

SISBI/UFU



1000215490



MOU  
620.199  
D2120  
TES/ME M

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**ANÁLISE DO CAMPO DE TENSÕES DE CONTATO EM UM  
SUBSTRATO PLANO REVESTIDO**

Dissertação apresentada à  
Universidade Federal de Uberlândia por:

**ÉCIO NAVES DUARTE**

como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em  
Engenharia Mecânica

Banca examinadora:

Prof<sup>ª</sup>. Dra. Sonia A. G. Oliveira – (UFU) – Orientadora  
Prof. Dr. Cleudmar A. Araújo – (UFU) – Co-orientador  
Prof. Dr. Domingos Alves Rade – (UFU)  
Prof. Dr. José Carlos Pereira – (UFSC)

Uberlândia, 11 de julho de 2003

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**ANÁLISE DO CAMPO DE TENSÕES DE CONTATO EM UM  
SUBSTRATO PLANO REVESTIDO**

Dissertação apresentada à  
Universidade Federal de Uberlândia por:

**ÉCIO NAVES DUARTE**

como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em  
Engenharia Mecânica

Banca examinadora:

Prof<sup>ª</sup>. Dra. Sonia A. G. Oliveira – (UFU) – Orientadora  
Prof. Dr. Cleudmar A. Araújo – (UFU) – Co-orientador  
Prof. Dr. Domingos Alves Rade – (UFU)  
Prof. Dr. José Carlos Pereira – (UFSC)

Uberlândia, 11 de julho de 2003

## FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborado pelo Sistema de Bibliotecas da UFU / Setor de Catalogação e Classificação

D812a Duarte, Écio Naves, 1962-

Análise do campo de tensões de contato em um substrato plano revestido / Écio Naves Duarte. - Uberlândia, 2003.

78f. : il.

Orientador: Sônia Aparecida Goulart de Oliveira.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Inclui bibliografia.

I. Mecânica do contato - Teses. 2. Tribologia - Teses. 3. Método dos elementos finitos - Teses. 4. Desgaste mecânico - Teses. 5. Revestimentos - Teses. 6. Indentação - Teses. 7. Engenharia mecânica - Teses. I. Oliveira, Sônia Aparecida Goulart. I. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

CDU: 620.172 (043.3)

*A Deus.  
Aos meus pais, Marta e Valdo,  
Aos meus irmãos de sangue e de estrada (Éder, Elísio e Emílio),  
Aos meus filhos, Mel e Jedai,  
E à Lelê, é claro.*



Meus agradecimentos,

à orientadora deste trabalho, prof<sup>a</sup>. Sonia A. G. Oliveira, pela sua sempre presente *solicitude*, *competência* e *paciência* inesgotável, *sobremaneira*, durante o período em que houve que se ausentar do país;

ao professor Marcus Bicalho Pinto Rodrigues pelas contribuições como intelectual, colega e exemplar ser humano;

à eficiente e prestimosa contribuição da Sra. Tatiana Diwo da Silva Medeiros na finalização e diagramação desta dissertação, de acordo com as normas vigentes;

a todos os professores, funcionários e colegas da Universidade Federal de Uberlândia (UFU) que contribuíram para que este trabalho se concretizasse. Particularmente importantes nestas contribuições foram os professores Francisco Paulo Lépore pelo seu auxílio imprescindível, Domingos Alves Rade pelas inestimáveis sugestões e pelo tempo gasto na leitura desta dissertação, Cleudmar A. Araújo pela laboriosa co-orientação e José Daniel Biasoli de Mello por sua incondicional disponibilidade e a secretária da pós-graduação Inês Vidal Guimarães.

a Giuseppe Pintaúde que, muito gentilmente, cedeu os resultados experimentais obtidos em sua tese de doutoramento pela EPUSP, em 2002, utilizados como parte da validação do modelo aqui adotado.

ao professor José Carlos Pereira (UFSC) por envidar esforços para compatibilizar suas inúmeras atividades com todas as atribuições pertinentes à composição de uma banca examinadora.

ao meu filho Jedai pelo auxílio competente na preparação dos *slides* para a apresentação deste trabalho junto à banca examinadora.

Finalmente, expresso minha mais profunda gratidão à minha esposa Ledisley que, de diferentes maneiras, deu-me o suporte necessário e indispensável para esta conquista.

## SUMÁRIO

	página
Lista de figuras .....	vi
Lista de tabelas .....	x
Lista de símbolos.....	xi
Resumo .....	xiii
Abstract .....	xiv
<b>1 – Introdução .....</b>	<b>1</b>
<b>2 – Mecânica do Contato .....</b>	<b>5</b>
2.1 – A teoria linear elástica de Hertz .....	5
2.2 – Carregamento Normal e Tangencial .....	8
2.3 – Tendência ao Deslizamento entre Corpos Elásticos .....	11
2.4 – Deslizamento Parcial entre Corpos Elásticos Cilíndricos .....	12
2.5 – A Solução Analítica para o Problema de Contato entre um Cilindro e um Plano Revestido .....	13
<b>3 – Método dos Elementos Finitos (MEF).....</b>	<b>15</b>
3.1 – Introdução .....	15
3.2 – Fundamentos do método dos elementos finitos .....	15
3.3 – Aplicações e limitações do Método dos Elementos Finitos.....	20
<b>4 – Metodologia .....</b>	<b>21</b>
4.1 – Introdução .....	21
4.2 – Pré-processamento .....	21
4.3 – Solução .....	32
4.4 – Pós-processamento .....	33

<b>5 – Resultados e discussão .....</b>	<b>37</b>
5.1– Dos procedimentos adotados na validação do modelo .....	37
5.2 – A influência da espessura de revestimento nos resultados máximos das tensões .....	45
5.3 – Estudo da influência do atrito nos resultados máximos das tensões .....	46
5.4 – Estudo dos prováveis mecanismos de falha .....	49
5.5 – Cálculos das tensões feitos ao longo das principais regiões de interesse .....	52
5.6 – Resultados obtidos na forma de contornos da tensão equivalente e da primeira tensão principal .....	62
5.7 – A relação entre a largura de contato e a distribuição de pressão para os diferentes tipos de materiais do revestimento .....	68
<b>6 – Conclusões .....</b>	<b>73</b>
<b>7 – Referências Bibliográficas .....</b>	<b>76</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura	Descrição	Página
Figura 2.1–	Contato entre cilindro e plano, com distribuição de pressão semi-elipsoidal.	6
Figura 2.2 –	Contato entre dois cilindros.	8
Figura 2.3 –	Tensões devidas às distribuições tangencial e normal.	9
Figura 2.4 –	Contato entre um cilindro e um plano sujeitos a carregamentos normal e tangencial.	12
Figura 3.1 –	Discretização em elementos quadrilaterais numa região de contato entre um cilindro e um plano.	16
Figura 3.2 –	Caso bidimensional de contato.	18
Figura 4.1 –	Representação esquemática do problema de contato entre o cilindro e um plano em 2-D.	22
Figura 4.2 –	Resultados obtidos das tensões de contato $\sigma_{int}$ , utilizando MEF.	24
Figura 4.3 –	Elemento de contato TARGE 169.	25
Figura 4.4 –	Elemento de contato CONTA 172.	26
Figura 4.5 –	Elemento estrutural PLANE 42.	26
Figura 4.6 –	Aspectos da malha estruturada na região do contato.	28
Figura 4.7 –	Elemento de contato “versus” profundidade do elemento imediatamente abaixo do elemento de contato.	30
Figura 4.8 –	Esquema de atuação de FKN e FKOP.	30
Figura 4.9 –	Aspectos da malha no modelo final	31
Figura 4.10 –	Cálculo de $\sigma_1$ ao longo da interface do revestimento e substrato para um coeficiente de atrito $\mu = 0,0$ e $h = 0,064$ mm.	34
Figura 4.11 –	Contorno de $\sigma_1$ para o SiC como revestimento, com $h=0,032$ mm e $\mu = 0,2$ .	35
Figura 5.1 –	Cálculo de $\sigma_x$ e $\sigma_y$ ao longo do eixo de aplicação da carga normal, OY.	37

Figura 5.2-a – Contorno da tensão equivalente de von Mises para o caso de um substrato em aço revestido do mesmo material. (Menor espessura : $h = 0,032$ mm e $\mu = 0,2$ ).	38
Figura 5.2-b – Contorno da tensão equivalente de von Mises para o caso de um substrato em aço revestido do mesmo material. (Maior espessura : $h = 0,224$ mm e $\mu = 0,2$ ).	39
Figura 5.3 – Contorno da primeira tensão principal para o caso de um substrato em aço revestido do mesmo material. ( $h = 0,064$ mm e $\mu = 0,0$ ), obtido pelo MEF.	40
Figura 5.4 – Contorno da primeira tensão principal para o caso de um substrato em aço revestido do mesmo material ( $h=0,064$ mm e $\mu = 0,0$ ), obtido por Oliveira (1996).	40
Figura 5.5 – Contornos da tensão de von Mises obtidos por Oliveira (1996).	41
Figura 5.6 – Contornos da tensão de von Mises, obtidos pelo MEF.	41
Figura 5.7 – Contornos da tensão $\sigma_1$ obtidos por Oliveira (1996), para o caso de um substrato em aço revestido por SiC ( $h = 0,064$ mm e $\mu = 0,5$ ).	42
Figura 5.8 – Contornos da primeira tensão principal para o caso de um substrato em aço revestido por SiC ( $h=0,064$ mm e $\mu = 0,5$ ), obtidos em simulação numérica, pelo MEF.	42
Figura 5.9 – Cálculo de $\sigma_1$ sobre a linha que contém a superfície de contato, utilizando o MEF.	43
Figura 5.10 – Formação de bordas obtidas em interferometria laser, segundo Pintaúde, G. (2002).	44
Figura 5.11 – Tensões equivalentes máximas “versus” $h/a$ .	45
Figura 5.12 – Tensões $\sigma_1$ máximas “versus” $h/a$ .	46
Figura 5.13 – Tensões $\sigma_1$ máximas “versus” $\mu$ .	47
Figura 5.14 – Tensões equivalentes $\sigma_{eqv}$ máximas “versus” $\mu$ .	47
Figura 5.15 – Cálculo de $\sigma_1$ ao longo da interface do revestimento e substrato para uma espessura de revestimento $h=0,032$ mm e $\mu = 0,2$ .	53

Figura 5.16 – Cálculo de $\sigma_1$ ao longo da interface do revestimento e substrato para uma espessura de revestimento $h=0,224$ mm e $\mu = 0,2$ .	53
Figura 5.17 – Cálculo de $\sigma_1$ ao longo da interface do revestimento e substrato para um coeficiente de atrito $\mu = 0,0$ e $h = 0,064$ mm.	54
Figura 5.18 – Cálculo de $\sigma_1$ ao longo da interface do revestimento e substrato para um coeficiente de atrito $\mu = 0,50$ e $h = 0,064$ mm.	54
Figura 5.19 – Cálculo de $\sigma_1$ ao longo da superfície de contato para o caso da menor espessura de revestimento, $h = 0,032$ mm e $\mu = 0,2$ .	55
Figura 5.20 – Cálculo de $\sigma_1$ ao longo da superfície de contato para o caso da maior espessura de revestimento, $h=0,224$ mm e $\mu = 0,2$ .	55
Figura 5.21 – Cálculo de $\sigma_1$ ao longo da superfície de contato para um coeficiente de atrito $\mu = 0$ .	56
Figura 5.22 – Cálculo de $\sigma_1$ ao longo da superfície de contato para um coeficiente de atrito $\mu = 0,50$ e $h = 0,064$ mm.	56
Figura 5.23 – Cálculo de $\sigma_{eqv}$ ao longo da interface do revestimento e substrato para uma espessura de revestimento $h = 0,032$ mm e $\mu = 0,2$ .	57
Figura 5.24 – Cálculo de $\sigma_{eqv}$ ao longo da interface do revestimento e substrato para uma espessura de revestimento $h = 0,224$ mm e $\mu = 0,2$ .	58
Figura 5.25 – Cálculo de $\sigma_{eqv}$ ao longo da interface do revestimento e substrato, para um coeficiente de atrito $\mu = 0,0$ e $h = 0,064$ mm.	58
Figura 5.26 – Cálculo de $\sigma_{eqv}$ ao longo da interface do revestimento e substrato, para um coeficiente de atrito $\mu = 0,50$ e $h = 0,064$ mm.	59
Figura 5.27 – Cálculo de $\sigma_{eqv}$ ao longo da superfície de contato dos sólidos para uma espessura de revestimento $h=0,032$ mm e $\mu = 0,2$ .	59
Figura 5.28 – Cálculo de $\sigma_{eqv}$ ao longo da superfície de contato dos sólidos para uma espessura de revestimento $h=0,224$ mm e $\mu = 0,2$ .	60
Figura 5.29 – Cálculo de $\sigma_{eqv}$ ao longo da superfície de contato dos corpos, para um coeficiente de atrito $\mu = 0,0$ e $h = 0,064$ mm.	61

- Figura 5.30 – Cálculo de  $\sigma_{eqv}$  ao longo da superfície de contato dos corpos, para um coeficiente de atrito  $\mu = 0,50$  e  $h = 0,064$  mm. 61
- Figura 5.31 – Contorno de  $\sigma_1$  para o SiC como revestimento, com  $h = 0,032$  mm e  $\mu = 0,2$ . 62
- Figura 5.32 – Contorno de  $\sigma_1$  para o SiC como revestimento, com  $h = 0,224$  mm e  $\mu = 0,2$ . 63
- Figura 5.33 – Contorno de  $\sigma_1$  para o SiC como revestimento, com  $h = 0,224$  mm e  $\mu = 0,0$ . 63
- Figura 5.34 – Contorno de  $\sigma_1$  para o SiC como revestimento, com  $h = 0,064$  mm e  $\mu = 0,50$ . 64
- Figura 5.35 – Contorno de  $\sigma_{eqv}$  para o bronze como revestimento, com  $h = 0,032$  mm e  $\mu = 0,2$ . 64
- Figura 5.36 – Contorno de  $\sigma_{eqv}$  para o bronze como revestimento, com  $h = 0,224$  mm e  $\mu = 0,2$ . 65
- Figura 5.37 – Contorno de  $\sigma_{eqv}$  para o bronze como revestimento, com  $\mu = 0,00$  e  $h = 0,064$  mm. 65
- Figura 5.38 – Contorno de  $\sigma_{eqv}$  para o bronze como revestimento, com  $\mu = 0,50$  e  $h = 0,064$  mm. 66
- Figura 5.39 – Contorno de  $\sigma_{eqv}$  para o material homogêneo em aço, com  $\mu = 0,00$  e  $h = 0,064$  mm. 67
- Figura 5.40 – Contorno de  $\sigma_{eqv}$  para o material homogêneo em aço, com  $\mu = 0,50$  e  $h = 0,064$  mm. 67
- Figura 5.41 – Distribuição de pressão ao longo do contato para os três revestimentos, para  $\mu = 0$  e  $h = 0,064$  mm. 68
- Figura 5.42 – Distribuição de pressão ao longo do contato para os três revestimentos, sendo  $\mu = 0,50$  e  $h = 0,064$  mm. 69
- Figura 5.43 – Distribuição de pressão ao longo do contato para os três revestimentos, sendo  $h = 0,032$  mm e  $\mu = 0,50$ . 69
- Figura 5.44 – Distribuição de pressão ao longo do contato para os três revestimentos, sendo  $h = 0,224$  mm e  $\mu = 0,50$ . 70

## LISTA DE TABELAS

Figura	Descrição	Página
Tabela 4.1.a–	Propriedades mecânicas dos materiais, a 25 graus Celsius.	22
Tabela 4.1.b–	Parâmetros geométricos e de carregamentos utilizados.	23
Tabela 4.2–	Valores arbitrados das espessuras de revestimentos simuladas.	35
Tabela 5.1–	Resultados obtidos do MEF para a maior e menor espessura de revestimento em aço para $\mu = 0,20$ .	38
Tabela 5.2 –	Resultados do MEF para a maior e menor espessura.	49
Tabela 5.3 –	Falhas compressivas para revestimentos finos (Rickerby,1991).	49
Tabela 5.4 –	Posição de ocorrência dos valores máximos da primeira tensão principal, ( $\sigma_1$ ). Material do revestimento: SiC, para $\mu = 0,20$ .	50
Tabela 5.5 –	Posição de ocorrência dos valores máximos da primeira tensão principal, ( $\sigma_1$ ). Material do revestimento: SiC, para $h = 0,064$ mm.	50
Tabela 5.6 –	Posição de ocorrência dos valores máximos da tensão equivalente de von Mises. Material do revestimento: Bronze, para $\mu = 0,20$ .	51
Tabela 5.7 –	Posição de ocorrência dos valores máximos da tensão equivalente de von Mises. Material do revestimento: Bronze, para $h = 0,064$ mm.	51
Tabela 5.8 –	Posição de ocorrência dos valores máximos da tensão equivalente de von Mises. Material do revestimento: Aço, para $h=0,064$ mm.	52
Tabela 5.9 –	Pressão máxima de contato versus largura de contato, para cada espessura de revestimento. Resultados obtidos pelo MEF para o SiC.	71
Tabela 5.10 –	Pressão máxima de contato versus largura de contato, para cada coeficiente de atrito. Resultados obtidos pelo MEF para o SiC.	71
Tabela 5.11 –	Pressão máxima de contato versus largura de contato, para cada espessura de revestimento. Resultados do MEF para o bronze.	72
Tabela 5.12 –	Pressão máxima de contato versus largura de contato, para cada coeficiente de atrito. Resultados do MEF para o bronze.	72
Tabela 5.13 –	Pressão máxima de contato versus largura de contato, para cada espessura de revestimento. Resultados do MEF para o aço.	72



Tabela 5.14 – Pressão máxima de contato “versus” largura de contato, para cada coeficiente de atrito. Resultados do MEF para o aço. 72

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Letras Gregas

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	Alongamentos unitários nas direções x, y e z	
$\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$	Componentes de deformação angular nos planos xy, xz e yz	[rad]
$\mu$	Coeficiente de atrito	
$\nu_1$	Coeficiente de Poisson do Cilindro indentador	
$\nu_2$	Coeficiente de Poisson do revestimento	
$\nu_3$	Coeficiente de Poisson do substrato	
$\sigma_{eqv}$	Tensão equivalente de von Mises	[MPa]
$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$	Tensões normais nas direções x, y e z	[MPa]
$\tau_1, \tau_2, \tau_3$	Tensões cisalhantes principais	[MPa]
$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$	Tensões cisalhantes nos planos xy, xz e yz	[MPa]

### Letras Latinas

a	Semi-largura de contato	[mm]
c	Semi-largura da região de adesão entre as superfícies de contato	[mm]
$E^*$	Módulo de elasticidade equivalente	[MPa]
$E_1$	Módulo de elasticidade longitudinal do cilindro indentador (Módulo de Young)	[MPa]
$E_2$	Módulo de elasticidade longitudinal do revestimento (Módulo de Young)	[MPa]

$E_3$	Módulo de elasticidade longitudinal do substrato	[MPa]
$F$	Força normal por unidade de comprimento	[N/mm]
$G$	Módulo de elasticidade ao cisalhamento	[MPa]
$h$	Espessura do revestimento	[mm]
$[k]$	Matriz de rigidez elementar	
$[k]$	Matriz de rigidez de contato	
$KN$	Rigidez de contato	[N/mm]
$KT$	Rigidez de adesão	[N/mm]
$n_k$	Componente normal da força elementar	[N]
$p(x)$	Distribuição do carregamento normal por unidade de comprimento	[N/mm]
$\{q\}$	Vetor de esforços nodais	
$P_0$	Pressão máxima de contato	[MPa]
$Q$	Força tangencial concentrada por unidade de comprimento	[N/mm]
$q(x)$	Distribuição do carregamento tangencial por unidade comprimento	[N/mm]
$R$	Vetor força nodal	[N]
$s_k$	Componente tangencial da força elementar	[N]
$r_1$	Raio do cilindro indentador	[mm]
$r_2$	Raio da superfície de contato	[mm]
$\bar{u}_x$	Deslocamento tangencial	[mm]
$\bar{u}_y$	Deslocamento normal	[mm]
$\{u\}$	Vetor de deslocamentos	
$U$	Velocidade relativa nodal	[m/s]

Duarte, E. N., "Análise do campo de tensões de contato em um substrato plano revestido",  
Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG

## Resumo

A utilização de corpos revestidos sujeitos a tensões de contato tem sido uma opção importante na redução do desgaste superficial em uma vasta gama de corpos que vão desde órgãos humanos, passando por discos rígidos na computação até elementos de máquinas. Entretanto, mecanismos de falha podem ocorrer nestas situações. E ocorrem, geralmente, por três diferentes motivos: Escoamento plástico excessivo, fratura ou por delaminação do revestimento do seu substrato. Neste trabalho, considerou-se que uma interface idealmente perfeita existe entre o substrato e o revestimento. Face ao exposto, procedeu-se a uma análise bidimensional da distribuição das tensões de contato que surgem quando um semiplano infinito e revestido se sujeita ao contato de um indentador elástico e cilíndrico, utilizando-se o Método dos Elementos Finitos. Foram consideradas as situações em que havia carregamentos normal e tangencial. Três tipos de materiais foram usados como revestimentos: bronze, cerâmico (SiC) e aço. Este último foi utilizado na validação do modelo proposto. Os resultados foram utilizados para se investigar a influência que há no campo de tensões sempre que se variam os seguintes parâmetros: espessura da camada de revestimento, propriedades mecânicas dos materiais e coeficiente de atrito entre o revestimento e o indentador. Nas condições estudadas neste trabalho, foi possível observar que há uma influência muito pequena da força tangencial no campo de tensões de contato, quando o coeficiente de atrito é menor que 0,15. Os resultados mostram que há uma espessura ótima de camada quando o substrato é revestido com cerâmica, quando se mantém constante o coeficiente de atrito. Neste caso o substrato é melhor protegido pelo revestimento.

---

*Palavras Chave: Mecânica do contato. Método dos elementos finitos. Desgaste. Indentação. Tribologia. Revestimentos.*

Duarte, E. N., "Analysis of stress distribution in coated substrate subject to contact load", M. Sc. Dissertation, Universidade Federal de Uberlândia, MG.

### Abstract

To coat mechanical components, that will be subjected to contact load, has been a procedure aiming the reduction of the wearing in the substrate. However, these components could fail, generally by: excessive plastic flow, fracture, or delamination of the coat from its substrate. In this work, perfect interface between layer and substrate was considered. We have done a two-dimensional analysis, using finite element method, of the stress distribution arising when a plane coated body is subjected to a contact load by an elastic cylindrical indenter. We consider normal and tangential force. Both, substrate and indenter were made of steel. Three different types of material were used as a coating: brass, ceramic and steel. The last one was used for validation. The results are used to investigate the influence in the field stress from layer thickness, properties of the coating materials and the friction coefficient that acts between the indenter and coating. The results show that there is an optimum thickness when the substrate is coated with ceramic. In this case, the substrate is more protected by the layer.

---

*Keywords: Contact mechanics. Finite element method. Coatings. Indentation. Tribology. Wear.*

## Capítulo I

### Introdução

Há um crescente interesse no uso de materiais com revestimentos em componentes mecânicos em diversas áreas que vão desde ferramentas na produção industrial, passando por componentes na indústria computacional e instrumentos de precisão, até a reposição de órgãos humanos. Novas técnicas de revestimento desenvolvidas nas últimas duas décadas possibilitam uma vasta gama de superfícies revestidas com muitos diferentes tipos de materiais, particularmente por deposição química de vapor (CVD) e por deposição física de vapor (PVD). Estas técnicas permitem uma deposição de material com um bom controle dos parâmetros relativos ao revestimento, tais como espessura de camada e rugosidade, em uma faixa de temperatura que pode ir da temperatura ambiente até 1000 graus Celsius, Holmberg et al. (2002).

O objetivo de se revestir uma superfície de contato com um material duro, tais como as cerâmicas, é o de minimizar a probabilidade de ocorrência de escoamento plástico no substrato dútil. Tem-se alcançado com freqüência este objetivo, por exemplo, em eixos cerâmicos, utilizados em altas temperaturas, ou ferramentas de corte cerâmicas. Entretanto, as altas durezas destes materiais são obtidas ao custo de uma baixa resistência à fratura. Isto faz com que a fratura se torne o mecanismo de falha dominante em várias situações práticas, Oliveira (1996).

O estado de tensão próximo à região de contato é predominantemente compressivo. Por esse motivo, a fratura se inicia em regiões de tensões trativas um pouco mais distantes da região do contato. Aplicando-se um revestimento duro sobre um substrato dútil, minimizam-se as chances de ocorrer escoamento plástico no contato, possibilitando ao componente suportar tensões trativas em regiões mais distantes da região de contato.

Alguns materiais tais como Nitreto de Titânio (TiN), Carbetos de Titânio (TiC), Óxido de Alumínio ( $Al_2O_3$ ), além de suas combinações em multicamadas, têm sido utilizados com grande sucesso como revestimentos, tendo, inclusive, reduzido o coeficiente de atrito e a taxa de desgaste em uma ou duas ordens de grandezas, de acordo com Holmberg et al. (2002).

Parâmetros relacionados à macrogeometria do contato e da topografia já se encontram bem definidos em vários trabalhos, mas não aqueles que descrevem a fricção e o desgaste superficial em um contato entre superfícies revestidas. Isto também reforça a necessidade de maiores investigações destes aspectos do problema de contato. Neste trabalho se faz um estudo da influência do atrito no campo de tensões de contato. Entretanto, a interface do

revestimento, aqui, será considerada perfeita, ou seja, sem descontinuidades de qualquer natureza .

Importa ressaltar, ainda, alguns estudos feitos com a finalidade de se encontrar um método útil para mensurar a resistência à fratura ou para determinar o campo de tensões em materiais revestidos, importantes na determinação dos prováveis mecanismos de falha. Oliveira e Bower (1996) publicaram uma análise de fratura e delaminação em revestimentos finos elásticos em um semi-plano infinito e rígido, sujeito a um contato deslizante e pressionado por um indentador cilíndrico elástico.

Holmberg et al. (2002) desenvolveram um modelo tridimensional em elementos finitos para calcular a distribuição da primeira tensão principal em uma superfície de aço revestida com TiN, sob a ação de um riscador composto de uma esfera de diamante em movimento, com carga crescente.

Matzbender e de With (1999, 2000 a, b, c) realizaram uma excelente análise do campo de tensões de contato, das tensões residuais e ainda determinaram a resistência à fratura do sistema formado pelo contato entre um indentador de diamante deslizando sobre uma superfície de vidro com revestimento sol-gel.

Um estudo da utilização do Método dos Elementos Finitos (MEF) na determinação de campos de tensões em corpos revestidos tendo como indentador uma esfera rígida sujeita a uma carga normal pode ser encontrado em Medeiros (1996).

Apesar de não ser do escopo deste trabalho o estudo quantitativo dos parâmetros pertinentes à mecânica da fratura, há um interesse na investigação dos prováveis micromecanismos de falha e das principais regiões onde estes mecanismos poderão ocorrer. Nesta dissertação, os resultados são obtidos por simulações implementadas através do Método dos Elementos Finitos e são analisados, principalmente, com respeito à primeira tensão principal ( $\sigma_1$ ) e à tensão equivalente de von Mises ( $\sigma_{eqv}$ ). Estes parâmetros são geralmente utilizados nos estudos para caracterizar deformação e eventos de falha. A tensão equivalente de von Mises ( $\sigma_{eqv}$ ) foi utilizada por ser comumente empregada na compreensão de fenômenos como a plasticidade dos metais – e portanto aplicável ao corpo homogêneo em aço e ao bronze como revestimento. E a primeira tensão principal ( $\sigma_1$ ) foi utilizada por estar associada aos mecanismos de falha dos materiais frágeis – como o SiC.

O objeto de estudo deste trabalho se compõe de um plano revestido sujeito a um carregamento normal e um tangencial aplicados ambos a um indentador cilíndrico. Em todas as simulações feitas, o material utilizado no substrato, assim como no indentador, é sempre o aço. Esta opção de material para o substrato se deve ao fato de, em muitas situações práticas, ter-se como objetivo a associação das características de tenacidade do aço de que se compõe um eixo, por exemplo, com a resistência ao desgaste de sua superfície endurecida por um

processo mecânico, químico ou metalúrgico qualquer. Outro exemplo prático em que se insere o problema estudado é o de uma roda cilíndrica de uma locomotiva em contato com um trilho plano com uma superfície endurecida pelas inúmeras deformações plásticas, após vários ciclos de vida útil. Ou ainda, um rolo cilíndrico comprimido por forças no plano diametral, como num rolamento.

Também se investigará aqui, através do Método dos Elementos Finitos, a influência do coeficiente de atrito no campo de tensões de contato entre o cilindro e o plano revestido, mantendo-se constantes os demais parâmetros do modelo proposto. A lei de fricção de Coulomb foi adotada entre a superfície do plano revestido e o cilindro. As propriedades mecânicas dos materiais são de vital importância na performance tribológica. Em virtude disto, no corrente estudo, os diferentes níveis de tensões desenvolvidas no contato entre um cilindro elástico como indentador de um plano revestido serão calculados para dois diferentes tipos de revestimento, quais sejam: Carbetto de Silício (SiC) e bronze, além da simulação para o plano homogêneo em aço.

A validação se faz, numa primeira etapa, através da confrontação dos resultados obtidos nas simulações para um modelo de menor complexidade com os resultados obtidos em uma indentação Hertziana, sem atrito, sem revestimento no plano, e ainda sem a aplicação da força tangencial no indentador cilíndrico. Numa segunda etapa, uma vez validado o modelo supra descrito, considera-se a presença de atrito entre o penetrador e um substrato em aço revestido do mesmo material com o objetivo de se avaliar se o campo de tensões equivaleria ao campo de um corpo homogêneo do mesmo material. A solução analítica deste problema de contato de um cilindro e um plano revestido sujeito a carregamentos normal e tangencial, obtida por Oliveira e Bower (1996), foi utilizada na terceira das três etapas empregadas na validação do modelo aqui adotado, utilizando-se do código computacional cedido pelos autores.

Pôde-se perceber algumas pequenas divergências nos resultados de um e outro método devidas, basicamente, às hipóteses simplificadoras no modelo físico e às diferenças em algumas condições de contorno, uma vez que o método numérico simula uma situação de indentação que se aproxima da real. Um exemplo disto ocorre na forma de aplicação dos carregamentos normal e tangencial. No método analítico, admite-se uma distribuição de pressão, segundo Hertz, diretamente aplicada sobre o plano revestido, enquanto o método numérico utiliza três passos de aplicação de carga no topo do indentador cilíndrico (ver detalhes na seção 4.3, na etapa de solução do MEF).

Resultados obtidos em interferometria laser para impressões de dureza Vickers (Pintaúde, 2002) foram gentilmente cedidos pelo autor para uma análise do fenômeno da

formação de bordas decorrente da existência de tensões trativas em uma indentação com apenas um carregamento normal.

Pôde-se constatar, no estudo da influência da espessura de camada de revestimento, que, para o revestimento em SiC, há um valor ótimo para este parâmetro. A metodologia para se fazer este estudo se fez através das simulações para sete valores diferentes de espessuras de camadas, mantendo-se o mesmo coeficiente de atrito.

O estudo da influência do atrito no campo de tensões também se procedeu, utilizando-se para isto, sete valores diferentes para a força tangencial, impondo-se uma espessura de revestimento constante para tal. O atrito entre as superfícies de contato foi simulado de tal sorte que não houvesse movimento relativo entre as superfícies, a não ser microdeslizamentos. Sendo assim, a análise se deu para uma condição de atrito estático, na iminência de haver um movimento relativo entre os corpos.

A análise dos prováveis mecanismos de falha, bem como das localizações de suas ocorrências, foi feita, como já se disse, mediante o cálculo da primeira tensão principal e da tensão equivalente de von Mises nas principais regiões de interesse, tais como: a interface entre revestimento e plano, a superfície de contato entre cilindro e revestimento e ao longo do eixo de aplicação da carga normal. Foram observados também os contornos destas tensões no plano do sólido revestido.

Além deste capítulo, este trabalho apresenta outros seis capítulos, que abordam os seguintes temas:

O capítulo 2 trata dos fundamentos teóricos referentes à Mecânica do Contato.

No capítulo 3, os aspectos conceituais e teóricos do Método dos Elementos Finitos que sustentam este trabalho são abordados de forma sucinta.

O capítulo 4 descreve detalhadamente a metodologia empregada na formulação do modelo de elementos finitos desta dissertação.

O capítulo 5 se dedica a apresentar os resultados das três etapas de validação do modelo adotadas, bem como de todos os resultados relativos aos objetivos previamente estipulados e suas respectivas discussões.

O capítulo 6 apresenta as conclusões mediante análise dos resultados obtidos para os objetivos estabelecidos *a priori* e traz as sugestões para a continuação deste trabalho.

Finalizando esta dissertação, o capítulo 7 traz a relação das referências bibliográficas feitas neste trabalho, em ordem alfabética.



## Capítulo II

### Mecânica do Contato

#### 2.1 A teoria linear elástica de Hertz

Segundo Johnson (1987), a primeira abordagem do estudo de contato entre corpos elásticos homogêneos foi feita por Heinrich Hertz, aos 24 anos de idade, no clássico artigo "*On the contact of elastic solids*", em 1882, na Universidade de Berlim. A questão surgiu quando a deformação elástica das lentes, objetos de seus estudos, causava influências nos padrões das franjas de interferência devido às forças de contato na fixação das mesmas.

O conhecimento de Hertz sobre a *Teoria do Potencial Eletrostático* serviu para que se demonstrasse, por analogia, que uma distribuição semi-elipsoidal de pressões de contato produziriam deslocamentos elásticos em ambos os corpos, compatíveis com a proposta de uma área de contato elíptica, para o caso mais geral de contato entre os corpos.

A teoria de Hertz está restrita a superfícies sem atrito e a sólidos perfeitamente elásticos. O progresso na mecânica do contato, posteriormente a Hertz, se deu no sentido de se remover tais restrições.

Ainda de acordo com a teoria hertziana, pode-se confinar a atenção àquela parte de cada corpo muito próxima do contato, já que, ali, as tensões são muito maiores que as que ocorrem em qualquer outra parte. Além disso, as dimensões da região do contato são, geralmente, muito pequenas se comparadas ao tamanho dos corpos. O mesmo não se pode dizer de corpos que se conformam entre si, uma vez que a área da superfície de contato das superfícies conformadas não é desprezível, se comparada às demais dimensões dos corpos em questão.

A transferência de esforços mecânicos entre dois corpos, se dá através do contato entre superfícies. No caso em que pelo menos uma destas superfícies é curva, os esforços resultantes na região de contato são conhecidos como tensões de contato. Para se prevenir a possibilidade de falha da superfície, nestes casos, é necessário calcular e compreender o estado de tensão que resulta do carregamento de um corpo sobre o outro.

Neste trabalho, o objetivo se restringirá aos aspectos da mecânica do contato entre superfícies em não conformação, isto é, problemas de contato não conforme. O diagrama da Figura 2.1 representa a geometria do contato no problema estudado. Hertz, entretanto, não avançou até este caso do plano revestido.

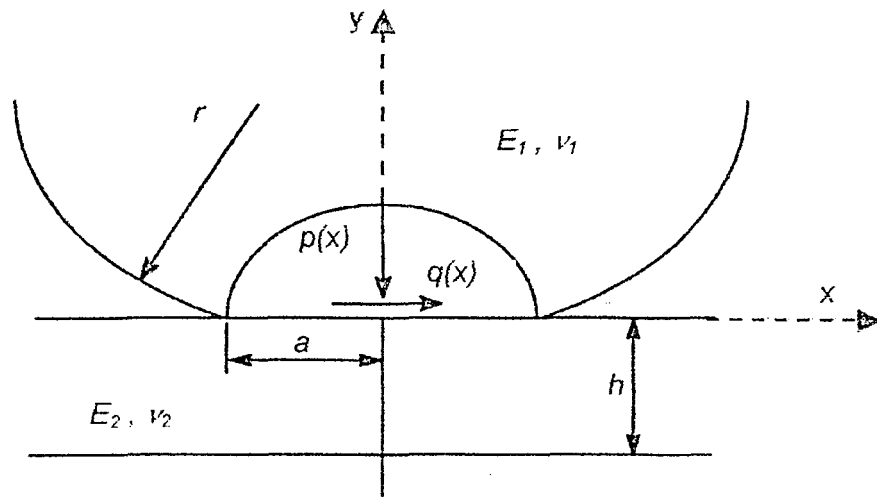


Figura 2.1 – Região de contato entre cilindro (1) e semiplano infinito (3) com revestimento (2), com distribuição de pressão semi-elipsoidal (segundo Hertz).

Para a configuração do estado de tensão, selecionou-se a origem de um sistema de coordenadas no centro da área de contato, com o eixo "x" perpendicular ao plano formado pelo eixo do cilindro e a linha de contato inicial, o eixo "y" no plano da força de contato e o eixo "z" paralelo ao eixo do cilindro, conforme figura 2.1.

As simplificações propostas por Hertz para o seu modelo, foram as seguintes:

- As superfícies são contínuas e em não-conformação;
- As deformações na região de contato são muito pequenas;
- Cada sólido pode ser considerado como um semi-espaco elástico, onde a semi-largura de contato é muito menor que o raio de curvatura dos corpos em contato ( $a \ll r$ );
- Ausência de atrito entre as superfícies.

Se as superfícies em contato são, por exemplo, duas esferas, a área de contato obtida é circular de raio  $a$ . A pressão em cada esfera tem uma distribuição semi-elíptica e a pressão máxima,  $P_0$ , ocorre no centro da área de contato. Mas quando as superfícies em contato são cilíndricas de eixos paralelos, a área de contato é um retângulo estreito, onde, de acordo com Johnson (1985), a sua largura  $2a$  é dada por:

$$a^2 = \frac{4Fr^*}{\pi LE^*} \quad (2.1)$$

onde:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \quad (2.2)$$

$$\frac{1}{r^*} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \quad (2.3)$$

sendo que:

- $L$  é o comprimento da área de contato,
- $P$  é a força aplicada,
- $\nu_i$  é o coeficiente de *Poisson* do material  $i$ ,
- $r_1$  e  $r_2$  são os raios das respectivas superfícies cilíndricas, quando ambas são consideradas flexíveis.
- $r^*$  é a curvatura relativa das superfícies em contato.

A pressão, neste caso, tem uma distribuição elíptica segundo a largura  $2a$  e a pressão máxima ( $P_0$ ) é dada por:

$$P_0 = \frac{2P}{\pi a l} \quad (2.4)$$

As tensões, calculadas ao longo do eixo  $y$  de aplicação da carga normal, são as seguintes, segundo Johnson (1987):

$$\sigma_x = -\frac{P_0}{a} \{(a^2 + 2y^2)(a^2 + y^2)^{-0.5} - 2y\}$$

$$\sigma_y = -\frac{P_0}{a} (a^2 + y^2)^{-0.5} \quad (2.5)$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$$

$$\tau_1 = -\frac{P_0}{a} \{y - y^2(a^2 + y^2)^{-0.5}\} \quad (2.6)$$

sendo que em  $y = -(0.78 a)$  ocorre

$$(\tau_1)_{max} = 0,304 P_0 \quad (2.7)$$

As equações (2.2) e (2.3) podem ser aplicadas a um cilindro e a uma superfície plana, fazendo-se  $d_2 = \infty$  para o plano. Vale ressaltar que as equações (2.5), (2.6) e (2.7) independem do coeficiente de *Poisson*, para estado plano de deformação (EPD), exceto  $\sigma_z$ . Estando determinados  $P_0$  e o semi-contato,  $a$ , as tensões em qualquer ponto do eixo  $y$  de

aplicação da carga podem ser calculadas, segundo as equações acima, que estão plotadas no gráfico da Figura 2.2, segundo Johnson (1987):

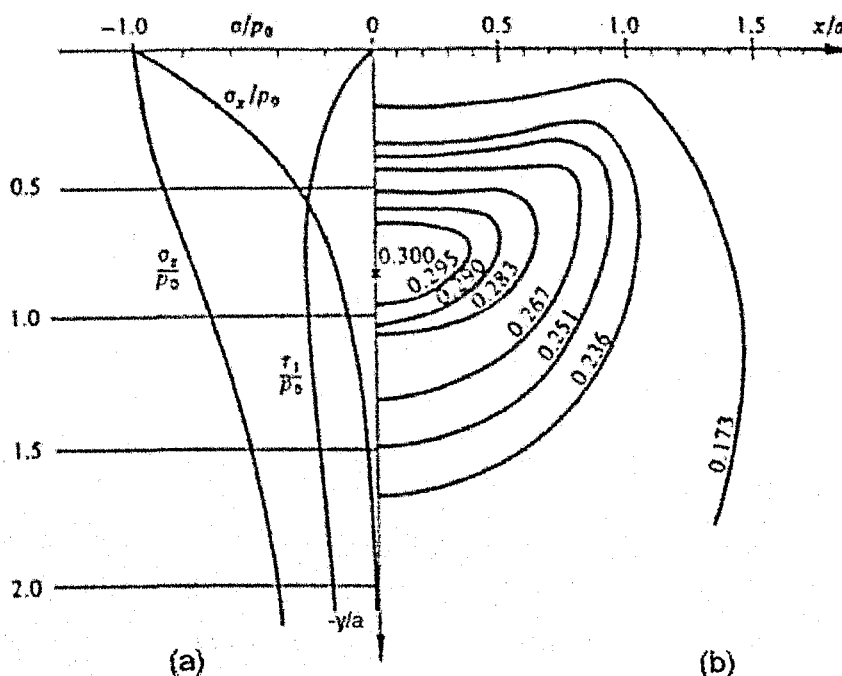


Figura 2.2 – Contato entre dois cilindros. (a) Cálculo das tensões ao longo do eixo de aplicação da carga normal, segundo Johnson (1987), (b) Contorno da primeira tensão cisalhante principal  $\tau_1$ . O referencial ( $z/a$ ) adotado pela referência acima equivale a  $(-y/a)$  no sistema de coordenadas aqui adotado. (Ver Figura 2.1).

## 2.2 Carregamento Normal e Tangencial

Numa discussão preliminar, é importante que se façam distinguir dois conceitos importantes para este problema:

- *movimento deslizante*: Consiste de uma velocidade periférica relativa entre as superfícies nos seus pontos de contato;
- *movimento com rolamento*: Envolve uma velocidade angular relativa entre dois corpos com respeito aos eixos paralelos ao plano tangente a estas superfícies.

Uma força normal  $P$  pressionando dois corpos entre si dá origem a uma área de contato que, na ausência de forças de fricção, teria as dimensões dadas pela teoria de Hertz.

Entretanto, até mesmo uma tendência ao deslizamento introduz uma força tangencial  $Q$ , atuando em cada uma das superfícies em contato, no sentido que se opõe ao seu movimento.

O caso a ser investigado é aquele em que os corpos estão sujeitos a uma força tangencial que tende a levá-los ao deslizamento. Para este fim, recorre-se à premissa básica

de Hertz que diz que dois corpos podem ser considerados como um semi-espaco elástico nas proximidades do contato.

A componente do deslocamento vertical  $\bar{u}_y$ , devida a  $q(x)$ , (ver Figura 2.3), é proporcional à constante elástica  $\frac{1-2\nu}{G}$ . Tendo os esforços tangenciais, que agem na interface das superfícies em contato de ambos os corpos, magnitudes iguais, em sentidos opostos, então, segundo Johnson (1987), tem-se que:

$$q_1(x, y) = -q_2(x, y) \Leftrightarrow \frac{G_1}{1-2\nu_1} \bar{u}_{y_1}(x, y) = -\frac{G_2}{1-2\nu_2} \bar{u}_{y_2}(x, y) \quad (2.8)$$

Na análise do problema de contato envolvendo esforços tangenciais, a pressão normal e a tensão tangencial serão assumidas independentes uma da outra, sendo possível, assim, a superposição dos resultados para se encontrar o campo de tensões resultantes.

Um carregamento normal  $p(x)$  e um tangencial  $q(x)$  estão distribuídos arbitrariamente no intervalo  $(-b < x < a)$ , em um semi-espaco elástico, conforme mostra a Figura 2.3. Desejam-se encontrar as componentes de tensões devidas a  $p(x)$  e  $q(x)$  num ponto  $A$  qualquer do plano e o deslocamento de um ponto  $C$  qualquer na superfície do contato.

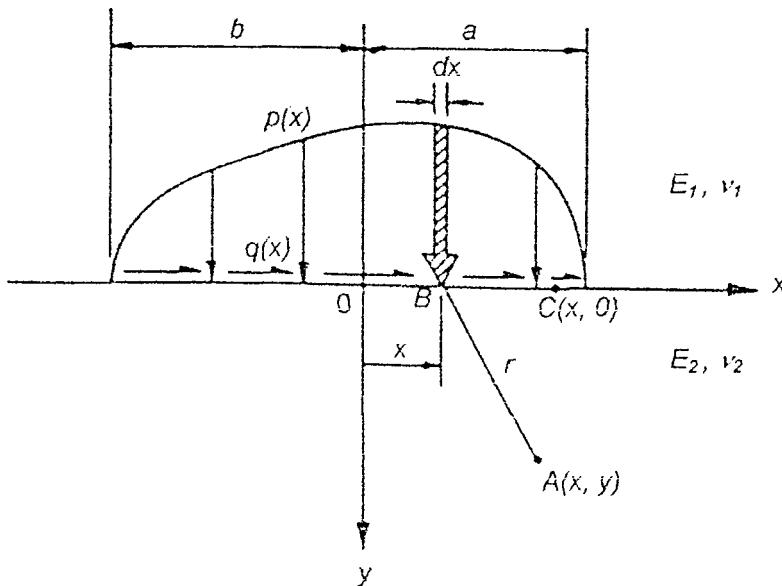


Figura 2.3 – Tensões devidas às distribuições tangencial e normal, conforme Johnson (1987).

Os esforços que atuam no ponto  $B$  da superfície, distante  $x$  de  $O$ , num elemento de área de largura  $dx$ , de profundidade unitária por se tratar de EPD, podem ser considerados como forças concentradas de magnitude  $p \cdot dx$ , atuando perpendicularmente à superfície e  $q \cdot dx$ , tangencialmente à superfície.

Da integração destas forças em todo o intervalo  $(-b < x < a)$ , resultam as componentes de tensão em A, devidas à distribuição completa de  $p(x)$  e  $q(x)$ , segundo Johnson (1987):

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{-2y}{\pi} \int_{-b}^a \frac{p(s)(x-s)^2 ds}{\{(x-s)^2 + y^2\}^2} - \frac{2}{\pi} \int_{-b}^a \frac{q(s)(x-s)^3 ds}{\{(x-s)^2 + y^2\}^2} \\ \sigma_y &= \frac{-2y^3}{\pi} \int_{-b}^a \frac{p(s) ds}{\{(x-s)^2 + y^2\}^2} - \frac{2z^2}{\pi} \int_{-b}^a \frac{q(s)(x-s) ds}{\{(x-s)^2 + y^2\}^2} \\ \tau_{xy} &= \frac{-2y^2}{\pi} \int_{-b}^a \frac{p(s)(x-s) ds}{\{(x-s)^2 + y^2\}^2} - \frac{2z}{\pi} \int_{-b}^a \frac{q(s)(x-s)^2}{\{(x-s)^2 + y^2\}^2}\end{aligned}\quad (2.9)$$

Nos casos em que as constantes elásticas dos dois corpos em contato forem iguais, a distribuição dos esforços tangenciais de um semi-espaço elástico, em estado plano de deformação (EPD), para o caso sem deslizamento, é dada por :

$$q(x) = \frac{Q}{\sqrt{\pi(a^2 - x^2)}} \quad (2.10)$$

Para problemas com constantes elásticas diferentes, pode-se lançar mão do estudo da influência de uma diferença nas constantes elásticas feito por Bufler (1959), em que as tensões superficiais na área de contato são dadas por :

$$q(x) = \frac{\mu E^*}{2R(1 + \beta^2 \mu^2)^{\frac{1}{2}}} \left( \frac{a+x}{a-x} \right)^{\gamma} (a^2 - x^2)^{\frac{1}{2}} \quad (2.11)$$

onde:

$$\beta = \frac{1}{2} \left[ \frac{\{(1-2\nu_1)/G_1\} - \{(1-2\nu_2)/G_2\}}{\{(1-\nu_1)/G_1\} + \{(1-\nu_2)/G_2\}} \right] \quad (2.12)$$

$$e \quad \gamma \equiv \frac{-\beta \mu}{\pi} \quad (2.13)$$

A semilargura de contato  $a$  é dada por :

$$a^2 = \frac{1}{1-4\gamma^2} \frac{4PR}{E^*} \quad (2.14)$$

Se  $\beta = 0$ , as constantes dos dois corpos são iguais e  $\gamma$  desaparece. Neste caso, a área de contato passa a ser dada pela teoria Hertziana.

### 2.3 Tendência ao Deslizamento entre Corpos Elásticos

Se a força tangencial não exceder o valor limite da força de atrito e se não houver deslizamento relativo entre os corpos em contato, então o problema que surge devido à combinação das forças normal e tangencial se enquadra neste caso em estudo.

A força normal  $P$  origina uma área de contato e uma distribuição de pressão que, como já foi dito, assumem-se independentes da força tangencial  $Q$ . Portanto, é dada pela teoria de Hertz. O efeito da força  $Q$  é o de causar uma deformação por cisalhamento nos corpos em contato.

Se não houver deslizamento entre os corpos em contato como um todo, deve haver um ponto na interface onde as superfícies se deformam sem que haja movimento relativo, o que não quer dizer que não haja deslizamento em qualquer lugar dentro da área de contato.

Na verdade, pode-se demonstrar que, para  $Q < \mu P$ , ocorre um pequeno movimento relativo, isto é, um microdeslizamento na interface do contato, regiões estas denominadas "slip". A outra parte, no restante da interface de contato, deforma sem movimento relativo e em tais regiões em que ocorre esta adesão, as superfícies são ditas "stick".

Dentro da região de adesão, a resultante tangencial não pode exceder seu valor limite. Assumindo-se que o coeficiente de atrito ( $\mu$ ) seja constante, tem-se a seguinte relação, pela lei de Amonton, Johnson (1987):

$$|q(x, y)| \leq \mu \cdot |p(x, y)| \quad (2.15)$$

Na região de deslizamento,  $|q(x, y)| = \mu \cdot |p(x, y)|$ ,  $q$  deve-se opor ao sentido do deslizamento.

Como não se conhece, a priori, as dimensões das regiões de aderência e de deslizamento, dificuldades para a solução deste problema podem surgir. A alternativa que surge é a da tentativa e erro. Nestas circunstâncias, um primeiro passo é assumir que não haja deslizamento em nenhuma parte da área de contato para que se encontre o valor limite da força tangencial. A região onde ocorrerá o deslizamento será aquela em que a força tangencial exceder este valor limite previamente determinado.

## 2.4 Deslizamento Parcial entre Corpos Elásticos Cilíndricos

O método de solução deste problema foi apresentado primeiro por Cattaneo (1938) e independentemente por Mindlin (1949).

Se a força tangencial aumenta até o valor limite de  $\mu.P$ , então os corpos estão a ponto de deslizarem e a tensão tangencial é dada por:

$$q'(x) = \mu p_0 \left( 1 - \frac{x^2}{a^2} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.16)$$

onde  $p_0 = 2P/\pi a$ . Além disto, é definida uma distribuição adicional de tensão dada por:

$$q''(x) = -\frac{c}{a} \mu p_0 \left( 1 - \frac{x^2}{c^2} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.17)$$

que atua na região  $-c \leq x \leq c$  ( $c < a$ ), conforme Figura 2.4, (Johnson, 1987).

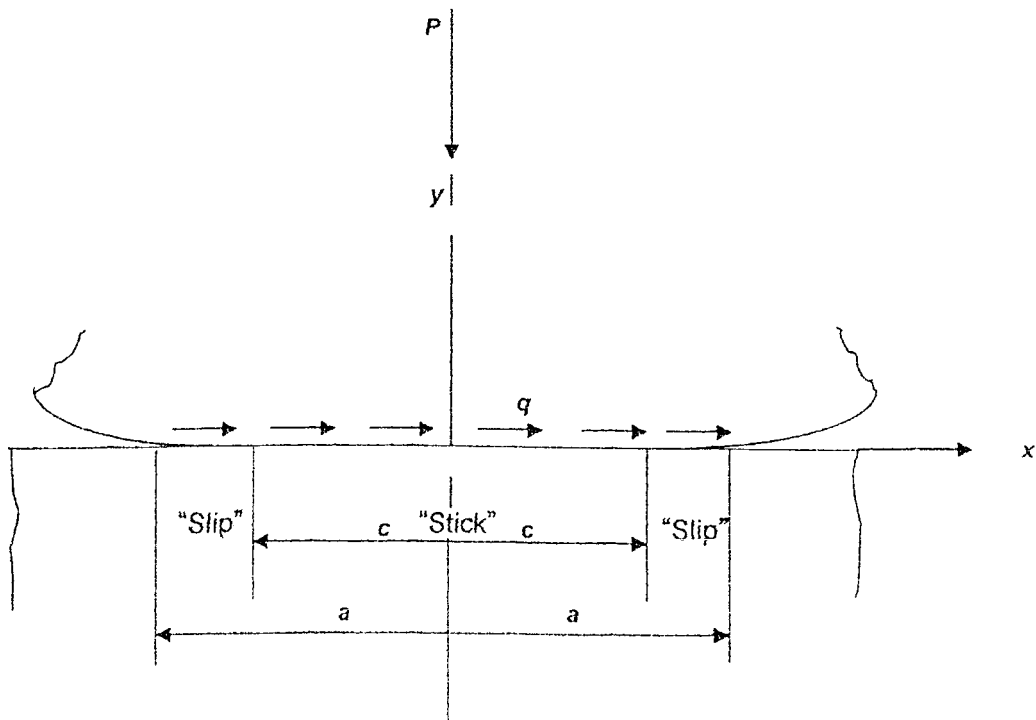


Figura 2.4 – Contato entre um cilindro e um plano sujeitos a carregamentos normal e tangencial.

A tração resultante nesta região é dada por:

$$q(x) = q'(x) + q''(x), \quad (2.18)$$

Neste caso, em qualquer ponto, menor que  $\mu P$ . Assim, a condição para que a região central seja uma região de adesão está satisfeita. Nas arestas de contato,

$$q(x) = \mu p(x), \quad (2.19)$$



, já que deve ser numa região de deslizamento.

O tamanho da região "stick" é determinado pela magnitude da força tangencial,

$$Q = \int_{-a}^a q(x) dx = \int_{-a}^c q'(x) dx + \int_{-c}^c q''(x) dx = \mu P - \frac{c^2}{a^2} \mu P \Rightarrow \quad (2.20)$$

$$\frac{c}{a} = \left(1 - \frac{Q}{\mu P}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.21)$$

O comportamento físico, a partir da expressão acima, torna-se claro. Mantendo-se  $P$  constante, aumentando-se  $Q$ , desde zero, micro-deslizamentos iniciam-se imediatamente, do contorno das áreas de contato para o centro, segundo a expressão (2.21). Quando  $Q$  se aproxima de  $\mu P$ ,  $c$  se aproxima de zero e a região de adesão se reduz a uma linha em  $x = 0$ . Qualquer acréscimo a  $Q$ , em excesso a  $\mu P$ , faz com que o contato seja deslizante.

## 2.5 Solução Analítica do Problema de Contato entre um Cilindro e um Plano Revestido

A solução analítico-numérica para o problema em estudo, conforme Figura 2.1, foi obtida por Oliveira e Bower (1996). Nesta solução, com o objetivo de facilitar a análise, algumas hipóteses simplificadoras são adotadas na construção do modelo proposto. Uma delas é a de assumir que a distribuição de pressão,  $p(x)$ , não é afetada pelos esforços tangenciais que atuam entre o cilindro e o plano semi-infinito, composto por revestimento e substrato. O primeiro passo no sentido de se resolver o problema de contato, então, é calcular os deslocamentos e o campo de tensões no semi-espaco revestido, devidos aos esforços normais  $p(x)$  e tangenciais  $q(x)$ , atuando na sua superfície. Este problema específico foi resolvido por Gupta et al. (1973).

Os deslocamentos e o campo de tensões devem satisfazer às seguintes condições de contorno, em  $y=0$  e para  $-a < x < a$ :

$$\begin{aligned} u_y(x) &= \Delta - x^2 / 2R, \\ \sigma_y(x) &< 0, \quad \tau_{xy}(x) = \mu \cdot \sigma_y(x), \end{aligned} \quad (2.22)$$

e para  $-a > x > a$ :

$$\begin{aligned} u_y(x) &< \Delta - x^2 / 2R \\ \tau_{xy}(x) &= \sigma_y(x) = 0 \end{aligned} \quad (2.23)$$

, onde  $\Delta$  é a profundidade de penetração do indentador no semi-plano infinito.

Os resultados, então, para as condições de contorno acima, são expressos em termos de uma função de tensão de Airy, a qual deve satisfazer à equação bi harmônica a seguir:

$$\nabla^4 \psi = 0 \quad (2.24)$$

Disto resultam as seguintes equações:

$$\sigma_{11} = \psi_{,22} \quad \sigma_{22} = \psi_{,11} \quad \sigma_{12} = \psi_{,12} \quad (2.25)$$

Considerando-se ainda as condições de que, tanto os deslocamentos ( $u_x$ ,  $u_y$ ) quanto às tensões devem ser contínuos na interface do revestimento e substrato, em  $y = h$ , isto, então, conduz a um sistema de seis equações, em termos da transformada de Fourier da distribuição de tensão na superfície de contato. Uma vez resolvida a transformada de Fourier, o campo de tensões é obtido das equações (2.23).

Vários cálculos numéricos rigorosos feitos por Gupta e Walowit (1972); King e O' Sullivan (1987); Leroy e Villechaise (1990), mostram que, na prática, a distribuição de pressão  $p(x)$  fica muito próxima à distribuição de pressão proposta por Hertz, isto é:

$$p(x) \equiv P_0 \left[ 1 - \left( \frac{x}{a} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.26)$$

O principal efeito da combinação das propriedades elásticas do revestimento e substrato é alterar a largura de contato,  $a$ , e a máxima pressão de contato,  $P_0$ . Portanto, para se resolver o problema de contato, é suficiente que se determinem  $a$  e  $P_0$ , de tal forma que satisfaçam as condições de contorno tão proximamente quanto possível da realidade. Em geral, estes resultados devem ser obtidos mediante os dados disponíveis, que via de regra são o raio do indentador,  $R$ , a carga por unidade de comprimento aplicada ao indentador,  $P$ , e as propriedades do revestimento e do substrato.

Os erros obtidos nos cálculos para todos os casos estudados por método analítico foram inferiores a 0,7%, procedidos em FORTRAN<sup>®</sup>, cujo código foi gentilmente cedido pelos autores Oliveira e Bower (1996) para ser utilizado como um dos procedimentos de validação do modelo deste trabalho, que utiliza o Método dos Elementos Finitos (MEF).

## Capítulo III

### Método dos Elementos Finitos

#### 3.1 Introdução

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é uma técnica de análise numérica que tem por objetivo obter soluções aproximadas de problemas regidos por equações diferenciais. O MEF foi desenvolvido, inicialmente, para o cálculo de tensões em sistemas estruturais. Entretanto, tem sido utilizado numa vasta gama de problemas de Transmissão de Calor e Eletromagnetismo e Mecânica dos Fluidos.

O MEF possui uma difusão muito grande, seja no meio acadêmico, seja no industrial, disponibilizado em códigos comerciais como NASTRAN®, ABAQUS®, SYSTUS®, ANSYS®, dentre outros. Neste trabalho foi utilizado o ANSYS®.

As soluções analíticas fechadas de alguns problemas de engenharia de razoável complexidade são irviáveis ou mesmo impossíveis. A estratégia de se proceder a uma simplificação do problema de modo que se possa construir um modelo matemático de solução analítica possível é uma das alternativas de se abordar o problema, o que pode levar, quase invariavelmente, a imprecisões nos resultados. O crescente aumento da capacidade de processamento dos computadores tem possibilitado, como alternativa às soluções analíticas, a preservação da complexidade do modelo e a utilização de técnicas aproximadas de resolução, nas quais se insere o MEF.

#### 3.2 Fundamentos do MEF

Nos problemas em que a abordagem se faz pela formulação em domínios contínuos, as variáveis de campo — a exemplo das tensões, deformações, etc. — assumem independentemente seus valores em cada ponto de seus respectivos domínios. Este tipo de problema, portanto, tem um número infinito de incógnitas. As soluções para este tipo de problema, em que uma função associa um valor da variável de campo para cada coordenada espacial em todos os pontos do domínio, são denominadas soluções analíticas.

Transformando um problema com um número infinito de incógnitas em um problema com número finito de incógnitas, através de um processo de discretização, o MEF divide o domínio, no qual o problema é estudado, em elementos, conforme a Figura 3.1.

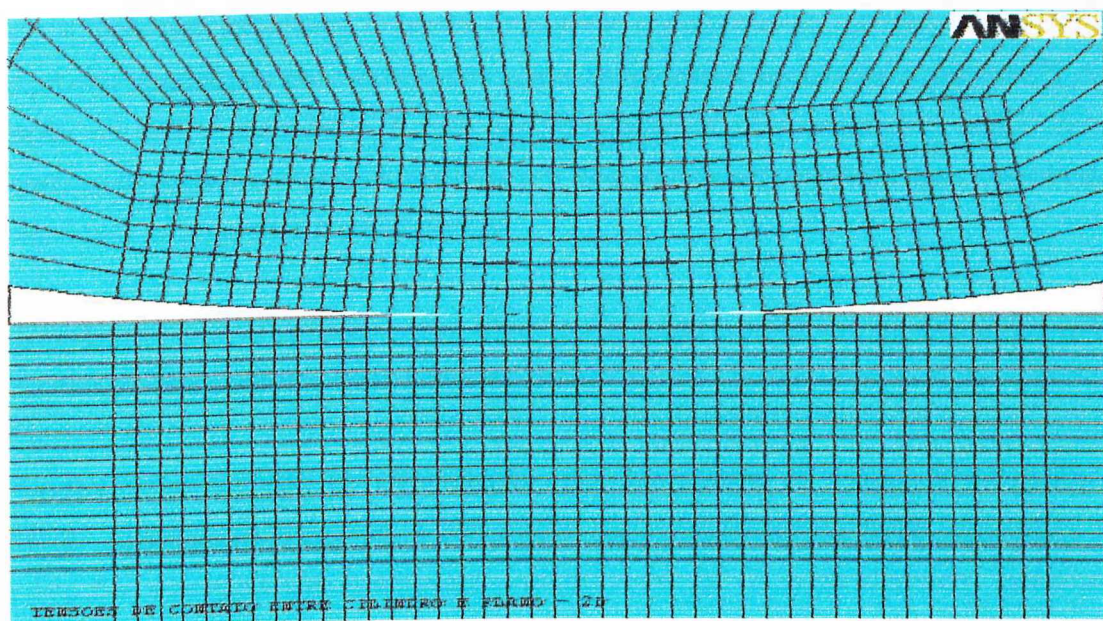


Figura 3.1 – Discretização em elementos quadrilaterais numa região de contato entre um cilindro e um plano.

Cada elemento possui pontos interiores ou em sua fronteira, denominados *nós*, onde soluções aproximadas para as variáveis de campo são expressas como funções arbitrárias dos valores assumidos pelas incógnitas, chamados *valores nodais*. Estas funções são denominadas *funções de forma* ou *funções de interpolação*. As incógnitas do problema passam a ser os valores das variáveis de campo nos pontos nodais, os quais compõem um conjunto finito, neste processo de discretização. Ressalte-se ainda que a discretização leva a modelos expressos sob a forma de sistemas de equações diferenciais ordinárias, no caso de problemas de propagação (dinâmica) ou equações algébricas no caso de problemas de equilíbrio. Uma vez resolvidas numericamente tais equações, a avaliação das variáveis de campo dentro de cada elemento pode, então, ser feita através das *funções de forma*, sendo que, do número de nós e das funções arbitradas, depende a *precisão* do modelo e, conseqüentemente, o *esforço computacional*. Na seção 4.2.5, há maiores detalhes sobre as características pertinentes ao modelo adotado, como por exemplo o número de graus de liberdade.

Ao se proceder a uma discretização de domínios em modelos que possuam geometrias complexas, a utilização de elementos de formas, tamanhos e propriedades físicas diferentes se apresenta como uma grande vantagem do MEF. Principalmente, onde haja problemas que envolvam domínios não homogêneos, como é caso do problema de contato entre superfícies revestidas.

Outra vantagem é a possibilidade da formulação matricial que é um facilitador na sua implementação computacional em 3 etapas subseqüentes, quais sejam:

\* *pré-processamento*, onde se procede a construção do modelo, por geração direta, pelo próprio usuário, ou por modelagem sólida (terminologia específica do ANSYS®), quando a geração de nós e elementos é feita automaticamente pelo programa, sendo este último procedimento mais recomendado no caso em que se tem um problema mais complexo. Isto se faz mediante os seguintes procedimentos:

01. *Divisão do domínio em elementos*, escolhendo o tipo e o número de elementos adequados à geometria e aos aspectos físicos do problema;

02. *Opção pelas funções de interpolação* que descrevem as variáveis de campo, sejam escalares, vetoriais ou tensoriais. A *construção das matrizes elementares*, através da *definição das relações matriciais* que descrevem o comportamento de cada elemento, individualmente, diz respeito mais especificamente ao processo de formulação dos elementos. Para tanto, podem ser utilizados um dos três processos a seguir:

a) *Processo direto*, que permite uma interpretação física do significado das matrizes elementares, embora limitado na complexidade dos problemas que pode ser aplicado;

b) *Processo dos resíduos ponderados*, baseado integralmente na matemática e muito poderoso;

c) *Processo variacional*, baseado no cálculo variacional.

As equações elementares, que para um elemento genérico  $i$ , se escrevem, para problemas de equilíbrio estático:

$$[k_i(\{u_i\})]\{u_i\} = \{q_i\} \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (3.1)$$

sendo que :

$[k_i(\{u_i\})]$  é a matriz de rigidez elementar;

$N$  é o número de elementos total do modelo;

$\{q_i\}$  e  $\{u_i\}$  são os vetores dos esforços e dos deslocamentos nodais, respectivamente.

Em virtude de se estar admitindo comportamento não-linear, a matriz de rigidez é dependente dos deslocamentos.

03. *Montagem do sistema global de equações*, cujas etapas se compõem de:

a) *imposição do equilíbrio dos esforços nos nós*,

b) *compatibilidade dos deslocamentos nodais*.

As equações de equilíbrio do modelo, escritas no sistema de coordenadas globais e obtidas através desta compatibilidade de deslocamentos dos nós e da imposição dos esforços nodais, são as que seguem:

$$[k(\{u\})]\{u\} = \{q\} \quad (3.2)$$

sendo que  $[k(\{u\})]$  é a matriz de rigidez global,  $\{q\}$  e  $\{u\}$  são os vetores dos esforços e dos deslocamentos nodais, respectivamente, expressos em coordenadas globais, onde o número de graus de liberdade do modelo (GDL) é dado pelo número de equações que compõem a equação (3.2).

Para se exemplificar a formulação das equações governantes da MEF e posterior determinação das matrizes de rigidez de contato, considere-se o caso bidimensional de contato entre um corpo alvo e um contator, esquematicamente ilustrado na figura 3.2 :

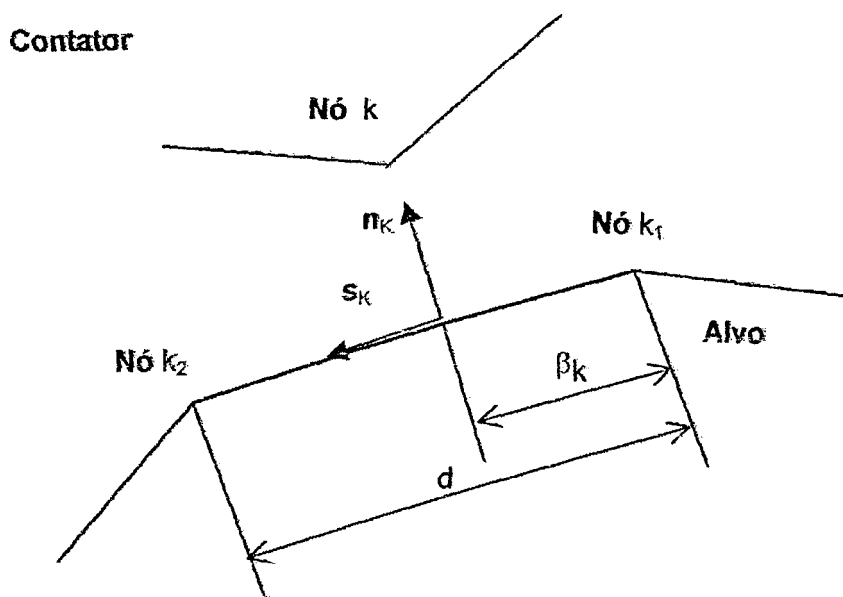


Figura 3.2 – Caso bidimensional de contato, segundo Bathe (1986).

Observe-se que os nós  $k_1$  e  $k_2$  não são necessariamente as extremidades de um elemento, mas quaisquer dois nós adjacentes que pertençam ao corpo alvo do contato. As discretizações das equações da mecânica do contínuo obtidas pelo princípio do trabalho virtual para  $N$  corpos são dadas por :

$${}^{t+\Delta t}F({}^{t+\Delta t}U) = {}^{t+\Delta t}R - {}^{t+\Delta t}R_c({}^{t+\Delta t}U, {}^{t+\Delta t}T) \quad (3.3)$$

e

$${}^{t+\Delta t}F_c({}^{t+\Delta t}U, {}^{t+\Delta t}T) = 0 \quad (3.4)$$

sendo que, para  $m$  nós contadores,

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{T}^T = [\lambda_1, \tau_1, \dots, \lambda_k, \tau_k, \dots, \lambda_m, \tau_m] \quad (3.5)$$

Para o nó contator  $k$  e o correspondente nó alvo, o vetor força nodal, conforme definições da Figura 3.2, é dado por:

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{R}_k^c = \begin{bmatrix} -\lambda_k(n_k + \mu\tau_k s_k) \\ (1-\beta_k)\lambda_k(n_k + \mu\tau_k s_k) \\ \beta_k\lambda_k(n_k + \mu\tau_k s_k) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Após uma linearização, no tempo  $t$  - ver maiores detalhes em Bathe (1986) - obtém-se:

$$\begin{bmatrix} ({}^tK_{uu} + {}^tK_{uu}^c) & {}^tK_{ur}^c \\ {}^tK_{ru}^c & {}^tK_{rr}^c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U \\ \Delta T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{t+\Delta t}\mathbf{R}_k - {}^t\mathbf{F}_c - {}^t\mathbf{R}_c \\ -{}^t\mathbf{F}_c \end{bmatrix}, \quad (3.7)$$

onde as matrizes de rigidez de contato são dadas pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned} {}^tK_{uu}^c &= \frac{\partial {}^t\mathbf{R}_c}{\partial {}^tU}; & {}^tK_{ur}^c &= \frac{\partial {}^t\mathbf{R}_c}{\partial {}^tT} \\ {}^tK_{ru}^c &= \frac{\partial {}^t\mathbf{F}_c}{\partial {}^tU}; & {}^tK_{rr}^c &= \frac{\partial {}^t\mathbf{F}_c}{\partial {}^tT} \end{aligned} \quad (3.8)$$

A formulação da mecânica do contínuo adotada leva em conta muitas condições gerais de deformações e relações constitutivas, incluindo a lei de atrito de Coulomb. Evidentemente, esta formulação é também aplicável ao contato sem atrito. Neste caso, as equações do MEF têm somente forças normais nos nós contadores, como se sabe.

De particular interesse na solução dos problemas de contato é a capacidade do algoritmo de convergir naqueles casos em que se tem geometrias, deformações e condições de contato complexas. Face ao exposto, vale ressaltar que passos incrementais muito grandes podem levar a grandes dificuldades de convergência nas iterações de equilíbrio porque o estado intermediário de predição está muito distante da solução. Por outro lado, a convergência quadrática completa, quando próxima da solução, pode não ser atingida quando a tangente da matriz dos coeficientes não for suficientemente suave, como resultado de uma saliência na superfície alvo, por exemplo.

▪ *processamento*, estando o modelo representado por um conjunto de equações algébricas ou diferenciais, lineares ou não-lineares, os valores das variáveis de campo, em cada nó, serão determinados através da resolução destas equações, pelos métodos numéricos apropriados a cada caso. Nesta etapa, as condições de contorno são aplicadas ao modelo,



seja pela aplicação das restrições aos deslocamentos, seja pela aplicação de deslocamentos ou das forças externas no modelo. Cálculos complementares, poderão ser necessários para a obtenção de grandezas dependentes das variáveis de campo.

- *pós-processamento*, onde se procede uma apresentação gráfica e/ou numérica dos resultados.

### 3.3 Aplicações e limitações do método dos elementos finitos

São três as categorias de problemas em que se podem dividir as aplicações do MEF:

- aqueles problemas em que se desejam calcular frequências naturais e os modos de vibração de meios sólidos e fluidos, os problemas de estabilidade linear (flambagem), bem como os problemas da aeroelasticidade, estão inseridos nos denominados *problemas de autovalor*;

- os problemas que tratam da caracterização do comportamento do sistema mecânico em função do tempo, em regime transitório, são denominados *problemas de propagação*, incluindo-se nestes, a determinação das distribuições de temperaturas geradas por uma fonte de calor variável;

- na terceira categoria, estão os *problemas de equilíbrio*, os quais são de soluções independentes do tempo. Nesta classe de problemas se inserem aqueles da Mecânica dos Fluidos, que tratam da distribuição de pressão e velocidades, em regime permanente, bem como os da Mecânica dos Sólidos que se preocupam com a determinação de tensões e deformações em elementos estruturais, como no caso da Mecânica do Contato.

Embora sendo o MEF uma poderosa ferramenta de utilização nos problemas de Engenharia, não se deve perder de vista que este é um *método aproximado*, o que faz com que traga em seu contexto, simplificações de um determinado modelo físico que poderão acarretar resultados incoerentes com a realidade. Portanto, um equilíbrio entre as simplificações no modelo de elementos finitos - que podem levar a imprecisões nos resultados - e o excesso de rigor nas suas complexidades - que podem acarretar em um custo computacional inviável - é a garantia da obtenção mais segura do êxito na aplicação deste método. Por esse motivo, o conhecimento das prováveis fontes de incerteza inerentes à modelagem do MEF, tais como: *linearizações*, *imperfeições na representação geométrica dos domínios mais complexos*, *erros de natureza numérica*, entre outros, bem como o domínio do *problema físico em estudo* e do *próprio método pelo engenheiro*, são de fundamental importância na validação e interpretação dos resultados obtidos.



## Capítulo IV

### Metodologia

#### 4.1 Introdução

Os problemas de contato apresentam uma alta não-linearidade, que podem demandar grande esforço computacional. Para fazer frente a isso, é necessário que se estabeleça de forma adequada o modelo computacional e seus parâmetros.

Basicamente, são duas as maiores dificuldades encontradas nos problemas de contato:

- nem sempre se conhece exatamente a região de contato, antes de uma avaliação do problema. As superfícies podem (ou não) entrar em contato de uma maneira abrupta e imprevisível, dependendo das condições de contorno, do material de que se compõem os corpos ou de outros fatores;
- naqueles casos em que se necessita levar em conta o atrito, as diversas leis que o definem são também não-lineares, o que faz com que a convergência se torne difícil;

Face ao exposto, torna-se mais importante ainda a boa compreensão do problema físico em questão a fim de que se possa obter um modelo eficiente, inclusive numericamente. Neste capítulo, se explicitará a metodologia utilizada na determinação do campo de tensões de contato entre um cilindro e um plano revestido em um semi-espaço infinito, utilizando o método dos elementos finitos.

#### 4.2 Pré-processamento

##### 4.2.1 Modelagem inicial

Se um corpo cilíndrico longo é solicitado por forças que são perpendiculares aos elementos longitudinais e que não variam ao longo do comprimento, pode-se admitir que todas as seções transversais estão nas mesmas condições, configurando-se um estado plano de deformação (EPD), (Timoshenko e Goodier, 1950). Por esta simplificação estar de acordo com os objetivos a serem alcançados neste trabalho e com a natureza deste problema de contato, onde o fenômeno ocorre numa região cujas dimensões são muito menores que as dos corpos em contato, optou-se, então, por um modelo bidimensional.

O problema em questão leva em conta as variáveis relativas às propriedades dos materiais do substrato, do revestimento e do indentador cilíndrico, bem como a espessura do revestimento ( $h$ ), diâmetro do cilindro ( $d$ ), coeficiente de atrito ( $\mu$ ) e as cargas normal ( $P$ ) e tangencial ( $Q$ ), aplicadas no topo do cilindro, como pode ser observado na Figura 4.1:

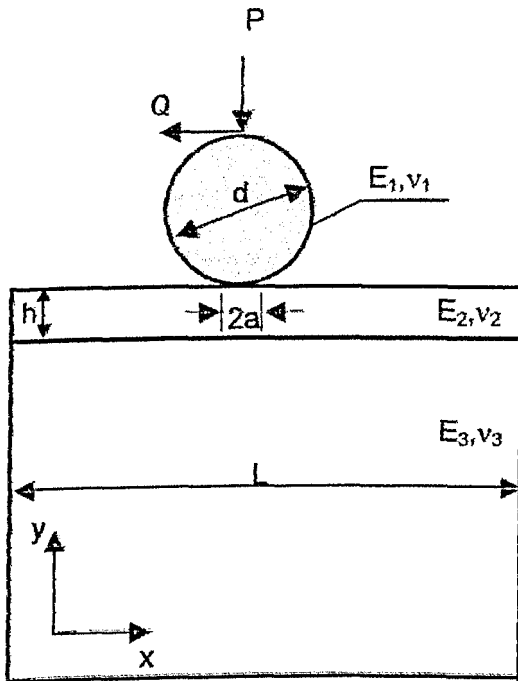


Figura 4.1 – Representação esquemática do problema de contato entre o cilindro (1) e um plano (3) com revestimento (2) em 2-D.

Os materiais utilizados neste trabalho foram: aço, bronze e carbeto de silício (SiC). O indentador cilíndrico e o substrato no semiplano infinito são, em todas as simulações, de aço carbono comum. O bronze e o carbeto de silício foram utilizados na camada de revestimento. Para fins de validação, considerou-se também uma camada de revestimento de aço (caracterizando um material homogêneo). A Tabela 4.1-a apresenta as propriedades mecânicas dos materiais e a Tabela 4.1-b, parâmetros geométricos e de carregamentos utilizados.

Tabela 4.1-a – Propriedades mecânicas dos materiais, a 25° C (Borsoi et al, 2001).

Propriedade	Materiais		
	Aço	Bronze	SiC
Coefficiente de Poisson ( $\nu$ )	0.30	0.35	0.20
Módulo de elasticidade (E)	210 GPa	111 GPa	450 GPa

Tabela 4.1-b – Parâmetros geométricos e de carregamento utilizados.

Parâmetros	Valores
Comprimento do plano (L)	25 mm
Espessura do revestimento (h) <sup>1</sup>	De 0,032 mm a 0,224 mm
Diâmetro do cilindro (d)	10 mm
Carga tangencial (Q) <sup>2</sup>	Valores de 0 a 50 N
Coefficiente de atrito <sup>2</sup> ( $\mu$ )	Valores de 0 a 0,50
Carga normal (P)	100 N

A modelagem inicial do problema foi feita de forma gradativa, a partir de várias simplificações do problema, quais sejam:

- a malha utilizada no primeiro modelo era formada por áreas semi-circulares concêntricas na região do contato com um número de elementos inferior a 1000, o que posteriormente se revelou insuficiente devido à necessidade de implementação de maiores complexidades;
- inicialmente adotou-se um modelo com axissimetria de carga, quando o problema ainda era resolvido apenas com a força normal. Esta simplificação foi retirada mais tarde ao se implementar a força tangencial;
- com o objetivo de se reduzir o esforço computacional, uma malha pouco refinada foi adotada inicialmente para o indentador cilíndrico. Isto se mostrou pouco eficiente, resultando, inclusive, num fenômeno curioso: os elementos do indentador de dimensões muito maiores que as dos elementos da superfície plana originavam resultados próximos àqueles de um indentador em forma de cunha. Esta experiência demonstra a importância de se adotar, portanto, uma malha em que regiões adjacentes possuam elementos de dimensões semelhantes, tanto quanto possível.

À medida que se retiravam as simplificações do modelo, aumentava-se a necessidade de refinamento da malha. Aqui já estavam sendo utilizados elementos quadrilaterais nas regiões próximas à área de interesse, isto é, na provável região do contato.

<sup>1</sup> N.1: Os sete valores diferentes assumidos para a espessura (h) do revestimento vão desde 0,032 mm até 0,224 mm, com valor incremental igual a 0,032 mm.

<sup>2</sup> N.2: Os sete valores assumidos para o coeficiente de atrito ( $\mu$ ) devido ao carregamento tangencial vão desde 0 até 0,50, com valor incremental de 0,1, além do valor 0,05, intermediário entre 0 e 0,10. Estes valores estarão sempre inferiores ao atrito simulado entre as superfícies do indentador e do plano, de tal maneira que não haja movimento relativo entre os corpos em contato, a não ser os microdeslizamentos.

Uma simulação com aplicação de forças tangencial e normal foi feita, num plano também sem revestimento, para posterior validação do modelo frente aos resultados analíticos obtidos por Johnson (1987). Foi considerada a lei de Coulomb de atrito entre as superfícies de contato. O coeficiente de atrito simulado entre as superfícies é dado pela razão entre a força tangencial  $Q$  e a força normal  $P$ , aplicadas no topo do indentedor cilíndrico. Os resultados obtidos desta simulação para o dobro da máxima tensão cisalhante ( $\sigma_{int}$ ) estão na figura 4.2, a seguir, para  $\mu=0,375$ :

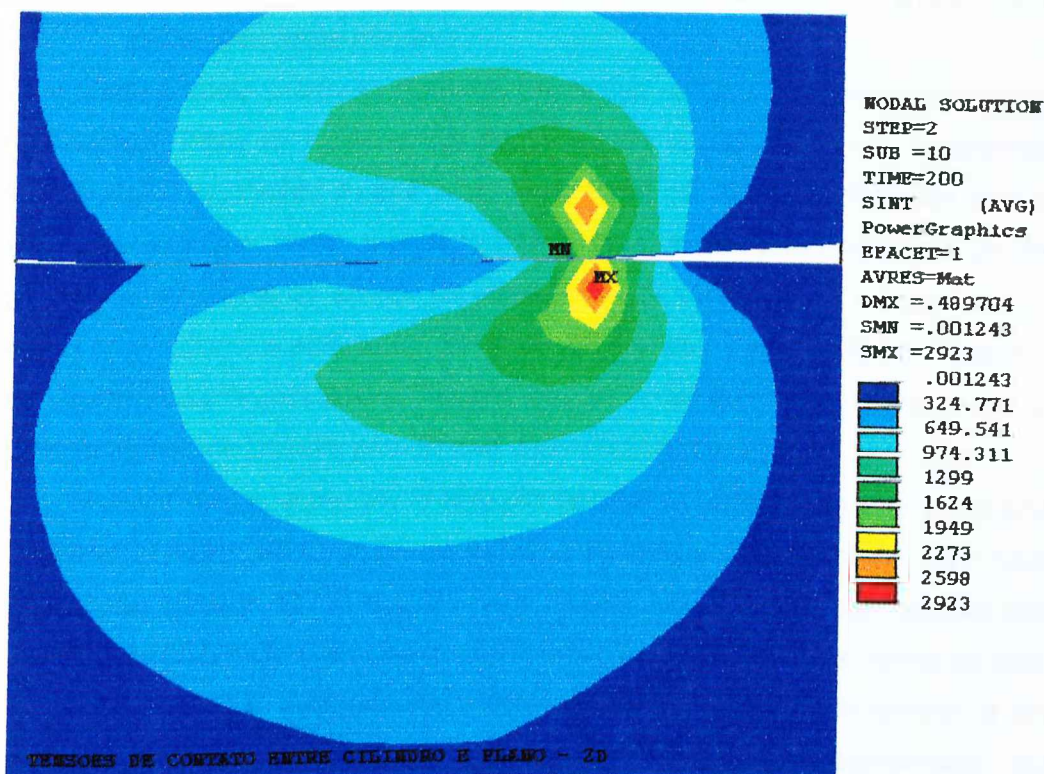


Figura 4.2 – Resultados ilustrativos preliminares do problema simplificado obtidos pelo MEF para  $\sigma_{int}$ .

Vale ressaltar que os resultados preliminares obtidos, sejam para o caso sem força tangencial, sejam para o caso com força tangencial, referem-se a um plano ainda sem revestimento, o qual, como dito anteriormente, é degrau inicial importante nos vários passos adotados no avanço da complexidade do assunto e na validação do modelo desenvolvido através do MEF.

#### 4.2.2 Definição dos elementos

Segundo a natureza dos materiais, os problemas de contato classificam-se em:

- Rígido-flexível;
- Flexível-flexível, classe esta escolhida para o modelo deste trabalho.

Na solução do problema de contato, o programa utilizado (ANSYS®) possibilita a escolha de três diferentes modelos de pares de contato:

- Nó-a-nó;
- Nó-a-superfície;
- Superfície-a-superfície, sendo este o modelo adotado para a resolução do problema em estudo neste trabalho.

Cada modelo utiliza um elemento de contato diferente e apropriado a um tipo específico de problema. Para se modelar um problema de contato deve-se, inicialmente, analisar a possível região de contato e optar pelo elemento de contato apropriado. Se uma das interações estiver, por exemplo, numa superfície 2-D, o componente pode ser cada um dos elementos: viga, casca ou elemento sólido. Os elementos de contato são sobrepostos nas partes do modelo onde ocorre a análise da interação de contato. Tanto para as classes de problemas rígido-flexíveis como para flexível-flexível, os elementos de contato utilizam uma superfície-alvo e uma superfície-de-contato para formar o par do contato.

Neste trabalho, a superfície-alvo do indentedor cilíndrico foi modelada com o elemento de contato TARGE 169 - ver Figura 4.3. E a superfície-de-contato do plano revestido, com o elemento de contato CONTA 172 - ver Figura 4.4. Este par de contato possui as mais adequadas características necessárias à resolução deste problema, como se verá a seguir.

Na indentação bidimensional deste problema, a região de contato é uma linha. Isto motivou a opção por estes elementos de contato que são: parabólicos, bidimensionais, possuem três nós e podem ser posicionados sobre os elementos estruturais quadrilaterais escolhidos para a modelagem deste problema, ou seja, o elemento PLANE 42.

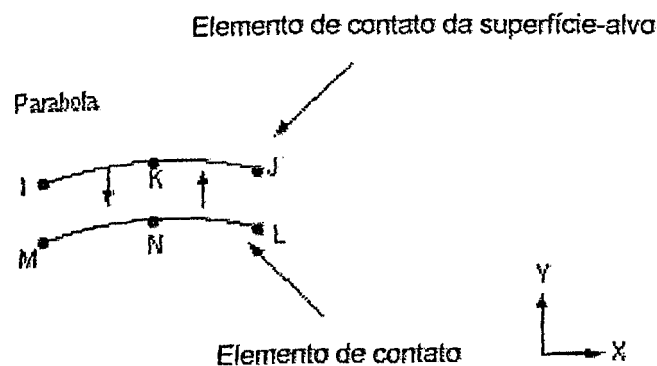


Figura 4.3 – Elemento de contato TARGE 169 utilizado (Manual do ANSYS® 6.0).

Ao elemento de contato TARGE 169, aqui utilizado em associação ao elemento CONTA 172, podem-se impor deslocamentos de rotação ou de translação, bem como forças normal e tangencial, além de momentos.

O elemento de contato CONTA 172 é utilizado para representar um contato deslizante, sem ou com atrito, segundo a Lei de Coulomb, entre uma superfície-alvo e uma superfície de contato deformável. Este elemento possui dois graus de liberdade em cada nó: translações nas direções nodais  $x$  e  $y$ , conforme Figura 4.4:

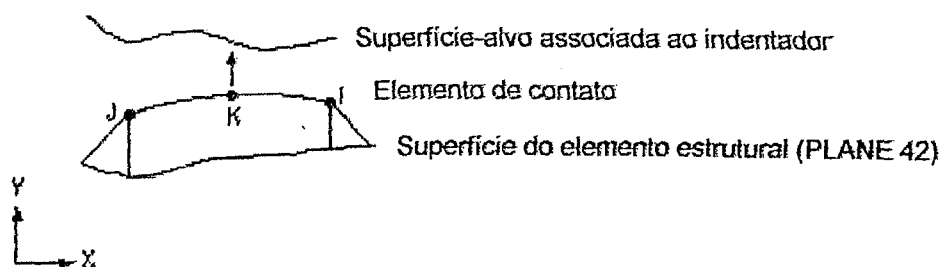


Figura 4.4 – Elemento de contato CONTA 172 utilizado (Manual do ANSYS® 6.0).

O elemento estrutural PLANE 42 escolhido neste estudo pode ser utilizado como um elemento plano para estado plano de tensão (EPT) ou estado plano de deformação (EPD), sendo, este último, a opção que aqui se fez. Este elemento possui quatro nós. Cada nó possui dois graus de liberdade, quais sejam: translações nas direções nodais  $x$  e  $y$ , conforme Figura 4.5 a seguir:

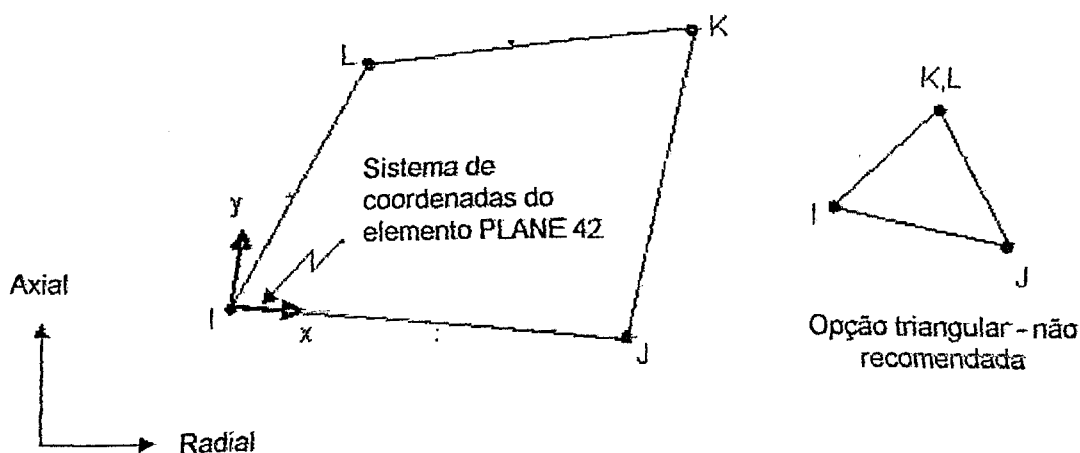


Figura 4.5 – Elemento estrutural PLANE 42 (Manual do ANSYS® 6.0)

É possível fazer com que dois dos quatro nós do elemento PLANE 42 coincidam formando um elemento triangular, o que, entretanto, não é recomendável pela alta resistência à flexão que possui esta geometria. Uma outra opção de elemento estrutural foi experimentada com o elemento quadrilateral PLANE 82. Este elemento se compõe de nós em seus quatro vértices, além de outros quatro nós intermediários (*mid-nodes*) em sua fronteira. Isto aumentou o número de graus de liberdade e, conseqüentemente, o esforço computacional, sem, no entanto, neste caso, justificar-se por melhores resultados.

Importa lembrar que, ao se criar um par de contato, um mesmo número de elementos de contato para a superfície-alvo e para a superfície-de-contato devem ser definidos.

A opção pelo modelo de contato superfície-a-superfície ocorreu em função das seguintes vantagens:

- Possibilidade de resolução de elementos de ordem superior e inferior nos cantos e nas extremidades do modelo;
- Resolução para pequenas e grandes deformações, incluindo deslizamento e fricção, estes dois últimos aspectos inclusos neste problema em estudo;
- Obtenção de melhores resultados nos casos em que ocorrem cargas normais e tangenciais, o que também é característica do problema em questão;
- Não há restrições de forma para a superfície-alvo;
- Requer menor número de elementos que o modelo nó-a-superfície.

Usando-se estes elementos é possível modelar superfícies curvas ou paralelas em 2-D ou 3-D, lançando-se mão de simples formas geométricas, como parábolas, círculos, cilindros, e outras.

#### 4.2.3 Materiais do revestimento

Devido ao fato de se ter também como objetivo deste trabalho a investigação da variação de alguns parâmetros do contato ao se proceder uma indentação com diferentes revestimentos, deliberadamente foram selecionados três revestimentos com baixo, médio e alto valores do módulo de elasticidade, conforme mostrado na Tabela 4.1-a.

Durante todas as simulações, estes valores se mantiveram constantes e o comportamento de todos os materiais foi considerado isotrópico.



#### 4.2.4 Geração da malha

Na figura 4.6, a seguir, pode-se visualizar em detalhes aspectos da malha estruturada mais adequada que se encontrou para a solução do problema, utilizando-se o modelo proposto em elementos finitos. A região em destaque é composta dos elementos estruturais acima mencionados, nas proximidades do indentador cilíndrico e do plano revestido,:

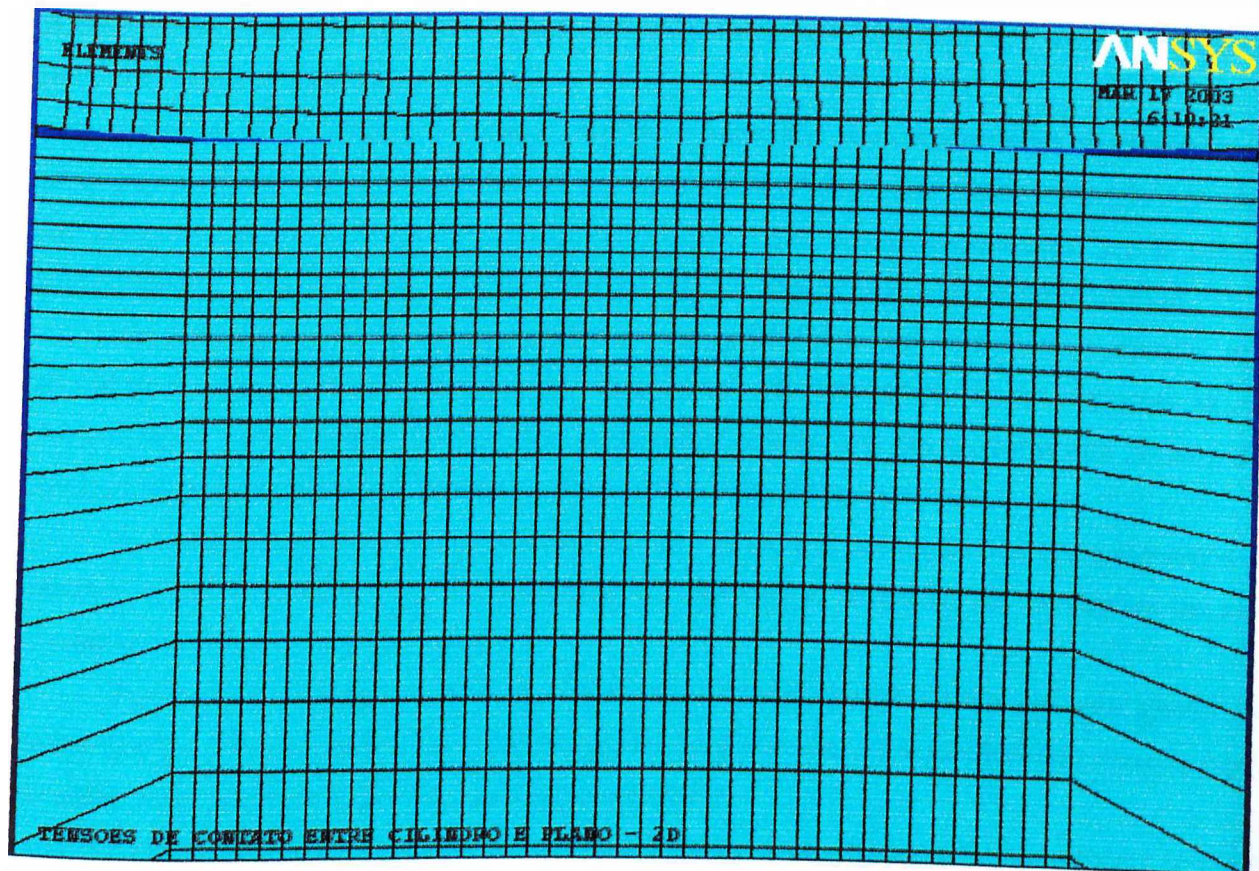


Figura 4.6 – Aspectos da malha estruturada utilizada na região do contato.

Utilizou-se uma malha estruturada, formada por áreas com distintos graus de refinamento. Nas áreas próximas à região de contato, os menores elementos utilizados são da ordem de 0,006 mm.

Outra precaução importante é a de que elementos confrontantes possuam, tanto quanto possível, dimensões semelhantes, como já se disse. Esta característica pode ser observada na Figura 4.6, na região da interface entre o cilindro e o plano revestido.

Finalmente, é preciso não se perder de vista que a precisão dos resultados está fortemente ligada à densidade de malha na região de interesse. Principalmente, quando há ocorrência de fortes gradientes, de difícil detecção, como acontece com a primeira tensão principal na saída da largura de contato. Para isso, utilizou-se o artifício de se ir aumentando o



tamanho dos elementos, gradativa e divergentemente a partir da região do contato, como pode ser observado, também, na Figura 4.6.

#### 4.2.5 Condições de contorno do modelo

As condições de contorno referentes ao plano revestido foram impostas nesta fase do pré-processamento, restringindo-se deslocamentos em ambas as direções,  $x$  e  $y$ , com todos os seus graus de liberdade nulos, portanto.

Vale ainda ressaltar que a interface entre o substrato e o revestimento foi considerada contínua e o revestimento foi "colado" ao substrato, utilizando-se, para isso, a função AGLUE, que interpreta as duas áreas de materiais diferentes, após sua implementação, como sendo uma única área, não havendo, portanto possibilidade de movimento relativo entre ambas.

As condições de contorno referentes ao indentador, por envolver o cálculo em diferentes posições de aproximação em relação ao plano revestido, foram impostas já na próxima fase, a da solução. Isto foi feito mediante a divisão dos cálculos em três passos de carga, para as três diferentes condições de contorno impostas ao cilindro.

É muito importante que se ressalte que, na verdade, a aplicação dos carregamentos é estática, tendo para isto, funções de ajuste que definem e controlam as condições de um contato inicial para um par de contato.

Por exemplo, a opção ICONT define um fator de aproximação inicial em uma banda de ajuste (0,01 a 10) para esta aproximação entre a superfície-alvo e a superfície de contato. Aqui se utilizou 0,015 em todas as simulações para ICONT.

FTOLN é um fator baseado na espessura do elemento (figura 4.7), em relação ao qual se calcula a resistência à penetração, sendo que aqui se utilizou o valor de 0,1 para este parâmetro, em todas as simulações.

Estes fatores têm valores ajustáveis, mas requerem bom senso e experiência para que suas escolhas não provoquem um número excessivo de iterações pela escolha de um valor muito pequeno, dentro do espectro recomendável, e uma conseqüente não-convergência. A definição deste contato inicial é talvez o mais importante aspecto da construção da análise de contato.

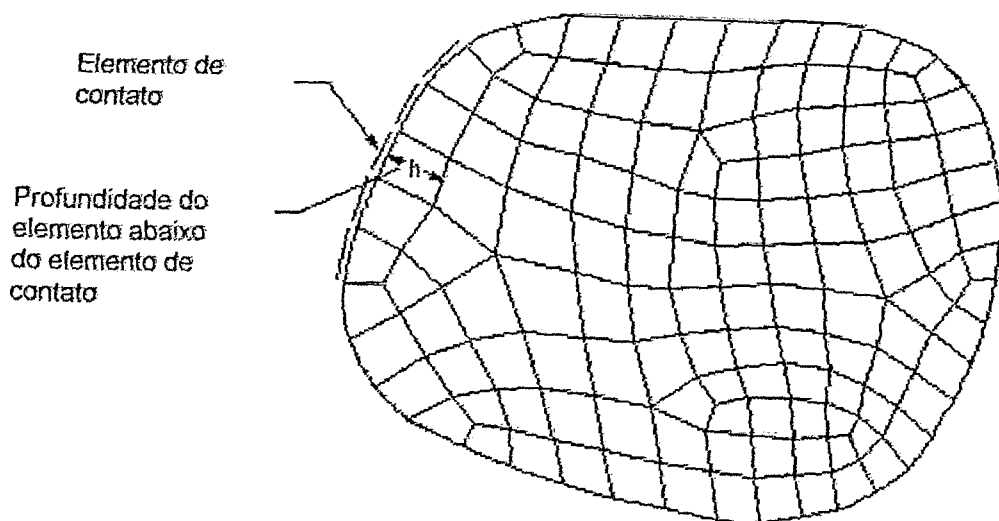


Figura 4.7 – Elemento de contato “versus” profundidade do elemento imediatamente abaixo do elemento de contato, conforme Manual do ANSYS® 6.0.

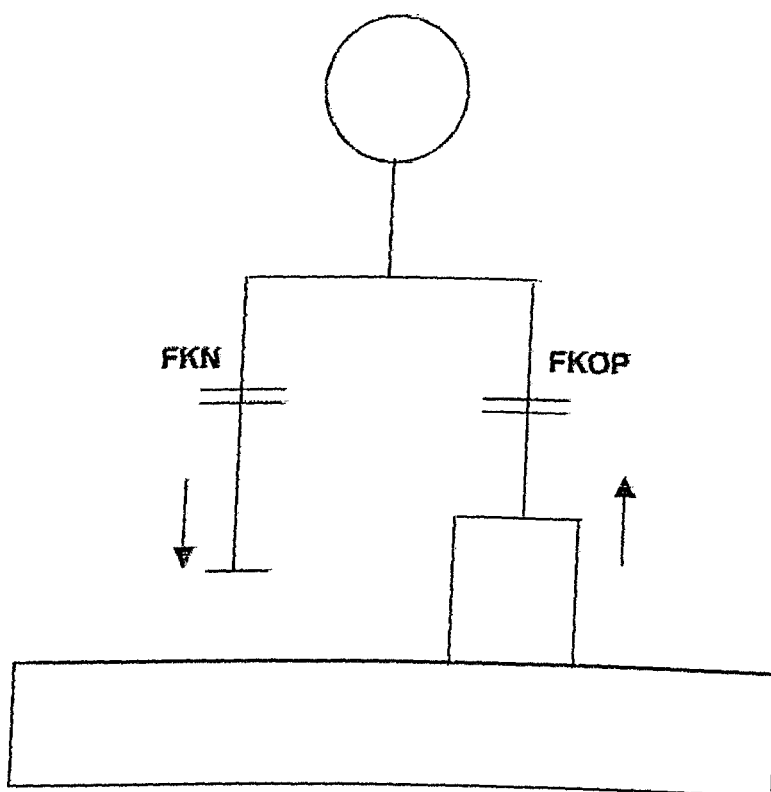


Figura 4.8 – Esquema de atuação de FKN e FKOP.

A seguir estão discriminados outros importantes ajustes iniciais adotados para se proceder à simulação na fase do pré-processamento:

- Solução dentro do limite elástico;
- Ambas as superfícies de contato foram adotadas flexíveis;

- Certificou-se de que há um par de contato que está em contato (*"just touching"*) na geometria inicial para que não haja deslocamento de corpo rígido. Esta precaução também se tomou na fase de solução do problema, conforme seção 4.3.1;
- Adotou-se estado plano de deformação no ajuste das opções para o elemento estrutural PLANE42;
- Ajustam-se as características dos elementos de contato de acordo com as condições físicas do problema, como o valor simulado para a Tensão de Fricção Máxima (TAUMAX) entre as superfícies de contato e os valores adequados para FKN e FKOP. Para ambos, FKN e FKOP, o valor que melhor se ajustou foi 1. Para TAUMAX o valor de ajuste encontrado foi  $0,1E+21$  MPa.

Após a discretização deste modelo em estudo, o número de elementos e de nós obtidos alcançou a soma de 14250 e 14450, respectivamente, para a menor e maior espessuras ( $h$ ) de revestimentos simulados, isto é, 0,032 mm e 0,224 mm. O número de graus de liberdade neste caso é de 16909.

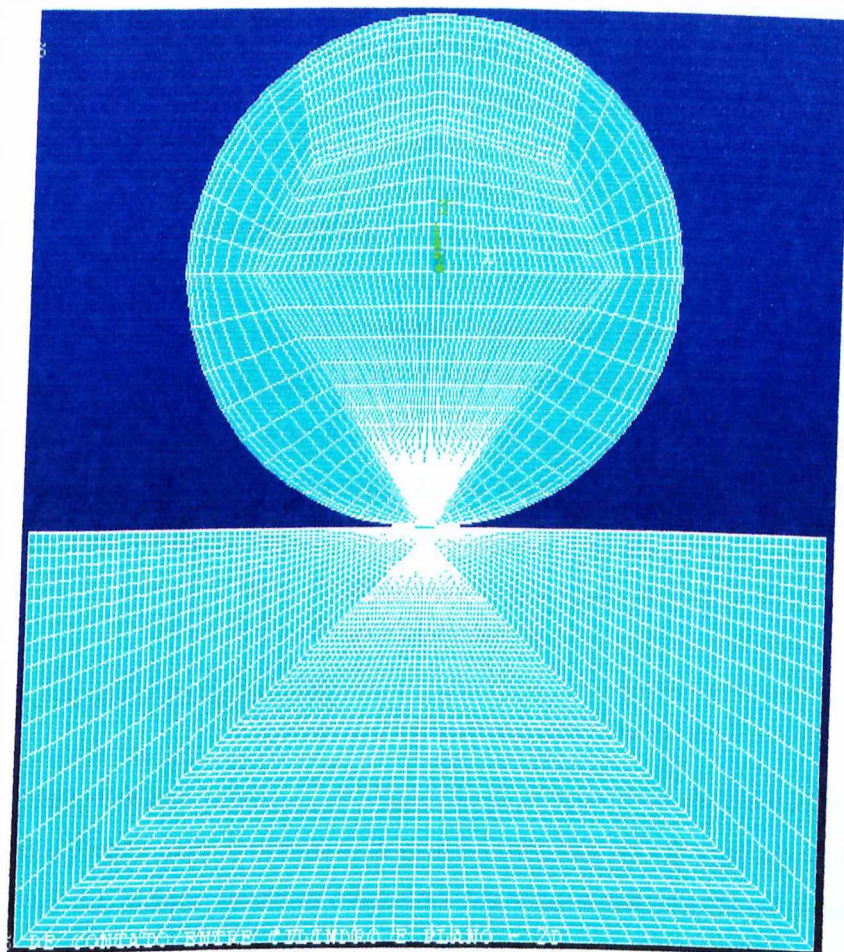


Figura 4.8 – Aspectos da malha do modelo final.

### 4.3 Solução

Esta fase da simulação, conforme mencionado de passagem anteriormente, foi dividida em três passos de aplicação de carregamentos, que serão explicitados a seguir.

#### 4.3.1 Primeiro passo de carregamento

Neste primeiro passo, foi imposta uma restrição no deslocamento do indentador somente na direção horizontal  $x$ , em dois nós: No nó central do cilindro e no nó mais inferior, mais próximo do plano (ver Figura 4.6). Um deslocamento muito pequeno, foi estimado em função de uma fração da menor dimensão dos primeiros elementos a entrar em contato, da ordem de  $10^{-5}$  mm. Foi imposto ao nó do topo do indentador, na direção vertical, no sentido do plano, com o objetivo exclusivo de garantir um contato inicial. Este procedimento se deu em função da necessidade de se garantir que não houvesse deslocamento de corpo rígido. O cálculo foi procedido e salvo para estas condições.

#### 4.3.2 Segundo passo de carregamento

Neste segundo passo, o deslocamento imposto na fase anterior foi retirado, eliminando-se as tensões geradas no passo anterior. As restrições dos deslocamentos especificadas anteriormente foram mantidas e uma carga normal e constante de 100 N foi aplicada no topo do cilindro. Ajustou-se o controle de solução de maneira a começar no início deste segundo passo de carga e os resultados desta simulação foram salvos.

#### 4.3.3 Terceiro passo de carregamento

No terceiro e último passo, a restrição de deslocamento do nó mais inferior na direção horizontal,  $x$ , foi retirada, com o objetivo de que as reações ao carregamento tangencial fossem transmitidas pelo indentador ao plano revestido. Mais uma vez, os cálculos para esta simulação foram realizados e os efeitos dos três passos foram superpostos e salvos.

#### 4.4 Pós-processamento

Nesta fase da simulação, procedeu-se a uma apresentação gráfica e numérica dos resultados pretendidos, em forma de gráficos, tabelas e contornos.

Os resultados obtidos nesta fase foram calculados em função dos objetivos estipulados, além do indispensável procedimento de validação do modelo. A seguir é feita uma breve descrição destes objetivos com seus respectivos procedimentos, incluindo-se algumas figuras ilustrativas destes resultados.

##### 4.4.1 Passos adotados na validação do modelo

- Confrontação dos resultados obtidos para o problema simplificado, isto é, plano homogêneo e sem revestimento, mediante a solução analítica de Oliveira e Bower (1996), conforme Figura 5.1. Para a obtenção deste tipo de resultado, em que se calculou um determinado parâmetro ao longo de um caminho ou região, primeiramente foram salvos os resultados obtidos através do MEF, pelo ANSYS<sup>®</sup>, num arquivo texto, que posteriormente foi aberto no Microsoft Excel. Só depois disso, é que foram plotados os resultados em gráficos calculados fazendo-se uma interpolação dos resultados obtidos pelo ANSYS;
- Investigação dos resultados obtidos do modelo para um substrato revestido do mesmo material com o objetivo de se confirmar se o comportamento é o mesmo de um corpo homogêneo (figura 5.2-b e 5.2-c);
- Comparação dos resultados analíticos obtidos por Oliveira e Bower (1996) para o problema do plano revestido.

##### 4.4.2 Avaliação da influência do atrito e da espessura de revestimento

Nesta etapa subsequente à validação do modelo, procedeu-se à uma verificação da influência da espessura de revestimento e das propriedades mecânicas no campo das tensões de contato, mantendo-se constante o atrito entre as superfícies em contato.

Mantendo-se constante, desta feita, a espessura de revestimento, uma verificação da influência da variação do atrito nos valores máximos da primeira tensão principal e da tensão equivalente de von Mises foi efetuada. Como já se disse, a tensão equivalente de von Mises

( $\sigma_{eqv}$ ) foi utilizada por ser comumente empregada na compreensão de fenômenos como a plasticidade dos metais – e portanto aplicável ao corpo homogêneo em aço e ao bronze como revestimento. E a primeira tensão principal ( $\sigma_1$ ) foi utilizada por estar associada aos mecanismos de falha dos materiais frágeis – como o SiC.

#### 4.4.3 Resultados para avaliação dos prováveis mecanismos de falha

Nesta etapa avaliaram-se aqueles parâmetros relacionados aos prováveis mecanismos de falhas em regiões reconhecidamente críticas, como a interface do revestimento, superfície de contato e eixo de aplicação da carga normal. A figura a seguir ilustra um dos resultados cujo procedimento de obtenção se deu conforme descrito no primeiro passo do item 4.4.1, para o caso em que não há aplicação de força tangencial, isto é, o coeficiente de atrito ( $\mu$ ) é nulo:

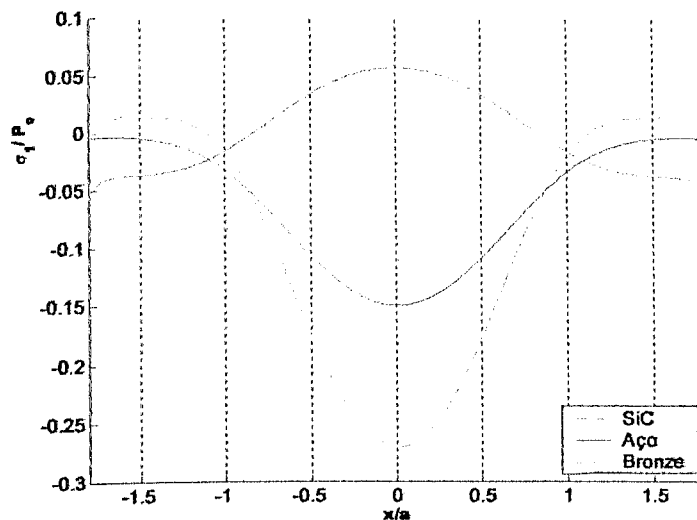


Figura 4.9 – Cálculo de  $\sigma_1$  ao longo da interface do revestimento e substrato, para  $\mu = 0,0$  e espessura de revestimento  $h = 0,064\text{mm}$ .

Os valores da espessura de revestimento foram arbitrados de forma que a máxima espessura de revestimento fosse, pelo menos, o triplo do valor da largura do contato, estimado preliminarmente, em torno de 0,075 mm. Isto resultou em uma faixa de valores para a espessura de revestimento que foi de 0,032 a 0,224 mm, dividida em sete valores espaçados uniformemente, conforme tabela 4.2:



Tabela 4.2 – Valores arbitrados para as espessuras de revestimentos simuladas.

Espessuras de revestimento	Valores arbitrados (mm)
$h_1$	0,032
$h_2$	0,064
$h_3$	0,096
$h_4$	0,128
$h_5$	0,160
$h_6$	0,192
$h_7$	0,224

#### 4.4.4 Obtenção dos contornos da tensão equivalente e da primeira tensão principal

Com o objetivo de se realizar uma análise dos resultados obtidos para a primeira tensão principal ( $\sigma_1$ ) e para a tensão equivalente de von Mises ( $\sigma_{\text{eqv}}$ ), nesta etapa do pós-processamento, foram calculados os contornos para que se tivesse uma melhor visualização da solução para o modelo como um todo.

Resultados dos contornos acima descritos foram obtidos para os revestimentos em bronze e em carbeto de silício (SiC). A Figura 4.10 ilustra um destes resultados, os quais são apresentados na íntegra no capítulo 5.

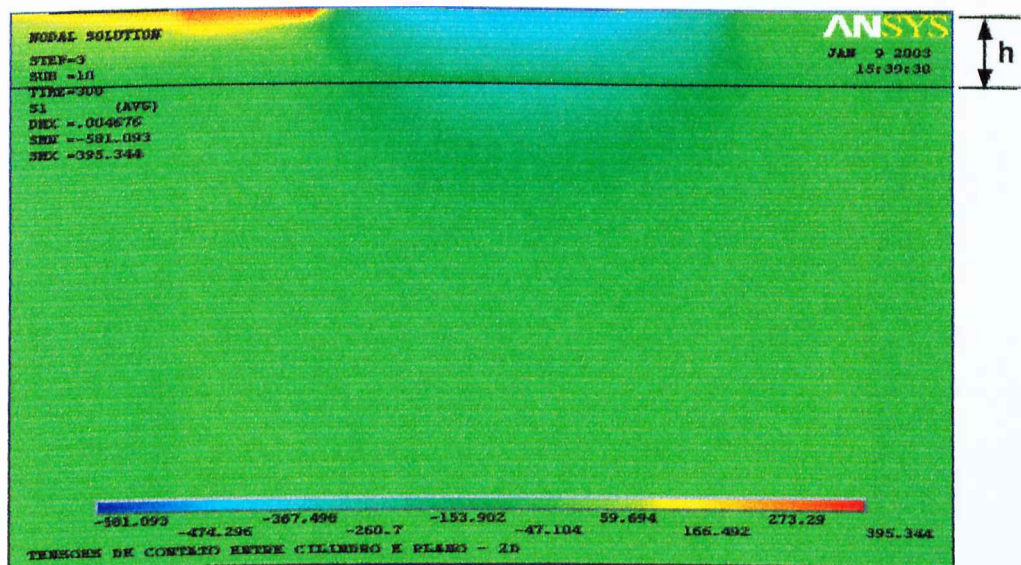


Figura 4.10 – Contorno de  $\sigma_1$  para o SiC com revestimento, com  $h = 0,032\text{mm}$  e  $\mu = 0,2$ .

#### *4.4.5 Avaliação da largura de contato e distribuição de pressão no contato.*

A averiguação dos resultados obtidos pelo MEF bem como o estudo da relação entre a distribuição de pressão e a largura de contato foi feita nesta última etapa de obtenção dos resultados. Os gráficos destes dois parâmetros, referentes ao maior e ao menor atrito e à maior e menor espessura de revestimento, foram plotados nas Figuras 5.41 a 5.44, também obtidos segundo procedimento descrito no primeiro passo do item 4.4.1.



## Capítulo V

### Resultados e Discussões

#### 5.1 Dos procedimentos adotados para a validação do modelo

As hipóteses simplificadoras inerentes ao método dos elementos finitos, bem como erros oriundos dos algoritmos numéricos, simplificações na geometria e no modelo físico proposto, podem, quando associados, levar a resultados que se distanciam em muito da realidade. Por todos estes motivos, há que se adotar procedimentos que possam mensurar o quão distantes estão estes resultados dos valores esperados, possibilitando, ou não, uma validação do modelo adotado.

O primeiro passo no sentido desta validação, foi dado através de uma simulação numérica para um corpo de prova sem revestimento, homogêneo, sujeito apenas a aplicação de uma força normal de 100N. Estes resultados foram comparados àqueles obtidos pelo método analítico, calculados sobre o eixo  $y$  de aplicação da carga, conforme mostrado na Figura 5.1.

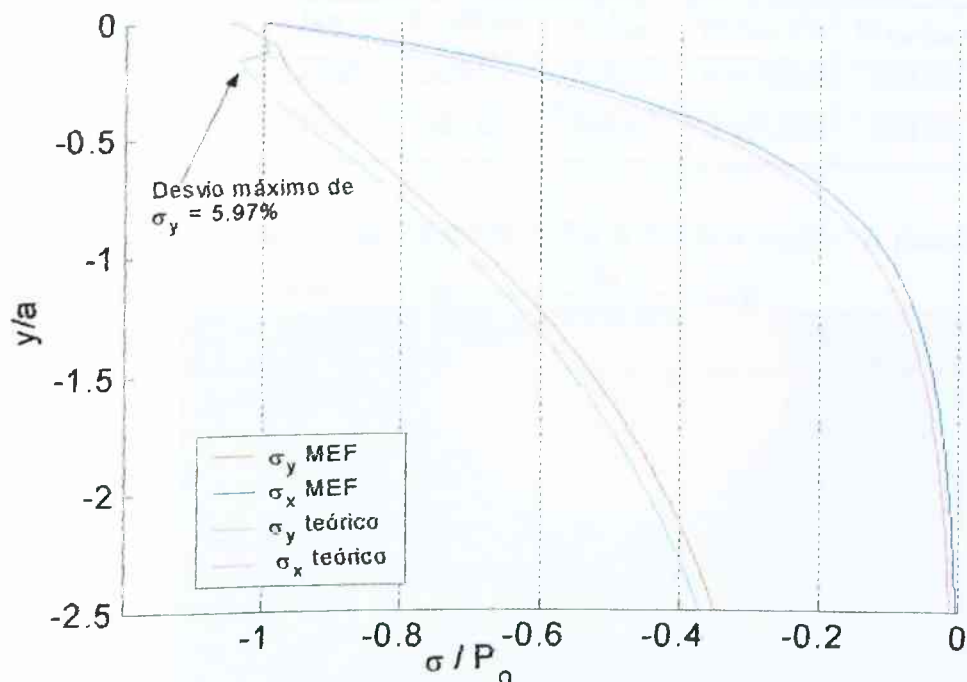


Figura 5.1: Cálculo de  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  ao longo do eixo de aplicação da carga normal, OY.

Deve-se ressaltar nos resultados acima que as tensões  $\sigma_x = -861,3$  MPa e  $\sigma_y = -905,77$  MPa, deveriam possuir valores iguais entre si, de acordo com os resultados

analíticos, na superfície do contato. No entanto, diferem pontualmente do valor teórico, que é de 863,762 MPa, algo em torno de 0,28 e 4,86 pontos percentuais, respectivamente. As Figuras 5.3 a 5.9 trazem outras confrontações com os resultados obtidos analiticamente, através de contornos e cálculos ao longo de um determinado caminho, para o caso do material homogêneo e não-homogêneo. Como a análise é feita apenas no limite elástico, estes altos valores de tensão são apenas teóricos, uma vez que não se “permitiu” que houvesse escoamento do material. A utilização do aço como revestimento de um substrato do mesmo material tornou possível a verificação da ocorrência ou não de um comportamento semelhante ao caso do material homogêneo em aço. Isto se fez utilizando-se a maior e a menor espessura de revestimento dentro do espectro de valores utilizados para o estudo da influência deste parâmetro no campo de tensões.

Como se vê na Tabela 5.1 e nas Figuras 5.9 e 5.10, não há significativas oscilações nos resultados, sejam para  $\sigma_{eqv}$  ou para  $\sigma_1$ , ao se variar a espessura  $h$ . Isto sugere uma convergência destes valores obtidos para o caso do aço como revestimento de um substrato do mesmo material para aqueles resultados obtidos quando o material é homogêneo em aço.

Tabela 5.1 – Resultados obtidos do MEF para a maior e menor espessura de revestimento em aço e  $\mu = 0,2$ , em um substrato do mesmo material (os valores das tensões estão em MPa).

$a$ (mm)	$h$ (mm)	$h/a$	$P_o$ (Mpa)	$(\sigma_1)_{max}$	$(\sigma_1)_{max}/P_o$	$(\sigma_{eqv})_{max}$	$(\sigma_{eqv})_{max}/P_o$
0,0788	0,032	0,4061	862,96	350,35	0,405986	558,36	0,647029
0,0788	0,224	2,8426	862,67	349,67	0,405335	558,52	0,647432

Nos contornos de  $\sigma_{eqv}$  das Figuras 5.2-a e 5.2-b a seguir, é possível uma melhor visualização destes resultados:

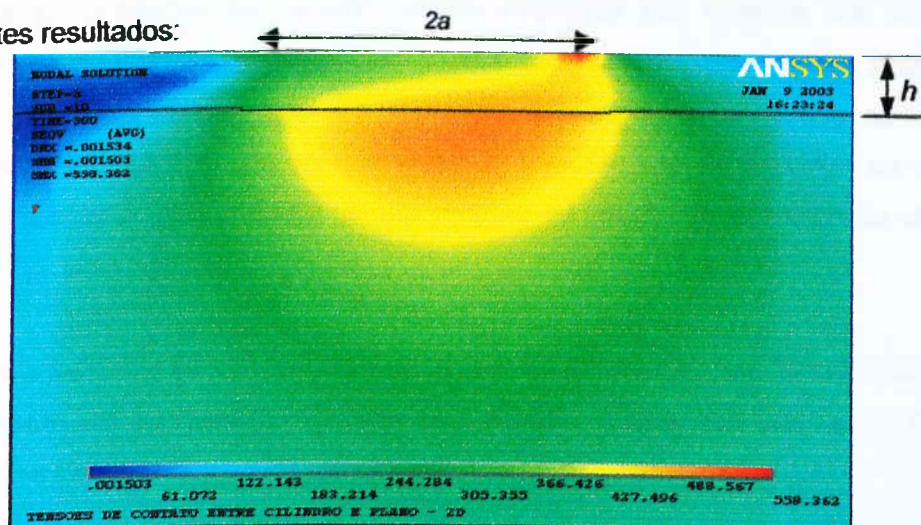


Figura 5.2-a – Contorno da tensão equivalente de von Mises para o caso de um substrato em aço revestido do mesmo material. (Menor espessura –  $h = 0,032$  mm e  $\mu = 0,2$ ).

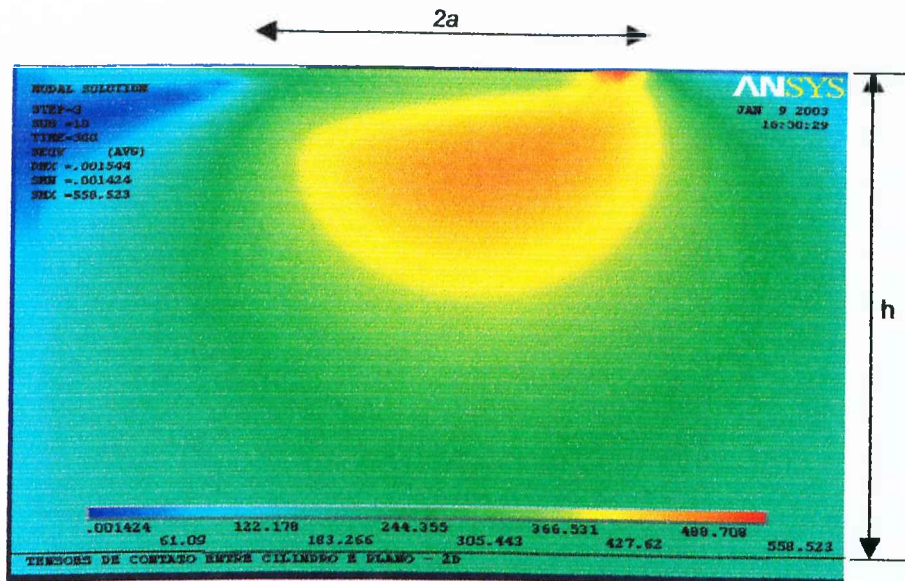


Figura 5.2-b – Contorno da tensão equivalente de von Mises para o caso de um substrato em aço revestido do mesmo material. (Maior espessura,  $h = 0,224\text{mm}$  e  $\mu = 0,2$ ).

Em seqüência a isto, fez-se uso dos resultados obtidos em um método analítico-numérico, para este mesmo problema, isto é, o caso de um cilindro sobre um plano revestido sujeito a carregamentos normal e tangencial, distribuídos sobre uma largura de contato, como pode ser visto, mais detalhadamente, em Oliveira (1996 – p.11-13).

Ainda que as condições de contorno desta referência não tenham sido impostas exatamente como neste modelo proposto, que simula uma situação real de um indetador cilíndrico em um plano revestido, com as simplificações supracitadas, todas as demais hipóteses assumidas na obtenção da solução analítica também vão de encontro ao mesmo problema físico em estudo, utilizando-se de um método de resolução diferente do utilizado neste estudo (MEF).

As Figuras 5.3 e 5.4, a seguir, mostram os contornos da primeira tensão principal para o caso de um substrato em aço revestido do mesmo material, obtidos pelo MEF e por Oliveira (1996), respectivamente:



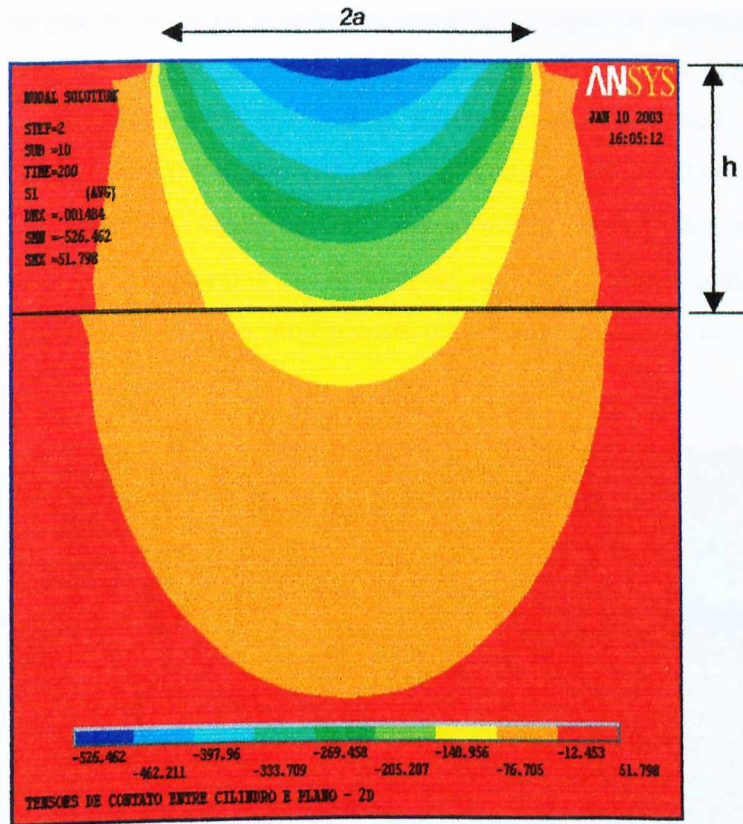


Figura 5.3 – Contorno da primeira tensão principal para o caso de um substrato em aço revestido do mesmo material. ( $h = 0,064\text{mm}$  e  $\mu = 0,0$ ), obtido pelo MEF.

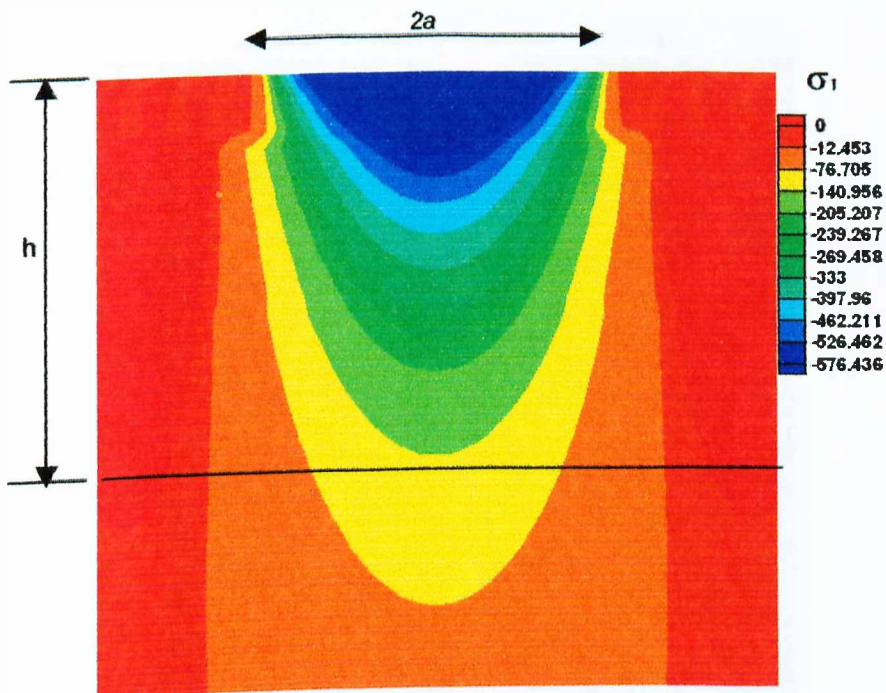


Figura 5.4 – Contorno da primeira tensão principal para o caso de um substrato em aço revestido do mesmo material ( $h=0,064\text{mm}$  e  $\mu = 0,0$ ), obtido analiticamente por Oliveira (1996).

Uma confrontação entre os resultados analíticos e aqueles obtidos pelo MEF está feita a seguir, na forma de contornos da tensão equivalente de von Mises (Figuras 5.5 e 5.6) e da primeira tensão principal (Figuras 5.7 e 5.8). Estes quatro resultados, agora, referem-se ao caso de um substrato em aço revestido por SiC, com espessura  $h = 0.064$  mm e  $\mu = 0.5$ .

Os resultados analíticos foram calculados no Visual Fortran<sup>®</sup> 6.0 e plotados em Tecplot<sup>®</sup> 8.0, enquanto aqueles resultantes de simulação numérica foram obtidos do ANSYS<sup>®</sup>, daí algumas diferenças implícitas na forma de apresentação de cada um, como segue:

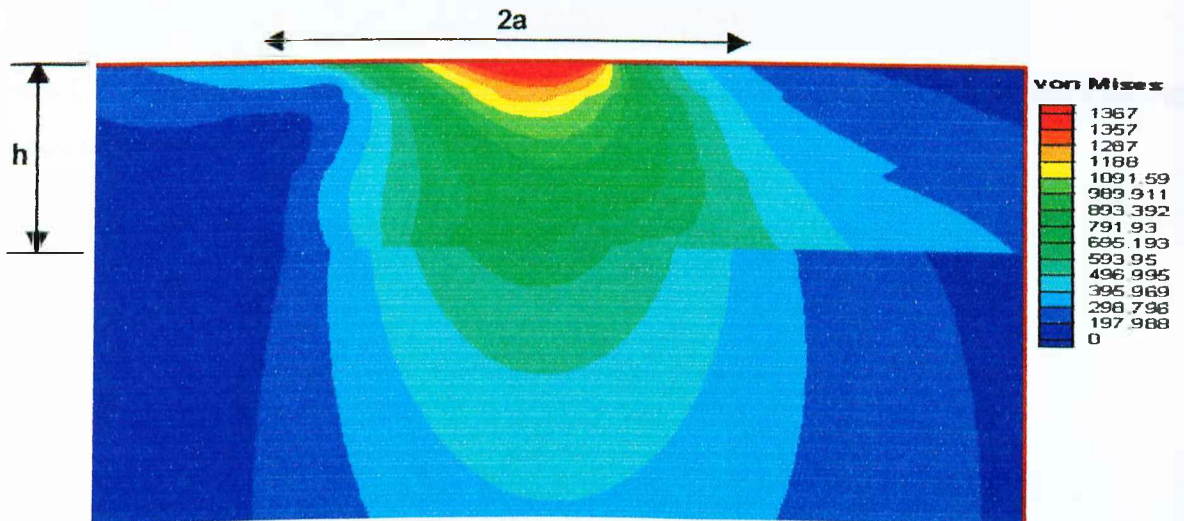


Figura 5.5 – Contornos da tensão de von Mises obtidos por Oliveira (1996).

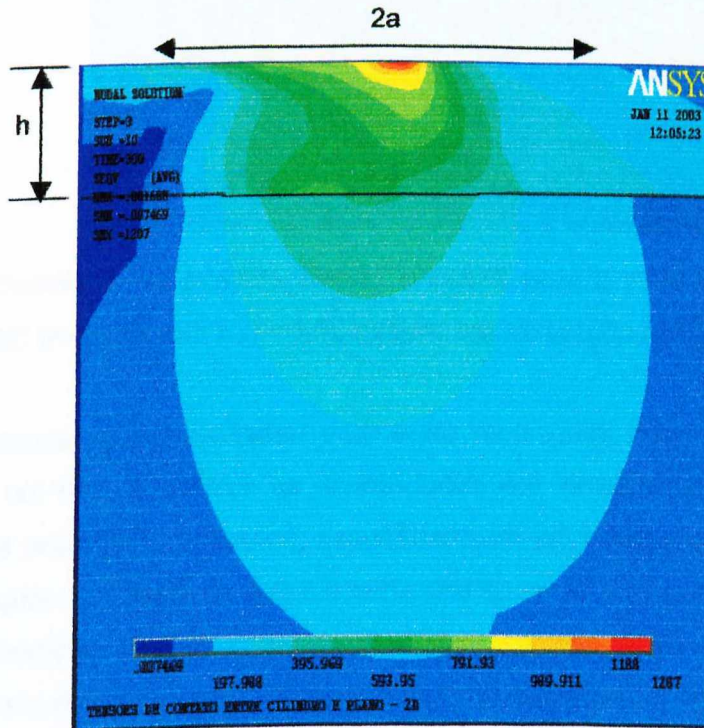


Figura 5.6 – Contornos da tensão de von Mises, obtidos pelo MEF, em MPa.



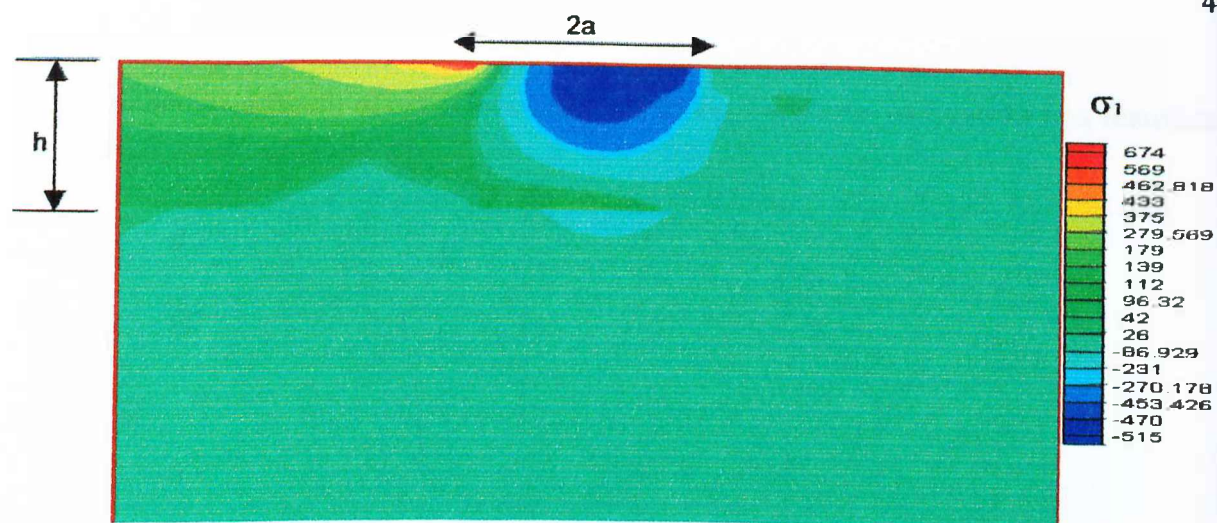


Figura 5.7 – Contornos da tensão  $\sigma_1$  obtidos por Oliveira (1996), para o caso de um substrato em aço revestido por SiC ( $h = 0,064$  mm e  $\mu = 0,5$ ).

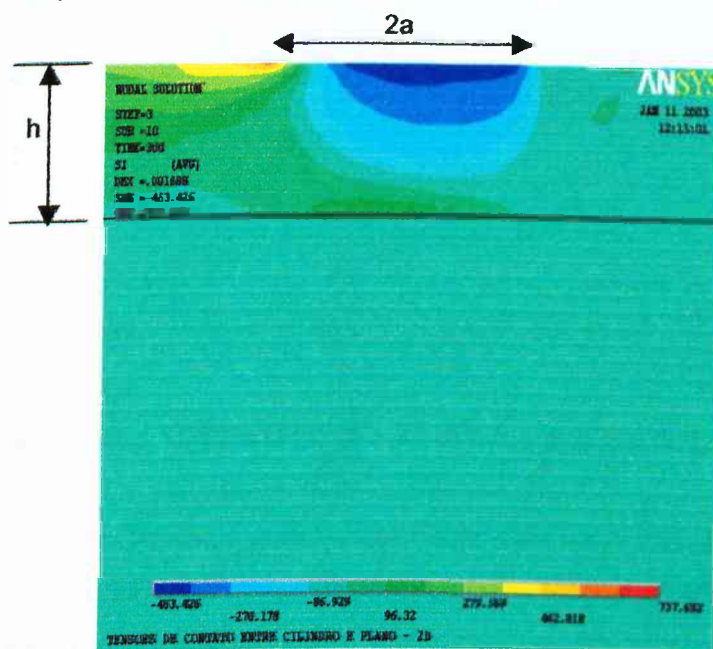


Figura 5.8 – Contornos da primeira tensão principal para o caso de um substrato em aço revestido por SiC ( $h=0,064$  mm e  $\mu = 0,5$ ), obtidos em simulação numérica, pelo MEF.

Os contornos acima permitem uma visão mais geral dos resultados globais para o modelo como um todo e conferir as similaridades dos resultados obtidos analiticamente e aqueles obtidos pelo MEF. Entretanto, especificamente em relação a  $\sigma_1$ , ocorre um fenômeno que evidencia uma das discrepâncias fundamentais entre os resultados dos dois métodos: Ao descrever as condições de contorno em seu modelo, Oliveira (1996 – p.10) tem como uma de suas suposições a de que  $\sigma_{xy} = \sigma_{xx} = 0$ , quando calculados sobre o eixo horizontal  $x$ , na região exterior à largura do contato. Isto faz com que não seja possível se detectar a existência de  $\sigma_1$  maior que zero na saída do contato, quando  $\mu$  é nulo (vide Figura 5.4), isto é, quando não há

força tangencial aplicada sobre o indentador cilíndrico, conforme se observa nos resultados obtidos pelo MEF, na Figura 5.9:

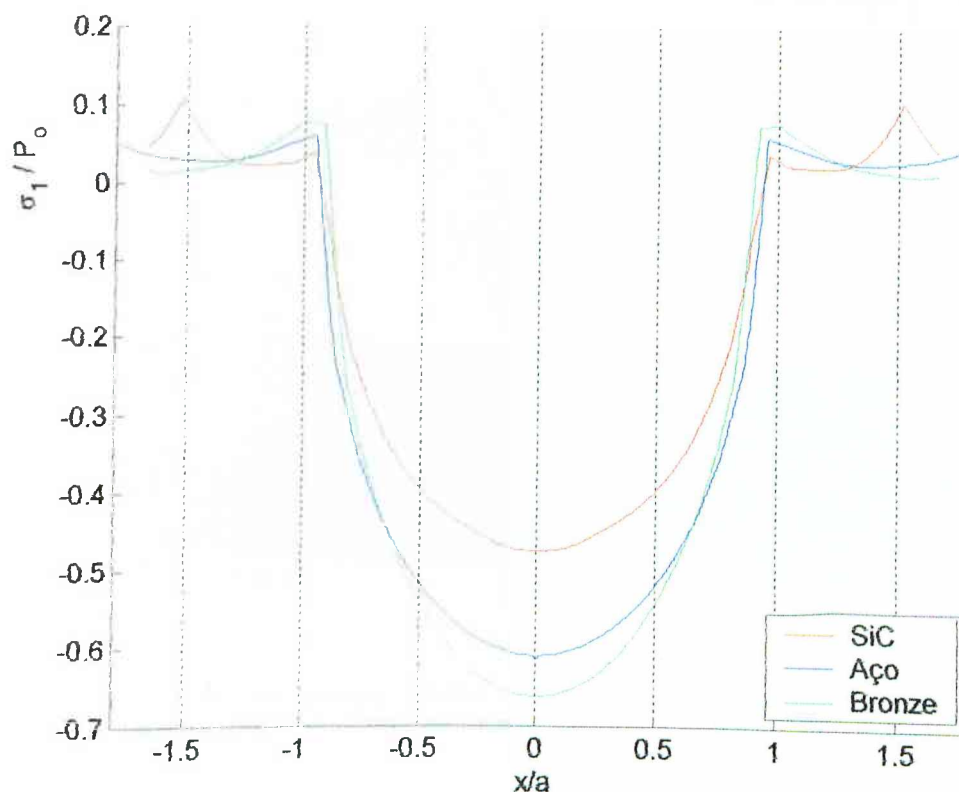


Figura 5.9 – Cálculo de  $\sigma_1$  sobre a linha que contém a superfície de contato, utilizando o MEF.

É realmente interessante que, nestas circunstâncias, havendo somente a aplicação de uma força de compressão sobre o indentador, ocorram tensões trativas na região exterior à região de contato. Esta ocorrência de  $\sigma_1$  maior que zero, quando não há força tangencial, é mais destacada para o revestimento cerâmico e mais discreto para o aço e o bronze, o que demonstra uma dependência deste fenômeno em relação às propriedades mecânicas do material do revestimento.

Este comportamento já foi investigado e confirmado experimentalmente, em alguns casos e para certos materiais.

Pintaúde, G. (2002) descreve este comportamento através de uma impressão de dureza Vickers convencional HV, por meio de imagens obtidas em interferometria laser (Figura 5.10), para uma profundidade máxima de penetração de  $3 \mu\text{m}$  em aço AISI 52100 trefilado. Nestas imagens pode-se observar a formação de bordas ("piling-up") devidas à atuação de tensões que tendem a tracionar o material no sentido oposto àquele da indentação.

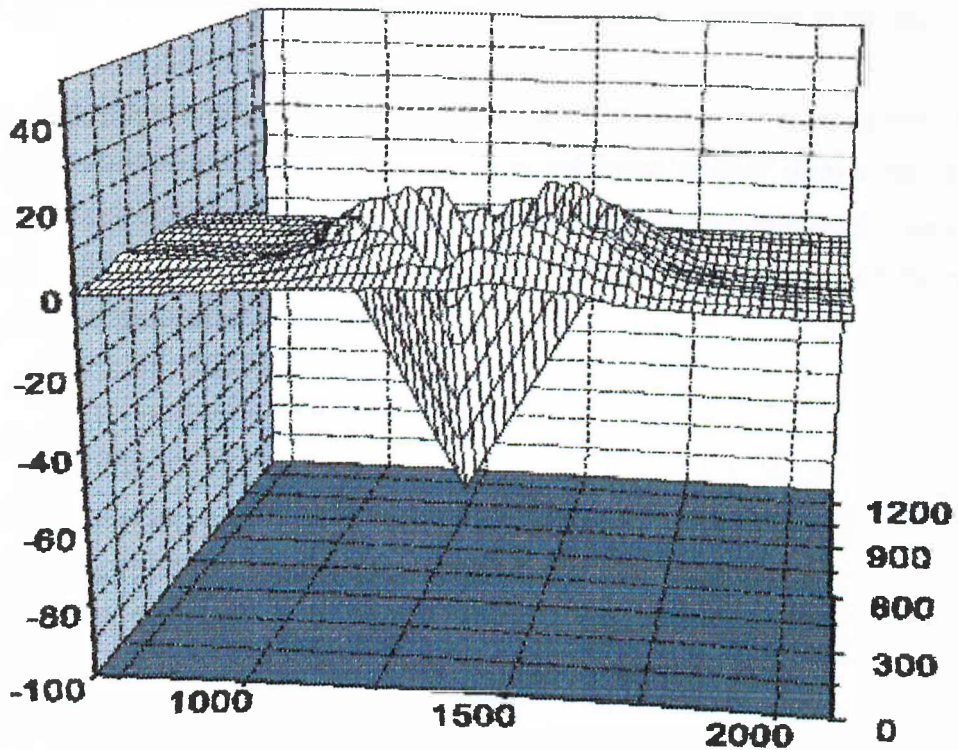


Figura 5.10 – Formação de bordas obtidas em interferometria laser, segundo Pintaúde, G. (2002).

O termo "piling-up" foi utilizado, pela primeira vez, por Nurbury e Samuel (1928) para designar morfologias de impressão de dureza Brinell. Mais recentemente, Pintaúde (2002) incorporou a denominação "formação de bordas" para designar este fenômeno.

Diversos pesquisadores propuseram que fossem criados parâmetros para a previsão da ocorrência ou não da formação de bordas em ensaios de dureza: Zeng et al. (1996), Giannakopoulos e Suresh (1999), e Alcalá e colaboradores (2000).

De acordo com Stelmashenko et al. (1993):

"...o campo de deslocamentos, segundo a direção em que há escoamento plástico de material para a formação das bordas em um ensaio de dureza, gera um armazenamento local de material, resultando em tensões compressivas elásticas que são compensadas por tensões de tração para fora deste campo".

Esta afirmação aponta no sentido de se concluir que a ocorrência das tensões  $\sigma_1$  positivas, encontradas neste trabalho, para esta mesma região, está coerente com os resultados experimentais obtidos pelos autores acima referenciados.



## 5.2 A influência da espessura de revestimento nos resultados das tensões máximas

Uma análise dos resultados obtidos pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) será feita agora, plotando-se os valores das tensões  $\sigma_{\text{eqv}}$  e  $\sigma_1$  máximas "versus"  $(h/a)$ , respectivamente nas Figuras 5.11 e 5.12, mantendo-se  $\mu$  constante e igual a 0,2. O objetivo é o de se avaliar como foram afetados cada um destes parâmetros ao se variar a espessura de revestimento, para cada um dos materiais do revestimento.

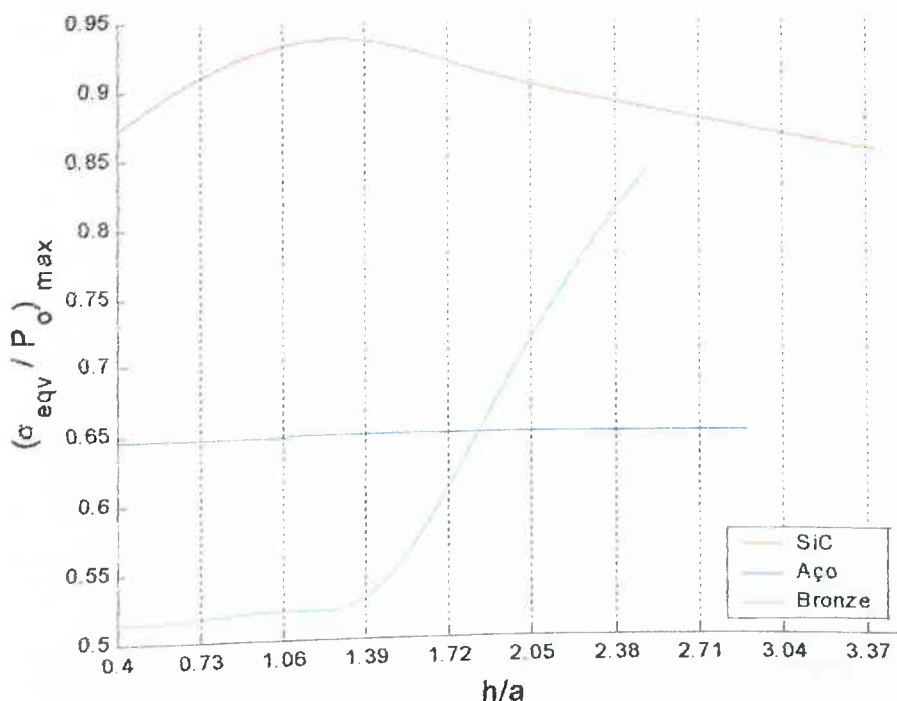


Figura 5.11 – Tensões equivalentes máximas "versus"  $h/a$ .

Como se vê na Figura 5.11, não há influência da espessura do revestimento de aço para o substrato do mesmo material no valor da tensão equivalente, como seria de se esperar para o material homogêneo em aço, o que não ocorre para os outros dois revestimentos.

No caso do revestimento em bronze, torna-se evidente que, para um valor de  $(h/a)$  inferior a 1,39,  $\sigma_{\text{eqv}}$  é praticamente constante, em torno de 0,52. Revestimentos com espessuras acima deste valor acarretarão maiores valores da tensão equivalente de von Mises. Isto é indesejável, uma vez que será este o parâmetro preponderante na avaliação de um eventual desencadeamento do mecanismo de falha para o caso dos revestimentos metálicos, como o bronze.

Também é possível observar que, no caso do revestimento em cerâmica, a primeira tensão principal é mínima (Figura 5.12), nesta mesma espessura, isto é, para  $(h/a)$  igual a 1.39. Sendo  $\sigma_1$  o parâmetro mais importante na avaliação do mecanismo de falha dos materiais frágeis, como a cerâmica, este resultado conduz a uma constatação importante: A de que há uma espessura ótima de revestimento nestas circunstâncias, onde um valor inferior ou maior a este não implementará uma proteção adequada ao substrato:

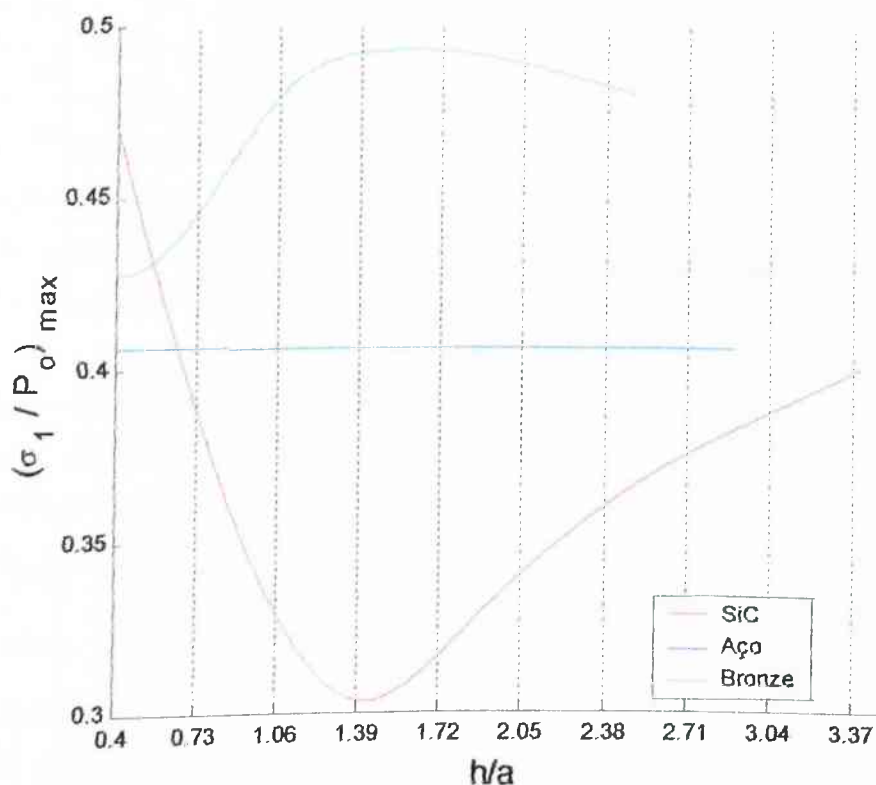


Figura 5.12 – Tensões  $\sigma_1$  máximas "versus"  $h/a$ .

### 5.3 Estudo da influência do atrito nos resultados das tensões máximas

Analogamente ao procedimento anterior, uma análise semelhante se fará necessária, mas desta vez, mantendo-se constante a espessura  $h$  do revestimento em 0,064 mm e variando-se o coeficiente de atrito  $\mu$ , conforme pode ser observado na Figura 5.13, a seguir.

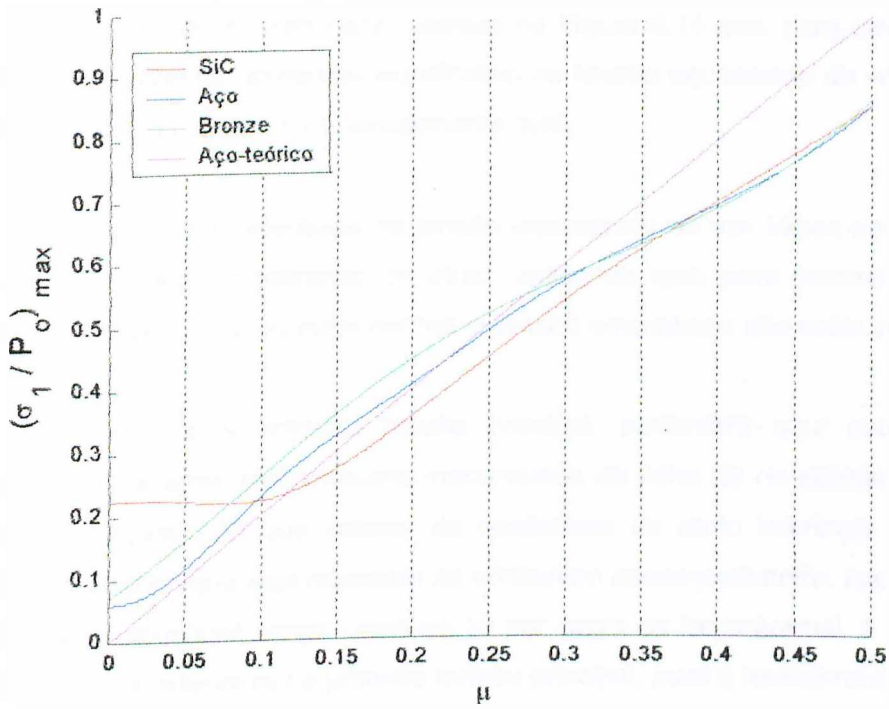


Figura 5.13 – Tensões  $\sigma_1$  máximas "versus"  $\mu$ .

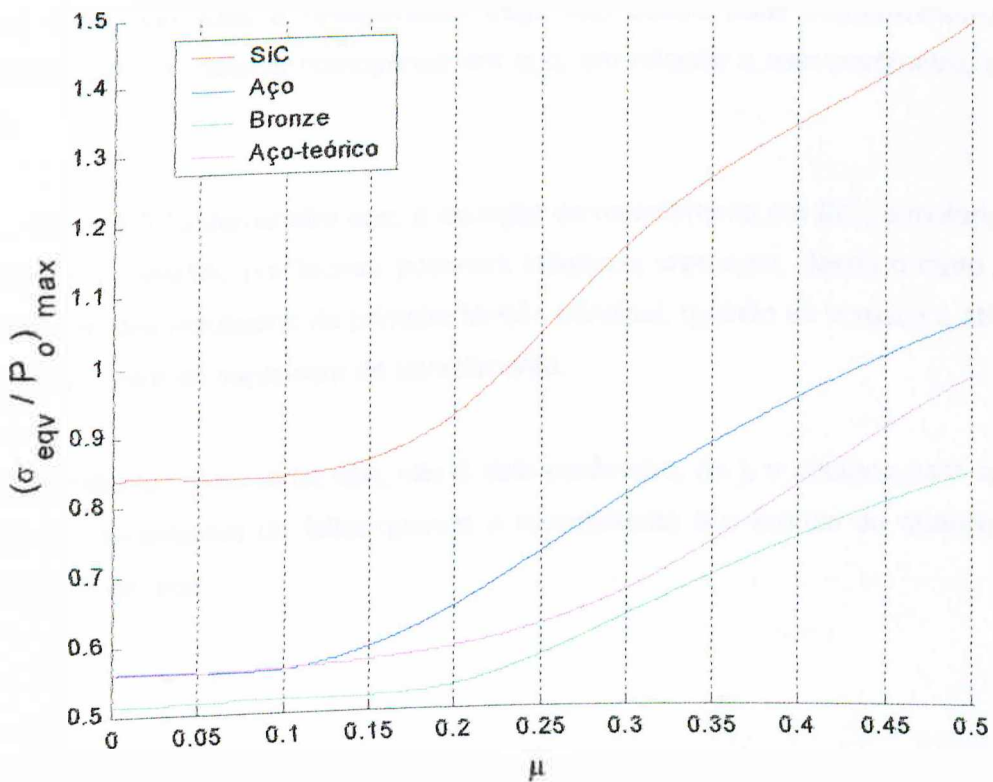


Figura 5.14 – Tensões equivalentes  $\sigma_{\text{eqv}}$  máximas "versus"  $\mu$ .

Pode-se observar com certa clareza na Figura 5.14 que, para um coeficiente de atrito inferior a 0,15, não há acréscimo significativo na tensão equivalente de von Mises, seja para o revestimento frágil, seja para o revestimento dútil.

Incrementos consideráveis na tensão equivalente de von Mises se dão após valores de 0,15 ou 0,20 para o coeficiente de atrito, indicando que, para valores de força tangencial inferiores a 15 por cento da força normal, a tensão equivalente não sofre influências relevantes.

Relativamente à primeira tensão principal, parâmetro aqui adotado como o mais importante na análise dos prováveis mecanismos de falha do revestimento frágil, é possível verificar na figura 5.13 que valores do coeficiente de atrito inferiores a 0,1 não possuem influência tamanha que seja relevante no acréscimo desse parâmetro. Isto indica que, somente após a força tangencial atingir cerca de 10 por cento da força normal, é que se pode esperar incrementos consideráveis na primeira tensão principal, para o revestimento frágil.

Em que pese não se ter adotado a primeira tensão principal como parâmetro importante na análise dos mecanismos de falha do revestimento dútil, vale observar que o comportamento acima observado para o revestimento frágil não ocorre para o revestimento em bronze, tampouco para o material homogêneo em aço, em relação a este parâmetro, ao se variar o atrito.

A figura 5.13 demonstra que, à exceção do revestimento em SiC, o material homogêneo em aço e o revestido por bronze possuem influência crescente, desde o atrito zero, sobre o crescimento dos resultados da primeira tensão principal, quando se acresce o atrito, mantendo constante o valor da espessura de revestimento.

Entretanto, como já foi dito, não é este parâmetro, ( $\sigma_1$ ), o adotado para se observar os prováveis mecanismos de falha quando o revestimento é o bronze ou quando o material é homogêneo em aço.

#### 5.4 Estudo dos prováveis mecanismos de falha

Procede-se agora, uma análise dos prováveis mecanismos de falha para o caso do revestimento frágil, SiC, do revestimento dútil, bronze, e do material homogêneo em aço, em uma linha de contato deslizante de um sólido sujeito a uma pressão de contato. Não se fará aqui um cálculo rigoroso das condições necessárias para que se inicie uma trinca no substrato ou no revestimento do sólido, pois foge do escopo deste trabalho. Para resultados mais rigorosos neste sentido, referir-se a Oliveira (1996).

Enquanto as tensões trativas são as principais motivadoras dos microtrincamentos nos materiais frágeis, nos materiais dúteis do substrato ou do revestimento é o processo de deformação plástica que induzirá a formação de trincas interfaciais decorrentes da interação de discordâncias (Honeycombe, 1985).

Os principais modos de falha, trativas ou compressivas, estão nas Tabelas 5.2 e 5.3, a seguir.

Tabela 5.2 – Falhas trativas para revestimentos finos (Rickerby, 1991).

<b>Revestimento</b>	<b>Substrato</b>	<b>Mecanismo de falha</b>
Frágil	Dútil	Trincamento no revestimento
Dútil	Frágil	Início de perda de aderência no substrato
Dútil	Dútil	Formação de fendas na interface revestimento/substrato
Frágil	Frágil	Início de perda de aderência na interface (revestimento tenaz) ou perda de aderência interfacial por trincamento do revestimento

Tabela 5.3 – Falhas compressivas para revestimentos finos (Rickerby, 1991).

<b>Revestimento</b>	<b>Substrato</b>	<b>Mecanismo de falha</b>
Frágil	Dútil	Propagação de flambagem no revestimento
Dútil/frágil	Frágil	Formação de fendas no revestimento
Dútil	Dútil	Não há perda de aderência

Na interface, quando ocorre mecanismos de falhas, estes são denominados adesivos e aqueles que ocorrem no interior do revestimento ou do substrato são denominados coesivos. Estes mecanismos se dão por microtrincamentos, deformação plástica ou perda de aderência, segundo Komvopoulos (1988).

#### 5.4.1. A tendência de fratura no revestimento cerâmico – SiC

A determinação da região do sólido que está sujeita à máxima tensão trativa, ( $\sigma_1$ ), é fundamental na obtenção das condições necessárias para o início de uma fratura frágil no revestimento ou no substrato. Esta região pode ocorrer, basicamente, em três posições: i) na superfície do revestimento, imediatamente abaixo do indentador, dentro da região do contato; ii) na superfície do revestimento, porém, cerca de duas vezes a espessura do revestimento antes ou após o contato; iii) na interface revestimento/substrato, na linha central da pressão de contato.

Em todos os casos, a tensão trativa no substrato em aço é negligenciada. Isto sugere que será mais comum que uma fratura se inicie através de uma trinca na superfície do contato ou de uma trinca exatamente sobre a interface revestimento/substrato.

Nas Tabelas 5.4 e 5.5, a seguir, constam as regiões de ocorrências dos valores máximos obtidos pelo MEF para a primeira tensão principal, ( $\sigma_1$ ), com seus respectivos valores adimensionalizados em relação à máxima pressão  $P_0$ , para cada caso estudado. Seja em função da variação do atrito, seja em função da variação da espessura de revestimento:

Tabela 5.4 – Posição de ocorrência dos valores máximos da primeira tensão principal, ( $\sigma_1$ ).  
Material do revestimento: SiC, para  $\mu = 0,2$ .

h/a	$(\sigma_{1max}/P_0)$	Região de ocorrência da máxima tensão ( $\sigma_1$ )
0,444	0,4580	Superfície de contato
0,889	0,3553	Superfície de contato
1,391	0,3035	Superfície de contato
1,855	0,3264	Superfície de contato
2,424	0,3620	Superfície de contato
2,909	0,3823	Superfície de contato
3,394	0,4000	Superfície de contato

Tabela 5.5 – Posição de ocorrência dos valores máximos da primeira tensão principal, ( $\sigma_1$ ).  
Material do revestimento: SiC, para  $h = 0,064$  mm.

$\mu$	$(\sigma_{1max}/P_0)$	Região de ocorrência da máxima tensão ( $\sigma_1$ )
0,00	0,22285	Superfície de contato
0,05	0,22292	Superfície de contato
0,10	0,22325	Superfície de contato
0,20	0,35531	Superfície de contato
0,30	0,54033	Superfície de contato
0,40	0,70272	Superfície de contato
0,50	0,85472	Superfície de contato

#### 5.4.2. A tendência de deformação plástica no bronze

Nas Tabelas 5.6 e 5.7, a seguir, constam as regiões de ocorrências dos valores máximos da tensão equivalente de von Mises, obtidos pelo MEF :

Tabela 5.6 – Posição de ocorrência dos valores máximos da tensão equivalente de von Mises. Material do revestimento: Bronze, para  $\mu=0,2$ .

$h/a$	$(\sigma_{eqv})_{max}/P_0$	Região de ocorrência da máxima tensão ( $\sigma_{eqv}$ )
0,37	0,56020	Interface do revestimento
0,74	0,53464	Interface do revestimento
1,07	0,50866	Interior do revestimento
1,42	0,50977	Interior do revestimento
1,78	0,50796	Interior do revestimento
2,13	0,50446	Interior do revestimento
2,49	0,50086	Interior do revestimento

Tabela 5.7 – Posição de ocorrência dos valores máximos da tensão equivalente de von Mises. Material do revestimento: Bronze, para  $h=0,064$  mm.

$\mu$	$(\sigma_{eqv})_{max}/P_0$	Região de ocorrência da máxima tensão ( $\sigma_{eqv}$ )
0,00	0,51587	Interface do revestimento
0,05	0,51741	Interface do revestimento
0,10	0,52115	Interface do revestimento
0,20	0,53464	Interface do revestimento
0,30	0,63036	Superfície de contato
0,40	0,74155	Superfície de contato
0,50	0,83516	Superfície de contato

Em virtude de não haver discrepâncias significativas nos resultados dos parâmetros importantes no processo de deflagração dos mecanismos de falha quando se varia a espessura do revestimento em aço para um substrato do mesmo material (material homogêneo), somente constam na Tabela 5.8 os resultados referentes ao estudo da influência da variação do coeficiente de atrito.

Tabela 5.8 – Posição de ocorrência dos valores máximos da tensão equivalente de von Mises. Material do revestimento: Aço, para  $h=0,064$  mm.

$\mu$	$(\sigma_{eqv\ max} / P_0)$	Local de ocorrência da máxima tensão ( $\sigma_{eqv}$ )
0,00	0,55948	Interface do revestimento
0,05	0,56011	Centro do revestimento
0,10	0,56327	Centro do revestimento
0,20	0,64739	Superfície de contato
0,30	0,80177	Superfície de contato
0,40	0,94344	Superfície de contato
0,50	1,05711	Superfície de contato

### 5.5 Cálculos das tensões feitos ao longo das principais regiões de interesse

Os cálculos da tensão equivalente de von Mises e da primeira tensão principal foram feitos, primordialmente, em duas regiões:

- na interface do revestimento e do substrato;
- na superfície de contato dos sólidos;

Estes cálculos foram feitos para os três revestimentos, incluindo-se aí o revestimento em aço do substrato do mesmo material, e plotados no mesmo gráfico, ainda que os critérios para análise dos mecanismos de falha sejam diferentes para os materiais dúteis e frágeis.

Também foram feitos os cálculos de  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  e  $\sigma_{xy}$  ao longo do eixo de aplicação da força normal (OY) para os diferentes materiais, mas plotados em gráficos diferentes.

Estes gráficos estão divididos nas duas regiões de interesse, já citadas anteriormente, conforme se vê a seguir:

#### 5.5.1 Cálculo de $\sigma_I$ :

- **Região do cálculo:** Interface do revestimento e substrato.



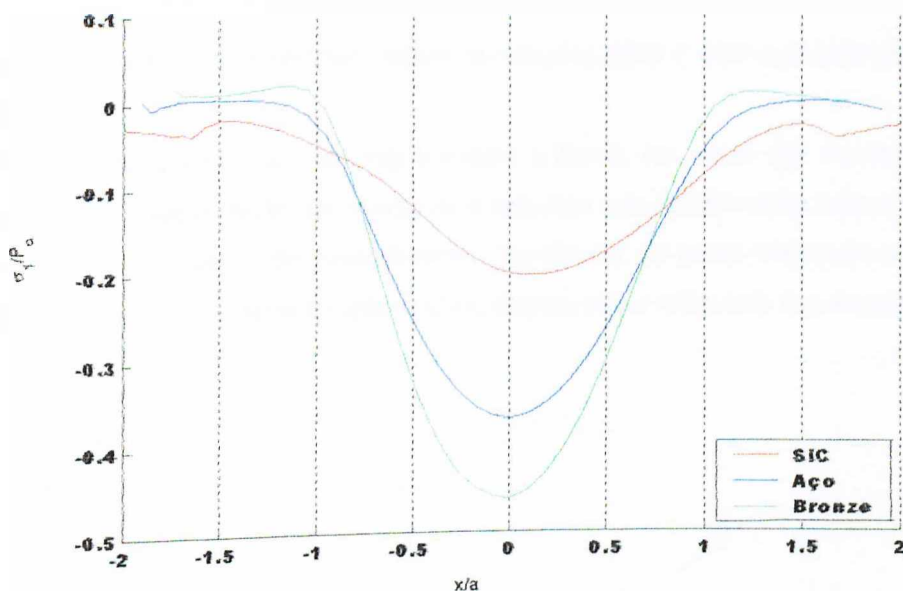


Figura 5.15 – Cálculo de  $\sigma_1$  ao longo da interface do revestimento e substrato para uma espessura de revestimento  $h=0,032$  mm e  $\mu=0,2$ .

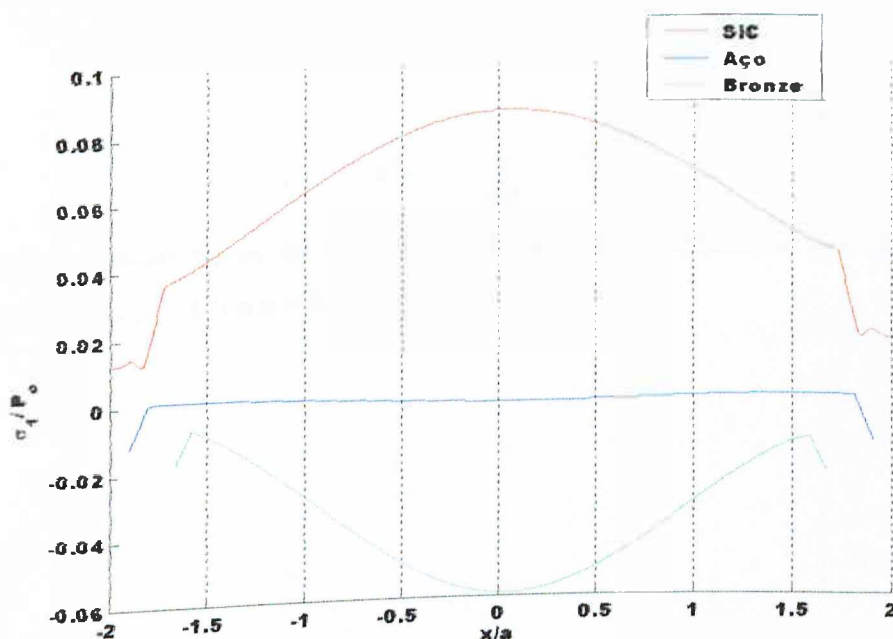


Figura 5.16 – Cálculo de  $\sigma_1$  ao longo da interface do revestimento e substrato para uma espessura de revestimento  $h=0,224$  mm e  $\mu=0,2$ .

Os resultados de  $\sigma_1$  plotados nas Figuras 5.15 e 5.16 foram calculados na interface do revestimento e substrato com o objetivo de se observar mais atentamente a influência de uma maior ou menor espessura de revestimento neste parâmetro, propiciando maiores subsídios à análise procedida no item 5.2, agora restrita à região da interface. Ainda que  $\sigma_1$  seja um parâmetro mais importante na deflagração do mecanismo de falha no revestimento frágil, foram

calculados simultaneamente também estes resultados para o aço e o bronze, para efeito de comparação.

Pode-se observar que não há tensões trativas no caso da menor espessura do revestimento frágil, nesta região de interface, e aquelas que existem são baixas e ocorrem para o maior valor de espessura de revestimento. Conforme se pode observar na Tabela 5.4, a região de ocorrência de máxima tensão trativa, nestas circunstâncias, é a superfície de contato.

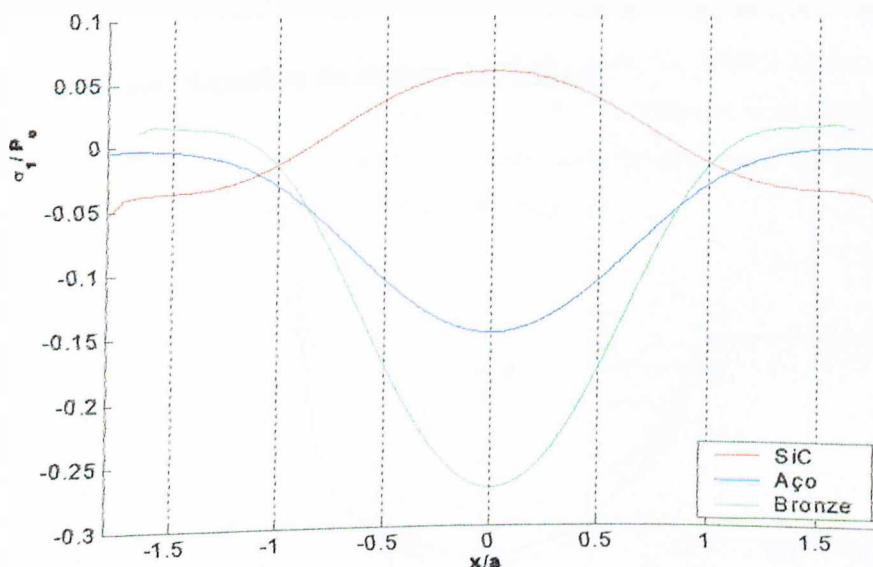


Figura 5.17 – Cálculo de  $\sigma_1$  ao longo da interface do revestimento e substrato para um coeficiente de atrito  $\mu = 0,0$  e  $h = 0,064$  mm.

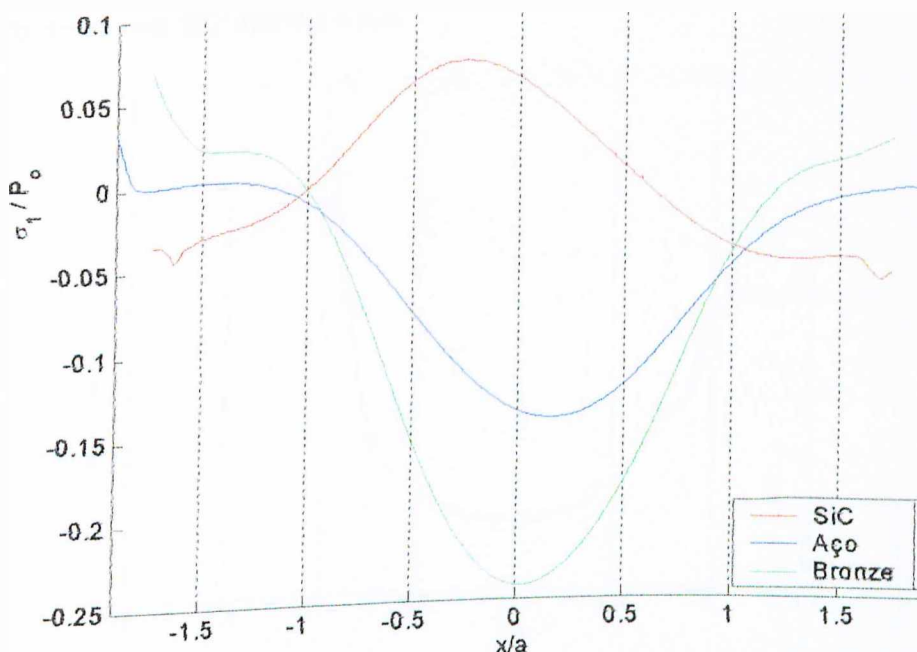


Figura 5.18 – Cálculo de  $\sigma_1$  ao longo da interface do revestimento e substrato para um coeficiente de atrito  $\mu = 0,50$  e  $h = 0,064$  mm.

De acordo com os resultados da figura 5.17, também nestas circunstâncias, de maior e menor atrito, a região de ocorrência de máxima tensão trativa é na superfície do contato, ainda que aqueles resultados referentes ao caso de maior atrito sejam superiores àqueles do caso de menor atrito na região da interface e ligeiramente deslocados para a esquerda do eixo central de aplicação da carga normal, que é o sentido de aplicação da força tangencial sobre o cilindro indentador.

Nas Figuras 5.19 e 5.20 a seguir estão os cálculos ao longo de outra região do modelo:

- **Região do cálculo:** Superfície de contato dos sólidos:

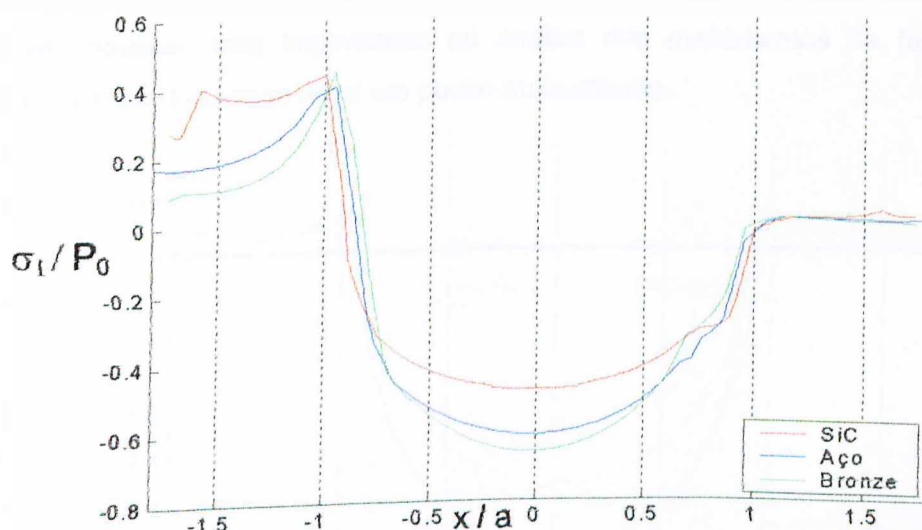


Figura 5.19 – Cálculo de  $\sigma_1$  ao longo da superfície de contato para o caso da menor espessura de revestimento,  $h=0,032$  mm e  $\mu=0,2$ .

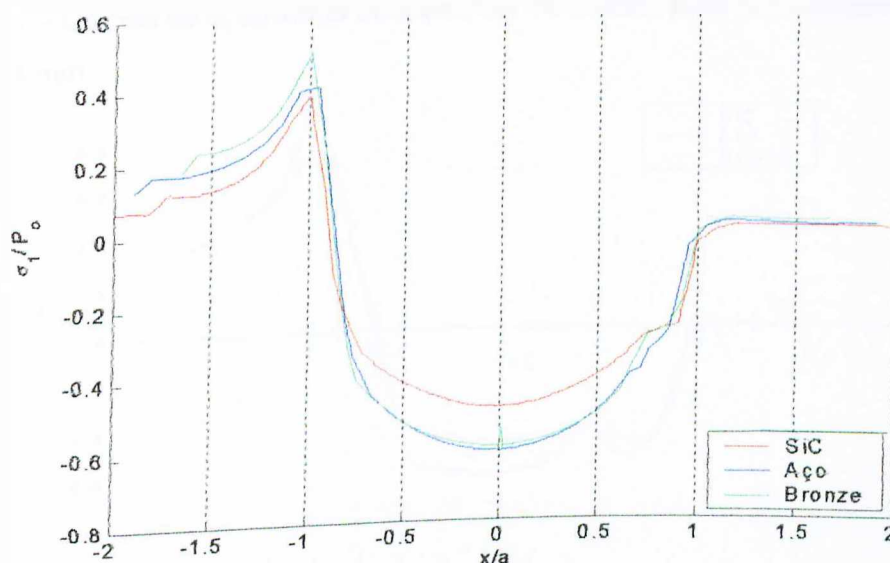


Figura 5.20 – Cálculo de  $\sigma_1$  ao longo da superfície de contato para o caso da maior espessura de revestimento,  $h=0,224$  mm e  $\mu=0,2$ .

Os cálculos acima deixam claro que a região da entrada na largura do contato é crítica em se tratando de tensões trativas para o revestimento cerâmico, especialmente no caso da espessura mínima de revestimento, que possui uma faixa maior de ocorrência destas tensões. Ocorre que, sendo um percurso de ocorrência de altos gradientes de  $\sigma_1$ , é provável que os valores calculados estarão tão mais próximos da realidade quanto mais refinada for a malha naquela região, o que poderia ser procedido, de acordo com a relação desejada para o custo computacional "versus" benefício pretendido.

Em relação aos demais revestimentos, percebem-se resultados tão superiores para as tensões trativas quanto mais dútil for o material. Entretanto, como se sabe, serão as tensões de von Mises aquelas mais importantes na análise dos mecanismos de falhas para estes materiais, nas quais deve-se deter um pouco mais adiante.

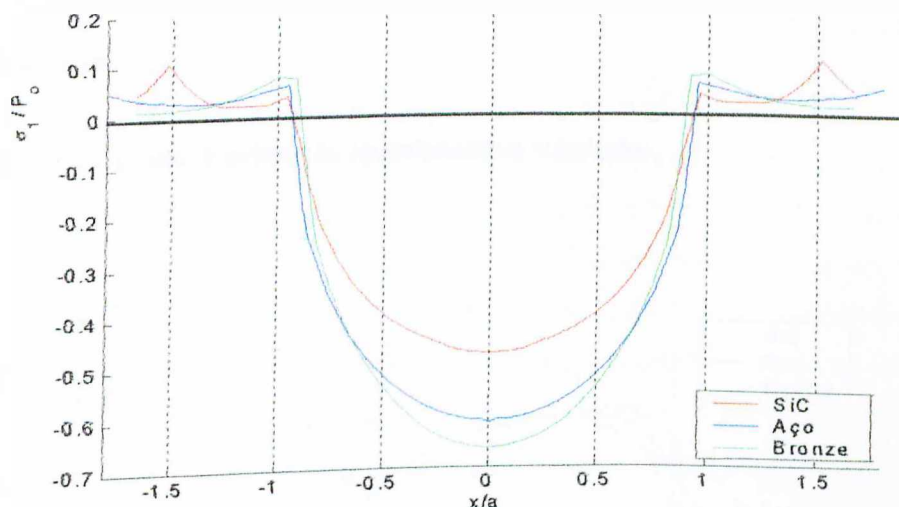


Figura 5.21 – Cálculo de  $\sigma_1$  ao longo da superfície de contato para um coeficiente de atrito  $\mu = 0$  e  $h = 0,064$  mm.

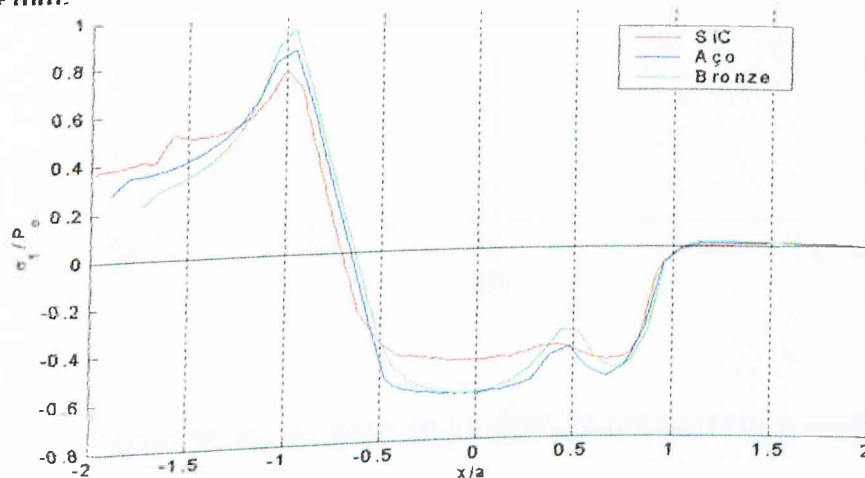


Figura 5.22 – Cálculo de  $\sigma_1$  ao longo da superfície de contato para um coeficiente de atrito  $\mu = 0,50$  e  $h = 0,064$  mm

Como se sabe da Tabela 5.5, nas circunstâncias em que se variam os valores do coeficiente de atrito, do menor para o maior, para o revestimento em SiC, a região de ocorrência dos valores máximos das tensões trativas é na superfície de contato dos sólidos, onde se inserem os gráficos das Figuras 5.21 e 5.22 acima. O caso do menor valor do coeficiente de atrito já foi discutido na seção 5.1. Mas vale ressaltar aqui, que, em virtude dos altos gradientes de  $\sigma_1$  que são desenvolvidos na entrada da largura do contato, propiciam-se as condições para que se desenvolvam ali os mecanismos de falhas associados a estas condições de altas tensões trativas para o revestimento frágil.

Em que pesem serem superiores os valores deste parâmetro para os revestimentos dúteis, como já se disse, não será a primeira tensão principal o objeto de principal importância no estudo dos mecanismos de falhas para estes revestimentos.

### 5.5.2 Cálculo de $\sigma_{eqv}$ :

- Região do cálculo: Interface do revestimento e substrato:

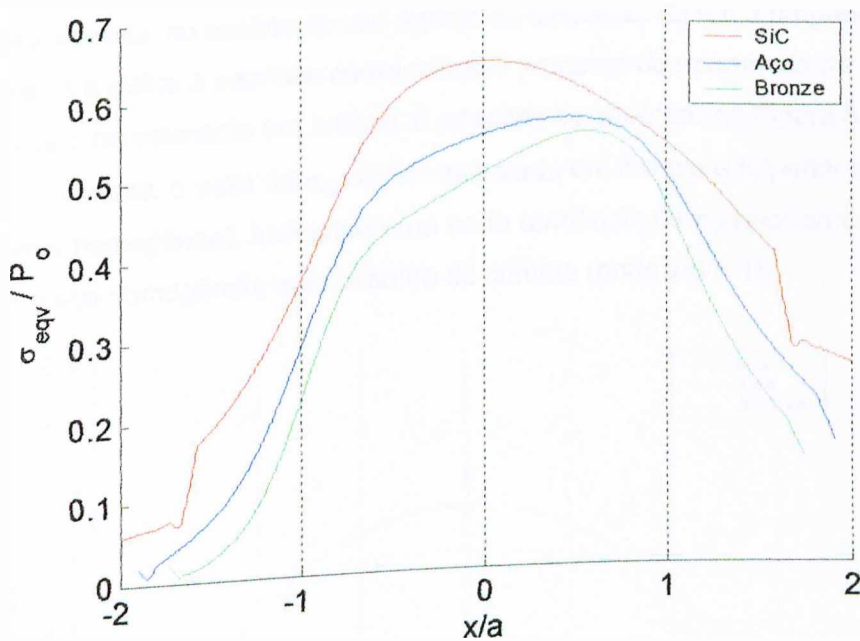


Figura 5.23 – Cálculo de  $\sigma_{eqv}$  ao longo da interface do revestimento e substrato para uma espessura de revestimento  $h = 0,032\text{mm}$  e  $\mu = 0,2$ .



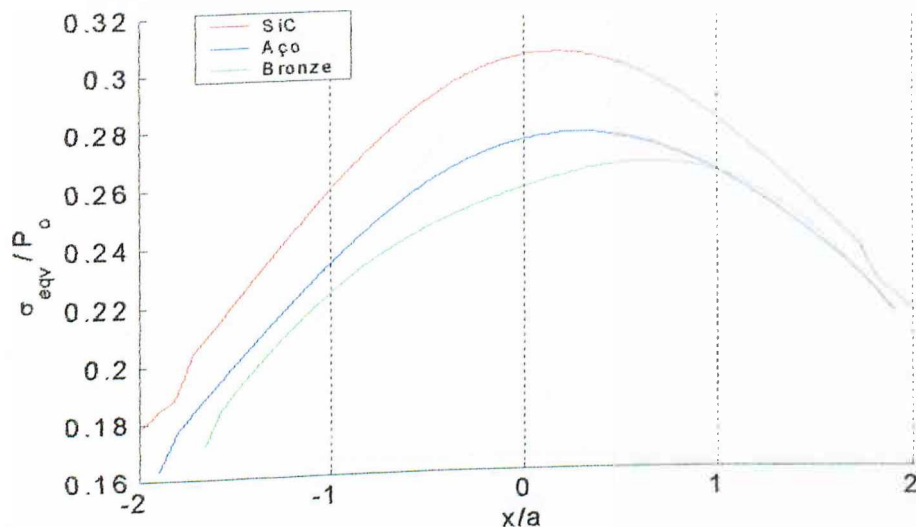


Figura 5.24 – Cálculo de  $\sigma_{eqv}$  ao longo da interface do revestimento e substrato para uma espessura de revestimento  $h = 0,224$  mm e  $\mu = 0,2$ .

Os resultados acima indicam que o bronze é um revestimento que “protege” melhor do que o aço o substrato ao ser submetido às condições de contorno deste problema. Como há uma relativamente pequena força tangencial atuando sobre o indentador de forma a promover um coeficiente de atrito igual a 0,2, o valor da máxima tensão equivalente de von Mises ocorre deslocado para a direita, no sentido oposto àquele da aplicação da força tangencial.

A Tabela 5.6 indica a interface como sendo o percurso de ocorrência da máxima tensão equivalente para o revestimento em bronze. É possível se observar na Figura 5.24 acima, que, após a saída do contato, o valor de  $\sigma_{eqv}$  do revestimento em bronze é superior ao revestimento em aço (material homogêneo), indicando uma certa tendência de comportamento semelhante ao do corpo em aço homogêneo, após a saída do contato (onde  $x/a = 1$ ):

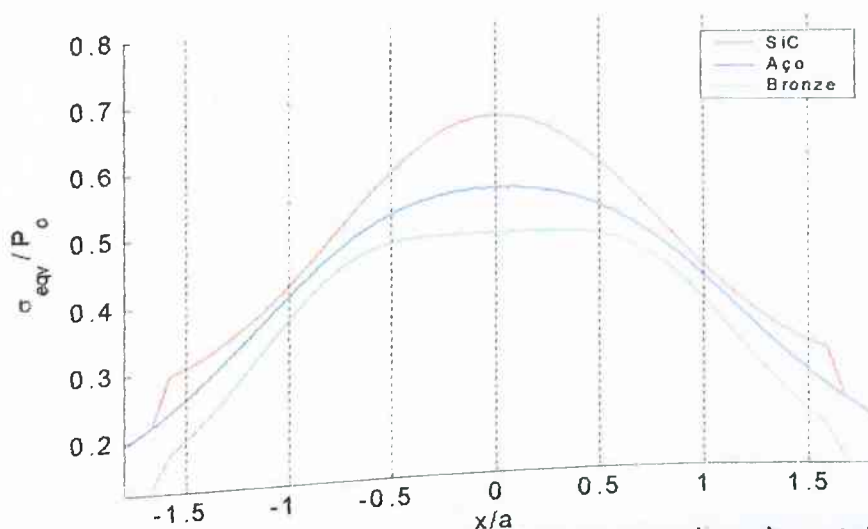


Figura 5.25 – Cálculo de  $\sigma_{eqv}$  ao longo da interface do revestimento e substrato, para um coeficiente de atrito  $\mu = 0,0$  e  $h = 0,064$  mm.

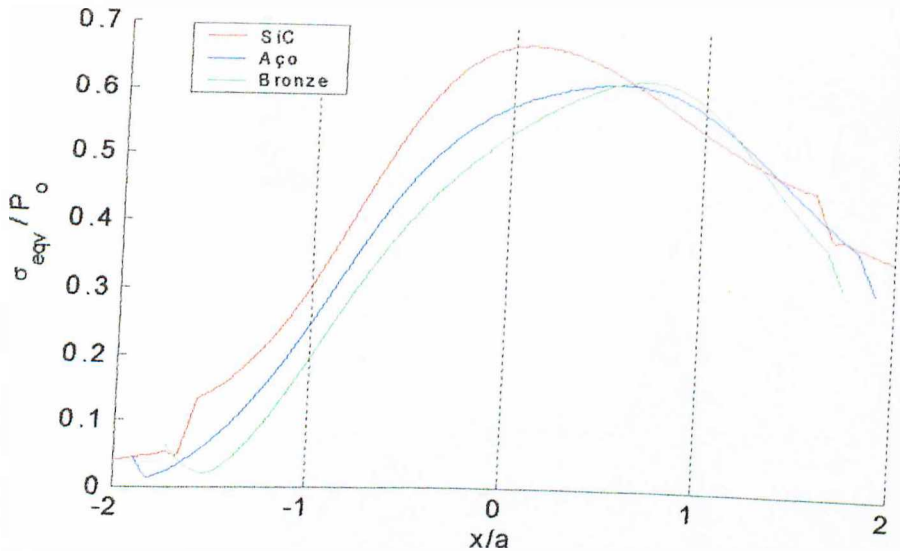


Figura 5.26 – Cálculo de  $\sigma_{eqv}$  ao longo da interface do revestimento e substrato, para um coeficiente de atrito  $\mu = 0,50$  e  $h = 0,064$  mm.

Ao se observar as Tabelas 5.7 (bronze) e 5.8 (aço) e as condições estudadas nas Figuras 5.24 e 5.25 acima, percebe-se que o material homogêneo em aço bem como os revestimentos em bronze possuem uma tendência de deslocamento do ponto de máxima tensão equivalente da interface em direção à superfície de contato dos corpos, à medida que se vai aumentando o valor do coeficiente de atrito.

Ambas as Tabelas 5.7 e 5.8 apontam também para as mesmas regiões de ocorrência das máximas tensões equivalentes: interface do revestimento para o menor atrito, e superfície de contato para o maior atrito. Isto confirma a real importância dos cálculos no percurso descrito pelas Figuras 5.24 e 5.25 na análise dos mecanismos de falha para estes materiais.

▪ **Região do cálculo:** Superfície de contato dos sólidos:

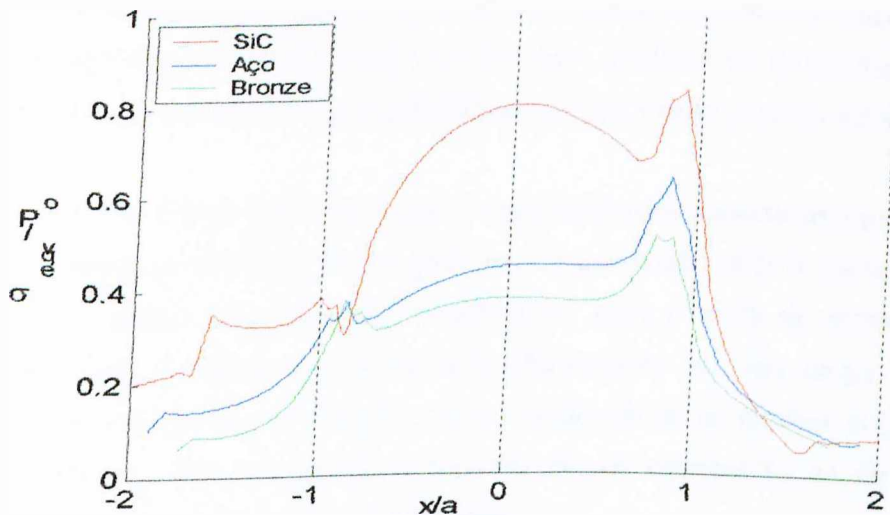


Figura 5.27 – Cálculo de  $\sigma_{eqv}$  ao longo da superfície de contato dos sólidos para uma espessura de revestimento  $h=0,032$  mm e  $\mu = 0,2$ .

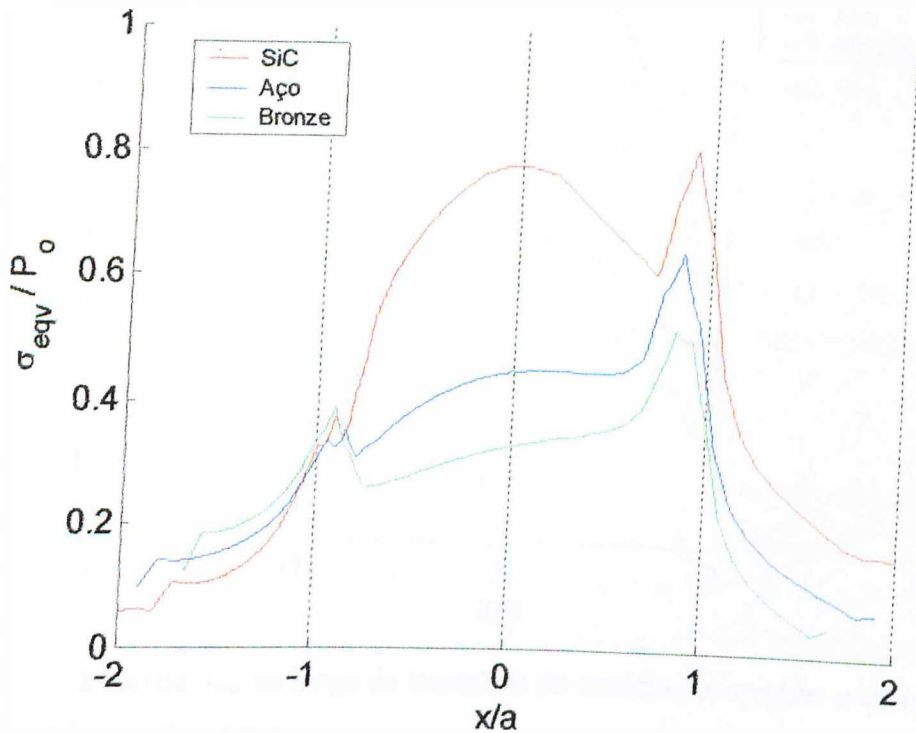


Figura 5.28 – Cálculo de  $\sigma_{eqv}$  ao longo da superfície de contato dos sólidos para uma espessura de revestimento  $h=0,224$  mm e  $\mu = 0,2$ .

A influência da espessura do revestimento nos resultados obtidos para a tensão equivalente de von Mises calculada sobre a superfície de contato, como se vê nas Figuras 5.26 e 5.27, não parece ser importante. Entretanto, chama à atenção os fortes gradientes na entrada do contato ( $x/a = -1$ ) e, principalmente, na saída do contato ( $x/a = 1$ ). Isto pode remeter a uma interpretação interessante sob a óptica da transferência de energia: esta transferência sobre a superfície de contato parece se dar de uma forma muito menos suave que as regiões inferiores à superfície de contato, como por exemplo, o interior do revestimento e a interface dos revestimento e substrato, cujos gradientes são bem mais suaves (vide Figuras 5.23 a 5.26).

Ainda que a Tabela 5.6 indique que a máxima tensão equivalente para o revestimento em bronze ocorra na interface do revestimento e substrato para a menor espessura de revestimento, e ocorra no interior do revestimento, para o caso da maior espessura do revestimento, esta constatação quer parecer interessante no que tange ao aspecto de transferência de energia de um corpo ao outro. Sobretudo ao se analisar o caso do material homogêneo em aço cuja ocorrência da máxima tensão equivalente se dá justamente na superfície de contato dos dois corpos (Tabela 5.8).



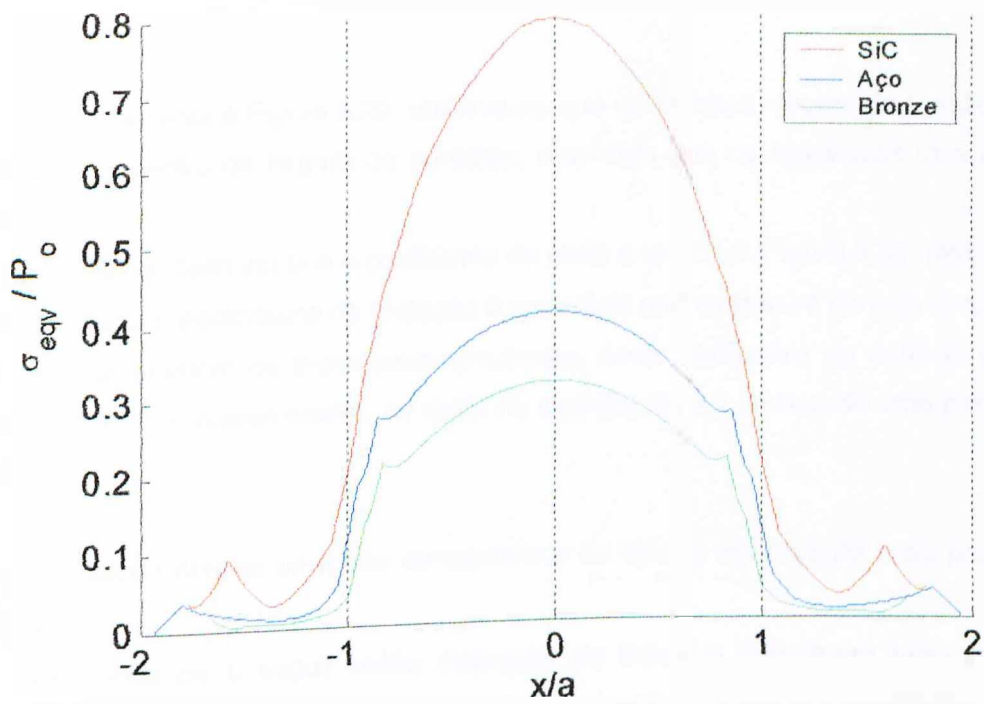


Figura 5.29 – Cálculo de  $\sigma_{\text{eqv}}$  ao longo da superfície de contato dos corpos, para um coeficiente de atrito  $\mu = 0,0$  e  $h = 0,064$  mm.

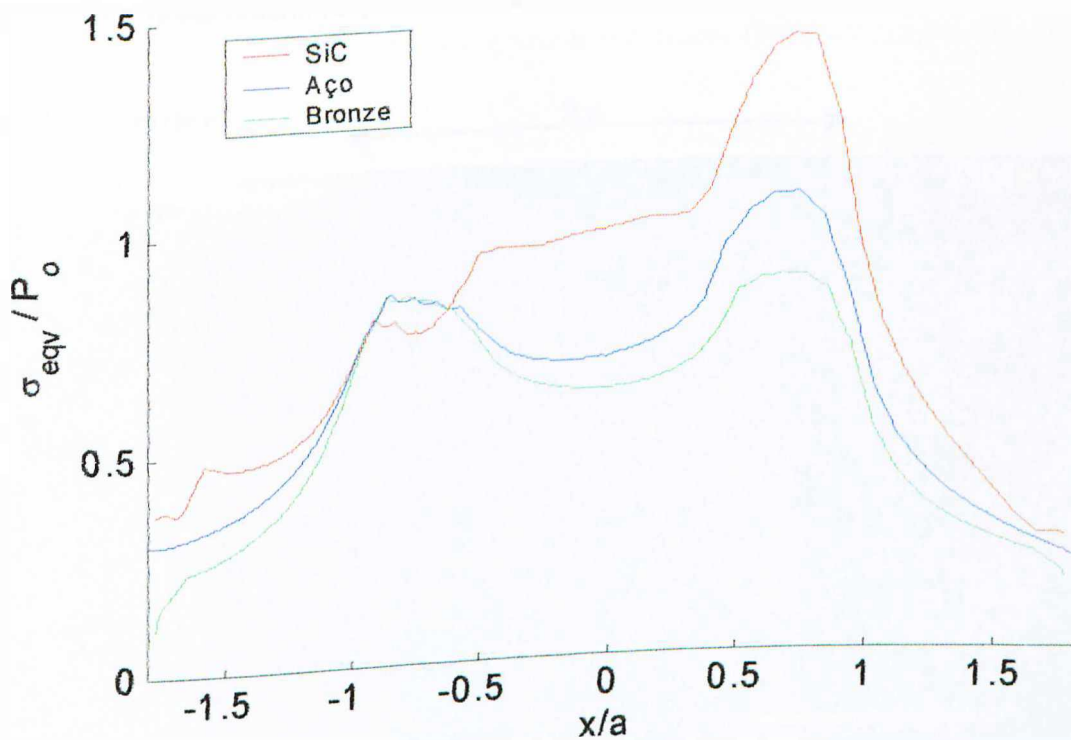


Figura 5.30 – Cálculo de  $\sigma_{\text{eqv}}$  ao longo da superfície de contato dos corpos, para um coeficiente de atrito  $\mu = 0,50$  e  $h = 0,064$  mm.

Relativamente à Figura 5.29, observa-se que os maiores valores da tensão equivalente se encontram dentro da largura de contatos, mas sem que os resultados fora dessa região sejam nulos.

Quanto ao caso em que o coeficiente de atrito é igual 0.5, Figura 5.30, percebe-se que o bronze tem uma característica de proteção à superfície melhor que os demais revestimentos. Vale ressaltar também os importantes gradientes deste parâmetro na entrada da região do contato,  $x/a = -1$ , e, sobremaneira, na saída do contato,  $x/a = 1$ , indicando uma posição de risco de falha.

### 5.6 – Resultados obtidos na forma de contornos da tensão equivalente e da primeira tensão principal

Os contornos a seguir estão dispostos de forma a permitirem uma ilustração dos resultados do modelo como um todo para alguns casos. O objetivo é possibilitar uma análise da primeira tensão principal ( $\sigma_1$ ) para o revestimento SiC e da tensão equivalente de von Mises ( $\sigma_{eqv}$ ) para o revestimento em bronze e para o material homogêneo em aço. Seja para  $\sigma_1$  ou para  $\sigma_{eqv}$ , os casos da maior e menor espessuras e do maior e menor atritos, estão aqui disponíveis, nesta ordem, respectivamente:

#### 5.6.1 Cálculo de $\sigma_1$ :

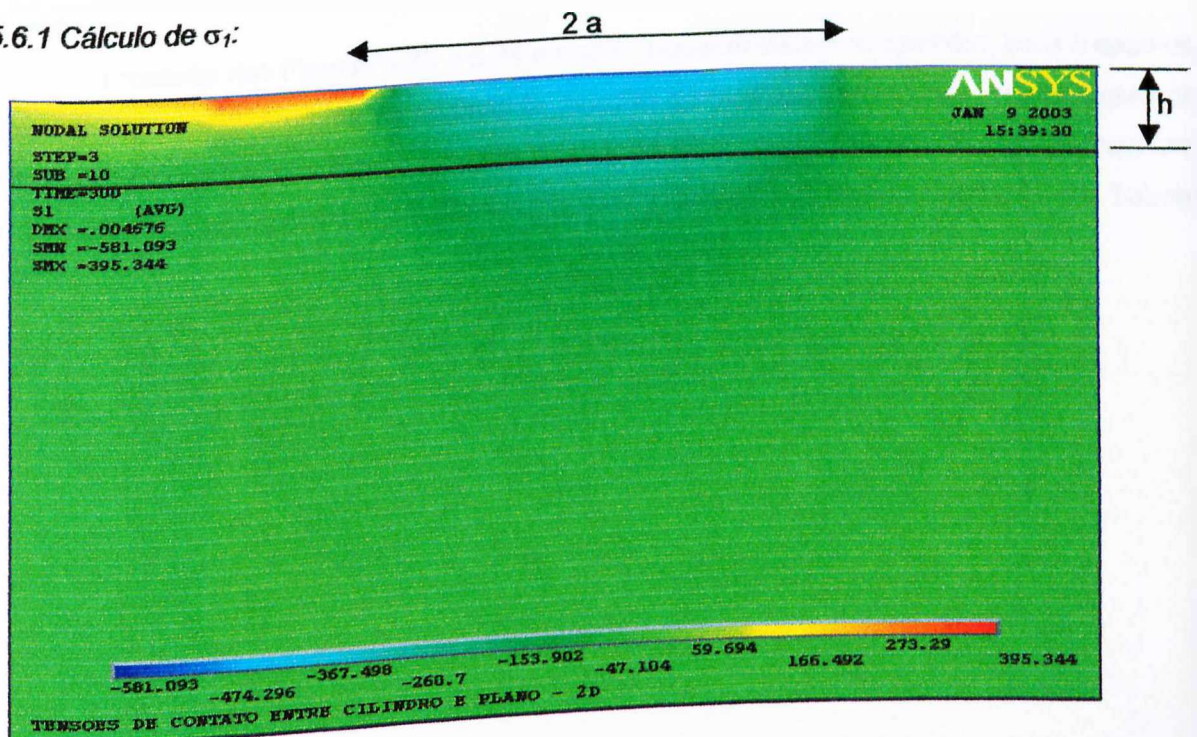


Figura 5.31 – Contorno de  $\sigma_1$  para o SiC como revestimento, com  $h=0,032$  mm e  $\mu = 0,2$ .



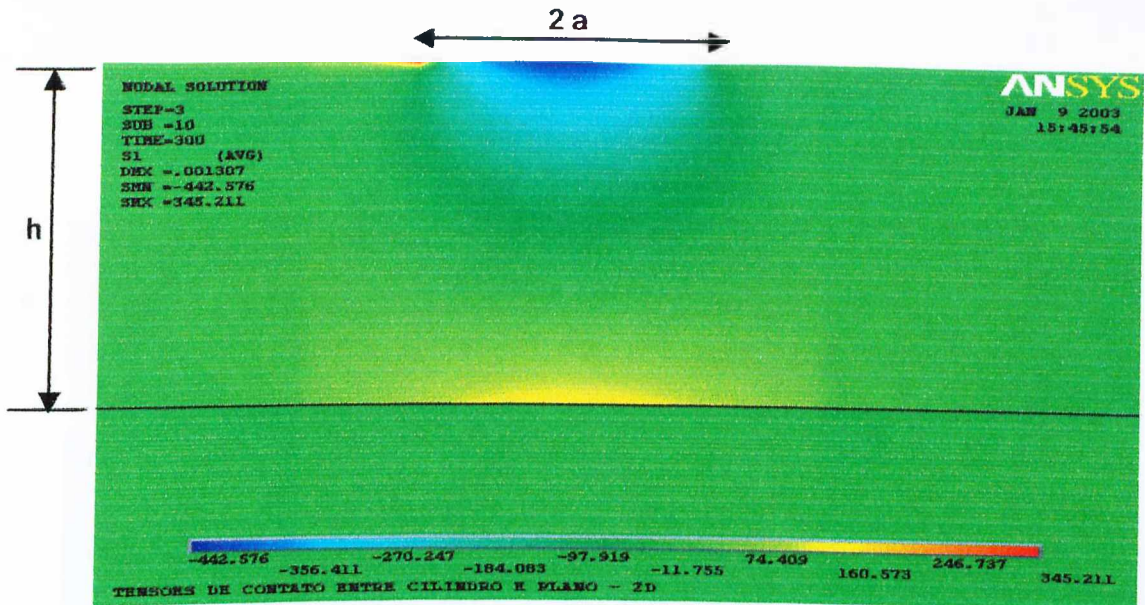


Figura 5.32 – Contorno de  $\sigma_I$  para o SiC como revestimento, com  $h=0,224$  mm e  $\mu=0,2$ .

A comparação dos resultados obtidos nas Figuras 5.31 e 5.32, indicam que um aumento na espessura do revestimento cerâmico SiC, nas condições acima, resulta na ocorrência de uma região próxima à interface do revestimento e substrato, onde há tensões trativas que poderão ser importantes num mecanismo de falha que pode resultar numa perda de aderência interfacial. Outra constatação mais importante ainda que as tensões trativas na interface, é a ocorrência do máximo valor de  $\sigma_I$  na superfície de contato (vide Tabela 5.4). Em maior valor ainda, curiosamente, para a menor espessura que para a maior espessura deste revestimento.

A propósito das Figuras 5.33 e 5.34 a seguir, pode-se visualizar também, para o caso do maior atrito, a mesma região anteriormente descrita de tensões trativas nas proximidades da interface do revestimento. Entretanto, são de valores bem maiores os resultados que ocorrem na superfície de contato (Figura 5.32), corroborando os registros destes resultados na Tabela 5.5:

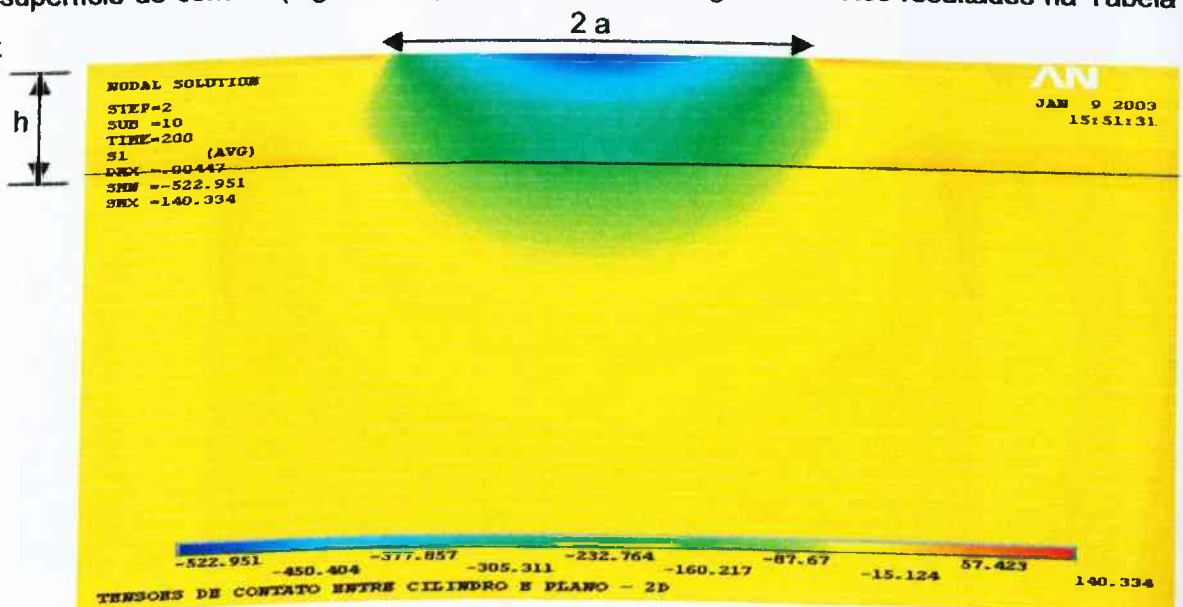


Figura 5.33 – Contorno de  $\sigma_I$  para o SiC como revestimento, com  $\mu=0,0$  e  $h=0,064$  mm.



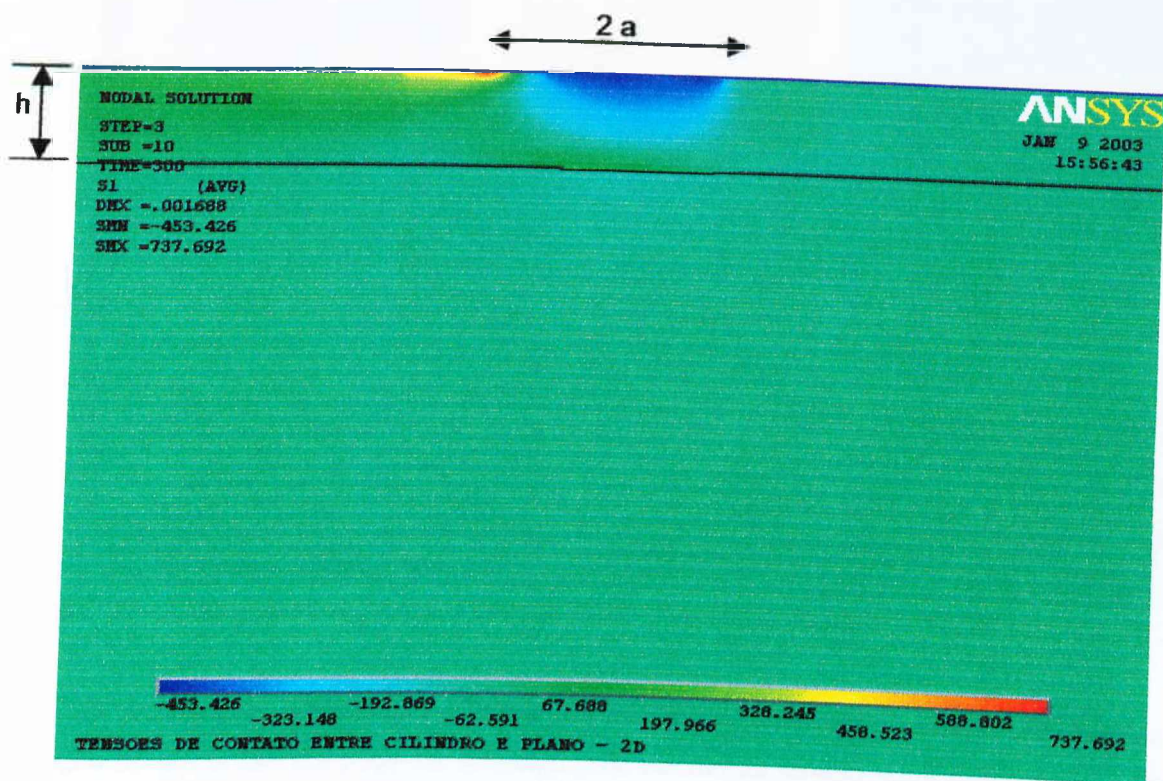


Figura 5.34 – Contorno de  $\sigma_1$  para o SiC como revestimento, com  $\mu = 0,50$  e  $h=0,064$  mm.

### 5.6.2 Cálculo de $\sigma_{eqv}$

- Material do revestimento: Bronze.

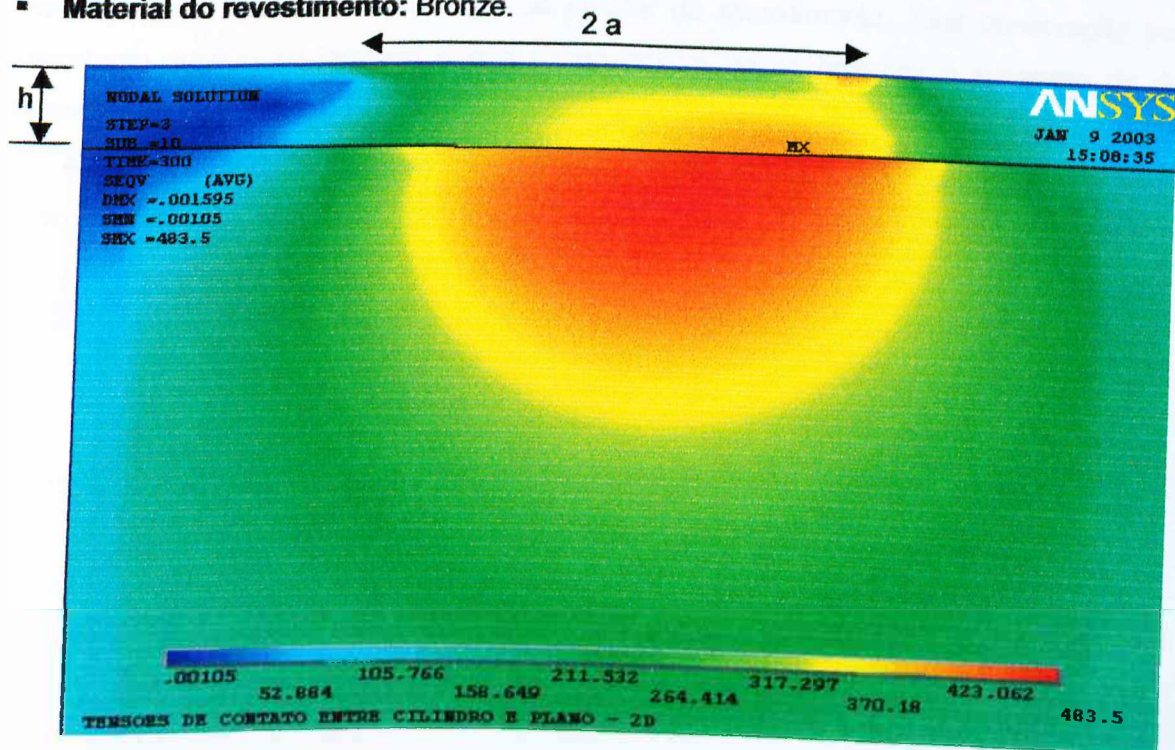


Figura 5.35 – Contorno de  $\sigma_{eqv}$  para o bronze como revestimento, com  $h=0,032$  mm e  $\mu = 0,2$ .



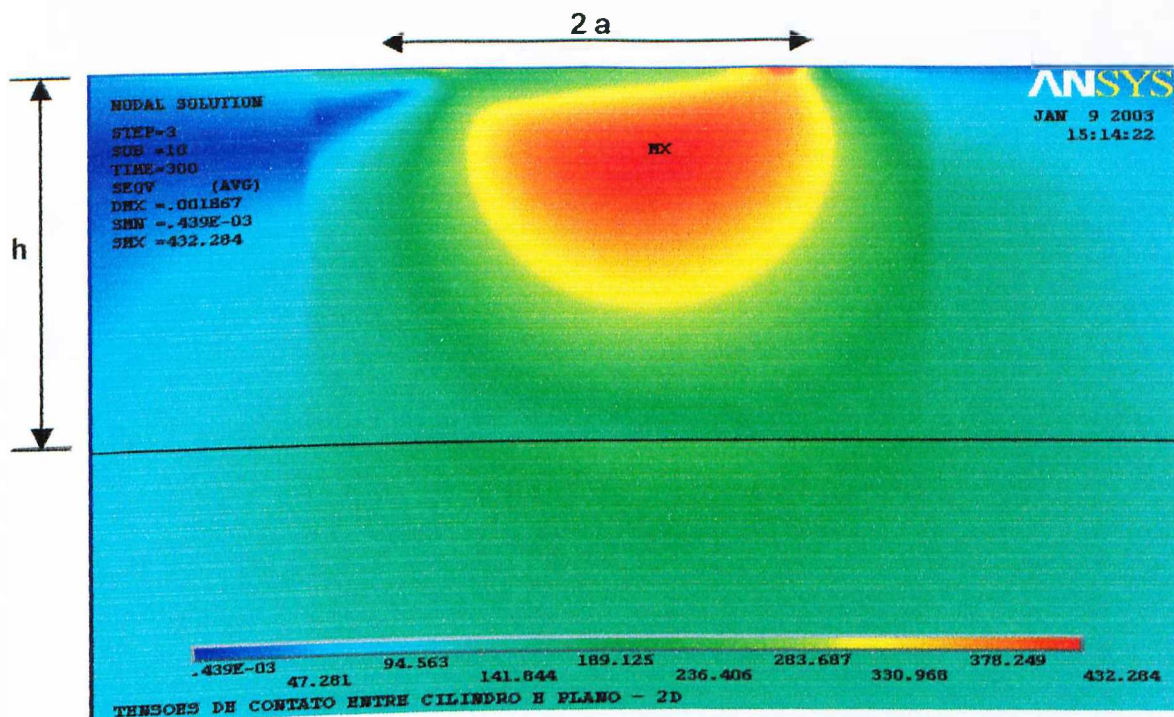


Figura 5.36 – Contorno de  $\sigma_{eqv}$  para o bronze como revestimento, com  $h=0,224$  mm e  $\mu = 0,2$ .

O processo de deformação plástica que induzirá à formação de trincas decorrentes da interação de discordâncias pode ser avaliado pelo cálculo da tensão equivalente de von Mises cujos contornos estão nas Figuras 5.35 a 5.38 (bronze) e 5.39 a 5.40 para o aço.

Está evidente nas Figuras 5.35 e 5.36 que um aumento na espessura do revestimento em bronze propicia um afastamento da região de altos valores de  $\sigma_{eqv}$  da interface do revestimento e substrato em direção ao interior do revestimento. Esta observação parece importante quando se tem em mente a importância de se proteger o substrato de danos indesejáveis.

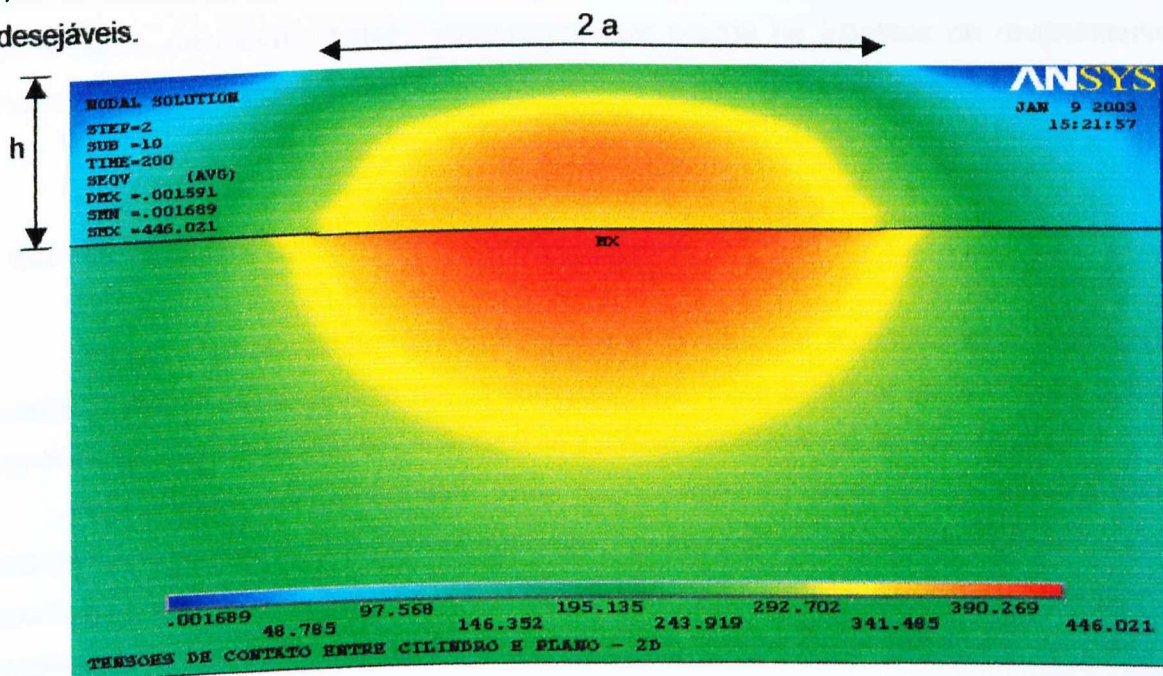


Figura 5.37 – Contorno de  $\sigma_{eqv}$  para o bronze como revestimento, com  $\mu = 0,0$  e  $h=0,064$  mm.



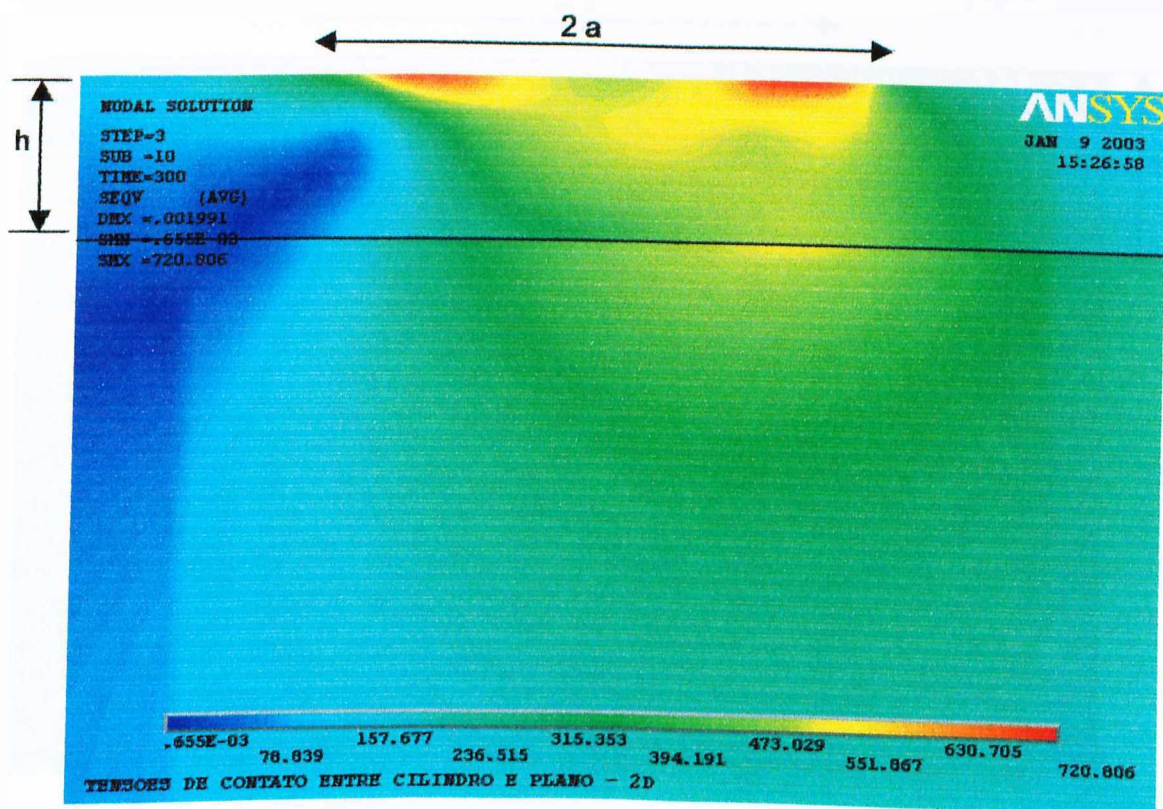


Figura 5.38 – Contorno de  $\sigma_{eqv}$  para o bronze como revestimento, com  $\mu = 0,50$  e  $h=0,064$  mm.

Ainda relativamente ao revestimento em bronze, os resultados das Figuras 5.37 e 5.38, a seguir, indicam que o revestimento em bronze é mais eficaz neste aspecto de proteção ao substrato quando há ocorrência de atrito (Figura 5.38,  $\mu = 0,50$ ). Neste último caso, percebe-se que a região de máxima tensão equivalente, que ocorria na interface do revestimento e substrato para  $\mu = 0$ , agora passa a ser na superfície de contato dos sólidos.

▪ **Material do revestimento: Aço.**

Embora em níveis de tensões equivalentes mais elevadas, o comportamento do aço em questão é similar ao do bronze ao se constatar que, para o menor atrito (Figura 5.39), a ocorrência da máxima tensão equivalente é na interface do revestimento e substrato.

Para o maior atrito, entretanto, ainda que a região de ocorrência de máxima tensão equivalente, tanto para o revestimento em bronze quanto para o revestimento em aço, seja na superfície, (Figura 5.40), há uma micro-região mais pronunciada na saída do contato do revestimento em aço e duas para o revestimento em bronze (na entrada e na saída do contato).

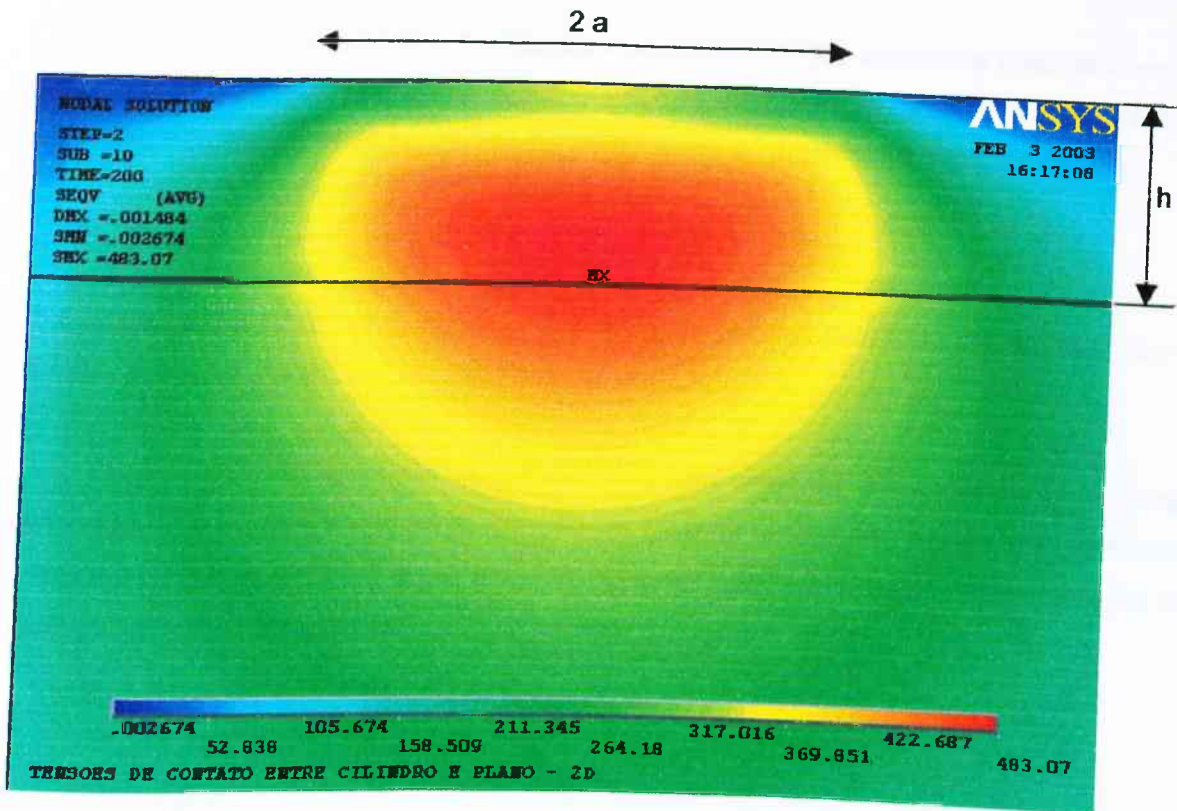


Figura 5.39 – Contorno de  $\sigma_{eqv}$  para o material homogêneo em aço, com  $\mu = 0$  e  $h=0,064\text{mm}$ .

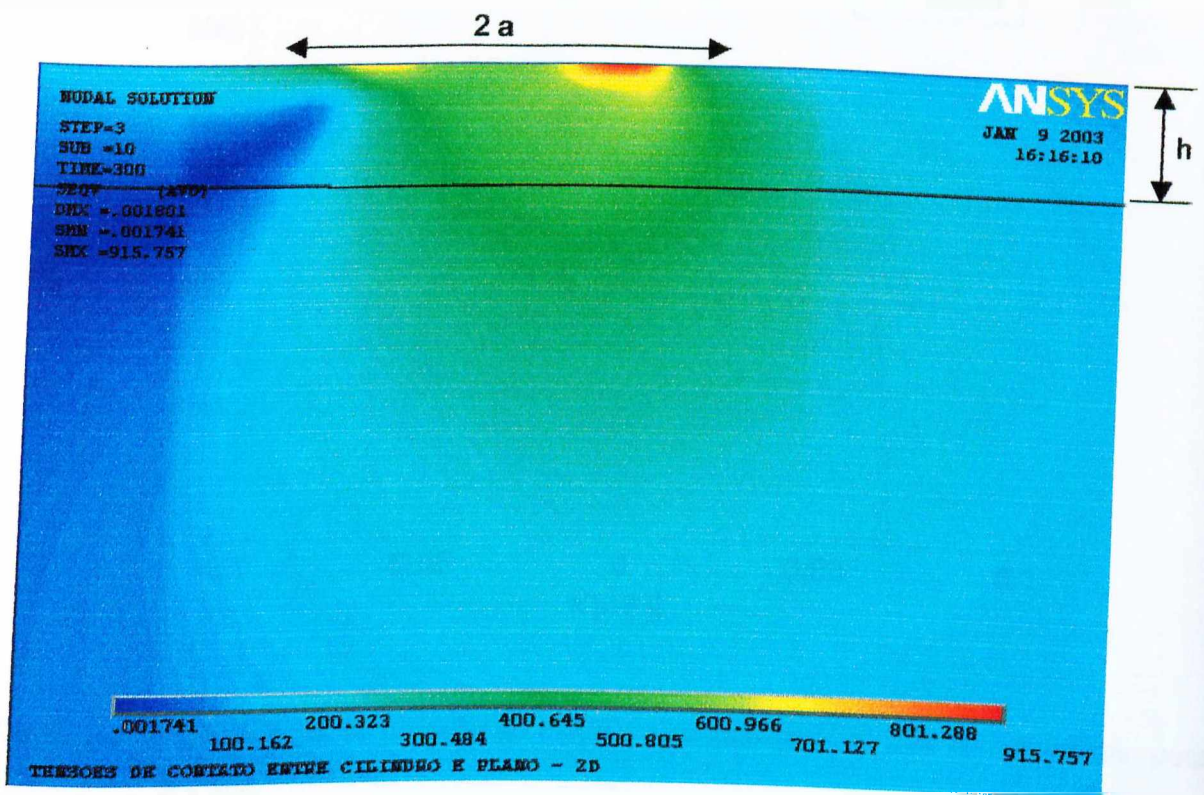


Figura 5.40 – Contorno de  $\sigma_{eqv}$  para o material homogêneo em aço, com  $\mu = 0,5$  e  $h=0,064\text{mm}$ .



As Figuras 5.2-a e 5.2-b já contemplam os resultados dos contornos para os casos da maior e menor espessuras de revestimento em aço de um substrato do mesmo material, onde se estudou o comportamento do modelo para este caso do material homogêneo em aço.

### 5.7 A relação entre a largura de contato e a distribuição de pressão para os diferentes tipos de materiais do revestimento

Com o objetivo de averiguar os resultados obtidos pelo MEF e estudar a relação entre a distribuição de pressão e a largura de contato, os gráficos destes dois parâmetros, referentes ao maior e ao menor atrito e à maior e menor espessura de revestimento, foram plotados nas Figuras 5.41 a 5.44, em seguida:

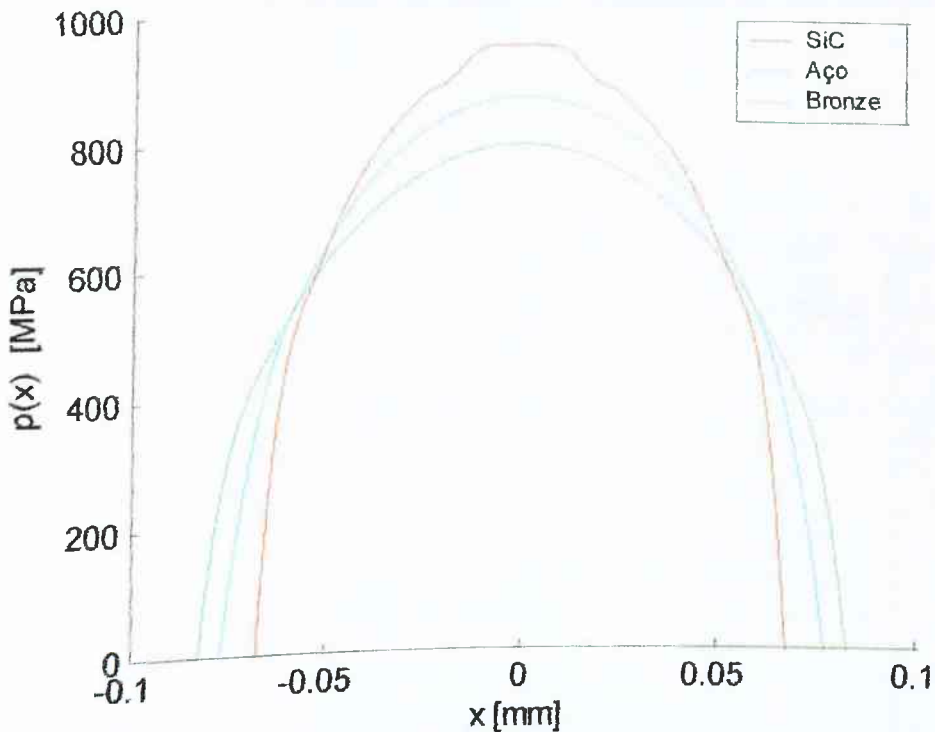


Figura 5.41 – Distribuição de pressão ao longo do contato para os três revestimentos, para  $\mu = 0$  e  $h = 0,064$  mm.



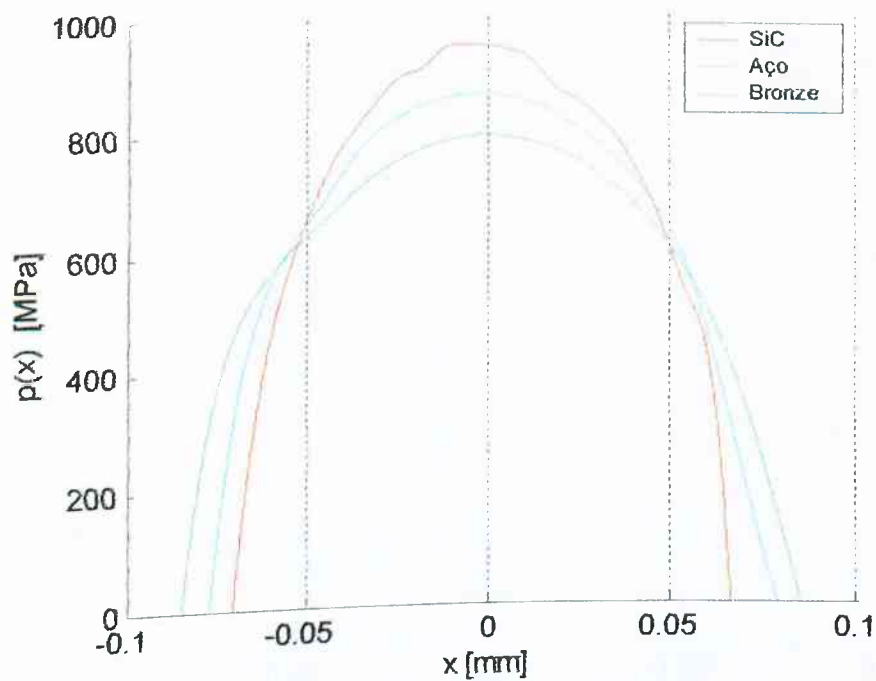


Figura 5.42 – Distribuição de pressão ao longo do contato para os três revestimentos, sendo  $\mu = 0.5$  e  $h = 0,064$  mm.

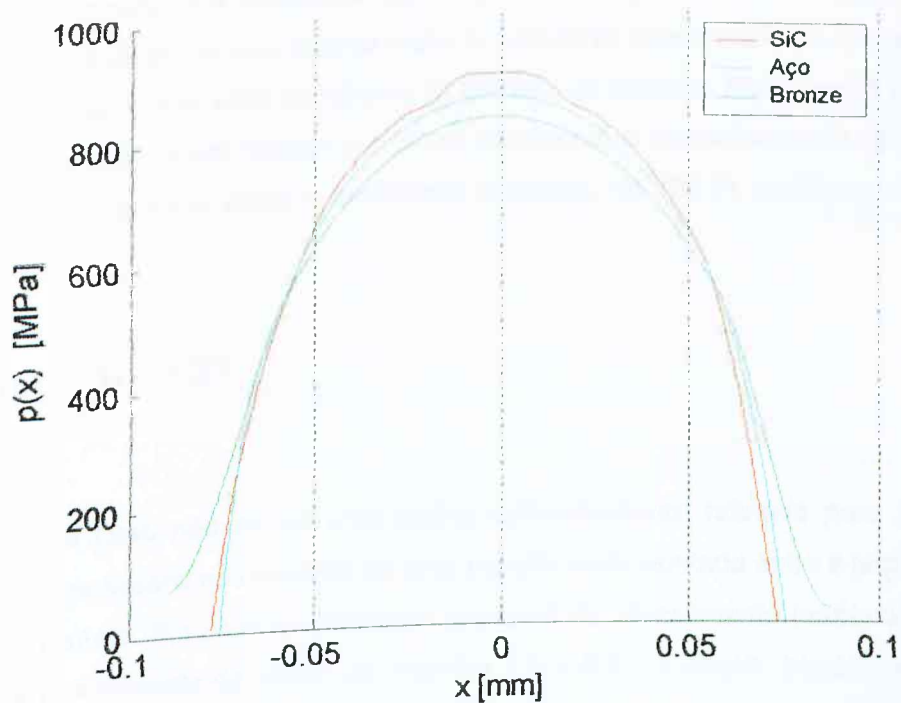


Figura 5.43 – Distribuição de pressão ao longo do contato para os três revestimentos, sendo  $h = 0,032$  mm e  $\mu = 0.20$ .

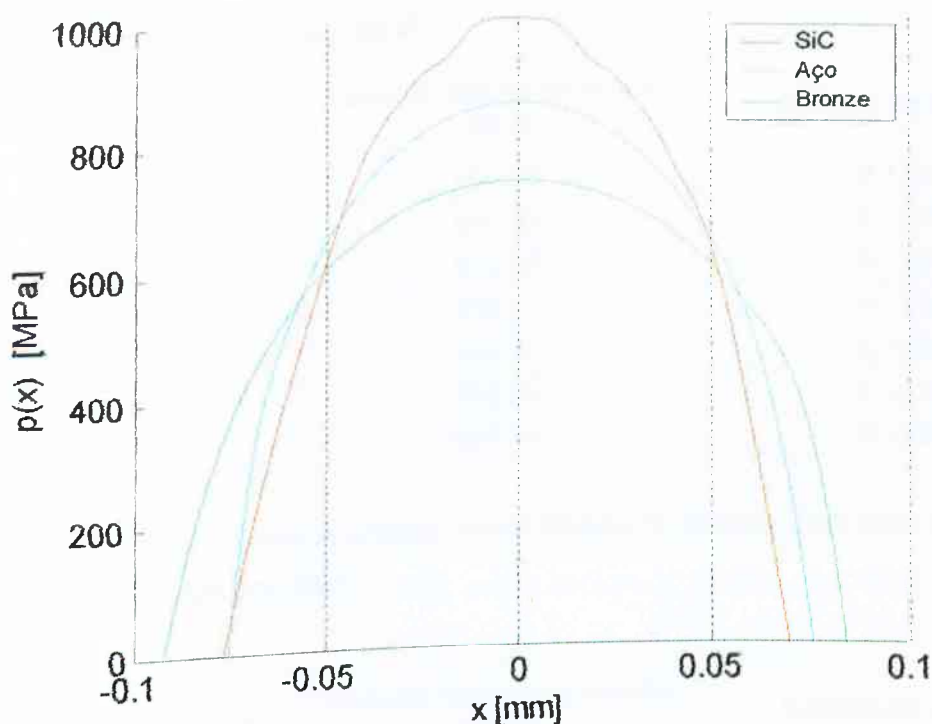


Figura 5.44 – Distribuição de pressão ao longo do contato para os três revestimentos, sendo  $h = 0,224 \text{ mm}$  e  $\mu = 0,20$ .

Da observação dos resultados obtidos pelo MEF e plotados nas Figuras 5.41 a 5.44, é imediata a constatação de que, quanto maior o módulo de elasticidade do revestimento, menor a área de contato e mais altos os valores da pressão de contato. Ainda que a área abaixo de cada uma das três curvas devam ser todas constantes e numericamente iguais à carga de compressão concentrada sobre o indentador cilíndrico, de 100 N, analiticamente obtida pela equação 5.7.1:

$$\int_{-a}^{+a} p(x) dx = 100 \quad (5.7.1)$$

Em que pese não se ter uma malha suficientemente refinada para se conseguir a sensibilidade necessária na detecção de uma relação mais ajustada entre a largura e a máxima pressão de contato ( $P_0$ ) para os diferentes materiais do revestimento (variando-se espessura da camada e coeficiente de atrito), as Tabelas 5.9 a 5.12, a seguir, trazem estes resultados obtidos pelo MEF:

- Material do revestimento: SiC

Tabela 5.9 – Pressão máxima de contato versus largura de contato, para cada espessura de revestimento. Resultados obtidos pelo MEF.

Espessura h do revestimento (mm)	Pressão máxima de contato (Mpa)	Largura de contato
0,032	900,48	0,1440
0,064	947,01	0,1440
0,096	972,82	0,1380
0,128	985,51	0,1380
0,160	992,31	0,1320
0,192	996,30	0,1320
0,224	997,39	0,1320

Tabela 5.10 – Pressão máxima de contato versus largura de contato, para cada coeficiente de atrito. Resultados obtidos pelo MEF.

Coefficiente de atrito ( $\mu$ )	Pressão máxima de contato (Mpa)	Largura de contato
0,0	947,08	0,1440
0,05	947,08	0,1440
0,10	947,07	0,1440
0,20	947,01	0,1440
0,30	947,62	0,1440
0,40	948,61	0,1440
0,50	949,49	0,1440

- Material do revestimento: Bronze

Tabela 5.11 – Pressão máxima de contato versus largura de contato, para cada espessura de revestimento. Resultados obtidos pelo MEF.

Espessura h do revestimento (mm)	Pressão máxima de contato (Mpa)	Largura de contato
0,032	828,54	0,1725
0,064	789,92	0,1725
0,096	765,25	0,1800
0,128	751,40	0,1800
0,160	743,33	0,1800
0,192	738,35	0,1800
0,224	735,11	0,1800

Tabela 5.12 – Pressão máxima de contato versus largura de contato, para cada espessura de revestimento. Resultados obtidos pelo MEF.

Coeficiente de atrito ( $\mu$ )	Pressão máxima de contato (Mpa)	Largura de contato
0,0	790,10	0,1800
0,05	790,02	0,1725
0,10	789,92	0,1725
0,20	789,78	0,1725
0,30	789,75	0,1725
0,40	790,01	0,1725
0,50	790,09	0,1725

▪ Material do revestimento: Aço

Tabela 5.13 – Pressão máxima de contato versus largura de contato, para cada espessura de revestimento. Resultados obtidos pelo MEF.

Espessura h do revestimento (mm)	Pressão máxima de contato (Mpa)	Largura de contato
0,032	862,96	0,07875
0,224	862,67	0,07875

Tabela 5.14 – Pressão máxima de contato “versus” largura de contato, para cada espessura de revestimento. Resultados obtidos pelo MEF.

Coeficiente de atrito ( $\mu$ )	Pressão máxima de contato (Mpa)	Largura de contato
0,0	863,4	0,07875
0,05	863,1	0,07875
0,10	862,9	0,07875
0,20	862,6	0,07875
0,30	862,5	0,07875
0,40	862,2	0,07875
0,50	863,1	0,07875

Os resultados acima indicam que há uma certa tendência nos revestimentos não homogêneos de variarem a pressão máxima de contato ( $P_0$ ) ao serem alteradas as espessuras destes revestimentos. Isto não ocorre relativamente ao parâmetro do coeficiente de atrito. Entretanto, o material homogêneo em aço manteve sempre os mesmos valores da largura de contato, independentemente dos resultados obtidos para os máximos valores de  $P_0$ , cujos resultados foram sempre muito próximos.

## Capítulo VI

### Conclusões

Nesta análise do campo de tensões de contato que surge em um substrato revestido devido a um indentedor cilíndrico, pôde-se verificar que a eficiência do MEF está muito relacionada com a compreensão do fenômeno físico. Além disto, uma escolha adequada das alternativas ensejadas pela própria natureza do método, como uma densidade de malha convenientemente projetada para o modelo proposto, tem influência direta na precisão dos resultados obtidos. Isto se verificou muito claramente na entrada e na saída do contato, onde há fortes gradientes da primeira tensão principal. Nestas regiões, quanto mais refinada for a malha, melhores serão os resultados alcançados. A escolha de elementos estruturais e de contato com suas específicas funções de forma escolhidas coerentemente também tem papel preponderante na obtenção das reais magnitudes para os parâmetros de interesse.

Face aos objetivos propostos para este trabalho, pode-se dizer que houve uma trajetória bem sucedida, salvo poucos desvios aceitáveis nos valores confrontados com os resultados analíticos que foram evidenciados na fase de validação do modelo. Ao se remeter aos resultados experimentais também utilizados como auxílio na validação, mais ainda se pode ter a certeza do potencial de eficiência do MEF, resguardadas as considerações supracitadas de adequação das opções feitas e da experiência por parte do operador.

O modelo em MEF utilizado para simular o contato entre o cilindro e o plano revestido foi desenvolvido e aplicado em diferentes condições. As tensões no modelo foram observadas dentro do regime elástico e a validação feita nas regiões mais críticas do modelo que mostraram resultados razoáveis, neste caso, com discrepâncias nunca superiores a 6%.

Em relação à análise da influência da espessura do revestimento no campo de tensões de contato, pôde-se confirmar que, no caso de revestimentos mais rígidos que o substrato, quando se mantém constante o coeficiente de atrito, é possível encontrar uma ótima espessura de revestimento. Neste caso, o substrato é melhor protegido pelo revestimento. No caso aqui analisado, para um coeficiente de atrito igual a 0,2, para o revestimento cerâmico carbetto de silício (SiC) sobre o aço, o valor ótimo para espessura é  $h = 1,39$  vezes a semi-largura da área de contato.

Pode-se concluir também, que para o caso de revestimentos dúteis e mais flexíveis que o substrato, a tensão equivalente máxima de von Mises não se altera significativamente, para pequenas espessuras de revestimento. No caso em que o revestimento é o bronze, a tensão equivalente de von Mises tem quase o mesmo valor se a espessura da camada ( $h/a$ ) for inferior a 1,39, para as condições específicas deste trabalho.

Verificou-se também, que o campo de tensões não se altera significativamente, para pequenos valores do coeficiente de atrito. Para as condições aqui analisadas, a influência da força tangencial no campo de tensões é muito fraca, se o coeficiente de atrito for inferior a 0,15, para espessuras de revestimento constantes ( $h/a$ ). Este resultado foi observado para  $h/a$  igual a 0,8889 para o SiC, 0,7420 para o bronze e 0,8127 para o aço.

Observou-se também que as máximas tensões trativas estão localizadas antes ou após a fronteira que delimita a largura do contato, a uma distância que vai de 0,5 a 1,0 vez a semilargura do contato, em relação à esta fronteira. Neste ponto ocorre o máximo valor da primeira tensão principal, para as condições estudadas neste trabalho., Sabe-se que estas tensões trativas, podem ocorrer também em pontos abaixo da superfície de contato, próximo da interface. Isto ocorre para diferentes combinações de parâmetros e propriedades de materiais (Oliveira & Bower 1996).

Interessa ressaltar uma certa linearidade nos resultados máximos de  $\sigma_1$  com respeito a valores do coeficiente de atrito que vão desde 0,1 até 0,35. Para valores do coeficiente de atrito superiores a 0,35, os resultados máximos de  $\sigma_1$  tendem a uma única função linear indiferentemente do tipo de material do revestimento.

Os resultados máximos da primeira tensão principal apresentam variações muito fortes de um tipo de material de revestimento para outro, quando o atrito é inferior a 0,1. Nas condições estudadas neste trabalho, quando o atrito é superior a 0,35, estes resultados máximos da primeira tensão principal não apresentam significativas variações ao se variarem as propriedades mecânicas do material do revestimento.

### *6.1 Sugestões para a continuidade deste trabalho:*

A continuidade deste trabalho evidentemente se justificaria, por exemplo, se as limitações que aqui foram impostas fossem retiradas, como por exemplo:

- Extrapolar a análise para além do limite elástico, verificando prioritariamente para revestimentos dúteis, a ocorrência de pontos onde houvesse plastificação que dessem origem a mecanismos de falhas deste tipo;
- Sair da análise plana para uma tridimensional em que um estudo, preferencialmente de um problema prático previamente proposto, fosse solucionado com respeito ao campo de tensão oriundo desta situação;
- *Estudar o comportamento da primeira tensão principal para o revestimento cerâmico em temperaturas que vão desde a temperatura ambiente até a temperatura máxima envolvida em um motor a combustão interna, passando por valores intermediários que permitissem adicionar uma linha de tendência ao comportamento deste parâmetro com respeito aos gradientes de temperatura.*

A possibilidade de confrontação destes resultados numéricos sugeridos anteriormente com aqueles obtidos experimentalmente seria importante na ratificação das simulações propostas.

## Capítulo VII

### Referências Bibliográficas

Alcalá, J.; Barone, A C.; Anglada, M., 2000, "The influence of plastic hardening on surface de formation modes around Vickers and spherical indents", *Acta Materialia*; Vol. 48, p. 3451-64.

ANSYS® "User's manual for Revision 5.5", 1992, Swanson Analysis Systems, Inc..

Bathe, K. J., 1986, "Finite Element Procedures", Prentice-Hall, Inc., New Jersey, USA.

Boussinesq, J., 1885, "Application des Potentials à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques", Gauthier-Villars, Paris.

Borsoi, C. A; Schaeffer, L.; Henning, G. R. and Crivellaro, R. S., 2001, "Análise da Conformabilidade de Chapas para a Indústria de Estampagem", *Proceedings of the 4th National Conference of Sheet Metal Forming*, Vol.1, Gramado, Brazil, pp. 80-90.

Bufler, H., 1959, "Zur Theory der rollenden Reibung", *Ing. Arch.*, 27, 137, [207, 247, 248].

Cattaneo, C., 1938, "Sul contatto di due corpi elastici: distribuzione locale degli sforzi", *Rendiconti dell'Accademia nazionale dei Lincei*, 27, Ser. 6, 342, 434, 474, [274].

Dundurs, J., 1975, "Properties of elastic bodies in contact", In *Mechanics of Contact between Deformable Bodies*, ed. De Pater & Kalker. Delft: University Press.

Giannakopoulos, A. E.; Suresh, S., 1999, "Determination of elastoplastic properties by instrumented sharp indentation", *Scripta Materialia*, Vol. 40, p. 1191-8.

Gladwell, G.M.L., 1980, "Contact Problem in the Classical Theory of Elasticity", Alphen aan den Rijn: Sijthoffand Noordhoff.

Gupta, P.K., Walowit, J. A. & Finkin, E.F., 1973, "Stress distribution in plane strain layered elastic solids subjected to arbitrary boundary loading", *Journal of Lubrication Tchnology*, Trans. ASME, Series F, 93, 427.



Hamilton, G.M. & Goodman, L. E., 1966, "The Stress field created by a circular sliding contact", Trans. ASME, Journal of Applied Mechanics, 33, 71.

Hertz, H., 1882, "Über die Berührung fester elastische Körper (On the contact of elastic solids)", J.reine und angewandt Mathematik, 92,156-171.(For English translation, see Miscellaneous Papers by H. Hertz, 1896, Eds. Jones and Schott, London: Macmillan.).

Holmberg, K.; A , Laukkanen; Ronkainen, H.; Wallin, K.; Zarjus, S., 2002, "Modelling Stresses and Fracture in Thin Coatings", 6<sup>th</sup> International Tribology Conference – AUSTRIB'02 – Perth, Australia.

Honeycombe, R. W. K., 1985, "The Plastic Deformation of Metals", Edward Arnold Ltd., London.

Johnson, K.L., 1987, "Contact Mechanics". Press Syndicate of the University of Cambridge.

King, R. B. e O'Sullivan, T.C., 1987, "Sliding contact stresses in a two-dimensional layered elastic half-space", International Journal of Solids and Structures, 23(5), p. 581-597.

Komvopoulos, K., 1988, "Finite element analysis of a layered elastic solid in normal contact with a rigid surface", ASME Journal of Tribology, 110:477-485.

Komvopoulos, K., 1989, "Elastic-plastic finite element analysis of indented layered media", ASME Journal of Tribology, 111:477-485.

Leroy, J. M. e Villechaise, B., 1990, "Stress determination in elastic coating and substrate under both normal and tangential loads", in Mechanics of Coatings, ed. Dowson, D., Taylor, C.M. e Godet, M., Elsevier, 195-201.

Matzbender, J. and de With, G., 1999, "Sliding indentation, friction and fracture of a hybrid coating on glass", Wear, 236, 355-359.

Matzbender, J. and de With, G., 2000a, "Cracking and residual stress in hybrid coatings on float glass," Thin Solid Films, 359, 210--214.

Matzbender, J. and de With, G., 2000b, "Friction under elastic contacts", Surface and Coatings Technology, 124, 66-69.

Matzbender, J. and de With, G., 2000c, "Modeling of the fracture of a coating under sliding indentation", *Wear*, 239, 21-26.

Medeiros, J. de P., 1996, "Utilização do Método dos Elementos Finitos na Determinação de Campos de Tensões em Corpos Revestidos". Universidade Federal de Uberlândia.

Mindlin, R. D., 1949,. "Compliance of elastic bodies in contact". *Trans. ASME, Series E, Journal of Applied Mechanics*, 16, 259, [74, 82,214,220].

Munisamy, R.L. et alli, 1995, "The solution of the contact between tilted circular rigid punch and an elastic half space", *Wear*, 184:93-95;

Norbury, A L.; Samuel, T., 1928, "The recovery and sinking-in or pilin-up of material in the Brinell test, and the effects of these factors on the correlation of the Brinell with certain other hardness tests", *Journal of the Iron and Steel Institute*, v. p. 673-87.

Oliveira, S. A G and Bower, A F., 1996, "An analysis of fracture and delamination in thin coatings subject to contact loading", *Wear* , 198, 15-32.

Pintaúde, G., 2002, "Análise dos regimes moderado e severo de desgaste abrasivo utilizando ensaios instrumentados de dureza". Escola Politécnica da USP. Depto. De Engenharia Mecânica. São Paulo.

Rickerby, D. S. and Matthews, A., 1991, "Advanced Surface Coatings: a Handbook of Surface Engineering", Chapman and Hall Inc., New York.

Stelmashenko, N. A .; Walls M. G.; Brown, L. M.; Milman, Y. V.( 1961), "Microindentations on W and Mo oriented single crystals: an ASTM study", *Acta Metall. Materialia*, v. 41, p. 169-79,.

Timoshenko, S. & Goodier, J. N., 1950, "Theory of elasticity", 3<sup>rd</sup>.Ed. New York, London et al.: McGraw-Hill.

Zeng, K. ; Söderlung, F. ; Giannakopoulos, A E.; Rowcliffe, D. J., 1996, "Controlled indentation: a general approach to determine mechanical properties of brittle materials, *Acta Materialia*, v. 44, p. 1127-41.