

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**ANÁLISE DOS MÉTODOS DE CÁLCULO DE RESISTÊNCIA
E POTENCIAIS DE ATERRAMENTOS ELÉTRICOS**

SAMUEL CESAR MOTA DE PAULA

621.316 P324a /TESE/FU
DIRBI/UFU 00295/96



1000022549

FEVEREIRO

1996

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ANÁLISE DOS MÉTODOS DE CÁLCULO DE RESISTÊNCIA
E POTENCIAIS DE ATERRAMENTOS ELÉTRICOS

Dissertação apresentada por Samuel Cesar Mota de Paula à Universidade Federal de Uberlândia para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica aprovada em 16/02/96 pela Banca Examinadora:

Professor Luciano Martins Neto, Dr. - UFU

Professor Geraldo Caixeta Guimarães, Ph.D. - UFU

Professor José Pissolato Filho, Dr. - UNICAMP

ANÁLISE DOS MÉTODOS DE CÁLCULO DE RESISTÊNCIA E POTENCIAIS DE ATERRAMENTOS ELÉTRICOS

SAMUEL CESAR MOTA DE PAULA

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Prof. Luciano Martins Neto, Dr.

Orientador

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
 CIBI - DIRETORIA DE BIBLIOTECAS

Procedência.....

Valor R\$ doação

Rec. em: 1. 196

C.P.D. 1

N. Fiscaliz. 1

Reg. 00295/96 Data 18/09/96

Vol. 1 Ex. 1

FU-00005608-5

Dedico este trabalho a(o) futura(o)
 filha(o), e a minha esposa Viviane.

AGRADECIMENTOS

Ao professor Luciano Martins Neto, meu orientador, pela paciência, confiança e pela compreensão às minhas limitações.

Aos amigos do **mestrado e doutorado**.

Às secretárias, **Edith e Alice**, querendo ajudar sempre.

À **CAPES** pela a ajuda financeira sem a qual seria difícil a realização deste trabalho.

À **Deus** pela minha existência.

RESUMO

Este trabalho apresenta os cálculos de resistência e potenciais de aterramento para solos homogêneo e heterogêneo de duas camadas horizontais, ambas de resistividade constante. Para um sistema de aterramento qualquer, são apresentados métodos convencionais para estes cálculos. Também é proposto um método alternativo de cálculo, que utiliza uma quantidade menor de equações a serem resolvidas. As vantagens e desvantagens de cada método são apresentadas e justificadas. A conceituação física é amplamente utilizada, aproveitando-se os resultados numéricos obtidos através dos métodos apresentados. Tanto para o cálculo de resistência de aterramento quanto para os potenciais no solo, são feitas comparações teórico-experimentais.

ABSTRACT

This work presents the calculations of the grounding resistance and potentials for homogeneous and heterogeneous types of earth of double horizontal layers, both with constant resistivity. For any grounding system, conventional methods are presented to do these calculations. Also one alternative method of calculation is proposed, which uses a small amount of equations to be solved. The advantages and disadvantages of each method are presented and proved. The physics concepts are widely used, basing on the numerical results obtained from the methods presented in this work. Theoretical calculation results, for the evaluation of the grounding resistance and earth potentials are compared to the experimental tests.

SUMÁRIO

1 - Introdução

- 1.1 - Justificativas e objetivos.....1
- 1.2 - Desenvolvimento deste trabalho.....2

2 - Métodos para o cálculo das grandezas envolvidas em um aterramento elétrico.

- 2.1 - Considerações iniciais.....4
- 2.2 - Potencial devido a uma fonte puntual de corrente elétrica em um solo homogêneo.....7
- 2.3 - Resistência de aterramento de uma haste vertical em solo homogêneo e seus potenciais.....9
 - 2.3.1 - Método da distribuição uniforme de corrente(desenvolvimento analítico).....9
 - 2.3.2 - Método da equipotencialidade(desenvolvimento numérico).....13
- 2.4 - Resistência de aterramento e potenciais em solo heterogêneo formado por 2 camadas.....18
- 2.5 - Proposta de um método alternativo para o cálculo da resistência e potenciais de um aterramento.....30

3 - Resultados experimentais

- 3.1 - Considerações iniciais.....35
- 3.2 - Medições da resistência de aterramento e potenciais de superfície.....35
- 3.3 - Medições de resistividade do solo e estratificação em camadas horizontais.....37
- 3.4 - Medições realizadas.....38
 - 3.4.1 - Experiência 01.....38
 - 3.4.2 - Experiência 02.....41

3.4.3 - Experiência 03.....	45
3.4.4 - Experiência 04.....	49
4 - Comparação teórico-experimental	
4.1 - Considerações iniciais.....	52
4.2 - Resultados.....	52
4.2.1 - Experiência 01.....	52
4.2.2 - Experiência 02.....	53
4.2.3 - Experiência 03.....	55
4.2.4 - Experiência 04.....	56
5 - Resultados teóricos	
5.1 - Considerações iniciais.....	58
5.2 - Resistências de aterramento.....	58
5.2.1 - Haste vertical - diâmetro de 25.4mm.....	58
5.2.2 - Cabo horizontal - diâmetro de 25.4mm.....	64
5.2.3 - Malha formada por cabos interligados - diâmetro do cabo de 25.4mm.....	66
5.3 - Curvas equipotenciais.....	71
6 - Conclusões e estudos futuros.....	77

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 - JUSTIFICATIVAS E OBJETIVOS

Observando a bibliografia sobre a área de aterramentos elétricos, percebe-se que os autores dos primeiros livros fizeram estudos teóricos profundos aplicando com bastante rigor físico o eletromagnetismo. Neste caso, se enquadram as referências [1], [2] e [4]. Para a obtenção de resultados numéricos relativos às modelagens matemáticas apresentadas nestas referências, em geral exigem ferramentas de cálculo que simplesmente não existiam na época da edição dos referidos livros. Em decorrência deste fato, o esforço de aplicar na prática as teorias apresentadas nos livros fizeram os pesquisadores da época realizarem simplificações matemáticas, e desta forma chegam a fórmulas consagradas ao longo do tempo, principalmente no cálculo da resistência de aterramento. As referências [1] e [2] são ricas nestas fórmulas, principalmente apresentadas nos capítulos 3 a 5 da referência [1] e nos capítulos de 7 a 10 da referência [2]. Com a evolução da computação, começa a surgir a possibilidade de solução numérica para as modelagens matemáticas referidas anteriormente. Observa-se este fato através dos inúmeros artigos publicados, que versam sobre o assunto, e que praticamente tiveram início no fim da década de 70, referências de [5] a [19]. Dentro desta linha de raciocínio, surge um dos objetivos deste trabalho. Pretende-se fazer inicialmente uma análise dos tradicionais métodos de cálculos das grandezas envolvidas em um aterramento, mais especificamente a resistência de aterramento e os potenciais em quaisquer pontos do solo. Como consequência das conclusões a que se chegam através desta análise, apresenta-se um método alternativo para o cálculo das grandezas em questão, procurando principalmente, resolver o problema computacional relacionado com a quantidade de memória exigida. Para se demonstrar a viabilidade do método proposto, resultados teóricos e experimentais são obtidos, e comparações são feitas entre os diversos métodos apresentados.

Uma outra questão abordada neste trabalho refere-se à conceituação física das grandezas envolvidas em um aterramento. Este assunto é muito pouco apresentado na bibliografia, ficando muito mais a cargo do leitor tirar suas conclusões a respeito. Exatamente neste ponto é que se define o outro objetivo deste trabalho. Por ocasião das modelagens matemáticas desenvolvidas, principalmente no capítulo 2, procura-se com mais rigor os conceitos físicos da resistência de aterramento. Por outro lado, durante a apresentação e análise dos resultados experimentais e teóricos, nos outros capítulos, também procura-se dar importância aos conceitos físicos relativos à distribuição de potenciais no solo e a resistência de aterramento, enfatizando a influência da estrutura do solo quanto à resistividade elétrica (solos homogêneo e heterogêneo). Finalmente dentro deste mesmo objetivo, no capítulo 2 apresenta-se a demonstração matemática, com as justificativas físicas, do cálculo do potencial de uma fonte puntiforme, em um solo heterogêneo formado por 2 camadas horizontais de resistividades constantes. Geralmente os livros abordam este assunto como sendo o "método das imagens modificado", se limitando a apresentação das fórmulas finais. Neste trabalho desenvolve-se matematicamente a questão, iniciando-se com a equação de "Laplace".

1.2 - DESENVOLVIMENTO DESTE TRABALHO

Desenvolve-se o trabalho da seguinte forma:

- No capítulo 2 são desenvolvidas os métodos tradicionais de cálculo de resistência e potenciais de aterramento, bem como o método alternativo. São considerados solos homogêneo e heterogêneo.
- No capítulo 3 são apresentados os resultados experimentais de medições de resistência de aterramento e resistividade do solo, incluindo a estratificação do solo em camadas horizontais juntamente com a aferição dos resultados e minimização de erros.
- No capítulo 4 são feitas as comparações teórico-experimentais referentes aos ensaios apresentados no capítulo 3.

- No capítulo 5 são apresentados os resultados teóricos de resistência de aterramento e curvas equipotenciais no solo. Os cálculos são feitos através dos métodos apresentados no capítulo 2.
- O capítulo 6 é reservado para as conclusões e sugestões para futuros estudos.

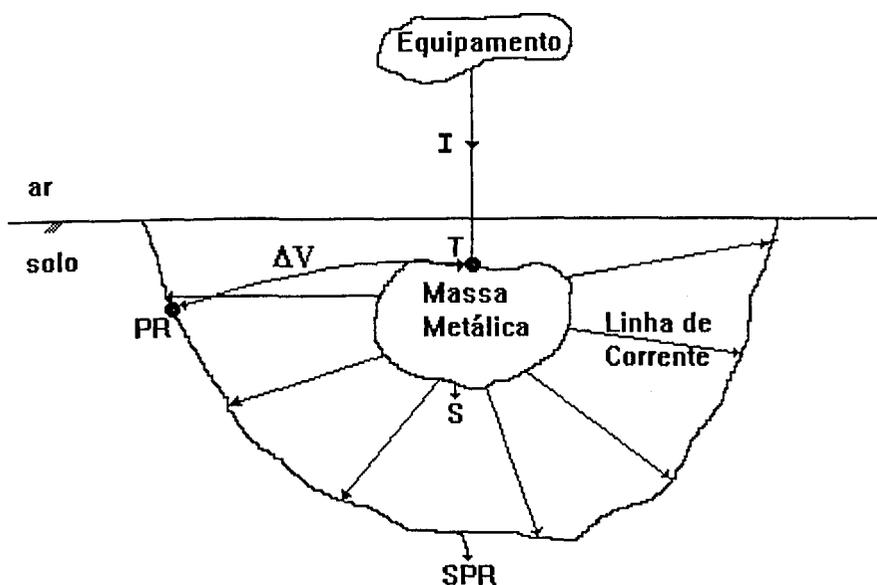
CAPÍTULO 2

MÉTODOS PARA O CÁLCULO DAS GRANDEZAS ENVOLVIDAS EM UM ATERRAMENTO ELÉTRICO

2.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Admitindo-se uma massa metálica enterrada no solo e ligada a um equipamento elétrico qualquer; como por exemplo: o neutro de um transformador, a carcaça de um motor, um pára-raios; ao se estabelecer uma diferença de potencial " ΔV " entre o terminal "T" de ligação equipamento-massa metálica e um ponto remoto "PR" qualquer do solo, uma corrente elétrica se transfere da massa metálica para o solo. Neste caso, a massa metálica está funcionando como um aterramento para o equipamento elétrico.

Para uma dada diferença de potencial " ΔV ", a circulação de corrente elétrica é definida pelos efeitos resistivo, indutivo e capacitivo do circuito que compreende a massa metálica e o solo, desde o terminal "T" até uma superfície equipotencial "SPR" formada por pontos do solo, que possam ser considerados como sendo os primeiros pontos remotos mais próximos do ponto "T". A figura(2.1) ilustra o fato.



Figura(2.1) - Massa metálica enterrada no solo com as linhas de corrente.

Como o objetivo deste trabalho é analisar o aterramento apenas sob o ponto de vista do efeito resistivo, considera-se a diferença de potencial ΔV como invariante no tempo, produzindo a corrente I também invariante no tempo. A referência [2] mostra que na frequência industrial, em certas condições de chaveamento (transitórios lentos), e mesmo em determinados casos de descargas atmosféricas (transitórios rápidos), o efeito resistivo do aterramento é totalmente predominante, desprezando-se os efeitos indutivo e capacitivo. Desta forma, nestas 3 condições apresentadas, os resultados obtidos neste trabalho também são validamente aplicados.

A resistência elétrica total oferecida à passagem da corrente, desde o ponto "T" até a superfície "SPR", pode ser decomposta em três partes ligadas em série. A primeira refere-se à resistência elétrica que define a distribuição de corrente na massa metálica. A segunda corresponde à resistência elétrica de contato entre a massa metálica e o solo. A última é a parcela de resistência elétrica oferecida pelo solo à passagem da corrente elétrica no volume de terra, compreendido entre a superfície externa da massa metálica S e a superfície remota SPR, ambas ilustradas na figura (2.1).

Analisando-se cada uma das parcelas da resistência elétrica total, conclui-se que:

- A primeira é normalmente desprezível em relação às outras, pelo fato do material utilizado na construção da massa metálica (cobre ou aço) possuir resistividade praticamente desprezível, em relação ao menor valor de resistividade do solo. Seriam necessárias dimensões extremamente impraticáveis da massa metálica, para que eventualmente estas compensassem a diferença de resistividade entre metal e solo.

- A segunda, tem seu valor diretamente relacionado com os detalhes construtivos de instalação do aterramento. Ela é função do grau de compactação entre o solo e a massa metálica.

- A terceira depende basicamente das dimensões e da geometria do volume de terra entre as superfícies "S" e "SPR", bem como dos valores e estrutura do solo neste referido volume, relativos quanto à resistividade elétrica.

Destas conclusões, pode-se afirmar que, do ponto de vista estritamente teórico, a resistência de aterramento é a terceira parcela da resistência elétrica total. Na prática, a resistência de aterramento deve ser considerada a teórica acrescida de uma estimativa experimental da resistência de contato, segunda parte da resistência elétrica total. Para efeito de cálculo neste trabalho, a resistência de aterramento é considerada aquela teórica.

Para se obter a resistência de aterramento, analisando-se fisicamente o fato de ser desprezível a primeira parcela da resistência elétrica total, conclui-se que a superfície externa "S" da massa metálica é uma equipotencial. Considerando "V" o potencial nos pontos desta superfície, em relação a um potencial nulo nos pontos da superfície remota, e admitindo que a corrente que entra no terminal "T" da figura(2.1) vale "I", a resistência de aterramento é simplesmente a relação entre "V" e "I". O cálculo analítico da resistência de aterramento através desta análise é extremamente complicado, como pode ser justificado pelas equações apresentadas na referência [2], e também no item 2.3.1 deste capítulo. Devido as dificuldades, o cálculo analítico parte para hipóteses matemáticas simplificadoras, deixando para o cálculo numérico a solução complicada anteriormente mencionada. A título de apresentação, a solução para o cálculo da resistência de aterramento e dos potenciais no solo; com as hipóteses matemáticas simplificadas é denominado "método da distribuição uniforme de correntes". A solução complicada, e que se baseia na análise física da superfície equipotencial é denominada de "método da equipotencialidade". A razão do nome "distribuição uniforme de corrente" é vista em itens posteriores.

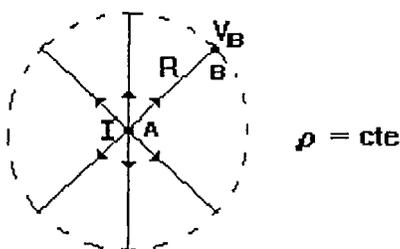
Para uma melhor compreensão destes dois métodos, a seguir eles são exemplificados para o caso de uma haste vertical enterrada em um solo homogêneo. É importante observar que estes exemplos são largamente conhecidos na área de aterramentos elétricos, apresentados em inúmeras bibliografias, como nas referências [1] e [2]. Eles são aqui expostos apenas com o caráter estritamente didático.

Como já visto, a resistência de aterramento deve ser obtida à partir de uma relação entre potencial e corrente. Para tanto, antes de iniciar o cálculo da referida resistência, se faz necessário estabelecer uma equação básica que permita

relacionar uma fonte puntual de corrente com o potencial, produzido por ela mesma, em um ponto qualquer do solo.

2.2 - POTENCIAL DEVIDO A UMA FONTE PUNTUAL DE CORRENTE ELÉTRICA EM UM SOLO HOMOGÊNEO

Seja um ponto A, imerso em um solo infinito e homogêneo de resistividade ρ , emanando uma corrente elétrica I. Por questões de simetria o fluxo de corrente diverge radialmente e de maneira uniforme, conforme mostra a figura(2.2).



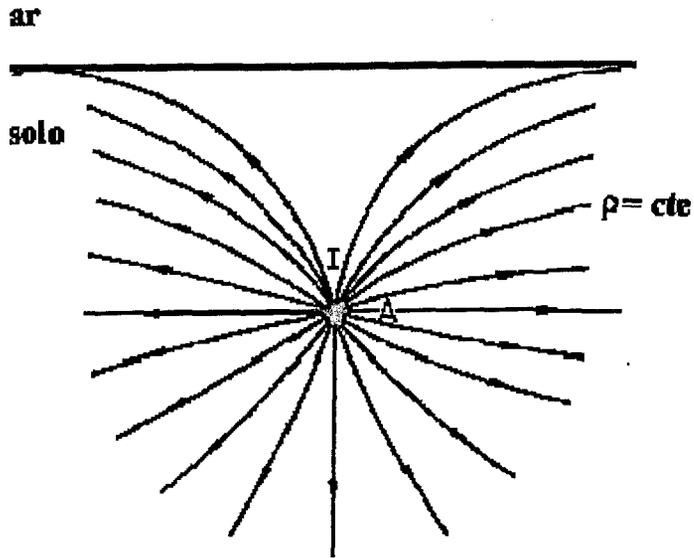
Figura(2.2) - Linhas de correntes elétricas no solo infinito.

Como demonstrado, por exemplo na referência [2], o potencial V_B , produzido pela corrente I, no ponto B, é dado pela expressão(2.1), onde R é a distância entre os pontos A e B, considerando o potencial igual a zero em pontos infinitamente afastados em relação ao ponto A.

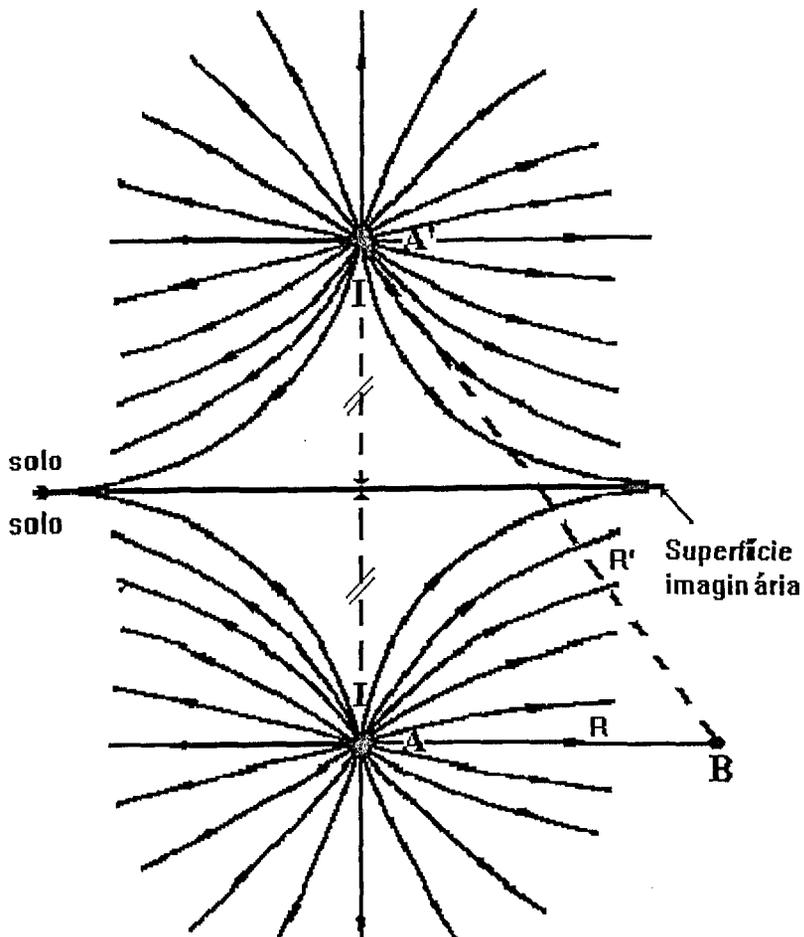
$$V_B = \frac{\rho I}{4\pi R} \quad (2.1)$$

Para se levar em consideração a superfície do solo, pode-se usar a técnica do método das imagens. Com a superfície do solo, as linhas de corrente emanadas do ponto A adquirem o aspecto ilustrado na figura(2.3). Isto acontece devido ao fato do ar se comportar como isolante elétrico enquanto que o solo se comporta como condutor. Num meio de solo infinito, para que o comportamento das linhas de corrente continuem da mesma forma que se apresenta na figura(2.3), há necessidade de colocar uma fonte puntual de corrente, igual a I, simétrica com a

fonte original em relação a uma superfície imaginária colocada na mesma posição da superfície do solo. A figura(2.4) ilustra a situação descrita.



Figura(2.3) - Linhas de correntes no solo com superfície.



Figura(2.4) - Método da imagem.

Para a situação da figura(2.4), o potencial em um ponto B qualquer pode ser obtido através da superposição dos potenciais produzidos pelas fontes I em A e A'. Da expressão(2.1) vem:

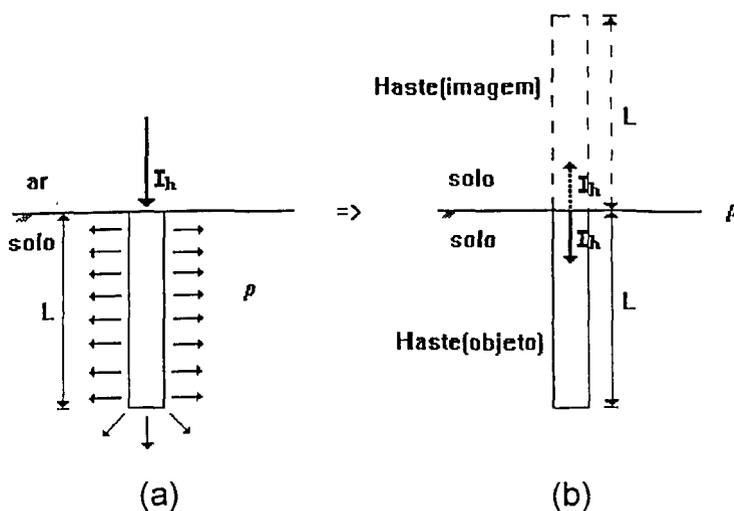
$$V_B = \frac{\rho I}{4\pi} \left[\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right] \quad (2.2)$$

onde R e R' são distâncias do ponto B aos pontos A e A', respectivamente.

2.3 - RESISTÊNCIA DE ATERRAMENTO DE UMA HASTE VERTICAL EM SOLO HOMOGÊNIO E SEUS POTENCIAIS

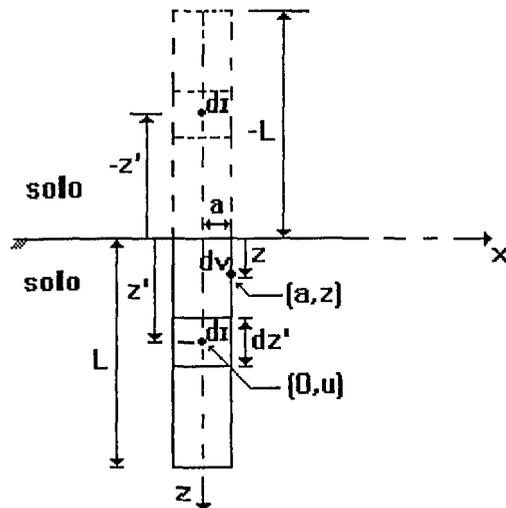
2.3.1 - MÉTODO DA DISTRIBUIÇÃO UNIFORME DE CORRENTE (DESENVOLVIMENTO ANALÍTICO)

Para efeito de cálculo da resistência de aterramento, considere uma haste vertical de comprimento L e raio a, onde a extremidade superior permanece na superfície do solo. Através da mesma, uma corrente elétrica I_h se difunde pelo solo conforme indicado na figura(2.5(a)). Para se levar em consideração o efeito da superfície do solo, aplica-se o método das imagens, visto anteriormente, e desta forma passa-se do meio heterogêneo, solo-ar, figura(2.5(a)), para um meio homogêneo, apenas solo, conforme indica a figura(2.5(b)).



Figura(2.5) - Método das imagens aplicado a uma haste.

Aplicando a definição de resistência de aterramento vista no item 2.1, deve-se obter o potencial na superfície externa da haste, e dividi-lo pela corrente I_h . Para tanto, considere um sistema de coordenadas "XZ" e uma fonte puntual de corrente "di" no ponto central de um elemento infinitesimal "dz", pertencente a haste e a uma profundidade z' , como indica a figura(2.6). A corrente "di" nos elementos "dz" objeto e imagem, produz um potencial "dv" em um ponto $[a,z]$ da superfície da haste, figura(2.6). Este potencial pode ser calculado através da expressão(2.3), tomando-se como base a expressão(2.2).



Figura(2.6) - Distribuição uniforme de corrente.

$$dv = \frac{\rho}{4\pi} \left[\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right] di \quad (2.3)$$

onde:

$$R = \sqrt{a^2 + (z - z')^2} \quad (2.4)$$

$$R' = \sqrt{a^2 + (z + z')^2} \quad (2.5)$$

Integrando-se a expressão(2.3) em função da variável corrente "i" ao longo da extensão das hastes objeto e imagem, obtém-se o potencial produzido pela corrente total na haste I_h , considerando inclusive o efeito da superfície do solo. Para que a integral seja resolvida, se faz necessário conhecer a forma de variação da corrente ao longo da extensão da haste. Isto se traduz matematicamente na obtenção da função $i(z')$. Admitindo-se conhecido $i(z')$, a integração da expressão(2.3) se dá em função de z' , e portanto o potencial V obtido no ponto $[a,z]$ fica sendo uma função de z , ou seja $V(z)$. Para o método da equipotencialidade, mencionado anteriormente, a função $V(z)$ deve ser constante em relação a z . Porém isto ocorre apenas para uma única função $i(z')$. Isto cria uma situação complicada, do ponto de vista matemático, quando se pretende resolver analiticamente os cálculos, uma vez que para se obter $i(z')$ que satisfaça $V(z)$ constante, há necessidade da integração analítica da expressão(2.3), por outro lado, para resolver esta integração se faz necessário conhecer a função $i(z')$.

Para a solução analítica deste problema, considera-se a função $i(z')$ como sendo linear, ou seja, di/dz' igual a uma constante. Para que esta linearidade seja compatível com as grandezas I_h e L , tem-se a expressão(2.6). O fato de $i(z')$ ser adotada como uma função linear, justifica o nome "método da distribuição uniforme de corrente".

$$di = \frac{I_h dz'}{L} \quad (2.6)$$

Substituindo o valor de di na equação(2.3) e integrando desde $-L$ a L (imagem e objeto), vem:

$$V(z) = \frac{\rho I_h}{4\pi L} \ln \left[\frac{\sqrt{(z+L)^2 + a^2} + z + L}{\sqrt{(z-L)^2 + a^2} + z - L} \right] \quad (2.7)$$

Tomando-se o potencial na superfície externa da haste como sendo, a média dos potenciais $V(z)$ ao longo do comprimento da haste (z de 0 a L), tem-se:

$$V_m = \frac{1}{L} \int_0^L V(z) dz \quad (2.8)$$

Resolvendo a integral da expressão(2.8), tem-se:

$$V_m = \frac{\rho I_h}{2\pi L} \left\{ \ln \left[\frac{2L}{a} \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{a}{2L} \right)^2} \right) \right] + \frac{a}{2L} - \sqrt{1 + \left(\frac{a}{2L} \right)^2} \right\} \quad (2.9)$$

Portanto, pode-se calcular a resistência de aterramento da haste como sendo a relação entre V_m e I_h , ou seja:

$$R_h = \frac{V_m}{I_h} = \frac{\rho}{2\pi L} \left\{ \ln \left[\frac{2L}{a} \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{a}{2L} \right)^2} \right) \right] + \frac{a}{2L} - \sqrt{1 + \left(\frac{a}{2L} \right)^2} \right\} \quad (2.10)$$

Geralmente na prática o comprimento da haste é bem maior que o seu raio, então, a expressão(2.10) pode ser simplificada para a expressão:

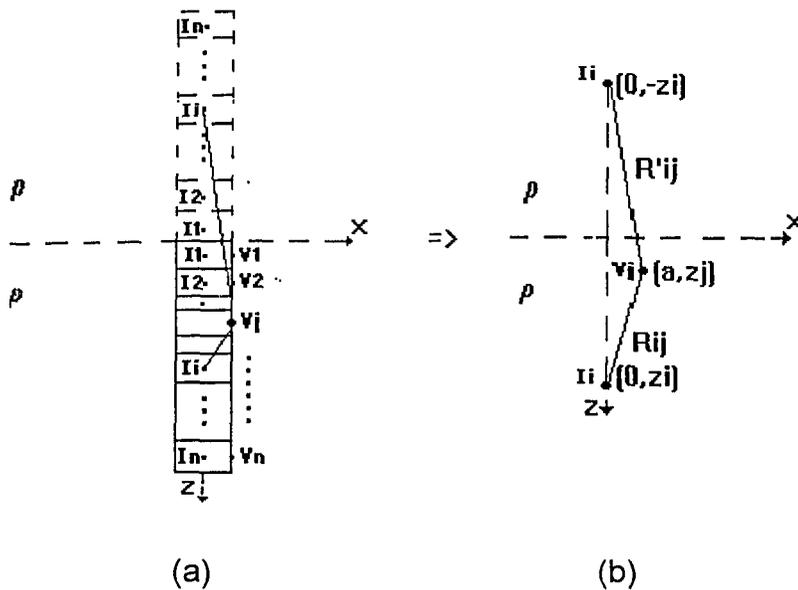
$$R_h = \frac{\rho}{2\pi L} \left[\ln \left(\frac{4L}{a} \right) - 1 \right] \quad (2.11)$$

O potencial em um ponto qualquer (x,z) no solo, inclusive na sua superfície, pode ser obtido a partir da expressão(2.7), substituindo-se o raio "a" pela coordenada "x" do ponto em questão, expressão(2.12).

$$V(x,z) = \frac{\rho I_h}{4\pi L} \ln \left[\frac{\sqrt{(z+L)^2 + x^2} + z - L}{\sqrt{(z-L)^2 + x^2} + z - L} \right] \quad (2.12)$$

2.3.2 - MÉTODO DA EQUIPOTENCIALIDADE(DESENVOLVIMENTO NUMÉRICO)

Segmentando a haste e sua imagem em n partes, imagina-se em cada uma das partes uma fonte puntual de corrente no seu ponto central, conforme ilustra a figura(2.7(a)).



Figura(2.7) - Superfície equipotencial com as fontes de correntes.

Considerando dois segmentos genéricos j e i , conforme figura(2.7(b)), através da expressão(2.2), obtém-se o potencial em um ponto central da superfície externa do elemento j , devido a fonte puntual de corrente no elemento i e sua imagem.

$$V_{ji} = \frac{\rho}{4\pi} I_i \left[\frac{1}{R_{ij}} + \frac{1}{R'_{ij}} \right] \quad (2.13)$$

onde:

R_{ij} = distância entre o objeto I_i e o ponto j

R'_{ij} = distância entre a imagem I_i' e o ponto j

$$R_{ij} = \sqrt{(z_j - z_i)^2 + a^2} \quad (2.14)$$

$$R'_{ij} = \sqrt{(z_j + z_i)^2 + a^2} \quad (2.15)$$

O potencial no ponto j devido a todas as fontes pontuais de corrente, tanto no objeto como na imagem vale:

$$V_j = \frac{\rho}{4\pi} \sum_{i=1}^n I_i \left[\frac{1}{R_{ij}} + \frac{1}{R'_{ij}} \right] \quad (2.16)$$

A superfície da haste tem que ser equipotencial, portanto V_j é constante para j variando de 1 a n .

Como para se obter uma resistência, pode-se arbitrar o valor da tensão aplicada e em consequência ter a corrente resultante, para a questão arbitra-se o potencial V_j como sendo $\frac{\rho}{4\pi}$.

$$V_j = \frac{\rho}{4\pi} \quad (2.17)$$

Substituindo a expressão(2.17) na expressão(2.16) vem:

$$\sum_{i=1}^n I_i \left[\frac{1}{R_{ij}} + \frac{1}{R'_{ij}} \right] = 1 \quad (2.18)$$

O aspecto da expressão(2.18) justifica o fato de se arbitrar o valor $\frac{\rho}{4\pi}$ para V_j .

A expressão(2.18) pode ser escrita da forma:

$$\sum_{i=1}^n I_i a_{ji} = 1 \quad (2.19)$$

onde:

$$a_{ji} = \frac{1}{R_{ij}} + \frac{1}{R'_{ij}} \quad (2.20)$$

Variando-se j de 1 a n , tem-se a partir da expressão(2.18), um conjunto de n equações, onde as incógnitas são as fontes puntuais de corrente de I_1 a I_n .

Matricialmente o conjunto das n equações pode ser escrito:

$$[A][I] = 1 \quad (2.21)$$

Onde $[A]$ é formada pelo termo genérico a_{ji} dado pela expressão(2.20).

Resolvendo a expressão matricial(2.21), obtém-se a distribuição de corrente " $I_1, I_2, \dots, I_i, \dots, I_n$ " na haste. Para se obter a corrente total I_h que penetra no solo, vindo da haste, basta conhecer as componentes da distribuição de corrente.

$$I_h = \sum_{i=1}^n I_i \quad (2.22)$$

A resistência de aterramento da haste é dada pela relação entre o potencial na superfície externa da haste e a sua corrente total, e que neste caso valem $\frac{\rho}{4\pi}$ e

$\sum_{i=1}^n I_i$ respectivamente. Portanto tem-se:

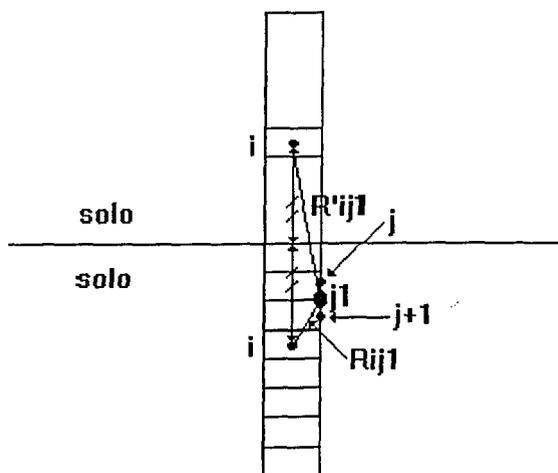
$$R_h = \frac{\rho}{4\pi \sum_{i=1}^n I_i} \quad (2.23)$$

A escolha do número de divisões " n " da haste é função da condição de equipontencialidade da sua superfície externa. Para avaliar, com uma certa precisão

adotada, a referida equipotencialidade, para um dado valor de "n", obtém-se inicialmente a distribuição de corrente "I₁ a I_n". Em seguida define-se uma expressão análoga a (2.19), e que resulta na expressão(2.24).

$$a_{j_1 i} = \frac{1}{R_{ij_1}} + \frac{1}{R'_{ij_1}} \quad (2.24)$$

R_{ij₁} é a distância entre um ponto genérico i, da fonte puntual de corrente I_i, e um ponto genérico j₁ entre dois pontos j adjacentes. A grandeza R'_{ij₁} refere-se a imagem de I_i. A figura(2.8) ilustra o exposto.



Figura(2.8) - Ponto genérico j₁ entre dois pontos adjacentes

De posse dos valores de I₁ a I_n e de a_{j₁i}, pode-se obter os potenciais normalizados \overline{V}_{j_1} nos pontos j₁, como indica a expressão(2.25).

$$\overline{V}_{j_1} = \sum_{i=1}^n I_i a_{j_1 i} \quad (2.25)$$

Variando "j₁" ao longo de toda a haste, através da expressão(2.25) obtém-se o conjunto de potenciais normalizados, devido às correntes de "I₁ a I_n", nos pontos intermediários aos pontos definidos por "j". Se a superfície da haste for exatamente uma equipotencial, então $\overline{V}_{j_1} = 1$, para j₁ variando de 1 a n. Evidentemente que, por

A análise de diversos casos calculados dentro desta filosofia mostra que a melhor divisão para a haste é aquela em que o comprimento do elemento é aproximadamente igual ao diâmetro.

2.4 - RESISTÊNCIA DE ATERRAMENTO E POTENCIAIS EM SOLO HETEROGÊNIO FORMADO POR 2 CAMADAS HORIZONTAIS

Para se obter a resistência e os potenciais em um aterramento, se faz necessário estabelecer inicialmente o potencial em um ponto qualquer do solo, produzido por uma fonte puntual de corrente. Neste caso, o solo é considerado heterogêneo.

Para uma fonte puntual de corrente localizada na origem de um sistema de coordenadas XYZ, o potencial produzido por esta em um ponto qualquer xyz é dado genericamente pela equação de Laplace(2.26).

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\frac{\rho_c}{\epsilon} + \mu\epsilon \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \quad (2.26)$$

onde:

V = Potencial em um ponto qualquer

ρ_c = Densidade volumétrica da carga

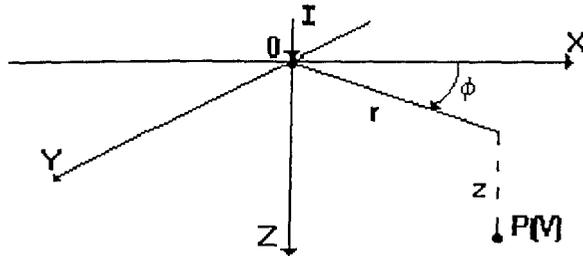
ϵ, μ = Permeabilidades elétrica e magnética, respectivamente

Considerando o meio em questão sem nenhuma carga, tem-se $\rho_c = 0$. Como o objetivo é obter apenas o efeito resistivo, considera-se o potencial e a corrente invariante no tempo, isto significa $\frac{\partial V}{\partial t} = 0$. Reescrevendo a equação(2.26), vem:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (2.27)$$

Passando a equação(2.27) para coordenadas cilíndricas, tem-se:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (2.28)$$



Figura(2.10) - Fonte puntual de corrente.

Como o solo analisado é dividido em camadas horizontais, onde em cada camada o solo é homogêneo, existe uma simetria em relação ao eixo Z. Desta forma o potencial não varia com o ângulo ϕ , apenas com r e z , equação(2.29).

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (2.29)$$

Através da técnica da separação de variáveis, a solução da equação(2.29) pode ser escrita como sendo o produto de duas funções, uma em r , outra em z , expressão(2.30).

$$V = V(r,z) = R(r).Z(z) \quad (2.30)$$

Para simplificar a nomenclatura, as funções $R(r)$ e $Z(z)$ são representadas apenas por R e Z , respectivamente, e portanto da expressão(2.30) vem:

$$V = R.Z \quad (2.31)$$

Substituindo-se as diversas derivadas de V em relação a r e z, obtidos a partir da expressão(2.31), em (2.29), tem-se:

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + \frac{R}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = 0 \quad (2.32)$$

Chamando de:

$$\frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = m^2 \quad (2.33)$$

a equação(2.32) pode ser reescrita como:

$$\frac{1}{m^2} \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{m^2 r} \frac{\partial R}{\partial r} + R = 0 \quad (2.34)$$

Para que a equação(2.34) fique em uma configuração conhecida, faz-se uma mudança de variável de "r" para "mr", equação(2.35).

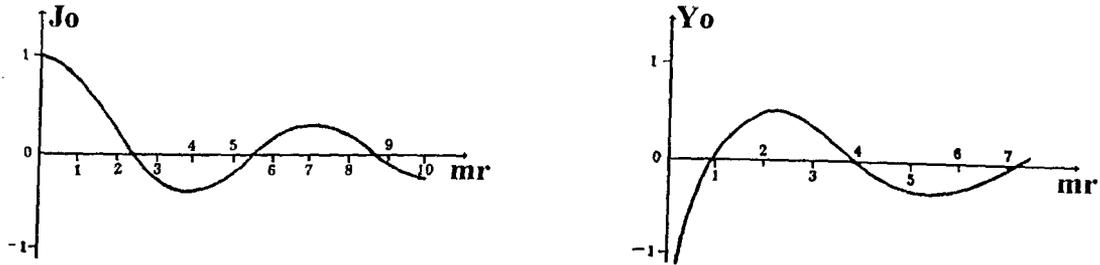
$$\frac{\partial^2 R}{\partial (mr)^2} + \frac{1}{mr} \frac{\partial R}{\partial (mr)} + R = 0 \quad (2.35)$$

Desta forma, a equação original de Laplace se separa em duas, a primeira em função de "z", equação(2.33), e a segunda em função de "r", equação(2.35). As soluções destas equações são as funções(2.36) e (2.37) respectivamente.

$$Z = Ae^{-mz} + Be^{mz} \quad (2.36)$$

$$R = A_m J_0(mr) + B_m Y_0(mr) \quad (2.37)$$

$J_0(mr)$ e $Y_0(mr)$ são as funções de Bessel de ordem zero indicadas na figura(2.11).



Figura(2.11) - Gráficos das funções de Bessel.

Substituindo-se as equações(2.36) e (2.37) na equação(2.31) tem-se:

$$V = [A_m J_0(mr) + B_m Y_0(mr)][Ae^{-mz} + Be^{mz}] \quad (2.38)$$

A figura(2.11) mostra que para valores de mr tendendo a zero a função $J_0(mr)$ tende a 1 e a função $Y_0(mr)$ tende a infinito, e conseqüentemente, da equação(2.38), chega-se a conclusão que V tende também a infinito. Isto contraria a condição física de se ter um valor finito e determinado para o potencial em pontos que possuem mr próximos de zero. Desta forma, conclui-se que o termo em $Y_0(mr)$ da equação(2.38) não deve existir e portanto $B_m = 0$.

A equação(2.38) torna-se:

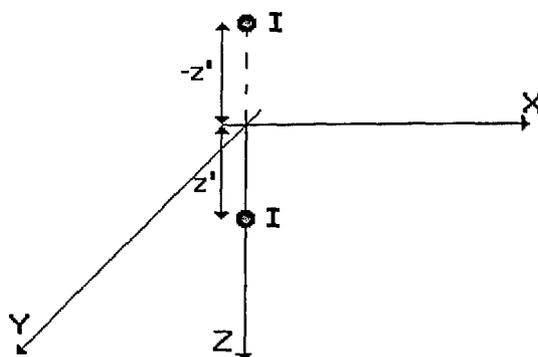
$$V = A_m J_0(mr)(Ae^{-mz} + Be^{mz}) \quad (2.39)$$

Quaisquer valores para A_m , A e B , substituídos em (2.39), resultam em solução para a equação de Laplace. Para englobar as infinitas soluções que possam ser obtidas, escreve-se a solução(2.39) na forma integral(2.40).

$$V = \int_0^{\infty} [A'(m)e^{-mz} + B'(m)e^{mz}] J_0(mr) dm \quad (2.40)$$

Considerando uma fonte puntual de corrente fora da origem do sistema de coordenadas "XYZ", ou seja no ponto " $0,0,z'$ ", como indica a figura(2.12), a expressão(2.40) torna-se (2.41).

$$V = \int_0^{\infty} [A'(m)e^{-m(z-z')} + B'(m)e^{m(z-z')}] J_0(mr) dm \quad (2.41)$$



Figura(2.12) - Fonte pontual de corrente deslocada do centro do sistema XYZ.

Considerando o plano XY como sendo a superfície imaginária que se coloca no lugar da superfície do solo, no método das imagens, e admitindo uma imagem de fonte pontual de corrente, como ilustra a figura(2.12), aplicando-se a expressão(2.41) para as fontes objeto e imagen, obtém-se o potencial dado pela expressão(2.42).

$$V = \int_0^{\infty} [A'(m)e^{-m(z-z')} + B'(m)e^{m(z-z')} + C'(m)e^{-m(z+z')} + D'(m)e^{m(z+z')}] J_0(mr) dm \quad (2.42)$$

No caso do solo ser homogêneo, a expressão(2.42) torna-se a expressão(2.2). Sabendo-se do resultado da integral apresentado na expressão(2.43), a expressão(2.42) para o solo homogêneo fica sendo a expressão(2.44).

$$\int_0^{\infty} e^{-m|t|} J_0(mw) dm = \frac{1}{\sqrt{t^2 + w^2}} \quad (2.43)$$

$$V = \frac{\rho I}{4\pi} \int_0^{\infty} [(e^{-m|z-z'|} + e^{-m|z+z'|}] J_0(mr) dm \quad (2.44)$$

Colocando a expressão(2.42) na forma da expressão(2.44), vem:

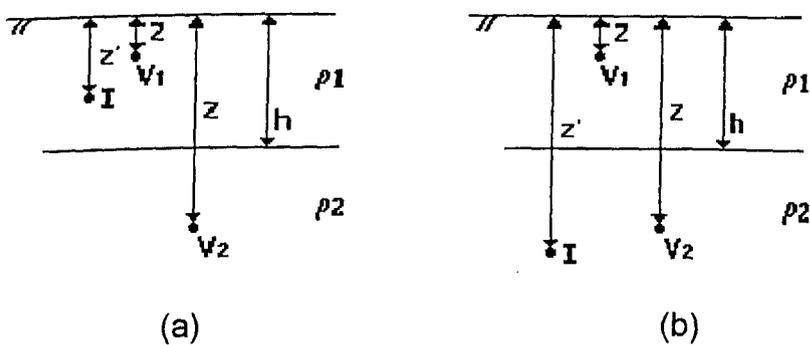
$$V = \frac{\rho I}{4\pi} \int_0^{\infty} [K_1(e^{-m|z-z'|} + e^{-m|z+z'|}) + A_1 e^{-m(z-z')} + B_1 e^{-m(z+z')} + C_1 e^{m(z-z')} + D_1 e^{m(z+z')}] J_0(mr) dm \quad (2.45)$$

onde K_1 assume o valor 1 na camada horizontal na qual se localiza a fonte puntual de corrente e o valor zero para a camada onde não existe a fonte puntual de corrente.

A expressão(2.45) é válida para um solo heterogêneo, com simetria em relação a z , incluindo o efeito da superfície do solo. O modelo físico que se relaciona com a expressão(2.45) consiste na decomposição do solo heterogêneo em duas parcelas:

- Um solo homogêneo básico, de resistividade arbitrária ρ , representado na equação pelos 2 termos que possuem o fator multiplicativo K_1 ;
- O restante dos termos da equação, que representa a parcela de heterogeneidade do solo é avaliada pelos coeficientes A_1 , B_1 , C_1 e D_1 .

Considerando agora o caso a ser analisado, ou seja, o solo constituído por 2 camadas horizontais, tem-se duas situações distintas. A primeira onde a fonte puntual de corrente está na primeira camada, figura(2.13(a)). A segunda quando a referida fonte está na segunda camada, figura(2.13(b)).



Figura(2.13) - Fontes e potenciais - solo de 2 camadas.

Para a primeira situação, aplicando-se a expressão(2.45) na primeira e na segunda camadas, considerando como solo homogêneo básico(primeira parcela do modelo adotado) aquele da primeira camada, ou seja resistividade ρ_1 , vem:

$$V_1 = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_0^\infty \left[e^{-m|z+z'|} + e^{-m|z-z'|} + A_1 e^{-m(z-z')} + B_1 e^{-m(z+z')} + C_1 e^{m(z-z')} + D_1 e^{m(z+z')} \right] J_0(mr) dm \quad (2.46)$$

$$V_2 = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_0^\infty \left[A_2 e^{-m(z-z')} + B_2 e^{-m(z+z')} + C_2 e^{m(z-z')} + D_2 e^{m(z+z')} \right] J_0(mr) dm \quad (2.47)$$

V_1 e V_2 são os potenciais em pontos da primeira e segunda camadas, respectivamente, considerando a fonte puntual de corrente, que o produz, na primeira camada.

Para determinar A_1 , B_1 , C_1 , D_1 , A_2 , B_2 , C_2 e D_2 , aplicam-se as condições de contorno.

A primeira condição refere-se ao fato de não existir componente vertical de campo elétrico nos pontos da superfície do solo. Isto ocorre devido ao ar ser isolante e o solo condutor. Matematicamente esta condição pode ser expressa por:

$$\left. \frac{\partial V_1}{\partial z} \right|_{z=0} = 0$$

O primeiro e segundo termos da expressão(2.46) satisfazem esta condição. Para o restante dos termos, tem-se:

$$-A_1 e^{mz'} - B_1 e^{-mz'} + C_1 e^{-mz'} + D_1 e^{mz'} = 0 \quad (2.48)$$

cuja solução é:

$$A_1 = D_1 \quad (2.49)$$

$$B_1 = C_1 \quad (2.50)$$

A segunda condição implica no potencial V_2 tender a zero quando z tende a infinito, desta forma tem-se:

$$C_2 = D_2 = 0 \quad (2.51)$$

Na superfície que separa as duas camadas do solo, conclui-se que o potencial em quaisquer de seus pontos pode ser calculado através de V_1 ou V_2 , e o valor deve ser o mesmo.

Esta terceira condição de contorno implica em $V_1 = V_2$ para $z = h$, que aplicada nas expressões (2.46) e (2.47), e considerando:

- a utilização das igualdades (2.49), (2.50) e (2.51),
- o fato de h ser maior ou igual a z' , pois a fonte de corrente está em um ponto da primeira camada, implica em:
 $|h - z'| = h - z'$
- o fato de z' ser sempre positivo, implica em:
 $|h + z'| = h + z'$
- a divisão de toda a equação por e^{mh} ,

resulta na igualdade (2.52).

$$e^{mz'} [e^{-2mh}(1 + A_1) + A_1] + e^{-mz'} [e^{-2mh}(1 + B_1) + B_1] = e^{mz'} e^{-2mh} A_2 + e^{-mz'} e^{-2mh} B_2 \quad (2.52)$$

Ainda nos pontos da superfície que separa as duas camadas de solo, tem-se a quarta condição de contorno. Esta refere-se ao fato da densidade de corrente na vertical deve ser a mesma calculada através de V_1 e de V_2 . Portanto para $z = h$, tem-se:

$$\rho_1 \frac{\partial V_2}{\partial z} = \rho_2 \frac{\partial V_1}{\partial z} \quad (2.53)$$

Derivando as expressões (2.46) e (2.47), e fazendo-se as mesmas considerações que permitiram obter a igualdade(2.52), da expressão(2.53) resulta a igualdade(2.54).

$$\rho_2 \left\{ e^{mz'} [-e^{-2mh}(1 + A_1) + A_1] + e^{-mz'} [-e^{-2mh}(1 + B_1) + B_1] \right\} = \rho_1 \left\{ -e^{mz'} e^{-2mh} A_2 - e^{-mz'} e^{-2mh} B_2 \right\} \quad (2.54)$$

Na realidade, as condições de contorno se resumem matematicamente nas expressões(2.52) e (2.54). Observando estas equações, nota-se que para as grandezas A_1 , B_1 , A_2 , B_2 traduzirem apenas o comportamento do solo quanto à resistividade, isto é serem funções apenas de ρ_1 , ρ_2 e h , se faz necessário que os termos de primeiro e segundo membro das expressões(2.52) e (2.54), que multiplicam a grandeza $e^{mz'}$, sejam iguais. O mesmo deve acontecer com os termos que multiplicam a grandeza $e^{-mz'}$. Desta forma, das expressões(2.52) e (2.54), vem:

$$(1 + A_1)E + A_1 = A_2E \quad (2.55)$$

$$(1 + B_1)E + B_1 = B_2E \quad (2.56)$$

$$\rho_2[-(1 + A_1)E + A_1] = -\rho_1 A_2 E \quad (2.57)$$

$$\rho_2[-(1 + B_1)E + B_1] = -\rho_1 B_2 E \quad (2.58)$$

onde:

$$E = e^{-2mh} \quad (2.59)$$

As expressões(2.55) e (2.57) formam um sistema de 2 incógnitas, o mesmo acontecendo com (2.56) e (2.58). Como estes sistemas são iguais, basta resolver um deles. Os resultados estão nas expressões de (2.60) e (2.61).

$$A_1 = B_1 = \frac{EK}{1 - EK} \quad (2.60)$$

$$A_2 = B_2 = \frac{1 + K}{1 - KE} \quad (2.61)$$

Substituindo os valores indicados nas igualdades (2.49), (2.50) e (2.60) na expressão(2.46), tem-se:

$$V_1 = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_0^\infty \left[e^{-m|z+z'|} + e^{-m|z-z'|} + \frac{EK}{1-K} (e^{mz} + e^{-mz})(e^{mz'} + e^{-mz'}) \right] J_0(mr) dm \quad (2.62)$$

Sabendo-se que:

$$\int_0^\infty e^{-m|t|} J_0(mw) dm = \frac{1}{\sqrt{t^2 + w^2}} \quad (2.63)$$

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n \quad (\text{para } -1 < x < +1) \quad (2.64)$$

a expressão(2.62) torna-se:

$$V_1 = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \left\{ \frac{1}{\sqrt{r^2 + (z+z')^2}} + \frac{1}{\sqrt{r^2 + (z-z')^2}} + \sum_{n=1}^{\infty} K^n \left[\frac{1}{\sqrt{r^2 + (2nh+z'+z)^2}} + \frac{1}{\sqrt{r^2 + (2nh-z'+z)^2}} + \frac{1}{\sqrt{r^2 + (2nh+z'-z)^2}} + \frac{1}{\sqrt{r^2 + (2nh-z'-z)^2}} \right] \right\} \quad (2.65)$$

Fazendo-se as mesmas substituições e transformações matemáticas feitas na expressão(2.46), agora na expressão(2.47) tem-se:

$$V_2 = \frac{\rho_1 I}{4\pi} (1+K) \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{K^n}{\sqrt{r^2 + (2nh+z+z')^2}} + \frac{K^n}{\sqrt{r^2 + (2nh+z-z')^2}} \right] \quad (2.66)$$

As expressões(2.65) e (2.66) permitem o cálculo do potencial em pontos da primeira e segunda camadas, respectivamente, para o caso da fonte puntual de corrente, geradora de potenciais, estar na primeira camada.

Para a fonte na segunda camada, também é possível obter os potenciais produzidos pela mesma, nas duas camadas, figura(2.13(b)). Para esta situação, obtém-se através da expressão(2.45) as expressões que permitem calcular os

potenciais nos pontos da primeira e segunda camadas. Considerando como solo homogêneo básico a segunda camada de resistividade ρ_2 , tem-se:

$$V_1 = \frac{\rho_2 I}{4\pi} \int_0^\infty [A_1 e^{-m(z-z')} + B_1 e^{-m(z+z')} + C_1 e^{m(z-z')} + D_1 e^{m(z+z')}] J_0(mr) dm \quad (2.67)$$

$$V_2 = \frac{\rho_2 I}{4\pi} \int_0^\infty [e^{-m|z+z'|} + e^{-m|z-z'|} + A_2 e^{-m(z-z')} + B_2 e^{-m(z+z')} + C_2 e^{m(z-z')} + D_2 e^{m(z+z')}] J_0(mr) dm \quad (2.68)$$

Para determinar A_1 , B_1 , C_1 , D_1 , A_2 , B_2 , C_2 e D_2 , aplicam-se as mesmas condições de contorno vistas anteriormente.

As duas primeiras condições de contorno já apresentadas, aplicadas nas expressões (2.67) e (2.68) resultam nas mesmas igualdades (2.49), (2.50) e (2.51).

A terceira e quarta condições de contorno apresentadas anteriormente, aplicadas nas expressões (2.67) e (2.68), juntamente com as igualdades (2.49) a (2.51), resultam em (2.69) e (2.70).

$$A_1 e^{mz'} (1 - e^{-2mh}) + B_1 e^{-mz'} (1 - e^{-2mh}) = e^{-mz'} (1 + e^{-2mh}) + A_2 e^{mz'} e^{-2mh} + B_2 e^{-mz'} e^{-2mh} \quad (2.69)$$

$$\rho_2 [A_1 e^{mz'} (1 - e^{-2mh}) + B_1 e^{-mz'} (1 - e^{-2mh})] = -\rho_1 [e^{-mz'} (1 + e^{-2mh}) + A_2 e^{mz'} e^{-2mh} + B_2 e^{-mz'} e^{-2mh}] \quad (2.70)$$

Como A_1 , B_1 , A_2 , B_2 , devem traduzir apenas o comportamento do solo quanto a resistividade elétrica, aqui também valem as observações feitas por ocasião do equacionamento considerando a fonte de corrente na primeira camada.

Desta forma das expressões (2.69) e (2.70), tem-se:

$$A_1 (1 + E) = A_2 E \quad (2.71)$$

$$B_1 (1 + E) = E (1 + B_2) + 1 \quad (2.72)$$

$$\rho_2[A_1(1-E)] = -\rho_1 A_2 E \quad (2.73)$$

$$\rho_2[B_1(1-E)] = \rho_1[-E(1+B_2) + 1] \quad (2.74)$$

As expressões (2.71) e (2.73) formam um sistema de 2 incógnitas, o mesmo acontecendo com (2.72) e (2.74). Resolvendo ambos os sistemas, tem-se os resultados apresentados nas expressões de (2.75) a (2.77).

$$A_1 = A_2 = 0 \quad (2.75)$$

$$B_1 = \frac{1-K}{1-KE} \quad (2.76)$$

$$B_2 = \frac{KE^2 - K}{E - KE^2} \quad (2.77)$$

Substituindo-se os valores indicados nas igualdades (2.49), (2.50), (2.75), e (2.76) na expressão (2.67), tem-se:

$$V_1 = \frac{\rho_2 I}{4\pi} (1-K) \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{K^n}{\sqrt{r^2 + (z + 2nh + z')^2}} + \frac{K^n}{\sqrt{r^2 + (z - 2nh - z')^2}} \right] \quad (2.78)$$

Efetuando-se as substituições das expressões (2.51), (2.75) e (2.77) na expressão (2.68) vem:

$$V_2 = \frac{\rho_2 I}{4\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{r^2 + (z-z)^2}} - \frac{K}{\sqrt{r^2 + (z+z-2h)^2}} + (1-K^2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{r^2 + (2nh+z+z)^2}} \right] \quad (2.79)$$

Para efeito de cálculo da resistência e potenciais de um aterramento qualquer, no solo formado por 2 camadas horizontais conhecidas, os procedimentos são os mesmos aplicados no exemplo do item 2.3. Para o desenvolvimento analítico mostrado como exemplo em 2.3.1, basta substituir a expressão(2.3) pelas expressões(2.65), (2.66), (2.78) e (2.79), respeitando as posições da fonte de corrente e do ponto que se quer calcular o potencial. Para o desenvolvimento numérico mostrado como exemplo em 2.3.2, basta substituir a expressão(2.13) pelas expressões(2.65), (2.66), (2.78) e (2.79), respeitando as mesmas condições citadas anteriormente.

2.5 - PROPOSTA DE UM MÉTODO ALTERNATIVO PARA O CÁLCULO DA RESISTÊNCIA E POTENCIAIS DE UM ATERRAMENTO

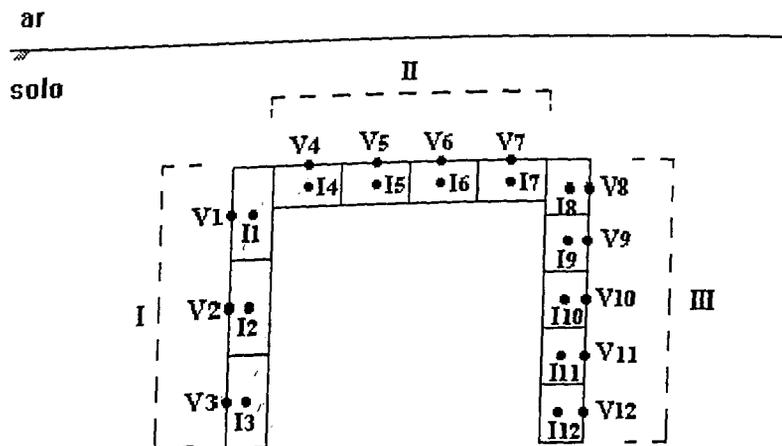
Observando os métodos de cálculo apresentados em 2.2 e 2.3, nota-se grandes desvantagens em ambos.

O método da distribuição uniforme de corrente, no seu desenvolvimento analítico, apresenta um grau elevado de dificuldade nas integrações que se fazem necessárias. No exemplo da haste, esta dificuldade não existe, porém isto não é verdade para o caso de aterramentos mais complexos, utilizando-se por exemplo hastes verticais e cabos horizontais interligados. Em muitos casos vistos em bibliografias, não é possível se fazer analiticamente a integração. O exemplo típico é o caso de um aterramento formado por um único anel condutor estendido horizontalmente no solo, referência [2].

O método da equipotencialidade possui uma grande desvantagem do ponto de vista computacional. Qualquer aterramento, por menor que ele seja, exige uma quantidade grande de memória, pois o programa computacional precisa resolver sempre um enorme sistema de equações. Basta observar um pequeno exemplo. Uma haste de 3m de comprimento com um diâmetro de 15mm precisa ser dividida em 200 elementos, de acordo com a regra mencionada em 2.3.2. Isto representa, no método da equipotencialidade, um sistema de 200 x 200 equações. Considerando

que este aterramento é um dos menores existentes na prática, fica claro, a grande desvantagem computacional.

Na tentativa de se atenuar tais desvantagens, um método alternativo se apresenta. A idéia básica é mesclar os métodos da "distribuição uniforme de corrente" e da "equipotencialidade", utilizando-se o desenvolvimento numérico. A título ilustrativo, este método alternativo é em seguida apresentado através de um exemplo de aterramento composto de 2 hastes verticais e um fio horizontal. Como o exemplo é apenas ilustrativo, não considera-se uma grande quantidade de divisões, apenas 3 para a haste I, 4 para o fio II e 5 para a haste III, figura(2.14).



Figura(2.14) - Distribuição de correntes e potenciais.

De acordo com as equação(2.16) e (2.20) pode-se escrever o potencial em cada elemento, e montar para todas as divisões a equação matricial (2.80).

I-I I-II I-III

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \\ V_7 \\ V_8 \\ V_9 \\ V_{10} \\ V_{11} \\ V_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} & a_{17} & a_{18} & a_{19} & a_{110} & a_{111} & a_{112} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} & a_{27} & a_{28} & a_{29} & a_{210} & a_{211} & a_{212} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} & a_{37} & a_{38} & a_{39} & a_{310} & a_{311} & a_{312} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} & a_{47} & a_{48} & a_{49} & a_{410} & a_{411} & a_{412} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} & a_{57} & a_{58} & a_{59} & a_{510} & a_{511} & a_{512} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} & a_{67} & a_{68} & a_{69} & a_{610} & a_{611} & a_{612} \\ a_{71} & a_{72} & a_{73} & a_{74} & a_{75} & a_{76} & a_{77} & a_{78} & a_{79} & a_{710} & a_{711} & a_{712} \\ a_{81} & a_{82} & a_{83} & a_{84} & a_{85} & a_{86} & a_{87} & a_{88} & a_{89} & a_{810} & a_{811} & a_{812} \\ a_{91} & a_{92} & a_{93} & a_{94} & a_{95} & a_{96} & a_{97} & a_{98} & a_{99} & a_{910} & a_{911} & a_{912} \\ a_{101} & a_{102} & a_{103} & a_{104} & a_{105} & a_{106} & a_{107} & a_{108} & a_{109} & a_{1010} & a_{1011} & a_{1012} \\ a_{111} & a_{112} & a_{113} & a_{114} & a_{115} & a_{116} & a_{117} & a_{118} & a_{119} & a_{1110} & a_{1111} & a_{1112} \\ a_{121} & a_{122} & a_{123} & a_{124} & a_{125} & a_{126} & a_{127} & a_{128} & a_{129} & a_{1210} & a_{1211} & a_{1212} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \\ I_8 \\ I_9 \\ I_{10} \\ I_{11} \\ I_{12} \end{bmatrix} \quad (2.80)$$

Considerando a distribuição uniforme de corrente em cada haste e também no fio, tem-se:

$$I_1 = I_2 = I_3 = I_I \quad (2.81)$$

$$I_4 = I_5 = I_6 = I_7 = I_{II}$$

$$I_8 = I_9 = I_{10} = I_{11} = I_{12} = I_{III}$$

Tomando-se como potencial na superfície de cada haste ou fio o valor médio dos potenciais de cada divisão, tem-se:

$$V_I = \frac{V_1 + V_2 + V_3}{3} \quad (2.82)$$

$$V_{II} = \frac{V_4 + V_5 + V_6 + V_7}{4} \quad (2.83)$$

$$V_{III} = \frac{V_8 + V_9 + V_{10} + V_{11} + V_{12}}{5} \quad (2.84)$$

As expressões (2.82) a (2.84) escritas na forma matricial resulta na expressão(2.85).

$$\begin{bmatrix} V_I \\ V_{II} \\ V_{III} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & C \\ D & E & F \\ G & H & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_I \\ I_{II} \\ I_{III} \end{bmatrix} \quad (2.85)$$

onde:

$$A = (a_{11}+a_{12}+a_{13}+a_{21}+a_{22}+a_{23}+a_{31}+a_{32}+a_{33})$$

$$B = (a_{14}+a_{15}+a_{16}+a_{17}+a_{24}+a_{25}+a_{26}+a_{27}+a_{34}+a_{35}+a_{36}+a_{37})$$

$$C = (a_{18}+a_{19}+a_{110}+a_{111}+a_{112}+a_{28}+a_{29}+a_{210}+a_{211}+a_{212}+a_{38}+a_{39}+a_{310}+a_{311}+a_{312})$$

$$D = (a_{41}+a_{42}+a_{43}+a_{51}+a_{52}+a_{53}+a_{61}+a_{62}+a_{63}+a_{71}+a_{72}+a_{73})$$

$$E = (a_{44}+a_{45}+a_{46}+a_{47}+a_{54}+a_{55}+a_{56}+a_{57}+a_{64}+a_{65}+a_{66}+a_{67}+a_{74}+a_{75}+a_{76}+a_{77})$$

$$F = (a_{48}+a_{49}+a_{410}+a_{411}+a_{412}+a_{58}+a_{59}+a_{510}+a_{511}+a_{512}+a_{68}+a_{69}+a_{610}+a_{611}+a_{612} \\ +a_{78}+a_{79}+a_{710}+a_{711}+a_{712})$$

$$G = (a_{81}+a_{82}+a_{83}+a_{91}+a_{92}+a_{93}+a_{101}+a_{102}+a_{103}+a_{111}+a_{112}+a_{113}+a_{121}+a_{122}+a_{123})$$

$$H = (a_{84}+a_{85}+a_{86}+a_{87}+a_{94}+a_{95}+a_{96}+a_{97}+a_{104}+a_{105}+a_{106}+a_{107}+a_{114}+a_{115}+a_{116}+a_{117} \\ +a_{124}+a_{125}+a_{126}+a_{127})$$

$$I = (a_{88}+a_{89}+a_{810}+a_{811}+a_{812}+a_{98}+a_{99}+a_{910}+a_{911}+a_{912}+a_{108}+a_{109}+a_{1010}+a_{1011}+a_{1012} \\ +a_{118}+a_{119}+a_{9110}+a_{1111}+a_{1112}+a_{128}+a_{129}+a_{1210}+a_{1211}+a_{1212})$$

Utilizando o método da equipotencialidade para V_I , V_{II} e V_{III} , tem-se:

$$V_I = V_{II} = V_{III} = \frac{\rho}{4\pi} \quad (2.86)$$

Das expressões (2.85) e (2.86) tem-se:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & C \\ D & E & F \\ G & H & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_I \\ I_{II} \\ I_{III} \end{bmatrix} \quad (2.87)$$

Resolvendo o sistema(2.87), obtém-se I_I , I_{II} e I_{III} . A corrente total vale:

$$I = 3I_I + 4I_{II} + 5I_{III} \quad (2.88)$$

O valor da resistência de aterramento é dado por (2.89).

$$R_A = \frac{\rho}{4\pi I} \quad (2.89)$$

O potencial em um ponto qualquer do solo é obtido de forma idêntica ao do item 2.3.2.

Para o caso do solo de 2 camadas horizontais, basta substituir as expressões(2.16) e (2.20) pelas expressões(2.65), (2.66), (2.78) e (2.79), respeitando-se as posições da fonte de corrente e do ponto que se deseja o potencial.

A grande vantagem deste método alternativo é de realizar simulações de sistemas de aterramento de grandes dimensões, através de um sistema de equações bastante reduzido.

Doravante, para todos os cálculos de resistência e potenciais de aterramentos serão utilizados apenas o método da equipotencialidade e o método alternativo apresentado. Como este último é em parte uma condensação do método equipotencial, com o objetivo de adotar nomenclaturas que possam relacionar mais facilmente ambos os métodos, a partir deste ponto o método da equipotencialidade passa a se chamar "método não condensado", e o método alternativo de "método condensado".

CAPÍTULO 3

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

3.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

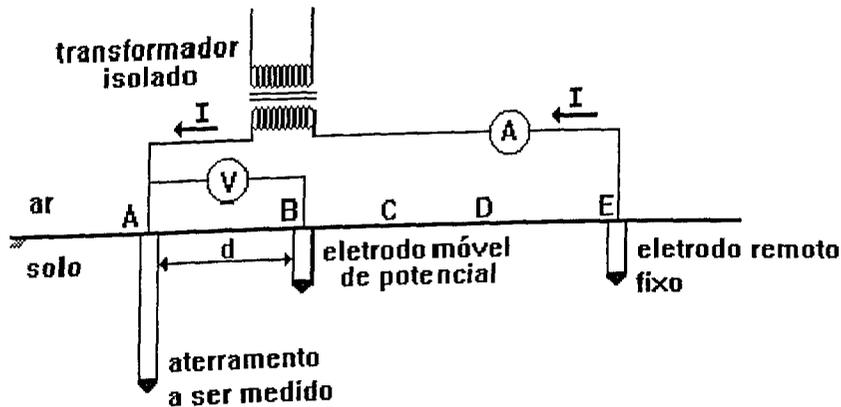
Resultados teóricos sobre os valores de resistência e potenciais de um aterramento são obtidos à partir dos métodos presentes no capítulo 2. Como pretende-se, mais adiante, obter comparações entre resultados teóricos e experimentais, este capítulo se destina a apresentar resultados obtidos através de medições de aterramentos construídos em verdadeira grandeza.

Para medir a resistência de aterramento e potenciais, que neste caso particular aparecem na superfície do solo, utiliza-se o método das tensões de superfície. Como pretende-se checar o resultado medido com o correspondente calculado pelos métodos do capítulo 2, para os cálculos é indispensável conhecer a estratificação do solo em camadas horizontais. Esta estratificação é feita partindo-se do método de "Wenner" para a medição da resistividade aparente, e em seguida efetua-se a estratificação pelo método gráfico. Finalmente, utilizando um processo iterativo de aferição, obtém-se resultados de estratificação com os menores erros possíveis e aceitáveis.

3.2 - MEDIÇÕES DA RESISTÊNCIA DE ATERRAMENTO E POTENCIAIS DE SUPERFÍCIE

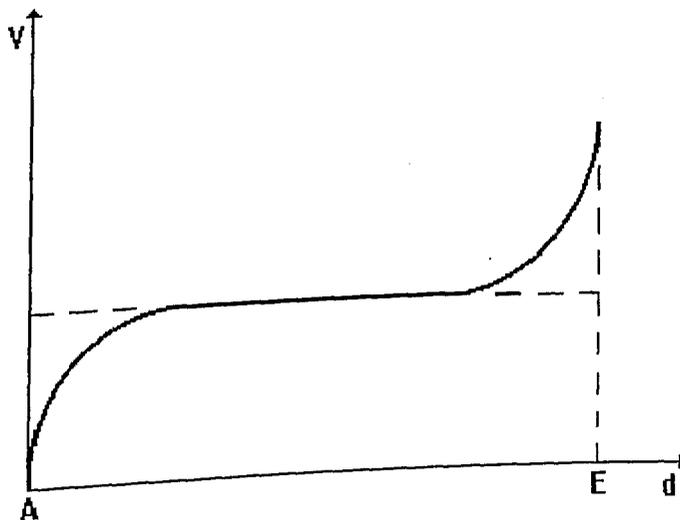
Para se medir a resistência de um aterramento, empregam-se dois eletrodos auxiliares, um móvel de potencial e outro fixo, colocado remotamente.

A figura(3.1) mostra esquematicamente a montagem.



Figura(3.1) - Esquema de ligações do método volt-amperímetro.

O eletrodo móvel é deslocado ao longo da reta AE, por exemplo, de metro em metro, a partir de A. Em cada ponto que ele é fincado, mede-se a tensão no voltímetro V. Levantando-se a característica tensão medida x distância entre o eletrodo móvel e o ponto A, se o eletrodo fixo está colocado remotamente, os dois aterramentos em A e E não possuem região de interferência e portanto existe uma região, por exemplo entre C e D, onde a tensão medida permanece constante. Esta tensão constante dividida pela corrente injetada em A e retirada em E, fornece a resistência de aterramento de A. A figura(3.2) ilustra a questão.



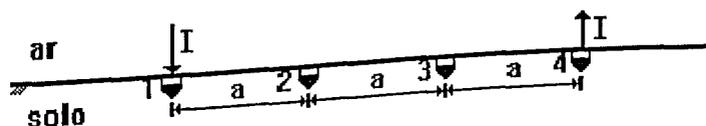
Figura(3.2) - Curva das tensões de superfície.

A parcela retilínea e horizontal da curva das tensões de superfície $V \times d$ constitui o que na prática se chama de patamar, ou seja, a região em que o sistema de aterramento não sofre a influência do eletrodo fixo de corrente. A dimensão e a localização deste patamar varia com a estrutura do solo quanto à resistividade elétrica. No caso de não ficar bem determinado este patamar, por ocasião do levantamento da característica $V \times d$, significa que o eletrodo fixo E não está remotamente colocado. Há necessidade portanto de se aumentar ainda mais a distância dos eletrodos A e E .

Os potenciais na superfície são obtidos também da característica $V \times d$.

3.3 - MEDIÇÃO DE RESISTIVIDADE DO SOLO E ESTRATIFICAÇÃO DO SOLO EM CAMADAS HORIZONTAIS

O método usa quatro eletrodos alinhados, igualmente espaçados (distância "a"), cravados a uma pequena profundidade. Figura(3.3).



Figura(3.3) - Quatro eletrodos cravadas no solo.

Uma corrente elétrica I é injetada no eletrodo 1 e retirada no eletrodo 4. Esta corrente se espalhando pelo solo produz uma diferença de potencial entre os eletrodos 2 e 3 " ΔV ". Para cada valor de "a" obtém-se a relação " $\Delta V/I$ ". O método de "Wenner", referência [3], mostra a relação existente entre as grandezas: resistividade do solo " ρ ", distância "a" e relação " $\Delta V/I$ ", expressão(3.1).

$$\rho = 2\pi a \frac{\Delta V}{I} \quad (3.1)$$

Variando-se a distância "a" obtém-se a função " $\rho \times a$ ". Para um solo homogêneo esta função assume um valor constante independente de "a", sendo este valor a resistividade do solo. Para solos heterogêneos a função " $\rho \times a$ " revela o

comportamento do solo quanto a resistividade elétrica, e normalmente ρ passa a se chamar resistividade aparente ρ_a . Neste caso, a partir da função " $\rho_a \times a$ " pode-se estratificar o solo em camadas de resistividade constante.

Existem métodos analíticos e gráficos para determinar a estratificação do solo em camadas horizontais através da função " $\rho_a \times a$ ". Nesse trabalho utiliza-se o método gráfico de Yokogawa, referência [3]. Tanto os métodos gráficos como analíticos incorporam erros que não são por eles determinados. Para tanto se faz necessário utilizar um processo adicional para determinação desses erros. O processo utilizado corresponde à obtenção dos desvios percentuais entre os valores de resistividade medido e calculado, onde o valor calculado é obtido a partir de um desenvolvimento teórico, tendo como base a equação de Laplace. Este desenvolvimento é análogo aquele apresentado no capítulo 2, por ocasião do estudo de aterramentos em solos heterogêneos com 2 camadas. Este processo é aplicado computacionalmente através do programa AFERE, referência [20]. Onde é calculado o desvio percentual entre a ρ_a (medido) e a ρ_a (calculado), tendo como valores aceitáveis uma faixa de variação em torno de mais ou menos 10%.

3.4 - MEDIÇÕES REALIZADAS

3.4.1 - EXPERIÊNCIA 01

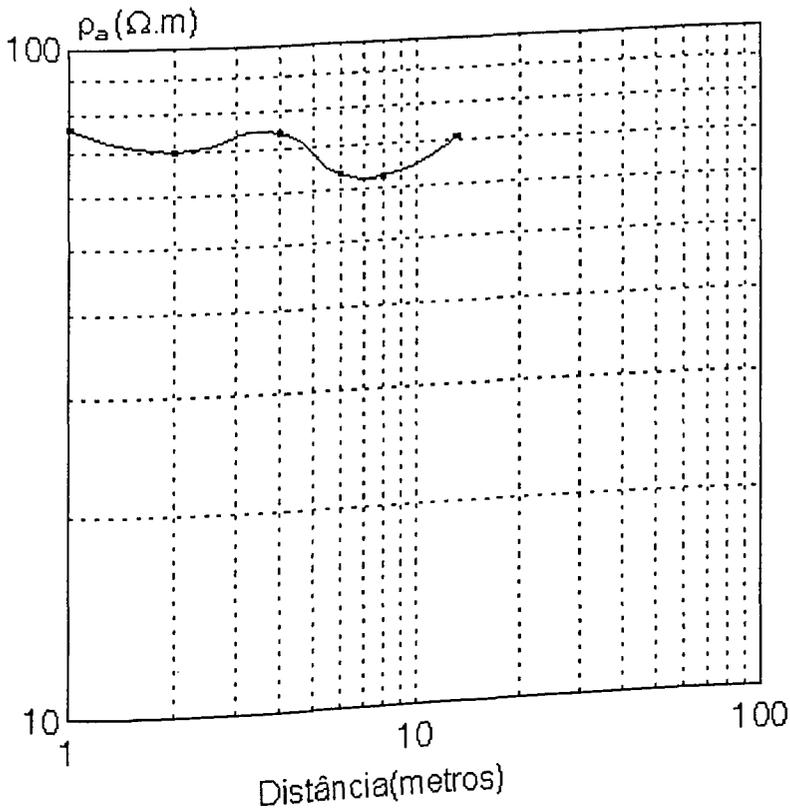
Estratificação do solo

Os valores calculado de ρ_a pelo método de Wenner se encontram na tabela(3.1).

Tabela(3.1) - Resistividade aparente do solo, experiência 01.

a(m)	$\rho_a(\Omega \times m)$
1	75.83
2	70.04
4	73.96
6	63.36
8	62.55
13	70.69

De posse dos valores das resistividades aparentes ρ_a , pode-se então traçar a curva indicada na figura(3.4).



Figura(3.4) - Curva de variação da resistividade do solo, experiência 01.

A estratificação do solo resulta nos valores da tabela(3.2).

Tabela(3.2) - Estratificação pelo método de Yokogawa, experiência 01.

camada	espessura(m)	resistividade($\Omega \times m$)
1	2.0	90.0
2		60.0

Do programa afere obtém os resultados da tabela(3.3).

Tabela(3.3) - Desvio percentual da estratificação, experiência 01.

ponto	distância (m)	ρ_a (medido) ($\Omega \times m$)	ρ_a (calculado) ($\Omega \times m$)	desvio percentual (%)
1	1.0	75.83	88.67	+16.94
2	2.0	70.04	83.51	+19.23
3	4.0	73.96	72.53	-1.93
4	6.0	63.36	66.65	+5.19
5	8.0	62.55	63.87	+2.11
6	13.0	70.69	61.44	-13.08

Através do programa afere é possível minimizar os desvios percentuais através de um processo iterativo. A tabela(3.4) mostra uma nova estratificação do solo, gerando uma tabela(3.5) com os novos desvios obtidos pelo programa.

Tabela(3.4) - Nova aferição, experiência 01.

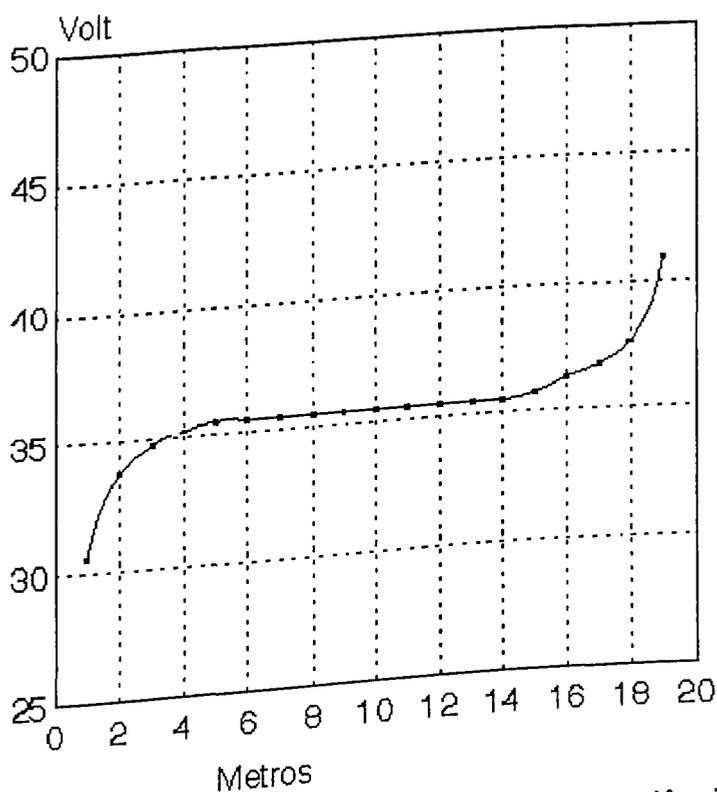
camada	espessura(m)	resistividade($\Omega \times m$)
1	0.7	65.0
2		70.0

Tabela(3.5) - Desvio percentual com a nova aferição, experiência 01.

ponto	distância (m)	ρ_a (medido) ($\Omega \times m$)	ρ_a (calculado) ($\Omega \times m$)	desvio percentual (%)
1	1.0	75.83	66.67	-12.1
2	2.0	70.04	68.41	-2.3
3	4.0	73.96	69.47	-6.1
4	6.0	63.36	69.75	+10.1
5	8.0	62.55	69.86	+11.7
6	13.0	70.69	69.94	-1.1

Resistência de aterramento

Para este primeiro caso o aterramento consiste de uma haste vertical de comprimento igual a 0.6m tipo copperweld, com diâmetro de 15mm, e com seu topo na superfície do solo. O eletrodo remoto fixo está colocado a 20m da haste. A figura(3.5) mostra a curva de medição da resistência.



Figura(3.5) - Tensões na superfície do solo, experiência 01.

Da figura(3.5) obtém-se um valor de tensão no patamar de 35.5V. A corrente injetada é de 420mA e portanto a resistência de aterramento resulta em 84.8 Ω .

3.4.2 - EXPERIÊNCIA 02

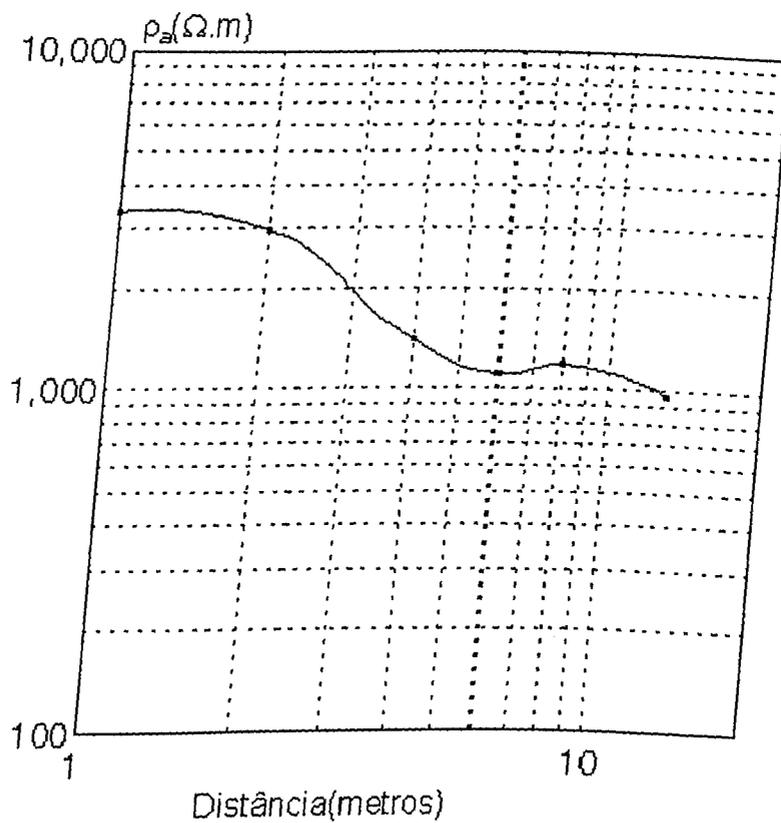
Estratificação do solo

Os valores calculado de ρ_a pelo método de Wenner se encontra na tabela(3.6).

Tabela(3.6) - Resistividade aparente do solo, experiência 02.

a(m)	$\rho_a(\Omega \times m)$
1	3369.11
2	2965.66
4	1402.91
6	1105.71
8	1190.29
13	972.01

De posse dos valores das resistividades aparentes ρ_a , pode-se então traçar a curva indicada na figura(3.6).



Figura(3.6) - Curva de variação da resistividade do solo, experiência 02.

A estratificação do solo resulta nos valores da tabela(3.7).

Tabela(3.7) - Estratificação pelo método de Yokogawa, experiência 02.

camada	espessura(m)	resistividade($\rho \times \Omega$)
1	1.7	3500
2		700

Do programa afere obtém os resultados da tabela(3.8).

Tabela(3.8) - Desvio percentual da estratificação, experiência 02.

ponto	distância (m)	ρ_a (medido) ($\Omega \times m$)	ρ_a (calculado) ($\Omega \times m$)	desvio percentual (%)
1	1.0	3369.110	3255.541	-3.374
2	2.0	2965.660	2469.991	-16.71
3	4.0	1402.910	1291.302	-7.96
4	6.0	1105.710	900.652	-18.55
5	8.0	1190.290	784.440	-34.10
6	13.0	972.010	723.083	-25.61

Através do programa afere é possível minimizar os desvios percentuais através de um processo iterativo. A tabela(3.9) mostra uma nova estratificação do solo, gerando uma tabela(3.10) com os novos desvios obtidos pelo programa.

Tabela(3.9) - Nova aferição, experiência 02.

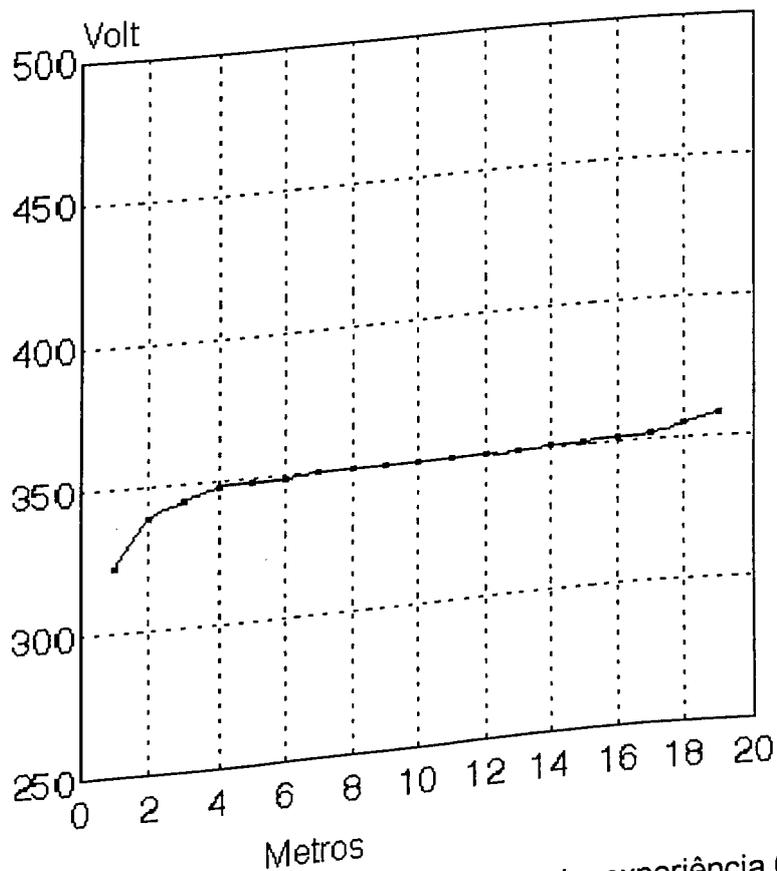
camada	espessura(m)	resistividade($\Omega \times m$)
1	1.9	3500
2		850

Tabela(3.10) - Desvio percentual com a nova aferição, experiência 02.

ponto	distância (m)	ρ_a (medido) ($\Omega \times m$)	ρ_a (calculado) ($\Omega \times m$)	desvio percentual (%)
1	1.0	3369.110	3329.782	-1.17
2	2.0	2965.660	2713.524	-8.50
3	4.0	1402.910	1597.496	+13.87
4	6.0	1105.710	1139.652	+3.07
5	8.0	1190.290	979.91	-17.68
6	13.0	972.01	885.467	-8.90

Resistência de aterramento

A figura(3.7) mostra a curva de medição da resistência.



Figura(3.7) - Tensões na superfície do solo, experiência 02.

Para o segundo caso o aterramento consiste de uma haste vertical de comprimento igual a 0.5m tipo copperweld, com diâmetro de 15mm, com o seu topo na superfície do solo. O eletrodo remoto fixo está colocado a 20m da haste.

Da figura(3.7) obtém-se um valor de tensão no patamar de 350V. A corrente injetada é de 74mA e portanto a resistência de aterramento resulta em 4730 Ω .

3.4.3 - EXPERIÊNCIA 03

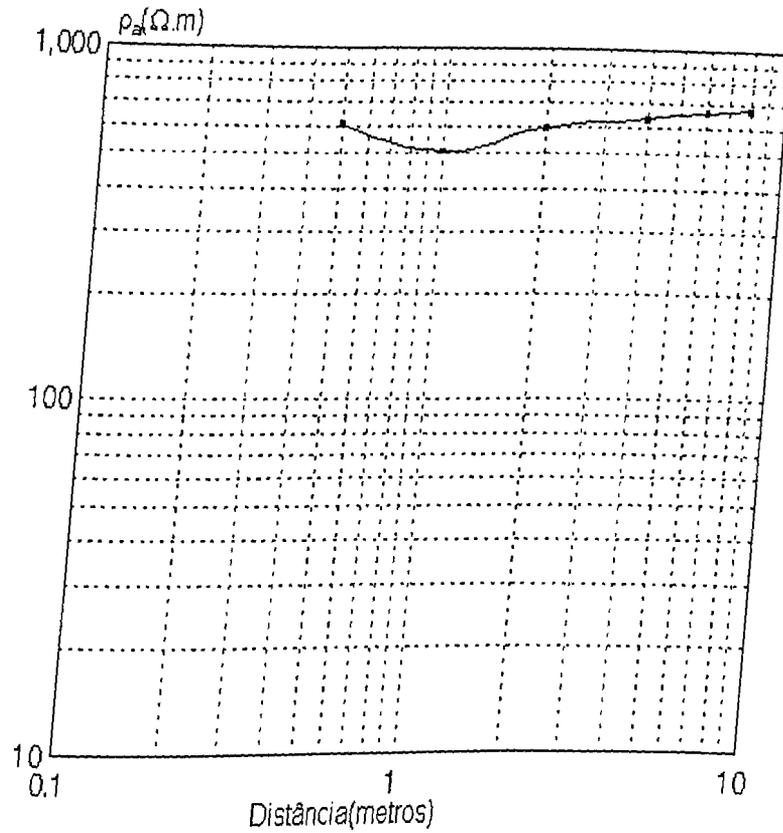
Estratificação do solo

Os valores calculado de ρ_a pelo método de Wenner se encontra na tabela(3.11).

Tabela(3.11) - Resistividade aparente do solo, experiência 03.

a(m)	$\rho_a(\Omega \times m)$
0.5	606.0
1.0	509.0
2.0	593.0
4.0	633.0
6.0	660.0
8.0	674.0

De posse dos valores das resistividades aparentes ρ_a pode-se então traçar a curva indicada na figura(3.8).



Figura(3.8) - Curva de variação da resistividade do solo, experiência 03.

A estratificação do solo resulta nos valores da tabela(3.12).

Tabela(3.12) - Estratificação pelo método de Yokogawa, experiência 03.

camada	espessura(m)	resistividade($\rho \times \Omega$)
1	0.6	350
2		700

Do programa afere obtém os resultados da tabela(3.13).

Tabela(3.13) - Desvio percentual da estratificação, experiência 03.

ponto	distância (m)	ρ_a medido ($\Omega \times m$)	ρ_a calculado ($\Omega \times m$)	desvio percentual (%)
1	0.5	606.0	382.15	-36.93
2	1.0	509.0	460.242	-9.57
3	2.0	593.0	566.873	-4.40
4	4.0	633.0	644.860	+1.87
5	6.0	660.0	670.748	+1.62
6	8.0	674.0	682.121	+1.20

Através do programa afere é possível minimizar os desvios percentuais através de um processo iterativo. A tabela(3.14) mostra uma nova estratificação do solo, gerando uma tabela(3.15) com os novos desvios obtidos pelo programa.

Tabela(3.14) - Nova aferição, experiência 03.

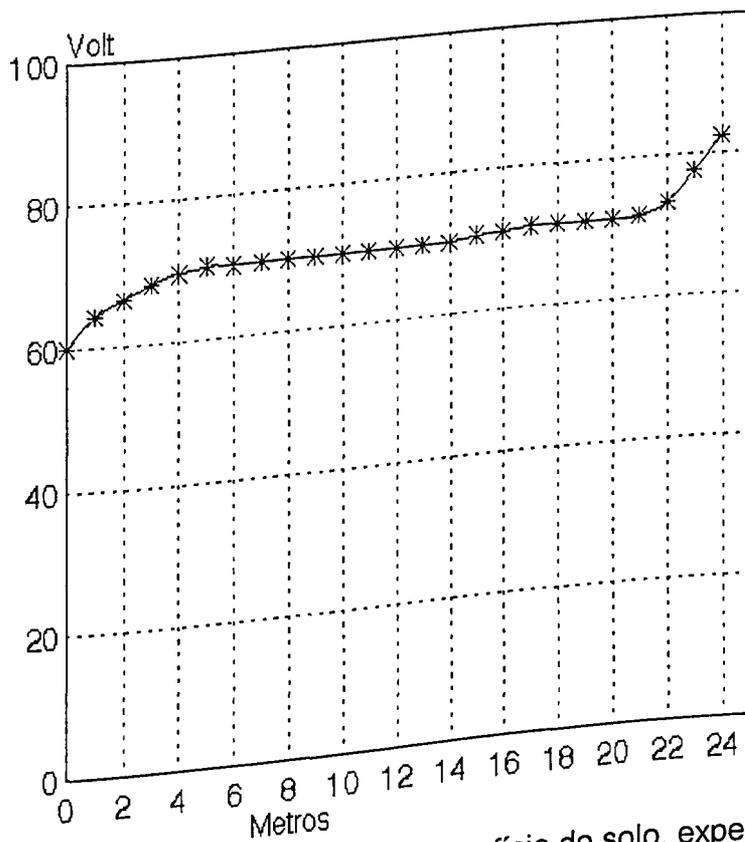
camada	espessura(m)	resistividade($\Omega \times m$)
1	0.45	520
2		610

Tabela(3.15) - Desvio percentual com a nova aferição, experiência 03.

ponto	distância (m)	ρ_a medido ($\Omega \times m$)	ρ_a calculado ($\Omega \times m$)	desvio percentual (%)
1	0.5	606.0	539.222	-11.01
2	1.0	509.0	569.159	+11.81
3	2.0	593.0	594.252	+0.21
4	4.0	633.0	605.305	-4.37
5	6.0	660.0	607.825	-7.90
6	8.0	674.0	608.757	-9.68

Resistência de aterramento

Para o terceiro caso o aterramento consiste de uma haste vertical de comprimento igual a 0.8m tipo copperweld, com diâmetro de 15mm, com o seu topo na superfície do solo. O eletrodo remoto fixo está colocado a 25m da haste. A figura(3.9) mostra a curva de medição da resistência.



Figura(3.9) - Tensões na superfície do solo, experiência 03.

Da figura(3.9) obtém-se um valor de tensão no patamar de 70V. A corrente injetada é de 120mA e portanto a resistência de aterramento resulta em 583Ω .

3.4.4- EXPERIÊNCIA 04

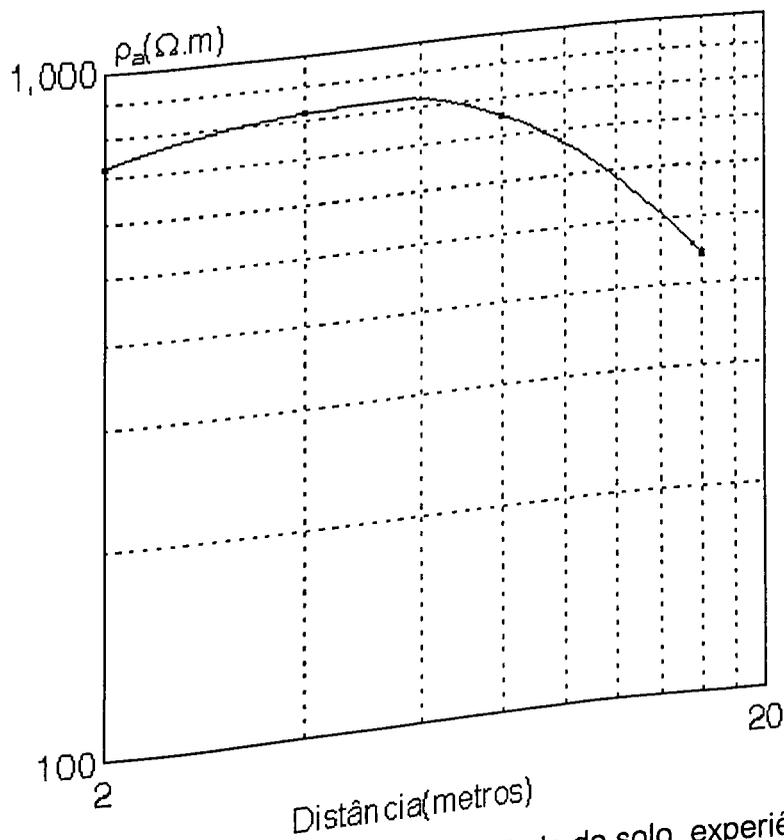
Estratificação do solo

Os valores calculado de ρ_a pelo método de Wenner se encontra na tabela(3.16).

Tabela(3.16) - Resistividade aparente do solo, experiência 04.

a(m)	$\rho_a(\Omega \times m)$
2	719.80
4	818.32
8	750.23
16	440.32

De posse dos valores das resistividades aparentes ρ_a , pode-se então traçar a curva indicada na figura(3.10).



Figura(3.10) - Curva de variação da resistividade do solo, experiência 04.

A estratificação do solo resulta nos valores da tabela(3.17).

Tabela(3.17) - Estratificação pelo método de Yokogawa, experiência 04.

camada	espessura(m)	resistividade($\Omega \times m$)
1	7.0	1050
2		210

Do programa afere obtém os resultados da tabela(3.18).

Tabela(3.18) - Desvio percentual da estratificação, experiência 04.

ponto	distância (m)	ρ_a (medido) ($\Omega \times m$)	ρ_a (calculado) ($\Omega \times m$)	desvio percentual (%)
1	2.0	719.80	1039.470	+44.41
2	4.0	818.32	981.730	+19.96
3	8.0	750.23	755.341	+0.68
4	16.0	440.32	399.404	-9.29

Através do programa afere é possível minimizar os desvios percentuais através de um processo iterativo. A tabela(3.19) mostra uma nova estratificação do solo, gerando uma tabela(3.20) com os novos desvios obtidos pelo programa.

Tabela(3.19) - Nova aferição, experiência 04.

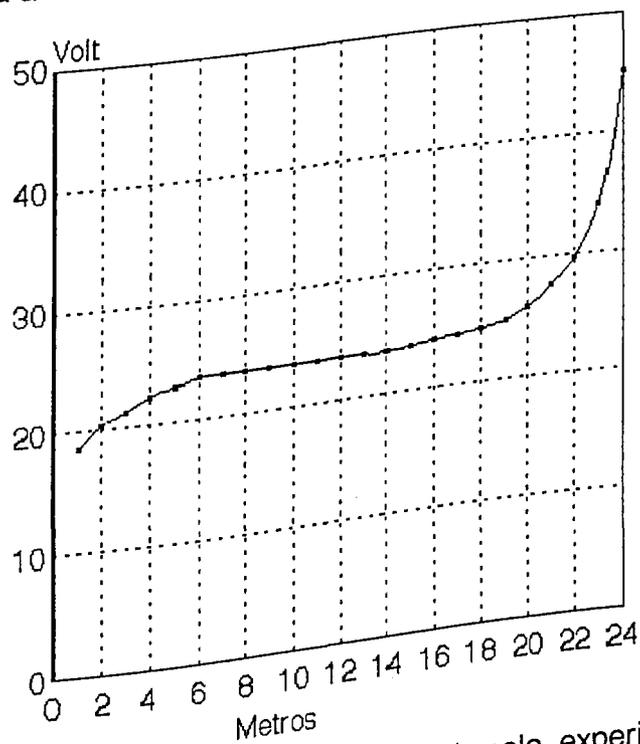
camada	espessura(m)	resistividade($\rho \times \Omega$)
1	12.3	780
2		110

Tabela(3.20) - Desvio percentual com a nova aferição, experiência 04.

ponto	distância (m)	ρ_a medido ($\Omega \times m$)	ρ_a calculado ($\Omega \times m$)	desvio percentual (%)
1	2.0	719.80	778.299	+8.12
2	4.0	818.32	767.378	-6.22
3	8.0	750.23	702.430	-6.37
4	16.0	440.32	482.221	+9.51

Resistência de aterramento

Para o quarto caso o aterramento consiste de uma haste vertical de comprimento igual a 2.0m tipo copperweld, com diâmetro de 15mm, com o seu topo na superfície do solo. O eletrodo remoto fixo está colocado a 25m da haste. A figura(3.11) mostra a curva de medição da resistência.



Figura(3.11) - Tensões na superfície do solo, experiência 04.

Da figura(3.11) obtém-se um valor de tensão no patamar de 23.5V. A corrente injetada é de 61.4mA e portanto a resistência de aterramento resulta em 383 Ω .

CAPÍTULO 4

COMPARAÇÃO TEÓRICO-EXPERIMENTAL

4.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste capítulo tem-se como objetivo a comparação de resultados teóricos, obtidos a partir dos métodos condensado e não condensado apresentados no capítulo 2, com os resultados experimentais, obtidos no capítulo 3. Foram considerados os resultados das 4 experiências apresentadas no capítulo anterior.

Para os cálculos teóricos foram elaborados programas computacionais, baseados nos métodos condensado e não condensado, cujas listagens estão no apêndice.

4.2 - RESULTADOS

4.2.1 - EXPERIÊNCIA 01

Da tabela(3.4) tem-se os valores de resistividade e espessura da estrutura do solo formada por duas camadas:

$$\rho_1 = 65 \Omega \times m$$

$$\rho_2 = 70 \Omega \times m$$

$$h = 0.7 m$$

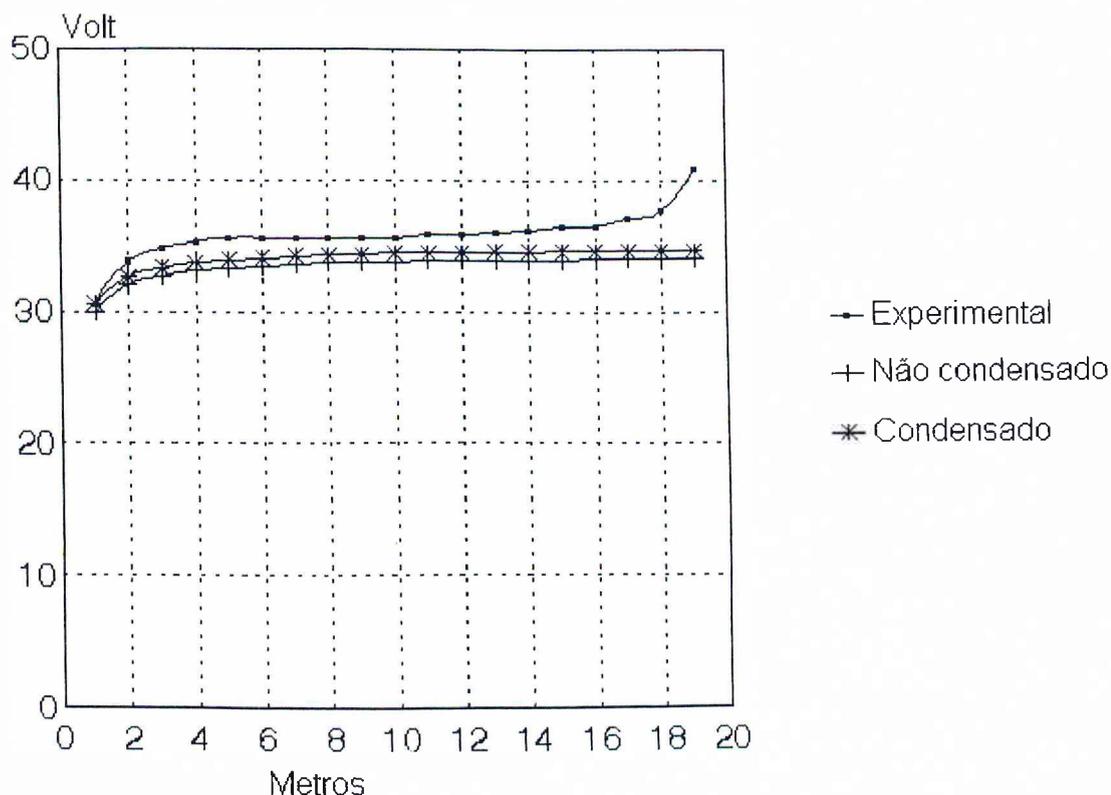
A haste, com o seu topo na superfície, possui:

$$\text{Comprimento} = 0.6 m$$

$$\text{Diâmetro} = 15mm$$

De posse destes valores, através dos programas computacionais, obtém-se os valores teóricos das tensões de superfície e resistência de aterramento.

A figura(4.1) apresenta os valores teóricos das tensões de superfície, bem como os experimentais indicados na figura(3.5).



Figura(4.1) - Tensões medidas e simuladas na superfície do solo, experiência 01.

A tabela(4.1) apresenta os valores de resistência de aterramento.

Tabela(4.1) - Resistência de aterramento teórica e medida.

R(medido) Ω	R(não condensado) Ω	R(condensado) Ω
84.8	81.56	83.02

4.2.2 - EXPERIÊNCIA 02

Da tabela(3.9) tem-se os valores de resistividade e espessura da estrutura do solo formada por duas camadas:

$$\rho_1 = 3500 \Omega \times m$$

$$\rho_2 = 850 \Omega \times m$$

$$h = 1.9 m$$

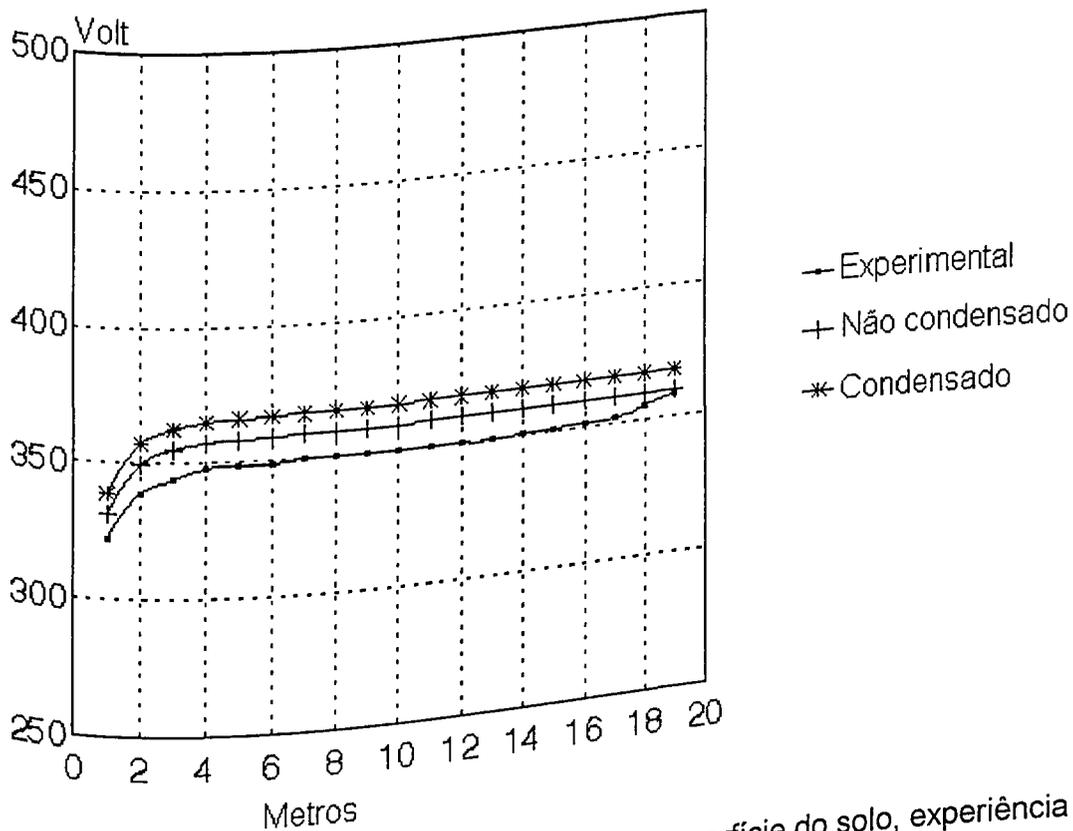
A haste, com o seu topo na superfície, possui:

Comprimento = 0.5 m

Diâmetro = 15mm

De posse destes valores, através dos programas computacionais, obtém-se os valores teóricos das tensões de superfície e resistência de aterramento.

A figura(4.2) apresenta os valores teóricos das tensões de superfície, bem como os experimentais indicados na figura(3.7).



Figura(4.2) - Tensões medidas e simuladas na superfície do solo, experiência 02.

A tabela(4.2) apresenta os valores de resistência de aterramento.

Tabela(4.2) - Resistência de aterramento teórica e medida.

R(medido) Ω	R(não condensado) Ω	R(condensado) Ω
4730.0	4877.0	4979.0

4.2.3 - EXPERIÊNCIA 03

Da tabela(3.14) tem-se os valores de resistividade e espessura da estrutura do solo formada por duas camadas:

$$\rho_1 = 520 \Omega \times m$$

$$\rho_2 = 610 \Omega \times m$$

$$h = 0.45 m$$

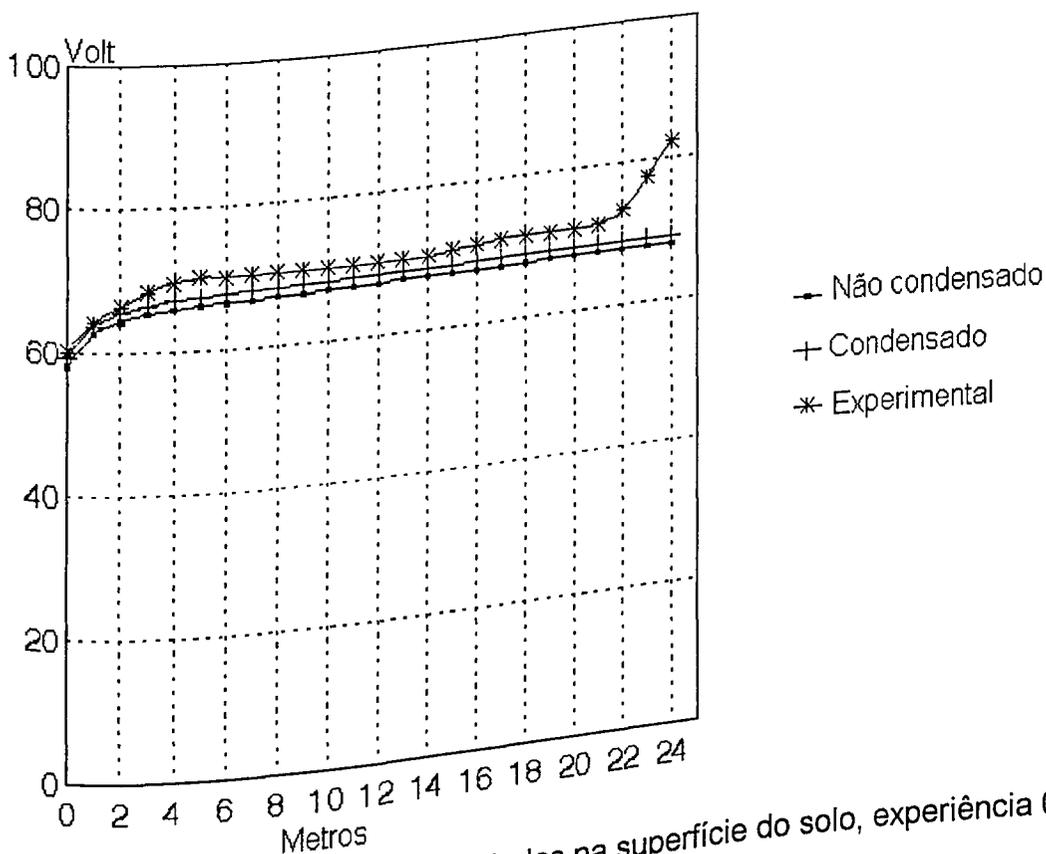
A haste, com o seu topo na superfície, possui:

$$\text{Comprimento} = 0.8 m$$

$$\text{Diâmetro} = 15mm$$

De posse destes valores, através dos programas computacionais, obtém-se os valores teóricos das tensões de superfície e resistência de aterramento.

A figura(4.3) apresenta os valores teóricos das tensões de superfície, bem como o experimental indicado na figura(3.9).



Figura(4.3) - Tensões medidas e simuladas na superfície do solo, experiência 03.

A tabela(4.3) apresenta os valores de resistência de aterramento.

Tabela(4.3) - Resistência de aterramento teórica e medida.

R(medido) Ω	R(não condensado) Ω	R(condensado) Ω
583.00	568.00	578.15

4.2.4 - EXPERIÊNCIA 04

Da tabela(3.19) tem-se os valores de resistividade e espessura da estrutura do solo formada por duas camadas.

$$\rho_1 = 780 \Omega \times m$$

$$\rho_2 = 110 \Omega \times m$$

$$h = 12.3 m$$

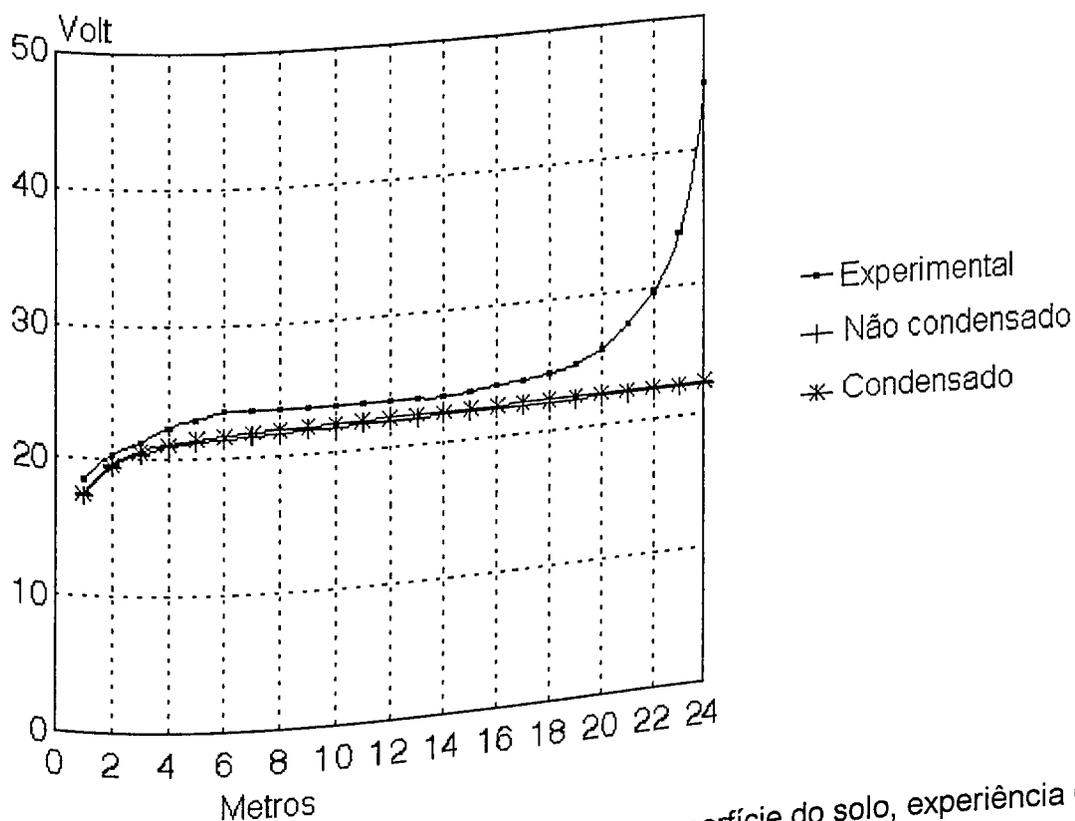
A haste, com o seu topo na superfície, possui:

$$\text{Comprimento} = 2.0 m$$

$$\text{Diâmetro} = 15mm$$

De posse destes valores, através dos programas computacionais, obtém-se os valores teóricos das tensões de superfície e resistência de aterramento.

A figura(4.4) apresenta os valores teóricos das tensões de superfície, bem como o experimental indicado na figura(3.11).



Figura(4.4) - Tensões medidas e simuladas na superfície do solo, experiência 04.

A tabela(4.4) apresenta os valores de resistência de aterramento.

Tabela(4.4) - Resistência de aterramento teórica e medida.

R(medido) Ω	R(não condensado) Ω	R(condensado) Ω
383.00	364.87	368.35

CAPÍTULO 5

RESULTADOS TEÓRICOS

5.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Serão simulados vários casos de haste vertical, cabo e malha horizontais, para solos homogêneos e de 2 camadas. Para cada caso referente aos solos de 2 camadas serão feitos cálculos para valores de K entre 1 e -1. A grandeza K está definida no capítulo 2. Além dos valores de resistências são apresentados ainda em alguns casos as curvas equipotenciais no solo.

Nos cálculos são usados os métodos condensado e não condensado, e em alguns casos o método analítico.

5.2 - RESISTÊNCIA DE ATERRAMENTO

5.2.1 - HASTE VERTICAL - DIÂMETRO DE 25.4mm

Caso 01

Solo homogêneo de $100\Omega.m$, com a haste variando seu comprimento e profundidade. A tabela(5.1) apresenta os valores de resistência calculados através dos diversos métodos.

Tabela(5.1) - Haste solo homogêneo.

Profundidade(m)	Comprimento(m)	Ranalítico(Ω)	Rncond(Ω)	Rcond(Ω)
0.0	1.5	54.72	54.70	55.39
0.0	3.0	31.04	31.05	31.36
0.5	1.5	-----	50.76	51.51
0.5	3.0	-----	29.60	29.93

Caso 02

Solo heterogêneo, haste penetrando em ambas as camadas e tendo o topo na superfície do solo. A tabela(5.2) apresenta os valores de resistência calculados através dos métodos condensado e não condensado para os diversos valores de K.

Dados:

Comprimento da haste = 5.5m

Espessura da primeira camada = 5.0m

Tabela(5.2) - Haste penetrando em ambas as camadas.

ρ_1	ρ_2	K	Rncond(Ω)	Rcond(Ω)
10	5000	+1.0	3.59	3.59
10	90	+0.8	2.64	2.64
10	40	+0.6	2.37	2.37
10	23.3	+0.4	2.18	2.19
10	15	+0.2	2.02	2.03
10	10	0.0	1.87	1.88
15	10	-0.2	2.55	2.58
23.3	10	-0.4	3.52	3.57
40	10	-0.6	4.98	5.09
90	10	-0.8	7.50	7.78
5000	10	-1.0	12.76	13.69

Caso 03

Solo heterogêneo, haste penetrando apenas na primeira camada e tendo o topo na superfície do solo. A tabela(5.3) apresenta os valores de resistência calculados através dos métodos condensado e não condensado para os diversos valores de K.

Dados:

Comprimento da haste = 1.5m

Espessura da primeira camada = 5.0m

Tabela(5.3) - Haste na primeira camada com 1.5m de comprimento.

ρ_1	ρ_2	K	Rncond(Ω)	Rcond(Ω)
10	5000	+1.0	6.84	6.91
10	90	+0.8	5.98	6.05
10	40	+0.6	5.76	5.83
10	23.3	+0.4	5.63	5.70
10	15	+0.2	5.54	5.61
10	10	0.0	5.47	5.53
15	10	-0.2	8.11	8.22
23.3	10	-0.4	12.50	12.66
40	10	-0.6	21.27	21.54
90	10	-0.8	47.51	48.14
5000	10	-1.0	2625.01	2659.93

Caso 04

Solo heterogêneo, haste penetrando apenas na primeira camada e tendo o topo na superfície do solo e o seu comprimento igual a espessura da primeira camada. A tabela(5.4) apresenta os valores de resistência calculados através dos métodos condensado e não condensado para os diversos valores de K.

Dados:

Comprimento da haste = 5.0m

Espessura da primeira camada = 5.0m

Tabela(5.4) - Haste na primeira camada com 5.0m de comprimento.

ρ_1	ρ_2	K	Rncond(Ω)	Rcond(Ω)
10	5000	+1.0	3.54	3.54
10	90	+0.8	2.66	2.66
10	40	+0.6	2.41	2.41
10	23.3	+0.4	2.25	2.25
10	15	+0.2	2.13	2.14
10	10	0.0	2.02	2.04
15	10	-0.2	2.90	2.94
23.3	10	-0.4	4.32	4.40
40	10	-0.6	7.09	7.29
90	10	-0.8	15.25	15.87
5000	10	-1.0	810.95	858.02

Caso 05

Solo heterogêneo, haste penetrando apenas na primeira camada e tendo o topo da haste a 1m da superfície do solo. A tabela(5.5) apresenta os valores de resistência calculados através dos métodos condensado e não condensado para os diversos valores de K.

Dados:

Comprimento da haste = 1.5m

Espessura da primeira camada = 5.0m

Tabela(5.5) - Haste na primeira camada a uma profundidade de 1.0m.

ρ_1	ρ_2	K	Rncond(Ω)	Rcond(Ω)
10	5000	+1.0	6.41	6.49
10	90	+0.8	5.50	5.57
10	40	+0.6	5.27	5.35
10	23.3	+0.4	5.14	5.21
10	15	+0.2	5.04	5.12
10	10	0.0	4.96	5.04
15	10	-0.2	7.35	7.47
23.3	10	-0.4	11.32	11.49
40	10	-0.6	19.22	19.52
90	10	-0.8	42.87	43.56
5000	10	-1.0	2366.90	2405.25

Caso 06

Solo heterogêneo, haste penetrando apenas na primeira camada e tendo o topo da haste a 3.5m da superfície do solo. A tabela(5.6) apresenta os valores de resistência calculados através dos métodos condensado e não condensado para os diversos valores de K.

Dados:

Comprimento da haste = 1.5m

Espessura da primeira camada = 5.0m

Tabela(5.6) - Haste na primeira camada a uma profundidade de 3.5m.

ρ_1	ρ_2	K	Rncond(Ω)	Rcond(Ω)
10	5000	+1.0	6.89	6.96
10	90	+0.8	5.86	5.92
10	40	+0.6	5.51	5.57
10	23.3	+0.4	5.25	5.31
10	15	+0.2	5.03	5.09
10	10	0.0	4.82	4.90
15	10	-0.2	6.93	7.08
23.3	10	-0.4	10.31	10.62
40	10	-0.6	16.85	17.56
90	10	-0.8	35.92	38.12
5000	10	-1.0	1880.57	2047.22

Caso 07

Solo heterogêneo, haste penetrando em ambas as camadas e tendo o topo da haste a 4.0m da superfície do solo. A tabela(5.7) apresenta os valores de resistência calculados através dos métodos condensado e não condensado para os diversos valores de K.

Dados:

Comprimento da haste = 1.5m

Espessura da primeira camada = 5.0m

Tabela(5.7) - Haste penetrando em ambas as camadas, a uma profundidade de 4.0m.

ρ_1	ρ_2	K	Rncond(Ω)	Rcond(Ω)
10	5000	+1.0	8.96	9.08
10	90	+0.8	7.60	7.73
10	40	+0.6	6.88	7.02
10	23.3	+0.4	6.21	6.36
10	15	+0.2	5.53	5.68
10	10	0.0	4.81	4.97
15	10	-0.2	6.06	6.29
23.3	10	-0.4	7.46	7.78
40	10	-0.6	9.04	9.48
90	10	-0.8	10.84	11.45
5000	10	-1.0	12.87	13.70

5.2.2 - CABO HORIZONTAL - DIÂMETRO DE 25.4mm

Caso 01

Solo heterogêneo, com o cabo estando na primeira camada a uma profundidade de 0.5m da superfície do solo. A tabela(5.8) apresenta os valores de resistência calculados através dos métodos condensado e não condensado para os diversos valores de K.

Dados:

Comprimento do cabo = 1.5m

Espessura da primeira camada = 2.0m

Tabela(5.8) - Cabo horizontal na primeira camada.

ρ_1	ρ_2	K	Rncond(Ω)	Rcond(Ω)
10	5000	+1.0	8.97	9.06
10	90	+0.8	6.71	6.79
10	40	+0.6	6.15	6.24
10	23.3	+0.4	5.82	5.91
10	15	+0.2	5.59	5.68
10	10	0.0	5.41	5.50
15	10	-0.2	7.90	8.03
23.3	10	-0.4	11.99	12.19
40	10	-0.6	20.13	20.47
90	10	-0.8	44.44	45.20
5000	10	-1.0	2432.53	2474.90

Caso 02

Solo heterogêneo, com o cabo estando na segunda camada a uma profundidade de 2.5m da superfície do solo. A tabela(5.9) apresenta os valores de resistência calculados através dos métodos condensado e não condensado para os diversos valores de K.

Dados:

Comprimento do cabo = 1.5m

Espessura da primeira camada = 2.0m

Tabela(5.9) - Cabo horizontal na segunda camada.

ρ_1	ρ_2	K	Rncond(Ω)	Rcond(Ω)
10	5000	+1.0	2029.05	2063.46
10	90	+0.8	38.78	39.41
10	40	+0.6	17.93	18.22
10	23.3	+0.4	10.80	10.98
10	15	+0.2	7.15	7.26
10	10	0.0	4.89	4.96
15	10	-0.2	5.00	5.08
23.3	10	-0.4	5.11	5.19
40	10	-0.6	5.22	5.30
90	10	-0.8	5.32	5.40
5000	10	-1.0	5.41	5.50

5.2.3 - MALHA FORMADA POR CABOS INTERLIGADOS - DIÂMETRO DO CABO DE 25.4mm

Caso 01

Solo heterogêneo, com a malha estando na primeira camada a um profundidade de 0.6m da superfície do solo. A tabela(5.10) apresenta os valores de resistência calculados através dos métodos condensado e não condensado para os diversos valores de K.

Dados:

Comprimento da malha = 2.0m

Largura da malha = 2.0m

Número de submalhas = 0

Espessura da primeira camada = 2.0m

Tabela(5.10) - Malha horizontal(2 x 2) sem submalhas na primeira camada.

ρ_1	ρ_2	K	Rncond(Ω)	Rcond(Ω)
10	5000	+1.0	3.59	3.59
10	90	+0.8	2.96	2.96
10	40	+0.6	2.52	2.52
10	23.3	+0.4	2.22	2.22
10	15	+0.2	2.00	2.00
10	10	0.0	1.83	1.83
15	10	-0.2	2.53	2.53
23.3	10	-0.4	3.67	3.67
40	10	-0.6	5.88	5.88
90	10	-0.8	12.29	12.29
5000	10	-1.0	619.59	619.63

Caso 02

Solo heterogêneo, com a malha da figura(5.1), estando na primeira camada a um profundidade de 0.6m da superfície do solo. A tabela(5.11) apresenta os valores de resistência calculados através dos métodos condensado e não condensado para os diversos valores de K.

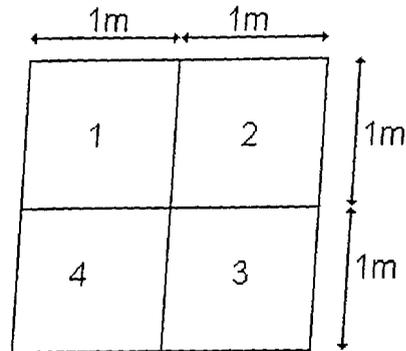
Dados:

Comprimento da malha = 2.0m

Largura da malha = 2.0m

Número de reticulados = 4

Espessura da primeira camada = 2.0m



Figura(5.1) - Malha de aterramento - 4 submalhas.

Tabela(5.11) - Malha horizontal(2 x 2) com submalhas na primeira camada.

ρ_1	ρ_2	K	Rncond(Ω)	Rcond(Ω)
10	5000	+1.0	3.47	3.48
10	90	+0.8	2.83	2.84
10	40	+0.6	2.39	2.40
10	23.3	+0.4	2.09	2.10
10	15	+0.2	1.86	1.87
10	10	0.0	1.69	1.70
15	10	-0.2	2.33	2.34
23.3	10	-0.4	3.34	3.36
40	10	-0.6	5.31	5.34
90	10	-0.8	10.99	11.06
5000	10	-1.0	546.72	550.68

Caso 03

Solo heterogêneo, com a malha estando na primeira camada a um profundidade de 0.6m da superfície do solo. A tabela(5.12) apresenta os valores

de resistência calculados através dos métodos condensado e não condensado para os diversos valores de K.

Dados:

Comprimento da malha = 4.0m

Largura da malha = 4.0m

Número de submalhas = 0

Espessura da primeira camada = 2.0m

Tabela(5.12) - Malha horizontal(4 x 4) sem submalhas na primeira camada.

ρ_1	ρ_2	K	Rncond(Ω)	Rcond(Ω)
10	5000	+1.0	2.68	2.68
10	90	+0.8	2.08	2.08
10	40	+0.6	1.68	1.68
10	23.3	+0.4	1.40	1.40
10	15	+0.2	1.21	1.21
10	10	0.0	1.06	1.06
15	10	-0.2	1.42	1.42
23.3	10	-0.4	1.98	1.98
40	10	-0.6	3.06	3.06
90	10	-0.8	6.11	6.11
5000	10	-1.0	285.39	285.40

Caso 04

Solo heterogêneo, com a malha estando na primeira camada a um profundidade de 0.6m da superfície do solo. A tabela(5.13) apresenta os valores de resistência calculados através dos métodos condensado e não condensado para os diversos valores de K.

Dados:

Comprimento da malha = 4.0m

Largura da malha = 4.0m

Número de submalhas = 4

Espessura da primeira camada = 2.0m

Tabela(5.13) - Malha horizontal(4 x 4) com submalhas na primeira camada.

ρ_1	ρ_2	K	Rncond(Ω)	Rcond(Ω)
10	5000	+1.0	2.61	2.62
10	90	+0.8	2.01	2.02
10	40	+0.6	1.60	1.61
10	23.3	+0.4	1.32	1.33
10	15	+0.2	1.12	1.13
10	10	0.0	0.97	0.98
15	10	-0.2	1.28	1.29
23.3	10	-0.4	1.76	1.77
40	10	-0.6	2.67	2.69
90	10	-0.8	5.21	5.24
5000	10	-1.0	233.59	235.46

Caso 05

Solo heterogêneo, com a malha estando na primeira camada a um profundidade de 0.6m da superfície do solo. A tabela(5.14) apresenta os valores de resistência calculados através dos métodos condensado e não condensado para os diversos valores de K.

Dados:

Comprimento da malha = 8.0m

Largura da malha = 8.0m

Número de submalhas = 0

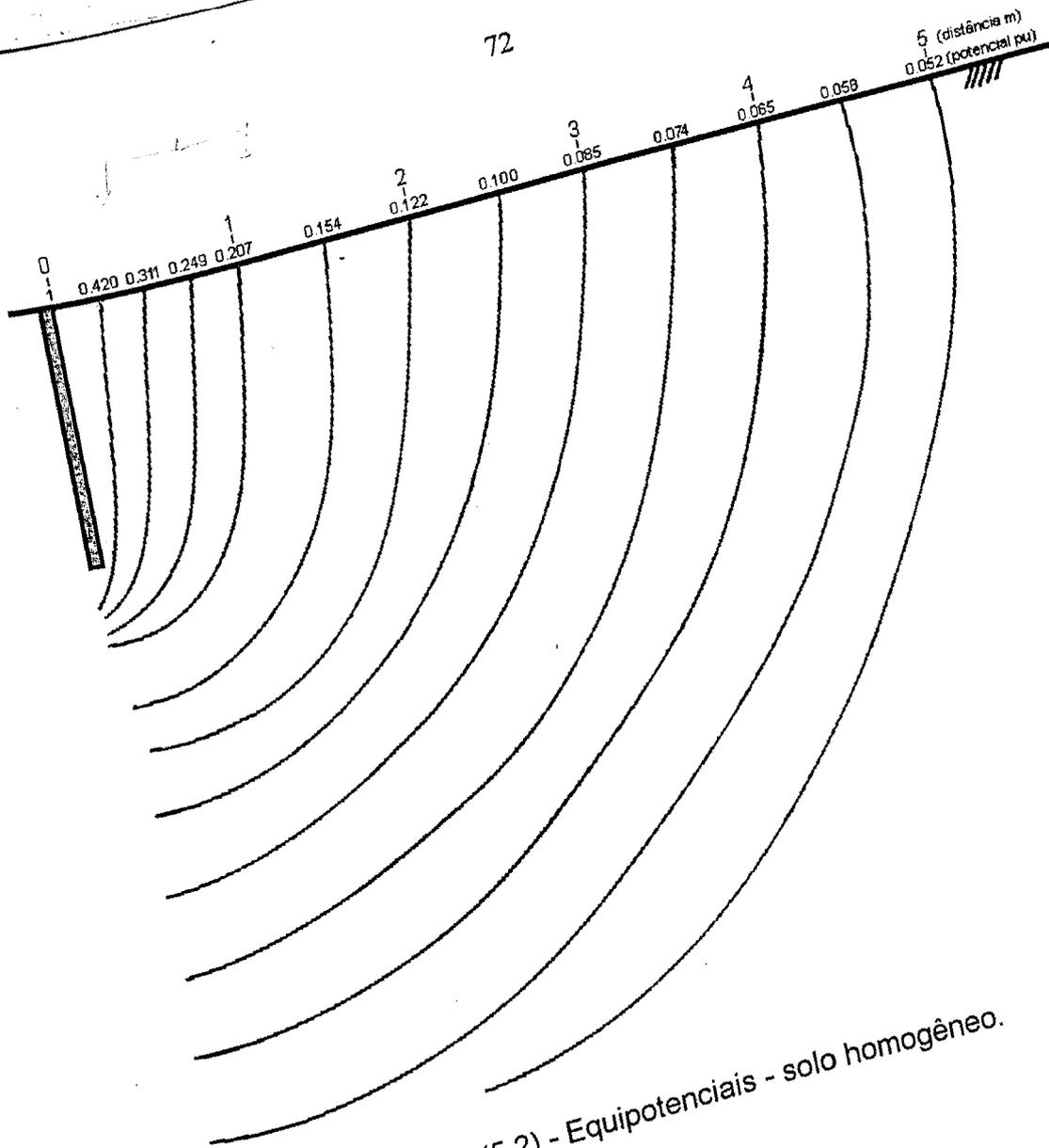
Espessura da primeira camada = 2.0m

Tabela(5.14) - Malha horizontal(8 x 8) sem submalhas na primeira camada.

ρ_1	ρ_2	K	Rncond(Ω)	Rcond(Ω)
10	5000	+1.0	1.96	1.96
10	90	+0.8	1.43	1.44
10	40	+0.6	1.09	1.09
10	23.3	+0.4	0.86	0.86
10	15	+0.2	0.71	0.71
10	10	0.0	0.60	0.60
15	10	-0.2	0.77	0.77
23.3	10	-0.4	1.05	1.05
40	10	-0.6	1.56	1.56
90	10	-0.8	2.96	2.96
5000	10	-1.0	121.24	121.29

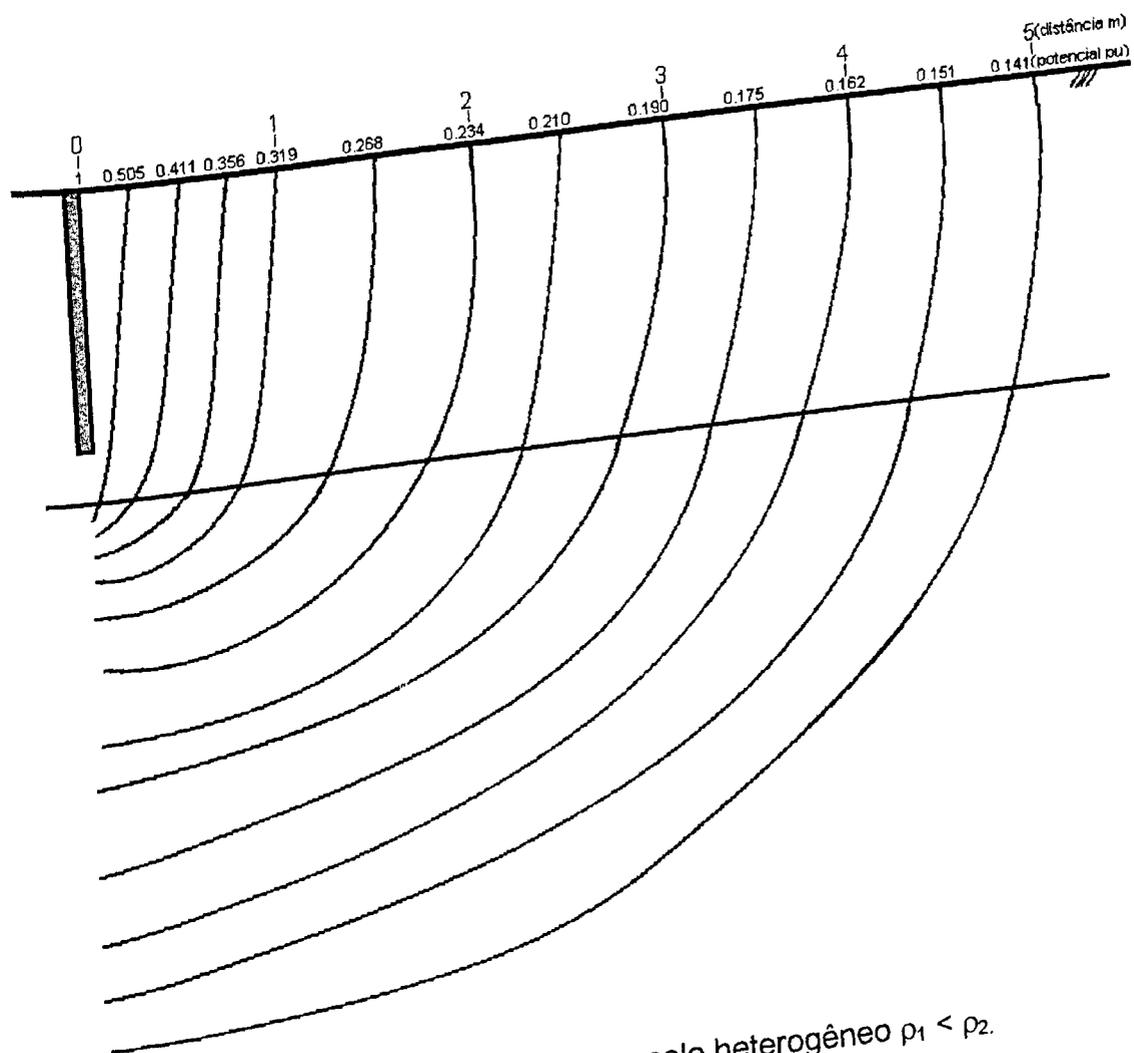
5.3 - CURVAS EQUIPOTENCIAIS

Foram obtidas as curvas equipotenciais em uma secção transversal de solo passando pelo eixo de uma haste de comprimento 1.5m, diâmetro 15mm, tendo seu topo na superfície do solo. A figura(5.2) apresenta a haste no solo homogêneo de resistividade $1\Omega.m$.

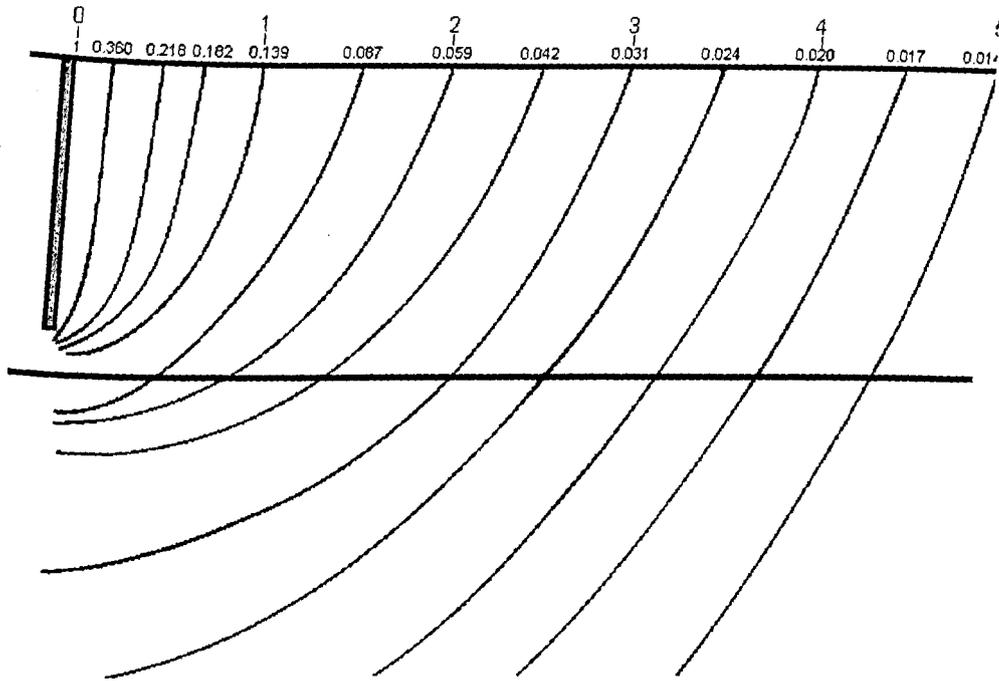


Figura(5.2) - Equipotenciais - solo homogêneo.

As figuras (5.3) e (5.4) apresentam a haste em solo hetero penetrando apenas na primeira camada. Na primeira figura a resistiv camada superficial é de $1\Omega.m$, e da segunda camada é de $5\Omega.m$. Na segunda figura os valores das resistividades se invertem.

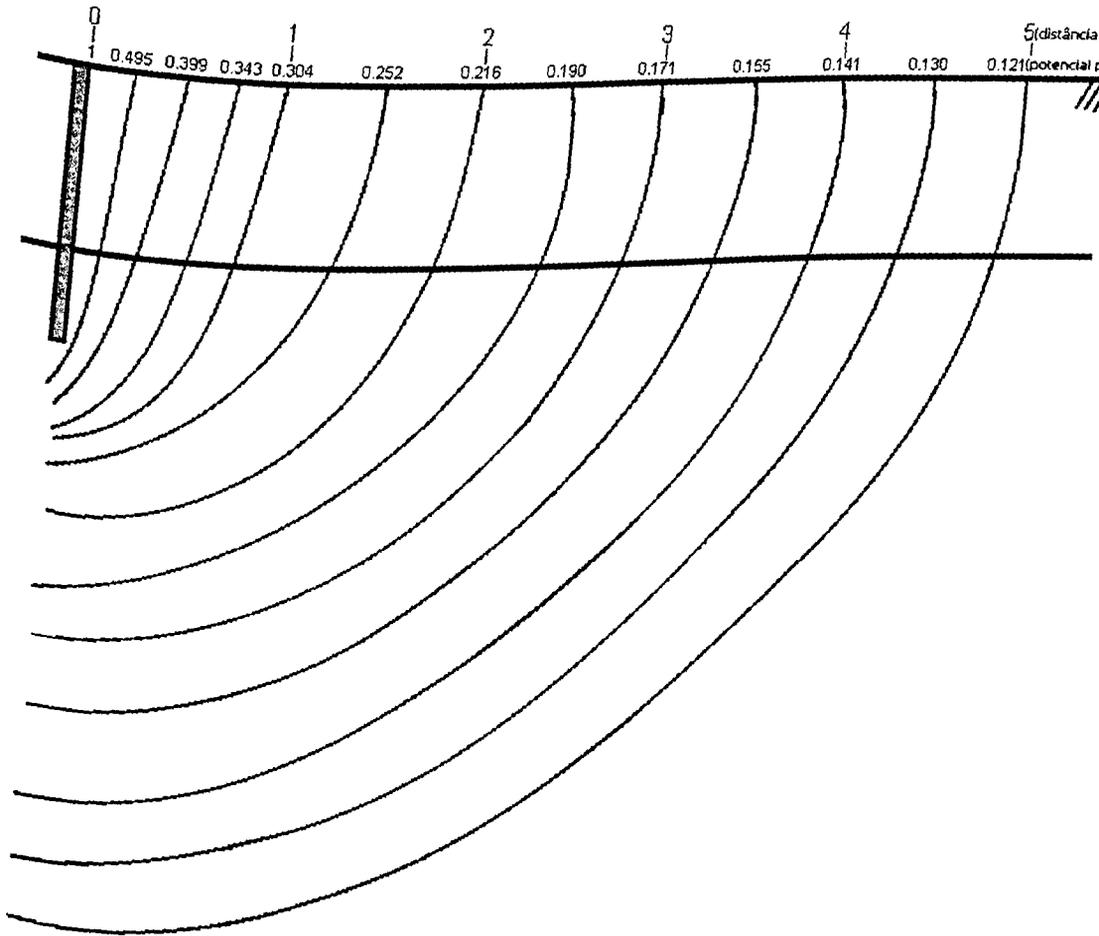


Figura(5.3) - Equipotenciais - solo heterogêneo $\rho_1 < \rho_2$.

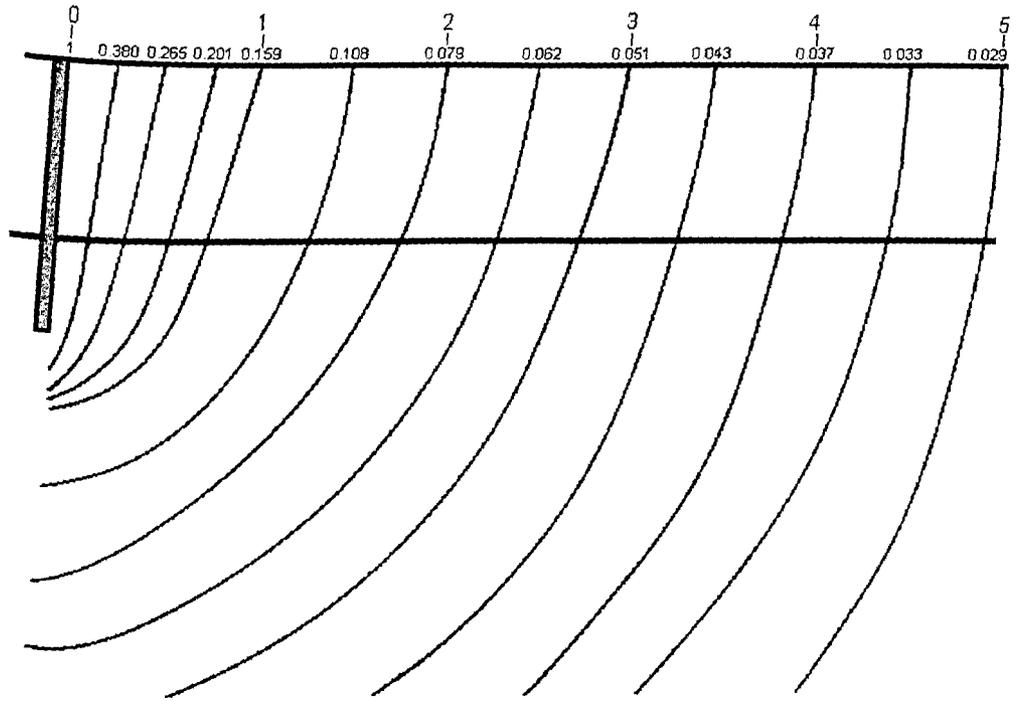


Figura(5.4) - Equipotenciais - solo heterogêneo $\rho_1 > \rho_2$.

As figuras (5.5) e (5.6) apresentam a haste em solo heterogêneo, penetrando nas duas camadas. Na primeira figura a resistividade da camada superficial é de $1\Omega.m$, e da segunda camada é de $5\Omega.m$. Na segunda figura os valores das resistividades se invertem.



Figura(5.5) - Equipotenciais - solo heterogêneo $\rho_1 < \rho_2$.



Figura(5.6) - Equipotenciais - solo heterogêneo $\rho_1 > \rho_2$.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E ESTUDOS FUTUROS

As conclusões finais a respeito deste trabalho podem ser obtidas analisando-se os resultados expostos nos capítulos 4 e 5.

Observando os resultados apresentados nas tabelas de (4.1) a (4.4), nota-se uma diferença pequena entre os valores obtidos para a resistência de aterramento medida experimentalmente e calculados pelos métodos não condensado e condensado. Analisando-se os métodos condensado e não condensado, este último deve possuir uma precisão melhor de cálculo, uma vez que ele não possui a simplificação matemática, de correntes uniformes, que se apresenta no método condensado. À princípio isto leva a crer que o resultado do método não condensado deve estar mais próximo do resultado medido experimentalmente, quando comparado com o resultado do método condensado. Porém observando-se os valores das tabelas (4.1) a (4.4), a afirmativa anterior nem sempre é verdadeira. Este fato não deve ser levado em consideração, pois existe um fator experimental que pode mascarar estes resultados. Este fator se relaciona com a resistência de contato, definida no capítulo 2. Na resistência de aterramento medida, fatalmente está incorporada a resistência de contato. Nas duas resistências calculadas, seguramente não está inclusa a referida resistência. O importante neste caso é concluir sobre a grande proximidade dos valores obtidos, que permitem validar os dois métodos teóricos apresentados.

Analisando-se os resultados apresentados no capítulo 5, algumas conclusões podem ser obtidas.

Comparando-se os resultados das tabelas de (5.1) a (5.14), quanto aos valores de resistência de aterramento, obtidos pelos métodos condensado e não condensado, fica claramente evidenciado a eficiência do método condensado. As maiores diferenças percentuais encontradas estão numa faixa de 10%, e correspondem a um número muito pequeno de casos. Isto significa que do ponto de vista de precisão de cálculos ambos os métodos são bons. Porém o método

condensado leva a grande vantagem de exigir uma quantidade de memória sempre extremamente pequena comparada com o método não condensado. No caso de aterramentos constituídos apenas por uma haste vertical ou um fio horizontal, o método condensado precisa de 1 equação a ser resolvida. Já o método não condensado precisa de 40 equações por metro de condutor enterrado, considerando os diâmetros dos condutores utilizados no capítulo 5. Estes diâmetros podem variar, porém na prática a faixa de variação é pequena, de modo que pode-se definir, com garantia, que as 40 equações exigidas anteriormente, variam em torno de 30 a 70 equações. No caso das malhas, o número de equações exigida no método condensado é igual ao número de cabos horizontais enterrados. No caso de existir também hastes verticais, este número passa a ser a soma do número de cabos horizontais com o número de hastes verticais. Porém, mesmo sendo maior que no caso anterior, o número de equações exigido é bem menor que o mesmo número exigido no método não condensado, pois neste último continua valendo a regra apresentada no primeiro caso.

Um outro ponto a ser observado, é relativo ao tempo de computação. Como a quantidade de cálculos exigida pelos métodos condensado e não condensado, é praticamente a mesma, observa-se apenas uma pequena diferença entre os tempos de computação, sendo o menor tempo relacionado com o método condensado. Como em geral o tempo de computação é elevado, principalmente quando se trata de aterramentos extensos, este tempo menor para o método condensado não chega a ser uma vantagem. Este é um ponto que exige melhores estudos.

Outro aspecto interessante a ser observado, diz respeito às variações das grandezas do aterramento, em função do grau de heterogeneidade do solo. As curvas equipotenciais relativas à hastes verticais são mostradas nas figuras (5.2) a (5.6), que ilustram bem a questão. Quando o solo é homogêneo figura(5.2), as linhas equipotenciais se distribuem de maneira uniforme, isto pode ser justificado, pois, quando se encontram em regiões um tanto distantes da haste, elas se tornam semi-circunferências de centro no topo da haste. Esta distribuição de equipotenciais determinam uma distribuição bastante uniforme da corrente que se espalha pelo solo. Vale lembrar que inclusive nas regiões em que as equipotenciais são semi-circunferências, a distribuição de corrente é radial. Observando as figuras (5.3) e

(5.5), onde a resistividade da primeira camada é menor que a da segunda, nota-se que as linhas equipotenciais levam a uma distribuição de corrente que tende a se concentrar mais na primeira camada.

Comparando os resultados das figuras (5.3) e (5.5) observa-se que esta concentração é mais acentuada na primeira figura. Isto se deve ao fato da haste liberar corrente apenas na primeira camada enquanto que na figura(5.5) existe uma parcela sendo liberada para a segunda camada. Observando as figuras (5.4) e (5.6) nota-se uma situação inversa em relação às figuras (5.3) e (5.5). Pelo fato da resistividade da primeira camada ser superior a da segunda camada, as linhas equipotenciais mostram a tendência da distribuição de corrente se espalhar pela primeira camada penetrando com mais intensidade na segunda camada.

Finalmente como estudos futuros, propõe-se:

- Diminuição do tempo de computação, para o método condensado. Neste caso é justificado um estudo no sentido de reduzir a quantidade de cálculos, pois existem uma grande quantidade de valores iguais que se repetem em cálculos idênticos, além de valores que podem ser aproximados para um único valor.

- Extensão do cálculo do potencial, de uma fonte puntiforme em solo de 2 camadas, para solos de maior quantidade de camadas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] - G. F. Tagg, "Earth Resistance", Book, George Newnes Limited, London, 1964.
- [2] - E.D.Sunde, "Earth Conduction Effects in Transmission Systems", Donver Publications, Inc., New York, 1968.
- [3] - Martins Neto, Luciano, "Apostila de Aterramentos Elétricos", Universidade Federal de Uberlândia, 1993.
- [4] - Orellana, Ernesto, "Prospeccion Goelectrica en Corriente Continua", Biblioteca Técnica Philips, Madrid, 1972.
- [5] - A. P. Meliopoulos, E. B. Joy, "Analysis of Grounding Systems", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-100, n. 3, p. 1039-1048, Março 1981.
- [6] - R. J. Heppe, "Step Potentials and Body Currents Near Grounds in Two-Layer Earth", Vol. PAS-98, n. 1, p. 45-49, Jan/Fev 1979.
- [7] - K. A. Ewy, H. A. Smolleck, "A Graphical Explanation of the Resisance and Surface-Potencial Calculations for Grounding Systems in Two-Layer", Vol. PAS-103, n. 3, p. 631-637, Março 1984.
- [8] - Hayt, William H., Jr., "Eletromagnetismo", 3. ed., Tradução por Paulo Cesar Pfaltzgraff Ferreira, Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda, 1983.
- [9] - Pierre Kouteynikoff, "Numerical Computation of the Grounding Resistance of Substation and Tower", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-99, n. 3, p. 957-965, Maio/Junho 1980.
- [10] - Takehiko Takahashi, Member, IEEE, Taro Kawase, Member IEEE, "Calculation of Earth Resistance for a Deep-Driven Rod in a Multi-Layer Earth Structure", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 6, n. 2, p. 608-614, Abril 1991.
- [11] - M. M. A. Salama, M. M. El Sherbiny, Y. L. Chow, "A Formula for Resistance of Substation Grounding in Two-Layer Soil", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 10, n. 3, p. 1255-1262, Julho 1995.

- [12] - J. M. Nahman, Senior Member IEEE, V. B. Djordjevic "Nonuniformity Correction Factors For Maximum Mesh-and Step-Voltages of Ground Grids And Combined Ground Electrodes", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 10, n. 3, p. 1263-1269, Julho 1995.
- [13] - Kenneth M. Michaels, Member, IEEE, "Earth Ground Resistance Testing for Low-Voltage Power Systems", IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 31, n. 1, p. 206-213, Janeiro/Fevereiro 1995.
- [14] - Marcus O. Durham, Fellow, IEEE, Robert A. Durham, Member, IEEE, "Lightning Grounding and Protection for Control Systems", IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 31, n. 1, p. 45-54, Janeiro/Fevereiro 1995.
- [15] - J. Naham, D. Salamon, "Analytical Expressions for the Resistance of Grounding Grids in Nonuniform Soil", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-103, n. 4, p. 880-885, Abril 1994.
- [16] - Alexis E. Crothers Gaete, "Uma Nova Proposta Para a Fórmula de Laurent", Revista Eletricidade Moderna , p. 37-42, Outubro 1986.
- [17] - Baldev Tapar, Victor Gerez, Arun Balakrishnan, Donald A. Blank, "Evaluation of Ground Resistance of a Grounding Grid of Any Shape", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 6, n. 2, p. 640-645, Abril 1991.
- [18] - F. Dawalibi, Senior Member, N. Barbeito, Member, "Measurements and Computations of the Performance of Grounding Systems Buried in Multilayer Soils", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 6, n. 4, p. 1483-1490, Outubro 1991.
- [19] - Farid Dawalibi, Member IEEE, Dinkar Mukhedkar, Senior Member IEEE, "Optimum Design of Substation Grounding in a Two Layer Earth Structure", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Part I, II and III, Vol. PAS-94, n. 2, p. 252-272, Abril 1994
- [20] - Martins Neto, Luciano, "Manual do programa AFERE" - Universidade Federal de Uberlândia, 1993.