : \text{razão de massas.} \\ g = \Omega/\omega_\sigma & : \text{freqüência normalizada.} \\ f_s = \omega_2/\omega_\sigma & : \text{fator de sintonização.} \\ \zeta_2 = c_2/2m_2\omega_\sigma & : \text{fator de amortecimento do ADV.} \end{aligned}$$

Após manipulações algébricas, a equação (2.42) é expressa da seguinte forma, em termos dos parâmetros adimensionais:

$$\left| \frac{Q_\sigma}{F_0 k_{\text{ef}}^{-1}}(\Omega) \right| = \Psi_{\text{of}} \sqrt{\frac{(2\zeta_2 g)^2 + (g^2 - f_s^2)^2}{(2\zeta_2 g)^2 (g^2 - 1 + \mu_{\text{ef}} g^2)^2 + [\mu_{\text{ef}} f_s^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f_s^2)]^2}} \quad (2.43)$$

A amplitude de vibração harmônica em um ponto  $i$  qualquer do sistema primário é:

$$|X_i| = \Psi_{\text{oi}} |Q_\sigma| \quad (2.44)$$

Levando em conta (2.43), obtém-se:

$$\left| \frac{X_i}{F_0 k_{\text{ef}}^{-1}}(\Omega) \right| = \Psi_{\text{oi}} \Psi_{\text{of}} \sqrt{\frac{(2\zeta_2 g)^2 + (g^2 - f_s^2)^2}{(2\zeta_2 g)^2 (g^2 - 1 + \mu_{\text{ef}} g^2)^2 + [\mu_{\text{ef}} f_s^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f_s^2)]^2}} \quad (2.45)$$

Comparando as equações (2.45) e (2.12), observa-se, em ambas, a mesma dependência em relação à freqüência de excitação e aos demais parâmetros. Assim, fazendo corresponder os parâmetros  $\zeta \leftrightarrow \zeta_2$  e  $\mu \leftrightarrow \mu_{\text{ef}}$  nestas duas equações, a análise já

apresentada para os sistemas primários de 1 gdl, na Seção 2.3, pode ser estendida a estruturas primárias de vários graus de liberdade, considerando cada um de seus modos individualmente. Esta extensão inclui, em particular, a existência dos pontos invariantes e os parâmetros ótimos do ADV acoplado a sistemas primários de vários gdl são dados por:

$$f_{ot} = \frac{1}{1 + \mu_{ef}} \quad (2.46)$$

$$\zeta_{2ot} = \sqrt{\frac{3\mu_{ef}}{8(1 + \mu_{ef})^3}} \quad (2.47)$$

A teoria dos ADVs desenvolvida até este ponto, pode ser estendida para o caso de acoplamento de múltiplos ADVs simultaneamente ao sistema primário. De acordo com Cunha Jr (1999) é possível a conexão simultânea de um conjunto de ADVs independentes à coordenada de conexão, cada um deles sintonizados com uma das frequências de excitação, conforme ilustrado na Figura 2.10. Neste caso, as frequências naturais da estrutura secundária são dadas pelas frequências naturais dos subsistemas de um grau de liberdade, considerados independentemente, ou seja:  $\omega_{n1} = \sqrt{k_1/m_1} \dots \omega_{nn} = \sqrt{k_n/m_n}$ . Esta configuração é válida, independentemente do fato de se todos os subsistemas estarem acoplados a uma mesma coordenada de conexão, ou em coordenadas distintas.

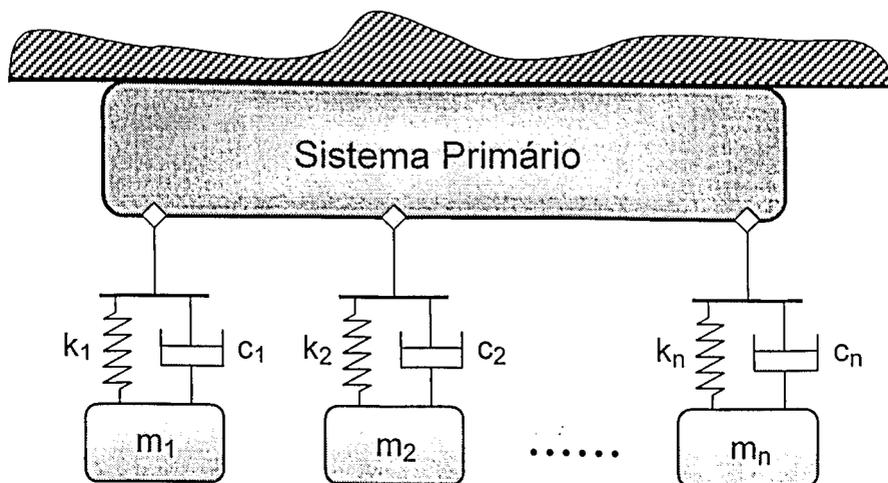


Figura 2.10 – Sistema primário acoplado a vários ADVs passivos simultaneamente.

## CAPÍTULO III

### Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Ativos

Este capítulo traz um estudo acerca dos *Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Ativos*. É mostrada toda a formulação pertinente a estes dispositivos, suas vantagens e desvantagens em relação aos ADVs passivos, análise de estabilidade, assim como três estratégias de controle distintas que serão validadas numérica e experimentalmente nos capítulos seguintes.

#### 3.1 – Introdução aos absorvedores dinâmicos de vibrações ativos

Como foi evidenciado no Capítulo II, há uma restrição quanto à utilização dos ADVs passivos, uma vez que estes dispositivos tendem a perder a sua eficiência quando se tem uma força excitadora harmônica cuja frequência de atuação difere, mesmo que em pequena ordem, da frequência para a qual o ADV foi sintonizado. Esta restrição é devida à dificuldade de promover a variação dos parâmetros físicos do ADV passivo (massa e/ou rigidez e/ou amortecimento), de forma a sintonizá-lo de acordo com a frequência da força excitadora, o que pode acarretar em níveis de vibrações maiores que antes do acoplamento do ADV passivo.

Com o intuito de resolver este problema, uma estratégia que vêm sendo empregada é a utilização dos chamados *Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Ativos*.

Diferentemente dos absorvedores passivos, os ADVs ativos podem ser automaticamente ajustados para atenuar os níveis de vibrações para diferentes valores da frequência de excitação. Estes dispositivos possuem um atuador (elemento ativo), localizado entre a massa primária e a massa do absorvedor, o qual aplica uma força de controle  $u(t)$  computada segundo uma apropriada lei de controle (Figura 3.1). Assim, introduzindo a força de controle, é possível ajustar o ADV para atuar dentro de uma banda de frequências relativamente grande, sem que seja necessária a modificação de algum parâmetro passivo tal como a massa, a rigidez ou o amortecimento do ADV.

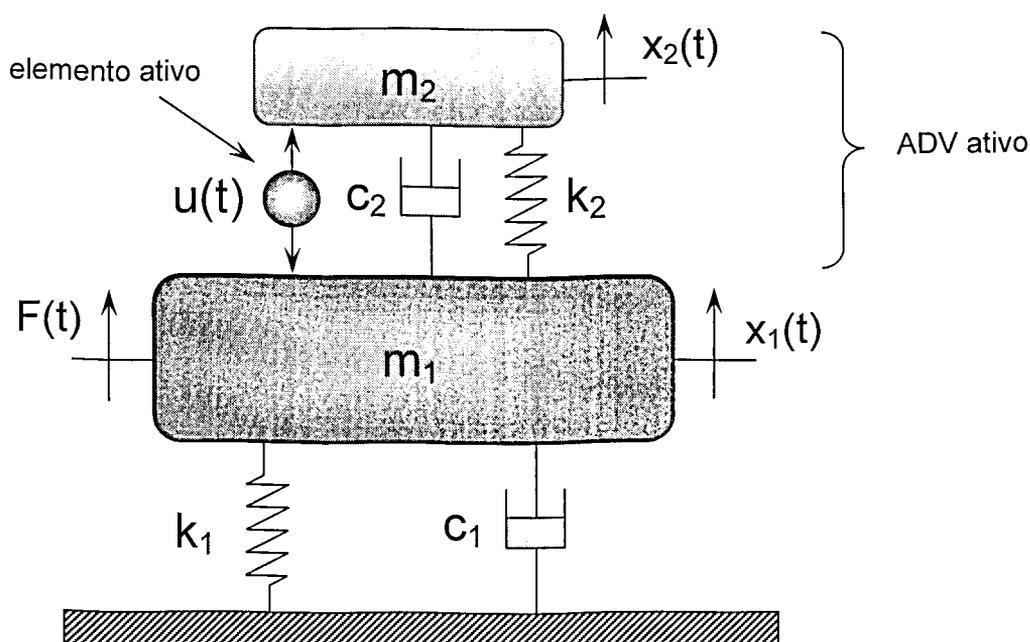


Figura 3.1 – Absorvedor dinâmico ativo acoplado ao sistema primário.

Apesar das vantagens obtidas quando da utilização dos ADVs ativos em relação aos passivos, deve-se dar uma atenção especial ao problema da instabilidade que estes dispositivos podem causar ao sistema.

Stephens *et al.* (1991) propõem uma configuração de ADV ativo cujo elemento ativo é realimentado por uma combinação dos sinais de velocidade e aceleração absolutas do sistema primário. Contudo, esta configuração somente possibilita a sintonização do ADV dentro de uma faixa de frequência limitada.

Olgac e Holm-Hansen (1995) avaliaram numérica e experimentalmente um novo conceito de ADV ativo denominado Ressonador Defasado que utiliza um atuador realimentado tanto com o sinal de deslocamento absolutos quanto relativo da massa do absorvedor, defasado no tempo.

No que segue, será apresentada uma avaliação detalhada de três diferentes estratégias de controle a serem utilizadas na concepção de ADVs ativos. São elas:

- ADV ativo com realimentação dada por uma combinação linear dos sinais de deslocamento, velocidade e aceleração relativos entre a massa do ADV e o sistema primário;
- ADV ativo cuja lei de controle é derivada da teoria de controle ótimo;

- ADV ativo cuja lei de controle é gerada por uma associação entre as Redes Neurais Artificiais e a teoria proposta por Johnson (1970), a qual incorpora a excitação harmônica nas equações de estado do sistema. Assim, as Redes Neurais fazem mapeamento entre as frequências de excitação e os ganhos ótimos do controlador.

Nos Capítulos V e VI são mostrados os resultados das avaliações numéricas e experimentais das configurações acima citadas.

### 3.2 – ADV ativo com realimentação em deslocamento, velocidade e aceleração

Aqui, examina-se um ADV ativo cuja força de controle é expressa como uma combinação linear dos sinais de deslocamento, velocidade e aceleração relativos da massa do ADV em relação à massa do sistema primário. Inicialmente será apresentada a formulação para o caso de um ADV ativo utilizando medidas relativas acoplado a um sistema primário de 1 gdl. Em seguida, tem-se o ADV acoplado a um sistema primário de vários gdl, no qual será abordada a utilização da teoria modal apresentada no Capítulo II. É feita uma generalização onde vários ADVs são acoplados a sistemas de vários gdl.

#### 3.2.1 – ADV ativo com realimentação em deslocamento, velocidade e aceleração relativa entre a massa do ADV e o sistema primário de um grau de liberdade

Considere-se o sistema mostrado na Figura 3.1. O sistema primário ( $m_1$ ,  $c_1$ ,  $k_1$ ) é excitado por uma força harmônica dada por  $F(t) = F_0 e^{i\Omega t}$ . A este sistema é acoplado um ADV de 1 grau de liberdade ( $m_2$ ,  $c_2$ ,  $k_2$ ) contendo um elemento ativo que exerce uma força dada por uma combinação dos sinais de deslocamento, velocidade e aceleração relativos entre a massa do ADV e o sistema primário, que pode ser escrita como:

$$u(t) = -[\alpha(\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1) + \beta(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + \gamma(x_2 - x_1)] \quad (3.1)$$

onde  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  são os *ganhos de realimentação* em aceleração, velocidade e deslocamento, respectivamente (Cunha Jr e Rade, 2002), (Marques *et al.*, 2001).

Para o sistema de dois graus de liberdade em questão, as equações do movimento na forma matricial são dadas por:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{F(t)\} \quad (3.2)$$

onde:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 + \alpha & -\alpha \\ -\alpha & m_2 + \alpha \end{bmatrix} \quad [C] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 + \beta & -(c_2 + \beta) \\ -(c_2 + \beta) & c_2 + \beta \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 + \gamma & -(k_2 + \gamma) \\ -(k_2 + \gamma) & k_2 + \gamma \end{bmatrix} \quad \{x(t)\} = \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} \quad \{F(t)\} = \begin{Bmatrix} F_0 e^{i\Omega t} \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Pode-se observar, nas matrizes acima, que os parâmetros  $\beta$  e  $\gamma$  aparecem como coeficientes de amortecimento e rigidez acrescentados aos elementos passivos do absorvedor, permitindo aumentar ou diminuir o valor efetivo destes parâmetros. Esta interpretação não se aplica ao parâmetro  $\alpha$  uma vez que ele intervém também nos termos fora da diagonal da matriz de inércia do sistema, o que descaracteriza sua atuação como simples acréscimo à massa do ADV.

A equação característica para o sistema de 2 gdl é expressa no domínio de Laplace como se segue:

$$a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4 = 0 \quad (3.3)$$

onde:

$$\begin{cases} a_0 = m_2 \alpha + m_1 (m_2 + \alpha) \\ a_1 = (m_1 + m_2)(c_2 + \beta) + c_1 (m_2 + \alpha) \\ a_2 = k_1 (m_2 + \alpha) + c_1 (c_2 + \beta) + (k_2 + \gamma)(m_1 + m_2) \\ a_3 = c_1 (k_2 + \gamma) + k_1 (c_2 + \beta) \\ a_4 = k_1 (k_2 + \gamma) \end{cases}$$

Considerando um regime harmônico permanente, obtém-se a seguinte FRF pontual  $H_{11}(\Omega)$  para o sistema primário a partir da equação (3.2):

$$H_{11}(\Omega) = \frac{-(m_2 + \alpha) \Omega^2 + (c_2 + \beta) i\Omega + k_2 + \gamma}{a_0 \Omega^4 - a_1 i \Omega^3 - a_2 \Omega^2 + a_3 i \Omega + a_4} \quad (3.4)$$

Considerando o caso particular de um ADV não amortecido e sem realimentação em velocidade ( $c_2 = \beta = 0$ ), pode-se observar que a FRF possui um zero, ou uma anti-ressonância, para a frequência  $\Omega$  dada por:

$$\Omega = \sqrt{\frac{k_2 + \gamma}{m_2 + \alpha}} \quad (3.5)$$

A frequência dada pela equação acima é a frequência natural do ADV ativo com realimentação em deslocamento e aceleração. Desta forma, é possível cancelar as vibrações harmônicas a uma dada frequência  $\Omega$ , simplesmente obtendo os valores para os ganhos em realimentação em aceleração ( $\alpha$ ) e deslocamento ( $\gamma$ ) que satisfaçam a equação (3.5).

Considerando o caso de um ADV ativo com realimentação completa de deslocamento, velocidade e aceleração conectado ao sistema primário não amortecido ( $c_1 = 0$ ), a equação (3.4) pode ser expressa da seguinte forma em termos dos parâmetros adimensionais:

$$\left[ \frac{X_1}{(X_1)_{st}} \right]^2 = \frac{(2\zeta g)^2 + (g^2 - f_s^2)^2}{(2\zeta g)^2 (g^2 - 1 + \mu g^2)^2 + \mu g^2 \left( f_s^2 - \frac{\alpha}{m_2 + \alpha} \right) - (g^2 - 1)(g^2 - f_s^2)} \quad (3.6)$$

onde:

$$\mu = \frac{m_2}{m_1}, \quad f_s = \frac{\omega_2}{\omega_1}, \quad g = \frac{\Omega}{\omega_1}, \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}, \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{(k_2 + \gamma)}{(m_2 + \alpha)}}$$

$$\zeta = \frac{(c_2 + \beta)}{2(m_2 + \alpha)\omega_1}, \quad (X_1)_{st} = \frac{F}{k_1}$$

Considerando o caso particular de realimentação apenas com os sinais de velocidade e deslocamento ( $\alpha = 0$ ), a equação (3.6) é similar à equação desenvolvida por Den Hartog para ADVs passivos. Assim, a sintonização ótima do ADV ativo, visando a máxima ampliação de sua banda operacional de frequências, pode ser obtida utilizando a técnica proposta por

Den Hartog (1956), baseada na existência dos chamados *pontos invariantes*. Como os ganhos de realimentação  $\beta$  e  $\gamma$  funcionam como variações de amortecimento e rigidez introduzidas no absorvedor, pode-se conseguir a sintonização ótima do ADV regulando-se apenas estes dois parâmetros, sem nenhuma modificação dos parâmetros físicos do absorvedor dinâmico.

O procedimento de otimização baseado nos pontos invariantes conduz às seguintes expressões para os parâmetros ótimos de um ADV passivo em função da razão de massas  $\mu$  (Den Hartog, 1956):

$$f_{ot} = \frac{1}{(1+\mu)} \quad (\text{sintonização ótima}) \quad (3.7)$$

$$\zeta_{ot} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)^3}} \quad (\text{fator de amortecimento ótimo}) \quad (3.8)$$

Com base no procedimento de Den Hartog, chega-se às seguintes expressões para os ganhos ótimos do ADV ativo:

$$\gamma_{ot} = \left( \frac{\omega_1}{1+\mu} \right)^2 m_2 - k_2 \quad (3.9)$$

$$\beta_{ot} = 2 \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)^3}} \omega_1 m_2 - c_2 \quad (3.10)$$

### 3.2.1.1 – Análise da estabilidade do ADV ativo

A utilização dos ADVs ativos requer uma análise de estabilidade, uma vez que a inclusão do elemento ativo pode introduzir instabilidade no sistema.

Com o intuito de resolver tal problema, adota-se o critério proposto por Routh-Hurwitz (Ogata, 1997) que é aplicável a sistemas cujas equações características são expressas por polinômios na variável de Laplace, como dado pela equação (3.3).

O critério estabelece que o sistema será estável se todos os coeficientes da equação tiverem o mesmo sinal e se as seguintes condições satisfeitas:

$$b = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1} > 0 \quad (3.11)$$

$$c = \frac{b a_3 - a_1 a_4}{b} > 0, \quad b \neq 0$$

Substituindo os coeficientes da equação (3.3) nas equações (3.11), obtêm-se as seguintes desigualdades a serem satisfeitas pelos ganhos de controle para que seja assegurada a estabilidade:

$$\begin{aligned} \alpha &> \frac{-m_1 m_2}{m_1 + m_2} \\ \beta &> -c_2 \\ \gamma &> -k_2 \end{aligned} \quad (3.12)$$

Desta forma, a estabilidade é assegurada se os coeficientes  $(c_2 + \beta)$  e  $(k_2 + \gamma)$  forem positivos.

### 3.2.2 – ADV ativo com realimentação em deslocamento, velocidade e aceleração relativa entre a massa do ADV e o sistema primário de vários gdl empregando a teoria modal

Utilizando a teoria modal desenvolvida na Seção 2.1.3, é possível realizar o projeto ótimo de ADVs ativos com realimentação em deslocamento, velocidade e aceleração relativa entre a massa do ADV e o sistema primário de vários gdl, cujos modos de vibração podem ser tratados individualmente.

Desta forma, fazendo corresponder  $k_2 \Leftrightarrow (k_2 + \gamma)$  e  $c_2 \Leftrightarrow (c_2 + \beta)$ , as equações (2.43) e (2.45) se mantêm e as expressões para a sintonização e amortecimento ótimos para cada modo do sistema primário se escrevem:

$$f_{ot} = \frac{1}{1 + \mu_{ef}} \quad (3.13)$$

$$\zeta_{ot} = \sqrt{\frac{3\mu_{ef}}{8(1+\mu_{ef})^3}} \quad (3.14)$$

onde:  $\mu_{ef} = \frac{m_2}{M_{ef}}$ ,

$$M_{ef} = \frac{m_1}{Y_{\sigma c}^2} \quad (Y_{\sigma c} : \text{componente do autovetor associada à coordenada de conexão}).$$

Assim, as expressões para o cálculo dos ganhos ótimos do ADV ativo acoplado a sistemas primários de vários gdl são dados por:

$$\beta_{ot} = 2\zeta_{ot}m_2(f_{ot}\Omega) - c_2 \quad (3.15)$$

$$\gamma_{ot} = (f_{ot}\Omega)^2 m_2 - k_2 \quad (3.16)$$

Para o caso da presença da realimentação em aceleração, as equações acima não se aplicam e a otimização dos ganhos do ADV ativo deve ser feita mediante um procedimento numérico de busca e otimização.

O mesmo estudo de estabilidade feito na Seção 3.2.1.1, pode ser utilizado neste caso especial uma vez que, como as equações (2.43) e (2.45) se mantêm, a equação característica do sistema resultante também pode ser escrita na forma da equação (3.3) e os resultados obtidos são equivalentes.

### 3.2.3 – Vários ADVs ativos com realimentação em deslocamento, velocidade e aceleração relativos entre as massas dos ADVs e o sistema primário de vários gdl

Propõe-se aqui uma generalização do uso de vários ADVs ativos acoplados simultaneamente a sistemas também de vários graus de liberdade. Desta forma, para o  $i$ -ésimo ADV ativo, a força de controle  $u_i(t)$  é dada por:

$$u_i(t) = - \left\{ \alpha_i \left[ \ddot{x}_{2i}(t) - \ddot{x}_{1i}(t) \right] + \beta_i \left[ \dot{x}_{2i}(t) - \dot{x}_{1i}(t) \right] + \gamma_i \left[ x_{2i}(t) - x_{1i}(t) \right] \right\} \quad (3.17)$$

onde os coeficientes  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$  e  $\gamma_i$  são os ganhos de realimentação em aceleração, velocidade e deslocamento, respectivamente do  $i$ -ésimo ADV.

Para o sistema de vários graus de liberdade mostrado na Figura 3.2(a) as equações do movimento para o sistema combinado resultam:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = [\Delta]([C_2]\{\dot{y}(t)\} + [K_2]\{y(t)\} + \{u(t)\}) + \{F(t)\} \quad (3.18)$$

$$[M_2]\{\ddot{x}_2(t)\} = -[C_2]\{\dot{y}(t)\} - [K_2]\{y(t)\} - \{u(t)\} \quad (3.19)$$

onde:

$$[M_2] = \begin{bmatrix} m_{2_1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & m_{2_M} \end{bmatrix}, \quad [C_2] = \begin{bmatrix} c_{2_1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & c_{2_M} \end{bmatrix}, \quad [K_2] = \begin{bmatrix} k_{2_1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & k_{2_M} \end{bmatrix},$$

$[M]$ : matriz de massa do sistema primário,

$[C]$ : matriz de amortecimento do sistema primário,

$[K]$ : matriz de rigidez do sistema primário,

$\{x(t)\}$ : vetor de deslocamento absoluto do sistema primário,

$\{F(t)\}$ : vetor de forças de excitação,

$\{y(t)\} = \{x_2(t) - [\Delta]^T \{x(t)\}\}$ : vetor de deslocamento relativo dos ADVs em relação ao sistema primário,

$[\Delta]$ : matriz que define as coordenadas segundo as quais os ADVs estão conectados.

$$[\Delta] = \begin{bmatrix} \delta_{1n_1} & \cdots & \delta_{1n_j} & \cdots & \delta_{1n_M} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \delta_{in_1} & \cdots & \delta_{in_j} & \cdots & \delta_{in_M} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \delta_{Nn_1} & \cdots & \delta_{Nn_j} & \cdots & \delta_{Nn_M} \end{bmatrix}_{(N \times M)}, \quad (3.20)$$

onde:  $j = 1, \dots, M$  ,  $i = 1, \dots, N$

$$\delta_{in_j} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = n_j \\ 0 & \text{se } i \neq n_j \end{cases} : \text{Delta de Kronecker.}$$

$n_j$  : grau de liberdade no qual o j-ésimo ADV está acoplado.

$N$ : número de graus de liberdade do sistema primário.

$M$ : número de ADVs acoplados.

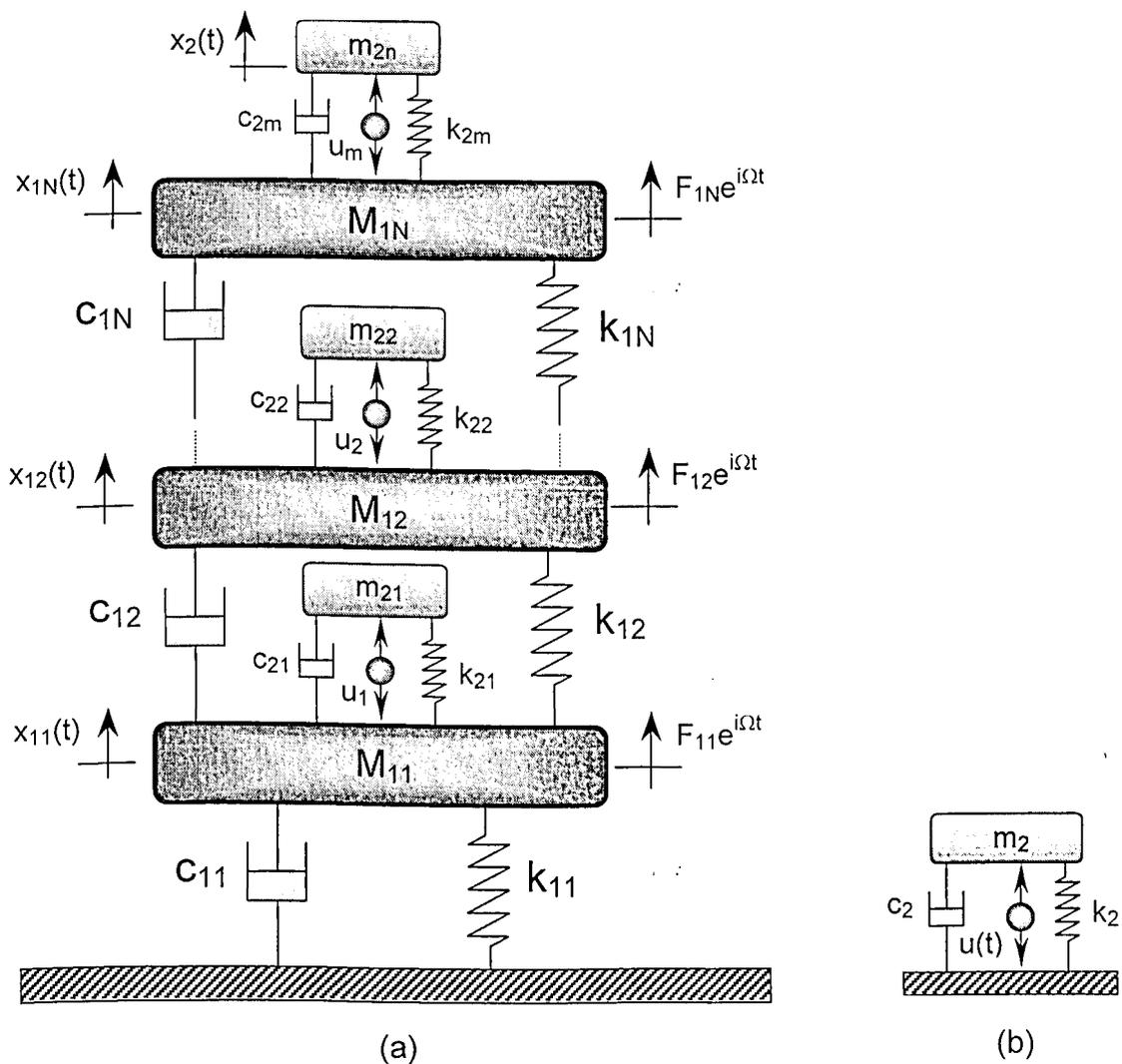


Figura 3.2 – Conjunto de ADVs ativos acoplados a um sistema de vários gdl.

Inserindo a equação (3.17) em (3.18) e (3.19) e desenvolvendo o sistema de equações resultantes obtém-se:

$$\begin{aligned}
 & [M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} - [\Delta][c_2]\{N_D\} - [\Delta][k_2]\{N_S\} \\
 & - [\Delta][\alpha]\{N_M\} - [\Delta][\beta]\{N_D\} - [\Delta][\gamma]\{N_S\} = \{F(t)\}
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

$$[m_2]\{\ddot{x}_2(t)\} + [c_2]\{N_D\} + [k_2]\{N_S\} + [\alpha]\{N_M\} + [\beta]\{N_D\} + [\gamma]\{N_S\} = \{0\} \tag{3.22}$$

$$\text{onde: } [\alpha] = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \alpha_2 & \vdots \\ 0 & \cdots & \alpha_M \end{bmatrix}, \quad [\beta] = \begin{bmatrix} \beta_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \beta_2 & \vdots \\ 0 & \cdots & \beta_M \end{bmatrix}, \quad [\gamma] = \begin{bmatrix} \gamma_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \gamma_2 & \vdots \\ 0 & \cdots & \gamma_M \end{bmatrix},$$

são as matrizes diagonais formadas pelos ganhos de realimentação em aceleração, velocidade e deslocamento respectivamente.

$$\{N_S\} = \{x_2(t)\} - [\Delta]^T \{x(t)\}, \quad \{N_D\} = \{\dot{x}_2(t)\} - [\Delta]^T \{\dot{x}(t)\}, \quad \{N_M\} = \{\ddot{x}_2(t)\} - [\Delta]^T \{\ddot{x}(t)\}$$

As equações (3.21) e (3.22) podem ser agrupadas em uma única equação matricial da forma:

$$[M_F]\{\ddot{x}(t)\} + [C_F]\{\dot{x}(t)\} + [K_F]\{x(t)\} = \{F(t)\}, \tag{3.23}$$

onde:

$$[M_F] = \begin{bmatrix} [M_1] + [\Delta][\alpha][\Delta]^T & -[\alpha][\Delta] \\ -[\alpha][\Delta]^T & [M_2] + [\alpha] \end{bmatrix},$$

$$[C_F] = \begin{bmatrix} [C_1] + [\Delta]([C_2] + [\beta])[\Delta]^T & -[\Delta]([C_2] + [\beta]) \\ -[\Delta]^T([C_2] + [\beta]) & [C_2] + [\beta] \end{bmatrix},$$

$$[K_F] = \begin{bmatrix} [K_1] + [\Delta]([K_2] + [\gamma])[\Delta]^T & -[\Delta]([K_2] + [\gamma]) \\ -[\Delta]^T([K_2] + [\gamma]) & [K_2] + [\gamma] \end{bmatrix},$$

$$\{x(t)\} = \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_{2_1}(t) \\ \vdots \end{Bmatrix}, \quad \{F(t)\} = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ \vdots \\ F_N(t) \end{Bmatrix}, \quad [M_1] = \begin{bmatrix} m_{1_1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & m_{1_M} \end{bmatrix}$$

$$[K_1] = \begin{bmatrix} k_{1_1} & -(k_{1_1} + k_{2_1}) & \cdots & 0 \\ -(k_{1_1} + k_{2_1}) & k_{2_1} + k_{3_1} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & k_{1_N} \end{bmatrix}, \quad [C_1] = \begin{bmatrix} c_{1_1} & -(c_{1_1} + c_{2_1}) & \cdots & 0 \\ -(c_{1_1} + c_{2_1}) & c_{2_1} + c_{3_1} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & c_{1_N} \end{bmatrix}$$

De forma similar à interpretação que fora dada no caso de um único ADV ativo acoplado a um sistema de 1 gdl, observa-se nas matrizes acima, que o efeito das forças de controle  $\{u(t)\}$  foi inserido nas matrizes físicas do sistema e que os ganhos de realimentação  $\beta_i$  e  $\gamma_i$  aparecem como parâmetros de amortecimento e rigidez adicionados aos parâmetros passivos  $c_{2i}$  e  $k_{2i}$  respectivamente, resultando em amortecimento e rigidez equivalentes  $(c_{2i} + \beta_i)$  e  $(k_{2i} + \gamma_i)$ . Esta interpretação não se aplica aos ganhos  $\alpha_i$ , que por aparecerem fora da diagonal principal da matriz de massa global, não podem ser interpretados como massas adicionadas às massas dos ADVs.

Considerando em particular o caso em que somente um ADV ativo é conectado ao sistema primário de vários gdl por apenas uma coordenada de conexão, e de posse das matrizes globais  $[M_F]$ ,  $[C_F]$  e  $[K_F]$ , as equações do movimento do sistema acoplado, em regime harmônico, podem ser escritas sob as formas:

$$\left( [K_F] + j\Omega[C_F] - \Omega^2[M_F] \right) \{X_F(\Omega)\} = \{F\} \quad (3.24)$$

$$[Z_F(\Omega)] \{X_F(\Omega)\} = \{F\} \quad (3.25)$$

onde  $[Z_F(\Omega)] = [K_F] + j\Omega[C_F] - \Omega^2[M_F]$  é a matriz de rigidez dinâmica do sistema acoplado.

Aqui, buscam-se os valores da frequência de excitação  $\Omega$  para os quais o deslocamento na coordenada de conexão seja nula ou seja  $\{X_F^C(\Omega)\} = \{0\}$ . De acordo com o procedimento

detalhado por Cunha Jr (1999), obtém-se a seguinte equação para o sistema absorvedor:

$$Z_2(\Omega) X_2 = 0, \quad (3.26)$$

que pode ser desenvolvida sob a seguinte forma:

$$\left( k_2 + j\Omega c_2 - \Omega^2 m_2 \right) X_2 = 0 \quad (3.27)$$

onde:

$$\begin{cases} k_2 = k_2 + \gamma \\ c_2 = c_2 + \beta \\ m_2 = m_2 + \alpha \end{cases} \quad (3.28)$$

Substituindo (3.27) em (3.26) tem-se:

$$\left[ (k_2 + \gamma) + j\Omega(c_2 + \beta) - \Omega^2(m_2 + \alpha) \right] X_2(\Omega) = 0 \quad (3.29)$$

A equação acima pode ser interpretada como sendo um problema de autovalor para o ADV com a coordenada de conexão bloqueada (Figura 3.2(b)).

Considerando o caso particular do sistema absorvedor não amortecido e sem realimentação em velocidade ( $c_2 = \beta = 0$ ), a solução da equação (3.29) é dada por:

$$\Omega^2 = \frac{k_2 + \gamma}{m_2 + \alpha} \quad (3.30)$$

onde  $\Omega$  representa a frequência natural do ADV ativo com realimentação em aceleração e deslocamento, para a qual o sistema primário apresenta amplitude de vibração nula.

O resultado obtido em (3.30) pode ser estendido à conexão simultânea de um conjunto de ADVs independentes à coordenada de conexão, cada um deles sintonizado com uma frequência de excitação,  $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \dots$ . Desta forma, a equação (3.30) pode ser rescrita da seguinte forma:

$$\Omega_i^2 = \frac{k_{2i} + \gamma_i}{m_{2i} + \alpha_i} \quad (3.31)$$

### 3.2.3.1 – Análise da estabilidade para sistemas com vários ADVs

O critério de estabilidade apresentado na Seção 3.2.1.1 não se aplica diretamente ao caso de vários ADVs acoplados simultaneamente, uma vez que não se pode obter facilmente uma equação característica explícita na variável de Laplace. Sendo assim, será utilizado um critério de estabilidade geral aplicado a sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas.

De posse das matrizes  $[M_F]$ ,  $[C_F]$  e  $[K_F]$  dadas pela equação (3.23), escreve-se em termos da representação no espaço de estados:

$$\{\dot{\xi}(t)\} = [A]\{\xi(t)\} + [B]\{u(t)\} \quad (3.32)$$

onde:

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M_F]^{-1}[K_F] & -[M_F]^{-1}[C_F] \end{bmatrix}_{(P \times P)}, \quad \{\xi(t)\} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_{(N+M)}(t) \\ \dot{x}_1(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_{(N+M)}(t) \end{bmatrix}_{(P \times 1)}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 \\ [M_F]^{-1} \end{bmatrix}_{(P \times 1)}, \quad \{u(t)\} : \text{vetor de forças}, \quad [i] : \text{matriz identidade}$$

$P = 2 \times (N + M)$  : número de gdl do sistema acoplado

Segundo Kwakernaak e Sivan (1972) a solução da equação (3.32) é dada por:

$$\{x(t)\} = [\Phi(t_0)]\{x(t_0)\} + \int_{t_0}^t [\Phi(\tau)][B(\tau)]\{u(\tau)\}d\tau \quad (3.33)$$

para todos os valores de  $t$ .

Na equação (3.33),  $[\Phi(t)]$  é uma matriz de transição do sistema linear dada por: (Kwakernaak e Sivan, 1972)

$$[\Phi(t)] = e^{[A](t)} \quad (3.34)$$

Supondo que a matriz  $[A]$  tenha  $n$  autovalores distintos  $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$  com correspondentes autovetores  $(e_1, e_2, \dots, e_n)$ , pode-se definir as matrizes

$$[\Lambda] = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) \quad (3.35)$$

$$[T] = (e_1, e_2, \dots, e_n)$$

Como  $[T]$  é não singular, a matriz  $[A]$  pode ser representada como se segue.

$$[A] = [T][\Lambda][T]^{-1} \quad (3.36)$$

De acordo com Kwakernaak e Sivan (1972), substituindo a equação (3.36) em (3.34), obtém-se:

$$e^{[A]t} = [T]e^{[\Lambda]t}[T]^{-1} \quad (3.37)$$

$$e^{[\Lambda]t} = \text{diag}(e^{\lambda_1 t}, e^{\lambda_2 t}, \dots, e^{\lambda_n t})$$

Escrevendo a matriz  $[T]^{-1}$  na forma:  $[T]^{-1} = \begin{pmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix}$ , onde  $f_i$  é um vetor linha de

dimensão  $(1 \times n)$ , a solução da equação (3.33) pode ser escrita como se segue:

$$\{x(t)\} = \sum_{i=1}^n \mu_i e^{\lambda_i t} e_i \quad (3.38)$$

onde  $\mu_i = f_i x(0)$ .

De acordo com a equação (3.38), a resposta do sistema livre (3.32) é uma composição dos autovetores da matriz  $[A]$  e que o comportamento dinâmico do sistema é determinado pelos autovalores de  $[A]$ .

Desta forma, um sistema de múltiplas entradas e múltiplas saídas é estável se e somente se, todos os autovalores da matriz  $[A]$  tiverem parte real não positiva,

Com isto, a análise de estabilidade para sistemas de vários gdl acoplados a vários ADVs simultaneamente deve-se ser feita após o cálculo dos ganhos de realimentação dos ADVs, cujos valores devem obrigatoriamente resultarem em uma matriz  $[A]$  com todos os autovalores com parte real não positiva.

### 3.3 – ADV Ativo usando Controle Ótimo

Todas as estratégias estudadas anteriormente, destinam-se à atenuação de vibrações harmônicas simples. Contudo, nem sempre um sistema mecânico estará sujeito a este tipo de excitação. Desta forma, pretende-se desenvolver nesta seção um procedimento de projeto ótimo de ADVs ativos capazes de atenuar vibrações geradas por diferentes tipos de excitações sendo elas em regime livre ou forçado utilizando a técnica de controle ótimo a qual é baseada em índices de desempenho quadráticos (Athans, 1971).

Assim, para o sistema dado pela Figura 3.1, escreve-se a equação do movimento do sistema primário combinado com o ADV passivo sob a forma de espaço de estados segundo:

$$\begin{aligned} \{\dot{\xi}(t)\} &= [A]\{\xi(t)\} + [B]u(t) \\ \{y(t)\} &= [C]\{\xi(t)\} + [D]u(t) \end{aligned} \tag{3.39}$$

onde:

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{(k_1+k_2)}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} & -\frac{(c_1+c_2)}{m_1} & \frac{c_2}{m_1} \\ \frac{k_2}{m_2} & -\frac{k_2}{m_2} & \frac{c_2}{m_2} & -\frac{c_2}{m_2} \end{bmatrix}, \quad [B] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m_1} \\ \frac{1}{m_2} \end{bmatrix}$$

$$[C] = [1 \ 0 \ 0 \ 0], \quad [D] = [0], \quad \{\xi\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix}$$

$y(t)$  é a saída.

$u(t)$  é a força de controle.

Busca-se escolher o controle escalar  $u(t)$  tal que um determinado índice de desempenho seja minimizado. De acordo com Ogata (1997) um índice de desempenho quadrático dado pela equação abaixo:

$$J = \int_0^{\infty} L(\{x(t)\}, u(t)) dt \quad (3.40)$$

onde  $L(\{x(t)\}, u(t))$  é uma função quadrática ou Hermitiana de  $\{x(t)\}$  e de  $u(t)$ , conduz a uma lei de controle linear da forma:

$$u(t) = -[K]\{x(t)\} \quad (3.41)$$

ou

$$u(t) = -[K_{11} \ K_{12} \ K_{13} \ K_{14}] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

onde  $[K]$  é a matriz de ganho do controle.

Desta forma, o projeto de controle ótimo baseado em índices de desempenho quadráticos se resume à determinação dos elementos da matriz  $[K]$ . Assim, deseja-se determinar a matriz de ganhos  $[K]$  de modo a minimizar o índice de desempenho (Para simplificar a notação, deste ponto em diante, a referência ao tempo será omitida para os vetores e matrizes):

$$J = \int_0^{\infty} (\{x\}^T [Q] \{x\} + u^T R u) dt \tag{3.43}$$

onde  $[Q]$  é uma matriz hermitiana ou real simétrica definida positiva (ou semi-definida positiva) e  $R$  é um escalar positivo.

A equação (3.41) é a lei de controle ótimo e se os elementos da matriz  $[K]$  forem determinados de modo a minimizar o funcional (3.43), então  $u$  será ótimo qualquer que seja o estado inicial  $x(0)$ .

O diagrama de bloco abaixo ilustra um sistema de controle ótimo considerando medidas incompletas (utilização de estimador de estados) e presença de ruído.

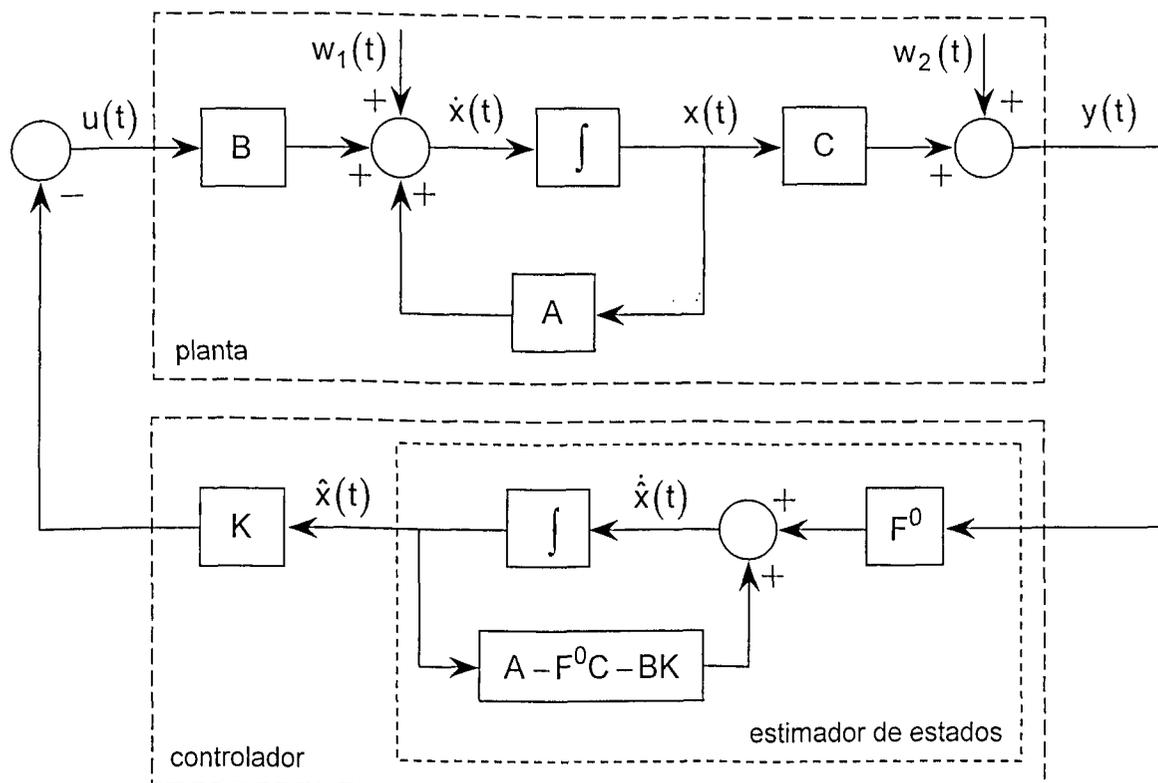


Figura 3.3 – Sistema de controle ótimo.

Afim de calcular o escalar de controle  $u(t)$  que constitui a solução do problema de otimização acima, substitui-se a equação (3.41) em (3.39). Assim,

$$\{\dot{x}\} = [A]\{x\} - [B][K]\{x\} = ([A] - [B][K])\{x\}$$

onde admite-se que a matriz  $[A] - [B][K]$  seja assintoticamente estável (autovalores com parte real não positiva).

Substituindo a equação (3.41) na equação (3.43) resulta:

$$J = \int_0^{\infty} (\{x\}^T [Q]\{x\} + \{x\}^T [K]^T R [K]\{x\}) dt = \int_0^{\infty} \{x\}^T ([Q] + [K]^T R [K])\{x\} dt$$

fazendo

$$\{x\}^T ([Q] + [K]^T R [K])\{x\} = -\frac{d}{dt} (\{x\}^T [P]\{x\})$$

onde  $[P]$  é uma matriz Hermitiana ou real simétrica definida positiva, escreve-se:

$$\{x\}^T ([Q] + [K]^T R [K])\{x\} = -\{\dot{x}\}^T [P]\{x\} - \{x\}^T [P]\{\dot{x}\}$$

$$\{x\}^T ([Q] + [K]^T R [K])\{x\} = -\{x\}^T \left[ ([A] - [B][K])^T [P] + [P]([A] - [B][K]) \right] \{x\}$$

Comparando ambos os membros da equação acima tem-se:

$$-[Q] + [K]^T R [K] = ([A] - [B][K])^T [P] + [P]([A] - [B][K]) \quad (3.44)$$

De acordo com o segundo método de Liapunov (Ogata, 1997), se  $[A] - [B][K]$  é uma matriz estável, então existe uma matriz  $[P]$  definida positiva que satisfaz a equação (3.44).

Segundo Ogata (1997), mais de uma solução pode ser obtida para a equação (3.44)

porém, somente uma conduz a um sistema estável, com  $[P]$  positiva definida, devendo-se então descartar as outras matrizes  $[P]$  que não forem positivas definidas.

Desta forma, o índice de desempenho  $J$  pode ser calculado segundo a equação abaixo

$$J = \int_0^{\infty} \{x\}^T \left( [Q] + [K]^T R [K] \right) \{x\} dt = -\{x\}^T [P] \{x\} \Big|_0^{\infty} = -\{x\}^T (\infty) [P] \{x\} (\infty) + \{x\}^T (0) P x(0)$$

Como todos os autovalores de  $[A] - [B][K]$  têm parte real não positiva, tem-se que  $\{x\}(\infty) \rightarrow 0$ . Desta forma:

$$J = \{x\}^T (0) [P] \{x\} (0) \quad (3.45)$$

que mostra que o índice de desempenho  $J$  pode ser obtido em termos do estado inicial do sistema  $\{x\}(0)$  e da matriz  $[P]$ .

Para a obtenção da solução do problema de controle ótimo quadrático, sabendo que  $R$  é um escalar positivo, introduz-se a decomposição de Cholesky:

$$R = [T]^T [T]$$

com  $[T]$  sendo uma matriz não-singular. Assim, a equação (3.44) pode ser escrita como

$$\left( [A]^T - [K]^T [B]^T \right) [P] + [P] \left( [A] - [B][K] \right) + [Q] + [K]^T [T]^T [T] [K] = [0],$$

que pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} & [A]^T [P] + [P][A] + \left[ [T][K] - ([T]^T)^{-1} [B]^T [P] \right]^T \left[ [T][K] - ([T]^T)^{-1} [B]^T [P] \right] \\ & - [P][B] R^{-1} [B]^T [P] + [Q] = [0] \end{aligned}$$

A minimização de  $J$  com relação a  $[K]$  requer a minimização da equação abaixo em função de  $[K]$ . Logo:

$$\bar{J} = \{x\}^T \left[ [T][K] - ([T]^T)^{-1} [B]^T [P] \right]^T \left[ [T][K] - ([T]^T)^{-1} [B]^T [P] \right] \{x\}$$

Como a equação acima é não-negativa, o mínimo se dará quando ela for igual a zero. Assim:

$$[T][K] = ([T]^T)^{-1} [B]^T [P]$$

Desta forma,

$$[K] = [T]^{-1} ([T]^T)^{-1} [B]^T [P] = R^{-1} [B]^T [P] \quad (3.46)$$

A equação (3.46) fornece a matriz ótima  $[K]$ . Assim, a lei de controle ótimo para o problema de controle ótimo quadrático, quando o índice de desempenho for dado pela equação (3.43), é linear e é dada por:

$$u(t) = -[K]\{x\}(t) = -\frac{[B]^T [P]\{x\}(t)}{R} \quad (3.47)$$

A matriz  $[P]$ , dada na equação (3.46) deve satisfazer a equação (3.44) ou à equação matricial reduzida de Riccati:

$$[A]^T [P] + [P][A] - \frac{[P][B][B]^T [P]}{R} + [Q] = 0 \quad (3.48)$$

Com relação à teoria acima descrita, pode-se fazer os seguintes comentários.

- O problema de controle ótimo consiste em encontrar o controle  $u(t)$  admissível que transfira o estado para uma região desejada do espaço de estados e para a qual o índice de desempenho seja minimizado. Para que exista  $u(t)$ , o sistema deve ser a estados completamente controláveis. A teoria de controlabilidade é mostrada no Apêndice D.
- Uma lei de controle baseada em um índice de desempenho quadrático é uma função linear das variáveis de estado. Porém, nem sempre todas as variáveis de estado estão disponíveis para medição o que acarreta na necessidade de se empregar um observador de estados (Figura 3.3) afim de estimar as variáveis de estado não medidas diretamente e utilizar os valores estimados para gerar os sinais de controle ótimo. O projeto de um estimador de estados pode ser obtido em Ogata (1997).
- Quando se trabalha com sistemas de vários graus de liberdade, as matrizes  $[A]$ ,  $[B]$ ,  $[C]$  e  $[D]$  são de ordem muito elevada, acarretando um consumo elevado de memória e tempo computacional e necessitando de um número grande de sensores para avaliar o estado do sistema a cada instante. Uma alternativa que vêm sendo empregada para evitar este problema é a redução da ordem do sistema utilizando a técnica de redução pseudo-modal.

### 3.3.1 – Redução Pseudo-modal

Freqüentemente, é necessário reduzir a ordem do modelo para estudá-lo (Ribeiro, 1995). O mecanismo de redução deve procurar preservar, ao máximo, as características dinâmicas do sistema completo.

Uma técnica de redução clássica utilizada em análise estrutural é a chamada técnica pseudo-modal (Lalanne e Ferraris, 1990). Esta técnica apresenta resultados muito próximos dos valores exatos obtidos pelos métodos diretos de solução.

O método pseudo-modal consiste essencialmente na obtenção de uma matriz de transformação  $[\Phi]$  que projeta o sistema completo de dimensão  $n$ , em um sub-espaço de dimensão  $m$ , onde  $m \ll n$ . O sistema reduzido deve conservar, com uma boa aproximação, as principais características dinâmicas do sistema completo, características estas traduzidas em termos das freqüências naturais e modos de vibração dentro da banda de freqüência de interesse.

A matriz  $[\Phi]$  é constituída pelos  $m$  primeiros modos de vibração do sistema em estudo.

Considere-se o sistema de equações do movimento de um sistema de vários gdl representado pelas matrizes de massa  $[M]$ , rigidez  $[K]$  e amortecimento  $[C]$  dado pela equação (3.49) e a transformação de variáveis fornecida pela equação (3.50):

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{F(t)\} \quad (3.49)$$

$$[x_1(t) \ x_2(t) \ \cdots \ x_n(t)]^T = [\Phi][q_1 \ q_2 \ \cdots \ q_m]^T \quad (3.50)$$

Substituindo (3.50) em (3.49) resulta:

$$[M][\Phi]\{\ddot{q}\} + [C][\Phi]\{\dot{q}\} + [K][\Phi]\{q\} = \{F(t)\} \quad (3.51)$$

Pré-multiplicando a equação (3.51) por  $[\Phi]^T$  obtém-se:

$$[\Phi]^T [M][\Phi]\{\ddot{q}\} + [\Phi]^T [C][\Phi]\{\dot{q}\} + [\Phi]^T [K][\Phi]\{q\} = [\Phi]^T \{F(t)\} \quad (3.52)$$

A equação acima pode ser reescrita na forma

$$[\bar{M}]\{\ddot{q}\} + [\bar{C}]\{\dot{q}\} + [\bar{K}]\{q\} = \{\bar{F}(t)\} \quad (3.53)$$

onde as novas matrizes  $[\bar{M}]$ ,  $[\bar{K}]$  e  $[\bar{C}]$  são de dimensão  $(m \times m)$  e o novo vetor de forças  $\{\bar{F}(t)\}$  tem dimensão  $(m \times 1)$ .

O sistema de  $m$  equações dado pela equação (3.53) representa o modelo reduzido do sistema original. Este sistema pode ser representado da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \dot{q} \\ \vdots \\ \ddot{q} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[\bar{M}]^{-1}[\bar{K}] & -[\bar{M}]^{-1}[\bar{C}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [0] & [0] \\ [0] & [\bar{M}]^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ F(t) \end{Bmatrix} \quad (3.54)$$

Definindo  $\{x(t)\} = \begin{Bmatrix} q \\ \vdots \\ \dot{q} \end{Bmatrix}$  e  $\{u(t)\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ F(t) \end{Bmatrix}$  obtém-se a partir da equação (3.54):

$$\{\dot{x}(t)\} = [A]\{x(t)\} + [B]\{u(t)\} \quad (3.55)$$

onde:

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[\bar{M}]^{-1}[\bar{K}] & -[\bar{M}]^{-1}[\bar{C}] \end{bmatrix}, \quad [B] = \begin{bmatrix} [0] & [0] \\ [0] & [\bar{M}]^{-1} \end{bmatrix}$$

A partir do conjunto de equações (3.55) pode-se utilizar toda a teoria de controle ótimo mostrada na seção anterior, porém com a ordem das matrizes de estados reduzida.

Uma estratégia que vem sendo empregada quando se deseja atenuar os níveis de vibração de um sistema de vários gdl utilizando um ADV ativo, é o controle modo a modo, onde somente um modo de vibração da estrutura primária é atenuado de cada vez. Desta forma, o sistema primário de vários gdl, já com o ADV passivo acoplado, é reduzido a um único modo. Assim, empregando a teoria de redução pseudo-modal anteriormente apresentada e admitindo que os autovetores da estrutura acoplada, possuam a propriedade de ortogonalidade com respeito à matriz de massa, sendo então normalizados segundo:

$$\{\Psi_\sigma\}^T [M] \{\Psi_\sigma\} = M_\sigma \quad (3.56)$$

onde  $\{\Psi_\sigma\}$  é o autovetor associado ao  $\sigma$ -ésimo modo de vibração do sistema primário acoplado ao ADV passivo.

As matrizes de massa, rigidez e amortecimento do sistema primário acoplado ao ADV, após as manipulações dadas pela equação (3.52), são reduzidas a um único gdl. Desta forma, as equações do movimento podem ser escritas na seguinte forma:

$$\tilde{m}_1 \ddot{q} + \tilde{c}_1 \dot{q} + \tilde{k}_1 q = \tilde{F}(t) \quad (3.57)$$

onde:  $\tilde{m}_1$ ,  $\tilde{k}_1$  e  $\tilde{c}_1$ : massa, rigidez e amortecimento do sistema acoplado reduzido.  
 $q$ : coordenada generalizada.

Escrevendo as matrizes (3.57) na forma da equação (3.39) resulta:

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{\tilde{k}_1}{\tilde{m}_1} & -\frac{\tilde{c}_1}{\tilde{m}_1} \end{bmatrix}, \quad [B] = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \tilde{m}_1 \end{bmatrix}$$

$$[C] = [1 \ 0], \quad [D] = [0], \quad \{\xi\} = \begin{Bmatrix} \tilde{x} \\ \dot{\tilde{x}} \end{Bmatrix}$$

Desta forma, estas equações podem ser utilizadas para o projeto de um ADV ativo baseado na teoria de controle ótimo com menor esforço computacional.

### 3.4 – ADV Ativo usando uma lei de controle ótimo modificada

O ADV ativo da seção anterior possui a vantagem de atenuar vibrações oriundas de diferentes tipos de excitações (impulsivas, periódicas e harmônicas). Contudo, de acordo com Johnson (1968), as oscilações do sistema primário somente serão completamente anuladas caso este sistema esteja sujeito a uma excitação impulsiva. Para o caso em que o sistema primário é excitado por uma força harmônica permanente, o ADV ativo usando o controle ótimo dificilmente poderá alcançar e permanecer na condição de equilíbrio  $x_1(t) \equiv 0$ .

Em algumas situações, este comportamento é indesejável uma vez que o estado  $x_1(t)$  deve ser constantemente mantido perto da condição de equilíbrio na presença de excitações externas. Com o intuito de resolver este problema, é proposta a utilização de um ADV ativo cuja força de controle é baseada no algoritmo de controle ótimo desenvolvido por Johnson (1970), o qual assume que a excitação externa possa ser modelada por um sistema de equações diferenciais de ordem finita.

A seguir tem-se a descrição detalhada desta estratégia de controle.

### 3.4.1 – Algoritmo de controle ótimo modificado

Neste algoritmo, um índice de desempenho quadrático é minimizado e a excitação externa é incluída nas equações de estado do sistema de forma a garantir que o estado  $x_1(t)$  e a velocidade  $\dot{x}_1(t)$  estejam sempre próximos de zero (equilíbrio). Segundo Johnson (1970), modificando o índice de desempenho quadrático dado pela equação (3.43) com a inclusão dos termos derivativos da excitação, obtém-se um sistema de controle ótimo capaz de levar os estados do sistema ao equilíbrio na presença de uma excitação periódica. Uma vantagem importante deste método é que como ele requer somente a equação diferencial que rege a excitação, faz-se necessário somente o conhecimento das frequências de excitação, não sendo necessária a determinação da amplitude e da fase da excitação, característica bastante importante principalmente quando se trabalha com sistemas rotativos.

Desta forma, considerando o sistema de 2 gdl ilustrado na Figura 3.1, procura-se determinar uma força de controle  $u(t)$  que minimiza o seguinte índice de desempenho:

$$J(u) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \int_0^T [\langle x(t), Qx(t) \rangle + \phi(u, \dot{u}, \ddot{u}, \dots)] dt \tag{3.58}$$

onde  $\langle \bullet, \bullet \rangle$  representa o produto interno sujeito às seguintes restrições:

$$\{\dot{x}\} = [A]\{x\} + \{B\}u(t) + \{f\}w(t), \tag{3.59}$$

$$x(0) = x_0, \quad \|x_0\| < \infty, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{x}(t) = 0$$

Na equação (3.59) as matrizes  $[A]$  e  $[B]$  assumem os seguintes valores:

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{(k_1+k_2)}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} & -\frac{(c_1+c_2)}{m_1} & \frac{c_2}{m_1} \\ \frac{k_2}{m_2} & -\frac{k_2}{m_2} & \frac{c_2}{m_2} & -\frac{c_2}{m_2} \end{bmatrix}, \quad [B] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m_1} \\ \frac{1}{m_2} \end{bmatrix}$$

Admite-se que o escalar  $w(t)$  que representa a força de excitação externa satisfaça a seguinte equação diferencial:

$$\frac{d^p w(t)}{dt^p} + \beta_p \frac{d^{p-1} w(t)}{dt^{p-1}} + \beta_{p-1} \frac{d^{p-2} w(t)}{dt^{p-2}} + \dots + \beta_2 \frac{dw(t)}{dt} + \beta_1 w(t) = 0 \quad (3.60)$$

onde  $\beta_i, i = 1, \dots, p$  são constantes reais.

Na equação (3.58), a matriz  $[Q]$  é positiva semi-definida de ordem  $n = 4$ ,  $r$  é um escalar de valor constante.

A função  $\phi(u, \dot{u}, \ddot{u}, \dots)$  é escolhida de forma que não se utilize um esforço de controle excessivo. Particularizando para o caso de uma excitação harmônica  $w(t)$  com frequência constante que satisfaz as restrições (3.59), é mostrado por Johnson (1968) que  $\phi$  pode ser convenientemente representado por:

$$\phi = r^2 \left( \frac{d^p u(t)}{dt^p} + \beta_p \frac{d^{p-1} u(t)}{dt^{p-1}} + \dots + \beta_2 \frac{du(t)}{dt} + \beta_1 u(t) \right)^2 \quad (3.61)$$

Como forma de resolver o problema (3.58) – (3.61) é requerido que os vetores  $\{f\}$  e  $\{B\}$  sejam colineares ou seja:

$$\{f\} = \alpha \{B\} \quad (3.62)$$

para qualquer valor não negativo de  $\alpha$ .

Assume-se que  $([A], \{B\})$  seja completamente controlável e sem perda de generalidade, admite-se que  $([A], \{B\}, \{f\})$  possam ser colocados na seguinte forma canônica de fase variável ou controlável (Kwakernaak e Sivan, 1972):

$$[A] = [A_0] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_1 & -a_2 & -a_3 & -a_4 \end{bmatrix}, \quad \{B\} = \{B_0\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix},$$

$$\{f\} = \{f_0\} = \alpha \{B_0\}$$

onde os coeficientes  $a_1, a_2, a_3$  e  $a_4$  representam os coeficientes da equação característica do sistema (3.59).

Assim, Johnson (1970) mostrou que o controle ótimo modificado é obtido segundo:

$$u^0(t) = \langle [d_0], \{y(t)\} \rangle + \langle \{\lambda\}, \{x(t)\} \rangle \quad (3.63)$$

onde:

$$[d_0] = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$$

$\{y\} = [y_1 \ \dots \ y_p]^T$  é o vetor de estado de um sistema dinâmico auxiliar descrito por:

$$\{\dot{y}(t)\} = [D_0]\{y(t)\} + [C]\{x(t)\} \quad (3.64)$$

A Figura 3.4 mostra o diagrama de blocos associado às equações (3.63) e (3.64) e as matrizes  $[D_0]$  e  $[C]$  assumem os valores dados pela equação (3.65).

$$[D_0] = \begin{bmatrix} -\beta_p & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\beta_{p-1} & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\beta_{p-2} & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & & & \dots & & \\ \vdots & & & & & 0 & 1 \\ -\beta_1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.65}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 & 0 \\ \vdots \\ \gamma_p \end{bmatrix} - \begin{Bmatrix} \beta_p \\ \beta_{p-1} \\ \vdots \\ \beta_1 \end{Bmatrix} [\lambda_1 \ \lambda_2 \ \dots \ \lambda_n]$$

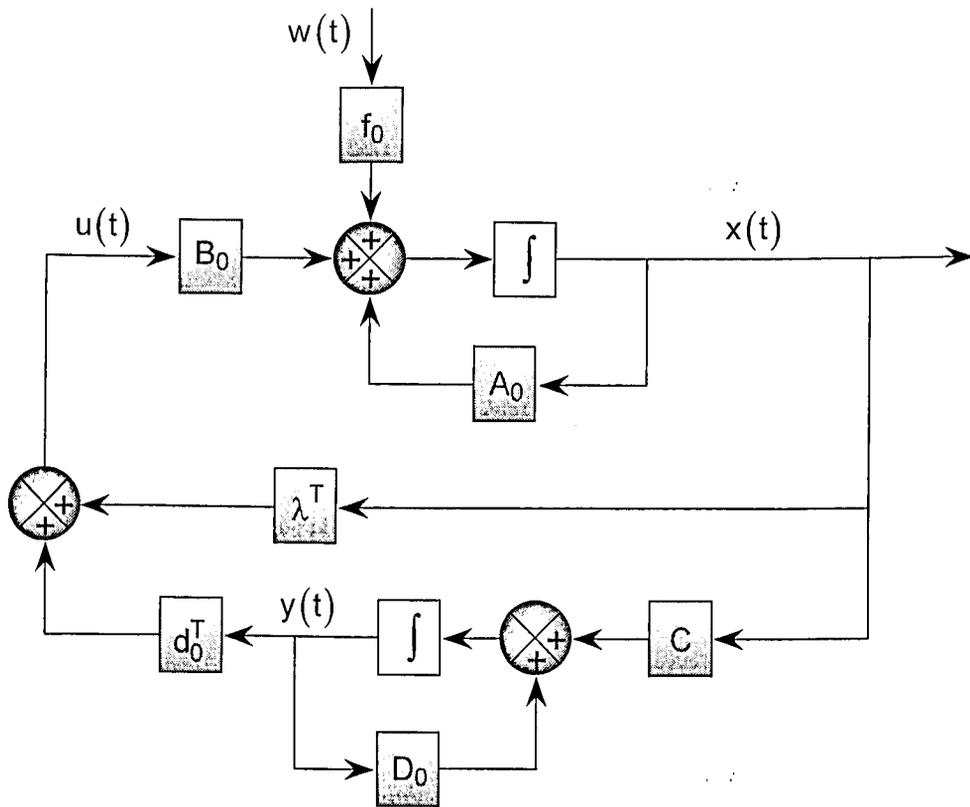


Figura 3.4 – Diagrama de blocos do controle ativo usando a teoria de Johnson.

De acordo com Johnson (1970) os parâmetros  $\lambda$  e  $\gamma$  são determinados segundo:

$$\lambda_i = \sum_{j=1}^{\rho} e_{j,\rho+i+1-j}, \quad i=1:n, \quad e_{j,k} = 0 \text{ se } k > n \quad (3.66)$$

$$\lambda_n = \tau_{2,\rho} \quad (3.67)$$

$$\gamma_k = \sum_{j=1}^{\rho+1-k} e_{j,\rho+2-k-j}, \quad k=1:\rho \quad (3.68)$$

$$e_1 = [\tau_{11} - a_1\tau_{21} \quad \tau_{12} - a_2\tau_{21} \quad \tau_{13} - a_3\tau_{21} \quad \cdots \quad \tau_{1n} - a_n\tau_{21}] \quad (3.69)$$

$$e_i = [-a_1\tau_{2i} \quad -a_2\tau_{2i} \quad -a_3\tau_{2i} \quad \cdots \quad \tau_{2(i-1)} - a_n\tau_{2i}] \quad i=2,3,\dots,\rho \quad (3.70)$$

O parâmetro  $\tau$  define o vetor de ganho de realimentação ótimo dado por:

$$\{\tau\} = -\frac{[S]\{B\}}{r^2} \quad (3.71)$$

onde  $[S]$  é uma matriz  $(n+\rho) \times (n+\rho)$  positiva definida simétrica que satisfaz a equação de Riccati:

$$[\tilde{A}]^T [S] + [S][\tilde{A}] - \frac{[S]\{\tilde{B}\}\{\tilde{B}\}^T [S]}{r^2} + [\tilde{Q}] = \{0\} \quad (3.72)$$

onde:

$$[\tilde{A}] = \begin{bmatrix} [A_0] & [\{B:0\}] \\ 0 & R_0 \end{bmatrix}_{(n+p) \times (n+p)}, \quad [\tilde{Q}] = \begin{bmatrix} [Q] & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{(n+p) \times (n+p)}$$

$$[\tilde{B}] = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{Bmatrix}_{(n+p) \times 1}, \quad [R_0] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -\beta_1 & -\beta_2 & -\beta_3 & \cdots & -\beta_n \end{bmatrix}_{(n \times n)}$$

O algoritmo de controle ótimo modificado, representado pela Figura 3.4 requer que a excitação do sistema seja harmônica, de forma que a lei de controle leve a uma resposta em regime permanente nula, com a vantagem de não ser necessário o conhecimento da amplitude e da fase da freqüência de excitação. Porém, caso a freqüência de excitação mude, todo o algoritmo deve ser novamente executado para a nova freqüência, impossibilitando uma sintonização automática do ADV.

Propõe-se aqui a associação desta teoria com as Redes Neurais Artificiais (RNAs) como fizera Ma e Sinha (1996), como forma de se obter uma sintonização automática do ADV, já que as RNAs são capazes de mapear os ganhos ótimos de controle com a freqüência de excitação de forma que, mesmo variando esta freqüência, é garantido que se tenha os ganhos do controle ótimos para esta nova excitação, o que permite o ajuste “on-line” do ADV.

Desta forma, o procedimento para se obter uma sintonização automática se resume a “treinar” a RNA sendo  $\beta_i, i = 1, 2, \dots, p$  os parâmetros de entrada da RNA e a saída da mesma são os escalares  $\lambda_i, i = 1, 2, \dots, n$  e  $\gamma_j, j = 1, 2, \dots, p$ . Assim, as equações (3.72), (3.66) – (3.68) são usadas para gerar um banco de dados que será usado para o treinamento da RNA garantindo que se tenha sempre ganhos ótimos independentemente do valor da freqüência de excitação.

A Figura 3.5 mostra um esquema de uma RNA a ser utilizada neste procedimento. Trata-se de uma RNA multicamadas alimentada unidirecionalmente com uma camada de entrada, uma camada interna contendo cinco neurônios e uma camada de saída. A função de ativação a ser utilizada é uma função sigmóide.

Na Figura 3.6 tem-se o diagrama de blocos do controle ótimo modificado com as RNA incorporadas.

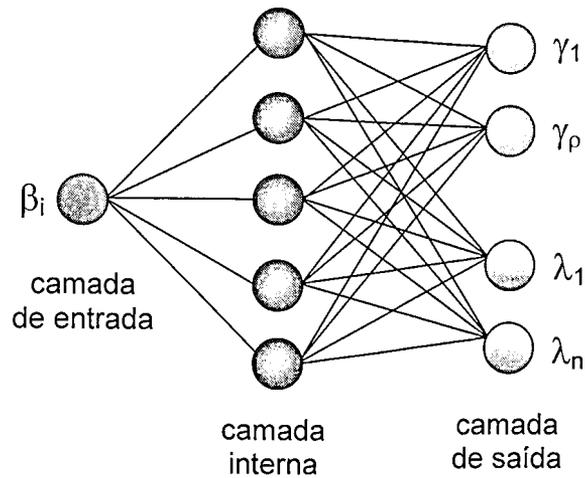


Figura 3.5 – Esquema da RNA utilizada no controle ótimo modificado.

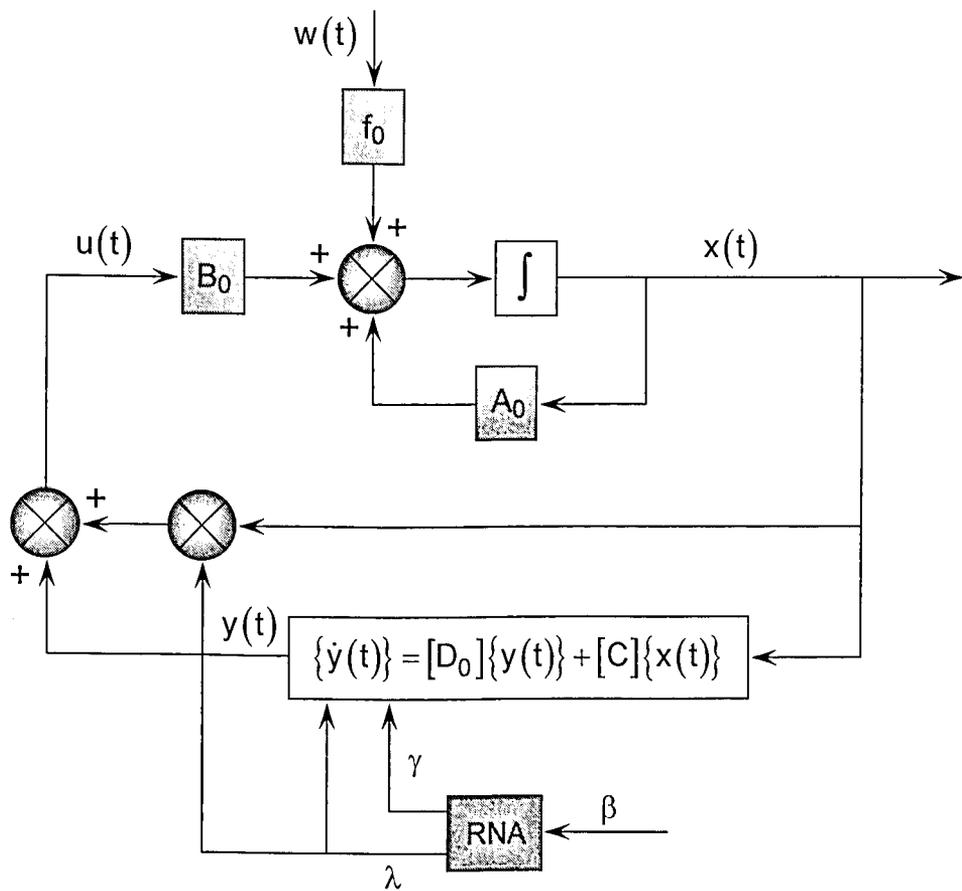


Figura 3.6 – Estrutura do sistema de controle usando as RNA (adaptado de Ma e Sinha (1996))

## CAPÍTULO IV

### Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Adaptativos

Este capítulo trata de um estudo acerca de *Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Adaptativos*. Dentro deste contexto, é proposta uma forma construtiva, na qual um ADV puramente mecânico é substituído por um sistema eletromecânico associado a um circuito elétrico do tipo shunt (circuito RLC), que possui características que favorecem a adaptabilidade, possibilitando a sintonização automática até mesmo em tempo real.

#### 4.1 – Introdução aos Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Adaptativos

Como foi visto no Capítulo II, o desempenho dos ADVs passivos é bastante sensível à variação na frequência de excitação, fazendo com que estes dispositivos apresentem bandas de operação relativamente estreitas. Por outro lado, os ADVs ativos, enfocados no Capítulo III, superam esta dificuldade pois é possível uma sintonização variável. Porém, estes dispositivos podem causar instabilidade no sistema, e podem requerer elevado esforço de controle.

Como forma de evitar os inconvenientes e combinar os aspectos positivos dos dois tipos anteriores, vem sendo freqüentemente explorada a possibilidade de utilização de *ADV's Adaptativos*. Tais dispositivos são entendidos como aqueles cujos parâmetros físicos podem ser variados, de modo que o dispositivo esteja sempre sintonizado com a frequência de excitação do sistema. É mesmo possível que a sintonização seja feita de forma contínua e automática em tempo real.

A implementação de novas configurações destes ADVs tem sido viabilizada principalmente pelo surgimento dos chamados *materiais inteligentes*, que abrem novas possibilidades de se obter as características desejadas de adaptabilidade em amplas faixas de operação, com mínimo consumo de energia (Sun *et al.*, 1995). Os materiais inteligentes são entendidos como aqueles cuja geometria e/ou propriedades físicas (mecânicas, térmicas, ópticas, etc.) podem ser variadas de forma controlada, mediante a variação das condições ambientais tais como o campo elétrico, o campo magnético, temperatura, etc (Rogers, 1992) (Banks *et al.*, 1996).

Estes materiais são usados principalmente na confecção de sensores e atuadores caracterizados pela alta capacidade de sensoriamento e atuação, além de poderem ser integrados construtivamente à estrutura.

Seguindo esta tendência, as *estruturas inteligentes* ou *adaptativas* são entendidas como sistemas estruturais dotados de sensores e atuadores integrados, sendo capazes de detectar mudanças ocorridas nas solicitações através de seus sensores e de adaptar-se a essas mudanças através dos atuadores, alterando suas características físicas e/ou geométricas, garantindo assim comportamento mecânico satisfatório (Banks *et al.*, 1996).

Dentre os materiais mais utilizados na concepção dos ADVs adaptativos destacam-se pela sua eficiência e aplicabilidade:

- *materiais piezelétricos*, que deformam mecanicamente na presença de uma tensão elétrica e produzem uma polarização elétrica quando sujeitos a uma tensão mecânica. Os materiais com propriedades piezoelétricas mais utilizados são as cerâmicas de titanato-zirconato de chumbo – PZT e os polímeros de fluorido de polivinilideno – PVDF (Banks *et al.*, 1996).
- *materiais com memória de forma*, que são materiais metálicos capazes de assumir uma forma previamente definida, quando sujeitos a certas temperaturas. Desta forma, estes materiais convertem energia térmica em trabalho mecânico. Este fenômeno é conhecido como efeito memória de forma e é causado por uma transformação de fase do material cristalograficamente reversível. A liga de Níquel – Titânio chamada de “*Nitinol*”, é a liga mais utilizada para este tipo de material (Shahin *et al.* 1997).
- *fluidos eletroreológicos*, que são constituídos por dispersões de partículas sólidas, condutoras ou polarizáveis, em óleos não condutores. Aplicando-se um campo elétrico, as partículas sofrem uma polarização induzida e interagem entre si alterando a viscosidade aparente do fluido (Coulter e Duclos, 1989).
- *fluidos magnetoreológicos*, são suspensões estáveis de partículas ferromagnéticas bastante finas que exibem um comportamento reológico controlável mediante a aplicação de um campo magnético. Na presença de moderados campos magnéticos, a viscosidade aparente destes fluidos pode aumentar em mais de duas vezes sua magnitude (Rogers *et al.* 1996).
- *materiais eletrostáticos*, são materiais que se deformam quando submetidos a um campo elétrico. As deformações são induzidas pelo surgimento de orientações preferenciais de

dipolos elétricos no material. Os materiais mais comuns são o niobato de chumbo, magnésio (PMN), e o niobato de chumbo-magnésio enriquecido com titanato de chumbo (PMN-PT) (Banks *et al.*, 1996).

Como exemplo de aplicação de ADVs adaptativos que usam materiais inteligentes em sua concepção pode-se citar o ADV do tipo viga proposto por Marques (2000) no qual placas de material piezelétrico são coladas a uma viga bi-engastada. Após a introdução de uma tensão elétrica nos elementos piezelétricos, os mesmos se deformam causando um tensionamento mecânico interno na viga promovendo-se assim, variações nas suas frequências naturais de flexão. Desta forma, este tipo de ADV pode ser utilizado para atenuar vibrações em diferentes faixas de frequências. Hollkamp (1994), Agnes e Inman (1996) usaram uma associação de pastilhas piezelétricas com circuitos elétricos do tipo shunt (RLC) para a construção de ADV piezelétricos.

Pinkos *et al.* (1994) vêm desenvolvendo um sistema de suspensão automotiva adaptativa mediante a utilização de um absorvedor de vibrações rotacional acoplado com fluidos magnetoreológicos.

Stevens *et al.* (1987) avaliaram experimentalmente a utilização de um ADV adaptativo utilizando material eletroreológico como forma de variar o amortecimento do sistema absorvedor acoplado a sistemas primários simples.

## 4.2 – Absorvedor Dinâmico de Vibrações Eletromecânico

No que segue, apresenta-se a formulação básica pertinente a um ADV eletromecânico, o qual é uma combinação de um ADV passivo mecânico (massa, amortecimento e rigidez), com um circuito elétrico RLC.

O principal interesse no estudo desta configuração é que ela pode ser convenientemente utilizada para conferir adaptabilidade ao absorvedor, mediante a variação controlada dos parâmetros do circuito elétrico que são, em muitas das vezes, mais fáceis de se variar do que os parâmetros passivos de um ADV puramente mecânico.

#### 4.2.1 – Equações do Movimento

O modelo do ADV eletromecânico proposto é mostrado na Figura 4.1, sendo constituído por um ADV mecânico passivo representado pela massa  $m_2$ , pela rigidez  $k_2$  e amortecimento  $c_2$ . Considera-se que a massa  $m_2$  seja magnética, e que esteja envolvida por uma espira conectada em série com um circuito elétrico do tipo RLC. O absorvedor é conectado a um sistema primário de 1 gdl, representado por seus parâmetros físicos  $m_1$ ,  $k_1$  e  $c_1$ .

As equações do movimento para o deslocamento das massas  $m_1$  e  $m_2$  e para a corrente  $i(t)$  que circula na espira, são dadas pelas equações abaixo (Irwin, 2000):

$$m_1 \ddot{x}_1(t) + (c_1 + c_2) \dot{x}_1(t) + (k_1 + k_2) x_1(t) - c_2 \dot{x}_2(t) - k_2 x_2(t) + T i(t) = F(t) \quad (4.1)$$

$$m_2 \ddot{x}_2(t) + c_2 (\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t)) + k_2 (x_2(t) - x_1(t)) - T i(t) = 0 \quad (4.2)$$

$$L \ddot{i}(t) + R i(t) + \frac{1}{C} i(t) + T (\ddot{x}_2(t) - \ddot{x}_1(t)) = 0 \quad (4.3)$$

A quantidade  $T$  relaciona a corrente elétrica com a força magnética gerada dentro da bobina. De acordo com Crandall (1985), esta quantidade vale:

$$T = 2\pi n r B \quad (4.4)$$

onde  $n$  representa o número de espiras da bobina,  $r$  é o raio da bobina e  $B$  é o campo magnético uniforme gerado pela massa magnética  $m_2$ .

Nota-se que o sistema acoplado representado pelas equações (4.1) – (4.3) possui dois graus de liberdade sendo eles o deslocamento da massa primária e da massa do ADV além da coordenada representada pela corrente que passa através do circuito elétrico.

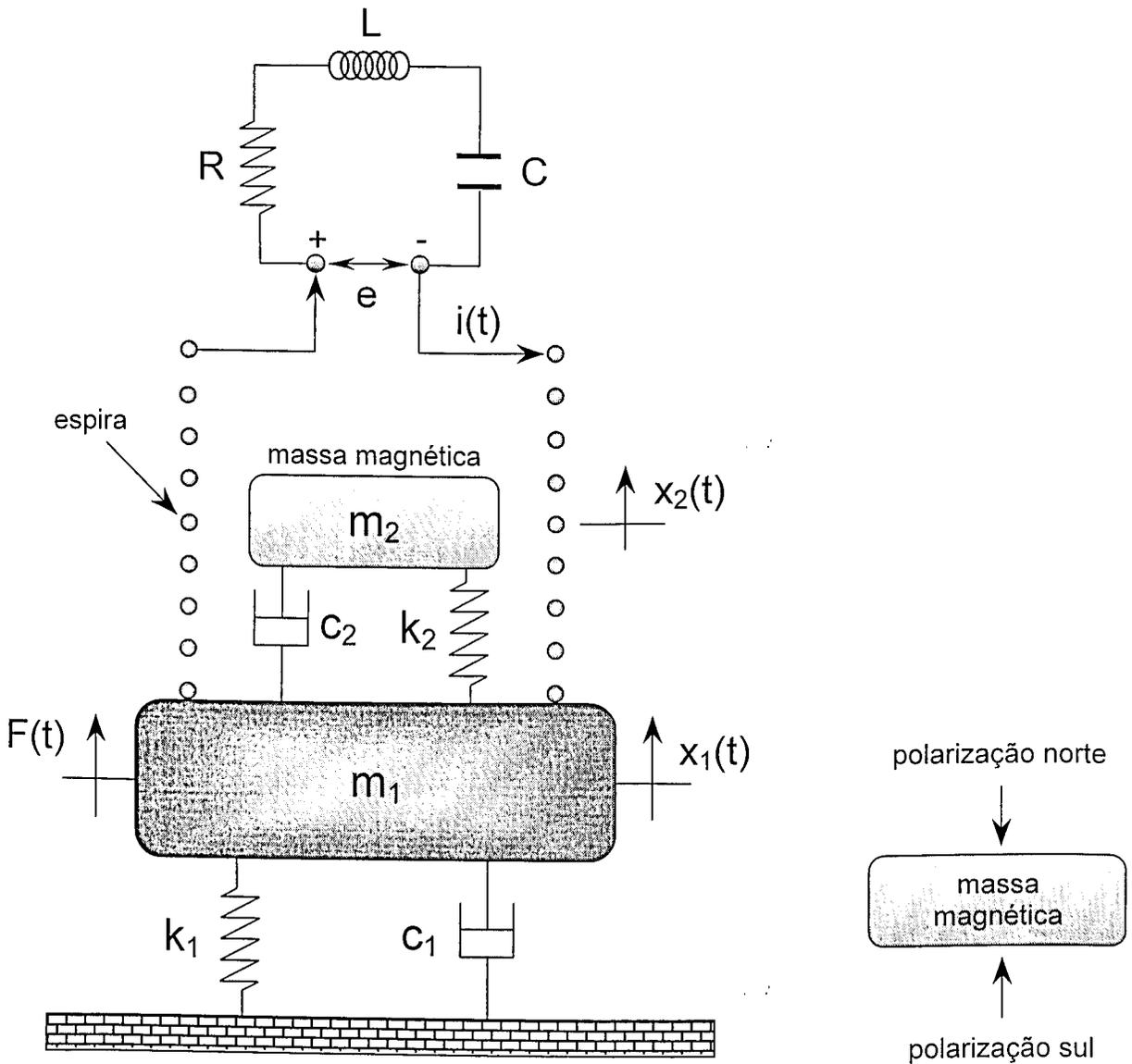


Figura 4.1 – Modelo do ADV eletromecânico.

As equações (4.1), (4.2) e (4.3) podem ser dispostas na seguinte forma matricial:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [B]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\}, \quad (4.5)$$

onde:

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ -T & T & L \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & T \\ -k_2 & k_2 & -T \\ 0 & 0 & 1/C \end{bmatrix}$$

$$f(t) = \begin{Bmatrix} F(t) \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad x(t) = \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ i(t) \end{Bmatrix}$$

Considerando o sistema em regime harmônico permanente, escreve-se:

$$\begin{cases} F(t) = F_0 e^{j\Omega t} \\ x_1(t) = X_1 e^{j\Omega t} \\ x_2(t) = X_2 e^{j\Omega t} \\ i(t) = I e^{j\Omega t} \end{cases} \quad (4.6)$$

Introduzindo as equações (4.6) em (4.1) – (4.3), obtêm-se as seguintes equações, que representam a relação entre as amplitudes e a força de excitação em função da frequência  $\Omega$  para a massa primária, o ADV passivo e para a corrente que passa pelo circuito:

$$H_{11}(\Omega) = \frac{X_1}{F}(\Omega) = \frac{E_c E_2 - T^2 \Omega^2}{D(\Omega)} \quad (4.7)$$

$$H_{21}(\Omega) = \frac{X_2}{F}(\Omega) = \frac{-T^2 \Omega^2 + E_c (c_2 j \Omega + k_2)}{D(\Omega)} \quad (4.8)$$

$$H_{i1}(\Omega) = \frac{I}{F}(\Omega) = \frac{T m_2 \Omega^4}{D(\Omega)} \quad (4.9)$$

onde:  $E_1 = -m_1 \Omega^2 + (c_1 + c_2) j \Omega + k_1 + k_2$

$$E_2 = -m_2 \Omega^2 + c_2 j \Omega + k_2$$

$$E_c = -L \Omega^2 + R j \Omega + \frac{1}{C}$$

$$D(\Omega) = E_1 E_2 E_c - T^2 \Omega^2 E_1 (E_1 + E_2) + (c_2 j \Omega + k_2) [2T^2 \Omega^2 - (c_2 j \Omega + k_2) E_c]$$

sendo  $D(\Omega)$  a equação característica do sistema eletromecânico cujas raízes definem as três freqüências de ressonância deste sistema.

Considerando o caso particular do ADV mecânico não amortecido ( $c_2 = 0$ ) e o circuito elétrico sem a componente de resistência elétrica ( $R = 0$ ), pode-se observar que a FRF  $H_{11}(\Omega)$  dada por (4.7), possui um zero, ou uma anti-ressonância, para a freqüência  $\Omega$  dada por:

$$\Omega^2 = \frac{m_2 + T^2 C + k_2 LC}{2m_2 LC} + \sqrt{\left(\frac{m_2 + T^2 C + k_2 LC}{2m_2 LC}\right)^2 - 4m_2 LC k_2} \quad (4.9)$$

Assim como no caso dos ADVs passivos e ativos, o objetivo do ADV eletromecânico é fazer com que a amplitude de vibração da massa primária seja completamente anulada. Portanto, deve-se sintonizar o ADV eletromecânico de modo a satisfazer a equação (4.9). Observa-se nesta equação que a freqüência de anti-ressonância  $\Omega$  é função dos parâmetros  $L$  e  $C$ . Assim, fixando os valores dos demais parâmetros, pode-se obter os valores dos parâmetros  $L$  e  $C$  individualmente que conduzem a este valor de freqüência. Para isto, deve-se isolar separadamente cada variável dentro da equação (4.9), resultando:

$$L(\Omega) = \frac{(m_2 + T^2 C)\Omega^2 - k_2}{(m_2 \Omega^2 - k_2)C\Omega^2} \quad (4.10)$$

$$C(\Omega) = \frac{m_2 \Omega^2 - k_2}{\Omega^2 (Lm_2 \Omega^2 - Lk_2 - T^2)} \quad (4.11)$$

De posse destes valores, eles poderão ser usados, um de cada vez, como forma de se conseguir um deslocamento nulo da massa principal sem que haja a necessidade de se variar os parâmetros passivos ( $m_2, k_2, c_2$ ) do ADV puramente mecânico, fato que constitui a principal vantagem do ADV aqui examinado.

Considerando agora a presença do amortecimento  $c_2$  do ADV passivo, e da resistência elétrica  $R$ , as expressões para a indutância  $L(\Omega)$  e para a capacitância  $C(\Omega)$  resultam:

$$L(\Omega) = \frac{E_2(Rj\Omega + 1/C) - T^2}{E_2\Omega^2} \quad (4.12)$$

$$C(\Omega) = \frac{E_2}{T^2\Omega^2 - E_2(-L\Omega^2 + Rj\Omega)} \quad (4.13)$$

A resistência elétrica  $R$  pode ser relacionada com o fator de amortecimento “elétrico” segundo:

$$\zeta_e = \frac{R}{2\omega_e L(\Omega)} \quad (4.14)$$

onde  $\omega_e^2 = \frac{1}{LC}$  é a frequência natural do circuito elétrico isolado (Irwin, 2000).

Devido à complexidade das equações (4.7) – (4.9), as amplitudes de vibração tanto da estrutura primária quanto da massa magnética, bem com os valores da corrente elétrica que circula dentro da espira, principalmente para os valores das três frequências de ressonância do sistema eletromecânico, devem ser minimizados mediante um procedimento de otimização numérica. Cunha Jr (1999) apresenta uma síntese dos principais métodos de otimização de parâmetros de ADVs, incluindo os métodos clássicos, baseados em desenvolvimentos analíticos das funções de resposta a serem minimizadas, e métodos mais recentes, baseados no emprego de procedimentos computacionais de otimização com restrições e de Algoritmos Genéticos.

A principal vantagem na utilização de ADVs adaptativos é a sua capacidade de variação de seus parâmetros construtivos de modo que ele esteja sempre sintonizado com a frequência de excitação do sistema. Desta forma, sugere-se, na seção seguinte, uma estratégia para a possibilidade de variação dos parâmetros do circuito RLC de forma a tornar o ADV adaptativo.

#### 4.2.2 – Procedimento para a obtenção da adaptabilidade

Como forma de se obter a adaptabilidade do ADV eletromecânico, propõe-se a variação automática somente dos parâmetros de resistência elétrica  $R$  e da indutância  $L$ , mantendo-se

constante o parâmetro de capacitância  $C$ .

A variação da resistência elétrica  $R$  pode ser obtida mediante utilização de um potenciômetro digital tal como o esquema mostrado na Figura 4.2.

Este tipo de dispositivo é capaz de variar a resistência elétrica dentro de uma faixa pré-estabelecida em seu projeto mediante o recebimento de sinais digitais, geralmente na forma binária, que podem ser enviados por meio de um micro-computador. Contudo, o uso destes dispositivos impõe algumas restrições de projeto do ADV, uma vez que a faixa de variação da resistência elétrica é estreita, acarretando em uma banda de frequência na qual o ADV será capaz de absorver a energia vibratória também estreita.

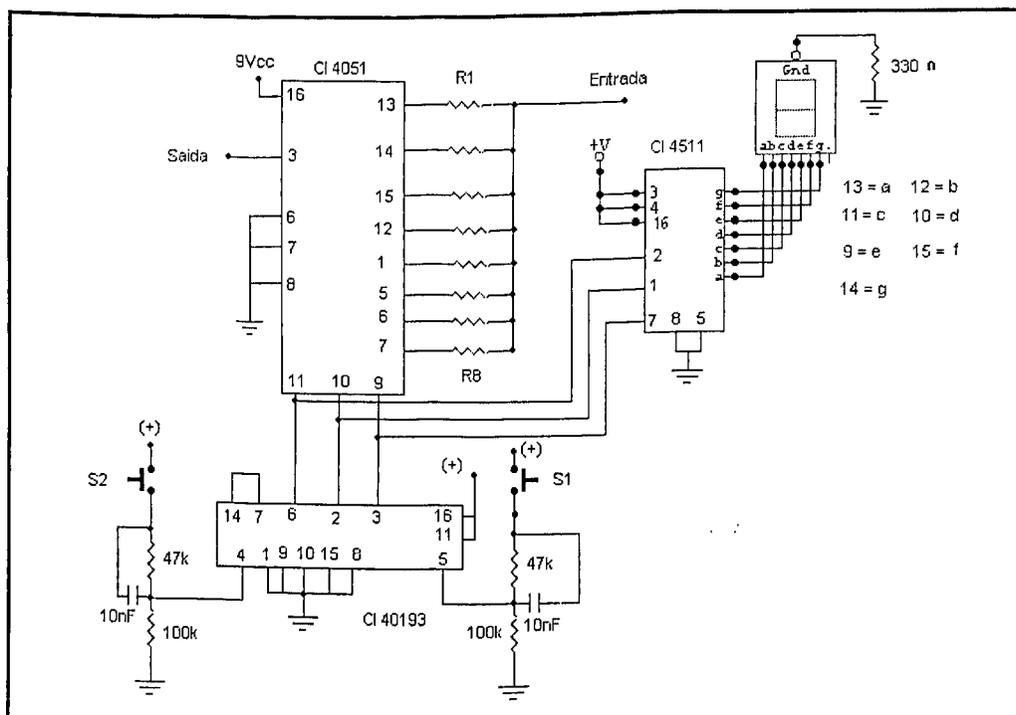


Figura 4.2 – Esquema de um potenciômetro digital. Retirada de Sabino (2003).

Para a obtenção de uma indutância variável propõe-se a utilização dos chamados *Indutores Sintéticos*, que são uma associação de amplificadores operacionais, resistores e capacitores que simulam o efeito de um indutor (Schaumann *et al.* 1990) (Stephenson, 1985). Um estudo detalhado mostrando como se pode obter um indutor sintético é mostrado no Apêndice E. Assim, utilizando aqui novamente um potenciômetro digital como resistência elétrica variável, o indutor sintético poderá induzir diferentes valores para a indutância, porém limitados pela faixa operacional do potenciômetro digital.

Desta forma, para que o ADV eletromecânico se torne adaptativo, faz-se necessária a utilização de um sistema de controle, constituído basicamente por sensores, micro-computador e placa de aquisição de sinais, que mantêm o sistema primário monitorado a todo instante e mediante variação na frequência de excitação envia sinais de controle aos potenciômetros de forma a variar automaticamente os valores de R e L. A Figura 4.3 mostra um esquema da implementação deste sistema de controle.

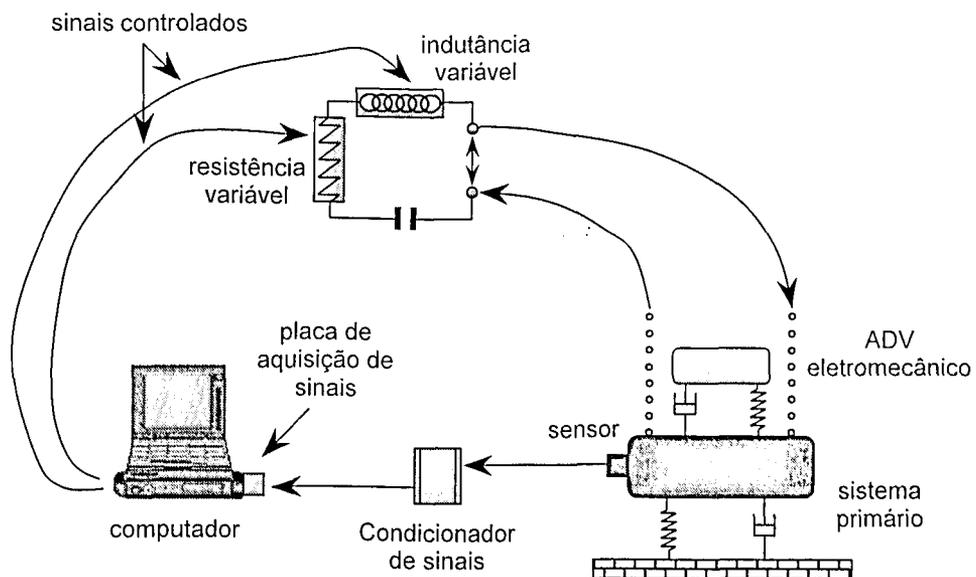


Figura 4.3 – Esquema do sistema de controle do ADV eletromecânico.

## CAPÍTULO V

### Simulações Numéricas

Este capítulo tem por objetivo avaliar numericamente os absorvedores dinâmicos de vibrações introduzidos nos Capítulos III e IV. Serão avaliadas primeiramente as três configurações de ADVs ativos e por fim o ADV adaptativo eletromecânico.

#### **5.1 – ADV ativo com realimentação em velocidade e deslocamento relativos entre a massa do ADV e o sistema primário**

Nesta seção, simula-se numericamente o ADV ativo apresentado na Seção 3.2, cuja força de controle é expressa como uma combinação linear das respostas em deslocamento, velocidade e aceleração do ADV em relação ao sistema primário.

As simulações serão apresentadas em duas partes. Na primeira tem-se a análise feita utilizando um sistema primário de 1 gdl. Em seguida, apresentam-se os resultados obtidos usando um sistema primário de vários gdl, que foi gerado por elementos finitos.

#### **5.1.1 – ADV ativo com realimentação em velocidade e deslocamento relativos acoplado a um sistema primário de 1 gdl**

##### **5.1.1.1 – Análise no domínio da frequência**

O sistema simulado é aquele apresentado pela Figura 3.1, com os parâmetros do sistema primário e do ADV passivo dados na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Valores dos parâmetros passivos do sistema primário e ADV passivo.

Sistema primário	ADV passivo
$m_1 = 1,0\text{kg}$	$m_2 = 0,3\text{kg}$
$k_1 = 100,0\text{N/m}$	$k_2 = 10,8\text{N/m}$
$c_1 = 0,5\text{Ns/m}$	$c_2 = 0,1\text{Ns/m}$
$\omega_1 = 10,0\text{rad/s}$	$\omega_2 = 6,0\text{rad/s}$

Como pode ser observado na tabela acima, o ADV passivo está sintonizado para atenuar vibrações para a frequência de  $6\text{rad/s}$  ( $\omega_2 = \sqrt{k_2/m_2} = 6\text{rad/s}$ ). Logo, excitando o sistema primário em uma frequência diferente de  $\omega_2$ , o ADV não deverá ser capaz de absorver satisfatoriamente a energia vibratória no ponto de acoplamento.

Afim de evidenciar as vantagens de se utilizar os ADVs ativos, o sistema primário será excitado em sua frequência natural ou seja,  $\Omega = \omega_1 = \sqrt{k_1/m_1} = 10\text{rad/s}$ . Desta forma, pretende-se sintonizar o ADV ativo para esta frequência.

Na Figura 5.1, tem-se as funções de resposta em frequência (FRFs) pontuais da massa principal correspondentes a três situações distintas: a) para o sistema primário isolado, b) para o sistema acoplado ao ADV passivo e c) para o sistema acoplado ao ADV ativo. Para o ADV ativo sem realimentação em aceleração ( $\alpha = 0$ ), os valores dos ganhos calculados de acordo com as equações (3.5) e (3.6) são:

$$\gamma = m_2\Omega^2 - k_2 = 19,20 \text{ N/m}$$

$$\beta = 2\zeta_2 m_2 \Omega - c_2 = 0,06 \text{ Ns/m}$$

com um fator de amortecimento  $\zeta_2 = 2,67\%$ .

Como pode ser visto, o ADV passivo atua em  $6\text{rad/s}$  e não na frequência de excitação, fazendo com que o nível de vibração do sistema primário correspondente ao ponto "A" continue alto para esta frequência. Já o ADV ativo consegue atenuar fortemente os níveis de vibração

do sistema primário para a frequência de excitação, sem que seja necessária a variação de seus parâmetros passivos. Como visto na Seção 3.2.1, a anulação das amplitudes do sistema primário se dá devido ao aparecimento de um zero nas FRFs do mesmo, quando se ajusta os ganhos do ADV ativo para a frequência de interesse, caracterizando esta estratégia como uma técnica de alocação de zeros.

Na Figura 5.2 têm-se as FRFs obtidas para o mesmo exemplo porém, com  $\alpha = 0$ , usando os ganhos de realimentação ótimos dados pelas equações (3.9) e (3.10), que tomam os seguintes valores:

$$\gamma_{ot} = m_2 (f_{ot}\Omega)^2 - k_2 = 6,95 \text{ N/m}$$

$$\beta_{ot} = 2\zeta_{ot}m_2 (f_{ot}\Omega) - c_2 = 0,95 \text{ Ns/m}$$

Como pode-se observar, tem-se uma curva bem mais “suave”, com amplitudes baixas em toda a faixa de frequência quando se utiliza o ADV ativo cujos ganhos de controle são otimizados de acordo com o procedimento descrito na Seção 3.2.1.

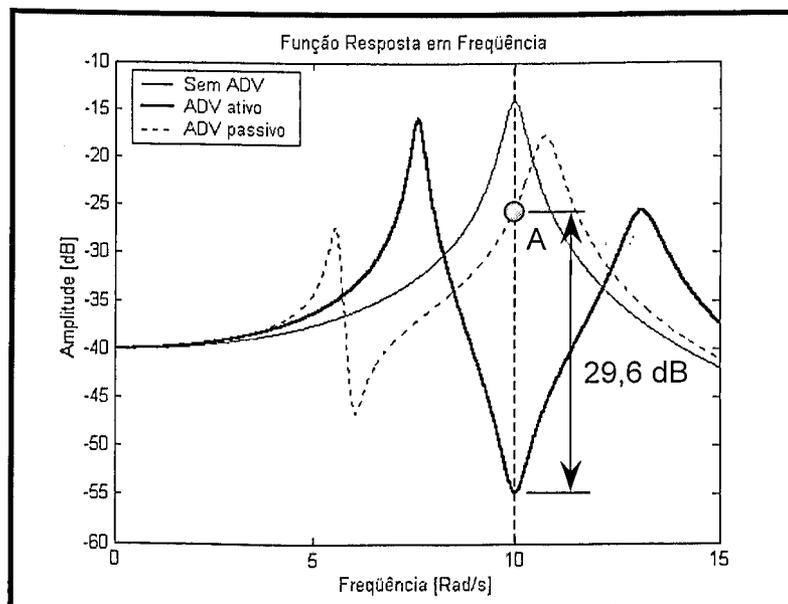


Figura 5.1 – FRFs do sistema sem ADV, com ADV passivo e com ADV ativo sintonizado.

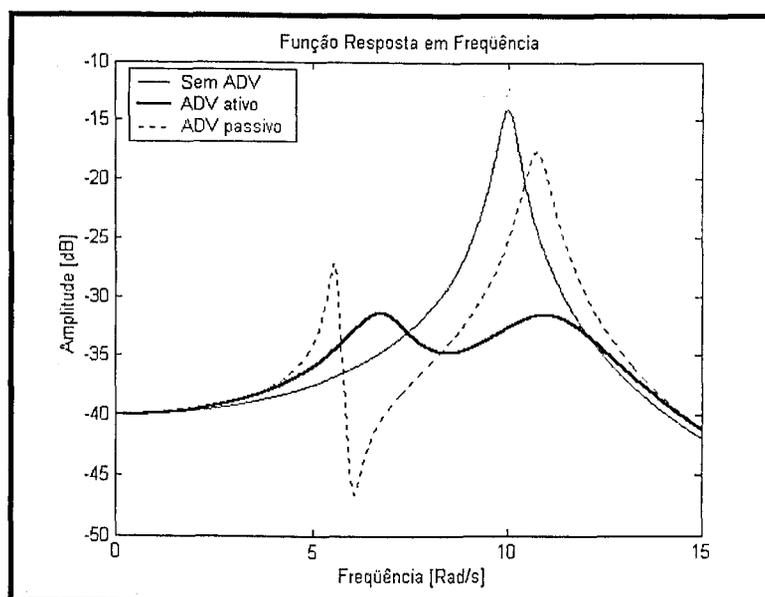


Figura 5.2 – FRFs do sistema sem ADV, com ADV passivo e com ADV ativo com ganhos de realimentação ótimos.

### 5.1.1.2 – Análise no domínio do tempo

Analisa-se aqui o comportamento do sistema após o acoplamento do ADV em termos das respostas no domínio do tempo. Para isto, utiliza-se um modelo elaborado no ambiente SIMULINK™ para o controle do sistema.

O sistema utilizado é o mesmo apresentado na Tabela 5.1 e novamente o sistema foi excitado harmonicamente em  $\Omega = 10 \text{ rad/s}$ , a partir de condições iniciais nulas, situação em que o ADV passivo não está sintonizado.

A Figura 5.3 mostra o deslocamento do sistema primário antes e após o acoplamento do ADV ativo em função do tempo. Como pode-se observar, o deslocamento do sistema foi fortemente amortecido com o acionamento do ADV ativo mostrando novamente a eficiência desta estratégia de controle. Na Figura 5.4 tem-se o histórico da força de controle exercida pelo ADV. Os ganhos de realimentação em deslocamento e velocidade utilizados foram:

$$\gamma = m_2 \Omega^2 - k_2 = 19,20 \text{ N/m}$$

$$\beta = 2\zeta_2 m_2 \Omega - c_2 = 0,06 \text{ Ns/m}$$

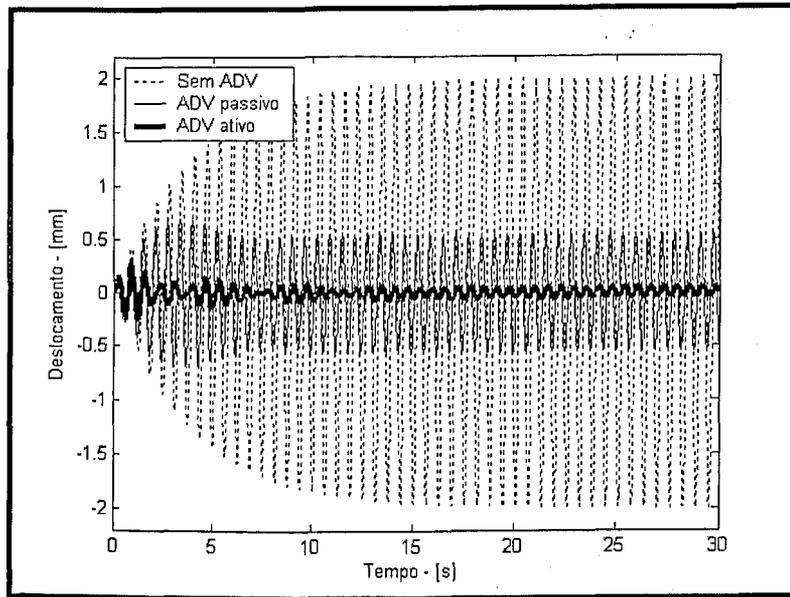


Figura 5.3 – Deslocamento no tempo do sistema primário após o acoplamento do ADV.

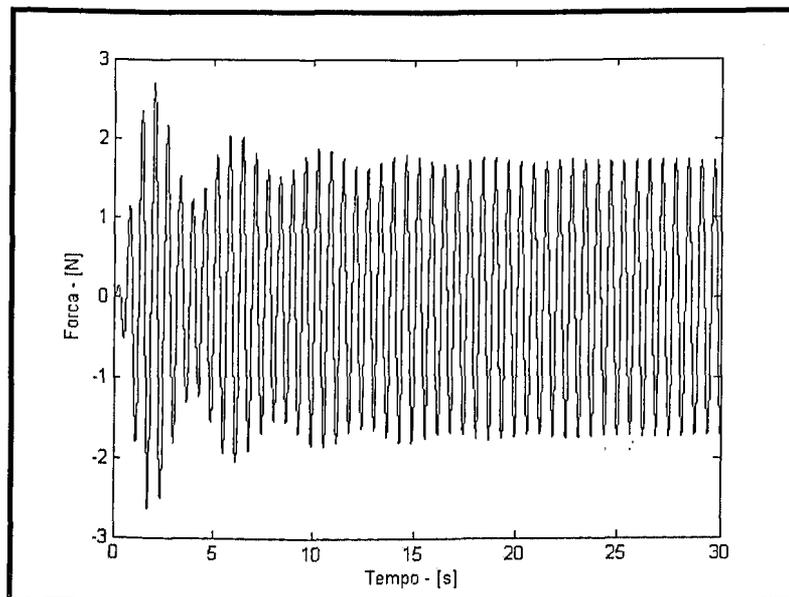


Figura 5.4 – Histórico da força de controle exercida pela ADV ativo.

As simulações anteriores não levaram em consideração a possibilidade da presença de ruído nos sinais medidos, fato muito comum quando se trabalha com sinais reais. Afim de evidenciar este fato, é incorporado às medidas em deslocamento e velocidade tanto para o sistema primário quanto para o ADV um ruído aleatório de 20%.

A Figura 5.5 mostra as respostas temporais em deslocamento para o sistema primário sem ADV e após o acoplamento do ADV ativo com e sem a presença de ruído nas medidas.

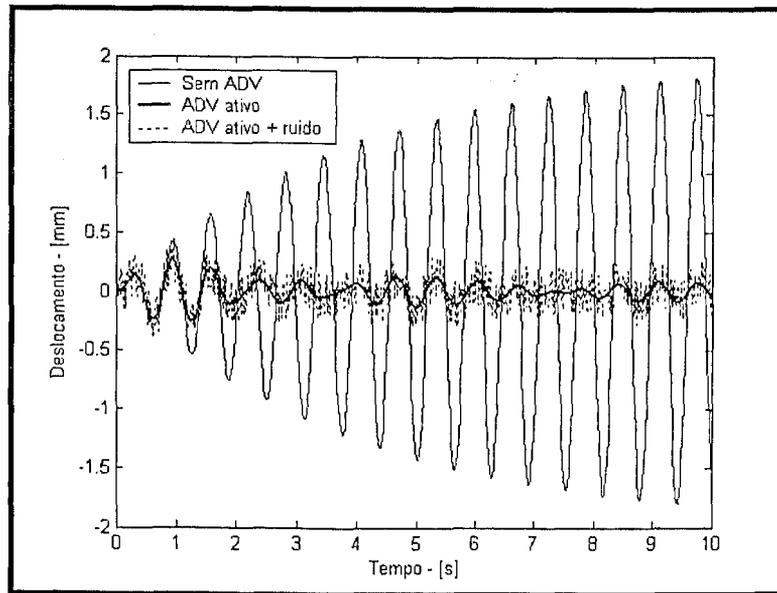


Figura 5.5 – Deslocamento sistema primário após o acoplamento do ADV ativo (20% de ruído).

Como pode ser observado, a presença de ruído afetou a eficiência do ADV ativo uma vez que as amplitudes de vibrações do sistema primário foram sensivelmente elevadas com a presença do mesmo. Contudo, se comparado com o sistema sem ADV, os níveis de vibrações do sistema primário continuam bastante baixos mesmo na presença do ruído.

Na Figura 5.6 tem o esforço de controle executado pelo elemento ativo. Nota-se que mesmo com a presença de ruído, o esforço exercido pelo ADV ativo foi o mesmo.

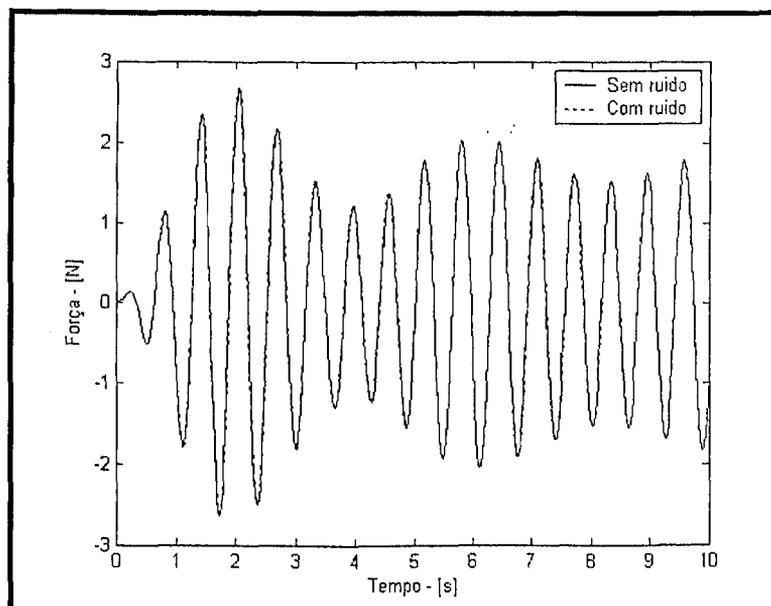


Figura 5.6 – Esforço de controle exercido pelo ADV ativo.

### 5.1.2 – ADV ativo com realimentação em deslocamento e velocidade relativas acoplado a um sistema primário de vários gdl

O sistema primário utilizado nesta seção é o modelo de uma viga de alumínio engastada em uma de suas extremidades, gerado por elementos finitos contendo 20 elementos de viga bidimensional de Euler-Bernoulli com 21 nós e 3 gdl por nó como mostra a Figura 5.7. A viga possui as características dadas pela Tabela 5.2 e o seu segundo modo de vibração é mostrado na Figura 5.8.

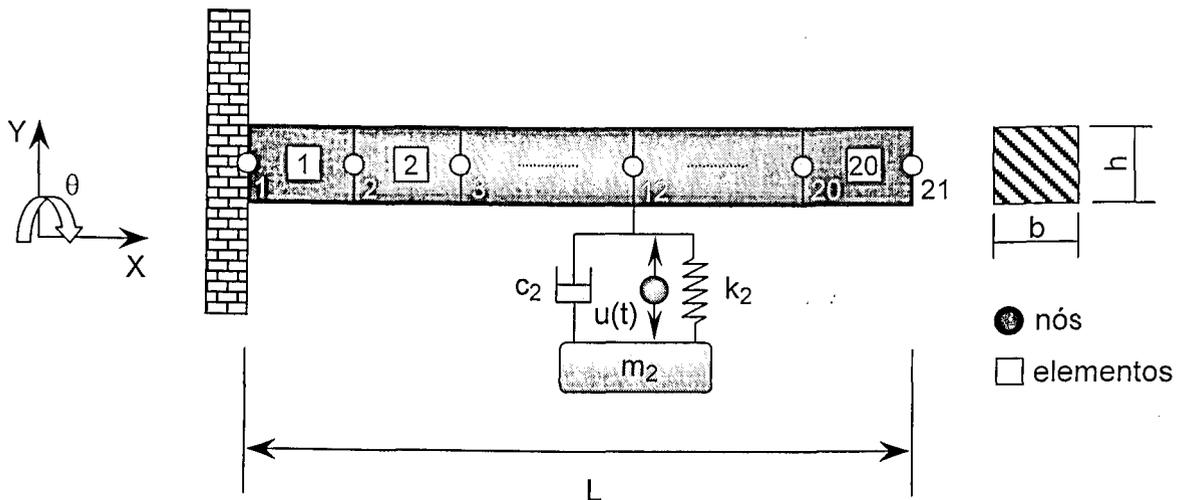


Figura 5.7 – Modelo de elementos finitos do sistema primário.

Tabela 5.2 – Principais características do modelo de elementos finitos do sistema primário.

<i>Características físicas do sistema primário</i>	
seção transversal	$b = 38,0 \times 10^{-3} \text{ m}$ , $h = 4,5 \times 10^{-3} \text{ m}$
comprimento	$L = 335,0 \times 10^{-3} \text{ m}$
densidade	$\rho = 2700,0 \text{ kg/m}^3$
módulo de elasticidade	$E = 7,0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$

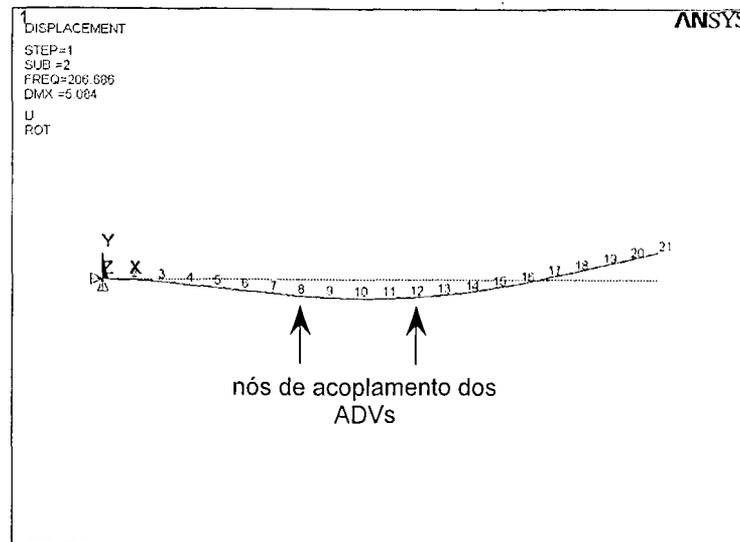


Figura 5.8 – Segundo modo de vibração do sistema primário.

As características do ADV passivo utilizado nas simulações e as quatro primeiras frequências naturais do sistema primário são mostrados na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Características do ADV passivo e frequências naturais do sistema primário.

Frequências naturais do sistema primário	ADV passivo
$\omega_{11} = 33,0\text{Hz}$	$m_2 = 0,05\text{kg}$
$\omega_{12} = 206,7\text{Hz}$	$k_2 = 50530,0\text{N/m}$
$\omega_{13} = 578,5\text{Hz}$	$c_2 = 2,0\text{Ns/m}$
$\omega_{14} = 1133,2\text{Hz}$	$\omega_2 = 160,0\text{Hz}$

### 5.1.2.1 – Acoplamento de um ADV ativo a um sistema primário de vários gdl

Pretende-se atenuar a segunda frequência natural da viga ( $\omega_{12} = 206,7 \text{ Hz}$ ) mediante o acoplamento de um ADV ativo no nó 12, como indicado na Figura 5.7.

Como nos exemplos anteriores, a frequência natural do ADV passivo isolado é diferente da frequência do sistema primário. Desta forma, o ADV passivo não está sintonizado e espera-se pouca eficiência de atenuação quando se excita a viga em sua segunda frequência natural.

Na Figura 5.9 têm-se as FRFs do sistema primário sem ADV, com ADV passivo e ADV ativo acoplado. Os ganhos de realimentação em deslocamento e velocidade usados, para um fator de amortecimento  $\zeta_2 = 2,0\%$ , foram:

$$\gamma = m_2 \Omega^2 - k_2 = 33797,0 \text{ N/m}$$

$$\beta = 2\zeta_2 m_2 \Omega - c_2 = 0,6 \text{ Ns/m}$$

Como pode-se observar, com a utilização do ADV ativo a amplitude de vibração à frequência de  $\Omega = 206,7 \text{ Hz}$  foi fortemente amortecida e no lugar do pico de ressonância aparece uma frequência de anti-ressonância. Assim, fica evidenciado que a utilização do ADV ativo, acoplado a sistemas primários de vários gdl fornece resultados altamente satisfatórios.

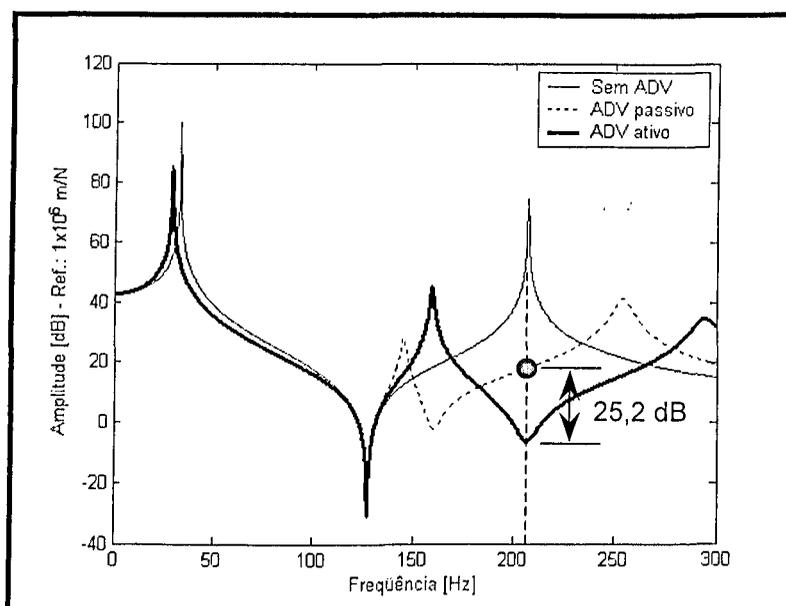


Figura 5.9 – FRFs do sistema primário com ADV passivo e ADV ativo.

### 5.1.2.2 – Acoplamento de um ADV ativo ótimo a um sistema primário de vários gdl

Será avaliada a seguir a utilização de um ADV ativo cujos ganhos ótimos de realimentação em velocidade e deslocamento são obtidos de acordo com a teoria apresentada na Seção 3.2.2.

O sistema primário é o mesmo da seção anterior e a Tabela 5.4 fornece os valores das componentes dos autovetores do sistema primário correspondente ao deslocamento transversal do nó 12 segundo o qual o ADV está acoplado. Vale lembrar que os autovetores foram normalizados segundo as equações (2.26a) e (2.26b). Os valores dos parâmetros passivos do ADV estão dispostos na Tabela 5.5.

Pretende-se atenuar os níveis de vibração na vizinhança da primeira frequência natural ( $\omega_1 = 33,0\text{Hz}$ ) do sistema primário. Para isto, utilizam-se as equações (3.13) e (3.14), que fornecem os valores ótimos para o fator de sintonização e o fator de amortecimento. A Tabela 5.6 traz estes valores, além da massa efetiva do sistema primário e a razão de massas efetiva.

Tabela 5.4 – Componentes das auto soluções para o sistema primário.

<i>freqüências naturais do sistema primário</i>	<i>componentes dos autovetores</i>
$\omega_{11} = 33,0\text{Hz}$	$\Psi_{1c} = 0,8085$
$\omega_{12} = 206,7\text{Hz}$	$\Psi_{2c} = -1,3596$
$\omega_{13} = 578,5\text{Hz}$	$\Psi_{3c} = -0,5040$
$\omega_{14} = 1133,2\text{Hz}$	$\Psi_{4c} = -0,9296$

Tabela 5.5 – Parâmetros passivos do ADV

<i>Parâmetros passivos do ADV</i>
$m_2 = 0,05\text{Kg}$
$k_2 = 500\text{N/m}$
$c_2 = 2\text{Ns/m}$

Tabela 5.6 – Parâmetros usados no projeto de um ADV ativo ótimo.

Parâmetros ótimos	
$M_{ef} = \frac{M_p}{\Psi_{\sigma c}^2} = 0,24$	$\mu_{ef} = \frac{m_2}{M_{ef}} = 0,21$
$f_{ot} = \frac{1}{1 + \mu_{ef}} = 0,83$	$\zeta_{ot} = \sqrt{\frac{3\mu_{ef}}{8(1 + \mu_{ef})^3}} = 0,21$

Os valores ótimos dos ganhos de realimentação em velocidade e deslocamento são:

$$\beta_{ot} = 2\zeta_{ot}m_2(f_{ot}\Omega) - c_2 = 2,36\text{Ns/m}$$

$$\gamma_{ot} = (f_{ot}\Omega)^2 m_2 - k_2 = 980,62\text{ N/m}$$

Na Figura 5.10 tem-se as FRFs para o sistema primário isolado e para o sistema primário acoplado ao ADV ativo com os ganhos ótimos. Como pode ser observado, as amplitudes de ressonância do modo de interesse ( $\omega_1 = 33,0\text{Hz}$ ) foram fortemente amortecidas obtendo-se uma função de resposta bem mais “plana” com amplitudes baixas em toda a faixa de freqüência quando se utiliza o ADV ativo cujos ganhos de controle são ótimos.

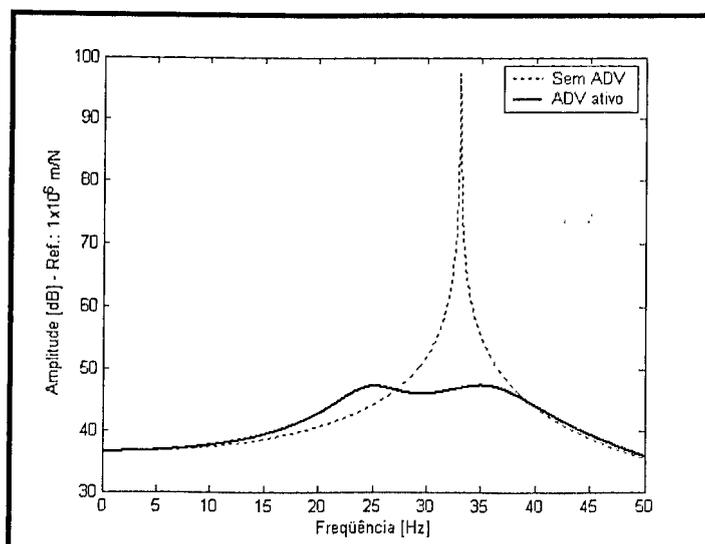


Figura 5.10 – FRF do sistema primário com ADV ativo de ganhos de realimentação ótimos.

### 5.1.2.3 – Acoplamento simultâneo de 2 ADVs ativos a um sistema primário de vários gdl

Nesta seção, ilustra-se o emprego de dois ADVs ativos acoplados simultaneamente ao sistema primário de vários gdl da Figura 5.7. Para isto, utilizou-se os ADVs cujos parâmetros construtivos passivos estão dispostos na Tabela 5.7. Os ADV passivos foram acoplados segundo os deslocamentos transversais dos nós 8 e 12.

Deseja-se atenuar simultaneamente os picos de ressonância associados à primeira ( $\omega_{11} = 33,0\text{Hz}$ ) e a segunda ( $\omega_{12} = 206,7\text{Hz}$ ) freqüências naturais do sistema primário.

A Figura 5.11 mostra as FRFs para o sistema sem ADV, com ADVs passivos e com os dois ADVs ativos. Como pode ser observado, devido à má sintonização dos ADVs passivos, as amplitudes de vibrações do sistema primário continuam altas. Contudo, após o acionamento dos ADVs ativos, as duas freqüências de interesse são fortemente amortecidas, sendo substituídas por duas freqüências de anti-ressonância. Os ganhos de realimentação em deslocamento e velocidade usados para os fatores de amortecimento  $\zeta_{21} = 2,0\%$  e  $\zeta_{22} = 2,0\%$  foram:

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_1 = m_{21}\Omega_1^2 - k_{21} = -4181,70 \text{ N/m} \\ \beta_1 = 2\zeta_{21}m_{21}\Omega_1 - c_{21} = -0,39 \text{ Ns/m} \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} \gamma_2 = m_{22}\Omega_2^2 - k_{22} = 16897,00 \text{ N/m} \\ \beta_2 = 2\zeta_{22}m_{22}\Omega_2 - c_{22} = 0,30 \text{ Ns/m} \end{array} \right.$$

Tabela 5.7 – Parâmetros passivos dos dois ADVs.

ADV passivo – 1	ADV passivo – 2
$m_{21} = 0,075\text{Kg}$	$m_{22} = 0,025\text{Kg}$
$k_{21} = 7402,2\text{N/m}$	$k_{22} = 25266,2\text{N/m}$
$c_{21} = 1,0\text{Ns/m}$	$c_{22} = 1,0\text{Ns/m}$
$\omega_{21} = 50,0\text{Hz}$	$\omega_{22} = 160,0\text{Hz}$
nó de acoplamento: 8	nó de acoplamento: 12

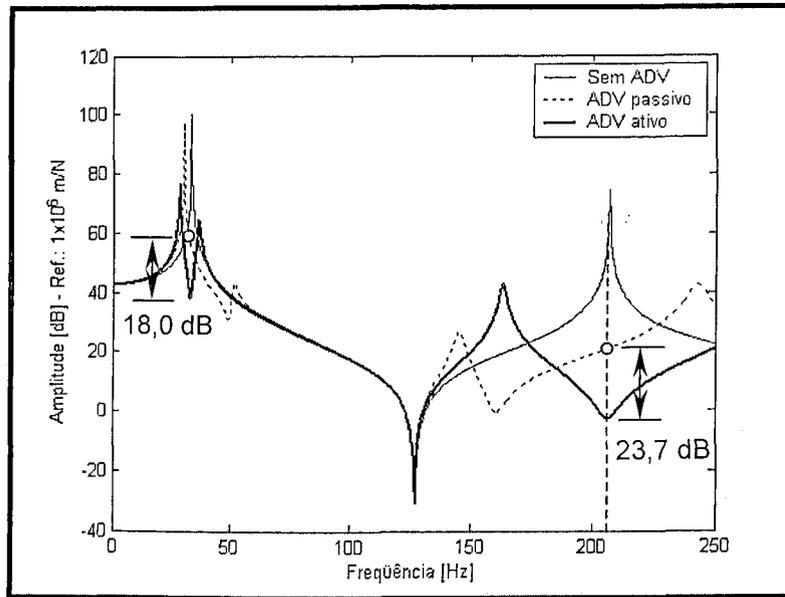


Figura 5.11 – FRFs do sistema primário com os ADVs passivos e ativos.

## 5.2 – ADV ativo usando Controle Ótimo

Nesta seção são apresentadas as simulações numéricas do ADV ativo cuja lei de controle é dada pela teoria de controle ótimo apresentada na Seção 3.3.

As simulações serão apresentadas em duas partes. Na primeira tem-se a análise feita utilizando um sistema primário de 1 gdl excitado por forças harmônicas, periódicas e impulsivas. Em seguida, apresentam-se os resultados obtidos usando um sistema primário de vários gdl gerado por elementos finitos.

### 5.2.1 – ADV ativo acoplado a um sistema primário de 1 gdl

O sistema simulado é mostrado na Figura 3.1 e os parâmetros passivos do sistema primário e do ADV passivo são aqueles fornecidos na Tabela 5.8.

Para calcular os ganhos de realimentação usou-se a função LQR fornecida pelo programa MATLAB®.

Tabela 5.8 – Valores dos parâmetros do sistema.

Sistema primário	ADV passivo
$m_1 = 1,0\text{kg}$	$m_2 = 0,1\text{kg}$
$k_1 = 100,0\text{N/m}$	$k_2 = 8,1\text{N/m}$
$c_1 = 0,1\text{Ns/m}$	$c_2 = 0\text{Ns/m}$
$\omega_1 = 10,0\text{rad/s}$	$\omega_2 = 9,0\text{rad/s}$

### 5.2.1.1 – Sistema primário excitado por uma força harmônica

Deseja-se controlar o sistema sujeito a uma excitação harmônica dada por:

$$F(t) = 5\text{sen}(8t) + 3\text{cos}(11t)$$

Os fatores de ponderação, para o estado e para a força de controle definidos nas equações (3.43) usados foram:

$$Q = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} ; \quad r = \frac{1}{10}$$

Os ganhos obtidos para o controle ótimo foram:

$$K = [3,4252 \quad 0,6364 \quad -57,2418 \quad 8,0497]$$

Na Figura 5.12 tem-se a resposta temporal em deslocamento do sistema primário acoplado ao ADV passivo e após o acionamento do ADV ativo. Como pode-se observar, com o ADV ativo acionado, o deslocamento do sistema primário é fortemente atenuado, evidenciando a eficiência da estratégia adotada.

Na Figura 5.13 tem-se o histórico da força de controle exercida pelo atuador.

Na Figura 5.14 têm-se as FRFs utilizando o ADV passivo e ADV ativo associado ao controle ótimo. Como pode-se observar, os picos de ressonância foram grandemente amortecidos quando se acionou o ADV ativo, evidenciando novamente a robustez da estratégia adotada.

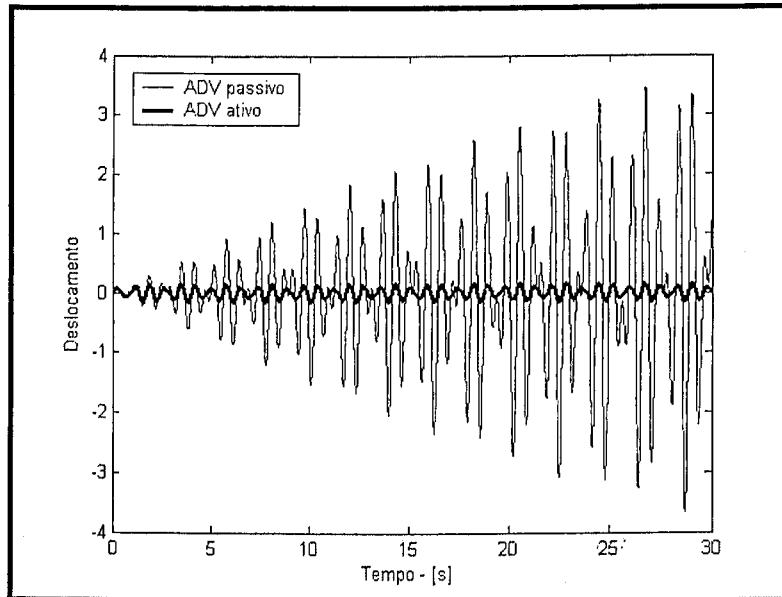


Figura 5.12 – Resposta temporal em deslocamento do sistema primário acoplado ao ADV passivo e após o acionamento do ADV ativo ótimo.

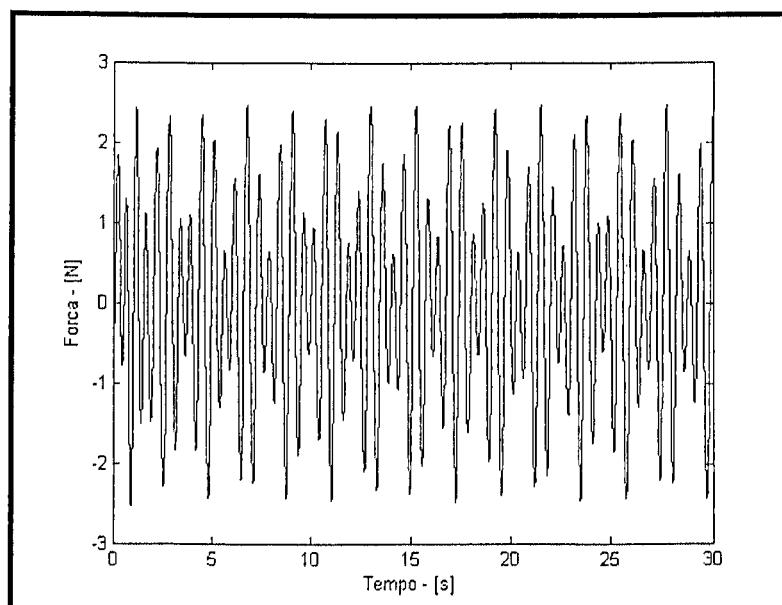


Figura 5.13 – Força de controle exercida pelo atuador.

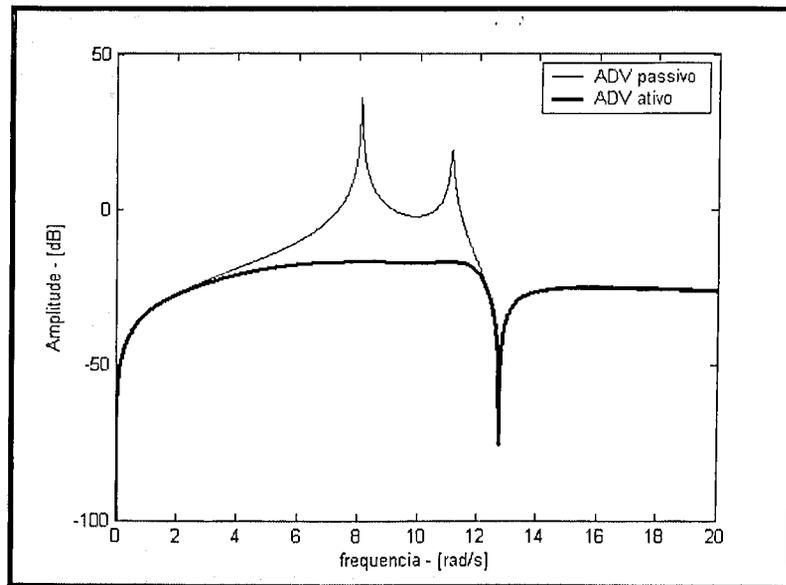


Figura 5.14 – FRF utilizando ADV passivo e ADV ativo associado com controle ótimo.

### 5.2.1.2 – Sistema primário excitado por uma força periódica

Considere-se agora que o sistema primário seja excitado por uma força  $F(t)$  periódica, com a forma de uma onda triangular como mostra a Figura 5.15.

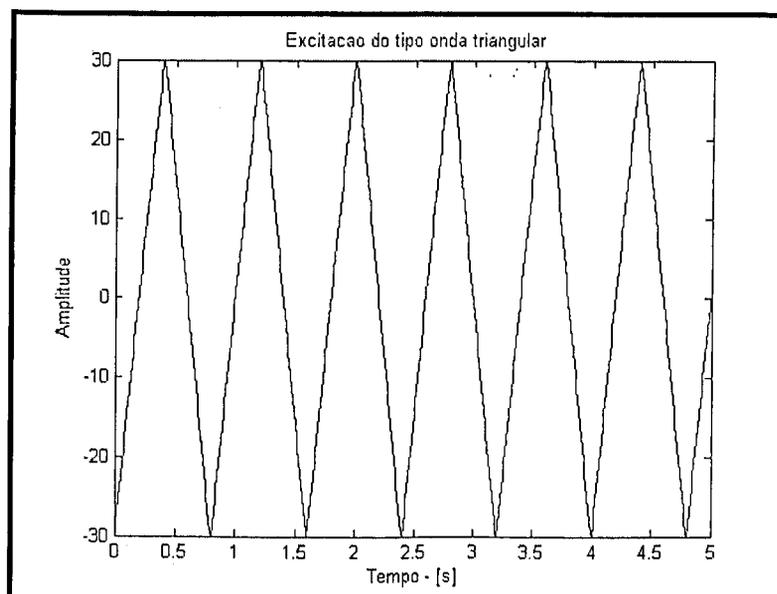


Figura 5.15 – Força de excitação do tipo onda triangular.

Os fatores de ponderação usados para o estado e para a força de controle foram os mesmos da seção anterior:

$$Q = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} ; \quad r = \frac{1}{10}$$

Os ganhos obtidos para o controle ótimo foram:

$$K = [3,4252 \quad 0,6364 \quad -57,2418 \quad 8,0497]$$

Na Figura 5.16 têm-se as respostas temporais em deslocamento do sistema primário acoplado ao ADV passivo e após o acionamento do ADV ativo ótimo, observando-se que a amplitude de vibração do sistema foi fortemente atenuada quando se usou o ADV ativo ótimo.

Na Figura 5.17 tem-se a força de controle exercida pelo elemento ativo do ADV.

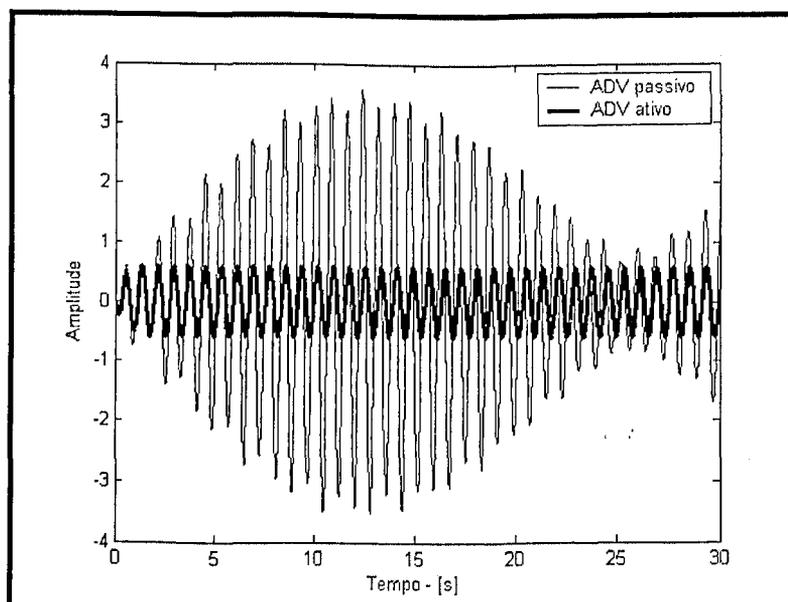


Figura 5.16 – Resposta temporal em deslocamento do sistema primário acoplado ao ADV passivo e após o acionamento do ADV ativo ótimo.

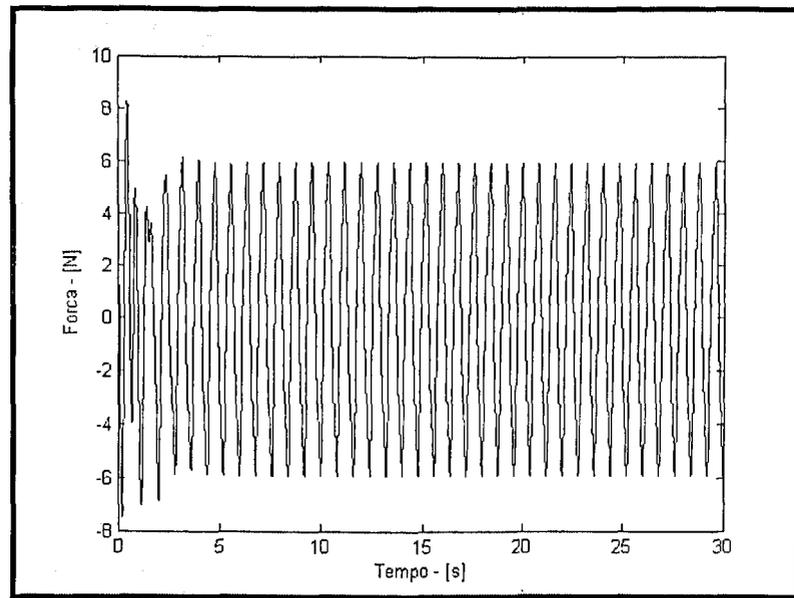


Figura 5.17 – Força de controle exercida pelo atuador.

### 5.2.1.3 – Sistema primário excitado por uma força impulsiva

Nesta seção, pretende-se controlar o sistema sujeito a uma excitação sob a forma de um impulso unitário aplicado no instante  $t = 0$ .

Os fatores de ponderação usados para o estado e para a força de controle foram:

$$Q = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} ; \quad r = \frac{125}{100}$$

Os ganhos ótimos obtidos para o controle ótimo foram:

$$K = [-0,2445 \quad 0,4121 \quad -13,7899 \quad 1,9281]$$

Na Figura 5.18 têm-se as respostas livres temporais do sistema primário, acoplado ao ADV passivo e após o acionamento do ADV ativo ótimo. Como pode ser observado, o ADV ativo aumenta consideravelmente o amortecimento do sistema fazendo com que o mesmo

atinja rapidamente baixas amplitudes de resposta.

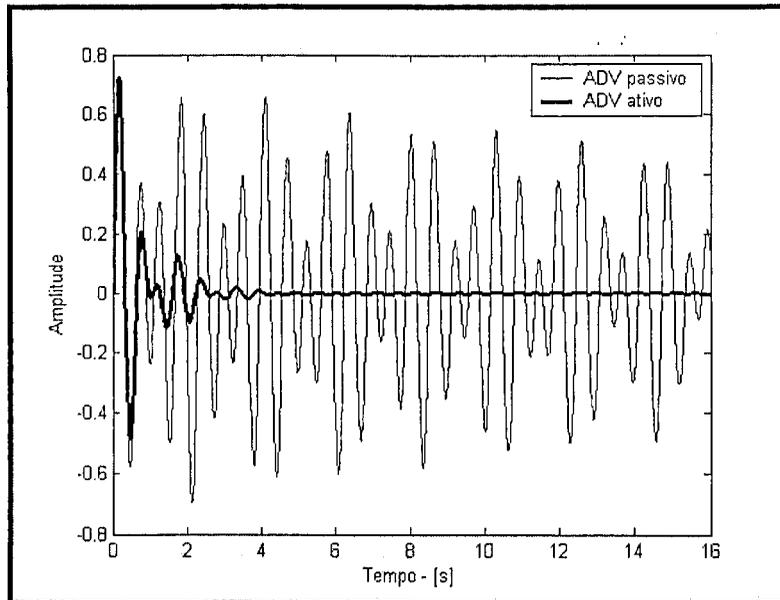


Figura 5.18 – Respostas ao impulso unitário do sistema primário sem controle e controlado.

Na Figura 5.19 tem-se a força de controle exercida pelo atuador.

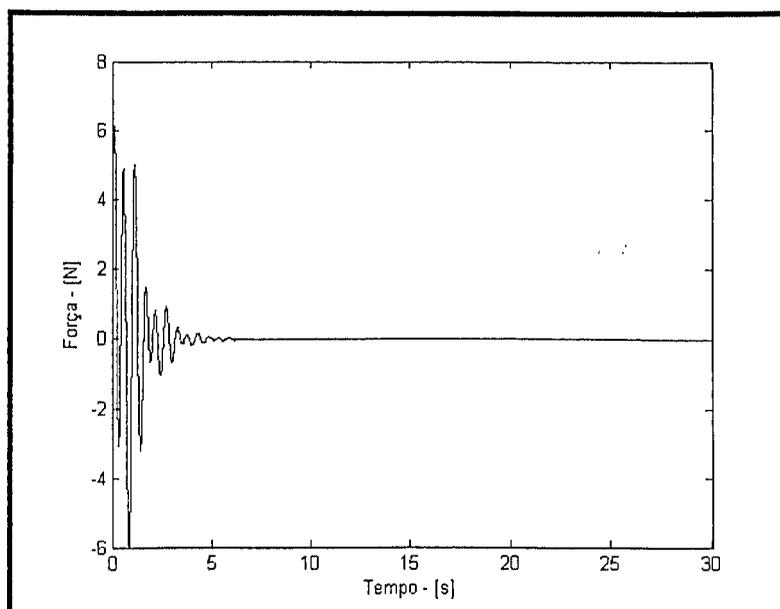


Figura 5.19 – Força de controle exercida pelo ADV ativo.

### 5.2.2 – ADV ativo combinado com controle ótimo acoplado a um sistema primário de vários gdl

O sistema a ser controlado é uma viga de aço engastada-livre modelada por elementos finitos contendo 30 elementos de viga bidimensional de Euler-Bernoulli com 31 nós e 3 gdl por nó (Figura 5.20). A viga possui as características dadas pela Tabela 5.9.

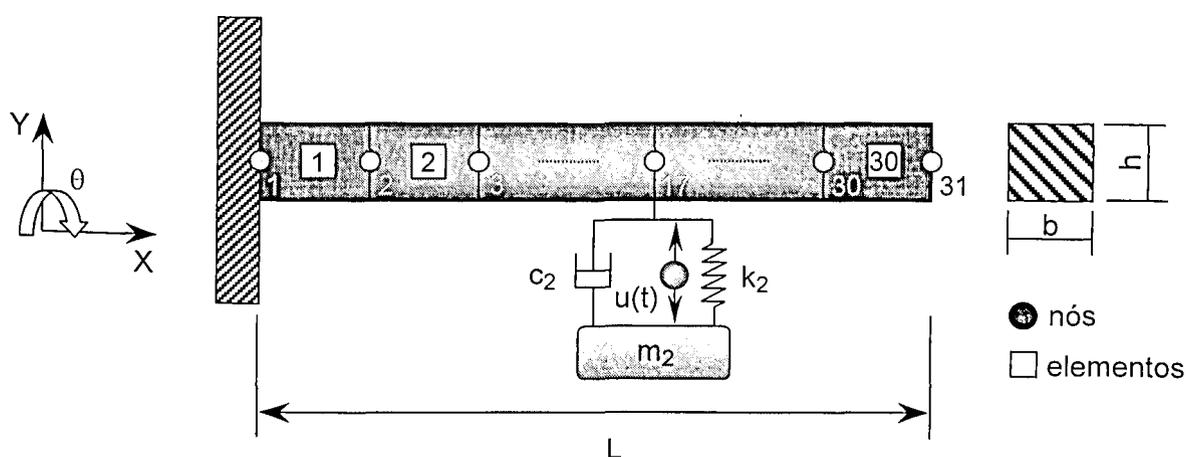


Figura 5.20 – Modelo de elementos finitos do sistema primário.

Tabela 5.9 – Principais características do modelo de elementos finitos do sistema primário.

<i>Características físicas do sistema primário</i>	
seção transversal	$b = 38,0 \times 10^{-3} \text{ m}$ , $h = 4,5 \times 10^{-3} \text{ m}$
comprimento	$L = 800,0 \times 10^{-3} \text{ m}$
densidade	$\rho = 7800,0 \text{ Kg/m}^3$
módulo de elasticidade	$E = 2,1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$

Os valores dos parâmetros do ADV passivo utilizado nas simulações e as quatro primeiras frequências naturais da viga são mostrados na Tabela 5.10.

Pretende-se controlar o segundo modo da viga,  $\omega = 36,1 \text{ Hz}$ , acoplando-se um ADV

ativo segundo o deslocamento transversal do nó 17 da estrutura primária. Este modo de vibrar é ilustrado na Figura 5.21.

Tabela 5.10 – Dados do ADV passivo e freqüências naturais do sistema primário.

Freqüências naturais do sistema primário	ADV passivo
$\omega_{11} = 5,8\text{Hz}$	$m_2 = 0,05\text{Kg}$
$\omega_{12} = 36,1\text{Hz}$	$k_2 = 50,0\text{N/m}$
$\omega_{13} = 101,1\text{Hz}$	$c_2 = 0,1\text{Ns/m}$
$\omega_{14} = 198,1\text{Hz}$	$\omega_2 = 5,0\text{Hz}$

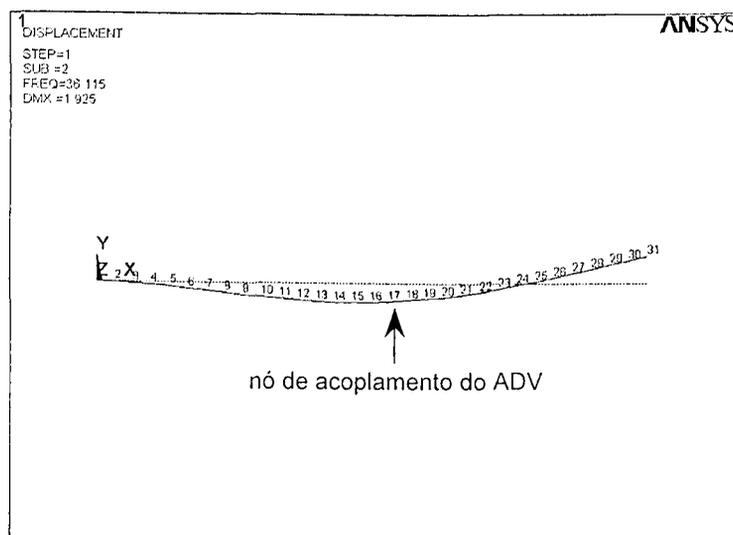


Figura 21 – Segundo modo de vibração do sistema primário.

Para avaliar a teoria de controle ótimo, faz-se necessária a redução da ordem do sistema a controlar uma vez que, o sistema primário tem 93 gdl e com este número de gdl fica praticamente impossível controlar o sistema. Desta forma, após a incorporação do ADV passivo ao sistema primário, o sistema acoplado será reduzido para um único modo de interesse e o controle se dará somente para este modo. A redução se dá de acordo com a teoria de redução pseudo modal apresentada na Seção 3.3.1.

A Tabela 5.11 mostra as frequências naturais do sistema acoplado (viga + ADV passivo). Como pode-se observar, o acoplamento do ADV passivo não alterou o valor da frequência de interesse  $\omega = 36,1\text{Hz}$ . Assim, o sistema acoplado será reduzido para este modo.

Tabela 5.11 – Frequências naturais do sistema acoplado.

Frequências naturais do sistema acoplado (viga + ADV passivo)	
$\omega_{11}$	$= 4,9\text{Hz}$
$\omega_{12}$	$= 6,0\text{Hz}$
$\omega_{13}$	$= 36,1\text{Hz}$
$\omega_{14}$	$= 101,1\text{Hz}$

A Figura 5.22 mostra as FRFs do sistema acoplado, simulado por elementos finitos, completo quanto para o sistema reduzido ao modo de interesse  $\omega = 36,1\text{Hz}$ . Observa-se, nas vizinhanças desta frequência uma boa aproximação entre os modelos.

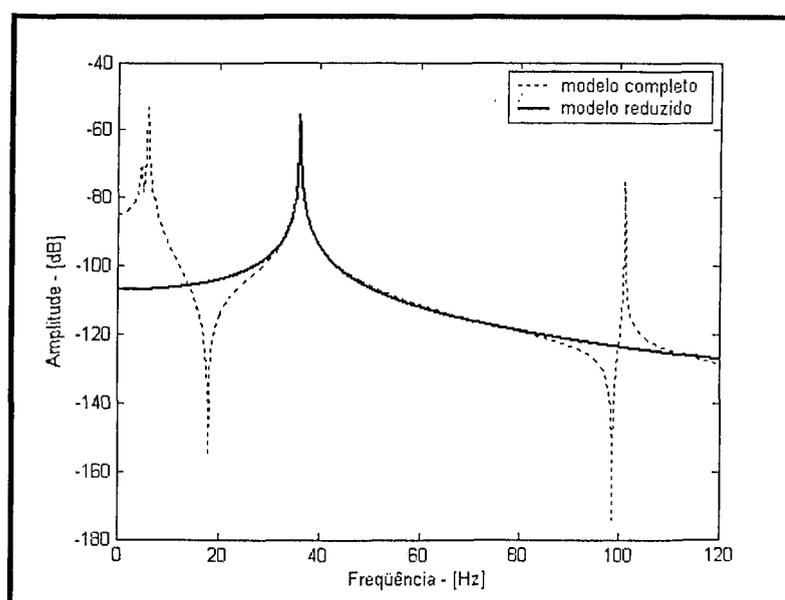


Figura 5.22 – FRF para o sistema acoplado completo quanto para o sistema reduzido.

Com a finalidade de calcular os ganhos de realimentação, usa-se a função LQR do MATLAB® com os seguintes fatores de ponderação para os estados e para a força de controle:

$$Q = \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} ; \quad r = \frac{1}{10}$$

Os ganhos ótimos obtidos para o controle ótimo foram:

$$K = \begin{bmatrix} 21,23 & -9,45 \times 10^{-11} \end{bmatrix}$$

As Figuras 5.23 e 5.24 mostram os deslocamento do sistema primário e a força de controle como funções do tempo quando o sistema acoplado é excitado por uma força harmônica em regime permanente com uma frequência constante  $\Omega = 36,1 \text{ Hz}$ , correspondendo ao terceiro modo do sistema acoplado. Observa-se que a amplitude de deslocamento da viga foi altamente reduzida e manteve-se praticamente constante ao longo do tempo, mostrando que a técnica de controle ótimo sendo aplicada a cada modo individual da estrutura primária fornece resultados altamente satisfatórios.

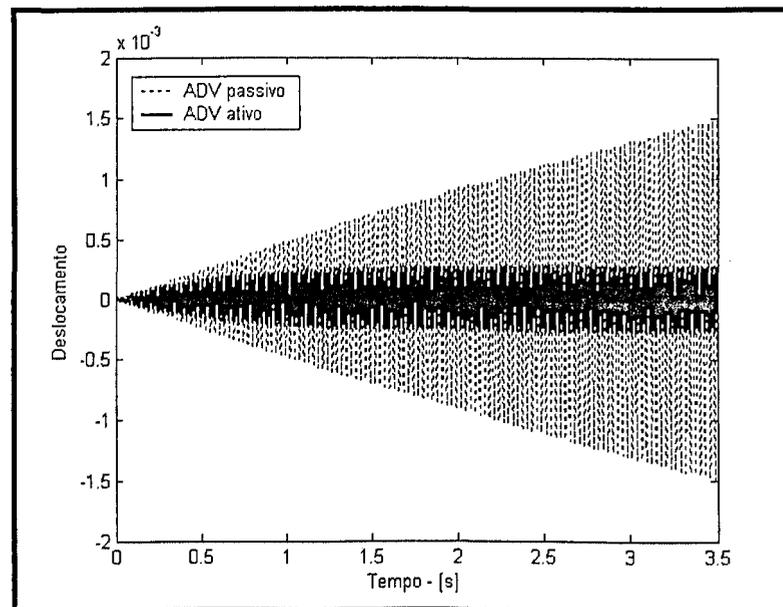


Figura 5.23 – Respostas temporais do sistema primário sem controle e controlado.

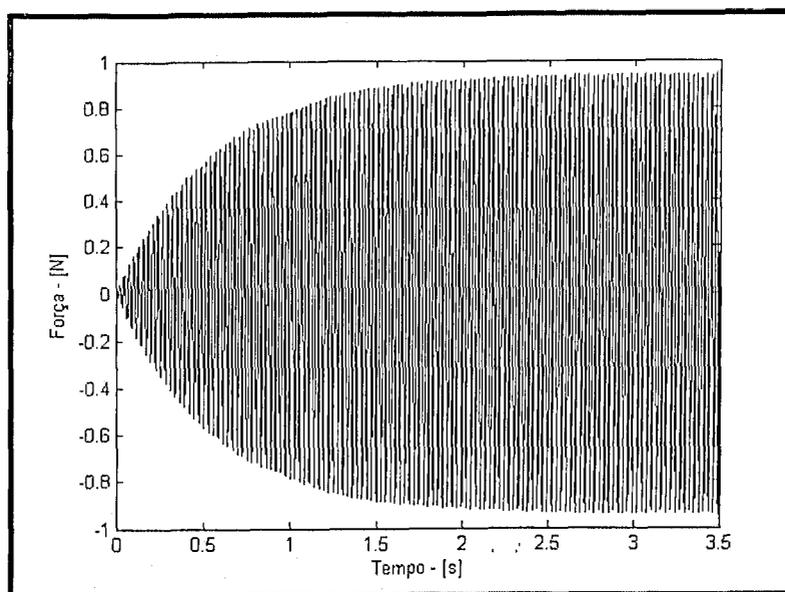


Figura 5.24 – Força de controle exercida pelo ADV ativo.

### 5.3 – ADV Ativo usando uma lei de controle ótimo modificada associada às Redes Neurais Artificiais

Nesta seção são apresentadas as simulações numéricas do ADV ativo que utiliza a lei de controle ótimo modificada, a qual são incorporadas nas matrizes de estado do sistema a excitação harmônica permanente, associada às Redes Neurais Artificiais (RNAs), conforme estratégia detalhada na Seção 3.4.

As simulações serão apresentadas em duas partes. Na primeira, tem-se a análise feita utilizando o ADV sem a associação das RNAs. Em seguida, apresentam-se os resultados obtidos quando se associou o ADV às RNAs com o intuito de avaliar a possibilidade de ajuste “on-line” deste tipo de ADV ativo.

#### 5.3.1 – ADV ativo usando uma lei de controle ótimo modificada

O sistema a ser analisado é o mesmo dado pela Figura 3.1 e os parâmetros passivos do sistema primário e do ADV, são aqueles fornecidos na Tabela 5.12.

Tabela 5.12 – Valores dos parâmetros do sistema.

Sistema primário	ADV passivo
$m_1 = 1,0\text{kg}$	$m_2 = 0,1\text{kg}$
$k_1 = 100,0\text{N/m}$	$k_2 = 6,4\text{N/m}$
$c_1 = 0$	$c_2 = 0$
$\omega_1 = 10,0\text{rad/s}$	$\omega_2 = 8,0\text{rad/s}$

As matrizes de estado deste sistema podem ser colocadas na forma canônica de fase variável da seguinte forma:

$$[A_0] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -6400 & 0 & -170,4 & 0 \end{bmatrix}, \quad \{B\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

Para avaliar a eficiência do ADV ativo proposto, excitou-se o sistema com uma frequência harmônica fixa no valor de  $\Omega = 7,5\text{rad/s}$ . De acordo com a equação (3.60), este tipo de excitação pode ser modelada segundo um sistema de segunda ordem resultando em:

$$\frac{d^2w}{dt^2} + \Omega^2 w = 0$$

onde  $\beta_1 = \Omega^2$  e  $\beta_2 = 0$ .

De posse dos valores de  $\beta_1$  e  $\beta_2$ , e usando os seguintes fatores de ponderação:

$$[Q] = \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad r = \frac{1}{100}$$

foram calculados os valores dos parâmetros ótimos do ADV ativo como segue:

$$[C] = \begin{bmatrix} -1,15 \times 10^6 & 0 & 0 & 0 \\ 1,03 \times 10^6 & 1,78 \times 10^6 & 1,10 \times 10^4 & 1,11 \times 10^4 \end{bmatrix},$$

$$[D_0] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -56,25 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = -18427,74 \\ \lambda_2 = -31860,39 \\ \lambda_3 = -197,42 \\ \lambda_4 = -198,70 \end{cases}, \quad \begin{cases} \gamma_1 = -1148795,98 \\ \gamma_2 = -0,28 \end{cases}$$

De posse destes parâmetros, pode-se proceder ao controle ótimo do sistema primário. A Figura 5.25 mostra as respostas temporais para o sistema primário utilizando um ADV passivo e o ADV ativo proposto. Como pode ser observado, o ADV ativo proposto é bastante eficiente uma vez que ele foi capaz de anular por completo o deslocamento do sistema primário. A Figura 5.26 mostra a força de controle exercida pelo ADV.

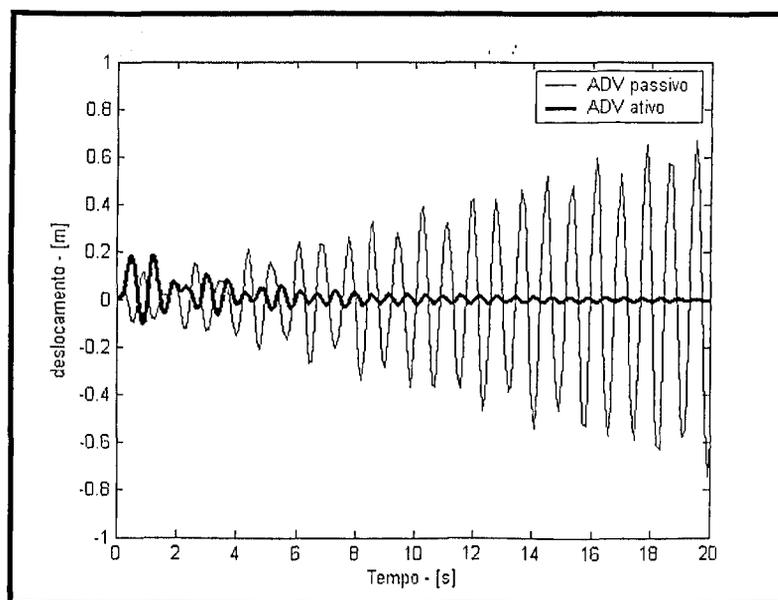


Figura 5.25 – Respostas temporais do sistema primário usando ADV passivo e ADV ativo ótimo modificado.

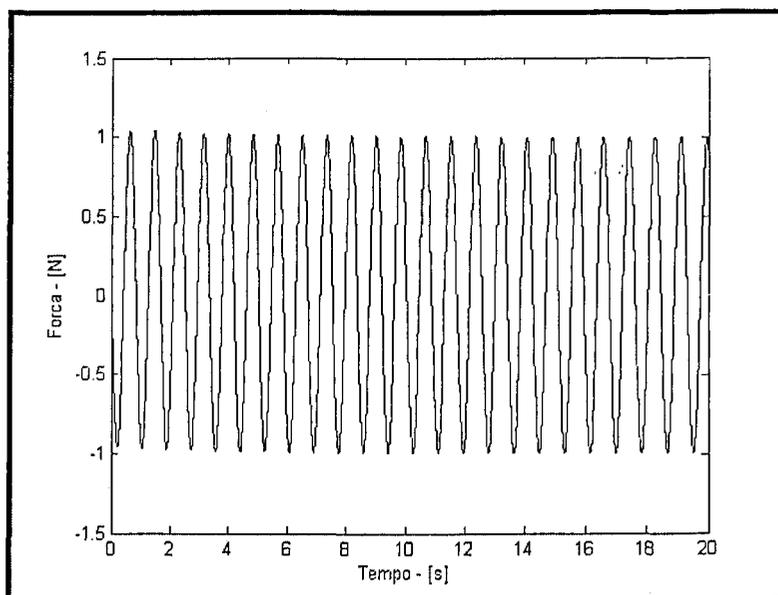


Figura 5.26 – Força exercida pelo ADV ativo.

Com o intuito de comparar a utilização do ADV ativo usando uma lei de controle ótimo avaliado na Seção 3.3 e o ADV ótimo modificado proposto aqui, tem-se na Figura 5.27 os sinais de respostas temporais para as duas estratégias. Como pode ser evidenciado, o ADV ativo ótimo modificado é capaz de anular as amplitudes de vibração do sistema primário ao passo que o ADV ativo original atenua os níveis de vibração, porém resultando em maiores amplitudes residuais.

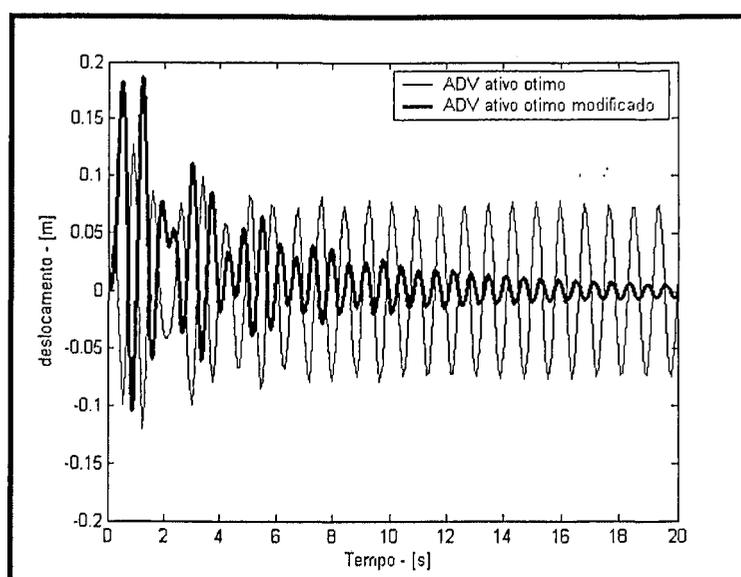


Figura 5.27 – Respostas temporais usando duas versões de ADV ativo.

Como visto na Seção 3.4, esta configuração de ADV ativo é eficiente caso o valor da frequência considerada no projeto seja exatamente o valor da frequência de excitação do sistema. Caso isso não ocorra, o ADV perde eficiência. Afim de mostrar esta particularidade, excitou-se o sistema primário sucessivamente com duas frequências distintas  $\Omega = 7,5 \text{ rad/s}$  e  $\Omega = 15 \text{ rad/s}$ . Projetou-se o ADV para atuar na frequência  $\Omega = 7,5 \text{ rad/s}$ . Como pode ser visto na Figura 5.28, a utilização do ADV ativo não sintonizado com a frequência de excitação fornece resultados muito menos satisfatórios quando comparados com aqueles proporcionados pelo ADV sintonizado.

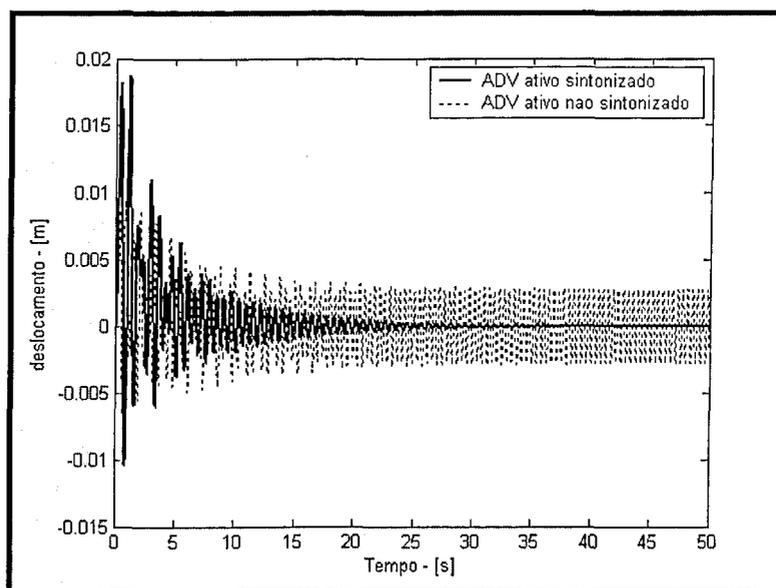


Figura 5.28 – Respostas temporais para o ADV ativo sintonizado e não sintonizado com a frequência de excitação.

Com o intuito de se manter a sintonização do ADV quando a frequência de excitação é variável no tempo, é avaliada a estratégia de utilização das Redes Neurais Artificiais (RNAs) como forma de garantir que se tenha sempre ganhos ótimos do controle mesmo que a frequência de excitação seja variável no tempo.

Assim, como visto na Seção 3.4.1, o procedimento para se obter uma sintonização automática se resume a “treinar” a RNA sendo  $\beta_i, i = 1, 2, \dots, \rho$  os parâmetros de entrada da RNA e  $\lambda_i, i = 1, 2, \dots, n$  e  $\gamma_j, j = 1, 2, \dots, \rho$  os parâmetros de saída. Assim, as equações (3.72), (3.66) – (3.68) são usadas para gerar um banco de dados que será usado para o treinamento da RNA.

O treinamento das RNAs é feito “off-line”. Após este estágio, as RNAs poderão agir “on-line” fazendo com que o ADV ativo esteja sempre sintonizado, independentemente de variações na frequência de excitação. Na Tabela 5.13 tem-se um conjunto de dados (entradas e saídas da RNA) que foram utilizados para o treinamento da RNA. Estes dados consistem na frequência de excitação  $\beta_i$  e os escalares  $\gamma_i$  e  $\lambda_i$ .

Como visto na Secção 3.4.1, RNA a ser utilizada será uma RNA multicamadas alimentada unidirecionalmente com uma camada de entrada, uma camada interna contendo cinco neurônios e uma camada de saída. A função de ativação a ser utilizada é uma sigmóide e considera-se que a RNA esta devidamente treinada quando o erro médio quadrático ( $\varepsilon$ ) atingir o valor  $\varepsilon = 0,001$ .

Tabela 5.13 – Conjunto de dados usados para o treinamento da Rede Neural Artificial.

	$\beta_1 \left( \frac{\text{Rad}^2}{\text{s}^2} \right)$	$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$
1	4,00	-18135,74	-3,91	-62,96	-3407,81	-6,89	-37,13
2	9,00	-42942,63	-1,74	-159,75	-4067,94	-8,40	-41,00
3	20,25	-125539,57	-0,77	-607,93	-6266,09	-14,51	-53,87
4	25,00	-178388,65	-0,62	-994,38	-7672,27	-19,28	-62,11
5	36,00	-391552,62	-0,43	-3327,06	-13328,59	-45,29	-95,17
6	49,00	-929515,22	-0,31	-13775,45	-27042,85	-150,64	-173,57
7	64,00	-1213094,00	-0,24	-17963,82	-32405,70	-196,84	-198,41
8	121,00	-1434514,19	-0,12	-13286,60	-35869,37	-199,75	-199,87
9	156,30	-806359,38	-0,10	-3250,02	-18564,61	-42,27	-91,95
10	196,00	-527309,52	-0,08	-1108,31	-11114,57	-11,55	-48,07

Para a simulação desta estratégia de controle ótimo modificado associado às RNAs, admite-se que a frequência de excitação esteja variando durante a simulação. Na Figura 5.29 têm-se as respostas temporais dos sinais de deslocamentos do sistema primário com o ADV ativo acionado. Nos primeiros instantes (50 s), a frequência de excitação é  $\Omega = 7,5$  rad/s e após este período a frequência passa a ter o valor de  $\Omega = 15,0$  rad/s.

Como pode ser observado, mesmo com a variação da frequência de excitação, o ADV

ativo foi capaz de absorver praticamente toda a amplitude de deslocamento do sistema primário mostrando que a estratégia de se associar as RNAs ao ADV ativo é eficiente.

Na Figura 5.30 tem-se o esforço de controle exercido pelo ADV ativo.

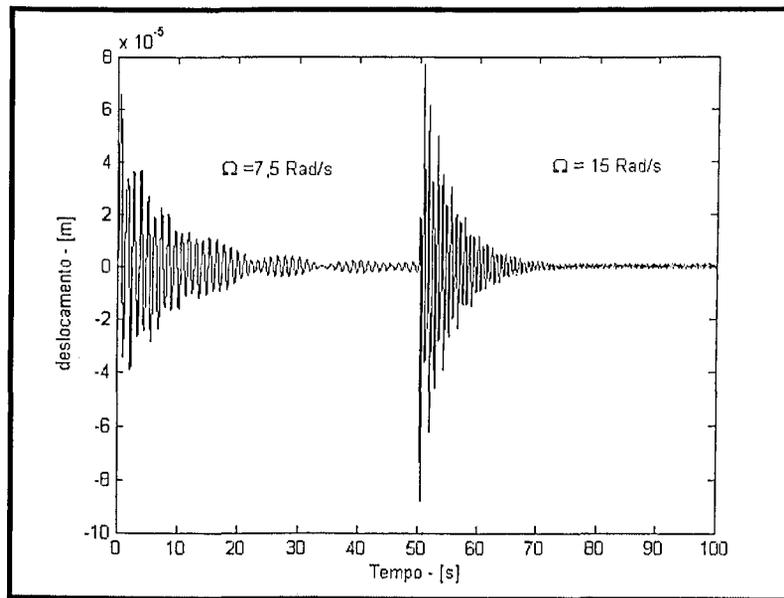


Figura 5.29 – Respostas temporais de deslocamento da estrutura primária com frequência de excitação variando de  $\Omega = 7,5$  rad/s a  $\Omega = 15,0$  rad/s.

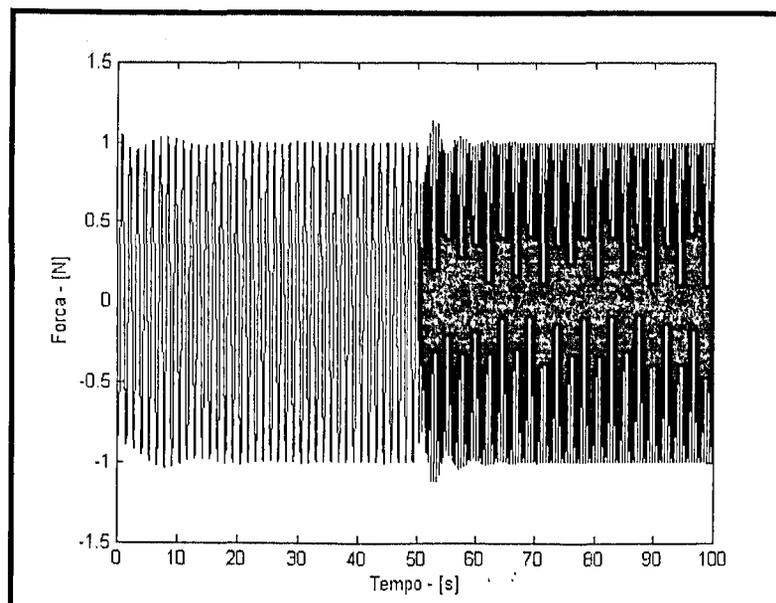


Figura 5.30 – Esforço de controle exercido pelo ADV ativo.

## 5.4 – ADV Eletromecânico

Considere-se o conjunto formado pelo sistema primário e o ADV eletromecânico mostrado na Figura 4.1. Os valores dos parâmetros físicos, tanto para o sistema primário quanto para o ADV passivo puramente mecânico, assim como os valores dos parâmetros do circuito RLC, são fornecidos pela Tabela 5.14.

Tabela 5.14 – Parâmetros físicos passivos do sistema primário e do ADV puramente mecânico e parâmetros do circuito RLC.

sistema primário	ADV – mecânico	Circuito RLC
$m_1 = 1,5\text{Kg}$	$m_2 = 0,15\text{Kg}$	$R = 0$
$k_1 = 119915,7\text{N/m}$	$k_2 = 7254,2\text{N/m}$	$C = 127,0 \times 10^{-9}\text{F}$
$c_1 = 0\text{Ns/m}$	$c_2 = 0\text{Ns/m}$	$T = 302,0$
$\omega_1 = 45,0\text{Hz}$	$\omega_2 = 35,0\text{Hz}$	

O valor de T, dado pela Equação 4.4, foi obtido para os seguintes parâmetros:

$$n = 20, \quad r = 0,012\text{m}, \quad B = 2000\text{Gauss}$$

A seguir, apresentam-se os resultados das simulações numéricas tanto no domínio da frequência quanto no domínio do tempo.

### 5.4.1 – Análise no Domínio da Frequência

De acordo com a Tabela 5.14, a frequência natural do sistema primário é de 45Hz ao passo que a do ADV passivo puramente mecânico é de 35Hz. Supõe-se que a frequência de

excitação do sistema seja  $\Omega = 45\text{Hz}$ . Observa-se que o ADV não está sintonizado para a frequência de excitação e pretende-se projetar o ADV eletromecânico para atuar na frequência de excitação  $\Omega = 45\text{Hz}$ . Para tanto, os parâmetros R e C foram fixados de acordo com a Tabela 5.14, ao passo que a indutância  $L(\Omega)$  foi calculada de acordo com a Equação 4.10 resultando em  $L(\Omega) = 117,75$  Henry.

Na Figura 5.31 têm-se as FRFs para o sistema primário isolado, para o sistema acoplado ao ADV passivo mecânico e para o sistema com o ADV eletromecânico. Observa-se que com a sintonização do ADV eletromecânico há uma forte redução dos níveis de vibração do sistema, acarretando em uma frequência de anti-ressonância ao invés de uma ressonância. Em contra-partida, com a utilização do ADV puramente mecânico observa-se que os níveis de vibração do sistema primário à frequência de excitação continuam elevados, uma vez que o ADV não está sintonizado de acordo com esta frequência.

Na Figura 5.32 tem-se a corrente elétrica que passa através da espira do circuito do ADV eletromecânico. Observa-se que a corrente atinge valores máximos nas frequências de ressonância do sistema acoplado.

Note-se que o valor de  $L(\Omega) = 117,75$  Henry é um valor relativamente alto, o que dificulta a obtenção de um indutor físico com estas características. Este problema pode ser evitado mediante a utilização de um indutor sintético, tal qual dado no Apêndice E.

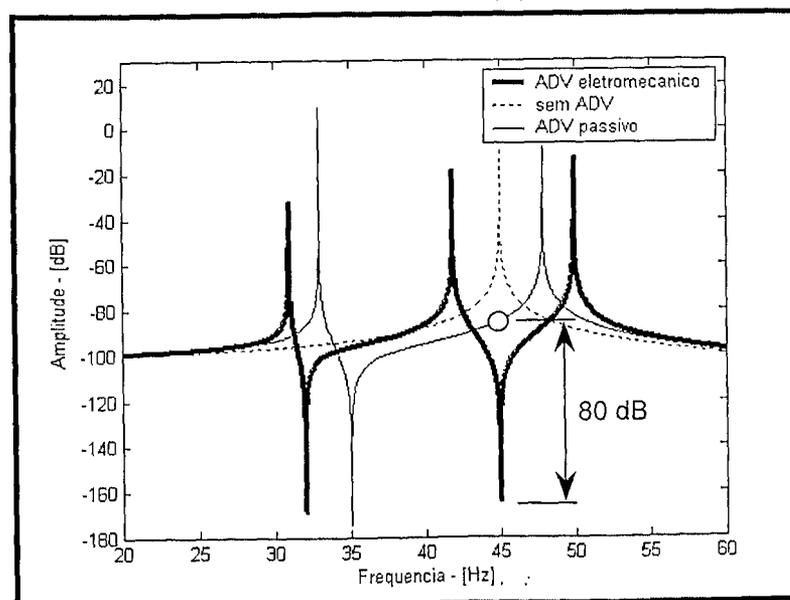


Figura 5.31 – Amplitude de vibração da massa primária sem ADV, com ADV passivo e com o ADV eletromecânico.

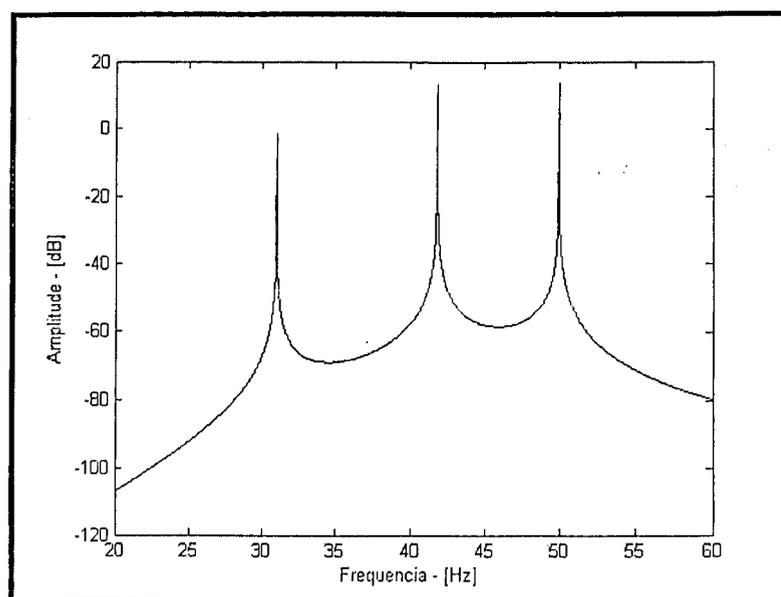


Figura 5.32 – Corrente elétrica que passa através do circuito RLC.

A Figura 5.31 mostra que os picos de ressonância gerados pela introdução do ADV eletromecânico são bastante agudos ou pouco amortecidos. Este problema é evitado com a introdução de amortecimento no sistema, o que pode ser feito introduzindo o parâmetro  $R$ . O resultado deste procedimento pode ser evidenciado na Figura 5.33 para  $R = 10000\Omega$ .

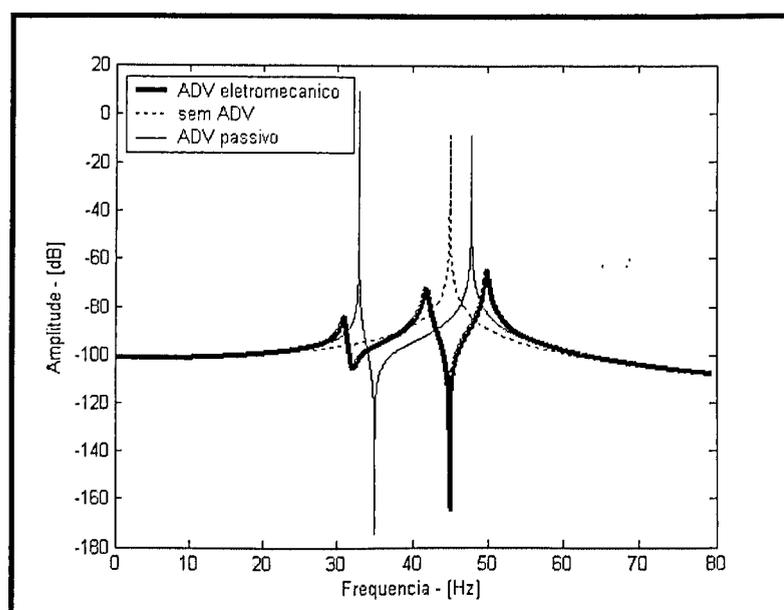


Figura 5.33 – Amplitude de vibração da massa primária utilizando  $R = 10000\Omega$ .

### 5.4.2 – Análise no Domínio do Tempo

Assim como nos exemplos anteriores, para as simulações numéricas no domínio do tempo, foi utilizado o programa SIMULINK<sup>TM</sup>.

Os parâmetros do sistema simulado são aqueles dados pelas Tabelas 5.14, exceto que nesta simulação empregou-se um amortecimento no sistema primário  $c_1 = 1,5 \text{Ns/m}$  e uma resistência elétrica  $R = 100 \Omega$ .

Na Figura 5.34 pode-se comparar os históricos de deslocamento no domínio do tempo da massa do sistema primário sem e com o acoplamento do ADV eletromecânico. Observa-se que após o acionamento do ADV, há uma expressiva redução nos níveis de vibração do sistema primário evidenciando o aumento do amortecimento causado pela presença do ADV eletromecânico.

Na Figura 5.35 pode-se observar que a corrente gerada na bobina é relativamente baixa, da ordem de  $0,1 \text{mA}$ .

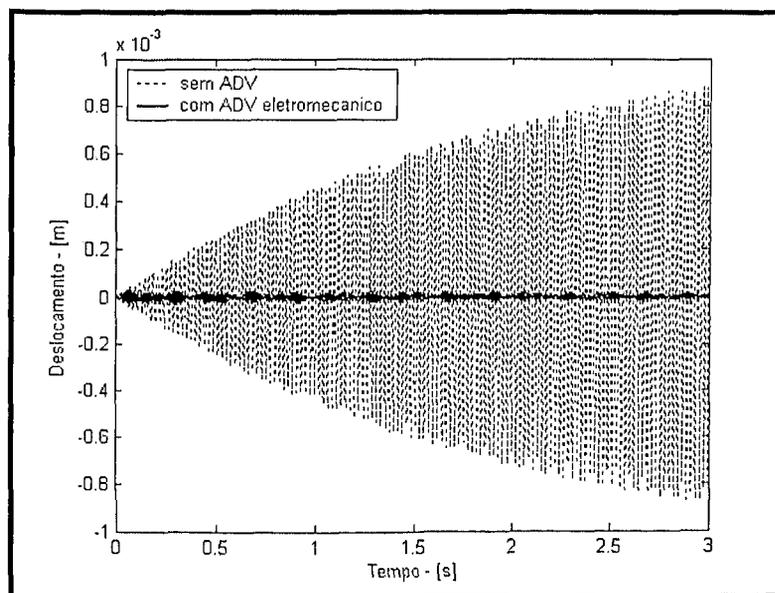


Figura 5.34 – Deslocamento do sistema primário antes e após o acionamento do ADV eletromecânico.

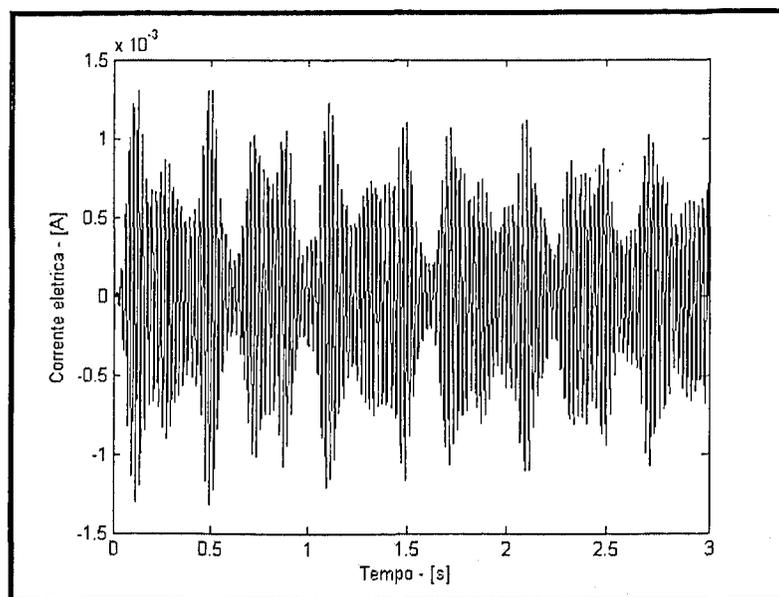


Figura 5.35 – Corrente que circula na bobina do circuito RLC.

## CAPÍTULO VI

### Validação Experimental

Este capítulo tem por objetivo demonstrar a viabilidade prática e avaliar experimentalmente diversos aspectos relativos aos absorvedores dinâmicos de vibrações ativos empregando algumas estratégias de controle cujas formulações e simulações numéricas foram apresentadas nos Capítulos III e IV. Em todos os procedimentos experimentais utilizou-se como ADV ativo um atuador inercial com acionamento piezoeletrico. Um estudo detalhado do atuador inercial incluindo suas características operacionais, geométricas e formas de montagem é mostrado no Apêndice A.

#### 6.1 – ADV Ativo com realimentação de sinais de velocidade e deslocamento relativos

Nesta seção, estuda-se experimentalmente o ADV ativo cuja força de controle é expressa como uma combinação linear da resposta em deslocamento e velocidade relativos do ADV em relação ao sistema primário, conforme indicado na equação (3.1) com  $\alpha = 0$ .

Primeiramente será apresentado de maneira detalhada todo o procedimento da montagem do experimento. Em seguida discutem-se os resultados obtidos.

##### 6.1.1 – Montagem Experimental

O esquema da montagem experimental utilizada para esta aplicação é mostrado na Figura 6.1. O sistema primário consiste em uma viga de alumínio (335,0 x 38,0 x 4,5 mm) (1) engastada em uma de suas extremidades, excitada por um atuador eletrodinâmico (3). Um atuador inercial com acionamento piezoeletrico (6) (PCB Piezotronics Modelo 712A02) com uma massa inercial de 223,15 g é utilizado como ADV ativo. Tal atuador é ilustrado em detalhe na Figura 6.2. Conforme mostrado na Figura 6.1, os sinais em velocidade e deslocamento,

tanto para o ADV quanto para a estrutura primária, são obtidos por meio dos acelerômetros (5) e (4), respectivamente.

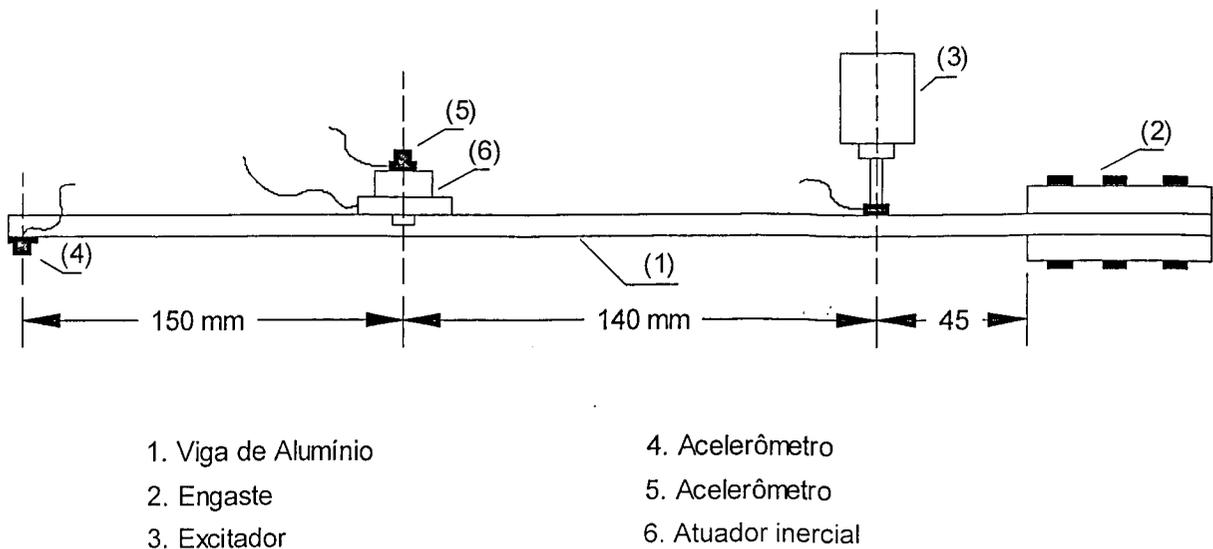


Figura 6.1 – Vista superior da montagem experimental utilizada nos ensaios.

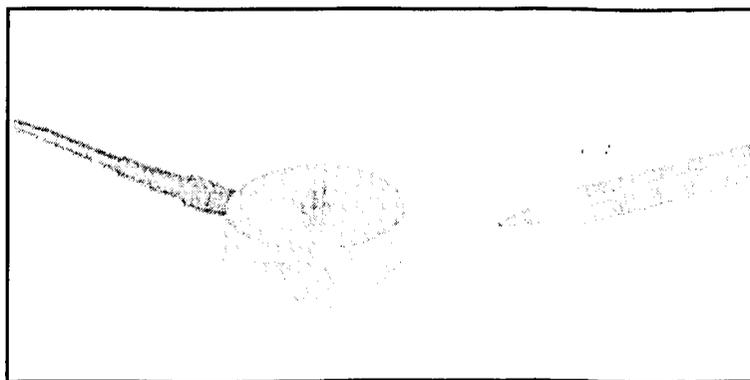


Figura 6.2 – Atuador inercial.

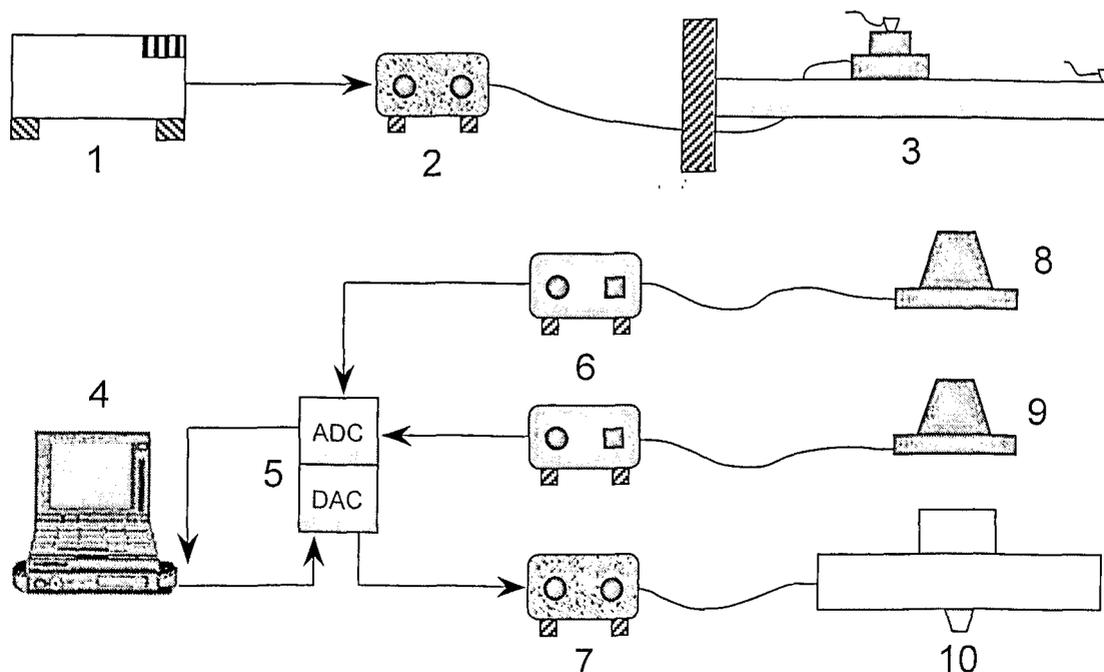
Na Figura 6.3 tem-se o diagrama de fluxo de sinais dentro da montagem experimental. Todo o sistema é controlado pelo computador (4) que possui uma placa analógico-digital (5) que recebe os sinais analógicos dos acelerômetros (8) e (9), em forma de velocidade (obtida por meio de integração analógica dos sinais em aceleração), a uma taxa de amostragem de 1KHz. Simultaneamente, é feita a integração numérica destes sinais (integração de sinais digitais usando a regra do trapézio), afim de obter as respostas em deslocamento. Neste momento, o algoritmo de controle determina a frequência de excitação da estrutura primária e calcula os ganhos e a força de controle enviando esta última para o atuador inercial (10) que

atua sobre a estrutura primária. A excitação do sistema primário é feita por intermédio de um gerador de sinais (1) que envia um sinal harmônico de frequência fixa para o excitador.

A frequência de excitação do sistema é determinada experimentalmente pelo algoritmo de controle usando a Transformada Rápida de Fourier (Meirovitch, 1975) instantes antes de se iniciar o controle ativo do sistema. Este procedimento de identificação da frequência é repetido a cada 10 segundos assegurando que se tenha uma atualização do comportamento do sistema a todo instante.

Afim de diminuir o tempo de execução, o algoritmo de controle foi codificado em linguagem de programação C++ permitindo assim um sistema de controle mais preciso.

Nas Figuras 6.4 e 6.5 têm-se ilustrações da montagem experimental e da placa de aquisição de sinais, respectivamente. Como pode ser visto na Figura 6.4, todo o experimento é realizado sobre uma mesa inercial afim de se isolar mecanicamente o experimento do meio externo. A Figura 6.5 mostra os dois canais de aquisição analógico-digitais dos dados oriundos dos acelerômetros (dois canais conectados – lado esquerdo superior) e o canal digital-analógico que envia o sinal da força de controle para o atuador piezoelétrico (um canal conectado – lado direito inferior)



- |                      |                       |                      |
|----------------------|-----------------------|----------------------|
| 1. gerador de sinais | 4. computador         | 8. acelerômetro      |
| 2,7. amplificadores  | 5. placa de aquisição | 9. acelerômetro      |
| 3. sistema principal | 6. condicionadores    | 10. atuador inercial |

Figura 6.3 – Esquema do fluxo dos sinais no experimento.

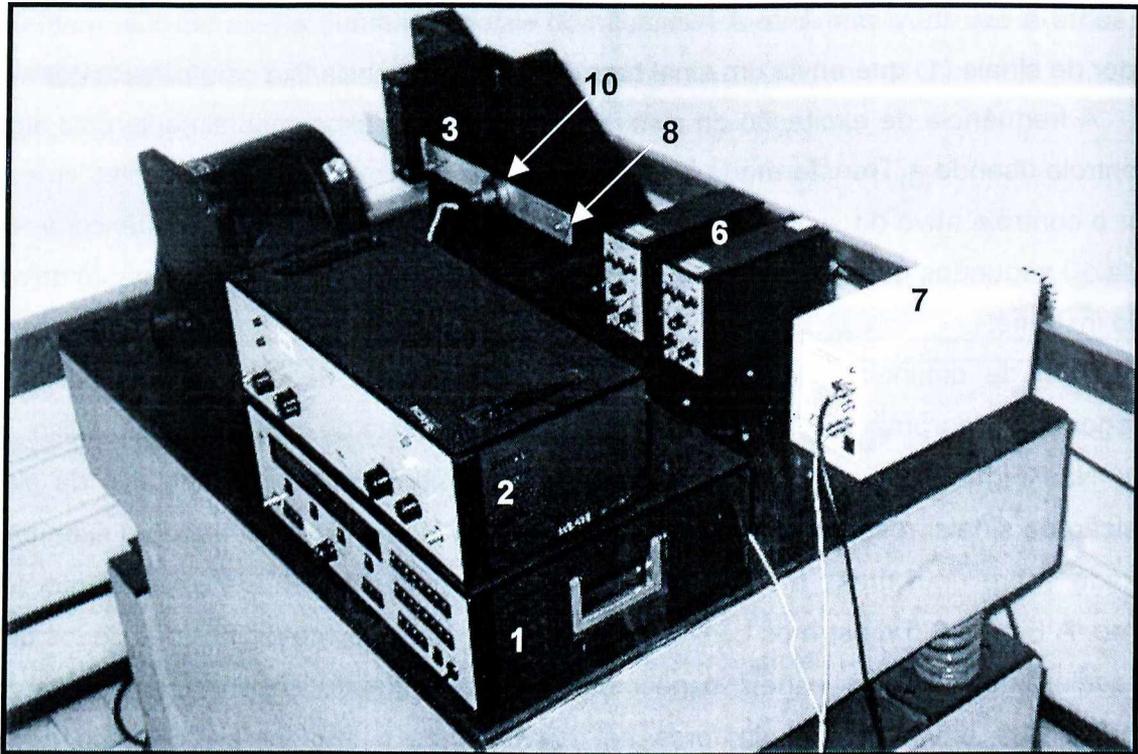


Figura 6.4 – Ilustração dos equipamentos.

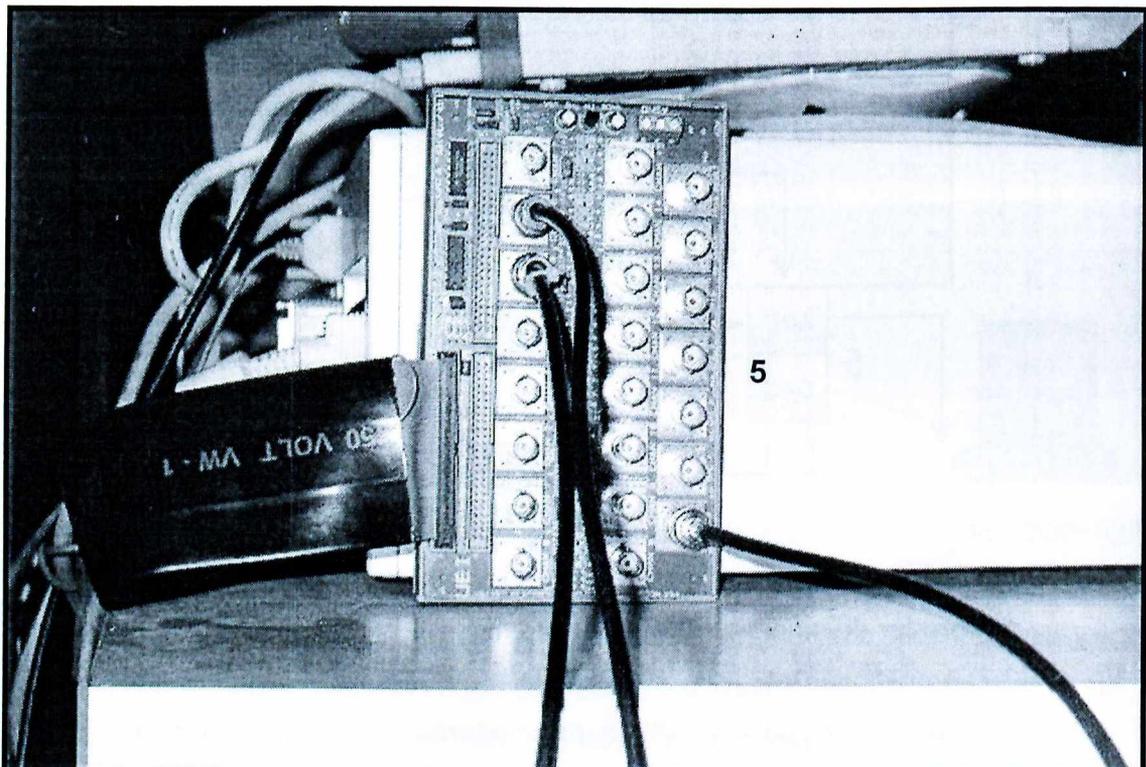


Figura 6.5 – Detalhe da placa de aquisição de sinais.

### 6.1.2 – Resultados

Vários experimentos foram feitos de forma a demonstrar a eficiência e robustez da estratégia adotada. Antes de realizar os ensaios experimentais, foram determinados experimentalmente os valores nominais dos parâmetros de inércia, amortecimento e rigidez do atuador inercial, além da curva de ganho do mesmo (ver apêndice A). Desta forma, obtiveram-se os seguintes valores para os parâmetros passivos do ADV:

$$m_2 = 0,22315 \text{ Kg} \quad ; \quad c_2 = 14,30 \text{ Ns/m} \quad ; \quad k_2 = 407924,80 \text{ N/m}$$

Estes valores foram utilizados para determinar os valores teóricos dos ganhos em velocidade  $\beta$  e deslocamento  $\gamma$ .

A Figura 6.6 mostra uma FRF do conjunto viga e ADV passivo acoplados, sendo indicados os valores das freqüências naturais dentro da banda de freqüência 0 – 150 Hz. Para a obtenção desta curva, utilizou-se uma excitação aleatória do tipo ruído branco, uma janela do tipo retangular e uma resolução em freqüência  $\Delta f = 0,25 \text{ Hz}$ .

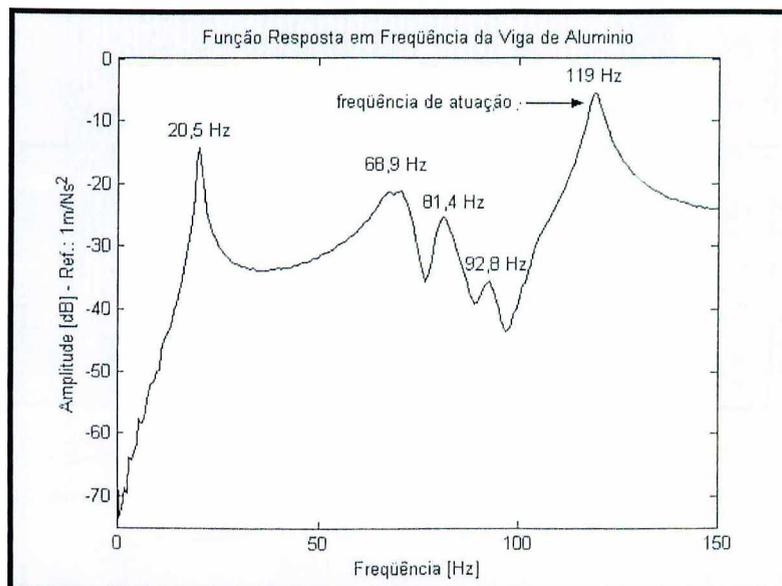


Figura 6.6 – Função Resposta em Freqüência do sistema acoplado (viga+atuador).

Para o primeiro ensaio, a estrutura primária foi excitada a uma freqüência  $\Omega = 119 \text{ Hz}$ , correspondendo à quinta freqüência natural do sistema acoplado.

Os valores dos ganhos do controle, calculados a partir das equações 3.15 e 3.16 são:

$$\beta = 2\zeta_2 m_2 \Omega - c_2 = -5,77 \text{ Ns/m}$$

$$\gamma = m_2 \Omega^2 - k_2 = -263045,98 \text{ N/m}$$

A Figura 6.7 mostra o histórico do deslocamento da estrutura primária em função do tempo com e sem a utilização do ADV ativo. Como pode ser observado, obtém-se uma substancial redução no nível de vibração do sistema a partir do acionamento do sistema de controle ativo, resultando em amplitudes de deslocamento até 15 vezes menores que aquelas obtidas com o ADV passivo. Uma observação importante é que o sistema controlado levou apenas 0,07 segundos para atingir o estado de regime permanente.

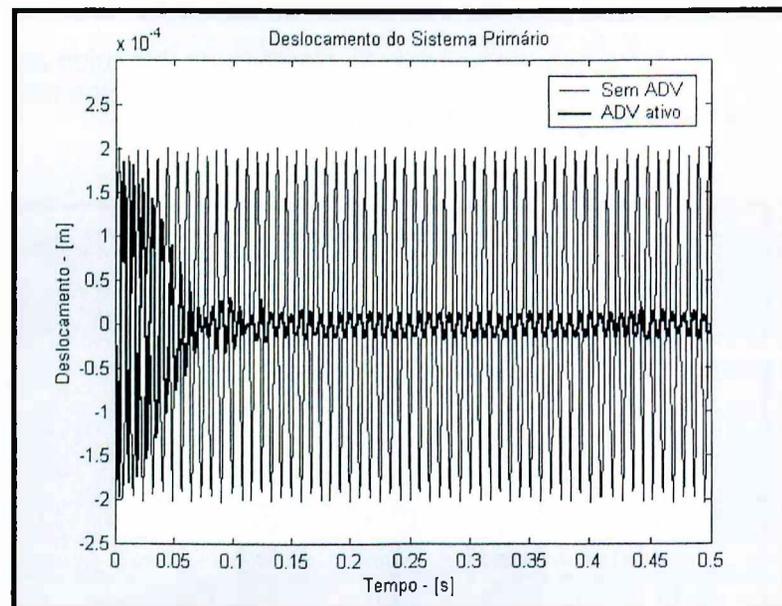


Figure 6.7 – Deslocamento da estrutura primária antes e após o controle para  $\Omega = 119\text{Hz}$ .

Na Figura 6.8 apresenta-se o histórico da força de controle desenvolvida pelo atuador. Observa-se que nos primeiros instantes há saturação do atuador em decorrência dos altos níveis de vibração do sistema primário no regime transiente associada à limitação da capacidade de carga do atuador. Não obstante, após este período, o esforço de controle se manteve estável e o controle obtido revelou-se eficiente.

Na Figura 6.9 têm-se as curvas representando a densidade espectral de potência dos sinais antes e após o acionamento do ADV ativo. Como pode ser observado, ocorre uma atenuação superior a 40 dB, o que significa um alto índice de absorção de energia vibratória.

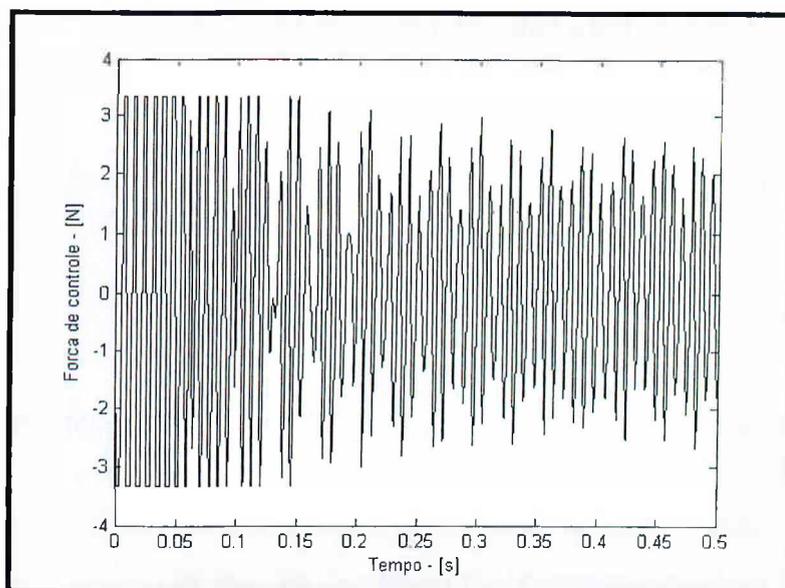


Figure 6.8 – Força de controle exercida pelo atuador inercial para  $\Omega = 119\text{Hz}$ .

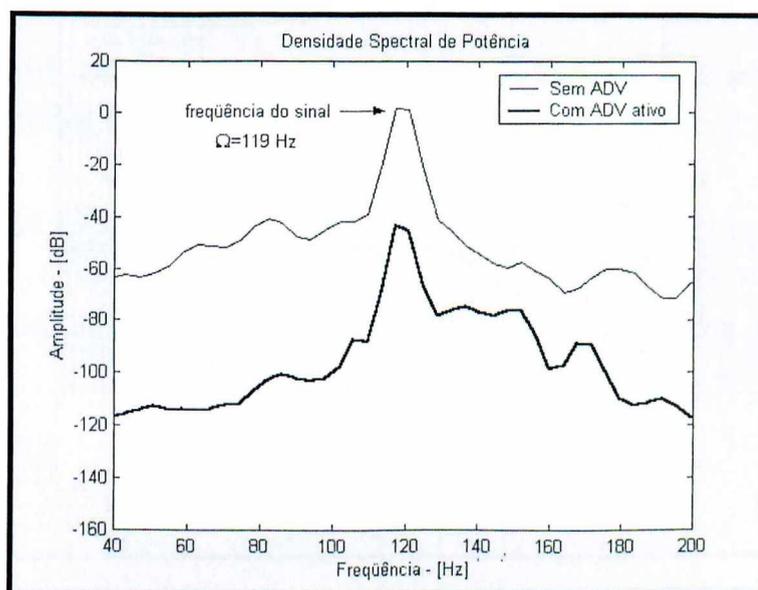


Figura 6.9 – Densidade espectral de potência antes e após o acoplamento do ADV.

Conforme enunciado anteriormente, a principal vantagem da utilização dos ADVs ativos reside no fato destes dispositivos não necessitarem de uma variação nos seus parâmetros físicos para sua sintonização, que pode ser feita em tempo real quando a frequência de excitação varia ao longo do tempo. Para exemplificar esta situação, o mesmo ADV do exemplo anterior é usado para atenuar as vibrações da viga excitada por uma força harmônica de frequência fixa  $\Omega = 124 \text{ Hz}$ . Para este valor de frequência, os valores dos ganhos de controle usados foram:

$$\beta = 2\zeta_2 m_2 \Omega - c_2 = -5,41 \text{ Ns/m}$$

$$\gamma = m_2 \Omega^2 - k_2 = -250615,53 \text{ N/m}$$

Como pode ser visto na Figura 6.10, novamente houve uma significativa atenuação nos níveis de vibração da viga após a ativação do ADV. Nota-se que os níveis residuais de vibração da viga após o acionamento do controle são próximos àqueles obtidos no teste anterior ( $\Omega = 119 \text{ Hz}$ ), mostrando que a estratégia de controle usada é robusta as variações na frequência de atuação.

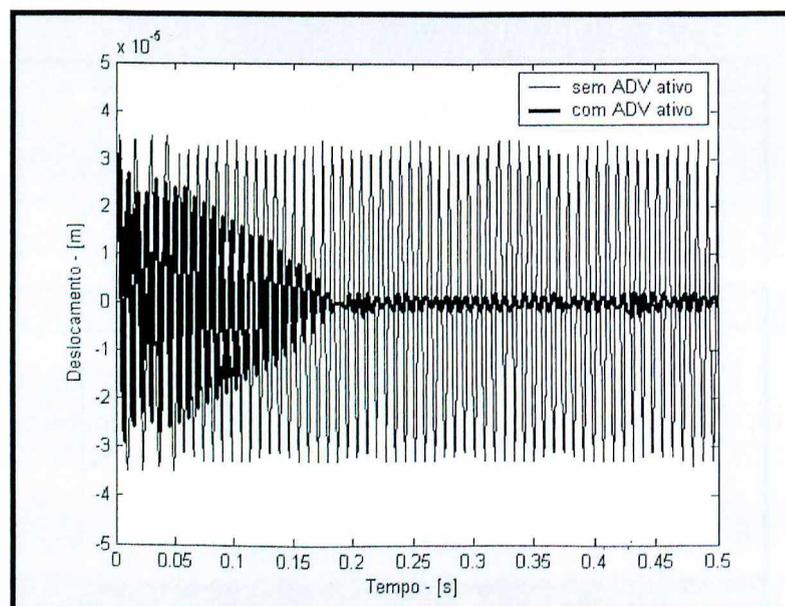


Figura 6.10 – Deslocamento da estrutura primária antes e após o controle,  $\Omega = 124 \text{ Hz}$ .

Na Figura 6.11 tem-se a força de controle exercida pelo atuador inercial. Novamente observa-se que quando o sistema de controle se encontra em regime transiente, há uma saturação do esforço de controle, o que não impede que o controle se estabilize na condição de regime permanente.

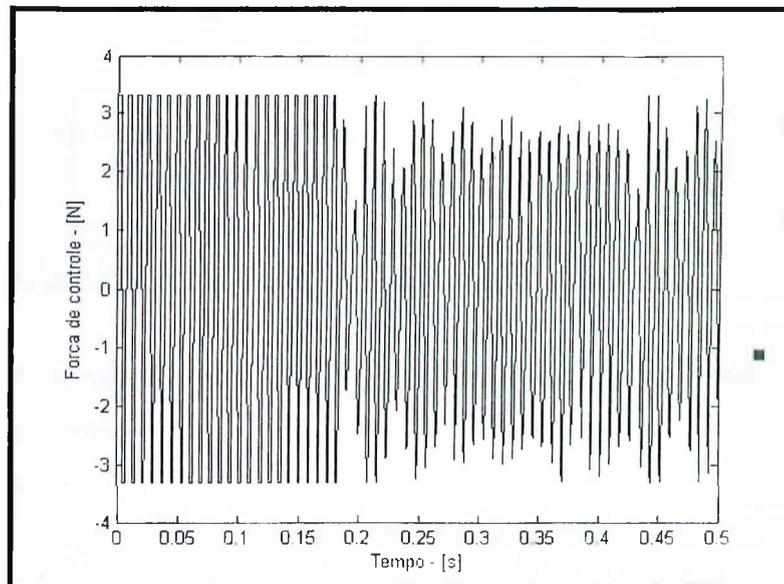


Figure 6.11 – Força de controle exercida pelo atuador inercial para  $\Omega = 124\text{Hz}$ .

Na Figura 6.12 tem-se a densidade espectral de potência dos sinais antes e após o acionamento do ADV ativo. Como pode ser observado, há uma atenuação superior a 30 dB, o que indica um alto índice de absorção de energia vibratória.

Os resultados experimentais obtidos mostraram que a estratégia empregada é bastante eficiente e robusta, uma vez que ela foi capaz de absorver substancialmente os níveis de vibração da estrutura primária. Esta estratégia também mostrou-se ser facilmente implementada em tempo real, sendo esta uma característica relevante na utilização prática de ADVs ativos.

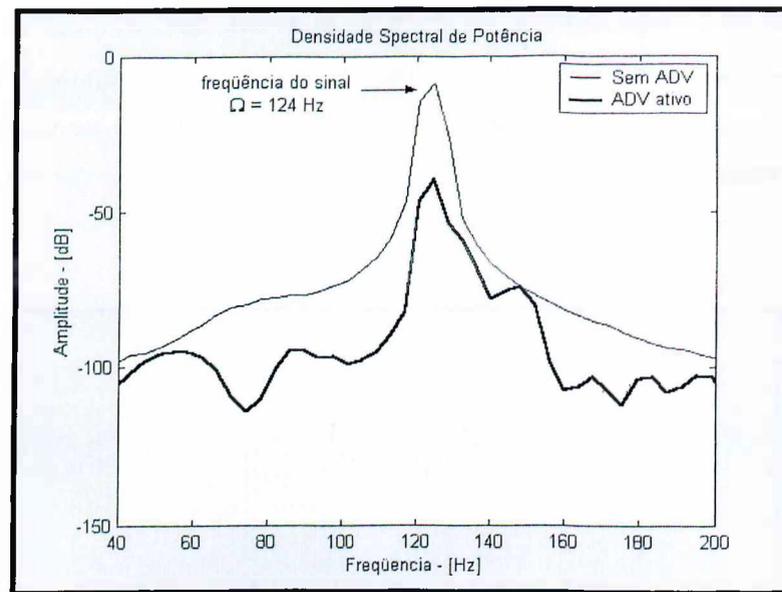


Figura 6.12 – Densidade espectral de Potência antes e após o acoplamento do ADV.

## 6.2 – ADV Ativo usando Controle Ótimo

Nesta seção é apresentada a validação experimental do ADV ativo cuja lei de controle é determinada utilizando a teoria de controle ótimo, conforme formulação apresentada na Seção 3.3.

Assim como na seção anterior, inicialmente será mostrado de maneira detalhada todo o procedimento da montagem do experimento. Em seguida discutem-se os resultados obtidos.

### 6.2.1 – Montagem Experimental

O esquema da bancada experimental usada para esta configuração de ADV ativo é ilustrado na Figura 6.13. O sistema primário consiste de uma viga de aço (800 x 38 x 4,5 mm) engastada-livre, à qual foi acoplado o atuador inercial com acionamento piezelétrico com uma massa inercial de 150 g. Utiliza-se, como sensor, um acelerômetro piezelétrico fixado na coordenada de conexão entre o atuador e o sistema primário.

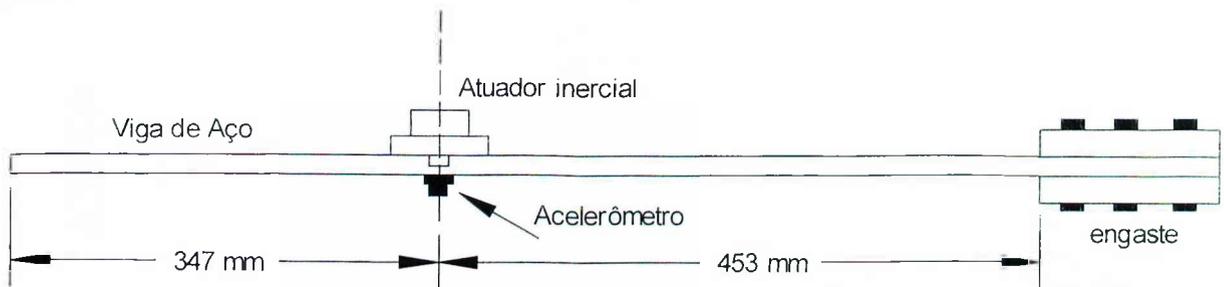


Figura 6.13 – Esquema da montagem experimental.

Na Figura 6.14, tem-se uma ilustração do sistema primário e do atuador inercial, com os dispositivos de condicionamento e amplificação de sinais.

A Figura 6.15 mostra esquematicamente o fluxo dos sinais dentro do experimento. Todo o controle é feito por intermédio de uma placa de aquisição de dados DSPACE modelo 1104 acoplada a um micro-computador. Assim, esta a placa colhe os sinais de resposta do sistema primário a partir do acelerômetro, processa-os de acordo com o algoritmo de controle ótimo e envia o sinal de controle para o atuador inercial. O algoritmo de controle foi feito usando o programa MATLAB® e o ambiente SIMULINK™ já que a placa DSPACE™ permite o interfaceamento direto com estes programas.

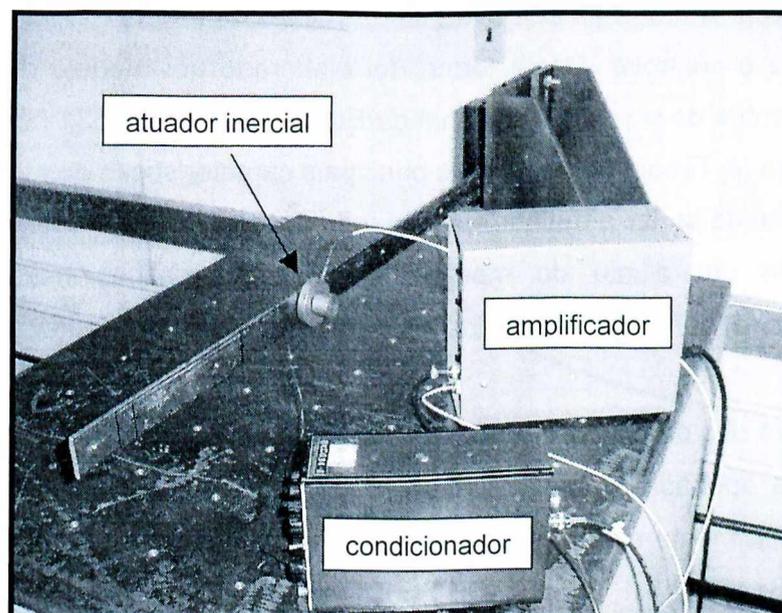


Figura 6.14 – Ilustração do sistema primário (viga de aço) e o atuador inercial.

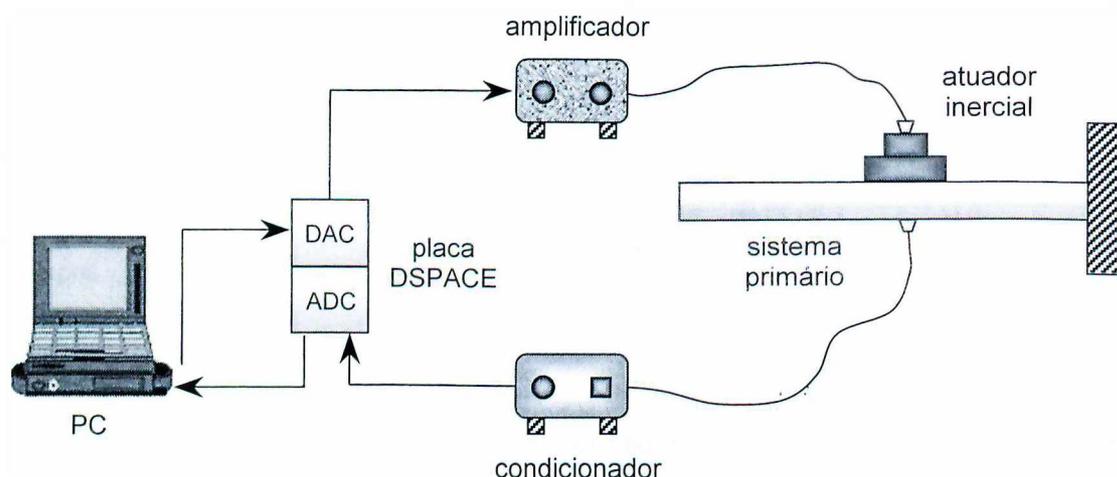


Figura 6.15 – Esquema do experimento de controle ótimo.

Neste experimento, o sistema primário foi excitado por 5 segundos pelo atuador inercial em uma de suas frequências naturais. Logo após este período, o atuador inercial deixou de excitar a estrutura e passou a trabalhar como um ADV ativo recebendo os sinais de controle a partir da placa DSPACE™.

### 6.2.2 – Modelagem do Sistema Primário

Para se aplicar a teoria de controle ótimo é necessária uma modelagem relativamente precisa do sistema a controlar. Desta forma, foi elaborado um modelo de elementos finitos contendo 30 elementos de viga bidimensional de Euler-Bernoulli com 31 nós e 3 gdl por nó da viga engastada-livre. A Tabela 6.1 mostra as principais características do modelo.

Com o intuito de se ter a melhor aproximação possível entre o sistema real e o sistema simulado, foi feito um ajuste do modelo, cujas características físicas e geométricas (comprimento, largura, densidade e elasticidade) foram ajustados de forma a adequar o modelo à estrutura real.

Este número alto de gdl do modelo (93 gdl) inviabiliza o uso da teoria de controle ótimo pois como se tem apenas um sensor (acelerômetro) as propriedades de observabilidade e controlabilidade dificilmente seriam satisfeitas. Contudo, utilizando a teoria de redução modal apresentada na Seção 3.3.1, é possível reduzir a ordem do sistema, conservando suas principais características, dentro da faixa de frequência de interesse, de forma a viabilizar o uso do controle ótimo.

Tabela 6.1 – Características do modelo de elementos finitos da viga engastada-livre.

<i>Características físicas do sistema primário</i>	
seção transversal:	$b = 38,0 \times 10^{-3} \text{ m}$ , $h = 4,5 \times 10^{-3} \text{ m}$
comprimento:	$L = 800,0 \times 10^{-3} \text{ m}$
densidade:	$\rho = 7800,0 \text{ kg/m}^3$
módulo de elasticidade:	$E = 2,1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$

O interesse aqui é de se fazer o controle modo a modo ou seja, controlar um único modo do sistema principal a cada vez. Para isto, o sistema viga e ADV passivo acoplados foram reduzidos ao único modo de interesse.

A Figura 6.16 mostra as amplitudes das FRFs para o sistema real (experimental) e para os modelos completo e reduzido na vizinhança da sétima frequência natural  $\omega_7 = 176,50 \text{ Hz}$ .

A FRF experimental foi obtida utilizando-se uma excitação aleatória do tipo ruído branco com uma janela do tipo retangular e uma resolução em frequência  $\Delta f = 0,25 \text{ Hz}$ .

Nota-se que a aproximação entre o sistema real e o reduzido é bastante satisfatória nas vizinhanças da sétima frequência natural do sistema acoplado (sistema primário + ADV passivo).

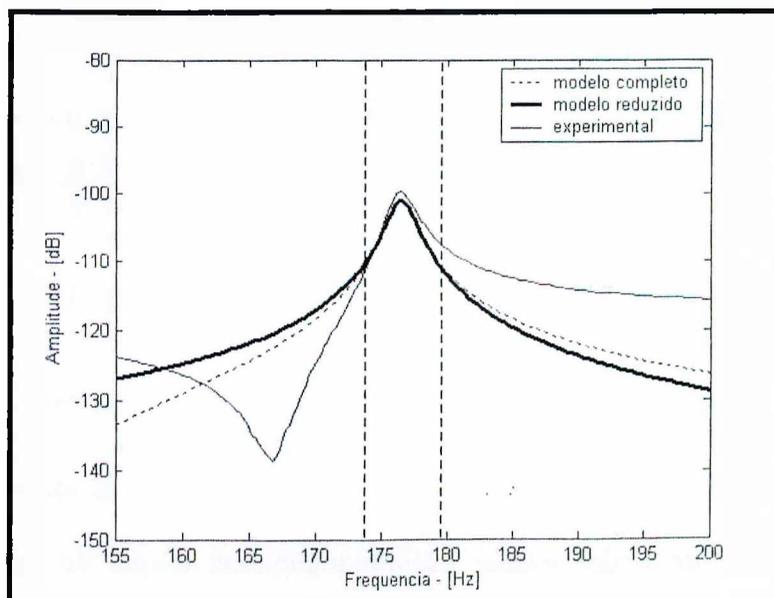


Figura 6.16 – FRFs para o sistema real e simulado com atuador incorporado.

### 6.2.3 – Projeto do Estimador de estados e do Controlador

De posse das matrizes de estado para o sistema reduzido pode-se projetar o observador de estado e o controlador do sistema.

Para o cálculo do estimador de estados usou-se a função DLQE incorporada no programa MATLAB<sup>®</sup> com as seguintes características:

$\Delta t = 1 \times 10^{-4} \text{ s}$  : tempo de discretização:

$Q_e = 1 \times 10^{-7}$  : covariância do ruído na dinâmica do estimador

$R_e = 1 \times 10^{-6}$  : covariância do ruído do sensor - acelerômetro

$[G_e] = \begin{bmatrix} 7 \times 10^{-2} & 0 \end{bmatrix}$  : covariância da perturbação.

O controlador do sistema foi projetado usando a função DLQR também fornecida pelo programa MATLAB<sup>®</sup> com os seguintes fatores de ponderação:

$R_c = 10$  : fator de ponderação da força de controle

$[Q_c] = \begin{bmatrix} 1 \times 10^4 & 0 \\ 0 & 1 \times 10^{-6} \end{bmatrix}$  : fator de ponderação dos estados

De posse do escalar  $R_c$  e da matriz  $[Q_c]$  calcularam-se os seguintes ganhos do controlador:

$$[K] = [-4,57 \quad 281,86]$$

### 6.2.4 – Resultados

Com o intuito de poder avaliar experimentalmente o uso do controlador ótimo, foi adotada a estratégia de se excitar harmonicamente por cinco segundos, a estrutura primária em seu sétimo modo natural ( $\Omega = 176,50 \text{ Hz}$ ) utilizando para isto o atuador inercial

comandado pela placa DSPACE. Após este período, o sistema iniciou o processo de controle ou seja, a placa DSPACE não mais envia sinais harmônicos de excitação e sim os esforços de controle fazendo com que o atuador exerça a função de ADV ativo.

A Figura 6.17 mostra a resposta temporal do sistema primário com e sem controle após este ter sido excitado pelo atuador inercial. Observa-se, que após o acionamento do controlador o tempo de estabelecimento do sistema controlado é menor que o do sistema sem controle, mostrando que o controlador aumenta significativamente os níveis de amortecimento do sistema.

A Figura 6.18 mostra as FRFs antes e após o acionamento do ADV ativo. Estas FRFs foram obtidas utilizando-se uma excitação aleatória do tipo ruído branco, uma janela do tipo retangular e uma resolução em frequência  $\Delta f = 0,25$  Hz.

Como pode ser observado, verifica-se que o pico de ressonância correspondente a  $\omega_7 = 176,50$ Hz foi fortemente atenuado com uma redução de aproximadamente 15 dB.

Este resultado, mostra que a utilização da teoria de controle ótimo no projeto de ADVs ativos, com o controle avaliado para cada modo independente, é viável e bastante eficaz no controle ativo de vibrações.

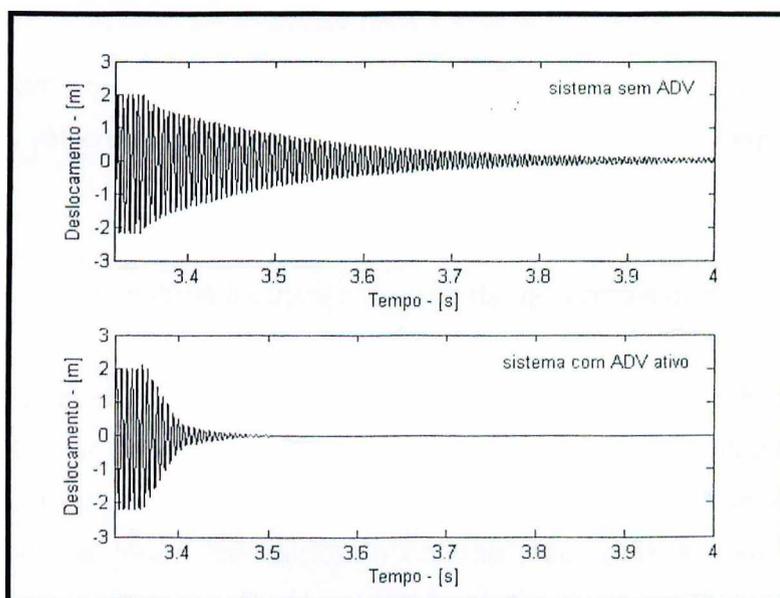


Figura 6.17 – Resposta temporal com e sem o acoplamento do ADV ativo.

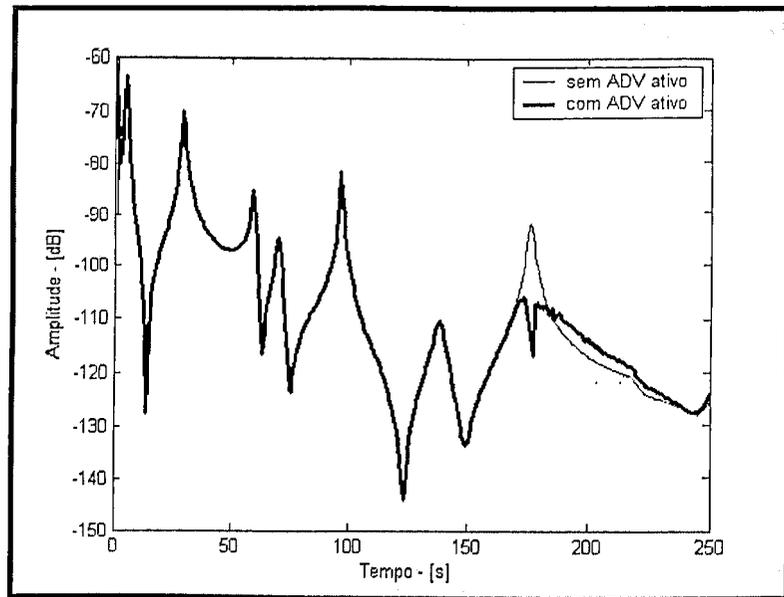


Figura 6.18 – FRFs antes e após o acionamento do ADV ativo.

## CAPÍTULO VII

### Conclusões, Contribuições e Trabalhos futuros

O objetivo geral deste trabalho de pesquisa foi de realizar uma avaliação de diversos aspectos teóricos, numéricos e experimentais dos Absorvedores Dinâmicos de Vibrações (ADV) Ativos e Adaptativos acoplados a sistemas primários de um e vários graus de liberdade.

Os ADVs ativos, dotados de atuadores realimentados com os sinais vibratórios, possuem muitas vantagens em relação aos ADVs passivos, podendo-se citar, principalmente, a possibilidade de sua sintonização para diferentes valores da frequência de excitação - que pode até mesmo ser feita de forma contínua e automática em tempo real. Contudo, há a desvantagem de se ter o problema da instabilidade, que é inerente a todo processo de controle baseado na introdução de energia no sistema.

Neste trabalho, foram consideradas três configurações distintas de ADVs ativos:

- ADV ativo com realimentação dada por uma combinação linear dos sinais de deslocamento, velocidade e aceleração relativos da massa do ADV em relação ao sistema primário;
- ADV ativo cuja lei de controle é obtida com a teoria de controle ótimo;
- ADV ativo cuja lei de controle é baseada na teoria de controle ótimo modificada por Johnson (1970). Nesta proposta, a excitação é incluída nas equações de estado do sistema linear. Contudo, caso a excitação seja diferente da excitação para a qual os ganhos do controle foram calculados, o controle não fornece resultados satisfatórios. Assim, propôs-se utilizar as Redes Neurais Artificiais como forma de se resolver o problema de controle quando se tem uma frequência de excitação variável no tempo.

Com relação ao ADV ativo com lei de controle baseada na combinação linear dos sinais de deslocamento, velocidade e aceleração relativos, observou-se que os ganhos de realimentação em velocidade e aceleração atuam como amortecimento e rigidez adicionados

ao sistema secundário. Estes dispositivos possuem uma ampla faixa de operação na qual pode ser assegurada a estabilidade. Além disso, na ausência da realimentação em aceleração, os ganhos de realimentação ótimos podem ser determinados usando o procedimento proposto por Den Hartog para o projeto ótimo de ADVs passivos amortecidos aplicados a sistemas primários de 1 grau de liberdade. Contudo, a utilização destes dispositivos requer a medição simultânea de pelo menos duas medidas relativas, e a eficiência do controle é limitada pela capacidade de aplicação da força do atuador utilizado, fatos que podem dificultar sua utilização.

Os resultados experimentais obtidos mostraram que esta estratégia é bastante eficiente e robusta, uma vez que ela mostrou-se capaz de absorver substancialmente os níveis de vibrações da estrutura primária, mesmo sob a influência de várias restrições práticas tais como atrasos no tempo de medição dos sinais e presença de ruídos nas medidas, além das limitações operacionais do atuador inercial utilizado como ADV ativo. Todavia, esta estratégia mostrou-se ser facilmente implementada em tempo real, sendo esta uma característica relevante no processo de utilização de ADVs ativos.

O ADV ativo cuja lei de controle é obtida com a teoria de controle ótimo é uma alternativa conveniente quando tem-se excitações diferentes de uma força harmônica simples, tais como forças impulsivas, periódicas e aleatórias. A análise de estabilidade e controlabilidade para estes dispositivos é feita de forma direta e simples baseada no cálculo de postos de matrizes. Contudo, para a utilização destes dispositivos, é necessário o conhecimento de um modelo estrutural do sistema primário, o que nem sempre é possível. Além disso, a aplicação da estratégia fica restrita a sistemas discretos de ordem não muito elevada. Diante disso, foi proposta a utilização da teoria de controle ótimo no projeto de ADVs ativos para se fazer o controle modo a modo, ou seja, controlar um único modo do sistema principal a cada vez. Para isso, o sistema foi reduzido ao único modo de interesse. Os resultados experimentais, usando como ADV ativo um atuador inercial, mostraram que a utilização desta teoria no projeto de ADVs ativos, com o controle avaliado para cada modo independente, é viável, de fácil implementação e bastante eficaz no controle ativo de vibrações.

Sobre o ADV que utiliza uma força de realimentação baseada na teoria de controle ótimo modificada por Johnson, a qual incorpora nas matrizes de estado do sistema a excitação externa, verificou-se que esta técnica se aplica adequadamente ao controle de vibrações em situações em que a medida tanto da amplitude quanto da fase da excitação sejam de difícil realização, já que esta estratégia requer somente o conhecimento das frequências da força de excitação. Os resultados obtidos demonstram que significativas reduções dos níveis de

vibração puderam ser obtidas mediante o emprego desta técnica. Contudo, este ADV somente fornecerá resultados seguramente satisfatórios quando a frequência de excitação for exatamente igual à frequência de projeto do ADV, havendo perda de eficiência quando isso não ocorrer. Com o intuito de resolver este problema, associou-se este ADV às Redes Neurais Artificiais (RNA) para fazer o mapeamento, em tempo real, entre a frequência de excitação e os ganhos ótimos do controlador. Os resultados numéricos mostraram que esta estratégia é bastante eficiente já que ela foi capaz de levar o sistema primário a níveis de oscilações baixos com pouco esforço de controle quando se tem uma frequência de excitação que varia no tempo.

Os ADVs adaptativos também são uma alternativa interessante aos ADVs passivos para aplicações em que se tem uma frequência de excitação variável no tempo. Estes dispositivos combinam os aspectos positivos dos ADVs ativos e passivos já que não causam instabilidade no sistema, sendo possível uma sintonização de forma contínua e automática em tempo real. Contudo, em situações práticas, sua faixa de utilização pode revelar-se limitada, já que a sintonização é restrita aos valores que os parâmetros ajustáveis do ADV podem assumir. Investigou-se a possibilidade de utilização de um ADV alternativo, o qual substitui um ADV puramente mecânico por um sistema eletromecânico e um circuito elétrico RLC. O principal interesse no estudo desta configuração é que ela pode ser convenientemente utilizada para conferir adaptabilidade ao absorvedor, mediante a variação controlada dos parâmetros do circuito elétrico que são, em muitas das vezes, mais fáceis de se variar do que os parâmetros passivos de um ADV puramente mecânico. Os resultados das avaliações numéricas mostraram que este dispositivo fornece resultados altamente satisfatórios.

Como contribuições deste trabalho destacam-se:

- Proposição de uma metodologia de projeto ótimo de ADVs ativos aplicados a sistemas primários de vários graus de liberdade baseada na Teoria Modal;
- Utilização das Redes Neurais Artificiais na concepção de ADVs ativos;
- Concepção de um modelo de ADV eletromecânico bem como um procedimento prático para a obtenção de sua adaptabilidade.

Tendo como base os resultados obtidos, os seguintes aspectos devem ser abordados em trabalhos futuros:

- Introdução do ganho de realimentação em aceleração  $\alpha$  do ADV ativo com medidas relativas;
- Adaptação do ADV ativo baseado na teoria de controle ótimo, modificada por Johnson, associado com as Redes Neurais Artificiais para situações em que se tem excitações diferentes de uma força harmônica simples e/ou periódicas;
- Construção de um protótipo e avaliação experimental do ADV eletromecânico;
- Utilização dos chamados materiais inteligentes, com destaque para os materiais piezelétricos, materiais com memória de forma e os fluidos magneto-reológicos e eletro-reológicos, na concepção de novas formas construtivas tanto de ADV ativos quanto adaptativos;
- Implementação de algoritmos de controle em micro-processadores.

## CAPÍTULO VIII

### Referências Bibliográficas

ABE, M., IGUSA, T., 1996, "Semi-Active Dynamic Vibration Absorbers for Controlling Transient Response", *Journal of Sound and Vibrations*, vol. 198, pp. 547-569.

AGNES, G. S., INMAN, D. J., 1996, "Nonlinear Piezoelectric Vibration Absorbers", *Journal of Smart Materials and Structures*, Vol. 5, pp. 704-714.

AIDA, T., TODA, S., OGAWA, N., IMADA, Y., 1992, "Vibration Control of Beams by Beam-Type Dynamic Vibration Absorbers", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 118, no. 2, pp. 248-258.

ANTOGNETTI, P., MILUTINOVIC, V., 1991, "Neural Networks: Concepts, Applications, and Implementations", Volumes I-IV, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.

ATHANS, M., 1971, "The Role and Use of the Stochastic Linear-Quadratic-Gaussian Problem in Control System Design", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. AC-16, pp. 529-552.

BANKS, H. T., SMITH, R. C., WANG, Y., 1996, "Smart Material Structures – modeling, estimation and control", John Wiley & Sons Ltd., Chichester, UK, 304 pp.

BROCK, J. E., 1946, "A Note on the Damped Vibration Absorber", *Trans. A.S.M.E.*, A284.

CHANG, J. C. H., SOONG, T. T., 1980, "Structural Control Using Active Tuned Mass Dampers", *ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division*, EM6, pp. 1091-1099.

CAMERON HOLDSWORTH ASSOCIATES, "The Tuneable Vibration Absorber - As installed at the Arsenal Football Club", <http://www.cameron-holdsworth.co.uk/index.html> (*acesso em 20 de maio de 2004*).

COULTER, J. P., DUCLOS, T. G., 1989, "Applications of Electrorheological Materials in Vibration Control", *The 2<sup>nd</sup> International Conference on ER Fluids*, Raleigh, North Caroline, USA, pp. 300-325.

- CRANDALL, S. H., 1985, "Dynamics of Mechanical and Electromechanical Systems", Krieger.
- CUNEFARE, K. A., ROSA, S., SADEGH, N., LARSON, G., 2000, "State-Switched Absorber for Semi-Active Structural Control", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 11.
- CUNHA Jr, S. S., 1999, "Estudo Teórico e Numérico de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia – MG, Brasil.
- CUNHA Jr, S. S., RADE, D. A., 1999a, "A Model Updating-Based Method for the Optimum Design of Beamlike Dynamic Vibration Absorbers", 15<sup>th</sup> Brazilian Congress of Mechanical Engineering – COBEM'99, Águas de Lindóia, SP.
- CUNHA Jr, S. S., RADE, D. A., 1999b, "Utilização de Múltiplos Absorvedores Dinâmicos de Vibração", IV Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica, CIDIM'99, Santiago, Chile.
- CUNHA Jr, S. S., RADE, D. A., 2000, "Projeto ótimo de Absorvedores Dinâmicos do Tipo Viga para a Atenuação de Vibrações Multidirecionais", I Congresso Nacional de Engenharia Mecânica – CONEM 2000, Natal, RN.
- CUNHA Jr, S. S., RADE, D. A., 2002, "Numerical and Experimental Evaluation of an Active Dynamic Vibration Absorber", ISMA2002 – International Conference on Noise and Vibration Engineering, Leuven, Belgium.
- DAMPING TECHNOLOGIES, INC, "Tuned Vibration Absorbers and Tuned Dampers", <http://members.nuvox.net/~on.tomlewis> (acesso em 20 de maio de 2004).
- DEN HARTOG, J. P., 1956, "Mechanical Vibrations", 4<sup>th</sup> edition. McGraw-Hill, NY.
- DIMARAGONAS, A., 1996, "Vibration for Engineers", 2<sup>nd</sup> edition, Prentice Hall.
- DIMENTBERG, M. F., CHEN, S., HOU, Z., NOORI, M., 1990, "Vibration Absorber for Offshore Structures: Frequency-Domain Analysis", Technical Report.
- FAHLMANN, S. E., 1998, "An Empirical Study of Learning Speed in Back-Propagation Networks", CMU Technical Report, CMU-CS-88-162.

- FRAHM, H., 1911, "Device for Damping Vibrations of Bodies", US Patent 989, 958.
- FREITAS, F. L., ESPÍNDOLA, J. J., "Noise and Vibration Reduction with Beam-like Dynamic Neutralizers", 12<sup>th</sup> Brazilian Congress of Mechanical Engineering, Brasília, DF, 1993.
- GAO, H., KWOK, K. C. S., SAMALI, B., 1997, "Optimization of Tuned Liquid Column Dampers", *Engineering Structures*, Vol. 19, no. 6, pp. 476-486.
- HOLLKAMP, J. J., 1994, "Multimodal Passive Vibration Suppression with Piezoelectric Materials and Resonant Shunts", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 5, pp. 49-57.
- HROVAT, D., BARAK, P., RABINS, M., 1983, "Semi-active versus Passive or Active Tuned Mass Dampers for structural control", *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 109, pp. 691-705.
- IRWIN, J. D., 2000, "Análise de Circuitos em Engenharia", 4<sup>a</sup> edição, Makron Books, Brasil.
- IVERS, D. E., MILLER, L. R., 1991, "Semi-Active Suspension Technology: An Evolutionary View," *DE - Vol. 40*, *Advanced Automotive Technologies*, ASME.
- JOHNSON, C. D., 1968, "Optimal Control of the Linear Regulator with Constant Disturbances", *IEEE Transactions on Automatic Control*, pp. 416-421.
- JOHNSON, C. D., 1970, "Further Study of the Linear Regulator with Disturbances – The Case of Vector Disturbances Satisfying a Linear Differential Equation", *IEEE Transactions on Automatic Control*, pp. 222-228.
- KALMAN, R. E., 1960, "Contributions to the Theory of Optimal Control", *Bol. Soc. Mat. Mex.*, vol. 5, pp. 109-119.
- KELSO, S. P., GORDANINEJAD, F., 1999, "Magneto-Rheological Fluid Shock Absorbers for Off-Highway, High-Payload Vehicles", *Proceedings of the 1998 SPIE Conference on smart materials and structures*, Vol. 3672, pp. 44-54.
- KORENEV, B. G., REZNIKOV, L. M., 1993, "Dynamic Vibration Absorbers. Theory and Technical Applications", John Wiley and Sons, Ltd.

- KWAKERNAAK, H., SIVAN, R., 1972, "Linear Optimal Control Systems", John Wiley and Sons.
- LALANNE, M., FERRARIS, G., 1990, "Rotordynamics Prediction in Engineering", John Wiley.
- LIU, Y., GORDANINEJAD, F., EVRENSEL, C. A., WANG, X., 2000, "Semi-active Control of a Bridge using Controllable Magneto-Rheological Dampers", Proceedings of SPIE Conference on Smart Materials and Structures, Newport Beach, California.
- LUND, R. A., 1979, "Active Damping of Large Structures in Winds", ASCE Convention and Exposition, Boston, Mass., USA.
- MA, R. P., SINHA, A., 1996, "A Neural Network Based Active Vibration Absorber with State Feedback Control", Journal of Sound and Vibration, 190, pp. 121-128.
- MARCOTTE, P., FULLER, C. R., CAMBOU, P., 1999, "Control of the Noise Radiated by a Plate using a Distributed Active Vibration Absorber", Active'99, pp. 447-456.
- MARQUES, R. F. A., 2000, "Estudo Teórico e Numérico de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Ativos e Adaptativos", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Minas Gerais, Brasil.
- MARQUES, R. F. A., RADE, D. A., CUNHA Jr, S. S., 2001, "Assessment of an Active Dynamic Vibration Absorber", IMAC XIX: Conference & Exposition on Structural Dynamics, Orlando.
- MAZDA, T., SHIOJIRI, H., OKA, Y., FUJITA, T., SEKI, M., 1989, "Test on Large Seismic Isolation Elements", Trans. of 10<sup>th</sup> Int. Conf. on Struc. Mechanics in Reactor Tech., pp. 679-684.
- MEIROVITCH, L., 1975, "Elements of Vibration Analysis", McGraw-Hill, Inc., U.S.
- MIZUNO, T., ARAKI, K., 1998, "Active Dynamic Vibration Absorber with Automatic Frequency-Tracking Performance", JSME International Journal, Vol. 41, no. 3, pp. 378-383.
- NAPRSTEK, J., PIRNER, M., 2002 "Non-Linear Behavior and Dynamic Stability of a Vibration Spherical Absorber", 15<sup>th</sup> ASCE Eng. Mechanics Conference, Columbia University, New York.
- NISHIMURA, H., YOSHIDA, K., SHIMOGO, T., 1989, "Optimal Dynamic Vibration Absorber for Multi-Degree-of-Freedom Systems – (Theoretical consideration in the case of Random Input)", JSME International Journal, Series III, Vol. 32, no. 3, pp 373-379.

- OGATA, K., 1997, "Modern Control Engineering", 3<sup>rd</sup> edition, Prentice-Hall, 997p.
- OLGAC, N., ELMALI, H., HOSEK, M., 1999b, "The Centrifugal Delayed Resonator as a Tunable Torsional Vibration Absorber for Multi-Degree-of-Freedom Systems", *Journal of Vibration and Control*, vol. 5, pp. 299-322.
- OLGAC, N., HOLM-HANSEN, B., 1995, "Tunable Active Vibration Absorber: The Delayed Resonator", *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 117, pp. 513-519.
- OLGAC, N., HOSEK, M., 1997, "Active Vibration Absorption Using Delayed Resonator with Relative Position Measurement", *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 119, pp. 131-136.
- OLGAC, N., RENZULLI, M. E., GHOSH-ROR, R., 1999a, "Robust Control of the Delayed Resonator Vibration Absorber", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 7, n. 6.
- OUEINI, S. S., NAYFEH, A. H., PRATT, J. N., 1999, "A Review of Development and Implementation of an Active Nonlinear Vibration Absorber", *Applied Mechanics*, Vol. 69, pp. 585-620.
- PINKOS, A., SHTARKMAN, E., FITZGERALD, T., 1994, "An Actively Damped Passenger Car Suspension System with Low Voltage Electro-Rheological Magnetic Fluid", *North American Conference on Smart Structures and Materials*, Orlando, FL, pp. 28-35.
- QUIET FLIGHT, "Aviation Noise Reduction System", <http://www.flycfs.com/quietfflite1.htm> (acesso em 20 de maio de 2004).
- RANDALL, S. E., HALSTED, D. M., TAYLOR, D. L., 1981, "Optimum Vibration Absorbers for Linear Damped System", *Transactions of the ASME*, vol. 103, pp. 908-913.
- REED, F. E., 1949, "The Use of the Centrifugal Pendulum Absorber for the Reduction of Linear Vibration", *Journal of Applied Mechanics*, no. 48-A25, pp 190-194.
- RENGARAJAN, S., 1995, "Analytical and Experimental Investigation of Semi-Active Vehicle Suspensions", *Graduate Thesis, Concordia University, Canada*.

RIBEIRO, J. F., 1995, "Controle Robusto Aplicado ao Problema de Vibrações em Rotores Flexíveis", tese de Doutorado, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE, SP, Brasil.

ROGERS, C. A., 1992, "Intelligent Material Systems – The Dawn of a New Materials Age", extracted from the book – The Engineering, Science, and Art of Smart Material Systems, Center for Intelligent Material Systems and Structures.

ROGERS, C. A., ASHOUR, O., KORDONSKY, W., 1996, "Magneto-rheological Fluids: Materials, Characterization and Devices", Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 7.

RUMELHART, D. E., HINTON, G. E., WILLIAMS, R. J., 1986, "A General Framework for Parallel Distributed Process", MIT press, Cambridge, MA 661-670.

SABINO, J., 2003, "Potenciômetro Digital", <http://geocities.yahoo.com.br/transistor548/pot-digital.htm> (acesso em 20 de maio de 2004).

SAMALI, B., AL-DAWOD, M., 2003, "Performance of a Five-Storey Benchmark Model using an Active Tuned Mass Damper and a Fuzzy Controller", Engineering Structures, Vol. 25, pp. 1597-1610.

SANTOS, M. B., 1999, "Uma contribuição à Análise de Sinais utilizando Wavelets", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia – Minas Gerais, Brasil.

SCHAUMANN, R., GHAUSI, M. S., LAKER, K. R., 1990, "Design of Analog Filters: Passive, Active RC and Switched Capacitor", Prentice Hall.

SEMERCIGIL, S. E., LAMMERS, D., YING, Z., 1992, "A New Tuned Vibration Absorber for Wide-Band Excitations", Journal of Sound and Vibrations, vol. 156, pp. 445-459.

SETAREH, M., HANSON, R. D., 1992, "Tuned Mass Dampers for Balcony Vibration Control", Journal of Structural Engineering, Vol. 118, no. 3, pp. 723-740.

SETO, K., YAMANOUCHE, M., 1978, "On the Effect of a Variable Stiffness-type Dynamic Absorber with Eddy-current Damping", Bulletin of the ASME, vol. 21(160), pp. 1482-1489

SHAHIN, A. R., MECKL, P. H., JONES, J. D., 1997, "Modeling of SMA Tendons for Active Control of Structures", *Journal of Intelligent Material and Structures*, Vol. 18, pp. 51-70.

SNOWDON, J. C., WOLFE, A. A., KELIN, R. L., 1984, "The Cruciform Dynamic Vibration Absorber", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 75, pp. 1792-1799.

STEPHENS, L. S., ROUCH, K. E., TEWANI, S. G., 1991, "Theory for an Active Dynamic Vibration Absorber", *Structural Vibration and Acoustics*, Vol. 34, pp. 89-94.

STEPHENSON, F. W., 1985, "RC Active Filter Design Handbook", *Wiley Electrical and Electronics Technology Handbook Series*, John Wiley & Sons.

STEVENS, N. G., SPROSTON, J. L., STANWAY, R., 1987, "Non-Linear Modeling of an Electro-Rheological Vibration Damper", *Journal of Electrostatics*, Vol. 20, pp. 167-184.

SUN, J. Q., JOLLY, M. R., NORRIS, M. A., 1995, "Passive, Adaptive and Active Tuned Vibration Absorbers – A Survey", *Transactions of the ASME*, vol. 117, pp. 234-242.

TANAKA, N., KIKUSHIMA, Y., 1989, "Active Control of Impact Vibrations using Feedforward Control Method", *Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design*, vol. 111.

TANAKA, N., KIKUSHIMA, Y., 1992, "Impact Vibration Control using a Semi-Active Damper", *Journal of Sound and Vibration*, vol. 158 (2), pp. 277-292.

TING-KONG, C., 1999, "Design on an Adaptive Dynamic Vibration Absorber", Thesis for the degree of Master of Engineering Science, University of Adelaide, Australia.

THOMSON, W. T., DAHLEH, M. D., 1998, "Theory of Vibration with Applications", 5<sup>th</sup> edition, Prentice Hall, NJ, USA.

WARBURTON, G. B., 1982, "Optimum Absorber Parameters for various combination of Response and Excitation Parameters", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 10, pp. 381-401.

WARBURTON, G. B., AYORINDE, E. O., 1980, "Optimum Absorber Parameters for Simple Systems", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 8, pp. 197-217.

## APÊNDICE A

### Atuador Inercial – modelo 712A02

Com este atuador fabricado pela PCB *PIEZOTRONICS*<sup>inc</sup> – SVS Division, é possível obter razoáveis níveis de força dentro de uma banda de frequência relativamente ampla.

A seguir tem-se uma relação das principais características do atuador inercial utilizado.

#### A1 – Dados de operação

Temperatura de operação: -23 to 66 °C

Voltagem de entrada (max): {  
excitação DC: -125 a 500 volts  
excitação AC (fora da ressonância): ± 100 volts  
excitação AC (na ressonância): ± 80 volts

Massa: 36 gramas

Material: Titânio

Tamanho (Altura x diâmetro): 19,3 x 50,8 mm

Conector elétrico: BNC

Na Figura A.1 tem-se uma ilustração do atuador inercial modelo 712A02.

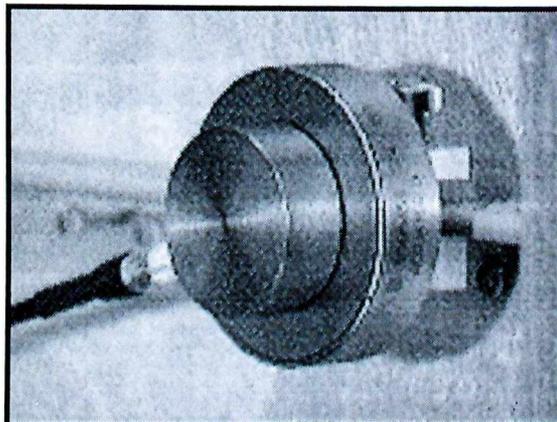


Figura A.1 – Atuador - 712A02 com massa inercial.

## A2 – Função de Transferência

Para a perfeita utilização do atuador é necessário conhecer sua função de transferência, relacionando a frequência na qual será utilizado e a força que o mesmo será capaz de exercer. A seguir, têm-se as curvas de respostas típicas do atuador, utilizando diferentes massas inerciais, obtidas experimentalmente.

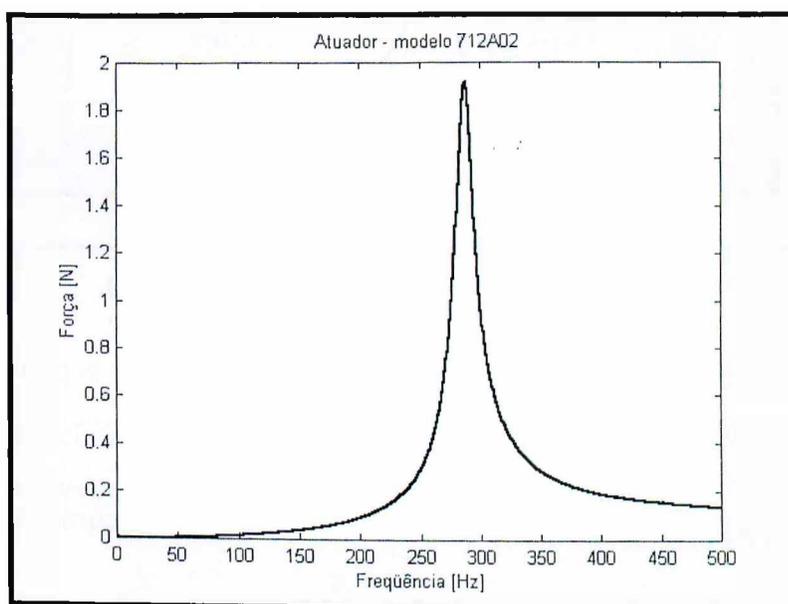


Figura A.2 – Resposta do atuador usando massa inercial de 100g.

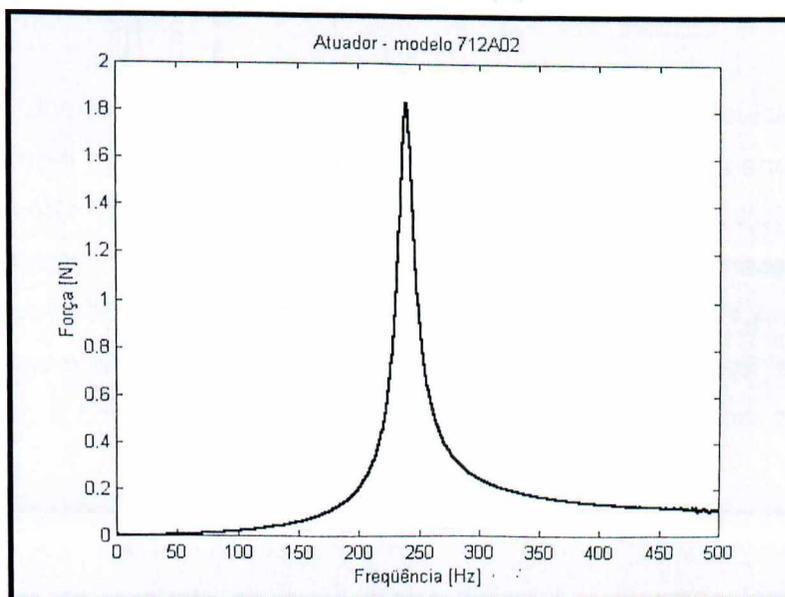


Figura A.3 – Resposta do atuador usando massa inercial de 150g.

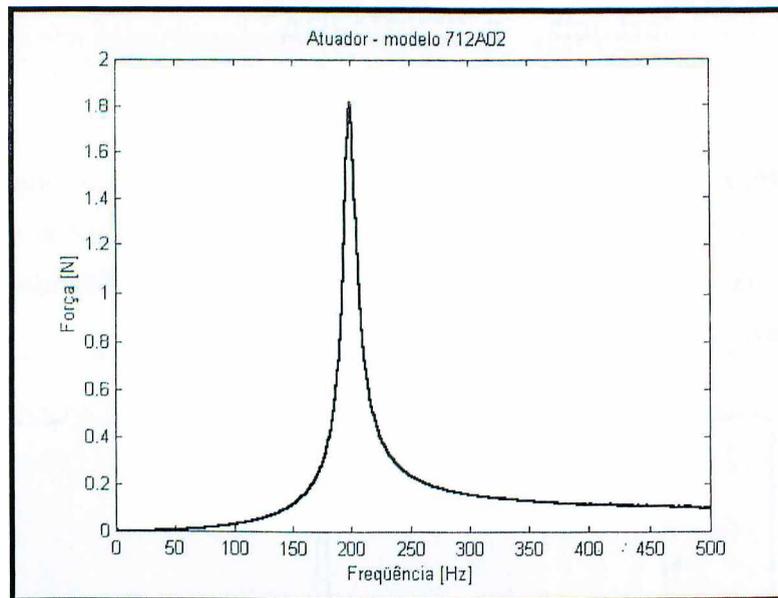


Figura A.4 – Resposta do atuador usando massa inercial de 223.15g.

Todas as curvas acima foram obtidas utilizando um analisador de espectro de dois canais *Scientific Atlanta*, condicionadores de sinal *Brüel & Kjaer* modelo 2635 e uma placa de aquisição de dados de oito canais *GPIB*;

### A3 – Amortecimento

Outra característica importante do atuador é seu amortecimento. Este parâmetro é calculado separadamente para cada conjunto atuador-massa inercial, utilizando um procedimento de ajuste de curvas via transformada de Wavelet, cujos procedimentos de utilização são apresentados no Apêndice B.

Na Tabela A.1 tem-se os valores obtidos via transformada de Wavelet para fatores de amortecimentos e frequências naturais, bem como da rigidez para o atuador conectado às diferentes massas inerciais. O procedimento de identificação utilizado é detalhado por Santos (1999).

Tabela A.1 – Valores experimentais para a frequência natural, fator de amortecimento e rigidez do atuador utilizando diferentes massas inerciais.

	Frequência natural $\omega_n$ [Hz]	Fator de Amortecimento $\zeta$	Rigidez K [N/m]
Atuador + massa 100 g	288,15	0,0351	445795,72
Atuador + massa 150 g	240,65	0,0325	425250,10
Atuador + massa 223,15 g	199,68	0,0220	407924,80

Observou-se que a decomposição em Wavelets foi bastante robusta na identificação dos parâmetros do atuador quando este esteve associado às diferentes massas inerciais, fato este evidenciado nas Figuras A.5 a A.7, que mostram os sinais de resposta ao impulso experimentais e decompostos via Transformada de Wavelet para as diferentes configurações do atuador.

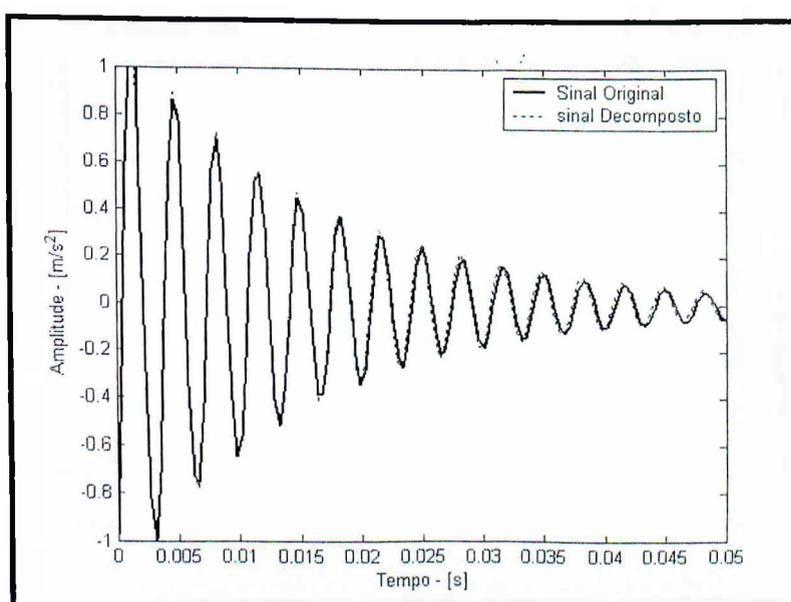


Figura A.5 – Sinais de resposta ao impulso experimental e decomposto via Wavelet para o conjunto atuador-massa inercial de 100 g.

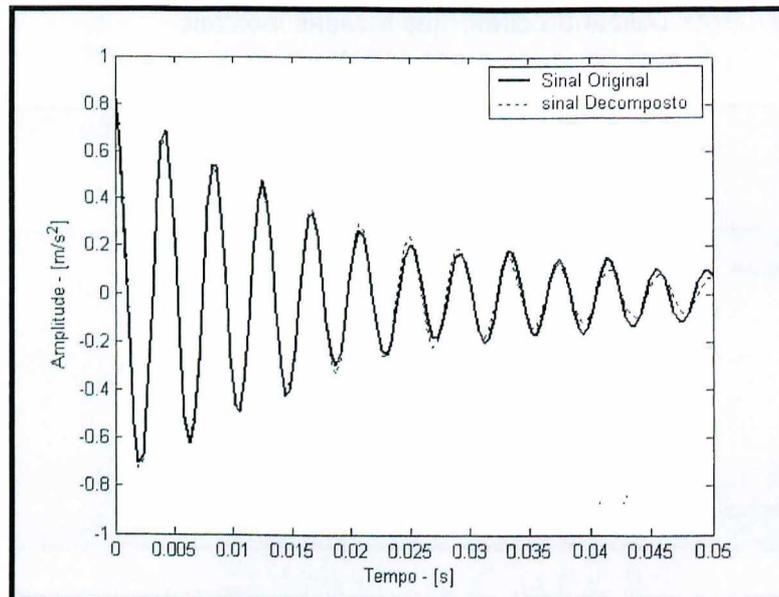


Figura A.6 – Sinais de resposta ao impulso experimental e decomposto via Wavelet para o conjunto atuador-massa inercial de 150 g.

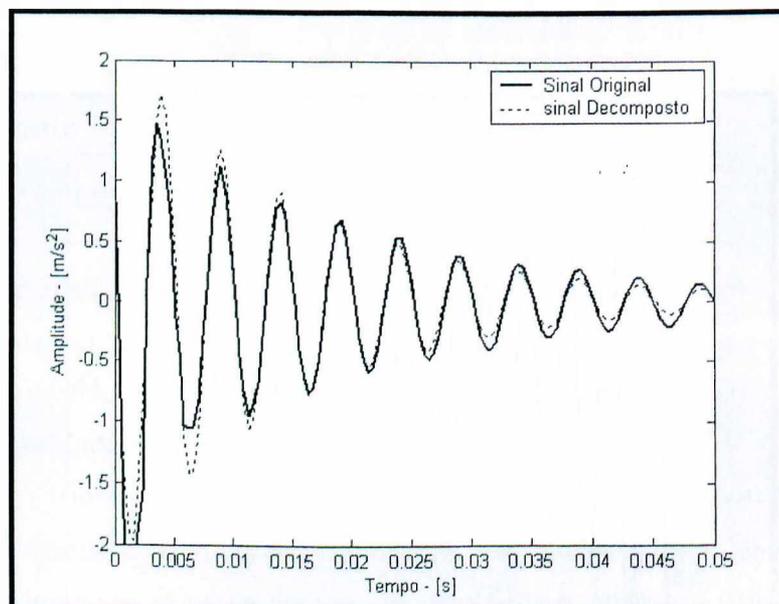


Figura A.7 – Sinais de resposta ao impulso experimental e decomposto via Wavelet para o conjunto atuador-massa inercial de 223,15 g.

#### **A4 – Desenhos técnicos do atuador**

Nas figuras a seguir tem-se o desenho técnico mecânico do atuador inercial feito em duas vistas além de um desenho auxiliar utilizado para a montagem do atuador sobre a estrutura.

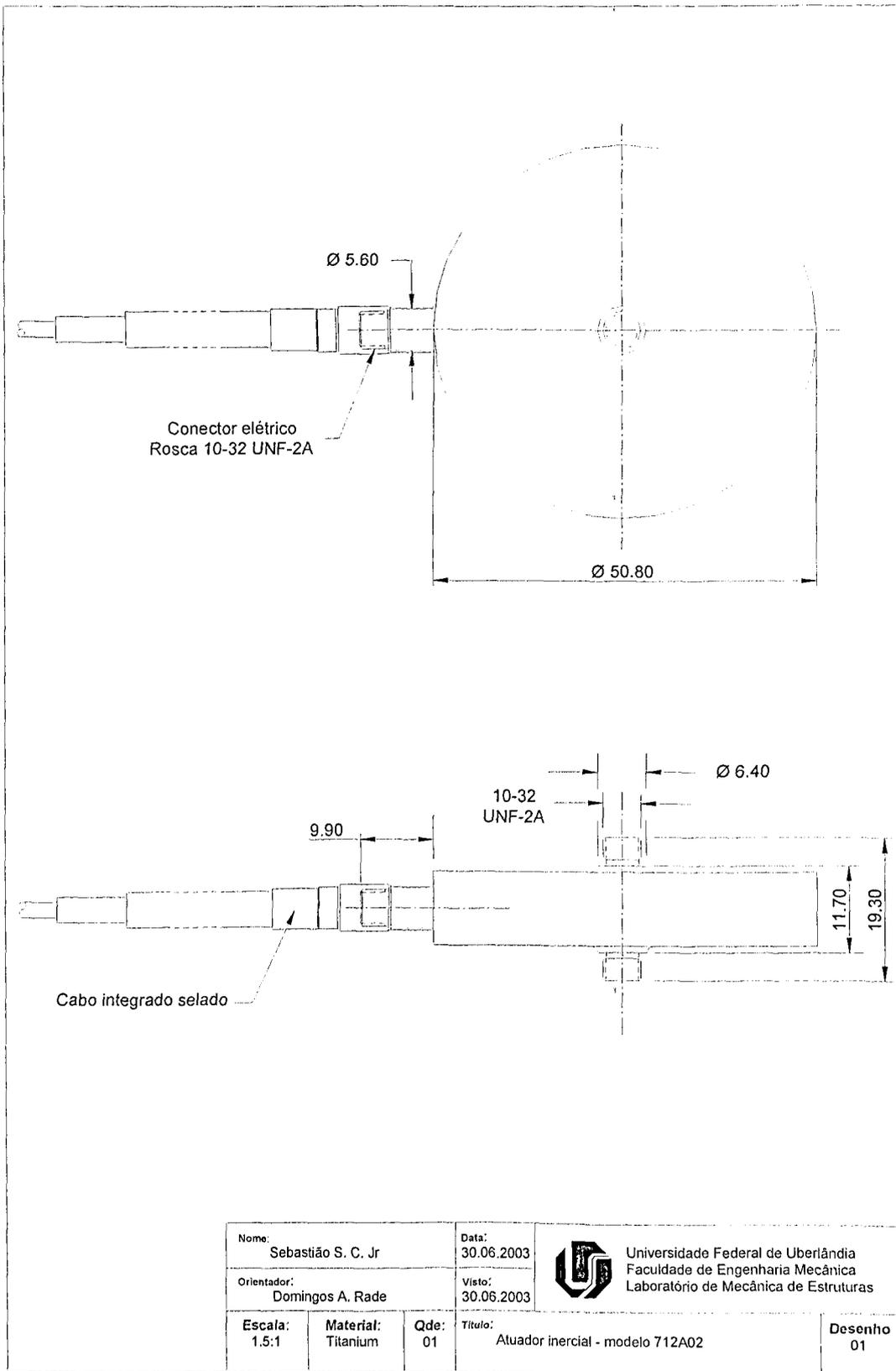


Figura A.8 – Vistas do atuador inercial.

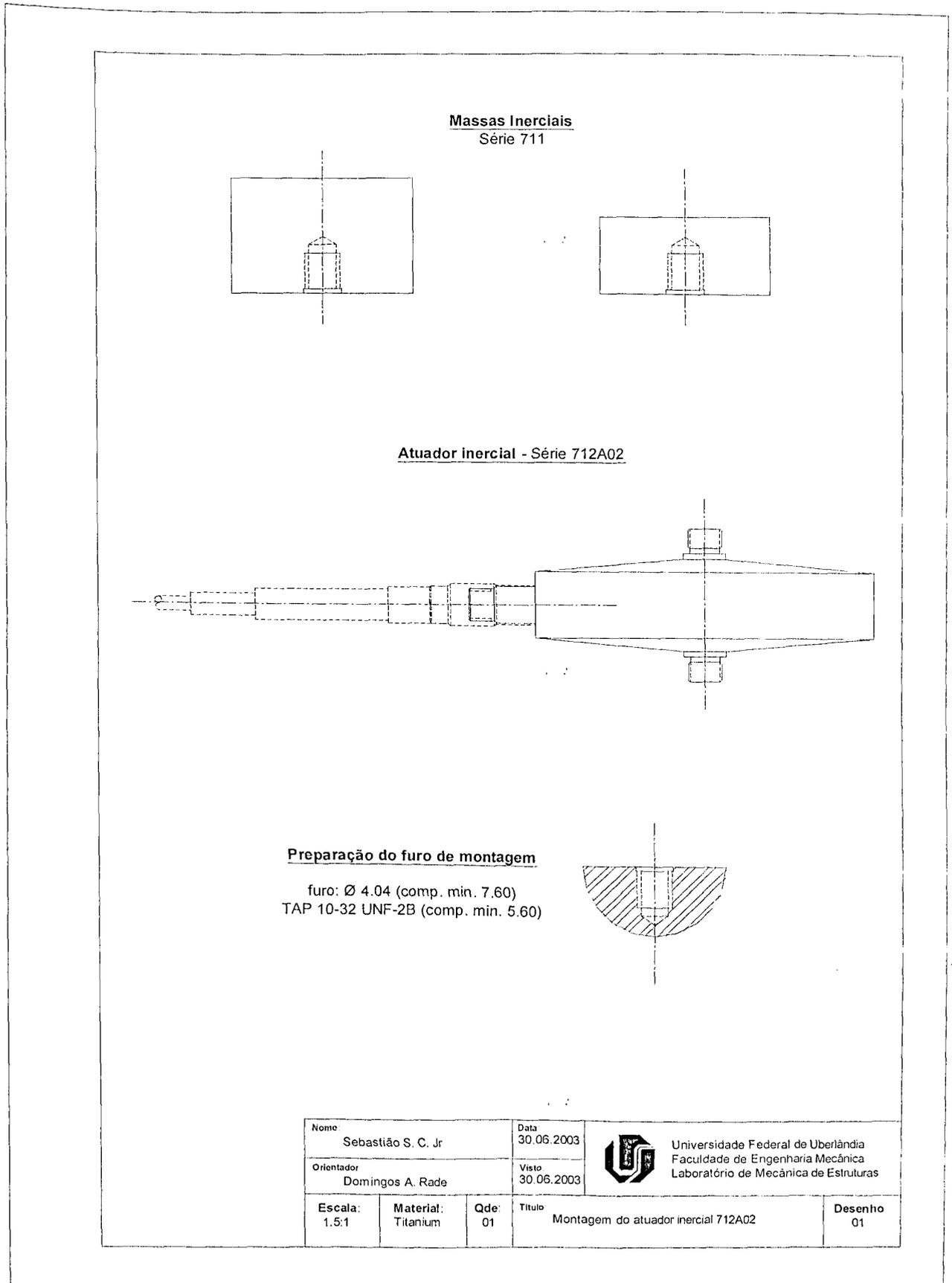


Figura A.9 – Esquema de montagem do atuador inercial.

## APÊNDICE B

### Transformada de Wavelet – Um Procedimento Experimental para o Cálculo do Amortecimento Estrutural do Atuador Inercial

Frente às dificuldades encontradas na obtenção experimental do amortecimento estrutural de sistemas mecânicos, utiliza-se neste trabalho a *Transformada de Wavelet* para o cálculo dos coeficientes de amortecimentos de cada componente harmônico dos sinais oriundos do atuador piezoelétrico.

As funções Wavelets utilizadas possuem como parâmetros a frequência natural do atuador  $\omega$ , o coeficiente de amortecimento  $\zeta$  e ângulo de fase  $\phi$ .

Seguindo a estratégia proposta por Santos (1999), através de um procedimento de otimização ("*Simulated Annealing*" e *Otimização Convencional*), que maximiza o índice de correlação entre a função Wavelets e o sinal, decompõe-se o sinal e os coeficientes de amortecimentos são obtidos diretamente do parâmetro correspondente da função Wavelets.

Desta forma, baseado na resposta ao impulso unitário para um sistema amortecido de vários graus de liberdade, define-se a *Wavelet Mãe* responsável pela geração do dicionário de Wavelets da seguinte forma:

$$\Psi_{\zeta,\omega,\phi} = \frac{e^{(-\Pi)} \cos(\omega t + \phi)}{\sqrt{\int_0^T \left( e^{(-\Pi)} \cos(\omega t + \phi) \right)^2 dt}} \quad (\text{B.1})$$

onde:

$$\Pi = \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \omega t \quad (\text{B.2})$$

Para o caso de sinais discretos, a *Wavelet Mãe* é dada por:

$$\Psi_{\zeta, \omega, \phi} = \frac{e^{(-\Pi_i)} \cos(\omega_i t + \phi)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (e^{(-\Pi_i)} \cos(\omega_i t + \phi))^2}} \quad (\text{B.3})$$

O denominador nas equações (B.1) e (B.3) é a norma da função do numerador fazendo com que a Wavelet se torne ortonormal, propriedade esta necessária para a realização deste procedimento.

Desta forma, para cada par atuador-massa inercial, foi realizado o procedimento acima determinado-se assim o fator de amortecimento que foi utilizado nos procedimentos experimentais deste trabalho.

## APÊNDICE C

### Equipamentos utilizados nos ensaios experimentais

Abaixo tem-se os equipamentos utilizados nos ensaios experimentais dos ADVs.

Equipamento	Fabricante	Especificações
Acelerômetro	Brüel & Kjaer	Tipo 4375 Sensibilidade: 0.359 pC/ms <sup>-2</sup> Serial: 972721
Acelerômetro	Brüel & Kjaer	Tipo 4375 Sensibilidade: 0.351 pC/ms <sup>-2</sup> Serial: 972723
Amplificador de sinal do Atuador Piezoelétrico	AVC Instrumentation	790 Series [ 30 V/V ]
Amplificador do excitador	Brüel & Kjaer	
Analisador de sinais	Scientific Atlanta	SD 380
Cabos axiais		Conexão BNC
Condicionadores de sinais (acelerômetros e Martelo de Impacto)	Brüel & Kjaer	Tipo 2635
Gerador de sinais	Brüel & Kjaer	
Martelo de Impacto	Brüel & Kjaer	Tipo 8202
Micro computador	-	Pentium III 800 MHz
Osciloscópio	Hewlett Packard	Modelo 54603B – 60 MHz
Placa de aquisição de dados	UEI – United Electronic Industries	12 Bit, 16 canais
Excitador	Brüel & Kjaer	

<b>Equipamento</b>	<b>Fabricante</b>	<b>Especificações</b>
Transdutor de força	Brüel & Kjaer	Tipo 8200
Placa de aquisição de dados	DSPACE	16 Bit, 8 canais simultâneos

## APÊNDICE D

### Controlabilidade

O conceito de *Controlabilidade* foi inicialmente introduzido por Kalman (1960). Ele desempenha um papel importante no projeto de sistemas de controle no espaço de estados. Um projeto de controle não tem solução se o sistema não for controlável. Embora a maioria dos sistemas físicos serem controláveis, os modelos matemáticos correspondentes podem não possuir estas propriedades tornando-se então necessário conhecer as condições sob as quais um sistema é controlável.

#### Controlabilidade de estados completa de sistemas contínuos no tempo

Considere-se o sistema contínuo no tempo, representado pelo modelo:

$$\{\dot{x}(t)\} = [A]\{x(t)\} + [B]u(t) \quad (D1)$$

onde  $\{x(t)\}$  = vetor de estado (n-dimensional)

$u$  = sinal de controle (escalar)

$[A]$  = matriz constante (n x n)

$[B]$  = matriz constante (n x 1)

O estado de um sistema dado pela equação (D1) é dito controlável em  $t = t_0$  se for possível obter um sinal de controle capaz de transferir o sistema do estado inicial para o estado final em um intervalo de tempo finito  $t_0 \leq t \leq t_1$ . Se todos os estados forem controláveis, então o sistema é dito de estados completamente controláveis.

Para simplificar a notação, deste ponto em diante, a referência ao tempo será omitida para os vetores e matrizes.

Sem perda de generalidade, pode-se admitir que o estado final seja a origem do espaço de estados e que o instante inicial seja zero. Assim, a solução da equação (D1) é dada por:

$$\{x(t)\} = e^{[A]t} \{x(0)\} + \int_0^t e^{[A](t-\tau)} [B] u(\tau) d\tau \quad (D2)$$

Agora, aplicando a definição de controlabilidade de estado completa tem-se:

$$\{x(t_1)\} = 0 = e^{[A]t_1} \{x(0)\} + \int_0^{t_1} e^{[A](t_1-\tau)} [B] u(\tau) d\tau$$

da qual resulta:

$$\{x(0)\} = - \int_0^{t_1} e^{-[A]\tau} [B] u(\tau) d\tau \quad (D3)$$

De acordo com Ogata (1997),  $e^{-[A]\tau}$  pode ser escrita sob a forma

$$e^{-[A]\tau} = \sum_{k=0}^{n-1} \alpha_k(\tau) [A]^k \quad (D4)$$

Substituindo (D4) em (D3) resulta:

$$\{x(0)\} = - \sum_{k=0}^{n-1} [A]^k [B] \int_0^{t_1} \alpha_k(\tau) u(\tau) d\tau \quad (D5)$$

Fazendo  $\int_0^{t_1} \alpha_k(\tau) u(\tau) d\tau = \beta_k$ , a equação (D5) torna-se:

$$\{x(0)\} = -\sum_{k=0}^{n-1} [A]^k [B] \beta_k \quad (D6)$$

$$\{x(0)\} = -\left[ [B] : [A][B] : \dots : [A]^{n-1}[B] \right] \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_{n-1} \end{bmatrix}$$

Se o sistema for completamente controlável, então, dado um estado inicial qualquer  $\{x(0)\}$ , a equação (D6) deve ser satisfeita. Para isto, o posto da matriz  $n \times n$

$$\left[ [B] : [A][B] : \dots : [A]^{n-1}[B] \right] \quad (D7)$$

deve ser  $n$ .

Desta forma, pode ser estabelecida a seguinte condição para a controlabilidade completa dos estados: o sistema dado pela equação (D1) é completamente controlável se e somente se os vetores  $[B]$ ,  $[A][B]$ ,  $\dots$ ,  $[A]^{n-1}[B]$  forem linearmente independentes, ou seja, a matriz (D7) for de posto  $n$ .

O resultado anterior pode ser estendido para o caso em que se tenha um escalar  $u(t)$   $r$ -dimensional. Assim, se o sistema puder ser descrito por

$$\{\dot{x}\} = [A]\{x\} + [B]u \quad (D8)$$

pode-se provar que a condição para a controlabilidade de estados completa é que a matriz (D7) ( $n \times nr$ ) seja de posto  $n$ , ou seja, que contenha  $n$  vetores-coluna linearmente independentes.

A matriz (D7) é comumente chamada de *Matriz de Controlabilidade*.

## APÊNDICE E

### Indutor Sintético

Quando se usa um circuito elétrico do tipo shunt – RLC, com o intuito de se atenuar os níveis de vibrações em estruturas primárias que operam a baixas frequências, é necessário a utilização de indutores com altos índices de indutância. A utilização de tais dispositivos inviabiliza a aplicação prática desta técnica pois os mesmos teriam tamanho e peso bastante altos além de uma elevada resistência interna com um fator de qualidade baixo quando se opera a baixas frequências.

Afim de evitar tais problemas, vêm sendo bastante utilizado um indutor chamado de *Indutor Sintético* que pode ser obtido por meio de associações de amplificadores operacionais, resistores e capacitores.

O indutor sintético na verdade é um circuito elétrico que simula uma indutância de valor elevado com a vantagem de se ter um alto fator de qualidade para baixas frequências e uma resistência interna também baixa. A figura E1 mostra o circuito básico do indutor sintético.

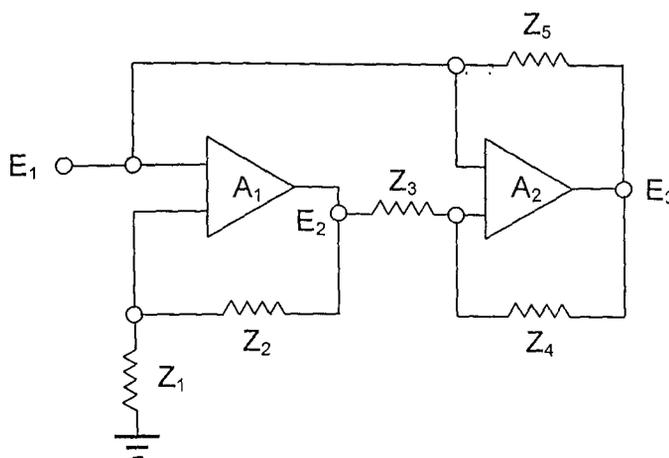


Figura E.1 – Esquema do circuito que simula um indutor sintético.

Esta indutância simulada pode ser obtida de acordo com a análise abaixo:

Assume-se que os ganhos dos amplificadores operacionais sejam altos o bastante.

Logo,

$$E_2 \cong E_1 \left( 1 + \frac{Z_2}{Z_1} \right) \quad (E1)$$

Da mesma forma,

$$E_3 \cong E_1 \left( 1 - \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3} \right) \quad (E2)$$

mas a corrente  $i_1$  é dada por

$$i_1 = \frac{E_1 - E_2}{Z_5} = \frac{Z_2 Z_4}{Z_3 Z_5} \quad (E3)$$

Logo, a impedância de entrada do circuito  $Z_{in}$ , vale:

$$Z_{in} = \frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4} \quad (E4)$$

Se na equação (E4),  $Z_2$  ou  $Z_4$  for um capacitor  $C$  e todos os outros elementos do circuito forem resistores  $R$ , a impedância de entrada  $Z_{in}$  torna-se:

$$Z_{in} = i(R^2 C \omega) \quad (E5)$$

De acordo com Irwin (2000), o circuito acima possui um comportamento indutivo, onde o valor da indutância  $L$ , vale:

$$L = \frac{CR_1 R_3 R_5}{R_4} \quad (E6)$$

Caso todos os resistores forem iguais, a equação para a indutância resulta

$$L = CR^2 \quad (E7)$$

Um procedimento comum para o ajuste do valor desejado da indutância é o de variar ou o resistor  $R_1$  ou mesmo o  $R_3$  e fixar os outros componentes da equação E6 ou E7.

No lugar dos resistores  $R_1$  ou  $R_3$  pode-se usar potenciômetros digitais de forma a obter uma indutância variável sem que haja a necessidade de troca destes componentes.

Porém, devem-se ter alguns cuidados especiais quando utiliza-se este tipo de dispositivo, mesmo porque o mesmo possui algumas limitações operacionais. Logo:

- O circuito se comportará corretamente para valores de freqüência bem abaixo das freqüências dos amplificadores operacionais (em torno de dez vezes abaixo). Portanto, há um limite superior para a freqüência de utilização do indutor sintético.
- Deve-se ter um cuidado com os limites de tensão de polarização dos amplificadores operacionais, que em geral é de  $\pm 15\text{ V}$  ( $V_{CC}$ ).
- As impedâncias  $Z_2$  ou  $Z_4$  são capacitivas, portanto aumentam com a diminuição da freqüência do sinal. Sendo assim, há também um limite *inferior* para o funcionamento do circuito, porque  $E_3$  aumenta com a diminuição da freqüência. Isto é evidenciado quando se tem uma freqüência nula, e neste caso  $E_3$  tende a um valor infinito;
- O circuito não funciona em corrente contínua a menos que se coloque um resistor de alto valor em paralelo com o capacitor;
- Deve-se dar uma atenção especial com relação à qualidade dos capacitores. Os capacitores cerâmicos são de melhor qualidade porem fornecem capacitâncias de valores baixos (pF).

Um exemplo de montagem do circuito é dado pela Figura E2.

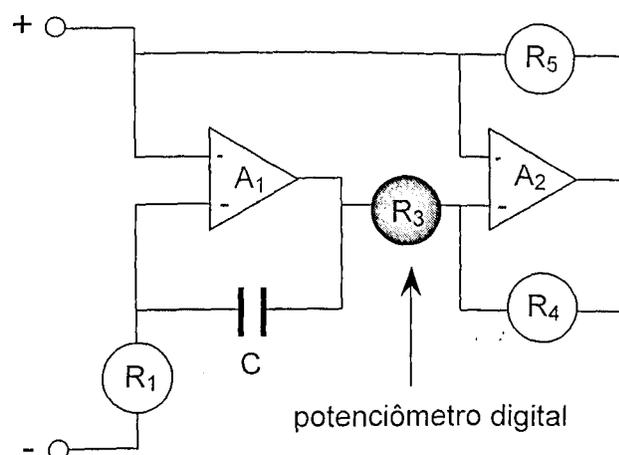


Figura E2 – Esquema para montagem do circuito para o indutor sintético.